



Le Cours de Physique de Karlsruhe
pour le niveau lycée

Oscillations, ondes, données

Le Cours de Physique de Karlsruhe

Un manuel pour le niveau lycée

■ Electromagnétisme

■ Thermodynamique

■ Oscillations, ondes, données

■ Mécanique

■ Physique atomique, physique nucléaire, physique des particules

Friedrich Herrmann

Professeur à l'Institut de Technologie de Karlsruhe

Édition 2022

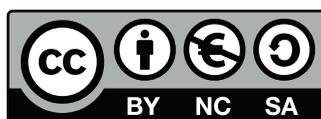
Auteur : Friedrich Herrmann, Co-auteur : Holger Hauptmann

Traduction de l'allemand à l'anglais : Kathrin Schilling

Traduction de l'anglais au français : Antoine Archer, Jean-François Combes,
Jean-Pierre Fanton, 2022

Figures : F. Herrmann, H. Schwarze

Mise en page : H. Schwarze



Sous licence Creative Commons

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

CONTENU

1 Oscillations

1.1 Description préliminaire	5	1.6 Le pendule	13
1.2 Quantité de mouvement et énergie	6	1.7 Oscillations angulaires : le moment cinétique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient	15
1.3 La Terre comme partenaire	8	1.8 Oscillations électriques : la charge électrique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient	17
1.4 Oscillations harmoniques	9	1.9 L'amortissement des oscillations	18
1.5 De quoi dépend la durée de la période	12		

2 Résonance

2.1 Résonance	22	2.4 Résonance d'un circuit résonant	25
2.2 Résonance d'un oscillateur mécanique	22	2.5 Oscillateurs à rétroaction	26
2.3 Comment tracer une courbe de résonance	24		

3 Spectres

3.1 Quelques résultats mathématiques	28	3.4 Oscillateurs multiples	33
3.2 Spectres	30	3.5 Quand l'inertie et l'élasticité ne sont plus séparées	34
3.3 Oscillateurs doubles	31		

4 Ondes

4.1 Le support des ondes	37	4.9 Deux ondes au même endroit	49
4.2 La vitesse des ondes	38	4.10 Deux ondes sinusoïdales – interférence	50
4.3 Support d'onde à une, deux et trois dimensions	39	4.11 Réflexion des ondes	51
4.4 Ondes sinusoïdales	40	4.12 Oscillations naturelles des supports d'onde	52
4.5 La relation entre la vitesse, la fréquence et la longueur d'onde	42	4.13 L'interférence des ondes	54
4.6 Ondes sonores	42	4.14 La diffraction des ondes	58
4.7 Ondes électromagnétiques	45	4.15 Les portions élémentaires des ondes sonores, des ondes électromagnétiques et des ondes de matière	59
4.8 Transport d'énergie par les ondes	47		

– 5 Interférence de la lumière et des rayons X

5.1 Cohérence	61	5.5 Réseau de diffraction — le spectromètre à réseau de diffraction	70
5.2 Comment produire de la lumière cohérente	65	5.6 Réseaux bi et tridimensionnels	72
5.3 Même la lumière laser n'est pas suffisante	66	5.7 Diffraction des rayons X dans les cristaux	75
5.4 Diffraction par les trous d'épingle et par les fentes	67		

– 6 Transfert et stockage de données

6.1 La quantité de données	77	6.7 Jeux	89
6.2 Exemples de quantités de données et de courants de données	80	6.8 Réduction de données	91
6.3 Porteurs de données	83	6.9 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques – ondes porteuses	93
6.4 Quantité réelle et quantité apparente de données	83	6.10 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques – modulation	95
6.5 Le principe de la compression des données	85	6.11 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques – ondes directes et ondes guidées	96
6.6 Quelques encodages fréquemment utilisés	87	6.12 Amplificateurs	97

1 OSCILLATIONS

1.1 Description préliminaire

Les oscillations sont des processus particulièrement importants pour la description physique du monde.

L'exemple le plus connu d'un processus d'oscillation est le mouvement d'un objet suspendu à un fil ou à une corde, Fig. 1.1.

Un autre exemple peut être réalisé encore plus facilement. Une règle est serrée à une extrémité tandis que l'autre extrémité est poussée légèrement vers le bas et relâchée, Fig. 1.2. L'extrémité non serrée vibre de haut en bas. Outre ces deux exemples, il en existe encore bien d'autres.

Pour voir les aspects essentiels d'une oscillation au sens de la physique, nous allons d'abord examiner un système un peu plus simple que le pendule et la règle, mais qui pourrait vous paraître peu familier au premier abord, Fig. 1.3.

Deux corps A et B sont reliés l'un à l'autre par un ressort élastique. Ils peuvent seulement se déplacer d'avant en arrière dans une seule direction. Nous supposons que le mouvement n'est pas ralenti par des frottements. Au début, le ressort n'est pas tendu et les corps ne sont pas encore en mouvement. Ensuite, nous déplaçons A légèrement vers la gauche et B vers la droite de la même distance, puis nous les relâchons. Les deux corps effectuent un mouvement de va-et-vient, c'est-à-dire qu'ils « oscillent » l'un par rapport à l'autre. Lorsque A se déplace vers la droite, B se déplace vers la gauche et vice versa.

En étudiant cette disposition, nous aimerions comprendre comment le processus devient une oscillation.

Un examen même superficiel nous apprend qu'une fois initié, le processus se poursuit de lui-même. « Initié » peut être formulé plus précisément. Nous avons allongé le ressort et donc chargé le système avec de l'énergie. Comme nous avons exclu le frottement et qu'il n'y a pas non plus d'autre sortie pour l'énergie, celle-ci reste piégée dans le système oscillant.

Visiblement, le processus est périodique. Si nous examinons de plus près les oscillations, nous constatons que la durée d'une période entière, la *période d'oscillation* T , est toujours la même, quelle que soit l'extension initiale du ressort.

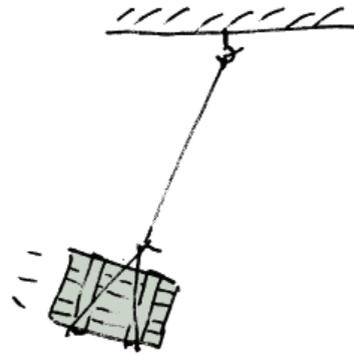


Fig. 1.1 Oscillation d'un corps suspendu.

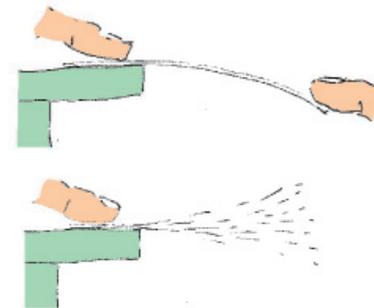


Fig. 1.2 Oscillation d'une règle.

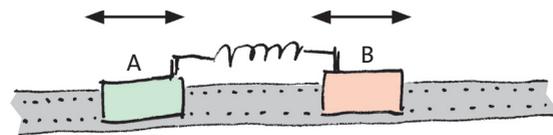


Fig. 1.3 Oscillation du système « deux corps glissants + un ressort ».

Oscillation

- processus périodique avec une durée caractéristique appelée période ;
- fonctionne toute seule après un apport initial d'énergie.

Quantité de mouvement et énergie

Plus tard, nous ne serons plus aussi précis : nous atténuerons légèrement les restrictions de cette définition. Même si le processus est un peu entravé par le frottement, nous l'appellerons toujours une oscillation ; et même si la période dépend légèrement de l'apport initial d'énergie, il restera toujours une oscillation.

Finalement, nous appellerons oscillations certains processus, qui ne sont pas périodiques, même de façon approximative. Cette question sera abordée plus tard.

Le fait d'avoir formulé la définition en termes plutôt généraux présente un avantage : elle restera toujours valable si nous avons affaire à un processus électrique, c'est-à-dire à un processus dans lequel il n'y a pas de corps qui va et vient.

L'inverse de la période d'oscillation est appelé *fréquence*. Son symbole est f .

$$f = \frac{1}{T}. \quad (1.1)$$

L'unité de mesure 1/seconde est appelée hertz, en abrégé Hz. Une période d'oscillation courte est synonyme de fréquence élevée.

Exercices

- Un wagon sans moteur, qui n'est ralenti par aucun frottement, est placé entre deux tampons à ressort. On lui donne une poussée pour qu'il se déplace alternativement en avant et en arrière entre les tampons. Ce processus ne s'appelle pas une oscillation. Laquelle des caractéristiques qu'une oscillation est supposée avoir, manque dans le système ?
- La Fig. 1.4 montre une expérience surprenante qui peut être réalisée à l'aide d'un kit de construction. Deux arbres cylindriques tournent en sens inverse l'un de l'autre à une vitesse angulaire relativement élevée. Une barre assez longue est posée sur les deux arbres, non pas symétriquement mais de manière à ce que son poids exerce une charge plus importante sur l'un des arbres. La barre commence alors à se déplacer sur les deux arbres, en avant et en arrière. Ce processus ressemble à une oscillation. Expliquez pourquoi la barre se déplace de cette façon. Pourquoi ce mouvement n'est-il pas une oscillation au sens de notre définition ?

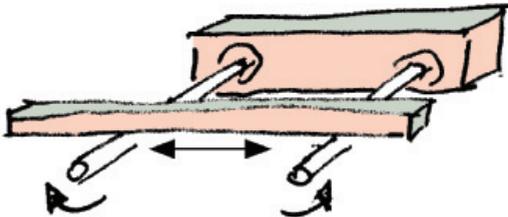


Fig. 1.4 La barre se déplace en avant et en arrière. Ce mouvement est-il une oscillation ? (Exercice 2)

Exercices

- La Fig. 1.5 montre un dispositif assez similaire à celui d'une machine à vapeur ou d'un moteur à combustion : un volant d'inertie, une bielle et une sorte de piston qui peut se déplacer alternativement d'avant en arrière. Si le volant d'inertie reçoit une impulsion (c'est-à-dire du moment cinétique), le piston se déplace régulièrement d'avant en arrière. Nous ne tenons pas compte des pertes dues au frottement. Le mouvement du piston est-il une oscillation selon notre définition ? Expliquez.

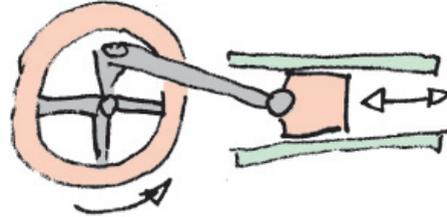


Fig. 1.5 Une fois lancé, le piston se déplace en avant et en arrière. Ce mouvement est-il une oscillation ? (Exercice 3)

1.2 Quantité de mouvement et énergie

Nous souhaitons maintenant appliquer nos connaissances en mécanique au système de la Fig. 1.3.

Examinons d'abord comment se comporte la quantité de mouvement, Fig. 1.6. Nous relâchons les corps et ils commencent à se déplacer.

Au début, la quantité de mouvement de A prend des valeurs positives de plus en plus grandes, la quantité de mouvement de B des valeurs négatives de plus en plus grandes. Le bilan est correct : la quantité de mouvement de A augmente d'autant que celle de B diminue. Le fait que le ressort soit contraint en tension vous indique qu'un courant de quantité de mouvement circule de B vers A. Mais le courant de quantité de mouvement ne circulera de la droite vers la gauche que jusqu'à ce que le ressort entre les corps ne soit plus sous tension. À partir de ce moment, le ressort sera comprimé et les mouvements de A et B seront ralentis par le ressort : de la quantité de mouvement circulera alors en retour de A vers B. Les corps ralentissent alors de plus en plus, finissent par s'arrêter et recommencent à s'éloigner l'un de l'autre. Dès que le ressort est à nouveau détendu, le courant de quantité de mouvement s'inverse à nouveau. Il circule une fois de plus dans la même direction qu'au début, c'est-à-dire de B vers A. Au point d'inversion à gauche, A a perdu toute sa

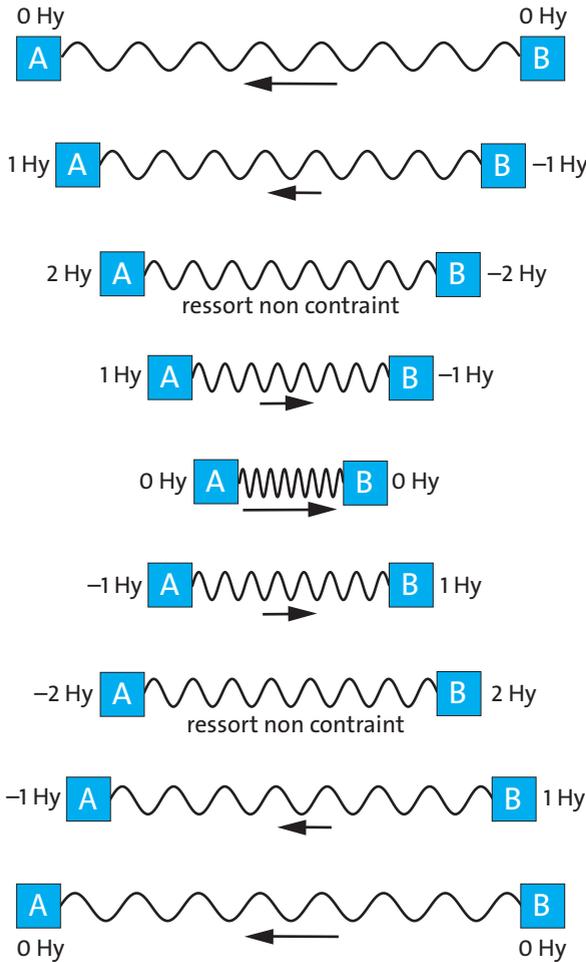


Fig. 1.6 Le système oscillant de la Fig. 1.3 à neuf instants différents au cours d'une période. Les flèches sous les ressorts illustrent le courant de mouvement.

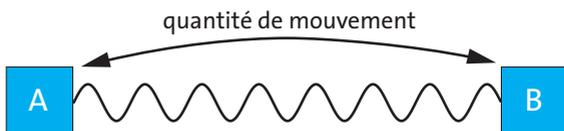


Fig. 1.7 La quantité de mouvement circule dans les deux sens entre les deux corps.

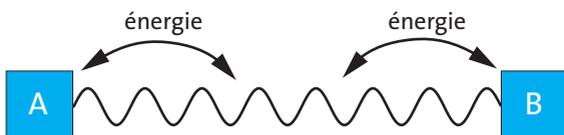


Fig. 1.8 L'énergie circule dans les deux sens entre les corps et le ressort.

quantité de mouvement. Le système est à nouveau dans le même état qu'au départ et le cycle suivant peut commencer.

Tout ce qui a été dit jusqu'à présent peut être résumé en une seule phrase : la quantité de mouvement a un mouvement de flux et de reflux entre A et B. Ou formulé d'une manière plus intellectuelle :

Au cours d'une oscillation mécanique, la quantité de mouvement circule alternativement entre deux sous-systèmes.

En outre, la Fig. 1.6, très compliquée, peut être simplifiée, Fig. 1.7. La flèche courbe est là pour illustrer le mouvement de va-et-vient de la quantité de mouvement.

Le comportement de l'énergie pendant une oscillation est tout aussi caractéristique que celui de la quantité de mouvement.

Dans l'état initial — ressort étiré (en tension), A et B au repos — l'énergie est stockée dans le ressort. Sa valeur est calculée selon la formule

$$E_s = \frac{D}{2} s^2.$$

(s est la « déflexion » du ressort, D sa raideur.)

Si les corps sont relâchés, ils se mettront tous deux en mouvement. L'énergie du ressort va diminuer, l'énergie des deux corps va augmenter.

Comme nous le savons, l'énergie « cinétique » d'un corps en mouvement est calculée selon la formule suivante

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2.$$

(v est la vitesse du corps, m sa masse.)

Au moment où le ressort n'est plus contraint, aucune énergie n'est plus stockée dans le ressort. Toute l'énergie se trouve maintenant dans les deux corps. Lorsque ces corps se rapprochent davantage l'un de l'autre, le ressort est à nouveau chargé en énergie — aux dépens des deux corps. Vous pouvez voir comment les choses continuent.

Le comportement de l'énergie peut également être résumé brièvement : il y a également un mouvement de flux et de reflux pour l'énergie entre le ressort et les deux corps, Fig. 1.8.

Remarquez que le va-et-vient de l'énergie se produit deux fois plus vite que celui de la quantité de mouvement. Alors que la quantité de mouvement fait une fois un aller-retour entre A et B, l'énergie fait deux fois un aller-retour entre les corps et le ressort.

La Terre comme partenaire

Pendant une oscillation mécanique, l'énergie circule dans les deux sens entre les sous-systèmes.

Le mouvement d'aller-retour de l'énergie est deux fois plus rapide que celui de la quantité de mouvement.

Exercice

1. Discuter de l'oscillation du système de la Fig. 1.3. Nous avons supposé que les deux corps ont des masses égales. Comment le mouvement changera-t-il si les masses sont différentes ?

1.3 La Terre comme partenaire

Dans de nombreux cas, la Terre est un élément essentiel d'un système d'oscillation. Nous pouvons imaginer que l'oscillateur à ressort de la Fig. 1.9 est le résultat d'une modification de l'oscillateur de la Fig. 1.3.

On imagine un corps A de masse de plus en plus grande. Dans le cas de la Fig. 1.9, A est finalement la Terre entière. A présent, la quantité de mouvement circule dans un sens et dans l'autre entre le corps B et la Terre au cours de l'oscillation, Fig. 1.10a.

Ici, le bilan énergétique est particulièrement intéressant. Nous pourrions croire que rien d'important n'a changé dans le flux d'énergie, c'est-à-dire qu'il s'écoule toujours comme sur la Fig. 1.8, à la seule différence que A est maintenant la Terre. Pour comprendre que ce n'est pas correct, nous avons besoin de l'équation :

$$E = \frac{p^2}{2m}.$$

Nous cherchons à déterminer le rapport E_{Terre}/E_B entre les contenus énergétiques de la Terre et du corps B :

$$\frac{E_{\text{Terre}}}{E_B} = \frac{\left(\frac{p_{\text{Terre}}^2}{2m_{\text{Terre}}}\right)}{\left(\frac{p_B^2}{2m_B}\right)} = \frac{p_{\text{Terre}}^2}{p_B^2} \cdot \frac{2m_B}{2m_{\text{Terre}}}.$$

La valeur absolue de la quantité de mouvement de la Terre est toujours égale à la valeur absolue de la quantité de mouvement de B. Par conséquent, nous avons

$$p_{\text{Terre}}^2 = p_B^2$$

et nous pouvons réduire la fraction à droite après le signe égal. Nous obtenons

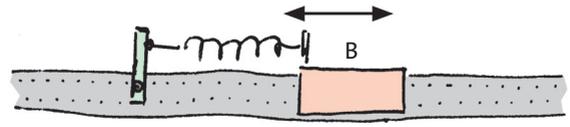


Fig. 1.9 L'un des deux corps de la Fig. 1.3 est remplacé par la Terre.

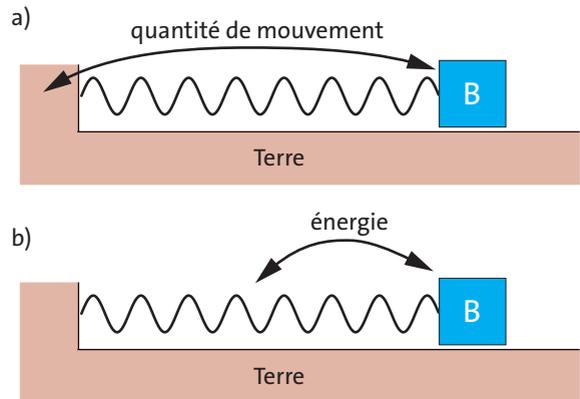


Fig. 1.10 (a) La quantité de mouvement circule dans les deux sens entre le corps B et la Terre. (b) L'énergie circule dans les deux sens entre le corps B et le ressort avec une fréquence double.

$$\frac{E_{\text{Terre}}}{E_B} = \frac{m_B}{m_{\text{Terre}}}.$$

L'énergie se répartit donc entre la Terre et B en proportion inverse des masses. Mais la masse de la Terre est beaucoup plus grande que celle de B. La Terre reçoit donc si peu d'énergie pendant l'oscillation que celle-ci peut être négligée sans risque. Nous pouvons donc dire que l'énergie circule dans les deux sens entre B et le ressort, Fig. 1.10b. Nous pouvons également formuler ce résultat en termes plus généraux :

Si l'un des deux corps entre lesquels la quantité de mouvement circule dans un sens et dans l'autre, a une masse beaucoup plus importante que l'autre, il ne participera plus à la circulation de l'énergie de l'oscillateur.

Exercice

1. Décrivez le chemin de la quantité de mouvement et de l'énergie lorsque le corps de la Fig. 1.11 effectue des oscillations. Vérifiez dans ce processus si la direction du flux de la quantité de mouvement dans les ressorts est correcte.

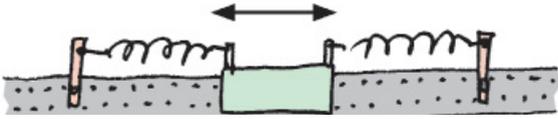


Fig. 1.11 Quel est le chemin de l'énergie et la quantité de mouvement ?

1.4 Oscillations harmoniques

Nous commençons par un peu de mathématiques. Pour la description des oscillations, une fonction que vous devez déjà connaître joue un rôle important : la fonction sinus. Pour des raisons pratiques, elle doit être écrite sous une forme spécifique :

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.2)$$

(\hat{y} se prononce «y-chapeau»)

Le graphique correspondant est représenté sur la Fig. 1.12. Dans ce qui suit, le temps t sera toujours la variable indépendante. y représente la variable dépendante dans l'équation (1.2). Pour y , nous insérerons ultérieurement une grandeur physique : position, quantité de mouvement, vitesse, charge électrique ou intensité du courant électrique. L'équation exprime que la valeur de la grandeur y change périodiquement entre une valeur maximale et une valeur minimale.

En plus de t et y , l'équation (1.2) contient trois autres symboles : \hat{y} , ω et φ . Leur signification est donnée sur la Fig. 1.13.

\hat{y} est l'*amplitude* de la grandeur y . C'est la valeur maximale de la fonction $y(t)$. Elle est atteinte lorsque $\sin(\omega t + \varphi)$ a la valeur 1. La Fig. 1.13a montre deux graphiques de la fonction qui ne diffèrent que par la valeur de l'amplitude.

L'argument de la fonction sinus

$$\omega t + \varphi$$

est appelé *phase* à l'instant t . Nous aimerions comprendre la signification des deux constantes ω et φ .

Si nous fixons $t = 0$, la phase prendra la valeur φ . Ainsi, φ est la phase à l'origine.

Lorsque t est égal à la période d'oscillation T , l'argument de la fonction sinus, c'est-à-dire la phase $\omega t + \varphi$, vient d'augmenter de 2π . (C'est ce que les mathématiques nous enseignent.) Par conséquent, ce qui suit doit s'appliquer :

$$\omega T + \varphi = 2\pi + \varphi.$$

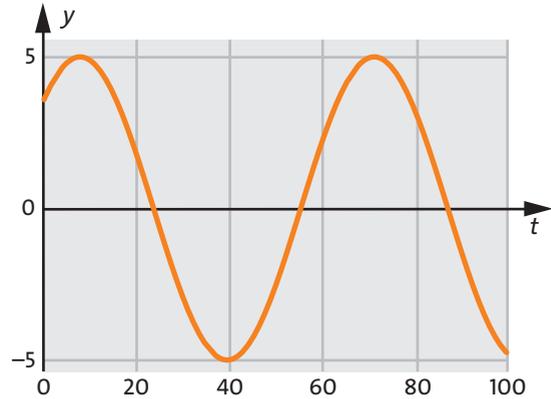


Fig. 1.12 Graphique de la fonction sinus. La variable indépendante est le temps t , la variable dépendante est y .

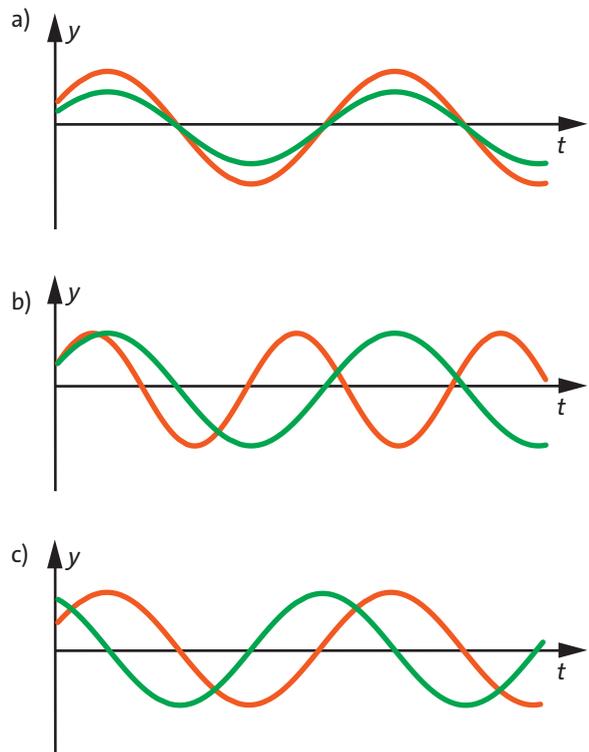


Fig. 1.13 Les deux fonctions sinusoïdales ne diffèrent que par (a) l'amplitude \hat{y} , (b) la fréquence f , (c) la phase à l'origine φ .

Il s'ensuit que

$$\omega T = 2\pi$$

et

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.3)$$

Oscillations harmoniques

Comme la fréquence est $f = 1/T$, nous avons aussi

$$\omega = 2\pi f.$$

La *pulsation* ω (appelée aussi parfois « fréquence angulaire ») dans l'équation (1.2) est — hormis le facteur 2π — égale à la fréquence et nous pouvons également écrire (1.2) :

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi). \quad (1.4)$$

La Fig. 1.13b montre deux graphiques de la fonction (1.4) qui ne diffèrent l'un de l'autre que par la valeur de la fréquence f , et la Fig. 1.13c montre deux graphiques qui ne diffèrent l'un de l'autre que par la phase à l'origine φ .

Revenons maintenant à la physique. Lorsqu'une grandeur qui est utilisée pour décrire une oscillation comme une fonction du temps est similaire à l'équation (1.4), l'oscillation est appelée oscillation harmonique. La plupart des oscillations que nous allons examiner sont des *oscillations harmoniques*, mais nous verrons que la fonction (1.4) joue également un rôle important pour les oscillations non harmoniques.

Un exemple de système à oscillation harmonique est le dispositif de la Fig. 1.3. S'il n'y a pas de frottement (ou si le frottement est si faible qu'il peut être négligé) et si le ressort n'est pas trop tendu (c'est-à-dire si la loi de Hooke s'applique), diverses grandeurs sont décrites en fonction du temps par des fonctions sinusoïdales :

- la quantité de mouvement des corps,
 - le courant de quantité de mouvement à travers le ressort,
 - la position des corps,
 - la vitesse des corps
- et d'autres encore.

L'oscillateur à ressort de la Fig. 1.9 effectue également une oscillation harmonique. Nous allons examiner comment dans ce cas les différentes grandeurs sont liées les unes aux autres.

La position x du corps B varie selon une fonction sinusoïdale :

$$x(t) = \hat{s} \cdot \sin(2\pi ft) \quad (1.5)$$

\hat{s} est l'amplitude de la position. Nous avons choisi le temps zéro de manière à ce que la phase à l'origine soit $\varphi = 0$. L'évolution en fonction du temps de toutes les autres grandeurs qui nous intéressent peut être calculée à partir de (1.5).

Avec

$$v(t) = \frac{d\hat{s}(t)}{dt}$$

en dérivant par rapport au temps nous obtenons

$$v(t) = \hat{s} \cdot 2\pi f \cdot \cos(2\pi ft).$$

Comme

$$\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$$

s'applique toujours, nous pouvons transformer cette équation de manière à ce qu'elle contienne la fonction sinus au lieu de la fonction cosinus :

$$v(t) = \hat{s} \cdot 2\pi f \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2).$$

Si l'on choisit ensuite de renommer le terme $\hat{s} \cdot 2\pi f$ en \hat{v} , on obtient une expression qui a de nouveau la structure de l'équation (1.2) :

$$v(t) = \hat{v} \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2). \quad (1.6)$$

Ici, \hat{v} est l'amplitude de la vitesse.

Contrairement à la fonction de position (1.5), la phase à l'origine n'est plus nulle dans (1.6). La phase de la fonction $v(t)$ est à tout moment supérieure à celle de $s(t)$ de $\pi/2$. On dit aussi qu'il existe une *différence de phase* de $\pi/2$ entre $v(t)$ et $s(t)$.

On peut également calculer la quantité de mouvement en fonction du temps à partir de (1.6). Avec

$$p(t) = m \cdot v(t)$$

nous obtenons

$$p(t) = m \cdot \hat{v} \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2).$$

Si on désigne par \hat{p} l'amplitude de la quantité de mouvement $m \cdot \hat{v}$, on obtient :

$$p(t) = \hat{p} \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2), \quad (1.7)$$

donc à nouveau une fonction sinusoïdale.

L'énergie en fonction du temps dans les deux dispositifs de stockage d'énergie « corps B » et « ressort » est plus intéressante. Nous allons calculer les deux contenus énergétiques.

Nous commençons par le ressort. Son contenu énergétique peut être calculé selon

$$E_s = \frac{D}{2} s^2.$$

Nous insérons (1.5) :

$$E_s(t) = \frac{D}{2} \cdot \hat{s}^2 \cdot \sin^2(2\pi f t).$$

Cette expression contient également la fonction sinus. Mais ici, elle est au carré. Dans la Fig. 1.14a, l'énergie du ressort est illustrée en fonction du temps.

On peut établir à partir d'une formule que vous avez peut-être apprise auparavant en cours de mathématiques, que le carré de la fonction sinus est lui-même une fonction sinus. Cependant, celle-ci est déplacée dans la direction de l'axe des ordonnées et elle oscille à une fréquence double :

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\alpha)$$

En plus de l'énergie $E_s(t)$ du ressort, la Fig. 1.14a montre également son allongement $s(t)$.

Une comparaison des deux fonctions montre que : La courbe correspondant à l'énergie est de forme sinusoïdale. Cependant, la fonction sinus est déplacée dans la direction de l'axe des ordonnées de sorte que les valeurs d'énergie ne deviendront jamais négatives — ce qui ne serait évidemment pas possible. La valeur la plus basse de l'énergie est 0 J. La fréquence de la fonction sinusoïdale de l'énergie est deux fois plus élevée que celle de la fonction sinusoïdale de s .

Nous calculons maintenant de la même manière le contenu énergétique du corps :

$$E_{\text{cin}} = \frac{p^2}{2m}.$$

Nous réécrivons (1.7) :

$$p(t) = \hat{p} \cdot \sin(2\pi f t + \pi/2) = -\hat{p} \cdot \cos(2\pi f t)$$

et insérons

$$E_{\text{cin}}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} \cdot \cos^2(2\pi f t).$$

Le graphique de la fonction est illustré sur la Fig. 1.14b. Il ressemble à celui de $E_s(t)$ sauf qu'il est déplacé par rapport à $E_s(t)$ de telle sorte que ses valeurs maximales sont situées aux mêmes points que les valeurs minimales de $E_s(t)$ et vice versa. La somme des deux fonctions

$$E_s(t) + E_{\text{cin}}(t)$$

est constante, sa représentation graphique est une ligne droite horizontale, Fig. 1.14c. Cela signifie simplement que le contenu énergétique total du système

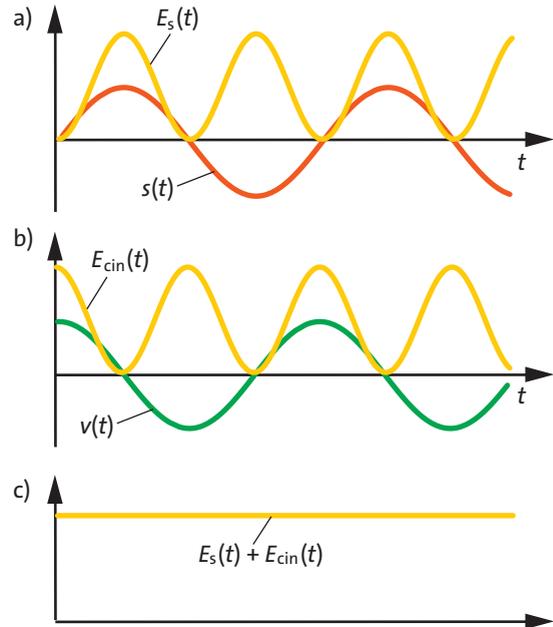


Fig. 1.14 (a) Allongement du ressort et énergie du ressort en fonction du temps. (b) Vitesse et énergie cinétique du corps en fonction du temps. (c) La somme de l'énergie du ressort et de l'énergie du corps est constante.

ne change pas. L'énergie circule dans les deux sens entre le ressort et le corps mais la quantité totale d'énergie ne change pas.

Exercices

1. Calculez pour l'oscillateur à ressort de la Fig. 1.9 la fonction pour le courant de quantité de mouvement qui circule dans les deux sens entre le corps et la Terre. Illustrez graphiquement sur un diagramme la quantité de mouvement du corps et le courant de quantité de mouvement entre le corps et la Terre. Discutez de la relation entre les deux graphiques.
2. Calculez pour l'oscillateur à ressort de la Fig. 1.9 la fonction pour le courant d'énergie qui circule dans les deux sens entre le corps et le ressort. Le résultat contient une combinaison de fonctions trigonométriques. Essayez de simplifier ce terme. Vous aurez probablement besoin d'une formule mathématique. Discutez du résultat en relation avec la Fig. 1.14.
3. La position du corps A de la Fig. 1.3 a été décrite par la fonction $s = \hat{s} \cdot \sin(2\pi f t)$. Quelle est la fonction correspondante pour le corps B ? Indiquez les termes de la fonction pour : la quantité de mouvement des deux corps ; le courant de quantité de mouvement entre A et B ; l'énergie du ressort et des deux corps pris individuellement ; l'énergie totale ; le courant d'énergie entre les corps et le ressort.

De quoi dépend la durée de la période

1.5 De quoi dépend la durée de la période

Nous allons examiner la question à partir de l'exemple de l'oscillateur de la Fig. 1.9 car c'est le système le plus simple pour cet objectif. Nous savons déjà que la période d'oscillation est indépendante des amplitudes de position, de vitesse ou de quantité de mouvement. Nous aimerions maintenant que l'oscillateur oscille plus lentement. Que peut-on faire ? Il y a deux possibilités.

1. Augmenter la masse du corps oscillant.

Nous faisons un essai. Nous doublons la masse en attachant un deuxième corps glissant au premier. L'oscillation devient significativement plus lente. Il ne serait pas déraisonnable de s'attendre à ce que la période d'oscillation double. Nous vérifions en mesurant et découvrons que notre attente n'est pas satisfaite. La période d'oscillation a effectivement augmenté, mais à moins du double de sa valeur initiale. Nous ajoutons un autre corps et mesurons à nouveau. Cette fois aussi, la durée de la période augmente, mais elle n'a toujours pas atteint la valeur double. Ce n'est que lorsque quatre corps sont reliés au ressort, c'est-à-dire après avoir quadruplé la masse, que la période double, Fig. 1.15. De combien faudrait-il augmenter la masse pour obtenir une période triple ?

Nous concluons : pour l'oscillateur de la Fig. 1.9, la période d'oscillation est proportionnelle à la racine carrée de la masse du corps oscillant.

2. Changer le ressort.

Si on le remplace par un ressort plus souple, c'est-à-dire par un ressort dont la raideur est plus faible, l'oscillation devient plus lente, c'est-à-dire que la période d'oscillation s'allonge. Nous procédons de la même manière que lors de l'examen de la dépendance à la masse. Nous changeons la raideur du ressort à la moitié de sa valeur initiale. Cela n'est pas difficile d'ailleurs : nous ajoutons simplement un autre ressort au premier. (Par analogie avec les résistances électriques, nous pourrions dire : « deux ressorts sont connectés en série »). Cette fois, le résultat n'est plus surprenant : la période a augmenté mais n'a pas doublé. Pour atteindre une valeur double, nous devons combiner quatre ressorts, Fig. 1.16.

Encore une fois, nous concluons : pour l'oscillateur de la Fig. 1.9, la période est proportionnelle à l'inverse de la racine de la raideur du ressort.

Les deux résultats peuvent être résumés en une seule relation :

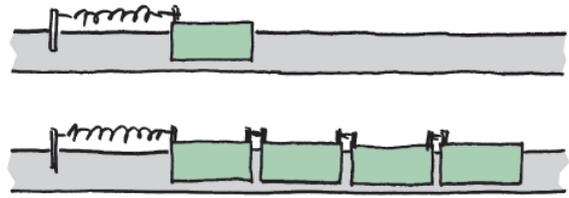


Fig. 1.15 La masse est augmentée en ajoutant d'autres corps identiques. Le quadruplement de la masse entraîne le doublement de la période d'oscillation.

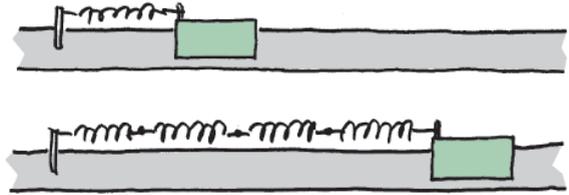


Fig. 1.16 La raideur est diminuée en attachant plusieurs ressorts identiques les uns aux autres. Si la raideur est réduite d'un facteur quatre, la période d'oscillation est doublée.

$$T \sim \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Pour obtenir une équation à partir de cette relation de proportionnalité, il suffit de mesurer la période d'un oscillateur avec une masse et une raideur du ressort quelconques. Nous constatons que le facteur 6,3 doit être placé avant la racine carrée. Aborder le problème de manière théorique nous conduirait à l'équation plus précise :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad (1.8)$$

Au moyen de l'équation (1.3), nous obtenons la pulsation :

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Cette équation peut vous sembler compliquée. De plus, la formule correspondante semble différente pour d'autres systèmes. Peut-on mémoriser une telle formule ? Lorsque vous aurez plus d'expérience avec d'autres systèmes oscillants, vous remarquerez que les formules pour la fréquence (ou la période d'oscillation) peuvent être devinées astucieusement. Au début, vous réfléchissez aux variables dont doit dépendre la pulsation. Dans les exemples simples que nous examinons, elle dépend toujours de deux variables. Dans l'exemple précédent, ces variables étaient la masse du corps et la raideur du ressort. Ensuite, vous devez déterminer si la

pulsation augmente ou diminue avec les variables. Si elle augmente avec une variable (ici avec la raideur du ressort), cette variable sera au numérateur ; si elle diminue (dans notre cas avec la masse), cette variable sera au dénominateur. Ensuite, seule la racine carrée de la fraction obtenue de cette manière doit être calculée.

Exercices

1. Un oscillateur comme celui de la Fig. 1.9 a une période de 2 s. La masse du corps est de 250 g. Quelle masse serait nécessaire pour augmenter la période à (a) 3 s, (b) 10 s. (La raideur du ressort étant maintenue constante).
2. Comment se comportera la période d'oscillation si un autre ressort identique est ajouté au premier en parallèle dans un oscillateur du type de celui de la Fig. 1.9 ? Que se passera-t-il si un total de quatre ressorts identiques sont disposés en parallèle ?
3. Les deux corps de la Fig. 1.3 ont les masses m , le ressort a la raideur D . Quelle est la formule pour la longueur de la période ? Indice : divisez le système en deux parties auxquelles on peut appliquer la formule (1.8).
4. Le corps de la Fig. 1.11 a la masse m , chacun des ressorts a la raideur D . Quelle est la formule pour la période d'oscillation ?

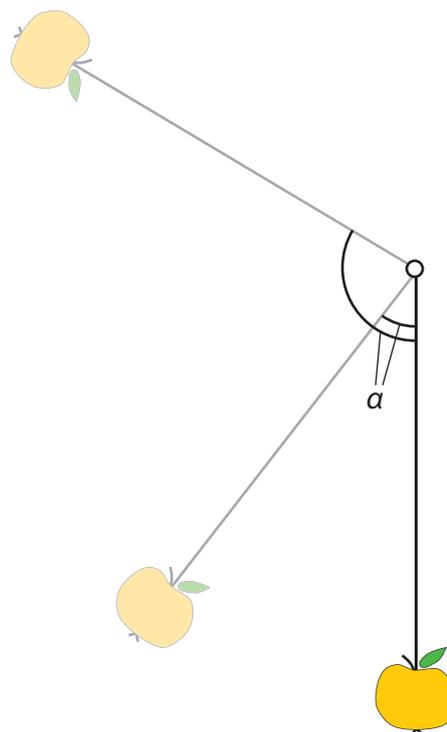


Fig. 1.17 L'angle α est une mesure de la déviation du pendule par rapport à sa position de repos.

1.6 Le pendule

Un objet suspendu à un fil ou à une corde peut effectuer un mouvement d'oscillation. Ce processus est probablement le plus connu des processus d'oscillation, mais pas le plus simple.

Un tel dispositif qui a été construit délibérément dans le but d'effectuer des oscillations est appelé *pendule*. Au lieu d'un fil flexible, on utilise souvent une barre rigide pour la suspension. Dans ce cas, le pendule peut osciller même au-delà de la position horizontale.

Au début, nous observons simplement le mouvement d'un pendule. L'angle α par lequel le pendule s'écarte de la position verticale de repos convient comme variable pour caractériser la position du pendule, Fig. 1.17.

La Fig. 1.18 montre l'évolution de cet angle en fonction du temps pour différentes déviations initiales. Attention, l'échelle de l'axe des ordonnées est différente dans les trois images. Une comparaison des trois images montre :

1. L'oscillation n'est pas harmonique pour les grandes amplitudes. Pour des amplitudes suffisamment petites, elle devient approximativement harmonique.

2. Pour les grandes amplitudes, la période d'oscillation dépend de l'amplitude. Pour des amplitudes suffisamment petites, elle devient pratiquement indépendante de l'amplitude.

Bilan de la quantité de mouvement du pendule

Il est plus compliqué que dans les systèmes examinés précédemment car le mouvement a lieu en deux dimensions. Si, toutefois, nous limitons notre expérience à de petites déviations initiales, c'est-à-dire au cas où l'oscillation est harmonique, le bilan de quantité de mouvement restera également assez simple. La composante verticale du vecteur quantité de mouvement du corps sera alors toujours beaucoup plus petite que la composante horizontale et il est logique de limiter l'examen à la composante horizontale. Cette quantité de mouvement horizontale varie approximativement comme une fonction sinusoidale. Elle circule dans les deux sens entre le corps oscillant et la Terre par l'intermédiaire de la corde et du support du pendule. Il n'est pas difficile de réaliser l'expérience illustrée sur la Fig. 1.19. Pendant que le corps oscille d'avant en arrière, le véhicule avec le support se déplace également d'avant en arrière, toujours dans la direction opposée. Nous pouvons donc voir clairement où se situe à

Le pendule

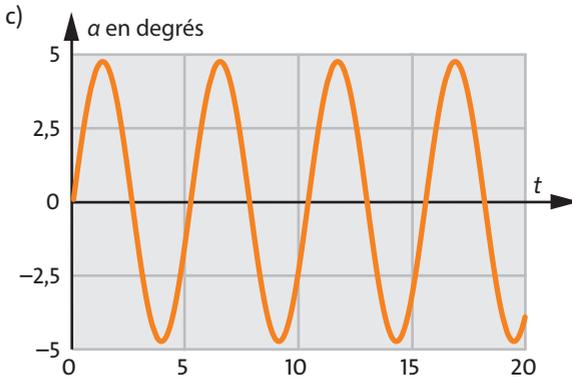
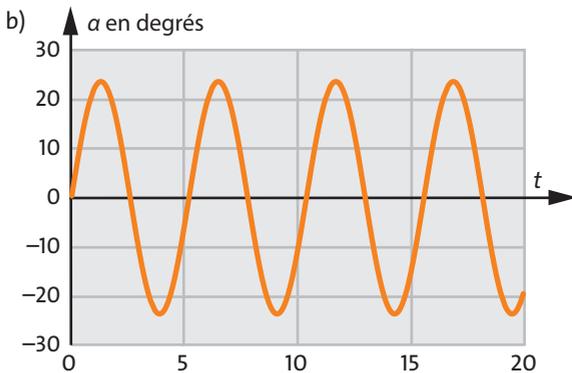
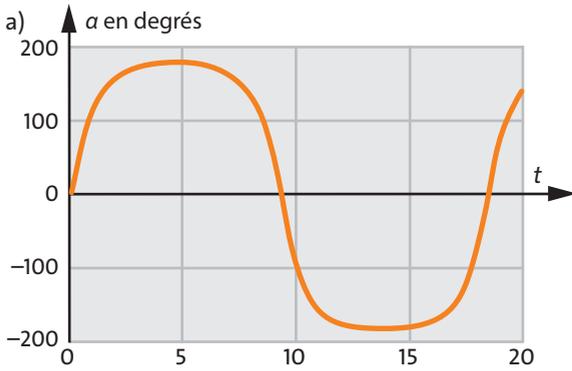


Fig. 1.18 (a) L'angle α en fonction du temps t . (a) Oscillation de très grande amplitude, peu avant le dépassement. Le graphique de la fonction n'est pas une courbe sinusoïdale. (b) L'amplitude de $\alpha(t)$ n'est plus que de 23° , c'est-à-dire beaucoup moins qu'en (a). Le graphique de la fonction est maintenant une courbe sinusoïdale. La longueur de la période est nettement plus petite qu'en (a). (c) L'amplitude de $\alpha(t)$ est légèrement inférieure à 5° , c'est-à-dire beaucoup moins que dans (b). Le graphique de la fonction est toujours une courbe sinusoïdale, et la longueur de la période n'a pas changé non plus.

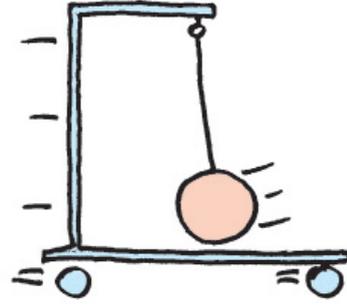


Fig. 1.19 La quantité de mouvement oscille d'avant en arrière entre le corps oscillant et le véhicule.

chaque instant la composante horizontale de la quantité de mouvement.

Bilan énergétique du pendule

Si le pendule est dévié, le corps sera nécessairement légèrement soulevé. De l'énergie est donc fournie au champ gravitationnel. Si le pendule est ensuite relâché, le corps se met en mouvement tandis que sa coordonnée verticale diminue. Ainsi, l'énergie du champ gravitationnel diminue et l'énergie cinétique du corps augmente. Après avoir dépassé le point le plus bas, le corps ralentit à nouveau. L'énergie quitte le corps et retourne dans le champ gravitationnel. Les formules pour le contenu énergétique des deux systèmes de stockage « champ gravitationnel » et « corps » sont les suivantes :

$$E_s = m \cdot g \cdot h$$

et

$$E_{\text{cin}} = \frac{m}{2} v^2.$$

Dans chaque période d'oscillation, l'énergie circule dans les deux sens deux fois entre ces deux systèmes de stockage — comme dans le cas de l'oscillateur à ressort.

Période d'oscillation du pendule

Le mieux serait que vous essayiez de trouver la formule par vous-même.

Pour commencer nous ne procédons pas à un examen détaillé. La période dépend probablement de la masse du corps, éventuellement aussi de la longueur du pendule. Nous faisons un essai. Tout d'abord, nous mesurons la période de deux pendules qui ne diffèrent l'un de l'autre que par la masse du corps oscillant. La longueur du fil doit être égale. La mesure montre un résultat surprenant : la période d'oscillation est identique pour les deux pendules. Par conséquent, nous

pouvons rendre le pendule aussi lourd ou aussi léger que nous le souhaitons — la période reste la même. Puis nous examinons si la période dépend au moins de la longueur du fil. Cette fois, nous avons plus de succès. Il s'avère que la période est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule. Mais la période ne devrait-elle dépendre que de la longueur du pendule ? Vous avez certainement une bonne intuition des processus mécaniques et vous proposerez de répéter la mesure sur la lune. Lors du prochain cours de physique, vous pourriez certainement faire un petit voyage là-haut. Vous constateriez que le pendule oscille plus lentement. Apparemment, la période dépend de l'intensité du champ gravitationnel g . La mesure montre que la dépendance suit à nouveau une loi en racine carrée.

La formule définitive est la suivante :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

La similitude avec l'équation (1.8) est remarquable.



Fig. 1.20 Horloge à pendule.

Le fait que la période soit indépendante de l'amplitude (du moins tant que l'amplitude est petite) a été mis à profit pour construire les anciennes horloges à pendule, Fig. 1.20. L'aiguille de l'horloge avance d'un petit pas à chaque période d'oscillation du pendule.

Les deux poids, c'est-à-dire l'un pour le mécanisme d'horlogerie et l'autre pour la cloche, sont utilisés comme sources d'énergie de l'horloge. Chaque poids est suspendu à une corde qui est enroulée sur un tambour pendant que l'horloge est remontée. Ce procédé permet de stocker l'énergie dans le champ gravitationnel. Pendant que l'horloge fonctionne, les poids descendent lentement. L'énergie est transférée ainsi du champ gravitationnel vers le mécanisme d'horlogerie et vers la cloche via les tambours.

La progression des aiguilles de l'horloge est contrôlée par le pendule au moyen d'un mécanisme sophistiqué : après chaque demi-oscillation du pendule, l'aiguille des minutes fait un minuscule pas en avant (et aussi l'aiguille des heures via un système de transmission par engrenage de rapport 12 à 1).

Toutes les horloges modernes fonctionnent également selon ce principe. Mais aujourd'hui, d'autres systèmes d'oscillation sont utilisés à la place du pendule.

Exercices

1. Le fil d'un pendule a une longueur de 1,2 m. Quelle est la période du pendule ? Quelle serait sa période sur la lune ? Bien que le pendule ne survivrait pas à un voyage vers une étoile à neutrons, quelle serait théoriquement la période à la surface d'une telle étoile ?
2. Quelle doit être la longueur du pendule d'une horloge, pour qu'il se balance d'un côté en une seconde et revienne en une seconde ?
3. Quels sont les inconvénients d'une horloge à pendule par rapport aux autres types d'horloges mécaniques ?
4. Quelqu'un a emmené une horloge à pendule sur la lune. Est-ce que l'horloge fonctionne là-bas ? (Quels problèmes se posent pour le pendule, et lesquels pour les poids ?)
5. Un corps d'une masse de 2 kg est suspendu à une corde de 2 m de long. D'un coup sec, le corps est amené à une vitesse de 0,2 m/s. Quelle hauteur le corps atteindra-t-il ? (Attention : la question ne porte que sur la hauteur.) Le même corps est maintenant suspendu à une corde de 10 m de long. Quelle hauteur atteint-il maintenant ?

1.7 Oscillations angulaires : le moment cinétique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient

Un volant d'inertie est relié à la « Terre » par un ressort en spirale, Fig. 1.21. Le dispositif est un système qui peut effectuer des oscillations harmoniques.

Si le volant d'inertie est tourné hors de sa position d'équilibre et relâché, il tournera dans un mouvement de va-et-vient de manière sinusoidale. La similitude avec l'oscillateur de la Fig. 1.9 est évidente. Tout ce qui a été dit à propos de cet oscillateur s'applique également à l'oscillateur angulaire à condition de traduire les grandeurs respectives comme suit :

- position x → angle α
- vitesse v → vitesse angulaire ω
- quantité de mouvement p → moment cinétique L

Oscillations angulaires : le moment cinétique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient

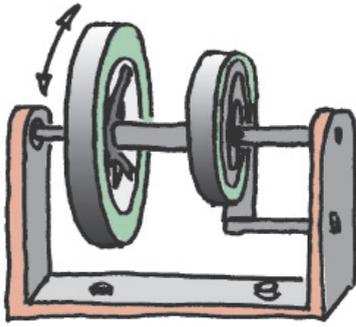


Fig. 1.21 Le système qui se compose d'un volant d'inertie, d'un ressort en spirale et de la Terre effectue des oscillations angulaires.

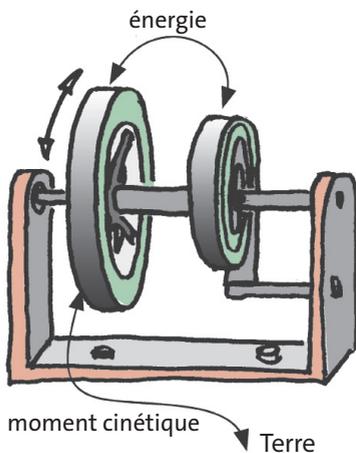


Fig. 1.22 Le moment cinétique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient entre le volant d'inertie et la Terre. L'énergie circule dans les deux sens entre le volant et le ressort avec une fréquence double.

Ici, le moment cinétique circule dans les deux sens entre le volant d'inertie et la Terre tandis que l'énergie circule entre le volant d'inertie et le ressort, Fig. 1.22. Comparez avec la Fig. 1.10.

De même, la formule pour la période d'oscillation est similaire à la formule correspondante pour l'oscillateur de la Fig. 1.9. Cependant, elle inclut des grandeurs que vous n'avez pas encore apprises. Il n'est pas utile d'établir les détails de cette formule. Après tout nous voulons seulement examiner de quoi dépend la période.

Une sorte de raideur de ressort peut également être introduite pour les ressorts en spirale afin de pouvoir caractériser la « dureté » (ou « raideur ») du ressort. Plus le ressort spiral est dur, plus l'oscillation est rapide et donc plus la période est courte.

Il est logique et facile de vérifier que la période devient plus longue si la masse du volant d'inertie augmente.

Le fait que la durée de la période dépende également de la répartition des masses rend l'affaire un peu plus compliquée qu'une oscillation normale en va-et-vient. Si le volant d'inertie a un grand rayon de façon que les masses soient placées loin vers l'extérieur, il oscillera plus lentement que dans les cas où les masses sont concentrées au centre. Cette dépendance peut être examinée de manière plus pratique si l'on fait osciller une sorte d'haltère à la place d'un volant d'inertie, Fig. 1.23. Ici, la distance des deux corps par rapport au centre peut être augmentée et réduite sans changer la masse totale. Nous constatons que la durée de la période est proportionnelle à cette distance.

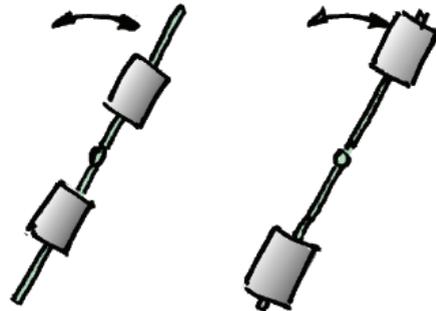


Fig. 1.23 On peut également utiliser une « haltère » à la place du volant d'inertie. Plus les deux corps sont éloignés vers l'extérieur, plus l'oscillation de l'haltère est lente.

L'oscillateur angulaire a été construit à des centaines de millions d'exemplaires. Appelé « balancier », il est utilisé pour contrôler les aiguilles de toutes les montres bracelets mécaniques, montres de poche et réveils ; voir exercice 2.

Exercices

1. On peut également construire un oscillateur angulaire par analogie avec le système de la Fig. 1.3. A quoi ressemble-t-il ? Comment le moment cinétique et l'énergie circulent-ils ?
2. Quels sont les avantages du balancier, par rapport à un pendule et à un oscillateur à ressort hélicoïdal comme celui de la Fig. 1.9, en tant que minuteur d'une horloge ?
3. Ouvrez soigneusement une montre mécanique de poche ou de poignet ou un réveil mécanique et cherchez le balancier. Essayez de comprendre comment le balancier contrôle le mécanisme de l'horloge. Décrivez.

1.8 Oscillations électriques : la charge électrique s'écoule dans un mouvement de va-et-vient

Il serait préférable pour vous de fermer ce livre et d'essayer d'inventer vous-même un oscillateur électrique.

La solution la plus simple est présentée sur la Fig. 1.24. Le système est très similaire à l'oscillateur mécanique de la Fig. 1.3 que nous montrons à nouveau ici sur la Fig. 1.25.

De la même manière que la quantité de mouvement « va et vient » entre les deux corps A et B dans le cas d'un oscillateur mécanique, la charge électrique va et vient entre les plaques A et B du condensateur dans le

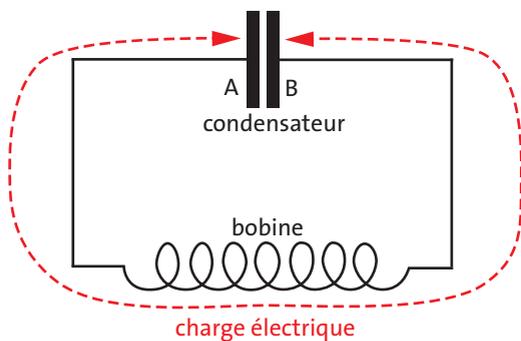


Fig. 1.24 Circuit résonant. La charge électrique va et vient entre les deux plaques du condensateur.

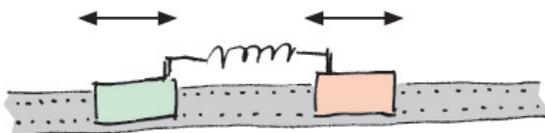


Fig. 1.25 Oscillateur mécanique, similaire à la Fig. 1.3.

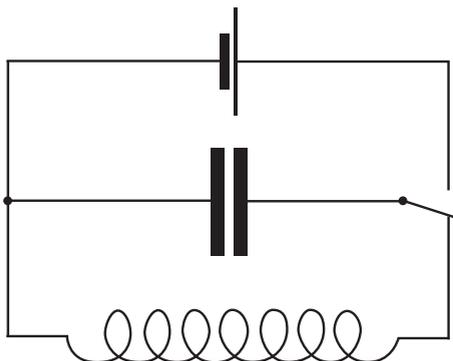


Fig. 1.26 L'interrupteur est tourné vers le haut pour charger le condensateur. Il est tourné vers le bas pour déclencher les oscillations.

cas de l'oscillateur électrique. Une bobine doit être installée dans la liaison entre les plaques A et B du condensateur. Elle est analogue au ressort de la Fig. 1.25. (Mais le fait que les illustrations d'une bobine et d'un ressort se ressemblent est une pure coïncidence). Le condensateur doit d'abord être chargé pour que l'oscillation puisse commencer. La Fig. 1.26 montre comment cela se passe dans la pratique.

Dans un circuit résonant, la charge électrique va et vient entre les plaques d'un condensateur.

Comme l'oscillateur électrique a la structure d'un circuit, le montage de la Fig. 1.24 est également appelé *circuit résonant*. Tout comme les systèmes mécaniques examinés précédemment, le circuit résonant effectue des oscillations harmoniques. La charge électrique sur l'une des plaques du condensateur varie dans le temps selon une fonction sinusoïdale :

$$Q(t) = \hat{Q} \cdot \sin(2\pi ft) \quad (1.9)$$

(la charge de l'autre plaque ne diffère que par le signe).

Le changement de la charge électrique des plaques s'accompagne d'un courant électrique. Lorsque la variation dQ/dt est importante, un fort courant électrique circule. Ce fait est exprimé par l'équation

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}.$$

Ainsi, l'intensité du courant électrique dans le conducteur entre les plaques du condensateur est obtenue en dérivant la fonction $Q(t)$ par rapport au temps :

$$I(t) = \hat{Q} \cdot 2\pi f \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2).$$

On désigne par \hat{I} l'amplitude du courant $\hat{Q} \cdot 2\pi f$ et on obtient :

$$I(t) = \hat{I} \cdot \sin(2\pi ft + \pi/2).$$

La comparaison avec (1.9) montre que l'intensité du courant est « déphasée » de $\pi/2$ par rapport à la charge.

De même que l'énergie dans le cas de l'oscillateur mécanique fait des allers-retours entre le corps et le ressort à une fréquence double, elle fait des allers-retours dans le circuit résonant entre le condensateur et la bobine à une fréquence double — plus précisément : entre le champ électrique dans le condensateur et le champ magnétique dans la bobine, Fig. 1.27. Lorsque la charge du condensateur atteint son maximum, toute l'énergie est localisée dans le condensateur et il n'y a pas d'éner-

L'amortissement des oscillations

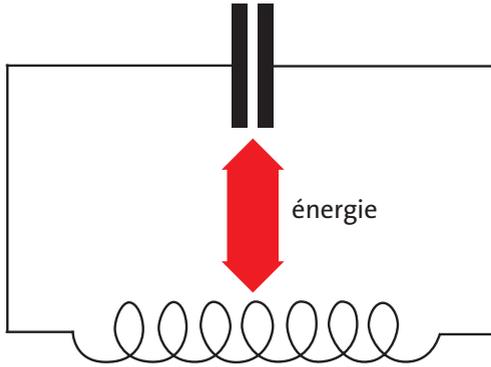


Fig. 1.27 L'énergie s'écoule dans un mouvement de va-et-vient entre le condensateur et la bobine.

gie dans la bobine. Lorsque la charge du condensateur est nulle, toute l'énergie se trouve dans la bobine.

Dans un circuit résonant, l'énergie s'écoule dans un mouvement de va-et-vient entre un condensateur et une bobine.

Le va-et-vient de l'énergie est deux fois plus rapide que le va-et-vient de la charge électrique.

La période peut être calculée à partir de la capacité C du condensateur et de l'inductance L de la bobine :

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}.$$

Tout comme dans les formules correspondantes pour les oscillations mécaniques, on retrouve la racine carrée et le facteur 2π .

Les circuits résonants ne sont pas seulement un joli jouet physique. Ils ont une grande importance pour les applications techniques. Pour transmettre des messages au moyen d'ondes électromagnétiques, il faut un émetteur et un récepteur. Un circuit résonant doit être installé dans chacun d'eux. Celui de l'émetteur est utilisé (avec l'antenne d'émission) pour créer l'onde. Celui du récepteur capte le signal à la fréquence désirée parmi une multitude d'autres signaux provenant de l'antenne du récepteur.

Exercices

1. De quelles grandeurs géométriques dépendent la capacité et l'inductance ? Quelle est la structure que le condensateur et la bobine doivent avoir pour permettre une longue période du circuit résonant correspondant ?
2. Quelle est la fonction temporelle de l'énergie contenue dans le champ électrique du condensateur ? Quelle est la fonction temporelle de l'énergie contenue dans le champ magnétique de la bobine ?

1.9 L'amortissement des oscillations

Jusqu'à présent, nous avons considéré le frottement, qui provoque la décroissance ou la disparition d'une oscillation, comme une perturbation qu'il faut éviter au mieux. En fait, cependant, il existe des systèmes dans lesquels, bien qu'ils puissent osciller en principe, l'oscillation est indésirable. Une porte battante, Fig. 1.28, possède un ressort qui permet à la porte de se fermer d'elle-même après que quelqu'un l'ait franchie. Cependant, certaines portes oscillent d'avant en arrière plusieurs fois avant de s'arrêter. Cela peut donc causer un certain désagrément à la personne suivante qui souhaite passer par cette porte. Dans ce cas, il serait donc utile de prévoir un système *d'amortissement* de l'oscillation.

La Fig. 1.29 montre schématiquement un système qui effectue des *oscillations amorties*. Il diffère du système de la Fig. 1.9 par l'amortisseur qui est installé en parallèle au ressort.

La Fig. 1.30 montre la conception d'un amortisseur. Lorsque le piston est déplacé dans l'une ou l'autre direction, le liquide doit s'écouler d'un côté à l'autre par



Fig. 1.28 Porte battante.

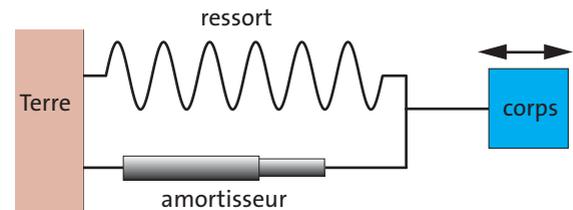


Fig. 1.29 Oscillateur avec un amortisseur, représentation schématique.

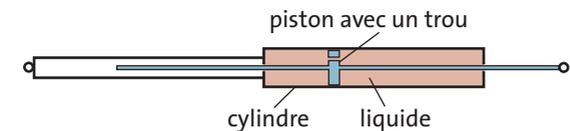


Fig. 1.30 Amortisseur mécanique.

un petit trou. Plus le piston est déplacé rapidement, plus il devient dur ou, formulé avec des grandeurs physiques, plus la vitesse du piston par rapport au cylindre de l'amortisseur est élevée, plus le courant de quantité de mouvement à travers l'amortisseur est fort. Par conséquent, les fixations des deux côtés de l'amortisseur sont l'entrée et la sortie d'un courant de quantité de mouvement.

Nous pouvons donc décrire l'effet de l'amortisseur comme suit :

Le courant de quantité de mouvement à travers l'amortisseur est d'autant plus fort que la différence de vitesse entre l'entrée et la sortie est élevée.

Dans le cas le plus simple, la relation entre la différence de vitesse Δv et l'intensité du courant de quantité de mouvement F est linéaire, de sorte que la formule suivante s'applique :

$$F = k \cdot \Delta v.$$

La Fig. 1.31 montre cette relation pour trois amortisseurs différents. La pente est d'autant plus importante et l'amortisseur d'autant plus dur que la valeur du coefficient d'amortissement k est élevée. En d'autres termes : un amortisseur dur à comprimer est un bon conducteur pour le courant de quantité de mouvement ; un amortisseur facile à comprimer est un mauvais conducteur pour le courant de quantité de mouvement.

Même si nous n'installons pas d'amortisseur, c'est-à-dire s'il n'y a que l'inévitable frottement naturel, nous pouvons souvent supposer que le courant de quantité de mouvement correspondant dépend approximativement de façon linéaire de la vitesse.

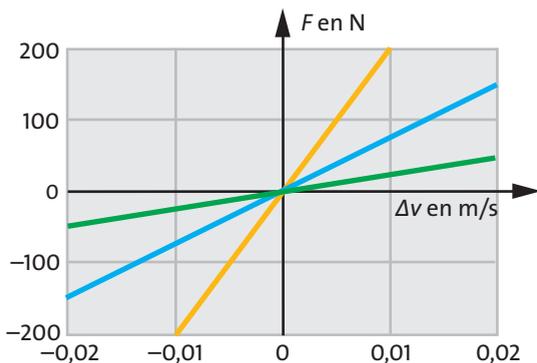


Fig. 1.31 Relation entre l'intensité du courant de quantité de mouvement et la différence de vitesse pour trois amortisseurs différents.

Peut-être avez-vous remarqué qu'un amortisseur joue le même rôle pour un courant de quantité de mouvement qu'une résistance électrique pour un courant électrique, car ce qui suit s'applique à une résistance électrique : le courant électrique à travers la résistance est d'autant plus fort que la différence de potentiel électrique entre l'entrée et la sortie est élevée.

Lorsque la tension électrique est proportionnelle à l'intensité du courant électrique, on dit que la loi d'Ohm s'applique.

Revenons à notre porte battante qui devrait être équipée d'un amortisseur. Comment doit être l'amortisseur pour que la porte soit pratique à utiliser ? Doit-il être plutôt souple ou plutôt dur ? S'il est trop souple, il ne ralentira que légèrement l'oscillation. Bien que la porte oscille un peu moins, elle ne s'arrêtera pas complètement. Devrions-nous donc plutôt choisir un amortisseur très dur ? Dans ce cas, la porte n'oscillera plus, mais elle aura un autre défaut : elle se déplacera très lentement et mettra longtemps à se fermer complètement.

La Fig. 1.32 montre le mouvement d'un oscillateur pour 5 amortisseurs différents. Dans notre cas, la coordonnée y représente l'angle que fait la porte avec sa position fermée.

Dans le premier cas, l'effet d'amortissement est faible. La porte oscille d'avant en arrière pendant un long moment. Dans le deuxième cas, l'effet d'amortissement est un peu plus fort, c'est-à-dire que la porte revient plus rapidement à l'état de repos. Dans le troisième cas, elle se ferme très rapidement. Elle reste fermée après un seul pic. Dans la quatrième image, un amortisseur encore plus dur a été choisi. Mais la porte ne se ferme pas plus vite maintenant. Bien qu'elle n'oscille plus, elle a besoin de plus de temps pour se fermer. Dans la dernière image avec un amortisseur encore plus dur, la situation est encore pire. Il faut beaucoup de temps pour que la porte soit complètement fermée. Nous pouvons voir qu'il y a un cas d'amortissement optimal si nous voulons que l'oscillateur arrête de bouger après un court moment.

Dans le cas d'un amortisseur optimal, un système d'oscillation reviendra à l'état d'équilibre en un temps minimal.

Nous avons discuté de l'utilité d'un amortisseur avec l'exemple de la porte battante. Mais il existe d'innombrables autres situations dans lesquelles nous recherchons une oscillation à décroissance rapide.

Les aiguilles de tous les instruments de mesure doivent atteindre leur position finale le plus rapide-

L'amortissement des oscillations

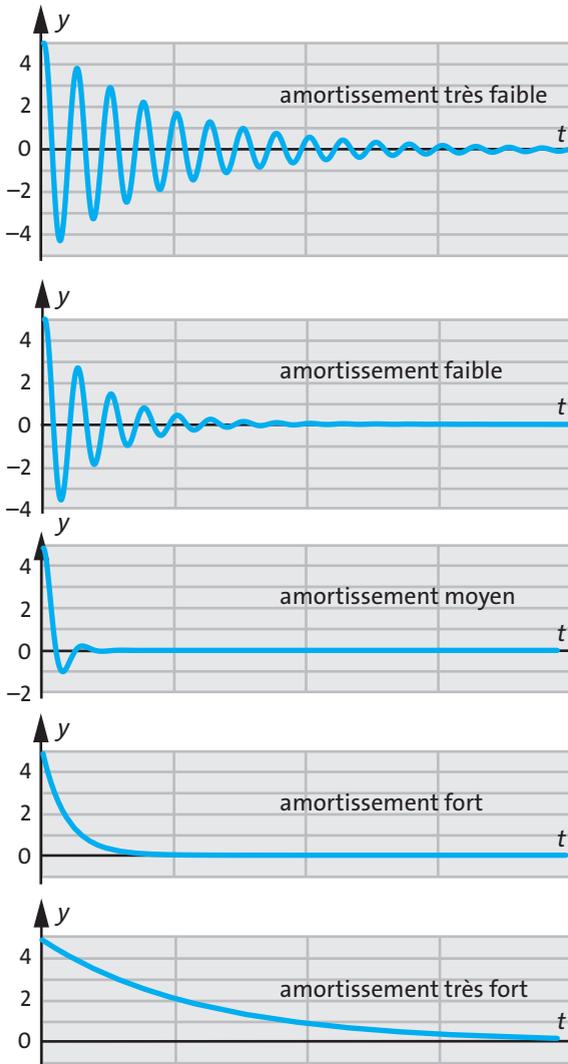


Fig. 1.32 Comportement de décroissance d'un oscillateur pour 5 systèmes d'amortissement différents. Les amortisseurs deviennent de plus en plus durs du haut vers le bas. Pour un effet d'amortissement très faible, le système a besoin d'un long moment pour cesser progressivement d'osciller. Pour un effet d'amortissement très fort, il atteint l'état d'équilibre très lentement. Dans le cas d'un mécanisme d'amortissement choisi de manière optimale, il revient très rapidement à la situation d'équilibre.

ment possible. Elles ne doivent pas osciller longtemps autour de la valeur de mesure, ni s'approcher trop lentement de la position de mesure définitive. C'est pourquoi les instruments à aiguilles sont toujours équipés d'un amortisseur approprié.

L'application la plus importante des amortisseurs d'oscillations se trouve probablement dans les véhi-

cules : dans les voitures particulières et les camions, les locomotives et les wagons, les motos, les cyclomoteurs et même sur certains vélos.

Dans ce qui suit, nous aurons parfois besoin de faire référence aux différentes masses d'un véhicule. Nous les nommerons de la manière illustrée à la Fig. 1.33 : la partie lourde du véhicule portée par des ressorts sera appelée H (pour « Heavy » signifiant « lourd » en anglais), la partie légère entre les ressorts et la route (ou le rail), c'est-à-dire les axes, les suspensions de roues, les roues et les éventuelles pièces associées dans le cas de roues motrices, sera appelée L (pour « Light » signifiant « léger » en anglais).

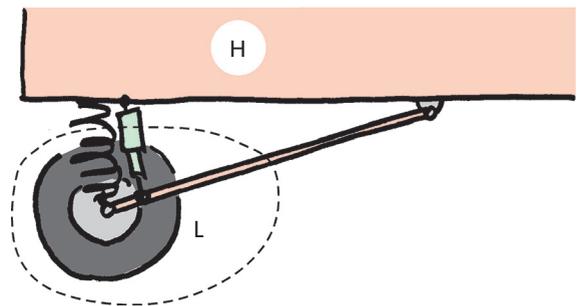


Fig. 1.33 La partie lourde H du véhicule est reliée aux parties légères L par l'intermédiaire des ressorts et des amortisseurs.

Les véhicules ont besoin d'un système d'amortissement parce qu'ils ont des ressorts. A quoi servent les ressorts ? Vous pouvez certainement imaginer ce que nous ressentirions dans un véhicule sans aucun ressort. Le mouvement de L suivrait les irrégularités des routes, des chemins ou des rails. Les ressorts permettent d'adoucir les mouvements de H.

Imaginons maintenant une voiture qui dispose d'un système de ressorts mais pas encore d'amortisseur. Que se passera-t-il si une telle voiture roule sur une route qui n'est pas complètement régulière ? La voiture fera de deux façons des mouvements qui ne seront pas tout à fait comme nous le souhaitons.

1. Avec les 4 ressorts, la partie H du véhicule forme un système qui est essentiellement identique à notre oscillateur à ressort de la Fig. 1.9. H est secoué par chaque irrégularité de la route, de sorte que la voiture commence à osciller dans la direction verticale et continue à osciller pendant un certain temps après avoir passé l'irrégularité. Ceci n'est pas plaisant pour les passagers.

2. Après avoir roulé sur une irrégularité, une roue effectue un mouvement de rebond semblable à celui

d'une balle en caoutchouc. Pendant ce mouvement de rebond, la roue n'a plus aucun contact avec la route pendant la majeure partie du temps. Cependant, avec une roue qui est en l'air, il n'est pas possible de freiner, d'accélérer ou de diriger. Il serait donc dangereux de conduire une telle voiture.

Le mouvement d'oscillation de la partie H du véhicule ainsi que le mouvement de rebond de la partie L du véhicule sont maintenant amortis par des amortisseurs, un pour chaque roue.

L'amortisseur d'une voiture a essentiellement la structure illustrée sur la Fig. 1.30 et est installé « en parallèle » avec le ressort ; voir Fig. 1.33. De plus, le ressort et l'amortisseur forment parfois un seul module.

Une différence subtile entre un véritable amortisseur de voiture et les amortisseurs que nous avons examinés précédemment apparaît clairement sur la Fig. 1.34. L'amortisseur est asymétrique : en compression, il est plus souple qu'en traction. Pouvez-vous imaginer pourquoi il en est ainsi ?

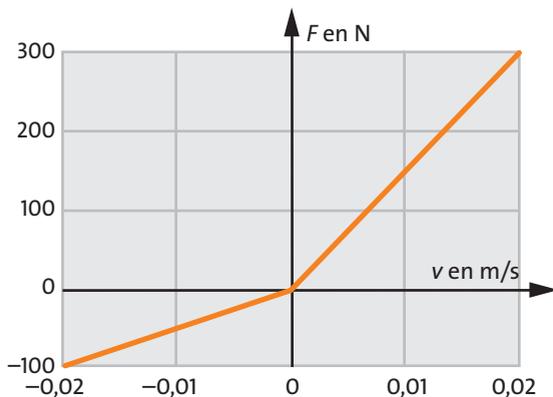


Fig. 1.34 Relation entre l'intensité du courant de quantité de mouvement et la différence de vitesse pour l'amortisseur d'une voiture.

Comprenez-vous aussi maintenant pourquoi les amortisseurs sont contrôlés lors des contrôles techniques obligatoires ?

Exercices

1. Identifiez pour une voiture, un camion, un wagon et une moto les ressorts et les amortisseurs.
2. L'oscillateur de la Fig. 1.3 doit être amorti. Faites un dessin schématique qui montre comment l'amortisseur doit être intégré. Esquissez la circulation de la quantité de mouvement et de l'énergie à la manière des Fig. 1.7 et Fig. 1.8.

2 RÉSONANCE

2.1 Résonance

Suspendez un objet lourd (de plusieurs kg) à une corde et tenez la corde à l'autre extrémité. Ensuite, déplacez lentement l'extrémité supérieure de ce pendule en avant et en arrière, Fig. 2.1a. L'objet suit votre mouvement mais ne fait pas tout à fait ce que nous appelons une oscillation. Accélérez maintenant progressivement le mouvement de va-et-vient de votre main. Le pendule commence à osciller, le fil ne reste plus vertical. Si vous augmentez encore la fréquence du mouvement de va-et-vient, l'oscillation du pendule devient de plus en plus intense. Mais à des fréquences encore plus élevées, elle ralentit à nouveau. Elle n'arrivera tout simplement pas à suivre le rythme.

Ainsi, à une fréquence bien définie du mouvement de votre main, le pendule réagit le plus fortement. Ce phénomène s'appelle la résonance.

Vous avez peut-être remarqué que vous devez faire plus ou moins d'efforts pour effectuer le mouvement de va-et-vient. Au début, c'est-à-dire à une fréquence plus basse, moins, puis, pendant la résonance, beaucoup, et enfin — c'est-à-dire à des fréquences élevées — moins à nouveau. En cas de résonance, nous « pompons » apparemment beaucoup d'énergie dans l'oscillateur. Nous pouvons également conclure d'un autre fait que les choses doivent être ainsi : pendant la résonance, le pendule se déplace le plus rapidement. Par conséquent, le frottement est le plus fort et un maximum d'entropie est créé. Or, pour créer de l'entropie, il faut de l'énergie.

2.2 Résonance d'un oscillateur mécanique

Si le pendule est particulièrement facile à mettre en place, sa description théorique est un peu compliquée. Nous revenons donc à notre oscillateur à ressort. Il peut également être utilisé pour observer le phénomène de résonance : nous déplaçons l'extrémité gauche du ressort de manière sinusoïdale (comme une fonction sinus) en avant et en arrière, Fig. 2.2. Pour ce

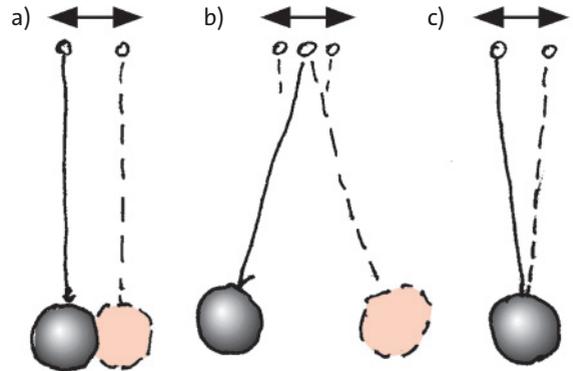


Fig. 2.1 « Excitation » d'un pendule (a) avec une fréquence basse, (b) avec la fréquence naturelle, (c) avec une fréquence élevée.

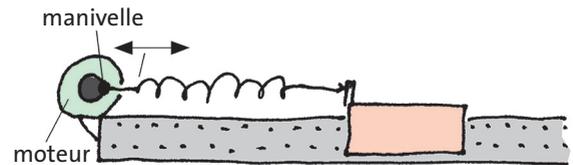


Fig. 2.2 L'oscillateur à ressort est excité au moyen d'un moteur électrique.

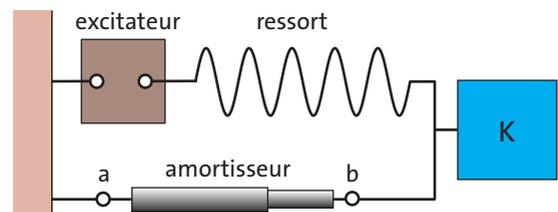


Fig. 2.3 Représentation schématique d'un oscillateur mécanique avec un amortisseur et un exciteur.

faire, nous utilisons un moteur (c'est-à-dire une source d'énergie) avec une manivelle. Le fait que le ressort ne se déplace pas seulement d'avant en arrière mais aussi de haut en bas dans ce processus ne perturbera pas l'expérience.

La Fig. 2.3 est une illustration schématique de l'oscillateur. Comme le frottement sera important dans la

suite, nous l'avons illustré au moyen d'un amortisseur. Le symbole de l'amortisseur représente à la fois le frottement naturel, c'est-à-dire involontaire, et l'amortisseur réel qui pourrait exister.

Tout d'abord, il convient d'introduire quelques termes techniques.

La fréquence à laquelle l'oscillateur à ressort (ou tout autre oscillateur) oscille après avoir été poussé une fois puis laissé à lui-même est appelée *fréquence naturelle* f_0 de l'oscillateur. Le moteur avec la manivelle est appelé exciteur. La fréquence du mouvement sinusoïdal de va-et-vient du moteur est appelée *fréquence de l'excitateur*.

Nous examinons maintenant le mouvement de l'oscillateur en fonction de la fréquence de l'excitateur. Nous constatons ce qui suit :

1. Le corps K effectue un mouvement harmonique quelle que soit la valeur de la fréquence d'excitation f . Auriez-vous pu vous y attendre ? Cela signifie que la dépendance temporelle de la position, de la vitesse, de la quantité de mouvement et d'autres grandeurs est donnée par une fonction du type :

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi).$$

Les valeurs des amplitudes de ces grandeurs dépendent cependant de la fréquence de l'excitateur.

2. Nous pouvons mieux voir comment l'oscillateur réagit à l'excitation si nous nous demandons combien d'énergie il « absorbe » par unité de temps. Nous entendons par là l'énergie qui circule de l'excitateur vers l'oscillateur et qui est utilisée dans l'excitateur pour la production d'entropie (à cause du frottement mécanique). Comme ce courant d'énergie change constamment au cours d'une période d'oscillation, nous recherchons sa valeur moyenne dans le temps \bar{P} .

Ainsi, nous nous intéressons au courant d'énergie moyen de l'excitateur vers l'oscillateur en fonction de la fréquence f de l'excitateur, c'est-à-dire à la fonction $\bar{P}(t)$. La Fig. 2.4 montre le graphique de la fonction. Ce graphique est appelé *courbe de résonance de l'oscillateur*.

Le phénomène de résonance peut être vu facilement : l'oscillateur absorbe la plus grande partie de l'énergie lorsque la fréquence de l'excitateur est égale à sa fréquence propre f_0 . Pour $f=0$ comme pour $f \rightarrow \infty$, le courant d'énergie de l'excitateur vers l'oscillateur devient nul.

3. Même si ce n'est pas voulu, l'oscillateur est amorti par le frottement. Si l'on augmente l'effet d'amortissement, par exemple en installant un amortisseur, la courbe de résonance se modifie. Plus l'effet d'amortis-

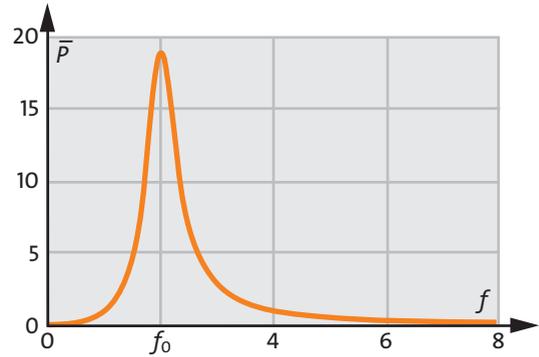


Fig. 2.4 Courbe de résonance : courant d'énergie moyen de l'excitateur à l'oscillateur en fonction de la fréquence.

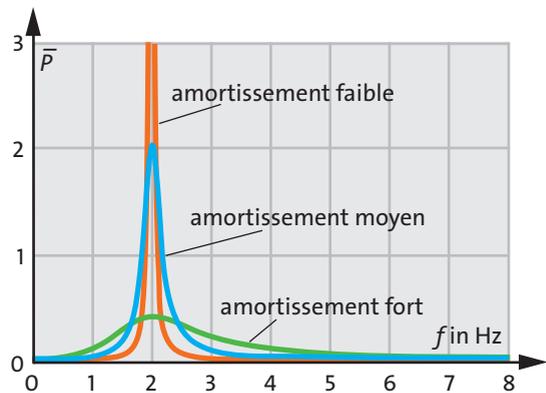


Fig. 2.5 Courbes de résonance pour différents amortissements.

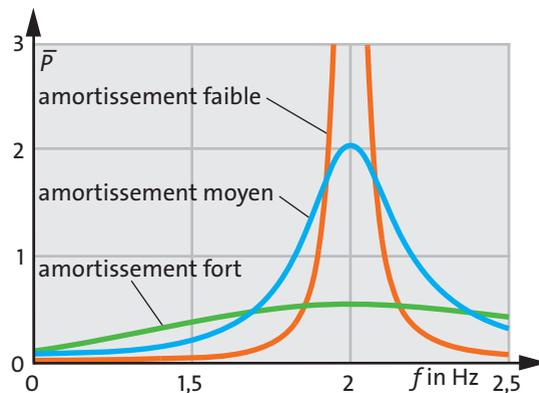


Fig. 2.6 Fig. 2.5 avec changement d'échelle.

sement est fort, plus la bosse du graphique est large et plate, Fig. 2.5 et Fig. 2.6. Inversement, plus l'amortissement de l'oscillateur est faible, plus la courbe devient étroite. S'il n'y a pas d'amortissement du tout, la bosse de résonance deviendra une pointe très fine située à la

Comment tracer une courbe de résonance

fréquence naturelle, dont les bords se rapprochent asymptotiquement d'une valeur infinie du courant d'énergie.

Le courant d'énergie qui circule de l'excitateur vers l'oscillateur atteint sa valeur maximale lorsque la fréquence de l'excitation est égale à la fréquence naturelle. L'oscillateur est alors en résonance avec l'excitateur. Plus l'effet d'amortissement est fort, plus la courbe de résonance est plate.

Exercice

- La Fig. 2.6 montre un agrandissement de la Fig. 2.5. Comparez les valeurs de courant d'énergie des courbes de résonance pour les fréquences :
 $f = 1,5 \text{ Hz}$, $f = 1,7 \text{ Hz}$, $f = 2 \text{ Hz}$.

2.3 Comment tracer une courbe de résonance

Pour tracer une courbe de résonance, nous devons mesurer l'énergie absorbée par unité de temps pour de nombreuses valeurs différentes de la fréquence. Nous n'avons pas d'instrument pour mesurer directement cette énergie. Nous devons donc trouver un autre moyen.

Nous essayons de tirer parti de la relation suivante

$$P = \Delta v \cdot F_D$$

que nous connaissons grâce à nos observations précédentes. Ici, F_D est le courant de quantité de mouvement qui circule à travers l'amortisseur et Δv est la différence des vitesses entre les « extrémités » de l'amortisseur. Comme l'extrémité de gauche (a) ne bouge pas sur la Fig. 2.3, nous pouvons remplacer Δv par la vitesse de l'extrémité de droite (b). Cependant, cette vitesse est également égale à la vitesse v du corps oscillant. Nous avons donc :

$$P = v \cdot F_D.$$

Nous pouvons fixer le courant de quantité de mouvement F_D à travers l'amortisseur comme proportionnel à la vitesse :

$$F_D = k \cdot v. \quad (2.1)$$

Le courant d'énergie vers l'amortisseur devient donc :

$$P = k \cdot v^2.$$

Comme la vitesse change continuellement au cours d'une période, ce courant d'énergie change aussi périodiquement. Avec

$$v(t) = \hat{v} \cdot \sin(2\pi ft)$$

nous obtenons

$$P(t) = k \cdot \hat{v}^2 \cdot \sin^2(2\pi ft).$$

Nous nous intéressons maintenant à la valeur moyenne dans le temps du courant d'énergie. Nous devons donc trouver la moyenne temporelle du terme du côté droit de l'équation. k et \hat{v} ne dépendent pas du temps. Par conséquent, nous devons calculer ce qui suit

$$\bar{P}(t) = k \cdot \hat{v}^2 \cdot \overline{\sin^2(2\pi ft)}.$$

La moyenne temporelle de $\sin^2(2\pi ft)$ peut être lue directement sur le graphique de la fonction

$$f(t) = \sin^2(2\pi ft),$$

Fig. 2.7. La courbe est une sinusoïde qui oscille de bas en haut entre les valeurs 0 et 1. La valeur moyenne est évidemment de 0,5. Nous pouvons obtenir le même résultat au moyen de l'équation générale

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\alpha)$$

que nous avons déjà utilisée auparavant. La valeur moyenne du cosinus à droite est égale à zéro. Par conséquent, il ne reste que le terme $1/2$.

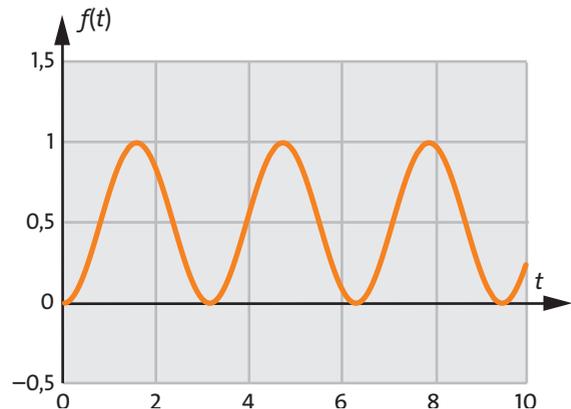


Fig. 2.7 Graphe de la fonction $f(t) = \sin^2(2\pi ft)$. La moyenne temporelle des valeurs de la fonction est égale à $1/2$.

Nous avons donc :

$$\bar{P} = \frac{k}{2} \cdot \hat{v}^2. \quad (2.2)$$

L'amplitude de la vitesse et le coefficient d'amortissement k peuvent tous deux être mesurés facilement. Par conséquent, l'énergie absorbée peut également être déterminée.

Comme \hat{v} dépend de la fréquence de l'excitateur, le courant d'énergie moyen dépend également de f . Ainsi, pour tracer la courbe de résonance, l'amplitude de la vitesse est mesurée pour différentes valeurs de f et l'énergie absorbée est calculée au moyen de l'équation (2.2).

Exercice

- Plus haut dans ce texte, nous avons indiqué que la valeur moyenne de $f(t) = \sin^2(2\pi ft)$ est 0,5 et que cette conclusion peut être tirée du graphique de la fonction sur la Fig. 2.7. Expliquez cette conclusion.

2.4 Résonance d'un circuit résonant

En ce qui concerne les expériences, un oscillateur électrique, c'est-à-dire un circuit résonant, présente des avantages et des inconvénients. Bien que les mesures soient plus faciles et plus précises — car aucun capteur de vitesse et de force n'est nécessaire — les oscillations ne peuvent être vues qu'indirectement à travers les échelles d'un voltmètre, d'un ampèremètre ou sur l'écran d'un ordinateur.

La Fig. 2.8 montre un circuit résonant avec un dispositif d'amortissement et un « excitateur ». L'excitateur est une source d'énergie électrique qui fournit une tension alternative d'amplitude constante et dont la fréquence peut être modifiée.

Comme dans le cas de l'oscillateur mécanique, on entend par « courbe de résonance » le graphe de la fonction qui illustre la valeur moyenne de l'énergie absorbée par unité de temps en fonction de la fréquence f de l'excitateur.

La courbe de résonance ne peut être distinguée de celle d'un oscillateur mécanique, Fig. 2.4 à Fig. 2.6.

Ici aussi, le courant d'énergie peut être déterminé à l'aide de grandeurs plus faciles à mesurer.

Nous appliquons

$$P = U \cdot I$$

à la résistance et nous remplaçons le courant électrique qui traverse la résistance par

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.3)$$

Nous obtenons :

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Comme la tension entre les bornes de la résistance varie selon la formule

$$U(t) = \hat{U} \cdot \sin(2\pi ft)$$

nous obtenons

$$P(t) = \frac{\hat{U}^2}{2R} \cdot \sin^2(2\pi ft).$$

De là, la valeur moyenne de $P(t)$ peut être déduite de la même manière que celle montrée dans la section précédente :

$$\bar{P} = \frac{\hat{U}^2}{2R}. \quad (2.4)$$

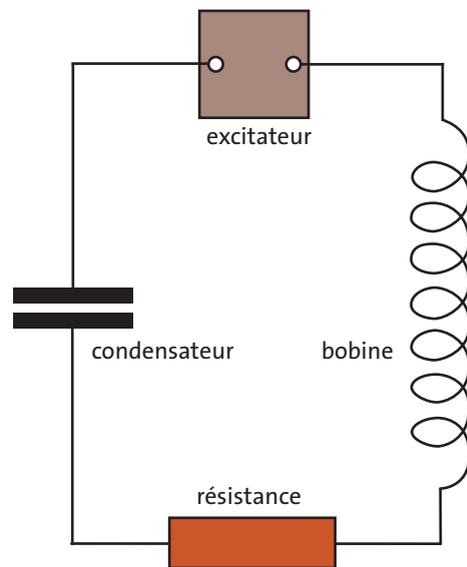


Fig. 2.8 Circuit résonant avec excitateur et résistance d'amortissement. L'excitateur crée une tension sinusoïdale d'amplitude constante. La fréquence peut être modifiée.

Oscillateurs à rétroaction

\hat{U} et R peuvent être mesurés facilement. Par conséquent, l'énergie absorbée peut également être déterminée sans difficulté.

Les équations (2.2) et (2.4) devraient en fait être équivalentes l'une à l'autre. Vous pouvez être surpris que la constante k qui caractérise l'amortisseur se trouve au numérateur alors que la constante R qui caractérise la résistance électrique se trouve au dénominateur. La raison de cet écart est que k et R ne sont pas exactement équivalentes l'une à l'autre dans les équations (2.1) et (2.3). Alors que k nous indique dans quelle mesure une résistance mécanique (l'amortisseur) conduit le courant de quantité de mouvement, R est une mesure de la force avec laquelle une résistance électrique *entrave* le courant électrique. En fait, k correspond à l'inverse de la résistance électrique, c'est-à-dire à une grandeur qui est également utilisée en électrotechnique. Elle est appelée conductance électrique.

2.5 Oscillateurs à rétroaction

Les systèmes qui effectuent des oscillations sont techniquement importants. Ils sont utilisés dans les horloges de tout type. Ils sont également nécessaires pour la création d'ondes périodiques qui seront abordées dans le prochain chapitre.

Dans tous les cas, nous avons besoin d'un système qui crée des oscillations. La création d'oscillations est maintenant notre problème. « Mais n'avons-nous pas déjà résolu ce problème ? », demanderez-vous peut-être.

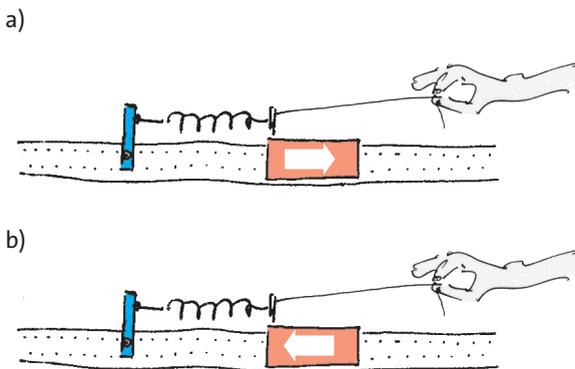


Fig. 2.9 Si nous tirons sur le fil pendant que le corps se déplace vers la droite (a), nous fournissons de l'énergie à l'oscillateur. Si nous tirons sur le fil pendant qu'il se déplace vers la gauche (b), nous retirons de l'énergie du système.

Rappelons une fois de plus comment nous avons défini les « oscillations » au tout début : une oscillation « ... fonctionnera d'elle-même après un apport initial d'énergie » était-il alors indiqué. Mais nous avons vu plus tard que toutes les oscillations sont amorties. Les oscillations mécaniques perdent de l'énergie en raison du frottement. Dans le cas des oscillations électriques, la résistance électrique fait perdre progressivement à l'oscillation l'énergie que nous y avons mise au départ. Chaque oscillation que l'on initie décroît donc plus ou moins rapidement. Pour maintenir une oscillation, les pertes d'énergie doivent être compensées en permanence.

Nous l'avons déjà fait à l'aide d'un « excitateur ». Cependant, en ce qui concerne notre problème actuel, ce n'est pas une méthode appropriée car l'excitateur lui-même doit contenir un générateur d'oscillations capable de créer un courant de quantité de mouvement sinusoïdal ou une tension sinusoïdale. Par conséquent, cela ne ferait que déplacer le problème.

Nous devons donc parvenir à alimenter un oscillateur en énergie à partir d'une source d'énergie « normale », c'est-à-dire une source qui ne crée pas déjà une oscillation par elle-même.

Nous considérons l'oscillation de la Fig. 1.9 comme un exemple concret. L'oscillateur est à nouveau illustré sur la Fig. 2.9.

Comment pourrions-nous lui fournir de l'énergie ? Essayons en le tirant vers la droite. L'apport d'énergie fonctionne - mais seulement si nous tirons au bon moment, c'est-à-dire pendant que le corps se déplace vers la droite. Parce que nous tirons, le corps acquiert alors une quantité de mouvement supplémentaire, le mouvement devient plus intense. Mais si nous tirons pendant qu'il se déplace vers la gauche, nous allons le ralentir (la valeur absolue de sa quantité de mouvement diminue) et nous lui enlèverons de l'énergie. Par conséquent, nous faisons exactement le contraire de ce que nous voulions. Nous voyons donc : pour alimenter l'oscillation en énergie, nous devons tirer au bon moment, ou plutôt durant le bon intervalle de temps.

Vous trouverez certainement cette observation logique si vous pensez à la manière dont nous pouvons maintenir — ou aussi renforcer — les mouvements d'une balançoire. Il faut donner une impulsion au système au bon moment.

Si une oscillation n'est pas maintenue par une personne qui fait toujours attention à pousser ou à tirer au bon moment, nous aurons besoin d'un dispositif qui assure que ce processus se produise automatiquement. De tels dispositifs existent, tant pour les oscillations mécaniques que pour les oscillations électriques. Les

oscillations qui sont générées de cette manière sont appelées *oscillations à rétroaction*. L'oscillation elle-même contrôle l'alimentation en énergie. Nous n'expliquerons pas en détail comment cela se fait, car il existe de nombreuses possibilités différentes.

Nous gardons à l'esprit :

- Pour maintenir une oscillation, nous avons besoin
- d'un oscillateur
- d'une source d'énergie
- d'un système pour contrôler l'alimentation en énergie.

Exercices

1. Comment fonctionne le système de contrôle de l'alimentation en énergie dans une horloge à pendule ? Pour qu'un circuit résonant effectue une oscillation continue, on installe un « système de rétroaction ». Comment cela fonctionne-t-il ? Utilisez la littérature (par exemple une encyclopédie) ou internet pour trouver l'information.
2. Pour les processus périodiques, que l'on n'appelle pas nécessairement des oscillations, on utilise également un autocontrôle : dans la machine à vapeur, le moteur de voiture, dans une balançoire à bascule pour enfants et aussi dans le cas du mouvement de va-et-vient d'une balle de tennis. Décrivez comment le système de contrôle fonctionne dans ces cas

3 SPECTRES

3.1 Quelques résultats mathématiques

Nous verrons qu'il existe des systèmes capables d'effectuer deux oscillations sinusoïdales, voire plus, en même temps. Pour comprendre ce que cela signifie et voir comment de telles oscillations peuvent être décrites, nous devons nous familiariser avec certains résultats mathématiques.

Nous devons additionner des fonctions sinus, c'est-à-dire des termes du type

$$\hat{y} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi).$$

Dès lors, la question est : à quoi ressemble la fonction

$$y(t) = \hat{y}_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \varphi_1) + \hat{y}_2 \cdot \sin(2\pi f_2 t + \varphi_2) + \hat{y}_3 \cdot \sin(2\pi f_3 t + \varphi_3) + \dots ?$$

$\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3, \dots$ sont les amplitudes des fonctions sinusoïdales individuelles, f_1, f_2, f_3, \dots sont leurs fréquences et $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ leurs phases à l'origine.

D'abord, il semble qu'il n'y ait pas grand-chose à dire sur cette somme. Une fonction sinus est une fonction simple et régulière. Mais si plusieurs de ces fonctions sont additionnées, le résultat sera probablement quelque chose de compliqué et de déroutant.

Mais en fait, les mathématiques nous disent que quelques règles simples s'appliquent à une telle somme ; elles seront abordées dans ce qui suit.

Nous ne nous occuperons pas de la preuve de ces règles, mais nous avons confiance dans l'exactitude des conclusions des livres de mathématiques. (Si vous souhaitez consulter un livre de mathématiques sur ce sujet, vous devez faire une recherche avec le mot-clé « séries de Fourier »).

La première règle que nous examinons s'applique à un cas particulier simple.

1. Fonctions sinusoïdales de même fréquence

Dans un premier temps, nous n'additionnons que des fonctions sinusoïdales de même fréquence f . Les amplitudes et les phases de départ peuvent avoir n'importe quelle valeur. D'où :

$$y(t) = \hat{y}_1 \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_1) + \hat{y}_2 \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_2) + \hat{y}_3 \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_3) + \dots$$

Maintenant, les mathématiques nous apprennent que la somme est à nouveau une fonction sinus de fréquence f . La Fig. 3.1 en montre un exemple. Les trois fonctions

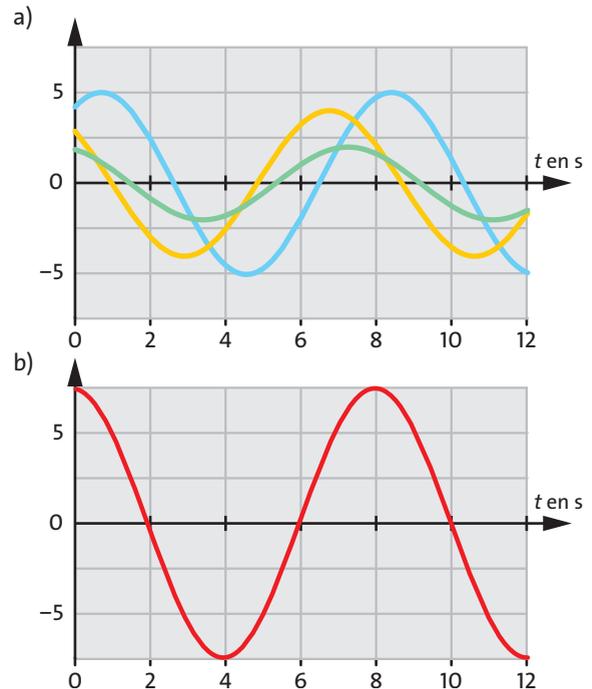


Fig. 3.1 Trois fonctions sinusoïdales de fréquences égales mais d'amplitudes et de phases à l'origine différentes (a) donnent une fonction sinusoïdale de même fréquence (b) lorsqu'on les additionne.

qui sont affichées dans la partie (a) aboutissent à la fonction de la partie (b) lorsqu'on les additionne.

La somme de fonctions sinusoïdales de fréquences égales f mais d'amplitudes et de phases à l'origine différentes est à nouveau une fonction sinusoïdale de fréquence f .

2. Fonctions périodiques

Nous additionnons deux fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers de la même fréquence fondamentale f_0 . La fréquence de la première fonction sinus doit être $n_1 \cdot f_0$, celle de la seconde $n_2 \cdot f_0$, où n_1 et n_2 sont des entiers :

$$y(t) = \hat{y}_1 \cdot \sin(2\pi n_1 f_0 t + \varphi_1) + \hat{y}_2 \cdot \sin(2\pi n_2 f_0 t + \varphi_2)$$

Pendant la période $T_0 = 1/f_0$ de l'oscillation fondamentale, le premier terme effectue n_1 oscillations et le second n_2 oscillations. A la fin de cette période, chacun des deux termes a donc effectué un certain nombre d'oscillations complètes. Par conséquent, la fonction somme $y(t)$ se trouve à nouveau dans le même état qu'au début. En d'autres termes, la fonction somme est périodique avec la période T_0 .

La Fig. 3.2 montre un exemple.

Ici, les termes suivants à ajouter ont été choisis :

$$\begin{aligned} &5 \cdot \sin(2\pi \cdot 8 \text{ Hz} \cdot t + 0,5\pi), \\ &3 \cdot \sin(2\pi \cdot 20 \text{ Hz} \cdot t + 1,5\pi). \end{aligned}$$

Les amplitudes sont 5 et 3, les fréquences 8 Hz et 20 Hz et les phases à l'origine sont $0,5\pi$ et $1,5\pi$. Le plus grand diviseur commun de 8 et 20 est 4. Par conséquent, les fréquences sont des multiples entiers de

$$f_0 = 4 \text{ Hz}.$$

Nous pouvons donc aussi écrire les termes comme suit :

$$\begin{aligned} &5 \cdot \sin(2\pi \cdot 2 \cdot 4 \text{ Hz} \cdot t + 0,5\pi), \\ &3 \cdot \sin(2\pi \cdot 5 \cdot 4 \text{ Hz} \cdot t + 1,5\pi). \end{aligned}$$

La période de la fonction somme est

$$T_0 = 1/f_0 = 0,25 \text{ s}.$$

Pendant ce temps, le premier terme effectue 2 oscillations, le second 5 oscillations, voir l'image (a). L'image de la fonction somme est une section de courbe qui se répète toutes les 0,25 secondes ; voir l'image (b).

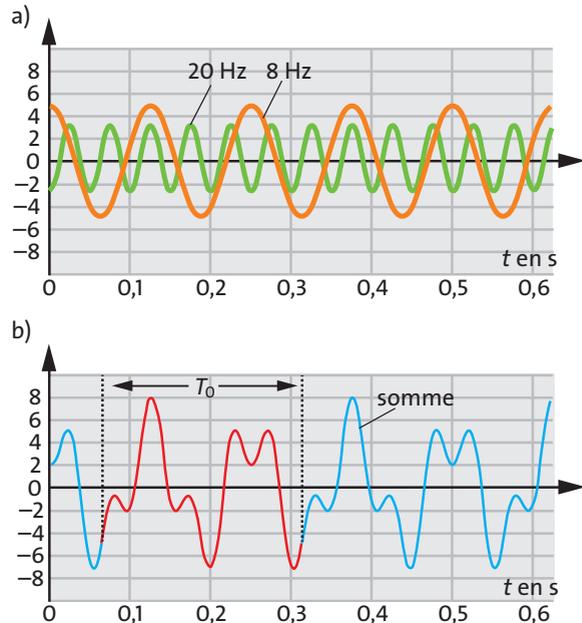


Fig. 3.2 Deux fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers de la même fréquence fondamentale f_0 (a) donnent une fonction périodique de période $T_0 = 1/f_0$ (b) lorsqu'elles sont additionnées. Dans l'image (b), la section de courbe qui se répète périodiquement est mise en évidence par une couleur rouge.

Vous anticipez certainement que la règle que nous venons de découvrir peut être généralisée. Même si nous additionnons plus de deux fonctions sinus dont les fréquences sont des multiples entiers d'une fréquence f_0 , le résultat sera une fonction périodique.

Moins évidente, en revanche, est la généralisation suivante qui va encore plus loin :

Toute fonction périodique (de fréquence $f_0 = 1/T_0$) peut être exprimée comme une somme de fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers de f_0 .*

On peut exprimer ce résultat encore en d'autres termes : étant donnée une fonction périodique $y(t)$ de période $T_0 = 1/f_0$, cette fonction peut s'écrire comme une somme de fonctions sinus :

$$\begin{aligned} y(t) = &\hat{y}_1 \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \cdot f_0 \cdot t + \varphi_1) \\ &+ \hat{y}_2 \cdot \sin(2\pi \cdot 2 \cdot f_0 \cdot t + \varphi_2) \\ &+ \hat{y}_3 \cdot \sin(2\pi \cdot 3 \cdot f_0 \cdot t + \varphi_3) \\ &+ \hat{y}_4 \cdot \sin(2\pi \cdot 4 \cdot f_0 \cdot t + \varphi_4) \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Bien sûr, il se peut qu'un très grand nombre de termes additifs soit nécessaire. Mais si l'on se contente de représenter approximativement la fonction, quelques termes dans cette somme seront suffisants.

3. N'importe quelle fonction

La règle que nous venons d'apprendre était déjà assez étonnante. Mais sa validité n'est en fait pas limitée aux fonctions périodiques. Les fonctions non périodiques peuvent également être écrites comme une somme de fonctions sinus. Toutefois, les fréquences des termes additifs ne seront alors plus des multiples entiers d'une fréquence fondamentale. La règle suivante s'applique :

Toute fonction peut être exprimée comme une somme de fonctions sinusoidales.**

Nous résumons les résultats * et ** :

Toute fonction $y(t)$ peut être exprimée comme une somme de fonctions sinusoidales.

Si $y(t)$ est périodique (de période T_0), les fréquences des fonctions sinus sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale

$$f_0 = 1/T_0.$$

Il s'agit d'un résultat important car nous voulons souvent savoir de quelles composantes sinusoidales est constituée une fonction.

Maintenant, ce résultat n'est pas très utile tant que nous ne savons pas comment déterminer ses composantes sinusoidales. Supposons qu'il existe une fonction temporelle donnée. Quelles sont ses composantes sinusoidales ? Quelles sont les valeurs des amplitudes et des phases des différents termes ?

Bien sûr, les mathématiciens sont capables de calculer ces amplitudes et ces phases, mais la méthode est assez compliquée. Nous utilisons donc une méthode moins sophistiquée mais plus pratique : nous faisons résoudre le problème par un ordinateur. Cela signifie que nous faisons effectuer le travail par un programme qui utilise la méthode mathématique adéquate. Ce faisant, nous facilitons également notre tâche d'une autre manière : nous aimerions seulement connaître les amplitudes mais pas les phases des fonctions sinus. Par conséquent, nous demandons : « Quelle est la contribution de la fonction sinusoidale de fréquence donnée dans une fonction temporelle donnée ? ». Nous ne demandons pas la phase à l'origine, c'est-à-dire que nous ne nous renseignons pas sur la position de la fonction sinus sur l'axe t .

Exercices

1. Remplissez un tableau (avec la calculatrice ou l'ordinateur) avec les valeurs de la fonction suivante pour $0 < x < 4\pi$:

$$y(x) = \sin(2x) + 3 \sin(2x + \pi/2) + 3 \sin(2x + \pi).$$

Représentez la fonction graphiquement.

2. Remplissez des tableaux (avec la calculatrice ou l'ordinateur) avec les valeurs des fonctions suivantes pour $0 < x < 4\pi$:

$$y(x) = \sin x,$$

$$y(x) = \sin x - \frac{1}{9} \sin 3x,$$

$$y(x) = \sin x - \frac{1}{9} \sin 3x + \frac{1}{25} \sin 5x,$$

$$y(x) = \sin x - \frac{1}{9} \sin 3x + \frac{1}{25} \sin 5x - \frac{1}{49} \sin 7x.$$

Représentez la fonction graphiquement. Pouvez-vous formuler une hypothèse ?

3. Remplissez un tableau (avec la calculatrice ou l'ordinateur) avec les valeurs de la fonction suivante pour $0 < x < 4\pi$:

$$y(x) = \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \frac{1}{7} \sin 7x + \frac{1}{9} \sin 9x + \frac{1}{11} \sin 11x.$$

Représentez la fonction graphiquement. Pouvez-vous formuler une hypothèse ?

3.2 Spectres

Considérons une fonction temporelle quelconque dont les composantes sinusoidales sont connues. Nous aimerions informer quelqu'un d'autre de cela. Comment faire ? Une méthode quelque peu laborieuse consisterait à dresser un tableau de valeurs avec les fréquences des termes sinusoidaux existants dans la première colonne et les amplitudes correspondantes dans la deuxième colonne. Si nous sommes intéressés par les phases à l'origine, nous pourrions les répertorier dans une troisième colonne. Mais un tel tableau ne serait pas très pratique. Une représentation graphique est plus suggestive.

En fait, il est courant d'illustrer les composantes sinusoidales d'une fonction $y(t)$ par un graphique : l'amplitude des fonctions sinusoidales en fonction de la fréquence.

Nous sommes donc en présence de deux illustrations graphiques différentes :

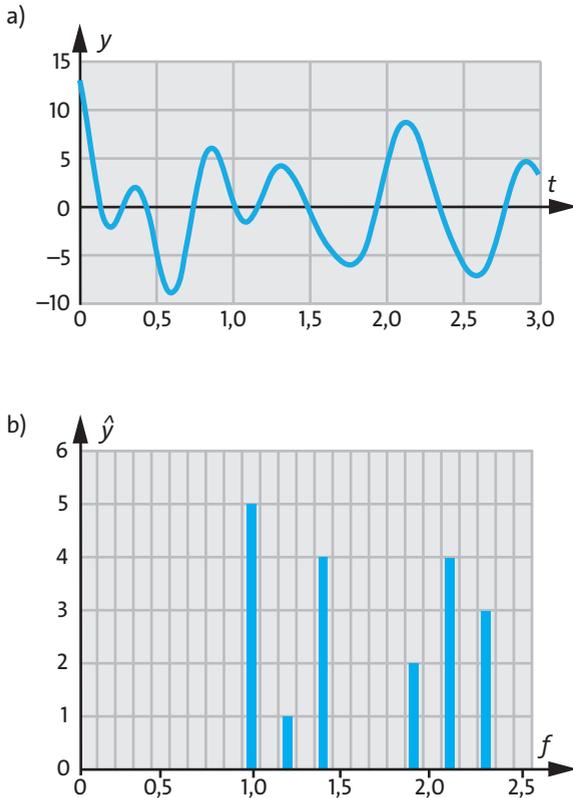


Fig. 3.3 (a) fonction temporelle ; (b) spectre associé.

- avec la fonction temporelle $y(t)$,
- avec la fonction spectrale $\hat{y}(f)$.

La représentation graphique de la fonction spectrale est appelée *spectre* de la fonction.

Avec quelques compétences mathématiques et une compréhension de la physique, vous serez en mesure de dessiner le spectre pour une fonction donnée $y(t)$. Vous l'apprendrez mieux dans les applications qui sont discutées dans les sections suivantes. Pour l'instant, nous ne montrerons qu'un seul exemple d'une fonction temporelle avec son spectre, Fig. 3.3. Comme $y(t)$ n'est constitué que de 6 fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont très éloignées les unes des autres, il est pratique de dessiner le spectre sous forme de diagramme à barres. Si la fonction spectrale présente une progression régulière, elle sera dessinée comme un graphique de fonction normale.

Exercice

1. Illustrez graphiquement les spectres des fonctions des exercices 2 et 3 de la section précédente. Utilisez $x = 2\pi t$.

3.3 Oscillateurs doubles

La Fig. 3.4 montre à nouveau un oscillateur que nous connaissons depuis les chapitres précédents. Nous supposons que le corps oscillant a une masse de 0,5 kg et le ressort une raideur de 30 N/m.

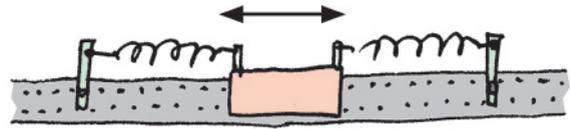


Fig. 3.4 Le spectre de la fonction $x(t)$ (position du corps glissant en fonction du temps) ne contient qu'une seule contribution sinusoïdale.

Nous faisons à nouveau osciller le corps, mais cette fois nous enregistrons sa position à l'aide d'un capteur. Le signal numérique fourni par le capteur est transféré à l'ordinateur, qui déterminera alors les composantes sinusoïdales du mouvement au moyen d'un programme approprié. Il affichera le résultat à l'écran sous la forme de deux graphiques :

1. la position du corps en fonction du temps : $s(t)$,
2. le spectre de cette fonction : l'abscisse est la fréquence, l'ordonnée est l'amplitude \hat{s} des composantes sinusoïdales de la fonction temporelle $s(t)$.

La tâche est encore si simple que nous connaissons déjà le résultat à l'avance. Nous pouvons donc vérifier

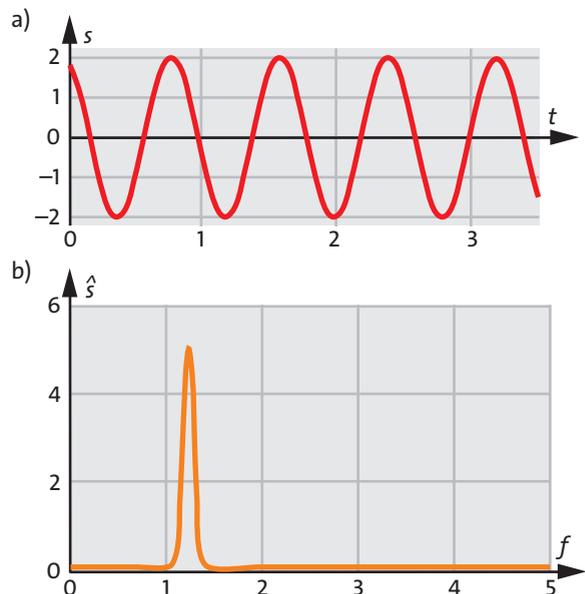


Fig. 3.5 Fonction temporelle (a) et fonction spectrale (b) pour le mouvement du corps glissant de la Fig. 3.4

Oscillateurs doubles

si l'ordinateur fonctionne correctement. Il fonctionne en effet correctement. Le résultat qu'il fournit est illustré sur la Fig. 3.5. La fonction temporelle du mouvement du corps est une fonction sinusoïdale. Le spectre montre une pointe, un « pic ».

Après avoir appris comment utiliser l'ordinateur et comment interpréter le graphique, nous allons maintenant aborder des mouvements plus intéressants. Nous avons mis en place un oscillateur double : deux corps et trois ressorts, comme illustré sur la Fig. 3.6.

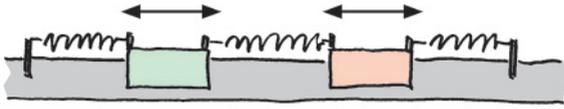


Fig. 3.6 Oscillateur double. Si une seule des deux oscillations naturelles est excitée, les deux corps effectueront un mouvement sinusoïdal pur avec des fréquences égales. Si les deux oscillations naturelles sont excitées en même temps, la position de chacun des deux corps sera décrite par la somme de deux fonctions sinusoïdales.

En jouant un peu avec cet oscillateur, nous avons l'impression qu'il est sensiblement différent de celui de la Fig. 3.4. L'oscillateur de la Fig. 3.4 effectue toujours le même mouvement, quelle que soit la façon dont il est poussé. Bien sûr, il peut osciller avec une amplitude plus petite ou plus grande, mais il effectue toujours un mouvement sinusoïdal. Notre oscillateur double semble se comporter différemment. Selon la façon dont il est poussé, il effectue un mouvement différent. Nous pouvons également constater qu'en général, il n'effectue aucun mouvement sinusoïdal.

Nous allons maintenant examiner l'oscillateur double de manière un peu plus systématique en enregistrant la fonction temporelle et le spectre. Nous montons le capteur sur l'un des deux corps glissants et donnons une impulsion aux corps de manière à ce qu'ils commencent à bouger. L'ordinateur affiche le résultat. Il peut ressembler à celui de la Fig. 3.7a.

Nous répétons l'expérience. De nouveau, nous donnons une impulsion aux corps, mais cette fois-ci de façon un peu différente, de sorte que nous obtenons un résultat différent, par exemple celui de la Fig. 3.7b. Nous répétons encore l'expérience plusieurs fois et nous observons à chaque fois le résultat affiché sur l'écran. Si nous nous concentrons exclusivement sur les fonctions temporelles, notre première impression se confirme : selon la façon dont les corps sont poussés, nous obtenons une courbe de fonction différente.

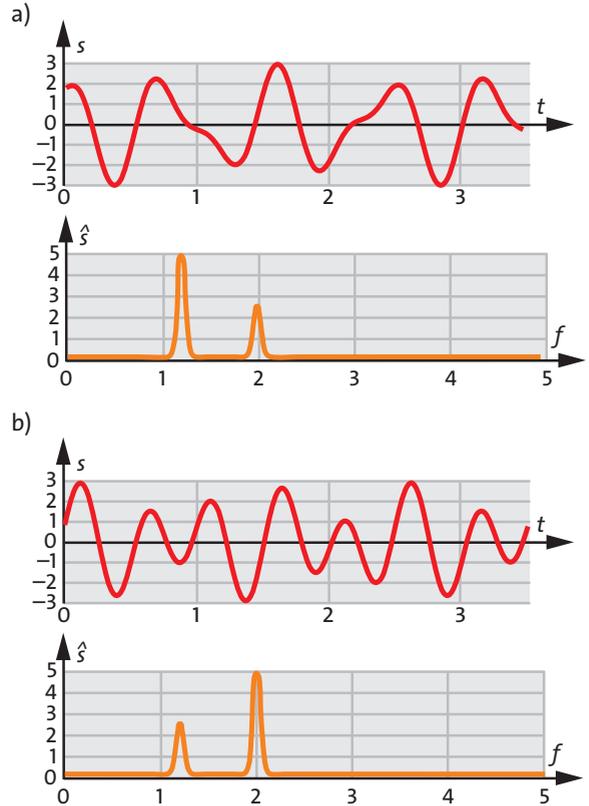


Fig. 3.7 Position du corps de gauche en fonction du temps, enregistrée deux fois. L'oscillateur a été poussé différemment dans les deux cas. Le spectre associé est montré en-dessous.

Nous ne pouvons pas identifier de schéma systématique. Mais nous aurons une toute autre impression si nous examinons les spectres. Dans tous les cas, le spectre est constitué de deux pics qui se situent toujours aux mêmes fréquences f_1 et f_2 . Dans l'exemple de nos figures, nous avons la valeur $f_1 = 1,2$ Hz et $f_2 = 2,0$ Hz. Nous pouvons conclure de cette observation que la fonction temporelle est dans tous les cas la somme de deux fonctions sinusoïdales. Les différentes expériences diffèrent les unes des autres par les amplitudes des deux fonctions sinusoïdales qui ont des valeurs différentes à chaque fois.

Maintenant, nous répétons la série d'expériences mais en plaçant le capteur sur l'autre corps. Nous essayons de faire bouger les corps de la même manière que dans la première série d'expériences. Nous constatons que la fonction temporelle qui décrit le mouvement du deuxième corps est également une somme de deux fonctions sinusoïdales. Là encore, les fréquences sont f_1 et f_2 , c'est-à-dire les mêmes que dans la pre-

mière série d'expériences. Les amplitudes, quant à elles, ont d'autres valeurs que précédemment.

Pour chacun des deux corps d'un oscillateur double, la fonction $s(t)$ est la somme de deux fonctions sinus.

Les fréquences f_1 et f_2 des deux fonctions sinusoïdales sont appelées *fréquences naturelles* de l'oscillateur double.

Nous avons vu que les amplitudes des deux fonctions sinusoïdales dépendent de la façon dont l'oscillateur est lancé. Nous souhaitons maintenant examiner cette influence.

Nous donnons donc une impulsion à l'oscillateur double d'une manière très spécifique : les deux corps sont déplacés vers la gauche de la même distance, puis relâchés simultanément. Vous pouvez probablement prédire ce qui se passe ensuite : les deux corps oscillent de manière sinusoïdale à la fréquence f_1 , c'est-à-dire qu'ils oscillent de manière synchrone et que la distance qui les sépare reste toujours la même. La Fig. 3.8a montre les positions des deux corps en fonction du temps. Ce résultat n'est pas en contradiction avec nos expériences précédentes. C'est seulement que l'amplitude de l'oscillation à la fréquence f_2 est nulle.

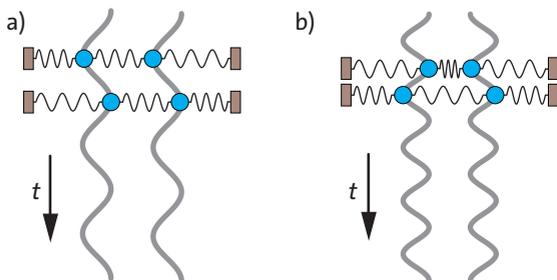


Fig. 3.8 Position des deux corps en fonction du temps, (a) pour la première oscillation naturelle, (b) pour la seconde oscillation naturelle.

Maintenant, nous donnons une impulsion à l'oscillateur double d'une manière différente : les deux corps sont déplacés vers l'extérieur de la même distance, puis

relâchés simultanément. A nouveau, les deux corps effectuent un mouvement sinusoïdal pur, mais cette fois l'un contre l'autre. La fréquence est f_2 , Fig. 3.8b.

Les deux mouvements sinusoïdaux que nous avons excités sont appelés *oscillations naturelles* du système.

Un oscillateur double peut effectuer deux oscillations naturelles différentes. Une oscillation naturelle est caractérisée par le fait que chacun des deux corps effectue un mouvement sinusoïdal pur.

Si nous poussons l'oscillateur double de manière aléatoire, comme nous l'avons fait au début, de sorte que les fonctions temporelles $s(t)$ des deux corps soient composées de deux fonctions sinusoïdales, nous pouvons dire que le système effectue deux oscillations naturelles en même temps.

Exercices

1. Nous avons observé que la première des deux oscillations naturelles que nous avons déclenchées a une fréquence plus basse que la seconde. Ceci aurait également pu être prédit.
2. Nous nous intéressons au résultat d'une expérience similaire à celle de la Fig. 3.6. Cependant, les ressorts ne sont plus identiques.
 - (a) Les deux ressorts extérieurs sont assez durs, celui du milieu est très souple. Que peut-on dire des deux fréquences naturelles ?
 - (b) Le ressort du milieu est dur, les deux ressorts extérieurs sont souples. Que peut-on dire des deux fréquences naturelles ?
3. Dans le premier oscillateur que nous avons examiné, Fig. 1.3, deux corps sont également en mouvement. Cependant, nous n'avons rien remarqué au sujet d'une deuxième fréquence à ce moment. Que pouvez-vous dire à ce propos ?
4. Comment deux pendules suspendus l'un à côté de l'autre peuvent-ils être transformés en un oscillateur double ?

3.4 Oscillateurs multiples

Maintenant, nous relient entre eux au moyen de ressorts, non seulement deux, mais trois, quatre corps ou même plus, Fig. 3.9. L'expérience confirme ce que nous



Fig. 3.9 L'oscillateur sextuple peut effectuer six oscillations naturelles différentes.

Quand l'inertie et l'élasticité ne sont plus séparées

aurions pu également deviner. Le spectre de l'oscillateur triple présente trois pics, c'est-à-dire également trois fréquences naturelles, tandis que le spectre d'un oscillateur quadruple présente quatre pics, c'est-à-dire quatre fréquences naturelles, etc.

Le spectre d'un oscillateur à N composantes présente N pics. Le système a N fréquences naturelles et peut effectuer N oscillations naturelles différentes.

Là encore, nous reconnaissons une oscillation naturelle au fait que tous les corps effectuent des mouvements sinusoïdaux purs.

Il est plus difficile de répondre à la question de savoir comment les N corps se déplacent dans le cas des différentes oscillations naturelles et comment exciter les oscillations naturelles individuelles. Il existe des règles et des principes, mais ils sont compliqués et nous ne nous y intéresserons pas ici. Cependant, avec quelques connaissances en physique, nous pouvons facilement deviner à quoi ressemblent au moins certaines des oscillations naturelles.

Exercices

1. Décrivez le mouvement des différents corps pour un nombre maximal d'oscillations naturelles
 - (a) pour un oscillateur triple,
 - (b) pour un oscillateur quadruple.
2. Décrivez le mouvement des corps individuels pour une des oscillations naturelles d'un oscillateur à mille composantes.

3.5 Quand l'inertie et l'élasticité ne sont plus séparées

Les oscillateurs que nous avons examinés jusqu'à présent avaient une caractéristique commune que nous avons considérée comme allant de soi : ils étaient constitués de « corps » et de « ressorts ». Nous avons imaginé les corps comme des blocs durs. Ils ont une certaine masse et donc une inertie, mais ils ne sont pas élastiques ou déformables. En ce qui concerne les ressorts, en revanche, nous avons supposé que leur masse était si faible qu'elle pouvait être négligée. Nous avons considéré leur élasticité comme leur seule propriété pertinente. Examinons à nouveau l'oscillateur de la Fig. 1.2 : la règle oscillante qui est fixée sur un côté. Ici, l'inertie et l'élasticité ne sont pas séparées l'une de

l'autre. Chaque morceau de la règle est à la fois inerte et élastique, et les deux caractéristiques sont pertinentes. La règle ne peut pratiquement pas être distinguée d'un oscillateur constitué d'un très grand nombre de très petits corps inertes, séparés les uns des autres et reliés entre eux par de nombreux petits ressorts. Si les choses fonctionnaient ainsi, nous pourrions en fait nous attendre à ce que la règle n'ait pas une seule oscillation naturelle — comme cela semblait être le cas au début — mais plusieurs, et même beaucoup. Et c'est effectivement le cas.

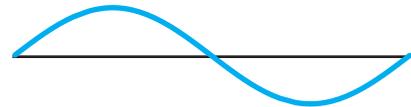
De telles oscillations naturelles s'observent particulièrement bien dans un système légèrement différent, qui se comporte toutefois essentiellement comme la règle : une corde élastique fixée des deux côtés, Fig. 3.10.

Pour déterminer les fréquences des oscillations naturelles, nous déplaçons l'une des deux fixations de manière sinusoïdale, de haut en bas avec une petite amplitude. Nous commençons par un mouvement à une fréquence très basse et augmentons progressivement la fréquence. On procède exactement de la même manière pour dessiner la courbe de résonance du système.

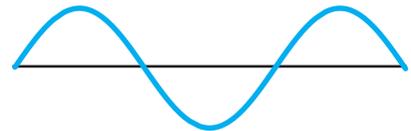
oscillation fondamentale



1ère harmonique



2ème harmonique



3ème harmonique



4ème harmonique



Fig. 3.10 Instantanés des oscillations naturelles d'une corde tendue ou de la corde d'un instrument de musique.

Nous constatons maintenant que la corde effectue un mouvement très simple à une fréquence spécifique : la forme de la corde change entre deux extrêmes. Chaque point de la corde effectue un mouvement sinusoïdal pur, c'est-à-dire que nous avons affaire à une oscillation naturelle. D'ailleurs, l'amplitude du mouvement est très grande. Par conséquent, la corde est en résonance avec l'excitateur. Si nous augmentons encore la fréquence, l'amplitude diminuera à nouveau et le mouvement n'aura plus une forme sinusoïdale. En augmentant encore la fréquence, nous arrivons à nouveau à un état dans lequel les différents points de la corde effectuent un mouvement sinusoïdal avec une grande amplitude. Cependant, la forme de la corde est maintenant différente de celle qu'elle avait lors de la première résonance. Nous avons une deuxième oscillation naturelle et une deuxième résonance. Nous pouvons augmenter la fréquence de plus en plus et nous observerons une série d'oscillations naturelles.

L'oscillation naturelle ayant la fréquence la plus basse est appelée oscillation fondamentale ; les autres sont appelées harmoniques. Les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale.

Nous pouvons également essayer d'exciter les oscillations naturelles avec nos mains. Mais le résultat sera plutôt médiocre.

Instruments de musique

Vous avez peut-être remarqué que la structure de notre expérience est semblable à un instrument à cordes. Pour atteindre des fréquences plus élevées, la « corde » oscillante dans un instrument de musique est un fil d'acier. Lorsque l'on joue de l'instrument, la corde est excitée de différentes manières pour produire des oscillations : en la frappant ou en la pinçant avec les doigts dans le cas des guitares, en la frappant avec un petit marteau en feutre dans le cas des pianos, en la frottant avec l'archet dans le cas des violons, altos, violoncelles et contrebasses. Outre l'oscillation fondamentale, plusieurs harmoniques sont excitées dans tous les cas.

Le principe de fonctionnement des instruments à vent n'est pas très différent de celui des instruments à cordes. Mais ici, ce n'est pas une corde mais l'air à l'intérieur de l'instrument qui effectue les oscillations. Alors que chaque morceau d'une corde oscille d'avant en arrière transversalement à la direction de la corde, l'air dans un instrument à vent se déplace dans une direction longitudinale, Fig. 3.11. Cette classe d'instruments comprend la flûte à bec et la flûte traversière, la clarinette et le saxophone, le hautbois et le basson, les cuivres (trompette, trombone, cor, etc.) et aussi l'orgue.

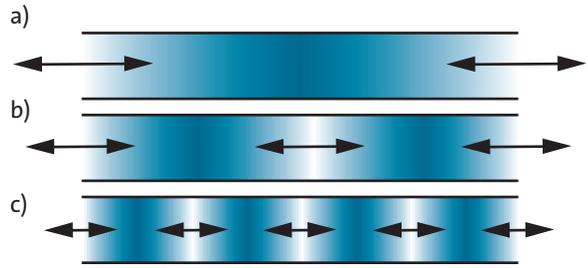


Fig. 3.11 Oscillations de l'air dans un instrument à vent (flûte, clarinette, tuyau d'orgue ...). (a) oscillation fondamentale, (b) première harmonique, (c) quatrième harmonique. Les flèches indiquent le mouvement de l'air. La masse volumique de l'air change en raison de ce mouvement. L'ombrage gris illustre une sorte d'« instantané » de la masse volumique.

Les spectres des sons des instruments à vent sont très semblables aux spectres des sons des instruments à cordes, bien que ces sons soient créés de manière très différente. Dans ce cas également, les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers d'une fréquence fondamentale.

La Fig. 3.12 montre en haut le mouvement de l'air dans une clarinette ainsi que, en bas, le spectre associé. Il est évident que les fréquences des harmoniques sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale.

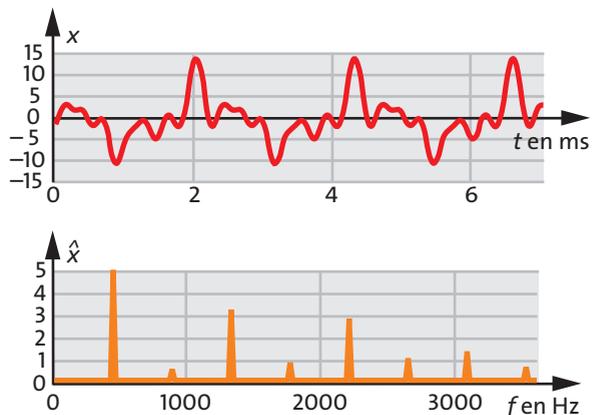


Fig. 3.12 Spectre d'oscillations d'une clarinette. Les fréquences des oscillations naturelles sont des multiples entiers d'une fréquence fondamentale (ici le diapason standard en la avec $f = 440$ Hz).

Des objets ayant d'autres formes peuvent également être excités pour produire des oscillations, et de tels objets ont leurs oscillations naturelles caractéristiques. Dans la plupart des cas, cependant, le spectre est beau-

Quand l'inertie et l'élasticité ne sont plus séparées

coup plus irrégulier que dans le cas d'un instrument à cordes ou à vent : les fréquences des harmoniques ne sont plus des multiples entiers de la fréquence fondamentale. Comme la fréquence de l'oscillation fondamentale se situe généralement dans la gamme à laquelle notre oreille est sensible, nous pouvons entendre toutes ces oscillations. Ce sont les sons qui nous entourent en permanence et qui se forment lorsque deux objets entrent en collision.

Certains instruments de musique ont également des spectres dont les fréquences harmoniques ne sont pas des multiples entiers de la fréquence fondamentale. Ce sont ceux pour lesquels le corps oscillant ne s'étend pas seulement dans une direction : la cymbale, la timbale et la cloche.

L'horloge à quartz

Ce nom est dû au fait qu'à la place du pendule ou de la roue-balancier, l'horloge est équipée d'un minuscule cristal de quartz qui effectue l'une de ses oscillations naturelles et donne ainsi le rythme de l'horloge.

Le fait qu'il doive s'agir d'un cristal de quartz est dû à une propriété particulière de ce matériau. Lorsqu'un cristal de quartz est déformé - comprimé ou étiré - il se charge électriquement sur deux faces opposées. Inversement, un cristal change de forme lorsqu'on le charge sur deux faces opposées en lui appliquant une tension.

Grâce à cette propriété, le cristal peut recevoir l'énergie qu'il perd en oscillant en raison de l'inévitable effet d'amortissement. De cette façon, un circuit électrique peut recevoir en même temps un signal temporel, qui se répète à chaque période du quartz, avec l'oscillation mécanique. Ce signal temporel est utilisé pour commander les aiguilles de l'horloge.

4 ONDES

Tout le monde les connaît, sous la forme des vagues marines, Fig. 4.1 : une sorte de déformation de la surface de l'eau qui se déplace d'elle-même.

Un autre phénomène ondulatoire est le son : de très petits changements de la pression, qui se déplacent à travers l'air.

Les vagues et les ondes sonores sont si intéressantes qu'il vaut certainement la peine de traiter les ondes plus en détail.

En fait, cependant, les ondes ont une importance bien plus grande en science et en technologie, car de nombreux phénomènes, pour lesquels on ne s'y attendrait pas à l'avance, peuvent être interprétés comme des ondes.

Il y a d'abord, et surtout, la grande classe des ondes dites électromagnétiques. Elles comprennent les ondes utilisées pour la radiodiffusion et la télévision, pour les téléphones portables, et pour les téléphones fixes sans fil. Qui plus est, il y a les « micro-ondes » utilisés dans les fours à micro-ondes. Ensuite, il y a le large éventail des phénomènes que nous appelons les rayonnements : les rayonnements infrarouges et ultraviolets, les rayons X, les rayonnements gamma, et enfin la lumière, que nous connaissons tous. Plus tard, nous traiterons de la question du milieu dans lequel ces ondes se déplacent. En comparant ces ondes à des vagues aquatiques, quel serait l'équivalent de l'eau, et à quoi correspondrait la déformation de l'eau ?

Des ondes d'un autre type, les *ondes gravitationnelles*, sont beaucoup plus difficiles à créer et à détecter. En principe, elles se forment lorsque plusieurs masses se déplacent l'une par rapport à l'autre. Mais pour être suffisamment intenses afin d'être détectables, les masses doivent avoir des valeurs énormes. Des ondes gravitationnelles perceptibles émergent par exemple lors de l'explosion d'une étoile ; c'est-à-dire lors d'un processus appelé supernova.

De plus, il existe également un autre type d'ondes dans la nature, peut-être encore plus important : les *ondes de matière*. Toute matière peut être décrite comme une onde. La *mécanique quantique* nous apprend le sens de cette affirmation, qui semble presque absurde.

Les ondes transportent de l'énergie. Après vous être baigné dans la mer lors d'une forte houle, vous avez peut-être déjà ressenti vous-même que les vagues transportent de l'énergie. Lors d'une explosion, les

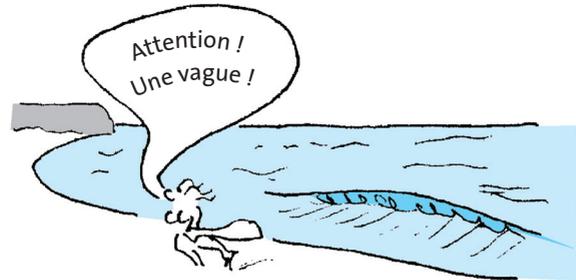


Fig. 4.1 Vague d'eau

vitres peuvent se briser, même à longue distance. L'énergie est transmise par des ondes sonores dans ce cas. Les mouvements de la Terre lors d'un tremblement de terre sont également des ondes sonores. Vous savez certainement que la lumière et les autres ondes électromagnétiques transportent de l'énergie.

Vous comprendrez maintenant que cela vaut la peine de traiter des ondes. Dans un premier temps, nous omettrons les ondes gravitationnelles et les ondes de matière.

4.1 Le support des ondes

Nous commençons notre examen par un type d'onde très simple : « des ondes sur une corde ».

Une longue corde est posée sur le sol, et l'une de ses extrémités est déplacée brièvement et avec force vers le haut, puis vers le bas immédiatement après. Une onde s'éloigne de l'extrémité que nous déplaçons. La Fig. 4.2 en montre 3 instantanés.

Par conséquent, ce que nous appelons une onde est la déformation qui court à travers la corde. Il est logique qu'aucune onde de ce type ne puisse être créée sans corde.

Généralisons : une condition d'existence d'une onde est quelque chose dans lequel l'onde peut se déplacer. Nous appelons ce « quelque chose » le *support de l'onde* (ou porteur de l'onde). (Dans notre cas, la corde est le support.) Le support est d'abord dans son *état fondamental*. (La corde est étendue directement sur le sol.) Un générateur d'onde, ou *émetteur*, pro-

La vitesse des ondes

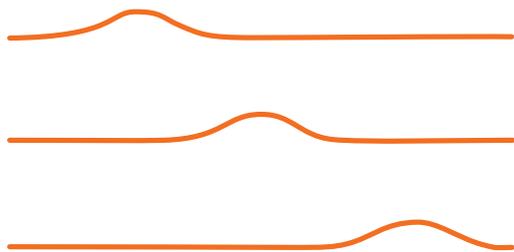


Fig. 4.2 Trois instantanés d'une onde sur une corde

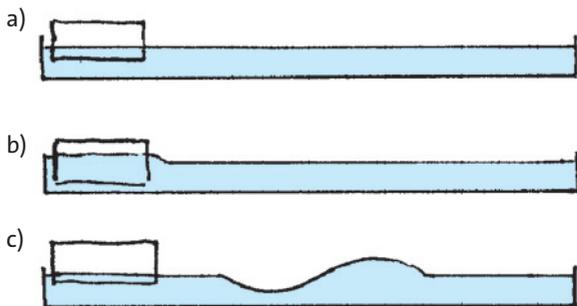


Fig. 4.3 Le corps qui flotte sur l'eau (a) est poussé vers le bas pendant un court instant puis tiré vers le haut (b). Une vague s'éloigne de l'« émetteur » (c).

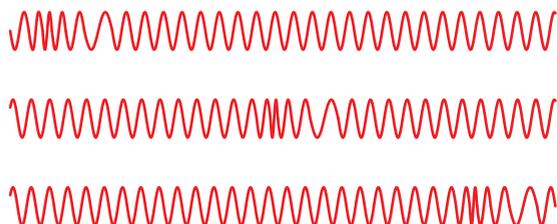


Fig. 4.4 Trois instantanés d'une onde longitudinale dans un ressort en acier

voque alors un changement de l'état fondamental pendant une courte période. (Une personne déplace la corde de haut en bas à un moment donné pendant une courte période.) Ce changement de l'état fondamental se déplace à travers le support, ou au-delà du support.

Avec ces considérations à l'esprit, nous examinons un deuxième type d'onde : une vague d'eau dans une longue gouttière. L'eau est le support de l'onde. A l'état fondamental, la surface de l'eau est partout horizontale, Fig. 4.3a. Nous plongeons brièvement un corps dans l'eau à une extrémité de la gouttière, Fig. 4.3b, puis nous le retirons. Cela crée une déviation par rapport à l'état fondamental : un renflement et un creux se forment à la surface de l'eau et s'éloignent du point de création, Fig. 4.3c.

Un troisième exemple d'onde est illustré à la Fig. 4.4. Le support de l'onde est un long ressort en acier légèrement précontraint. Le changement de l'état fondamental : une extrémité du ressort est rapidement déplacée un peu vers la gauche, et revient immédiatement à son ancienne place. Cette perturbation de l'état fondamental s'éloigne alors par elle-même du point de création.

Nous résumons :

Une onde a besoin d'un support. Au point de création de l'onde, l'état fondamental du support est modifié rapidement. Cette déviation de l'état fondamental se déplace par elle-même.

Dans tous les exemples que nous avons examinés, outre l'onde, le support de l'onde se déplaçait aussi. Attention à bien distinguer ces deux mouvements !

Le mouvement du support de l'onde est parfois transversal à la direction de propagation de l'onde, par exemple dans le cas de l'onde sur une corde. De telles ondes sont appelées ondes transversales.

Dans d'autres cas, le mouvement de va-et-vient du support de l'onde va dans le même sens que le mouvement de l'onde, par exemple dans le cas de l'onde dans le ressort en acier. De telles ondes sont appelées ondes longitudinales.

Mais il existe aussi des ondes pour lesquelles le déplacement du support est plus compliqué. Dans une vague d'eau, par exemple, le support, c'est-à-dire l'eau, se déplace sur une courbe fermée.

Et parfois rien ne bouge du tout, par exemple dans le cas des ondes électromagnétiques.

Ne pas confondre le mouvement de l'onde et le mouvement du support de l'onde.

4.2 La vitesse des ondes

Essayez de produire une onde sur une corde plus rapidement ou plus lentement, en déplaçant l'extrémité de la corde de différentes manières. Tout ce que vous obtiendrez est de changer la forme et la taille de la déformation de l'onde. Vous n'avez aucune influence sur la vitesse (cette vitesse des ondes est également appelée célérité). C'est différent de jeter une pierre. La vitesse de la pierre dépend de la quantité de mouvement que la pierre a reçu au cours du processus de lancement. Mais de quoi dépend la vitesse d'une onde ?

La réponse à cette question est en fait un peu complexe. Mais nous pouvons déjà vous donner une réponse approximative à ce stade :

La vitesse d'une onde dépend du support dans lequel l'onde se déplace.

Une onde à la surface de l'eau a une vitesse différente de celle à la surface de l'alcool, d'un gaz ou du mercure. Ou encore, une onde dans un ressort dur se déplace avec une vitesse différente que dans un ressort mou. Les ondes sonores se déplacent dans l'air à environ 300 m/s, dans l'eau à 1480 m/s. (Les ondes sonores dans l'eau peuvent être créées facilement dans une piscine, en plongeant puis en poussant un cri sous l'eau.)

La lumière se déplace dans l'espace dit vide (on verra plus loin que l'espace vide n'est en réalité pas vraiment vide) à 300 000 km/s, mais seulement à 200 000 km/s dans le verre.

Exercice

1. De nombreux dominos sont placés les uns à côté des autres dans une position verticale. Si on pousse le premier, il tombera contre le deuxième domino pour qu'il tombe aussi, etc. Ainsi, un changement d'état des dominos traverse la rangée. Qu'est-ce que ce processus a en commun avec une onde ? En quoi diffère-t-il d'une onde ?

4.3 Support d'onde à une, deux et trois dimensions

Nous aimerions trier les ondes que nous avons rencontrées jusqu'à présent, en fonction du nombre de dimensions du support d'onde. Une onde sur une corde se déplace sur une corde, et une corde peut être considérée comme un objet unidimensionnel. Les vagues de l'eau se déplacent sur la surface bidimensionnelle de l'eau. Les ondes sonores sont enfin un exemple pour un support d'onde tridimensionnel.

Si nous voulons suivre la progression d'une onde unidimensionnelle, nous devons concentrer notre vue sur un point, par exemple un maximum de déviation. Dans le cas d'une onde bidimensionnelle, les pics sont des lignes. Le mouvement de l'onde peut donc être observé en regardant une telle ligne. Ces lignes sont appelées les fronts d'onde. Pour les ondes tridimensionnelles, les fronts d'onde sont des surfaces.

Les fronts d'onde peuvent avoir une variété de formes. Cependant, nous rencontrerons souvent des ondes pour lesquelles ils ont une forme simple.

Les ondes bidimensionnelles les plus simples sont celles dont les fronts d'onde sont des lignes droites, Fig.4.5. Pour les ondes tridimensionnelles les plus simples, les fronts d'onde sont des plans. Par conséquent, elles sont appelées *ondes planes*.

Un autre type d'onde simple parmi les ondes bidimensionnelles est l'onde circulaire, Fig.4.6. Une onde circulaire se forme lorsque les ondes s'éloignent de l'émetteur dans toutes les directions. Par exemple, elles sont créées sur une surface d'eau en jetant des cailloux dans l'eau. L'équivalent pour les ondes tridimensionnelles est une *onde sphérique*. Un exemple est l'onde sonore qui s'éloigne d'un ballon qui éclate.

Au fur et à mesure que le courant d'énergie de l'onde s'étend sur une surface sphérique croissant constamment, la déviation maximale de l'onde diminue avec la distance croissante de l'émetteur. Une petite portion d'une onde sphérique peut être considérée approximativement comme une onde plane.



Fig.4.5 Onde bidimensionnelle avec un front d'onde rectiligne



Fig.4.6 Onde bidimensionnelle avec un front d'onde circulaire

4.4 Ondes sinusoïdales

Nous ne sommes pas satisfaits avec une onde unique se déplaçant sur l'eau. Nous souhaiterions que le processus de transport se poursuive. Que pouvons-nous faire ? Eh bien, nous pouvons simplement envoyer plusieurs, ou même un grand nombre, d'ondes individuelles, c'est-à-dire un *train d'ondes*. Pour créer un train d'ondes, il ne suffit pas que le corps qui génère les ondes soit déplacé de haut en bas une unique fois. Nous devons le déplacer de haut en bas encore et encore, c'est-à-dire périodiquement.

Dans chacun de nos exemples, l'émetteur devait effectuer un type de mouvement spécifique : un mouvement de va-et-vient pour une vague d'eau, et un mouvement avant-arrière pour l'onde dans le ressort en acier. Par conséquent, pour créer une onde périodique, ce mouvement doit être périodique.

Si ce mouvement périodique est en forme de sinus, une *onde sinusoïdale* en résultera.

Une onde sinusoïdale dans une corde peut être détectée facilement, car un instantané de la corde a précisément la forme d'un graphe de la fonction sinus. Imaginons prendre plusieurs instantanés de la corde à quelques instants consécutifs, Fig. 4.7. La première image montre une forme sinusoïdale, la deuxième aussi, la troisième aussi, etc. Mais les trois images sont décalées l'une par rapport à l'autre.

En termes mathématiques, ce comportement d'une onde sur une corde est décrit par la fonction

$$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]. \quad (4.1)$$

Ici, x est la coordonnée de position dans la direction de propagation de l'onde, t est le temps. La variable dépendante y représentera plus tard une variété de grandeurs physiques : le niveau d'eau au-dessus du niveau normal dans le cas d'une onde à la surface de l'eau (vague), la pression ou la vitesse de l'air dans le cas d'une onde sonore, l'intensité du champ électrique ou du champ magnétique dans le cas d'une onde électromagnétique. Pour l'onde sur une corde dont nous parlons actuellement, y est la *dévi*ation : l'écart de position de la corde par rapport à la position de repos, transversalement à la direction de propagation de l'onde. Dans le cas d'une onde longitudinale comme sur la Fig. 4.4, la déviation y a la même direction que la direction de propagation.

Tout comme dans le cas d'une oscillation, \hat{y} est également appelé ici amplitude.

La particularité de la fonction (4.1) est le fait que y dépend de deux variables indépendantes : de la position x et du temps t .

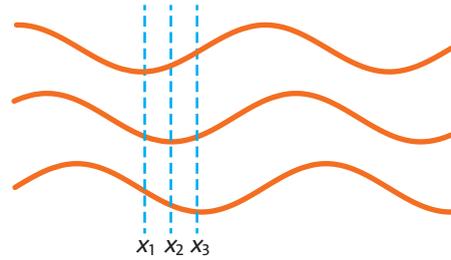


Fig. 4.7 Trois instantanés d'une corde à travers laquelle se déplace une onde sinusoïdale

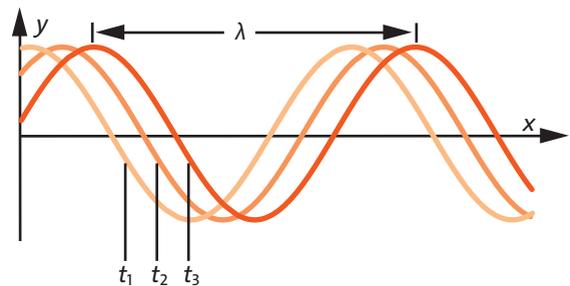


Fig. 4.8 Les fonctions qui correspondent aux trois instants t_1 , t_2 et t_3 ne diffèrent les unes des autres que dans la phase à l'origine.

Faire un instantané de l'onde à un instant spécifique du temps t_1 signifie insérer une valeur spécifique t_1 dans l'équation (4.1) pour le temps. Le résultat est une fonction qui ne dépend que d'une seule variable indépendante, c'est-à-dire de x :

$$y_{t_1}(x) = \hat{y} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_1}{T} \right) \right].$$

Les fonctions qui correspondent aux instantanés aux instants ultérieurs t_2 et t_3 sont

$$y_{t_2}(x) = \hat{y} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_2}{T} \right) \right],$$

$$y_{t_3}(x) = \hat{y} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t_3}{T} \right) \right].$$

La Fig. 4.8 montre les graphiques des trois fonctions $y_{t_1}(x)$, $y_{t_2}(x)$ et $y_{t_3}(x)$. Nous pouvons voir que le choix de l'instant de l'instantané n'a d'influence que sur la phase à l'origine de la fonction. Pour l'image, cela signifie que la ligne sinusoïdale se déplace vers la droite au fil du temps.

« Instantané » signifie : choisir un instant du temps, par exemple t_1 , et considérer y en fonction de la position, c'est-à-dire la fonction $y_{t_1}(x)$. Nous aimerions

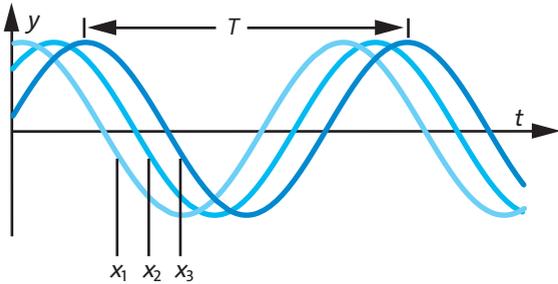


Fig. 4.9 Les fonctions qui correspondent aux trois positions x_1 , x_2 et x_3 ne diffèrent les unes des autres que dans la phase à l'origine.

maintenant inverser les choses. Nous choisissons une position fixe x_1 et nous laissons courir le temps :

$$y_{x_1}(t) = \hat{y} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right].$$

C'est l'équation d'une oscillation sinusoïdale. Sa phase à l'origine est $2\pi \cdot x_1/\lambda$. Autrement dit : à chaque position x , le support de l'onde effectue un mouvement sinusoïdal, par exemple au point x_1 ou au point x_2 ou x_3 sur la Fig. 4.7. Les graphes des fonctions des mouvements correspondants sont affichés Fig. 4.9.

La distance entre deux pics adjacents du graphe de la Fig. 4.8 correspond à la *longueur d'onde* λ . La distance entre deux pics du graphe de la Fig. 4.9 correspond à la période T .

Vous avez vu qu'il faut beaucoup de temps pour décrire la fonction (4.1). Si vous faites plus confiance à l'ordinateur qu'aux mathématiques, vous pouvez vous convaincre beaucoup plus facilement que l'équation (4.1) décrit une onde. Il suffit d'entrer la fonction dans un programme d'algèbre, et de l'afficher sous forme d'animation. Si seule la progression qualitative est pertinente, il suffira d'entrer la fonction

$$y = \sin(x - t).$$

(Votre ordinateur a peut-être besoin d'autres noms pour les variables.)

L'équation 4.1 ne décrit qu'une onde unidimensionnelle, par exemple une onde sur une corde. Mais il existe aussi des ondes sinusoïales à deux et trois dimensions. La coordonnée de position x sera alors mesurée dans le sens de propagation de l'onde. Cela signifie que les fronts d'onde doivent être des lignes droites pour une onde bidimensionnelle, et des plans pour une onde tridimensionnelle. La Fig. 4.10 montre une onde sur un support d'onde bidimensionnel.

Une onde circulaire (sur un support bidimensionnel) et une onde sphérique (sur un support tridimen-

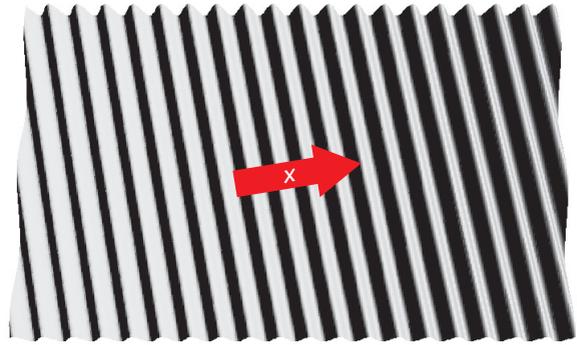


Fig. 4.10 Section d'une onde sinusoïdale sur un support bidimensionnel, par exemple sur une surface d'eau

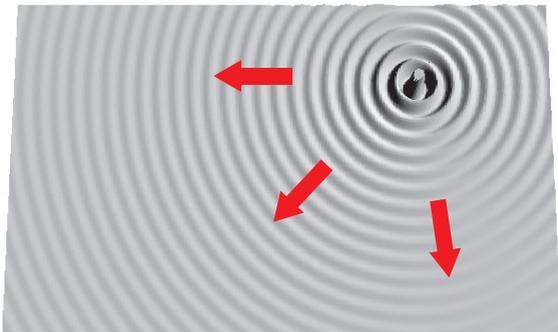


Fig. 4.11 Onde circulaire sur un support bidimensionnel

sionnel) ne peuvent jamais être de vraies ondes sinusoïales. Même si l'émetteur décrit un mouvement sinusoïdal, la déviation maximale, c'est-à-dire l'« amplitude », diminuera vers l'extérieur, Fig. 4.11.

Exercices

1. Nous observons une onde sinusoïdale à la surface de l'eau. La coordonnée x dans l'équation d'onde (4.1) doit être mesurée dans la direction de propagation de l'onde. Maintenant, nous modifions le système de coordonnées, de manière à ce que la direction x soit parallèle aux fronts d'onde. Comment l'équation (4.1) changera-t-elle ?
2. Les vagues d'eau sur la mer ou sur un étang ont parfois une forme presque sinusoïdale. Quelles longueurs d'onde peut-on trouver ?
3. Comparez les « instantanés » de la fonction de l'équation (4.1) pour $t = 0 \cdot T$, $t = 1 \cdot T$, $t = 2 \cdot T$, et $t = 3 \cdot T$. Expliquez le résultat.
4. L'équation

$$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right].$$

décrit également une onde. (Veuillez noter le signe plus dans l'argument de la fonction sinus.) Quelle est la différence entre cette onde et celle décrite par l'équation (4.1) ?

4.5 La relation entre la vitesse, la fréquence et la longueur d'onde

Nous examinons comment les crêtes et les creux des ondes sortent de l'émetteur. A chaque période T , exactement une crête complète de l'onde plus un creux complet de l'onde sont émis : un fragment d'onde de longueur λ . Cela signifie que toute l'onde avance de λ pendant l'intervalle de temps T .

On connaît donc la vitesse de l'onde. Comme la vitesse est égale à la distance parcourue divisée par le temps nécessaire pour cette distance, on obtient

$$v = \frac{\lambda}{T}.$$

On remplace maintenant la période T par la fréquence f . Avec $T = 1/f$ on obtient

$$v = \lambda \cdot f.$$

Exemple

Si une onde a la longueur d'onde $\lambda = 2$ m, et si chaque élément du support d'onde oscille à la fréquence 4 Hz, l'onde aura la vitesse :

$$v = 2 \text{ m} \cdot 4 \text{ Hz} = 2 \text{ m} \cdot 4/\text{s} = 8 \text{ m/s}.$$

Exercices

1. La vitesse des ondes sonores dans l'air est d'environ 300 m/s. Quelle est la longueur d'onde de l'onde qui correspond au diapason ? Le diapason a une fréquence de 440 Hz.
2. Les ondes radio ont une vitesse de $v = 300\,000$ km/s. Un émetteur émet avec une fréquence de 98,4 MHz. Quelle est la longueur d'onde correspondante ?

4.6 Ondes sonores

Lors de notre examen des ondes, nous allons toujours faire des allers-retours entre l'analyse des propriétés que tous les types d'ondes ont en commun, et les caractéristiques spéciales de certains types d'ondes. Après avoir présenté de nombreuses propriétés générales, nous allons maintenant examiner en détail deux types d'ondes particuliers, d'abord les ondes sonores, et ensuite les ondes électromagnétiques.

L'air est le support des ondes sonores. L'air étant invisible, les ondes sonores ne sont pas non plus visibles. (Cependant, il n'y a généralement rien de visible non

plus d'une onde sonore se déplaçant à travers un matériau solide. L'amplitude est tout simplement trop petite.) Mais le fait que le son doit être une onde dans l'air peut effectivement être vu, en regardant la formation du son dans un haut-parleur. Il nous faut une enceinte dont la membrane n'est pas recouverte, c'est-à-dire une enceinte sans son caisson.

La Fig. 4.12 montre la conception d'un haut-parleur. La membrane est suspendue, de manière à pouvoir se déplacer élastiquement et perpendiculairement au haut-parleur. Une bobine est fixée à l'arrière de la membrane. La bobine se trouve au sein d'un aimant permanent. L'un des pôles magnétiques est situé du côté extérieur de la partie interne de l'aimant, l'autre du côté intérieur de la partie externe. Lorsqu'un courant électrique traverse la bobine, elle est poussée vers l'avant ou vers l'arrière — selon la direction du courant électrique — par le champ magnétique. De ce fait, la membrane est également déplacée.

Nous connectons le haut-parleur à une batterie au moyen d'un interrupteur, Fig. 4.13. Si nous fermons

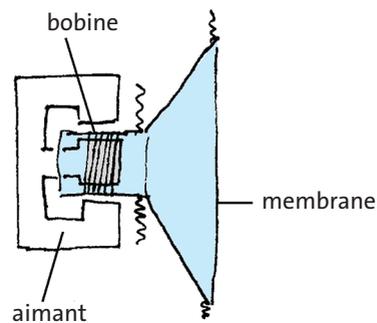


Fig. 4.12 Conception d'un haut-parleur

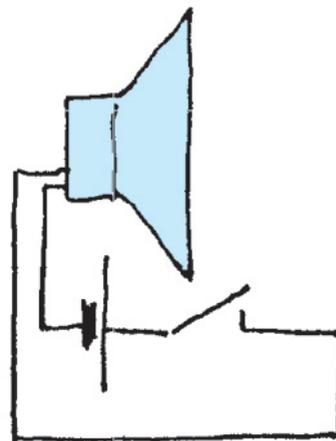


Fig. 4.13 On peut entendre un bruit de craquement lors de la fermeture et de l'ouverture de l'interrupteur.

maintenant l'interrupteur, nous entendons un craquement. Et si nous ouvrons l'interrupteur, il y aura un autre craquement. Lors de la mise en marche du système, nous pouvons également voir comment la membrane bouge de sa position de repos initiale, tout comme nous pouvons la voir revenir en arrière lors de l'arrêt.

Le déplacement rapide de la membrane fait que la pression de l'air, qui se déplace directement devant la membrane, augmente au-delà, ou chute en dessous de la pression normale. Cet écart par rapport à l'état normal de l'air se détache du haut-parleur de lui-même et s'éloigne. Cet écart par rapport à l'état normal se propageant est ce que nous appelons une onde sonore.

L'air se déplace d'avant en arrière dans la même direction dans laquelle l'onde sonore se déplace. Par conséquent, le son est une onde longitudinale — du moins dans l'air. Plus tard, nous en apprendrons davantage sur les ondes acoustiques transversales. De telles ondes transversales, cependant, ne peuvent exister que dans des matériaux solides.

Il existe également une autre expérience plus simple, qui démontre que le support du son doit être l'air, Fig. 4.14. Une sonnette électrique est reliée à une pile, et placée sous un dôme de verre. Pendant que la sonnette sonne, l'air est pompé hors du dôme. Pendant le pompage, le son devient de plus en plus faible, jusqu'à ce qu'il ne soit presque plus entendu. Dès que nous laisserons l'air revenir, la sonnerie redeviendra forte.

Le fait que nous puissions encore entendre quelque chose, malgré l'air manquant, est dû au fait que le son est également transporté à travers des substances solides, dans ce cas la base du dôme en verre.

L'air est généralement le support des ondes sonores. Le son (dans l'air) est une onde longitudinale.

Nous connectons un haut-parleur à une source d'énergie électrique qui connecte et déconnecte périodiquement la source de tension. La Fig. 4.15 montre cette « onde de tension carrée » en fonction du temps. La source doit être conçue de manière à ce que la fréquence puisse être modifiée. Pour commencer, nous choisissons une fréquence très basse : environ 1 Hz. Nous pouvons entendre deux craquements par seconde — un lors de chaque mise en marche et un lors de chaque arrêt.

Maintenant, nous augmentons lentement la fréquence. Les bruits de craquement se succèdent de plus en plus rapidement. En atteignant environ 20 Hz, notre oreille ne pourra plus percevoir séparément les

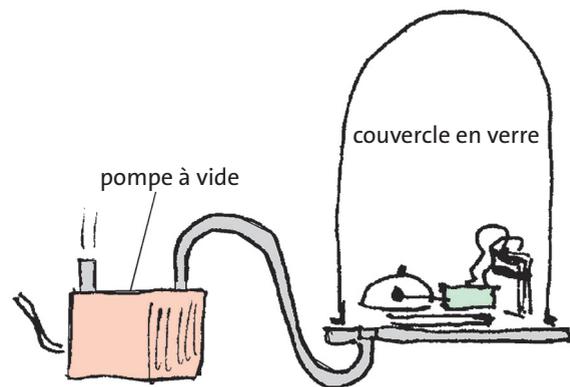


Fig. 4.14 Lorsqu'il n'y a plus d'air dans le dôme de verre, la sonnette ne se fait (presque) plus entendre.

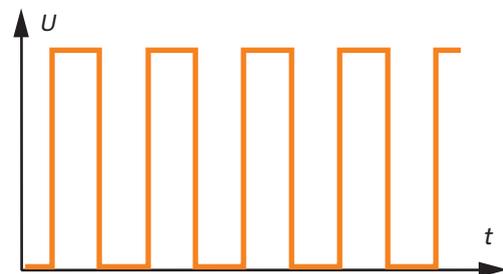


Fig. 4.15 « Onde de tension carrée »

bruits de craquement. Ce que nous entendons est un son : une sensation durable et constante.

Le son que nous percevons au début est un son grave. Si nous augmentons encore la fréquence, il deviendra de plus en plus aigu.

Au lieu d'une tension carrée, nous appliquons maintenant une tension sinusoïdale au haut-parleur. Encore une fois, nous commençons par une fréquence très basse. Mais cette fois on n'entend rien en dessous de 20 Hz. Notre système auditif n'est sensible qu'aux ondes sinusoïdales dans une plage de fréquence spécifique : environ de 20 Hz à 20 000 Hz. Au fur et à mesure que nous vieillissons, cette plage diminue. Avec un âge croissant, la limite supérieure se déplace vers des valeurs de fréquence inférieures.

Notre système auditif est sensible aux ondes sinusoïdales avec des fréquences d'environ 20 Hz à 20 kHz. Plus la fréquence est élevée, plus le son est aigu.

Dans une onde sonore sinusoïdale, la vitesse v de l'air ainsi que l'écart Δp par rapport à la pression normale se comportent selon l'équation (4.1). Par conséquent,

Ondes sonores

ce qui suit s'applique

$$v(x,t) = \hat{v} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \quad (4.2)$$

et

$$\Delta p(x,t) = \Delta \hat{p} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]. \quad (4.3)$$

Le fait que la coordonnée de position x se trouve dans l'argument de la fonction sinus, mais pas y ni z , signifie que l'onde se déplace dans la direction x . Ainsi, les équations décrivent une onde sonore plane.

Nous mesurons la vitesse d'une onde sonore, Fig. 4.16. L'onde est créée par quelqu'un qui tape dans ses mains.

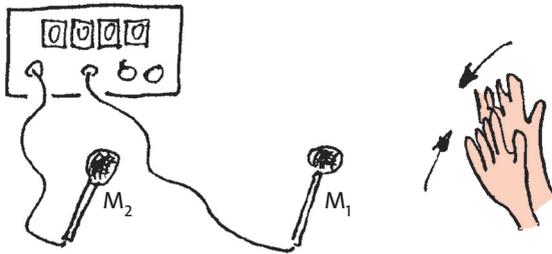


Fig. 4.16 Mesure de la vitesse d'une onde sonore

L'onde passe successivement par les microphones M_1 et M_2 . Ces microphones sont reliés à un chronomètre électronique. Lorsqu'un signal provient de M_1 , le chronomètre démarre, et s'arrête lorsqu'un signal provient de M_2 . Par conséquent, il mesure le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance de M_1 à M_2 .

Nous obtenons la vitesse de l'onde en divisant la distance entre les microphones par le temps chronométré. La mesure n'est pas très précise. Avec une méthode de mesure plus précise, nous pourrions constater que la vitesse du son dépend de la température. Mémorisez 300 m/s comme valeur approximative.

La vitesse des ondes sonores dans l'air est d'environ 300 m/s.

Le son créé par la membrane du haut-parleur est une onde longitudinale. Nous aimerions créer une onde sonore transversale en tant qu'expérience de pensée. Au lieu de déplacer la membrane dans le sens de son axe perpendiculaire, on la déplace en un mouvement de va-et-vient parallèlement à elle-même. Vous pouvez imaginer qu'il n'est pas nécessaire d'essayer cela. Cela ne peut pas fonctionner, car la membrane glisse

simplement devant l'air au lieu de mettre l'air en mouvement. La situation est similaire pour les liquides.

Dans les gaz et les liquides, seules des ondes sonores longitudinales peuvent exister. Les choses sont différentes dans les matériaux solides. Bien qu'ils soient difficiles à déformer en raison de leur dureté, chaque matériau a une certaine élasticité, et peut donc être déformé dans une certaine mesure. Un bref impact contre l'extrémité d'une longue barre entraîne une légère déformation qui traverse la barre, Fig. 4.17.

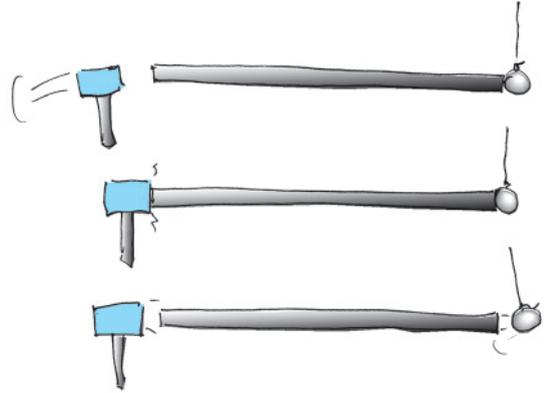


Fig. 4.17 Une onde sonore est créée avec un marteau. L'onde sonore qui arrive repousse la balle.

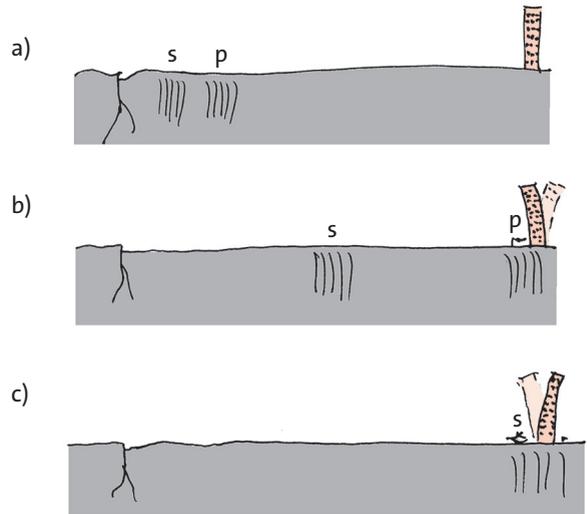


Fig. 4.18 (a) Formation d'ondes sismiques. (b) Un peu plus tard, les ondes P atteignent le gratte-ciel. (c) Les ondes S arrivent au gratte-ciel encore plus tard.

Les tremblements de terre sont un exemple d'ondes transversales dans les matériaux solides. À partir du lieu d'origine du séisme, les ondes s'éloignent dans toutes les directions. Même à une distance allant jusqu'à une centaine de kilomètres, elles peuvent pro-

voquer des destructions, Fig. 4.18. On peut observer que les ondes sismiques arrivent en deux phases : d'abord les ondes P (P pour primaire) et ensuite les ondes S (S pour secondaire). Les ondes P sont des ondes longitudinales, tandis que les ondes S sont des ondes transversales (voici une autre façon de s'en souvenir : P pour pousser, et S pour secouer). Les ondes P se déplacent environ deux fois plus vite que les ondes S.

Exercices

1. Nommez différentes sources sonores, c'est-à-dire des générateurs d'ondes sonores.
2. Quelle est la fréquence d'une onde sonore d'une longueur d'onde de 2 m ?
3. Quelles sont les longueurs d'onde du son le plus grave et du son le plus aigu que nous pouvons entendre ?
4. La vitesse du son augmente avec l'augmentation de la température de l'air. En supposant qu'une onde sonore sinusoïdale se déplace d'une zone d'air froid vers une zone d'air chaud, que deviennent sa fréquence et sa longueur d'onde ?
5. Pendant un orage, vous voyez des éclairs et entendez le tonnerre 10 secondes plus tard. A quelle distance de vous se trouve l'orage ?

4.7 Ondes électromagnétiques

Nous aimerions créer une onde électromagnétique. Par conséquent, nous utilisons la même méthode que pour la création d'autres ondes : nous devons nous assurer que l'état d'un support changera rapidement à un certain point. En tant qu'émetteur, nous utilisons un fil dans lequel un courant électrique peut circuler. Pendant que le courant circule, le fil est entouré d'un champ magnétique. On peut donc changer l'état de l'environnement du fil : lorsqu'aucun courant ne circule, il n'y a pas de champ magnétique ; lorsqu'un courant circule, un champ existe.

En établissant et en coupant le courant très rapidement au moyen de la fermeture et de la réouverture d'un interrupteur dans un court laps de temps, on peut provoquer un changement rapide de l'état de l'environnement du fil. L'état modifié — c'est-à-dire le champ magnétique — se détache du fil et s'éloigne de lui-même, Fig. 4.19. Pour comprendre comment le champ magnétique peut s'éloigner, il faut se rappeler qu'à chaque fois qu'un champ magnétique change, un champ électrique apparaît ou disparaît. Un autre champ magnétique apparaît ou disparaît par le changement du champ électrique. Ces processus interdé-

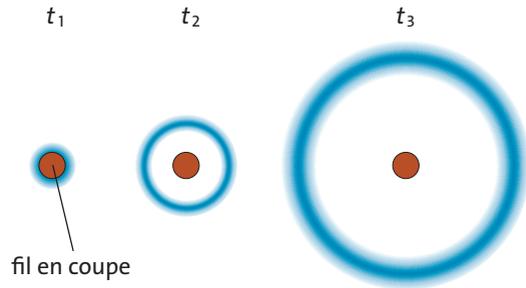


Fig. 4.19 Le fil et l'onde (en coupe transversale) à trois instants différents. Le courant électrique est établi et coupé très rapidement.

pendants constituent l'onde. Ainsi, non seulement un champ magnétique s'éloigne du fil, mais aussi un champ électrique. Vous comprenez maintenant pourquoi ces ondes sont appelées ondes électromagnétiques.

Si nous activons et désactivons un courant électrique dans un fil, une onde électromagnétique s'éloignera du fil.

Bien que la manière dont nous avons décrit la formation d'une onde électromagnétique fonctionne en principe, sa faisabilité pratique est très faible, car il est difficile d'établir et de couper un courant électrique assez rapidement pour créer une onde observable. Si nous utilisons un interrupteur commun, le processus de commutation sera beaucoup trop lent pour nos besoins : lorsque vous touchez les contacts pour la première fois, le courant commence à monter relativement « lentement ». De plus, l'intensité du courant ne diminue pas aussi vite que nous le souhaiterions, lorsque l'interrupteur est ouvert. Une meilleure méthode consiste à créer une décharge d'étincelle au moyen d'une très haute tension. Une telle décharge d'étincelle s'accompagne d'un changement beaucoup plus important du courant électrique.

En principe, une onde électromagnétique pourrait aussi être créée d'une autre manière : en prenant un aimant permanent et en le déplaçant très rapidement d'avant en arrière. Dans ce cas également, le champ magnétique change. Cette méthode, cependant, ne fonctionne pas bien, car nous ne pourrions pas déplacer l'aimant assez rapidement.

Mais comment savoir si une onde a été créée ? Nous avons besoin d'un appareil qui réagisse à l'arrivée de l'onde : une « antenne réceptrice ». La méthode la plus simple : nous allumons un récepteur radio et nous le réglons sur ondes courtes, moyennes, ou longues

(seule la FM n'est pas pratique pour notre propos). Chaque fois qu'une des ondes créées par nous arrive, nous entendons un bruit de craquement. L'arrivée de l'onde peut également être rendue visible. Nous connectons les deux extrémités d'un fil à l'entrée d'un oscilloscope, Fig. 4.20. Le fil forme une bobine avec un seul enroulement. L'arrivée de l'onde signifie un changement du champ magnétique dans cette bobine. Ce changement de champ magnétique provoque une tension entre les extrémités de la bobine. Nous avons appelé ce processus induction électromagnétique. Comme le changement se produit dans un laps de temps très court, seule une « impulsion de tension » très courte est produite. Cette impulsion est visible sur l'écran de l'oscilloscope.

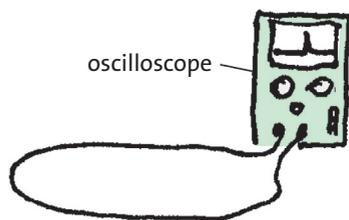


Fig. 4.20 La boucle de fil est l'antenne de réception. Dans cette antenne, une tension est induite par l'onde qui arrive. L'oscilloscope indique cette tension.

Une question importante reste sans réponse : quel est le milieu dans lequel se déplace l'onde électromagnétique ? Quel est le support de l'onde ? Ce ne peut pas être l'air : les ondes électromagnétiques se déplacent également dans des espaces sans matière. La lumière, qui est bien une onde électromagnétique, parcourt sans problème les 150 millions de km du Soleil à la Terre, c'est-à-dire à travers un espace pratiquement exempt d'air et de toute autre matière. (L'atmosphère de la Terre n'a qu'une épaisseur de quelques kilomètres.)

Nous pouvons donc conclure que l'espace dit vide doit contenir quelque chose qui assume le rôle de support des ondes électromagnétiques. Quand on a découvert que la lumière est une onde, ce « quelque chose » a été appelé « éther ». Au début, les scientifiques croyaient que la lumière était une onde mécanique dans cet éther, c'est-à-dire une onde dont le support se déplace tout comme l'air se déplace dans le cas des ondes sonores. Ce n'est que plus tard qu'ils ont découvert que le changement d'état du support des ondes électromagnétiques n'est pas une déformation, et que ce support a également d'autres caractéristiques surprenantes.

Par conséquent il a été renommé, parce que trop de concepts obsolètes avaient été associés au nom « éther ». Ce nouveau nom est « vide », ce qui signifie « vacuité ».

Le support des ondes électromagnétiques est appelé « vide ».

Il ne faut pas se méprendre sur ce nom. Le vide n'est pas la même chose que « rien ». Rien signifie qu'il n'y a pas de substance du tout. Dans un récipient vide, en revanche, il peut encore y avoir autre chose. Une bouteille de coca vide ne contient plus de coca, mais il y a généralement de l'air à l'intérieur. Dans un distributeur automatique de chewing-gums vide, il n'y a plus de chewing-gums, mais il y a toujours tout le mécanisme du distributeur automatique. Et bien que nous ne puissions plus extraire d'énergie électrique d'une batterie vide, la batterie est encore pleine de sulfate de plomb et d'acide sulfurique.

Quand on dit qu'il y a du vide dans une région de l'espace, on veut dire que, bien qu'il n'y ait pas de matière au sens chimique, il peut encore y avoir autre chose : précisément le support de l'onde électromagnétique. Tant qu'aucune onde ne se déplace dans le vide, le vide est dans son « état fondamental ».

Les ondes électromagnétiques que nous avons créées étaient de courtes impulsions, similaires aux quelques impulsions d'ondes sonores individuelles dans l'air que nous avons créées avec le haut-parleur au début. Pour créer une onde permanente, nous devons établir et couper le courant électrique dans notre antenne émettrice en répétition rapide. Et si nous voulons avoir une onde sinusoïdale électromagnétique, nous devons envoyer un courant alternatif de forme sinusoïdale à travers le fil. Cependant, pour que l'antenne émette une onde, la fréquence doit être très élevée. Seule une onde extrêmement faible se formera avec les 50 Hz du courant alternatif usuel.

Dans une onde sinusoïdale, l'intensité du champ électrique E ainsi que l'intensité du champ magnétique H se comportent conformément à l'équation (4.1).

Ainsi, nous avons :

$$\Delta p(x,t) = \Delta \hat{p} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]. \tag{4.4}$$

und

$$H(x,t) = \hat{H} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]. \tag{4.5}$$

Dans ce contexte également, le fait que la coordonnée de position x , mais ni y ni z , ne se trouvent dans l'argument de la fonction sinusoïdale, signifie que l'onde se

déplace dans la direction x . Les équations décrivent une onde électromagnétique plane.

A la fois la direction du vecteur d'intensité du champ électrique et celle du vecteur d'intensité du champ magnétique sont orthogonales à la direction x . De plus, les vecteurs d'intensité du champ électrique et du champ magnétique sont orthogonaux l'un à l'autre. Lorsque nous positionnons l'axe y dans la direction de l'intensité du champ électrique, le vecteur d'intensité du champ magnétique pointe dans la direction z , Fig. 4.21.

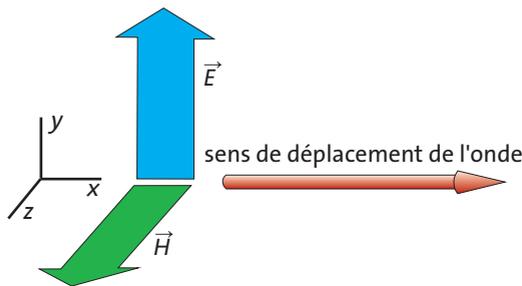


Fig. 4.21 Vecteur d'intensité du champ électrique, vecteur d'intensité du champ magnétique et direction de propagation d'une onde électromagnétique

Gardez à l'esprit que l'intensité du champ électrique et celle du champ magnétique sont « en phase » : lorsque l'intensité du champ électrique atteint une valeur maximale, l'intensité du champ magnétique a également une valeur maximale.

Vous connaissez déjà la vitesse de déplacement des ondes électromagnétiques. Dans le vide, elle est de 300 000 km/s.

Des ondes électromagnétiques, de longueurs d'onde variées, nous environnent à tout moment. D'une part, il existe des sources naturelles d'ondes électromagnétiques de diverses longueurs d'onde. D'autre part, des ondes de nombreuses longueurs d'onde différentes sont également générées et utilisées techniquement.

La gamme de longueurs d'onde des ondes que nous créons ou observons s'étend d'un milliardième de nanomètre jusqu'à des kilomètres. Bien que ces ondes soient toutes de même nature, et bien qu'elles ne diffèrent les unes des autres que par leur longueur d'onde, les méthodes de création sont très différentes. De plus, beaucoup de choses se produisent lorsque des ondes de diverses gammes de longueurs d'onde frappent la matière. C'est la raison pour laquelle elles peuvent être utilisées à des fins diverses, et c'est pourquoi les ondes ont reçu des noms différents selon la gamme de longueurs d'onde : rayonnement gamma, rayons X,

rayonnement ultraviolet (ou lumière ultraviolette), lumière (« visible »), rayonnement infrarouge (ou lumière infrarouge), micro-ondes, ondes radio.

Exercices

1. Pourquoi un orage interfère-t-il avec la réception radio ?
2. Nommez différentes sources d'ondes électromagnétiques.
3. Comment pouvons-nous dire à partir des équations (4.4) et (4.5) que les intensités du champ électrique et du champ magnétique sont en phase ?
4. Dessinez en perspective un système tridimensionnel de coordonnées de position x , y et z . Esquissez les lignes de champ électrique (dans une couleur) et les lignes de champ magnétique (dans une couleur différente) à un instant défini (instantané).

4.8 Transport d'énergie par les ondes

Les ondes transportent de l'énergie. Nous aimerions examiner le transport d'énergie par des ondes sinusoidales à titre d'exemple. Tout d'abord, nous allons formuler la question plus clairement.

Le transport d'énergie est décrit par la grandeur physique P , c'est-à-dire l'intensité du courant d'énergie, ou le courant d'énergie, en abrégé. Cette grandeur nous indique la quantité d'énergie qui traverse une zone choisie par seconde. Aucune énergie ne circule à travers une surface parallèle à la direction de propagation de l'onde. Nous choisissons donc la surface orthogonale à la direction de propagation, c'est-à-dire parallèle aux fronts d'onde, Fig. 4.22.

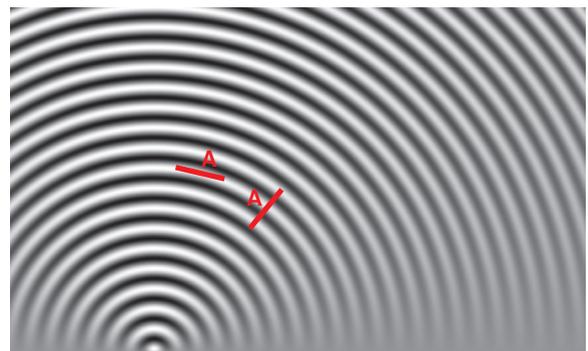


Fig. 4.22 Aucune énergie ne circule à travers la surface A parallèle à la direction du mouvement de l'onde (à droite). Le courant d'énergie atteint son maximum lorsque la surface est parallèle aux fronts d'onde (à gauche).

Mais le courant d'énergie dépend bien sûr de la taille de la surface. Lorsque l'on cherche une mesure du flux d'énergie indépendante de la surface, il faut diviser par la surface. On obtient ainsi le courant d'énergie par surface, c'est-à-dire la *densité de courant d'énergie* j_E :

$$j_E = \frac{P}{A}$$

Densité de courant d'énergie
= courant d'énergie divisé par la surface

Comme l'onde est une onde sinusoïdale, la densité de courant d'énergie changera à chaque point au rythme de l'onde qui passe.

Bien que l'intensité du courant d'énergie qui change au fil du temps puisse être calculée, nous nous intéresserons dans la plupart des cas davantage à sa valeur moyenne dans le temps. Par conséquent, nous souhaitons connaître :

$$\overline{j_E} = \text{moyenne en temps de } j_E.$$

Nous cherchons la relation entre cette densité de *courant d'énergie moyenne* et les autres grandeurs que nous utilisons pour décrire l'onde. Mais quelles autres grandeurs ? Nous pouvons décrire la même onde avec différentes grandeurs : ondes sonores par la vitesse ou la pression, équations (4.2) et (4.3), ondes électromagnétiques par l'intensité du champ électrique ou magnétique, équations (4.4) et (4.5). Et il y a même d'autres possibilités. Chacune de ces grandeurs se comporte cependant selon une équation de même forme : l'équation (4.1) que nous répétons encore une fois ici :

$$y(x,t) = \hat{y} \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]. \quad (4.6)$$

Quelles que soient les grandeurs que nous regardons, les caractéristiques essentielles de la relation avec j_E sont les mêmes. Dans ce qui suit, vous pouvez imaginer que nous utilisons y pour décrire le mouvement de l'air dans une onde sonore. Mais le résultat s'appliquera également aux autres grandeurs.

Au lieu de faire des calculs longs et complexes, nous allons établir la relation au moyen d'intuitions habiles. Dans un premier temps, nous testons l'hypothèse la plus simple à laquelle nous puissions penser : la valeur moyenne temporelle de j_E est proportionnelle à la valeur moyenne temporelle de y , c'est-à-dire :

$$\overline{j_E} \sim \overline{y(x,t)} = \hat{y} \cdot \overline{\sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]}.$$

Cependant, cette relation ne peut pas être correcte, car la moyenne temporelle du terme sinusoïdal du côté droit de l'équation est nulle. La densité moyenne du courant d'énergie serait donc également nulle, ce qui n'est certainement pas le cas. Une hypothèse légèrement plus compliquée serait que la valeur moyenne de j_E est proportionnelle à la valeur moyenne du carré de y . Comme vous le savez, le carré d'un nombre est toujours positif. Par conséquent, ce qui suit s'appliquerait

$$\overline{j_E} \sim \overline{y(x,t)^2} = \hat{y}^2 \cdot \overline{\left\{ \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \right\}^2}. \quad (4.7)$$

La valeur moyenne temporelle de la parenthèse du terme de droite de l'équation est 1/2.

Par conséquent, nous aurions

$$\overline{j_E} \sim \frac{1}{2} \hat{y}^2.$$

Selon cette hypothèse, la densité du courant d'énergie moyenne serait proportionnelle au carré de l'amplitude — et c'est en fait correct. Peu importent les grandeurs que nous utilisons pour décrire l'onde dans ce contexte : la pression ou la vitesse pour l'onde sonore, l'intensité du champ électrique ou magnétique pour l'onde électromagnétique. La densité de courant d'énergie moyenne nous indique combien d'énergie est transportée par l'onde, et donc aussi à quel point l'onde est « vigoureuse » à un certain point, c'est-à-dire la « force » du mouvement en cas d'onde mécanique, et la « force » des champs dans le cas d'une onde électromagnétique. Comme nous ferons souvent référence à cette caractéristique dans ce qui suit, nous introduisons un nom abrégé pour la longue dénomination « moyenne temporelle de la densité de courant d'énergie » : *intensité énergétique*.

L'intensité énergétique d'une onde sinusoïdale est proportionnelle au carré de l'amplitude.

Exercices

1. Non seulement le courant d'énergie est proportionnel au carré des grandeurs pouvant admettre des valeurs positives et négatives, mais aussi le contenu énergétique. Donnez quatre exemples. Si vous ne vous souvenez pas des formules, cherchez dans votre manuel de physique. C'est aussi une bonne occasion de les mémoriser.
2. Pourquoi la valeur moyenne temporelle du terme sinus du côté droit de l'équation (4.7) est-elle égale à 1/2 ?

4.9 Deux ondes au même endroit

Nous examinons ce qui se passe lorsque deux ondes entrent en collision l'une avec l'autre. Y aura-t-il un clash ?

Nous pouvons mieux le voir dans le cas des ondes sur une corde. Nous envoyons simultanément une onde de chacune des deux extrémités d'une longue corde qui repose sur le sol, Fig. 4.23. Les ondes se rapprochent, puis deux ondes s'éloignent dans les deux sens du point de rencontre. Que s'est-il passé ? Les deux ondes ont-elles rebondi l'une sur l'autre ? Se sont-elles réfléchies l'une sur l'autre ?

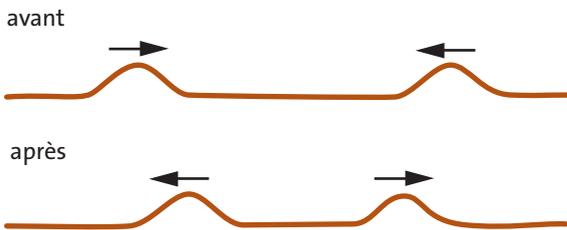


Fig. 4.23 Les ondes se sont-elles réfléchies l'une sur l'autre ?

Nous modifions légèrement l'expérience. D'une extrémité de la corde, nous envoyons une déviation vers un côté (transversal à la corde) et de l'autre extrémité une déviation vers le côté opposé, Fig. 4.24. Les ondes qui arrivent aux extrémités après la collision sont celles qui ont été envoyées par l'extrémité opposée. Par conséquent, les ondes ne se sont pas réfléchies l'une sur l'autre, mais elles se sont « déplacées l'une à travers l'autre ». Une onde n'est pas modifiée par l'autre, et chacune des deux ondes bouge comme si l'autre n'était pas là.

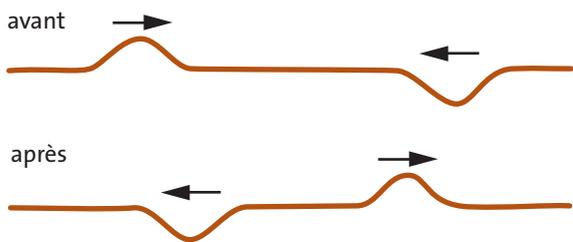


Fig. 4.24 Les ondes se déplacent l'une à travers l'autre.

Voici ce que nous n'avons pas pu voir dans nos expériences car les choses allaient trop vite :

Lorsque les ondes se rencontrent à mi-chemin, les déviations s'additionnent. Pour les ondes de la Fig. 4.23, cela signifie qu'une seule onde avec une double déviation est située au milieu de la corde pendant un moment, Fig. 4.25.

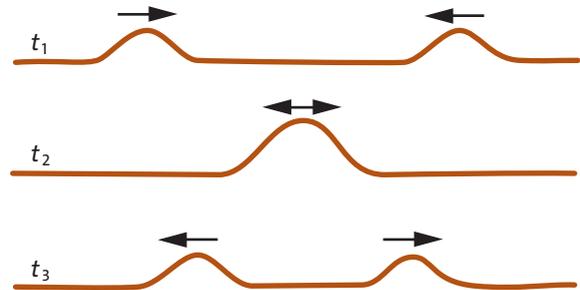


Fig. 4.25 A l'instant t_2 , il y a une crête de l'onde avec une double déviation au centre.

Et dans le cas des ondes de la Fig. 4.24, la corde est complètement rectiligne pendant un moment. Les déviations s'additionnent jusqu'à s'annuler, Fig. 4.26. Bien entendu, cette règle d'addition s'applique déjà avant la collision des ondes, et également après que les ondes se soient éloignées l'une de l'autre. Cependant, la déviation d'une onde sera alors nulle à la place de l'autre onde. Il n'est donc pas surprenant que les ondes puissent se traverser sans être perturbées.

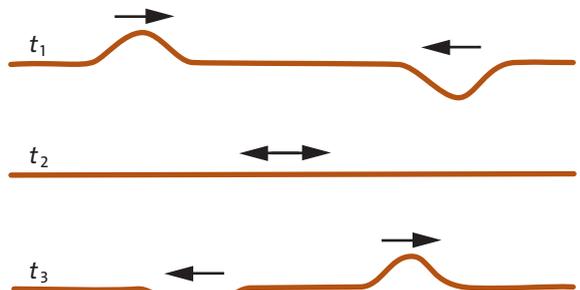


Fig. 4.26 A l'instant t_2 , la corde est complètement rectiligne.

La règle d'addition ne s'applique pas seulement pour les déviations d'une onde sur une corde, mais aussi pour toutes les autres grandeurs que nous avons dénommées au moyen de y : la vitesse, et la variation de pression dans le cas des ondes sonores, et l'intensité du champ magnétique et du champ électrique dans le cas des ondes électromagnétiques.

Deux ondes sinusoïdales – interférence

Ces formulations assez peu pratiques peuvent être résumées comme suit :

Les ondes se déplacent sans être perturbées les unes par les autres.

Tout comme certaines autres règles, cette règle ne s'applique pas toujours. Elle ne sera plus valable si les déviations des ondes sont trop importantes. Exemple : deux grosses vagues dans la mer qui sont sur le point de se briser et qui se rapprochent, ne se croiseront plus sans être perturbées. La plupart des ondes que nous rencontrons, y compris les ondes sonores et électromagnétiques, sont cependant si faibles que notre affirmation est très bien vérifiée.

Exercices

1. Le vent est-il une onde ? Est-ce que « deux vents » peuvent se traverser sans être perturbés ?
2. Lorsque deux ondes électromagnétiques se traversent, les intensités de champ globales peuvent être calculées en additionnant les intensités de champ des deux ondes individuelles. Nous avons déjà rencontré un problème similaire plus tôt lorsque nous discutons des champs électriques et magnétiques simples. Quelle était la règle à l'époque ?

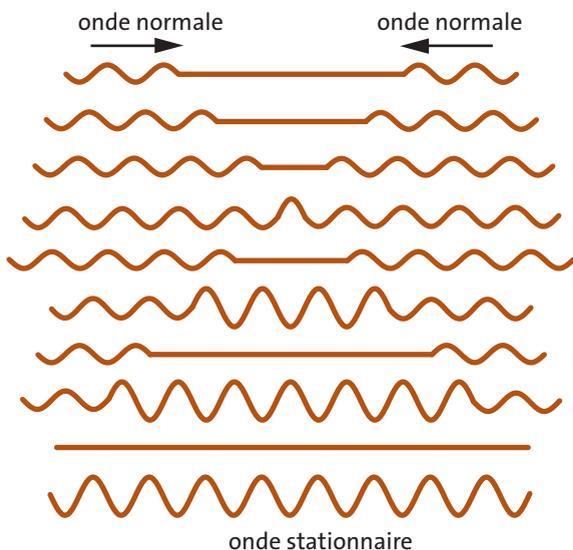


Fig. 4.27 Deux trains d'ondes de forme sinusoïdale se déplacent en des sens opposés et se traversent. Le processus est affiché pour dix instants successifs dans le temps.

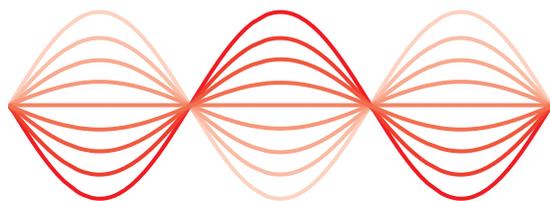


Fig. 4.28 Les différentes nuances de gris correspondent à l'onde stationnaire, à neuf instants différents.

4.10 Deux ondes sinusoïdales – interférence

Expérimentons encore une fois avec la corde : nous l'étendons sur le sol, et nous commençons à envoyer des ondes sinusoïdales à chacune des deux extrémités, Fig. 4.27. Les trains d'ondes se déplacent l'un vers l'autre jusqu'à ce qu'ils se rencontrent et se traversent ensuite.

Ce que nous voyons est assez particulier. Il n'y a plus de mouvement dans l'un ou dans l'autre sens de la corde. La Fig. 4.28 montre une section de la corde à neuf instants différents. La corde est de forme sinusoïdale, mais la hauteur des crêtes et des creux change. Les points où la corde n'est déviée, ni dans l'un, ni dans l'autre sens, de la corde restent fixes, c'est-à-dire qu'ils ne se déplacent pas dans l'un ou l'autre sens de la corde, comme ce serait le cas pour une onde normale.

Un tel phénomène est appelé *onde stationnaire*. Les points de mouvement le plus fort sont les *ventres* ; les points de la corde qui ne bougent pas sont les *nœuds*.

La Fig. 4.29 montre comment les nœuds et les ventres sont formés. Veuillez garder à l'esprit que l'onde stationnaire est une superposition de deux ondes sinusoïdales se déplaçant en des sens opposés. La déviation de l'onde stationnaire peut être obtenue en additionnant les déviations de chacune des deux ondes la composant.

Pour trois instants différents, chaque figure a, b, et c montre en haut les deux composantes de l'onde, et en dessous, elle affiche l'onde qui apparaît réellement par addition. Nous pouvons voir qu'aux ventres, l'amplitude de l'onde stationnaire est deux fois plus grande que dans les ondes composantes : ici, deux déviations de même direction se rejoignent à chaque fois. Aux endroits des nœuds, les déviations de chaque composante de l'onde sont opposées. Leur somme est nulle.

Nous pouvons également constater que la distance entre deux nœuds voisins est d'une demi-longueur d'onde.

La formation d'une onde stationnaire peut être également beaucoup mieux observée en regardant la fonc-

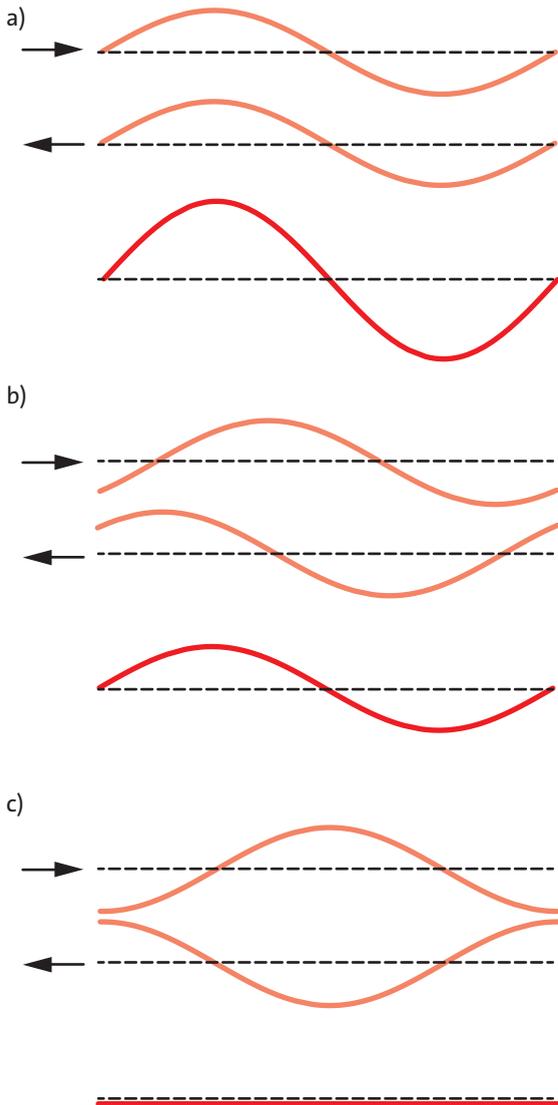


Fig. 4.29 L'onde stationnaire est formée en additionnant les déviations de deux ondes se déplaçant en sens opposés. Les images a, b, et c montrent l'addition pour trois instants dans le temps.

tion d'onde grâce à une animation informatique. Nous entrons :

$$y = \sin(x - t) + \sin(x + t).$$

Le premier terme sur le côté droit décrit une onde se déplaçant vers la droite; le deuxième terme décrit une onde se déplaçant vers la gauche. Par conséquent, la somme représente deux ondes se déplaçant dans des directions opposées.

Pour qu'une onde stationnaire se forme, les amplitudes des ondes se déplaçant en des sens opposés doivent être les mêmes. Mais une amplification et une atténuation se produiront également si les ondes composantes n'ont pas la même amplitude.

Le phénomène par lequel la superposition de deux ondes conduit à une amplification à certains endroits, et à une atténuation ou à une extinction à d'autres, est appelé *interférence*. On dit aussi que les deux ondes interfèrent l'une avec l'autre.

Une *onde stationnaire* apparaît si deux ondes sinusoïdales de même amplitude et de même longueur d'onde se déplacent dans des directions opposées.

La distance entre deux nœuds adjacents est la moitié de la longueur d'onde.

Le processus d'amplification et d'atténuation mutuelle des ondes est appelé *interférence*.

Exercices

1. Que se passe-t-il lorsque deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde mais d'amplitudes différentes se croisent en venant de directions opposées ?
2. Que se passe-t-il lorsque deux ondes sinusoïdales, qui ont la même amplitude et la même longueur d'onde et qui se déplacent dans la même direction, se superposent ?
3. Si vous avez un logiciel de calcul adapté : exécutez comme une animation la fonction $y = \sin(x - t) + \sin(x + t)$. Changez l'amplitude d'une des deux ondes, c'est-à-dire par exemple : $y = \sin(x - t) + (2 \cdot \sin(x + t))$. Changez la fréquence d'une des deux ondes, c'est-à-dire par exemple : $y = \sin(x - t) + \sin(x + 2t)$. Décrivez les résultats.

4.11 Réflexion des ondes

Une méthode pratique pour créer des ondes stationnaires consiste à laisser une onde sinusoïdale se réfléchir. L'onde réfléchie se superpose à l'onde incidente, ce qui se traduit par la formation d'une onde stationnaire. La méthode fonctionne par exemple avec des ondes sur une corde. L'extrémité A de la corde est attachée quelque part. L'extrémité B est déplacée en va et vient de façon sinusoïdale. Une onde sinusoïdale commence à se déplacer à partir de B et est réfléchie en A. Le résultat est une onde stationnaire. Mais cette onde stationnaire n'est bien formée que près de l'extrémité A, car là seulement, les deux parties d'onde ont la même amplitude. En B, l'onde se déplaçant vers A est beaucoup plus forte que l'onde venant de A, car quelque chose de chaque onde se perd en chemin.

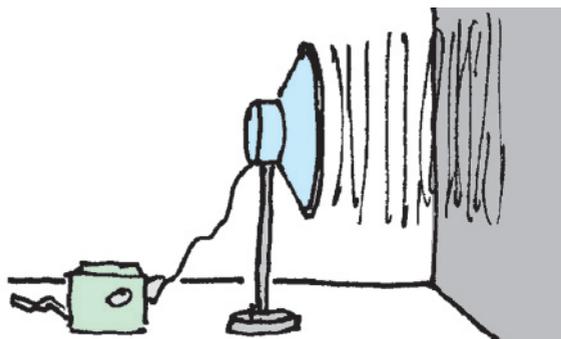


Fig. 4.30 Création d'ondes sonores stationnaires par réflexion sur un mur

Notre méthode pour créer des ondes stationnaires fonctionne également avec des ondes sonores, Fig. 4.30. Le haut-parleur envoie une onde sinusoïdale contre le mur où l'onde est réfléchi. L'onde réfléchi et l'onde incidente se déplacent l'une à travers l'autre, et il en résulte une onde sonore stationnaire.

Nous déplaçons un microphone qui est connecté à un oscilloscope entre le haut-parleur et le mur. Nous pouvons clairement voir les points d'amplification et d'atténuation sur l'oscilloscope. Comme les ondes sonores sont des ondes tridimensionnelles, les nœuds et les ventres sont des surfaces.

Les ondes électromagnétiques sont réfléchies sur des surfaces électriquement conductrices. Si nous laissons une onde électromagnétique se déplacer perpendiculairement contre une paroi métallique, une onde électromagnétique stationnaire se formera. Plus la longueur d'onde est courte, plus le « réflecteur » doit être lisse. Une surface métallique très lisse est nécessaire pour la réflexion de la lumière : un miroir. Si nous envoyons une lumière monochromatique (c'est-à-dire une onde lumineuse de forme sinusoïdale) sur un miroir, une onde lumineuse stationnaire se formera devant le miroir. Comme la longueur d'onde de la lumière est très courte, les nœuds sont cependant si proches les uns des autres qu'il est difficile de les détecter. Plus tard, nous apprendrons une astuce qui nous permet d'augmenter les distances entre les nœuds.

4.12 Oscillations naturelles des supports d'onde

Encore une fois, nous attachons l'extrémité A de notre corde, mais cette fois nous tenons l'extrémité B en l'air et tendons la corde, Fig. 4.31.

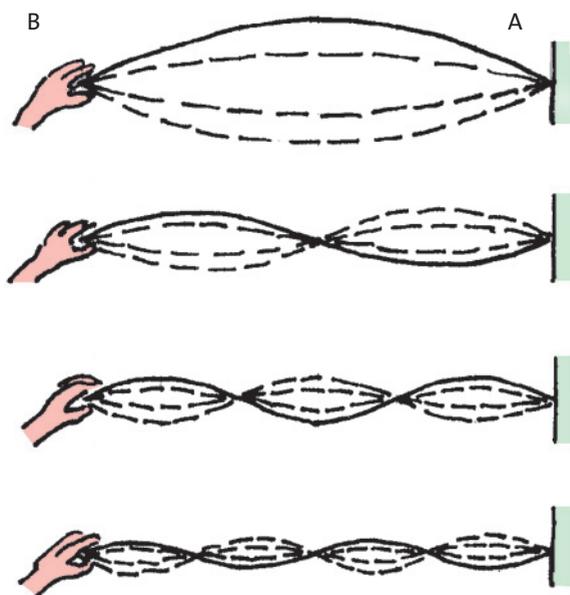


Fig. 4.31 Oscillations naturelles d'une corde. La longueur de la corde peut correspondre à un multiple entier de la moitié de la longueur d'onde.

Elle ne touchera pas le sol pendant toute l'expérience. Par conséquent, le frottement est plus faible que dans les expériences précédentes et les ondes dans la corde sont beaucoup moins atténuées. Comme nous créons ici une onde sinusoïdale, cette onde ne sera pas seulement réfléchi en A, mais elle reviendra en arrière et sera réfléchi une deuxième fois en B, puis une troisième fois en A, et ainsi de suite. Si les crêtes d'onde de retour arrivent en B au bon moment, il y aura une amplification : la déviation de l'onde réfléchi par A s'ajoute à la déviation de l'onde nouvellement créée en B, de manière à ce qu'une amplification se produise. Le mouvement de la corde « se construit » en une onde stationnaire, qui a un nœud à la fois en A et en B. Pour qu'une telle onde se produise, la longueur de la corde ℓ doit correspondre exactement à un multiple entier de la moitié de la longueur d'onde. Ainsi on a :

$$\ell = n \cdot \lambda / 2 \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (4.8)$$

Comme chaque longueur d'onde est associée à une fréquence spécifique, l'extrémité de la corde doit être déplacée avec une fréquence bien spécifique pour obtenir l'une des ondes stationnaires possibles.

Vous avez probablement déjà remarqué que nous avons déjà discuté de ce phénomène plus tôt, dans les sections 3.4 et 3.5. On parle d'*oscillations naturelles* de la corde. Maintenant, nous pouvons voir que de telles

oscillations naturelles peuvent être interprétées comme deux ondes sinusoïdales se déplaçant dans des directions opposées.

Une oscillation naturelle peut être considérée comme deux ondes sinusoïdales se déplaçant dans des directions opposées, avec les propriétés suivantes :

- les amplitudes et les longueurs d'onde sont égales,
- la longueur d'onde est conforme à la condition (4.8).

Nous avons expliqué les ondes stationnaires avec l'exemple des ondes sur une corde, car elles illustrent particulièrement bien les processus : le support d'onde est visible et les mouvements sont assez lents. Mais des ondes stationnaires peuvent également être créées dans ou sur tout autre support d'onde. Cela nécessite deux réflecteurs se tenant l'un en face de l'autre. Selon le type d'onde, diverses choses sont utilisées pour la réflexion, Tab. 4.1.

Les oscillations de la corde d'un instrument de musique peuvent être imaginées comme deux « ondes

Type d'onde	L'onde est réfléchi sur
ondes sur une corde	dispositifs de fixation de la corde
vagues d'eau, ondes sonores	murs lisses
ondes sonores dans un tube	extrémités du tube (fermé ou ouvert)
ondes électromagnétiques	surfaces électriquement conductrices, miroirs

Tab. 4.1 A propos de la réflexion des ondes

sur une corde » se déplaçant l'une en face de l'autre, et les oscillations de l'air dans un instrument à vent peuvent être imaginées comme deux ondes sonores se déplaçant l'une en face de l'autre. Notez qu'un tube ouvert aussi bien qu'un tube fermé réfléchissent l'onde. L'équation (4.8) ne s'applique que lorsque les deux extrémités sont ouvertes, ou lorsque les deux extrémités sont fermées. En effet, certains instruments à vent sont ouverts aux deux extrémités, par exemple la flûte, et d'autres à une seule extrémité, par exemple la clarinette et les cuivres.

Jusqu'à présent, nous avons clarifié les conditions dans lesquelles une onde stationnaire peut exister. Nous savons à quoi doit ressembler l'oscillateur qui effectue les oscillations naturelles. Ce que nous n'avons

pas encore complètement clarifié, c'est la question de savoir comment exciter une oscillation naturelle. En principe, cela fonctionne de la même manière que pour les oscillations simples que nous avons étudiées auparavant. Dans ce contexte également, il existe deux méthodes : soit utiliser un « excitateur », c'est-à-dire une source d'énergie qui crée déjà une oscillation avec la bonne fréquence elle-même, soit assurer une alimentation en énergie contrôlée par l'oscillation naturelle elle-même. Encore une fois, les oscillations auto-contrôlées sont les plus intéressantes. Tout comme dans le cas des oscillations courantes, ce qui suit s'applique :

Pour maintenir une oscillation naturelle, il faut

- un oscillateur (support d'onde + réflecteurs)
- une source d'énergie
- un contrôle de l'apport en énergie.

Comme dans le cas des oscillations simples, des astuces techniques diverses, et souvent assez compliquées, sont appliquées pour le contrôle. Nous allons voir quelques exemples. Cependant, nous n'aborderons que l'oscillateur et la source d'énergie, et non le principe de fonctionnement de l'autocontrôle.

Instruments de musique

Dans les instruments à cordes, la corde effectue une oscillation naturelle. Elle perd constamment de l'énergie vers le corps de l'instrument, qui, semblable à une membrane de haut-parleur, émet une onde sonore. Lorsque nous ne pinçons que légèrement la corde, elle effectue une oscillation fortement amortie. Son énergie s'épuise rapidement. Mais lorsque nous faisons glisser l'archet sur la corde, nous fournissons constamment une nouvelle énergie. En fait, il faudrait dire : la corde elle-même absorbe l'énergie en sautant par-dessus l'archet au rythme de l'oscillation.

Dans les instruments à vent en bois, l'air à l'intérieur de l'instrument oscille. L'apport en énergie du courant d'air est contrôlé par l'air oscillant à l'intérieur de l'instrument.

Dans le cas de l'harmonica, de l'accordéon et du bandonéon, les languettes métalliques oscillent de la même manière que la règle de la Fig. 1.2. Dans ce cas également, la languette métallique contrôle elle-même son apport en énergie à partir du courant d'air.

Laser

Dans un laser, une onde lumineuse stationnaire est créée entre deux miroirs, Fig. 4.32. Entre les miroirs, il y a un matériau dont les électrons peuvent être amenés à un état excité au moyen d'un courant électrique. Comme

L'interférence des ondes

état excité, nous choisissons un état à partir duquel les électrons ne reviendront pas d'eux-mêmes à l'état fondamental. Les électrons sont par conséquent chargés d'énergie par le courant électrique, semblable au poids de l'horloge à pendule, lorsqu'il est tiré vers le haut. L'oscillation naturelle de la lumière entre les miroirs absorbe désormais l'énergie de ce système de stockage. Il fait que les électrons émettent de la lumière en synchronisation avec l'oscillation naturelle. Ce processus est appelé émission stimulée. (Le mot « laser » est un acronyme pour « Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation » : amplification de la lumière par émission stimulée de rayonnement.)

Pour tirer parti du laser, l'un des deux miroirs est légèrement transparent (environ 5 %) afin qu'une partie de la lumière puisse s'échapper du laser. L'énergie que cette lumière emporte doit être renouvelée de façon répétée au moyen d'une émission stimulée.

Exercices

1. Générez des vagues d'eau stationnaire à la maison dans votre cuisine. Vous avez besoin d'un moule rectangulaire et d'une petite planche à découper, un peu plus étroite que le moule. Remplissez environ les trois quarts du moule de cuisson avec de l'eau. Plongez dans l'eau une extrémité de la planche perpendiculairement à une extrémité du moule de cuisson. Déplacez-la de haut en bas très lentement au début, sans toucher les parois du moule. Presque rien ne se passe dans l'eau. La surface de l'eau monte et descend, mais dans une si faible mesure que nous pouvons à peine la voir. Accélérez maintenant un peu le mouvement de haut en bas. L'eau se déplacera de plus en plus vigoureusement. Si vous atteignez la fréquence correcte du mouvement, l'eau débordera. Vous avez maintenant déclenché l'oscillation naturelle de l'eau. Décrivez le mouvement de l'eau. Maintenant, essayez de trouver le premier harmonique : déplacez la planche de haut en bas au milieu du moule de cuisson. La fréquence doit être plus élevée maintenant. Ici aussi, nous pouvons faire déborder l'eau. Décrivez à nouveau le mouvement de l'eau.
2. Un fil élastique d'une longueur de 1 m est fermement attaché à une extrémité. Grâce à des mouvements continus de haut en bas de l'extrémité libre, nous pouvons créer une onde qui se déplace à travers le fil à une vitesse de 6 m/s, et qui se réfléchit sur les extrémités.
 - (a) Quelle est la longueur d'onde maximale que l'onde créée peut avoir pour qu'une onde stationnaire se forme dans le fil ? (b) À quelle fréquence l'extrémité libre doit-elle être déplacée de haut en bas pour qu'une onde stationnaire avec deux nœuds se forme dans le fil (en plus des nœuds aux extrémités du fil) ? (c) Dessinez le mouvement du fil dans ce cas.
3. Découvrir comment fonctionne l'autocontrôle de l'oscillation naturelle dans les instruments à cordes, dans la flûte à bec et dans l'harmonica (utiliser internet, la littérature spécialisée, les encyclopédies).

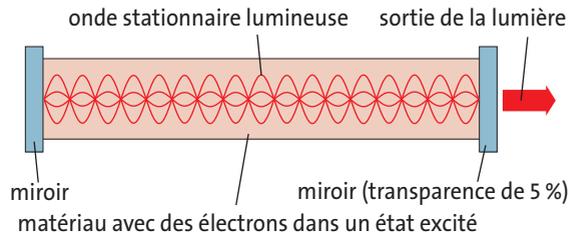


Fig. 4.32 Illustration schématique du laser : une onde lumineuse stationnaire est localisée entre les miroirs. Une partie de la lumière s'échappe en continu par le miroir à droite. La quantité correspondante est fournie à nouveau par les électrons excités du matériau du laser.

4.13 L'interférence des ondes

Nous avons déjà rencontré ce phénomène. Lorsque deux ondes sinusoïdales de même amplitude et de même longueur d'onde se déplacent l'une en face de l'autre, la grandeur y (c'est-à-dire la quantité que nous utilisons pour décrire l'onde) est toujours nulle en certains points. En d'autres points, sa valeur change de manière sinusoïdale, avec une amplitude plus grande que celle des ondes individuelles.

Examinons maintenant l'interférence dans le cas où les deux ondes sinusoïdales ne se déplacent plus exactement en des sens opposés, mais en diagonale l'une par rapport à l'autre. Les figures montrent des ondes sur un support bidimensionnel en vue de dessus. Mais on peut aussi imaginer les images comme des coupes à travers un support d'ondes tridimensionnel. Le noir représente les valeurs y négatives, le blanc les valeurs positives. La couleur grise en dehors des zones d'onde caractérise $y = 0$.

La Fig. 4.33 montre un instantané de deux ondes qui se déplacent l'une à travers l'autre à un angle de 40° . Le mouvement des fronts d'onde est indiqué par les flèches.

Encore une fois, il serait plus pratique de voir l'onde en animation. La Fig. 4.34 en est un substitut quelque peu médiocre. L'image montre les ondes interférant à quatre instants différents. D'une image à l'autre, les ondes ont avancé d'un quart de longueur d'onde. Nous pouvons voir la différence entre les images si nous regardons exactement l'endroit vers lequel la flèche pointe. La flèche ne se déplace pas avec les ondes.

Voici l'aspect intéressant de ces images : dans la zone couverte par les deux ondes, il y a des lignes horizontales, sur lesquelles $y = 0$ à tout moment. À ces

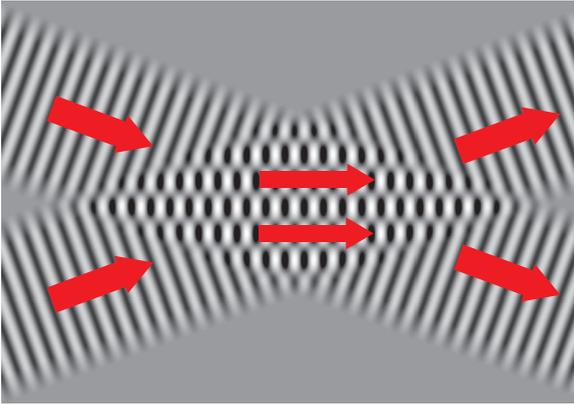


Fig. 4.33 Instantané de deux ondes qui se coupent à un angle de 40°

endroits, les ondes se détruisent les unes les autres. Au milieu entre ces lignes droites, les valeurs de y effectuent des oscillations sinusoïdales avec une amplitude supérieure à celle des ondes individuelles. Ici, les deux ondes sont amplifiées.

Il existe une autre méthode pour illustrer le phénomène : la Fig. 4.35 montre un instantané de la même onde que sur la Fig. 4.33, avec la seule diffé-

rence que ce n'est pas y , mais y^2 qui est montré. Ici nous avons :

blanc : $y^2 = 0$,
noir : $y^2 = \text{maximal}$.

Si l'image était animée, les zones noires se déplaceraient comme indiqué par les flèches. Si nous faisons beaucoup de ces instantanés et si nous calculons la valeur moyenne temporelle en chaque point, nous obtiendrons l'intensité de l'onde, Fig. 4.36. Dans cette illustration, l'interférence est mieux visible. Dans les zones blanches, l'intensité est nulle, et par conséquent la valeur moyenne temporelle est également nulle. L'intensité est la plus élevée dans les régions noires. En dehors de la zone d'intersection, elle est égale partout. La Fig. 4.36 montre que l'énergie qui arrive avec les deux ondes de gauche est canalisée dans la zone d'intersection par les bandes noires de la figure.

Nous aimerions maintenant calculer la distance entre les raies. Par conséquent, le processus est à nouveau illustré schématiquement à la Fig. 4.37. Les lignes indiquent la position des maxima des ondes à un instant précis.

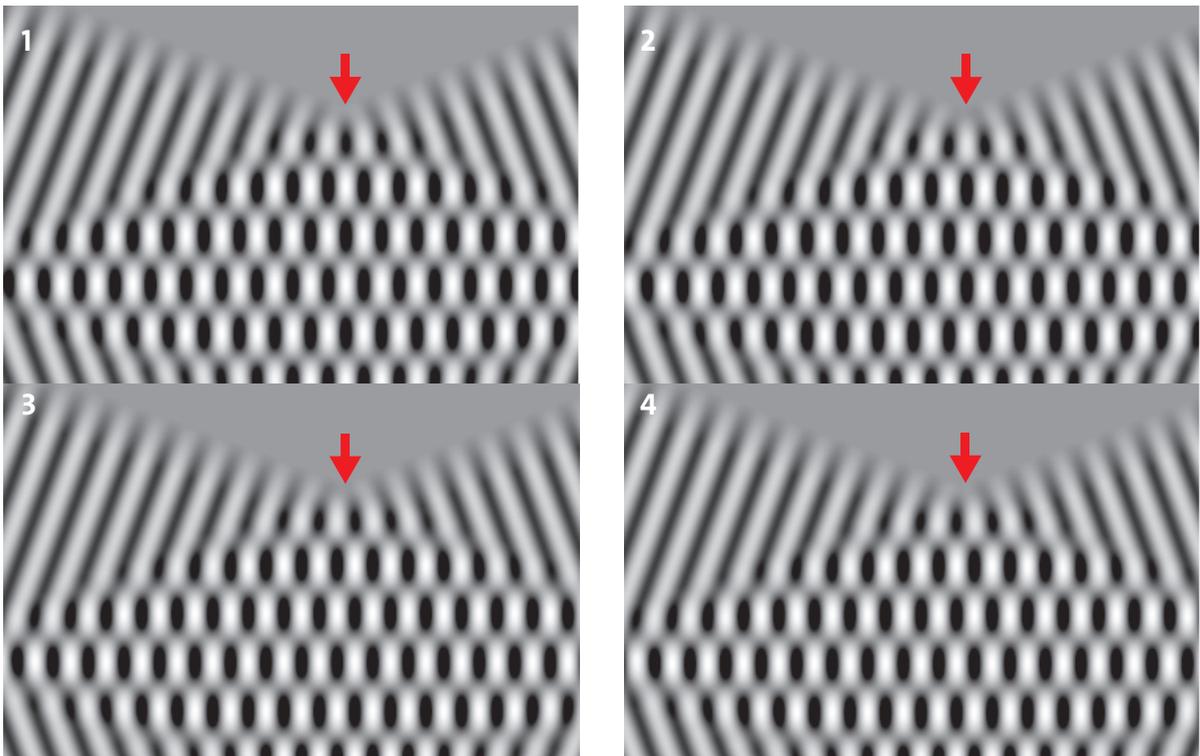


Fig. 4.34 D'une image à l'autre, l'onde avance d'un quart de longueur d'onde.

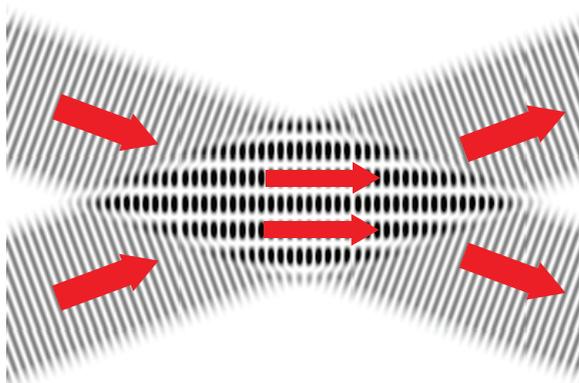


Fig. 4.35 Similaire à la Fig. 4.33, mais le carré de y est affiché.



Fig. 4.36 Similaire à la Fig. 4.35, mais la valeur moyenne temporelle du carré est affichée ici. Nous pouvons voir l'interférence dans la zone d'intersection des deux ondes. Rayures claires : extinction ; bandes sombres : amplification.

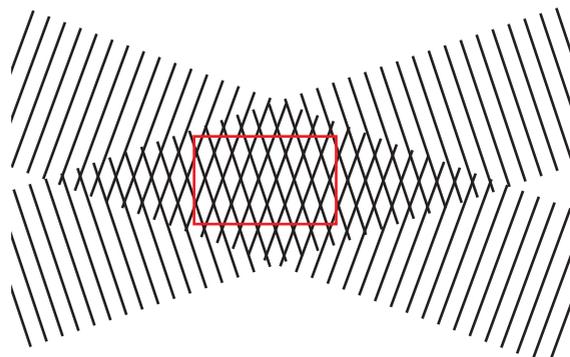


Fig. 4.37 Les lignes sont les emplacements des maxima des ondes individuelles. La zone du cadre est montrée dans un affichage agrandi sur la Fig. 4.38.

La section marquée par le cadre noir est affichée de manière agrandie sur la Fig. 4.38. Outre les maxima, les minima sont également indiqués par des lignes pointillées droites sur cette image. L'amplification se produit là où un maximum rencontre un maximum et là où un minimum rencontre un minimum. L'extinction se produit lorsqu'un maximum rencontre un minimum. Tant les points avec amplification que ceux avec extinction sont situés sur des lignes droites, comme nous l'avons déjà conclu à partir des images précédentes.

La Fig. 4.39 montre comment calculer la distance a entre deux lignes d'amplification voisines.

La distance entre deux maxima successifs dans chaque onde individuelle est égale à la longueur d'onde λ . On peut donc conclure de la figure :

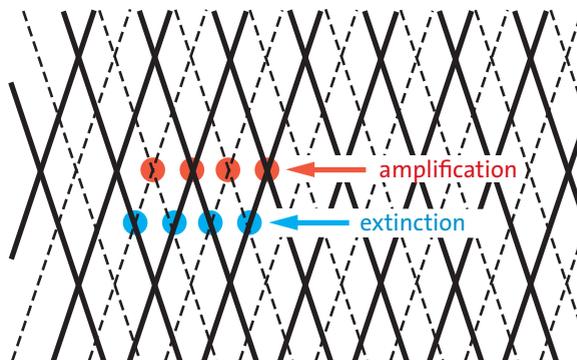


Fig. 4.38 Lignes en gras et continues : maxima de l'onde ; lignes fines en pointillés : minima de l'onde. Les points de rencontre des maxima et des minima sont situés respectivement sur une ligne droite, de même que les endroits où un maximum rencontre un minimum.

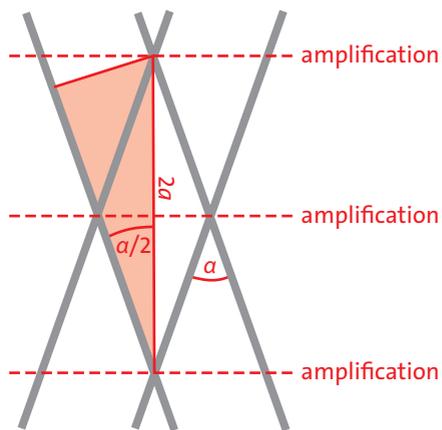


Fig. 4.39 a est la distance entre deux lignes d'amplification adjacentes.

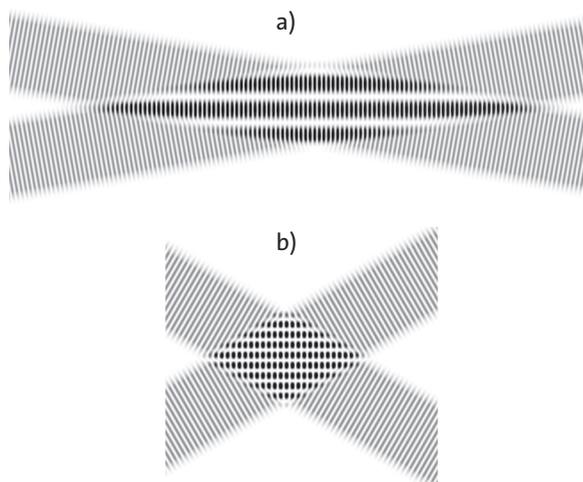


Fig. 4.40 Deux ondes sinusoïdales se coupent à 20° (a) et à 60° (b). Plus l'angle est petit, plus la distance entre les zones d'amplification adjacentes est longue.

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\lambda}{2a} \quad (4.9)$$

Ici, α est l'angle entre les fronts d'onde des deux ondes. On obtient donc pour la distance entre les lignes d'amplification :

$$a = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$$

Nous pouvons déduire de l'équation : a est supérieur ou égal à $\lambda/2$, car les valeurs (absolues) de la fonction sinus sont comprises entre 0 et 1. Plus l'angle α entre les fronts d'onde est petit, plus a est grand. Si nous prenons α suffisamment petit, la distance entre les zones d'amplification peut atteindre n'importe quelle taille, Fig. 4.40.

Plus l'angle entre deux ondes sinusoïdales interférentes est petit, plus la distance entre les zones d'amplification et d'extinction est grande.

Maintenant, nous pouvons voir un premier bénéfice de nos discussions. La longueur d'onde de la lumière est si courte qu'elle ne peut pas être mesurée avec des méthodes conventionnelles, telles que l'utilisation d'une règle. Mais si nous faisons se croiser deux ondes lumineuses sinusoïdales avec un très petit angle, on peut obtenir des zones d'amplification et d'extinction avec une distance suffisamment longue pour être mesurée facilement. Un écran blanc est placé sur le che-

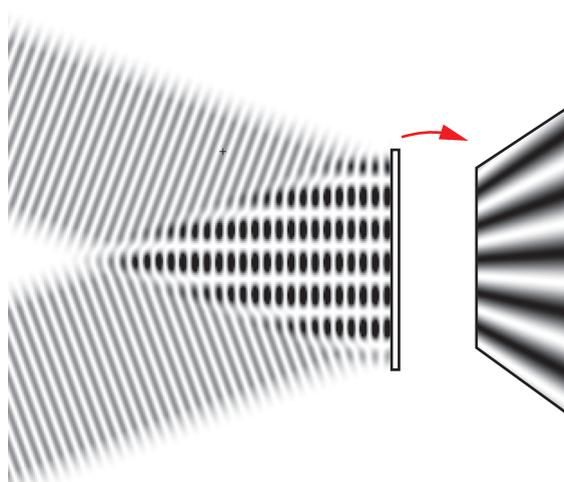


Fig. 4.41 Sur l'écran que nous mettons sur le chemin de la lumière, nous pouvons voir des bandes lumineuses et sombres. (Dans notre figure, perpendiculairement au plan du tracé)

min des deux ondes lumineuses, c'est-à-dire placé dans la zone d'interférence ou, en d'autres termes, là où les ondes se déplacent l'une à travers l'autre, Fig. 4.41. Nous pouvons alors voir, à l'œil nu, les lieux d'amplification et les points d'extinction sur l'écran. Comme les ondes lumineuses ont également une extension dans une direction perpendiculaire au plan du tracé, des bandes claires et sombres se forment sur l'écran (perpendiculairement au plan du tracé) : un *motif d'interférence*.

Nous pouvons donc mesurer la distance a . Comme nous connaissons aussi l'angle α , nous pouvons calculer la longueur d'onde de la lumière. Cette méthode est très importante, mais il y a un hic : il est relativement difficile de produire des ondes lumineuses sinusoïdales. La plupart de la lumière à laquelle nous avons affaire est tout, sauf de forme sinusoïdale. Nous reviendrons sur ce sujet dans le chapitre suivant.

Exercices

1. Les ondes stationnaires que l'on obtient lorsque deux ondes se déplacent l'une vers l'autre sont un cas particulier des phénomènes d'interférence que nous venons d'évoquer. Quelle est la valeur de l'angle α dans ce cas ? La formule donnant la distance entre les ventres et les nœuds reste-t-elle encore valable ?
2. À quel angle deux ondes lumineuses doivent-elles se croiser (en supposant $\lambda = 550 \text{ nm}$) pour que les bandes d'amplification voisines sur un écran aient une distance de 2 mm ?

4.14 La diffraction des ondes

Le mouvement d'une onde diffère de celui d'un corps par un aspect essentiel. Le corps conserve sa forme. Il est facile d'indiquer comment il se déplace d'un point A à un point B. Si l'on veut, on peut même indiquer une « trajectoire » pour chacun de ses points, Fig. 4.42.

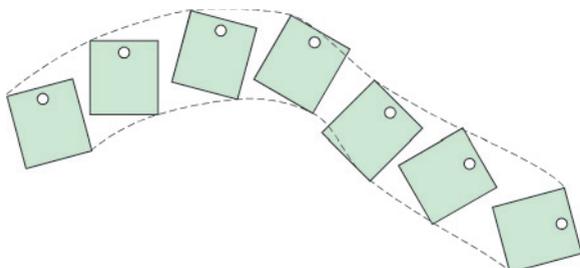


Fig. 4.42 Chaque point d'un corps en mouvement décrit une trajectoire spécifique.

Les choses sont différentes pour une onde. Une onde ne change pas seulement sa place, mais aussi sa forme. Il n'y a pas de trajectoire à première vue. Ce qui se rapproche le plus d'une trajectoire serait une ligne qui se tiendrait toujours perpendiculairement aux fronts d'onde. Regardons le haut-parleur A et la personne B sur la Fig. 4.43. A la question du chemin que prend le son du haut-parleur à la personne B, nous pourrions répondre : un chemin rectiligne, car la ligne droite reliant A à B se trouve partout orthogonale aux fronts d'onde.

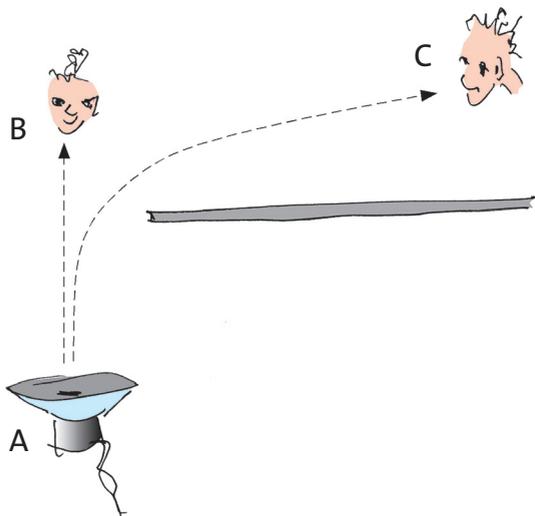


Fig. 4.43 Le son peut se déplacer sur la ligne droite reliant A à B. De A à C, les ondes sonores contournent un obstacle.

L'exemple suggère que le mouvement des ondes est toujours linéaire. Tant pour une onde plane que pour une onde sphérique, les lignes orthogonales sont des lignes droites. C'est ce que nous prétendons lorsque nous décrivons la lumière au moyen de rayons.

Voyons maintenant la situation de la personne C. La musique sort du haut-parleur et la personne entend cette musique. Mais les ondes sonores ne vont certainement pas de A à C en ligne droite, car elles devraient alors traverser le mur. Elles contournent le mur. Ainsi, le trajet de l'onde n'est plus rectiligne, mais courbe.

On dit que les ondes sont *diffractées*. Par conséquent, les ondes peuvent en ce sens se déplacer sur des chemins courbes.

Diffraction

Une onde se déplace de A à C, bien qu'il y ait un obstacle sur la ligne droite reliant A à C.

La diffraction est un phénomène qui se produit pour toutes les ondes. Nous l'avons déjà abordé pour le son : pour entendre quelque chose, nous n'avons pas besoin d'une « ligne de vue » directe vers la source sonore. Bien que les vagues qui viennent du large soient arrêtées par une jetée, une partie de la houle peut encore être ressentie derrière la jetée. La réception radio est également possible à un endroit où il n'y a pas de visibilité directe sur l'émetteur, bien que dans une mesure variable, en fonction de la plage de longueurs d'onde.

Les choses ne semblent être différentes que pour la lumière. La lumière ne se déplace que vers les endroits qu'elle peut atteindre par un chemin rectiligne. C'est la raison pour laquelle nous pouvons créer des ombres nettes et la raison de base de l'existence des rayons lumineux. Mais comment cela peut-il être compatible avec le fait que les ondes sont diffractées sur des obstacles ?

Examinons à nouveau une onde plane qui se propage en partie face à un mur présent sur sa trajectoire, Fig. 4.44.

L'onde est diffractée sur le bord du mur. Elle se déplace également dans la zone derrière le mur. Mais toute la lumière qui arrive à gauche du bord ne sera pas diffractée. L'impact du bord devient de plus en plus faible vers la gauche. Nous pouvons retenir comme règle :

La partie d'une onde dont la distance à l'obstacle est d'environ une longueur d'onde est diffractée.

Plus la longueur d'onde est longue, plus l'onde incidente est donc diffractée vers la zone d'ombre.

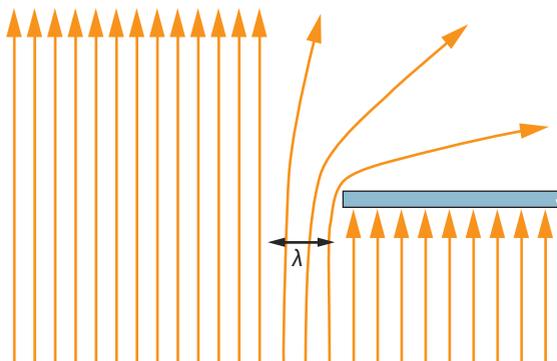


Fig. 4.44 La partie de l'onde qui atteint la « zone d'ombre » provient d'une région dont la largeur est d'environ une longueur d'onde.

On comprend maintenant pourquoi les ondes lumineuses sont si peu diffractées par rapport aux ondes sonores : la lumière a une longueur d'onde beaucoup plus courte que le son.

Néanmoins, il existe des situations dans lesquelles nous pouvons clairement voir la diffraction de la lumière. Considérons, dans une paroi mince, une ouverture d'un diamètre de seulement quelques longueurs d'onde de la lumière. Nous éclairons ce trou d'épingle d'un côté. De l'autre côté, c'est-à-dire derrière la paroi, au lieu du trou d'épingle, nous pouvons voir un point lumineux, y compris en regardant de biais. Comme l'ouverture est petite, peu de lumière peut la traverser. Mais pratiquement toute la lumière qui passe sera diffractée.

On comprend donc aussi les conditions dans lesquelles la lumière peut être considérée comme un rayon : toutes les ouvertures délimitant une onde lumineuse doivent être grandes par rapport à la longueur d'onde. Mais la largeur d'une onde lumineuse n'est pas seulement restreinte par les ouvertures, mais aussi par les bords des miroirs et des lentilles.

Comme nous le savons, la loi de la réflexion (« angle d'incidence égal à l'angle de réflexion ») s'applique aux miroirs. Mais si un miroir est trop petit, la loi ne s'appliquera plus. La lumière sera diffractée sur les bords du miroir. De la même façon, ceci est vrai pour la réflexion.

Pour que les lois de « l'optique géométrique » s'appliquent, le diamètre des ouvertures, des lentilles et des miroirs doit être grand par rapport à la longueur d'onde.

Les lois de l'optique géométrique s'appliquent aussi bien aux ondes radio qu'aux ondes sonores. Il suffit d'utiliser des miroirs et des lentilles suffisamment grands.

Pour qu'un « mur » réfléchisse une onde électromagnétique, sa surface doit être électriquement conductrice. Plus la longueur d'onde est courte, plus la surface du miroir doit être lisse. Les irrégularités doivent être nettement inférieures à la longueur d'onde. Si les irrégularités ont une taille similaire à la longueur d'onde, l'onde sera *diffusée*, c'est-à-dire diffractée dans une variété de directions. Le « miroir » ne sera plus un miroir.

Des galaxies très lointaines sont observées, entre autres, grâce aux ondes radio qu'elles émettent. Les longueurs d'onde typiques sont de l'ordre de plusieurs mètres. Des miroirs paraboliques d'un diamètre allant jusqu'à 100 m sont utilisés pour collecter ces ondes. En raison de la grande longueur d'onde, de tels miroirs peuvent être constitués de maillages de fils.

Exercice

1. Une antenne de télévision usuelle est généralement installée de manière à ce qu'il n'y ait pas de vue directe vers l'émetteur de la chaîne de télévision. Pour une antenne parabolique, en revanche, il doit y avoir une connexion rectiligne et sans obstruction vers le satellite. Expliquez la différence. Pourquoi les nuages ne perturbent-ils pas la réception avec l'antenne parabolique ? Pourquoi les téléphones portables et les téléphones fixes sans fil fonctionnent-ils également derrière un mur ?

4.15 Les portions élémentaires des ondes sonores, des ondes électromagnétiques et des ondes de matière

Ce serait en fait beaucoup plus pratique si cette dernière section n'était pas nécessaire. Le monde serait clair et simple : la lumière et le son sont des ondes sur un support, que l'on peut imaginer comme une substance qui se répartit de manière tout à fait égale, c'est-à-dire un *continuum* comme l'on dit. Malheureusement, cependant, la Science a démontré à maintes reprises qu'après que l'on ait bien compris un sujet, de nouveaux problèmes, qui ne pouvaient être résolus avec les méthodes et les outils utilisés jusqu'alors, apparaissent. C'était aussi le cas pour le son et la lumière et pour d'autres ondes. La preuve qu'ils sont des phénomènes ondulatoires est sans ambiguïté, mais il existe pourtant des observations qui ne peuvent pas être expliquées sur la base du concept d'onde. Elles apparaissent même en contradiction avec l'idée d'ondes. En fait, la lumière se comporte parfois comme un cou-

rant de corpuscules qui se déplacent à des distances irrégulières.

Ceci peut être vu dans le diagramme de la Fig. 4.45. Il montre le « signal » qu'un photomètre très sensible (un *photomultiplicateur*) fournit lorsqu'il est atteint par un faisceau lumineux extrêmement faible. Comme la lumière est une onde, nous pourrions nous attendre à ce que le compteur fournisse un signal uniforme, bien que faible. Dans le cas où le compteur réagit suffisamment rapidement, nous pourrions également nous attendre à un signal de forme sinusoïdale. Mais ni le premier cas, ni le second, ne se produit. De petites portions de lumière sont enregistrées à des intervalles irréguliers.

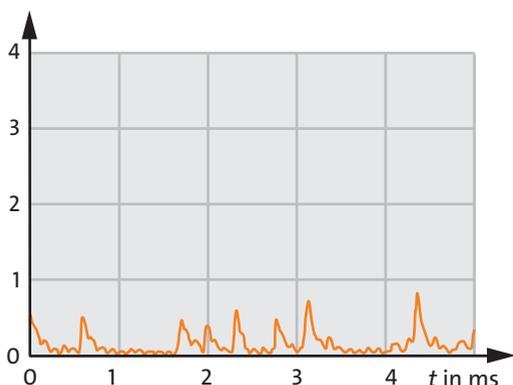


Fig. 4.45 Le photomultiplicateur enregistre des portions de lumière.

Nous devons donc nous accoutumer au fait que la lumière peut exister dans différents états, c'est-à-dire parfois clairement sous forme d'onde, et dans d'autres cas clairement sous forme de petites portions ou « particules », mais dans la plupart des cas, quelque chose d'intermédiaire. Et cela vaut aussi pour les autres phénomènes ondulatoires, par exemple pour le son. Mais le fait que quelque chose se comporte parfois comme une onde et parfois comme s'il était formé de particules, ne s'applique pas seulement aux phénomènes que nous avons appris à connaître en tant qu'ondes. Il en va de même pour les entités qui nous apparaissent habituellement comme des particules : électrons, protons, atomes, etc. Dans des circonstances particulières, ces objets nous apparaissent également comme des ondes.

Pour les deux extrêmes — ondes et particules — nous avons des méthodes de description assez simples. Mais il existe aussi une théorie qui décrit la lumière — et aussi les autres phénomènes — dans tous ses états : la

mécanique quantique. Elle est forcément plus compliquée et moins intuitive que la théorie des ondes et celle des particules. Ce n'est qu'en traitant de la mécanique quantique que vous comprendrez dans quelles circonstances quelque chose se comporte comme une onde et dans quelles circonstances cela se comporte comme une particule. Le Tab. 4.2 montre les noms des ondes avec ceux des particules associées.

onde	particule
onde électromagnétique	photon
onde sonore	phonon
onde de matière	électron, ...
onde gravitationnelle	graviton

Tab. 4.2 Noms des ondes et des particules associées

Ci-après vous pouvez déjà voir quelques règles qui nous permettront de relier un aspect à l'autre.

Dans tous les cas, l'énergie E des particules est reliée de façon simple à la fréquence f de l'onde associée :

$$E = h \cdot f.$$

Ici, h est la constante de Planck :

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}.$$

La relation entre la quantité de mouvement p et la longueur d'onde λ n'est qu'un peu plus compliquée :

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Nous en resterons là pour le moment. Vous en lirez plus à ce sujet plus tard dans le contexte de la mécanique quantique.

5 INTERFÉRENCE DE LA LUMIÈRE ET DES RAYONS X

Les effets d'interférence, c'est-à-dire l'amplification et l'atténuation qui se produisent lors de la superposition de deux ou plusieurs ondes sinusoïdales, constituent un instrument essentiel de la recherche en physique.

La lumière provenant d'atomes et de molécules excités retournant à l'état fondamental peut être analysée avec une grande précision au moyen de mesures d'interférence. Nous disposons ainsi de l'instrument le plus important pour explorer la structure des atomes et des molécules.

La structure des substances solides et des grandes molécules est examinée par interférence de rayons X, c'est-à-dire avec des ondes électromagnétiques de très courte longueur d'onde. Dans ce domaine, les substances complexes que nous rencontrons en biologie moléculaire sont particulièrement intéressantes.

L'astrophysique est un autre domaine d'application. Par exemple, le diamètre des étoiles lointaines est souvent mesuré au moyen de l'interférence de la lumière.

Dans ce qui suit, nous allons donc nous intéresser à l'interférence de la lumière et des rayons X. On pourrait penser qu'il n'y a rien de fondamentalement nouveau. Mais il y a un problème lié à ces rayonnements qui va nous poser quelques difficultés : dans les sections précédentes, nous n'avons étudié que les ondes sinusoïdales. Or, en réalité, nous ne rencontrons jamais d'ondes sinusoïdales pures.

5.1 Cohérence

Encore une fois : pour causer une interférence de la lumière, nous avons besoin de deux ondes sinusoïdales ou plus. Et c'est là notre problème, car la lumière dont nous disposons habituellement est tout sauf de forme sinusoïdale. Par exemple, la lumière d'un jour de brouillard ne consiste qu'en des ondulations désordonnées. Une onde bidimensionnelle correspondante ressemblerait

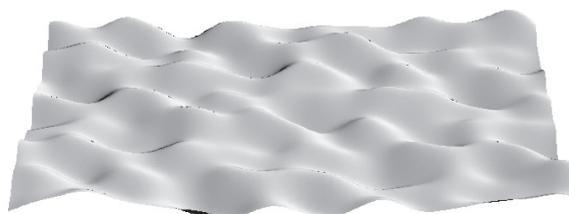


Fig. 5.1 C'est ainsi que sont les ondes lumineuses irrégulières à l'extérieur par un jour de brouillard.



Fig. 5.2 Cette onde « plane » peut être décomposée en ondes sinusoïdales planes.

approximativement à celle illustrée à la Fig. 5.1. Rappelons maintenant une règle que nous avons apprise lorsque nous avons abordé les oscillations.

Toute fonction peut être exprimée comme une somme de fonctions sinusoïdales.

Dans un premier temps, nous examinons une onde dont les fronts d'onde sont droits et qui se déplace dans la direction x , par exemple celle de la Fig. 5.2. Nous pouvons constater qu'il ne s'agit pas d'une onde sinusoïdale. Mais nous pouvons conclure de la règle citée ci-dessus que nous pouvons imaginer que l'onde est composée d'ondes sinusoïdales avec des longueurs d'onde et des amplitudes différentes. En termes mathématiques : la fonction $y_{t_0}(x)$, qui décrit un instantané de l'onde à l'instant t_0 , peut être exprimée comme une somme de fonctions sinusoïdales. En fait, l'onde de la figure a été créée en additionnant 5 termes sinusoïdaux.

Cette règle peut même être généralisée. Une onde qui n'a pas de fronts d'onde droits peut également être décomposée en ondes sinusoïdales. Mais dans ce cas, les composantes sinusoïdales de l'onde doivent également avoir des directions différentes.

Chaque onde peut être décomposée en ondes sinusoïdales ayant des amplitudes, des longueurs d'onde et des directions différentes.

Les ondulations de la Fig. 5.1 ont été créées par l'addition de 10 ondes sinusoïdales ayant des directions, des longueurs d'onde et des amplitudes différentes.

Nous aimerions obtenir quelques règles pour assembler une onde à partir d'ondes sinusoïdales. Nous examinons le problème en additionnant 5 fonctions sinusoïdales. Les règles que nous trouvons seront toutefois également valables si l'on additionne beaucoup plus d'ondes sinusoïdales.

1. Ondes sinusoïdales de longueurs d'onde différentes

Nous commençons par l'addition de 5 ondes de même direction et illustrons le résultat en une dimension, c'est-à-dire la grandeur y de l'onde en fonction de la position x .

Dans un premier temps, nous prenons des ondes dont les longueurs d'onde ne diffèrent que de peu. Les cinq longueurs d'onde se situent dans un intervalle

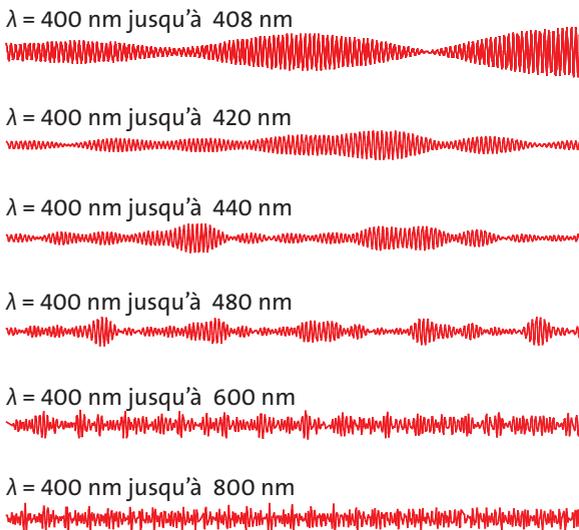


Fig. 5.3 Chacune des ondes est composée de 5 ondes sinusoïdales. La plage de variation en λ des composantes de l'onde est très petite en haut, soit 2 % de 400 nm, et augmente vers le bas jusqu'à 100 %.

étroit $\Delta\lambda$. Elles diffèrent au maximum de 8 nm. Le résultat est affiché en haut de la Fig. 5.3.

Ensuite, nous choisissons une plage $\Delta\lambda$ de plus en plus grande : 20 nm, 40 nm, 80 nm, 200 nm et enfin 400 nm. Nous pouvons le constater : plus la plage en λ est grande, moins l'onde résultante ressemble à une onde sinusoïdale. Alors que nous pouvons encore identifier des sections sinusoïdales continues assez longues en haut, l'onde ne consiste qu'en une variation désordonnée tout en bas. Lorsque les longueurs d'onde des composantes de l'onde ne sont que légèrement différentes les unes des autres, nous obtenons de longs morceaux qui ressemblent grossièrement à des sections d'ondes sinusoïdales. La longueur de ces morceaux est appelée *longueur de cohérence* (du mot latin *cohaerere* : être lié). Pour l'onde du haut, elle s'élève à environ 20 à 30 longueurs d'onde. L'onde se comporte comme une onde sinusoïdale continue sur environ 25 longueurs d'onde ; ensuite, elle se désynchronise. Pour la quatrième onde en partant du haut, la longueur de cohérence est d'environ 3 longueurs d'onde ; dans le cas de l'avant-dernière onde, nous pourrions détecter — de manière optimiste — une période sinusoïdale, et dans le cas de l'onde tout en bas de la figure, le caractère sinusoïdal a complètement disparu. La longueur de cohérence ℓ_{coh} en unités de longueur d'onde peut être obtenue comme quotient de λ et de l'intervalle $\Delta\lambda$:

$$\frac{\ell_{\text{coh}}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Pour λ , nous prenons la longueur d'onde moyenne de l'intervalle de longueur d'onde. Il n'est pas utile de calculer la longueur de cohérence avec une très grande précision. Prenons l'exemple de la troisième onde en partant du haut de la Fig. 5.3. Ici, nous avons $\lambda \approx 420$ nm et $\Delta\lambda = 40$ nm. La longueur de cohérence en unités de longueur d'onde s'avère être la suivante :

$$\frac{\ell_{\text{coh}}}{\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{420 \text{ nm}}{40 \text{ nm}} = 10.$$

Nous disposons donc de la règle suivante pour l'assemblage des ondes sinusoïdales :

Ondes sinusoïdales avec une petite gamme de longueurs d'onde :

- grande longueur de cohérence de l'onde résultante.

Ondes sinusoïdales avec une grande gamme de longueurs d'onde :

- courte longueur de cohérence de l'onde résultante.

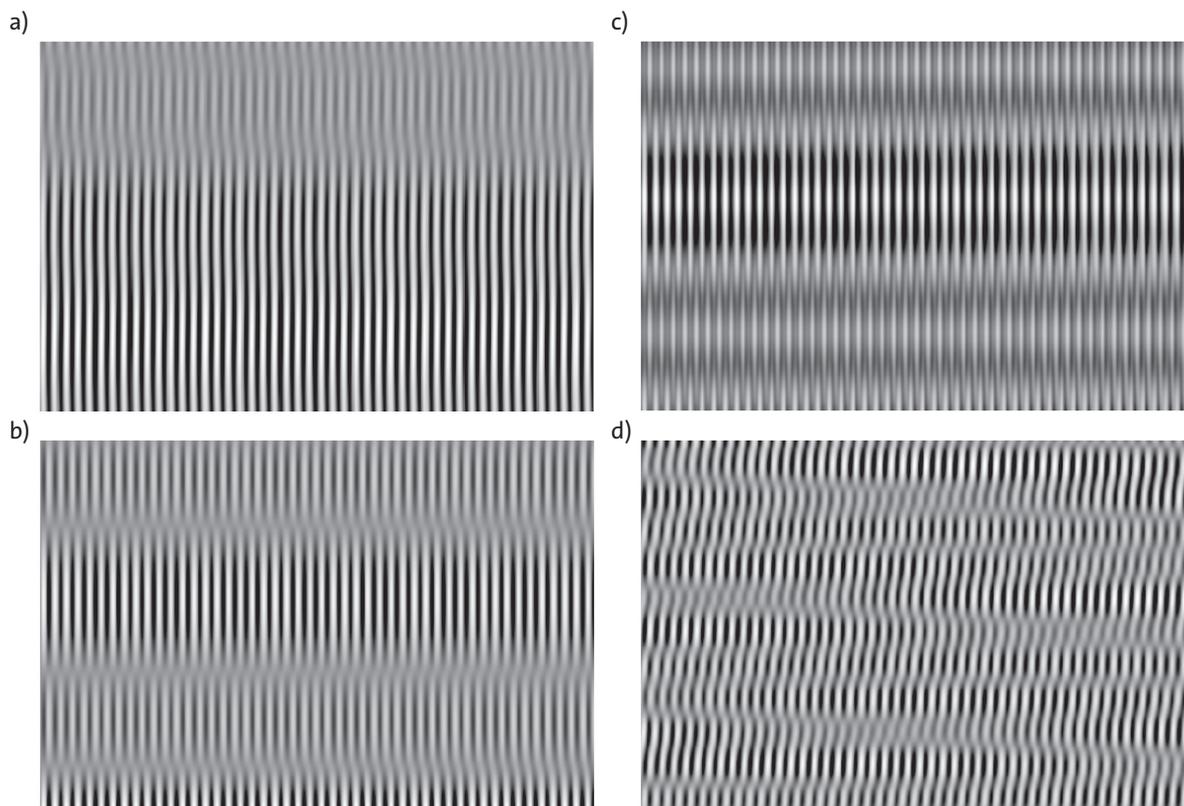


Fig. 5.4 Assemblage de 5 ondes sinusoïdales de même longueur d'onde mais de directions différentes. La plage angulaire des ondes est de 2° (a), 5° (b), 10° (c) et 20° (d). Plus cette plage est petite, plus la largeur des zones connectées, c'est-à-dire la largeur de cohérence, est grande.

2. Ondes sinusoïdales avec des directions différentes

Maintenant, nous composons une onde à partir d'ondes sinusoïdales de directions différentes mais de même longueur d'onde. De nouveau, nous prenons 5 composantes et là encore, elles sont très semblables les unes aux autres au départ : l'angle $\Delta\alpha$, par lequel leurs directions diffèrent au maximum, est d'abord de 2° , Fig. 5.4a. Ensuite, nous choisissons $\Delta\alpha = 5^\circ$, 10° et enfin 20° .

A nouveau, nous pouvons observer des zones connectées qui ressemblent à des sections d'ondes sinusoïdales. Cette fois, cependant, elles ne sont pas limitées dans leur longueur mais dans leur largeur. Cette largeur est la *largeur de cohérence*. Dans le premier cas, elle est la plus grande. Lorsque $\Delta\alpha$ augmente, la largeur de cohérence diminue de plus en plus.

Ondes sinusoïdales avec une petite plage angulaire :

- grande largeur de cohérence de l'onde résultante.

Ondes sinusoïdales avec une grande plage angulaire :

- faible largeur de cohérence de l'onde résultante.

3. Ondes sinusoïdales avec différentes longueurs d'onde et différentes directions

Nous allons maintenant composer une onde à partir d'ondes sinusoïdales de différentes longueurs d'onde et de différentes directions. L'onde de la Fig. 5.5 est con-

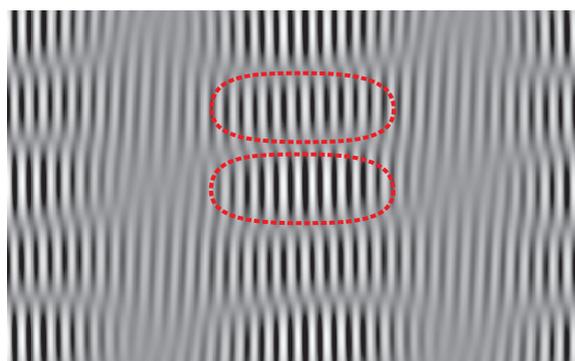


Fig. 5.5 Assemblage de 6 ondes sinusoïdales de différentes longueurs d'onde et de différentes directions. Deux plages de cohérence sont marquées par des lignes pointillées.

Cohérence

stituée de 6 ondes sinusoïdales différentes, d'une gamme de longueurs d'onde et d'une gamme angulaire relativement petites.

Nous pouvons maintenant identifier des régions de cohérence d'une certaine longueur et d'une certaine largeur.

Décrivons à nouveau ces résultats d'une manière différente.

Une onde est généralement constituée d'un mélange d'ondes sinusoïdales. Il y a deux contributions à ce mélange :

- un mélange de longueurs d'onde ;
- un mélange de directions.

On peut trouver de la lumière de différentes compositions dans la nature et dans la technologie. Nous allons en examiner quelques exemples.

1. Brouillard

Vous êtes entouré de brouillard. La lumière vient de toutes les directions, et toutes les longueurs d'onde sont représentées, c'est-à-dire d'environ 400 nm à 800 nm. La lumière est donc complètement désordonnée, tant au niveau des directions que des longueurs d'onde. Un instantané ressemblerait approximativement à la Fig. 5.1. Aucune plage de cohérence ne peut être identifiée. Nous disons que cette lumière est complètement *incohérente*.

2. Une ampoule éloignée

La lumière provient d'une très petite plage angulaire, c'est-à-dire pratiquement d'une seule direction, mais il y a des ondes sinusoïdales avec une variété de longueurs d'onde. La lumière se présente approximativement comme illustré à la Fig. 5.2 : une très grande largeur de cohérence (la largeur est plus grande que le morceau d'onde affiché), mais il n'existe aucune longueur de cohérence. Par conséquent, elle est très ordonnée en termes de direction, mais c'est un fouillis en ce qui concerne la longueur d'onde. La lumière complètement incohérente en ce qui concerne la longueur d'onde se forme dans les sources de lumière *thermique* : des corps que l'on fait briller en augmentant leur température à un niveau suffisamment élevé. Le soleil, toutes les autres étoiles, les ampoules électriques à incandescence et autres corps incandescents en sont des exemples.

3. Lampadaire orange et brouillard

Supposons à nouveau qu'il y ait du brouillard. Vous vous trouvez à proximité d'un lampadaire qui produit une lumière orange. Nous supposons qu'elle est con-

stituée d'ondes sinusoïdales d'une seule longueur d'onde. (Strictement parlant, c'est légèrement exagéré. Bien que la lumière orange des lampadaires ait un spectre plus étroit que la lumière d'une ampoule électrique, elle a plus qu'une seule longueur d'onde.) Les ondes sinusoïdales de notre lumière supposée ont donc une seule longueur d'onde mais des directions très différentes. En ce qui concerne la longueur d'onde, la lumière est très ordonnée, mais chaotique en termes de direction.

4. Laser

La lumière a une direction uniforme et une longueur d'onde uniforme. Il s'agit d'une onde sinusoïdale. Elle est ordonnée en ce qui concerne la longueur d'onde et la direction, c'est-à-dire qu'elle est *cohérente*. A proprement parler, la longueur de cohérence n'est pas non plus illimitée dans le cas du laser. Même la lumière laser se désynchronise de temps en temps. Une valeur typique pour la longueur de cohérence de la lumière laser est de 1 m. Cela correspond à pas moins de 100 000 longueurs d'onde.

En guise de conclusion, considérez l'analogie suivante.

Nous comparons la lumière à des pommes. Les pommes peuvent aussi être un méli-mélo à deux égards, Fig. 5.6. Premièrement, elles peuvent avoir des tailles différentes, et deuxièmement, elles peuvent avoir des couleurs différentes. Une boîte contenant des pommes de tailles et de couleurs différentes correspond à une lumière complètement incohérente. Une boîte avec des pommes d'une seule taille mais de couleurs différentes

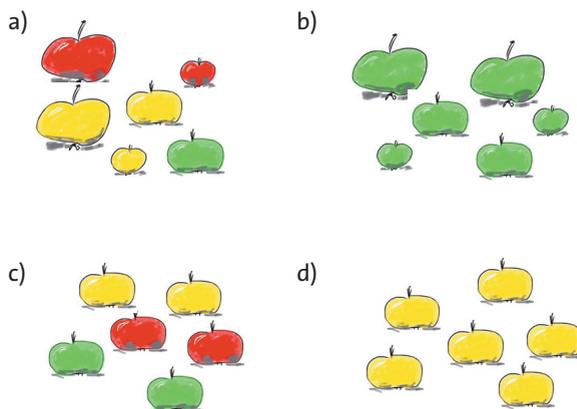


Fig. 5.6 Pommes : (a) différentes tailles, différentes couleur ; (b) différentes tailles, une seule couleur ; (c) une seule taille, différentes couleurs ; (d) une seule couleur, une seule taille.

correspondrait par exemple à la lumière de l'ampoule éloignée, c'est-à-dire la lumière avec le mélange de longueurs d'onde. Une boîte contenant des pommes de couleur uniforme mais de tailles différentes correspondrait à la lumière du lampadaire orange dans le brouillard. Une boîte contenant des pommes de couleur et de taille uniformes (comme celles du supermarché) correspondrait à la lumière laser totalement cohérente.

Exercices

1. Le spectre d'une diode électroluminescente rouge est compris entre 640 et 650 nm environ. Quelle est la longueur de cohérence en unités de longueur d'onde ?
2. La lumière jaune d'une flamme de sodium a une longueur d'onde d'environ 590 nm et sa gamme de longueurs d'onde est de $\Delta\lambda = 0,6$ nm. Quelle est la longueur de cohérence en mm et en unités de longueur d'onde ?
3. Les canaux radio se voient attribuer des intervalles de fréquence. Dans l'émetteur, les signaux à diffuser (musique, parole, etc.) qui ne contiennent que les fréquences sonores sont transformés en un mélange d'ondes de la gamme des fréquences assignées (ils sont « codés »). Les signaux de SWR2 à Stuttgart se situent approximativement dans la gamme de 105,65 et 105,75 MHz. Quelle est la longueur de cohérence des ondes radio ?

5.2 Comment produire de la lumière cohérente

Pour obtenir des interférences, il faut des ondes sinusoïdales pures. C'est-à-dire de la lumière cohérente. Mais que faire si l'on ne dispose que d'une lumière totalement incohérente ? Comment obtenir une onde sinusoïdale pure à partir d'une telle lumière ?

Il n'existe qu'une seule méthode, et c'est la même que celle décrite avec les pommes. Nous imaginons avoir une grande boîte avec des pommes de tailles et de couleurs diverses, c'est-à-dire un mélange à deux égards. Cependant, seules les grosses pommes rouges peuvent être vendues. Que pouvons-nous faire ? C'est très simple : on prend les grosses rouges et on met toutes les autres de côté, peut-être pour faire du jus de pomme.

Les choses sont similaires pour la lumière. Si nous avons un mélange d'ondes sinusoïdales mais que nous n'avons besoin que d'un seul type, nous devons filtrer les ondes dont nous avons besoin. Toutes celles qui restent sont inutiles. Nous ne pouvons pas transformer une lumière incohérente en lumière cohérente, tout comme nous ne pouvons pas transformer des pommes rouges en pommes vertes ou des grosses en petites.

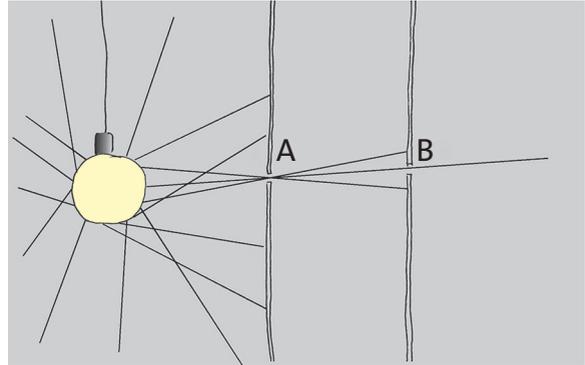


Fig. 5.7 Au point A, la lumière est constituée d'ondes sinusoïdales de directions diverses. Au point B, elle est une onde presque plane.

Comment pouvons-nous donc isoler ou filtrer une seule onde sinusoïdale à partir d'un mélange d'ondes sinusoïdales, comme celui fourni par une lampe normale ?

Commençons par extraire la lumière ayant une seule direction (ou mieux : la lumière d'une petite plage angulaire) de la lumière ayant plusieurs directions différentes. La Fig. 5.7 montre une possibilité : mettre deux petits trous d'épingle en ligne. Seules les ondes qui ont la direction de la droite reliant les deux trous peuvent passer le deuxième trou. Une deuxième méthode : on s'éloigne de la source lumineuse. Dans l'environnement de tout point d'observation P, nous avons une onde lumineuse presque plane qui se déplace dans la direction de la ligne droite qui relie la source lumineuse à P. Les ondes lumineuses qui proviennent d'une étoile sont des ondes planes parfaites dans les petites plages qui nous intéressent.

Supposons que nous ayons éliminé les directions non souhaitées ; notre onde a maintenant une direction unique. Mais il reste le chaos des longueurs d'onde. Il existe de nombreuses méthodes pour filtrer une onde sinusoïdale d'une seule longueur d'onde, ou plus précisément : des ondes sinusoïdales avec un petit intervalle de longueur d'onde. La moins chère est (comme le mot « filtre » l'indique déjà) un filtre : une plaque de verre qui absorbe ou réfléchit la plus grande partie de la lumière et qui ne laisse passer que la lumière d'une petite gamme de longueur d'onde.

L'analogie avec les pommes peut à nouveau être utile. Si seules les grosses pommes rouges peuvent être vendues, il est préférable de ne planter que des pommiers dont les pommes sont grosses et rouges dès le départ.

Il en va de même pour la lumière : si nous avons besoin de lumière cohérente, il sera préférable d'utili-

Même la lumière laser n'est pas suffisante

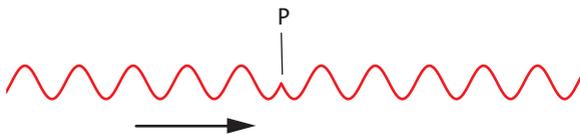


Fig. 5.8 Une onde se désynchronise au point P. Elle fait un « saut de phase ».

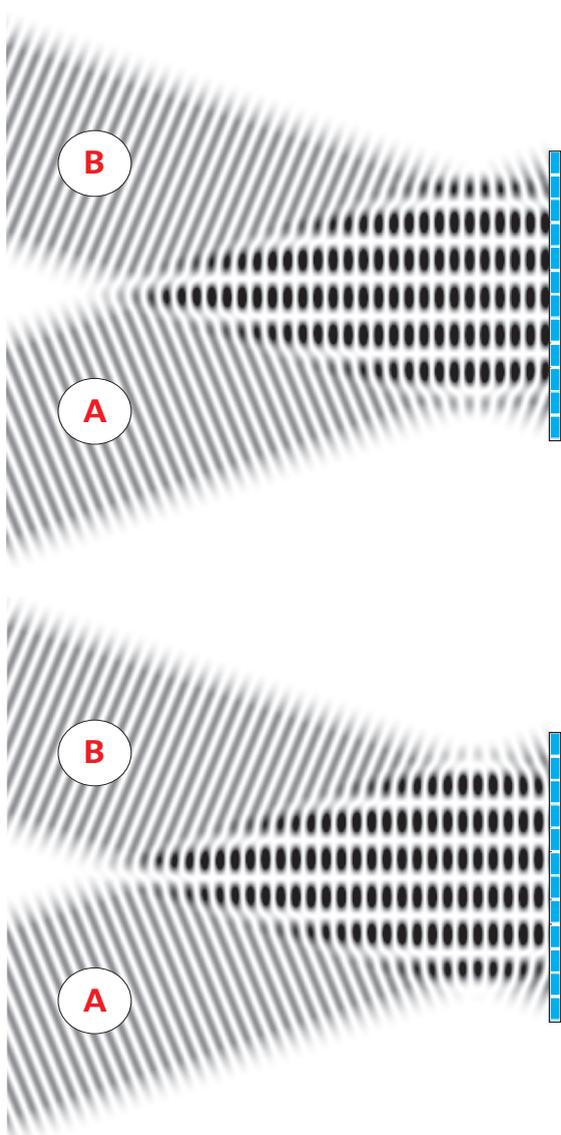


Fig. 5.9 Deux ondes sinusoïdales interfèrent. Sur l'écran (côté droit), on peut voir une séquence de bandes claires et sombres. Dans l'image du bas, l'onde A a été déplacée d'une demi-longueur d'onde par rapport à B. En conséquence, le motif des bandes a été décalé. Là où il y a des points lumineux sur l'écran dans l'image supérieure, ils sont sombres dans l'image inférieure et vice versa.

ser une source lumineuse qui ne fournit que de la lumière cohérente dès le départ : un laser. Autrefois, lorsqu'il n'y avait pas de laser, les gens devaient se débrouiller avec les méthodes que nous avons décrites précédemment.

5.3 Même la lumière laser n'est pas suffisante

Une fois encore, nous expliquons le problème à l'aide de deux ondes planes qui se déplacent l'une vers l'autre selon un angle aigu et qui se traversent l'une l'autre, Fig. 4.33. Nous avons discuté de cette expérience en théorie dans le chapitre précédent, mais nous nous sommes abstenus de l'essayer — parce qu'elle n'aurait pas fonctionné. Mais comment aurait-il fallu faire alors ? Nous pourrions supposer que rien n'est plus facile. Nous prenons deux lasers, c'est-à-dire des sources de lumière cohérente, nous dirigeons les faisceaux l'un sur l'autre à un angle aigu et nous installons un écran dans la zone d'intersection. Des bandes lumineuses et sombres devraient être visibles sur l'écran. Or, en fait, on ne voit qu'une tache moyennement lumineuse. Pourquoi ?

C'est parce que les lasers ne font pas ce que nous attendons d'eux. Bien que chaque laser produise une onde qui ressemble à une onde sinusoïdale sur de nombreuses longueurs d'onde, elle se désynchronise au bout d'un certain temps. Et un peu plus tard encore... et cela se produit pour les deux lasers, indépendamment l'un de l'autre. On peut imaginer que le laser fait un saut de phase à un moment donné, comme le montre la « fonction sinus » de la Fig. 5.8.

Quel est l'effet de cela sur l'image d'interférence sur l'écran ? Qu'arrivera-t-il au motif d'interférence si, par exemple, l'une des ondes est déplacée d'une demi-longueur d'onde ? La Fig. 5.9 montre deux processus d'interférence. La différence est que l'onde A de l'image du bas est déplacée de $\lambda/2$ par rapport à l'onde A de l'image du haut. Résultat : la figure d'interférence est également décalée. Là où il y a extinction dans l'image supérieure, il y a amplification dans l'image inférieure et vice versa.

Par conséquent, chaque fois qu'une onde se désynchronise, le motif des bandes sur l'écran saute d'un côté ou de l'autre. Le processus de désynchronisation ne doit pas nécessairement être brutal. Il peut aussi être plus progressif, car dans ce cas, les bandes d'interférence se déplacent également de façon régulière d'avant en arrière. C'est exactement ce qui se passe dans la réalité, même lorsque nous utilisons de très

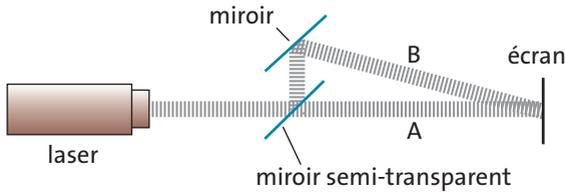


Fig. 5.10 Les ondes A et B interfèrent l'une avec l'autre. On peut voir un motif de bandes sur l'écran.

bons lasers. Le mouvement de va-et-vient des bandes d'interférence est si rapide que nous ne pouvons percevoir que la valeur moyenne à l'œil nu : nous observons une luminosité uniforme et sans texture.

Après ces longues délibérations, nous sommes enfin en mesure de mettre en place une expérience d'interférence qui fonctionne réellement. Comme nous ne pouvons pas trouver deux sources lumineuses qui restent synchronisées pendant longtemps, nous devons utiliser deux ondes sinusoïdales provenant de la même source. Si l'une d'elles se désynchronise, l'autre se désynchronisera en même temps et la figure d'interférence ne sera pas décalée dans le processus. Il existe de nombreuses possibilités de créer deux ondes à partir d'une seule ; un exemple est illustré à la Fig. 5.10. L'onde lumineuse d'un laser arrive sur un « miroir » qui reflète la moitié de la lumière et laisse passer l'autre moitié. Les ondes A et B ont la même longueur de cohérence et chaque déviation d'une onde sinusoïdale en A correspond à une déviation identique en B. Ainsi, l'onde A reste synchrone par rapport à l'onde B. Lorsque A et B se croisent, une figure d'interférence qui ne saute pas en avant et en arrière se forme.

Il n'y a qu'un aspect supplémentaire à prendre en compte : les chemins que parcourent A et B depuis le miroir semi-transparent jusqu'à la région d'interférence ne doivent pas être très différents. Si l'onde B a un chemin plus long que A, elle interagira avec des sections de A qui font encore partie de la zone de cohérence précédente. La différence de chemin entre A et B doit être dans tous les cas inférieure à la longueur de cohérence. Mais cette condition est généralement facile à remplir.

Même si nous ne devons pas tirer d'autres avantages de l'interférence de la lumière, l'expérience décrite précédemment revêt une importance particulière. Elle prouve que la lumière est une onde. La première expérience d'interférence a été réalisée avec succès par le physicien Thomas Young en 1801. Jusqu'alors, on avait supposé que la lumière était un phénomène ondulatoire, mais il n'y avait pas encore eu de preuve claire.

Exercices

1. (a) Supposons que la lumière d'un laser ait une longueur d'onde de 633 nm et une longueur de cohérence de 15 cm. Combien de longueurs d'onde représentent l'équivalent de la longueur de cohérence ? À quelle vitesse le motif de la bande scintille-t-il lorsque nous créons une image d'interférence avec deux lasers de ce type ?
 (b) Quelle devrait être la longueur de cohérence pour qu'un motif de bandes reste au même endroit pendant une seconde ?
2. Expérience d'interférence avec des ondes sonores : nous créons deux ondes sinusoïdales avec deux haut-parleurs et examinons l'onde à l'aide d'un microphone. Avons-nous les mêmes problèmes qu'avec la lumière dans ce cas ? Si non, pourquoi ? Si oui, comment peut-on les contourner ?

5.4 Diffraction par les trous d'épingle et par les fentes

Nous allons maintenant découvrir une méthode encore plus simple pour créer des motifs d'interférence. Nous avons vu que nous avons besoin de deux ondes sinusoïdales qui ne se désynchronisent jamais ou, si cela se produit quand même, qui doivent le faire simultanément.

Nous laissons une onde sinusoïdale se diriger vers un trou d'épingle. Le trou d'épingle doit être plus petit que la longueur d'onde. L'onde est diffractée et s'éloigne dans toutes les directions derrière le trou d'épingle, Fig. 5.11. Nous avons une sorte d'onde sphérique. Elle diffère d'une véritable onde sphérique par la dépendance de l'amplitude par rapport à la direction. Dans une « direction vers l'avant » l'amplitude est grande, et elle diminue lorsque l'angle s'écarte de cette direction.

Maintenant, nous laissons l'onde incidente se diriger vers deux trous d'épingle. Deux ondes sphériques

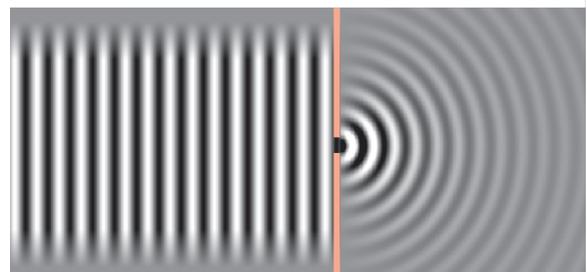


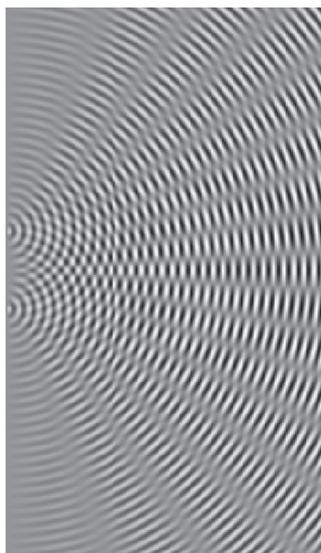
Fig. 5.11 Les fronts d'onde sont circulaires derrière le trou d'épingle (et sphériques pour une onde tridimensionnelle).

Diffraction par les trous d'épingle et par les fentes

se forment alors derrière l'obstacle, et ces ondes interfèrent l'une avec l'autre. Comme elles proviennent toutes deux de la même onde incidente, elles resteront toujours synchronisées.

Les deux « ondes sphériques » et leur superposition sont représentées sous la forme d'un instantané à gauche sur la Fig. 5.12. L'image de droite montre la valeur moyenne dans le temps du carré de la fonction d'onde, c'est-à-dire l'intensité. Le noir correspond à une intensité élevée, le blanc à une intensité faible. Il y a amplification dans les zones noires et extinction dans les

a)



b)

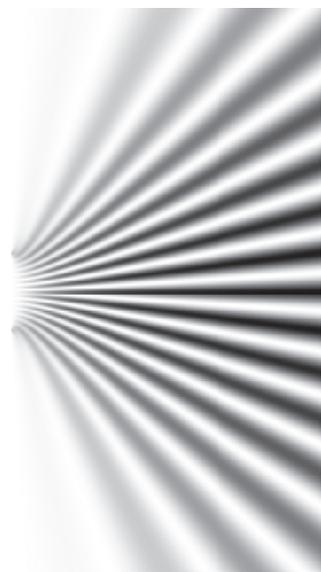


Fig. 5.12 (a) instantané des ondes sphériques qui sortent de deux trous d'épingle. (b) valeur moyenne du carré de la fonction d'onde.

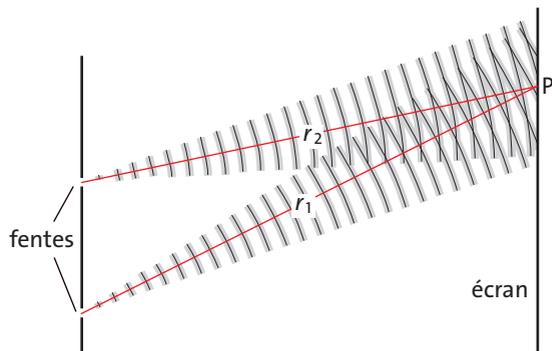


Fig. 5.13 Le chemin r_2 de la fente supérieure au point P est plus court que le chemin r_1 de la fente inférieure à P. Si la différence de chemin est un multiple entier de λ , les deux ondes s'amplifient.

zones blanches. Nous avons donc obtenu une figure d'interférence de manière très simple. Si nous plaçons un écran sur le trajet de la lumière, nous verrons des taches claires et sombres en alternance sur celui-ci.

Si nous prenons deux fentes — dans la Fig. 5.12, elles seraient perpendiculaires au plan du dessin — au lieu de deux trous d'épingle, nous obtiendrions des bandes claires et sombres comme motif d'interférence sur l'écran, similaire à celles que nous avons créées précédemment au moyen des miroirs.

Nous aimerions analyser plus en détail comment ces bandes prennent naissance et calculer leur distance.

Une onde sinusoïdale plane arrive de la gauche sur la double fente de la Fig. 5.13. Deux ondes dont les fronts d'onde sont circulaires dans une vue en coupe transversale partent alors des deux fentes. Nous voulons seulement voir ce qui se passe dans le plan de l'écran : les ondes en un point P donné vont-elles s'amplifier ou s'annuler l'une l'autre ?

On relie chacune des deux fentes à P par une ligne droite. Les lignes droites sont les rayons des ondes circulaires. Nous pouvons voir que le chemin r_1 de l'onde inférieure est plus long que le chemin r_2 de l'onde supérieure. Alors que les ondes sont synchronisées à la fente 1 et à la fente 2, elles ne le sont plus sur l'écran. Plus P est éloigné du centre de l'écran, plus cette différence de trajet est importante. Chaque fois que la différence de trajet est un multiple entier de λ , les deux ondes s'amplifient. Lorsqu'elle est égale à $\lambda/2$, $3\lambda/2$, etc, elles se détruisent :

Une différence de trajet de

- $0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda, \dots$ conduit à une amplification,
- $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, 7\lambda/2, \dots$ conduit à une extinction.

Cela peut être exprimé de manière plus succincte par :

Une différence de trajet de

- $k \cdot \lambda$ conduit à une amplification,
- $(k + 1/2) \cdot \lambda$ conduit à une extinction.

Ici, k représente d'abord les entiers 0, 1, 2, etc. Mais nous pouvons également insérer les entiers négatifs pour k . Une différence de trajet négative signifie que le trajet de l'onde supérieure est plus long que celui de l'onde inférieure.

Au point de l'écran où la différence de trajet est égale à 0, il y a le *maximum d'intensité d'ordre zéro* ; les points voisins d'intensité maximale sont les deux maxima d'ordre un, qui sont suivis par les maxima d'ordre deux, et ainsi de suite.

Nous voudrions exprimer la différence de parcours par les angles que forment les deux rayons r_1 et r_2 avec la ligne perpendiculaire au plan de la fente. Cela semble compliqué au premier abord, mais ce n'est pas le cas. La distance entre le plan des fentes et l'écran est généralement si grande par rapport à la distance entre les fentes d que les deux rayons sont pratiquement parallèles. Par conséquent, la Fig. 5.13 est en fait une mauvaise illustration de cette situation. Lorsque nous

illustrons l'expérience à l'échelle, nous devons dessiner la distance entre les fentes si petite que rien ne peut plus être reconnu, Fig. 5.14a. La Fig. 5.14b ne montre donc que le voisinage des fentes de manière fortement agrandie.

L'angle des deux rayons r_1 and r_2 par rapport à la droite perpendiculaire aux fentes sera appelé φ . Nous pouvons tirer de la figure :

$$\sin \varphi = \frac{r_1 - r_2}{d},$$

ou

$$r_1 - r_2 = d \cdot \sin \varphi.$$

Nous pouvons donc reformuler notre règle :

$$d \cdot \sin \varphi = k \cdot \lambda \quad \text{amplification}$$

$$d \cdot \sin \varphi = (k + 1/2) \cdot \lambda \quad \text{extinction}$$

avec $k = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

A chaque angle φ correspond un point particulier sur l'écran. En dénommant la distance depuis le centre de l'écran par a et la distance entre le plan de la fente et le plan de l'écran par l , Fig. 5.15, on obtient :

$$\tan \varphi = \frac{a}{l}. \tag{5.1}$$

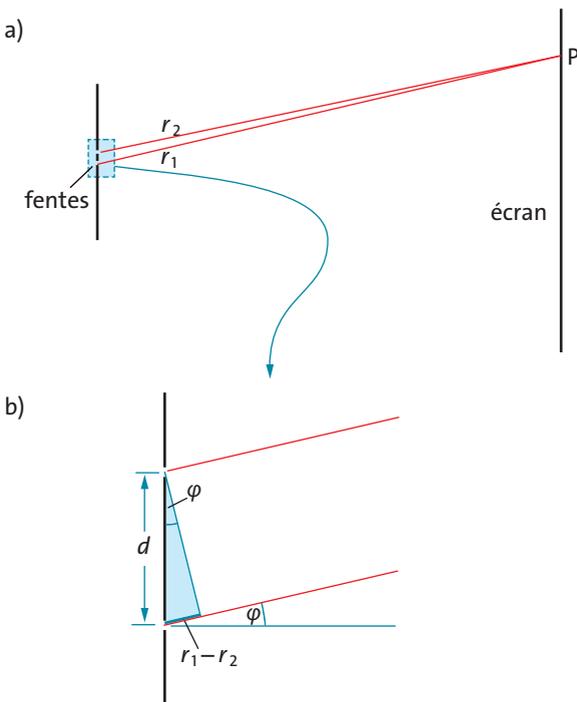


Fig. 5.14 (a) La distance entre la double fente et l'écran d'observation est si grande que les rayons r_1 et r_2 sont pratiquement parallèles. (b) Vue agrandie du voisinage de la double fente.

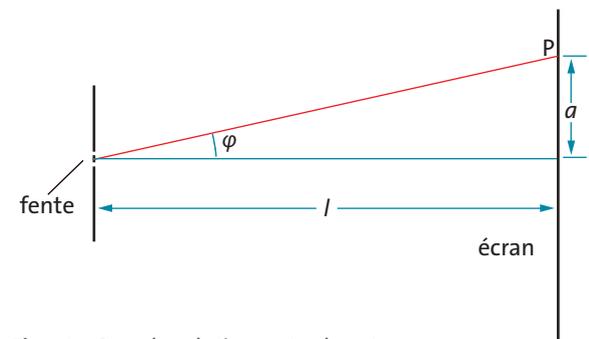


Fig. 5.15 Pour la relation entre l , a et φ

Nous aimerions exprimer notre règle d'amplification et d'extinction avec a au lieu de l'angle φ . Ici, nous pouvons à nouveau tirer avantage de la très grande distance entre les fentes et l'écran. C'est pourquoi a est également très petit par rapport à l . L'angle φ est par conséquent très petit, et la valeur de la fonction sinus pour les petits angles est approximativement égale à la valeur de la fonction tangente :

$$\tan \varphi \approx \sin \varphi. \tag{5.2}$$

Avec (5.1) et (5.2), nos règles pour l'amplification et l'extinction deviennent :

$$a = \frac{l}{d} \cdot k \cdot \lambda \quad \text{amplification}$$

$$a = \frac{l}{d} \cdot \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad \text{extinction}$$

d = distance entre les fentes

a = distance à partir du centre du motif d'interférence

l = distance entre le plan des fentes et l'écran

Ici, nous avons seulement déterminé les points où l'amplification des ondes atteint un maximum et là où elles s'annulent complètement. Entre les deux, l'intensité varie régulièrement d'une valeur élevée à zéro. La Fig. 5.16 montre l'intensité en fonction de la position a sur l'écran.

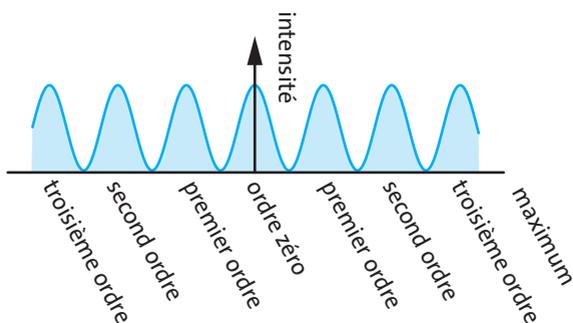


Fig. 5.16 Intensité de la lumière en fonction de la position sur l'écran d'observation

Exercices

- (a) Testez avec votre calculatrice l'approximation $\tan \varphi \approx \sin \varphi$. Quel est l'écart en pourcentage pour des angles de 1° , 5° et 10° ?
(b) Montrez que l'approximation découle de la définition géométrique du sinus et de la tangente d'un angle. (Le sinus d'un angle est la longueur du côté opposé divisée par..., etc.).
- Une onde sinusoïdale plane de lumière avec $\lambda = 520$ nm passe à travers une double fente, avec une distance de fente de 0,2 mm. Quelle est la distance entre les bandes d'interférence, si l'écran est situé à 1,2 m des fentes.
- On observe des bandes d'interférence séparées par une distance de 2 cm. L'écran se trouve à une distance de 8 m de la double fente. La distance entre les fentes est de 0,2 mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?

5.5 Réseau de diffraction – le spectromètre à réseau de diffraction

La diffraction par une fente ne devient vraiment intéressante que lorsque nous utilisons non plus seulement deux mais beaucoup plus de fentes, par exemple mille ou dix mille fentes. Qu'est-ce qui va changer dans ce cas ?

Il n'est pas difficile de prévoir où les maxima d'interférence apparaîtront sur l'écran. La Fig. 5.17 montre une section d'un tel *réseau*. Si la longueur du chemin entre une fente et l'écran diffère de celle entre la fente voisine et l'écran d'une longueur d'onde (ou d'un multiple entier d'une longueur d'onde), un maximum d'intensité apparaîtra sur l'écran. Toutes les ondes sont en phase au point correspondant de l'écran.

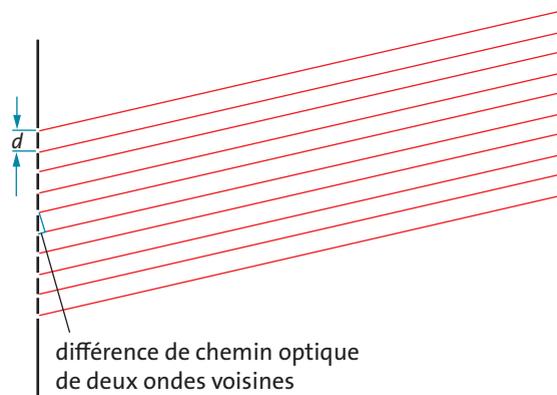


Fig. 5.17 Plusieurs fentes parallèles forment un réseau. Si la différence de chemin entre la fente et l'écran d'observation pour les ondes des fentes voisines est égale à $k \cdot \lambda$, les ondes s'amplifient à l'écran.

Les choses sont plus compliquées pour les régions situées entre ces maxima. Si la différence de chemin des ondes de deux fentes voisines est de $\lambda/2$, ces deux ondes voisines s'annulent. Nous connaissons déjà ce phénomène. Mais il existe de nombreuses autres différences de chemin pour lesquelles l'extinction se produit. Si la différence de chemin entre deux ondes voisines est de $\lambda/4$, chaque onde s'éteint avec sa deuxième voisine suivante, car la différence de chemin est à nouveau de $\lambda/2$ entre ces deux ondes. Si la différence de trajectoire entre des ondes voisines est de $\lambda/6$, chaque onde s'éteindra avec sa troisième voisine suivante, etc. Entre, il y a des différences de chemin pour lesquelles aucune extinction complète ne se produit, mais l'intensité reste partout beaucoup plus faible que dans les

maxima. L'examen exact est un peu laborieux. Le résultat est montré à la Fig. 5.18a pour un réseau de 10 fentes et à la Fig. 5.18b pour un réseau de 50 fentes : l'intensité sur l'écran est tracée en fonction de la distance au centre de l'écran.

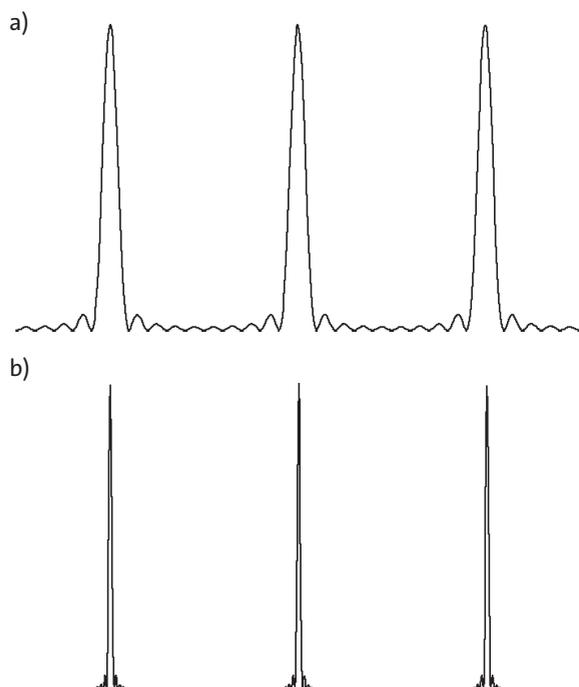


Fig. 5.18 Intensité sur l'écran pour un réseau avec (a) 10 fentes, (b) 50 fentes.

Aux points qui correspondent à une différence de parcours de λ , il y a des « pics » nets et entre les deux, l'intensité est très faible ou nulle. Plus il y a de fentes dans le réseau, plus les ondes interfèrent, plus les pics sont nets et plus l'intensité entre les pics est faible. Dans un réseau comportant plusieurs milliers de fentes, il ne restera pratiquement rien entre les pics d'amplification.

Ce résultat est important car il signifie qu'un réseau peut être très utile : il peut être utilisé pour décomposer une onde lumineuse en ses composantes sinusoïdales. Comment cela fonctionne-t-il ?

Nous n'envoyons pas une onde sinusoïdale sur le réseau, mais par exemple une onde composée de deux ondes sinusoïdales de longueurs d'onde différentes. Si l'une des ondes était seule, nous obtiendrions l'image d'interférence de la Fig. 5.19a. Si l'autre était seule, nous obtiendrions l'image de la Fig. 5.19b. L'onde composée fournit la somme des deux intensités,

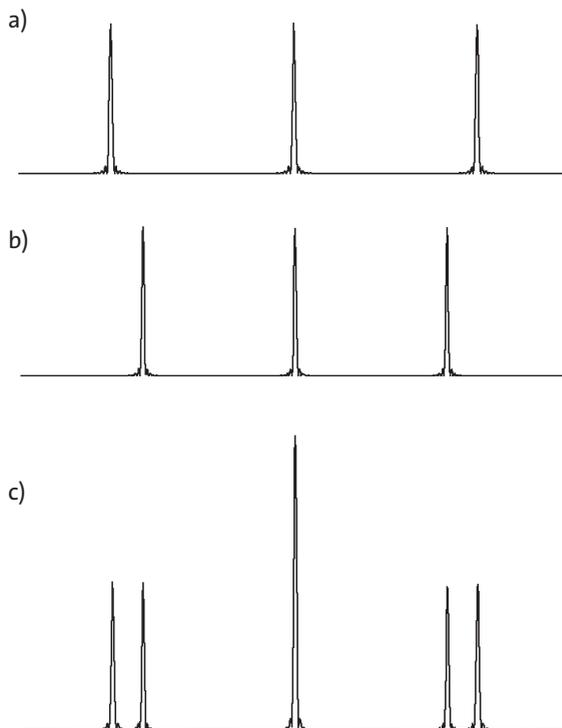


Fig. 5.19 Image d'interférence par un réseau, créée avec de la lumière de longueurs d'onde : (a) λ_1 , (b) λ_2 , (c) λ_1 et λ_2 . Le maximum d'ordre zéro est situé au centre. Les positions des maxima de premier ordre dépendent de la longueur d'onde.

Fig. 5.19c. Ainsi, nous pouvons non seulement déterminer la longueur d'onde d'une onde sinusoïdale à partir de la figure d'interférence, mais aussi de plusieurs ondes sinusoïdales ; nous pouvons déterminer les composantes sinusoïdales d'une onde complexe.

Le réseau crée un spectre sur l'écran.

Cependant, si la lumière contient des ondes de longueurs d'onde très différentes, les maxima d'une onde sinusoïdale d'un certain ordre se superposent à ceux d'une autre onde sinusoïdale d'un ordre immédiatement supérieur. Un réseau de diffraction ne convient donc que pour l'analyse de la lumière avec une gamme de longueurs d'onde pas trop étendue. Son avantage par rapport à la décomposition de la lumière à l'aide d'un prisme, est la haute *résolution* : on peut mesurer des structures très fines dans un spectre. L'appareil qui tire parti de l'interférence provoquée par un réseau est appelé *spectromètre à réseau*. C'est un instrument essentiel pour examiner la structure

des atomes et des molécules. Les principales avancées de la physique atomique, de la physique moléculaire, de la physique de l'état solide et de la mécanique quantique au cours du siècle dernier sont en grande partie basées sur des mesures effectuées avec le spectromètre à réseau.

Le réseau d'un spectromètre usuel a un diamètre de plusieurs centimètres et compte généralement 1800 lignes par millimètre. Cela signifie que plusieurs dizaines de milliers d'ondes sinusoïdales sont amenées à interférer.

Les « réseaux » que nous avons examinés jusqu'à présent consistaient en des ouvertures en forme de fente dans une plaquette par ailleurs non transparente. Le réseau peut également être configuré de manière à ce que ce ne soit pas la lumière transmise mais la lumière réfléchie qui soit mise en interférence. Pour cela, on utilise une plaquette sur laquelle sont montées de fines bandes réfléchissantes. La lumière est ainsi absorbée entre les bandes. Ces bandes réfléchissantes peuvent également être considérées comme des sources de lumière qui émettent des ondes avec des fronts d'onde ronds. La même image d'interférence que pour un réseau à fentes se forme, non pas derrière le réseau mais devant, c'est-à-dire du côté d'où vient la lumière. Afin d'éviter que la lumière ne soit réfléchie vers la source lumineuse, on fait en sorte qu'elle tombe sur le réseau de réflexion avec un léger angle. Le maximum d'intensité d'ordre zéro se trouve alors précisément dans la direction dans laquelle la lumière serait réfléchie par un miroir continu. Tous les CD sont des versions simples d'un tel réseau. Il existe des zones réfléchissantes continues entre les pistes de données. Vous avez certainement déjà remarqué que ce « réseau » décompose la lumière en ses composantes spectrales.

Exercices

1. La lumière réfléchie par un CD est assez déroutante à première vue. Mais ce n'est pas surprenant car la lumière qui frappe le CD provient généralement de différentes directions. Essayez d'établir des conditions dans lesquelles vous pouvez clairement identifier les spectres qui correspondent aux maxima d'interférence de premier et de second ordre.
2. (a) La lumière d'un pointeur laser est dirigée sur un réseau de diffraction comportant 300 fentes par millimètre. Un motif linéaire est formé à une distance de deux mètres, la distance entre les lignes étant de 32 cm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?
(b) Le réseau est remplacé par un autre réseau dont la distance entre les fentes est inconnue. Les lignes d'interférence sont maintenant à une distance de 48 cm l'une de l'autre. Quelle est la distance entre les fentes ?

5.6 Réseaux bi et tridimensionnels

Nous avons supposé jusqu'à présent que la distance entre les fentes du réseau est connue et que la longueur d'onde de la lumière est inconnue. Nous avons pu calculer la longueur d'onde de la lumière à partir du motif d'interférence. Mais le cas inverse peut également se produire : la longueur d'onde de la lumière est connue et nous cherchons la distance entre les fentes. C'est le cas d'une autre application de l'interférence : l'exploration de la structure des substances cristallines à l'aide de rayons X. Cette méthode est également basée sur l'interférence d'ondes diffractées sur un « réseau ». Toutefois, ce réseau n'est pas constitué d'une série de fentes, c'est-à-dire qu'il n'est pas monodimensionnel mais s'étend dans les trois dimensions de l'espace. Pour comprendre les particularités qui se produisent alors, nous utiliserons une approche graduelle. Après le réseau monodimensionnel que nous connaissons déjà, nous examinerons d'abord les réseaux bidimensionnels, puis les réseaux tridimensionnels.

Dans le cas d'un réseau normal, monodimensionnel, nous obtenons comme motif d'interférence des bandes sur l'écran qui sont parallèles aux fentes du réseau. Un réseau bidimensionnel est constitué d'une plaquette avec des rangées croisées de trous d'épingle ou de petits miroirs sur un fond absorbant, Fig. 5.20.

Comme motif d'interférence sur l'écran, nous obtiendrons non seulement une structure dans la direction horizontale mais aussi dans la direction verticale, Fig. 5.21. Comme le réseau de la Fig. 5.20 n'a qu'une largeur et une hauteur composée de cinq points chacune, les maxima ne sont pas encore très clairs et il y a encore des zones entre ces maxima où l'extinction n'est pas complète.

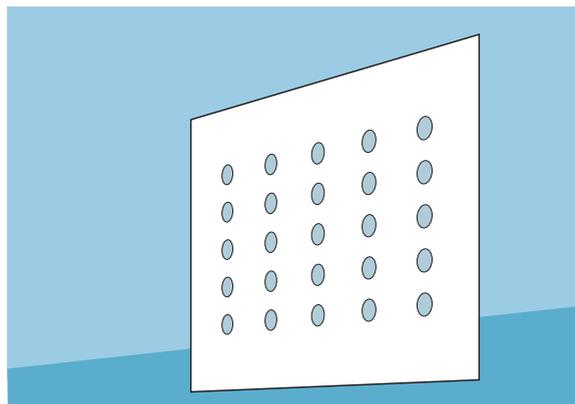


Fig. 5.20 Réseau bidimensionnel

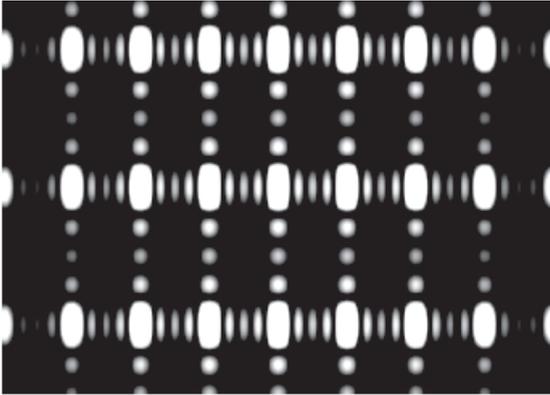


Fig. 5.21 Motif d'interférence du réseau de la Fig. 5.20

Ici, nous pouvons clairement observer ce que la formule nous dit sur la position des maxima :

$$a = \frac{l}{d} \cdot k \cdot \lambda.$$

Plus la distance entre les fentes est courte, plus la distance entre les maxima d'interférence est grande. Dans la Fig. 5.20, la distance entre les points du réseau de diffraction est deux fois moins grande dans la direction verticale que dans la direction horizontale. Par conséquent, la distance entre les maxima d'intensité est deux fois plus longue dans la direction verticale que dans la direction horizontale.

Nous passons maintenant du réseau bidimensionnel au réseau tridimensionnel. Les points d'où proviennent les ondes sphériques sont situés sur une grille tridimensionnelle. La Fig. 5.22 montre une section d'un tel réseau. Lors du passage entre le réseau monodimensionnel à bandes et le réseau bidimensionnel à points, les conditions d'observation de l'amplification sont devenues plus strictes. Au lieu de lignes, seuls des points étaient visibles sur l'écran. En passant du réseau

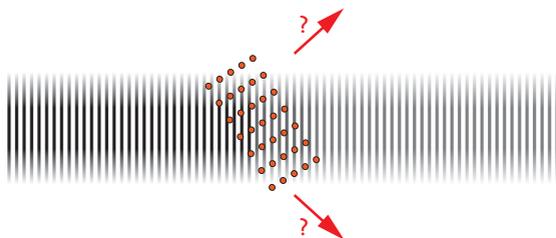


Fig. 5.22 Coupe transversale à travers un réseau tridimensionnel de points. Une onde sinusoïdale vient de la gauche. La plus grande partie de l'onde se déplace tout droit à travers le réseau. Dans quelles directions les ondes diffractées vont-elles s'amplifier ?

bidimensionnel au réseau tridimensionnel, la condition devient encore plus stricte. Il semble qu'aucune amplification ne puisse plus être attendue du tout.

Nous laissons l'onde sinusoïdale passer obliquement sur le réseau et imaginons d'abord qu'il n'y a que le premier plan de centres de diffraction, Fig. 5.23. Le maximum d'intensité d'ordre zéro est situé dans la direction qui peut être déduite de la loi de la réflexion (angle d'incidence = angle de réflexion) car les trajets de l'onde sont tous égaux pour cette direction.

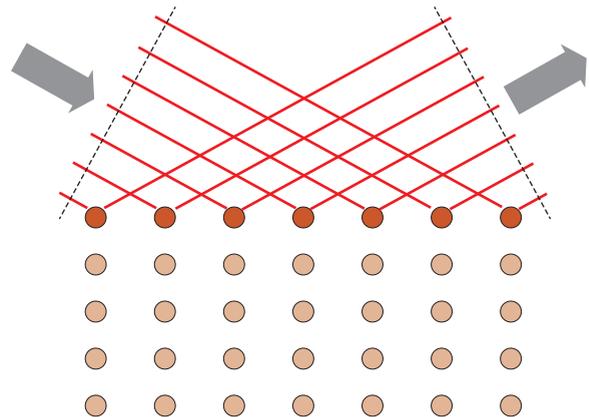


Fig. 5.23 Diffraction au niveau du plan supérieur. Les trajectoires indiquées ont toutes la même longueur car l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. Sans les plans sous-jacents, nous aurions une amplification dans la direction correspondante : le maximum d'intensité d'ordre zéro.

Mais derrière ce premier plan de centres de diffraction, il y a le plan suivant sur lequel se forme une autre onde amplifiée avec la même direction que la première, et sur le troisième plan il y en aura une autre, et ainsi de suite. Ces ondes amplifiées parcourent cependant des chemins de longueurs différentes, c'est-à-dire qu'elles interfèrent entre elles. Il n'y aura amplification qu'avec beaucoup de chance : si les trajectoires des ondes qui sont associées aux différents plans différents les unes des autres d'exactly λ . Et ce ne sera généralement pas le cas. Mais nous pouvons donner un coup de pouce à ce processus : la différence de trajectoire dépend de l'angle sous lequel l'onde incidente tombe sur les plans. Si nous faisons tourner le réseau, les ondes qui sont réfléchies sur deux plans voisins auront à un moment donné une différence de trajet d'exactly λ , Fig. 5.24. Lorsque cela se produit, toutes ces ondes s'amplifient et il en résulte une onde réfléchie de forte intensité.

Réseaux bi et tridimensionnels

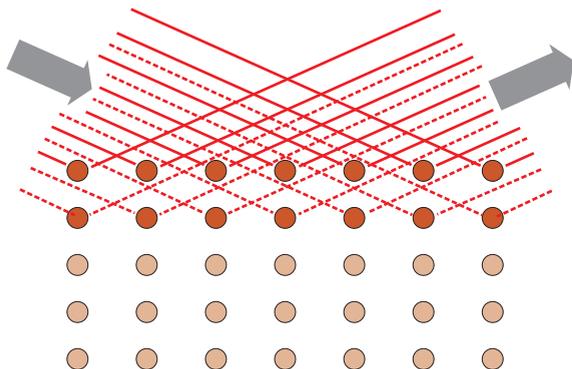


Fig. 5.24 Les trajectoires en traits continus et celles en traits pointillés ont des longueurs différentes. Il y a une différence de phase entre les ondes correspondantes.

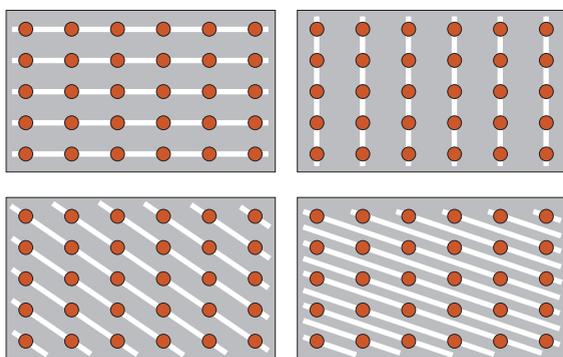


Fig. 5.25 Chaque ensemble de plans crée des maxima d'intensité, à condition que le réseau soit à un angle approprié par rapport à l'onde incidente.

Nous aurions pu tout aussi bien utiliser le même argument si nous n'avions pas examiné les plans de la Fig. 5.24 mais tout autre ensemble de plans parallèles sur lesquels se trouvent des centres de diffraction. La Fig. 5.25 montre quatre parmi de nombreuses possibilités. Pour chacun de ces ensembles de plans, nous avons : si la différence de chemin optique des ondes qui sont diffractées sur des plans voisins est égale à λ , un maximum d'intensité apparaîtra. Et il y aura également un maximum si la différence de parcours est de 2λ ou 3λ etc.

Par conséquent, nous obtenons également une image d'interférence avec un réseau tridimensionnel, mais seulement après avoir fait tourner le réseau autour de l'un de ses axes. Nous pouvons calculer les distances des plans de diffraction à partir de la position des maxima d'intensité. Nous allons maintenant voir comment cela peut être fait.

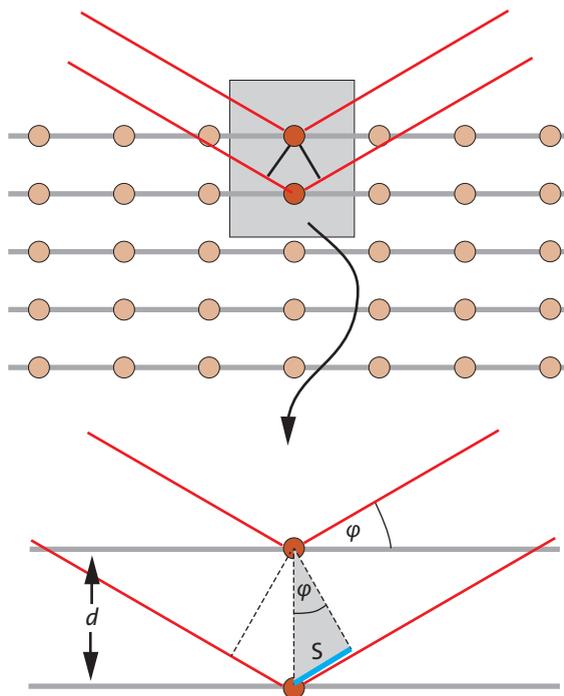


Fig. 5.26 La trajectoire de l'onde qui est réfléchi sur le plan inférieur est plus longue d'une longueur $2s$ que la trajectoire de l'onde qui est réfléchi sur le plan supérieur.

Les plans sur lesquels se trouvent les centres de diffraction sont dessinés dans le réseau de la Fig. 5.26. Nous comparons la trajectoire de l'onde qui est « réfléchi » sur le premier plan à la trajectoire de l'onde qui est « réfléchi » sur le second plan.

La différence de parcours est de $2s$, c'est-à-dire deux fois le côté s du triangle surligné en gris. La relation entre s , la distance d entre les plans et l'angle d'incidence de l'onde peut être déduite du dessin. Nous obtenons :

$$\sin \varphi = \frac{s}{d}$$

ou

$$s = d \cdot \sin \varphi.$$

Une amplification est obtenue quand la différence de chemin optique est :

$$2s = k \cdot \lambda,$$

avec $k = 1, 2, 3, \dots$

Amplification dans le cas d'un réseau tridimensionnel :

$$2d \cdot \sin \varphi = k \cdot \lambda \text{ avec } k = 1, 2, 3, \dots$$

Si la longueur d'onde est connue, on peut calculer la distance d des plans sur la base d'un angle observé. A différents ensembles de plans correspondent différents maxima.

Exercices

1. Nous laissons une onde plane, qui est composée d'ondes sinusoïdales avec de nombreuses longueurs d'onde λ différentes dans une large gamme, arriver sur un réseau tridimensionnel. (Le réseau n'est pas tourné.) Que peut-on observer ?
2. Une onde sinusoïdale plane arrive sur un réseau comme celui de la Fig. 5.24. Le réseau est tourné lentement. La plus grande part de l'onde se propage en ligne droite à travers le réseau. Mais pour certaines orientations du réseau, des ondes sortantes d'autres directions se forment. Quelle information sur le réseau peut être obtenue à partir de l'onde qui s'écarte le moins de la direction incidente ?

5.7 Diffraction des rayons X dans les cristaux

Pour obtenir des figures d'interférence par diffraction d'ondes sinusoïdales, nous avons besoin de réseaux dont la distance entre les fentes a des dimensions similaires à la longueur d'onde.

Un réseau de diffraction pour la lumière visible a donc une distance entre les fentes d'approximativement 0,5 à 1 μm . La longueur d'onde des rayons X est environ 1000 fois plus courte. Pour créer un motif d'interférence avec les rayons X, il faut un réseau dont la distance entre les fentes est d'environ 1 nm. Nous n'avons même pas à nous préoccuper de la production de tels réseaux, car ils sont abondants dans la nature. Les atomes de la plupart des substances solides sont disposés selon un « réseau cristallin » tridimensionnel régulier. La plupart des roches et des minéraux ainsi que presque tous les métaux appartiennent à ces substances *cristallines*.

Dans certaines substances solides, les atomes sont disposés de manière irrégulière. Ces substances sont qualifiées d'*amorphes*. Les substances amorphes comprennent la plupart des substances organiques de notre environnement — naturelles comme le bois ou artificielles comme les plastiques organiques —, mais aussi le verre (contrairement à ce que l'on aurait pu

penser). Dans ce qui suit, nous n'examinerons que les substances cristallines, c'est-à-dire celles qui présentent une disposition régulière et périodique des atomes.

Un faisceau de rayons X d'une seule longueur d'onde est envoyé sur un tel cristal. Le rayonnement est diffracté sur chacun des atomes. Cependant, comme nous l'avons vu, le rayonnement diffracté interfère de telle manière que les ondes partielles se détruisent mutuellement, de sorte que le faisceau de rayons X traverse simplement le cristal dans sa direction initiale. Cependant, si le cristal est tourné, la condition d'amplification sera satisfaite pour des directions spécifiques et une partie du rayonnement sera diffractée dans une direction bien définie.

La Fig. 4.27 montre le principe de la méthode d'examen. Un mince faisceau de rayons X d'une seule longueur d'onde, c'est-à-dire une onde sinusoïdale de rayons X, arrive de la gauche. Il arrive sur le cristal à examiner. Le cristal est mis en rotation lente autour d'un axe. Un film photographique est placé autour du cristal.

Pendant la rotation du cristal, la condition d'amplification est remplie de temps en temps, de sorte que des faisceaux dans diverses directions apparaissent et disparaissent à nouveau. Chacun de ces faisceaux crée une petite tache sur le film. Ainsi, nous obtenons une image avec de nombreux points de ce type à la fin. La structure du réseau cristallin peut être calculée à partir de la position et de l'intensité de ces taches. L'image de diffraction de la Fig. 5.28 a été créée avec un cristal de gypse ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$).

L'intérêt de cette méthode apparaît clairement si l'on considère qu'il existe un très grand nombre de structures cristallines différentes. L'image d'interférence contient cette structure sous une forme codée. À partir de ces images, on peut déduire les coordonnées de chaque atome d'un cristal moléculaire compliqué.

En fait, cette *analyse de la structure par rayons X* fournit des informations encore plus poussées sur la structure de la matière. En expliquant la méthode, nous avons supposé que les atomes étaient des objets ponctuels sur lesquels l'onde sinusoïdale est diffractée.

Or, l'onde de rayons X n'est pas diffractée sur les noyaux atomiques mais sur l'*électronium*, c'est-à-dire la « substance » qui se trouve entre les noyaux et dont les parties élémentaires sont les électrons. Les ondes de rayons X sont diffractées le plus fortement là où la densité d'électronium est la plus élevée. Une analyse détaillée de l'image d'interférence nous permet non seulement de déterminer la position des noyaux atomiques, mais aussi la distribution de la densité de

Diffraction des rayons X dans les cristaux

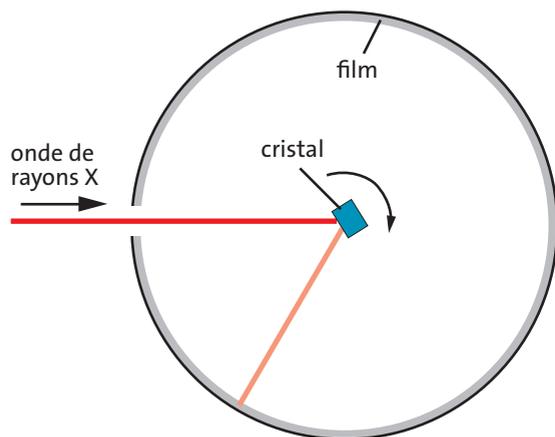


Fig. 5.27 Enregistrement d'une image de diffraction de rayons X. Le cristal à examiner est mis en rotation. Les maxima d'interférence sont enregistrés avec le film cylindrique.

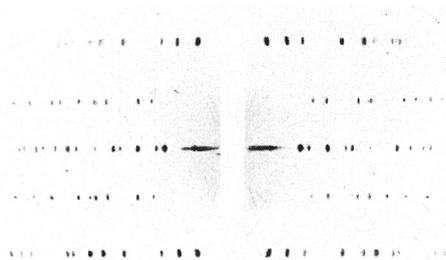


Fig. 5.28 Image de diffraction des rayons X d'un cristal de gypse.

l'électronium. La Fig. 5.29 montre une telle image pour le diamant, c'est-à-dire le carbone cristallin. Aux endroits sombres (haute densité d'électronium), le plan de l'illustration croise des liaisons covalentes qui doivent être imaginées comme perpendiculaires au plan du dessin.

On peut comprendre maintenant qu'il est intéressant, dans certains cas, d'utiliser des ondes d'une autre nature que les rayons X. Selon la façon dont les ondes sont diffractées dans la matière à examiner, on obtient une image différente et donc d'autres informations.

Par exemple, un faisceau d'électrons est parfois utilisé à la place d'une onde de rayons X. Les faisceaux d'électrons peuvent être créés de manière à former une onde sinusoïdale pure. Une telle onde sinusoïdale permet également d'obtenir des informations importantes sur la structure d'un matériau. Comme il est possible de produire des faisceaux d'électrons très fins, de très petites zones d'un matériau homogène peuvent être examinées séparément au moyen d'électrons.

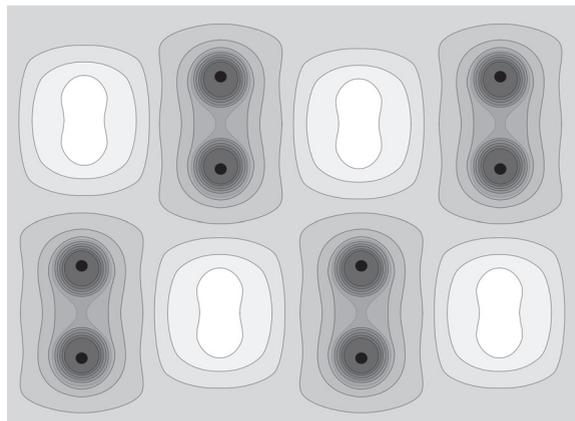


Fig. 5.29 Densité d'électronium du diamant (carbone cristallin) dans un plan qui ne passe pas par les noyaux atomiques. La densité est élevée (foncée) là où le plan croise les liaisons covalentes entre deux atomes adjacents.

Une autre variante est l'interférence avec les neutrons. Les faisceaux de neutrons peuvent également former une onde sinusoïdale. Les neutrons ne sont pas chargés électriquement. Par conséquent, ils ne sont presque pas diffractés par l'électronium mais surtout par les noyaux atomiques. On peut ainsi obtenir des informations sur la position des noyaux et sur leur mouvement thermique. Comme les neutrons sont magnétiques, une image d'interférence neutronique contient également des informations sur la distribution du magnétisme dans les cristaux examinés.

6 TRANSFERT ET STOCKAGE DE DONNÉES

6.1 La quantité de données

Un opérateur téléphonique établit des connexions téléphoniques, un opérateur de réseau câblé nous fournit des programmes de télévision, un fournisseur nous donne accès à l'internet. Toutes ces entreprises gagnent de l'argent en transportant et en stockant des données pour d'autres personnes. Elles ne se soucient pas de la nature des nouvelles et des informations, des textes, des images ou de la musique qu'elles transmettent pour nous. Qu'il s'agisse d'informations essentielles ou d'une conversation banale par téléphone, de feuilletons ou de reportages sur une famine via les chaînes de télévision, d'une information sur les trains ou d'un horoscope sur l'internet, un seul aspect est important pour ces entreprises : la quantité de données transférées. Les dépenses qu'elles font pour nous et les frais correspondants qu'elles nous facturent à la fin du mois dépendent de cette quantité. Ainsi, la *quantité de données* est donc la grandeur pertinente.

Le symbole de la quantité de données est H , l'unité de mesure est le bit. La quantité octuple d'un bit, c'est-à-dire l'octet (en anglais « Byte ») — en abrégé B — est souvent utilisée. Ainsi :

$$1 \text{ B} = 8 \text{ bits.}$$

Étant donné que de très grandes quantités de données sont fréquemment traitées, on utilise aussi bien le bit que l'octet avec les facteurs multiplicateurs bien connus que sont le kilo, le méga, le giga, le téra, etc.

Comment déterminer la quantité de données ? Combien représente 1 bit ? Nous pourrions déjà examiner une formule utilisée pour calculer la quantité de données. Cependant, nous ne pouvons pas vraiment dire à partir de cette formule pourquoi elle fournit la quantité de données. Il est donc préférable de bien réfléchir à ce que nous voulons. Ensuite, il nous sera facile de trouver la formule nous-mêmes.

Dans ce qui suit, nous allons examiner les processus dans lesquels les données sont transmises ou transférées : d'un endroit que nous appelons *source de données* à un autre, c'est-à-dire le *récepteur de données*. Le transfert de données n'est possible que si un accord a été conclu à l'avance entre la source de données et le récepteur de données concernant les signaux et les signes à utiliser, c'est-à-dire un type de langage ou d'alphabet. Nous appelons ces signes « jeu de caractères » et désignons son nombre par z .

Nous commençons par la situation la plus simple à laquelle nous pouvons penser : il a été convenu entre la source de données et le récepteur de données que seuls deux signes seront utilisés ; nous avons donc $z = 2$. Nous pouvons également dire qu'un *code binaire* est utilisé (« binarius » est un mot latin qui signifie « composé de deux parties »).

La nature des signes n'est pas pertinente pour nos considérations. Nous pourrions utiliser :

- les mots prononcés « oui » et « non »,
- un signal lumineux rouge et un signal lumineux vert,
- un potentiel électrique positif et un potentiel négatif dans un fil,
- un pouce tourné vers le haut ou tourné vers le bas.

Un message qui est transmis au moyen d'un tel signal a la quantité de données de 1 bit. Nous avons donc une définition de l'unité de mesure 1 bit, et par conséquent de la quantité de données :

Lorsque le nombre de signes est $z = 2$, 1 bit est transmis avec un signe.

Vous pariez avec un camarade de classe X que vous obtiendrez la note A à la prochaine interrogation de physique. Vous récupérez le test et vous souhaitez dire immédiatement à X, qui est assis à l'autre bout de la classe, si vous avez atteint votre objectif. Vous trans-

La quantité de données

mettez l'information avec votre pouce. La quantité de données transmises est de 1 bit.

Mais quelle est la quantité de données dans le cas où le nombre de signes est supérieur à deux ?

Supposons que nous ayons $z = 4$ signes différents. Une possibilité serait que vous souhaitiez indiquer à X la note (A, B, C ou D) que vous avez obtenue. (La note E a été exclue ici.) Tout d'abord, nous remplaçons les quatre lettres A, B, C et D par les chiffres 1, 2, 3 et 4.

Là encore, la réalisation n'est pas pertinente pour le calcul de la quantité de données. Vous avez convenu que vous tiendriez un des 4 crayons de couleur. Vous avez convenu du code suivant :

Note	couleur
1	rouge
2	vert
3	jaune
4	bleu

Combien de bits sont transmis avec le signal de couleur ici ? Nous pouvons déterminer la quantité de données à l'aide de notre première règle. Au lieu du code à quatre couleurs, nous transmettons les mêmes données avec un code binaire, c'est-à-dire avec un signe de pouce levé (pouce « haut ») et un signe de pouce baissé (pouce « bas »). Comment cela fonctionne-t-il ? Vous effectuez deux transmissions de données successives. Avec la première, vous communiquez si la note est un nombre impair ou pair, et avec la seconde, s'il s'agit de la valeur inférieure ou supérieure de la note.

Signal 1

Note	pouce
1 ou 3	haut
2 ou 4	bas

Signal 2

Note	pouce
1 ou 2	haut
3 ou 4	bas

Le tableau suivant indique les deux orientations du pouce pour les quatre notes différentes :

Note	pouce
1	haut – haut
2	bas – haut
3	haut – bas
4	bas – bas

Supposons que vous ayez obtenu la note B, soit 2 en chiffre. Dans ce cas, vous tournez d'abord votre pouce vers le bas, puis vers le haut. Comme la transmission

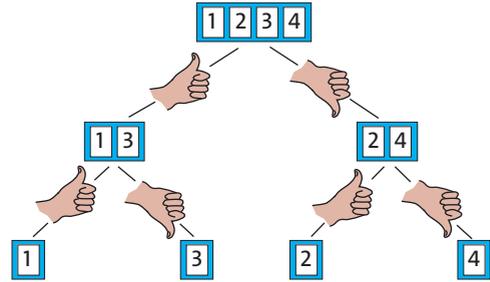


Fig. 6.1 Arbre de décision pour deux décisions binaires.

des données s'est faite maintenant avec un code binaire, nous connaissons la quantité de données : vous avez transmis deux fois un bit, c'est-à-dire 2 bits au total. La Fig. 6.1 montre l'arbre de décision de notre exemple. Avant la transmission du premier signal, les quatre notes sont possibles pour le récepteur de données X. A chaque signal binaire, ce nombre est divisé par deux, c'est-à-dire réduit à deux par le premier signal et à un par le second signal.

Si vous aviez utilisé le code à quatre signes, vous auriez également transmis 2 bits, mais au moyen d'un seul signal :

Lorsque le nombre de signes est $z = 4$, 2 bits sont transmis avec un seul signe.

D'où :

- 2 signes différents : 1 bit/signe,
- 4 signes différents : 2 bits/signe.

Quelle sera la suite ?

Si nous voulons transmettre un message qui consiste en un choix parmi 8 possibilités différentes, 3 décisions binaires, c'est-à-dire des décisions entre deux

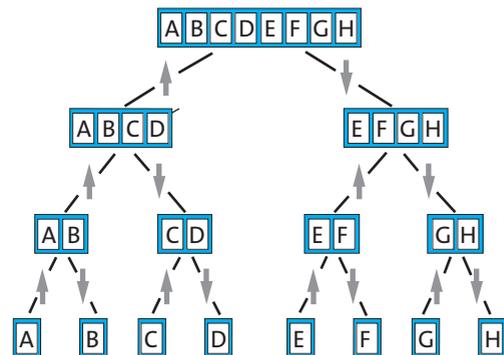


Fig. 6.2 Arbre de décision pour trois décisions binaires. Au moyen de trois décisions binaires, l'un des 8 signes A, B, C, D, E, F, G ou H est sélectionné.

possibilités, seront nécessaires. Trois signes binaires doivent être transmis. La Fig. 6.2 en montre l'arbre de décision.

Si le message est transmis avec un code qui utilise 8 signes, nous n'aurons besoin de transmettre qu'un seul de ces signes. D'où :

Lorsque le nombre de signes est $z = 8$, 3 bits sont transmis avec un signe.

Et ainsi de suite : pour $z = 16$, on transmet 4 bits avec un signe ; pour $z = 32$, on transmet 5 bits, etc., voir le Tab. 6.1.

Nous avons maintenant atteint un point où nous pouvons nous faire une idée précise de la quantité de données. Mettez-vous à la place du récepteur de données. Quelle serait votre chance de prédire un message qui n'a pas encore été reçu ?

S'il s'agit d'un message à 1 bit, c'est-à-dire par exemple l'information indiquant si l'équipe A ou l'équipe B a gagné un match de football, vous prédiriez le résultat correctement avec une probabilité de 0,5 ou de 50%. (Nous supposons que les équipes jouent aussi bien l'une que l'autre.) Si le gagnant doit être choisi parmi 4 équipes dans un tournoi, vous recevrez 2 bits avec l'annonce du gagnant. Votre chance de prédire l'équipe gagnante est de 0,25 ou 25%.

Quelqu'un pense à un nombre compris entre 1 et 64. Quelle est la probabilité pour vous de deviner ce nombre ? Votre incertitude est beaucoup plus élevée maintenant. La probabilité de faire la bonne estimation du premier coup est de $1/64$. Si on vous dit ensuite le bon nombre, vous recevrez la quantité de données $H = 6$ bits (voir Tab. 6.1).

Plus la quantité de données d'un message est élevée, plus l'incertitude est éliminée lors de la réception du message.

Au moyen du Tab. 6.1, nous pouvons déterminer la quantité de données H pour un signe, choisi parmi un nombre z de signes. Vous voyez que le tableau peut être remplacé par une simple formule :

$$H = \log_2 z \text{ bit.}$$

En d'autres termes, le nombre de bits s'avère être le logarithme binaire du nombre de signes. Comme nous aurons souvent besoin du logarithme binaire dans la suite, nous utilisons un symbole spécifique :

$$\log_2 = \text{ld,}$$

z	H in bit
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9
1024	10
2048	11
4096	12
8192	13

Tab. 6.1 Quantité de données H pour différents nombres de signes z .

(« ld » pour « logarithmus dualis »). Nous avons donc :

$$H = \text{ld } z \text{ bit.} \quad (6.1)$$

Bien que la formule soit très simple, il y a un hic : elle ne s'applique que dans des conditions spécifiques, et nous n'apprenons ces conditions que plus tard. Par conséquent, restez un peu sceptique quant à tout ce que nous allons calculer avec cette formule pour le moment.

La colonne de gauche du Tab. 6.1 ne contient que des puissances de deux. Avec l'équation (1), nous pouvons cependant calculer la quantité de données si z n'est pas une puissance de deux.

Supposons qu'une note de test doive être transmise encore une fois et que toute l'échelle de notation soit possible cette fois-ci, c'est-à-dire une des notes de A à E. Par conséquent, nous avons $z = 5$ maintenant. Avec l'équation (1), nous obtenons :

$$H = \text{ld } 5 \text{ bit} \approx 2,3 \text{ bit.}$$

Regardons à nouveau le Tab. 6.1. Il commence avec la valeur $z = 2$ pour le nombre de signes. Mais quelle sera la quantité de données si un seul signe est disponible pour la transmission ? Nous appliquons l'équation (6.1) :

$$H = \text{ld } 1 \text{ bit} = 0 \text{ bit,}$$

car le logarithme binaire de 1 est 0. Ainsi, la quantité de données est de 0 bit. Peut-on comprendre cela ? Oui, nous le pouvons. Quel est le degré d'incertitude qui est éliminé par la transmission du signe ? Comme

il n'existe qu'un seul signe, le récepteur des données sait avec une certitude de 100 % quel signe va arriver, c'est-à-dire le seul signe qui existe. Aucune incertitude n'est éliminée. Par conséquent, la formule fournit le résultat attendu dans ce cas également.

Mais qu'en est-il dans les cas suivants : le téléphone sonne, on entend la cloche de l'école ou une voiture klaxonne. Il semble qu'il n'y ait qu'un seul signe dans chaque cas, mais des données sont tout de même transmises sans aucun doute. Mais en réalité, il y a toujours deux signes : dans le cas du téléphone, les options sont « il sonne » et « il ne sonne pas », dans le cas du klaxon, « il klaxonne » ou « il ne klaxonne pas », etc.

Lorsque nous transmettons des données d'une source A à un récepteur B sur une durée plus longue, un courant de données s'écoule de A vers B. L'intensité du courant de données (ou en bref : le courant de données) est le quotient de la quantité de données transmises ΔH sur le temps nécessaire à la transmission Δt :

$$I_H = \frac{\Delta H}{\Delta t}.$$

6.2 Exemples de quantités de données et de courants de données

Écriture

L'écriture est l'une des méthodes les plus importantes de stockage et de transport des données. Combien de bits sont-ils transportés par un caractère ? Il faut d'abord déterminer le nombre de caractères existants : lettres majuscules et minuscules, chiffres, signes de ponctuation, signes mathématiques et autres caractères spéciaux. L'espace entre deux mots est également un caractère. Nous partons du principe que seuls les caractères qui peuvent être créés avec un clavier normal peuvent être utilisés. Le clavier d'un ordinateur typique comporte environ 50 touches. Chaque touche a une double fonction, c'est-à-dire que selon que l'on appuie ou non sur la touche « majuscule » (touche « shift » en anglais), un caractère différent est écrit. Dans le cas des touches de lettres, chacune peut être utilisée pour écrire une lettre majuscule ou minuscule. Ainsi, un total d'environ 100 caractères peut être écrit avec un clavier. Avec notre formule provisoire pour la quantité de données, nous obtenons

$$H \approx 7 \text{ bit}.$$

Images

Un ordinateur crée une image sur son écran. Quelle quantité de données l'ordinateur envoie-t-il à l'écran à cette fin ?

Sur un écran classique, chaque point de l'image, c'est-à-dire chaque « pixel », peut prendre l'un des 16,7 millions de couleurs et de degrés de luminosité différents. Par conséquent, la quantité de données pour un pixel est la suivante :

$$H = \text{ld}(16\,700\,000) \text{ bit} = 24 \text{ bit}.$$

Nous supposons maintenant que l'écran possède

$$\begin{aligned} 4000 \cdot 2500 &= 10\,000\,000 \text{ pixel} \\ &\approx 10 \text{ Megapixel.} \end{aligned}$$

Nous obtenons donc comme quantité de données pour l'ensemble de l'image

$$10\,000\,000 \cdot 24 \text{ bit} = 240\,000\,000 \text{ bit} = 240 \text{ Mbit}.$$

C'est également la quantité de données nécessaire pour chaque image d'un appareil photo numérique (en supposant que l'appareil prend des photos de 10 mégapixels).

Une image typique contient une quantité de données d'environ 200 Mbit.

Lorsqu'une image est enregistrée, elle est généralement « compressée ». Parfois, une image qui contient initialement 200 Mbit peut être compressée à 200 kbit, c'est-à-dire à un millième de la quantité initiale de données. Elle nécessitera alors moins d'espace de stockage. Le fait que rien de l'image ne soit perdu dans le processus semble miraculeux au premier abord. Vous apprendrez comment fonctionne cette astuce dans les sections 6.4 et 6.5. Pour l'instant, nous ne nous intéressons qu'aux données non compressées.

Les « images animées », telles qu'on peut les voir sur l'écran de télévision ou au cinéma, peuvent être obtenues en montrant ou en projetant de nombreuses images individuelles sur l'écran en succession rapide. Les mouvements sembleront continus si plus de 20 images environ sont créées par seconde. Le courant de données qui doit circuler vers le projecteur et l'écran est le suivant

$$\begin{aligned} I_H &= 240 \text{ Mbit par image} \cdot 20 \text{ images par seconde} \\ &= 4\,800 \text{ Mbit/s} \end{aligned}$$

Un courant de données d'environ 5 000 Mbit/s correspond à des images en mouvement.

Cependant, nous verrons plus tard qu'un courant de données beaucoup plus faible est également suffisant dans ce cas.

Valeurs de mesure

Lorsque nous effectuons une mesure, nous recevons des données à propos de l'objet sur lequel la mesure est appliquée.

Nous examinons un appareil de mesure avec un *affichage analogique*. Le résultat n'est pas affiché en chiffres, mais au moyen d'une aiguille sur une échelle continue. Une balance de cuisine, Fig. 6.3, est un exemple typique.



Fig. 6.3 A la question « Quel est le poids des fruits ? », la balance peut donner environ 200 réponses différentes. La quantité de données d'une réponse est donc d'environ 8 bits.

La valeur maximale qu'elle peut afficher est de 2 kg. La plus petite différence qui peut encore être lue de manière plus ou moins fiable est de 10 g. À la question du poids de l'objet, la balance peut donc donner 200 réponses différentes. Ainsi, le nombre de signes est de 200 et la quantité de données qui accompagne la réponse est d'environ 8 bits. Cette valeur est typique pour tous les appareils de mesure avec une échelle analogique. Les appareils de mesure numériques peuvent avoir une précision bien supérieure. Nous mémorisons comme règle approximative :

Une quantité de données d'environ 10 bits correspond à une valeur de mesure.

Musique, parole, bruit

Des données sont transmises dès que quelqu'un parle ou que la radio est allumée. La transmission se fait par le biais d'ondes sonores. Quel est le courant de données dans ce cas ?

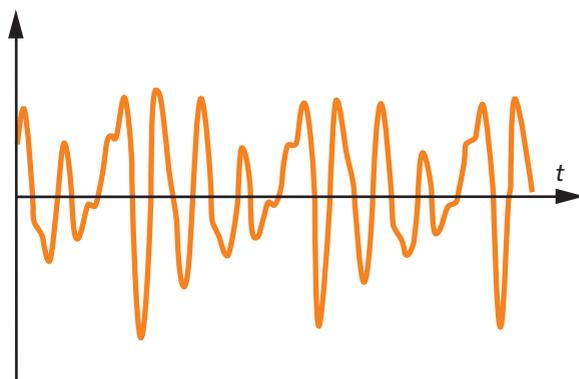


Fig. 6.4 Signal sonore enregistré avec un microphone.

Nous savons que la fréquence la plus élevée perceptible est d'environ 20 kHz. Pour avoir de la marge, nous prendrons 25 kHz. Cela correspond à une période de 0,04 ms (pourquoi ?). On détermine donc la vitesse à laquelle se produisent les changements les plus rapides d'un signal sonore. La Fig. 6.4 montre la pression d'une onde sonore enregistrée avec un micro en fonction du temps.

Pour numériser cette courbe, c'est-à-dire pour la décrire à l'aide de nombres, nous devons mesurer le signal à intervalles rapprochés. Pour prévenir les pertes de qualité de la parole ou de la musique, les délais entre les différentes mesures doivent être suffisamment courts. Pour pouvoir percevoir les changements les plus rapides, deux mesures par période de l'oscillation la plus rapide suffisent, c'est-à-dire environ une valeur par 0,02 ms ou encore 50 000 valeurs par seconde.

Pour que la transmission soit bonne, les différentes valeurs de mesure doivent être déterminées et enregistrées avec une grande précision. Nous prendrons donc 10 bits par valeur de mesure. Pour une transmission stéréo, deux valeurs de mesure de ce type sont nécessaires pour chaque instant de mesure.

Cela nous amène au courant de données :

$$I_H = 2 \cdot 10 \text{ bit par valeur} \cdot 50\,000 \text{ bit par valeur} \\ = 1 \text{ Mbit/s.}$$

Un courant de données d'environ 1 Mbit/s correspond au langage parlé et à la musique.

On peut retenir comme règle générale :

Pour la transmission d'images, le courant de données est environ 5 000 fois plus important que pour la transmission de la parole et de la musique.

Cerveau et ADN

L'évolution biologique a créé deux « stockages de données » qui n'ont pas encore été surpassés par les systèmes de stockage de données techniques à certains égards : le cerveau et l'ADN.

Le fonctionnement du cerveau humain et animal n'a pas encore été complètement décrypté. Nous ne pouvons donc faire qu'une estimation approximative de sa capacité de stockage des données. Le cerveau humain peut stocker une quantité de données d'environ 10^{12} bits.

Un être vivant naît de l'interaction complexe de nombreuses réactions chimiques. Une sorte de schéma directeur inhérent à chaque être vivant assure le bon déroulement de ces réactions. Ce plan est constitué de très grosses molécules, les molécules d'acide désoxyribonucléique ou, en abrégé, les molécules d'ADN. Un grand nombre de ces molécules sont contenues dans chaque être vivant, plus précisément dans le noyau de chaque cellule.

La structure de l'ADN est facile à décrire, Fig. 6.5 : entre deux brins de molécules uniformes très longs, des groupes atomiques de deux types différents sont disposés comme les barreaux d'une échelle. Chacun de ces groupes peut être intégré dans l'échelle de deux fa-

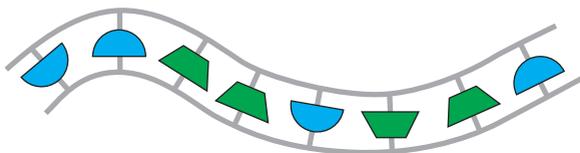


Fig. 6.5 Structure de l'ADN, représentation schématique.

çons. Il existe donc quatre « signes » différents au moyen desquels les données du schéma biologique sont codées. Comme le nombre de signes est de 4, chaque signe porte 2 bits.

Un objectif important de la recherche biologique consiste à déchiffrer les règles selon lesquelles le plan d'un être vivant est codé dans les molécules d'ADN.

Comparée à son diamètre, la longueur d'une telle échelle moléculaire est incroyablement longue. Alors que le diamètre est d'environ 1 nanomètre, sa longueur est d'environ 1 millimètre, c'est-à-dire un million de fois plus grande, dans une bactérie. Le rapport entre le diamètre et la longueur est donc à peu près le même que pour un fil de coton usuel de 10 m de long. Pour pouvoir entrer dans le noyau, la molécule d'ADN est enroulée en boule.

La chaîne d'ADN est d'autant plus longue que le degré de développement, c'est-à-dire la complexité, de l'être vivant concerné est élevé. Dans le cas d'organismes sophistiqués, les données sont réparties sur plusieurs groupes d'ADN, par exemple plus de 46 chez l'être humain : cela correspond à une longueur totale de l'échelle ADN de 99 cm. Le nombre d'échelons dans une bactérie est d'environ 4 millions, et de 2,9 milliards chez un être humain. Le schéma directeur d'une bactérie a donc 8 Mbit et celui d'un être humain environ 6 000 Mbit.

Exercices

1. Le service postal allemand utilise environ 100 000 codes postaux différents. Quelle est la quantité de données transportées par un code postal ?
2. La quantité de données d'un numéro de téléphone varie selon que le numéro est sélectionné dans le réseau local, le réseau national ou le réseau international. Estimez la quantité de données d'un numéro de téléphone d'un réseau local avec 10 000 connexions téléphoniques.
3. L'alphabet chinois comporte de nombreux caractères différents. Environ 2 000 sont suffisants pour l'usage quotidien. Combien de bits sont transportés par un caractère ?
4. Une source émet 5 bits à chaque signe. Quel est le nombre de signes de la source ?
5. Le nombre de signes d'une source est 3. Dessinez un arbre de décision pour cette source. Il doit comporter trois décisions successives. Quelle est la quantité de données qu'un récepteur reçoit avec trois signes successifs de cette source ?
6. La source A a un nombre de signes qui est une puissance de deux. Le nombre de signes de la source B est deux fois plus élevé. Que peut-on conclure pour les quantités de données que les deux sources émettent par signe ?
7. Un tour de magie avec des cartes : On utilise 16 cartes différentes d'un jeu de cartes quelconque. Le magicien laisse un participant tirer une carte. Le participant regarde la carte de manière à ce que le magicien ne puisse pas la voir. La carte est remise dans le jeu de cartes et les cartes sont mélangées. Ensuite, le magicien révèle les cartes une par une en les plaçant sur quatre piles différentes : une carte sur la première, la suivante sur la deuxième pile, une sur la troisième, une sur la quatrième pile et à nouveau une sur la première etc. jusqu'à ce que les 16 cartes soient posées sur la table. Le participant doit alors dire sur laquelle des quatre piles se trouve sa carte. Ensuite, le magicien fait un nouveau paquet des quatre piles et étale à nouveau les cartes en quatre piles et le participant lui dit à nouveau sur quelle pile se trouve sa carte. Le magicien connaît maintenant la carte que le participant a mémorisée : il fusionne à nouveau les quatre piles et retourne les cartes une à une jusqu'à ce qu'il arrive à la carte que le participant a mémorisée. Quelle quantité de données le magicien doit-il recevoir pour identifier une carte sur 16 ? Combien de bits reçoit-il chaque fois que le participant nomme la pile dans laquelle se trouve la carte ? Comment le tour fonctionne-t-il ?

Exercices

8. Estimez combien de bits nous obtenons lorsque l'on pèse un objet avec une balance. (Charge maximale : 5 kg, plus petite pièce de poids : 1 g.)
9. Cherchez la quantité de données de différents fichiers sur un ordinateur. Quel est le type des fichiers qui ont une grande quantité de données ? Quels sont les fichiers qui contiennent une petite quantité de données ?
10. Lors du chargement des fichiers, le navigateur web indique le courant de données. Prenez note de quelques valeurs typiques.
11. Il existe un jeu dans lequel de petites plaques carrées en plastique de couleur sont placées sur une grille de manière à ce que celle-ci soit entièrement recouverte par les petites plaques. Une image peut être composée de cette manière. Nous supposons que la grille de 30 cm x 40 cm comporte 60 · 80 points de grille (c'est-à-dire qu'une petite plaque de couleur a une taille de 0,5 cm à 0,5 cm) et qu'il y a des plaques de 16 couleurs différentes. Calculez la quantité de données d'une image de deux façons différentes : (a) Calculez la quantité de données d'une petite plaque et multipliez-la par le nombre de « pixels ». (b) Pensez à chacune des différentes images qui peuvent être produites comme un signe. Calculez combien d'images différentes il y a au total. Calculez la quantité de données à partir de ce « nombre de signes ». Comparez avec le résultat de la partie (a).
12. Les clés sont des supports de données. Estimez combien de bits sont portés par la clé de votre maison.
13. Une boîte à musique a 18 dents qui peuvent chacune créer un son. Au cours d'une rotation du rouleau de la boîte à musique, une dent peut être pincée 20 fois au maximum. Combien de bits sont stockés sur le rouleau ?
14. Recherchez sur internet les informations demandées dans ce qui suit. (a) Les textes sont stockés depuis l'invention de l'écriture. Décrivez les principales étapes du développement du stockage des textes depuis les débuts jusqu'à aujourd'hui. (b) Décrivez les principales étapes du développement du stockage des données « image » depuis les débuts jusqu'à aujourd'hui. (c) Décrivez les principales étapes du développement du stockage des données acoustiques.
15. Recherchez la taille de la mémoire principale d'un ordinateur et vérifiez quelle proportion de celle-ci est utilisée. Essayez également de déterminer quelle quantité de données peut être stockée sur le disque dur et quelle proportion de celui-ci est utilisée. Déterminez les besoins en mémoire de trois programmes différents.

6.3 Porteurs de données

Nous avons besoin d'un *porteur de données* pour transporter les données d'un endroit à un autre.

Porteurs de données pour les personnes

C'est par les yeux et les oreilles que l'homme reçoit la plus grande partie des données et les plus importantes.

Les porteurs de données sont la lumière, c'est-à-dire des ondes électromagnétiques de longueurs d'onde comprises entre 400 et 800 nm, et le son, c'est-à-dire des ondes mécaniques dans l'air de fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz. (Pour la lumière, la longueur d'onde peut être mesurée plus facilement, et la fréquence pour le son. C'est la raison pour laquelle les unités de mesure sont différentes).

Porteurs techniques de données

Electricité

Lorsqu'une connexion électrique est utilisée, le porteur de données est l'électricité, par exemple

- le câble entre l'amplificateur et les haut-parleurs,
- le câble entre le bouton de la sonnette et la sonnette,
- la ligne téléphonique,
- les connexions à l'intérieur des appareils électroniques,
- le câble reliant l'antenne à la télévision.

Ondes électromagnétiques

Elles sont si importantes qu'elles méritent un traitement spécial ; voir les sections 6.9 à 6.11. La lumière aussi est une onde électromagnétique. Techniquement, il importe peu que les ondes appartiennent ou non à la lumière visible.

Porteurs mécaniques de données

Leur usage a pratiquement disparu alors qu'ils étaient très importants dans le passé. Par exemple, les signaux ferroviaires étaient actionnés à distance au moyen d'un câble. Les sonnettes de porte fonctionnaient également à l'aide de barres et de cordes.

6.4 Quantité réelle et quantité apparente de données

Nous avons appris à calculer la quantité de données. Elle est égale au logarithme binaire du nombre de signes :

$$H = \lg z \text{ bit .}$$

Mais nous avons déjà remarqué que la formule n'est pas encore complète. Lorsqu'on l'applique, il faut tenir compte d'un élément qui va être expliqué maintenant.

En effet, il est possible qu'une certaine quantité de données — disons 80 kbit — soit codée de manière malhabile de telle sorte qu'elle occupe plus d'espace de

Quantité réelle et quantité apparente de données

stockage, par exemple 250 kbit. Nous faisons donc la distinction entre la *quantité réelle de données*, c'est-à-dire 80 kbit, et la *quantité apparente de données*, c'est-à-dire 250 kbit, Fig. 6.6.

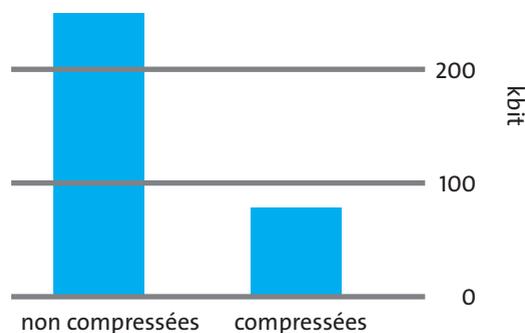


Fig. 6.6 (a) Données non compressées (= redondantes) (b) Données compressées

Comme nous traitons principalement de la quantité apparente de données, l'adjectif « apparent » est généralement omis dans ce qui suit. Par conséquent, « quantité de données » (sans adjectif) signifie quantité apparente de données. Dans notre cas, nous pouvons dire :

- quantité réelle de données : $H_0 = 80$ kbit,
- quantité (apparente) de données : $H = 250$ kbit.

La quantité de données peut être réduite par un recodage jusqu'à ce qu'elle soit finalement égale à la quantité réelle de données. On dit alors que les données sont *compressées*. Tant que $H > H_0$ s'applique, les données sont *redondantes*. Par conséquent :

Les données redondantes peuvent être compressées.

Nous expliquons la situation à l'aide d'une analogie :

Un camion de déménagement a une capacité de chargement de 40 m^3 . On charge maintenant des meubles et d'autres objets à déménager, Fig. 6.7.

Auparavant, nous déterminons le volume des objets à déménager en calculant la longueur multipliée par la largeur multipliée par la hauteur pour chaque objet : pour les tables, les armoires, les chaises et tous les autres meubles, pour les cartons et tout autre objet. On trouve 110 m^3 . Le camion de déménagement devra donc faire trois fois le trajet pour tout emporter. Mais nous voyons tout de suite qu'il est possible de stocker plus de choses en arrangeant habilement les choses les unes dans les



Fig. 6.7 (a) Objets à déménager non compressés ; (b) objets à déménager compressés.

autres. Par exemple, une chaise entière peut être rangée entre les pieds d'une table. Et il y a beaucoup d'autres petits espaces qui peuvent être remplis avec des boîtes en carton et d'autres petits objets. Enfin, beaucoup de choses peuvent être stockées dans les tiroirs des placards, des armoires et des bureaux. Au final, tout rentre dans l'espace de stockage d'un seul camion, et il reste encore beaucoup d'espace. Nous avons « compressé » le matériel à déménager de 110 m^3 à 36 m^3 . Une procédure très similaire peut également être utilisée pour les données. Mal emballées, elles nécessitent 250 kbit ; compressées, seulement 80 kbit.

Nous avons formulé la règle suivante : « plus la quantité de données d'un message est grande, le plus d'incertitude est éliminée à l'arrivée du message. »

Nous entendons ici la quantité réelle de données, car seule la partie H_0 de la quantité de données élimine l'incertitude. Ce qui va au-delà est responsable de la redondance et n'éliminera aucune incertitude pour le récepteur des données. Nous pouvons donc reformuler :

plus la quantité réelle de données d'un message est grande, le plus d'incertitude est éliminée lors de l'arrivée du message.

Bien entendu, nous sommes très intéressés par la réduction de l'« espace de stockage » que les données occupent. Nous souhaitons compresser les données autant que possible, c'est-à-dire jusqu'à ce que la quantité (apparente) de données soit égale à la quantité réelle de données :

$$H = H_0.$$

Dans le cas des meubles, nous pouvons dire assez facilement si les objets peuvent être encore mieux emboîtées les unes dans les autres. Pouvons-nous également savoir si les données sont encore redondantes, c'est-à-dire si elles peuvent être davantage compressées ? Oui, nous pouvons dire en effet :

Les données ne sont plus redondantes lorsque deux conditions préalables sont remplies :

- les probabilités de tous les signes sont égales,
- la probabilité d'un signe est indépendante des signes précédents.

Maintenant nous pouvons comprendre pourquoi l'équation

$$H = \text{ld } z \text{ bit}$$

doit être appliquée avec prudence. Elle ne fournit pas la quantité réelle mais une quantité apparente de données. Elle nous indique combien d'espace mémoire est nécessaire, que les données soient compressées ou non. Ce n'est que si les conditions préalables 1 et 2 sont remplies qu'elle fournira la quantité réelle de données.

6.5 Le principe de la compression des données

La plupart des données que nous traitons est d'abord disponible sous une forme non compressée, c'est-à-dire redondante. Il faut beaucoup plus d'espace mémoire que ce qui correspond à la quantité réelle de données. Nous avons estimé précédemment les valeurs suivantes pour les quantités de données non compressées et les courants de données :

- image $H \approx 50 \text{ Mbit}$
- images animées $I_H \approx 1000 \text{ Mbit/s}$
- langage parlé et musique $I_H \approx 1 \text{ Mbit/s}$

Il n'est pas rare que la quantité apparente de données soit 1000 fois plus grande que la quantité réelle de données. Par conséquent, la compression des données est une activité rentable.

Comment fonctionnent les méthodes de compression ? Nous allons examiner deux exemples simples qui en illustrent le principe.

1. Redondance par les probabilités conditionnelles

Nous voulons transmettre une image dont les pixels sont uniquement noirs ou blancs comme dans le cas des anciens télécopieurs (« faxes »), Fig. 6.8.

Wir wollen ein Bild übertragen, dessen Pixel nur schwarz oder weiß sind, so wie es etwa das Fax-Gerät macht, Abb. 6.7.

Wir wollen ein B

Wir

Wir

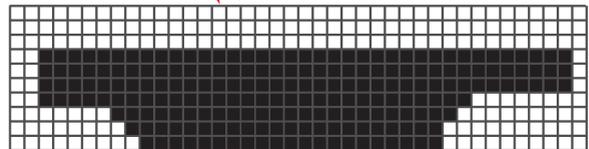


Fig. 6.8 Un texte imprimé a été décomposé en pixels. Une section de ce texte a été agrandie en quatre étapes. La vue agrandie la plus basse comporte une grille sous-jacente afin de mieux compter les pixels

Dans un premier temps, nous enregistrons les données de la manière la plus simple possible. Chaque pixel correspond à l'un des deux signes possibles, c'est-à-dire l'un pour le noir et l'autre pour le blanc, par exemple :

- blanc 0
- noir 1

L'ensemble de l'image sera donc codé en indiquant pour chaque ligne en partant du haut à gauche jusqu'au bas à droite — pixel par pixel — si le pixel correspondant est noir ou blanc.

Nous nous limitons à la petite section qui est montrée dans l'image agrandie tout en bas. Cette section

binaires normal. Comme il y a 4 lettres, nous avons $z = 4$, et le résultat est de 2 bits par signe pour la quantité de données. Cela est également démontré par le fait que nous avons besoin de deux signes binaires pour chaque lettre dans le code binaire. Maintenant, nous pouvons déjà voir comment les données peuvent être compressées. Pour transmettre le « a », qui apparaît fréquemment, nous avons utilisé autant de signes binaires que pour le « c », qui est rare. Si le codage est modifié de manière à transmettre les lettres fréquentes avec moins de signes binaires et les lettres rares avec plus de signes binaires, nous pouvons gagner. Un petit problème est le fait que nous ne saurons pas au début où la séquence de signes binaires, qui correspond à une lettre, se termine. Mais grâce à la manière dont est choisi le codage de la quatrième colonne du tableau, le problème ne se pose pas. Toute séquence de zéros et de uns correspond exactement à une séquence de lettres de nos signes originaux. Ainsi, nous avons par exemple :

01001000000111010100110001 ...
 → bcddaaabbcada ...

Maintenant, nous avons besoin d'une quantité différente de bits pour la transmission de signes différents. Nous pouvons voir si notre codage a été efficace si nous calculons le nombre moyen de bits : le nombre de bits pour chaque lettre unique pondérée avec sa probabilité.

$$H = \underbrace{0,6 \cdot 1 \text{ bit}}_a + \underbrace{0,2 \cdot 2 \text{ bit}}_b + \underbrace{0,1 \cdot 3 \text{ bit}}_c + \underbrace{0,1 \cdot 3 \text{ bit}}_d = 1,6 \text{ bit}$$

La quantité de données a diminué lorsque nous avons compressé les données.

6.6 Quelques encodages fréquemment utilisés

Images

Le fichier d'une image normale, non compressée, a une quantité de données d'environ 200 Mbit.

Il existe de nombreuses méthodes de compression pour ces fichiers. Si vous enregistrez une image à partir d'un programme de dessin, l'ordinateur vous demandera le « format » dans lequel vous voulez l'enregistrer. Selon le type d'image et son usage, un codage est mieux adapté qu'un autre. La quantité de données est diffé-

rente dans chacun de ces formats. Voici deux exemples de la liste :

- JPEG : forte compression. Est également utilisé dans les appareils photo numériques.
- BMP : pas de compression.

Musique, paroles

Un courant de données d'environ 1 Mbit/s correspond à des données acoustiques non compressées.

Sur un CD, les données sont enregistrées au fur et à mesure, c'est-à-dire de manière totalement non compressée, comme sur une vieille cassette musicale ou un disque vinyle.

Les données auront besoin de beaucoup moins d'espace mémoire si elles sont codées au format MP3. Cependant, la méthode MP3 a une particularité : non seulement la quantité apparente, mais aussi la quantité réelle de données sera réduite. Certains détails du fichier sonore original sont tout simplement omis. Cela est possible car l'homme ne perçoit pas la différence. Mais cela signifie également que le fichier sonore original ne peut pas être récupéré à partir du fichier MP3.

Le courant de données est réduit d'un facteur 10 environ grâce au codage en MP3 :

Données acoustiques

- non compressées : $I_H = 1000 \text{ kbit/s}$
- codées en MP3 : $I_H = 100 \text{ kbit/s}$

Images animées

Sous forme non compressée, le courant de données est d'environ 5000 Mbit/s. La quantité de données correspondante était enregistrée sur une bande vidéo au moyen d'une ancienne caméra vidéo.

Mais les images successives d'une séquence de film sont très semblables les unes aux autres, Fig. 6.10. Après la transmission ou l'enregistrement d'une image, il y aura peu de nouvelles informations avec l'image

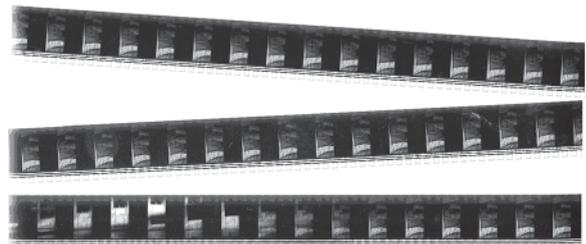


Fig. 6.10 Séquence d'un vieux film de cinéma. Une image ne contient pas beaucoup d'informations nouvelles par rapport aux images précédentes. Les données sont très redondantes.

Quelques encodages fréquemment utilisés

suivante. Seule une petite incertitude est éliminée. Les données sont donc très redondantes.

Le codage MPEG élimine en grande partie cette redondance. Par conséquent, le courant de données est réduit d'un facteur 10. Il n'est donc pas surprenant qu'un film de 2 heures sur un DVD ne nécessite que 70 Gbits d'espace mémoire.

Textes, dessins techniques et musique instrumentale

Les images et la musique se composent souvent d'éléments qui reviennent fréquemment et que le récepteur de données connaît déjà :

1. Un texte est composé de lettres. Lorsqu'il est transmis par fax, nous expliquons sans cesse au destinataire des données à quoi ressemble un « a », un « b », etc. Mais le destinataire des données le sait déjà. Aucune incertitude n'est donc éliminée à cet égard. Tout ce que le récepteur ne sait pas encore, c'est l'ordre dans lequel les lettres arrivent. Pour cette raison, le fax est fortement redondant.

Pour éliminer cette redondance, le texte n'est pas codé comme une image mais comme une séquence de lettres. Nous avons vu précédemment que 7 bits par lettre sont nécessaires. Le code qui a été convenu est appelé code ASCII. En fait, ce ne sont pas 7 mais 8 bits ou plus qui sont utilisés par signe. De cette façon, de nombreux caractères spéciaux peuvent être encodés en plus des signes alphabétiques normaux. Le code ASCII est utilisé en de nombreuses occasions, par exemple :

- pour transmettre les données du clavier à l'ordinateur,
- pour sauvegarder les fichiers créés avec un programme de traitement de texte,
- pour transmettre un message texte ou un e-mail.

2. Un dessin technique est constitué de segments de ligne, de rectangles, d'ellipses, d'arcs de cercle, de lignes pointillées, etc. Lorsque le dessin est transmis sous la forme d'un fichier BMP ou JPEG, le destinataire des données est sans cesse informé de l'aspect d'une ellipse, d'une ligne droite ou d'un rectangle, ce qu'il sait déjà. Ce qu'il ne sait pas, c'est la longueur des segments de ligne, la taille des ellipses ou des rectangles, etc., leur disposition, l'épaisseur des lignes... Les fichiers BMP et JPEG sont donc redondants.

Pour éliminer cette redondance, on ne code pas le dessin comme une image avec des pixels mais comme un graphique vectoriel. Le « dessin technique » de la Fig. 6.11 pourrait par exemple être décrit par le texte suivant :

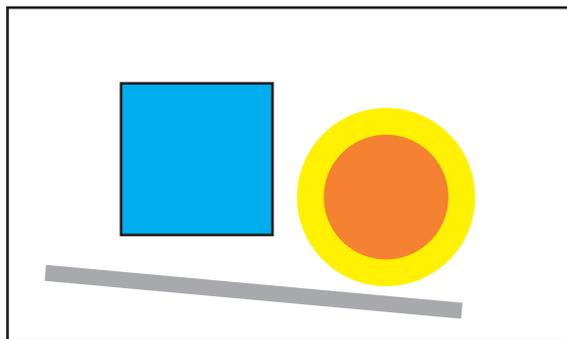


Fig. 6.11 Le point zéro des coordonnées des données du graphique vectoriel est le coin supérieur gauche de la figure.

Carré

Longueur de l'arête : 2 cm
Position du coin supérieur gauche : (5,0 cm; 82,0 cm)
Orientation : 0°
Épaisseur du trait : 0,5 pt
Couleur de la ligne : 0, 0, 0
Couleur de remplissage : 255, 150, 255

Cercle

Rayon : 1,3 cm
Position du centre : (9,0 cm; 84,0 cm)
Épaisseur du trait : 10 pt
Couleur de la ligne : 255, 255, 0
Couleur de remplissage : 255, 130, 50

Ligne droite

Coordonnées du début : (4,0 cm; 84,0 cm)
Coordonnées de la fin : (11,0 cm; 85,0 cm)
Épaisseur du trait : 8 pt
Couleur de la ligne : 180, 180, 180

La quantité de données de ce texte est beaucoup plus faible que celle du fichier pixel. Il existe de nombreux formats de graphiques vectoriels différents, car chaque programme de dessin possède son propre format.

3. Un morceau de musique est constitué de sons d'instruments connus tels que la clarinette, le violon ou le piano. Si le morceau est non compressé ou transmis sous forme de fichier MP3, le destinataire des données sera informé du son d'une clarinette, d'un violon ou d'un piano, bien qu'il connaisse déjà cette information. Aucune incertitude n'est éliminée à cet égard. Ce qu'il ne sait pas, c'est l'ordre temporel des sons et quels instruments créent un son à quel moment, pendant combien de temps et à quel volume sonore. Le fichier est redondant pour cette raison.

Pour éliminer cette redondance, nous pouvons créer un fichier MIDI. Dans ce processus, les propriétés de chaque son sont encodées : hauteur, heure de début et de fin du son, instrument, volume sonore, etc. Un fichier MIDI peut être créé avec un piano électrique et joué avec un synthétiseur.

Nous avons abordé trois méthodes d'encodage qui ont quelque chose en commun. Un avantage est évident : la quantité de données est faible, c'est-à-dire que nous avons besoin de peu d'espace mémoire. Ces méthodes présentent également un autre avantage que nous allons expliquer à l'aide de l'exemple des fichiers texte. Si nous transmettons un texte à l'aide d'un télécopieur et que nous l'agrandissons ensuite, nous pouvons en voir les imperfections. Nous voyons les pixels individuels et les lettres sont floues. Lorsque le texte est transmis sous forme de fichier texte, la qualité des lettres n'est limitée que par l'imprimante, et c'est également le cas lorsqu'elles sont agrandies.

Quels sont les inconvénients de ces formats de stockage ?

Exercices

1. Créez une séquence de zéros et de uns d'une longueur d'environ 40 signes en lançant une pièce de monnaie. Quelle est la séquence correspondante des lettres a, b, c et d lorsque vous l'interprétez comme un message qui a été codé selon le Tab. 6.2 colonne 4 ?
2. On doit transmettre des messages qui sont initialement disponibles dans un code comportant 8 signes différents. Par conséquent, nous avons : $z = 8$. Nous désignons les signes par les 8 premières lettres de l'alphabet. Les probabilités d'apparition des signes sont données ci-après entre parenthèses : a (0,6); b (0,2); c (0,1); d (0,06); e (0,02); f (0,01); g (0,005); h (0,005).
 - (a) Indiquez un code binaire qui ne compresse pas les données. Quelle est la quantité de données pour chacun des 8 signes ?
 - (b) Recherchez une méthode de codage binaire par laquelle les données sont compressées. Quelle est la quantité moyenne de données pour chacun des 8 signes initiaux ? Assurez-vous que la séquence de signes binaires permet un décodage sans ambiguïté.
3. Lorsqu'un texte dans une certaine langue — par exemple l'anglais — est transmis, le code de lettres compressé est également encore redondant. Quelle méthode de codage pourrait être utilisée pour réduire encore plus la redondance ?
4. Estimez la quantité de données qui peuvent être sauvegardées sur un CD.
5. Créez une image simple avec un programme de dessin. Enregistrez-la dans différents formats, notamment en tant que fichier BMP et JPEG. Comparez la taille des fichiers.

Exercices

6. Willy et Lilly sont assis dos à dos. Lilly a une image devant elle et la décrit avec des mots. Willy dessine une nouvelle image en fonction de cette description. Essayez cette méthode de transmission d'images avec un ami. Comparez l'encodage avec les méthodes évoquées dans le texte. Quelle méthode s'en rapproche le plus ? Comment peut-elle être améliorée ?
7. Un morceau de musique est disponible en deux formats : en format MIDI et en format MP3. Quels sont les inconvénients de l'encodage MIDI ?
8. Un CD avec une quantité de données de 480 Mo est copié. La quantité de données va-t-elle doubler au cours de ce processus ? Expliquez.

6.7 Jeux

Dans certains jeux, il est important de poser une question de manière à obtenir un maximum d'informations avec la réponse. Par conséquent, la réponse doit avoir le moins de redondance possible. Nous commençons par une version très simple d'un tel jeu.

Quiz

Lilly pense à l'un des nombres entiers entre 1 et 64. Willy doit trouver ce nombre en posant à Lilly le moins de « questions oui/non » possible.

Une « question oui/non » est une question à laquelle on ne peut répondre que par « oui » ou par « non ». Par conséquent, la quantité de données qui est transmise avec la réponse à une question oui/non est de 1 bit. Le fait que cette quantité de données soit réelle ou seulement apparente dépend des probabilités des deux réponses. Si « oui » et « non » ont la même probabilité, il s'agira de la quantité réelle de données. Si les deux réponses ont des probabilités différentes, 1 bit est seulement la quantité apparente de données. La quantité réelle de données sera alors inférieure ; la réponse est redondante. Supposons que Lilly pense au nombre 28. Willy peut appliquer différentes stratégies pour le deviner. Nous comparons deux de ces stratégies.

Stratégie n°1

W: Est-ce le 1 ?	L: Non.
W: Est-ce le 2 ?	L: Non.
W: Est-ce le 3 ?	L: Non.
...	
W: Est-ce le 28 ?	L: Oui.

Willy a eu besoin de 28 questions pour trouver le bon nombre.

Stratégie n°2

W: Le nombre est-il supérieur à 32 ? L: Non.

W: Le nombre est-il supérieur à 16 ? L: Oui.

W: Le nombre est-il supérieur à 24 ? L: Oui.

W: Le nombre est-il supérieur à 28 ? L: Non.

W: Le nombre est-il supérieur à 26 ? L: Oui.

W: Le nombre est-il supérieur à 27 ? L: Oui.

Willy connaît le nombre après avoir posé 6 questions.

La deuxième stratégie est à l'évidence meilleure que la première. Dans ce cas, les questions étaient formulées de manière à ce que les deux réponses « oui » et « non » soient toujours équiprobables. Pour chaque réponse, la quantité réelle de données, c'est-à-dire 1 bit, était fournie.

Pour presque toutes les questions de la première stratégie, la réponse « non » était plus probable que la réponse « oui ». Par conséquent, la quantité réelle de données d'une réponse était inférieure à 1 bit.

Le fait que Willy reçoive moins de bits lorsqu'il utilise la mauvaise stratégie que lorsqu'il utilise la bonne est également en accord avec notre règle : « Plus la quantité réelle de données d'un message est grande, le plus d'incertitude est éliminée à l'arrivée du message. »

En fait, Willy a de bonnes chances de prédire la réponse à chacune des nombreuses questions qu'il pose lorsqu'il utilise la mauvaise stratégie. Il sait qu'à la question « est-ce le chiffre 1 ? », la réponse a de fortes chances d'être « non ». La probabilité qu'il se trompe n'est que de 1 : 64, la probabilité qu'il ait raison est de 63 : 64. C'est pourquoi il doit poser un très grand nombre de questions et il ne reçoit qu'une très petite quantité de données avec chaque réponse. Dans le cas de la bonne stratégie, il y a un maximum d'incertitude sur la prochaine question et la quantité de données qu'il reçoit avec chaque réponse est grande, c'est-à-dire 1 bit.

Une variante légèrement plus intéressante de ce jeu fait l'objet de l'exercice 2.

La meilleure stratégie de pesée

Parmi 27 balles d'apparence identique, l'une est plus lourde que les 26 autres, qui ont toutes un poids égal. Nous aimerions trouver la boule la plus lourde à l'aide d'une balance et avec le moins de pesées possible. Pour cela, seules les boules, et non des pièces de pesées ou tout autre corps, peuvent être placées sur les plateaux de la balance, Fig. 6.12.

A chaque pesée, la balance répond à l'unique question qui lui est posée. La balance peut donner trois réponses différentes : 1. le plateau de droite descend, 2. le plateau de gauche descend et 3. l'équilibre.

Si nous cherchons à effectuer le moins de pesées possible, nous devons poser les questions de manière

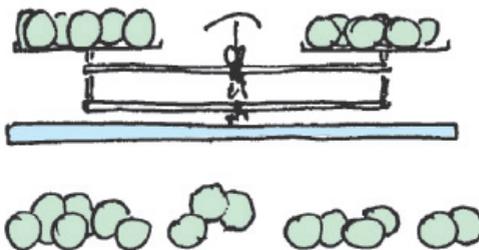


Fig. 6.12 Les 27 boules se ressemblent, mais l'une d'entre elles est plus lourde que les 26 autres. Combien de pesées sont nécessaires pour trouver la boule « particulière » ?

à obtenir un maximum de bits par pesée. Cela signifie que les probabilités des trois réponses doivent être aussi similaires que possible pour chaque étape de la pesée. Il est certainement maladroit de commencer par placer une boule sur chaque plateau de la balance. La probabilité que la balance reste en équilibre sera alors beaucoup plus élevée que la probabilité que la balance soit inclinée vers la droite ou la gauche.

Combien d'étapes de pesée sont nécessaires ? Quelle est la meilleure stratégie ?

La version suivante du jeu est nettement plus difficile : parmi 12 boules, il y en a une qui a un poids différent, mais nous ne savons pas si la boule « particulière » est plus légère ou plus lourde que les autres.

Exercices

1. Willy lance un dé ordinaire (c'est-à-dire avec des chiffres de 1 à 6). Lilly doit trouver le nombre en posant le moins de « questions oui/non » possible. Comment Lilly peut-elle poser la première question afin d'obtenir 1 bit avec la réponse ? Nommez deux possibilités. Expliquez pourquoi Lilly obtient moins d'un bit avec la réponse à la question « est-ce le nombre 6 ? ».
2. Lilly pense à un mot au hasard. Willy doit trouver ce mot en posant à Lilly le moins de questions oui/non possible. Quelle est la stratégie que Willy doit appliquer ? Quel est le nombre approximatif de questions à poser dans le cas de cette stratégie ?
3. Une taupe A présume que le Soleil se lève à l'ouest certains jours. Elle engage la taupe B pour faire l'observation. B sort tous les jours, regarde où le Soleil se lève — à l'est ou à l'ouest — et informe A du résultat de l'observation via une ligne de données. Bien sûr, les données sont codées : un signe pour l'est et un autre pour l'ouest. Quelle est la quantité apparente de données ? Quelle est la part d'incertitude éliminée par la transmission ? Quelle est la quantité réelle de données ? Expliquez.
4. Vous connaissez probablement quelqu'un qui vous énerve parce qu'il vous raconte toujours les mêmes histoires. Expliquez votre agacement en utilisant la notion de quantité de données.

6.8 Réduction de données

Pour économiser de l'espace mémoire, nous sommes désireux de compresser les données. La compression signifie : réduire la quantité apparente de données tout en gardant la quantité réelle de données telle quelle.

Mais la quantité réelle de données est également souvent réduite. Pourquoi ? Tout simplement parce qu'une partie des données n'est pas intéressante. Dans ce cas, on parle de *réduction de données*.

Pour illustrer cela, prenons une fois de plus l'exemple du camion de déménagement (voir section 6.4) : sur les 36 m³ d'objets à déménager, 12 m³ ne sont même pas chargés dans le camion mais mis directement dans les déchets encombrants, parce que les objets ne sont plus utiles, Fig. 6.13. On peut donc également dire que la réduction de données consiste à jeter les « déchets de données ».

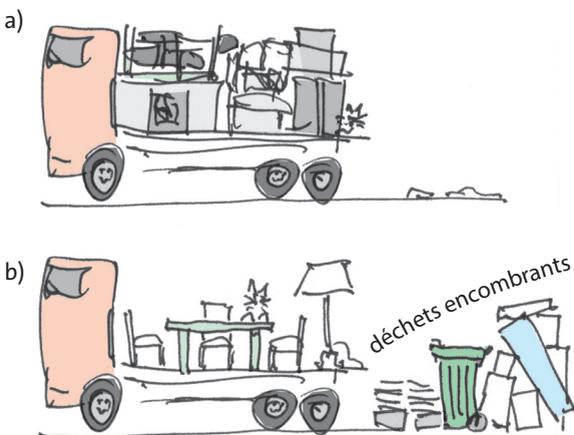


Fig. 6.13 (a) Objets à déménager non réduits (b) Objets à déménager réduits

Compression de données :

- la quantité apparente de données est réduite
- la quantité réelle de données reste constante

Réduction de données

- les informations superflues sont éliminées
- la quantité réelle de données est réduite

Réduction de données dans le cas de la reconnaissance de formes

Les lettres peuvent être écrites de manière manuscrite sur une tablette numérique. Elles sont d'abord disponibles pour la tablette sous la forme d'un fichier de

pixels contenant une grande quantité de données. Un programme de « reconnaissance de caractères » convertit ce fichier de pixels en un fichier texte. La quantité réelle de données diminue très fortement au cours de ce processus. Bien entendu, de nombreuses informations sont également perdues. Une lettre peut être écrite d'innombrables façons, Fig. 6.14. Nous ne pouvons plus dire à partir du R, qui est créé par l'ordinateur sur le champ d'affichage, à quoi ressemblait le R écrit à la main.

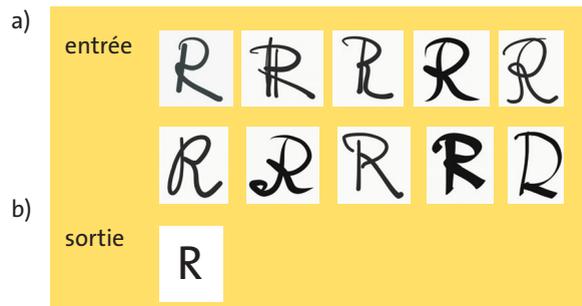


Fig. 6.14 L'ordinateur transforme chaque R saisi en un même R.

Supposons que le fichier de pixels sur un petit écran ait une quantité de données de 8 kbit. Une lettre enregistrée au format ASCII nécessite 8 bits. L'ordinateur a donc réduit la quantité de données d'un facteur mille.

Un ordinateur peut également être programmé de manière à détecter d'autres formes ou « motifs » : carrés, cercles, lignes droites, maisons, arbres, animaux, empreintes digitales, visages, etc. Dans tous les cas, la quantité réelle de données est réduite.

La reconnaissance des formes est basée sur la réduction de données.

Perception et réduction de données

Ce qui est fait par l'ordinateur dans ce cas est fait par notre cerveau à chaque instant. Nous regardons par la fenêtre. Immédiatement après, cependant, nous ne nous souviendrons plus du motif coloré complexe que nous avons perçu avec nos yeux. Nous savons plutôt : voici une maison, là une route, il y a deux personnes et il y a un chien.

L'énorme courant de données qui pénètre dans l'œil par la pupille ne peut être traité par le cerveau sans réduction.

La perception est basée sur la réduction de données.

Réduction de données pendant un calcul

Nous imaginons que les calculs sont effectués par un ordinateur ou une calculatrice.

Un ordinateur reçoit et émet des données. Cela signifie-t-il qu'il ne fait que ré-encoder les données, c'est-à-dire que la quantité réelle de données à l'entrée est la même qu'à la sortie ?

Pour voir si c'est le cas, prenons un exemple simple. Il s'agit de calculer la moyenne de notes scolaires. Une classe de 30 élèves a fait un test dans lequel un maximum de 15 points pouvait être obtenu.

Ainsi, 30 nombres dont chacun est l'un des 16 entiers de 0 à 15, sont tapés sur la calculatrice. Comme $16 = 2^4$, la calculatrice reçoit 4 bits avec chaque chiffre, soit

$$H_{\text{in}} = 30 \cdot 4 \text{ bit} = 120 \text{ bit.}$$

La valeur moyenne est calculée jusqu'à un chiffre après la virgule. Le résultat est l'une des valeurs suivantes

0; 0,1; 0,2; 0,3; 14,7; 14,8; 14,9; 15.

Il y a 151 possibilités. Par conséquent, le nombre de signes du résultat est $z = 151$. A partir de là, on peut calculer la quantité de données :

$$H_{\text{out}} = \text{ld}(151) \approx 7 \text{ bit.}$$

La calculatrice a réduit la quantité de données de 120 bits à 7 bits, Fig. 6.15.

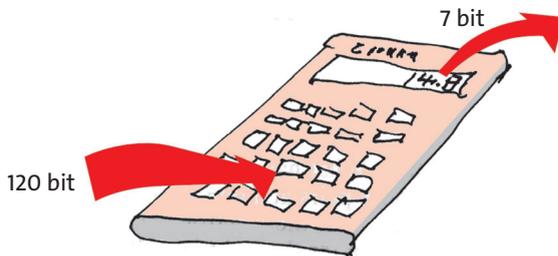


Fig. 6.15 120 bits entrent dans la calculatrice, et 7 bits en sortent.

Les calculatrices réduisent la quantité de données.

Cela signifie-t-il que celui qui reçoit les données de la sortie en sait moins que celui qui reçoit les données de l'entrée ? Oui, c'est exactement le cas. Celui qui ne connaît que la valeur moyenne ne peut pas calculer les notes individuelles des élèves sur cette base.

Mais pourquoi la calculatrice est-elle encore utilisée ? Elle est utilisée précisément parce que la grande quantité de données à l'entrée ne peut pas être traitée facilement. Si nous souhaitons par exemple comparer une classe dans son ensemble avec une classe parallèle, la quantité de données des notes individuelles est généralement trop importante. Dans le cas de grandes quantités de données, les gens peuvent s'y perdre facilement. Par conséquent, la calculatrice n'est pas utilisée parce qu'il y a trop peu de données, mais parce qu'il y a trop de données.

Réduction de données lors de l'enregistrement de signaux acoustiques

Lorsque de la musique ou d'autres données acoustiques sont enregistrées avec un microphone et sauvegardées sur un CD, il y a beaucoup de déchets parmi les données. Une grande partie de ce qui a été enregistré et de ce qui est émis par le haut-parleur ne peut être perçue. Le microphone absorbe les ondes sonores de toutes les fréquences avec à peu près la même précision. Cependant, la sensibilité de notre sens auditif varie fortement pour les différentes gammes de fréquences. En outre, la sensibilité du sens auditif sera très fortement réduite pour une onde d'une fréquence spécifique si des ondes d'autres fréquences sont ajoutées. Ces effets peuvent être mis à profit pour éliminer les données inutiles. Ainsi, on peut n'enregistrer que ce qui peut être réellement entendu. Cette méthode exige une capacité de calcul élevée, mais elle en vaut la peine. Il s'agit de la méthode MP3 bien connue. Sous forme de fichier MP3, un morceau de musique ne nécessite qu'environ un dixième de l'espace mémoire qu'il occuperait à l'état brut sur un CD - sans que la qualité du son ne soit altérée.

Lors de l'encodage au format MP3, la quantité de données est non seulement compressée mais aussi réduite.

Réduction de données lors de l'enregistrement de signaux optiques

La situation est similaire pour les signaux optiques. Examinons un pixel d'une caméra vidéo. La lumière qui frappe le pixel a un spectre compliqué. Si nous voulions capturer ce spectre avec une certaine précision, nous devrions mesurer l'intensité lumineuse pour de nombreuses longueurs d'onde et coder cette intensité lumineuse sous forme de nombres. En supposant que nous décomposons le spectre en 100 intervalles de longueur d'onde, nous aurions besoin d'environ 800 bits pour chaque pixel, Fig. 6.16. Ensuite, le

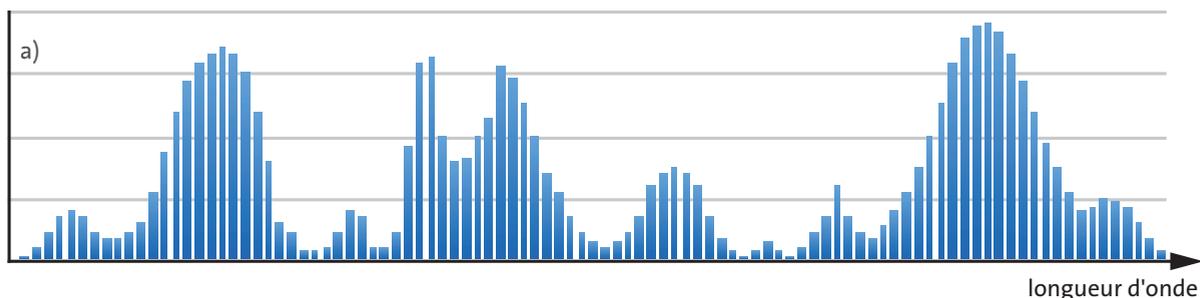


Fig. 6.16 (a) Le spectre est décrit par 100 valeurs de 8 bits chacune, soit environ 800 bits au total. (b) Seules trois valeurs de 24 bits au total sont nécessaires pour décrire l'impression de couleur.

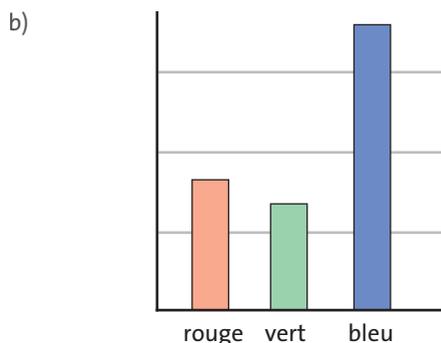
spectre pourrait être reproduit d'une manière ou d'une autre dans l'appareil de lecture.

En réalité, cependant, beaucoup de données inutiles auraient été absorbées, transportées et reproduites dans ce cas. En effet, nos yeux ne peuvent pas distinguer de nombreux spectres différents les uns des autres. Toutes les impressions de couleur que nous percevons peuvent être décrites avec seulement 3 chiffres, par exemple une valeur rouge, une valeur verte et une valeur bleue. Il est donc raisonnable de réduire la quantité de données de manière à ce que les informations superflues n'aient pas à être transmises. La réduction des données est très simple dans ce cas. Elle est déjà effectuée par la caméra. La caméra n'enregistre que 3 signaux de couleur différents dès le départ.

La caméra vidéo et l'appareil photo numérique réduisent le signal spectral à trois nombres.

Exercices

1. La plupart des opérations informatiques réduisent la quantité de données ; d'autres la laissent inchangée. Citez quelques exemples.
2. Expliquez pourquoi l'ordinateur effectue une réduction de données lorsqu'il calcule la valeur de x^2 pour un nombre entier x .
3. La quantité de données sera-t-elle réduite si la valeur de x^3 est calculée ? ($x =$ nombre entier).
4. Willy est resté chez ses grands-parents pendant une semaine. De retour à la maison, ses parents l'ont interrogé sur ce que les grands-parents lui avaient dit. Le rapport de Willy est assez court. En ce qui concerne le grand-père, Willy a compressé la quantité de données. Et il a réduit les données de la grand-mère. Que pouvez-vous dire du style narratif du grand-père et de celui de la grand-mère ?



6.9 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques - ondes porteuses

Des ondes électromagnétiques d'une très grande gamme de longueurs d'onde (ce qui correspond donc aussi à une très grande gamme de fréquences) sont utilisées : d'environ 500 nm, c'est-à-dire de la lumière visible, à 100 km.

On cherche généralement à effectuer plusieurs transmissions de données en même temps à un endroit ou dans une zone spécifique. Vous savez qu'il est possible de capter simultanément différents canaux de radio et de télévision. En outre, les téléphones sans fil, les smartphones et les ordinateurs portables fonctionnent au même endroit. Les horloges radio sont contrôlées et les positions sont déterminées au moyen du GPS (Global Positioning System). Les taxis sont appelés par une connexion radio et de nombreux autres services également. Tout cela se produit au moyen d'ondes électromagnétiques qui se propagent simultanément. En tout lieu, des ondes de directions, d'amplitudes et de longueurs d'onde différentes se déplacent les unes à travers les autres. Comment éviter que les différents systèmes ne se perturbent mutuellement ?

Tous ceux qui cherchent à transmettre des données se voient attribuer une *fréquence porteuse* avec un inter-

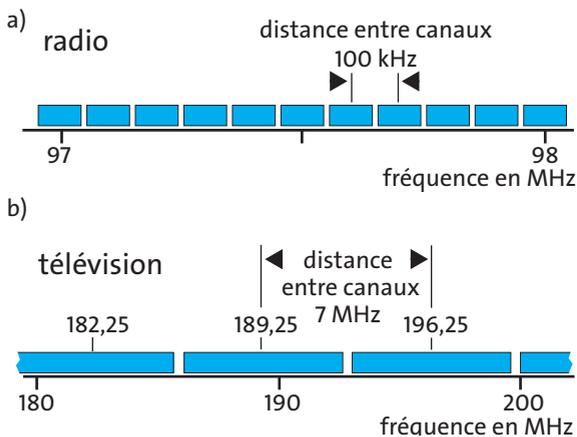


Fig. 6.17 Ceux qui souhaitent transmettre des données au moyen d'ondes électromagnétiques se verront attribuer une gamme de fréquences spécifique. La source de données ne peut créer que des fréquences de cette gamme. Les canaux sont illustrés par les bandes grises. Sections de la gamme des canaux radio (a) et des canaux de télévision (b). Attention aux différentes échelles de fréquence.

valle de fréquence spécifique et étroit des deux côtés de la fréquence porteuse. Ils ne peuvent utiliser que les ondes sinusoïdales de ce canal pour leur transmission de données. Les plages de fréquences des différents utilisateurs sont très proches les unes des autres mais aucun d'entre eux ne perturbe un autre, Fig. 6.17.

Pour « charger » des données sur l'onde électromagnétique, nous partons d'une onde sinusoïdale avec la fréquence porteuse et nous *modulons* cette onde. Cela signifie que nous créons de petites déviations de la fonction sinusoïdale et que nous modifions ces déviations au rythme du signal à transmettre. Nous verrons dans la prochaine section comment cela fonctionne en détail.

Plus le courant de données à transmettre est fort, plus l'intervalle de fréquence requis est grand (en termes techniques : la « bande passante »). Ainsi, les canaux de télédiffusion se voient attribuer une plage de fréquences de 7 ou 8 MHz de large, les canaux de radiodiffusion VHF de 100 kHz seulement.

Bien entendu, le signal résultant n'est plus purement sinusoïdal. Mais il peut être décomposé en portions sinusoïdales (voir chapitre 3). La modulation doit garantir que le signal modulé ne contiendra que des portions sinusoïdales de la gamme de fréquences attribuée. Sinon, la réception dans les autres canaux serait perturbée.

Les Fig. 6.18 et Fig. 6.19 montrent symboliquement les différents composants d'un système de transmis-

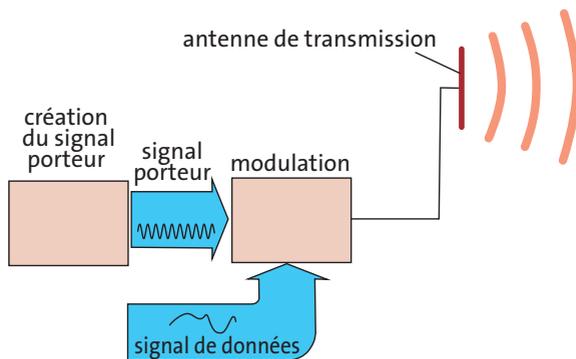


Fig. 6.18 Un signal porteur de forme sinusoïdale est modulé avec le signal de données au niveau de l'émetteur de données.

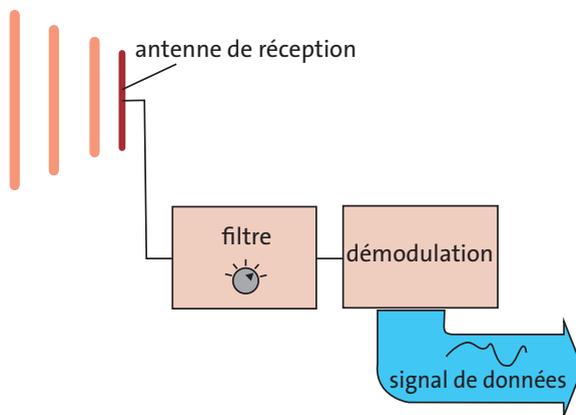


Fig. 6.19 Dans le récepteur de données, la gamme de fréquences de la source de données souhaitée est filtrée à partir du signal provenant de l'antenne. La démodulation se produit ensuite.

sion de données : le signal à transmettre ainsi que le signal porteur de forme sinusoïdale sont introduits dans la boîte « modulation ». La fonction sinusoïdale est modifiée au moyen du signal à transmettre. Le courant correspondant s'écoule vers l'antenne émettrice qui émet l'onde électromagnétique correspondante.

Dans l'antenne de réception, l'onde qui arrive crée un courant électrique, dont la dépendance temporelle est la même que celle dans l'antenne d'émission, par induction électrostatique et électromagnétique. Mais d'autres ondes provenant d'autres sources de données arrivent également à l'antenne de réception. L'intervalle de fréquence qui est associé à la source de données souhaitée est filtré de ce fouillis électromagnétique (boîte de « filtre »). Dans la boîte de

« démodulation », le signal initial est redistillé à partir du courant presque sinusoïdal. Le canal souhaité, c'est-à-dire l'intervalle de fréquence associé à la source de données souhaitée, peut être réglé sur le filtre.

Cette méthode peut être utilisée pour filtrer un signal, même très faible, parmi un chaos extrême de signaux de différentes longueurs d'onde porteuses, parfois très forts. Vous pouvez imaginer la situation suivante : il y a un bruit terrible dans une pièce. Des centaines de morceaux de musique sont joués en même temps, tandis qu'il y a aussi des sons affreux comme des cris, du tonnerre, des grincements et des crissements. La stridulation grave d'un grillon fait également partie de ce vacarme. En faisant un détour par la fréquence porteuse, nous sommes en mesure de supprimer le brouhaha général de manière à ce que seule la stridulation soit entendue.

Pour permettre plusieurs transmissions de données simultanées, chaque source de données se voit attribuer une fréquence porteuse avec un intervalle de fréquence (un canal). Elle ne peut émettre que des ondes dont la fréquence se situe dans cet intervalle.

6.10 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques – modulation

Considérons une fonction temporelle qui décrit un signal sinusoïdal y :

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi) .$$

Cette fonction possède trois « paramètres » : l'amplitude \hat{y} , la fréquence f et la phase à l'origine φ . Chacun de ces paramètres peut être modifié dans le temps, c'est-à-dire que la fonction peut être *modulée* de trois façons.

Modulation d'amplitude

Supposons que l'on veuille transmettre des données binaires, c'est-à-dire une séquence irrégulière de zéros et de uns. Le signal est d'abord disponible sous forme de signal électrique (Fig. 6.20a) :

- 1 → potentiel électrique élevé
- 0 → potentiel électrique faible.

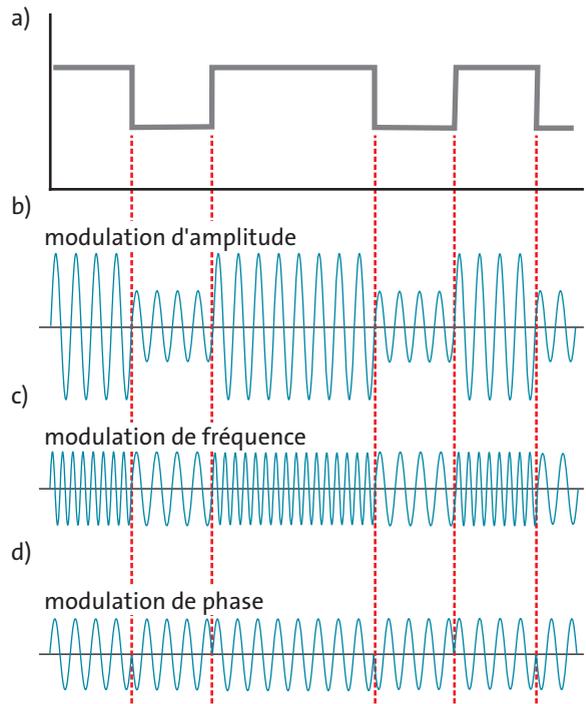


Fig. 6.20 (a) Signal binaire initial en fonction du temps. (b), (c) et (d) : l'amplitude, la fréquence ou la phase ont été modifiées en fonction du signal binaire. (Les signaux de modulation n'ont pas été dessinés à l'échelle pour des raisons de clarté. En fait, de nombreuses autres oscillations du signal porteur font partie de chaque intervalle du signe binaire. De même, la variation de fréquence relative pendant la modulation de fréquence est en réalité beaucoup plus faible que sur la figure).

Ensuite, on module l'amplitude du signal porteur en la réglant sur une taille plus grande et plus petite en fonction du signal initial, Fig. 6.20b :

- 1 → potentiel élevé → grande amplitude
- 0 → potentiel faible → petite amplitude

Une application de la modulation d'amplitude est le signal de commande des horloges radio. En Allemagne, il provient d'une source de données située à proximité de Francfort sur le Main. La source de données a une portée d'environ 1500 km. La fréquence de la porteuse est de 77,5 kHz. L'amplitude de l'onde est réduite une fois par seconde pendant 0,1 s ou pendant 0,2 s à 25 % de la valeur normale. C'est ainsi que le récepteur de données obtient un signal horaire précis chaque seconde. Pourquoi est-elle parfois réduite pendant 0,1 s et parfois pendant 0,2 s ? Parce que cette méthode permet

de prendre en compte d'autres données : la minute, l'heure, la date, l'heure d'été ou d'hiver, etc.

La modulation d'amplitude est également utilisée pour les anciennes transmissions radio à ondes moyennes et longues.

Modulation de fréquence

Le nom est explicite. Ici, ce n'est pas l'amplitude mais la fréquence de l'onde porteuse qui est modifiée en fonction du signal à transmettre (Fig. 6.20c). Bien entendu, le changement de fréquence doit rester si faible qu'il reste à l'intérieur de l'intervalle de fréquence assigné.

Un exemple d'application de cette méthode est la transmission radio FM (« FM » signifie « Frequency Modulation » en anglais, c'est-à-dire « modulation de fréquence »). Dans ce cas, ce ne sont pas des signes binaires mais des signaux sonores qui sont transmis. La fréquence est modifiée en permanence en fonction du signal sonore.

Modulation de phase

C'est la troisième possibilité de modifier l'onde porteuse. L'amplitude et la fréquence restent constantes, tandis que la phase à l'origine de la fonction sinusoïdale est modifiée — toujours en fonction du signal à transmettre — par exemple comme le montre la Fig. 6.20d. Pendant chaque changement de 0 à 1 ou de 1 à 0, π est ajouté à la phase à l'origine.

Transmission radio numérique, télévision numérique, UMTS

Les canaux disponibles sont rares et coûteux. Par conséquent, chaque canal doit être exploité au maximum, c'est-à-dire en transmettant les plus grands courants de données possibles. La méthode de modulation doit être aussi sophistiquée que possible.

C'est pourquoi plusieurs méthodes de modulation sont souvent combinées, par exemple dans le cas de la transmission radio numérique (DAB = Digital Audio Broadcasting), pour la télévision numérique (DVB = Digital Video Broadcasting) ou pour l'UMTS (Universal Mobile Telecommunications System).

Modulation : modification de l'amplitude, de la fréquence ou de la phase de l'onde porteuse en fonction du signal à transmettre.

Les composantes sinusoïdales de l'onde modulée sont comprises dans l'intervalle de fréquence attribué.

Plus le courant de données est fort, plus l'intervalle de fréquence requis est grand.

Exercices

1. Le signal d'horloge radio est constitué de morceaux de forme sinusoïdale. Combien de périodes d'oscillation sont associées à un morceau court (d'une durée de 0,1 s) et combien sont associées à un morceau long (0,9 s) ? Quel problème se poserait si nous devons représenter graphiquement le signal radio ?
2. Recherchez sur internet les intervalles de fréquence attribués aux émetteurs de radio et de télévision les plus connus.

6.11 Transmission de données avec des ondes électromagnétiques – ondes directes et ondes guidées

Les données passent du « producteur » au « client » de diverses manières. Les possibilités dépendent avant tout de la fréquence porteuse appliquée. Dans la section 4.14, nous avons appris :

« Pour que les lois de l'optique géométrique » s'appliquent, le diamètre des ouvertures, des lentilles et des miroirs doit être grand par rapport à la longueur d'onde. »

Cela signifie que, pour les ondes courtes, il doit y avoir une vue dégagée entre l'antenne émettrice et l'antenne réceptrice. Les ondes peuvent être regroupées à l'aide de miroirs paraboliques.

Pour les ondes longues, aucune ligne de vue n'est nécessaire. Elles ne peuvent être regroupées que dans une mesure limitée.

Il existe une particularité pour les ondes lumineuses, c'est-à-dire les ondes les plus courtes utilisées : elles peuvent être guidées sur n'importe quel chemin au moyen d'une fibre de verre, appelée « fibre optique ».

Des données dans toutes les directions

Pour atteindre simultanément de nombreux récepteurs de données répartis sur une vaste zone, on crée au moyen d'une antenne une onde qui s'éloigne dans toutes les directions horizontales. Cette onde devient de plus en plus faible à mesure que l'on s'éloigne de l'antenne émettrice. Les antennes des sources de données normales de la radio et de la télévision, des systèmes téléphoniques mobiles et de l'UMTS en sont des exemples.

Relais à ondes radio micro-ondes (faisceau hertzien)

Les données doivent parfois être transportées sur une longue distance d'un endroit à un autre endroit précis. L'onde est donc regroupée au moyen d'une antenne parabolique. Cette méthode s'appelle *relais à ondes radio micro-ondes* ou « faisceau hertzien ». Les longueurs d'onde sont de l'ordre de quelques centimètres. Les antennes de faisceaux hertziens micro-ondes sont installées sur des bâtiments hauts ou sur des tours d'antenne spéciales. Les antennes émettrices et réceptrices doivent être placées en vue l'une de l'autre.

Transport de données par satellite

Pour un satellite situé à une distance d'environ 42 000 km du centre de la Terre, le temps d'orbite est exactement de 24 heures. Sa vitesse angulaire est donc égale à celle de la rotation de la Terre autour de son axe. Si l'orbite d'un tel satellite est dans le plan de l'équateur et si le sens de rotation du satellite autour du centre de la Terre est le même que celui de la Terre, il est au repos par rapport à la Terre, Fig. 6.21. Il est toujours situé au même endroit au-dessus de l'équateur et semble donc immobile depuis la Terre. De tels satellites géostationnaires sont des stations de transmission de données idéales. Ils sont utilisés pour les transmissions de données sur de longues distances, c'est-à-dire par exemple à travers les continents, mais aussi pour la distribution de programmes de télévision directement au client.

Les données sont envoyées en ondes courtes depuis une station au sol au moyen d'une antenne parabolique vers le satellite. Le satellite les reçoit avec son antenne de réception, amplifie le signal et le renvoie vers le bas avec son antenne d'émission : soit sous la forme d'un faisceau fortement groupé vers une autre station au sol, soit sous la forme d'un faisceau moins fortement groupé vers les clients de la télévision d'un pays ou d'un continent entier.

Les ondes qui sont reçues de cette manière au moyen d'une antenne parabolique ont — comme pour l'audio directionnel — des longueurs d'onde de plusieurs centimètres.

Guides d'onde optiques

Un guide d'onde optique est une fibre mince faite d'un matériau transparent. La lumière qui est introduite à une extrémité se déplace dans la fibre sans s'échapper latéralement, même si le guide d'onde optique fait des courbes ou des boucles. (Une onde sonore se comporte de la même manière dans un tube — il suffit de l'essayer).

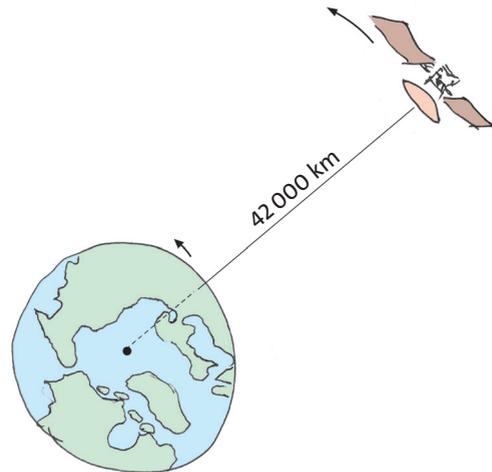


Fig. 6.21 Du point de vue de la Terre, un satellite géostationnaire est immobile.

Les fibres en verre de quartz (SiO_2) d'un diamètre d'environ 1/100 mm, c'est-à-dire l'épaisseur d'un cheveu, sont utilisées pour la transmission de données. On utilise aussi bien la lumière visible que la lumière infrarouge. La source de lumière est un petit laser, le récepteur de données est une photodiode.

La modulation est assurée par l'allumage et l'extinction très rapides de la lumière. Il s'agit donc d'une modulation d'amplitude.

Par rapport aux câbles électriques, les guides optiques sont avantageux car ils peuvent transporter des courants de données beaucoup plus importants. Il est possible d'atteindre des courants de données allant jusqu'à 50 Gbit/s avec une fibre, c'est-à-dire environ 50 fois plus que ce qui peut passer par un câble en cuivre. En outre, les guides d'onde optiques sont moins sujets aux défaillances que les câbles en cuivre. Enfin, les pertes d'énergie sont plus faibles que pour les câbles en cuivre, de sorte que moins d'amplificateurs sont nécessaires (voir section suivante).

6.12 Amplificateurs

L'énergie est nécessaire pour tout type de transport. Le camion qui transporte des briques de la briqueterie au chantier de construction consomme du carburant diesel et donc de l'énergie. Pour faire couler de l'eau dans une canalisation ou du pétrole brut dans un oléoduc, il faut des pompes — et ces pompes ont besoin d'énergie. Qu'advient-il de l'énergie utilisée pour ces transports ?

Amplificateurs

Une perte d'énergie signifie toujours que de l'entropie est créée quelque part : par le frottement mécanique, dans les résistances électriques, dans les réactions chimiques.

De l'énergie est également nécessaire pour le transport des données. Dans la plupart des cas, elle est fournie par la source des données. En d'autres termes, les données la transportent comme une provision. Ainsi, les ondes sonores créées par un haut-parleur, les ondes électromagnétiques qui proviennent d'une antenne ou la lumière qui sort de l'écran d'un téléviseur transportent de l'énergie en plus des données.

Certains transports de données sont particulièrement abondants en énergie : l'onde émise par la source s'étend sur une zone d'aire de plus en plus grande, Fig. 6.22.

Cela s'applique par exemple au son qui provient d'un haut-parleur ou d'une personne qui parle, ou aux ondes électromagnétiques qui sont émises par une antenne de télévision. Ainsi, l'énergie est également diffusée dans une large zone. Cette méthode est toujours pratique dans les cas où l'on cherche à atteindre de nombreux récepteurs de données sans poser une ligne vers chacun d'eux. La majeure partie de l'énergie n'arrivera bien sûr à aucun récepteur de données, et elle sera perdue.

Si les ondes électromagnétiques sont regroupées avec une antenne parabolique, une plus grande partie de l'énergie émise arrivera à l'antenne de réception.

Au niveau du récepteur de données, il faut toujours faire fonctionner ou contrôler quelque chose :

- des courants électriques doivent être induits dans une antenne de réception,
- le tympan d'une personne entendante doit être mis en mouvement,
- la membrane d'un haut-parleur doit être déplacée.

Ces processus ne peuvent avoir lieu que si une quantité suffisante d'énergie arrive avec les données. Si les pertes d'énergie dans une ligne téléphonique sont trop importantes ou si le récepteur radio est trop éloigné de la source de données, l'énergie qui arrive ne sera plus suffisante.

Les *amplificateurs* sont utilisés pour s'assurer qu'une quantité suffisante d'énergie arrivera au récepteur de données malgré une grande distance de la source de données. Un amplificateur possède une entrée et une sortie pour les données. Elles entrent dans l'amplificateur avec peu d'énergie et en ressortent avec beaucoup d'énergie. Ainsi, le courant de données reçoit de nouvelles provisions.

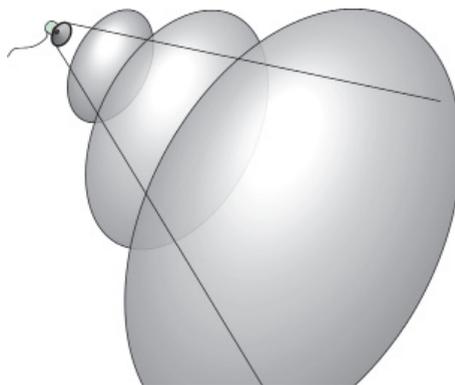


Fig. 6.22 L'onde, et par conséquent son énergie, s'étend sur une surface toujours plus grande.

Dans un amplificateur, le courant d'énergie qui accompagne un courant de données est augmenté.

Nous utilisons l'exemple de l'amplificateur électrique pour avoir une idée claire du fonctionnement d'un amplificateur. Pour des raisons de simplicité, nous supposons que les données sont codées de manière binaire. Un « signal faible », qui peut ressembler à l'illustration de la Fig. 6.23a, entre dans l'amplificateur.

Ici, le courant d'énergie est représenté en fonction du temps. L'amplificateur le transforme en un « signal fort ». Il est important de comprendre que le nouveau

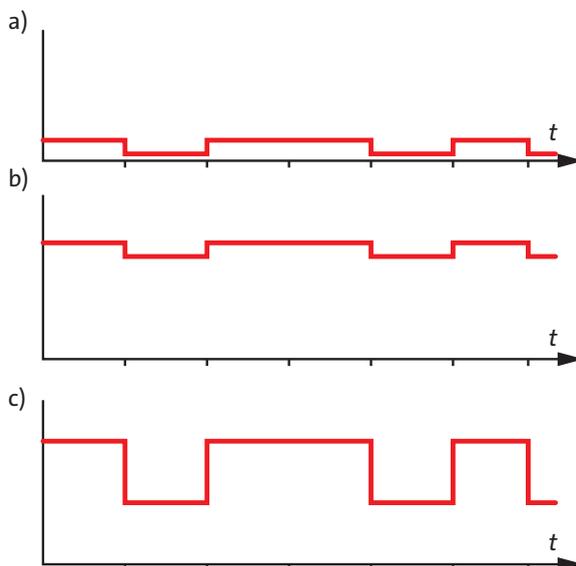


Fig. 6.23 Courant d'énergie en fonction du temps pour (a) un signal faible (b) un signal faible + un courant d'énergie constant (c) un signal fort

courant d'énergie n'est pas simplement *ajouté* au signal faible comme le montre la Fig. 6.23b. Le résultat serait toujours considéré comme un signal faible car les différences entre les valeurs supérieures et inférieures sont toujours aussi difficiles à détecter que pour le signal de la Fig. 6.23a. L'amplificateur doit plutôt *multiplier* le courant d'énergie par un facteur aussi grand que possible. Le résultat d'une multiplication par un facteur 6 est illustré à la Fig. 6.23c.

Un amplificateur peut être caractérisé par le facteur *d'amplification*, le facteur par lequel le courant énergétique à la sortie est plus fort qu'à l'entrée.

La Fig. 6.24 montre schématiquement les données et le courant d'énergie d'un lecteur de CD avec son amplificateur et ses enceintes. Le lecteur fournit un courant énergétique d'environ 0,1 μW . Mais les enceintes

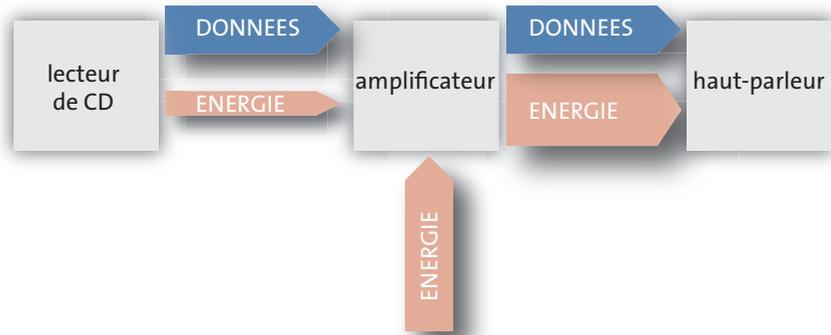


Fig. 6.24 Courant d'énergie et courant de données pour le lecteur de CD, l'amplificateur et les enceintes.

ont besoin de 10 W. Par conséquent, un amplificateur est placé entre le lecteur et les enceintes. Le facteur d'amplification d'un amplificateur HiFi typique est de 10^8 .

Le courant d'énergie des signaux électriques provenant d'une antenne radio est généralement de 1 pW (= 10^{-12} W). Le facteur d'amplification pour la réception radio doit donc être d'environ 10^{13} .