



Zwei Möglichkeiten das Altern zu verlangsamen – oder doch nur eine?

FRIEDRICH HERRMANN – MICHAEL POHLIG

Im Zusammenhang mit der Relativitätstheorie begegnen uns in Schulbüchern zwei Situationen, in denen zwei Beobachter unterschiedlich schnell altern. Es scheint sich um zwei voneinander unabhängige Effekte zu handeln. Oft wird der eine als speziell-, der andere als allgemein-relativistisch bezeichnet. Tatsächlich handelt es sich beide Male um ein und denselben Effekt, beschrieben in zwei verschiedenen Bezugssystemen.

1 Einleitung

Die Physik tut sich schwer mit der Modernisierung ihrer Inhalte. Den größten Teil des Unterrichts machen Themen aus, deren Entdeckung und Entwicklung im 18. und 19. Jahrhundert lag. Obwohl in dem inzwischen auch schon vergangenen 20. Jahrhundert physikalisch viel mehr passiert ist als in den davor liegenden Jahrhunderten fällt es offenbar schwer, die so genannten modernen, aber eigentlich inzwischen auch schon alten Themen zu integrieren. Dabei gibt es zwei Probleme zu lösen: erstens die alte klassische Physik neu zu bearbeiten, d. h. aus moderner Sicht so darzustellen, dass man weniger Zeit braucht, und zweitens, die „neuen“ Themen zu elementarisieren, d. h. von Einzelheiten, die nur die Fachleute interessieren, zu

befreien. In anderen Worten: das herauszuarbeiten, was man mit einigem Recht als allgemeinbildungsrelevant bezeichnen kann. Uns geht es im Folgenden um den zweiten Punkt, oder genauer: um ein Detail, das mit einer solchen Elementarisierung zusammenhängt.

Nach unserer Meinung bietet die Relativitätstheorie in den Lehrbüchern der Schule ein recht abschreckendes Bild – verursacht vor allem dadurch, dass man Bezugssystemwechsel in den Vordergrund stellt. Bezugssysteme sind Artefakte, die man braucht, um die mathematische Beschreibung eines Problems zu ermöglichen. Ein elementares Verständnis einer Erscheinung kommt ohne Bezugssystemwechsel aus. Man wählt am Anfang ein dem Problem angemessenes Bezugssystem, d. h. ein Bezugssystem, das wir als natürlich empfinden – und man wechselt es danach nicht mehr.

Die typische Darstellung der Relativitätstheorie dagegen vermittelt den Eindruck, als seien Bezugssystemwechsel der Hauptgegenstand der Theorie. Wie es dazu kam, ist aus der Entstehungsgeschichte der Theorie leicht nachzuvollziehen. Aber daraus muss nicht folgen, dass wir die Relativitätstheorie auf demselben, umständlichen Weg in der Schule behandeln. Es geht uns im Folgenden um ein Detail bei der Behandlung der Relativitätstheorie im Physikunterricht. Dabei schildern wir nicht einen Unterrichtsgang, sondern setzen uns mit einer speziellen Frage auseinander, die in keiner Darstellung der Relativitätstheorie in Lehrbüchern für die Schule, aber auch in populärwissenschaftlichen Büchern fehlt: mit dem Zwillingsparadoxon (Kasten 1). Wir setzen dabei voraus, dass die Leserin oder der Leser die übliche Lehrbuchdarstellung kennt. Wer an einem möglichen konkreten Unterrichtsverlauf interessiert ist, sei auf den Karlsruher Physikkurs (HERRMANN, 2019) verwiesen.

Obwohl es beim Zwillingsparadoxon nur um ein Detail geht, um eine von vielen Auswirkungen der Relativitätstheorie, ist die Literatur ungewöhnlich umfangreich. Natürlich wurde das Thema schon von EINSTEIN behandelt. Allerdings bezeichnete er es noch nicht als Zwillingsparadoxon. Offenbar hat es die Menschen so fasziniert, dass etwa 200 Artikel dazu in angesehenen wissenschaftlichen Zeitschriften veröffentlicht wurden. Wir haben auch eine Art „Metaartikel“ gefunden (SHULER, 2014): einen Artikel, der das Erscheinen der Aufsätze in einem Histogramm darstellt.

Kasten 1. Das Zwillingsparadoxon in der Literatur

2 Fragestellung

Im Rahmen der Behandlung der relativistischen Physik werden zwei Situationen angesprochen, in denen zwei Beobachter beim Vergleich ihrer Uhren feststellen, dass der eine mehr gealtert ist als der andere, zwei „Uhreneffekte“. Wir wollen sie zunächst kurz in Erinnerung bringen, siehe auch Kasten 2. Unsere Beobachter sind LILLY und WILLY. (Später kommt noch MILLY hinzu.)

- Abbildung 1 zeigt die „Weltlinien“ von LILLY und WILLY in einem „Raumzeitdiagramm“. Im Raumzeitpunkt P gleichen LILLY und WILLY ihre Uhren ab. LILLY macht nun eine lange Reise, wobei sie sich mit hoher, konstanter Geschwindigkeit bewegt. Beim Vergleich ihrer Uhren nach LILLYS Rückkehr, Raumzeitpunkt Q, stellen sie fest, dass für WILLY mehr Zeit vergangen ist als für LILLY, WILLY ist mehr gealtert als LILLY. Achtung beim Lesen des Diagramms: Die t - und die x -Achse beschreiben WILLYS Zeit und Ort. Sie sagen nichts darüber aus, welche Zeit LILLYS Uhr anzeigt. Zur Orientierung ist noch eine Weltlinie von Licht eingezeichnet.
- LILLY und WILLY befinden sich in einem Hochhaus in einem mittleren Stockwerk. Sie gleichen ihre Uhren ab. Dann geht WILLY nach oben und LILLY nach unten. Später kehren

sie zu ihrem Ausgangspunkt zurück. Bei einem erneuten Vergleich ihrer Uhren stellen sie zu ihrer Überraschung fest, dass für WILLY mehr Zeit vergangen ist als für LILLY; er ist mehr gealtert. Der Effekt tritt schon im homogenen Gravitationsfeld auf. Der Raum ist hier flach, also nicht gekrümmt.

Der Reiseeffekt

Er ist leicht zu berechnen in dem Inertialsystem, in dem WILLY ruht. (Die Berechnung in LILLYS Bezugssystem ist kompliziert.)

WILLY beobachtet für Objekte, und insbesondere auch Uhren, die sich mit der Geschwindigkeit v bewegen, eine „Zeitdilatation“. Es gilt

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Hier ist Δt_0 die für LILLY, Δt die für WILLY vergangene Zeit.

Der Hochhauseffekt

Auch er ist leicht zu berechnen. Man braucht nur den „Ortsfaktor“ g und die Höhen an denen sich WILLY (h_2 , oben) und LILLY (h_1 , unten) befinden.

Zwischen zwei Ereignissen, die für LILLY den zeitlichen Abstand Δt_1 haben, vergeht für WILLY die Zeit Δt_2 mit

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \left(1 + \frac{g(h_2 - h_1)}{c^2} \right)$$

Für WILLY (oben) vergeht also mehr Zeit als für LILLY (unten).

Kasten 2. Zur Berechnung der beiden Effekte

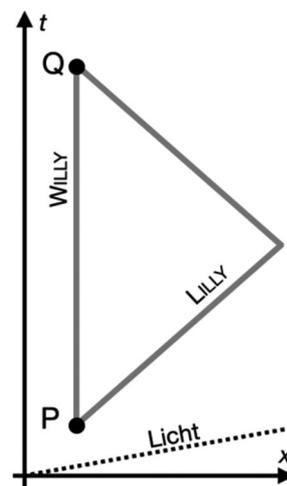


Abb. 1. Ein Uhrenvergleich in den „Raumzeitpunkten“ P und Q zeigt, dass für WILLY mehr Zeit vergangen ist als für LILLY.

Da wir uns im Folgenden wiederholt auf die beiden Uhreneffekte beziehen, wollen wir ihnen Namen geben: den ersten nennen wir den Reiseeffekt, den zweiten den Hochhauseffekt. Man findet nun oft die Aussage, der Reiseeffekt sei ein Effekt der speziellen Relativitätstheorie (SRT), der Hochhauseffekt

dagegen der allgemeinen (ART) (z.B. WIKIPEDIA, Global Positioning System):

„Die Zeit, die die Atomuhren auf den GPS-Satelliten anzeigen, unterliegt den Effekten der relativistischen Zeitdilatation. Dabei hängt nach der allgemeinen Relativitätstheorie die Ganggeschwindigkeit einer Uhr vom Ort im Gravitationsfeld ab und nach der speziellen auch von ihrer Geschwindigkeit.“

Auch in Schulbüchern wird der Reiseeffekt gewöhnlich im Rahmen der SRT behandelt, der Hochhauseffekt dagegen bei der ART.

Daraus scheint hervorzugehen, dass wir es mit zwei verschiedenen Effekten zu tun haben. Wir zeigen im Folgenden, dass es sich bei beiden um ein und denselben Effekt handelt.

In Abschnitt 3 beschreiben wir den Hochhauseffekt in einem Inertialsystem. Wir werden dabei sehen, dass er mit dem Reiseeffekt identisch ist.

Man könnte glauben, es sei eine der Besonderheiten der Relativitätstheorie, dass sich ein Effekt auf so unterschiedliche Arten äußern kann. Darum erinnern wir in Abschnitt 4 daran, dass man analoge Situationen auch in der klassischen Physik antrifft. In Abschnitt 5 folgen einige Bemerkungen zum Unterricht. Wir stellen hier keinen zusammenhängenden Unterrichtsgang vor.

3 Zwei verschiedene Effekte oder ein und derselbe?

3.1 Derselbe Effekt in zwei verschiedenen Bezugssystemen

Um die Frage zu beantworten, muss geklärt sein, was man unter einem ART-Effekt verstehen will. Ein Blick in die Literatur hilft uns nicht viel weiter; sie gibt hierauf keine klare Antwort. Wir wollen hier von einem ART-Effekt nur dann sprechen, wenn man es mit einem gekrümmten Raum zu tun hat. In diesem Sinn haben wir es aber beim Hochhauseffekt nicht mit einem ART-Effekt zu tun, denn er tritt, wie oben schon gesagt, auch in einem flachen Raum auf.

Damit ist aber noch nicht geklärt, ob es dann zwei verschiedene (speziell-relativistische) Uhreneffekte gibt.

Wir werden sehen, dass das nicht der Fall ist. Es handelt sich beide Male um denselben Effekt. Der scheinbare Unterschied entsteht dadurch, dass man zur Beschreibung unterschiedliche Bezugssysteme verwendet.

Um den Unterschied der Anzeige der Uhren beim Reiseeffekt zu berechnen, benutzt man WILLYS Bezugssystem. Auf WILLY wirken im ganzen Zeitintervall zwischen den Uhrenabgleichen keine Kräfte. Das Bezugssystem ist also ein Inertialsystem. Den Hochhauseffekt berechnet man im Bezugssystem der Erde. Hier wirkt die Gravitationskraft der Erde. Es ist also kein Inertialsystem.

Tatsächlich kann man den Hochhauseffekt in einen Reiseeffekt verwandeln, indem man die Situation in einem Inertialsystem betrachtet. Das wollen wir jetzt tun (Abb. 2).

Wir beauftragen mit der Beschreibung MILLY. Auch sie nimmt an den beiden Uhrenabgleichen teil. Wenn sich LILLY und WILLY nach dem ersten Uhrenabgleich in der Mitte des Hochhauses trennen, springt sie in die Höhe, und zwar so, dass sie im „freien Flug“ oder „frei schwebend“ gerade zum zweiten

Uhrenabgleich wieder bei LILLY und WILLY landet (Abb. 2a). Zunächst was die drei beim zweiten Uhrenabgleich feststellen: WILLY ist wieder mehr gealtert als LILLY. Außerdem stellt sich heraus, dass für MILLY die meiste Zeit vergangen ist, worüber sich niemand wundert, denn ihr Bezugssystem (das Bezugssystem, in dem sie ruht) war ein Inertialsystem, und in einem Inertialsystem vergeht stets die meiste Zeit (Kasten 3).

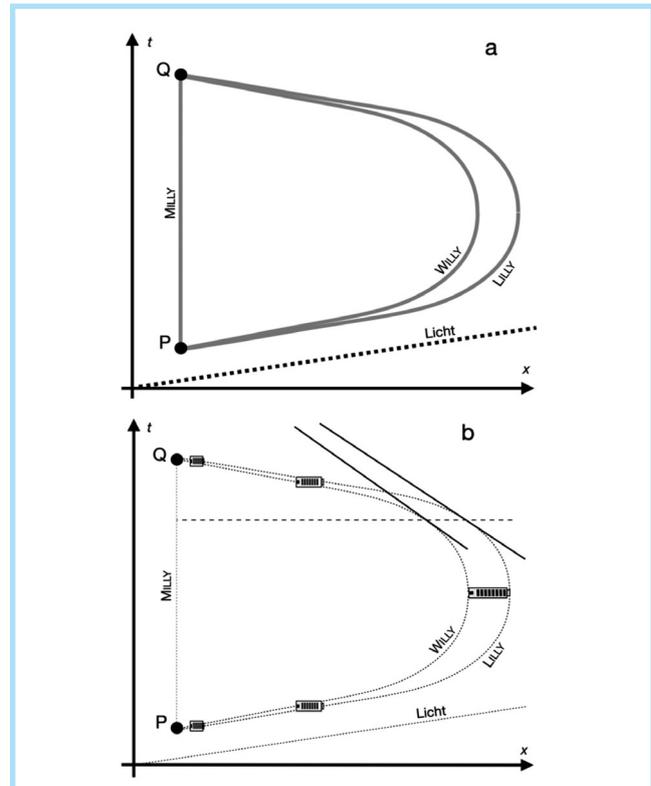


Abb. 2. a) In MILLYS Bezugssystem ist der Raum feldfrei. LILLYS und WILLYS Uhren zeigen, dass WILLY mehr gealtert ist als LILLY. b) Die Geschwindigkeit von LILLY ist für MILLY in jedem Augenblick größer als die von WILLY, siehe die Tangenten an die Weltlinien.

Die Beobachtung zeigt:

- Wenn sich zwei Personen mit ihren Uhren trennen (Ereignis A) und später wieder treffen (Ereignis B), so zeigen die Uhren unterschiedliche Zeiten an.
- Für eine Person (Uhr), die in einem Inertialsystem ruht, vergeht die meiste Zeit. Für eine Person (Uhr), die mit (fast) der Grenzgeschwindigkeit von A nach B gelangt, vergeht (fast) keine Zeit.

Dass wir davon im Alltag nichts merken, liegt daran, dass wir entweder nicht genau genug messen, oder dass die Reise zwischen A und B nicht lange genug dauert und die Bewegung nicht schnell genug ist

Kasten 3. Regeln für den Unterricht

Wir haben hier den Hochhauseffekt, d.h. den Effekt, der auf der Gravitation beruht, dadurch in einen Reiseeffekt verwandelt, dass wir mithilfe eines Bezugssystemwechsels die Feld-

stärke des Gravitationsfeldes zu null gemacht haben: MILLY befindet sich im Zustand des freien Fallens oder Schwebens, sie ist schwerelos. Für sie ist die Gravitationsfeldstärke null. Die Weltlinien von LILLY und WILLY sind jetzt unterschiedlich, und es ist nicht allzu überraschend, dass ihre Uhren verschiedene Zeiten messen. Wir wollen uns das genauer ansehen.

3.2 MILLYs Begründung des unterschiedlichen Alterns von LILLY und WILLY

Man kann in der Darstellung der Situation in MILLYs Bezugssystem verstehen, weshalb LILLY weniger altert als WILLY. Unmittelbar nachdem sie hochgesprungen ist, hat das Hochhaus für sie eine hohe Geschwindigkeit. Das bedeutet, dass das Hochhaus für sie nicht so hoch ist, wie es einmal war, bevor sie abgesprungen ist. Das ist die bekannte Längenkontraktion. Nun wird aber die Geschwindigkeit des Hochhauses für MILLY immer kleiner, und damit das Hochhaus höher, und schließlich wird die Geschwindigkeit sogar null, sodass es seine alte Höhe annimmt. Dann bewegt es sich wieder auf MILLY zu, und zwar immer schneller, wobei seine Höhe wieder abnimmt.

Zeichnet man für einen beliebigen Zeitpunkt (MILLYs Zeit) Tangenten an die beiden Weltlinien, so sieht man, dass sich LILLY (in MILLYs Bezugssystem) in jedem Augenblick schneller bewegt als WILLY (Abb. 2b). Daraus schließt MILLY, dass LILLY in jedem Zeitpunkt weniger altert als WILLY.

3.3 Noch einmal fast dasselbe

Man kann das, was LILLY, WILLY und MILLY erleben, auch auf andere Art realisieren. Die Geschichte spielt im fernen Weltraum. Beim ersten Uhrenabgleich ist MILLY frei schwebend, während LILLY und WILLY, beide zusammen, in einem großen Raumschiff mit hoher Geschwindigkeit an MILLY vorbeifliegen. Gleichzeitig mit dem Uhrenabgleich zünden LILLY und WILLY die Bremsraketen ihres Raumschiffs. Das Raumschiff bewegt sich weiter, wird aber konstant negativ beschleunigt, sodass seine Geschwindigkeit (von MILLY aus gesehen) immer mehr abnimmt, null wird, und die Richtung wechselt. Das Raketentriebwerk läuft aber weiter wie zuvor, und irgendwann kommt das Raumschiff mit hoher negativer Geschwindigkeit wieder bei MILLY an. So viel zur Bewegung des Raumschiffs. Nun zu LILLY und WILLY. Kurz nach dem ersten Uhrenabgleich (nicht vergessen: die Rakete bewegt sich dabei mit hoher Geschwindigkeit an MILLY

vorbei) hat sich WILLY innerhalb des Raumschiffs von der Mitte aus an das Ende begeben, das in Richtung MILLY liegt. Er musste dazu im Raumschiff eine Treppe hinaufsteigen. LILLY ist ans andere Ende gegangen, sie ist die Treppe „hinunter“ gestiegen. Ihr Gefühl dabei ist dasselbe, als wäre WILLY auf der Erde in einem Hochhaus nach oben, und LILLY nach unten gegangen. Kurz vor der Rückkehr zu MILLY, zum zweiten Uhrenabgleich, treffen sich LILLY und WILLY wieder in der Mitte des Raumschiffs. So weit die Geschichte.

Wie sieht das Weltliniendiagramm in diesem Fall aus? Wir brauchen gar keine neue Abbildung, denn sie wäre identisch mit Abbildung 2. Man müsste nur das Hochhaus durch das Raumschiff ersetzen. Hätte man den drei Protagonisten die Augen verbunden, so hätten sie nicht unterscheiden können, um welche Realisierung es sich handelt.

4 Nichts Ungewöhnliches

Man mag überrascht sein, dass ein und derselbe Effekt in zwei verschiedenen Bezugssystemen beschrieben so unterschiedliche Interpretationen zulässt oder sogar erfordert. Ist das wieder eine der Überraschungen, mit denen die relativistische Physik aufwartet? Ganz und gar nicht. Wir haben ähnliche Situationen auch in der klassischen Physik. Auch in der klassischen Physik kommt es vor, dass allein der Wechsel des Bezugssystems ein ganz anderes Erklärungsmuster verlangt.

Wir betrachten ein Beispiel, das man aus dem Physikunterricht der SII kennt: Wir erzeugen eine Induktionsspannung, indem wir eine Leiterschleife relativ zu einem Magneten bewegen (Abb. 3).

Um die Situation mathematisch zu beschreiben, genügt es nicht zu sagen, wir bewegen die Leiterschleife relativ zum Magneten. Wir müssen uns für ein Bezugssystem entscheiden: entweder wir bewegen den Magneten und lassen die Leiterschleife ruhen, oder umgekehrt.

Beginnen wir damit, den Magneten zu bewegen (Abb. 3a). Dann bekommen wir eine zeitlich veränderliche magnetische Flussdichte, und das Induktionsgesetz (die dritte Maxwell-Gleichung) sagt uns, dass in der Leiterschleife eine Ringspannung induziert wird.

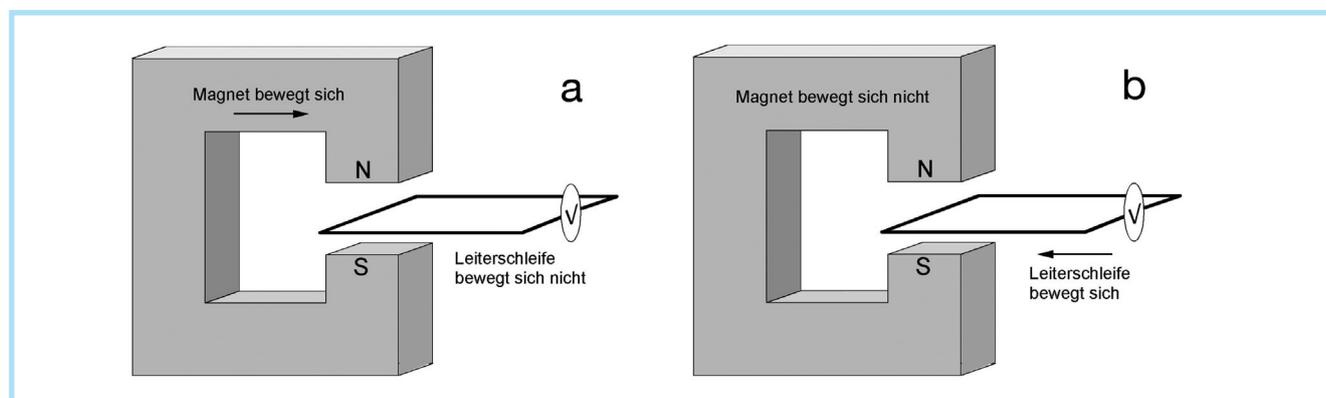


Abb. 3. a) Die Leiterschleife ruht, der Magnet bewegt sich. Die Flussdichte des Magnetfeldes, das die Leiterschleife durchsetzt, ändert sich mit der Zeit. b) Der Magnet ruht, die Leiterschleife bewegt sich. Die magnetische Flussdichte ist überall zeitlich konstant.

Bewegen wir stattdessen die Leiterschleife (Abb. 3b), so ist die Änderung der magnetischen Flussdichte null. Wir haben stattdessen Ladungsträger (Elektronen), die zusammen mit dem Leiter bewegt werden. Diese Bewegung hat nach der vierten MAXWELL-Gleichung ein Magnetfeld zur Folge, das sich dem Feld des großen Dauermagneten überlagert. Es resultiert eine Kraft auf die Ladungsträger in Richtung des Leiters, die Lorentzkraft. Es liegt hier auf der Hand, dass es sich beide Male um dieselbe Erscheinung handelt. In dem einen Bezugssystem haben wir zur Deutung die dritte, im anderen die vierte Maxwell-Gleichung gebraucht oder in anderen Worten: das Induktionsgesetz bzw. das Lorentzkraftgesetz. Wir sollten uns also nicht wundern, dass auch die Relativitätstheorie mit ihren vielen Bezugssystemwechseln Beispiele für ein entsprechendes Verhalten liefert.

5 Konsequenzen für den Unterricht

Wir schlagen vor, bei der Einführung der speziellen Relativitätstheorie Bezugssystemwechsel nicht in den Vordergrund zu stellen. Wichtiger ist die Idee, dass Raum und Zeit miteinander zusammenhängen und eine Einheit bilden. Hierzu erzählt man etwa die folgende Geschichte:

WILLY und LILLY gleichen ihre Uhren ab und starten ihre Schrittzähler (Raumzeitpunkt P). Dann geht WILLY einkaufen und LILLY geht auf den Sportplatz (Abb. 4). Wenn sie sich wieder treffen (Raumzeitpunkt Q), zeigen nicht nur ihre Schrittzähler unterschiedlich lange zurück gelegte Strecken an, sondern auch ihre Uhren stimmen nicht mehr überein. Während der „Strecken-effekt“ zu unserer alltäglichen Erfahrung gehört, ist der Zeiteffekt sehr klein, aber man muss ihn als neue Erfahrung hinnehmen.

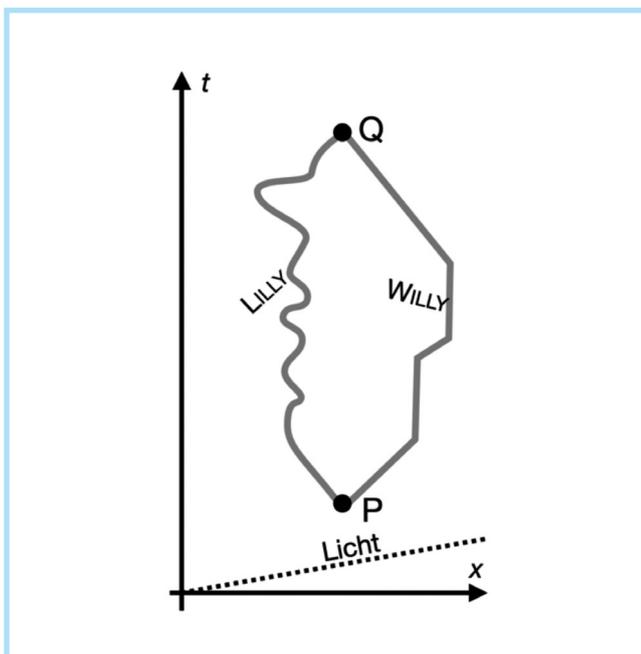


Abb. 4. Erster Uhrenabgleich in Raumzeitpunkt P. Dann geht LILLY auf den Sportplatz und WILLY einkaufen. Zweiter Uhrenabgleich bei Q.

WILLY und LILLY, die sehr genaue Uhren haben, untersuchen daraufhin, unter welchen Umständen die meiste Zeit und unter welchen die wenigste vergeht. Sie stellen fest, dass für diejenige Person (oder Uhr) die meiste Zeit vergeht, die sich frei schwebend (oder gar nicht) bewegt. Für die, die sich mit (fast) der Grenzggeschwindigkeit c bewegt vergeht (fast) keine Zeit (Abb. 5).

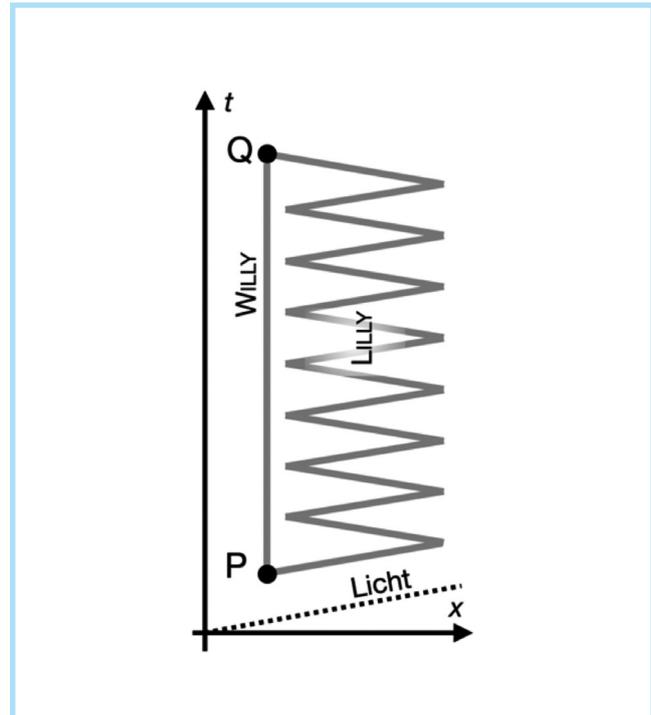


Abb. 5. Die meiste Zeit vergeht für WILLY, der gar nichts tut, die wenigste für LILLY, die sich mit fast der Grenzggeschwindigkeit (hier im Zick-Zack) bewegt.

6 Schlussbemerkung

Dass uns die beiden Effekte, der Reise- und der Hochhauseffekt, so unterschiedlich erscheinen, liegt vor allem daran, dass man die Weltlinien, die Anfangs- und Endereignis verbinden, auf zwei sehr spezielle Arten gewählt hat. Diese Wahl ist durchaus beabsichtigt. Bei der einen Wahl – LILLY reist mit konstanter Geschwindigkeit weg, und kommt mit derselben konstanten Geschwindigkeit zurück – lässt sich der Alterungsunterschied besonders leicht berechnen, wenn man das Inertialsystem von WILLY verwendet. Wählt man die Weltlinien so wie es dem Hochhauserperiment entspricht, so ist die Berechnung des Alterungsunterschiedes in MILLYS Inertialsystem schwierig (man müsste eine komplizierte Integration ausführen). Die Berechnung ist dagegen einfach in dem Bezugssystem des Hochhauses mit seinem homogenen Gravitationsfeld.

Hätte man irgendeine andere beliebige Weltlinie gewählt, so wäre die Berechnung auf jeden Fall kompliziert. Es hätte kein Bezugssystem gegeben, in dem sie einfach wird. Auch das ist hier nicht anders als bei der Induktion.

Literatur

HERRMANN, F (2019). *Der Karlsruher Physikkurs, Sekundarstufe II, Band 4, Mechanik*, Kap 7 und 8. http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/download/mechanik_sekii.pdf (17.02.2021)

SHULER, R. L. (2014). The twins clock paradox history and perspectives. *J. Mod. Phys.*, 5, 1062–1078.

WIKIPEDIA, *Global Positioning System*. https://de.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System (17.02.2021).

Prof. Dr. FRIEDRICH HERRMANN, f.herrmann@kit.edu, ist jetzt im Ruhestand. Er hat am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) Studentinnen und Studenten der Physik und des Lehramts Physik ausgebildet und war gleichzeitig Physiklehrer am Europagymnasium in Wörth am Rhein.

StD a.D. MICHAEL POHLIG, pohlig@kit.edu, war Abteilungsleiter am Wilhelm-Hausenstein-Gymnasium in Durmersheim. Seit 2007 hat er am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) einen Lehrauftrag im Bereich „Didaktik der Physik“. ■□