

Die unerwartete Stabilität der Sonne und die unerwartete Instabilität weißer Zwerge



FRIEDRICH HERRMANN

Dieser Beitrag, der auf einem Vortrag beim MNU-Bundeskongress 2022 basiert, geht zwei auf den ersten Blick sehr unterschiedlichen Fragen nach.

In der Sonne läuft dieselbe Reaktion ab wie in einer Wasserstoffbombe. Sollte man nicht erwarten, dass die Sonne explodiert? Wenn man einem Himmelskörper Materie zuführt, sollte er größer werden. Ein weißer Zwerg wird dabei aber kleiner oder stürzt sogar zusammen. Warum tut er das?

Es mag überraschen, dass der Grund für beide Verhaltensweisen im Wesentlichen derselbe ist: die Tatsache, dass die Gravitationskraft mit dem Abstand vom Zentrum abnimmt.

1 Einleitung

Wir wollen das Verhalten von zwei verschiedenen Arten von Himmelskörpern diskutieren: zum einen das der Sonne (oder anderer sonnenartiger Sterne) und zum anderen das von weißen Zwergen.

Die Schulphysikbücher erzählen über diese Themen viele Einzelheiten. Wir meinen, dass dabei einige naheliegende und wichtige Fragen nicht beantwortet werden, die man aber leicht beantworten könnte.

- In der Sonne läuft dieselbe Reaktion ab, wie in einer Wasserstoffbombe. Sollte man nicht erwarten, dass die Sonne explodiert?
- Wenn man einem Himmelskörper Materie zuführt sollte er doch eigentlich größer werden. Ein weißer Zwerg wird aber kleiner, oder er stürzt sogar zusammen. Warum tut er das?

Die beiden Fragen werden in den Abschnitten 2 und 3 diskutiert und beantwortet. Wir werden dabei feststellen, dass beide Erscheinungen dieselbe Ursache haben.

In Schulbüchern werden gewöhnlich Einzelheiten angesprochen und erklärt, die das Thema *weißer Zwerg* unnötig schwierig erscheinen lassen und die man unserer Meinung nach besser weglässt. Damit beschäftigen wir uns in Abschnitt 4.

2 Die Stabilität der Sonne

Zunächst noch einmal die (falsche) Erwartung, aber etwas detaillierter:

Im Innern der Sonne ist der „Kernbrennstoff“ (Wasserstoff) vorhanden, die Temperatur ist hoch. Wir nehmen an, die Reaktion laufe zunächst gleichmäßig vor sich hin. Wenn es nun eine kleine Fluktuation gibt, d. h. eine kleine Menge mehr Wärme produziert wird, so steigt die Temperatur. Dadurch wird die Reaktionsrate größer, wodurch die Temperatur weiter steigt, die Reaktionsrate wird daher noch

größer usw. usw. Es passiert das, was man eine Explosion nennt. Man könnte sich, ausgehend vom selben Ausgangszustand, auch vorstellen, dass eine kleine Fluktuation nach unten stattfindet, d.h. es wird ein kleines Bisschen weniger Wärme produziert. Dadurch nimmt die Temperatur ab, die Reaktionsrate nimmt ab; darum nimmt die Temperatur weiter ab usw. usw. Was passiert diesmal? Die Sonne erlischt. Wenn ein solches Verhalten vorliegt, d.h. wenn eine kleine Änderung die Ursache einer weiteren Veränderung in dieselbe Richtung ist, spricht man von *positiver Rückkopplung*.

Es ist ähnlich wie wenn man Wasserstoff und Sauerstoff zusammen in einen Behälter bringt. Entweder es passiert nichts, der Wasserstoff reagiert nicht mit dem Sauerstoff – oder das Gemisch explodiert. Es ist nicht möglich, dass der Wasserstoff langsam vor sich hin oxidiert.

Nun wissen wir, dass das, was hier gerade über die Sonne erzählt wurde, nicht passiert. Die Sonne explodiert nicht und sie erlischt nicht. Sie „brennt“ gleichmäßig mit konstanter Umsatzrate. Dieser Vorgang ist nicht nur stabil und stationär. Er ist stabiler als alles was wir von der Erde kennen. Es gibt keinen Vorgang auf der Erde der über mehrere Milliarden Jahre so gleichmäßig abläuft wie die Kernreaktion in der Sonne. Irgendwas an unseren Argumenten kann also nicht stimmen. Um zu sehen um was es sich handelt, lassen wir die Sonne für einen Augenblick beiseite.

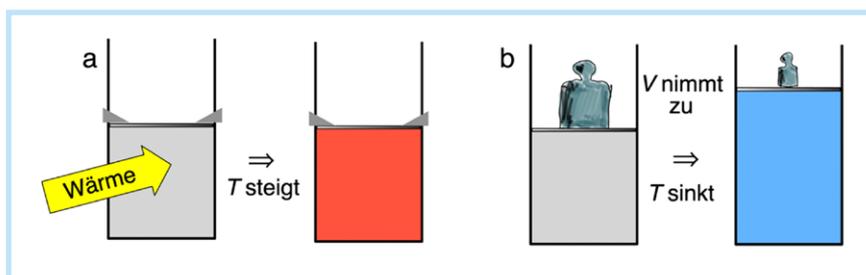


Abb. 1. (a) Der Kolben ist blockiert. Wenn Wärme zugeführt wird, nimmt die Temperatur zu. (b) Es findet kein Wärmeaustausch statt. Wenn das Volumen vergrößert wird, nimmt die Temperatur ab.

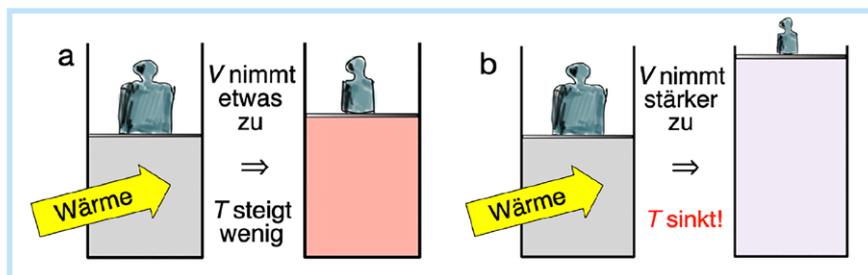


Abb. 2. Es wird sowohl Wärme zugeführt als auch das Volumen vergrößert.
 (a) Die Volumenvergrößerung ist gering, die Temperatur nimmt etwas zu.
 (b) Die Volumenzunahme ist groß, die Temperatur nimmt ab.

Wir wissen natürlich die Antwort. Die Sonne explodiert bekanntlich nicht, also muss der zweite Effekt dominieren, sodass wir eine negative Rückkopplung haben. Dass die Volumenzunahme „gewinnt“, liegt daran, dass das „Gewicht“ mit dem Abstand vom Mittelpunkt stark abnimmt. Eine quantitative Behandlung des Problems findet sich in (HERRMANN & HAUPTMANN, 1997).
 Kommen wir nun zu den weißen Zwergen.

Wir betrachten ein Gas, das sich in einem Zylinder mit einem Kolben befindet (Abb. 1), und wir machen mit dem Gas verschiedene Zustandsänderungen.

Als erstes blockieren wir den Kolben und führen Wärme zu (Abb. 1a). Die Folge davon ist natürlich, dass die Temperatur steigt.

Dann machen wir, beginnend mit demselben Ausgangszustand wie vorher, einen anderen Prozess. Der Kolben ist jetzt nicht blockiert, sondern er wird durch ein Gewichtsstück im Gleichgewicht gehalten. Wir ersetzen nun das Gewichtsstück durch ein leichteres und vermindern dadurch den Druck (Abb. 1b). Jetzt nimmt das Volumen zu und die Temperatur nimmt ab. Schließlich machen wir beides gleichzeitig (Abb. 2a): wir führen Wärme zu und wir vergrößern das Volumen – allerdings nur wenig.

Was passiert diesmal? Wieder nimmt die Temperatur zu, allerdings weniger als in Abbildung 1a. Wir sehen jetzt, was man tun muss, damit die Temperatur trotz Wärmezufuhr abnimmt. Man muss die Volumenzunahme hinreichend groß machen (Abb. 2b).

Zurück zur Sonne. Die Materie, aus der die Sonne besteht, befindet sich nicht in einem Behälter mit festen Wänden. Sie kann sich ausdehnen oder zusammenziehen, d.h. ihr Volumen ändern. Die Rolle des Kolbens mit den Gewichtsstücken in unseren Abbildungen wird dabei von der Eigengravitation der Sonne übernommen.

Bei der Fusionsreaktion im Kern der Sonne wird Wärme erzeugt, sie strömt zur Oberfläche und wird abgestrahlt. Damit die Sonne stabil brennt, muss die pro Zeit produzierte Wärme gleich der nach außen transportierten und von der Oberfläche abgestrahlten Wärmemenge sein.

Was passiert aber, wenn die Wärmeproduktion etwas fluktuiert, wenn sie also etwas größer wird, als der Wegstrom? Auf jeden Fall nimmt dabei das Volumen der Sonne zu. Es wird ja nicht, wie in Abbildung 1a, konstant gehalten.

Die entscheidende Frage, die wir auf Grund unserer Kenntnis des Experiments von Abbildung 2 stellen, ist nun: Nimmt dabei die Temperatur zu oder ab? Nimmt sie zu, weil Wärme zugeführt wird, oder nimmt sie ab, weil das Volumen zunimmt?

3 Die Instabilität weißer Zwerge

3.1 Was ist ein weißer Zwerg?

Wir wollen zunächst kurz erklären (oder in Erinnerung rufen), was für ein Gebilde ein weißer Zwerg ist.

Ein weißer Zwerg ist, was man den Endzustand eines sonnenartigen Sterns nennt. In einem Stern wie der Sonne wird durch die Kernfusionsreaktion tief im Innern Wärme produziert, die nach außen wegfließt. Der Stern ist so heiß, dass seine Materie gasförmig ist, und zwar auch ganz im Innern, obwohl dort Druck und Dichte sehr hoch sind. Wenn der „Brennstoff“ zur Neige geht, schrumpft der Stern, und er schrumpft immer weiter bis seine Materie schließlich kondensiert. Es entsteht ein weißer Zwerg.

Den Zustand „kondensierte Materie“ kennen wir Erdbewohner sehr gut. Nach unserer alltäglichen Erfahrung ist kondensierte Materie hart. Wir können sie praktisch nicht komprimieren – egal ob es sich um Glas, Stein, Eisen oder Wasser handelt. Das heißt aber nicht, dass sie sich grundsätzlich nicht komprimieren lässt. Im Labor kann man Drücke erzeugen, mit denen man einen Stein auf die Hälfte seines Volumens zusammendrücken könnte. Man kann natürlich nicht damit rechnen, dass der Zusammenhang $\rho(p)$ zwischen Dichte ρ und Druck p (die Zustandsgleichung) linear ist. Man kann auch sagen, dass das Hookesche Gesetz für so hohe Drücke (oder entsprechend große Kräfte) nicht mehr gilt.

Zurück zu unserem weißen Zwerg: Wegen seiner großen Masse (300 000 mal so groß wie die der Erde) und des daraus folgenden hohen Drucks, ist die Materie des weißen Zwerges stark komprimiert, und zwar so stark, dass er trotz seiner großen Masse nur etwa so groß wie die Erde ist.

3.2 Das merkwürdige Verhalten bei Vergrößerung der Masse

Manche weißen Zwerge sind Partner eines Doppelsternsystems. Wenn das der Fall ist, kann Materie von dem Partner auf den weißen Zwerg übertragen werden. Dabei geschieht etwas Überraschendes: der weiße Zwerg wird kleiner. Und wenn man sehr viel Materie hinzufügt, kollabiert er sogar.

Wenn man mehr Sand auf einen Sandhaufen schüttet, wird der Haufen höher. Aber auch wenn das Material komprimierbar ist, wird das Volumen größer, je mehr Materie hinzugegeben wird. Wir würden also erwarten, dass auch der weiße Zwerg größer wird, wenn Materie hinzukommt. Wie kommt es, dass er kleiner wird?

Betrachten wir den Vorgang etwas genauer: Wir führen dem weißen Zwerg von außen Materie zu. Diese Materie komprimiert die Materie, die schon vorhanden ist. Das bedeutet aber, dass die vorher schon vorhandene Materie etwas nach innen rutscht. Sie nähert sich dem Zentrum. Damit gelangt jede Materieportion an einen Ort mit höherer Gravitationskraft. Sie wird damit schwerer. Das bedeutet aber, dass die Materie auf Grund ihres größeren Gewichts noch stärker zusammensackt. Dadurch wird die Volumenzunahme, die wir eigentlich erwartet hatten, überkompensiert. Der weiße Zwerg wird kleiner.

Bei weiterer Materiezufuhr passiert es schließlich, dass der weiße Zwerg kollabiert – allerdings nur so lange, bis die Zustandsgleichung $\rho(p)$ wieder „Stopp sagt“ – nämlich dann, wenn sich die Atomkerne „berühren“. Man nennt die Erscheinung Gravitationskollaps. Es ist, wie wenn eine zweite Kondensation stattfände. Das Gebilde, das jetzt entstanden ist, ist ein *Neutronenstern*. Als Folge dieses Kollapses, der nur Millisekunden dauert, entsteht eine Supernova, siehe Kasten 1.

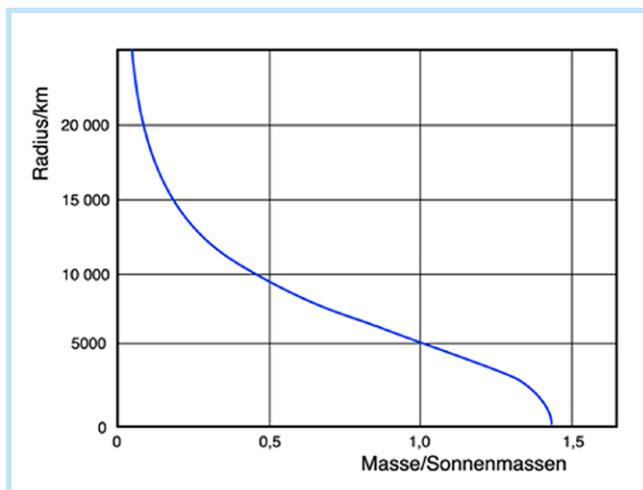


Abb. 3. Radius eines weißen Zwerges als Funktion seiner Masse

Abbildung 3 zeigt, wie sich der Radius eines weißen Zwerges in Abhängigkeit von der Masse verändert, siehe auch Kasten 2.

Während des Zusammenstürzens, das nur Bruchteile einer Sekunde dauert, bekommt die Materie sehr viel Energie aus dem Gravitationsfeld; ihre kinetische Energie nimmt gigantische Werte an. Beim „Aufschlag“ steht diese Energie für die verschiedensten Zustandsänderungen zur Verfügung. Die Materie nimmt eine Temperatur von etwa 100 Milliarden Kelvin an. Es wird Materie nach außen geschleudert und es werden die verschiedensten Strahlungen emittiert, sodass man den Stern längere Zeit – typischerweise einige Wochen – sehen kann, obwohl er sehr klein ist, und auch dann, wenn er sich in einer anderen, also nicht in unserer eigenen, Galaxie befindet. Die Leuchterscheinung, die dabei auftritt, nennt man „Supernova“. Es ist ein Vorgang, den man grob vergleichen kann mit dem Einschlag eines Asteroiden auf der Erde, nur sind die Folgen viel dramatischer.

Kasten 1. Supernova

Aus der Zustandsgleichung und dem Gravitationsgesetz lässt sich eine Differentialgleichung ableiten, die es erlaubt, den Radius eines Sterns in Abhängigkeit von seiner Masse zu bestimmen. Eine solche Differentialgleichung wurde für einfache Zustandsgleichungen bereits 1870 vorgestellt. Sie ist unter dem Namen Lane-Emden-Gleichung bekannt (Wikipedia, 2023).

Kasten 2. Lane-Emden-Gleichung

4 Weiße Zwerge in den Lehrbüchern

Wir haben Eigenschaften weißer Zwerge angesprochen, die wir für wesentlich halten, und von denen wir glauben, dass sie einen Platz in einer Unterrichtseinheit zur Astrophysik haben sollten.

Vergleicht man diese Einführung mit der in typischen Lehrbüchern der Hochschule (MESCHÉDE, 2002; TIPLER, 1994), aber auch des Gymnasiums (GREHN & KRAUSE, 2007), so könnte allerdings der Eindruck entstehen, es fehle etwas Wesentliches. In den Lehrbüchern, vor allem der Hochschule, werden zur Erklärung der „Funktionsweise“ weißer Zwerge gewöhnlich die folgenden Begriffe oder Themen angesprochen: *Potentialtopf, Quantisierung der Energie, Boltzmann-Verteilung, entartetes Elektronengas, Fermionen, Pauli-Prinzip, Spin-Einstellung* Sie stammen durchweg aus der Quantenphysik. Das Ergebnis der damit einhergehenden Diskussion ist schließlich: Die Atome werden auf Abstand gehalten, weil die Elektronen Fermionen sind und weil die Unschärfe-Relation gilt.

Dabei entsteht der Eindruck, ein weißer Zwerg sei ein recht exotisches Gebilde, das mit anderen Himmelskörper nicht viel gemein hat, und das man nur verstehen kann, wenn man sich in der Quantenmechanik auskennt.

Nun ist aber der Grund dafür, dass die Atome, aus denen die Erde besteht, auf Abstand gehalten werden, genau derselbe: weil Unschärfe und Pauli-Prinzip es schwer machen, die Atome zu komprimieren. Allerdings fragt bei der Erde niemand danach. Aber warum werden diese quantenmechanischen Details in den Lehrbüchern behandelt? Und wie sind die Themen in die Hochschulbücher gelangt? Man möchte berechnen, bei welcher Masse ein weißer Zwerg kollabiert, denn wenn man das weiß, lassen sich viele wichtige astrophysikalische Fragen beantworten. Um diese so genannte Chandrasekar-Masse zu bestimmen, muss man die Zustandsgleichung der Materie des weißen Zwerges kennen. In einem anderen Zusammenhang bestimmt man eine Zustandsgleichung experimentell. Mit der Materie des weißen Zwerges geht das schlecht, denn man kann sie nicht ins Labor holen oder im Labor realisieren. Also muss man den Zusammenhang berechnen. Das ist aber kein Grund, diese Betrachtungen in den Schulunterricht zu übernehmen.

5 Schlussbemerkungen

Bei der Unterrichtsvorbereitung empfiehlt es sich, gelegentlich die folgende Frage zu stellen: Was wünschen wir Lehrkräfte

uns, dass die Schüler/innen über das behandelte Thema noch wissen, wenn sie schon das meiste vergessen haben? Im Zusammenhang mit dem hier diskutierten Thema könnte man die Frage so beantworten:

- Zur Sonne: Wenn man Wärme zuführt wird sie nicht wärmer, sondern kälter.
- Zum weißen Zwerg: Wenn man Masse zuführt wird er nicht größer, sondern kleiner.
- Beide Effekte oder Erscheinungen sind wesentlich verursacht durch die Tatsache, dass die Gravitationskraft mit dem Abstand vom Mittelpunkt des Himmelskörpers abnimmt.

Literatur

HERRMANN, F. & HAUPTMANN, H. (1997). Understanding the stability of stars by means of thought experiments with a model star. *Am. J. Phys.*, 65, 292–295.

MESCHEDE, D. (2002). *Gerthsen Physik* (S. 973–976). Berlin, Heidelberg: Springer.

TIPLER, P. A. (1994). *Physik*, (S. 1463–1464). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

GREHN, J. & KRAUSE, J. (2007). *Metzler Physik* (S. 556–557). Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage.

Wikipedia (2023):
<https://de.wikipedia.org/wiki/Lane-Emden-Gleichung>
(22.03.2023).

Prof. Dr. FRIEDRICH HERRMANN, f.herrmann@kit.edu, ist jetzt im Ruhestand. Er hat am KIT Student/inn/en der Physik und des Lehramts Physik ausgebildet und war gleichzeitig Physiklehrer am Europagymnasium in Wörth am Rhein. ■