

Modellierung des Wärmetransports in periodischen offenzelligen Strukturen bei einphasiger, laminarer Durchströmung

Konrad Dobil

Modellierung des Wärmetransports in periodischen offenzelligen Strukturen bei einphasiger, laminarer Durchströmung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN

von der KIT-Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
genehmigte

DISSERTATION

von
M.Sc. Konrad Dubil
aus Heinsberg

Tag der mündlichen Prüfung: 16.10.2023

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Thomas Wetzel

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Hannsjörg Freund



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

Kurzfassung

Periodische offenzellige Strukturen sind eine Unterklasse poröser Medien mit einem jeweils kontinuierlichen Netzwerk einer fluiden und festen Phase. Sie bestehen aus einer sich räumlich wiederholenden Anordnung von Einheitszellen, sodass im Gegensatz zu vielen anderen porösen Medien eine regelmäßige Struktur entsteht. Da sie mit Hilfe additiver Fertigungsverfahren hergestellt werden, weisen sie hinsichtlich der Gestaltung der Einheitszellen einen großen Designfreiraum auf, der eine anwendungsorientierte Anpassung erlaubt. Während der Einfluss einiger geometrischer Parameter auf die hydrodynamischen und thermischen Eigenschaften periodischer offenzelliger Strukturen bereits genauer erforscht wurde, bleibt gerade die Abhängigkeit vom Einheitszellentypen weitestgehend ungeklärt. Dabei wirkt sich gerade diese Einflussgröße stark auf die thermohydraulische Charakteristik der porösen Struktur aus.

Aus diesem Grund werden im Rahmen dieser Arbeit die Auswirkungen unterschiedlicher Einheitszellentypen auf hydraulische (Strömungsregimegrenzen, Druckverlust) und thermische (Wärmeübergangskoeffizient, Wärmedurchgangskoeffizient) Eigenschaften bei laminarer, einphasiger Durchströmung mit Wasser untersucht. Dazu werden numerische Strömungssimulationen verwendet, die eine zeiteffiziente Variation der geometrischen Parameter erlauben sowie detaillierte Einblicke in lokale Strömungsphänomene ermöglichen. Es wird jeweils ein periodisches Simulationsmodell für die fluide Phase sowie eine Kopplung aus fluider und fester Phase erstellt, um die Zielgrößen bei eingelaufenen Strömungszuständen zu analysieren.

Während für die Strömungsregimegrenzen keine Abhängigkeit vom Einheitszellentypen festgestellt werden kann, zeigt sich ein deutlicher Einfluss bei der Ausprägung des Druckverlustes und des Wärmeübergangskoeffizienten. Je nach Strömungsregime und Geometrie werden unterschiedliche funktionelle Abhängigkeiten dieser Größen von der Strömungsgeschwindigkeit beobachtet. Diese können mit der Ausprägung der hydrodynamischen sowie thermischen Grenzschichten in Verbindung gebracht werden, die sich in einem Zustand zwischen in der Literatur bekannten Grenzfällen (bspw. ausgebildeter Zustand oder Neuausbildung an einer ebenen Platte) befinden. Dabei spielt der Grad der durch

die Einheitszelligeometrie verursachten Strömungsumlenkung eine entscheidende Rolle. Bei einem Vergleich mit wesentlich weniger komplexen unverbundenen Stegen können bei gleicher Anordnung ähnliche funktionelle Zusammenhänge für die thermohydraulischen Eigenschaften festgestellt werden. Dieser Umstand wird genutzt, um ein Berechnungsmodell für beide Größen zu entwickeln, das den oben beschriebenen Einfluss der Strömungsumlenkung berücksichtigt. Es basiert auf dem Prinzip der Superposition und kombiniert die Einzelbeiträge der in einer Einheitszelle vorhandenen Steganordnungen, um den Druckverlust bzw. Wärmeübergangskoeffizienten der gesamten Struktur zu beschreiben. Somit kann auf Basis von Korrelationen für unverbundene Steganordnungen ein für unterschiedliche Einheitszellen anwendbares Berechnungsmodell erstellt werden.

Bei der Untersuchung des Wärmedurchgangskoeffizienten in periodischen offenzelligen Strukturen zeigt sich, dass der Einheitszellentyp über den Wärmeübergangskoeffizienten hinaus keinen großen Einfluss hat. Dagegen sind der Stegdurchmesser sowie die Gesamthöhe der porösen Struktur die entscheidenden geometrischen Parameter. Das gekoppelte Wärmetransportproblem ähnelt strukturell dem einer quenumströmten Rippe und lässt sich mit entsprechenden Ansätzen adäquat beschreiben. Sowohl ein Berechnungsmodell aus der Literatur, welches auf gemittelten Eigenschaften basiert, als auch eine in dieser Arbeit entwickelte Variante, die die Geometrie der Einheitszelle detailliert berücksichtigt, führen zu vergleichbaren Resultaten.

Die Ergebnisse dieser Arbeit tragen zu einem vertieften Verständnis der Abhängigkeit der thermischen und hydraulischen Eigenschaften periodischer offenzelliger Strukturen von ihrer Geometrie bei. Durch eine Modellierung dieser Zusammenhänge können diese Erkenntnisse nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ genutzt werden, sodass sie zu einer zielgerichteten Auslegung und einer effektiven Ausnutzung des Designfreiraums dieser porösen Strukturklasse beitragen.

Abstract

Periodic open cellular structures are a subclass of porous media composed of a continuous network of a fluid and a solid phase. They consist of a spatially repeating arrangement of unit cells so that, in contrast to many other porous media, a regular structure is created. Since they are manufactured using additive manufacturing processes, they exhibit a large design freedom with regard to the geometry of the unit cells, which allows application-oriented adaptation. While the influence of some geometric parameters on the hydrodynamic and thermal properties of periodic open cellular structures has already been researched in more detail, the dependence on the unit cell type remains largely unexplained. However, precisely this parameter has a strong effect on the thermohydraulic characteristics of the porous structure.

For this reason, the effects of different unit cell types on hydraulic (flow regime limits, pressure drop) and thermal (heat transfer coefficient, overall heat transfer coefficient) properties during laminar, single-phase flow with water are investigated in this work. For this purpose, numerical simulations are used, which allow a time-efficient variation of the geometrical parameters as well as detailed insights into local flow phenomena. A periodic simulation model for the fluid phase and a coupling of both phases is created to analyze the corresponding target quantities for fully developed flows.

While no dependence on the unit cell type can be found for the flow regime limits, a clear influence is identified for the pressure drop and the heat transfer coefficient. Depending on the flow regime and geometry, different functional dependencies of these quantities on the flow velocity are observed. These can be related to the expression of the hydrodynamic and thermal boundary layers, which is between limiting cases known in the literature (e.g. fully developed state or new formation on a flat plate). In this context, the degree of flow deflection caused by the unit cell geometry plays a decisive role. When compared with much less complex unconnected struts, similar functional relationships for the thermohydraulic properties are found for the same arrangement. This observation is used to develop a model for both quantities, which considers the above-mentioned impact of flow deflection. It is based on the principle of superposition and combines the individual contributions of the strut arrangements present in a unit cell to describe the pressure loss or heat transfer coefficient of the entire structure.

Thus, based on correlations for unconnected strut arrangements, a model applicable to different types of unit cells can be established.

When investigating the heat transfer coefficient in periodic open cellular structures, it is found that the unit cell type does not have much influence beyond the heat transfer coefficient. In contrast, the strut diameter as well as the total height of the porous structure are the decisive geometrical parameters. The coupled heat transfer problem is structurally similar to that of a fin and can be adequately described using corresponding approaches. Both a model from the literature, which is based on averaged properties, and a model approach developed in this work, which takes the geometry of the unit cell into account in detail, lead to comparable results.

The results of this work contribute to a deeper understanding of the dependence of the thermal and hydraulic properties of periodic open cellular structures on their geometry. By modeling these relationships, these findings can be used not only qualitatively, but also quantitatively, so that they contribute to a targeted design and an effective utilization of the design freedom of this subclass of porous media.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
Inhaltsverzeichnis	v
Symbole & Abkürzungen.....	vii
1 Einleitung.....	1
1.1 Einführung	1
1.2 Zielsetzung und Vorgehen	3
2 Modellierung des Wärmetransports in porösen Medien	7
3 Geometrie der untersuchten Strukturen.....	11
4 Wärme- und Impulstransport in der fluiden Phase.....	15
4.1 Stand des Wissens	16
4.1.1 Hydrodynamik	16
4.1.2 Konvektiver Wärmetransport.....	25
4.2 Numerisches Modell	33
4.2.1 Aufbau des Simulationsmodells	33
4.2.2 Bestimmung der Zielgrößen	39
4.2.3 Konvergenzstudien	42
4.2.4 Vergleich mit Literatur	45
4.3 Ergebnisse	51
4.3.1 Charakterisierung der Strömungsregime	51
4.3.2 Einfluss der Geometrie auf den Druckverlust.....	63
4.3.3 Bottom-Up-Analyse des Druckverlustes	70
4.3.4 Einfluss der Strömungsregime auf den Wärmeübergang.....	74
4.3.5 Einfluss der Geometrie auf den Wärmeübergang	79
4.3.6 Bottom-Up-Analyse des Wärmeübergangs.....	85
4.4 Entwicklung von Berechnungsmodellen.....	88
4.4.1 Definition äquivalenter Steganordnungen.....	88
4.4.2 Druckverlust	90
4.4.3 Wärmeübergangskoeffizient	95
4.5 Zwischenfazit	103

- 5 Gekoppelter Wärmetransport in fester und fluider Phase 105**
 - 5.1 Stand des Wissens 105
 - 5.2 Numerisches Modell 110
 - 5.2.1 Aufbau des Simulationsmodells 110
 - 5.2.2 Auswertung der Zielgrößen 115
 - 5.2.3 Vergleich mit Simulationen der fluider Phase 116
 - 5.2.4 Vergleich mit der Rippengleichung 117
 - 5.3 Ergebnisse 119
 - 5.3.1 Charakterisierung des gekoppelten Wärmetransports 119
 - 5.3.2 Anwendbarkeit der Literaturmodelle 124
 - 5.4 Entwicklung eines Berechnungsmodells 125
 - 5.5 Zwischenfazit 130

- 6 Zusammenfassung und Ausblick 133**
 - 6.1 Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse 133
 - 6.2 Ausblick 138

- Literaturverzeichnis 141**

- Abbildungsverzeichnis 153**

- Tabellenverzeichnis 161**

- Anhang 163**
 - A Ergänzungen zu Kapitel 3 163
 - A.1 Weitere Angaben zu den untersuchten Geometrien 163
 - B Ergänzungen zu Kapitel 4 165
 - B.1 Erstellung und Prüfung des numerischen Modells 165
 - B.2 Untersuchung der Hydrodynamik 173
 - B.3 Untersuchung des Wärmeübergangs 176
 - B.4 Entwicklung von Berechnungsmodellen 178
 - C Ergänzungen zu Kapitel 5 193
 - C.1 Erstellung und Prüfung des numerischen Modells 193
 - C.2 Charakterisierung des gekoppelten Wärmetransports 195
 - C.3 Entwicklung eines Berechnungsmodells 200

- Liste der Publikationen 209**

Symbole & Abkürzungen

Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
a	m^2/s	Temperaturleitfähigkeit
A	–	Anpassungsfaktor
APE	–	Absolute Abweichung (s. Gl. (4.70))
B	–	Anpassungsfaktor
c_p	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	Spezifische isobare Wärmekapazität
C	–	Anpassungsfaktor
d	m	Stegdurchmesser
d^*	m	Anströmlänge
D	m	Kantenlänge einer Einheitszelle
E	variabel	Fehler
F	N	Kraft
\mathbf{F}	N	Kraftvektor
$GCI_{i,j}$	–	Gitterkonvergenzindex (s. Gl. (4.59))
H	m	Höhe der porösen Struktur
i	–	Laufvariable
I	–	Iterationsschritt
$I_{2/3}$	–	Modifizierte Besselfunktion erster Gattung mit Ordnung $2/3$
$I_{-1/3}$	–	Modifizierte Besselfunktion erster Gattung mit Ordnung $-1/3$
j	–	Laufvariable
k	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$	Wärmedurchgangskoeffizient bezogen auf die Phasengrenzfläche

Symbol	Einheit	Beschreibung
K_I	m^2	Darcy-Permeabilität
K_{III}	m^2	Forchheimer-Permeabilität
l	m	Stegabstand
L	m	Steglänge
L_C	m	Charakteristische Länge
m	–	Exponent einer Potenzfunktion
m_R	$1/m$	Rippenparameter
\tilde{m}_R	–	Dimensionsloser Rippenparameter
\dot{m}	$kg/(m^2 \cdot s)$	Massenstromdichte
\dot{M}	kg/s	Massenstrom
\mathbf{M}_{Rot}	–	Rotationsmatrix
$MAPE$	–	Mittlere absolute Abweichung (s. Gl. (4.71))
n	–	Exponent einer Potenzfunktion
\mathbf{n}	–	Normalenvektor
N	–	Anzahl
O	–	Konvergenzordnung
p	Pa	Druck
Δp	Pa	Druckverlust
∇p	Pa/m	Druckgradient
P	Pa	Amplitude der Druckschwankung
\tilde{P}	–	Amplitude der Druckschwankung bezogen auf den Maximalwert
\dot{q}	W/m^2	Wärmestromdichte
\dot{Q}	W	Wärmestrom
R	K/W	Thermischer Widerstand
s_L	–	Longitudinaler dimensionsloser Stegab- stand (s. Gl. (3.1))

Symbol	Einheit	Beschreibung
s_T	–	Transversaler dimensionsloser Stegabstand (s. Gl. (3.2))
S	m^2	Oberfläche
S_M	m^2	Mantelfläche
S_P	m^2/m^3	Projizierte spezifische Oberfläche
S_Q	m^2	Querschnittsfläche
S_V	m^2/m^3	Spezifische Oberfläche
Δt	s	Zeitschrittweite einer Simulation
T	K	Temperatur
u	m/s	Geschwindigkeitskomponente entlang der Hauptströmungsrichtung
u_0	m/s	Komponente der Leerrohrgeschwindigkeit entlang der Hauptströmungsrichtung
\mathbf{u}	m/s	Geschwindigkeitsvektor
U	m	Umfang
\mathbf{v}	m	Verbindungsvektor
V	m^3	Volumen
Δx	m	Kantenlänge eines diskreten Teilvolumens innerhalb eines numerischen Gitters
x, y, z	m	Räumliche Koordinaten

Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
α	$W/(m^2 \cdot K)$	Wärmeübergangskoeffizient
α^*	$W/(m^2 \cdot K)$	Pseudowärmeübergangskoeffizient (s. Anhang C.3)
β	m/s	Stoffübergangskoeffizient
γ_{II}	–	Proportionalitätskonstante der kubischen Druckkorrektur (s. Gl. (4.2))

Symbol	Einheit	Beschreibung
γ_{III}	1/m	Proportionalitätskonstante der quadratischen Druckkorrektur (s. Gl. (4.3))
δ	m ² /s	Diffusionskoeffizient
ϵ	–	Relaxationsfaktor
ζ	–	Iterativ ermittelter Koeffizient (s. Gl. (4.45), (5.14) und (5.15))
η	–	Rippenwirkungsgrad
θ	–	Dimensionslose Temperatur
λ	W/(m · K)	Wärmeleitfähigkeit
$\boldsymbol{\lambda}$	W/(m · K)	Tensor der Wärmeleitfähigkeit
μ	Pa · s	Dynamische Viskosität
ν	m ² /s	Kinematische Viskosität
ξ	–	Verhältnis mikroskopischer und makroskopischer Längenskalen
ρ	kg/m ³	Dichte
τ	–	Tortuosität
τ_{F-S}	Pa	Wandschubspannung an der Grenzfläche zwischen Festkörper und Fluid
ϕ	variabel	Beliebige Zielgröße
$\boldsymbol{\phi}$	variabel	Beliebiger Zielvektor
$\varphi_{Dr,S}$	–	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Flächenanteile unterschiedlicher Steganordnungen (s. Gl. (4.76))
φ_K	–	Knotenfaktor (s. Gl. (4.83) und (4.87))
φ_{Proj}	–	Projektionsfaktor (s. Gl. (4.84))
χ	–	Dimensionslose Länge
ψ	–	Porosität
ψ_{Ein}	–	Eintrittsporosität (s. Anhang B.4)

Symbol	Einheit	Beschreibung
ψ_P	—	Verhältnis der projizierten freien Querschnittsfläche zur gesamten Querschnittsfläche
ψ_R	—	Porosität bezogen auf eine Stegreihe (Gnielinski 1978)
ω	1/s	Frequenz

Dimensionslose Kennzahlen

Symbol	Definition	Beschreibung
Bi	$\frac{\alpha \cdot L_C}{\lambda_S}$	Biot-Zahl
Co	$\frac{\Delta t \cdot u }{\Delta x}$	Courant-Zahl
f	$\frac{-\nabla p \cdot L_C}{\rho_F \cdot u^2}$	Reibungsfaktor
Hg	$\frac{-\nabla p \cdot L_C^3}{\rho_F \cdot v_F^2}$	Hagen-Zahl
Nu	$\frac{\alpha \cdot L_C}{\lambda_F}$	Nusselt-Zahl
Pe	$Pr \cdot Re$	Péclet-Zahl
Pr	$\frac{v_F}{a_F}$	Prandtl-Zahl
Re	$\frac{u \cdot L_C}{v_F}$	Reynolds-Zahl
Sh	$\frac{\beta \cdot L_C}{\delta}$	Sherwood-Zahl
Sc	$\frac{v_F}{\delta}$	Schmidt-Zahl
Sr	$\frac{\omega \cdot L_C}{\bar{u}_x}$	Strouhal-Zahl

Indices

Symbol	Beschreibung
2Ph, Eff	Effektive Größe bezogen auf zwei Phasen

Symbol	Beschreibung
A	Bezogen auf das Auswertevolumen
Alt	Bezogen auf den vorangegangenen Iterationsschritt
Aus	Bezogen auf die Austrittsfläche des Fluides
d	Verwendung des Stegdurchmessers als charakteristische Länge
d_H	Verwendung des hydraulischen Durchmessers als charakteristische Länge
d_{Fen}	Verwendung des Fensterdurchmessers als charakteristische Länge
d_p	Verwendung des Porendurchmessers als charakteristische Länge
d^*	Verwendung der Anströmlänge als charakteristische Länge
D	Verwendung der Kantenlänge einer Einheitszelle als charakteristische Länge
Dr	Bezogen auf den Druck
Eff	Effektive Größe bezogen auf eine Phase
Ein	Bezogen auf die Eintrittsfläche des Fluides
F	Bezogen auf das Fluid
Fen	Bezogen auf ein Fenster in der porösen Struktur
F – S	Bezogen auf die Grenzfläche zwischen Fluid und Festkörper
H	Hydraulisch
I	Bezogen auf den Impuls
Ist	Bezogen auf den vorliegenden Wert
K	Verwendung der Wurzel der Permeabilität als charakteristische Länge
Krit	Bezogen auf Grenze zwischen zwei Strömungsregimen
L	Longitudinal (in Strömungsrichtung)
Max	Bezogen auf den maximalen Wert
Mod	Anhand von Modellen ermittelte Größe

Symbol	Beschreibung
P	Bezogen auf den Fluidraum (Pore) innerhalb eines porösen Mediums
Ref	Referenzwert
S	Bezogen auf den Festkörper
Sim	Anhand von Simulationen ermittelte Größe
Soll	Zielwert
T	Transversal (quer zur Strömungsrichtung)
W	Bezogen auf eine Kanalwand
x	Verwendung der X-Koordinate als charakteristische Länge
x, y, z	Bezogen auf die X-, Y- oder Z-Richtung
Z	Bezogen auf die Einheitszelle einer periodischen Struktur

Akzente

Symbol	Beschreibung
–	Mittelwert

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
A15	Offenzellige Struktur, die Ähnlichkeiten zur Weaire-Phelan-Zelle aufweist (Krishnan et al. 2008)
DIA	Diamant-Zelle
FEN-F	Fluchtende Fenster
FEN-V	Versetzte Fenster
FZK	Flächenzentrierte kubische Zelle (Krishnan et al. 2008)
KEL	Kelvin-Zelle
KUB	Kubische Zelle
KUB-V	Versetzte kubische Zelle
KUB-Y	Geneigte kubische Zelle

Abkürzung	Bedeutung
------------------	------------------

KUB-YZ	Doppel geneigte kubische Zelle
OKT	Oktett-Zelle (Kaur und Singh 2022)
POCS	Periodische offenzellige Strukturen (engl. periodic open cellular structures)
RDD	Rombendodekaeder-Zelle (Kaur und Singh 2022)
SHM	„snappyHexMesh“ (Gittergenerator der Software OpenFOAM)
ST-F	Fluchtende Steganordnung
STL	Dateiformat für Stereolithografie
ST-V	Versetzte Steganordnung
ST-Y	Geneigte Steganordnung
WPZ	Weaire-Phelan-Zelle (Weaire und Phelan 1994)

1 Einleitung

1.1 Einführung

Offenzellige Strukturen sind eine Unterklasse poröser Medien, die sich durch ein jeweils kontinuierliches Netzwerk einer festen (Kunststoff, Keramik, Metall) sowie einer fluiden Phase (Flüssigkeit, Gas) auszeichnet. Dabei besteht das Festkörpernetzwerk, in Abgrenzung zu dreifach periodischen minimalen Flächen (engl. triply periodic minimal surfaces (Du Plessis et al. 2022)), aus einzelnen Streben oder Stegen, die in sogenannten Knoten miteinander verbunden sind. Somit können sie sowohl allseitig durchströmt werden, was in der fluiden Phase einen Wärme- und Stofftransport quer zur Hauptströmungsrichtung ermöglicht, als auch effektiv Wärme durch Wärmeleitung im kontinuierlichen Festkörper transportieren (Busse 2020). Die Porosität dieser Strukturen erreicht typischerweise Werte bis zu 97% (Kaur und Singh 2021).

Offenzellige Strukturen versprechen positive Eigenschaften in zahlreichen technischen Anwendungsbereichen. So wird ihr Einsatz unter anderem in medizinischen Implantaten, akustischen Dämmmaterialien, Leichtbauelementen, Kühlelementen für elektronische Komponenten, chemischen Reaktoren sowie Wärmeübertragern diskutiert (Du Plessis et al. 2022; Sarap et al. 2022; Kaur und Singh 2021). Dabei stehen je nach Anwendung unterschiedliche Eigenschaften, wie bspw. die mechanische Stabilität, das Gewicht, die Permeabilität, die spezifische Oberfläche, die thermischen Transporteigenschaften oder Kombinationen mehrerer Aspekte, im Fokus (Du Plessis et al. 2022).

Für einen effizienten Einsatz in technischen Anwendungen sind deshalb verlässliche Korrelationen zur Vorhersage ihrer Eigenschaften in Abhängigkeit der Geometrie essentiell. Aus diesem Grund wurde am Institut für Thermische Verfahrenstechnik des Karlsruher Instituts für Technologie seit 2006 eine Untergruppe offenzelliger Strukturen intensiv erforscht. Sie weisen eine unregelmäßige Geometrie mit stochastischer Verteilung auf und werden als offenzellige Schäume oder Schwämme bezeichnet (Dietrich 2010). Ein besonderes Augenmerk galt dabei den hydraulischen und thermischen Transporteigenschaften, die bei einphasiger (Meinicke 2020; Dietrich 2010) und mehrphasiger (Weise et al.

2021; Wallenstein 2016) Durchströmung sowie hohen Temperaturen (Fischedick 2019) analysiert und mit verschiedenen Modellen beschrieben wurden. Auch wenn diverse geometrische Parameter, wie die Zelldichte und Porosität, analysiert und verändert werden konnten, so blieb die grundsätzliche Zellstruktur, die häufig als sogenannte Kelvin-Zelle idealisiert wird (Iasiello et al. 2017; Wu et al. 2011), sehr ähnlich. Der Grund dafür ist der erste Schritt konventioneller Herstellungsprozesse. In diesem wird zunächst ein Kunststoff aufgeschäumt, der in darauffolgenden Prozessschritten als Ausgangsmaterial genutzt wird und deshalb die darauffolgende Schwammgeometrie maßgeblich bestimmt (Kaur und Singh 2021).

Mit der zunehmenden Reife und Verbreitung additiver Fertigungsmethoden (Parra-Cabrera et al. 2018) eröffnet sich jedoch für offenzellige poröse Strukturen ein neuer Herstellungsprozess, mit dem die zuvor beschriebenen geometrischen Restriktionen überwunden werden können. Damit lassen sich sämtliche geometrischen Parameter, insbesondere auch die grundlegende Einheitszelle, gezielt verändern und die oben beschriebenen Eigenschaften anwendungsorientiert anpassen. Daraus resultieren offenzellige Strukturen mit einer klar definierten, regelmäßigen Geometrie, die sich in allen Raumrichtungen periodisch wiederholt, weshalb sie als periodische offenzellige Strukturen (engl. periodic open cellular structures) oder kurz POCS (Klumpp et al. 2014) bezeichnet werden. Beispiele für beide Gruppen, unregelmäßige wie regelmäßige offenzellige Strukturen, sind in Abbildung 1.1 dargestellt.

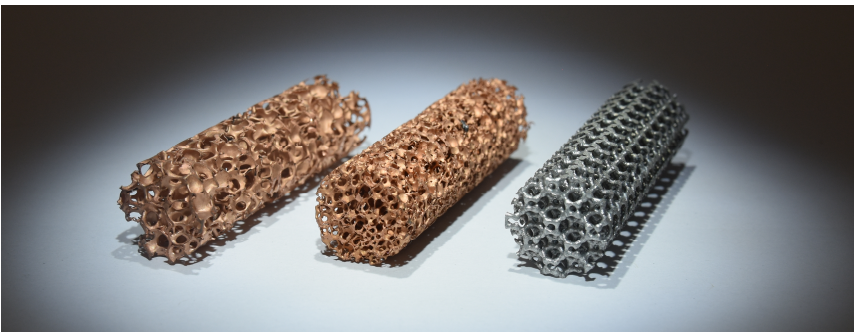


Abbildung 1.1: Beispiele für offenzellige Strukturen (links und Mitte: zwei aus Kupfer bestehende unregelmäßige Schwämme; rechts: eine periodische offenzellige Struktur aus einer Aluminiumlegierung).

Die vielversprechenden Eigenschaften offenzelliger Strukturen in Kombination mit der Vielzahl geometrischer Freiheitsgrade von POCS motiviert seit einigen Jahren die intensive Erforschung dieser Strukturklasse (Kaur und Singh 2022; Ferroni et al. 2021; Klumpp et al. 2014). Analog zu Schwämmen besteht auch in diesem Fall ein Bedarf an zuverlässigen Modellen, die die Eigenschaften dieser porösen Strukturen in Abhängigkeit ihrer Geometrie beschreiben. Um dabei das Potential von POCS voll ausschöpfen zu können, müssen die entsprechenden Modellgleichungen zelltypübergreifend anwendbar sein und den geometrischen Freiheitsgraden dieser Strukturen Rechnung tragen. Mit Blick auf einen potentiellen Einsatz in kompakten Wärmeübertragern ist die Modellierung thermischer (Wärmeübergangs-, Wärmedurchgangskoeffizient) und hydraulischer Kenngrößen (Strömungsregimegrenzen, Druckverlust) von zentraler Bedeutung. Jedoch besteht hier, wie in den nachfolgenden Kapiteln 4 und 5 gezeigt wird, noch weiterer Untersuchungsbedarf. Entsprechende Korrelationen wurden meist anhand einer sehr eingeschränkten Auswahl an Einheitszellen oder nur anhand einzelner Typen entwickelt. Dabei wurden in den meisten Fällen zelltypspezifische, empirische Anpassungsfaktoren verwendet, die die Anwendbarkeit auf andere Geometrien zumindest fraglich erscheinen lassen. Zudem scheint der grundsätzliche Einfluss der Einheitszellenstruktur auf die oben beschriebenen Größen bisher weitestgehend ungeklärt zu sein. Doch gerade dieser Parameter bietet die Möglichkeit, die thermofluidodynamischen Eigenschaften von POCS grundlegend zu beeinflussen (Busse 2020; Meinicke 2020; Horneber 2015), sodass er für einen zielgerichteten Designprozess von zentraler Bedeutung ist.

1.2 Zielsetzung und Vorgehen

Der bislang nur eingeschränkt untersuchte Einfluss der Einheitszellengeometrie wird im Rahmen dieser Arbeit für die zuvor genannten thermohydraulischen Kenngrößen analysiert. Dazu wird auf numerische Simulationen zurückgegriffen, die es nicht nur erlauben, die makroskopischen Zielgrößen für unterschiedliche Geometrieparameter zeiteffizient zu bestimmen, sondern gleichzeitig Einblicke in lokale Strömungsphänomene oder Temperaturverteilungen ermöglichen. Dabei werden schrittweise Simulationsmodelle für die fluide Phase bei eingelaufener, laminarer, einphasiger Durchströmung mit Wasser (s. Kapitel 4) sowie eine Kopplung der fluiden mit der festen Phase entwickelt

(s. Kapitel 5). So können getrennt voneinander verschiedene Zielgrößen untersucht werden, ohne eine wechselseitige Beeinflussung befürchten zu müssen. Nach einer umfangreichen Prüfung der Simulationsmodelle werden diese auf sechs verschiedene Einheitszellen mit je vier unterschiedlichen Porositätswerten angewendet, um eine breite Datenbasis für jede Zielgröße zu erhalten. Das Ziel der darauffolgenden Auswertungen besteht darin, sich der Beantwortung der folgenden zentralen Forschungsfragen zu nähern:

- Wie beeinflusst die Einheitszellengeometrie hochporöser POCS ihre thermofluidodynamischen Eigenschaften (Lage der Strömungsregimegrenzen, Druckverlust, Wärmeübergangs- und Wärmedurchgangskoeffizient) bei einphasiger, laminarer Durchströmung?
- Wie lässt sich der oben genannte Einfluss zelltypübergreifend durch Modelle abbilden, um die thermofluidodynamischen Eigenschaften von POCS auf Basis ihrer Geometrie vorhersagen zu können?

Dazu werden in Kapitel 2 zunächst die thermischen Zielgrößen im Kontext der Wärmetransportmodellierung in porösen Medien eingeordnet und damit einhergehende Einschränkungen für diese Arbeit erläutert. Nach einer Beschreibung der untersuchten Geometrien sowie der zu ihrer Auswahl angewandten Kriterien in Kapitel 3 folgt die Untersuchung des Wärme- und Impulstransports in der fluiden Phase (s. Kapitel 4). Zuerst werden bereits in der Literatur identifizierte Zusammenhänge zwischen der Geometrie von POCS und ihren thermofluidodynamischen Eigenschaften sowie verschiedene Modellansätze zu deren Quantifizierung präsentiert. Diese werden einerseits zur Prüfung des nachfolgend beschriebenen numerischen Simulationsmodells verwendet. Andererseits stellen sie den Ausgangspunkt der hier durchgeführten Untersuchung dar. So werden die bereits vorhandenen Ansätze anhand der in dieser Arbeit generierten Datenbasis getestet. Aufbauend auf den beobachteten Übereinstimmungen und Widersprüchen werden daraufhin Einflüsse der Zellgeometrie auf die Zielgrößen und die damit verbundenen Strömungs- bzw. Temperaturfelder analysiert und in Zusammenhang gebracht. Dabei können physikalische Ähnlichkeiten zu unterschiedlichen Anordnungen umströmter Zylinder beobachtet werden, die für die Entwicklung eines Modells zur Berechnung des Druckverlustes und Wärmeübergangskoeffizienten in POCS auf Basis ihrer Geometrie und der verwendeten Betriebsparameter genutzt werden. Auch in Kapitel 5 werden zunächst anhand einer

Literaturübersicht bereits identifizierte Zusammenhänge zwischen der Geometrie von POCS und dem resultierenden Wärmedurchgangskoeffizienten sowie daraus folgende Modellierungsansätze vorgestellt. Sämtliche Ansätze basieren dabei auf einer Approximation von POCS als quenumströmte Rippen. Nach einer Prüfung des zur Beschreibung des gekoppelten Wärmetransports in beiden Phasen erweiterten Simulationsmodells wird diese Modellvorstellung als Ausgangspunkt der Charakterisierung genutzt. Dabei bestätigt sich die in der Literatur beobachtete Ähnlichkeit zu Rippen auch anhand der Simulationsergebnisse, sodass ein auf dieser Vorstellung basierendes Berechnungsmodell für sämtliche POCS-Geometrien entwickelt wird. Schließlich werden die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit in Kapitel 6 zusammengefasst.

2 Modellierung des Wärmetransports in porösen Medien

Zur Beschreibung der Wärmetransporteigenschaften poröser Medien werden je nach Abstraktionsgrad verschiedene Modellierungsansätze mit entsprechend unterschiedlichen thermischen Transportgrößen herangezogen (s. Abbildung 2.1).

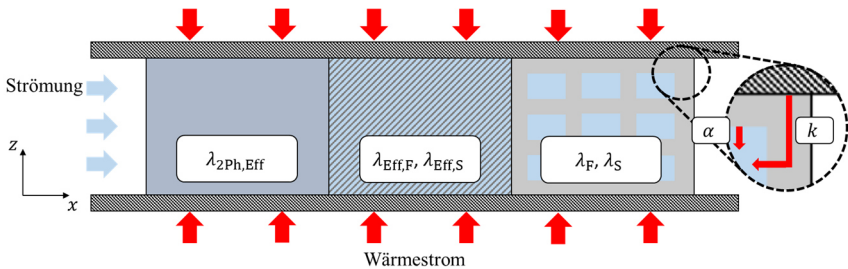


Abbildung 2.1: Unterschiedliche Abstraktionsgrade (von links nach rechts: homogenes, heterogenes und vollaufgelöstes Modell) zur Beschreibung des Wärmetransports in porösen Medien und ihrer zentralen thermischen Transportgrößen.

So wird im Falle des **homogenen Modells** das poröse Medium als eine kontinuierliche Phase mit mittleren effektiven Stoffeigenschaften und Transportgrößen beschrieben. Fluid und Festkörper haben an jeder Position im Raum die gleiche Temperatur, sodass deren Verteilung im Raum auf Basis einer Energieerhaltungsgleichung beschrieben werden kann. Bei einer Vernachlässigung von Dissipations-, Expansions- und Strahlungseffekten sowie der Annahme konstanter und isotroper Stoffeigenschaften gilt (für eine Herleitung s. Dietrich (2010)):

$$\left[(1 - \psi) \rho_S c_{p,S} + \psi \rho_F c_{p,F} \right] \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \rho_F c_{p,F} T) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\lambda}_{2\text{Ph,Eff}} \nabla T) \quad (2.1)$$

Von zentraler Bedeutung für den Wärmetransport ist hier die sogenannte Zweiphasen-Wärmeleitfähigkeit $\boldsymbol{\lambda}_{2\text{Ph,Eff}}$, die eine im Allgemeinen anisotrope Transportgröße darstellt. Sie ist von den Wärmeleitfähigkeiten der fluiden Phase λ_F und festen Phase λ_S , der Dichte und Wärmekapazität des Fluides, der Geometrie des porösen Mediums sowie der Strömungsgeschwindigkeit abhängig

(Busse 2020; Stephan et al. 2019; Dietrich 2010). Sie stellt somit eine Zusammenfassung zahlreicher Aspekte des Wärmetransports in einer einzigen Größe dar. Zwar gehen dadurch Informationen über das System verloren, doch bietet dieser Ansatz eine vergleichsweise einfache und praktikable Möglichkeit, den Wärmetransport in porösen Medien zu beschreiben. Zulässig ist die Anwendung von Gl. (2.1), wenn die Temperaturdifferenzen zwischen fluider und fester Phase gering sind. Andernfalls ist die Verwendung des sogenannten **heterogenen Modells** zu bevorzugen (Amiri und Vafai 1994):

$$\psi \rho_F c_{p,F} \frac{\partial T_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \rho_F c_{p,F} T_F) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\lambda}_{\text{Eff},F} \nabla T_F) + \alpha S_V (T_S - T_F) \quad (2.2)$$

$$(1 - \psi) \rho_S c_{p,S} \frac{\partial T_S}{\partial t} = \nabla \cdot (\boldsymbol{\lambda}_{\text{Eff},S} \nabla T_S) - \alpha S_V (T_S - T_F) \quad (2.3)$$

Es beschreibt den Energietransport im porösen Medium nun mit zwei Erhaltungsgleichungen, die phasenspezifische effektive Transportgrößen beinhalten und durch einen Kopplungsterm miteinander verbunden sind. Die beiden effektiven Wärmeleitfähigkeiten $\boldsymbol{\lambda}_{\text{Eff},F}$ und $\boldsymbol{\lambda}_{\text{Eff},S}$ berücksichtigen nun separat die Wärmetransportfähigkeit jeder Phase, wobei jeweils die Reinstoffwärmeleitfähigkeit λ_F bzw. λ_S sowie die Geometrie der porösen Struktur mit einfließen. Für $\boldsymbol{\lambda}_{\text{Eff},F}$ kommen als weitere Faktoren sowohl die Fluidichte und Wärmekapazität als auch die Strömungsgeschwindigkeit hinzu. Auch in diesem Fall sind beide Größen im Allgemeinen anisotrop (Bracconi et al. 2020). Der im Kopplungsterm enthaltene konvektive Wärmeübergangskoeffizient beschreibt den Wärmetransport zwischen der starren Festkörperoberfläche und der fluiden Phase. Er hängt von der Geometrie des porösen Mediums, der Strömung sowie den Stoffeigenschaften des Fluides ab. Auch bei der Verwendung des heterogenen Modells gehen noch Informationen verloren, da die Mikrostruktur nicht im Detail, sondern mit Hilfe effektiver Transportgrößen berücksichtigt wird.

Den höchsten Detaillierungsgrad weist das **vollaufgelöste Modell** auf, das den Wärmetransport lokal unter Berücksichtigung der Struktur mit den phasenspezifischen Erhaltungsgleichungen beschreibt. Diese nehmen unter Annahme konstanter und isotroper Stoffeigenschaften folgende Formen an:

$$\rho_F c_{p,F} \frac{\partial T_F}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \rho_F c_{p,F} T_F) = \lambda_F \nabla^2 T_F \quad (2.4)$$

$$\rho_S c_{p,S} \frac{\partial T_S}{\partial t} = \lambda_S \nabla^2 T_S \quad (2.5)$$

Beide Gleichungen enthalten nur die Reinstoffdaten und somit keine effektiven thermischen Transportgrößen mehr, die durch einen Mittelungsprozess

weitere Einflussfaktoren, wie die Geometrie oder die Strömung, einbeziehen. Allerdings lässt sich das vollaufgelöste Modell, das von allen drei Varianten den höchsten Detaillierungsgrad aufweist, generell nur numerisch (s. Kapitel 4.2 und 5.1) oder mit Hilfe starker Vereinfachungen lösen. Deshalb werden zu Auslegungszwecken oftmals homogene oder heterogene Modelle genutzt.

Da beide Ansätze jedoch nicht gleichermaßen für jeden Anwendungsfall geeignet sind, ist ein Auswahlkriterium erforderlich. Eine Möglichkeit besteht darin, die lokalen Temperaturdifferenzen zwischen fester und fluider Phase zu analysieren. Sind diese gering, so kann das homogene Modell angewendet werden. Liegen hingegen hohe Temperaturunterschiede vor, führt dieses gegenüber dem heterogenen Modell zu erheblichen Fehlern (Lee und Vafai 1999). Um die Anwendungsgrenzen des homogenen Modells zu analysieren, abstrahierten Lee und Vafai (1999) den Wärmetransport in einem porösen Medium mit einer Verschaltung thermischer Widerstände:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_S + R_{F-S}} \quad (2.6)$$

Der Gesamtwiderstand R setzt sich dabei aus einer Parallelverschaltung des Widerstandes der fluiden Phase R_F mit einer seriellen Verschaltung der Widerstände im Festkörper R_S und an der Phasengrenzfläche R_{F-S} zusammen. Je nach dominierendem Widerstand konnten unterschiedliche Regime identifiziert werden, die sich hinsichtlich der lokalen Temperaturdifferenzen zwischen fluider und fester Phase unterscheiden. Sind die thermischen Widerstände im Festkörper R_S , bspw. aufgrund einer gegenüber dem Fluid geringen Wärmeleitfähigkeit, hoch, so dominiert R_F . In diesem Fall nehmen Festkörper und Fluid näherungsweise die gleiche lokale Temperatur an, sodass das homogene Modell mit einem geringen Fehler gegenüber einer heterogenen Betrachtungsweise angewandt werden kann (Lee und Vafai 1999). Allerdings fokussiert sich die vorliegende Arbeit auf eine Anwendung von POCS in Wärmeerübertragern, für die das zuvor beschriebene Szenario kein wünschenswertes ist. Der Festkörper trägt in diesem Fall kaum zum Wärmetransport bei und verfehlt somit sein eigentliches Ziel. Vielmehr sollte der linke Term in Gl. (2.6) vernachlässigbar sein, sodass das Verhältnis der Widerstände R_S und R_{F-S} für die Temperaturdifferenz entscheidend wäre. Daraus können sowohl hohe wie auch niedrige lokale Temperaturdifferenzen zwischen beiden Phasen resultieren, weshalb sich diese Arbeit auf thermische Transportgrößen des heterogenen Modells konzentriert.

Während der Wärmeübergangskoeffizient α sowohl in Gl. (2.2) als auch Gl. (2.3) enthalten ist, setzt die Nutzung des Wärmedurchgangskoeffizienten k

eine weitere Bedingung voraus. So sei nicht nur der thermische Widerstand in der fluiden Phase R_F groß, sondern auch der Widerstand im Festkörper R_S gering. Daraus folgt, dass der Beitrag der effektiven Wärmeleitfähigkeit in der fluiden Phase vernachlässigbar ist, in der festen Phase nur geringe Temperaturgradienten vorliegen und eine über den Strömungsquerschnitt näherungsweise konstante Fluidtemperatur angenommen werden kann (Lee und Vafai 1999). Unter dieser Voraussetzung kann Gl. (2.2) für einen stationären Zustand in folgende Form überführt werden (Busse 2020):

$$u\rho_F c_{p,F} \frac{d\bar{T}_F}{dx} = kS_V(T_W - \bar{T}_F) \quad (2.7)$$

An die Stelle des Wärmeübergangskoeffizienten tritt nun der Wärmedurchgangskoeffizient, der den gesamten Wärmetransportpfad durch den Festkörper von dessen Rand mit der Temperatur T_W in das Fluid hinein beschreibt (vgl. Abbildung 2.1). Nur wenn der thermische Widerstand R_S so gering ist, dass er gegenüber R_{F-S} vernachlässigt werden kann, ist weiterhin eine Anwendung des Wärmeübergangskoeffizienten in Gl. (2.7) zulässig.

Da sich die vorliegende Arbeit auf Wärmeübertrageranwendungen fokussiert, orientiert sie sich an eben dieser Modellgleichung und den damit verbundenen thermischen Transportgrößen. Zunächst wird in Kapitel 4 ein vernachlässigbarer Einfluss der festen Phase auf den Wärmetransport vorausgesetzt und dementsprechend der Einfluss der POCS-Geometrie auf den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α analysiert. In einem zweiten Schritt wird der gesamte Wärmetransportpfad vom Festkörper in das Fluid betrachtet sowie der damit verbundene Wärmedurchgangskoeffizient k untersucht (s. Kapitel 5).

3 Geometrie der untersuchten Strukturen

Bevor der Wärmetransport analysiert werden kann, müssen zunächst die zu untersuchenden POCS-Geometrien festgelegt werden. Die ausgewählten Einheitszellentypen sind in Abbildung 3.1 dargestellt und mit den im Verlauf der Arbeit verwendeten Abkürzungen beschriftet. Nachfolgend werden zudem die der Auswahl zu Grunde liegenden Kriterien erläutert.

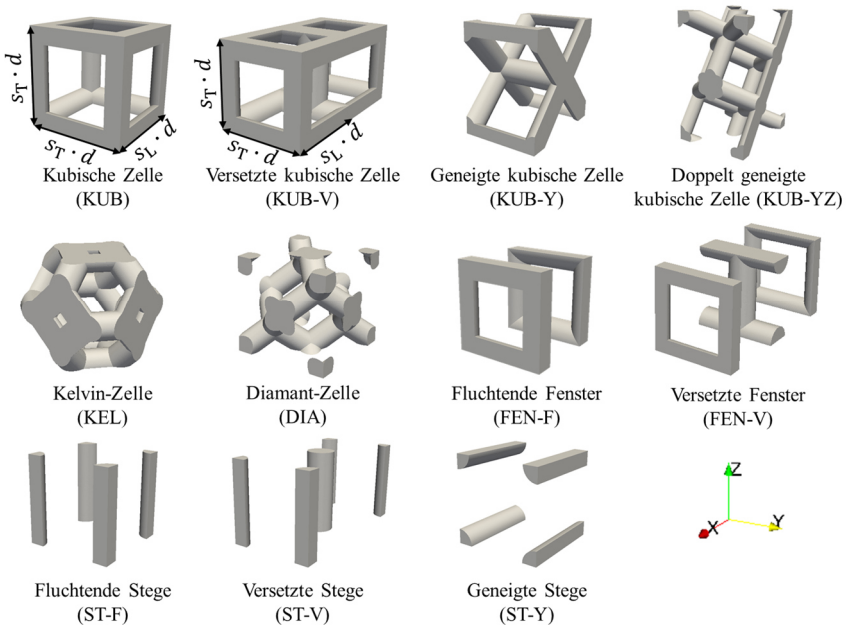


Abbildung 3.1: Darstellung der unterschiedlichen Geometrien, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden. Zusätzlich sind für die kubische und versetzte kubische Zelle die Definitionen der longitudinalen und transversalen Stegabstände eingetragen. Die Hauptströmungsrichtung entspricht der X-Achse.

Als Ausgangspunkt dieser Untersuchung wird die kubische Zelle als einfachster Einheitszellentyp ausgewählt. Sie lässt sich mit Steganordnungen und

Fenstern (vgl. Abbildung 3.1) gut vergleichen, was in Kapitel 4 zur Analyse und Beschreibung des Geometriceinflusses genutzt wird. Des Weiteren kann mit modifizierten Varianten der kubischen Zelle ein morphologisch anderer Einheitszellentyp erzeugt werden, dessen für poröse Medien bedeutende geometrische Größen, wie die Porosität und spezifische Oberfläche, beibehalten werden (s. Tabelle 3.1). Dazu wird die zweite Stegreihe der kubischen Zelle orthogonal zur Hauptströmungsrichtung, welche in dieser Arbeit stets der X-Achse entspricht, verschoben (versetzte kubische Zelle) bzw. die Einheitszelle um eine (geneigte kubische Zelle) oder zwei Raumachsen rotiert (doppelt geneigte kubische Zelle). Während der erste Rotationswinkel um die Y-Achse 45° beträgt, wird im zweiten Fall zusätzlich um einen Winkel von $35,26^\circ$ um die Z-Achse rotiert, sodass eine Symmetrie gegenüber der X-Z-Ebene erhalten bleibt. Als zwei häufig in der Literatur analysierte Geometrien werden zusätzlich Kelvin- und Diamant-Zellen in die Untersuchung einbezogen (Ferroni et al. 2021; Beyer 2019).

Neben der grundsätzlichen Einheitszellenstruktur werden auch die Abmessungen der Zellen durch Variation der Stegabstände verändert. Dabei orientiert sich die Nomenklatur an einer für Steganordnungen üblichen Vorgehensweise, die diese Abstände in dimensionsloser Form angibt (Gnielinski 1978):

$$s_L = \frac{l_L}{d} \quad (3.1)$$

$$s_T = \frac{l_T}{d} \quad (3.2)$$

Der Index L bezeichnet den longitudinalen Abstand der Stege (in Hauptströmungsrichtung), während der Index T den transversalen Abstand markiert (quer zur Hauptströmungsrichtung). Die Definition dieser Abstände bezieht sich stets auf die nicht rotierte Einheitszelle und ist in Abbildung 3.1 exemplarisch für die kubische Zelle und die versetzte kubische Zelle eingetragen. Durch diese Festlegung vergrößern sich bei Rotation die Einheitszellen der geneigten und doppelt geneigten kubischen Zellen, deren Maße Tabelle A.1 im Anhang entnommen werden können. Dort sind auch die Berechnungsgleichungen für die Steglängen jeder POCS-Geometrie zusammengestellt. Dabei entspricht die Steglänge der Distanz zwischen zwei Knotenmittelpunkten.

Ein weiterer geometrischer Parameter, der variiert werden kann, ist die Querschnittsform der Stege (Moon et al. 2018; Iasiello et al. 2017; Wu et al. 2011). Auch wenn sich diese Größe auf die thermohydraulischen Eigenschaften von POCS auswirkt (s. Kapitel 4.1), wird sie in dieser Arbeit zur Beschränkung des Umfangs nicht variiert, sondern eine kreisrunde Querschnittsform mit über

der gesamten Steglänge konstantem Durchmesser festgelegt. Dabei wird in Anlehnung an die Vorgängerarbeit von Meinicke (2020) primär ein Durchmesser von $d = 0,64$ mm untersucht, der nur in Einzelfällen auf einen Wert von 0,96 mm erhöht wird. Durch die Wahl einer Einheitszelle, einer Querschnittsform, eines Durchmessers sowie der dimensionslosen Stegabstände ist eine POCS-Geometrie eindeutig definiert, sodass sich andere geometrische Parameter aus dieser Festlegung automatisch ergeben. Die hier untersuchten Geometrien sind zusammen mit der daraus folgenden Steglänge sowie spezifischen Oberfläche und Porosität in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Tabelle 3.1: Geometrische Parameter der untersuchten POCS-Geometrien. Die spezifische Oberfläche und Porosität wurden anhand des in Kapitel 4 verwendeten numerischen Rechengitters ermittelt.

Einheitszelle	s_L / –	s_T / –	d / mm	L / mm	S_V / m^{-1}	ψ / –
KUB,	2	2	0,64	1,28	2019	0,588
KUB-V,	3	3	0,64	1,92	1144	0,791
KUB-Y,	4	4	0,64	2,56	713	0,875
KUB-YZ	5	5	0,64	3,20	483	0,917
KEL	4	4	0,64	0,91	1492	0,702
	5	5	0,64	1,13	1097	0,794
	6	6	0,64	1,36	827	0,850
	7	7	0,64	1,58	642	0,886
DIA	4	4	0,64	1,11	1404	0,737
	5	5	0,64	1,39	990	0,822
	6	6	0,64	1,66	730	0,872
	7	7	0,64	1,94	559	0,903
KUB	2	2	0,96	1,92	1348	0,588
KUB-YZ	3	3	0,96	2,88	763	0,791

Sämtliche Geometrien werden mit der Open-Source-Software Salome (OPEN CASCADE SAS) in der Version 9.3.0 erzeugt. Dazu wurde unter Mitwirkung von Studierenden im Rahmen mehrerer Abschlussarbeiten (Schalk 2020; Wolf 2020; Stumpe 2020) ein Skript erstellt, das nach Auswahl der gewünschten Parameter automatisch die Struktur erzeugt und als STL-Datei exportiert.

4 Wärme- und Impulstransport in der fluiden Phase¹

Eine der wesentlichen thermischen Transportgrößen, die in dieser Arbeit untersucht wird, ist der konvektive Wärmeübergangskoeffizient. Dieser quantifiziert den als Konvektion bezeichneten Wärmetransport zwischen einer starren Oberfläche und einer fluiden Phase und wird maßgeblich von der Strömung des Fluides beeinflusst.

Folglich ist für eine Untersuchung des Wärmeübergangskoeffizienten in POCS eine Betrachtung der Hydrodynamik unerlässlich. Zudem besitzt diese, in Form des bei der Durchströmung verursachten Druckverlustes, eine hohe Relevanz für den praktischen Einsatz solcher Strukturen in verfahrenstechnischen Apparaten. Entsprechend werden in den nachfolgenden Kapiteln beide Aspekte aufeinanderfolgend beleuchtet und untersucht.

Zunächst wird in Kapitel 4.1.1 beschrieben, welche Strömungsregime in der Literatur bereits innerhalb poröser Medien identifiziert wurden und welche Charakteristika diese aufweisen. Die zusammengetragenen Erkenntnisse dienen als Ausgangspunkt und Vergleich für die entsprechende Analyse von POCS in Kapitel 4.3.1. Außerdem werden bereits untersuchte Zusammenhänge zwischen der Geometrie von POCS und ihrem Druckverlust präsentiert sowie daraus abgeleitete Modelle zusammengestellt. Nach Prüfung des numerischen Simulationsmodells anhand eines Teils der Modelle (s. Kapitel 4.2.4) werden diese in Kapitel 4.3.2 anhand der verfügbaren Datenbasis getestet und die beobachteten Übereinstimmungen und Unterschiede diskutiert.

¹ Ein Teil der hier gezeigten Ergebnisse wurde bereits in einer begutachteten Zeitschrift (Dubil et al. 2023) bzw. im Rahmen von Konferenzen (Dubil et al. 2022a, 2022b) publiziert.

4.1 Stand des Wissens

4.1.1 Hydrodynamik

Innerhalb durchströmter, poröser Medien können unterschiedliche Strömungsregime vorliegen, die einen maßgeblichen Einfluss auf die lokalen Strömungsgrößen und somit die thermofluidodynamischen Eigenschaften haben. Diese werden in der Literatur meist anhand des beobachteten funktionellen Zusammenhangs zwischen integralem Druckgradienten und mittlerer Durchströmungsgeschwindigkeit klassifiziert (Khalifa et al. 2020; Yazdchi und Luding 2012; Lasseux et al. 2011; Skjetne und Auriault 1999). Doch auch weitere Merkmale, wie die Ablösefrequenz von Wirbeln, können für eine Unterscheidung herangezogen werden (Aagnaou et al. 2016; Hill und Koch 2002). Nach diesen Kriterien lassen sich fünf unterschiedliche Strömungsregime in porösen Medien identifizieren: Darcy-Regime (I), schwaches (II) und starkes (III) Trägheitsregime, laminar, instationäres (IV) sowie turbulentes (V) Regime. Nachfolgend werden wesentliche Charakteristika dieser Regime sowie die identifizierten funktionellen Zusammenhänge beschrieben. Diese werden in Kombination mit der Ablösefrequenz von Wirbeln genutzt, um in Kapitel 4.3.1 zu prüfen, inwiefern die oben genannten laminaren Strömungsregime in POCS wiedergefunden werden können. Dabei beziehen sich die Ausführungen, mit Blick auf den Fokus dieser Arbeit, auf hydrodynamisch eingelaufene Strömungen inkompressibler, Newtonscher Medien unter Vernachlässigung von Wandeffekten sowie der Schwerkraft.

Ausgehend von einem ruhenden Fluid liegt bei Einsetzen der Strömung zunächst das Darcy-Regime vor, welches von viskosen Kräften dominiert wird. Die Strömung ist stationär und folgt der Kontur der Festkörperoberfläche, sodass keine Ablösung beobachtet werden kann. Der Zusammenhang zwischen dem Druckgradienten ∇p und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit \bar{u} im porösen Medium lässt sich in diesem Regime mit der sogenannten Darcy-Gleichung beschreiben (Lasseux und Valdés-Parada 2017):

$$-\nabla p = \frac{\mu_F}{K_I} \cdot \bar{u} \quad (4.1)$$

Dabei berücksichtigt die Proportionalitätskonstante K_I , die sogenannte Darcy-Permeabilität, die Geometrie des porösen Mediums (Lasseux und Valdés-Parada 2017). Da diese Größe anisotrop sein kann, handelt es sich im Allgemeinen um einen Tensor. Der Einfachheit halber wird in dieser Arbeit jedoch nur

auf die Komponente entlang der Hauptströmungsrichtung Bezug genommen. Bei weiterer Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit beeinflussen zunehmend Trägheitseffekte das Strömungsfeld, wodurch Stromlinien deformiert werden, Ablösungen auftreten und sich das Geschwindigkeitsprofil verändert (Lasseux et al. 2011). Es beginnt das schwache Trägheitsregime, welches sich nicht mehr mit Gl. (4.1) beschreiben lässt, sondern eine kubische Korrektur erfordert (Skjetne und Auriault 1999; Koch und Ladd 1997):

$$-\nabla p = \frac{\mu_F}{K_I} \cdot \bar{u} + \frac{\gamma_{II} \cdot \rho_F^2}{\mu_F} \cdot \bar{u}^3 \quad (4.2)$$

Analog zur Permeabilität ist die Proportionalitätskonstante γ_{II} eine geometrieabhängige Größe. An das schwache schließt bei weiterer Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit das starke Trägheitsregime an, welches sich hinsichtlich der Strömungscharakteristika kaum von ersterem unterscheidet. Allerdings ändert sich die Potenz der Druckkorrektur, woraus die sogenannte Forchheimer-Gleichung resultiert (Koch und Ladd 1997; Skjetne und Auriault 1999):

$$-\nabla p = \frac{\mu_F}{K_{III}} \cdot \bar{u} + \gamma_{III} \cdot \rho_F \cdot \bar{u}^2 \quad (4.3)$$

Es ist zu beachten, dass die in diesem Regime verwendete Forchheimer-Permeabilität K_{III} nicht mit der Darcy-Permeabilität K_I aus den Gl. (4.1) und (4.2) übereinstimmt (Kumar und Topin 2014; Lasseux et al. 2011). Da es sich bei der Forchheimer-Gleichung nicht um ein mathematisch abgeleitetes Gesetz, sondern um eine vielfach untermauerte empirische Approximation handelt (Lasseux und Valdés-Parada 2017), werden zur Beschreibung des starken Trägheitsregimes auch andere Gleichungsformen vorgeschlagen, wie Exponential- (Panfilov und Fourar 2006) oder Potenzansätze (Khalifa et al. 2020; Yazdchi und Luding 2012). Gerade der Potenzansatz wird auch im Rahmen dieser Arbeit als Alternative zur Forchheimer-Gleichung genutzt, da dieser die numerischen Ergebnisse in Regime III besser beschreibt (s. Kapitel 4.3.1). Obwohl auch in der Literatur mit den genannten Alternativen verschiedene Datensätze adäquat beschrieben werden konnten, sind sie weitaus weniger geläufig als Gl. (4.3), welche mit veränderten Proportionalitätskonstanten auch für die letzten beiden Regime Verwendung findet (Khalifa et al. 2020; Jin und Kuznetsov 2017; Della Torre et al. 2014):

$$-\nabla p = \frac{\mu_F}{K_{IV}} \cdot \bar{u} + \gamma_{IV} \cdot \rho_F \cdot \bar{u}^2 \quad (4.4)$$

$$-\nabla p = \frac{\mu_F}{K_V} \cdot \bar{u} + \gamma_V \cdot \rho_F \cdot \bar{u}^2 \quad (4.5)$$

Im laminar, instationären Regime treten erste Wirbelablösungen auf, welche in porösen Medien mit regelmäßiger Struktur definierte Ablösefrequenzen aufweisen (Khalifa et al. 2020; Agnaou et al. 2016; Koch und Ladd 1997). In dem darauffolgenden turbulenten Regime werden die Wirbelstrukturen hingegen chaotisch (Chu et al. 2020; Jin et al. 2015), wodurch ein breites Frequenzspektrum resultiert (Agnaou et al. 2016). Diese Unterschiede werden auch im Rahmen dieser Arbeit zur Charakterisierung von Strömungsregimegrenzen genutzt.

Neben einer dimensionsbehafteten Darstellung ist es meist üblich und zweckmäßig, den Druckverlust in Form dimensionsloser Gleichungen zu beschreiben, um bei Untersuchungen die Zahl unabhängiger Variablen zu reduzieren. Dabei treten je nach Vorgehensweise unterschiedliche Gruppen sogenannter dimensionsloser Kennzahlen auf (s. Tabelle 4.1), die grundsätzlich gleichwertig sind und leicht ineinander überführt werden können. Für den Druckgradienten werden meist die Hagen-Zahl Hg oder der Reibungsfaktor f verwendet, wobei im Rahmen dieser Arbeit Gl. (4.6) herangezogen wird:

$$Hg = \frac{-\nabla p \cdot L_C^3}{\rho_F \cdot v_F^2} \quad (4.6)$$

$$f = \frac{-\nabla p \cdot L_C}{\rho_F \cdot \bar{u}} \quad (4.7)$$

Die Strömungsgeschwindigkeit wird dagegen in Form der dimensionslosen Reynolds-Zahl angegeben:

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot L_C}{v_F} \quad (4.8)$$

Diese bietet überdies für unterschiedlichste Strömungsszenarien, wie die Durchströmung von Kanälen oder die Umströmung einzelner Körper, die Möglichkeit, Aussagen über das vorliegende Strömungsregime treffen zu können (Stephan et al. 2019; Schlichting und Gersten 2017). So wird diese Kennzahl auch im Falle poröser Medien verwendet. Allerdings besteht aufgrund der geometrischen Komplexität poröser Strukturen in der Literatur bis heute keine Einigkeit über eine einheitliche Definition der charakteristischen Länge L_C , sodass zahlreiche Definitionen koexistieren (Yazdchi und Luding 2012). Im Folgenden weist der Index einer dimensionslosen Kennzahl auf die Größe hin, die zur Beschreibung der charakteristischen Länge verwendet wird. Des Weiteren scheinen die Porosität und die geometrische Struktur des Mediums die Regimegrenzen stark zu beeinflussen (Khalifa et al. 2020; Horton und Pokrajac 2009), sodass bisher keine allgemeingültige Festlegung der Grenzen erfolgen konnte. Deshalb werden im Rahmen dieser Arbeit verschiedene charakteristische Längenmaße in

Kombination mit Gl. (4.8) getestet. Als Richtwerte aus der Literatur seien an dieser Stelle die Angaben von Lasseux et al. (2011) für die Regime I, II, III und V genannt, wobei ξ das Verhältnis mikroskopischer und makroskopischer Längenskalen des porösen Mediums darstellt und für die Reynolds-Zahl der Porendurchmesser d_p als charakteristische Länge angegeben wird:

- Darcy-Regime (I): $Re_{d_p} < \sqrt{\xi}$
- Schwaches Trägheitsregime (II): $\sqrt{\xi} < Re_{d_p} < 1$
- Starkes Trägheitsregime (III): $1 < Re_{d_p} < 10$
- Turbulentes Regime (V): $100 < Re_{d_p}$

Da das Regime IV von Lasseux et al. (2011) nicht explizit ausgewiesen wurde, können hierzu keine Angaben gemacht werden. Die oben beschriebenen Zusammenhänge wurden für eine Vielzahl unterschiedlicher poröser Medien (regelmäßige und unregelmäßige Schüttungen sowie Steganordnungen, Schwämme und tortuose Kanalstrukturen) detailliert untersucht. Doch bei POCS, welche eine relativ neue Klasse darstellen, lag der Fokus der bisherigen experimentellen¹ und numerischen² Untersuchungen meist auf einer praxisbezogenen Quantifizierung des Druckverlustes für technische Anwendungen. Von zentraler Bedeutung ist dabei ein Verständnis des funktionellen Zusammenhangs zwischen der Geometrie des porösen Mediums und seinen hydrodynamischen Eigenschaften. Als Ausgangspunkt kann hierzu die sogenannte Ergun-Gleichung (Ergun und Orning 1949) herangezogen werden, die der Form einer Forchheimer-Gleichung (s. Gl. (4.3)) entspricht und für Schüttungen bereits den Einfluss der **Porosität** und **spezifischen Oberfläche** berücksichtigt:

$$-\nabla p = 2A \frac{(1 - \psi)^2}{\psi^3} S_V^2 \mu_F \cdot \bar{u}_0 + \frac{B}{8} \frac{1 - \psi}{\psi^3} S_V \cdot \rho_F \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.9)$$

Alle anderen geometrischen Effekte fließen hingegen in die empirisch ermittelten Anpassungsfaktoren A und B ein. Wu et al. (2010) nutzten einen solchen Ansatz, um den Druckverlust in Kelvin-Zellen zu beschreiben (s. Gl.

¹ Aider et al. 2022; Ferroni et al. 2022; Woodward et al. 2021; Beyer 2019; Chaudhari et al. 2019; Bastos Rebelo et al. 2018; Papetti et al. 2018; Danaci et al. 2017; Selvam et al. 2016; Klumpp et al. 2014.

² Dubil et al. 2022a; Ferroni et al. 2022; Kaur und Singh 2022; Solovev et al. 2022; Pelanconi et al. 2021; Kaur und Singh 2020; Meinicke 2020; Jorge et al. 2019; Meinicke et al. 2019; Danaci et al. 2017; Cunsolo et al. 2016; Horneber 2015; Kumar und Topin 2014; Hutter et al. 2011; Wu et al. 2010; Krishnan et al. 2008.

(4.22)). Dabei variierten sie im Rahmen numerischer Simulationen neben der Strömungsgeschwindigkeit der Luft die Porosität sowie die **Größe der Einheitszelle**. Diese beiden Parameter nutzten sie wiederum, um die spezifische Oberfläche funktionell zu beschreiben.

Auch Kumar und Topin (2014) analysierten mit Hilfe numerischer Simulationen den Druckverlust in Kelvin-Zellen, die mit einem generischen Fluid durchströmt wurden. Der Fokus dieser Arbeit lag auf dem Einfluss der Porosität sowie des **Stegquerschnittes**, dessen Durchmesser und Form systematisch variiert wurden. Anhand ihrer Daten identifizierten Kumar und Topin (2014) drei unterschiedliche Strömungsregime (Regime I-III), wobei das schwache Trägheitsregime nur in einem sehr begrenzten Reynolds-Bereich vorlag und daraufhin bei der Modellbildung vernachlässigt wurde. Der Einfluss des Stegquerschnittes wurde in Form eines äquivalenten Durchmessers in eine modifizierte Form von Gl. (4.9) eingebunden (s. Gl. (4.21)). Um alle Strömungsregime mit einer Gleichung adäquat abbilden zu können, passten die Autoren den Term für viskose Reibkräfte ($\sim \bar{u}_0$) ausschließlich an Daten innerhalb des Darcy-Regimes an. Erst in einem weiteren Schritt wurde der zweite Term ($\sim \bar{u}_0^2$) an den gesamten Datensatz angepasst.

Neben Kelvin-Zellen charakterisierten Ferroni et al. (2022) auch Diamant-Zellen mit variabler Porosität und Einheitszellengröße, wodurch sie den Einfluss des **Einheitszellentyps** in die Betrachtung einbezogen. In die Untersuchung mit Luft flossen sowohl Daten aus numerischen Simulationen als auch Experimenten ein. Ferroni et al. (2022) stellten fest, dass bei gleicher Porosität und Einheitszellengröße Kelvin- gegenüber Diamant-Zellen einen erhöhten Druckverlust aufweisen. Zur Modellierung der Ergebnisse wurde eine modifizierte Form der Ergun-Gleichung (s. Gl (4.9)) vorgeschlagen, welche statt der spezifischen Oberfläche einen äquivalenten **Fensterdurchmesser** einbezieht (s. Gl. (4.11)). Trotz dieser Modifikation musste für jede Einheitszelle ein spezifischer Satz an Anpassungsfaktoren bestimmt werden.

Um die Zellmorphologie unregelmäßiger Schwämme korrekt widerzugeben, schlugen Inayat et al. (2016) die Verwendung der **Tortuosität** in Kombination mit dem hydraulischen Durchmesser vor und passten die Ergun-Gleichung entsprechend an. Während die Tortuosität auf Basis der spezifischen Oberfläche und des Fensterdurchmessers berechnet wurde (s. Gl. (4.16)), wurde der hydraulische Durchmesser d_H folgendermaßen definiert:

$$d_H = 4 \frac{\psi}{S_V} \quad (4.10)$$

Diesen Ansatz nutzte auch Beyer (2019), um den experimentell ermittelten Druckverlust luftdurchströmter Kelvin- und Diamant-Zellen mit einer gemeinsamen Gleichung zu beschreiben (s. Gl. (4.16)). Die Strukturen unterschieden sich hinsichtlich ihrer Porosität, der Zellgröße sowie des Fertigungsmaterials.

Auch Woodward et al. (2021) wendeten das von Inayat et al. (2016) entwickelte Modell auf luftdurchströmte POCS an. Bei den experimentellen Untersuchungen wurden kubische und Kelvin-Zellen mit verschiedenen Stegdurchmessern sowie Einheitszellengrößen analysiert. Jedoch stellten die Autoren größere Abweichungen zwischen dem Modell und den Ergebnissen für die kubische Zelle fest, weshalb sie von einer Berechnung der Tortuosität absahen. Stattdessen wurde sie zelltypspezifisch an die experimentellen Datensätze angepasst (vgl. Gl. (4.13)).

Im Gegensatz dazu schlug Meinicke (2020) die Verwendung einer **hydraulischen Tortuosität** nach der Definition von Duda et al. (2011) vor (vgl. Gl. (4.54)), die nicht direkt von der Geometrie, sondern vom vorliegenden Strömungsfeld innerhalb des porösen Mediums abhängt. Diese brachte er in das von Dietrich et al. (2009) (s. Gl. (4.15)) auf Basis der Ergun-Gleichung für Schwämme entwickelte Modell ein und korrelierte den numerisch ermittelten Druckverlust einer kubischen, einer doppelt geneigt kubischen, einer Kelvin- und einer Weaire-Phelan-Zelle (s. Gl. (4.14)). Durch Integration der hydraulischen Tortuosität konnten die Daten besser korreliert werden als mit der ursprünglichen Modellgleichung. Dabei wurde bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten eine gute Übereinstimmung des Modells mit den luftdurchströmten Strukturen erzielt, doch bei höheren Werten zeigte sich eine deutliche Abweichung der kubischen Zelle.

Einen anderen Ansatz zur Berücksichtigung der Zellmorphologie schlugen Klumpp et al. (2014) vor. Im Rahmen von Experimenten durchströmten sie kubische Zellen mit unterschiedlicher **Orientierung zur Hauptströmungsrichtung** mit Luft und stellten dabei einen Zusammenhang zwischen dem Druckverlust und der **projizierten Porosität** ψ_p fest. Diese setzt die in Strömungsrichtung projizierte freie Querschnittsfläche ins Verhältnis zur gesamten Querschnittsfläche des Strömungskanals. Unter Vernachlässigung des viskosen Reibterms konnte so der Druckverlust bei geneigten kubischen Zellen (s. Gl. (4.20)) auf Basis der ungeneigten Geometrie (s. Gl. (4.19)) berechnet werden.

Bastos Rebelo et al. (2018) führten sehr ähnliche Experimente durch, wobei jedoch ausschließlich geneigte kubische Zellen untersucht wurden. Auch in

diesem Fall wurde der viskose Reibterm vernachlässigt, doch waren Porosität und Größe der Einheitszelle als geometrische Parameter ausreichend, um die Druckverlustdaten zu beschreiben (s. Gl. (4.18)).

Jorge et al. (2019) verwendeten ebenfalls eine projizierte Größe, die **projizierte spezifische Oberfläche** S_p , zur Beschreibung des numerisch ermittelten Druckverlustes in kubischen und doppelt geneigten kubischen Zellen (s. Gl. (4.17)). Dabei wurde sowohl die Porosität als auch die Form des Stegquerschnittes der luftdurchströmten Geometrien variiert. Analog zu Kumar und Topin (2014) wurden die Koeffizienten für den viskosen Reibterm und den Trägheitsterm in zwei Schritten angepasst.

Eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der hydrodynamischen Eigenschaften von POCS besteht in der Verwendung der **Wurzel der Permeabilität** als charakteristische Größe. Diese nutzten Kaur und Singh (2022) (s. Gl. (4.12)) sowie Krishnan et al. (2008) (s. Gl. (4.23)), um Modelle für den Druckverlust in verschiedenen Einheitszellentypen zu erstellen. In beiden Fällen wurden numerische Untersuchungen durchgeführt, bei denen Luft als Arbeitsmedium verwendet wurde. Kaur und Singh (2022) verwendeten dabei die Forchheimer-Permeabilität, während Krishnan et al. (2008) die Darcy-Permeabilität nutzten. Eine Übersicht der zuvor vorgestellten Modelle ist in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Zusätzlich sind die untersuchten Typen von Einheitszellen sowie der analysierte Reynolds-Bereich aufgelistet. Dieser wird zur besseren Vergleichbarkeit für jedes Modell in Form der Zellreynolds-Zahl Re_D angegeben, welche für POCS eine eindeutig bestimmbare und einfach zugängliche Approximation der Porenreynolds-Zahl Re_{d_p} darstellt.

Tabelle 4.1: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Druckverlustes in POCS unter Angabe der untersuchten Einheitszellentypen sowie Zellreynolds-Zahlen Re_D (in Klammern darunter). In dieser Arbeit lag die Zellreynolds-Zahl in einem Bereich von $4 \cdot 10^{-3} < Re_D < 340$.

Quelle	Anwendungsbereich	Modellgleichungen
[1]	KEL, DIA (6 – 3400)	$-\nabla p = A \frac{\mu_F}{\psi d_{Fen}^2} \cdot \bar{u}_0 + B \frac{\rho_F}{\psi^2 d_{Fen}} \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.11)$ $KEL: A = 6,28; B = 0,29;$ $d_{Fen} = \sqrt{\frac{(D-2d)(D-2\sqrt{2}d)}{6}}$

- DIA: $A = 9,89; B = 0,25;$
- [2] RDD, OKT, KEL
(80 – 230)
- $$d_{\text{Fen}} = \frac{D}{2} - d$$
- $$f_K = \frac{1}{Re_K} + 0,080 \quad (4.12)$$
- [3;4] KEL, KUB
(0,5 – 3400)
- $$f_K = \frac{-\nabla p \sqrt{K_{III}}}{\rho_F \bar{u}_0^2}; Re_K = \frac{\bar{u}_0 \sqrt{K_{III}}}{\nu_F}$$
- $$-\nabla p = 32\tau^2 \frac{\mu_F}{\psi d_H^2} \cdot \bar{u}_0 + \frac{\tau^3}{2} \frac{\rho_F}{\psi^2 d_H} \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.13)$$
- KEL: $\tau = 1,41$
KUB: $\tau = 1,01$
- [5] WPZ, KEL, KUB, KUB-YZ
(0,08 – 700)
- $$Hg_\tau = A \cdot Re_\tau + C \cdot B \cdot Re_\tau^2 \quad (4.14)$$
- $$Hg_\tau = \frac{-\nabla p d_H^3}{\tau \rho_F \nu_F^2}; Re_\tau = \frac{\tau \bar{u} d_H}{\nu_F}$$
- $$A = 86,61; B = 1,013$$
- Form der Stegquerschnitte:
Rund: $C = 0,89$; Dreieckig: $C = 1,23$
- [5;6] WPZ, KEL, KUB, KUB-YZ
(0,08 – 700)
- $$Hg_{d_H} = A \cdot Re_{d_H} + B \cdot Re_{d_H}^2 \quad (4.15)$$
- $$Hg_{d_H} = \frac{-\nabla p d_H^3}{\rho_F \nu_F^2}; Re_{d_H} = \frac{\bar{u} d_H}{\nu_F}$$
- $$A = 110; B = 1,45$$
- [7;4] KEL, DIA
(30 – 2200)
- $$-\nabla p = 32\tau^2 \frac{\mu_F}{\psi d_H^2} \cdot \bar{u}_0 + \frac{\tau^3}{2} \frac{\rho_F}{\psi^2 d_H} \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.16)$$
- $$\tau = 1 + \frac{d_{\text{Fen}} S_V}{4\psi}$$
- [8] KUB, KUB-YZ
(0,1 – 1200)
- $$\frac{-\nabla p D}{\rho_F \bar{u}_0^2} = \frac{d}{D} \left(\frac{D^2}{A} \right) \frac{1}{Re_d} + \left(\frac{D}{B} \right) \quad (4.17)$$
- $$Re_d = \frac{\bar{u}_0 d}{\nu_F};$$
- $$\frac{A}{D^2} = \frac{0,327 \psi^{4,07}}{S_V D} \frac{d}{D}; \frac{B}{D} = 0,931 \frac{2\psi^{1,621}}{(S_V D)^{1,121}}$$
- [9] KUB-Y, KUB-YZ
(1200 – 6200)
- $$f_D = \frac{1,2}{\psi \sqrt{1-\psi}} \quad (4.18)$$
- $$f_D = \frac{4}{3} \frac{\nabla p D}{\rho_F \bar{u}_0^2} \frac{\psi^2}{(1-\psi)}$$
- [10] KUB
(50 – 6300)
- $$-\nabla p = (2,11\psi_P - 1,043) \cdot \bar{u}_0 + (-3,182\psi_P + 1,762) \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.19)$$
- [10] KUB-Y, KUB-YZ
(50 – 6300)
- $$-\nabla p = \left(\frac{\psi_P}{1-\psi_P} \right)_{\text{KUB}} \frac{1-\psi}{\psi} \frac{1-\psi_P}{(1-\psi_P)_{\text{KUB}}} \frac{\rho_F S_V}{\psi^3} \cdot \bar{u}_0^2 \quad (4.20)$$
- [11] KEL
- $$-\nabla p = \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned}
 & (0,8 \cdot 10^{-7} - 4800) \quad A \frac{(1-\psi)^2}{\psi^3} S_V^2 \mu_F \cdot \bar{u}_0 + B \frac{1-\psi}{\psi^3} S_V \rho_F \cdot \bar{u}_0^2 \\
 & \quad \frac{A}{(1-\psi)^2} = \sqrt{\frac{d}{2L}} \exp(4,4293C^{0,403}); \\
 & \quad \frac{B}{(1-\psi)^3} = \sqrt{\frac{d}{2L}} \exp(1,5)C^{3,15}; C = \frac{\psi}{1-\psi} \\
 [12] \quad \text{KEL} \quad & -\nabla p = \frac{1039-1002\psi}{D^2} \mu_F \cdot \bar{u}_0 + \quad (4.22) \\
 & \quad \frac{0,5138\psi^{-5,739}}{D} \rho_F \cdot \bar{u}_0^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [13;14] \quad \text{A15, FZK,} \quad & f_K = \frac{1}{Re_K} + 0,057 \quad (4.23) \\
 \text{KEL} \quad & \\
 (0,09 - 120) \quad & f_K = \frac{-\nabla p \sqrt{K_I}}{\rho_F \bar{u}_F^2}; Re_K = \frac{\bar{u}_F \sqrt{K_I}}{\nu_F}
 \end{aligned}$$

- [1] (Ferroni et al. 2022), [2] (Kaur und Singh 2022),
 [3] (Woodward et al. 2021), [4] (Inayat et al. 2016), [5] (Meinicke 2020),
 [6] (Dietrich et al. 2009) [7] (Beyer 2019), [8] (Jorge et al. 2019),
 [9] (Bastos Rebelo et al. 2018), [10] (Klumpp et al. 2014),
 [11] (Kumar und Topin 2014), [12] (Wu et al. 2010),
 [13] (Krishnan et al. 2008), [14] (Vafai und Tien 1982)

Die in Tabelle 4.1 dargestellte Übersicht zeigt deutlich, dass hinsichtlich der relevanten geometrischen bzw. hydraulischen Parameter zur Beschreibung des Druckverlustes in POCS noch kein Konsens vorliegt. Dies ist einerseits auf die hohe geometrische Komplexität poröser Medien und andererseits auf die stark variierenden Anwendungsbereiche zurückzuführen. Die Modellansätze wurden bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen anhand einer meist geringen Auswahl von Einheitszellentypen entwickelt, sodass eine generelle Anwendbarkeit auf beliebige Geometrien mindestens fraglich ist. Des Weiteren wurde das vorliegende Strömungsregime in den meisten Fällen nicht genau charakterisiert, obwohl die Klassifizierung nach Lasseux et al. (2011) nahelegt, dass verschiedene Regimegrenzen überschritten wurden. Zwar folgen die meisten Modelle der Form einer Darcy-Forchheimer-Gleichung (s. Gl. (4.3) bis (4.5)), doch kann diese mit unterschiedlichen Koeffizienten in drei Strömungsregimen Anwendung finden. Auf Basis dieser Beobachtungen werden die in Kapitel 1.2 gestellten Forschungsfragen für die vorliegende Arbeit folgendermaßen präzisiert:

- Sind die bereits für andere poröse Medien gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich der zu erwartenden Strömungsregime und deren Grenzen auf POCS übertragbar?

- Welcher Satz geometrischer Größen eignet sich, um zelltypübergreifend den Druckverlust in POCS zu beschreiben? Ist eines der oben beschriebenen Modelle auf beliebige Zellgeometrien übertragbar?

4.1.2 Konvektiver Wärmetransport

Nachdem im vorangegangenen Kapitel beleuchtet wurde, welche Strömungsregime in porösen Medien vorliegen können und welche Ansätze es zur Modellierung des Druckverlustes gibt, wird im Folgenden der aktuelle Stand der Technik in Bezug auf den konvektiven Wärmetransport präsentiert, der als Ausgangspunkt für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen in den Kapiteln 4.3.4 und 4.3.5 dient. Dabei stellt der Wärmeübergangskoeffizient α die zentrale Zielgröße dar, da sie die übertragbare Wärmestromdichte, bspw. von einer heißen Wand in ein kühleres Fluid, ins Verhältnis zur vorliegenden Temperaturdifferenz setzt (Incropera et al. 2007):

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_S - T_F) \quad (4.24)$$

Zweckmäßigerweise wird der Wärmeübergangskoeffizient in dimensionsloser Form als sogenannte Nusselt-Zahl angegeben, welche so auch in dieser Arbeit Anwendung findet:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L_C}{\lambda_F} \quad (4.25)$$

Diese bezieht sich im Folgenden, wenn es nicht anders spezifiziert ist, auf den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten der gesamten Struktur. Weitere, für den Wärmeübergang und auch diese Arbeit relevante dimensionslose Kennzahlen sind die Reynolds- (s. Gl. (4.8)) und Prandtl-Zahl Pr :

$$Pr = \frac{\nu_F \cdot \rho_F \cdot c_{p,F}}{\lambda_F} = \frac{\nu_F}{\alpha_F} \quad (4.26)$$

Je nach Geometrie, thermischer Randbedingung, Prandtl-Zahl sowie hydraulischem und thermischem Strömungszustand können zwischen diesen Kennzahlen unterschiedliche funktionelle Zusammenhänge vorliegen (Incropera et al. 2007). Dabei folgen zahlreiche Lösungen einfacher Geometrien (Schlichting und Gersten 2017) der unten stehenden Form, die als Näherung auch für komplexere Strukturen häufig Anwendung findet:

$$Nu = A \cdot Re^n \cdot Pr^m \quad (4.27)$$

Die nachfolgende Übersicht, wie auch diese Arbeit, beschränkt sich dabei auf funktionelle Zusammenhänge bei hydrodynamisch und thermisch eingelau-

fenen Strömungen Newtonscher Fluide mit Prandtl-Zahlen von $Pr > 0,5$ bei vernachlässigbaren Wandeffekten. Der eingegrenzte Prandtl-Zahlbereich stellt sicher, dass die thermischen Grenzschichten kleiner als die hydrodynamischen sind, woraus sich vergleichbare Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich des konvektiven Wärmetransports ergeben (Schlichting und Gersten 2017). Weiterhin werden näherungsweise konstante und isotrope Stoffeigenschaften vorausgesetzt sowie ausschließlich thermische Randbedingungen 1. und 3. Art untersucht, die sich hinsichtlich des resultierenden Wärmeübergangskoeffizienten in porösen Medien nur geringfügig unterscheiden (Meinicke 2020). Um die verfügbare Literaturbasis zu erweitern, werden zudem Untersuchungen zum Stoffübergangskoeffizienten β bzw. der dazugehörigen dimensionslosen Sherwood-Zahl Sh in die Betrachtung einbezogen.

$$Sh = \frac{\beta \cdot L_C}{\delta} \quad (4.28)$$

Zwischen konvektivem Wärme- und Stofftransport liegt eine Analogie vor, die es erlaubt Erkenntnisse und funktionelle Zusammenhänge zwischen beiden Fällen zu übertragen (Ferroni et al. 2021; Incropera et al. 2007). Aufgrund der daraus folgenden strukturellen Ähnlichkeit der Erhaltungsgleichungen kann ein Äquivalent zu Gl. (4.27) formuliert werden:

$$Sh = A \cdot Re^n \cdot Sc^m \quad (4.29)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nachfolgend aber nur auf den Wärmetransport Bezug genommen, auch wenn in den entsprechenden Arbeiten aus der Literatur der Stofftransport untersucht wurde. Lediglich die Modelle (s. Tabelle 4.2) werden in ihrer originalen Form angegeben.

Analog zu Kapitel 4.1.1 beginnt die Übersicht im Darcy-Regime (I). Während der Druckgradient für den Grenzfall $Re \rightarrow 0$ ebenfalls diesem Wert entgegenstrebt (s. Gl. (4.1)), nimmt die Nusselt-Zahl bei Durchströmung von Kanälen (Incropera et al. 2007), Steganordnungen (Pallares und Grau 2010; Kuwahara et al. 2001) sowie Schwämmen und POCS (Meinicke et al. 2019) einen konstanten Wert größer Null an:

$$Nu = A_I > 0 \quad (4.30)$$

Der Grund dafür liegt in der Ausbildung der thermischen Grenzschicht, deren Dicke antiproportional zum Wärmeübergangskoeffizienten und damit zur Nusselt-Zahl ist (Schlichting und Gersten 2017). In Regime I füllt sie den gesamten Strömungsquerschnitt aus (ausgebildeter Zustand), wodurch ihre Dicke nicht von der Strömung, sondern ausschließlich von der Geometrie der durch-

strömten Struktur beeinflusst wird (Meinicke 2020). Da in diesem Fall die thermische Grenzschicht ihre maximale, aber endliche Dicke erreicht, nimmt die Nusselt-Zahl einen konstanten Wert an, der gleichzeitig das Minimum darstellt. Jedoch ist in einigen Arbeiten trotz niedriger Reynolds-Zahlen, die das Vorliegen von Regime I vermuten lassen, eine deutliche Abhängigkeit der Nusselt- von der Reynolds-Zahl zu erkennen (Ferroni et al. 2021; Papetti et al. 2018). Diese abweichenden Beobachtungen werden durch eine implizite Vernachlässigung der molekularen Wärmeleitung im Fluid bei der Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten anhand einer Energiebilanz um das System hervorgerufen. Meinicke (2020) bezeichnete diese Variante als Bilanzmethode und verglich diese mit einer lokalen Auswertung des Fourierschen Gesetzes zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten. Dabei stellte er fest, dass bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten beide Methoden zu nahezu identischen Ergebnissen führen, während die Bilanzmethode den Wärmeübergangskoeffizienten im Darcy-Regime deutlich unterschätzt. Deshalb erfolgt die Auswertung des Wärmeübergangskoeffizienten auch in dieser Arbeit ausschließlich auf Basis des Fourierschen Gesetzes (s. Kapitel 4.2.2). Ein weiterer Faktor, der zu Abweichungen von der konstanten Nusselt-Zahl führen kann, ist axiale Wärmeleitung. In den meisten Fällen dominiert bei diabaten Durchströmungsproblemen der Enthalpie- gegenüber dem axial durch Wärmeleitung verursachten Wärmestrom. Doch bei niedrigen Péclet-Zahlen (für eine Rohrströmung $Pe < 50$) ist dessen Einfluss nicht vernachlässigbar (Weigand und Abdelmoula 2014):

$$Pe = Pr \cdot Re \quad (4.31)$$

Dies führt dazu, dass bei Reduktion der Reynolds- und damit auch Péclet-Zahl der Wärmeübergangskoeffizient bis zu einem zweiten Plateau ansteigt (Weigand und Abdelmoula 2014), was auch im Rahmen dieser Arbeit beobachtet werden konnte (vgl. Abbildung 4.24).

Die Regime II bis IV werden hinsichtlich des Wärmetransports experimentell nicht unterschieden, sondern unter dem laminaren Bereich zusammengefasst. Dies liegt vor allem an der vergleichsweise geringen Zahl an experimentellen Datenpunkten, die in diesem Bereich üblicherweise verfügbar ist. Anhand der Ergebnisse für Schüttungen (Reichelt et al. 2017; Gnielinski 1980), Stege (Gnielinski 1978; Žukauskas 1972), Schwämme (Giani et al. 2005; Younis und Viskanta 1993) und POCS (Papetti et al. 2018) lassen sich bei laminarer Strömung für Gl. (4.27) typische Exponenten im Bereich $0,33 \leq n \leq 0,63$ identifizieren, während der Faktor A je nach Geometrie stark variiert und nicht systematisch eingegrenzt werden kann. Einen detaillierteren Einblick in das laminare

Regime erlauben hingegen numerische Simulationen, die gerade bei niedrigen Reynolds-Zahlen mit vergleichsweise geringem Aufwand durchgeführt werden können. Dabei wurden jedoch für Regime III teilweise wesentlich geringere Exponenten ($0,14 \leq n \leq 0,45$) festgestellt (Ferroni et al. 2021; Iasiello et al. 2017; Fowler und Bejan 1994). Fowler und Bejan (1994), die numerisch die Durchströmung von Stegen untersuchten, führten diesen Unterschied darauf zurück, dass in den zum Vergleich herangezogenen experimentellen Arbeiten, anders als angenommen, eine thermisch nicht vollständig eingelaufene Strömung vorlag. Bei Auswertung der Simulationsergebnisse für die ersten zehn Stegreihen, was der Länge der experimentellen Aufbauten entsprach, konnte eine gute Übereinstimmung erzielt werden, während eine Auswertung im vollständig eingelaufenen Bereich zu den zuvor beobachteten Abweichungen führte. Auch in POCS liegen nach den Arbeiten von Iasiello et al. (2017) und Wu et al. (2011) thermische Einlaufängen vor, die sich bis zur zehnten Einheitszelle erstrecken können. Somit könnten gerade Untersuchungen mit kurzen Probenkörpern (Balzarotti et al. 2021; Papetti et al. 2018) ebenfalls von Einlaufeffekten betroffen sein. Diese scheinen jedoch in Regime IV eine wesentlich geringere Rolle zu spielen. Auch bei eingelaufener Strömung ergaben die Simulationen von Ferroni et al. (2021) Exponenten zwischen $0,45 \leq n \leq 0,67$, was dem experimentell ermittelten Bereich für laminare Strömungen entspricht.

Im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung steigt der Exponent auf Werte zwischen $0,55 \leq n \leq 0,73$ an (Žukauskas 1972), während bei turbulenter Strömung (Regime V) noch größere Exponenten zwischen $0,7 \leq n \leq 0,96$ ermittelt wurden (Reichelt et al. 2017; Younis und Viskanta 1993; Gnielinski 1980, 1978; Žukauskas 1972).

Anhand der vorgestellten Untersuchungen ist zu erkennen, dass das vorliegende Strömungsregime in unterschiedlichsten porösen Medien einen starken Einfluss auf den konvektiven Wärmetransport hat. Dabei lässt sich die Nusselt-Zahl stets mit Potenzfunktionen (s. Gl. (4.27)) oder einer Überlagerung solcher Funktionen beschreiben. Jedoch verändern sich je nach Regime und Geometrie der Faktor A und der Wertebereich des Exponenten n . Somit ist für ein zielgerichtetes Design von POCS der Zusammenhang zwischen ihrer Geometrie und den resultierenden Parametern in Gl. (4.27) von großem Interesse, weshalb dieser auch in der vorliegenden Arbeit analysiert und in Relation zu den oben beschriebenen Erkenntnissen gesetzt wird (s. Kapitel 4.3.4). Doch auch in der Literatur

wurden bereits verschiedene experimentelle¹ und numerische² Arbeiten durchgeführt, die sich auf eine Untersuchung dieses Zusammenhangs speziell für POCS fokussierten.

Wu et al. (2011) analysierten mit numerischen Simulationen den konvektiven Wärmetransport in luftdurchströmten Kelvin-Zellen. Dabei wurden sowohl die **Porosität** als auch die **Größe der Einheitszelle** variiert, deren Erhöhung in beiden Fällen zu einer Reduktion des erzielbaren Wärmeübergangskoeffizienten führte. Darauf basierend wurde eine Korrelation (s. Gl. (4.39)) abgeleitet, die genau der Form von Gl. (4.27) entspricht und diese Einflüsse im Vorfaktor A berücksichtigt. Lediglich der Einfluss der Prandtl-Zahl wurde nicht einbezogen, da das Arbeitsmedium nicht variiert wurde.

Zu vergleichbaren Ergebnissen kamen auch Iasiello et al. (2017), die ebenfalls Kelvin-Zellen bei Durchströmung mit Luft numerisch untersuchten. Während die Strukturen bei Wu et al. (2011) über runde **Stegquerschnitte** verfügten, wurden in dieser Arbeit dreieckige Formen untersucht, die zu einer Reduktion des konvektiven Wärmeübergangs führten. Entsprechend wurde eine neue Korrelation (s. Gl. (4.38)) mit angepassten Koeffizienten entwickelt.

Neben dem Druckverlust (s. Kapitel 4.1.1) bestimmten Bastos Rebelo et al. (2018) bei ihren Experimenten mit Luft auch den Wärmeübergangskoeffizienten unterschiedlich geneigter kubischer Zellen. Neben der bereits oben genannten Porosität und Einheitszellengröße wurde somit auch der **Einheitszellentyp** verändert. Jedoch wurde ein vernachlässigbarer Einfluss festgestellt und der gesamte Datensatz mit einer angepassten Korrelation (s. Gl. (4.37)) beschrieben. Zusätzlich wurde, trotz fehlender Variation des fluiden Mediums, der Einfluss der Prandtl-Zahl diesmal berücksichtigt. Dabei wurde der Exponent auf einen Wert von $m = 1/3$ gesetzt, was dem aus der Grenzschichttheorie ermittelten Limit für $Pr \rightarrow \infty$ entspricht (Schlichting und Gersten 2017).

Während sich die zuvor genannten Arbeiten auf ein bestimmtes Regime (III bzw. Übergangsbereich zwischen IV und V) fokussierten, analysierten Patel und Talukdar (2020) den **Strömungsregimebereich** von I bis III bei unterschied-

¹ Aider et al. 2022; Balzarotti et al. 2021; Bastos Rebelo et al. 2018; Papetti et al. 2018.

² Dubil et al. 2023, 2022a, 2022b; Kaur und Singh 2022; Patel und Talukdar 2020; Ferroni et al. 2021; Meinicke et al. 2019; Iasiello et al. 2017; Wu et al. 2011.

lichen Prandtl-Zahlen. Die Simulationsergebnisse durchströmter kubischer Zellen mit rechteckigen Stegquerschnitten ergaben, wie erwartet, Abschnitte mit unterschiedlichen Kurvenverläufen, die mit überlagerten Potenzfunktionen beschrieben wurden (vgl. Gl. (4.36)). Um den Beitrag der hohen spezifischen Oberfläche zum Gesamtwärmetransport zu berücksichtigen, wurde diese Größe bei der Definition der Nusselt-Zahl berücksichtigt. Auch Aguirre et al. (2020) nutzten eine Überlagerung von Potenzfunktionen (s. Gl. (4.35)), um die Simulationsergebnisse einer mit Sauerstoff und Kohlenstoffmonoxid durchströmten Kelvin-Zelle zu beschreiben.

Analog zu Bastos Rebelo et al. (2018) untersuchten Ferroni et al. (2021) unterschiedliche **Einheitszellentypen**. Mit Hilfe numerischer Simulationen wurde bei einer Gasströmung aus Stickstoff, Sauerstoff und Kohlenstoffmonoxid der Wärmeübergangskoeffizient in Diamant- und Kelvin-Zellen bestimmt. Der gesamte laminare Bereich von Regime I bis IV wurde abgedeckt, jedoch wurde dabei die von Meinicke (2020) kritisierte Bilanzmethode angewandt, sodass die Ergebnisse für Regime I in Zweifel gezogen werden müssen. Nichtsdestotrotz zeigen sich in den anderen Regimen zwischen den beiden Einheitszellentypen deutliche Unterschiede in Bezug auf Höhe und Verlauf der Nusselt-Kurven. Zwar widerspricht dies den Ergebnissen von Bastos Rebelo et al. (2018), doch auch Papetti et al. (2018) stellten bei ihren experimentellen Arbeiten deutliche Unterschiede zwischen kubischen, geneigten kubischen, Oktett- und Kelvin-Zellen fest, wenn auch Einlauffeffekte aufgrund der kurzen Probenkörper nicht ausgeschlossen werden können.

Hinsichtlich des Einflusses der Einheitszelle sei an dieser Stelle noch die Arbeit von Kaur und Singh (2022) erwähnt, obwohl bei den numerischen Simulationen eine Randbedingung 2. Art verwendet wurde. Auch in diesem Fall wurden für Kelvin-, Dodekaeder- und Oktett-Zellen verschiedene Wärmeübergangskoeffizienten festgestellt. Allerdings gelang es durch eine Entdimensionierung mit Hilfe des **Porendurchmessers** diesen Einfluss zu berücksichtigen.

Weiterhin wiesen Ferroni et al. (2021) darauf hin, dass die Zellgröße bei konstanter Porosität linear mit dem **Stegdurchmesser** verbunden ist. Keiner der beiden Parameter kann unabhängig vom anderen erhöht werden, was jeweils zu einer Reduktion des Wärmeübergangskoeffizienten führt. Da hinsichtlich der an die Daten angepassten Exponenten n und der beobachteten Strömung eine generelle Ähnlichkeit zu quenumströmten Körpern und Steganordnungen beobachtet wurde, wurde von Ferroni et al. (2021) der Stegdurchmesser als charakteristische

Länge verwendet. Jedoch gelang es aufgrund der stark unterschiedlichen Verläufe der Nusselt-Kurven nicht, beide Zelltypen mit einem funktionellen Zusammenhang zu beschreiben. Stattdessen wurde die Diamant-Zelle mit einer Überlagerung von Potenzfunktionen und die Kelvin-Zelle mit einer abschnittsweise angepassten Funktion modelliert (vgl. Gl. (4.33)).

Auch Balzarotti et al. (2021) entwickelten auf Basis ihrer experimentellen Untersuchung kubischer Zellen, die mit unterschiedlich zusammengesetzten Gasen durchströmt wurden, eine Korrelation (s. Gl. (4.32)) mit dem Stegdurchmesser als charakteristische Länge. Der sich mit der Reynolds-Zahl verändernde Kurvenverlauf wurde dabei mit überlagerten Potenzfunktionen abgebildet. Eine Übersicht der in der Literatur verfügbaren Modelle zur Berechnung des Wärme- bzw. Stoffübergangskoeffizienten ist in Tabelle 4.2 zusammengestellt. In Analogie zu Kapitel 4.1.1 wird für jedes Modell der Bereich der untersuchten Zellreynolds-Zahl angegeben.

Tabelle 4.2: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten in POCS unter Angabe der untersuchten Einheitszellentypen sowie Zellreynolds-Zahlen Re_D (in Klammern darunter). In dieser Arbeit lag die Zellreynolds-Zahl in einem Bereich von $4 \cdot 10^{-3} < Re_D < 340$.

Quelle	Anwendungsbereich	Modellgleichungen
[1]	KUB (12 – 390)	$Sh_d = \psi^{-1}(0,29Re_d^{0,33} + 0,032Re_d^{0,8})Sc^{\frac{1}{3}} \quad (4.32)$ $Sh_d = \frac{\beta d}{\delta}; Re_d = \frac{u_0 d}{\nu_F}$
[2]	KEL (6 – 780)	$Nu_d = \psi^{-1,5} A Re_d^n Pr^{\frac{1}{3}} \quad (4.33)$ $Nu_d = \frac{\alpha d}{\lambda_F}; Re_d = \frac{u_0 d}{\nu_F}$ $1 \leq Re_d \leq 4: A = 0,924; n = 0,33$ $4 < Re_d \leq 25: A = 1,061; n = 0,23$ $25 < Re_d \leq 128: A = 0,257;$ $n = 0,67$
[2]	DIA (6 – 780)	$Nu_d = \psi^{-1,5} \left(1,029Re_d^{\frac{1}{3}} + 0,022Re_d^{0,8} \right) Pr^{\frac{1}{3}} \quad (4.34)$ $Nu_d = \frac{\alpha d}{\lambda_F}; Re_d = \frac{u_0 d}{\nu_F}$
[3]	KEL	$Sh_{S_V} = 1,94 + 0,41Re_{S_V}^{0,53} Sc^{0,33} \quad (4.35)$

$$\begin{aligned}
 & (0,5 - 10) \quad Sh_{S_V} = \frac{6\beta}{\delta_{S_V}}; Re_{S_V} = \frac{6u_0}{\psi\nu_{F,S_V}} \\
 [4] \quad & \text{KUB} \quad Nu_{S_V,D} = A \left(12 + 0,63Re_D^{0,4} Pr^{\frac{1}{3}} \right) \quad (4.36) \\
 & (1 - 100)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & Nu_{S_V,D} = \frac{\alpha_{S_V} D^2}{\lambda_F}; Re_D = \frac{\bar{u}D}{\nu_F} \\
 & \psi = 0,8: A = 1,1; \psi = 0,9: A = 0,9 \\
 [5] \quad & \text{KUB-Y,} \quad Nu_D = 0,8Re_D^{0,65} Pr^{0,333}\psi^{-1} \quad (4.37) \\
 & \text{KUB-YZ} \quad Nu_D = \frac{\alpha D}{\lambda_F}; Re_D = \frac{u_0 D}{\psi\nu_F} \\
 & (1200 - 6200)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [6] \quad & \text{KEL} \quad Nu_D = 1,594Re_D^{0,454}\psi^{0,1644} \quad (4.38) \\
 & (60 - 440) \quad Nu_D = \frac{\alpha D}{\psi\lambda_F}; Re_D = \frac{u_0 D}{\psi\nu_F}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [7] \quad & \text{KEL} \quad Nu_D = 2,0696Re_D^{0,438}\psi^{0,38} \quad (4.39) \\
 & (70 - 1300) \quad Nu_D = \frac{\alpha D}{\lambda_F}; Re_D = \frac{u_0 D}{\nu_F}
 \end{aligned}$$

[1] (Balzarotti et al. 2021), [2] (Ferroni et al. 2021), [3] (Aguirre et al. 2020),
 [4] (Patel und Talukdar 2020), [5] (Bastos Rebelo et al. 2018),
 [6] (Iasiello et al. 2017), [7] (Wu et al. 2011)

Aus den vorigen Ausführungen geht hervor, dass es bereits einige übereinstimmende Erkenntnisse zum Einfluss bestimmter geometrischer Parameter auf den Wärmeübergangskoeffizienten gibt, die schon in verschiedenen Korrelationen berücksichtigt werden (s. Tabelle 4.2). Auch der Einfluss des Strömungsregimes wird durch Eingrenzung des Gültigkeitsbereichs der Potenzfunktionen oder Überlagerungen dieser Funktionen einbezogen. Jedoch erfolgt die Einteilung in der Regel recht grob und es fehlt eine detaillierte Gegenüberstellung der hydrodynamischen Regime mit der daraus folgenden Kurvencharakteristik der Nusselt-Zahl. Zudem bleibt bisher der Einfluss des Einheitszellentyps auf den konvektiven Wärmeübergang weitestgehend unklar. Abgesehen von widersprüchlichen Ergebnissen zu dessen (nicht-)existierendem Effekt, werden die Koeffizienten der Korrelationen zelltypspezifisch angepasst oder gar abweichende Anpassungsfunktionen vorgeschlagen (vgl. Gl. (4.33) und (4.34)). Damit ist die Übertragbarkeit eines Modells von einem Einheitszellentyp auf einen anderen fraglich, was den Designprozess für POCS auf bereits untersuchte Geometrien limitiert. Deshalb sollen im Rahmen dieser Arbeit für den konvektiven Wärmetransport folgende präzisierte Forschungsfragen untersucht werden:

- Wie wirken sich die in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Strömungsregime, insofern sie auch in POCS nachgewiesen werden können, auf den konvektiven Wärmeübergang aus?
- Wie wirkt sich der Einheitszellentyp auf den konvektiven Wärmeübergang aus? Welcher Satz geometrischer Parameter eignet sich zur Beschreibung dieses Einflusses in einem Berechnungsmodell?

4.2 Numerisches Modell

4.2.1 Aufbau des Simulationsmodells

Modellgleichungen

Zur numerischen Untersuchung des Druckverlustes und des konvektiven Wärmeübergangs in einphasig durchströmten POCS wird ein entsprechendes Simulationsmodell benötigt. Die im Folgenden vorgestellte Variante wurde bereits in mehreren Publikationen verwendet und beschrieben (Dubil et al. 2023, 2022a, 2022b). Sowohl zur Erstellung der numerischen Rechengitter als auch zur Durchführung der Simulationen wird die Open-Source-Software OpenFOAM (Weller et al. 1998) in der Version 6 verwendet. Für das in Kapitel 4 zu untersuchende System und somit auch das Modell werden in dieser Arbeit folgende Prämissen festgelegt:

1. Der Einfluss von Strahlung, Dissipation und Gravitation ist vernachlässigbar.
2. Das fluide Medium wird als Kontinuum betrachtet und entspricht Wasser (inkompressibel, Newtonsche Eigenschaften) mit konstanten und isotropen Stoffdaten bei 1 bar und 32 °C.
3. Die Strömung ist laminar sowie in alle Richtungen periodisch und sowohl hydrodynamisch als auch thermisch eingelaufen.
4. Einflüsse einer die poröse Struktur umgebenden Kanalwand sind vernachlässigbar klein.
5. Die Oberfläche der festen Phase ist glatt, ruht und weist eine konstante Temperatur auf.

Aus den ersten beiden Prämissen folgen die vereinfachten Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie (Gl. (4.40) bis (4.42)), die die Transportprozesse in der fluiden Phase beschreiben (Ferziger und Peric 2008):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_F} + \nu_F \nabla^2 \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{u}) = a_F \nabla^2 T \quad (4.42)$$

Die für das fluide Medium verwendeten Stoffdaten, die sowohl den Berechnungen in Kapitel 4 als auch 5 zu Grunde liegen, sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Tabelle 4.3: Stoffdaten von Wasser bei einem Druck von 1 bar und einer Temperatur von 32 °C.

$\rho / \text{kg/m}^3$	$c_p / \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	$\nu / \text{m}^2/\text{s}$	$\lambda / \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$	$Pr / -$
995	4180	$7,68 \cdot 10^{-7}$	0,617	5,18

OpenFOAM bietet zur numerischen Lösung unterschiedlicher Sätze von Erhaltungsgleichungen entsprechende Löser an (Greenshields 2018). Für das vorliegende Problem wird im Falle stationärer Strömungen der Löser „buoyantBoussinesqSimpleFoam“ und für instationäre Fälle „buoyantBoussinesqPimpleFoam“ genutzt. Die verwendeten numerischen Einstellungen sind für beide Löser in Tabelle B.1 und Tabelle B.2 im Anhang zusammengefasst.

Randbedingungen und Simulationsvolumen

Um die Erhaltungsgleichungen problemspezifisch lösen zu können, müssen Randbedingungen definiert werden, deren Auswahl gemäß den oben geschilderten Prämissen erfolgt. Diese sind exemplarisch für eine kubische Zelle in Abbildung 4.1 zusammengefasst und werden im Folgenden erläutert.

Eine hydrodynamisch und thermisch eingelaufene Strömung lässt sich effizient mit sogenannten periodischen Randbedingungen realisieren. Dabei werden zwei Ränder eines sich räumlich periodisch wiederholenden Volumens so miteinander gekoppelt, dass sich die lokalen Strömungsgrößen gegenseitig beeinflussen und ihre räumliche Periodizität gewährleistet wird. Ein solches Volumen stellt für POCS, aber auch für die in dieser Arbeit untersuchten Steganordnungen, die Einheitszelle dar (s. Kapitel 3). An ihren in Hauptströmungsrichtung (x) orientierten Rändern ist die Geschwindigkeit identisch, während für Druck

und Temperatur ein Gradient aufgeprägt werden muss, um ein Erliegen der Strömung sowie des Wärmetransports zu verhindern.

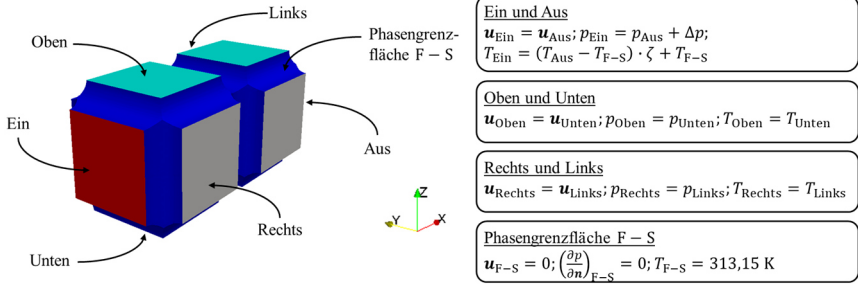


Abbildung 4.1: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Randbedingungen am Beispiel des Fluidvolumens einer kubischen Zelle (Dubil et al. 2023).

Daraus resultieren folgende periodische Randbedingungen für eine thermische Randbedingung 1. Art an der Oberfläche des Festkörpers (Beale und Spalding 1998):

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x + N_x \cdot D_L, y, z) \quad (4.43)$$

$$p(x, y, z) = p(x + N_x \cdot D_L, y, z) + \Delta p \quad (4.44)$$

$$T(x, y, z) = (T(x + N_x \cdot D_L, y, z) - T_{\text{F-S}}) \cdot \zeta + T_{\text{F-S}} \quad (4.45)$$

Bei festgelegter Strömungsgeschwindigkeit sind der Druckverlust Δp und der Koeffizient ζ a priori nicht bekannt, da sie unter anderem von der Geometrie der untersuchten Struktur abhängen. Deshalb werden diese Größen während der Simulation iterativ ermittelt. Für den Druckverlust entwarfen Martinez et al. (2015) eine entsprechende Berechnungsmethode unter Verwendung eines Relaxationsfaktors ϵ zur Stabilisierung der Iteration. Diese wird in leicht angepasster Variante auch in dieser Arbeit verwendet und zusätzlich für eine Bestimmung von ζ modifiziert:

$$\Delta p = \Delta p_{\text{Alt}} \left(\frac{\bar{u}_{\text{Ein,Soll}}}{\bar{u}_{\text{Ein}}} \right)^2 \cdot \epsilon + \Delta p_{\text{Alt}} \cdot (1 - \epsilon) \quad (4.46)$$

$$\zeta = \zeta_{\text{Alt}} \left(\frac{\bar{T}_{\text{Ein,Soll}} - T_{\text{F-S}}}{\bar{T}_{\text{Ein}} - T_{\text{F-S}}} \right) \cdot \epsilon + \zeta_{\text{Alt}} \cdot (1 - \epsilon) \quad (4.47)$$

Somit können unter Vorgabe einer Geschwindigkeit $\bar{u}_{\text{Ein,Soll}}$ und Temperatur $\bar{T}_{\text{Ein,Soll}}$ an der Eintrittsfläche des Simulationsvolumens Δp und ζ ermittelt werden. Für den Fall instationärer Simulationen wird die iterative Bestimmung

des Druckverlustes jedoch deaktiviert, da sie der Strömung zeitliche Druckschwankungen aufprägt, die das Simulationsergebnis beeinflussen können (Beale und Spalding 1999).

Nach Sicherstellung einer eingelaufenen Strömung ist der Einfluss umgebender Kanalwände auszuschließen. Auch in diesem Fall stellen periodische Randbedingungen ein geeignetes Mittel dar, da sie sowohl die symmetrischen Strukturen stationärer Strömungen erfassen als auch bei instationärer Strömung einen Fluidtransport quer zur Hauptströmungsrichtung erlauben. Für die entsprechend orientierten Simulationsränder (y, z) sind Geschwindigkeit, Druck und Temperatur identisch, sodass in Y-Richtung folgende Randbedingungen angewendet werden, die sich analog auch auf die Z-Richtung übertragen lassen:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x, y + N_y \cdot D_T, z) \quad (4.48)$$

$$p(x, y, z) = p(x, y + N_y \cdot D_T, z) \quad (4.49)$$

$$T(x, y, z) = T(x, y + N_y \cdot D_T, z) \quad (4.50)$$

Zuletzt muss die Interaktion mit der Festkörperoberfläche definiert werden. Da das Fluid an der Grenzfläche die gleiche Geschwindigkeit wie die feste Phase annimmt, wird entsprechend der oben festgelegten Prämissen eine Geschwindigkeit von $\mathbf{u} = 0$ m/s festgelegt. Kein Fluid soll über die Phasengrenzfläche dringen, sodass auch der resultierende Druckgradient normal zur Oberfläche auf einen Wert von $\partial p / \partial n = 0$ gesetzt werden kann. Schließlich wird die letzte Prämisse erfüllt, indem an der Grenzfläche für das Fluid eine dem Festkörper entsprechende Temperatur von $T = 313,15$ K definiert wird.

Neben der Realisierung eingelaufener Strömungen und der Vermeidung von Wandeffekten bietet der Einsatz periodischer Randbedingungen den wesentlichen Vorteil, das Simulationsvolumen auf einen repräsentativen Ausschnitt des untersuchten Systems zu beschränken. Im Falle der hier untersuchten regelmäßigen Strukturen entspricht dieser Ausschnitt geometrisch einer Einheitszelle. Auch hinsichtlich der Hydrodynamik und des Wärmetransports wird bei laminaarer, stationärer Strömung eine einzige Zelle als repräsentativ erachtet (Ferroni et al. 2021; Beale und Spalding 1998), während bei instationärer Strömung mindestens zwei Zellen empfohlen werden (Beale und Spalding 1999). Entsprechende eigene Untersuchungen (s. Anhang B.1) stützen diese Empfehlungen, wobei im Falle instationärer Strömungen eine weitere Spezifizierung notwendig ist. Die Ausrichtung der Wirbel im Nachlauf der Stege alterniert von Reihe zu Reihe, sodass in Hauptströmungsrichtung bei fluchtenden Anordnungen zwei

Einheitszellen (bzw. Vielfache davon) notwendig sind, um eine periodische Strömung zu gewährleisten. Deshalb werden in dieser Arbeit für sämtliche POCS und geneigte Steganordnungen Simulationsvolumina verwendet, die in longitudinaler Richtung aus zwei und in transversaler Richtung aus einer Einheitszelle bestehen.

Entsprechende Randbedingungen werden auch für fluchtende und versetzte Steganordnungen verwendet. Um die Simulationen für diese Geometrien jedoch wesentlich zu beschleunigen, werden in diesen Fällen die Erhaltungsgleichungen nur in zwei Dimensionen (X- und Y-Richtung) numerisch gelöst. Damit wird vorausgesetzt, dass jegliche Geschwindigkeitskomponenten in Z-Richtung vernachlässigbar klein sind. Diese Annahme ist bis zu moderaten Reynolds-Zahlen gerechtfertigt, doch schon bei laminar stationärer Strömung können dreidimensionale Wirbelstrukturen entstehen (Chu et al. 2020). Diese führen in zweidimensionalen Simulationen mit mehr als einer Einheitszelle in transversaler Richtung zu Strömungsungleichverteilungen (Beale und Spalding 1999), die auch in dieser Arbeit beobachtet werden können (s. Anhang B.1). Deshalb werden diese Simulationen mit zwei Zellen in und quer zur Strömungsrichtung durchgeführt, um die Strömungsverteilung zu überprüfen und ungünstige Simulationen zu identifizieren sowie auszusortieren.

Ein Teil der oben geschilderten Randbedingungen kann mit in OpenFOAM bereits verfügbaren Funktionen (Greenshields 2018) implementiert werden. So werden die periodischen Randbedingungen (Gl. (4.43), (4.48) bis (4.50)) mit der sogenannten „cyclic“-Randbedingung realisiert. Konstante Werte einer bestimmten Größe werden mit „fixedValue“ und ein Gradient von Null mit „zeroGradient“ umgesetzt. Für die Gleichungen (4.44) und (4.45) gibt es hingegen keine bereits verfügbare Entsprechung. Deshalb wird die „fixedJump“-Randbedingung jeweils für Druck und Temperatur modifiziert und in den Open-Source-Code eingebunden.

Diskretisierung

Nach Definition des Simulationsvolumens sowie der Randbedingungen, müssen die oben geschilderten Erhaltungsgleichungen in Raum und Zeit diskretisiert werden. Dabei bedient sich OpenFOAM der Finite-Volumen-Methode (Weller et al. 1998), welche eine Unterteilung des Simulationsraums in diskrete Teilvolumina erfordert. Der unterteilte Raum wird dabei als numerisches Gitter bezeichnet, welches mit einer Kombination aus in OpenFOAM verfügbaren

Werkzeugen sowie einem selbst entworfenen Algorithmus erstellt wird (s. Abbildung 4.2).

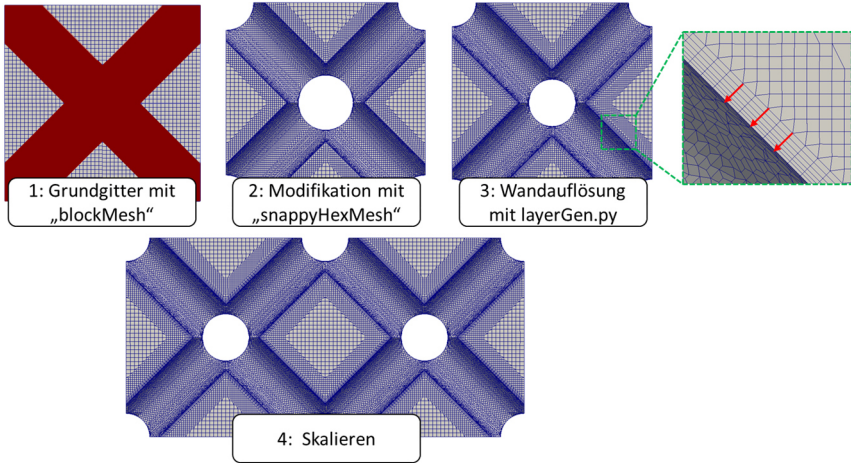


Abbildung 4.2: Darstellung der einzelnen Prozessschritte zur Erstellung des numerischen Rechengitters.

Als Basis wird zunächst mit Hilfe der Funktion „blockMesh“ der Raum einer Einheitszelle mit einem aus identischen Hexaedern bestehenden Gitter gefüllt. Im Anschluss daran findet eine Reihe von Modifikationen mit dem Werkzeug „snappyHexMesh“ (SHM) statt, das die zuvor in Kapitel 3 erstellten STL-Dateien der unterschiedlichen Geometrien zur Identifikation des Festkörpers im Raum nutzt. Zunächst werden Hexaeder, die sich innerhalb der festen Phase befinden, entfernt. Von den verbliebenen werden solche, deren Distanz zur Phasengrenzfläche weniger als 0,2 mm beträgt, verfeinert, indem sie in acht kleinere Volumina unterteilt werden. Schließlich findet eine Deformation der Hexaeder an der Phasengrenzfläche statt, um die Kontur der POCS-Geometrie adäquat wiederzugeben. Dort werden bei Strömungssimulationen üblicherweise besonders hohe Gradienten erwartet, die zur Reduktion des Diskretisierungsfehlers mit einem feinen Gitter aufgelöst werden sollten. Deshalb werden in einem dritten Schritt orthogonal zur Phasengrenzfläche flache Prismen hinzugefügt, indem mit einem eigens entwickelten Algorithmus (layerGen) die Flächenelemente entlang ihrer Normalen in den Festkörperraum projiziert werden. Die daraus resultierende Verkleinerung des Stegdurchmessers wird im Vorfeld bei der Erstellung der STL-Dateien berücksichtigt, um den letztlich gewünschten Wert zu erhalten.

Die Vorteile von layerGen gegenüber der in SHM verfügbaren Variante bestehen in einer reduzierten Verzerrung des restlichen Gitters bei der Erstellung der flachen Prismen sowie einer zuverlässigen und den Vorgaben entsprechenden Abdeckung der Oberfläche. Während layerGen in der Lage ist, die gesamte Phasengrenzfläche mit Prismen einer genau definierten Dicke zu bedecken, können mit SHM nur auf einem Teil der Oberfläche Prismen erstellt werden, die zudem hinsichtlich ihrer Dicke lokal stark variieren. Zwar können in beiden Fällen bei ausreichend feinem Gitter vergleichbare Ergebnisse erzielt werden, doch führen genau definierte Prismen in der Regel zu einem besseren Konvergenzverhalten und kleineren numerischen Fehlern (s. Kapitel 4.2.3). Aus diesem Grund wird der selbst entwickelte Algorithmus mit Ausnahme der doppelt geneigten kubischen und der Diamant-Zelle zur Erstellung sämtlicher Gitter verwendet. In diesen beiden Fällen sind die Normalenvektoren der Flächenelemente an den Rändern der Einheitszelle meist ungünstig orientiert, was zu Problemen bei der Erstellung der Prismen führt. Die Gitter dieser beiden Geometrien werden dementsprechend vollständig mit SHM erstellt. In einem letzten Schritt wird das Simulationsvolumen entsprechend der Anforderungen an die Zahl der Einheitszellen je Raumrichtung vervielfältigt und auf die korrekte Längeneinheit skaliert.

Schließlich müssen Diskretisierungsschemata definiert werden, nach denen die differentiellen Erhaltungsgleichungen in ein System algebraischer Gleichungen überführt werden können. Die in dieser Arbeit verwendeten Verfahren sind in Tabelle B.3 im Anhang zusammengefasst. Analog zum Raum muss auch eine zeitliche Diskretisierung erfolgen. Dazu wird in dieser Arbeit stets eine konstante Zeitschrittweite in Kombination mit den in Tabelle B.3 angegebenen Schemata verwendet.

4.2.2 Bestimmung der Zielgrößen

Das Ergebnis der numerischen Simulationen ist zunächst eine diskrete Verteilung von Geschwindigkeit, Druck und Temperatur im Raum, die erst durch verschiedene Auswerteroutinen in die gewünschten Zielgrößen überführt werden kann. Dazu wird in dieser Arbeit die von Gschaider (2010) entwickelte „swak4Foam“-Erweiterung genutzt, die eine komfortable Implementierung unterschiedlichster Berechnungsvorschriften erlaubt. Dabei werden die Zielgrößen nicht im gesamten Simulationsvolumen, sondern in einem Bereich ausgewertet,

der eine halbe Einheitszelle nach dem Eintrittsrand beginnt und eine halbe Zelle vor dem Austrittsrand endet (s. Abbildung 4.3).

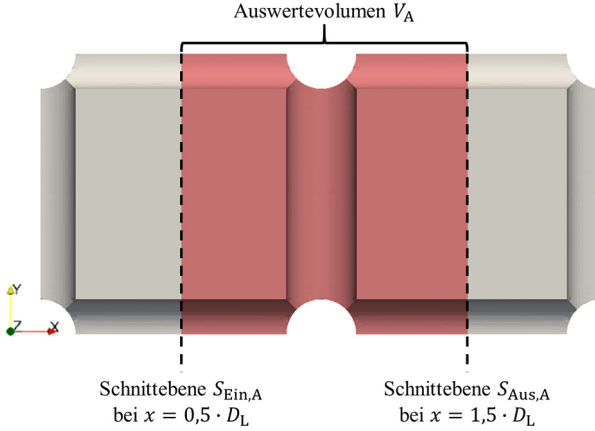


Abbildung 4.3: Definition des zur Auswertung der Zielgrößen genutzten Bereichs des Simulationsvolumens.

Dies ist insbesondere mit Blick auf die periodische Temperaturrandbedingung von Bedeutung (s. Gl. (4.45)). Bei kleinen Péclet-Zahlen ist zu erwarten, dass sich die Fluidtemperatur bereits nach einem kurzen Strömungsweg der Festkörpertemperatur annähert und somit die Temperaturdifferenzen zwischen beiden Phasen sehr gering werden. Daraus können hohe numerische Fehler bei der Berechnung der Temperaturen an den Simulationsrändern resultieren (Gamrat et al. 2008), weshalb die Auswertung auf den oben gezeigten Bereich eingeschränkt wird.

Drei für die hydrodynamischen Untersuchungen notwendige Größen sind die Leerrohrgeschwindigkeit \bar{u}_0 , die mittlere Strömungsgeschwindigkeit \bar{u} und der auf die Zelllänge bezogene Druckverlust $\Delta p/D_L$:

$$\bar{u}_0 = \frac{\dot{V}}{D_{T,y} \cdot D_{T,z}} = \frac{\sum_{S_{\text{Ein},A}} (u_{x,i} \cdot S_i)}{D_{T,y} \cdot D_{T,z}} \quad (4.51)$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}_0}{\psi} = \frac{\sum_{S_{\text{Ein},A}} (u_{x,i} \cdot S_i) \cdot D_L}{\sum_{V_A} V_i} \quad (4.52)$$

$$\frac{\Delta p}{D_L} = \frac{\bar{p}_{S_{\text{Ein},A}} - \bar{p}_{S_{\text{Aus},A}}}{D_L} = \frac{\frac{\sum_{S_{\text{Ein},A}}(p_i \cdot S_i)}{\sum_{S_{\text{Ein},A}}(S_i)} - \frac{\sum_{S_{\text{Aus},A}}(p_i \cdot S_i)}{\sum_{S_{\text{Aus},A}}(S_i)}}{D_L} \quad (4.53)$$

Während der bezogene Druckverlust eine integrale Form des Druckgradienten ∇p darstellt, ist eine der beiden Geschwindigkeiten Bestandteil eines jeden Druckverlustmodells (s. Tabelle 4.1). Zusätzlich wird die hydraulische Tortuosität τ nach Duda et al. (2011) berechnet, die für eine Anwendung des Modells von Meinicke (2020) notwendig ist:

$$\tau = \frac{|\bar{\mathbf{u}}|}{\bar{u}_x} = \frac{\sum_{V_A}(|\mathbf{u}_i| \cdot V_i)}{\sum_{V_A}(u_{x,i} \cdot V_i)} \quad (4.54)$$

Zur Identifikation unterschiedlicher Strömungsregime werden unter anderem Frequenzspektren von Druckschwankungen analysiert (s. Kapitel 4.3.1). Dazu wird der mittlere Druck in der ersten Schnittebene des Auswertevolumens $\bar{p}_{\text{Ein},A}$ bestimmt:

$$\bar{p}_{\text{Ein},A} = \frac{\sum_{S_{\text{Ein},A}}(p_i \cdot S_i)}{\sum_{S_{\text{Ein},A}}(S_i)} \quad (4.55)$$

Neben den hydrodynamischen sind für eine Analyse des konvektiven Wärmetransports auch thermische Zielgrößen von Bedeutung. Für den Wärmeübergangskoeffizienten α sind dies die mittlere Wärmestromdichte \bar{q}_{F-S} , die mittlere Fluidtemperatur \bar{T}_F und die durch die Randbedingung vorgegebene Grenzflächentemperatur T_{F-S} :

$$\alpha = \frac{\bar{q}_{F-S}}{(T_{F-S} - \bar{T}_F)} \quad (4.56)$$

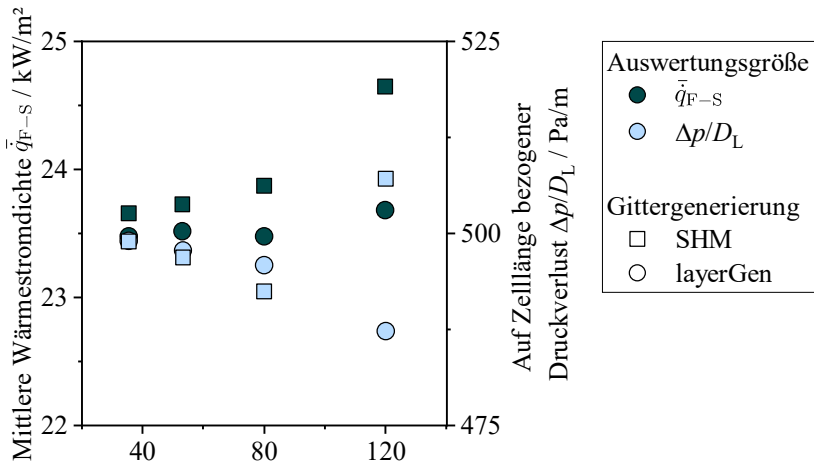
$$\bar{q}_{F-S} = \left(-\lambda_F \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right)_{F-S} = -\lambda_F \frac{\sum_{S_{F-S,A}} \left(\left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right)_i \cdot S_i \right)}{\sum_{S_{F-S,A}}(S_i)} \quad (4.57)$$

$$\bar{T}_F = \frac{\sum_{V_A}(|\mathbf{u}_i| \cdot T_i \cdot V_i)}{\sum_{V_A}(|\mathbf{u}_i| \cdot V_i)} \quad (4.58)$$

Mit Ausnahme von $\bar{p}_{\text{Ein},A}$ werden bei instationären Simulationen die oben beschriebenen Zielgrößen anhand der zeitlich gemittelten Geschwindigkeits-, Druck- und Temperaturfelder ermittelt. Dieses Verfahren bietet ohne großen Genauigkeitsverlust (s. Abbildung B.4 im Anhang) gegenüber einer Auswertung der zeitlich aufgelösten Felder mit anschließender Mittelung einen großen Speicherplatzvorteil. Dabei wird darauf geachtet, dass sich im ausgewerteten Zeitintervall die Strömung bereits voll entwickelt hat und eine weitere Vergrößerung dieses Intervalls einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Ergebnis aufweist.

4.2.3 Konvergenzstudien

Mit Hilfe numerischer Simulationen können Näherungslösungen für die in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Erhaltungsgleichungen berechnet werden. Dabei treten jedoch durch die Diskretisierung numerische Fehler auf, die zur Prüfung des Modells quantifiziert werden sollten. Dazu werden verschiedene Konvergenzstudien durchgeführt, anhand derer die Einflüsse des numerischen Gitters, der gewählten Zeitschrittweite sowie der Iterationsdauer auf die Simulationsergebnisse systematisch untersucht werden. Dabei besteht das Ziel darin, einen gangbaren Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Ergebnisse und dem Rechenaufwand der Simulationen zu finden.



Kantenlänge eines diskreten Teilvolumens Δx / μm

Abbildung 4.4: Verlauf der mittleren Wärmestromdichte und des längenbezogenen Druckverlustes innerhalb einer kubischen Zelle ($s_L = s_T = 2$; $Re = 11$) in Abhängigkeit der Basiskantenlänge des numerischen Rechengitters. Zwei verschiedene Verfahren wurden zur Erstellung der numerischen Gitter genutzt (s. Kapitel 4.2.1) (Dubil et al. 2023).

Das numerische Gitter wird anhand der Kantenlänge der diskreten Teilvolumina im ersten Schritt der Gittererzeugung (s. Abbildung 4.2) variiert. Die nachfolgende Verfeinerung sowie die Größe der wandnahen Prismen sind relativ dazu definiert, sodass sämtliche Teilvolumina näherungsweise um den gleichen Faktor verändert werden. Zusätzlich werden die zur Generierung der Prismen

verwendeten Methoden (SHM, layerGen) verglichen. Das Ergebnis einer solchen Gitterstudie ist exemplarisch für eine hydrodynamische ($\Delta p/D_L$) und eine thermische Zielgröße (\bar{q}_{F-S}) bei stationärer Strömung in einer kubischen Zelle in Abbildung 4.4 dargestellt. Die abgebildeten Kurvenverläufe zeigen deutlich, dass sich für beide Zielgrößen sowie beide Gittergenerierungsmethoden die Datenpunkte bei kleinerer Kantenlänge und somit feinerem Gitter asymptotisch einem konstanten Wert nähern. Dabei scheinen sowohl die mit SHM als auch mit layerGen erzeugten Gitter den gleichen Wert anzustreben, womit bei ausreichend kleiner Kantenlänge beide Verfahren zu vergleichbaren Ergebnissen führen. Allerdings konvergiert die zweite Methode gegenüber der ersten etwas schneller. Zur Auswahl einer konkreten Kantenlänge wird als Kriterium der von Roache (1994) empfohlene „Grid Convergence Index“ *GCI* verwendet, der ein Maß für den Diskretisierungsfehler ist:

$$GCI_{i,i+1} = \frac{3 \cdot \left| \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\phi_i} \right|}{\left(\frac{\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i} \right)^O - 1} \quad (4.59)$$

$$O = \frac{\ln \left(\frac{\phi_{i+2} - \phi_{i+1}}{\phi_{i+1} - \phi_i} \right)}{\ln \left(\frac{\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i} \right)} \quad (4.60)$$

Für verschiedene Geometrien, Reynolds-Zahlen sowie beide Löser wird diese Größe auf Basis dreier unterschiedlich feiner Gitter (i : fein, $i + 1$: mittel, $i + 2$: grob) berechnet. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind tabellarisch im Anhang B.1 zusammengefasst. Für **stationäre** Simulationen mit dem Löser „buoyantBoussinesqSimpleFoam“ stellt eine Kantenlänge von 53,3 μm einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit dar. Die resultierenden „Grid Convergence Indices“ liegen selbst bei konservativer Schätzung bei Werten unterhalb von 2,2%. Bei **instationärer** Simulation liegen typischerweise höhere Strömungsgeschwindigkeiten und deshalb steilere Gradienten vor. Dies erfordert feinere numerische Gitter, um die Verläufe der Strömungsgrößen weiterhin adäquat abzubilden. Da der Rechenaufwand somit immer weiter steigt, wird im Rahmen dieser Arbeit für die Reynolds-Zahl ein oberes Limit von $Re_{d^*} = 100$ festgelegt. Anhand der durchgeführten Konvergenzstudien wird für den Löser „buoyantBoussinesqPimpleFoam“ letztlich ein Gitter mit einer Kantenlänge von 46,7 μm ausgewählt. Die entsprechenden „Grid Convergence Indices“ erzielen Werte kleiner als 5,7%.

Dieses Verfahren kann analog auch auf eine Untersuchung der Zeitschrittweite übertragen werden (Roache 1994), die nur bei den instationären Simulationen von Bedeutung ist. Bei diesen Studien wird sichergestellt, dass die Zeitschrittweite so klein gewählt ist, dass die sogenannte Courant-Zahl (Ferziger und Peric 2008) (s. Gl. (4.61)) einen Wert von Eins nicht überschreitet, um die Stabilität und Genauigkeit der Simulationen nicht negativ zu beeinflussen (Greenshields 2018).

$$Co_{Max} = \text{Max} \left(\frac{\Delta t \cdot |\mathbf{u}_i|}{\Delta x_i} \right) \tag{4.61}$$

Auch die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind im Anhang B.1 zusammengefasst und ergeben, dass mit Zeitschritten von $\Delta t \leq 50 \mu s$ „Grid Convergence Indices“ unterhalb von 0,6% erzielt werden können.

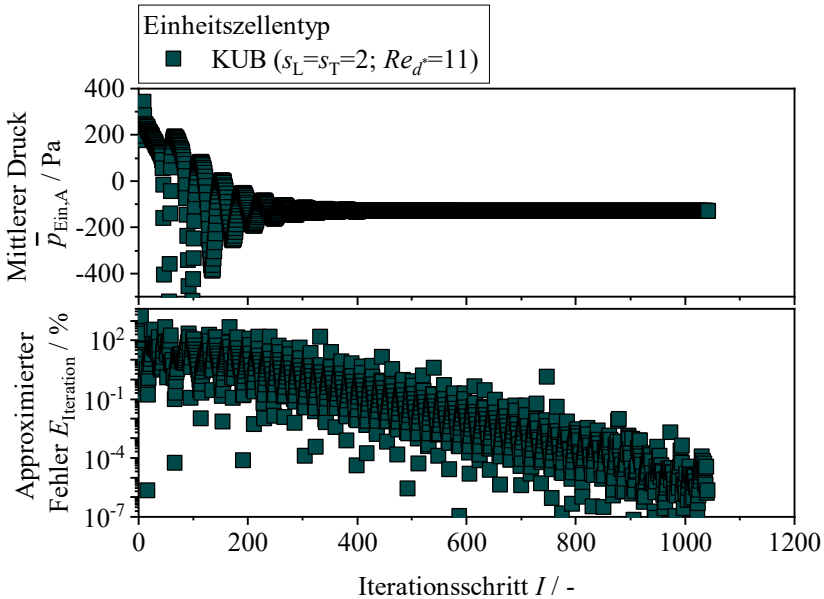


Abbildung 4.5: Verlauf des Drucks (oben) und des approximierten Iterationsfehlers (unten) nach dem Verfahren von André Martins und Henrique Marchi (2008) während einer stationären Simulation einer kubischen Zelle ($\Delta x = 53,3 \mu m$). Der Referenzdruck von 1 bar wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit von den Ergebnissen abgezogen. Als Abbruchkriterium wurde eine Residuengrenze von 10^{-8} festgelegt.

Anstelle der Zeitschrittweite Δt ist für stationäre Simulationen das Abbruchkriterium der Iteration entscheidend. Dazu können für sämtliche Strömungsgrößen Grenzwerte für die Residuen festgelegt werden, deren Unterschreiten zu einem Abbruch der Simulation führt. Der entsprechende Iterationsfehler wird mit dem von André Martins und Henrique Marchi (2008) vorgeschlagenen Verfahren abgeschätzt, das diesen auf Basis von in drei konsekutiven Iterationsschritten erzielten Ergebnissen ermittelt:

$$E_{I+2} = \frac{\phi_{I+2} - \phi_{I+1}}{O - 1} \quad (4.62)$$

$$O = \frac{\phi_{I+1} - \phi_I}{\phi_{I+2} - \phi_{I+1}} \quad (4.63)$$

Exemplarisch sind der Verlauf des mittleren Drucks $\bar{p}_{\text{Ein,A}}$ und des entsprechenden Fehlers für eine kubische Zelle in Abbildung 4.5 dargestellt. Wie in Kapitel 4.2.1 angemerkt, schwankt der mittlere Druck während der Simulation durch dessen iterative Bestimmung (s. Gl. (4.46)). Die Amplitude dieser Schwankung nimmt allerdings immer weiter ab, sodass der Druck einem konstanten Wert entgegenstrebt. Entsprechend weist auch der Verlauf des Iterationsfehlers eine Schwankung auf. Nichtsdestotrotz ist ersichtlich, dass dieser mit Fortschreiten der Simulation abnimmt und Werte deutlich unterhalb von 0,1% erreicht. Damit ist der Iterationsfehler bei der hier verwendeten Residuengrenze von 10^{-8} mindestens eine Größenordnung kleiner als die räumlichen Diskretisierungsfehler und wird in Relation zu diesen als vernachlässigbar klein erachtet. Für andere Geometrien und Reynolds-Zahlen werden vergleichbare Ergebnisse erzielt, sodass generell ein Wert von 10^{-8} für sämtliche Residuen als Grenze festgelegt wird.

4.2.4 Vergleich mit Literatur

Ein zentraler Bestandteil der Plausibilisierung von Simulationen ist der Vergleich mit analytischen Lösungen oder experimentellen Daten. Auch wenn die numerischen Fehler vergleichsweise gering sind, können unzutreffende Modellannahmen zu inkorrekten Lösungen führen. Deshalb werden die Simulationsergebnisse für die beiden zentralen Zielgrößen, Druckverlust und Wärmeübergangskoeffizient, in dimensionsloser Form mit entsprechenden experimentellen Literaturdaten verglichen (s. Tabelle 4.1). Zur Berechnung der Hagen-

(s. Gl. (4.6)) und Nusselt-Zahl (s. Gl. (4.25)) wird einheitlich der Stegdurchmesser als charakteristische Länge verwendet. Die Gültigkeitsbereiche der Modellgleichungen werden, falls angegeben, berücksichtigt.

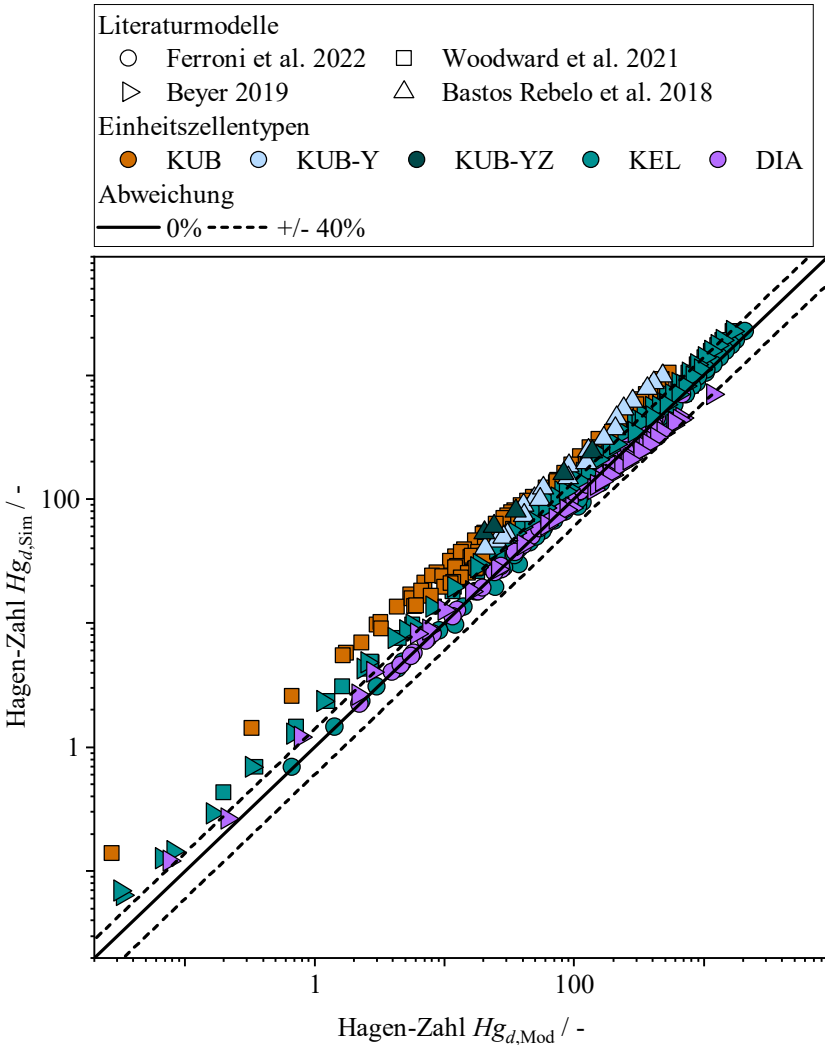


Abbildung 4.6: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Hagen-Zahl in unterschiedlichen Einheitszellen.

In Abbildung 4.6 sind Simulationsergebnisse für den Druckverlust in verschiedenen POCS-Einheitszellentypen unterschiedlichen Literaturmodellen gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt für die Diamant- und Kelvin-Zelle eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulationsergebnissen und den entsprechenden Modellen. Insbesondere bei höheren Hagen-Zahlen weisen die meisten Datenpunkte eine Abweichung $< 40\%$ auf, die allerdings bei niedrigen Druckverlusten deutlich ansteigt. Ähnliche Tendenzen zeigen auch die von Beyer (2019) ermittelten experimentellen Datenpunkte, sodass die Vermutung nahe liegt, dass die entsprechenden Modelle in diesem Bereich eine erhöhte Unsicherheit aufweisen. Aufgrund der gewählten Datenpräsentation von Woodward et al. (2021) und Beyer (2019) können die betroffenen Datenpunkte allerdings nicht im Detail geprüft werden. Für die geneigte und doppelt geneigte kubische Zelle liegt das Simulationsergebnis deutlich oberhalb der Modellvorhersage von Bastos Rebelo et al. (2018). Das Modell setzt jedoch voraus, dass der Einfluss viskoser Kräfte vernachlässigbar klein ist und berücksichtigt nur den zweiten Term des Darcy-Förchheimer-Ansatzes (s. Gl. (4.3)). Dies ist jedoch selbst für die höchsten in dieser Arbeit erzielten Reynolds-Zahlen noch nicht der Fall (s. Kapitel 4.3.1), sodass die Abweichungen wahrscheinlich auf das Vorliegen unterschiedlicher Strömungsregime zurückzuführen sind. Die großen Diskrepanzen, die anhand der kubischen Zelle beobachtet werden können, lassen sich nicht ohne Weiteres aufklären. Es ist jedoch auffällig, dass Woodward et al. (2021) für diese Struktur bei niedrigen Reynolds-Zahlen nur wenige Datenpunkte erhoben haben. Somit liegt die Vermutung nahe, dass bei der Erstellung der Modellgleichung eine starke Gewichtung in Richtung hoher Reynolds-Zahlen und somit turbulenter Strömungen vorlag. Ein weiterer Aspekt, der bei dem oben gezeigten Vergleich berücksichtigt werden sollte, ist die Fertigungsgüte der porösen Strukturen. Während virtuell generierte POCS nahezu ideal der vorgegebenen Geometrie entsprechen, weisen additiv gefertigte Strukturen unterschiedliche Defekte, wie eine veränderte Einheitszellengeometrie (Ferroni et al. 2022; Woodward et al. 2021) oder Rauigkeiten auf (Bastos Rebelo et al. 2018; Klumpp et al. 2014). Diese werden zwar bis zu einem gewissen Grad durch bspw. Messungen der Porosität und der spezifischen Oberfläche berücksichtigt, doch lassen sich einige Einflüsse nur schwer quantifizieren, wie von Ferroni et al. (2022) gezeigt wurde.

Aufgrund dieser Effekte sowie der doch noch recht eingeschränkten Datenbasis für POCS werden zusätzlich Steganordnungen in den Literaturvergleich einbezogen. Diese werden bspw. im Kontext von Rohrbündelwärmeübertragern schon seit langem untersucht, sodass zahlreiche gut abgesicherte Korrelationen

verfügbar sind. Zudem werden zur Herstellung der experimentellen Aufbauten klassische Fertigungsverfahren bei im Vergleich zu POCS großen Maßstäben genutzt, die wesentlich geringere fertigungsbedingte Einflüsse erwarten lassen.

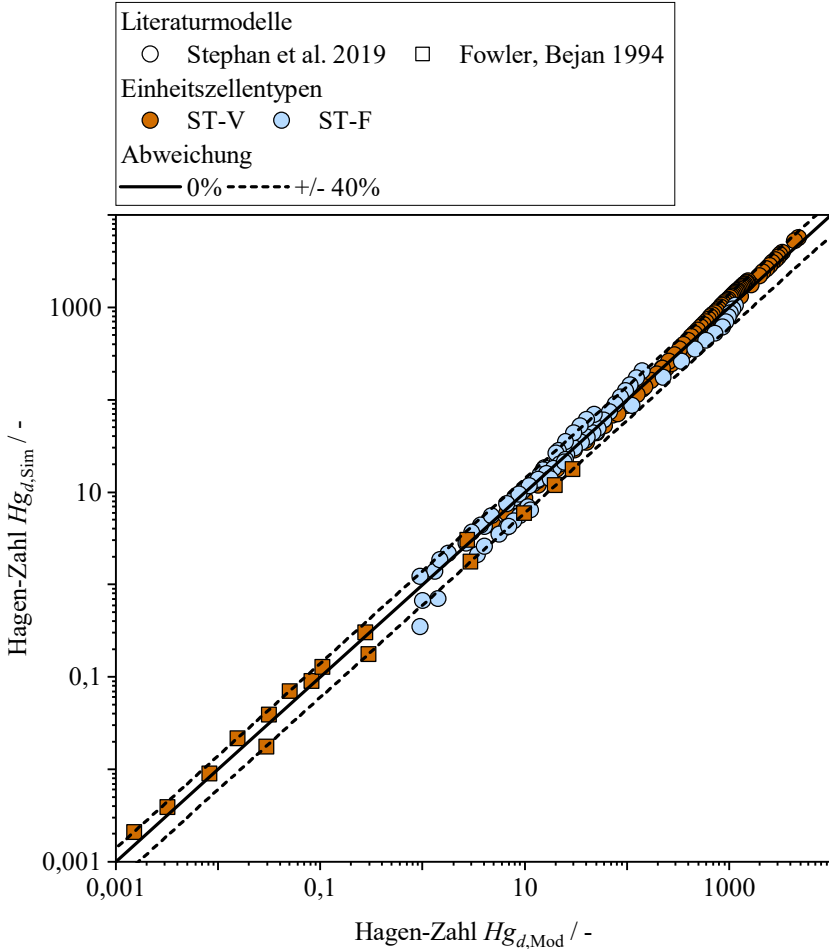


Abbildung 4.7: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Hagen-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen. Ein Teil der Daten wurde bereits in einer Publikation präsentiert (Dubil et al. 2023).

Ein entsprechender Vergleich ist für versetzte und fluchtende Steganordnungen in Abbildung 4.7 dargestellt. Für eine Spanne von fast acht Größenordnungen (Regime I bis IV) kann eine gute Übereinstimmung mit den Korrelationen erzielt werden. Beinahe alle Datenpunkte weisen Abweichungen $< 40\%$ auf. Nach einer Überprüfung der zentralen hydrodynamischen Zielgröße wird auch die Nusselt-Zahl entsprechenden Modellen aus der Literatur gegenübergestellt. Die Auswahl ist jedoch in diesem Fall noch wesentlich eingeschränkter als beim Druckverlust. Nur zwei der in Tabelle 4.2 präsentierten Gleichungen (Gl. (4.32) und (4.37)) wurden auf Basis experimenteller Ergebnisse erstellt. Dabei kann für das Modell von Balzarotti et al. (2021) ein Einfluss von Einlaufeffekten wegen sehr kurzer Probenkörper nicht ausgeschlossen werden (s. Kapitel 4.1.2). Bei der Erhebung der Daten von Bastos Rebelo et al. (2018) lag, wie oben und in Kapitel 4.1.2 angemerkt, wahrscheinlich ein anderes Strömungsregime vor (Übergangsbereich zwischen Regime IV und V). Nichtsdestotrotz ist der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den beiden Literaturmodellen in Abbildung 4.8 dargestellt.

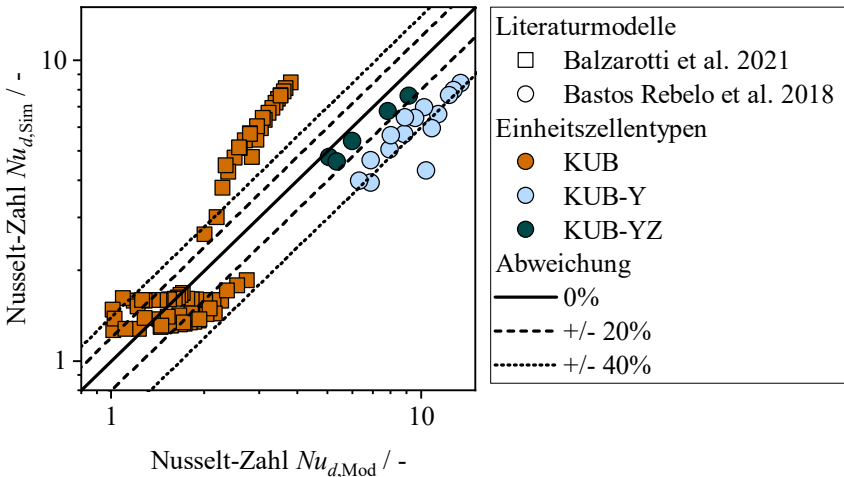


Abbildung 4.8: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Nusselt-Zahl in unterschiedlichen Einheitszellen.

Wie erwartet, liegt zwischen den Simulationsergebnissen und dem Modell von Balzarotti et al. (2021) keine gute Übereinstimmung vor. Zwar liegen

die Nusselt-Zahlen bei geringen Werten im selben Bereich (Regime I bis III), doch unterscheiden sich die Trends beider Datensätze erheblich. Bei höheren Nusselt-Zahlen (Regime IV) nähern sich hingegen die Trends an, doch sind dort hohe quantitative Abweichungen zu erkennen. Zu den Ergebnissen von Bastos Rebelo et al. (2018) ist dagegen eine vergleichsweise gute Übereinstimmung zu erkennen, obwohl die Datenpunkte wahrscheinlich in einem anderen Strömungsregime erhoben wurden. Dies könnte auf die in Relation zur Hagen-Zahl geringere Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Strömungsgeschwindigkeit zurückzuführen sein. Analog zum Druckverlust werden auch für den Wärmeübergangskoeffizienten zusätzlich Korrelationen für Steganordnungen zur Plausibilisierung der Ergebnisse herangezogen. Es sei jedoch angemerkt, dass der thermische Teil des Modells von Fowler und Bejan (1994) nicht auf experimentellen Daten basiert. Er wird dennoch in die Betrachtung einbezogen, da wahrscheinlich ist, dass bei der in einschlägigen Korrelationen einbezogenen Datenbasis bei niedriger Reynolds-Zahl (Regime I bis III) Einlaufeffekte eine Rolle gespielt haben (s. Kapitel 4.1.2). Der Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen und Modellen aus der Literatur ist in Abbildung 4.9 dargestellt.

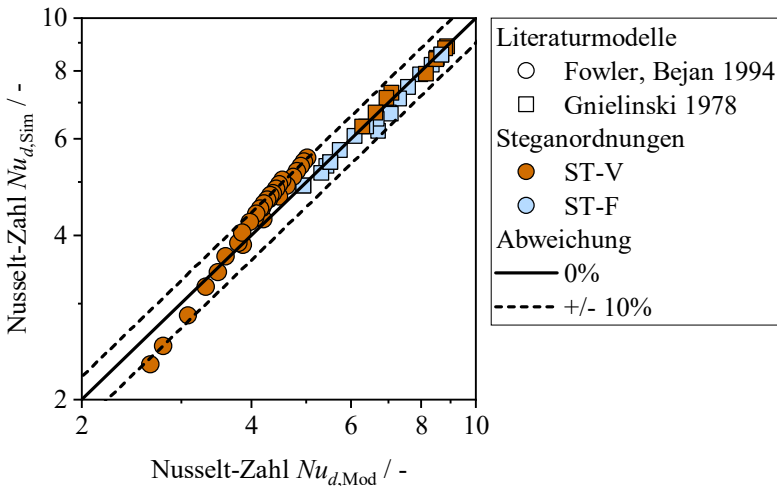


Abbildung 4.9: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Nusselt-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen. Ein Teil der Daten wurde bereits in einer Publikation präsentiert (Dubil et al. 2023).

Für den gesamten Bereich kann eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Literatur und den in dieser Arbeit ermittelten Daten festgestellt werden. Fast alle Datenpunkte weisen Abweichungen $< 10\%$ auf, sowohl für das numerisch ermittelte Modell von Fowler und Bejan (1994) wie auch für die auf Experimenten basierende Korrelation von Gnielinski (1978).

Die in diesem Abschnitt präsentierten Ergebnisse zeigen in Kombination mit Kapitel 4.2.3, dass mit dem numerischen Simulationsmodell plausible und verlässliche Ergebnisse erzielt werden können. Zwar liegen im Falle von POCS teilweise größere Diskrepanzen vor, doch diese lassen sich sehr wahrscheinlich auf fertigungsbedingte Abweichungen von der Idealgeometrie sowie Einflüsse des Experimentalaufbaus zurückführen. Mit unverbundenen Steganordnungen, die weitaus weniger stark von solchen Effekten betroffen sind aber dennoch alle bei POCS zu erwartenden wesentlichen thermofluiddynamischen Effekte aufweisen, kann hingegen eine außerordentlich gute Übereinstimmung erzielt werden. Angesichts des schlüssigen Gesamtbildes werden die Ergebnisse des Simulationsmodells somit als plausibel erachtet.

4.3 Ergebnisse

4.3.1 Charakterisierung der Strömungsregime

In diesem Kapitel wird zunächst untersucht, inwieweit sich die in der Literatur für poröse Medien angegebenen laminaren Strömungsregime (Regime I bis IV) auch in POCS wiederfinden. Dazu werden unterschiedliche Verfahren zur Identifikation angewandt und daraufhin die Strömungscharakteristika analysiert. Anschließend werden die Regimegrenzen ausgewertet, unterschiedliche charakteristische Längenmaße diskutiert und die Ergebnisse mit Literaturangaben verglichen.

Identifikation der Strömungsregime

Um die Strömungsregime sowie deren Grenzen identifizieren zu können, werden in dieser Arbeit zwei Verfahren angewandt. Einerseits wird der Verlauf des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes $\Delta p/D_L$, welcher dem makroskopischen Druckgradienten ∇p in porösen Medien entspricht, in Abhängigkeit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit analysiert. Gemäß den Gleichungen (4.1)

bis (4.4) ist nach Überschreiten einer Regimegrenze eine Veränderung des Kurvenverlaufs zu erwarten (Lasseux et al. 2011; Koch und Ladd 1997). Andererseits wird das Frequenzspektrum der zeitlichen Entwicklung des mittleren Drucks am Eintritt des Auswertebereichs $\bar{p}_{\text{Ein,A}}$ ausgewertet, welches Rückschlüsse darauf zulässt, ob eine Wirbelablösung vorliegt und ob diese periodischer Natur ist (Agnaou et al. 2016). Das Vorgehen wird hier exemplarisch anhand einer geneigten kubischen Zelle mit einem dimensionslosen Stegabstand von $s_L = s_T = 4$ vorgestellt. Die grundlegenden Erkenntnisse und Tendenzen sind jedoch auf alle anderen untersuchten Geometrien übertragbar.

In Abbildung 4.10 wird zunächst der Verlauf des Quotienten aus dem auf die Zelllänge bezogenen Druckverlust und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit präsentiert. Durch die logarithmische Auftragung sollten die Punkte in Regime I einen konstanten Wert annehmen und sich in Regime II einer Geraden mit der Steigung Zwei sowie in den Regimen III und IV einer Geraden mit der Steigung Eins annähern. Um die erwarteten mit den beobachteten Verläufen vergleichen zu können, werden die in Kapitel 4.1.1 vorgestellten Modellgleichungen (s. Gl. (4.1) bis (4.4)) abschnittsweise an die Daten angepasst und ebenfalls in Abbildung 4.10 eingetragen.

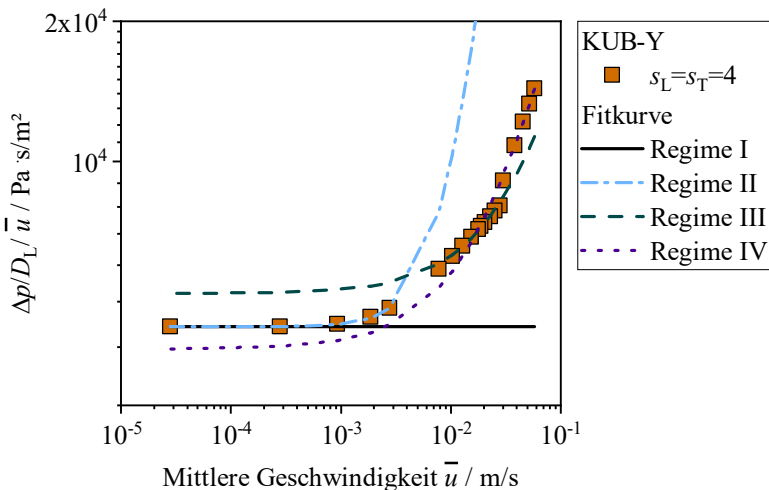


Abbildung 4.10: Verhältnis des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geneigten kubischen Zelle. Zusätzlich sind Fitkurven für die Regime I bis IV dargestellt.

Tatsächlich weisen die dargestellten Datenpunkte entsprechend der oben geschilderten Erwartung abschnittsweise unterschiedliche Verläufe auf. Bis zu einer mittleren Geschwindigkeit von ca. 10^{-3} m/s verlaufen diese nahezu horizontal (Regime I) und ändern erst danach allmählich ihre Steigung. In diesem Bereich ist das Regime II zu erwarten, doch ein linearer Verlauf ist anhand der dargestellten Punkte nicht erkennbar. Da diese somit Regime II noch nicht eindeutig zugeordnet werden können, wird eine weitere Darstellung in die Betrachtung einbezogen, welche den reduzierten, auf die Zelllänge bezogenen Druckverlust in Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit abbildet. Dieser Druckverlust stellt einen um den Darcy-Term reduzierten Wert dar, sodass im Fall von Regime II nur der kubische Term übrigbleibt:

$$\left(\frac{\Delta p}{D_L}\right)_{\text{Red}} = \frac{\Delta p}{D_L} - \frac{\mu_F}{K_1} \cdot \bar{u} \quad (4.64)$$

Für die Regime III und IV entspricht dabei die Permeabilität nicht der Darcy-Permeabilität aus Regime I (vgl. Gl. (4.3) und (4.4)), sodass für die entsprechenden Modellgleichungen ein linearer Anteil erhalten bleibt. Die Datenpunkte inklusive der modifizierten Fitkurven für die Regime II bis IV sind in Abbildung 4.11 dargestellt.

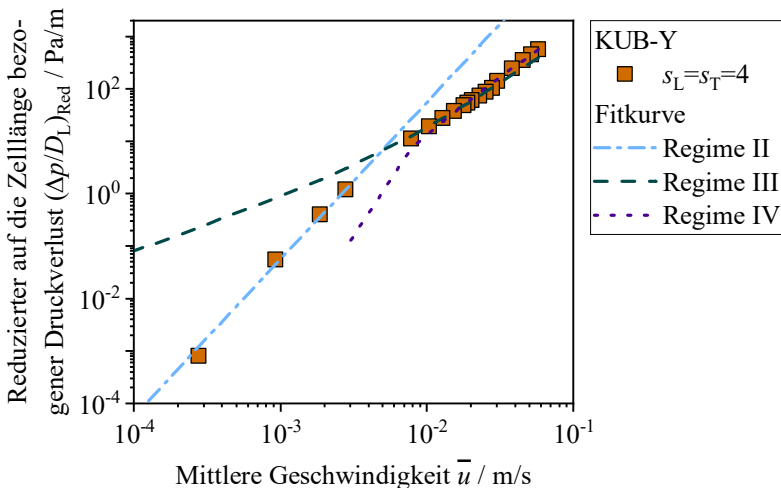


Abbildung 4.11: Reduzierter, auf die Zelllänge bezogener Druckverlust aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geeigneten kubischen Zelle. Zusätzlich sind Fitkurven für die Regime II bis IV dargestellt.

Anhand der guten Übereinstimmung mit dem Fit wird deutlich, dass die Datenpunkte zwischen einer Geschwindigkeit von $2 \cdot 10^{-4}$ und $2 \cdot 10^{-3}$ m/s tatsächlich einer kubischen Funktion folgen. Somit tritt das Regime II entsprechend der von Kumar und Topin (2014) für Kelvin-Zellen gemachten Beobachtung auch in anderen POCS-Geometrien auf.

An das Regime II grenzt, sowohl in Abbildung 4.10 als auch Abbildung 4.11 deutlich sichtbar, ein näherungsweise linearer Bereich mit veränderter Steigung an. Es handelt sich um Regime III, wobei die Steigung der Kurve wieder erwarten nicht einem Wert von Eins entspricht, sondern ca. 0,3. Zwar ist Gl. (4.3) näherungsweise in der Lage, die Datenpunkte zu beschreiben, doch fällt eine deutliche Diskrepanz zwischen der Krümmung der Fitkurve und dem näherungsweise linearen Verlauf der Datenpunkte auf. Ähnliche Beobachtungen machten für unterschiedlich angeordnete Stegriihen auch Khalifa et al. (2020), weshalb sie zur Beschreibung dieses Regimes einen Potenzansatz vorschlugen, dessen Exponent je nach Geometrie in einem Bereich zwischen 0,09 und 0,32 lag:

$$-\frac{\nabla p}{d^2 \mu_F \bar{u}_0} = A \cdot \left(\frac{\bar{u}_0 d}{\nu_F}\right)^n \tag{4.65}$$

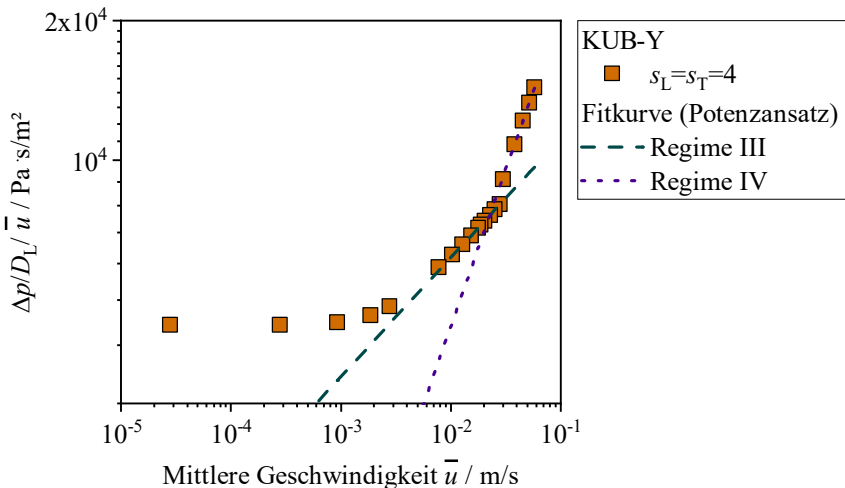


Abbildung 4.12: Verhältnis des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geneigten kubischen Zelle. Zusätzlich sind mit einem Potenzansatz erstellte Fitkurven für die Regime III und IV dargestellt.

Ein Vergleich einer mittels Gl. (4.65) erstellten Fitkurve mit den bereits zuvor dargestellten Datenpunkten zeigt, dass dieser Ansatz die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit in Regime III ebenfalls adäquat beschreibt (s. Abbildung 4.12). Auch die anderen in dieser Arbeit untersuchten POCS-Geometrien weisen solche linearen Bereiche mit Steigungen zwischen 0,1 und 0,5 auf, welche sich mit dem Potenzansatz beschreiben lassen. Es ist jedoch bemerkenswert, dass die Abhängigkeit des Druckgradienten von der Geschwindigkeit sowohl für POCS als auch Stege weit unterhalb eines quadratischen Zusammenhangs zu bleiben scheint. Eine mögliche Erklärung für diese Beobachtung bietet die analytisch berechnete Wandschubspannung an einer ebenen Platte bei sich entwickelnder und somit nicht ausgebildeter laminarer Grenzschicht (Schlichting und Gersten 2017):

$$\tau_{F-S} = \frac{\rho_F}{2} u_0^2 \cdot \frac{0,664}{\sqrt{\frac{u_0 x}{\nu_F}}} \sim u_0^{1,5} \quad (4.66)$$

Im Rahmen der Ergun-Gleichung (s. Gl. (4.9)) wird der Einfluss von Reibung lediglich mit einer linearen Abhängigkeit von der Geschwindigkeit assoziiert, da die Strömung mit einer Vielzahl paralleler, hydrodynamisch eingelaufener Kanäle modelliert wird (Ergun und Orning 1949). Somit wird vorausgesetzt, dass eine ausgebildete, den gesamten Strömungsquerschnitt ausfüllende Grenzschicht vorliegt und der Geschwindigkeitsverlauf keiner räumlichen Änderung unterliegt. Jede Abweichung von diesem linearen Zusammenhang wird somit dem Einfluss des quadratischen Trägheitsterms zugeschrieben. Allerdings liegt in Regime III in einer geneigten kubischen Zelle keine querschnittsfüllende Grenzschicht vor. Die Strömung erfährt eine fortwährende Umlenkung, wodurch an den Stegoberflächen der porösen Struktur eine Neuausbildung des Geschwindigkeitsprofils erkennbar ist (s. Abbildung 4.14). Gemäß Gl. (4.66) ist in Abbildung 4.12 folglich eine Steigung von 0,5 zu erwarten. Allerdings scheint sich die hydrodynamische Grenzschicht in einem Zustand zu befinden, der sich zwischen vollständig ausgebildet ($\sim u_0$) und nicht ausgebildet ($\sim u_0^{1,5}$) bewegt, sodass die Exponenten in einem kontinuierlichen Wertebereich zwischen diesen Extrema liegen können.

Ab einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^{-2}$ m/s beginnt Regime IV, welches sich ebenfalls durch einen näherungsweise linearen Verlauf der Datenpunkte in Abbildung 4.10 und Abbildung 4.12 auszeichnet. Jedoch erhöht sich die Steigung nun auf einen Wert von ca. 0,7. Da dieser Exponent analog

zu Regime III zwischen zwei Grenzfällen liegt, einer nicht ausgebildeten laminaren Grenzschicht ($\sim u_0^{1,5}$) und einer von Trägheitskräften dominierten Strömung ($\sim u_0^2$), liegt es nahe, dass erneut ein Zwischenzustand der Strömung vorliegt. Auch die anderen POCS-Geometrien weisen entsprechende Steigungen mit Werten zwischen 0,6 und 0,9 auf. Während Koch und Ladd (1997) für instationäre Strömungen in Stegen ebenfalls nur annähernd eine quadratische Abhängigkeit feststellten, erzielten Khalifa et al. (2020) in Regime IV eine gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit einem Forchheimer-Ansatz. Diese scheinbar widersprüchlichen Ergebnisse lassen sich darauf zurückführen, dass die Unterschiede zwischen Forchheimer- und Potenzansatz in Regime IV nur noch gering sind und letztlich beide die Datenpunkte adäquat beschreiben können (s. Abbildung 4.10 und Abbildung 4.12).

Ergänzend zur Analyse des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes wird das Frequenzspektrum der Druckschwankung am Eintritt des Auswertebereichs $\tilde{p}_{\text{Ein,A}}$ analysiert (s. Kapitel 4.2.2). Damit kann sowohl der bereits mit dem anderen Verfahren ermittelte Beginn des instationären Strömungsregimes (Regime IV) verifiziert und zusätzlich dessen Ende bestimmt werden. Dieses ist anhand des Druckgradienten nicht zuverlässig identifizierbar, da in einigen Fällen keine Steigungsänderung festgestellt werden kann, obwohl aperiodische Wirbelstrukturen auftreten. Die zeitabhängigen Druckschwankungen werden im Verlauf der Simulationen aufgezeichnet und anschließend mit Hilfe einer schnellen Fourier-Transformation in den Frequenzbereich übersetzt. Um sicherzustellen, dass die Aufzeichnungsdauer ausreichend lang ist, werden unterschiedlich große Ausschnitte der Aufzeichnungsdaten ausgewertet und verglichen. Wenn die Datenmenge keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, werden die entsprechenden Ausschnitte als ausreichend groß erachtet. Die Ergebnisse werden in Form der dimensionslosen Strouhal-Zahl Sr und der relativen Amplitude \tilde{P} dargestellt:

$$Sr = \frac{\omega d}{\bar{u}} \quad (4.67)$$

$$\tilde{P} = \frac{P}{\max(P)} \quad (4.68)$$

Für die geneigte kubische Zelle ist das Resultat bei drei unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten in Abbildung 4.13 dargestellt.

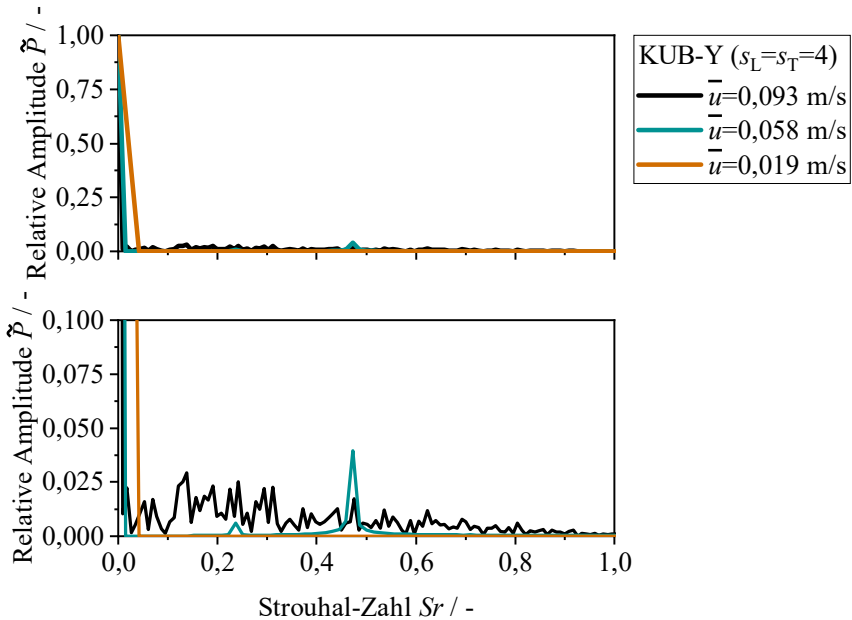


Abbildung 4.13: Frequenzspektrum einer geneigten kubischen Zelle mit $s_L = s_T = 4$ bei drei unterschiedlichen Geschwindigkeiten, die einer stationären ($\bar{u} = 0,019$ m/s), einer instationär, laminaren ($\bar{u} = 0,058$ m/s) und einer Strömung mit aperiodischen Wirbelstrukturen ($\bar{u} = 0,093$ m/s) entsprechen. Der untere Graph stellt einen vergrößerten Ausschnitt des oberen dar.

Zunächst fällt auf, dass die Amplituden der Druckschwankungen in allen drei Fällen deutlich kleiner als der zeitlich gemittelte Druck ($Sr = 0$) sind. Aus diesem Grund wird in Abbildung 4.13 zusätzlich zum gesamten Spektrum ein vergrößerter Ausschnitt gezeigt. In diesem lassen sich die Unterschiede der drei Strömungen, die mit ansteigender Geschwindigkeit in Regime III, IV oder oberhalb von Regime IV liegen, deutlich erkennen. In Regime III liegt eine stationäre Strömung vor, sodass nur ein einziger Ausschlag des Spektrums bei einer Strouhal-Zahl von 0, welche dem zeitlichen Mittelwert entspricht, sichtbar ist. Innerhalb von Regime IV treten hingegen zeitlich und räumlich periodische Wirbelstrukturen auf, die zwei markante Maxima bei Strouhal-Zahlen von 0,24 und 0,47 verursachen. Wird eine noch höhere Strömungsgeschwindigkeit betrachtet, lassen sich keine markanten Maxima mehr identifizieren und das Spektrum setzt sich aus einem breiten Band unterschiedlicher Frequenzen zusammen. In diesem

Fall liegt keine periodische Wirbelablösung mehr vor und das Simulationsmodell (s. Kapitel 4.2.1) verliert seine Gültigkeit, da ein Einfluss der periodischen Randbedingungen auf das Ergebnis nicht mehr ausgeschlossen werden kann. Sämtliche Daten mit aperiodischen Wirbelstrukturen werden deshalb nicht in die Auswertung einbezogen. Da bei einigen Geometrien direkt bei Einsetzen instationärer Fluidbewegungen aperiodische Wirbel auftreten, kann in diesen Fällen der instationäre Strömungsbereich nicht untersucht werden. Vergleichbare Entwicklungen der Frequenzspektren wurden beispielsweise von Agnaou et al. (2016) in Steganordnungen sowie von Hill und Koch (2002) in einer regelmäßigen Kugelschüttung beobachtet.

Nach Identifikation der unterschiedlichen Strömungsregime können die Datenpunkte diesen genau zugeordnet werden. Dies erlaubt eine phänomenologische Betrachtung der Strömungscharakteristika anhand der Geschwindigkeitsfelder in der X-Z-Ebene der geneigten kubischen Zelle (s. Abbildung 4.14).

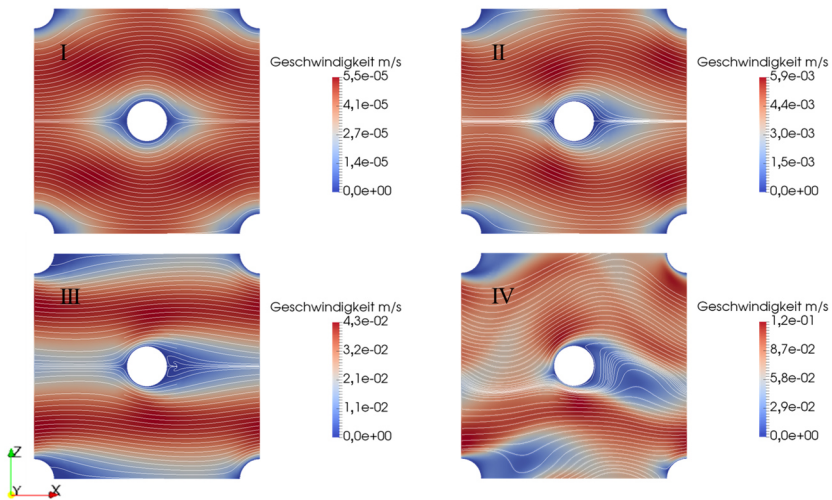


Abbildung 4.14: Betrag der Geschwindigkeit in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer geneigten kubischen Zelle mit $s_L = s_T = 4$ bei Vorliegen unterschiedlicher Strömungsregime (I bis IV). Zusätzlich sind die Stromlinien des Geschwindigkeitsfeldes abgebildet.

In Regime I liegt eine stationäre Strömung vor, die keine Ablösung von der Stegoberfläche aufweist. Dadurch liegt sowohl in als auch quer zur Strömungsrichtung eine Symmetrie des Geschwindigkeitsfeldes vor. Die Symmetrie in Strömungsrichtung wird jedoch bei Erreichen von Regime II gebrochen. Die

Stromlinien verändern ihren Verlauf und werden in Strömungsrichtung verzerrt. Im Nachlauf der Stege ist aber noch kein stationäres Wirbelgebiet erkennbar. Dies ändert sich in Regime III. In diesem kann eine deutliche Ablösung der Strömung beobachtet werden, die zur Ausbildung eines stationären Nachlaufwirbels führt. Zudem ist erkennbar, dass sich die Veränderung des Geschwindigkeitsprofils bis zum Ende der Einheitszelle erstreckt und somit die darauffolgende Stegreihe erreicht. Das Regime IV zeichnet sich durch instationäre, aber räumlich wie zeitlich periodische Wirbel aus, die sich über die gesamte Einheitszelle erstrecken. Diese Beobachtungen decken sich mit den in Kapitel 4.1.1 für andere poröse Medien geschilderten Phänomenen.

Untersuchung der Strömungsregimegrenzen

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt anhand der verfügbaren Daten vier unterschiedliche Strömungsregime identifiziert wurden, wird nun die Lage der Regimegrenzen genauer analysiert. Während die Grenzen zwischen den Regimen II, III und IV durch markante Änderungen des Verlaufs des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes (s. Abbildung 4.10) bzw. durch das Frequenzspektrum (s. Abbildung 4.13) klar quantifizierbar sind, ist der Übergang zwischen den Regimen I und II kontinuierlich. Da in der Literatur kein Kriterium zur genauen Charakterisierung dieser Regimegrenze gefunden werden konnte, wird in der vorliegenden Arbeit der Beginn von Regime II anhand der kubischen Druckkorrektur in Gl. (4.2) festgelegt. Solange diese im Vergleich zum Darcy-Term zwei Größenordnungen kleiner und somit vernachlässigbar ist, liegt Regime I vor. Wird die Druckkorrektur größer, ist der Beginn von Regime II erreicht. Daraus folgt für die Quantifizierung der Regimegrenze:

$$\bar{u}_{\text{Krit,I,II}} = \sqrt{0,01 \cdot \frac{\mu_{\text{F}}^2}{\rho_{\text{F}}^2 \cdot \gamma_{\text{II}} \cdot K_{\text{I}}}} \quad (4.69)$$

Für die anderen Regime wird die kritische Geschwindigkeit hingegen als Mittelwert der an den Übergang angrenzenden Datenpunkte definiert. Somit kann nur ein Bereich angegeben werden, innerhalb dessen sich die Regimegrenze befindet. Dieser wird im Folgenden mit Balken (vgl. Abbildung 4.15) markiert. Wie in Kapitel 4.1.1 beschrieben, ist es zweckmäßig, die Reynolds-Zahl zur Charakterisierung der Regimegrenzen heranzuziehen. Da allerdings noch kein Konsens hinsichtlich der bestgeeignetsten Definition der charakteristischen Länge vorliegt (s. Tabelle 4.1), werden anhand der verfügbaren Daten verschiedene Varianten getestet. Dazu wird für jede Regimegrenze nach Gl. (4.8) eine kritische

Reynolds-Zahl Re_{Krit} mit verschiedenen charakteristischen Längenmaßen gebildet und die Streuung der resultierenden Werte analysiert. Dabei werden zwei Ansätze verfolgt: Einerseits wird anhand der Simulationsergebnisse ein Mittelwert (Soll) für sämtliche POCS-Geometrien errechnet und daraufhin die mittlere Abweichung (*MAPE*) der Daten (Ist) von diesem Wert bestimmt.

$$APE = \left| \frac{\phi_{\text{Ist}} - \phi_{\text{Soll}}}{\phi_{\text{Ist}}} \right| \cdot 100\% \quad (4.70)$$

$$MAPE = \overline{APE} \quad (4.71)$$

Andererseits wird durch einen linearen Fit eine Abhängigkeit der kritischen Reynolds-Zahlen von der Porosität berücksichtigt, die bereits in der Literatur beobachtet wurde (Khalifa et al. 2020; Agnaou et al. 2016). In diesem Fall wird die mittlere Abweichung von der Fitkurve (Soll) bestimmt. Die Auswahl der charakteristischen Längen basiert auf den in Tabelle 4.1 gezeigten Definitionen. Lediglich der Stegdurchmesser wird durch die sogenannte Anströmlänge ersetzt, die das Potential bietet, neben kreisförmigen auch andere Stegquerschnittsformen abzubilden. Für kreisrunde Stegquerschnitte lässt sie sich folgendermaßen berechnen (Krischer 1956):

$$d^* = \frac{\pi \cdot d}{2} \quad (4.72)$$

Der Fensterdurchmesser wird entsprechend der Angaben von Beyer (2019) auf Basis der von Horneber (2015) vorgeschlagenen Berechnungsvorschriften ermittelt. Die Ergebnisse des Vergleichs sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst.

Tabelle 4.4: Mittlere Abweichung der kritischen Reynolds-Zahlen der in dieser Arbeit untersuchten Regimegrenzen von einem konstanten Mittelwert ($Re_{\text{Krit}} = A$) sowie von einer linearen Funktion in Abhängigkeit der Porosität ($Re_{\text{Krit}} = A + B \cdot \psi$). Für den Vergleich wurden Reynolds-Zahlen mit unterschiedlichen charakteristischen Längen verwendet.

L_C	<i>MAPE</i> bei konstantem Wert / %			<i>MAPE</i> bei linearem Fit / %		
	I,II	II,III	III,IV	I,II	II,III	III,IV
d^*	39	42	27	13	39	7
D	21	57	29	19	50	20
d_H	36	63	31	30	45	31
d_{Fen}	21	49	11	21	38	8
$\sqrt{K_I}$	18	51	11	14	39	8

Anhand der mittleren Abweichung lassen sich deutliche Unterschiede zwischen den unterschiedlichen charakteristischen Längen sowie den beiden Fitvarianten erkennen. Bei Nutzung einer konstanten Fitfunktion weisen der Fenserdurchmesser d_{Fen} und die Wurzel der Permeabilität $\sqrt{K_I}$ die niedrigsten Werte für die Abweichungen auf. Wird hingegen ein linearer Fit verwendet, ist $\sqrt{K_I}$ zwar immer noch eine der besten Optionen, doch wird diese noch von der Anströmlänge d^* übertroffen. Trotz der guten Ergebnisse wird die Wurzel der Permeabilität im Rahmen dieser Arbeit verworfen, da sie für einen Designprozess ein problematisches Längenmaß darstellt. Wird eine neue Einheitszellenstruktur entworfen, ist die Darcy-Permeabilität a priori nicht bekannt, da es sich nicht um eine geometrische, sondern eine hydrodynamische Kenngröße handelt. Somit könnte die zu erwartende Reynolds-Zahl erst spät im Designprozess nach aufwendiger Charakterisierung der Geometrie ermittelt werden.

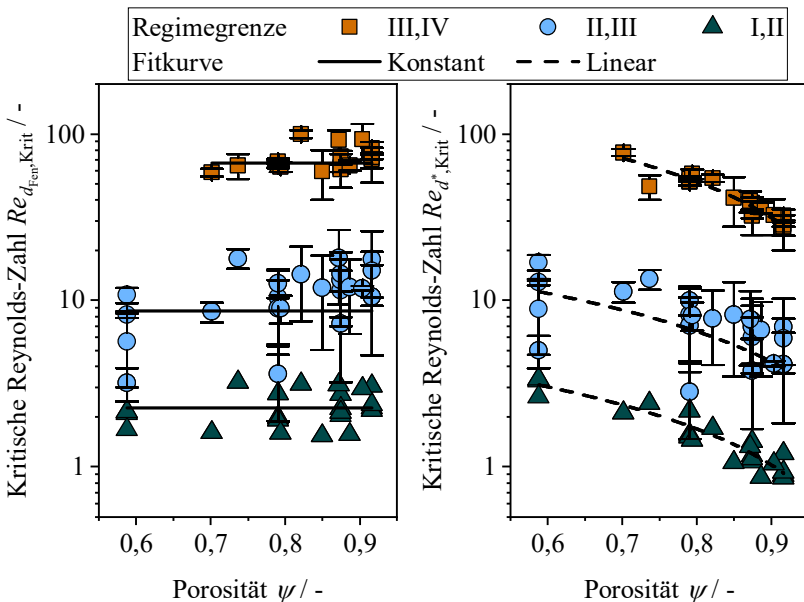


Abbildung 4.15: Kritische Reynolds-Zahlen für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS-Geometrien bei unterschiedlichen charakteristischen Längen (links: d_{Fen} ; rechts: d^*) und Variation der Porosität. Die Balken geben die jeweilige Ober- und Untergrenze des Regimewechsels an. Zusätzlich sind die Ergebnisse eines Fits mit einem konstanten Wert (links) und einer linearen Funktion (rechts) eingetragen.

Deshalb wird je nach Fitvariante die Verwendung des Fensterdurchmessers bzw. der Anströmlänge bevorzugt. Generell beschreibt der lineare Fit die kritischen Reynolds-Zahlen besser, allerdings sei angemerkt, dass in diesem Fall ein zusätzlicher Anpassungsfaktor notwendig ist.

Die kritischen Reynolds-Zahlen auf Basis der geeignetsten charakteristischen Längen je Fitvariante sind in Abbildung 4.15 zusammen mit der entsprechenden Fitkurve dargestellt. Die mit dem Fensterdurchmesser gebildete Reynolds-Zahl weist im Untersuchungsbereich keine markante Abhängigkeit von der Porosität auf. Sie bleibt für jede Regimegrenze näherungsweise konstant, was in den zuvor beobachteten geringen Abweichungen in Tabelle 4.4 resultiert. Im Gegensatz dazu sinkt die mit der Anströmlänge gebildete kritische Reynolds-Zahl mit steigender Porosität deutlich ab. Die Größenordnungen der beiden Varianten bleiben aber in einem vergleichbaren Bereich. Um die in der Literatur angegebenen Richtwerte (s. Kapitel 4.1.1) mit den Resultaten aus Abbildung 4.15 zu vergleichen, muss dem Parameter ξ , welcher das Verhältnis eines mikroskopischen zu einem makroskopischen Längenmaß darstellt (Skjetne und Auriault 1999), ein konkreter Wert zugeordnet werden. Lasseux et al. (2011) schlugen dazu den Porendurchmesser und die Größe eines repräsentativen Volumenausschnitts vor. Dementsprechend wird hier als mikroskopisches Längenmaß der Fensterdurchmesser bzw. die Anströmlänge verwendet und für das makroskopische Längenmaß wird die Kantenlänge D der Einheitszelle genutzt. Daraus resultiert in beiden Fällen ein Wertebereich von $0,4 < \sqrt{\xi} < 0,9$. Die daraus resultierenden Regimegrenzen sind zusammen mit den Koeffizienten der Fitfunktionen in Tabelle 4.5 aufgelistet.

Tabelle 4.5: Koeffizienten der Fitfunktionen zur Bestimmung der kritischen Reynolds-Zahlen auf Basis des Fensterdurchmessers ($Re_{\text{Krit}} = A$) bzw. der Anströmlänge ($Re_{\text{Krit}} = A + B \cdot \psi$). Zusätzlich sind die Regimegrenzen aus der Literatur (s. Kapitel 4.1.1) angegeben.

Regime- grenze	$Re_{d_{\text{Fen}},\text{Krit}}$	$Re_{d^*,\text{Krit}}$		Literaturwerte
	$A / -$	$A / -$	$B / -$	$Re_{d_{\text{p}},\text{Krit}} / -$
III,IV	67	210	-200	10
II,III	8,6	24	-22	1
I,II	2,3	7,0	-6,6	0,4 - 0,9

Die in dieser Arbeit ermittelten Regimegrenzen liegen tendenziell oberhalb der in der Literatur angegebenen Richtwerte. Zwar stimmen die Größenordnungen überein, doch sind hohe Abweichungen ersichtlich. Diese lassen sich sehr wahrscheinlich auf die in der Literatur erkennbare große Streuung bei der Bestimmung von Regimegrenzen zurückführen (Horton und Pokrajac 2009). Die Angaben können um mehrere Größenordnungen variieren und weisen zudem eine ausgeprägte Abhängigkeit von der untersuchten Geometrie auf.

4.3.2 Einfluss der Geometrie auf den Druckverlust

Nachdem im vorangegangenen Kapitel die Strömungsregimegrenzen für unterschiedliche POCS-Geometrien charakterisiert wurden, wird nun der Verlauf des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes genauer analysiert. Nach einem Vergleich der in dieser Arbeit erzeugten Daten mit verschiedenen Modellen aus der Literatur wird insbesondere der Einfluss des Einheitszellentypen genauer beleuchtet.

Anwendbarkeit der Literaturmodelle

Zunächst wird getestet, ob eines der bereits in der Literatur verfügbaren Modelle (s. Tabelle 4.1) die Simulationsergebnisse dieser Arbeit adäquat beschreiben kann. Dazu werden diese, insofern sie keine zelltypspezifischen Anpassungsfaktoren enthalten, auf alle untersuchten Einheitszellen ($d = 0,64$ mm) angewendet. Lediglich das Modell von Klumpp et al. (2014) kann nicht in den Vergleich einbezogen werden, da dieses nur für Luftströmungen gültig ist und präzise Angaben zu den Stoffeigenschaften oder Betriebsbedingungen fehlen. Für alle anderen Modelle sind die Ergebnisse dieser Gegenüberstellung in Tabelle 4.6 zusammengefasst.

Tabelle 4.6: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 4.1 zusammengestellten Modellen für den Druckverlust. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer absoluten Abweichung $<40\%$ sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben.

Modell	$MAPE / \%$	Anteil der Daten mit $APE < 40\% / \%$	Getestete Einheitszellentypen
Gl. (4.11)	5	100	DIA, KEL
Gl. (4.12)	25	78	Alle Einheitszellentypen

Gl. (4.13)	44	38	KEL, KUB
Gl. (4.14)	16	95	Alle Einheitszellentypen
Gl. (4.15)	19	86	Alle Einheitszellentypen
Gl. (4.16)	28	77	Alle Einheitszellentypen
Gl. (4.17)	38	49	Alle Einheitszellentypen
Gl. (4.18)	78	3	Alle Einheitszellentypen
Gl. (4.21)	53	14	KEL
Gl. (4.22)	16	88	KEL
Gl. (4.23)	12	98	Alle Einheitszellentypen

Zunächst fällt auf, dass einige Modelle große mittlere Abweichungen mit Werten $> 40\%$ aufweisen (s. Gl. (4.13), (4.18) und (4.21)). Dabei handelt es sich um Gleichungen, die primär auf bei vergleichsweise hohen Reynolds-Zahlen (s. Tabelle 4.1) erhobenen Datenpunkten basieren und somit die laminaren Strömungsregime nur in geringerem Maße berücksichtigen. Eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen weisen die verbliebenen zelltypspezifischen Modelle auf, die jedoch dementsprechend nur einen limitierten Gültigkeitsbereich haben. Von den auf sämtliche Zelltypen übertragbaren Gleichungen stechen insbesondere Gl. (4.14) und (4.23) hervor. Bei ersterer handelt es sich um das Modell von Meinicke (2020), dem Porosität, spezifische Oberfläche sowie die hydraulische Tortuosität zu Grunde liegen. Das zweite Modell ist von Krishnan et al. (2008) und nutzt die Darcy-Permeabilität. Hinsichtlich eines Designprozesses zeigt sich allerdings erneut das in Kapitel 4.1.1 angesprochene Problem: die hydrodynamische Tortuosität und die Darcy-Permeabilität sind hydrodynamische Kenngrößen. Sie sind nach aktuellem Stand der Technik nicht von der Geometrie ableitbar, sondern erfordern noch immer eine fluiddynamische Charakterisierung der porösen Struktur. Allerdings scheint das ursprünglich für Schwämme entwickelte Modell von Dietrich et al. (2009) (s. Gl. (4.15)) eine Alternative zum Modell von Meinicke (2020) zu sein. Zwar ist die Übereinstimmung mit den Daten etwas schlechter, doch sind neben geometrischen Parametern (Porosität, spezifische Oberfläche) und Stoffdaten (Dichte, kinematische Viskosität) keine weiteren Größen notwendig. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass in der Literatur bei höheren Reynolds-Zahlen deutlich größere Abweichungen zwischen diesem Modell und numerischen sowie experimentellen Daten beobachtet wurden, die auf eine fehlende Berücksichtigung der Zellmorphologie zurückgeführt wurden (Meinicke 2020; Klumpp et al. 2014).

Insgesamt ist auffällig, dass einige Modelle die vorliegenden Daten gut beschreiben, obwohl die laminaren Strömungsregime nicht differenziert berücksichtigt wurden und stattdessen ein Darcy-Forchheimer-Ansatz Anwendung fand. Zwar treten gerade in Regime III größere Abweichungen auf (s. Abbildung B.5), doch scheint dieser Korrelationsansatz als Approximation für laminare Strömungsregime gut geeignet zu sein (s. Anhang B.2). Nichtsdestotrotz ist auch festzuhalten, dass keines der Modelle in der Lage ist, die in Kapitel 4.3.1 beobachteten Kurvenabschnitte korrekt abzubilden. Die Regime II, III und IV werden als Überlagerungen einer hydrodynamisch vollständig ausgebildeten ($\sim u_0$) und einer von Trägheitskräften dominierten ($\sim u_0^2$) Strömung modelliert. Daraus können entsprechend der Auftragung in Abbildung 4.10 lineare Kurvenabschnitte mit einer Steigung von 0 oder 1 sowie einem Übergangsbereich resultieren, jedoch keine Abschnitte mit einer konstanten Steigung zwischen diesen beiden Werten. Diese Diskrepanz zwischen den aktuell verfügbaren Modellen und den hier gemachten Beobachtungen motiviert im Folgenden eine detaillierte Analyse des Einflusses der Einheitszelligeometrie auf den Druckverlust, obwohl zwischen einigen Modellgleichungen und den Simulationsergebnissen bereits eine gute Übereinstimmung erzielt wurde.

Vergleich unterschiedlicher Einheitszellen

Anhand des oben gezeigten Vergleichs können die Porosität und spezifische Oberfläche bereits als zwei bedeutsame geometrische Größen zur Beschreibung des Druckverlustes identifiziert werden. Allerdings wird in der Literatur mehrfach darauf hingewiesen, dass die Zellmorphologie durch einen weiteren Parameter berücksichtigt werden sollte, da Einheitszellen mit unterschiedlicher Orientierung, aber gleicher Porosität und spezifischer Oberfläche, hinsichtlich des Druckverlustes deutliche Unterschiede aufweisen (Jorge et al. 2019; Klumpp et al. 2014). Deshalb werden im Folgenden die dimensionslosen Verläufe des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes unterschiedlicher Einheitszellen miteinander verglichen, wobei ein Teil der nachfolgend präsentierten Ergebnisse bereits publiziert wurde (Dubil et al. 2022a).

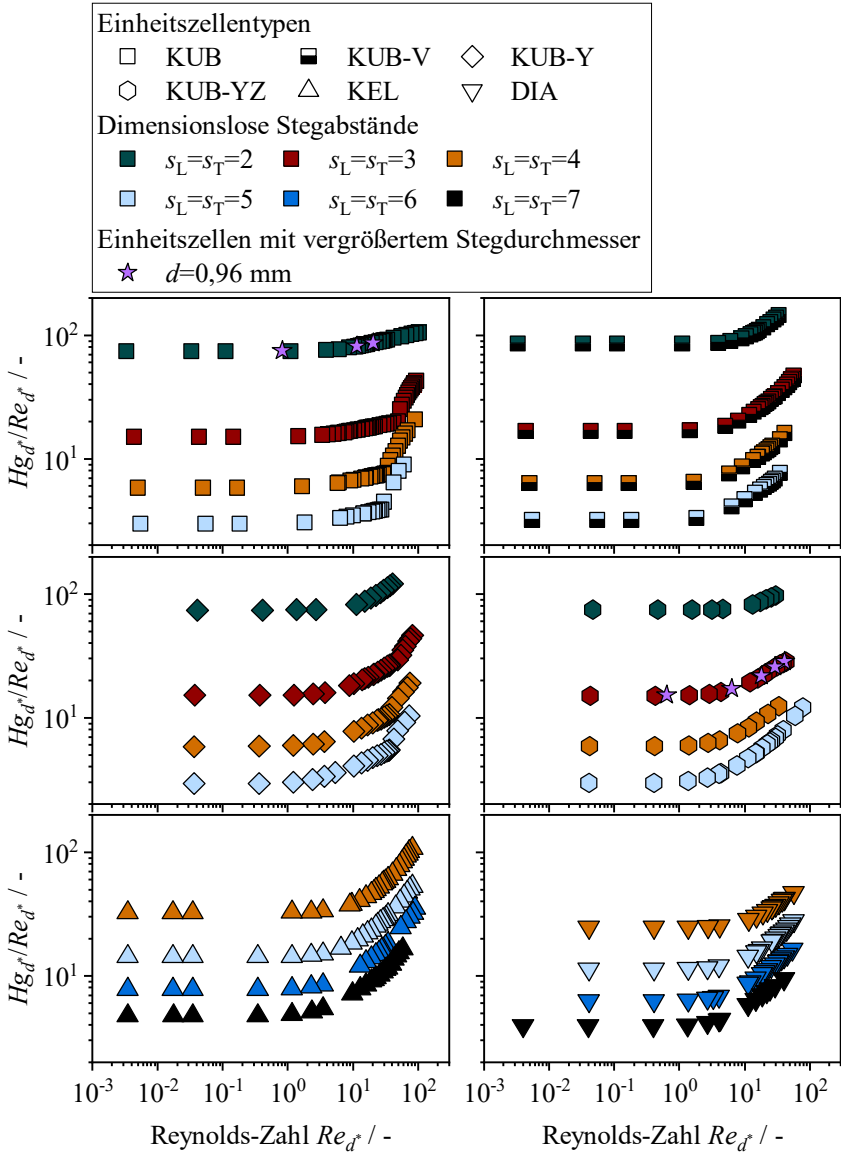


Abbildung 4.16: Verhältnis der Hagen- zur Reynolds-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für unterschiedliche POCS-Einheitszellen und variierende dimensionslose Stegabstände. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96$ mm eingetragen. Datenpunkte wurden teilweise aus Dubil et al. (2022a) übernommen.

Zur Bildung der Hagen- (s. Gl. (4.6)) und Reynolds-Zahl (s. Gl. (4.8)) wird die Anströmlänge als charakteristische Länge verwendet, da sich diese, wie zuvor gezeigt, gut zur Charakterisierung der Strömungsregime eignet und sie vorteilhaft für den in Kapitel 4.3.3 diskutierten Vergleich mit unverbundenen Steganordnungen ist. Analog zum vorangegangenen Kapitel wird die Hagen- zur Reynolds-Zahl ins Verhältnis gesetzt, um in Abbildung 4.16 unterschiedliche Strömungsregime besser voneinander abzugrenzen. Zusätzlich zu den Datenpunkten von POCS mit Stegdurchmessern von 0,64 mm sind in Abbildung 4.16 exemplarisch Ergebnisse von Zellen mit größeren Durchmessern eingetragen. Durch die exakte Übereinstimmung beider Datenreihen kann gezeigt werden, dass die Resultate, wie erwartet, auf beliebige Stegdurchmesser skalierbar sind.

Die in Abbildung 4.16 gezeigten Kurvenverläufe weisen für sämtliche Einheitszellen bis zu vier Abschnitte auf, die den in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Strömungsregimen entsprechen. In einigen Fällen fehlt der vierte Abschnitt, da bei einer Reynolds-Zahl von 100 die Strömung noch stationär ist oder direkt bei Verlassen von Regime III aperiodische Strömungsmuster auftreten, die außerhalb des Gültigkeitsbereichs des numerischen Modells liegen. Auffällig ist, dass der Druckverlust eines jeden Einheitszellentyps einen charakteristischen Kurvenverlauf aufweist, der mit sinkendem dimensionslosem Stegabstand nach oben verschoben ist. Dabei bleiben die Steigungen der einzelnen Kurvenabschnitte jedoch nahezu unverändert. Lediglich die Regimegrenzen sind zu höheren Reynolds-Zahlen verschoben, da mit sinkendem dimensionslosem Stegabstand ein Absinken der Porosität einhergeht (s. Kapitel 4.3.1). Derartige zelltypspezifische Kurvenverläufe lassen sich für Diamant- und Kelvin-Zellen auch anhand der Daten von Ferroni et al. (2022) erkennen.

Während bspw. in Regime III deutliche Unterschiede zwischen den Einheitszellentypen vorliegen, scheint dieser Effekt in Regime I nur schwach ausgeprägt zu sein, da alle vier kubischen Zellvarianten bei gleichem dimensionslosem Stegabstand einen nahezu identischen Druckverlust verursachen. Diese vier Geometrien weisen die gleiche Porosität und spezifische Oberfläche auf, sodass die Vermutung naheliegt, dass dies in Regime I die primären Einflussgrößen sind. Dies scheint sich zu bestätigen, da sich die Darcy-Permeabilität tatsächlich für sämtliche Einheitszellentypen mit diesen Größen gut korrelieren lässt (s. Abbildung B.6). Doch schon mit Erreichen von Regime II zeigt sich der Einfluss des Einheitszellentyps anhand unterschiedlicher Proportionalitätskonstanten γ_{II} der kubischen Zellvarianten (s. Abbildung B.7). Dies setzt sich auch in den Regimen III und IV fort, was in Abbildung 4.16 an den unterschiedlichen Steigungen der

jeweiligen Abschnitte sichtbar wird. Zu ähnlichen Ergebnissen kamen auch Jorge et al. (2019), die einen vernachlässigbar kleinen Einfluss des Einheitszellentyps auf die Darcy-Permeabilität, doch einen deutlichen Effekt bei der Proportionalitätskonstante γ_{III} feststellten. Diese Beobachtung wurde darauf zurückgeführt, dass bei erhöhten Reynolds-Zahlen Trägheitseffekte ($\sim u_0^2$) dominieren, die primär von der projizierten spezifischen Oberfläche und dem freien Strömungsquerschnitt beeinflusst werden. Dies scheint, wie von Klumpp et al. (2014) gezeigt, bei turbulenten Strömungen plausibel zu sein. So wiesen sämtliche experimentellen Druckverlustdaten für unterschiedlich geneigte kubische Zellen näherungsweise eine quadratische Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl auf und unterschieden sich je nach Orientierung nur hinsichtlich der Absolutwerte. Ein sich verändernder Einfluss der Trägheitskräfte kann jedoch keine Steigungsänderung erklären, wie sie für die Regime III und IV in Abbildung 4.16 beobachtet werden kann.

In Kapitel 4.3.1 wurde bereits die Idee erläutert, dass sich die hydrodynamischen Grenzschichten in Zwischenzuständen befinden könnten (bspw. zwischen einem vollständig ausgebildeten und nicht ausgebildeten Zustand). Doch von welchen Faktoren hängt der vorliegende Zustand letztlich ab? Um dies zu untersuchen, werden in Abbildung 4.17 die Geschwindigkeitsfelder in einer kubischen Zelle und einer Diamant-Zelle gegenübergestellt.

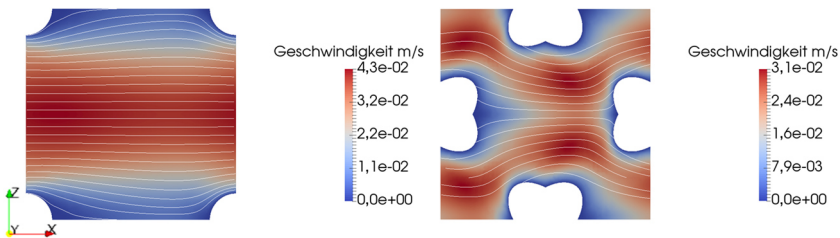


Abbildung 4.17: Betrag der Geschwindigkeit in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer kubischen Zelle (links) und einer Diamant-Zelle (rechts) mit $s_L = s_T = 4$. Die Reynolds-Zahl Re_d betrug ca. 20, sodass das Regime III vorlag. Zusätzlich sind die Stromlinien des Geschwindigkeitsfeldes abgebildet.

Bei beiden Darstellungen liegt ein starkes Trägheitsregime (III) vor, sodass nach Abbildung 4.16, aufgrund der flachen Steigung mit Werten zwischen 0,11 und 0,12, für die Grenzschicht in der kubischen Zelle ein nahezu ausgebildeter Zustand erwartet wird. Dies wird vom vorliegenden Geschwindigkeitsfeld

bestätigt. Das Fluid kann nahezu ungestört durch die Zelle strömen, sodass die Stromlinien im Kern der Strömung kaum umgelenkt werden und auch das Geschwindigkeitsprofil in X-Richtung nahezu unverändert bleibt. Lediglich in direkter Nähe der Stegoberfläche wird die Strömung stärker umgelenkt, sodass es lokal zu einer Veränderung des Geschwindigkeitsprofils kommt. Im Gegensatz dazu weist die Kurve der Diamant-Zelle in Abbildung 4.16 für Regime III einen wesentlich steileren Verlauf mit einer Steigung zwischen 0,36 und 0,49 auf. Somit ist zu erwarten, dass sich die Grenzschicht nahe eines nicht ausgebildeten Zustandes befindet, was hinsichtlich des in Abbildung 4.17 auf der rechten Seite dargestellten Geschwindigkeitsfeldes plausibel erscheint. Die Strömung erfährt in der Diamant-Zelle eine fortwährende Umlenkung, sodass in X-Richtung immer wieder ein neues Geschwindigkeitsprofil und somit eine neue Grenzschicht ausgebildet werden muss.

Somit scheint oberhalb von Regime I tatsächlich die vorliegende Strömungsumlenkung eine maßgebliche Rolle bei der Strömungscharakteristik von POCS einzunehmen, wie auch schon in der Literatur vermutet wurde (Jorge et al. 2019; Inayat et al. 2016; Klumpp et al. 2014). Jedoch basierten bisherige Ansätze zur Beschreibung dieses Einflusses stets auf der Darcy-Forchheimer-Gleichung (s. Gl. (4.3)) und der damit verbundenen Annahme, dass der Druckverlust als Resultat einer Überlagerung einer hydrodynamisch vollständig ausgebildeten ($\sim u_0$) und einer von Trägheitskräften dominierten ($\sim u_0^2$) Strömung beschrieben werden kann. Da dies nicht mit den hier erzielten Ergebnissen in Einklang gebracht werden kann, wird im Folgenden nach einer anderen Möglichkeit gesucht, den Einfluss der Strömungsumlenkung zu beschreiben und in einem Druckverlustmodell zu berücksichtigen.

Die hohe Komplexität von POCS erlaubt jedoch die Definition zahlreicher hydrodynamischer oder geometrischer Parameter, die potentiell zur Charakterisierung der Strömungsumlenkung herangezogen werden könnten. Deshalb wird im Folgenden zunächst ein vereinfachtes Ersatzsystem mit einer deutlich reduzierten Zahl an geometrischen Freiheitsgraden untersucht. Dazu eignen sich Steganordnungen (s. Abbildung 3.1), die geometrischer Bestandteil kubischer und versetzter kubischer Zellen sind. Diese werden anschließend zu Fenstern erweitert, wodurch die Komplexität der untersuchten Strukturen schrittweise erhöht werden kann. Im Zuge dieses Bottom-Up-Ansatzes wird der Druckverlust in Stegen, Fenstern und vollständigen Einheitszellen miteinander verglichen, um die zentralen geometrischen Parameter zur Charakterisierung der Strömungsumlenkung zu identifizieren.

4.3.3 Bottom-Up-Analyse des Druckverlustes

Der Bottom-Up-Ansatz wird in dieser Arbeit auf kubische und versetzte kubische Einheitszellen angewendet, die als geometrische Superposition von Steganordnungen betrachtet werden. Dieser Prozess ist für die beiden Einheitszellentypen inklusive der als Zwischenschritt entstehenden Fensteranordnungen in Abbildung 4.18 schematisch dargestellt.

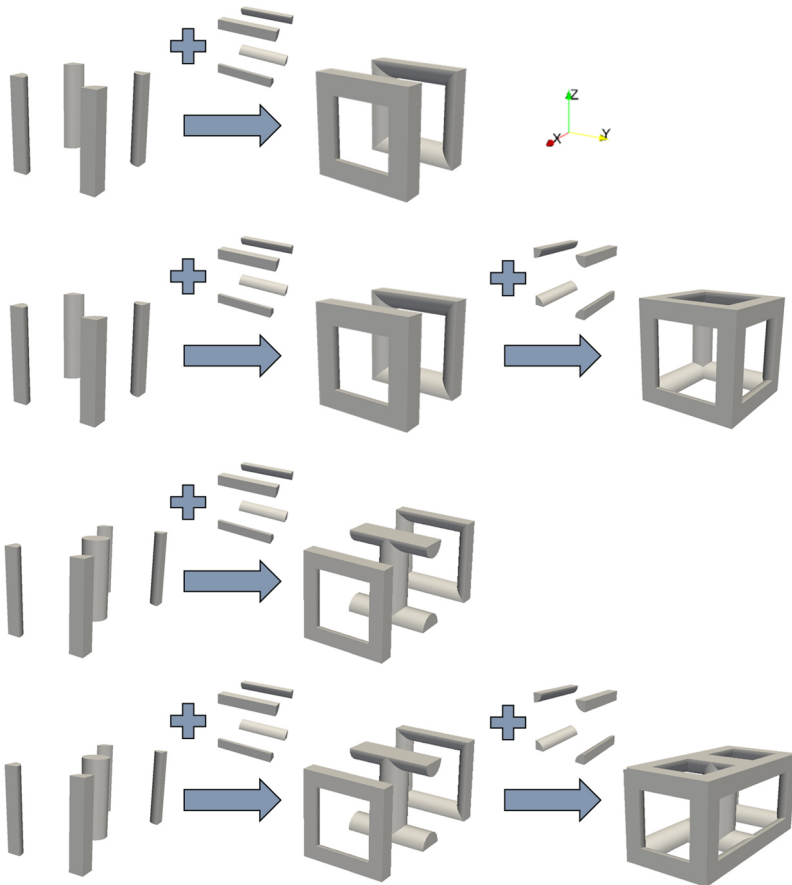


Abbildung 4.18: Schematische Darstellung des Bottom-Up-Ansatzes bei einem fluchtenden Fenster, einer kubischen Zelle, einem versetzten Fenster sowie einer versetzten kubischen Zelle (von oben nach unten).

Ausgehend von einer fluchtenden Steganordnung resultiert durch Hinzu-
fügen weiterer um die X-Achse (Hauptströmungsrichtung) rotierter fluchtender
Stege zunächst eine aus fluchtenden Fenstern bestehende Struktur. Da eine sol-
che Rotation in dieser Arbeit keine Auswirkungen auf die Simulationsergebnisse
der fluchtenden Steganordnungen hat, werden diese nach der in Kapitel 3 festge-
legten Nomenklatur nicht unterschieden. Im nächsten Schritt werden um die Y-
Achse geneigte fluchtende Stege hinzugefügt, um eine vollständige kubische
Einheitszelle zu erhalten. Da sich diese Rotation auf die thermohydraulischen
Eigenschaften der Stege auswirkt, werden sie zur Unterscheidung als geneigte
Stege bezeichnet. So setzt sich eine kubische Zelle letztlich aus zwei fluchtenden
und einer geneigten Steganordnung zusammen. Bei einer versetzten kubischen
Zelle wird die erste Steganordnung (fluchtend) durch eine versetzte ersetzt.

Die Ergebnisse der Bottom-Up-Analyse werden analog zu Kapitel 4.3.2
in Form dimensionsloser Druckverlustkurven dargestellt. Abbildung 4.19 zeigt
den Vergleich von Stegen, Fenstern und vollständigen POCS-Einheitszellen, der
in Teilen bereits publiziert wurde (Dubil et al. 2022a).

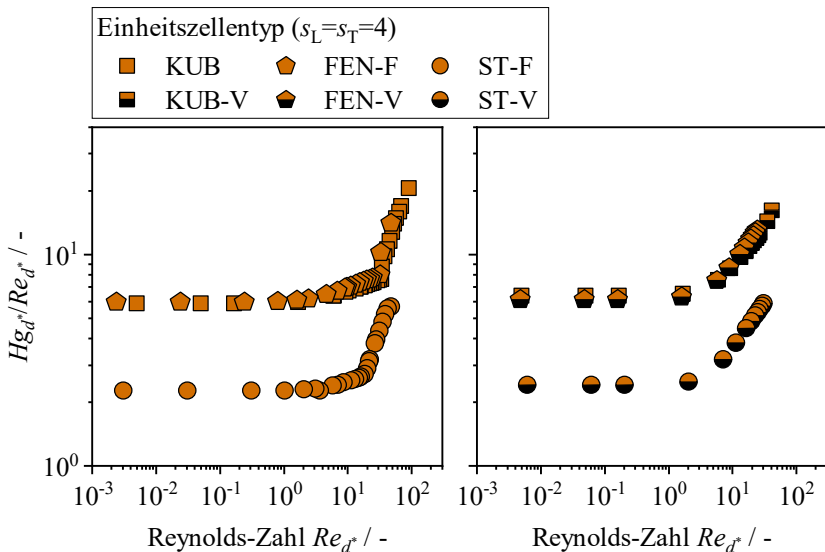


Abbildung 4.19: Verhältnis der Hagen- zur Reynolds-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für fluchtende (links) und versetzte (rechts) Strukturen bei dimensionslosen Stegabständen von $s_L = s_T = 4$.

Die Kurvenverläufe der fluchtenden und versetzten Strukturen weisen innerhalb einer jeden Gruppe starke Ähnlichkeiten auf, während zwischen den Gruppen markante Unterschiede erkennbar sind. So liegen in Regime III für die fluchtende Steganordnung, das fluchtende Fenster und die kubische Zelle geringe aber sehr vergleichbare Steigungen von ca. 0,11 vor. Stattdessen weisen die versetzten Pendants höhere Werte von ca. 0,41 auf. Allerdings verändert sich innerhalb einer Gruppe von der Steganordnung zum Fenster hin die Position der Kurve im Diagramm. Einerseits steigt der Druckverlust an und andererseits wird der Regimewechsel zu höheren Reynolds-Zahlen verschoben, wie deutlich am Übergang von Regime III zu IV auf der linken Seite von Abbildung 4.19 zu erkennen ist. Ersteres ist eine Folge der erhöhten Zahl von Stegen je Einheitszellenvolumen. Wird die Mikrostruktur in Betracht gezogen, liegen nun mehr querumströmte Zylinder vor, die zusammen einen höheren Druckverlust in der Zelle verursachen. Werden stattdessen mittlere geometrische Parameter betrachtet, hat sich die spezifische Oberfläche erhöht sowie die Porosität verringert, woraus ebenfalls eine Druckverlustserhöhung abgeleitet werden kann (s. Kapitel 4.3.2). Der später einsetzende Regimewechsel könnte ebenfalls mit einer Reduktion der Porosität zusammenhängen (s. Abbildung 4.15). Werden jedoch die Fenster mit den vollständigen Zellen verglichen, überrascht das Ergebnis in Bezug auf diese Parameter: Trotz Erhöhung der spezifischen Oberfläche und Reduktion der Porosität bleibt die dimensionslose Druckverlustkurve nahezu unverändert. Anhand der Mikrostruktur lässt sich diese Beobachtung jedoch schlüssig erklären. So folgt daraus, dass die geneigten Stege in wesentlich geringerem Umfang zum Gesamtdruckverlust der Struktur beitragen müssen als die anderen Stege. Somit sind die unterschiedlichen Steganordnungen in POCS nicht als gleichwertig zu betrachten. Vielmehr verursachen sie je nach Anordnung unterschiedlich hohe Druckverluste und scheinen innerhalb einer Zelle ihre grundlegenden hydrodynamischen Eigenschaften näherungsweise beizubehalten, wie die Unterschiede zwischen den fluchtenden und versetzten Strukturen deutlich machen (s. Abbildung 4.19).

Auch das Druckfeld sowie die Verteilung des Betrags der Wandschubspannung auf der Oberfläche der POCS, welche in Abbildung 4.20 exemplarisch für die versetzte kubische Zelle dargestellt sind, scheinen diese Vermutung zu unterstützen. So weisen insbesondere die versetzten Stege große Druckdifferenzen zwischen Vorder- und Rückseite sowie hohe Wandschubspannungen auf, woraus auf einen hohen hydrodynamischen Widerstand gegen die Strömung geschlossen werden kann. Im Gegensatz dazu tragen die geneigten

Stege kaum zum Gesamtdruckverlust der Zelle bei, was sich mit den anhand von Abbildung 4.19 gezogenen Schlüssen deckt.

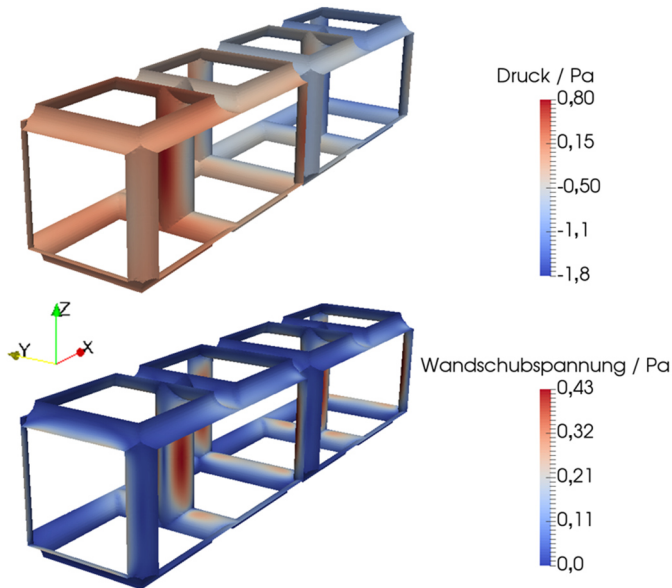


Abbildung 4.20: Druck (oben) sowie Betrag der Wandschubspannung (unten) auf der Oberfläche einer versetzten kubischen Zelle ($s_L = s_T = 4$) bei einer Reynolds-Zahl von $Re_d = 22$.

Es liegt somit nahe, eine Betrachtung der Mikrostruktur gegenüber einer Fokussierung auf mittlere geometrische Eigenschaften zu favorisieren, da diese der Heterogenität der unterschiedlichen Steganordnungen in POCS eher gerecht zu werden scheint. Darauf basierend wird folgende Hypothese aufgestellt, deren Test in Kapitel 4.4.2 beschrieben wird:

- Innerhalb einer POCS-Struktur tragen verschiedene Steganordnungen nicht in gleichem Maße zum Gesamtdruckverlust bei. Vielmehr bleiben ihre hydrodynamischen Eigenschaften auch im Zellverbund näherungsweise erhalten, sodass der Druckverlust in POCS als Kombination der Beiträge ihrer strukturbildenden Steganordnungen betrachtet werden kann.

4.3.4 Einfluss der Strömungsregime auf den Wärmeübergang

In Analogie zu Kapitel 4.3.1 wird im Folgenden untersucht, ob sich die in der Literatur gefundenen Zusammenhänge zwischen dem Strömungsregime und dem konvektiven Wärmetransport (s. Kapitel 4.1.2) auch in den hier untersuchten POCS erkennen lassen. Dazu wird der Kurvenverlauf der Nusselt-Zahl für jedes zuvor identifizierte hydrodynamische Regime analysiert. Die Ergebnisse stellen eine Erweiterung bereits publizierter Resultate dar (Dubil et al. 2023, 2022a) und werden exemplarisch anhand einer Kelvin- sowie einer kubischen Zelle präsentiert. Sie lassen sich aber analog auf andere Einheitszellentypen übertragen. Abbildung 4.21 zeigt den Verlauf der Nusselt- in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl für eine Kelvin-Zelle.

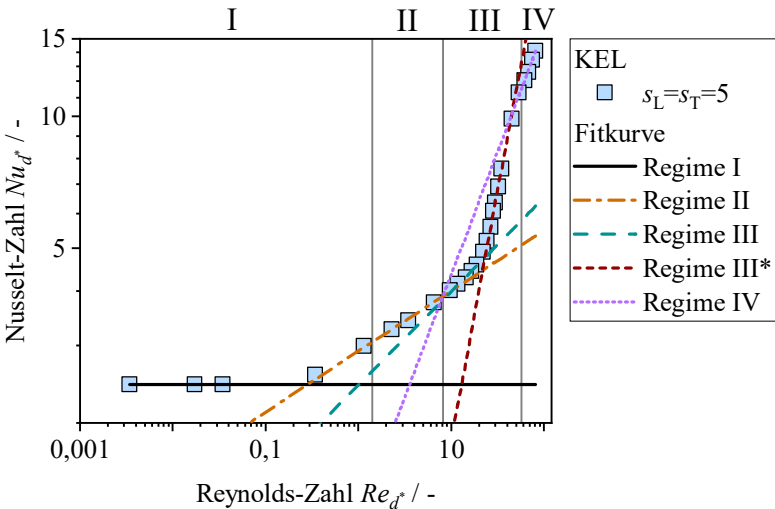


Abbildung 4.21: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl in einer Kelvin-Zelle. Zusätzlich sind die hydrodynamischen Regimegrenzen (I bis IV) markiert sowie für jedes Regime angepasste Fitkurven eingetragen.

Zusätzlich sind in Abbildung 4.22 Temperaturfelder innerhalb der Zelle bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen dargestellt, um die oben gezeigten Verläufe phänomenologisch einordnen zu können. Wie anhand der in Kapitel 4.1.2 dargestellten Literaturübersicht erwartet, weist der dargestellte Kurvenverlauf unterschiedliche Abschnitte auf, die mit den hydrodynamischen Regimegrenzen

zu korrelieren scheinen. In Regime I nimmt die Nusselt-Zahl einen konstanten von der Reynolds-Zahl unabhängigen Wert an. Die thermischen Grenzschichten füllen den gesamten Strömungsquerschnitt aus und werden durch die räumliche Ausdehnung der Geometrie beschränkt (s. Abbildung 4.22). Sie befinden sich somit in einem ausgebildeten Zustand. Ähnliches wurde auch schon in der Literatur für andere Geometrien beobachtet (Meinicke et al. 2019; Pallares und Grau 2010).

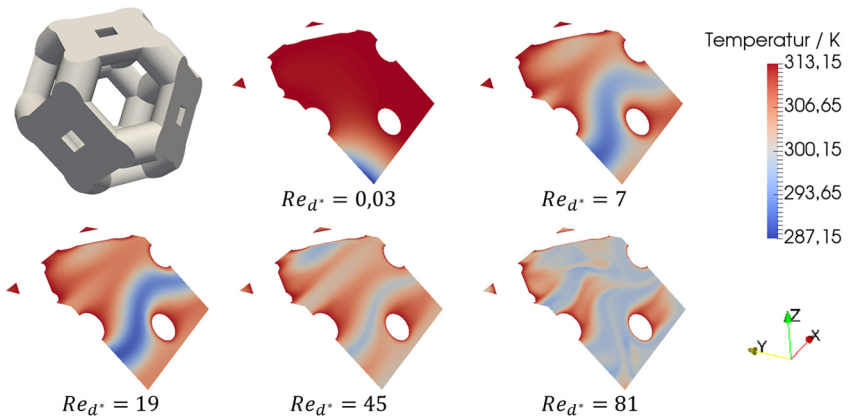


Abbildung 4.22: Temperaturfeld in zwei unterschiedlichen, mittig positionierten Schnittebenen in einer Kelvin-Zelle mit $s_L = s_T = 5$ bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen.

In Regime II verändert sich die Steigung des Kurvenverlaufs deutlich ($n = 0,14$). Anhand des Temperaturfeldes ist nun eine deutliche Beeinflussung der thermischen Grenzschichten von der Strömung zu erkennen. Letztere wird in der Kelvin-Zelle fortwährend umgelenkt, sodass an den zur Strömung zugewandten Seiten der Stege sich entwickelnde thermische Grenzschichten beobachtet werden können. Interessanterweise scheint es für die Stege an den Ein- und Austrittsflächen dabei deutliche Unterschiede zwischen den Anteilen der Stegoberfläche zu geben, die den kleineren quadratischen bzw. den größeren hexagonalen Fenstern zugewandt sind. Weiterhin fällt auf, dass sich der Verlauf der Nusselt-Kurve bereits vor Erreichen von Regime II verändert. Eine mögliche Erklärung besteht darin, dass der Übergang von Regime I zu II fließend ist, weshalb ein eigenes Kriterium zu dessen Identifikation vorgeschlagen wurde (s. Gl. (4.69)). Dieses basiert auf einem Größenordnungsvergleich des Darcy-Terms mit

der kubischen Druckkorrektur. Somit besteht hinsichtlich dieser Regimegrenze eine gewisse Unschärfe, die zu der beobachteten Diskrepanz führen könnte.

Mit Erreichen von Regime III ändert sich die Steigung der Anpassungskurve erneut und steigt auf einen Wert von $n = 0,21$. Wie in Kapitel 4.3.1 beschrieben, bildet sich in Regime III gegenüber dem Vorgängerregime im Nachlauf der Stege ein stationärer Wirbel aus. Zudem wirkt sich das Geschwindigkeitsprofil stromabwärts stärker aus (s. Abbildung 4.14). Vergleichbare Veränderungen sind auch anhand des Temperaturprofils erkennbar (bspw. anhand des quadratischen kleinen Fensters), wenn auch in wesentlich geringerer Ausprägung. Sämtliche Geometrien weisen in diesen beiden Regimen Steigungen im Bereich von $0,02 \leq n \leq 0,33$ auf, wodurch der in der Literatur angegebene Bereich für laminare Strömungen nach unten erweitert wird. Analog zum Druckverlust (s. Kapitel 4.3.1) stellt sich die Frage nach einer möglichen physikalischen Ursache für die beobachteten Verläufe. Auch hier bietet die Betrachtung einer laminaren Grenzschichtentwicklung (nicht ausgebildeter Zustand) an einer ebenen Platte einen Erklärungsansatz. Die Nusselt-Zahl lässt sich bei einer Randbedingung 1. Art mit folgender Gleichung beschreiben (Schlichting und Gersten 2017):

$$Nu_x = 0,339 \cdot Re_x^{0,5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (4.73)$$

Somit ist im Falle einer nicht ausgebildeten thermischen Grenzschicht eine Steigung von $n = 0,5$ zu erwarten, während im vollständig ausgebildeten Fall ein Wert von $n = 0$ vorliegt. Dementsprechend scheinen die thermischen Grenzschichten, genau wie die hydrodynamischen, in einem Zustand zwischen diesen beiden Grenzfällen zu sein. Jedoch ist in Abbildung 4.21 innerhalb von Regime III ab einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 20$ eine weitere Steigungsänderung der Nusselt-Kurve sichtbar, die in einem steilen S-förmigen Verlauf resultiert (Regime III*). Überraschenderweise liegt die Steigung näherungsweise bei $n = 1,14$, womit selbst die Erwartung für eine turbulente Strömung übertroffen wird (s. Kapitel 4.1.2). Allerdings liegt weiterhin eine stationäre und laminare Strömung vor (s. Abbildung 4.22), sodass Turbulenz als Ursache ausgeschlossen werden kann. Deshalb wird die Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche der Kelvin-Zelle sowie das Geschwindigkeitsfeld für je einen Datenpunkt im flacheren und steileren Bereich von Regime III analysiert. Die entsprechenden Felder sind in Abbildung 4.23 dargestellt.

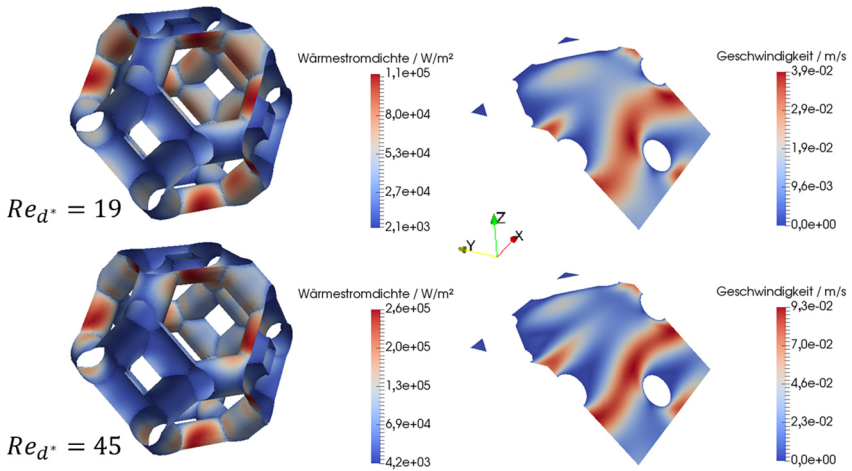


Abbildung 4.23: Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche einer Kelvin-Zelle (links) mit $s_L = s_T = 5$ sowie Betrag des Geschwindigkeitsfeldes in zwei verschiedenen, mittig positionierten Schnittebenen (rechts) bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen in Regime III.

Beim Vergleich fällt auf, dass sich die Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche der Zelle verändert hat. Zwar liegen schon bei einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 19$ deutliche Maxima vor, doch sind diese in Relation zu den umgebenden Stegen bei höherer Reynolds-Zahl erheblich ausgeprägter. Eine Erklärung dafür bietet das Geschwindigkeitsfeld. Es ist ersichtlich, dass der Nachlauf der Stege im unteren Teil von Abbildung 4.23 deutlich verlängert ist und zu einer Art Kanalbildung in der Strömung führt. Dadurch entstehen lokal überproportional hohe Strömungsgeschwindigkeiten, die entsprechend auch in höheren Wärmeübergangskoeffizienten und übertragenen Wärmestromdichten resultieren. Ähnliche Beobachtungen konnten bereits für eine versetzte kubische Zelle gemacht werden (Dubil et al. 2023). Somit scheint es sich bei der Steigungsänderung in Regime III zumindest nicht ausschließlich um eine Veränderung des Grenzschichtzustandes zu handeln, sondern auch um ein Resultat einer veränderten Strömungsverteilung. Interessanterweise wirkt sich diese scheinbar nicht wesentlich auf den Druckverlust aus, da dort keine Veränderung des Kurvenverlaufs in Regime III ersichtlich ist (s. Abbildung 4.16).

Der Beginn des letzten Abschnitts in Abbildung 4.21 fällt mit dem Anfang des instationären Regimes IV zusammen. Hier folgt die Nusselt-Zahl erneut einer Potenzfunktion, die eine Steigung von $n = 0,56$ aufweist und somit im von

der Literatur angegebenen Bereich liegt (s. Kapitel 4.1.2). Anhand des in Abbildung 4.22 für eine Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 81$ dargestellten Temperaturfeldes ist deutlich sichtbar, dass die Wirbel zu einer starken Vermischung des Fluides und damit einer Auflösung der Temperaturprofile im Kern der Strömung führen. Dadurch entwickelt sich an jedem Steg eine neue thermische Grenzschicht, wodurch nach Gl. (4.73) näherungsweise eine Steigung von $n = 0,5$ zu erwarten wäre. Jedoch ist die anhand aller POCS-Geometrien ermittelte Spanne mit $0,51 \leq n \leq 0,86$ deutlich größer, wie auch die in der Literatur angegebene Bandbreite für laminare Strömungen (s. Kapitel 4.1.2). Eine mögliche Ursache für diese Diskrepanz könnte die bei der ebenen Platte getroffene Annahme einer räumlich wie zeitlich konstanten Anströmung sein. Es ist zu erwarten, dass das stark veränderte Strömungsfeld die Entwicklung der thermischen Grenzschichten beeinflusst und somit in einer anderen Steigung resultiert.

Ein Phänomen, das bei der Kelvin-Zelle nicht sichtbar ist, allerdings bei anderen Geometrien beobachtet werden kann, ist die Existenz eines lokalen Minimums der Nusselt-Kurve. Als Beispiel ist in Abbildung 4.24 der Verlauf der Nusselt-Zahl für eine kubische Zelle dargestellt.

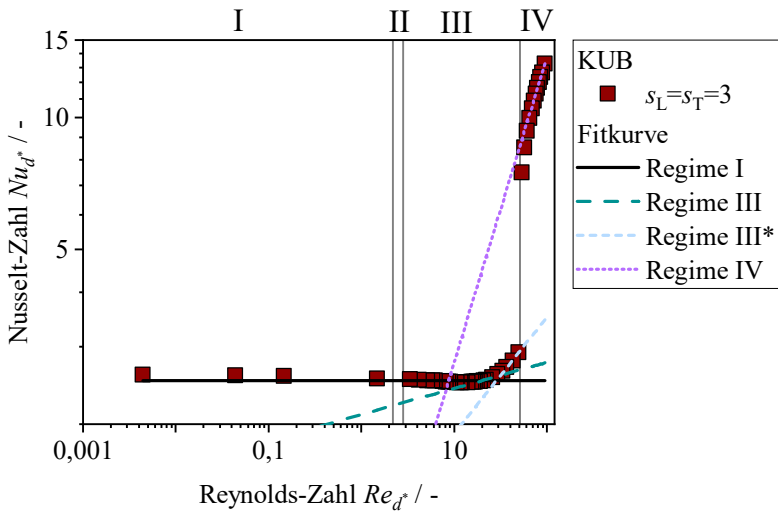


Abbildung 4.24: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl in einer kubischen Zelle. Zusätzlich sind die hydrodynamischen Regimegrenzen (I bis IV) markiert sowie, mit Ausnahme von Regime II, für jedes Regime angepasste Fitkurven eingetragen.

Es ist deutlich erkennbar, dass die kubische Zelle bei einer Reynolds-Zahl von ca. $Re_d^* = 15$ und somit einer Péclet-Zahl von $Pe = 55$ ein Minimum der Nusselt-Zahl aufweist. Da eine niedrige Péclet-Zahl vorliegt und die Nusselt-Zahl in Regime I ein zweites Plateau erreicht, was sich mit den in Kapitel 4.1.2 geschilderten Beobachtungen deckt, ist davon auszugehen, dass axiale Wärmeleitung die Ursache für diesen Kurvenverlauf ist. Diese scheint im Falle der kubischen Zelle bis in das Regime III zu wirken und den Einfluss der hydrodynamischen Strömungsregime zu überdecken. Dabei deuten die Unterschiede zwischen den POCS-Einheitszellen (s. Abbildung 4.25) auf eine geometrische Komponente dieses Phänomens hin. Da axiale Wärmeleitung jedoch nicht im Fokus dieser Arbeit liegt, wird dieser Aspekt nicht näher untersucht.

4.3.5 Einfluss der Geometrie auf den Wärmeübergang

Nachdem im vorangegangenen Kapitel erörtert wurde, wie sich die Strömungsregime auf den Wärmeübergang auswirken, wird im Folgenden der Einfluss der Geometrie genauer beleuchtet. Ein Teil der hier präsentierten Ergebnisse wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2023, 2022a, 2022b).

Anwendbarkeit der Literaturmodelle

Zunächst werden die bereits verfügbaren Literaturmodelle mit den Simulationsergebnissen für die hier untersuchten POCS verglichen. Nur ein einziges Modell, das von Bastos Rebelo et al. (2018) entwickelt wurde, ist auf mehr als einen Einheitszellentyp angewendet worden. In den anderen Fällen wurden stets zelltypspezifische Anpassungsfaktoren oder Modellgleichungen (vgl. Gl. (4.33) und (4.34)) genutzt, was eine Übertragbarkeit auf andere Geometrien fraglich erscheinen lässt. Deshalb werden die in Tabelle 4.2 zusammengestellten Modelle auch in dieser Arbeit nur mit den Einheitszellen verglichen, für die sie auch entwickelt wurden. Die Gleichungen von Iasiello et al. (2017) und Wu et al. (2011) sind für die hier erzielten Ergebnisse eigentlich nicht anwendbar, da diese auf Simulationen mit Luft als fluidem Medium basieren und der Einfluss der Prandtl-Zahl nicht berücksichtigt wurde. Zudem sind die zu Grunde gelegten Stoffdaten in beiden Arbeiten nicht veröffentlicht. Die Prandtl-Zahl von Luft bleibt jedoch in einem weiten Temperaturbereich näherungsweise konstant (Stephan et al. 2019), sodass mit einem Wert von $Pr_{\text{Luft}} = 0,7$ für beide Modelle ein Korrekturfaktor eingeführt wurde:

$$Nu_D = 1,594Re_D^{0,454}\psi^{0,1644} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_{Luft}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.38)^*$$

$$Nu_D = 2,0696Re_D^{0,438}\psi^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_{Luft}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.39)^*$$

Der Vergleich der unterschiedlichen Literaturmodelle mit den Simulationsergebnissen ist in Tabelle 4.7 zusammengefasst.

Tabelle 4.7: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 4.2 zusammengestellten Modellen für den Wärmeübergangskoeffizienten. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer absoluten Abweichung <20% sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben. Die für Luft erstellten Modelle von Iasiello et al. (2017) und Wu et al. (2011) wurden um einen Prandtl-Term ergänzt, um sie für das hier verwendete Medium anwendbar zu machen.

Modell	MAPE / %	Anteil der Daten mit APE < 20% / %	Getestete Einheitszellentypen
Gl. (4.32)	37	30	KUB
Gl. (4.33) und (4.34)	25	40	KEL, DIA
Gl. (4.35)	77	0	KEL
Gl. (4.36)	51	5	KUB
Gl. (4.37)	76	15	KUB-Y, KUB-YZ
Gl. (4.38)*	19	49	KEL
Gl. (4.39)*	12	90	KEL

Das einzige Modell, das eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen aufweist, ist das von Wu et al. (2011) (s. Gl. (4.39)*) für Kelvin-Zellen. Die großen Abweichungen der experimentell ermittelten Gleichungen (4.32) (Balzarotti et al. 2021) und (4.37) (Bastos Rebelo et al. 2018) wurden bereits in Kapitel 4.2.4 eingehend thematisiert. Sie lassen sich mit großer Wahrscheinlichkeit auf Einlaufeffekte, andere Strömungsregime und fertigungsbedingte Einflüsse zurückführen. Doch die deutlichen Diskrepanzen zu den anderen numerischen Arbeiten überraschen zunächst. Das Modell von Aguirre et al. (2020) (s. Gl. (4.35)) wurde anhand einer einzigen Kelvin-Zelle erstellt, wobei eine sehr ungewöhnliche Definition der charakteristischen Länge gewählt wurde: Es wurde der entsprechende Durchmesser einer Kugel bei gleicher spezifischer Oberfläche verwendet. Da die Gleichung an keiner weiteren Geometrie getestet wurde, ist es sehr wahrscheinlich, dass diese Größe nicht repräsentativ für die

Kelvin-Zellenstruktur ist und nicht korrekt mit anderen geometrischen Parametern skaliert. Die von Patel und Talukdar (2020) sowie Iasiello et al. (2017) untersuchten Strukturen (s. Gl. (4.36) und (4.38)*) wiesen andere Stegquerschnittsformen auf (quadratisch und dreieckig), was zu einer deutlichen Veränderung des Wärmeübergangskoeffizienten führen kann (Ambrosio et al. 2016). Ferroni et al. (2021) (s. Gl. (4.33) und (4.34)) ermittelten die Nusselt-Zahl auf Basis der von Meinicke (2020) kritisierten Bilanzmethode (s. Kapitel 4.1.2). Diese Vorgehensweise führt insbesondere bei niedrigen Reynolds-Zahlen zu einer deutlichen Unterschätzung des konvektiven Wärmeübergangs. Dies zeigt auch der Vergleich mit den Simulationsergebnissen: Dort sind die größten Abweichungen sichtbar, während die Übereinstimmung mit steigender Reynolds-Zahl besser wird.

Der oben gezeigte Vergleich verdeutlicht, dass noch immer ein Bedarf an zuverlässigen Modellen zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten in durchströmten POCS besteht. Die aktuell in der Literatur verfügbaren Modelle haben teils sehr enge Gültigkeitsgrenzen und lassen sich nicht ohne Weiteres auf andere Einheitszellengeometrien übertragen.

Vergleich unterschiedlicher Einheitszellen

Aus der Literatur ist bereits bekannt, dass Einheitszellengröße, Stegdurchmesser und Porosität wesentliche Einflussparameter sind. Während einer der beiden Parameter meist bei der Entdimensionierung als charakteristische Länge berücksichtigt wurde, diente die Porosität als Skalierungsfaktor (s. Tabelle 4.2). Somit scheint keine dieser Größen den grundsätzlichen Verlauf der Nusselt-Kurven zu verändern. Im Gegensatz dazu scheint eine Variation des Einheitszellentyps in den meisten Fällen eine grundsätzliche Veränderung des funktionellen Zusammenhangs hervorgerufen zu haben, da entsprechend zelltypspezifische Modelle entwickelt wurden (s. Tabelle 4.2). Um diesen Effekt genauer zu analysieren, werden die Ergebnisse sämtlicher Einheitszellengeometrien in Abbildung 4.25 gegenübergestellt. Analog zum Druckverlust sind auch hier einige Datenpunkte von POCS mit einem erhöhten Stegdurchmesser eingetragen, um die Skalierbarkeit der dimensionslosen Ergebnisse nachzuweisen.

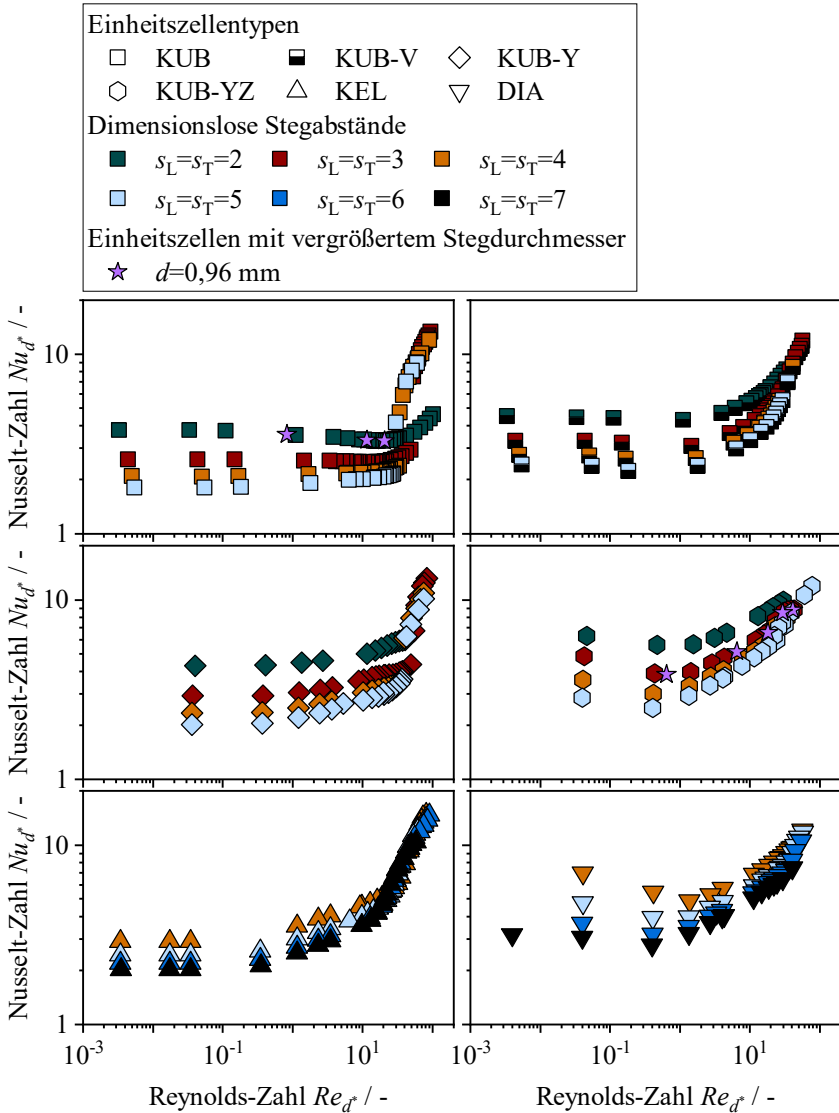


Abbildung 4.25: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für unterschiedliche POCS-Einheitszellen und variierende dimensionslose Stegabstände. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96$ mm eingetragen. Datenpunkte wurden teilweise aus Dubil et al. (2023, 2022b) übernommen.

Entsprechend der oben geschilderten Erwartung ähneln sich die Kurvenverläufe für POCS desselben Einheitszellentyps. Je nach dimensionslosem Stegabstand, der direkt mit der Einheitszellengröße bzw. der Porosität korreliert, verschieben sich die Kurven deutlich entlang der Ordinate und weniger stark entlang der Abszisse. Letzteres entspricht der in Kapitel 4.3.1 geschilderten Beobachtung, dass eine Reduktion der Porosität die Strömungsregimegrenze in Richtung höherer Reynolds-Zahlen verschiebt. Im Falle der kubischen Zelle mit einem dimensionslosen Stegabstand von $s_L = s_T = 2$ ist die Verschiebung so gravierend, dass die Strömung bis zur höchsten untersuchten Reynolds-Zahl stationär bleibt. Hinsichtlich des Einflusses der Zellgröße fallen jedoch deutliche Unterschiede zwischen den Regimen auf. Während sich in den Regimen I bis III die Nusselt-Zahl teils um einen Faktor von Zwei verändert, scheinen die Kurven in Regime IV nur noch geringe Unterschiede aufzuweisen.

Auch der Einfluss des Einheitszellentyps weist eine Abhängigkeit vom vorliegenden Strömungsregime auf. In Regime I liegt bei allen POCS eine konstante Nusselt-Zahl vor, da die thermischen Grenzschichten den gesamten Strömungsquerschnitt ausfüllen und somit in einem ausgebildeten Zustand vorliegen (s. Abbildung 4.22). Nur der Absolutwert, der sich auch bei gleicher Porosität und spezifischer Oberfläche unterscheidet, sowie der Einfluss axialer Wärmeleitung (s. Kapitel 4.3.4) variiert von Zelle zu Zelle. Besonders markant sind die Verläufe der Nusselt-Kurven in den Regimen II und III. Hier ist je nach Zelltyp eine große Bandbreite unterschiedlicher Steigungen erkennbar. So verlaufen bspw. die Kurven der kubischen Zellen äußerst flach ($n = 0,02 - 0,08$), während die Diamant-Zellen wesentlich höhere Steigungen ($n = 0,23 - 0,27$) aufweisen. Auch dies lässt sich auf den Zustand der thermischen Grenzschichten zurückführen. Wie in Kapitel 4.3.4 geschildert, scheinen sich diese in einem Zwischenzustand zu befinden. Dabei stellt eine vollständig ausgebildete Grenzschicht ($n = 0$) das untere Extremum dar, während eine sich neu entwickelnde Grenzschicht ($n = 0,5$) die obere Grenze bildet. Doch wovon hängt dieser Zustand ab? Analog zur hydrodynamischen Grenzschicht (s. Kapitel 4.3.2) scheint die Strömungsumlenkung der maßgebliche Faktor zu sein. Dies wird anhand der in Abbildung 4.26 gezeigten Temperaturfelder in einer kubischen und einer Diamant-Zelle deutlich.

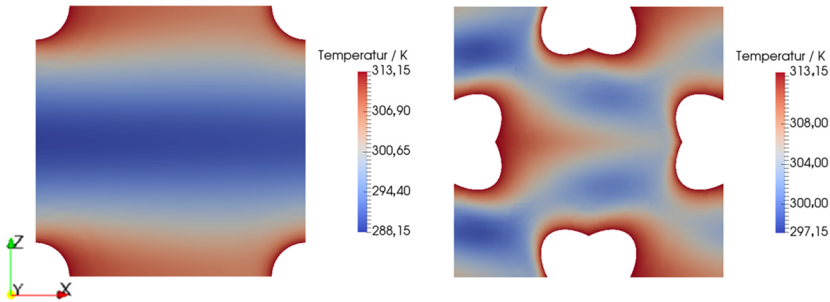


Abbildung 4.26: Temperatur in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer kubischen Zelle (links) und einer Diamant-Zelle (rechts) mit $s_L = s_T = 4$. Die Reynolds-Zahl Re_d^* betrug ca. 20, sodass Regime III vorlag.

In der kubischen Zelle strömt das Fluid nahezu ungestört durch das Zentrum der Geometrie. Dadurch kann sich ein Temperaturprofil ausbilden, dessen Form sich in Strömungsrichtung kaum verändert. Lediglich in direkter Nähe der Stege ist eine, wenn auch sehr schwach ausgeprägte, Störung zu erkennen. Dementsprechend sollte die thermische Grenzschicht nahe an einem ausgebildeten Zustand sein, was durch die geringe Steigung der entsprechenden Kurve in Abbildung 4.25 bestätigt wird. Auf der anderen Seite verursacht die tortuose Struktur der Diamant-Zelle eine starke Strömungsumlenkung, sodass das Temperaturprofil fortwährend verändert wird. Dementsprechend wird der Zustand in Richtung einer sich neu entwickelnden thermischen Grenzschicht verschoben und die Steigung in Abbildung 4.25 ist entsprechend größer.

In Regime IV zeigen sich hingegen nur geringfügige Unterschiede zwischen den Einheitszellen. Sowohl die Steigung als auch die absoluten Werte der Nusselt-Kurven sind sehr ähnlich. Dies könnte den in der Literatur beobachteten Widerspruch bezüglich eines (nicht-)existierenden Einflusses der Einheitszelle erklären (s. Kapitel 4.1.2). So stellten Arbeiten, die primär niedrige Reynolds-Zahlen untersuchten (Ferroni et al. 2021; Papetti et al. 2018), Unterschiede fest. Dahingegen wurde der Einfluss des Einheitszellentyps bei höheren Reynolds-Zahlen (Kaur und Singh 2022; Bastos Rebelo et al. 2018) als gering eingeschätzt. Dieser vernachlässigbare Einfluss in Regime IV lässt sich mit der Ähnlichkeit von POCS zu umströmten Einzelkörpern erklären, die bereits in einigen Veröf-

fentlichungen geäußert wurde (Ferroni et al. 2021; Kaur und Singh 2020; Meinicke et al. 2019). Bei niedrigen Reynolds-Zahlen ist eine starke Interaktion der thermischen Grenzschichten der einzelnen Stege zu erkennen (s. Abbildung 4.22). Doch die starke Rückvermischung in Regime IV verursacht eine Auflösung der Temperaturprofile, sodass die Wechselwirkungen zwischen den Grenzschichten der einzelnen Stege deutlich reduziert zu sein scheinen. Damit könnte sich der Wärmeübergang dem Zustand eines einzelnen umströmten Zylinders angenähert und sich somit die Unterschiede zwischen den Einheitszellen reduziert haben. Dementsprechend funktioniert der von Kaur und Singh (2022) dargestellte Vorschlag, bei der Entdimensionierung den Porendurchmesser als charakteristische Länge zu verwenden, nur in Regime IV. Dabei kann jedoch gegenüber der Verwendung der Anströmlänge keine wesentliche Verbesserung erzielt werden (s. Anhang B.3).

Auch wenn in Regime IV der Einfluss der Einheitszellengeometrie gering ist, so scheint dieser bei den anderen Strömungsregimen eine nicht zu vernachlässigende Rolle zu spielen. Analog zum Druckverlust, wird deshalb im Folgenden der konvektive Wärmeübergang mit einem Bottom-Up-Ansatz analysiert, um die geometrische Komplexität schrittweise zu erhöhen.

4.3.6 Bottom-Up-Analyse des Wärmeübergangs

Wie in Abbildung 4.18 dargestellt, werden drei geometrische Komplexitätsgrade miteinander verglichen. So wird der Wärmeübergangskoeffizient in unverbundenen Einzelstegen, Fenstern und vollständigen Einheitszellen in je einer fluchtenden und versetzten Variante analysiert, um wesentliche Einflüsse der Geometrie zu identifizieren. Die Ergebnisse dieser Gegenüberstellung sind in Abbildung 4.27 dargestellt und wurden bereits teilweise publiziert (Dubil et al. 2023).

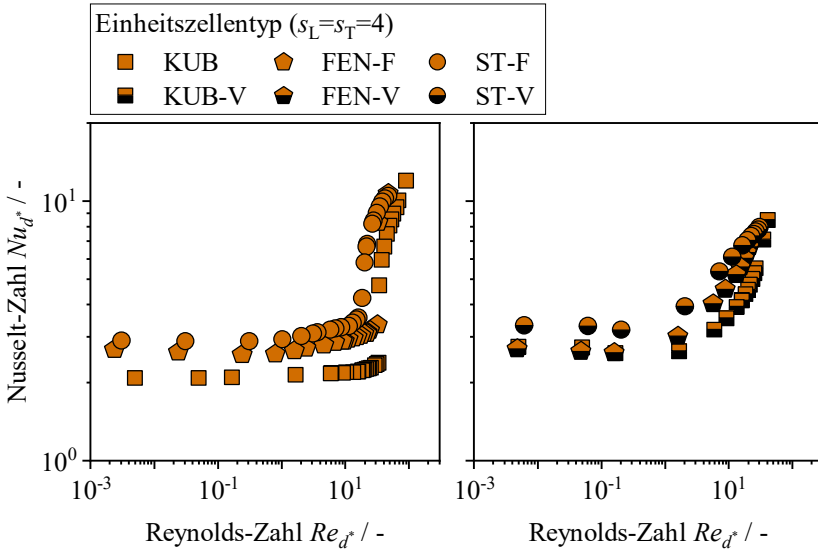


Abbildung 4.27: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für fluchtende (links) und versetzte (rechts) Strukturen bei dimensionslosen Stegabständen von $s_L = s_T = 4$. Ein Teil der Daten wurde bereits in (Dubil et al. 2023) publiziert.

Analog zur Bottom-Up-Analyse des Druckverlustes (s. Kapitel 4.3.3) lassen sich auch für den konvektiven Wärmeübergang starke Ähnlichkeiten innerhalb einer Gruppe feststellen. Vom Steg bis zur gesamten Zelle bleiben die abschnittswise Steigungen der Nusselt-Kurven nahezu unverändert. Allerdings sind die Regimegrenzen zu etwas höheren Reynolds-Zahlen verschoben. Die einzige Ausnahme bildet die Strömungsumverteilung in Regime III bei den versetzten Geometrien (s. Kapitel 4.3.4). Diese scheint bei der Steganordnung später einzusetzen, da die damit einhergehende Steigungsänderung im untersuchten Reynolds-Bereich noch nicht festgestellt werden kann. Ein weiterer markanter Unterschied ist das Niveau der Nusselt-Zahl. Ausgehend von den hohen Werten der Steganordnungen sinkt dieses zu den vollständigen Zellen hin kontinuierlich ab. Auch hier bietet eine Betrachtung der Mikrostruktur (s. Kapitel 4.3.3) in Kombination mit Abbildung 4.28 einen Erklärungsansatz.

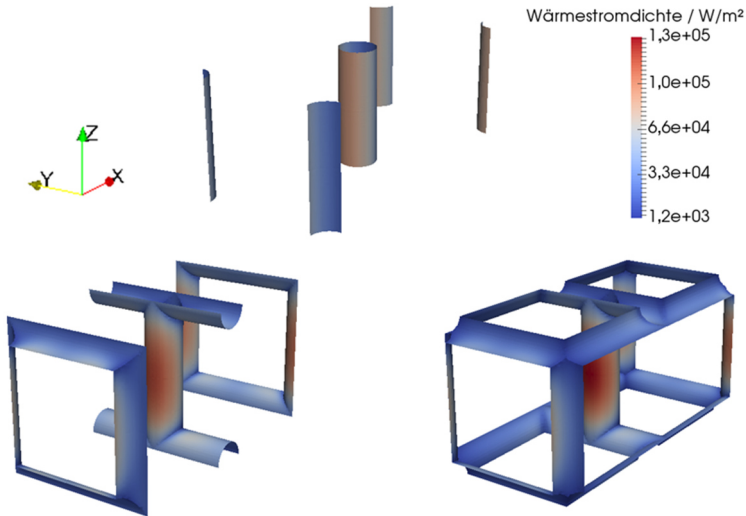


Abbildung 4.28: Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche einer versetzten Steganordnung (oben), einer versetzten Fensteranordnung (links) und einer versetzten kubischen Zelle (rechts) mit jeweils $s_L = s_T = 4$ bei einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 13$. Ein Teil der Abbildung wurde aus (Dubil et al. 2023) entnommen.

Die Stege in der versetzten Steganordnung tragen alle gleichermaßen zum Gesamtwärmetransport der Struktur bei. Dementsprechend sind die Wärmestromdichteverteilungen auf den Oberflächen ähnlich zueinander und es sind keine Änderungen entlang der Stegachsen feststellbar. Bei den versetzten Fenstern sind hingegen lokal starke Unterschiede erkennbar. Während die vertikalen Stege, die einer versetzten Steganordnung entsprechen, eine hohe Wärmestromdichte aufweisen, sind die Werte auf der Oberfläche der horizontalen Stege (fluchtende Steganordnung) deutlich kleiner. Zudem ist eine Verschlechterung des Wärmeübergangs zu den Knoten hin sichtbar. Dort kann lokal eine Stagnation des Fluides festgestellt werden, die den Wärmeübergangskoeffizienten reduziert. Die gleichen Phänomene lassen sich auch bei der versetzten kubischen Zelle beobachten. In diesem Fall ist noch eine weitere Gruppe von Stegen (geneigte Stege) vorhanden, die noch weniger zum Gesamtwärmetransport beiträgt als der Rest. Diese zusätzlichen Stege sowie die Knoten in den Fenstern und den vollständigen Einheitszellen reduzieren den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten gegenüber den unverbundenen Steganordnungen und führen somit zu den in Abbildung 4.27 sichtbaren Unterschieden. Folglich liegt auch für den

Wärmeübergang eine deutliche Heterogenität hinsichtlich der Beiträge der einzelnen Steganordnungen in einer POCS-Geometrie vor. Zudem scheint die Wärmetransportcharakteristik der unterschiedlichen Anordnungen, wie in Abbildung 4.27 sichtbar ist, auch in den vollständigen Einheitszellen in wesentlichen Zügen erhalten zu bleiben. Dementsprechend wird folgende Hypothese aufgestellt, die nachfolgend in Kapitel 4.4.3 getestet wird:

- Innerhalb einer POCS-Struktur tragen verschiedene Steganordnungen nicht in gleichem Maße zum konvektiven Gesamtwärmetransport bei. Vielmehr bleiben ihre Wärmetransporteigenschaften auch im Zellverbund näherungsweise erhalten, sodass der Wärmeübergangskoeffizient in POCS als Kombination der Beiträge ihrer strukturbildenden Steganordnungen betrachtet werden kann.

4.4 Entwicklung von Berechnungsmodellen

Im vorangegangenen Kapitel wurde jeweils die Hypothese aufgestellt, dass sich der Druckverlust und Wärmeübergangskoeffizient in POCS als Kombination der Einzelbeiträge ihrer strukturbildenden Steganordnungen beschreiben lassen. Darauf basierend werden im Folgenden Berechnungsmodelle abgeleitet und getestet, die auf Basis der Geometrie von POCS eine Vorhersage dieser beiden Zielgrößen erlauben. Dabei liegt der Fokus auf einer Modellbeschreibung, die sich auf unterschiedliche Einheitszellentypen übertragen lässt und somit den aktuell verfügbaren Designfreiraum dieser Strukturklasse erweitert.

4.4.1 Definition äquivalenter Steganordnungen

Beiden Berechnungsmodellen ist gemein, dass zunächst die zu Grunde liegenden Steganordnungen einer jeden Einheitszelle definiert werden müssen. Für eine kubische Zelle erscheint dies trivial, doch komplexere Geometrien, wie bspw. eine Kelvin- oder Diamant-Zelle, erfordern eine systematische Herangehensweise. Deshalb wurde eine Methodik entwickelt und publiziert (Dubil et al. 2023), die es erlaubt auf Basis der Einheitszellengeometrie sogenannte äquivalente Steganordnungen abzuleiten. Deren Anordnung sowie dimensionslose

Stegabstände sollen repräsentativ für die unterschiedlichen Steggruppen innerhalb einer Einheitszelle sein und den mit ihnen verbundenen Grad der Umlenkung berücksichtigen, der einen maßgeblichen Einfluss auf die hydrodynamische (s. Kapitel 4.3.2) und thermische (s. Kapitel 4.3.5) Grenzschichtentwicklung zu haben scheint. Dazu werden zunächst die Schwerpunkte zweier in Hauptströmungsrichtung aufeinanderfolgender Stege miteinander verbunden. Der Betrag der Projektion dieses Verbindungsvektors orthogonal zur Hauptströmungsrichtung entspricht dem halben transversalen Stegabstand, während die Projektion parallel zur Hauptströmungsrichtung zum longitudinalen Stegabstand führt. Das Verfahren ist exemplarisch für eine doppelt geneigte kubische Zelle in Abbildung 4.29 dargestellt.

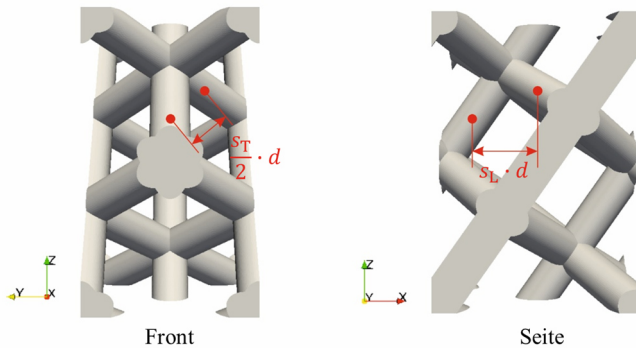


Abbildung 4.29: Exemplarische Darstellung der Bestimmung äquivalenter Steganordnungen in einer doppelt geneigten kubischen Zelle. Die Darstellung wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2023).

Entspricht der dimensionslose transversale Abstand einem Wert von $s_T = 0$, so liegt eine fluchtende Anordnung vor, deren transversaler Abstand dann mit einem korrespondierenden Steg derselben Reihe gebildet wird. Dabei wird die Neigung von Stegen im Allgemeinen vernachlässigt, außer sie sind parallel zur Hauptströmungsrichtung ausgerichtet. In diesem Fall werden als äquivalente Steganordnungen geneigte Stege zu Grunde gelegt. Liegen zudem in einer Einheitszelle unterschiedliche Steggruppen vor, so sind auch entsprechend mehrere äquivalente Anordnungen zu bilden. Für eine detaillierte Beschreibung anhand der in dieser Arbeit untersuchten Einheitszellentypen sei auf den Anhang B.4 verwiesen. Die resultierenden äquivalenten Steganordnungen sind in Tabelle 4.8 zusammengefasst.

Tabelle 4.8: Äquivalente Steganordnungen zur Modellierung des Druckverlustes und Wärmeübergangskoeffizienten in unterschiedlichen POCS. Zusätzlich ist die Anzahl der Stege N_i innerhalb einer Einheitszelle, die einer bestimmten Anordnung zugeordnet werden können, mit angegeben. Ein Teil dieser Tabelle wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2023).

Einheitszelle	Äquivalente Steganordnungen							
	ST-F			ST-V			ST-Y	
	N_i	s_L	s_T	N_i	s_L	s_T	N_i	s_T
KUB	2	$s_{L,Z}$	$s_{T,Z}$	—	—	—	1	$s_{T,Z}$
KUB-V	—	—	—	4	$s_{L,Z}$	$s_{T,Z}$	2	$s_{T,Z}$
KUB-Y	4	$\frac{\sqrt{2}s_{L,Z}}{2}$	$s_{T,Z}$	2	$\frac{\sqrt{2}s_{L,Z}}{2}$	$\sqrt{2}s_{T,Z}$	—	—
KUB-YZ	—	—	—	18	$\frac{s_{L,Z}}{\sqrt{3}}$	$\frac{2s_{T,Z}}{\sqrt{6}}$	—	—
KEL	4	$s_{L,Z}$	$\frac{\sqrt{2}s_{T,Z}}{4}$	10	$\frac{s_{L,Z}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}s_{T,Z}}{2}$	—	—
	10	$\frac{s_{L,Z}}{2}$	$s_{T,Z}$	—	—	—	—	—
DIA	—	—	—	16	$\frac{s_{L,Z}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}s_{T,Z}}{2}$	—	—

4.4.2 Druckverlust

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die äquivalenten Steganordnungen definiert wurden, müssen ihre Beiträge miteinander verknüpft werden. Dazu wird im Folgenden ein repräsentativer Ausschnitt aus einer versetzten Steganordnung betrachtet (s. Abbildung 4.30). Wie setzt sich der resultierende Druckverlust aus Sicht der Stege zusammen?

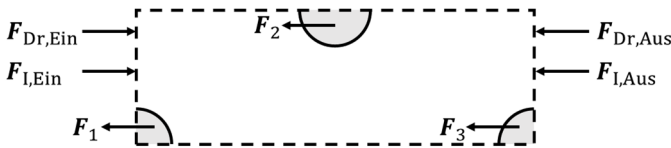


Abbildung 4.30: Kontrollvolumen für die Kräftebilanz in einem repräsentativen Ausschnitt des Fluidvolumens innerhalb einer versetzten Steganordnung.

Eine stationäre Kräftebilanz der horizontalen Komponenten um das in Abbildung 4.30 dargestellte Kontrollvolumen ergibt:

$$\begin{aligned}
& F_{\text{Dr,Ein}} + F_{\text{l,Ein}} - F_{\text{Dr,Aus}} - F_{\text{l,Aus}} - F_1 - F_2 - F_3 = 0 \\
\Leftrightarrow & p_{\text{Ein}} S_{\text{Ein}} + \rho_F \bar{u}_{\text{Ein}}^2 S_{\text{Ein}} - p_{\text{Aus}} S_{\text{Aus}} - \rho_F \bar{u}_{\text{Aus}}^2 S_{\text{Aus}} = \sum_{i=1}^3 F_i \quad (4.74)
\end{aligned}$$

Da in dieser Arbeit nur eingelaufene Strömungen untersucht werden, sind aufgrund der Periodizität des Kontrollvolumens und der Gültigkeit der Massenerhaltung die Geschwindigkeiten an Ein- und Austritt identisch. Ebenso stimmen die Ein- und Austrittsflächen überein, sodass Gl. (4.74) vereinfacht werden kann:

$$\Delta p_Z = p_{\text{Ein}} - p_{\text{Aus}} = \sum_{i=1}^3 \frac{F_i}{S_{\text{Ein}}} = \sum_{i=1}^3 \Delta p_i \quad (4.75)$$

Unter Vernachlässigung sämtlicher Wechselwirkungen zwischen den umströmten Objekten kann der Druckverlust im betrachteten Kontrollvolumen somit als **Superposition** der Beiträge der einzelnen Stege betrachtet werden. In der Realität sind diese Wechselwirkungen jedoch meist nicht vernachlässigbar (Zdravkovich 1987) und es kommt gegenüber einem Einzelsteg zu einer deutlichen Veränderung des Strömungsfeldes (s. Abbildung 4.17). Aus diesem Grund werden für die Modellierung des Druckverlustes nicht Einzelstege, sondern, in Form der äquivalenten Steganordnungen, repräsentative Gruppen herangezogen, die einen Teil dieser Wechselwirkungen bereits inhärent berücksichtigen. Die verbliebenen Wechselwirkungen zwischen den Anordnungen werden hingegen vernachlässigt. Bei der Addition der Einzelbeiträge hat deren Anzahl pro Volumenelement analog zum oben geschilderten Beispiel eine große Bedeutung für den Gesamtdruckverlust. Da sich diese „Stegdichte“ zwischen Einheitszelle und äquivalenter Anordnung teils deutlich unterscheidet, wird die spezifische Oberfläche zur Korrektur der Beiträge herangezogen, indem die Anzahl der Stege N_i innerhalb einer Zelle, die einer bestimmten Anordnung zugeordnet werden (s. Tabelle 4.8), mit der Gesamtzahl N_Z ins Verhältnis gesetzt und mit dem Quotienten ihrer spezifischen Oberflächen multipliziert wird:

$$\varphi_{\text{Dr,S},i} = \frac{N_i}{N_Z} \cdot \frac{S_{V,Z}}{S_{V,i}} \quad (4.76)$$

Während die spezifischen Oberflächen der unterschiedlichen POCS-Geometrien Tabelle 3.1 entnommen werden können, lassen sich die Werte der Steganordnungen nach Gl. (4.77) bestimmen:

$$S_{V,i} = \begin{cases} \text{ST} - \text{F}: \frac{\pi}{s_L s_T d} \\ \text{ST} - \text{V}: \frac{\pi}{s_L s_T d} \\ \text{ST} - \text{Y}: \frac{\pi}{s_T s_T d} \end{cases} \quad (4.77)$$

Zur erfolgreichen Anwendung des Superpositionsmodells müssen die Einzelbeiträge der unterschiedlichen Steganordnungen bekannt sein. Dazu werden für jede Anordnung stationäre Simulationen mit dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Modell durchgeführt. Da der zeitliche Aufwand für instationäre Simulationen ungleich höher ist, wird das Regime IV nur für die äquivalenten Steganordnungen der kubischen Zelle charakterisiert. Auf Basis der Ergebnisse wird für jedes Strömungsregime und jede Anordnung eine dimensionslose Fitkurve erstellt. Lediglich Regime II wird dabei vernachlässigt, da dessen Berücksichtigung nur eine geringfügige Auswirkung auf die Fitqualität hat und dessen Reynolds-Bereiche im Vergleich zu den anderen Regimen sehr schmal sind (s. Abbildung 4.15). Die Ergebnisse des Fitprozesses sind für sämtliche Steganordnungen im Anhang B.4 zusammengestellt. Dabei wird zur Approximation der relevanten Geschwindigkeit einem Vorschlag von Gnielinski (1978) entsprechend nicht die Gesamtporosität, sondern die Porosität in einer Stegreihe verwendet (s. Gl. (B.13)). Die Bestimmung einer vergleichbaren Reihenporosität ist in POCS nur schwer möglich, aber notwendig, da sich die mittlere Geschwindigkeit durch eine Reduktion der freien Querschnittsflächen deutlich erhöhen kann (s. Abbildung B.16 im Anhang). Als Näherung wird deshalb die Verwendung einer sogenannten Eintrittsporosität ψ_{Ein} vorgeschlagen, die die freie Querschnittsfläche am Eintritt einer Einheitszelle zum Gesamtquerschnitt ins Verhältnis setzt. Entsprechende Berechnungsvorschriften sind im Anhang B.4 angegeben. Damit lassen sich die Beiträge der einzelnen Steganordnungen folgendermaßen bestimmen:

$$Hg_{d^*,i} = \begin{cases} \text{I} - \text{III}: \text{Max} \left(A_{\text{I},i} \cdot Re_{d^*,\text{Ein}}, A_{\text{III},i} \cdot Re_{d^*,\text{Ein}}^{n_{\text{III},i}} \right) \text{ mit } Re_{d^*,\text{Ein}} = \frac{\bar{u}_0 \cdot d^*}{\nu_F \cdot \psi_{\text{Ein}}} \\ \text{IV}: A_{\text{IV},i} \cdot Re_{d^*,\text{Ein}}^{n_{\text{IV},i}} \end{cases} \quad (4.78)$$

Schließlich folgt auf Basis des vorgeschlagenen Superpositionsansatzes für den dimensionslosen Druckverlust:

$$Hg_{d^*,Z} = \sum_{i=1}^N Hg_{d^*,i} \cdot \varphi_{\text{Dr},S,i} \quad (4.79)$$

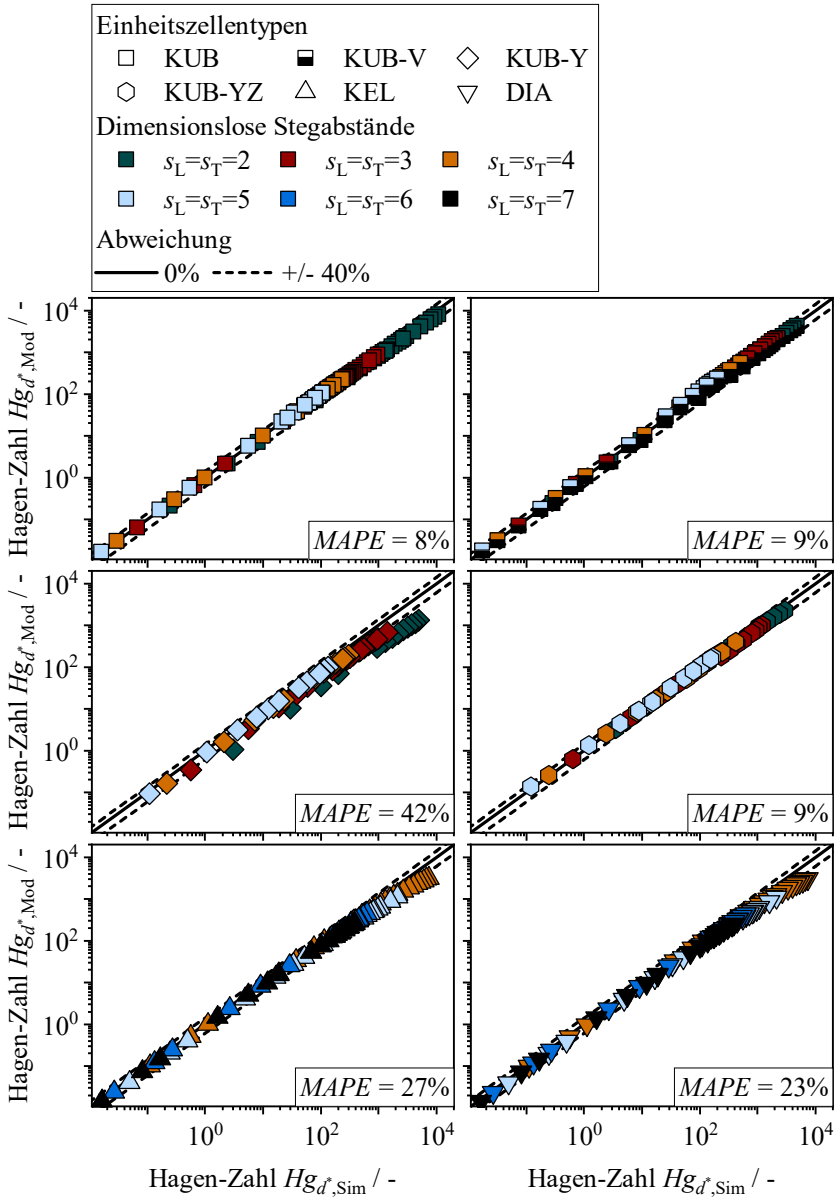


Abbildung 4.31: Vergleich der anhand von Gl. (4.79) errechneten Hagen-Zahl $Hg_{d^*,Mod}$ mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert $Hg_{d^*,Sim}$ bei stationärer Strömung (Regime I-III).

Um die Modellqualität zu prüfen, werden die anhand von Gl. (4.79) errechneten Druckverlustwerte mit den in Abbildung 4.16 dargestellten Simulationsergebnissen verglichen. Dieser Vergleich ist für die bei stationärer Strömung ermittelten Datenpunkte in Abbildung 4.31 dargestellt. Das Superpositionsmodell zeigt insgesamt eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen, welche für die meisten Zelltypen in mittleren Abweichungen weit unter 40% resultiert. Lediglich bei der geneigten kubischen Zelle sind für dimensionslose Stegabstände von $s_L = s_T = 2$ besonders hohe Abweichungen von bis zu 70% erkennbar. In fast allen Fällen lässt sich der Trend beobachten, dass die Abweichungen mit sinkendem dimensionslosem Stegabstand ansteigen. Der Grund dafür ist die Annahme vernachlässigbar kleiner Wechselwirkungen zwischen den unterschiedlichen Steganordnungen. Je kleiner die Abstände, desto eher sind Interaktionen zu erwarten, sodass diese Annahme zunehmend an Gültigkeit verliert. Ein weiterer Grund besteht in der größer werdenden Sensitivität des Modells in Bezug auf die Referenzgeschwindigkeit und somit Porosität. Gerade bei geringen Stegabständen wirkt sich die Wahl der Porosität stark auf das Ergebnis aus, sodass Näherungen wie die Verwendung der Eintrittsporosität schwerer ins Gewicht fallen. Dies zeigt sich besonders deutlich am Beispiel der geneigten kubischen Zelle, welche bei $s_L = s_T \leq 3$ besonders große Abweichungen aufweist.

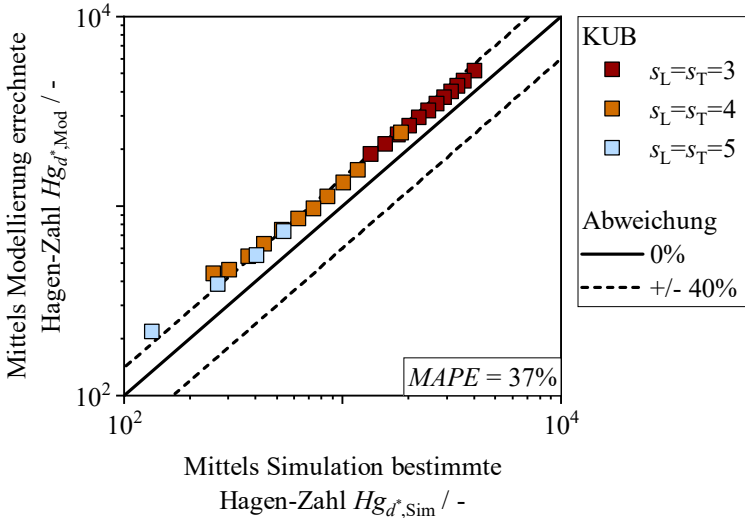


Abbildung 4.32: Vergleich der anhand von Gl. (4.79) errechneten Hagen-Zahl $Hg_{d,Mod}$ mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert $Hg_{d,Sim}$ bei instationärer Strömung (Regime IV) in einer kubischen Zelle.

Zusätzlich zu den Ergebnissen bei stationärer Strömung, wird das Modell mit Datenpunkten aus Regime IV der kubischen Zelle verglichen. Das entsprechende Diagramm ist in Abbildung 4.32 dargestellt. Auch in diesem Fall kann das Modell den Trend der Simulationsergebnisse korrekt wiedergeben, was für die in Regime IV fortbestehende physikalische Plausibilität des Modellansatzes spricht. Allerdings zeigen sich im Vergleich zu den bei stationärer Strömung gewonnenen Daten nun größere quantitative Abweichungen. Jedoch bedarf es einer größeren Datenbasis, um diesen Effekt genauer zu untersuchen.

Insgesamt kann das Superpositionsmodell 87% aller in Abbildung 4.31 und Abbildung 4.32 gezeigten Datenpunkte mit einer absoluten Abweichung kleiner 40% und einer mittleren Abweichung von 20% beschreiben, womit es eine zur Literatur vergleichbare Genauigkeit erzielt (s. Kapitel 4.3.2). Es gibt die Trends der in Abbildung 4.16 gezeigten Kurvenverläufe weitgehend korrekt wieder, sodass in Kombination mit den Beobachtungen aus Kapitel 4.3.3 die Hypothese, dass der Druckverlust in POCS als Kombination der Beiträge ihrer strukturbildenden Einheiten betrachtet werden kann, gestützt wird. Angesichts der erhöhten Abweichungen bei niedriger Porosität, sollte jedoch der Gültigkeitsbereich des aktuellen Berechnungsmodells auf Werte zwischen $79,1\% \leq \psi \leq 91,7\%$ beschränkt werden. Der wesentliche Nachteil dieses Modellansatzes besteht in der Notwendigkeit zuverlässiger Daten oder Korrelationen für den Druckverlust in unterschiedlichen Steganordnungen. Zwar sind bereits einige Berechnungsvorschriften entwickelt worden (Stephan et al. 2019; Heat Exchanger Design Handbook 1983), doch diese basieren primär auf Daten mit vergleichsweise geringen Stegabständen, sodass im für POCS interessanten Bereich durchaus hohe Abweichungen auftreten können. Somit wäre in Zukunft eine Erweiterung der verfügbaren Datenbasis wünschenswert. Unter dieser Voraussetzung bietet der Superpositionsansatz die Möglichkeit, unterschiedliche geometrische Einflüsse sowohl getrennt als auch in Kombination zu beschreiben. Daraus resultiert ein hohes Extrapolationspotential, das prinzipiell auf beliebige POCS-Einheitszellen anwendbar ist und für eine Vorhersage des Druckverlustes in noch unbekanntem Zellen genutzt werden kann.

4.4.3 Wärmeübergangskoeffizient

Da sich der konvektive Wärmeübergang in POCS potentiell ebenfalls als Kombination strukturbildender Steganordnungen beschreiben lässt, wird auch in

diesem Fall das in Kapitel 4.4 beschriebene Konzept äquivalenter Steganordnungen verwendet. Dazu müssen erneut die Beiträge der einzelnen Steggruppen miteinander verknüpft werden, weshalb ein repräsentativer Ausschnitt einer versetzten Steganordnung betrachtet wird (s. Abbildung 4.33).

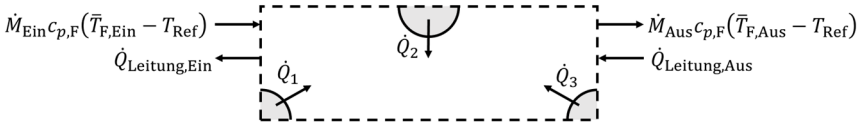


Abbildung 4.33: Kontrollvolumen für die Energiebilanz in einem repräsentativen Ausschnitt des Fluidvolumens innerhalb einer versetzten Steganordnung.

Eine um das oben dargestellte Kontrollvolumen gebildete Energiebilanz ergibt folgende Beziehung:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{\text{Ein}} c_{p,F} (\bar{T}_{F,\text{Ein}} - T_{\text{Ref}}) - \dot{M}_{\text{Aus}} c_{p,F} (\bar{T}_{F,\text{Aus}} - T_{\text{Ref}}) \\ + \dot{Q}_{\text{Leitung,Aus}} - \dot{Q}_{\text{Leitung,Ein}} + \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 0 \end{aligned} \quad (4.80)$$

$$\Leftrightarrow \dot{Q}_Z = \sum_{i=1}^3 \dot{Q}_i$$

Nach Gl. (4.80) setzt sich der von der Gesamtstruktur in das Fluidvolumen eingebrachte Wärmestrom \dot{Q}_Z somit additiv aus den Beiträgen der einzelnen Stege \dot{Q}_i zusammen. Mit Gl. (4.24) folgt für den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten der Zelle α_Z :

$$\begin{aligned} \alpha_Z S_Z (T_{F-S} - \bar{T}_F) &= \sum_{i=1}^3 \alpha_i S_i (T_{F-S} - \bar{T}_F) \\ \Leftrightarrow \alpha_Z &= \sum_{i=1}^3 \alpha_i \cdot \frac{S_i}{S_Z} \end{aligned} \quad (4.81)$$

Somit kann der Wärmeübergangskoeffizient analog zum Druckverlust als mit ihrem Flächenanteil gewichtete **Superposition** der Beiträge einzelner Stege betrachtet werden. Auch in diesem Fall entspräche α_i bei vollkommen vernachlässigbaren Wechselwirkungen zwischen den Stegen, dem Wert eines einzelnen umströmten Zylinders. Da dies in der Praxis nicht der Fall ist, werden für die Modellierung erneut die äquivalenten Steganordnungen herangezogen, um die wesentlichen Wechselwirkungen zwischen den Stegen zu erfassen (s. Kapitel 4.4.2). Zusätzlich werden zwei weitere Effekte berücksichtigt: der in Kapi-

tel 4.3.6 thematisierte Einfluss der Knoten sowie ein reduzierter Wärmeübergangskoeffizient an den geneigten Stegen. In der Nähe der Knoten ist der Wärmeübergangskoeffizient aufgrund der Ausbildung lokaler Stagnationszonen im Fluid reduziert. Zudem ist bei der Berechnung der Stegoberfläche einer äquivalenten Anordnung zu berücksichtigen, dass Überschneidungen im Knoten die tatsächlich verfügbare Fläche reduzieren. Deshalb wird für die Entwicklung des Berechnungsmodells ein sogenannter Knotenfaktor φ_K eingeführt, der beide Aspekte berücksichtigt und in die Berechnung der Stegoberfläche S_i einfließt:

$$S_i = \varphi_K \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot N_i \quad (4.82)$$

Der Knotenfaktor wird für sämtliche POCS-Geometrien bei stationärer Strömung (Regime I bis III) ermittelt und kann mit der Porosität der Strukturen in Zusammenhang gebracht werden (s. Anhang B.4). Auf Basis der verfügbaren Daten wird darauffolgend eine empirische Berechnungsvorschrift entwickelt:

$$\varphi_K = 0,839 \cdot \psi - 0,07 \quad (4.83)$$

Die Berechnung der Stegoberfläche S_i basiert neben dem Korrekturfaktor auf der Mantelfläche der zylindrischen Stege sowie ihrer Anzahl N_i in einer spezifischen Einheitszelle, die in Tabelle 4.8 angegeben ist.

Der zweite oben angesprochene Aspekt ist der reduzierte Wärmeübergangskoeffizient der geneigten Stege innerhalb einer POCS-Zelle. Durch eine veränderte Strömungssituation gegenüber den unverbundenen Steganordnungen findet der Wärmetransport primär entlang der Diagonalen des Strömungsquerschnittes statt und nicht mehr gleichmäßig über den Umfang der Stege. Im Anhang B.4 wird dieses Phänomen genauer beschrieben und eine Berechnungsvorschrift für einen entsprechenden Korrekturfaktor, den Projektionsfaktor φ_{Proj} , ermittelt. Dieser findet nur bei geneigten Steganordnungen Anwendung, wie anhand von Gl. (4.84) ersichtlich ist:

$$\varphi_{\text{Proj},i} = \begin{cases} \text{ST} - \text{Y}: \frac{2}{\pi} \\ \text{ST} - \text{F}, \text{ST} - \text{V}: 1 \end{cases} \quad (4.84)$$

Genau wie beim Druckverlustmodell (s. Kapitel 4.4.2) ist für eine Anwendung des Superpositionsansatzes auch hier ein Kenntnis des Wärmeübergangskoeffizienten in unterschiedlichen Steganordnungen notwendig. Dazu werden die entsprechenden Simulationsergebnisse auch hinsichtlich dieser Zielgröße ausgewertet und entsprechende Fitkurven erstellt. Auch in diesem Fall erhöht eine separate Betrachtung von Regime II in den Steganordnungen die Qualität der Fitkurven kaum, sodass für die Regime II und III ein gemeinsamer Anpassungsabschnitt gewählt wird. Die Ergebnisse des entsprechenden Fitprozesses

sind in Tabelle B.11 im Anhang B.4 zusammengefasst. Mit Hilfe der dort angegebenen Koeffizienten lässt sich der Beitrag der Steganordnungen folgendermaßen errechnen:

$$Nu_{d^*,i} = \begin{cases} \text{I – III: } \text{Max}(A_{I,i}, A_{II,III,i} \cdot Re_{d^*}^{n_{I,III,i}}) \\ \text{IV: } A_{IV,i} \cdot Re_{d^*}^{n_{IV,i}} \end{cases} \quad \text{mit } Re_{d^*} = \frac{\bar{u} \cdot d^*}{\nu_F} \quad (4.85)$$

Zusammen mit den oben beschriebenen Korrekturfaktoren kann somit die Nusselt-Zahl innerhalb einer POCS-Einheitszelle nach Gl. (4.86) berechnet werden:

$$Nu_{d^*,Z} = \sum_{i=1}^N Nu_{d^*,i} \cdot \frac{\varphi_K \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot N_i}{S_Z} \cdot \varphi_{\text{Proj},i} \quad (4.86)$$

Im Gegensatz zu Gl. (4.79) erzielt eine Verwendung der Eintrittsporosität bei der Berechnung der POCS-Reynolds-Zahl hier keine Verbesserung. Zur Prüfung des Modells wird die anhand von Gl. (4.86) ermittelte Nusselt-Zahl mit den in dieser Arbeit erzielten Simulationsergebnissen verglichen. Dieser Vergleich ist für die Regime I bis III in Abbildung 4.34 zusammengefasst. Dabei zeigt das Superpositionsmodell eine insgesamt gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen. Die meisten Datenpunkte weisen eine Abweichung $< 20\%$ auf, was auch in entsprechend geringen mittleren Abweichungen je Einheitszellentyp resultiert. Auch in diesem Fall gilt, analog zum Druckverlust, dass das Modell mit einem Anstieg der dimensionslosen Stegabstände und somit der Porosität die Daten besser beschreibt, da die Wechselwirkungen zwischen den unterschiedlichen äquivalenten Steganordnungen geringer werden. Allerdings fallen insbesondere bei der versetzten kubischen sowie der Kelvin-Zelle hohe systematische Fehler bei den höchsten Nusselt- und damit auch Reynolds-Zahlen auf. Der Grund dafür ist die in Kapitel 4.3.4 thematisierte Strömungsumverteilung in Regime III. Diese führt zu einem steilen Anstieg der Nusselt-Zahl, bevor schließlich das instationäre Regime IV erreicht wird. Zwar lassen sich solche Verläufe auch anhand von Stegdaten erkennen (s. Abbildung 4.27), doch steht der plötzliche Anstieg dort im Zusammenhang mit der Ausbildung instationärer Strömungsbewegungen. Da instationäre Simulationen wesentlich zeitaufwendiger sind und nur ausgewählte Steganordnungen diesbezüglich untersucht werden konnten, liegt für den Übergang von Regime III zu IV stegseitig keine ausreichende Datenbasis vor. Dementsprechend wird dieser Bereich bei den erstellten Fitkurven (s. Tabelle B.11) nicht berücksichtigt, woraus die in Abbildung 4.34 erkennbaren Abweichungen resultieren.

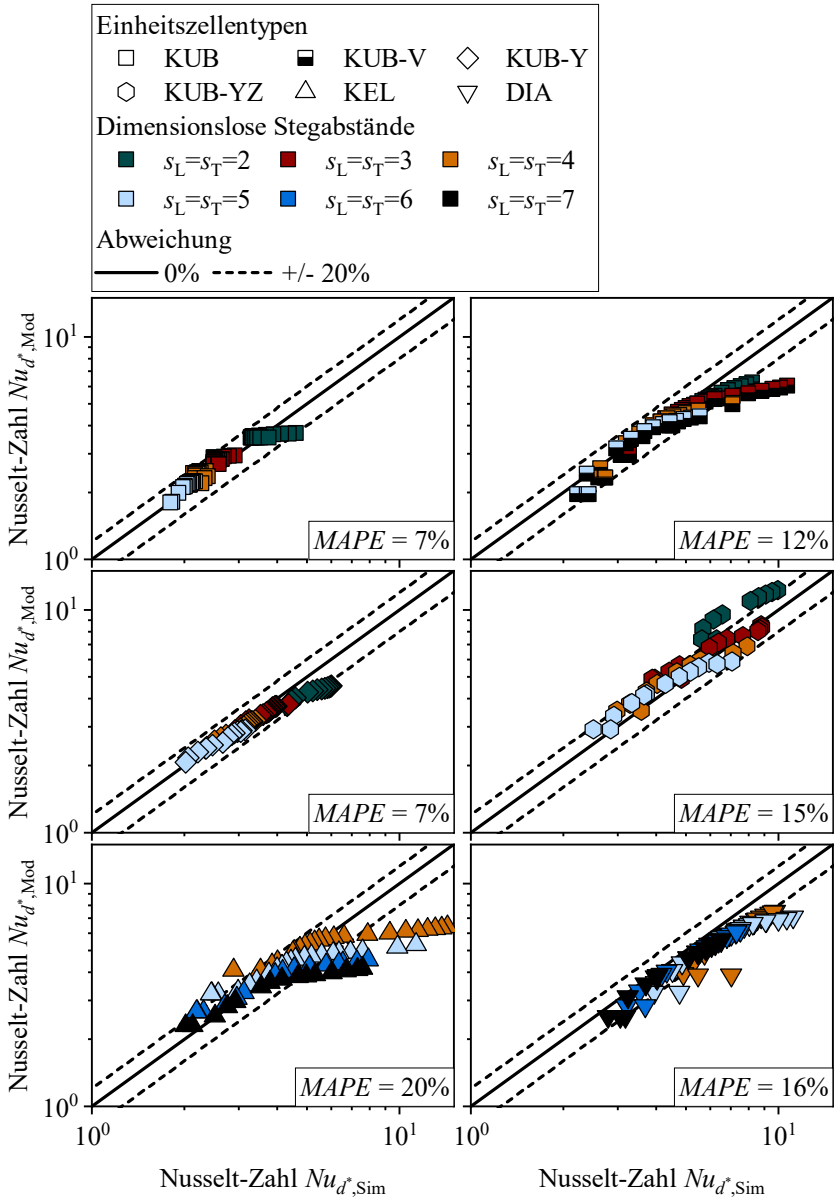


Abbildung 4.34: Vergleich der anhand von Gl. (4.86) errechneten Nusselt-Zahl $Nu_{d^*,Mod}$ mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert $Nu_{d^*,Sim}$ bei stationärer Strömung (Regime I-III).

Um das Superpositionsmodell im instationären Regime IV testen zu können, werden zwei Ansätze verfolgt: Einerseits werden die für drei fluchtende Steganordnungen verfügbaren instationären Datenpunkte mittels Fitkurve abgebildet und mit den Ergebnissen der kubischen Zelle verglichen. Andererseits wird das von Gnielinski (1978) entwickelte Berechnungsmodell für fluchtende und versetzte Steganordnungen verwendet, das in Regime IV eine hervorragende Übereinstimmung mit den hier erzielten Simulationsergebnissen zeigt (s. Abbildung 4.9). Dadurch können auch die instationären Ergebnisse für andere POCS-Geometrien mittels Superposition modelliert werden. Der zuvor für die Regime I bis III ermittelte Knotenfaktor lässt sich jedoch nicht ohne Weiteres auf das Regime IV übertragen und führt zu deutlich unterschätzenden Modellvorhersagen. Angesichts des stark veränderten Strömungszustandes erscheint es plausibel, dass sich der Einfluss der Knoten durch die dreidimensionale Strömungsbewegung verändert. Deshalb wird der Knotenfaktor erneut empirisch ermittelt und nimmt in Regime IV für alle Geometrien einen konstanten Wert an:

$$\varphi_{k,IV} = 0,752 \tag{4.87}$$

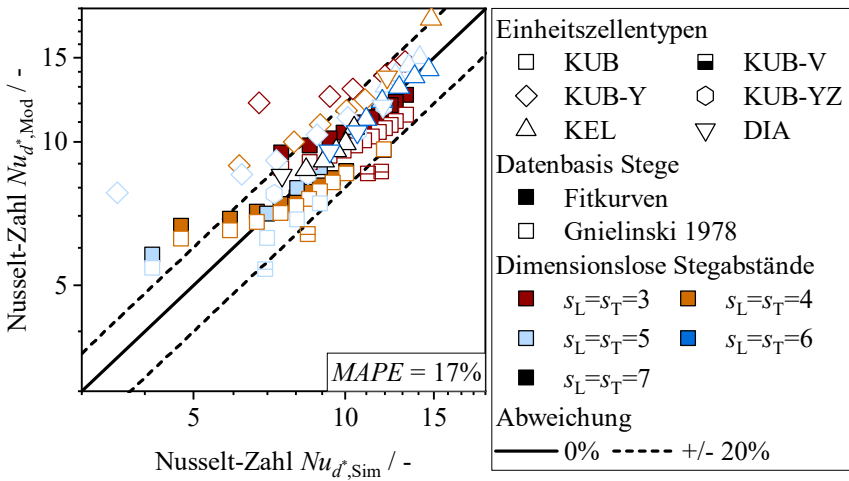


Abbildung 4.35: Vergleich der anhand von Gl. (4.86) errechneten Nusselt-Zahl $Nu_{d^*,Mod}$ mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert $Nu_{d^*,Sim}$ bei instationärer Strömung (Regime IV). Die Nusselt-Zahlen der äquivalenten Steganordnungen basieren einerseits auf Fitkurven (s. Tabelle B.11) und andererseits auf Berechnungen mit einer von Gnielinski (1978) entwickelten Korrelation.

Der resultierende Vergleich zwischen dem Superpositionsmodell (s. Gl. (4.86)) und den Simulationsergebnissen ist in Abbildung 4.35 dargestellt. Auch in Regime IV zeigt das in dieser Arbeit entwickelte Modell dabei eine gute Übereinstimmung mit den Resultaten der numerischen Simulationen. Fast alle Datenpunkte werden vom Modell mit einer Abweichungen $< 20\%$ vorhergesagt. Größere Abweichungen sind nur bei noch nicht vollständig entwickelter instationärer Strömung erkennbar (niedrigste Nusselt-Zahlen einer Datenreihe). Die gute Übereinstimmung der Korrelation von Gnielinski (1978) mit den anhand von Simulationen ermittelten Fitkurven spiegelt sich auch in den Modellergebnissen wider. Beide Ansätze kommen zu vergleichbaren Nusselt-Zahlen, was die Plausibilität der anderen Datenpunkte, die nur auf Basis der Korrelation ermittelt wurden, stärkt.

Eine genauere Betrachtung der Gnielinski-Korrelation (1978) scheint zudem die in Kapitel 4.3.5 geäußerte Vermutung zu bestätigen, dass sich in Regime IV die Stege den Eigenschaften eines Einzelsteges annähern, was wiederum den wesentlich geringeren Einfluss der Einheitszelle in diesem Bereich erklären könnte (s. Anhang B.3). Der Geometrieinfluss wird in dieser Korrelation mit Hilfe der Reihenporosität und eines sogenannten Anordnungsfaktors berücksichtigt. Beide Größen verändern sich bei geringen Stegabständen relativ stark, doch die Änderungen werden mit zunehmenden Abständen immer kleiner und beide Größen nähern sich einem Wert von Eins an (Stephan et al. 2019). Da die äquivalenten Steganordnungen in POCS innerhalb des untersuchten Porositätsbereichs vergleichsweise große dimensionslose Stegabstände aufweisen, ist auch in diesem Fall der Einfluss der Anordnung auf den konvektiven Wärmeübergang eher gering. Das Modell nähert sich somit der Berechnungsvorschrift für einen einzelnen Zylinder an.

Der vergleichsweise geringe Einfluss der Einheitszelle bei instationärer Strömung wird genutzt, um mittels Anpassung an die Daten neben dem Superpositionsmodell eine einfach anwendbare Modellgleichung für Regime IV abzuleiten:

$$Nu_{d^*} = 0,30 \cdot Re_{d^*}^{0,72} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (4.88)$$

Der Vergleich von Gl. (4.88) mit den Simulationsergebnissen zeigt, mit Ausnahme von Datenpunkten bei noch nicht ausgebildeter instationärer Strömung, eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen, wie in Abbildung 4.36 erkennbar ist.

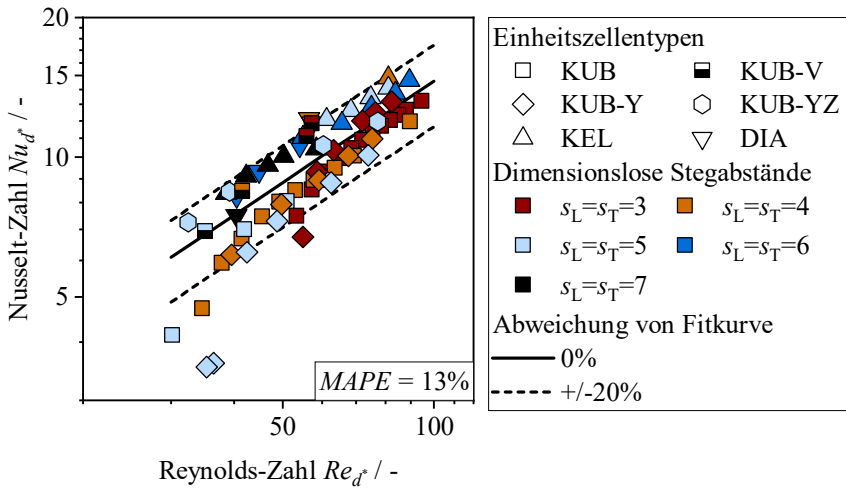


Abbildung 4.36: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl bei instationärer Strömung (Regime IV). Zusätzlich ist eine für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS gültige Fitkurve (s. Gl. (4.88)) eingetragen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der Superpositionsansatz eine insgesamt gute Übereinstimmung mit den Simulationen zeigt, was in einer mittleren Abweichung von 13% für die in Abbildung 4.34 und Abbildung 4.35 gezeigten Daten zum Ausdruck kommt. Nur 19% der Daten weisen Abweichungen $> 20\%$ auf, die sich primär auf eine noch fehlende Berücksichtigung des Übergangsbereichs zwischen Regime III und IV bei den unverbundenen Steganordnungen zurückführen lassen. Da das Modell die in Abbildung 4.25 gezeigten teils stark variierenden Trends weitestgehend korrekt wiedergibt und sich anhand der Superposition verschiedene Phänomene schlüssig erklären lassen, wird die in Kapitel 4.3.6 aufgestellte Hypothese, dass der Wärmeübergangskoeffizient in POCS als Superposition der Beiträge ihrer strukturbildenden Einheiten betrachtet werden kann, untermauert. Analog zum Druckverlust sollte jedoch der Gültigkeitsbereich des Modells angesichts der zunehmenden Wechselwirkungen zwischen den Stegruppen bei niedriger Porosität auf Werte zwischen $79,1\% \leq \psi \leq 91,7\%$ beschränkt werden. Auch hier gilt, dass das Superpositionsmodell auf zuverlässige Daten für unterschiedliche Steganordnungen angewiesen ist. Für hohe Reynolds-Zahlen (Regime IV) konnten mit der Gnielinski-

Korrelation (1978) vielversprechende Resultate erzielt werden, doch für die stationären Strömungsregime (Regime I bis III) sollte die Datenbasis noch erweitert werden.

Im Gegensatz zu den aktuell in der Literatur verfügbaren Modellen (s. Tabelle 4.2) ist das Superpositionsmodell prinzipiell auf beliebige Einheitszellentypen anwendbar und stellt somit das erste Modell dar, das nicht auf zelltypspezifische Anpassungsfaktoren zurückgreifen muss. Zudem bietet es aufgrund einer differenzierten Berücksichtigung unterschiedlicher Geometrieinflüsse Weiterentwicklungspotential. So könnten in Zukunft weitere Parameter, wie bspw. die Stegform, integriert werden.

4.5 Zwischenfazit

In POCS können in Übereinstimmung mit anderen porösen Medien für den Bereich laminarer Strömungen vier unterschiedliche Strömungsregime unterschieden werden, die sich maßgeblich auf den Zusammenhang zwischen Hagen- und Reynolds-Zahl auswirken. Der zu Grunde liegende Mechanismus scheint der Zustand der hydrodynamischen Grenzschichten zu sein, der überdies noch von der Geometrie der Struktur abhängen kann. Dabei scheinen Zwischenzustände zu existieren, die sich zwischen in der Literatur gut erforschten Extremfällen, wie einer vollständig ausgebildeten und sich neu entwickelnden Grenzschicht, bewegen. Diese Beobachtungen lassen sich entsprechend auch auf thermische Grenzschichten übertragen. Sie werden ebenfalls vom vorliegenden Strömungsregime sowie der Einheitszellegeometrie beeinflusst und scheinen derartige Zwischenzustände annehmen zu können, was direkte Auswirkungen auf den funktionellen Zusammenhang zwischen Nusselt- und Reynolds-Zahl hat.

Zur Berücksichtigung des Geometrieinflusses auf den Druckverlust sind als Approximation Darcy-Forchheimer-Ansätze in Kombination mit mittleren geometrischen Kenngrößen, wie der Porosität und der spezifischen Oberfläche, gut geeignet. Doch diese geben einerseits die Regime II und III nicht korrekt wieder und bieten andererseits nur ein eingeschränktes Verständnis der Geometrieinflüsse an. Deshalb wurde ein anderer Ansatz vorgeschlagen, der die Mikrostruktur von POCS detailliert berücksichtigt. Dabei wird eine Einheitszelle in unterschiedliche Steggruppen, sogenannte äquivalente Steganordnungen, aufgeteilt, die gemeinsam den Druckverlust der gesamten Zelle bestimmen. Ihre An-

ordnung sowie Abstände beeinflussen maßgeblich die Entwicklung der hydrodynamischen Grenzschichten und lassen sich durch einen Superpositionsansatz zelltypübergreifend zur Ableitung eines quantitativen Berechnungsmodells einsetzen. Dieser Ansatz ließ sich auch auf den konvektiven Wärmeübergang übertragen, sodass für beide Zielgrößen eine Vorhersage ihrer Transporteigenschaften auf Basis ihrer Mikrostruktur möglich ist. Gerade für den Wärmetransport konnte so eine erste Berechnungsvorschrift entwickelt werden, die zelltypübergreifend auf verschiedene POCS angewendet werden kann und zu einer effektiven Ausnutzung des Designfreiiraums dieser porösen Strukturklasse beiträgt.

5 Gekoppelter Wärmetransport in fester und fluider Phase¹

Im vorangegangenen Kapitel wurde ausführlich der Wärmeübergangskoeffizient in POCS analysiert, der den Wärmetransport zwischen fluider und fester Phase beschreibt. Dabei wurde die Wärmeleitung im Festkörper bisher außer Acht gelassen, indem an der Phasengrenzfläche eine konstante Temperatur vorgegeben und somit implizit eine unendlich hohe Festkörperwärmeleitfähigkeit angenommen wurde. Bei einem endlichen Wert kann die Wärmetransportfähigkeit jedoch drastisch reduziert werden (Meinicke 2020), sodass dieser Einfluss in praktischen Anwendungen berücksichtigt werden muss. Im Rahmen dieser Arbeit wird dazu der Wärmedurchgangskoeffizient (s. Kapitel 2) verwendet. Wie sich diese thermische Transportgröße aufgrund der Stoffeigenschaften, der Strömung sowie der Geometrie der porösen Struktur verändert und wie diese modelliert werden kann, ist Gegenstand dieses Kapitels.

5.1 Stand des Wissens

Da sich die vorliegende Arbeit auf POCS im Kontext eines Einsatzes in Wärmeübertragern fokussiert, ist, wie in Kapitel 2 geschildert, ein gegenüber der fluiden Phase vernachlässigbar kleiner thermischer Widerstand im Festkörper wünschenswert. Für diesen Fall merkten schon Lee und Vafai (1999) an, dass ein poröses Medium Ähnlichkeiten zu einem Rippensystem aufweist. Dies erscheint bei Betrachtung eines klassischen Anwendungsfalls, bei dem das poröse Medium entlang einer Raumachse durchströmt und Wärme primär im Festkörper orthogonal dazu transportiert wird (vgl. Abbildung 5.1), plausibel.

¹ Das hier verwendete Modell zur Berechnung der effektiven Festkörperwärmeleitfähigkeit wurde bereits in einer begutachteten Zeitschrift publiziert (Dubil et al. 2022c).

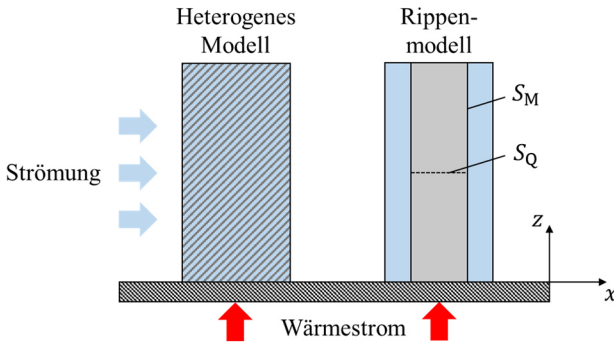


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung eines gekoppelten Wärmetransportproblems aus Sicht des heterogenen sowie des Rippenmodells.

Auch ein Vergleich der Energieerhaltungsgleichungen (Incropera et al. 2007; Lee und Vafai 1999) unter Annahme von Stationarität, eindimensionaler Wärmeleitung im Festkörper entlang der Z-Achse, konstanter Fluidtemperatur sowie konstantem Wärmeübergangskoeffizienten zeigt, dass beide Differentialgleichungen eine sehr ähnliche Struktur aufweisen:

$$0 = \frac{d}{dz} \left(\lambda_{\text{eff},S} \frac{dT_S}{dz} \right) - \alpha S_V (T_S - \bar{T}_F) \quad (5.1)$$

$$0 = \frac{d}{dz} \left(\lambda_S \cdot S_Q \frac{\partial T_S}{\partial z} \right) - \alpha \frac{dS_M}{dz} (T_S - \bar{T}_F) \quad (5.2)$$

Bleiben die Querschnitts- und Mantelflächen der Rippen konstant, so nehmen beide gar die gleiche Struktur an. Anhand von Gl. (5.1) und (5.2) lassen sich bereits einige zentrale Einflussgrößen identifizieren, die von verschiedenen Autoren untersucht wurden. Mancin et al. (2013) bestimmten experimentell den Wärmedurchgangskoeffizienten in Schwämmen aus Kupfer sowie Aluminium. Durch die höhere **Festkörperwärmeleitfähigkeit** des Kupfers wiesen erstere bei gleicher Geometrie eine bessere Wärmetransportfähigkeit auf, was sich mit den numerischen Simulationen von Meinicke (2020) sowie Pelanconi et al. (2021) für Schwämme und Kelvin-Zellen deckt. Auch eine Verbesserung des **Wärmeübergangskoeffizienten**, sei es durch eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit (Mancin et al. 2013) oder durch die Nutzung eines Fluides mit höherer Wärmeleitfähigkeit (Bianchi et al. 2015), führt zu höheren Wärmedurchgangskoeffizienten. Auch verschiedene Geometrieparameter, wie die **Höhe** der Struktur (räumliche Ausdehnung in Z-Richtung), wurden systematisch analysiert. Je

größer diese ist, was mit einer Verlängerung des Wärmetransportpfades im Festkörper einhergeht, desto geringer der Wärmedurchgangskoeffizient (Pelanconi et al. 2021; Mancin et al. 2013). Dabei ist entscheidend, die Beheizungssituation zu berücksichtigen. Aider et al. (2022) veränderten im Rahmen einer experimentellen Untersuchung unterschiedlicher mit Luft durchströmter POCS die thermischen Randbedingungen an den Rändern des umgebenden Kanals. Zwar blieb die Strukturhöhe identisch, doch wurde das poröse Medium sowohl von beiden als auch ausschließlich von einer Seite beheizt. Die Folge war eine im zweiten Fall reduzierte Wärmetransportfähigkeit, da der Wärmetransportpfad gegenüber der symmetrischen Beheizung verdoppelt wurde. Sinn et al. (2021) identifizierten im Rahmen numerischer Untersuchungen des gekoppelten Wärmetransports in verschiedenen Kelvin-Zellen den **Stegdurchmesser** als einen weiteren wichtigen Parameter. Wird dieser erhöht, verbessert sich der Wärmetransport, was angesichts einer daraus folgenden vergrößerten Querschnittsfläche plausibel erscheint (vgl. Gl. (5.2)). Moon et al. (2018) variierten im Rahmen numerischer Simulationen die **Stegquerschnittsform** von Kelvin-Zellen. Für die untersuchten Strukturen konnte bei Durchströmung mit Luft durch den Einsatz elliptischer Stegquerschnitte gegenüber runden eine Verbesserung des Wärmedurchgangskoeffizienten festgestellt werden. Eine Erhöhung der **spezifischen Oberfläche** führte hingegen bei den experimentellen Untersuchungen rhombischer Oktaeder-Zellen zu einer Reduktion dieser Größe (Ho et al. 2020). Auch eine Erhöhung der **Porosität** wirkt sich negativ aus (Takarazawa et al. 2022). Hinsichtlich des **Einheitszellentyps** stellen Aider et al. (2022) nur einen geringfügigen Einfluss fest, während Sun et al. (2023) bei einer Kombination aus numerischen und experimentellen Untersuchungen das Verhältnis von Wärmedurchgangs- zu Wärmeübergangskoeffizient durch eine Streckung von Kelvin-Zellen orthogonal zur Strömungsrichtung verbessern konnten.

Neben einer qualitativen Beschreibung des gekoppelten Wärmetransports wurden auch einige quantitative Berechnungsmodelle entwickelt, die auf Basis von Gl. (5.1) oder (5.2) den sogenannten Rippenwirkungsgrad modellieren:

$$\eta = \frac{k}{\alpha} \quad (5.3)$$

Ist der thermische Widerstand des Festkörpers vernachlässigbar klein, so nimmt der Rippenwirkungsgrad einen Wert von Eins an, sodass der Wärmedurchgangs- in den Wärmeübergangskoeffizienten übergeht. Ghosh (2008) entwickelte auf Basis einer kubischen Einheitszelle ein Berechnungsmodell, indem

er Stege, die orthogonal zum Wärmestrom ausgerichtet sind, aufgrund ihrer symmetrischen Beheizung als adiabate Rippen mit konstantem Querschnitt betrachtete. Deren in Z-Richtung gemittelter Beitrag zum Gesamtwärmestrom wurde daraufhin bei der Energiebilanz für die parallel zum Wärmestrom ausgerichteten Stege berücksichtigt und eine modifizierte Form von Gl. (5.2) gelöst. Das Ergebnis wurde in einer Parameterstudie angewandt, allerdings nicht mit numerischen oder experimentellen Ergebnissen verglichen. Park und Jeong (2022) griffen diese Idee für Kelvin-Zellen auf und entwickelten ein modifiziertes Berechnungsmodell für diesen Zelltyp. Für Wirkungsgrade zwischen 0,15 und 0,6 konnte eine gute Übereinstimmung mit entsprechenden Simulationsdaten erzielt werden. Dai et al. (2012) nutzten hingegen Gl. (5.1) als Grundlage und betrachteten das gesamte poröse System als Rippe mit gemittelten Eigenschaften. Analog zu Ghosh (2008) wurde das Modell nur in einer Parameterstudie verwendet. Mancin et al. (2013) verfolgten hingegen den Ansatz, die analytische Lösung von Gl. (5.2) mit empirisch ermittelten Anpassungsfaktoren zu kombinieren. Das Modell zeigte für die untersuchten Kupfer- und Aluminiumschwämme eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten. Die vorgestellten Modelle sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Rippenwirkungsgrades in offenzelligen, porösen Strukturen unter Angabe der untersuchten Geometrie. Die Modelle beziehen sich auf eine poröse Struktur mit der Höhe H , die von beiden Seiten beheizt wird und runde Stege.

Quelle	Anwendungsbereich	Modellgleichungen
[1]	KEL	$\eta = \frac{\tanh\left(m_{R,2} \frac{H}{2}\right)}{m_{R,2} \frac{H}{2}} \quad (5.4)$ $m_{R,2} = m_{R,1} \sqrt{2 + \eta_1};$ $\eta_1 = \frac{\tanh\left(m_{R,1} \frac{L}{2}\right)}{m_{R,1} \frac{L}{2}}; m_{R,1} = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_{sd}}}$
[2]	Schwämme	$\eta = \frac{\tanh(m_R \cdot A)}{m_R \cdot A} \quad (5.5)$ $m_R = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_{sd}}} \cdot \left(\frac{\lambda_S}{\lambda_F}\right)^{-0,52};$ $A = 1055 \left(\frac{H}{2}\right)^{1,18} \cdot \frac{2,54 \text{ cm}}{D} \left(0,0254 - d \frac{2,54 \text{ cm}}{D}\right)^{0,66}$

$$[3] \quad \text{Schwämme} \quad \eta = \frac{\tanh\left(m_R \frac{H}{2}\right)}{m_R \frac{H}{2}} \quad (5.6)$$

$$m_R = \sqrt{\frac{\alpha S_V}{\lambda_{\text{Eff},S}}}$$

$$[4] \quad \text{KUB} \quad \eta = \frac{\tanh\left(m_{R,2} \frac{H}{2}\right)}{m_{R,2} \frac{H}{2}} \quad (5.7)$$

$$m_{R,2} = m_{R,1} \sqrt{1 + 4\eta_1};$$

$$\eta_1 = \frac{\tanh\left(m_{R,1} \frac{L-d}{2}\right)}{m_{R,1} \frac{L-d}{2}}; \quad m_{R,1} = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_S d}}$$

[1] (Park und Jeong 2022), [2] (Mancin et al. 2013), [3] (Dai et al. 2012), [4] (Ghosh 2008)

Anhand der zuvor präsentierten Übersicht lässt sich erkennen, dass die wesentlichen Einflussfaktoren in Bezug auf den Wärmedurchgangskoeffizienten bekannt zu sein scheinen. Die Untersuchungen bestätigen einander und variieren vor allem hinsichtlich einer Fokussierung auf mittlere geometrische Eigenschaften (Porosität, spezifische Oberfläche) oder einer Berücksichtigung der Mikrostruktur (Stegdurchmesser, Stegquerschnittsform). Lediglich in Bezug auf den Einheitszellentypen können Widersprüche identifiziert werden. Hinsichtlich einer Modellierung des Wärmedurchgangskoeffizienten hat sich die Analogie zu Rippenstrukturen etabliert, wobei auch hier beide Ansätze Anwendung finden. Aufgrund der regellosen Struktur von Schwämmen wurde für diese eine Berücksichtigung mittlerer geometrischer Eigenschaften und für idealisierte Ersatzzellen oder POCS eine Betrachtung der Mikrostruktur favorisiert. Allerdings wurde nur die Hälfte der Modelle einer eingeschränkten Auswahl experimenteller oder numerischer Daten gegenübergestellt, sodass bisher nur unzureichende Aussagen über die Anwendbarkeit der in Tabelle 5.1 zusammengestellten Gleichungen möglich ist. Deshalb werden diese im Rahmen dieser Arbeit anhand folgender Hypothese getestet:

- Der gekoppelte Wärmetransport in POCS mit unterschiedlichen Geometrien lässt sich mit Ansätzen beschreiben, die zur Modellierung von Rippen verwendet werden.

5.2 Numerisches Modell

5.2.1 Aufbau des Simulationsmodells

Modellgleichungen

Um den gekoppelten Wärmetransport in POCS analysieren zu können, ist eine Anpassung des in Kapitel 4.2 präsentierten Simulationsmodells notwendig. Dazu werden die zuvor festgelegten Prämissen folgendermaßen angepasst:

1. Der Einfluss von Strahlung, Dissipation und Gravitation ist vernachlässigbar.
2. Das fluide Medium wird als Kontinuum betrachtet und entspricht Wasser (inkompressibel, Newtonsche Eigenschaften) mit konstanten und isotropen Stoffdaten bei 1 bar und 32 °C.
3. Der Festkörper hat eine glatte Oberfläche, ruht und wird als Kontinuum mit konstanten und isotropen Stoffdaten bei 1 bar und 32 °C betrachtet.
4. Der Beitrag der effektiven Wärmeleitfähigkeit der fluiden Phase zum Wärmetransport im porösen Medium ist vernachlässigbar.
5. Die Strömung ist stationär, laminar sowie in alle Richtungen periodisch und sowohl hydrodynamisch als auch thermisch eingelaufen.
6. Einflüsse einer die poröse Struktur umgebenden Kanalwand sind vernachlässigbar klein.

Aus den ersten vier Prämissen können die folgenden vereinfachten Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls in der fluiden (s. Gl. (5.8) und (5.9)) sowie Energie in der fluiden und festen Phase (s. Gl. (5.10) und (5.11)) abgeleitet werden (Ferziger und Peric 2008):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5.8)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho_F} + \nu_F \nabla^2 \mathbf{u} \quad (5.9)$$

$$\nabla \cdot (T\mathbf{u}) = a_F \nabla^2 T \quad (5.10)$$

$$0 = \lambda_S \nabla^2 T \quad (5.11)$$

Die Stoffdaten von Wasser sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst, während die Wärmeleitfähigkeit des Festkörpers generisch variiert wird. Um der vierten Prämisse Rechnung zu tragen, werden Werte im Bereich von $5 \leq \lambda_S \leq 10000 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ausgewählt, sodass $\lambda_S \gg \lambda_F$ gilt.

Für solche gekoppelten Wärmetransportprobleme bietet OpenFOAM den Löser „chtMultiRegionFoam“ an (Greenshields 2018). Dieser erlaubt eine Unterteilung des Simulationsvolumens in sogenannte Regionen, innerhalb derer die phasenspezifischen Erhaltungsgleichungen numerisch gelöst werden können. Die verwendeten numerischen Einstellungen sind in Tabelle C.1 und Tabelle C.2 im Anhang zusammengefasst.

Randbedingungen und Simulationsvolumen

Analog zu dem in Kapitel 4 (vgl. Gl. (4.43) bis (4.45)) vorgestellten Simulationsmodell müssen auch für diesen Fall auf Basis der oben geschilderten Prämissen Randbedingungen definiert werden. Der zentrale Unterschied besteht darin, dass nun die Erhaltungsgleichungen in zwei Phasen numerisch gelöst und diese miteinander gekoppelt werden müssen. Dazu ist für jede Phase ein entsprechender Satz Randbedingungen zu definieren. Erneut wird entsprechend der fünften Prämisse eine hydrodynamisch und thermisch eingelaufene Strömung vorausgesetzt, sodass für die fluide Phase periodische Randbedingungen genutzt werden können:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x + N_x \cdot D_L, y, z) \quad (5.12)$$

$$p(x, y, z) = p(x + N_x \cdot D_L, y, z) + \Delta p \quad (5.13)$$

$$T(x, y, z) = \left(T(x + N_x \cdot D_L, y, z) - T_{F-S}(x + N_x \cdot D_L, y, z) \right) \cdot \zeta + T_{F-S}(x, y, z) \quad (5.14)$$

Während für die Geschwindigkeit und den Druck im Vergleich zu Kapitel 4 keine Anpassungen notwendig sind, ist zu beachten, dass die Temperatur an der Phasengrenzfläche im Allgemeinen nun nicht mehr konstant, sondern eine Funktion der räumlichen Position ist. Somit können grundsätzlich für jede Zelle in der fluiden Phase unterschiedliche Grenzflächentemperaturen als Referenz herangezogen werden. Deshalb wurden im Rahmen der Masterarbeit von Schäfer (2021) unterschiedliche Ansätze zur Bestimmung der Referenztemperatur getestet. Ein Mittelwert, ein mit dem Abstand zur Festkörperoberfläche gewichteter Mittelwert sowie eine beliebige Referenztemperatur auf der Phasengrenzfläche wurden erprobt. Die Ergebnisse der verschiedenen Ansätze

unterschieden sich nur geringfügig (< 2%), sodass alle drei Varianten grundsätzlich geeignet sind. Allerdings wies der letzte Ansatz eine etwas höhere Stabilität auf und wird deshalb auch hier für das numerische Modell genutzt.

Quer zur Strömungsrichtung können wiederum die bereits in Kapitel 4 verwendeten periodischen Randbedingungen angewendet werden (s. Gl. (4.48) bis (4.50)). Damit kann sowohl der Einfluss einer die Struktur umgebenden Kanalwand vermieden sowie einem vernachlässigbaren Beitrag der effektiven Wärmeleitfähigkeit der fluider Phase zum Gesamtwärmetransport Rechnung getragen werden. Um letztere Anforderung auch in axialer Richtung zu erfüllen und gleichzeitig eine Stationarität der Strömung zu gewährleisten (fünfte Prämisse) wird der untersuchte Wertebereich der Reynolds- bzw. Péclet-Zahl auf $6 \leq Re_{d^*} \leq 40$ bzw. $30 \leq Pe_{d^*} \leq 220$ eingeschränkt.

An der Phasengrenzfläche werden für die Geschwindigkeit und den Druck die schon in Kapitel 4 verwendeten Randbedingungen $\mathbf{u} = 0$ m/s und $\partial p / \partial \mathbf{n} = 0$ genutzt. Die thermische Kopplung beider Phasen wird hingegen mit der in OpenFOAM verfügbaren Kopplungsbedingung „compressible::turbulentTemperatureCoupledBaffleMixed“ realisiert (Green Shields 2018). Diese stellt sicher, dass die Temperatur, wie auch der übertragene Wärmestrom an der Phasengrenzfläche sowohl im Fluid als auch im Festkörper identisch sind. Die Rand- und Kopplungsbedingungen der fluider Phase sind in Abbildung 5.2 zusammengefasst.

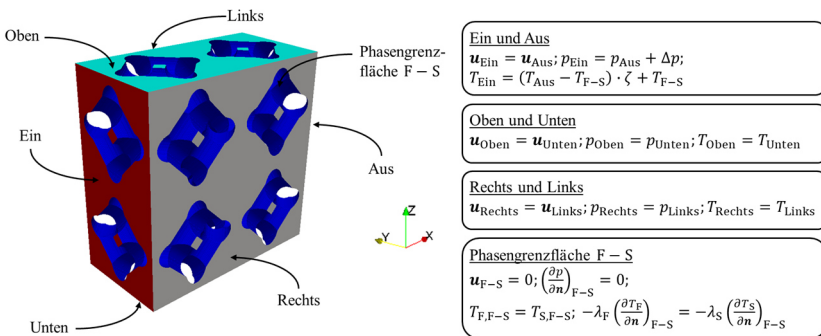


Abbildung 5.2: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Rand- bzw. Kopplungsbedingungen in der fluider Phase am Beispiel einer Kelvin-Zelle.

Analog wird die zuvor beschriebene Kopplungsbedingung an der Phasengrenzfläche in der festen Phase implementiert. Auch für die anderen Ränder des

Festkörpervolumens sind Randbedingungen zu definieren, die so gewählt werden, dass die Temperaturentwicklung in der festen Phase ebenfalls einem möglichst ausgebildeten Zustand entspricht. Gleichzeitig ist ein Temperaturgradient zur fluiden Phase aufrecht zu erhalten, um einen Wärmestrom zu realisieren. In dieser Arbeit wird dabei nur ein Szenario untersucht: die Beheizung entlang der Z-Achse. Für die entsprechenden Ränder des Simulationsvolumens wird eine sogenannte „mapped“-Randbedingung festgelegt, die das Temperaturprofil einer ausgewählten Schnittebene auf die Randfläche projiziert und dieses auf einen frei wählbaren Mittelwert skaliert:

$$T(x, y, z) = T\left(x, y, \frac{N_{z,z} \cdot D_z}{2}\right) \cdot \zeta \quad (5.15)$$

Um eine geometrische Identität zwischen den Rändern und der Schnittebene zu gewährleisten, liegt diese stets in einer X-Y-Ebene auf halber Gesamthöhe der Struktur, wobei die Gesamthöhe einem Vielfachen zweier Einheitszellen entspricht. Das Temperaturprofil wird stets auf einen Mittelwert von 313,15 K skaliert. An den anderen beiden orthogonal zur Strömung ausgerichteten Rändern wird hingegen eine periodische Randbedingung eingesetzt (s. Gl. (4.50)). Idealerweise wäre auch in Strömungsrichtung eine periodische Randbedingung in Kombination mit einem Temperaturgradienten anzuwenden. Jedoch weisen sämtliche Simulationen, die mit verschiedenen Versionen einer solchen Randbedingung ausgestattet sind, erhebliche Stabilitätsprobleme auf. Deshalb werden an diesen Rändern ersatzweise adiabate Randbedingungen ($\partial T / \partial \mathbf{n} = 0$) implementiert. Dadurch kann sich das Temperaturprofil im Festkörper entsprechend der sich in X- und Z-Richtung ausbildenden Gradienten sowie der lokalen Fluidtemperatur entwickeln. Allerdings werden gleichzeitig axiale Wärmeströme über die Simulationsgrenze hinweg vernachlässigt. Da dies potentiell das Simulationsergebnis beeinflussen könnte, wird die Länge des Simulationsvolumens in X-Richtung systematisch variiert (s. Anhang C.1). Die Untersuchung zeigt jedoch, dass weiterhin zwei Einheitszellen in Strömungsrichtung ausreichend sind, um repräsentative Ergebnisse zu erhalten. In Y-Richtung wird dagegen nur eine Einheitszelle verwendet, während in Z-Richtung zwei, vier oder acht Zellen untersucht werden. In Abbildung 5.3 sind die Definitionen der Rand- und Kopplungsbedingungen in der festen Phase am Beispiel einer Kelvin-Zelle zusammengefasst.

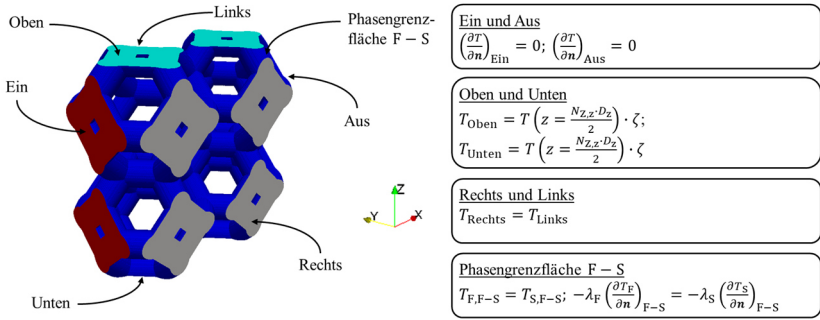


Abbildung 5.3: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Rand- bzw. Kopplungsbedingungen in der festen Phase am Beispiel einer Kelvin-Zelle.

Analog zu dem in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Modell werden auch hier nach Möglichkeit in OpenFOAM verfügbare Randbedingungen verwendet (Greenshields 2018). Für Gl. (5.13) und (5.14) sind jedoch Anpassungen auf Basis der „fixedJump“- sowie „energyJump“-Randbedingungen vorzunehmen. Diese wurden von Schäfer (2021) im Rahmen einer Masterarbeit für den Löser „chtMultiRegionFoam“ implementiert und getestet.

Diskretisierung

Auch in diesem Fall sind die zuvor präsentierten Erhaltungsgleichungen zu diskretisieren. Zur Erstellung des numerischen Rechengitters wird das bereits in Kapitel 4.2.1 beschriebene Verfahren angewendet. Allerdings werden die hexaederförmigen Teilvolumina, die sich in der festen Phase befinden, nun nicht entfernt, sondern genauso verfeinert und an die Kontur der Phasengrenzfläche angepasst wie die Volumina im Fluid. Dadurch ist es jedoch nicht mehr möglich den selbst entwickelten Algorithmus zur Generierung wandnaher Prismen zu nutzen. Stattdessen wird für beide Phasen der von SHM bereitgestellte Algorithmus genutzt, der bei ausreichend feinem Gitter zu vergleichbaren Ergebnissen führt (s. Abbildung 4.4). Da das Medium, die untersuchten Geometrien wie auch die Strömungsbedingungen den in Kapitel 4 präsentierten Ergebnissen entsprechen und folglich mit vergleichbaren Gradienten der Strömungsgrößen zu rechnen ist, wird auf Basis der zuvor durchgeführten Konvergenzstudien (vgl. Kapitel 4.2.3) eine Kantenlänge der diskreten Teilvolumina von $\Delta x = 56,6 \mu\text{m}$ ausgewählt. Exemplarisch ist das numerische Rechengitter für eine geneigte kubische Zelle in Abbildung 5.4 dargestellt.

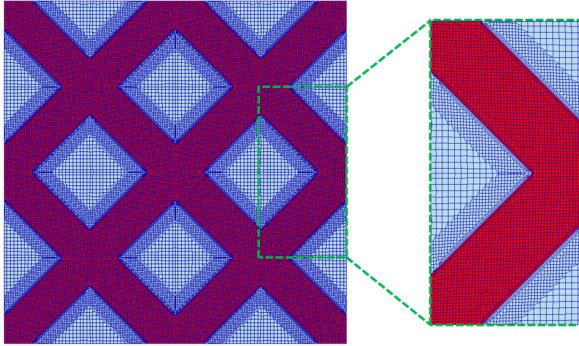


Abbildung 5.4: Numerisches Rechengitter für die feste (rot) und fluide Phase (blau) einer geeigneten kubischen Zelle.

Die zur Diskretisierung verwendeten Schemata sind in Tabelle C.3 im Anhang zusammengefasst. Als Konvergenzkriterium wird erneut ein Unterschreiten der Residuengrenze von 10^{-8} für sämtliche Größen festgelegt (vgl. Kapitel 4.2.3).

5.2.2 Auswertung der Zielgrößen

Da gerade an den Ein- und Austrittsrändern der festen Phase durch die Temperaturrandbedingungen lokal ein gewisser Modellfehler zu erwarten ist, werden die Zielgrößen erneut nicht im gesamten Simulationsvolumen ausgewertet. Stattdessen wird ein Bereich definiert, der je eine halbe Einheitszelle nach dem Eintrittsrand beginnt und vor dem Austrittsrand endet (s. Abbildung 4.3). Zur Bestimmung der Zielgrößen wird erneut die „swak4Foam“-Erweiterung genutzt (Gschaider 2010).

Die hydrodynamischen Kenngrößen werden, wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben, ermittelt. Aufgrund der variablen Festkörpertemperatur ändert sich jedoch teilweise die Berechnung der thermischen Zielgrößen.

$$\alpha = \frac{\bar{q}_{F-S}}{(\bar{T}_{F,F-S} - \bar{T}_F)} \quad (5.16)$$

$$k = \frac{\bar{q}_{F-S}}{(\bar{T}_{S,Unten} - \bar{T}_F)} \quad (5.17)$$

$$\bar{T}_{F,F-S} = \frac{\sum_{S_{F,F-S,A}} (T_i \cdot S_i)}{\sum_{S_{F,F-S,A}} (S_i)} \quad (5.18)$$

$$\bar{T}_{S,Unten} = \frac{\sum_{S_{S,Unten,A}} (T_i \cdot S_i)}{\sum_{S_{S,Unten,A}} (S_i)} \quad (5.19)$$

Die mittlere Wärmestromdichte \bar{q}_{F-S} sowie die mittlere Fluidtemperatur \bar{T}_F werden entsprechend Gl. (4.57) und (4.58) bestimmt.

5.2.3 Vergleich mit Simulationen der fluider Phase

Um die Zuverlässigkeit des modifizierten Simulationsmodells zu überprüfen, wird es mit den bereits plausibilisierten Ergebnissen der fluidseitigen Version (s. Kapitel 4.2.4) verglichen. Dazu werden Simulationen mit einer Festkörperwärmeleitfähigkeit von $\lambda_s = 10000 \text{ W/m/K}$ und zwei Zellen in Z-Richtung durchgeführt, sodass eine nahezu konstante Festkörpertemperatur erzielt werden kann. Somit werden unabhängig vom Simulationsmodell bei gleicher Geometrie sowie Reynolds-Zahl für den Druckverlust und Wärmeübergangskoeffizienten ähnliche Ergebnisse erwartet.

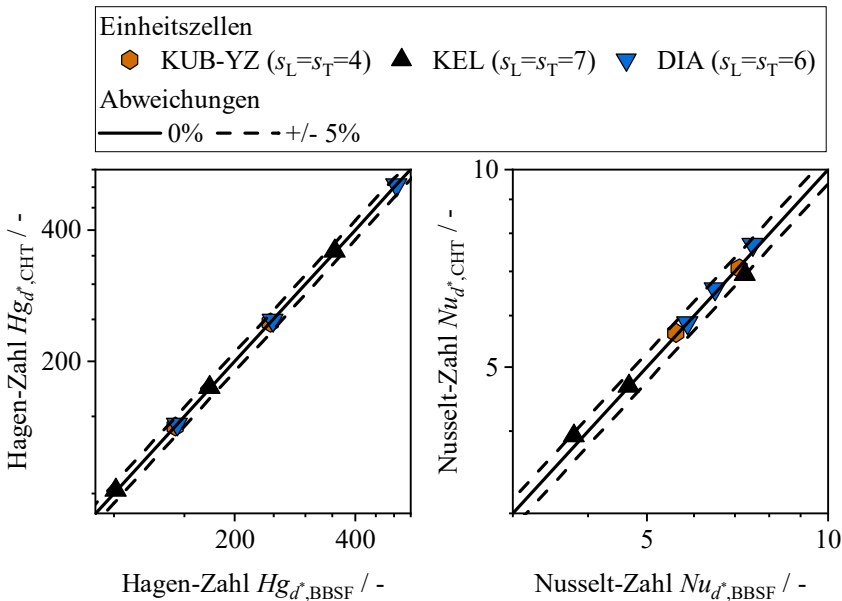


Abbildung 5.5: Vergleich der Hagen- (links) und Nusselt-Zahlen (rechts), die für unterschiedliche Einheitszellen bei gleicher Reynolds-Zahl mittels der in Kapitel 4.2.1 (BBSF) und 5.2.1 (CHT, $\lambda_s = 10000 \text{ W/m/K}$, $N_{z,z} = 2$) präsentierten Simulationsmodelle bestimmt wurden.

Die Resultate des entsprechenden Vergleichs sind in dimensionsloser Form für unterschiedliche Einheitszellen in Abbildung 5.5 gegenübergestellt. Sowohl eine Gegenüberstellung der Hagen- wie auch der Nusselt-Zahlen zeigt, dass das in diesem Kapitel präsentierte Modell die Resultate der fluidseitigen Simulationen korrekt reproduzieren kann. Im Falle der Nusselt-Zahlen sind etwas größere Abweichungen zu erkennen, was sich auf eine nicht ideal isotherme Phasengrenzflächentemperatur zurückführen lässt. Dennoch weisen sämtliche Datenpunkte Abweichungen kleiner als 5% auf, sodass das Simulationsmodell für den Wärme- und Impulstransport in der fluiden Phase plausible Resultate zu generieren scheint.

5.2.4 Vergleich mit der Rippengleichung

Anhand des zuvor präsentierten Vergleiches wurde die numerische Lösung der Erhaltungsgleichungen in der fluiden Phase überprüft. Jedoch ist es für eine Auswertung des gesamten Wärmetransportproblems unerlässlich auch die Kopplung mit der festen Phase zu kontrollieren. Da jedoch keines der für POCS verfügbaren Modelle auf experimentellen Daten beruht (vgl. Tabelle 5.1), wird zum Vergleich die analytische Lösung von Gl. (5.2) für runde Rippen mit adiabater Spitze und konstanter Festkörperwärmeleitfähigkeit herangezogen (Incropera et al. 2007):

$$\eta = \frac{\tanh\left(m_R \cdot \frac{L}{2}\right)}{m_R \cdot \frac{L}{2}} \quad \text{mit } m_R = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_s d}} \quad (5.20)$$

Diese lässt sich auf die in dieser Arbeit ebenfalls untersuchten Steganordnungen anwenden. Sie weisen eine Länge von L auf und werden analog zu den POCS entlang der Z-Richtung von beiden Seiten beheizt. Somit entsprechen sie aufgrund ihrer Symmetrie einer Rippe mit adiabater Spitze und einer Länge von $L/2$. Die Resultate der Simulationen sind in Abbildung 5.6 den nach Gl. (5.20) berechneten Rippenwirkungsgraden gegenübergestellt.

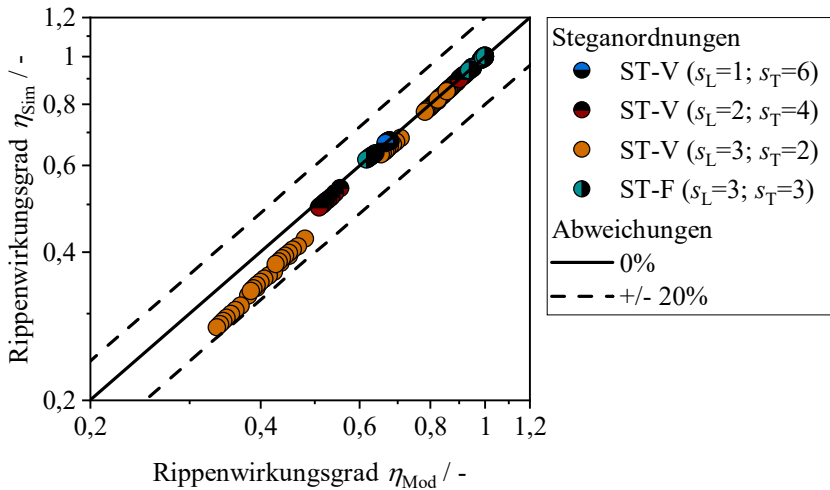


Abbildung 5.6: Vergleich des anhand von Simulationen ermittelten Rippenwirkungsgrades η_{Sim} mit dem nach Gl. (5.20) berechneten Wert η_{Mod} ($6 \leq Re_{d^*} \leq 34$; $6 \leq \lambda_s \leq 10000 \text{ W/m/K}$).

Der Vergleich zeigt für Rippenwirkungsgrade oberhalb von 50% eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung. Für sämtliche Steganordnungen liegen die Abweichungen unterhalb von 4%, obwohl die Annahme eines über den Umfang konstanten Wärmeübergangskoeffizienten in der Simulation nicht erfüllt ist. Erst bei geringen Rippenwirkungsgraden, die mit vergleichsweise hohen Werten des Rippenparameters einhergehen, sind größere Abweichungen von bis zu 16% erkennbar. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Gl. (5.20) zu Grunde liegende Annahme eindimensionaler Wärmeleitung im Festkörper mit steigendem Rippenparameter zunehmend an Gültigkeit verliert. Nichtsdestotrotz zeigt sich insgesamt eine gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung, sodass unter Berücksichtigung der Resultate aus Kapitel 5.2.3 das Simulationsmodell zuverlässig erscheint.

5.3 Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden zunächst die Simulationsergebnisse für unterschiedliche Parameter präsentiert und mit den zuvor in Kapitel 5.1 beschriebenen Erkenntnissen aus der Literatur verglichen. Anschließend werden die in Tabelle 5.1 präsentierten Literaturmodelle anhand der verfügbaren Datenbasis getestet.

5.3.1 Charakterisierung des gekoppelten Wärmetransports

Am Beispiel einer Kelvin-Zelle wird der Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten sowie der Festkörperwärmeleitfähigkeit auf den Wärmedurchgangskoeffizienten demonstriert. Dazu werden einerseits die Strömungsgeschwindigkeit sowie andererseits die Wärmeleitfähigkeit des Festkörpers variiert. Die entsprechenden Ergebnisse dieser Parametervariation sind in Abbildung 5.7 dargestellt.

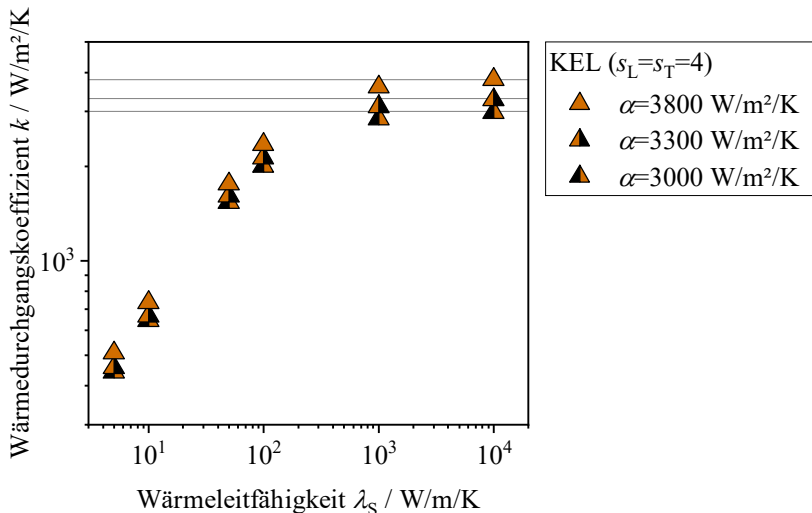


Abbildung 5.7: Wärmedurchgangskoeffizient in einer Kelvin-Zelle bei unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten sowie Festkörperwärmeleitfähigkeiten.

Anhand der gezeigten Ergebnisse lässt sich der in Kapitel 5.1 beschriebene positive Einfluss einer Erhöhung des Wärmeübergangskoeffizienten bzw. der Festkörperwärmeleitfähigkeit bestätigen. Dabei kann der beobachtete Kurvenverlauf mittels des von Lee und Vafai (1999) vorgeschlagenen Widerstandnetzwerks erklärt werden (s. Gl. (2.6)). Während im vorliegenden System der thermische Widerstand in der fluiden Phase R_F so groß ist, dass der erste Term im Netzwerk vernachlässigt werden kann, bestimmt die serielle Verschaltung der Widerstände im Festkörper R_S und an der Phasengrenzfläche R_{F-S} den gesamten Wärmetransport. Ist nun wiederum die Festkörperwärmeleitfähigkeit sehr groß, so wird der Beitrag von R_S ebenfalls vernachlässigbar klein, sodass R_{F-S} und damit der Wärmeübergangskoeffizient den Gesamtwiderstand limitiert. Entsprechend nimmt der Wärmedurchgangs- den Wert des Wärmeübergangskoeffizienten an, wie anhand der Datenpunkte bei $\lambda_S = 10000 \text{ W/m/K}$ erkennbar ist. Bei niedrigeren Festkörperwärmeleitfähigkeiten ist der Beitrag von R_S jedoch nicht vernachlässigbar, woraus eine entsprechende Reduktion des Wärmedurchgangskoeffizienten resultiert. Ein Einfluss des Wärmeübergangskoeffizienten bleibt allerdings auch bei den niedrigsten Werten noch erkennbar, sodass im untersuchten Bereich R_{F-S} nicht vernachlässigbar klein zu werden scheint. Vergleichbare Zusammenhänge wurden auch von Meinicke (2020) für Schwammstrukturen beobachtet.

Um nun den Einfluss der Festkörperwärmeleitung zu fokussieren, ist es zweckmäßig den in Gl. (5.3) definierten Rippenwirkungsgrad zu verwenden. Dieser wird in den nachfolgenden Abbildungen in Anlehnung an Gl. (5.20) über das Produkt aus Rippenparameter und halber Höhe der Struktur $m_R \cdot H/2$ aufgetragen. Zunächst wird letztere Größe variiert, indem die Zahl der Einheitszellen schrittweise erhöht wird. Exemplarisch ist das Ergebnis dieser Variation für eine kubische Zelle in Abbildung 5.8 dargestellt. Um eine Skalierbarkeit der Ergebnisse auf unterschiedliche Stegdurchmesser zu zeigen, sind neben Datenpunkten von POCS mit Stegdurchmessern von 0,64 mm exemplarisch auch die Resultate von Zellen mit einem größeren Stegdurchmesser eingetragen.

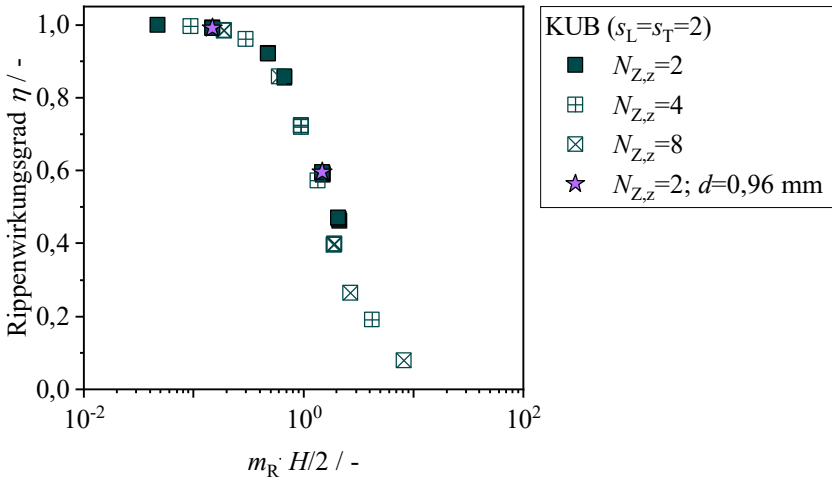


Abbildung 5.8: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für kubische Zellen mit unterschiedlicher Anzahl an Einheitszellen in Richtung des Wärmetransportpfades. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96 \text{ mm}$ eingetragen.

Die Kurven für die drei unterschiedlichen Zellgeometrien weisen qualitativ und quantitativ sehr ähnliche Verläufe auf, was darauf hindeutet, dass durch die gewählte Entdimensionierung wesentliche Charakteristika der Zellen erfasst werden. Insbesondere bei hohen Rippenwirkungsgraden fallen die Datenpunkte zu einer Kurve zusammen, während bei Werten unterhalb von 50% eine zunehmende Spreizung der Daten sichtbar wird. Diese lässt sich wahrscheinlich primär auf eine erhöhte Temperatur von Stegen mit direkter Anbindung zum beheizten Simulationsrand zurückführen, die zu einem lokal erhöhten Wärmeeintrag in das Fluid führt (s. Anhang C.2). Der Einfluss dieses Effekts würde mit zunehmender Zellanzahl in Z-Richtung abnehmen, was sich mit dem beobachteten Verlauf in Abbildung 5.8 deckt. Zudem stimmen die dimensionslosen Ergebnisse der Einheitszellen mit vergrößertem Stegdurchmesser genau mit den anderen Resultaten überein. Eine Skalierbarkeit der Ergebnisse ist analog zu Kapitel 4 somit auch hier gewährleistet.

Auch der Einfluss der dimensionslosen Stegabstände und damit einhergehend der Porosität (s. Tabelle 3.1) lässt sich mit den gewählten Kennzahlen gut erfassen, wie anhand von Abbildung 5.9 deutlich wird.

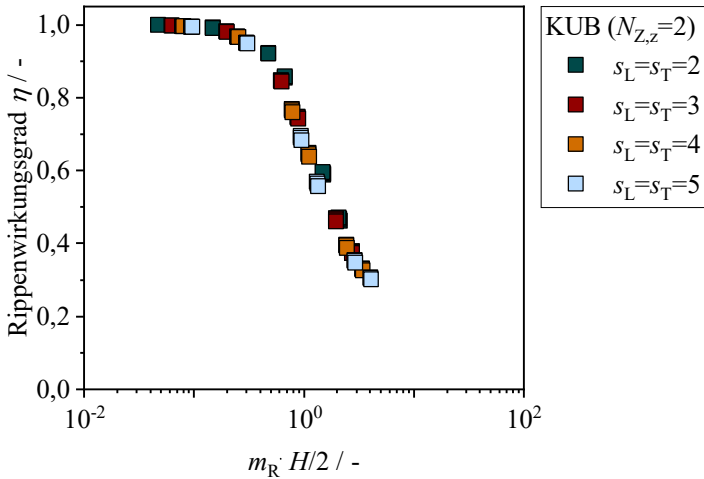


Abbildung 5.9: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für kubische Zellen mit unterschiedlichen dimensionslosen Stegabständen.

Diese zeigt den Rippenwirkungsgrad für kubische Zellen mit unterschiedlichen dimensionslosen Stegabständen und somit variierenden Größen der Einheitszellen. Die Datenpunkte zeigen eine gute Übereinstimmung und folgen einem gemeinsamen Kurvenverlauf. Für diesen Datensatz ist keine Spreizung der Daten erkennbar, da bei gleichem Einheitszellentyp sowie identischer Zellanzahl in Z-Richtung das Verhältnis der Stege mit direkter Verbindung zum Simulationsrand zu Stegen ohne direkten Kontakt konstant bleibt.

Da im Rahmen dieser Arbeit insbesondere der Einfluss der Zellmorphologie in den Fokus gerückt wird, werden Rippenwirkungsgrade unterschiedlicher Einheitszellentypen bestimmt und miteinander verglichen. Das Ergebnis eines solchen Vergleichs ist für Zellen mit dimensionslosen Stegabständen von $s_L = s_T = 4$ in Abbildung 5.10 dargestellt.

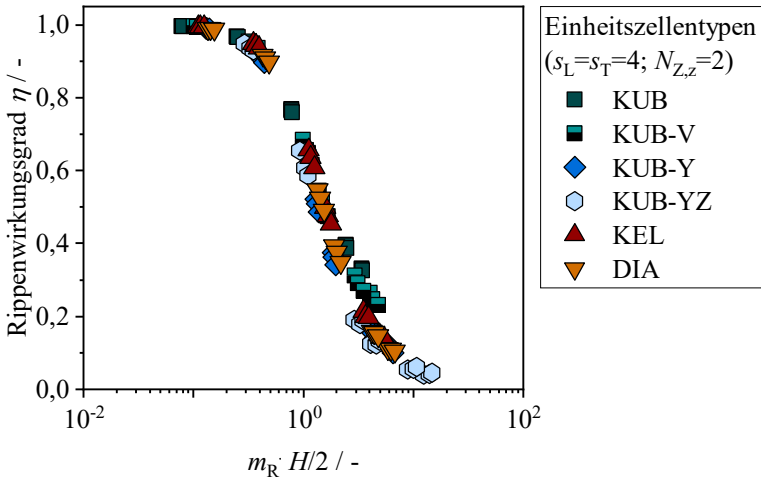


Abbildung 5.10: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für unterschiedliche Einheitszellentypen.

Für die verschiedenen Einheitszellentypen ergibt sich ein zu Abbildung 5.8 vergleichbares Bild. Die Datenreihen weisen qualitativ sehr ähnliche Verläufe auf, die bei hohen Rippenwirkungsgraden auch quantitativ gut übereinstimmen. Doch mit sinkendem Rippenwirkungsgrad zeigen sich größere Unterschiede, die teilweise auf den oben beschriebenen Einfluss von Stegen am Simulationsrand zurückzuführen sind. Gerade kubische und versetzte kubische Zellen verfügen über einen verhältnismäßig großen Anteil solcher Stege, sodass im Vergleich zu anderen Geometrien entsprechend höhere Rippenwirkungsgrade erkennbar sind. Andere Einheitszellentypen, wie die Kelvin- und Diamant-Zelle zeigen hingegen über den gesamten Bereich eine gute Übereinstimmung. Somit lassen sich je nach Zelltyp und Rippenwirkungsgrad anhand der Daten beide in Kapitel 5.1 geschilderten Beobachtungen feststellen: Bei vergleichbarem Wärmeübergangskoeffizienten (wie bspw. in Regime IV, vgl. Abbildung 4.35) kann der Einfluss des Einheitszellentypen auf den Wärmedurchgangskoeffizienten deutlich oder nur gering ausgeprägt sein.

Die anderen geometrischen Eigenschaften lassen sich, wie oben gezeigt, mit dem Produkt aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe gut erfassen. So zeigt sich in Übereinstimmung mit der Literatur, dass sowohl eine Erhöhung der

Porosität in Form der dimensionslosen Stegabstände als auch der Zellanzahl in Z-Richtung zu einer Erhöhung von $m_R \cdot H/2$ führt, was wiederum in einer Reduktion des Rippenwirkungsgrades resultiert. Während sich eine Erhöhung der Festkörperwärmeleitfähigkeit nur positiv auf den Wärmedurchgangskoeffizienten auswirken kann, fließt der Wärmeübergangskoeffizient sowohl in die Berechnung des Rippenwirkungsgrades als auch des Rippenparameters ein. Eine Erhöhung dieser Größe verbessert zwar den Wärmetransport von der Festkörperoberfläche in das Fluid und somit auch den Wärmedurchgangskoeffizienten (s. Abbildung 5.7). Doch gleichzeitig wird der Rippenwirkungsgrad (s. bspw. Abbildung 5.10) reduziert, was zu einer ineffektiven Nutzung der Struktur führen kann und beim Design berücksichtigt werden sollte.

5.3.2 Anwendbarkeit der Literaturmodelle

Nachdem die grundsätzlichen Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Parametern und dem resultierenden Wärmedurchgangskoeffizienten bzw. Rippenwirkungsgrad untersucht wurden, werden die in Tabelle 5.1 zusammengestellten Modelle aus der Literatur den Simulationsergebnissen gegenübergestellt. Dabei können drei der Modelle nur auf je einen Einheitszellentyp angewendet werden. Die Modelle von Park und Jeong (2022) sowie Ghosh (2008) wurden spezifisch für eine Kelvin- bzw. kubische Zelle entwickelt. Das Modell von Mancin et al. (2013) enthält hingegen Anpassungsfaktoren, die durch einen Vergleich mit experimentellen Daten von Schwämmen ermittelt wurden. Da die Kelvin-Zelle häufig als Idealisierung von Schwammstrukturen verwendet wird (Iasiello et al. 2017), wird diese Geometrie auch hier als Vergleich herangezogen. Nur das Modell von Dai et al. (2012) weist keine geometrischen Einschränkungen auf. Allerdings ist für dessen Anwendung die Kenntnis der effektiven Festkörperwärmeleitfähigkeit erforderlich, die zunächst für sämtliche Einheitszellentypen bestimmt werden muss. Dazu wurde im Rahmen dieser Arbeit auf Basis von Simulationen der Festkörperphase ein Berechnungsmodell entwickelt und publiziert (Dubil et al. 2022c), dessen Grundzüge im Anhang C.2 genauer erläutert sind. Der Vergleich mit den Literaturmodellen ist in Tabelle 5.2 zusammengefasst.

Tabelle 5.2: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 5.1 zusammengestellten Modellen für den Rippenwirkungsgrad. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer absoluten Abweichung $<20\%$ sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben. Das für Schwämme entwickelte Modell von Mancin et al. (2013) (s. Gl. (5.5)) wurde mit Simulationsdaten von Kelvin-Zellen verglichen.

Modell	$MAPE / \%$	Anteil der Daten mit $APE < 20\% / \%$	Getestete Einheitszellentypen
Gl. (5.4)	15	85	KEL
Gl. (5.5)	62	30	KEL
Gl. (5.6)	15	79	Alle Einheitszellentypen
Gl. (5.7)	23	46	KUB

Unter den untersuchten Modellen stechen insbesondere die Vorschläge von Park und Jeong (2022) (s. Gl. (5.4)) sowie Dai et al. (2012) (s. Gl. (5.6)) hervor. Beide Berechnungsvorschriften beschreiben die Daten mit einer mittleren Abweichung von 15%, wobei der Großteil der Daten absolute Abweichungen kleiner 20% aufweist. Während ersteres Modell auf einem Rippenansatz unter Berücksichtigung der Mikrostruktur beruht (vgl. Gl. (5.2)), basiert letzteres auf dem heterogenen Modell (vgl. Gl. (5.1)). Somit scheinen prinzipiell beide Ansätze geeignet zu sein, um den gekoppelten Wärmetransport in POCS zu beschreiben, was die entsprechende in Kapitel 5.1 formulierte Hypothese stützt. Während das von Dai et al. (2012) entwickelte Modell den Vorteil einer breiten Anwendbarkeit bietet, erzielt die Berechnungsvorschrift von Park und Jeong (2022) eine etwas höhere Genauigkeit für Kelvin-Zellen. Somit stellt sich die Frage, ob nicht ein für jede POCS-Geometrie angepasstes Modell zu einer noch besseren Beschreibung der Daten führt. Aus diesem Grund wird ein entsprechendes Rippenmodell auf Basis von Gl. (5.2) für jede der in dieser Arbeit untersuchten Geometrien entwickelt und anhand der Simulationsdaten getestet.

5.4 Entwicklung eines Berechnungsmodells

Auf Basis der Mikrostruktur der unterschiedlichen Einheitszellentypen wird je ein Rippenmodell entwickelt, das die Berechnung des Rippenwirkungsgrades erlaubt. Im Gegensatz zum Ansatz von Ghosh (2008), der auch von Park und Jeong (2022) verwendet wurde, findet dabei keine Mittelung der Beiträge

horizontal orientierter Stege statt. Vielmehr werden, vergleichbar zum Widerstandsnetzwerk zur Berechnung der effektiven Wärmeleitfähigkeit (s. Anhang C.2), die Einzelbeiträge der Stege seriell verknüpft. Entscheidend ist dabei die segmentweise Lösung von Gl. (5.2), die durch die Einführung eines Pseudowärmeübergangskoeffizienten α^* realisiert wird (s. Anhang C.3). Dieser berücksichtigt den Wärmestrom, der über die Fläche der Segmentspitze an die darauffolgende Stege übertragen wird. Die Vorgehensweise zur Erstellung der Berechnungsvorschrift für einen spezifischen Einheitszellentypen wird anhand der geeigneten kubischen Zelle demonstriert.

Zunächst wird unter Berücksichtigung von Symmetrien ein repräsentativer Ausschnitt aus der Zelle ausgewählt und die Stege entlang des Wärmetransportpfades nummeriert (s. Abbildung 5.11).

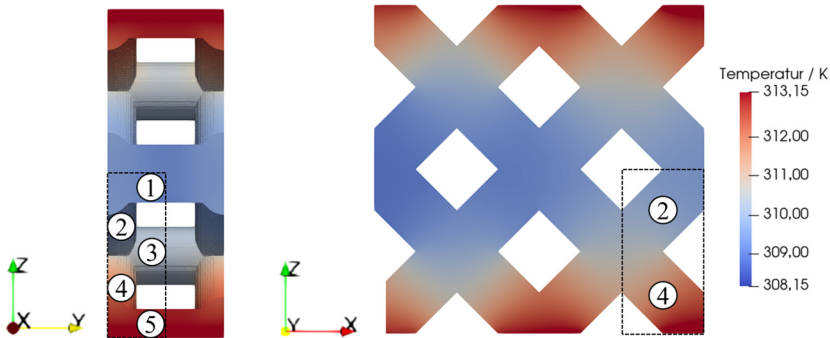


Abbildung 5.11: Temperaturfeld im Festkörper einer geeigneten kubischen Zelle mit $N_{z,z} = 2$. Ein für die Erstellung des Rippenmodells repräsentativer Ausschnitt ist mit einer Umrandung markiert.

An den Grenzen dieses Ausschnittes werden mit Ausnahme der beheizten Fläche ($z = 0$) adiabate Randbedingungen angenommen, da das Temperaturfeld in Y- und Z-Richtung symmetrisch ist. In X-Richtung gilt dies nicht, da aufgrund der graduellen Erwärmung des Fluides auch der Festkörper wärmer wird. Allerdings sind die Temperaturgradienten in X-Richtung wesentlich geringer als in Z-Richtung, sodass der entsprechende Wärmestrom dennoch vernachlässigt wird. Damit entspricht Steg 1 einer Rippe mit adiabater Spitze, sodass der Wärmestrom an dessen Rippenfuß mit der bereits aus der Literatur bekannten Lösung berechnet wird (Incropera et al. 2007):

$$\dot{Q}_1 = \sqrt{\alpha \cdot \frac{\pi d}{4} \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{16} (T_{1,2} - \bar{T}_F)} \tanh\left(m_{R,1} \frac{L}{2}\right) \quad (5.21)$$

$$m_{R,i} = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_S d}} \quad (5.22)$$

Der Wert des Rippenparameters unterscheidet sich für die unterschiedlichen Stege nicht, da das Verhältnis von Umfang zu Querschnittsfläche sowie die Festkörperwärmeleitfähigkeit nicht verändert werden. Zudem wird zur Reduktion der Komplexität ein für die gesamte Zelle gemittelter Wärmeübergangskoeffizient angewendet, auch wenn in Kapitel 4.3.5 eine ausgeprägte Heterogenität dieser Größe in POCS gezeigt wurde. Der Wärmestrom im nachfolgenden Steg 2 kann daraufhin mit der Segmentlösung (s. Gl. (C.14)) bestimmt werden:

$$\dot{Q}_2 = \sqrt{\alpha \cdot \frac{\pi d}{2} \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{8} (T_{2,3,4} - \bar{T}_F)} \frac{m_{R,2} L \tanh(m_{R,2} L) + Bi_2}{m_{R,2} L + Bi_2 \tanh(m_{R,2} L)} \quad (5.23)$$

$$Bi_2 = \frac{\alpha_2^* \cdot L}{\lambda_S} = \frac{8\dot{Q}_1 \cdot L}{\pi d^2 (T_{1,2} - \bar{T}_F) \lambda_S} = \frac{1}{2} m_{R,2} L \cdot \tanh\left(m_{R,1} \frac{L}{2}\right) \quad (5.24)$$

Da die Spitze von Steg 3 an eine Symmetrieebene grenzt, wird der Wärmestrom analog zu Steg 1 errechnet:

$$\dot{Q}_3 = \sqrt{\alpha \cdot \frac{\pi d}{2} \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{8} (T_{2,3,4} - \bar{T}_F)} \tanh\left(m_{R,3} \frac{L}{2}\right) \quad (5.25)$$

Mit den Wärmeströmen \dot{Q}_2 und \dot{Q}_3 kann schließlich der Wärmestrom für Steg 4 ermittelt werden, dessen Fuß auf die Wandtemperatur T_W beheizt wird:

$$\dot{Q}_4 = \sqrt{\alpha \cdot \frac{\pi d}{2} \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{8} (T_W - \bar{T}_F)} \frac{m_{R,4} L \tanh(m_{R,4} L) + Bi_4}{m_{R,4} L + Bi_4 \tanh(m_{R,4} L)} \quad (5.26)$$

$$Bi_4 = \frac{\alpha_4^* \cdot L}{\lambda_S} = \frac{8(\dot{Q}_2 + \dot{Q}_3) \cdot L}{\pi d^2 (T_{2,3,4} - \bar{T}_F) \lambda_S} \quad (5.27)$$

$$= m_{R,4} L \frac{m_{R,2} L \tanh(m_{R,2} L) + Bi_2}{m_{R,2} L + Bi_2 \tanh(m_{R,2} L)} + m_{R,4} L \cdot \tanh\left(m_{R,3} \frac{L}{2}\right)$$

Dieser Wärmestrom \dot{Q}_4 entspricht nun dem gesamten Wärmestrom, der am Fuß der Segmentkette, bestehend aus den Stegen 1 bis 4, in den Festkörper eingetragen wird. Einen Sonderfall stellt der an den Simulationsrand angrenzende Steg 5 dar. In diesem Fall wird der Großteil des Wärmestroms nicht entlang der Längsachse, sondern orthogonal dazu transportiert. Somit kann dieser Steg eher als unendlich lange Rippe mit halbkreisförmigem Profil angenähert

werden. Um den Wirkungsgrad und damit den Wärmestrombeitrag dieses Steges zu berechnen, wird die Lösung für das vergleichbare konvexe Rippenprofil herangezogen (Pirompugd und Wongwises 2013):

$$\eta_5 = \frac{I_{2/3} \left(\frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} d \right)}{\sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} d \cdot I_{-1/3} \left(\frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} d \right)} \quad (5.28)$$

$$\dot{Q}_5 = \eta_5 \cdot \alpha \cdot \frac{\pi d}{4} \cdot \frac{L-d}{2} \cdot (T_W - \bar{T}_F) \quad (5.29)$$

Auf Basis von Gl. (5.26) und (5.29) kann nun der insgesamt in die Zelle eingetragene Wärmestrom und damit schlussendlich der Wirkungsgrad der geneigten kubischen Zelle berechnet werden:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_4 + \dot{Q}_5}{\alpha \cdot \left(\sum_{i=1}^4 (L_i \cdot U_i) + \frac{\pi d}{4} \cdot \frac{L-d}{2} \right) \cdot (T_W - \bar{T}_F)} \quad (5.30)$$

Bei der Berechnung des Umfangs U_i der einzelnen Segmente ist zu berücksichtigen, dass nur die Kontaktlinie mit der fluider Phase einbezogen wird. Die hier für eine geneigte kubische Zelle mit $N_{Z,z} = 2$ beschriebene Vorgehensweise lässt sich für eine beliebige Anzahl an Einheitszellen verallgemeinern und auch auf andere POCS-Geometrien übertragen. Entsprechende Berechnungsvorschriften für die in dieser Arbeit untersuchten Einheitszellentypen können Tabelle C.6 im Anhang entnommen werden.

Abbildung 5.12 stellt den Vergleich der anhand dieser Berechnungsgleichungen ermittelten Rippenwirkungsgrade mit den Simulationsergebnissen dar. Das in dieser Arbeit entwickelte Modell zeigt insgesamt eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen, die in einer mittleren Abweichung von 15% resultiert. Dabei werden 73% der Daten mit absoluten Abweichungen kleiner als 20% beschrieben, sodass eine zu den Modellen von Park und Jeong (2022) sowie Dai et al. (2012) vergleichbare Genauigkeit erzielt wird (s. Tabelle 5.2). Anhand von Abbildung 5.12 ist jedoch erkennbar, dass die Übereinstimmung mit sinkendem Rippenwirkungsgrad graduell schlechter wird. Bis zu Wirkungsgraden von 70% liegen die maximalen Abweichungen bei ca. 20%, während sie im darauffolgenden Bereich von $0,2 \leq \eta_{\text{sim}} \leq 0,7$ auf bis zu 40% ansteigen können. Bei den niedrigsten Wirkungsgraden sind sogar Abweichungen von bis zu 250% möglich.

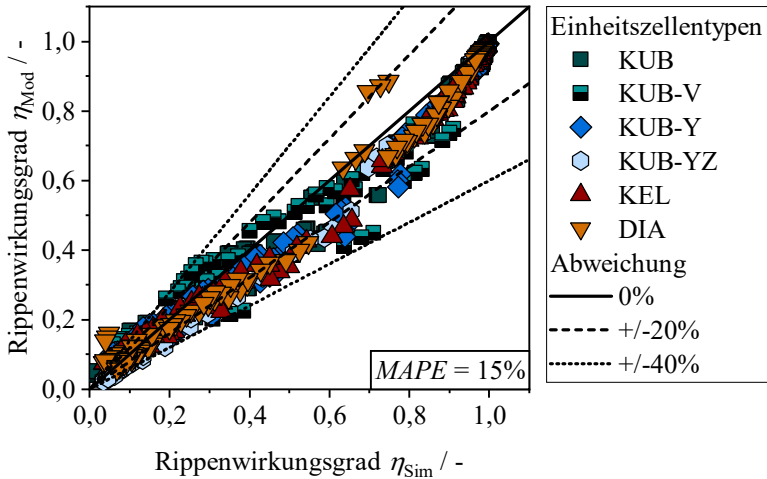


Abbildung 5.12: Vergleich der anhand von Tabelle C.6 errechneten Rippenwirkungsgrade η_{Mod} mit den mittels Simulationen bestimmten Werten η_{Sim} .

Diese Beobachtung lässt sich darauf zurückführen, dass der absolute Modellfehler, der gerade bei mittleren Rippenwirkungsgraden vergleichsweise große Werte annimmt (s. Abbildung 5.13), bei kleinen Wirkungsgraden zu einem hohen relativen Fehler führt. Somit lässt sich mit Hilfe des Modells auch bei niedrigen Wirkungsgraden der zu erwartende Wertebereich gut eingrenzen, doch der exakte Wert lässt sich nur mit einer hohen Unsicherheit vorhersagen. Dass der absolute Fehler bei mittleren Rippenwirkungsgraden ein Maximum zu erreichen scheint, lässt sich wiederum primär auf die Annahme eindimensionaler Wärmeleitung entlang der Stegachse sowie die Vernachlässigung des Temperaturgradienten in X-Richtung zurückführen. Diese Annahmen stoßen in diesem Bereich an ihre Grenzen, da das Temperaturfeld in der festen Phase ausgeprägte Gradienten in mehrere Raumrichtungen aufweist.

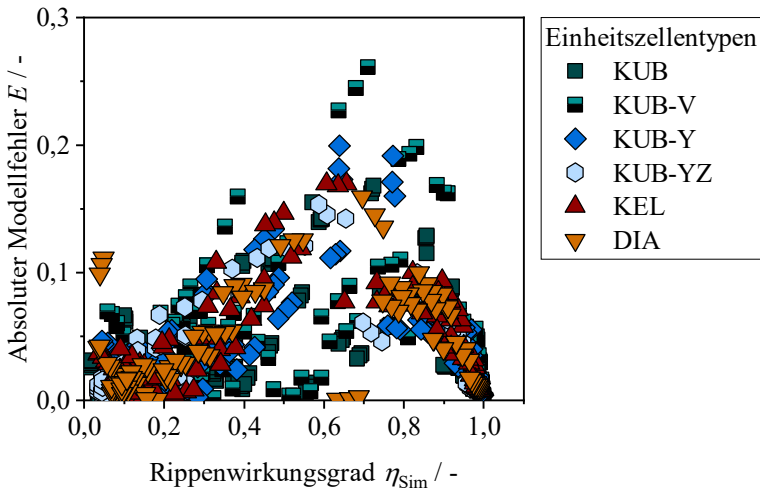


Abbildung 5.13: Betrag des Modellfehlers (Differenz zwischen η_{Mod} und η_{Sim}) für das in Tabelle C.6 zusammengefasste Modell in Abhängigkeit des Rippenwirkungsgrades.

Wie oben beschrieben, weist das in dieser Arbeit entwickelte Modell eine vergleichbare Genauigkeit zu dem auf Basis des heterogenen Modells entwickelten Ansatzes von Dai et al. (2012) auf. Somit kann trotz der wesentlich höheren Komplexität keine Verbesserung erzielt werden. Insbesondere für isotrope Zellen stellt somit eine Kombination aus den Gl. (5.6) und (C.5) eine einfach zu implementierende Alternative für die Berechnung des Rippenwirkungsgrades dar. Allerdings bietet die in Tabelle C.6 präsentierte segmentweise Berechnung die Möglichkeit, bspw. anisotrope Effekte, lokale Unterschiede des Wärmeübergangskoeffizienten oder POCS mit lokal variabler Porosität zu beschreiben.

5.5 Zwischenfazit

Der gekoppelte Wärmetransport in POCS weist, insofern der Beitrag von Wärmeleitung in der fluider Phase aufgrund einer im Vergleich zum Festkörper wesentlich geringeren effektiven Wärmeleitfähigkeit vernachlässigbar ist, starke Ähnlichkeit zum Wärmetransport in Rippen auf. Beide Probleme lassen sich mit

einer vergleichbaren Differentialgleichung beschreiben, wobei die grundlegenden physikalischen Zusammenhänge zwischen den Einflussparametern, wie dem Wärmeübergangskoeffizienten, der Festkörperwärmeleitfähigkeit oder der Höhe der Struktur, und dem resultierenden übertragbaren Wärmestrom äußerst ähnlich sind.

Aus diesem Grund wurden in der Literatur bereits zwei Ansätze zur Beschreibung des Wärmedurchgangskoeffizienten entwickelt: Einerseits wurden die Eigenschaften des Festkörpers dem heterogenen Modell entsprechend gemittelt (s. Gl. (5.1)) und darauf basierend ein Modell erstellt. Alternativ wurde die Mikrostruktur der porösen Geometrie berücksichtigt und Gl. (5.2) als Ausgangspunkt genutzt. Letzterer Ansatz wurde auch in dieser Arbeit aufgegriffen, um für jeden untersuchten Einheitszellentyp eine Berechnungsvorschrift abzuleiten. Es konnte gezeigt werden, dass beide Varianten die Simulationsergebnisse adäquat beschreiben können. Jedoch besticht der auf dem heterogenen Modell basierende Ansatz durch seine einfache Anwendbarkeit, sodass das in dieser Arbeit entwickelte Berechnungsmodell sich eher für komplexe Einsatzfälle (bspw. ausgeprägte Anisotropie der Struktur, lokale Unterschiede des Wärmeübergangskoeffizienten, lokal variierende Porosität) eignet.

6 Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse

Periodische offenzellige Strukturen sind eine mit Hilfe additiver Fertigung herstellbare Klasse poröser Medien, die in einem breiten Anwendungsspektrum positive Eigenschaften versprechen und eine hohe geometrische Flexibilität aufweisen. Ein potielles Anwendungsgebiet stellt der Einsatz in kompakten Wärmeübertragern dar, der für eine effiziente Auslegung eine genaue Kenntnis der Zusammenhänge zwischen der Geometrie und den daraus resultierenden thermischen und hydrodynamischen Eigenschaften erfordert. Entsprechende in der Literatur verfügbare Berechnungsmodelle sind jedoch hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit meist auf spezifische Einheitszellentypen limitiert und lassen sich nur eingeschränkt oder gar nicht auf andere Geometrien übertragen. Doch gerade der Einheitszellentyp stellt einen zentralen geometrischen Parameter dar, der sich erheblich auf die Eigenschaften der porösen Struktur auswirken kann.

Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit numerische Simulationsmodelle zur Untersuchung der Wärme- und Impulstransportprozesse in einphasig, laminar durchströmten periodischen offenzelligen Strukturen erstellt. Dabei wurde zunächst nur die fluide Phase modelliert und in einem zweiten Schritt die Kopplung aus fluider und fester Phase in die Simulation integriert. Nach eingehender Prüfung der Simulationsmodelle wurden diese auf sechs unterschiedliche Einheitszellengeometrien mit vier verschiedenen Werten der Porosität angewandt und die vorliegenden Strömungsregime, der Druckverlust, der Wärmeübergangs- sowie der Wärmedurchgangskoeffizient analysiert. Dabei stand zunächst folgende Forschungsfrage im Fokus:

- Wie beeinflusst die Einheitszellengeometrie hochporöser periodischer offenzelliger Strukturen ihre thermofluidynamischen Eigenschaften bei einphasiger, laminarer Durchströmung?

Bei laminarer Strömung konnten in periodischen offenzelligen Strukturen vier unterschiedliche **Strömungsregime** (Darcy-Regime, schwaches sowie starkes Trägheitsregime und laminar, instationäres Regime) identifiziert werden, die sich hinsichtlich des funktionellen Zusammenhangs zwischen Druckverlust und Strömungsgeschwindigkeit sowie auftretender Schwankungen von Strömungsgrößen unterschieden. Zur Charakterisierung der entsprechenden Regimegrenzen wurden verschiedene Definitionen der Reynolds-Zahl getestet, wobei sich zur Beschreibung der Daten insbesondere der Fensterdurchmesser d_{Fen} sowie die Anströmlänge d^* gut eigneten. Während erstere im betrachteten Porositätsbereich für sämtliche untersuchten Geometrien zu näherungsweise konstanten Werten der Regimegrenzen führte, zeigte sich bei Anwendung der Anströmlänge eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Porosität. Je höher ihr Wert, desto kleiner waren die erforderlichen Reynolds-Zahlen für einen Wechsel des Strömungsregimes.

Hinsichtlich des **Druckverlustes** variierte der Einfluss der Einheitszellegeometrie je nach Strömungsregime. In Übereinstimmung mit den Erkenntnissen der Literatur waren im Darcy-Bereich die Porosität und spezifische Oberfläche die zentralen geometrischen Einflussgrößen. Ein systematischer Einfluss des Einheitszellentyps konnte in diesem von viskosen Reibkräften dominierten Strömungsregime nicht festgestellt werden. Erst mit zunehmender Dominanz von Trägheitskräften in den darauffolgenden Regimen zeigten sich zwischen den Einheitszellentypen ausgeprägte Unterschiede. Während Porosität und spezifische Oberfläche weiterhin von Bedeutung waren, veränderte sich je nach Struktur der Einheitszelle der funktionelle Zusammenhang zwischen Druckverlust und Strömungsgeschwindigkeit. Dies konnte in Verbindung mit dem Zustand der hydrodynamischen Grenzschichten gebracht werden. Je nach Strömungsregime scheint sich dieser zwischen verschiedenen aus der Literatur bekannten Grenzfällen (bspw. ausgebildeter Zustand bei laminarer Kanalströmung, Neuausbildung an einer ebenen Platte) zu befinden. Die Lage dieses Zwischenzustandes wurde dabei maßgeblich von der Geometrie der Einheitszellenstruktur und der damit verbundenen Strömungsumlenkung beeinflusst.

Sehr ähnliche Beobachtungen wurden auch für den **Wärmeübergangskoeffizienten** festgestellt. Dieser wies ebenfalls je Strömungsregime unterschiedliche Abhängigkeiten von der Strömungsgeschwindigkeit auf, die sich in Zusammenhang mit dem Zustand der thermischen Grenzschichten bringen ließen. Auch hier wurden in Regimen mit dominanter werdenden Trägheitskräften

vergleichbare Zwischenzustände identifiziert, die mit der Intensität der Strömungsumlenkung zu korrelieren schienen. Zusätzlich wurde bei niedrigen Péclet-Zahlen ein je nach Einheitszelligeometrie unterschiedlich ausgeprägter Einfluss axialer Wärmeleitung sowie ein von Strömungsumverteilungen überlagerter Bereich im starken Trägheitsregime beobachtet.

Hinsichtlich des **Wärmedurchgangskoeffizienten** waren neben der Festkörperwärmeleitfähigkeit und dem Wärmeübergangskoeffizienten primär die Höhe der porösen Struktur in Richtung des Hauptwärmestroms sowie der Stegdurchmesser entscheidend. Der Einheitszellentyp wirkte sich, insbesondere bei hohen Rippenwirkungsgraden, nur in geringem Maße auf diese Zielgröße aus. Erst bei moderaten bis niedrigen Werten des Rippenwirkungsgrades nahmen die Unterschiede zwischen verschiedenen Einheitszellen zu, die teilweise auf die Anbindung an den beheizten Simulationsrand zurückzuführen waren.

Nachdem der Einfluss der Einheitszelligeometrie für die zuvor definierten hydraulischen und thermischen Zielgrößen qualitativ untersucht wurde, stellte sich die zweite zentrale Forschungsfrage nach einer quantitativen Beschreibung der Ergebnisse:

- Wie lässt sich der oben genannte Einfluss zelltypübergreifend durch Modelle abbilden, um die thermofluidodynamischen Eigenschaften von POCS auf Basis ihrer Geometrie vorherzusagen zu können?

Wie oben beschrieben, konnte die Lage der **Strömungsregime** mit empirischen Gleichungen zelltypübergreifend abgebildet werden. Dabei entsprach die Reynolds-Zahl bei Wahl des Fensterdurchmessers als charakteristischer Länge einer Konstante, während sich für die Anströmlänge eine lineare Abhängigkeit der Reynolds-Zahl von der Porosität ergab (vgl. Tabelle 4.5).

Bei der Modellierung des **Druckverlustes** musste der zuvor genannte zelltypspezifische Einfluss der Strömungsumlenkung quantifiziert werden. Dazu wurden im Rahmen eines Bottom-Up-Ansatzes zunächst wesentlich einfachere Steganordnungen und darauffolgend Fenster mit den gleichen dimensionslosen Stegabständen wie die entsprechender vollständiger Einheitszellen analysiert. Dadurch war es möglich, den geometrischen Komplexitätsgrad schrittweise zu steigern und strukturelle Gemeinsamkeiten sowie Unterschiede der Geometrien zu analysieren. Dabei fiel auf, dass die grundsätzlichen funktionellen Zusammenhänge zwischen Druckverlust und Strömungsgeschwindigkeit von der Steganordnung bis zur periodischen offenzelligen Struktur bis auf einen Vorfaktor

erhalten blieben. Somit schien die bereits in der Steganordnung vorzufindende Strömungsumlenkung sowie der daraus folgende Grenzschnittzustand in wesentlichen Zügen auch in entsprechenden Fenstern und Einheitszellen vorzuliegen. Quantitative Unterschiede ließen sich auf die Präsenz weiterer Stege in den komplexeren Geometrien zurückführen.

Auf Basis dieser Beobachtung wurde die **Hypothese** aufgestellt, dass sich der Druckverlust in periodischen offenzelligen Strukturen als Kombination ihrer strukturbildenden Steganordnungen beschreiben lässt. Um diese zu prüfen, wurde ein Berechnungsmodell auf Basis eines **Superpositionsansatzes** entwickelt. Dazu wurde zunächst eine systematische Herangehensweise etabliert, um sogenannte äquivalente Steganordnungen aus unterschiedlichen Einheitszellen-geometrien ableiten zu können. Diese hatten die Funktion, die beobachteten Strömungsumlenkungen zu repräsentieren und somit deren Einfluss auf den Druckverlust zu erfassen. Nach einer Charakterisierung der Steganordnungen und damit einhergehender Erstellung von Fitkurven zur funktionellen Beschreibung des dimensionslosen Druckverlustes wurden ihre Beiträge nach Gl. (4.79) kombiniert. Das resultierende Berechnungsmodell konnte 87% der Simulationsergebnisse mit einer Abweichung kleiner 40% beschreiben, wobei es eine mittlere Abweichung von 20% erzielte. Die zur Literatur vergleichbare Genauigkeit des Modells sowie weitestgehend korrekte Reproduktion der beobachteten Druckverlust-Trends in periodischen offenzelligen Strukturen stützen die zuvor formulierte Hypothese. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass mit sinkender Porosität zunehmend größere Abweichungen zwischen Modell und Simulation beobachtet wurden, weshalb eine Anwendung bei ausreichend hoher Porosität ($\psi \geq 79,1\%$) empfohlen wird.

Eine zum Druckverlust analoge Vorgehensweise wurde auch für den **Wärmeübergangskoeffizienten** erprobt. Auch in diesem Fall deckte der Bottom-Up-Ansatz deutliche Ähnlichkeiten zwischen Einheitszellen und ihren entsprechenden Steganordnungen auf. Neben einem negativen Einfluss der Knoten auf den Gesamtwärmetransport wurde anhand der Wärmestromdichteverteilung auf der Oberfläche der Strukturen die Heterogenität des lokalen Wärmeübergangskoeffizienten deutlich. Wie zuvor beim Druckverlust trugen einzelne Stegruppen unterschiedlich stark zur Wärmetransportfähigkeit der gesamten Zelle bei. Dementsprechend wurde der **Superpositionsansatz** auch auf diese Zielgröße übertragen. Dazu wurden erneut die zuvor definierten äquivalenten Steganordnungen genutzt und nun hinsichtlich des Wärmeübergangskoeffizienten

charakterisiert und mit Fitkurven beschrieben. Unter Berücksichtigung des Knoteneffekts wurden die Beiträge der Steganordnungen mit Gl. (4.86) superponiert. Auch dieses Berechnungsmodell zeigte eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen, die in einer mittleren Abweichung von 13% resultierte. 81% der Daten konnten mit Abweichungen kleiner als 20% beschrieben werden. Somit scheint die oben formulierte Hypothese auch auf den Wärmeübergang übertragbar zu sein. Analog zum Druckverlust gilt die Empfehlung für einen Einsatz bei ausreichend hoher Porosität ($\psi \geq 79,1\%$). Aufgrund der sehr guten Übereinstimmung von Stegdaten mit der Korrelation von Gnielinski (1978) im laminar, instationären Strömungsregime wurde diese ebenfalls in Kombination mit dem Superpositionsansatz angewandt. Auch dieser Ansatz führte zu einer adäquaten Beschreibung der Daten und stellte somit einen ersten Nachweis dar, dass das Modell auch mit in der Literatur verfügbaren Korrelationen nutzbar ist.

Der gekoppelte Wärmetransport in periodischen offenzelligen Strukturen ähnelte unter vernachlässigbarem Beitrag der effektiven Wärmeleitfähigkeit des Fluides einer querumströmten Rippe, sodass sich der **Wärmedurchgangskoeffizient** mit für diese Strukturen etablierten Ansätzen beschreiben ließ. Dabei konnten einerseits nach dem Vorschlag von Dai et al. (2012) die gemittelten Eigenschaften der porösen Struktur in die Modellbildung einfließen. Dazu war unter anderem die effektive Festkörperwärmeleitfähigkeit notwendig, für die im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls ein Berechnungsmodell entworfen wurde (s. Gl. (C.4)). Andererseits konnte die Geometrie der Einheitszelle detailliert berücksichtigt werden. Für diesen zweiten Ansatz wurde die Energieerhaltungsgleichung innerhalb der festen Phase segmentweise gelöst, um für jeden in dieser Arbeit untersuchten Einheitszellentypen eine Berechnungsvorschrift für den Wärmedurchgangskoeffizienten abzuleiten (s. Tabelle C.6). Das daraus resultierende Modell beschrieb 73% der Daten mit einer Abweichung kleiner als 20%, wobei eine mittlere Abweichung von 15% erzielt wurde. Die Genauigkeit war vergleichbar zu dem von Dai et al. (2012) vorgeschlagenen Modell, sodass letztlich beide Vorgehensweisen als zielführend erachtet werden können. Während das segmentierte Modell potentiell für lokal variierende Einheitszelligeometrien anwendbar ist, weist es gegenüber dem gemittelten Ansatz eine deutlich höhere Komplexität auf. Somit wäre für periodische offenzellige Strukturen mit konstanten Stegquerschnitten und sich exakt wiederholender Einheitszelligeometrie aufgrund seiner Einfachheit das von Dai et al. (2012) entwickelte Modell zu bevorzugen.

Im Rahmen dieser Arbeit ist es gelungen, den Einfluss verschiedener geometrischer Größen, insbesondere den des Einheitszellentypen, auf die oben definierten hydraulischen und thermischen Eigenschaften periodischer offenzelliger Strukturen zu beleuchten. Gerade dieser Parameter stellt einen der zentralen Hebel für eine zielgerichtete Gestaltung dieser Strukturklasse dar und sollte zur vollen Entfaltung ihres Potentials nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ beschreibbar sein. Aus diesem Grund wurden zelltypübergreifende, möglichst auf einer differenzierten Berücksichtigung unterschiedlicher Effekte basierende Modellgleichungen entwickelt, die eine Berechnung des vorliegenden Strömungsregimes, des Druckverlustes, des Wärmeübergangs- sowie des Wärmedurchgangskoeffizienten auf Basis der geometrischen Gestaltung dieser Strukturklasse und der verwendeten Betriebsparameter ermöglichen.

6.2 Ausblick

In dieser Arbeit konnten Erkenntnisse dazu gewonnen werden, wie die Geometrie periodischer offenzelliger Strukturen die Strömung und damit die Ausprägung hydrodynamischer sowie thermischer Grenzschichten beeinflusst. Diese Beobachtungen sind nicht per se an diese Strukturklasse gebunden, sondern könnten auch auf andere poröse Geometrien oder strukturierte Einbauten übertragbar sein. Es wäre wünschenswert, eine Methode zu entwickeln, die es erlaubt, die Strömungsumlenkung oder den Grad der Grenzschichtbeeinflussung unabhängig von Steganordnungen zu quantifizieren, um diese auch in Designprozessen anderer Strukturklassen nutzbar zu machen. Damit verbunden wäre eine vertiefte Analyse der hier beobachteten Zwischenzustände der Grenzschichten sowie ihrer Auswirkungen auf die mittleren Zielgrößen.

Hinsichtlich eines praktischen Einsatzes periodischer offenzelliger Strukturen in technischen Anwendungen wäre es von großem Interesse, die getroffenen Vereinfachungen nach und nach fallen zu lassen. So wurden in dieser Arbeit unter anderem Einlauf- und Wandeffekte vernachlässigt, die jedoch bekanntermaßen lokal zu einer Veränderung der thermohydraulischen Eigenschaften führen können. Auch die typischerweise bei additiver Fertigung auftretende ausgeprägte Oberflächenrauigkeit wurde hier nicht berücksichtigt. Es wäre zu prüfen, ob die hier vorgeschlagenen Modellierungsansätze (bspw. Superpositionsansatz) auch in diesen Fällen eingesetzt werden könnten.

Zuletzt sei auf die Möglichkeit hingewiesen, die hier entwickelten Simulationsmodelle für einen Einsatz im turbulenten Strömungsregime zu adaptieren. Es könnten Turbulenzmodelle integriert werden, die weiterhin eine zeiteffiziente Berechnung der Strömungsfelder erlauben. Diese wären gegenüber den in dieser Arbeit identifizierten Vergleichsdaten zu prüfen und könnten daraufhin genutzt werden, um die verfügbare Datenbasis deutlich zu erweitern. Anhand dieser könnten die hier entwickelten Modellansätze auch für turbulente Strömungen getestet werden, was ihren potentiellen Einsatzbereich nochmals vergrößern könnte.

Literaturverzeichnis

- Agnaou, M.; Lasseux, D.; Ahmadi, A. (2016): From steady to unsteady laminar flow in model porous structures: an investigation of the first Hopf bifurcation. In: *Computers & Fluids* 136, S. 67–82. DOI: 10.1016/j.comfluid.2016.05.030.
- Aguirre, A.; Chandra, V.; Peters, E.A.J.F.; Kuipers, J.A.M.; Neira D'Angelo, M. F. (2020): Open-cell foams as catalysts support: A systematic analysis of the mass transfer limitations. In: *Chemical Engineering Journal* 393, S. 124656. DOI: 10.1016/j.cej.2020.124656.
- Aider, Youssef; Kaur, Inderjot; Cho, Heejin; Singh, Prashant (2022): Periodic heat transfer characteristics of additively manufactured lattices. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 189, S. 122692. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122692.
- Ambrosio, Giuseppe; Bianco, Nicola; Chiu, Wilson K.S.; Iasiello, Marcello; Naso, Vincenzo; Oliviero, Maria (2016): The effect of open-cell metal foams strut shape on convection heat transfer and pressure drop. In: *Applied Thermal Engineering* 103, S. 333–343. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2016.04.085.
- Amiri, A.; Vafai, K. (1994): Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 37 (6), S. 939–954. DOI: 10.1016/0017-9310(94)90219-4.
- André Martins, Márcio; Henrique Marchi, Carlos (2008): Estimate of Iteration Errors in Computational Fluid Dynamics. In: *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals* 53 (3), S. 234–245. DOI: 10.1080/10580530701790142.
- Balzarotti, Riccardo; Ambrosetti, Matteo; Arnesano, Mauro; Anglani, Alfredo; Groppi, Gianpiero; Tronconi, Enrico (2021): Periodic open cellular structures (POCS) as enhanced catalyst supports: Optimization of the coating procedure and analysis of mass transport. In: *Applied Catalysis B: Environmental* 283, S. 119651. DOI: 10.1016/j.apcatb.2020.119651.
- Bastos Rebelo, Núria F.; Andreassen, Kari Anne; Suarez Ríos, Luis I.; Piquero Camblor, Juan C.; Zander, Hans-Jörg; Grande, Carlos A. (2018): Pressure drop and heat transfer properties of cubic iso-reticular foams. In:

- Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 127, S. 36–42. DOI: 10.1016/j.cep.2018.03.008.
- Beale, S. B.; Spalding, D. B. (1998): Numerical study of fluid flow and heat transfer in tube banks with stream-wise periodic boundary conditions. In: *Transactions of the CSME* 22 (4A), S. 397–416.
- Beale, S. B.; Spalding, D. B. (1999): A NUMERICAL STUDY OF UN-STEADY FLUID FLOW IN IN-LINE AND STAGGERED TUBE BANKS. In: *Journal of fluids and structures* 13 (6), S. 723–754. DOI: 10.1006/jfls.1999.0231.
- Beyer, Markus von (2019): Hydrodynamische Charakterisierung der Mehrphasenströmung in additiv gefertigten periodisch offenzelligen Strukturen: Optionen zur Prozessintensivierung in einer Hydrodesulfurierungsanlage.
- Bianchi, Enrico; Groppi, Gianpiero; Schwieger, Wilhelm; Tronconi, Enrico; Freund, Hannsjörg (2015): Numerical simulation of heat transfer in the near-wall region of tubular reactors packed with metal open-cell foams. In: *Chemical Engineering Journal* 264, S. 268–279. DOI: 10.1016/j.cej.2014.11.055.
- Bracconi, Mauro; Ambrosetti, Matteo; Maestri, Matteo; Groppi, Gianpiero; Tronconi, Enrico (2020): Analysis of the effective thermal conductivity of isotropic and anisotropic Periodic Open Cellular Structures for the intensification of catalytic processes. In: *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 158, S. 108169. DOI: 10.1016/j.cep.2020.108169.
- Busse, Corinna (2020): Untersuchungen zum Potenzial periodisch offenzelliger Strukturen als alternative Katalysatorträger für exotherme Reaktionen: FAU University Press.
- Chaudhari, Aniket; Ekade, Pawankumar; Krishnan, Shankar (2019): Experimental investigation of heat transfer and fluid flow in octet-truss lattice geometry. In: *International Journal of Thermal Sciences* 143, S. 64–75. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2019.05.003.
- Chu, Xu; Wu, Yongxiang; Rist, Ulrich; Weigand, Bernhard (2020): Instability and transition in an elementary porous medium. In: *Phys. Rev. Fluids* 5 (4), S. 44304. DOI: 10.1103/PhysRevFluids.5.044304.
- Cunsolo, Salvatore; Iasiello, Marcello; Oliviero, Maria; Bianco, Nicola; Chiu, Wilson K. S.; Naso, Vincenzo (2016): Lord Kelvin and Weaire–Phelan

-
- Foam Models. Heat Transfer and Pressure Drop. In: *J. Heat Transfer* 138 (2), S. 22601. DOI: 10.1115/1.4031700.
- Dai, Z.; Nawaz, K.; Park, Y.; Chen, Q.; Jacobi, A. M. (2012): A Comparison of Metal-Foam Heat Exchangers to Compact Multilouver Designs for Air-Side Heat Transfer Applications. In: *Heat Transfer Engineering* 33 (1), S. 21–30. DOI: 10.1080/01457632.2011.584812.
- Danaci, Simge; Protasova, Lidia; Try, Rasmey; Bengaouer, Alain; Marty, Philippe (2017): Experimental and numerical investigation of heat transport and hydrodynamic properties of 3D-structured catalytic supports. In: *Applied Thermal Engineering* 126, S. 167–178. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.07.155.
- Della Torre, A.; Montenegro, G.; Tabor, G. R.; Wears, M. L. (2014): CFD characterization of flow regimes inside open cell foam substrates. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 50, S. 72–82. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.05.005.
- Dietrich, Benjamin (2010): Thermische Charakterisierung von keramischen Schwammstrukturen für verfahrenstechnische Apparate. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe. Institut für Thermische Verfahrenstechnik.
- Dietrich, Benjamin; Schabel, Wilhelm; Kind, Matthias; Martin, Holger (2009): Pressure drop measurements of ceramic sponges—Determining the hydraulic diameter. In: *Chemical Engineering Science* 64 (16), S. 3633–3640. DOI: 10.1016/j.ces.2009.05.005.
- Du Plessis, Anton; Razavi, Seyed Mohammad Javad; Benedetti, Matteo; Murchio, Simone; Leary, Martin; Watson, Marcus et al. (2022): Properties and applications of additively manufactured metallic cellular materials: A review. In: *Progress in Materials Science* 125, S. 100918. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2021.100918.
- Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022a): Characterization of Heat Transfer and Pressure Drop during Steady State Flow in Periodic Open Cellular Structures (POCS). In: *Proceedings of the 16th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*.
- Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022b): PREDICTING CONVECTIVE HEAT TRANSFER DURING UNSTEADY FLOW IN CUBIC PERIODIC OPEN CELLULAR STRUCTURES. In: *Proceedings of the 17th UK Heat Transfer Conference*.

- Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2023): Modelling steady-state convective heat transfer in different periodic open cellular structures (POCS) – A superposition approach. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 200, S. 123546. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123546.
- Dubil, Konrad; Wolf, Hannah; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022c): Development of a generalized thermal resistance model for the calculation of effective thermal conductivities in periodic open cellular structures (POCS). In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 183, S. 122083. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122083.
- Duda, Artur; Koza, Zbigniew; Matyka, Maciej (2011): Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow. In: *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* 84 (3 Pt 2), S. 36319. DOI: 10.1103/PhysRevE.84.036319.
- Ergun, Sabri; Orning, A. A. (1949): Fluid Flow through Randomly Packed Columns and Fluidized Beds. In: *Industrial & Engineering Chemistry* 41 (6), S. 1179–1184. DOI: 10.1021/ie50474a011.
- Ferroni, Claudio; Bracconi, Mauro; Ambrosetti, Matteo; Maestri, Matteo; Groppi, Gianpiero; Tronconi, Enrico (2021): A Fundamental Investigation of Gas/Solid Heat and Mass Transfer in Structured Catalysts Based on Periodic Open Cellular Structures (POCS). In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 60 (29), S. 10522–10538. DOI: 10.1021/acs.iecr.1c00215.
- Ferroni, Claudio; Franchi, Federico Sascha; Ambrosetti, Matteo; Bracconi, Mauro; Groppi, Gianpiero; Maestri, Matteo; Tronconi, Enrico (2022): Numerical and Experimental Investigation of Pressure Drop in Periodic Open Cellular Structures for Intensification of Catalytic Processes. In: *ACS Engineering Au*. DOI: 10.1021/acseengineeringau.1c00034.
- Ferziger, Joel H.; Peric, Milovan (2008): Numerische Strömungsmechanik: Springer-Verlag.
- Fischedick, Thomas (2019): Grundlegende Untersuchung zum Wärmetransport in keramischen Schwammstrukturen bis in den Hochtemperaturbereich. 1. Auflage. München: Verlag Dr. Hut.
- Fowler, A. J.; Bejan, A. (1994): Forced convection in banks of inclined cylinders at low Reynolds numbers. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 15 (2), S. 90–99. DOI: 10.1016/0142-727X(94)90061-2.
- Gamrat, Gabriel; Favre-Marinet, Michel; Le Person, Stéphane (2008): Numerical study of heat transfer over banks of rods in small Reynolds number

-
- cross-flow. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (3), S. 853–864. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.04.038.
- Ghosh, Indranil (2008): Heat-Transfer Analysis of High Porosity Open-Cell Metal Foam. In: *J. Heat Transfer* 130 (3), S. 34501. DOI: 10.1115/1.2804941.
- Giani, Leonardo; Groppi, Gianpiero; Tronconi, Enrico (2005): Mass-Transfer Characterization of Metallic Foams as Supports for Structured Catalysts. In: *Ind. Eng. Chem. Res.* 44 (14), S. 4993–5002. DOI: 10.1021/ic0490886.
- Gnielinski, Volker (1978): Gleichungen zur Berechnung des Wärmeübergangs in querdurchströmten einzelnen Rohrreihen und Rohrbündeln. In: *Forschung im Ingenieurwesen A* 44 (1), S. 15–25. DOI: 10.1007/BF02560750.
- Gnielinski, Volker (1980): Wärme- und Stoffübertragung in Festbetten. In: *Chemie Ingenieur Technik* 52 (3), S. 228–236. DOI: 10.1002/cite.330520306.
- Greenshields, Christopher J. (2018): OpenFOAM - User Guide. version 6. Hg. v. The OpenFOAM Foundation Ltd. Online verfügbar unter <https://openfoam.org>, zuletzt geprüft am 18.10.2022.
- Gschaider, Bernhard (2010): swak4Foam. Online verfügbar unter <https://openfoamwiki.net/index.php/Contrib/swak4Foam>, zuletzt aktualisiert am 12.07.2022, zuletzt geprüft am 20.10.2022.
- Heat Exchanger Design Handbook (1983). New York: Hemisphere Publishing Corporation.
- Hill, Reghan J.; Koch, Donald L. (2002): The transition from steady to weakly turbulent flow in a close-packed ordered array of spheres. In: *J. Fluid Mech.* 465, S. 59–97. DOI: 10.1017/S0022112002008947.
- Ho, J. Y.; Leong, K. C.; Wong, T. N. (2020): Additively-manufactured metallic porous lattice heat exchangers for air-side heat transfer enhancement. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 150, S. 119262. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119262.
- Horneber, Tobias Joachim (2015): Thermo-fluid dynamic characterization and technical optimization of structured open-cell metal foams by means of numerical simulation. Dissertation. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen-Nürnberg.

- Horton, N. A.; Pokrajac, D. (2009): Onset of turbulence in a regular porous medium: An experimental study. In: *Physics of Fluids* 21 (4), S. 45104. DOI: 10.1063/1.3091944.
- Hutter, C.; Zenklusen, A.; Kuhn, S.; Rudolf von Rohr, Ph. (2011): Large eddy simulation of flow through a streamwise-periodic structure. In: *Chemical Engineering Science* 66 (3), S. 519–529. DOI: 10.1016/j.ces.2010.11.015.
- Iasiello, M.; Cunsolo, S.; Bianco, N.; Chiu, W.K.S.; Naso, V. (2017): Developing thermal flow in open-cell foams. In: *International Journal of Thermal Sciences* 111, S. 129–137. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2016.08.013.
- Inayat, Amer; Klumpp, Michael; Lämmermann, Markus; Freund, Hannsjörg; Schwieger, Wilhelm (2016): Development of a new pressure drop correlation for open-cell foams based completely on theoretical grounds. Taking into account strut shape and geometric tortuosity. In: *Chemical Engineering Journal* 287, S. 704–719. DOI: 10.1016/j.cej.2015.11.050.
- Incropera, Frank P.; Lavine, Adrienne S.; Bergman, Theodore L.; DeWitt, David P. (2007): Fundamentals of heat and mass transfer. 6. ed. Hoboken: Wiley.
- Jin, Y.; Kuznetsov, A. V. (2017): Turbulence modeling for flows in wall bounded porous media. An analysis based on direct numerical simulations. In: *Physics of Fluids* 29 (4), S. 45102. DOI: 10.1063/1.4979062.
- Jin, Y.; Uth, M.-F.; Kuznetsov, A. V.; Herwig, H. (2015): Numerical investigation of the possibility of macroscopic turbulence in porous media. A direct numerical simulation study. In: *J. Fluid Mech.* 766, S. 76–103. DOI: 10.1017/jfm.2015.9.
- Jorge, Pedro; Mendes, Miguel A.A.; Werzner, Eric; Pereira, José M.C. (2019): Characterization of laminar flow in periodic open-cell porous structures. In: *Chemical Engineering Science* 201, S. 397–412. DOI: 10.1016/j.ces.2019.02.010.
- Kaur, Inderjot; Singh, Prashant (2020): Flow and Thermal Transport Through Unit Cell Topologies of Cubic and Octahedron Families. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 158, S. 119784. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119784.
- Kaur, Inderjot; Singh, Prashant (2021): Critical evaluation of additively manufactured metal lattices for viability in advanced heat exchangers. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 168, S. 120858. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120858.

-
- Kaur, Inderjot; Singh, Prashant (2022): Direct Pore-Scale Simulations of Fully Periodic Unit Cells of Different Regular Lattices. In: *J. Heat Transfer* 144 (2). DOI: 10.1115/1.4053204.
- Khalifa, Zahra; Pocher, Liam; Tilton, Nils (2020): Regimes of flow through cylinder arrays subject to steady pressure gradients. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 159, S. 120072. DOI: 10.1016/j.ijheat-masstransfer.2020.120072.
- Klumpp, M.; Inayat, A.; Schwerdtfeger, J.; Körner, C.; Singer, R. F.; Freund, H.; Schwieger, W. (2014): Periodic open cellular structures with ideal cubic cell geometry. Effect of porosity and cell orientation on pressure drop behavior. In: *Chemical Engineering Journal* 242, S. 364–378. DOI: 10.1016/j.cej.2013.12.060.
- Koch, Donald L.; Ladd, Anthony J. C. (1997): Moderate Reynolds number flows through periodic and random arrays of aligned cylinders. In: *J. Fluid Mech.* 349, S. 31–66. DOI: 10.1017/S002211209700671X.
- Krischer, Otto (1956): *Trocknungstechnik: Bd. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik*, von O. Krischer: Springer (1).
- Krishnan, Shankar; Garimella, Suresh V.; Murthy, Jayathi Y. (2008): Simulation of Thermal Transport in Open-Cell Metal Foams. Effect of Periodic Unit-Cell Structure. In: *J. Heat Transfer* 130 (2), S. 24503. DOI: 10.1115/1.2789718.
- Kumar, Prashant; Topin, Frederic (2014): Micro-structural Impact of Different Strut Shapes and Porosity on Hydraulic Properties of Kelvin-Like Metal Foams. In: *Transport in Porous Media* 105 (1), S. 57–81. DOI: 10.1007/s11242-014-0358-8.
- Kuwahara, Fujio; Shirota, Mitsuhiro; Nakayama, Akira (2001): A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (6), S. 1153–1159. DOI: 10.1016/S0017-9310(00)00166-6.
- Lasseux, D.; Abbasian Arani, A. A.; Ahmadi, A. (2011): On the stationary macroscopic inertial effects for one phase flow in ordered and disordered porous media. In: *Physics of Fluids* 23 (7), S. 73103. DOI: 10.1063/1.3615514.
- Lasseux, Didier; Valdés-Parada, Francisco J. (2017): On the developments of Darcy's law to include inertial and slip effects. In: *Comptes Rendus Mécanique* 345 (9), S. 660–669. DOI: 10.1016/j.crme.2017.06.005.

- Lee, Dae-Young; Vafai, Kambiz (1999): Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (3), S. 423–435. DOI: 10.1016/S0017-9310(98)00185-9.
- Mancin, Simone; Zilio, Claudio; Diani, Andrea; Rossetto, Luisa (2013): Air forced convection through metal foams. Experimental results and modeling. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 62, S. 112–123. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.050.
- Martinez, E.; Vicente, W.; Salinas-Vazquez, M.; Carvajal, I.; Alvarez, M. (2015): Numerical simulation of turbulent air flow on a single isolated finned tube module with periodic boundary conditions. In: *International Journal of Thermal Sciences* 92, S. 58–71. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2015.01.024.
- Meinicke, Sebastian (2020): Understanding transport phenomena in consolidated, highly porous media - a pore-scale CFD approach. 1. Auflage. München: Verlag Dr. Hut.
- Meinicke, Sebastian; Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2019): Characterization of heat transfer in consolidated, highly porous media using a hybrid-scale CFD approach. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 149, S. 119201. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119201.
- Merziger, Gerhard; Muehlbach, Guenter; Wille, Detlef; Wirth, Thomas (2010): Formeln + Hilfen Hoehere Mathematik. 6. Auflage. Barsinghausen: Bionomi.
- Moon, Chanhee; Kim, Hyun Dong; Kim, Kyung Chun (2018): Kelvin-cell-based metal foam heat exchanger with elliptical struts for low energy consumption. In: *Applied Thermal Engineering* 144, S. 540–550. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.07.110.
- OPEN CASCADE SAS: Salome. The Open Source Integration Platform for Numerical Simulation. Online verfügbar unter <https://www.salome-platform.org>, zuletzt geprüft am 07.07.2021.
- Pallares, J.; Grau, F. X. (2010): A modification of a Nusselt number correlation for forced convection in porous media. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (9), S. 1187–1190. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.07.014.

-
- Panfilov, M.; Fourar, M. (2006): Physical splitting of nonlinear effects in high-velocity stable flow through porous media. In: *Advances in Water Resources* 29 (1), S. 30–41. DOI: 10.1016/j.advwatres.2005.05.002.
- Papetti, V.; Dimopoulos Eggenschwiler, P.; Della Torre, A.; Lucci, F.; Ortona, A.; Montenegro, G. (2018): Additive Manufactured open cell polyhedral structures as substrates for automotive catalysts. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 126, S. 1035–1047. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.06.061.
- Park, Sung-Ho; Jeong, Ji Hwan (2022): Analytical fin efficiency model for open-cell porous metal fins based on Kelvin cell assumption. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 196, S. 123283. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123283.
- Parra-Cabrera, Cesar; Achille, Clement; Kuhn, Simon; Ameloot, Rob (2018): 3D printing in chemical engineering and catalytic technology. Structured catalysts, mixers and reactors. In: *Chemical Society reviews* 47 (1), S. 209–230. DOI: 10.1039/c7cs00631d.
- Patel, Vipul M.; Talukdar, Prabal (2020): Determination of Heat Transfer Coefficient and Thermal Dispersion of a Representative Porous Structure Based on Pore Level Simulations. In: *Heat Transfer Engineering* 41 (21), S. 1800–1817. DOI: 10.1080/01457632.2019.1670462.
- Pelanconi, Marco; Zavattoni, Simone; Cornolti, Luca; Puragliesi, Riccardo; Arrivabeni, Edoardo; Ferrari, Luca et al. (2021): Application of Ceramic Lattice Structures to Design Compact, High Temperature Heat Exchangers: Material and Architecture Selection (Materials, 14).
- Pirompugd, Worachest; Wongwises, Somchai (2013): Partially wet fin efficiency for the longitudinal fins of rectangular, triangular, concave parabolic, and convex parabolic profiles. In: *Journal of the Franklin Institute* 350 (6), S. 1424–1442. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2013.02.019.
- Reichelt, Erik; Jahn, Matthias; Lange, Rüdiger (2017): Derivation and Application of a Generalized Correlation for Mass Transfer in Packed Beds. In: *Chemie Ingenieur Technik* 89 (4), S. 390–400. DOI: 10.1002/cite.201600045.
- Roache, P. J. (1994): Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. In: *J. Fluids Eng* 116 (3), S. 405. DOI: 10.1115/1.2910291.

- Sarap, Martin; Kallaste, Ants; Shams Ghahfarokhi, Payam; Tiismus, Hans; Vaimann, Toomas (2022): Utilization of Additive Manufacturing in the Thermal Design of Electrical Machines: A Review (Machines, 10).
- Schlichting, Hermann; Gersten, Klaus (2017): Boundary-Layer Theory. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Selvam, Thangaraj; Warmuth, Franziska; Klumpp, Michael; Warnick, Karl-Georg; Lodes, Matthias A.; Körner, Carolin; Schwieger, Wilhelm (2016): Fabrication and pressure drop behavior of novel monolithic structures with zeolitic architectures. In: *Chemical Engineering Journal* 288, S. 223–227. DOI: 10.1016/j.cej.2015.11.104.
- Sinn, Christoph; Wentrup, Jonas; Pesch, Georg R.; Thöming, Jorg; Kiewidt, Lars (2021): Structure-heat transport analysis of periodic open-cell foams to be used as catalyst carriers. In: *Chemical Engineering Research and Design* 166, S. 209–219. DOI: 10.1016/j.cherd.2020.12.007.
- Skjetne, E.; Auriault, J. L. (1999): New insights on steady, non-linear flow in porous media. In: *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 18 (1), S. 131–145. DOI: 10.1016/S0997-7546(99)80010-7.
- Solovev, Sergei A.; Soloveva, Olga V.; Akhmetova, Irina G.; Vankov, Yuri V.; Paluku, Daniel L. (2022): Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer in an Open-Cell Foam Catalyst on Example of the Acetylene Hydrogenation Reaction (ChemEngineering, 6).
- Stephan, Peter; Kabelac, Stephan; Kind, Matthias; Mewes, Dieter; Schaber, Karlheinz; Wetzel, Thomas (2019): VDI-Wärmeatlas: Fachlicher Träger VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen. 12. Aufl.: Springer-Verlag.
- Sun, Mingrui; Yan, Guanghan; Hu, Chengzhi; Zhao, Jiafei; Duan, Fei; Song, Yongchen (2023): Thermal and hydraulic behaviours of Kelvin cells from metallic three-dimensional printing. In: *Applied Thermal Engineering* 219, S. 119433. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2022.119433.
- Takarazawa, S.; Ushijima, K.; Fleischhauer, R.; Kato, J.; Terada, K.; Cantwell, W. J. et al. (2022): Heat-transfer and pressure drop characteristics of micro-lattice materials fabricated by selective laser metal melting technology. In: *Heat and Mass Transfer* 58 (1), S. 125–141. DOI: 10.1007/s00231-021-03083-0.
- Vafai, K.; Tien, C. L. (1982): Boundary and inertia effects on convective mass transfer in porous media. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 25 (8), S. 1183–1190. DOI: 10.1016/0017-9310(82)90212-5.

-
- Wallenstein, Martin (2016): Fluidodynamik in keramischen Schwammstrukturen - Phänomenologische Betrachtung, Hydrodynamik und Wärmeübertragung. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), München. Institut für Thermische Verfahrenstechnik (TVT).
- Weaire, D.; Phelan, R. (1994): A counter-example to Kelvin's conjecture on minimal surfaces. In: *Philosophical Magazine Letters* 69 (2), S. 107–110. DOI: 10.1080/09500839408241577.
- Weigand, B.; Abdelmoula, M. (2014): Axial heat conduction effects in the entrance region of laminar duct flows: Correlations for the local Nusselt number. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 51, S. 45–50. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.01.004.
- Weise, Sonja; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2021): Influence of porous inserts on flow boiling heat transfer in horizontal tubes. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 171, S. 121087. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121087.
- Weller, Henry G.; Tabor, Gavin; Jasak, Hrvoje; Fureby, Christer (1998): A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. In: *Computers in physics* 12 (6), S. 620–631.
- Woodward, Ian R.; Attia, Lucas; Patel, Premal; Fromen, Catherine A. (2021): Scalable 3D-printed lattices for pressure control in fluid applications. In: *AIChE J.* 67 (12), e17452. DOI: 10.1002/aic.17452.
- Wu, Zhiyong; Caliot, Cyril; Bai, Fengwu; Flamant, Gilles; Wang, Zhifeng; Zhang, Jinsong; Tian, Chong (2010): Experimental and numerical studies of the pressure drop in ceramic foams for volumetric solar receiver applications. In: *Applied Energy* 87 (2), S. 504–513. DOI: 10.1016/j.apenergy.2009.08.009.
- Wu, Zhiyong; Caliot, Cyril; Flamant, Gilles; Wang, Zhifeng (2011): Numerical simulation of convective heat transfer between air flow and ceramic foams to optimise volumetric solar air receiver performances. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (7-8), S. 1527–1537. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.11.037.
- Yazdchi, K.; Luding, S. (2012): Towards unified drag laws for inertial flow through fibrous materials. In: *Chemical Engineering Journal* 207-208, S. 35–48. DOI: 10.1016/j.cej.2012.06.140.
- Younis, L. B.; Viskanta, R. (1993): Experimental determination of the volumetric heat transfer coefficient between stream of air and ceramic foam.

In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 36 (6), S. 1425–1434. DOI: 10.1016/S0017-9310(05)80053-5.

Zdravkovich, M. M. (1987): The effects of interference between circular cylinders in cross flow. In: *Journal of fluids and structures* 1 (2), S. 239–261.

Žukauskas, Algirdas (1972): Heat transfer from tubes in crossflow. In: *Advances in heat transfer*, Bd. 8. Amsterdam: Elsevier, S. 93–160.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Beispiele für offenzellige Strukturen (links und Mitte: zwei aus Kupfer bestehende unregelmäßige Schwämme; rechts: eine periodische offenzellige Struktur aus einer Aluminiumlegierung).	2
Abbildung 2.1: Unterschiedliche Abstraktionsgrade (von links nach rechts: homogenes, heterogenes und vollaufgelöstes Modell) zur Beschreibung des Wärmetransports in porösen Medien und ihrer zentralen thermischen Transportgrößen.	7
Abbildung 3.1: Darstellung der unterschiedlichen Geometrien, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden. Zusätzlich sind für die kubische und versetzte kubische Zelle die Definitionen der longitudinalen und transversalen Stegabstände eingetragen. Die Hauptströmungsrichtung entspricht der X-Achse.	11
Abbildung 4.1: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Randbedingungen am Beispiel des Fluidvolumens einer kubischen Zelle (Dubil et al. 2023).	35
Abbildung 4.2: Darstellung der einzelnen Prozessschritte zur Erstellung des numerischen Rechengitters.	38
Abbildung 4.3: Definition des zur Auswertung der Zielgrößen genutzten Bereichs des Simulationsvolumens.	40
Abbildung 4.4: Verlauf der mittleren Wärmestromdichte und des längenbezogenen Druckverlustes innerhalb einer kubischen Zelle ($sL = sT = 2$; $Re = 11$) in Abhängigkeit der Basiskantenlänge des numerischen Rechengitters. Zwei verschiedene Verfahren wurden zur Erstellung der numerischen Gitter genutzt (s. Kapitel 4.2.1) (Dubil et al. 2023).	42
Abbildung 4.5: Verlauf des Drucks (oben) und des approximierten Iterationsfehlers (unten) nach dem Verfahren von André Martins und Henrique Marchi (2008) während einer stationären Simulation einer kubischen Zelle ($\Delta x = 53,3 \mu\text{m}$). Der Referenzdruck von	

1 bar wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit von den Ergebnissen abgezogen. Als Abbruchkriterium wurde eine Residuengrenze von 10^{-8} festgelegt.....	44
Abbildung 4.6: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Hagen-Zahl in unterschiedlichen Einheitszellen.	46
Abbildung 4.7: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Hagen-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen. Ein Teil der Daten wurde bereits in einer Publikation präsentiert (Dubil et al. 2023).....	48
Abbildung 4.8: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Nusselt-Zahl in unterschiedlichen Einheitszellen.	49
Abbildung 4.9: Vergleich der anhand von Simulationen und Literaturmodellen ermittelten Nusselt-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen. Ein Teil der Daten wurde bereits in einer Publikation präsentiert (Dubil et al. 2023).....	50
Abbildung 4.10: Verhältnis des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geneigten kubischen Zelle. Zusätzlich sind Fitkurven für die Regime I bis IV dargestellt.....	52
Abbildung 4.11: Reduzierter, auf die Zelllänge bezogener Druckverlust aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geneigten kubischen Zelle. Zusätzlich sind Fitkurven für die Regime II bis IV dargestellt.....	53
Abbildung 4.12: Verhältnis des auf die Zelllänge bezogenen Druckverlustes zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit aufgetragen gegen die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer geneigten kubischen Zelle. Zusätzlich sind mit einem Potenzansatz erstellte Fitkurven für die Regime III und IV dargestellt.....	54
Abbildung 4.13: Frequenzspektrum einer geneigten kubischen Zelle mit $sL = sT = 4$ bei drei unterschiedlichen Geschwindigkeiten, die einer stationären ($u = 0,019$ m/s), einer instationär, laminaren ($u = 0,058$ m/s) und einer Strömung mit aperiodischen Wirbelstrukturen ($u = 0,093$ m/s) entsprechen. Der untere Graph stellt einen vergrößerten Ausschnitt des oberen dar.....	57

Abbildung 4.14: Betrag der Geschwindigkeit in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer geneigten kubischen Zelle mit $s_L = s_T = 4$ bei Vorliegen unterschiedlicher Strömungsregime (I bis IV). Zusätzlich sind die Stromlinien des Geschwindigkeitsfeldes abgebildet.	58
Abbildung 4.15: Kritische Reynolds-Zahlen für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS-Geometrien bei unterschiedlichen charakteristischen Längen (links: d_{Fen} ; rechts: d^*) und Variation der Porosität. Die Balken geben die jeweilige Ober- und Untergrenze des Regimewechsels an. Zusätzlich sind die Ergebnisse eines Fits mit einem konstanten Wert (links) und einer linearen Funktion (rechts) eingetragen.	61
Abbildung 4.16: Verhältnis der Hagen- zur Reynolds-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für unterschiedliche POCS-Einheitszellen und variierende dimensionslose Stegabstände. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96$ mm eingetragen. Datenpunkte wurden teilweise aus Dubil et al. (2022a) übernommen.	66
Abbildung 4.17: Betrag der Geschwindigkeit in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer kubischen Zelle (links) und einer Diamant-Zelle (rechts) mit $s_L = s_T = 4$. Die Reynolds-Zahl Red^* betrug ca. 20, sodass das Regime III vorlag. Zusätzlich sind die Stromlinien des Geschwindigkeitsfeldes abgebildet.	68
Abbildung 4.18: Schematische Darstellung des Bottom-Up-Ansatzes bei einem fluchtenden Fenster, einer kubischen Zelle, einem versetzten Fenster sowie einer versetzten kubischen Zelle (von oben nach unten).	70
Abbildung 4.19: Verhältnis der Hagen- zur Reynolds-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für fluchtende (links) und versetzte (rechts) Strukturen bei dimensionslosen Stegabständen von $s_L = s_T = 4$. 71	71
Abbildung 4.20: Druck (oben) sowie Betrag der Wandschubspannung (unten) auf der Oberfläche einer versetzten kubischen Zelle ($s_L = s_T = 4$) bei einer Reynolds-Zahl von $Red^* = 22$	73

- Abbildung 4.21: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl in einer Kelvin-Zelle. Zusätzlich sind die hydrodynamischen Regimegrenzen (I bis IV) markiert sowie für jedes Regime angepasste Fitkurven eingetragen.74
- Abbildung 4.22: Temperaturfeld in zwei unterschiedlichen, mittig positionierten Schnittebenen in einer Kelvin-Zelle mit $s_L = s_T = 5$ bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen.75
- Abbildung 4.23: Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche einer Kelvin-Zelle (links) mit $s_L = s_T = 5$ sowie Betrag des Geschwindigkeitsfeldes in zwei verschiedenen, mittig positionierten Schnittebenen (rechts) bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen in Regime III.77
- Abbildung 4.24: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl in einer kubischen Zelle. Zusätzlich sind die hydrodynamischen Regimegrenzen (I bis IV) markiert sowie, mit Ausnahme von Regime II, für jedes Regime angepasste Fitkurven eingetragen. 78
- Abbildung 4.25: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für unterschiedliche POCS-Einheitszellen und variierende dimensionslose Stegabstände. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96$ mm eingetragen. Datenpunkte wurden teilweise aus Dubil et al. (2023, 2022b) übernommen.82
- Abbildung 4.26: Temperatur in der mittig positionierten X-Z-Ebene einer kubischen Zelle (links) und einer Diamant-Zelle (rechts) mit $s_L = s_T = 4$. Die Reynolds-Zahl $Red *$ betrug ca. 20, sodass Regime III vorlag.84
- Abbildung 4.27: Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für fluchtende (links) und versetzte (rechts) Strukturen bei dimensionslosen Stegabständen von $s_L = s_T = 4$. Ein Teil der Daten wurde bereits in (Dubil et al. 2023) publiziert.86
- Abbildung 4.28: Verteilung der Wärmestromdichte auf der Oberfläche einer versetzten Steganordnung (oben), einer versetzten Fensteranordnung (links) und einer versetzten kubischen Zelle (rechts) mit jeweils $s_L = s_T = 4$ bei einer Reynolds-Zahl von

	<i>Red</i> *= 13. Ein Teil der Abbildung wurde aus (Dubil et al. 2023) entnommen.	87
Abbildung 4.29:	Exemplarische Darstellung der Bestimmung äquivalenter Steganordnungen in einer doppelt geneigten kubischen Zelle. Die Darstellung wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2023).	89
Abbildung 4.30:	Kontrollvolumen für die Kräftebilanz in einem repräsentativen Ausschnitt des Fluidvolumens innerhalb einer versetzten Steganordnung.....	90
Abbildung 4.31:	Vergleich der anhand von Gl. (4.79) errechneten Hagen-Zahl <i>Hgd</i> *,Mod mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert <i>Hgd</i> *,Sim bei stationärer Strömung (Regime I-III).	93
Abbildung 4.32:	Vergleich der anhand von Gl. (4.79) errechneten Hagen-Zahl <i>Hgd</i> *,Mod mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert <i>Hgd</i> *,Sim bei instationärer Strömung (Regime IV) in einer kubischen Zelle.	94
Abbildung 4.33:	Kontrollvolumen für die Energiebilanz in einem repräsentativen Ausschnitt des Fluidvolumens innerhalb einer versetzten Steganordnung.....	96
Abbildung 4.34:	Vergleich der anhand von Gl. (4.86) errechneten Nusselt-Zahl <i>Nud</i> *,Mod mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert <i>Nud</i> *,Sim bei stationärer Strömung (Regime I-III).....	99
Abbildung 4.35:	Vergleich der anhand von Gl. (4.86) errechneten Nusselt-Zahl <i>Nud</i> *,Mod mit dem mittels Simulationen bestimmten Wert <i>Nud</i> *,Sim bei instationärer Strömung (Regime IV). Die Nusselt-Zahlen der äquivalenten Steganordnungen basieren einerseits auf Fitkurven (s. Tabelle B.11) und andererseits auf Berechnungen mit einer von Gnielinski (1978) entwickelten Korrelation.	100
Abbildung 4.36:	Nusselt-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl bei instationärer Strömung (Regime IV). Zusätzlich ist eine für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS gültige Fitkurve (s. Gl. (4.88)) eingetragen.	102
Abbildung 5.1:	Schematische Darstellung eines gekoppelten Wärmetransportproblems aus Sicht des heterogenen sowie des Rippenmodells.....	106

Abbildung 5.2: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Rand- bzw. Kopplungsbedingungen in der fluiden Phase am Beispiel einer Kelvin-Zelle. 112

Abbildung 5.3: Zuordnung zwischen den Simulationsrändern und den Rand- bzw. Kopplungsbedingungen in der festen Phase am Beispiel einer Kelvin-Zelle. 114

Abbildung 5.4: Numerisches Rechengitter für die feste (rot) und fluide Phase (blau) einer geneigten kubischen Zelle. 115

Abbildung 5.5: Vergleich der Hagen- (links) und Nusselt-Zahlen (rechts), die für unterschiedliche Einheitszellen bei gleicher Reynolds-Zahl mittels der in Kapitel 4.2.1 (BBSF) und 5.2.1 (CHT, $\lambda S = 10000 \text{ W/m/K}$, $NZ, z = 2$) präsentierten Simulationsmodelle bestimmt wurden. 116

Abbildung 5.6: Vergleich des anhand von Simulationen ermittelten Rippenwirkungsgrades η_{Sim} mit dem nach Gl. (5.20) berechneten Wert η_{Mod} ($6 \leq Red * \leq 34$; $6 \leq \lambda S \leq 10000 \text{ W/m/K}$)..... 118

Abbildung 5.7: Wärmedurchgangskoeffizient in einer Kelvin-Zelle bei unterschiedlichen Wärmeübergangskoeffizienten sowie Festkörperwärmeleitfähigkeiten. 119

Abbildung 5.8: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für kubische Zellen mit unterschiedlicher Anzahl an Einheitszellen in Richtung des Wärmetransportpfades. Zusätzlich sind exemplarisch Geometrien mit einem Stegdurchmesser von $d = 0,96 \text{ mm}$ eingetragen. ... 121

Abbildung 5.9: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für kubische Zellen mit unterschiedlichen dimensionslosen Stegabständen. 122

Abbildung 5.10: Rippenwirkungsgrad in Abhängigkeit des Produkts aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe für unterschiedliche Einheitszellentypen. 123

Abbildung 5.11: Temperaturfeld im Festkörper einer geneigten kubischen Zelle mit $NZ, z = 2$. Ein für die Erstellung des Rippenmodells repräsentativer Ausschnitt ist mit einer Umrandung markiert. .126

Abbildung 5.12: Vergleich der anhand von Tabelle C.6 errechneten Rippenwirkungsgrade η_{Mod} mit den mittels Simulationen bestimmten Werten η_{Sim} 129

Abbildung 5.13: Betrag des Modellfehlers (Differenz zwischen η_{Mod} und η_{Sim}) für das in Tabelle C.6 zusammengefasste Modell in Abhängigkeit des Rippenwirkungsgrades. 130

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Geometrische Parameter der untersuchten POCS-Geometrien. Die spezifische Oberfläche und Porosität wurden anhand des in Kapitel 4 verwendeten numerischen Rechengitters ermittelt.	13
Tabelle 4.1: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Druckverlustes in POCS unter Angabe der untersuchten Einheitszellentypen sowie Zellreynolds-Zahlen ReD (in Klammern darunter). In dieser Arbeit lag die Zellreynolds-Zahl in einem Bereich von $4 \cdot 10^{-3} < ReD < 340$	22
Tabelle 4.2: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten in POCS unter Angabe der untersuchten Einheitszellentypen sowie Zellreynolds-Zahlen ReD (in Klammern darunter). In dieser Arbeit lag die Zellreynolds-Zahl in einem Bereich von $4 \cdot 10^{-3} < ReD < 340$	31
Tabelle 4.3: Stoffdaten von Wasser bei einem Druck von 1 bar und einer Temperatur von 32 °C.	34
Tabelle 4.4: Mittlere Abweichung der kritischen Reynolds-Zahlen der in dieser Arbeit untersuchten Regimegrenzen von einem konstanten Mittelwert ($Re_{Krit} = A$) sowie von einer linearen Funktion in Abhängigkeit der Porosität ($Re_{Krit} = A + B \cdot \psi$). Für den Vergleich wurden Reynolds-Zahlen mit unterschiedlichen charakteristischen Längen verwendet.....	60
Tabelle 4.5: Koeffizienten der Fitfunktionen zur Bestimmung der kritischen Reynolds-Zahlen auf Basis des Fensterdurchmessers ($Re_{Krit} = A$) bzw. der Anströmlänge ($Re_{Krit} = A + B \cdot \psi$). Zusätzlich sind die Regimegrenzen aus der Literatur (s. Kapitel 4.1.1) angegeben.	62
Tabelle 4.6: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 4.1 zusammengestellten Modellen für den Druckverlust. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer	

absoluten Abweichung $<40\%$ sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben.63

Tabelle 4.7: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 4.2 zusammengestellten Modellen für den Wärmeübergangskoeffizienten. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer absoluten Abweichung $<20\%$ sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben. Die für Luft erstellten Modelle von Iasiello et al. (2017) und Wu et al. (2011) wurden um einen Prandtl-Term ergänzt, um sie für das hier verwendete Medium anwendbar zu machen.80

Tabelle 4.8: Äquivalente Steganordnungen zur Modellierung des Druckverlustes und Wärmeübergangskoeffizienten in unterschiedlichen POCS. Zusätzlich ist die Anzahl der Stege N_i innerhalb einer Einheitszelle, die einer bestimmten Anordnung zugeordnet werden können, mit angegeben. Ein Teil dieser Tabelle wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2023).90

Tabelle 5.1: Übersicht verschiedener Modelle zur Berechnung des Rippenwirkungsgrades in offenzelligen, porösen Strukturen unter Angabe der untersuchten Geometrie. Die Modelle beziehen sich auf eine poröse Struktur mit der Höhe H , die von beiden Seiten beheizt wird und runde Stege.....108

Tabelle 5.2: Mittlere Abweichung zwischen den Simulationsergebnissen dieser Arbeit und den in Tabelle 5.1 zusammengestellten Modellen für den Rippenwirkungsgrad. Auch die Anteile von Datenpunkten mit einer absoluten Abweichung $<20\%$ sowie die untersuchten Einheitszellentypen sind angegeben. Das für Schwämme entwickelte Modell von Mancin et al. (2013) (s. Gl. (5.5)) wurde mit Simulationsdaten von Kelvin-Zellen verglichen.125

Anhang

A Ergänzungen zu Kapitel 3

A.1 Weitere Angaben zu den untersuchten Geometrien

Im Folgenden sind die zur Berechnung der Steglänge L sowie der Größe der Einheitszelle je Raumrichtung D_x , D_y und D_z verwendeten Gleichungen für jede POCS-Geometrie tabellarisch zusammengefasst.

Tabelle A.1: Berechnung der Steglänge sowie der Einheitszellengröße in X-, Y- und Z-Richtung für die in dieser Arbeit untersuchten POCS.

Einheits- zelle	Berechnungsvorschrift			
	L	D_x	D_y	D_z
KUB	$s_T \cdot d$	$s_L \cdot d$	$s_T \cdot d$	$s_T \cdot d$
KUB-V	$s_T \cdot d$	$2s_L \cdot d$	$s_T \cdot d$	$s_T \cdot d$
KUB-Y	$s_T \cdot d$	$\sqrt{2} \cdot s_L \cdot d$	$s_T \cdot d$	$\sqrt{2} \cdot s_T \cdot d$
KUB-YZ	$s_T \cdot d$	$\sqrt{3} \cdot s_L \cdot d$	$\sqrt{2} \cdot s_T \cdot d$	$\sqrt{6} \cdot s_T \cdot d$
KEL	$\sqrt{2}/4 \cdot s_T \cdot d$	$s_L \cdot d$	$s_T \cdot d$	$s_T \cdot d$
DIA	$\sqrt{3}/4 \cdot s_T \cdot d$	$s_L \cdot d$	$s_T \cdot d$	$s_T \cdot d$

B Ergänzungen zu Kapitel 4

B.1 Erstellung und Prüfung des numerischen Modells

Numerische Löser und Diskretisierungsschemata

Im Folgenden sind die in Kapitel 4 verwendeten numerischen Löser, die Verfahren zur Druck-Geschwindigkeits-Kopplung und Diskretisierungsschemata zusammengefasst. Dabei wird die Nomenklatur aus dem für OpenFOAM verfügbaren Nutzerhandbuch (Greenshields 2018) übernommen.

Tabelle B.1: Zusammenfassung der bei stationären und instationären Simulationen verwendeten numerischen Löser inklusive der angewandten Einstellungen. Die angegebenen Toleranzen beziehen sich auf sämtliche Strömungsgrößen eines Löser.

Größe	Numerischer Löser	Vorkonditionierung	Relaxationsfaktoren
„buoyantBoussinesqSimpleFoam“ (Toleranz: 10^{-9} , relative Toleranz: 10^{-3})			
Geschwindigkeit	PBiCG	DILU	0,6-0,8
Druck	PCG	DIC	0,6
Temperatur	PBiCG	DILU	0,8-0,95
„buoyantBoussinesqPimpleFoam“ (Toleranz: 10^{-5} , relative Toleranz: 10^{-3} , Toleranz im letzten Iterationsschritt: 10^{-7} , relative Toleranz im letzten Iterationsschritt: 0)			
Geschwindigkeit	PBiCG	DILU	1
Druck	PCG	DIC	1
Temperatur	PBiCG	DILU	1

Tabelle B.2: Einstellungen der in Kapitel 4 verwendeten Druck-Geschwindigkeits-Kopplung („buoyantBoussinesqSimpleFoam“: SIMPLEC, „buoyantBoussinesqPimpleFoam“: PISO).

Kopplungsverfahren	nNonOrthogonal-Correctors	nCorrectors	nOuterCorrectors
SIMPLEC	1	–	–
PISO	1	2	1

Tabelle B.3: Zusammenfassung der Diskretisierungsschemata, die für eine Simulation des Fluidraums in POCS (s. Kapitel 4) verwendet wurden.

Diskretisierter Term	Schema	
	„buoyantBoussinesq-SimpleFoam“	„buoyanBoussinesq-PimpleFoam“
$\partial\phi/\partial t$	steadyState	backward
$\nabla\phi$	Gauss linear	Gauss linear
$\nabla \cdot (\phi\mathbf{u})$	bounded Gauss linear; Gauss linear	bounded Gauss linear; Gauss linear
$\nabla^2\phi$	Gauss linear corrected	Gauss linear corrected
Interpolation auf Oberfläche eines diskreten Teilvolumens	linear	linear
$\partial\phi/\partial\mathbf{n}$	corrected	corrected

Einfluss des Simulationsvolumens

Bei laminarer Strömung ist zu erwarten, dass eine einzige (Ferroni et al. 2021; Beale und Spalding 1998) oder mindestens zwei Einheitszellen (Beale und Spalding 1999) ausreichend sind, um eine hydrodynamisch und thermisch eingelaufene Strömung korrekt widerzugeben. Dies wird anhand einiger unterschiedlicher Einheitszellen (ST-F, ST-V, KUB) sowohl bei stationärer ($Re_{d^*} = 21$) als auch instationärer Strömung ($Re_{d^*} = 43; 67$) getestet. Dabei wird die Zahl der Einheitszellen N_Z sowohl in longitudinaler als auch transversaler Richtung variiert und die resultierende Nusselt-Zahl Nu_{d^*} ermittelt. Während für die transversale Richtung kein Einfluss festgestellt werden kann, zeigt sich eine Abhängigkeit von der longitudinalen Richtung. Die entsprechenden Ergebnisse sind in Abbildung B.1 dargestellt.

Für sämtliche Datenreihen kann festgehalten werden, dass ab einer Zellzahl von 2 in longitudinaler Richtung, die Veränderung der Nusselt-Zahl gering ist. Insbesondere die Ergebnisse der kubischen Zelle und der versetzten Steganordnung weisen Abweichungen von weniger als 0,3% auf. Eine genauere Betrachtung der fluchtenden Anordnung zeigt, dass sich für die geringste Zellanzahl im Gegensatz zu den anderen Volumina keine instationäre Strömung ausbilden kann. Scheinbar unterdrückt die Wahl zu kleiner Simulationsvolumina die Ausbildung zu erwartender Strömungsinstabilitäten, was zu abweichenden Ergebnis-

sen führt. Doch auch die Abweichung von 4% bei einer Zellzahl von 3 fällt angesichts der für die anderen Datenreihen deutlich besseren Übereinstimmungen ins Auge. Aus diesem Grund wird auch in diesem Fall das Strömungsfeld genauer analysiert (s. Abbildung B.2).

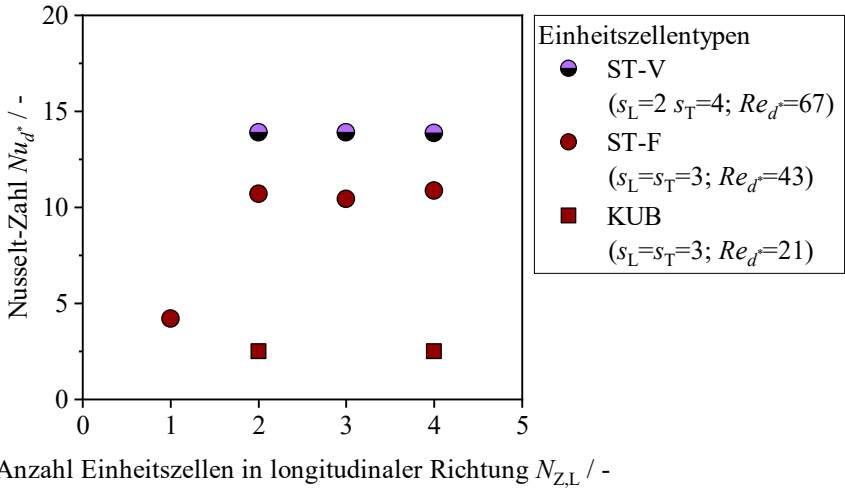


Abbildung B.1: Nusselt-Zahl verschiedener Einheitszellen in Abhängigkeit der Anzahl der Zellen in longitudinaler Richtung.

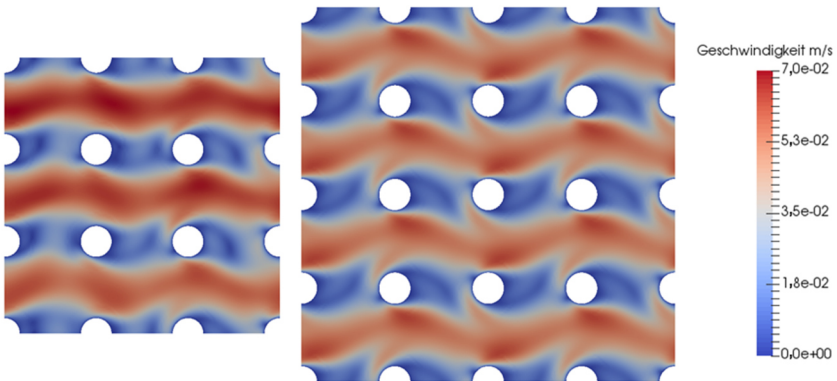


Abbildung B.2: Betrag der Geschwindigkeit in der X-Y-Ebene einer fluchtenden Steganordnung mit $s_L = s_T = 3$ bei Variation der Zellanzahl in longitudinaler und transversaler Richtung.

Der Vergleich der Strömungsfelder der fluchtenden Anordnung mit 3 (links) und 4 (rechts) Einheitszellen in longitudinaler und transversaler Richtung zeigt deutliche Unterschiede. Während die größere Geometrie, wie erwartet, ein periodisches Muster aufweist, sind für die kleinere Geometrie Unregelmäßigkeiten in longitudinaler wie transversaler Richtung zu erkennen. Der Grund wird anhand der größeren Struktur sichtbar: Die Richtung der Wirbel im Nachlauf der Stege alterniert von Reihe zu Reihe, sodass nur eine gerade Anzahl an Einheitszellen in Strömungsrichtung die Periodizität korrekt abbildet. Dieses Problem existiert für die versetzte Anordnung nicht, da schon eine Einheitszelle aus zwei vollständigen Reihen besteht und somit der alternierenden Wirbelausrichtung Rechnung getragen wird. Somit sollten für eine periodische Simulation in den Regimen I bis IV in Strömungsrichtung mindestens zwei Einheitszellen (oder ein Vielfaches davon) und quer dazu mindestens eine Zelle verwendet werden.

Zweidimensionale Simulationen in Steganordnungen

Zur Beschleunigung der Simulationen in fluchtenden und versetzten Steganordnungen wird in dieser Arbeit auf eine Lösung der Erhaltungsgleichungen entlang der Stegachse (Z-Richtung) weitestgehend verzichtet (s. Kapitel 4.2.1). Jedoch kann die Annahme einer zweidimensionalen Strömung bei Reynolds-Zahlen, die bereits dreidimensionale Wirbelstrukturen verursachen, zu deutlichen Fehlern führen (Chu et al. 2020; Beale und Spalding 1999). Diese werden im Folgenden am Beispiel einer fluchtenden Steganordnung (s. Abbildung B.3) aufgezeigt.

In Abbildung B.3 sind die Geschwindigkeitsfelder einer zwei- und einer dreidimensionalen Simulation bei einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 74$ gegenübergestellt. Es ist deutlich erkennbar, dass im Falle der dreidimensionalen Simulation noch eine periodische Strömungsstruktur vorliegt, die in der Y-Z-Ebene den Anschein einer zweidimensionalen Strömung erweckt. Doch ein Blick auf die Wirbelstärke in Y-Z-Ebene der Struktur zeigt deutlich die Existenz dreidimensionaler Wirbel. Diese werden in der zweidimensionalen Simulation nicht berücksichtigt, sodass es zu einer fehlerhaften Berechnung der Strömung kommt. Die Periodizität ist in diesem Fall nicht mehr gegeben und es liegt analog zu den Beobachtungen von Beale und Spalding (1999) eine deutliche Strömungsungleichverteilung vor. Diese wird in dieser Arbeit als Kontrollinstrument genutzt, indem bei zweidimensionalen Simulationen mindestens zwei Einheitszellen quer zur Strömungsrichtung untersucht und die Strömungsverteilung

überprüft wird. Liegt eine Ungleichverteilung vor, wird die Annahme einer zwei-dimensionalen Strömung als ungültig bewertet und die Simulationsergebnisse werden verworfen.

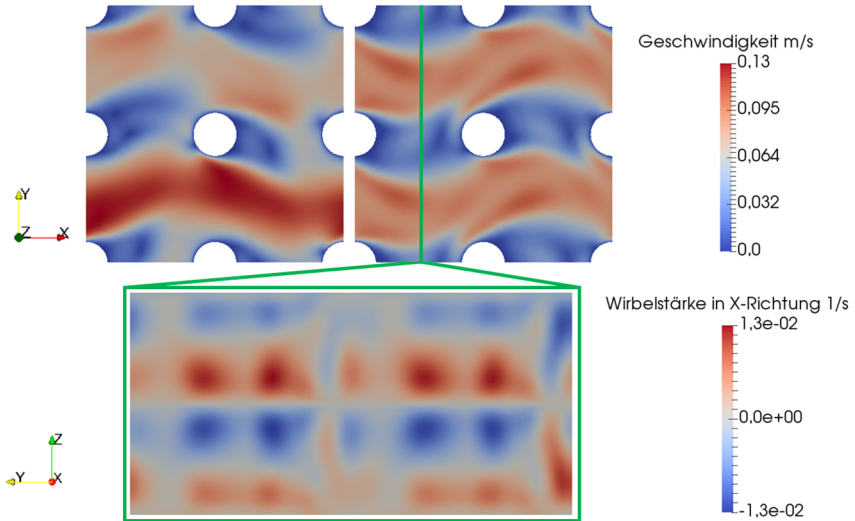


Abbildung B.3: Vergleich der Geschwindigkeitsfelder (Betrag der Geschwindigkeit) in der X-Y-Ebene einer fluchtenden Steganordnung ($s_L = s_T = 3$; $Re_{d^*} = 74$) bei zwei- (oben, links) und dreidimensionaler (oben, rechts) Simulation. Für die dreidimensionale Variante ist zusätzlich ein Schnitt in der Y-Z-Ebene dargestellt (unten), der entsprechend der Verteilung der Wirbelstärke in Richtung der X-Achse eingefärbt ist.

Einfluss der zeitlichen Mittelung auf Zielgrößen

Um zu überprüfen, ob das zeitliche Mittelungsverfahren einen Einfluss auf die bei instationärer Strömung ermittelten Zielgrößen hat, wird bei verschiedenen Einheitszellen die Nusselt-Zahl auf zwei Arten bestimmt:

- Die Nusselt-Zahl wird anhand des zeitlich gemittelten Temperaturfeldes berechnet ($Nu_{d^*}(\bar{T})$).
- Die Nusselt-Zahl wird bei jedem Zeitschritt errechnet und anschließend gemittelt ($\overline{Nu_{d^*}}$).

Die Resultate beider Methoden sind in Abbildung B.4 gegenübergestellt.

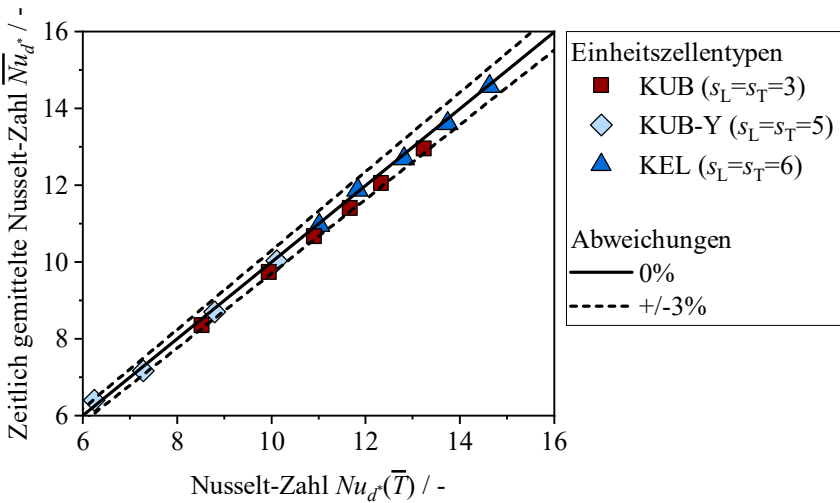


Abbildung B.4: Vergleich der anhand zeitlich gemittelter Temperaturfelder ermittelten Nusselt-Zahl mit einer zeitlich gemittelten Variante für unterschiedliche Einheitszellen.

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse zeigt, dass die Unterschiede zwischen beiden Methoden sehr gering sind ($< 3\%$). Da die Speicherung der zeitlich gemittelten Felder hinsichtlich des Speicherplatzes einen großen Vorteil bietet, wird diese Methode in dieser Arbeit angewandt.

Ergebnisse der Konvergenzstudien

Nachfolgend sind die Ergebnisse unterschiedlicher Konvergenzstudien (s. Kapitel 4) für den Einfluss des numerischen Gitters und der Zeitschrittweite tabellarisch zusammengefasst. Als Sicherheitsfaktor wird bei der Berechnung der „Grid Convergence Indices“ ein Wert von 3 verwendet, was einer konservativen Abschätzung der Diskretisierungsfehler entspricht (Roache 1994). In einzelnen Fällen liegt kein monotoner Verlauf der Zielgröße vor, wodurch keine Abschätzung der Fehler möglich ist. Die Ursache dafür ist mit hoher Wahrscheinlichkeit das Gittergenerierungsverfahren. Die von Roache (1994) vorgeschlagene Methode lässt sich zwar grundsätzlich von strukturierten auch auf unstrukturierte Gitter übertragen, jedoch muss die Verfeinerung des Gitters systematisch sein. Dies ist bei der Generierung des aus Hexaedern bestehenden Grundgitters mit

„blockMesh“ und der anschließenden ersten Verfeinerung mit SHM streng erfüllt (s. Kapitel 4.2.1). Doch bei der Anpassung des Gitters an die Kontur der Phasengrenzfläche kann eine, wenn auch eingeschränkte, Veränderung des lokalen Auflösungsgrades festgestellt werden. Diese bestimmt auch maßgeblich die nachfolgende Generierung der Prismen an der Festkörperoberfläche. Somit kann die Forderung nach einer systematischen Verfeinerung nur näherungsweise, aber nicht strikt, erfüllt werden, weshalb ein gewisser Fehler bei der Berechnung der „Grid Convergence Indices“ wahrscheinlich ist. Deshalb wird der Empfehlung von Roache (1994) folgend ein hoher Sicherheitsfaktor bei der Berechnung angewandt.

Tabelle B.4: Ergebnisse von Gitterstudien für unterschiedliche Geometrien bei stationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf $\Delta p/D_L$.

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ –	/ –	/ –	/ μm	/ μm	/ μm	/ %	/ %
ST-V	2	4	33	35,6	53,3	80	0,4	0,9
ST-V	3	2	23	53,3	80	120	0,2	0,8
ST-V	3	2	23	35,6	53,3	80	0,3	0,6
ST-V	1	6	38	53,3	80	120	1,6	2,4
ST-V	1	6	38	35,6	53,3	80	0,1	0,3
KUB	2	2	11	53,3	80	120	0,3	1,5
KUB	2	2	11	35,6	53,3	80	1,5	2,2
KUB	5	5	17	53,3	80	120	0,3	1
KUB	5	5	17	35,6	53,3	80	0,4	0,7
KUB-V	2	2	17	53,3	80	120	0,7	2,5

Tabelle B.5: Ergebnisse von Gitterstudien für unterschiedliche Geometrien bei stationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf \bar{q}_{F-S} .

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ –	/ –	/ –	/ μm	/ μm	/ μm	/ %	/ %
ST-V	2	4	33	35,6	53,3	80	0,2	0,3
ST-V	3	2	23	53,3	80	120	0,5	1,2
ST-V	3	2	23	35,6	53,3	80	0,03	0,2
ST-V	1	6	38	53,3	80	120	0,5	1,7
ST-V	1	6	38	35,6	53,3	80	0,8	1,5
KUB	2	2	11	53,3	80	120	nicht monoton	

KUB	2	2	11	35,6	53,3	80	nicht monoton	
KUB	5	5	17	53,3	80	120	nicht monoton	
KUB	5	5	17	35,6	53,3	80	0,01	0,1
KUB-V	2	2	17	53,3	80	120	0,04	0,2

Tabelle B.6: Ergebnisse von Gitterstudien für unterschiedliche Geometrien bei instationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf \bar{u} .

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ -	/ -	/ -	/ μm	/ μm	/ μm	/ %	/ %
ST-V	2	4	60	31,1	46,7	70	0,3	0,8
ST-V	2	4	93	31,1	46,7	70	4,9	5,7
ST-F	3	3	61	31,1	46,7	70	0,3	0,6
KEL	4	4	87	31,1	46,7	70	1,6	2,3
KUB	3	3	89	31,1	46,7	70	nicht monoton	
KUB-Y	3	3	103	31,1	46,7	70	0,4	0,8

Tabelle B.7: Ergebnisse von Gitterstudien für unterschiedliche Geometrien bei instationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf \bar{q}_{F-S} .

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δx_1	Δx_2	Δx_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ -	/ -	/ -	/ μm	/ μm	/ μm	/ %	/ %
ST-V	2	4	60	31,1	46,7	70	1,9	3,7
ST-V	2	4	93	31,1	46,7	70	0,3	1,2
ST-F	3	3	61	31,1	46,7	70	1	2
KEL	4	4	87	31,1	46,7	70	0,3	1,1
KUB	3	3	89	31,1	46,7	70	0,5	1,4
KUB-Y	3	3	103	31,1	46,7	70	nicht monoton	

Tabelle B.8: Einfluss der Zeitschrittweite auf die Ergebnisse unterschiedlicher Geometrien bei instationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf \bar{u} .

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δt_1	Δt_2	Δt_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ -	/ -	/ -	/ μs	/ μs	/ μs	/ %	/ %
ST-V	2	4	60	25	50	100	0,04	0,07
ST-V	2	4	93	25	50	100	0,01	0,04
ST-F	3	3	61	25	50	100	0,003	0,01

KEL	4	4	87	12,5	25	50	0,02	0,04
KUB	3	3	89	25	50	100	nicht monoton	

Tabelle B.9: Einfluss der Zeitschrittweite auf die Ergebnisse unterschiedlicher Geometrien bei instationärer Simulation. Die hier aufgelisteten GCI -Werte beziehen sich auf \bar{q}_{F-S} .

Zelltyp	s_L	s_T	Re_{d^*}	Δt_1	Δt_2	Δt_3	$GCI_{1,2}$	$GCI_{2,3}$
	/ -	/ -	/ -	/ μs	/ μs	/ μs	/ %	/ %
ST-V	2	4	60	25	50	100	0,2	0,4
ST-V	2	4	93	25	50	100	0,05	0,1
ST-F	3	3	61	25	50	100	0,4	0,6
KEL	4	4	87	12,5	25	50	0,1	0,2
KUB	3	3	89	25	50	100	0,007	0,03

B.2 Untersuchung der Hydrodynamik

Vergleich des Darcy-Forchheimer-Ansatzes mit den Ergebnissen

Wie in Kapitel 4.3.1 gezeigt wurde, ist der Darcy-Forchheimer-Ansatz nicht in der Lage detailliert den Verlauf des Druckverlustes in den Regimen II bis IV zu beschreiben. Dennoch hat sich in der Vergangenheit dessen Anwendung praktisch bewährt. Deshalb wird in Abbildung B.5 das Modell von Dietrich et al. (2009), das auf diesem Ansatz basiert, den in dieser Arbeit erzielten Simulationsergebnissen gegenübergestellt.

Es ist deutlich erkennbar, dass das Modell von Dietrich et al. (2009) den generellen Verlauf der Daten gut beschreibt. Sowohl bei niedrigen als auch hohen Reynolds-Zahlen streben beide ähnlichen Steigungen entgegen, auch wenn im Regime IV die Simulationsergebnisse eine Steigung von Zwei noch nicht ganz erreichen. Die zuvor thematisierten Abweichungen in den Regimen II und III sind sichtbar, allerdings fallen sie integral betrachtet kaum ins Gewicht, da diese Regime nur in sehr eingeschränkten Reynolds-Bereichen vorliegen. Deshalb scheint der Darcy-Forchheimer-Ansatz, wenn er auch in einigen Bereichen nicht strikt gültig ist, generell eine gute Approximation zur Beschreibung von Druckverlustdaten zu sein.

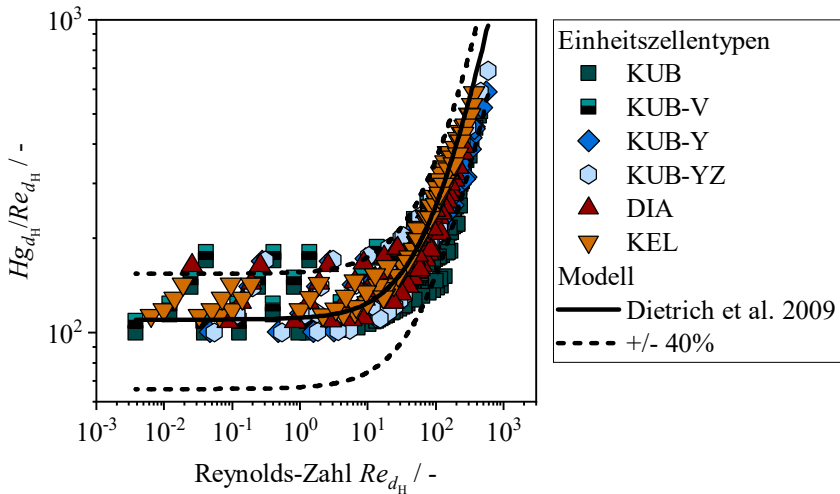


Abbildung B.5: Verhältnis der Hagen- zur Reynolds-Zahl aufgetragen gegen die Reynolds-Zahl für unterschiedliche Einheitszellentypen. Zusätzlich ist die Korrelation nach Dietrich et al. (2009) eingetragen.

Untersuchung von Modellkoeffizienten für die Regime I und II

Ein Vergleich des dimensionslosen Druckverlustes der vier in dieser Arbeit untersuchten kubischen Einheitszellentypen zeigt, dass alle vier Geometrien in Regime I näherungsweise den gleichen Wert erzielen (s. Kapitel 4.3.2). Obwohl sich die Morphologien ihrer Einheitszellen deutlich unterscheiden, weisen sie die gleiche Porosität und spezifische Oberfläche auf, sodass diese beiden Größen als zentrale Einflussfaktoren für den Druckverlust in Regime I in Frage kommen. Deshalb wird die Darcy-Permeabilität K_I für jede POCS-Geometrie ermittelt und eine Fitkurve in Abhängigkeit der Porosität und spezifischen Oberfläche entwickelt. Das Ergebnis ist in Abbildung B.6 dargestellt.

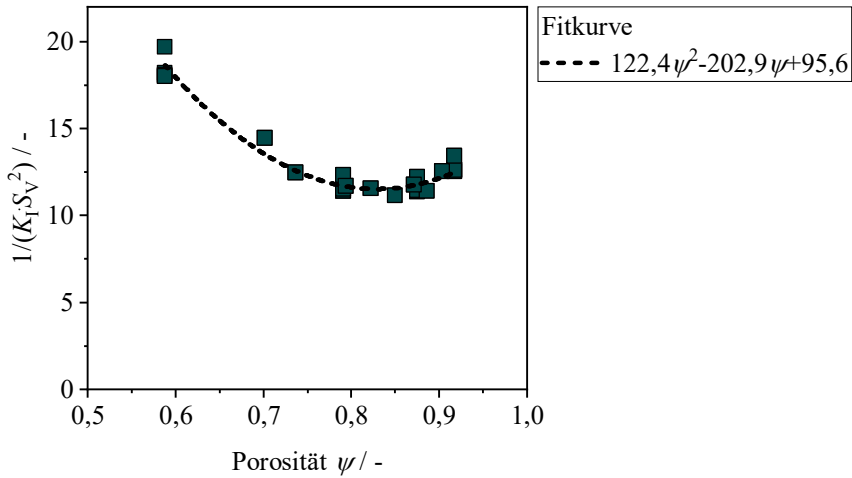


Abbildung B.6: Vergleich von $1/(K_1 \cdot S_V)$ der in dieser Arbeit untersuchten POCS mit einer von der Porosität abhängigen Fitkurve.

Es ist deutlich erkennbar, dass der Fit die Daten für alle Geometrien sehr gut beschreibt. Somit scheinen tatsächlich diese beiden Parameter die wesentlichen Einflüsse in diesem Regime zu sein.

Es stellt sich daraufhin die Frage, ob dies nur für schleichende Strömungen gilt oder ob der Einfluss der Zellmorphologie auch bei höheren Reynoldszahlen vernachlässigbar ist. Eine vergleichbare Untersuchung der Proportionalitätskonstante γ_{II} zeigt jedoch, dass mit Einsetzen von Trägheitseffekten die Zellmorphologie eine große Rolle spielt und die beiden oben genannten Größen nicht mehr zur Beschreibung ausreichen. So sind in Abbildung B.7 zwischen den kubischen Zellvarianten bei gleicher Porosität und spezifischer Oberfläche deutliche Unterschiede erkennbar.

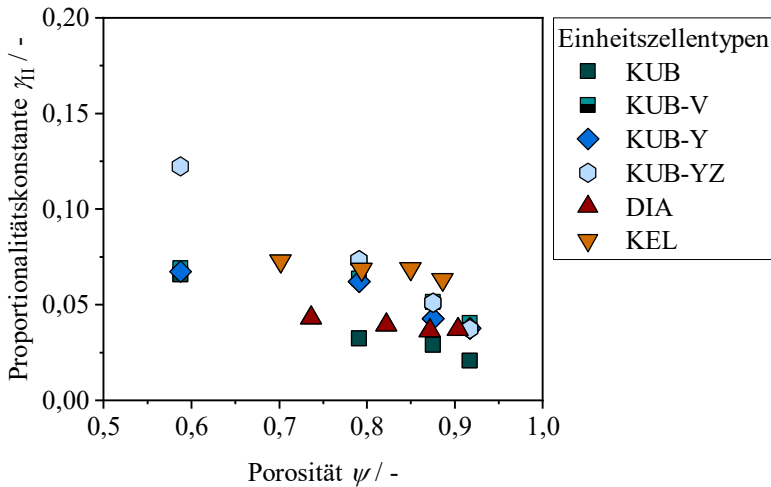


Abbildung B.7: Verlauf der Proportionalitätskonstante γ_{II} in Abhängigkeit der Porosität für POCS mit unterschiedlichen Einheitszellentypen.

B.3 Untersuchung des Wärmeübergangs

Verwendung des Porendurchmessers als charakteristische Länge

Kaur und Singh (2022) untersuchten numerisch den Wärmetransport in Kelvin-, Rombendodekaeder- und Oktaeder-Zellen. Dabei wurde zur Entdimensionierung ein mittlerer Porendurchmesser verwendet, mit dem es gelang, alle drei Zelltypen mit einer einzigen Trendkurve zu beschreiben. Die Simulationen wurden bei erhöhten Reynolds-Zahlen im Bereich von Regime III und IV durchgeführt. Da jedoch nur die stationären Erhaltungsgleichungen gelöst wurden, wurde die instationäre Wirbelbewegung nicht berücksichtigt. Das vorgeschlagene Konzept wird dennoch im Rahmen dieser Arbeit getestet. In Abbildung B.8 sind sämtliche für POCS erzielten Datenpunkte unter Verwendung des Porendurchmessers dargestellt. Zum Vergleich werden im gleichen Format die mit der Anströmlänge berechneten Datenpunkte in Abbildung B.9 präsentiert.

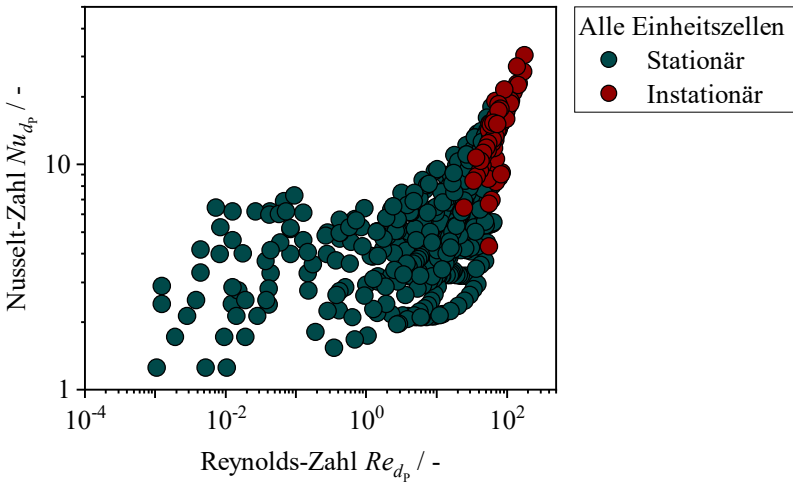


Abbildung B.8: Verlauf der Nusselt- gegenüber der Reynolds-Zahl für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS-Geometrien. Als charakteristische Länge wurde der von Kaur und Singh (2022) vorgeschlagene Porendurchmesser verwendet.

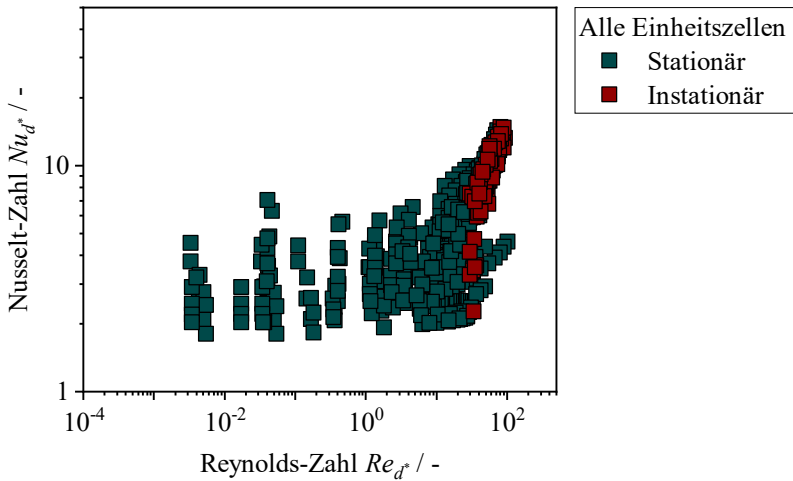


Abbildung B.9: Verlauf der Nusselt- gegenüber der Reynolds-Zahl für sämtliche in dieser Arbeit untersuchten POCS-Geometrien. Als charakteristische Länge wurde die Anströmlänge verwendet.

Es ist ersichtlich, dass die Verwendung des Porendurchmessers in den Regimen I bis III gegenüber der Anströmlänge zu keiner Reduktion der Streuung führt. Zwar fallen die Datenpunkte bei instationärer Strömung tatsächlich näherungsweise zu einer Trendkurve zusammen, doch das Gleiche gilt auch für die zweite in Abbildung B.9 dargestellte Variante. Somit kann mit dem Porendurchmesser als charakteristischer Länge kein Vorteil bei der Datenauswertung erzielt werden.

B.4 Entwicklung von Berechnungsmodellen

Bestimmung äquivalenter Steganordnungen

Nachfolgend wird die Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen (s. Tabelle 4.8) für jede untersuchte Einheitszelle genauer erläutert. Wie in Kapitel 4.4 beschrieben, werden die Abstände auf Basis der Verbindungsvektoren von Stegen der gleichen Anordnungsgruppe bestimmt. Diese Gruppen sind in den nachfolgenden Abbildungen mit der gleichen Nummer markiert.

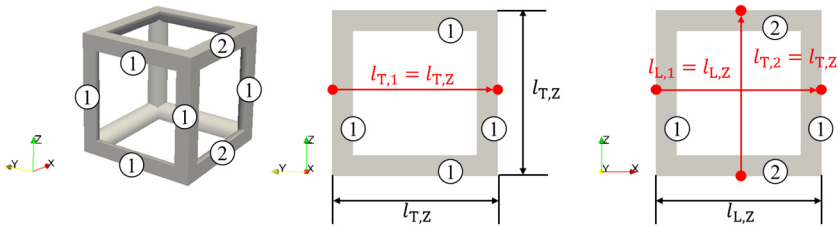


Abbildung B.10: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer kubischen Zelle. Es liegt je eine Gruppe fluchtender (1) und geneigter Stege (2) vor.

Die kubische Zelle besteht aus zwei orthogonal zueinander angeordneten Gruppen fluchtender Stege (1) und einer Gruppe geneigter Stege (2). Die dimensionslosen Stegabstände beider Gruppen werden von den Kantenlängen der Einheitszelle bestimmt.

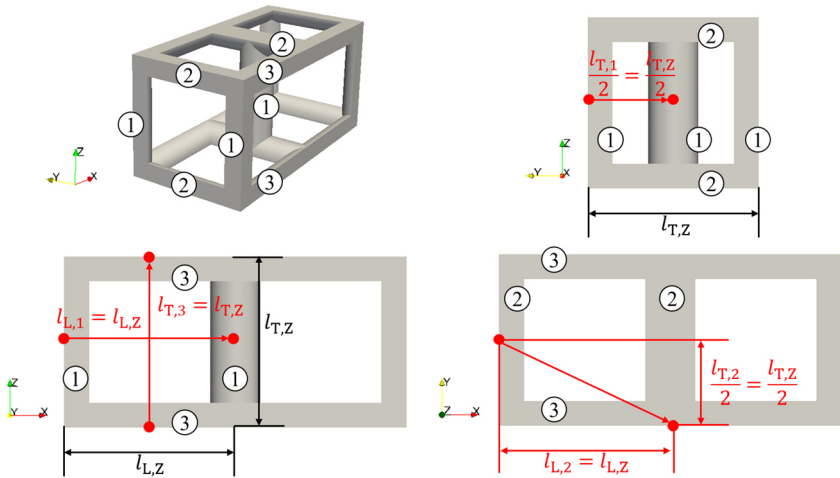


Abbildung B.11: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer versetzten kubischen Zelle. Es liegen zwei Gruppen versetzter (1,2) und eine Gruppe geneigter Stege (3) vor.

Die versetzte kubische Zelle besteht aus zwei Gruppen versetzter Steganordnungen (1,2), die jedoch beide die gleichen dimensionslosen Stegabstände aufweisen. Diese lassen sich analog zur kubischen Zelle direkt aus den Kantenlängen der Einheitszelle ableiten. Genauso entspricht der transversale Abstand der geneigten Stege (3) dem Wert der Gesamtzelle.

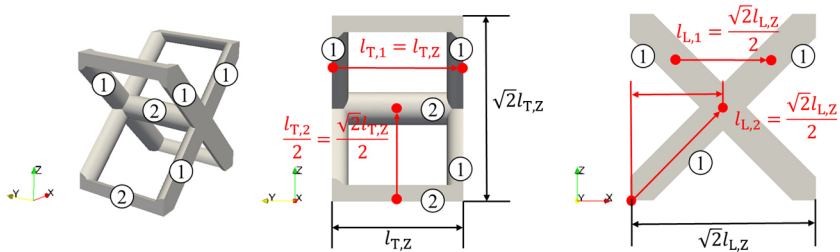


Abbildung B.12: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer geneigten kubischen Zelle. Es liegt je eine Gruppe fluchtender (1) und versetzter Stege (2) vor.

Im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen Einheitszellen ändert sich durch die Rotation die Kantenlänge der geneigten kubischen Zelle in X- und Z-Richtung, was direkte Auswirkungen auf die Abstände der äquivalenten Steganordnungen hat. In diesem Einheitszellentyp liegt eine fluchtende Steganordnung

(1) vor, deren transversaler Abstand der Kantenlänge der Einheitszelle in Y-Richtung entspricht. Der longitudinale Abstand ist hingegen nur halb so groß wie die Länge der Zelle in X-Richtung. Gleiches gilt für den longitudinalen Abstand der versetzten Anordnung (2), während ihr transversaler Abstand von den Maßen der Einheitszelle entlang der Z-Richtung bestimmt wird.

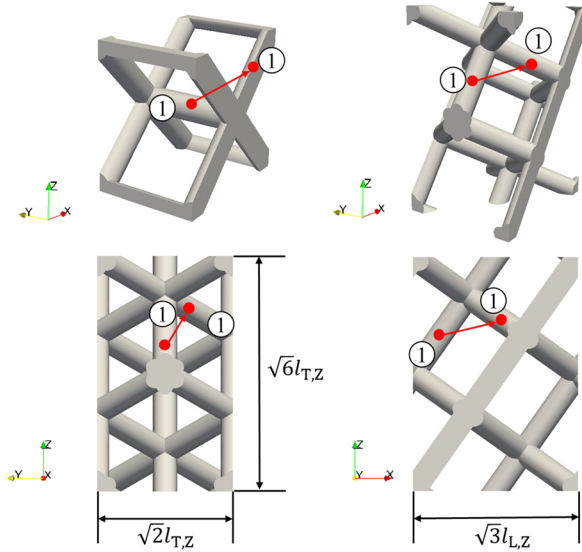


Abbildung B.13: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer doppelt geneigten kubischen Zelle. Der Verbindungsvektor wird zunächst in der geneigten kubischen Zelle definiert und anschließend rotiert. Es liegt eine Gruppe versetzter Stege (1) vor.

Die Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen kann in der doppelt geneigten kubischen Zelle nicht anhand einfacher geometrischer Überlegungen erfolgen. Stattdessen wird zunächst ein Verbindungsvektor in einer geneigten kubischen Zelle definiert:

$$\mathbf{v}_{1,\text{KUB-Y}} = \begin{pmatrix} l_L \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \\ -l_T \cdot \frac{1}{2} \\ l_T \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Dieser Verbindungsvektor wird nun mit einem Winkel von $35,26^\circ$ ($\sin^{-1}(1/\sqrt{3})$) um die Z-Achse rotiert. Die dazu notwendige Rotationsmatrix entspricht (Merziger et al. 2010):

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\text{Rot}} &= \begin{pmatrix} \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) & -\sin\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) & 0 \\ \sin\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) & \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Unter der Voraussetzung, dass $l_L = l_T$ gilt, resultiert aus der Multiplikation der Rotationsmatrix mit dem Verbindungsvektor der geneigten kubischen Zelle, der gesuchte Vektor $\mathbf{v}_{\text{KUB-YZ}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{1,\text{KUB-YZ}} = \mathbf{M}_{\text{Rot}} \cdot \mathbf{v}_{1,\text{KUB-Y}} &= \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot l_T \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot l_T \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Daraus resultiert für den longitudinalen Abstand ein Wert von $s_{L,1} = s_{L,Z}/\sqrt{3}$ und für den transversalen Abstand:

$$s_{T,1} = 2 \cdot s_{T,Z} \left| \begin{array}{c} 0 \\ -\frac{1}{2\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{array} \right| = \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot s_{T,Z} \quad (\text{B.4})$$

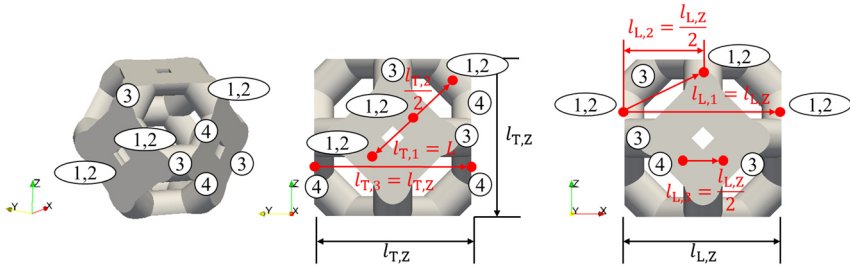


Abbildung B.14: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer Kelvin-Zelle. Es liegen zwei Gruppen fluchtender (1,3) und eine Gruppe versetzter Stege (2) vor. Die Stege der Gruppe (4) werden der Gruppe (2) zugerechnet.

Die Kelvin-Zelle weist einige Besonderheiten auf, die eine Definition der äquivalenten Steganordnungen deutlich erschwert. So können die mit (1,2) markierten Stege sowohl einer fluchtenden (1) als auch versetzten Anordnung (2) zugeordnet werden. Um sowohl den Strömungspfad durch das quadratische als auch hexagonale Fenster abbilden zu können, werden deshalb beide Möglichkeiten berücksichtigt und die Stege (1,2) bei Berechnungen beiden Gruppen anteilig zugerechnet. Während der transversale Abstand der fluchtenden Anordnung aus der Steglänge L resultiert, kann dessen Wert für die versetzte Anordnung anhand der Zelldiagonalen berechnet werden:

$$l_{T,2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}l_{T,Z} - 2L}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} l_{T,Z} \quad (\text{B.5})$$

Die longitudinalen Abstände ergeben sich direkt aus der Dimension der Einheitszelle in X-Richtung. Die zweite Besonderheit sind die Steggruppen (3) und (4), welche je nach Position in der Einheitszelle als fluchtende oder versetzte Anordnungen definiert werden können. Die der Strömung zugewandte Gruppe (4) wird, da sie Teil des hexagonalen Fensters ist, der Anordnung (2) zugeordnet. Dagegen wird die dahinterliegende Gruppe (3) als eine fluchtende Anordnung aufgefasst.

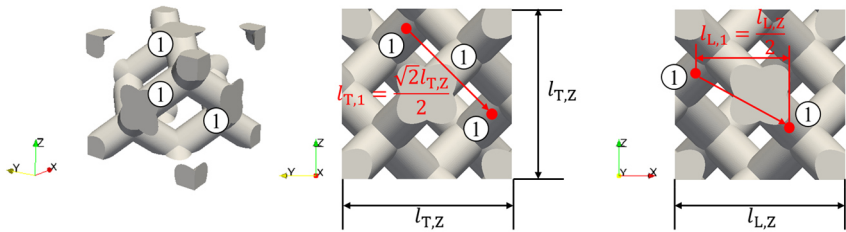


Abbildung B.15: Bestimmung der äquivalenten Steganordnungen in einer Diamant-Zelle. Es liegt eine Gruppe versetzter Stege (1) vor.

Die Diamant-Zelle besteht aus zwei orthogonal zueinander angeordneten Gruppen versetzter Stege (1). Der transversale Abstand lässt sich direkt aus der Diagonalen der Einheitszelle ableiten, während der longitudinale Abstand der halben Kantenlänge der Zelle in X-Richtung entspricht.

Bestimmung der Eintrittsporosität

Für die Modellierung des Druckverlustes ist es notwendig, die sogenannte Eintrittsporosität zu bestimmen, um die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Querschnitt einer jeden Zelle anzunähern. Diese kann sich durch eine Verkleinerung des Strömungsquerschnittes lokal erhöhen, wie in Abbildung B.16 gezeigt wird.

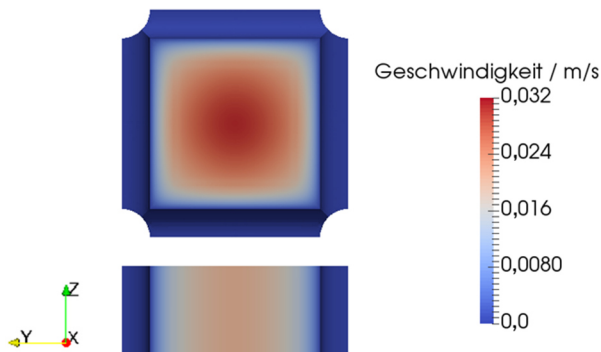


Abbildung B.16: Betrag der Geschwindigkeit an der Eintrittsfläche einer kubischen Zelle (oben) und einer fluchtenden Steganordnung (unten) bei einem dimensionslosen Stegabstand von $s_L = s_T = 4$ und einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 16$.

Zur Bestimmung der Eintrittsporosität wird der freie Strömungsquerschnitt am Eintritt einer jeden Zelle zur gesamten Querschnittsfläche ins Verhältnis gesetzt. Für eine bessere Verständlichkeit der nachfolgenden Berechnungsvorschriften sind die Frontansichten der unterschiedlichen POCS-Geometrien in Abbildung B.17 zusammengefasst. Detaillierte Angaben zu den Abmessungen der einzelnen Zellen können dem vorangegangenen Abschnitt entnommen werden.

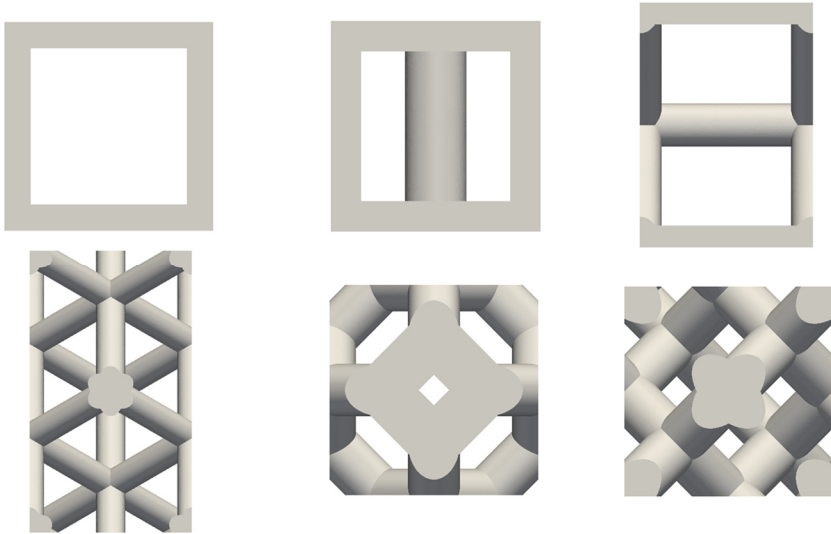


Abbildung B.17: Frontansicht der in dieser Arbeit untersuchten POCS (von links oben nach rechts unten: KUB, KUB-V, KUB-Y, KUB-YZ, KEL, DIA).

Zur Berechnung der Eintrittsporosität kann für die kubische und die veretzte kubische Zelle die quadratische freie Querschnittsfläche in der Mitte der beiden Strukturen herangezogen werden. Somit ergibt sich für diese Größe:

$$\psi_{\text{Ein,KUB}} = \psi_{\text{Ein,KUB-V}} = \frac{(s_T - 1)^2}{s_T^2} \quad (\text{B.6})$$

Bei der geneigten kubischen Zelle werden die beiden Schnittflächen der Stege mit der Eintrittsebene als Rechtecke approximiert, sodass für diese Zelle folgt:

$$\psi_{\text{Ein,KUB-Y}} = \frac{s_T(\sqrt{2}s_T - 1)}{\sqrt{2}s_T^2} \quad (\text{B.7})$$

Die Schnittflächen der Stege können im Falle der doppelt geneigten kubischen Zelle mit 12 Ellipsensektoren beschrieben werden, die jeweils ein Sechstel einer vollständigen Ellipse ausmachen. Die kurze Seite der Ellipse entspricht d während die lange Seite vom Schnittwinkel der Stege mit der Eintrittsebene ($35,26^\circ$) bestimmt wird. Somit resultiert für die Eintrittsporosität:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{Ein,KUB-YZ}} &= 1 - \frac{\frac{12}{6} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin(35,26^\circ)}}{\sqrt{12}s_T^2 d^2} \\ &= 1 - \frac{\pi}{4\sqrt{3}s_T^2 \sin(35,26^\circ)}\end{aligned}\quad (\text{B.8})$$

Für die Kelvin-Zelle wird analog zur einfach geneigten kubischen Zelle die Vereinfachung getroffen, die abgerundete Schnittfläche mit Rechtecken anzunähern. Unter dieser Vereinfachung kann die Eintrittsporosität folgendermaßen berechnet werden:

$$\psi_{\text{Ein,KEL}} = 1 - \frac{(L+d)^2 - (L-d)^2}{s_T^2 d^2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{s_T} \quad (\text{B.9})$$

Die Schnittflächen der Diamant-Zelle setzen sich wiederum aus 8 Ellipsensektoren zusammen. Sie entsprechen jeweils einem Viertel einer ganzen Ellipse, die unter einem Schnittwinkel zwischen Steg und Eintrittsebene von $35,25^\circ$ entsteht. Analog zur doppelt geneigten kubischen Zelle lässt sich die Eintrittsporosität folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{Ein,DIA}} &= 1 - \frac{\frac{8}{4} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin(35,25^\circ)}}{s_T^2 d^2} \\ &= 1 - \frac{\pi}{2s_T^2 \sin(35,25^\circ)}\end{aligned}\quad (\text{B.10})$$

Untersuchung des Knoteneffekts

Anhand von Abbildung 4.23 und Abbildung 4.28 ist sichtbar, dass der Wärmeübergangskoeffizient in POCS in der Nähe von Knoten deutlich reduziert ist. Dort bilden sich im Fluid Stagnationszonen, die zu einer lokalen Reduktion der Strömungsgeschwindigkeit führen und den Wärmeübergang verschlechtern. Bei der Modellierung des Wärmeübergangskoeffizienten (s. Kapitel 4.4.3) muss diesem Umstand Rechnung getragen werden, indem der Beitrag der Stege korrigiert wird (s. Gl. (4.82)). Zudem wird die Oberfläche der Stege anhand ihrer

Länge, gemessen von Knoten zu Knoten, berechnet. Allerdings gibt es dort Überschneidungen, sodass auch die verfügbare Stegoberfläche reduziert werden muss. Beide Effekte berücksichtigt der für die Modellierung eingeführte Knotenfaktor φ_K . Dessen Wert wird empirisch anhand einer Anpassung der Modellresultate an die in dieser Arbeit erzielten Simulationsergebnisse bestimmt. Die Werte sind für jede POCS-Geometrie in Abbildung B.18 in Abhängigkeit der Porosität dargestellt.

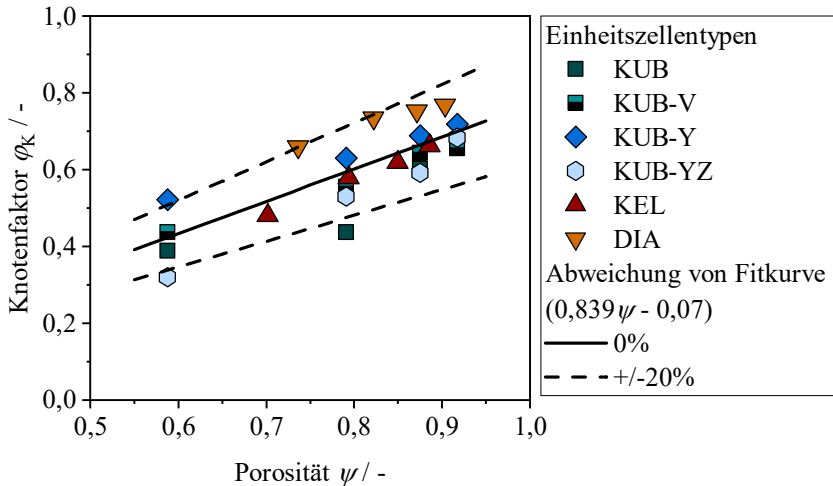


Abbildung B.18: Verlauf des Knotenfaktors in Abhängigkeit der Porosität. Zusätzlich ist eine Fitkurve für sämtliche POCS dargestellt.

Zwischen den Knotenfaktoren und der Porosität ist ein gut sichtbarer Trend erkennbar, der physikalisch plausibel erscheint. Je höher die Porosität, desto länger werden die Stege und somit sinkt anteilig der Einfluss der Knoten. Dabei scheinen die Punkte im betrachteten Porositätsbereich näherungsweise einer Geraden zu folgen, die mit folgender Gleichung beschrieben werden kann:

$$\varphi_K = 0,839 \cdot \psi - 0,07 \quad (4.83)$$

Die Streuung der Datenpunkte um die Fitkurve nimmt mit steigender Porosität etwas ab. Auch dies ist plausibel, da zu erwarten ist, dass zelltypspezifische Effekte, die durch Wechselwirkungen der unterschiedlichen Steggruppen entstehen, mit steigender Distanz zueinander an Einfluss verlieren.

Berechnung des Projektionsfaktors

Die Bestimmung des Projektionsfaktors φ_{Proj} , der im Berechnungsmodell für den Wärmeübergangskoeffizienten (s. Kapitel 4.4.3) Anwendung findet, wurde schon in einer vorangegangenen Publikation (Dubil et al. 2023) erläutert, wird aber der Vollständigkeit halber hier ebenfalls kurz beschrieben.

Der konvektive Wärmeübergang an der Oberfläche geneigter Stege in einer POCS-Zelle ist gegenüber dem isoliert betrachteten Pendant deutlich reduziert. Der Grund dafür ist, dass der gesamte Strömungsquerschnitt der geneigten Steganordnung gleichmäßig durchströmt wird und somit über den gesamten Umfang der Stege Wärme transportiert werden kann. Die anderen Stege innerhalb einer vollständigen POCS-Zelle verhindern eine solche gleichmäßige Durchströmung, sodass sich ein präferierter Strömungskanal im Zentrum der Zelle bildet. Folglich ist der Wärmetransport in Richtung dieses Kanals, also entlang der Diagonalen, gegenüber dem Rest des Umfangs begünstigt (s. Abbildung B.19).

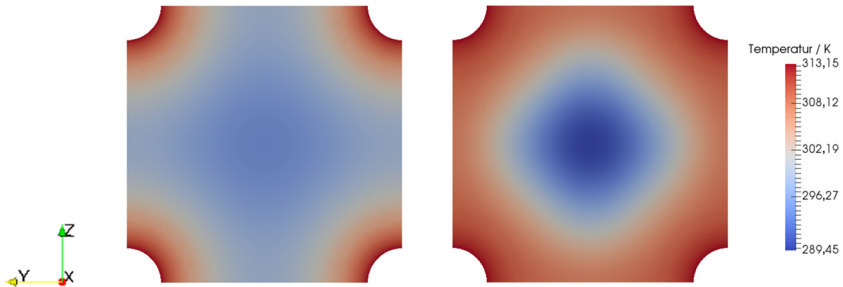


Abbildung B.19: Temperaturfeld in der mittig positionierten Y-Z-Ebene einer geneigten Steganordnung (links) und einer kubischen Zelle (rechts) mit $s_L = s_T = 4$ bei einer Reynolds-Zahl von $Re_{d^*} = 20$. Diese Abbildung wurde schon in (Dubil et al. 2023) publiziert.

Um diesen Effekt in das Berechnungsmodell (s. Kapitel 4.4.3) zu integrieren, wird der verlängerte Wärmetransportpfad berücksichtigt. Anstelle einer näherungsweise halben Zellkantenlänge entspricht dessen Länge im Falle der POCS-Geometrie etwa der halben Diagonalen, woraus ein Faktor von $1/\sqrt{2}$ resultiert. Da der Wärmetransport primär entlang der Diagonalen stattfindet, wird zudem nur die Projektionsfläche des Umfangs in diese Richtung berücksichtigt. Diese lässt sich für einen der oben gezeigten Stegausschnitte als das Verhältnis

der Kreissehne zum Umfang berechnen. Daraus ergibt sich ein Faktor von $2\sqrt{2}/\pi$. Beide zusammen resultieren in folgender Berechnungsvorschrift:

$$\varphi_{\text{Proj}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = \frac{2}{\pi} \quad (\text{B.11})$$

Anpassungskurven für die Zielgrößen in Steganordnungen

Im Folgenden sind die Koeffizienten der Anpassungskurven für den dimensionslosen Druckverlust (Hagen-Zahl) und Wärmeübergangskoeffizienten (Nusselt-Zahl) in unterschiedlichen Steganordnungen tabellarisch zusammengefasst. Die Koeffizienten für die Hagen-Zahl werden anhand folgender Fitgleichung abschnittsweise bestimmt:

$$Hg_{d^*} = \begin{cases} \text{I - III: Max}(A_I \cdot Re_{d^*,R}, A_{III} \cdot Re_{d^*,R}^{n_{III}}) \\ \text{IV: } A_{IV} \cdot Re_{d^*,R}^{n_{IV}} \end{cases} \quad \text{mit } Re_{d^*,R} = \frac{\bar{u}_0 \cdot d^*}{\nu_F \cdot \psi_R} \quad (\text{B.12})$$

Es sei darauf hingewiesen, dass während des Fitprozesses an Stelle der in Gl. (4.8) angegebenen Definition der Reynolds-Zahl, eine von Gnielinski (1978) vorgeschlagene Variante verwendet wird. Diese nutzt zur Approximation der relevanten Geschwindigkeit nicht die Gesamtporosität, sondern die Porosität in einer Stegreihe:

$$\psi_R = 1 - \frac{\pi}{4 \cdot s_T} \quad (\text{B.13})$$

Diese Definition der Reynolds-Zahl wird in gleicher Weise bei der Bestimmung der Fitkurven für die Nusselt-Zahl verwendet:

$$Nu_{d^*} = \begin{cases} \text{I - III: Max}(A_I, A_{II,III} \cdot Re_{d^*,R}^{n_{II,III}}) \\ \text{IV: } A_{IV} \cdot Re_{d^*,R}^{n_{IV}} \end{cases} \quad \text{mit } Re_{d^*,R} = \frac{\bar{u}_0 \cdot d^*}{\nu_F \cdot \psi_R} \quad (\text{B.14})$$

Tabelle B.10: Koeffizienten der Fitkurven für die Hagen-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen (s. Gl. (B.12)).

	Regime						
			I	III	IV		
Anordnung	$s_L / -$	$s_T / -$	$A / -$	$A / -$	$n / -$	$A / -$	$n / -$
ST-F	1,414	2	21,27	19,38	1,04		
		2	18,81	15,51	1,08		

		Regime					
		I		III		IV	
Anordnung	$s_L / -$	$s_T / -$	$A / -$	$A / -$	$n / -$	$A / -$	$n / -$
	2	4	2,68	2,57	1,02		
	2,121	3	5,46	4,98	1,04		
	2,828	4	2,39	2,18	1,05		
	2,5	5	1,51	1,44	1,02		
	3	3	4,53	3,83	1,09	0,29	1,83
	3	6	0,97	0,90	1,03		
	3,5	7	0,65	0,62	1,03		
	3,535	5	1,31	1,19	1,06		
	4	1,414	58,30	51,95	1,05		
	4	4	1,91	1,64	1,10	0,20	1,81
	5	1,768	14,54	8,94	1,20		
	5	5	1,02	0,91	1,10	0,13	1,82
	6	2,121	6,30	3,12	1,30		
	7	2,475	3,45	1,74	1,31		
ST-V	1,154	1,633	128,6	108,6	1,06		
	1,414	2,828	22,40	10,21	1,33		
	1,732	2,449	17,14	7,12	1,37		
	2	2	21,11	8,25	1,37		
	2	2,828	10,02	4,40	1,39		
	2,121	4,242	5,00	2,91	1,34		
	2,309	3,265	6,16	2,98	1,40		
	2,5	3,536	4,75	2,44	1,39		
	2,828	5,656	2,05	1,46	1,30		
	2,886	4,082	3,05	1,77	1,38		
	3	3	4,91	1,96	1,46		
	3	4,243	3,13	1,97	1,38		
	3,5	4,95	1,73	1,13	1,36		
	3,535	7,071	1,08	0,87	1,28		
	4	4	2,04	1,06	1,43		
	5	5	1,08	0,67	1,40		
ST-Y	2	2	11,78				
	3	3	2,76				
	4	4	1,12				

		Regime					
		I		III		IV	
Anordnung	$s_L / -$	$s_T / -$	$A / -$	$A / -$	$n / -$	$A / -$	$n / -$
	5	5	0,58				

Tabelle B.11: Koeffizienten der Fitkurven für die Nusselt-Zahl in unterschiedlichen Steganordnungen (s. Gl. (B.14)).

		Regime					
		I		II,III		IV	
Anordnung	$s_L / -$	$s_T / -$	$A / -$	$A / -$	$n / -$	$A / -$	$n / -$
ST-F	1,414	2	4,32	4,26	0,005		
	2	2	5,21	4,76	0,031		
	2	4	2,16	2,08	0,015		
	2,121	3	3,15	2,95	0,024		
	2,5	5	1,96	1,88	0,017		
	2,828	4	2,65	2,49	0,031		
	3	3	3,59	3,31	0,051	1,52	0,52
	3	6	1,83	1,75	0,022		
	3,5	7	1,71	1,66	0,025		
	3,535	5	2,34	2,26	0,036		
	4	1,414	9,93	8,53	0,072		
	4	4	2,88	2,84	0,058	2,16	0,41
	5	1,768	6,69	5,42	0,13		
	5	5	2,39	2,64	0,055	0,95	0,65
	6	2,121	4,90	4,52	0,15		
7	2,475	3,80	3,82	0,17			
ST-V	1,154	1,633	9,61	10,08	0,13		
	1,414	2,828	5,73	6,32	0,095		
	1,732	2,449	5,77	5,14	0,18		
	2	2	6,33	4,89	0,22		
	2	2,828	4,70	4,50	0,19		
	2,121	4,242	3,82	4,27	0,12		
	2,309	3,265	4,11	4,16	0,19		
	2,5	3,536	3,84	3,98	0,19		
	2,828	5,656	3,03	3,62	0,13		
	2,886	4,082	3,41	3,70	0,19		

		Regime					
		I		II,III		IV	
Anordnung	$s_L / -$	$s_T / -$	$A / -$	$A / -$	$n / -$	$A / -$	$n / -$
	3	3	4,15	3,44	0,26		
	3	4,243	3,31	3,64	0,19		
	3,5	4,95	2,96	3,45	0,19		
	3,535	7,071	2,60	3,31	0,13		
	4	4	3,20	3,17	0,25		
	5	5	2,69	3,02	0,25		
ST-Y	2	2	5,20				
	3	3	3,57				
	4	4	2,84				
	5	5	2,43				

C Ergänzungen zu Kapitel 5

C.1 Erstellung und Prüfung des numerischen Modells

Numerische Löser und Diskretisierungsschemata

Im Folgenden sind die in Kapitel 5 verwendeten numerischen Löser, die Verfahren zur Druck-Geschwindigkeits-Kopplung und Diskretisierungsschemata zusammengefasst. Dabei wird die Nomenklatur aus dem für OpenFOAM verfügbaren Nutzerhandbuch (Greenshields 2018) übernommen.

Tabelle C.1: Zusammenfassung der bei stationären Simulationen mit „chtMultiRegionFoam“ verwendeten numerischen Löser in der fluiden und festen Phase inklusive der angewandten Einstellungen. Die angegebenen Toleranzen beziehen sich auf sämtliche Strömungsgrößen einer Phase.

Größe	Numerischer Löser	Vorkonditionierung	Relaxationsfaktoren
Fluide Phase (Toleranz: 10^{-10} , relative Toleranz: 10^{-3})			
Geschwindigkeit	PBiCGStab	DILU	0,6-0,8
Druck	PCG	DIC	0,6
Enthalpie	PBiCGStab	DILU	1
Feste Phase (Toleranz: 10^{-10} , relative Toleranz: 10^{-3})			
Enthalpie	PCG	DIC	1

Tabelle C.2: Einstellungen der in Kapitel 5 verwendeten Druck-Geschwindigkeits-Kopplung.

Kopplungsverfahren	nNonOrthogonal-Correctors	nCorrectors	nOuterCorrectors
PISO	0	1	1

Tabelle C.3: Zusammenfassung der Diskretisierungsschemata, die jeweils zur numerischen Lösung der fluiden und festen Phase (s. Kapitel 5) verwendet wurden.

Diskretisierter Term	Phase	
	Fluid	Festkörper
$\partial\phi/\partial t$	steadyState	steadyState
$\nabla\phi$	Gauss linear	Gauss linear
$\nabla \cdot (\phi\mathbf{u})$	bounded Gauss linear; Gauss linear	None
$\nabla^2\phi$	Gauss linear corrected	Gauss linear uncorrected
Interpolation auf Oberfläche eines diskreten Teilvolumens	linear	linear
$\partial\phi/\partial\mathbf{n}$	corrected	corrected

Einfluss des Simulationsvolumens

In Kapitel 4 wurde gezeigt, dass zwei Einheitszellen in Strömungsrichtung sowie eine Zelle quer dazu ausreichend sind, um ein für ausgebildete laminare Strömungen repräsentatives Simulationsvolumen zu erhalten. Dies setzt jedoch die Anwendung periodischer Randbedingungen an allen Simulationsrändern voraus. Im Falle des in Kapitel 5 verwendeten numerischen Modells kann dies für den Festkörper jedoch nicht gänzlich gewährleistet werden, da eine Anwendung solcher Randbedingungen zu Problemen mit der Stabilität der Simulationen führt (s. Kapitel 5.2.1). Dementsprechend könnten die dort angewendeten adiabaten Randbedingungen zu einer Beeinflussung der Ergebnisse führen. Aus diesem Grund wird auch für dieses Simulationsmodell der Einfluss des Simulationsvolumens genauer untersucht und die Zahl der Einheitszellen in longitudinaler Richtung variiert. In transversaler Richtung ist eine erneute Untersuchung nicht erforderlich, da in Y-Richtung periodische Randbedingungen angewendet werden können und der Einfluss der Z-Richtung, die der Hauptrichtung des Wärmestroms im Festkörper entspricht, in Kapitel 5 diskutiert wurde. Die Ergebnisse dieser Variation sind in Abbildung C.1 dargestellt.

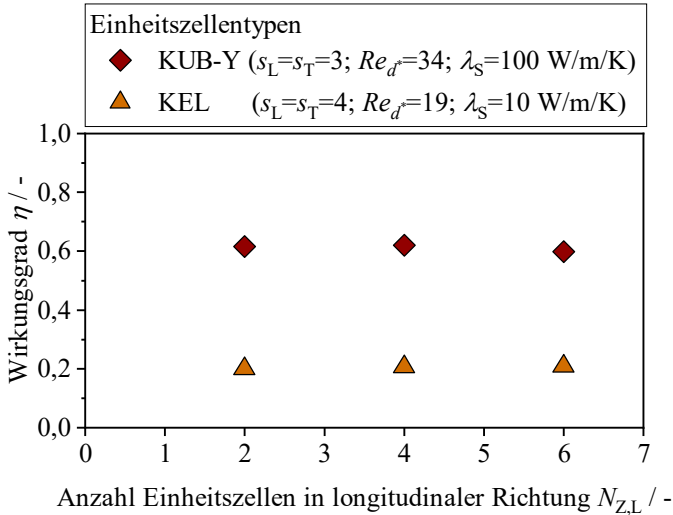


Abbildung C.1: Wirkungsgrad verschiedener Einheitszellentypen in Abhängigkeit der Anzahl der Zellen in longitudinaler Richtung.

Anhand von Abbildung C.1 ist ersichtlich, dass die Zahl der Einheitszellen in longitudinaler Richtung für Simulationsvolumina mit mehr als zwei Zellen nur einen geringfügigen Einfluss hat. Entsprechend werden sämtliche Simulationen mit dem in Kapitel 5 beschriebenen Modell mit zwei Einheitszellen in longitudinaler Richtung durchgeführt, um den Rechenaufwand gering zu halten.

C.2 Charakterisierung des gekoppelten Wärmetransports

Einfluss der Beheizung auf Stege am Rand des Simulationsvolumens

In einigen Fällen kann bei der Untersuchung des Rippenwirkungsgrades eine zunehmend ausgeprägte Spreizung von Datenpunkten bei hohen Werten von $m_R \cdot H/2$ festgestellt werden (s. Abbildung 5.8 und Abbildung 5.10). Hohe Werte dieses Produktes gehen mit einer Reduktion der Festkörpertemperatur und damit auch einem verminderten Rippenwirkungsgrad einher. In diesen Fällen

kann ein deutlicher Einfluss der Temperaturrandbedingung an den beheizten Simulationsrändern festgestellt werden, wie anhand von Abbildung C.2 erkennbar ist.

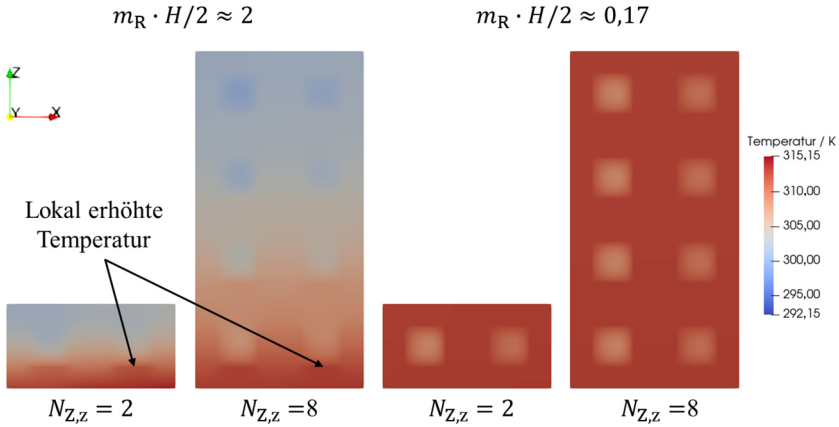


Abbildung C.2: Temperaturfelder kubischer Zellen ($s_L = s_T = 2$) bei unterschiedlicher Anzahl an Einheitszellen in Richtung des Wärmetransportpfades sowie unterschiedlichen Produkten aus Rippenparameter und halber Strukturhöhe. Nur die Hälfte der Zellen bis zur Symmetrieebene ist dargestellt.

Für Strukturen mit hohem Rippenwirkungsgrad (s. Abbildung C.2 rechts) liegt jeweils eine gleichmäßige Temperaturverteilung im Festkörper vor. Weder Stege an den Simulationsrändern noch tief in der Struktur unterscheiden sich wesentlich voneinander. Dahingegen ist für die Zellen auf der linken Seite ein deutlicher Unterschied des Temperaturfeldes horizontal orientierter Stege mit direkter Anbindung zum Simulationsrand sowie deren weiter entfernten Pendant erkennbar. An Stellen, die in Z-Richtung nicht direkt mit dem restlichen Festkörper in Verbindung stehen, bilden sich für Stege am Simulationsrand lokal erhöhte Temperaturen aus. Damit kann an diesen Stellen ein erhöhter Wärmestrom in das Fluid eingetragen werden. Da dieser Effekt bei Strukturen mit einer geringeren Gesamthöhe einen größeren Einfluss auf den Gesamtwärmestrom hat, könnte dies zu der beobachteten Spreizung der Daten bei geringen Wirkungsgraden führen. Auch die Unterschiede zwischen verschiedenen Einheitszellentypen könnten teilweise auf diesen Effekt zurückzuführen sein (vgl. Abbildung 5.10), da die Anzahl derart angebundener Stege teils deutlich variiert.

Berechnungsmodell für die effektive Festkörperwärmeleitfähigkeit

Zur Bestimmung der effektiven Wärmeleitfähigkeit von POCS mit unterschiedlichen Einheitszellentypen wurde auf Basis von Simulationen des Wärmetransports in der festen Phase ein Berechnungsmodell entwickelt und publiziert (Dubil et al. 2022c). Es basiert auf der Idee, dass sich der Wärmetransport in der festen Phase einer Einheitszelle mit Hilfe eines thermischen Widerstandnetzwerks beschreiben lässt. Dabei stellen Stege und Knoten einzelne Widerstände dar, die je nach Position in der Zelle seriell oder parallel verknüpft werden müssen. Die publizierte Form des Modells wurde anhand von fünf der sechs in dieser Arbeit untersuchten Geometrien getestet und wurde um die doppelt ge-neigte kubische Zelle ergänzt.

In einem ersten Schritt ist der thermische Widerstand der Knoten R_{Knoten} zu bestimmen. Diese werden als Würfel approximiert, deren Kantenlänge sich aus dem Durchmesser eines Steges am Schnittpunkt mit anderen Stegen ergibt. Für kreisrunde Stege mit konstantem Durchmesser entspricht die Kantenlänge ebendiesem Wert. Die Wärmeleitungs-pfade, die durch einen solchen Knoten führen, können sich allerdings je nach Geometrie der Einheitszelle deutlich voneinander unterscheiden. So kann beispielsweise der Wärmestrom geradlinig durch den Knoten fließen oder umgelenkt werden, wie anhand von Abbildung C.3 erkennbar ist.

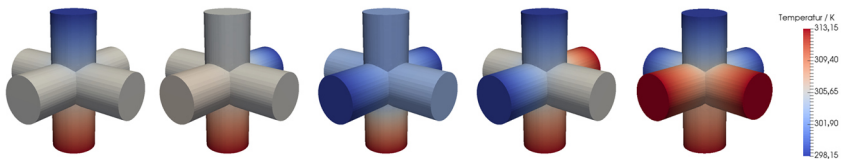


Abbildung C.3: Temperaturfelder in kubischen Zellen bei variierenden Randbedingungen sowie Wärmeleitungs-pfaden (von links nach rechts: 1 – 1 – 0°; 1 – 1 – 90°; 1 – 2; 2 – 2; 3 – 3). Ein Teil dieser Abbildung wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2022c).

Dadurch wird die Länge des Transportpfades sowie der effektive zur Verfügung stehende Querschnitt verändert, was wiederum den thermischen Widerstand des Knotens beeinflusst. Deshalb wird dieser Effekt anhand einer kubischen Zelle für unterschiedliche Beheizungsszenarien analysiert und entsprechende Korrekturfaktoren abgeleitet, die für die in Abbildung C.3 dargestellten Fälle in Tabelle C.4 zusammengefasst sind.

Tabelle C.4: Anpassungsfaktoren zur Berechnung des thermischen Widerstands von Knoten (s. Gl. (C.1)) bei unterschiedlichen Beheizungsszenarien. Ein Teil dieser Tabelle wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2022c).

Beheizungs- szenario	1 – 1 – 0°	1 – 1 – 90°	1 – 2	2 – 2	3 – 3
Korrektur- faktor $A / -$	1	0,75	0,5	0,5	1

Somit lässt sich der thermische Widerstand eines Knotens schließlich nach Gl. (C.1) berechnen:

$$R_{\text{Knoten}} = \frac{d}{\lambda_S \cdot d^2} \cdot A \quad (\text{C.1})$$

Der nächste Schritt besteht darin, den thermischen Widerstand der Stege zu bestimmen. Dabei wird als Näherung eindimensionale Wärmeleitung entlang ihrer Längsachse angenommen. Da der thermische Widerstand der Knoten separat berücksichtigt wird, ist die bei der Berechnung zu verwendende Länge der Stege um die Kantenlänge der Knoten zu reduzieren. Dubil et al. (2022c) entwickelten eine Berechnungsvorschrift für unterschiedliche Formen der Stegquerschnittsfläche sowie variierende Verjüngungsgrade. Für die in dieser Arbeit präsentierten POCS ist es jedoch ausreichend den Widerstand eines runden Steges mit konstantem Querschnitt zu berechnen:

$$R_{\text{Steg}} = \frac{4(L - d)}{\pi \cdot d^2 \cdot \lambda_S} \quad (\text{C.2})$$

Nach Bestimmung der zu Grunde liegenden Widerstände müssen diese der Einheitszellengeometrie entsprechend verknüpft werden. Je nach Position sind sie somit als serielle oder parallele Verschaltung zu betrachten. Stegen oder Knoten, die vom Rand der Einheitszelle geschnitten werden, wird eine reduzierte Querschnittsfläche oder Länge zugeordnet, was entsprechend zu einer Erhöhung oder Reduktion des thermischen Widerstandes führt. Stege, die orthogonal zur Hauptwärmestromrichtung orientiert sind, werden vernachlässigt, insofern ein anderer kürzerer Wärmetransportpfad verfügbar ist. Exemplarisch ist ein solches Netzwerk am Beispiel einer Kelvin-Zelle in Abbildung C.4 dargestellt.

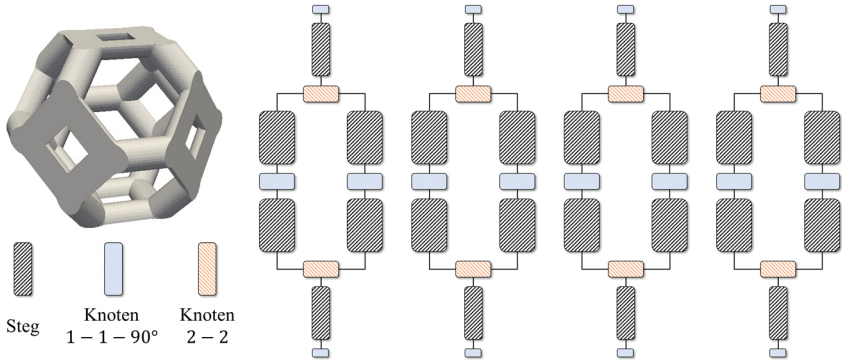


Abbildung C.4: Visualisierung des thermischen Netzwerks einer Kelvin-Zelle, das aus vier Hauptwärmepfadnetzwerken besteht. Jeder Block repräsentiert den thermischen Widerstand eines Steges oder Knotens, wobei dessen Größe den Wert des Widerstandes wiedergibt.

Auf Basis dieser Netzwerke kann für jede POCS-Geometrie ein thermischer Gesamtwiderstand nach Gl. (C.3) bestimmt werden.

$$R_Z = \sum B_i \cdot R_i \quad (\text{C.3})$$

Die Koeffizienten B_i der einzelnen Widerstände werden für jedes Netzwerk bestimmt und können Tabelle C.5 entnommen werden

Tabelle C.5: Koeffizienten B_i zur Berücksichtigung der Stege und Knoten bei der Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Einheitszelle (s. Gl. (C.3)). Ein Teil dieser Tabelle wurde bereits publiziert (Dubil et al. 2022c).

Einheits- zellentyp	Steg / –	Knoten / –				
		1 – 1 – 0°	1 – 1 – 90°	1 – 2	2 – 2	3 – 3
KUB	1	1	–	–	–	–
KUB-V	0,5	0,5	–	–	–	–
KUB-Y	1	–	–	–	2	–
KUB-YZ	2	–	–	–	–	8/3
KEL	1	–	0,5	–	–	–
DIA	1	–	–	–	2	–

Im letzten Schritt kann auf Basis des thermischen Widerstandes der Einheitszelle R_Z die effektive Wärmeleitfähigkeit berechnet werden:

$$\lambda_{\text{Eff,S}} = \frac{D_z}{D_x \cdot D_y \cdot R_z} \quad (\text{C.4})$$

Für isotrope Zellen kann als Alternative die einfacher anwendbare empirische Korrelation von Bracconi et al. (2020) genutzt werden:

$$\lambda_{\text{Eff,S}} = \lambda_s \cdot (1 - \psi) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}(1 - \psi) \right) \quad (\text{C.5})$$

C.3 Entwicklung eines Berechnungsmodells

Temperaturfeld in einer Rippe mit diabater Spitze

Eine wesentliche Grundlage für das in Kapitel 5.4 vorgestellte Berechnungsmodell ist die segmentweise Lösung von Gl. (5.2). Diese wird anhand eines Rippensegments (s. Abbildung C.5) veranschaulicht.

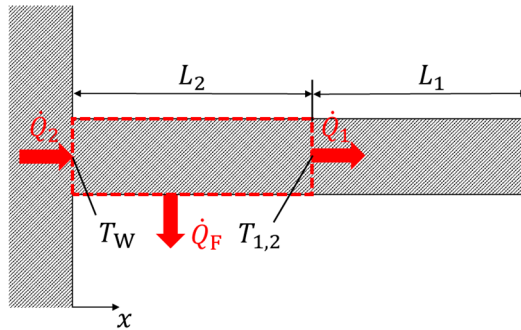


Abbildung C.5: Bilanzraum für ein Segment einer Rippe mit kreisförmigem Querschnitt.

Zunächst wird die Differentialgleichung (5.2) in eine dimensionslose Form überführt, um die Lösung übersichtlicher zu gestalten:

$$\frac{d^2\theta}{d\chi^2} - m_R^2 L_2^2 \theta = 0 \quad \text{mit } \theta = \frac{(T_S - \bar{T}_F)}{(T_W - \bar{T}_F)}; \chi = \frac{x}{L_2} \text{ und} \quad (\text{C.6})$$

$$m_R = \sqrt{\frac{4\alpha}{\lambda_S d}}$$

Anhand des oben dargestellten Bilanzraumes lassen sich nun Randbedingungen für diese Gleichung formulieren:

$$\theta = 1 \quad \text{für } \chi = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{d\theta}{d\chi} = -Bi_2\theta \quad \text{für } \chi = 1 \text{ mit } Bi_2 = \frac{\alpha_2^* \cdot L_2}{\lambda_S} \quad (\text{C.8})$$

Dabei wird der Wärmestrom \dot{Q}_1 in Gl. (C.8) in Form eines Pseudowärmeübergangskoeffizienten α_2^* berücksichtigt. Dieser ist unabhängig von der Temperaturdifferenz zwischen Festkörper und Fluid, was deutlich wird, wenn bspw. für den Wärmestrom \dot{Q}_1 die bereits bekannte Lösung für eine Rippe mit adiabater Spitze eingesetzt wird:

$$\alpha_2^* = \frac{4\dot{Q}_1}{\pi d^2 (T_{1,2} - \bar{T}_F)} = \frac{4 \left(\sqrt{\alpha \cdot \pi d \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{4}} (T_{1,2} - \bar{T}_F) \tanh(m_R L_1) \right)}{\pi d^2 (T_{1,2} - \bar{T}_F)} \quad (\text{C.9})$$

Als Lösungsansatz kann für Gl. (C.6) folgender Ausdruck verwendet werden (Incropera et al. 2007):

$$\theta = A \cdot \exp(m_R L_2 \cdot \chi) + B \cdot \exp(-m_R L_2 \cdot \chi) \quad (\text{C.10})$$

Die Koeffizienten A und B lassen sich daraufhin unter Verwendung der oben definierten Randbedingungen bestimmen:

$$A = \frac{m_R L_2 \exp(-m_R L_2) - \exp(-m_R L_2) \cdot Bi_2}{2m_R L_2 \cosh(m_R L_2) + Bi_2 \exp(m_R L_2) - Bi_2 \exp(-m_R L_2)} \quad (\text{C.11})$$

$$B = \frac{m_R L_2 \exp(m_R L_2) + \exp(m_R L_2) \cdot Bi_2}{2m_R L_2 \cosh(m_R L_2) + Bi_2 \exp(m_R L_2) - Bi_2 \exp(-m_R L_2)} \quad (\text{C.12})$$

Werden diese in Gl. (C.10) eingesetzt, kann der dimensionslose Temperaturverlauf in der Rippe errechnet werden:

$$\theta = \frac{m_R L_2 \cosh(m_R L_2 (1 - \chi)) + Bi_2 \sinh(m_R L_2 (1 - \chi))}{m_R L_2 \cosh(m_R L_2) + Bi_2 \sinh(m_R L_2)} \quad (\text{C.13})$$

Daraus folgt für den Wärmestrom \dot{Q}_2 , der über den Fuß der Rippe eingetragen wird:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_2 &= -\lambda_S \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} \\ &= \sqrt{\alpha \cdot \pi d \cdot \lambda_S \cdot \frac{\pi d^2}{4}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{m_R L_2 \tanh(m_R L_2) + Bi_2}{m_R L_2 + Bi_2 \tanh(m_R L_2)} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Mit diesem Ansatz kann nun der Wärmestrom, der am Fuß eines Steges eingetragen wird, in Abhängigkeit der Biot-Zahl des darauffolgenden Steges berechnet werden. Somit kann aufeinanderfolgend der Wärmestrom für eine Reihe von Segmenten errechnet werden, bis schließlich der an die Wand angrenzende Steg erreicht wird.

Berechnungsvorschriften für das in Kapitel 5.4 entwickelte Modell

Das in Kapitel 5.4 anhand einer geneigten kubischen Zelle präsentierte Modell zur Berechnung des Wirkungsgrades in POCS wird auf sämtliche in dieser Arbeit untersuchten Einheitszellentypen erweitert. Zudem wird es derart formuliert, dass es sich auf eine beliebige Anzahl von Einheitszellen entlang der Hauptwärmestromrichtung (in dieser Arbeit Z-Richtung) anwenden lässt. Die notwendigen Berechnungsgleichungen sind je Zelltyp in Tabelle C.6 zusammengefasst. Die bei der Berechnung notwendigen Steglängen, Umfänge und Querschnittsflächen können Tabelle C.7 entnommen werden. Die Nummerierung der Stege ist für jeden Einheitszellentypen anhand einer Zelle in Abbildung C.6 dargestellt. Die Symmetrieebene der porösen Struktur wäre somit an der oberen Fläche, während die Beheizung an der Unterseite stattfinden würde (vgl. Abbildung 5.11).

Tabelle C.6: Berechnungsvorschriften für das in Kapitel 5.4 vorgestellte Modell zur Berechnung des Rippenwirkungsgrades in unterschiedlichen Einheitszellentypen. Die zur Anwendung notwendigen Steggößen können Tabelle C.7 entnommen werden.

Einheitszellentypen	$i =$ $1; 2; \dots; \frac{N_{Z,Z}}{2}$	Berechnungsvorschrift
Alle		$\eta_{\text{Fuß}} = \frac{l_{2/3} \left(\frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} \right)}{\sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} d \cdot l_{-1/3} \left(\frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_S d}} \right)}$ $m_{R,i,j} = \sqrt{\frac{\alpha \cdot U_{i,j}}{S_{Q,i,j} \cdot \lambda_S}}$ $\tilde{m}_{R,i,j} = m_{R,i,j} \cdot L_{i,j}$
KUB	$i = 1$ $i \geq 2$ $i = \frac{N_{Z,Z}}{2}$	$B_{i,2} = 2\tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $B_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,2}) + B_{i-1,2}}{\tilde{m}_{R,i-1,2} + B_{i-1,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,2})} + 4\tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $\dot{Q}_{i,2} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,2} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,2}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + B_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + B_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})}$ $\dot{Q}_{i,3} = \eta_{\text{Fuß}} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{2} \pi d (L - d) \cdot (T_W - \bar{T}_F)$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,2} + \dot{Q}_{i,3}}{\alpha \cdot \left(\pi d L + (i-1) \frac{3}{2} \pi d L + \frac{1}{2} \pi d (L-d) \right) \cdot (T_W - \bar{T}_F)}$

Einheits- zellentypen	$i =$ $1; 2; \dots; \frac{N_{Z,z}}{2}$	Berechnungsvorschrift
KUB-V	$i = 1$	$B i_{i,3} = \tilde{m}_{R,i,3} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1}) + \tilde{m}_{R,i,3} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})$
	$i \geq 2$	$B i_{i,5} = \tilde{m}_{R,i,5} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})$ $B i_{i,3} = \tilde{m}_{R,i,3} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,3}) + B i_{i-1,3}}{\tilde{m}_{R,i-1,3} + B i_{i-1,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,3})} + 2\tilde{m}_{R,i,3} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1}) + 2\tilde{m}_{R,i,3} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})$ $B i_{i,5} = \tilde{m}_{R,i,5} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,5} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,5}) + B i_{i-1,5}}{\tilde{m}_{R,i-1,5} + B i_{i-1,5} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,5})} + 2\tilde{m}_{R,i,5} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	$\dot{Q}_{i,3} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,3} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,3}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3}) + B i_{i,3}}{\tilde{m}_{R,i,3} + B i_{i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})}$ $\dot{Q}_{i,5} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,5} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,5}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,5} \tanh(\tilde{m}_{R,i,5}) + B i_{i,5}}{\tilde{m}_{R,i,5} + B i_{i,5} \tanh(\tilde{m}_{R,i,5})}$ $\dot{Q}_{i,6} + \dot{Q}_{i,7} + \dot{Q}_{i,8} = \eta_{Fu\beta} \cdot \alpha \cdot 2\pi d(L - d) \cdot (T_W - \bar{T}_F)$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,3} + \dot{Q}_{i,5} + \dot{Q}_{i,6} + \dot{Q}_{i,7} + \dot{Q}_{i,8}}{\alpha \cdot (4\pi dL + (i-1)6\pi dL + 2\pi d(L-d)) \cdot (T_W - \bar{T}_F)}$
KUB-Y	$i = 1$	$B i_{i,2} = \frac{1}{2} \tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $B i_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + B i_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + B i_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})} + \tilde{m}_{R,i,4} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})$
	$i \geq 2$	$B i_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4}) + B i_{i-1,4}}{\tilde{m}_{R,i-1,4} + B i_{i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4})} + \tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $B i_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + B i_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + B i_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})} + \tilde{m}_{R,i,4} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	$\dot{Q}_{i,4} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,4} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,4}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4}) + B i_{i,4}}{\tilde{m}_{R,i,4} + B i_{i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})}$ $\dot{Q}_{i,5} = \eta_{Fu\beta} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{8} \pi d(L - d) \cdot (T_W - \bar{T}_F)$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,4} + \dot{Q}_{i,5}}{\alpha \cdot (\frac{11}{8} \pi dL + (i-1) \frac{3}{2} \pi dL + \frac{1}{8} \pi d(L-d)) \cdot (T_W - \bar{T}_F)}$
KUB-YZ	$i = 1$	$B i_{i,2} = 2\tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$

Einheits- zellentypen	$i =$ $1; 2; \dots; \frac{N_{Z,Z}}{2}$	Berechnungsvorschrift
	$i \geq 2$	$Bi_{i,3} = \frac{1}{2} \tilde{m}_{R,i,3} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + Bi_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + Bi_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})}$ $Bi_{i,4} = 2 \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3}) + Bi_{i,3}}{\tilde{m}_{R,i,3} + Bi_{i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})}$ $Bi_{i,1} = \frac{1}{2} \tilde{m}_{R,i,1} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4}) + Bi_{i-1,4}}{\tilde{m}_{R,i-1,4} + Bi_{i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4})}$ $Bi_{i,2} = 2 \tilde{m}_{R,i,2} \frac{\tilde{m}_{R,i,1} \tanh(\tilde{m}_{R,i,1}) + Bi_{i,1}}{\tilde{m}_{R,i,1} + Bi_{i,1} \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})}$ $Bi_{i,3} = \frac{1}{2} \tilde{m}_{R,i,3} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + Bi_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + Bi_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})}$ $Bi_{i,4} = 2 \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3}) + Bi_{i,3}}{\tilde{m}_{R,i,3} + Bi_{i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})}$
	$i = \frac{N_{Z,Z}}{2}$	$\dot{Q}_{i,4} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,4} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,4}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4}) + Bi_{i,4}}{\tilde{m}_{R,i,4} + Bi_{i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})}$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,4}}{\alpha \cdot 3\pi d L \cdot (T_W - \bar{T}_F)}$
KEL	$i = 1$	$Bi_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $Bi_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + Bi_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + Bi_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})} + 2 \tilde{m}_{R,i,4} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})$
	$i \geq 2$	$Bi_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4}) + Bi_{i-1,4}}{\tilde{m}_{R,i-1,4} + Bi_{i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4})} + 2 \tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $Bi_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + Bi_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + Bi_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})} + 2 \tilde{m}_{R,i,4} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})$
	$i = \frac{N_{Z,Z}}{2}$	$\dot{Q}_{i,4} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,4} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,4}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4}) + Bi_{i,4}}{\tilde{m}_{R,i,4} + Bi_{i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})}$ $\dot{Q}_{i,5} = \eta_{Fu\beta} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{4} \pi d (L - d) \cdot (T_W - \bar{T}_F)$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,4} + \dot{Q}_{i,5}}{\alpha \cdot \left(\frac{11}{4} \pi d L + (i-1) 3\pi d L + \frac{1}{4} \pi d (L-d) \right) \cdot (T_W - \bar{T}_F)}$
DIA	$i = 1$	$Bi_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \cdot \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})$ $Bi_{i,3} = \tilde{m}_{R,i,3} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + Bi_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + Bi_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})}$ $Bi_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3}) + Bi_{i,3}}{\tilde{m}_{R,i,3} + Bi_{i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})}$

Einheitszellentypen	$i = 1; 2; \dots; \frac{N_{Z,z}}{2}$	Berechnungsvorschrift
	$i \geq 2$	$B i_{i,1} = \tilde{m}_{R,i,1} \frac{\tilde{m}_{R,i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4}) + B i_{i-1,4}}{\tilde{m}_{R,i-1,4} + B i_{i-1,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i-1,4})}$ $B i_{i,2} = \tilde{m}_{R,i,2} \frac{\tilde{m}_{R,i,1} \tanh(\tilde{m}_{R,i,1}) + B i_{i,1}}{\tilde{m}_{R,i,1} + B i_{i,1} \tanh(\tilde{m}_{R,i,1})}$ $B i_{i,3} = \tilde{m}_{R,i,3} \frac{\tilde{m}_{R,i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2}) + B i_{i,2}}{\tilde{m}_{R,i,2} + B i_{i,2} \tanh(\tilde{m}_{R,i,2})}$ $B i_{i,4} = \tilde{m}_{R,i,4} \frac{\tilde{m}_{R,i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3}) + B i_{i,3}}{\tilde{m}_{R,i,3} + B i_{i,3} \tanh(\tilde{m}_{R,i,3})}$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	$\dot{Q}_{i,4} = \sqrt{\alpha \cdot U_{i,4} \cdot \lambda_S \cdot S_{Q,i,4}} (T_W - \bar{T}_F) \frac{\tilde{m}_{R,i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4}) + B i_{i,4}}{\tilde{m}_{R,i,4} + B i_{i,4} \tanh(\tilde{m}_{R,i,4})}$ $\eta = \frac{\dot{Q}_{i,4}}{\alpha \cdot 4 \pi d L \cdot i (T_W - T_F)}$

Tabelle C.7: Steggößen für die in Tabelle C.6 zusammengefassten Berechnungsvorschriften des in Kapitel 5.4 präsentierten Modells.

Einheitszellentypen	Zelle i / —	Stege j / —	Länge der Stege $L_{i,j}$	Querschnittsfläche der Stege $S_{Q,i,j}$	Umfang der Stege $U_{i,j}$
KUB	$i = 1$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
	$i \geq 2$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{2}$	$2\pi d$
	$i \geq 1$	2	L	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	3	$\frac{L-d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
KUB-V	$i = 1$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		2	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		4	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
	$i \geq 2$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{2}$	$2\pi d$
		2	L	$\frac{\pi d^2}{2}$	$2\pi d$
		4	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{2}$	$2\pi d$
	$i \geq 1$	3	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		5	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd

Einheitszellentypen	Zelle i / –	Stege j / –	Länge der Stege $L_{i,j}$	Querschnittsfläche der Stege $S_{Q,i,j}$	Umfang der Stege $U_{i,j}$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	6	$\frac{L-d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		7	$L - d$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		8	$\frac{L-d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
KUB-Y	$i = 1$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{16}$	$\frac{\pi d}{4}$
		$i \geq 2$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{8}$
	$i \geq 1$	2	L	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
		3	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
		4	L	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
	$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	5	$\frac{L-d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{16}$	$\frac{\pi d}{4}$
KUB-YZ	$i \geq 1$	1	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		2	L	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
		3	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		4	L	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
KEL	$i = 1$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
		$i \geq 2$	1	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{4}$
	$i \geq 1$	2	$2L$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
		3	$\frac{1}{2}L$	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		4	$2L$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$
$i = \frac{N_{Z,z}}{2}$	5	$\frac{L-d}{2}$	$\frac{\pi d^2}{8}$	$\frac{\pi d}{2}$	
DIA	$i \geq 1$	1	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		2	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		3	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd
		4	L	$\frac{\pi d^2}{4}$	πd

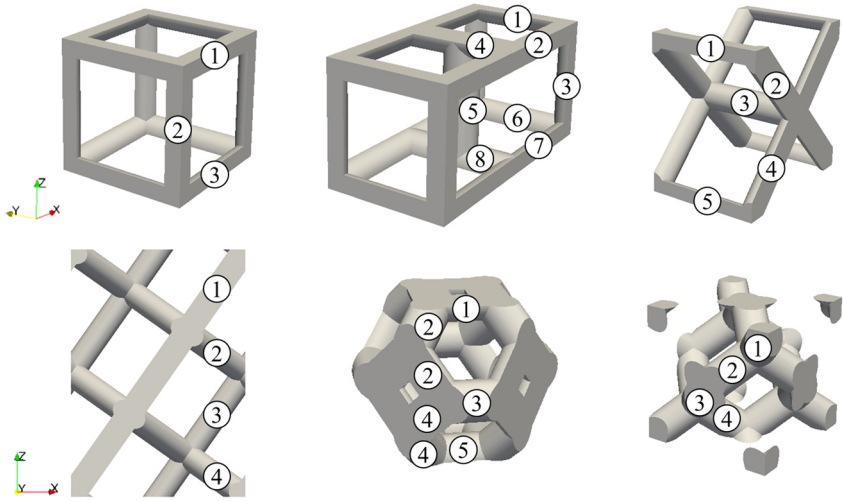


Abbildung C.6: Nummerierung der Stege, die bei der Erstellung der in Tabelle C.6 zusammengefassten Modellgleichungen verwendet wurde.

Liste der Publikationen

Veröffentlichungen

Dubil, Konrad; Bender, Jonas; Hoffmann, Felix; Dietrich, Benjamin; Doppelbauer, Martin; Wetzel, Thomas (2023): Correlation of single-phase convective heat transfer on spray cooled plain surfaces with high Prandtl number liquids. In: International Journal of Heat and Mass Transfer 208, S. 124062. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124062.

Kaysan, Gina; Hirsch, Theresa; **Dubil, Konrad;** Kind, Matthias (2023): A Microfluidic Approach to Investigate the Contact Force Needed for Successful Contact-Mediated Nucleation. In: Colloids and Interfaces 7 (1). DOI: 10.3390/colloids7010012.

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2023): Modelling steady-state convective heat transfer in different periodic open cellular structures (POCS) – A superposition approach. In: International Journal of Heat and Mass Transfer 200, S. 123546. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123546.

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022a): Characterization of Heat Transfer and Pressure Drop during Steady State Flow in Periodic Open Cellular Structures (POCS). In: Proceedings of the 16th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics.

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022b): PREDICTING CONVECTIVE HEAT TRANSFER DURING UNSTEADY FLOW IN CUBIC PERIODIC OPEN CELLULAR STRUCTURES. In: Proceedings of the 17th UK Heat Transfer Conference.

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad;** Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022): SPRAY COOLING OF PLAIN SURFACES WITH A HIGHLY VISCOUS MODEL FLUID. In: Proceedings of the 17th UK Heat Transfer Conference.

Bertsche, Dirk; Knipper, Paul; Meinicke, Sebastian; **Dubil, Konrad**; Wetzel, Thomas (2022): Experimental Investigation on Heat Transfer Enhancement with Passive Inserts in Flat Tubes in Due Consideration of an Efficiency Assessment. In: *Fluids* 7 (2). DOI: 10.3390/fluids7020053.

Dubil, Konrad; Wolf, Hannah; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022c): Development of a generalized thermal resistance model for the calculation of effective thermal conductivities in periodic open cellular structures (POCS). In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 183, S. 122083. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122083.

Bertsche, Dirk; Meinicke, Sebastian; Knipper, Paul; **Dubil, Konrad**; Wetzel, Thomas (2021): The Generalized L ev eque Equation and its application to flat tubes without and with passive inserts. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 171, S. 121053. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121053.

Meinicke, Sebastian; **Dubil, Konrad**; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2019): Characterization of heat transfer in consolidated, highly porous media using a hybrid-scale CFD approach. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 149, S. 119201. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119201.

Fischedick, Thomas; **Dubil, Konrad**; Dietrich, Benjamin (2018): Two-phase thermal conductivity of ceramic sponges with and without flow up to high temperatures. In: *Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference*.

Tagungsbeitr age

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022): Characterization of Heat Transfer and Pressure Drop during Steady State Flow in Periodic Open Cellular Structures (POCS). *16th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*, Digitale Veranstaltung, 08.-10. August 2022 (**Vortrag**)

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022): Numerical investigations of coupled solid and fluid heat transfer in periodic open cellular

structures (POCS). *Annual Meeting on Reaction Engineering and ProcessNet Subject Division Heat and Mass Transfer*, Würzburg, 18.-20. Juli 2022 (**Poster**)

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad**; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022): Development of a measuring concept to investigate spray cooling of electric machines. *Annual Meeting on Reaction Engineering and ProcessNet Subject Division Heat and Mass Transfer*, Würzburg, 18.-20. Juli 2022 (**Poster**)

Hoffmann, Felix; Bender, Jonas, **Dubil, Konrad**; Wetzel, Thomas; Doppelbauer Martin (2022): Operational Design Analysis of a Shaft Oil Spray Cooling in Electrical Machines. *12th International Conference on Energy Efficiency in Motor Driven Systems*, Stuttgart, 03.-05. Mai 2022 (**Vortrag**)

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2022): Predicting convective heat transfer during unsteady flow in cubic periodic cellular structures. *17th UK Heat Transfer Conference*, Digitale Veranstaltung, 04.-06. April 2022 (**Poster**)

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad**; Hoffmann, Felix; Dietrich, Benjamin; Doppelbauer, Martin; Wetzel, Thomas (2022): Spray cooling of plain surfaces with a highly viscous model fluid. *17th UK Heat Transfer Conference*, Digitale Veranstaltung, 04.-06. April 2022 (**Vortrag**)

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad**; Hoffmann, Felix; Dietrich, Benjamin; Wetzel, Thomas; Doppelbauer, Martin (2021): Oil Spray Cooling of Electric Machines – Characterization of Heat Transfer – Project SprayCEM. *E-MOTIVE – 13. Internationales Expertenforum für elektrische Fahrzeugantriebe*, Digitale Veranstaltung, 21.-23. September 2021 (**Poster**)

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad**; Hoffmann, Felix; Dietrich, Benjamin; Wetzel, Thomas; Doppelbauer, Martin (2021): Entwicklung eines Messkonzepts zur Untersuchung des Wärmeübergangs der Sprühnebelkühlung von Elektromaschinen. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, Digitale Veranstaltung, 24.-26. Februar 2021 (**Poster**)

Dubil, Konrad; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2021): Anwendung des Superpositionsprinzips auf den Wärmetransport in durchströmten periodischen, offenzelligen Strukturen. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, Digitale Veranstaltung, 24.-26. Februar 2021 (**Vortrag**)

Bender, Jonas; **Dubil, Konrad;** Hoffmann, Felix; Dietrich, Benjamin; Wetzel, Thomas; Doppelbauer, Martin (2020): Oil Spray Cooling of Electric Machines – Characterization of Heat Transfer – Project SprayCEM. *E-MOTIVE – 12. Internationales Expertenforum für elektrische Fahrzeugantriebe*, Digitale Veranstaltung, 15.-17. September 2020 (**Poster**)

Dubil, Konrad; Meinicke, Sebastian; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2019): Systematische Analyse des einphasigen Impuls- und Wärmetransports in periodischen offenzelligen Strukturen. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, Essen, 18.-19. März 2019 (**Poster**)

Dubil, Konrad; Meinicke, Sebastian; Wetzel, Thomas; Dietrich, Benjamin (2018): Analysis of single-phase momentum and heat transfer in open-celled structures. *5th Cellular Materials - CellMAT 2018*, Bad Staffelstein, 24.-26. Oktober 2018 (**Vortrag**)

Fishedick, Thomas; **Dubil, Konrad;** Dietrich, Benjamin (2018): Two-phase thermal conductivity of ceramic sponges with and without flow up to high temperatures. *16th International Heat Transfer Conference - IHTC-16*, Beijing, 10.-15. August 2018 (**Poster**)

Betreute Abschlussarbeiten

Brüggemann, Maximilian (2021): Numerische Untersuchung des Temperaturfelds in periodischen, offenzelligen Strukturen während des Strömungssiedens von CO₂. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Gietl, Stefan (2021): Weiterentwicklung und Inbetriebnahme einer Versuchsanlage zur Sprühnebelkühlung von Elektromotoren. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Kansy, Martin (2021): Bestimmung der Strömungsregimegrenze zwischen stationär, laminarer und instationärer Strömung in offenzelligen, porösen Strukturen. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Kogaing Djouguela, Hugues (2019): Numerische Untersuchung der einphasigen Durchströmung, periodischer, offenzelliger Strukturen mit unterschiedlichen Vernetzungsgraden. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Kern, Nico (2022): Experimentelle Bestimmung des Wärmeübergangs der Sprühnebelkühlung von Statorenden mit einem Modellfluid. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Lafrenz, Jessica (2021): Numerische Untersuchung des Temperaturfelds in Heizelementen eines E-Motor-Prototypen. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Marotz, Frank (2021): Planung von Validierungsversuchen für die einphasige Sprühnebelkühlung statischer Oberflächen. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Müller, Saskia (2022): Numerische Untersuchung des Wärmeübergangs bei der einphasigen, laminaren Durchströmung rechteckiger Kanäle. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Nebel, Jacqueline (2019): Entwicklung und Einsatz eines Modells zur numerischen Simulation der einphasigen Durchströmung regelmäßiger, offenzelliger Strukturen. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Schäfer, Laura (2021): Entwicklung eines Multi-Regionen-Modells zur numerischen Untersuchung des konjugierten Wärmetransports in periodischen offenzelligen Strukturen. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Schalk, Lea (2020): Numerische Untersuchung des Einflusses der Stegneigung auf einphasig durchströmte periodische, offenzellige Strukturen. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Stumpe, Jan (2020): Numerische Untersuchung des Einflusses der Stegform auf die einphasige Durchströmung periodischer, offenzelliger Strukturen. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Tabeling, Tobias (2021): Numerische Untersuchung und Modellierung des konjugierten Wärmetransports in periodischen, offenzelligen Strukturen. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Wolf, Hannah (2020): Modellierung und Simulation der Festkörperwärmeleitung in periodischen, offenzelligen Strukturen. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Karlsruhe.

Periodische offenzellige Strukturen gehören einer Unterklasse poröser Medien an, die aus einer sich räumlich wiederholenden Anordnung von Einheitszellen besteht. Hinsichtlich der Gestaltung dieser Einheitszellen weisen sie einen großen Designfreiraum auf, der z.B. eine anwendungsorientierte Anpassung für den Einsatz in Wärmeübertragern erlaubt. Dazu ist jedoch eine genaue Kenntnis der Zusammenhänge zwischen der Geometrie und den daraus resultierenden thermischen und hydrodynamischen Eigenschaften erforderlich.

Aus diesem Grund werden im Rahmen dieser Arbeit numerische Simulationsmodelle zur Untersuchung der Wärme- und Impulstransportprozesse in einphasig, laminar durchströmten periodischen offenzelligen Strukturen erstellt. Nach eingehender Prüfung der Simulationsmodelle werden diese auf sechs unterschiedliche Einheitszellengeometrien mit vier verschiedenen Porositätswerten im Bereich von 59% bis 92% angewendet und die vorliegenden Strömungsregime, der Druckverlust, der Wärmeübergangs- sowie der Wärmedurchgangskoeffizient analysiert. Auf Basis der Ergebnisse werden anschließend Berechnungsmodelle erstellt, die eine Vorhersage der oben genannten Zielgrößen anhand der Geometrie periodisch offenzelliger Strukturen sowie der verwendeten Betriebsparameter erlauben.

