

Thermo-mechanische Modellierung interpenetrierender Metall-Keramik Verbundwerkstoffe auf Basis hochhomogener Schaumstrukturen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

von der KIT-Fakultät für Maschinenbau
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
angenommene

Dissertation

von

M.Sc. Dominik Horny

geb. in Bad Friedrichshall

Tag der mündlichen Prüfung: 31. Oktober 2023
Hauptreferentin: Prof. PD. Dr.-Ing. Katrin Schulz
Korreferentin: Prof. Dr.-Ing. habil. Bronislava Gorr

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Forschungstätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Angewandte Materialien - Zuverlässigkeit und Mikrostruktur (IAM-ZM) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) sowie am Institut für Angewandte Forschung (IAF) der Hochschule Karlsruhe (HKA). Die Forschung wurde finanziert durch das DFG-Projekt SCHU 3074/1-1, den Europäischen Sozialfonds sowie dem Land Baden-Württemberg. Bei allen Personen, die an der Organisation dieser Projekte beteiligt waren, möchte ich dafür bedanken, dass sie durch ihren Einsatz die grundlegenden Mittel für meine Arbeit bereitgestellt haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof. PD Dr.-Ing. Katrin Schulz für die Betreuung meiner Arbeit, die hilfreichen wissenschaftlichen Diskussionen, die Schaffung der Rahmenbedingungen für die Promotion und das mir entgegengebrachte Vertrauen. Die stetige Unterstützung erlaubte es mir, mein Thema aus verschiedenen Perspektiven zu betrachten und mich während meiner Zeit als Doktorand sowohl fachlich als auch persönlich weiterzuentwickeln.

Außerdem bedanke ich mich bei Prof. Dr.-Ing. habil. Bronislava Gorr für die Übernahme des Korreferats, das Interesse an meiner Arbeit und die hilfreichen Kommentare und Anmerkungen.

Vielen Dank auch an Prof. Dr. rer. nat. Peter Gumbsch für die Möglichkeit, meiner Forschung an seinem Institut nachgehen zu dürfen, sowie für das wertvolle Feedback während der Institutsmeetings.

Ein großes Dankeschön gilt Joël Schukraft, Prof. Dr.-Ing. Kay-André Weidenmann sowie Dr. Christoph Lohr für die durchweg konstruktive Zusammenarbeit und die gute Kooperation im Rahmen des gemeinsamen DFG-Projektes. Darüber hinaus möchte ich mich bei der Unterstützung der Abschlussarbeiter Julian Rieger, Sebastian Schmitt und Maximilian Lochner bedanken, die zum Gelingen meiner Forschungsarbeit beigetragen haben. Gleiches gilt für die studentischen Hilfskräfte David Zeltner, Florian Rieger, Andrés Machado, Felix Berndorfer und Steffen Klinder.

Für die angenehme und produktive Atmosphäre, die Hilfsbereitschaft und den, interessanten fachlichen Austausch, aber auch für die Aktivitäten neben der Forschung wie Stammtische oder das obligatorische Kegeln bei den Institutsmeetings möchte ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen bedanken, die mich in meiner Promotionszeit begleitet haben. Ein zusätzliches Dankeschön richtet sich an meine Bürokollegen Dr. Taymour El-Achkar, Dr. Patrick Ziemke, Dr. Hannes Holey, Dr. Mohamed Tarek Elewa, Dr. Kolja Zoller und Balduin Katzer.

Dr. Johannes Schneider, Dr. Daniel Weygand, Andrea Doer sowie Yiyue Li möchte ich für die zuverlässige Unterstützung bei technischen Problemen, IT-Fragen sowie administrativen Abläufen danken.

Zuletzt gebührt mein besonderer mein Dank all denen, die durch ihren Rückhalt dafür gesorgt haben, dass ich diese Herausforderung, trotz der damit verbundenen Höhen und Tiefen, mit einem sicheren Gefühl angehen konnte. Allen voran danke ich meiner Frau Laura für die Geduld, die stetige Unterstützung und die Nachsicht - vor allem in den schwierigen Phasen der Arbeit! Meiner Mutter Lydia, meinem Vater Darius und meiner Schwester Anja möchte ich für die Unterstützung während der Promotion aber auch des gesamten Studiums bedanken - auf euch konnte ich mich immer verlassen! Zu guter Letzt auch ein großes Dankeschön an alle meine Freunde. Jede Zusammenkunft mit euch war eine willkommene Gelegenheit für mich, um neue Kraft zu tanken.

Kurzfassung

Neuartige Materialkonzepte mit dem Fokus auf Leichtbau und Wärmemanagement können einen signifikanten Beitrag zur Effizienzsteigerung im Energie- und Mobilitätssektor leisten. Insbesondere die Möglichkeit zur multifunktionalen Optimierung macht Metall-Keramik Verbundwerkstoffe mit einer maßgeschneiderten, interpenetrierenden Mikrostruktur für thermo-mechanisch hochbelastete Bauteile interessant. Dafür ist ein fundiertes Verständnis über die Mechanismen auf Mikrostrukturebene und deren Einfluss auf das makroskopische Verhalten des Verbundwerkstoffs elementar.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Modellierungsansätze entwickelt, die eine Homogenisierung der elastischen Eigenschaften sowie direkte Einblicke in die Schädigungsmechanismen unter quasi-statischer Druckbelastung und die Identifikation von Einflussgrößen bei thermischer Zyklierung eines interpenetrierenden $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ Verbundwerkstoffs ermöglichen. Dadurch können wichtige Einblicke in die Homogenitätsbetrachtungen interpenetrierender Verbundwerkstoffe gewonnen sowie effektive Materialkennwerte extrahiert werden. Für den Schädigungsverlauf können drei Phasen identifiziert werden: nach einer von Rissbildung in der keramischen Phase dominierten Schädigungsinitiierung findet ein Mechanismuswechsel mit Rissausbreitung und -assoziation sowie Zunahme der plastischen Verformung in der metallischen Phase statt, bevor die Scherung in einer Hauptscherebene zum kompletten Versagen führt. Dabei kann auch die Relevanz lokaler Geometrieordnungen für die effektive Festigkeit aufgezeigt werden. Eine Abschätzung zur Wiederherstellung der mechanischen Eigenschaften durch (Selbst-)Heilung zeigt insbesondere in frühen Schädigungsstadien großes Potenzial für den interpenetrierenden Verbund. Die Dehnungshysterese bei thermischer Zyklierung kann durch ein Zusammenspiel zwischen dem internen Spannungszustand sowie einer Relativbewegung der Phasen an der Grenzfläche erklärt werden. Außerdem zeigt sich, dass für das effektive Aufheizverhalten bei geringen Temperaturen die thermischen Ausdehnungskoeffizienten und für hohe Temperaturen die mechanischen Eigenschaften beider Phasen relevant sind.

Abstract

Novel material concepts with a focus on lightweight construction and thermal management can make a significant contribution to increasing efficiency in the energy and mobility sector. In particular, the possibility of multifunctional optimization makes metal-ceramic composites with a special, interpenetrating microstructure interesting for thermo-mechanically highly stressed components. For this, a sound understanding of the mechanisms at the microstructure level and their influence on the macroscopic behavior of the composite is elementary.

In this work, modeling approaches are developed that allow homogenization of elastic properties as well as direct insights into damage mechanisms under quasi-static compressive loading and identification of influencing variables during thermal cycling of an interpenetrating $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ composite. This provides important insights into the homogeneity considerations of interpenetrating composites and enables the extraction of effective material properties. Three phases can be identified for the damage progression: after a damage initiation dominated by crack initiation in the ceramic phase, a mechanism change with crack propagation and association as well as increase of plastic deformation in the metallic phase takes place before shear in a main shear plane leads to complete failure. The relevance of local geometry arrangements for the effective strength can also be shown. An estimation of the recovery of mechanical properties by (self-)healing shows great potential for the interpenetrating composite, especially in early stages of damage. The strain hysteresis during thermal cycling can be explained on an interplay between the internal stress state as well as a relative motion of the phases at the interface. Furthermore, it is shown that for the effective heating behavior at low temperatures the thermal expansion coefficients and for high temperatures the mechanical properties of both phases are relevant.

Veröffentlichungen

Wissenschaftliche Artikel in Peer-Review Journalen

D. Horny, J. Schukraft, K. A. Weidenmann und K. Schulz. “Numerical and Experimental Characterization of Elastic Properties of a Novel, Highly Homogeneous Interpenetrating Metal Ceramic Composite”. *Advanced Engineering Materials* 1901556 (2020). ISSN: 15272648. DOI: 10.1002/adem.201901556

D. Horny und K. Schulz. “Analysis of interpenetrating metal ceramic composite structures using an enhanced random sequential absorption microstructure generation algorithm”. *Journal of Materials Science* 57.19 (2022), S. 8869–8889. ISSN: 0022-2461. DOI: 10.1007/s10853-022-07180-1

J. Schukraft, D. Horny, K. Schulz und K. A. Weidenmann. “3D modeling and experimental investigation on the damage behavior of an interpenetrating metal ceramic composite (IMCC) under compression”. *Materials Science and Engineering: A* 844 (2022), S. 143147. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2022.143147

D. Horny, J. Schukraft, C. Pieper, K. A. Weidenmann und K. Schulz. “Numerical and Experimental Investigation on the Self-Healing Potential of Interpenetrating Metal–Ceramic Composites”. *Advanced Engineering Materials* 2300259 (2023). ISSN: 1438-1656. DOI: 10.1002/adem.202300259

J. Schukraft, D. Horny, F. Siegmund, K. Schulz und K. A. Weidenmann. “Experimental and numerical investigation of the thermal properties and related microstructural influences of an interpenetrating metal ceramic composite at elevated temperatures”. *Thermochimica Acta* 726 (2023), S. 179557. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tca.2023.179557>

Proceeding Papers

D. Horny und K. Schulz. “Modeling interpenetrating metal ceramic composites using a fast Fourier transform formulation”. In: *8 th GACM Colloq. Comput. Mech. Young Sci. From Acad. Ind.* Hrsg. von T. Gleim und S. Lange. Kassel: kassel university press, 2019. ISBN: 9783737650939. DOI: 10.17170/kobra-202007161457

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	iii
Abstract	v
Veröffentlichungen	vii
Abbildungsverzeichnis	xiii
Tabellenverzeichnis	xv
Abkürzungen	xvii
Symbole	xix
1. Einleitung	1
1.1. Motivation	1
1.2. Stand der Forschung	3
2. Grundlagen	7
2.1. Interpenetrierende Metall-Keramik Verbundwerkstoffe	7
2.2. Grundlagen zur Mikrostrukturmodellierung	9
2.2.1. Mikrostrukturekonstruktion	9
2.2.2. Mikrostrukturgenerierung	10
2.3. Kontinuumsmechanik	11
2.3.1. Notation	11
2.3.2. Deformation und Verzerrung	11
2.3.3. Verzerrungsraten	13
2.3.4. Spannungsprinzip	14
2.3.5. Bilanzgleichungen	15
2.4. Schädigungsmechanik	16
2.5. Numerische Methoden	17
2.5.1. Finite Elemente Methode	18
2.5.2. Fast Fourier Transform Methode	19
2.6. (Selbst-)Heilung von Werkstoffen	20
2.7. Thermische Ausdehnung	22
3. Methoden	25
3.1. Mikrostrukturekonstruktion	25

3.2.	Mikrostrukturgenerierung	28
3.3.	Modellierung effektiver elastischer Eigenschaften	34
3.4.	Schädigungsmodellierung	35
3.4.1.	Konstitutivgesetze	36
3.4.2.	Randbedingungen	40
3.5.	Selbstheilungsmodellierung	41
3.5.1.	2D Risspitzenmodell	41
3.5.2.	3D-Mikrostrukturmodell	42
3.6.	Thermische Modellierung	44
3.6.1.	Basismodell	45
3.6.2.	Randbedingungen- und Parametervariation	46
3.6.3.	Methoden zur Auswertung der Simulationsergebnisse	49
4.	Ergebnisse	51
4.1.	Mikrostrukturekonstruktion und -charakterisierung	51
4.2.	Elastisches Verhalten	53
4.3.	Mikrostrukturgenerierung	54
4.3.1.	Statistische Äquivalenz	54
4.3.2.	Isotropie	57
4.3.3.	Lokale Sphärenanordnung	57
4.4.	Schädigungsverhalten	59
4.4.1.	Keramik-Preform	59
4.4.2.	Interpenetrierender Verbundwerkstoff	61
4.4.3.	Rekonstruierte vs. generierte Mikrostrukturen	64
4.5.	Selbstheilungspotenzial	66
4.5.1.	2D-Risspitzenmodell	66
4.5.2.	3D-Mikrostrukturmodell	68
4.6.	Thermo-mechanisches Verhalten	71
4.6.1.	Geometrievatiation	71
4.6.2.	Einschluss von Poren	73
4.6.3.	Variation der Grenzflächeneigenschaften	73
4.6.4.	Variation der initialen Abkühltemperatur	75
4.6.5.	Temperaturabhängige Materialparameter	77
4.6.6.	Thermische Zyklisierung	77
5.	Diskussion	81
5.1.	Mikrostruktureigenschaften	81
5.2.	Mechanische Eigenschaften	82
5.2.1.	Elastizität	82
5.2.2.	Schädigung	84
5.2.3.	Rekonstruierte vs. generierte Mikrostrukturen	89
5.3.	Selbstheilungspotenzial	92
5.3.1.	2D-Risspitzenmodell	92
5.3.2.	3D-Mikrostrukturmodell	92

5.3.3. Vergleich von simulativen Ergebnissen und experimenteller (Selbst-) Heilung	94
5.4. Thermo-mechanische Eigenschaften	95
6. Zusammenfassung und Ausblick	99
A. Appendix	103
A.1. Abstandsberechnung für Mikrostrukturgenerierung	103
A.2. Berechnung des Schnittvolumens	103
A.3. Transformationsmatrix	105
A.4. Schädigungsverhalten - Konvergenzstudien	105
A.5. Schädigungsverhalten - Generierte Strukturen mit Berücksichtigung der lokalen Sphärenanordnung	107
A.6. Selbstheilung - Validierung 2D-Modell	108
A.7. Thermo-mechanisches Verhalten	109
A.7.1. Experimentelle Bestimmung des Wärmeausdehnungskoeffizienten	109
A.7.2. Variation der Randbedingungen	110
A.7.3. Variation der Grenzflächeneigenschaften ohne initiale Abkühlung	112
Literatur	113

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Verstärkungsarchitekturen von Verbundwerkstoffen	8
2.2.	Kinematik eines Kontinuums: Referenzkonfiguration und deformierte Momentankonfiguration.	12
2.3.	Konzepte zur diskrete und effektive Darstellung der Schädigung am Beispiel eines Zugstabs	17
2.4.	Selbstheilungskonzepte in Polymeren und Metallen	21
3.1.	Rekonstruiertes 3D ROI der Mikrostruktur aus binarisierten μ CT-Scanbildern	26
3.2.	Bildbearbeitung der CT-Aufnahmen für die 3D-Rekonstruktion und die Mikrostrukturcharakterisierung	27
3.3.	Prozess der Rekonstruktion von binarisierten 2D-Bildern zu einem geglätteten 3D FEM-Netz, in Anlehnung an [Hor22].	28
3.4.	2D-Schema des modifizierten RSA-Algorithmus zur Mikrostrukturgenerierung	31
3.5.	Unabhängige Lastfälle zur Bestimmung der Steifigkeitsmatrix	36
3.6.	Rankine-Versagenskriterium und Koordinatensystemtransformation nach Risinitiiierung	38
3.7.	Modus-I Spannungs-Verschiebungsverhalten nach dem Versagen und Modus-II Schubentfestigung	39
3.8.	Randbedingungen der Kompressionssimulation	40
3.9.	Schema des 2D Kerbmodells mit einem Riss und einem verheilten Riss in der Al_2O_3 -Keramik	42
3.10.	Randbedingungen für das 3D-Mikrostrukturkompressionsmodell in Anlehnung an [Hor23].	43
3.11.	Schematische Darstellung der numerischen Routine des Heilungsprozesses .	44
3.12.	Temperaturprofile der numerischen Untersuchungen	45
3.13.	Schema eines quaderförmigen, repräsentativen Volumenelements mit planaren Expansions-Randbedingungen in Anlehnung an [Sch23].	46
3.14.	Rekonstruierte und generiertes IMCC Mikrostruktur für die Untersuchung der thermisch-mechanischen Eigenschaften	47
3.15.	Schnitt durch die AlSi10Mg-Phase einer Mikrostruktur ohne und mit Poren and der Grenzfläche	48
4.1.	Porengrößenverteilung des Al_2O_3 -Schaum ROI und Keramikanteil der zufällig ausgewählten VEs unterschiedlicher Größe innerhalb des ROI	52
4.2.	Effektive Elastizitätsmoduln des Keramikschaums und des IMCC	54
4.3.	Vergleich des $1 - R^2$ -Fehlers zwischen Eingangs- und Ausgangsporengrößenverteilung bei der Mikrostrukturgenerierung	56

4.4.	Exemplarische, rekonstruierte und generierte Volumenelemente mit 290 μm Kantenlänge	56
4.5.	Lineare Pfadfunktionen generierter Mikrostrukturen	57
4.6.	Nachbarporenverteilung rekonstruierter und generierter Mikrostrukturen	58
4.7.	Schädigungsverhalten des keramischen Schaums unter Druckbelastung	60
4.8.	Schädigungsverhalten des IMCC unter Druckbelastung	62
4.9.	Spannungs-Dehnungsverhalten rekonstruierter und generierter Al_2O_3 -Schaum Mikrostrukturen unter Druckbelastung im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen	65
4.10.	Spannungs-Dehnungsverhalten rekonstruierter und generierter IMCC Mikrostrukturen im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen	66
4.11.	Spannungsreduktion vor der Risspitze in der Keramik in Abhängigkeit des Heilungsverhältnisses, der Risslänge und des Rissöffnungswinkels	68
4.12.	[Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Verbundwerkstoffs unter Druck bei Erstbelastung, Entlastung und Wiederbelastung des geschädigten IMCCs bei verschiedenen Schädigungsstufen und geschädigte sowie versagte Keramikanteile bei Erstbelastung	69
4.13.	Spannungs-Dehnungs-Verhalten des geheilten Verbundwerkstoffs unter Druck bei verschiedenen Heilungsstufen	70
4.14.	Einfluss der Mikrostruktur auf das thermische Ausdehnungsverhalten des IMCC	72
4.15.	Einfluss von Porosität auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	74
4.16.	Einfluss der Grenzflächeneigenschaften auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	75
4.17.	Einfluss der initialen Abkühltemperatur T_0 auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	76
4.18.	Einfluss der temperaturabhängigen Materialparameter auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	78
4.19.	Einfluss thermischer Zyklisierung auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	79
A.1.	Konvergenzstudien für das Schädigungsverhalten des Al_2O_3 -Schaums unter Druckbeanspruchung	106
A.2.	RVE-Studie für das Schädigungsverhalten des IMCC unter Druckbeanspruchung	107
A.3.	Spannungs-Dehnungs-Verhalten generierter IMCC-Mikrostrukturen unter Berücksichtigung der lokalen Sphärenanordnung	108
A.4.	Spannungsintensitätsfaktoren für die Rissbehaftete Keramik mit unterschiedlichen Risslängen und -öffnungswinkeln	109
A.5.	Experimentelle Messwerte der Wärmeausdehnungskoeffizienten und Validierung der temperaturabhängigen Parameter	110
A.6.	Einfluss der Randbedingungen auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	111
A.7.	Einfluss der Grenzflächeneigenschaften auf das thermische Ausdehnungsverhalten generierter IMCC Mikrostrukturen	112

Tabellenverzeichnis

2.1. Unterschiede zwischen der Finite Elemente Methode (FEM) und der Fast Fourier Transform Methode (FFT)	19
3.1. Materialkennwerte für Al ₂ O ₃ und AlSi10Mg	39
3.2. Temperaturabhängige Materialparameter für Al ₂ O ₃ und AlSi10Mg	47
4.1. Gemittelte Steifigkeitskoeffizienten, Elastizitätsmoduln und Poissonzahlen des Al ₂ O ₃ -Schaums und des IMCCs	53
4.2. Eingabeparameter für den modifizierten RSA-Algorithmus	55
4.3. Mechanische Kennwerte und zugehörige Heilungseffizienzkoefizienten des geheilten Verbundwerkstoffs in verschiedenen Heilungsstadien	71

Abkürzungen

CT Computertomographie

CTE Thermischer Ausdehnungskoeffizient (*engl.*: Coefficient of Thermal Expansion)

EBSD Elektronenrückstreubeugung (*engl.*: Electron Back Scatter Diffraction)

EDT Euklidische Distanztransformation

FE Finite Elemente

FEM Finite Elemente Methode

FFT schnelle Fourier-Transformation (*engl.*: Fast Fourier Transform)

FIB Fokussierter Ionenstrahl (*engl.*: Focused Ion Beam)

GEV Verallgemeinerte Extremwertverteilung (*engl.*: Generalized Extreme Value Distribution)

IMCC Interpenetrierender Metall-Keramik-Verbundwerkstoff (*engl.*: Interpenetrating Metal Ceramic Composite)

IPC Interpenetrierender Verbundwerkstoff (*engl.*: Interpenetrating Composite)

LEFM Linear elastische Bruchmechanik (*engl.*: Linear Elastic Fracture Mechanics)

MMC Metallmatrix-Verbundwerkstoff (*engl.*: Metal Matrix Composite)

pdf Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (*engl.*: Probability Density Function)

ppi Poren pro Inch

ROI Untersuchungsbereich (*engl.*: Region of Interest)

RSA Sequentielle Zufallsadsorption (*engl.*: Random Sequential Adsorption)

RVE Repräsentatives Volumenelement

SEM Rasterelektronenmikroskop (*engl.*: Scanning Electron Microscope)

SIF Spannungsintensitätsfaktor

VE Volumenelement

XFEM Extended Finite Elemente Methode

Symbole

A Fläche

a Risslänge

A_c Rissfläche

A_h ausgeheilte Rissfläche

\mathbb{A} Steifigkeit des homogenen Referenzmaterials

\tilde{A} Effektive Querschnittsfläche des geschädigten Kontinuums

\mathbf{A} Almansi-Euler-Tensor

α Rissöffnungswinkel

α_{th} thermischer Ausdehnungskoeffizient

\mathbf{B} Links-Cauchy-Green-Tensor

b Breite

\mathbf{C} Rechts-Cauchy-Green-Tensor

\mathbb{C} Steifigkeitstensor

$\langle \mathbb{C} \rangle$ effektiver Steifigkeitstensor

D Skalare Schädigungsvariable

d Abstand zwischen alter und neuer Kugel

D Schädigungsmatrix

d_i Knotenfreiheitsgrade

$[d_{min}; d_{max}]$ Zulässiger Abstandsbereich zur Platzierung einer neuen Kugel

$d\mathbf{A}_0$ Flächenelenemt in der Referenzkonfiguration

E Elastizitätsmodul

e Eigenschaft von Interesse bei Bestimmung der Heilungseffizienz

E_0 Elastizitätsmodul des ungeschädigten Kontinuums

e^d Eigenschaft des geschädigten Materials

e^h Eigenschaft des geheilten Materials

e_i Basiseinheitsvektoren des Karthesischen Koordinatensystems, $i \in \{x, y, z\}$

e^p Eigenschaft des unversehrten Materials

ϵ_{th} thermische Dehnung

ϵ Dehnungstensor

ϵ^{el} Elastische Dehnung

$\bar{\epsilon}_{pl}$ äquivalente plastische Dehnung

ϵ^{ck} Rissöffnungsdehnung

ϵ Dehnung um Hauptspannungsachsensystem

$\langle \epsilon \rangle$ Volumengemittelte Dehnung

η Heilungseffizienz

F Kraft

Δf Flächenkraft

df differentieller Kraftvektor

f_0 Volumenkraftdichte

\bar{F} Homogener Anteil des Deformationsgradienten

f^{ext} Kraftvektor der äußeren Belastungen

f^{int} Interner Knotenkraftvektor

\mathcal{F}^{-1} Inverser Fouriertransformationsoperator

\tilde{F} Fluktuierender Anteil des Deformationsgradienten

F Deformationsgradient

G Green-Lagrange-Tensor

G_f^I Bruchenergie

Γ Gamma-Operator

H Streckgeschwindigkeitstensor

h Höhe

I Einheitstensor

i Imaginäre Einheit

I_1, I_2, I_3 Hauptinvarianten der charakteristischen Gleichung des Hauptspannungs-Eigenwertproblems

J Jakobi-Determinante

J_2	2. Invariante des Spannungstensors
\mathbf{k}	Frequenzvektor im Fourier-Raum
\mathcal{K}	Kinetische Energie
k_f	Fließspannung
l_c	charakteristische Länge
L	Geschwindigkeitsgradient
L_x, L_y, L_z	Abmessungen eines Quaderförmigen Volumenelements
λ	Hauptspannungen
\mathbf{M}	Massenmatrix
\mathbf{m}	Hauptspannungsrichtung
μ	Reibungskoeffizient
\mathbf{n}	Normalenvektor
n_e	Anzahl finiter Elemente
\mathbf{N}_i	Ansatzfunktionen
∇	Nabla-Operator
P	Materieller Punkt in der Referenzkonfiguration
\mathcal{P}	Vorkonditionierer
P'	Materieller Punkt in der Momentankonfiguration
φ	Winkel
Φ_x	Rotationsfreiheitsgrad um die x-Achse
\mathbf{R}	Rotationstensor
\mathcal{R}	Nichtlinearer Operator
ρ	Massendichte in der Momentankonfiguration
ρ_0	Massendichte in der Referenzkonfiguration
\mathbf{P}	1. Piola-Kirchhoff Spannungstensor
$\boldsymbol{\sigma}$	Spannungstensor
σ_1	Maximale Hauptspannung
$\bar{\sigma}$	von Mises Vergleichsspannung
σ'	von Mises Vergleichsspannung
σ_t^I	Zugfestigkeit

$\tilde{\sigma}$ Effektive Spannung des geschädigten Kontinuums

$\langle \sigma \rangle$ Volumengemittelte Spannung

t Zeit

\mathbf{t} Spannungsvektor

T_0 initiale Abkühltemperatur

T Transformationsmatrix

τ Spannung im Hauptspannungsachsensystem

θ, ϕ Winkel

U Links-Strecktensor

\mathbf{u} Verschiebung

$\dot{\mathbf{u}}$ Geschwindigkeit

$\ddot{\mathbf{u}}$ Beschleunigung

\mathcal{U} Innere Energie

$\delta \mathbf{u}$ Testfunktion

$u_{i,0}$ Verschiebung bei vollständigem Verlust der Steifigkeit eines Elements

V Volumen eines Kontinuumskörpers in der Momentankonfiguration

\mathbf{v} Geschwindigkeit in der Momentankonfiguration

V_0 Volumen eines Kontinuumskörpers in der Referenzkonfiguration

dV_0 Volumenelement eines Kontinuumskörpers in der Referenzkonfiguration

δV_0 Oberfläche eines Kontinuumskörpers in der Referenzkonfiguration

$V_{0,h}$ Volumen eines finiten Elements

\mathbf{V} Rechts-Strecktensor

dV Volumenelement eines Kontinuumskörpers in der Momentankonfiguration

\mathbf{W} Drehgeschwindigkeitstensor

w Wichtungsfaktor eines Integrationspunkts

\mathcal{W} Mechanische Energie

\mathbf{X} Ortsvektor in der Referenzkonfiguration

\mathbf{x} Ortsvektor in der Momentankonfiguration

\mathbf{X}_i Diskreter Ortsvektor

1. Einleitung

1.1. Motivation

Ein hohes Maß an Nachhaltigkeit ist heutzutage ein wesentlicher Bestandteil erfolgreicher Ingenieursarbeit, um dem fortschreitenden Klimawandel durch eine kontinuierliche Reduzierung von Treibhausgasemissionen entgegenzuwirken. Laut Umweltbundesamt bieten dabei vor allem der Energiesektor - inklusive der Mobilitätssparte - sowie der Industriesektor großes Optimierungspotenzial hinsichtlich des CO₂-Ausstoßes [Has19].

Besonders im Bereich mobiler Anwendungen können neuartige Materialkonzepte mit dem Fokus auf Leichtbau und Wärmemanagement einen signifikanten Beitrag zur Effizienzsteigerung leisten [Wen16]. Die Anforderungen hinsichtlich der mechanischen und thermischen Leistungsfähigkeit, Schadenstoleranz und Lebensdauer sowie dem ökologischen und ökonomischen Nutzen der Materialien steigen dabei stetig. Herkömmlich eingesetzte Werkstoffe, wie z.B. hochfeste Leichtmetalllegierungen, kommen dabei mittlerweile an ihre Grenzen und machen die Entwicklung neuartiger Verbundwerkstoffe notwendig. Durch die Kombination unterschiedlicher Materialien zu einem Verbundwerkstoff können im Idealfall die positiven Eigenschaften der einzelnen Werkstoffe hervorgehoben und die Nachteile reduziert werden. Es hat sich gezeigt, dass die Verstärkung von Leichtmetallen mit Keramiken dazu genutzt werden kann, um die mechanischen und thermischen Eigenschaften anzupassen. Der daraus resultierende Metallmatrix-Verbundwerkstoff (*engl.*: Metal Matrix Composite = MMC) kann dabei die Eigenschaften des reinen Metalls, wie z.B. in Festigkeit, Steifigkeit, Härte und Verschleißfestigkeit übertreffen [Mac12].

Neben den verwendeten Materialien hat auch die Verstärkungsarchitektur einen großen Einfluss auf die Eigenschaften eines MMCs [Kot22]. Klassischerweise bestehen sie aus einer kontinuierlichen Phase (Matrix) und einer eingebetteten Verstärkungsphase in Form von z.B. Partikeln oder Fasern [Cha19]. Die effektiven Eigenschaften werden dabei von der kontinuierlichen Matrixphase dominiert, die meist auch den größten Volumenanteil einnimmt. Eine fortgeschrittene, interpenetrierende (auch bi- oder co-kontinuierliche) Mikrostruktur, bei der beide Komponenten dreidimensionale Kontinuität aufweisen, reduziert die Dominanz einer einzelnen (Matrix-)Phase. Außerdem ermöglicht sie eine zusätzliche Verbesserung von Materialeigenschaften, wie aktuelle Studien zeigen [Kot22]. Insbesondere die Multifunktionalität, also die Möglichkeit zur Kombination und Optimierung mehrerer Eigenschaften gleichzeitig, z.B. mechanische Festigkeit und thermische Ausdehnung oder thermische/elektrische Leitfähigkeit [Yan20; Mum20], hebt interpenetrierende Verbundwerkstoffe (*engl.*: interpenetrating composites = IPCs) im Vergleich zu klassischen MMCs ab.

Durch die geeignete Wahl von metallischen und keramischen Werkstoffen mit den entsprechenden Materialeigenschaften, einer interpenetrierenden Verstärkungsarchitektur sowie einem kosteneffizienten Herstellungsprozess können Verbundwerkstoffe somit als vielversprechende Alternativen zu bestehenden Materialsystemen entwickelt werden. Metall-Keramik IPCs können dabei für viele Einsatzgebiete mit hohen thermo-mechanischen Beanspruchungen sehr interessant sein und wurden beispielsweise bereits in Bremssystemen von Hochgeschwindigkeitszügen, Zeitfestigkeits- sowie Hochtemperaturanwendungen, zum Thermomanagement von elektronischen Platinen und als Batterieelektroden eingesetzt [Kot22]. Trotz vereinzelter Anwendungen wurde die Forschungsaktivität und der umfangreiche Einsatz von interpenetrierenden Metall-Keramik Verbundwerkstoffen bisher hauptsächlich durch die technisch anspruchsvollen und kostenintensive Herstellung von hochporösen Keramik-Vorformen (*engl.*: Preforms) mit ausreichender mechanischer Stabilität limitiert. Durch die Entwicklung eines Direktschäumverfahrens zur Herstellung feinporiger und hochhomogener keramischer Schäume [Lav16] ist eine ressourceneffiziente Fertigung dieser Preforms mittlerweile aber möglich. Dieser entscheidende Fortschritt in der Halbzeugherstellung lässt Vorteile in den Eigenschaften der keramischen Preform und dem daraus hergestellten Verbundwerkstoff erwarten und ermöglicht das Potenzial von interpenetrierenden Metall-Keramikwerkstoffen stärker als zuvor auszuschöpfen.

Dabei stellt sich die Frage nach der Leistungsfähigkeit des neuen Verbundwerkstoffs unter thermischer und mechanischer Beanspruchung sowie der dabei auftretenden Mechanismen auf Mikrostrukturebene. Ein praxisrelevanter Einsatz der Materialien ist erst möglich, sobald ein fundiertes, wissenschaftliches Verständnis darüber gewonnen werden kann, wie die Mikrostruktur die makroskopischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs beeinflusst. Neben den dafür notwendigen experimentellen Studien stellen numerische Verfahren mittlerweile eine essenzielle Methode zur Erlangung der dafür notwendigen Informationen dar. Der große Vorteil der numerischen Modellierung und Simulation besteht darin, dass zu jeder Zeit Informationen über das gesamte Modellvolumen zur Verfügung stehen. Dies ermöglicht Einblicke ins Innere des Probenvolumens, welche im Experiment nicht oder nur schwierig zugänglich sind. Außerdem bieten Simulationsmodelle die Möglichkeit, Struktur-Eigenschaft-Beziehungen sowie Optimierungspotenziale zeiteffizient zu identifizieren. Während klassische Verbundwerkstoffe in dieser Hinsicht bereits ausgiebig untersucht wurden, finden sich im Bereich von interpenetrierenden Kompositen noch signifikante Lücken im Verständnis der auf Mikroebene ablaufenden Mechanismen sowohl unter mechanischer als auch thermischer Beanspruchung. Daraus leiten sich die Forschungsfragen dieser Arbeit ab: Welche Struktur-Eigenschafts-Beziehungen charakterisieren das werkstoffmechanische Verhalten von Durchdringungswerkstoffen? Welche Mikrostrukturmodelle sind für deren Beschreibung geeignet? Wie hängt die Schädigung des Materials von der interpenetrierenden Mikrostruktur ab und welche Rolle spielt diese bei der thermischen Ausdehnung? Auf diese grundlegenden Fragen wird im folgenden Abschnitt 1.2 näher eingegangen und der aktuelle Stand der Forschung präsentiert.

1.2. Stand der Forschung

Die Kombination von Keramiken und Leichtmetallen in einem interpenetrierenden Verbund zeigte bereits im frühen Entwicklungsstadium ein großes Potenzial [Cla92]. Dabei wurden zunächst vor allem $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Al}$ IPCs hinsichtlich ihrer Herstellverfahren und Formstabilität [Bre95] untersucht und die effektiven mechanischen [Dae96; Pri95], thermischen [Ski98; Agr03] sowie elektrischen [Pen01] Eigenschaften experimentell charakterisiert und die Vorteile gegenüber konventionellen Verstärkungsarchitekturen aufgezeigt. Auch aktuellen Studien hinsichtlich Steifigkeit [Roy19; Roy20a], Festigkeit [Jin21], Zähigkeit [Li18; Qia18; Hol20], Verschleiß [Fu21; Enr20] und thermischer Ausdehnung [Roy19; Roy20b] bestätigen die Verbesserung der jeweiligen Eigenschaften durch die 3D-Konnektivität.

Das effektive Verhalten interpenetrierender Verbunde auf der Makroebene hängt dabei maßgeblich vom Aufbau der Mikrostruktur ab. Für die mechanischen Eigenschaften des Verbundes spielen z.B. nicht nur die Volumenanteile der Phasen, sondern auch die Architektur der keramischen Verstärkungsphase eine Rolle [Sch99; Weg00; Pon08; Roy14]. Außerdem können mikrostrukturelle Merkmale aus der Herstellung und Verarbeitung des Verbundes (z. B. Kornstruktur, innere Domänen, Fehlstellen) sowohl in der metallischen als auch in der keramischen Phase einen signifikanten Einfluss haben [Huc05; Roy20a].

Dadurch können mehrere Größenordnungen für das letztendliche Materialverhalten relevant sein. Eine experimentelle in-situ Detektion und Korrelation aller Mikrostrukturmechanismen ist dabei nur bedingt möglich. Grund ist die Begrenzung der zeitlichen und örtlichen Auflösung der zugänglichen Größen. Hier bietet die numerische Modellierung eine Möglichkeit, diese Mechanismen im 3D Raum abzubilden und Prozesse getrennt voneinander zu untersuchen. Das Problem dabei ist, dass die Berücksichtigung aller Längenskalen in einem einzigen Modell aufgrund der enormen Rechenzeit oft nicht realisierbar ist. Um dieses Problem zu lösen, wurden Homogenisierungsansätze entwickelt, deren Ziel es ist, die auf einer kleinen Längenskala gewonnenen Informationen in Form von effektiven oder homogenisierten Eigenschaften auf eine größere Längenskala zu übertragen [Eng07; Gee16].

Frühe Studien in diesem Bereich konnten bereits analytische Gleichungen für das effektive Verhalten entwickeln. Als Grundstein für die Vorhersage homogenisierter elastischer Eigenschaften ist die Mischungsregel nach Voigt [Voi87] und Reuss [Reu29] zu nennen. Weitere, essenzielle Ansätze von Eshelby [Esh57] und Hill [Hil52] liefern analytische Lösungen für ellipsoide Inklusionen in einer Matrix. Darüber hinaus gibt es eine Vielzahl weiterer Homogenisierungsansätze, die teilweise auch Nichtlinearitäten wie z.B. Plastizität berücksichtigen [Krö61; Hil65; Hut76]. Jeder dieser analytischen Ansätze basiert jedoch auf stark vereinfachten Annahmen hinsichtlich der Mikrostrukturgeometrie und der physikalischen Eigenschaften der beteiligten Materialphasen. Diese limitieren die Anwendbarkeit dieser Modelle auf Systeme mit überschaubarer Komplexität, wie z.B. klassische Partikelverbunde [Kou01]. Auch für mehrphasige Verbundwerkstoffe wurden analytische Modelle entwickelt, die sich jedoch auf das linear elastische Verhalten beschränken [Fen03].

Eine komplexe Geometrie, materielle Nichtlinearität, auftretende Grenzflächenmechanismen sowie Mikrostrukturdefekte führen jedoch dazu, dass die Vorhersagekraft dieser analytischen Modelle sehr eingeschränkt wird [Gee16]. Diese sind im Allgemeinen also nicht für interpenetrierende Verbundwerkstoffe geeignet, zumindest im materiell nicht-linearen Bereich. Dies wirft die Frage auf, wie Struktur-Eigenschafts-Beziehungen von Durchdringungswerkstoffen über den elastischen Bereich hinaus gewonnen werden können und welche physikalischen Mechanismen für die Modellannahmen relevant sind. Ein Ansatz ist die Untersuchung mittels leistungsstarker, numerischer Methoden, z.B. basierend auf repräsentativen Volumenelementen (RVEs), die die Limitierungen analytischer Modelle überschreiten können [Gee10]. In der Literatur werden verschiedene RVE Multiskalenansätze für die Homogenisierung von komplexen Verbundwerkstoffen eingesetzt [Kan09; Llo11; Ham12; Xie21].

Für die in dieser Arbeit untersuchten, interpenetrierenden $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ Verbundwerkstoffe ergeben sich beim Ansatz über numerische Verfahren jedoch zusätzliche Herausforderungen. Wie aktuelle, experimentelle Untersuchungen gezeigt haben [Sch21], spielt bereits in frühen Stadien der Belastung die Schädigung der Keramik eine Rolle. Durch die spröden Eigenschaften des Al_2O_3 , der Plastizität des AlSi10Mg , die komplexe Geometrie, die Interaktion der beiden Phasen an der Grenzfläche und die Temperaturabhängigkeit der Materialparameter ergeben sich starke Nichtlinearitäten, die numerisch anspruchsvoll und entsprechend zeitaufwändig in der Berechnung sind.

Gerade für klassische Verbundwerkstoffe werden deshalb oft 2D Modelle eingesetzt, um den Rechenaufwand möglichst gering zu halten. Teilweise werden 2D RVE-Ansätze auch auf interpenetrierende Verbunde angewandt, so z.B. für die Modellierung des elastisch-plastischen Verhaltens von Stahl/ Bronze IPCs [Aga13], von Rissen in Metall-Keramik-Verbunden unter Biegebelastung [Agr04; Wan14b] oder der thermischen Ausdehnung [Bal96; She97]. Die Aussagekraft für interpenetrierende Verbunde ist mit diesen Ansätzen jedoch nur stark begrenzt möglich, da deren Mikrostrukturcharakteristika nur in 3D abgebildet werden können. Demnach ist eine 3D-Betrachtung zwingend notwendig, um die Mechanismen auf Mikrostrukturebene physikalisch sinnvoll zu erfassen.

Mithilfe eines solchen 3D-Modells eines Stahl/Bronze IPCs konnten Cheng et al. [Che14] Einblicke über die Auswirkung von thermisch induzierten Spannungen auf das effektive thermische und mechanische Verhalten des Verbundwerkstoffs gewinnen. Unter Berücksichtigung von temperaturabhängigen elasto-plastischen Eigenschaften und Temperaturausdehnungskoeffizienten sowie eines Gurson-Tvergaard-Needleman Schädigungsmodells [Gur77; Tve84] konnte die Bedeutung der Leerstellennukleation an der Grenzfläche ausgemacht werden. Interpenetrierende Mo-TiC Metall-Keramik-Verbunde wurden numerisch von Cédât et al. [Céd12] hinsichtlich ihrer temperaturabhängigen, mechanischen Eigenschaften untersucht. Durch eine 3D EBSD-Rekonstruktion (*engl.*: Electron Back Scatter Diffraction) der Kristallorientierungen sowie der Verwendung eines Kristallplastizitätsmodells für die Molybdän-Phase und eines Kontinuumschädigungsmodells für das TiC wurde die Evolution lokaler mechanischer Felder bei variierender Deformation sowie Temperatur abgebildet und das effektive Spannungs-Dehnungs-Verhalten präzise vorhergesagt. Basista et al. [Bas17] konnten durch 3D FEM-Modelle aus CT-Rekonstruktionen

(Computertomografie) die mittleren thermischen Spannungen in der metallischen Phase eines $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Cr}$ IPCs präzisieren. Außerdem wurde über einen zwei Skalen Finite Elemente (FE^2)-Ansatz einer Compact Tension Probe durch die Modellierung des Rissfortschritts auf Mikrostrukturebene mittels der Extended Finite Elemente Methode (XFEM) das J-Integral des Verbundwerkstoffes ermittelt. Die numerischen Untersuchungen zum Schädigungsverhalten von rekonstruierten SiC/Al Verbundwerkstoffen über Johnson-Holmquist [Joh94] und Johnson-Cook [Joh83] Modelle für die keramische bzw. metallische Phase liefern zudem erste Einblicke über kritische Stellen für das Schädigungsverhalten von Metall-Keramik IPCs unter dynamischer Druckbelastung [Li14a; Wan14a].

Dabei muss oft ein Kompromiss zwischen Modellgenauigkeit und Rechenzeit für das komplexe System eingegangen werden. Beispielsweise können im Bereich der Schädigungsmodellierung Phasenfeldmodelle [Fra98; Mie10], XFEM-Methoden [Moë02; Bas17], oder interelementare Trennmethode [Xu94; Cam96] die ablaufenden Prozesse physikalisch sehr genau beschreiben. Sie sind jedoch mit einem hohen Rechenaufwand sowie weiteren Einschränkungen verbunden. So wird meist eine sehr feine Diskretisierung benötigt und die Richtung des Schädigungsfortschritts sollte zuvor bekannt sein oder wird von der Methode festgelegt. Interaktionen zwischen mehreren Rissen können teilweise nicht abgebildet werden. Kontinuumsmodelle, wie z.B. in [Hil76; Baž83] präsentiert, haben eine geringere Rechenzeit und können mehrere Risse gleichzeitig abbilden, sind jedoch von der gewählten Diskretisierung des Rechnernetzes abhängig und benötigen daher meist eine numerische Regularisierung.

Während einige Mikrostrukturmechanismen durch die beschriebenen Studien bereits mit dem makroskopischen mechanischen Verhalten der jeweiligen Verbundwerkstoffe korreliert werden konnten, bleiben zentrale Fragen jedoch ungeklärt. Zum einen wurden bisher keine Durchdringungsverbunde mit Keramikanteilen < 40 vol.-% untersucht, obwohl gerade diese interessant sind, um ein duktileres Schädigungsverhalten des IPCs zu gewährleisten [Ulr12]. Zum anderen ist unklar, wie das Plastizitäts- und Schädigungsverhalten unter quasi-statischer Beanspruchung genau abläuft und welche physikalischen Mechanismen in welchem Belastungsstadium relevant sind. Dieses Verständnis ist für den Einsatz des IPC und eine zuverlässige Auslegung sicherheitsrelevanter Komponenten jedoch von zentraler Bedeutung.

Dies gilt auch für das thermische Ausdehnungsverhalten von Metall-Keramik IPCs. In experimentellen Untersuchungen wurden bisher verschiedene Phänomene beobachtet: Der Einfluss der Porosität auf die thermische Ausdehnung wurde von Balch et al. [Bal96] und Skirl et al. [Ski98] vorgeschlagen und theoretisch diskutiert. In experimentellen [Hub06] und numerischen [She97; Sha16] Untersuchungen von SiC/Al-IPCs mit Keramikgehalten von > 55 vol.% wurde vermutet, dass Poren in der metallischen Phase zur Heiz-Kühl-Hysterese der thermischen Ausdehnung beitragen. Eine detaillierte Analyse der Bedeutung von Porosität und anderer Einflussgrößen, wie thermisch induzierte Spannungen, Grenzflächeneigenschaften sowie Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften auf das Ausdehnungsverhalten fehlt bisher. Um den temperaturabhängigen Ausdehnungskoeffizienten von IPCs über einen großen Temperaturbereich maßschneidern zu können, ist es jedoch unerlässlich, die auftretenden physikalischen Mechanismen systematisch zu

untersuchen und deren Einfluss zu identifizieren. Außerdem wurde das Verhalten während der Abkühlung in den Studien meist vernachlässigt, obwohl es sich grundlegend vom Aufheizverhalten unterscheidet.

Abgeleitet aus dem Stand der Forschung und den offenen Fragestellungen, werden im Rahmen dieser Arbeit die auf Mikrostrukturebene stattfindenden, physikalischen Mechanismen in Metall-Keramik Durchdringungswerkstoffen unter mechanischer und thermischer Belastung untersucht. Untersuchungsgrundlage ist hierbei ein neuer interpenetrierender $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ Verbundwerkstoff auf Basis einer direkt geschäumten Keramikpreform mit einem Keramikanteil von ca. 30 vol.%. Dieses, für IPCs neuartige, Herstellverfahren verspricht sowohl eine durchgehende und homogene Verstärkung durch die Keramikphase als auch ein duktileres Versagensverhalten durch den hohen Metallanteil. In dieser Arbeit sollen die Mechanismen in diesem Material identifiziert und geeignete Mikrostrukturmodelle entwickelt werden. Vergleiche mit experimentellen State-of-the-Art-Ergebnissen sollen die Interpretierbarkeit der Experimente verbessern und tiefere Einblicke in die Mikrostruktur geben. Der Fokus liegt dabei vor allem auf dem Schädigungsverhalten unter quasi-statischer Druckbelastung, thermischer Zyklisierung sowie dem Potenzial, die mechanischen Eigenschaften des Verbundes nach initialer Schädigung über (Selbst-)Heilungsprozesse wiederherzustellen.

Für die digitale Darstellung der Mikrostrukturgeometrie werden dazu zunächst 3D Rekonstruktionen des keramischen Schaums und des $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ IPCs auf Basis von CT-Scans erstellt und hinsichtlich der Volumenanteile sowie geometrischer Charakteristika analysiert. Mit den daraus gewonnenen Informationen wird ein Algorithmus entwickelt, um statistisch äquivalente Mikrostrukturen ohne aufwändigen Rekonstruktionsprozess zeiteffizient zu generieren. Zur Untersuchung der Mikrostrukturhomogenität werden die effektiven elastischen Eigenschaften verschiedener Teilvolumina der Rekonstruktionen bestimmt. Die Formulierung des dafür verwendeten FFT-Modells (*engl.*: Fast Fourier Transform) ermöglicht die direkte numerische Berechnung auf den voxelbasierten Rekonstruktionen. Über einen FEM-Ansatz wird das Verhalten unter Druckbeanspruchung über den elastischen Bereich hinaus untersucht, um die relevanten Schädigungsmechanismen zu identifizieren. Der verwendete Modellierungsansatz bietet dabei direkte Einblicke in die mikrostrukturellen Vorgänge von der Schädigungsinitiierung bis hin zum letztendlichen Versagen. Durch die Formulierung eines numerischen Modells, welches die Spannungsentwicklung während eines Heilungszyklus abbilden kann, wird eine Abschätzung des (Selbst-)Heilungspotenzials in Abhängigkeit des Schädigungsgrades vorgenommen. Durch Erweiterungen des FE-Modells werden darüber hinaus die Relevanz verschiedener mikrostruktureller Mechanismen beim Aufheizen und Abkühlen des IPCs für das makroskopische Ausdehnungsverhalten in Abhängigkeit der Temperatur untersucht.

2. Grundlagen

In dieser Arbeit soll mithilfe numerischer Modellierung ein Verständnis der dreidimensionalen Struktur-Eigenschafts-Beziehungen von interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen unter mechanischer und thermischer Belastung, sowie über das Schädigungsverhalten und das Selbstheilungspotenzial gewonnen werden. Dazu sollen in Abschnitt 2.1 zunächst die Unterschiede zu konventionellen Verbundwerkstoffen und die daraus resultierenden Herausforderungen einer interpenetrierenden Mikrostruktur aufgezeigt werden. Des Weiteren ist die Frage nach einer geeigneten, digitalen Darstellung der Mikrostrukturgeometrie für eine präzise numerische Untersuchung essenziell. Hierbei sind vor allem die in Abschnitt 2.2 dargelegten Möglichkeiten von Rekonstruktions- und Genregierungsansätzen interessant. Zur mathematischen Beschreibung des Modells und der Lösung der daraus resultierenden Gleichungen müssen die kontinuums- (Abschnitt 2.3) und schädigungsmechanischen Grundlagen (Abschnitt 2.4) sowie die numerischen Berechnungsmethoden (Abschnitt 2.5) eingeführt werden. Außerdem werden in Abschnitt 2.6 das Konzept der Selbstheilung von Werkstoffen und in Abschnitt 2.7 die Herausforderungen bei der thermischen Ausdehnung von interpenetrierenden Verbunden erläutert.

2.1. Interpenetrierende Metall-Keramik Verbundwerkstoffe

Verbundwerkstoffe bestehen in der Regel aus einer kontinuierlichen Phase, die als Matrix bezeichnet wird, und einer oder mehreren in diese Matrix eingebetteten Verstärkungsphasen [Cha19]. Die Verstärkungsphase dient dabei dem Zweck, bestimmte Materialkennwerte (wie z.B. Steifigkeit, Festigkeit, thermische oder elektrische Leitfähigkeit) über die Grenzen der Eigenschaften des reinen Matrixmaterials zu verbessern. Eine Klassifizierung von Verbundwerkstoffen kann auf verschiedene Weise erfolgen, z.B. nach der Materialklasse der Matrix (Polymer, Metall, Keramik), der Verstärkungsarchitektur (z. B. Partikel, Fasern, Laminat, siehe Abbildung 2.1) oder dem Herstellungsverfahren (z. B. Pulvermetallurgie, Infiltration, Rührgießen) [Mor10].

Im Bereich der Metallmatrix-Verbundwerkstoffe (MMCs) finden bisher vor allem Leichtmetalllegierungen mit keramischer Partikel- und Kurzfaserverstärkung Einsatz (siehe Abbildung 2.1). Grund dafür sind die einfachen und kostengünstigen Herstellungsmöglichkeiten dieser Verbunde über konventionelle metallurgische Prozesstechniken [Cha19]. Da die Verstärkungsphase jedoch isoliert vorliegt, können gewisse Eigenschaften des Matrixmaterials (wie z.B. Hochtemperaturbeständigkeit) nur bedingt beeinflusst werden. Kontinuierliche Verstärkungsarchitekturen wie Langfasern oder Laminatstrukturen bieten

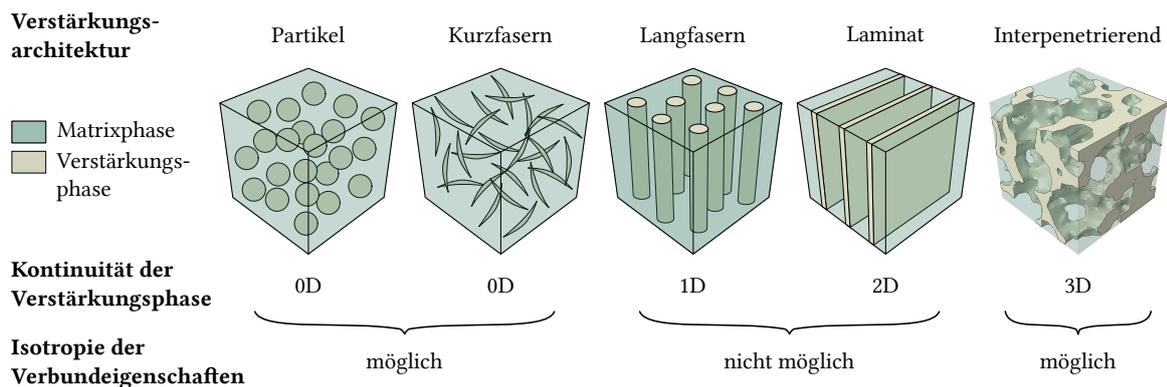


Abbildung 2.1.: Verstärkungsarchitekturen von Verbundwerkstoffen

hierbei eine Möglichkeit, die Eigenschaftsoptimierung zu verbessern. Allerdings werden durch die Ausrichtung der Fasern bzw. Schichten richtungsabhängige Verbundeigenschaften induziert, was eine makroskopische Isotropie nicht möglich macht [Kot22].

Ein sogenannter interpenetrierender Phasenverbund, bei dem jede Phase des Verbundwerkstoffs über das gesamte Materialvolumen topologisch miteinander verbunden ist [Cla92] stellt eine interessante Alternative zu diesen klassischen Verbunden dar und ist in der Lage, die Vorteile von diskontinuierlich (Partikel, Kurzfasern) als auch kontinuierlich (Langfasern, Laminat) verstärkten MMCs zu vereinen. Die interpenetrierende Mikrostruktur ermöglicht es jeder Phase, zu den makroskopischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs beizutragen, und bietet außerdem die Möglichkeit, multifunktionale Werkstoffe zu entwickeln [Cla92; Pen01]. Bei Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen besteht die gängigste Herstellungsmethode darin, zunächst eine offenporige keramische Vorform (*engl.*: preform) herzustellen und diese anschließend mit dem geschmolzenen Metall zu infiltrieren.

Aufgrund der schlechten Benetzbarkeit von z.B. geschmolzenem Aluminium und Al_2O_3 sowie zur Überwindung der Oberflächenspannung muss Druck ausgeübt werden, um die Vorform zu infiltrieren. Dies erfordert eine gewisse mechanische Stabilität des keramischen Schaums und ein gut vernetztes offenporiges Netzwerk mit einer ausreichend hohen Permeabilität [Mat04]. Im Allgemeinen hängen die Eigenschaften des resultierenden interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbunds hauptsächlich von der Architektur und den mechanischen Eigenschaften der keramischen Vorform [Ham14] ab. Ein mechanisch, keramisches Gerüst mit dichten Verstrebungen, gepaart mit hoher (offener) Porosität > 50 % und einer homogenen Porengrößenverteilung sind erwünscht, um eine hohe Festigkeit des Verbunds zu erreichen und das duktile Verhalten des infiltrierten Metalls zu erhalten [Ulr12]. Vorformen, die durch Pressen und Sintern von keramischen Pulvern [Tra01; Kon06], Porenbildnerverfahren [Sch10; Mat04], Replika-Methoden [Pen01; Dol16], Gelgießen [Bin09], Gefriergießen [Roy14; Mer15] oder auch 3D-Tintendruck [San03] hergestellt wurden, fanden bereits Einsatz in interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen.

Bislang konnte jedoch keine dieser modernen Preform-Herstellungsmethoden alle genannten Anforderungen erfüllen, da sie z. B. unter geringer Permeabilität, mangelnder Homogenität und Mikrorissen, die während des Zersetzungs- oder Ausbrennprozesses

entstehen (Porenbildner), verbleibender geschlossener Porosität (additive Fertigung, direktes Schäumen), geringer mechanischer Stabilität (Replika) oder Anisotropie (Gefrierguss) leiden [Mat04]. Darüber hinaus verhindern die hohen Herstellungskosten eine weit verbreitete Verwendung von interpenetrierenden MMCs aus diesen Vorformen [Sch10]. Erst kürzlich wurde eine direkte Schäumungsmethode entwickelt, die eine kostengünstige Herstellung von keramischen Schäumen ermöglicht, die alle gewünschten Eigenschaften aufweisen [Lav16]. Dabei wird ein keramischer Schlicker mit organischen Zusatzstoffen (Binde- und Dispergiermittel) durch mechanisches Rühren aufgeschäumt. Eine gezielte Prozessführung erlaubt einen einstellbaren Schäumungsgrad welcher durch die Additive sowohl in der flüssigen Schaumsuspension als auch nach Trocknung des Grünkörpers stabilisiert wird. Durch anschließendes Sintern kann so ein feinporiger Keramikschaum mit hoher Porosität und hoher mechanischer Stabilität hergestellt werden.

Dies führt zu der Annahme, dass es als Vorform für einen kostengünstigen, hochhomogenen und mechanisch widerstandsfähigen, interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoff (*engl.*: interpenetrating metal ceramic composite = IMCC) dienen kann. Diese Annahme wird im Rahmen dieser Arbeit am Beispiel eines interpenetrierenden $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ Verbundwerkstoffs untersucht.

2.2. Grundlagen zur Mikrostrukturmodellierung

Um komplexe Werkstoffe wie interpenetrierende Verbunde numerisch untersuchen zu können, ist eine geeignete digitale Darstellung der Mikrostruktur unerlässlich. Dazu kann entweder die reale Mikrostruktur des untersuchten Materials in ein Rechenmodell übertragen, siehe z.B. [Wan14a; Cza14; Nao20; Bha07; Hor20], oder ein repräsentatives Modellgefüge digital generiert werden, siehe z.B. [Tor02; Kum06; Des21; Hua16; Sch16; Kar07b; Kar07c].

2.2.1. Mikrostrukturekonstruktion

Der Begriff Rekonstruktion wird in diesem Zusammenhang je nach Fachkreis oder Zielsetzung der Untersuchungen unterschiedlich definiert, wie z.B. in [Yeo98; Bar18; Mai14] gezeigt. In der vorliegenden Arbeit wird Mikrostrukturekonstruktion definiert als Übertragung einer realen, physikalischen Materialstruktur in ein numerisches 3D-Modell mittels bildgebender 2D-Verfahren wie Röntgen-Computertomographie (CT) oder fokussiertem Ionenstrahl kombiniert mit Rasterelektronenmikroskopie (FIB-SEM), während die Erzeugung repräsentativer Modellvolumina als Mikrostrukturgenerierung bezeichnet wird.

Insbesondere die Röntgen-Computertomographie hat sich in den letzten Jahren rasant verbessert und ist in der Materialwissenschaft ein allgemein anerkanntes Werkzeug für die 3D-Tomographie-Rekonstruktion zur Charakterisierung der Mikrostruktur eines Materials. Sie kann als Ausgangspunkt für die numerische Modellierung verwendet werden [Mai14] und eignet sich gut für Materialien mit strukturellen Eigenschaften im μm -Bereich [Mai01].

Da ein hoher Materialkontrast die Unterscheidung zwischen verschiedenen Phasen erleichtert, wird es bevorzugt für die Rekonstruktion von porösen oder zellulären Materialien wie Schäumen [Mai07; Hor20] und verschiedenen Verbundwerkstoffen, wie Textilien [Nao20] oder faserverstärkten Polymeren [Cza14], eingesetzt.

Ein Vorteil der zerstörungsfreien Röntgen-CT-Technik ist, dass sie es ermöglicht, dieselbe Probe experimentell und simulativ zu untersuchen. Wang et al. [Wan14a] und Li et al. [Li14a] nutzten diesen Ansatz zur Modellierung des Schädigungsverhaltens von interpenetrierenden SiC/Al-Verbundwerkstoffen unter dynamischer Kompression mit Volumenanteilen von 80 % SiC und 20 % Al. Moderne Röntgen-CT-Techniken ermöglichen sogar in-situ-Experimente, wie Schukraft et al. [Sch21] zeigten, die das Schädigungsverhalten in einem $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ -Verbundwerkstoff mit ca. 25 vol.-% Al_2O_3 untersuchten. Darüber hinaus können diese experimentellen Techniken mit numerischen Untersuchungen derselben Probe gekoppelt werden, um tiefere Einblicke in die laufenden Materialprozesse zu erhalten und den relevanten Mechanismus zu identifizieren und zu verstehen, wie von Hanhan et al. [Han20] für einen kurzfaserverstärkten Verbundwerkstoff gezeigt.

2.2.2. Mikrostrukturgenerierung

Obwohl Mikrostrukturekonstruktionen die realistischste geometrische Beschreibung einer Verbundstruktur liefern, können sie aufgrund Rekonstruktions- und Nachbearbeitungsverfahren sowie der Tatsache, dass die Struktur physisch existieren muss, sehr zeit- und kostenaufwändig sein. Ein wesentlich schnellerer und vielseitigerer Ansatz besteht darin, Mikrostrukturen digital zu erzeugen und die reale Struktur mithilfe eines numerischen Ansatzes so gut wie möglich nachzubilden. Dies kann entweder durch Simulation der physikalischen Prozesskette geschehen, die zur Entstehung der Mikrostruktur führt [Car15] oder durch geometriebasierte Methoden, die sich auf die mathematische Darstellung der endgültigen Morphologie fokussieren [Soy18]. Einen detaillierten Überblick über die Vielfalt der Generierungsverfahren geben Bargmann et al. [Bar18].

Geometrische Generierungsalgorithmen basieren auf statistischen Beschreibungen. Die größte Herausforderung besteht darin, die Geometrien und Verteilungen aller Bestandteile (Partikel, Poren, etc.) sowie die Grenzflächen zwischen ihnen sinnvoll darzustellen. Korrelationsfunktionen, z.B. nach Torquato [Tor02], können in pixel- oder voxelbasierten Ansätzen verwendet werden, um statistisch äquivalente Darstellungen der realen Mikrostruktur zu erstellen. Diese Strukturen werden dann verwendet, um z.B. das mechanische Verhalten der Mikrostruktur zu simulieren, wie in [Kum06; Des21] gezeigt.

Ein anderer Ansatz besteht darin, mindestens eine der Phasen mit wohldefinierten Geometrien wie Kugeln [Hua16], Sphäroiden [Sch16] oder Zylindern [Kar07b] zu beschreiben und nur einen reduzierten Satz statistischer Deskriptoren wie Volumenanteile, Größenverteilungen, Seitenverhältnisse und Anzahl der Einschlüsse als Input für den Generierungsprozess zu verwenden. Dieser Ansatz kann zu einfachen und robusten Algorithmen führen, die lediglich analytische Gleichungen verwenden. Eine detaillierte Rekonstruktion der Ausgangsstruktur ist im Wesentlichen nicht erforderlich und die Generierung ist mit

einer stark reduzierten Menge statistischer Informationen der gewünschten Mikrostruktur möglich. Außerdem ist die Generierung periodischer Strukturen leicht umsetzbar, die für bestimmte Ansätze asymptotische Homogenisierungsmethoden notwendig ist, wie in [Sch16] gezeigt. Darüber hinaus können auch das makroskopische, mechanische Verhalten sowie die Schädigungsmechanismen auf der Mikroskala durch geometrisch generierte Mikrostrukturen gut vorhergesagt werden, wie Huang et al. [Hua16] für cenosphärische Epoxid-Syntaktschäume zeigen. Ein Nachteil dieses Ansatzes ist jedoch, dass die Mikrostruktur lediglich approximiert wird und geprüft werden muss, in welchem Ausmaß dadurch das Verhalten des Verbundwerkstoffs beeinflusst wird.

2.3. Kontinuumsmechanik

Neben der Mikrostrukturgeometrie ist eine mathematische Beschreibung der Kinematik und physikalischer Gesetze unerlässlich für die numerische Modellierung. In dieser Arbeit wird dazu ein kontinuumsmechanischer Ansatz verwendet, dessen Notation und mathematische Grundlagen im Folgenden eingeführt werden.

2.3.1. Notation

In der Kontinuumsmechanik ist die Tensorrechnung ein unverzichtbares Mittel, für welches es im Wesentlichen zwei grundlegende Notationsformen gibt: die symbolische (koordinatenfreie) sowie die indexbasierte Notation. In dieser Arbeit werden sowohl rein symbolische und rein indexbasierte, als auch gemischte Notationen verwendet, um die Gleichungen verständlich und zugleich kompakt darstellen zu können.

Für die symbolische Notation gilt: skalare Größen a, A werden als kleine oder große Buchstaben im Normaldruck, Vektoren $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ als kleine Buchstaben im Fettdruck und Tensoren $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ als große Buchstaben im Fettdruck dargestellt. Ausnahme sind der Spannungs- $\boldsymbol{\sigma}$ und der Dehnungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$, die als Kleinbuchstaben im Fettdruck dargestellt werden. In der indexbasierten Notation werden die Basiseinheitsvektoren \mathbf{e}_i nicht notiert. Es gelten entsprechend folgende Schreibweise für Skalare a , Vektoren a_i und Tensoren 2. Stufe a_{ij}, A_{ij} , 3. Stufe B_{ijk} und 4. Stufe C_{ijkl} . Das Kronecker-Symbol δ_{ij} und das Levi-Civita-Symbol ϵ_{ijk} dienen zur Vereinfachung indexbasierter Operationen und es gilt die Einstein'sche Summenkonvention (Ausnahmen sind explizit gekennzeichnet) [Alt18].

Als relevante, tensoralgebraische Operationen sind das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i$, das Kreuzprodukt $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = a_i b_j \epsilon_{ijk}$ und das dyadische Produkt $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = a_i b_j$ zu nennen [Alt18].

2.3.2. Deformation und Verzerrung

Um finite Deformationen kontinuumsmechanisch beschreiben zu können, wird zunächst ein materieller Körper im undeformierten und unbelasteten Ausgangszustand, der so-

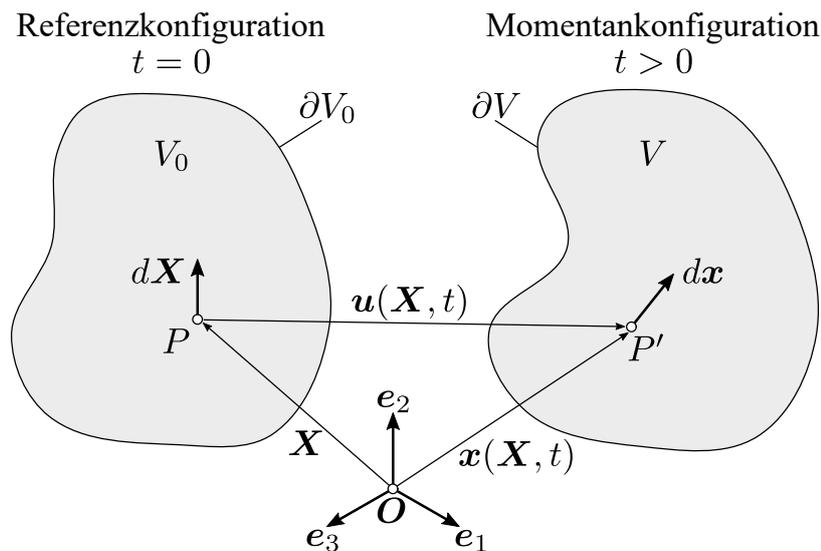


Abbildung 2.2.: Kinematik eines Kontinuums: Referenzkonfiguration und deformierte Momentankonfiguration.

nannten Referenzkonfiguration definiert ($t = 0, V_0$). Nach Einführung eines (kartesischen) Koordinatensystems mit dem Ursprung O kann die Lage eines beliebigen Punktes P in der Referenzkonfiguration durch einen Ortsvektor \mathbf{X} beschrieben werden (siehe Abbildung 2.2). V_0 symbolisiert dabei die Summe aller Punkte P und δV_0 die Oberfläche des materiellen Körpers. Die Eigenschaften der materiellen Punkte der Referenzkonfiguration ändern sich im Allgemeinen mit der Bewegung dieser Punkte. Die Verfolgung dieser Änderung steht im Fokus der Lagrange'sche Betrachtungsweise. Der aktuelle, veränderte Zustand des materiellen Körpers (Verschiebung, Rotation, Deformation) zu einem beliebigen Zeitpunkt ($t > 0, V(t)$) wird Momentankonfiguration genannt. In dieser Konfiguration wird der Ortsvektor $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ zur Beschreibung der Lage des Punktes $P' = P'(t)$ genutzt. Die Bewegung eines materiellen Punktes ist die zeitliche Abfolge an Konfigurationen in Abhängigkeit der Ausgangslage und der Zeit:

$$\mathbf{x} = \boldsymbol{\chi}(\mathbf{X}, t). \quad (2.1)$$

Die Verschiebung eines Punktes zwischen Referenz- und Momentankonfiguration wird mithilfe des Verschiebungsvektors

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X} \quad (2.2)$$

beschrieben. Die Transformation eines materiellen Linienelements von der Referenzkonfiguration \mathbf{X} in die Momentankonfiguration \mathbf{x} erfolgt durch Deformationsgradienten \mathbf{F} , der sich als erste partielle Ableitung von \mathbf{x} nach \mathbf{X} ergibt

$$\begin{aligned} d\mathbf{x} &= \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} = \mathbf{F} d\mathbf{X} \\ \mathbf{F} &= [\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{x}]^T = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} + \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

wobei ∇ der Nabla-Operator und \mathbf{I} der Einheitstensor ist. Auch der Zusammenhang zwischen Flächen- und Volumenelementen in der Referenz- und Momentankonfiguration erfolgt über den Deformationsgradienten. Im Falle eines Volumenelements gilt

$$dV = \det \mathbf{F} dV_0 \quad (2.4)$$

mit dem Volumenelement in der Referenzkonfiguration dV_0 , dem Volumenelement in der Momentankonfiguration dV und der Jacobi-Determinanten $J = \det \mathbf{F}$.

Da der Deformationsgradient den gesamten Bewegungsvorgang eines Körpers inklusive Starrkörperrotationen eines Linienelements abbildet, werden für die Darstellung der Verzerrung (= Maß der Formänderung) diese Starrkörperanteile abgespalten. Das erfolgt über die polare Zerlegung von \mathbf{F} in einen eigentlich orthogonalen Rotationstensor \mathbf{R} und einen positiv definiten und symmetrischen Strecktensor \mathbf{U} (rechts) bzw. \mathbf{V} (links)

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}, \quad (2.5)$$

mit $\mathbf{U} = (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F})^{1/2}$ und $\mathbf{V} = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T)^{1/2}$. Aus den Strecktensoren lassen sich die sogenannten Deformationstensoren

$$\begin{aligned} \mathbf{C} = \mathbf{U}^2 = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} & \quad \text{Rechts-Cauchy-Green-Tensor} \\ \mathbf{B} = \mathbf{V}^2 = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T & \quad \text{Links-Cauchy-Green-Tensor} \end{aligned} \quad (2.6)$$

und daraus wiederum die Verzerrungstensoren

$$\begin{aligned} \mathbf{G} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) & \quad \text{Green-Lagrange-Tensor} \\ \mathbf{A} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}) & \quad \text{Almansi-Euler-Tensor} \end{aligned} \quad (2.7)$$

bestimmen [Alt18].

2.3.3. Verzerrungsraten

Der Geschwindigkeitsgradient \mathbf{L} spielt neben dem Deformationsgradienten \mathbf{F} eine besondere Rolle in der Kontinuumsmechanik, um Änderungsgeschwindigkeiten materieller Elemente zu berechnen. Ausgehend von der Geschwindigkeit eines materiellen Punktes, gegeben durch die Zeitableitung von Gleichung 2.1

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \boldsymbol{\chi}(\mathbf{X}, t)}{\partial t}, \quad (2.8)$$

lässt sich die materielle Zeitableitung des Deformationsgradienten

$$\dot{\mathbf{F}} = \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.9)$$

bestimmen. \dot{F} kann genutzt werden, um den Geschwindigkeitsgradienten L zu bestimmen, der außerdem als räumliche Ableitung der Geschwindigkeit in der Momentankonfiguration definiert ist:

$$L = \nabla_x v = \dot{F} \cdot F^{-1}. \quad (2.10)$$

L wirkt auf materielle Linienelemente in der Momentankonfiguration und bestimmt ihre Änderungsrate und kann in einen symmetrischen Anteil H und einen antisymmetrischen Teil W zerlegt werden

$$L = \underbrace{\frac{1}{2}(L + L^T)}_H + \underbrace{\frac{1}{2}(L - L^T)}_W. \quad (2.11)$$

Der Streckgeschwindigkeitstensor H beschreibt dabei die Änderungsgeschwindigkeit der Längen und Winkel materieller Linienelemente in der Momentankonfiguration (Verzerrungsrate) und der Drehgeschwindigkeitstensor W deren Drehgeschwindigkeiten (Starrkörper spin) [Alt18].

2.3.4. Spannungsprinzip

In Folge äußerer Belastung (Deformation) eines Körpers entsteht ein Beanspruchungszustand im Inneren dieses Körpers. Als Maß für diese Beanspruchung dient das Spannungsprinzip von Euler-Cauchy. Dabei werden Spannungen innerhalb des Volumens über Schnittbetrachtungen bestimmt. Teilt man einen Körper an einer beliebigen Stelle gedanklich, wirken an den Schnittflächen betragsmäßig gleich große, entgegengesetzte Kräfte Δf auf ein bestimmtes Flächenelement ΔA . Die lokale Grenzwertbetrachtung im Punkt eines Körpers wird als Spannungsvektor t definiert

$$t = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta A} = \frac{df}{dA}. \quad (2.12)$$

Dieser hängt sowohl vom Ortsvektor x und der Zeit t als auch vom Normalenvektor der Schnittfläche n ab. Das Cauchy-Theorem besagt, dass es einen linearen Zusammenhang zwischen dem Spannungstensor σ und dem Normalenvektor n

$$t = n \cdot \sigma \quad (2.13)$$

über den von n unabhängigen Spannungstensor σ gibt, der den Spannungszustand in einem Punkt zu einem bestimmten Zeitpunkt (in der Momentankonfiguration) exakt bestimmt. Analog zum Deformationstensor können Spannungen aber auch mit Bezug auf die Referenzkonfiguration dargestellt werden. Der 1. Piola-Kirchhoff'sche Spannungstensor P bezieht den aktuellen differentiellen Kraftvektor df auf ein Flächenelement dA_0 in der Referenzkonfiguration und kann aus dem Deformationsgradienten und dem Cauchy-Spannungstensor berechnet werden

$$P = \det FF^{-1} \sigma. \quad (2.14)$$

Die Symmetrie von $\boldsymbol{\sigma}$ ermöglicht eine Transformation des Cauchy Spannungstensors in ein Hauptachsensystem, das sich dadurch auszeichnet, dass keine Schubspannungen, sondern nur Normalspannungen existieren. Die Hauptspannungen λ und die Hauptspannungsrichtungen \mathbf{m} resultieren aus der nichttrivialen Lösung des Eigenwertproblems

$$(\boldsymbol{\sigma} - \lambda \mathbf{I}) \cdot \mathbf{m} = \mathbf{0}. \quad (2.15)$$

Über die Bedingungsgleichung $\det(\boldsymbol{\sigma} - \lambda \mathbf{I}) = 0$ lässt sich die charakteristische Gleichung

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (2.16)$$

mit den Hauptinvarianten I_1, I_2, I_3 aufstellen.

$$I_1 = \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}, \quad I_2 = \frac{1}{2}(\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2) - \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})^2), \quad I_3 = \det \boldsymbol{\sigma} \quad (2.17)$$

Die Cardanischen Formeln ermöglichen eine analytische Lösung der Gleichung 2.16, alternativ gibt es auch numerische Verfahren. Nach der Bestimmung der Eigenwerte lassen sich die Eigenvektoren mittels Gleichung 2.15 ermitteln [Alt18].

2.3.5. Bilanzgleichungen

Unabhängig von den speziellen Kontinuumseigenschaften beschreiben Bilanzgleichungen allgemein gültige Prinzipien (wie z.B. Naturgesetze) und den Zusammenhang zwischen dem Zustand bestimmter Größen eines materiellen Körpers und den äußeren Einwirkungen auf diesen Körper. Für kontinuumsmechanische Probleme sind vor allem folgende Bilanzgleichungen in Lagrange'scher Darstellung relevant, für deren genaue Herleitung auf [Alt18] verwiesen wird.

Massenbilanz

Ohne Massenaustausch über die Oberfläche eines Körpers und bei fehlender Änderung seiner Masse im Inneren bleibt seine Gesamtmasse konstant. Dieser Massenerhaltungssatz kann über die Massendichte in der Referenzkonfiguration $\rho_0(\mathbf{X})$, in der Momentankonfiguration $\rho(\mathbf{x}, t)$ sowie der Jacobi-Determinanten J ausgedrückt werden.

$$\rho_0(\mathbf{X}) = J \rho(\mathbf{x}, t) \quad (2.18)$$

Impulsbilanz

Die Impulsbilanz besagt, dass die zeitliche Änderungsgeschwindigkeit des Gesamtimpulses eines materiellen Punktes gleich der Summe aller resultierenden Kräfte auf ihn ist. In einem geschlossenen System gilt der Impulserhaltungssatz, der besagt, dass der Gesamtimpuls konstant ist. Die lokale Impulsbilanz kann über

$$\rho_0 \ddot{\mathbf{u}} = \rho_0 \mathbf{f}_0 + \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{P} \quad (2.19)$$

mit der Beschleunigung $\ddot{\mathbf{u}}$, der Volumenkraftdichte \mathbf{f}_0 und dem 1. Piola-Kirchhoff Spannungstensor \mathbf{P} dargestellt werden.

Drehimpulsbilanz

Nach der Drehimpulsbilanz ist die Änderungsgeschwindigkeit des Gesamtdrehimpulses eines Körpers in Bezug zu einem beliebigen Punkt gleich dem Gesamtmoment aller von außen auf diesen Körper wirkenden Kräfte bezüglich des gleichen Punktes. In einem abgeschlossenen System gilt, dass der Gesamtdrehimpuls konstant ist. Aus der Definition ergeben sich folgende Symmetrieaussagen für den Cauchy- und den 1. Piola Kirchhoff Spannungstensor:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T, \quad \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{F}^T = \boldsymbol{F}^T \cdot \boldsymbol{P}. \quad (2.20)$$

Energiebilanz

Durch das Wirken äußerer Kräfte auf einen Körper wird Arbeit an diesem geleistet. Die gesamte mechanische Energie \mathcal{W} wird teilweise als kinetische Energie \mathcal{K} verbraucht. Die Differenz $\mathcal{U} = \mathcal{W} - \mathcal{K}$ heißt innere Energie und entspricht bei Festkörpern der Verzerrungsenergie [Alt18].

2.4. Schädigungsmechanik

Materialversagen ist ein Multiskalenproblem bei dem durch die Nukleation von Defekten auf der Mikroebene, z.B. durch Brechen atomarer Bindungen sowie anschließendem Wachstum und Zusammenschluss von Mikrokavitäten, makroskopische Risse entstehen, die letztendlich zum Bruch führen [Mur12]. Die Entwicklung der Kavitäten auf den verschiedenen Längenskalen zusammen mit der daraus resultierenden Verschlechterung der mechanischen Eigenschaften wird Schädigung genannt [Lem78]. Die Theorie der (Kontinuum-)Schädigungsmechanik ermöglicht die Beschreibung und Analyse einer solchen Schädigungsentwicklung in einem kontinuumsmechanischen Rahmen. Dabei werden diskrete Mikrokavitäten und -risse sowie die damit verbundenen Diskontinuitäten in den Feldvariablen nicht explizit modelliert, sondern homogenisiert dargestellt. Die Grundlage dafür bietet die Einführung einer internen Schädigungsvariablen D , welche die Schädigung als effektive Größe beschreibt.

Mit dieser Grundidee führten Kachanov [Kac58] und Rabotnov [Rab69] das Konzept der effektiven Spannung $\tilde{\sigma}$ für den Fall einer uniaxialen Belastung ein. Unter der Annahme, dass alle Poren und Risse in einem Volumen zu einer Querschnittverringering in Zugrichtung beitragen (siehe Abbildung 2.3), ist die effektive Spannung über den effektiven Querschnitt \tilde{A} und der externen Kraft F definiert:

$$\tilde{\sigma} = \frac{dF}{d\tilde{A}} = \frac{\sigma}{1 - D}. \quad (2.21)$$

Über die Äquivalenzhypothese bezüglich der Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E(D)} = \frac{\tilde{\sigma}}{E_0} \quad (2.22)$$

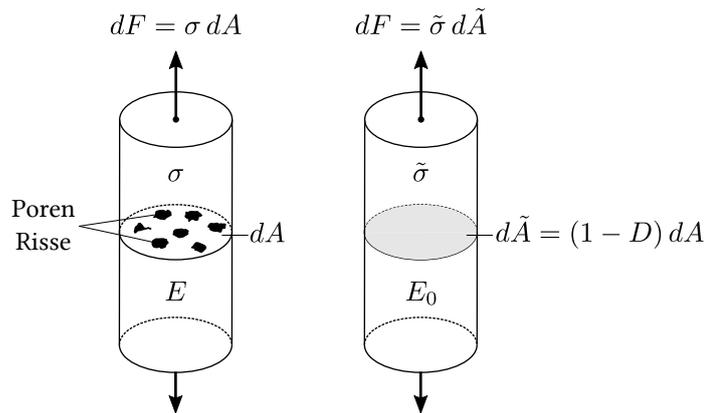


Abbildung 2.3.: Geschädigter Zugstab in Anlehnung an [Mur12]: Diskrete Darstellung inklusive Poren und Rissen (links) und homogenisierte Darstellung mittels effektivem Querschnitt bzw. Spannung (rechts).

mit den Elastizitätsmoduln des geschädigten $E(D)$ und des ungeschädigten E_0 Materials lässt sich der Schädigungszustand für das in Abbildung 2.3 gezeigte 1D Beispiel auch alternativ beschreiben [Cha77; Lem78]. In diesem Fall ist die Schädigungsvariable D über die Verringerung der elastischen Steifigkeit definiert:

$$D = 1 - \frac{E(D)}{E_0}. \quad (2.23)$$

Da Schädigung im Allgemeinen ein anisotropes Phänomen ist, das von der Belastungsrichtung abhängt, wurden die gezeigten 1D-Beispiele für dreidimensionale Spannungszustände erweitert [Lem71; Cha81]. Dabei sei an dieser Stelle erwähnt, dass die Schädigungsvariable in diesen Fällen als Tensor 2. oder 4. Ordnung dargestellt werden muss. Eine genaue Beschreibung der in dieser Arbeit verwendeten Form ist in Abschnitt 3.4.1 gegeben. Für weitere Konzepte und Darstellung von Schädigungsvariablen wird auf folgende Literatur verwiesen [Mur12; Voy09; Voy13; Gro18].

2.5. Numerische Methoden

Numerische Methoden bieten eine Möglichkeit, die partiellen Differenzialgleichungssysteme, die aus den vorgestellten mathematischen Beschreibungen des Kontinuums aus Abschnitt 2.3 resultieren, zu lösen. In dieser Arbeit werden sowohl die Finite Elemente Methode (FEM) als auch die Fast Fourier Transform (FFT) Methode für verschiedene Problemstellungen eingesetzt.

2.5.1. Finite Elemente Methode

Die sogenannte starke Form des Anfangs-Randwertproblems wird durch die kinematischen Grundgleichungen, die Impulsbilanz, ein Stoffgesetz sowie die Anfangs- und Randbedingungen gebildet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ gelten die Anfangsbedingungen

$$\mathbf{u}(t = 0) = \mathbf{u}_0, \quad \dot{\mathbf{u}}(t = 0) = \dot{\mathbf{u}}_0 \quad (2.24)$$

für Verschiebungen \mathbf{u} und Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}$. Auf dem Rand des Gebiets ∂V_0 können Dirichlet Randbedingungen (Verschiebungen)

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{auf } \partial V_0 \quad (2.25)$$

sowie Neumann Randbedingungen (Spannungen)

$$\bar{\mathbf{t}}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_0 \quad \text{auf } \partial V_0 \quad (2.26)$$

aufgebracht werden. Die Feldgleichungen können nur in einfachen Sonderfällen analytisch gelöst werden. Über numerische Verfahren lässt sich jedoch eine Näherungslösung für das Anfangs-Randwertproblem für beliebig komplexe Systeme berechnen.

Im Falle der Finiten Elemente Methode (FEM) erfordert das eine Umformulierung in die sogenannte schwache Form. In dieser müssen die Gleichgewichtsbedingungen nicht in jedem Punkt, sondern lediglich im integralen Mittel über das gesamte Gebiet erfüllt sein. Die Überführung der starken in die schwache Form erfolgt über die Multiplikation der lokalen Impulsbilanz (2.19) mit einer Testfunktion $\delta \mathbf{u}$ mit anschließender Integration über das Lösungsgebiet V_0

$$\int_{V_0} \nabla \mathbf{P} \delta \mathbf{u} dV + \int_{V_0} \rho_0 (\mathbf{f}_0 - \ddot{\mathbf{u}}) \cdot \delta \mathbf{u} dV = 0. \quad (2.27)$$

Mithilfe des Cauchy-Theorems (2.13) auf dem Neumann-Rand, Anwendung partieller Integration und $\partial V = A$ folgt die schwache Form des dynamischen Gleichgewichts:

$$\int_{V_0} \nabla \mathbf{P} \delta \mathbf{u} dV + \int_{V_0} \rho_0 \ddot{\mathbf{u}} \cdot \delta \mathbf{u} dV - \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{f}_0 \cdot \delta \mathbf{u} dV - \int_{\partial V} \bar{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} dA = 0 \quad (2.28)$$

Zur näherungsweise Lösung des Problems wird das Gebiet V_0 in eine endliche Anzahl n_e finiter Elemente $V_{0,h}$ eingeteilt:

$$V_0 \approx V_{0,h} = \bigcup_{i=1}^{n_e} V_{0,h}^i. \quad (2.29)$$

Die Elemente sind über Knoten mit den Ortsvektoren \mathbf{X}_i miteinander verbunden. Die Diskretisierung von Gleichung 2.28 resultiert in einem nichtlinearen, gekoppelten System von Differenzialgleichungen, welches die zeitliche Evolution der Knotenfreiheitsgrade (Verschiebungen) \mathbf{d}_i beschreibt. Zwischen den Knoten wird die Lösung mit Ansatzfunktionen

N_i interpoliert. Werden die virtuellen Verschiebungen mit den gleichen Ansatzfunktionen interpoliert, spricht man vom Isoparametrischen Konzept

$$\mathbf{X}_h^e = \sum_{i=1}^n N_i \mathbf{X}_i, \quad \mathbf{u}_h^e = \sum_{i=1}^n N_i \mathbf{d}_i. \quad (2.30)$$

wobei der Index h die diskrete Form der kontinuierlichen Größen \mathbf{X} und \mathbf{u} indiziert. Für die virtuelle Verschiebung gilt analog:

$$\delta \mathbf{u}_h^e = \sum_{i=1}^n N_i \delta \mathbf{d}_i. \quad (2.31)$$

Einsetzen der diskreten Terme in (2.28) führt zur semi-diskreten Form der Bewegungsgleichung des Systems

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{f}^{int}(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^{ext}, \quad (2.32)$$

mit dem internen Knotenkraftvektor \mathbf{f}^{int} , dem Vektor der äußeren Belastungen \mathbf{f}^{ext} und der konzentrierten Massenmatrix \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = \bigcup_{k=1}^{n_e} \int_{V_0^k} \rho_{0,k} \mathbf{N}^T \cdot \mathbf{N} dV_0, \quad \text{mit} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{N} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} N_1 & & 0 & N_n & & 0 \\ & \ddots & & & \ddots & \\ 0 & & N_1 & 0 & & N_n \end{array} \right).$$

2.5.2. Fast Fourier Transform Methode

Die Fast Fourier Transform (FFT) Methode wurde von Moulinec und Suquet [Mou98] im Rahmen der Mikrostrukturhomogenisierung als Alternative zur FEM für die Lösung der partiellen Differenzialgleichungen des Anfang-Randwertproblems eingeführt. Ein kurzer Vergleich der Methoden ist in Tabelle 2.1 zusammengefasst. Für eine ausführlichere Gegenüberstellung der Methoden wird auf [Zem17] verwiesen. Der Hauptunterschied

	FEM	FFT
Diskretisierung	Finite Elemente	reguläres Gitter
Approximation	stückweise lokal	global
Ansatzfunktionen	Polynome niedrigen Grades ($p < 5$)	Polynome hohen Grades
Knotengrößen	Verschiebungen und Kräfte	Dehnungen und Spannungen

Tabelle 2.1.: Zusammenfassung wesentlicher Unterschiede zwischen der Finite Elemente Methode (FEM) und der Fast Fourier Transform Methode (FFT).

liegt in der Approximation der Lösung: während bei der FEM lokale Ansatzfunktionen

definiert werden, nutzt man bei spektralen Methoden wie der FFT einen globalen Ansatz über trigonometrische Polynome [Sha15]. Da diese Fourier-Reihen periodisch sind, wird der Deformationsgradient $F = \bar{F} + \tilde{F}$ in einen homogenen \bar{F} und lokal fluktuierenden Anteil \tilde{F} zerlegt. Die Bewegungsgleichung (2.1) kann dargestellt werden über

$$\chi(X) = \bar{F} X + \tilde{w}(X) \quad (2.34)$$

mit $\tilde{F} = \nabla \tilde{w}$. Die für die FFT Methode notwendigen Periodizitätsbedingungen werden durch die Definition von $\tilde{w}^- = \tilde{w}^+$ auf den jeweils gegenüberliegenden Oberflächen ∂V^- und ∂V^+ erzwungen. Im statischen Fall und unter Vernachlässigung von Volumenkräften ergibt sich für die Impulsbilanz (2.19) im Realen sowie im Fourier-Raum unter Verwendung direkter Variationsrechnung im sogenannten "Basisschema"[Sha15]

$$\nabla_X P = \mathcal{F}^{-1}[P(\mathbf{k}) i \mathbf{k}] = \mathbf{0} . \quad (2.35)$$

Hier stellt \mathcal{F}^{-1} den inversen Fouriertrasformationsoperator, \mathbf{k} den Frequenzvektor im Fourier-Raum und i die imaginäre Einheit mit der Eigenschaft $i^2 = -1$ dar. Gleichung 2.35 kann äquivalent umformuliert werden zu

$$\mathcal{R}[\chi(\mathbf{k})] = P(\mathbf{k}) i \mathbf{k} = \mathbf{0} \quad (2.36)$$

mit dem nichtlinearen Operator \mathcal{R} . Durch de Einführung eines homogenen Referenzmaterials mit Steifigkeit \mathbb{A} und der Formulierung eines geeigneten Vorkonditionierers \mathcal{P} kann die schlecht konditionierte Gleichung 2.36 umgeschrieben werden zu

$$\mathcal{P}^{-1} \mathcal{R}[\chi(\mathbf{k})] = \mathbf{A}(\mathbf{k})^{-1} P(\mathbf{k}) i \mathbf{k} = \mathbf{0} \quad (2.37)$$

wobei der sogenannte akustische Tensor $\mathbf{A}(\mathbf{k})$ definiert ist über $\mathbf{A}(\mathbf{k}) \mathbf{a}(\mathbf{k}) = \mathbb{A}[\mathbf{a}(\mathbf{k}) \otimes i \mathbf{k}] i \mathbf{k}$ für ein beliebiges Vektorfeld $\mathbf{a}(\mathbf{k})$. Gleichung 2.37 kann durch Gradientenbildung auch über das Deformationsgradientenfeld beschrieben werden

$$\mathcal{R}_{\text{direct}}[\mathbf{F}(\mathbf{k})] := \Gamma(\mathbf{k}) P(\mathbf{k}) = \mathbf{0} \quad (2.38)$$

mit $\mathcal{R}_{\text{direct}} = [\mathcal{P}^{-1} \mathcal{R} \otimes i \mathbf{k}] i \mathbf{k}$ und dem Gamma-Operator $\Gamma(\mathbf{k}) \mathbf{T}(\mathbf{k}) = [\mathbb{A}(\mathbf{k})^{-1} i \mathbf{k}] \otimes i \mathbf{k}$ für ein Tensorfeld $\mathbf{T}(\mathbf{k})$. Gleichung 2.38 kann anschließend z.B. über einen Kollokationsansatz iterativ gelöst werden [Rot19].

Für andere Ansätze zur Formulierung von Gleichung 2.35 wie z.B. gemischte Variationsmethoden und zur Lösung der daraus resultierenden Feldgleichungen wird auf [Rot19; Eis13; Sha15; Zem17] verwiesen.

2.6. (Selbst-)Heilung von Werkstoffen

Inspiziert von der Fähigkeit natürlicher Materialien, wie menschlicher Knochen oder Haut, die sich durch biologische Heilungsprozesse von physischen Schäden erholen können,

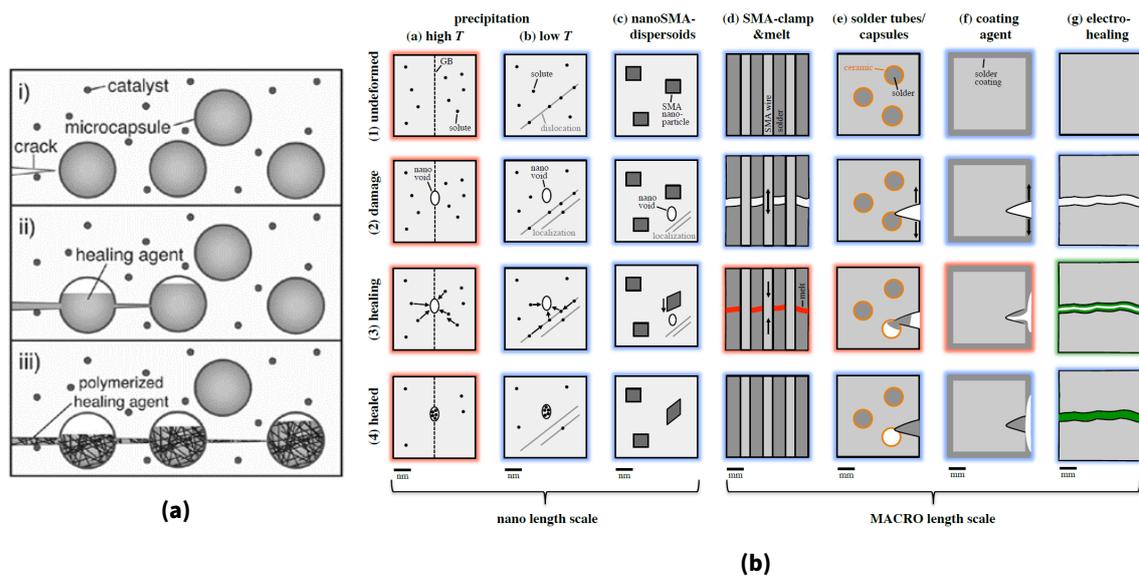


Abbildung 2.4.: a) Grundlegendes Selbstheilungskonzept in Polymeren nach White et al. [Whi01] (Grafik aus [Kes03]) sowie b) Selbstheilungskonzepte in Metallen [Gra16].

wurden vor mehr als 20 Jahren erste Konzepte für technische Werkstoffe mit Selbstheilungsfähigkeiten vorgestellt. Sie beruhen z.B. auf Hohlfasern [Dry96] oder Kapseln [Whi01], die reaktive Flüssigkeiten (Heilmittel) enthalten, welche bei Schädigung freigesetzt werden und beim Eindringen in den Riss polymerisieren (ausgelöst durch einen eingebetteten Katalysator), siehe Abbildung 2.4a. Neben der Idee dieser Pionierarbeiten wurden weitere Techniken entwickelt, die Mechanismen wie reversible Vernetzungen [Che02], Interdiffusion (bereits in den 1980er Jahren untersucht) [Woo81], Formgedächtnis-komponenten [Kir08] oder elektrische Leitfähigkeit, Mehrphasenmorphologie [Che12], Nanopartikelmigration [Gup06] und Co-Deposition [Shc07] nutzen. Für einen Überblick über die zahlreichen Ansätze wird auf folgende Übersichtsarbeiten verwiesen [Wan20; Bla10; Hag10; Yan13].

Da die meisten der vorgestellten Heilungskonzepte gut mit den energetischen Eigenschaften von Polymeren vereinbar sind, wird die Forschung zu selbstheilenden Materialien von Polymersystemen dominiert [Gra16]. Aus mechanischer Sicht fehlt es selbstheilenden Polymeren jedoch zwangsläufig an ausreichender mechanischer Festigkeit, um als Strukturwerkstoffe in vielen technischen Bauteilen eingesetzt zu werden [An21]. In dieser Hinsicht war die Forschung über die Selbstheilung von Metallen und Metallmatrix-Verbundwerkstoffen in den letzten Jahren von Interesse. Ähnlich wie bei Polymerwerkstoffen können die in Abbildung 2.4b dargestellten Konzepte wie die Verkapselung eines metallischen Lots, Formgedächtnislegierungen oder elektro(-chemische) Heilung auch für Metalle genutzt werden [Fer14]. Allerdings ist ein wesentlich höherer externer Energieeintrag notwendig, um z.B. metallische Bindungen aufzubrechen und das Heilmittel zu den Rissen zu transportieren [An21].

Nach Gosh et al. [Gho08] kann die Selbstheilung in Metallen daher hauptsächlich als nicht-autonom eingestuft werden, da ein Eingriff von außen, z.B. durch Wärme, notwen-

dig ist. Materialien, die Schäden ohne externen Auslöser reparieren können, werden als autonome Selbstheilungsmaterialien definiert (bisher ausschließlich Polymere). Das am besten untersuchte Konzept für Metalle ist die Ausscheidungsheilung, die auf übersättigten Metalllegierungen beruht. Die während der Schädigungsphase gebildeten Kavitäten sind bevorzugte Keimbildungsorte für Ausscheidungen der gelösten Atome, die diese Hohlräume schließen [Gra16]. Dies funktioniert jedoch nur für sehr kleine Kavitäten auf der Nanometer-Längenskala. Ein vielversprechenderer Ansatz ist das Einbringen von keramischen Kapseln oder Röhren, die ein niedrig schmelzendes Metall enthalten, in die metallische Matrix. Im Falle einer Beschädigung bricht die keramische Hülle und das enthaltene Metall fließt bei Erwärmung auf seine Schmelztemperatur in den Riss.

Obwohl die Erforschung von Selbstheilungsstrategien für Metalle in den letzten zehn Jahren zugenommen hat, steckt sie noch in den Kinderschuhen [Gra16] und es gibt praktisch noch keine Arbeiten auf dem Gebiet der Metall-Keramik-Verbundwerkstoffe. In allen bisherigen Studien auf diesem Gebiet sind die Werkstoffe speziell auf eine Selbstheilungsfähigkeit ausgelegt worden. Bei dem in dieser Arbeit untersuchten $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ -IPC ist dies nicht der Fall. Der große Unterschied zwischen den Schmelztemperaturen von Metall und Keramik bietet jedoch ein Heilungspotenzial für diese Werkstoffe. Dies gilt insbesondere für interpenetrierende Metall-Keramik-Verbundwerkstoffe, da die Keramik als Gerüst für die mechanische Stabilität dient, selbst wenn das Metall wieder aufgeschmolzen wird. Es wird deshalb angenommen, dass die Heilung des Verbundwerkstoffs eine besondere, zusätzliche Eigenschaft des Materials, aufgrund seiner interpenetrierenden Mikrostruktur sein könnte, die als eine Art vaskuläres Netzwerk der Al-Legierung innerhalb einer Keramik angesehen werden kann.

Diese Hypothese wird im Rahmen dieser Arbeit untersucht und der (Selbst-)Heilungserfolg quantifiziert. Als Maß dafür finden sich in der Literatur verschiedene Definitionen für die sogenannte Heilungseffizienz η . Ein weit verbreiteter Vorschlag (siehe z.B. [Kes03; Heo15; Sri20]) ist die Verwendung des Verhältnisses zwischen der geheilten e^h und der ursprünglichen Eigenschaft des unversehrten Materials e^p

$$\eta_1(e) = \frac{e^h}{e^p}, \quad (2.39)$$

wobei e die (beliebige) Materialeigenschaft von Interesse ist. Eine andere Definition zur Quantifizierung der Heilung nach Blaizik et al. [Bla10] verwendet das Verhältnis der Änderungen der Materialeigenschaften

$$\eta_2(e) = \frac{e^h - e^d}{e^p - e^d}, \quad (2.40)$$

wobei e^d die Eigenschaft des beschädigten Materials bezeichnet.

2.7. Thermische Ausdehnung

Neben der mechanischen Belastbarkeit spielen für den Einsatz von Werkstoffen in Struktur- sowie Funktionsbauteilen auch die thermischen Eigenschaften eine wichtige Rolle. Die

relevanten, temperaturbezogenen Charakteristika hängen dabei stark von der Anwendung ab. Während in Triebwerkskomponenten im Automobil- bzw. Luftfahrtbereich, wie Zylindern und Turbinen [Mac12; Mir05], mechanische Hochtemperatureigenschaften (Festigkeit, Formstabilität, Kriechen) eine zentrale Rolle spielen, sind für elektronische Komponenten [Li14b] vor allem die temperaturabhängige elektrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit für die Performance wichtig. MMCs stehen diesbezüglich in den letzten Jahren im Fokus der Forschung, da sie versprechen, die Lücke in der Werkstoffauswahl zwischen Leichtmetallen (hohe spezifische mechanische Eigenschaften und gute Wärmeleitfähigkeit, aber niedrige Temperaturbeständigkeit) und Keramiken (hervorragende elastische Eigenschaften und hohe Betriebstemperaturgrenzen, aber sprödes Verhalten) zu schließen.

Eine zentrale Eigenschaft, die in allen Anwendungsfällen relevant ist, ist der Wärmeausdehnungskoeffizient α_{th} (*engl.*: coefficient of thermal expansion = CTE). In differentieller Form ist α_{th} bzw. CTE(T) definiert über

$$\alpha_{th}(T) = \text{CTE}(T) = \frac{dL}{L_0} \frac{d}{dT}, \quad (2.41)$$

wobei L_0 die Ausgangslänge der Probe bei Raumtemperatur $L_0 = L(T = 25^\circ\text{C})$, dL die Längenänderung $dL = L(T) - L_0$ und T die Temperatur ist. Es sei angemerkt, dass sich in der Literatur auch andere Definitionen finden (siehe z.B. [Abu15]).

Im praktischen Einsatz von Bauteilen kann eine schlechte thermische Kompatibilität benachbarter Komponenten (ein großer Unterschied der Wärmeausdehnungskoeffizienten) bei thermischer Belastung zu hohen mechanischen Spannungen führen. Diese wiederum können lokalen Deformationen oder Ablösungen der Komponenten voneinander induzieren. Durch eine systematische Kombination von metallischen und keramischen Werkstoffen hinsichtlich der Volumenanteile und Verstärkungsarchitektur kann der effektive CTE des resultierenden Verbundwerkstoffs gezielt eingestellt werden, um die thermische Kompatibilität zu anderen Werkstoffen zu erhöhen. Unterscheiden sich die Eigenschaften der einzelnen Phasen, wie im Falle von Metall-Keramik Verbundwerkstoffen, stark voneinander, können thermisch induzierte Spannungen und die daraus resultierenden Probleme jedoch innerhalb des Verbundwerkstoffs selbst auftreten. In diesem Fall sind insbesondere geometrische Faktoren wie Form, Orientierung, räumliche Verteilung und Konnektivität der einzelnen Phasen wichtig für die effektiven Eigenschaften des Verbundes [Rou10].

Im Falle von IMCCs ergibt sich dabei ein unterschiedlicher, effektiver CTE-Verlauf beim Aufheizen und Abkühlen als charakteristisches Merkmal. Diese Heiz-Kühl-Hysterese wurde bereits in frühen Studien identifiziert [Ski98]. Als mögliche Erklärungen wurden Porosität innerhalb der metallischen Phase sowie die In- und Extrusion der metallischen Phase an der Probenoberfläche postuliert. Die Porosität-Hypothese wurde auch durch weitere experimentelle [Hub06] und numerischen [She97; Sha16] Untersuchungen von SiC/Al-IPCs unterstützt. In anderen Studien werden interne Spannungen, die durch die unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der beteiligten Phasen induziert werden, und die daraus resultierende plastische Verformung der metallischen Phase als möglicher Grund für die Hysterese genannt [Hof99; Rou10; Sha16]. Darüber hinaus wird

auch die Veränderung des Lastübertrags durch Porenbildung und Ablösungen an der Grenzfläche vermutet [Hub06].

Alle diese physikalischen Prozesse sind prinzipiell in Interpenetrierender Metall-Keramik-Verbundwerkstoff (*engl.*: Interpenetrating Metal Ceramic Composite) (IMCC)s möglich und es kann erwartet werden, dass sie größtenteils parallel ablaufen. Durch diese Überlagerung ist es jedoch schwierig, die Mechanismen getrennt voneinander zu untersuchen, weshalb es noch keinen Konsens darüber gibt, welche Prozesse in welchem Bereich der thermischen Zyklisierung dominant sind. Dies ist Gegenstand der Untersuchungen in dieser Arbeit.

3. Methoden

In diesem Abschnitt werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und eingesetzt Methoden beschrieben. Diese dienen dem Zweck, die in Abschnitt 2 gestellten und bisher noch offenen Forschungsfragen über die physikalischen Zusammenhänge in interpenetrierenden Verbundwerkstoffen unter mechanischer und thermischer Belastung zu beantworten. Dafür wurde zunächst eine Filtermethode für Rekonstruktionsverfahren entwickelt, die eine Erstellung von digitalen Zwillingen interpenetrierender Verbunde ermöglicht (Abschnitt 3.1). In Abschnitt 3.2 wird darüber hinaus ein neuer Generierungsalgorithmus für diese Materialklasse vorgestellt, der äquivalente Mikrostrukturen zeiteffizient digital generieren kann, welche sowohl mit der FEM als auch der FFT-Methode kompatibel sind. Abschnitt 3.3 beschreibt eine Methode zur Bestimmung effektiver elastischer Eigenschaften, die zur Untersuchung der Materialhomogenität dient. Zur Identifikation von Spannungslokalisierung und daraus resultierenden Schädigungsmechanismen wurde ein Modellierungsansatz erarbeitet, der die dreidimensionale Schädigung in interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen beschreiben kann (Abschnitt 3.4). Darauf aufbauend wurde erstmals ein Verfahren entwickelt, das die dreidimensionale Modellierung und qualitative sowie quantitative Analyse des Selbstheilungspotenzials dieser Materialklasse ermöglicht (Abschnitt 3.5). Abschließend wird in Abschnitt 3.6 eine systematische Vorgehensweise vorgestellt, die eine Zuordnung verschiedener temperaturabhängiger Mikrostrukturprozesse bei thermischer Ausdehnung des Verbunds ermöglicht.

3.1. Mikrostrukturekonstruktion

Mithilfe des in [Lav16] beschriebenen Direktschäumverfahrens ist es gelungen, keramische Preforms mit hohem Porenanteil von ca. 70 vol.% kostengünstig und ressourceneffizient herzustellen. Um diese numerisch zu charakterisieren, wurde ein Mikrostrukturekonstruktionsansatz gewählt (siehe Abschnitt 2.2), um eine möglichst realitätsnahe und detailgetreue digitale Abbildung des interpenetrierenden Verbunds zu gewährleisten. Diese ermöglicht einen späteren Vergleich zwischen numerischen Ergebnissen und realen, experimentellen Untersuchungen der gleichen Mikrostruktur und somit einer Validierung der entwickelten Simulationsmodelle.

Für die Rekonstruktion wurden Mikro-CT-Scans des untersuchten Keramikschaums durchgeführt [Hor20]. Die CT-Bilder sind dabei durch würfelförmige Voxel mit einer Kantenlänge von $2,66 \mu\text{m}$ aufgelöst. Aus der gescannten Probe ($5 \times 5 \times 5 \text{ mm}^3$) wird ein kubischer Untersuchungsbereich (*engl.*: region of interest = ROI) mit einer Kantenlänge von etwa 1,9

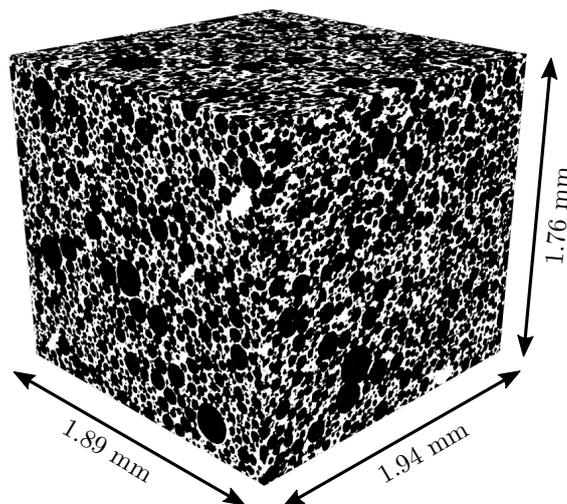


Abbildung 3.1.: Rekonstruiertes 3D ROI der Mikrostruktur aus binarisierten μ CT-Scanbildern des Al_2O_3 -Schaums (weiß = Keramik, schwarz = Pore), in Anlehnung an [Hor20]

mm in der Mitte der Probe als Rekonstruktionsvolumen analysiert. Um eine klare Trennung zwischen Pore und Keramik zu erreichen, die für spätere numerische Simulationen unerlässlich ist, müssen die Graustufenbilder des ROI binarisiert werden. Aufgrund des hohen Materialkontrasts zwischen dem Al_2O_3 und den Poren sind die Graustufenwerte der Phasen sehr unterschiedlich, weshalb im ersten Schritt ein globaler Graustufenschweralgorithmus auf der Grundlage von Otsu [Ots79] verwendet wird. Anschließend wird der Porenanteil des in Abbildung 3.1 gezeigten binarisierten μ -CT-Scans durch Bestimmen der Voxel auf 69,6 % identifiziert.

Aufgrund der komplexen Mikrostruktur weist die Rekonstruktion (siehe Abbildung 3.1) jedoch noch eine signifikante Menge an Segmentierungsfehlern auf, die in Abbildung 3.2a deutlicher zu erkennen sind. Um eine korrekte Struktur für die numerische Untersuchung ohne Artefakte aus dem Rekonstruktionsprozess, wie z.B. schwebende Voxel, zu gewährleisten und die Porengrößenverteilung des Schaums bestimmen zu können, wird folgendes Post-Processing basierend auf [Van14] angewandt: kleine, isolierte Voxelbereiche (Segmentierungsfehler) werden durch eine Kombination aus Voxelerosion und anschließender Dilatation sowohl für die Keramik als auch für das Porenvolumen entfernt (siehe Abbildung 3.2a/b). Dieser Filteralgorithmus erreicht einen Porenvolumenanteil, der einen vernachlässigbaren Anstieg der Gesamtporosität um 0,03 % im Vergleich zu den Anteilen des ursprünglichen binarisierten Scans zeigt. Somit wird die Gesamtporosität durch die Filterroutine nur unwesentlich beeinflusst und gleichzeitig eine zielführende Vorbereitung der Struktur als zusammenhängende Phase für die numerische Betrachtung erreicht. Anschließend werden die Mittelpunkte der einzelnen Poren mithilfe einer euklidischen Distanztransformation (EDT) markiert. (siehe Abbildung 3.2c) [Fab08]. Schließlich wird eine Watershed Segmentierung [Soi90] auf der Grundlage der gesetzten Marker durchgeführt, um einzelne Poren innerhalb des zusammenhängenden porösen Netzwerks zu unterscheiden (Abbildung 3.2d).

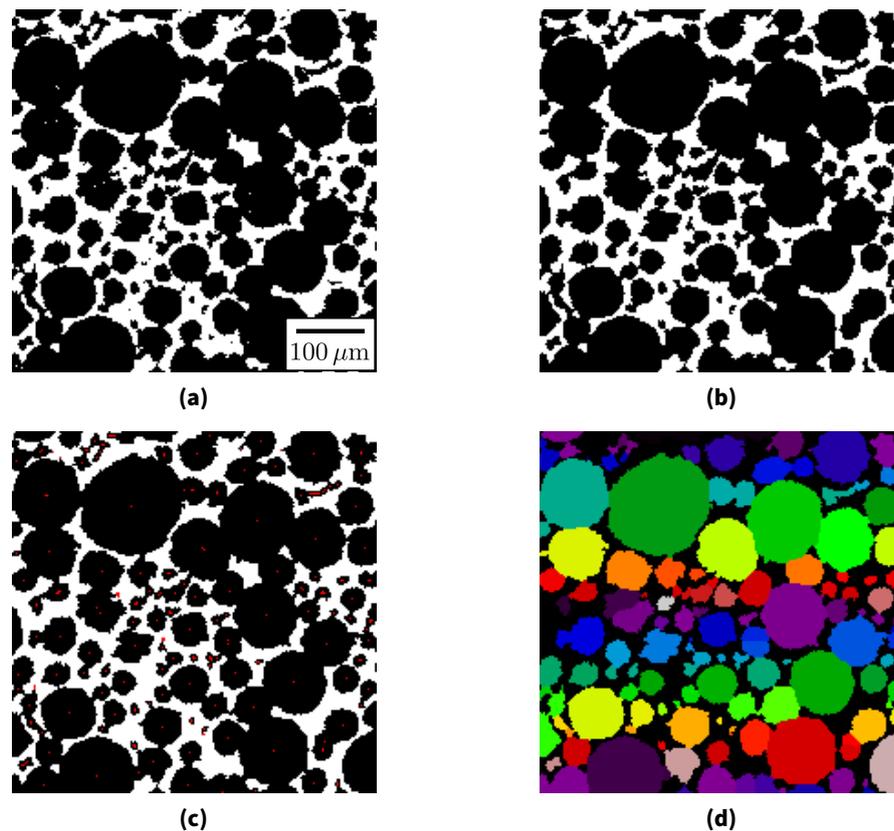


Abbildung 3.2.: Bildverarbeitung von Mikro-CT-Scan-Bildern für die 3D Mikrostrukturekonstruktion und -charakterisierung in Anlehnung an [Hor20]: (a) binarisiert, (b) gefiltert, (c) mit EDT markiert und (d) mit dem Watershed-Algorithmus segmentiert, wobei einzelne erkannte Poren durch unterschiedliche Farben gekennzeichnet sind. Die Verfahren wurden auf 3D-Bilder angewandt, doch werden hier 2D-Bilder für eine anschauliche Visualisierung verwendet.

Da numerische Untersuchungen des gesamten ROI-Volumens zu zeitintensiv sind, werden innerhalb des segmentierten ROI kubische Teilvolumina nach dem Zufallsprinzip ausgewählt. Um später die effektiven elastischen Eigenschaften systematisch charakterisieren zu können, werden die voxelbasierten direkt als reguläres Rechengitter für die FFT-Methode verwendet. Für die numerische Untersuchung mittels FEM-Methode müssen diese Teilvolumina in Voxeldarstellung jedoch noch in ein FE-Modell mit entsprechender Diskretisierung in Knoten und Elemente übertragen werden.

Ein Beispiel für ein solches FE-Diskretisiertes Teilvolumen ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Hier wird nur der Keramikschaum gezeigt, um einen besseren Einblick in die interpenetrierende Struktur und den Rekonstruktionsprozess zu erhalten. Für die Modellierung des Verbundwerkstoffs wird das Porenvolumen mit der Aluminiumlegierung gefüllt. Dafür wird zunächst die Grenzfläche zwischen dem Al_2O_3 und dem porösen Volumen (oder AlSi10Mg für den Verbundwerkstoff) trianguliert und geglättet, um künstliche Spannungskonzentrationen zu reduzieren, die durch die scharfen Kanten der Voxel-Mikrostruktur in der Simulation verursacht werden. Dazu wird der in der Materialise 3-matic 14.0 Software [Mat19] implementierte Laplace-Algorithmus erster Ordnung angewendet. Anschließend

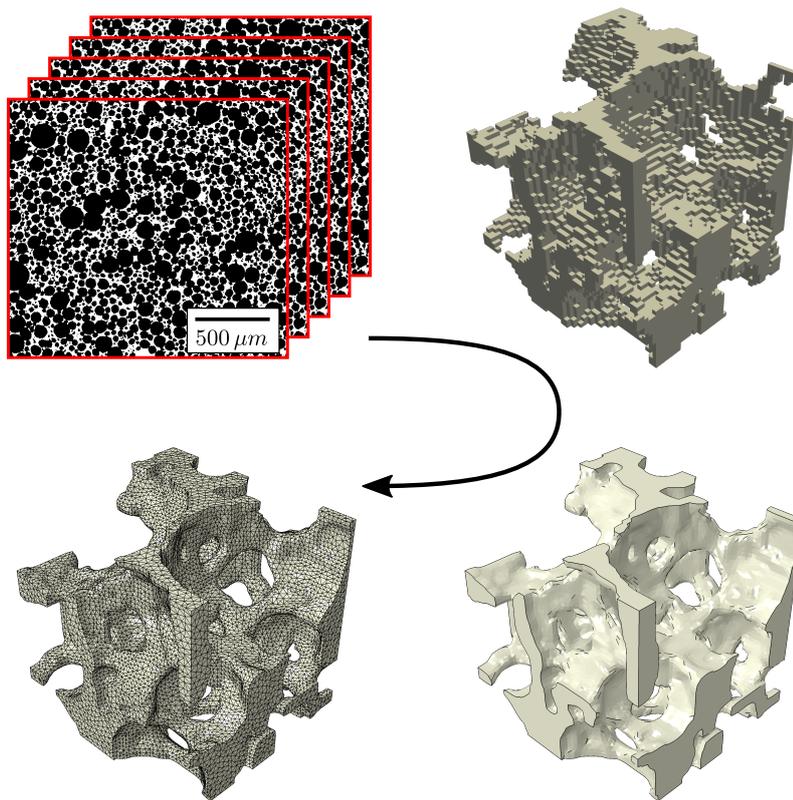


Abbildung 3.3.: Prozess der Rekonstruktion von binarisierten 2D-Bildern zu einem geglätteten 3D FEM-Netz, in Anlehnung an [Hor22].

werden das Keramik- und das Metallvolumen mit tetraedrischen finiten Elementen vernetzt. Dies ist beispielhaft in Abbildung 3.3 für den Keramikschaum mit insgesamt 731.673 tetraedrischen Elementen dargestellt.

Es ist anzumerken, dass der CT-Scan an der keramischen Vorform vor der AlSi10Mg-Infiltration durchgeführt wurde, da der Materialkontrast zwischen Al_2O_3 und den Poren höher ist als bei der Aluminiumlegierung. Der Verbundwerkstoff wird anschließend unter der Annahme eines perfekt infiltrierten Keramikschaums modelliert, wobei mögliche Restporen innerhalb des Aluminiums oder an der Grenzfläche nicht berücksichtigt werden. Aufgrund der Auflösung des CT-Scans mit einer Voxelgröße von etwa $2,6^3 \mu\text{m}^3$ könnten auch kleinere Poren in den Keramikstäben vorhanden sein, die jedoch nicht aufgelöst werden. Mögliche Vorrisse in der Al_2O_3 -Phase, die durch den Infiltrationsprozess entstanden sein könnten, werden in der vorliegenden Studie vernachlässigt.

3.2. Mikrostrukturgenerierung

Neben der Rekonstruktion spielt die Generierung von Mikrostrukturen eine wichtige Rolle bei der Analyse des mikrostrukturellen Verhaltens und der Identifizierung grundlegender Mechanismen. Die Erzeugung auf der Grundlage mathematischer Formulierungen

ermöglicht die zeiteffiziente Untersuchung eines breiten Spektrums von Mikrostrukturvarianten und Einblicke in das Verhalten und die Auswirkungen einzelner Material- oder Geometrieparameter.

Für den in dieser Arbeit betrachteten Verbundwerkstoff umfasst die Mikrostrukturgenerierung mehrere Herausforderungen: Er besteht aus zwei Komponenten (Al_2O_3 und AlSi10Mg) mit einer interpenetrierenden Struktur, was bedeutet, dass beide Phasen im gesamten Volumen topologisch miteinander verbunden sind. Die vorherrschende Form der Aluminiumphase ergibt sich hier aus zusammenhängenden kugelförmigen Objekten unterschiedlicher Größe, wie in Abbildung 3.1 und 3.2 zu sehen. Außerdem ist sie nicht geordnet und zeigt auf der Mikroskala Zufälligkeit und Heterogenität.

Ein weit verbreiteter Algorithmus zur Geometrieerzeugung mit sphärischen Objekten ist die RSA-Methode (*engl.*: Random Sequential Adsorption) [Wid65], bei der nacheinander neue Sphären in einem vordefinierten Volumen platziert werden, bis ein gewünschter Zielvolumenanteil erreicht ist. Diese Methode beinhaltet klassischerweise eine Einschränkung, die eine Überlappung der Kugeln verhindert. Auf diese Weise wird eine kontinuierliche Matrix mit isolierten Inklusionen erzeugt. Als Folge des randomisierten Platzierungsverfahrens können nur relativ kleine Volumenanteile erreicht werden, d.h. bis zu etwa 38 % für monodisperse Kugeln [Coo88]. Die Erzeugung höherer Volumenanteile von Einschlüssen ist zeitaufwendig, wenn nicht gar unmöglich.

Um diese Art geometrischer Mikrostrukturgenerierung auch für interpenetrierende Verbunde mit hohen Kugel-Volumenanteilen verwenden zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Formulierung entwickelt, die die alle dafür nötigen Funktionalitäten und Parameter umfasst. Der Ansatz basiert auf der von Widom [Wid65] eingeführten RSA Methode. Mit der Annahme, dass die Poren des keramischen Schaums ideal sphärisch sind, wird die finale Mikrostruktur durch sukzessives Hinzufügen von Kugeln zu einer hexaedrischen Volumenzelle erzeugt. Beim klassischen RSA-Algorithmus wird eine nicht überlappende Bedingung auferlegt, was zu einem Verbundwerkstoff mit isolierten Einschlüssen führt. Um jedoch eine interpenetrierende Mikrostruktur zu erzeugen, wird die RSA-Formulierung im Hinblick auf die Kugelplatzierung modifiziert. Die Grundidee besteht darin, die vollständig zufällige Kugelplatzierung einzuschränken und die Positionen für potenzielle neue Kugeln auf bestimmte Volumenbereiche zu beschränken, um eine Verbindung zwischen neuen Kugeln und dem bereits vorhandenen Porenvolumen zu gewährleisten. Im Folgenden wird der erweiterte RSA-Algorithmus im Detail beschrieben.

Zunächst wird eine leere Zelle mit den Abmessungen L_x, L_y, L_z initialisiert. Der Radius r_1 der ersten Kugel (wie auch für jede weitere Kugel) wird entsprechend der definierten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Kugelgrößenverteilung (*pdf*) gewählt. Zur Charakterisierung der rekonstruierten CT-Daten der Vorform des in dieser Arbeit betrachteten Materials, wurde eine verallgemeinerte Extremwertverteilung (*GEV*) gefunden, die die

Verteilung der kugelförmigen Poren am besten beschreibt, siehe Abschnitt 4.1, die durch die Parameter c , loc und $scale$ als Funktion von a definiert ist:

$$pdf(b, c) = \frac{1}{scale} \begin{cases} \exp(-\exp(-b)) \exp(-b) & , \text{ for } c = 0 \\ \exp(-(1 - cb)^{\frac{1}{c}}) (1 - cb)^{\frac{1}{c}-1} & , \text{ for } b \leq \frac{1}{c}, c > 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

with $b = \frac{a - loc}{scale}$.

Die erste Kugel wird an einer zufälligen Position \mathbf{p}_1 innerhalb eines Quaders von $L_x/2 \times L_y/2 \times L_z/2$ im Zentrum der Zelle platziert, um eine gleichmäßige Kugelverteilung im gesamten Volumen zu begünstigen.

Die zweite Kugel wird zufällig innerhalb eines bestimmten Abstandsbereichs $[d_{min}; d_{max}]$ um Kugel 1 platziert, wie in Abbildung 3.4a (graue Fläche) gezeigt. Die Position \mathbf{p}_2 der Kugel 2 lässt sich berechnen, indem man Polarkoordinaten verwendet und die beiden Winkel θ, ϕ sowie den Abstand d zufällig wählt:

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_1 + d \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} d \in [d_{min}; d_{max}] \\ \theta \in [0; 2\pi] \\ \phi \in [0; \pi] \end{array} \quad (3.2)$$

Die Abstände d_{min} und d_{max} hängen von den Radien r_1 und r_2 der beteiligten Kugeln und den Überlappungsparametern ovl_{min} und ovl_{max} ab, um den interpenetrierenden Charakter der Mikrostruktur zu gewährleisten, aber zu vermeiden, dass kleine Kugeln vollständig in großen Kugeln versinken:

$$\begin{aligned} d_{min} &= \max\{r_1, r_2\} + (1 - ovl_{max}) \cdot \min\{r_1, r_2\} \\ d_{max} &= \max\{r_1, r_2\} + (1 - ovl_{min}) \cdot \min\{r_1, r_2\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ausgehend von Kugel 3 wird die Strategie der Kugelplatzierung durch die Parameter $n_{min} \in \{1, 2, 3\}$ und $bias$ (boolescher Operator) definiert. Vor dem Hinzufügen der neuen Kugel wird eine der bereits vorhandenen Kugeln innerhalb der *spherelist* zufällig ausgewählt. Im einfachsten Fall von $n_{min} = 1$ wird die neue Kugel zufällig um die alte Kugel herum platziert, wie in Gleichung 3.2 angegeben. Dies ist beispielhaft in Abbildung 3.4b für eine dritte Kugel dargestellt, die in den grau markierten Bereichen um Kugel 1 (\mathbf{p}'_3) oder Kugel 2 (\mathbf{p}''_3) platziert werden kann, je nachdem, welche der beiden Kugeln gewählt wurde.

Bei $n_{min} = 2$ wird zusätzlich ein zufälliger Nachbar der ausgewählten Kugel berücksichtigt und die neue Kugel kann nur in den (blau markierten) Bereichen platziert werden, in denen sie sich mit beiden überlappt (z.B. \mathbf{p}'''_3). Ebenso überschneidet sich eine neu platzierte Kugel mit drei vorhandenen Kugeln, wenn $n_{min} = 3$ ist (dies kann im vereinfachten 2D-Schema nicht visualisiert werden).

Mit $bias = True$ wird die Anzahl der Zufallsauswahlen n_i^{rand} für jede Kugel verfolgt und als Vorgabe für nachfolgende Auswahlen verwendet. Die Wahrscheinlichkeit ϱ_i , eine bestimmte Kugel zu wählen, korreliert mit dem Kehrwert dieser Zahl $\varrho_i = (n_i^{rand})^{-1}$, um eine räumlich homogene Verteilung der Kugeln zu erhalten.

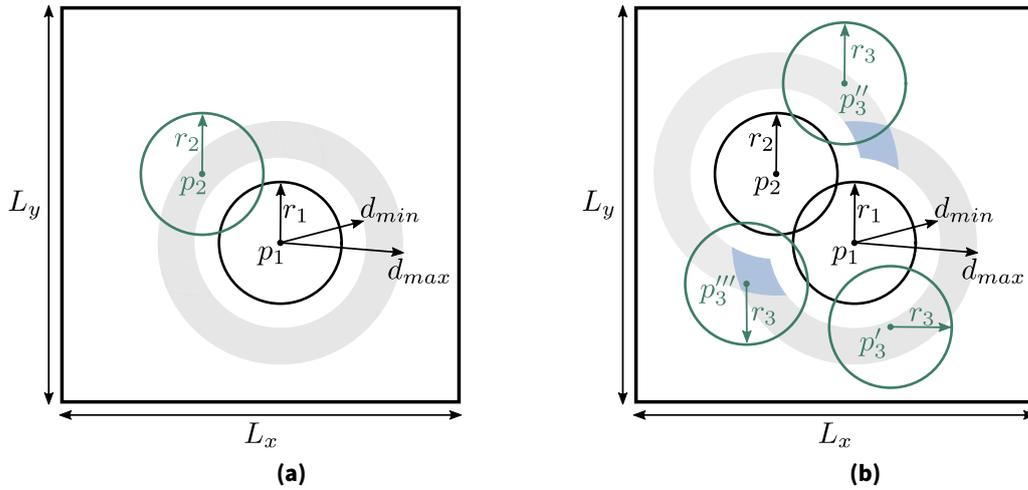


Abbildung 3.4.: Vereinfachtes 2D-Schema des modifizierten RSA-Algorithmus mit gleich großen Kugeln. (a) Die erste Kugel mit Radius r_1 befindet sich an der Position p_1 im mittleren Viertel der Zelle. Die zweite kann in einem bestimmten Abstandsbereich d mit $d_{min} \leq d \leq d_{max}$ um Kugel 1 platziert werden (grau markiert). (b) Eine dritte Kugel kann sich entweder mit einer der ersten beiden Kugel (p_3' , p_3'') schneiden, wenn sie im grau markierten Bereich liegt, oder mit beiden (p_3'''), wenn sie im blauen Bereich liegt. Die Wahrscheinlichkeiten von p_3' , p_3'' und p_3''' werden durch den Parameter n_{min} bestimmt. In Anlehnung an [Hor22]

Eine Zulässigkeitsprüfung wird durchgeführt, sobald die neue Position der (i -ten) Kugel festgelegt ist. Der Abstand d_{ij} zu allen anderen Kugeln wird berechnet und der zulässige Abstandsbereich $d_{min} < d_{ij} < d_{max}$ gemäß Gleichung 3.3 geprüft, mit den Indizes $r_1 \rightarrow r_i$ (i = Index der neuen Kugel), $r_2 \rightarrow r_j$ (j = Index der Kugel aus *spherelist*) und Iteration über alle j . Man beachte, dass die Abstandsberechnung für periodische und nicht periodische Mikrostrukturen unterschiedlich ist (siehe Anhang).

Ein Mindestabstand für nicht überlappende Kugeln

$$d_{non-ovl} \geq (1 + dist_{min})(r_i + r_j) \quad (3.4)$$

muss beibehalten werden, um sehr feine, lokale Geometrien zu vermeiden und spätere Schwierigkeiten bei der FEM-Vernetzung zu verringern. Aus dem gleichen Grund wird eine Überlappungsprüfung der Kugeln mit den Zellgrenzen durchgeführt. Kugeln können nicht in einem definierten Abstandsbereich zu den Zellgrenzen positioniert werden, der sehr kleine Kugelkappenabschnitte vermeidet. Daher kann $\mathbf{p}_i = [p_i^x, p_i^y, p_i^z]^T$ an jeder beliebigen Stelle innerhalb der Zelle liegen, außer bei

$$\begin{aligned} (1 - ovl_{cell}) r_i \not\leq p_i^k \not\leq r_i \\ L_k - (1 - ovl_{cell}) r_i \not\leq p_i^k \not\leq L_k - r_i \end{aligned}, \text{ für jedes } k \in \{x, y, z\} \quad (3.5)$$

mit dem Zellüberlappungsparameter ovl_{cell} und den Zellabmessungen $\mathbf{L} = [L_x, L_y, L_z]^T$. Bei nicht periodischen Mikrostrukturen (*periodisch* == *False*) sind auch Kugelpositionen \mathbf{p}_i außerhalb der Zelle erlaubt:

$$\begin{aligned} -(1 - ovl_{cell}) r_i \leq p_i^k \leq 0 \\ L_k + (1 - ovl_{cell}) r_i \geq p_i^k \geq L_k \end{aligned}, \text{ für jedes } k \in \{x, y, z\} \quad (3.6)$$

Wird eine der Zulässigkeitsprüfungen aus Gleichung 3.4-3.6 nicht bestanden, wird die Kugel verworfen und eine neue Kugelplatzierung initialisiert. Andernfalls muss das Volumen der Kugel, die der Zelle hinzugefügt wird, berechnet werden.

Während dieses Volumen für eine Kugel ohne Überschneidungen, die vollständig in der Zelle platziert ist, über $V_{sphere} = \frac{3}{4}\pi r^3$ leicht zu bestimmen ist, müssen in diesem Fall zusätzlich das Überschneidungsvolumina mit anderen Kugeln in Betracht gezogen werden. Bei nicht-periodischen Mikrostrukturen muss zusätzlich das durch die Zellgrenzen abgeschnittene Volumen berücksichtigt werden, was die Berechnung aufwendiger macht als bei periodischen Strukturen. Sowohl die Berechnung der Kugelüberlappung als auch der Zellgrenzenüberlappung basiert auf dem Volumen eines Kugelsegments, das sich aus einem Schnitt der Kugel mit einer Ebene ergibt

$$V_{cap} = \frac{\pi}{3}h^2(3r - h). \quad (3.7)$$

Dabei ist h die Höhe des Segments nach [Har98]. Für den Schnittpunkt einer Kugel mit einem (ebenen) Zellrand ist die Bestimmung von h trivial, aber auch das Schnittvolumen zweier Kugeln i und j kann analytisch ausgedrückt werden. Dabei lässt sich die Segmenthöhe h_i der Kugel i , die sich in einem Abstand d zur Kugel j befindet, beschreiben mit

$$h_i(i, j) = r_j - \frac{(r_j^2 - r_i^2 + d^2)}{2d}. \quad (3.8)$$

Das Schnittvolumen ist die Summe der Segmente zweier benachbarter Kugeln, die für jede Kugel jeweils durch die Gleichungen 3.7 und 3.8 bestimmt werden kann. Summiert man über alle Nachbarkugeln $j = 1 \dots n$ die sich mit der Kugel i schneiden, ergibt sich das Gesamtschnittvolumen

$$\begin{aligned} V_{i, intersect} &= \sum_{j=1}^n V_{i, cap} + V_{j, cap} \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{\pi}{3}h_i^2(3r_i - h_i) + \frac{\pi}{3}h_j^2(3r_j - h_j). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Dieses Volumen ist bereits von anderen Kugeln belegt, wenn eine neue Kugel i an der Position \mathbf{p}_i platziert wird. Bei periodischen Mikrostrukturen wird dieses Volumen vom Gesamtkugelvolumen subtrahiert, um das neu hinzugefügte Volumen $V_{i, add} = V_{i, sphere} - V_{i, intersect}$ zu erhalten.

Bei nicht-periodischen Strukturen müssen auch die Abgrenzungen an den Zellgrenzen berücksichtigt werden. Zunächst muss bestimmt werden, mit welcher der sechs Zellflächen die Kugel in Kontakt ist, d.h. wo der Abstand der Kugel zum Zellrand kleiner als ihr Radius ist. Überschneidungen werden in einem einfachen booleschen Array $(x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}, z_{min}, z_{max})$ erfasst, wobei die Eingabewerte gleich 1 sind, wenn die Kugel die jeweilige Zellgrenze schneidet, und 0 andernfalls. Für jeden Schnittpunkt müssen die Höhe der Überlappung δ berechnet und weiter zwischen den verschiedenen Überlappungsfällen in Abhängigkeit von der Gesamtzahl der Überlappungen zwischen

Kugel und Zellfläche n_δ (≤ 3) unterschieden werden, um das Volumen der Kugel zu berechnen, das sich innerhalb der Zelle befindet [Fre10]. Es ergeben sich folgende Fälle:

$n_\delta = 0$: keine Zellüberlappungen

In diesem Fall ist das Kugelvolumen innerhalb der Zelle gleich dem gesamten Kugelvolumen $V_{in} = V_{sphere} = \frac{3}{4}\pi r$.

$n_\delta = 1$: Überlappung mit einer einzigen Zellfläche

Das Volumen der Abgrenzung durch die Zellfläche $V_{face}(\delta)$ kann mit der Formel für das Kugelsegment nach Gleichung 3.7 und einer Segmenthöhe $h = \delta$ berechnet werden. Eine alternative, dimensionslose Form zur Berechnung von V_{face} findet sich im Anhang A.2. Das innerhalb der Zelle verbleibende Volumen der Kugel V_{in} ist gegeben durch

$$V_{in} = V_{sphere} - V_{face} . \quad (3.10)$$

$n_\delta = 2$: Überlappung mit zwei Zellflächen

Es sind zwei Flächenvolumina $V_{face}(\delta_1)$, $V_{face}(\delta_2)$ und ein Kantenvolumen $V_{edge}(\delta_1, \delta_2)$ in Abhängigkeit von den Abständen zu den beiden Zellflächen δ_1 , δ_2 und dem Kugelradius r zu berücksichtigen. Der mathematische Ausdruck von V_{edge} ist in Anhang A.2 dargestellt. Das Kugelvolumen in der Zelle kann dann berechnet werden als

$$V_{in} = V_{sphere} - \sum V_{face} + V_{edge} . \quad (3.11)$$

$n_\delta = 3$: Überlappung mit drei Zellflächen

In diesem Fall müssen drei Flächenvolumina $V_{face}(\delta_1)$, $V_{face}(\delta_2)$, $V_{face}(\delta_3)$, drei Kantenvolumina $V_{edge}(\delta_1, \delta_2)$, $V_{edge}(\delta_1, \delta_3)$, $V_{edge}(\delta_2, \delta_3)$ und das Eckvolumen $V_{corner}(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ bestimmt werden, um V_{in} zu berechnen. Die Gleichung zur Bestimmung von V_{corner} ist in Anhang A.2 angegeben.

$$V_{in} = V_{sphere} - \sum V_{face} + \sum V_{edge} - V_{corner} . \quad (3.12)$$

Mit dem Volumen $V_{i,in}$ der Kugel i innerhalb der Zelle, das in Gleichungen 3.10-3.12 (abhängig von der Position \mathbf{p}_i und dem Radius r_i) und dem Schnittvolumen $V_{i,intersect}$ aus Gleichung 3.9 lässt sich das zur Zelle hinzugefügte Volumen im nicht periodischen Fall bestimmen.

$$V_{i,add} = V_{i,in} - V_{i,intersect} \quad (3.13)$$

Anschließend wird eine Schätzung des Volumenanteils einschließlich der neuen Kugel i mit $estimate = fraction + V_{i,add}/V_{cell}$ berechnet. Wenn der geschätzte $estimate_i$ den Zielanteil plus Toleranz überschreitet, wird die Kugel verworfen und eine neue Kugelplatzierung initialisiert. Andernfalls wird die Kugel der *spherelist* hinzugefügt und der aktuelle *fraction* wird um den Wert von *estimate* aktualisiert. Der Vorgang wird so lange wiederholt, bis der angestrebte Volumenanteil innerhalb definierter Toleranzen erreicht ist. Zur besseren Veranschaulichung ist der beschriebene Mikrostrukturgenerator als Pseudocode in Algorithmus 1 dargestellt. Die beteiligten Parameter sind in Tabelle 4.2 aufgelistet und beschrieben.

Algorithm 1 Pseudocode modifizierter RSA-Algorithmus

```

1:  $i, fraction \leftarrow 0$ 
    $spherelist \leftarrow$  initialisieren
2: while  $fraction \leq target$  do
3:    $i += 1$ 
4:    $sphere_i \leftarrow$  initialisieren
5:   Wähle  $r_i$  gemäß  $pdf$ 
6:    $n_{min}$  Nachbarn aus  $spherelist$  auswählen,  $n_{min} \in \{1, 2, 3\}$ 
   Wähle eine zufällige Position  $p_i$  mit Abstand
    $d_{min} \leq d \leq d_{max}$  zu Nachbarkugeln
7:   for  $sphere_j$  in  $spherelist$  do
8:      $reject \leftarrow$  Zulässigkeitsprüfung ( $sphere_i, sphere_j$ )
9:     if  $reject == True$  then:
10:      Kugel ablehnen und gehe zu 3
11:    end if
12:  end for
13:  Berechne das der Zelle hinzugefügte Kugelvolumen
    $v_{i,add} = v_{i,in} - v_{i,intersect}$ 
14:  Schätzen des gesamten Kugelvolumenanteils
    $estimate_i = fraction + v_{i,add}/v_{Zelle}$ 
15:  if  $estimate > target$  then:
16:    Kugel ablehnen und gehe zu 3
17:  else:
18:     $fraction \leftarrow estimate$ 
19:     $spherelist += sphere_i$ 
20:  end if
21: end while

```

3.3. Modellierung effektiver elastischer Eigenschaften

Um die Isotropie des keramischen Schaums und des IMCCs zu untersuchen und die Größe eines charakteristische RVE zu ermitteln, werden die effektiven elastischen Eigenschaften der Rekonstruktionen mittels der FFT-Methode numerisch bestimmt. Dazu werden

unterschiedlich große, kubischer Teilvolumina (mit 50 – 100 Voxel Kantenlänge) des rekonstruierten ROI über einen konstanten Deformationsgradienten $\bar{\mathbf{F}}$ belastet und die daraus resultierende Spannungsantwort berechnet. Dabei stellt jedes Voxel des segmentierten Mikro-CT-Scans einen Integrationspunkt für das numerische Modell dar.

Die effektiven mechanischen Eigenschaften eines Mikrostruktur-VEs ergeben sich aus den volumengemittelten Spannungen $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ und Dehnungen $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$. Diese werden über die lokalen Spannungen σ_{ij} und Dehnungen ε_{ij} durch Multiplikation mit einem, dem in den Integrationspunkt zugewiesenen, Volumenwichtungsfaktor w und Integration über das Volumen V der jeweiligen Struktur, d.h.:

$$\langle \sigma \rangle_{ij} = \frac{1}{V} \int_V w \sigma_{ij} dV \quad \text{und} \quad \langle \varepsilon \rangle_{ij} = \frac{1}{V} \int_V w \varepsilon_{ij} dV. \quad (3.14)$$

Der effektive Steifigkeitstensor $\langle \mathbb{C} \rangle$ korreliert mit den volumengemittelten Spannungen und Dehnungen nach $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \langle \mathbb{C} \rangle : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$. Unter Verwendung der Voigt-Notation kann der Steifigkeitstensor als symmetrische 6×6 -Matrix \mathbb{C} und die Tensoren zweiter Ordnung als Vektoren dargestellt werden, die lauten

$$\begin{bmatrix} \langle \sigma \rangle_{11} \\ \langle \sigma \rangle_{22} \\ \langle \sigma \rangle_{33} \\ \langle \sigma \rangle_{23} \\ \langle \sigma \rangle_{13} \\ \langle \sigma \rangle_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \varepsilon \rangle_{11} \\ \langle \varepsilon \rangle_{22} \\ \langle \varepsilon \rangle_{33} \\ 2 \langle \varepsilon \rangle_{23} \\ 2 \langle \varepsilon \rangle_{13} \\ 2 \langle \varepsilon \rangle_{12} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Um die 36 Einträge der Matrix \mathbb{C} für eine bestimmte Mikrostruktur zu ermitteln, werden sechs unabhängige Lastfälle simuliert. Dabei handelt es sich um reine Druckbelastungen in x(11)-, y(22)- und z(33)-Richtung sowie um Scherdehnungen in yz(23)-, xz(13)- und xy(12)-Richtung mit deaktivierter Dehnung in den anderen Richtungen, siehe Abbildung 3.5. Für alle Lastfälle wird ein konstanter Deformationsgradient von $\bar{\mathbf{F}} = 5 \cdot 10^{-4}$ in der entsprechenden Richtung vorgegeben. Aus dem sich daraus ergebenden mittleren Spannungsverlauf kann für jeden Lastfall eine Spalte von \mathbb{C} bestimmt werden. Anschließend werden die effektiven elastischen Eigenschaften des Schaums und des Verbunds aus \mathbb{C} mit Voigt- und Reuss-Mitteln [Hil52] abgeleitet, wie von Soyarslan et al. beschrieben [Soy18].

3.4. Schädigungsmodellierung

Um die rekonstruierten und generierten Mikrostrukturen hinsichtlich der Schädigungsmechanismen numerisch zu untersuchen, wurden die FFT-Betrachtungen um FE-Modelle erweitert. Dies hat den Hintergrund, dass bei der Schädigung sehr große Spannungsunterschiede auftreten. Obwohl die FFT-Methode in der Berechnung effizienter ist, stellen

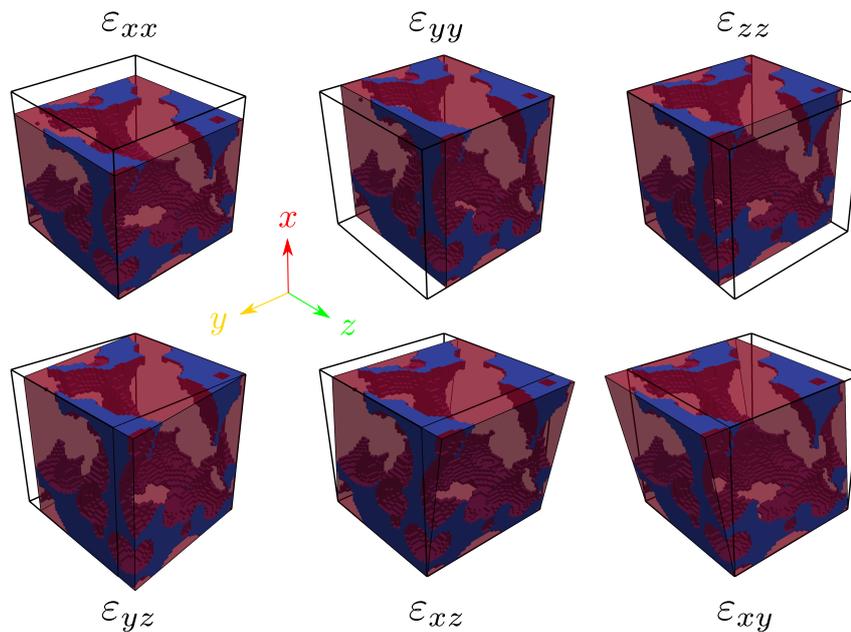


Abbildung 3.5.: Die sechs unabhängigen Lastfälle (Druck in x-, y- und z-Richtung und Scherung in yz-, xz- und xy-Richtung) zur Bestimmung der die Steifigkeitsmatrix \mathbb{C} des Schaums und des Verbundstoffs [Hor20]. Exemplarische IMCC Mikrostruktur in die Al_2O_3 -Phase blau und die AlSi10Mg-Phase in rot dargestellt sind.

diese starken, lokalen Nichtlinearitäten ein numerisches Problem für die globalen Ansatzfunktionen dar, weshalb eine FE-Methode mit lokalen Ansatzfunktionen besser geeignet ist. Die Übertragung der CT-Scan-Rekonstruktionen in ein FE-Netz wurde hierzu, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, durchgeführt. Für die generierten Mikrostrukturen wurden die Informationen über die Zellabmessungen und die Kugelanordnung der *spherelist*-Ausgabe des modifizierten RSA-Algorithmus, siehe Algorithmus 1, zusammen mit den konstruktiven Festkörpergeometrie-Funktionen und Vernetzungsmöglichkeiten der *Abaqus/CAE* [Das19] Software verwendet, um die Modellgeometrie zu erstellen.

3.4.1. Konstitutivgesetze

Al_2O_3 Keramik

Im Hinblick auf die Schädigungsmodellierung besteht eine der größten Herausforderungen und gleichzeitig die Zielsatzung darin, zu ermitteln, an welchen Stellen die Schädigung initiiert wird und wie sie sich ausbreitet. Techniken zur Trennung von Elementen sind daher nicht geeignet. Der hohe Rechenaufwand für die komplexen IMCC Mikrostrukturen stellt eine weitere Herausforderung dar. Das FE-Netz der rekonstruierten Mikrostrukturen (siehe Abbildung 3.3) enthält bereits etwa eine Million Elemente (und mehr) und XFEM- sowie Variationsansätze erfordern eine weitere Netzverfeinerung entlang der Risspfade. Daher wird zur Optimierung zwischen Genauigkeit und Recheneffizienz ein regularisiertes

Kontinuumsschädigungsmodell in Anlehnung an das fiktive Rissmodell von Hillerborg et al. [Hil76] und das Rissbandmodell von Bažant und Oh [Baž83] integriert.

Das spröde Schädigungsverhalten des Al_2O_3 wird durch die Annahme eine fixierte, multi-direktionale Kontinuumsrissannahme nach [Rot89] beschrieben. Bis zum Versagen wird eine lineare Elastizität angenommen. Dabei wird die Dehnrate $d\boldsymbol{\varepsilon}$ zunächst mittels

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^{el} + d\boldsymbol{\varepsilon}^{ck} \quad (3.16)$$

in eine elastische $d\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ und eine Rissdehnrate $d\boldsymbol{\varepsilon}^{ck}$ zerlegt, um den Zustand des geschädigten Festkörpers korrekt darstellen zu können. Im elastischen Bereich wird vor Beginn der Schädigung $\boldsymbol{\varepsilon}^{ck} = 0$ angenommen.

Ein spannungsbasiertes Rankine-Rissinitiierungskriterium wird verwendet, um den Beginn der Schädigung zu modellieren (siehe Abbildung 3.6a). Sobald die maximale Hauptzugspannung σ_1 die Zugfestigkeit des Materials σ_t^I überschreitet, wird der erste Riss gebildet. Es wird ein lokales orthonormales Koordinatensystem $(1, 2, 3)$ eingeführt, das in Richtung der Hauptspannungsachse ausgerichtet ist, d.h. die lokale 1-Achse ist die Normale der Rissebene und die lokale 2- und 3-Achse liegen in der Rissebene (siehe Abbildung 3.6b). Die globalen Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z)$ können durch eine Transformationsmatrix T in das lokale Koordinatensystem transformiert werden, die $\boldsymbol{\varepsilon}(x, y, z) = T \boldsymbol{\varepsilon}(1, 2, 3)$ lautet. Die gleiche Transformation gilt für die globalen und lokalen Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ bzw. $\boldsymbol{\tau}$. Das lokale Koordinatensystem und die Transformationsmatrix T werden zum Zeitpunkt des Auftretens des ersten Risses festgelegt (siehe Anhang A.3 für ein Beispiel von T). Nachfolgende Risse können sich nur orthogonal dazu bilden, was zu maximal 3 Rissen pro Materialpunkt in einer 3D-Konfiguration führt. Die Rissbedingung kann geschrieben werden als

$$\tau_{ii} - \sigma_t^I(\epsilon_{ii}^{ck}) = 0 \quad \text{und} \quad \tau_{ij} - \sigma_s^{II}(\epsilon_{ij}^{ck}, \epsilon_{ii}^{ck}, \epsilon_{jj}^{ck}) = 0 \quad (3.17)$$

für die Öffnung von Modus I bzw. Modus II. In Gleichung 3.17 wird keine Einstein-Summation für die Indizes i und j angewendet.

Die Beziehungen zwischen lokalen Spannungen und lokalen Dehnungen sind in inkrementeller Form gegeben durch

$$d\boldsymbol{\tau} = D d\boldsymbol{\varepsilon}^{ck} \quad (3.18)$$

mit der diagonalen Riss- oder Schädigungsmatrix D , die die Sekantensteifigkeitswerte (oder beschädigte Elastizität) für Zug- und Scherkomponenten enthält (analog zur skalaren Schädigungsvariable in Gleichung 2.23). Unter Verwendung der Elastizitätsbedingung $d\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} d\boldsymbol{\varepsilon}$ mit der elastischen Steifigkeitsmatrix \mathbb{C} und Gleichung 3.16 kann dies in die inkrementelle Spannungs-Dehnungs-Beziehung umgeschrieben werden

$$d\boldsymbol{\sigma} = [\mathbb{C} - \mathbb{C}T(D + T^T\mathbb{C}T)^{-1}T^T\mathbb{C}] d\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3.19)$$

In Anlehnung an Hillerborg et al. [Hil76] ist die Bruchenergie G_f^I , die benötigt wird, um aus einer Rissflächeneinheit zu brechen, eine Materialeigenschaft und kann aus der Rissöffnung du_i berechnet werden nach

$$G_f^I = \int \sigma_t^I du_i. \quad (3.20)$$

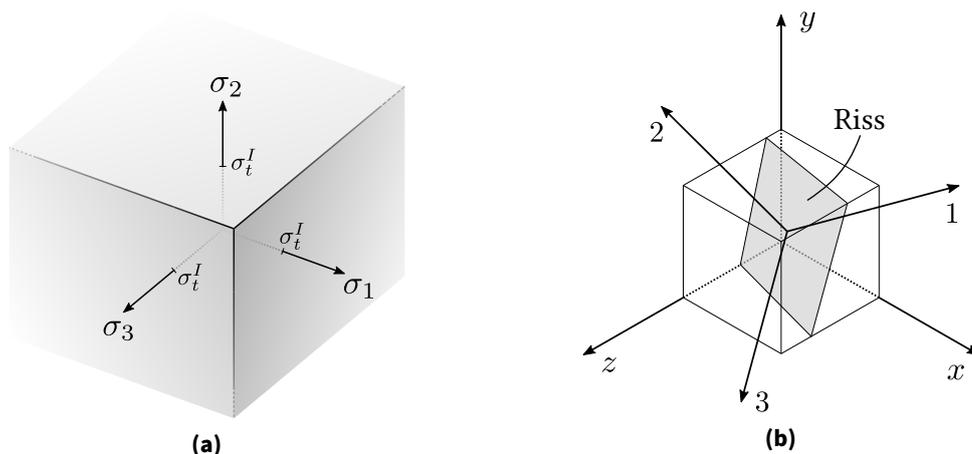


Abbildung 3.6.: (a) Rankine-Versagenskriterium und (b) Koordinatensystemtransformation nach Rissinitiation, in Anlehnung an [Hor22].

Die Regularisierung der Rissdehnung durch eine charakteristische Länge l_c nach $u_i^{ck} = \epsilon_{ii}^{ck} l_c$ erlaubt es, die Spannungserweichung $\sigma_t^I(\epsilon_{ii}^{ck})$ in Gleichung 3.17 als eine Spannungs-Verschiebungs-Beziehung, um die Bruchenergie G_f^I als physikalischen Eingangsparameter zu verwenden. Dabei wird eine lineare Steifigkeitsreduktion, wie in Abbildung 3.7a dargestellt, angenommen. Die Verschiebung, bei der das Material keine Reststeifigkeit $u_{i,0}$ mehr aufweist, hängt von der Bruchenergie und der Zugfestigkeit des Aluminiumoxids ab. Um unphysikalische Elementverformungen aufgrund der aufgetragenen Druckbelastungen zu vermeiden, werden die Elemente nach Erreichen der Nullsteifigkeit bei einer relativen Verschiebung von $u_{i,0}$ gelöscht.

Das in Gleichung 3.17 gezeigte Verhalten der Modus-II-Scherernachgiebigkeit hängt sowohl von der lokalen Scherdehnung ϵ_{ij}^{ck} als auch vom Ausmaß der Rissöffnung in den Normalrichtungen u_{ii}^{ck} und u_{jj}^{ck} ab. In diesem Fall ist die Beziehung zwischen lokalen Spannungen und lokalen Dehnungen

$$\tau_{ij} = D_{ij}(u_{ii}^{ck}, u_{jj}^{ck})\epsilon_{ij}^{ck}. \quad (3.21)$$

Die beschädigte Steifigkeit D_{ij} kann in Form eines Bruchteils des Schermoduls G als $D_{ij} = \alpha(u_{ii}^{ck}, u_{jj}^{ck}) G$ ausgedrückt werden. Der Faktor $\alpha \rightarrow \infty$ vor der Rissentstehung und $\alpha \rightarrow 0$ im Falle der vollständigen Schädigung. Abbildung 3.7b zeigt das in dieser Studie verwendete bilineare Scher-Rückhalte-Modell. Dabei steht ρ für den Scherrückhaltefaktor $\rho = \alpha/(1 + \alpha)$.

Eine Zusammenfassung der Materialeingabeparameter für das konstitutive Modell für Aluminiumoxid ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

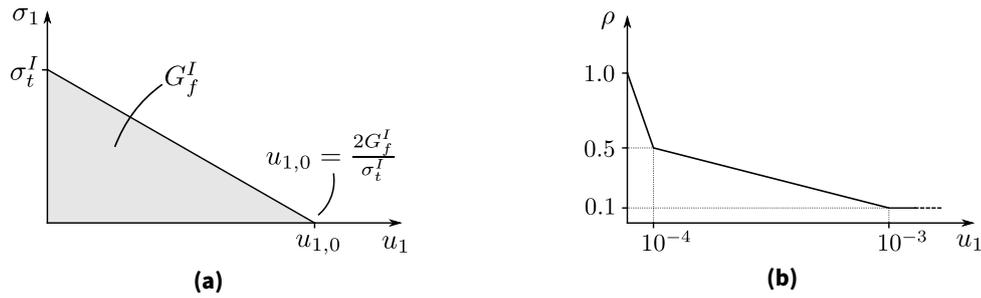


Abbildung 3.7.: (a) Modus-I Spannungs-Verschiebungsverhalten nach dem Versagen und (b) Modus-II Schubfestigung, in Anlehnung an [Hor22].

Parameter		Einheit	Al ₂ O ₃	AlSi10Mg	Quelle
Elastizitätsmodul	E	GPa	350	70	[ANS20]
Poissonzahl	ν	–	0,23	0,32	[ANS20]
Zugfestigkeit/Streckgrenze	σ_t^I / σ_y	MPa	450	201,22	[Hos13; Sch20]
Bruchenergie	G_f^I	J m ⁻²	50		[ANS20]
Verfestigungsparameter	A	MPa		442,67	[Sch20]
	ε_0	–		0,001	[Sch20]
	n	–		0,112	[Sch20]

Tabelle 3.1.: Materialkennwerte für Al₂O₃ und AlSi10Mg. Die Zugfestigkeit σ_t^I und die Streckgrenze σ_y sind für Al₂O₃ bzw. AlSi10Mg eindeutig definiert. Die Streckgrenze σ_y entspricht der Zugspannung bei einer plastischen Dehnung von null ($k_f(\bar{\varepsilon}_{pl} = 0)$).

AlSi10Mg Aluminiumlegierung

Die Aluminiumlegierung AlSi10Mg wird mit einem elasto-plastischen Materialverhalten mit J_2 -Plastizität und isotroper Verfestigung modelliert. Die Fließgrenze

$$f(\boldsymbol{\sigma}, k) = \bar{\sigma} - k_f = 0 \quad (3.22)$$

ist definiert durch die Vergleichsspannung $\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ und die Fließspannung k_f mit der zweiten Invariante des Spannungstensors $J_2 = (\boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}')/2$ und dem Spannungsdeviator $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} sp(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I}$. Der zugehörige Fluss mit einem geschwindigkeitsunabhängigen Swift-Verfestigungsgesetz [Swi52] ist gegeben durch

$$k_f(\bar{\varepsilon}_{pl}) = A(\bar{\varepsilon}_{pl} - \varepsilon_0)^n. \quad (3.23)$$

Sie beschreibt die Fließspannung k_f in Abhängigkeit von der äquivalenten plastischen Dehnung $\bar{\varepsilon}_{pl} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl}} dt$ und den Verfestigungsparametern $\{A, \varepsilon_0, n\}$. Alle beteiligten konstitutiven Parameter sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Es ist anzumerken, dass für die Aluminiumlegierung kein Schädigungsmodell berücksichtigt wird.

3.4.2. Randbedingungen

Die in Abschnitt 2.2 beschriebenen Rekonstruktionen und generierten Mikrostrukturen des keramischen Schaums sowie des IMCC werden unter Kompressionslast simuliert. Wie in Abbildung 3.8 gezeigt, wird eine Druckbelastung durch starre Platten an der Oberseite (beweglich) und an der Unterseite (fest) aufgebracht. Dies entspricht den experimentellen Versuchsbedingungen, die in [Sch21] und [Sch20] beschrieben sind.

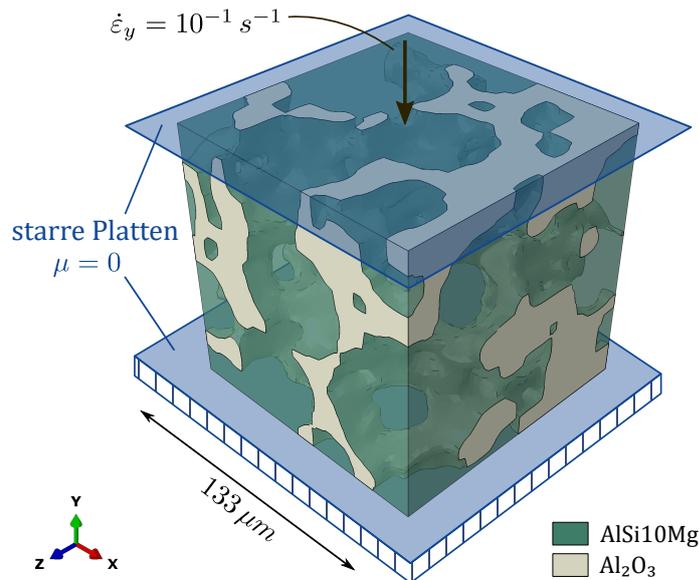


Abbildung 3.8.: Randbedingungen der Kompressionssimulation in Anlehnung an [Sch22]. Es wurde ein reibungsfreier Kontakt $\mu = 0$ zwischen der untersuchten Struktur und den starren Platten an der Oberseite (beweglich) und an der Unterseite (fest) angenommen. Für den Keramikschaum und den IMCC wurden die gleichen Randbedingungen verwendet.

Es wird angenommen, dass die Reibung zwischen den Platten und dem Material vernachlässigbar ist (Reibkoeffizient $\mu = 0$), und dass die Aluminiumoxid- und Aluminiumphasen an der Grenzfläche perfekt verbunden sind. Letztere Annahme basiert auf den experimentellen Ergebnissen in [Hor20], die eine hervorragende Infiltrationsqualität mit vernachlässigbar geringer Restporosität, insbesondere an der Aluminiumoxid/Aluminium-Grenzfläche, für den gegebenen Verbundwerkstoff zeigen. Untersuchungen zur Lastübertragung in ähnlichen Strukturen, wie z.B. [Roy11a; Roy12], zeigten ebenfalls materialschlüssig verbundene Grenzflächen. Analog zu anderen Studien, z.B. [Wan14a; Sin13], wird daher von einer perfekt verbundenen Grenzfläche ausgegangen, wohl wissend, dass die Steifigkeit bzw. Festigkeit des Verbundes dadurch wahrscheinlich überschätzt wird. Die Mikrostrukturvolumina werden verschiebungskontrolliert mit einer Dehnrate von $10^{-1} s^{-1}$ bis zu einer nominellen Gesamtdehnung von 2 % (Al_2O_3 -Schaum) bzw. 6 % (IMCC) in y -Richtung gestaucht. Die Simulationen werden mit dem *Abaqus/Explicit*-Löser [Das19] unter Verwendung eines expliziten zentralen Differenzzeitintegrationsschemas durchgeführt.

3.5. Selbstheilungsmodellierung

Das Ziel der im folgenden vorgestellten Heilungsmodellierung geschädigter interpenetrierender Metall-Keramik-Verbundwerkstoffe ist es, das (Selbst-) Heilungspotential unter idealisierten Annahmen numerisch zu untersuchen, um die Obergrenze hinsichtlich der Wiederherstellung der mechanischen Eigenschaften aufzuzeigen. Zwei verschiedene numerische Modelle werden verwendet, um das Selbstheilungspotenzial des IMCC zu untersuchen: Ein vereinfachtes 2D-Modell, um zu analysieren, wie Spannungskonzentrationen vor einer Risspitze in einem Keramikstab des Komposits reduziert werden können, und ein 3D-Mikrostrukturmodell, um die Wiederherstellbarkeit der mechanischen Eigenschaften in Abhängigkeit von der Höhe der Vorschädigung zu untersuchen.

3.5.1. 2D Risspitzenmodell

Theoretische Untersuchungen des Schädigungsverhaltens lassen vermuten, dass Risse durch Spannungsspitzen nahe der Grenzfläche an der Ober- und Unterseite der mit Al-Si10Mg gefüllten kugelförmigen Hohlräume beginnen. Betrachtet man solche Risse als Kerbe in einem keramischen Quader (oder einer Platte in 2D), so kann das Spannungsfeld, das durch die äußere Belastung entsteht, vereinfachend mithilfe der linear-elastischen Bruchmechanik (LEFM) unter Verwendung der von Irwin [Irw48; Irw57] eingeführten Spannungsintensitätsfaktoren (SIFs) beschrieben werden. Seit der Arbeit von Williams [Wil52] wurde dieses sogenannte K-Konzept ständig erweitert, was zu zahlreichen Modellen zur Beschreibung der Spannungsfelder für unterschiedliche Rissformen (z.B. spitze oder abgestumpfte V-Kerben [Laz96; Laz98; Liu15]), im elastisch-plastischen Bereich [Laz01] oder an Bi-Material-Grenzflächen [Shi88]) führte.

Die (Selbst-)Heilung zielt darauf ab, das Risswachstum bei Belastung zu verhindern und die Lebensdauer des Materials zu verlängern, indem Risse geschlossen werden und somit der SIF vor scharfen Risspitzen reduziert wird. Die meisten numerischen (Selbst-)Heilungsstudien konzentrieren sich jedoch entweder auf Spannungskonzentrationen während der anfänglichen Schädigung vor der Heilung [Whi01; Gil15], den Heilungsprozess selbst [Mar08a; Moo09; Oza16; Nak17; Oza20; Gao21] oder auf die Gesamteigenschaften nach der Heilung [Oza16; Nak17; Oza20; Gao21; San19; Moh21]. Nur wenige Studien, z.B. von Xue et al. [Xue19; Xue20] untersuchen die lokalen Spannungsverteilungen in geheilten Betonstrukturen.

Es bleibt jedoch die Frage offen, wie die Spannungskonzentrationen an den Kerbspitzen durch die Heilung reduziert werden. Das im Folgenden vorgestellte 2D-Modell soll diese Frage exemplarisch für Risse in Al_2O_3 beantworten, die mit einer AlSi10Mg-Legierung ausgeheilt wurden.

Zur Untersuchung der Spannungskonzentration in der Keramik, die durch einen anfänglichen Riss verursacht wird, wird eine vereinfachte 2D-Geometrie mit einer V-förmigen Kerbe der Länge a und des Öffnungswinkels α in einem Keramikstab der Breite b und der Höhe $2h$ mit $h = b$ modelliert, wie in der Abbildung 3.9 links dargestellt.

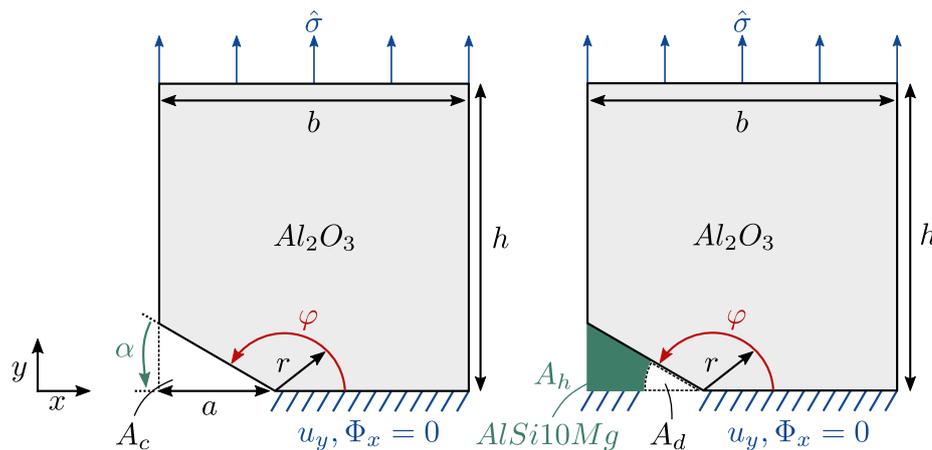


Abbildung 3.9.: Schema des Kerbmodells mit einem Riss (links) und einem verheilten Riss (rechts) in der Al_2O_3 -Keramik zur Untersuchung der Spannungskonzentration vor der Risspitze, in Anlehnung an [Hor23].

Unter Verwendung von Symmetrie-Randbedingungen in der Mitte

$$u_y, \Phi_x = 0, \quad \text{für } y = 0 \quad (3.24)$$

mit einer verhinderten Verschiebung in y -Richtung u_y und Rotation um die x -Achse Φ_x wurde nur die obere Hälfte des Stabes für die numerischen Berechnungen verwendet. Eine Zugbelastung in y -Richtung senkrecht zum Riss $\hat{\sigma} = 100 \text{ MPa}$, die die kritischste Belastungsbedingung für die Rissausbreitung (Modus I) darstellt, wird an der Oberseite aufgebracht. Die mechanischen Spannungen werden anschließend in einem Abstand r vor der Risspitze in Abhängigkeit vom Winkel φ ausgewertet.

Die mögliche Verringerung der Spannungen vor der Spitze durch Ausheilung wird untersucht, indem ein bestimmter Anteil der ursprünglichen Rissfläche A_c durch AlSi10Mg ersetzt wird, wie in 3.9 rechts dargestellt. Es wird angenommen, dass der Riss von der abgewandten Seite der Spitze durch die Metalllegierung geheilt wird und der ausgeheilte Bereich eine konkave Front aufweist. Die verheilte Fläche A_h und die verbleibende Rissfläche A_d an der Risspitze ergeben in Summe die ursprüngliche Rissfläche $A_c = A_h + A_d$. Es wird angenommen, dass die Metall-Keramik-Grenzfläche perfekt verbunden ist. Durch Variation der Rissausheilung $A_h/A_c \in \{0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$, des Risslängenverhältnisses $a/w \in \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6\}$ und des Rissöffnungswinkels $\alpha \in \{7.5^\circ, 15^\circ, 22.5^\circ, 30^\circ, 37.5^\circ, 45^\circ\}$ wird untersucht, wie sich die Ausheilung auf die Spannungen in der Keramik abhängig vom Betrag der Ausheilung, der Vorschädigung und verschiedenen Rissformen auswirkt.

3.5.2. 3D-Mikrostrukturmodell

Um das Selbstheilungspotential der interpenetrierenden Struktur dreidimensional untersuchen zu können, werden die Formulierungen und Konstitutivgesetze aus Abschnitt 3.4 mit einer eigens entwickelten, numerischen Heilungsroutine erweitert. Das resultierende Modell ermöglicht die Analyse des Heilungspotenzials in Abhängigkeit des Schädigungsgrades des IMCCs. Analog zur Schädigungsmodellierung in Abschnitt 3.4 werden die

Mikron-CT-Scans der Mikrostruktur (siehe Abschnitt 3.1) als Basis für die geometrische Darstellung des numerischen Modells herangezogen. Eine Druckbelastung mit einer Dehnungsrate von $\dot{\varepsilon}_y = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ auf das kubische Verbundvolumen mit zwei starren Platten aufgebracht. Es wird davon ausgegangen, dass zwischen den Platten und dem Material keine Reibung auftritt und die Grenzfläche zwischen Keramik und Aluminium als perfekt gebunden betrachtet wird. Die untersuchte Mikrostruktur und die Randbedingungen sind in Abbildung 3.10 dargestellt.

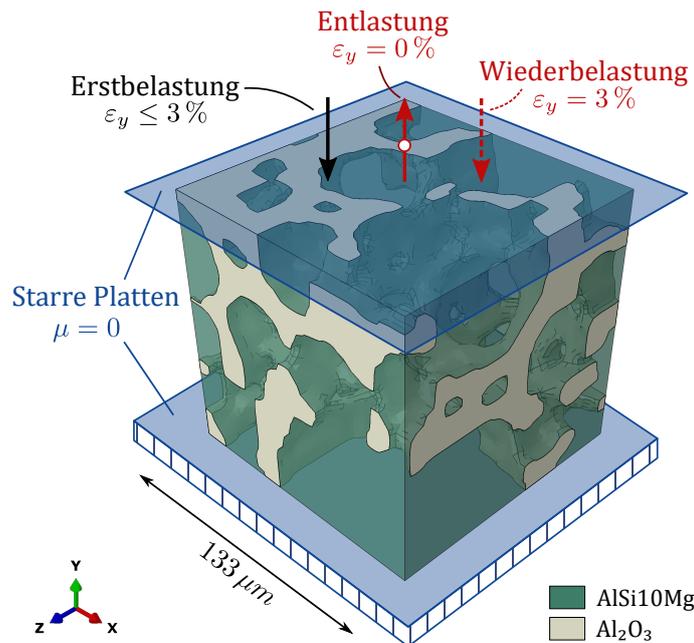


Abbildung 3.10.: Randbedingungen für das 3D-Mikrostrukturkompressionsmodell in Anlehnung an [Hor23].

In einem ersten Schritt wird der ursprüngliche (unbeschädigte) Verbundwerkstoff bis zu einer Gesamtdehnung von 3 % komprimiert und erfährt eine stetig zunehmende Schädigung. Bei fünf verschiedenen Schädigungsstufen wird die Mikrostruktur wieder entlastet. Alle zu diesem Zeitpunkt vollständig versagten Keramikelemente werden als offene Risse betrachtet, die potenziell geheilt werden können. Experimentell würde eine Selbstheilung des Materials durch Erwärmung des Verbundes über die Risse der Keramik erfolgen. Angelehnt daran wurde im Rahmen dieser Arbeit eine numerische Heilungsroutine entwickelt, die diesen Prozess nachbildet. Dabei werden zunächst alle versagten Elemente identifiziert und unter Annahme eines idealen Heilungsprozesses durch AlSi10Mg ersetzt, wie in Abbildung 3.11 schematisch dargestellt. Dies soll als Abschätzung einer oberen Grenze des maximal möglichen Heilungserfolgs dienen. Die Informationen der mechanischen Verformung des AlSi10Mg werden aufgrund des angenommenen Schmelzprozesses auf einen verformten Ausgangszustand zurückgesetzt und ein neues Modell aus der Mikrostruktur mit veränderten, lokalen Geometrien bzw. Materialzuordnungen erstellt. Anschließend werden sowohl die geschädigten als auch die geheilten Mikrostrukturen bis zu einer Gesamtdehnung von 3 % (wieder)belastet und aus den Ergebnissen die Heilungseffizienzen gemäß der Gleichung 2.39 und 2.40 für verschiedene mechanische Eigenschaften abgeleitet.

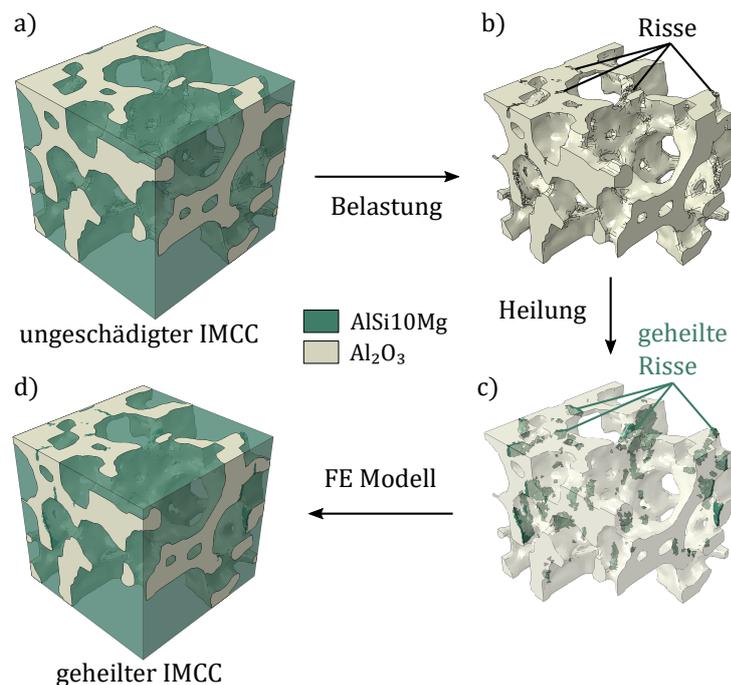


Abbildung 3.11.: Schematische Darstellung der numerischen Routine des Heilungsprozesses in Anlehnung an [Hor23]. a) Zunächst wird der ursprüngliche, interpenetrierende AlSi10Mg-Verbundwerkstoff bis zu einer bestimmten Dehnung belastet. b) Die keramische Phase erfährt eine Schädigung, und vollständig ausgefallene Elemente werden als Risse betrachtet, die potenziell durch Metallinfiltration geheilt werden können. c) In einer numerischen Routine werden die Risse identifiziert und durch Einfügen der AlSi10Mg-Phase geheilt. d) Die geheilte Keramikphase wird mit der ursprünglichen Metallphase kombiniert, um ein FE-Modell des geheilten IMCC zu erstellen.

3.6. Thermische Modellierung

Wie in Abschnitt 2.7 ausgeführt gibt es in der Literatur zahlreiche Hypothesen für die Ursache der Heiz-Kühl-Hysterese in IMCCs, darunter In- und Extrusion der metallischen Phase an der Probenoberfläche [Ski98], Porosität in der Metallphase [Hub06; She97; Sha16] sowie interne Spannungen und plastische Verformung der metallischen Phase durch die unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Phasen [Hof99; Rou10; Sha16]. Da alle diese physikalischen Prozesse möglich sind und prinzipiell parallel ablaufen können, ist eine getrennte Untersuchung einzelner Mechanismen sehr anspruchsvoll. Das führt dazu, dass es noch keinen eindeutigen Konsens darüber gibt, welcher der Prozesse in welchem Bereich der thermischen Zyklisierung dominant ist. Um dieser offenen Frage nachzugehen, sollen durch einen Modellierungsansatz und einer systematischen Variation der Randbedingungen und Modellparameter einzelne relevante Prozesse identifiziert und deren Relevanz in Abhängigkeit des Temperaturbereichs aufgezeigt werden.

3.6.1. Basismodell

Für die numerischen Untersuchungen werden kubischen 3D-Volumenelementen (VEs) des IMCC mit einem keramischen Gesamtvolumenanteil von 26% und einer repräsentativen Größe nach [Hor20] für die geometrische Darstellung gewählt. Dabei werden sowohl rekonstruierte als auch generierte Mikrostrukturen untersucht (vgl. Abbildung 3.14) und anschließend untereinander sowie mit experimentellen Untersuchungen des gleichen IMCC-Materials aus [Sch23] verglichen. Diese repräsentativen Volumenelemente (RVEs) werden einer gleichphasigen Erwärmung und Abkühlung in einem Bereich von 25 – 500 °C unterzogen. Aufgrund der geringen Heiz- und Kühlraten der experimentellen Untersuchungen in [Sch23] werden räumliche Variationen im Temperaturfeld vernachlässigt, und es wird eine gleichmäßige Temperatur im gesamten RVE angenommen. In einigen Analysen wird vor dem ersten Aufheizen eine initiale Abkühlung von einer Temperatur T_0 simuliert. Zur Verdeutlichung sind die jeweiligen Temperaturprofile in Abbildung 3.12 dargestellt.

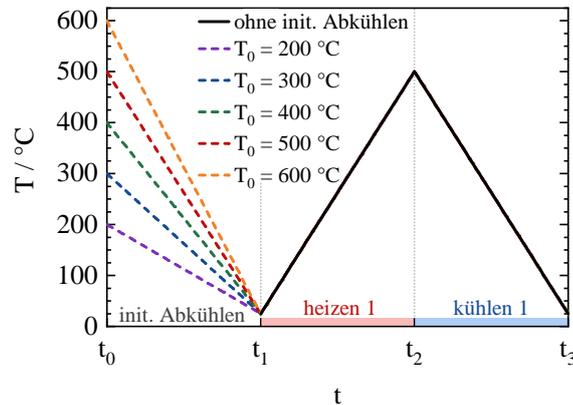


Abbildung 3.12.: Temperaturprofile der numerischen Untersuchungen in Anlehnung an [Sch23]. Erster Heiz- und Kühlzyklus ohne und mit initialer Abkühlung von unterschiedlichen Temperaturen T_0 .

An den Oberflächen der kubischen VEs mit den Abmessungen $l_x \times l_y \times l_z$ werden die Verschiebungsrandbedingungen $u_i = 0$, $i \in \{x, y, z\}$ entlang der Ebenen $x = 0$, $y = 0$ und $z = 0$ verwendet. Die Flächen bei $x = l_x$, $y = l_y$ und $z = l_z$ unterliegen dabei der Randbedingung planar zu bleiben, d.h. $u_i = \bar{u}_i$, wie in Abbildung 3.13 gezeigt. Damit wird die Kompatibilität mit benachbarten RVE-Zellen während der thermischen Ausdehnung erhalten.

Die thermischen Dehnungen ϵ_{th} aufgrund der Erwärmung oder Abkühlung von einer Temperatur T_1 auf T_2 lassen sich über

$$\epsilon_{th} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{th}(T) dT. \quad (3.25)$$

mit dem (temperaturabhängigen) Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{th}(T)$ des jeweiligen Materials berechnen. Spannungen werden durch thermische Belastung induziert, wenn sich ein Volumen nicht frei ausdehnen kann. Dies kann z.B. durch Randbedingungen oder

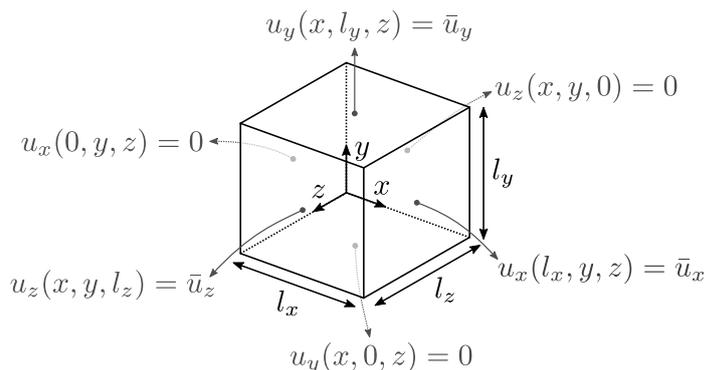


Abbildung 3.13.: Schema eines quaderförmigen, repräsentativen Volumenelements mit planaren Expansions-Randbedingungen in Anlehnung an [Sch23].

im Falle des IMCC durch benachbarte Materialien mit unterschiedlichem Ausdehnungsverhalten verursacht werden. Diese Spannungen können bestimmt werden über

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_{th}) \quad (3.26)$$

mit der Steifigkeitsmatrix \mathbb{C} und der Gesamtdehnung $\boldsymbol{\varepsilon}$.

Für die Al_2O_3 -Keramik wird ein lineares elastisches Verhalten und für die AlSi10Mg -Phase ein elasto-plastisches Modell mit J_2 -Plastizität und einem ratenunabhängigen Swift-Verfestigungsgesetz [Swi52] analog zu Gleichung 3.23 verwendet. Für beide Materialien wird Isotropie angenommen. Die Verfestigungsparameter A , ε_0 und n bei Raumtemperatur ($T = 25$) wurden experimentell bestimmt und sind Tabelle 3.1 zu entnehmen. Temperaturabhängige mechanische und thermische Eigenschaften werden unter Berücksichtigung von elastischen Konstanten ($E(T)$, $\nu(T)$) für beide Materialien [Mun97; Hub06] und temperaturabhängigen Fließspannungen $\sigma_y(T)$ für AlSi10Mg [Uza18] mit Parametern aus der Literatur implementiert.

Da sich diese Materialsysteme leicht von den in dieser Arbeit untersuchten unterscheiden, wurden die Literaturwerte an die bei Raumtemperatur ermittelten experimentellen Werte für Al_2O_3 und AlSi10Mg angepasst und skaliert. Dazu werden die Verfestigungsgesetze bei den jeweiligen Temperaturen durch Skalierung der Fließspannungsfunktion k_f bei Raumtemperatur mit dem Verhältnis der Streckgrenze bei der jeweiligen Temperatur $k_f(T) = k_f(25^\circ\text{C}) [\sigma_y(T)/\sigma_y(25^\circ\text{C})]$ abgeleitet. Für die temperaturabhängigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha_{th}(T)$ des Al_2O_3 und AlSi10Mg werden Werte aus der Literatur [Mun97] sowie der in Abbildung A.5 dargestellten experimentellen Studien (beim Aufheizen) [Sch23] verwendet. Alle relevanten Parameter und Gleichungen für die temperaturabhängigen Materialeigenschaften sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

3.6.2. Randbedingungen- und Parametervariation

Es werden Parameterstudien durchgeführt, um den Einfluss von Randbedingungen auf das thermische Ausdehnungsverhalten zu bewerten und die Ergebnisse mit verschiedenen in der Literatur beschriebenen Mechanismen zu korrelieren [Hub06; Ski98; Sha16; She97].

Material	Eigenschaft	T-abhängiger Wert	Quelle
Al ₂ O ₃	E [GPa]	$351.31 - 5.25 \cdot 10^{-2} T$	[Mun97]
	ν [-]	$0.23 + 1.12 \cdot 10^{-5} T$	[Mun97]
	α_{th} [K ⁻¹]	$6.24 \cdot 10^{-6} + 2.32 \cdot 10^{-9} T$	[Mun97]
AlSi10Mg	E [GPa]	$71.1 - 4.38 \cdot 10^{-2} T$	[Hub06]
	ν [-]	0.33 , für $T \leq 200$ °C $0.33 + 1.4 \cdot 10^{-4} \Delta T$, sonst	[Hub06]
	α_{th} [K ⁻¹]	$a + bT + cT^2 + dT^3 + eT^4$	Abb. A.5
	σ_y [MPa]	$f + g \tanh(h + jT)$	[Uza18]

Tabelle 3.2.: Temperaturabhängige Materialparameter für Al₂O₃ und AlSi10Mg. T ist die Temperatur in °C. Sie wird in den gezeigten Gleichungen in einheitsloser Form verwendet, d.h. $T \cdot K^{-1}$. ΔT bezieht sich auf die dimensionslose Differenz $(T - T_t) \cdot K^{-1}$ zwischen der aktuellen Temperatur T und der Übergangstemperatur $T_t = 200$ °C im bilinearen Ausdruck für die AlSi10Mg-Poissonzahl ν . Die Parameter $a - e$ für $\alpha_{th}(T)$ sind gegeben durch: $a = 1,04 \cdot 10^{-5}$, $b = 1,88 \cdot 10^{-8}$, $c = -1,73 \cdot 10^{-11}$, $d = 1,66 \cdot 10^{-13}$ und $e = -3,68 \cdot 10^{-16}$. Für $\sigma_y(T)$ lauten die entsprechenden Parameter: $f = 102,5$, $g = -100$, $h = -2,5$ und $j = 0,01$.

Geometrie

Wie bereits im Abschnitt 3.6.1 erläutert, werden sowohl rekonstruierte als auch generierte Mikrostrukturen betrachtet (vgl. Abbildung 3.14), um zu untersuchen, ob geometrische Vereinfachungen der Mikrostruktur sinnvoll sind, um gleichwertige Ergebnisse bei effizienterem Rechenaufwand zu erzielen. Für die generierten Strukturen wird angenommen, dass die metallischen Kavitäten kugelförmig, monodispers und in regelmäßigem Abstand geordnet sind, um zu untersuchen, ob durch bestimmte Randbedingungen anisotropes Verhalten induziert wird.

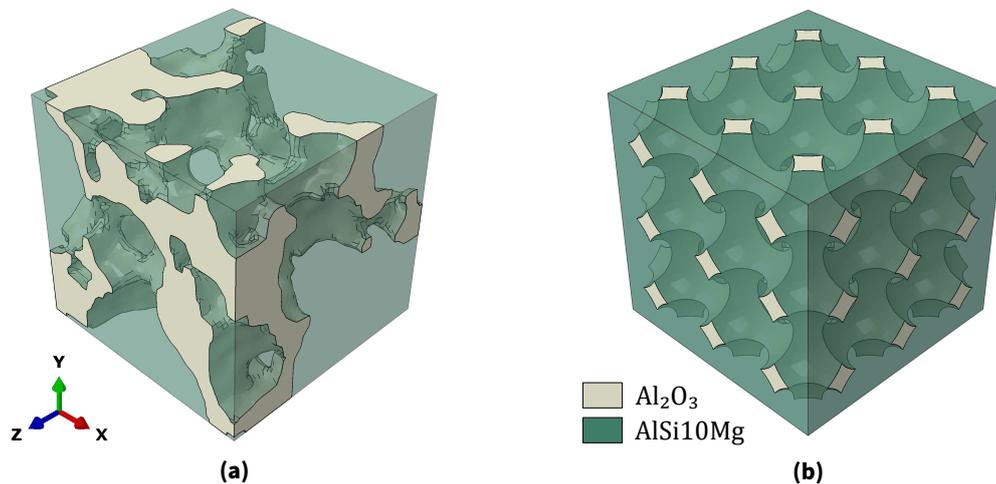


Abbildung 3.14.: Rekonstruierte (a) und generiertes (b) IMCC Mikrostruktur für die Untersuchung der thermisch-mechanischen Eigenschaften, in Anlehnung an [Sch23].

Randbedingungen

Die in Abschnitt 3.6.1 beschriebenen planaren Expansionsrandbedingungen an der Volumenelementoberfläche (vgl. Abbildung 3.8) werden in zahlreichen numerischen Untersuchungen zum thermischen Expansionsverhalten [Abu15; Bal96; Kar07a; She97; She98] verwendet, da sie die RVE-Kompatibilität gewährleisten. Dies wird auch in der aktuellen Formulierung als zielführend angesehen. Ein systematischer Vergleich und Einfluss anderer Randbedingungen wird daher in diesen Untersuchungen vernachlässigt. In dieser Arbeit werden zwei weitere Modelle mit (i) keiner Ausdehnungsbeschränkung und (ii) einer Beschränkung nur an der Oberfläche in x-Richtung (in Anlehnung an einen experimentellen Dilatometeraufbau) mit $u_x = 0$ für $x = 0$ und $u_x = \bar{u}_x$ für $x = l_x$ betrachtet.

Poren

Im Basismodell werden idealisierte Annahmen einer perfekten Infiltration getroffen und die Restporosität in der Aluminiumphase vernachlässigt. Sowohl experimentelle [Ski98] als auch numerische [She97] Untersuchungen zeigen jedoch, dass Poren für die thermische Dehnungshysterese relevant sein können und zu einer allgemeinen Verringerung des CTE führen. Wie in Abbildung 3.15 dargestellt, wird ein Modell mit Poren im AlSi10Mg direkt an der Grenzfläche verwendet, um diese Annahmen zu untersuchen. Außerdem werden die Poren in einer regelmäßigen Anordnung nur in xy-Ebenen platziert, um Anisotropieeffekte zu untersuchen.

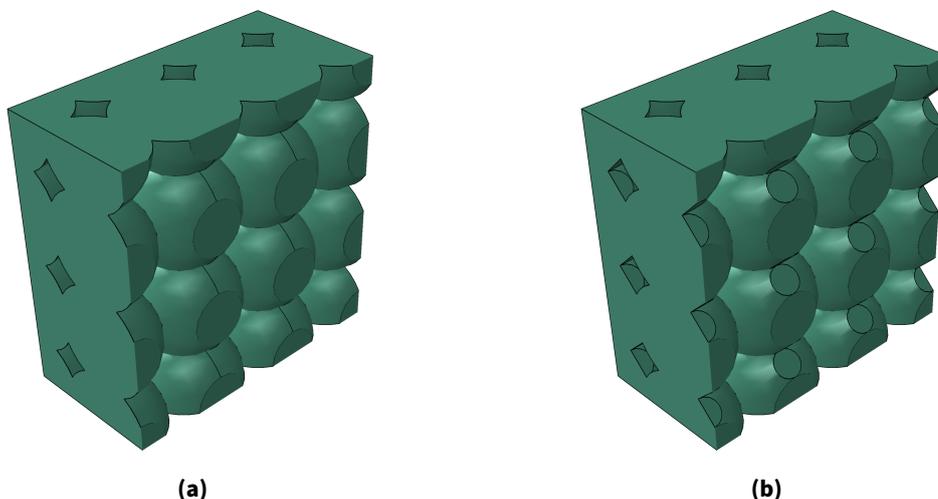


Abbildung 3.15.: Schnitt durch die AlSi10Mg-Phase: (a) ohne Poren und (b) mit 1 vol.% Poren an der Grenzfläche in xy-Ebene, in Anlehnung an [Sch23].

Grenzfläche

Laut Untersuchungen in der Literatur, z.B. [Hub06; Ski98; Sha16; She97], lassen sich thermische Dehnungshysterese bei interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen

durch wechselnde Spannungsvorzeichen aufgrund der Lastübertragung zwischen den beiden Werkstoffen bei der Erwärmung/Abkühlung sowie durch Hohlraumbildung, De-bonding und In-/Extrusion der Metallphase an der Oberfläche erklären. Diese teilweise konkurrierenden Prozesse sollen anhand von zwei extremen Szenarien für die vorliegende Mikrostruktur untersucht werden, die die Eigenschaften der $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ -Grenzfläche berücksichtigen. (i) Es wird vereinfachend eine perfekt verbundene Grenzfläche zwischen Keramik und Metall angenommen, um eine vollständige Lastübertragung zu gewährleisten, und (ii) es wird eine freie, reibungsfreie Kontaktbeschränkung verwendet, um eine Relativbewegung der Materialien, z.B. aufgrund von Grenzflächendefekten, zu ermöglichen.

Initiales Abkühlen

Wie von Sharma et al. [Sha16] festgestellt, können thermische Eigenspannungen aufgrund der anfänglichen Abkühlung des Volumenelements, z.B. aus dem Herstellungsprozess des Verbundwerkstoffs, in einer nachfolgenden Analyse der thermischen Expansion nicht vernachlässigt werden. Daher wenden unterschiedliche initiale Abkühltemperaturen T_0 in einem Bereich von $200 - 600^\circ\text{C}$ (vgl. Abbildung 3.12) untersucht, die verschiedene interne Spannungen bei t_1 induzieren. Diese werden den Ergebnissen ohne initiale Abkühlung, also ausgehend von einem spannungsfreien Zustand bei t_1 , gegenübergestellt.

Temperaturabhängige Materialeigenschaften

Im Basismodell werden sowohl die thermischen als auch die mechanischen Parameter des Al_2O_3 und des AlSi10Mg temperaturabhängig modelliert. Es ist jedoch möglich, dass die effektive thermische Ausdehnung des Verbundwerkstoffs auch lediglich ein Ergebnis der interpenetrierenden Geometrie und (i) der temperaturabhängigen mechanischen $E(T)$, $\nu(T)$, $\sigma_y(T)$ oder (ii) der temperaturabhängigen thermischen $\alpha(T)$ Eigenschaften beider Phasen ist. Beide Fälle werden in separaten Modellen untersucht.

3.6.3. Methoden zur Auswertung der Simulationsergebnisse

Sofern nicht anders angegeben, wird der effektive CTE des IMCCs im ersten Heiz- ($t_1 < t < t_2$) bzw. Kühlzyklus ($t_2 < t < t_3$) bestimmt, die in Abbildung 3.12 dargestellt sind. Für die Berechnung nach Gleichung 2.41 wird als Ausgangslänge des VEs in der jeweiligen Richtung $i \in \{x, y, z\}$ die Länge L der Probe zum Zeitpunkt t_1 gewählt, d.h. $L_{0,i} = L_i(t_1)$. Ohne eine initiale Abkühlung entspricht $L_{0,i}$ der anfänglichen Quaderdimension der jeweiligen Richtung l_i (vgl. Abbildung 3.8). Bei thermischer Belastung wird die Längenänderung des Quaders $dL(t)$ aus der Differenz der mittleren Knotenflächenverschiebungen $\hat{u}_i(t)$ in der jeweiligen Richtung bestimmt, um die thermischen Dehnungen $dL_i(t)/L_{0,i}$ zu berechnen, wobei $dL_i(t) = L_i(t) - L_{0,i} = \hat{u}_i$ und

$$\hat{u}_i(t) = \frac{1}{N_+} \sum_{n_+=1}^{N_+} u_{i,+}(n_+) - \frac{1}{N_-} \sum_{n_-=1}^{N_-} u_{i,-}(n_-), \quad i \in x, y, z. \quad (3.27)$$

Dabei bezeichnet $n_{+/-}$ den aktuellen Knoten und $N_{+/-}$ ist die Anzahl aller Knoten auf der jeweiligen Fläche mit dem positiven (+) und negativen (-) Normalenvektor. Im Falle des Basismodells mit planaren Oberflächenbeschränkungen kann dies vereinfacht werden, indem die Verschiebungen \bar{u}_i direkt verfolgt werden, da in diesem Fall $\hat{u}_i(t) = \bar{u}_i(t)$.

Die Analyse der volumengemittelten Spannungen beider Phasen erfolgt durch Integration der volumengewichteten Spannungen über das Volumen der jeweiligen Phase analog zu Gleichung 3.14. Für die Spannungsbewertung liegt der Fokus auf den Normalspannungskomponenten $\langle \sigma \rangle_i$ der jeweiligen, globalen Richtungen $i \in \{x, y, z\}$. Im Allgemeinen ist der volumengemittelte Spannungstensor $\langle \sigma \rangle$ anisotrop, also $\langle \sigma \rangle_x \neq \langle \sigma \rangle_y \neq \langle \sigma \rangle_z$. Die vereinfachten, generierten Mikrostrukturen und homogenen Randbedingungen auf der RVE-Oberfläche führen jedoch zu einem isotropen Tensor. Daher wird in den Ergebnissen im Allgemeinen nur ein Wert $\langle \sigma \rangle$ angegeben und Richtungsabhängigkeiten der volumengemittelten Spannungen sind explizit erwähnt.

4. Ergebnisse

Die in Abschnitt 3 vorgestellten Methoden ermöglichen gezielte, simulative Untersuchungen der interpenetrierenden Mikrostruktur und der zugrundeliegenden Struktur-Eigenschafts-Beziehungen bei mechanischer und thermischer Belastung. In folgendem Abschnitt werden die Ergebnisse dieser Untersuchungen präsentiert. Dabei wird in Abschnitt 4.1 zuerst auf die Charakterisierung der Mikrostrukturekonstruktionen eingegangen, welche die Grundlage für alle weiteren Analysen bilden. Ein Vergleich der Rekonstruktionen und der generierten Strukturen zeigt, dass der in dieser Arbeit entwickelte Algorithmus in der Lage ist, statistisch äquivalente Mikrostrukturen digital zu erzeugen (Abschnitt 4.3). In Abschnitt 4.2 wird die Isotropie und Homogenität der Schaumstruktur und des Verbundes über die simulative Bestimmung der effektiven elastischen Eigenschaften untersucht. Mit dem eingeführten Schädigungsmodell werden in Abschnitt 4.4 die mikrostrukturellen, physikalischen Schädigungsprozesse innerhalb des dreidimensionalen Modells lokalisiert und mit den effektiven, makroskopischen Materialeigenschaften in Verbindung gebracht. Eine lokale Spannungsreduktion und eine Quantifizierung der dadurch möglichen Lebensverlängerung des Werkstoffs wird mithilfe der entwickelten, numerischen Heilungsroutine in Abschnitt 4.5 analysiert. In Abschnitt 4.6 findet abschließend eine systematische Untersuchung temperaturabhängiger Mikrostrukturprozesse bei thermischer Ausdehnung des Verbunds statt.

4.1. Mikrostrukturekonstruktion und -charakterisierung

Der in Abbildung 3.1 gezeigte Mikro-CT-Scan des keramischen Schaums wird nach der in Abschnitt 3.1 beschriebenen Filter- und Segmentierungsroutine hinsichtlich der Größenverteilung seiner offenen Porenräume charakterisiert. In Anbetracht der nahezu kugelförmigen Porengeometrie erfolgt die Bestimmung der Porengröße durch den äquivalenten Kugelradius r , der aus dem Volumen V jeder segmentierten Pore nach folgender Formel berechnet wird

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}. \quad (4.1)$$

Die sich daraus ergebende Porengrößenverteilung sowie die berechnete verallgemeinerte Extremwert-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (*engl.*: General Extreme Value Distribution = GEV, siehe Gleichung 3.1) inklusiver der relevanten Parameter $c = -0.413$,

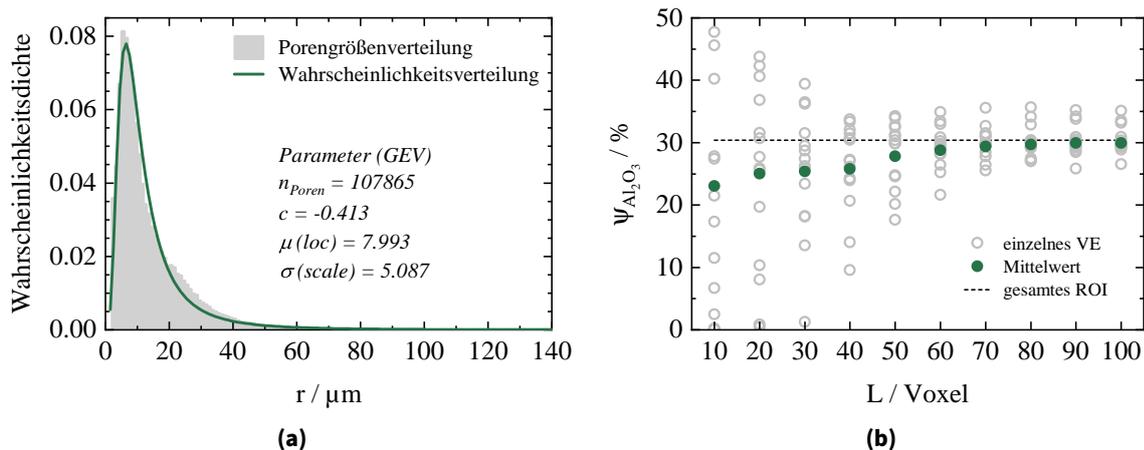


Abbildung 4.1.: Ergebnisse der Mikrostrukturcharakterisierung: (a) Durch Watershed-Segmentierung des binarisierten und gefilterten Mikro-CT-Scans ermittelte Porengrößenverteilung und die abgeleitete GEV inklusive Parameter sowie (b) Keramikanteil $\psi_{Al_2O_3}$ der zufällig ausgewählten VEs mit unterschiedlicher Kantenlänge L innerhalb des ROI. Die grünen Punkte stellen den durchschnittlichen Wert für jede VE-Größe dar. Die schwarze Linie entspricht dem Keramikanteil des gesamten Mikro-CT-Scan ROIs. In Anlehnung an [Hor20].

$\mu = loc = 7.993$ und $\sigma = scale = 5.087$ sind in Abbildung 4.1a dargestellt. Als wichtigste mikrostrukturellen Merkmale des Al_2O_3 -Schaums sind der Porositätsanteil von $\psi_{pore} = 69,6\%$ sowie der Mittelwert $14,39\ \mu\text{m}$ und der Median $10,01\ \mu\text{m}$ des Porenradius zu nennen.

Diese Charakterisierung bietet die Grundlage für die numerische Untersuchung sowohl des keramischen Schaums als auch des IMCC und dient als Input für die Mikrostrukturgenerierung. Aufgrund der hohen Infiltrationsqualität, die durch experimentelle Untersuchungen des IPCs ermittelt wurde [Hor20], wird die Restporosität in der numerischen Modellierung vernachlässigt. Es soll an dieser Stelle jedoch darauf hingewiesen werden, dass auch ein geringer Anteil an Restporosität, je nach Lage innerhalb der Mikrostruktur, die mechanischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs (insbesondere im Bereich der Schädigung) signifikant beeinflussen kann.

Für die anschließende Bestimmung der effektiven mechanischen sowie thermischen Eigenschaften sollen der Al_2O_3 -Schaum und der IMCC über einen RVE-Ansatz modelliert werden. Um die charakteristische Größe eines statistisch aussagekräftigen RVE abzuschätzen, werden verschiedene Größen von kubischen VE-Ausschnitten der Struktur mit Kantenlängen von 10 bis 100 Voxeln an 15 zufällig ausgewählten Punkten innerhalb des binarisierten und gefilterten ROI hinsichtlich ihres keramischen Volumenanteils $\psi_{Al_2O_3}$ analysiert. Die ermittelten Volumenanteile der jeweiligen VEs in Abhängigkeit von der Kantenlänge sind in Abbildung 4.1b dargestellt. Außerdem sind der Mittelwert für jede VE-Größe sowie der gemessene keramische Volumenanteil des gesamten Exemplars abgebildet. Es ist zu erkennen, dass die Schwankung des Keramikanteils $\psi_{Al_2O_3}$ mit Zunahme der VE-Größe bis $< 70^3\ \text{Voxel}^3$ abnimmt und anschließend nahezu konstant bleibt. Des Weiteren konvergiert der Mittelwert für eine VE-Kantenlänge von $\geq 60\ \text{Voxel}$ gegen den Keramikanteil des ROI.

4.2. Elastisches Verhalten

Die simulativ ermittelten, effektiven Elastizitätsmoduln sind für die Rekonstruktionen der Schaumstruktur bzw. den IMCC in Abbildung 4.2a und 4.2b in Abhängigkeit der Größe des untersuchten Volumenelements dargestellt. Zum Vergleich ist der experimentell ermittelte Wert aus [Hor20] für eine kubische Probe mit 5 mm Kantenlänge abgebildet (gestrichelte Linie). Sowohl der Al_2O_3 -Schaum als auch der IMCC weisen statistische Schwankungen des effektiven Elastizitätsmoduls auf, die mit zunehmender VE-Größe abnehmen. Für beide ist ein Anstieg des Mittelwerts von E_{eff} mit zunehmender VE-Größe und eine Konvergenz für Strukturen mit einer Kantenlänge von ≥ 70 Voxel zu erkennen. Während der Mittelwert der IMCC Mikrostrukturen für eine VE-Größe ≥ 50 Voxel gut mit dem experimentell ermittelten Wert von 118 MPa übereinstimmt, wird für den Schaum der effektive E-Modul selbst für Strukturen mit einer Größe von 100^3 Voxel³ um ca. 12 MPa überschätzt.

Eine Darstellung der gleichen Daten über den Keramikanteil $\psi_{\text{Al}_2\text{O}_3}$ ist in Abbildung 4.2c und 4.2d gegeben. Dabei ist die Größe des betrachteten Abschnitts in Farbstufen markiert. Die Ergebnisse werden mit gängigen analytischen Verbundwerkstoffmodellen verglichen, wie z.B. dem Modell nach Voigt [Voi66] und Reuss [Reu29] den oberen und unteren Grenzwerten nach Hashin-Shtrikman [Has63] sowie dem Modell von Hill [Hil52]. Während der Al_2O_3 -Schaum eine gewisse Streuung von E_{eff} aufweist und keinem der dargestellten Modelle folgt, weist der IMCC eine deutliche Abhängigkeit vom Keramikanteil auf und lässt sich über große Teile gut durch das Hill-Modell approximieren.

In 4.1 sind neben den effektiven Elastizitätsmoduln auch die Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix C_{ij} sowie die daraus bestimmten Poissonzahlen ν den experimentell ermittelten Werten aus [Hor20] gegenübergestellt. Als simulativen Ergebnisse sind hier die Mittelwerte aller 100^3 Voxelausschnitte aufgeführt. Dabei ist für den IMCC eine sehr gute Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen für alle Komponenten C_{ij} sowie für ν zu erkennen. Für den Al_2O_3 -Schaum sind zumindest C_{11} , C_{22} und C_{33} vergleichbar, es zeigen sich jedoch große Unterschiede bei den Werten für C_{44} , C_{55} und C_{66} , den Koeffizienten außerhalb der Diagonalen von \mathbb{C} und ν .

		C_{11}	C_{22}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}	C_{12}	C_{13}	C_{23}	E_{11}	E_{22}	E_{33}	E_{eff}	ν
Al_2O_3 - Schaum	exp	30.2	29.8	28.5	7.2	6.7	6.6*	17.0*	17.0*	17.0*	19	19	15	18	0.36
	num	33.7	35.2	37.8	13.6	12.8	12.0	8.8	8.9	9.0	30	31	33	31	0.21
IMCC	exp	154.1	149.5	153.5	46.2	45.0	45.7*	63.2*	63.2*	63.2*	117	117	121	118	0.29
	num	152.0	152.9	155.0	47.2	46.7	46.1	59.7	59.5	59.6	119	119	121	120	0.28

Tabelle 4.1.: Ermittelte Steifigkeitskoeffizienten (C_{ij}), Elastizitätsmoduln (E_{ij}) und Poissonzahlen (ν) des Al_2O_3 -Schaums und des IMCC. Die numerischen Ergebnisse (num) sind Durchschnittswerte aller simulierten 100^3 Voxelstrukturen und die experimentellen Werte (exp) sind aus [Hor20] übernommen. Die mit * gekennzeichneten experimentellen Werte sind nicht explizit gemessen, sondern aus den gemessenen Parametern unter Annahme eines isotropen Materialverhaltens berechnet. Alle Werte sind in GPa angegeben (mit Ausnahme von ν welches einheitslos ist).

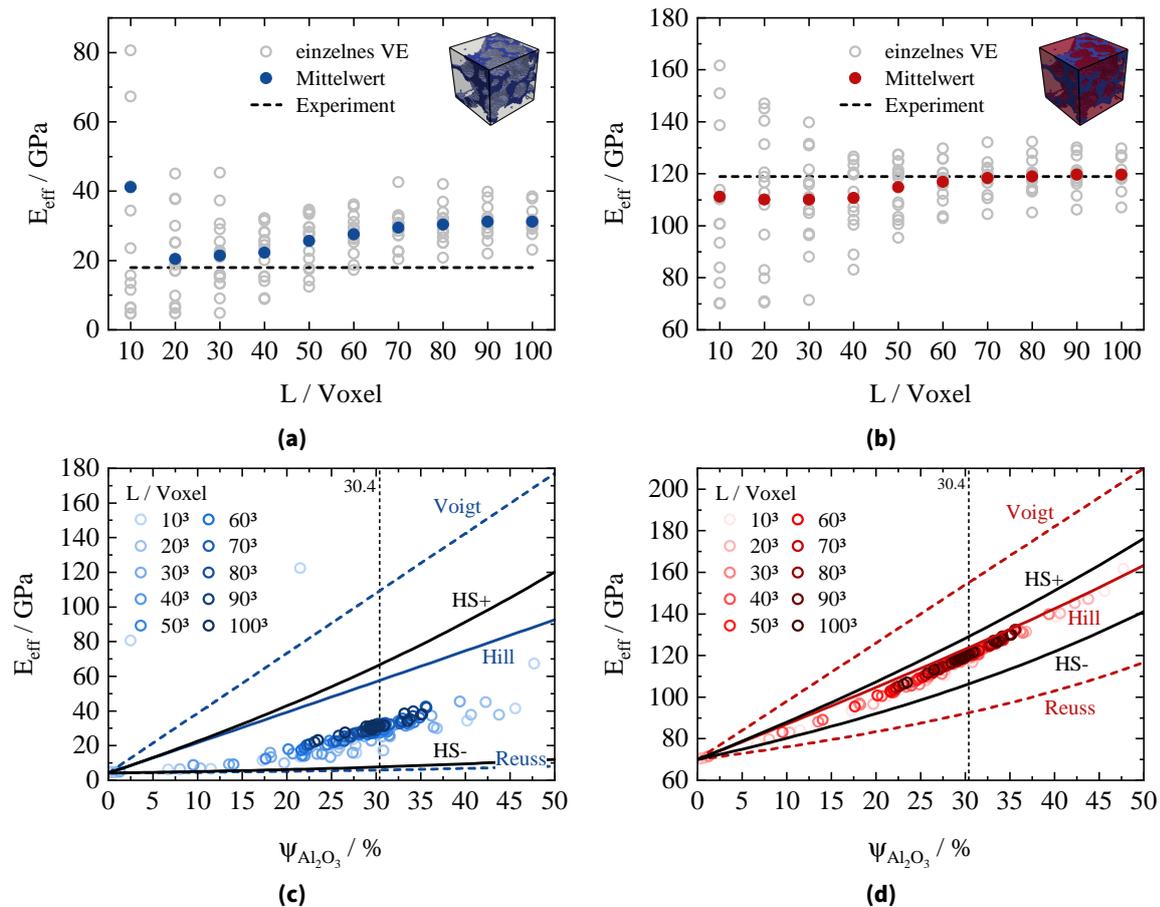


Abbildung 4.2.: Effektive Elastizitätsmodul des Keramikschaums und des IMCC, in Anlehnung an [Hor20]. Effektive Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der VE-Kantenlänge L für (a) den Keramikschaum und (b) den IMCC. Die ausgefüllten farbigen Punkte stellen den Durchschnittswert für jede VE-Größe dar. Die gestrichelte Linie entspricht dem ermittelten Wert für den Keramikanteil des gesamten ROI (30,4 %). Effektive Elastizitätsmodul (c) des Schaums und (d) des IMCC über den Keramikanteil $\psi_{\text{Al}_2\text{O}_3}$ der einzelnen VEs. Die Grenzen gängiger analytischer Modelle für Verbundwerkstoffe (Voigt [Voi66], Reuss [Reu29], oberer ($HS+$) und unterer ($HS-$) Hashin-Shtrikman [Has63], Hill [Hil52]) sind zum Vergleich dargestellt.

4.3. Mikrostrukturgenerierung

Die Analyse der CT-Scan-Rekonstruktion in Abschnitt 4.1 hat gezeigt, dass eine allgemeine Extremwertverteilung (GEV) mit den Parametern $c = -0.413$, $loc = 7.993$, $scale = 5.087$ (siehe Gleichung 3.1) am besten geeignet ist, um die Mikrostruktur zu beschreiben. Diese Parameter wurden dann als Eingabe für den Generierungsalgorithmus aus Abschnitt 3.2 gewählt, wie in Tabelle 4.2 gezeigt.

4.3.1. Statistische Äquivalenz

Um die Mindestgröße eines statistisch äquivalenten Volumenelements zu bestimmen, wurden Mikrostrukturen mit Zellkantenlängen zwischen 50 – 290 μm untersucht, wobei

Parameter	Wert	Beschreibung
L_x, L_y, L_z	133	Zellabmessungen
$target$	0,7	Volumenanteil der Zielkugel
Δ_{target}	0,01	Toleranz für den Zielkugelanteil
pdf	<i>GEV</i>	Art der Kugelgrößenverteilung
c	-0.413	<i>GEV</i> Formparameter
loc	8.993	<i>GEV</i> Ortsverschiebungsparameter
$scale$	5.087	<i>GEV</i> Skalenverschiebungsparameter
$periodic$	<i>False</i>	(nicht)periodische Mikrostruktur
ovl_{cell}	0.3	minimale Überlappung an Zellgrenzen
ovl_{min}	0.05	minimale Überlappung von zwei Kugeln
ovl_{max}	0.05	maximale Überlappung von zwei Kugeln
$dist_{min}$	0.05	Mindestabstand nicht überlappender Kugeln
n_{min}	2	min. Nachbarn bei Kugelplatzierung
$bias$	<i>True</i>	Platzierung abhängig von Nachbarkugeln

Tabelle 4.2.: Eingabeparameter für den modifizierten RSA-Algorithmus.

Schritte von $30 \mu\text{m}$ in der Zellkantenlänge berücksichtigt wurden. Die Eingangs- γ - und Ausgangs-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $\hat{\gamma}$ wurden verglichen und der Fehler $1 - R^2$ zwischen den Funktionen über die Kantenlänge des Volumenelements (VE) sowie die Anzahl der Kugeln $n_{spheres}$ sind in Abbildung 4.3 dargestellt.

In diesem Zusammenhang ist der Bestimmungskoeffizient R^2 definiert über

$$R^2(\gamma, \hat{\gamma}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (\gamma_i - \hat{\gamma}_i)^2}{\sum_{i=1}^m (\gamma_i - \bar{\gamma})^2}, \quad (4.2)$$

wobei $R^2 = 1$ bedeutet, dass die Eingangs- und Ausgangswahrscheinlichkeitsdichtefunktion identisch sind. Der i -te Wert der Eingangsfunktion und der Ausgangsverteilung sind gegeben durch γ_i bzw. $\hat{\gamma}_i$. Der mittlere Eingabewert ist durch die normierte Summe von m diskreten Werten der Eingabeverteilung $\bar{\gamma} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \gamma_i$ gegeben.

Das Bestimmtheitsmaß wird bestimmt, indem die kontinuierlichen Eingangs- und Ausgangsverteilungsfunktionen bei insgesamt $m = 1000$ gleichmäßig verteilten, diskreten Werten ausgewertet werden. Die Restquadratsumme $\sum_{i=1}^m (\gamma_i - \hat{\gamma}_i)^2$ wird dann durch die Gesamtquadratsumme $\sum_{i=1}^m (\gamma_i - \bar{\gamma})^2$ geteilt, wie in Gleichung 4.2 gezeigt.

Anstatt der Übereinstimmung (über R^2) wird im Folgenden der Fehler zwischen Eingangs- und Ausgangsverteilungsfunktionen über $1 - R^2$ quantifiziert. Ein Wert gleich null entspricht dem kleinsten Fehler und dementsprechend der bestmöglichen Übereinstimmung. Wie in Abbildung 4.3 (links) zu sehen, nimmt der Fehler $1 - R^2$ und die Streuung mit zunehmender VE-Größe erwartungsgemäß ab. Für VEs, die größer als $120 \mu\text{m}$ sind, stimmen die Eingangs- und Ausgangsverteilungen gut überein und zeigen einen Fehler von $1 - R^2 < 2\%$. Für VEs mit einer Kantenlänge $\geq 260 \mu\text{m}$ sinkt der Fehler unter 1%.

Die gleichen Datenpunkte sind in Abbildung 4.3 (rechts) in Abhängigkeit von der Anzahl der platzierten Kugeln $n_{spheres}$ dargestellt. Dabei zeigen die Markierungen die Größe des jeweiligen Volumenelements an. Logischerweise korreliert $n_{spheres}$ mit der Kantenlänge des Volumenelements, da eine höhere Anzahl von Kugeln in einem größeren Volumenelement platziert werden kann. Da die Wahl des Kugelradius aus der Verteilungsfunktion der möglichen Kugelradien und die Platzierung zufällig erfolgt, zeigt sich eine gleichmäßigere Verteilung der Werte entlang der x-Achse. Der Fehler $R^2 - 1$ zeigt Werte von $< 2\%$ für $n_{Kugeln} > 150$ und konvergiert gegen null für eine Kugelanzahl $n_{Kugeln} > 500$.

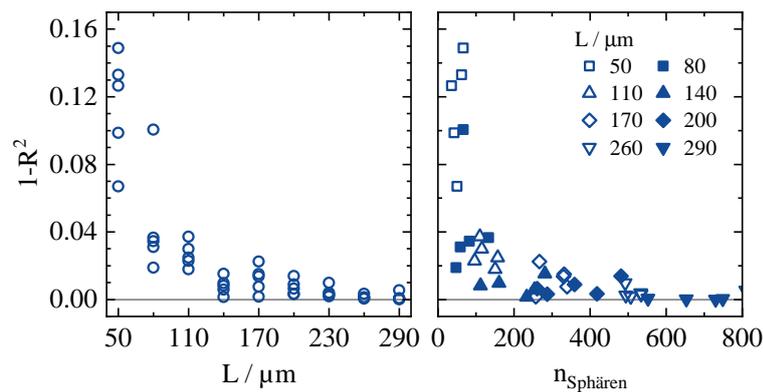


Abbildung 4.3.: Vergleich des $1 - R^2$ -Fehlers zwischen Eingangs- und Ausgangsporengrößenverteilung in Abhängigkeit von der Kantenlänge L des Volumenelements (links) sowie in Abhängigkeit von der Anzahl der im Volumenelement platzierten Kugeln $n_{spheres}$ (rechts), in Anlehnung an [Hor22].

Ein qualitativer Vergleich einer generierten Mikrostruktur mit einer gegebenen Kantenlänge von $290\ \mu\text{m}$ des Volumenelements mit einem rekonstruierten Volumenelement derselben Größe ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Um einen besseren Einblick in die 3D Struktur zu erhalten, wird nur die keramische Phase dargestellt.

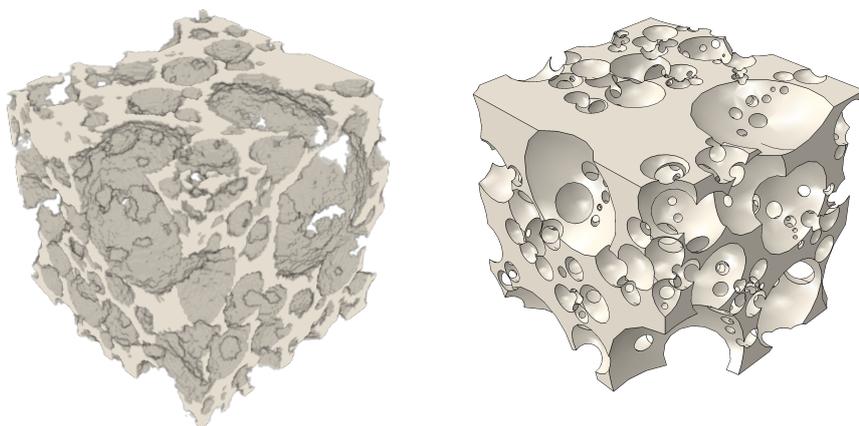


Abbildung 4.4.: Rekonstruierte (links) und generierte (rechts) Volumenelemente mit einer Kantenlänge von $290\ \mu\text{m}$, in Anlehnung an [Hor22]. Nur die keramische Phase ist dargestellt, um einen besseren Einblick ins Innere der Struktur zu bekommen.

4.3.2. Isotropie

Die untersuchten, rekonstruierten Mikrostrukturen weisen eine ausgeprägte Isotropie auf, wie in den Ergebnissen der effektiven elastischen Eigenschaften in Abschnitt 4.2 gezeigt. Es stellt demnach eine weitere Schlüsseleigenschaft des untersuchten Materials, die durch den Generierungsalgorithmus abgedeckt werden sollte. In dem in Algorithmus 1 präsentierten Mikrostrukturgenerator wird das Ergebnis einer isotropen Struktur durch die anfängliche Platzierung der Kugel in der Mitte und die Methode der eingeschränkten Platzierung unter Verwendung des *bias*-Parameters erzwungen. Allerdings ist eine Isotropie der generierten Struktur nicht bedingungslos garantiert.

Um die Isotropie der erzeugten Strukturen zu beweisen, wurden die linearen Pfadfunktionen nach [Tor02] für verschiedene Volumengrößen ausgewertet. Zwei beispielhafte Ergebnisse sind in Abbildung 4.5 für Volumenelementgrößen von $133^3 \mu\text{m}^3$ (links) und $290^3 \mu\text{m}^3$ (rechts) dargestellt. Es ist anzumerken, dass keine bemerkenswerten Unterschiede zwischen den Pfadfunktionen in den orthogonalen Richtungen (x,y,z) für Mikrostrukturen ab einer Kantenlänge von $120 \mu\text{m}$ festgestellt werden konnten. Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass für die betrachteten Gefüge Isotropie angenommen werden kann.

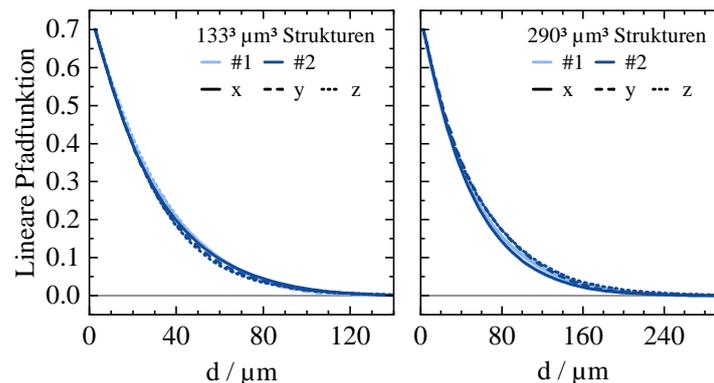


Abbildung 4.5.: Lineare Pfadfunktionen von generierten Mikrostrukturen mit einem Volumen von $133^3 \mu\text{m}^3$ (links) bzw. $290^3 \mu\text{m}^3$ (rechts), in Anlehnung an [Hor22]. Für jede Volumenelementgröße ist die Auswertung in drei orthogonalen Richtungen (x,y,z) für zwei Beispielstrukturen (#1 und #2) dargestellt.

4.3.3. Lokale Sphärenanordnung

Spannungskonzentrationen in der Keramik sind für das Auftreten von Schäden von Bedeutung. Da sie von der lokalen geometrischen Zusammensetzung der Mikrostruktur herrühren, könnte nicht nur die Gesamtverteilung der Kugeln im Volumen, sondern auch die lokale Anordnung der Kugeln von Bedeutung sein. Die Analyse der Korrelation der Kugelgröße mit der Größe der benachbarten Poren in den Mikrostrukturen führt zu den in Abbildung 4.6 dargestellten Ergebnissen. Hier sind die medianen Größen der Nachbarkugeln über der Kugelgröße (Medianwert des Bereichs) sowohl für die rekonstruierten als auch für die generierten Mikrostrukturen aufgetragen. Für jede Kugel werden zunächst

alle Nachbarkugeln bestimmt, also die Kugeln, die in direktem Kontakt stehen bzw. sich mit ihr überlappen. Dann werden die Kugeln entsprechend ihrem Radius in 10 gleich große Bereiche eingeteilt. Für jeden Bereich wird aus der jeweiligen Größenverteilung der Nachbarkugeln der Medianwert berechnet, welcher als Indikator für die Nachbarschaft einer bestimmten Kugelgrößengruppe dient.

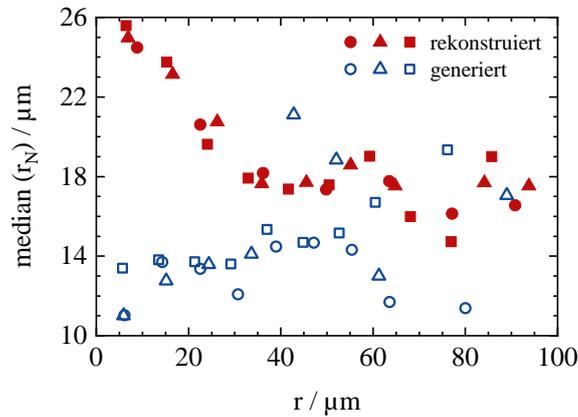


Abbildung 4.6.: Median der benachbarten Kugelgröße r_N im Abhängigkeit der Kugelradius r der rekonstruierten und der generierten Mikrostrukturen, in Anlehnung an [Hor22]. Die Abbildung zeigt den Median des Radius der Nachbarkugeln für jede der 10 gleich großen Bins, die aus der globalen Größenverteilung extrahiert wurden. Die verschiedenen Markierungstypen stehen für drei Beispieldomänenelemente, die für rekonstruierte bzw. generierte Mikrostrukturen untersucht wurden.

Im Falle der rekonstruierten Mikrostrukturen wurden drei zufällig ausgewählte Teilvolumina mit einer Kantenlänge von $532 \mu\text{m}$ für die Analyse ausgewählt. Diese Größe des Volumens soll die statistische Äquivalenz der Kugelgrößenverteilung im Vergleich zum gesamten ROI-Volumen sicherstellen. Außerdem sollen Randeffekte minimiert werden, da die Kugelgrößen unterschätzt werden, wenn die Kugel durch den Rand geschnitten wird. Für alle untersuchten Teilvolumina kann eine klare Korrelation zwischen dem mittleren Nachbarradius und dem Kugelradius beobachtet werden, da der mittlere Nachbarradius mit zunehmender Porengröße abnimmt.

Im Hinblick auf die erzeugten Mikrostrukturen werden vier verschiedene Volumenelemente mit einer Kantenlänge von $200 \mu\text{m}$ analysiert. Basierend auf den Ergebnissen in Abbildung 4.3 wird hier diese Volumengröße als Optimum aus Rechenzeit und kleinstem statistischen Fehler in der Analyse gewählt. Es ist zu beobachten, dass - im Gegensatz zu den rekonstruierten Mikrostrukturen - bei den generierten Strukturen keine Korrelation zwischen mittlerem Nachbarradius und Kugelradius auftritt. Bei den generierten Mikrostrukturen variiert die mittlere benachbarte Kugelgröße zufällig mit der Kugelgröße selbst.

4.4. Schädigungsverhalten

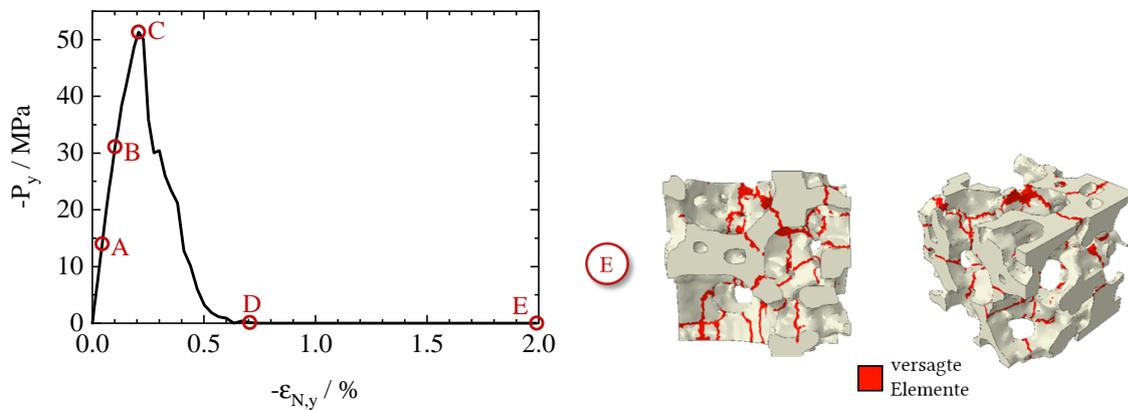
Auf der Grundlage des in Abschnitt 3.4 beschriebenen Modells wurden sowohl rekonstruierte als auch generierte Mikrostrukturen des keramischen Schaums und des Verbundwerkstoffs unter Druckbelastung simuliert. Dazu wurden zunächst Konvergenzstudien bezüglich der Diskretisierung, der Dehnrates und der Größe des RVE durchgeführt, siehe Appendix A.4. Diese Voruntersuchungen zum Kompressionsverhalten haben gezeigt, dass die minimale repräsentative Größe vor allem mit der korrekten Darstellung der Mikrostrukturcharakteristika Geometrie und Volumenanteile zusammenhängt. Daher wurden die in diesem Abschnitt gezeigten Analysen nur an Strukturen mit gleichen Volumenanteilen ($30 \pm 1 \text{ vol.}\% \text{ Al}_2\text{O}_3$) untersucht. Wie die Ergebnisse für die Bestimmung der effektiven elastischen Eigenschaften zeigen (siehe Abschnitt 4.2), kommen kubische Volumenelemente $\geq 50 \text{ Voxel}$ ($= 133 \mu\text{m}$) als RVE infrage. Trotz der Tatsache, dass die RVE-Größen für die elastische und die Schädigungsmodellierung in der Regel nicht übereinstimmen ($\text{RVE}(\text{Elastizität}) < \text{RVE}(\text{Schädigung})$) [Swa06b; Swa06a], zeigen die RVE-Studien an IMCCs in Abbildung A.2, dass diese VE-Größe einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Simulationszeit darstellt. Untersuchungen an Volumenelementen mit doppelter Kantenlänge zeigten ähnliche qualitative Ergebnisse, mit einer leichten Tendenz zu geringeren Druckfestigkeiten. Daher werden in diesem Abschnitt kubische Elemente mit einer Kantenlänge von 50 Voxel ($133 \mu\text{m}$) als RVE gewählt.

Im Folgenden werden zunächst das charakteristische Schädigungsverhalten des Keramikschaums sowie des IMCCs anhand einer exemplarischen Mikrostruktur in den Abschnitten 4.4.1 und 4.4.2 beschrieben und analysiert. Anschließend findet in Abschnitt 4.4.3 ein Vergleich zwischen rekonstruierten und generierten Mikrostrukturen statt, wobei jeweils mehrere Simulationsergebnisse dargestellt werden, um den statistischen Bereich der geometrischen möglichen Konfigurationen abzubilden.

4.4.1. Keramik-Preform

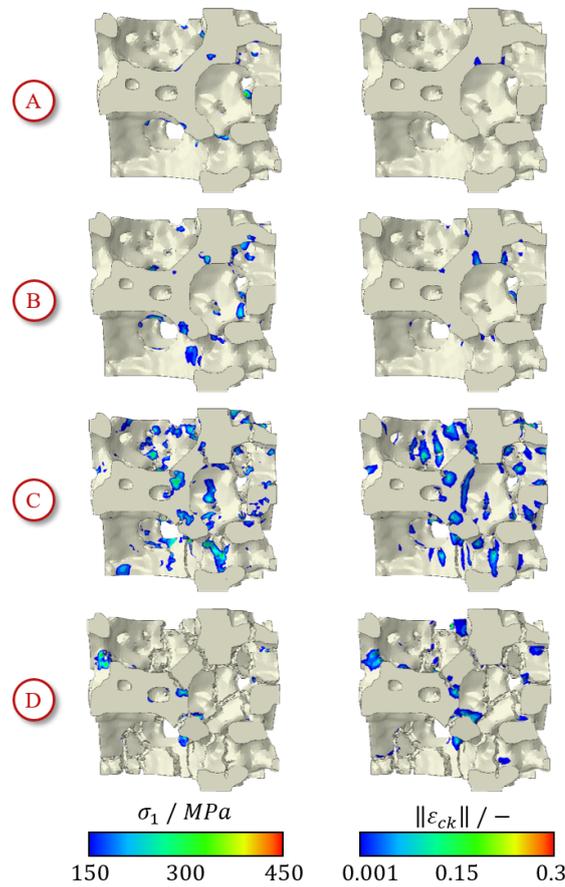
Die in Abbildung 4.7 dargestellten Ergebnisse zeigen das nominale Spannungs-Dehnungsverhalten (oben) des Keramikschaums. Entlang des Lastverlaufs sind charakteristische Punkte (A-E) im Diagramm hervorgehoben. An diesen Punkten wird die Entwicklung der maximalen Hauptspannungen $> 150 \text{ MPa}$ (links), die Rissdehnungsgröße (rechts) sowie das endgültige Schädigungsmuster (unten) in der Mikrostruktur mit Konturplots visualisiert.

Das makroskopisch mechanische Verhalten des keramischen Schaums unter Druck ist (fast) linear für Dehnungen $< 0,1 \%$. Bis zu einer Spannung von ca. 14 MPa sind alle Verformungen linear-elastisch und konzentrieren sich auf die Ober- und Unterseite des kugelförmigen Porenvolumens, wie Anhand der Verteilung der maximalen Hauptspannung in Abbildung 4.7c am Punkt A (links) zu sehen ist. Am selben Punkt beginnt die erste Schädigung an mehreren Stellen mit hoher Spannungsintensität, wie die Rissöffnungsdehnung bei A (rechts) zeigt.



(a) Nominelle Spannungs-Dehnungs-Kurve mit ausgewählten Laststufen A-E.

(b) Finales Schädigungsmuster des Al_2O_3 -Schaums.



(c) Maximale Hauptspannung σ_1 (links) und Rissöffnungsdehnung $\|\varepsilon_{ck}\|$ (rechts) über den Lastverlauf.

Abbildung 4.7.: Schädigungsverhalten des keramischen Schaums unter Druckbelastung, in Anlehnung an [Sch22].

Die Spannung steigt fast linear bis zu 31 MPa am Punkt B. Die vorhandenen Risse wachsen in Kompressionsrichtung und das Auftreten neuer Risse kann festgestellt werden (siehe B, rechts). Die Anzahl der hochbelasteten Stellen nimmt zu, insbesondere am oberen und unteren Rand der Poren und in kleinen Keramikstäben (B, links). Auch die Größe der hochbelasteten Bereiche nimmt zu.

Der Schaum weist eine Druckfestigkeit von 51 MPa bei einer Dehnung von 0,2 % auf, dargestellt durch Punkt C. Risse haben sich geöffnet und sind gewachsen, hauptsächlich in Druckrichtung, aber auch diagonal und sogar senkrecht dazu (vgl. C, rechts). Maximale Spannungen treten hauptsächlich am Ende dieser Risse auf (vgl. C, links). Die ersten Elemente sind vollständig geschädigt und werden daher aus dem numerischen Modell entfernt, um unphysikalische Verzerrungen zu vermeiden.

Bei einer Dehnung von ca. 0,7 % versagt die keramische Struktur, da sie jegliche Tragfähigkeit verliert. Spannungskonzentrationen in der Keramik lösen sich auf (D, links) und ein Großteil der Risse öffnet sich bis zur vollständigen Schädigung und die entsprechenden Elemente werden erodiert (D, rechts).

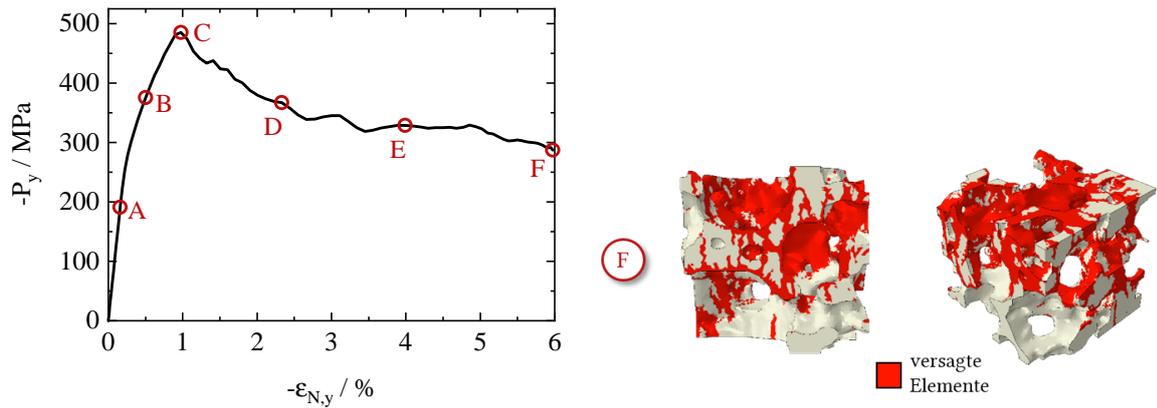
Das resultierende Schädigungsmuster der vollständig geschädigten Elemente bei der maximalen Gesamtdehnung der Simulation (= 2 %, Punkt E) ist sowohl in der Seitenansicht als auch in der isometrischen Ansicht in Abbildung 4.7b dargestellt. Risspfade treten hauptsächlich in dünnen Teilen der Keramikstäbe auf, und der Anteil des vollständig beschädigten Keramikvolumens beträgt 7 %. Die Risse verbinden benachbarte Porenvolumina und weisen in Bezug auf die aufgebrachte Druckbelastung keine Vorzugsrichtung auf. Eine Rissinitiierung wurde bei 25 % des Keramikvolumens festgestellt.

4.4.2. Interpenetrierender Verbundwerkstoff

Abbildung 4.8 zeigt die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen und des IMCC Schädigungsverhaltens und den dabei ablaufenden Prozessen in der Al_2O_3 - bzw. AlSi10Mg -Phase.

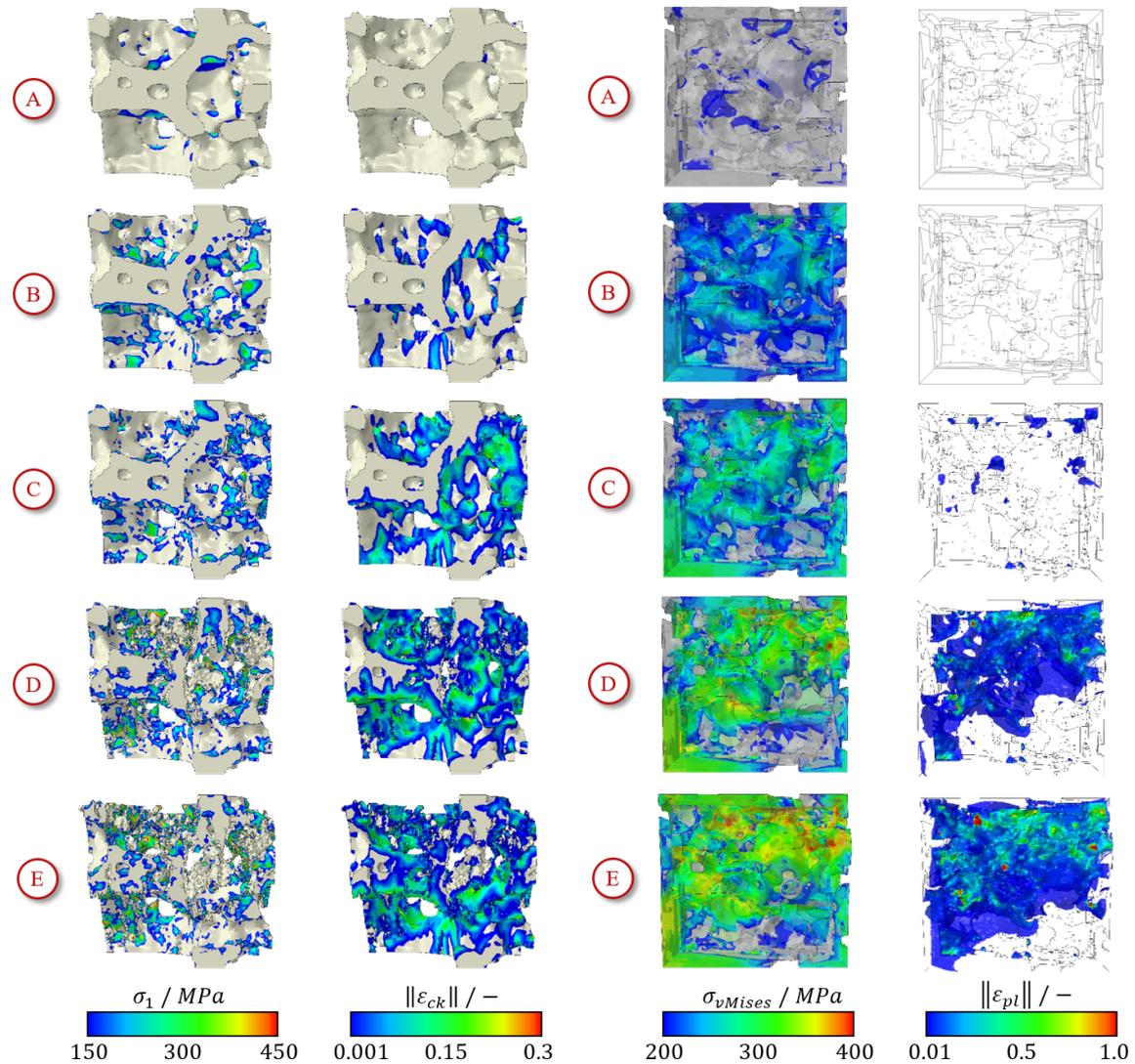
Das nominelle Spannungs-Dehnungsverhalten des Verbundwerkstoffs ist in Abbildung 4.8a dargestellt und charakteristische Punkte sind entlang des Lastverlaufs markiert (A-F). Zusätzlich werden in Abbildung 4.8c die Entwicklung der maximalen Hauptspannungen > 150 MPa (links) und die Rissöffnungsdehnung (rechts) in der keramischen Phase an diesen Punkten sowie das endgültige Schädigungsmuster in Abbildung 4.8b dargestellt. Abbildung 4.8b zeigt die Entwicklung der von Mises-Spannungen > 200 MPa ($\approx \sigma_y$) und der plastischen äquivalenten Dehnungen $> 0,01$ in der AlSi10Mg -Phase des Verbundwerkstoffs an den entsprechenden Punkten A-E.

Für nominelle Druckspannungen < 190 MPa (unterhalb von Punkt A) ist die mechanische Reaktion des Verbundwerkstoffs linear elastisch. Bereiche der Spannungskonzentration in der Keramik sind oben und unten in den mit AlSi10Mg gefüllten Hohlräumen zu finden (siehe Abbildung 4.8c, A, links), und erste Schäden in der Keramik treten an mehreren Stellen bei einer Belastung von etwa 190 MPa auf (siehe Abbildung 4.8c, A, rechts). In der



(a) Nominelle Spannungs-Dehnungs-Kurve mit ausgewählten Laststufen A-F.

(b) Finales Schädigungsmuster der Al_2O_3 -Phase.



(c) Maximale Hauptspannung σ_1 (links) und Rissöffnungsdehnung $\|\epsilon_{ck}\|$ (rechts) in der Al_2O_3 -Phase.

(d) von Mises-Spannungen σ_{vMises} und äquivalente plastische Dehnung $\|\epsilon_{pl}\|$ in der AlSi10Mg-Phase.

Abbildung 4.8.: Schädigungsverhalten des IMCC unter Druckbelastung, in Anlehnung an [Sch22].

Aluminiumphase übersteigen die von Mises-Spannungen die Streckgrenze des Materials $\sigma_y \approx 200$ MPa an der Grenzfläche in der Nähe der stark beanspruchten Bereiche der keramischen Phase, d. h. in der Nähe von Risspitzen und an scharfen Keramikanten, wie in Abbildung 4.8d (A, links) dargestellt.

Bis zu einer Belastung von 260 MPa ist ein lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten zu beobachten, dann knickt die in Abbildung 4.8a gezeigte Kurve ab. Am Punkt B, der nach dem Knick bei einer Spannung von 380 MPa gewählt wurde, haben sich mehrere Risse in der Keramik, hauptsächlich in Druckrichtung, aber auch diagonal und senkrecht dazu an der Grenzfläche zur AlSi10Mg-Phase gebildet (Abbildung 4.8c, B, rechts). In der gesamten keramischen Phase sind regelmäßig verteilte Bereichen mit erhöhter Spannungskonzentration zu erkennen (B, links). An diesem Punkt übersteigt die Spannung in der Aluminiumphase lokal die Fließspannung und erste plastische Verformung sowie Verfestigung findet statt, wie in Abbildung 4.8d, B, links dargestellt. Im Konturplot der (äquivalenten) plastischen Dehnung (B, rechts) sind diese Bereiche jedoch nicht sichtbar. Dies ist allerdings lediglich auf die gewählte Art der Visualisierung der plastischen Dehnung und ihrer unteren Grenze ($> 1\%$) auf der Isofläche zurückzuführen.

Die Druckfestigkeit von 480 MPa wird bei einer Gesamtdehnung von $\approx 1\%$ erreicht, dargestellt durch Punkt C in Abbildung 4.8a. Die Fläche und die Anzahl der hoch beanspruchten Stellen nimmt weiter zu und wird noch stärker verteilt (Abbildung 4.8c, C, links). Die Risse wachsen entlang der Grenzfläche zur Aluminiumphase zusammen (C, rechts). In der rechten unteren Ecke von Bild C (rechts) ist auch die Verzweigung eines Risses zu erkennen. In Abbildung 4.8d zeigt C auf der linken Seite, wie sich die Mises-Spannung von der linken unteren zur rechten oberen Ecke zu konzentrieren beginnt. Erste isolierte Cluster von plastisch hochbelasteten Bereichen sind ebenfalls zu erkennen (C, rechts).

Für Dehnungen $> 1\%$ kann ein Festigkeitsverlust des Verbundwerkstoffs aufgrund einer Schädigung der Keramik beobachtet werden, wie in Abbildung 4.8a gezeigt. Am Punkt D innerhalb dieses Entfestigungsregimes sind die Risse in den meisten keramischen Bereichen an der Schnittstelle zur AlSi10Mg-Phase vorhanden (Abbildung 4.8c, D, rechts). Ausgehend von den Enden des kugelförmigen, mit Aluminium gefüllten Hohlraums wachsen mehrere neue Risse in Kompressionsrichtung, wie unten links in D (rechts) zu sehen. Von unten links bis zur oberen rechten Ecke des untersuchten Volumenelements ist eine Konzentration von Schäden in der Keramik zu beobachten. Wie in Abbildung 4.8d, D (links) dargestellt, steigt die von-Mises-Spannung weiter an und es ist eine Konzentration der plastischen Dehnung in einem 45° -Winkel zu beobachten (siehe auch D, rechts).

Am Punkt E im Diagramm (vgl. Abbildung 4.8a) wird ein Plateau der Verbundrestfestigkeit erreicht. Risse sind im größten Teil der Al_2O_3 -Struktur vorhanden (siehe Abbildung 4.8c E, rechts). Das Fehlen einer vollständigen interpenetrierenden Konnektivität in der Keramik führt zum Verlust der Tragfähigkeit. Die AlSi10Mg-Phase trägt an dieser Stelle hauptsächlich die mechanische Last, was zu einer durch Scherung dominierten Verformung führt, wie die Verteilung der von-Mises-Spannung und der plastischen äquivalenten Dehnung in Abbildung 4.8d E andeuten. Das finale Schädigungsmuster in der keramischen Phase des Verbundwerkstoffs ist in Abbildung 4.8b bei der Dehnung von 6% (markiert als Punkt F) sowohl in Seitenansicht als auch in isometrischer Ansicht dargestellt. Geschädigte Bereiche

finden sich vor allem an der Schnittstelle zu den mit Aluminium gefüllten, kugelförmigen Hohlräumen. Weitere Schädigungspfade sind sowohl in Kompressionsrichtung orientiert, als auch diagonal in den dünnen Teilen der Keramikstäbe, welche die Hohlräume verbinden. Am Punkt F sind 46,5 % der keramischen Phase vollständig geschädigt, und in 90 % des Volumens hat eine Rissinitiierung stattgefunden.

4.4.3. Rekonstruierte vs. generierte Mikrostrukturen

Es wurden Kompressionssimulationen an generierten Schaum- und IPC-Mikrostrukturen mit $133 \mu\text{m}$ Kantenlänge durchgeführt. Obwohl die statistischen Untersuchungen zur Volumengröße (siehe Abschnitt 4.3, Abbildung 4.3) ein leicht größeres Volumenelement als Optimum nahelegen, ist der gemessene Fehler zwischen Eingangs- und Ausgangskugelverteilungsfunktionen mit $< 2\%$ für VEs $> 120 \mu\text{m}$ hinreichend klein. Deshalb wird die gewählte RVE-Größe von $133 \mu\text{m}$ hier als vertretbar angesehen.

Um die Vielfalt der geometrischen Konfigurationen zu erfassen, die in größeren Volumina auftreten können, wurden fünf verschiedene Simulationsergebnisse dargestellt, die den statistischen Bereich sowohl für rekonstruierte als auch für generierte Mikrostrukturen repräsentieren. Die Simulationsergebnisse, sowohl für die keramischen Schaum als auch für den Verbund sind in Abbildung 4.9 und Abbildung 4.10 im Vergleich zu den experimentellen Druckversuchen aus [Sch20] (keramischer Schaum) und [Sch21; Sch22] (IMCC) dargestellt. Die Experimente wurden an $5 \times 5 \times 5 \text{ mm}^2$ Proben mit einer Dehnrates von 10^{-3} s^{-1} durchgeführt.

Die nominellen Spannungs-Dehnungs Kurven des keramischen Schaums in Abbildung 4.9a sind dabei nur bis zum Punkt der maximalen Druckfestigkeit dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der generierte Keramikschaum ein lineares, gefolgt von einem leicht nichtlinearen Verhalten bis zum Punkt des globalen Versagens zeigt. Dies entspricht dem Verhalten der rekonstruierten Mikrostrukturen (siehe auch Abschnitt 4.4.1). Die Elastizitätsmoduln von $18 - 35 \text{ GPa}$ für die generierten und $21 - 30 \text{ GPa}$ für die rekonstruierten Mikrostrukturen stimmen gut mit den in Grau dargestellten, experimentellen Werten aus [Sch20] überein, bei denen die Steifigkeit zwischen $23 - 28 \text{ GPa}$ schwankt.

Die erzeugten Strukturen weisen Druckfestigkeiten von $45 - 69 \text{ MPa}$ mit Bruchdehnungen von $\varepsilon = 0,2 - 0,35\%$ auf. Die Druckfestigkeit der rekonstruierten Strukturen schwankt zwischen $50 - 70 \text{ MPa}$ bei Dehnungen von $\varepsilon = 0,25 - 0,35\%$. Beide Strukturtypen liegen im Bereich der experimentell ermittelten Druckfestigkeiten zwischen 30 MPa und 70 MPa .

Konturplots der maximalen Hauptspannung $\sigma_1 > 150 \text{ MPa}$ bei einer nominellen Dehnung von $\varepsilon_{N,y} = 0,2\%$ sowie das finale Schädigungsmuster bei $\varepsilon_{N,y} = 2\%$ für eine exemplarische, generierte Mikrostruktur sind in Abbildung 4.9b dargestellt. In der generierten Struktur sind analog zur Rekonstruktion (vgl. Abbildung 4.7c, C, links) Spannungskonzentrationen vorzugsweise an der Ober- und Unterseite der kugelförmigen Poren zu beobachten, insbesondere in dünnen Keramikstäben. An diesen Stellen kann auch die Schädigungsinitiierung identifiziert werden, die zum endgültigen Versagen der Schaumstruktur führen. Das finale

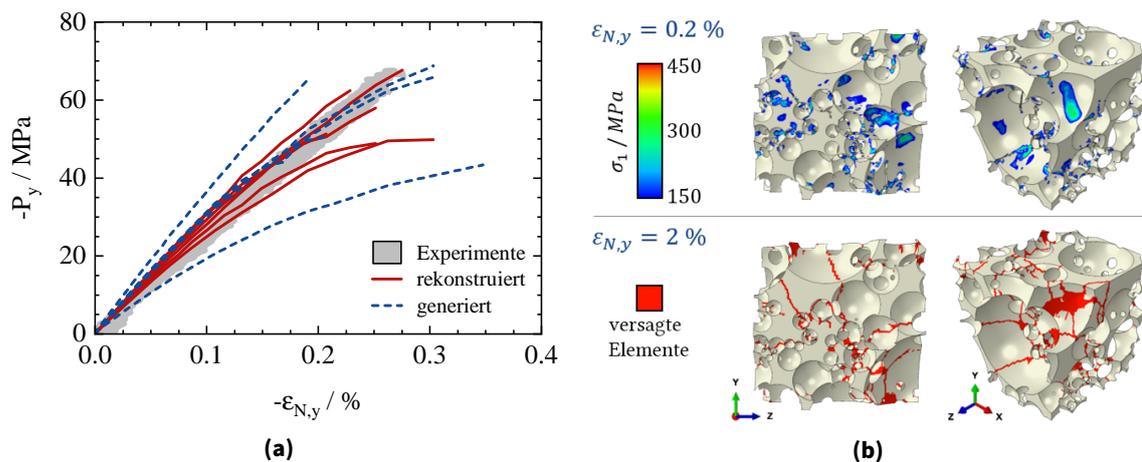


Abbildung 4.9.: Verhalten des Al_2O_3 -Schaums unter Druckbelastung. (a) Nominelle Spannungs-Dehnungskurven der rekonstruierten und der generierten Mikrostrukturen im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen des Al_2O_3 -Schaums aus [Sch20]. (b) Maximale Hauptspannung σ_1 bei einer nominellen Dehnung von $\varepsilon_{N,y} = 0,2\%$ (oben) und finales Schädigungsmuster bei einer Dehnung von $\varepsilon_{N,y} = 2\%$ (unten) einer exemplarischen, generierten Mikrostruktur des Al_2O_3 -Schaums. Abbildung in Anlehnung an [Hor22].

Schädigungsmuster zeigt Risspfade, mit einem Verlauf vergleichbar zur Rekonstruktion (siehe Abbildung 4.7b).

Die Ergebnisse des interpenetrierenden Verbundwerkstoffs sind in Abbildung 4.10 abgebildet. Die nominellen Spannungs-Dehnungskurven von je fünf generierten und rekonstruierten Mikrostrukturen sind dabei zusammen mit experimentellen Daten nach [Sch21; Sch22] in Abbildung 4.10a dargestellt. Im Vergleich zum keramischen Schaum sind die Druckspannungen um den Faktor 10 höher und die Dehnungen bei der Druckfestigkeit sind 4-5 mal größer. Vergleicht man die verschiedenen Simulationsergebnisse, so sind die effektiven elastischen Eigenschaften mit einem Elastizitätsmodul von ca. 120 GPa für alle Strukturen nahezu identisch. Die Abweichungen zwischen den verschiedenen VEs beginnen am Ende des linearen Bereichs bei einer makroskopischen Spannung von ca. 270 MPa. Sowohl für rekonstruierte als auch für generierte Mikrostrukturen wird die Druckfestigkeit bei einer Dehnung von ca. 1% erreicht und variiert zwischen 400 und 580 MPa.

Nach Erreichen der Druckfestigkeit sind leichte Unterschiede beim Abfall der Kurven zwischen den einzelnen VEs zu beobachten. Einige Strukturen weisen einen gleichmäßigen asymptotischen Spannungsabfall auf, während andere mehrere stärker ausgeprägte Abfälle gefolgt von Zwischenplateaus zeigen. Nichtsdestotrotz tendieren alle Strukturen zu einer Restfestigkeit zwischen 250 und 350 MPa. Sowohl die rekonstruierten als auch die generierten Mikrostrukturen sind mit den experimentellen Ergebnissen vergleichbar und stellen deren obere Grenze dar. Allerdings weisen die generierten im Vergleich zu den rekonstruierten Strukturen eine höhere Streuung auf.

Ausgewählte Konturplots einer exemplarischen, generierten Mikrostruktur bei verschiedenen nominellen Dehnungen $\varepsilon_{N,y}$ sind in Abbildung 4.10b dargestellt. Die maximale Hauptspannung $\sigma_1 > 150$ MPa innerhalb der keramischen Phase beim Erreichen der

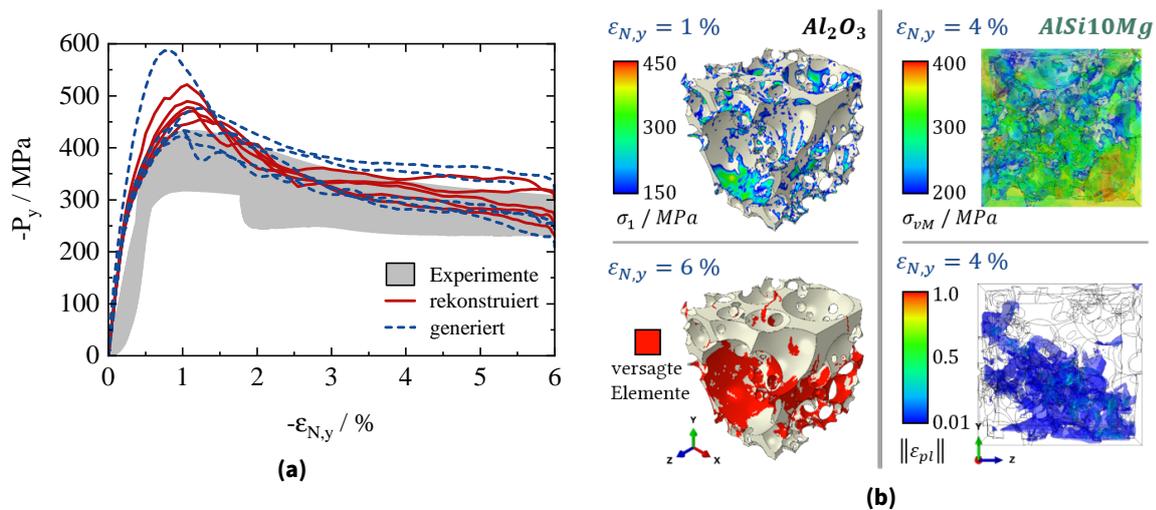


Abbildung 4.10.: Verhalten des IMCC unter Druckbelastung. (a) Nominelle Spannungs-Dehnungs Kurven der rekonstruierten und generierten Mikrostrukturen im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen des IMCC aus [Sch21; Sch22]. (b) Maximale Hauptspannung σ_1 bei einer nominellen Dehnung von $\epsilon_{N,y} = 1\%$ (links oben) und finales Schädigungsmuster bei $\epsilon_{N,y} = 6\%$ (rechts oben) in der Al_2O_3 -Phase sowie von Mises Spannung σ_{vM} (rechts oben) und äquivalente plastische Dehnung $\bar{\epsilon}_{pl}$ innerhalb der AlSi10Mg -Phase bei einer Dehnung von $\epsilon_{N,y} = 4\%$ einer exemplarischen, generierten Mikrostruktur des IMCCs. Abbildung in Anlehnung an [Hor22].

Druckfestigkeit bei $\epsilon_{N,y} \approx 1\%$ (links oben) zeigt analog zur rekonstruierten Mikrostruktur in 4.8c (C, links) eine große Anzahl hoch beanspruchter Stellen, die gleichmäßig verteilt sind. Das finale Schädigungsmuster der Al_2O_3 -Phase bei $\epsilon_{N,y} = 6\%$ in Abbildung 4.10b (links, unten) zeigt vor allem Risse an der Grenzfläche sowie in Kompressionsrichtung, wie auch für die Rekonstruktion in Abbildung 4.8b gezeigt. Die in Abbildung 4.10b dargestellte von Mises Spannung $\sigma_{vM} > 200 \text{ MPa}$ (rechts oben) sowie die äquivalente plastische Dehnung $\bar{\epsilon}_{pl} > 0,1\%$ (rechts unten) in der AlSi10Mg Phase bei $\epsilon_{N,y} = 4\%$ zeigen eine Akkumulation im 45° -Winkel zur Kompressionsrichtung. Dies ist ebenfalls vergleichbar mit den Beobachtungen der Rekonstruktionen (vgl. Abbildung 4.8d, Punkt E).

4.5. Selbstheilungspotenzial

4.5.1. 2D-Risspitzenmodell

Wie in Abschnitt 3.5.1 dargestellt, wird die Heilungswirkung auf die geschädigte Keramikphase durch die Spannungsreduktion der kritischsten Spannung σ_y vor der Risspitze untersucht. In Voruntersuchungen hat sich gezeigt, dass die Radialspannungen sehr nahe an der Risspitze (innerhalb der ersten Elementkontur) unphysikalische Profile aufweisen. Eine aussagekräftige Auswertung kann daher erst in einem bestimmten Abstand von der Spitze erfolgen (vgl. Abbildung 3.9). Hier wurde ein Abstand r mit $r/w = 0,015$ gewählt und die Spannungen der geschädigten σ_y^c und der verheilten σ_y^h -Keramik werden hinsichtlich verschiedener Heilungsverhältnisse A_h/A_c , Risslängenverhältnisse a/w

und Rissöffnungswinkel α verglichen. Es ist zu beachten, dass die Spannungsverhältnisse bei anderen Abständen r übereinstimmen. Die Ergebnisse werden in Abbildung 4.11 für ausgewählte Parametersätze präsentiert.

Abbildung 4.11a zeigt das Spannungsverhältnis σ_y^h/σ_y^c für ein festes Risslängenverhältnis $a/w = 0.4$ über dem Heilungsverhältnis A_h/A_c für verschiedene Öffnungswinkel α . Die Ergebnisse sind durch Punkten mit unterschiedlichen Markerformen in Abhängigkeit von α aufgetragen. Die Linien zwischen den Markern dienen lediglich der Visualisierung. Wie erwartet, nimmt σ_y^h/σ_y^c mit zunehmendem A_h/A_c für alle α ab. Für Heilungsverhältnisse zwischen 0,5 und 0,9 wird ein fast konstanter Rückgang des Spannungsverhältnisses beobachtet. Zwischen 0,9 und dem vollständig verheilten Riss bei $A_h/A_c = 1,0$ nimmt die Steigung deutlich ab. Für einen Öffnungswinkel von 30° (nach unten gerichtetes Dreieck in Abbildung 4.11a) sinkt das Spannungsverhältnis von 0,66 bei $A_h/A_c = 0,5$ auf 0,45 bei $A_h/A_c = 0,9$. Daraus ergibt sich eine Spannungsreduktion im Bereich von $\Delta_{0,5-0,9}^{30^\circ} = [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,5}^{30^\circ} - [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,9}^{30^\circ} = 0.21$. Ein ähnlicher Spannungsabbaubereich wird beim Übergang zwischen $A_h/A_c = 0,9$ und 1,0 abgedeckt, mit $\Delta_{0,9-1,0}^{30^\circ} = [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,9-1,0}^{30^\circ} = 0.22$.

Eine weitere Beobachtung ist, dass der Spannungsabbau aufgrund der Ausheilung systematisch mit abnehmendem Öffnungswinkel α für alle A_h/A_c -Verhältnisse zunimmt. Beispielsweise beträgt das Spannungsverhältnis bei $A_h/A_c = 0,5$ ca. 0,76 für $\alpha = 45^\circ$ und sinkt auf 0,45 bei $\alpha = 7,5^\circ$. Für die Variation des Heilungsverhältnisses kann ein Spannungsverhältnissbereich zwischen $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 7,5^\circ$ bei konstantem A_h/A_c definiert werden. Für $A_h/A_c = 0,5$ lautet dieser Bereich $\Delta_{0,5}^\alpha = [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,5}^{45^\circ} - [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,5}^{7,5^\circ} = 0.31$. Bei einem Heilungsverhältnis von 0,9 reduziert sich dieser Bereich auf $\Delta_{0,9}^\alpha = 0,25$ mit $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,9}^{45^\circ} = 0,54$ und $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{0,9}^{7,5^\circ} = 0,29$. Der kleinste Bereich wird bei $A_h/A_c = 1,0$ beobachtet, wo $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{1,0}^{45^\circ} = 0.30$, $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{1,0}^{7,5^\circ} = 0.15$ und $\Delta_{1,0}^\alpha = 0.15$.

Zum Vergleich sind die σ_y^h/σ_y^c -Bereiche zwischen $\alpha = 7,5^\circ$ und $\alpha = 45^\circ$ für das maximale und minimale Risslängenverhältnis $a/w = 0.6$ bzw. $a/w = 0.2$ in Abbildung 4.11a als blaue bzw. rote Flächen eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass sowohl das Spannungsverhältnis als auch der Heilungsverhältnissbereich Δ^α mit zunehmendem a/w -Verhältnis abnimmt. Außerdem nimmt das Bereichsverhältnis zwischen kleinen und großen A_h/A_c -Werten $\Delta_{0,5}^\alpha/\Delta_{0,9}^\alpha$ mit zunehmender Risslänge zu.

Analog zu Abbildung 4.11a ist in Abbildung 4.11b das Spannungsverhältnis σ_y^h/σ_y^c über A_h/A_c für einen festen Winkel $\alpha = 22,5^\circ$ und variierende a/w -Verhältnisse aufgetragen. Auch hier nimmt die Steigung des Spannungsverhältnisses für alle a/w -Verhältnisse ab, am deutlichsten für A_h/A_c -Verhältnisse zwischen 0,9 und 1,0. Das Risslängenverhältnis hat einen signifikanten Einfluss auf die Spannungsreduktion, die der Spannungsverhältnissbereich bei einem konstanten A_h/A_c -Verhältnis $\Delta_{A_h/A_c}^{a/w} = [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{A_h/A_c}^{0,2} - [\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{A_h/A_c}^{0,6}$ zeigt. Für den gewählten Winkel $\alpha = 22,5^\circ$ sind die Bereiche $\Delta_{0,5}^{a/w} = 0.42$ und $\Delta_{1,0}^{a/w} = 0.30$ bei konstantem a/w größer als die jeweiligen Bereiche bei einer Öffnungswinkelvariation (vgl. Abbildung 4.11b und Abbildung 4.11a). Die in Abbildung 4.11b als blaue bzw. rote Flächen dargestellten Bereiche für den minimalen und maximalen Öffnungswinkel $\alpha = 7,5^\circ$

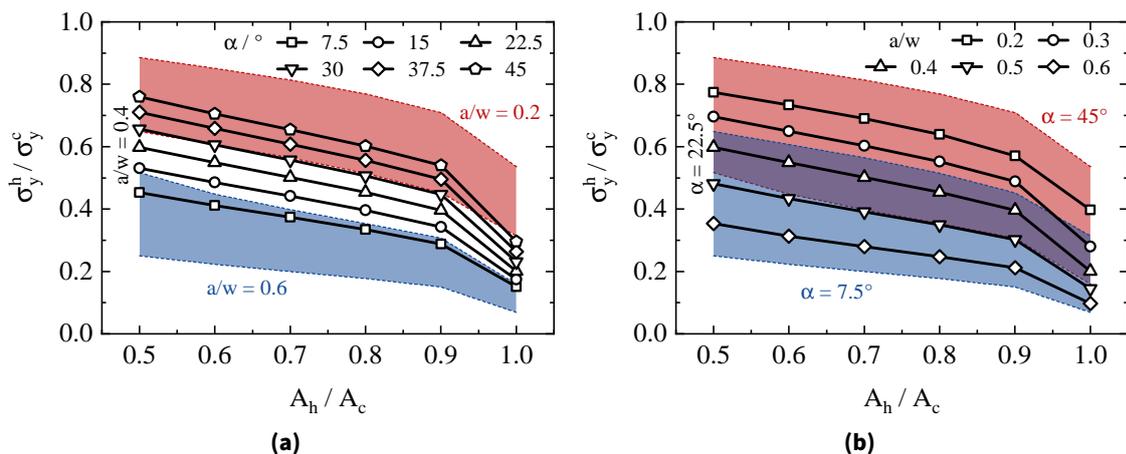


Abbildung 4.11.: Verhältnis der Spannungen in y-Richtung (Mode I) im verheilten σ_y^h und gerissenen σ_y^c Keramikstab in Abhängigkeit vom Heilungsverhältnis A_h/A_c in Anlehnung an [Hor23]. Alle Werte wurden bei $r = 0.15$ und $\varphi = 0$ extrahiert. (a) Variation des Rissöffnungswinkels α bei $a/w = 0.4$. Zum Vergleich sind die Spannungsverhältnissbereiche für $a/w = 0.2$ (rot) und $a/w = 0.6$ (blau) dargestellt. (b) Variation des a/w -Verhältnisses bei $\alpha = 22.5^\circ$. Zum Vergleich sind Spannungsverhältnissbereiche für $\alpha = 7.5^\circ$ (rot) und $\alpha = 45^\circ$ (blau) dargestellt.

bzw. $\alpha = 45^\circ$ zeigen, dass der Einfluss des a/w -Verhältnisses bei kleineren Winkeln (im Vergleich zum jeweiligen Bereich) abnimmt.

4.5.2. 3D-Mikrostrukturmodell

Wie in Abschnitt 3.5 beschrieben, wird das ungeschädigte IMCC bis zu einer Druckdehnung von 3% erstbelastet. Das mechanische Spannungs-Dehnungs-Verhalten ist in Abbildung 4.12a als schwarze durchgezogene Linie dargestellt. Die Werte der charakteristischen Eigenschaften, d.h. des Elastizitätsmoduls E^p , der Druckfestigkeit σ_{max}^p und der Restfestigkeit σ_{res}^p , des ursprünglichen Materials (hochgestellt p) sind in der Tabelle 4.3 angegeben. Dabei ist σ_{res} definiert als die Festigkeit bei einer Druckbelastung von $\varepsilon = 3,0\%$. Während der Belastung durchläuft die keramische Phase einen sukzessiven Schädigungsprozesses. Der Anteil der geschädigten Keramikelemente (d. h. Elemente, die das Rankine-Schadensauslösekriterium erfüllen) und der versagten Keramikelemente (d. h. Elemente, die gemäß Gleichung 3.20 vollständig geschädigt sind und ihre Tragfähigkeit verloren haben), aufgetragen über die Belastungsdehnung des ursprünglichen IMCC, ist in Abbildung 4.12b dargestellt.

Für die Untersuchung der Heilungseffizienz in Abhängigkeit von variierender Vorschädigung werden fünf Schädigungsstadien ausgewählt, die in der Abbildung 4.12b mit I-V markiert und mit farbigen Kreisen hervorgehoben sind. Das Schädigungsstadium I mit einer Gesamtdehnung von $\varepsilon = 0,6\%$ und einem versagtem Keramikanteil von $v_f = 0,001$ liegt vor der Druckfestigkeit des unbelasteten Materials bei $\varepsilon = 0,99\%$ (vgl. Abbildung 4.12b und 4.12a). Die Stufe II mit $\varepsilon = 0,9\%$ und $v_f = 0,013$ wird so gewählt, dass sie in etwa der Druckfestigkeit des unbelasteten IMCC entspricht. Die Schädigungsstadien III, IV

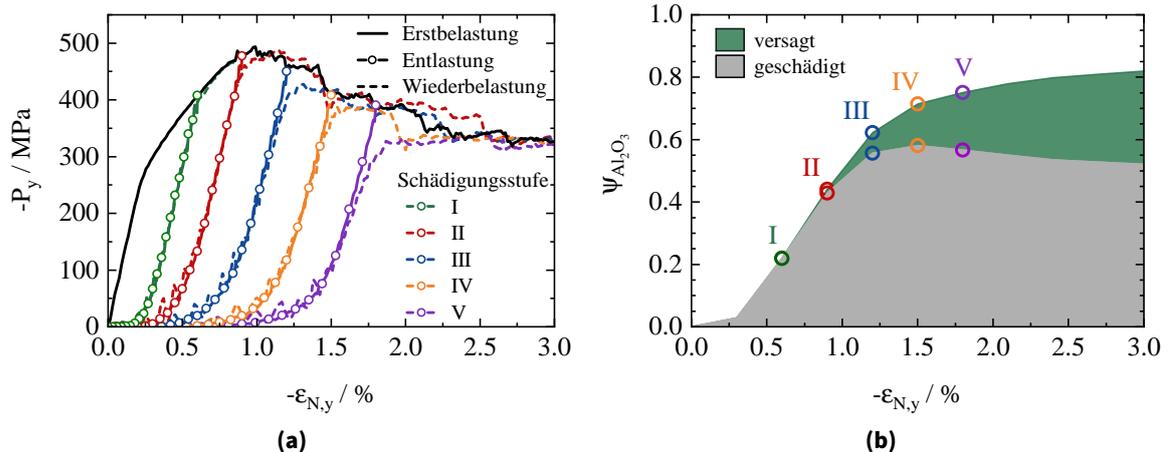


Abbildung 4.12.: Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Verbundwerkstoffs unter Druck bei Erstbelastung, Entlastung und Wiederbelastung. (a) Spannungs-Dehnungs-Kurven des unbelasteten Verbundwerkstoffs unter Druckbelastung (schwarze durchgezogene Linie), Entlastung bei verschiedenen Schädigungsstufen I-V (farbige Linien mit Kreissymbolen) und Wiederbelastungsverhalten des geschädigten Verbundwerkstoffs (farbig gestrichelte Linien). (b) Anteil der Keramik $\psi_{\text{Al}_2\text{O}_3}$, der erste Schädigung aufweist (das Kriterium der Schadenseinleitung ist erfüllt, grau), und der Anteil der vollständig geschädigten Keramik (vollständiger Verlust der Steifigkeit, grün) über die nominelle Dehnung bei Erstbelastung. Die farbigen Kreise markieren die in Abbildung 4.12a dargestellten Schädigungsstufen I-V. Abbildung in Anlehnung an [Hor23].

und V befinden sich im Bereich der Festigkeitsabnahme bei Dehnungen von 1, 2 %, 1, 5 % und 1, 8 % und versagenden Keramikanteilen von 0, 066, 0, 134 bzw. 0, 185.

Die Entlastung bis zum Ausgangszustand ($\epsilon = 0$) des IMCC wurde in den fünf Stufen simuliert, um die Verringerung der elastischen Steifigkeit aufgrund der Schädigung der Keramik zu ermitteln. Das Entlastungsverhalten ist in Abbildung 4.12a als farbige Linien mit Kreissymbolen dargestellt. Unmittelbar nach der Laständerung ist ein linearer Spannungsabfall zu beobachten, wie es die theoretischen Überlegungen erwarten lassen. In der Nähe von $\sigma = 0$ weisen die Entlastungskurven aller Schädigungsstufen jedoch Nichtlinearitäten auf. Sie werden teilweise durch die Kontaktformulierung basierend auf einem Penalty-Modell [Das19] verursacht, wenn die starren Platten den Kontakt zum IMCC verlieren. Außerdem findet auch während der Entlastung eine geringe Schädigung in der Keramik durch die elastische Rückfederung der Metallphase statt. Aus dem linearen Teil der Kurven wurden für den geschädigten Verbundwerkstoff in den Phasen I-V jeweils Elastizitätsmodule von 117, 0 GPa, 113, 2 GPa, 105, 7 GPa, 99, 3 GPa und 91, 9 GPa ermittelt.

Nach vollständiger Entlastung wurde eine Wiederbelastung bis zu einer Dehnung von 3 % simuliert, um die Druckfestigkeit $\sigma_{max}^{d,s}$ und die Restfestigkeit $\sigma_{res}^{d,s}$ des geschädigten Verbundwerkstoffs (hochgestelltes d) in allen Stadien ($s = I - V$) zu erhalten. In der Abbildung 4.12a sind die Wiederbelastungskurven als farbig gestrichelte Linien eingezeichnet. Das Wiederbelastungsverhalten der geschädigten Verbundwerkstoffe entspricht ab einem bestimmten Punkt dem Entlastungsverhalten. Dieser Punkt variiert für die verschiedenen Schädigungsstufen. Im Stadium I stimmt die Wiederbeanspruchung fast perfekt mit der Entlastung überein, und nur eine leichte nicht lineare Abweichung der Kurve wird beobachtet, kurz bevor die Dehnung vor der Entlastung $\epsilon = 0, 6 \%$ erreicht

wird. Anschließend ist das Spannungs-Dehnungs-Verhalten bis zur Druckfestigkeit mit dem des unbelasteten IMCC vergleichbar, mit Ausnahme der niedrigeren Druckfestigkeit von $\sigma_{max}^{d,I} = 487,7$ MPa. Für das Schädigungsstadium II ist die Abweichung in der Nähe von $\varepsilon = 0,9$ % stärker ausgeprägt und die Druckspannungsspitze $\sigma_{max}^{d,II} = 486,3$ MPa zu höheren Dehnungen verschoben, d.h. $\varepsilon = 1,13$ % im Vergleich zum ungeschädigten Verbundwerkstoff ($\sigma_{max}^p = 493,8$ MPa bei $\varepsilon = 0,99$ %). Die Druckfestigkeit des geschädigten Materials in Stufe II ist im Vergleich zum unbelasteten Verbundwerkstoff niedriger, jedoch höher als die Spannung zum Zeitpunkt des Entlastungsbeginns $\sigma = 477,3$ MPa. Für die Stufen III-V verschiebt sich die anfängliche nicht lineare Abweichung mit zunehmender Vorschädigung zu niedrigeren Spannungen, sowohl in Bezug auf die absoluten Werte als auch in relativer Hinsicht im Vergleich zum jeweiligen Entlastungspunkt. Die maximalen Druckspannungen der wiederbelasteten Strukturen 427,7 MPa, 387,1 MPa und 340,6 MPa liegen alle unter den Entlastungspunktspannungen 450,2 MPa, 408,7 MPa und 390,9 MPa für die Schädigungsstufen III, IV bzw. V. Die Restfestigkeiten nach der Wiedernelastung 328,1 MPa, 329,4 MPa, 329,4 MPa, 325,2 MPa und 323,9 MPa für alle Stufen I-V stimmen mit $\sigma_{res}^p = 326,2$ MPa innerhalb eines Bereichs von ± 1 % überein.

Wie in Abschnitt 3.5.2 beschrieben, wurde eine numerische Heilungsroutine auf Mikrostrukturen in allen Schädigungsstadien I-V angewandt, in denen die versagten Keramikelemente durch AlSi10Mg ersetzt wurden. Dabei wird der Zustand der geschädigten Elemente zu Beginn der Entlastung (vgl. Abbildung 4.12b) als Grundlage für das numerische Ausheilungsverfahren verwendet. Da die reale experimentelle Heilungsroutine eine Erwärmung bis zum Schmelzpunkt der Metallphase beinhaltet, wird die Belastungsgeschichte der Aluminiumlegierung ignoriert, d.h. Eigenspannungen und plastische Verformungen werden vernachlässigt. Das mechanische Verhalten der geheilten Mikrostrukturen in den verschiedenen Vorschädigungsstadien unter Druckbelastung ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Die Heilungsstufen I-V entsprechen den jeweiligen Schädigungsstadien, die in Abbildung 4.12 dargestellt sind.

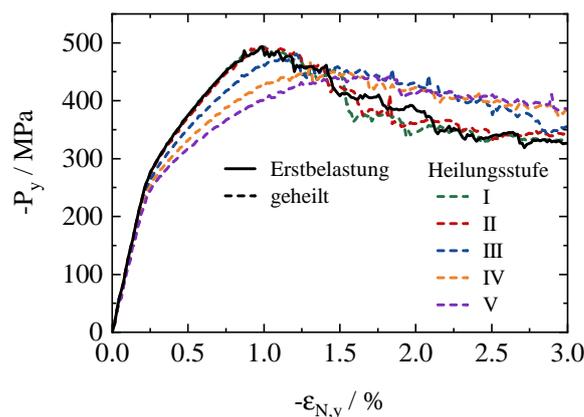


Abbildung 4.13.: Spannungs-Dehnungs-Verhalten des geheilten Verbundwerkstoffs unter Druck bei verschiedenen Heilungsstufen I-V. Die Heilungsstufen I-V entsprechen den jeweiligen Schädigungsstufen aus Abbildung 4.12. Abbildung in Anlehnung an [Hor23].

Die Schlüsseleigenschaften $E^{h,s}$, $\sigma_{max}^{h,s}$ und $\sigma_{res}^{h,s}$ für die geheilten (hochgestelltes h) Mikrostrukturen in jedem Heilungsstadium ($s = I - V$) sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Generell ist eine Abnahme der elastischen Steifigkeit und der Druckfestigkeit sowie eine Zunahme der Restfestigkeit mit zunehmender Heilungsstufe zu beobachten. Für die Stadien I und II können die mechanischen Eigenschaften des ursprünglichen Materials in hohem Maße wiederhergestellt werden, mit Heilungseffizienzen von $\eta_1(E, \sigma_{max}, \sigma_{res}) > 0,99$ (siehe Tabelle 4.3). Ab Stadium III zeigen die geheilten Strukturen eine sukzessive Verringerung von σ_{max} , eine Verschiebung des Spannungsspitzenwertes zu höheren Dehnungen und eine Zunahme von σ_{res} . Bis zum Stadium V sinken die Heilungseffizienzen auf $\eta_1(E) = 0,893$ und $\eta_1(\sigma_{max}) = 0,898$ für Steifigkeit und Druckfestigkeit und steigen auf $\eta_1(\sigma_{res}) = 1,179$ für die Restfestigkeit. Die Heilungseffizienzen $\eta_1(f)$, $\eta_2(f)$ für $f = \{E, \sigma_{max}, \sigma_{res}\}$ in allen und Heilungsstadien sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Parameter	Heilungsstufe					
	Erstbelastung	I	II	III	IV	V
E / GPa	119.9	119.8	118.9	114.7	110.2	107.1
σ_{max} / MPa	493.8	492.9	492.0	480.5	466.3	443.2
σ_{res} / MPa	326.2	331.3	343.4	355.1	379.8	384.5
$\eta_1(E)$	–	0.999	0.992	0.957	0.919	0.893
$\eta_1(\sigma_{max})$	–	0,998	0,996	0,973	0,944	0,898
$\eta_1(\sigma_{res})$	–	1.016	1.053	1.089	1.164	1.179
$\eta_2(E)$	–	0,966	0,851	0,634	0,529	0,543
$\eta_2(\sigma_{max})$	–	0,880	0,891	0,799	0,742	0,670
$\eta_2(\sigma_{res})$	–	–1.68	–4.38	–8.03	54.60	26.35

Tabelle 4.3.: Elastizitätsmodul E , Druckfestigkeit σ_{max} und Restfestigkeit σ_{res} (bei einer Dehnung von $\varepsilon = 3.0\%$) des ursprünglichen und des geheilten Gefüges in verschiedenen Heilungsstadien I-V (analog zu Schädigungsstadien) und entsprechende Heilungseffizienzkoeffizienten η_i für jeden Parameter.

4.6. Thermo-mechanisches Verhalten

4.6.1. Geometrievariation

Das thermische Ausdehnungsverhalten sowohl der rekonstruierten als auch der generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurde nach dem in Abschnitt 3.6.1 beschriebenen Basismodell ohne initiale Abkühlung (vgl. Abbildung 3.12) modelliert. Die numerischen Ergebnisse des T-abhängigen CTE und der volumengemittelten Spannungen während des Heiz-Kühl-Zyklus sind in Abbildung 4.14 zusammen mit experimentellen Dilatometrie-messungen aus [Sch23], die an $25 \times 5 \times 5 \text{ mm}^3$ Proben des IMCC durchgeführt wurden, dargestellt. Sowohl beim Aufheizen als auch beim Abkühlen sind die Ergebnisse der rekonstruierten und der erzeugten Mikrostruktur qualitativ ähnlich, wie in Abbildung 4.14a dargestellt. Alle CTE-Kurven zeigen einen fast linearen Anstieg im Bereich von $25 - 250^\circ\text{C}$, mit einem anschließenden nicht linearen Anstieg der Steigung bis zu einem Spitzenwert bei ca. $T = 400^\circ\text{C}$ und einem eventuellen Abfall bei $T > 400^\circ\text{C}$. Quantitativ gesehen weist die

erzeugte Mikrostruktur sowohl bei Erwärmung als auch bei Abkühlung einen etwas niedrigeren CTE auf. Im Falle der Erwärmung ergeben die Simulationen Werte von $\text{CTE}(25\text{ °C}) = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\text{CTE}_{\text{max}} = 2,13 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ und $\text{CTE}(500\text{ °C}) = 1,96 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ für die rekonstruierte im Vergleich zu $\text{CTE}(25\text{ °C}) = 1,53 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\text{CTE}_{\text{max}} = 2,07 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ und $\text{CTE}(500\text{ °C}) = 1,94 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ für die generierte Mikrostruktur.

Für die in Abbildung 4.14b dargestellten volumengemittelten Spannungen $\langle \sigma \rangle$ ist beim ersten Aufheizen von $T = 25\text{ °C}$ auf $T = 500\text{ °C}$ ein Anstieg der Zugspannungen in der Keramik und der Druckspannungen im Aluminium zu beobachten. Im Falle der rekonstruierten Mikrostrukturen ist das thermische Ausdehnungsverhalten nicht vollkommen isotrop, sodass der Bereich zwischen maximalen und minimalen Volumenmittelspannungen dargestellt ist. Die Spannungen von Al_2O_3 und AlSi10Mg für beide Mikrostrukturgeometrien stimmen bis zu einer Temperatur von ca. 260 °C gut überein und die erzeugte Mikrostruktur kann als obere Grenze zu rekonstruierten Mikrostruktur gesehen werden. Für $T > 260\text{ °C}$, steigt der Absolutwert für beide Komponenten in den generierten Strukturen stärker an, was zu $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 857,9 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = -300,2 \text{ MPa}$ bei $T = 500\text{ °C}$ im Vergleich zu $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 690,1 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = -273,9 \text{ MPa}$ im Falle der rekonstruierten Mikrostruktur. Bei der Abkühlung werden die Zugspannungen in der Keramik und die Druckspannungen im Aluminium reduziert und ein Vorzeichenwechsel wird zwischen $T = 167\text{ °C}$ und 110 °C für die rekonstruierte und bei ca. $T = 90\text{ °C}$ für die generierte Mikrostruktur beobachtet. Bereits bei $T = 25\text{ °C}$ werden für beide Komponenten durchschnittliche Spannungen ungleich Null beobachtet: $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3}$ von $-264,3 \text{ MPa}$ auf $-148,4 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}}$ von $55,5 \text{ MPa}$ auf $95,6 \text{ MPa}$ für das rekonstruierte Gefüge und $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -100,8 \text{ MPa}$ sowie $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 40,1 \text{ MPa}$ für das generierte Gefüge.

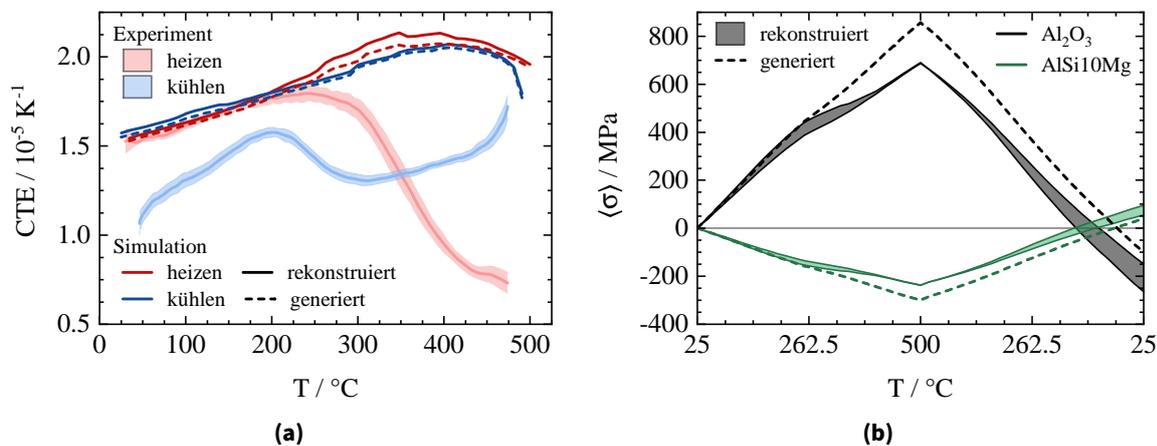


Abbildung 4.14.: Vergleich des Wärmeausdehnungsverhaltens von rekonstruierten und erzeugten Mikrostrukturen ohne initiale Abkühlung. (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$. Für die rekonstruierte Mikrostruktur werden der mittlere CTE-Wert und der $\langle \sigma \rangle$ -Bereich der x-, y- und z-Richtung gezeigt. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

4.6.2. Einschluss von Poren

Die generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) ohne initiale Abkühlung mit 1 vol.-% Poren in den xy-Ebenen des AlSi10Mg an der Grenzfläche modelliert, wie in Abbildung 3.15 im Abschnitt 3.6.2 beschrieben. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.15 zusammen mit den experimentellen Ergebnissen aus [Sch23] dargestellt und mit dem Grundmodell ohne Poren aus dem vorangegangenen Abschnitt 4.6.1 verglichen.

Die Einbeziehung von Poren nur in der xy-Ebene führt zu einer Anisotropie des IMCC-Verhaltens. Daher werden die xy-Richtung (gestrichelte Linie) und die z-Richtung (gepunktete Linie) getrennt untersucht. Im Vergleich zur Mikrostruktur ohne Poren (durchgezogene Linie) zeigt die Berücksichtigung von Poren keinen signifikanten Einfluss auf das CTE-Verhalten bei Erwärmung bis zu $T = 250\text{ °C}$, wie in Abbildung 4.15a dargestellt. Für $T > 250\text{ °C}$ weist das IMCC mit Poren eine geringeren CTE auf und der Unterschied nimmt bei weiterer Erwärmung zu. Es werden Spitzenwerte von $1,97 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ in xy-Richtung und $1,99 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ in z-Richtung beobachtet. Bei $T > 450\text{ °C}$ stimmen die Heiz-CTE für alle Richtungen wieder überein, was zu einem Wert von $\text{CTE}(500\text{ °C}) = 1,87 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ bei maximaler Temperatur führt. Bei Abkühlung zeigen die Mikrostrukturen mit und ohne Poren ein ähnliches CTE-Verhalten.

Bei Erwärmung reduzieren sich die absoluten Volumenmittelspannungen in beiden Komponenten im Vergleich zum Basismodell ohne Poren für $T > 250\text{ °C}$ wie in Abbildung 4.15b dargestellt. Da nur sehr geringe Unterschiede von $< 0,1\%$ in den Spannungen zwischen xy- und z-Richtung beobachtet werden, wird in der folgenden Beschreibung der Ergebnisse nicht zwischen den Richtungen unterschieden. Die maximalen Spannungen bei $T = 500\text{ °C}$ sind $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 813,6\text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = -285,5\text{ MPa}$ für die Keramik bzw. das Aluminium. Bei der Abkühlung tritt der Vorzeichenwechsel bei einer höheren Temperatur von ca. 105 °C durch den Einbau von Poren im Vergleich zu 90 °C im Falle ohne Poren auf. Nach der endgültigen Abkühlung bei $t_3(T = 25\text{ °C})$ beträgt die durchschnittliche Volumenspannung in den Komponenten $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -141,3\text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 54,4\text{ MPa}$.

4.6.3. Variation der Grenzflächeneigenschaften

Die generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) mit modifizierten Grenzflächenbedingungen, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben, sowohl ohne als auch mit initialer Kühlung von $T_0 = 500\text{ °C}$ modelliert. Ohne initiale Kühlung stimmen die Ergebnisse für die gebundene und die freie Grenzfläche überein, wie in Abbildung A.7 im Anhang A.7.3 gezeigt. Die Ergebnisse für Mikrostrukturen mit initialer Kühlung und gebundener (gestrichelte Linie) sowie freier Grenzfläche (gepunktete Linie) sind in Abbildung 4.16 im Vergleich zum Basismodell ohne initiale Kühlung (durchgezogene Linie) dargestellt. Zum Vergleich sind ebenfalls die experimentellen Messergebnisse aus [Sch23] abgebildet.

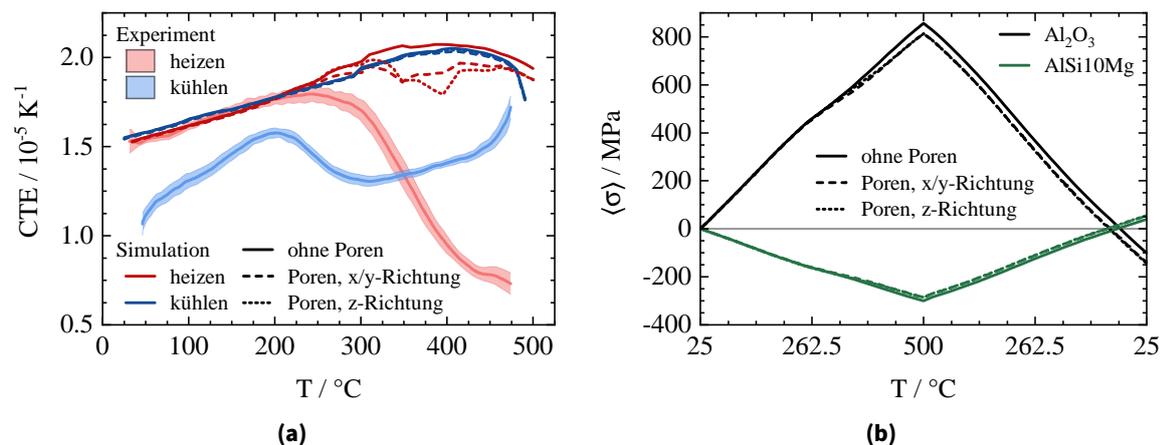


Abbildung 4.15.: Einfluss der Poren auf das thermische Ausdehnungsverhalten ohne initiale Abkühlung. Vergleich zu IMCC mit Poren. (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$. 1 vol-% der Poren sind in den xy-Ebenen der Aluminiumphase an der Grenzfläche enthalten. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

Die Anwendung einer initialen Kühlung auf eine Mikrostruktur mit einer gebundenen $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10}$ -Grenzfläche (gestrichelte Linie) hat im Vergleich zum Basismodell (durchgezogene Linie) keine qualitativen Auswirkungen auf den CTE, wie in Abbildung 4.16(a) dargestellt. Die Einbeziehung der initialen Abkühlung reduzierte die CTE-Werte sowohl beim Erwärmen als auch beim Abkühlen für Temperaturen $T > 300 \text{ }^{\circ}\text{C}$ um durchschnittlich 5%. In Abbildung 4.16(b) ist zu erkennen, dass durchschnittliche Druckspannungen von $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -980,2 \text{ MPa}$ und Zugspannungen von $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 353,5 \text{ MPa}$ werden bei t_1 ($T = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$, vgl. Abbildung 3.12) durch initiales Abkühlen von $T_0 = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$ in der Keramik bzw. im Aluminium induziert. Während der Erwärmung werden diese thermischen Spannungen kontinuierlich reduziert, was zu einem Vorzeichenwechsel erst knapp unterhalb $T = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$ führt, und die volumengemittelten Spannungen bei t_2 betragen $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 2,26 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = -0,92 \text{ MPa}$. Bei der Abkühlung bauen sich die Druckspannungen in der Keramik und die Zugspannungen im Aluminium wieder auf $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -989,0 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 357,7 \text{ MPa}$ bei t_3 auf.

Bei Mikrostrukturen mit einer freien Grenzfläche (gestrichelte Linie) hat eine initiale Abkühlung von $T_0 = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$ eine bemerkenswerte Wirkung auf die T-Abhängigkeit des CTE, wie in Abbildung 4.16a dargestellt. Während der Erwärmung steigt der initiale $\text{CTE}(T = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 1,38 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ auf $1,68 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ bei $T = 260 \text{ }^{\circ}\text{C}$ und sinkt anschließend auf ein Plateau von $8,19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ bei $T = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Darüber hinaus wird eine thermische Dehnungshysterese, d. h. ein Unterschied zwischen dem CTE beim Aufheizen und beim Abkühlen, beobachtet. Bei t_1 werden aufgrund der initialen Abkühlung für beide Komponenten niedrigere absolute Spannungen $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -567,2 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 205,3 \text{ MPa}$ im Vergleich zur fest verbundenen Grenzfläche beobachtet, wie in Abbildung 4.16b dargestellt. Beim Erwärmen wird bei $T = 335 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ein spannungsfreier Zustand erreicht. Anschließend steigen die Zugspannungen in der Keramik und die Druckspannungen im Aluminium leicht an und reduzieren sich wieder auf $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 12,69 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = -4,51 \text{ MPa}$ bei $T = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Bei der anschließenden Abkühlung findet sofort ein Vorzeichenwechsel

der Spannungen statt und im Mittel betragen die Spannungen in der Keramik und dem Aluminium bei t_3 $\langle \sigma \rangle_{Al_2O_3} = -632,2 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{AlSi10Mg} = 228,6 \text{ MPa}$.

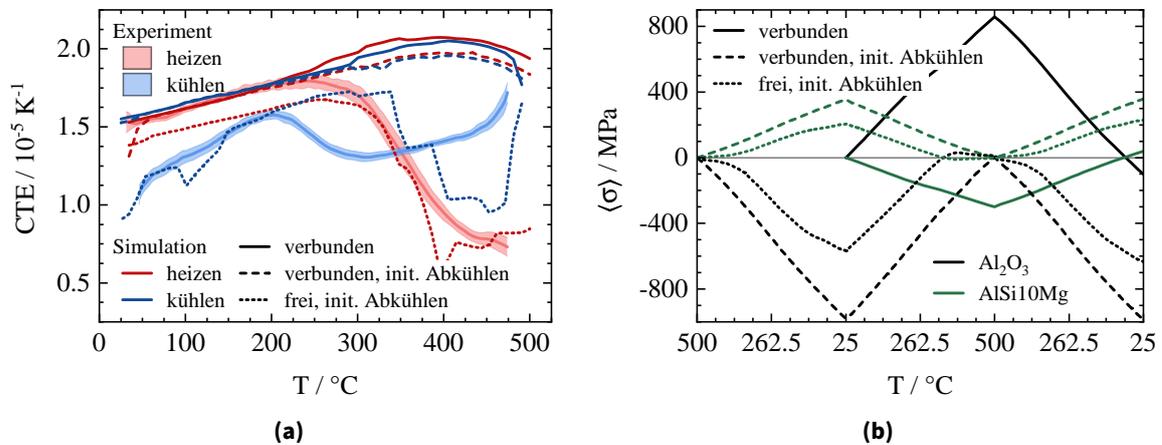


Abbildung 4.16.: Einfluss der Grenzflächeneigenschaften auf das thermische Ausdehnungsverhalten der erzeugten Mikrostrukturen mit und ohne initiale Abkühlung von $T_0 = 500 \text{ °C}$. (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$ in x-, y- und z-Richtung. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

4.6.4. Variation der initialen Abkühltemperatur

Die generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) mit einer modifizierten freien Grenzflächenbedingung, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben, und variierenden initialen Kühltemperaturen $T_0 = 200 - 600 \text{ °C}$ (vgl. Abbildung 3.12) modelliert. Die temperaturabhängigen CTE beim Aufheizen und Abkühlen sowie die volumengemittelten Spannungen sind in Abbildung 4.17 im Vergleich zu einer Mikrostruktur mit freien Grenzflächen ohne initiale Abkühlung sowie experimentellen Dilatometriedaten aus [Sch23] dargestellt.

Beim Aufheizen der Mikrostrukturen mit freier Grenzfläche und initialer Abkühlung fallen alle CTE-Kurven für $T < T_0$ zusammen (siehe 4.17a) und folgen der Beschreibung der Mikrostruktur mit $T_0 = 500 \text{ °C}$ aus dem Abschnitt 4.6.3 (gestrichelte Linie in Abbildung A.7). Allerdings zeigt der IMCC bei Erreichen der jeweiligen initialen Abkühltemperatur $T = T_0$ einen CTE-Sprung bis auf das Niveau des Gefüges ohne Anfangskühlung. Erst für $T_0 \geq 500 \text{ °C}$ fallen die Kurven zusammen und der CTE bleibt auf einem niedrigen Plateauniveau für $T > 400 \text{ °C}$. Während der Abkühlung unterscheidet sich das Verhalten der thermischen Ausdehnung für alle initialen Abkühltemperaturen T_0 von dem der Erwärmung, wie in Abbildung 4.17b dargestellt. Ähnlich wie beim Erwärmen folgen die CTE-Kurven für $T > T_0$ der IMCC, die keiner initialen Abkühlung ausgesetzt ist, und liegen leicht darunter. Bei $T = T_0$ weichen die Kurven deutlich vom Verbundwerkstoff ohne initiale Kühlung nach unten ab. Für $T_0 > 500 \text{ °C}$ weicht der CTE bei Abkühlung vollständig von der Mikrostruktur ohne initiale Abkühlung ab und zeigt einen Anstieg, gefolgt von einer Abnahme bei $350 \text{ °C} < T < 450 \text{ °C}$ und einem endgültigen Anstieg des CTE für $T > 450 \text{ °C}$.

Wie in Abbildung 4.17c zu sehen ist, steigen die absoluten volumengemittelten Spannungen in beiden Komponenten nach der ersten Abkühlung von T_0 . In der Keramik variieren die Spannungen bei $t_1(T = 25^\circ\text{C})$ von $\langle\sigma\rangle = -308,4\text{ MPa}$ bis $\langle\sigma\rangle = -586,1\text{ MPa}$. Die durchschnittliche Volumenspannung in der Aluminiumlegierung schwankt zwischen $\langle\sigma\rangle = 110,3\text{ MPa}$ und $\langle\sigma\rangle = 212,9\text{ MPa}$. Beim Erwärmen wird der spannungsfreie Zustand zwischen $T = 195^\circ\text{C}$ für $T_0 = 200^\circ\text{C}$ und $T = 350^\circ\text{C}$ für $T_0 = 600^\circ\text{C}$ erreicht. Für initiale Abkühlungstemperaturen $T_0 \leq 400^\circ\text{C}$ treten die maximalen Zugspannungen in der Keramik bei $t_2(T = 500^\circ\text{C})$ auf und variieren zwischen $\langle\sigma\rangle = 563,1\text{ MPa}$ für $T_0 = 200^\circ\text{C}$ und $\langle\sigma\rangle = 178,6\text{ MPa}$ für $T_0 = 400^\circ\text{C}$. Dies gilt auch für die Druckspannungen im Aluminium im Bereich von $-198,2\text{ MPa}$ bis $-63,3\text{ MPa}$. Für $T_0 \geq 500^\circ\text{C}$ liegt jedoch die maximale Spannung im Al_2O_3 von $\langle\sigma\rangle = 31,3\text{ MPa}$ für $T_0 = 500^\circ\text{C}$ und $\langle\sigma\rangle = 24,4\text{ MPa}$ für $T_0 = 400^\circ\text{C}$ bei $T = 385^\circ\text{C}$. Bei der anschließenden Abkühlung tritt im Durchschnitt ein spannungsfreier Zustand zwischen $T = 225^\circ\text{C}$ für $T_0 = 200^\circ\text{C}$ und $T = 490^\circ\text{C}$ für $T_0 = 600^\circ\text{C}$ ein. Bei $t_3(T = 25^\circ\text{C})$ reichen die Spannungen von $\langle\sigma\rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -358,7\text{ MPa}$ und $\langle\sigma\rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 128,1\text{ MPa}$ für $T_0 = 200^\circ\text{C}$ und auf $\langle\sigma\rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -637,6\text{ MPa}$ und $\langle\sigma\rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 231,3\text{ MPa}$ für $T_0 = 600^\circ\text{C}$ in der Keramik bzw. dem Aluminium.

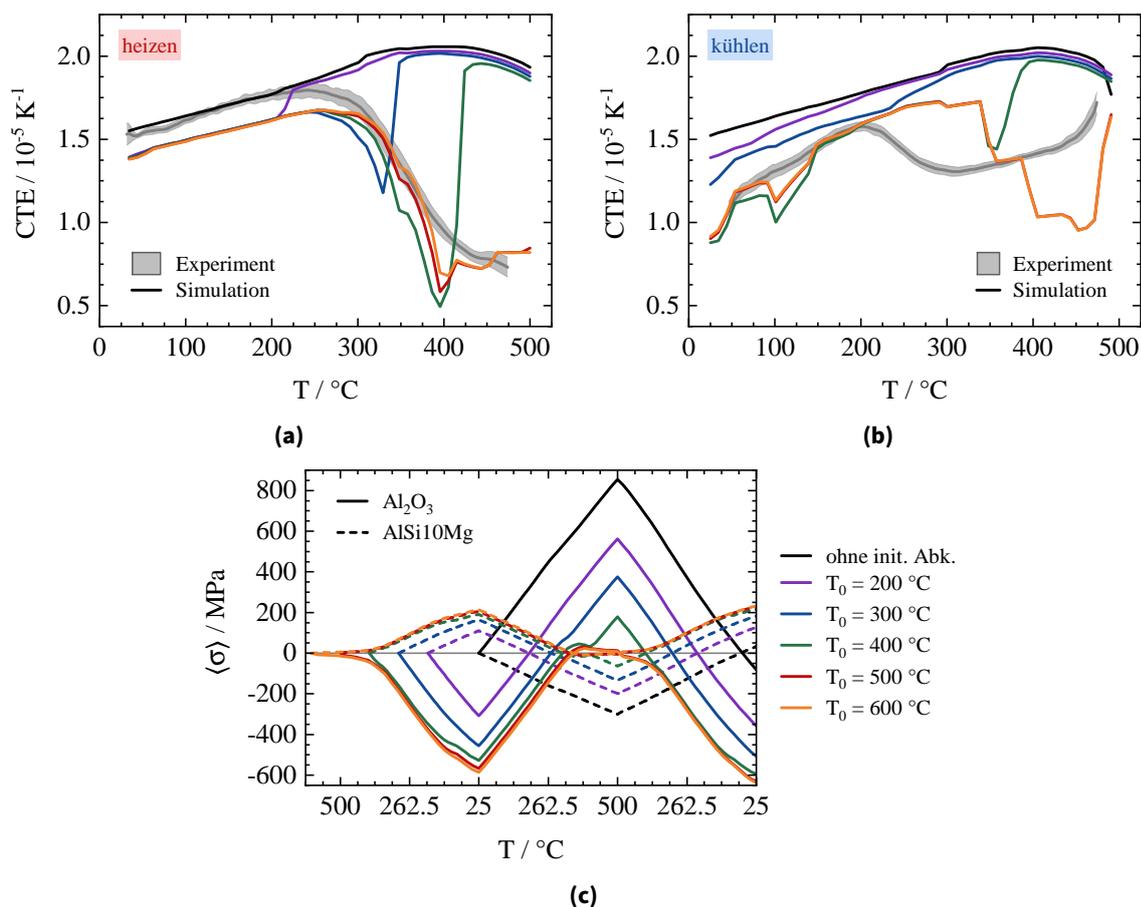


Abbildung 4.17.: Einfluss verschiedener initialer Abkühlungstemperaturen $T_0 = 200 - 600^\circ\text{C}$ auf die erzeugten Mikrostrukturen mit freien Grenzflächen. (a) CTE beim ersten Aufheizen, (b) CTE bei der ersten Abkühlung und (c) durchschnittliche Volumenspannungen $\langle\sigma\rangle$ in x-, y- und z-Richtung. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

4.6.5. Temperaturabhängige Materialparameter

Die generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) mit einer modifizierten freien Grenzflächenbedingung, einer initialen Abkühlung von T_0 und temperaturunabhängigen mechanischen oder thermischen Materialeigenschaften, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben, modelliert. Für die T-unabhängigen Materialeigenschaften werden die Werte bei $T = 25\text{ °C}$ verwendet, vgl. Tabelle 3.1. Der temperaturabhängige CTE bei Erwärmung und Abkühlung sowie die Volumenmittelspannungen sind in Abbildung 4.18 im Vergleich zur Mikrostruktur mit freien Grenzflächen, initialer Abkühlung und T-abhängigen Materialeigenschaften dargestellt. Außerdem sind die experimentellen CTE-Messergebnisse des IMCC aus [Sch23] abgebildet.

Wie in Abbildung 4.18a zu sehen ist, stimmt der Heiz-CTE des IMCC, der nur mit temperaturabhängigen Ausdehnungseigenschaften $\alpha_{th}(T)$ modelliert wurde (gestrichelte Linie), mit der Kurve des Modells mit allen temperaturabhängigen Parametern bis zu $T = 250\text{ °C}$ überein. Anschließend steigt sie weiter an bis zu einem Maximum von $1,76 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ und sinkt bei $T = 500\text{ °C}$ wieder auf $1,54 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$. Der Kühl-CTE ist ähnlich wie der Heiz-CTE, mit $\leq 5,3\%$ höheren Werten bei hohen Temperaturen und $\leq 5,9\%$ niedrigeren Werten bei niedrigen Temperaturen. In Abbildung 4.18b) sind die thermischen Eigenspannungen nach der initialen Abkühlung gleich dem Modell mit allen T-abhängigen Parametern (durchgezogene Linie). Auch der spannungsfreie Zustand nach der Erwärmung tritt an der gleichen Stelle auf. Werden jedoch nur die T-abhängigen thermischen Eigenschaften verwendet, ergeben sich maximale Spannungen bei $T = 500\text{ °C}$ von $\langle\sigma\rangle_{Al_2O_3} = 316,4\text{ MPa}$ und $\langle\sigma\rangle_{AlSi10Mg} = -113,8\text{ MPa}$, die sich deutlich von den gesamten T-abhängigen Kurven unterscheiden. Beim Abkühlen erfolgt der Vorzeichenwechsel bei $T = 330\text{ °C}$ und die Endspannungen bei t_3 sind $\langle\sigma\rangle_{Al_2O_3} = -571,5\text{ MPa}$ und $\langle\sigma\rangle_{AlSi10Mg} = 207,3\text{ MPa}$.

Für die IMCCs, die nur mit T-abhängigen mechanischen Eigenschaften $E(T)$, $\nu(T)$, $\sigma_y(T)$ (gepunktete Linie) modelliert wurden, ist der Heiz-CTE konstant bei $1,42 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ für $T < 275\text{ °C}$, wie in Abbildung 4.18a gezeigt. Für $T > 450\text{ °C}$ sinkt er auf $6,1 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$. Der Abkühlungs-CTE folgt der Kurve der Simulation aller T-abhängigen Parameter in qualitativer Hinsicht mit reduzierten Absolutwerten. Auch die in Abbildung 4.18b dargestellten durchschnittlichen Volumenspannungen zeigen ein ähnliches Verhalten wie bei den T-abhängigen Simulationen. Geringe Unterschiede sind bei den Spannungen nach der ersten Abkühlung, dem Vorzeichenwechsel beim Aufheizen und den verbleibenden Spannungen nach der letzten Abkühlung zu beobachten.

4.6.6. Thermische Zyklisierung

Ausgehend vom ersten Zyklus des IMCC mit freien Grenzflächen, der einer initialen Abkühlung von $T_0 = 500\text{ °C}$ unterzogen wurde, wie in Abschnitt 4.6.4 beschrieben, wurden 8 weitere Heiz-Kühl-Zyklen simuliert. Die Ergebnisse für den Heiz- und Kühl-CTE über die Temperatur für die verschiedenen Zyklen sind in Abbildung 4.19 im Vergleich zu den Ergebnissen der experimentellen, thermischen Zyklisierung des Materials aus [Sch23] dargestellt.

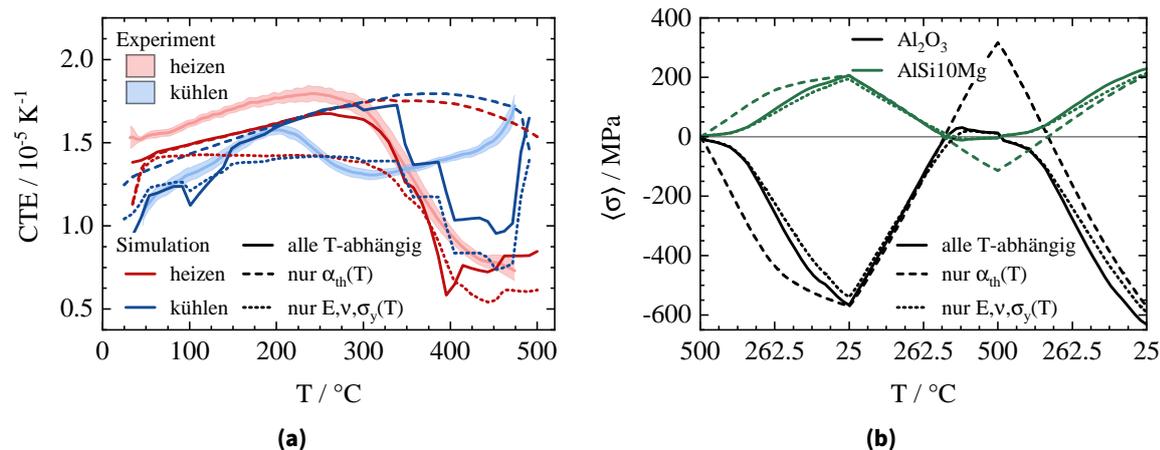


Abbildung 4.18.: Einfluss von T-unabhängigen mechanischen und thermischen Eigenschaften auf erzeugte Mikrostrukturen mit freien Grenzflächen und initialer Abkühlung von $T_0 = 500^{\circ}\text{C}$. (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$ in x, y und z-Richtung. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

Im Falle der Erwärmung ist ein Anstieg der CTE-Spitze und eine Verschiebung zu höheren Temperaturen mit zunehmender Zyklenzahl zu beobachten (vgl. Abbildung 4.19a). Im 1. Zyklus liegt der maximale CTE von $1,68 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ bei $T = 260^{\circ}\text{C}$. Über die Zyklenzahl verschiebt sich das CTE-Maximum zu höheren Temperaturen und steigt bis zum 9. Zyklus auf $1,77 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ an (bei $T = 330^{\circ}\text{C}$). Die Steigungen des nachfolgenden CTE-Abfalls sind über die Zyklen hinweg sehr ähnlich, und die Kurven fallen bei $T = 500^{\circ}\text{C}$ auf demselben Plateau zusammen. Die in Abbildung 4.19b dargestellten CTE-Kurven für die Abkühlung zeigen alle ähnliche Verläufe, wobei die absoluten CTE-Werte mit der Zyklenzahl leicht ansteigen.

Wie in Abbildung 4.19c zu sehen, steigen die absoluten volumengemittelten Spannungen beim Beginn der Zyklen ($T = 25^{\circ}\text{C}$) mit zunehmender Zyklenzahl von $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -566,7 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 205,2 \text{ MPa}$ (Zyklus 1) zu $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -695,4 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 221,0 \text{ MPa}$ (Zyklus 9) an. Der spannungsfreie Zustand beim Aufheizen verschiebt sich zu höheren Temperaturen von $T = 338,5^{\circ}\text{C}$ in Zyklus 1 zu $T = 395,5^{\circ}\text{C}$ in Zyklus 9 und die maximalen Zugspannungen in der Keramik verringern sich über die Zyklen von $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 31,3 \text{ MPa}$ (Zyklus 1) zu $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 19,0 \text{ MPa}$ (Zyklus 9). Beim Abkühlen bleibt der spannungsfreie Zustand konstant bei $T \approx 490^{\circ}\text{C}$ und die volumengemittelten nach vollständiger Abkühlung auf $T = 25^{\circ}\text{C}$ ändern sich von $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -631,8 \text{ MPa}$ (Zyklus 1) auf $\langle \sigma \rangle_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -698,3 \text{ MPa}$ (Zyklus 9) für das Al_2O_3 und von $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 228,6 \text{ MPa}$ (Zyklus 1) auf $\langle \sigma \rangle_{\text{AlSi10Mg}} = 252,6 \text{ MPa}$ (Zyklus 9) für das AlSi10Mg .

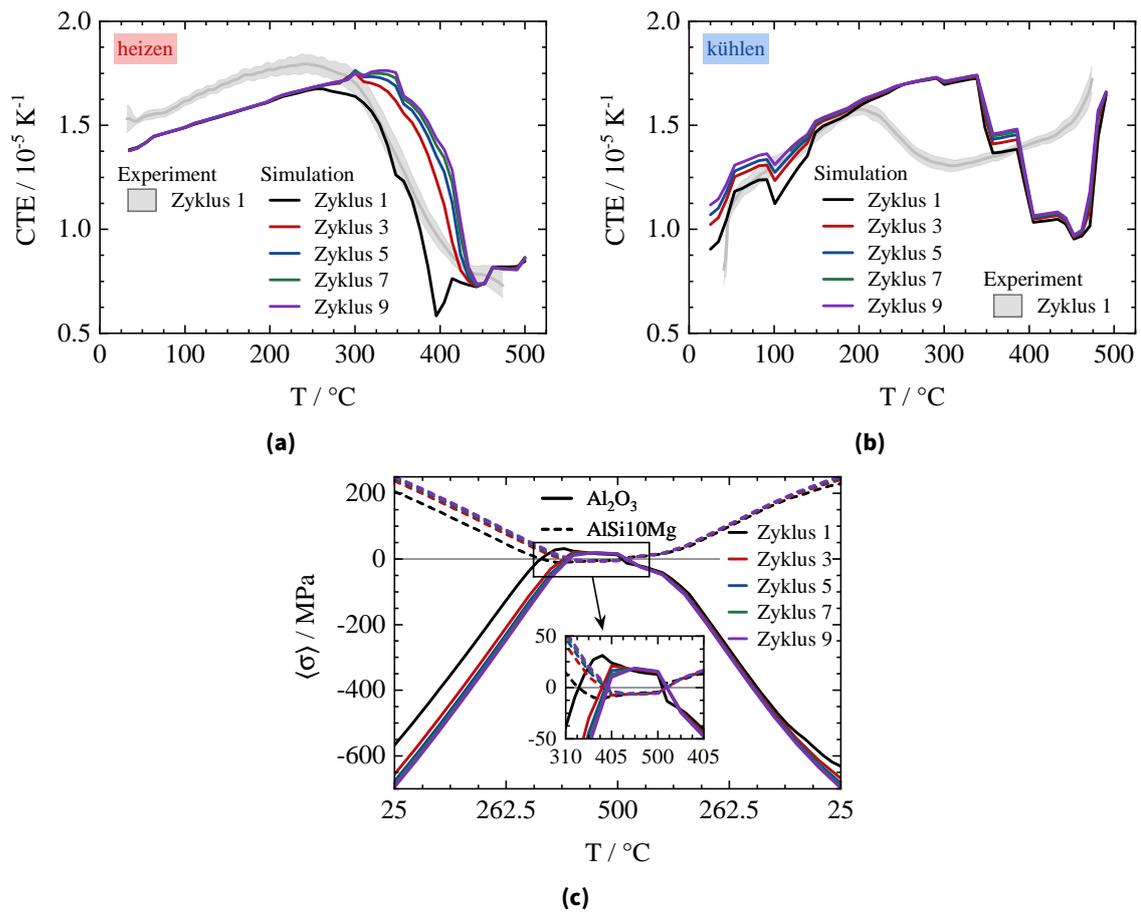


Abbildung 4.19.: Einfluss der thermischen Zyklen auf das thermische Ausdehnungsverhalten der erzeugten Mikrostrukturen. (a) Aufheiz- und (b) Abkühl-CTE sowie (c) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$ in x-, y- und z-Richtung der Thermozyklen 1-9 mit initialer Abkühlung von $T_0 = 500^\circ\text{C}$. Abbildung in Anlehnung an [Sch23].

5. Diskussion

In diesem Kapitel werden die Simulationsergebnisse aus Kapitel 4 diskutiert und mit experimentellen Beobachtungen sowie Erkenntnissen aus der Literatur in Zusammenhang gesetzt. In Abschnitt 5.1 wird zunächst auf die geometrischen Charakteristika der interpenetrierenden Mikrostruktur eingegangen und die daraus abgeleiteten Potenziale für die mechanische Stabilität diskutiert. Anschließend werden in Abschnitt 5.2 diese mechanischen Eigenschaften genauer beleuchtet. Dabei spielen die Bestimmung von RVE-Größen sowie die Identifikation von Struktur-Eigenschaftsbeziehungen eine zentrale Rolle. Aus Basis des Schädigungsmodells aus 3.4 wird das Schädigungsverhalten der interpenetrierenden Verbunde von der Schädigungsinitiierung bis hin zum vollständigen Versagen diskutiert und charakterisiert. Die Relevanz lokaler geometrischer Anordnungen auf Mikrostrukturebene wird durch den Vergleich der Simulationen an rekonstruierten sowie generierten Mikrostrukturen diskutiert. In Abschnitt 5.3 wird das Heilungspotenzial interpenetrierender Metall-Keramik Verbunde analysiert und vor dem Hintergrund lokaler Spannungsreduktion und dessen Auswirkung auf makroskopische Materialeigenschaften diskutiert. Abschließend findet in Abschnitt 5.4 eine systematische Zuordnung von Mikrostrukturprozessen des Verbunds bei thermischer Ausdehnung in Abhängigkeit der Temperatur statt.

5.1. Mikrostruktureigenschaften

Ausgehend von CT-Rekonstruktionen des keramischen Schaums konnten durch die entwickelte Filtermethode (siehe Abschnitt 3.1) die Phasen der komplexen Mikrostruktur voneinander getrennt und Segmentierungsfehler entfernt werden, ohne dabei die Volumenanteile beider Phasen innerhalb des ROI zu beeinflussen. Durch diesen präzisen Übertrag der realen in eine digitale Mikrostruktur konnten anschließend einzelne Poren innerhalb des zusammenhängenden porösen Netzwerks identifiziert und eine Porengrößenverteilung abgeleitet werden. Außerdem wurde durch die Methode die Grundlage für die numerische Charakterisierung und Modellierung des interpenetrierenden Verbunds geschaffen. Auf dem resultierenden Voxelgitter können anschließend die Schaum- und IMCC-Strukturen mittels FFT-Methode direkt und effizient modelliert und repräsentative Volumenelemente abgeleitet werden (siehe Abschnitt 4.2). Analysiert man die Mikrostruktur im Hinblick auf den keramischen Volumenanteil (Abbildung 4.1b), so stellt man fest, dass die Struktur ab einer RVE-Kantenlänge von etwa $133 \mu\text{m}$ (oder 50 Voxel) einen stabilen keramischen Anteil von etwa 30 % ergibt. Dieses Ergebnis unterstreicht die hohe Homogenität der Vorform bzw.

des MMCs sowie den repräsentativen Charakter, d.h. die Größe des gewählten Bereichs innerhalb der quaderförmigen Probe.

In der Literatur wird häufig angenommen, dass keramische Schäume bzw. Preforms annähernd homogen sind, ohne dies explizit nachzuweisen. Die Porenmorphologie wird dabei lediglich durch eine mittlere Poren-/Zellen- und Fenstergröße oder einen einzelnen Wert, wie Poren pro Zoll (ppi), quantifiziert. In vielen Fällen führen jedoch bereits die Herstellungsverfahren zu einer gewissen Heterogenität oder zu gerichteten mikrostrukturellen Verteilungen. In dieser Arbeit wurde die Homogenität des Schaums in Abschnitt 4.1 durch die Bestimmung einer wohldefinierten, monomodalen und engen Porengrößenverteilung nachgewiesen. Die Porengrößen variieren innerhalb einer Größenordnung und sind damit vergleichbar mit Schäumen, die z.B. durch Replika-Methoden hergestellt werden und als homogen gelten [Mai07].

Der untersuchte Schaum weist im Vergleich zu anderen Schäumen, die für die Flüssigmetallinfiltration verwendet werden, einen relativ kleinen mittleren Porenradius auf, was einen Vorteil für die mechanischen Eigenschaften mit sich bringt. Studien haben gezeigt, dass sowohl mikroporöse Schäume als auch die daraus hergestellten Verbundwerkstoffe ein besseres mechanisches Verhalten zeigen als makroporöse. Acchar et al. [Acc08] ermittelten eine etwa 1,5-fach höhere Biegefestigkeit für einen 40 ppi ($\approx 1,4$ MPa) im Vergleich zu einem 10 ppi Replikschaum ($\approx 0,8$ MPa). Darüber hinaus fanden Colombo und Bernardo [Col03] heraus, dass mikrozelluläre Schäume ($8 \mu\text{m}$ Zellgröße) aus präkeramischen Polymeren eine 2-5 mal höhere Druckfestigkeit aufweisen als makrozelluläre Schäume ($100 - 600 \mu\text{m}$ Zellgröße) mit ähnlicher Dichte der keramischen Streben (z.B. 19 MPa vs. 4 MPa bei einer Rohdichte von ca. $0,45 \text{ g cm}^{-3}$). Ob diese Vorteile auch für den in dieser Arbeit untersuchten IMCC gelten, wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

5.2. Mechanische Eigenschaften

5.2.1. Elastizität

Die Isotropie und Homogenität der rekonstruierten Schaumstruktur und des Verbundes wurden in Abschnitt 4.2 über die simulative Bestimmung der effektiven elastischen Eigenschaften untersucht. Der Vergleich der effektiven elastischen Eigenschaften zeigt, dass die simulativen Ergebnisse ab der ermittelten RVE-Größe von etwa $133 \mu\text{m}$ (oder 50 Voxel) statistisch gesehen gut mit den experimentellen Werten des IMCC aus [Hor20] übereinstimmen (Abbildung 4.2b). Bei kleineren Volumina muss die Übereinstimmung für jede Struktur einzeln nachgewiesen werden. Die Ergebnisse in Abbildung 4.2d zeigen, dass der effektive Elastizitätsmodul des IMCC durch das Hill Modell auf Basis des Keramikanteils approximiert werden kann. Die unterschiedlichen Größen und Topologien der untersuchten Mikrostrukturen haben im Vergleich zum Keramikanteil der VEs nur geringe Auswirkungen auf die Ergebnisse. Dies zeigt, dass die wichtigen mikrostrukturellen Merkmale auch bei sehr kleinen Volumina erfasst werden können, was wiederum auf eine hohe Homogenität des Materials hinweist. Dies bestätigt die Aussagen der Mikrostrukturanalyse

aus Abschnitt 5.1. Diese Erkenntnisse zeigen, dass die von ROI-Größe ausreichend groß ist, um den gesamten Keramikanteil des Materials zu erfassen. Es muss jedoch erwähnt werden, dass selbst bei VE-Größen von 100^3 Voxel noch statistische Schwankungen von ± 5 MPa vorhanden sind.

Bei der keramischen Schaumstruktur übersteigen die Ergebnisse für den effektiven Elastizitätsmodul aus den Simulationen die experimentell bestimmten Werte aus [Hor20] (siehe Abbildung 4.2a und Abbildung 4.2c). Dies könnte darauf zurückzuführen sein, dass dem Porenvolumen eine kleine, aber von null verschiedene Steifigkeit zugewiesen wurde. Eine leichte Versteifung könnte auch durch freie Oberflächen entstehen, die mit der gewählten FFT Methode nicht modelliert werden können, da benachbarte Knoten/Integrationspunkte immer als perfekt verbunden angesehen werden. Dies führt zu einer Überschätzung der Steifigkeit in den numerischen Untersuchungen des Schaums. Außerdem zeigen die Ergebnisse für die effektiven Werte der gewählten Strukturen größere Streuungen, insbesondere für Elemente mit kleinem Volumen. Dieses Verhalten ist jedoch aufgrund des größeren Steifigkeitskontrasts zwischen der Keramik und den Porenanteilen zu erwarten. Kleine Variationen des Keramikanteils und seiner geometrischen Anordnung können einen Einfluss auf die elastischen Eigenschaften haben. Für sehr kleine Volumenelemente (siehe Abbildung 4.2, VE-Größe 10^3 Voxel) ist es möglich, dass in einer oder mehreren Richtungen des untersuchten RVE nur wenige oder gar keine zusammenhängenden Keramikpfade existieren. Dies würde zu einer sehr geringen Steifigkeit in der entsprechenden Richtung führen, obwohl der Gesamtkeramikanteil nicht unbedingt klein sein muss. Dieser Effekt kann bei Scherbelastung aufgrund der FFT-Voxel-Diskretisierung der Struktur noch stärker auftreten, da benachbarte hexaedrische Elemente nur über die Oberflächen verbunden sind. Um Spannungen in einer Richtung diagonal zu den Koordinatenachsen zu übertragen, ist eine keramische Verbindung von mindestens zwei Voxeln erforderlich. Um diesen Effekt zu minimieren, könnte für die Simulation eine deutlich höhere Voxelauflösung gewählt werden. Die Auswirkungen solcher geometrischer Merkmale werden jedoch nur für die Schaumstruktur beobachtet. Die geringere Differenz der elastischen Konstanten des Verbundwerkstoffs und die unterstützende Trägerwirkung der Aluminiumlegierung verringern diesen Effekt erheblich und dieser ist bei der vorliegenden Betrachtung vernachlässigbar klein.

Bei den Untersuchungen der elastischen Eigenschaften zeigen die numerischen Ergebnisse im Vergleich zum Experiment einen geringen Einfluss der Restporosität. Dies ist aus den Daten in Tabelle 4.1 ersichtlich, wobei sich die elastischen Eigenschaften nur um maximal 2 % unterscheiden. Sowohl in den experimentellen Untersuchungen in [Hor20] als auch in den Simulationen wurde ein nahezu perfekt isotropes Verhalten des Schaums und des MMC festgestellt (siehe Tabelle 4.1). Damit konnte numerisch die hohe Homogenität der keramischen Vorform gezeigt sowie die gute Qualität der AlSi10Mg-Infiltration unterstrichen werden.

Der IMCC mit einem Keramikanteil von 30,4 % weist einen effektiven E-Modul von ca. 120 GPa auf (siehe Abbildung 4.2d). Da die gewählte Vorform bisher noch nicht für die Herstellung von interpenetrierenden Verbundwerkstoffen verwendet wurde, kommt für einen Vergleich der elastischen Eigenschaften nur eine kleine Anzahl von Untersuchungen

mit zumindest ähnlichen Verbundstoffbestandteilen, -anteilen und -architekturen infrage. Da die numerischen Untersuchungen jedoch eine klare Abhängigkeit der elastischen Eigenschaften vom Keramikanteil ergeben, kann ein Vergleich mit anderen interpenetrierenden Aluminium/Aluminiumoxid-Verbundwerkstoffen mit ähnlichen Volumenanteilen ange stellt werden. Peng et al. ermittelten für einen Verbundwerkstoff aus der Aluminiumlegie rung 6061 und einem keramischen Volumenanteil von ca. 22,5 % elastische Moduli von fast 110 GPa. Roy et al. [Roy11b] und Moon et al. [Moo05] fanden Elastizitätsmodule von 140-156 GPa bzw. 135 GPa für Porenbildner-basierte Aluminiumoxid-Vorform-MMCs mit einem Keramikanteil von ca. 35 % und einer Metallmatrix aus AlSi12-Aluminiumlegierung.

Die elastischen Eigenschaften des vorgestellten Materials sind mit den in der Literatur veröffentlichten Werten vergleichbar, wenn man die entsprechenden Keramikgehalte berücksichtigt. Allerdings wurde das hoch isotrope Verhalten selbst auf einer kleinen Längenskala nach bestem Wissen für interpenetrierende Aliminium/Aluminiumoxid-Verbundwerkstoffe bisher nicht erreicht. Daher werden überlegene Eigenschaften des untersuchten Materials jenseits des elastischen Bereichs erwartet, was im folgenden Ab schnitt näher ausgeführt wird.

5.2.2. Schädigung

Um ein detailliertes Verständnis des Schädigungsverhaltens von IMCC zu erhalten, wer den sowohl die mikroskopischen als auch die makroskopischen Ergebnisse während der Druckprüfung diskutiert, gegenübergestellt und komplementäre Phänomene zusammen geföhrt. In einem ersten Schritt wird das Schädigungsverhalten des keramischen Schaums betrachtet, um die Rissentstehung und das Risswachstum zu diskutieren. In einem zweiten Schritt liegt der Fokus auf dem IMCC, um das Schädigungsverhalten auf der Grundlage der Keramikschaumschädigung zu diskutieren. Dabei werden Gemeinsamkeiten in der ersten Phase des Schadenseintritts und Unterschiede im weiteren Schadensverlauf diskutiert, welche durch die interpenetrierende metallische Phase beeinflusst werden.

5.2.2.1. Keramikschaum

In der Simulation des Keramikschaums unter uniaxialem Druck ist ein stufenweise zu nehmender Schädigungsprozess zu erkennen. Risse bilden sich vorzugsweise senkrecht zur Grenzfläche parallel zur Belastungsrichtung. Die Simulationen zeigen Spannungskon zentrationen an der Ober- und Unterseite der kugelförmigen Poren, die für den Beginn der Rissbildung entscheidend sind, wie in Abbildung 4.7b A und B. Die Lage dieser Span nungskonzentrationen ist eine direkte Folge der geometrischen Anordnung der Keramik und der Poren und stimmt gut mit Kirschs Theorie der Spannungsverteilung um ein Loch in einer Platte überein [Kir98]. Erste Risse in der Keramik werden bei einer ma kroskopischen Spannung von 14 MPa beobachtet, die im linear elastischen Bereich des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens zu liegen scheint (siehe Abbildung 4.7a).

Mit zunehmender Belastung bis zu 31 MPa bilden sich neue Risse, und bestehende Risse wachsen hauptsächlich in Druckrichtung, da die maximalen Zugspannungen senkrecht dazu verlaufen (siehe Abbildung 4.7b B). Die Biegespannungen in den keramischen Stäben, die parallel zur Druckrichtung verlaufen, nehmen mit der weiteren Zunahme der makroskopischen Dehnung zu. Nach Ashby und Gibson [Ash83; Gib82] sind sie für das mechanische Verhalten von zellularen Feststoffschäumen von wesentlicher Bedeutung. Zwischen den Punkten B (31 MPa) und C (51 MPa) in Abbildung 4.7b wird infolge der zunehmenden Biegespannungen eine Rissentstehung und -ausbreitung senkrecht und diagonal zur Druckrichtung beobachtet.

Das endgültige Schädigungsmuster der numerischen Untersuchungen, das in Abbildung 4.7b am Punkt E dargestellt ist, zeigt, wie Risse benachbarte Poren miteinander verbinden. Obwohl man auf den ersten Blick eine zufällige Ausrichtung der Risse vermuten könnte, lässt sich in Bild E (links) eine bevorzugte makroskopische Ausrichtung der Risse von links unten nach rechts oben feststellen. Dies ist ein Indikator für eine Mischung aus zellularen und spröden Schadensmerkmalen [Mei12]. Aufgrund der besonderen Morphologie mit kleinen Fenstern zwischen benachbarten Poren und dichten Verstreubungen mit einer geringen Anzahl von Defekten ist der keramische Schaumstoff eher mit geschlossenzelligen als mit offenzelligen Schäumen nach Studart et al. [Stu06] vergleichbar. Daher weist er im Vergleich zu anderen Schaumherstellungsverfahren eine hohe Druckfestigkeit auf (siehe Schukraft et al. [Sch20]). Mit der höheren mechanischen Festigkeit ist auch ein höherer Porositätsanteil im Schaum notwendig, um den Übergang zwischen sprödem und zellularem Druckversagen zu erreichen. Wie das finale Schädigungsmuster zeigt, verbinden die Risse benachbarte Poren direkt miteinander und der Anteil der Rissauslenkung ist gering. Dies führt zu einem spröden Versagen mit starkem Spannungsabfall nach dem Spannungsmaximum (Abbildung 4.7a, C).

In einer makroskopischen Betrachtung kann festgestellt werden, dass die Energieabsorption des hochporösen Keramikschaums während des Versagens im Vergleich zu monolithischen Keramiken höher ist [Che21], aber immer noch gering im Vergleich zu schadentoleranten Werkstoffen, wie Aluminium und seinen Legierungen, wie zum Beispiel der AlSi10Mg-Legierung EN AC-43000 [Sch20]. Nur ein kleiner Teil von ca. 7 % des Keramikvolumens ist vollständig geschädigt und trägt in der somit vollständig zur Energieabsorption während der Schädigung am Punkt E bei.

5.2.2.2. IMCC

Im IMCC können die offene Porosität des keramischen Schaums, sowie bereits existierende und offen zugängliche Risse mit Metall infiltriert werden und stellen somit keine Schwachstellen mehr dar. Darüber hinaus kann das Schädigungsverhalten durch die Kombination der beiden Werkstoffe in einem interpenetrierenden Phasenverbund deutlich beeinflusst werden. So zeigt der IMCC ein wesentlich schadentoleranteres Verhalten als der spröde Keramikschaum (vgl. Abbildung 4.7a und 4.8a).

In diesem Zusammenhang steht das Schädigungsverhalten auf mikrostruktureller und makroskopischer Ebene im Mittelpunkt. Die charakteristischen Punkte entlang der Spannungs-Dehnungskurve (siehe Abbildung 4.8a) werden gewählt, um mikroskopische und makroskopische Schädigungsphänomene und entsprechende Versagensmechanismen des IMCC zu diskutieren. Es können drei Schädigungsstadien ermittelt werden: das Einsetzen der Schädigung im linearen Anstieg der Spannungs-Dehnungs-Kurve, die Änderung des Schädigungsmechanismus im Bereich des Spannungsmaximums und das Versagen durch Scherung nach Überschreiten der Druckfestigkeit.

Schädigungsinitiierung

In der Simulation werden erste Risse bereits bei Spannungen von ca. 200 MPa erkannt (siehe Abbildung 4.8c A, rechts). Wie in Abbildung 4.8d (links) gezeigt, werden diese ersten Risse von einer plastischen Verformung in der metallischen Phase begleitet.

Zwischen Punkt A (200 MPa) und B (380 MPa) in Abbildung 4.8c sind Risse in der Keramik sowohl in Kompressionsrichtung als auch an der Grenzfläche zum Aluminium gewachsen. Letzteres kann als Ablösungsmechanismus der Grenzfläche interpretiert werden. Die zunehmende Schädigung an der $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ -Grenzfläche beim Erreichen der Druckfestigkeit am Punkt C wird in der Visualisierung der Rissöffnungsdehnung in Abbildung 4.8c (C, rechts) sehr deutlich. Bis zu diesem Punkt nimmt auch die plastische Verformung im AlSi10Mg zu und die äquivalente plastische Dehnung überschreitet lokal 1 % (vgl. Abbildung 4.8d, C, rechts).

Experimentelle Untersuchungen von Schukraft et al. [Sch22] zeigen eine Schwankung der Druckstreckgrenze (hier definiert als der Punkt einer makroskopisch irreversiblen Druckverformung von 0,2 %) zwischen 303 MPa und 398 MPa. Die simulativ ermittelte Druckstreckgrenze schwankt zwischen 317 – 368 MPa und stimmt recht gut mit experimentellen Ergebnissen aus [Sch22] überein und stellt deren untere Grenze dar. Die Unterschiede zwischen Experiment und Simulation resultieren aus idealisierten Modellannahmen und Unsicherheiten bei der Bestimmung der 0,2 %-Dehnungswerte aus Experimenten aufgrund des dort verwendeten Versuchsaufbaus. Außerdem ist das nicht lineare Verhalten des Keramikschaums in der numerischen Analyse in der Nähe der Druckfestigkeit stärker ausgeprägt als im Experiment (siehe Abbildung 4.7a). Dies führt zu einem stärkeren Knick in der Spannungs-Dehnungs-Kurve des IMCC (siehe Abbildung 4.8a), was in der Folge bei Bestimmung der 0,2 %-Dehnungswerte zu geringeren Werten der Druckfestigkeit führt.

Ähnlichkeiten mit dem keramischen Schaum in Bezug auf Schadenseintritt und -ausbreitung sind festzustellen, da Spannungskonzentrationen an den Rändern der kugelförmigen Hohlräume in Druckrichtung auftreten. Aufgrund der Unterstützung durch die Aluminiumphase sind die Spannungen in der keramischen Phase des Verbundwerkstoffs jedoch weniger stark lokalisiert als im Schaum (vgl. Abbildung 4.8c (A, links) und 4.7b (A, links)). Daher sind die makroskopischen Spannungen und Dehnungen beim Auftreten des ersten Risses im Vergleich zum Keramikschaum um den Faktor 10 bzw. 3 erhöht. Im IMCC wird aufgrund der seitlichen Begrenzung der keramischen Phase durch das Aluminium ein

anderes Verhalten der Rissentstehung und -ausbreitung beobachtet, wie von Horiit [Hor86] beschrieben. Die Schädigung ist deutlich stärker verteilt und bei der maximalen Druckfestigkeit am Punkt C hat bereits in 50 % des Keramikvolumens Schädigungsinitiierung stattgefunden, hauptsächlich aufgrund der Risse in der Nähe der Grenzfläche. Allerdings sind nur 2,3 % der Keramik vollständig geschädigt, was mit dem Keramikschaum bei maximaler Druckbelastung vergleichbar ist. Da in der keramischen Phase des IMCC mehr Schadensenergie absorbiert wird, können die makroskopische Spitzenspannung und die entsprechende Dehnung um den Faktor 7 bzw. 3 erhöht werden.

Wechsel des Schädigungsmechanismus

Auf die erste Phase, die von sprödem Verhalten und Rissbildung im Al_2O_3 und einsetzender Plastizität im AlSi10Mg dominiert wird, folgt eine zweite Phase, in der die Schädigungsmechanismen zu Rissausbreitung und Rissassoziation bis hin zur Dominanz der plastischen Verformung wechseln. Diese zweite Phase der Schädigung umfasst den Bereich um das Spannungsmaximum (siehe Abbildung 4.8c). Beim Spannungsanstieg von Punkt B bis zum Maximum ist ein Abflachen der Kurve zu erkennen, die bereits auf eine Änderung des Mechanismus hinweist.

Besonders gut lässt sich die Änderung in den Konturplots ausgehend Punkt C beobachten. In Abbildung 4.8c (rechts) beginnen die Risse zu wachsen und sich an der Grenzfläche zwischen Keramik- und Aluminiumphase zu vereinigen. Außerdem treten erste plastisch hochbelastete Bereiche $> 1\%$ auf, wie in Abbildung 4.8d (rechts). An diesem Punkt kann zudem in 50 % des Keramikvolumens Rissinitiierung detektiert werden, jedoch lediglich 2,3 % des Keramikvolumens weist vollständige Schädigung auf (siehe Gleichung 3.20). Der Anteil der vollständig geschädigten Keramik steigt am Punkt D auf 25 % und am Punkt E auf 36,5 %, während das Schädigungsvolumen insgesamt nur auf 57 % ansteigt. Dies weist auf ein Schädigungsverhalten hin, das eher durch Rissöffnung als durch neue Rissbildung dominiert wird.

Ein weiteres charakteristisches Verhalten in diesem Schädigungsstadium ist eine starke Abnahme der Festigkeit nach Überschreiten des Spannungsmaximums. Zu diesem Zeitpunkt nimmt die Widerstandsfähigkeit der keramischen Phase deutlich ab und die plastische Verformung der metallischen Phase wird dominant, was den Übergang zum dritten und letzten Schadensstadium einleitet.

Versagen durch Scherung

In diesem letzten Schädigungsstadium wird die metallische Komponente vollständig dominant und es setzt eine Scherung der Probe im 45° -Winkel zur Lastrichtung ein. Diese Scherung kann sowohl auf mikrostruktureller Ebene (siehe Abbildung 4.8c) als auch auf makroskopischer (Proben-)Ebene im Experiment beobachtet werden [Sch21]. Auch in der Literatur wurde solche makroskopischen 45° Scherungen bereits beobachtet, wie z.B. in

Sun et al. [Sun10] für einen interpenetrierenden Verbundwerkstoff aus Titan und einem spröden, metallischen Glas auf Mg-Basis.

Der große Vorteil dabei ist, dass die spröde Natur der Keramik durch die Duktilität des Metalls gehemmt werden kann, was einem gutmütigen Versagen des IPCs führt. Neben der Duktilität der metallischen Phase trägt auch die erhöhte Anzahl von Rissen zur hohen Energieabsorption des Verbundwerkstoffs beim Versagen unter Druck bei. Ein weiterer, relevanter Mechanismus ist die Rissüberbrückung der duktilen metallischen Phase, die in Abbildung 4.8c C in der rechten unteren Ecke der Struktur beobachtet werden kann. Außerdem erhöhen auch Debonding-Effekte an der Grenzfläche die Schadenstoleranz des Verbundwerkstoffs. Wie bereits erwähnt, wird die Grenzfläche im Verbundwerkstoff in der Simulation nicht explizit modelliert. Dennoch können Debonding-Effekte implizit beobachtet werden, da Risse in der keramischen Phase des IMCC vorwiegend an der Grenzfläche zur AlSi10Mg-Phase wachsen (vgl. Abbildung 4.8c F).

All diese Phänomene, die im Endstadium der Schädigung auftreten, führen im makroskopischen Verhalten zu einem Entfestigungseffekt nach dem Spannungsmaximum. Aufgrund des hohen Metallgehalts behält der untersuchte IMCC eine Restfestigkeit, und die Spannungen nehmen nur bis zu einem Plateauniveau von 250 bis 350 MPa ab.

5.2.2.3. Literaturvergleich

Unabhängig von der Zusammensetzung von Metall-Keramik oder Polymer-Keramik IPCs, wird in experimentellen Untersuchungen in der Literatur unter statischer Belastung immer von einer Schädigungsinitiierung innerhalb der keramischen Phase berichtet. Der von Agrawal et al. [Agr04] untersuchte Cu/Al₂O₃ ist als einzige Ausnahme zu nennen. Generell wurde jedoch eine erhöhte Schadenstoleranz bei IPCs mit spröde-duktilen Materialkombinationen durch Rissüberbrückungsmechanismen festgestellt. Ehrenfried et al. [Ehr07] beschreiben dieses Phänomen beispielsweise für ihren interpenetrierenden Keramik-Polymer-Verbundwerkstoff. Die duktile Phase (polymer oder metallisch) hält den Verbund zusammen und überbrückt den Riss in der keramischen Phase, wie beispielsweise in von Wang et al. [Wan14b], Agrawal et al. [Agr04] oder Krstic [Krs83] erwähnt, die erstmals das Versagen von Verbunden mit spröder Matrix und duktilen Partikeln untersucht haben. Auch die in dieser Arbeit simulativ identifizierten Debonding-Effekte zwischen den beiden interpenetrierenden Phasen können durch die experimentellen Erkenntnisse von Ehrenfried et al. [Ehr07] und Wang et al. [Wan14b] bestätigt werden, bieten darüber hinaus jedoch tiefere Einblicke in die innerhalb der Mikrostruktur ablaufenden Mechanismen während der Belastung.

Vergleichbare, simulative Studien zum dreidimensionalen Schädigungsverhalten von Metall-Keramik IPCs unter quasi-statischer Belastung wurden in dieser Form und Ausführlichkeit bisher noch nicht durchgeführt. Im Vergleich zu dynamischen Belastungsexperimenten und Simulationen von Wang et al. [Wan14a] und Li et al. [Li14a], konnten jedoch Parallelen im Schädigungsverhalten festgestellt werden. In Übereinstimmung mit [Li14a] beginnt die Rissinitiierung im hier untersuchten IMCC hauptsächlich innerhalb

der Keramik an der Keramik/Aluminium-Grenzfläche. Sowohl Wang et al. als auch Li et al. beobachteten, dass sich Risse in der keramischen Phase zunächst in Kompressionsrichtung ausbreiten, die dann an der Grenzfläche abgelenkt werden, bevor sie sich miteinander verbinden. In ihrer Beschreibung der Phänomene absorbiert die Al-Phase den größten Teil der Energie, sobald die keramische Phase ihre Konnektivität verloren hat. Dies deutet auf eine Änderung des Schadensmechanismus hin, wie sie in dieser Studie beschrieben werden konnte. Da der hier untersuchte IMCC jedoch einen deutlich höheren Metallanteil aufweist, kann eine Restfestigkeit nach der Schädigung der Keramik festgestellt werden, während der relativ spröde IPC in [Wan14a] und [Li14a] die gesamte Tragfähigkeit verliert. Zusammenfassend zeigt das hier untersuchte Materialsystem eine verbesserte Schadenstoleranz aufgrund des Vorhandenseins eines Restfestigkeitsplateaus, das durch Rissüberbrückung und den hohen Metallanteil verursacht wird.

5.2.3. Rekonstruierte vs. generierte Mikrostrukturen

In Abschnitt 4.3 wurde gezeigt, dass die mithilfe des Algorithmus aus Abschnitt 3.2, geometrisch betrachtet, statistisch äquivalente Mikrostrukturen zu den Rekonstruktionen aus Abschnitt 4.1 generiert werden können. Es bleibt jedoch die Frage offen, inwiefern die vereinfachten Annahmen des Algorithmus sich auf die mechanischen Eigenschaften der generierten Mikrostrukturen auswirken und welchen Einfluss lokale geometrische Anordnungen für die Spannungszustände und das Schädigungsverhalten auf Mikrostrukturebene haben.

Wie in Abbildung 4.9 und 4.10 zu sehen, stimmen die simulativen Ergebnisse der rekonstruierten und generierten Mikrostrukturen sowohl qualitativ als auch quantitativ gut mit den experimentellen Ergebnissen überein. Dies bestätigt zum einen, dass der vorgeschlagene Rekonstruktionsprozess (Abschnitt 3.1) die Mikrostruktur des IMCCs gut abbildet und das gewählte RVE groß genug ist, um das effektive Materialverhalten präzise zu beschreiben. Zum anderen ist es eine Bestätigung dafür, dass der entwickelte Generierungsalgorithmus in der Lage ist, die wichtigen Mikrostrukturcharakteristika nicht nur geometrisch betrachtet, sondern auch hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften äquivalent nachzubilden.

Da die experimentellen Ergebnisse gut reproduziert werden können, kann der Algorithmus für die Mikrostrukturgenerierung in Zukunft für gezielte Änderungen der gewünschten Struktureigenschaften verwendet werden. Aufgrund der Tatsache, dass der Mikrostrukturgenerator lediglich auf analytischen Gleichungen basiert und nur grundlegende Informationen über die gewünschte Mikrostruktur benötigt, stellt er eine schnelle und vielseitige Alternative zum Rekonstruktionsverfahren dar. Dies ermöglicht die Optimierung und Anpassung der gewünschten Materialeigenschaften und kann dazu beitragen, den Prozess der Materialentwicklung zu beschleunigen. Außerdem besteht die Möglichkeit, den Algorithmus auf verschiedene Mikrostrukturen mit nicht-sphärischen Formen oder Gradienten zu erweitern.

Neben den Vorteilen und Gemeinsamkeiten führen die Annahmen im Generierungsalgorithmus jedoch auch zu Unterschieden zwischen generierten und rekonstruierten Mikrostrukturen, auf die im Folgenden näher eingegangen werden soll. Dabei sollen die Gründe für die aktuell bestehenden Unterschiede sowie mögliche Erweiterungs- bzw. Adaptionmöglichkeiten beschrieben werden, um diese zu verringern.

Betrachtet man die Schaumstrukturen, so ist eine Streuung des Elastizitätsmoduls zwischen 18–35 GPa für generierte und 21–30 GPa für rekonstruierte Mikrostrukturen zu beobachten (vgl. Abbildung 4.9a). Für die Verbundstrukturen reduziert sich die Streuung auf einen vernachlässigbaren Betrag und alle Simulationen zeigen eine Steifigkeit von ca. 120 GPa (vgl. Abbildung 4.10a). Es kann beobachtet werden, dass die maximalen Spannungen innerhalb der keramischen Phase in der Schaumstruktur viel stärker lokalisiert sind (siehe Abbildung 4.9b) als im Verbundwerkstoff (siehe Abbildung 4.10b). Im IPC blockiert die AlSi10Mg-Phase die Querdehnung des Keramikskeletts und trägt dazu bei, die Spannungen gleichmäßiger im Al_2O_3 zu verteilen. Für die Verbundwerkstoffe zeigt die Analyse des elastischen Verhaltens, dass vor allem die Volumenanteile entscheidend sind, was in guter Übereinstimmung mit Abschnitt 4.2 steht.

Dies ändert sich allerdings jenseits des linear-elastischen Bereichs, sobald Schädigung und Plastizität auftreten. Beide Mechanismen beginnen sich in Bereichen hoher Spannungskonzentration zu entwickeln und sind daher stark von der lokalen Geometrie abhängig. Da die erzeugten Mikrostrukturen in Bezug auf die Volumenanteile und die Kugelgrößenverteilung statistisch äquivalent sind (siehe Abschnitt 4.3), im Vergleich zu den Rekonstruktionen jedoch eine größere Streuung an Druck- und Restfestigkeiten aufweisen, wurde in Abschnitt 4.3.3 die lokale Kugelanordnung untersucht.

Wie in Abbildung 4.6 gezeigt, lässt sich für die rekonstruierten Mikrostrukturen eine klare Korrelation zwischen den Kugeln und ihren Nachbarn beobachten. Dabei nimmt die Größe der Nachbarkugeln mit zunehmender Größe der betrachteten Sphären ab. Dieser Trend ist jedoch bei den generierten Strukturen nicht gegeben. Im Bereich kleiner Sphären ist der Medianwert der Nachbarn deutlich kleiner, und für große Sphären wird eine höhere Streuung der mittleren Nachbarkugelgröße im Vergleich zu den Rekonstruktionen festgestellt.

Für die erzeugten Mikrostrukturen sind lokal somit deutlich mehr zufällige geometrische Anordnungen möglich. Dies kann zu einer größeren Variation an Keramikstäben mit unterschiedlichen Dicken führen und könnte die stärkere Streuung des Spannungs-Dehnungsverhaltens unter Kompression in den erzeugten Strukturen in Abbildung 4.9a und Abbildung 4.10a erklären. Enthält das keramische Skelett z.B. eine durchgehende Wandstruktur mit relativ dicken Stegen in Kompressionsrichtung, erhöht dies die Steifigkeit des Schaums beträchtlich und ist eine Erklärung für die oberste Spannungs-Dehnungskurve in Abbildung 4.9a. Dies zeigt, dass zusätzliche Einschränkungen für die Kugelplatzierung in den Algorithmus eingebaut werden müssen, um die statistisch äquivalente Beschreibung der benachbarten Kugelgrößen zu berücksichtigen. Erste Untersuchungen dazu sind in Anhang A.5 beschrieben und bestätigen die Hypothese. Dabei wurde ein zusätzlicher Parameter eingeführt, der die Wahrscheinlichkeit einer Kugelplatzierung mit der Nachbarkugelgrößen korreliert. Obwohl die mittlere Nachbarkugelgröße der rekonstruierten

Mikrostrukturen nicht nachgebildet werden kann, ist jedoch die Streuung sowie der Ansteigende Trend des medianen Nachbardurchmessers im Vergleich zu den generierten Strukturen ohne Berücksichtigung der Nachbarn verringert (siehe Abbildung A.3a). Dies resultiert in einer reduzierten Streuung des makroskopischen Spannung im Bereich der maximalen Druckspannung, wie in Abbildung A.3b dargestellt.

Das mechanische Verhalten der Verbundstrukturen in Abbildung 4.10a kann auf der gleichen Grundlage erklärt werden. Das Auftreten sowie die Entwicklung von Schädigung und Plastizität, die das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Materials charakterisieren, werden hauptsächlich durch lokale geometrische Merkmale beeinflusst. Auch hier führt eine feste, durchgehende Keramikwand zu einem verzögerten Schadenseintritt und höheren Druckfestigkeiten. Die Konnektivität der Aluminiumphase (= Kugeln) ist eine charakteristische Größe dafür, wie gut die Mikrostruktur bei höheren Dehnungen gesichert werden kann, sobald die mechanischen Eigenschaften von der Metallphase dominiert werden. Obwohl die Mikrostrukturen unter Berücksichtigung der Kugelgrößenverteilung statistisch äquivalent sein könnten, kann dieser Unterschied in der lokalen Nachbarschaft die lokalen Spannungskonzentrationen und damit das mechanische Verhalten beeinflussen. Trotz der unterschiedlichen lokalen Kugelanordnung sind die erzeugten Strukturen jedoch isotrop, wie in Abbildung 4.5 gezeigt.

Ein weiterer Grund für den Unterschied zwischen den rekonstruierten und den erzeugten Mikrostrukturen könnte in der Beschaffenheit der Oberflächen liegen. Generierte Verbundwerkstoffe weisen aufgrund der vollkommen glatten Oberfläche eine geringere Spannungskonzentration an der Ober- und Unterseite der perfekt kugelförmigen Aluminiumräume auf. Im Gegensatz dazu haben die rekonstruierten Mikrostrukturen Grenzflächen mit erhöhter Rauheit. Allerdings sind die Kanten der Fenster, die zwei benachbarte Kugeln verbinden, bei den generierten Strukturen scharf, während sie bei den Rekonstruktionen glatt sind. Diese scharfen Kanten können zu Spannungsspitzen an den Fenstern und zu einer vorzeitigen Schädigungsinitiierung im Vergleich zu den Rekonstruktionen führen. Nichtsdestotrotz können die generierten Mikrostrukturen die Ergebnisse der rekonstruierten Strukturen und der Experimente sowohl für den Schaum als auch für den Verbundwerkstoff sehr gut darstellen.

Die numerischen Ergebnisse für den Verbundwerkstoff in Abbildung 4.10a zeigen höhere Spannungen als die experimentellen Tests des Materials. Dies erscheint plausibel, wenn man bedenkt, dass im Modell keine Materialfehler wie Poren oder Risse in der Keramik und im Aluminium berücksichtigt wurden. Dadurch würde sowohl die Steifigkeit als auch die Druck- und Restfestigkeit verringert werden. Außerdem wurde die Grenzfläche zwischen dem Al_2O_3 und dem AlSi10Mg als ideal verbunden betrachtet, d.h. es wurden keine Materialfehler und/oder Debonding-Effekte an der Grenzfläche modelliert, die die Festigkeit des Materials weiter verringern würden.

5.3. Selbstheilungspotenzial

5.3.1. 2D-Risspitzenmodell

Die in Abschnitt 4.5.1 vorgestellten Ergebnisse des 2D-Modells zeigen die Abhängigkeiten des Spannungsabbaus vor einer Risspitze unter Zugbelastung. Erwartungsgemäß steigt der Spannungsabbau mit zunehmendem Heilungsverhältnis A_h/A_c und Risslängenverhältnis a/w sowie mit abnehmendem Rissöffnungswinkel α . Innerhalb des gewählten Parameterbereiches zeigt das a/w -Verhältnis einen großen Einfluss auf das σ_h/σ_c -Verhältnis. Dies lässt sich durch die absolute Zunahme der Grenzlänge an der Unterseite ($y = 0$) erklären. Sie nimmt mit zunehmendem a/w -Verhältnis zu, was die Verteilung der makroskopischen Last $\hat{\sigma}$ verbessert. Auf ähnliche Weise lässt sich auch der Einfluss des Heilungsverhältnisses im Bereich von $A_h/A_c = 0,5 - 0,9$ auf den Spannungsabbau beschreiben. Im Vergleich zum a/w -Verhältnis ist der Einfluss etwas geringer. Betrachtet man einen Riss einer bestimmten Länge, der bis zu einem bestimmten Betrag ausgeheilt ist, so bedeutet dies: Für die Verbesserung des Spannungsabbaus ist es vorteilhafter, einen längeren Riss mit dem gleichen Ausheilungsverhältnis A_h/A_c auszuheilen als einen Riss gleicher Länge mit einem höheren A_h/A_c -Verhältnis. Das bedeutet, dass die Heilung eines Risses mit fester Länge auf einen höheren Betrag oft weniger vorteilhaft für den Spannungsabbau ist als die Heilung eines längeren Risses auf den gleichen (relativen) Betrag.

Anders verhält es sich jedoch bei einer vollständigen Rissheilung, d.h. $A_h/A_c = 1,0$. Die Spannungskonzentration aufgrund der scharfen V-Kerbe wird deutlich reduziert, wenn Aluminium direkt an der Spitze vorhanden ist, was bei Heilungsverhältnissen unter 1,0 nicht der Fall ist. Im Vergleich zu den Auswirkungen der Risslänge und des Heilungsverhältnisses hat der Öffnungswinkel einen geringen Einfluss auf das Verhältnis σ_h/σ_c , insbesondere bei hohen Werten von α . Die Verwendung einer geometrisch scharfen V-Kerbe im Simulationsmodell führt unabhängig vom Öffnungswinkel zu einer nahezu gleichen Spannungskonzentration vor der Risspitze, zumindest für den in dieser Studie gewählten α -Bereich. Die Spannungsreduktion resultiert also hauptsächlich aus dem Einfluss von α auf die über Randbedingung bei $y = 0$ eingespannte Länge (analog zum a/w -Verhältnis). Eine Ausweitung des α -Bereichs auf größere Winkel würde zu abnehmenden Spannungskonzentrationen an der Spitze führen und somit einen größeren Einfluss auf das σ_h/σ_c -Verhältnis zeigen [Car10]. Es ist jedoch anzumerken, dass in dieser Arbeit nur ein Winkelbereich bis zu 45° betrachtet wurde, um die wahrscheinlichsten und kritischsten Rissformen zu untersuchen, die in der Keramik auftreten.

5.3.2. 3D-Mikrostrukturmodell

Die in Abschnitt 4.5.2 vorgestellte Übertragung auf eine 3D-Mikrostruktur einschließlich der Schadensinitiierung und -progression in der Keramik zeigt den Einfluss der Ausheilung auf die mechanischen Gesamteigenschaften des IMCC in Abhängigkeit vom Schadensstadium. Wie angenommen, nehmen der Elastizitätsmodul E und die Druckfestigkeit σ_{max}

der wiederbelasteten Gefüge mit zunehmendem Schädigungsstadium I-V aufgrund des zunehmenden Anteils der ausgefallenen Keramikphase ab (vgl. Abbildung 4.12b).

Für das Wiederbelastungsverhalten des vorgeschädigten IMCC lassen sich zwei Gruppen identifizieren (vgl. Abbildung 4.12a): (i) Vorbelastung bis zur maximalen Druckfestigkeit σ_{max}^p bei $\varepsilon = 0,99\%$ (Stufe I und II) und (ii) Vorbelastung über $\varepsilon > 0,99\%$ (Stufe III-V). Für Gruppe (i) ist die anfängliche Entlastungsspannung niedriger als das entsprechende $\sigma_{max}^{d,s}$ bei der Wiederbelastung. Darüber hinaus zeigen E und σ_{res} nur eine geringfügige Verringerung im Vergleich zum ursprünglichen IMCC. Das Verhältnis zwischen dem geschädigten und dem ursprünglichen Elastizitätsmodul $E^{d,s}/E^p$ im Stadium s beträgt 0,976 bzw. 0,944 für $s = I$ bzw. II. Die entsprechenden maximalen Festigkeitsverhältnisse $\sigma_{max}^{d,I}/\sigma_{max}^p = 0,985$ und $\sigma_{max}^{d,II}/\sigma_{max}^p = 0,967$ liegen ebenfalls sehr nahe an 1. Bei der Gruppe (ii) ist die anfängliche Entlastungsspannung höher als die entsprechende $\sigma_{max}^{d,s}$ bei der Wiederbelastung und die Spannungs-Dehnungs-Kurven zeigen kein klares Spannungsmaximum. Die Elastizitäts- und Festigkeitsverhältnisse nehmen bis zu $E^{d,V}/E^p = 0,766$ und $\sigma_{max}^{d,V}/\sigma_{max}^p = 0,690$ im Stadium V ab. Diese Unterschiede lassen sich durch den verstärkten Anstieg des geschädigten Keramikanteils ab dem Heilungsstadium II erklären. Der Grund dafür ist ein Wechsel des Schädigungsmechanismus in der Keramik von Rissinitiierung vor σ_{max} zu Risswachstum und Koaleszenz jenseits von σ_{max} , wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben.

Im Gegensatz dazu stimmt die Restfestigkeit für alle Schädigungsstufen mit σ_{res}^p des ursprünglichen Verbundwerkstoffs überein. Dabei ist der Volumenanteil und die Topologie der Aluminiumlegierung bestimmen, welche für alle Stufen gleich ist. Geringe Abweichungen zwischen dem ursprünglichen und dem vorgeschädigten Gefüge lassen sich durch geringfügige Variationen im Schädigungsmuster aufgrund numerischer Fluktuationen erklären.

Der ausgeheilte Verbundwerkstoff weist im Vergleich zum vorgeschädigten IMCC in jeder Phase verbesserte mechanische Eigenschaften auf. Die Restfestigkeit des geheilten IMCC ist aufgrund des hinzugefügten AlSi10Mg-Anteils sogar höher als die des ursprünglichen Materials und steigt mit der Anzahl der Heilungsstufen (I-V), wie in Abbildung 4.13 zu sehen. Ähnlich wie bei den geschädigten Mikrostrukturen können die Heilungsstufen in zwei Gruppen unterteilt werden (i) I & II und (ii) III-V. Gemäß den Heilungseffizienzen η_1 in Tabelle 4.3 und Abbildung 4.13 zeigen die Mikrostrukturen im Stadium I und II ähnliche mechanische Eigenschaften wie das ursprüngliche IMCC, während die Stadien III-V eine deutliche Verringerung von E und σ_{max} aufweisen. Obwohl die absoluten Werte viel niedriger sind, können die gleichen Tendenzen für $\eta_2(E)$ und $\eta_2(\sigma_{max})$ beobachtet werden. Die Heileffizienz $\eta_2(\sigma_{res})$ zeigt Werte, die entweder sehr hoch (siehe Tabelle 4.3 Stufe IV & V) oder negativ (Stufe I-III) und damit physikalisch nicht sinnvoll sind. Dies ist darauf zurückzuführen, dass $\sigma_{res}^{d,s}$ für jede Stufe s sehr nahe an σ_{res}^p liegt. Folglich ist der Nenner in Gleichung 2.40 entweder eine kleine positive oder negative Zahl, was zu Heilungseffizienzen ohne physikalische Bedeutung führt.

Unter der Annahme, dass die maximale Druckfestigkeit von den lokalen Spannungen abhängt, die vor einem vorhandenen Riss auftreten, wird ein Vergleich der Ergebnisse aus dem 3D-Modell und des 2D-Risspitzenmodells gezogen. Dabei soll das Verhältnis der Druckfestigkeit zwischen dem verheilten und dem geschädigten Gefüge $\sigma_{max}^{h,s}/\sigma_{max}^{d,s}$

in einem Stadium $s = I - V$ dem Spannungsabbau an der Riss Spitze σ_y^h/σ_y^c gegenübergestellt werden. Im 3D-Mikrostrukturmodell ist das $\sigma_{max}^{h,s}/\sigma_{max}^{d,s}$ -Verhältnis für die Stadium I $\sigma_{max}^{h,I}/\sigma_{max}^{d,I} = 1,01$ minimal und im Stadium V maximal (siehe Abschnitt 4.5.2, Abbildung ??). Hier kann die geheilte Mikrostruktur makroskopischen Spannungen standhalten kann, die 30 % höher sind als bei der beschädigten Mikrostruktur mit $\sigma_{max}^{h,V}/\sigma_{max}^{d,V} = 1,30$. Dies ist weniger als die Spannungsreduktion im 2D-Modell bei $A_c/A_h = 1$ im ungünstigsten Fall für $a/w = 0.2$ und $\alpha = 45^\circ$ mit $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{a/w=0.2}^{\alpha=45^\circ} = 0.536$ vorhersagt (siehe Abbildung 4.11).

Die Diskrepanz kann durch mehrere Gründe erklärt werden: Erstens sind die Belastungsbedingungen an den Riss spitzen im 3D-Gefüge anders als im idealisierten 2D-Modell. Während im 2D-Fall ein reiner Modus I Spannungszustand vorliegt, wirken im 3D-Fall deutlich komplexere, dreidimensionale Spannungszustände auf die Risse. Zweitens bilden sich Risse nicht nur senkrecht zu den Keramikstäben, sondern werden durch maximale Hauptspannungen ausgelöst, die von der Geometrie des Gefüges abhängen. Im Gegensatz zum idealisierten 2D-Modell kann dies zu Rissen führen, die nicht mit der makroskopischen Belastungsrichtung ausgerichtet sind, z.B. an der Keramik-Aluminium-Grenzfläche. Auch können innerhalb eines Keramikstabes mehrere Risse auftreten, die miteinander interagieren, was durch das 2D-Modell nicht erfasst wird. Außerdem verformt sich das AlSi10Mg im 2D-Modell aufgrund der gewählten Last $\hat{\sigma}$ nur elastisch. Im 3D-Modell wird jedoch die Plastizität des Aluminiums relevant und reduziert den Spannungsabbau in der Keramik in der Nähe der Riss spitzen. Daher korrelieren σ_y^h/σ_y^c und $\sigma_{max}^{h,s}/\sigma_{max}^{d,s}$ nicht direkt miteinander. Der Bereich, der durch das maximale und minimale Druckfestigkeitsverhältnis $\sigma_{max}^{h,V}/\sigma_{max}^{d,V} - \sigma_{max}^{h,I}/\sigma_{max}^{d,I} = 0,29$ abgedeckt wird, ist jedoch vergleichbar mit $[\sigma_y^h/\sigma_y^c]_{1,0}^{45^\circ} = 0,30$. Dies zeigt, dass das 2D-Modell z.B. für neue Materialsysteme zur ersten, zeiteffizienten Abschätzung dieses Bereichs genutzt werden kann. Das rechenintensivere 3D-Modell ermöglicht darüber hinaus eine detaillierte Analyse des Heilungspotenzials in Abhängigkeit der Mikrostruktur und des Schädigungszustands und ermöglicht im Vergleich zu experimentellen Untersuchungen zu jeder Zeit Einblicke in den Schädigungs- und Spannungszustand im Inneren der komplexen Geometrie. In Kombination können beide Modelle helfen, das Heilungspotenzial neuer interpenetrierender Verbunde fundiert abzuschätzen und Mikrostrukturoptimierungen hinsichtlich der Heilbarkeit vorzuschlagen.

5.3.3. Vergleich von simulativen Ergebnissen und experimenteller (Selbst-)Heilung

In dieser Arbeit beruhen die numerischen Untersuchungen auf idealisierten Modellannahmen, die zu möglichen Abweichungen vom realen Materialverhalten führen. So wurde beispielsweise eine vollständige Ausheilung aller Risse im 3D-Gefügemodell und eine perfekt gebundene $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ -Grenzfläche (in beiden Modellen) angenommen. Außerdem ist die Mindestdicke der verheilten Risse auf die Elementgröße begrenzt, da bei der verwendeten numerischen Heilungsroutine komplette Keramikelemente durch Metall ersetzt wurden. Dies ist eine vereinfachte Annahme, die zu unterschiedlichen Volumenanteilen von Keramik und Metall im unbehandelten und im verheilten Verbundwerkstoff

führt. Die Elemente, in denen die Schädigung bereits begonnen, aber noch nicht zum vollständigen Versagen geführt hat (siehe Abbildung 4.12b, grau), werden im Heilungsalgorithmus vernachlässigt und ihr Schädigungszustand geht in den geheilten Mikrostrukturen verloren. Aufgrund des zufälligen Volumenanteils und der Anordnung der Poren nach der Heilung ist es sehr schwierig, die Porosität in die Simulationen einzubeziehen. Es müssten Annahmen über Porengrößen, -formen und -orte getroffen werden, die alle einen unbekanntem Einfluss auf die Simulation haben. Daher wurde ein idealer Verbundwerkstoff ohne Restporosität numerisch untersucht, um die Anzahl der möglichen Einflussfaktoren zu reduzieren und Einblicke in die Abhängigkeiten der anderen Parameter zu erhalten. Alle diese Modellannahmen führen zur bestmöglichen Wiederherstellung der mechanischen Eigenschaften, die durch (Selbst-)Heilung erreicht werden können.

Im Gegensatz zur perfekten Ausheilung in der Simulation haben experimentelle Untersuchungen [Hor23] gezeigt, dass der Ausheilungserfolg für Rissvolumina V_c von $\eta_2(V_c) = 78,6\%$ aufgrund der Probleme mit der Benetzung der keramischen Grenzfläche durch die Al-Legierung realisierbar ist. Ähnliche Grenzflächenprobleme wurden von Martinez Lucci et al. [Mar08b; Mar08a] beim Ausheilen einer Aluminiummatrix mit Sn60Pb40-Lot, das in Aluminiumoxid-Mikroröhrchen eingekapselt ist, berichtet. Mit den durch das 2D- und 3D-Modell gewonnenen Erkenntnissen sollte dies zu einer Verringerung des σ_{max} von mindestens 20 % im Vergleich zu den numerischen Ergebnissen führen. Die in der AlSi10Mg-Legierung nach der experimentellen Ausheilung beobachtete Restporosität wird sich ebenfalls negativ auf alle mechanischen Eigenschaften E , σ_{max} und σ_{res} auswirken.

Trotz der beschriebenen Herausforderungen der Materialkombination für den experimentellen Ansatz sowie der vereinfachten Annahmen der Modellierung, hat die Simulation das große Potenzial des Selbstheilungsprozesses aufgezeigt, das es wert ist, weiter erforscht zu werden. Für rein metallische Systeme wurde dieses Potenzial bereits z.B. von Leser et al. [Les14], die eine 60/40 In-Sn-Lötbeschichtung auf Titanproben verwendeten und die Risswachstumsraten nach temperaturgesteuerter Ausheilung auf eine Größenordnung von 50 % reduzieren konnten und von Zheng et al. [Zhe13], die die Zugfestigkeit σ_{uts} von reinem Nickel durch Elektroheilung mit einer Effizienz von bis zu $\eta_2(\sigma_{uts}) = 0,96$ wiederherstellen konnten. Experimentelle Untersuchungen zum Spannungsabbau für Risse unterschiedlicher Länge und Ausheilungsgrad sind aufwändig, können aber durch das Modell mit entsprechend angepassten Parametern leicht abgeschätzt werden. Schließlich können beide Modelle auch für die Untersuchung der Selbstheilungspotenziale anderer interpenetrierender Verbundsysteme genutzt werden, um einen ressourceneffizienten und zielgerichteten Fortschritt in den experimentellen Methoden zu ermöglichen.

5.4. Thermo-mechanische Eigenschaften

Mithilfe des in Abschnitt 3.6 beschriebenen Modellierungsansatz wurde das Verhalten des IMCC unter thermischer Zyklierung modelliert, um in den in Abschnitt 4.6 dargestellten Simulationsstudien relevante Prozesse während der thermischen Ausdehnung zu identifizieren und deren Abhängigkeit hinsichtlich der Temperatur aufzuzeigen. Dazu wurden

sowohl rekonstruiert als auch generierte Mikrostrukturen numerisch untersucht und mit experimentellen Messungen des effektiven thermischen Ausdehnungskoeffizienten aus [Sch23] verglichen.

Wie in Abbildung 4.14 im Abschnitt 4.6.1 gezeigt, stimmen der CTE und die Eigenspannungen von rekonstruierten und erzeugten Mikrostrukturen gut überein. Insbesondere die CTE-Kurven während des Heizens decken sich zudem für $T < 250\text{ °C}$ mit den ebenfalls dargestellten experimentellen Untersuchungen aus [Sch23]. Allerdings übersteigen die Eigenspannungen in der generierten Struktur die Spannungen in der rekonstruierten IMCC (vgl. Abbildung 4.14b). Eine Erklärung für den niedrigeren CTE und die erhöhten Spannungen ist die regelmäßige Geometrie der erzeugten Strukturen mit relativ dicken Keramikstäben in allen Richtungen und scharfen Kanten. Diese verhindern ein ungehindertes Ausdehnen der AlSi10Mg-Phase und führen zu lokalen Spannungskonzentrationen an den scharfen Kanten. Die Abweichungen durch die Geometrievereinfachung sind jedoch im Hinblick auf die reduzierte Rechenzeit der generierten Mikrostruktur akzeptabel. Daher werden in den weiteren numerischen Untersuchungen nur generierte IMCC-Mikrostrukturen verwendet.

Wie in Abbildung A.6 in Abschnitt A.7.2 dargestellt, führt eine planare Ausdehnungsbeschränkung in allen Richtungen und keine Beschränkung in irgendeiner Richtung zu fast identischen Ergebnissen für den CTE über der Temperatur. Die Anwendung einer ebenen Oberflächenbeschränkung nur in x-Richtung führt zu starker Anisotropie bezüglich des CTE parallel und senkrecht zu dieser Richtung. Bei einer Mittelung über alle Richtungen stimmt die resultierende Kurve mit den beiden anderen Randbedingungsansätzen überein. Die Verwendung anisotroper Randbedingungen und die Auswertung der Ausdehnung nur in einer Richtung führt jedoch zu physikalisch nicht sinnvollen CTE-Werten. Die geringen Unterschiede in den (mittleren) CTE-Kurven der verschiedenen Randbedingungen lassen sich durch die in Gleichung 3.27 dargestellte Berechnung der thermischen Belastung erklären, die auf der mittleren Verschiebung der jeweiligen Oberflächenknoten beruht. Für die Simulationen mit unbehinderten Oberflächen kann dies zu Abweichungen führen und ist möglicherweise kein ideales Maß. Wie zu erwarten, werden die durchschnittlichen Volumenspannungen mit weniger Oberflächenbeschränkungen an den Rändern reduziert. Insgesamt kann die Plausibilität der in der Literatur vorgeschlagenen, planaren Expansionsrandbedingungen [Abu15; Bal96; Kar07a; She97; She98] in dieser Arbeit bestätigt werden und wurde auch in allen anderen Simulationen verwendet. Dadurch kann gezeigt werden, dass die Größe des gewählten Volumenelements repräsentativ für den IMCC ist, die RVE-Kompatibilität jedoch über die adäquate Wahl von Randbedingungen gewährleistet werden muss.

Die Inklusion von Poren im Aluminium führt zu einer Verringerung des CTE für $T > 250\text{ °C}$ wie in Abbildung 4.15 gezeigt. Der Unterschied zwischen Heiz- und Kühl-CTE aufgrund einer durch Poren induzierten thermischen Dehnungshysterese steht im Einklang mit den Vorschlägen von Skirl et al. [Ski98] und den Simulationen von Shen [She97]. Es ist anzumerken, dass in [She97] ein viel höherer Porenanteil von 7% verwendet wird und die thermische Dehnungshysterese vor allem dann beeinflusst wird, wenn Poren in einem Verbundwerkstoff mit einer nicht-kontinuierlichen Aluminiumphase auftreten. In dieser

Arbeit ist der Effekt bei einem Porenanteil von 1% weit weniger ausgeprägt. Außerdem übt die interpenetrierende Mikrostruktur weniger Expansionszwänge auf die Metallphase aus, was den Einfluss der Poren in Übereinstimmung mit den Ergebnissen eines Verbundwerkstoffs mit einer kontinuierlichen Aluminiumphase in [She97] verringert. Anders als in der Literatur treten die thermische Dehnungshysterese und die CTE-Differenz zwischen Erwärmung und Abkühlung nicht über den gesamten Temperaturbereich der Temperaturwechsel auf. Daher deutet diese Arbeit darauf hin, dass ein relativ kleiner Anteil an Restporosität oder Poren in der metallischen Phase aufgrund einer unvollkommenen Infiltration nicht allein für das temperaturabhängige CTE-Verhalten und die großen Unterschiede zwischen Heiz- und Kühlverhalten verantwortlich ist.

Wider Erwarten hat die Variation der Grenzflächeneigenschaften nur einen geringen bis gar keinen Einfluss auf den CTE und die Eigenspannungen während der ersten Erwärmung und Abkühlung, wenn keine initiale Abkühlung erfolgt (siehe Abbildung A.7). Wenn jedoch eine initiale Abkühlung vorangeht, haben die Grenzflächeneigenschaften einen großen Einfluss auf beide Größen, wie in Abschnitt 4.6.3, Abbildung 4.16 dargestellt. Der CTE-Abfall bei $T = 300\text{ °C}$ in den Erwärmungsexperimenten kann im numerischen Modell nur durch die Verwendung freier Oberflächen und initialer Abkühlung beobachtet werden. Dies erklärt auch die thermische Dehnungshysterese, die zu einem unterschiedlichen CTE-Verhalten beim Aufheizen und Abkühlen führt. Insbesondere beim Aufheizen führen freie Grenzflächen und initiale Abkühlung zu einer Unterschätzung des CTE für $T < 300\text{ °C}$, da sich die beiden Komponenten bei der verwendeten initialen Abkühlungstemperatur $T_0 = 500\text{ °C}$ in großen Bereichen der Grenzfläche voneinander lösen. Für $T > 300\text{ °C}$ stimmt das Simulationsergebnis sehr gut mit den experimentellen Befunden überein, was darauf hindeutet, dass die relative Bewegung des Al_2O_3 und des AlSi10Mg an der Grenzfläche bei höheren Temperaturen relevant wird. Die verbleibenden Unterschiede zwischen den CTE-Kurven bei Erwärmung und Abkühlung könnten auf die zu stark vereinfachten Grenzflächenbedingungen sowie die fehlende Berücksichtigung von durch hohe Temperaturen induzierten Mechanismen wie Kriechen und Schädigung zurückzuführen sein. Darüber hinaus kann ein Zusammenhang zwischen Eigenspannungen und der CTE-Reaktion festgestellt werden, da die großen CTE-Absenkungen immer von Vorzeichenänderungen der durchschnittlichen Spannung in den Bauteilen begleitet werden. Hubers [Hub06] Erklärung für die thermische Dehnungshysterese aufgrund wechselnder Spannungsvorzeichen bei Erwärmung/Abkühlung kann durch das numerische Modell ebenfalls bestätigt werden.

Die Variation der initialen Abkühltemperatur im Abschnitt 4.6.4 bestätigt diese Erkenntnisse. Wie in Abbildung 4.17 dargestellt, wird jeder Sprung oder Abfall des CTE von einem Vorzeichenwechsel oder einer signifikanten Steigungsänderung der Spannungskurve begleitet. Dies steht im Einklang mit der Aussage von [Sha16], dass thermische Eigenspannungen bei einer Analyse der thermischen Ausdehnung nicht vernachlässigbar sind. Bei der Erwärmung ist zu beobachten, dass die CTE-Kurven von $T_0 = 500\text{ °C}$ und $T_0 = 600\text{ °C}$ auf dem im Folgenden als unteres Niveaubezeichneten Betrag zusammenfallen. Bei initialen Abkühltemperaturen $< 500\text{ °C}$ ist ein Sprung von diesem unteren Niveau auf das obere Niveau festzustellen, das durch die CTE-Kurve des IMCC ohne initiale

Abkühlung dargestellt wird. In ähnlicher Weise tritt beim Abkühlen eine Abweichung vom oberen Niveau bei der initialen Kühltemperatur für $T_0 < 500\text{ °C}$ auf.

Wie in Abbildung 4.18 im Abschnitt 4.6.5 gezeigt, haben sowohl die temperaturabhängigen thermischen $\alpha_{th}(T)$ als auch mechanischen $E(T)$, $\nu(T)$, $\varepsilon_{pl}(T)$ Eigenschaften einen Einfluss auf CTE und Eigenspannungen. Es lassen sich jedoch verschiedene Temperaturbereiche bestimmen, in denen die Dominanz der jeweiligen Parameter variiert. Bei Erwärmung reichen die temperaturabhängigen thermischen Eigenschaften aus, um das CTE-Verhalten für $T < 250\text{ °C}$ zu beschreiben. In diesem niedrigen Temperaturbereich werden auch die Volumenmittelspannungen korrekt dargestellt. Für hohe Temperaturen $> 350\text{ °C}$ sind temperaturabhängige mechanische Eigenschaften relevant, um die CTE-Abnahme und die Eigenspannungen richtig zu beschreiben. Bei der Abkühlung sind $E(T)$, $\nu(T)$, $\varepsilon_{pl}(T)$ für die Steigung der CTE-Kurve ausschlaggebend, jedoch führt die Berücksichtigung von lediglich temperaturabhängigen mechanischen Eigenschaften zu einer schlechten quantitativen Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus dem Basismodell und den experimentellen Untersuchungen aus [Sch23]. Mit diesem Wissen kann die in der Literatur oft gezogene Schlussfolgerung, dass Diskrepanzen zwischen numerischen Modellen und experimentellen Untersuchungen aus der Nichtberücksichtigung von temperaturabhängigen mechanischen Eigenschaften der metallischen Phase (z.B. Fließspannungen) resultieren könnten [Sha16], nur teilweise bestätigt werden. Dies gilt lediglich für den Hochtemperaturbereich, während für niedrige Temperaturen die Verwendung von temperaturabhängigen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{th}(T)$ für beide Komponenten ausreichend ist.

Die thermische Zyklierung hat keinen nennenswerten Einfluss auf das CTE-Verhalten beim Aufheizen für Temperaturen $< 250\text{ °C}$, wie in Abbildung 4.19a zu sehen ist. Die Temperatur, bei der die CTE-Kurve abfällt, nimmt mit zunehmender Zyklenzahl zu und steht vermutlich im Zusammenhang mit der zunehmenden Verfestigung der Al-Phase. Außerdem haben die zunehmende Grenzflächenablösung sowie die Spannungsrelaxationen durch steigende plastische Verformung mit zunehmender Zyklenzahl Einfluss auf das CTE-Verhalten für $T > 300\text{ °C}$. Das zyklische CTE-Verhalten beim Abkühlen kann durch diese Arbeit nicht vollständig erklärt werden. Es konnten jedoch wichtige Erkenntnisse und Hinweise auf mögliche Erklärungen gewonnen werden. Die Ergebnisse in Abbildung 4.17 zeigen einen CTE-Sprung beim Wechsel zwischen Erwärmung und Abkühlung bei $T = 500\text{ °C}$. Dieser Sprung ist das Ergebnis eines Vorzeichenwechsels in den Eigenspannungen, wie die Simulationsanalyse zeigt, was die Annahmen von Huber et al. [Hub06] bestätigt.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Zur Analyse mikrostrukturell relevanter Mechanismen bei der mechanischen und thermischen Belastung interpenetrierender Metall-Keramik Verbundwerkstoffe wurden im Rahmen dieser Arbeit eine durch ein Direktschäumungsverfahren hergestellte keramische Preform und den darauf basierenden $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{AlSi10Mg}$ IPC numerisch untersucht. Dabei wurde Fokus auf die Charakterisierung der Mikrostruktur, die Homogenisierung der elastischen Eigenschaften, die Schädigungsmechanismen unter quasi-statischer Druckbelastung, die Abschätzung des (Selbst-)Heilungspotenzials sowie die Identifikation von Einflussgrößen bei thermischer Zyklierung gelegt.

Die Entwicklung einer Segmentierungsroutine ermöglichte die Charakterisierung der realen Mikrostruktur hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften auf Basis von CT-Rekonstruktionen. Die keramischen Preforms zeigen dabei eine besonders hohe Homogenität mit einer monomodalen und engen Verteilung der offenen, sphärischen Poren. Auf Grundlage der segmentierten Mikrostrukturscans wurde ein Algorithmus entwickelt, um statistisch äquivalente Strukturen zu generieren.

Über einen FFT-Ansatz konnten die Keramikschaum- und IPC-Strukturen im elastischen Regime effizient modelliert werden. Es wurde gezeigt, dass die effektiven, elastischen Eigenschaften des Verbundwerkstoffs unabhängig von der Größe des Volumenelements sehr gut durch das Hill Modell [Hil52] approximiert werden können. Dies weist auf eine hohe (makroskopische) Homogenität des Materials hin, die sich durch die Verteilung der offenen Porosität in der keramischen Preform ableiten lässt. Bei den Preforms selbst zeigt sich eine größere Abhängigkeit zwischen der geometrischen Anordnung der keramischen Phase und den effektiven elastischen Eigenschaften, wobei diese insbesondere für kleine Volumina eine deutlich größere Streuung aufweisen. Es bleibt jedoch festzuhalten, dass unabhängig von der Größe des Volumenelements sowohl der Keramikschaum als auch der IMCC statistischen Schwankungen unterliegen.

Mithilfe des vorgeschlagenen FEM-Ansatzes für quasi-statische Drucksimulationen über den elastischen Bereich hinaus konnte ein detailliertes Verständnis über das Schädigungsverhalten der Al_2O_3 Preform und den Verbundwerkstoff gewonnen werden. Das Verhalten der keramischen Preform mit Schädigungsinitiierung in der Mitte der keramischen Stege parallel zu Druckrichtung konnte durch Modelle von Ashby [Ash83] und Gibson [Gib82] erklärt werden. Das insgesamt spröde Verhalten steht trotz des zellulären Schädigungsmusters im Kontrast der Vorhersage von Meille et al. [Mei12]. Für den IMCC konnte der relevante Schädigungsverlauf von der ersten Rissbildung bis zum endgültigen Versagen durch das Simulationsmodell dargestellt, beschrieben und in drei Stadien unterteilt werden. Die Schädigungsinitiierung ist dominiert von der Rissbildung in der keramischen Phase

und an der Grenzfläche, sowie erster plastischer Verformungen im AlSi10Mg. Im Bereich der maximalen Druckfestigkeit findet ein Mechanismuswechsel mit Rissausbreitung und -assoziation sowie Zunahme der plastischen Verformung in der metallischen Phase statt. Das Endstadium der Schädigung wird von der Scherung der metallischen Phase im 45° Winkel sowie der konzentrierten Rissbildung und plastischen Deformation in einer Hauptscherebene bestimmt. Die durch das numerische Modell ermöglichten Einblicke in die ermittelten Schädigungsstadien können rückblickend auf andere Erkenntnisse in der Literatur übertragen werden [Li14a; Wan14a]. Darüber hinaus konnte durch Simulationen an generierten Mikrostrukturen die Relevanz lokaler Geometrieordnungen für die effektive Festigkeit unter Druckbelastung aufgezeigt werden.

Die entwickelten Modellansätze zur Analyse des (Selbst-)Heilungspotenzials für interpenetrierenden Metall-Keramik-Verbundwerkstoffen haben gezeigt, wie wichtig die Rissgeometrie und die Heilungseffizienz für den Spannungsabbau im beschädigten Verbundwerkstoff und die Wiederherstellung der mechanischen Eigenschaften sind. Die numerischen Ergebnisse offenbaren ein vielversprechendes Selbstheilungspotenzial für IMCCs mit hohen Heilungseffizienzen bezüglich Steifigkeit und Festigkeit. Dies gilt insbesondere für frühe Schädigungsstadien vor Erreichen der Druckfestigkeit.

Beim thermischen Ausdehnungsverhalten des Metall-Keramik-IPCs konnte die in Huber et al. [Hub06] postulierte Korrelation zwischen internen Spannungen und dem temperaturabhängigen Ausdehnungskoeffizienten nun erklärt werden. Vorzeichenwechsel der volumengemittelten Spannungen im Al_2O_3 und AlSi10Mg gehen dabei mit großen Veränderungen im CTE einher. Anders als in [Bal96; Ski98; Hub06] angenommen, wurde in dieser Arbeit gezeigt, dass entgegen der häufigen Vermutung in der Literatur ein relativ kleiner Anteil an Restporosität in der metallischen Phase nicht allein für das temperaturabhängige CTE-Verhalten und die großen Unterschiede zwischen Heiz- und Kühlverhalten verantwortlich ist. Dies resultiert vielmehr durch ein Zusammenspiel zwischen dem internen Spannungszustand durch initiales (herstellungsbedingtes) Abkühlen sowie der Möglichkeit einer Relativbewegung der Phasen an der Grenzfläche. Außerdem konnte gezeigt werden, dass für das effektive CTE-Verhalten beim Aufheizen für Temperaturen unterhalb von 250°C vor allem die temperaturabhängigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten $\alpha_{th}(T)$ relevant sind, während für Temperaturen $> 350^\circ\text{C}$ die temperaturabhängigen mechanischen Eigenschaften $E(T)$, $\nu(T)$, $\epsilon_{pl}(T)$ der beiden Phasen dominant sind. Für die thermische Zyklisierung konnte die Änderung des CTE-Verhaltens beim Aufheizen für Temperaturen $> 250^\circ\text{C}$, durch die zunehmenden Verfestigung der AlSi10Mg-Phase, Grenzflächenablösung sowie die Spannungsrelaxationen durch plastische Verformung erklärt werden.

Die relevanten Mechanismen beim Abkühlen konnten jedoch noch nicht vollständig erklärt werden. Hier besteht die Möglichkeit durch weiterführende Modellierungsansätze unter Berücksichtigung von Schädigung und Hochtemperaturprozessen, wie z.B. Kriechen, einen umfassenderen Einblick in die Mikro-Makro-Korrelation unter thermischer Belastung zu bekommen. Des Weiteren ist die Verwendung des entwickelten Generierungsalgorithmus für die gezielte Erstellung von Mikrostrukturen mit variierenden Charakteristika interessant,

um das Verständnis über Struktur-Eigenschaftbeziehungen des IPCs zu vertiefen und Konstitutivgesetze abzuleiten. Alternativ kann der Algorithmus auch genutzt werden, um über Parametervariationen große Datenmengen zu erzeugen, die mittels datengetriebener Methoden, wie z.B. Machine Learning Ansätzen, auf physikalische Zusammenhänge zwischen Mikrostruktur und homogenisierten Eigenschaften untersucht werden können.

A. Appendix

A.1. Abstandsberechnung für Mikrostrukturgenerierung

Der periodische Abstand \mathbf{d}_p zwischen zwei Kugeln mit den Positionen \mathbf{p}_1 und \mathbf{p}_2 ist gegeben durch

$$\mathbf{d}_p = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) - \mathbf{a} \odot \mathbf{L}$$

wobei \odot das Hadamard-Produkt (= elementweise Multiplikation) darstellt, $\mathbf{L} = [L_x, L_y, L_z]^T$ der Vektor der Zelldimensionen ist und $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]^T$ ein Vektor mit Werten $\in \{-1, 0, 1\}$ ist gemäß

$$a_k = \begin{cases} -1 & \text{if } p_1^k - p_2^k < -L_k/2 \\ 0 & \text{if } |p_1^k - p_2^k| \leq L_k/2 \\ 1 & \text{if } p_1^k - p_2^k > L_k/2 \end{cases} .$$

Wählt man $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, so erhält man den regelmäßigen, nichtperiodischen Abstandsvektor $\mathbf{d}_r = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$. Der Abstand zwischen den Kugeln im euklidischen Raum ist einfach die 2-Norm des jeweiligen Abstandsvektors

$$d = \|\mathbf{d}_r \wedge \mathbf{d}_p\|_2 .$$

A.2. Berechnung des Schnittvolumens

Die Berechnung von Kugelüberlappungen mit einer, zwei oder drei Zellgrenzen erfolgt in Abhängigkeit von der relativen Überlappung zwischen Kugel und Zelle δ/r in dimensionsloser Form nach [Fre10], wobei r der Kugelradius und δ die Überlappung ist.

Für die Überlappung mit einer Zellfläche ($n_\delta = 1$) wird das von der Zelle abgeschnittene Volumen (Kalotte) berechnet mit

$$V_{Flche} = \frac{1}{3} \pi r^3 \left[3 \left(\frac{\delta}{r} \right)^2 - \left(\frac{\delta}{r} \right)^3 \right]$$

Für die Überlappung mit zwei Zellflächen ($n_\delta = 2$) ist bei der Berechnung von V_{Kante} eine Fallunterscheidung erforderlich, da die Kugel entweder die beiden Flächen unabhängig

voneinander schneiden kann oder zusätzlich durch den Rand der Zelle geschnitten wird. Die allgemeine Form für V_{edge} lautet

$$V_{edge} = \frac{4}{3}\pi r^3 f_{edge} \left(\frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r} \right)$$

und die Fallunterscheidung innerhalb der Funktion f_{edge} wird durch Gleichung A.1 beschrieben,

$$f_{edge} \left(\frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r} \right) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} &2\hat{a}\hat{b}\hat{x} - (3\hat{a} - \hat{a}^3) \tan^{-1} \left(\frac{\hat{x}}{\hat{b}} \right) - (3\hat{b} - \hat{b}^3) \tan^{-1} \left(\frac{\hat{x}}{\hat{a}} \right) \\ &+ 2 \tan^{-1} \left(\hat{x} \frac{\hat{a}}{\hat{b}} \right) + 2 \tan^{-1} \left(\hat{x} \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right) \end{aligned} \right\} & \text{for } \hat{x}^2 > 0 \\ 0 & \text{for } \hat{x}^2 \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

wobei

$$\hat{a} = 1 - \frac{\delta_1}{r}, \quad \hat{b} = 1 - \frac{\delta_2}{r} \quad \text{und} \quad \hat{x}^2 = 1 - \hat{a}^2 - \hat{b}^2.$$

und die Kante schneidet die Kugel für $\hat{x}^2 > 0$.

Ähnlich wie bei $n_\delta = 2$ muss eine Fallunterscheidung für drei Überlappungen ($n_\delta = 3$) getroffen werden, um eine mögliche Überlappung der Kugel mit der Zellecke zu berücksichtigen. Das Volumen der Ecke V_{corner} kann allgemein ausgedrückt werden mit

$$V_{Ecke} = \frac{4}{3}\pi r^3 f_{corner} \left(\frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r}, \frac{\delta_3}{r} \right)$$

wobei die Funktion f_{corner} gegeben ist durch Equation A.2

$$f_{corner} \left(\frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r}, \frac{\delta_3}{r} \right) = \begin{cases} \frac{1}{2} f_{edge} \left(\frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r} \right) - \frac{1}{8\pi} \left\{ \begin{aligned} &6\hat{a}\hat{b}\hat{x} - 2\hat{a}\hat{A}\hat{c} - 2\hat{b}\hat{B}\hat{c} \\ &-(3\hat{a} - \hat{a}^3) \tan^{-1} \left(\frac{\hat{c}}{\hat{A}} \right) \\ &-(3\hat{b} - \hat{b}^3) \tan^{-1} \left(\frac{\hat{c}}{\hat{B}} \right) \\ &+ 3(\hat{c} - \hat{c}^3) \left[\tan^{-1} \left(\frac{\hat{A}}{\hat{a}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1} \left(\frac{\hat{B}}{\hat{b}} \right) \right] \\ &+ 2 \left[\tan^{-1} \left(\hat{c} \frac{\hat{a}}{\hat{A}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \tan^{-1} \left(\hat{c} \frac{\hat{b}}{\hat{B}} \right) \right] \end{aligned} \right\} & \text{for } \hat{a}^2 + \hat{b}^2 + \hat{c}^2 > 1 \\ 0 & \text{for } \hat{a}^2 + \hat{b}^2 + \hat{c}^2 \leq 1 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

mit den Beziehungen

$$\hat{c} = 1 - \frac{\delta_3}{r}, \quad \hat{A} = \sqrt{1 - \hat{a}^2 - \hat{c}^2} \quad \text{und} \quad \hat{B} = \sqrt{1 - \hat{b}^2 - \hat{c}^2}.$$

und die Kugel schneidet sich mit der Ecke, wenn $\hat{a}^2 + \hat{b}^2 + \hat{c}^2 < 1$. Eine genauere Erläuterung der Formeln und ihrer Herleitung findet sich bei Freireich et al. [Fre10].

A.3. Transformationsmatrix

Die Transformationsmatrix T spiegelt die Orientierung des Risses wider und setzt globale und lokale Dehnungen und Spannungen in Beziehung miteinander. Da der erste Riss in der Richtung der maximalen Hauptspannung (lokale 1-Richtung) entsteht, muss die entsprechende Transformationsmatrix, die z.B. die globale Rissdehnung $\epsilon^{ck} = [\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}]^T$ mit der relevanten lokalen Rissdehnung $\epsilon^{ck} = [\epsilon_{11}, \epsilon_{12}, \epsilon_{13}]^T$ in Beziehung setzt

$$T = \begin{bmatrix} v_{1,x}^2 & v_{1,x}v_{2,x} & v_{3,x}v_{1,x} \\ v_{1,y}^2 & v_{1,y}v_{2,y} & v_{3,y}v_{1,y} \\ v_{1,z}^2 & v_{1,z}v_{2,z} & v_{3,z}v_{1,z} \\ 2v_{1,x}v_{1,y} & v_{1,x}v_{2,y} + v_{2,x}v_{1,y} & v_{3,x}v_{1,y} + v_{1,x}v_{3,y} \\ 2v_{1,y}v_{1,z} & v_{1,y}v_{2,z} + v_{2,y}v_{1,z} & v_{3,y}v_{1,z} + v_{1,y}v_{3,z} \\ 2v_{1,z}v_{1,x} & v_{1,z}v_{2,x} + v_{2,z}v_{1,x} & v_{3,z}v_{1,x} + v_{1,z}v_{3,x} \end{bmatrix}$$

lauten, wobei die Vektoren $v_i = [v_{i,x}, v_{i,y}, v_{i,z}]^T$ die Richtungskosinusse der lokalen i -Achse ausgedrückt in globalen Koordinaten (x, y, z) darstellen [Rot89].

A.4. Schädigungsverhalten - Konvergenzstudien

Das in Abschnitt 3.4 beschriebene Kontinuumsschädigungsmodell weist trotz der verwendeten Regularisierung, rein aufgrund der mathematischen Beschreibung, eine gewisse Netzabhängigkeit auf. Außerdem können Trägheitseffekte aufgrund zu hoher Belastungsgeschwindigkeiten auftreten, da bei der FEM-Berechnung das dynamische Gleichgewicht gelöst wird (siehe Gleichung 2.28). Um den Einfluss beider Fehlergrößen für die Ergebnisse der Schädigungssimulationen in Abschnitt 4.4 zu minimieren, wurden vorab Konvergenzstudien an einem rekonstruierten, keramischen Schaum durchgeführt. Dazu wurden Kompressionssimulationen an einer 50^3 Voxel Struktur mit Randbedingungen analog zu Abbildung 3.8 durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung A.1 dargestellt.

Wie in Abbildung A.1 zu sehen, nimmt die maximale Druckspannung mit zunehmender Netzfeinheit ab. Außerdem steigt der Betrag der Dehnung, bei der die komplette Tragfähigkeit des Kermaikschams verloren geht (Spannung = 0). Vor allem das grobe FE-Netz zeigt im Bereich der maximalen Spannungen sehr starke Schwankungen auf, die darauf

hindeuten, dass keine ausreichend feine Disretisierung vorliegt. In Abbildung A.5b ist die Dehnratenstudie derselben Mikrostruktur mit mittelfeinem FE-Netz zu sehen. Bei Dehnraten bis $\dot{\epsilon} = 2.0 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ist die maximale Druckspannung bei etwa 50 MPa während sie für $\dot{\epsilon} = 4.0 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ auf über 60 MPa liegt, was auf Trägheitseffekte der zu hohen Belastungsgeschwindigkeit zurückzuführen ist. Mit abnehmender Dehnrates nimmt die Dehnung bei komplettem Verlust der Tragfähigkeit ab und der Spannungsabfall nach Erreichen der Maximalspannung nimmt zu. Als guter Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Rechenaufwand wurde für die Studien in dieser Arbeit ein mittleres FE-Netz und eine Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 1.0 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ gewählt.

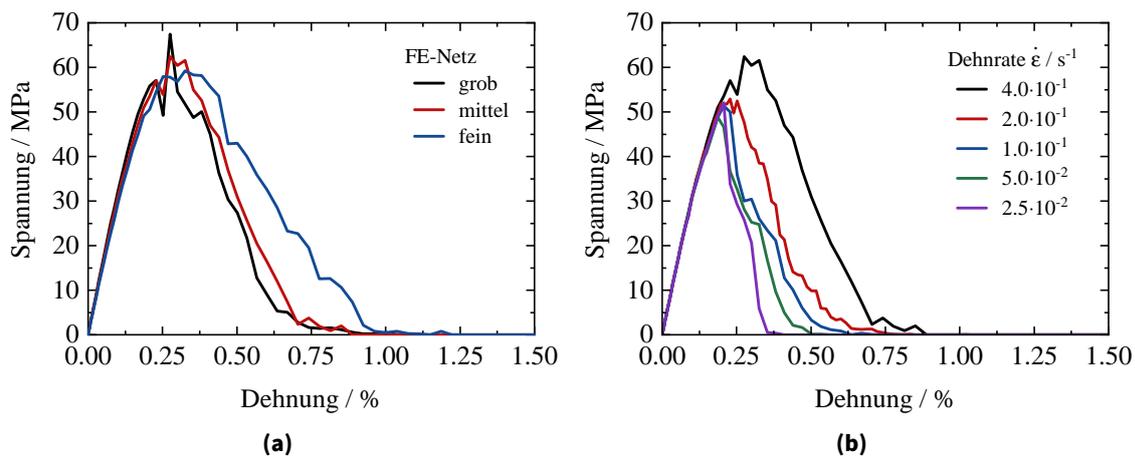


Abbildung A.1.: Konvergenzstudien für das Schädigungsverhalten des Al₂O₃-Schaums unter Druckbeanspruchung. a) Netzstudie und b) Dehnratesstudie des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens einer 50³ Struktur.

Für die korrekte Beschreibung des Schädigungsverhaltens spielt neben der FE-Diskretisierung und der Randbedingungen auch die Größe des untersuchten Volumenelements eine entscheidende Rolle. Um ein repräsentatives Volumenelement für den IMCC zu ermitteln, wurden Rekonstruktionen verschiedener Größe mit den Randbedingungen aus Abbildung 3.8, einer mittleren FE-Diskretisierung und einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 1.0 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ numerisch untersucht (siehe Abbildung A.2). Für eine statistisch relevante Aussage wurden für jede Größe Simulationen an je fünf verschiedene Strukturen durchgeführt. Abbildung A.2a zeigt die resultierenden Spannungs-Dehnungs-Kurven. Unabhängig von der VE-Größe zeigen diese eine qualitativ sowie quantitativ gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen aus [Sch22]. Bis zu einer Druckspannung von 300 MPa zeigen alle Mikrostrukturen unabhängig von der Größe das gleiche quantitative Verhalten. Anschließend unterscheiden sich die Kurven geringfügig, jedoch ohne eindeutigen Trend. Dies ist auch in Abbildungen A.2c und A.2d in denen die Absolutwerte der maximalen Druckspannung sowie die relativen Werte im Vergleich zur 100³-Struktur dargestellt sind. Dabei ist anzumerken, dass bei den untersuchten VEs im Mittel ein maximaler Fehler von 5% bei der Druckfestigkeit vorliegt, dass die Rechenzeit einer 100³-Struktur jedoch etwa 32-mal so hoch ist wie für eine 50³-Struktur. Für die Studien in dieser Arbeit wurden deshalb Mikrostrukturen mit einer Größe von 50³ Voxeln verwendet.

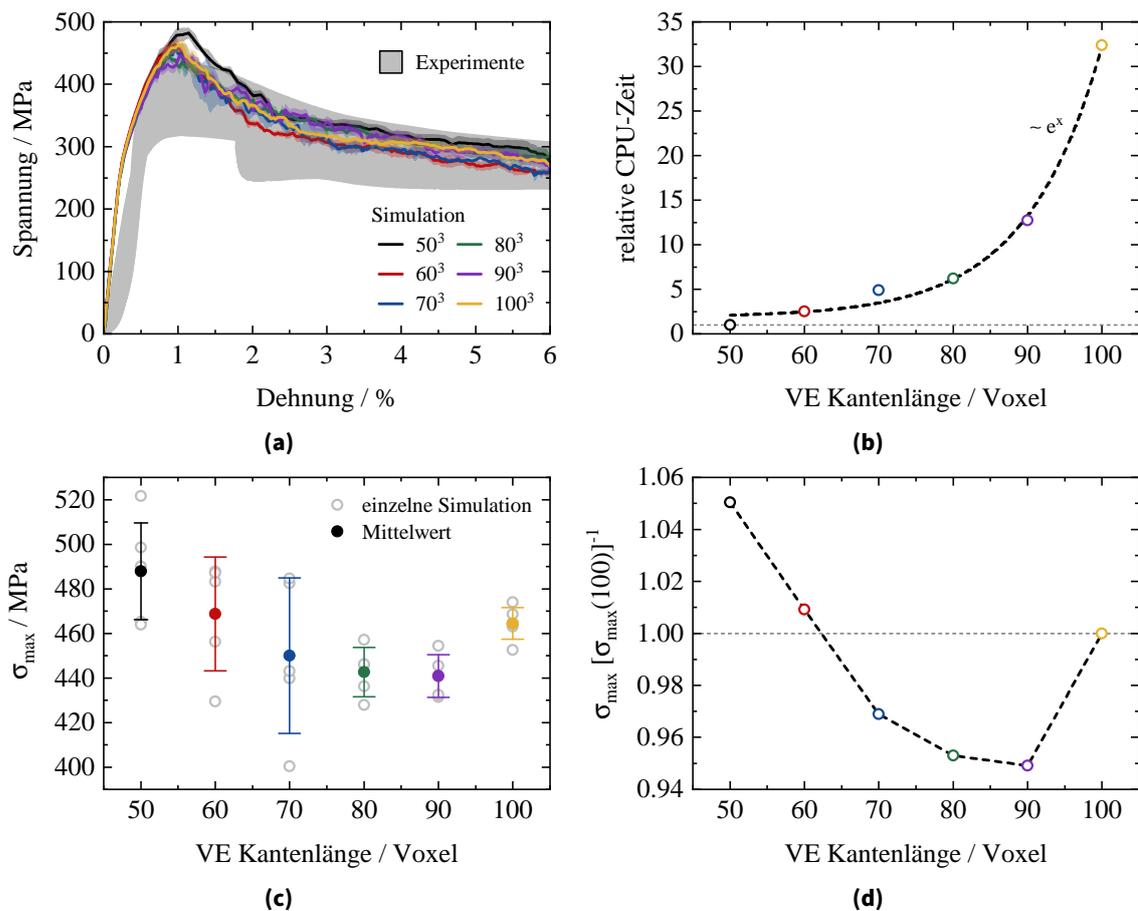


Abbildung A.2.: RVE-Studie für das Schädigungsverhalten des IMCC unter Druckbeanspruchung. a) Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Kurven inklusive Standardabweichung für verschiedene VE-Größen (je 5 Mikrostrukturen), b) relative CPU Rechenzeiten im Verhältnis zur 50^3 Voxel Struktur, c) Gemittelte Druckfestigkeiten und d) relative Druckfestigkeiten in Bezug zur 100^3 Struktur.

A.5. Schädigungsverhalten - Generierte Strukturen mit Berücksichtigung der lokalen Sphärenanordnung

Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, wurden erste Ansätze zur Berücksichtigung der Nachbarsphärengröße bei der Mikrostrukturgenerierung untersucht. Dazu wurde zunächst eine exponentielle Fitfunktion der Rekonstruktionsdaten erstellt, die in Abbildung A.3a als rot gestrichelte Linie zu sehen ist. Nach der Wahl des Porenradius r_i einer neuen Kugel anhand der GEV-Funktion (siehe Abschnitt 3.2) wird der Erwartungswert der Nachbargröße über diese Fitfunktion über $f(r_i)$ bestimmt. Anschließend wird eine GEV-Wahrscheinlichkeitsdichte für die Wahl der Nachbarporengröße $\varrho_{2,i}$ mit den Parametern $c = 0$, $loc = f(r_i)$ und $scale = f(r_i)/2$ (siehe Gleichung 3.1) gebildet. Multipliziert mit dem durch den *bias* Parameter bestimmten Wert ϱ_i (siehe Abschnitt 3.2) ergibt dies die neue Wahrscheinlichkeit für die Auswahl einer Nachbarkugel für die i -te Kugel. Die Ergebnisse der daraus resultierenden generierten Strukturen sind in A.3a für drei exemplarische Strukturen dargestellt (gelbe, halb gefüllte Symbole). Im Vergleich zu den Rekonstruk-

tionen zeigen sie eine deutlich kleinere mediane Nachbargröße, vor allem für kleine r . Jedoch konnte im Vergleich zu den generierten Strukturen ohne Berücksichtigung der Nachbarschaft die steigende Nachbargröße mit zunehmendem Radius sowie die Streuung der Werte deutlich reduziert werden. Wie in Abbildung A.3b zu sehen, konnte dadurch bereits die Streuung der mechanischen Antwort unter Druckbeanspruchung im Bereich der maximalen Druckspannung signifikant reduziert werden.

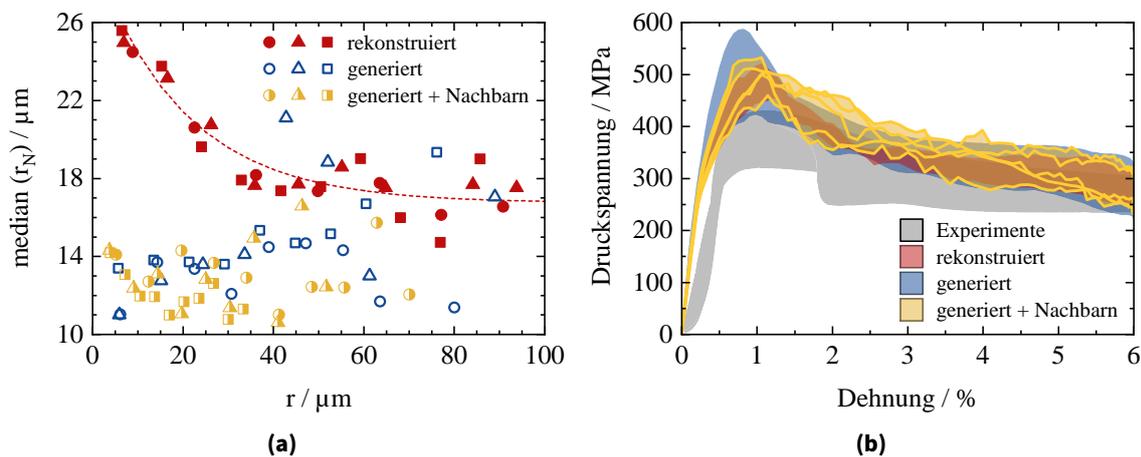


Abbildung A.3.: (a) Median der benachbarten Kugelgröße unter Berücksichtigung der Nachbarsphärengröße analog zu Abbildung 4.6. (b) Spannungs-Dehnungs-Verhalten generierter IMCC-Mikrostrukturen unter Berücksichtigung der lokalen Sphärenanordnung (gelb) im Vergleich zu generierten Strukturen ohne Nachbarsphärenberrücksichtigung (blau), generierten Strukturen (rot) sowie experimentellen Ergebnissen (grau).

A.6. Selbstheilung - Validierung 2D-Modell

Um die Modellannahmen sowie das im 2D-Risspitzenmodell verwendete FEM-Netz zu validieren, wurden die Modus-I-Spannungsintensitätsfaktoren K_I der gerissenen Keramik ($A_h/A_c = 0$) für verschiedene a/w -Verhältnisse und Winkel α bestimmt und mit den theoretischen Werten nach Liu et al. [Liu15] verglichen, wie in Abbildung A.4 dargestellt. Die K_I -Werte wurden aus dem J-Integral nach [Shi88] berechnet. Es zeigt sich, dass die K_I -Werte konvergieren, wenn mehr als 8 Knotenkonturen um die Risspitze ausgewertet werden. Theoretische und simulative Ergebnisse stimmen sehr gut überein. Es wird beobachtet, dass die SIF stark vom a/w -Verhältnis abhängt, wie aus den theoretischen Ausdrücken erwartet. Da das numerische Modell eine perfekt scharfe V-Kerbe enthält, wird eine unendlich hohe Spannungssingularität an der Risspitze unabhängig vom Öffnungswinkel α eingeführt. Daher ist die Abhängigkeit von K_I vom Öffnungswinkel α nahezu vernachlässigbar. Es wird jedoch eine geringe Abnahme von K_I mit zunehmendem α für jedes a/w -Verhältnis beobachtet.

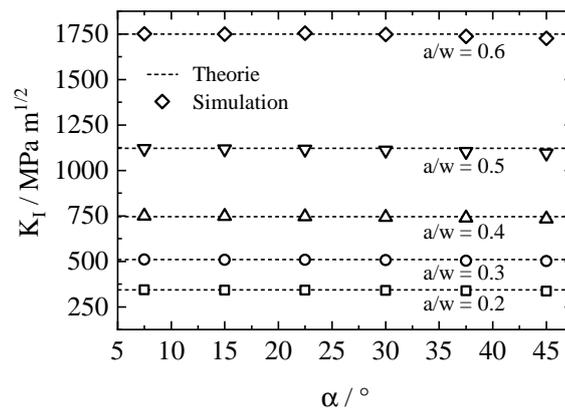


Abbildung A.4.: Spannungintensitätsfaktoren (SIF) für die rissbehaftete Keramik für verschiedene a/w -Verhältnisse in Abhängigkeit vom Rissöffnungswinkel α . Theoretische SIF-Werte für nach [Liu15] zum Vergleich dargestellt.

A.7. Thermo-mechanisches Verhalten

A.7.1. Experimentelle Bestimmung des Wärmeausdehnungskoeffizienten

Wie in Abschnitt 3.6.1 beschrieben, wurden für den temperaturabhängigen thermischen Ausdehnungskoeffizienten des AlSi10Mg die experimentell ermittelte Werte aus [Sch23] als Input für die numerischen Simulationen verwendet. Zusammen mit den CTE-Messungen für den Al_2O_3 -Schaum sowie dem IMCC sind diese in Abbildung A.5a für den 1. und den 2. Temperaturzyklus abgebildet. Es ist zu erkennen, dass sich das Ausdehnungsverhalten der Al_2O_3 -Preform nicht über die Zyklenzahl ändert und es sowohl beim Heizen als auch beim Kühlen nahezu identisch ist. Im Gegensatz dazu zeigt das AlSi10Mg einen deutlichen CTE-Peak beim ersten Aufheizen zwischen 200°C und 300°C . Dieses Maximum ist resultiert vermutlich aus dem Abbau von Eigenspannungen, verursacht durch die herstellungsbedingte Bildung von Ausscheidungen [Sch23]. Der Peak spiegelt sich auch im 1. Heizzyklus des IMCC wider. Ab dem 2. Zyklus ist dieses Phänomen jedoch nicht mehr zu beobachten und das CTE-Verhalten des AlSi10Mg ist über alle weiteren Zyklen reproduzierbar.

Zur Validierung des Basismodells und der gewählten, temperaturabhängigen Materialparameter in Tabelle 3.2 wurden das Ausdehnungsverhalten sowohl eines keramischen Schaum als auch eines AlSi10Mg Würfels simuliert. Für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten des AlSi10Mg wurde dabei der Heiz-CTE des 2. Zyklus aus Abbildung A.5a verwendet. Die Simulationsergebnisse sind zusammen mit den experimentellen Daten des 2. Zyklus in Abbildung A.5b zu sehen. Aufgrund der hervorragenden Übereinstimmung der numerischen und experimentellen Ergebnisse beim Aufheizen kann die Parameterwahl validiert werden. Für beide Materialien ist jedoch zu erkennen, dass die experimentellen Kühl-CTEs nicht exakt reproduziert werden können, da lediglich die Heiz-CTE Werte als Eingangsgrößen verwendet wurden.

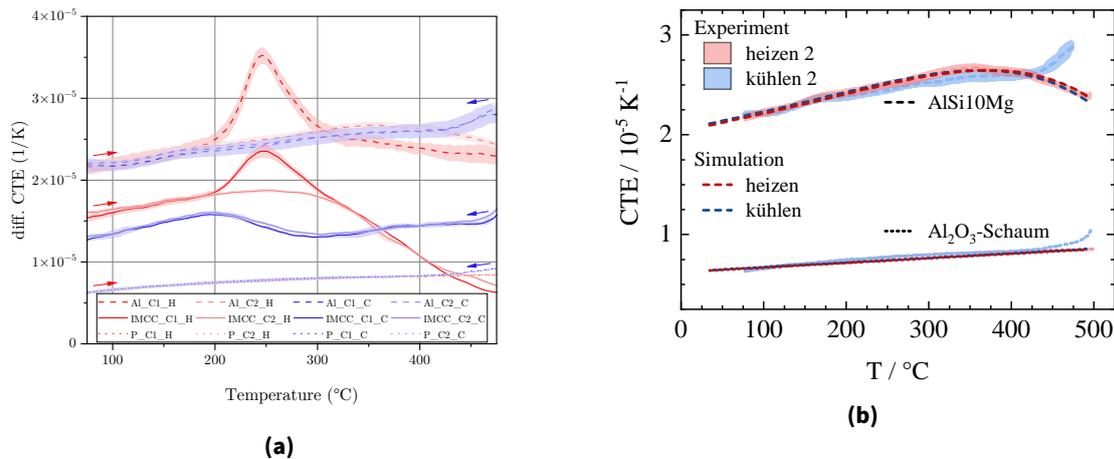


Abbildung A.5.: (a) Experimentelle Messergebnisse des Wärmeausdehnungskoeffizienten (CTE) für die Erwärmung (rot) und Abkühlung (blau) des ersten (dunkle Farbe) und zweiten (helle Farbe) Zyklus für die AlSi10Mg-Legierung (gestrichelte Linie), den IMCC (durchgezogene Linie) und die keramische Vorform (gepunktete Linie) [Sch23]. (b) Die Heiz- und Kühlkurven des 2. Zyklus aus (a) zusammen mit simulativen Ergebnissen zur Validierung der temperaturabhängigen Parameter aus Tabelle 3.2.

A.7.2. Variation der Randbedingungen

Die erzeugten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) mit modifizierten Randbedingungen modelliert, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben. Die Ergebnisse des ersten Heiz-Kühl-Zyklus ohne anfängliche Abkühlung unter Verwendung keiner planaren Oberflächenbeschränkungen (*keine RB*) und einer Beschränkung nur in x-Richtung (*x-Flächen RB*) sind in Abbildung A.6 dargestellt und mit dem Basismodell (*alle RB*) unter Verwendung von Beschränkungen in allen Richtungen verglichen. Die Kurven für das Basismodell (durchgezogene Linien in Abbildung A.6) sind bereits im vorherigen Unterabschnitt 4.6.1 beschrieben (gestrichelte Linien in Abbildung 4.14).

Im Vergleich dazu zeigt das Modell ohne Beschränkungen ein ähnliches thermisches Ausdehnungsverhalten sowohl beim Aufheizen als auch beim Abkühlen, wie die gestrichelten Linien in Abbildung A.6(a) zeigen. Die maximale Erwärmungsausdehnung $CTE = 2.11 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ ist 2.7% höher als für das vollständig eingeschränkte Modell und der Peak ist zu niedrigeren Temperaturen von ca. $T = 350^{\circ}C$ verschoben. Bei Abkühlung beträgt die maximale CTE-Differenz zwischen dem Basismodell und dem Modell ohne Beschränkungen 2,96% bei $T = 25^{\circ}C$. Es sind jedoch Unterschiede in der volumengemittelten Spannung zu beobachten, wie in Abbildung A.6(b) dargestellt ist. Beim Erwärmen treten die Extremwerte bei etwa $T = 270^{\circ}C$ auf und reduzieren sich auf $\langle \sigma \rangle_{Al_2O_3} = 286,6 MPa$ und $\langle \sigma \rangle_{AlSi10Mg} = -101,0 MPa$ für die Keramik bzw. das Aluminium. Auf einen anschließenden Rückgang der absoluten Werte folgt ein Anstieg auf $\langle \sigma \rangle_{Al_2O_3} = 197,6 MPa$ und $\langle \sigma \rangle_{AlSi10Mg} = -68,7 MPa$ bei $T = 500^{\circ}C$. Beim Abkühlen wird ein spannungsfreier Zustand im IMCC bei $T = 330^{\circ}C$ erreicht, und die Endspannungen $\langle \sigma \rangle_{Al_2O_3} = -425,1 MPa$ und

$\langle \sigma \rangle_{AlSi10Mg} = 151,1 \text{ MPa}$ bei $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ entsprechen etwa dem Vierfachen des vollständig eingeschränkten Modells.

Im Falle der nur in x-Richtung eingeschränkten Mikrostrukturen wird ein anisotropes Ausdehnungsverhalten beobachtet. Insbesondere bei Erwärmung treten starke Unterschiede zwischen dem CTE in x- und in y,z-Richtung für Temperaturen $> 200 \text{ }^\circ\text{C}$ auf, wie die hellen, gepunkteten Linien in Abbildung A.6 zeigen. Der CTE_x nimmt bis auf 0 K^{-1} ab, während der $CTE_{y,z}$ bei $T = 350 \text{ }^\circ\text{C}$ auf bis zu $3,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ansteigt. Bei $T = 500 \text{ }^\circ\text{C}$ reicht der CTE von $CTE_x = 1,12 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ bis $CTE_{y,z} = 2,36 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Diese Anisotropie kann auch bei der Abkühlung beobachtet werden, allerdings in weniger ausgeprägter Form. Die Mittelung der CTE in allen drei Richtungen ergibt die dunkel gefärbten, gepunkteten CTE_{mean} -Kurven, die sehr gut mit dem Basismodell und dem Modell ohne Einschränkungen übereinstimmen. Der Spitzenwert beim Erwärmen bei $T = 350 \text{ }^\circ\text{C}$ ist um 4,2% höher als der Wert im Modell mit allen Nebenbedingungen, was den größten Unterschied zwischen den Kurven darstellt. Beim Abkühlen schwanken die Werte innerhalb von $\pm 2\%$. Die durchschnittlichen Volumenspannungen (vgl. Abbildung A.6(b), gepunktete Linie) sind qualitativ identisch mit dem Modell ohne Zwangsbedingungen, unterscheiden sich jedoch in x- und y,z-Richtung. Bei der Erwärmung liegt die keramische Spitzenspannung in x-Richtung $\langle \sigma \rangle_x = 400,9 \text{ MPa}$ bei $T = 290 \text{ }^\circ\text{C}$, während $\langle \sigma \rangle_{y,z} = 325,5 \text{ MPa}$ bei $T = 330 \text{ }^\circ\text{C}$ auftritt. Nach dem lokalen Minimum bei $T = 405 \text{ }^\circ\text{C}$ fallen $\langle \sigma \rangle_x$ und $\langle \sigma \rangle_{y,z}$ der Keramik zusammen und erreichen $309,0 \text{ MPa}$ bei t_2 . Bei Aluminium steigen die Spitzenwerte von $\langle \sigma \rangle_x = -141,4 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{y,z} = -114,5 \text{ MPa}$ auf $\langle \sigma \rangle_{x,y,z} = -108,0 \text{ MPa}$ bei $T = 500 \text{ }^\circ\text{C}$. Beim Abkühlen wird ein spannungsfreier Zustand zwischen $T = 310 \text{ }^\circ\text{C}$ und $T = 280 \text{ }^\circ\text{C}$ für die x- bzw. die y,z-Richtung erreicht. Die Endspannungen bei $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ liegen zwischen $\langle \sigma \rangle_x = -526,7 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{y,z} = -364,6 \text{ MPa}$ für die Keramik und $\langle \sigma \rangle_x = 186,6 \text{ MPa}$ und $\langle \sigma \rangle_{y,z} = 129,2 \text{ MPa}$ für das Aluminium.

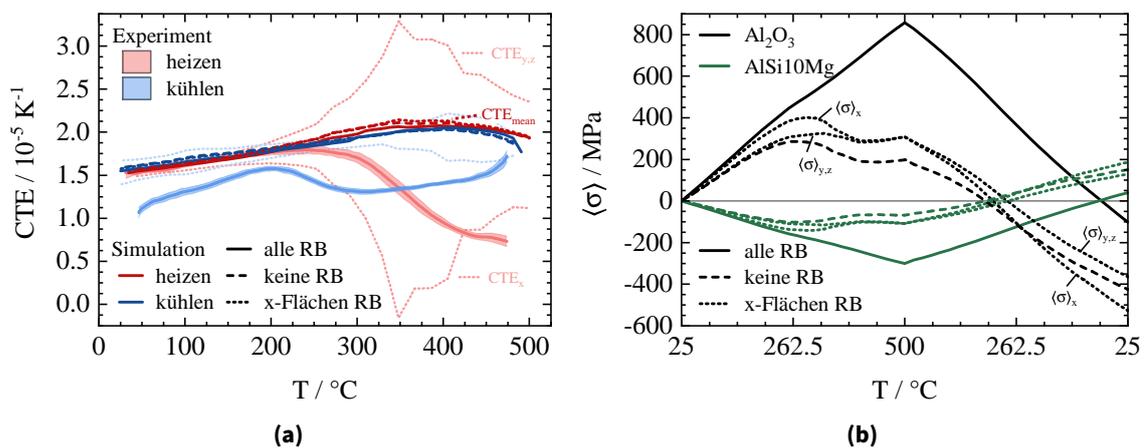


Abbildung A.6.: Einfluss verschiedener Randbedingungen (RB) auf das thermische Ausdehnungsverhalten der generierten Mikrostrukturen ohne initiale Abkühlung: (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$. Bei den Simulationen, die eine planare Oberflächenausdehnungsbedingung nur in x-Richtung verwenden (gepunktete Linien), ist das effektive Verhalten des IMCC in x- und y,z-Richtung unterschiedlich. Der CTE in verschiedene Richtungen CTE_x und $CTE_{y,z}$, sowie der Mittelwert aller Richtungen CTE_{mean} ist in (a) angegeben. Dasselbe gilt für die volumengemittelten Spannungen $\langle \sigma \rangle_x$ und $\langle \sigma \rangle_{y,z}$ in (b).

A.7.3. Variation der Grenzflächeneigenschaften ohne initiale Abkühlung

Die generierten Mikrostrukturen (vgl. Abbildung 3.14) wurden nach dem Basismodell (vgl. Abschnitt 3.6.1) mit modifizierten Grenzflächenbedingungen, wie in Abschnitt 3.6.2 beschrieben, sowohl ohne initiale Kühlung modelliert. Ohne initiale Abkühlung stimmen die Ergebnisse für die fest verbundene (Basismodell) und die freie Grenzfläche überein, wie in Abbildung A.7 gezeigt. In diesem Fall haben die Grenzflächeneigenschaften demnach keinen signifikanten Einfluss auf das thermisch-mechanische Ausdehnungsverhalten. Anders verhält es sich jedoch mit Berücksichtigung einer initialen Abkühlung. Die Ergebnisse dazu sind in Abschnitt 4.6.3 ausführlich analysiert.

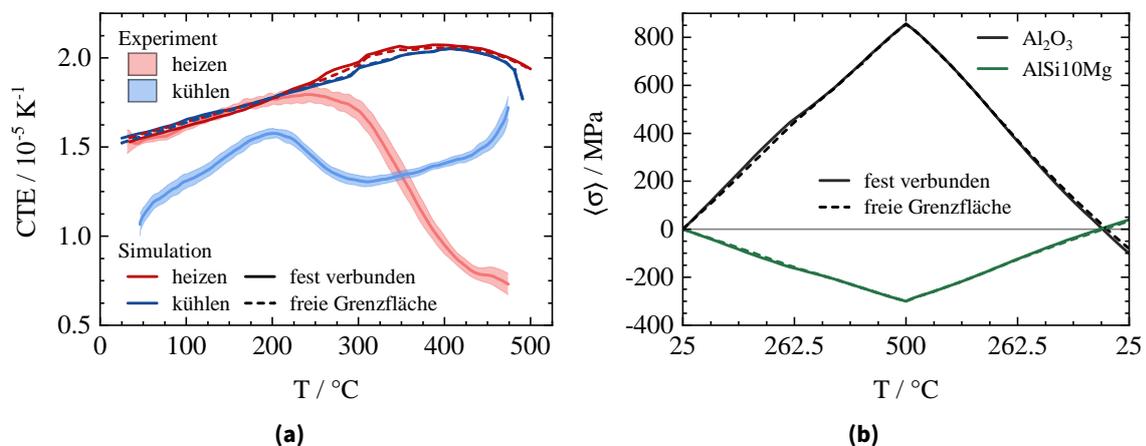


Abbildung A.7.: Einfluss der Grenzflächeneigenschaften auf das thermische Ausdehnungsverhalten der generierten Mikrostrukturen ohne anfängliche Abkühlung: (a) CTE und (b) volumengemittelte Spannungen $\langle \sigma \rangle$ in x,y und z-Richtung.

Literatur

- [Abu15] D. W. Abueidda, A. S. Dalaq, R. K. Abu Al-Rub und I. Jasiuk. “Micromechanical finite element predictions of a reduced coefficient of thermal expansion for 3D periodic architected interpenetrating phase composites”. *Compos. Struct.* 133 (2015), S. 85–97. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.06.082.
- [Acc08] W. Acchar, E. G. Ramalho, F. B. Souza, W. L. Torquato, V. P. Rodrigues und M. D. Innocentini. “Characterization of cellular ceramics for high-temperature applications”. *J. Mater. Sci.* 43.19 (2008), S. 6556–6561. ISSN: 00222461. DOI: 10.1007/s10853-008-2585-2.
- [Aga13] A. Agarwal, I. V. Singh und B. K. Mishra. “Numerical prediction of elasto-plastic behaviour of interpenetrating phase composites by EFGM”. *Compos. Part B Eng.* 51 (2013), S. 327–336. ISSN: 13598368. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.03.022.
- [Agr03] P. Agrawal, K. Conlon, K. Bowman, C. Sun, F. Cichocki und K. Trumble. “Thermal residual stresses in co-continuous composites”. *Acta Materialia* 51 (2003), S. 1143–1156. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/S1359-6454(02)00519-0.
- [Agr04] P. Agrawal und C. T. Sun. “Fracture in metal-ceramic composites”. *Compos. Sci. Technol.* 64.9 (2004), S. 1167–1178. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2003.09.026.
- [Alt18] H. Altenbach, J. Altenbach und W. Kissing. *Mechanics of composite structural elements: Second edition*. 2. Aufl. Springer, Singapore, 2018, S. 1–503. ISBN: 9789811089350. DOI: 10.1007/978-981-10-8935-0.
- [An21] S. An, S. S. Yoon und M. W. Lee. “Self-Healing Structural Materials”. *Polymers (Basel)*. 13.14 (2021), S. 2297. ISSN: 2073-4360. DOI: 10.3390/polym13142297.
- [ANS20] ANSYS, Inc. *Ansys Granta EduPack*. Software. Cambridge, UK, 2020. URL: www.ansys.com/materials%E2%80%9D.
- [Ash83] M. F. Ashby. “Mechanical Properties of Cellular Solids”. *Metallurgical transactions. A, Physical metallurgy and materials science* 14 A (9 1983), S. 1755–1769. ISSN: 03602133. DOI: 10.1007/BF02645546.
- [Bal96] D. K. Balch, T. J. Fitzgerald, V. J. Michaud, A. Mortensen, Y. L. Shen und S. Suresh. “Thermal expansion of metals reinforced with ceramic particles and microcellular foams”. *Metall. Mater. Trans. A Phys. Metall. Mater. Sci.* 27.11 (1996), S. 3700–3717. ISSN: 10735623. DOI: 10.1007/BF02595462.

- [Bar18] S. Bargmann, B. Klusemann, J. Markmann, J. E. Schnabel, K. Schneider, C. Soyarslan und J. Wilmers. “Generation of 3D representative volume elements for heterogeneous materials: A review”. *Prog. Mater. Sci.* 96 (2018), S. 322–384. ISSN: 00796425. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.003.
- [Bas17] M. Basista, J. Jakubowska und W. Węglewski. “Processing Induced Flaws in Aluminum-Alumina Interpenetrating Phase Composites”. *Advanced Engineering Materials* 19 (12 2017), S. 1700484. ISSN: 14381656. DOI: 10.1002/adem.201700484.
- [Baž83] Z. P. Bažant und B. H. Oh. “Crack band theory for fracture of concrete”. *Matériaux Constr.* 16 (1983), S. 155–177. ISSN: 05677572.
- [Bha07] Y. Bhandari, S. Sarkar, M. Groeber, M. D. Uchic, D. M. Dimiduk und S. Ghosh. “3D polycrystalline microstructure reconstruction from FIB generated serial sections for FE analysis”. *Comput. Mater. Sci.* 41.2 (2007), S. 222–235. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2007.04.007.
- [Bin09] J. Binner, H. Chang und R. Higginson. “Processing of ceramic-metal interpenetrating composites”. *J. Eur. Ceram. Soc.* 29.5 (2009), S. 837–842. ISSN: 09552219. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2008.07.034.
- [Bla10] B. J. Blaiszik, S. L. Kramer, S. C. Olugebefola, J. S. Moore, N. R. Sottos und S. R. White. “Self-healing polymers and composites”. *Annu. Rev. Mater. Res.* 40 (2010), S. 179–211. ISSN: 15317331. DOI: 10.1146/annurev-matsci-070909-104532.
- [Bre95] M. Breslin, J. Ringnalda, L. Xu, M. Fuller, J. Seeger, G. Daehn, T. Otani und H. Fraser. “Processing, microstructure, and properties of co-continuous alumina-aluminum composites”. *Materials Science and Engineering: A* 195 (1995), S. 113–119. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/0921-5093(94)06510-1.
- [Cam96] G. T. Camacho und M. Ortiz. “Computational modelling of impact damage in brittle materials”. *Int. J. Solids Struct.* 33.20-22 (1996), S. 2899–2938. ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/0020-7683(95)00255-3.
- [Car10] A. Carpinteri, P. Cornetti, N. Pugno und A. Saporà. “On the most dangerous V-notch”. *Int. J. Solids Struct.* 47.7-8 (2010), S. 887–893. ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2009.11.017.
- [Car15] D. Carolan, H. M. Chong, A. Ivankovic, A. J. Kinloch und A. C. Taylor. “Co-continuous polymer systems: A numerical investigation”. *Comput. Mater. Sci.* 98 (2015), S. 24–33. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.10.039.
- [Céd12] D. Cédat, O. Fandeur, C. Rey und D. Raabe. “Polycrystal model of the mechanical behavior of a Mo-TiC 30 vol.% metal-ceramic composite using a three-dimensional microstructure map obtained by dual beam focused ion beam scanning electron microscopy”. *Acta Mater.* 60.4 (2012), S. 1623–1632. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/j.actamat.2011.11.055.
- [Cha19] K. K. Chawla. *Composite Materials*. 4. Aufl. Cham: Springer International Publishing, 2019. ISBN: 978-3-030-28982-9. DOI: 10.1007/978-3-030-28983-6.

- [Cha77] J. L. Chaboche. “Sur l’utilisation des variables d’état interne pour la description du comportement viscoplastique et de la rupture par endommagement”. *Problems Non-Lineaires de Mecanique* (1977), S. 137–159.
- [Cha81] J.-L. Chaboche. “Continuous damage mechanics — A tool to describe phenomena before crack initiation”. *Nuclear Engineering and Design* 64.2 (1981), S. 233–247. ISSN: 0029-5493. DOI: [https://doi.org/10.1016/0029-5493\(81\)90007-8](https://doi.org/10.1016/0029-5493(81)90007-8).
- [Che02] X. Chen, M. A. Dam, K. Ono, A. Mal, H. Shen, S. R. Nutt, K. Sheran und F. Wudl. “A thermally re-mendable cross-linked polymeric material”. *Science* (80-.). 295.5560 (2002), S. 1698–1702. ISSN: 00368075. DOI: [10.1126/science.1065879](https://doi.org/10.1126/science.1065879).
- [Che12] Y. Chen, A. M. Kushner, G. A. Williams und Z. Guan. “Multiphase design of autonomic self-healing thermoplastic elastomers”. *Nat. Chem.* 4.6 (2012), S. 467–472. ISSN: 17554330. DOI: [10.1038/nchem.1314](https://doi.org/10.1038/nchem.1314).
- [Che14] F. Cheng, S. M. Kim, J. N. Reddy und R. K. Abu Al-Rub. “Modeling of elastoplastic behavior of stainless-steel/bronze interpenetrating phase composites with damage evolution”. *Int. J. Plast.* 61 (2014), S. 94–111. ISSN: 07496419. DOI: [10.1016/j.ijplas.2014.05.001](https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2014.05.001).
- [Che21] Y. Chen, N. Wang, O. Ola, Y. Xia und Y. Zhu. “Porous ceramics: Light in weight but heavy in energy and environment technologies”. *Mater. Sci. Eng. R Reports* 143.November 2020 (2021), S. 100589. ISSN: 0927796X. DOI: [10.1016/j.mser.2020.100589](https://doi.org/10.1016/j.mser.2020.100589).
- [Cla92] D. R. Clarke. “Interpenetrating Phase Composites”. *J. Am. Ceram. Soc.* 75.4 (1992), S. 739–758. ISSN: 15512916. DOI: [10.1111/j.1151-2916.1992.tb04138.x](https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1992.tb04138.x).
- [Col03] P. Colombo und E. Bernardo. “Macro- and micro-cellular porous ceramics from preceramic polymers”. *Compos. Sci. Technol.* 63.16 (2003), S. 2353–2359. ISSN: 02663538. DOI: [10.1016/S0266-3538\(03\)00268-9](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00268-9).
- [Coo88] D. W. Cooper. “Random-sequential-packing simulations in three dimensions for spheres”. *Phys. Rev. A* 38.1 (1988), S. 522–524. ISSN: 10502947. DOI: [10.1103/PhysRevA.38.522](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.38.522).
- [Cza14] M. W. Czabaj, M. L. Riccio und W. W. Whitacre. “Numerical reconstruction of graphite/epoxy composite microstructure based on sub-micron resolution X-ray computed tomography”. *Compos. Sci. Technol.* 105 (2014), S. 174–182. ISSN: 02663538. DOI: [10.1016/j.compscitech.2014.10.017](https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2014.10.017).
- [Dae96] G. S. Daehn, B. Starck, L. Xu, K. F. Elfishawy, J. Ringnalda und H. L. Fraser. “Elastic and plastic behavior of a co-continuous alumina/aluminum composite”. *Acta Mater.* 44.1 (1996), S. 249–261. ISSN: 13596454. DOI: [10.1016/1359-6454\(95\)00138-8](https://doi.org/10.1016/1359-6454(95)00138-8).
- [Das19] Dassault Systèmes. *Abaqus 2020*. Software. Providence, RI, USA, 2019.

- [Des21] V. V. Deshpande, K. A. Weidenmann und R. Piat. “Application of statistical functions to the numerical modelling of ceramic foam: From characterisation of CT-data via generation of the virtual microstructure to estimation of effective elastic properties”. *J. Eur. Ceram. Soc.* 41.11 (2021), S. 5578–5592. ISSN: 1873619X. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2021.03.054.
- [Dol16] A. J. Dolata. “Fabrication and Structure Characterization of Alumina-Aluminum Interpenetrating Phase Composites”. *J. Mater. Eng. Perform.* 25.8 (2016), S. 3098–3106. ISSN: 1544-1024. DOI: 10.1007/s11665-016-1901-2.
- [Dry96] C. Dry. “Procedures developed for self-repair of polymer matrix composite materials”. *Compos. Struct.* 35.3 (1996), S. 263–269. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/0263-8223(96)00033-5.
- [Ehr07] L. M. Ehrenfried, D. Farrar, D. Morsley und R. Cameron. “Mechanical Behaviour of Interpenetrating Co-Continuous β -TCP-PDLLA Composites”. *Key Engineering Materials* 361-363 (2007), S. 407–410. ISSN: 1662-9795. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.361-363.407.
- [Eis13] P. Eisenlohr, M. Diehl, R. A. Lebensohn und F. Roters. “A spectral method solution to crystal elasto-viscoplasticity at finite strains”. *Int. J. Plast.* 46 (2013), S. 37–53. ISSN: 07496419. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.09.012.
- [Eng07] B. Engquist, X. Li, W. Ren und W. E. “Heterogeneous Multiscale Methods : A Review”. *Commun. Comput. Phys* (2007).
- [Enr20] P. D. Enrique, E. Marzbanrad, Y. Mahmoodkhani, A. Keshavarzkermani, H. Al Momani, E. Toyserkani und N. Y. Zhou. “Design of binder jet additive manufactured co-continuous ceramic-reinforced metal matrix composites”. *J. Mater. Sci. Technol.* 49 (2020), S. 81–90. ISSN: 10050302. DOI: 10.1016/j.jmst.2020.01.053.
- [Esh57] J. D. Eshelby. “The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 241 (1226 1957), S. 376–396. ISSN: 0080-4630. DOI: 10.1098/rspa.1957.0133.
- [Fab08] R. Fabbri, L. Da F. Costa, J. C. Torelli und O. M. Bruno. “2D Euclidean distance transform algorithms: A comparative survey”. *ACM Comput. Surv.* 40.1 (2008), S. 1–44. ISSN: 03600300. DOI: 10.1145/1322432.1322434.
- [Fen03] X. Q. Feng, Y. W. Mai und Q. H. Qin. “A micromechanical model for interpenetrating multiphase composites”. *Comput. Mater. Sci.* 28.3-4 SPEC. ISS. (2003), S. 486–493. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2003.06.005.
- [Fer14] J. B. Ferguson, B. F. Schultz und P. K. Rohatgi. “Self-healing metals and metal matrix composites”. *Jom* 66.6 (2014), S. 866–871. ISSN: 15431851. DOI: 10.1007/s11837-014-0912-4.
- [Fra98] G. A. Francfort und J. J. Marigo. “Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem”. *J. Mech. Phys. Solids* 46.8 (1998), S. 1319–1342. ISSN: 00225096. DOI: 10.1016/S0022-5096(98)00034-9.

- [Fre10] B. Freireich, M. Kodam und C. Wassgren. “An exact method for determining local solid fractions in discrete element method simulations”. *AIChE J.* 56.12 (2010), S. 3036–3048. ISSN: 00011541. DOI: 10.1002/aic.12223.
- [Fu21] L. Fu, M. Zhou, Y. Gao, B. Ma, S. Du, F. Ning und Y. Zhang. “Effects of foam structure on the wear behavior of co-continuous SiC3D/Al composite materials”. *Appl. Surf. Sci.* 541.November (2021), S. 148522. ISSN: 01694332. DOI: 10.1016/j.apsusc.2020.148522.
- [Gao21] C. Gao, H. Ruan, C. Yang und F. Wang. “Investigation on microcapsule self-healing mechanism of polymer matrix composites based on numerical simulation”. *Polym. Compos.* 42.7 (2021), S. 3619–3631. ISSN: 15480569. DOI: 10.1002/pc.26083.
- [Gee10] M. Geers, V. Kouznetsova und W. Brekelmans. “Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges”. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 234 (7 2010), S. 2175–2182. ISSN: 03770427. DOI: 10.1016/j.cam.2009.08.077.
- [Gee16] M. G. Geers und J. Yvonnet. “Multiscale modeling of microstructure-property relations”. *MRS Bull.* 41.8 (2016), S. 610–616. ISSN: 08837694. DOI: 10.1557/mrs.2016.165.
- [Gho08] S. K. Ghosh. *Self-Healing Materials*. Hrsg. von S. K. Ghosh. Wiley, 2008. ISBN: 9783527318292. DOI: 10.1002/9783527625376.
- [Gib82] L. J. Gibson und M. F. Ashby. “The mechanics of three-dimensional cellular materials”. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 382 (1782 1982), S. 43–59. ISSN: 0080-4630. DOI: 10.1098/rspa.1982.0088.
- [Gil15] F. A. Gilabert, D. Garoz und W. Van Paepegem. “Stress concentrations and bonding strength in encapsulation-based self-healing materials”. *Mater. Des.* 67 (2015), S. 28–41. ISSN: 18734197. DOI: 10.1016/j.matdes.2014.11.012.
- [Gra16] B. Grabowski und C. C. Tasan. “Self-Healing Metals”. In: *Adv. Polym. Sci.* Hrsg. von M. Hager, S. Van Der Zwaag und U. Schubert. Bd. 273. January 2015. Cham: Springer, 2016, S. 387–407. ISBN: 978-3-319-32778-5. DOI: 10.1007/12_2015_337.
- [Gro18] D. Gross und T. Seelig. *Fracture Mechanics*. Mechanical Engineering Series. Cham: Springer International Publishing, 2018. ISBN: 978-3-319-71089-1. DOI: 10.1007/978-3-319-71090-7. arXiv: arXiv:0806.3001v1.
- [Gup06] S. Gupta, Q. Zhang, T. Emrick, A. C. Balazs und T. P. Russell. “Entropy-driven segregation of nanoparticles to cracks in multilayered composite polymer structures”. *Nat. Mater.* 5.3 (2006), S. 229–233. ISSN: 14764660. DOI: 10.1038/nmat1582.

- [Gur77] A. L. Gurson. “Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media”. *Journal of Engineering Materials and Technology* 99 (1 1977), S. 2–15. ISSN: 0094-4289. DOI: 10.1115/1.3443401.
- [Hag10] M. D. Hager, P. Greil, C. Leyens, S. Van Der Zwaag und U. S. Schubert. “Self-healing materials”. *Adv. Mater.* 22.47 (2010), S. 5424–5430. ISSN: 09359648. DOI: 10.1002/adma.201003036.
- [Ham12] E. Hamed, E. Novitskaya, J. Li, P. Y. Chen, I. Jasiuk und J. McKittrick. “Elastic moduli of untreated, demineralized and deproteinized cortical bone: Validation of a theoretical model of bone as an interpenetrating composite material”. *Acta Biomater.* 8.3 (2012), S. 1080–1092. ISSN: 17427061. DOI: 10.1016/j.actbio.2011.11.010.
- [Ham14] E. C. Hammel, O. L. Ighodaro und O. I. Okoli. “Processing and properties of advanced porous ceramics: An application based review”. *Ceram. Int.* 40.10 (2014), S. 15351–15370. ISSN: 02728842. DOI: 10.1016/j.ceramint.2014.06.095.
- [Han20] I. Hanhan, R. F. Agyei, X. Xiao und M. D. Sangid. “Predicting Microstructural Void Nucleation in Discontinuous Fiber Composites through Coupled in-situ X-ray Tomography Experiments and Simulations”. *Sci. Rep.* 10.1 (2020), S. 1–8. ISSN: 20452322. DOI: 10.1038/s41598-020-60368-w.
- [Har98] J. W. Harris und H. Stöcker. *Handbook of mathematics and computational science*. Springer Science & Business Media, 1998, S. 1028. ISBN: 0-387-94746-9.
- [Has19] J. Hasse und L. Willen. *Wirkung der Deutschen Anpassungsstrategie (DAS) für die Kommunen, Teilbericht*. Techn. Ber. Dessau-Roßlau: Umweltbundesamt (UBA), 2019, S. 116.
- [Has63] Z. Hashin und S. Shtrikman. “A variational approach to the theory of elastic behaviour of multiphase materials”. *J. Mech. Phys. Solids* 11.42 (1963), S. 127–140.
- [Heo15] Y. Heo und H. A. Sodano. “Thermally responsive self-healing composites with continuous carbon fiber reinforcement”. *Compos. Sci. Technol.* 118 (2015), S. 244–250. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2015.08.015.
- [Hil52] R. Hill. “Related content The Elastic Behaviour of a Crystalline Aggregate”. *Proc. Phys. Soc.* 65 (1952), S. 349–354.
- [Hil65] R. Hill. “A self-consistent mechanics of composite materials”. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 13 (4 1965), S. 213–222. ISSN: 00225096. DOI: 10.1016/0022-5096(65)90010-4.
- [Hil76] A. Hillerborg, M. Modéer und P. E. Petersson. “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements”. *Cem. Concr. Res.* 6.6 (1976), S. 773–781. ISSN: 00088846. DOI: 10.1016/0008-8846(76)90007-7.

- [Hof99] M. Hoffman, S. Skirl, W. Pompe und J. Rödel. “Thermal residual strains and stresses in Al₂O₃/Al composites with interpenetrating networks”. *Acta Materialia* 47 (2 1999), S. 565–577. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00367-X.
- [Hol20] Y. Holovenko, L. Kollo, M. Saarna, R. Rahmani, T. Soloviova, M. Antonov, K. G. Prashanth, S. Cygan und R. Veinthal. “Effect of lattice surface treatment on performance of hardmetal - titanium interpenetrating phase composites”. *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials* 86 (June 2019 2020), S. 105087. ISSN: 02634368. DOI: 10.1016/j.ijrmhm.2019.105087.
- [Hor19] D. Horny und K. Schulz. “Modeling interpenetrating metal ceramic composites using a fast Fourier transform formulation”. In: *8 th GACM Colloq. Comput. Mech. Young Sci. From Acad. Ind.* Hrsg. von T. Gleim und S. Lange. Kassel: kassel university press, 2019. ISBN: 9783737650939. DOI: 10.17170/kobra-202007161457.
- [Hor20] D. Horny, J. Schukraft, K. A. Weidenmann und K. Schulz. “Numerical and Experimental Characterization of Elastic Properties of a Novel, Highly Homogeneous Interpenetrating Metal Ceramic Composite”. *Advanced Engineering Materials* 1901556 (2020). ISSN: 15272648. DOI: 10.1002/adem.201901556.
- [Hor22] D. Horny und K. Schulz. “Analysis of interpenetrating metal ceramic composite structures using an enhanced random sequential absorption microstructure generation algorithm”. *Journal of Materials Science* 57.19 (2022), S. 8869–8889. ISSN: 0022-2461. DOI: 10.1007/s10853-022-07180-1.
- [Hor23] D. Horny, J. Schukraft, C. Pieper, K. A. Weidenmann und K. Schulz. “Numerical and Experimental Investigation on the Self-Healing Potential of Interpenetrating Metal–Ceramic Composites”. *Advanced Engineering Materials* 2300259 (2023). ISSN: 1438-1656. DOI: 10.1002/adem.202300259.
- [Hor86] H. Horiit und S. Nemat-Nasser. “Brittle Failure in Compression : Splitting , Faulting and Brittle-Ductile Transition”. *Philos. Trans. R. Soc. London* 319.1549 (1986), S. 337–374.
- [Hos13] T. Hoshide und H. Sugiyama. “Numerical analysis of sample-size effect on strength of alumina”. *J. Mater. Eng. Perform.* 22.1 (2013), S. 1–8. ISSN: 10599495. DOI: 10.1007/s11665-012-0214-3.
- [Hua16] R. Huang, P. Li und T. Liu. “X-ray microtomography and finite element modelling of compressive failure mechanism in cenosphere epoxy syntactic foams”. *Compos. Struct.* 140 (2016), S. 157–165. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.12.040.
- [Hub06] T. Huber, H. P. Degischer, G. Lefranc und T. Schmitt. “Thermal expansion studies on aluminium-matrix composites with different reinforcement architecture of SiC particles”. *Compos. Sci. Technol.* 66.13 (2006), S. 2206–2217. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2005.12.012.

- [Huc05] B. Huchler, D. Staudenecker, T. Weidler, A. Mattern, A. Nagel, L. Kallien und M. Hoffmann. “Einfluss von Porenstruktur und Chemie auf die Herstellung von partikelverstärkten Preform-MMCs im Squeeze-Casting- und Druckgussverfahren”. In: Schlimmer M, 2005. ISBN: 3-88355-340-9.
- [Hut76] J. W. Hutchinson. “Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials”. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 348 (1652 1976), S. 101–127. ISSN: 0080-4630. DOI: 10.1098/rspa.1976.0027.
- [Irw48] G. R. Irwin. “Fracture dynamics”. *Fract. Met.* (1948), S. 152.
- [Irw57] G. R. Irwin. “Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate”. *J. Appl. Mech.* 24.3 (1957), S. 361–364. ISSN: 0021-8936. DOI: 10.1115/1.4011547.
- [Jin21] Y. Jin, B. Zhang, Q. Liu, Z. Zhong, H. Zhang, F. Ye und Z. Zhang. “Fabrication of co-continuous SiC/Al composites from novel SiC preforms with high porosity and controllable pore size”. *Ceram. Int.* 47.2 (2021), S. 2766–2771. ISSN: 02728842. DOI: 10.1016/j.ceramint.2020.09.130.
- [Joh83] G. R. Johnson und A. H. Cook. “A constitutive model and data for materials subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures”. In: *Proc. 7th Inf. Sympo. Ballistics*. 1983, S. 541–547.
- [Joh94] G. R. Johnson und T. J. Holmquist. “An improved computational constitutive model for brittle materials”. In: *AIP Conference Proceedings*. Bd. 309. AIP, 1994, S. 981–984. DOI: 10.1063/1.46199.
- [Kac58] L. M. Kachanov. “On rupture time under creep conditions”. *Izvestia Akaddemi Nauk SSSR* 8 (1958), S. 26–31.
- [Kan09] P. Kanouté, D. P. Boso, J. L. Chaboche und B. A. Schrefler. “Multiscale methods for composites: A review”. *Arch. Comput. Methods Eng.* 16.1 (2009), S. 31–75. ISSN: 11343060. DOI: 10.1007/s11831-008-9028-8.
- [Kar07a] Z. H. Karadeniz und D. Kumlutas. “A numerical study on the coefficients of thermal expansion of fiber reinforced composite materials”. *Compos. Struct.* 78.1 (2007), S. 1–10. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2005.11.034.
- [Kar07b] S. Kari, H. Berger und U. Gabbert. “Numerical evaluation of effective material properties of randomly distributed short cylindrical fibre composites”. *Comput. Mater. Sci.* 39.1 SPEC. ISS. (2007), S. 198–204. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2006.02.024.
- [Kar07c] S. Kari, H. Berger, R. Rodriguez-Ramos und U. Gabbert. “Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles”. *Compos. Struct.* 77.2 (2007), S. 223–231. ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2005.07.003.
- [Kes03] M. R. Kessler, N. R. Sottos und S. R. White. “Self-healing structural composite materials”. *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.* 34.8 (2003), S. 743–753. ISSN: 1359835X. DOI: 10.1016/S1359-835X(03)00138-6.

- [Kir08] E. L. Kirkby, J. D. Rule, V. J. Michaud, N. R. Sottos, S. R. White und J. A. E. Månson. “Embedded shape-memory alloy wires for improved performance of self-healing polymers”. *Adv. Funct. Mater.* 18.15 (2008), S. 2253–2260. ISSN: 1616301X. DOI: 10.1002/adfm.200701208.
- [Kir98] C. Kirsch. “Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre”. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* 42 (1898), S. 797–807.
- [Kon06] K. Konopka und M. Szafran. “Fabrication of Al₂O₃–Al composites by infiltration method and their characteristic”. *J. Mater. Process. Technol.* 175.1-3 (2006), S. 266–270. ISSN: 09240136. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2005.04.046.
- [Kot22] N. Kota, M. S. Charan, T. Laha und S. Roy. “Review on development of metal/ceramic interpenetrating phase composites and critical analysis of their properties”. *Ceram. Int.* 48.2 (2022), S. 1451–1483. ISSN: 02728842. DOI: 10.1016/j.ceramint.2021.09.232.
- [Kou01] V. Kouznetsova, W. A. M. Brekelmans und F. P. T. Baaijens. “An approach to micro-macro modeling of heterogeneous materials”. *Computational Mechanics* 27 (1 2001), S. 37–48. ISSN: 0178-7675. DOI: 10.1007/s004660000212.
- [Krö61] E. Kröner. “Zur plastischen verformung des vielkristalls”. *Acta Metallurgica* 9 (2 1961), S. 155–161. ISSN: 00016160. DOI: 10.1016/0001-6160(61)90060-8.
- [Krs83] V. D. Krstic. “On the fracture of brittle-matrix/ductile-particle composites”. *Philos. Mag. A Phys. Condens. Matter, Struct. Defects Mech. Prop.* 48.5 (1983), S. 695–708. ISSN: 01418610. DOI: 10.1080/01418618308236538.
- [Kum06] H. Kumar, C. L. Briant und W. A. Curtin. “Using microstructure reconstruction to model mechanical behavior in complex microstructures”. *Mech. Mater.* 38.8-10 (2006), S. 818–832. ISSN: 01676636. DOI: 10.1016/j.mechmat.2005.06.030.
- [Lav16] O. Lavrentyeva. “Verfahren zur Herstellung von aufgeschäumten keramischen Werkstoffen sowie dadurch herstellbarer keramischer Schaum”. DE102015202277A. 2016.
- [Laz01] P. Lazzarin, R. Zambardi und P. Livieri. “Plastic notch stress intensity factors for large V-shaped notches under mixed load conditions”. *Int. J. Fract.* 107.4 (2001), S. 361–377. ISSN: 03769429. DOI: 10.1023/A:1007633612060.
- [Laz96] P. Lazzarin und R. Tovo. “A unified approach to the evaluation of linear elastic stress fields in the neighborhood of cracks and notches”. *Int. J. Fract.* 78.1 (1996), S. 3–19. ISSN: 03769429. DOI: 10.1007/BF00018497.
- [Laz98] P. Lazzarin, R. Tovo und S. Filippi. “Elastic stress distributions in finite size plates with edge notches”. *Int. J. Fract.* 91.3 (1998), S. 269–282. ISSN: 03769429. DOI: 10.1023/A:1007577629523.
- [Lem71] J. Lemaitre. “Evaluation of dissipation and damage in metals submitted to dynamic loading”. In: 1971.
- [Lem78] J. Lemaitre und J.-L. Chaboche. “Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement”. *J. Méc. Appl.* 2 (3 1978).

- [Les14] P. E. Leser, J. A. Newman, S. W. Smith, W. P. Leser, R. A. Wincheski, T. A. Wallace, E. H. Glaessgen und R. S. Piascik. *Mitigation of Crack Damage in Metallic Materials*. Techn. Ber. Washington, DC: NASA, 2014, S. 21.
- [Li14a] G. Li, X. Zhang, Q. Fan, L. Wang, H. Zhang, F. Wang und Y. Wang. “Simulation of damage and failure processes of interpenetrating SiC/Al composites subjected to dynamic compressive loading”. *Acta Mater.* 78 (2014), S. 190–202. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.06.045.
- [Li14b] S. Li, D. Xiong, M. Liu, S. Bai und X. Zhao. “Thermophysical properties of SiC/Al composites with three dimensional interpenetrating network structure”. *Ceramics International* 40 (5 2014), S. 7539–7544. ISSN: 02728842. DOI: 10.1016/j.ceramint.2013.12.105.
- [Li18] T. Li, Y. Chen und L. Wang. “Enhanced fracture toughness in architected interpenetrating phase composites by 3D printing”. *Composites Science and Technology* 167 (2018), S. 251–259. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2018.08.009.
- [Liu15] M. Liu, Y. Gan, D. A. Hanaor, B. Liu und C. Chen. “An improved semi-analytical solution for stress at round-tip notches”. *Eng. Fract. Mech.* 149 (2015), S. 134–143. ISSN: 00137944. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2015.10.004.
- [Llo11] J. Llorca, C. González, J. M. Molina-Aldareguía, J. Segurado, R. Seltzer, F. Sket, M. Rodríguez, S. Sádaba, R. Muñoz und L. P. Canal. “Multiscale modeling of composite materials: A roadmap towards virtual testing”. *Adv. Mater.* 23.44 (2011), S. 5130–5147. ISSN: 09359648. DOI: 10.1002/adma.201101683.
- [Mac12] A. Macke, B. F. Schultz und P. Rohatgi. “Metal matrix: Composites offer the automotive industry an opportunity to reduce vehicle weight, improve performance”. *Adv. Mater. Process.* 170.3 (2012), S. 19–23. ISSN: 08827958.
- [Mai01] E. Maire, J. Y. Buffière, L. Salvo, J. J. Blandin, W. Ludwig und J. M. Létang. “On the application of X-ray microtomography in the field of materials science”. *Adv. Eng. Mater.* 3.8 (2001), S. 539–546. ISSN: 14381656. DOI: 10.1002/1527-2648(200108)3:8<539::AID-ADEM539>3.0.CO;2-6.
- [Mai07] E. Maire, P. Colombo, J. Adrien, L. Babout und L. Biasetto. “Characterization of the morphology of cellular ceramics by 3D image processing of X-ray tomography”. *J. Eur. Ceram. Soc.* 27.4 (2007), S. 1973–1981. ISSN: 09552219. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2006.05.097.
- [Mai14] E. Maire und P. J. Withers. “Quantitative X-ray tomography”. *Int. Mater. Rev.* 59.1 (2014), S. 1–43. ISSN: 09506608. DOI: 10.1179/1743280413Y.0000000023.
- [Mar08a] J. Martinez Lucci, R. S. Amano, P. Rohatgi und B. Schultz. “Experiment and Computational Analysis of Self-Healing in an Aluminum Alloy”. In: *Vol. 10 Heat Transf. Fluid Flows, Therm. Syst. Parts A, B, C*. Bd. 10. PART C. ASME DC, 2008, S. 1759–1768. ISBN: 978-0-7918-4871-5. DOI: 10.1115/IMECE2008-68304.

- [Mar08b] J. Martinez Lucci, R. S. Amano, P. Rohatgi und B. Schultz. "Self-Healing in an Aluminum Alloy Reinforced With Microtubes". In: *ASME 2008 3rd Energy Nanotechnol. Int. Conf. ASMEDC*, 2008, S. 79–88. ISBN: 978-0-7918-4323-9. DOI: 10.1115/ENIC2008-53011.
- [Mat04] A. Mattern, B. Huchler, D. Staudenecker, R. Oberacker, A. Nagel und M. J. Hoffmann. "Preparation of interpenetrating ceramic-metal composites". *J. Eur. Ceram. Soc.* 24.12 (2004), S. 3399–3408. ISSN: 09552219. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2003.10.030.
- [Mat19] Materialise NV. *3-matic*. Software. 2019.
- [Mei12] S. Meille, M. Lombardi, J. Chevalier und L. Montanaro. "Mechanical properties of porous ceramics in compression: On the transition between elastic, brittle, and cellular behavior". *J. Eur. Ceram. Soc.* 32.15 (2012), S. 3959–3967. ISSN: 09552219. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2012.05.006.
- [Mer15] M. Merzkirch, Y. Sinchuk, K. A. Weidenmann und R. Piat. "Experimental and Numerical Determination of the Elastic Moduli of Freeze Cast Mmc with Different Lamellae Orientation". In: *Dev. Strateg. Ceram. Mater.* Hrsg. von W. M. Kriven, J. Wang, D. Zhu, T. Fischer und S. Kirihara. Bd. 10. Ceramic Engineering and Science Proceedings. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2015, S. 153–168. ISBN: 9781119211747. DOI: 10.1002/9781119211747.ch13.
- [Mie10] C. Miehe, F. Welschinger und M. Hofacker. "Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field implementations". *Int. J. Numer. Methods Eng.* 1 (2010), S. 1273–1311. ISSN: 0743-1619. DOI: 10.1002/nme. arXiv: 1010.1724.
- [Mir05] D. B. Miracle. "Metal matrix composites - From science to technological significance". *Composites Science and Technology* 65 (15-16 SPEC. ISS. 2005), S. 2526–2540. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2005.05.027.
- [Moë02] N. Moës und T. Belytschko. "Extended finite element method for cohesive crack growth". *Eng. Fract. Mech.* 69.7 (2002), S. 813–833. ISSN: 00137944. DOI: 10.1016/S0013-7944(01)00128-X.
- [Moh21] V. K. Mohonee, K. Lim Goh, L. Mishnaevsky und P. Pasbakhsh. "Capsule based self-healing composites: New insights on mechanical behaviour based on finite element analysis". *Comput. Mater. Sci.* 192.July 2020 (2021), S. 110203. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2020.110203.
- [Moo05] R. J. Moon, M. Tilbrook, M. Hoffman und A. Neubrand. "Al-Al₂O₃ Composites with Interpenetrating Network Structures: Composite Modulus Estimation". *Journal of the American Ceramic Society* 88 (3 2005), S. 666–674. ISSN: 0002-7820. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2005.00115.x.
- [Moo09] S. D. Mookhoek, H. R. Fischer und S. van der Zwaag. "A numerical study into the effects of elongated capsules on the healing efficiency of liquid-based systems". *Comput. Mater. Sci.* 47.2 (2009), S. 506–511. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2009.09.017.

- [Mor10] A. Mortensen und J. Llorca. “Metal Matrix Composites”. *Annu. Rev. Mater. Res.* 40.1 (2010), S. 243–270. ISSN: 1531-7331. DOI: 10.1146/annurev-matsci-070909-104511.
- [Mou98] H. Moulinec und P. Suquet. “A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure”. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 157.1-2 (1998), S. 69–94. ISSN: 00457825. DOI: 10.1016/S0045-7825(97)00218-1.
- [Mum20] B. Mummareddy, M. Maravola, E. MacDonald, J. Walker, B. Hetzel, B. Conner und P. Cortes. “The fracture properties of metal-ceramic composites manufactured via stereolithography”. *Int. J. Appl. Ceram. Technol.* 17.2 (2020), S. 413–423. ISSN: 17447402. DOI: 10.1111/ijac.13432.
- [Mun97] R. Munro. “Evaluated Material Properties for a Sintered α -Al₂O₃”. *J. Am. Ceram. Soc.* 28.8 (1997), S. 1919–1928. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1997.tb03074.x.
- [Mur12] S. Murakami. *Continuum Damage Mechanics*. Bd. 185. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012, S. 402. ISBN: 978-94-007-2665-9. DOI: 10.1007/978-94-007-2666-6.
- [Nak17] M. Nakamura, K. Takeo, T. Osada und S. Ozaki. “Finite Element Analysis of Self-Healing and Damage Processes in Alumina/SiC Composite Ceramics”. *Technologies* 5.3 (2017), S. 40. DOI: 10.3390/technologies5030040.
- [Nao20] N. Naouar, D. Vasiukov, C. H. Park, S. V. Lomov und P. Boisse. “Meso-FE modelling of textile composites and X-ray tomography”. *J. Mater. Sci.* 55.36 (2020), S. 16969–16989. ISSN: 15734803. DOI: 10.1007/s10853-020-05225-x.
- [Ots79] N. Otsu. “A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms”. *IEEE Trans. Syst. Man. Cybern.* 9.1 (1979), S. 62–66. ISSN: 0018-9472. DOI: 10.1109/TSMC.1979.4310076.
- [Oza16] S. Ozaki, T. Osada und W. Nakao. “Finite element analysis of the damage and healing behavior of self-healing ceramic materials”. *Int. J. Solids Struct.* 100-101 (2016), S. 307–318. ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2016.08.026.
- [Oza20] S. Ozaki, M. Nakamura und T. Osada. “Finite element analysis of the fracture statistics of self-healing ceramics”. *Sci. Technol. Adv. Mater.* 21.1 (2020), S. 609–625. ISSN: 18785514. DOI: 10.1080/14686996.2020.1800368.
- [Pen01] H. X. Peng, Z. Fan und J. R. Evans. “Bi-continuous metal matrix composites”. *Mater. Sci. Eng. A* 303.1-2 (2001), S. 37–45. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/S0921-5093(00)01879-7.
- [Pon08] Z. Poniznik, V. Salit, M. Basista und D. Gross. “Effective elastic properties of interpenetrating phase composites”. *Comput. Mater. Sci.* 44.2 (2008), S. 813–820. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2008.06.010.

- [Pri95] H. Prielipp, M. Knechtel, N. Claussen, S. K. Streiffer, H. Müllejans, M. Rühle und J. Rödel. “Strength and fracture toughness of aluminum/alumina composites with interpenetrating networks”. *Mater. Sci. Eng. A* 197.1 (1995), S. 19–30. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/0921-5093(94)09771-2.
- [Qia18] Z. Qiao, T. Zhou, J. Kang, Z. Yu, G. Zhang, M. Li, H. Lu, Y. Li, Q. Huang, L. Wang, X. Zheng und Z. Zhang. “Three-dimensional interpenetrating network graphene/copper composites with simultaneously enhanced strength, ductility and conductivity”. *Materials Letters* 224 (2018), S. 37–41. ISSN: 0167577X. DOI: 10.1016/j.matlet.2018.04.069.
- [Rab69] Y. N. Rabotnov. *Creep rupture*. Hrsg. von W. G. H. Miklós und Vincenti. 1969. DOI: 10.1007/978-3-642-85640-2_26.
- [Reu29] A. Reuss. “A. Reuss - Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung von Einkristallen”. *Zeitschrift für Angew. Math. und Mech.* 9 (1929), S. 49–58.
- [Rot19] F. Roters, M. Diehl, P. Shanthraj, P. Eisenlohr, C. Reuber, S. L. Wong, T. Maiti, A. Ebrahimi, T. Hochrainer, H. O. Fabritius, S. Nikolov, M. Friák, N. Fujita, N. Grilli, K. G. Janssens, N. Jia, P. J. Kok, D. Ma, F. Meier, E. Werner, M. Stricker, D. Weygand und D. Raabe. “DAMASK – The Düsseldorf Advanced Material Simulation Kit for modeling multi-physics crystal plasticity, thermal, and damage phenomena from the single crystal up to the component scale”. *Comput. Mater. Sci.* 158. December 2018 (2019), S. 420–478. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2018.04.030.
- [Rot89] J. G. Rots und J. Blaauwendraad. “Crack models for concrete: discrete or smeared? Fixed multi-directional or rotatin?”. *Heron* 34.1 (1989), S. 3–59. ISSN: 00467316.
- [Rou10] G. Roudini, R. Tavangar, L. Weber und A. Mortensen. “Influence of reinforcement contiguity on the thermal expansion of alumina particle reinforced aluminium composites”. *International Journal of Materials Research* 101 (9 2010), S. 1113–1120. ISSN: 18625282. DOI: 10.3139/146.110388.
- [Roy11a] S. Roy, J. Gibmeier, V. Kostov, K. A. Weidenmann, A. Nagel und A. Wanner. “Internal load transfer in a metal matrix composite with a three-dimensional interpenetrating structure”. *Acta Mater.* 59.4 (2011), S. 1424–1435. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/j.actamat.2010.11.004.
- [Roy11b] S. Roy, O. Stoll, K. A. Weidenmann, A. Nagel und A. Wanner. “Analysis of the elastic properties of an interpenetrating AlSi12–Al₂O₃ composite using ultrasound phase spectroscopy”. *Composites Science and Technology* 71 (7 2011), S. 962–968. ISSN: 02663538. DOI: 10.1016/j.compscitech.2011.02.014.
- [Roy12] S. Roy, J. Gibmeier, V. Kostov, K. A. Weidenmann, A. Nagel und A. Wanner. “Internal load transfer and damage evolution in a 3D interpenetrating metal/ceramic composite”. *Mater. Sci. Eng. A* 551 (2012), S. 272–279. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2012.05.016.

- [Roy14] S. Roy, J. Gibmeier, K. A. Weidenmann, A. Nagel und A. Wanner. “Effect of Phase architecture on mechanical properties of interpenetrating metal/ceramic composites”. In: *Mater. Challenges Test. Manuf. Mobility, Biomed. Appl. Clim.* Hrsg. von W. Udomkitchdecha, T. Böllinghaus, A. Manonukul und J. Lexow. Cham: Springer International Publishing, 2014, S. 77–86. ISBN: 978-3-319-11340-1. DOI: 10.1007/978-3-319-11340-1{\textunderscore}8.
- [Roy19] S. Roy, K. G. Schell, E. C. Bucharsky, K. A. Weidenmann, A. Wanner und M. J. Hoffmann. “Processing and characterization of elastic and thermal expansion behaviour of interpenetrating Al₁₂Si/alumina composites”. *Mater. Sci. Eng. A* 743 (2019), S. 339–348. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2018.11.100.
- [Roy20a] S. Roy, J. Frohnheiser und A. Wanner. “Effect of ceramic preform freeze-casting temperature and melt infiltration technique on the mechanical properties of a lamellar metal/ceramic composite”. *J. Compos. Mater.* 54.15 (2020), S. 2001–2011. ISSN: 1530793X. DOI: 10.1177/0021998319890661.
- [Roy20b] S. Roy, A. Nagel und K. A. Weidenmann. “Anisotropic thermal expansion behavior of an interpenetrating metal/ceramic composite”. *Thermochim. Acta* 684. September 2019 (2020), S. 178488. ISSN: 00406031. DOI: 10.1016/j.tca.2019.178488.
- [San03] C. San Marchi, M. Kouzeli, R. Rao, J. A. Lewis und D. C. Dunand. “Alumina-aluminum interpenetrating-phase composites with three-dimensional periodic architecture”. *Scr. Mater.* 49.9 (2003), S. 861–866. ISSN: 13596462. DOI: 10.1016/S1359-6462(03)00441-X.
- [San19] J. A. Sanz-Herrera, A. Aliko-Benitez und A. M. Fadrique-Contreras. “Numerical investigation of the coupled mechanical behavior of self-healing materials under cyclic loading”. *Int. J. Solids Struct.* 160 (2019), S. 232–246. ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2018.10.029.
- [Sch10] F. Scherm, R. Völkl, A. Neubrand, F. Bosbach und U. Glatzel. “Mechanical characterisation of interpenetrating network metal-ceramic composites”. *Mater. Sci. Eng. A* 527.4-5 (2010), S. 1260–1265. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2009.09.063.
- [Sch16] K. Schneider, B. Klusemann und S. Bargmann. “Automatic three-dimensional geometry and mesh generation of periodic representative volume elements for matrix-inclusion composites”. *Adv. Eng. Softw.* 99 (2016), S. 177–188. ISSN: 18735339. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2016.06.001.
- [Sch20] J. Schukraft, C. Lohr und K. A. Weidenmann. “Mechanical characterization of an interpenetrating metal-matrix-composite based on highly homogeneous ceramic foams”. In: *Hybrid Mater. Struct.* Hrsg. von J. M. Hausmann, M. Siebert, A. von Hehl und K. A. Weidenmann. Sankt Augustin: Deutsche Gesellschaft für Materialkunde e.V., 2020, S. 33–39.

- [Sch21] J. Schukraft, C. Lohr und K. A. Weidenmann. “2D and 3D in-situ mechanical testing of an interpenetrating metal ceramic composite consisting of a slurry-based ceramic foam and AlSi10Mg”. *Compos. Struct.* 263. February (2021). ISSN: 02638223. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.113742.
- [Sch22] J. Schukraft, D. Horny, K. Schulz und K. A. Weidenmann. “3D modeling and experimental investigation on the damage behavior of an interpenetrating metal ceramic composite (IMCC) under compression”. *Materials Science and Engineering: A* 844 (2022), S. 143147. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2022.143147.
- [Sch23] J. Schukraft, D. Horny, F. Siegmund, K. Schulz und K. A. Weidenmann. “Experimental and numerical investigation of the thermal properties and related microstructural influences of an interpenetrating metal ceramic composite at elevated temperatures”. *Thermochimica Acta* 726 (2023), S. 179557. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tca.2023.179557>.
- [Sch99] S. Schmauder, U. Weber, I. Hofinger und A. Neubrand. “Modelling the deformation behaviour of W/Cu composites by a self-consistent matrixity model”. *Technische Mechanik* 19 (4 1999), S. 313–320.
- [Sha15] P. Shanthraj, P. Eisenlohr, M. Diehl und F. Roters. “Numerically robust spectral methods for crystal plasticity simulations of heterogeneous materials”. *Int. J. Plast.* 66 (2015), S. 31–45. ISSN: 07496419. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.02.006.
- [Sha16] N. K. Sharma, R. K. Misra und S. Sharma. “Modeling of thermal expansion behavior of densely packed Al/SiC composites”. *Int. J. Solids Struct.* 102-103 (2016), S. 77–88. ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2016.10.015.
- [Shc07] D. G. Shchukin und H. Möhwald. “Self-repairing coatings containing active nanoreservoirs”. *Small* 3.6 (2007), S. 926–943. ISSN: 16136810. DOI: 10.1002/sml.200700064.
- [She97] Y. L. Shen. “Combined effects of microvoids and phase contiguity on the thermal expansion of metal-ceramic composites”. *Mater. Sci. Eng. A* 237.1 (1997), S. 102–108. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/S0921-5093(97)00121-4.
- [She98] Y. L. Shen. “Thermal expansion of metal-ceramic composites: A three-dimensional analysis”. *Mater. Sci. Eng. A* 252.2 (1998), S. 269–275. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/S0921-5093(98)00698-4.
- [Shi88] C. F. Shih und R. J. Asaro. “Elastic-Plastic Analysis of Cracks on Bimaterial Interfaces: Part I—Small Scale Yielding”. *J. Appl. Mech.* 55.2 (1988), S. 299–316. ISSN: 0021-8936. DOI: 10.1115/1.3173676.
- [Sin13] Y. Sinchuk, S. Roy, J. Gibmeier, R. Piat und A. Wanner. “Numerical study of internal load transfer in metal/ceramic composites based on freeze-cast ceramic preforms and experimental validation”. *Mater. Sci. Eng. A* 585 (2013), S. 10–16. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2013.07.022.

- [Ski98] S. Skirl, M. Hoffman, K. Bowman, S. Wiederhorn und J. Rödel. "Thermal expansion behavior and macrostrain of Al₂O₃/Al composites with interpenetrating networks". *Acta Mater.* 46.7 (1998), S. 2493–2499. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)80033-5.
- [Soi90] P. Soille und M. Ansault. "Automated basin delineation from digital evaluation models using mathematical morphology". *Signal Processing* 20 (1990), S. 171–182.
- [Soy18] C. Soyarslan, S. Bargmann, M. Pradas und J. Weissmüller. "3D stochastic bicontinuous microstructures: Generation, topology and elasticity - Supplementary". *Acta Mater.* 149 (2018), S. 326–340. ISSN: 13596454. DOI: 10.1016/j.actamat.2018.01.005.
- [Sri20] V. Srivastava und M. Gupta. "Experimental assessment of self-healing nature in aluminum-based smart composites with NiTi wires and solder alloy as healing agents through Taguchi approach". *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 31.18 (2020), S. 2101–2116. ISSN: 15308138. DOI: 10.1177/1045389X20942846.
- [Stu06] A. R. Studart, U. T. Gonzenbach, E. Tervoort und L. J. Gauckler. "Processing routes to macroporous ceramics: A review". *Journal of the American Ceramic Society* 89 (6 2006), S. 1771–1789. ISSN: 00027820. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2006.01044.x.
- [Sun10] Y. Sun, H. Zhang, A. Wang, H. Fu, Z. Hu, C. Wen und P. Hodgson. "Compressive deformation and damage of Mg-based metallic glass interpenetrating phase composite containing 30-70 vol% titanium". *J. Mater. Res.* 25.11 (2010), S. 2192–2196. ISSN: 08842914. DOI: 10.1557/jmr.2010.0272.
- [Swa06a] S. Swaminathan und S. Ghosh. "Statistically equivalent representative volume elements for unidirectional composite microstructures: Part II - With interfacial debonding". *J. Compos. Mater.* 40.7 (2006), S. 605–621. ISSN: 00219983. DOI: 10.1177/0021998305055274.
- [Swa06b] S. Swaminathan, S. Ghosh und N. J. Pagano. "Statistically equivalent representative volume elements for unidirectional composite microstructures: Part I - Without damage". *J. Compos. Mater.* 40.7 (2006), S. 583–604. ISSN: 00219983. DOI: 10.1177/0021998305055273.
- [Swi52] H. W. Swift. "Plastic instability under plane stress". *J. Mech. Phys. Solids* 1.1 (1952), S. 1–18. ISSN: 00225096. DOI: 10.1016/0022-5096(52)90002-1.
- [Tor02] S. Torquato. "Statistical description of microstructures". *Annu. Rev. Mater. Sci.* 32 (2002), S. 77–111. ISSN: 00846600. DOI: 10.1146/annurev.matsci.32.110101.155324.
- [Tra01] N. A. Travitzky. "Effect of metal volume fraction on the mechanical properties of alumina/aluminum composites". *J. Mater. Sci.* 36.18 (2001), S. 4459–4463. ISSN: 0022-2461. DOI: 10.1023/A:1017978618786.

- [Tve84] V. Tvergaard und A. Needleman. “Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar”. *Acta Metallurgica* 32 (1 1984), S. 157–169. ISSN: 00016160. DOI: 10.1016/0001-6160(84)90213-X.
- [Ulr12] O. Ulrich. “Isothermes und thermisch-mechanisches Ermüdungsverhalten von Verbundwerkstoffen mit Durchdringungsgefüge (Preform-MMCs)”. Diss. Karlsruhe Institute of Technology, 2012, S. 257. ISBN: 978-3731500247.
- [Uza18] N. E. Uzan, R. Shneck, O. Yeheskel und N. Frage. “High-temperature mechanical properties of AlSi10Mg specimens fabricated by additive manufacturing using selective laser melting technologies (AM-SLM)”. *Addit. Manuf.* 24 (2018), S. 257–263. ISSN: 22148604. DOI: 10.1016/j.addma.2018.09.033.
- [Van14] S. Van Der Walt, J. L. Schönberger, J. Nunez-Iglesias, F. Boulogne, J. D. Warner, N. Yager, E. Gouillart und T. Yu. “Scikit-image: Image processing in python”. *PeerJ* 2014.1 (2014), S. 1–18. ISSN: 21678359. DOI: 10.7717/peerj.453.
- [Voi66] W. Voigt. *Lehrbuch der Kristallphysik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1966. ISBN: 978-3-663-15316-0. DOI: 10.1007/978-3-663-15884-4.
- [Voi87] W. Voigt. “Theoretische Studien über die Wissenschaften zu Elastizitätsverhältnisse der Krystalle”. *Abhandl. Ges. Göttingen* 34 (1887), S. 3–51.
- [Voy09] G. Z. Voyiadjis und P. I. Kattan. “A comparative study of damage variables in continuum damage mechanics”. *Int. J. Damage Mech.* 18.4 (2009), S. 315–340. ISSN: 10567895. DOI: 10.1177/1056789508097546.
- [Voy13] G. Z. Voyiadjis, P. I. Kattan und M. A. Yousef. “Some Basic Issues of Isotropic and Anisotropic Continuum Damage Mechanics”. In: *Handb. Damage Mech.* 2013, S. 1–37. ISBN: 9781461489689. DOI: 10.1007/978-1-4614-8968-9.
- [Wan14a] F. Wang, X. Zhang, Y. Wang, Q. Fan und G. Li. “Damage evolution and distribution of interpenetrating phase composites under dynamic loading”. *Ceram. Int.* 40.4 (2014), S. 698–703. ISSN: 10002413. DOI: 10.1007/s11595-014-0983-7.
- [Wan14b] L. Wang, Q. Fan, G. Li, H. Zhang und F. Wang. “Experimental observation and numerical simulation of SiC3D/Al interpenetrating phase composite material subjected to a three-point bending load”. *Comput. Mater. Sci.* 95 (2014), S. 408–413. ISSN: 09270256. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.08.008.
- [Wan20] S. Wang und M. W. Urban. “Self-healing polymers”. *Nat. Rev. Mater.* 5.8 (2020), S. 562–583. ISSN: 20588437. DOI: 10.1038/s41578-020-0202-4.
- [Weg00] L. Wegner und L. Gibson. “The mechanical behaviour of interpenetrating phase composites – I: modelling”. *International Journal of Mechanical Sciences* 42 (5 2000), S. 925–942. ISSN: 00207403. DOI: 10.1016/S0020-7403(99)00025-9.
- [Wen16] S. Wenlong, C. Xiaokai und W. Lu. “Analysis of energy saving and emission reduction of vehicles using light weight materials”. *Energy Procedia* 88 (2016), S. 889–893. ISSN: 18766102. DOI: 10.1016/j.egypro.2016.06.106.
- [Whi01] S. R. White, N. R. Sottos, P. H. Geubelle, J. S. Moore, M. R. Kessler, S. R. Sriram, E. N. Brown und S. Viswanathan. “Autonomic Healing of Polymer Composites”. *Nature* 409.February (2001), S. 794.

- [Wid65] B. Widom. "Random sequential addition of hard spheres to a volume". *J. Chem. Phys.* 44.10 (1965), S. 3888–3894. ISSN: 00219606. DOI: 10.1063/1.1726548.
- [Wil52] M. L. Williams. "Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extension". *J. Appl. Mech.* 19.4 (1952), S. 526–528. ISSN: 0021-8936. DOI: 10.1115/1.4010553.
- [Woo81] R. P. Wool und K. M. OConnor. "A theory crack healing in polymers". *J. Appl. Phys* 52.June 1998 (1981), S. 5953.
- [Xie21] J. Xie, J. Ma, M. Liao, W. Guo, L. Huang, P. Gao und H. Xiao. "Reinforcement of thermally-conductive SiC/Al composite with 3D-interpenetrated network structure by various SiC foam ceramic skeletons". *Ceramics International* 47 (21 2021), S. 30869–30879. ISSN: 02728842. DOI: 10.1016/j.ceramint.2021.07.269.
- [Xu94] X. P. Xu und A. Needleman. "Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids". *J. Mech. Phys. Solids* 42.9 (1994), S. 1397–1434. ISSN: 00225096. DOI: 10.1016/0022-5096(94)90003-5.
- [Xue19] C. Xue, W. Li, J. Li und K. Wang. "Numerical investigation on interface crack initiation and propagation behaviour of self-healing cementitious materials". *Cem. Concr. Res.* 122.December 2018 (2019), S. 1–16. ISSN: 00088846. DOI: 10.1016/j.cemconres.2019.04.012.
- [Xue20] C. Xue, W. Li, K. Wang, D. Sheng, S. P. Shah und S. P. Shah. "Novel experimental and numerical investigations on bonding behaviour of crack interface in smart self-healing concrete". *Smart Mater. Struct.* 29.8 (2020). ISSN: 1361665X. DOI: 10.1088/1361-665X/ab8eb6.
- [Yan13] Y. Yang und M. W. Urban. "Self-healing polymeric materials". *Chem. Soc. Rev.* 42.17 (2013), S. 7446–7467. ISSN: 14604744. DOI: 10.1039/c3cs60109a.
- [Yan20] D. Yang, Y. Zhou, X. Yan, H. Wang und X. Zhou. "Highly conductive wear resistant Cu/Ti₃SiC₂(TiC/SiC) co-continuous composites via vacuum infiltration process". *J. Adv. Ceram.* 9.1 (2020), S. 83–93. ISSN: 22278508. DOI: 10.1007/s40145-019-0350-4.
- [Yeo98] C. L. Y. Yeong und S. Torquato. "Reconstructing Random Media I and II". *Phys. Rev. E* 58.1 (1998), S. 224–233.
- [Zem17] J. Zeman, T. W. de Geus, J. Vondřejc, R. H. Peerlings und M. G. Geers. "A finite element perspective on nonlinear FFT-based micromechanical simulations". *Int. J. Numer. Methods Eng.* 111.10 (2017), S. 903–926. ISSN: 10970207. DOI: 10.1002/nme.5481. arXiv: arXiv:1601.05970v1.
- [Zhe13] X. G. Zheng, Y. N. Shi und K. Lu. "Electro-healing cracks in nickel". *Mater. Sci. Eng. A* 561 (2013), S. 52–59. ISSN: 09215093. DOI: 10.1016/j.msea.2012.10.080.