

# **Dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken: Ein Beitrag zur Klärung von Modelldiskrepanzen**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)**

von der KIT Fakultät für  
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften des  
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Till Heiland M.Sc.**

geb. in Bochum

Tag der mündlichen Prüfung:

Hauptreferent:

Korreferent:

19.01.2024

Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski

Prof. Dr.-Ing. Hamid Sadegh-Azar

Karlsruhe (2024)



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung -  
Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0):  
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

# Kurzfassung

Eisenbahnbrücken sind hohen dynamischen Beanspruchungen durch Zugüberfahrten ausgesetzt. Aufgrund der normativ geforderten Überprüfung des Resonanzrisikos und einer möglichen Forderung zur Simulation von Zugüberfahrten wird bei der Bemessung die dynamische Charakteristik von Brücken durch Berechnungen abgeschätzt. Die Grundlage für die dynamische Simulation ist ein numerisches Modell unter Berücksichtigung aller relevanten Einflussfaktoren. Dieses Modell muss die dynamische Charakteristik mit größtmöglicher Genauigkeit erfassen, da es keine inhärent konservative Perspektive für die dynamische Steifigkeit in der Baudynamik gibt.

Aufgrund der massiven Bauteilabmessungen und der teilweise großen Steifigkeitsunterschiede zwischen Überbau und Widerlager sowie der komplexen Interaktionen mit dem Baugrund gestaltet sich die eindeutige Identifikation des dynamischen Systems bei Stahlbetonrahmenbrücken oft als herausfordernd. Parallel dazu zeigen verschiedene Untersuchungen der jüngeren Vergangenheit, dass die numerische Bestimmung der dynamischen Charakteristik von Stahlbetonrahmenbrücken erhebliche Diskrepanzen zur in-situ beobachteten Charakteristik aufweist. Demzufolge erfassen bestehende Berechnungs- bzw. Prognosemodelle die maßgebenden Faktoren sowie die dynamische Wechselwirkung zwischen Boden und Bauwerk, nur unvollständig oder peripher. Dies führt im Wesentlichen zu einer unzureichenden Vorhersagegenauigkeit von Eigenfrequenzen und Dämpfungsgraden.

In dieser Arbeit werden die werkstoffbezogenen Einflussfaktoren sowie die Rolle der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken in Stahlbetonbauweise untersucht. Darauf aufbauend wird ein Prognosemodell entwickelt.

Die Untersuchungen zum Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf das dynamische Verhalten des gebetteten Rahmens zeigen einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen der geometrischen Dämpfung und der Aktivierung und Anregung der Starrkörpermoden. Weiterhin zeigt sich, dass die Struktursteifigkeit des Rahmens der ausschlaggebende Einflussfaktor auf die Eigenfrequenzen ist. Darüber hinaus wird deutlich, dass insbesondere

die Widerlager von Rahmenbrücken ebenfalls untereinander interagieren, was zu einer Erweiterung des Fokus von der reinen Boden-Bauwerk-Interaktion hin zur Struktur-Boden-Struktur-Interaktion führt.

Die Untersuchungen zum Einfluss der Betonsteifigkeit unter dynamischer Beanspruchung im Betriebszustand beruhen auf einer hier vorgestellten Steifigkeitshypothese. Diese Hypothese basiert auf der Abhängigkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von der Grundspannung und der Belastungsgeschwindigkeit. Aus einer Grenzwertbetrachtung wird abgeleitet, dass der Einfluss dynamischer Beanspruchung auf die Betonsteifigkeit gering ist. Eine ähnliche Schlussfolgerung ergibt sich aus den Untersuchungen zur Schottersteifigkeit unter dynamischer Belastung. In diesem Zusammenhang wird ein Materialmodell für die Schottersteifigkeit vorgestellt, das auf bodendynamischen Prinzipien beruht. Das Modell wird anhand eines Kleinkörperversuchs überprüft. Auch hier zeigt eine Grenzwertbetrachtung, dass der Einfluss der Schottersteifigkeit auf die Gesamtsteifigkeit des Systems nahezu vernachlässigbar ist.

Das vorgestellte Prognosemodell schließt durch die Einhaltung von Anwendungsgrenzen einen großen Teil der einflussreichen Struktur-Boden-Struktur-Interaktion aus. Das Ergebnis ist ein praxistaugliches Modell, das auf den aus der Literatur bekannten Feder-Dämpfer-Ansätzen für dynamisch belastete Fundamente basiert. Zur Anwendung des vorgestellten Prognosemodells werden vier Halbrahmenbrücken entlang der Schnellfahrstrecke Nürnberg-München mittels experimenteller Modalanalyse untersucht und den Ergebnissen des Prognosemodells gegenübergestellt. Der Vergleich der prognostizierten mit den in der Praxis gemessenen dynamischen Charakteristika der untersuchten Eisenbahnrahmenbrücken zeigt unter Berücksichtigung der Anwendungsgrenzen nur geringe Diskrepanzen. Das vorgestellte Prognosemodell zeigt somit eine gute Leistungsfähigkeit.

# Abstract

Railway bridges are subject to high dynamic loads due to train crossings. In order to satisfy standard limits, the resulting structural response is estimated by dynamic calculations during the design process. The basis for dynamic simulation is a numerical model of the bridge structure. This model must capture the dynamic properties with the highest possible accuracy, as there is no inherently conservative view of structural stiffness in structural dynamics. However, due to the massive dimensions of the components and the large stiffness differences between the superstructure and the abutment, as well as the complex interactions with the soil, the clear identification of the dynamic system in concrete portal frame bridges often seems to be a challenge. Similarly, several recent studies show that the numerical determination of the dynamic characteristics of portal frame bridges differs considerably from those observed in situ. As a logical consequence, existing prediction models do not adequately or only marginally capture the governing factors as well as the dynamic interaction between soil and structure. This essentially leads to inaccurate prediction of natural frequencies and damping ratios.

This contribution investigates the material-related factors and the role of soil-structure interaction on the dynamic behaviour of concrete portal frame bridges. On this basis, a prediction model is developed taking into account defined limitations. The predicted model is validated using in-situ measurements.

The investigations on the influence of the soil-structure interaction on the dynamic characteristics of the embedded frame show a direct correlation between the radiation damping and the activation and excitation of the rigid body modes. The structural stiffness of the frame is shown to be the key factor influencing the natural frequencies. In addition, it is found that the abutments of frame bridges in particular interact with each other, leading to an extension of the focus from soil-structure interaction to structure-soil-structure interaction.

The influence of dynamic loading on concrete stiffness is investigated in this contribution. A hypothesis is developed which describes the dependence of the stress-strain relationship on the initial stress and the loading rate. Using a threshold approach, it is concluded that the

influence of dynamic loading on concrete stiffness is small. A similar observation is made in studies of the stiffness of ballast under dynamic loading. In this context, a material model for ballast stiffness based on the dynamic principles of soil is presented. The model is verified by a small scale experiment. Again, a threshold analysis shows that the influence of ballast stiffness on the overall system stiffness is almost negligible.

The presented prediction model excludes a large part of the influential structure-soil-structure interaction by application limits. The result is a simple model based on the spring-damper approaches for dynamically loaded foundations known from the literature. In order to apply the presented prediction model, four portal frame bridges along the Nuremberg-Munich high-speed railway line are investigated by operational modal analysis and compared with the prediction model. The results show a convincing performance of the presented prediction model.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT). Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski für die vielen Anregungen zu dieser Arbeit, die ständige Diskussionsbereitschaft während der Promotion und die Übernahme des Hauptreferates. Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Hamid Sadegh-Azar, der durch sein großes Interesse an dieser Arbeit, seine Anregungen und Gespräche sowie durch die Übernahme des Korreferates maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Des Weiteren gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Alexander Stark, der durch seine stetigen Impulse meine Forschung weiter herausgefordert und gefördert hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer möchte ich für seine Bereitschaft zur Mitarbeit in der Kommission herzlich danken.

Ein großer Teil des Gelingens dieser Arbeit beruht auf der guten Zusammenarbeit mit der DB Netz AG. Ich bedanke mich für die Finanzierung und Organisation der In-situ-Messungen sowie für die Bereitstellung aller notwendigen Unterlagen. Namentlich bedanke ich mich bei Herrn Günther Grunert für den gegenseitigen Datenaustausch, die Einladung in den Expertenkreis und vor allem für die Unterstützung bei der Durchführung der Messreihe an den Bestandsbrücken. In diesem Sinne bedanke ich mich ebenfalls bei Herrn J.Z. Müller für sein Interesse an meiner Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt auch dir, Hendrawan für den ständigen Austausch, die Diskussionen, die Zusammenarbeit bei der Anwendung der HYBRID-METHODE auf meine Fragestellungen und die gemeinsamen Publikationen. Lieber Hendrawan, ich habe viel von und durch dich gelernt!

Bedanken möchte ich mich auch bei meinen Kollegen und Studenten. Liebe Julia, lieber Leo, Felix, Marius und liebe Johanna, herzlichen Dank für die unermüdliche Diskussionsfreude, die vielen Ideen und Ansätze, die moralische Unterstützung und den nicht immer nur fachlichen Austausch!

Ich danke auch meinem Vater und Michael für die vielen Gespräche, auch spät abends, und die vielen Fragen. Erst durch Rückfragen wird mir oft klar, wo die offenen Punkte liegen.

Für die Übernahme des Lektorats danke ich meiner lieben Frau und Rahel.

Neben all der persönlichen und fachlichen Unterstützung möchte ich meiner lieben Josephine danken. Deine Unterstützung, deine Motivation und dein Rückhalt haben mich in den letzten Jahren motiviert und gestärkt. Du hast mich aufgemuntert, wenn ich am Boden war und du hast mich heruntergeholt, wenn ich am Fliegen war.

Meine lieben Jungs, ich hoffe, dass ihr eines Tages dieses Büchlein lesen und verstehen könnt, aber wenn nicht, ist es auch egal. Ich hab euch immer lieb ;-)...

Weißt du nicht?  
Hast du nicht gehört?  
Der HERR, der ewige Gott,  
der die Enden der Erde geschaffen hat,  
wird nicht müde noch matt,  
**sein Verstand ist unausforschlich.**

DIE BIBEL, JESAJA 40,28



# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b> . . . . .	<b>i</b>
<b>Abstract</b> . . . . .	<b>iii</b>
<b>Vorwort</b> . . . . .	<b>v</b>
<b>1 Einleitung und Motivation</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Einleitung . . . . .	1
1.2 Motivation und Zielsetzung . . . . .	3
1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2 Grundlagen</b> . . . . .	<b>7</b>
2.1 Rahmenbrücken . . . . .	7
2.2 Darstellung und Analyse von Schwingungen . . . . .	8
2.3 Strukturdynamik . . . . .	14
2.4 Experimentelle Modalanalyse . . . . .	22
2.5 Bodendynamik . . . . .	28
2.5.1 Materialverhalten und Wellenausbreitung . . . . .	28
2.5.2 Ermittlung Bodendynamischer Kennwerte . . . . .	33
2.5.3 Modellierung der Boden-Bauwerk-Interaktion . . . . .	33
<b>3 Das dynamische System der Eisenbahnrahmenbrücke aus Stahlbeton</b> . . . . .	<b>39</b>
3.1 Stand der Normung und Wissenschaft . . . . .	40
3.2 Zielsetzung und Definition der Untersuchungen . . . . .	45
<b>4 Einfluss werkstoffbezogener Faktoren auf die dynamische Charakteristik</b> . . . . .	<b>47</b>
4.1 Beton im Kontext dynamischer Belastungen . . . . .	47
4.1.1 Materialverhalten . . . . .	47
4.1.2 Grenzwertbetrachtung . . . . .	52
4.2 Eisenbahnschotter im Kontext dynamischer Belastungen . . . . .	59
4.2.1 Materialverhalten . . . . .	60
4.2.2 Gleissteifigkeit . . . . .	70
4.2.3 Grenzwertbetrachtung . . . . .	72
4.3 Zusammenfassung . . . . .	75

<b>5 Einfluss der Struktursteifigkeit und der Boden-Bauwerk-Interaktion . . . .</b>	<b>77</b>
5.1 Einführung . . . . .	77
5.2 Parameterstudie . . . . .	78
5.2.1 DIREKTE METHODE . . . . .	79
5.2.2 HYBRID METHODE . . . . .	85
5.3 Darstellung der Ergebnisse . . . . .	88
5.4 Identifikation der maßgebenden Einflussfaktoren . . . . .	95
5.4.1 Frequenzverhältnis . . . . .	95
5.4.2 Schichtprofil . . . . .	101
5.4.3 Einspanngrad . . . . .	103
5.4.4 Hinterfüllung . . . . .	105
5.4.5 Gruppenwirkung . . . . .	106
5.5 Zusammenfassung . . . . .	111
<b>6 Prognose der dynamischen Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken</b>	<b>113</b>
6.1 Entwicklung eines Prognosemodells . . . . .	113
6.1.1 Einführung und Anwendungsgrenzen . . . . .	113
6.1.2 Modellierung . . . . .	116
6.1.3 Validierung . . . . .	120
6.2 In-situ-Messungen . . . . .	123
6.2.1 Konzept und Methodik . . . . .	124
6.2.2 Beschreibung und Auswertung . . . . .	127
6.3 Gegenüberstellung von Prognose und In-situ-Messung . . . . .	135
6.4 Zusammenfassung . . . . .	140
<b>7 Zusammenfassung und Ausblick . . . . .</b>	<b>143</b>
7.1 Zusammenfassung . . . . .	143
7.2 Ausblick . . . . .	146
<b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>	<b>149</b>
<b>Abbildungsverzeichnis . . . . .</b>	<b>165</b>
<b>Tabellenverzeichnis . . . . .</b>	<b>173</b>
<b>8 Anhang . . . . .</b>	<b>175</b>
8.1 Auswertung Kleinkörperversuch . . . . .	175
8.2 Auswertung der in-situ-Messungen . . . . .	175
8.2.1 Python Script: FFT, CWT . . . . .	178
8.2.2 Auswertung: ID 12842 . . . . .	186
8.2.3 Auswertung: ID 12836 . . . . .	192
8.2.4 Auswertung: ID 12829 . . . . .	198

8.2.5 Auswertung: ID 13871 . . . . .	204
8.3 Python Script - ZMS . . . . .	210



# 1 Einleitung und Motivation

## 1.1 Einleitung

Mobilität und die Verfügbarkeit von Gütern gehören zu den wichtigsten Grundpfeilern unserer Gesellschaft und werden insbesondere durch die Schieneninfrastruktur sichergestellt. Einerseits gewährleistet die Schiene durch den Nah- und Fernverkehr einen großen Teil des Personenverkehrs, andererseits stellt der Güterverkehr einen wesentlichen Teil der Warenverfügbarkeit sicher. Durch die starke Abhängigkeit von der Schieneninfrastruktur werden einzelne Strecken und deren Bauwerke schnell zum Nadelöhr für lokale, nationale und globale Verbindungen, was die Bedeutung von Eisenbahnbrücken verdeutlicht.

Eisenbahnbrücken sind im Gegensatz zu Straßenbrücken während ihrer Lebensdauer hohen dynamischen Beanspruchungen ausgesetzt. Die Kombination aus der regelmäßigen Geometrie der Wagenreihungen und den konstanten Fahrgeschwindigkeiten führt zu einer nahezu periodischen Anregung des Tragwerks. Bereits in den 1990er Jahren haben Beobachtungen auf der Bahnstrecke Paris-Lyon gezeigt, dass es bei kurzen Brücken infolge erheblicher Vertikalbeschleunigungen durch Zugüberfahrten zu einer Destabilisierung des Schotters kommen kann [1, 2]. Als Konsequenz wurden normative Grenzwerte [3, 4] für Oberbaubeschleunigungen eingeführt, um ein stabiles Schotterbett zu gewährleisten und die Gebrauchstauglichkeit sicherzustellen. Grundlage für die Prognose des dynamischen Systemverhaltens unter der dynamischen Anregung ist ein numerisches Modell der Brückenkonstruktion. Hierbei ist es entscheidend, die dynamische Charakteristik möglichst genau zu erfassen. In der Statik können Massen und Steifigkeiten konservativ angesetzt werden, in der dynamischen Systembetrachtung jedoch nicht, da es sonst zu einer Verstimmung der dynamischen Charakteristik kommt, nicht aber zu einer konservativen und sicheren Betrachtung.

Das Resonanzverhalten des Tragwerks resultiert stets aus dem gegenseitigen Einfluss der dynamischen Anregung (Zugüberfahrten) und der dynamischen Charakteristik, welche durch

die Eigenfrequenzen und die Dämpfung beschrieben wird. Stehen Erreger- und Eigenfrequenzen in einem passenden Verhältnis zueinander, führt dies im ungünstigsten Fall zur Resonanz. In diesem Fall kommt es zu einer Verstärkung der Systemantwort, was zu Einschränkungen der Gebrauchstauglichkeit bis hin zum Versagen von Gleis und Tragwerk führen kann. Untersuchungen zum Resonanzverhalten von Eisenbahnbrücken infolge zug-induzierter Anregung finden sich unter anderem in [5, 6].

Lastansätze für die numerische Simulation von Zugüberfahrten basieren auf unterschiedlichen Komplexitätsniveaus [7]. In Europa werden fahrende Personenzüge in der Regel über Hochgeschwindigkeitslastmodelle [3, 4, 8] mit repräsentativen Zug-Lastkombinationen abgebildet. Darüber hinaus können auch explizite Züge über bewegte Masse-Feder-Dämpfer-Systeme [9] realisiert werden.

In der Ingenieurpraxis hat sich im Zuge diverser Sanierungsprojekte, der Einführung neuer Zugtypen und der Aufrüstung bestehender Strecken eine Diskrepanz zwischen den modellierten und den in-situ gemessenen dynamischen Charakteristika von Rahmenbauwerken gezeigt [10–13]. Insbesondere bei der ersten Eigenfrequenz und deren Dämpfung liegen die Abweichungen jenseits akzeptabler Toleranzen. Im ungünstigsten Fall kann dies zu einer falsch identifizierten Resonanzgeschwindigkeit des vorbeifahrenden Zuges und/oder zu abweichenden Überbaubeschleunigungen in der Prognose führen. In Deutschland [4] wird bei der Modellierung von Brücken darauf hingewiesen, dass insbesondere bei Rahmentragwerken die Bettung als wesentliche Einflussgröße zu berücksichtigen ist und die Steifigkeits- und Massenermittlung detailliert durchzuführen ist. Außerdem ist bei kurzen Brücken die Steifigkeitsbeziehung zwischen Gleis und Oberbau zu berücksichtigen.

Die Diskrepanz der Dämpfung beruht im Wesentlichen auf dem Umstand, dass normativ [3, 4] keine geometrische Dämpfung mit Energieabstrahlung in den Baugrund angesetzt werden darf, wenn diese nicht messtechnisch oder durch explizite Berücksichtigung der dynamischen Boden-Bauwerk-Interaktion nachgewiesen wurde. Einerseits scheint diese Vorgehensweise aus Sicht des planenden Ingenieurs auf der sicheren Seite zu liegen (unterer Schätzwert), tatsächlich führt die Vernachlässigung der Boden-Bauwerk-Interaktion zu einer Unterschätzung der Dämpfung sowie zu einer tendenziellen Verstimmung des gesamten dynamischen Systems [14–16].

## 1.2 Motivation und Zielsetzung

Anlass dieser Arbeit ist die Auseinandersetzung mit der zuvor beschriebenen Thematik und den Hintergründen der aufgezeigten Diskrepanzen. Die Zusammenarbeit im *Railway bridge dynamics DIBRST: concrete frame bridges - Expert Exchange* hat gezeigt, dass entgegen der numerischen Berechnungen im europäischen Eisenbahnnetz aktuell keine Resonanzprobleme an Eisenbahnrahmenbrücken auf befahrenen Bestandsstrecken bekannt sind. Darüber hinaus darf bei der Bemessung von Rahmenbrücken im europäischen Netz unter Einhaltung verschiedener Geometrie- und Geschwindigkeitsbeschränkungen auf den Nachweis von Resonanzeffekten durch Zugüberfahrten vollständig verzichtet werden. Bei den einzuhaltenden Grenzwerten handelt es sich nicht um wissenschaftlich erarbeitete Grenzwerte, sondern um Erfahrungswerte aus der Praxis [4]. Es wird jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass außerhalb dieser Grenzwerte nicht zwingend mit Resonanzen gerechnet werden muss.

Vor dem Hintergrund der Forschungsbeiträge der letzten Jahre über die Diskrepanz der dynamischen Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken [11, 13, 17–19] und dem Wissen, dass keine Beeinträchtigungen des Bestandes bekannt sind, stellt sich die Frage, wie mit diesen Bauwerken in der Praxis umzugehen ist und welche Mechanismen die Systemcharakteristik maßgeblich beeinflussen.

In Österreich wurden beispielsweise im Zusammenhang mit der Einführung des ICE IV umfangreiche Untersuchungen an Rahmenbrücken durchgeführt. Durch rechnergestützte Ausschlussverfahren konnten resonanzgefährdete Brücken identifiziert und weiter analysiert werden [20]. Im Rahmen der Detailuntersuchungen wurden zahlreiche Brücken messtechnisch überprüft und die Eigenfrequenzen sowie die Dämpfungsgrade am Bauwerk gemessen. Dabei wurden Abweichungen von bis zu 60 % zwischen den numerisch berechneten und den in-situ gemessenen Eigenfrequenzen festgestellt [13]. REITERER führt diese Abweichungen auf die Vernachlässigung des dynamischen E-Moduls von Beton, die unzureichende Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion in den aktuellen Regelwerken sowie auf eine mögliche versteifende Wirkung des Fahrwegs (hier Schotteroberbau) zurück [19]. Darüber hinaus wurde im Rahmen der Untersuchungen festgestellt, dass die normativ anzunehmenden Dämpfungswerte deutlich geringer sind als die messtechnisch ermittelten Werte. Die normativ angeführte Dämpfung ist von der Stützweite abhängig, unterschätzt aber bei Rahmentragwerken die in der Praxis gemessenen Werte deutlich [16]. Diese sehr konservative Betrachtung der Dämpfung und die ungenaue Berechnung der Eigenfrequenzen können

zu einer unwirtschaftlichen Dimensionierung bei Neubauten, zu einer ungenauen Bewertung bestehender Brücken und zu einer übermäßigen Belastung der Netzbetreiber bei der Zulassung neuer Zugtypen führen.

Die hier aufgezeigten Problemstellungen im Umgang mit Eisenbahnrahmenbrücken führen letztlich zu der Frage:

Wie und warum stellt sich das dynamische Verhalten  
von Rahmenbrücken anders dar als erwartet?

Im Rahmen dieser Arbeit werden die maßgeblichen Einflussfaktoren auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken identifiziert. Darüber hinaus wird ein praxistaugliches Prognosemodell entwickelt und anhand von vier Halbrahmenbrücken entlang der Schnellfahrstrecke Nürnberg-München erprobt. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind in verschiedene Veröffentlichungen eingeflossen [21–30].

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Beginnend mit der Einleitung und der Motivation in **Kapitel 1** gliedert sich die Arbeit in sieben Kapitel.

**Kapitel 2** gibt eine Einführung in die Thematik der Struktur- und Bodendynamik. Ausgehend von der allgemeinen Darstellung von Schwingungen und der Strukturdynamik einfacher Systeme wird die experimentelle Ermittlung der dynamischen Charakteristik von Tragwerken erläutert. Daran schließt sich eine Einführung in die Bodendynamik mit der Bestimmung bodendynamischer Kennwerte an. Abschließend wird auf die Schnittstelle zwischen Strukturdynamik und Bodendynamik im Rahmen der Boden-Bauwerk-Interaktion eingegangen.

In **Kapitel 3** wird das dynamische System der Eisenbahnrahmenbrücke aus Stahlbeton vorgestellt. Dabei wird zunächst auf den Stand der Wissenschaft und Normung eingegangen. Darauf aufbauend wird die in der Motivation beschriebene Problemstellung aufgegriffen und in die Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Rahmenbrücken eingeführt. Einflussfaktoren werden diskutiert und eine Vorgehensweise definiert.

Darauf aufbauend erfolgt in **Kapitel 4** eine Untersuchung der werkstoffbezogenen Einflussfaktoren auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken. Der Schwerpunkt der Untersuchungen liegt hier vor allem auf den Versteifungseffekten der verwendeten Werkstoffe (Schotter, Beton) infolge dynamischer Beanspruchung.

**Kapitel 5** untersucht den Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken. Es werden verschiedene Modellierungsmethoden sowie grundlegende Variationen der Bodensteifigkeit und geometrische Einflüsse untersucht.

Darauf aufbauend wird in **Kapitel 6** ein Prognosemodell vorgestellt. Die Validierung des Modells erfolgt anhand der numerischen Untersuchungen aus Kapitel 5 sowie an vier Bestandsbrücken entlang der Schnellfahrstrecke zwischen Nürnberg und München.

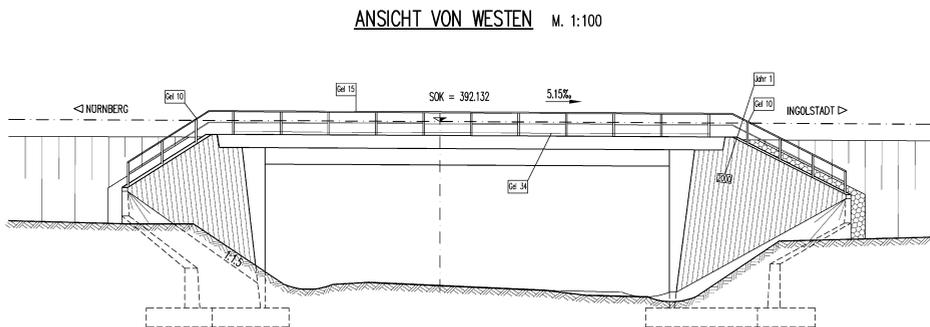
Die Zusammenfassung in **Kapitel 7** bildet den Abschluss der untersuchten Fragestellung.



## 2 Grundlagen

### 2.1 Rahmenbrücken

Rahmenbrücken sind eine Untergruppe der integralen Brückenbauweise, bei der auf Fugen zwischen Überbau und Unterbauten verzichtet wird. Diese Bauweise erfreut sich insbesondere bei kurzen Brückenlängen großer Beliebtheit und ist weit verbreitet, da ausreichende Erfahrungen hinsichtlich Planung, Ausführung und Erhaltung vorliegen. Darüber hinaus liegt ein großer Vorteil in der monolithischen Bauweise, wodurch sämtliche Lager und Übergangskonstruktionen entfallen, was den Erhaltungsaufwand und die damit verbundenen Lebenszykluskosten reduziert [31]. Abbildung 2.1 zeigt beispielhaft die Ansicht einer in dieser Arbeit betrachteten Rahmenbrücke (vgl. Kap. 6.2.2).



**Abbildung 2.1:** Ansicht einer Eisenbahnrahmenbrücke [Planausschnitt der DB Netz AG]

Im Brückenbau wird das gestalterische Spektrum oft durch die baustatischen Berechnungen eingeschränkt. Bei Rahmenbrücken kann die statische Ausnutzung der Rahmenwirkung aufgrund der monolithischen Verbindung von Überbau und Gründung jedoch erhebliche Vorteile bringen, die bereits im Entwurf zu ästhetisch ansprechenden Lösungen führen. So kann durch die Biegetragwirkung in den Rahmenecken das Feldmoment gegenüber gelenkig

gelagerten Überbauten reduziert werden, was zu schlanken und ansprechenden Überbauten führt. Zudem können Horizontallasten aus Brems- und Anfahrvorgängen direkt über das Tragwerk in den umgebenden Boden abgeleitet werden [31, 32].

Rahmenbrücken zeichnen sich durch eine starke Anbindung des Überbaus an die Gründungselemente und die daraus resultierende Boden-Bauwerk-Interaktion aus. Die Thematik der Boden-Bauwerk-Interaktion ist sowohl aus statisch-geotechnischer als auch aus baodynamischer Sicht ein wichtiges Thema. In der Geotechnik fokussiert sich der Blick auf die Zusammenhänge zwischen Bettungssteifigkeit und Zwangsbeanspruchung, z. B. durch zyklische Temperaturbeanspruchung [31]. Die Thematik der statischen Boden-Bauwerk-Interaktion wird in dieser Arbeit nicht weiter behandelt. Im Gegensatz dazu beschreibt die Boden-Bauwerk-Interaktion in der Baudynamik die Wechselwirkung zwischen Brücke und Baugrund unter der Voraussetzung, dass eine Brücke mit räumlich begrenzten Abmessungen in den umgebenden, unendlich ausgedehnten Boden eingebettet ist. Das Bauwerk (Rahmenbrücke) ist einer vorgegebenen, zeitlich veränderlichen Belastung (Zugbelastung) ausgesetzt oder wird durch seismische Wellen angeregt. Die in das Bauwerk eingeleitete Energie (Zugbelastung) kann über die Interaktion zwischen Gründung und Halbraum abgestrahlt werden, was aus Sicht des Bauwerks zu einer Energiedissipation (Dämpfung) führt. Das Hauptziel der dynamischen Boden-Bauwerk-Interaktion ist die Analyse und Bestimmung des dynamischen Verhaltens von Bauwerken in Wechselwirkung mit dem Boden [33].

Weitere allgemeine Informationen sowie Hintergründe zur Bemessung und zum Entwurf von Rahmenbrücken können der Literatur entnommen werden [31, 32]. Eine Einführung in die Thematik der Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) im Kontext der Baudynamik erfolgt in Kapitel 2.5.3.

## 2.2 Darstellung und Analyse von Schwingungen

Aufgrund der Allgemeingültigkeit und der vielfältigen Beschreibung in der Darstellung und Analyse von Schwingungen in der Literatur wird im folgenden Unterkapitel auf eine detaillierte Zitierung verzichtet. Das Unterkapitel basiert auf den folgenden Werken [34–40].

Die dynamische Belastung von Bauteilen und Bauwerken führt zwangsläufig zu einer Systemantwort nach dem Prinzip der Wechselwirkung, erstmals beschrieben und benannt durch das dritte Newtonsche Gesetz [41]. Die Systemantwort bezieht sich auf die zeitliche Änderung einer Zustandsgröße  $y(t)$ . Im Bauwesen sind vor allem die Zustandsgrößen

zur Beschreibung der Bewegungsgleichung im Zeitverlauf von Interesse. Der zeitliche Verlauf der resultierenden Schwingungen wird in deterministische und stochastische Schwingungen unterteilt. Stochastische Schwingungen sind zufälliger Natur und finden sich in der Wellenanregung im Meer, in turbulenten Windanregungen und in der natürlichen Erdseismik wieder. Klassisch werden diese Anregungen unter dem Begriff der sogenannten Hintergrund-Anregung (englisch: ambient vibration) zusammengefasst [42]. Deterministische Schwingungen sind durch einen funktionalen Zusammenhang beschreibbar und entsprechend vorhersagbar. Sie werden weiter unterschieden in periodische (wiederkehrende) und nichtperiodische Schwingungen, wobei letztere zwar einen funktionalen Zusammenhang aufweisen, aber zu keinem Zeitpunkt wiederkehrende Zustände zeigen (Impuls). Die Charakteristik und Vielfalt der auftretenden Schwingungen ist in der Literatur ausführlich beschrieben.

### Harmonische und Periodische Schwingungen

Zur Beschreibung sich wiederholender Zustände wird die Periodendauer  $T$  [s] eingeführt. Mit der folgenden mathematischen Formulierung  $y(t) = y(t + n T)$  ergibt sich für alle Zeitpunkte  $t$  und ganzzahlige Werte von  $n$  ein sich wiederholender Zustand in  $y(t)$ . Die funktionale Beschreibung für den einfachsten Fall eines deterministischen Signals ist die harmonische Schwingung der Amplitude  $\hat{y}$  für eine beliebige Frequenz  $f = 1/T$  [Hz] nach Gleichung 2.1.

$$y(t) = \hat{y} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2.1)$$

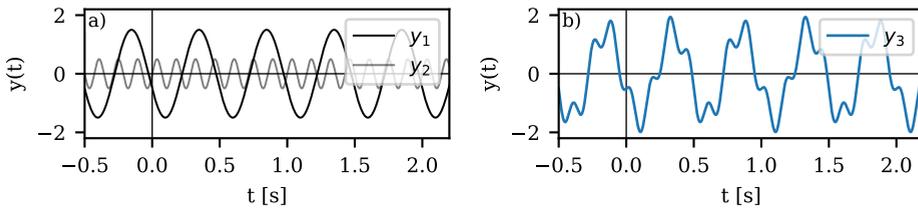
mit:

$$\omega = 2\pi f \quad (2.2)$$

$\varphi_0 \equiv$  Phasenverschiebung

Im Folgenden seien zwei harmonische Funktionen  $y_1$  und  $y_2$  in Abbildung 2.2 dargestellt. Die Überlagerung der beiden harmonischen Funktionen ergibt eine neue periodische Funktion  $y_3$  und berechnet sich aus der Summe der Teilfunktionen (hier  $N = 2$ ) nach Gleichung 2.3, welche die Amplitudenanteile und Frequenzen der Ausgangsfunktionen beinhaltet.

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n \sin(\omega_n t + \varphi_{0,n}) \quad (2.3)$$



**Abbildung 2.2:** Beispiel periodischer Schwingungen im Zeitbereich:  
a) Harmonische Schwingungen b) Periodische Schwingung

Die harmonische Synthese bildet bei der Überlagerung harmonischer Teilschwingungen den Sonderfall für ganzzahlige Frequenzverhältnisse. In der allgemeinen Form der Synthese hat jede Teilschwingung ihre eigene Phasenverschiebung und Amplitude. Durch Erweiterung der Gleichung 2.3 um eine gemeinsame Grundfrequenz  $\omega_n = n\omega$  mit  $n \in \mathbb{N}$  ergibt sich die allgemeine Form der Teilschwingung:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n \sin(n\omega t + \varphi_{0,n}) \quad (2.4)$$

## Fourier-Analyse

Aus dem Prinzip der harmonischen Synthese leitet sich das Prinzip der *Fourier-Analyse* ab. Hierbei wird eine harmonische Synthese aus einer Kombination von sinus- und cosinus-Funktionen durchgeführt. Auf diese Weise lässt sich jede beliebige periodische Funktion durch eine Fourierreihe der Form

$$y(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [C_n \cos(n\omega t) + S_n \sin(n\omega t)] \quad (2.5)$$

mit:

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt \quad (2.6)$$

$$C_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(n\omega t) dt \quad (2.7)$$

$$S_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(n\omega t) dt \quad (2.8)$$

darstellen. Das zugehörige diskrete Frequenzspektrum der Amplituden  $b_n(f_n)$  ergibt sich über:

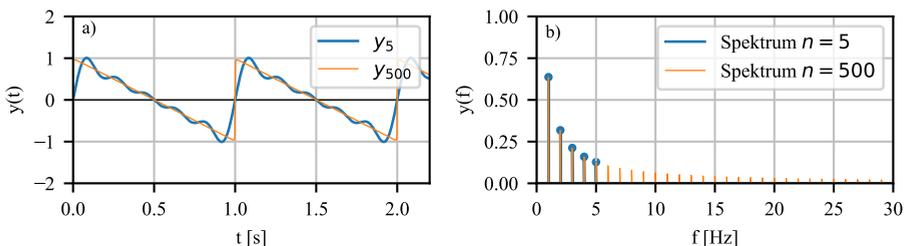
$$b_n = \sqrt{C_n^2 + S_n^2} \quad (2.9)$$

$$f_n = \frac{n\omega}{2\pi} \quad (2.10)$$

Die vom Spektrum unabhängige Konstante  $b_0$  spielt in der Baudynamik nur eine untergeordnete Rolle, da diese auf die zeitunabhängige und damit quasi-statische Amplitude des Signals Bezug nimmt. Als Beispiel sei eine Dreiecksfunktion (Abb. 2.3) der Amplitude  $\hat{y} = 1$  betrachtet. Die korrespondierende Fourierreihe lässt sich in diesem Fall über

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \frac{2\hat{y}}{n\pi} \cos(n\omega t) \quad (2.11)$$

darstellen. Die Variation der Fourierglieder  $n$  zeigt, dass das Signal umso genauer dargestellt werden kann, je mehr Fourierglieder gewählt werden. Wenn die Anzahl der Oberschwingungen ( $n \rightarrow \infty$ ) gegen unendlich geht, wird das Signal maximal präzise.



**Abbildung 2.3:** Diskretes Amplitudenspektrum einer Dreiecksfunktion im:  
a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich

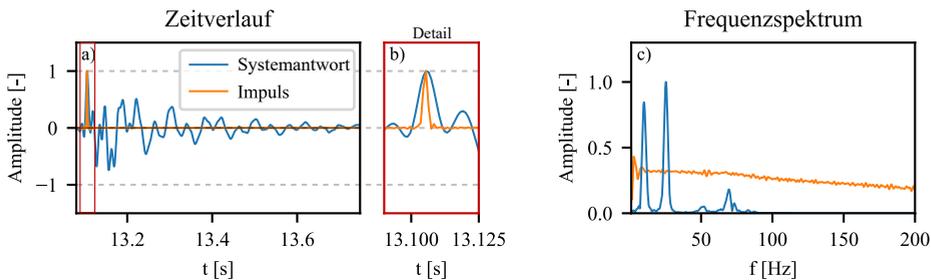
Aus dem Zeitverlauf einer Schwingung (transientes Signal, vgl. Abb. 2.3 a) leiten sich einzelne Informationen ab. So kann die maximale Amplituden sowie der zeitlichen Zusammenhang eines Extremwertes studiert werden. Insbesondere bei zeitlich veränderlichen Zusammenhängen (z. B. Baustellenerschütterungen) lässt sich auf Grundlage eines transienten Signals eine Extremwertüberwachung durchführen. In der Dynamik ist neben den auftretenden Extremwerten außerdem der Amplituden-Frequenzgehalt von maßgeblicher Bedeutung (Abb. 2.3 b). Anhand des Frequenzspektrums lassen sich harmonische Teilfunktionen innerhalb eines beliebigen Signals identifizieren. In der Baupraxis können aus der Charakteristik

des Frequenzspektrums präzise Rückschlüsse auf mögliche Störfrequenzen gezogen und in weiterer Folge die Störquellen identifiziert werden.

Aufgrund von natürlichem Rauschen und/oder transienten Übergängen liegt in der Praxis nur selten ein ausschließlich periodisches Signal vor, so dass keine eindeutige Periodendauer für die Fourier-Transformation gegeben ist. In diesem Fall kann das Signal in eine periodische Schwingung mit unendlicher Periodendauer transformiert werden. Durch den Übergang von der Fourier-Reihe zum Fourier-Integral wird aus dem diskreten Frequenzspektrum ein kontinuierliches Amplitudendichtespektrum.

### Transiente Schwingungen

Klassische Beispiele für transiente (instationär, vorübergehend) Signale in der Baudynamik sind Impulsanregungen durch Einzelstöße, Erdbeben, Ein-, Ausschalt- und Ausschwingvorgänge gedämpfter Systeme. Abbildung 2.4 zeigt die Systemantwort einer Rahmenbrücke bei Impulsanregung durch einen "Hammerschlag".



**Abbildung 2.4:** Normierte Systemantwort einer Brücke infolge Impulsanregung in Brückenmitte im a) Zeitverlauf (Ausschnitt), b) Zeitverlauf im Detail und c) Frequenzspektrums

Im kontinuierlichen Amplitudendichtespektrum (Abb. 2.4c, im Folgenden Frequenzspektrum genannt) der Ausschwingkurve ist die Überlagerung mehrerer teilharmonischer Schwingungen deutlich zu erkennen. Darüber hinaus ist der kontinuierliche Frequenzgang aufgrund des stark transienten Charakters des Hammerschlags (Impuls) deutlich ersichtlich. Ausschwingvorgänge fallen in den Bereich amplitudenmodulierter Schwingungen, da sie exponentiell abfallende Zusammenhänge darstellen. In diesem Fall wird die allgemeine Schwingungsgleichung (Gl. 2.1) um den Exponentialterm  $e^{-\delta t}$  erweitert:

$$y(t) = \hat{y} \sin(\omega_d t + \varphi_0) e^{-\delta t} \quad (2.12)$$

mit:

$$\delta \hat{=} \text{Abklingkoeffizient [1/s]}$$

Der Abklingkoeffizient steht dabei in direktem Zusammenhang mit dem Lehr'schen Dämpfungsmaß  $\zeta$  (vgl. Kap. 2.3). Durch die Erweiterung um den Exponentialterm ergibt sich eine Stauchung der Amplitudenmaxima, was zur gedämpften Eigenkreisfrequenz  $\omega_d$  führt. Dieser Effekt manifestiert sich bei stark gedämpften Systemen in einer sinkenden Eigenfrequenz. In den meisten baupraktischen Fällen  $\zeta < 5\%$  ist die Abweichung vernachlässigbar gering.

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega} \quad (2.13)$$

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.14)$$

Die Ableitung der Lehr'schen Dämpfung aus dem Zeitverlauf eines gegebenen Signals berechnet sich über den Bezug des Abklingkoeffizienten zum logarithmischen Dekrement  $\Lambda$ . Bei der Berechnung des logarithmischen Dekrements werden die Amplituden  $y_1$  und  $y_{1+n}$  zur Eingrenzung von  $n$  Perioden ins Verhältnis gesetzt. Aufgrund der Periodenabhängigkeit bezieht sich  $\Lambda$  auf die gedämpfte Eigenkreisfrequenz  $\omega_d$ . Für kleine Dämpfungsgrade  $\zeta \ll 1$  gilt  $\omega_d \approx \omega$ , in diesem Fall kann aus dem logarithmischen Dekrement direkt die Lehr'sche Dämpfung zu

$$\zeta \approx \frac{\Lambda}{2\pi} \quad \wedge \quad \zeta \ll 1 \quad (2.15)$$

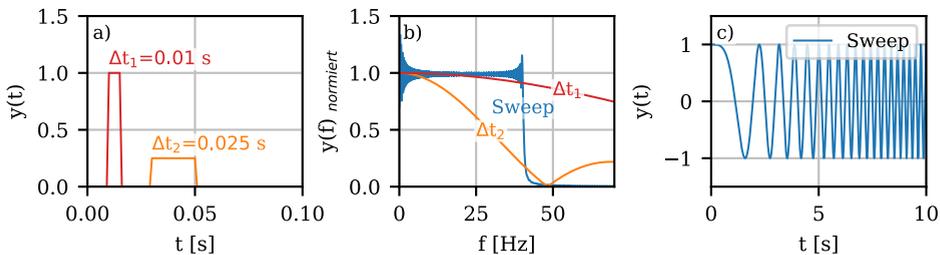
bestimmt werden. Das Verfahren setzt eine amplitudenunabhängige Dämpfung (z. B. Viskosedämpfung) voraus. Außerdem können Messungenauigkeiten, natürliches Rauschen und weitere Überlagerungen die Auswertung verfälschen. Erfahrungen aus Praxis und Literatur empfehlen daher, die Lehr'sche Dämpfung aus mindestens  $n > 5$  Perioden auszuwerten [36, 43, 44].

$$\Lambda = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{y_1}{y_{n+1}} \right) = \delta T_d = \frac{\delta 2\pi}{\omega_d} \approx 2\pi\zeta \quad (2.16)$$

mit:

$$y_n \hat{=} \text{Amplitudenmaxima zwischen } n\text{-Perioden}$$

Die transiente Funktion der Impulsanregungen durch Einzelstoß (*Hammerschlag*) ist in der Baudynamik wesentlich. Der idealisierte Fall gilt als "Diracstoß" mit einer Belastungsfunktion der Kraftereinwirkungsdauer von  $t \rightarrow 0$ . Die Transformation der Gleichung in den Frequenzbereich führt zu einer kontinuierlichen Amplitude über alle Frequenzen. Durch Bauteilanregung mittels Diracstoß können Anregungen parallel über alle Frequenzen aufgebracht werden, was im Kontext der dynamischen Analyse von großem Vorteil ist. Baupraktisch liegen die Zeit der Kraftereinwirkung  $t > 0$ , was sich durch einen abfallenden Ast im Frequenzspektrum der Kraftereinwirkung manifestiert (vgl. Abb. 2.5 a,b). Durch die Wahl eines geeigneten Impulshammers kann das Spektrum des Energieeintrags fokussiert werden. Wenn dem entgegen eine konstante Kraft- oder Weganregung gewünscht wird, bietet sich alternativ die Applikation eines Sinus-Sweeps (vgl. Abb. 2.5 c) an. Der Sweep wird über Linear- oder Rotationserreger auf ein System aufgebracht [45].



**Abbildung 2.5:** Signatur von Rechteckfunktionen im a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich sowie Darstellung eines Sinus-Sweeps (0 – 40 Hz) im c) Zeitbereich und b) Frequenzbereich

## 2.3 Strukturdynamik

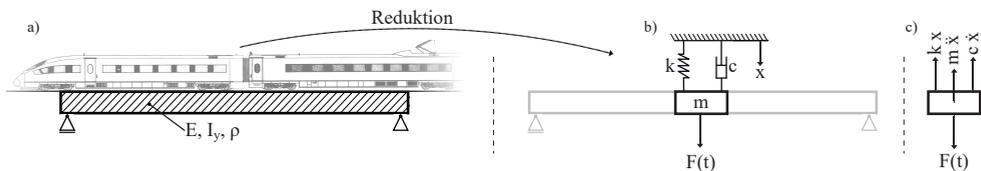
Aufgrund der Allgemeingültigkeit und der vielfältigen Beschreibung der Strukturdynamik in der Literatur wird im folgenden Unterkapitel auf eine detaillierte Zitierung verzichtet. Das Unterkapitel basiert auf den folgenden Werken [34–38, 40, 46–50].

Die Systemantwort eines schwingenden mechanischen Systems wird durch seine Bewegungsgleichungen beschrieben. Aufgrund der Massenträgheit spielt die Massenverteilung im System eine wesentliche Rolle. Um Systeme mit kontinuierlicher Massenverteilung vereinfachen zu können, werden diese als diskrete Systeme idealisiert (rheologisches Modell). Dabei wird die Masse in einer begrenzten Anzahl von  $n$  Punktmassen zusammengefasst. Die

Anzahl der unabhängigen Variablen zur Beschreibung der Position aller Massen entspricht den Freiheitsgraden des Systems.

### Einmassenschwinger

Ein einfaches Beispiel für ein solches System ist der Einmassenschwinger (EMS), bestehend aus einer ( $n = 1$ ) Punktmasse  $m$  im Schwerpunkt, die an einer Feder der Steifigkeit  $k$  und einem Dämpfer der Dämpfungskonstante  $c$  befestigt ist. Die Verschiebung der Masse wird relativ zu ihrer statischen Gleichgewichtslage betrachtet. Abbildung 2.6 a, b veranschaulicht das beschriebene System. Vereinfachend wird angenommen, dass das System einer harmonischen Belastung  $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$  unterliegt.



**Abbildung 2.6:** Der Einmassenschwinger unter harmonischer Belastung:  
a) Fragestellung, b) Rheologisches Modell, c) Freischnitt

Durch Aufstellen des Gleichgewichts am Freischnitt (Abb. 2.6 c) ergibt sich die Bewegungsdifferentialgleichung (DGL) zu:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.17)$$

Am Freischnitt wird deutlich, dass vier Kräfte am Körper angreifen: die Massenträgheit  $F_T = m\ddot{x}$ ; die Dämpfungskraft  $F_C = c\dot{x}$ ; die Rückstellkraft  $F_R = kx$  und die äußere Last  $F$ . Die Dämpfung wird als geschwindigkeitsabhängige (viskose) Dämpfung modelliert (vgl. Kap. 2.3). Neben den im Kapitel 2.2 aufgezeigten Zusammenhängen zwischen der Eigenkreisfrequenz  $\omega$  und dem Abklingkoeffizienten  $\delta$  gilt in der Strukturdynamik außerdem:

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (2.18)$$

$$\delta = \frac{c}{2m} = \zeta\omega \quad (2.19)$$

Weiter beschreibt die kritische Dämpfung  $c_{\text{krit}}$ .

$$c_{\text{krit}} = 2m\omega \quad (2.20)$$

den Zustand, bei dem ein gedämpftes, schwingendes System den schnellsten Übergang zum stabilen Gleichgewichtszustand erreicht. Damit ergibt sich durch Einsetzen und Umformen die Bewegungsgleichung des EMS zu:

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = F(t) \quad (2.21)$$

Die Bewegungsgleichung wird durch die Kombination zweier Komponenten gelöst: der homogenen ( $x_h$ ) und der partikulären ( $x_p$ ) Verschiebungsantwort. Unter Berücksichtigung der Superpositionsprinzipien für lineare Schwinger, welche die additive Überlagerung der Teillösungen  $x_h(t)$  und  $x_p(t)$  ermöglichen, ergibt sich die Gesamtlösung zu:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (2.22)$$

Die homogene Teillösung  $x_h(t)$  beschreibt die Systemantwort eines schwingungsfähigen Tragwerks ohne äußere Einwirkung (Eigenschwingung). Sie ergibt sich aus der Auslenkung des Tragwerks aus seiner statischen Ruhelage. Aufgrund der Amplitudenmodulation in der homogenen Teillösung des gedämpften EMS ist die Lösung im Zeitverlauf transient. Ein Beispiel ist das abklingende Signal einer Ausschwingkurve. Die homogene Teillösung ergibt sich somit aus den Anfangsrandbedingungen  $x(0)$  und  $\dot{x}(0)$ . Die homogene Teillösung  $x_h(t)$  berechnet sich über die Differenzialgleichung (Gl. 2.17) für das unbelastete System. Für die in der Baupraxis üblichen Dämpfungsmaße von  $\zeta \ll 1$  stellt die exponentiell abklingende Funktion nach Gleichung 2.23 die homogene Lösung dar.

$$x_h(t) = e^{-\zeta\omega t} [C_1 \cos(\omega_d t) + C_2 \sin(\omega_d t)] \quad (2.23)$$

Dem entgegen steht der stationäre Anteil der Partikulärlösung  $x_p(t)$  für das dynamische Gleichgewicht aus Feder-, Dämpfer- und Trägheitskraft unter zeitlich veränderlichen Lasten (Betriebszustand). Die analytische Berechnung der partikulären Lösung  $x_p(t)$  erfolgt in Abhängigkeit zur Belastung. In der Baudynamik gibt es verschiedene Mechanismen zur Anregung von Strukturen. Dazu gehören unter anderem Impulsanregungen, nicht periodische Anregungen sowie periodische Anregungen. Baupraktisch sind die meisten Problemstellungen periodischer Natur und lassen sich dem entsprechend in  $n$  harmonische Anteile zerlegen (vgl. Kap. 2.2). Folgend wird die Lösung des EMS für harmonische Anregungen

diskutiert. Für eine harmonische Kraftanregung  $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$  der Erregerkreisfrequenz  $\Omega$  gilt unter Berücksichtigung des Abstimmungsverhältnisses  $\eta = \Omega/\omega$ :

$$x_p(t) = \frac{F_0}{k} V_1 \cos(\Omega t - \varphi_0(\eta)) \quad (2.24)$$

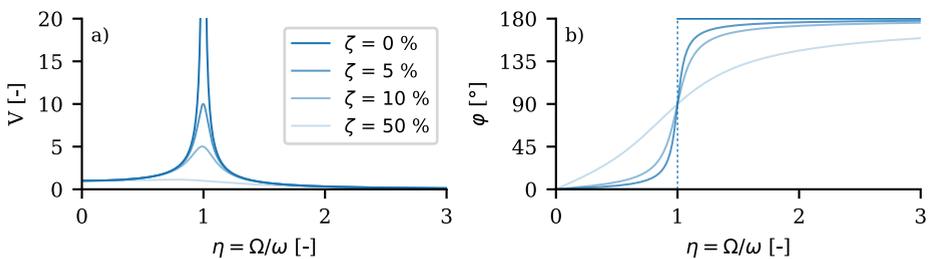
Mit der statischen Auslenkung  $F_0/k$ , der skalierenden Vergrößerungsfunktion für harmonische Belastungen  $V_1$ , dem Abstimmungsverhältnis  $\eta$  und dem Phasenversatz zwischen Anregung und Systemantwort  $\varphi$  ergibt sich:

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\zeta^2\eta^2}} \quad (2.25)$$

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} \quad (2.26)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{2\zeta\eta}{1-\eta^2} \quad (2.27)$$

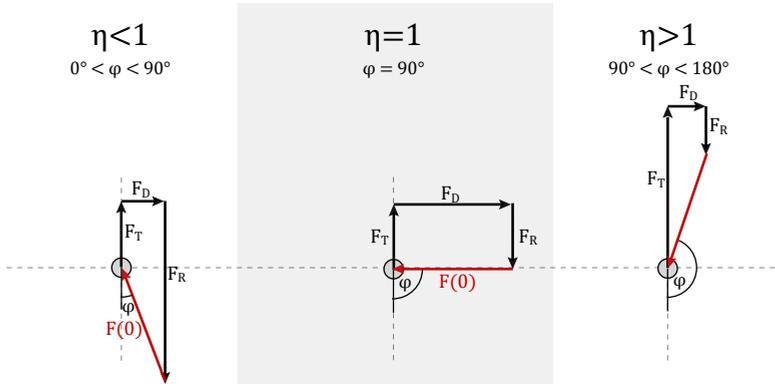
In Abbildung 2.7 ist die harmonische Vergrößerungsfunktion  $V_1$  für verschiedene Dämpfungsgrade in Abhängigkeit vom Abstimmungsverhältnis dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass ein ungedämpftes System im Resonanzfall ( $\zeta = 0$ ,  $\eta = 1$ ) zu einer unendlich großen dynamischen Verstärkung führt. Bereits eine Dämpfung von 5 % führt zu einer deutlichen Reduktion der Systemantwort. Die ergänzende Betrachtung der Phasenverschiebung macht deutlich, dass bei kleinen Abstimmungen  $\eta < 1$  die Erregung und die Systemantwort in Phase schwingen, darüber hinaus verhalten sie sich zunehmend gegenphasig.



**Abbildung 2.7:** a) Vergrößerungsfunktion  $V_1$ , b) Phasenversatz

Die einzelnen Terme der Bewegungsgleichung (Gl. 2.21) können als vektorielle Kräfte interpretiert und in einem Zeigerdiagramm (Abb. 2.8) abgebildet werden. Diese Vorgehensweise ist besonders hilfreich, um das Zusammenwirken der Kräfte in einem dynamischen Zusammenhang visuell darzustellen. Die grafische Darstellung der Kräfte als Vektoren ermöglicht

eine intuitive Visualisierung des Kräftesystems und erleichtert die Analyse ihrer Wechselwirkungen. Dazu wird für  $t = 0$  die partikuläre Lösung (Gl. 2.24) mit ihren Ableitungen in die ursprüngliche Bewegungsdifferentialgleichung (Gl. 2.21) eingesetzt.



**Abbildung 2.8:** Zeigerdiagramm für das Kräftegleichgewicht am harmonisch angeregten EMS in Anlehnung an [36, 46]

Durch betrachten des Zeigerdiagramms in Abbildung 2.8 wird deutlich, dass die Phasenverschiebung von  $\varphi = 90^\circ$  bei  $\eta = 1$  zu einer Entkopplung der Massenträgheit und Steifigkeit führt. Allein die Dämpfungskraft sorgt für den Gleichgewichtszustand. Läuft die Lehr'sche Dämpfung gegen 0, so ergibt sich ergibt zwangsläufig ein Ungleichgewicht, was allgemein als Resonanzkatastrophe bezeichnet wird. Systeme in der Hochabstimmung ( $\eta < 1$ ) sind dem entgegen steifigkeitsdominiert ( $F_R$ ) und Systeme in der Tiefabstimmung  $\eta > 1$  werden im Wesentlichen von der Massenträgheit ( $F_T$ ) beeinflusst.

### Schwinger mit $n$ Freiheitsgraden

Das Prinzip des EMS lässt sich auf einen Schwinger mit  $n$  Freiheitsgraden erweitern. Durch Anwendung der Lagrange'schen Gleichungen und der entsprechenden Energieausdrücke kann ein Gleichungssystem aufgestellt und gelöst werden:

$$\underline{M}\ddot{x} + \underline{C}\dot{x} + \underline{K}x = \underline{F} \quad (2.28)$$

Die  $n$  Eigenfrequenzen lassen sich unter Vernachlässigung der Dämpfung ( $\underline{C} = 0$ ) durch eine Eigenwertanalyse für den Fall der Eigenschwingung ( $\underline{F} = 0$ ) bestimmen. Mit dem Ansatz

$$\underline{x} = \underline{A} \cdot \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.29)$$

ergibt sich für Gleichung 2.28:

$$(-\omega^2 \underline{M} + \underline{K}) \underline{A} = 0 \quad (2.30)$$

Mit der Bedingung  $\underline{A} \neq 0$  für eine sinnvolle Lösung ergibt sich die Determinante der Klammer zu:

$$\det(-\underline{M} \cdot \omega^2 + \underline{K}) = 0 \quad (2.31)$$

Durch Einsetzen der berechneten Eigenkreisfrequenzen in die oben beschriebene Eigenwertanalyse (Gl. 2.30) ergibt sich die Modalmatrix  $\underline{\Phi} = [\underline{A}_1, \underline{A}_2, \dots, \underline{A}_n]$ , welche aufgrund der Orthogonalität der Eigenvektoren bezüglich  $\underline{K}$  und  $\underline{M}$  für die Modalanalyse verwendet wird. Dabei wird die Bewegungsgleichung in  $n$  entkoppelte Einmassenschwinger (\*) der Freiheitsgrade  $y(t)$  überführt. Die Eigenfrequenz des  $n$ -ten Einmassenschwingers entspricht dabei der  $n$ -ten Eigenfrequenz des Mehrmassenschwingers. Die Modaltransformation unter vernachlässigung der Dämpfung wird wie folgt durchgeführt:

$$\underline{\Phi}^T \cdot \underline{M} \cdot \underline{\Phi} = \underline{M}^* \quad (2.32)$$

$$\underline{\Phi}^T \cdot \underline{K} \cdot \underline{\Phi} = \underline{K}^* \quad (2.33)$$

$$\underline{M}^* \ddot{\underline{x}} + \underline{K}^* \underline{x} = \underline{F}^* = \underline{\Phi}^T \underline{F} \quad (2.34)$$

Das Konzept der modalen Dämpfung ersetzt die globale Systemdämpfung durch individuelle Dämpfungsgrade der einzelnen teilharmonischen Schwinger auf modaler Ebene ( $y_n(t)$ ). Mit Hilfe der Modalanalyse kann jedes Teilsystem (entkoppelte EMS) separat betrachtet und die analytische Lösung berechnet werden. Nach der Rücktransformation  $\underline{x} = \underline{\Phi} \underline{y}$  können die Teilergebnisse unter Berücksichtigung der modalen Dämpfung überlagert werden. Alternativ bietet sich an, die Dämpfungsmatrix als eine Linearkombination aus Massen ( $\alpha$ -Anteil)- und Steifigkeitsmatrix ( $\beta$ -Anteil) darzustellen. Diese pragmatische Lösung ist als Rayleigh-Dämpfung bekannt.

### Dynamische Untersuchungen mit der Methode der finiten Elemente

Reale Strukturen wie Gebäude oder Brücken sind kontinuierliche Systeme mit konstanter Massenbelegung. Aufgrund ihrer Komplexität lassen sich baupraktische Fragestellungen häufig nur eingeschränkt und überschlägig mit analytischen Lösungen bearbeiten, weshalb numerische Näherungsverfahren wie die Finite Elemente Methode (FEM) eingesetzt werden. Die FEM diskretisiert das System in  $n$  Elemente und verwendet eine schwache Formulierung

der Randwertaufgabe zur Berechnung einer Näherungslösung. Die Randwertaufgabe wird durch Ansatzfunktionen approximiert, wobei lineare oder quadratische Ansatzfunktionen den Verlauf der Elementverschiebungen beschreiben. Weitere Hintergründe zur Theorie der FEM sind vielfältig in der Literatur vorhanden und werden hier nicht weiter ausgeführt, z. B. [47–49].

Die beschriebene Näherungscharakteristik der FEM hängt mit einer wesentlichen Eigenschaft des Berechnungsverfahrens zusammen: mit steigender Anzahl der Freiheitsgrade der diskretisierten Struktur konvergiert die Näherungslösung in der Regel gegen die exakte Lösung. Die Erhöhung der Freiheitsgrade erfolgt durch Netzverfeinerung oder Erhöhung der Polynomordnung der Ansatzfunktionen. Konvergenzstudien werden zur Bewertung der Ergebnisqualität durchgeführt. Die Bewegungsgleichung eines diskretisierten Gesamtsystems mit mehreren Freiheitsgraden (vgl. Gl. 2.28) kann für linear elastische Systeme über verschiedene numerische Methoden gelöst werden. Sowohl kann über das analytische Verfahren der Modalanalyse gerechnet werden (siehe oben) als auch über die numerischen Verfahren der impliziten und expliziten Zeitintegration. Zeitschrittintegrationsverfahren lösen sukzessive den unbekanntem Zeitschritt des Gesamtsystems  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  auf Grundlage bekannter Zeitpunkte  $t_n$ .

Im Unterschied zur Modalanalyse repräsentieren die Verfahren der impliziten und expliziten numerischen Zeitintegration Approximationen der Bewegungsgleichungen. Die Näherungscharakteristik bedingt die Konvergenz der berechneten Gesamtlösung, indem die Netzweite  $\Delta_{EL}$  und die Zeitschrittweite  $\Delta t$  verfeinert werden, um sich der exakten Lösung anzunähern.

Methoden der *impliziten* Zeitschrittintegration lösen die Bewegungsgleichungen für den Zeitpunkt  $t_{n+1}$  unter Berücksichtigung der zu diesem Zeitpunkt unbekanntem Feldgrößen. Aufgrund dieser Unbestimmtheit stehen nur iterative Lösungsmethoden zur Verfügung, um diese Gleichungen zu lösen. Dieses Verfahren erfüllt zu jedem Zeitpunkt die dynamischen Gleichgewichtsbedingungen, was aufgrund der iterativen Berechnung zu einem rechen- und zeitintensiven Prozess führt, jedoch immer konvergiert. Dem entgegen löst das *explizite* Zeitschrittintegrationsverfahren die Bewegungsgleichungen zum Zeitpunkt  $t_n$  und extrapoliert die Ergebnisse auf den nächsten Zeitschritt  $t_{n+1}$ . Aufgrund der Extrapolation entfällt die Berechnung des Gleichgewichts (ohne Lösung der Steifigkeitsmatrix), führt jedoch zu einer stark eingeschränkten Stabilität des Verfahrens. Wesentlicher Einflussfaktor stellt die Zeitschrittlänge  $\Delta t$  dar. Die Literatur gibt Einblick in die gängigen Zeitintegrationsverfahren und Hintergründe [47–49].

## Dämpfung

In der Baudynamik bezieht sich Dämpfung auf die Fähigkeit eines Bauteils oder eines Systems, die Energie von Schwingungen zu dissipieren. In den vorangegangenen Kapiteln wurde die Dämpfung pauschaliert und der Einfachheit halber als viskose Dämpfung betrachtet. Diese Annahme ist in der Bauwerksdynamik weit verbreitet, aber nur bedingt richtig. Die Gesamtdämpfung eines Systems setzt sich unter anderem aus folgenden Komponenten zusammen:

**Tabelle 2.1:** Teilkomponenten der Bauwerksdämpfung nach [36]

Materialdämpfung:	Umgebungs- und Umweltbezogene Dämpfung:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• im Bauteil</li> <li>• zwischen Bauteilen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aerodynamische Dämpfung</li> <li>• nicht tragende Elemente</li> <li>• Baugrundabstrahlungen (geometrische Dämpfung)</li> <li>• Stoßdämpfer</li> </ul>

Zur Beschreibung *innerer* dissipierender Mechanismen können im Wesentlichen drei rheologische Modelle verwenden:

- Viskose-Dämpfung - frequenzabhängig
- Hysterese-Dämpfung - amplitudenabhängig
- Coulomb-Dämpfung - druckabhängig

Bei der viskosen Dämpfung erfolgt die Energiedissipation durch die innere Reibung eines viskosen Mediums, z. B. einer Flüssigkeit oder eines Gases. Durch Einsetzen der partikulären Lösung (Gl. 2.24) in die Dämpfungskraft  $F_C$  wird deutlich, dass die viskose Dämpfung proportional zur Eigenfrequenz des Erregers ist.

Dagegen zeigt die Coulomb-Dämpfung ein konstantes Dämpfungsmaß in Abhängigkeit von der Normalkraft auf den Gleitflächen. Daraus ergibt sich eine von der Schwingungsgleichung unabhängige Dämpfung, die Reibungsdämpfung.

Im Zusammenhang mit der Bodendynamik ist vor allem die geometrische und die hysterese Dämpfung bekannt. Letztere zeichnet sich durch eine nichtproportionale Beziehung

zwischen der Dämpfungskraft  $F_C$  und der Federkraft  $F_R$  aus. Diese Art der Dämpfung ist typisch für zyklisch beanspruchte Bodenproben, da die Dämpfung hauptsächlich durch plastische Verformungen verursacht wird. Eine Erhöhung der Erregerfrequenz hat nur einen geringen Einfluss auf die Dämpfung, während die Dämpfung proportional zur Amplitude der Dehnung bzw. der Federkraft zunimmt.

Die geometrische (abstrahlende) Dämpfung steht in keinem Zusammenhang mit inneren materialtechnischen Zusammenhängen, sondern resultiert aus dem Energietransport propagierender (sich ausbreitender) Wellen. Dem entsprechend wird dieser Punkt im Kapitel 2.5 weiter aufgegriffen.

## 2.4 Experimentelle Modalanalyse

Die Signalanalyse im Kontext der Baudynamik beinhaltet im Wesentlichen die Identifikation der modalen Parameter eines Tragwerks (Eigenfrequenzen, Dämpfungsgrade und Modalformen). Die Identifikation der Charakteristika erfolgt mit verschiedenen in-situ-Verfahren. Unabhängig von der Methode können dabei Ungenauigkeiten auftreten. In der Praxis wird häufig die experimentelle Modalanalyse (EMA) eingesetzt, bei der die Parameter durch in-situ-Messungen ermittelt werden. Im Gegensatz zur Operational-Modal-Analysis (OMA), bei der die Modalparameter aus dem Betriebsverhalten des Systems abgeleitet werden, erfordert die experimentelle Modalanalyse eine gezielte Anregung der Struktur (vgl. Kap. 2.4). Die für das jeweilige Bauteil optimale Methode ergibt sich aus einer Abwägung von Aufwand und gewünschtem Ertrag [45]. Bei größeren Bauwerken erfordert die künstliche Anregung oft einen erheblichen technischen Aufwand, um ausreichend Erregerenergie einzubringen. Dafür bietet sie den Vorteil, dass einzelne Eigenschwingungsformen gezielt untersucht und ebenso die Charakteristik der Anregung aufgezeichnet werden können (In- und Output-Methode). Bei der gerätetechnischen Anregung an Brücken sind Sperrungen der Fahrbahnen in der Regel unumgänglich. Auf diese Weise ermöglicht die experimentelle Modalanalyse eine detaillierte Charakterisierung des dynamischen Verhaltens eines Tragwerks.

Die OMA ist als ein Teilgebiet der EMA zu verstehen, welches die modalen Parameter von Systemen aufgrund ihres Betriebsverhaltens analysiert. Die OMA nutzt die Reaktion des Systems auf natürliche (ambiente) oder erzwungene Anregungen. Dabei kann der Charakter der Anregung nicht im Detail erfasst werden. Es handelt sich demnach um eine Output-Only-Methode. Im Vergleich zu Verfahren mit explizit künstlicher Anregung ergibt sich ein vergleichsweise geringer Aufwand. Durch geschickte Wahl der Messpunkte kann zwischen

Biege- und Torsionsmoden unterschieden werden. Die Methode ist weitgehend anregungsunabhängig, wird aber vor allem durch lange Messreihen (Empfehlung: mindestens 1000- bis 2000-fache Periode der Grundschiwingung [45]), feine Abtastraten, Variation der Fensterbreiten bei gemittelten Spektren und im Kontext der ambienten Anregung durch eine ruhige Randbebauung präziser. Zu den klassischen Methoden gehört neben den Techniken der experimentellen Modalanalyse die Erweiterung durch die Stochastic-Subspace-Identification (SSI) [51, 52]. Bei der SSI wird ein Parametermodell direkt an die Zeitreihenrohdaten angepasst, bis eine Parameterkombination gefunden ist, welche die Rohdaten optimal widerspiegelt.

Bei der Identifikation von Modalparametern muss berücksichtigt werden, dass bei nichtlinearem Systemverhalten die Charakteristik von der Belastungsintensität abhängt, was bei der Auswertung der Ergebnisse beachtet werden sollte [45].

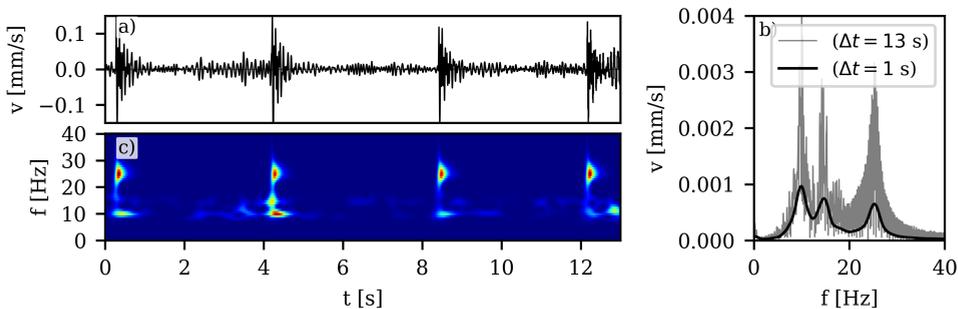
### Auswertung der Eigenfrequenzen

Die Identifikation der Eigenfrequenzen  $f_i$  kann präzise durch die Bestimmung der  $i$ -Spitzen im Frequenzspektrum einer breitbandigen Anregung erfolgen (Peak-Picking). Zur effizienten Transformation der Daten vom Zeit- in den Frequenzbereich (vgl. Kap. 2.2) stehen dem Anwender eine Vielzahl von Plattformen für Programmierung und numerische Berechnungen zur Verfügung [53, 54]. Die Fourier-Transformation kann für beliebige, nicht analytisch integrierbare Funktionen mit Hilfe der diskreten Fourier-Transformation (DFT) oder der (schnellen) Fast-Fourier-Transformation (FFT) numerisch berechnet werden. Dabei ist zu bemerken, dass die FFT keine eigenständige Methode der Spektralanalyse darstellt, sondern vielmehr ein praktisches Rechenverfahren zur effizienten Durchführung der DFT ist. Die Theorie hinter der Algorithmik wird an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt und kann in verschiedenen Standardwerken der Mathematik und Systemanalyse nachgelesen werden [34–37, 48].

Bei der digitalen messtechnischen Erfassung wird eine kontinuierliche Zielgröße  $y$  Punkt für Punkt verarbeitet. Dabei wird jedem diskreten Zeitpunkt  $t$  der Funktionswert  $y(t)$  zugeordnet. Einen Anhaltspunkt für die Wahl der Abtastrate des Signals  $f_s = 1/t$  gibt die Nyquist-Frequenz [48]. Diese beschreibt das Verhältnis der Abtastrate zur Grenzfrequenz ohne Beeinflussung durch Aliasing. Aliasing tritt in der digitalen Signalverarbeitung insbesondere bei der Abtastung analoger Signale auf. Wird ein analoges Signal nicht mit einer ausreichend hohen Frequenz  $f_s$  abgetastet, kann es zu Aliasing-Effekten kommen. Das bedeutet, dass hohe Frequenzen im Signal fälschlicherweise als niedrige Frequenzen dargestellt werden, was zu Verzerrungen oder Informationsverlust führt.

Aufgrund der Symmetrieausnutzung in den berechneten Termen wird bei der FFT eine vorgegebene Fensterbreite  $T_F = \frac{N}{f_s}$  gefordert, die der Anzahl der Abtastwerte innerhalb des Fensters  $N = 2^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) entspricht. Für moderne Algorithmen, wie sie in [55, 56] hinterlegt sind, sind diese Vorgaben nicht zwingend, führen aber zu einer besseren Performance.

Frequenzspektren langer Zeitreihen können mitunter zu sehr unübersichtlichen Darstellungen führen. Hier bietet sich die Mittelung von Spektren an. Dazu wird das Ausgangssignal entlang der Zeitachse in  $n > 1$  einzelne Abschnitte (Fenster) (z. B.  $\Delta t = 4$  s) unter Berücksichtigung von Fensterfunktionen und mit einer definierten Überlappung unterteilt. Für die einzelnen Fenster werden die Spektren individuell ausgewertet. Anschließend wird über alle Spektren gemittelt, um die gemittelten Ergebnisse darzustellen (siehe Abb. 2.9 a, b).



**Abbildung 2.9:** Signal im a) Zeit-, b) Frequenzbereich (gemittelt über unterschiedliche Fensterbreite) und c) im Spektraldiagramm der kontinuierlichen Wavelet Transformation

## Kontinuierliche Wavelet Transformation

Die kontinuierliche Wavelet Transformation (engl.: Continuous Wavelet Transformation - CWT) ist eine mathematische Methode zur Analyse von Signalen, die es ermöglicht, sowohl zeitliche als auch frequenzbezogene Merkmale mit variabler Auflösung zu identifizieren. Sie basiert auf der Verwendung von skalierbaren Wavelets  $W(b, a)$ , die sich über das Signal bewegen und lokale Informationen extrahieren. Die CWT berechnet die Korrelation des Signals mit verschobenen ( $b$ ) und skalierten ( $a$ ) Versionen des ursprünglichen Wavelets. Dadurch kann die CWT, sowohl zeitliche als auch frequenzbezogene Komponenten auswerten. Für die Zeit-Frequenz-Analyse in der Dynamik eignet sich insbesondere das Morlet-Wavelet. Die Wahl der Skalierung des Wavelets beeinflusst die Zeit- und Frequenzauflösung der Analyse. Bei einer hohen Analysefrequenz (kleines  $a$ ) wird eine präzise Zeitauflösung erreicht,

während die Frequenzauflösung reduziert wird. Im Gegensatz dazu führt eine niedrige Analysefrequenz zu einer hohen Frequenzauflösung, aber zu einer geringen Zeitauflösung [37, 55, 57, 58].

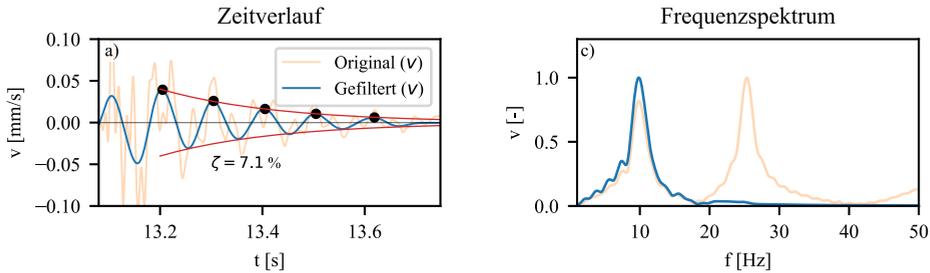
### Fenstern und Filtern

In der Signalanalyse gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, Signale zu begrenzen. Zum einen können sie im Zeitbereich durch Fensterfunktionen und zum anderen im Frequenzbereich durch Filter eingeschränkt werden. Letztere sind ein wesentliches Werkzeug in der Signalanalyse, um bestimmte Frequenzen zu isolieren oder unerwünschte Signalanteile zu unterdrücken. Sie ermöglichen eine gezielte Untersuchung von Signalen und helfen, Rauschen zu reduzieren. Es gibt verschiedene Arten von Filtern wie Tiefpass, Hochpass, Bandpass und Bandsperre, die jeweils auf unterschiedliche Frequenzbereiche abzielen. Die Anwendung von Filterfunktionen in der Signalanalyse ermöglicht eine präzise Frequenzanalyse und erleichtert die Extraktion relevanter Informationen aus den Signalen. Fensterfunktionen werden eingesetzt, um das Signal auf einen bestimmten Zeitbereich zu begrenzen und unerwünschte Anteile, wie z. B. Endeffekte, zu reduzieren. Verschiedene Fensterfunktionen erlauben die gezielte Gewichtung von Signalanteilen. Die Auswahl hängt von den Anforderungen ab. Gebräuchlich sind Rechteck-, Hamming-, Hanning- und Blackman-Fenster [35, 37, 48].

### Auswertung der Dämpfung

Ein mögliches Anwendungsgebiet für Filterfunktionen in der Baudynamik ist die Bestimmung der modalen Dämpfung realer Tragwerke. In der Praxis liegen die Tragwerksantworten meist nur als Überlagerung mehrerer harmonischer Anteile vor, da die gedämpfte Eigenschwingung (Ausschwingkurve) von mehreren Modalformen überlagert wird. Da die verschiedenen Modalformen individuelle Dämpfungswerte haben können, müssen die einzelnen Anteile zunächst isoliert werden, bevor die Dämpfung bestimmt werden kann (siehe Abb. 2.10).

Aufgrund der Vielzahl an Variationen bezüglich der Auswertungsmethoden und der dissipierenden Mechanismen obliegt die Bestimmung der Dämpfung  $\zeta$  hohen Unschärfen. Die bekanntesten Verfahren sind die Auswertung anhand der Breitband-Methode bei harmonischer Erregung (baupraktisch durch Erregung mittels Sweep) im Frequenzbereich, durch die Auswertung der integrierten Peaks in der Ausschwingkurve (Umhüllung) nach Gleichung



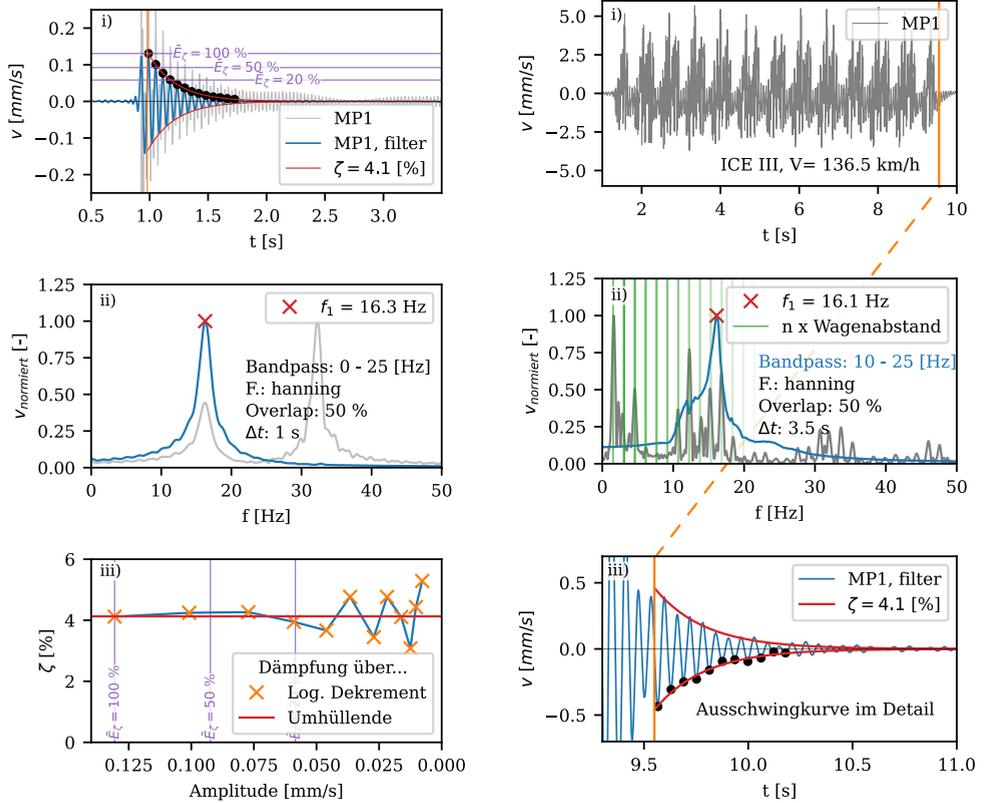
**Abbildung 2.10:** Auswertung der Dämpfung an einem gefilterten Signal einer Ausschwingkurve: a) Signal im Zeitbereich, b) Spektrum der Funktionen

2.35 oder durch Bestimmung des logarithmischen Dekrements im Zeitbereich [36, 44, 48, 50, 59].

$$y(t) = y_{max} e^{-(\delta \cdot t)} \quad (2.35)$$

Für die Umhüllung der Ausschwingkurve werden zunächst die Hochpunkte jeder Periode bestimmt. Anschließend erfolgt die Bestimmung von  $\delta$  mit Hilfe von Curve-Fitting-Methoden auf Grundlage der Exponentialfunktion nach Gleichung 2.35 (vgl. Abb. 2.10). Führen die Methoden in analytischen Beispielen zu guten Ergebnissen, stellen sich in der Praxis durch eine Vielzahl von Überlagerungen (aufgrund von Störeinwirkungen) schnell Unschärfen ein [59]. Insbesondere bei mehreren naheliegenden Eigenfrequenzen (Biege- und Torsionsmode kurze Brücken) oder parallelen harmonischen Anregungen in direkter Nachbarschaft zur eigentlichen Eigenfrequenz (z. B.  $n$ -fache der harmonischen Zugerregung), können sowohl bei der „Breitband-Methode“ also auch bei der Auswertung des Logarithmischen Dekrements Diskrepanzen entstehen. Am folgenden Beispiel (Abb. 2.11) ist die Auswertung der Dämpfung an einer geschotterten Vollrahmenbrücke (zweigleisig,  $L = 10,8 \text{ m}$ , Schlankheit  $S = L/d = 16$ ) dargestellt. Die Auswertung erfolgt auf Grundlage einer Impulsanregung (Abb. 2.11a) und einer Zugüberfahrt (Abb. 2.11b).

Die Auswertung der Impulsanregung (Abb. 2.11a) setzt aufgrund der niedrigen Amplituden ein ruhiges und ungestörtes Umfeld entlang der Ausschwingkurve voraus. Die Homogenität lässt sich entweder über das Spektrum oder über eine CWT überprüfen. Die Auswertung der Dämpfung anhand des logarithmischen Dekrements und anhand der Umhüllenden der Ausschwingkurven zeigen für Energieniveaus von  $\bar{E}_\zeta \geq 20\%$  konvergente Ergebnisse [50]. Dies deckt sich mit den Aussagen in [44]. Weiter deutet dieser Zusammenhang auf überwiegend viskose Mechanismen innerhalb der globalen Dämpfung hin. Die Auswertung



(a) Impulsanregung im i) Zeitverlauf, ii) im Frequenzbereich und iii) Gegenüberstellung der Dämpfungswerte

(b) Zugüberfahrt im i) Zeitverlauf und ii) Frequenzbereich und iii) Ausschwingkurve im Detail

**Abbildung 2.11:** Auswertung der Dämpfung auf Grundlage einer a) Impulsanregung und b) Zugüberfahrt

der Zugüberfahrt zeigt deutlich höhere Amplituden und vereinzelt Überlagerungen; trotzdem ergibt sich für die Dämpfung ein ähnliches Niveau wie bei der Impulsanregung (siehe Abb. 2.11b ii).

## 2.5 Bodendynamik

### 2.5.1 Materialverhalten und Wellenausbreitung

Die Materialeigenschaften des Bodens werden durch den (dynamischen) Schubmodul  $G_{(d)}$ , die Querkontraktionszahl  $\nu$ , die Dichte  $\rho$  und die Materialdämpfung  $\zeta_M$  beschrieben. Zusätzlich zur statischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung führt die Wellenausbreitung bei dynamischer Belastung zur geometrischen Dämpfung  $\zeta_A$ . Diese wird in der Literatur aufgrund der Energieabstrahlung in den Halbraum auch als Abstrahlungsdämpfung bezeichnet. Die Wellenausbreitung im homogenen elastischen Halbraum wird im Wesentlichen durch drei verschiedene Wellentypen beschrieben (siehe Abb. 2.12). Die Primär- oder Druckwellengeschwindigkeit  $V_P$  ergibt sich entweder über die Lamé-Konstanten  $\lambda$  und den dynamischen Schubmodul oder über den dynamischen Steifemodul  $E_{s,d}$  bei behinderter Seitendehnung. Die Scherwellengeschwindigkeit  $V_S$  und die Rayleighwellengeschwindigkeit  $V_R$  werden mit Hilfe der aufgezeigten Materialeigenschaften und des Geschwindigkeitsverhältnisses  $\mu$  berechnet, das nach KNOPOFF in Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl definiert ist (vgl. Gl. 2.43) [60]. Einführungen in die Bodendynamik und die Theorie der Wellengleichung finden sich unter anderem in [38, 40, 61–63]

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2G_d}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_{s,d}}{\rho}} \quad (2.36)$$

$$V_S = \sqrt{\frac{G_d}{\rho}} \quad (2.37)$$

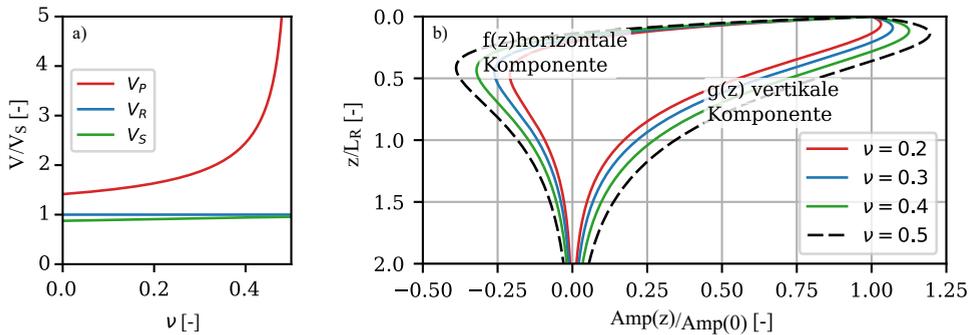
$$V_R = \frac{V_S}{\mu} \quad (2.38)$$

mit:

$$G_d = \frac{E_d}{2(1 + \nu)} \quad (2.39)$$

$$= \frac{E_{s,d}(1 - 2\nu)}{2(1 - \nu)} \quad (2.40)$$

$$\lambda = \frac{\nu E_d}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2.41)$$



**Abbildung 2.12:** a) Vergleich der Wellengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Querdehnzahl b) Normalisierte Amplituden in Abhängigkeit von der Tiefe für Rayleigh-Wellen in Anlehnung an [63]

Es sei darauf hingewiesen, dass für die Eingabe der Materialkennwerte in der Softwareumgebung ABAQUS [64] der E-Modul verwendet wird (vgl. Kap. 5). Der Zusammenhang zwischen dem Steifemodul (bei behinderter Seitendehnung) und dem E-Modul wird wie folgt beschrieben:

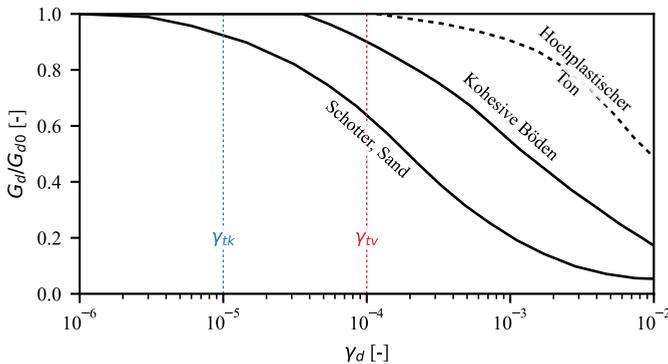
$$E = E_s \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{1 - \nu} \quad (2.42)$$

Das Geschwindigkeitsverhältnis  $\mu$  nach KNOPOFF [60] kann wie folgt vereinfacht werden:

$$\mu = \frac{1}{-0,0833\nu^3 + 0,0036\nu^2 + 0,1812\nu + 0,875} \quad (2.43)$$

Darüber hinaus wird das Materialverhalten durch eine Vielzahl weiterer Faktoren beeinflusst. Wesentlich dabei sind die mittleren effektiven Hauptspannungen  $\sigma_m$  und die Scherdehnungen  $\gamma_d$  der sich ausbreitenden Wellen. Zur Berücksichtigung der Scherdehnungsabhängigkeit wird der Schubmodul in Abhängigkeit von der minimalen Schubverformung  $\gamma_d \leq 10^{-6}$  angegeben. In diesem Sinn wird in der Bodendynamik zwischen dem statischen Schubmodul  $G$ , dem dynamischen Schubmodul  $G_d$  und dem dynamischen Schubmodul bei kleinsten Verformungen ( $\gamma_d \leq 10^{-6}$ ) - dem quasi-statischen Fall -  $G_{d0} \approx G$  unterschieden. Abbildung 2.13 zeigt den qualitativen Streubereich des normalisierten Schubmoduls  $G_d/G_{d0}$  in Abhängigkeit von der dynamischen Schubdehnungsamplitude  $\gamma_d$ .

Bei kleinen Dehnungsamplituden verhält sich der Boden (vgl. Abb. 2.13, Sand für  $\gamma_d < \gamma_{tk}$ ) näherungsweise wie ein elastisches Medium mit dem Steifigkeitsverhältnis  $G_d/G_{d0} = 1$ .



**Abbildung 2.13:** Streubereich des normierten Schubmoduls in Abhängigkeit von der Scherdehnungsamplitude  $\gamma_d$  nach [61]

Der normalisierte Schubmodul  $G_d/G_{d0}$  nimmt mit zunehmender Schubdehnung ab, siehe Abb. 2.13.

Die Scherdehnung ist dem entsprechend repräsentativ für den dynamisch angeregten Boden. Der maximal mögliche Schubmodul  $G_{d0}$  hängt darüber hinaus von weiteren Faktoren wie der mittleren Normalspannung  $\bar{\sigma}_0$ , dem Hohlraumanteil  $e$ , der Plastizität und der Anzahl der Zyklen ab [65]. Mit empirisch ermittelten Formeln kann die Größe des dynamischen Schubmoduls  $G_{d0}$  abgeschätzt werden [66]. WICHTMANN grenzt die Untersuchungen von VUCETIC zum zyklischen Verhalten von Böden unter Scherdehnung weiter ein [67, 68]. Er definiert den Übergang vom linear elastischen zum nichtlinear elastischen Materialverhalten von Sand bei  $\gamma_d = \gamma_{tk} \approx 10^{-5}$ . Darüber hinaus treten ab  $\gamma_d = \gamma_{tv} \approx 10^{-4}$  irreversible Vertikaldehnungen auf, vgl. Abb. 2.13. Die Grenzscherdehnung  $\gamma_{tv}$  wird von WICHTMANN als relativ unabhängig von der mittleren effektiven Hauptspannung beschrieben.

Unter Berücksichtigung der maximalen Schwinggeschwindigkeit des Bodens  $v_{max}$  und der Scherwellengeschwindigkeit der betrachteten Schicht  $V_S$  kann die Scherdehnung  $\gamma_d$  in einer ersten Näherung abgeschätzt werden [61]:

$$\gamma_d = \frac{v_{max}}{V_S} \quad (2.44)$$

Diese Vereinfachung gilt primär nur im Fernfeld und unter der Annahme einer eindimensionalen Wellenausbreitung. Auf weitere Betrachtungen im 3D-Fall wird hier aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Nach STUDER bewegen sich die Dehnungsamplituden aufgrund verkehrsinduzierter Erschütterungen im Bereich von  $\gamma_d < 10^{-4}$  [38]. Dieser breit gefasste Bereich kann mit Anwendung der approximierten Scherdehnungen (Gl. 2.44) auf Grundlage der eigenen Untersuchungen aus Kapitel 6.2 weiter eingegrenzt werden. Die durch Zugüberfahrten erzeugten Scherdehnungen am Übergang vom Fundament zum Boden zeigen Größenordnungen von  $\gamma_d \approx 3 \cdot 10^{-6}$ . Wenn zudem Böden unter der Thematik der Gebrauchstauglichkeit betrachtet werden und die primären nichtlinearen Setzungen abgeschlossen sind, kann für Bereiche dieser Größenordnung der Boden über linear äquivalente Materialeigenschaften dargestellt werden [38, 68]. Dadurch vereinfacht sich die Thematik und das Materialverhalten kann als linear-elastische beschrieben werden. Im Optimum wird über ein iteratives Verfahren die Scherdehnung und Spannung auf Elementebene prognostiziert, berechnet und nach Bedarf angepasst. Dadurch ergibt sich eine dehnungs- und spannungsabhängige Steifigkeitsverteilung in der Modellierung. Zur Identifikation grundlegender Interaktionen wird jedoch in der Forschung oft auf ein erweitertes „layering“ zur differenzierten Berücksichtigung verschiedener Dehnungsbereiche innerhalb der Modellierung verzichtet, da die Varianz der Bodensteifigkeiten innerhalb von  $\gamma_d < 10^{-4}$  gering ist. Entsprechend wird in den Kapiteln 5 und 6 auf eine Differenzierung zwischen  $G$  und  $G_d$  verzichtet.

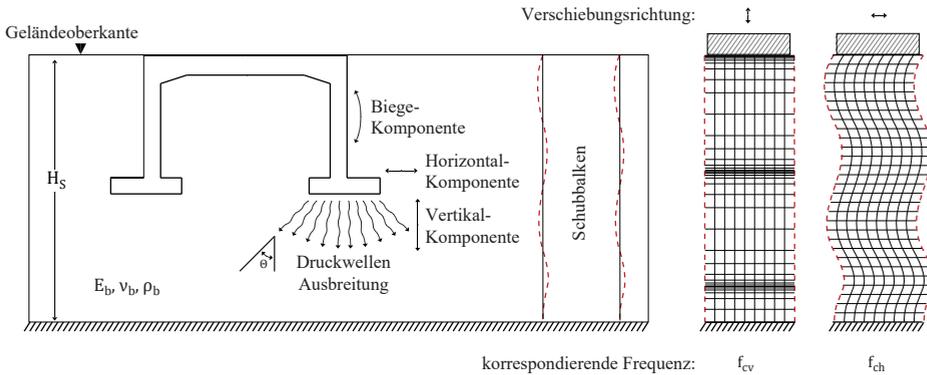
Darüber hinaus kann das Dämpfungsverhalten von Böden als entgegengesetzt zum Steifigkeitsverlauf beschrieben werden [61].

Raumwellen breiten sich kreisförmig und gleichmäßig aus. Oberflächenwellen weisen dem entgegen starke Nichtlinearitäten auf. Beispielhaft sei hier die Rayleigh-Welle genannt, welche in Abhängigkeit von der Wellenlänge mit der Tiefe schnell abklingt. Über die Wellengleichung für den ebenen elastischen homogenen Halbraum kann das tiefenabhängige Geschwindigkeitsfeld der Rayleigh-Welle visualisiert werden (Abbildung 2.12 b). Die Funktionen von  $f(kz)$  und  $g(kz)$  entsprechen den horizontalen bzw. den vertikalen Komponenten der Rayleigh-Wellen-Geschwindigkeit. Ausführungen und Berechnungen zum Geschwindigkeitsfeld der Rayleigh-Welle finden sich unter anderem in [22, 63, 69–71].

Der Energietransport von Raum- und Oberflächenwellen führt zu einer kontinuierlichen Energiedissipation, die durch die geometrische Dämpfung  $\zeta_A$  quantifiziert werden kann. Betrachtet man beispielsweise die vertikale Oberflächenverschiebung einer gleichmäßig belasteten und steifen Fläche, so ist die analoge Dämpfung proportional zur Primärwellengeschwindigkeit  $V_P$ . Für begrenzte Flächen, wie z. B. Fundamentblöcke, erweist sich in

diesem Fall die Lysmer-Äquivalenzgeschwindigkeit  $V_{LA}$  als hilfreich, da die diskontinuierliche Belastung für eine begrenzte Wellenausbreitung mit  $\Theta < 90^\circ$  unterhalb des Fundaments sorgt (vgl. Abb. 2.14) [72, 73].

$$V_{LA} = 3,4 \frac{V_S}{\pi (1 - \nu)} \quad (2.45)$$



**Abbildung 2.14:** Wellenausbreitung im geschichteten Boden am Beispiel einer Rahmenbrücke

Bei Berücksichtigung der geometrischen Dämpfung in geschichteten Böden ergibt sich aus der Eigenfrequenz der jeweiligen Schicht ein einflussreicher Grenzwert. So ergeben sich für geschichtete Böden (vgl. Abb. 2.14) nach dem Schubalkenmodell theoretisch unendlich viele vertikale und horizontale Eigenfrequenzen. Im Zusammenhang mit der geometrischen Dämpfung sind jedoch weiche Schichten auf steiferem Untergrund (min. doppelte Steifigkeit) von besonderem Interesse. In der Literatur wird die Fragestellung oft als Grenzwert betrachtet, bei dem ein Boden beliebiger Steifigkeit auf unendlich steifem Fels folgt (vgl. Abb. 2.14). In diesem Fall bilden die jeweiligen ersten Schichtfrequenzen  $f_{cv}$  und  $f_{ch}$  eine untere Grenze (Cut-off) für die Wellenübertragung durch die eigene Schicht [38, 61, 74].

$$f_{ch} = \frac{V_S}{4 H_S} \quad (2.46)$$

$$f_{cv} = \frac{V_P}{4 H_S} \quad (2.47)$$

Unterschreitet ein schwingungsfähiges System (z. B. ein Brückenfundament) mit seiner dominanten Eigenfrequenz diese Grenzen, verschwindet der frequenzabhängige Energietransport innerhalb der Bodenschicht. Diese Eigenfrequenzen bilden somit eine Grenzfrequenz für die geometrische Dämpfung. Das Verhalten dieser Bodenschicht ähnelt dann stark dem

statischen Fall [74] und die Dämpfung reduziert sich auf den reinen Materialdämpfungsansatz.

## 2.5.2 Ermittlung Bodendynamischer Kennwerte

Zur Bestimmung der Scherwellengeschwindigkeit werden in der Praxis spezielle in-situ-Verfahren eingesetzt. Einige Methoden erfordern entsprechende Tiefbohrungen wie bei der Downhole- oder Crosshole-Messung. Andere Methoden kommen mit Oberflächenmessungen aus, benötigen dafür aber ein homogenes Schichtprofil entlang der Ausbreitungsmessung. In diesem Zusammenhang sei auf die Multi-Channel-Analysis-of-Surfacewaves (MASW-Methode) verwiesen [75]. Alle Verfahren zur Bestimmung der dynamischen Baugrundeigenschaften weisen Unschärfen (+/- 20 %) auf, die auf die Variation der Interpretations- und Auswerteverfahren zurückzuführen sind [76]. Weitere Informationen zu den einzelnen Verfahren sind in [61] erläutert. Werden für die Materialerkundung am bestehenden Bauwerk zerstörungsfreie Verfahren bevorzugt, liegt hier der klare Vorteil bei der MASW-Methode. Hierbei wird ausgenutzt, dass Rayleigh-Wellen dispersive Eigenschaften besitzen. Das bedeutet, dass Wellen unterschiedlicher Frequenz mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in unterschiedlich tiefe Schichten des Baugrundes eindringen. Höherfrequente Rayleigh-Wellen (mit kürzeren Wellenlängen) bleiben auf geringe Tiefen beschränkt, niederfrequente (langwelligere) Komponenten dringen in tiefere Schichten vor. Dies erlaubt Rückschlüsse auf das Scherwellengeschwindigkeitsprofil des Bodens, insbesondere in bautechnisch relevanten Tiefen [75, 77].

Das zu erfassende Wellenfeld wird z. B. durch eine Ausbreitungsmessung unter Impulsanregung gemessen (siehe Abb. 2.15).

## 2.5.3 Modellierung der Boden-Bauwerk-Interaktion

Rahmenbrücken sind durch ihre spezielle Gründungssituation vergleichsweise stark an den umgebenden Baugrund gekoppelt. Die aus der Anregung  $F(t)$  resultierenden Schwingungen des Brückenüberbaus werden über die monolithische Verbindung der Widerlager (WDL) übertragen und führen zu entsprechenden Verschiebungen  $x(t)$  in der Gründung, die in der Regel zu einer phasenverschobenen Bodenreaktionskraft  $R(t)$  und damit zu einer geometrischen Dämpfung führen (vgl. Abb. 2.7). Die resultierende gegenseitige Interaktion von



**Abbildung 2.15:** Messung dynamischer Bodenparameter mittels MASW-Methode

Tragwerk und Boden wird Boden-Bauwerk-Interaktion (BBI) genannt. Das Steifigkeitsverhältnis von Überbau und Gründung führt vor allem bei kurzen Rahmenbrücken zu einer starken Beeinflussung des Gesamtsystems durch den umgebenden Boden.

### Impedanzfunktion

Der Quotient aus Bodenreaktionskraft  $R(t)$  und Verschiebung  $x(t)$  ist sowohl material- als auch frequenzabhängig und wird als dynamische Steifigkeit oder Impedanzfunktion  $K$  bezeichnet [38]. Die Impedanzfunktion ist aufgrund der Phasenverschiebung eine komplexe Größe und nicht mit einer Steifigkeit im Sinne der Statik zu vergleichen.

Im Vergleich zu den Zusammenhängen des EMS beschreibt die Bodenreaktionskraft das Zusammenspiel der Dämpfungs- und Federkraft (vgl.: Gl. 2.17). Ist die Bodenreaktionskraft bekannt, kann die BBI optimal abgebildet werden. Zur Veranschaulichung der Impedanz sei ein dynamisch belastetes, starres Fundament betrachtet. Die äquivalente DGL ergibt sich mit Anwendung der Impedanzfunktion  $K$

$$K = \frac{R(t)}{x(t)} \quad (2.48)$$

zu:

$$m\ddot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (2.49)$$

Vergleichend ergibt sich für die DGL des EMS mit Einsetzen des komplexen Ansatzes der partikulären Lösung (Gl.2.24):

$$(k - m\Omega^2) + ci\Omega = \frac{F(t)}{x_P(t)} \quad (2.50)$$

Es fällt auf, dass für ein masseloses Fundament nach Gl. 2.49 und durch Gleichsetzung mit Gleichung 2.50 die Impedanz einen realen und einen imaginären Anteil hat. Für diesen Fall gilt:

$$K = (k - m\Omega^2) + ci\Omega \quad (2.51)$$

Mit Einsetzen der Gleichung 2.18 und Gleichung 2.20 sowie dem Frequenzverhältnis  $\eta = \Omega/\omega$  ergibt sich:

$$K = k(k_s + i\Omega c_s) \quad (2.52)$$

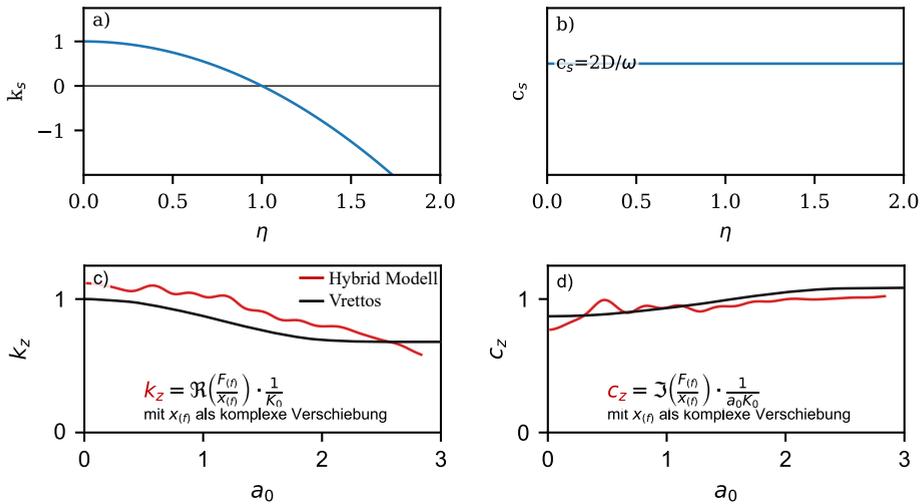
$$\text{mit: } k_s = 1 - \eta^2 \quad (2.53)$$

$$c_s = \frac{c}{k} = \frac{2\zeta}{\omega} \quad (2.54)$$

Die Abbildungen 2.16 a) und b) zeigen die Impedanzfunktion des EMS. Die Herleitung dieses vereinfachten Falles [38] zeigt, dass die Bodenreaktionskraft eine komplexe Größe darstellt. Der Realteil, vergleichbar mit der Federsteifigkeit, erreicht seinen Nullpunkt für  $\eta = 1$ , auch Resonanzstelle genannt. Für die Quasi-Statik mit  $\eta = 0$  ergibt sich  $K = k$  und für  $\eta > 1$  stellen sich für  $k_s$  stetig sinkende Werte ein, analog zum massendominierten System des EMS (siehe Abb. 2.8). Das Verhältnis zwischen dem imaginären und dem realen Anteil der Impedanzfunktion stellt das Maß der geometrischen Dämpfung  $\zeta_A$  dar. Die Dämpfung selbst berechnet sich durch Umstellen und Einsetzen der Gl. 5.7 und 5.8 in Gl. 2.54 und Gl. 2.56 zu:

$$\zeta_A = \frac{\Im(\mathbf{a}_0)}{2 \cdot \Re(\mathbf{a}_0)} \quad (2.55)$$

Im Sonderfall des linearen EMS ist diese über alle Frequenzen konstant, jedoch aufgrund der Komplexität um  $90^\circ$  phasenverschoben zur Steifigkeit (vgl. Abb. 2.7).



**Abbildung 2.16:** a) Steifigkeits- und b) Dämpfungskoeffizienten für die Impedanzfunktion des Einmassenschwingers; c) Steifigkeits- und d) Dämpfungskoeffizienten für die Impedanzfunktion des starren, quadratischen Rechteckfundamentes auf elastischem Halbraum für  $\nu = 1/3$  mit Vergleichswerten [66]

Für bodendynamische Fragestellungen erfolgt die Abbildung der Impedanzfunktion über die dimensionslose Frequenz  $a_0$ . Auf diese Weise kann eine Impedanzfunktion über eine Variation der Bodensteifigkeiten sowie der Fundamentradien  $r$  genutzt werden, siehe dazu auch Kapitel 5.2.2. Für quadratische Fundamente ( $2a \cdot 2b$ ) darf der flächenäquivalenten Ersatzradius  $r_0$  angenommen werden.

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{V_S} \quad (2.56)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{4 a b}{\pi}} \quad (2.57)$$

Abbildung 2.16 c) und d) zeigen die Impedanzfunktionen eines starren, quadratischen Fundamentes auf homogenem Halbraum nach VRETTOS [66]. Vergleichend werden die Ergebnisse entsprechend der hybriden Modellierung im Mittelpunkt eines Geländeeinschnittes (21 m) aus dieser Arbeit ergänzt (vgl. Kap. 5.2.2). Die Berechnung, Herleitung und Approximationen für Impedanzfunktionen einfacher Fundamentgeometrien sind vielfältig in der Literatur zu finden [33, 50, 61, 66, 78–82]. Die Berechnung der Impedanzfunktionen komplexer Geometrien und unter Berücksichtigung der Bodenschichtung sowie der Interaktion benachbarter Gründungskörper wird mit Hilfe der Numerik in Computerprogrammen gelöst.

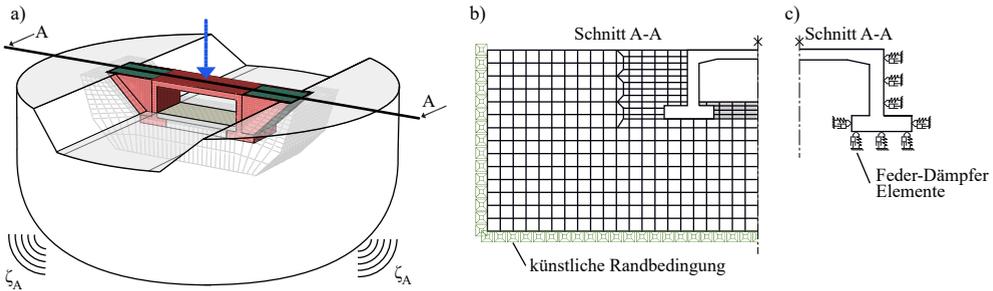
## Boden-Bauwerk-Interaktion in der Numerik

Wird die Berücksichtigung der BBI bei der numerischen Lösung eines dynamischen Problems gefordert, muss das resultierende Modell die Sommerfeld'sche Strahlungsbedingung erfüllen [83, 84]. Diese besagt, dass am Übergang zum Fernfeld (Unendlichkeit) nur ein Energiefluss (sich ausbreitende Wellen) nach außen erlaubt ist. Eine kurze Zusammenfassung der Berechnungsmethoden der BBI findet sich u. a. in [85]. Im Hinblick auf die geometrische Darstellung des Problems können die beiden folgenden Modellierungsansätze verwendet werden, um die Fragestellung in einem Softwarepaket für die Finite-Elemente-Methode (FEM) zu modellieren (z. B. ABAQUS, ANSYS, FLAC3D usw.). Die folgenden Methoden können unabhängig von der Dimension des Problems angewendet werden:

1. DIREKTE METHODE
2. SUBSTRUKTUR METHODE.

Im Nahfeld einer Wellenquelle (schwingendes Fundament mit Radius  $r_0$ ) dominieren hauptsächlich Raumwellen die Ausbreitungseigenschaften, auch an der Geländeoberkante. Darüber hinaus, ab einer Entfernung von etwa einer Rayleigh-Wellenlänge  $\lambda_R$ , breiten sich die Schwingungen an der Oberfläche hauptsächlich als Oberflächenwellen aus [61]. WOLF zeigt weiter, dass bis zu einer dimensionslosen Frequenz von  $a_0 \leq 2$  über 50 % der Energieausstrahlung eines angeregten Fundamentblockes auf die Rayleigh-Welle entfallen [33].

Diese Zusammenhänge verdeutlichen, dass bei der Modellierung der BBI Nah- und Fernfeld von einander abgegrenzt werden müssen. Bei der direkten Methode (Abb. 2.17 b) wird der Nahfeldbereich des Bodens durch finite Elemente dargestellt. Nur das Fernfeld wird durch künstliche Randbedingungen (engl.: *silent boundaries*, *absorbing boundaries* oder *artificial boundaries*) mit geringer Randreflexion dargestellt. Der Hauptvorteil der direkten Methode ist die visuelle Darstellung der vorhandenen Wechselwirkungen und die damit verbundene Identifizierung der Mechanismen. Außerdem sind die sich ausbreitenden Wellen visuell sichtbar und nichtlineare Bodeneigenschaften können im Nahfeld direkt berücksichtigt werden. Der Modellierungsaufwand und die Berechnungszeit sind aufgrund der Zeitschrittintegrationsverfahren jedoch deutlich höher als bei der SUBSTRUKTUR METHODE, welche vor allem im Frequenzbereich rechnet. Bei der SUBSTRUKTUR METHODE (Abb. 2.17 c) wird der gesamte Fernbereich über frequenzabhängige Feder-Dämpfer-Pakete (Impedanzfunktionen) oder Makro-Finiten-Elemente reduziert. In Abhängigkeit von der untersuchten Frequenzspannweite und der Frequenzauflösung ergeben sich  $n$  betrachtete diskrete Frequenzen, deren Teillösungen aufgrund der Linearitäts-Voraussetzung superponiert werden. Die Feder-Dämpfer-Pakete können durch Impedanzfunktionen bestimmt werden, die z. B. durch die

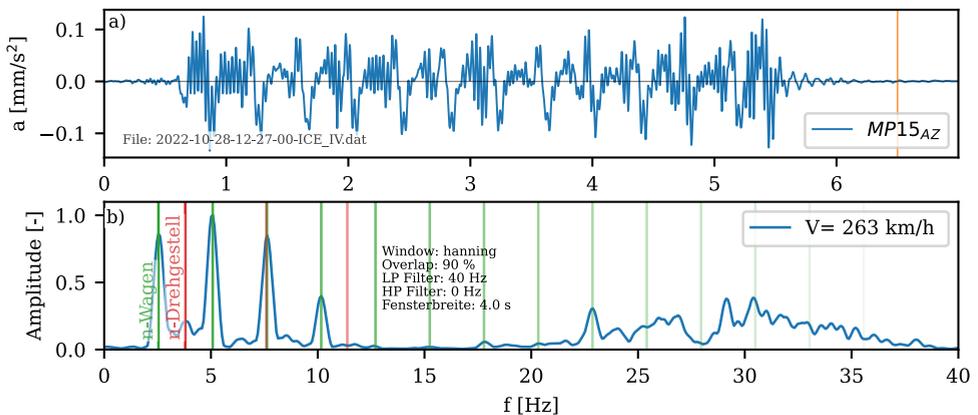


**Abbildung 2.17:** Veranschaulichung verschiedener Modellierungsansätze der BBI:  
 a) 3D-Modellierung mit dem Hybridansatz, b) 2D- oder 3D-Modellierung mit der DIREKTEN METHODE und c) mit der SUBSTRUKTUR METHODE

Verwendung des Konusmodells nach WOLF [33] für jeden Freiheitsgrad vereinfacht werden können. Ein Nachteil der klassischen Impedanzfunktionen ist die Einseitigkeit, da ausschließlich eine Einwirkung von der Struktur zum Boden (Bodenreaktion), aber nicht rückwärts zugelassen wird. Dem entgegen stehen die Makro-Finiten-Elemente. Diese werden mit numerischen Methoden berechnet, z. B. mit der Integral-Transform-Methode (ITM) [86] oder der Boundary-Element-Methode (BEM) [87–89]. Im Vergleich zum Ansatz mit Impedanzfunktionen berücksichtigt der Makro-Finite-Elemente-Ansatz die Interaktion zwischen Knoten und zwischen einzelnen Freiheitsgraden und erlaubt eine echte Interaktion zwischen Boden und Struktur in jeder Richtung sowie beliebige Schichtzahlen und geologische Formationen. Dementsprechend eignet er sich besser für Bauwerke mit breiten und flexiblen Fundamenten oder für Bauwerke mit komplexer Gründungsgeometrie wie z. B. eingebettete Rahmen. Darüber hinaus ist es möglich, die Vorteile beider Methoden (direkt, substruktur) durch eine hybride Modellierung zu kombinieren (siehe Kap. 5).

### 3 Das dynamische System der Eisenbahnrahmenbrücke aus Stahlbeton

Eisenbahnbrücken sind aufgrund der regelmäßigen Wagenreihung und der konstanten Fahrgeschwindigkeit der überfahrenden Züge vorübergehend periodischen Belastungen ausgesetzt. In Abbildung 3.1 ist die Systemantwort eines Brückenüberbaus im Zeit- und Frequenzbereich dargestellt (Vertikalbeschleunigung - MP15<sub>AZ</sub>). Der periodische Charakter der Anregung wird im Frequenzspektrum deutlich. Führen diese zu unzulässig hohen Schwingungsamplituden, sind sicherheitsrelevante Beeinträchtigungen wie die Destabilisierung des Schotterbettes und unzulässige Verformungen möglich.



**Abbildung 3.1:** Überfahrt eines ICE III im a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich mit Darstellung der zugehörigen periodischen Erregungen (vgl. Kap. 6.2)

Das folgende Kapitel führt in die Thematik der dynamischen Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken aus Stahlbeton ein. Dazu wird zunächst ein Überblick über den aktuellen

Stand der Normung und Wissenschaft gegeben (vgl. Kap. 3.1). Anschließend werden mögliche Einflussfaktoren auf die dynamische Charakteristik vor dem Hintergrund der wissenschaftlichen und normativen Grundlagen diskutiert. Auf Grundlage der erläuterten Einflussfaktoren enthält das Kapitel 3.2 die Beschreibung der erforderlichen Untersuchungen sowie die Darstellung der in dieser Arbeit verfolgten Vorgehensweise.

## 3.1 Stand der Normung und Wissenschaft

### Stand der Normung

Die Bemessung von Eisenbahnbrücken ist in Deutschland durch den Eurocode sowie die Richtlinie 804 der DB Netz AG geregelt [3, 4, 90]. Allgemeine Untersuchungen zum Resonanzverhalten von Eisenbahnbrücken infolge zuginduzierter Anregung finden sich unter anderem in [5, 6, 91–93]. Lastansätze für die numerische Simulation von Zugüberfahrten basieren auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen. Normativ wird die Verwendung von Hochgeschwindigkeitslastmodellen (HSLM) mit repräsentativen Zug-Last-Kombinationen empfohlen [3, 4, 94–96]. Darüber hinaus können ebenfalls explizite Züge über bewegte Masse-Feder-Dämpfer-Systeme [9, 96–100] modelliert werden.

Die Einschränkung der allgemeinen Brückendynamik auf Rahmenbrücken in Stahlbetonbauweise zeigt, dass in Deutschland auf eine vollständige dynamische Berechnung verzichtet werden darf, wenn eine Resonanzgefahr ausgeschlossen werden kann. Der Nachweis wird durch die Einhaltung verschiedener Randbedingungen geführt. Insbesondere bei einfeldrigen Rahmenbrücken darf unabhängig von der örtlich zulässigen Geschwindigkeit auf eine dynamische Berechnung verzichtet werden, wenn unter anderem folgende drei Punkte eingehalten werden [4]:

- max. Spannweite:  $L \leq 25$  m;
- min. Plattendicke:  $d \geq \max(L/15; 0,45$  m);
- Kreuzungswinkel:  $\alpha = 100$  gon  $\pm 10$  gon.

Wird aufgrund der Randbedingungen eine dynamische Berechnung unter Berücksichtigung einer Zugüberfahrt gefordert, muss ein numerisches Modell erstellt werden, um die erforderlichen Nachweise zu überprüfen. Die Grenzwerte der vertikalen Überbaubeschleunigungen  $a_z$  ergeben sich wie folgt [4]:

- $a_z \leq 3,5 \text{ m/s}^2$  bei Schotteroberbau;
- $a_z \leq 5 \text{ m/s}^2$  bei Fester Fahrbahn.

Der Eurocode und die Richtlinie 804 der DB-Netz AG geben nur bedingt Anforderungen oder Hinweise zur Modellierung [3, 4]. Thematisiert werden hier lediglich die Sensitivität der Eigenfrequenzen in Bezug auf die Bettung und die Massenverteilung sowie eine mögliche globale Steifigkeitserhöhung durch das Gleisbett. Weiter ist die Systemdämpfung als unterer Grenzwert abzuschätzen. Angaben zur Dämpfung bei Eisenbahnbrücken werden über spannenweitenabhängige Beziehungen, unterteilt nach der Bauart, dargestellt (Größenordnung:  $1,5\% \leq \zeta \leq 2,5\%$ ). Die normativ festgelegte Dämpfung erfasst keine Zusammenhänge der Boden-Bauwerk-Interaktion (geometrische Dämpfung), sondern sie ist als großzügig bemessene Materialdämpfung zu verstehen. Darüber hinaus kann bei der Verwendung von bewegten Einzellastmodellen die Interaktion zwischen Zug und Brücke über eine theoretische Zusatzdämpfung berücksichtigt werden. Diese Vorgehensweise führt in der Praxis häufig zum Fehlen relevanter Dämpfungsbeiträge aus der Energieabstrahlung ins Fernfeld. Dies resultiert in großen Kapazitäten (Überschätzung der Amplituden) bei der Ermittlung der Systemantwort im Resonanzbereich. Der Ansatz von messtechnisch nachgewiesenen Dämpfungsgraden ist zulässig und ersetzt die spannungsabhängige Dämpfung.

Ein wesentlicher Punkt in den Regelwerken betrifft die zu berücksichtigenden Eigenformen  $f_i$  [4]. Für eine möglichst präzise Berechnung der Systemantwort müssen alle massenrelevanten Eigenformen berücksichtigt werden. Die dabei gebildete Summe der modalen Massen stellt ein wesentliches Kriterium dar, mit welchem die Güte der Berechnung qualitativ bewertet werden kann. Bei Eisenbahnbrücken wird in Deutschland eine Berücksichtigung aller Eigenformen bis  $f_{\max}$  gefordert.

$$f_{\max} = \max\{30 \text{ Hz}; 1,5 \cdot f_1; f_3\} \quad (3.1)$$

Aufgrund der Erfahrungen der letzten Jahre wurden in Österreich eigene Erweiterungen für den Entwurf und die Berechnung von Eisenbahnbrücken entwickelt [101]. Damit kann bei Rahmenbrücken bis zu einer lichten Weite von 3,0 m bei Einhaltung entsprechender Grenzwerte für die Wand- und Überbaudicke generell auf eine dynamische Berechnung verzichtet werden. Analog dazu sind Diagramme mit Parametersätzen für übliche Rahmenbrücken bis zu Stützweiten von 15,0 m in Bearbeitung. Die Berechnungshilfen ermöglichen die Bemessung der standardisierten Brückentypen ohne einen expliziten, dynamischen Nachweis. Darüber hinaus stehen für zweigleisige Strecken zwei Standardquerschnitte zur Verfügung:

einer für Geschwindigkeiten bis 160 km/h und einer für Geschwindigkeiten bis 250 km/h. In Abhängigkeit von der Streckengeschwindigkeit gibt eine Diagrammlinie die erforderliche Schlankheit für eine bestimmte Stützweite an. Bleiben Rahmenbrücken innerhalb der angegebenen maximalen Schlankheitsgrenzen oder sind die Streckengeschwindigkeiten kleiner als 120 km/h, ist ein Nachweis ihrer dynamischen Eigenschaften nicht erforderlich [30, 101, 102].

Die meisten anderen europäischen Länder orientieren ihre nationale Normung im Wesentlichen an den Ausführungen des Eurocodes und verweisen durch den Verzicht auf weitere nationale Vorgaben auf die Eigenverantwortung des planenden Ingenieurs, sich mit der Thematik der Brückendynamik und der korrekten Modellierung von Rahmenbrücken unter Berücksichtigung der BBI eingehend zu befassen [30].

#### **Stand der Wissenschaft und Diskussion der Einflussgrößen**

Die wissenschaftliche Beschreibung der Diskrepanzen im dynamischen Verhalten von Rahmenbrücken ist in der Literatur vielfältig beschrieben und belegt. So schreibt MARX in einer Zusammenfassung zur Modellierung von Eisenbahnbrücken, dass bei kurzen Brücken tendenziell höhere Eigenfrequenzen beobachtet werden als erwartet. Zudem ist die Systemantwort bei integralen Bauwerken (z. B. Rahmenbrücken) deutlich geringer als prognostiziert [18]. Er führt die Reduzierung der Tragwerksantwort vor allem auf die relativ starke Einbindung der monolithisch verbundenen Widerlager bei integralen Brücken zurück. Weiter gehen MARX und an anderer Stelle auch RAUERT [103] von einer starken Beeinflussung der Eigenfrequenzen durch mitwirkende Steifigkeiten des Fahrwegs (Gleisbett) aus. Die unter anderem von MARX dargestellten Tendenzen finden sich in verschiedenen internationalen Forschungsbeiträgen wieder [10, 13, 15, 17, 19, 103, 104].

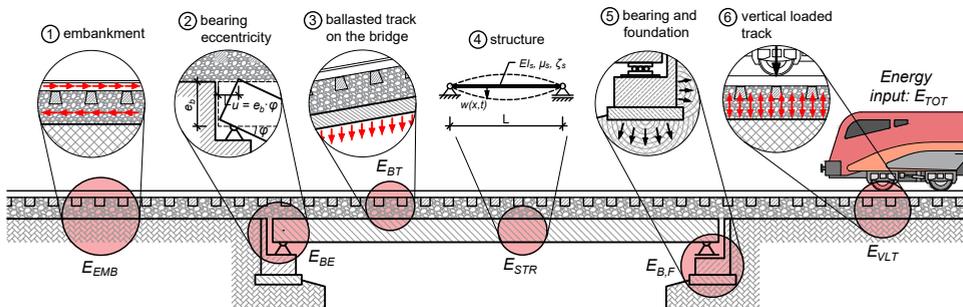
Die Bedeutung der Boden-Bauwerk-Interaktion für das dynamische Verhalten von Rahmenbrücken und Brücken im Allgemeinen ist durch umfangreiche experimentelle und numerische Untersuchungen umfangreich belegt [11, 12, 14, 15, 104–108]. Zur computergestützten Modellierung können verschiedene Ansätze zur Lösung des BBI-Problems und der damit verbundenen Sommerfeld'schen Strahlungsbedingung (vgl. Kap. 2.5.3) verwendet werden. Diese können wie folgt klassifiziert werden:

- a) Finite-Elemente (FE)-Modell in Verbindung mit linear-elastischen Federn, die aus dem passiven Widerstand des Bodens abgeleitet werden [109];

- b) FE-Modell in Verbindung mit frequenzabhängigen Impedanzfunktionen, die als Feder-Dämpfer-System an den Gründungen und/oder Pfahlfundamenten angebracht werden [104];
- c) FE-Modelle in Verbindung mit frequenzunabhängigen Feder-Dämpfer-Elementen an den Gründungen, abgeleitet aus der Schubkeil-Theorie [9, 110–112];
- d) FE-Modell in Verbindung mit unendlichen Elementen [16];
- e) FE-Modell in Verbindung mit einem Randelementmodell des umgebenden Halbraums [14, 15, 23, 26, 87]; und
- f) FE-Modell in Verbindung mit abgestimmten Feder-Dämpfer-Elementen [22, 24].

Die Untersuchungen der letzten Jahre zeigen ein breites Spektrum möglicher Einflussfaktoren. Diskrepanzen zwischen den prognostizierten dynamischen Kennwerten und den in-situ-Messungen sind entweder auf eine unzureichende Modellierung (Prognosemodell) oder auf systematische Messfehler zurückzuführen. Aufgrund der Entwicklungen in der Schwingungsmesstechnik mit standardisierten Verfahren ist die Fehleranfälligkeit bei der Messung dynamischer Kennwerte am Bauwerk gering (vgl. Kap. 2.4). Darüber hinaus zeigen zahlreiche Veröffentlichungen der letzten Jahre eine Vielzahl von *Best-practice*-Verfahren zur Identifikation reproduzierbarer Ergebnisse [10, 19, 44, 61, 106, 113, 114].

Eine anschauliche Darstellung der dynamischen Interaktionspunkte des Gesamtsystems Gleis-Brücke-Boden gibt STOLLWITZER am Beispiel einer gelenkigen Einfeldbrücke [113]:



**Abbildung 3.2:** Interaktionsmechanismen in eingleisigen Eisenbahnbrücken, verursacht durch dynamische Anregung kreuzender Züge [113]

Entsprechend der Vielzahl von Interaktionspunkten im Gesamtsystem (vgl. Abb. 3.2) unterliegt die numerische Modellierung einer Reihe von Unbekannten. Modelle können auf

einfachen linearen Zusammenhängen beruhen oder komplexe Nichtlinearitäten einschließen. Durch die Zunahme der Komplexität des Modells nimmt die sorgfältige Modellbildung einen wichtigen Stellenwert in der Planung ein. Aus dem Brückenbau ist bekannt, dass gerade hier das statische System für die auftretenden Beanspruchungen grundlegend und damit wegweisend für ein erfolgreiches Projekt ist. Analog dazu können nur die Effekte berücksichtigt werden, welche bewusst, bekannt und dementsprechend explizit nachgebildet werden sollen. So geht der Planer unbewusst davon aus, alle relevanten Wechselwirkungen und Effekte in seinem Modell korrekt abgebildet zu haben bzw. sich der Grenzen seines Modells bewusst zu sein.

Bei der statischen Analyse von Tragwerken können einzelne Materialkennwerte und Wechselwirkungen durch den Wegfall der Dämpfungskraft sowie der Massenträgheit vernachlässigt werden. Darüber hinaus darf entsprechend der Nachweisformate des Eurocodes [115] im Grenzzustand der Tragfähigkeit bzw. Gebrauchstauglichkeit teilweise mit konservativen Abschätzungen gerechnet werden, sofern die Nachweise dadurch sicher bleiben. Wie in den Grundlagen (vgl. Kap. 2) gezeigt, führt gerade diese Vorgehensweise in der Dynamik zu einer Änderung der Systemcharakteristik und nicht zu einem auf der sicheren Seite liegendem Systemverhalten. Insbesondere durch die Arbeiten von ZANGENEH wird deutlich [11], dass die Berücksichtigung der BBI zu einer Veränderung der dynamischen Systemeigenschaften führen kann. Anhand verschiedener numerischer Beispiele und Studien untersucht er den Einfluss der BBI auf Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade von Rahmenbrücken. Im Wesentlichen kann er zeigen, dass die BBI einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Systemantwort der relativ steifen und kurzen Rahmenbrücken hat. ZANGENEH schreibt, dass der Einfluss in direktem Zusammenhang mit dem Verhältnis der Steifigkeit des Überbaus zur Steifigkeit der Gründung bzw. des Bodens steht. Darüber hinaus führt die Hinterfüllung zu einer Versteifung des gesamten Tragwerks. Für eine differenzierte Betrachtung der einzelnen Einflussfaktoren im Zusammenhang mit der BBI stellen seine Untersuchungen jedoch keine abschließenden Ergebnisse dar.

Die aufgeführten in-situ-Messungen aus der Praxis (vgl. Kap. 3.1) haben gezeigt, dass bei der numerischen Prognose der Eigenfrequenzen und Dämpfungen von Rahmenbrücken oft Diskrepanzen auftreten. Dies verursacht eine Verzerrung der dynamischen Charakteristik. Darüber hinaus führen zu niedrig angesetzte Dämpfungsgrade zu einer Überschätzung der Systemantwort im Resonanzbereich (Überbaubeschleunigungen, Schnittgrößen). Die Ergebnisse der oben genannten Untersuchungen lassen den Schluss zu, dass häufig einzelne Steifigkeitskomponenten vernachlässigt werden und die geometrische Dämpfung bei der

Modellierung nicht ausreichend berücksichtigt wird. Es ist nicht auszuschließen, dass Änderungen der Eigenfrequenzen und der Dämpfung auch aus den Wechselwirkungen eines Mehrmassenschwingungssystems mit seinen Dämpfungskomponenten und der Massenträgheit resultieren. Die möglichen Einflussgrößen sind nachfolgend zusammengefasst:

- Betonsteifigkeit;
- Gleissteifigkeit (Beton/ Schotter);
- Boden-Bauwerk-Interaktion;
- Modellbildung im Allgemeinen.

## **3.2 Zielsetzung und Definition der Untersuchungen**

Ziel dieser Arbeit ist es, die beschriebenen Modelldiskrepanzen zwischen der numerischen Prognose und der dynamischen Charakteristik am Bauwerk zu reduzieren. Bisherige Untersuchungen haben einzelne Einflussfaktoren aufgezeigt, ohne die zugrunde liegenden Mechanismen eindeutig zu differenzieren und zu identifizieren. Für ein besseres Verständnis und als Grundlage für ein praxistaugliches Prognosemodell müssen die Ursachen weiter untersucht, erkannt und beschrieben werden.

Dazu werden im Folgenden die Steifigkeiten von Beton und Schotter unter dynamischer Beanspruchung als werkstoffbezogene Faktoren zusammengefasst und im Kapitel 4 betrachtet. Dabei wird untersucht, ob sich aus der dynamischen Beanspruchung relevante Steifigkeitsänderungen für die Gesamtsystemsteifigkeit ergeben. Messungen in der Praxis ergeben üblicherweise höhere Eigenfrequenzen, da versteifende Effekte im Gegensatz zur Erfassung der effektiven Massen häufig vernachlässigt werden. Die weiteren Untersuchungen behandeln somit mögliche steifigkeitserhöhende Effekte für den Beton sowie den Schotteroberbau.

Daran schließen sich die Untersuchungen zum Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken im Kapitel 5 an. Um einen ersten Einblick in die Boden-Bauwerk-Interaktion zu erhalten, wird eine Parameterstudie am ebenen Rahmen (2D) durchgeführt [23]. Aufgrund der stark eingeschränkten numerischen Abbildungsmöglichkeiten der BBI in der ebenen Modellierung werden ergänzende Untersuchungen mit dem hybriden Modellierungsansatz (gekoppelte BEM-FEM) durchgeführt [26]. Abschließend wird auf Basis der numerischen Untersuchungen in Kapitel 6 ein Prognosemodell vorgestellt und auf vier Rahmenbrücken der Schnellfahrstrecke zwischen

Nürnberg und München angewendet. Die Ergebnisse der numerischen Prognose und der in-situ-Messungen werden anschließend verglichen und bewertet.

# 4 Einfluss werkstoffbezogener Faktoren auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken

## 4.1 Beton im Kontext dynamischer Belastungen

Die numerische Abbildung der dynamischen Charakteristik bildet die Grundlage für die Überprüfung des Resonanzrisikos bei Eisenbahnbrücken. Wie in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt wird, ergeben sich bei der Berechnung der Eigenfrequenzen von kurzen Rahmenbrücken aus Stahlbeton in vielen Beispielen erhebliche Abweichungen zu den in situ gemessenen Werten. Für Steifigkeitserhöhungen im Zusammenhang mit dynamischen Beanspruchungen, so auch für Eigenfrequenzabweichungen bei Rahmenbrücken, wird häufig auf den *dynamischen* E-Modul verwiesen [13]. Im Folgenden wird eine numerische Studie über das Materialverhalten von Beton unter gebrauchstauglicher dynamischer Belastung (Betriebszustand) und eine Quantifizierung der daraus resultierenden Steifigkeitsabweichungen durchgeführt. Die folgende Ausarbeitung bezieht sich im Wesentlichen auf die Veröffentlichung in [21].

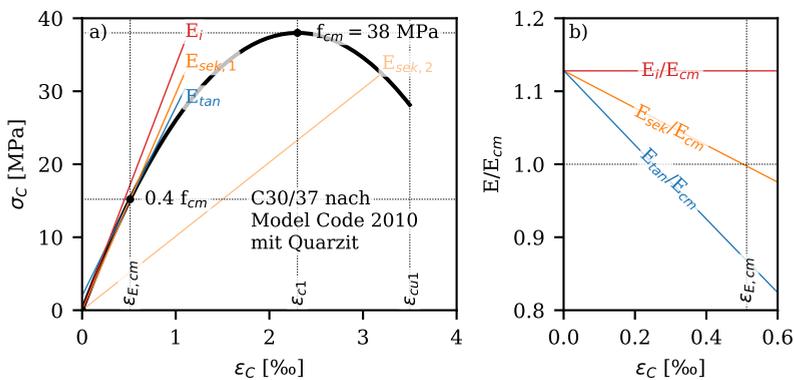
### 4.1.1 Materialverhalten

#### Ein Überblick zum Materialverhalten von Beton

Der Werkstoff Beton lässt sich als Zweiphasensystem, bestehend aus Zementstein und Gesteinskörnung, betrachten [116]. Der Zementstein entsteht durch Aushärtung einer Wasser-Zement-Mischung und ist vergleichbar mit der Funktion von Klebstoff, der die Gesteinskörner (meist Sand-Kies-Gemisch) zusammenhält. Das Verformungsverhalten von Beton wird vorrangig durch die Eigenschaften dieser Phasen sowie deren Verbundverhalten bestimmt.

Die Gesteinskörnung weist ein elastisches Verformungsverhalten auf, der Zementstein verhält sich hingegen viskoelastisch.

Viskoelastische Werkstoffe bilden neben elastischen Verformungen auch zeitabhängige, viskose Verformungen aus. Durch Volumenänderung im Zementstein infolge Hydratation sowie durch Feuchte- und Wärmedehnungen, die in den beiden Phasen unterschiedlich hoch sind, entstehen in der Verbundzone zwischen Zementstein und Gesteinskörnung Mikrorisse. Bei steigender Belastung weiten sich diese Mikrorisse auf und sorgen für zusätzliche Verformungen [116]. Aufgrund dieser Einflüsse ergibt sich für Beton ein stark nichtlineares Verformungsverhalten, dargestellt anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einen C30/37 nach Model Code 2010 [117] in Abbildung 4.1.



**Abbildung 4.1:** a) Verschiedene Definitionen des E-Moduls anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton - C30/37  
b) Verhältnis der unterschiedlichen E-Moduln-Definitionen zum mittleren statischen E-Modul über die Betondehnung

Die Definition des E-Moduls über seine Spannungs-Dehnungs-Beziehung (Gl. 4.1) kann durch den Tangentenmodul oder den Sekantenmodul erfolgen (vgl. Abb. 4.1). Die Methode des Sekantenmoduls ( $E_{cm}$ ) im Spannungspunkt bei  $\sigma_1 = 0,4 f_{cm}$  findet Anwendung im Eurocode 2 [90]. Der Model Code 2010 [117] gibt dem entgegen zunächst einen von der Zuschlagsart und der Druckfestigkeit abhängigen Tangentenmodul im Ursprung  $E_i$  an, über den sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ableiten lässt. Durch Auswertung des Sekantenmoduls über den Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird deutlich (Abb. 4.1 b), dass sich für niedrige Spannungsniveaus eine im Vergleich zum  $E_{cm}$  erhöhte Steifigkeit ergibt. Für den Fall der Festigkeitsklasse C30/37 beträgt die maximale Erhöhung in etwa 12,5 %.

Je nach Festigkeitsklassen resultieren unterschiedliche Abweichungen, da die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Kurve mit steigender Betondruckfestigkeit abnimmt.

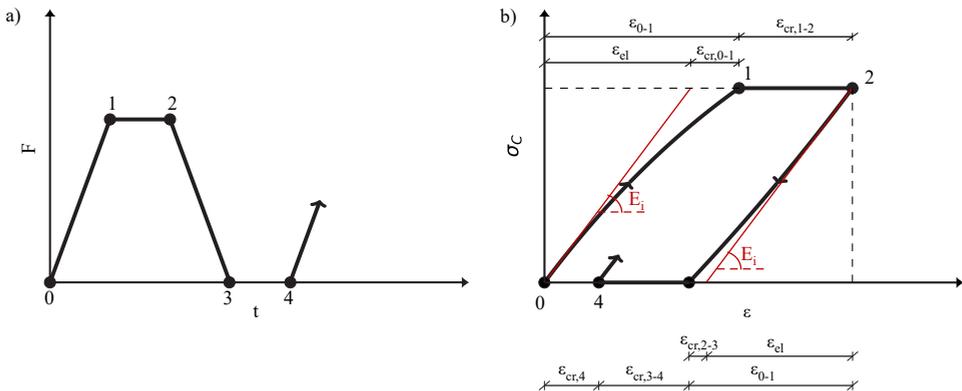
$$\sigma_c = \frac{k\eta_C - \eta_C^2}{1 + (k-2)\eta_C} f_{cm} \quad (4.1)$$

mit:

$$\eta_C = \varepsilon_C / \varepsilon_{C1} \quad (4.2)$$

$$k = E_i |\varepsilon_{C1}| / f_{cm} \quad (4.3)$$

Wie bereits beschrieben begründet sich das nichtlineare Werkstoffverhalten von Beton durch seine viskosen Verformungsanteile. SCHWABACH unterteilt die Betonverformungen infolge einer einaxialen Druckbelastung in elastische, viskoelastische sowie viskoplastische Verformungen [118]. Aus dem in Abbildung 4.2 a) dargestellten Be- und Entlastungszyklus folgt die in b) abgebildete Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Bei Belastung bilden sich unmittelbar elastische Verformungsanteile aus. Die Kurve besitzt die Anfangssteigung  $E_i$ . Mit zunehmender Belastungsdauer nehmen auch die viskosen Verformungen zu, die Steigung nimmt ab und es ergibt sich die gekrümmte Spannungs-Dehnungs-Kurve.



**Abbildung 4.2:** a) Be- und Entlastungszyklus und entsprechende  
b) Spannungs-Dehnungs-Kurve bei zyklischer Druckbelastung nach [118]

Wird die Belastung anschließend konstant gehalten, so bilden sich keine neuen elastischen, allerdings weitere viskose Dehnungen aus. Bei Entlastung bilden sich die elastischen Verformungsanteile unmittelbar und vollständig, die viskoelastischen Dehnungen zeitverzögert und die viskoplastischen Anteile überhaupt nicht zurück. Dies hat zur Folge, dass der Entlastungspfad im Spannungs-Dehnungs-Diagramm insgesamt steiler ist als der Belastungspfad.

In gleicher Weise gibt der Model Code 2010 [117] für den Entlastungspfad die Steigung  $E_i$  an.

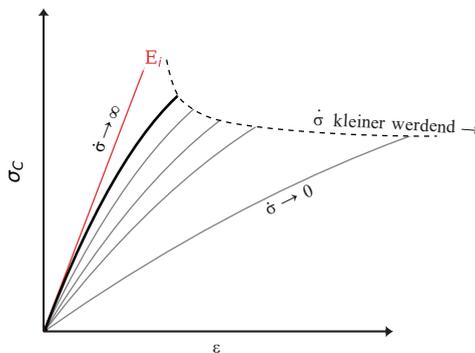
## Dynamische Belastung

Durch die Zeitabhängigkeit der viskosen Verformungen wird die Form der Spannungs-Dehnungs-Linie durch die Belastungsgeschwindigkeit  $\dot{\sigma}$ , mit der eine Beanspruchung aufgebracht wird, bzw. die Dehnrates  $\dot{\epsilon}$ , mit der die Verformung auftritt, beeinflusst. Für Beton unterscheidet MILLON [119] in die folgenden Dehnratenbereiche:

**Tabelle 4.1:** Unterscheidung der Dehnratenbereiche für Beton nach [119]

Dehnratenbereich $\dot{\epsilon}$ [1/s]	Bezeichnung
$10^{-6} - 10^{-4}$	quasi-statisch
$10^{-4} - 10^{-1}$	moderat dynamisch
$10^{-1} - 2 \cdot 10^2$	hochdynamisch

Die durch Gleichung 4.1 beschriebene Spannungs-Dehnungs-Beziehung gilt nur für den Bereich quasi-statischer Beanspruchung. Bei höheren Dehnraten bilden sich weniger viskose Anteile aus und die Krümmung der Spannungs-Dehnungs-Kurve nimmt ab (vgl. Abb.4.3). Bei einer theoretisch unendlich schnellen Belastung ( $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ ) bilden sich lediglich elastische



**Abbildung 4.3:** Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Form der Spannungs-Dehnungs-Kurve nach [120]

Verformungsanteile aus und es ergibt sich eine lineare Spannungs-Dehnungs-Kurve mit der Steigung  $E_i$  [121]. Signifikante Änderungen des Materialverhaltens von Beton infolge

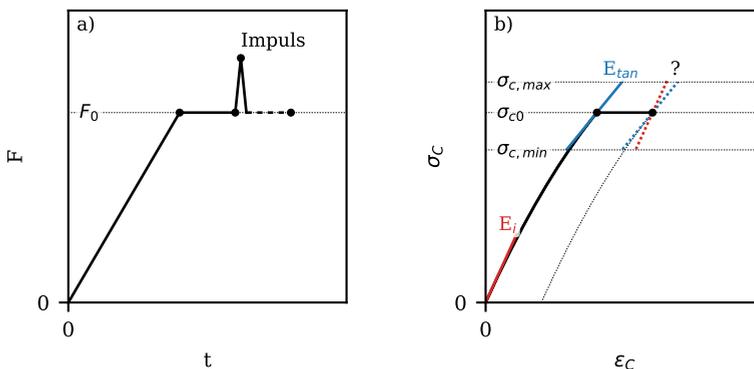
einer gesteigerten Belastungsgeschwindigkeit treten nach PAJAK erst im hochdynamischen Bereich (Beispiel: Flugzeuganprall) bei Dehnraten von  $\dot{\epsilon} > 10^{-1}$  1/s auf [122].

Ist für die statische Bemessung ein einheitlicher E-Modul durchaus als konservativ zu betrachten, gilt aufgrund möglicher Resonanzeffekte diese Betrachtungsweise nicht zwangsläufig auch in der Dynamik.

### Hypothese zum Schwingungsverhalten

Für Brücken mit kurzen Spannweiten bedeutet eine Zugüberfahrt eine Folge von Impulsbelastungen durch die einzelnen Zugachsen. Infolge jeder Impulsbelastung wird die Brücke zu Schwingungen angeregt, wodurch der Beton abwechselnd be- und entlastet wird. Durch Eigengewicht, Ausbau- und Temperaturlasten befindet sich die Brücke während dieser Impulsbeanspruchung unter einem Grundspannungsniveau  $\sigma_0$ . Aufgrund des spannungs- und dehnratenabhängigen Tangentenmoduls stellt sich die Frage, welchen E-Modul der Beton während eines aktiven Schwingvorganges besitzt.

Dazu wird in Abbildung 4.4 die aus der beschriebenen Beanspruchungssituation resultierende Spannungs-Dehnungs-Beziehung betrachtet. Die Grundlast  $F_0$  wird gedanklich als quasi-

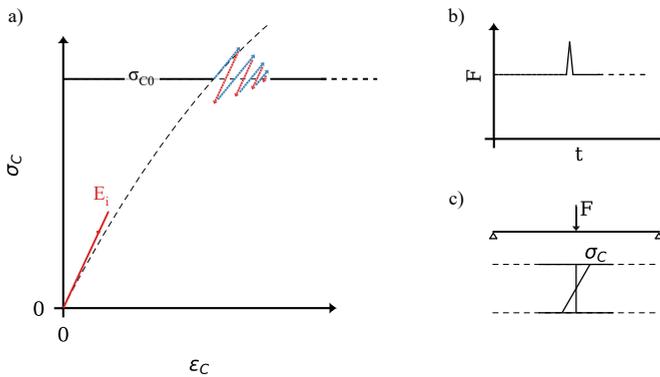


**Abbildung 4.4:** Fragestellung der Schwingungshypothese:  
a) Belastungs-Zeit-Diagramm, b) Darstellung der Fragestellung

statische Last aufgebracht, sodass sich der gekrümmte Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve gemäß Gleichung 4.1 bis zum Grundspannungsniveau  $\sigma_{c0}$  ergibt. Diese besitzt zu Beginn die Steigung  $E_i$  (Tangentenmodul im Ursprung) und für das Spannungsniveau  $\sigma_{c0}$  die Steigung  $E_{tan}$  (Tangentenmodul im Spannungspunkt). Unklar ist die Form der Spannungskurve aufgrund der dynamischen Impulsbelastung und der folgenden Schwingung

zwischen den beiden Spannungsniveaus  $\sigma_{c,min}$  und  $\sigma_{c,max}$ . Grundsätzlich denkbar sind die in Abbildung 4.4 dargestellten Grenzfälle. Der Grenzfall  $E_i$  gilt für eine sehr hohe Belastungsgeschwindigkeit, bei der nahezu keine viskosen Verformungsanteile auftreten. Unabhängig vom vorherrschenden Grundspannungsniveau besitzt der Beton dann während des gesamten Schwingvorgangs die Steifigkeit  $E_i$ .

Der Grenzfall  $E_i$  lässt sich um den Fall  $E_{i,dam}$  erweitern; dieser gilt unabhängig vom herrschenden Grundspannungsniveau für eine sehr hohe Belastungsgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Betonschädigung [123]. Dem gegenüber steht der Grenzfall  $E_{tan}$ , der unter Berücksichtigung des Grundspannungsniveaus eine Belastungsgeschwindigkeit im quasi-statischen bis moderat dynamischen Bereich darstellt. Die Kombination beider Grenzfälle  $E_{i,dam}$  und  $E_{tan}$  bildet die Hypothese zum Schwingungsverhalten von Beton unter gebrauchstauglicher dynamischer Belastung (Abb. 4.5). Die Rückbildung der viskoelastischen Verformungsanteile wird analog Model Code 2010 [117] vereinfachend vernachlässigt.



**Abbildung 4.5:** a) Hypothese zum Schwingungsverhalten von Beton bei Druckbelastung  
b) Belastungsszenario, c) Spannungsverteilung

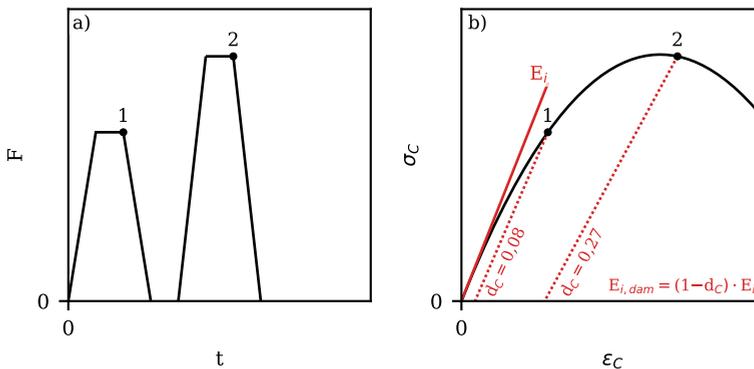
## 4.1.2 Grenzwertbetrachtung

Die Sensitivität der Eigenfrequenzen gegenüber der dargestellten Arbeitshypothese wird anhand einer numerischen Grenzwertbetrachtung in ABAQUS [64] untersucht. Dies geschieht durch Bestimmung der ersten Eigenfrequenz eines eingespannten Stahlbetonbalkens infolge einer Impulsbelastung bei verschiedenen Grundspannungsniveaus.

In der Numerik stehen verschiedene Materialmodelle zur Abbildung des Materialverhaltens von Stahlbeton zur Verfügung. Das in der Arbeitshypothese formulierte Schwingungsverhalten kann jedoch mit keinem dieser Modelle optimal beschrieben werden. Daher wurden mit dem Concrete Damaged Plasticity Model (CDP) und dem Extended Brittle Cracking Model (EBC) [124] zwei Materialmodelle in der Softwareumgebung ABAQUS [64] ausgewählt, die als erste Approximation jeweils einen der beiden Grenzfälle widerspiegeln.

### Concrete Damaged Plasticity Model

Hinsichtlich der Hypothese zum Schwingungsverhalten von Stahlbeton verhält sich das CDP unter zyklischen Druckbelastungen gemäß der in Abbildung 4.6 b) definierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Eventuelle Kriechverformungen unter konstanter Last werden vereinfachend nicht berücksichtigt. Während einer zyklischen Be- und Entlastung wird unter Berücksichtigung der Schädigung der Entlastungspfad durch die Steigung von  $(1 - d_C) E_i$  definiert. Der Belastungspfad entspricht Gleichung 4.1. Durch konsequente, nichtlineare Formulierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung entspricht  $E_i$  dem Tangentenmodul im Ursprung. Somit kann das CDP zur Beschreibung der ersten Grenzwert-Hypothese  $E_{i,dam}$  verwendet werden.



**Abbildung 4.6:** a) Belastung eines Elementes und zugehöriges  
b) zyklisches Druckverhalten (CDP) mit Schädigung [64, 123]

Das CDP kann ebenfalls den Normalfall  $E_{cm}$  berechnen, indem die Spannungs-Dehnungs-Kurve bis zu einer Spannung von  $\sigma_C = 0,4 f_{cm}$  als linear (mit  $E_0 = E_{cm}$ ) betrachtet und die Schädigung vernachlässigt wird. Zur Beschreibung der Schädigung wird das Modell nach MARK [123] verwendet. Weitere Hintergründe und Beschreibungen des CDPs sind vielfältig in der Literatur gegeben [64, 123, 125–128].

### **Extended Brittle Cracking Model**

Das EBC ist eine Weiterentwicklung des Brittle Cracking Models für ABAQUS-Simulationen [124]. Es wird vor allem bei Berechnungen von Beton- und Stahlbetontragwerken eingesetzt, in denen das Versagen durch Rissbildung infolge von Zugbeanspruchung dominiert. Ähnlich dem CDP berücksichtigt das EBC die Rissbildung nach dem Erreichen der maximalen Zugfestigkeit anhand einer Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung.

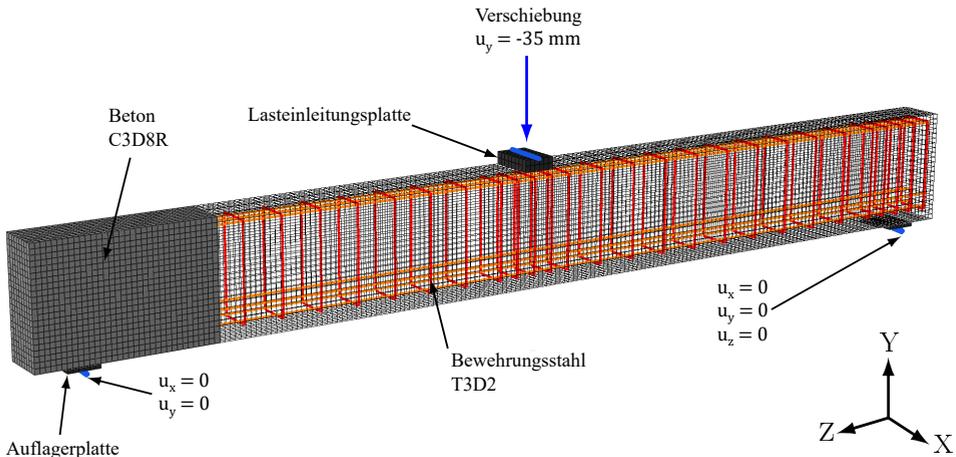
Die Schwachstelle des ursprünglichen Modells liegt in der linearen elastischen Beschreibung des Druckverhaltens. Um das nichtlineare Verhalten des Betons unter Druckbelastung angemessen zu modellieren, erweiterten VILNAY [124] das Brittle Cracking Model über eine User Subroutine *VUSDFLD* in ABAQUS. Das EBC ermöglicht eine verbesserte Darstellung des Druckverhaltens des Betons.

Durch die Verwendung eines linear elastischen Materialverhaltens mit einem dehnungsabhängigen E-Modul bleibt der Beton bei jeder Be- oder Entlastung auf der vordefinierten Spannungs-Dehnungs-Kurve. Hinsichtlich der Hypothese zum Schwingungsverhalten von Stahlbeton verhält sich das EBC gemäß der durch Gleichung 4.1 definierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Während des Ausschwingvorgangs um ein Grundspannungsniveau entspricht die Steifigkeit des Betons jeweils der Tangente im Spannungspunkt der Kurve. Das EBC-Modell stellt somit den Grenzfall  $E_{tan}$  dar.

### **Validierung**

Die Validierung und Konvergenzprüfung der verwendeten Materialgesetze erfolgt durch den Vergleich numerischer Modelle (vgl. Abb. 4.7) unter quasi-statischer Belastung mit den Experimenten von VECCHIO [129] und BRESLER [130]. Ziel der Versuchsreihe von VECCHIO aus dem Jahr 2004 war es, eine umfangreiche Sammlung von Vergleichswerten für FE-Simulationen bereitzustellen, indem zahlreiche Biegeversuche, die bereits 1963 von BRESLER durchgeführt worden waren, bestätigt wurden. Die Geometrie und die Materialkennwerte des untersuchten Balkens (Balken B2, Spannweite  $L = 4,57$  m, siehe Abb. 4.7) können der Dokumentation von VECCHIO entnommen werden.

Zur Berechnung der einzelnen Zeitschritte wird in ABAQUS der Explicit-Solver mit reduzierter Integration verwendet. Die Auswahl der Elemente erfolgt entsprechend Abbildung 4.7.



**Abbildung 4.7:** FE-Modell eines Balkens zur quasi-statischen Berechnung des Biegeversuchs mit ABAQUS

Das stabile Zeitinkrement ergibt sich entsprechend dem Courant-Friedrichs-Lewy-Kriterium [48]:

$$\Delta t \leq \frac{N_{EL,min}}{c} \quad (4.4)$$

mit:

$$c = \sqrt{E/\rho}$$

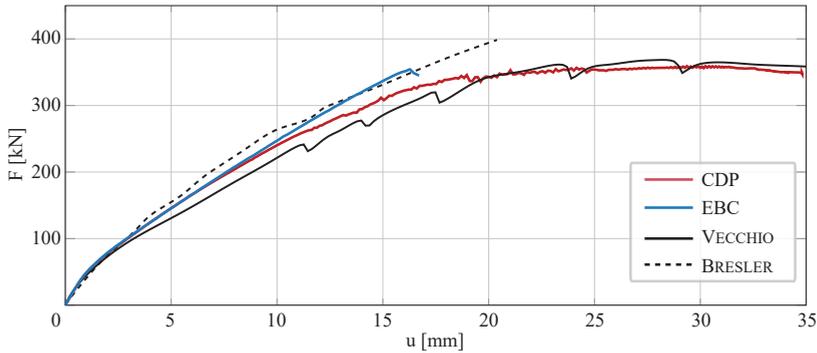
$N_{EL,min}$  : kleinste charakteristische Elementabmessung

$\rho$  : Materialdichte

Hourglass-Effekte (Null-Energie-Moden) aufgrund reduzierter Integration werden durch eine hinreichend genaue Netzweite  $N_{EL,min} = 45$  mm unterbunden (vgl. [48]).

Zur Definition des Druckverhaltens wird in allen nachfolgenden Berechnungen der Model Code 2010 [117] verwendet. Zur Darstellung des Nachbruchverhaltens wird die Spannungs-Dehnungs-Linie nach Erreichen der maximalen Druckfestigkeit nach MARK verwendet [123].

Beide Materialansätze stimmen bis zum Beginn der Rissbildung (erster Knick bei ca. 60 kN in der Kraft-Verschiebungs-Kurven) gut mit den Versuchsdaten überein. Anschließend beschreibt die Numerik den Bereich zwischen den Werten der Testserien. Im Nachbruchbereich zeigt sich für die Netzweite von 45 mm eine hohe Übereinstimmung zwischen CDP

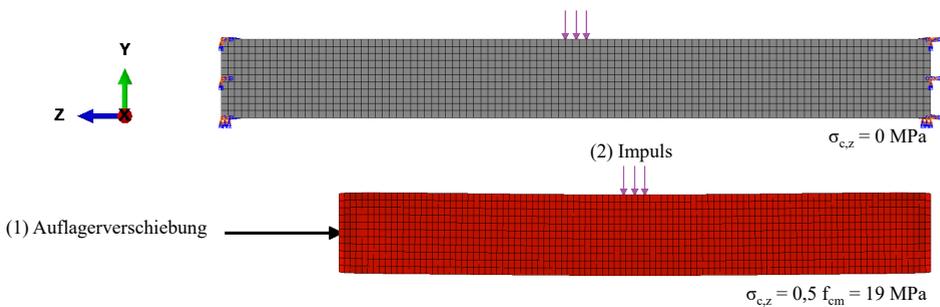


**Abbildung 4.8:** Validierung der Kraft-Verschiebungs-Kurven mit den Ergebnissen von VECCHIO, BRESLER [129, 130]

und der Kraft-Verschiebungskurve mit den Versuchswerten von VECCHIO. Für die Grenzwertbetrachtung zur Hypothese des Schwingungsverhaltens von Beton ist vor allem der gebrauchstaugliche Bereich der Kraft-Verschiebungskurven von Bedeutung (bis  $F_{max} \leq 200$  kN). In diesem Bereich liefern beide Materialansätze übereinstimmende Ergebnisse.

### Grenzwertbetrachtung

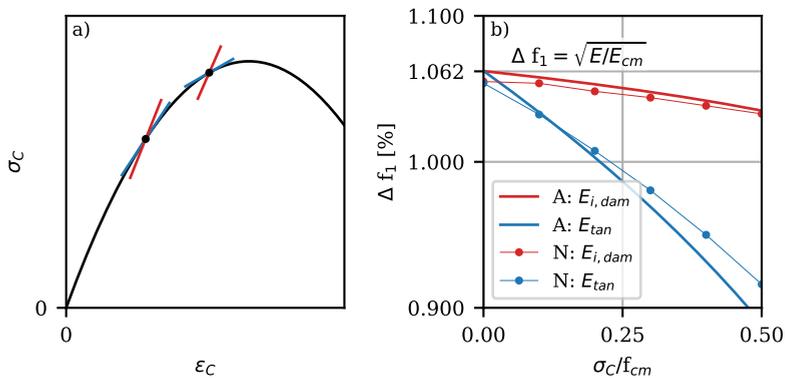
In der folgenden Grenzwertbetrachtung wird untersucht, inwieweit die vorgestellte Hypothese zum Schwingungsverhalten von Beton einen Einfluss auf die dynamische Charakteristik eines eingespannten Balkenmodells bei verschiedenen Grundspannungsniveaus ( $0 \leq \sigma_C / f_{cm} \leq 0.5$ ) hat (vgl. Abb. 4.9). Die Hypothese wird dabei durch die beiden Grenzwert-



**Abbildung 4.9:** FE-Modell für Impulsbelastung in Feldmitte unter verschiedenen Grundspannungsniveaus für einen Beton der Festigkeitsklasse C30/37 (überhöhte Darstellung)

te  $E_{i,dam}$  und  $E_{tan}$  bzw. CDP und EBC repräsentiert. Die Grenzfälle werden mit dem Normalfall eines lastunabhängigen, gemittelten Elastizitätsmoduls  $E_{cm}$  verglichen. Ziel dieses Vergleichs ist es festzustellen, ob die Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens von Beton zu Änderungen der ermittelten Eigenfrequenzen führt.

Die Ergebnisse der numerischen (N) Grenzwertbetrachtung in Abbildung 4.10 zeigen, dass die vom Grundspannungsniveau abhängige Steifigkeit lediglich sehr geringfügige Modifizierungen der Eigenfrequenz  $f_1$  verursacht. Die Abweichungen vom Grundwert  $f_{1,E_{cm}}$  betragen im konservativen Fall (eingespannter Balken) nur ca. +/- 6 %, bezogen auf einen gängigen Beton der Festigkeitsklasse C30/37.



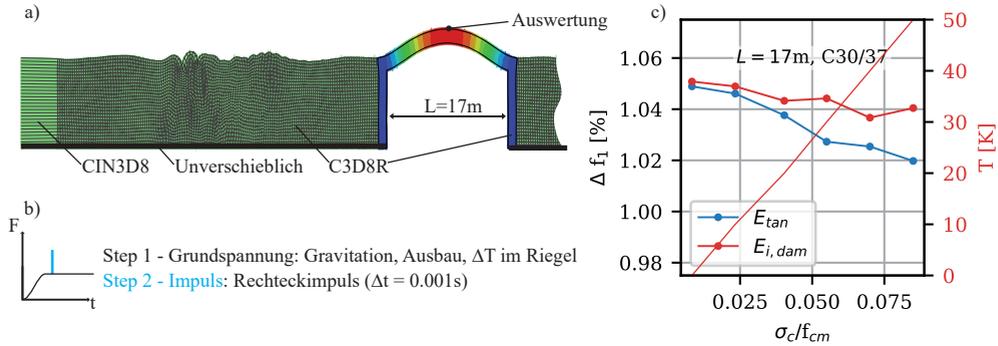
**Abbildung 4.10:** a) Grenzwertbetrachtung im Hinblick auf die formulierte Arbeitshypothese  
b) normierten Eigenfrequenzen für die analytische A und numerische N Lösung - C30/37

Vergleichend kann aus der Steifigkeitsbeziehung (Gl. 2.18) des linearen Einmassenschwingers der Einfluss  $\Delta f_1$  einer über den Querschnitt konstanten Steifigkeitsänderung ( $E \approx k$ ) auf die Eigenfrequenz des Systems abgeleitet werden. Die Bezugssteifigkeit bildet in diesem Fall  $E_{cm}$ .

$$\Delta f_1 = \sqrt{\frac{E}{E_{cm}}} \quad (4.5)$$

Durch Einsetzen der betrachteten Grenzfälle für  $E$  in Gleichung 4.5, ergibt sich eine vereinfachte analytische A Lösung für das betrachtete Problem (vgl. Abb. 4.10). Der Vergleich zeigt eine hohe Übereinstimmung der Ergebnisse und das die Fragestellung der Betonsteifigkeit in erster Näherung auf den Zusammenhang der Steifigkeitsbeziehung (Gl. 2.18) reduziert werden kann.

Auch die Erweiterung auf ein Rahmenbrücken-Meterstreifenmodell (Abb. 4.11) mit angrenzender Hinterfüllung ( $G = 318 \text{ MPa}$ ) unter Berücksichtigung von Gravitation, Ausbaulasten ( $14 \text{ kN/m}^2$ ) und Temperaturlasten zeigt analoge Ergebnisse.



**Abbildung 4.11:** a) FE-Modell des Rahmens (Meterstreifen), b) Belastung und c) Auswertung der Grenzwertbetrachtung

Der Einfluss des dynamischen E-Moduls auf die dynamische Charakteristik wird in Anbetracht weiterer Einflüsse als untergeordnet betrachtet. Unter anderem sei hier der Einfluss der Betonalterung nach Gleichung 4.6 betont. Mit der Annahme von  $t = 19$  Jahren und Gleichung 4.5 ergibt sich eine Erhöhung der Eigenfrequenz von bis zu  $\Delta f \approx 9.3 \%$ .

$$E_{ci}(t) = \beta_E(t) E_{ci, 28d} \quad (4.6)$$

mit:

$$\beta_E(t) = \sqrt{\exp\left(s \left[1 - \sqrt{\frac{28}{d}}\right]\right)} = 1.195 \quad (4.7)$$

$$t = 365 \cdot 19 = 6935 \text{ d}, s = 0.38 \text{ (Zement: 32.5 N)}$$

Die Diskrepanz bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen von kurzen Eisenbahnrahmenbrücken in Stahlbetonbauweise kann daher nur schwer auf den Einfluss des dynamischen E-Moduls zurückgeführt werden.

## 4.2 Eisenbahnschotter im Kontext dynamischer Belastungen

Im Folgenden wird der Einfluss von Eisenbahnschotter auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken diskutiert. Dabei wird die Mechanik des Schotters im Hinblick auf den Steifigkeitsbeitrag der Längs- und Querbiegesteifigkeit erörtert. Die folgende Ausarbeitung bezieht sich im Wesentlichen auf die Veröffentlichungen in [25, 27].

Das konventionelle Gleissystem besteht aus Schienen, Schwellen und Schotter. Aufgrund der lastverteilenden Wirkung des Schotters werden die aufgebrachten Lasten des kreuzenden Zuges über eine Lastverteilungsfläche ausgebreitet. Die Lastverteilung ist von entscheidender Bedeutung, insbesondere bei der Anregung an Brückenübergängen [131]. Heute werden in Europa und den USA hauptsächlich Betonschwellen mit einem Abstand von 60 cm eingebaut. In Deutschland ist die Schotterbettdicke in der Richtlinie 820 (RIL) geregelt [132]. Sie weist eine Dicke zwischen 200 - 600 mm auf, abhängig von der Charakterisierung des Gleises im Zusammenhang mit der planmäßigen Fahrgeschwindigkeit. Beobachtungen auf der Bahnstrecke Paris-Lyon haben gezeigt, dass es auf dynamisch angeregten, kurzen Brücken aufgrund übermäßiger Vertikalbeschleunigungen unter Umständen zu einer Destabilisierung des Schotters kommen kann [2]. BAESSLER zeigt in [133], dass bei einer Beschleunigung von über 0,7 g der Schotter sichtbar beginnt zu wackeln (Destabilisierung). Entsprechend führt die normative Begrenzung (Annahme einer 2-fachen Sicherheit) zu einer maximalen Überbaubeschleunigung von  $3,5 \text{ m/s}^2$  [4] (siehe auch Kap. 3).

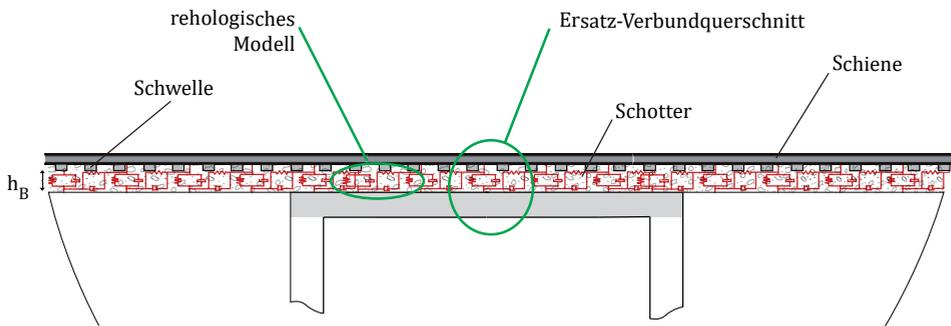
Bei der ingenieurmäßigen Modellierung des Schotteroberbaus für die dynamische Analyse wird dieser in der Regel nur in Form seines Eigengewichts betrachtet. Die Berücksichtigung der Schottersteifigkeit mit einem rheologischen Modell, das aus Feder-Dämpfer-Elementen besteht, ist ein Spezialfall. Empirische Werte für äquivalente Federsteifigkeiten aus der Literatur variieren stark [134, 135]. Das Spektrum resultiert u. a. aus stark divergierenden Schotterdicken und Schottergeometrien, aber auch aus dem stark nichtlinearen Verhalten, das in der Literatur als unbestritten gilt [113, 135–138]. In der folgenden Betrachtung wird ein Materialansatz entwickelt, der den Gleisschotter u.a. durch sein spannungsabhängiges Materialverhalten beschreibt. Mit dem vorgestellten Ansatz können die aus dem Schotter resultierenden Versteifungs- und Interaktionseffekte durch die Verwendung von finiten Kontinuums-elementen berücksichtigt werden. Alternativ kann der Ansatz auch durch Modellierung eines Ersatz-Verbundquerschnitts zur Bestimmung der Biegesteifigkeit und der modalen Eigenschaften herangezogen werden.

## 4.2.1 Materialverhalten

### Ein Überblick zur Modellierung von Schotter im Kontext von Eisenbahnbrücken

Um Schotter über seine Masse hinaus in einer dynamischen Berechnung zu berücksichtigen, wird in der Regel ein rheologisches Modell, analog zur geltenden Normung, angewendet. Diese Modelle beschreiben die grundlegende Wechselwirkung zwischen Schiene und Bauwerk. Es gibt individuelle Modelle für den Längen-Verschiebungswiderstand und für die vertikale Lastverteilung durch den Schotteroberbau selbst [3, 139, 140]. STOLLWITZER stellt in Übereinstimmung mit den oben genannten Modellen drei wesentliche Mechanismen der Gleis-Brücken-Interaktion fest [113]:

- (1) Aufgrund der horizontalen Relativverschiebungen zwischen Gleisrost und Schotter kommt es zu einer longitudinalen Interaktion mit Steifigkeits- und Dämpfungskomponenten
- (2) Eine vertikale Wechselwirkung mit Steifigkeits- und Dämpfungskomponenten zwischen Gleisrost und Schotter (ähnlich wie bei Mechanismus 1)
- (3) Absolute vertikale Wechselwirkung ausschließlich mit Dämpfungskomponenten aufgrund der Trägheitskräfte des Schotters

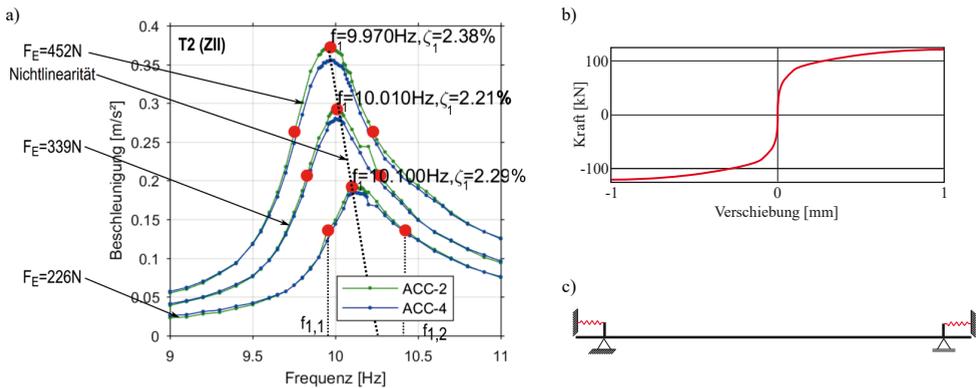


**Abbildung 4.12:** Grundlegende Mechanismen der Schottersteifigkeit (1,2) und entsprechende mechanische Modelle in Anlehnung an [113]

Die Kombination verschiedener rheologischer Abhängigkeiten zwischen Längs- und Vertikalsteifigkeiten (sowie der Dämpfung) ist nahezu unbegrenzt. Es bleibt jedoch die wesentliche Frage: Welche Steifigkeiten und Dämpfungswerte müssen verwendet werden, um die stark nichtlinearen, äquivalenten Federn und Dämpfungselemente zu definieren? In diesem Zusammenhang betont STOLLWITZER die Spannungsabhängigkeit der Schottersteifigkeit

[139]. Auch im Eurocode wird zwischen *belastetem* und *unbelastetem* Schotter unterschieden [3], was sich letztendlich auf den Spannungszustand im Schotter bezieht.

VOSPERNIG und REITERER stellen einen weiteren nichtlinearen Effekt bezüglich der globalen Systemsteifigkeit vor [141], vgl. Abbildung 4.13. Sie veranschaulichen die Streubreite der Eigenfrequenzen von geschotterten Eisenbahnbrücken im Zusammenhang mit steigenden Überbaubeschleunigungen.



**Abbildung 4.13:** a) Amplituden-Frequenz-Spektrum einer Schotterbrücke [141]  
b) Nichtlineare Federkennlinie für das c) numerische Modell nach [137]

REITERER benutzt die Zusammenhänge des Duffing-Schwingers zur Beschreibung der nicht-linearen Steifigkeitseffekte (vgl. Abb. 4.13 a), welche an einem einfachen Setup von Testbrücken festgestellt wurden [137]. Die resultierenden Eigenfrequenzen nehmen in Abhängigkeit von der maximalen Beschleunigungsamplitude ab. In Abhängigkeit des Schotter zu Platten- Verhältnisses und deren Steifigkeit verstärkt sich dieser Effekt; ebenfalls im gerissenen Zustand aufgrund der Reduktion des effektiven Flächenträgheitsmomentes. Zur Charakterisierung des Duffing-Schwingers in einem numerischen Modell (vgl. Abb 4.13 c) wird in einem iterativen Prozess eine Ersatzfeder (vgl. Abb. 4.13 b) erarbeitet [137]. Die resultierende Federeigenschaft erinnert an die aus der Bodendynamik bekannte Abhängigkeit des Schermoduls von der Scherdehnungsamplitude (Abb. 2.13).

Quasi-lineare Ansätze für äquivalente Federsteifigkeiten zur Darstellung von Schotter finden sich z. B. in [3, 113, 131, 139, 140]. Weiterhin ist aus Literatur und Normung (z. B. [101]) bekannt, dass insbesondere Brücken mit kurzen Spannweiten empfindlich auf Steifigkeitsänderungen reagieren. Daher spielt hier eine zusätzliche Schottersteifigkeit eine besondere

Rolle. Große Spannweiten hingegen reagieren robust auf zusätzliche Steifigkeitskomponenten, da hier aufgrund der großen Massen und globalen Steifigkeiten keine gravierenden Abweichungen durch kleine Zusatzsteifigkeiten im Steifigkeits-Masse-Verhältnis auftreten.

Aus der Praxis sind starke nichtlineare Wechselwirkungen und ungleichmäßige Struktursteifigkeiten bekannt, insbesondere bei Zwillingen mit strukturell getrennten Überbauten, die durch eine durchgehende Schotterschicht verbunden sind. In diesen Fällen lassen sich die Interaktionseffekte anhand von divergierenden Struktursteifigkeiten (Eigenfrequenzen) zwar messen, aber nur ungenau vorhersagen [103]. Es gibt auch vereinzelte Beispiele, welche die Schotterschicht als Kontinuum modellieren [17, 142]. Hier ergeben sich die angesetzten Steifigkeiten aus Erfahrungswerten und werden nicht im Zusammenhang mit den angesetzten Spannungs- und Schwingungsamplitudenzuständen betrachtet.

Zur Bestimmung der horizontalen (Biegesteifigkeitsanteil) und vertikalen (Bettungssteifigkeit) Steifigkeit des Schotters wird im Folgenden der Materialansatz nach PRANGE verwendet und weiterentwickelt [136].

### Hypothese zur Schottersteifigkeit

Unterschiedliche Untersuchungen zur Schottersteifigkeit haben Abhängigkeiten bezüglich des vorliegenden Spannungszustandes und der einwirkenden Beschleunigungen gezeigt [136, 143]. PRANGE beschreibt Schotter als einen kantigen Sand, der durch eine Lupe beobachtet wird [136]. Darüber hinaus ist aus der Bodendynamik bekannt, dass kohäsionslose Böden eine Vielzahl von Abhängigkeiten aufweisen, die auf Schotter übertragen werden können. Als Beispiel sei hier auf Sand verwiesen. Dieser hat keine feste Steifigkeit, sondern weist vor allem eine starke Abhängigkeit von der Scherdehnung auf (vgl. Kap. 2.5).

In Anlehnung an KURIBAYASHI [144] und WOODS [145] reduzierte PRANGE die Abhängigkeiten des Schubmoduls von Schotter und entwickelte den Schubmodul  $G_P$  in Abhängigkeit des Porenvolumens  $e$  und der mittleren Normalspannung  $\bar{\sigma}_0$  für kleine Scherdehnungen  $\gamma_{eff} \leq 10^{-6}$ . Da die Gleichung für minimale Scherdehnungen gilt, entspricht  $G_P$  ungefähr  $G_{P0}$  [146]:

$$G_P = \frac{7230 (2,97 - e)^2}{1 + e} \cdot \bar{\sigma}_0^{0,38} \approx G_{P0} \quad (4.8)$$

mit:

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (4.9)$$

Der Materialansatz basiert auf einer empirischen Auswertung eines großmaßstäblichen Resonant-Column-Versuches. Hierbei wird eine zylindrische Schotterprobe (Durchmesser zwischen 50 - 100 cm) an der Oberseite zu Torsionsschwingungen angeregt. Über die Eigenfrequenz der Schottersäule können entsprechend Rückschlüsse auf die Schubsteifigkeit gezogen werden. In [136, 146] wurde ein gebrochener Orthogneis mit Korndurchmessern zwischen 25 - 65 mm und einer Rohdichte von  $\rho = 1370 \text{ kg/m}^3$  als Schottermaterial verwendet.

Die mittlere Normalspannung  $\bar{\sigma}_0$  kann mit Gleichung 4.9 bestimmt werden. Mit Hilfe des Seitendruckkoeffizienten  $K_0$  und des Spannungsverhältnisses für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  kann die mittlere Normalspannung als Funktion von  $\sigma_z$  beschrieben werden:

$$K_0 = 1 - \sin \phi \quad (4.10)$$

$\phi$ : Winkel der inneren Reibung des Bodens

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0 \sigma_z \quad (4.11)$$

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{1}{3} \sigma_z (1 + 2K_0) \quad (4.12)$$

Wird der Schubmodul in der Dynamik auch für größere Scherdehnungen ( $\gamma_d > 10^{-6}$ ) betrachtet, nimmt der effektive dynamische Schubmodul  $G_d$  in Abhängigkeit von der Scherdehnung  $\gamma_d$  stark ab. Die Beziehung zwischen dem effektiven und dem maximal möglichen Schermodul  $G_d/G_{d0}$  wird durch den normierten Schubmodul beschrieben, vgl. Abbildung 2.13.

Wie zuvor beschrieben, kann für Eisenbahnschotter ein annähernd ähnliches Materialverhalten wie für Kies oder Sand verwendet werden. Durch die Bestimmung der Scherdehnung und des zugehörigen, normierten Schubmoduls formt sich die Hypothese, dass der Ansatz nach PRANGE um die Abhängigkeit der Scherdehnungsamplitude für konventionellen Gleisschotter erweitert werden kann. Die Hypothese beschreibt die Schottersteifigkeit  $G_{H,d}$  über die folgenden Gleichung:

$$G_{H,d} = \frac{G_d}{G_{d0}} \cdot \frac{7230(2.97 - e)^2}{1 + e} \cdot \bar{\sigma}_0^{0.38} \quad (4.13)$$

Der normierte Schubmodul  $G_d/G_{d0}$  ergibt sich in Abhängigkeit verschiedener Einflussfaktoren wie den Spannungen, Zyklen und der Plastizität [65].

Weiterführend beschreibt PRANGE das Dämpfungsverhalten von Schotter als gegenläufig zur Steifigkeitsentwicklung. Dieser Zusammenhang wird auch für Sand in [61] beschrieben. Die folgenden Untersuchungen in dieser Arbeit konzentrieren sich im Wesentlichen auf den Steifigkeitsaspekt von Schotter und vernachlässigen die Materialdämpfung entsprechend. Untersuchungen zum Dämpfungsverhalten von Schotteroberbau sind an anderer Stelle in der Literatur zu finden [113, 135].

### Kleinkörperversuch zur Aproximation der Schottersteifigkeit

Zur qualitativen Betrachtung der Zusammenhänge (Spannungs- und Scherdehnungsabhängigkeit) wird eine gelenkig gelagerte Platte in einem Kleinkörperversuch betrachtet (Abb. 4.14). Weitergehende Untersuchungen an einem Rahmenmodell werden zunächst nicht betrachtet, da es primär um die grundsätzliche Überprüfung der Spannungshypothese geht, die als Grenzwertbetrachtung zu verstehen ist.

Die Modellabmessungen (Spannweite  $L = 0,546$ ) ergeben sich aus der Forderung eines Kleinkörperversuches. Aufgrund von Skalierungseffekten wird der Überbau ( $t = 0,01$  m) als Gipsfaserplatte (hier: "fermacell"®  $E_{m, \text{mean}} = 3800$  N/mm<sup>2</sup>) realisiert. Auf diese Weise können sinnvolle und konstruktiv realistische Eigenfrequenzen erreicht werden. Die Materialeigenschaften der Gipsfaserplatte sind dem Datenblatt zu entnehmen [147].

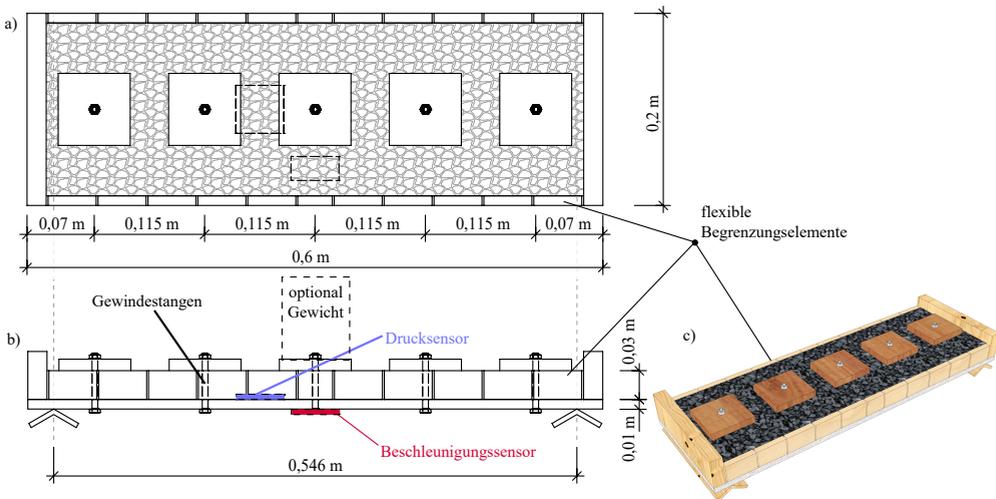


Abbildung 4.14: Kleinkörperversuch: a) Draufsicht, b) Seitenansicht, c) Isometrie

Zur Simulation von anstehendem Schotter an den Stirn- und Seitenbereichen werden Begrenzungs-elemente angebracht. Um den Einfluss der Begrenzungs-elemente auf die Biegesteifigkeit der Platte zu minimieren, werden diese in Abschnitte von 5 cm unterteilt. Etwaige Wechselwirkungen zwischen den Elementen werden durch Spalte ( $\Delta t = 2 \text{ mm}$ ) eliminiert. Für die maßstäbliche Verwendung von Schotter im Sinne der Beschreibung nach PRANGE, wird ein Basaltspalt (Korngröße zwischen 3 - 5 mm) verwendet. Die experimentell ermittelte Porenzahl beträgt  $e = 0,754$ , die gemessene Dichte  $\rho = 1680 \text{ kg/m}^3$  und die Poissonzahl wird mit  $\nu = 0,31$  nach PRANGE [136] angenommen. Das experimentell ermittelte Porenvolumen entspricht in etwa dem ermittelten Porenvolumen des Basaltkieses nach GOTSCHOL [143].

Der Spannungszustand im Schotterbett kann unabhängig vom Eigengewicht über Lastverteilungsplatten ( $75 \times 75 \text{ mm}^2$ ) und Gewindebolzen variiert werden. Alternativ kann der Spannungszustand durch definierte Gewichte erhöht werden.

Die Rolle der Scherdehnung kann durch Aufbringen von Impulslasten unterschiedlicher Größenordnung bestimmt werden. Die Scherdehnungen werden im ersten Schritt über Gleichung 2.44, der 1D-Fernfeldlösung, approximiert. Dazu müssen die Überbaubeschleunigungen und die dominierende Eigenfrequenz bekannt sein. Bei hohen Beschleunigungen und in Verbindung mit impulsartiger Lasteinleitung können Destabilisierungen des Schotters im Bereich der Lastverteilungsplatten beobachtet werden. Durch das damit verbundene Lösen der Vorspannung unter den Lastverteilungsplatten werden innerhalb der Untersuchungen zur Beschleunigungsabhängigkeit die unterschiedlichen Spannungsniveaus durch Aufbringen definierter Gewichte simuliert, vgl. Abbildung 4.14 und 4.16.

Mit Hilfe eines Dünnschicht-Drucksensors (Thin Layer Pressure Sensor - RP-S40-ST, FA-FCICY, vgl. Abb. 4.15) und eines Beschleunigungssensors (MPU6050, WAYINTOP) kann die Eigenfrequenz in Abhängigkeit von der vertikalen Schotterspannung bestimmt werden. Die Berechnung der ersten Eigenfrequenz erfolgt durch eine FFT. Die beiden Sensoren werden mit einem ARDUINO UNO Mikrocontroller von SUNFOUNDER gesteuert. Der Beschleunigungssensor zeichnet Rohdaten (16 Bit) auf. Durch Konvertierung der Daten können die Rohwerte als Beschleunigungswerte in Abhängigkeit von der Erdbeschleunigung ausgegeben werden.

Um Spannungsspitzen am Drucksensor zu vermeiden, wird der Sensor durch ein Gehäuse geschützt (Abb. 4.15). Zur Reduktion der nichtlinearer Sensorkennlinien (vgl. Abb. 8.1) werden die Sensordaten nach acht Minuten und zum Mittelwert ausgelesen. Die Auswertung des ohmschen Widerstandes wird über den Mittelwert von 50 Messpunkten ermittelt. Weitere Unsicherheiten wie z. B. der Reibungsverluste und Verkantungen des Druckstempels im



Abbildung 4.15: Drucksensor mit Gehäuse

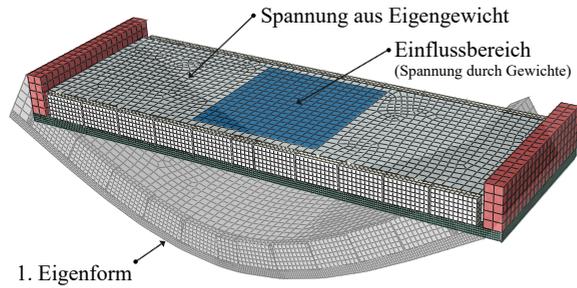


Abbildung 4.16: Numerisches Modell aus ABAQUS

Gehäuse sowie Effekte aus unsymmetrischer Belastung werden aufgrund der qualitativen Studie akzeptiert.

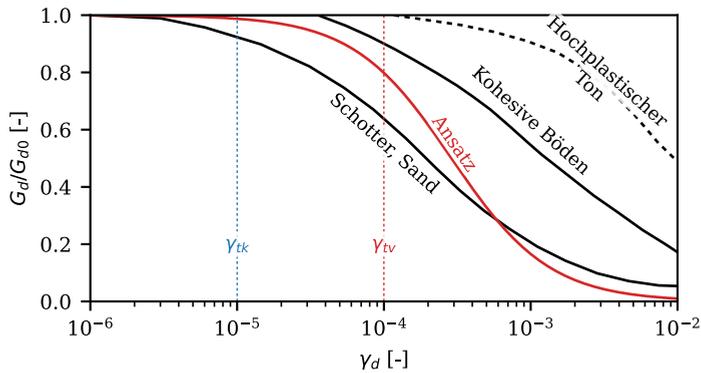
### Numerisches Modell

Unter der Annahme eines zeitlich konstanten Spannungszustandes und zeitlich konstanter Scherdehnungen kann die Schottersteifigkeit allgemein und mit linearen Methoden unter Verwendung von Gleichung 4.13 für einen ausgewählten Zustand berechnet werden. Optional kann der Schotter auch über eine abschnittsweise Definition der Schottersteifigkeit detaillierter analysiert werden (Anwendungsfall: Schottervorspannung mit definierten Gewichten - Abb. 4.16). Die numerische Bestimmung der Eigenfrequenz erfolgt in ABAQUS [64] mit der linearen Frequenzanalyse. Die Modellierung erfolgt mit linearen Kontinuums-elementen (C3D8-Elemente). Die erforderliche Netzauflösung der Platte (2,5 mm) und des Schotters (10 mm) wird durch eine Konvergenzanalyse bestimmt.

Nach PRANGE [136] beträgt der Schotterreibungswinkel  $\varphi_S = 39,6^\circ$ . Daraus ergibt sich ein Seitendruckkoeffizient von  $K_0 = 0,36$ . Der im Experiment verwendete normierte Schubmodul (Abb. 4.17, rot) wird durch Gleichung 4.14 dargestellt. Die Formel leitet sich iterativ aus der numerischen Beschreibung der in Abbildung 4.18a gezeigten experimentellen Daten in Kombination mit der grundlegenden Beziehung von Sanden bezüglich der Scherdehnung [38] ab.

$$\frac{G_d}{G_{d0}} = \frac{1}{1 + 40000 \gamma_d^{1,3}} \quad (4.14)$$

Der Schubmodul in den Untersuchungen von PRANGE bezieht sich auf einen gebrochenen Orthogonis. Im vorliegenden Versuch wird ein deutlich kleineres Schottermaterial verwendet (Basalt-Split, Korngrößen: 3 - 5 mm). Um dieser Tatsache Rechnung zu tragen, wird Gleichung 4.13 mit einem Skalierungsfaktor von  $f_S = 0,273$  beaufschlagt. Der Faktor rechnet



**Abbildung 4.17:** Darstellung der Gleichung 4.14 (rot) im Vergleich zum normierten Schubmodul nach Kapitel 2.5

sich aus der Eigenfrequenz bei der Druckspannung ( $\sigma_z = 19,5 \text{ kN/m}^2$ ) zurück (Abb. 4.18a). Darüber hinaus wird die Struktursteifigkeit (E-Modul der Gipsfaserplatte) des unbelasteten numerischen Modells auf die tatsächliche Eigenfrequenz ( $f_{exp,0} = 24,15 \text{ Hz}$ ) des experimentellen Modells kalibriert (jeweils ohne Schotter).

## Ergebnisse

Der Kleinkörperversuch zeigt die zuvor diskutierten Einflüsse auf die anteilige Schottersteifigkeit, respektive Eigenfrequenz. Abbildung 4.18a zeigt die Eigenfrequenzen des Modells unter Variation des Spannungszustands im Schotter für sehr kleine Scherdehnungen ( $G_d/G_{d,0} \approx 1$ ). Ergänzend ist die Eigenfrequenz des Referenzsystems (Annahme  $G_d = 0$ ) dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, dass bei Erhöhung der Schotterspannung die strukturelle Steifigkeit schrittweise ansteigt. Im Kleinkörperversuch ergibt sich eine Erhöhung der Eigenfrequenz von bis zu  $\Delta f_1 \approx 45 \%$ . In diesem untersuchten Beispiel ist der Anstieg der Biegesteifigkeit deutlich erkennbar, da die experimentell gewählte Plattensteifigkeit aufgrund der relativ weichen Gipsfaserplatten zu einer geringen Basissteifigkeit führt. Eine solche signifikante Versteifung ist bei realen Bauwerken aufgrund des höheren E-Moduls von Beton nicht zu erwarten.

Die ermittelten Eigenfrequenzen aus der numerischen Berechnung zeigen bei kleinen Spannungen eine Diskrepanz zu den experimentell ermittelten Eigenfrequenzen. Bei größeren Spannungszuständen ( $\sigma_z > 5 \text{ kN/m}^2$ ) nimmt die Diskrepanz ab. Die Diskrepanzen sind auf

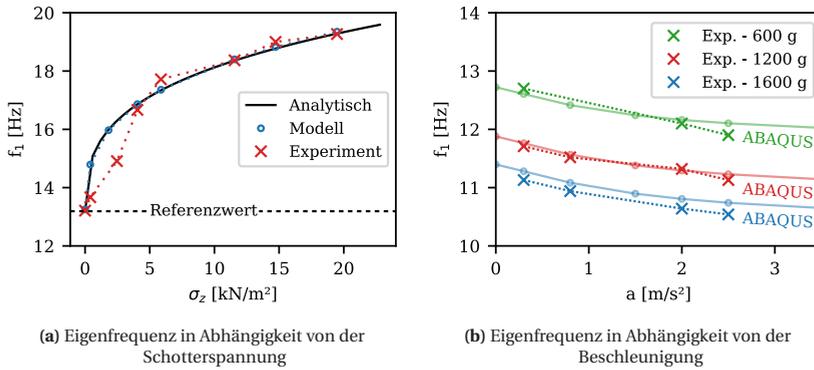


Abbildung 4.18: Eigenfrequenzen des Kleinkörperversuchs bei Variation der Einflussgrößen

den stark nichtlinearen Zusammenhang zwischen den Druckspannungen und dem gemessenen Widerstand der piezoresistiven Drucksensoren zurückzuführen. Bei der Kennlinie des Drucksensors (siehe Abb. 8.1) ändert sich der gemessene Widerstand bei Druckspannungen unterhalb von etwa 5 kN/m<sup>2</sup> überproportional stark. Der Vergleich zwischen numerischen (blau) und experimentellen (rot) Ergebnissen zeigt eine insgesamt zufriedenstellende Übereinstimmung.

Die analytische Lösung der Spannungs-Steifigkeits-Beziehung basiert auf der Berechnung eines äquivalenten Verbundquerschnitts und der Eigenfrequenzen am Balken nach Gleichung 4.15. Der äquivalente Verbundquerschnitt bildet aufgrund der Analogie zur ABAQUS-Lösung die Grundlage für die Parameterstudie in Kapitel 4.2.3. Die  $n$ -te Eigenfrequenz am Balken (Gl. 4.15) ist gängiger Literatur zu entnehmen, z. B. [50].

$$f_i = \frac{\alpha_n^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho_\tau L^4}} \quad (4.15)$$

mit:

$L$ : Spannweite [m]

$\rho_\tau$ : Masse pro Länge [kg/m]

$EI$ : Biegesteifigkeit [Nm<sup>2</sup>]

gelenkig:

$$\alpha_1 = \pi$$

$$\alpha_2 = 2\pi$$

$$\alpha_3 = 3\pi$$

eingespannt:

$$\alpha_1 = 1,5\pi$$

$$\alpha_2 = 2,5\pi$$

$$\alpha_3 = 3,5\pi$$

Zur weiteren Untersuchung der Steifigkeits-Beschleunigungs-Beziehung werden Beschleunigungen zwischen 0,3 - 2,5 m/s<sup>2</sup> aufgebracht. Eine Erhöhung der Schotterspannungen wird durch mittig aufgebrachte Gewichte (600 g, 1200 g und 1600 g) erzielt. Die Versuche zeigen eine Veränderungen der Eigenfrequenz in der Größenordnung von 5 - 6 % (Abb. 4.18b). Entsprechend führen steigende Beschleunigungen zu abnehmenden Eigenfrequenzen.

Zur Einordnung der experimentellen Ergebnisse zur Steifigkeits-Beschleunigungs-Beziehung werden vergleichende, numerische Berechnungen (Abb. 4.18b, Linien) unter Berücksichtigung der approximierten Scherdehnung nach Gleichung 2.44 durchgeführt. Das Einzugsgebiet des vorgespannten Schotters (vgl. Abb. 4.16) ist auf den Referenzwert bei 1200 g und  $a = 1,5 \text{ m/s}^2$  kalibriert. Trotz der Unsicherheiten in Bezug auf die effektive Scherwellengeschwindigkeit kann die Beziehung zwischen Scherdehnung und Steifigkeit in erster Näherung wiedergeben werden.

## 4.2.2 Gleissteifigkeit

Das Spannungsniveau im Schotter wird durch die Lastausbreitung von der Schiene zum Tragwerk bestimmt. Untersuchungen in [148] zeigen Spannungen in den Größenordnungen um  $\sigma_z = 75 \text{ kN/m}^2$  während einer Zugüberfahrt auf. Die Messwerte unterliegen teilweise einer starken Streuung. Bei einer angenommenen Gesamtwagenmasse von etwa  $\pm 60 \text{ t}$  (ein Wagen mit zwei Drehgestellen je zwei Achsen) ergeben sich acht konzentrierte Kräfte zu je  $75 \text{ kN}$ . Unter Berücksichtigung der Lastverteilung erscheint der gemessene Wert von  $\pm 75 \text{ kN/m}^2$  plausibel. In Folge dessen können mit den Gleichungen 4.10 ff. die maximalen effektiven Spannungen vereinfachend zu  $\bar{\sigma}_0 \leq 40 \text{ kN/m}^2$  angenommen werden. Die Anzahl der Belastungszyklen wird im Folgenden vereinfachend vernachlässigt.

Die Gleissteifigkeit  $k_G$  beschreibt die Steifigkeit des Fahrwegs unter der Annahme einer kontinuierlichen Gleisbettung (keine einzelnen Auflagerpunkte der Schwellen), nicht zu verwechseln mit den in der Literatur häufig verwendeten äquivalenten, vertikalen Federn  $k_z$  zur Anbindung der Schienenstränge an die Brückenstruktur (Stützpunktsteifigkeit). Die äquivalenten Federsteifigkeiten werden aus der Gleissteifigkeit, bezogen auf die Einflusslänge (Schwelle/2  $\approx 1,25 \text{ m}$ ) einer Schiene  $k_{G,R}$ , dem Schwellenabstand  $a$  und der Schienenbiegesteifigkeit  $EI$  entsprechend den Gleichungen 4.18 ff. bestimmt [140]:

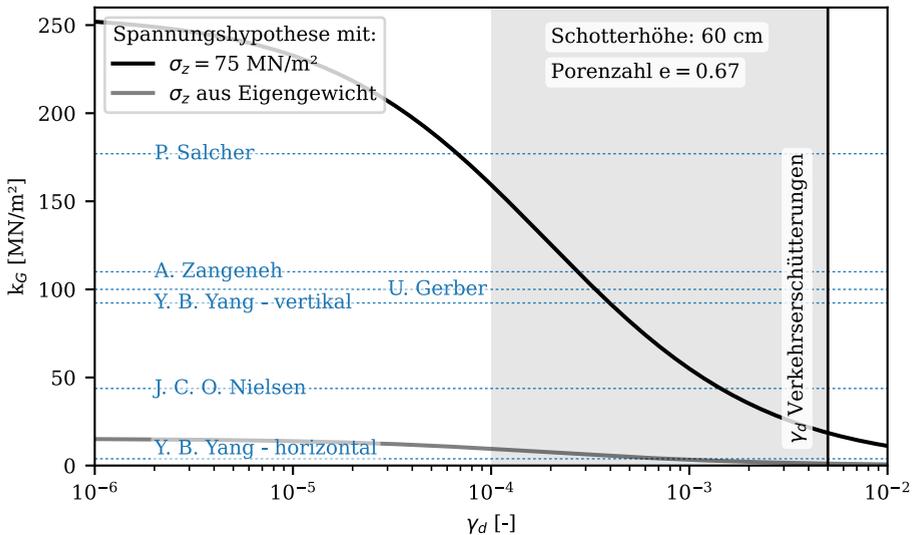
$$k_G = 2 G (1 + \nu) = E_{\text{Schotter}} \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (4.16)$$

$$k_{G,R} = 1,25 k_G \quad (4.17)$$

$$k_z = \sqrt[3]{\frac{k_{G,R}^4 a^3}{64 EI}} \text{ [MN/m]} \quad (4.18)$$

In der Literatur finden sich unterschiedliche Annahmen für die Gleissteifigkeit  $k_G$  [7, 17, 140, 142, 149]. Durch Anwendung der hier vorgestellten Steifigkeitshypothese (Gl. 4.13) kann ebenfalls die resultierende Gleissteifigkeit in Abhängigkeit von der Scherdehnung berechnet werden (Abb. 4.19). In der gesichteten Literatur sind die Gleissteifigkeiten unabhängig von der Scherdehnung angegeben. Ebenso differenziert ausschließlich YANG unterschiedliche Belastungsszenarien [7]. Zur Visualisierung werden die Gleissteifigkeiten in Abbildung 4.19 über horizontal gestrichelte Linien dargestellt.

In Abbildung 4.19 ist die Gleissteifigkeit in Abhängigkeit von der Scherdehnung unter zwei verschiedenen Belastungsszenarien dargestellt. Zum einen unter der Volllast einer Zugüberfahrt; zum anderen ist die Belastung auf das Eigengewicht aus Schienen, Schwellen und der halben Schotterhöhe reduziert. Die ergänzenden Steifigkeitswerte aus der Literatur zeigen



**Abbildung 4.19:** Gleissteifigkeit unter Variation der Scherdehnung mit Vergleichswerten aus der Literatur [7, 17, 140, 142, 149]

alle Überlagerungspunkte mit der Steifigkeitshypothese  $G_{H,d}$ , die meisten innerhalb des eingerauteten Bereichs zwischen  $1 \cdot 10^{-4} < \gamma_d < 5 \cdot 10^{-3}$ . Dieser Bereich beschreibt die zu erwartenden Scherdehnungen (einfache Abschätzung) aus Verkehrsbelastungen nach [38]. Hierbei wird deutlich, dass die Bandbreite der Steifigkeitswerte unter Berücksichtigung der Scherdehnungen plausibel erscheinen, da sie unabhängig von der Scherdehnung amplituden angegeben sind. Wenn Steifigkeitsmessungen vor Ort durchgeführt werden, müssen die Steifigkeiten daher in Bezug auf den vorhandenen Spannungszustand und die aufgetragenen Scherdehnungen und nicht als unabhängige Einzelwerte betrachtet werden. Weiterhin ist bei der Anwendung der Schottersteifigkeit aufgrund des Eigengewichts zu beachten, dass die resultierende Steifigkeit nur im unteren Bereich (vereinfacht die halbe Schotterhöhe) der Schotterebene wirkt und die oberen Schichten ausschließlich als Last zu betrachten sind. Dementsprechend sind die Steifigkeiten innerhalb des Schottergleises aufgrund unterschiedlicher Beanspruchungszustände divergent.

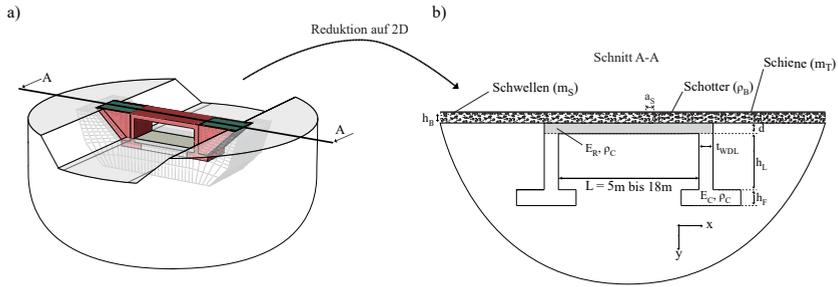
Im Kontext dieser Untersuchungen kann daher zwischen vertikalen und horizontalen Gleissteifigkeiten unterschieden werden. Die vertikale Steifigkeit resultiert aus einem lokalen, vollständig vorgespannten Schotter während einer Zugüberfahrt (Abb. 4.19, schwarz), während die horizontale Steifigkeit nur aus der Vorspannung durch das Eigengewicht resultiert (Abb. 4.19, grau). Dementsprechend ist diese Komponente unabhängig von einer Zugüberfahrt in die Biegesteifigkeit des Systems einzubeziehen.

Untersuchungen an Zwillingsbrücken mit durchgehendem Schottergleis zeigen ähnliche Ergebnisse [138]. Zum einen wurde durch iterative Modellanpassung eine Gleissteifigkeit von ca. 49 - 56 MN/m<sup>2</sup> ermittelt, zum anderen konnte die Abhängigkeit von der Beschleunigungsamplitude gemessen werden. Die Schottersteifigkeit als Koppelglied der beiden individuellen Brückenüberbauten mit durchgehender Schotterschicht wirkt in horizontaler und vertikaler Richtung, so dass sich die Gleissteifigkeit als ein sinnvoller Wert darstellt (vgl. Abb. 4.19).

Außerdem zeigt FIRUS [150], dass die globale Struktursteifigkeit bei einer Zugüberfahrt auf Zwillingsbrücken deutlich abnimmt. Aufgrund der Zusammenhänge der Steifigkeitshypothese aus Gleichung 4.13 ist davon auszugehen, dass die Veränderung der globalen Struktursteifigkeit auf die veränderliche Gleissteifigkeit zurückzuführen ist. Dadurch wäre die sinkende Kopplung der einzelnen Überbauten bei zunehmenden Scherdehnungen während der Zugüberfahrt erklärbar. FIRUS erwähnt ebenfalls, dass die Bestimmung der Eigenfrequenzen auf Grundlage der abklingenden Strukturantworten zu höheren Werten führt als die Verwendung einer Resonanzkurve, die durch Messungen bei Zugüberfahrten bestimmt wird (max. Scherdehnungen). Seine Ergebnisse stimmen mit den Untersuchungen von REBELO [138] überein. Er schreibt, dass die Messung der Eigenfrequenzen von Zwillingsbrücken durch abklingende Strukturantworten (Anregung durch Zugüberfahrt) zu unterschiedlichen Ergebnissen führt, wenn die Fensterfunktionen (konstante Fensterbreite) schrittweise in Richtung Ruhelage verschoben werden. Auch hier spielt die Amplitude der vorliegenden Scherdehnung (im betrachteten Fenster) eine wesentliche Rolle.

### 4.2.3 Grenzwertbetrachtung

Zur Anwendung der Steifigkeitshypothese über den Ansatz der Spannungs-Scherdehnungs-Beziehung wird eine Parameterstudie anhand der analytischen Rahmeneigenfrequenz  $f_R$  (Gl. 4.19) [24, 50] über die Spannweiten von 5 - 18 m durchgeführt, siehe Abbildung 4.20. Die Berechnung der Überbausteifigkeit erfolgt als Grenzwertbetrachtung mit Unterscheidung von vier Belastungsszenarien (Fall 0 bis Fall 3). Das Dämpfungsverhalten und weitere Interaktionseffekte bleiben unberücksichtigt.



**Abbildung 4.20:** a) 3D-Problem b) Reduktion der Fragestellung auf den ebenen Rahmen

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa E_C t_{WDL}^3}{12 m h^3}} \quad (4.19)$$

mit:

$$m = \left[ \frac{L}{2} + \min\left(0,5 \frac{d}{t_{WDL}}\right) \right] d \rho_C + m_G \quad (4.20)$$

Hinweis:  $L$  = lichte Spannweite

$$m_G = \text{Masse aus Gleisbett} \quad (4.21)$$

$$h = h_L + \min\left(0,5 \frac{d}{t_{WDL}}\right) \quad (4.22)$$

$$j = \frac{t_{WDL}^3 E_C}{d^3 E_R} \quad (4.23)$$

$$\kappa = \frac{96(h + 2jL)}{(2h + jL)j} \left(\frac{h}{L}\right)^3 \quad (4.24)$$

Fall 0 entspricht der üblichen Baupraxis, bei der Schotter allein durch sein Eigengewicht in der Berechnung der Eigenfrequenzen berücksichtigt wird ( $G_d = 0$ ). Dieser Fall bildet den Referenzwert für Abbildung 4.21. Für die Fälle 1, 2 und 3 wird die potenzielle Schottersteifigkeit über unterschiedliche Szenarien berücksichtigt. Je nach Fall wird die Scherdehnung über die Approximation für das 1D Fernfeld berücksichtigt (Gl. 2.44). Die Beschleunigungsamplitude steht im Zusammenhang mit der dynamischen Anregung (max. Grenzwert bei Zugüberfahrt [4]); die vertikale Schotterspannung ergibt sich aus der Belastung durch den kreuzenden Zug zu  $\sigma_V = 75 \text{ kN/m}^2$  [148].

- Fall 0: Der Schotter wird nur durch Massen modelliert.
- Fall 1: Der Schotter wird durch sein Eigengewicht, die Schiene und die Schwellen belastet. Er wird in zwei Schichten betrachtet. Die obere Schicht (halbe Schotterhöhe)

wird als Last angenommen, während die untere Schicht die vorgespannte und damit steifigkeitswirksame Schotterschicht bildet.

- Fall 2: Der vorbeifahrende Zug verursacht eine lokale Schotterbeanspruchung von  $\sigma_V = 75 \text{ kN/m}^2$ . Eine rein lokale Beanspruchung kann im Modell nicht abgebildet werden. Aus diesem Grund wird vereinfachend eine reduzierte Spannung über die gesamte Brücke als Annäherung an den realen Zustand verwendet ( $\sigma_V/3$ ). Zusätzlich wird eine übliche Überbaubeschleunigung von  $a_{\max} > a = 1,5 \text{ m/s}^2$  angesetzt.
- Fall 3: Der vorbeifahrende Zug hat die Brücke verlassen; die Schotterspannung sinkt wieder auf den Wert von Fall 1. Die Brücke schwingt mit einer üblichen Beschleunigung von  $a_{\max} > a = 1,5 \text{ m/s}^2$  aus.

Die Approximation der Rahmeneigenfrequenz  $f_R$  zur Bestimmung der Scherdehnung nach Gleichung 2.44 erfolgt in Annäherung ohne Berücksichtigung der Schottersteifigkeit.

$$\gamma_d \approx \frac{v}{V_S} = \frac{a}{2\pi f_R V_S} \quad (4.25)$$

mit:

$$V_S = \sqrt{\frac{G_P}{\rho_B}} \quad (4.26)$$

$$\rho_B = 1700 \text{ kg/m}^3 \text{ [3]}$$

$$h_B = 0,6 \text{ m}$$

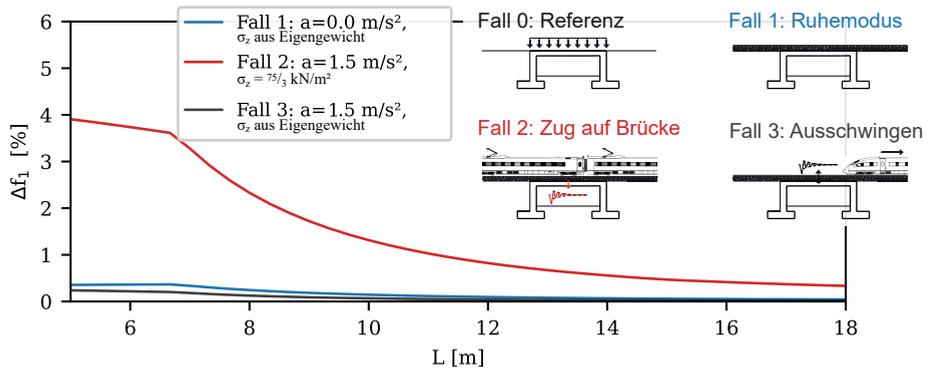
$$v_B = 0,31 - \text{unverschmutzt [151]}$$

$$e = 0,67 - \text{Porenvolumen Gleisschotter (Annahme)}$$

$$E_C = 33000 \text{ MPa}$$

Die Berechnung der Eigenfrequenz mit Berücksichtigung der Schottersteifigkeit erfolgt über den Ansatz einer Ersatzbiegesteifigkeit. Diese berechnet sich analog zu einem Verbundquerschnitt  $EI_R$  mit Methoden aus dem Stahlverbundbau. Der Verbundquerschnitt wird in Abhängigkeit der Geometrie berechnet. Als Basis gilt hier die Schlankheit von  $S = 15$ , wobei die minimale Überbaudicke zu  $d \geq 0,45 \text{ m}$  begrenzt wird. Die Gleisteifigkeit  $k_G = E_B$  wird nach den Gleichungen 4.13 und 4.16 bestimmt. Der normierte Schubmodul wird gemäß Abbildung 4.17 für *Sand* gewählt.

Abbildung 4.21 zeigt, dass die Berücksichtigung der Schottersteifigkeit bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen kurzer Brücken zu einer geringen Versteifung des Gesamtsystems führt.



**Abbildung 4.21:** Einfluss der Schottersteifigkeit auf die erste Biegeeigenfrequenz am ebenen Rahmen

Der Grenzwert aus Fall 2 führt zu einer maximalen Versteifung von  $\Delta f < 4\%$ . Dieser geringe Wert liegt durchaus im Bereich von Messtoleranzen. Entsprechend dieser Grenzwertbetrachtung ergeben sich für Rahmenbrücken keine maßgeblichen Änderungen der Eigenfrequenzen durch die Berücksichtigung der Schottersteifigkeit.

Ein weiterführender Großversuch zur Schottersteifigkeit wird an dieser Stelle nicht weiter verfolgt, da die zusätzlichen Schottersteifigkeiten nur zu einer vernachlässigbar kleinen Erhöhung der Eigenfrequenzen führen.

## 4.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss von werkstoffbezogenen Einflussgrößen auf die Eigenfrequenzen von Eisenbahnrahmenbrücken untersucht. Die Untersuchung beschränkte sich auf die hauptsächlich verwendeten Materialien (Beton und Schotter).

### Beton

Die nichtlinearen Zusammenhänge der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton gelten als bekannt und gut beschrieben, nicht jedoch die anzusetzenden Steifigkeiten (E-Modul) während einer Bauteilschwingung. Bei der Überfahrt eines Zuges wird der Betonquerschnitt abwechselnd belastet und entlastet, so dass sich die Frage stellt, welchen E-Modul der Beton während des Schwingvorgangs aufweist. Die hier vorgestellte Arbeitshypothese zum Schwingungsverhalten von Beton wird durch eine numerische Grenzwertbetrachtung in ABAQUS

weiter untersucht. Die Sensitivität der Eigenfrequenzen gegenüber dieser Hypothese wird analysiert und es zeigt sich, dass die Eigenfrequenzen robust gegenüber dem gewählten Grundspannungsniveau und der verwendeten Steifigkeitsbeziehung reagieren.

Die Ergebnisse der Untersuchung legen nahe, dass die Diskrepanz bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen von kurzen Eisenbahnrahmenbrücken aus Stahlbeton nicht auf den Einfluss des dynamischen E-Moduls zurückzuführen ist. Andere Faktoren wie z. B. die Betonalterung haben einen größeren Einfluss auf die dynamische Charakteristik von Brücken.

### **Schotter**

Weiter wird ein Materialansatz für Schotteroberbau vorgeschlagen, der die Scherdehnungs- und Spannungsabhängigkeit der Schottersteifigkeit berücksichtigt. Aufgrund der unterschiedlichen Abhängigkeiten ergeben sich bei unterschiedlichen Belastungssituationen divergierende Gleissteifigkeiten. Die unterschiedlichen Belastungszustände können als repräsentativ für die Ermittlung der Bettungssteifigkeit des Gleises angesehen werden.

Auf der Grundlage einer analytischen Berechnung des äquivalenten Querschnitts wird eine Grenzwertanalyse für den ebenen Rahmen durchgeführt. Dabei führt die Berücksichtigung der Schottersteifigkeit zu einer Erhöhung der ersten Biegeeigenfrequenzen von  $\Delta f \lesssim 4\%$ . Die Annahme, dass die Abweichung von den in der Praxis gemessenen Eigenfrequenzen hauptsächlich auf die mitwirkende Biegesteifigkeit des Schotters zurückzuführen ist, kann somit nicht bestätigt werden.

# 5 Einfluss der Struktursteifigkeit und der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken

In Folgenden wird der Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken, einschließlich der Auswirkung von 2D- und 3D-numerischen Ansätzen untersucht. Die Ausarbeitung bezieht sich im Wesentlichen auf die Veröffentlichungen in [22–24, 26, 28, 29].

Hinweis: Die in Kapitel 5.2.2 vorgestellte HYBRID METHODE kombiniert die Vorteile der FEM mit dem Ansatz zur Erfüllung der Sommerfeld'schen Strahlungsbedingung der BEM (vgl. Kap. 2). Der in dieser Arbeit verwendete Algorithmus zur Berechnung und Kondensation der BEM-Matrizen sowie die Transformation in Makroelemente stammt vom Lehrstuhl für Geomechanik und Geotechnik der CAU in Kiel [89].

## 5.1 Einführung

In Kapitel 3 werden die Einflussfaktoren auf die dynamische Charakteristik von gebetteten Rahmentragwerken diskutiert. Es wird gezeigt, dass die Abweichungen der Eigenfrequenzen auf die Sensitivität des Systems gegenüber der Steifigkeits- und Massenbestimmung sowie auf den Einfluss der BBI zurückzuführen sind. Dies steht in Einklang mit den Forderungen nationaler Regelungen, wie der Richtlinie 804 der DB Netz AG [4]. Diese weist darauf hin, dass insbesondere bei Rahmenkonstruktionen die Bettung als Einflussgröße zu berücksichtigen ist und die Steifigkeits- und Massenberechnungen detailliert durchzuführen sind.

Die Diskrepanz bei der Bestimmung der Dämpfungsgrade resultiert aus der Tatsache, dass die geometrische Dämpfung (Energieabstrahlung des Bauwerks in den umgebenden Boden)

normativ nicht berücksichtigt wird, sofern diese nicht durch Messungen nachgewiesen oder auf Basis bodendynamischer Ansätze explizit ermittelt wird [3, 4]. Die Vernachlässigung dieser Dämpfungsbeiträge führt häufig zu einer Überschätzung der Systemantwort im Resonanzbereich. Aus Gründen der Dauerhaftigkeit und Gebrauchstauglichkeit ist es notwendig, die Mechanismen der BBI weiter zu untersuchen. Dies ermöglicht einerseits eine Bemessung der Bauwerke mit ausreichendem Sicherheitsniveau und andererseits eine realistische Einschätzung der Resonanzgefahr.

## 5.2 Parameterstudie

Aufgrund der Wechselwirkung zwischen Struktur- und Bodensteifigkeit erfolgt die Untersuchung der Boden-Bauwerk-Interaktion in Abhängigkeit von der Geometrie des gebetteten Rahmens. Daher werden die beiden Themen nicht getrennt, sondern gemeinsam in einer Parameterstudie behandelt.

Die Untersuchungen beziehen sich dabei auf die Charakteristik der ersten Modalform mit ihrer Eigenfrequenz und der zugehörigen Dämpfung. Der Einfluss der Struktursteifigkeit wird anhand der Schlankheit, der Spannweite, der Widerlagersteifigkeit und des Einspanngrades untersucht. Zusätzlich wird eine Beziehung zwischen der Biegeeigenfrequenz und der Frequenz der Starrkörperverschiebung (Starrkörperfrequenz der Gründung) eingeführt. Der Einfluss der Bodensteifigkeit wird durch Variation der Scherwellengeschwindigkeit des Bodens und der bodenmechanischen Eigenschaften der Hinterfüllung berücksichtigt. Der Einfluss, der aus der Schichtung des Bodens resultierenden Cut-Off-Frequenz, wird ebenfalls untersucht.

Darüber hinaus werden 2D- und 3D-Modellierungsansätze hinsichtlich ihrer Aussagekraft bewertet. Der zweidimensionale Ansatz bietet dabei insbesondere Vorteile bezüglich einer einfachen Anwendung sowie einer effizienten Berechnung. Der dreidimensionale Ansatz hat den Vorteil der Genauigkeit in der Abbildung der Geometrie sowie der 3D-Wellenausbreitung. Aufgrund der nur sehr geringen Scherdehnungen im Betriebszustand ist für die nachfolgenden Berechnungen der Ansatz linear-elastischer Analysen und linear-äquivalenter Materialeigenschaften gerechtfertigt (Kap. 2.5, 6.1.2 und [38, 66, 68]). Darüber hinaus basiert die folgende Untersuchung ausschließlich auf der Energiedissipation infolge der geometrischen Dämpfung, die durch  $\zeta_A$  quantifiziert wird. Die Materialdämpfung wird im Folgenden vernachlässigt, da der Fokus auf den Zusammenhängen der BBI liegt.

Tabelle 5.1 enthält einen Überblick über die verwendeten Berechnungsmethoden sowie deren Verwendungszweck. Eine Einführung in die Modellierung der BBI wird in Kapitel 2.5.3 gegeben. Es folgt eine kurze Darstellung und Validierung der verwendeten Berechnungsmethoden.

**Tabelle 5.1:** Zusammenfassung der verwendeten Berechnungsmethoden

<b>Methode</b>	<b>Verwendungszweck</b>
DIREKTE METHODE in 2D	FEM: vereinfachter Modellierungsansatz, der in der Bau- praxis häufig zur Berechnung der BBI verwendet wird. <b>Hier:</b> Vereinfachte Modellierung der 2D-BBI
HYBRIDE METHODE in 3D	Gekoppeltes BEM-FEM Modellierungsverfahren, das in der Forschung häufig zur Berechnung der BBI unter Berücksichtigung unregelmäßiger Geometrien und flexibler Fundamente verwendet wird. <b>Hier:</b> Detaillierte Modellierung der 3D-BBI
SUBSTRUKTUR METHODE in 3D	FEM: vereinfachter Modellierungsansatz mit Feder- Dämpfer-Ansätzen zur Darstellung der BBI <b>Hier:</b> frequenzunabhängiger Ansätze zur Identifikation des vertikalen Starrkörpermodes, Grundlage für Prognosemodell in Kap. 6.1

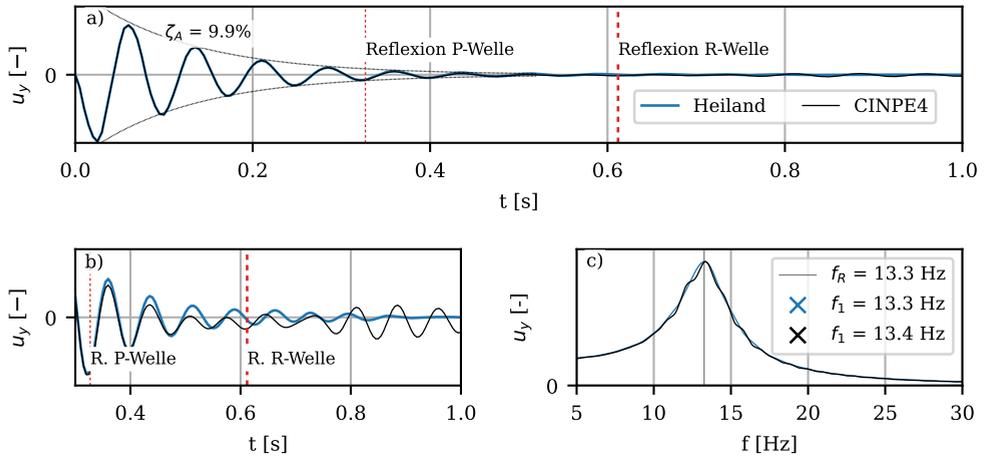
## 5.2.1 DIREKTE METHODE

Um einen ersten Einblick in die Boden-Bauwerk-Interaktion zu erhalten und räumliche Effekte zu begrenzen wird ein numerisches Rahmenmodell (Abb. 5.1) im ebenen Verzerungszustand mit dem Programm ABAQUS [64] erstellt.

Zur Simulation der unendlichen Wellenabstrahlung im Fernfeld werden in der direkten Methode häufig normale  $c_n$  und tangentiale  $c_t$  viskose Dämpferelemente nach Gleichung 5.1ff. mit  $a = b = 1$  [69] verwendet (z. B.: ABAQUS: CINPE4). LYSMER und KUHLEMEYER zeigen, dass dieser Ansatz für harmonische elastische Wellen eine reflexionsarme Randbedingung für Primär- und Scherwellen darstellt. Die Randbedingungen eignen sich nur bedingt für eine



Modell:  $L = 13\text{m}$ ,  $h_L = 5\text{m}$ ,  $t_{WDL} = d$ ,  $S = 15$ ,  $G_b = 173\text{ MNm}^2$



**Abbildung 5.2:** Auswertung der modalen Charakteristik am ebenen Rahmen in Abhängigkeit von den Randbedingungen: a) Zeitverlauf, b) Reflexionen im Detail, c) Frequenzspektrum; Material- und Geometrieigenschaften gemäß Tab. 5.2

einer vertikal anstehenden Felschicht können die Federelemente entlang der Breite  $B$  entsprechend versteift werden. Die Schichtdicke kann über die Tiefe  $T$  variiert werden (vgl. Abb. 5.1).

Die Modellabmessungen bei der direkten Methode müssen das Nahfeld (vgl. Kap. 2.5.3) hinreichend genau darstellen, um die vollständige Ausbildung der Rayleigh-Welle zu gewährleisten. Die hier verwendeten Abmessungen des FE-Modells ergeben sich aus den Untersuchungen in [22] und berechnen sich über einer Funktion der Elementgröße  $\Delta_{EL}$  zu:

$$T = 200\Delta_{EL} \quad (5.3)$$

$$B = 600\Delta_{EL} \quad (5.4)$$

Die Netzgröße  $\Delta_{EL}$  wird mit dem 0,1-fachen der Höhe des Nulldurchgangs der horizontalen Geschwindigkeitskomponente der Rayleigh-Welle berechnet, um eine ausreichende Anzahl von FE-Knoten für die korrekte Darstellung des nichtlinearen Geschwindigkeitsfeldes zu erreichen. Entsprechend ist diese Methode material- und frequenzabhängig und führt zu kleineren Netzweiten als die Wellenlängenmethode [22]. Als Beispiel wird ein Kiessand mit  $V_S = 450\text{ m/s}$  und eine Bezugsfrequenz von 15 Hz betrachtet. Bei Verwendung von 1/10 der Scherwellenlänge ( $\lambda_S = V_S/f$ ) ergibt sich eine Netzgröße von  $\Delta_{EL} = 3\text{ m}$ , bei Verwendung

der Nulldurchgangsmethode  $\Delta_{EL} = 0,52$  m. Abbildung 5.4a zeigt ein Beispiel für die Bildung von Raum- und Oberflächenwellen bei direkter Modellierung als 2D-FEM-Modell.

## Validierung

Zur Validierung des vorgestellten direkten Ansatzes wird die Boden-Bauwerk-Interaktion unter dem beschriebenen Ansatz anhand eines Streifenfundamentes ( $a = 4$  m) auf homogenem elastischem Halbraum studiert. Mit den vereinfachten Ansätzen nach WOLF [74] für Streifenfundamente ergibt sich die ungedämpfte vertikale Eigenfrequenz  $f_v$  des Systems zu ( $\nu = 0,3$ ;  $G = 173 \cdot 10^6$  MN/m<sup>2</sup>):

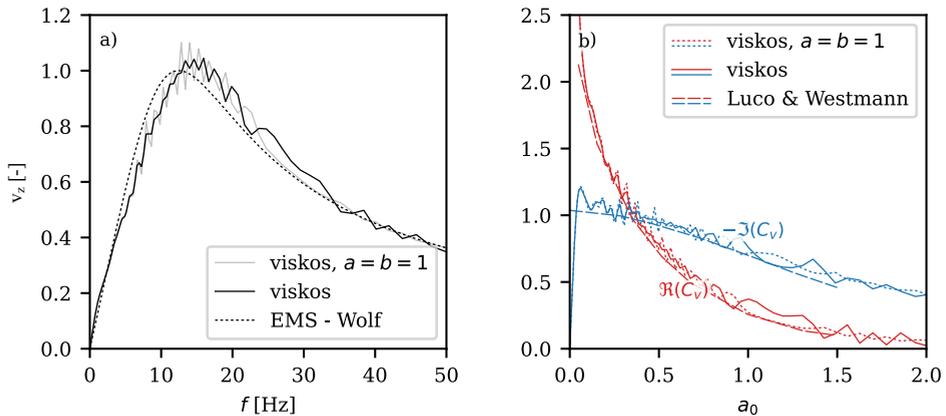
$$f_v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_0/M} = 12,5 \text{ Hz} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } M &= 4 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 2400 \text{ kg/m}^3 = 38400 \text{ kg} \\ K_0 &= (1 + 4\nu^2)G = 235,3 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die Auswertung der modalen Charakteristik erfolgt über den *Abaqus*-Solver für stationäre Dynamik (engl. steady-state-dynamics: SSD). Dabei wird die Partikulärlösung (stationäre Reaktion) für das modellierte System unter einer definierten harmonischen Belastung berechnet. In vorliegenden Fall mit  $F(f) = \text{konst.}$  ergibt sich die ungedämpfte Eigenfrequenz entsprechend aus dem Spektrum der Schwinggeschwindigkeiten  $v_z$ . In Abbildung 5.3a ist eine gute Übereinstimmung des vereinfachten frequenzunabhängigen Ansatzes nach WOLF [74] mit der direkten Methode zu erkennen.

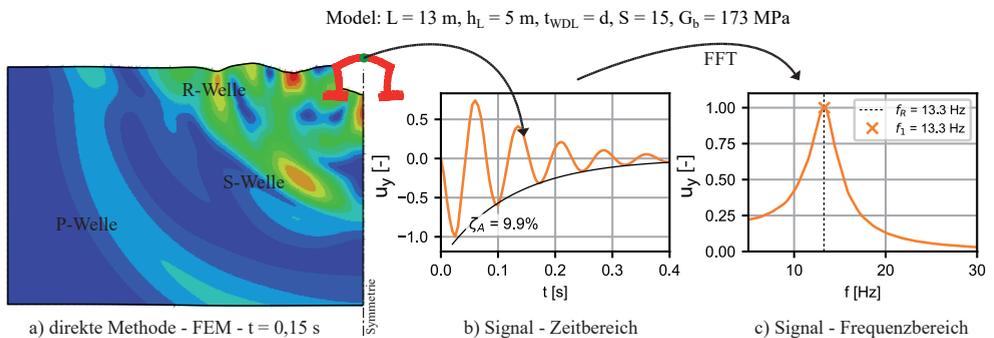
Weiter fällt auf, dass die direkte Methode eine oszillierende Lösung aufweist. Diese Oszillation steht im Zusammenhang mit den Reflexionen der viskosen Randbedingungen [154]. Auch hier wird der Vorteil der erweiterten Dämpferelemente durch geringere Oszillationen im Resonanzbereich bei 12,5 Hz deutlich. Alternativ lässt sich die Admittanz als Kehrwert der Impedanzfunktion in Abbildung 5.3b betrachten. LUCO und WESTMAN leiten eine analytische Lösung für die Admittanz eines masselosen starren Streifenfundamentes her [153]. Ein Vergleich mit der Lösung für viskose Dämpferelemente zeigt ein, um die analytische Lösung, oszillierendes Ergebnis. Auch hier steht das Maß der Oszillation im Zusammenhang mit den gewählten Werten für  $a$  und  $b$ . Neben der geringen Oszillation ist im allgemeinen eine gute Übereinstimmung zwischen dem gewählten Ansatz und der Literatur zu erkennen.

In der ebenen Parameterstudie werden die Brückenstruktur (CPE4-Elemente) und der Halbraum (CPE4-Elemente) direkt miteinander verknüpft. Die dynamischen Eigenschaften werden mit Hilfe eines Dreieck-Impulses ( $t = 2\Delta t$ ; "peak:"  $t = \Delta t$ ) im Zeitbereich bestimmt (vgl.



**Abbildung 5.3:** a) Amplituden Frequenzgang eines Streifenfundamentes mit  $m = 3840$  kg und  $G = 235.3 \cdot 10^6$  MN/m<sup>2</sup>; vgl. [74], b) Vertikale Admittanzfunktion eines starren masselosen Streifenfundamentes für  $\nu = 0.3$ ; vgl. [153]

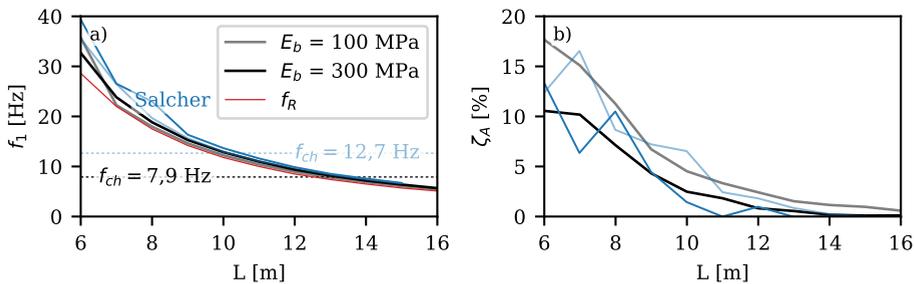
Kap. 2.3). Aufgrund der Vielzahl an Eigenformen des Halbraummodells bei weichen Böden, wird die Systemantwort mit dem impliziten ABAQUS-Solver ( $\Delta t = \min [1/(12f_R) ; 0.005]$  s) im Zeitbereich berechnet. Die Bestimmung der geometrischen Dämpfung (vgl. Abb. 5.4b) erfolgt mit der Umhüllenden der Ausschwingkurve zu  $\zeta_A$ . Die Bestimmung der ersten Eigenfrequenz  $f_1$  des Rahmens erfolgt über *Peak-Picking* im Frequenzbereich. Abbildung 5.4 zeigt ein Beispiel für den Arbeitsablauf.



**Abbildung 5.4:** a) Direkte Modellierung einer ebenen BBI Fragestellung mit b) dem repräsentativen Signal im Zeitbereich sowie der c) Auswertung im Frequenzbereich

Die Masse und eine etwaige Biegesteifigkeit des Fahrbahnaufbaus werden aufgrund der Untersuchungen aus Kapitel 4.2 im Folgenden ausgeklammert.

In Erweiterung zur obigen Validierung wird in Abbildung 5.5 ein vereinfachtes Rahmenbrückenbeispiel aus der Literatur betrachtet [16]. SALCHER führt Untersuchungen an Rahmenbrücken auf Felsgründung mit konstanter Überbaudicke und Widerlagerwandstärken  $d = t_{WDL} = 0,5$  m bei Variation der Hinterfüllungssteifigkeit durch. Aufgrund der Felsgründung ergibt sich zwangsweise eine Schichtung der Stärke  $h_{SB} = 5$  m. Wie zuvor begründet, ist unterhalb der Cut-Off Frequenz ( $f_{ch;Eb=300} = 12,7$  Hz, bei ca.  $L = 10$  m) das Abklingen der geometrischen Dämpfung zu sehen. Anhand der Eigenfrequenzen in Abbildung 5.5a wird die Unterschreitung der Cut-off-Frequenz deutlich, ebenso der Abfall der Dämpfung in Abbildung 5.5b. Aufgrund der leichten Varianz der Modellbildung (Einbindung in den



**Abbildung 5.5:** Vergleich der dynamischen Charakteristik zwischen der DIREKTEN METHODE und SALCHER [16]: a) erste Biegeeigenfrequenz, b) geometrische Dämpfung

Boden  $h_S$  und Berücksichtigung der Fundamenthöhe  $h_F$ ) ergibt sich bei der hier vorgestellten Modellierung eine Schichtdicke von  $h_{SB} = 8$  m, wodurch sich mit den identischen Zusammenhängen die Cut-Off-Frequenz auf 7,9 Hz verschiebt.

Zusammenfassend zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen bestehenden Ansätzen aus der Literatur und der hier gewählten ebenen Modellierungsmethode [74, 142, 153].

## Parametersatz

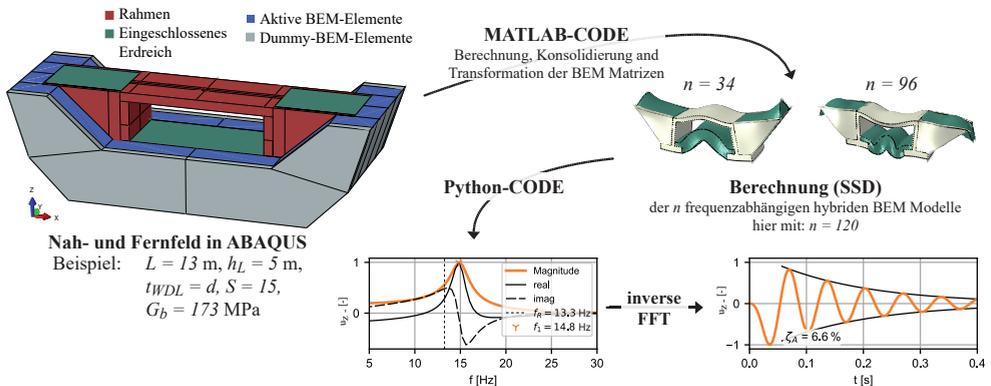
Werden die Grenzen der variierten Parameter zu eng gefasst, können unter Umständen die eigentlichen Interaktionen nicht ordentlich erfasst werden. Vergleichbar mit dem Blick aus einem schmalen und einem breiten Fenster. Je nach Fensterbreite scheint die Umwelt eintönig oder vielfältig zu sein. Dem entsprechend variieren die Parameter der Studie nicht nur in *baupraktischen* Größenordnungen, sondern ebenfalls in *akademischen*. Der angenommene Parametersatz ist in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Die Abmessungen, auf die die Bezeichnungen in der Tabelle beziehen, sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Biegeschlankheit wird mit  $S = L/d$  beschrieben.

**Tabelle 5.2:** Verwendeter Parametersatz

Variablen	Werte	Konstanten	Werte
$L$ [m]	5 - 25	$f_F / h_S / b_V$	1,5 / 1,0 / 2,0
$S$ [-]	12 - 40	$E_C$ [MPa]	33000
$t_{WDL}$ [m]	$d / g - 3d$	$E_{b2}$ [MPa]	$E_{b1} \leq 200 : E_{b2} = 200$ $E_{b1} > 200 : E_{b2} = E_{b1}$
$h_L$ [m]	4 - 8	$\rho_C / \rho_b$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2400 / 2000
$h_V$ [m]	$d / 3 - d$	$\nu_C / \nu_b$ [-]	0,2 / 0,3
$E_{b1}$ [MPa]	50 - 800	$b_D$ [m]	$2,67 + 0,5 t_{WDL}$
$b_F$ [m]	$4 + 1,5 t_{WDL}$	$b_T / b_W / t_W$ [m]	8 / 7,43 / 0,5

## 5.2.2 HYBRID METHODE

Zur präzisen Abbildung der dreidimensionalen Boden-Bauwerk-Interaktion und zur Berücksichtigung einer beliebigen Anzahl von Bodenschichten wird die HYBRID METHODE eingesetzt. Diese eignet sich für Bauwerke mit komplexer Gründungsgeometrie wie z. B. eingebettete Rahmen. Die HYBRID METHODE wird mit der gekoppelten BEM-FEM realisiert. Dazu wird das Bauwerk mit dem gesamten Nah- und Fernfeld mit dem ABAQUS Preprocessing Tool modelliert (vgl. Abb. 5.6).



**Abbildung 5.6:** Numerisches Modell der Rahmenbrücke im Raum und schematische Darstellung des Berechnungsalgorithmus

Das Brückenbauwerk und der eingeschlossene Boden mit der Hinterfüllung werden mit Volumenelementen (C3D8-Elemente) realisiert und mit FEM berechnet (Abb. 5.6), während der angrenzende Boden reduziert, mit Schalenelementen modelliert und mit BEM berechnet wird. Zur präzisen Geländemodellierung werden die aktiven BEM-Elemente mit Dummy-Elementen zu einem geschlossenen Polygon kombiniert [88]. Zur Berechnung und Kondensation der BEM-Matrizen sowie zur Transformation in Makroelemente wird ein MATLAB-Code verwendet [89]. Die Makroelemente werden mit Hilfe der Substrukturfunktion von ABAQUS wieder in das FEM-Modell (Steifigkeitsmatrix) integriert. Das daraus resultierende frequenzabhängige Modell wird mit dem ABAQUS-Solver für stationäre Dynamik gelöst (Steady-State-Dynamics - SSD). Lösungen im Zeitbereich werden durch Anwendung der inversen FFT bestimmt.

Die Makroelemente des BEM-Modells enthalten alle Informationen über die gegenseitige Interaktion der Randknoten einer einzelnen definierten Geometrie (Steifigkeit und Schichtung). Daher können verschiedene Variationen des FE-Modells (modelliert in ABAQUS) mit einem BEM-Modell kombiniert werden.

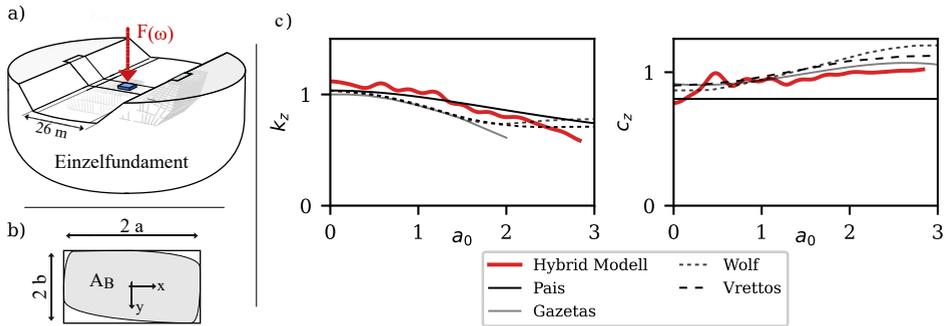
Weitere Einzelheiten der Methode und ihre Verifikation sind in [88, 89] zu finden. Berechnungen von Modellen mit geschichtetem Halbraum werden mit der Methode der schichtweisen Kondensation nach [85] durchgeführt.

Der betrachtete Impuls aus dem vorherigen Abschnitt wird mit einem Frequenzspektrum bis 50 Hz aufgelöst, in  $n = 120$  Schritte unterteilt und im Frequenzbereich der SSD verwendet. Die Identifikation der ersten Rahmeneigenfrequenz  $f_1$  auf Biegung kann direkt im Rahmen des SSD-Solvers ausgewertet werden. Die geometrische Dämpfung  $\zeta_A$  des ersten Biegemodes kann aufgrund verschiedener Wechselwirkungen nur durch die Umhüllende der Ausschwingkurve im Zeitbereich bestimmt werden (vgl. Abb. 5.6).

## Validierung

Neben den bereits in der Literatur veröffentlichten Validierungen [85, 87–89] des beschriebenen Verfahrens wird in Bild 5.7 die Impedanzfunktion eines masselosen starren Fundaments  $a = b$  betrachtet.

Die Berechnung basiert auf dem später verwendeten BEM-Modell mit einem Geländeeinschnitt von 26 m und einer Tiefe von 6,4 m. Das Fundament ist zentrisch im Einschnitt platziert. Die vertikale Impedanzfunktion ( $k_z, c_z$ ) wird aus den Ergebnissen der SSD mit  $F_{(\omega)} = 1$  und den Gleichungen 5.7ff. berechnet. Weiter werden unter Vernachlässigung des



**Abbildung 5.7:** a) Starres Rechteckfundament  $a = b$  im Geländeinschnitt auf homogenem, elastischem Halbraum, b) Systemskizze (Draufsicht), c) Impedanzfunktion für  $\nu = 0,3$  & Werten aus der Literatur [33, 66, 78, 82]

Geländeinschnittes Vergleichswerte aus der Literatur betrachtet [33, 66, 78, 82]. Hier zeigen sich geringfügige Abweichungen im Allgemeinen. Die Lösung der HYBRID METHODE gliedert sich mittig in das dargestellte Spektrum ein (vgl. Abb. 5.7).

$$k_z = \Re \left( \frac{F(\omega)}{x(\omega)} \right) * \frac{1}{K_{0,z}} \quad (5.7)$$

$$c_z = \Im \left( \frac{F(\omega)}{x(\omega)} \right) * \frac{1}{a_0 K_{0,z}} \quad (5.8)$$

mit:  $x(\omega)$  = komplexe Verschiebung

Den Bezugswert der Impedanzfunktion  $k$  (Gl. 2.52) bildet die quasi-statische Federsteifigkeit  $K_{0,z}$  bei  $a_0 = 0$ . Diese berechnet sich in Abhängigkeit der Geometrie und des Sichtprofils. Nach LYSMER [155] ergibt sich die quasi-statische Ersatzsteifigkeit (SUBSTRUKTUR METHODE) für Kreisfundamente des Radius  $r$  zu:

$$K_{0,K} = \frac{4 G r}{1 - \nu} \quad (5.9)$$

Der Einfluss der Querdehnzahl  $\nu$  führt bei quadratischen Systemen zu einer leichten Steigerung der Steifigkeit. PAIS vergleicht die von mehreren Autoren ermittelten statischen Steifigkeiten eines quadratischen Fundaments mit ihrem jeweiligen Skalierungsfaktor ( $S_F$ ) und stellt eine Approximation vor [82]. PAIS, WOLF [33] und VRETTOS [66] nutzen die gleiche Formel für den quasi-statischen Fall ( $S_F = 1,175$ ). Dem entgegen ersetzt GAZETAS [78] den Kreisradius pragmatisch durch einen flächenäquivalenten Ersatzradius  $r_0$  (Gl. 2.57); es folgt

$S_F = 1,128$ . Weitere Variationen des Faktors listet GAZETAS in [81]. Für ungleichmäßig geformte Fundamente ( $2a > 2b$ ) gilt in der Literatur ein Konsens zu (vgl. Abb. 5.7b):

$$K_{0,z} = \frac{2 G a}{1 - \nu} \left[ 0,73 + 1,54 \left( \frac{A_B}{4a^2} \right)^{0,75} \right] \quad (5.10)$$

Der dimensionslose Geometriebeiwert  $A_B/(4a^2)$  führt bei Kreisfundamenten zu  $S_F = 1,01 \approx 1,0$  und bei den diskutierten quadratischen Fundamenten zu  $S_F = 1,135$ .

### Parameterset

Die Untersuchungen am hybriden Modell (Breite:  $b_T$ ) im Raum werden mit den folgenden Parametern aus Tabelle 5.3 durchgeführt. Nicht gelistete Parameter sind entsprechend Tabelle 5.2 anzunehmen. Aufgrund des Rechenaufwandes wird die Studie mit verkleinertem Maßstab durchgeführt. Die untersuchten Bodensteifigkeiten werden angepasst und erweitert. Außerdem wird aufgrund der BEM-Elementknotenkonfigurationen die Fundamentbreite  $b_F$  über die Variation der Widerlagerbreiten  $t_{WDL}$  konstant gehalten. Die Flügelwanddicke  $t_W$  wird nicht variiert.

**Tabelle 5.3:** Erweiterter Parametersatz für den 3D-Rahmen

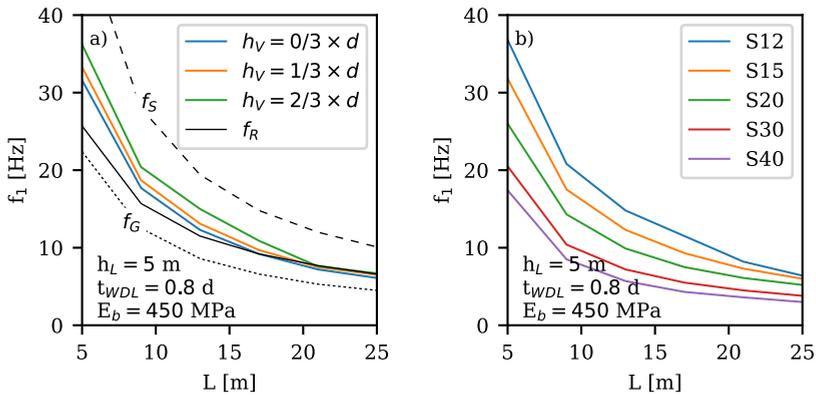
Variablen	Werte	Konstanten	Werte
$L$ [m]	9 - 21	$b_F / b_T / t_W$ [m]	5,7 / 8 / 0,5
$E_{b1}$ [MPa]	100 - 7500		

## 5.3 Darstellung der Ergebnisse

### Auswirkungen der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die erste Eigenfrequenz

Die Abbildungen 5.8 - 5.10 zeigen anhand der identifizierten ersten Biegeeigenfrequenzen  $f_1$  des ebenen Rahmens einen ersten Blick auf die dynamischen Charakteristika von Rahmenbrücken.

Voutungen und kleine Biegeschlankheiten versteifen erwartungsgemäß das System (vgl. Abb. 5.8). Schlanke Widerlagerwände ( $t_{WDL}$ , Abb. 5.9a) streben dem unteren Grenzwert  $f_G$  entgegen und mächtige Widerlagerwände erhöhen in der Tendenz den Einspanngrad. Für den (unteren) Grenzwert einer maximal weichen Rahmeneinspannung entspricht das System einem gelenkig gelagerten Balken der ersten Eigenfrequenz  $f_G$ . Analog gilt für die maximale



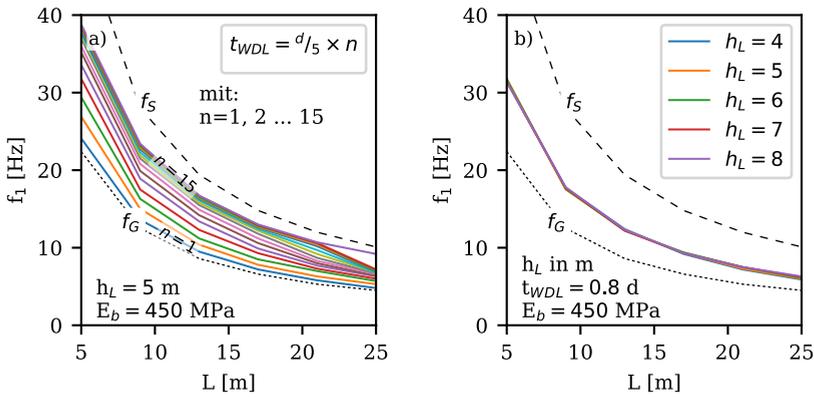
**Abbildung 5.8:** Eigenfrequenzen  $f_1$  in Abhängigkeit der Spannweite  $L$  und der: a) Voutung)  $h_V$ , b) Biegeschlankheit)  $S$

steife Einspannung der obere Grenzfalle des eingespannten Balkens  $f_S$ . Für die Eigenfrequenzen am Balken gilt Gleichung 4.15.

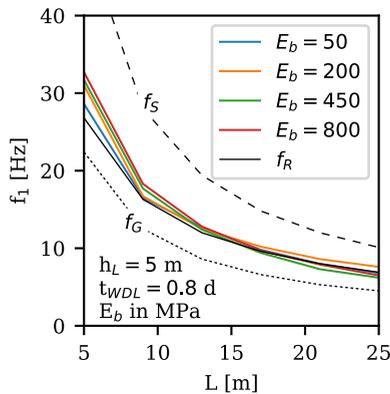
Die Grenzfälle werden (wenn zweckmäßig) in den Abbildung 5.8ff. ergänzt. Ab einer Widerlagerdicke von  $t_{WDL} \geq 1,8 d$  ( $n = 9$ ) fällt die weitere Versteifung infolge zunehmender Wandstärken tendenziell geringer aus. Dies hängt mit dem Verhältnis der Widerlagerwand zur Überbaudicke  $d$  zusammen. Der gleiche Effekt ist entsprechend der Rahmenformel  $f_R$  darstellbar und ist allein auf den Einspanngrad des Überbaus zurückzuführen. Im betrachteten Parametersatz hat eine Variation der lichten Höhe  $h_L$  nur einen vernachlässigbaren Einfluss auf die erste Biegeeigenfrequenz (Abb. 5.9b).

Die Abhängigkeit der ersten Eigenfrequenz von der Bodensteifigkeit (Abb. 5.10) ist mit Blick auf die BBI von besonderem Interesse. Unterschiedliche Bodensteifigkeiten beeinflussen in Abhängigkeit der Geometrie das System auf unterschiedliche Art. Ein direkter Zusammenhang ist hier zunächst nicht zu erkennen.

Durch die ergänzende Betrachtung von Abbildung 5.11 fällt auf, dass unabhängig der geometrischen Abmessungen die BBI bei der Kombination von weichen Böden und massiven Widerlagern ( $f_R > f_B$ ; z. B. durch Flügelwände, Bodenplatten, Widerlagerwände) zu einer steigenden Eigenfrequenz führt, was den Erwartungen zunächst widerspricht. Dieser Effekt wird auch von ZANGENEH mit einem vereinfachten frequenzunabhängigen 2D-Ansatz gezeigt [11], aber nicht weiter ausgeführt und untersucht. Der teilweise sprunghafte Frequenzanstieg kann auf den Phasenwechsel der Überbauschwingung gegenüber der Gründung ( $\varphi_{RW}$ ) zurückgeführt werden [24].



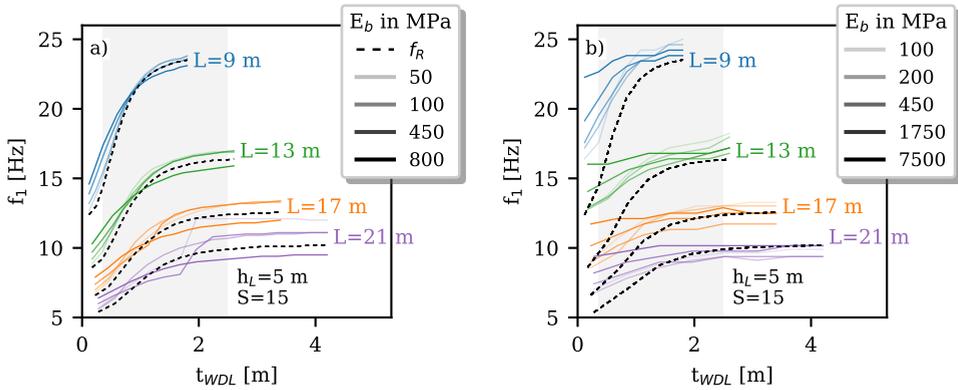
**Abbildung 5.9:** Eigenfrequenzen  $f_1$  in Abhängigkeit der Spannweite  $L$  und der: a) Widerlagerbreite  $t_{WDL}$ , b) lichten Höhe  $h_L$



**Abbildung 5.10:** Eigenfrequenzen  $f_1$  in Abhängigkeit der Spannweite  $L$  und der Bodensteifigkeit  $E_b$

Vergleicht man darüber hinaus die ebene und räumliche Lösung (2D versus 3D), so wird die signifikante Systemversteifung für dünne Widerlager durch die Berücksichtigung von Flügeln deutlich (vgl. Abb. 5.11, 2D vs. 3D,  $t_{WDL} < 0,5$  m).

Zur weiteren Beschreibung der dargestellten Frequenzänderung (Phasensprung) wird der Faktor  $\eta_{RW}$  eingeführt. Er beschreibt das Verhältnis zwischen der ersten analytischen Rahmeneigenfrequenz  $f_R$  und der Frequenz des vertikalen Starrkörpermodes  $f_B$ . In dem beschriebenen Fall des Frequenzanstiegs gilt  $\eta_{RW} > 1$ .



**Abbildung 5.11:** Vergleich der ermittelten ersten Biegeeigenfrequenz des Rahmens über die Widerlagerbreite  $t_{WDL}$  für verschiedene Bodensteifigkeiten:  
a) 2D DIREKTE METHODE b) 3D HYBRID METHODE

$$\eta_{RW} = \frac{f_R}{f_B} \quad (5.11)$$

Für den gebetteten Rahmen (Einbindetiefe:  $D$ , Wandfläche:  $A_S$ ) muss die Ersatzfedersteifigkeit des Oberflächenfundaments  $K_{0,z}$  (Gl 5.10) um die Wand- und Grabeneffekte ( $I_{trench}$ ,  $I_{wall}$ ) erweitert werden [72]. Die Frequenz des vertikalen Starrkörpermodes  $f_B$  berechnet sich dann vereinfacht mit der SUBSTRUKTUR METHODE zu:

$$f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{0,z,emb}}{M}} \quad (5.12)$$

$$K_{0,z,emb} = K_{0,z} I_{trench} I_{wall} \quad (5.13)$$

$$I_{trench} = 1 + \frac{1}{21} \frac{D}{b} \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{A_B}{4a^2} \right) \quad (5.14)$$

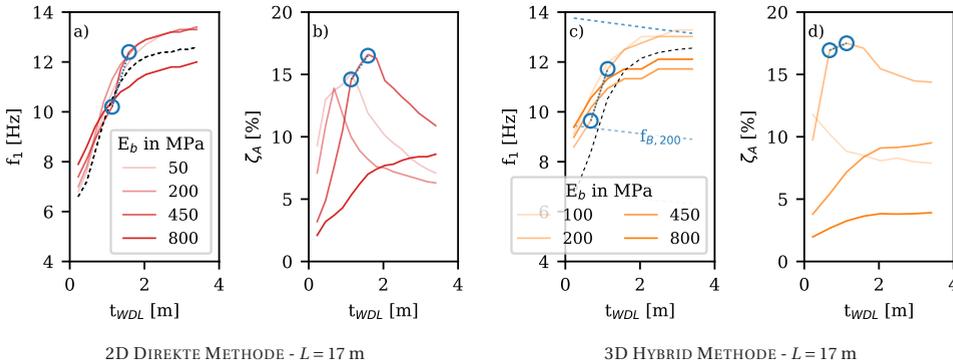
$$I_{wall} = 1 + 0,19 \left( \frac{A_S}{A_B} \right)^{2/3} \quad (5.15)$$

$M$ : Anteilige Brückenmasse für ein WDL mit Hinterfüllung

Detaillierte Ausführungen zur Anwendung der SUBSTRUKTUR METHODE sind in Gleichung 5.16ff. sowie Kapitel 6.1.2 zu finden.

Im Folgenden wird dieser Effekt als Zwei-Massen-Schwinger-Effekt (ZMS) bezeichnet, da hier der Rahmen selbst den Starrkörpermode anregt. Die Übergänge zwischen dem EMS- und dem ZMS-Zustand sind in Abbildung 5.12 mit blauen Kreisen umrandet. Zur weiteren

Verdeutlichung des ZMS-Effektes wird die Spannweite  $L = 17$  m betrachtet. In Abbildung 5.12 fällt auf, dass der 2D Rahmen unterhalb, bzw. bei einer Steifigkeit von  $E_b = 450$  MPa den Systemwechsel bei einer Widerlagerbreite von  $t_{WDL} \approx 1,8$  m erfährt, während ein ähnliches Phänomen bei  $E_b = 200$  MPa im 3D-Modell auftritt. Die Ergebnisse für dünne Widerlager-



**Abbildung 5.12:** Vergleich der Eigenfrequenz (a, c) und der modalen Dämpfung (b, d) am 2D- (a, b) und 3D-Rahmen (c, d) in Abhängigkeit der Widerlagerbreite  $t_{WDL}$  und der Bodensteifigkeit  $E_b$

wände (2D vs. 3D) unterscheiden sich erheblich, da die Eigenfrequenzen des 2D-Rahmens aufgrund der fehlenden Versteifung der Flügelwände deutlich anders ausfällt. Bei numerischen Berechnungen unter Vernachlässigung der Flügelwände im 3D-System, wurde ergänzend festgestellt (hier nicht weiter dargestellt), dass die Eigenfrequenzen des geringeren Steifigkeitsniveaus im 3D Modell den Ergebnissen des ebenen Systems stark ähneln, z. B.  $f_{1,450}^{2D} \approx f_{1,200}^{3D}$ . Insbesondere bei einer Bodensteifigkeit von  $E_b = 450$  MPa ist dieser Effekt ausgeprägt, da in der 2D-Modellierung der Boden bereits nach den weicheren Steifigkeiten in 3D wirkt (Systemwechsel). In der 2D-Modellierung kann aufgrund des fehlenden Systemwechsels eine geringere effektive Bodensteifigkeit angenommen werden.

Die Abweichungen der Eigenfrequenzen im Bereich der EMS (steife Böden) ist auf die unzureichende Darstellung von räumlich begrenzten Systemen in der ebenen Modellierung zurückzuführen. Die effektive Bodensteifigkeiten unterscheiden sich um einen Faktor 2,5 bis 3. Dies bestätigen die Ergebnisse der Untersuchungen von MEEK und WOLF [156]. Die Ergebnisse für den Zustand des ZMS weichen weniger stark voneinander ab, da hier die Eigenfrequenzen des Rahmens primär von der Struktursteifigkeit bestimmt werden und dementsprechend der Boden nur eine untergeordnete Rolle spielt.

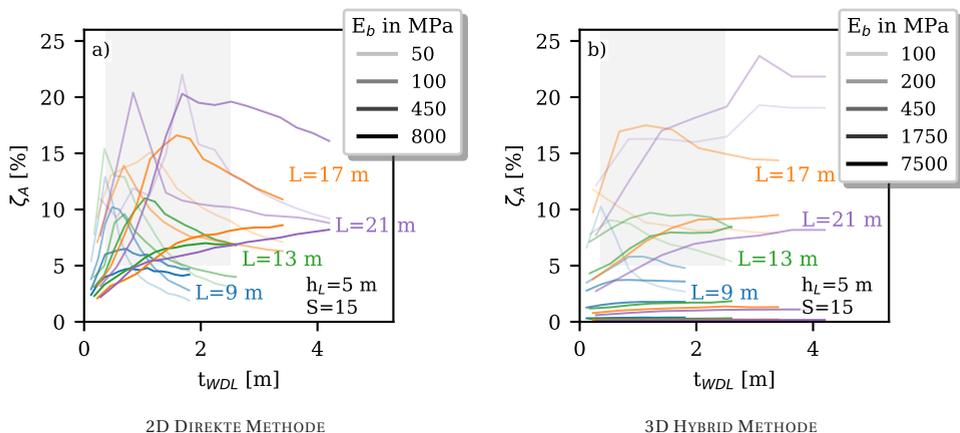
Tabelle 5.4 enthält eine Zusammenfassung der verwendeten Abkürzungen und ihrer Identifizierungsmethoden.

**Tabelle 5.4:** Abkürzungen und ihrer Identifizierungsmethoden

Abkürzungen	Beschreibung	Identifizierungsmethoden
$f_B$	Eigenfrequenz des vertikalen Starrkörpermodes	Gl. 5.12
$f_R$	analytische erste Biegeeigenfrequenz des Rahmens	Gl. 4.19 ff.
$f_i$	identifizierte erste Biegeeigenfrequenz des Rahmens	<i>Peak Picking</i> in FFT
$\eta_{RW}$	Frequenzverhältnis zwischen der ersten Biegeeigenfrequenz und des vertikalen Starrkörpermodes	Gl. 5.11

### Auswirkungen der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die modale Dämpfung

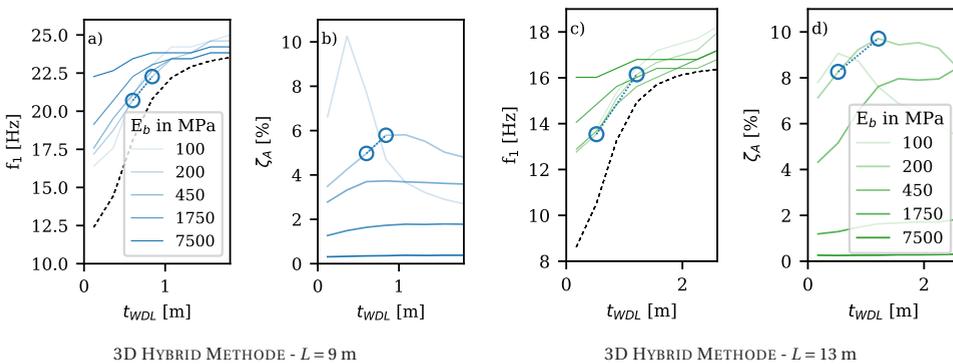
In Abbildung 5.13 wird die modale Dämpfung in Abhängigkeit von der Widerlagerbreite und der Bodensteifigkeit mit der 2D DIREKTE METHODE und der 3D HYBRID METHODE verglichen. Da den Materialeigenschaften keine Materialdämpfung zugeordnet ist, entspricht die modale Dämpfung dem Ergebnis der geometrischen Dämpfung.



**Abbildung 5.13:** Modale Dämpfung der ersten Biegeeigenfrequenz in Abhängigkeit von der Widerlagerdicke  $t_{WDL}$  und der Bodensteifigkeit  $E_b$ :  
a) 2D DIREKTE METHODE, b) 3D HYBRID METHODE

Analog zu den abweichenden Steifigkeiten treten auch bei der geometrischen Dämpfung Unterschiede in Abhängigkeit der modellierten Dimensionen auf (Abb. 5.13 vgl. 2D und 3D für  $E_b = 450$  MPa). GAZETAS verwendet hier den Begriff *Dämpfungsparadoxon*, da in 3D mehr Ausbreitungsmöglichkeiten für Wellen vorhanden sind, die effektive geometrische Dämpfung aber geringer ist [156]. Da die Steifigkeiten und Dämpfungsverhältnisse (dynamische Steifigkeit) der 2D-Modellierung von der 3D-Lösung abweichen und die BBI von Rahmenbrücken ein räumliches Problem darstellt, basieren die folgenden Untersuchungen auf den Ergebnissen des 3D-Rahmens unter Verwendung der 3D HYBRID METHODE. Allgemein gilt die Empfehlung, räumlich begrenzte BBI-Fragestellungen nur mit Hilfe räumlicher Modellierung durchzuführen.

Aus Abbildung 5.13b lässt sich kein direkter Zusammenhang zwischen der Dämpfung, den geometrischen Kennwerten und der Bodensteifigkeit ableiten. Entsprechend wird erneut die Spannweiten  $L = 17$  m einzeln betrachtet (Abb. 5.12c,d). Die getrennte Darstellung verdeutlicht auch hier die Rolle des Systemzustandes (Systemwechsel: blaue Kreise). Befindet sich das System im EMS-Zustand, ist eine zunehmende Dämpfung sichtbar, während Systeme im ZMS-Zustand durch ein abnehmendes Dämpfungsverhältnis gekennzeichnet sind. Analoge Zusammenhänge sind für die Spannweiten  $L = 9$  m und  $L = 13$  m in Abbildung 5.14 dargestellt.



**Abbildung 5.14:** Modale Charakteristik in Abhängigkeit von der Widerlagerdicke  $t_{WDL}$  und der Bodensteifigkeit  $E_b$  für die Spannweiten a,b)  $L = 9$  m und c,d)  $L = 13$  m

Im Allgemeinen resultiert die geometrische Dämpfung aus der Schwingung des Fundamentkörpers im Raum. Entscheidend für die *Aktivierung* der geometrischen Dämpfung sind die Verschiebungen in den maßgebenden Eigenformen [157]. Im Kontext dieser Arbeit resultiert beispielsweise eine schwach eingespannte Platte in einem dynamisch isolierten Überbau,

was zu kleinen Verschiebungen im Fundament und damit zu einer geringen geometrischen Dämpfung führt. In ähnlicher Weise verursachen Vouten eine höhere Dämpfung und dünne Platten eine geringere Dämpfung. Dementsprechend kann das Verhältnis zwischen Einspanngrad und möglicher Verschiebung bei weichen Böden zu einer höheren Dämpfung führen als bei steifen Böden. Darüber hinaus scheint die Abstimmung  $\eta_{RW}$  das Maß der möglicher Fundamentverschiebung zu beeinflussen.

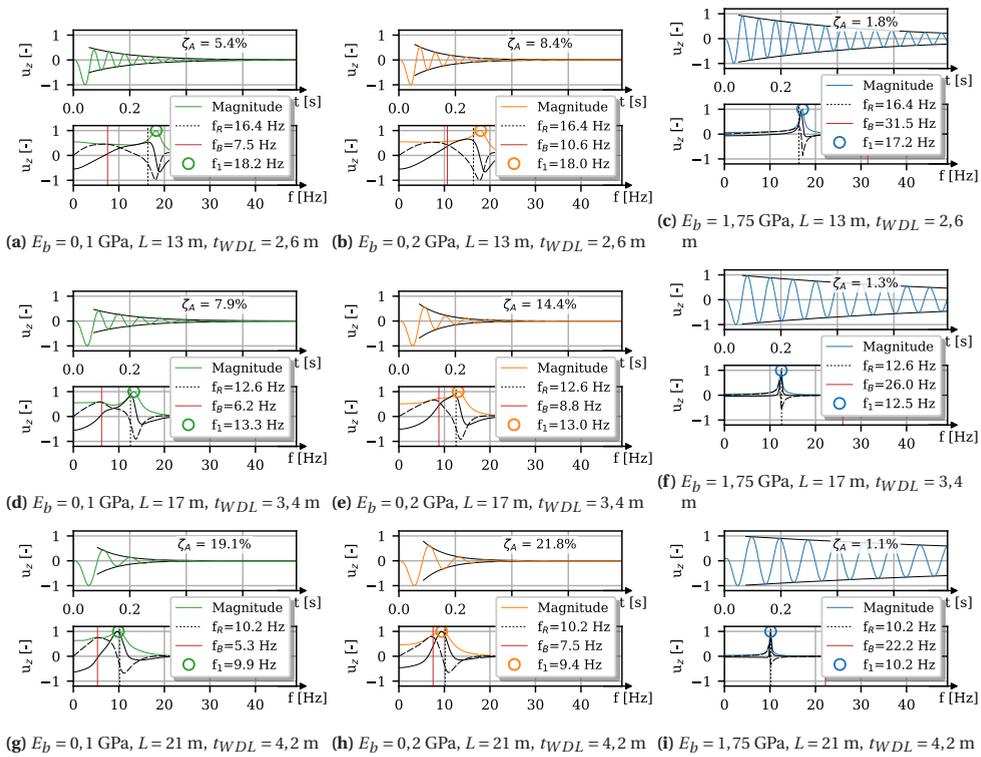
## 5.4 Identifikation der maßgebenden Einflussfaktoren

Aufgrund der Überlagerung der einzelnen Einflussfaktoren auf die dynamische Charakteristik werden die in dieser Arbeit identifizierten Effekte in den folgenden Abschnitten differenziert dargestellt.

### 5.4.1 Frequenzverhältnis

Wie gezeigt, bildet der Systemzustand eine wesentliche Einflussgröße für die geometrische Dämpfung (vgl. Abb. 5.14). Bei einem schwingenden Rahmensystem im EMS-Zustand ( $\eta_{RW} < 1$  nach Gl. 5.11),  $\varphi_{RW} \approx 0^\circ$ ) wird die geometrische Dämpfung vor allem durch den Einspanngrad zwischen Überbau und Widerlager gesteuert. Mit steigendem Einspanngrad ergeben sich aufgrund der zunehmenden Aktivierung der Verschiebungen höhere Dämpfungsgrade. Weitere Erläuterungen zur Rolle der Einspannung finden sich im Kapitel 5.4.3. Im Gegensatz dazu sind Systeme im ZMS-Zustand durch abnehmende Dämpfungsgrade gekennzeichnet (Abb. 5.14,  $E_b = 200$  MPa, rechts der blauen Linien). Die Systemänderung wird durch das Frequenzverhältnis der vertikalen Widerlagerfrequenz  $f_B$  und der Eigenfrequenz des Rahmens wie folgt verursacht: ZMS für ein Frequenzverhältnis  $\eta_{RW} > 1$ .

Unterhalb der Phasenverschiebung ( $0 \leq \eta_{RW} < 1$ ) nehmen die Dämpfungsgrade zu und oberhalb ab, da die maximale Amplituden-Verstärkung bei Resonanz, d.h. bei  $\eta_{RW} = 1$  auftritt (vgl. Kap. 2.3). Die maximale Verstärkung des Starrkörpermodes ( $\eta_{RW} \cong 1$ ) in Kombination mit dem optimalen Einspanngrad des Überbaus führt zu einer maximalen Verschiebung am Fundament. Dies kann unter Umständen bei steifen Böden zu einer höheren Dämpfung führen, als bei ähnlichen Rahmengeometrien, die in weichen Böden eingebettet sind, z. B. Abbildung 5.15d vs. 5.15e.



**Abbildung 5.15:** Übersicht der modalen Charakteristik unterschiedlicher Geometrien und Bodensteifigkeiten anhand des Zeitverlaufs und im Frequenzspektrum

So zeigt Abbildung 5.15 die dynamische Charakteristik von drei Geometrien unter Variation der Bodensteifigkeit, berechnet mit der 3D HYBRID METHODE. Ergänzend sind in Abbildung 5.15 die vertikalen Starrkörpermoden  $f_B$  gemäß Gleichung 5.12 dargestellt. Zur Veranschaulichung der Berechnung von  $f_B$  sind die entsprechenden Werte für eine einzelne Geometrievariante (analog Abb. 5.15e) wie folgt dargestellt. Die Frequenzberechnung des vertikalen Starrkörpermodes erfolgt nach Gleichung 5.12, Referenz [73] und den Parametern entsprechend Abbildung 5.15e:

**Geometrieparameter:**

$$a = \frac{b_T}{2} = 4 \text{ m} \quad (5.16)$$

$$b = \frac{b_F}{2} * \chi_F = 4 \text{ m} \quad (5.17)$$

wobei  $\chi_F$  der Verlängerungsfaktor des effektiven Fundaments aufgrund der Flügelwände und der Verfüllung ist:

$$\chi_F = 1 + \frac{b_w}{3 * b_F} = 1,40 \text{ m} \quad (5.18)$$

$$D = d + h_F + h_S + h_L = 8,63 \text{ m} \quad (5.19)$$

**Masse:**

$$M = 2149260 \text{ kg} / 2 = 1074630 \text{ kg} - \text{dem FE-Modell entnommen}$$

**Steifigkeit (über SUBSTRUKTUR METHODE):**

$$K_{0,z,emb} = K_{o,z} I_{trench} I_{wall} = 3276 \text{ MPa} \quad (5.20)$$

$$K_{o,z} = 1995 \text{ MPa} \quad (5.21)$$

$$G_b = 76,9 \text{ MPa}, I_{trench} = 1,24, I_{wall} = 1,32$$

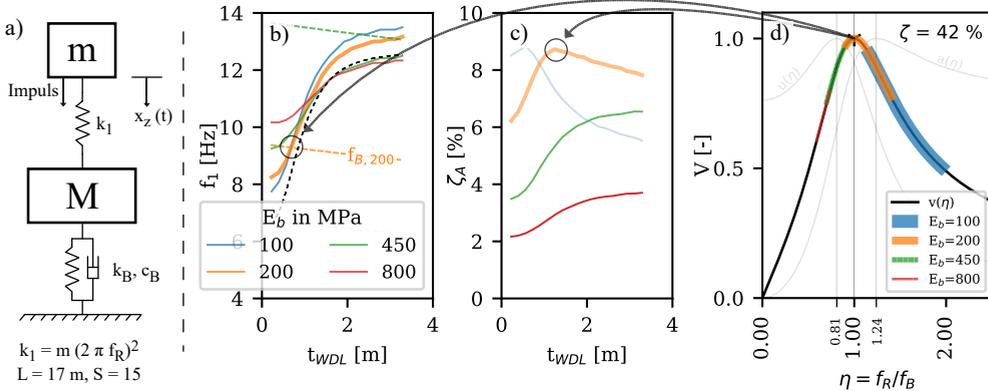
**Frequenz nach Gl. 5.12:**

$$f_B = 8,8 \text{ Hz}$$

Zusammenfassend wird gezeigt, dass durch eine optimale Abstimmung ( $\eta_{RW} \cong 1$ ) und eine geeignete Einspannung des Überbaus ein gutmütiges dynamisches Verhalten erzielt werden kann. Aus der starken Kopplung des Überbaus an die Gründung und der damit verbundenen *Aktivierung* der Verschiebungen resultiert die vergleichsweise hohe Dämpfung von Rahmenbrücken gegenüber gelenkig gelagerten Brücken.

Der diskutierte Effekt wird in Abbildung 5.16 unabhängig von weiteren Wechselwirkungen vereinfacht als Zwei-Massen-Schwinger mit vereinfachter Berücksichtigung der BBI dargestellt. Der Rahmen wird auf ein Minimum reduziert und durch ein einzelnes Widerlager

( $M$ ,  $k_B$ ,  $c_B$ ) mit einer gekoppelten Masse (Überbau:  $m$ ,  $k_1$ ) beschrieben. Durch die Modellierung eines Zwei-Massen-Schwingers unter Impulsanregung wird der Einfluss unterschiedlicher Frequenzverhältnisse dargestellt (Script siehe Anhang 8.3).



**Abbildung 5.16:** Darstellung eines Zweimassenschwingers und seiner dynamischen Antwort auf eine Impulserregung: a) Systemskizze, b, c) Modale Charakteristik und d) Vergrößerungsfunktion der Schwinggeschwindigkeiten  $v(\eta_{RW})$

Die Berechnung basiert auf  $k_B = K_{0,z,emb}$  der vertikalen Federsteifigkeit eines Widerlagers nach Gleichung 5.13. Der Dämpfungskoeffizient  $c_B = C_{0,z,emb}$  ergibt sich nach Gleichung 5.23 [72] (siehe auch Kap. 6.1). Die Masse  $M$  errechnet sich aus der halben Masse des Gesamtsystems (Symmetrie). Durch Rückrechnung von  $f_R$  und  $m$  kann  $k_1$  bestimmt werden. Gemäß der Rahmenformel bezieht sich  $m$  auf die halbe Masse des Überbaus (vgl. Gl. 4.19 ff.). Die aussteifende Wirkung der Hinterfüllung wird zweckmäßig über die Einführung einer manipulierten Ersatzbiegesteifigkeit der Widerlagerwand mit Methoden aus dem Stahlverbundbau erreicht. Es wird eine effektive Hinterfüllbreite von 1,75 m angenommen. Das prognostizierte Dämpfungsverhältnis aus Abbildung 5.16c stimmt qualitativ mit den in Abbildung 5.12d dargestellten Ergebnissen der HYBRID METHODE überein.

Anhand der Vergrößerungsfunktion für die Schwinggeschwindigkeit des harmonisch angeregten Fundamentblocks (Abb. 5.16 d, Gl. 5.22) wird deutlich, dass zunehmende Frequenzverhältnisse ( $0 < \eta_{RW} < 1$ ) zu einem stetigen Anstieg der Schwinggeschwindigkeiten an der Gründung führen.

$$v(\eta_{RW}) = V_1 \omega \tag{5.22}$$

mit  $V_1$  entsprechend Gl. 2.25

Nach den Beziehungen am viskosen Dämpfer (geschwindigkeitsproportional) führen die zunehmenden Schwinggeschwindigkeiten zu einer Zunahme der Dämpfung bis zum Maximum des möglichen Dämpfungsverhältnisses in  $\eta_{RW} = 1$ . Die maximale Verstärkung wird im betrachteten Beispiel (Abb. 5.16d) bei einer Bodensteifigkeit von  $E_b = 200$  MPa erreicht. Die zugehörige Widerlagerbreite beträgt  $t_{WDL} \approx 0,8$  m. Analog ist in Abbildung 5.12d, blauer Kreis, die maximale Dämpfung bei eben dieser Kombination auszumachen. Weiter zeigt sich in Abbildung 5.16d für Bodensteifigkeiten ( $E_b \geq 450$  MPa) eine stetig zunehmende Dämpfung. Dies liegt an dem korrespondierendem Frequenzverhältnis  $0 < \eta_{RW} < 1$ . Mit weiter steigendem Frequenzverhältnis ( $1 < \eta_{RW} < \infty$ ) wird eine Abnahme der Schwinggeschwindigkeiten, entsprechend der Vergrößerungsfunktion, beobachtet. Die scheinbare horizontale Grenze für die Dämpfung der einzelnen Bodensteifigkeiten (Abb. 5.16 c) ergibt sich letztendlich nur aus dem zugehörigen Frequenzverhältnis. Da sich die Eigenfrequenz bei großen Widerlagerbreiten nicht wesentlich ändert, führt dies zu einem quasi-konstanten Frequenzverhältnis für  $t_{WDL} \rightarrow \infty$ .

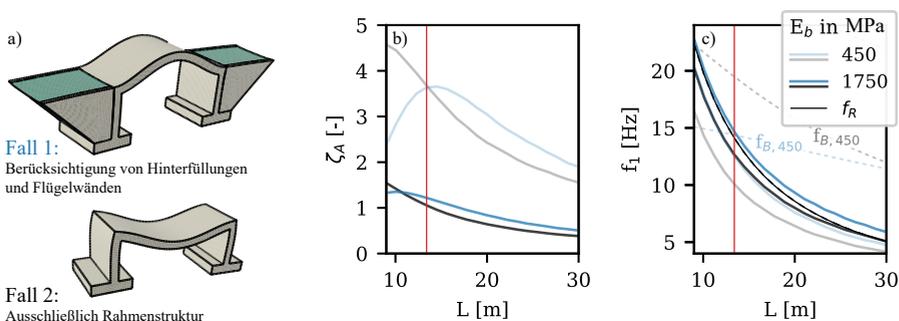
Ähnliche Eigenschaften zeigt AUERSCH in [158]. Hier untersucht er die Deckenresonanz von Gebäuden. Er beobachtet einen Zusammenhang zwischen der Fundamentsteifigkeit, der Zunahme der Deckenresonanz und des Dämpfungsverhältnisses. Gemäß Abbildung 5.16 können beide Fälle, mehrgeschossige Gebäude und eingebettete Rahmen, in ihrer grundlegenden vertikalen BBI zusammengefasst werden. Für große Spannweiten (Abb. 5.15,  $L > 13$  m) lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der vereinfachten Näherung für die vertikale Gründungssteifigkeit  $f_B$  und den Ergebnissen der HYBRID METHODE feststellen. Für kürzere Spannweiten (z. B. Abb. 5.14 und 5.15a-c) überschneidet sich bei den untersuchten Geometrien die vertikale Verschiebungsfigur zunehmend mit einer Kippbewegung der Widerlager. Darüber hinaus ergibt sich hier eine zunehmende Diskrepanz (Tab. 5.5) zwischen den approximierten vertikalen Starrkörpermoden  $f_B$  und der ermittelten Systemübergangsfrequenz  $f_S$  (Abb. 5.14, blaue Punkte) aufgrund einer gegenseitigen Interaktion der beiden Widerlager:

**Tabelle 5.5:** Erwartetes und berechnetes Systemverhalten im Kontext der Starrkörpermoden

L [m]	Referenz	$f_S$ [Hz]	$f_B$ [Hz]	Verhalten
9	Abb. 5.14 a,b)	$\approx 21$	$\approx 13,5$	steifer
13	Abb. 5.14 c,d)	$\approx 13,5$	$\approx 12,3$	etwas steifer
17	Abb. 5.12 c,d)	$\approx 9,6$	$\approx 9,7$	wie erwartet

Im vorliegenden Beispiel des Halbrahmens muss die dynamische Gründungssteifigkeit unter Berücksichtigung der wechselwirkenden und relativ steifen Widerlager (im Folgenden: Gruppeneffekt) bewertet werden. Aus diesem Grund muss die BBI um die Struktur-Boden-Struktur-Interaktion (SBSI) erweitert werden. Die Berücksichtigung der SBSI führt über die Anwendungsgrenzen üblicher Impedanzfunktionen für gebettete Fundamente hinaus, da eine mögliche Interaktion der beiden Widerlager hier nicht abgebildet werden kann. Eine individuelle Betrachtung zum Gruppeneffekt folgt in Kapitel 5.4.5.

Die vorgestellten Ergebnisse zur geometrischen Dämpfung unterscheiden sich von der gängigen Literatur, da kein strikter Zusammenhang zwischen Spannweiten und Dämpfung hergestellt wird. ZANGENEH zeigt in seiner Arbeit [11] eine kontinuierliche Abnahme der Dämpfung mit zunehmender Stützweite. Ähnliche Zusammenhänge sind in [16] dargestellt. Nach den oben dargestellten Zusammenhängen hat die Stützweite keinen primären, sondern einen sekundären Einfluss auf die Dämpfung (anrechenbare Masse und Einspanngrad). Die Untersuchungen von ZANGENEH basieren auf 2D-Modellen, die die Flügelwände und die Masse einer eventuell mitschwingenden Hinterfüllung vernachlässigen. Im Folgenden wird eine qualitative und vergleichende Untersuchung mit der vereinfachenden Methode des ZMS durchgeführt (vgl. Abb. 5.16 a). Es werden zwei Fälle untersucht: 1) die vereinfachte Berücksichtigung der Hinterfüllung sowie der Flügelwände und 2) die ausschließliche Modellierung des Rahmentragwerks. Der Schnittpunkt von  $f_1$  und  $f_{B,450MPa}$  wird im ersten Fall durch die vertikale rote Linie bei  $L \approx 14$  m markiert. Entsprechend zeigt sich in Abbildung 5.16 b das Maximum der geometrischen Dämpfung. Es wird deutlich, dass die Vernachlässigung der massiven Hinterfüllung (Fall 2) zu einer signifikanten Änderung des vertikalen Starrkörpermodes  $f_B$  und der damit verbundenen Systemabstimmung  $\eta_{RW}$  führt.



**Abbildung 5.17:** Fallstudie über die Vernachlässigung der Hinterfüllung und der Flügelwände: a) Fallstudien; b) geometrische Dämpfung; c) Erste Eigenfrequenz

Je nach gewähltem Modellierungsansatz für die Hinterfüllung ändert sich daher die Prognose, insbesondere bei kurzen Spannweiten. Die stetige Unterschreitung des Starrkörpermodus bei Vernachlässigung der Hinterfüllung (Fall 2) führt zu einer kontinuierlich abnehmenden Dämpfung. Im Gegensatz dazu ergibt sich, wie oben diskutiert, ein Dämpfungsmaximum aufgrund der Resonanz bei Berücksichtigung der Hinterfüllung (Fall 1).

## 5.4.2 Schichtprofil

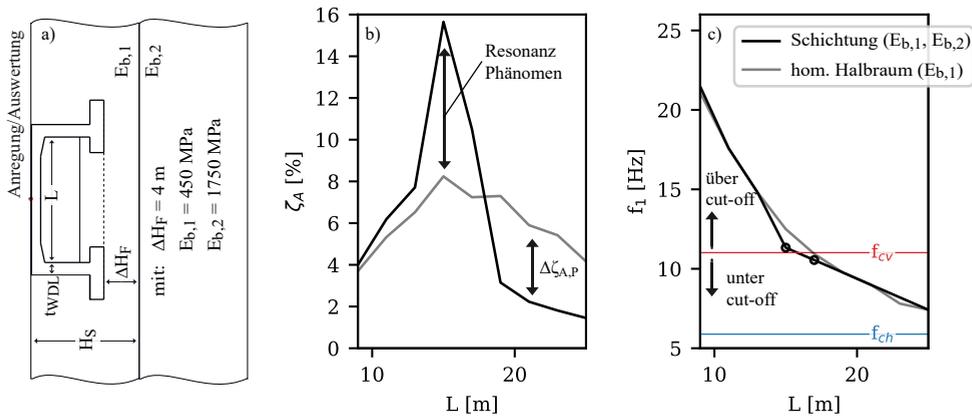
In der Praxis treten geschichtete Böden in allen Variationen auf, so dass der ideale, unendliche, elastische Halbraum eine akademische Vereinfachung darstellt. Die Betrachtung des geschichteten Bodens ist im Hinblick auf die geometrische Dämpfung von besonderem Interesse, da gerade hier die Grenzfrequenzen das System beeinflussen können (Gl. 2.46 und 2.47). Das Schichtprofil mit einer *weichen* über einer *steifen* Schicht wird in der Literatur vielfach beschrieben und die theoretischen Effekte aufgezeigt [38, 66, 81]. Dabei wird die Fragestellung in der Regel auf den einfachsten Fall reduziert: eine beliebig weiche Schicht auf steifem Untergrund (Fels) (vgl. Abb. 2.14). Aus dieser Betrachtungsweise folgt eine klassische Grenzwertbetrachtung. Wird eine Grenzfrequenz (Cut-Off Frequenz) durch ein schwingungsfähiges Bauteil (hier: der eingespannte Rahmen) unterschritten, so reduziert sich die globale Dämpfung auf das Minimum, die Materialdämpfung. Insbesondere bei Rahmenbrücken mit großen Stützweiten kann sich dieser Effekt in abnehmenden Dämpfungsgraden bemerkbar machen.

In einer vereinfachten Betrachtung des 3D-Rahmens (reduzierte Parametervariation aufgrund des Rechenaufwandes) werden zunehmende Stützweiten bei konstanter Schlankheit  $S = 15$  betrachtet. Es wird angenommen, dass die Widerlagerbreite gleich der Überbaudicke  $d = t_{WDL}$  ist (Abb. 5.18a). Für die Schicht gilt weiter:

$$H_S = h_{Rahmen} + \Delta H_F \quad \text{mit} \quad \Delta H_F = 4 \text{ m}$$

Der modellierte Fall entspricht dem Fall einer weichen Schicht ( $E_{b,1} = 450 \text{ MPa}$ ) auf einer etwa vier mal steiferen Unterlage  $E_{b,2}$ .

Es ist zu erkennen, dass die geometrische Dämpfung  $\zeta_A$  deutlich abnimmt, wenn die Rahmeneigenfrequenz die vertikale Grenzfrequenz des geschichteten Bodens  $f_{cv}$  unterschreitet (Abb. 5.18 b, c). Eine weitere Unterschreitung der Grenzfrequenz  $f_{cv}$  findet aufgrund der begrenzten Spannweitenvariation nicht statt. Eine theoretische Unterschreitung der horizontalen Grenzfrequenz  $f_{ch}$  (proportional zur Scherwelle) würde zu einer völligen Absenz



**Abbildung 5.18:** Modale Eigenschaften des Rahmens auf geschichtetem Halbraum unter Verwendung der 3D HYBRID METHODE: a) Fragestellung, b) geometrische Dämpfung über die Spannweite, c) Eigenfrequenz über die Spannweite.

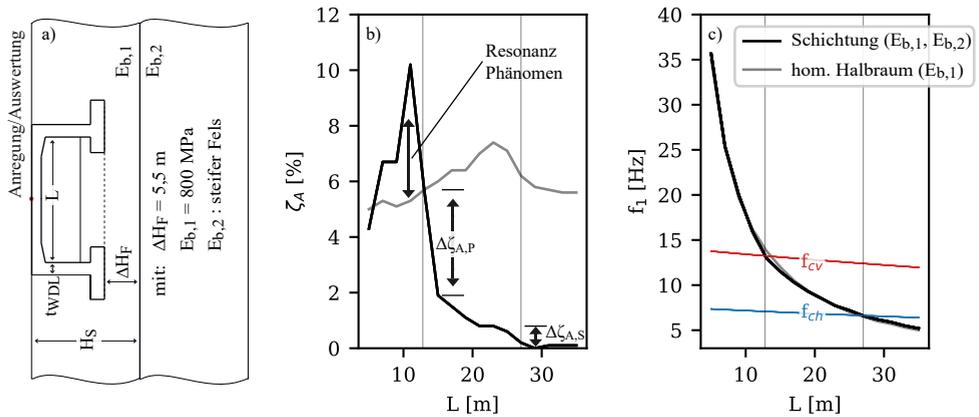
der geometrische Dämpfung führen (vgl. Abb. 5.19). In diesem Fall reduziert sich die Gesamtdämpfung ausschließlich auf die Materialdämpfung, die in den vorliegenden Untersuchungen auf *Null* gesetzt wurde.

Die Differenzierung der Dämpfungsanteile in Abbildung 5.18 macht deutlich, dass ein wesentlicher Anteil der Gesamtdämpfung aus der vertikalen Bewegung der Fundamentkörper resultiert. Außerdem wird festgestellt, dass auch für diesen Fall eine Abnahme der Dämpfung nicht von der Spannweite selbst ausgeht, sondern von dem Frequenzverhältnis aus Rahmen (Emitter) und der Bodenschicht (Empfänger).

Ein weiterer auffallender Effekt ist knapp oberhalb der Schichtresonanz zu beobachten. Hier *heftet* sich die Rahmenfrequenz an die Schichtfrequenz und es entsteht eine Art Resonanz (vgl. Abb. 5.18). Durch die in diesem Fall verstärkte Vertikalbewegung des Rahmens nimmt die Gesamtdämpfung deutlich zu (Abb. 5.18b, *Resonanz Phänomen*).

Als ergänzende Grenzwertbetrachtung für den akademischen Fall einer weichen Schicht über einer starren Felslage sei der 2D-Rahmen mittels 2D DIREKTE METHODE modelliert, siehe Abbildung 5.19. In diesem Fall kann durch eine erweiterte Spannweitenvariation die völlige Absenz der Dämpfung simuliert werden: Unterschreitung der horizontalen Grenzfrequenz ( $f_1 < f_{ch} < f_{cv}$ ).

Zum besseren Verständnis und zur weiteren Vereinfachung wird die Fragestellung mit einem harmonisch angeregten Maschinenfundament verglichen. Bei Übereinstimmung von



**Abbildung 5.19:** Modale Eigenschaften des Rahmens auf geschichtetem Halbraum unter Verwendung der 2D DIREKT METHODE: a) Fragestellung, b) geometrische Dämpfung über die Spannweite, c) Eigenfrequenz über die Spannweite

Erreger und Bauteileigenfrequenz (optimale Abstimmung) tritt Resonanz und die maximale Verschiebung auf, was dem Phänomen der Schichtresonanzen entspricht. Befindet sich das angeregte System dagegen in einer Hochabstimmung, kann die Schicht (Maschinenfundament) nicht oder kaum angeregt werden. Im Vergleich dazu liegt für das betrachtete System entsprechend der Vergrößerungsfunktion ( $V_1$ ) ein quasi-statisches ( $0 < \eta_{RW} < 0,5$ ) Verhalten vor (vgl. Abb. 2.7) [74].

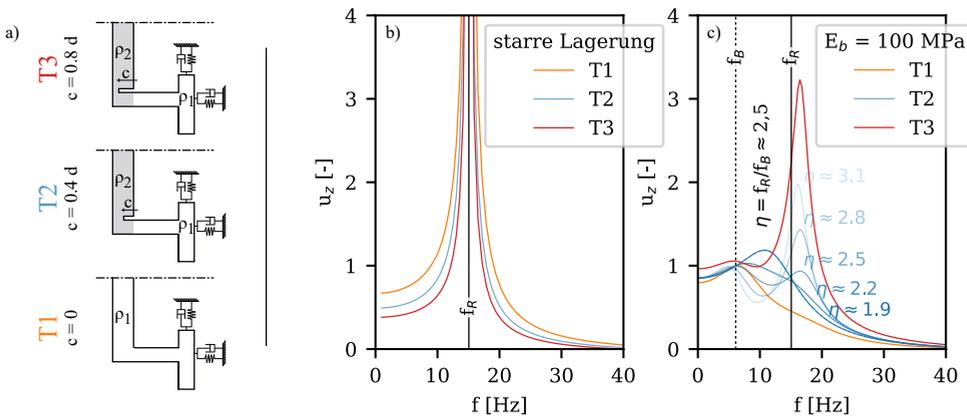
### 5.4.3 Einspanngrad

Gemäß der analytischen Rahmenformel  $f_R$  nach Gleichung 4.19 ist neben den Bauteilabmessungen der Einspanngrad zwischen Überbau und Widerlager ein wesentlicher Einflussfaktor auf die Eigenfrequenzen. Analog führen Voutungen im Auflagerbereich der Platte zu höheren Einspannungen und steigenden Eigenfrequenzen (vgl. Abb. 5.8ff.). In Bezug auf die Eigenfrequenzen ist der Einspanngrad als Teil der Struktursteifigkeit zu verstehen und steht daher nicht in direktem Zusammenhang mit der BBI. Anders verhält es sich jedoch bei der geometrischen Dämpfung.

Wie zuvor diskutiert, tritt ein theoretisches Maximum der Dämpfung im Resonanzpunkt auf ( $\eta_{RW} = f_R / f_B = 1$ ). Diese Beziehung geht vereinfachend davon aus, dass die Platte bei allen Varianten vollständig eingespannt ist. Wenn vergleichbare Brücken (ähnliche Bodensteifigkeiten und Frequenzverhältnisse) unterschiedliche Einspannverhältnisse aufweisen, führt

dies jedoch zu stark divergierenden Dämpfungsgraden. Entscheidend für die *Aktivierung* der Dämpfung sind die Verschiebungen in den maßgebenden Eigenformen [157], jedoch kann bei geringer Einspannung von einer *Entkopplung* oder Isolation zwischen angeregter Platte und Gründung gesprochen werden. Durch die Entkopplung kann nur ein Bruchteil der Energie in die Gründung und den Untergrund übertragen werden, was insgesamt zu geringen Dämpfungsgraden führt.

Aufgrund der variablen Eigenfrequenzen bei Variation des Einspanngrades kann dieser Effekt nur durch Manipulation der Überbaumassen nachgewiesen werden (Abbildung 5.20). Zu diesem Zweck wird ein Rahmen der Spannweite  $L = 17$  m und einer Schlankheit  $S = 9$  mit verschiedenen Einspanngraden betrachtet (Abb. 5.20 a). Zur Reduktion der Komplexität werden die Berechnungen mit dem 3D-Rahmen unter Berücksichtigung der 3D SUBSTRUKTUR METHODE (siehe dazu auch Kap. 6.1) durchgeführt, wobei die Hinterfüllung und die Flügelwände vernachlässigt werden.



**Abbildung 5.20:** a) Darstellung der Modelle, b) Frequenzspektrum der Rahmenstruktur (starr), c) Frequenzspektrum der Rahmen unter Variation des Einspanngrades unter der Frequenzverhältnisse.

Um den Einspanngrad zu variieren, wird an den Innenkanten der Platte eine Kerbe der Breite  $0,1c$  eingefügt. Um die Einspannung zu variieren, wird die Höhe der Kerbe in drei Fällen unterschieden:  $c = 0$ ,  $c = 0,4d$  und  $c = 0,8d$ . Zur Korrektur der Eigenfrequenzen bei Variation der Kerbhöhe  $c$  wird die Dichte  $\rho_2$  des Überbaus angepasst ( $\rho_1 = \rho_C$ ). Die resultierenden Eigenfrequenzen (Auswertung in Überbaumitte) werden durch eine vergleichende Modalanalyse unter der Annahme einer starren Lagerung verifiziert (Abb. 5.20b). Gegründet

wird das System auf einem weichen Boden  $E_b = 100$  MPa. Entsprechend dem Steifigkeits-/Massenverhältnis der Brücke ergibt sich eine vertikale Starrkörperfrequenz von  $f_B = 6,1$  Hz und eine Rahmenfrequenz von  $f_R = 15$  Hz. Daraus ergibt sich unabhängig der Kerbe ein Frequenzverhältnis von  $\eta_{RW} \approx 2,5$ .

Abbildung (Abb. 5.20c) zeigt, dass ein geringer Einspanngrad zu einer Entkopplung von Überbau und Fundament führt ( $T1 - T3$ ) und dementsprechend der vertikale Starrkörpermode kaum aktiviert wird ( $T3$ ). Daraus ergibt sich eine abnehmende Dämpfung bei geringer Einspannung. Zusätzlich ist für den Fall  $T2$  eine Variation des Frequenzverhältnisses dargestellt. Die Variation ergibt sich durch Halten der Rahmenfrequenz und Variation der Fundamentmasse (Abb. 5.20 c, blau, vertikal, gestrichelt). Es ist zu erkennen, dass das referenzierte Dämpfungsverhältnis ( $T2 -$  blau,  $\eta_{RW} = 2,5$ ) durch Variation  $\eta_{RW} \rightarrow 1$  (blau gestrichelt) erhöht werden kann. Entsprechend nimmt die resultierende geometrische Dämpfung mit steigendem Frequenzverhältnis ab.

#### 5.4.4 Hinterfüllung

Die aussteifende Wirkung der Hinterfüllung (Verfüllmaterial) führt zu einer Erhöhung der Eigenfrequenzen des Rahmens. Dünne Widerlager reagieren empfindlich auf die zusätzliche Steifigkeit, dicke Widerlager zeigen ein robustes Verhalten (Abb. 5.11). Dieser Zusammenhang ist offensichtlich und wenig überraschend. Die Berücksichtigung der Hinterfüllung führt aufgrund der Aussteifung und Massenveränderung ebenfalls zu einer Verstimmung von  $\eta_{RW}$ , was sich in einer leichten Varianz der geometrischen Dämpfung widerspiegelt.

Wie oben gezeigt (Kap. 5.4.2), resultiert der größte Teil der geometrischen Dämpfung aus der vertikalen Fundamentbewegung, während horizontale Verschiebungen nur eine untergeordnete Rolle spielen. Entsprechend GAZETAS summiert sich die Gesamtdämpfung einer Modalform aus den Beiträgen der jeweiligen Seitenflächen [72]. Senkrechte Flächen ( $A_B$ ) korrespondieren dabei mit  $V_{LA}$  und normale Flächen mit  $V_S$ . Dementsprechend hat die Berücksichtigung des anstehenden Bodens der Seitenfläche  $A_S$  in Abhängigkeit der geometrischen Konfigurationen einen Einfluss auf die Summe der geometrischen Dämpfung.

Aufgrund der Einschränkungen des gewählten Modellierungsansatzes in der HYBRID METHODE (BEM-Konfiguration, [26]) wird der Anteil  $\Delta\zeta_{A,S}$  des anstehenden Bodens an der Gesamtdämpfung mit den quasi-statischen Ansätzen des gebetteten Fundaments (EMS) nach GAZETAS [72] abgeschätzt. Insbesondere der Zusammenhang zwischen den Wellengeschwindigkeiten und den angrenzenden Bodenflächen ist hierbei entscheidend und bildet

die Grundlage für die Berechnung der äquivalenten Dämpferelemente  $C$ . Der Anteil  $\Delta\zeta_{A,S}$  wird unter der Annahme einer allgemeinen homogenen Bodenschicht ( $\rho$ ,  $V_S$ ,  $\nu$ ) wie folgt berechnet (Reduktion auf vertikale Bewegung):

mit dem äquivalenten Dämpfer:

$$C_{0,z,emb} = C_{0,z} + C_{z,emb} \quad (5.23)$$

$$C_{0,z} = \rho V_S \frac{3,4}{\pi (1-\nu)} A_B \quad (5.24)$$

$$C_{z,emb} = \rho V_S A_S \quad (5.25)$$

folgt:

$$\Delta\zeta_{A,S} = \frac{A_S}{\frac{3,4}{\pi (1-\nu)} A_B + A_S} [\%] \quad (5.26)$$

Beispiel:

$$A_S = A_B = 6 \text{ m} \cdot 12 \text{ m} = 72 \text{ m}^2, \nu = 0,3$$

$$\Delta\zeta_{A,S} \approx 39 \%$$

Diese Abschätzung stimmt mit den Untersuchungen in [11] überein.

## 5.4.5 Gruppenwirkung

Der Einfluss der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion (SBSI) auf die BBI wird in Abhängigkeit von der Bodensteifigkeit und der Brückengeometrie betrachtet. WOLF beschreibt in [33] die dynamische Gruppenwirkung bei Pfahlgründungen über die mitschwingende Masse zwischen den Pfählen. Er zeigt, dass über das Verhältnis der Scherwellenlänge  $\lambda_S$  zum Pfahlabstand  $S_S$  die Gruppenwirkung charakterisiert werden kann.

$$\lambda_S = \frac{V_S}{f} \quad (5.27)$$

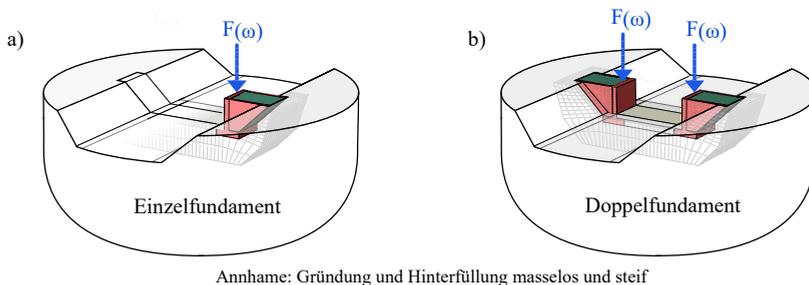
Bei Pfahlgründungen führen große Wellenlängen im Verhältnis zum Pfahlabstand ( $\lambda_S \gg S_S$ ) zu mitschwingenden Massen zwischen den Pfählen. Mitschwingende Massen sind aus der Literatur bei großen Querdehnungszahlen ( $\nu > 1/3$ ) und in Kombination mit Einzelfundamenten bekannt. Dort führen sie zu einer kontinuierlichen Abnahme des Realanteils der dynamischen Steifigkeit bei steigenden dimensionslosen Frequenzen, da die mitschwingende Masse als Massenträgheit entgegen der Steifigkeit wirkt. Analoge Zusammenhänge zeigt

WOLF bei zunehmenden dimensionslosen Frequenzen auch für Pfahlgründungen [33] auf. Hier ergibt sich jedoch eine Besonderheit, denn die von Einzelfundamenten bekannte parabolische Abnahme des Realteils wird durch die sich kontinuierlich aufbauende Scherwelle ( $\lambda_S \rightarrow S_S$ ) zwischen den Pfählen unterbrochen (Welleninterferenz). Ab der Grenzfrequenz  $f_G$  beginnt der Boden sukzessive gegenphasig zu schwingen, was zu einem deutlichen Aufwärtstrend im Realteil führt (Steifigkeitszunahme).

$$f_G = \frac{V_S}{3 S_S} \quad (5.28)$$

Das Steifigkeitsmaximum entsteht, wenn beide Pfähle in  $f = \frac{V_S}{2 S_S}$  exakt gegenphasig schwingen. Ein grundlegender Unterschied bei der Gruppenwirkung von Pfählen gegenüber der Gründungssituation bei Rahmenbrücken liegt in den kleinen Pfahldurchmessern gegenüber ihren Abständen. Trotzdem können die Zusammenhänge der Pfahlgründungen auch bei Rahmenbrücken beobachtet werden.

Dazu werden die Impedanzfunktionen ( $k_z, c_z$ ) eines einfachen und eines doppelten Gründungskörpers im Geländeerschnitt untersucht. Der Fundamentabstand (5 m - 17 m) variiert in Abhängigkeit von der theoretischen Spannweite und dem entsprechenden Geländeerschnitt. Die Berechnung basiert auf den gleichen BEM-Konfigurationen wie die Berechnungen zu den Rahmenbrücken (siehe Abbildung 5.21).



**Abbildung 5.21:** Systemskizze zur Untersuchung der Gruppenwirkung mit:  
a) Einzelfundament und b) Doppelfundament

Es fällt auf, dass die Impedanzfunktionen der Einzelfundamente (Breite/Länge =  $2b/2a$ , mit  $a > b$ ) über die gesamte Variation konvergente Ergebnisse erzielen (Abb. 5.22 - 5.25). Nur für hohe dimensionslose Frequenzen sind leichte Abweichungen zu erkennen (Abb. 5.25). Ihre allgemeine Charakteristik gleicht den bekannten Funktionen von starren, masselosen

Einzelfundamenten in der Ebene (siehe Abb. 5.7). Die Fundamentlänge  $2a$  wird hier in Abweichung zu Kap. 6.1 bis zur Außenkante der Hinterfüllung angesetzt, da die Hinterfüllung als steif angenommen wird.

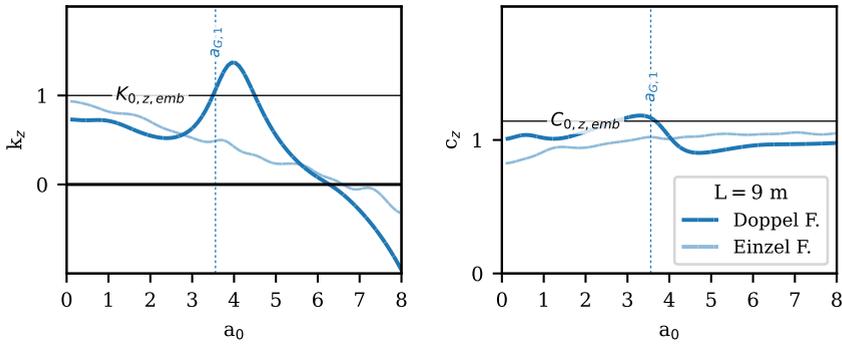


Abbildung 5.22: Impedanzfunktion für die Spannweite  $L = 9$  m

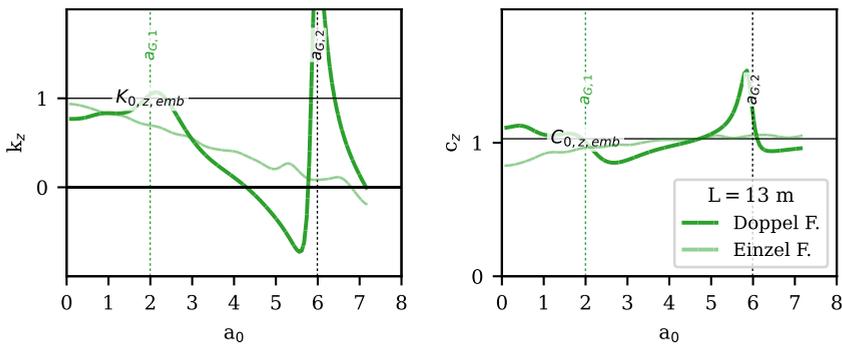


Abbildung 5.23: Impedanzfunktion für die Spannweite  $L = 13$  m

Bei der Betrachtung der Impedanzfunktionen der Doppelfundamente ist ein regelmäßiges Muster zu erkennen. Insbesondere in Abbildung 5.25 wird die Oszillation der Impedanz um die Einzelfundamentlösung deutlich. Durch Ergänzung des modifizierten Grenzkriteriums

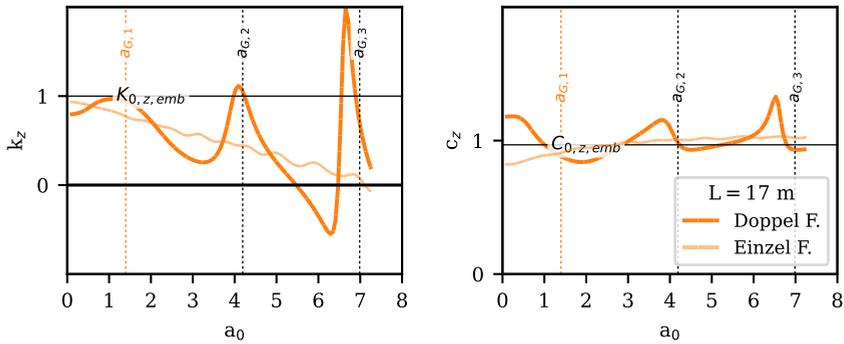


Abbildung 5.24: Impedanzfunktion für die Spannweite  $L = 17$  m

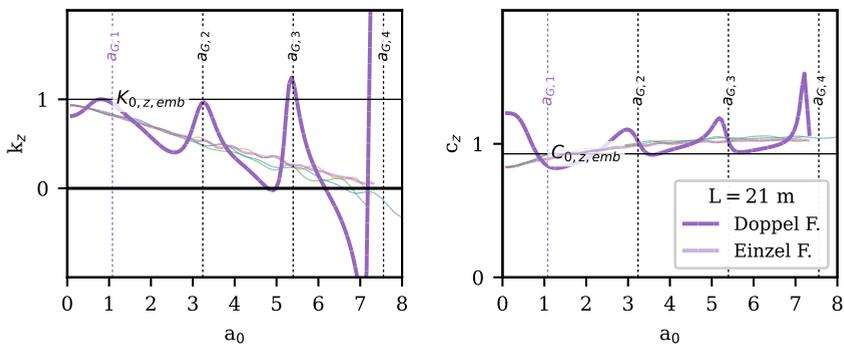


Abbildung 5.25: Impedanzfunktion für die Spannweite  $L = 21$  m mit ergänzender Darstellung der Einzelfundamentlösung für die Spannweiten  $L = 9$  m bis 21 m

$a_{G,i}$  (Gl. 5.29) zur Identifikation der maximalen Steifigkeit aufgrund gegenphasig schwingender Gründungskörper in Anlehnung an WOLF wird der einflussreiche Gruppeneffekt deutlich [33].

$$a_{G,i} = \frac{2 \pi r_0}{L_l} (i - 0.5) \text{ mit } i \in \mathbb{N} \quad (5.29)$$

mit:

$L_l$ : lichte Weite zwischen den Gründungskörpern, hier:  $L_l = L - 4$  m

Zwischen den  $i$ -ten Grenzfrequenzen tritt jeweils der Gruppeneffekt der mitschwingenden Masse auf. Dies führt zu einem um die Einzelfundamentlösung oszillierendem Ergebnis für das Doppelfundament. Die von der Welleninterferenz beeinflusste Impedanzfunktion des Doppelfundamentes verdeutlicht die Komplexität dieser zunächst einfach erscheinenden

Fragestellung der BBI. Negative Realanteile der Impedanzfunktion entstehen durch einen Phasenwechsel der Bodenreaktionskraft, vergleichbar mit dem Übergang von einem steifigkeitsdominierten zu einem massenträgheitsdominierten System. Dabei wird die Steifigkeit verschwindend klein und die mitschwingende Masse (vektoriell entgegen der Steifigkeit wirkend) dominiert das System. Aufgrund der vektoriellen Differenz von  $180^\circ$  wird die reelle Lösung der Impedanzfunktion negativ. Zur Darstellung des Einmassenschwingers und seines Kräftegleichgewichts in vektorieller Darstellung siehe Abbildung 2.8.

Bei Vorlage einer entsprechenden Impedanzfunktion ergeben sich die frequenzabhängigen Feder- und Dämpferelemente des äquivalenten Einmassenschwingers wie folgt:

$$K(a_0) = K_{0,z,emb} k_z(a_0) \quad (5.30)$$

$$C(a_0) = K_{0,z,emb} r_0 c_z(a_0) / V_S \quad (5.31)$$

In Abschnitt 5.4 wurden die Systemzustände zwischen dem EMS und dem ZMS diskutiert. Dabei ist aufgefallen, dass die über  $f_B$  berechneten Starrkörpermoden Abweichungen zu den identifizierten Systemübergangsfrequenz  $f_S$  bei kleinen Spannweiten erzeugt haben (vgl. Tab. 5.5). Durch Berücksichtigung der Impedanzfunktionen für Doppelfundamente können diese Abweichungen nachvollzogen werden. Es zeigt sich für die Spannweite  $L = 9$  m (mit  $a/b = 6,29/4$  und  $V_S = 216$  m/s),

$$r_0 = 5,67 \text{ m}$$

$$f_R \approx 22 \text{ Hz}, E_B = 200 \text{ MPa}$$

$$a_0 = 3,7 \approx a_{G,i=1} = 3,56$$

dass die hier getroffene dimensionslose Frequenz  $a_0$  näherungsweise dem Kriterium der maximalen Versteifung entspricht ( $a_{G,i=1}$  nach Gleichung 5.29). Entsprechend erfolgt eine Versteifung des vertikalen Starrkörpermodus. Bei großen Spannweiten und steifen Böden werden tendenziell geringere dimensionslose Frequenzen erreicht, so dass der Einfluss des Gruppeneffektes hier nur eine untergeordnete Rolle spielt.

## 5.5 Zusammenfassung

Die Bestimmung der dynamischen Eigenschaften von Rahmenbrücken hängt stark von der verwendeten Untersuchungsmethode ab. In diesem Kapitel wird gezeigt, dass die Reduktion auf den ebenen Rahmen (DIREKTE METHODE) für die Simulation der Boden-Bauwerk-Interaktion von Rahmenbrücken nachteilig ist. Erstens führt die Vernachlässigung der Flügelmwände in Kombination mit dünnen Widerlagern zu einer Verringerung der Struktursteifigkeit. Zweitens bewirkt die effektive dynamische Bodensteifigkeit eine Verzerrung der bodendynamischen Beziehungen. Es wird gezeigt, dass die dynamische Gründungssteifigkeit von Rahmenbrücken nicht nur eine Frage der Boden-Bauwerk-Interaktion ist, sondern dass ein starker Einfluss der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion besteht. Zur Berücksichtigung der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion bei der Abbildung der Boden-Bauwerk-Interaktion hat sich die gekoppelte FEM-BEM (HYBRID METHODE) als effizienter Ansatz erwiesen.

Die Untersuchungen zeigen, dass die Eigenfrequenzen des eingebetteten Rahmens im Wesentlichen durch die Struktursteifigkeiten beeinflusst werden. Sekundäre Einflüsse sind die aussteifenden Effekte der Hinterfüllung bei dünnen Widerlagerwänden und die Aussteifung der Widerlagerwände durch die angrenzenden Flügelmwände. Die geometrische Dämpfung des eingebetteten Rahmens steht in direktem Zusammenhang mit den Verschiebungen der angeregten Starrkörpermoden. Die Aktivierung der Starrkörpermoden hängt vom Spanngrad zwischen Überbau und Widerlager ab. Die Intensität der angeregten Schwingung steht in Zusammenhang mit dem Frequenzverhältnis ( $\eta_{RW}$ ) zwischen der jeweiligen Modalform  $f$  und der Starrkörperfrequenz  $f_B$ . Für ein hoch abgestimmtes System mit  $f > f_B$  ergibt sich eine Phasenverschiebung zwischen Überbau und Gründung, die zu einer Versteifung der Eigenfrequenzen und zu einer Verringerung der geometrischen Dämpfung führt.

Durch die Aktivierung der Starrkörpermoden und eine optimierte Abstimmung kann ein dynamisch gutmütiges Verhalten für Rahmenbrücken mit hoher geometrischer Dämpfung erreicht werden.

Aufgrund der Vielzahl von Einflussfaktoren sind die diskutierten Diskrepanzen zwischen den numerisch ermittelten und den in situ gemessenen dynamischen Charakteristika von Eisenbahnrahmenbrücken vermutlich auf die Komplexität der Modellierung zurückzuführen. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel ein Prognosemodell vorgestellt, das die in diesem Kapitel aufgezeigten Einflussfaktoren berücksichtigt.



# 6 Prognose der dynamischen Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken

Die Untersuchungen aus Kapitel 4 zeigen, dass im Bereich der gebrauchsdynamischen Beanspruchung die werkstoffbezogenen Steifigkeiten keinen relevanten Einfluss auf die Ermittlung der Eigenfrequenzen haben. Dementsprechend werden in diesem Kapitel die Materialsteifigkeiten sowie die Materialdämpfung in Anlehnung an die geltende Normung und Literatur angenommen. Das Kapitel 5 zeigt, dass die Boden-Bauwerk-Interaktion von Rahmenbrücken unter dem Einfluss der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion steht. Als Konsequenz wird die Entwicklung eines praxistauglichen Prognosemodells auf die Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion sowie der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion fokussiert. Ziel des Prognosemodells ist es, die in Kapitel 3 beschriebenen Modelldiskrepanzen zwischen der numerischen Prognose und der dynamischen Charakteristik am Bauwerk zu reduzieren.

Die Ausführungen in diesem Kapitel basieren im Wesentlichen auf den Veröffentlichungen in [28, 29].

## 6.1 Entwicklung eines Prognosemodells

### 6.1.1 Einführung und Anwendungsgrenzen

Die Entwicklung von Prognosemodellen zur Simulation von Zugüberfahrten und zur Bestimmung der dynamischen Charakteristik erfolgt in erster Linie im Bewusstsein von Kompromissen. Hochwertige und komplexe Hybridmodelle (siehe Abb. 2.17) erfordern einen enormen Rechenaufwand und ein breites Spektrum an Kenntnissen in der Numerik [26, 86–

88]. Mit diesem Verfahren können jedoch die bei Rahmenbrücken auftretenden SBSI der eingebetteten Gründungskörper detailliert abgebildet werden. Aufgrund der oben genannten Problematik hat diese Technik jedoch noch keinen Eingang in die Baupraxis gefunden.

Wird die Thematik auf ein ebenes Stabsystem (1m-Stabmodell) reduziert und BBI sowie SBSI durch direkte Modellierung in gängigen FEM-Programmen umgesetzt, werden nicht nur Kompromisse der räumlichen Interaktionen eingegangen (keine Versteifungseffekte durch Flügelwände, ausschließlich Information der Biegemoden), sondern es entstehen zudem Verzerrungseffekte der dynamischen Steifigkeit des Bodens. Diese in der baupraktischen Bemessung von Tragwerken und Flächentragwerken zielführende Vereinfachung führt im Kontext der Bodendynamik zum „Dämpfungsparadoxon“ und damit zu irreführenden Ergebnissen [26, 156]. Somit ist die Lösung räumlich begrenzter Fragestellungen der BBI und SBSI nur mit räumlichen Ansätzen möglich. Soll die Prognose dennoch über eine direkte Modellierung erfolgen, müssen aufwendige 3D-FEM-Modelle erstellt werden, was einen enormen Rechenaufwand mit sich bringt und zu der Thematik der künstlichen Randbedingungen zur Einhaltung der Sommerfeld'schen Strahlungsbedingung führt. Einerseits müssen Dämpfungselemente die sich ausbreitenden Wellen dissipieren, andererseits werden Federelemente benötigt, die auf die quasi-statischen Verschiebungen der Lasten reagieren. Geeignete Dämpfungselemente sind in speziellen FEM-Programmen vorimplementiert, entsprechende Kombinationen von Feder-Dämpfungselementen stehen nicht als Vorauswahl zur Verfügung. Darüber hinaus bietet sich in Kombination mit einem direkt modellierten Nahfeld die Verwendung der perfectly-matched-layer (PML) an [159]. Auch diese Methode ist jedoch ausschließlich im akademischen Kontext angesiedelt.

Für die baupraktische Modellierung von Bauwerken im Kontext transienter Belastungen mit quasi-statischen Anteilen (Zugüberfahrten) und unter Berücksichtigung der BBI bei Vernachlässigung der SBSI-Effekte können die aus der Bodendynamik bekannten Impedanzfunktionen für gebettete Fundamente verwendet werden. Diese Vereinfachung ist jedoch auf wenige Geometrien und Frequenzbereiche beschränkt, da eine Abgrenzung zur Gruppenwirkung erforderlich ist (vgl. Kap. 5.4.5).

Ein weiterer vereinfachender Schritt ist die Reduktion der Impedanzfunktionen auf quasi-statische und damit frequenzunabhängige Ansätze. Beispielhaft seien hier die Ansätze nach DOBRY & GAZETAS [73, 78] oder WOLF genannt [33].

Vereinfachte Ansätze zur Implementierung der SBSI in Kombination mit den frequenzunabhängigen Ansätzen sind in der Literatur vereinzelt vorhanden [160], können aber aufgrund des Eingriffs in die Zeitintegrationsverfahren noch nicht praxistauglich umgesetzt

werden. Daher konzentrieren sie sich bisher auf den Einsatz im rein akademischen Kontext für einen sehr begrenzten Anwendungsbereich. Der Verlauf der Impedanzfunktionen für Doppelfundamente (Abb. 5.22 bis 5.25) zeigt jedoch, dass für kleine dimensionslose Frequenzen mit  $a_0 \leq 1$  (z. B. Starrkörpermode oder Eigenfrequenz bei großen Spannweiten) die quasi-statischen Ansätze zu guten Näherungslösungen führen. Als Beispiel wird die Berechnung der dimensionslosen Eigenfrequenz für zwei Spannweiten gezeigt:

mit:

$$V_s \geq 350 \text{ m/s}$$

folgt: (Frequenzen und  $r_0$  entsprechend Kap. 6.2):

$$f_{17m} \approx 10 \text{ Hz}, r_0 = 5,2 \text{ m} \quad \rightarrow \quad a_0 = 0,93 < 1$$

$$f_{9m} \approx 22 \text{ Hz}, r_0 = 5,2 \text{ m} \quad \rightarrow \quad a_0 = 2,05 > 1$$

Erst ab einer Scherwellengeschwindigkeit von ca. 720 m/s erreicht auch die kurze Spannweite von 9 m eine dimensionslose Frequenz von  $a_0 \leq 1$ , was einem ungewöhnlich steifen Boden entspricht (vgl. Tab. 6.1). Böden dieser Steifigkeit bilden in Deutschland als obere Bodenschicht die Ausnahme. Dieser Vergleich macht deutlich, dass vereinfachte Ansätze unter Vernachlässigung der SBSI für kurze Brücken einer deutlichen Anwendungsgrenze unterliegen.

**Tabelle 6.1:** Richtwerte von Scherwellengeschwindigkeit ausgewählter Boden- und Gesteinsarten [38]

Bodenart	$V_s$ [m/s]
Deckschichten, locker gelagert, verwittert, nicht gesättigt (Tiefe 3 bis 6 m)	110 - 480
Schotter (Kiessand), nicht gesättigt	220 - 450
verkitteter Schotter	1000 - 1500
Moränen	500 - 1150
Mergel, nicht verwittert	1000 - 1900
Granit	2500 - 3900

Im Rahmen dieser Arbeit werden die frequenz- und SBSI-unabhängigen Ansätze für ungleichmäßig geformte und gebettete Fundamente aus den Arbeiten von DOBRY und GAZETAS verwendet [73, 78]. Aufgrund der SBSI bei zunehmenden dimensionslosen Frequenzen wird für die Anwendung des Prognosemodells eine Anwendungsgrenze  $a_{0,G}$  empfohlen. Ziel

dieser Grenze ist es, die aus der SBSI resultierende Scherwelleninterferenz und die damit verbundene Oszillation der Impedanzfunktion weitestgehend auszuschließen (vgl. Kap. 5.4.5). Eine Überschreitung der Anwendungsgrenze bedeutet jedoch nicht zwangsläufig eine signifikante Änderung der Bodenreaktionskraft, da der Gruppeneffekt oszillierenden Charakter hat. Insbesondere bei den Eigenfrequenzen sind kaum Abweichungen zu erwarten, da diese im Wesentlichen durch die Struktursteifigkeit des Tragwerks bestimmt werden.

$$a_{0,G} = \min \begin{cases} a_0 = \frac{2\pi f_i r_0}{V_s} \leq 1 \\ a_{G,i=1} \end{cases} \quad (6.1)$$

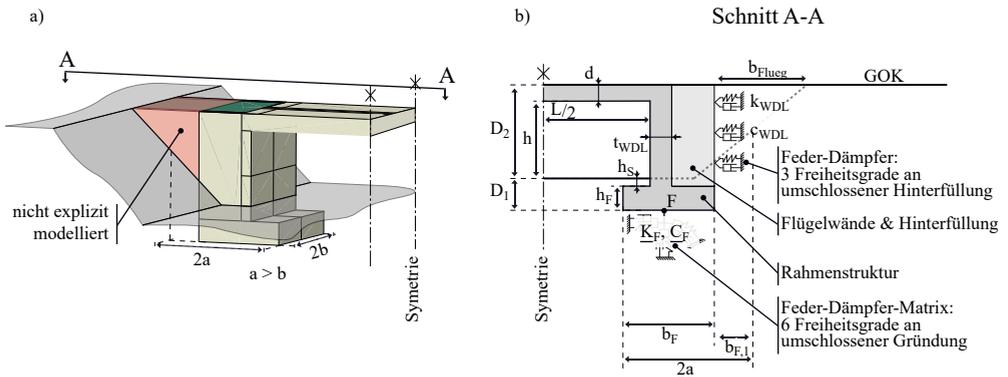
Die maßgebende Frequenz  $f_i$  für die Berechnung der Anwendungsgrenze ist die  $i$ -te in der Betrachtung relevante Eigenfrequenz.

## 6.1.2 Modellierung

Die Berechnungsmethode des Prognosemodells fällt aufgrund der Verwendung von Feder-Dämpfer-Ansätzen zur Berücksichtigung der BBI unter den Oberbegriff der SUBSTRUKTUR METHODE. Details zur Modellierung folgen:

Die Verfüllbereiche zwischen den Flügelwänden und oberhalb der Fundamentplatte (vgl. Abb. 6.1 Bereiche innerhalb  $b_F$ ) werden direkt im numerischen Modell erfasst. Weitere Massen außerhalb der Fundamentplatte (Grundfläche  $A_B$ ), aber innerhalb der Flügelwände werden mit 40 % der umschlossenen Masse berücksichtigt, die anschließenden Flügelwände mit 100 %. Damit kann bei dünnen Widerlagerwänden die aussteifende Wirkung der Hinterfüllung direkt abgebildet werden und nur die daran angrenzenden Schichten werden über äquivalente Feder-Dämpfer-Ansätze ( $k_{WDL}$ ,  $d_{WDL}$ ) modelliert.

Wie in Kap. 5.3 erwähnt, beschreibt GAZETAS die Einflüsse der horizontalen Bettung über „Wall“- und „Trench“-Effekte [72]. Für die Modellbildung werden die anstehenden Böden der horizontalen Bettung über  $D_1$  und  $D_2$  differenziert. Bettungseffekte aus  $D_1$  werden direkt der Gründungsmatrix zugeordnet, Effekte aus  $D_2$  werden als verteilte dynamische Bettung



**Abbildung 6.1:** Prognosemodell unter Berücksichtigung der vertikalen und horizontalen Boden-Bauwerk-Interaktion: a) Fragestellung, b) Systemskizze

mit Steifigkeits- und Dämpfungsanteilen modelliert (verschmiert über die Wandfläche  $A_{S,2}$ ). Mit den Geometrieparametern nach Gleichung 5.16ff. folgt:

$$\underline{K_{F,i=1}} = \begin{bmatrix} K_{0,x,emb} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{0,y,emb} & & \vdots \\ & & K_{0,z,emb} & \\ \vdots & & & K_{0,rx,emb} \\ & & & K_{0,ry,emb} & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & K_{0,rz,emb} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\underline{C_{F,i=1}} = \begin{bmatrix} C_{0,x,emb} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_{0,y,emb} & & \vdots \\ & & C_{0,z,emb} & \\ \vdots & & & C_{0,rx,emb} \\ & & & C_{0,ry,emb} & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & C_{0,rz,emb} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Für die Berechnung der einzelnen Einträge in die Steifigkeitsmatrix werden die Gleichungen 5.13ff. und 5.23ff., aus Referenz [73, 78] erweitert, sodass unterschiedlichen Materialien in der Hinterfüllung und der vertikalen Bettung berücksichtigt werden können. Für die Ermittlung der Wall- und Trench-Faktoren sowie der Dämpfungsanteile muss bei der Wahl der

Eingangsgrößen zwischen horizontalem Index: « $h$ » und vertikalem Index « $v$ » differenziert werden. Der Geometriebeiwert darf für rechteckige Fundamente zu  $A_b/(4a^2) = b/a$  vereinfacht werden.

#### Vertikale Feder-Dämpfer-Elemente:

$$K_{0,z,emb} = \frac{2 G a}{1 - \nu} \left( 0,73 + 1,54 \left( \frac{b}{a} \right)^{0,75} \right) \cdot I_{v,Trench,i=1} \cdot I_{v,Wall,i=1} \text{ [N/m]} \quad (6.4)$$

$$I_{v,Trench,i} = 1.0 + \frac{1}{21} \frac{D_i}{b} \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{b}{a} \right) \quad (6.5)$$

$$I_{v,Wall,i} = 1 + 0.19 \left( \frac{A_{S,i}}{A_B} \right)^{2/3}$$

$$C_{0,z,emb} = \rho_v V_{LA,v} A_B + \rho_h V_{S,h} A_{S,1} \text{ [N s/m]} \quad (6.6)$$

mit:

$\rho_v$  = Dichte vertikal anstehender Böden

$\rho_h$  = Dichte horizontal anstehender Böden

#### Erweiterte Geometrieparameter:

$$D = D_1 + D_2 \quad (6.7)$$

$$A_{S,i} = 2b \cdot D_i \quad (6.8)$$

$$A_B = 4ab \quad (6.9)$$

Die dynamische Bettung ( $k_{WDL,x}$ ,  $c_{WDL,x}$ ) der anstehenden Bodenschicht (hinter der Hinterfüllung) berechnet sich ebenfalls über die Ansätze aus [73, 78] und wird mit  $x$ ,  $y$ , und  $z$ -Komponenten implementiert. Dabei werden jedoch ausschließlich die Trench- und Wall-Effekte der anstehenden Schicht  $D_2$  berücksichtigt. Durch dieses Verfahren können unterschiedliche Materialien in der direkten Hinterfüllung, dem anstehenden Boden und der vertikal anstehenden Bodenschicht in der Gründungssohle berücksichtigt werden. Nachfolgend beispielhaft für  $k_{WDL,x}$  dargestellt:

**Feder-Dämpfer-Elemente der anstehenden Bodenschicht:**

$$k_{WDL,x} = \left[ \frac{2 G a}{2 - \nu} \left( 2 + 2.5 \left( \frac{b}{a} \right)^{0.85} \right) (I_{h,Trench,i=2} \cdot I_{h,Wall,i=2} - 1) \right] \frac{1}{A_{S,2}} \text{ [N/m}^3\text{]} \quad (6.10)$$

$$I_{h,Trench,i} = 1.0 + 0,15 \sqrt{\frac{D_i}{b}} \quad (6.11)$$

$$I_{h,Wall,i} = 1.0 + 0,52 \left( \frac{h_i}{b} \frac{A_{S,i}}{a^2} \right)^{0,4} \quad (6.12)$$

$$c_{WDL,x} = \rho_h V_{LA,h} \text{ [N s/m}^3\text{]} \quad (6.13)$$

Die y, und z-Komponenten berechnen sich analog.

Eine Erweiterung der dynamischen Steifigkeit um die Materialdämpfung  $\zeta_M$  (siehe auch Kap. 2.3) erfolgt über die Korrektur der dynamischen Steifigkeit [73, 78]:

$$\overline{K_{F,\zeta_M}} = \overline{K_F} - \omega_R \overline{D_F} \zeta_M \quad (6.14)$$

$$\overline{D_{F,\zeta_M}} = \overline{D_F} + \frac{2\overline{K_F}}{\omega_R} \zeta_M \quad (6.15)$$

Die Eigenkreisfrequenz  $\omega_R = 2\pi f_R$  bezieht sich auf die analytische erste Biegeeigenfrequenz des Rahmens.

Wie in Kap. 5.4.2 gezeigt wird, beeinflusst der Schichtaufbau im Untergrund die dynamische Steifigkeit der Gründung. Aufgrund der Stabilität der Rahmeneigenfrequenzen gegenüber einer Variation der Bodensteifigkeit darf der Einfluss des Schichtprofils auf eine Abminderung der geometrischen Dämpfung reduziert werden. Zu diesem Zweck empfiehlt ZANGENEH die pragmatische Berücksichtigung der Cut-Off-Frequenz über einen Korrekturfaktor bei der Berechnung der Dämpfungselemente [11]:

$$\kappa_C = \begin{cases} \sqrt{1 - \left( \frac{f_c}{f_R} \right)^2} & \text{für } f_R \geq f_C \\ 0 & \text{für } f_R < f_C \end{cases} \quad (6.16)$$

Das Materialverhalten des Bodens hängt stark von den Scherdehnungen und den Dehnungsamplituden der sich ausbreitenden Wellen ab (vgl. 2.5). Die Auswertung der In-situ-Messungen an den Rahmenbrücken zeigt, dass die approximierten Scherdehnungen im Bereich der Gründung (MP10<sub>z</sub>) in Größenordnungen von  $\gamma_d \approx 3 \cdot 10^{-6} < \gamma_{tv}$  liegen (hier nicht weiter dargestellt). Entsprechend können linear-elastische Analysen und linear-äquivalente

Materialeigenschaften für das Prognosemodell verwendet werden, um eine ausreichende Genauigkeit zu gewährleisten [38, 67, 68].

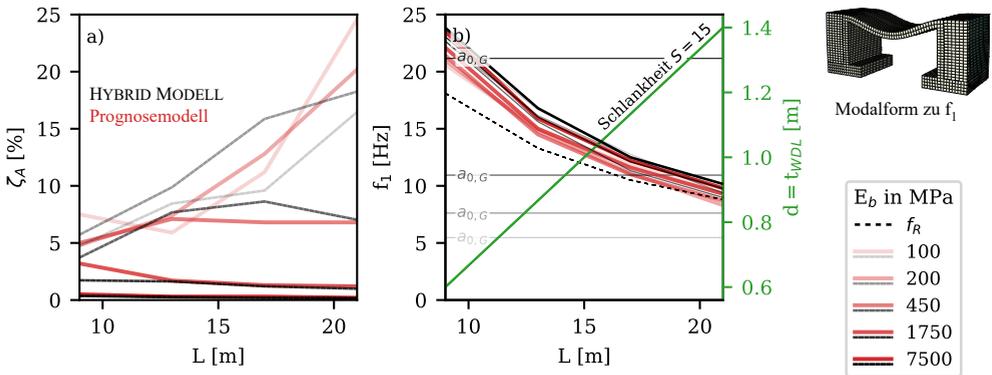
Die Auswertung der dynamischen Charakteristik erfolgt mit Hilfe von impulsgenerierten Schwingkurven im Zeitbereich. Dazu wird das Modell in ABAQUS [64] mit linearen Elementen (C3D8) erstellt und im Frequenzbereich (bis 50 Hz) mit dem *Abaqus*-Solver für instationäre lineare dynamische Fragestellungen (Modalüberlagerung) gelöst. Der Impuls weist bis einschließlich 50 Hz ca. 80% seines Maximums im Amplitudendichtespektrum auf (Peak bei:  $\Delta t = \min(1/12f_R; 0,005 \text{ s})$ ). Die angesetzten Amplituden sind unerheblich, da die Modelle keine Nichtlinearitäten aufweisen. Die Überführung in den Zeitbereich erfolgt mit einer Auflösung von  $\Delta t$ . Die Konvergenzprüfung zeigt, dass die Elementgröße ausreichend ist, wenn sie als Funktion der Überbauhöhe  $d$  mit mindestens drei Elementen über der Höhe angenommen wird.

### 6.1.3 Validierung

Die charakteristischen Größen der ersten Biegeeigenfrequenz und der zugehörigen modalen Dämpfung werden mit den Ergebnissen der HYBRID METHODE aus Kapitel 5 in Abbildung 6.2 verglichen. Zur Orientierung wird in Abbildung 6.2 b die analytische Rahmeneigenfrequenz  $f_R$ , der Grenzwert  $a_0 = 1$  und die Schlankheit  $S$  ergänzt. Für die grafische Darstellung wird  $a_0 = 1$  über die verwendete Bodensteifigkeit und den Geometrieparametern in den Frequenzbereich übertragen. Im vorliegenden Fall entspricht  $a_0 = a_{0,G}$ .

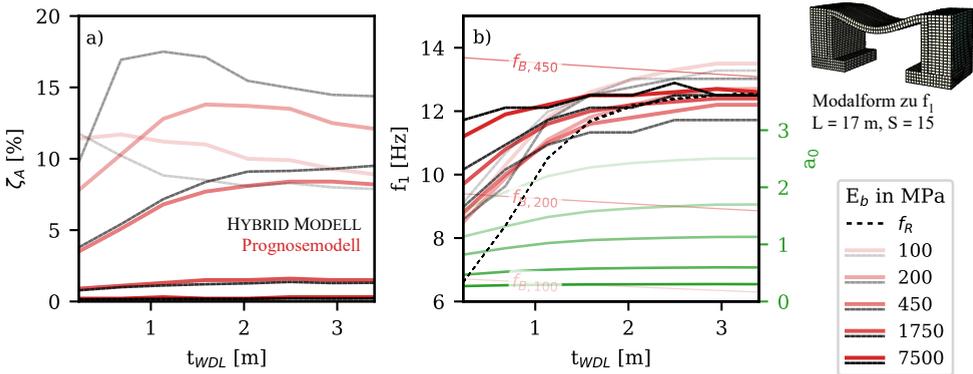
Durch den Vergleich der Ergebnisse in Abbildung 6.2 b fällt auf, dass die Eigenfrequenzen  $f_1$  der kurzen Spannweiten eine leichte Versteifung gegenüber der analytischen Eigenfrequenz  $f_R$  aufweisen. Die Abweichung nimmt mit zunehmender Spannweite ab und resultiert aus der versteifenden Wirkung der Hinterfüllung, die bei den kurzen Brücken aufgrund der hier angenommenen Geometrien ausgeprägt ist (vgl. Kap. 5.3). Trotz Überschreitung der Anwendungsgrenze ergeben sich erwartungsgemäß gute Übereinstimmungen bezüglich der Eigenfrequenzen  $f_1$ , da diese von der Struktursteifigkeit dominiert werden (vgl. 5.3), welche im Prognosemodell mit gleicher Genauigkeit wie in der HYBRID METHODE abgebildet wird.

Die Dämpfung zeigt in Abhängigkeit der Anwendungsgrenze deutliche Abweichungen zwischen dem Prognosemodell und der HYBRID METHODE (Abb. 6.2a). Zur genaueren Betrachtung werden die Ergebnisse des Prognosemodells und ihre charakteristische dimensionslose Frequenz  $a_0$  über eine Variation der Widerlagerbreite bei konstanter Spannweite betrachtet



**Abbildung 6.2:** Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik am Rahmen unter Verwendung der HYBRID METHODE und des Prognosemodells bei Variation der Spannweite: a) Dämpfung, b) Eigenfrequenz

(Abb. 6.3). Hierbei wird deutlich, dass mit zunehmender dimensionsloser Frequenz ( $a_0 > 1$ ), die prognostizierte Dämpfung steigende Diskrepanzen zur HYBRID METHODE aufweist.



**Abbildung 6.3:** Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik am Rahmen unter Verwendung der HYBRID METHODE und des Prognosemodells bei Variation der Widerlagerbreite: a) Dämpfung, b) Eigenfrequenz

Durch Umstellen und Einsetzen der Gleichung 5.29 in 2.56 lässt sich die Frequenz des ersten Gruppeneffekts ( $i = 1$ ) abschätzen. Dadurch lässt sich der Punkt zunehmender Abweichungen aufgrund der SBSI approximieren. Für einen weichen Boden ( $E_b = 100$  MPa) und einen Rahmen der Spannweite  $L = 9$  m berechnet sich eine steigende Abweichung der prognostizierten Dämpfung ab ca. 15,5 Hz. Für die Spannweite  $L = 17$  m ergeben sich erste Abweichungen ab ca. 6 Hz. Die Anwendungsgrenze  $a_{0,G}$  (Gl. 6.1) bildet eine konservative Kombination

aus Gleichung 5.29 und der oben beschriebenen Überschreitungen ab ca.  $a_0 > 1$ . In den Abbildungen 6.2 und 6.3 sind beide Effekte abgebildet und die Abweichungen können deutlich beobachtet werden.

Unter Einhaltung der Anwendungsgrenze kann eine gute Übereinstimmung des Prognosemodells mit den Ergebnissen der HYBRID METHODE festgestellt werden.

## 6.2 In-situ-Messungen

Zur weiteren Validierung des Prognosemodells werden Messungen an bestehenden Eisenbahnbrücken durchgeführt. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Erfassung der dynamischen Charakteristik und der Modalformen gelegt.

Bei der Betrachtung und Bewertung von Brückenmessungen im Feld ist zu berücksichtigen, dass im Gegensatz zu den vorangegangenen Parameterstudien reale Bebauungssituationen, Bodenschichten mit Störeinflüssen und die gesamte Materialdämpfung aller Umgebungsvariablen vorliegen. Dementsprechend wurde bei der Auswahl der zu untersuchenden Rahmenbrücken versucht, Störeinflüsse so weit wie möglich zu vermeiden. Dies beinhaltet die Minimierung der Randbebauung und die Vermeidung von Verkehr auf parallel verlaufenden Straßen. Aufgrund der Relevanz des dynamischen Nachweises bei Geschwindigkeiten über 200 km/h wurden nur Brücken entlang von Hochgeschwindigkeitsstrecken berücksichtigt. Hochgeschwindigkeitsstrecken verlaufen in der Regel entlang von Verkehrskorridoren mit parallel verlaufenden Bundesautobahnen, wodurch häufig eine Randbebauung im Abstand von ca. 25 - 50 m und eine kontinuierliche Verkehrserschütterung im Bereich von 5 - 15 Hz als externe, quasi-ambivalente Anregung vorhanden ist. Die endgültige Auswahl der Rahmenbrücken spiegelt einen Kompromiss zwischen Anforderungsprofil, Angebot und Kosten wider.

Zur Auswahl kommen vier Halbrahmenbrücken (Tabelle 6.2) entlang der Schnellfahrstrecke Nürnberg - München mit parallel verlaufender Bundesautobahn (BAB A9). Die Schwin-

**Tabelle 6.2:** Übersicht der untersuchten Rahmenbrücken

Brücke ID	L [m]	d [m]	$t_{WDL}$ [m]	$A_B$ [m <sup>2</sup> ]	Bauart Beschreibung
12842	17	1	1	84	Fertigteile mit Ortbeton
12836	17	1	1	84	Fertigteile mit Ortbeton
12829	9,5	0,6	0,8	75	Ortbeton
13871	9,5	0,6	0,8	64	Ortbeton

gungsmessungen fanden im Zeitraum vom 24.10. bis 28.10.2022 südöstlich von Nürnberg statt. Jede Brücke wird von der DB Netz AG mit einer individuellen Brücken-ID gekennzeichnet. Die Brücken paaren sich jeweils in ihrer Geometrie und unterscheiden sich im Wesentlichen durch das Schichtprofil, die vorhandene Randbebauung und eine leichte Varianz der

Kreuzungswinkel. Eine Übersicht der untersuchten Brücken ist im Anhang, Abbildung 8.2 dargestellt.

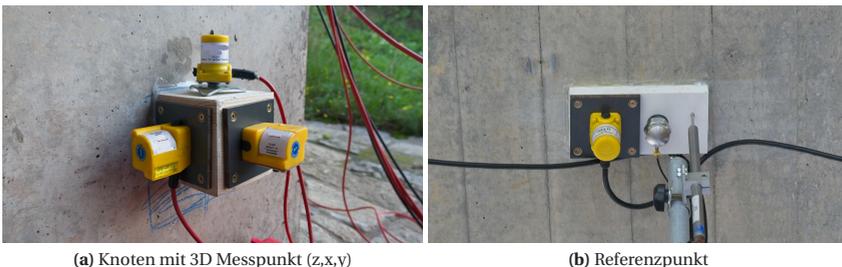
## 6.2.1 Konzept und Methodik

Als Randbedingung galt es, während der Messungen einen störungsfreien Betrieb der Eisenbahnstrecke zu gewährleisten. Um dieser Anforderung gerecht zu werden, wurde die gesamte Sensorik an der Brückenunterseite angebracht. Da aufgrund der Randbedingungen weder von der Ober- noch von der Unterseite ein großer Anbau möglich war (nur Fahrbahneinengung zulässig), wurde auf eine Bauwerksanregung mithilfe von künstlicher gerätetechnischer Anregung verzichtet.

Zur Auswertung der Eigenfrequenzen werden im folgenden die Zeitverläufe der Systemantwort aus ambienter Anregung herangezogen und mit Hilfe gemittelter Spektren in PYTHON [53] ausgewertet. Die Darstellung der Eigenformen erfolgt über die Operational-Modal-Analysis (OMA) innerhalb der Software ARTEMIS [52]. Die Auswertung der Dämpfung erfolgt auf der Grundlage von integrierten Ausschwingkurven (Umhüllende) durch Impulsanregung sowie durch Zugüberfahrten. Vergleichend werden die Ergebnisse der Stochastic-Subspace-Identification (SSI) aus ARTEMIS [51, 52] herangezogen. Weitere Einzelheiten und eine Einführung in die Signalanalyse sind in Kapitel 2.2 gegeben.

### Konzept

Das Messkonzept umfasst 22 Geophone (vgl. Abb. 6.4, Abb. 6.5) zur eindeutigen Identifikation der ersten drei Eigenformen (Biege- und Torsionsmoden) sowie der Starrkörpermoden und Widerlagerbewegungen. Ergänzend werden an einem Referenzpunkt die Verschiebung,



**Abbildung 6.4:** Exemplarische Darstellung der Messpunkte: a) MP7, b) MP15

Schwinggeschwindigkeit und die Beschleunigung direkt und parallel ausgewertet (Abb. 6.5,

Abb. 6.4b). Je nach Straßensituation wurde der Referenzpunkt im Bereich der Plattenmitte gewählt. Da alle vier Brücken eine ähnliche Struktur und Aufbau aufweisen, wurden alle Messungen mit dem gleichen Messlayout durchgeführt. Aus der folgenden Skizze in Abbildung 6.5 ist die prinzipielle Anordnung, nach der die Brückenbauwerke mit ihrer Sensorik bestückt wurden sowie die Richtung der Messpunkte im Einzelfall ersichtlich.

Folgende Messungen wurden durchgeführt:

1. Schwingungsmessung der Brücke bei ambienter Anregung;
2. Schwingungsmessung der Brücke bei Anregung mit einem Impulshammer;
3. Schwingungsmessung der Brücke während der Überfahrt von Zügen;
4. Messung der dynamischen Bodenparameter mittels der MASW-Methode.

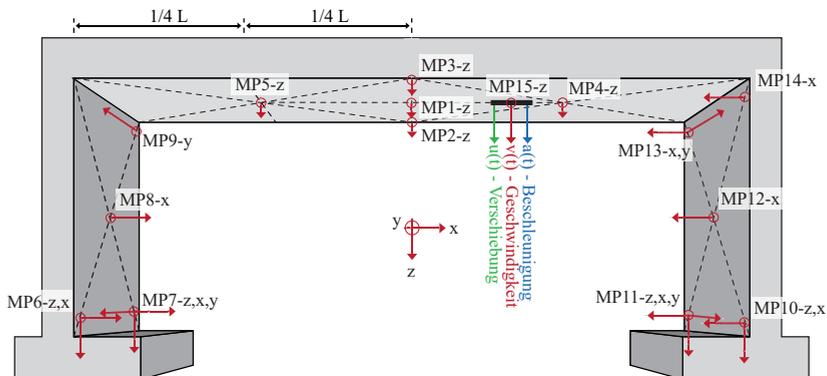
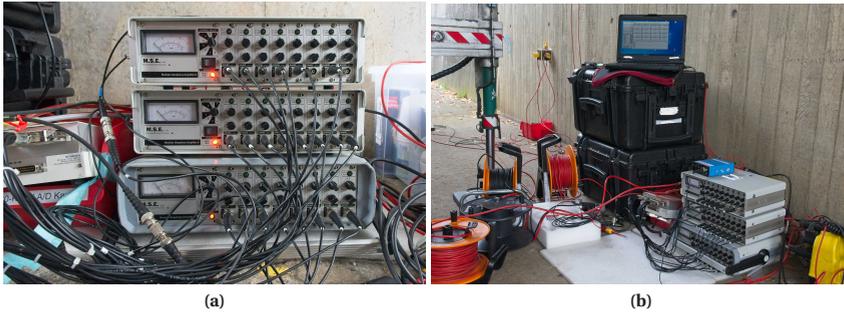


Abbildung 6.5: Rahmenskizze mit Messpunkten

### Verwendetes Messequipment

Für jede Brückenmessung wurde das gleiche Messequipment verwendet (siehe Tab. 6.3). Die Schwinggeschwindigkeitsaufnehmer (Geophone) erzeugen eine zur Schwinggeschwindigkeit proportionale Spannung [42]. Dieses analoge Signal wird in einem Messverstärker verstärkt, im Computer über eine AD-Wandlerkarte digitalisiert und in der Messsoftware weiterverarbeitet (vgl. Abb. 6.6).



**Abbildung 6.6:** Beispielhafte Darstellung der Signaldigitalisierung vom Verstärker bis zur Software: a) AD-Wandler und Verstärker im Detail, b) Übersicht

**Tabelle 6.3:** Übersicht Messequipment

Messequipment	Beschreibung
Geschwindigkeitssensoren	Geophone 1 Hz - 315 Hz gemäß DIN 45669 Sensornummer gemäß den Tabellen im Anhang
Messverstärker	Kanal 1-8: MSE, 8 Kanal, SN: 20011101 (V2)
Geophone	Kanal 9-16: MSE, 8 Kanal, SN: 20011104 (V14) Kanal 17-24: MSE, 8 Kanal, SN: 20011103 (V12) Tiefpassfilter (Antialiasing): 315 Hz
Impulshammer	PCB type 86D20, SN: 43694 (S55), m=1,7 kg, 0,24V/g
Messverstärker	MMF 1Kanal, SN: 190865 (V47)
Impulshammer	Tiefpassfilter (Antialiasing): 1000 Hz
Messverstärker Wegaufnehmer	TF Verstärker 2 Kanal; SN: 923029 (V17)
Beschleunigungssensor	DJB A/1600 V 036 (A7)
Messverstärker	MMF 1Kanal; SN: 00 40 03M68D1 (V10)
Beschleunigungssensor	Tiefpassfilter (Antialiasing): 1000 Hz
A/D Wandlerkarte	Schwingungsmessungen: NI USB-6210, 16Bit
Messrechner	Panasonic FZ-55, SN:0ATCA07808
Kalibrierung der Messkette	03/2022 (Geophone, Verstärker)

**Tabelle 6.3:** Übersicht Messequipment

Messequipment	Beschreibung
Messsoftware	MARS Version 7.1.10

### Messunsicherheiten

Die verwendeten Messinstrumente zur Schwingungsmessung entsprechen den festgelegten Anforderungen für Schwingungsmesser gemäß der Norm DIN 45669-1 [161]. Die Einhaltung der spezifischen Anforderungen gemäß DIN 45669-1 ermöglicht es, Messabweichungen auf ein Minimum zu reduzieren. Die Funktion der gesamten Messkette wird durch Kalibrierungen sichergestellt. Dadurch kann die geforderte relative Fehlergrenze von unter 10 % in der Bandbreite von 1,25 Hz - 252 Hz eingehalten werden.

## 6.2.2 Beschreibung und Auswertung

Die Beschreibung und Auswertung der Brückenmessungen erfolgt exemplarisch am Beispiel der Brücke ID12842. Die Ergebnisse der übrigen Messungen sind im Anhang 8.2.2ff. aufgeführt.

### Beschreibung

Der Halbrahmen (ID12842, lichte Spannweite:  $L = 17$  m, Aktivierungsjahr: 2003) ist über ein Flachfundament (halbseitig mit Brunnelementen verstärkt) auf Sandstein, respektive Tonstein (mit Vertikaldrain) gegründet.

**Abbildung 6.7:** Übersichtsfoto der Rahmenbrücke ID12842

Die Überbaukonstruktion besteht aus fünf Fertigteilen (Abb. 6.8b), die mit 40 cm Ortbeton und den Widerlagerwänden zu einem monolithischen Rahmen vergossen sind. Die Widerlagerwände weisen eine Stärke von 1 m auf. Die Flügelwände schließen mit einem Öffnungswinkel von ca. 45° direkt an die Widerlagerwände an. Fahrbahntrasse und Straße kreuzen sich mit 100 gon. Über dem Ortbeton folgen zunächst zwei Lagen Bitumen-Dichtungsbahnen und eine bewehrte, ca. 12,4 cm starke Schutzschicht. Auf der Schutzschicht folgt die Feste Fahrbahn, gelagert auf einer 5 cm dicken Hartschaumplatte.

Mit Hilfe der MASW-Methode kann die in den Plänen dargestellte Gründungssituation gut mit den gemessenen Scherwellengeschwindigkeiten kombiniert werden (Abb. 6.8 c-d). Die Ausbreitungsmessung der MASW-Methode wurde in einem Abstand von ca. 25 m entlang der unterführten Bundesstraße durchgeführt. Auf Höhe der Gründung zeigt das ermittelte Bodenprofil eine Scherwellengeschwindigkeit von  $V_S \approx 358$  m/s [162]. Die Hinterfüllung schließt an den zementverfestigten Keil an. Der Keil wird als „verkitteter Schotter“ mit  $V_{S,K} \approx 1000$  m/s approximiert (vgl. [38]). Daran anstehend folgt die Hinterfüllung mit grobkörnigen Böden, verdichtet in Lagen zu 30 cm. Für den anstehenden Boden wird eine Scherwellengeschwindigkeit von  $V_{S,H} \approx 300$  m/s abgeschätzt.

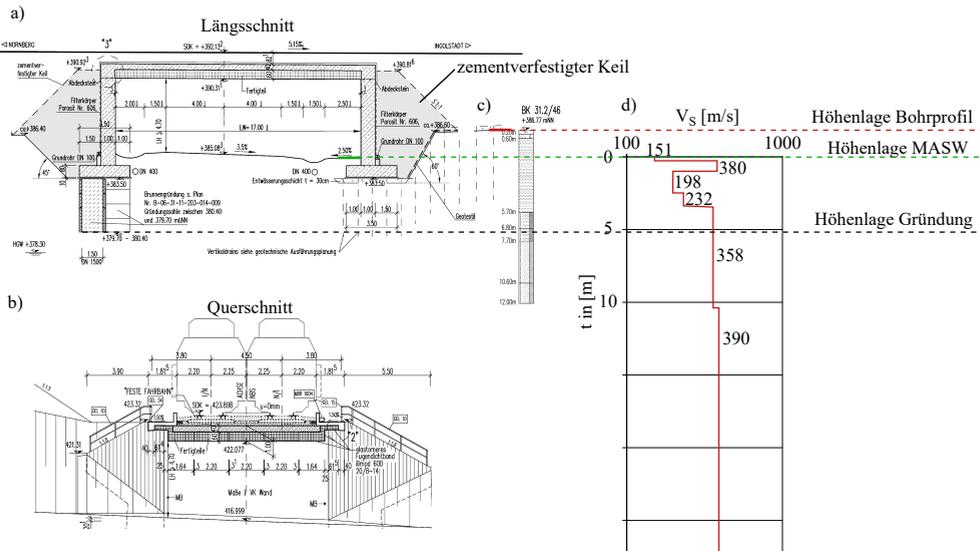


Abbildung 6.8: a) Längsschnitt der Brücke, b) Querschnitt der Brücke, c) Bohrprofil, d) Scherwellenprofil [DB Netz AG]

Die Baustoffkennwerte sind entsprechend den Planungsunterlagen in Tabelle 6.4 zusammengefasst.

**Tabelle 6.4:** Baustoffkennwerte

Bauteil	Beton	E-Modul nach [163]
Kappen	B 25	30000 MPa
Decke	B 35 WU	34000 MPa
Fertigteile	B 45	37000 MPa
Rahmenwand	B 35 WU	34000 MPa
Flügel	B 35 WU	34000 MPa
Schutzbeton	B 35	34000 MPa

### Identifikation der ersten Eigenfrequenz

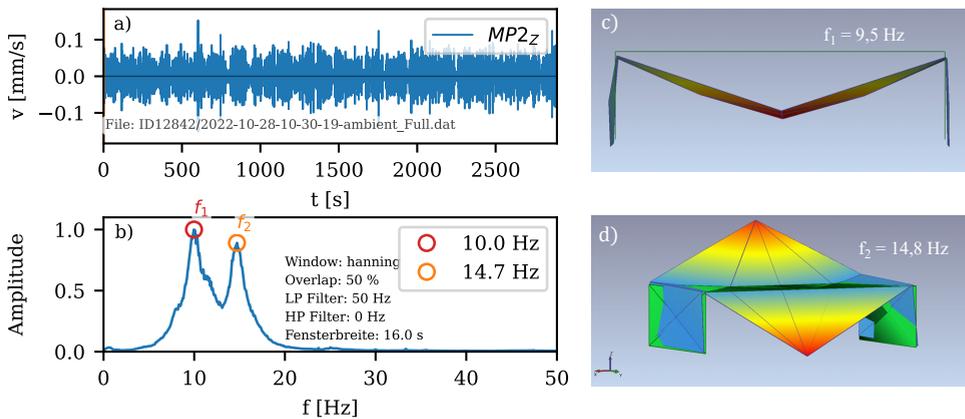
Die Bestimmung der Eigenfrequenz erfolgt über *Peak-Picking* im Frequenzbereich. Maßgebend für die Biege- und Torsionsmoden sind die Frequenzspektren von MP1 und MP2. Die Ergebnisse der gemittelten ambienten Spektren (Zugüberfahrten bleiben unberücksichtigt) sind in Abbildung 6.9a, b dargestellt. Die identifizierten Eigenfrequenzen ergeben sich wie folgt:

$$f_1 = 10,0 \text{ Hz (1. Biegemode)}$$

$$f_2 = 14,7 \text{ Hz (1. Torsionsmode)}$$

Zum besseren visuellen Verständnis zeigen die Abbildungen 6.9c, d die Visualisierung der mit der Software ARTEMIS berechneten äquivalenten Modalformen. Zum Vergleich werden die Ergebnisse der OMA aus ARTEMIS betrachtet. Der dort verwendete Algorithmus identifiziert die erste Biegeeigenfrequenz  $f_1$  je nach Methode uneindeutig zwischen 9,5 Hz (stabiler Mode in SSI) bzw. 9,9 Hz in der spektralen Darstellung. Zusätzlich kann je nach Wahl der Messpunkte der zweite Torsionsmode bei ca. 25 Hz identifiziert werden (vgl. Anhang 8.2.2). Der zweite Biegemode wird durch ARTEMIS bei ca. 28 Hz ermittelt.

Aufgrund der Charakteristik gemittelter Spektren bei der Auswertung des ambienten Zeitsignals werden nahe beieinander liegende Peaks nur verschmiert dargestellt. Die Uneindeutigkeit der ersten Biegeeigenfrequenz ( $9,5 < f_1 < 10,1$  Hz) kann dennoch im Frequenzspektrum dargestellt werden (z. B. Abb. 6.10 c). Dabei wird auf eine umfassende Mittelung des Spektrums verzichtet und es werden nur kurze Zeitverläufe betrachtet. Noch deutlicher wird die



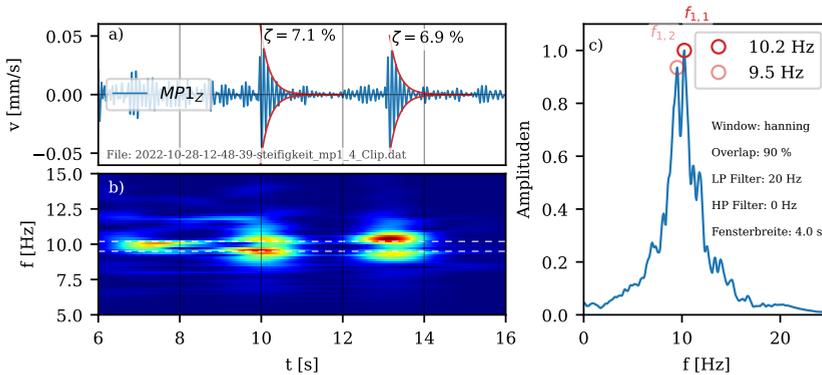
**Abbildung 6.9:** a) Zeitverlauf der Schwinggeschwindigkeit durch ambiente Anregung und b) gemitteltes Spektrum, c) 1. Modalform in ARTEMIS, d) 2. Modalform in ARTEMIS

Ambivalenz in der CWT (Abb. 6.10 b). Weitere Darstellungen und Hintergründe zur Berechnung der Eigenfrequenzen finden sich im Anhang 8.2.

Zusammenfassend kann gezeigt werden, dass in diesem Fall die erste Biegeeigenfrequenz nicht eindeutig einer einzelnen Frequenz zugeordnet werden kann, sondern der Ursprung der Anregung eine Rolle zu spielen scheint. Erfolgt die Lasteinleitung durch den Überbau (Zugüberfahrt, Impulsanregung), ergibt sich vor allem eine struktursteifigkeitsdominierte Mode bei  $\sim 9,5$  Hz. Erfolgt die Lasteinleitung durch den gekoppelten Unterbau (ambient), spielen die massiven Widerlager eine dominierende Rolle (leichte Gegenphase der WDL-Ingolstadt in OMA) und es kann zu einer phasenbedingten Versteifung der Gesamtstruktur kommen ( $\sim 10$  Hz). Die versteifende Wirkung gegenphasig schwingender WDL wird in [24] weiter ausgeführt.

### Identifikation der modalen Dämpfung

Die Auswertung der modalen Dämpfung erfolgt über die Umhüllung (Integrierte) der Ausschwingkurve. Wie im Kapitel 2.4 gezeigt, führt der Energieeintrag durch Impulsanregung (Hammerschlag) zu vergleichbaren dissipativen Mechanismen wie bei Anregungen höherer Energieniveaus (Zugüberfahrt). Grundlage für die Auswertung dieser kleinen Amplituden ist ein ungestörtes Umfeld (z. B. Kontrolle mit CWT) und eine optimierte Messkette. In Abbildung 6.10 ist die Auswertung der Umhüllende anhand von zwei weichen Impulsen und die Auswertung im Frequenzbereich sowie die zugehörige CWT dargestellt. Aufgrund der leichten Varianz und der Umgebungseinflüsse, wird die Dämpfung als Mittelwert über insgesamt



**Abbildung 6.10:** a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $v_z$ ) durch Impulsanregung, b) Darstellung im Frequenzbereich und c) Spektraldiagramm durch CWT

drei Anregungen bestimmt (siehe Anhang 8.2.2). Unter Berücksichtigung eines ruhigen Umfeldes berechnet sich die gemittelte Dämpfung zu  $\zeta \approx 6,7\%$ . Zum Vergleich wird die Dämpfung nach dem SSI-Algorithmus in ARTEMIS betrachtet:  $\zeta_{SSI} = 6.3\%$ . Weitere Darstellungen zur Berechnung der Dämpfung befinden sich im Anhang 8.2.

Eine Übersicht der ermittelten Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade ist in Tabelle 6.5 dargestellt:

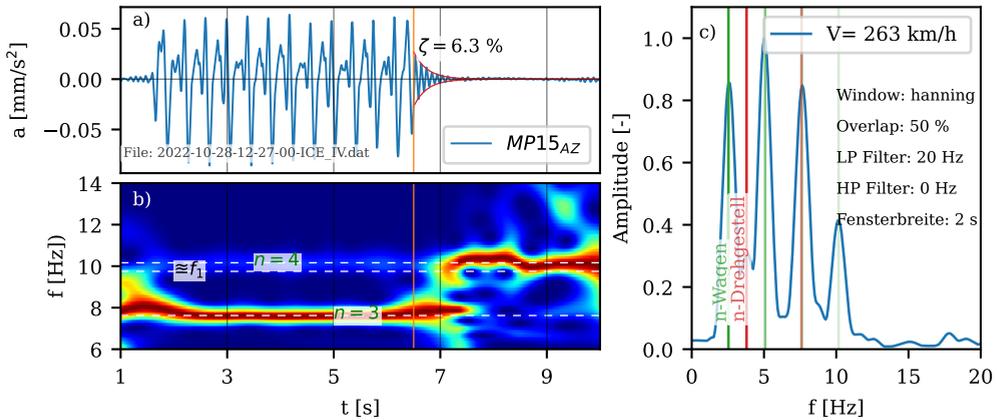
**Tabelle 6.5:** Modale Charakteristik der Rahmenbrücke ID12842

Mode	Methode	$f$ [Hz]	$\zeta$ [%]
1	FFT, Ausschwingen	9,5 - 10,1	6,7
	OMA - SSI	9,5	6,3
2	FFT, Ausschwingen	14,7	ohne
	OMA - SSI	14,8	Auswertung

### Dynamische Charakteristik im Kontext von Zugüberfahrten

Bei der Identifikation modaler Parameter im Kontext von Zugüberfahrten können aufgrund der  $n$ -fachen Anregung der jeweiligen Zug-Last-Kombination Frequenzüberlagerungen die Auswertung erschweren. Beispielhaft sei hier die Zugüberfahrt eines ICE 4 ( $V = 263$  km/h) in Abbildung 6.11 dargestellt.

Die  $n$ -fache dominierende Erregerfrequenz  $f_n$  ergibt sich aus Gleichung 6.17:



**Abbildung 6.11:** a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $a_z$ ) durch Zugüberfahrt, b) Darstellung im Frequenzbereich und c) Spektraldiagramm durch CWT

$$f_n = \frac{V_{\text{Zug}}}{3,6 S} \cdot n \quad (6.17)$$

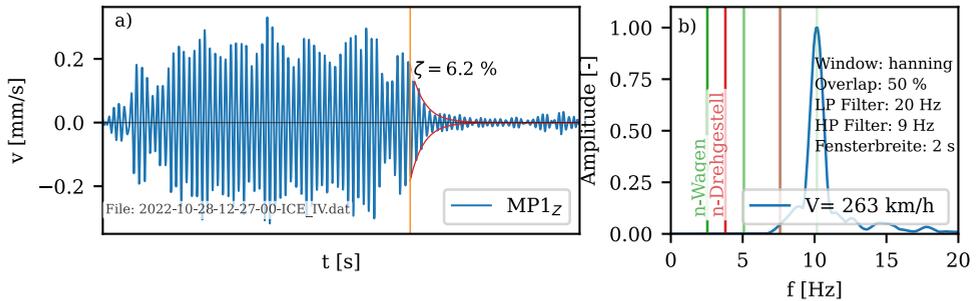
mit:

$$S: \text{Wagen-, oder Drehgestellabstand [m]} \quad (6.18)$$

$$V_{\text{Zug}}: \text{in [m/s]}$$

Es wird deutlich, dass das vier-fache der Wagenreihung zu einem Peak bei  $f = 10,1$  Hz in der Nähe der ersten Biegeeigenfrequenz führt. In diesem Fall führt das 4-fache der Überfahrt zu einer quasi harmonischen Anregung der Brücke im Resonanzbereich und damit zu einer optimalen Auswertung der Ausschwingkurve. Die Auswertung erfolgt anhand der Beschleunigungen, da diese bei niedrigen Frequenzen keine quasi-statischen Anteile enthalten. Zeitverläufe der Schwinggeschwindigkeit können prinzipiell auch ausgewertet werden, müssen aber intensiv gefiltert werden (vgl. Abb. 6.12).

In Abbildung 6.11b lässt sich aus der CWT Darstellung, normiert auf das jeweilige Maximum je Zeitschritt, die Veränderung der dominierenden Frequenzen im Bereich des Ausschwingvorgangs gut erkennen. Zunächst dominieren die  $n$ -fachen Erregungsfrequenzen auf Basis der Wagenlängen bis zu  $n \leq 3$  bei  $t \leq 6,5$  s. Daran anschließend wird deutlich, wie die Schwingungscharakteristik von den dominierenden Erregerfrequenzen um  $n \leq 3$  zur Systemeigenfrequenz  $f_1$  transferiert.



**Abbildung 6.12:** a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $v_z$ ) durch Zugüberfahrt, b) Darstellung im Frequenzbereich

Wird die modale Dämpfung auf Grundlage von Zugüberfahrten bestimmt, muss dementsprechend auf die korrekte Bezugsfrequenz geachtet werden. Im vorliegenden Fall liegt das Vielfache der Zugerregungen im Bereich der Eigenfrequenz und damit ergibt sich die modale Dämpfung zu  $\zeta_{Zug} = 6,3 - 7\% \approx \zeta_{Impuls}$ .

### Dynamische Charakteristik der untersuchten Eisenbahnrahmenbrücken

Die folgende Tabelle 6.6 gibt einen Überblick über die Ergebnisse der gesamten Messreihe. Berücksichtigt sind die Ergebnisse aus dem Anhang 8.2 sowie der OMA Auswertung aus ARTEMIS (hier nicht weiter dargestellt):

**Tabelle 6.6:** Dynamische Charakteristik der untersuchten Eisenbahnrahmenbrücken

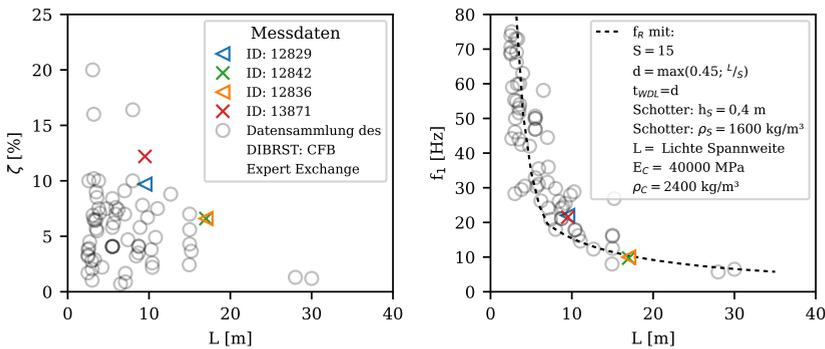
Brücke ID	L [m]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$\zeta_1$ [%]	$V_s$ [m/s]	$a_0$
		Ambient/Last/OMA	Ambient	Impuls/Zug/OMA		
12842	17	10,1 / 9,5 / 9,5	14,7	6,7 / 6,7 / 6,3	358	$0,90 < a_{0,G}$
12836	17	10,1 / 10,1 / 10,1	14,9	5,9 / 7,0 / 6,1	485	$0,66 < a_{0,G}$
12829	9,5	21,8 / 22,5 / 21,8	25,7	10,9 / 9,4 / 9,6	246	$2,85 > a_{0,G}$
13871	9,5	21,3 / 21,3 / <sup>-1</sup>	25,6	11 / 10,5 / <sup>-1</sup>	600	$1,08 > a_{0,G}$

<sup>1</sup> OMA nicht möglich

Es ist bekannt, dass sich die Eigenfrequenzen baugleicher Objekte mit einer gewissen Streuung voneinander unterscheiden [164], insbesondere im hochfrequenten Bereich. In diesem Beitrag geht es um Bauwerke, die durch ein hohes Maß an BBI gekennzeichnet sind. Trotz

unterschiedlicher Bodensteifigkeiten ähneln sich die Eigenfrequenzen der ansonsten strukturell baugleichen Brückenpaare enorm. Dies unterstreicht die Dominanz der Struktursteifigkeit gegenüber der SBSI als externe Einflussgröße auf die Eigenfrequenz bei Rahmenbrücken.

Zur Einordnung der Ergebnisse werden die Charakteristika der untersuchten Rahmenbrücken mit der Datensammlung des „*Railway bridge dynamics DIBRST: concrete frame bridges - Expert Exchange*“ in Abbildung 6.13 verglichen [30]. Die gemessenen Parameter fügen sich gut in die Datensammlung ein.



**Abbildung 6.13:** Modale Charakteristik der untersuchten Rahmenbrücken im Vergleich zur Datensammlung des DIBRST [30]

Der Vergleich der Messwerte mit der analytischen Rahmeneigenfrequenz  $f_R$  unterstreicht erneut, dass die erste Biegeeigenfrequenz maßgeblich durch die Tragwerkssteifigkeit bestimmt wird. Der allgemeine Konsens der Eigenfrequenz ergibt sich aus der Steifigkeit des Tragwerks, die in direktem Zusammenhang mit der Schlankheit des Überbaus steht. Die Schlankheit ist wiederum normativ durch das Durchbiegungskriterium und die Plattendicke begrenzt [4]. Die tendenziell höhere Eigenfrequenz realer Rahmenbrücken beruht auf der in der Rahmenformel nicht berücksichtigten aussteifenden Wirkung der Hinterfüllung sowie der Flügelwände.

Darüber hinaus ist eine große Streuung der modalen Dämpfung zu beobachten, die aufgrund der unterschiedlichen Mechanismen zur Aktivierung der vollen Baugrunddämpfung zu erwarten ist (vgl. Kap. 5). Die Streuung scheint bei kurzen Brücken ausgeprägter zu sein, was angesichts des tendenziell stärkeren Gruppeneffekts bei kurzen Spannweiten und der Frequenzabhängigkeit der Impedanzfunktionen plausibel erscheint. Eine allgemeingültige

Regel für große Spannweiten kann jedoch aufgrund der geringen Datenmenge nicht abgeleitet werden.

## 6.3 Gegenüberstellung von Prognose und In-situ-Messung

Im Folgenden werden die Ergebnisse der untersuchten Rahmenbrücken mit dem in Kapitel 6.1 vorgestellten Prognosemodell verglichen. Dazu wird das Prognosemodell am Beispiel der Brücke ID12842 aufgebaut und die dynamische Charakteristik ermittelt.

Aus den Planunterlagen ergibt sich ein Steifemodul von  $E_s = 80 - 140 \text{ MN/m}^2$ . Als erste Näherung wird der statische Bettungsmodul  $k_s$  überschlägig berechnet [165]. Der Formfaktor  $\iota$  ergibt sich über die Abhängigkeit des Längen-/Breitenverhältnisses ( $L/B$ ) des Fundaments. Im vorliegenden Fall ergibt sich für den oberen Wert des Steifemoduls die statische Bettung zu:  $k_s = 18,2 \text{ MN/m}^3$ .

$$k_s \approx \frac{E_s}{\iota b} \quad (6.19)$$

$$k_s \approx \frac{140 \text{ MPa}}{1,4 \cdot 5,5 \text{ m}} = 18,2 \text{ MN/m}^3$$

mit:

$$l = b_T = 15,34 \text{ m} \quad ; \quad b = b_F = 5,5 \text{ m} \quad ; \quad \iota(l, b) = 1,4 \text{ nach [165]}$$

Die Berechnung der frequenzunabhängigen dynamischen Bettung unter Vernachlässigung der *Trench*- und *Wall*-Effekte (Gl. 5.13 ff., Abb. 6.1) ergibt eine Ersatzfedersteifigkeit von:

$$K_{0,z,emb} = \frac{2 G a}{1 - \nu} \left( 0,73 + 1,54 \left( \frac{b}{a} \right)^{0,75} \right) \cdot I_{Trench,1-2} \cdot I_{Wall,1-2} = 8108,8 \text{ MN/m}$$

mit:

$$I_{Trench,1-2} = I_{Wall,1-2} = 1$$

$$a = b_T/2 = 7,67 \text{ m}, \quad b = b_F/2 = 2,75 \text{ m}, \quad D_1 = 1,43 \text{ m},$$

$$D_2 = 6,5 \text{ m}, \quad A_B = 84,37 \text{ m}^2, \quad G = 256,3 \text{ MPa},$$

$$\rho_B = 2000 \text{ kg/m}^3, \quad V_S \approx 358 \text{ m/s (aus MASW)}, \quad \nu = 0,3 \text{ (gängige Annahme)}$$

Unter Berücksichtigung der Fundamentfläche  $A_B$  ergibt sich eine Bettung von  $96,11 \text{ MN/m}^3$ , was ungefähr dem 5,3-fachen des statischen Ansatzes entspricht. Die Dichte und die Scherwellengeschwindigkeit sind den Untersuchungen der MASW-Methode [162] entnommen. Bei zusätzlicher Berücksichtigung der seitlichen Bettungseffekte unter Annahme einer homogenen Scherwellengeschwindigkeit von  $V_S = 358 \text{ m/s}$  errechnet sich die vertikale Ersatzfedersteifigkeit über  $I_{Trench,1-2}$  und  $I_{Wall,1-2}$  zu  $K_{0,z,emb} = 12585,9 \text{ MN/m}$ .

$$I_{Trench,1-2} = 1,0 + \frac{1}{21} \frac{1,43 + 6,5}{2,75} \left( 1 + \frac{4}{3} \cdot \frac{2,75}{7,67} \right) = 1,2$$

$$I_{Wall,1-2} = 1 + 0,19 \left( \frac{(1,43 + 6,5) \cdot 15,34}{5,5 \cdot 13,34} \right)^{2/3} = 1,29$$

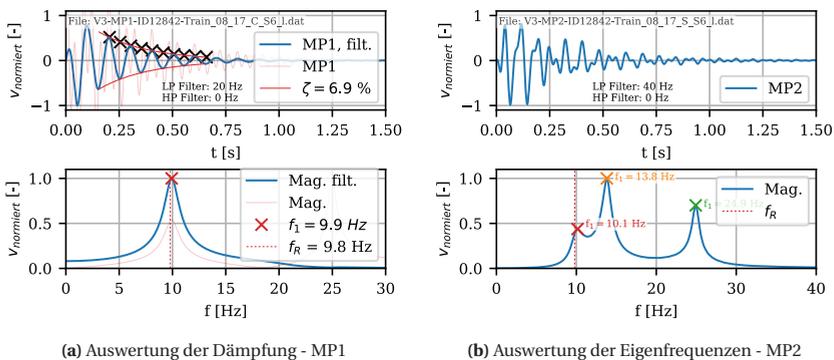
Die zeitabhängigen Materialeigenschaften des Betons werden auf die Alterung und die damit verbundene Erhöhung des E-Moduls reduziert. Mit den Ansätzen nach Gleichung 4.6 [117] ergibt sich für ein Betonalter von  $>19$  Jahren (Aktivierungsjahr: 2003) eine Versteifung von etwa  $\beta_E(t) = 19,5\%$  (vgl. Kap. 4.1). Ähnliche Erhöhungen des E-Moduls finden sich auch in der Literatur, werden hier aber häufig auf die *dynamische* Steifigkeit und nicht auf die Betonalterung zurückgeführt. Die Grenzwertbetrachtung aus Kapitel 4.1 zeigt jedoch, dass die möglichen versteifenden Effekte im Rahmen der gebrauchstauglichen Dynamik nur zu geringfügigen Steifigkeitsänderungen führen und daher gegenüber der Betonalterung von untergeordneter Bedeutung sind. Die Tabelle 6.7 enthält eine Übersicht der für die Modellierung verwendeten Materialeigenschaften.

**Tabelle 6.7:** Übersicht der im Prognosemodell verwendeten Materialparameter unter Berücksichtigung der Hinweise

Beschreibung	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	E [N/m <sup>2</sup> ]	$\zeta_M$ [%]	$\nu$	$V_S$ [m/s]	Hinweise
Ortbeton - B35	2400	$4,06 \cdot 10^{10}$	1,5	0,2	-	Alterung
Fertigteile - B45	2400	$4,42 \cdot 10^{10}$	1,5	0,2	-	Alterung
Kappen - B25	2400	$0,72 \cdot 10^{10}$	1,5	0,2	-	Alterung + Reduktion
Schutzbeton - B35	2400	$0,81 \cdot 10^{10}$	1,5	0,2	-	Alterung + Reduktion
verkitteter Schotter	2000	$4,8 \cdot 10^9$		0,2	-	Zementkeil als <i>verkitteter Schotter</i> vgl. [38]
horizontal anstehender Boden	1900	-	4	0,3	300	$D_2$ Höhe ca. 6,5 m <i>Schotter/Kiessand</i> vgl. [38]
vertikal anstehender Boden	2000	-	4	0,3	358	MASW-Methode [162]

Die Brückenstruktur (C3D8-, C3D10-Elemente) und die Hinterfüllung (C3D8-Elemente) sind im Modell direkt miteinander vernetzt. Die auf der Bitumendichtbahn aufbauende und bewehrte Schutzbetonschicht sowie die Kappen werden zu 20% steifigkeitswirksam (Abminderung über den E-Modul) angesetzt. Dabei wird berücksichtigt, dass die Bitumendichtungsbahn viskose Eigenschaften besitzt und die Schutzbetonschicht über den Anschluss an die Kappen einen Beitrag zur Gesamtsteifigkeit des Querschnitts leistet [6]. Eine detaillierte Darstellung des Festen Fahrbahn ist repräsentativ im Anhang, Abbildung 8.8 dargestellt.

Die Berechnung und Auswertung der dynamischen Charakteristik erfolgt entsprechend der Beschreibung des Prognosemodells im Kapitel 6.1.2. Die in Abbildung 6.14 identifizierten Eigenfrequenzen und zugehörigen Modalformen (Abb. 6.15) sowie die Dämpfung der ersten Eigenform zeigen eine gute Übereinstimmung mit den messtechnisch ermittelten Werten der in-situ Messung (vgl. Tab. 6.8).



**Abbildung 6.14:** Auswertung der dynamischen Charakteristik am Prognosemodell

**Tabelle 6.8:** Vergleich der numerischen und in-situ Messergebnisse bezüglich der dynamischen Charakteristik für die Rahmenbrücke ID12842

	$f_1$ [Hz] / $\zeta$ [%]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_4$ [Hz]
Prognose	9,9 / 6,9	13,8	25	28,3
In-situ	10,1 / 6,7	14,7	25	28
Abweichung [%]	2 / 3	6	0	1

Bei der Auswertung der Diskrepanzen zwischen numerischem Modell und In-situ-Messung sind die Modelldiskrepanzen mit einer Abweichung von  $< 6\%$  gering gegenüber den Werten

der Literatur [13]. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Eigenfrequenzen der ersten Torsions-eigenform die höchste Abweichung erreichen. Bei der visuellen Betrachtung der Eigenformen in Abbildung 6.15 wird deutlich, dass die zweite und dritte Eigenform unterschiedliche Querbiegeanteile aufweisen. Daraus lässt sich ableiten, dass im realen Bauwerk abweichende mitwirkende Steifigkeiten in Querrichtung vorliegen, als im numerischen Modell erfasst sind.

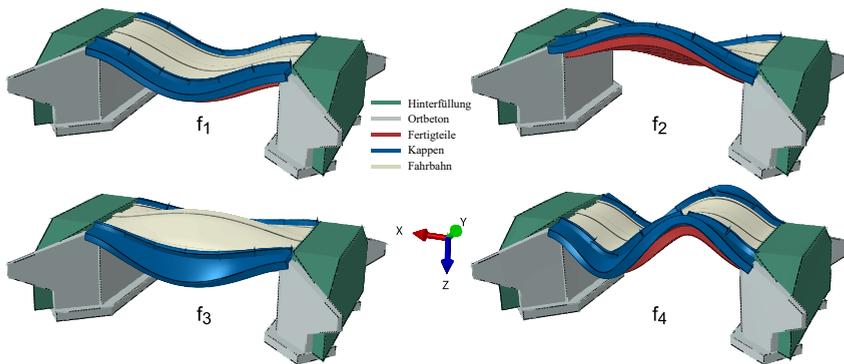
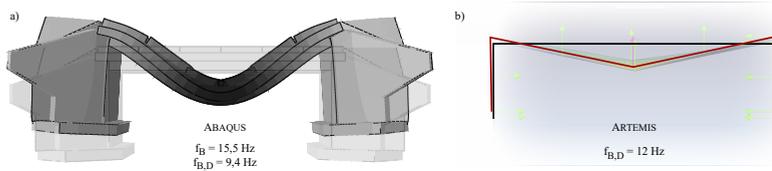


Abbildung 6.15: Numerisch bestimmte Modalformen in ABAQUS

### Starrkörpermoden

Entsprechend Kapitel 5.4 erweist sich der vertikale Starrkörpermode als wichtiger Einflussfaktor für die Aktivierung der geometrischen Dämpfung. Abbildung 6.16 zeigt den am Prognosemodell ermittelten Starrkörpermode im Vergleich zur OMA-Auswertung in ARTEMIS. Für die vereinfachende Überprüfung des Starrkörpermodes wird zunächst die ungedämpfte Eigenfrequenz der Gründung berechnet. Aus den zuvor ermittelten Werten für ein Widerlager  $K_{0,z,emb} = 12585,9 \text{ MN/m}$  ergibt sich unter Berücksichtigung der mitschwingenden Masse (Hinterfüllung +  $1/3$  Überbau =  $1274,5 \text{ t}$ ) die Starrkörperfrequenz zu  $f_B \approx 15,8 \text{ Hz}$ . Mit einer vertikalen Dämpfungskonstante je Widerlager  $C_{0,z,emb} \approx 207,5 \text{ MN}\cdot\text{s/m}$  (Gl. 6.6ff.) ergibt sich die zugehörige gedämpfte ( $D = 82 \%$ ; vgl. Gl.2.20, Gl.2.14) Eigenfrequenz zu  $f_{B,D} \approx 9 \text{ Hz}$ . Dies entspricht einer nahezu optimalen Abstimmung des Rahmens gegenüber seiner Gründung mit  $\mu_{RW} = 10, 1/9 = 1,1$  und erklärt den hohen Dämpfungsgrad der Brücke.

Die OMA-Auswertung von ARTEMIS zeigt darüber hinaus einen weiteren Mode bei ca.  $8,4 \text{ Hz}$ , der allerdings unsymmetrisch ist und vermutlich auf die einseitige Brunnengründung (WDL-Nürnberg) zurückzuführen ist. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich auch in Frequenzbereich



**Abbildung 6.16:** Maßgebender vertikaler Starrkörpermode der Rahmenbrücke 12842 – Vergleich aus a) Numerik in ABAQUS und b) OMA in ARTEMIS

(vgl. Abb. 6.10). Hier ergibt sich ein weiteres Plateau bei ca. 12 Hz, was auf die Lage des Starrkörpermodes bei 12 Hz hindeutet.

Der Vergleich der Handrechnung mit dem Prognosemodell und der OMA aus ARTEMIS macht deutlich, dass die Eigenfrequenzen der Rahmenbrücke durch das Prognosemodell gut abgebildet werden, jedoch leichte Abweichungen im Starrkörpermode, respektive der Dämpfung auftreten können. Diese Beobachtung deckt sich mit den Ergebnissen aus Kapitel 5, da die Eigenfrequenz hauptsächlich durch die Struktursteifigkeit des Rahmens bestimmt wird. Die Zusammenhänge der geometrischen Dämpfung beruhen dagegen unter anderem auf der Starrkörperbewegung und damit direkt auf der Interaktion des Bauwerks mit dem Boden. Gerade hier ist die Kenntnis der Bodensteifigkeiten, deren Ermittlung allerdings mit gewissen Unschärfen verbunden ist [76], von besonderem Interesse. Die besondere Herausforderung für Prognosemodelle liegt daher in der korrekten Vorhersage der Brücken-Boden-Wechselwirkung, die durch die angrenzende Randbebauung und die Abschätzung der Bodensteifigkeiten immer mit Unsicherheiten behaftet ist.

### Gegenüberstellung der In-situ-Messungen mit der Prognose

Im Folgenden werden die Messergebnisse der in-situ-Versuchsreihe den berechneten Ergebnissen der Prognosemodelle gegenübergestellt. Die Daten zu den Messergebnissen sind im Anhang 8.2 einzusehen.

Die Ergebnisse der Prognosemodelle zeigen hinsichtlich der Eigenfrequenzen kaum Diskrepanzen auf. Auffällig ist, dass zwar die erste Eigenform (ID12842 & ID12836) eine sehr gute Übereinstimmung erzielt, die zweite Eigenfrequenz jedoch leicht unterschätzt wird. Nach dem gleichen Muster erreicht ID13871 eine sehr gute Übereinstimmung in der zweiten Eigenform, überschätzt aber die erste. Dies deutet ebenfalls auf uneindeutig erfasste Steifigkeiten in Querrichtung hin, was zum Teil auf die Konstruktion der Festen Fahrbahn zurückzuführen sein kann. Die Ortbetonwanne der Festen Fahrbahn wurde pauschal zu 20 % steifigkeitswirksam angesetzt, aber gerade hier könnten aufgrund der durchlaufenden Bewehrung höhere Steifigkeitsanteile in Querrichtung wirksam sein [6].

**Tabelle 6.9:** Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik der untersuchten Rahmenbrücken

Brücke ID	L [m]	$f_1$ [Hz] numerisch / in-situ	$f_2$ [Hz] numerisch / in-situ	$\zeta_1$ [%] numerisch / in-situ	$a_0$
12842	17	9,9 / 10,1	13,8 / 14,7	6,9 / 6,7	$0,90 < a_{0,G}$
12836	17	10 / 10,1	13,8 / 14,9	4,2 / 5,9	$0,66 < a_{0,G}$
12829	9,5	22,4 / 21,8	24,8 / 25,7	8,5 / 10,9	$2,85 > a_{0,G}$
13871	9,5	23,7 / 21,3	25,5 / 25,6	5,3 / 11	$1,08 > a_{0,G}$

Auch die prognostizierten Dämpfungsgrade weisen bei Einhaltung der Anwendungsgrenzen nur geringe Diskrepanzen auf und liegen in der gleichen Größenordnung wie die gemessenen Werte. Überraschend zeigt die Brücke ID12829 mit  $a_0 = 2,85 > 1$  relativ gute Prognoseergebnisse. Berücksichtigt man jedoch den Verlauf der vorgestellten Impedanzfunktionen für Doppelfundamente (vgl. Abb. 5.22) und die Tatsache, dass diese Funktionen eine deutliche Geometrie-, Relief- und Schichtungsabhängigkeit aufweisen, kann davon ausgegangen werden, dass die quasi-statischen Ansätze für den hier untersuchten Fall doch zielführend sind. Eine Allgemeingültigkeit kann daraus jedoch nicht abgeleitet werden.

Weiterhin zeigt das Prognosemodell eine deutliche Abweichung der Dämpfungsgrade bei der Rahmenbrücke ID13871. Diese Brücke weist im Gegensatz zu den anderen Brücken eine starke Randbebauung auf. Hier befindet sich eine direkt angrenzende Stützmauer (einseitig) im Übergang zwischen Eisenbahnbrücke und Autobahnbrücke (Abstand ca. 15 m). Diese zusätzliche Interaktion wird im Modell nicht berücksichtigt.

## 6.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann gezeigt werden, dass durch die Beachtung von Anwendungsgrenzen ein Großteil der SBSI-Effekte bei der Modellierung der BBI von Rahmenbrücken ausgeschlossen werden kann. Basierend auf diesen Einschränkungen können praxistaugliche Prognosemodelle erstellt werden, bei denen die Modellierung der BBI über frequenzunabhängige Feder-Dämpfer-Ansätze erfolgt.

Die Prognose der Eigenfrequenzen zeigt sich robust gegenüber Überschreitungen der Anwendungsgrenze. Im Zusammenhang mit der Dämpfung erweist sich die vorgeschlagene

Grenze als ein weicher Faktor, dessen Überschreitung teilweise und aufgrund der oszillierenden Impedanzfunktion ebenfalls zu guten Ergebnissen führen kann, aber nicht muss.

Der Vergleich der prognostizierten dynamischen Charakteristik mit den vor Ort gemessenen Werten der vier Halbrahmenbrücken entlang der Schnellfahrstrecke zwischen Nürnberg und München zeigt für den Bereich der Baudynamik eine vergleichsweise gute Übereinstimmung.

Die Steifigkeitswechselwirkungen zwischen Fester Fahrbahn und Brückenüberbau sind im Detail weiter ungeklärt. Hier sollten in Zukunft weitere Untersuchungen durchgeführt werden. Darüber hinaus könnte auf Basis einer breitbandigen geometrischen Untersuchung zur Impedanz von Doppelfundamenten bei kurzen Eisenbahnbrücken das Prognosemodell weiterentwickelt und die Grenzen weiter eingeschränkt werden.



# 7 Zusammenfassung und Ausblick

## 7.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem dynamischen System der Eisenbahnrahmenbrücke in Stahlbetonbauweise. Wie in der einleitenden Motivation dargestellt, zeigen verschiedene Beispiele aus der Praxis Diskrepanzen zwischen den numerischen und den in-situ gemessenen dynamischen Charakteristika von Eisenbahnrahmenbrücken auf. Daraus lässt sich ein Forschungsdefizit auf dem Gebiet der Modellierung kurzer Rahmenbrücken ableiten. Es ist zu klären, welche Faktoren das System maßgeblich beeinflussen und wie mögliche Prognosemodelle für die Bemessung und Nachrechnung von Rahmenbrücken aussehen können. In diesem Sinne werden werkstoffbezogene und geometrische Einflussfaktoren sowie die Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken untersucht.

Da in der Praxis vor allem höhere Eigenfrequenzen bzw. Steifigkeiten an Bestandsbrücken gemessen werden, beschränken sich die Untersuchungen zu den werkstoffbezogenen Faktoren auf mögliche steifigkeitserhöhende Beziehungen für Beton und Schotter.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass die weite Streuung der Dämpfungsgrade in direktem Zusammenhang mit einer präzisen Modellierung der Boden-Bauwerk-Interaktion steht. Dabei ist die Abbildung der Struktur (Masse und Steifigkeit) ebenso entscheidend wie die genaue Erfassung der Gründungssteifigkeit. Darüber hinaus ist kein nennenswerter Einfluss auf die werkstoffbezogenen Steifigkeiten (Beton und Schotter) durch die dynamische Beanspruchung im Betriebszustand festzustellen. Somit erweist sich die Struktursteifigkeit des Tragwerks als dominierender Einflussfaktor für die Eigenfrequenzen.

Das in dieser Arbeit vorgeschlagene Prognosemodell für Eisenbahnrahmenbrücken kann daher unter Berücksichtigung der angegebenen Anwendungsgrenze ( $a_{0,G}$ ) die Modelldiskrepanzen zwischen Numerik und Praxis reduzieren.

Im Folgenden werden die in den Kapiteln 4 - 6 durchgeführten Untersuchungen getrennt zusammengefasst.

### **Schottersteifigkeit**

Basierend auf bodendynamischen Zusammenhängen wird ein Materialansatz für den Schotteroberbau vorgestellt. Der scherdehnungs- und spannungsabhängige Ansatz bestimmt unter definierten Betriebszuständen die Schotter- bzw. Gleissteifigkeit. Bei der Berechnung der Brückeneigenfrequenzen kann folglich die Schottersteifigkeit entweder als *direkte* Modellierung in einer FE-Berechnung oder über äquivalente Ersatzquerschnitte in der analytischen Berechnung berücksichtigt werden. Die Zusammenhänge des vorgestellten Materialansatzes werden in einem Kleinkörperversuch validiert.

Aufgrund der Spannungsabhängigkeit des Schotters ergeben sich für verschiedene Betriebszustände (Ruhezustand, Zugüberfahrt) stark divergierende Gleissteifigkeiten. Die unterschiedlichen Szenarien können als repräsentativ für die Bestimmung der vertikalen und horizontalen Schottersteifigkeit betrachtet werden. Auf der Grundlage einer analytischen Berechnung des äquivalenten Querschnitts wird eine Grenzwertanalyse für einen ebenen Rahmen (Spannweiten von 5 - 18 m) durchgeführt. In der Untersuchung führt die Berücksichtigung der Schottersteifigkeit nur zu einer geringen Erhöhung der ersten Biegeeigenfrequenzen von  $\Delta f < 4$  %. Außerdem entfallen die Abweichungen aufgrund der Massesteifigkeits-Verhältnisse mit zunehmender Spannweite. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass der Schotteroberbau keinen maßgeblichen Einfluss auf die Eigenfrequenzen von Eisenbahnbrücken hat. Daher kann der reine Massenansatz für Schotter bei der Ermittlung der Eigenfrequenzen als ausreichend angesehen werden.

### **Betonsteifigkeit**

Die nichtlinearen Zusammenhänge der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton gelten als bekannt und gut beschrieben, nicht jedoch die anzusetzenden Steifigkeiten (E-Modul) während einer Bauteilschwingung. Bei der Überfahrt eines Zuges wird der Betonquerschnitt abwechselnd belastet und entlastet, so dass sich die Frage stellt, welchen E-Modul der Beton während des Schwingens aufweist. Für diese Fragestellung wird in der vorliegenden Arbeit eine Steifigkeitshypothese aufgestellt.

Die hier vorgestellte Hypothese zum Schwingungsverhalten von Beton wird durch eine numerische Grenzwertbetrachtung in ABAQUS untersucht und die Sensitivität der Eigenfrequenzen mit dem Ansatz der Betonsteifigkeit nach Eurocode verglichen. Untersucht werden

zum einen die volle Berücksichtigung der gekrümmten Spannungs-Dehnungs-Beziehung (möglicher Belastungspfad) sowie die Verwendung des steileren Entlastungspfades unter Einbeziehung einer spannungsabhängigen Schädigung. Es zeigt sich, dass die Bandbreite der Grenzwertbetrachtung nur zu einer geringfügigen Änderung der Eigenfrequenzen  $\Delta f < \pm 6\%$  führt.

Die Ergebnisse der Untersuchung legen nahe, dass die Diskrepanz bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen von kurzen Eisenbahnrahmenbrücken in Stahlbetonbauweise nur unwesentlich auf den Einfluss des dynamischen E-Moduls zurückzuführen ist. Insbesondere die Betonalterung  $\Delta f \approx 10\%$  wird als übergeordneter Faktor angesehen.

### **Struktursteifigkeit und Boden-Bauwerk-Interaktion**

Die Untersuchungen zeigen, dass die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken in direktem Zusammenhang mit der Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion und der verwendeten Modellierungstiefe steht.

So führt die Reduktion auf ein ebenes Tragwerk unter Verwendung der DIREKTEN METHODE zu einer Verstimmung des dynamischen Systems. Erstens verursacht die Vernachlässigung der Flügelwände in Kombination mit dünnen Widerlagern eine reduzierte Struktursteifigkeit. Zweitens bewirkt die effektive dynamische Bodensteifigkeit eine Verzerrung der bodendynamischen Beziehungen. Es wird daher empfohlen, Fragestellungen der Boden-Bauwerk-Interaktion mit finiter räumlicher Ausdehnung (3D-Probleme) als räumliche Modelle zu realisieren.

Weiterhin wird gezeigt, dass die dynamische Gründungssteifigkeit von Rahmenbrücken nicht nur eine Frage der Boden-Bauwerk-Interaktion ist, sondern dass ein starker Einfluss der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion besteht. Zur angemessenen Berücksichtigung der Interaktion hat sich die Anwendung der gekoppelten FEM-BEM (HYBRID METHODE) als effizienter Ansatz erwiesen.

Anhand von Parameterstudien wird gezeigt, dass die Eigenfrequenzen des eingebetteten Rahmens im Wesentlichen durch die Struktursteifigkeit des Rahmentragwerks beeinflusst werden. Weitere sekundäre Einflüsse ergeben sich bei dünnen Widerlagerwänden durch die aussteifende Wirkung der Hinterfüllung sowie durch die Aussteifung der Widerlagerwände durch die angrenzenden Flügelwände. Die geometrische Dämpfung des eingebetteten Rahmens steht in direktem Zusammenhang mit den Verschiebungen der angeregten Starrkörpermoden.

Die Aktivierung der Starrkörpermoden hängt von der Einspannung des Überbaus in die gründenden Widerlager ab. Die Intensität der angeregten Schwingung steht im Zusammenhang mit dem Frequenzverhältnis ( $\eta$ ) zwischen der betrachteten Eigenform  $f_1$  und der Starrkörperfrequenz  $f_B$ . Durch Aktivierung der Starrkörpermoden (hoher Einspanngrad) und optimale Abstimmung kann ein dynamisch gutmütiges Verhalten mit hohen Dämpfungsgraden realisiert werden.

### **Prognosemodell**

Durch die Einführung einer Anwendungsgrenze für frequenzunabhängige Feder-Dämpfer-Elemente, welche die durch Scherwelleninterferenz verursachte Struktur-Boden-Struktur-Interaktion weitestgehend ausschließt, können praxistaugliche Prognosemodelle erstellt werden. Entsprechend kann die Frequenzabhängigkeit der Fundamentsteifigkeit vernachlässigt und auf die aus der Maschinendynamik bekannten quasi-statischen Ansätze zurückgegriffen werden.

Sowohl die Validierung an numerischen Beispielen als auch die Vergleichsrechnung von vier Halbrahmenbrücken mit dem Prognosemodell zeigen gute Ergebnisse hinsichtlich der Eigenfrequenzen und Dämpfungsgrade. Weiterhin konnte die Dominanz der Struktursteifigkeit als wesentlicher Einflussfaktor auf die Eigenfrequenzen unterstrichen werden.

Die mit dem Prognosemodell berechnete dynamische Charakteristik zeigt innerhalb der Anwendungsgrenzen kaum Diskrepanzen zu den in-situ gemessenen Werten auf. Das bestehende Defizit kann zum einen auf die starke Frequenzabhängigkeit und Empfindlichkeit der Impedanzfunktion gegenüber der Randbebauung zurückgeführt werden. Zum anderen ist die tatsächlich mitwirkende Steifigkeit der Festen Fahrbahn sowie der Kappe im Detail ungeklärt.

## **7.2 Ausblick**

Der hier weiterentwickelte Materialansatz für Gleisschotter stellt eine vielversprechende Methodik zur Bestimmung der Schottersteifigkeit dar, die jedoch noch nicht in einem Großversuch auf Grundlagenebene verifiziert wurde. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, den vorgestellten Ansatz um das Dämpfungsverhalten in Abhängigkeit der Scherdehnung zu erweitern. Aufbauend auf den Ergebnissen des Großversuchs ließen sich in numerischen

Vergleichsrechnungen die Schottersteifigkeiten über den Scherdehnungs- und Spannungszustand elementweise ermitteln und einzelne Zusammenhänge, wie z. B. die Wechselwirkung von Zwillingsbrücken aufgrund einer durchgehenden Schottererschicht weiter untersuchen.

Der Fahrweg moderner Hochgeschwindigkeitsstrecken wird in vielen Fällen als Feste Fahrbahn ausgeführt. Im Gegensatz zu Systemen mit Schotteroberbau ist das Steifigkeitsverhalten der Festen Fahrbahn im Zusammenhang mit der Brückendynamik noch nicht ausreichend untersucht worden. Es stellt sich daher die Frage, inwieweit die verschiedenen Varianten der Festen Fahrbahn als steifigkeitserhöhend in der Gesamtsteifigkeit des Tragwerks zu berücksichtigen sind.

Darüber hinaus sollte die gängige Methodik zur Modellierung des Materialverhaltens von Beton unter dynamischer Beanspruchung auf Gebrauchslastniveau weiter untersucht werden. Auf diese Weise kann die hier aufgestellte Steifigkeitshypothese verifiziert, und/oder erweitert werden. In theoretischen und experimentellen Untersuchungen sollte die Abweichung zwischen einem konstanten Elastizitätsmodul des Betons ( $E_{cm}$ ) und der Berücksichtigung einer nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung quantifiziert und bewertet werden.

Bei Eisenbahnbrücken gibt es eine Vielzahl von Wechselwirkungen zwischen Bauwerk und Baugrund. Diese Arbeit hat gezeigt, dass mit den aus der Maschinendynamik bekannten quasi-statischen Ansätzen die grundsätzliche Interaktion zwischen Widerlagern und Boden (Boden-Bauwerk-Interaktion) mit ausreichender Genauigkeit simuliert werden kann, nicht aber die Interaktion zwischen den Gründungselementen (Struktur-Boden-Struktur-Interaktion). Daraus ergibt sich die Frage, inwieweit sich die einzelnen Gründungselemente von Brücken, insbesondere von Rahmenbrücken, gegenseitig beeinflussen. In dieser Arbeit und in anderen Untersuchungen [33] auf dem Gebiet der Pfahlgruppendynamik wurden Abhängigkeiten zwischen den Abständen der Gründungselemente und der Scherwellenlänge nachgewiesen. In diesem Zusammenhang sollten die Grenzen der Prognosemodelle weiter untersucht werden. Von besonderem Interesse wäre die Entwicklung von geometrie- und schichtabhängigen Impedanzfunktionen unter Berücksichtigung der Struktur-Boden-Struktur-Interaktion für (Rahmen-)Brückenwiderlager.



# Literaturverzeichnis

- [1] W. Rücker et al., „Experimentelle Untersuchungen zu Schotterfahrwegen auf Brücken,“ in *Entwicklungen in der Bodenmechanik, Bodendynamik und Geotechnik*, F. Rackwitz und S. A. Savidis, Hrsg., Berlin [u.a.]: Springer, 2006, S. 397–414, ISBN: 3-540-27425-1.
- [2] ERRI D214, „Rail bridges for speeds > 200 km/h. Final report. Part a): Abschlussbericht,“ *Synthesis of the results of D 214 research*, European Rail Research Institute, 1999.
- [3] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN EN 1991-2:2010-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken; Deutsche Fassung EN 1991-2:2003 + AC:2010*, Berlin, 2010. DOI: 10.31030/1723953.
- [4] DB Netz AG, *Eisenbahnbrücken (und sonstige Ingenieurbauwerke) planen, bauen und instand halten: Richtlinie 804*, 2013.
- [5] L. Frýba, „A rough assessment of railway bridges for high speed trains,“ *Engineering Structures*, Jg. 23, Nr. 5, S. 548–556, 2001, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/S0141-0296(00)00057-2.
- [6] M. Spengler, „Dynamik von Eisenbahnbrücken unter Hochgeschwindigkeitsverkehr-Entwicklung eines Antwortspektrums zur Erfassung der dynamischen Tragwerksreaktion,“ Dissertation, Universität, Technische, Darmstadt, 2010.
- [7] Y.-B. Yang et al., *Vehicle-bridge Interaction Dynamics: With Applications to High-speed Railways*. World Scientific, 2004, ISBN: 981-238-847-8. DOI: 10.1142/5541.
- [8] A. M. Kohl et al., „Neues Hochgeschwindigkeitslastmodell für Eisenbahnbrücken – Teil 2: Auswahl repräsentativer Fahrzeuge,“ in *Baudynamik*, Ser. VDI-Berichte, Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 2022, S. 81–94, ISBN: 9783181023792. DOI: 10.51202/9783181023792-81.

- [9] B. Hirzinger et al., „Dynamic response of a non-classically damped beam with general boundary conditions subjected to a moving mass-spring-damper system,“ *International Journal of Mechanical Sciences*, Jg. 185, 2020, ISSN: 0020-7403. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105877.
- [10] A. Zangeneh et al., „Identification of soil-structure interaction effect in a portal frame railway bridge through full-scale dynamic testing,“ *Engineering Structures*, Jg. 159, S. 299–309, 2018, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.01.014.
- [11] A. Zangeneh Kamali, „Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis of High-Speed Railway Bridges: Efficient modeling techniques and Experimental testing,“ Dissertation, Stockholm.
- [12] H. Bigelow et al., „Soil-structure interaction at railway bridges with integral abutments,“ *Procedia engineering*, Jg. 199, S. 2318–2323, 2017, ISSN: 1877-7058. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.204.
- [13] M. Reiterer und S. Z. Bruschetini-Ambro, „Dynamik von Eisenbahnbrücken: Diskrepanz zwischen Messung und Berechnung,“ *Bauingenieur*, Jg. 94, Nr. 4, S. 9–21, 2019, ISSN: 0005-6650. DOI: 10.37544/0005-6650-2019-04-41.
- [14] A. Romero et al., „Soil-structure interaction in resonant railway bridges,“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 47, S. 108–116, 2013, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/j.soildyn.2012.07.014.
- [15] A. Doménech et al., „On the basic phenomenon of soil-structure interaction on the free vibration response of beams: Application to railway bridges,“ *Engineering Structures*, Jg. 125, S. 254–265, 2016, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.06.052.
- [16] P. Salcher et al., „Effekt der Boden–Bauwerksinteraktion auf die Dynamik rahmenartiger Eisenbahnbrücken,“ *Bautechnik*, Jg. 97, Nr. 7, S. 490–498, 2020, ISSN: 0932-8351. DOI: 10.1002/bate.202000005.
- [17] A. Zangeneh et al., „Dynamic Stiffness Identification of Portal Frame Bridge–Soil System using Controlled Dynamic Testing,“ *Procedia engineering*, Jg. 199, S. 1062–1067, 2017, ISSN: 1877-7058. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.293.
- [18] S. Marx und K. Geißler, „Erfahrungen zur Modellierung und Bewertung von Eisenbahnbrücken mit Resonanzrisiko,“ *Stahlbau*, Jg. 79, Nr. 3, S. 188–198, 2010, ISSN: 0038-9145. DOI: 10.1002/stab.201001295.

- 
- [19] M. Reiterer et al., „Messung dynamischer Parameter von Rahmentragwerken bei unterschiedlichen Ausbauzuständen,“ in *Tagungsband der 16. D-A-CH Tagung: Erdbebeningenieurwesen & Baudynamik*, C. Adam, Hrsg., 2019, S. 535–542.
- [20] M. Reiterer et al., *Dynamische Beurteilung der zuginduzierten Schwingungen von Eisenbahnbrücken*, Kahlenberg, Wien, 2017. Adresse: <http://brueckentagung.at/vortragsunterlagen-2017/>.
- [21] T. Heiland et al., „Eine Grenzwertbetrachtung über die Auswirkungen des dynamischen E-Moduls auf die Eigenfrequenzen bei Eisenbahnrahmenbrücken,“ in *17. D-A-CH Tagung Erdbebeningenieurwesen & Baudynamik*, S. 76–77.
- [22] T. Heiland und L. Stempniewski, „Boden-Bauwerk-Interaktion unter Berücksichtigung von tiefen- und frequenzabhängigen, viskosen Dämpferelemente an den Halbraumrändern,“ *Bauingenieur*, Jg. 96 (09), S. 309–318, 2021, ISSN: 0005-6650. DOI: 10.37544/0005-6650-2021-09-53.
- [23] T. Heiland et al., „Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf die dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken,“ in *VDI-Berichte Nr 2379*, Bd. 2379, 2022, S. 597–610. DOI: 10.51202/9783181023792-597.
- [24] T. Heiland et al., „Auswirkungen der ebenen Boden-Bauwerk-Interaktion auf die Eigenfrequenz von Eisenbahnrahmenbrücken,“ *Bauingenieur*, Nr. 97, 2022, ISSN: 0005-6650. DOI: 10.37544/0005-6650-2022-05-43.
- [25] T. Heiland et al., „Stiffness contributions of ballast in the context of dynamic analysis of short span railway bridges,“ *Construction and Building Materials*, Jg. 360, S. 129536, 2022, ISSN: 09500618. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2022.129536.
- [26] T. Heiland et al., „Influence of soil-structure interaction on the dynamic characteristics of railroad frame bridges,“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 167, S. 107800, 2023, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/j.soildyn.2023.107800.
- [27] T. Heiland et al., „A Contribution to the Material Behaviour of Ballast on Railway Bridges,“ in *Proceedings of the Fifth International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*, J. Pombo, Hrsg., Ser. Civil-Comp Conferences, Civil-Comp PressEdinburgh, United Kingdom, 2023, S. 1–6. DOI: 10.4203/coc.1.6.14.
- [28] T. Heiland et al., „Dynamic Characteristics of Railway Portal Frame Bridges: A Comparison Between Measurement and Calculation,“ Jg. Zum Review eingereicht,

- [29] T. Heiland et al., „Dynamische Charakteristik von Eisenbahnrahmenbrücken: ein Vergleich zwischen Messung und Prognose,“ in *18. D-A-CH Tagung Erdbebeningenieurwesen & Baudynamik*, 2023, S. 309–319, ISBN: 978-3-930108-15-1.
- [30] CEN TC250, *CEN TC250/TR xxxxx:2023\_InBridge4EU*, scheduled for publication.
- [31] R. Geier et al., *Integrale Brücken: Entwurf, Berechnung, Ausführung, Monitoring*, Erste Auflage. Berlin: Ernst & Sohn a Wiley brand, 2017, ISBN: 978-3-433-03030-1.
- [32] G. Mehlhorn, Hrsg., *Handbuch Brücken: Entwerfen, Konstruieren, Berechnen, Bauen und Erhalten*, 2., erw. und bearb. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2010, ISBN: 978-3-642-04422-9.
- [33] J. P. Wolf, *Foundation vibration analysis using simple physical models*. Englewood Cliffs und NJ United States: Prentice Hall, Inc., 1994, ISBN: 0130107115.
- [34] D. Dinkler, *Einführung in die Strukturdynamik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, ISBN: 978-3-658-19814-5. DOI: 10.1007/978-3-658-19815-2.
- [35] R. Hoffmann und M. Wolff, *Signalanalyse* (Intelligente Signalverarbeitung / Rüdiger Hoffmann Matthias Wolff), 2. Aufl. Berlin: Springer Vieweg, 2014, Bd. 1, ISBN: 978-3-662-45322-3.
- [36] L. Stempniewski und B. Haag, *Baudynamik-Praxis: Mit zahlreichen Anwendungsbeispielen*, 1. Aufl. Berlin: Bauwerk-Verl., 2010, ISBN: 978-3-89932-264-4.
- [37] A. Mertins, *Signaltheorie: Grundlagen der Signalbeschreibung, Filterbänke, Wavelets, Zeit-Frequenz-Analyse, Parameter- und Signalschätzung; mit 5 Tabellen* (Studium), 2., überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2010, ISBN: 978-3-8348-0737-3.
- [38] J. A. Studer et al., *Bodendynamik: Grundlagen, Kennziffern, Probleme und Lösungsansätze*, 3., völlig neu bearbeitete Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008, ISBN: 978-3-540-29625-6. DOI: 10.1007/978-3-540-29625-6.
- [39] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN 1311-1: Schwingungen und schwingungsfähige Systeme: Teil 1 : Grundbegriffe, Einteilung*, Berlin, 2000.
- [40] W. Haupt, Hrsg., *Bodendynamik: Grundlagen und Anwendung*. Braunschweig und Wiesbaden: Vieweg, 1986, ISBN: 3528088788.
- [41] I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures bibliopolas, 1687. DOI: 10.5479/sil.52126.39088015628399.

- 
- [42] A. Ziegler, *Bauwerksdynamik und Erschütterungsmessungen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017, ISBN: 978-3-658-16053-1. DOI: 10.1007/978-3-658-16054-8.
- [43] ÖBB-Infrastruktur AG, *Dynamische Messung von Eisenbahnbrücken*, Wien, 2022.
- [44] A. Stollwitzer et al., „Verfahren zur Reduktion der Ergebnisstreuung zur Ermittlung realistischer Lehr’scher Dämpfungsmaße von Eisenbahnbrücken - Teil 1: Methoden im Frequenzbereich,“ *Bauingenieur*, Jg. 97, Nr. 05, S. 153–164, 2022, ISSN: 0005-6650. DOI: 10.37544/0005-6650-2022-05-55.
- [45] Verein Deutscher Ingenieure, *Untersuchungsmethoden und Beurteilungsverfahren der Baudynamik: Schwingungen und Erschütterungen – Prognose, Messung, Beurteilung und Minderung*, Düsseldorf, 2013.
- [46] H. Kramer, *Angewandte Baudynamik: Grundlagen und Beispiele für Studium und Praxis* (Bauingenieur-Praxis). Berlin: Ernst & Sohn, 2007, ISBN: 3433018235.
- [47] M. Wagner, *Lineare und nichtlineare FEM*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019, ISBN: 978-3-658-25051-5. DOI: 10.1007/978-3-658-25052-2.
- [48] L. Nasdala, *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015, ISBN: 978-3-658-06629-1. DOI: 10.1007/978-3-658-06630-7.
- [49] P. Steinke, *Finite-Elemente-Methode: Rechnergestützte Einführung* (Springer für Professionals), 5., bearbeitete und ergänzte Auflage. Berlin und Heidelberg: Springer Vieweg, 2015, ISBN: 978-3-642-53936-7. DOI: 10.007/978-3-642-53937-4.
- [50] C. Petersen und H. Werkle, *Dynamik der Baukonstruktionen*. Springer Vieweg, 2013, ISBN: 978-3-8348-1459-3.
- [51] Rune Brincker und Palle Andersen, „Understanding Stochastic Subspace Identification,“ in *Conference Proceedings: IMAC-XXIV: A Conference & Exposition on Structural Dynamics*, St. Louis, Missouri: Society for Experimental Mechanics, 2006, S. 461–466.
- [52] Structural Vibration Solutions A/S, *ARTEMIS Modal*, Aalborg East, 2021. Adresse: <https://svibs.com/artemis-modal/>.
- [53] Python Software Foundation, *python 3: Computer Program*, 2020.
- [54] MATLAB, *Version 9.7.0 (R2019b)*, 2020.
- [55] *SciPy documentation*. Adresse: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/> (besucht am 23.03.2023).

- [56] L. Bluestein, „A linear filtering approach to the computation of discrete Fourier transform,“ *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, Jg. 18, Nr. 4, S. 451–455, 1970, ISSN: 0018-9278. DOI: 10.1109/TAU.1970.1162132.
- [57] S. G. Mallat, *A wavelet tour of signal processing: The sparse way*, 3rd ed. Amsterdam und Boston: Elsevier/Academic Press, 2009, ISBN: 9780080922027.
- [58] C. W. de Silva, *Vibration and shock handbook* (Mechanical engineering series). Boca Raton: Taylor & Francis, 2005, ISBN: 9780429128738. DOI: 10.1201/9781420039894.
- [59] Mistler, M., Heiland, D., „Experimentelle modale Dämpfungsermittlung an bestehenden Bauwerken,“ in *VDI-Fachtagung Baudynamik 2015*, Ser. VDI-Berichte, Bd. VDI-Berichte 2244, Düsseldorf: VDI Verlag, 2015, S. 197–208.
- [60] L. Knopoff, „On Rayleigh wave velocities,“ *Bulletin of the Seismological Society of America*, Jg. 42, Nr. 4, S. 307–308, 1952, ISSN: 1943-3573. DOI: 10.1785/BSSA0420040307.
- [61] Arbeitskreis 1.4 Baugruddynamik, *Empfehlungen des Arbeitskreises Baugruddynamik*, 1. Auflage. Berlin: Ernst, Wilhelm & Sohn, 2017, ISBN: 978-3-433-03210-7.
- [62] K. J. Witt, Hrsg., *Grundbau-Taschenbuch*. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008, ISBN: 9783433600221. DOI: 10.1002/9783433600221.
- [63] F. E. Richard et al., *Vibrations of soils and foundations*. Englewood Cliffs und NJ United States: Prentice-Hall, Inc., 1970.
- [64] Dassault Systemes Simulia Corporation, *Abaqus CAE 2020: Computer Program*, 2019. (besucht am 14. 10. 2020).
- [65] S. L. Kramer, *Geotechnical earthquake engineering*. Upper Saddle River, N.J. und London: Prentice Hall und Pearson Education [distributor], 2009, ISBN: 0133749436.
- [66] C. Vrettos, „Bodendynamik,“ in *Grundbau-Taschenbuch*. John Wiley & Sons, Ltd, 2008, Kap. 8, S. 451–500, ISBN: 9783433600221. DOI: <https://doi.org/10.1002/9783433600221.ch8>.
- [67] T. Wichtmann und T. Triantafyllidis, „Dynamische Steifigkeit und Dämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen,“ *Bautechnik*, Jg. 82, Nr. 4, S. 236–246, 2005, ISSN: 0932-8351. DOI: 10.1002/bate.200590079.
- [68] M. Vucetic, „Cyclic Threshold Shear Strains in Soils,“ *Journal of geotechnical engineering*, Jg. 120, Nr. 12, S. 2208–2228, 1994, ISSN: 0733-9410. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1994)120:12(2208).

- [69] J. Lysmer und R. Kuhlemeyer, „Finite dynamic model for infinite media,“ *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Jg. 95, Nr. 4, S. 859–878, 1969. DOI: 10.1061/JMCEA3.0001144.
- [70] W. M. Ewing et al., *Elastic waves in layered media*. United States of America: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1957.
- [71] Farnell et al., „Elastic wave propagation in thin layers,“ in *Physical acoustics V9. Principles and Methods*, Bd. 9, New York: Academic Press, Inc., 1972, S. 35–127. DOI: 10.1016/B978-0-12-395670-5.50007-6.
- [72] G. Gazetas et al., „Vertical response of arbitrarily shaped embedded foundations,“ *Journal of geotechnical engineering*, Jg. 111, Nr. 6, S. 750–771, 1985, ISSN: 0733-9410. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1985)111:3A6(750).
- [73] R. Dobry und G. Gazetas, „Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations,“ *Journal of geotechnical engineering*, Jg. 112, Nr. 2, S. 109–135, 1986, ISSN: 0733-9410. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1986)112:3A2(109).
- [74] J. P. Wolf, „Soil-structure-interaction analysis in time domain,“ *Nuclear engineering and design*, Jg. 111, Nr. 3, S. 381–393, 1989, ISSN: 0029-5493. DOI: 10.1016/0029-5493(89)90249-5.
- [75] G. Dal Moro, *Surface wave analysis for near surface applications*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2015, ISBN: 9780128011409.
- [76] W. Schepers und D. Kulke, „Anwendung von Korrelationen zwischen Sondierungsergebnissen und dynamischen Bodeneigenschaften,“ in *18. D-A-CH Tagung Erdbebeningenieurwesen & Baudynamik*, 2023, S. 433–441, ISBN: 978-3-930108-15-1.
- [77] R. S. Jakka et al., „Guidelines for Minimization of Uncertainties and Estimation of a Reliable Shear Wave Velocity Profile Using MASW Testing: A State-of-the-Art Review,“ in *Advances in Earthquake Geotechnics*, Ser. Springer Tracts in Civil Engineering, T. G. Sitharam et al., Hrsg., Singapore: Springer Nature Singapore, 2023, S. 211–253, ISBN: 978-981-19-3329-5. DOI: 10.1007/978-981-19-3330-1\_12.
- [78] G. Gazetas, „Foundation Vibrations,“ in *Foundation Engineering Handbook*, H.-Y. Fang, Hrsg., Boston, MA: Springer US, 1991, S. 553–593, ISBN: 978-1-4613-6752-9. DOI: 10.1007/978-1-4615-3928-5\_15.
- [79] T. Triantafyllidis, „Dynamic stiffness of rigid rectangular foundations on the half-space,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 14, Nr. 3, S. 391–411, 1986. DOI: 10.1002/eqe.4290140307.

- [80] H. L. Wong und J. E. Luco, „Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 4, Nr. 6, S. 579–587, 1976. DOI: 10.1002/eqe.4290040606.
- [81] G. Gazetas, „Analysis of machine foundation vibrations: state of the art,“ *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 2, Nr. 1, S. 2–42, 1983, ISSN: 0261-7277. DOI: 10.1016/0261-7277(83)90025-6.
- [82] A. Pais und E. Kausel, „Approximate formulas for dynamic stiffnesses of rigid foundations,“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 7, Nr. 4, S. 213–227, 1988, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/S0267-7261(88)80005-8.
- [83] A. C. Eringen, *Elastodynamics, Volume 2: Linear Theory*. Burlington: Elsevier Science, 1975, ISBN: 9780122406027.
- [84] J. P. Wolf, *Dynamic Soil-structure Interaction*. Englewood Cliffs und NJ United States: Prentice-Hall, Inc., 1985, ISBN: 9780132215657.
- [85] H. D. Aji et al., „3D structure-soil-structure interaction in an arbitrary layered half-space,“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 159, S. 107–132, 2022, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/j.soildyn.2022.107352.
- [86] M. Hackenberg, „A Coupled Integral Transform Method-Finite Element Method Approach to Model the Soil-Structure-Interaction,“ Dissertation, Technische Universität München, München, 2017.
- [87] H. D. B. Aji et al., „Numerical modelling of the dynamic behavior of an integral bridge via coupled BEM-FEM,“ in *Tagungsband der 16. D-A-CH Tagung*, C. Adam et al., Hrsg., Tagungsband der 16. D-A-CH Tagung, 2019, S. 555–563.
- [88] H. D. B. Aji et al., „3D hybrid model of foundation-soil-foundation dynamic interaction,“ *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Jg. 101, Nr. 11, e202000351, 2021, ISSN: 0044-2267. DOI: 10.1002/zamm.202000351.
- [89] H. D. B. Aji, „Hybrid BEM-FEM for 2D and 3D dynamic soil-structure interaction considering arbitrary layered half-space and nonlinearities,“ Dissertation, CAU, Kiel, 2023. DOI: 10.13140/RG.2.2.20886.93767.
- [90] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*, Berlin. DOI: 10.31030/1723945.

- [91] J. LI und M. SU, „The resonant vibration for a simply supported girder bridge under high-speed trains,“ *Journal of Sound and Vibration*, Jg. 224, Nr. 5, S. 897–915, 1999, ISSN: 0022460X. DOI: 10.1006/j.svi.1999.2226.
- [92] H. Xia et al., „Analysis of resonance mechanism and conditions of train–bridge system,“ *Journal of Sound and Vibration*, Jg. 297, Nr. 3-5, S. 810–822, 2006, ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2006.04.022.
- [93] P. Museros und E. Alarcón, „Influence of the Second Bending Mode on the Response of High-Speed Bridges at Resonance,“ *Journal of Structural Engineering*, Jg. 131, Nr. 3, S. 405–415, 2005, ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2005)131:3(405).
- [94] A. M. Kohl et al., „An investigation of dynamic vehicle-bridge interaction effects based on a comprehensive set of trains and bridges,“ *Engineering Structures*, Jg. 279, S. 115555, 2023, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.115555.
- [95] M. D. Martínez-Rodrigo et al., „Dynamic performance of existing high-speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers,“ *Engineering Structures*, Jg. 32, Nr. 3, S. 808–828, 2010, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2009.12.008.
- [96] T. C. Mähr, „Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum dynamischen Verhalten von Eisenbahnbrücken mit Schotteroberbau unter Verkehrslast,“ Dissertation, TU Wien, Wien, 2009.
- [97] B. Hirzinger und C. Adam, „Einfluss der Boden-Bauwerk-Interaktion auf das dynamische Verhalten einer Eisenbahnbrücke unter Hochgeschwindigkeitszügen,“ in *Tagungsband der 16. D-A-CH Tagung*, C. Adam et al., Hrsg., Tagungsband der 16. D-A-CH Tagung, 2019, S. 543–554.
- [98] M.-K. Song et al., „A new three-dimensional finite element analysis model of high-speed train–bridge interactions,“ *Engineering Structures*, Jg. 25, Nr. 13, S. 1611–1626, 2003, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/S0141-0296(03)00133-0.
- [99] J. W. Kwark et al., „Dynamic behavior of two-span continuous concrete bridges under moving high-speed train,“ *Computers & Structures*, Jg. 82, Nr. 4-5, S. 463–474, 2004, ISSN: 0045-7949. DOI: 10.1016/S0045-7949(03)00054-3.
- [100] K. Liu et al., „The effect of dynamic train–bridge interaction on the bridge response during a train passage,“ *Journal of Sound and Vibration*, Jg. 325, Nr. 1-2, S. 240–251, 2009, ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.03.021.
- [101] ÖBB-Infrastruktur AG, *Dynamische Berechnung von Eisenbahnbrücken*, Wien, 2022.

- [102] S. Z. Bruschetini-Ambro et al., „ÖBB RW 08.01.04: Dynamische Berechnungen von Eisenbahnbrücken,“ in *Vortragsunterlagen Brückentagung 2023*, 2023. Adresse: [http://brueckentagung.at/bruecke2023/kurzfassungen/1\\_3\\_4\\_5\\_Mayrhofer\\_Stadler\\_Bruschetini-Ambro-Kurzfassung.pdf](http://brueckentagung.at/bruecke2023/kurzfassungen/1_3_4_5_Mayrhofer_Stadler_Bruschetini-Ambro-Kurzfassung.pdf).
- [103] T. Rauert et al., „Zum Einfluss baulicher Randbedingungen auf das dynamische Verhalten von WIB-Eisenbahnbrücken,“ *Bautechnik*, Jg. 87, Nr. 12, S. 751–760, 2010, ISSN: 0932-8351. DOI: 10.1002/bate.201010049.
- [104] M. Ülker-Kaustell et al., „Simplified analysis of the dynamic soil–structure interaction of a portal frame railway bridge,“ *Engineering Structures*, Jg. 32, Nr. 11, S. 3692–3698, 2010, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2010.08.013.
- [105] A. Zangeneh et al., „Dynamic soil-structure interaction in resonant railway bridges with integral abutments,“ in *XI International Conference on Structural Dynamics*, Ser. Proceedings of the XI International Conference on Structural Dynamics, EASDA-thens, 2020, S. 1625–1633. DOI: 10.47964/1120.9131.18801.
- [106] G. Fiorentino et al., „Integral abutment bridges: Investigation of seismic soil–structure interaction effects by shaking table testing,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 50, Nr. 6, S. 1517–1538, 2021. DOI: 10.1002/eqe.3409.
- [107] P. Galvín et al., „Fast simulation of railway bridge dynamics accounting for soil–structure interaction,“ *Bulletin of Earthquake Engineering*, Jg. 20, Nr. 7, S. 3195–3213, 2022. DOI: 10.1007/s10518-021-01191-0.
- [108] H. Takemiya und X. C. Bian, „Shinkansen high-speed train induced ground vibrations in view of viaduct–ground interaction,“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 27, Nr. 6, S. 506–520, 2007, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/j.soildyn.2006.11.003.
- [109] C. Spyrakos und G. Loannidis, „Seismic behavior of a post-tensioned integral bridge including soil–structure interaction (SSI),“ *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Jg. 23, Nr. 1, S. 53–63, 2003, ISSN: 02677261. DOI: 10.1016/S0267-7261(02)00150-1.
- [110] J. C. Wilson und B. S. Tan, „Bridge Abutments: Formulation of Simple Model for Earthquake Response Analysis,“ *Journal of Engineering Mechanics*, Jg. 116, Nr. 8, S. 1828–1837, 1990. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1990)116:8(1828).

- [111] M. Inel und M. A. Aschheim, „Seismic Design of Columns of Short Bridges Accounting for Embankment Flexibility,“ *Journal of Structural Engineering*, Jg. 130, Nr. 10, S. 1515–1528, 2004, ISSN: 0733-9445. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2004)130:10(1515).
- [112] J. Zhang und N. Makris, „Kinematic response functions and dynamic stiffnesses of bridge embankments,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 31, Nr. 11, S. 1933–1966, 2002. DOI: 10.1002/eqe.196.
- [113] A. Stollwitzer et al., „Experimental analysis of damping mechanisms in ballasted track on single-track railway bridges,“ *Engineering Structures*, Jg. 220, S. 110982, 2020, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/J.ENGSTRUCT.2020.110982.
- [114] M. Reiterer, „Dynamische Kennwerte von Eisenbahnbrücken: Grundlagen, Phänomene, messtechnische Ermittlung und Auswirkungen in der Praxis,“ in *2. Baudynamikseminar Biberach*, Biberach: Bauakademie Biberach, Wissenschaft & Praxis, 2017, S. 1–50.
- [115] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN EN 1990:2010-12, Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung: Deutsche Fassung EN\_1990:2002\_+ A1:2005\_+ A1:2005/-AC:2010*, Berlin. DOI: 10.31030/1723955.
- [116] K. Wesche und P. Schubert, *Baustoffe für tragende Bauteile: Band 2: Beton, Mauerwerk (Nichtmetallisch-anorganische Stoffe): Herstellung, Eigenschaften, Verwendung, Dauerhaftigkeit*. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GmbH, 1993, ISBN: 9783528017088.
- [117] fib, *Model Code for Concrete Structures 2010: Model Code 2010*, Berlin, 2013. DOI: 10.1002/9783433604090.ch5.
- [118] E. Schwabach, „Verformungs- und Degradationsverhalten von niederzyklisch uniaxial druckbeanspruchtem Beton,“ Dissertation, Weimar, Bauhaus-Universität, 2005.
- [119] O. Millon, *Analyse und Beschreibung des dynamischen Zugtragverhaltens von ultrahochfestem Beton*. Fraunhofer Verlag, 2015, ISBN: 3839608244.
- [120] K. Wesche, *Baustoffkenngrößen, Baustoffe für tragende Bauteile* (Baustoffe für tragende Bauteile). Wiesbaden und Berlin: Springer, 1996.
- [121] R. Hohberg, „Entwicklung des E-Moduls von Beton aus Recyclingmaterial im Vergleich zu Beton mit natürlichem Zuschlag,“ *Forschungsbericht 257 der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung*, Jg. 257, Nr. Forschungsbericht, 2004.
- [122] M. Pająk, „The influence of the strain rate on the strength of concrete taking into account the experimental techniques,“ *ACEE*, 2011.

- [123] P. Mark, „Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger,“ Habilitationsschrift, Ruhr-Universität Bochum, 2006, ISBN: 3-8322-5261-4.
- [124] M. Vilnay et al., „Advanced material modelling of concrete in Abaqus,“ in *Proceedings: The 9th International Concrete Conference 2016*, 2016, S. 1132–1143, ISBN: 9780957326316.
- [125] K. J. William und E. P. Warnke, „Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete,“ *IABSE reports of the working commissions*, Nr. 19, 1974. DOI: 10.5169/seals-17526.
- [126] H. Kupfer et al., „Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses,“ *ACI Journal Proceedings*, Jg. 66, Nr. 8, 1969, ISSN: 0002-8061. DOI: 10.14359/7388.
- [127] M. Kohl, „Tragverhalten von Stahlbetontragwerken ohne Querkraftbewehrung unter Ermüdungsbeanspruchungen,“ Dissertation, TUHH Universitätsbibliothek, 2015. DOI: 10.15480/882.1211.
- [128] B. P. Sinha et al., „Stress-Strain Relations for Concrete Under Cyclic Loading,“ *ACI Journal Proceedings*, Jg. 61, Nr. 2, 1964, ISSN: 0002-8061. DOI: 10.14359/7775.
- [129] F. J. Vecchio und W. Shim, „Experimental and analytical reexamination of classic concrete beam tests,“ *Journal of Structural Engineering*, Jg. 130, Nr. 3, S. 460–469, 2004, ISSN: 0733-9445.
- [130] B. Bresler und A. C. Scordelis, „Shear Strength of Reinforced Concrete Beams,“ *ACI Journal Proceedings*, Jg. 60, Nr. 1, 1963, ISSN: 0002-8061. DOI: 10.14359/7842.
- [131] L. Bettinelli et al., „Influence of load distribution on the dynamic response of railway bridges under high-speed traffic,“ *Bauingenieur*, Jg. 96, Nr. 9, S. 285–295, 2021, ISSN: 0005-6650. DOI: 10.37544/0005-6650-2021-09-29.
- [132] DB Netz AG, *RIL 820.2010: Grundlagen des Oberbaus*, München, 2020.
- [133] M. Baeßler, „Lageveränderungen des Schottergleises durch zyklische und dynamische Beanspruchungen,“ Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin, 2008.
- [134] K. Knothe, *Gleisdynamik*. Ernst, 2001.
- [135] A. Stollwitzer und J. Fink, „Dämpfungskennwerte des Schotteroberbaus auf Eisenbahnbrücken,“ *Bautechnik*, Jg. 98, Nr. 8, S. 552–562, 2021, ISSN: 0932-8351. DOI: 10.1002/bate.202000100.
- [136] B. Prange, „Resonant column testing of railroad ballast,“ in *Proc. X World Conf. Soil Mech. and Found. Engrg., Stockholm*, Bd. 3, 1981, S. 273–278.

- [137] M. Reiterer und A. Firus, „Dynamische Analyse der Zugüberfahrt bei Eisenbahnbrücken unter Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten,“ *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 117, Nr. 2, S. 90–98, 2022, ISSN: 0005-9900. DOI: 10.1002/best.202100086.
- [138] C. Rebelo et al., „Dynamic behaviour of twin single-span ballasted railway viaducts — Field measurements and modal identification,“ *Engineering Structures*, Jg. 30, Nr. 9, S. 2460–2469, 2008, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.01.023.
- [139] A. Stollwitzer et al., „The longitudinal track-bridge interaction of ballasted track in railway bridges: Experimental determination of dynamic stiffness and damping characteristics,“ *Engineering Structures*, Jg. 274, S. 115 115, 2023, ISSN: 01410296. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.115115.
- [140] L. Fendrich und W. Fengler, *Handbuch Eisenbahninfrastruktur*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2019, ISBN: 978-3-662-56061-7. DOI: 10.1007/978-3-662-56062-4.
- [141] M. Vospernig und M. Reiterer, „Evaluierung der dynamischen Systemeigenschaften von einfeldrigen Stahlbeton–Eisenbahnbrücken,“ *Beton- und Stahlbetonbau*, Jg. 115, Nr. 6, S. 424–437, 2020, ISSN: 0005-9900. DOI: 10.1002/best.201900093.
- [142] P. Salcher und C. Adam, „Modeling of dynamic train–bridge interaction in high-speed railways,“ *Acta Mechanica*, Jg. 226, Nr. 8, S. 2473–2495, 2015. DOI: 10.1007/s00707-015-1314-6.
- [143] A. Gotschol, „Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung,“ Dissertation, Universität Kassel, Kassel.
- [144] E. KurbayashiI et al., „Effects of Stress - Strain Conditions on Dynamic Properties of Sands,“ *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, Jg. 1975, Nr. 242, S. 105–114, 1975, ISSN: 0385-5392. DOI: 10.2208/jscej1969.1975.242\_105.
- [145] R. D. Woods, „Parameters affecting elastic properties,“ *Dyn. Meth. Soil Rock Mech*, Jg. 1, S. 37, 1977.
- [146] B. Prange, G. Huber und T. Trinatafyllidis, *Dynamisches Rückwirkungsmodell des Gleisoberbaus: Feldmessung und analytisches Modell. Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben TV 78150B des BMFT*. 1982. DOI: 10.14279/depositonce-1910.
- [147] Deutsches Institut für Bautechnik, *ETA-03/0050: fermacell Gypsum fibre boards - fermacell Gipsfaser-Platte*, Berlin, 2022.

- [148] K. Holtzendorff, „Untersuchung des Setzungsverhaltens von Bahnschotter und der Hohllagenentwicklung auf Schotterfahrbahnen,“ Dissertation, Technische Universität Berlin, Berlin, 2003. DOI: 10.14279/depositonce-723.
- [149] J. C. O. Nielsen und T. J. S. Abrahamsson, „Coupling of physical and modal components for analysis of moving non-linear dynamic systems on general beam structures,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Jg. 33, Nr. 9, S. 1843–1859, 1992, ISSN: 0029-5981. DOI: 10.1002/nme.1620330906.
- [150] A. Firus et al., „Untersuchungen zum dynamischen Verhalten einer Eisenbahnbrücke bei Anregung durch den neuen ICE 4,“ in *Baudynamik 2018*, VDI Verlag, 2018, S. 233–248, ISBN: 9783181023211. DOI: 10.51202/9783181023211-233.
- [151] R. Guldenfels, „Die Alterung von Bahnschotter aus bodenmechanischer Sicht,“ Dissertation, ETH Zurich, 1995. DOI: 10.3929/ethz-a-001513133.
- [152] J. Liu et al., „3D viscous-spring artificial boundary in time domain,“ *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Jg. 5, Nr. 1, S. 93–102, 2006, ISSN: 1671-3664. DOI: 10.1007/s11803-006-0585-2.
- [153] J. E. Luco und R. A. Westmann, „Dynamic Response of a Rigid Footing Bonded to an Elastic Half Space,“ *Journal of Applied Mechanics*, Jg. 39, Nr. 2, S. 527–534, 1972, ISSN: 0021-8936. DOI: 10.1115/1.3422711.
- [154] J. Zhang und Y. Tang, „Finite Element Modeling of Shallow Foundations on Nonlinear Soil Medium,“ in *Structural Engineering Research Frontiers*, J. W. Wallace, Hrsg., Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2007, S. 1–10, ISBN: 978-0-7844-0944-2. DOI: 10.1061/40944(249)48.
- [155] J. Lysmer, „Vertical motion of rigid footings,“ Dissertation, University of Michigan, 1965.
- [156] J. P. Wolf und J. W. Meek, „Insight on 2D- versus 3D-modelling of surface foundations via strength-of-materials solutions for soil dynamics,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 23, Nr. 1, S. 91–112, 1994. DOI: 10.1002/eqe.4290230108.
- [157] I. Kovacs et al., „Baudynamische Konzepte beim Entwurf schwingungsempfindlicher Produktionsstätten,“ in *Wave94: Erschütterungsausbreitung und Erschütterungsreduzierung*, Chouw, N., Schmid, G., Hrsg., Bochum: Berg-Verlag, 1994.
- [158] L. Auersch und B. Ebner, „Erschütterungsemissionen in Gebäuden. Eine Parameterstudie und messtechnische Untersuchungen zur Deckenresonanz,“ *Bautechnik* 65, Nr. 8, S. 271–276, 1988.

- [159] A. Fathi et al., „Time-domain hybrid formulations for wave simulations in three-dimensional PML-truncated heterogeneous media,“ *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Jg. 101, Nr. 3, S. 165–198, 2015. DOI: 10.1002/nme.4780.
- [160] J. S. Mulliken und D. L. Karabalis, „Discrete model for dynamic through-the-soil coupling of 3-D foundations and structures,“ *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Jg. 27, Nr. 7, S. 687–710, 1998. DOI: 10.1002/(SICI)1096-9845(199807)27:7<3C687::AID-EQE752>3E3.O.CO;2-O.
- [161] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN 45669-1:2020-06: Messung von Schwingungsimmissionen - Teil 1: Schwingungsmesser - Anforderungen und Prüfungen*, Berlin, 2020.
- [162] F. Korda und M. Mistler, *Brückenmessungen bei Nürnberg: Dokumentation der Brückenmessung und Untersuchung der dynamischen Bodeneigenschaften*, Baudynamik Heiland & Mistler GmbH, Hrsg., 2022.
- [163] DIN Deutsches Institut für Normung e. V., *DIN 1045:1988-07: Beton und Stahlbeton - Bemessung und Ausführung*, Berlin, 1988.
- [164] F. J. Fahy, „Statistical energy analysis: a critical overview,“ *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, Jg. 346, Nr. 1681, S. 431–447, 1994. DOI: 10.1098/rsta.1994.0027.
- [165] A. Goris, Hrsg., *Bautabellen für Ingenieure: Mit Berechnungshinweisen und Beispielen*, 20. Aufl. Neuwied: Werner, 2012, ISBN: 978-3-8041-5251-9.
- [166] DB Netz AG, Hrsg., *DB-Brückenkarte*, 2023. Adresse: <https://bruecken.deutschebahn.com/br%C3%BCckenkarte> (besucht am 19. 07. 2023).



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Ansicht einer Eisenbahnrahmenbrücke [Planausschnitt der DB Netz AG] . . . . .	7
2.2	Beispiel periodischer Schwingungen im Zeitbereich: a) Harmonische Schwingungen b) Periodische Schwingung . . . . .	10
2.3	Diskretes Amplitudenspektrum einer Dreiecksfunktion im: a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich . . . . .	11
2.4	Normierte Systemantwort einer Brücke infolge Impulsanregung in Brückenmitte im a) Zeitverlauf (Ausschnitt), b) Zeitverlauf im Detail und c) Frequenzspektrums . . . . .	12
2.5	Signatur von Rechteckfunktionen im a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich sowie Darstellung eines Sinus-Sweeps (0 – 40 Hz) im c) Zeitbereich und b) Frequenzbereich . . . . .	14
2.6	Der Einmassenschwinger unter harmonischer Belastung: a) Fragestellung, b) Rheologisches Modell, c) Freischnitt . . . . .	15
2.7	a) Vergrößerungsfunktion $V_1$ , b) Phasenversatz . . . . .	17
2.8	Zeigerdiagramm für das Kräftegleichgewicht am harmonisch angeregten EMS in Anlehnung an [36, 46] . . . . .	18
2.9	Signal im a) Zeit-, b) Frequenzbereich (gemittelt über unterschiedliche Fensterbreite) und c) im Spektraldiagramm der kontinuierlichen Wavelet Transformation . . . . .	24
2.10	Auswertung der Dämpfung an einem gefilterten Signal einer Ausschwingkurve: a) Signal im Zeitbereich, b) Spektrum der Funktionen . . . . .	26
2.11	Auswertung der Dämpfung auf Grundlage einer a) Impulsanregung und b) Zugüberfahrt . . . . .	27
2.12	a) Vergleich der Wellengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Querdehnzahl b) Normalisierte Amplituden in Abhängigkeit von der Tiefe für Rayleigh-Wellen in Anlehnung an [63] . . . . .	29
2.13	Streubereich des normierten Schubmoduls in Abhängigkeit von der Scherdehnungsamplitude $\gamma_d$ nach [61] . . . . .	30
2.14	Wellenausbreitung im geschichteten Boden am Beispiel einer Rahmenbrücke . . . . .	32
2.15	Messung dynamischer Bodenparameter mittels MASW-Methode . . . . .	34

2.16	a) Steifigkeits- und b) Dämpfungskoeffizienten für die Impedanzfunktion des Einmassenschwingers; c) Steifigkeits- und d) Dämpfungskoeffizienten für die Impedanzfunktion des starren, quadratischen Rechteckfundamentes auf elastischem Halbraum für $\nu = 1/3$ mit Vergleichswerten [66] . . . . .	36
2.17	Veranschaulichung verschiedener Modellierungsansätze der BBI: a) 3D-Modellierung mit dem Hybridansatz, b) 2D- oder 3D-Modellierung mit der DIREKTEN METHODE und c) mit der SUBSTRUKTUR METHODE . . . . .	38
3.1	Überfahrt eines ICE III im a) Zeitbereich und b) Frequenzbereich mit Darstellung der zugehörigen periodischen Erregungen (vgl. Kap. 6.2) . . . . .	39
3.2	Interaktionsmechanismen in eingleisigen Eisenbahnbrücken, verursacht durch dynamische Anregung kreuzender Züge [113] . . . . .	43
4.1	a) Verschiedene Definitionen des E-Moduls anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton - C30/37 b) Verhältnis der unterschiedlichen E-Moduln-Definitionen zum mittleren statischen E-Modul über die Betondehnung . . . . .	48
4.2	a) Be- und Entlastungszyklus und entsprechende b) Spannungs-Dehnungs-Kurve bei zyklischer Druckbelastung nach [118] . . . . .	49
4.3	Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Form der Spannungs-Dehnungs-Kurve nach [120] . . . . .	50
4.4	Fragestellung der Schwingungshypothese: a) Belastungs-Zeit-Diagramm, b) Darstellung der Fragestellung . . . . .	51
4.5	a) Hypothese zum Schwingungsverhalten von Beton bei Druckbelastung b) Belastungsszenario, c) Spannungsverteilung . . . . .	52
4.6	a) Belastung eines Elementes und zugehöriges b) zyklisches Druckverhalten (CDP) mit Schädigung [64, 123] . . . . .	53
4.7	FE-Modell eines Balkens zur quasi-statischen Berechnung des Biegeversuchs mit ABAQUS . . . . .	55
4.8	Validierung der Kraft-Verschiebungs-Kurven mit den Ergebnissen von VECCHIO, BRESLER [129, 130] . . . . .	56
4.9	FE-Modell für Impulsbelastung in Feldmitte unter verschiedenen Grundspannungsniveaus für einen Beton der Festigkeitsklasse C30/37 (überhöhte Darstellung) . . . . .	56
4.10	a) Grenzwertbetrachtung im Hinblick auf die formulierte Arbeitshypothese b) normierten Eigenfrequenzen für die analytische $A$ und numerische $N$ Lösung - C30/37 . . . . .	57
4.11	a) FE-Modell des Rahmens (Meterstreifen), b) Belastung und c) Auswertung der Grenzwertbetrachtung . . . . .	58
4.12	Grundlegende Mechanismen der Schottersteifigkeit (1,2) und entsprechende mechanische Modelle in Anlehnung an [113] . . . . .	60

4.13	a) Amplituden-Frequenz-Spektrum einer Schotterbrücke [141] b) Nichtlineare Federkennlinie für das c) numerische Modell nach [137] . . . . .	61
4.14	Kleinkörperversuch: a) Draufsicht, b) Seitenansicht, c) Isometrie . . . . .	64
4.15	Drucksensor mit Gehäuse . . . . .	66
4.16	Numerisches Modell aus ABAQUS . . . . .	66
4.17	Darstellung der Gleichung 4.14 (rot) im Vergleich zum normierten Schubmodul nach Kapitel 2.5 . . . . .	67
4.18	Eigenfrequenzen des Kleinkörperversuchs bei Variation der Einflussgrößen . . . . .	68
4.19	Gleissteifigkeit unter Variation der Scherdehnung mit Vergleichswerten aus der Literatur [7, 17, 140, 142, 149] . . . . .	71
4.20	a) 3D-Problem b) Reduktion der Fragestellung auf den ebenen Rahmen . . . . .	73
4.21	Einfluss der Schottersteifigkeit auf die erste Biegeeigenfrequenz am ebenen Rahmen . . . . .	75
5.1	Parametrisiertes Modell im ebenen Dehnungszustand: a) Konzept, b) Numerisches Modell, c) Detail der Feder-Dämpferelemente . . . . .	80
5.2	Auswertung der modalen Charakteristik am ebenen Rahmen in Abhängigkeit von den Randbedingungen: a) Zeitverlauf, b) Reflexionen im Detail, c) Frequenzspektrum; Material- und Geometrieeigenschaften gemäß Tab. 5.2 . . . . .	81
5.3	a) Amplituden Frequenzgang eines Streifenfundamentes mit $m = 3840 \text{ kg}$ und $G = 235.3 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2$ ; vgl. [74], b) Vertikale Admittanzfunktion eines starren masselosen Streifenfundamentes für $\nu = 0.3$ ; vgl. [153] . . . . .	83
5.4	a) Direkte Modellierung einer ebenen BBI Fragestellung mit b) dem repräsentativen Signal im Zeitbereich sowie der c) Auswertung im Frequenzbereich	83
5.5	Vergleich der dynamischen Charakteristik zwischen der DIREKTEN METHODE und SALCHER [16]: a) erste Biegeeigenfrequenz, b) geometrische Dämpfung . . . . .	84
5.6	Numerisches Modell der Rahmenbrücke im Raum und schematische Darstellung des Berechnungsalgorithmus . . . . .	85
5.7	a) Starres Rechteckfundament $a = b$ im Geländeeinschnitt auf homogenem, elastischem Halbraum, b) Systemskizze (Draufsicht), c) Impedanzfunktion für $\nu = 0, 3$ & Werten aus der Literatur [33, 66, 78, 82] . . . . .	87
5.8	Eigenfrequenzen $f_1$ in Abhängigkeit der Spannweite $L$ und der: a) Voutung) $h_V$ , b) Biegeschlankheit) $S$ . . . . .	89
5.9	Eigenfrequenzen $f_1$ in Abhängigkeit der Spannweite $L$ und der: a) Widerlagerbreite $t_{WDL}$ , b) lichten Höhe $h_L$ . . . . .	90
5.10	Eigenfrequenzen $f_1$ in Abhängigkeit der Spannweite $L$ und der Bodensteifigkeit $E_b$	90
5.11	Vergleich der ermittelten ersten Biegeeigenfrequenz des Rahmens über die Widerlagerbreite $t_{WDL}$ für verschiedene Bodensteifigkeiten: a) 2D DIREKTE METHODE b) 3D HYBRID METHODE . . . . .	91

5.12	Vergleich der Eigenfrequenz (a, c) und der modalen Dämpfung (b, d) am 2D- (a, b) und 3D-Rahmen (c, d) in Abhängigkeit der Widerlagerbreite $t_{WDL}$ und der Bodensteifigkeit $E_b$ . . . . .	92
5.13	Modale Dämpfung der ersten Biegeeigenfrequenz in Abhängigkeit von der Widerlagerdicke $t_{WDL}$ und der Bodensteifigkeit $E_b$ : a) 2D DIREKTE METHODE, b) 3D HYBRID METHODE . . . . .	93
5.14	Modale Charakteristik in Abhängigkeit von der Widerlagerdicke $t_{WDL}$ und der Bodensteifigkeit $E_b$ für die Spannweiten a,b) $L = 9$ m und c,d) $L = 13$ m . . . . .	94
5.15	Übersicht der modalen Charakteristik unterschiedlicher Geometrien und Bodensteifigkeiten anhand des Zeitverlaufs und im Frequenzspektrum . . . . .	96
5.16	Darstellung eines Zweimassenschwingers und seiner dynamischen Antwort auf eine Impulserregung: a) Systemskizze, b, c) Modale Charakteristik und d) Vergrößerungsfunktion der Schwinggeschwindigkeiten $v(\eta_{RW})$ . . . . .	98
5.17	Fallstudie über die Vernachlässigung der Hinterfüllung und der Flügelmwände: a) Fallstudien; b) geometrische Dämpfung; c) Erste Eigenfrequenz . . . . .	100
5.18	Modale Eigenschaften des Rahmens auf geschichtetem Halbraum unter Verwendung der 3D HYBRID METHODE: a) Fragestellung, b) geometrische Dämpfung über die Spannweite, c) Eigenfrequenz über die Spannweite. . . . .	102
5.19	Modale Eigenschaften des Rahmens auf geschichtetem Halbraum unter Verwendung der 2D DIREKT METHODE: a) Fragestellung, b) geometrische Dämpfung über die Spannweite, c) Eigenfrequenz über die Spannweite . . . . .	103
5.20	a) Darstellung der Modelle, b) Frequenzspektrum der Rahmenstruktur (starr), c) Frequenzspektrum der Rahmen unter Variation des Einspanngrads unter der Frequenzverhältnisse. . . . .	104
5.21	Systemskizze zur Untersuchung der Gruppenwirkung mit: a) Einzelfundament und b) Doppelfundament . . . . .	107
5.22	Impedanzfunktion für die Spannweite $L = 9$ m . . . . .	108
5.23	Impedanzfunktion für die Spannweite $L = 13$ m . . . . .	108
5.24	Impedanzfunktion für die Spannweite $L = 17$ m . . . . .	109
5.25	Impedanzfunktion für die Spannweite $L = 21$ m mit ergänzender Darstellung der Einzelfundamentlösung für die Spannweiten $L = 9$ m bis 21 m . . . . .	109
6.1	Prognosemodell unter Berücksichtigung der vertikalen und horizontalen Boden-Bauwerk-Interaktion: a) Fragestellung, b) Systemskizze . . . . .	117

6.2	Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik am Rahmen unter Verwendung der HYBRID METHODE und des Prognosemodells bei Variation der Spannweite: a) Dämpfung, b) Eigenfrequenz . . . . .	121
6.3	Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik am Rahmen unter Verwendung der HYBRID METHODE und des Prognosemodells bei Variation der Widerlagerbreite: a) Dämpfung, b) Eigenfrequenz . . . . .	121
6.4	Exemplarische Darstellung der Messpunkte: a) MP7, b) MP15 . . . . .	124
6.5	Rahmenskizze mit Messpunkten . . . . .	125
6.6	Beispielhafte Darstellung der Signaldigitalisierung vom Verstärker bis zur Software: a) AD-Wandler und Verstärker im Detail, b) Übersicht . . . . .	126
6.7	Übersichtsfoto der Rahmenbrücke ID12842 . . . . .	127
6.8	a) Längsschnitt der Brücke, b) Querschnitt der Brücke, c) Bohrprofil, d) Scherwellenprofil [DB Netz AG] . . . . .	128
6.9	a) Zeitverlauf der Schwinggeschwindigkeit durch ambiente Anregung und b) gemittelttes Spektrum, c) 1. Modalform in ARTEMIS, d) 2. Modalform in ARTEMIS . . . . .	130
6.10	a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $v_z$ ) durch Impulsanregung, b) Darstellung im Frequenzbereich und c) Spektraldiagramm durch CWT . . . . .	131
6.11	a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $a_z$ ) durch Zugüberfahrt, b) Darstellung im Frequenzbereich und c) Spektraldiagramm durch CWT . . . . .	132
6.12	a) Auswertung der modalen Dämpfung anhand der Ausschwingkurven ( $v_z$ ) durch Zugüberfahrt, b) Darstellung im Frequenzbereich . . . . .	133
6.13	Modale Charakteristik der untersuchten Rahmenbrücken im Vergleich zur Datensammlung des DIBRST [30] . . . . .	134
6.14	Auswertung der dynamischen Charakteristik am Prognosemodell . . . . .	137
6.15	Numerisch bestimmte Modalformen in ABAQUS . . . . .	138
6.16	Maßgebender vertikaler Starrkörpermode der Rahmenbrücke 12842 – Vergleich aus a) Numerik in ABAQUS und b) OMA in ARTEMIS . . . . .	139
8.1	Darstellung der Sensorkennlinie mit Überlagerung der Versuchsergebnisse aus Kap. 4.2 . . . . .	175
8.2	Standortübersicht der Rahmenbrücken, Kartenmaterial nach [166] . . . . .	176
8.3	Beispiel nach Python-Script mit $f_1 = 9$ , $f_2 = 15$ . . . . .	177
8.4	Beispiel nach Python-Script mit $f_1 = 9$ , $\zeta_1 = 3\%$ , $f_2 = 15$ , $\zeta_1 = 1\%$ . . . . .	177
8.5	Beispiel nach Python-Script mit $f_1 = 5$ , $\zeta_1 = 1\%$ , $f_2 = 10$ , $\zeta_1 = 3\%$ . . . . .	178
8.6	Bestandsübersichtsplan - ID12842 . . . . .	186
8.7	Ansicht ID12842 . . . . .	186
8.8	Repräsentative Darstellung vom Überbau [DB Netz AG] . . . . .	187
8.9	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12842 . . . . .	187

---

8.10	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12842 . . . . .	188
8.11	Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung an MP1 - ID12842 . . . . .	188
8.12	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12842 . . . . .	190
8.13	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12842, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve . . . . .	191
8.14	Bestandsübersichtsplan - ID12836 . . . . .	192
8.15	Ansicht ID12836 . . . . .	193
8.16	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12836 . . . . .	193
8.17	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12836 . . . . .	194
8.18	Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID12836 . . . . .	194
8.19	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12836 . . . . .	196
8.20	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12836, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve . . . . .	197
8.21	Bestandsübersichtsplan - ID12829 . . . . .	198
8.22	Ansicht ID12829 . . . . .	199
8.23	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12829 . . . . .	200
8.24	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12829 . . . . .	200
8.25	Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID12829 . . . . .	201
8.26	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12829 . . . . .	202
8.27	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12829, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve . . . . .	203
8.28	Bestandsübersichtsplan - ID13871 . . . . .	204
8.29	Ansicht ID13871 . . . . .	205
8.30	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID13871 . . . . .	205
8.31	Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID13871 . . . . .	206
8.32	Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID13871 . . . . .	207
8.33	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID13871 . . . . .	208

---

8.34	Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID13871, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve . . . . .	209
8.35	Ausschwingkurve am ZMS, Parameterset entsprechend Python-Code . . . . .	210



# Tabellenverzeichnis

2.1	Teilkomponenten der Bauwerksdämpfung nach [36] . . . . .	21
4.1	Unterscheidung der Dehnratenbereiche für Beton nach [119] . . . . .	50
5.1	Zusammenfassung der verwendeten Berechnungsmethoden . . . . .	79
5.2	Verwendeter Parametersatz . . . . .	85
5.3	Erweiterter Parametersatz für den 3D-Rahmen . . . . .	88
5.4	Abkürzungen und ihrer Identifizierungsmethoden . . . . .	93
5.5	Erwartetes und berechnetes Systemverhalten im Kontext der Starrkörpermoden	99
6.1	Richtwerte von Scherwellengeschwindigkeit ausgewählter Boden- und Gesteinsarten [38] . . . . .	115
6.2	Übersicht der untersuchten Rahmenbrücken . . . . .	123
6.3	Übersicht Messequipment . . . . .	126
6.3	Übersicht Messequipment . . . . .	127
6.4	Baustoffkennwerte . . . . .	129
6.5	Modale Charakteristik der Rahmenbrücke ID12842 . . . . .	131
6.6	Dynamische Charakteristik der untersuchten Eisenbahnrahmenbrücken . . . . .	133
6.7	Übersicht der im Prognosemodell verwendeten Materialparameter unter Berücksichtigung der Hinweise . . . . .	136
6.8	Vergleich der numerischen und in-situ Messergebnisse bezüglich der dynamischen Charakteristik für die Rahmenbrücke ID12842 . . . . .	137
6.9	Gegenüberstellung der dynamischen Charakteristik der untersuch- ten Rahmenbrücken . . . . .	140
8.1	Dämpfung - ID 12842 . . . . .	189
8.2	Dämpfung - ID 12836 . . . . .	195
8.3	Dämpfung - ID 12829 . . . . .	201
8.4	Dämpfung - ID13871 . . . . .	207



# 8 Anhang

## 8.1 Auswertung Kleinkörperversuch

Kennlinie des Dünnschicht-Drucksensors (Thin Layer Pressure Sensor - RP-S40-ST, FAFEICY) zur Auswertung der Sensordaten in Kapitel 4.2. Die Belastung erfolgt mittels definierter Gewichte.

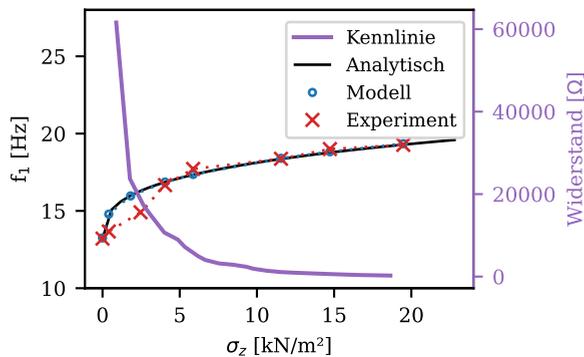


Abbildung 8.1: Darstellung der Sensorkennlinie mit Überlagerung der Versuchsergebnisse aus Kap. 4.2

## 8.2 Auswertung der in-situ-Messungen

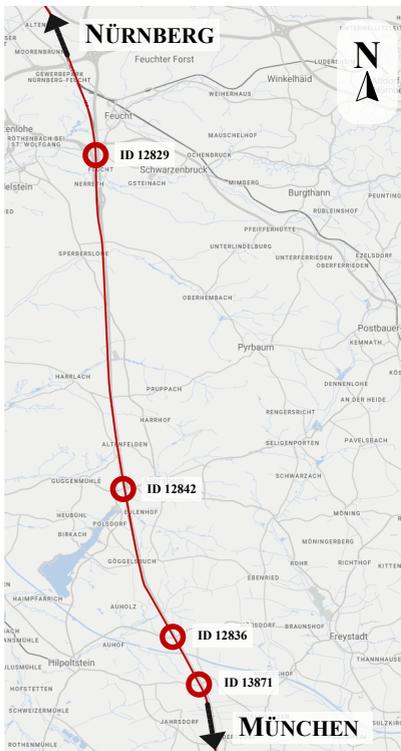
Die Auswertung der Experimentellen Modalanalyse erfolgt gemäß Kapitel 2.4 und den darin enthaltenen Grundlagen aus Kapitel 2.

Aufgrund der passiven Schwingungsmessung über Geophone (Induktion), wurden je nach Messpunkt und Umgebung teilweise Überlagerungen mit der Netzfrequenz des Bahnstroms

( $f_{\text{Bahn}} = 16,7 \text{ Hz}$ ) gemessen. Wenn dieser Fall vorliegt, kann durch Variation der Fensterbreite bei der Mittelung der Frequenzspektren (gefensterte, gemittelte FFT) eine klare Abgrenzung zwischen Brückenschwingung und Bahnstrom gemessen werden.

Die kontinuierliche Verkehrsanregung der angrenzenden Autobahn sowie der unterführten Straßen führte bei den Messungen zu deutlich höheren Grundschwingungen und Störeinflüssen als erwartet. Dies erschwert die Beurteilung der Dämpfung durch Impulsbelastung sowie die Beurteilung der Eigenfrequenzen der kurzen Brücken. Das Frequenzspektrum der Störgrößen aus der Verkehrsbelastung kann durch die Messungen mit der MASW-Methode bestätigt werden.

Eine Standortübersicht der vier gemessenen Brücken ist Abbildung 8.2 zu sehen:



ID 12829:  
GPS: 49°21'43.7" N 11°12'04.4" O  
Betriebs-km. : 14,233

ID 12842:  
GPS: 49°14'54.4" N 11°12'57" O  
Betriebs-km. : 26,946

ID 12836:  
GPS: 49°11'52.0" N 11°14'31.0" O  
Betriebs-km. : 32,949

ID 13871:  
GPS: 49°10'53.8" N 11°15'19.8" O  
Betriebs-km. : 34,994

Abbildung 8.2: Standortübersicht der Rahmenbrücken, Kartenmaterial nach [166]

Weiterhin wurden bei ID12829 harmonische Störfrequenzen gemessen. Diese konnten dem angrenzenden Recyclinghof zugeordnet werden. Die Auswertung des ambienten Frequenzspektrums basiert in diesem Fall auf die Ruhepause.

In den folgenden Abbildungen sind drei Beispiele zur Charakterisierung eines Zeitsignals gegeben (Abb. 8.3, 8.4, 8.5).

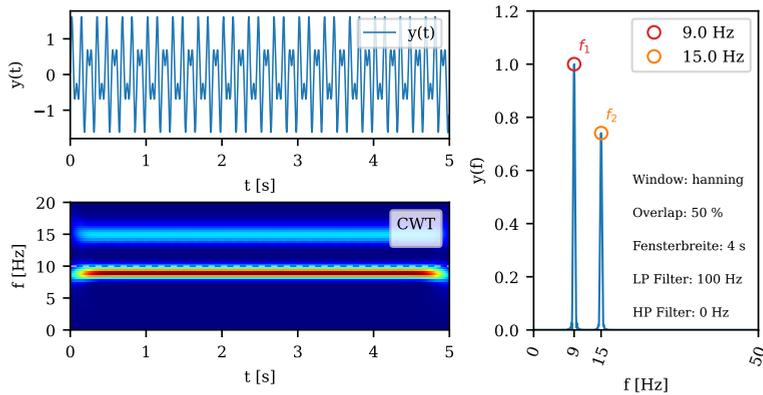


Abbildung 8.3: Beispiel nach Python-Script mit  $f_1 = 9$ ,  $f_2 = 15$

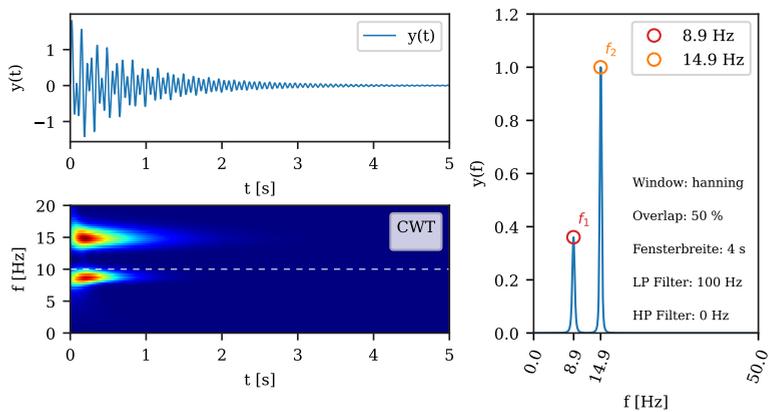


Abbildung 8.4: Beispiel nach Python-Script mit  $f_1 = 9$ ,  $\zeta_1 = 3\%$ ,  $f_2 = 15$ ,  $\zeta_2 = 1\%$

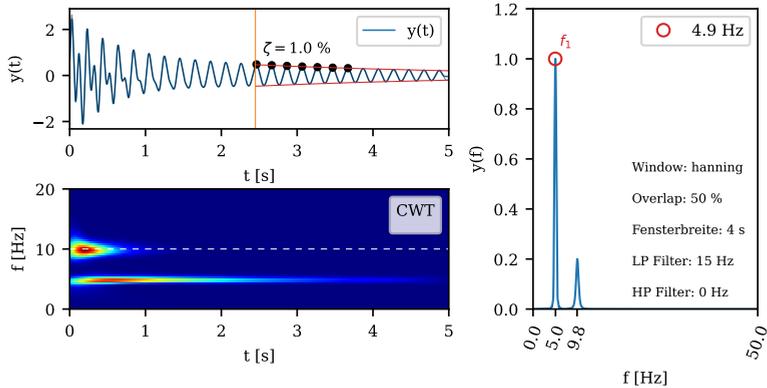


Abbildung 8.5: Beispiel nach Python-Script mit  $f_1 = 5$ ,  $\zeta_1 = 1\%$ ,  $f_2 = 10$ ,  $\zeta_2 = 3\%$

Anhand der Beispiele wird der Unterschied zwischen gedämpfter und ungedämpfter Eigenfrequenz deutlich (siehe Beispiel in Abb. 8.3).

$$\begin{aligned}
 f_1 &= 9,0 \text{ Hz} \\
 f_{1,d} &= 9,0 \cdot \sqrt{1 - 0,03} = 8,86 \text{ Hz} \\
 &\approx 8,9 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

Anbei folgt der entsprechende Python-Code:

## 8.2.1 Python Script: FFT, CWT

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy import signal
4 from scipy.signal import find_peaks
5 from scipy import fftpack
6 from scipy.optimize import curve_fit
7 import math
8 import subprocess
9 from datetime import datetime
10 import os
11
12
13 from pylab import rcParams
14 rcParams['figure.figsize'] = 13.5/2.54, 7/2.54

```

```
15 plt.rcParams['font.size'] = 7.5
16 rcParams['font.family'] = 'serif'
17 rcParams['font.sans-serif'] = ['fourier']
18
19 # Set Data
20 Wavelet=0
21 damping=0
22 START_D=1 #s
23 P=6 #Anzahl Peaks für Ausschwingkurve
24
25 # Set Function
26 Start=0
27 End=5
28 f_s_1=1024 # Abtastrate
29 f1=21
30 D1=0.01
31 A1=1
32
33 f2=5
34 D2=0.020
35 A2=1
36
37 # Set Data FFT
38 Breite=2**12/f_s_1#s
39 Overlap=.5
40
41 # Set Wavelet
42 w = 10
43 freq = np.linspace(.01, 20, num = 60) # von, bis, Schritte
44 widths = w*f_s_1 / (2*freq*np.pi)
45
46 # Set Filter
47 Cut1=0
48 Cut2=50
49
50 # Funktion
51 omg_N1=2*math.pi*f1
52 omg_D1=omg_N1*(1-D1)**.5
53 omg_N2=2*math.pi*f2
54 omg_D2=omg_N2*(1-D2)**.5
55
56 n=End*f_s_1
57 t_1 = np.linspace(0, End, n)
58 u_1 = A1*np.exp(-D1*t_1*omg_N1) * np.sin(omg_D1 * t_1)
59
60 u_2 = A2*np.exp(-D2*t_1*omg_N2) * np.sin(omg_D2 * t_1)
```

```
61 u_1 = u_1+u_2
62 u_1_0=u_1
63
64 #####
65 # Filter
66 #####
67 Level=10
68 sos2 = signal.butter(Level, Cut2, 'lp', fs=int(f_s_1), output='sos')
69 u_1=signal.sosfiltfilt(sos2, u_1, padlen=0)
70 if Cut1>=1:
71     sos2 = signal.butter(Level, Cut1, 'hp', fs=int(f_s_1), output='sos')
72     u_1=signal.sosfiltfilt(sos2, u_1, padlen=0)
73
74 #####
75 # Gemitteltes Spektrum - FFT
76 #####
77
78 N_FFT=int((t_1[len(t_1) - 1]-Start)/(Breite*Overlap)-1)
79 i=0
80 i_end=N_FFT
81 # Test=Start
82
83 while (Start)<End-Breite:
84     Start_1=i*Breite*Overlap
85     End_1 = Start_1+Breite
86     u_timed_1 = u_1[int(Start_1*f_s_1):int(End_1*f_s_1)]
87     t_timed_1 = t_1[int(Start_1*f_s_1):int(End_1*f_s_1)]
88     window = np.hanning(len(u_timed_1)) # Hanning Window über jedes
89     Fenster
90     u_timed_1=u_timed_1*window
91     N_Zero = 9999
92     u_pad_1=np.pad(u_timed_1, (0, N_Zero), 'constant')
93     X_1 = fftpack.fft(u_pad_1)
94     A_1 = np.abs(X_1/len(u_pad_1))*2
95     A_1 = A_1[0:int(len(u_pad_1)/2)]
96     f_1 = fftpack.fftfreq(len(u_pad_1)) * f_s_1
97     f_1 = f_1[0:int(len(u_pad_1)/2)]
98
99     if i==0:
100         Summ_A_1=[]
101         Summ_A_1.append(A_1)
102         Add_A_1_0=A_1
103     else:
104         Summ_A_1.append(A_1)
105         Add_A_1_0=[sum(x) for x in zip(Add_A_1_0, A_1)]
106     i=i+1
```

```

106     Start=Start+Overlap*Breite
107 #
108 N_FFT=i
109 i_end=N_FFT
110
111 ##### F1 #####
112 minfreq=0
113 maxfreq=10.0
114 Add_A_1=[x / (i_end/2) for x in Add_A_1_0]
115 indices2_1 = np.where(f_1 >= minfreq)
116 indices3_1 = np.where(f_1 >= maxfreq)
117 A_grenz_1=(Add_A_1[indices2_1[0][1]:indices3_1[0][1]])
118 A_max_1=max(A_grenz_1)
119 indices_1 = np.where(A_grenz_1 == A_max_1)
120 f3_1 = round(*f_1[indices_1]+f_1[indices2_1[0][1]],5)
121
122 ##### F2 #####
123
124 minfreq = round(omg_D2/2/math.pi,1)*.8
125 maxfreq = 20
126 Add_A_1=[x / (i_end/2) for x in Add_A_1_0]
127 indices2_1 = np.where(f_1 >= minfreq)
128 indices3_1 = np.where(f_1 >= maxfreq)
129 A_grenz_2=(Add_A_1[indices2_1[0][1]:indices3_1[0][1]])
130 A_max_2=max(A_grenz_2)
131 indices_1 = np.where(A_grenz_2 == A_max_2)
132 f3_2 = round(*f_1[indices_1]+f_1[indices2_1[0][1]],5) #
133
134 #####
135 # Dämpfung
136 #####
137
138 if damping==1:
139     u_timed_2 = u_1[int((START_D)*f_s_1):int(End*f_s_1)-1]
140     t_timed_2 = t_1[int((START_D)*f_s_1):int(End*f_s_1)-1]
141
142 # FFT innerhalb der Ausschwingkurve
143 y_pad=np.pad(u_timed_2, (0), 'constant')
144 fftlen=len(y_pad)
145 X_1d = fftpack.fft(y_pad,fftlen)
146 A_1d = np.abs(X_1d/fftlen)*2
147 A_1d = A_1d[0:int(fftlen/2)]
148 f_1d = fftpack.fftfreq(fftlen) * f_s_1
149 f_1d = f_1d[0:int(fftlen/2)]
150
151 A_max_1d=max(A_1d)

```

```

152     A_ud=A_max_1d/(2**.5)
153     indices_1 = np.where(A_1d >= A_ud)
154     f_1d=(f_1d[indices_1[0][0]])
155
156     u_timed_2=abs(u_timed_2)
157     peaks_1, _ = find_peaks((u_timed_2), height=0, distance=1/f3_1*f_s_1
158     *0.25)
159     x_1=((peaks_1+1)/f_s_1)#+int(Start*f_s_1)/f_s_1
160     y_1=(u_timed_2[peaks_1])
161
162     x_1=x_1[:2*P+1]
163     y_1=y_1[:2*P+1]
164     x_11=x_1-x_1[0]
165
166     def func(x, a, b):
167         return a * np.exp(-b * (x))
168     popt, pcov = curve_fit(func, x_11, y_1)
169     popt
170     a_1=popt[0:1]
171     b_1=popt[1:2]
172     xi_1=b_1/2/math.pi/f_1d*100
173     xi_x_1= np.arange(0, len(u_timed_2)/f_s_1, 1/f_s_1)+START_D
174     xi_y_1=a_1*np.exp(-b_1*(xi_x_1-x_1[0]-START_D))
175
176     #####
177     # print figure
178     #####
179     fig, (ax1,ax3) = plt.subplots(1,2)
180
181     # Set figure
182     if Wavelet==1:
183         ax1 = plt.subplot2grid((2,5),(0,0),colspan = 3, rowspan = 1)
184         ax3 = plt.subplot2grid((2,5),(0,3),colspan = 2, rowspan = 2)
185         ax4 = plt.subplot2grid((2,5),(1,0),colspan = 3, rowspan = 1)
186     else:
187         ax1 = plt.subplot2grid((2,5),(0,0),colspan = 3, rowspan = 1)
188         ax3 = plt.subplot2grid((2,5),(0,3),colspan = 2, rowspan = 1)
189
190     #Print Zeitverlauf
191     ax1.plot(t_1,u_1, label='y(t)', linewidth=.75)
192     ax1.plot(t_1,u_1_0, linewidth=.5, color='black', alpha=.5)
193
194     # Print integrierte Ausschwingkurve
195     if damping==1:
196         ax1.plot(x_1[:2:2]+START_D,y_1[:2:2],',.',linewidth=.01,color='black')

```

```

197     ax1.plot(xi_x_1,xi_y_1,linewidth=.5, color='tab:red')
198     ax1.plot(xi_x_1,-xi_y_1,linewidth=.5, color='tab:red')
199     ax1.text(START_D+.1,y_1[1]+.3, '$\zeta=${} %'.format(round(*xi_1,1)),
200             {'color': 'black', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': '
bottom', 'alpha':1,
201             'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
=0.05, alpha=.8)},rotation=0)
202     ax1.axvline(START_D, linewidth=.5,color='tab:orange')
203
204 # Print Frequenzspektrum
205 ax3.plot(f_1, Add_A_1/max(Add_A_1), linewidth=1.0, color='tab:blue')
206
207 # Print f1 and d2
208 ax3.plot(f3_1,A_max_1/max(Add_A_1),'o',mfc='none', color=('tab:red'),
        linewidth=.5,label='{} Hz'.format(round(f3_1,1)))
209 ax3.text(f3_1+1,A_max_1/max(Add_A_1)+.03, "$f_1$",
210         {'color': 'tab:red', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': '
bottom', 'alpha':1,
211         'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
=0.05, alpha=.15)},rotation=0)
212 ax3.plot(f3_2,A_max_2/max(Add_A_1),'o',mfc='none', color=('tab:orange'),
        linewidth=.5,label='{} Hz'.format(round(f3_2,1)))
213 ax3.text(f3_2+1,A_max_2/max(Add_A_1)+.03, "$f_2$",
214         {'color': 'tab:orange', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': '
bottom', 'alpha':1,
215         'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
=0.05, alpha=.15)},rotation=0)
216
217
218 # Set Plot Data
219 ax1.legend(loc='upper right', frameon=True, ncol=1)
220 ax3.legend(loc='upper right', frameon=True, ncol=1)
221 ax1.set_ylabel('y(t)')
222 ax1.set_xlabel('t [s]')
223 ax3.set_xlabel('f [Hz]')
224 ax3.set_ylabel('y(f)')
225
226 # Set Limits
227 ax1.set_xlim(0,5)
228 ax1.set_ylim(min(u_1_0)*1.1,max(u_1_0)*1.1)
229 ax3.set_xlim(0.0, 50)
230 ax3.set_ylim(0., 1.2)
231 ax3.set_xticks([0,round(omg_D1/2/math.pi,1),round(omg_D2/2/math.pi,1)
,50])
232 plt.setp( ax3.xaxis.get_majorticklabels(), rotation=70 )
233

```

```
234
235 # Print Data
236 ax3.text(22, .05+0.125*4, "Window: hanning", ha='left', wrap=True,
          fontsize=6)
237 ax3.text(22, .05+0.125*3, "Overlap: {} %".format(round((1-Overlap)*100)),
          ha='left', wrap=True, fontsize=6)
238 ax3.text(22, .05+0.125*2, "Fensterbreite: {} s".format(round(Breite)), ha
          ='left', wrap=True, fontsize=6)
239 ax3.text(22, .05+0.125*1, "LP Filter: {} Hz".format(Cut2), ha='left',
          wrap=True, fontsize=6)
240 ax3.text(22, .05+0.125*0, "HP Filter: {} Hz".format(Cut1), ha='left',
          wrap=True, fontsize=6)
241
242 #####
243 # Wavelet
244 #####
245
246 if Wavelet==1:
247
248     cwtm    = signal.cwt(u_1, signal.morlet2, widths, w=w)
249     outz    = np.abs(cwtm**2)
250     ax4.axhline(10, linewidth=.5, color='white', dashes=(6,6))
251
252     b=np.zeros((len(freq),len(t_1)))
253     outz_1=outz
254     i=0
255     while i<len(t_1):
256         j=0
257         while j<len(freq):
258             c=outz[j,i]/max(outz[:,i])
259             b[j,i]=c
260             j=j+1
261         i=i+1
262     # ax4.pcolormesh(t_1, freq, b, cmap='jet')
263     ax4.pcolormesh(t_1, freq, outz, cmap='jet')
264     ax4.set_ylim(0, max(freq))
265     ax4.set_xlim(0, 5)
266     ax4.set_xlabel('t [s]')
267     ax4.set_ylabel('f [Hz]')
268     ax4.legend(loc='upper right', frameon=True, ncol=1, title='CWT')
269
270
271 plt.subplots_adjust(left=0.12, right=.98, bottom=.155, top=.924, hspace
          =.5, wspace=1.2)
272
```

```
273 plt.show()
```

**Python-Quellcode 8.1:** FFT, CWT

## 8.2.2 Auswertung: ID 12842

### 8.2.2.1 Planunterlagen und Ansicht

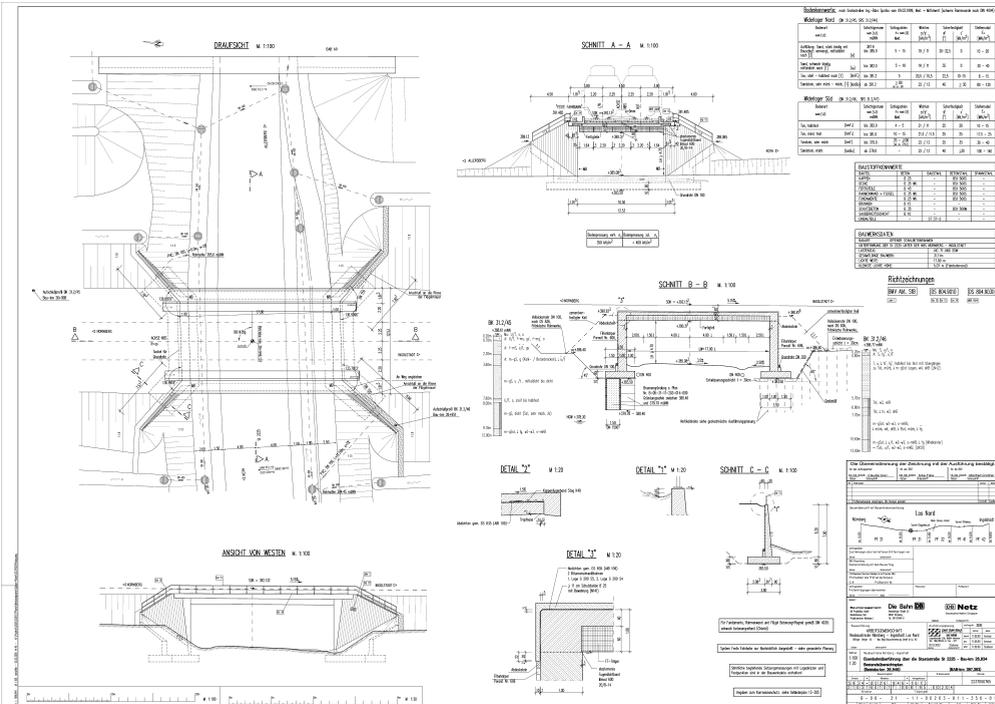


Abbildung 8.6: Bestandsübersichtsplan - ID12842



Abbildung 8.7: Ansicht ID12842

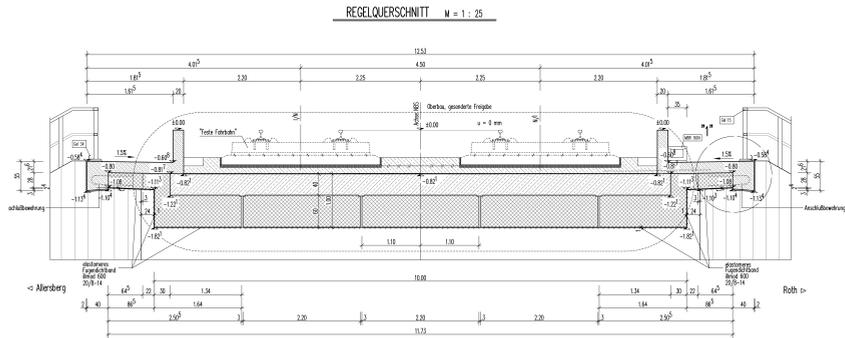


Abbildung 8.8: Repräsentative Darstellung vom Überbau [DB Netz AG]

### 8.2.2.2 Auswertung der Eigenfrequenzen

Die Auswertung der Eigenfrequenzen erfolgt primär unter Berücksichtigung der Peaks im gemittelten Frequenzspektrum (vgl. Kap. 2.3).

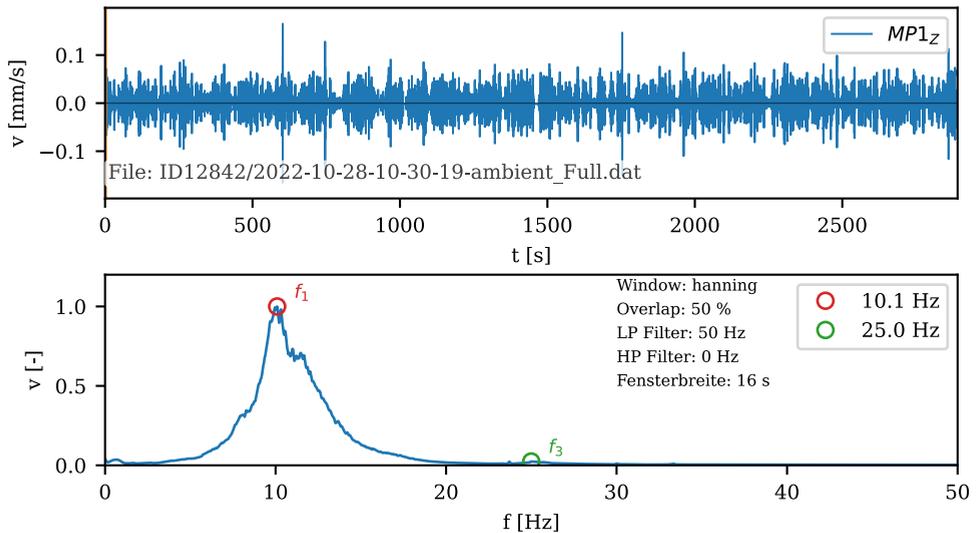


Abbildung 8.9: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrum zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12842

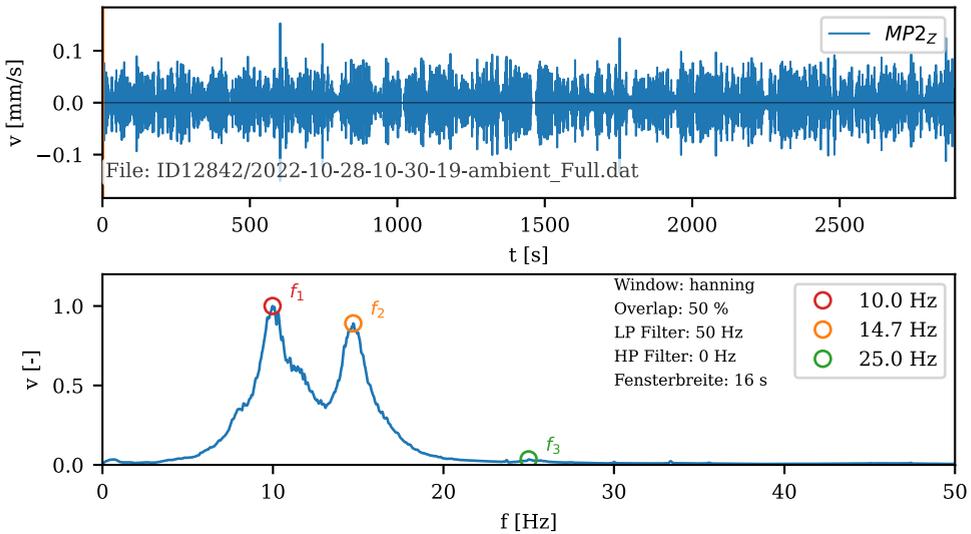


Abbildung 8.10: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12842

### 8.2.2.3 Auswertung der Dämpfung

Die Auswertung der Dämpfung erfolgt primär unter Bestimmung des Abklingkoeffizienten der integrierten Ausschwingkurve über 3 Peaks (vgl. Kap. 2.3).

Der Zeitverlauf zeigt aufgrund der Frequenzfilterung eine verwirrende Darstellung weiterer Anregungen. Die Startpunkte des Ausschwingvorgangs wurden jeweils ohne Filterung identifiziert (orange).

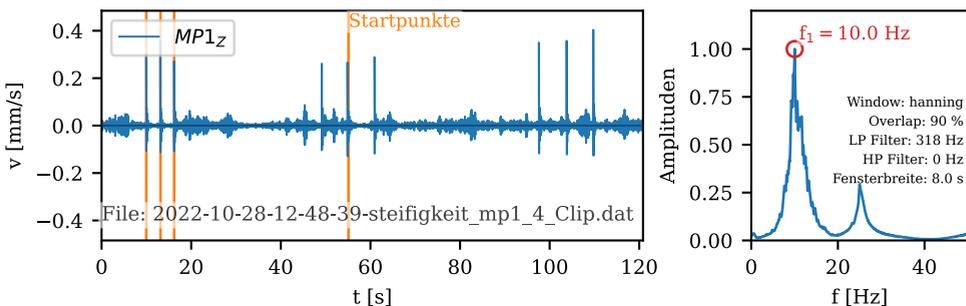


Abbildung 8.11: Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung an MP1 - ID12842

Die Ergebnisse einzelnen Ausschwingkurven werden wie folgt gemittelt.

<b>n</b>	<b><math>\zeta</math> [%]</b>
1	7,1
2	6,8
4	6,2
∅	<b>6,7</b>
Zug 1	6,3
Zug 2	7,0
∅	<b>6,7</b>

**Tabelle 8.1:** Dämpfung - ID 12842

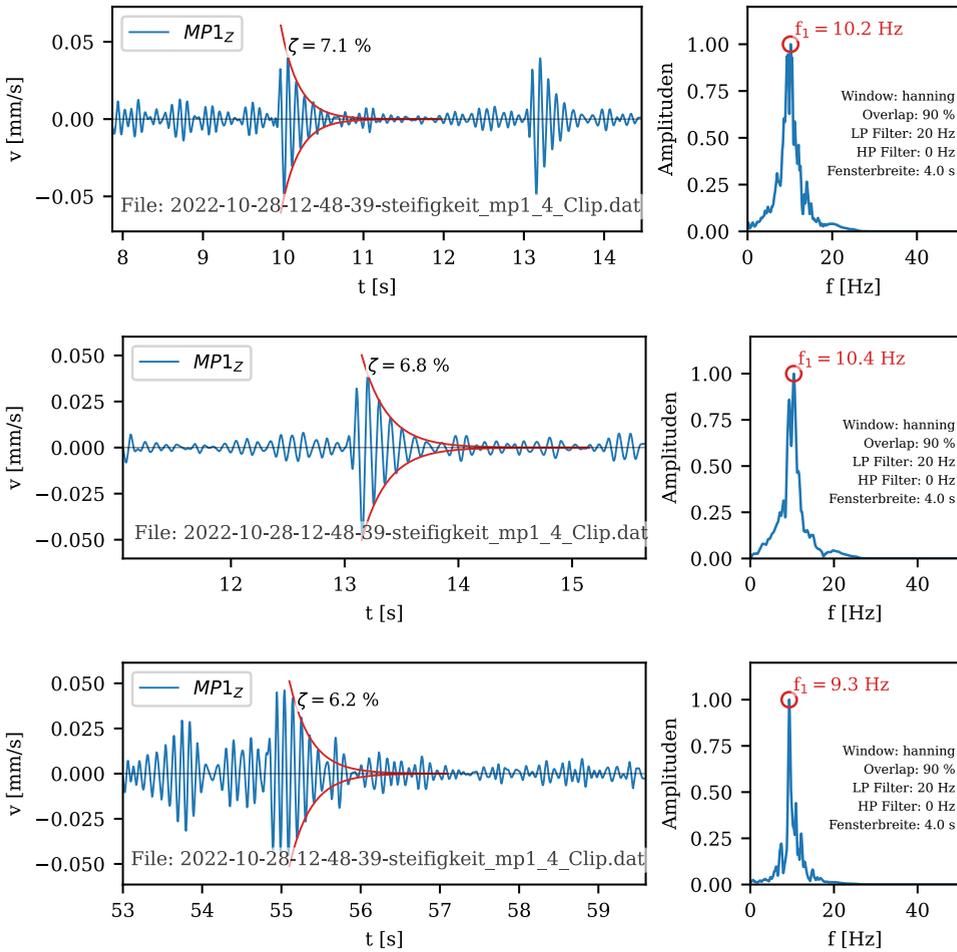
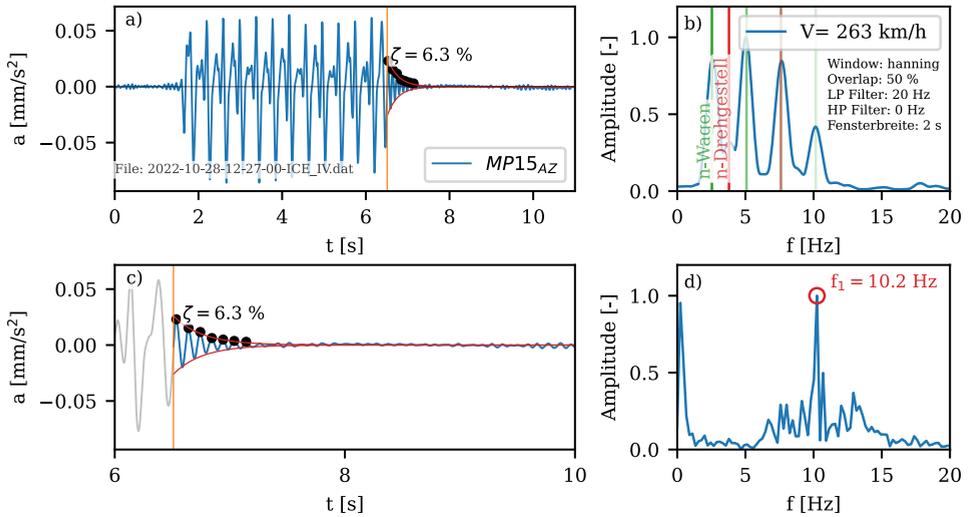
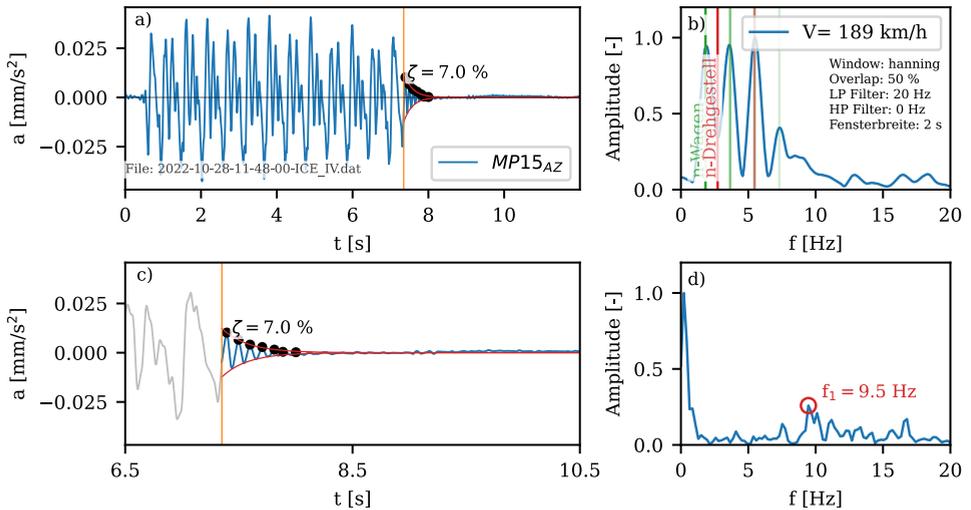


Abbildung 8.12: Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12842

ICE 4 -  $V_{\max} = 263$  km/hICE 4 -  $V_{\max} = 189$  km/h

**Abbildung 8.13:** Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12842,  
 a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d)  
 Spektrum der Ausschwingkurve

## 8.2.3 Auswertung: ID 12836

### 8.2.3.1 Planunterlagen und Ansicht

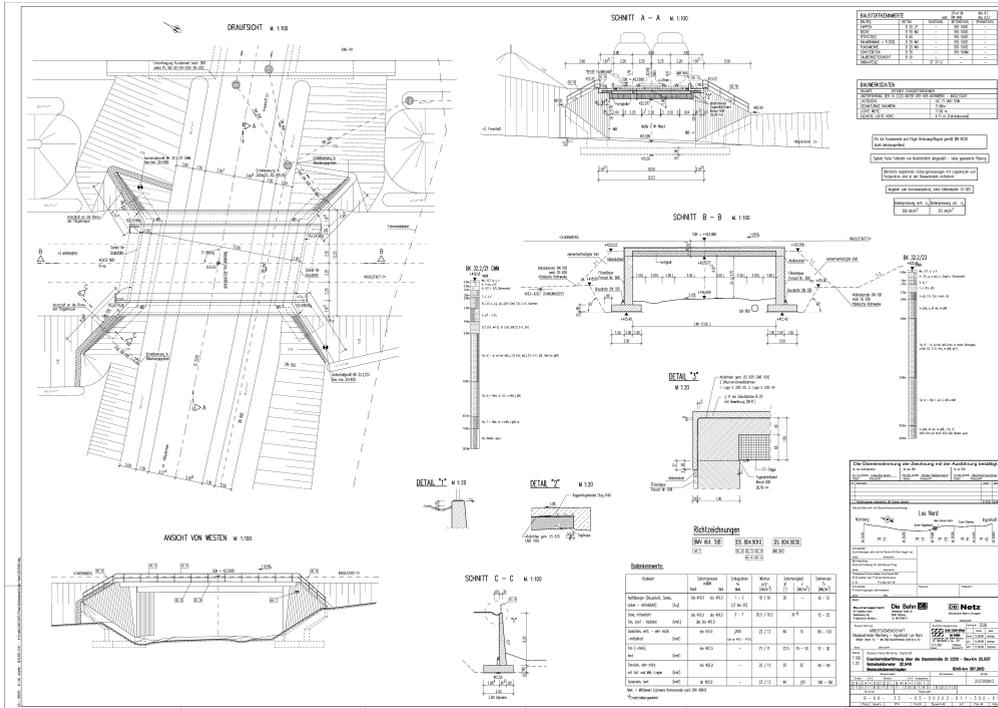


Abbildung 8.14: Bestandsübersichtsplan - ID12836

### 8.2.3.2 Auswertung der Eigenfrequenzen

Die Auswertung der Eigenfrequenzen erfolgt primär unter Berücksichtigung der Peaks im gemittelten Frequenzspektrum (vgl. Kap. 2.3).

### 8.2.3.3 Auswertung der Dämpfung

Die Auswertung der Dämpfung erfolgt primär unter Bestimmung des Abklingkoeffizienten der integrierten Ausschwingkurve über 3 Peaks (vgl. Kap. 2.3).



Abbildung 8.15: Ansicht ID12836

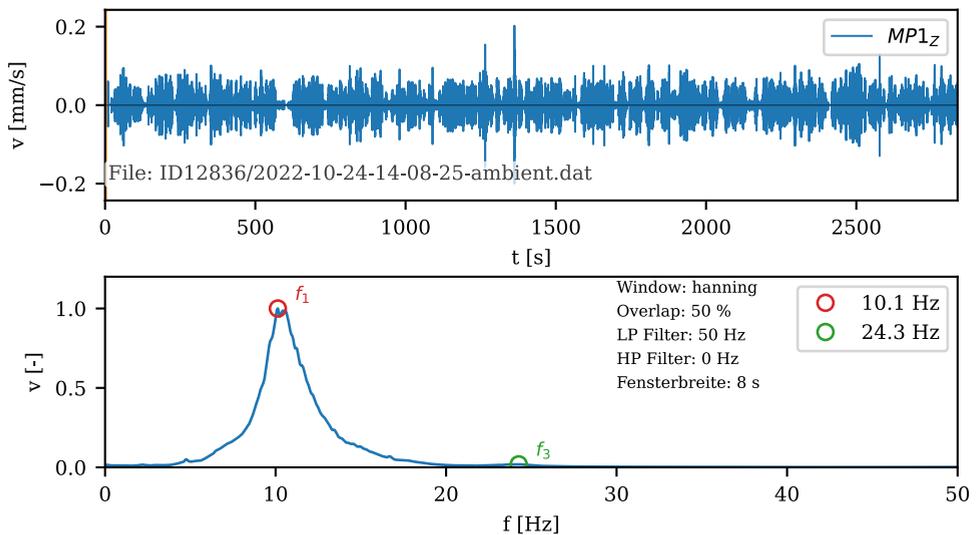


Abbildung 8.16: Zeitverlauf und gemittelten Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12836

Der Zeitverlauf zeigt aufgrund der Frequenzfilterung eine verwirrende Darstellung weiterer Anregungen. Die Startpunkte des Ausschwingvorgangs wurden jeweils ohne Filterung identifiziert (orange). Aufgrund verschiedener Störeinflüsse konnte die Dämpfung in diesem Fall nur über drei Ausschwingkurven ermittelt werden.

Die Ergebnisse einzelnen Ausschwingkurven werden wie folgt gemittelt.

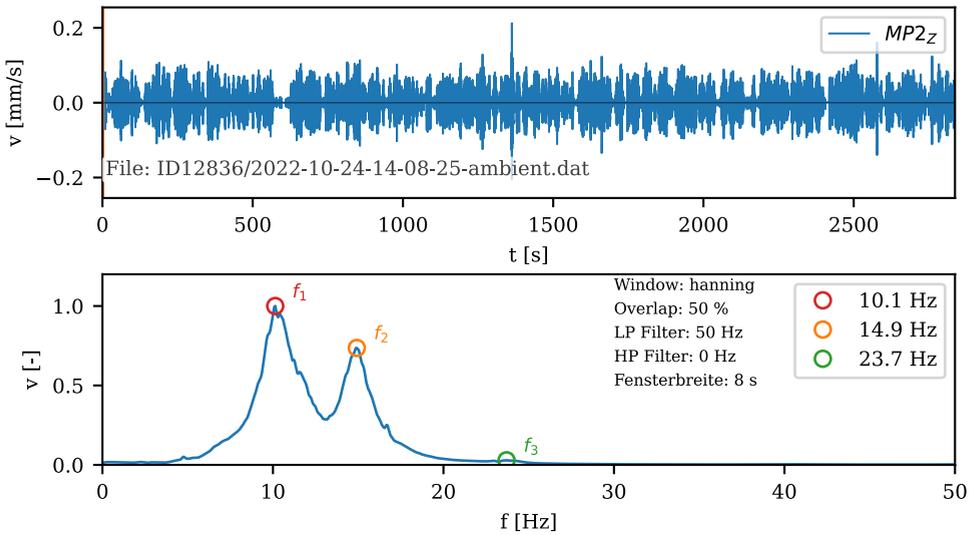


Abbildung 8.17: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12836

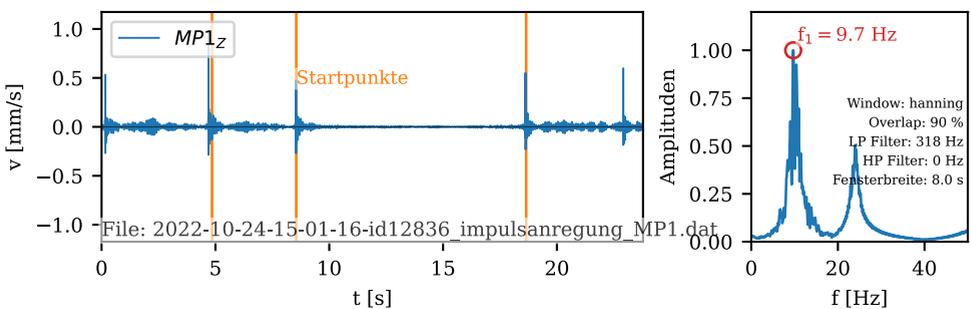


Abbildung 8.18: Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID12836

---

<b>n</b>	<b><math>\zeta</math> [%]</b>
1	5,4
2	5,8
3	6,4
∅	<b>5.9</b>
Zug 1	6,2
Zug 2	7,8
∅	<b>7,0</b>

**Tabelle 8.2:** Dämpfung - ID 12836

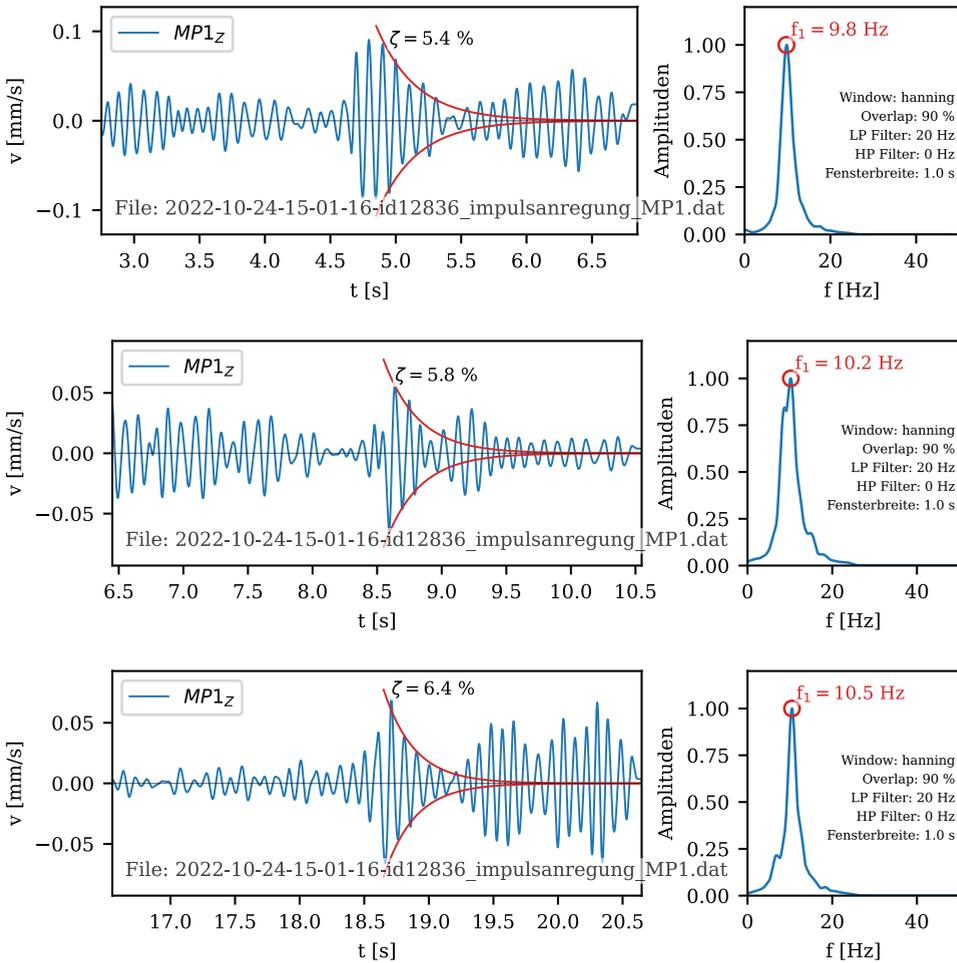
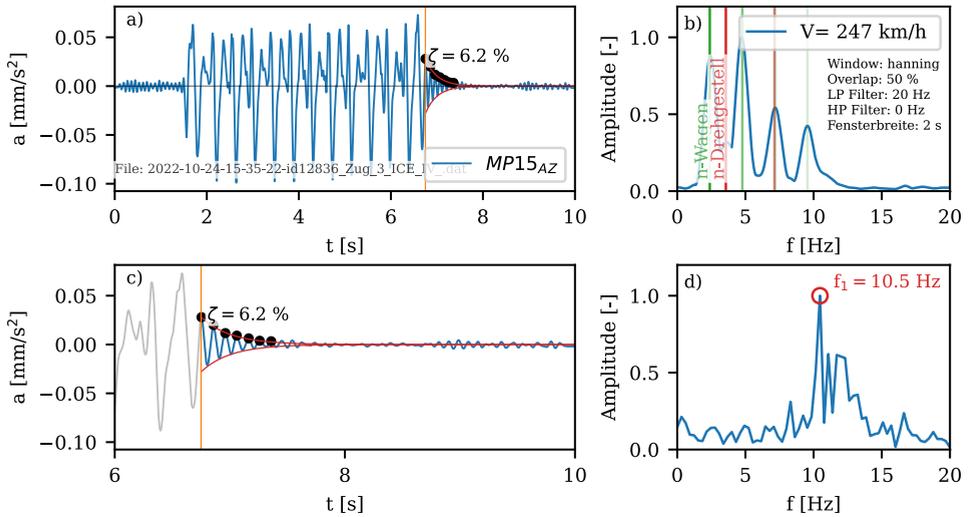
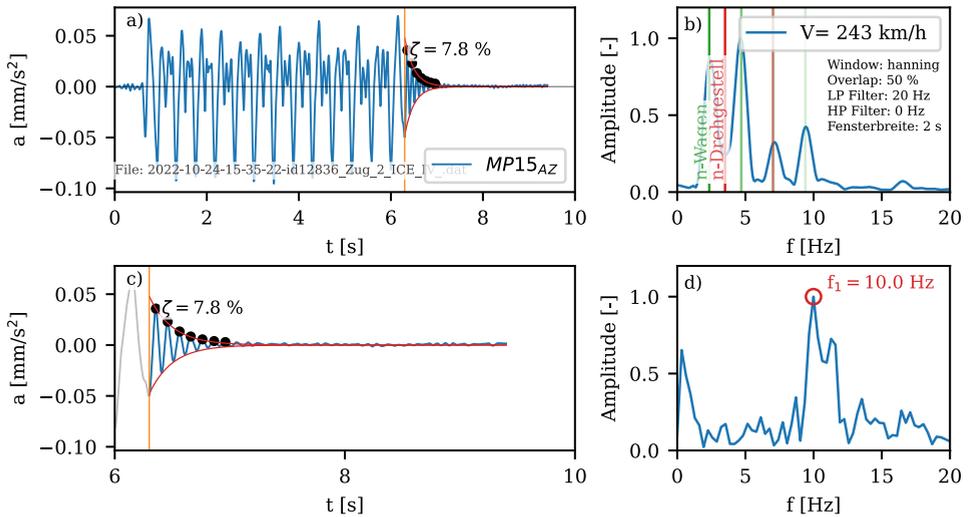


Abbildung 8.19: Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12836

ICE 4 -  $V_{\max} = 247$  km/hICE 4 -  $V_{\max} = 243$  km/h

**Abbildung 8.20:** Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12836, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve

## 8.2.4 Auswertung: ID 12829

### 8.2.4.1 Planunterlagen und Ansicht

Die Planunterlagen sind nicht allgemeine Freigegeben.

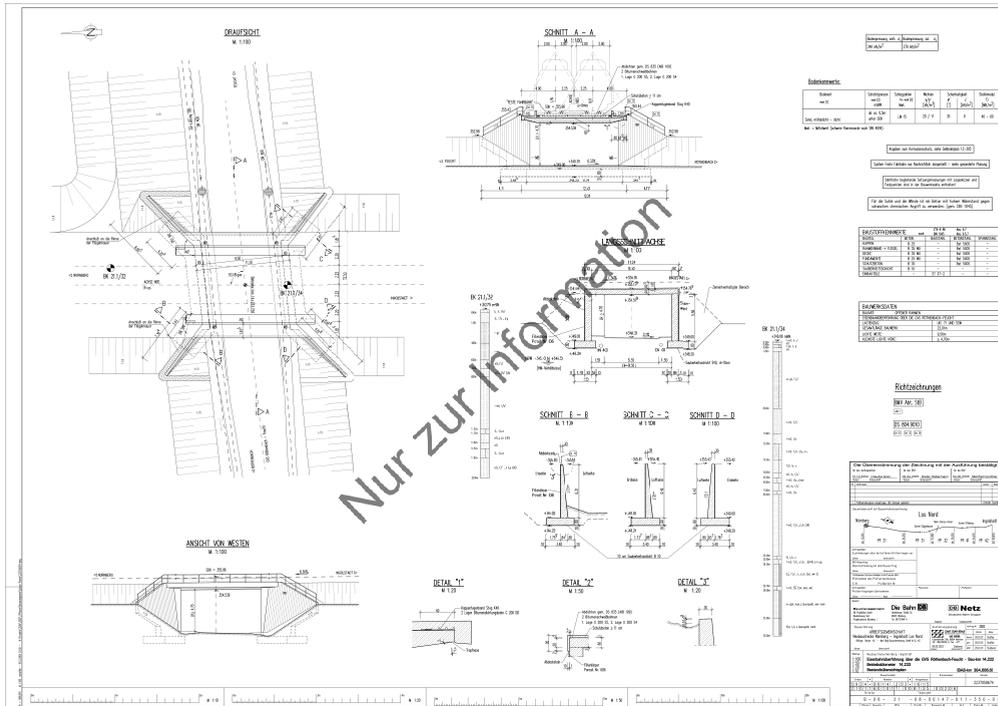


Abbildung 8.21: Bestandsübersichtsplan - ID12829

### 8.2.4.2 Auswertung der Eigenfrequenzen

Die Auswertung der Eigenfrequenzen erfolgt primär unter Berücksichtigung der Peaks im gemittelten Frequenzspektrum (vgl. Kap. 2.3).

Die betrachtete Brücke weist eine hohe Biegesteifigkeit auf. Dies führt zu relativ kleinen Schwinggeschwindigkeiten in den Eigenformen gegenüber der ambienten Anregung. Aus



Abbildung 8.22: Ansicht ID12829

der ambienten Anregung ergibt sich über alle Messpunkte eine quasikonstante Starrkörperschwingung. Die Schwingung der einzelnen Eigenformen kann durch Division der jeweiligen Spektren isoliert werden. Entsprechend erfolgt die Auswertung der Eigenfrequenzen durch Division der Spektren aus  $MP_i$  mit  $i = 1, 2$  und dem Spektrum der Widerlagermesspunkte (gemittelt):

$$\text{FFT} = \frac{\text{FFT}(u_{z,MPi})}{\text{FFT}\left(\frac{u_{z,MP7} + u_{z,MP10} + u_{z,MP14} + u_{z,MP17}}{4}\right)}$$

### 8.2.4.3 Auswertung der Dämpfung

Die Auswertung der Dämpfung erfolgt primär unter Bestimmung des Abklingkoeffizienten der integrierten Ausschwingkurve über 4 Peaks (vgl. Kap. 2.3).

Der Zeitverlauf zeigt aufgrund der Frequenzfilterung eine verwirrende Darstellung weiterer Anregungen. Die Startpunkte des Ausschwingvorgangs wurden jeweils ohne Filterung identifiziert (orange).

Die Ergebnisse einzelnen Ausschwingkurven werden wie folgt gemittelt.

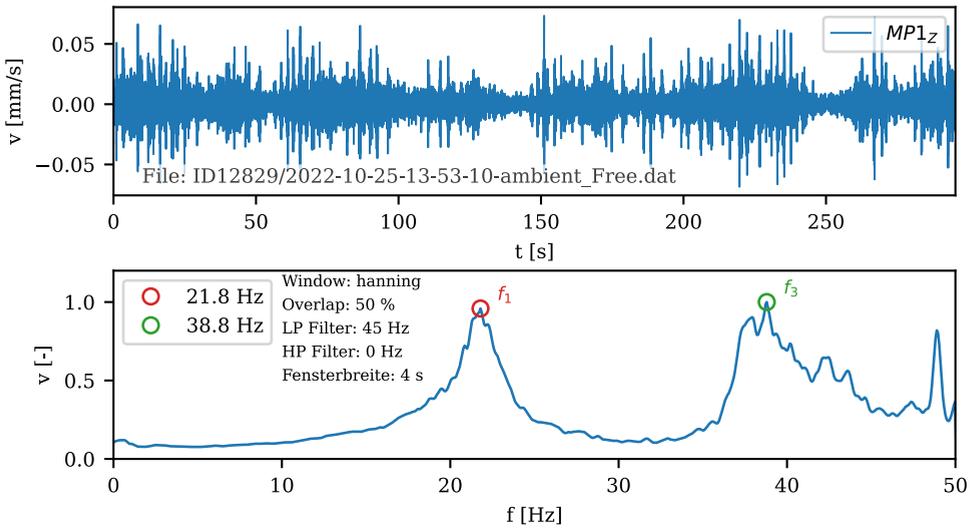


Abbildung 8.23: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID12829

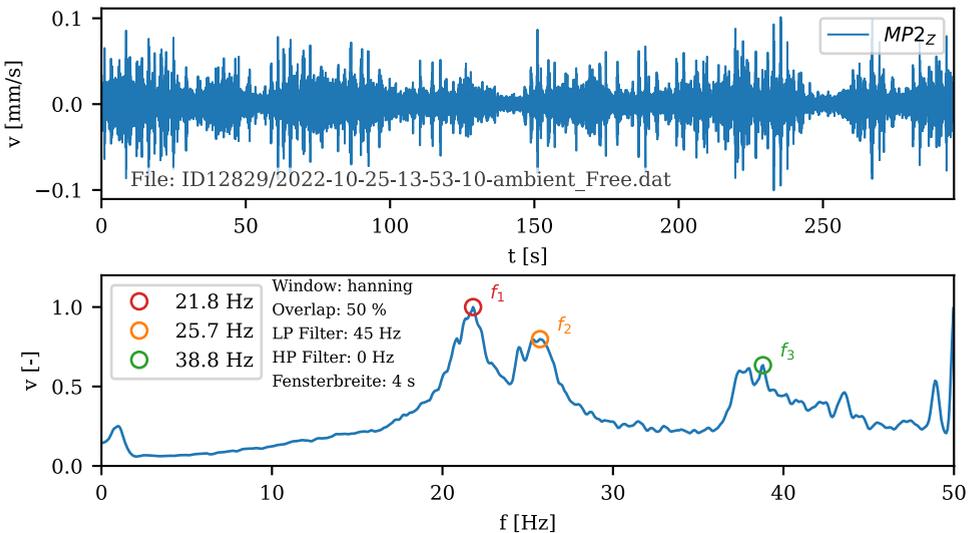
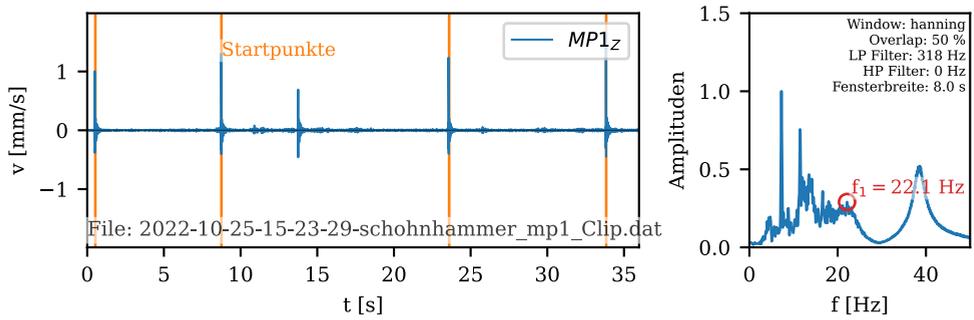


Abbildung 8.24: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID12829



**Abbildung 8.25:** Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID12829

<b>n</b>	<b><math>\zeta</math> [%]</b>
1	9,7
2	11,5
3	12,6
4	9,7
∅	<b>10,9</b>
Zug 1	7,3
Zug 2	11,5
∅	<b>9,4</b>

**Tabelle 8.3:** Dämpfung - ID 12829

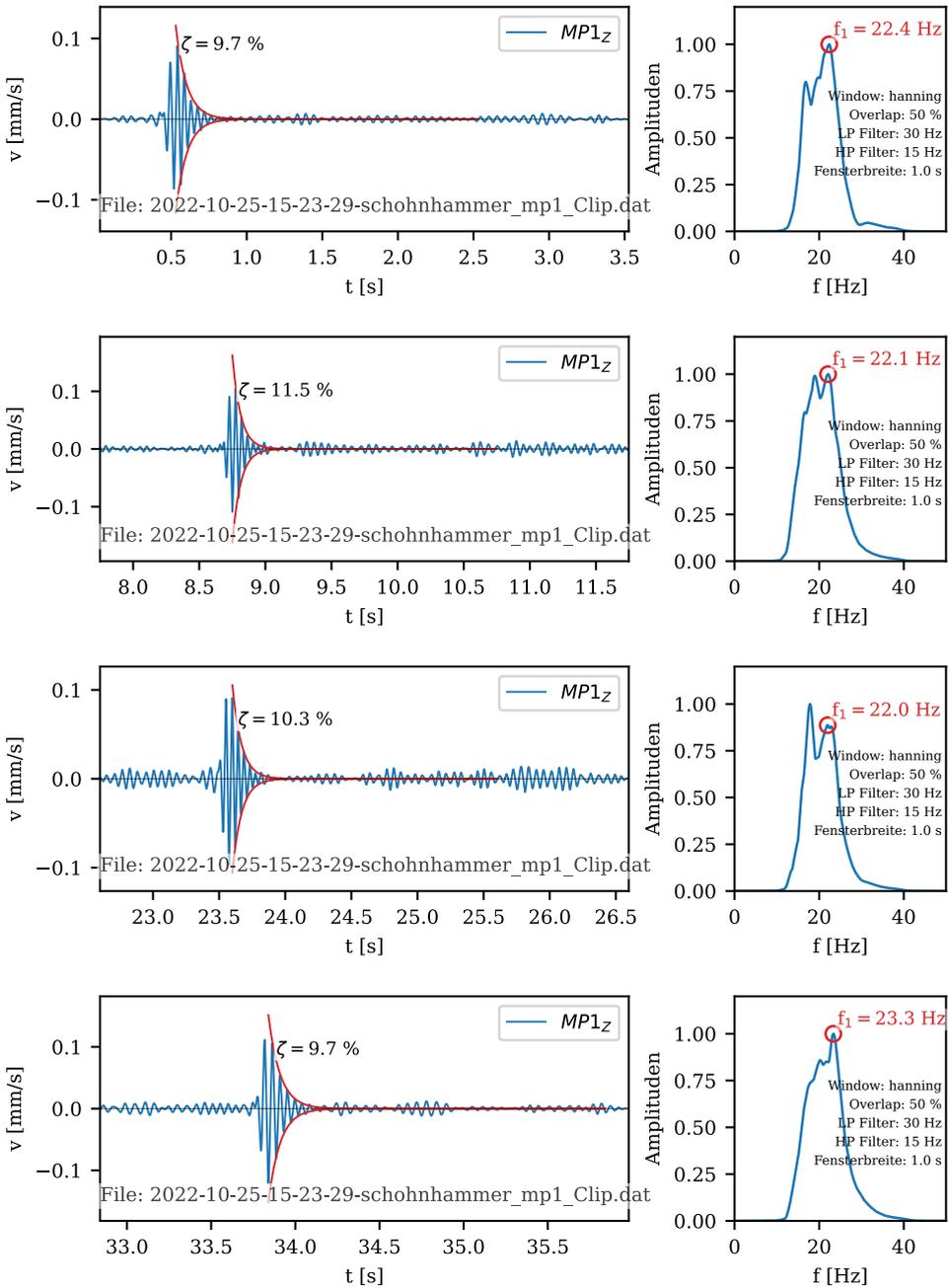
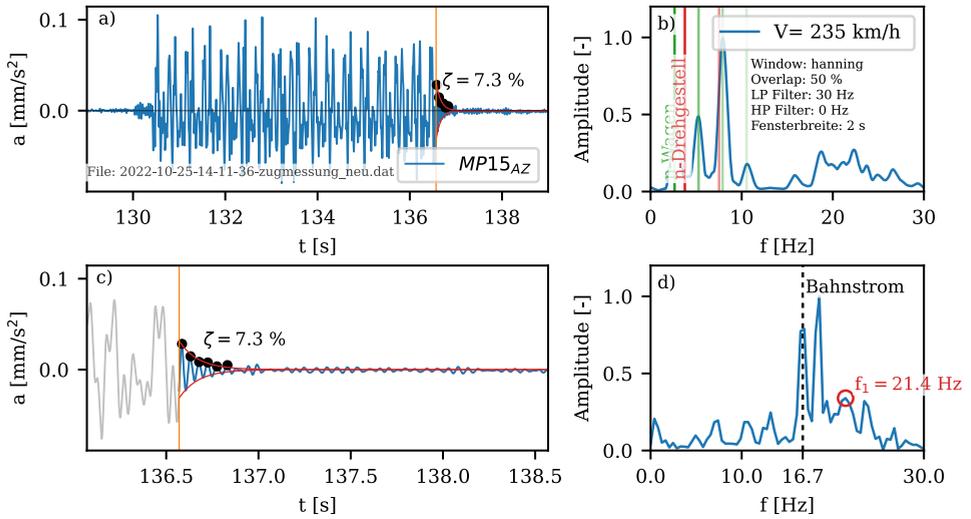
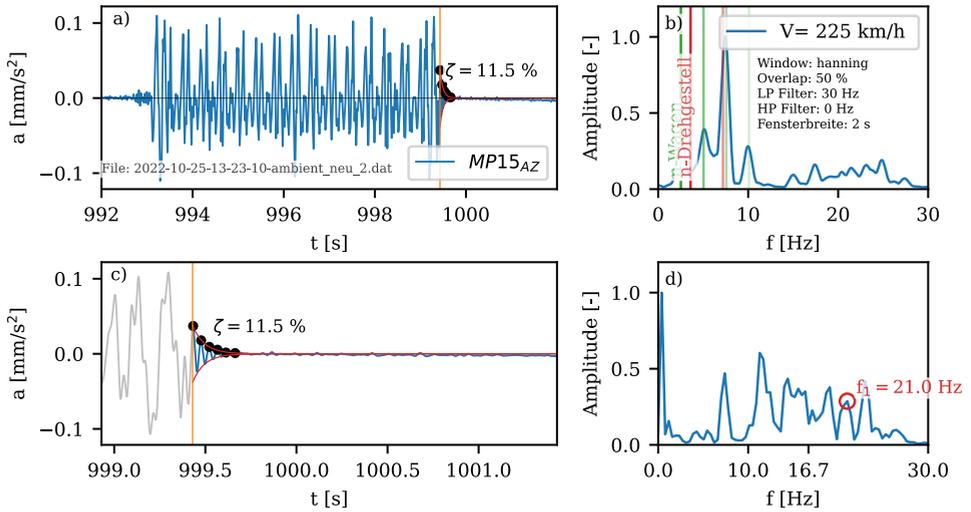


Abbildung 8.26: Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID12829

ICE 3 -  $V_{\max} = 235$  km/hICE 3 -  $V_{\max} = 225$  km/h

**Abbildung 8.27:** Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID12829,  
 a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d)  
 Spektrum der Ausschwingkurve

## 8.2.5 Auswertung: ID 13871

### 8.2.5.1 Planunterlagen und Ansicht

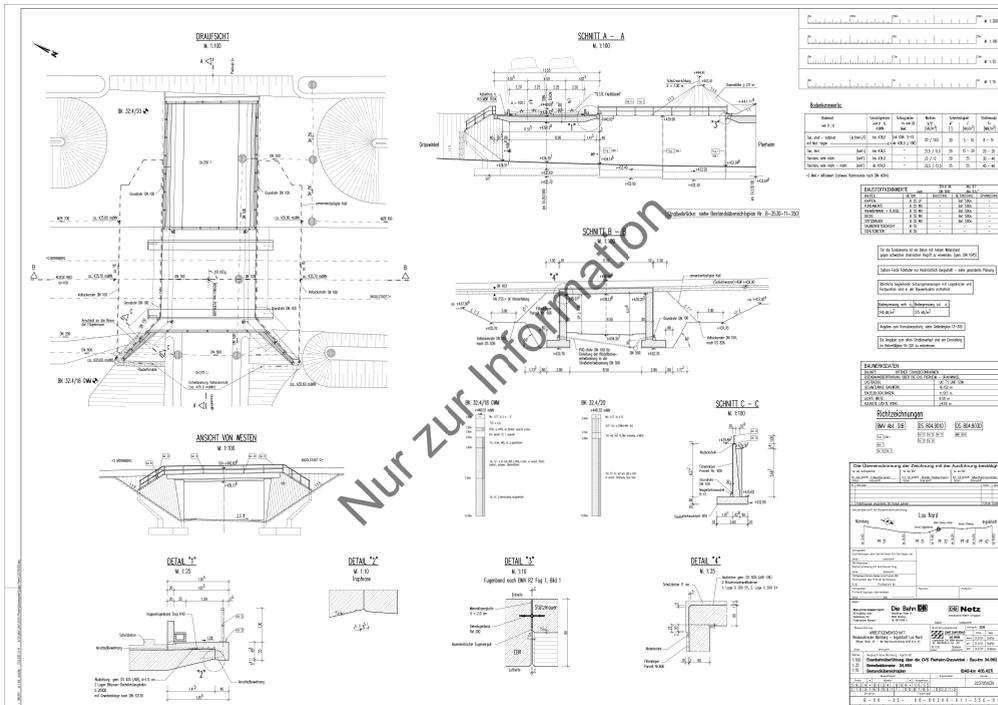


Abbildung 8.28: Bestandsübersichtsplan - ID13871

### 8.2.5.2 Auswertung der Eigenfrequenzen

Die Auswertung der Eigenfrequenzen erfolgt primär unter Berücksichtigung der Peaks im gemittelten Frequenzspektrum (vgl. Kap. 2.3).

Die betrachtete Brücke weist eine hohe Biegesteifigkeit auf. Dies führt zu relativ kleinen Schwinggeschwindigkeiten in den Eigenformen gegenüber der ambienten Anregung. Aus der ambienten Anregung folgt über alle Messpunkte eine quasi-konstante Starrkörper-schwingungen. Die Schwingung der einzelnen Eigenformen kann durch Division der jeweiligen Spektren isoliert werden. Entsprechend erfolgt die Auswertung der Eigenfrequenzen



Abbildung 8.29: Ansicht ID13871

durch Division der Spektren aus  $MP_i$  mit  $i = 1, 2$  und dem Spektrum der Widerlagermesspunkte (gemittelt):

$$\text{FFT} = \frac{\text{FFT}(u_{z,MPi})}{\text{FFT}\left(\frac{u_{z,MP7} + u_{z,MP10} + u_{z,MP14} + u_{z,MP17}}{4}\right)}$$

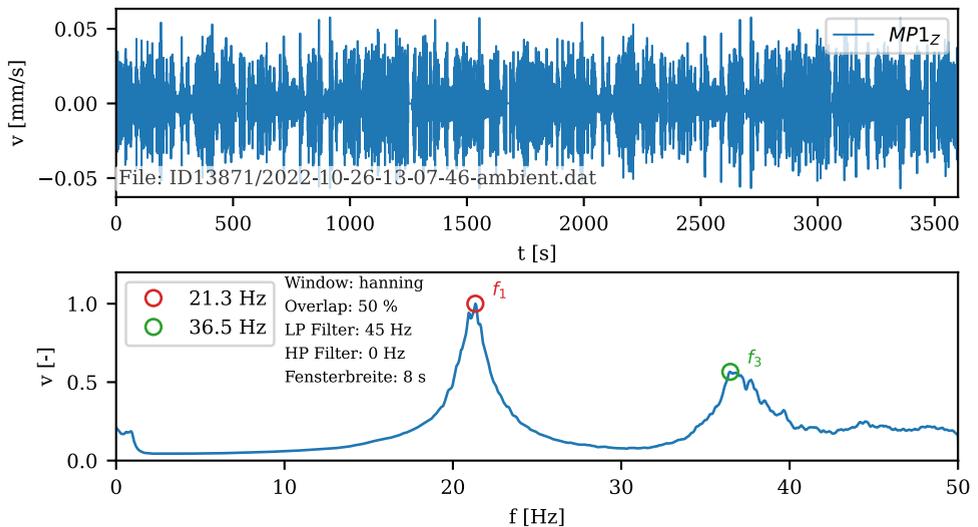


Abbildung 8.30: Zeitverlauf und gemitteltens Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP1 - ID13871

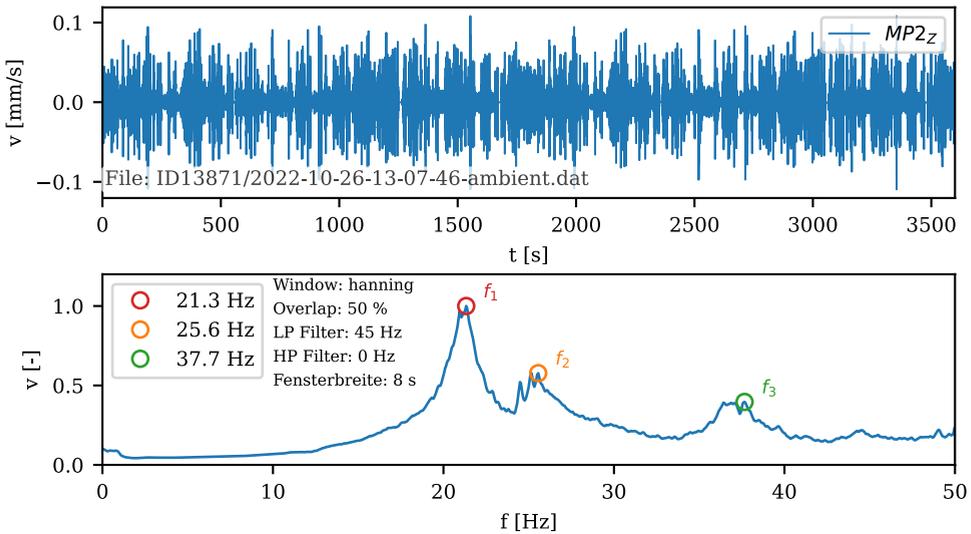


Abbildung 8.31: Zeitverlauf und gemitteltes Frequenzspektrums zur Auswertung der Eigenfrequenzen an MP2 - ID13871

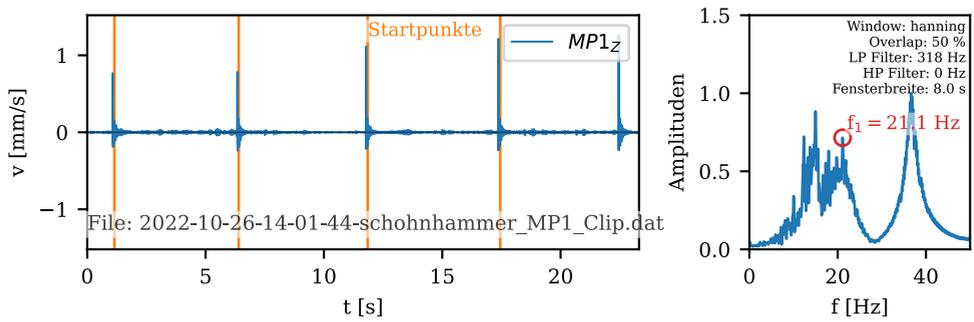
### 8.2.5.3 Auswertung der Dämpfung

Die Auswertung der Dämpfung erfolgt primär unter Bestimmung des Abklingkoeffizienten der integrierten Ausschwingkurve über 4 Peaks (vgl. Kap. 2.3).

Der Zeitverlauf zeigt aufgrund der Frequenzfilterung eine verwirrende Darstellung weiterer Anregungen. Die Startpunkte des Ausschwingvorgangs wurden jeweils ohne Filterung identifiziert (orange).

Aufgrund verschiedener Störinflüsse wurde in diesem Fall konnte die Dämpfung nur über drei Ausschwingkurven ermittelt werden.

Die Ergebnisse einzelnen Ausschwingkurven werden wie folgt gemittelt.



**Abbildung 8.32:** Ungefilterter Zeitverlauf zur Bestimmung der Startpunkte für die Auswertung der Dämpfung - ID13871

<b>n</b>	<b><math>\zeta</math> [%]</b>
1	9,3
2	11,5
3	12,1
4	11,4
∅	<b>11</b>
Zug 1	10,5
Zug 2	10,5
∅	<b>10,5</b>

**Tabelle 8.4:** Dämpfung - ID13871

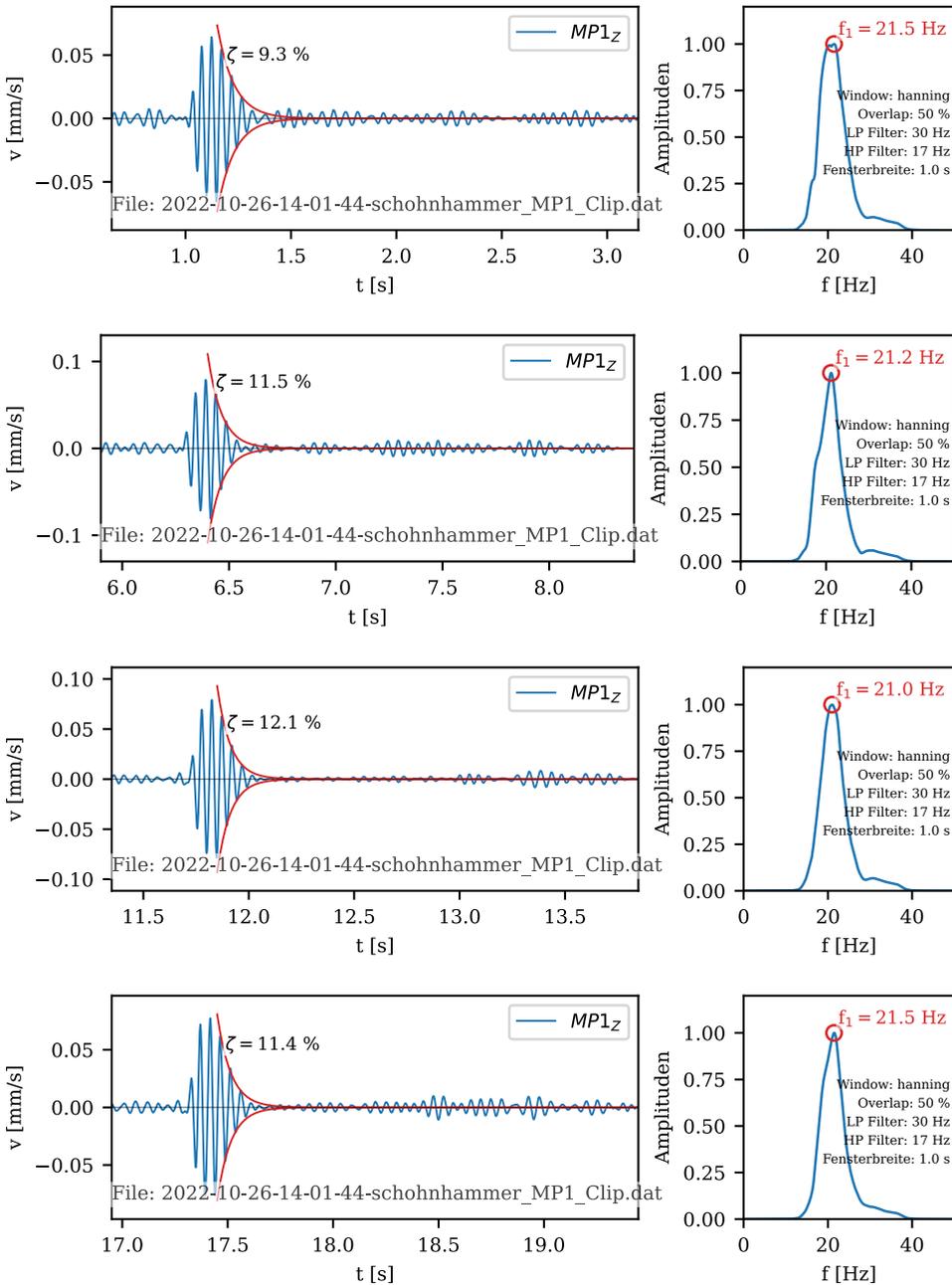
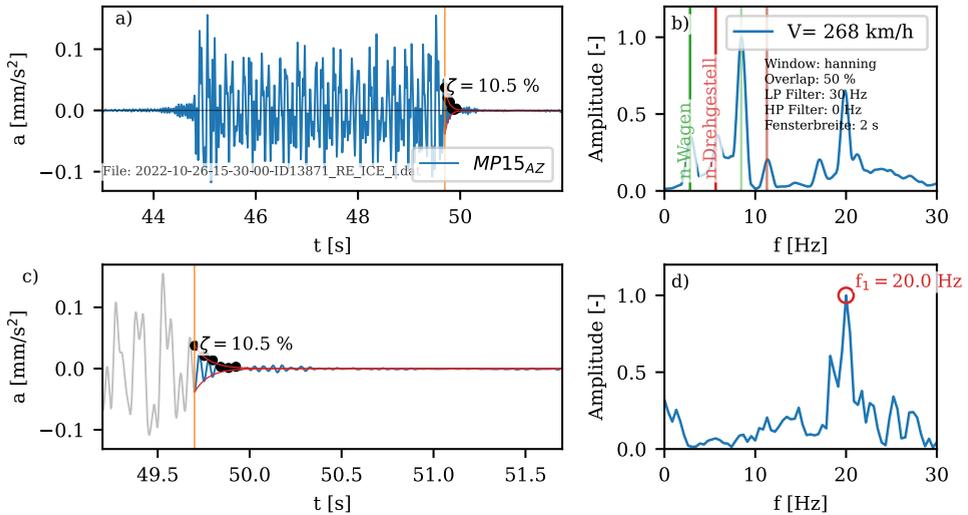
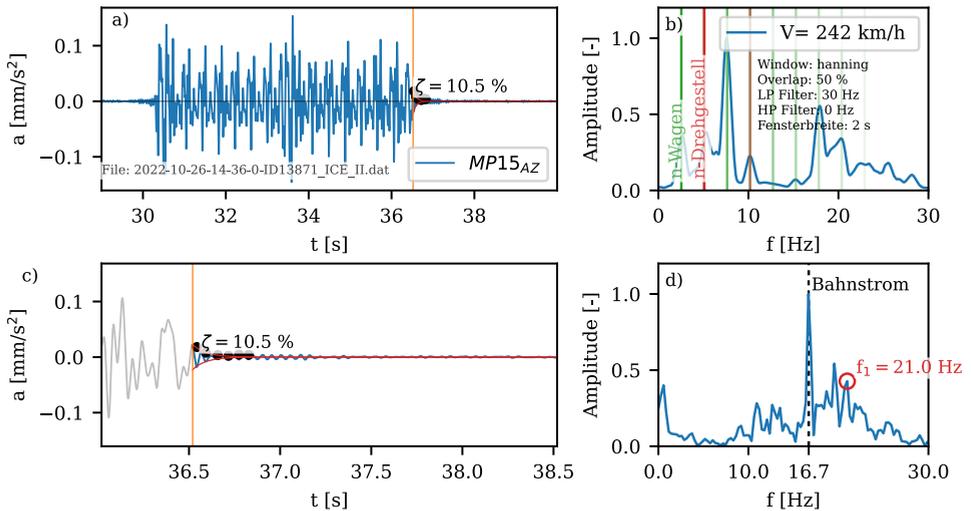


Abbildung 8.33: Auswertung der integrierten Ausschwingkurve - ID13871

ICE 1 -  $V_{\max} = 268$  km/hICE 2 -  $V_{\max} = 242$  km/h

**Abbildung 8.34:** Auswertung der integrierten Ausschwingkurve bei Zugüberfahrt - ID13871, a) Zeitverlauf, b) Spektrum, c) Zeitverlauf Ausschwingkurve im Detail, d) Spektrum der Ausschwingkurve

## 8.3 Python Script - ZMS

Im Folgenden wird beispielhaft ein Python-Code zur Berechnung des ZMS dargestellt. Dieser berechnet für eine beliebiges Parameterset die Ausschwingkurve und die zugehörige Dämpfung (vgl. Abb. 8.35):

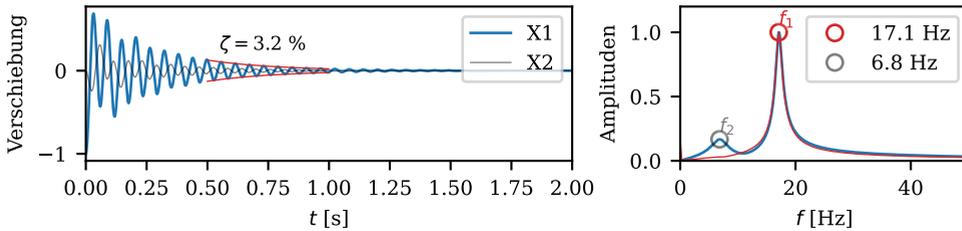


Abbildung 8.35: Ausschwingkurve am ZMS, Parameterset entsprechend Python-Code

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy import signal
4 from scipy.signal import find_peaks
5 from scipy import fftpack
6 from scipy.optimize import curve_fit
7 import math
8 import subprocess
9 from datetime import datetime
10 from scipy.integrate import odeint
11 import os
12
13 from pylab import rcParams
14 rcParams['figure.figsize'] = 13.5/2.54, 7/2.54
15 plt.rcParams['font.size'] = 7.5
16 rcParams['font.family'] = 'serif'
17 rcParams['font.sans-serif'] = ['fourier']
18
19 #####
20 # Grundeinstellungen
21 #####
22
23 tstart = 0
24 tstop = 10.0
25 increment = 1/1024
26 t = np.arange(tstart, tstop+1, increment)

```

```

27
28 #####
29 # Parameter
30 #####
31
32 Load=0          #1e5
33 om=1*math.pi*2
34
35 m1=5
36 f1=15
37 k1=(f1*2*math.pi)**2*m1
38 D1= 0.00000000000000001 # %
39 c1 = 2*m1*(k1/m1)**.5*D1
40
41 m2=20
42 f2=8
43 k2=(f2*2*math.pi)**2*m2
44 D2= 0.25 # %
45 c2 = 2*m2*(k2/m2)**.5*D2
46
47 #####
48 # Startbedingungen
49 #####
50
51 x1=-1.0 # verschiebung m1
52 y1=0.00 # geschwindigkeit m1
53 x2=0.00 # verschiebung m2
54 y2=0.00 # geschwindigkeit m2
55 x_init = [x1,y1,x2,y2] # Startbedingungen u1/v1 - u2/v2
56
57 #####
58 # Berechnung ZMS
59 #####
60
61 def vectorfield(w, t, p):
62
63     F1 = math.sin(om*t)*Load
64     F2 = 0
65     x1, y1, x2, y2 = w
66     m1, m2, k1, k2, c1, c2 = p
67
68     f = [y1, (c1*(y1-y2)+k1*(x1-x2)-f1) / -m1,
69          y2, (c2 * y2 - c1* (y1-y2) +k2*x2-k1*(x1-x2)-f2) / -m2]
70     return f
71 # Solve ODE
72

```

```
73 p = [m1, m2, k1, k2, c1, c2]
74 w0 = [x1, y1, x2, y2]
75
76 abserr = 1.0e-8
77 relerr = 1.0e-6
78 wsol = odeint(vectorfield, w0, t, args=(p,),
79     atol=abserr, rtol=relerr)
80
81 u_1=wsol[0:,[0,0]]
82 u_1=u_1[0:,0]
83
84 u_2=wsol[0:,[2,2]]
85 u_2=u_2[0:,0]
86
87 f_s_1=1/increment
88
89 #####
90 # FFT1
91 #####
92
93 minfreq = 0
94 maxfreq = 10
95 inp=u_1
96 u_pad_1=inp
97 X_1 = fftpack.fft(u_pad_1)
98 A_1 = np.abs(X_1/len(u_pad_1))*2
99 A_1 = A_1[0:int(len(u_pad_1)/2)]
100 f_1 = fftpack.fftfreq(len(u_pad_1)) * f_s_1
101 f_1 = f_1[0:int(len(u_pad_1)/2)]
102 indices2_1 = np.where(f_1 >= minfreq)
103 indices3_1 = np.where(f_1 >= maxfreq)
104 A_grenz_1=(A_1[indices2_1[0][1]:indices3_1[0][1]])
105 A_max_1=max(A_grenz_1)
106 indices_1 = np.where(A_grenz_1 == A_grenz_1.max())
107 f1_1 = round(*f_1[indices_1]+f_1[indices2_1[0][1]],5)
108 #Real/Imag
109 real_1 = np.real(X_1)[0:int(len(u_pad_1)/2)]
110 imag_2 = np.imag(X_1)[0:int(len(u_pad_1)/2)]
111 real_1 = (real_1/len(u_pad_1))*2
112 imag_2 = (imag_2/len(u_pad_1))*2
113
114 #####
115 # FFT2
116 #####
117 minfreq = maxfreq
118 maxfreq = 50
```

```

119 inp=u_1
120 X_2 = fftpack.fft(inp)
121 A_2 = np.abs(X_2/len(inp))*2
122 A_2 = A_2[0:int(len(inp)/2)]
123 f_2 = fftpack.fftfreq(len(inp)) * f_s_1
124 f_2 = f_2[0:int(len(inp)/2)]
125
126 indices2_2 = np.where(f_2 >= minfreq)
127 indices3_2 = np.where(f_2 >= maxfreq)
128 A_grenz_2=(A_2[indices2_2[0][1]:indices3_2[0][1]])
129 A_max_2=max(A_grenz_2)
130 indices_2 = np.where(A_grenz_2 == A_grenz_2.max())
131 f1_2 = round(*f_2[indices_2]+f_2[indices2_2[0][1]],2)
132
133 #####
134 # Dämpfung
135 #####
136
137 START_D=.5
138 End=5
139 P=5
140 u_timed_2 = u_1[int((START_D)*f_s_1):int(End*f_s_1)-1]
141
142 y_pad=np.pad(u_timed_2, (0), 'constant')
143 fftlen=len(y_pad)
144 X_1d = fftpack.fft(y_pad,fftlen)
145 A_1d = np.abs(X_1d/fftlen)*2
146 A_1d = A_1d[0:int(fftlen/2)]
147 f_1d = fftpack.fftfreq(fftlen) * f_s_1
148 f_1d0 = f_1d[0:int(fftlen/2)]
149
150 u_timed_2=abs(u_timed_2)
151 peaks_1, _ = find_peaks((u_timed_2), height=0, distance=1/f1_2*f_s_1
    *0.25)
152 x_1=((peaks_1+1)/f_s_1)#+int(Start*f_s_1)/f_s_1
153 y_1=(u_timed_2[peaks_1])
154
155 x_1=x_1[:2*P+1]
156 y_1=y_1[:2*P+1]
157 x_11=x_1-x_1[0]
158
159 def func(x, a, b):
160     return a * np.exp(-b * (x))
161 popt, pcov = curve_fit(func, x_11, y_1)
162 popt
163 a_1=popt[0:1]

```

```

164 b_1=popt[1:2]
165 xi_1=b_1/2/math.pi/f1_2*100
166 xi_x_1= np.arange(0, .5, 1/f_s_1)+START_D
167 xi_y_1=a_1*np.exp(-b_1*(xi_x_1-x_1[0]-START_D))
168
169 #####
170 # Figure
171 #####
172
173 fig, (ax1,ax2) = plt.subplots(1,2)
174 ax1 = plt.subplot2grid((2,5),(0,0),colspan = 3, rowspan = 1)
175 ax2 = plt.subplot2grid((2,5),(0,3),colspan = 2, rowspan = 1)
176
177 ax1.plot(t, u_1, color='tab:blue', label='X1', linewidth=1)
178 ax1.plot(t, u_2, color='black', label='X2',alpha=.5, linewidth=.5)
179 ax1.plot(xi_x_1,xi_y_1,linewidth=.5, color='tab:red')
180 ax1.plot(xi_x_1,-xi_y_1,linewidth=.5, color='tab:red')
181 ax1.text(START_D+.05,y_1[1]+.1, '$\zeta=${} %'.format(round(*xi_1,1)),
182         {'color': 'black', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': 'bottom
183         ', 'alpha':1,
184         'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
185         =0.05, alpha=.8)},rotation=0)
186
187
188 ax2.plot(f_1, A_1/max(A_1), color='tab:blue', linewidth=1)
189 ax2.plot(f_1d0, A_1d/max(A_1d), color='tab:red', linewidth=0.5)
190 ax2.plot(f1_2,A_max_2/max(A_2), 'o',mfc='none', color=('tab:red'),
191         linewidth=.5,label='{ } Hz'.format(round(f1_2,1)))
192 ax2.text(f1_2,A_max_2/max(A_2)+.03, "$f_1$",
193         {'color': 'tab:red', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': '
194         bottom', 'alpha':1,
195         'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
196         =0.05, alpha=.15)},rotation=0)
197 ax2.plot(f1_1,A_max_1/max(A_1), 'o',mfc='none', color=('black'),alpha=.5,
198         linewidth=.5,label='{ } Hz'.format(round(f1_1,1)))
199 ax2.text(f1_1,A_max_1/max(A_1)+.03, "$f_2$",
200         {'color': 'black', 'fontsize': 7, 'ha': 'left', 'va': 'bottom
201         ', 'alpha':1,
202         'bbox': dict(boxstyle="round", fc="white", ec="white", pad
203         =0.05, alpha=.15)},rotation=0,alpha=.5)
204
205
206 ax1.set_xlabel(r'$t$ [s]')
207 ax2.set_xlabel('$f$ [Hz]')
208 ax1.set_ylabel(r'Verschiebung')
209 ax2.set_ylabel('Amplituden')
210
211

```

```
202 ax2.set_xlim(0,50)
203 ax2.set_ylim(0,1.2)
204 ax1.set_xlim(0.0,2)
205 ax2.legend(loc='upper right', frameon=True, ncol=1)
206 ax1.legend(loc='upper right', frameon=True, ncol=1)
207 plt.subplots_adjust(left=0.12, right=.98, bottom=.2, top=.924, hspace=.5,
    wspace=1.2)
```

**Python-Quellcode 8.2:** Ausschwingkurve am ZMS mit FFT