

**Wärmeübergang in turbulenten
Flüssigmetallrohrströmungen mit azimuthal inhomogener
Verteilung der Wärmestromdichte**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN

von der KIT-Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
genehmigte

DISSERTATION

von
M.Sc. Tim Laube
aus Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung: 03.05.2024

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Thomas Wetzel

Zweitgutachter: Prof. Dr.-Ing. Robert Pitz-Paal

Kurzfassung

Flüssigmetalle werden seit langem aufgrund ihrer besonders günstigen Wärmeübertragungseigenschaften als Wärmeträgerfluide vorgeschlagen und in einigen speziellen Einsatzfällen auch verwendet. Sie besitzen eine hohe Wärmeleitfähigkeit, eine niedrige kinematische Viskosität und sind – im Vergleich zu konventionellen Fluiden – über einen weit größeren Temperaturbereich flüssig. Sie eignen sich daher besonders als hocheffiziente Wärmeträgerfluide für Anwendungen, in denen große Wärmestromdichten bei sehr hohen Temperaturen, jedoch moderaten Drücken und ohne Phasenwechsel übertragen werden sollen. Eine solche Anwendung sind konzentrierende solarthermische Kraftwerke. Bei diesen Kraftwerken in Zentralturm-Bauweise sammelt ein Solarkollektor das durch Heliostatspiegel konzentrierte Sonnenlicht, wobei der Solarkollektor durch das Wärmeträgerfluid gekühlt wird. Für ein einzelnes Kollektorrohr folgt eine stark inhomogene thermische Randbedingung aus dem geometrischen Aufbau mit einem Wärmestrom, der lediglich über den halben Umfang auf das Rohr aufgeprägt wird. Diese thermische Randbedingung wurde in der Vergangenheit nur spärlich untersucht, weswegen prädiktive Methoden zur Bestimmung des Wärmetransports in diesen speziellen Anwendungen nur unzureichend mit Literaturdaten unterstützt werden können.

Um diese Lücke zu schließen wurde in dieser Arbeit experimentell der Einfluss einer über den Umfang (azimutal) inhomogenen Beheizung auf den Wärmetransport in einer turbulenten Flüssigmetallrohrströmung analysiert. Die experimentellen Untersuchungen wurden mit einer eigens hierfür entwickelten Versuchsanlage durchgeführt mit einem starken Fokus auf die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der aufgeprägten thermischen Randbedingungen. In der entwickelten Messstrecke wurden zwei verschiedene Wärmeträgerfluide verwendet, Wasser als Repräsentant konventioneller Fluide und eine nahe-eutektische Legierung bestehend aus Gallium, Indium und Zinn (GaInSn), welche bei Raumtemperatur flüssig ist und als Modellfluid dient. Das identische Versuchsetups reduziert die Unterschiede auf die Materialeigenschaften der Fluide, insbesondere den Einfluss der signifikant unterschiedlichen Prandtl-Zahl. Das ermöglicht eine verlässliche Rückführung der Versuchsergebnisse auf die

Ausprägung der thermofluidodynamischen Effekte infolge der unterschiedlichen thermophysikalischen Stoffeigenschaften.

Für den Fall einer azimuthal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte wurde für GaInSn eine neue Korrelation zur Berechnung der Nusselt-Zahl in Abhängigkeit der Péclet-Zahl entwickelt. Die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl für eine azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte kann ebenfalls mit dieser Korrelation mit einer ausreichenden Genauigkeit bestimmt werden. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass im Fall von GaInSn die azimuthale Temperaturverteilung in der Rohrwand bei einer halbumbfänglichen Beheizung und identischer Reynolds-Zahl eine höhere Inhomogenität aufweist, als bei Wasser. Für beide Fluide wurden Modellierungsansätze zur Beschreibung der Temperaturverteilung an der Rohrwand auf Basis einer Biot-Zahl unter Berücksichtigung der thermischen Eigenschaften der Rohrwand, welche diese beeinflusst, vorgestellt. Die höhere Inhomogenität der Temperaturverteilung für die Datenpunkte mit GaInSn ist ebenso in Form höherer thermisch induzierter Spannungen in der Rohrwand erkennbar. Dies konnte in einer Analyse der auftretenden thermoelastischen Spannungen gezeigt werden.

Zudem konnte dargestellt werden, dass sowohl für Wasser als auch GaInSn bei horizontalen Strömungen für den Fall einer halbumbfänglichen Beheizung über die untere Rohrhälfte entgegen der Schwerkraft im Vergleich zum Fall einer azimuthal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte mischkonvektive Effekte bei identischer Rayleigh-Zahl bei deutlich höheren Reynolds-Zahlen auftreten. Weiterhin wurde sichtbar, dass Kriterien zur Bewertung des Auftretens von Auftriebsströmungen für diese Wärmestromdichteverteilung, welche für den Fall einer azimuthal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte bei turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen entwickelt wurden nicht als prediktives Werkzeug benutzt werden können. Stattdessen wurde auf Basis der experimentellen Daten dieser Arbeit ein neues Kriterium für deren Auftreten entwickelt.

Abstract

Liquid metals have long been proposed as heat transfer fluids due to their particularly favorable heat transfer properties, and have also been used in some special applications. They have a high thermal conductivity, low kinematic viscosity and - compared to conventional fluids - are liquid over a much wider temperature range. They are therefore particularly suitable as highly efficient heat transfer fluids for applications in which large heat fluxes are to be transferred at very high temperatures, but moderate pressures and without phase changes. One such application are concentrating solar thermal power plants. In these power plants of central tower design, a solar collector collects the sunlight concentrated by heliostat mirrors, and the solar collector is cooled by the heat transfer fluid. For a single collector tube, a highly inhomogeneous thermal boundary condition follows from the geometric design with a heat flux imposed on the tube over only half the circumference. This thermal boundary condition has been sparsely studied in the past, which is why predictive methods for determining heat transfer in these particular applications can only be inadequately supported with literature data.

To close this gap, the influence of circumferentially (azimuthally) inhomogeneous heating on the heat transport in a turbulent liquid metal tube flow was analyzed experimentally in this work. The experimental investigations were carried out with a specially developed test facility with a strong focus on the accuracy and reproducibility of the imposed thermal boundary conditions. Two different heat transfer fluids were used in the developed measurement setup, water representing conventional fluids and a near-eutectic alloy consisting of gallium, indium and tin (GaInSn), which is liquid at room temperature and serves as a model fluid. The identical experimental setup reduces the differences to the material properties of the fluids, especially the influence of the significantly different Prandtl number. This allows a reliable traceability of the experimental results to the expression of the thermofluiddynamic effects as a result of the different thermophysical material properties.

For the case of an azimuthally homogeneous distribution of the heat flux, a new correlation was developed for GaInSn to calculate the Nusselt number as a function of the Péclet number. The azimuthally averaged Nusselt number for

an azimuthally inhomogeneous distribution of the heat flux can also be determined with this correlation with a sufficient accuracy. Furthermore, it could be shown that in the case of GaInSn, the azimuthal temperature distribution in the tube wall has a higher inhomogeneity than in the case of water for a semi-circumferential heating and identical Reynolds number. For both fluids, modeling approaches were presented to describe the temperature distribution at the inner pipe wall based on a Biot number, taking into account the thermal properties of the tube wall, which affect it. The higher inhomogeneity of the temperature distribution for the data points with GaInSn can also be seen in the form of higher thermal induced stresses in the tube wall. This could be shown in an analysis of the occurring thermoelastic stresses.

In addition, it could be shown that for both water and GaInSn in horizontal flows for the case of semicircumferential heating via the lower half of the tube against gravity, mixed convective effects occur with identical Rayleigh number at significantly higher Reynolds numbers compared to the case of an azimuthally homogeneous distribution of the heat flux. Furthermore, it became visible that criteria for evaluating the occurrence of buoyancy flows for this heat flux distribution, which were developed for the case of an azimuthally homogeneous distribution of the heat flux in turbulent liquid metal tube flows, cannot be used as a predictive tool. Instead, a new criterion for their occurrence was developed based on the experimental data of this work.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
Inhaltsverzeichnis	v
Symbole & Abkürzungen.....	ix
Vorwort.....	xvi
1 Einleitung.....	1
1.1 Einführung	1
1.2 Zielsetzung.....	3
2 Stand der Technik.....	5
2.1 Wärmeübertragung in einphasigen turbulenten Rohrströmungen.....	5
2.1.1 Wärmeübergang in Fluiden mittlerer und hoher	8
Prandtl-Zahlen	8
2.1.2 Wärmeübergang in Fluiden niedriger Prandtl-Zahlen	9
2.1.3 Konjugierter Wärmetransport	15
2.2 Druckverlust in einphasigen turbulenten Strömungen	17
2.3 Einfluss einer azimutal inhomogenen Verteilung der	
Wärmestromdichte	18
2.3.1 Untersuchungen für Fluide mittlerer und hoher	
Prandtl-Zahlen	20
2.3.2 Untersuchungen für Fluide niedriger Prandtl-Zahlen	28
3 Experimentelle Vorgehensweise.....	34
3.1 Entwicklung des Messstreckenkonzepts	34
3.2 Aufbau der Versuchsanlage	40
3.3 Datenerfassung und -verarbeitung	44
3.4 Auswertungsmethodik	45
3.5 Herausforderungen bei experimentellen Untersuchungen mit	
Flüssigmetallversuchsanlagen.....	47
3.5.1 Benetzung von funktionellen Oberflächen.....	48
3.5.2 Bildung von Oxiden und Verunreinigungen	48
3.5.3 Wärmeleitfähigkeit von Flüssigmetallen	49

3.5.4	Flüssigmetallkorrosion	50
3.5.5	Mischkonvektion	51
3.6	Inbetriebnahme und Versuchsdurchführung	51
3.6.1	Einbau der Messstrecke	52
3.6.2	Versuchsdurchführung mit Wasser als Wärmeträgerfluid... ..	52
3.6.3	Versuchsdurchführung mit GaInSn als Wärmeträgerfluid ..	54
3.7	Validierung der Messstrecke	56
3.7.1	Wärmeübergang	57
3.7.2	Druckverlust	59
3.7.3	Zusammenfassung	62
4	Ergebnisse und Analysen zum Einfluss der azimuthalen Verteilung.....	
	der Wärmestromdichte	63
4.1	Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei	
	volumfänglicher Beheizung	63
4.1.1	Ergebnisse für Wasser	64
4.1.2	Ergebnisse für GaInSn	72
4.2	Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei	
	halbumfänglicher Beheizung	84
4.2.1	Ergebnisse für Wasser	84
4.2.2	Experimente für GaInSn	97
4.3	Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei	
	volumfänglicher inhomogener Beheizung	114
5	Praktische Anwendung der Ergebnisse	118
5.1	Modellierung der Wandtemperaturverteilung	118
5.1.1	Ergebnisse für Wasser	118
5.1.2	Ergebnisse für GaInSn	130
5.2	Analyse der thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand	138
6	Zusammenfassung und Ausblick	149
6.1	Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse	149
6.2	Ausblick	153
	Literaturverzeichnis	155
	Abbildungsverzeichnis	169
	Tabellenverzeichnis	179

Anhang	181
A	Ergänzungen zu Kapitel 2 181
A.1	Navier-Stokes-Gleichungen in entdimensionierter Form .. 181
A.2	Reynolds- und Chilton-Colburn-Analogie 183
B	Ergänzungen zu Kapitel 3 185
B.1	Verwendete Anlagenkomponenten und Materialien..... 185
B.2	Stoffdaten..... 187
B.3	Ähnlichkeitsbetrachtung Kreiselpumpe 192
B.4	Bestimmung der Wandtemperaturverteilung bei azimuthal inhomogener Beheizung 193
B.5	Abschätzung der Dicke der laminaren Unterschicht..... 201
C	Ergänzungen zu Kapitel 4 202
C.1	Unsicherheitsanalyse 202
C.2	Korrosion des Messrohres aus Cu-DHP 205
C.3	Druckverlustdaten..... 208
C.4	Entropieproduktionsanalyse für Wasser und GaInSn und volumenfänglich beheizte Rohrströmungen 210
D	Ergänzungen zu Kapitel 5 217
D.1	Herleitung Rippengleichung 217
D.2	Parameter für die Modellierung der Temperaturverteilung an der Rohrwand..... 220
D.3	Berechnung der thermisch induzierten Spannungen 223
E	Technische Zeichnungen..... 228
E.1	Strömungsgleichrichter 228
E.2	Messrohr Nickellegierung..... 229
E.3	Messrohr Kupferlegierung..... 231
E.4	Heizsegmente..... 232
Liste der Publikationen	233

Symbole & Abkürzungen

Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
a	–	Koeffizient
a_n	–	Allgemeine Fourierkoeffizienten
A	m^2	Fläche
A_r, A_ϕ	–	Koeffizienten periodische Lösung DGL
A_n	–	Fourierkoeffizienten Lösung Wärmeleitungsgleichung
b	–	Koeffizient
b_n	–	Allgemeine Fourierkoeffizienten
B	m	Breite
B_r, B_ϕ	–	Koeffizienten periodische Lösung DGL
B_n	–	Fourierkoeffizienten Lösung Wärmeleitungsgleichung
B'_σ, B''_σ		Fourierkoeffizienten Wandtemperatur Spannungsanalyse
c	–	Koeffizient
c_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
C_r, C_ϕ	–	Koeffizienten Separationsansatz
C_n	–	Fourierkoeffizienten Lösung Wärmeleitungsgleichung
d	–	Koeffizient
D	m	Durchmesser
D_n	–	Fourierkoeffizienten Lösung Wärmeleitungsgleichung
D'_σ, D''_σ		Fourierkoeffizienten Wandtemperatur Spannungsanalyse

Symbol	Einheit	Beschreibung
E	Gpa	Elastizitätsmodul
f	–	Reibungsbeiwert
F_{ax}	N	Axiale Kraft
g	$m\ s^{-2}$	Erdbeschleunigung
g_i	–	Vektor Volumenkräfte
h	$J\ kg^{-1}$	Spezifische Enthalpie
H	m	Höhe
H_{Pumpe}	m	Förderhöhe Pumpe
i	–	Zählvariable
k	–	Koeffizient Ansatz Euler Gleichung
k_{GUM}	–	Erweiterungsfaktor Unsicherheit
K	m	Rauigkeit
$K_\sigma, K_\phi, K_{r\phi}$	K	Geometrischer thermischer Spannungsterm
L	m	Länge
m_{Rippe}	m^{-1}	Rippenparameter
\dot{M}	$kg\ s^{-1}$	Massenstrom
n	–	Zählvariable
N_{Pumpe}	Hz	Frequenz Pumpe
N_S	–	Entdimensionierte Entropieproduktionsrate
$N_{S,F}$	–	Entdimensionierte Entropieproduktionsrate durch Reibung
$N_{S,Q}$	–	Entdimensionierte Entropieproduktionsrate durch Wärmeübertragung
p	Pa	Druck
q_L	$mbar\ l\ s^{-1}$	Leckagerate
q_S	$W\ m^{-3}$	Volumetrische Wärmequelle

Symbol	Einheit	Beschreibung
\dot{q}	$W m^{-2}$	Wärmestromdichte
q'	$W m^{-1}$	Wärmestrom je Längeneinheit
\dot{Q}	W	Wärmestrom
r	m	Radius
R	$K W^{-1}$	Thermischer Widerstand
s	$J kg^{-1} K^{-1}$	Spezifische Entropie
\dot{S}	$W K^{-1}$	Entropieproduktionsrate
t	m	Dicke
T	K	Temperatur
u	$m s^{-1}$	Geschwindigkeit
u_i, u_j	$m s^{-1}$	Geschwindigkeitsvektor
U	m	Umfang
v	$m^3 kg^{-1}$	Spezifisches Volumen
\dot{V}	$m^3 s^{-1}$	Volumenstrom
x	m	Koordinate Rippenhöhe
x_i, x_j	m	Ortsvektor
y	m	Koordinate senkrecht zur Hauptströmungsrichtung
z	m	Axiale Koordinate Rohrgeometrie

Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Beschreibung
α	$W m^{-2} s^{-1}$	Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient
β	K^{-1}	thermischer Ausdehnungskoeffizient
β_{lin}	$m m^{-1} K^{-1}$	Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient
δ	m	Grenzschichtdicke

Symbol	Einheit	Beschreibung
Δ	–	Differenz
ε	–	Relative Rauigkeit
ϕ	°	Azimutale Koordinate
κ	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Temperaturleitfähigkeit
λ	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	Wärmeleitfähigkeit
Γ_{GaInSn}	–	Koeffizient entdimensionierte Temperatur GaInSn
Λ_{GaInSn}	–	Koeffizient entdimensionierte Temperatur GaInSn
Λ_{Wasser}	–	Koeffizient entdimensionierte Temperatur Wasser
μ	–	Poisson-Zahl
ν	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	kinematische Viskosität
ω	–	Koeffizient Separationsansatz
ρ	kg m^{-3}	Dichte
η	Pa s	Dynamische Viskosität
τ	s	Zeit
σ	MPa	Spannung
ψ	Pa	Schubspannung
ξ	–	Wirkungsgrad
ζ	–	Faktor Temperaturabhängigkeit Stoffgrößen

Dimensionslose Kennzahlen

Symbol	Einheit	Beschreibung
Bi	–	Biot-Zahl
Gr	–	Grashof-Zahl
Re	–	Reynolds-Zahl

Symbol	Einheit	Beschreibung
<i>Pr</i>	–	Prandtl-Zahl
<i>Pe</i>	–	Péclet-Zahl
<i>Z</i>	–	Faktor Mischkonvektion
<i>Ra</i>	–	Rayleigh-Zahl
<i>Ri</i>	–	Richardson-Zahl
θ	–	Entdimensionierte lokale Wandtemperatur
<i>Nu</i>	–	Nusselt-Zahl
<i>St</i>	–	Strouhal-Zahl

Indices

Symbol	Beschreibung
a	Bezogen auf den äußeren Wert
aus	Bezogen auf den Austritt aus der Messstrecke
beh	beheizt
c	Charakteristische Größe
corr	korrodiert
ein	Bezogen auf den Eintritt in die Messstrecke
entw.	Bezogen auf eine thermisch und/oder hydrodynamisch entwickelte Strömung
eq	Bezogen auf den äquivalenten Wert
f	Bezogen auf das Fluid
gek	gekühlt
hyd	hydrodynamisch
i	Bezogen auf den inneren Wert
ideal	Bezogen auf den idealen Wert
kond	Konduktiv
konv	Konvektiv

krit	Bezogen auf den kritischen Wert
lam	laminar
lok	Bezogen auf den lokalen Wert
m	Bezogen auf den gemittelten Wert
max	Bezogen auf den maximalen Wert
min	Bezogen auf den minimalen Wert
norm	Bezogen auf den normierten Wert
q	Bezogen auf die Wärmestromdichte
res	Bezogen auf den resultierenden Wert
Rippe	Bezogen auf Rippenparameter
turb	turbulent
th	thermisch
U	Bezogen auf die Umgebung
W	Bezogen auf eine Wand

Superscripts

Symbol	Beschreibung
*	Entdimensionierte Größe

Operatoren

Symbol	Beschreibung
∇	Gradient
$\langle \ \rangle$	Azimutal gemittelter Wert
$\bar{\ \ }$	Zeitliche Mittelung

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
APE	Absoluter prozentualer Fehler (engl. absolute percentage error)
CSP	Konzentrierende Solarthermie (engl. concentrated solar power)
DGL	Differentialgleichung
DNS	Direkte-Numerische-Simulation
GaInSn	Gallium-Indium-Zinn
HO	homogen
IH	inhomogen
IMP	Isolated Measurement Pods
LBE	Eutektisches Blei-Wismuth (engl. lead bismuth eutectic)
LES	Large-Eddy-Simulation
MAPE	Mittlerer absoluter prozentualer Fehler (engl. mean absolute percentage error)
ME	Messebene
OPAL	OPC-Panel-Livegraph
PEEK	Polyetheretherketon
RANS	Reynolds-Averaged-Navier-Stokes
SPS	Speicherprogrammierbare Steuerung
TE	Thermoelement
WTF	Wärmeträgerfluid

Vorwort

Die nachfolgende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Thermische Verfahrenstechnik (TVT) und am Institut für Thermische Energietechnik und Sicherheit (ITES) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Ein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Prof. Dr.-Ing. Thomas Wetzel für die Ermöglichung dieser Arbeit und der dazugehörigen Projekte, für sein Vertrauen in meine Arbeit sowie die stete inhaltliche und motivierende Unterstützung. Prof. Dr.-Ing. Robert Pitz-Paal danke ich für die Übernahme des Korreferats. Dr.-Ing. Benjamin Dietrich möchte ich für die thematische Betreuung der Arbeit danken.

Meinen ehemaligen Institutskollegen am TVT und ITES gilt ein ganz besonderer Dank. Die Arbeitsatmosphäre war stets hervorragend, sodass es mir jeden Tag Spaß gemacht hat zur Arbeit zu kommen. Hervorzuheben sind die vielen fachlichen Diskussionen, insbesondere mit meinen Büro- und Arbeitsgruppenkollegen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Einen wichtigen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit geleistet haben die Studentinnen und Studenten, die ich bei der Durchführung ihrer Bachelor- und Masterarbeiten, sowie in ihrer Tätigkeit als wissenschaftliche Hilfskräfte begleiten durfte.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mir durch ihre stetige Unterstützung immer zur Seite stand. Meine Eltern haben mir den Weg den ich eingeschlagen habe nicht nur ermöglicht, sondern mich stets darin bestärkt und ermutigt. Meine Frau gab mir über die gesamte Zeit unendlichen Rückhalt und bedingungslose Unterstützung und räumte mir insbesondere in der Zeit des Zusammenschreibens die notwendigen Freiräume ein. Meine Tochter half mir den Blick fürs Wesentliche nicht zu verlieren.

Herxheim, im Mai 2024

Tim Laube

1 Einleitung

1.1 Einführung

Flüssigmetalle werden seit langem aufgrund ihrer besonders günstigen Wärmeübertragungseigenschaften als Wärmeträgerfluide vorgeschlagen und in einigen speziellen Einsatzfällen auch verwendet. Sie besitzen eine hohe Wärmeleitfähigkeit, eine niedrige kinematische Viskosität und sind – im Vergleich zu konventionellen Fluiden – über einen weit größeren Temperaturbereich flüssig. Sie eignen sich daher besonders als hocheffiziente Wärmeträgerfluide für Anwendungen, in denen große Wärmestromdichten bei sehr hohen Temperaturen, jedoch moderaten Drücken und ohne Phasenwechsel übertragen werden sollen. Deshalb wurde der Einsatz von Flüssigmetallen als Wärmeträgerfluide in unterschiedlichen technischen Anwendungen wie konzentrierenden solarthermischen Kraftwerken (CSP, engl. concentrated solar power) (Lorenzin und Abánades 2016; Pacio et al. 2013; Fritsch 2018; Müller-Trefzer et al. 2021), für die Kühlung thermisch hochbelasteter elektrischer Bauteile wie licht-emittierender Dioden (Deng und Liu 2010) und Li-Ionen Batterien (Yang et al. 2016), als Wärmesenken (Zhang et al. 2019), in sensiblen Hochtemperatur-Energiespeichern (Müller-Trefzer et al. 2022; Laube et al. 2020; Niedermeier et al. 2016; Niedermeier et al. 2018; Niedermeier et al. 2022) und in neuartigen Prozessen für die Pyrolyse von Methan zu Kohlenstoff und Wasserstoff (Geißler et al. 2016; Geißler et al. 2015; Abánades et al. 2016; Plevan et al. 2015) untersucht.

Für den Einsatzfall in CSP-Systemen kann der Gesamtwirkungsgrad dieser Kraftwerke durch die Verwendung von Flüssigmetallen als Wärmeträgerfluid erhöht werden. Zum Einen können im Vergleich zu etablierten Systemen aufgrund der hohen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten von turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen höhere Wärmestromdichten auf die Sonnenkollektorrohre aufgeprägt werden. Hierdurch kann die Größe des Sonnenkollektors reduziert werden, was mit einer Verringerung der Wärmeverluste einhergeht, da diese direkt proportional zur Oberfläche der Kollektoreinheit sind (Fritsch 2018). Zum Anderen können höhere Betriebstemperaturen im Vergleich zu derzeit etablierten Solarsalzen erreicht

werden, wodurch die Integration effizienterer thermodynamischer Kreis-Prozesse möglich wird. Ein Schema eines solchen Kraftwerks mit zentraler Kollektoreinheit ist in Abbildung 1.1 vereinfacht dargestellt. Das einfallende Sonnenlicht wird mit Heliostat-Spiegeln auf die Kollektoreinheit an der Spitze eines zentralen Turms fokussiert. Die Kollektoreinheit besteht aus senkrecht stehenden Rohren, welche mit Wärmeträgerfluid durchströmt werden. Durch den geometrischen Aufbau der Kollektoreinheit, trifft das konzentrierte Sonnenlicht nur auf die halbe Mantelfläche der Rohre auf (Marocco et al. 2016).

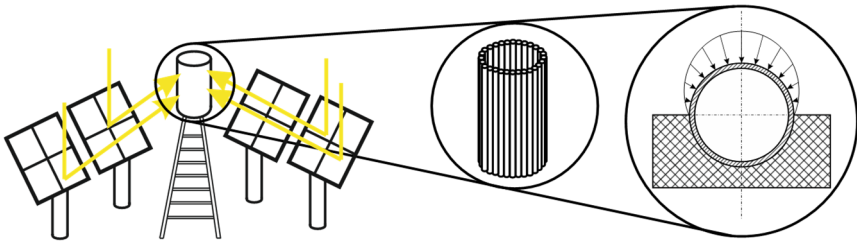


Abbildung 1.1: Schema eines konzentrierenden solarthermischen Kraftwerks mit zentraler Kollektoreinheit und vereinfachter Verteilung des einfallenden Sonnenlichts auf der Rohrmantelfläche.

Für die Auslegung eines solchen Solarkollektors ist die Kenntnis der resultierenden Temperaturen in der Rohrwand aufgrund der sehr hohen auftretenden Wärmestromdichten zwingend notwendig. Die in Umfangsrichtung (azimutal) ungleichmäßige Verteilung der aufgeprägten Wärmestromdichte führt zu erhöhten thermisch induzierten Spannungen im Vergleich zu einer gleichmäßigen Verteilung der Wärmestromdichte (Logie et al. 2018). Üblicherweise wird die Auslegung eines solchen Apparates begleitet durch den Einsatz von Strömungssimulationen. Im Falle turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen existieren jedoch nur wenige publizierte experimentelle Daten, die für deren Validierung herangezogen werden können, worauf in Abschnitt 2.3.2 detaillierter eingegangen wird. Hinzu kommt der Umstand, dass für den in der Literatur eigentlich vielfältig untersuchten Fall turbulenter Rohrströmungen mit azimutal homogen zugeführter Wärmestromdichte in der Literatur für Flüssigmetalle dokumentierte Nusselt-Korrelationen meistens auf sehr alten experimentellen Daten basieren. Diese sind oftmals mit vergleichsweise hoher Unsicherheit behaftet, insbesondere hinsichtlich der Versuchsbedingungen und deren Dokumentation (Pacio et al. 2015). Wie in Abschnitt 2.1.2 dargestellt wird,

zeigen die Korrelationen eine signifikante Streuung in den berechneten Nusselt-Zahlen, welche deutlich größer als diejenige für konventionelle Fluide ist.

1.2 Zielsetzung

Aus der zuvor geschilderten Problemstellung lassen sich die folgenden Forschungsfragen ableiten, deren Beantwortung das Ziel dieser Arbeit ist:

- Wie beeinflusst die azimutale Verteilung der Wärmestromdichte die lokalen und umfangsgemittelten konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten zwischen der Rohrwand und der Strömung, sowie die resultierende Temperaturverteilung in der Rohrwand bei turbulenten Rohrströmungen? Welchen Einfluss hat eine sehr geringe Prandtl-Zahl, wie sie für Flüssigmetalle auftritt, auf die genannten Größen?
- Wie wirkt sich die resultierende Temperaturverteilung in der Rohrwand auf die thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand aus? Lassen sich Unterschiede zwischen konventionellen Fluiden und Flüssigmetallen bezogen auf die thermisch induzierten Spannungen bestimmen?

Die hierfür erforderlichen experimentellen Untersuchungen werden an einer eigens hierfür neu designten und an die verschiedenen Randbedingungen speziell angepassten Versuchsanlage mit geeigneter Messtechnik durchgeführt. In der entwickelten Messstrecke werden zwei verschiedene Wärmeträgerfluide verwendet, Wasser als Repräsentant konventioneller Fluide und eine Flüssigmetalllegierung bestehend aus Gallium, Indium und Zinn (GaInSn), welche bei Raumtemperatur flüssig ist und als Modellfluid dient. Das identische Versuchsssetup reduziert die Unterschiede auf die Materialeigenschaften der Fluide, insbesondere den Einfluss der signifikant unterschiedlichen Prandtl-Zahl. Das ermöglicht eine verlässliche Rückführung der Versuchsergebnisse auf die Ausprägung der thermofluidodynamischen Effekte infolge der unterschiedlichen thermophysikalischen Stoffeigenschaften.

Zusätzlich zu Untersuchungen mit azimutal inhomogener Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte werden ebenso Untersuchungen mit azimutal homogener Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte durchgeführt, um einerseits Referenzwerte zu liefern und andererseits in der Literatur

dokumentierte Nusselt-Korrelationen für turbulente Flüssigmetallströmungen auf deren Anwendbarkeit, auch auf die hier vorliegenden Bedingungen, zu prüfen.

2 Stand der Technik

In diesem Kapitel wird der Stand der Technik der für diese Arbeit untersuchten Problemstellung herausgearbeitet. Es werden in einer kurzen Zusammenfassung die Grundlagen zum konvektiven Wärmeübergang und dem Druckverlust in turbulenten Rohrströmungen gegeben sowie auf den Stand der Technik hinsichtlich azimuthal inhomogener Wärmestromdichteverteilungen bei turbulenten Rohrströmung eingegangen.

2.1 Wärmeübertragung in einphasigen turbulenten Rohrströmungen

Im Allgemeinen findet Wärmetransport durch zwei Mechanismen, Wärmeleitung und Strahlung, statt. Bei der Strahlung wird Wärme ohne einen stofflichen Träger transportiert, wohingegen die Wärmeleitung nur in Stoffen auftritt. Strahlungseffekte in der Rohrströmung werden im Rahmen dieser Arbeit nicht separat betrachtet. Liegt ein ruhender Feststoff bzw. ein ruhendes Fluid vor, so ist der Wärmestrom nur von den physikalischen Stoffeigenschaften und dem vorliegenden Temperaturgradienten abhängig. In strömenden Fluiden hingegen wird zusätzlich zum Wärmetransport durch Wärmeleitung im Fluid ein Enthalpiestrom in der Strömung transportiert. Die Wärmeleitung in der Temperaturgrenzschicht des Fluids wird durch die Strömung beeinflusst. Zur Unterscheidung der Wärmeübertragung in ruhenden Feststoffen oder Fluiden und strömenden Fluiden wird letztere als Konvektion bezeichnet (Böckh und Wetzel 2018).

Die Wärmestromdichte \dot{q} in ruhenden Stoffen kann allgemein über das Fourier'sche Gesetz in Gleichung (2.1) beschrieben werden (Böckh und Wetzel 2018):

$$\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T \quad (2.1)$$

Wie bereits angeführt ist die Wärmestromdichte dabei einzig von dem vorliegenden Temperaturgradienten ∇T und den physikalischen Stoffeigenschaften, hier die Wärmeleitfähigkeit λ , abhängig.

Wird der Wärmeübergang in strömenden Fluiden betrachtet, so muss zusätzlich zu den physikalischen Stoffeigenschaften und dem vorliegenden Temperaturgradienten die Strömung berücksichtigt werden. Die dimensionslose Kontinuitäts- und Energiegleichung, sowie die Impulsgleichungen sind in Anhang A in den Gleichungen (A.2), (A.3) und (A.4) gegeben. Die Reynolds-Zahl Re , die sowohl in den Impulsgleichungen (Gleichung (A.3)), als auch der Energiegleichung (Gleichung (A.4)) auftritt, ist das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften und wird mittels Gleichung (2.2) berechnet:

$$Re = \frac{u_c \cdot L_c}{\nu_f} \quad (2.2)$$

Mithilfe der Reynolds-Zahl kann der vorliegende Strömungszustand charakterisiert werden, entsprechend ob eine laminare oder turbulente Strömung vorliegt. In Gleichung (2.2) ist ν_f die kinematische Viskosität des Fluids, die aus der dynamischen Viskosität η_f geteilt durch die Dichte ρ_f berechnet werden kann und u_c und L_c die charakteristische Geschwindigkeit und Länge. Aus der Entdimensionierung der Energiegleichung (Gleichung (A.4)) folgt zusätzlich zur Reynolds-Zahl noch die Prandtl-Zahl (Ferziger 2008):

$$Pr = \frac{\nu_f}{\kappa_f} = \frac{\nu_f \rho_f c_{p,f}}{\lambda_f} \quad (2.3)$$

Diese Kennzahl beinhaltet ausschließlich die Stoffeigenschaften des Fluids und kann für Rohrströmungen als Verhältnis der Dicken der laminaren hydrodynamischen und thermischen Grenzschicht aufgefasst werden (Böckh und Wetzel 2018). In Gleichung (2.3) ist κ_f die Temperaturleitfähigkeit und $c_{p,f}$ die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck des Fluids.

Die durch Konvektion übertragene Wärmestromdichte lässt sich berechnen über den einfachen Zusammenhang in Gleichung (2.4) (Böckh und Wetzel 2018):

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_W - T_f) \quad (2.4)$$

Analog zum Ansatz zur Berechnung der Wärmestromdichte die durch Wärmeleitung übertragen werden kann (Gleichung (2.1)) ist die Wärmestromdichte bei Konvektion direkt abhängig von der Temperaturdifferenz zwischen der Wand und dem strömenden Fluid $T_W - T_f$. Sofern $T_W - T_f > 0$ ist, wird das Fluid durch die Wand erwärmt, gilt $T_W - T_f < 0$, so wird Wärme vom

strömenden Fluid an die Wand übertragen. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient α ist dabei abhängig von den Fluideigenschaften, der Strömung, sowie von Geometriefaktoren. Unmittelbar an der Wand wird Wärme aufgrund der Haftbedingung der Strömung ausschließlich durch Wärmeleitung übertragen. Somit folgt aus einer lokalen Energiebilanz unmittelbar an der Wandoberfläche mit den Gleichungen (2.1) und (2.4) der Zusammenhang in Gleichung (2.5):

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_W - T_f) = -\lambda_f \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{W,f} \quad (2.5)$$

In Gleichung (2.5) ist $\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{W,f}$ der Temperaturgradient in radialer Richtung an der Wand. Wird der Zusammenhang in Gleichung (2.5) nach dem Wärmeübergangskoeffizienten aufgelöst und mit der charakteristischen Länge (siehe Anhang A) und der charakteristischen Temperaturdifferenz $T_W - T_f$ entdimensioniert, so folgt als dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient die Nusselt-Zahl (Böckh und Wetzel 2018):

$$Nu = \frac{\alpha L_c}{\lambda_f} = - \left(\frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)_W \quad (2.6)$$

Wie in Gleichung (2.6) gezeigt, ist die Nusselt-Zahl abhängig vom dimensionslosen Temperaturfeld, welches zugleich durch die Reynolds- und Prandtl-Zahl und die Geometrie des Strömungskanals beschrieben werden kann (siehe Anhang A). Somit kann allgemein die Abhängigkeit der Nusselt-Zahl in folgender Form angegeben werden (Böckh und Wetzel 2018):

$$Nu = f \left(Re, Gr, Pr, \text{Geometrie}, \frac{T}{T_W} \right) \quad (2.7)$$

Zusätzlich besteht eine Abhängigkeit von der Grashof-Zahl, die im Anhang in Gleichung (A.8) definiert ist, wenn Auftriebsströmungen gegenüber der erzwungenen Strömung aufgrund eines Druckgradienten an Bedeutung gewinnen. Die Temperaturabhängigkeit der physikalischen Stoffgrößen (vor allem der Viskosität des Fluids) kann über einen Korrekturterm der Form Pr/Pr_W (Gniewinski 2013) berücksichtigt werden. In den folgenden Unterkapiteln wird auf die Bestimmung der Nusselt-Zahl bei turbulenten Rohrströmungen von Fluiden mittlerer bzw. hoher Prandtl-Zahlen, sowie von Fluiden mit sehr niedrigen Prandtl-Zahlen, wie sie charakteristisch für Flüssigmetalle sind, eingegangen. Außerdem werden die Grundzüge des konjugierten Wärmetransportproblems dargestellt.

2.1.1 Wärmeübergang in Fluiden mittlerer und hoher Prandtl-Zahlen

Basierend auf der Chilton-Colburn-Analogie (siehe Anhang A.2) wurde die Dittus-Boelter-Gleichung entwickelt, welche für $0,6 < Pr < 160$, $Re \geq 1 \cdot 10^4$ und $\frac{L}{d_i} \geq 10$ gültig ist. Der Exponent n der Prandtl-Zahl ist für eine Wärmezufuhr zur Strömung $n_{\text{beh}} = 0,4$ und bei Wärmeabfuhr $n_{\text{gek}} = 0,3$ (Incropera et al. 2007a):

$$Nu_{\text{Dittus-Boelter}} = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n \quad (2.8)$$

Die Dittus-Boelter-Gleichung ist einfach in der Handhabung, jedoch streng genommen nur für kleine Temperaturdifferenzen zwischen der Wand und der Strömung gültig. Gnielinski (1975) entwickelte aufbauend auf der Gleichung von Petukov et al. (1973) eine Korrelation, welche Gnielinski (2013) nochmals für den Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung spezialisierte. In den Gleichungen (2.9) und (2.10) sind die Korrelationen nach Gnielinski für die über die Lauflänge L gemittelte und die in Strömungsrichtung lokale Nusselt-Zahl gegeben (Stephan et al. 2019), die aus der Differentiation von Gleichung (2.9) folgt:

$$Nu_{\text{Gnielinski,m}} = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) \cdot (Re-1000) \cdot Pr}{1+12,7 \sqrt{\frac{f}{8}} (Pr^{2/3}-1)} \cdot \left(1 + \left(\frac{D_i}{L}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \zeta \quad (2.9)$$

$$Nu_{\text{Gnielinski,lok}} = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) \cdot (Re-1000) \cdot Pr}{1+12,7 \sqrt{\frac{f}{8}} (Pr^{2/3}-1)} \cdot \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{D_i}{z}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \zeta \quad (2.10)$$

In den Gleichungen (2.9) und (2.10) ist D_i der Innendurchmesser der Rohrströmung. Der Reibungsbeiwert f in den Gleichungen (2.9) und (2.10) wird über Gleichung (2.11) nach Konakov (1946) bestimmt (Stephan et al. 2019):

$$f = (1,8 \cdot \log_{10} Re - 1,5)^{-2} \quad (2.11)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Stoffgrößen bei Flüssigkeiten kann über den Faktor ζ berücksichtigt werden (Gnielinski 2013):

$$\zeta = \left(\frac{Pr}{Pr_W}\right)^{0,11} \quad (2.12)$$

Die Gleichungen (2.9) und (2.10) sind für $0,1 \leq Pr \leq 10^3$, $4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^6$ und $\frac{L}{D_i} \geq 1$ gültig (Stephan et al. 2019). Die Korrelationen, welche in diesem Kapitel für die Berechnung der Nusselt Zahl vorgestellt werden, sind für den Fall dominierender Zwangskonvektion gültig. Alle Datenpunkte der Wassereperimente in dieser Arbeit mit azimuthal homogener Verteilung der Wärmestromdichte wurden mittels der Strömungsregimekarte von Metzais und Eckert (1964) überprüft und liegen im Bereich dominierender Zwangskonvektion, weshalb auf die Thematik der Mischkonvektion an dieser Stelle nicht näher eingegangen wird. Das Auftreten mischkonvektiver Effekte in turbulenten Wasserströmungen mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte wird in Kapitel 2.3.1 näher thematisiert.

2.1.2 Wärmeübergang in Fluiden niedriger Prandtl-Zahlen

Flüssigmetalle weisen für Fluide sehr große Wärmeleitfähigkeiten, bei gleichzeitig niedrigen kinematischen Viskositäten auf. Hieraus resultieren sehr niedrige Prandtl-Zahlen im Bereich $Pr < 0,05$. Der Einfluss solch niedriger Prandtl-Zahlen auf die Temperaturprofile in der Strömung wird in Abbildung 2.1 verdeutlicht.

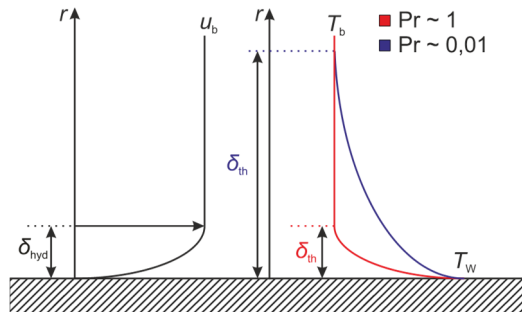


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der laminaren hydrodynamischen und thermischen Grenzschicht bei einer in Längsrichtung angeströmten beheizten Platte für Fluide unterschiedlicher Prandtl-Zahlen (eigene Darstellung angelehnt an (OECD/NEA 2015)).

Es wird eine in Längsrichtung angeströmte beheizte Platte betrachtet, welche von einem Fluid mit der Prandtl-Zahl $Pr \approx 1$ und einem Fluid mit $Pr \approx 0,01$ überströmt wird. Beide Fluide weisen die selbe Reynolds-Zahl auf,

weshalb die Geschwindigkeitsprofile identisch sind. Die Dicke der laminaren hydrodynamischen Grenzschicht, eingezeichnet mit δ_{hyd} , ist somit gleich. Der Einfluss der Prandtl-Zahl wird am Temperaturprofil der beiden Fluide deutlich. Die Dicke der thermischen Grenzschicht beim Fluid mit $Pr \approx 1$ hat die selbe Größenordnung wie die hydrodynamische Grenzschicht. Beim Fluid mit $Pr \approx 0,01$ ist die thermische Grenzschicht hingegen deutlich größer. Hieraus resultieren einige für diese Arbeit wichtige Schlussfolgerungen:

- Die Temperaturprofile in turbulenten Flüssigmetallströmungen nehmen rundlichere Formen an, die ähnlich zu Temperaturprofilen in laminaren Strömungen sind (Pacio et al. 2015).
- Vergleichbar zu laminaren Strömungen beeinflusst bei turbulenten Strömungen flüssiger Metalle die thermische Randbedingung an der Wand die Temperaturprofile und somit auch den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten (Straub et al. 2019b; Pacio et al. 2015).
- Die Reynolds-Analogie (Polifke und Kopitz 2009)(siehe Anhang A.2), ist für Flüssigmetalle aufgrund ihrer geringen Prandtl-Zahl nicht anwendbar. Für die Bestimmung der Nusselt-Zahl in turbulenten Flüssigmetallströmungen bedeutet dies ganz praktisch, dass alle üblichen Korrelationen, welche für konventionelle Fluide entwickelt wurden, für Flüssigmetalle nicht anwendbar sind, da bei der Herleitung der Korrelationen eine Analogie zwischen Druckverlust und Wärmeübergang zugrunde gelegt wird.

Zusätzlich folgt aus den zugrundeliegenden thermophysikalischen Stoffwerten von Flüssigmetallen eine andere Gewichtung von in der Strömung diffusiv zu konvektiv transportierter thermischer Energie. So sind die Temperaturleitfähigkeiten flüssiger Metalle deutlich höher als jene konventioneller Fluide. Laut Grötzbach (2013) sind die turbulenten thermischen Diffusivitäten für Fluide mit $Pr = 0,025$ (entspricht eutektischem Blei-Wismuth (LBE)) erst ab $Re > 6 \cdot 10^4$ größer als die Temperaurleitfähigkeit. Bei Fluiden mit $Pr = 0,007$ (entspricht Natrium) tritt dies sogar erst für $Re > 2,14 \cdot 10^5$ ein. Somit ist selbst bei vollturbulenten Flüssigmetallströmungen das Verhältnis von diffusiv zu konvektiv transportierter thermischer Energie hoch.

Mit Blick auf die Bestimmung der Nusselt-Zahl turbulenter Flüssigmetall-Strömungen haben sich in der Literatur Korrelationen etabliert, welche spezifisch auf Basis experimenteller Untersuchungen mit Flüssigmetallen bestimmt wurden. In dieser Arbeit liegt der Fokus der Untersuchungen auf dem Wärmeübergang in turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen mit der thermischen Randbedingung eines in axialer Richtung konstanten Wärmestroms, weshalb sich auf Korrelationen zur Bestimmung der Nusselt-Zahl bei diesen Randbedingungen beschränkt wird. Weitere Korrelationen für andere Strömungskonfigurationen und thermische Randbedingungen sind in OECD/NEA (2015) zu finden. Pacio et al. (2015) haben in einer ausführlichen Studie über 1100 experimentell bestimmte Datenpunkte von 21 unterschiedlichen Quellen mit 15 Korrelationen aus der Literatur verglichen. Die Korrelationen weisen alle den in Gleichung (2.13) gegebenen funktionellen Zusammenhang zwischen der Nusselt-Zahl und der Péclet-Zahl, dem Produkt aus Reynolds- und Prandtl-Zahl, auf (Pacio et al. 2015):

$$Nu = a + b \cdot Pe^c \cdot Pr^d \quad (2.13)$$

Pacio et al. (2015) folgern auf Basis der statistischen Analyse, dass für jede Klasse von Flüssigmetallen eine spezifische Korrelation verwendet werden sollte. Die Autoren empfehlen für Quecksilber die Korrelation von Kutateladze et al. (1958), für Blei und LBE die Korrelation von Lubarsky und Kaufman (1956), für Natrium und eutektisches Natrium-Kalium die Korrelation von Chen und Chiou (1981) und als besten Kompromiss für alle Flüssigmetalle die Korrelation von Skupinski et al. (1965). Eine Zusammenfassung der Koeffizienten der Korrelationen für den funktionellen Zusammenhang in Gleichung (2.13) ist in Tabelle 2.1 gegeben. Zusätzlich sind noch die Koeffizienten der Korrelation von Lyon (1951) gegeben, da diese Korrelation als erste einen theoretischen Hintergrund für experimentelle Beobachtungen lieferte. Es sei jedoch an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass Lyon (1951) bei der Herleitung der Korrelation von einer turbulenten Prandtl-Zahl von $Pr_{\text{turb}} = 1$ ausgegangen ist. Nach heutigem Kenntnisstand ist diese für Flüssigmetallströmungen jedoch deutlich größer als 1 (Grötzbach 2013; OECD/NEA 2015; Straub et al. 2019a).

Tabelle 2.1: Übersicht der Koeffizienten zu Gleichung (2.13) der von Pacio et al. (2015) vorgeschlagenen Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl in turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen mit axial konstantem Wärmestrom (Skupinski et al. 1965; Chen und Chiou 1981; Lubarsky und Kaufman 1956; Kutateladze et al. 1958), sowie der Korrelation von Lyon (1951).

Autor	a	b	c	d
Skupinski et al. (1965)	4,82	0,0185	0,827	0
Chen und Chiou (1981)	5,6	0,0165	0,85	0,01
Lubarsky und Kaufman (1956)	0	0,625	0,4	0
Kutateladze et al. (1958)	5,9	0,015	0,8	0
Lyon (1951)	7	0,025	0,8	0

In Abbildung 2.2 sind die Korrelationen zusätzlich als Funktion der Péclet-Zahl aufgetragen. Da für die Berechnung der Korrelation von Chen und Chiou (1981) zusätzlich zur Péclet-Zahl noch die Prandtl-Zahl notwendig ist, wurde $Pr = 0,03$ gesetzt, was dem Wert der in dieser Arbeit verwendeten GaInSn-Legierung entspricht. Für die Auftragung über der Abszisse wurde die Reynolds-Zahl variiert.

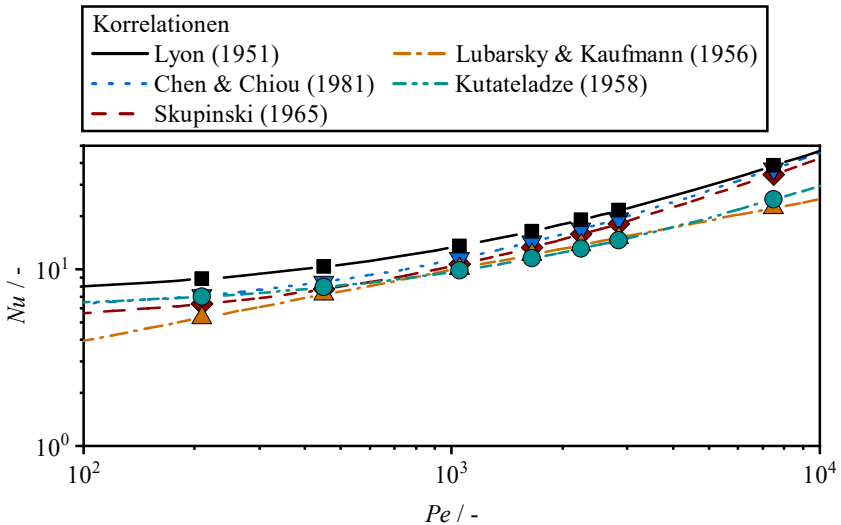


Abbildung 2.2: Vergleich der Nusselt-Zahl als Funktion der Péclet-Zahl der von Pacio et al. (2015) empfohlenen Korrelationen (Lyon 1951; Chen und Chiou 1981; Skupinski et al. 1965; Lubarsky und Kaufman 1956; Kutateladze et al. 1958).

Aus Abbildung 2.2 wird direkt ersichtlich, dass die Korrelationen vor allem für sehr kleine und sehr große Werte der Péclet-Zahl stark voneinander abweichen. Einzig im Bereich von $Pe \approx 10^3$ liefern alle von Pacio et al. (2015) vorgeschlagenen Korrelationen ähnliche Werte der Nusselt-Zahl. Für hohe Péclet-Zahlen liefern die Korrelationen, welche für Schwermetalle (Blei, LBE und Quecksilber) empfohlen werden, deutlich geringere Nusselt-Zahlen.

Wie bereits beschrieben, weisen Flüssigmetalle aufgrund der geringen Prandtl-Zahl sehr große thermische Grenzschichten auf. Hierdurch ragen Temperatur- und hieraus resultierende Dichteunterschiede des Fluids bis tief in die Kernströmung (OECD/NEA 2015) und Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich einsetzender Mischkonvektion wie Strömungsregimearten (z.B. Metais und Eckert (1964)), welche auf Basis von Fluiden mittlerer und hoher Prandtl-Zahlen entwickelt wurden, sind auf Flüssigmetalle nicht direkt übertragbar. Buhr et al. (1968) verglichen experimentelle Daten unterschiedlicher Flüssigmetalle für senkrechte, waagerechte und geneigte Rohrströmungen und entwickelten ein Kriterium, welches eine Verzerrung des Strömungsprofils durch Auftriebseffekte berücksichtigt:

$$Z = \frac{Ra}{Re} \cdot \frac{D_i}{L} > 2 \cdot 10^{-3} \quad (2.14)$$

In Gleichung (2.14) ist Ra die Rayleigh-Zahl, welche in Gleichung (A.7) definiert ist. Dieses Kriterium weicht in seiner Definition von der im gleichen Zusammenhang oft verwendeten Richardson-Zahl ab, welche aus dem Auftriebsterm der dimensionslosen Impulsgleichung (Gleichung (A.3)) resultiert. Diese ist in Gleichung (2.15) definiert:

$$Ri = \frac{Ra}{Re^2 \cdot Pr} = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.15)$$

Für die Anwendung in einer senkrechten nach oben gerichteten Strömung von Natrium entwickelte Jackson (1983) ein Kriterium auf Basis der Richardson-Zahl zum messbaren Einsetzen von Auftriebseffekten (Zwangskonvektion dominiert nicht mehr über freie Konvektion). Jackson (1983) folgert, dass dies für $Ri > 0,002$ der Fall ist. Dieser Wert wäre um Größenordnungen kleiner als jener, den Sparrow et al. (1959) auf Basis einer Analyse der Grenzschichtgleichungen für ein senkrecht strömendes Fluid mit $Pr = 0,7$ mit $Ri > 0,3$ angeben. Das Kriterium von Buhr et al. (1968) basiert jedoch im Vergleich zu Jackson (1983) und Sparrow et al. (1959) auf der breitesten Datenbasis, auch für horizontale Strömungen und wird aus diesem Grund im Rahmen dieser Arbeit zur Bewertung von Mischkonvektion bei Flüssigmetallströmungen herangezogen.

Im Gegensatz zur Korrelation von Gnielinski (2013) (Gleichung (2.9)), die sich in der Literatur zur Bestimmung der Nusselt-Zahl turbulenter Rohrströmungen konventioneller Fluide bewährt hat, weisen die für Flüssigmetalle entwickelten Korrelationen in Tabelle 2.1 keine Abhängigkeit von der axialen Position im Rohr auf. Thermische Einlaufeffekte können deshalb anhand dieser Korrelationen nicht berücksichtigt werden. In der Literatur finden sich unterschiedliche Ansätze zur Bestimmung der in axialer Richtung lokalen Nusselt-Zahl turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen, wobei an dieser Stelle die Korrelationen von Chen und Chiou (1981) und Sleicher et al. (1973), aufgrund der geringen Komplexität ihrer Anwendung, dargestellt werden. Des Weiteren werden z.B. in (Kays et al. 2015) und (Notter und Sleicher 1972) Korrelationen für die Bestimmung der Einlaufeffekte der Nusselt-Zahl vorgestellt, wobei für die Anwendung dieser Gleichungen tabellierte Eigenwerte für die Lösung notwendig sind und somit nicht für jegliche Reynolds- und Prandtl-Zahlen eine Verwendung möglich ist. Sleicher et al. (1973) modelliert die Einlaufeffekte der Nusselt-Zahl anhand von Gleichung (2.16):

$$\frac{Nu(z)_{\text{Sleicher}}}{Nu_{\text{entw.}}} = 1 + \frac{2}{\frac{z}{D_1}} \quad (2.16)$$

Chen und Chiou (1981) berücksichtigen zusätzlich einen quadratischen Term der entdimensionierten axialen Position und kommen zu Gleichung (2.17):

$$\frac{Nu(z)_{\text{Chen\&Chiou}}}{Nu_{\text{entw.}}} = 1 + \frac{2,4}{\frac{z}{D_1}} - \frac{1}{\left(\frac{z}{D_1}\right)^2} \quad (2.17)$$

Bei beiden Korrelationen wird die in axialer Richtung lokale Nusselt-Zahl $Nu(z)$ normiert über die thermisch vollständig eingelaufene Nusselt-Zahl $Nu_{\text{entw.}}$, welche anhand der Korrelationen aus Tabelle 2.1 berechnet werden kann.

2.1.3 Konjugierter Wärmetransport

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Wärmetransport in azimuthal inhomogen beheizten Rohrströmungen untersucht. Die Temperaturverteilung innerhalb der Rohrwand wird dementsprechend sowohl von den thermischen Eigenschaften der Wand selbst, als auch von der Strömung beeinflusst. Eine detaillierte Analyse des konjugierten Wärmetransportes in der Rohrwand und der Strömung ist dementsprechend aufgrund der auftretenden azimuthalen Temperaturgradienten im Rohr notwendig. Zur Beschreibung des Wärmetransportproblems ist es zweckdienlich, die Biot-Zahl einzuführen, eine dimensionslose Kennzahl, welche das Verhältnis von konduktivem (Wärmeleitung) thermischen Widerstand zum konvektiven thermischen Widerstand beschreibt. Die Herleitung der Biot-Zahl wird in Abbildung 2.3 graphisch veranschaulicht (Incropera et al. 2007b).

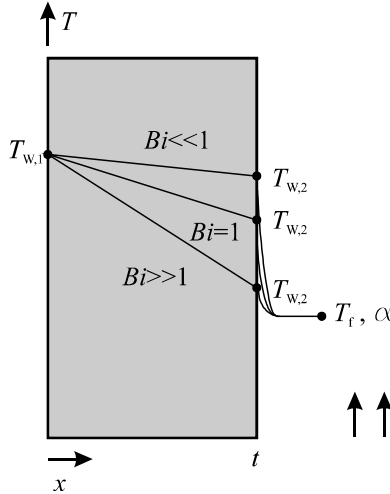


Abbildung 2.3: Einfluss der Biot-Zahl auf die Temperaturgradienten in einer beheizten einseitig konvektiv gekühlten Wand (eigene Darstellung angelehnt an (Incropera et al. 2007b)).

Gegeben sei eine Wand mit der Wärmeleitfähigkeit λ_W , Dicke t und der Fläche A , welche auf der linken Seite eine konstante Temperatur $T_{W,1}$ aufweist und auf der rechten Seite durch ein strömendes Fluid gekühlt wird. Es wird nur eindimensionale Wärmeleitung in Richtung der x -Koordinate betrachtet. Es gelte $T_f < T_{W,1}$ und die Strömung weist einen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α auf. Die Temperatur der Wand auf der rechten Seite zum strömenden Fluid hin $T_{W,2}$ ist abhängig von den thermischen Eigenschaften der Wand und dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α . Die Energiebilanz an der rechten Wandoberfläche für das vorliegende Problem ist in Gleichung (2.18) gegeben:

$$\frac{\lambda_W \cdot A}{t} \cdot (T_{W,1} - T_{W,2}) = \alpha \cdot A \cdot (T_{W,2} - T_f) \quad (2.18)$$

Wird Gleichung (2.18) nun umgeformt, folgt die Definition der Biot-Zahl als Verhältnis der thermischen Widerstände in Gleichung (2.19):

$$\frac{T_{W,1} - T_{W,2}}{T_{W,2} - T_f} = \frac{\frac{t}{\lambda_W \cdot A}}{\frac{1}{\alpha \cdot A}} = \frac{R_{\text{kond}}}{R_{\text{konv}}} = Bi = \frac{\alpha \cdot L_c}{\lambda_W} \quad (2.19)$$

Für Probleme mit konjugiertem Wärmetransport in anderen Geometrien muss eine passende charakteristische Länge gefunden werden. Diese kann z.B. als das Verhältnis des Volumens des Festkörpers zur Oberfläche, welche im Kontakt mit dem strömenden Fluid steht, definiert werden, oder als Längenskala zwischen der maximalen und minimalen Temperatur im Festkörper (Incropera et al. 2007b).

2.2 Druckverlust in einphasigen turbulenten Strömungen

Der Druckverlust Δp in einem durchströmten Rohr für den Fall einer laminaren und turbulenten Strömung lässt sich allgemein mit Gleichung (2.20) er rechnen (Zierep 2013):

$$\Delta p = f \frac{L}{D_i} \frac{\rho u^2}{2} \quad (2.20)$$

Der Reibungsbeiwert f ist abhängig von der Reynolds-Zahl der Strömung und berechnet sich für den Fall einer laminaren Strömung zu (Zierep 2013):

$$f_{\text{lam}} = \frac{64}{Re} \quad (2.21)$$

Liegt hingegen eine turbulente Strömung vor, spielt die Beschaffenheit der Rohrwand eine Rolle. Für technisch glatte Oberflächen gilt nach Blasius im Bereich $3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 10^5$ Gleichung (2.22) (Stephan et al. 2019):

$$f_{\text{turb,Blasius}} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (2.22)$$

Alternativ kann der Reibungsbeiwert bei glatten Rohren auch mit Gleichung (2.11) berechnet werden (Stephan et al. 2019). In der Regel liegen in technischen Apparaten jedoch keine glatten Oberflächen vor. Die Rauigkeit der Rohrwand lässt sich über eine relative Rauigkeit ε berücksichtigen, die mit Gleichung (2.23) über die absolute Rauigkeit K und den Innendurchmesser des Rohres D_i berechnet wird (Stephan et al. 2019):

$$\varepsilon = \frac{K}{D_i} \quad (2.23)$$

Aus experimentellen Ergebnissen lässt sich eine implizite Gleichung ableiten, mit welcher der Reibungsbeiwert über den gesamten Bereich glatter und rauher Oberflächen berechnet werden kann (Stephan et al. 2019):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re\sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3,71} \right) \quad (2.24)$$

Für laminare Strömungen ist keine Abhängigkeit der Rauigkeit gegeben, da kein makroskopischer Queraustausch vorhanden ist und durch die vorliegende Schichtenströmung die Wandrauigkeiten zugedeckt werden (Zierep 2013). Für Strömungen mit $Re > 10^6$ ist der Reibungsbeiwert nahezu unabhängig von der Reynolds Zahl und ist ausschließlich abhängig von der Rauigkeit der Rohrwand. In diesem Bereich ragen nahezu alle Rauigkeitselemente aus der viskosen Unterschicht der turbulenten Grenzschicht heraus (Oertel 2015). Eine Abschätzung hierzu findet sich im Anhang B.5. Für turbulente Strömungen im Bereich $Re < 10^5$ ist der Reibungsbeiwert vor allem geprägt durch die Reynolds-Zahl. Die Abhängigkeit von der Rauigkeit spielt nur bei sehr hohen Werten der relativen Rauigkeit eine Rolle.

2.3 Einfluss einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Einfluss einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte bei turbulenten Rohrströmungen von Wasser und GaInSn untersucht. Von wissenschaftlichem Interesse sind dabei der Einfluss der Verteilung der Wärmestromdichte auf den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten, wie auch auf die resultierende Temperaturverteilung in der Strömung und der Rohrwand, als Ausgangspunkt für praktische Anwendungen. In diesem Abschnitt wird der Stand der Technik in Form wissenschaftlicher Arbeiten zusammengefasst, welche sich mit einer solchen thermischen Randbedingung beschäftigen, wobei eine Einteilung der Abschnitte hinsichtlich mittlerer und hoher (Abschnitt 2.3.1) und sehr kleiner (Abschnitt 2.3.2) Prandtl-Zahlen vorgenommen wird. Da es sich sowohl um theoretisch, numerisch und experimentell basierte Arbeiten handelt wird auch hierzu eine Einteilung vorgenommen. Angemerkt sei jedoch, dass die analytischen Modelle in Abschnitt 2.3.1.1

für den gesamten Bereich an Prandtl-Zahlen entwickelt wurden. Von einer erneuten Nennung der theoretischen Arbeiten in Abschnitt 2.3.2 wird daher abgesehen.

Die azimuthale Verteilung der Wärmestromdichte kann prinzipiell vollkommen beliebig sein. Um die unterschiedlichen Verteilungen voneinander abzugrenzen und eine Nomenklatur einzuführen, sind alle in dieser Arbeit aufgezählten azimuthalen Verteilungen mit entsprechender Bezeichnung in Abbildung 2.4 zusammengefasst, wobei im Rahmen dieser Arbeit lediglich Rohrströmungen mit in axialer Richtung konstantem Wärmestrom betrachtet werden.

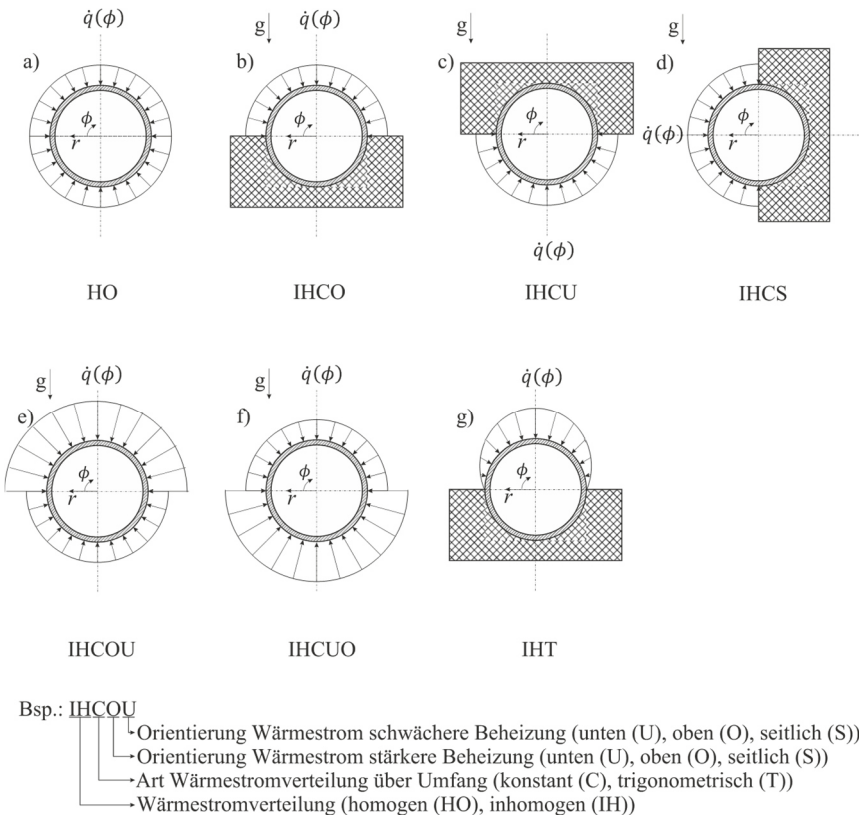


Abbildung 2.4: Nomenklatur der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte.

Die Nomenklatur wird über das Beispiel in Abbildung 2.4 erläutert und unterteilt in die Orientierung und die Art der Verteilung der Wärmestromdichte, wobei der Wärmestrom immer auf die Rohraußenwand aufgeprägt wird. Durch azimuthale Wärmeleitung in der Rohrwand ändert sich die Verteilung der Wärmestromdichte entsprechend der untersuchten Strömungsbedingungen und Eigenschaften der Rohrwand zur Rohrrinnenwand hin. Es wird als erstes unterschieden zwischen einer azimuthal homogenen (HO) oder inhomogenen (IH) Verteilung der Wärmestromdichte. Ebenso wird bei azimuthal inhomogener Verteilung unterteilt in eine konstante (C) und trigonometrische (T) Verteilung, also eine über den Umfang variierende Verteilung, die mathematisch beschreibbar über eine sinus- bzw. cosinus-Funktion ist. Wenn es sich um eine horizontale Rohrströmung handelt, so spielt die Orientierung der Wärmestromdichte bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten oder sehr großen Dichteunterschieden in der Strömung aufgrund einsetzender Sekundärströmungen durch Auftrieb eine entscheidende Rolle. Aus diesem Grund wird bei horizontalen (und theoretisch geneigten) Strömungen unterschieden in eine Aufprägung des Wärmestroms über die obere (O) oder untere (U) Rohrhälfte, bzw. über die Seite (S). bei senkrechten Strömungen bzw. Vernachlässigung von Auftriebseffekten, ist die Information zur Orientierung der Wärmestromdichte obsolet. Wird zwar der gesamte Umfang beheizt, liegt jedoch eine inhomogene Verteilung vor, so wird zunächst die Orientierung der Rohrhälfte mit höherer Wärmestromdichte genannt und anschließend die Hälfte mit dem schwächeren zugeführten Wärmestrom (siehe auch das Beispiel in Abbildung 2.4).

2.3.1 Untersuchungen für Fluide mittlerer und hoher Prandtl-Zahlen

2.3.1.1 Theoretische Arbeiten

Reynolds (1960) entwickelte ein theoretisches Modell zur Berechnung der azimuthalen Wandtemperatur- und Nusselt-Zahlverteilung bei beliebiger azimuthaler Verteilung der Wärmestromdichte und laminarer Strömung. Er kam zu dem Schluss, dass eine Variation der Wärmestromdichte einen sehr großen Einfluss auf die Wandtemperatur- und Nusselt-Zahlverteilung ausübt. Zudem würde eine Berechnung der lokalen Wandtemperaturen bei azimuthal inhomogener Beheizung unter Verwendung von konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten, welche mittels Nusselt-Zahl Korrelationen gültig für den homogen beheizten Fall

bestimmt wurden, große Abweichungen hervorrufen. Die Analyse wurde später von Reynolds (1963) auf turbulente Strömungen ausgeweitet. Reynolds (1963) tabellierte die für die Berechnung der Wandtemperaturverteilung notwendigen Wandtemperaturfunktionen für Strömungen mit $10^4 \leq Re \leq 10^6$ und $0 \leq Pr \leq 10^3$, wobei er isotrope turbulente Temperaturleitfähigkeiten in radialer und azimuthaler Richtung annimmt. Reynolds (1963) schlussfolgerte, dass der Einfluss einer azimuthalen Variation der Wärmestromdichte bei Fluiden mit sehr niedrigen Prandtl-Zahlen und turbulenter Strömung einen noch größeren Einfluss auf lokale Effekte hat, als bei laminaren Strömungen, wobei das Gegenteil für hohe Prandtl-Zahlen gilt. Zeitgleich publizierten Sparrow und Lin (1963) eine ähnliche Analyse. Ebenso wie Reynolds (1963) nahmen die Autoren an, dass die radiale und azimuthale turbulente Temperaturleitfähigkeit isotrop sind. Experimentelle Daten, wie z.B. jene von Quarmby und Quirk (1972) zeigen jedoch, dass in der Nähe der Rohrwand eine sehr starke Anisotropie der Werte der Temperaturleitfähigkeit in radialer und azimuthaler Richtung vorliegt, mit deutlich höheren Werten in azimuthaler Richtung. Gärtner et al. (1974) erweiteren die Analyse für azimuthal inhomogene thermische Randbedingungen mit konstanter Wandtemperatur und konstanter Wärmestromdichte, jedoch im Vergleich zu Reynolds (1963) und Sparrow und Lin (1963) mit einer Anisotropie der turbulenten Temperaturleitfähigkeiten. Der Vergleich mit experimentellen Daten zur azimuthalen Verteilung der Innenwandtemperatur und Nusselt-Zahl von Black (1966) zeigte eine bessere Übereinstimmung als die Analysen mit der Annahme einer isotropen Verteilung der turbulenten Diffusivitäten (Reynolds 1963; Sparrow und Lin 1963). Rapier (1972) schlug eine simple Modellierung zur Beschreibung der Verteilung der Innenwandtemperatur bei azimuthal inhomogener Beheizung über den Ansatz zweier Schichten mit unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten vor. Nahe der Rohrwand in der Grenzschicht weist die Strömung die molekulare Wärmeleitfähigkeit des Fluids auf, wohingegen im Kern der turbulenten Strömung eine effektive gemittelte Wärmeleitfähigkeit angenommen wird. Rapier (1972) zeigte zudem, dass sein Modell eine gute Übereinstimmung mit dem analytischen Modell von Reynolds (1963) und den experimentellen Daten von Black und Sparrow (1967b) liefert. Chieng und Launder (1979) bauten ihre Analyse auf den Daten von Black und Sparrow (1967b) auf und postulierten, dass das Verhältnis von azimuthaler zu radialer turbulenter Temperaturleitfähigkeit angenähert werden kann über das Verhältnis der quadratischen Mittelwerte der Geschwindigkeitsfluktuationen in azimuthaler und radialer Richtung. Chieng und Launder (1979) schlussfolgerten aus ihrer Analyse, dass die experimentellen

Datenpunkte, welche in der Arbeit von Black und Sparrow (1967b) präsentiert wurden, nicht bei thermisch eingelaufener Strömung bestimmt wurden. Black und Sparrow (1967b) bestimmten die Wandtemperaturverteilung nach 52 hydraulischen Durchmessern vom Beginn der Beheizung. Chieng und Launder (1979) schlossen jedoch auf Basis ihrer Analyse, dass die thermische Einlauf-länge der Strömung 150 hydraulische Durchmesser lang sein müsste. Hierdurch wurde der Einfluss einer isotropen Modellierung der turbulenten Temperaturleit-fähigkeit gedämpft, da sich deren Bedeutung im thermisch eingelaufenen Zu-stand stärker auswirkt als im Einlaufbereich. Ebenso schlussfolgerten Chieng und Launder (1979), dass mit steigender Prandtl-Zahl die azimutale Inhomoge-nität der Nusselt-Zahl schwächer wird. Die Autoren erklären dies damit, dass eine Erhöhung der Prandtl-Zahl mit einer Verringerung der Temperaturleitfähig-keit im Vergleich zur kinematischen Viskosität des Fluids einhergeht. Hierdurch verschiebt sich der Bereich, in dem der turbulente Wärmetransport dominiert bei Erhöhung der Prandtl-Zahl näher zur Wand hin. Azimutale Wärmediffusion durch die turbulenten Wirbel nimmt somit zu, was in einer Verringerung der azi-mutalen Inhomogenität der Nusselt-Zahl resultiert.

2.3.1.2 Numerische Arbeiten

In der Literatur gibt es eine Reihe von Publikationen, welche sich mittels numerischen Simulationen mit dem Problem einer azimutal inhomogen beheiz-ten Rohrströmung beschäftigen (siehe z.B. (Yang et al. 2012; Fang et al. 2021; Okafor et al. 2014)). In diesem Kapitel wird jedoch nur eine Auswahl an Arbeiten präsentiert, welche besondere Relevanz zu den Inhalten dieser Arbeit haben. An-toranz et al. (2015) präsentierten Ergebnisse direkter numerischer Simulationen (DNS) von Strömungen mit der Randbedingung IHT und einer sinusoidalen Ver-teilung der Wärmestromdichte über den Umfang, wobei $Re = 5260; 11600$ und $Pr = 0,7; 4$. Dabei stellten die Autoren Simulationsdaten für die turbulenten Temperaturleitfähigkeiten und die turbulente Prandtl-Zahl in radialer und azi-mutaler Richtung zur Verfügung. Antoranz et al. (2015) kamen zum Schluss, dass in der Kernströmung weit entfernt von der Rohrwand eine simple Modellie-rung der turbulenten Wärmediffusivitäten über den quadratischen Mittelwert der Geschwindigkeitsfluktuationen, wie sie von Chieng und Launder (1979) vor-geschlagen wird, möglich ist. In der Nähe der Rohrwand jedoch weichen die über die numerischen Simulationen bestimmten Werte der turbulenten Temperatur-leitfähigkeiten von dieser Modellierung ab. In Bezug auf die turbulente Prandtl-

Zahl ist die radiale Komponente in der Nähe der Rohrwand höher als die azimuthale Komponente. Der Beitrag der azimuthalen Flüsse zum gesamten turbulenten Wärmetransport ist höher. In der Kernströmung weit entfernt von der Rohrwand hingegen kann die turbulente Prandtl-Zahl isotrop behandelt werden und strebt dem Wert $Pr_{\text{turb},r} \approx Pr_{\text{turb},\phi} \approx 0,7$ entgegen. Ebenso kamen Antoranz et al. (2015) zum Schluss, dass bei steigender Prandtl-Zahl und identischer Reynolds-Zahl die azimuthale Variation der Temperatur an der Rohrwand ausgeprägter ist. Diese Schlussfolgerung steht im Widerspruch zu den Aussagen von Reynolds (1963) und Chieng und Launder (1979) und wurde lediglich auf Basis zweier Prandtl-Zahlen ($Pr = 0,7; 4$) und bei einer vergleichsweise geringen Reynolds-Zahl von $Re = 5260$ aufgestellt. Somit ist der Anteil des turbulenten Wärmetransports im Verhältnis zum Anteil durch Wärmeleitung noch in einer ähnlichen Größenordnung. Entsprechend könnte der Effekt einer Vergleichmäßigung der azimuthalen Temperaturverteilung durch turbulenten Wärmetransport noch zu schwach sein und jener Effekt einer geringeren Temperaturleitfähigkeit des Fluids bei höherer Prandtl-Zahl dominieren, wodurch die azimuthale Variation der Temperatur ansteigt.

Straub et al. (2019a) präsentierten Ergebnisse von DNS und Large-Eddy-Simulationen (LES), für die Randbedingungen IHC und IHT mit sinusoidaler Wärmestromdichteverteilung, wobei der Vergleich zwischen einem konventionellen Fluid (Luft, $Pr = 0,71$) und einem Flüssigmetall (LBE bzw. GaInSn, $Pr = 0,025$) im Mittelpunkt der Arbeit steht. Das verwendete Simulationssetup ist dem von Antoranz et al. (2015) ähnlich. Die untersuchten Reynolds-Zahlen liegen in einem Bereich von $5,3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3,77 \cdot 10^4$, wobei für die geringste Reynolds-Zahl eine DNS durchgeführt wurde und für die restlichen Reynolds-Zahlen LES. Auf die Ergebnisse für $Pr = 0,025$ wird in Abschnitt 2.3.2 näher eingegangen. Die Simulationsdaten von Straub et al. (2019a) stützen die Erkenntnisse von Antoranz et al. (2015) hinsichtlich der Anisotropie der turbulenten Temperaturleitfähigkeiten. Ebenso zeigen Straub et al. (2019a), dass die lokalen Nusselt-Zahlen für $Pr = 0,71$ am Punkt der maximalen Wandtemperatur um ca. 20% kleiner sind als die umfangsgemittelten Werte.

Marugán-Cruz et al. (2016) untersuchten den Einfluss einer azimuthal inhomogen beheizten Rohrströmung mithilfe eines Spektralcodes, wobei im Mittelpunkt der Untersuchungen die thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand aufgrund der azimuthal inhomogenen Beheizung stehen. In der Analyse wird im Gegensatz zu den Arbeiten von Antoranz et al. (2015) und Straub et al.

(2019a) die Rohrwand mitbetrachtet und das konjugierte Wärmetransportproblem berechnet. Die untersuchte Randbedingung ist IHT mit sinusoidaler Wärmestromdichteverteilung und Vernachlässigung von Auftriebseffekten. Die turbulenten Temperaturleitfähigkeiten werden nicht gesondert in radiale und azimutale Richtung aufgeteilt, sondern als eine Größe als Funktion der radialen Position betrachtet. Die Reynolds- und Prandtl-Zahlen wurden im Bereich $2,5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 4,2 \cdot 10^4$ und $0,7 \leq Pr \leq 10$ variiert. Zusätzlich wurde das Verhältnis der Rohrwanddicke zum Innenradius des Rohres variiert und das Problem mittels einer Biot-Zahl charakterisiert. Als charakteristische Länge der Biot-Zahl wählten Marugán-Cruz et al. (2016) die Rohrwanddicke.

2.3.1.3 Experimentelle Arbeiten

Obwohl der Wärmeübergang in turbulent durchströmten Rohren in zahlreichen wissenschaftlichen Arbeiten experimentell untersucht wurde, finden sich in der Literatur kaum experimentelle Arbeiten mit einer azimutal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte. Der Grund mag vor allem im komplexeren experimentellen Aufbau liegen. Die erste Arbeit mit einer solchen Verteilung des Wärmestroms wurde von Black und Sparrow (1967b) publiziert. In der Arbeit von Black und Sparrow (1967b) wurde Luft ($Pr = 0,7$) als Wärmeträgerfluid verwendet und die Reynolds-Zahl im Bereich $7,5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 5,8 \cdot 10^4$ variiert. Die azimutal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte wurde über ein Rohr mit ungleichmäßiger Wanddickenverteilung erzielt, durch welches ein elektrischer Strom geleitet wurde (siehe Abbildung 2.5). Durch den unterschiedlichen elektrischen Widerstand der Rohrwand wurde eine azimutale Verteilung der Wärmestromdichte erreicht, welche IHTOU entspricht. Über eine Sonde wurden die Temperaturen in radialer und azimutaler Richtung innerhalb der Strömung bestimmt. Die experimentellen Daten wurden mit den analytischen Modellen von Reynolds (1963) und Sparrow und Lin (1963) verglichen. Zusätzlich wurde das Modell von Sparrow und Lin (1963) erweitert und das Verhältnis von azimutaler turbulenter Temperaturleitfähigkeit zur radialen generisch auf den Wert 10 bzw. 50 erhöht. Der Vergleich mit den experimentell bestimmten radialen Temperaturverläufen zeigte, dass in der Nähe der Wand ein Verhältnis von 10 eine gute Übereinstimmung lieferte, jedoch in der Kernströmung eine zu starke Dämpfung der Effekte aufgetreten ist. Black und Sparrow (1967b) folgerten, dass mit Ausnahme des Bereichs in der Nähe der Wand das Verhältnis näherungsweise 1 sein sollte. Black und Sparrow (1967b) gaben auf Basis ihrer

Messdaten eine thermische Einlaufänge auf der stärker beheizten Rohrhälfte von 8 – 10 Durchmessern und auf der weniger stark beheizten Seite von 5 – 7 Durchmessern an. Jedoch zeigten Chieng und Launder (1979) wie bereits erläutert, dass in den Experimenten noch keine thermisch eingelaufene Strömung vorgelegen haben kann. Bezüglich der umfangsgemittelten Nusselt-Zahl zeigten Black und Sparrow (1967b), dass diese für $Re \geq 10^4$ mit ausreichender Genauigkeit mit Gleichung (2.8) berechnet werden kann. Einige Zeit später wurden weitere Arbeiten von Schmidt und Sparrow (1978) und Knowles und Sparrow (1979) mit einer azimuthal inhomogenen Beheizung publiziert, wobei in der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) Wasser und in der Arbeit von Knowles und Sparrow (1979) Luft als Wärmeträgerfluid verwendet wurde. In beiden Arbeiten wurde die azimuthal inhomogene Wärmestromdichteverteilung über ein horizontales Messrohr erzeugt, welches der Länge nach aufgesägt und anschließend wieder mit einem elektrisch isolierenden Epoxidharzklebstoff verbunden wurde (siehe Abbildung 2.5). Durch eine Rohrhälfte wurde elektrischer Strom geleitet und hierdurch eine Beheizung über den halben Umfang erreicht (IHCO). Schmidt und Sparrow (1978) variierten die Reynolds- und Prandtl-Zahl im Bereich $3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 7 \cdot 10^4$ und $3,5 \leq Pr \leq 11,5$ und untersuchten den Einfluss mischkonvektiver Effekte durch Auftriebsströmungen für geringe Reynolds-Zahlen und hohe Rayleigh-Zahlen, wenn der Wärmestrom über den halben Umfang an der unteren Seite der Messstecke aufgeprägt wird (IHCO bzw. IHCU). Die Autoren stellen für IHCU bei niedrigen Reynolds- und hohen Rayleigh-Zahlen fest, dass Auftriebsströmungen für eine homogenere Verteilung der Nusselt-Zahl über den Umfang sorgen. Für IHCO sind keine mischkonvektiven Effekte detektierbar und die azimuthale Verteilung der Nusselt-Zahl ist sehr inhomogen mit einem minimalen Wert am Punkt der maximalen Wandtemperatur. Mit steigender Reynolds-Zahl homogenisiert sich die Verteilung der Nusselt-Zahl zunehmend, wobei bei $Re = 4 \cdot 10^4$ kaum noch ein Profil bei der azimuthalen Verteilung der Nusselt-Zahl erkennbar ist. Auf Basis der Ergebnisse präsentieren die Autoren eine Regimekarte für das Einsetzen mischkonvektiver Effekte.

In der Arbeit von Knowles und Sparrow (1979) wird die Reynolds-Zahl im Bereich $4,4 \cdot 10^3 \leq Re \leq 6,4 \cdot 10^4$ variiert. Im Gegensatz zu den experimentellen Daten von Schmidt und Sparrow (1978) zeigen die Daten von Knowles und Sparrow (1979) einen Anstieg der azimuthalen Inhomogenität der Temperatur an der Rohrwand, wie auch der Nusselt-Zahl bei steigender Reynolds-Zahl. Knowles und Sparrow (1979) erklären dies hierdurch, dass die konvektiven

Wärmeübergangskoeffizienten in ihren Experimenten durch die Verwendung von Luft als Wärmeträgerfluid erheblich geringer sind als jene in der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) mit Wasser. Hierfür spielt der Einfluss von azimuthaler Wärmeleitung in der Rohrwand eine größere Rolle, da der konvektive thermische Widerstand für einen Transport der Wärme von der Rohrwand an das strömende Fluid höher ist. Azimutale Wärmeleitung trägt zu einer Homogenisierung der Temperaturverteilung in der Rohrwand bei, wohingegen der konvektive Wärmetransport eine stärkere Inhomogenität verstärkt (Knowles und Sparrow 1979). Entsprechend ist die Inhomogenität der Temperatur an der Rohrwand bei geringen Reynolds-Zahlen für die Strömung von Luft in der Arbeit von Knowles und Sparrow (1979) geringer, da azimuthale Wärmeleitung in der Rohrwand eine Homogenisierung der Temperatur verursacht und das Gegenteilige bei hohen Reynolds-Zahlen auftritt. Für die Strömung von Wasser in der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) konnte dies nicht beobachtet werden, da die Rohrwand aus Edelstahl bestand mit einer geringen Wärmeleitfähigkeit und die Strömung erheblich höhere konvektive Wärmeübergangskoeffizienten aufweist. Der Einfluss azimuthaler Wärmeleitung in der Rohrwand war somit vernachlässigbar. Eine Analyse der axialen Verteilung der Nusselt-Zahl zeigte, dass sich die thermische Einlaufänge durch die azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte erhöht und mit steigender Reynolds-Zahl zunimmt (Knowles und Sparrow 1979). Wie auch schon Schmidt und Sparrow (1978) zeigten Knowles und Sparrow (1979), dass die umfangsgemittelte Nusselt-Zahl mit Gleichung (2.8) und mit der Korrelation von Petukov et al. (1973) beschrieben werden kann. An dieser Stelle sei angemerkt, dass in den Arbeiten von Black und Sparrow (1967b), Schmidt und Sparrow (1978) und Knowles und Sparrow (1979) der Wärmestrom durch eine elektrische Kontaktierung der Rohrwand und entsprechend einer volumetrischen Wärmequelle in der Rohrwand aufgeprägt wurde und nicht wie in Abbildung 2.4 auf der Außenseite des Rohres. Aus Gründen der Übersichtlichkeit, wird dies jedoch nicht als gesonderte Kategorie in Abbildung 2.4 aufgenommen.

Baughn et al. (1984) präsentierten ebenfalls experimentelle Daten turbulenter Luftströmungen mit azimuthal inhomogener Beheizung, wobei der Schwerpunkt der Arbeit auf der Modellierung der Daten lag. Die azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte wird über goldbeschichtete Polyesterfilme erreicht, die an der Innenseite eines Acrylrohres angebracht sind (siehe Abbildung 2.5). Durch die Goldbeschichtung wird elektrischer Strom geleitet, um diese als elektrisches Widerstandsheizelement zu nutzen. In den Polyesterfilm

sind in Umfangsrichtung im Abstand von 30° elektrische Isolationslinien eingebracht, wodurch 12 Heizsegmente entstehen. Es wurden nur Datenpunkte bei zwei Reynolds-Zahlen $Re = 46700; 47400$ gezeigt. Aus diesem Grund wird nicht detaillierter auf die Arbeit von Baughn et al. (1984) eingegangen.

Zusammenfassend ist eine schematische Darstellung der unterschiedlichen Heizkonzepte zur Umsetzung einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte aus den Arbeiten von Black und Sparrow (1967b), Knowles und Sparrow (1979), Schmidt und Sparrow (1978) und Baughn et al. (1984) in Abbildung 2.5 gezeigt.

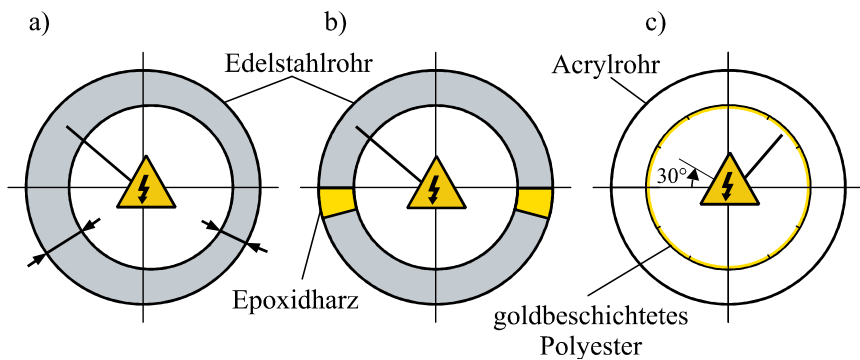


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der unterschiedlichen experimentellen Konzepte zur Umsetzung einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte, Konzept von a) Black und Sparrow (1967b), b) Knowles und Sparrow (1979) bzw. Schmidt und Sparrow (1978), c) Baughn et al. (1984).

In jüngerer Vergangenheit sind noch die Arbeiten von Chang et al. (2014) und Dirker et al. (2018) zu nennen, wobei erstere nur eine geringe Datenmenge mit dem Hauptfokus auf umfangsgemittelte Nusselt-Zahlen zur Verfügung stellte und in der Arbeit von Dirker et al. (2018) Mischkonvektion in laminaren Strömungen bei azimuthal inhomogener Beheizung studiert wurde. Da die vorliegende Arbeit turbulente Rohrströmungen thematisiert, wird nicht detaillierter auf die Arbeit von Dirker et al. (2018) eingegangen.

2.3.1.4 Zwischenfazit

In der Literatur finden sich sowohl theoretische, numerische wie auch experimentelle Arbeiten, welche sich mit der Thematik einer azimuthal inhomogenen

beheizten turbulenten Rohrströmung von Fluiden mit mittlerer und hoher Prandtl-Zahl beschäftigt. Bei den theoretischen und numerischen Arbeiten wurde der Hauptfokus auf den Einfluss der Wärmestromverteilung auf die Strömung gelegt und der Einfluss der Rohrwand vernachlässigt. Jedoch zeigen die Ergebnisse experimenteller Arbeiten auch, dass azimutale Wärmeleitung in der Rohrwand die Temperaturverteilung in dieser stark beeinflussen kann (Knowles und Sparrow 1979), je nachdem wie das Verhältnis von konvektiven und konduktiven thermischen Widerständen ist. Dieses Verhältnis beeinflusst auch den resultierenden Spannungszustand in der Rohrwand, wie eine Analyse der resultierenden elastischen Thermospannungen mithilfe einer Biot-Zahl von Marugán-Cruz et al. (2016) anschaulich zeigt. Einzelne Arbeiten (Dirker et al. 2018; Schmidt und Sparrow 1978) haben sich des Weiteren mit dem Einfluss der Hauptströmung überlagerter einsetzender Auftriebsströmungen bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten bzw. Reynolds-Zahlen und azimutal inhomogener Beheizung beschäftigt und Kriterien für deren Auftreten abgeleitet.

2.3.2 Untersuchungen für Fluide niedriger Prandtl-Zahlen

2.3.2.1 Numerische Arbeiten

Flesch et al. (2015) und Marocco et al. (2016) untersuchten in ihren Arbeiten turbulente Flüssigmetallrohrströmungen mit azimutal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte mittels RANS-Simulationen (RANS = “Reynolds averaged Navier Stokes equations“), wobei die Autoren unterschiedliche Turbulenzmodelle anwenden. Flesch et al. (2015) berechnete nur die Fluidphase ohne Berücksichtigung der Rohrwand, wohingegen Marocco et al. (2016) in ihrer Arbeit eine Studie über die Parameter der Rohrwand, das Verhältnis der Wärmeleitfähigkeiten der fluiden und festen Phase und von Rohrwandstärke zum -innendurchmesser berücksichtigten. Beide Arbeiten kamen zum Schluss, dass Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl, welche für Flüssigmetallrohrströmungen mit HO entwickelt wurden, geeignet sind, die umfangsgemittelte Nusselt-Zahl einer Strömung mit azimutal inhomogener Beheizung mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen. Zum selben Ergebnis kamen Straub et al. (2019a) auf Basis ihrer Simulationsdaten. Die Autoren präsentierten Daten, welche mittels DNS- und LES für $5,3 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3,77 \cdot 10^4$ und $Pr = 0,025$ und für die Wärmestromdichteverteilungen IHC und IHT bestimmt wurden. Auftriebseffekte wurden in den Simulationen vernachlässigt und es

wurde nur die Strömung ohne Berücksichtigung der Rohrwand berechnet. Die Auswertung der lokalen Nusselt-Zahlen am Punkt der maximalen Rohrwandtemperatur zeigte, dass für $Pr = 0,025$ diese nur 50 % des Wertes der umfangsgemittelten Nusselt-Zahl entsprachen und dieses Verhältnis somit stärker ausfällt als bei einer Strömung mit selber thermischer Randbedingung und Reynolds-Zahl und $Pr = 0,7$ (siehe Kapitel 2.3.1.2). Bezogen auf die turbulenten Temperaturleitfähigkeiten zeigten die Ergebnisse von Straub et al. (2019a), dass für $Pr = 0,025$ die turbulente und molekulare Temperaturleitfähigkeit selbst bei $Re = 3,77 \cdot 10^4$ eine ähnliche Größenordnung haben, was für den hohen Einfluss der Wärmeleitung am gesamten konvektiven Wärmeübergang spricht.

2.3.2.2 Experimentelle Arbeiten

In der Literatur finden sich wenige experimentelle Arbeiten mit turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen und azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte. Die einzigen bekannten Arbeiten sind jene, die aus der Kooperation des „Moscow Power Engineering Institute“ und dem „Joint Institute of High Temperatures“ der „Russian Academy of Science“ in Moskau entstanden sind (Belyaev et al. 2015; Sviridov et al. 2010; Belyaev et al. 2013; Melnikov et al. 2013; Melnikov et al. 2016). Die Autoren fokussieren sich auf den Einfluss mischkonvektiver und magnetohydrodynamischer Effekte bei horizontalen, senkrechten und geneigten Rohr- und Kanalströmungen (Belyaev et al. 2015). Die Anwendung dieser Arbeiten soll in der Auslegung von Kernfusionsreaktoren liegen. Da in der vorliegenden Arbeit keine magnetohydrodynamischen Effekte betrachtet werden sollen, wird nur auf die Ergebnisse der Arbeiten ohne Magnetfeld eingegangen. In der folgenden Zusammenstellung wird durchgehend dieselbe experimentelle Versuchsanlage verwendet. Das Wärmeträgermedium ist Quecksilber und eine Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten und Temperaturen wird über miniaturisierte Sonden durchgeführt, welche radial und axial in der Strömung verfahren werden können. Leider gehen die Autoren in keiner der oben aufgeführten Arbeiten detaillierter darauf ein, wie die azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte in der experimentellen Versuchsanlage umgesetzt wird.

Sviridov et al. (2010) zeigten Datenpunkte für ein horizontales Rohr, welches voll- (HO) und halbumbfänglich (IHCO und IHCU) beheizt wurde. Alle Datenpunkte wurden bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 10^4$ aufgenommen. Für den Fall HO zeigt sich eine inhomogene Verteilung der Temperatur an der Wand

mit einem Maximum am höchsten Punkt im Rohr, die Sviridov et al. (2010) mit, der Hauptströmung überlagerten, Auftriebströmungen erklären. Der axiale Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl zeigte initial ein Absinken, wobei die Nusselt-Zahl nach ca. 10 hydraulischen Durchmessern erneut ansteigt. Auch dieses Verhalten erklärten Sviridov et al. (2010) mit Auftriebsströmungen, wobei die Ausbildung dieser Strömungen eine zurückgelegte Distanz in Strömungsrichtung verlangt. Die Datenpunkte bei IHCO zeigten eine sehr ausgeprägte Inhomogenität der Rohrwandtemperatur mit maximaler Temperatur am höchsten und minimaler Temperatur am niedrigsten Punkt im Rohr. Lokal nahmen die Wandtemperaturen auf der unbeheizten Rohrhälfte Werte an, welche unterhalb der mittleren Fluidtemperatur lagen. Die maximalen Temperaturen überstiegen jene deutlich, welche mit einer lokalen Nusselt-Zahl einer laminar und thermisch eingelaufenen Strömung $Nu_{lam} = 4,36$ berechnet worden wären. Für den Fall IHCU zeigten die Datenpunkte zwar die maximalen Temperaturen am tiefsten Punkt im Rohr, jedoch war die Temperaturverteilung an der Rohrwand durch Auftriebsströmungen deutlich homogenisierter. Beim axialen Einlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl zeigten die Daten von Sviridov et al. (2010) bei IHCU ein vergleichbares Verhalten wie bei HO. Hingegen deuteten die Daten bei IHCO darauf hin, dass die Strömung über die untersuchte Länge von 42 Durchmessern noch nicht thermisch eingelaufen ist. Die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen für HO und IHCU konvergierten durch die für den Wärmeübergang verstärkende Wirkung der azimuthalen Sekundärströmungen über die Rohrlänge zu höheren Werten als die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl bei IHCO (Sviridov et al. 2010). In der Arbeit von Belyaev et al. (2013) wurden prinzipiell ähnliche Datenpunkte der Temperaturverteilung an der Rohrwand bei horizontaler Strömung präsentiert, wie bei Sviridov et al. (2010). Zusätzlich zur Wärmestromdichte gaben Belyaev et al. (2013) als Maß für die Auftriebskräfte in der Strömung Grashof-Zahlen an, wobei diese nicht wie in Gleichung (A.8) über eine Temperaturdifferenz gebildet wurde, sondern über eine Wärmestromdichte. Zur Unterscheidung wird diese Grashof-Zahl mit dem Index q gekennzeichnet. Die azimuthal inhomogene Beheizung wurde in der Arbeit von Belyaev et al. (2013) hingegen von der Seite im Winkel von 90° zum Vektor der Erdbeschleunigung (IHCS) aufgeprägt. Bei HO entsprachen die Verläufe der Temperatur an der Rohrwand jenen in Sviridov et al. (2010). Die Reynolds- und Grashof-Zahl sind mit $Re = 10^4$ und $Gr_q = 0,8 \cdot 10^8$ angegeben. Der Temperaturverlauf an der Rohrwand bei IHCS mit selber Reynolds- und Grashof-Zahl wie bei HO entspricht im wesentlichen dem Verlauf bei IHCU in der Arbeit von Sviridov et al.

(2010). Die auftretenden Auftriebsströmungen bewirkten eine Homogenisierung der Temperaturverteilung (Belyaev et al. 2013). Zusätzlich präsentierten Belyaev et al. (2013) Temperaturverläufe an der Rohrwand bei HO und bei senkrechter Strömung ($Re = 2 \cdot 10^4$, $Gr_q = 1,25 \cdot 10^8$). In diesem Fall ist die Temperaturverteilung über den Umfang wegen ausbleibender Auftriebsströmung homogen (Belyaev et al. 2013). Melnikov et al. (2013) präsentierten experimentelle Daten für ein senkrecht stehendes Rohr mit halbumfänglicher Beheizung (IHC) für Péclet-Zahlen im Bereich $2,5 \cdot 10^2 \leq Pe \leq 2,5 \cdot 10^3$. Für hohe Péclet-Zahlen ($Pe > 2 \cdot 10^3$) stimmten die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen gut mit der Korrelation von Lyon (1951) überein, wobei die Datenpunkte bei niedrigeren Péclet-Zahlen unterhalb der Korrelation lagen. Auf der beheizten Rohrhälfte wurden lokal höhere Temperaturen an der Rohrwand erreicht als wenn diese mit einer Nusselt-Zahl bestimmt mit der Korrelation von Lyon (1951) oder auch mit der thermisch eingelaufenen laminaren Nusselt-Zahl berechnet würden. Auf der unbeheizten Rohrhälfte liegen hingegen niedrigere Temperaturen vor als mit der Nusselt-Zahl nach Lyon (1951) berechnet. Ähnliche Ergebnisse präsentieren Belyaev et al. (2015).

In der Arbeit von Melnikov et al. (2016) werden wie auch von Melnikov et al. (2013) Ergebnisse für die Strömung in einem senkrechten Rohr und halbumfänglicher Beheizung (IHC) für Péclet-Zahlen $2 \cdot 10^2 \leq Pe \leq 2 \cdot 10^3$ und Grashof Zahlen $Gr_q = 0,6 \cdot 10^8$ präsentiert. Die Daten zeigen eine über den gesamten Bereich an untersuchten Péclet-Zahlen gute Übereinstimmung mit der Korrelation von Lyon (1951). Die Inhomogenität der Temperatur an der Rohrwand sinkt mit steigender Reynolds-Zahl. Des Weiteren präsentieren Melnikov et al. (2016) eine Analyse über das Einsetzen freier Konvektion mittels einer Frequenzanalyse der Temperaturschwankungen. Für vergleichsweise hohe Reynolds-Zahlen von $Re = 3,5 \cdot 10^4$ und $Re = 8 \cdot 10^4$ dominiert Zwangskonvektion. Das Spektrum der Temperaturschwankungen zeigt jedoch bei $Re = 1,2 \cdot 10^4$ eine Spitze bei einer Frequenz von 1 Hz, was die Autoren mit einer niedrigfrequente Temperaturschwankung mit großer Amplitude aufgrund überlagerter freier Konvektion erklären.

2.3.2.3 Zusammenfassung

Im Vergleich zu Fluiden mit mittleren und hohen Prandtl-Zahlen existieren in der Literatur nur wenige Arbeiten für Fluide mit niedriger Prandtl-Zahl, die sich mit der Thematik einer azimuthal inhomogenen beheizten turbulenten

Rohrströmung beschäftigen. Die analytischen Modelle auf Basis theoretischer Arbeiten aus Kapitel 2.3.1.1 sind auch für Fluide geringer Prandtl-Zahl entwickelt worden, wenngleich die Modelle mangels experimenteller Daten von Flüssigmetallströmungen mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte ausschließlich auf Basis experimenteller Daten konventioneller Fluide validiert wurden.

Numerische Arbeiten mit dieser Randbedingung zeigten, dass wie bei konventionellen Fluiden die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl bei dieser inhomogenen Wärmestromdichteverteilung mit Korrelationen bestimmt werden kann, die für den homogen beheizten Fall bestimmt wurden (Straub et al. 2019a; Marocco et al. 2016; Flesch et al. 2015). Ebenso zeigen numerische Daten, dass die Inhomogenität der Temperaturverteilung an der Rohrwand für Flüssigmetalle im Vergleich zu konventionellen Fluiden ausgeprägter sind (Straub et al. 2019a). Jedoch sei darauf hingewiesen, dass in allen numerischen Arbeiten der Einfluss mischkonvektiver Effekte nicht berücksichtigt wurde und von dominierender Zwangskonvektion ausgegangen wird.

Die experimentellen Arbeiten mit einer azimuthal inhomogen beheizten Flüssigmetallrohrströmung wurden alle in der selben Laboreinrichtung im Zuge der Kooperation des „Moscow Power Engineering Institute“ und dem „Joint Institute of High Temperatures“ der „Russian Academy of Science“ in Moskau durchgeführt. Hieraus folgt, dass der Einfluss der Versuchsanordnung auf die Ergebnisse nicht geklärt werden kann. Die Autoren präsentieren größtenteils Datenpunkte mit vergleichsweise geringen Reynolds-Zahlen und teilweise ungenauer Beschreibung des experimentellen Aufbaus. Als Parameter wurde häufig die Stärke und Orientierung des aufgeprägten Magnetfeldes variiert, da die Autoren an den magneto-hydrodynamischen Effekten interessiert waren. Es wurde der Einfluss der Orientierung des zugeführten Wärmestroms bei horizontalen und geneigten Rohrströmungen und entstehender Auftriebsströmung untersucht, jedoch kein Kriterium für deren Auftreten abgeleitet. Ebenso berücksichtigten die Autoren nicht den Wärmetransport innerhalb der Rohrwand, höchstwahrscheinlich da diese aus Edelstahl war und der thermische Widerstand azimuthaler Wärmeleitung in der Rohrwand erheblich größer war, als der thermische Widerstand für den konvektiven Wärmetransport von der Rohrwand in die Strömung.

Zusammenfassend konnte in der Zusammenfassung des Stands der Technik gezeigt werden, dass zwar experimentelle Daten für den Fall einer turbulenten Flüssigmetallrohrströmung mit azimuthal inhomogener Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte existieren, diese jedoch alle mit einem Fluid und in

der selben Laboreinrichtung bestimmt wurden und aufgrund verschiedener Umstände nur eingeschränkt belastbar sind. Entsprechend ist die Bereitstellung weiterer experimenteller Daten für die Validierung theoretischer Modelle und numerischer Simulationsdaten von hoher Relevanz.

3 Experimentelle Vorgehensweise

3.1 Entwicklung des Messstreckenkonzepts

Ein zentraler Punkt dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Messstreckenkonzepts, mit welchem die thermische Randbedingung einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte bei einer turbulenten Rohrströmung erzielt werden kann. Die wichtigsten Aspekte für die Entwicklung und Konstruktion der Messstrecke sind an dieser Stelle aufgelistet:

- Das Strömungsprofil soll am Beginn der Beheizung in der Messstrecke hydrodynamisch vollständig ausgebildet sein. Einflüsse auf das Strömungsprofil, durch z.B. Rohrkrümmer und die Pumpe, müssen entfernt werden.
- Die Kenntnis der azimuthalen Verteilung der Wandtemperatur bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte ist für die Bestimmung der konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten notwendig. Zusätzlich sollten mehrere Messebenen in Strömungsrichtung angeordnet sein, um den thermischen Einlauf in der Strömung erfassen zu können.
- Zusätzlich zur Temperaturverteilung an der Rohrwand ist eine Kenntnis der Fluidtemperatur an der Messebene für die Bestimmung der konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten notwendig. Um eine Beeinflussung der Strömung an der Messebene durch eine lokale Messung der Fluidtemperatur zu verhindern, wird diese am Ein- und Austritt der Messstrecke bestimmt und die lokale Fluidtemperatur an der Messebene über eine Energiebilanz berechnet.
- Hohe Wärmestromdichten auf der Außenseite der Rohrwand sind notwendig, um in turbulenten Strömungen mit hohen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten Temperaturdifferenzen zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid zu erzielen, welche um Größenordnungen höher sind, als die Messunsicherheit der eingesetzten Temperatursensoren. Dies gilt insbesondere im Hinblick auf die hohen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für turbulente Flüssigmetallströmungen.

- Das Heizkonzept muss modular konzipiert sein, um unterschiedliche azimutale Verteilungen der Wärmestromdichte auf der äußeren Rohroberfläche zu erzeugen, ohne Änderungen am Messaufbau vornehmen zu müssen.
- Bei der Auswahl des Materials für das Messrohr muss zum einen die Korrosionsbeständigkeit gegenüber der Flüssigmetalllegierung sichergestellt sein und zum anderen Aspekte der Fertigung (spanende Bearbeitung, Lötbarkeit) beachtet werden. Aufgrund der hohen aufgeprägten Wärmestromdichten muss die Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand ausreichend hoch sein, um die radialen Temperaturgradienten in der Rohrwand zu minimieren und so eine möglichst genaue Bestimmung der Rohrwandtemperatur mittels der in der Rohrwand eingebrachten Temperatursensoren zu ermöglichen.

Die resultierende Messstrecke mit Heizkonzept ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

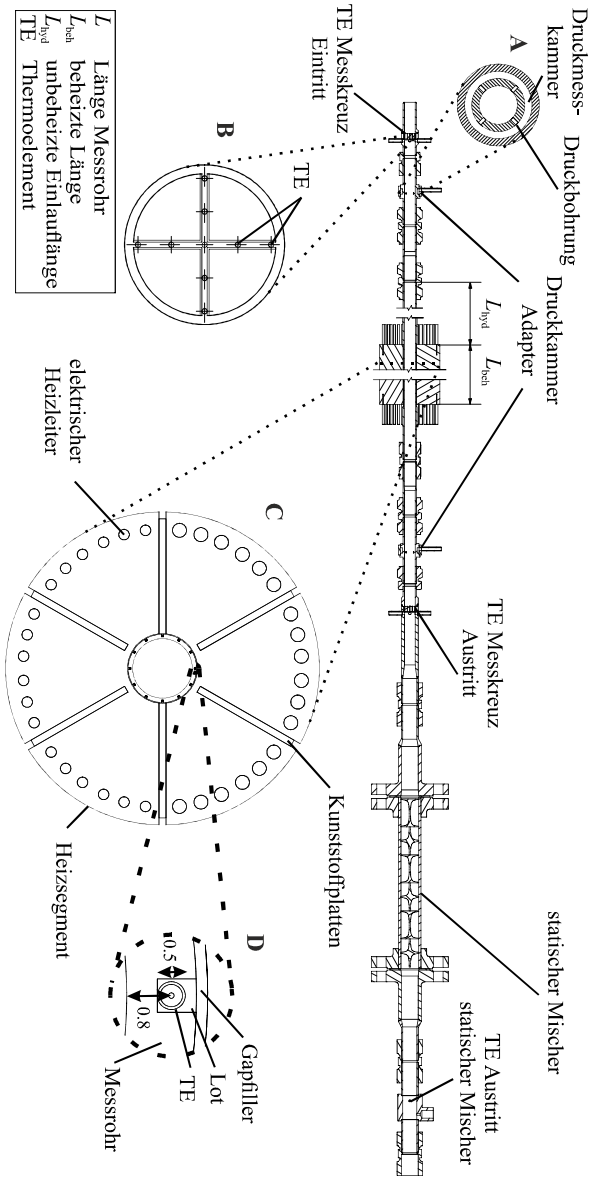


Abbildung 3.1: Messstreckenaufbau mit Druckmesskammern (Detail A), Messkreuz (Detail B), Heizsegmenten (Detail C) und Thermoelementplatzierung in der Rohrwand (Detail D).

Mit Ausnahme des Messrohres sind alle Messstreckenkomponenten und sonstigen Komponenten der Versuchsanlage, welche im Kontakt mit dem Fluid stehen, aus Kompatibilitätsgründen aus Edelstahl (Legierungen 1.4571, 1.4307 und 1.4404) gefertigt. Edelstahl wurde gewählt, da publizierte Daten (Geddis et al. 2020) zugrunde legen, dass keine Flüssigmetallkorrosion im Temperaturbereich bis 200 °C zu erwarten ist und in diesem Material Prüfstandskomponenten wie z.B. Rohrstücke, Verbindungselemente sowie Sensorik kommerziell verfügbar sind. Vor dem Eintritt in die Messstrecke ist ein Strömungsgleichrichter positioniert, welcher ein drallfreies und symmetrisches Strömungsprofil bereitstellt. Zwar würde ein der Strömung übergeordneter Drall den Wärmeübergang bei azimuthal inhomogener Beheizung höchstwahrscheinlich verbessern (Bilen et al. 2022), in dieser Arbeit sollen jedoch die vorliegenden Effekte bei drallfreier Zulaufströmung untersucht werden. Die Auslegung des Strömungsgleichrichters folgt dabei den Erkenntnissen aus den Arbeiten von Laws (1994; Laws 1990; Laws und Ouazzane 1995), Laws (1990) und Laws und Ouazzane (1995). Eine technische Darstellung des Strömungsgleichrichters ist in Abbildung E.1 dargestellt. Am Eintritt der Messstrecke wird die Temperatur des Fluides über ein Messkreuz (Abbildung 3.1 Detail B) bestimmt. Ein baugleiches Messkreuz befindet sich am Austritt der Messstrecke. Daran anschließend wird über eine Druckmesskammer (Abbildung 3.1, Detail A) ein Differenzdrucksensor angeschlossen, mit welchem der Druckverlust in der Strömung entlang der Messstrecke bestimmt wird. Die zweite Druckmesskammer befindet sich direkt hinter dem Austritt aus dem Messrohr. Das Messrohr ist aus einer Nickel-Legierung (Alloy 201) gefertigt und besitzt einen Innendurchmesser von $D_i = 17,1$ mm und eine Wandstärke von $t = 1,25$ mm. Konstruktionszeichnungen dieses Messrohres finden sich in Abbildung E.2, Abbildung E.3 und Abbildung E.5. Nickel wurde als Material gewählt, da Literaturdaten zeigen, dass bis zu einer Temperatur von 50 °C keine Flüssigmetallkorrosion durch das GaInSn auftreten sollte (Prokhorenko et al. 2000). Aus diesem Grund wurde die maximale Temperatur des Fluids in der Messstrecke auf diese Temperatur begrenzt. Zudem weist die Legierung eine vergleichsweise hohe Wärmeleitfähigkeit von $\lambda(T = 20^\circ\text{C}) = 75,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ auf. Dieser Wert ist ein guter Kompromiss aus einem niedrigen radialen Temperaturgradienten bei vergleichsweise hohen Wärmestromdichten und befindet sich in einer vergleichbaren Größenordnung zur effektiven Wärmeleitfähigkeit der eingelöteten Thermolemente. Hierdurch wird das Temperaturfeld in der Rohrwand durch das Einbringen der Thermolemente nicht so stark gestört, was die Temperaturmessung beeinflussen könnte.

Insbesondere bei Flüssigmetallströmungen kann der radiale Temperaturgradient in der Rohrwand in einer vergleichbaren Größenordnung zum radialen Temperaturgradienten in der Strömung sein, was eine sehr exakte Temperaturmessung in der Rohrwand nötig macht (Möller und Tschöke 1972). Zusätzlich zu einem Messrohr aus Nickel wurde eine experimentelle Kampagne mit einem Messrohr aus einer Kupfer-Legierung (Cu-DHP) durchgeführt. Konstruktionszeichnungen dieses Messrohres finden sich in Abbildung E.5 und Abbildung E.6. Leider ist beim Messrohr aus Kupfer im Kontakt mit der GaInSn-Legierung Flüssigmetallkorrosion aufgetreten. Eine Diskussion hierzu findet sich im Anhang C.2. Ergebnisse bestimmt mit dem Messrohr aus Kupfer werden in dieser Arbeit dementsprechend nur für die Wasserexperimente diskutiert.

Das Messrohr kann mit sechs, aus Aluminium (Legierung EN AW 6082) gefertigten, Heizsegmenten (Abbildung 3.1, Detail C und Abbildung 3.2 a)), die über Schlauchschellen am Messrohr befestigt werden, mit einem definierten Wärmestrom beaufschlagt werden. In jedes Heizsegment sind jeweils sechs mineralisierte elektrische Heizleiter (Thermocoax Isopad GmbH, ZEZA40) in Längsnuten mit einem aufgesetzten Deckel aus der gleichen Aluminiumlegierung verpresst, um einen guten thermischen Kontakt zwischen Heizsegment und -leiter zu gewährleisten (Abbildung 3.2 b)). Die Heizleistung eines jeden Heizsegmentes kann über Leistungssteller (Advanced Energy Industries Inc., Thyro PX und JUMO GmbH & Co. KG, TYA 201) eingestellt werden. Durch das Heizsegmentkonzept kann der Wärmestrom in axialer Richtung konstant und in azimuthaler Richtung in 60° Segmenten aufgeprägt werden. Aluminium wird als Material verwendet, da es sehr gut mechanisch bearbeitbar ist und eine geringe Dichte aufweist, wodurch das Gewicht der Messstrecke gering gehalten wird. Ebenso weist die verwendete Aluminiumlegierung eine hohe Wärmeleitfähigkeit auf (Leichtmetall Aluminium Giesserei Hannover GmbH 2023). Hierdurch ist der radiale Temperaturgradient in den Heizsegmenten klein. Die maximale Temperatur an den Heizleitern kann trotz hoher Wärmestromdichte niedrig gehalten und hierdurch die Wärmeverluste der Messstrecke reduziert werden. Die Temperatur in der Mittelachse in jedem Heizsegment wird mit Thermoelementen an ausgewählten Messebenen bestimmt. Die Positionierung der Bohrungen für die Thermoelementplatzierung kann aus der technischen Zeichnung in Abbildung E.7 entnommen werden. Die Heizsegmente sind durch 2 mm dicke Kunststoffplatten aus Polyetheretherketon (PEEK) voneinander thermisch isoliert, wodurch ein azimuthaler Wärmestrom zwischen den Heizsegmenten minimiert wird (Abbil-

Abbildung 3.1 Detail C und Abbildung 3.2 c)). Hierfür wird PEEK als Material gewählt, da dieses selbst bei erhöhten Temperaturen seine Festigkeit behält. Um Unebenheiten auf der Innenseite der Heizsegmente bzw. der Außenseite des Messrohres auszugleichen wird ein thermischer Gapfiller (HALA Contec GmbH & Co. KG, TEL-Z-SI), welcher eine hohe Wärmeleitfähigkeit aufweist, integriert. In der Rohrwand des Messrohres sind 70 Thermolemente (Typ K, $D_{TC} = 0,5 \text{ mm}$) auf zehn axiale Messebenen verteilt. An fünf Messebenen ($\frac{z_{ME,2TE}}{D_i} = 4,7; 9,3; 14; 28,1; 46,8$) befinden sich jeweils zwei Thermolemente, welche die Temperatur der Rohrwand bei einer azimuthalen Position von $\phi = 90^\circ, 270^\circ$ messen. Die restlichen Temperatursensoren verteilen sich auf fünf weitere Messebenen ($\frac{z_{ME,12TE}}{D_i} = 18,7; 37,4; 56,1; 65,5; 74,8$) mit jeweils zwölf Thermolementen. Diese zwölf Thermolemente sind gleichmäßig mit einem Abstand von $\Delta\phi = 30^\circ$ um den Umfang des Rohres verteilt. Die Thermolemente sind in Längsnuten in der Rohrwand verlegt. Hierdurch wird das Thermolement parallel zur Isothermen in der Rohrwand geführt und hierdurch der Einfluss von Ableiteffekten auf die Temperaturbestimmung vermindert. Die radiale Positionierung ist in Abbildung 3.1 Detail D dargestellt. Das Nutbild einer Messebene mit zwölf Thermolementen ist in Abbildung 3.2 c) dargestellt.

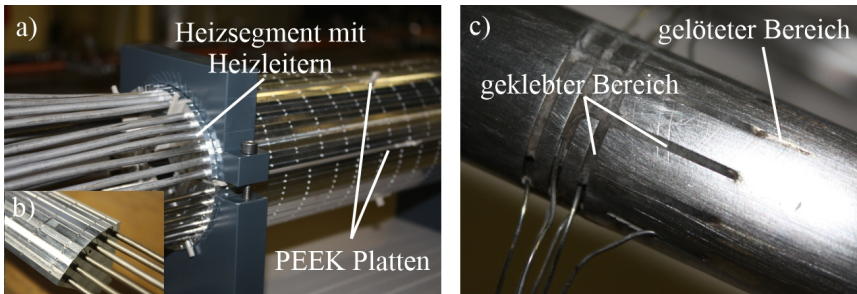


Abbildung 3.2: a) Heizsegmente mit Heizleitern und PEEK-Platten, b) Detail Heizsegment mit eingestimmten Heizleitern, c) Nutbild auf der Außenseite des Messrohres zur Positionierung der Thermolemente und dem Verlegepfad der Thermoelementdrähte.

Um einen guten thermischen Kontakt der Thermolemente mit dem Messrohr zu gewährleisten, ist die Nut an deren Ende auf einer Länge von 5 mm ($10 \cdot D_{TE}$) auf eine Breite von 0,6 mm verengt und somit nur geringfügig breiter als das Thermolement selbst und dieses in die Nut eingelötet. Dahinter wird das

Thermoelement in einer fertigungstechnisch simpleren, breiteren Längsnut mit Keramikkleber verklebt, von der Messstelle fortgeführt und über eine Umfangsnut an die azimutale Position $\phi = 0^\circ$ bzw. 180° geführt. An dieser Stelle werden alle Thermoelemente einer axialen Messebene gesammelt und radial zwischen den Heizsegmenten aus der Messstrecke geführt. Um die massengemittelte Temperatur der Strömung am Austritt aus der Messstrecke ohne Kenntnis des Strömungsprofils möglichst exakt zu bestimmen wird ein statischer Mischer (NOV, KENICS 1-KMS-6) eingesetzt. An diesen anschließend wird die Temperatur des Fluids mit drei Thermoelementen, die in unterschiedlichen radialen Positionen die Fluidtemperatur messen, bestimmt.

3.2 Aufbau der Versuchsanlage

Zur Durchführung der Experimente wurde eine Flüssigmetallversuchsanlage am Karlsruher Flüssigmetalllabor des Karlsruher Instituts für Technologie aufgebaut. Ein Schema der Versuchsanlage ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Versuchsanlage besteht aus vier Teilkreisläufen, welche miteinander interagieren. Der Flüssigmetallkreislauf besteht aus einem Vorratsbehälter, für die Lagerung des Flüssigmetalls, einem Ausgleichbehälter, zur Kompensation thermischer Ausdehnung des Fluids, einem Rohrbündel-Wärmeübertrager, zur Kühlung des Flüssigmetalls, einer Pumpe, zur Förderung des Flüssigmetalls und der Messstrecke. Die Messstrecke mit den entsprechenden Sensoren und Komponenten wurde bereits in Kapitel 3.1 ausführlich beschrieben. Die Steuerung und Regelung der Versuchsanlage geschieht über eine speicherprogrammierbare Steuerung (SPS, Siemens AG, Simatic S7). In dieser ist auch ein Ereignis- und Maßnahmenkatalog implementiert, um einen sicheren Betrieb der Versuchsanlage zu gewährleisten. Als Pumpe wurde eine Kreiselpumpe (Schmitt Kreiselpumpen GmbH & Co. KG, MPN190) mit magnetgekuppeltem Laufrad gewählt, wobei die Frequenz des Elektromotors der Dichte des Flüssigmetalls entsprechend (siehe Anhang B.3) über einen Frequenzumrichter (Siemens AG, Micromaster) eingestellt wird. Durch die Magnetkupplung ist eine hermetische Trennung des Fluidraums von den übrigen Pumpenkomponenten sichergestellt. Alle medienberührenden Pumpenkomponenten sind so gewählt, dass sie inert gegenüber dem Flüssigmetall sind. Das Gehäuse ist aus Kunststoff (Polypropylen), die Gleitlager des Laufrades aus Keramik (Siliziumkarbid). An ausgewählten Positionen im Kreislauf wird mit Sensoren die Temperatur ($T_{201} - T_{204}$,

Thermoelement Typ K, 3 mm) und der Absolutdruck ($p_1 - p_5$, ICS Schneider Messtechnik GmbH, IMP321 und IMP331) bestimmt. Der Durchfluss des Flüssigmetalls wird mit zwei Sensoren bestimmt, welche auf unterschiedlichen Messprinzipien basieren, einem Coriolis-Durchflusssensor ($\dot{M}1$, Yokogawa Deutschland GmbH, Rotamass Prime 50 mit Messumformer Ultimate) und einem magnetisch-induktiven Durchflusssensor ($\dot{V}1$, KROHNE Messtechnik GmbH & Co. KG, Altoflux X1000 mit Messumformer Altometer SC100AS). In der Literatur wird von systematischen Messfehlern bei der Verwendung von magnetisch-induktiven Durchflusssensoren in Flüssigmetallanlagen berichtet, da die Messelektroden der Sensoren vom Fluid nicht benetzt wurden (OECD/NEA 2015). Aus diesem Grund wurde als Vergleichssensor ein Coriolis-Durchflusssensor gewählt, dessen Messprinzip unabhängig von der Benetzung ist. Über den gesamten Volumenstrombereich der Versuchsanlage weichen die Messwerte der beiden Sensoren nur um maximal 0,4 % voneinander ab (Laube et al. 2022). Ein Einfluss schlechter Benetzung der Elektroden des magnetisch-induktiven Durchflusssensors konnte somit nicht festgestellt werden. Aufgrund der geringeren Messunsicherheit wird für die Datenauswertung auf die Messdaten des Coriolis-Durchflusssensors zurückgegriffen.

Das in der Versuchsanlage eingesetzte GaInSn bildet bei Kontakt mit Sauerstoff Ga_2O_3 (Morley et al. 2008). Dabei sind bereits geringste Mengen von 1 ppm Sauerstoff ausreichend (Liu et al. 2012). Um eine Oxidation des Flüssigmetalls zu unterbinden werden die freien Oberflächen mit Schutzgas (Argon) bedeckt. Bereits entstandene Oxide und sonstige Verunreinigungen im Flüssigmetall können mit zwei Filtern (F1 und F2, Alfred Durst Filtertechnik GmbH, Polyethylen-Filter mit Porengröße 20 μm) entfernt werden, wobei ein Filter in der Füllleitung der Anlage und einer in einer Bypassleitung in der Anlage platziert sind. Die Versuchsanlage kann mittels einer Vakuumpumpe (Leybold GmbH, TRIVAC D25 B) vor der Befüllung mit Flüssigmetall evakuiert werden. Der Wärmestrom, der durch die elektrischen Heizleiter in der Messstrecke und durch Reibungsverluste in der Pumpe dem Flüssigmetall zugeführt wird, kann über einen Rohrbündel-Wärmeübertrager (Eigenanfertigung) an die Kühlwasserkreisläufe abgeführt werden. Das Flüssigmetall fließt durch den Mantelraum des Wärmeübertragers und Kühlwasser durch die Rohre des Rohrbündels.

Für die Bereitstellung des Kühlwassers werden zwei Kühlwasserkreisläufe genutzt, die durch einen Platten-Wärmeübertrager (W. Schmidt GmbH & Co. KG, Micro-Sigma 3 Z 101 H) gekoppelt sind. Zwei Kühlwasserkreisläufe

sind dabei notwendig, um eine, für die experimentellen Untersuchungen, ausreichende Temperaturkonstanz des Kühlwassers bei einer Kühlleistung von maximal 10 kW zu erzielen. Der Durchlaufkühler im primären Kühlwasserkreislauf (Lauda Dr. Wobser GmbH & Co. KG, Variocool VC2000) besitzt eine hohe Temperaturkonstanz von $\pm 0,05$ K, jedoch lediglich eine Kühlleistung von 2 kW bei einer Wasseraustrittstemperatur von 20 °C. Der Durchlaufkühler im sekundären Kühlwasserkreislauf (Lauda Dr. Wobser GmbH & Co. KG, Ultracool UC180) hingegen weist bei einer Wasseraustrittstemperatur von 20 °C eine sehr hohe Kühlleistung von 30,2 kW auf, jedoch liegt die Temperaturkonstanz lediglich bei ± 1 K. Durch eine Verschaltung der beiden Kreisläufe kann im Flüssigmetallkreislauf eine Temperaturkonstanz von $\pm 0,15$ K erzielt werden. Der Volumenstrom in den beiden Kühlwasserkreisläufen kann jeweils über einen Bypass eingestellt werden (V6.01 und V6.03 bzw. V7.01 und V7.02) und wird über magnetisch-induktive Durchflusssensoren ($\dot{V}2$ und $\dot{V}3$, KROHNE Messtechnik GmbH & Co. KG, Altoflux X1000 mit Messumformer Altometer SC100AS) gemessen. Die Temperatur des Kühlwassers wird im primären Kühlwasserkreislauf über Thermoelemente ($T301$ und $T302$, ThermoExpert Deutschland GmbH, Typ K 3 mm) und im sekundären Kreislauf über ein PT100 Widerstandsthermometer ($T401$), welches werksseitig im Durchlaufkühler verbaut ist, bestimmt.

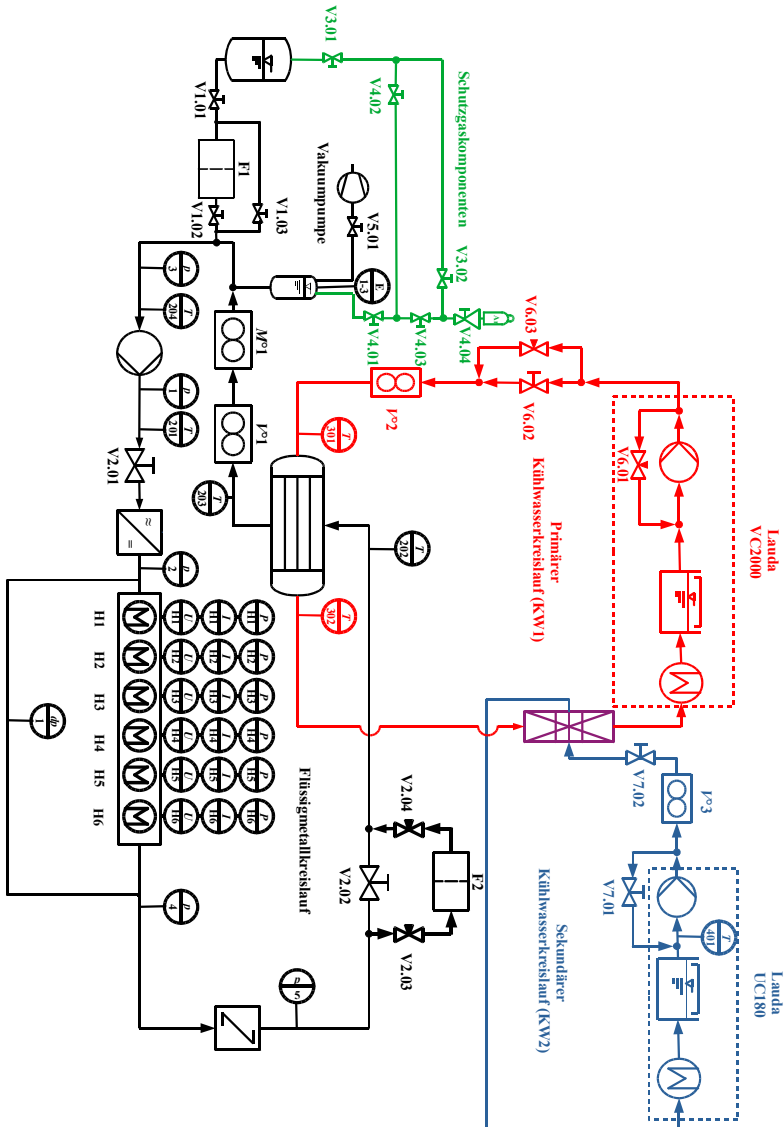


Abbildung 3.3: Kreislaufschema Versuchsanlage mit Flüssigmetallkreislauf (schwarz), primärem Kühlwasserkreislauf (rot), sekundärem Kühlwasserkreislauf (blau) und Schutzgaskomponenten (grün).

3.3 Datenerfassung und -verarbeitung

Ein Schema, wie die Messdaten der Versuchsanlage erfasst und weiterverarbeitet werden ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

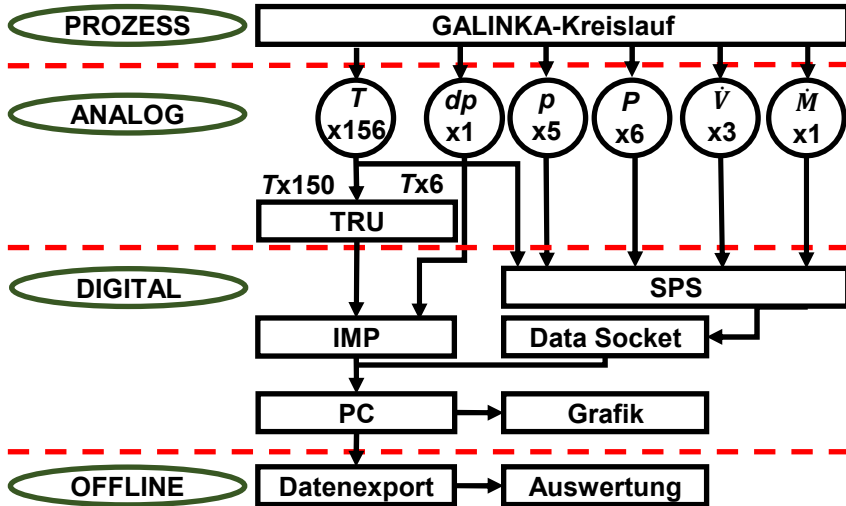


Abbildung 3.4: Schema der Datenerfassung und -verarbeitung in der Versuchsanlage.

Dabei werden die analogen Messsignale der unterschiedlichen Sensoren auf zwei Wegen in digitale Signale umgewandelt. Die Messwerte, welche notwendig für den Betrieb und die Regelung der Anlage sind, werden direkt an die SPS übergeben, die mit einer Frequenz von 1 Hz die Daten erfasst. Alle anderen Sensoren sind an isolierte Messkarten („Isolated Measurement Pods“ = IMPs, Solartron Mobrey IMP 3595 1C) angeschlossen, welche die Messdaten mit einer Frequenz von 5 Hz erfassen. Die Thermoelemente zur Temperaturmessung, welche an die IMPs angeschlossen sind, sind mit einer elektrischen Vergleichsstelle (TRU 937, Isotech) verbunden, um eine stabile Referenztemperatur der Thermoelemente zu gewährleisten. Die digitalen Daten der IMPs und der SPS werden über ein hausinternes Programm zur Betriebsmessdatenvisualisierung und -erfassung namens OPAL (OPC-Panel-Livegraph (Daubner und Krieger 2010)) grafisch dargestellt und in .txt-Dateien für die weitere Verarbeitung gespeichert.

3.4 Auswertungsmethodik

Die lokale mittlere Temperatur des Fluids an einer axialen Position z kann unter der Annahme eines axial konstanten radialen Wärmestroms über eine lokale Energiebilanz bestimmt werden:

$$T_f(z) = \frac{\dot{Q}_{\text{res}}}{\dot{M} \cdot c_{p,f}} \cdot \frac{z}{L_{\text{beh}}} + T_{f,\text{ein}} \quad (3.1)$$

Der resultierende zugeführte Wärmestrom \dot{Q}_{res} kann über die integrale Energiebilanz der Messstrecke bestimmt werden:

$$\dot{Q}_{\text{res}} = \dot{M} \cdot c_{p,f} \cdot (T_{f,\text{aus}} - T_{f,\text{ein}}) \quad (3.2)$$

Die in azimuthaler Richtung lokalen Wandtemperaturen und Wärmestromdichten werden abhängig von der vorliegenden azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte unterschiedlich bestimmt. Für den Fall HO wird die lokale Wärmestromdichte an der Innenoberfläche der Rohrwand mithilfe des zugeführten Wärmestroms und der Oberfläche an der Rohrwandinnenseite berechnet:

$$\dot{q}_{W,i,\text{HO}} = \frac{\dot{Q}_{\text{res}}}{L_{\text{beh}} \cdot \pi \cdot D_i} \quad (3.3)$$

Die Temperatur an der Innenoberfläche der Rohrwand wird für HO unter der Annahme eindimensionaler Wärmeleitung in radialer Richtung berechnet:

$$T_{W,i,\text{HO}} = T_{W,\text{TE}} - \frac{q_{W,i,\text{HO}} \cdot D_i \cdot \ln\left(\frac{D_{\text{TE}}}{D_i}\right)}{2 \cdot \lambda_W} \quad (3.4)$$

T_{TE} ist die Temperatur, welche mittels der Thermoelemente in der Rohrwand gemessen wird und D_{TE} der Rohrdurchmesser bezogen auf den Mittelpunkt der in die Wand eingelassenen (siehe Abbildung 3.1) Temperatursensoren. Für die Berechnung der Temperatur an der Innenoberfläche der Rohrwand wird die Wärmeleitfähigkeit des Rohrwandmaterials λ_W zugrunde gelegt, welche temperaturabhängig bestimmt wurde (siehe Abschnitt B.2). Als Bezugstemperatur für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit wurde der Mittelwert der Thermoelemente einer Messebene verwendet. Für die Datenpunkte mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte (IHCO, IHCU, IHCOU, IHCUO) muss zusätzlich die azimuthale Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand berücksichtigt

werden und die Annahme von eindimensionaler Wärmeleitung in radialer Richtung ist nicht mehr gerechtfertigt. Stattdessen wird die Methodik von Schmidt und Sparrow (1978) angewendet, wobei die zweidimensionale Laplace-Wärmeleitungsgleichung in Polarkoordinaten gelöst wird:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3.5)$$

Eine ausführlichere Beschreibung der Methodik findet sich in Anhang B.4 und in den Arbeiten von Laube et al. (2022) und Laube et al. (2024). Die Lösung der Differentialgleichung (DGL) ist das Temperaturfeld an jeder radialen und azimutalen Position, wobei die Methodik für die Temperaturverteilungen aller axialen Messebenen angewendet wird. Mit der Anwendung des Fourier'schen Gesetzes der Wärmeleitung (Gleichung (2.1)) kann die Wärmestromdichte an der Innenoberfläche der Rohrwand für die Datenpunkte mit azimutal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte berechnet werden. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient α und die Nusselt-Zahl Nu lassen sich anschließend über Gleichung (2.4) und (2.6) bestimmen. In dieser Arbeit wird zusätzlich zu azimutal lokalen Werten der Zielgrößen mit azimutal gemittelten Werten gearbeitet. Im Fall der Nusselt-Zahl berechnet sich der azimutal gemittelte Wert mit Gleichung (3.6):

$$\langle Nu \rangle(z) = \frac{\langle \dot{q}_{W,i}(\phi, z) \rangle \cdot D_i}{(\langle T_{W,i}(\phi, z) \rangle - T_f(z)) \cdot \lambda_f} \quad (3.6)$$

Der Operator $\langle Nu \rangle$, an dieser Stelle beispielhaft bezogen auf die Nusselt-Zahl, beschreibt in dieser Arbeit den an einer axialen Position z azimutal gemittelten Wert einer Größe. Für die Analyse der azimutalen Verteilung der Temperatur an der Rohrrinnenwand werden die lokalen Temperaturen in folgender Weise entdimensioniert:

$$\theta(\phi, z) = \frac{T_{W,i}(\phi, z) - T_f(z)}{\langle T_{W,i}(\phi, z) \rangle - T_f(z)} \quad (3.7)$$

Durch die Entdimensionierung in der Form von Gleichung (3.7) kann die Inhomogenität der Temperaturverteilung durch den Bezug der lokalen Temperaturdifferenz zwischen Rohrwand und strömendem Fluid $T_{W,i}(\phi, z) - T_f(z)$ auf die azimutal gemittelte Temperaturdifferenz $\langle T_{W,i}(\phi, z) \rangle - T_f(z)$ bewertet werden.

Zusätzlich zur Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten bzw. der Nusselt-Zahl und der azimuthalen Verteilung der Wandtemperatur wurde für alle Datenpunkte, welche mit dem Messrohr aus Nickel bestimmt wurden, der Druckverlust bestimmt, welcher bei der Durchströmung der Messstrecke entsteht. Für die Auswertung des Druckverlustes muss der Messwert, welcher mittels eines Differenzdrucksensors und den beiden Druckmesskammern vor und nach der Messstrecke bestimmt wird, korrigiert werden. Für diese Arbeit relevant ist der Anteil des Druckverlustes, der über den beheizten Teil der Messstrecke auftritt. Konstruktionsbedingt konnten die Druckmesskammern nicht direkt an den beheizten Abschnitt der Messstrecke angebracht werden. Entsprechend wird der Messwert um die Anteile des Druckverlustes über den unbeheizten Teil der Messstrecke korrigiert. Dabei wird angenommen, dass der, mit der Länge normierte, Druckverlust im beheizten und unbeheizten Bereich gleich ist. Hierfür wurden die Druckverlustanteile für die entsprechende Reynolds-Zahl mit Gleichung (2.24) bestimmt, wobei für die Anteile des Nickelrohres eine Rauigkeit von $K_{Ni} = 0,0015 \text{ mm}$ und für die Rohrstücke aus Edelstahl $K_{ES} = 0,04 \text{ mm}$ angenommen wurde, worauf in Abschnitt 3.7.2 detaillierter eingegangen wird.

Die Messunsicherheiten aller Messgrößen wurden mithilfe des „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ (GUM) (ISO/IEC 98-3:2008) nach dem Typ B bestimmt, wobei ein Erweiterungsfaktor von $k_{GUM} = 2$ gewählt wurde, womit eine Überdeckungswahrscheinlichkeit von ca. 95 % erreicht wird (ISO/IEC 98-3:2008). Eine Analyse der Unsicherheitsbeiträge ist in Anhang C.1 aufgeführt.

3.5 Herausforderungen bei experimentellen Untersuchungen mit Flüssigmetallversuchsanlagen

In Kapitel 2.1.2 wurde bereits diskutiert, wie groß die Abweichungen unterschiedlicher Korrelationen aus der Literatur zur Berechnung der Nusselt-Zahl in einem mit Flüssigmetall turbulent durchströmten Rohr und axial und azimuthal konstanter zugeführter Wärmestromdichte sind. Mögliche Gründe für die großen

Abweichungen zwischen den Korrelationen, sowie allgemeine Herausforderungen bei experimentellen Untersuchungen mit Flüssigmetallversuchsanlagen werden an dieser Stelle kurz zusammengefasst.

3.5.1 Benetzung von funktionellen Oberflächen

In der Literatur wird bei der Verwendung von Flüssigmetallen und besonders bei Experimenten mit Quecksilber als Wärmeträgerfluid von Problemen bei der Benetzung der funktionellen Oberflächen berichtet (OECD/NEA 2015), wodurch die Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten beeinflusst werden kann. Bezogen auf metallische Oberflächen nennt Morley et al. (2008) unter anderem als Grund Oxidschichten auf der Oberfläche und verweist auf die Verwendung von Metallen mit geringer Oberflächenrauigkeit und eine vorhergehende Reinigung der Oberfläche. Zudem geben Morley et al. (2008) an, dass eine Erhöhung der Temperatur des Systems den Benetzungsprozess beschleunigt. Bezogen auf GaInSn, welches im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird, finden sich in der Literatur unterschiedliche Verfahren, um eine Benetzung funktioneller Oberflächen zu erzielen. Stelzer (2014) berichtet, dass eine vorhergehende Reinigung der Oberfläche mit Isopropanol und anschließende Trocknung alle Benetzungsprobleme beseitigt hat. Morley et al. (2008) berichten, dass eine Reinigung der Oberfläche mit verdünnter Phosphorsäure (5 %) und anschließendem Spülen mit Wasser und Alkohol und abschließender Trocknung, oder eine Erhöhung der Temperatur des Systems auf 300 °C über einen Zeitraum von mindestens einer Stunde die Benetzung verbessert. Stefani et al. (2006) und Morley et al. (2008) führen ebenso an, dass ein „Einreiben“ der zu benetzenden Oberfläche mit GaInSn bei Raumtemperatur die Benetzung verbessert. An dieser Stelle sei jedoch darauf hingewiesen, dass dabei die Bildung von Oxidverbindungen der Flüssigmetalllegierung durch Kontakt mit Sauerstoff mithilfe einer Schutzgasatmosphäre vermieden werden sollte, worauf im folgenden Abschnitt detaillierter eingegangen wird.

3.5.2 Bildung von Oxiden und Verunreinigungen

Flüssigmetalle bilden bei Kontakt mit Sauerstoff Oxidverbindungen, welche sich nachteilig auf thermofluiddynamische Experimente ausüben

(OECD/NEA 2015). Der negative Einfluss von Verunreinigungen und Oxid-Partikeln auf die Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten bei turbulenten Flüssigmetallströmungen konnte unter anderem in den Arbeiten von Ivanovskii et al. (1967) und Laube et al. (2022) nachgewiesen werden. Verunreinigungen jeglicher Form in der Strömung, die eine geringere Wärmeleitfähigkeit als die Flüssigmetalllegierung aufweisen, fungieren dabei als zusätzlicher thermischer Widerstand in der Strömung. Deshalb ist es essentiell, den Sauerstoffgehalt in Flüssigmetallversuchsanlagen zu minimieren bzw. auftretende Verunreinigungen aller Art aus der Strömung zu entfernen.

3.5.3 Wärmeleitfähigkeit von Flüssigmetallen

Flüssigmetalle weisen im Gegensatz zu konventionellen Wärmeträgerfluiden sehr hohe Wärmeleitfähigkeiten auf. Ein Vergleich der Wärmeleitfähigkeiten unterschiedlicher Wärmeträgerfluide ist in Abbildung 3.5 als Funktion der Temperatur bei einem Druck von 1 bar dargestellt. Der Auftragungsbereich der einzelnen Fluide resultiert aus dem in den jeweiligen Quellen angegebenen Gültigkeitsbereich der Korrelationen zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit.

Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass die Wärmeleitfähigkeit aller Flüssigmetalllegierungen um mindestens zwei Größenordnungen höher ist als jene aller anderen Wärmeträgerfluide. Unter anderem resultiert hieraus, dass Flüssigmetalle als hocheffiziente Wärmeträgerfluide eingesetzt werden können, wobei hohe konvektive Wärmeübergangskoeffizienten bei vergleichsweise geringem Druckverlust erreicht werden können. Für die Verwendung von Flüssigmetallen in thermofluidodynamischen Versuchsständen bedeutet dies jedoch auch, dass für das Einstellen von Temperaturdifferenzen zwischen dem strömenden Fluid und einer beheizten Oberfläche, welche erheblich größer sind als die erzielte Messunsicherheit der Temperaturmessung, sehr hohe Wärmestromdichten erforderlich sind.

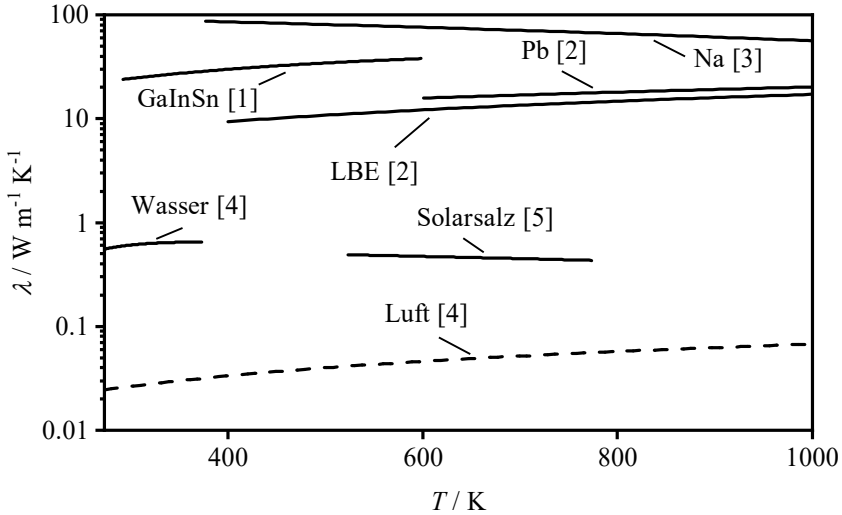


Abbildung 3.5: Vergleich der Wärmeleitfähigkeit unterschiedlicher Fluide als Funktion der Temperatur bei $p = 1$ bar ([1] (Plevachuk et al. 2014), [2] (OECD/NEA 2015), [3] (Bomelburg und Smith 1976) [4] (VDI-Wärmeatlas 2013), [5] (Frantz et al. 2023)).

3.5.4 Flüssigmetallkorrosion

Das Thema der Flüssigmetallkorrosion ist hochkomplex und soll in dieser Arbeit nicht tiefgehend diskutiert werden. Ein Überblick über die Phänomene bei Flüssigmetallkorrosion wird in Cramer und Covino (2003) bereitgestellt. Nichtsdestotrotz können thermofluiddynamische Experimente aufgrund von auftretender Flüssigmetallkorrosion beeinflusst werden, wobei es zu einer signifikanten Verschlechterung der funktionalen Eigenschaften des Flüssigmetalls und des Strukturmaterials kommen kann (OECD/NEA 2015). Bei der Auswahl der zu verwendenden Materialien, welche im Kontakt mit der Flüssigmetalllegierung stehen, muss deshalb deren Kompatibilität mit dem Fluid für alle Betriebszustände sichergestellt sein. Hierbei können entweder Materialien ausgewählt werden, welche inert gegenüber der verwendeten Flüssigmetalllegierung sind, oder schützende Beschichtungen aufgetragen werden. Zudem existieren Verfahren der Dotierung von Edelstählen mit Elementen, welche die Formierung einer

schützenden Oxidschicht auf der Oberfläche fördern (z.B. Silizium oder Aluminium) (OECD/NEA 2015).

3.5.5 Mischkonvektion

Bereits in Abschnitt 2.1.2 wurde erläutert, dass aufgrund der ausgedehnten thermischen Grenzschichten in einer turbulenten Flüssigmetallströmung die Temperatur- und daraus resultierenden Dichteunterschiede bis tief in die Kernströmung hineinragen. Hierdurch können bei vergleichsweise hohen Reynolds-Zahlen, bei denen üblicherweise bei konventionellen Fluiden reine Zwangskonvektion zu erwarten wäre, mischkonvektive Effekte auftreten, wodurch der gemessene konvektive Wärmeübergangskoeffizient beeinflusst werden kann (Pacio et al. 2015). Ausführliche Analysen des Einflusses mischkonvektiver Effekte in Flüssigmetallströmungen werden unter anderem in Buhr et al. (1968), Jackson (1983) und Marocco et al. (2012) und im Rahmen dieser Arbeit in Kapitel 4.2.2 vorgestellt.

3.6 Inbetriebnahme und Versuchsdurchführung

Vor der Inbetriebnahme wurde die gesamte Flüssigmetall-Versuchsanlage auf Dichtigkeit geprüft. Hierzu wurde eine Druckabfallprüfung nach dem Verfahren D1 nach der DIN EN 1779:1999 (DIN EN 1779:1999) durchgeführt, wobei der Absolutdruck in der Anlage schrittweise bis zu einem maximalen Druck von $p_{\max} = 3,5$ bar erhöht wurde. Die Leckagerate wurde genutzt, um den Druckabfall im System zu quantifizieren und ist in Gleichung (3.8) definiert:

$$q_L = \frac{\Delta p \cdot V}{\Delta \tau} \quad (3.8)$$

Δp ist der Druckabfall im System in mbar, V das Systemvolumen in l und $\Delta \tau$ die detektierte Zeit in s. Die Druckabfallprüfung wurde über einen Zeitraum von 12 h durchgeführt und eine maximale Zielleckagerate von $q_L = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mbar} \cdot \text{l}}{\text{s}}$ definiert, welche erfahrungsgemäß für GaInSn ausreichend ist. Bei einer zu hohen Leckagerate wurde mit dem Blasennachweis nach dem Verfahren C2 nach DIN EN 1779:1999 (DIN EN 1779:1999) die Leckage lokalisiert und die Druckabfallprüfung wiederholt.

3.6.1 Einbau der Messstrecke

Vor dem Einbau in die Versuchsanlage wurde die Messstrecke zunächst aus allen Einzelteilen zusammengebaut (siehe Kapitel 3.1). Hierfür wurde der thermische Gapfiller auf das Messrohr, in welches bereits die Thermoelemente eingelötet wurden, appliziert. Anschließend wurden alle Thermoelemente zur Messung der Temperatur in den Heizsegmenten positioniert und die Heizsegmente zusammen mit den Kunststoffplatten schrittweise mittels Halterungen um das Messrohr angeordnet und über Schlauchschellen verspannt. An das Messrohr wurden die Druckmesskammern und die Thermoelement-Messkreuze am Ein- und Austritt über Klemmringverschraubungen angeschlossen und die gesamte Messstrecke auf Dichtigkeit geprüft. Anschließend wurde die zusammengebaute Messstrecke in die Versuchsanlage eingebaut und die gesamte Versuchsanlage erneut auf Dichtigkeit geprüft.

3.6.2 Versuchsdurchführung mit Wasser als Wärmeträgerfluid

Vor der Verwendung mit Flüssigmetall wurde eine Versuchskampagne mit Wasser als Wärmeträgerfluid durchgeführt, da hierfür eine Vielzahl an Validierungsdaten in der Literatur verfügbar ist. Neben der Validierung des gesamten experimentellen Vorgehens zumindest für den Bereich moderater Prandtl-Zahlen können hierdurch auch die auftretenden Effekte durch den Einfluss einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte bei einer turbulenten Rohrströmung eines konventionellen Fluids (Wasser) mit jenen bei einem Flüssigmetall (GaInSn) direkt miteinander verglichen werden. Hierfür wurde die Messstrecke an Stelle des Rohrbündel-Wärmeübertragers direkt mit dem Durchlaufkühler im primären Kühlwasserkreislauf (Lauda Dr. Wobser GmbH & Co. KG, Variocool VC2000) verbunden. Das Kreislaufschema des vereinfachten Aufbaus für die Experimente mit Wasser ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

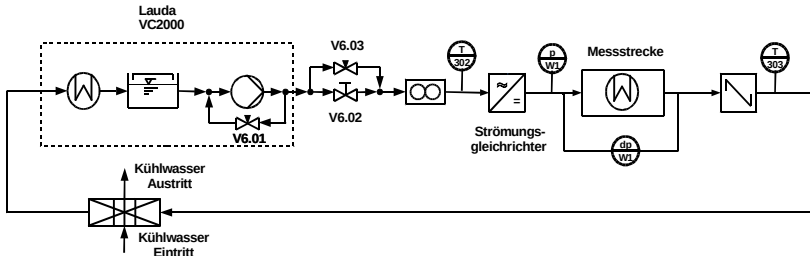


Abbildung 3.6: Kreislaufschema für die Experimente mit Wasser (Laube et al. 2023).

Die Betriebsbedingungen der Experimente mit Wasser sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die Eintrittstemperatur in die Messstrecke kann über die Temperatureinstellung der Durchlaufkühler, die Wärmestromdichte und Verteilung der Wärmestromdichte über die Heizsegmente und entsprechenden Leistungssteller, vorgegeben werden. Die Reynolds-Zahl wird über die Einstellung des Volumenstroms mithilfe des Bypasses (V6.01 und V6.03) vorgegeben.

Tabelle 3.1: Betriebsbedingungen der Experimente mit Wasser.

Parameter	Einheit	Wertebereich
Eintrittstemperatur	°C	9, 17, 25
Wärmestromdichte	kW m^{-2}	46, 65, 92
Prandtl-Zahl	–	5 – 9,6
Reynolds-Zahl	–	$5 \cdot 10^3 - 4,2 \cdot 10^4$
Material Messrohr	–	Kupfer, Nickel
Verteilung Wärmestromdichte	–	HO, IHCO, IHCU

Die Anzahl der Datenpunkte - unterteilt nach der Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres für die Experimente mit Wasser - ist in Abbildung 3.7 dargestellt. Dabei wurde die Mehrheit der in Summe 233 Datenpunkte mit dem Messrohr aus Nickel bestimmt.

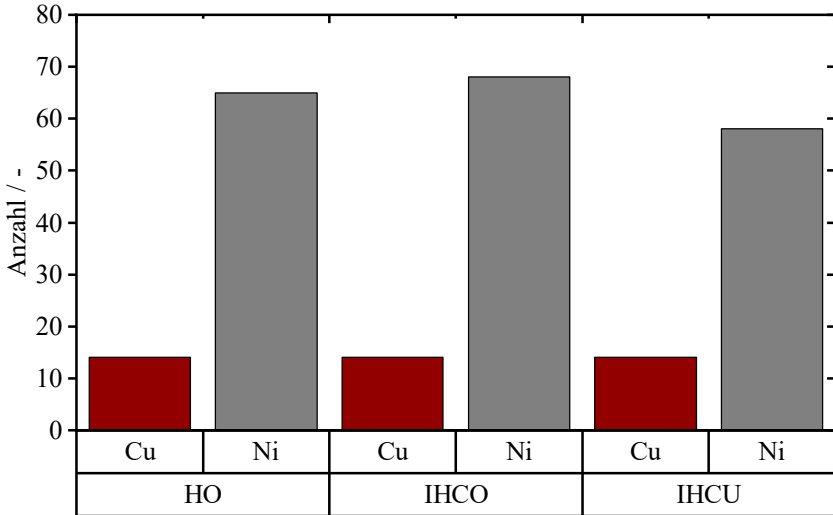


Abbildung 3.7: Anzahl der Datenpunkte für die Experimente mit Wasser unterteilt nach der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres.

3.6.3 Versuchsdurchführung mit GaInSn als Wärmeträgerfluid

Nach der Durchführung der Experimente mit Wasser als Wärmeträgerfluid wurde die Messstrecke in die Flüssigmetall-Versuchsanlage eingebaut. Aus diesem Grund wurde die gesamte Messstrecke vor dem ersten Kontakt mit GaInSn für 2 h mit Isopropanol geflutet. Von einem „mechanischen Einreiben“ wie von Morley et al. (2008) vorgeschlagen wird aufgrund der Länge des Messrohres und der schlechten praktischen Umsetzung abgesehen.

Vor der Befüllung des Prüfstandes mit GaInSn wird zudem der Sauerstoff, welcher in die Versuchsanlage beim Einbau der Messstrecke eingetreten ist, durch die Aufprägung eines Vakuums und anschließendes Spülen mit Argon entfernt. Diese Prozedur wird dreimal wiederholt. Nach erfolgreicher Befüllung der Versuchsanlage mit GaInSn wird über einen Zeitraum von 10 min das ge-

samte Inventar an Flüssigmetall über den Bypass mit dem Filter F2 (siehe Abbildung 3.3) geleitet und hierdurch Verunreinigungen entfernt, welche die Wärmeübergangsmessungen beeinflussen könnten.

Die Betriebsbedingungen der Experimente mit GaInSn als Wärmeträgerfluid sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst. Die Eintrittstemperatur des GaInSn in die Messstrecke wird indirekt über die Temperatur des Kühlwassers eingestellt. Die Wärmestromdichte und Verteilung der Wärmestromdichte kann über die Heizsegmente und entsprechenden Leistungssteller vorgegeben werden. Die Reynolds-Zahl und diesbezüglich auch die Péclet-Zahl wird über den Volumenstrom des Flüssigmetalls eingestellt, wobei dieser über eine Frequenzregelung der Flüssigmetallkreiselpumpe vorgegeben wird.

Tabelle 3.2: Betriebsbedingungen der Experimente mit GaInSn.

Parameter	Einheit	Wertebereich
Eintrittstemperatur	°C	25
Wärmestromdichte	kW m ⁻²	11,5 – 110
Prandtl-Zahl	–	$3 \cdot 10^{-2}$
Reynolds-Zahl	–	$8 \cdot 10^3 – 10^5$
Péclet-Zahl	–	$2,4 \cdot 10^4 – 3 \cdot 10^3$
Material Messrohr	–	Kupfer, Nickel
Verteilung Wärmestromdichte	–	HO, IHCO, IHCU, IHCOU, IHCUCO

Die Anzahl der Datenpunkte unterteilt nach der Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres für die Experimente mit GaInSn ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Dabei wurde ebenfalls die Mehrheit der in Summe 305 Datenpunkte mit dem Messrohr aus Nickel bestimmt. Die Datenpunkte, welche mit dem Messrohr aus Kupfer bestimmt wurden, sind ebenfalls in Abbildung 3.8 aufgeführt, werden aufgrund der aufgetretenen Flüssigmetallkorrosion (siehe Anhang C.2) jedoch im Folgenden nicht weiter betrachtet.

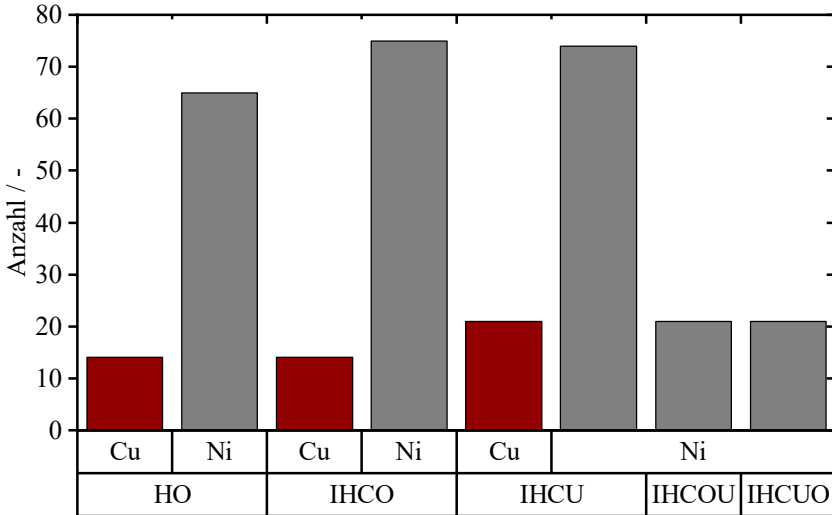


Abbildung 3.8: Anzahl der Datenpunkte für die Experimente mit GaInSn unterteilt nach der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres.

3.7 Validierung der Messstrecke

Da die Messstrecke im Rahmen dieser Arbeit neu konzipiert und gefertigt wurde, erfolgt eine Validierung mittels Wasser als Wärmeträgerfluid, da hierfür etablierte Korrelationen in der Literatur vorliegen. Die Validierung erfolgt dabei sowohl für den Wärmeübergang bzw. die Nusselt-Zahl, als auch für den Druckverlust in einer turbulenten Rohrströmung. Für den Wärmeübergang in einer turbulenten Wasserströmung kann die Messstrecke mit der, in der Literatur etablierten, Korrelation von Gnielinski (2013) verglichen werden. Wie bereits in Kapitel 2.1.2 gezeigt wurde existiert in der Literatur für Flüssigmetalle keine universell einsetzbare Korrelation zur Bestimmung der Nusselt-Zahl in turbulent durchströmten Rohren. Pacio et al. (2015) schlagen zwar auf Basis einer statistischen Auswertung die Korrelation von Skupinski et al. (1965) als besten Kompromiss für alle Flüssigmetallklassen vor (siehe Kapitel 2.1.2), jedoch wurden

bei dieser Analyse keine experimentellen Daten für GaInSn ausgewertet. Ebenso ist nicht bekannt, welcher der von Pacio et al. (2015) identifizierten Klassen (siehe Abschnitt 2.1.2) GaInSn zuzuordnen ist. Aus diesem Grund wird die Validierung des Wärmeübergangs an dieser Stelle ausschließlich mit Wasser durchgeführt und die genannten Korrelationen für Flüssigmetalle in die eigentlichen Auswertungen und Vergleiche der Ergebnisse in Kapitel 4 mit einbezogen. Hinsichtlich des Druckverlusts können für beide Fluide in der Literatur etablierte Korrelationen (Gleichung (2.22) und (2.24)) verwendet werden, da sowohl Wasser als auch GaInSn als Newton'sches Fluid behandelt werden können (OECD/NEA 2015).

3.7.1 Wärmeübergang

Für die Validierungsmessungen wird die Reynolds-Zahl der Strömung im Bereich $5 \cdot 10^3 < Re < 4,7 \cdot 10^4$ variiert, eine Wassereintrittstemperatur in die Messstrecke im Bereich $9 \text{ °C} \leq T_{f,\text{ein}} \leq 25 \text{ °C}$ und eine nominelle Wärmestromdichte bezogen auf die Rohrrinnenseite von $46 \text{ kW m}^{-2} \leq \dot{q}_{w,i} \leq 92 \text{ kW m}^{-2}$ eingestellt (siehe Tabelle 3.1). Die Validierungsmessung wird für beide im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Materialien des Messrohres, Kupfer und Nickel durchgeführt. Die Prandtl-Zahl variiert für alle Datenpunkte, da die Eintrittstemperatur und der zugeführte Wärmestrom konstant sind und sich der Massenstrom bzw. die Reynolds-Zahl ändert und damit die mittlere Fluidtemperatur in der Messstrecke. Für jede Wassereintrittstemperatur ist ein Mittelwert der Prandtl-Zahl Pr_m aus allen Datenpunkten dieser Gruppe angegeben. Für die Validierungsmessungen wird ausschließlich eine vollumfänglich beheizte Rohrströmung (HO) betrachtet. Alle Datenpunkte sollten zunächst ausschließlich unter dominierender Zwangskonvektion, bei der der Einfluss von gegebenenfalls auftretenden Auftriebseffekten vernachlässigt werden kann, bestimmt werden. Deshalb wurden die Datenpunkte so gewählt, dass sie anhand einer Strömungsregimekarte für horizontal durchströmte Rohre von Metais und Eckert (1964) dem Bereich dominierender Zwangskonvektion zugeordnet werden können. In Abbildung 3.9 sind die experimentell ermittelten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $\langle Nu \rangle_{\text{Experimentell}}$ im Vergleich zu den mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre bestimmten Nusselt-Zahlen $Nu_{\text{Gnielinski}}$ zusammen mit einem Unsicherheitsband der Korrelation von $\pm 10 \%$ und $\pm 20 \%$ dargestellt.

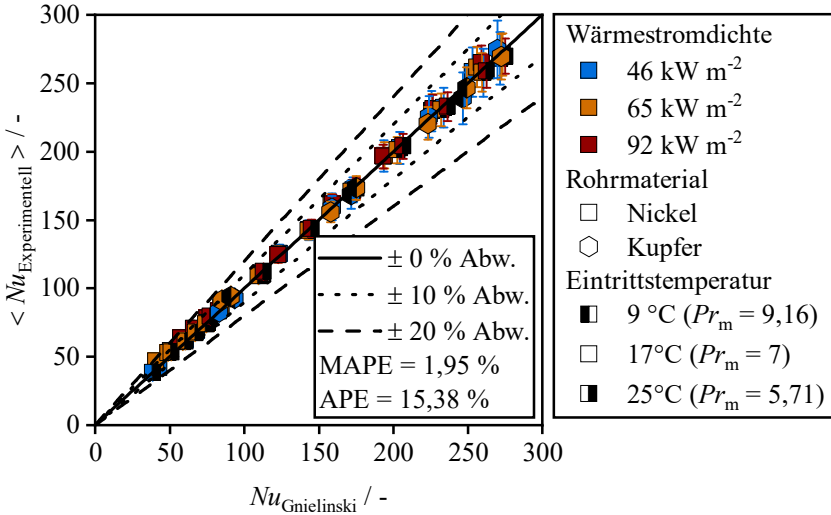


Abbildung 3.9: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen ($Nu_{\text{Experimentell}}$) mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski}}$ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Alle Datenpunkte liegen innerhalb einer Abweichung von $\pm 20\%$ zur Korrelation von Gnielinski (2013) mit 97 % aller Datenpunkte innerhalb einer Abweichung von $\pm 10\%$. Eine statistische Auswertung der Abweichung der Datenpunkte aus Abbildung 3.9 mit der Korrelation von Gnielinski wird mittels des „mean absolute percentage error“ (MAPE) und des „absolute percentage error“ (APE) durchgeführt, welche in den Gleichungen (3.9) und (3.10) definiert sind. Da der MAPE und APE im Verlauf dieser Arbeit auch für andere Größen verwendet wird, sind in den Gleichungen (3.9) und (3.10) eine beliebige Größe x_1 und eine beliebige Referenz x_{ref} als Platzhalter angeführt.

$$APE = \left| \frac{x_{\text{ref}} - x_1}{x_{\text{ref}}} \right| \cdot 100 \% \quad (3.9)$$

$$MAPE = \frac{100 \%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{\text{ref}} - x_i}{x_{\text{ref}}} \right| \quad (3.10)$$

Die Auswertung ergibt einen $MAPE = 1,95\%$ und einen $APE = 15,38\%$. Für keinen der untersuchten Variationsparameter (nominelle Wärmestromdichte, Rohrmaterial, Wassereintrittstemperatur) über den gesamten Bereich an untersuchten Reynolds-Zahlen ist eine systematische Abweichung von der Korrelation von Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre detektierbar. Bezogen auf den Wärmeübergang kann die Messstrecke damit als validiert betrachtet werden.

3.7.2 Druckverlust

Um die Messstrecke hinsichtlich der Druckverlustmessungen zu validieren, wird für beide Fluide eine isotherme Messreihe ohne zugeführten Wärmestrom in der Messstrecke durchgeführt. Die Fluidtemperatur wird sowohl für Wasser als auch für GaInSn auf $T_{f,\text{ein}} = 20\text{ °C}$ eingestellt und die Reynolds-Zahl der Strömung für Wasser im Bereich $4,2 \cdot 10^3 < Re_{\text{Wasser}} < 3,7 \cdot 10^4$ und für GaInSn im Bereich $8,9 \cdot 10^3 < Re_{\text{GaInSn}} < 9,7 \cdot 10^4$ variiert. Eine Druckverlustmessung war lediglich mit dem Messrohr aus Nickel möglich. Die experimentell ermittelten Reibungsbeiwerte $f_{\text{Experimentell}}$ für Wasser und GaInSn bestimmt mit dem Nickelrohr sind in Abbildung 3.10 den mit den Korrelationen in Gleichungen (2.22) und (2.24) berechneten Werten $f_{\text{Korrelation}}$ gegenübergestellt.

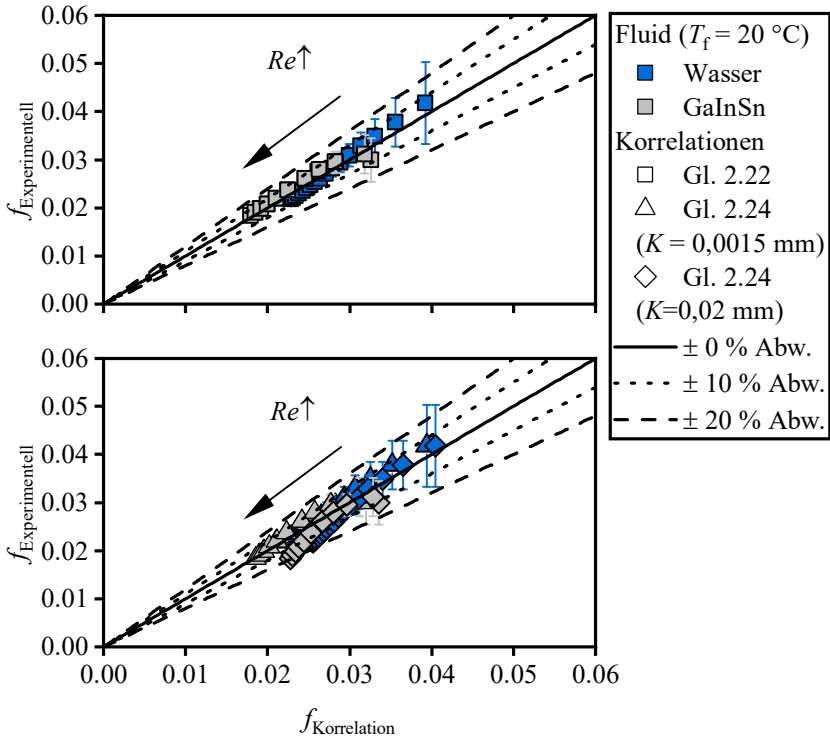


Abbildung 3.10: Vergleich zwischen den experimentell bestimmten Reibungsbeiwerten $f_{\text{Experimentell}}$ und den Reibungsbeiwerten berechnet mit den Korrelationen $f_{\text{Korrelation}}$ in Gleichung (2.22) (Quadrat) und Gleichung (2.24) mit $K = 0,0015 \text{ mm}$ (Dreieck) und $K = 0,02 \text{ mm}$ (Raute).

Für den Vergleich mit den experimentellen Daten wird die Rauigkeit der Rohrwand abgeschätzt. Es werden zwei Werte gewählt: $K_1 = 0,0015 \text{ mm}$ (Maximalwert der Rauigkeit bei Glasrohren (VDI-Wärmeatlas 2013)) und $K_2 = 0,02 \text{ mm}$ (Minimalwert der Rauigkeit bei gezogenen Stahlrohren (VDI-Wärmeatlas 2013)). Für beide Fluide zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Messdaten mit Gleichung (2.22) und Gleichung (2.24), wenn eine Rauigkeit von $K = 0,0015 \text{ mm}$ gewählt wird. Alle Datenpunkte liegen in einem Band von $\pm 10 \%$. Eine Rauigkeit von $K = 0,02 \text{ mm}$ führt bei beiden Fluiden zu einer deutlichen Überschätzung des Reibungsbeiwertes, die mit steigender Reynoldszahl, dementsprechend sinkendem Reibungsbeiwert, zunimmt. Eine Übersicht

der berechneten Werte für den MAPE und APE der Datenpunkte beider Fluide ist in Tabelle 3.3 zusammengestellt.

Tabelle 3.3: Übersicht der berechneten Werte des MAPE und APE für beide Fluide im Vergleich zu Gleichung (2.22) und (2.24).

Fluid		Gl. (2.22)	Gl. (2.24) ($K = 0,0015 \text{ mm}$)	Gl. (2.24) ($K = 0,02 \text{ mm}$)
Wasser	MAPE / %	3,25	3,52	7,15
	APE / %	6,44	7,39	14,67
GaInSn	MAPE / %	4,37	4,08	9,3
	APE / %	8,25	8,23	19,48

Aus der statistischen Auswertung der Abweichungen in Tabelle 3.3 folgt, dass sowohl der MAPE als auch der APE zu Gleichung (2.22) für beide Fluide am geringsten ist. Jedoch lassen sich die experimentellen Daten mit beinahe vergleichbarer Güte mit Gleichung (2.24) mit $K = 0,0015 \text{ mm}$ abbilden. Hieraus kann gefolgert werden, dass die Rauigkeit der Rohrwand sehr gering sein muss und näherungsweise von einer hydraulisch glatten Rohrwand ausgegangen werden kann. Unterstrichen wird dies von der Beobachtung, dass bei steigender Reynolds-Zahl, bei der die Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes vom Rauigkeitsmaß zunimmt (siehe Kapitel 2.2) die Abweichung zwischen experimentell ermittelten Reibungsbeiwerten und den mit Gleichung (2.24) mit $K = 0,02 \text{ mm}$ berechneten Werten zunimmt. Hinsichtlich der Druckverlustbestimmung kann die Messstrecke als validiert betrachtet werden, da die experimentellen Daten sowohl mit einer Korrelation für hydraulisch glatte Rohre (Gleichung (2.22)) als auch mit einer Korrelation, bei der die Rauigkeit der Rohrwand berücksichtigt wird, (Gleichung (2.24)) zufriedenstellend reproduziert werden können.

Für GaInSn zeigt sich im Bereich kleinerer Reynolds-Zahlen bei einem Reibungsbeiwert von $f_{\text{Experimentell}} = 0,031$ eine Überschätzung des Reibungsbeiwertes mit den Gleichungen (2.22) und (2.24). Ein abrupter Abfall des Reibungsbeiwertes kann dadurch erklärt werden, dass sich die Strömung, trotz einer vergleichsweise hohen Reynolds-Zahl von $Re_{\text{GaInSn, min}} = 9724$, im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung befindet. Bei den Wasserexperimenten ist dieses Verhalten bei den isothermen Validierungsmessungen nicht zu beobachten gewesen, obwohl die Reynolds Zahl bis zu einem

Wert von $Re_{\text{Wasser,min}} = 4218$ reduziert wurde. Für die Datenpunkte mit ausgeprägten Wärmestrom in Abbildung C.4 lässt sich hingegen dasselbe Verhalten beobachten.

3.7.3 Zusammenfassung

Für die Validierung hinsichtlich des Wärmeübergangs wurden ausschließlich Datenpunkte mit Wasser gewählt. Die Übereinstimmung mit Literaturdaten war über den gesamten Bereich an untersuchten Reynolds-Zahlen exzellent. Für die Validierung hinsichtlich des Druckverlustes wurden Datenpunkte beider Fluide verwendet. Auch für den Druckverlust konnte eine sehr gute Übereinstimmung mit Literaturdaten für beide Fluide nachgewiesen werden. Die Messstrecke kann somit sowohl bezogen auf den Wärmeübergang als auch den Druckverlust als validiert angesehen werden.

4 Ergebnisse und Analysen zum Einfluss der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der experimentellen thermofluid-dynamischen Untersuchungen für Wasser und GaInSn dargestellt und analysiert. Das Kapitel ist entlang der Art der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte gegliedert. In Kapitel 4.1 wird auf die Ergebnisse bei einer vollumfänglichen Beheizung (HO) eingegangen, gefolgt von den Ergebnissen bei einer halbumfänglichen Beheizung (IHCO und IHCU) in Kapitel 4.2 und den Ergebnissen bei einer vollumfänglich, jedoch inhomogenen Beheizung (IHCOU und IHCUO). Im Folgenden wird für die Unterscheidung der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte die Nomenklatur verwendet, wie sie in Abbildung 2.4 eingeführt wurde. Wenn nicht ausdrücklich darauf hingewiesen, wurden alle experimentellen Daten sowohl für Wasser als auch für GaInSn an einer Messebene ausgewertet. Für das Messrohr aus Nickel ist es die Messebene bei $\frac{z}{D_{i,Ni}} = 65,5$ und für das Messrohr aus Kupfer bei $\frac{z}{D_{i,Cu}} = 60$. Für beide Fluide wird an dieser axialen Position von einer thermisch eingelaufenen Strömung ausgegangen. Im Fall von GaInSn werden lediglich die Ergebnisse für das Messrohr aus Nickel diskutiert, da beim Messrohr aus Kupfer Flüssigmetallkorrosion aufgetreten ist (siehe C.2). Diese Annahme wird für HO für Wasser in Kapitel 4.1.1 und für GaInSn in Kapitel 4.1.2 anhand der axialen Entwicklung der Nusselt-Zahlen bestätigt. Ein Teil der Analysen und Ergebnisse in diesem Kapitel wurden bereits in begutachteten Zeitschriften (Laube et al. 2024, 2022) publiziert.

4.1 Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei vollumfänglicher Beheizung

Für den Vergleich des Einflusses einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte auf die azimuthale Verteilung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und die Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand

müssen zunächst Referenzdaten mit einer vollumfänglichen Beheizung bestimmt werden. Ziel dieses Kapitels ist die Analyse des Einflusses der Variation der Reynolds-Zahl, der Prandtl-Zahl und des zugeführten Wärmestroms auf die Nusselt-Zahl, die Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand, sowie thermische Einlaufeffekte.

4.1.1 Ergebnisse für Wasser

Zu Beginn wird der Einfluss der Reynolds- und Prandtl-Zahl und des zugeführten Wärmestroms auf die Nusselt-Zahl bestimmt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass für die experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen auch bei HO ein azimuthal gemittelter Wert angegeben wird. Wie im Verlauf des Kapitels dargestellt wird, zeigt die azimuthale Verteilung der Temperatur an der Rohrrinnenwand selbst bei einer vollumfänglichen Beheizung eine Streuung, weswegen ein gemittelter Wert genutzt wird. Aus diesem Grund wird ebenso im Verlauf des Kapitels auf die entdimensionierte Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand beim vollumfänglicher Beheizung detaillierter eingegangen.

In Abbildung 4.1 ist die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re aufgetragen. Als Parameter werden die nominelle Wärmestromdichte, das Material des Messrohres und die Eintrittstemperatur des Wassers und hiermit die Prandtl-Zahl variiert, wobei die Parameterbereiche denen der Datenpunkte aus Kapitel 3.7.1 entsprechen. Da sich die Prandtl-Zahl für eine Datenpunktgruppe mit gleicher Wassereintrittstemperatur und variierender Reynolds-Zahl bei einer Variation des zugeführten Wärmestroms ändert, ist für jede Wassereintrittstemperatur ein Mittelwert der Prandtl-Zahl Pr_m aus allen Datenpunkten dieser Gruppe angegeben. Dies zieht sich durch alle Datenpunkte, welche mit Wasser als Wärmeträgerfluid bestimmt wurden.

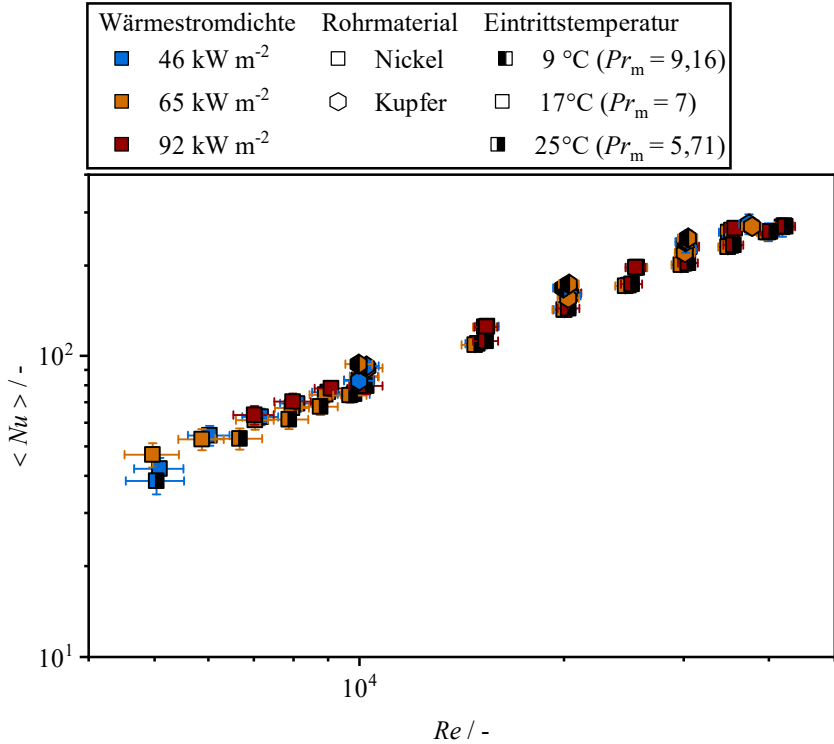


Abbildung 4.1: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Nusselt-Zahl steigt mit zunehmender Reynolds-Zahl an und zeigt eine leichte Abhängigkeit von der Wassereintrittstemperatur bzw. der Prandtl-Zahl, wenngleich die Unterschiede gering sind. Um alle Datenpunkte als Funktion von ausschließlich der Reynolds-Zahl darstellen zu können, wird die Nusselt-Zahl durch den Faktor $Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_W}\right)^{0,11}$ geteilt, wobei Pr die Prandtl-Zahl bei der mittleren Fluidtemperatur in der Messstrecke und Pr_W die Prandtl-Zahl berechnet bei der mittleren Temperatur an der Rohrwand an der entsprechenden

Messebene darstellt. Diese Form der Normierung ist in der Literatur gängige Praxis (Gnielinski 2013; Frantz et al. 2023). Gnielinski (2013) wählt als Exponent der vorangestellten Prandtl-Zahl in diesem Faktor den Wert 0,42 und begründet dies mit der mittleren Abhängigkeit der Nusselt-Zahl im Bereich $5 < Pr < 10$ mit $Pr^{0,42}$. Frantz et al. (2023) wählen stattdessen einen Exponenten der Prandtl-Zahl von $1/3$. Dieser Exponent von $1/3$ lässt sich mit Ergebnissen aus der Grenzschichttheorie nach Schlichting und Gersten (2017) für thermische laminare Grenzschichten unterschiedlichster Strömungsprobleme ableiten, weshalb er auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Die normierten Werte der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl (Nu_{norm}) als Funktion der Reynolds-Zahl Re sind für die ansonsten gleichen Parameter zusammen mit der normierten Korrelation von Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre (Gleichung (2.10)) in Abbildung 4.2 dargestellt.

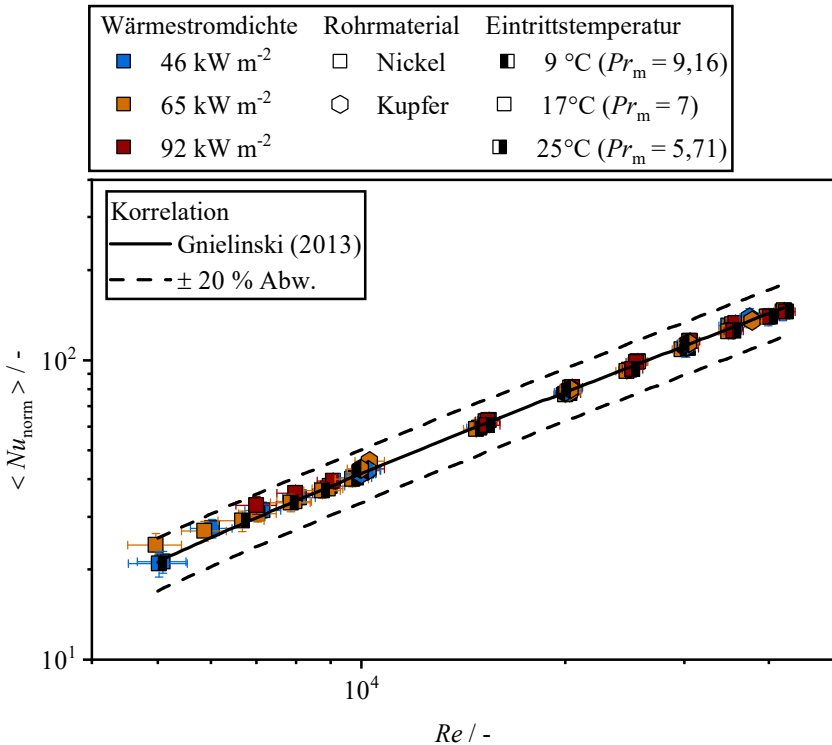


Abbildung 4.2: Verlauf der normierten azimutal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu_{norm} \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Nickel wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen.

Der Vergleich von Abbildung 4.1 und Abbildung 4.2 zeigt, dass durch die Normierung der Einfluss der Wassereintrittstemperatur in die Messstrecke und somit der Prandtl-Zahl erwartungsgemäß verschwindet. Ein Einfluss des zugeführten Wärmestroms auf die Nusselt-Zahl ist nicht zu erkennen, wie es bei einphasigen turbulenten Rohrströmungen zu erwarten war. Ebenso wird aus Abbildung 4.2 ersichtlich, dass die Datenpunkte sehr gut mit der Korrelation von Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre beschrieben werden können, was bereits in Kapitel 3.7.1 gezeigt wurde.

Die azimutale Temperaturverteilung an der Rohrwand wird mittels der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ , welche in Gleichung (3.7)

eingeführt wurde, untersucht. Die Verläufe der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Rohrmaterialien sind in Abbildung 4.3 dargestellt. Die mittlere Prandtl-Zahl Pr_m der Datenpunkte mit selber Reynolds-Zahl und variierendem zugeführten Wärmestrom ist in jedem Einzeldiagramm angegeben.

Für eine vollumfängliche Beheizung mit homogener Temperaturverteilung an der Rohrwand nimmt θ einen theoretischen Wert von 1 an. Die Verläufe der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur zeigen an einzelnen azimuthalen Positionen leichte Schwankungen um den Wert 1. Diese können entweder von einer leichten Abweichung der radialen Position der Thermoelemente herrühren, welche sich bei den hohen Wärmestromdichten stärker auswirken, oder aber durch eine azimuthal leicht inhomogenen Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte. Die Abweichungen der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur vom Wert 1 nehmen mit ansteigender Reynolds-Zahl zu. Eine höhere Reynolds-Zahl hat einen höheren konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten zur Folge. Hieraus resultiert eine geringere Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid, weshalb eine Abweichung von lokaler und azimuthal gemittelter Wandtemperatur bei der Auftragung mittels der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ stärker ins Gewicht fällt. Im Falle geringerer Reynolds-Zahlen und entsprechend einem höheren konvektiven thermischen Widerstand, können azimuthale Inhomogenitäten der Wandtemperatur durch azimuthale Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand kompensiert werden.

Eine ähnliche Schlussfolgerung ziehen auch Knowles und Sparrow (1979) auf Basis der experimentellen Daten ihrer Arbeit, wonach ein niedrigerer konvektiver thermischer Widerstand die Inhomogenität der Temperaturverteilung an der Rohrwand erhöht und ein niedriger thermischer Wärmeleitwiderstand eine Homogenisierung der Temperatur begünstigt. Das wird auch deutlich beim Vergleich der Temperaturverläufe für den Fall des Messrohres aus Nickel auf der linken Seite in Abbildung 4.3 und jenem für das Messrohr aus Kupfer auf der rechten Seite.

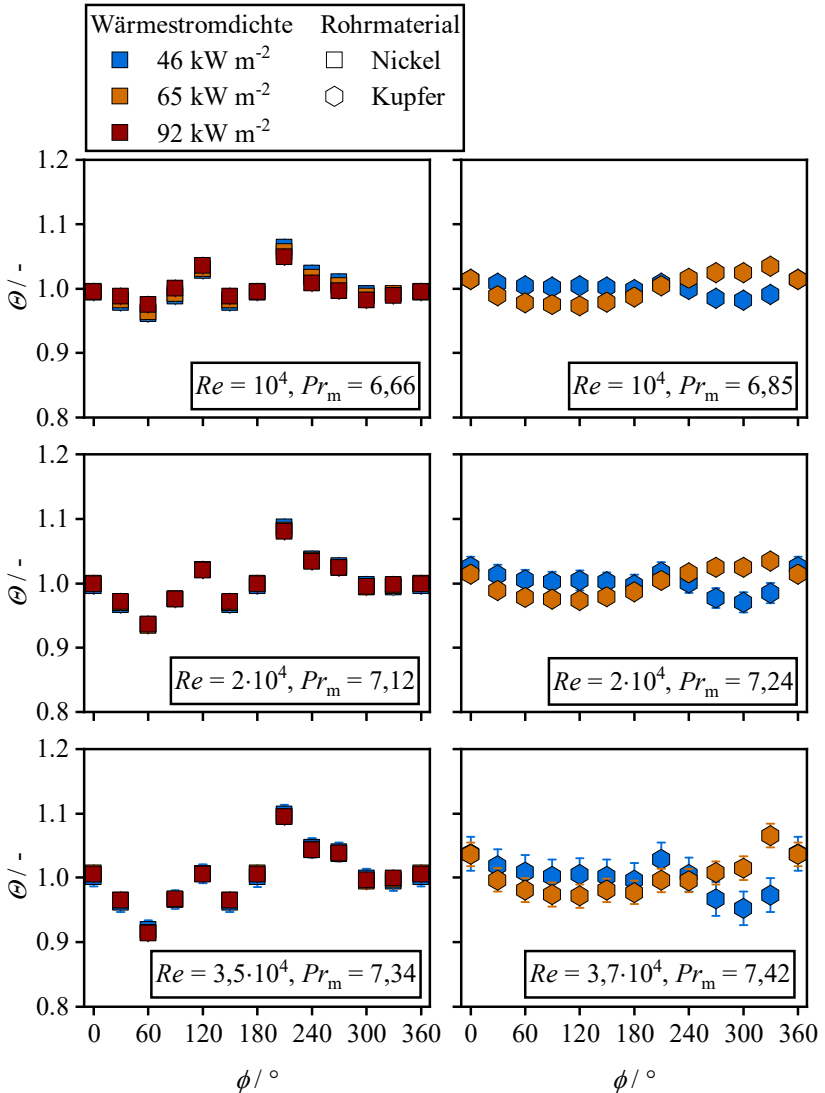


Abbildung 4.3: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Reynolds-Zahlen ($T_{f,ein} = 17 \text{ }^\circ\text{C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) entnommen, Datenpunkte für Nickel sind in Laube et al. (2023) publiziert.

Der Temperaturverlauf für das Messrohr aus Kupfer ist deutlich homogener mit weniger starken Ausreißern, da sich bei der Kupferlegierung azimuthale Temperaturinhomogenitäten in der Rohrwand aufgrund einer abweichenden Thermoelementplatzierung in der Rohrwand oder einer nicht ideal homogen azimuthal verteilten Wärmestromdichte durch die hohe Wärmeleitfähigkeit des Kupfers durch azimuthale Wärmeleitung ausgleichen. Eine Analyse des Einflusses des zugeführten Wärmestroms auf die entdimensionierte lokale Wandtemperatur zeigt einen vernachlässigbaren Einfluss. Entsprechend lässt sich die azimuthale Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand mit der Entdimensionierung in Gleichung (3.7) zweckdienlich für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und entsprechend unterschiedliche Temperaturdifferenzen zwischen der Rohrwand und dem strömendem Fluid analysieren.

Als letzter Punkt für die Verteilung der Wärmestromdichte HO wird die axiale Entwicklung der Nusselt-Zahl analysiert. Hierdurch können Rückschlüsse über die Ausbildung der thermischen Grenzschicht der Strömung gezogen werden. Für die Analyse werden die experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $\langle Nu(z) \rangle$, die an den axial verteilten Messebenen bestimmt wurden (siehe Kapitel 3.1), untersucht. Diese wurde über die thermisch vollständig entwickelte Nusselt-Zahl $Nu_{\text{Gnielinski,entw.}}$ normiert, wobei diese mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre berechnet wurde. Zur Bestimmung der thermisch vollständig entwickelten Nusselt-Zahl mittels der Korrelation nach Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski,entw.}}$ wird in Gleichung (2.9) für die Rohrlänge ein fiktives unendlich langes Rohr angenommen. Die normierten Werte der in axialer Richtung lokalen Nusselt-Zahl $\langle Nu(z) \rangle / Nu_{\text{Gnielinski,entw.}}$ sind als Funktion der axialen Position der entsprechenden Messebene bezogen auf den Innendurchmesser der Messstrecke $\frac{z}{D_i}$ in Abbildung 4.4 aufgetragen. Die Variationsparameter in Abbildung 4.4 sind zum einen das Material des Messrohres, die Reynolds-Zahl und die Eintrittstemperatur des Wassers in die Messstrecke und damit verbunden die Prandtl-Zahl des Fluids. Zusätzlich zu den Datenpunkten ist die Korrelation nach Gnielinski (2013) dargestellt. Die Datenpunkte der Messebenen bei $\frac{z}{D_i} = 37,4$ und $\frac{z}{D_i} = 56,1$ wurden nicht aufgetragen, da die Auswertung der Daten einen unplausiblen Temperaturanstieg an der Rohrrinnenwand an diesen Positionen ergab, der nicht zu den Temperaturen in deren Umgebung passt und auf einen fehlerhaften Lötvorgang zurückzuführen ist.

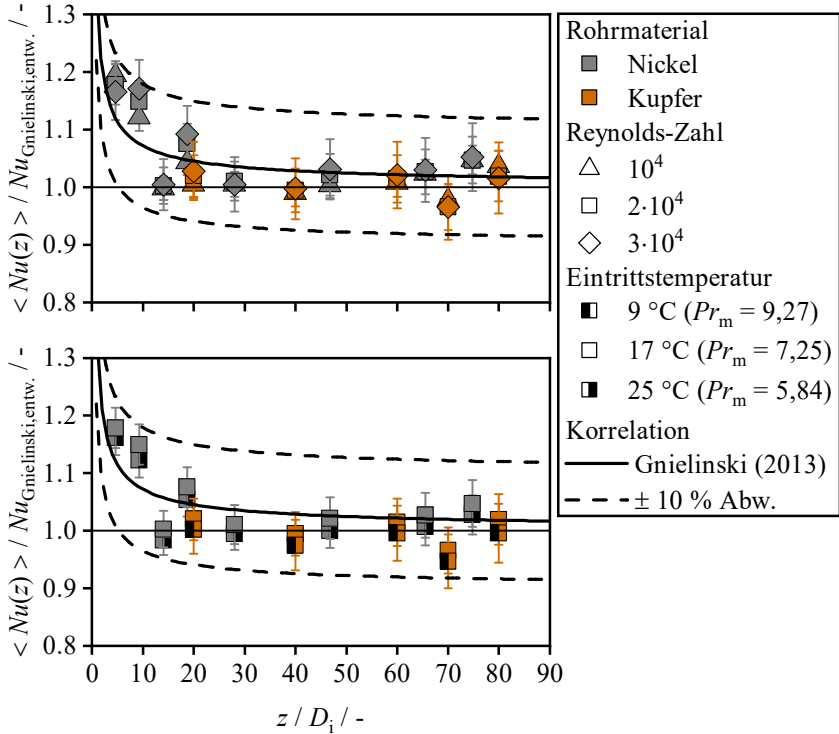


Abbildung 4.4: Verlauf der experimentell bestimmten azimutal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu(z) \rangle$ normiert mit der thermisch entwickelten Nusselt-Zahl nach der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski,entw.}}$ als Funktion der axialen Position $\frac{z}{D_i}$ für unterschiedliche Rohrmaterialien, Reynolds-Zahlen und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen ($\dot{q}_{W,i} = 46\text{ kW m}^{-2}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) entnommen, Datenpunkte für Nickel sind teilweise in Laube et al. (2023) publiziert.

Im oberen Diagramm in Abbildung 4.4 wird der Einfluss der Reynolds-Zahl auf die axiale Entwicklung der Nusselt-Zahl für beide Rohrmaterialien untersucht, während im unteren Diagramm der Einfluss der Eintrittstemperatur bzw. der Prandtl-Zahl betrachtet wird. Für die Datenpunkte mit gleicher Eintrittstemperatur ist in der Legende in Abbildung 4.4 ein Mittelwert der Prandtl-Zahlen Pr_m angegeben. Aus den Daten geht hervor, dass einzig am Beginn der Mess-

strecke ein nennenswerter Einfluss der Reynolds-Zahl auf die axial lokalen Nusselt-Zahlen erkennbar ist, wenngleich die relative Abweichung sehr gering ist und innerhalb des Unsicherheitsbereiches der Messpunkte liegt. Jedoch wird auch ersichtlich, dass in diesem Bereich die Datenpunkte zwischen den axial verteilten Messebenen sehr stark streuen. Der Vergleich des Einflusses einer Variation der Wassereintrittstemperatur in die Messstrecke und hiermit verbunden der Prandtl-Zahl lässt sich aufgrund der Streuung in den Ergebnissen nicht bewerten. Im Fall des Nickelrohres führt eine Erhöhung der Wassereintrittstemperatur und somit eine Erniedrigung der Prandtl-Zahl zu einer Erniedrigung der axial lokalen Nusselt-Zahl, wenngleich für das Kupferrohr der gegenteilige Effekt zu beobachten ist. Die relativen Unterschiede in den axial lokalen Nusselt-Zahlen für die variierenden Prandtl-Zahlen sind jedoch auch sehr gering. Der Vergleich der Datenpunkte zur Korrelation nach Gnielinski (2013) zeigt, dass alle Datenpunkte in einem Band von $\pm 10\%$ liegen. Die axialen Änderungen der Nusselt-Zahl in einer turbulenten Wasserströmung sind einzig zu Beginn des Rohres bei $\frac{z}{D_i} < 10$ nennenswert hoch, einem Bereich, in dem wenige Messebenen in der Messstrecke vorliegen und hierdurch eine fein aufgelöste Erfassung der Nusselt-Zahlen nicht möglich ist. Das hat folgenden Hintergrund: Die Auswahl der axialen Positionen der Messebenen orientierte sich bei der Auslegung der Messstrecke dieser Arbeit an den Experimenten mit GaInSn, da mit sinkender Prandtl-Zahl eine erheblich größere thermische Einlaufänge zu erwarten ist (Chen und Chiou 1981). Anhand der Daten wird dennoch ersichtlich, dass für die Datenauswertung die Auswahl der axialen Messebenen für Nickel bei $\frac{z}{D_i} = 65,5$ und für Kupfer bei $\frac{z}{D_i} = 60$ sinnvoll ist, da eine gute Übereinstimmung der axial lokalen Nusselt-Zahl $\langle Nu(z) \rangle$ mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) und eine ausreichende Distanz der Messebene von den Enden der Messstrecke besteht, wodurch Randeffekte minimiert werden.

4.1.2 Ergebnisse für GaInSn

Die Ergebnisse zum Wärmeübergang werden im Folgenden nicht mehr in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl, sondern der Péclet-Zahl angegeben und korreliert. Die Péclet-Zahl beschreibt das Verhältnis von advektiven zu diffusiven Flüssen und ist damit besser als die Reynolds-Zahl geeignet, um den Anteil der Wärmeleitung am gesamten Wärmeübergang bei Konvektion darzustellen. Dies ist deshalb möglich und in der Literatur üblich, da bei flüssigen Metallen die

Viskosität und mit ihr die Prandtl-Zahl nahezu keine Abhängigkeit von der Temperatur im betrachteten Bereich zeigt. Bezogen auf die dynamische Viskosität von GaInSn ergeben sich in den Anwendungstemperaturgrenzen dieser Arbeit $25\text{ °C} < T_{\text{GaInSn}} < 50\text{ °C}$ mit Gleichung (B.8) die Werte in Tabelle 4.1. Die dynamische Viskosität von GaInSn nimmt somit um 11,47 % ab. Im Vergleich dazu würde sich die dynamische Viskosität von Wasser, berechnet mit Gleichung (B.4) und ebenfalls in Tabelle 4.1 aufgeführt, im selben Temperaturbereich um 35,46 % verringern.

Tabelle 4.1: Übersicht der temperaturabhängigen Werte der dynamischen Viskosität η für GaInSn und Wasser.

Fluid	Temperatur / °C	Dynamische Viskosität η / Pa · s
GaInSn	25	$2,102 \cdot 10^{-3}$
	50	$1,861 \cdot 10^{-3}$
Wasser	25	$9,051 \cdot 10^{-4}$
	50	$5,57 \cdot 10^{-4}$

Die Prandtl-Zahl von GaInSn konnte in den Experimenten nahezu konstant bei $Pr = 0,03$ gehalten werden. Als Eintrittstemperatur des GaInSn in die Messstrecke wurde für alle Experimente eine konstante Temperatur von $T_{\text{f,ein}} = 25\text{ °C}$ gewählt.

Für die Experimente mit GaInSn als Wärmeträgerfluid werden für die Datenauswertung und Interpretation der Ergebnisse nur jene Daten berücksichtigt, die mit dem Messrohr aus Nickel bestimmt wurden. Bei den Experimenten mit dem Messrohr aus Kupfer ist es zu Flüssigmetallkorrosion an der Innenwand des Messrohres gekommen, weshalb die Daten nicht detaillierter ausgewertet werden. Eine Erläuterung hierzu findet sich in (Laube et al. 2024) und in Abschnitt C.2. Publierte Daten von Korrosionsversuchen von Nickel mit GaInSn von Prokhorenko et al. (2000) legen eine Kompatibilität bis zu einer Temperatur von 50 °C nahe. Entsprechend wurden die Datenpunkte mit dieser maximalen Fluidtemperatur ausgewählt, was abhängig vom zugeführten Wärmestrom zu einer Begrenzung des minimalen Massenstroms und damit verbunden der minimalen Péclet-Zahl führte. Die experimentell bestimmte azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl (Nu) als Funktion der Péclet-Zahl Pe ist in Abbildung 4.5 dargestellt, wobei die nominelle Wärmestromdichte variiert wird.

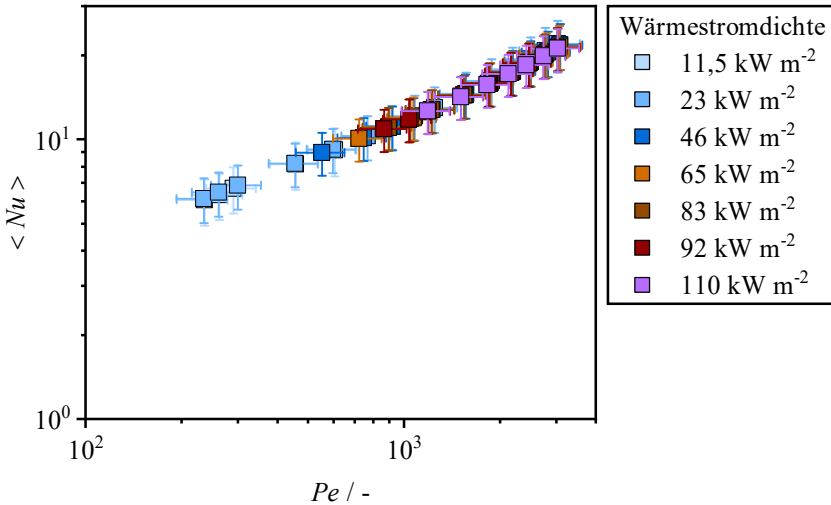


Abbildung 4.5: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,ein} = 25\text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Nusselt-Zahl nimmt mit steigender Péclet-Zahl zu und weist erwartungsgemäß bei einer einphasigen turbulenten Strömung keine Abhängigkeit von der Wärmestromdichte auf. In Kapitel 2.1.2 wurde bereits dargestellt, dass in der Literatur einige Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl bei mit Flüssigmetall turbulent durchströmten Rohren existieren, die jedoch erheblich unterschiedliche Ergebnisse liefern. Aus diesem Grund war eine Validierung der Messstrecke hinsichtlich des Wärmeübergangs mit GaInSn in Kapitel 3.7.1 nicht möglich. Pacio et al. (2015) empfehlen die Verwendung einer für jede Flüssigmetallklasse spezifischen Korrelation. Jedoch ist die Einordnung der in dieser Arbeit verwendeten Legierung aus Gallium, Indium und Zinn in die von Pacio et al. (2015) aufgestellten Klassen Natrium und eutektisches Natrium-Kalium, Blei und eutektisches Blei-Wismuth und Quecksilber nicht möglich. Die Dichte von GaInSn rangiert zwischen den Alkali- und Schwermetallen, wohingegen die Wärmeleitfähigkeit in einer vergleichbaren Größenordnung von eutektischem Natrium-Kalium ($\lambda_{NaK}(25\text{ °C}) = 21,89\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$ (Barleon et al. 1996))

liegt. Aus diesem Grund werden in einem ersten Schritt in einem Paritätsdiagramm in Abbildung 4.6 die experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen $\langle Nu_{\text{Experimentell}} \rangle$ dieser Arbeit mit den Nusselt-Zahlen verglichen, die mit den Korrelationen aus Tabelle 2.1 $Nu_{\text{Korrelation}}$ berechnet wurden. Da aus Abbildung 4.5 ersichtlich wurde, dass die Wärmestromdichte keinen Einfluss auf die Nusselt-Zahl hat, werden für den Vergleich ausschließlich die Datenpunkte bei der nominellen Wärmestromdichte $\dot{q}_{W,i} = 23 \text{ kW m}^{-2}$ herangezogen, für die die Péclet-Zahl am stärksten variiert wurde.

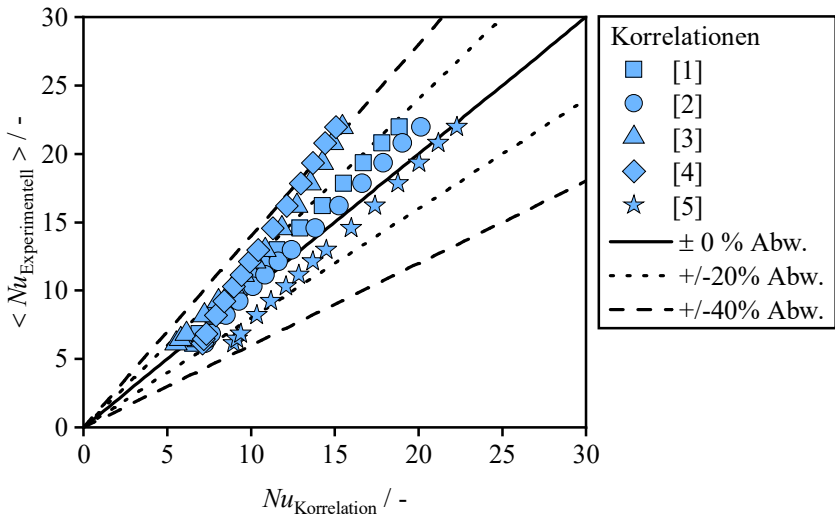


Abbildung 4.6: Vergleich zwischen den experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen $\langle Nu_{\text{Experimentell}} \rangle$ dieser Arbeit für HO ($\dot{q}_{W,i} = 23 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ °C}$) und den berechneten Nusselt-Zahlen $Nu_{\text{Korrelation}}$ von [1] Skupinski et al. (1965) (Quadrat), [2] Chen und Chiou (1981) (Kreis), [3] Lubarsky und Kaufman (1956) (Dreieck), [4] Kutateladze et al. (1958) (Raute) und [5] Lyon (1951) (Stern), Datenpunkte wurden aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Vergleich der experimentell bestimmten Daten dieser Arbeit mit den von Pacio et al. (2015) vorgeschlagenen Korrelationen zeigt, dass die Übereinstimmung im Bereich kleiner Péclet-Zahlen und somit kleiner Nusselt-Zahlen mit nahezu jeder Korrelation zufriedenstellend und für die Korrelation von Skupinski et al. (1965) am besten ist. Einzig die Korrelation von Lyon (1951) weicht trendweise stärker von den experimentellen Daten ab. Es zeigt sich jedoch auch,

dass diese Korrelation im Bereich hoher Péclet-Zahlen sehr gut mit den experimentellen Daten übereinstimmt, während die Abweichung aller anderen Korrelationen mit steigender Péclet-Zahl zunimmt. In Tabelle 4.2 sind der APE und MAPE der untersuchten Korrelationen zu den experimentellen Daten dargestellt. Die Korrelation von Chen und Chiou (1981) stimmt sowohl beim APE als auch beim MAPE am besten mit den experimentellen Daten überein, wohingegen die Korrelationen von Kutateladze et al. (1958) und Lubarsky und Kaufman (1956) die experimentellen Daten am schlechtesten abbilden. Abschließend bleibt jedoch festzuhalten, dass keine in der Literatur etablierte Korrelation die experimentellen Daten dieser Arbeit über den gesamten Bereich an Péclet Zahlen ($240 < Pe < 3000$) zufriedenstellend beschreiben kann.

Tabelle 4.2: Statistische Auswertung des Vergleichs unterschiedlicher Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen mit experimentell bestimmten Daten dieser Arbeit.

Autor	APE / %	MAPE / %
Skupinski (1965)	16,6	10,6
Chen & Chiou (1981)	15,2	6,6
Lubarsky & Kaufmann (1956)	42,1	22
Kutateladze (1958)	45,7	23,6
Lyon (1951)	31,5	13,6

Aus diesem Grund wurde auf Basis der experimentellen Daten dieser Arbeit eine neue Korrelation zur Berechnung der Nusselt-Zahl bei turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen bestimmt, welche bereits in (Laube et al. 2024) publiziert wurde. Dabei wurde die in Gleichung (2.13) eingeführte Form genutzt, welche gebräuchlich für die Entwicklung von Korrelationen zur Beschreibung der Nusselt-Zahl turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen ist. Der Exponent d , welcher die gesonderte Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Prandtl-Zahl beschreibt, wird in der Literatur meist zu 0 gesetzt. Deshalb und weil die Prandtl-Zahl des Fluids im Rahmen dieser Arbeit nicht systematisch variiert wurde, wird auch hier $d = 0$ gesetzt. Der Koeffizient a wird festgelegt zu $a = 4,364$, da dies die theoretische Untergrenze einer laminaren, vollständig eingelaufenen Rohrströmung mit azimutal und axial konstanter Wärmestromdichte wäre. Die

restlichen Koeffizienten wurden so gewählt, dass sie die experimentellen Datenpunkte dieser Arbeit am besten widerspiegeln zu $b = 0,0276$ und $c = 0,803$. Die resultierende Korrelation lautet dementsprechend:

$$Nu = 4,364 + 0,0276 \cdot Pe^{0,803} \quad (4.1)$$

Die entwickelte Korrelation ist zusammen mit den Datenpunkten aus Abbildung 4.5 in Abbildung 4.7 als Funktion der Péclet-Zahl Pe aufgetragen.

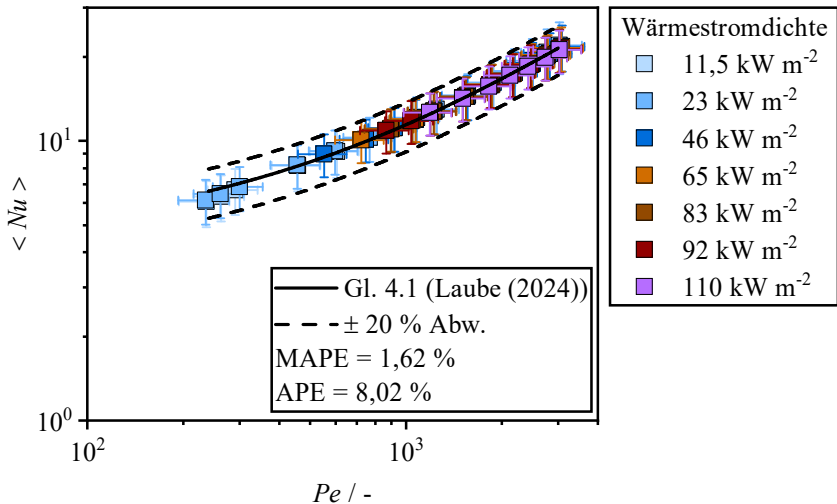


Abbildung 4.7: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für HO und für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten sowie die Korrelation nach Laube et al. (2024) ($T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ °C}$), Datenpunkte sind aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die entwickelte Korrelation zur Berechnung der Nusselt-Zahl gibt die experimentellen Daten der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl über den gesamten Bereich an Péclet-Zahlen sehr gut wieder. Alle Datenpunkte liegen in einem Band zur Korrelation von $\pm 20 \%$ mit einem MAPE = 1,62 % und einem APE = 8,02 %. Die entwickelte Korrelation wird nun erneut mit den Korrelationen aus der Literatur aus Tabelle 2.1 verglichen, wobei diesmal nur die Korrelationen von Skupinski et al. (1965), Chen und Chiou (1981) und Lyon (1951)

herangezogen werden, da diese die beste Übereinstimmung mit den experimentellen Daten lieferten. Zusätzlich werden noch numerische Daten von Straub et al. (2019b) hinzugezogen, welche mittels hochauflöster DNS- und LES-Simulationen bestimmt wurden. Die Literaturdaten sind in einem Paritätsdiagramm der Korrelation nach Laube et al. (2024) in Abbildung 4.8 gegenübergestellt.

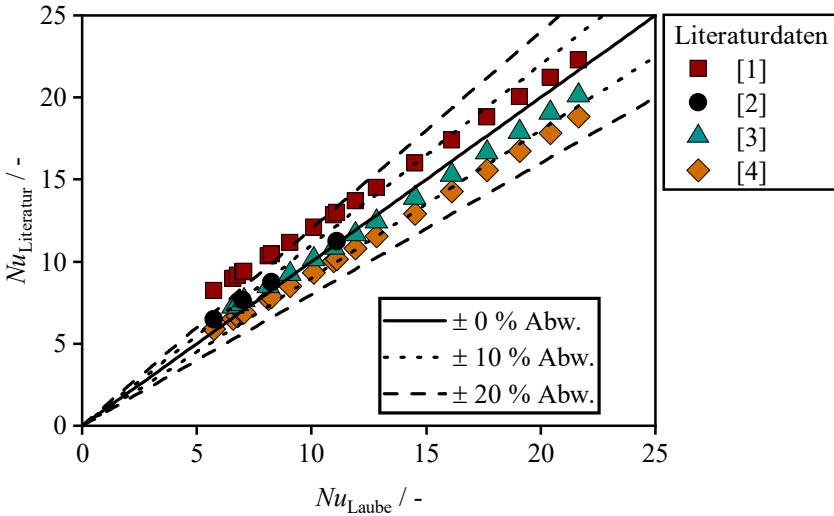


Abbildung 4.8: Vergleich der Nusselt-Zahlen berechnet mit Korrelationen aus der Literatur bzw. numerischen Simulationen $Nu_{\text{Literatur}}$ mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation nach Laube et al. (2024); [1] (Lyon 1951), [2] (Straub et al. 2019b), [3] (Chen und Chiou 1981), [4] (Skupinski et al. 1965).

Der Vergleich der Nusselt-Zahlen berechnet mit den Korrelationen nach Lyon (1951), Chen und Chiou (1981) und Skupinski et al. (1965) mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) zeigt das ähnliche Verhalten wie in Abbildung 4.6. Im Bereich kleiner Péclet-Zahlen und somit kleiner Nusselt-Zahlen ist die Übereinstimmung mit nahezu jeder Korrelation zufriedenstellend wobei sie für die Korrelation von Skupinski et al. (1965) am besten ist. Einzig die Korrelation von Lyon (1951) weicht trendweise stärker ab. Es zeigt sich jedoch auch, dass diese Korrelation im Bereich hoher Péclet-Zahlen bzw. hoher Nusselt-Zahlen sehr gut mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) übereinstimmt, während die Abweichung aller anderen Korrelationen mit

steigender Péclet-Zahl zunimmt. Der Vergleich der numerisch bestimmten Nusselt-Zahlen von Straub et al. (2019b) mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) zeigt ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung. Insbesondere die numerisch bestimmten Datenpunkte bei hohen Péclet- und somit hohen Nusselt-Zahlen stimmen exzellent mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) überein. Im Bereich kleiner Péclet-Zahlen liefert die Korrelation nach Laube et al. (2024) etwas kleinere Nusselt-Zahlen als die numerisch bestimmten Daten von Straub et al. (2019b). Diese Abweichung könnte durch die eintretende Laminarisierung der Strömung bei den Experimenten mit geringen Péclet-Zahlen erklärt werden. Zudem ist die gute Übereinstimmung zwischen experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit und den Simulationen von Straub et al. (2019b) ein weiterer Hinweis darauf, dass die Flüssigmetalllegierung in den Experimenten die Rohrwand der Messstrecke gut benetzt hat, da in den Simulationen die in den Experimenten auftretenden Probleme mit der Benetzung der Rohrwand nicht berücksichtigt werden können und in den Simulationen die Oberfläche der Rohrwand immer vollständig benetzt ist. Zudem wurden die Simulationen von Straub et al. (2019b) für $Pr = 0,025$ durchgeführt und somit bei einer etwas geringeren Prandtl-Zahl als dem in dieser Arbeit verwendeten GaInSn, was darauf schließen lässt, dass die Korrelation von Laube et al. (2024) auch auf andere Flüssigmetalle übertragen werden kann.

Die azimutale Temperaturverteilung an der Rohrwand wird im nächsten Schritt mit der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ analysiert und ist in Abbildung 4.9 als Funktion der azimutalen Position ϕ dargestellt. Als Parameter wird die nominelle Wärmestromdichte variiert. Um einen Vergleich der Temperaturverläufe mit den Ergebnissen der Experimente mit Wasser zu erleichtern, ist in Abbildung 4.9 die Reynolds-Zahl der jeweiligen Messpunkte angegeben. Die Temperaturverläufe der Experimente mit GaInSn zeigen ein ähnliches Verhalten wie jene von Wasser in Abbildung 4.3. Mit steigender Reynolds-Zahl nimmt die Abweichung der Werte der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ vom theoretischen Idealwert $\theta = 1$ an einzelnen azimutalen Positionen zu. Der Vergleich der Werte von θ an den azimutalen Positionen $\phi = 60^\circ$ und $\phi = 210^\circ$ für GaInSn und Wasser zeigt, dass für beide Fluide bei $\phi = 60^\circ$ die lokale Wandtemperatur geringer und bei $\phi = 210^\circ$ größer als die azimutal gemittelte Wandtemperatur ist. Diese systematische Abweichung könnte mit einer abweichenden radialen Position der Thermoelemente in der Rohrwand von der spezifizierten Normpositionierung erklärt werden. Jedoch trägt die Abweichung der lokalen Wandtemperaturen zur azimutal gemittelten

Wandtemperatur an diesen beiden azimuthalen Positionen bei einer zugeführten Wärmestromdichte von $\dot{q}_{w,i} = 110 \text{ kW m}^{-2}$ lediglich ca. $\pm 0,5 \text{ K}$. Aus den hohen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten bei den Experimenten mit GaInSn resultieren vergleichsweise geringe Temperaturdifferenzen zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid, weshalb eine Abweichung von lokaler und azimuthal gemittelter Wandtemperatur bei der Auftragung mittels der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ stärker ins Gewicht fällt. Dies wird auch deutlich bei der Analyse des Einflusses der nominellen Wärmestromdichte auf die Temperaturverteilung in Abbildung 4.9. Allgemein ist der Einfluss der Wärmestromdichte auf θ gering, wobei im Falle hoher Reynolds-Zahlen die Temperaturverteilung mit steigender zugeführter Wärmestromdichte und somit steigender Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid homogener wird. Aus dieser Analyse wird ersichtlich, weshalb innerhalb dieser Arbeit ein so großer Fokus auf die exakte Bestimmung der Rohrwandtemperaturen und die Positionsgüte der Temperatursensoren gelegt wurde.

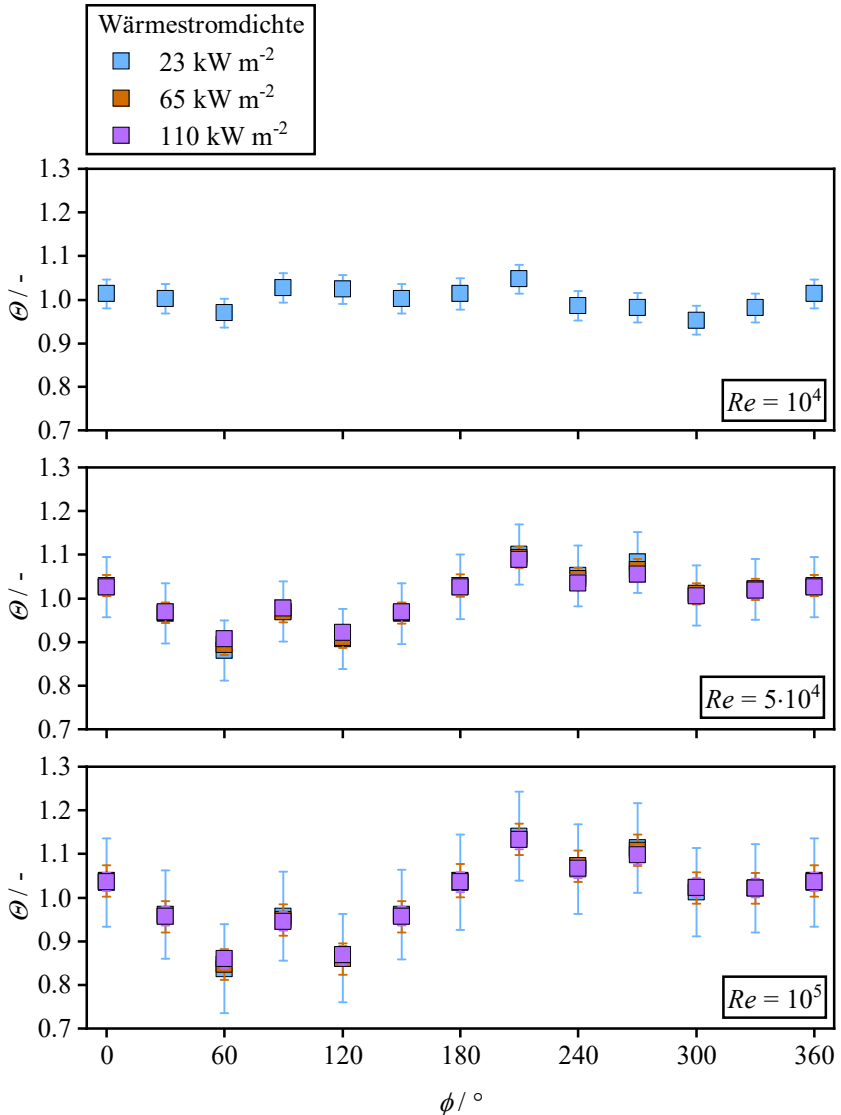


Abbildung 4.9: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f,\text{ein}} = 25^\circ\text{C}$); Datenpunkte sind in Laube et al. (2023) publiziert.

Abschließend wird für die Experimente mit GaInSn und vollumfänglicher Beheizung der Rohrwand die axiale Entwicklung der Nusselt-Zahl ausgewertet. Die in axialer Richtung lokale azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl $\langle Nu(z) \rangle$ wird hierfür normiert mit der Nusselt-Zahl, die mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) in Gleichung (4.1) berechnet wurde. Der Verlauf der normierten Werte als Funktion der axialen Position $\frac{z}{D_i}$ ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Als Parameter werden die Péclet-Zahl und die nominelle Wärmestromdichte variiert. Zusätzlich zu den experimentellen Daten sind die Korrelationen von Sleicher et al. (1973) (Gleichung (2.16)) und Chen und Chiou (1981) (Gleichung (2.17)) aufgetragen.

Der Verlauf der Kurven der Korrelationen von Sleicher et al. (1973) und Chen und Chiou (1981) wird von den experimentell ermittelten Nusselt-Zahlen allgemein gut wiedergegeben. Die Variation der Péclet-Zahl zeigt einzig an drei axialen Positionen einen Einfluss, wobei die Abweichungen sehr unsystematisch sind. An allen dieser drei Messebenen sind lediglich zwei Thermoelemente positioniert, wobei im Laufe der experimentellen Versuchskampagne an den Messebenen bei $\frac{z}{D_i} = 28,1$ und $\frac{z}{D_i} = 56,1$ die Thermoelemente an der azimuthalen Position $\phi = 90^\circ$ kein Messsignal mehr lieferten. Eine Variation des zugeführten Wärmestroms zeigt an keiner Messebene einen Einfluss auf die in axialer Richtung lokale Nusselt-Zahl. Der Vergleich der Ergebnisse des axialen Verlaufs der Nusselt-Zahl von Wasser in Abbildung 4.4 mit GaInSn in Abbildung 4.10 zeigt den Einfluss der Prandtl-Zahl auf die thermische Einlaufänge. So wird einer Änderung der in axialer Richtung lokalen Nusselt-Zahl im Vergleich zur thermisch entwickelten Nusselt-Zahl um weniger als 10 % für eine turbulente Wasserströmung bereits nach ca. sechs Innendurchmessern erreicht, wohingegen für eine turbulente Strömung von GaInSn diese Grenze erst nach ca. 24 Innendurchmessern unterschritten wird.

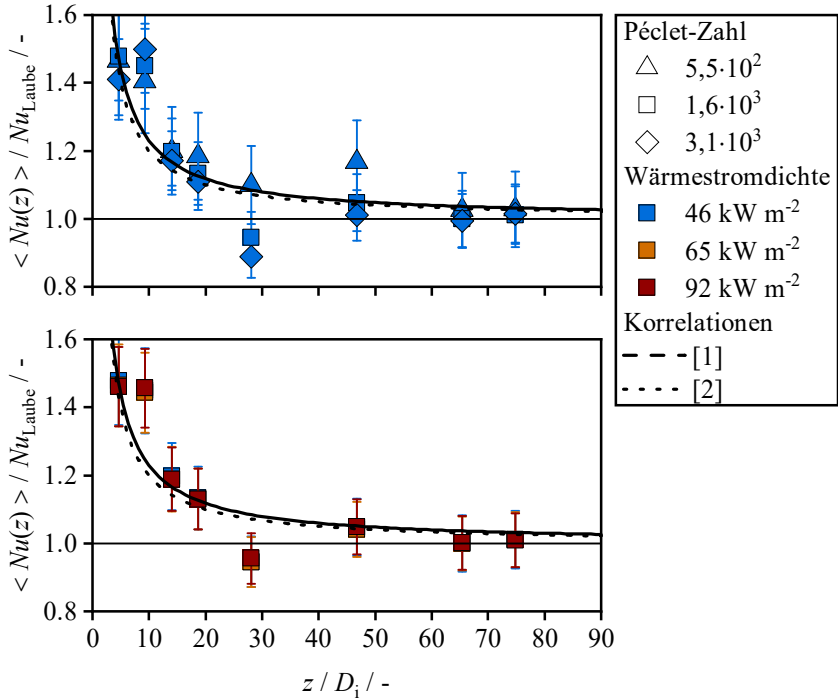


Abbildung 4.10: Verlauf der experimentell bestimmten azimutal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu(z) \rangle$ normiert mit der Nusselt-Zahl nach der Korrelation von Laube et al. (2024) Nu_{Laube} als Funktion der axialen Position $\frac{z}{D_i}$ für unterschiedliche Pécelt-Zahlen Pe und nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,ein} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$); [1] (Chen und Chiou 1981), [2] (Sleicher et al. 1973); Datenpunkte sind teilweise in Laube et al. (2023) publiziert.

Die experimentellen Daten sowohl für Wasser als auch GaInSn zeigen jedoch, dass insbesondere im thermischen Einlaufbereich die Messdaten sehr stark streuen. In diesem Bereich ist eine zu geringe Anzahl an Thermoelementen vorhanden und der Einfluss der Abweichung einzelner Thermoelemente, z.B. durch eine abweichend radiale Positionierung oder eine schlechte Verlötung in der Rohrwand, ist sehr hoch. Aus diesem Grund wird das thermische Einlaufverhalten für die weiteren azimutalen Verteilungen der Wärmestromdichte nicht weiter untersucht. An dieser Stelle sind in Folgearbeiten mit einem neuen Messrohr mit einer höheren Dichte an Thermoelementen im thermischen Einlaufbereich zusätzliche Untersuchungen durchzuführen.

4.2 Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei halbumfänglicher Beheizung

Im folgenden Kapitel wird der Einfluss einer halbumfänglichen Beheizung auf die azimuthal gemittelten und lokalen Nusselt-Zahlen, wie auch auf die resultierende Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand und auftretende mischkonvektive Effekte untersucht. Der Wärmestrom wird über die obere Hälfte (IHCO) und über die untere Hälfte (IHCU) auf das horizontale Messrohr aufgeprägt. Für die Experimente mit Wasser als Wärmeträgerfluid werden zusätzlich zu den Ergebnissen mit einem Messrohr aus Nickel die Ergebnisse für ein Messrohr aus Kupfer analysiert. Zur Unterteilung nach dem eingesetzten Wärmeträgerfluid sind die Ergebnisse erneut in zwei Unterkapitel aufgeteilt.

4.2.1 Ergebnisse für Wasser

Zunächst wird der Einfluss der Reynolds-Zahl auf die normierte azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl für IHCO und IHCU untersucht. Analog zum Vorgehen in Kapitel 4.1.1 wird die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl durch den Faktor $Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_W}\right)^{0,11}$ geteilt. Hierdurch können alle Datenpunkte entlang einer Funktion in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl aufgetragen werden und der Einfluss der Prandtl-Zahl aufgrund unterschiedlicher zugeführter Wärmeströme und Eintrittstemperaturen in die Messstrecke verschwindet. Um die Diagramme übersichtlicher zu gestalten sind die Datenpunkte für IHCO und IHCU in zwei separate Diagramme aufgeteilt. In Abbildung 4.11 ist die normierte azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl $\langle Nu_{\text{norm}} \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl aufgetragen. Als Parameter werden die nominelle Wärmestromdichte, das Rohrmaterial und die Eintrittstemperatur in die Messstrecke variiert. Zusätzlich zu den experimentellen Datenpunkten ist die normierte Korrelation nach Gnielinski (2013) für turbulent durchströmte Rohre (Gleichung (2.10)) in Abbildung 4.11 dargestellt.

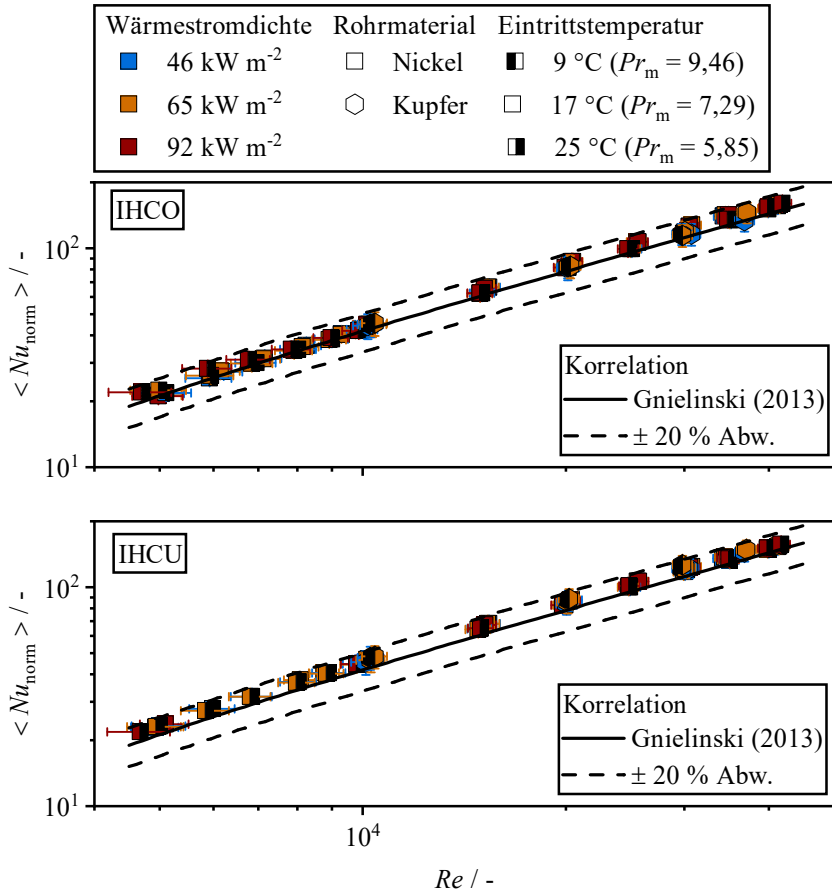


Abbildung 4.11: Verlauf der normierten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl (Nu_{norm}) als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Einfluss der Prandtl-Zahl aufgrund unterschiedlicher nomineller Wärmestromdichten oder Eintrittstemperaturen der Strömung auf die Nusselt-Zahl entfällt durch die Normierung wie dies schon für HO in Abbildung 4.2 zu beobachten war. Für keine der azimuthalen Verteilungen der Wärmestromdichte

ist ein Einfluss der untersuchten Parameter auf die normierte azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl erkennbar. Alle Datenpunkte liegen in einem Band von $\pm 20\%$ zur Korrelation nach Gnielinski (2013).

Für eine detailliertere Analyse der Abweichung der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen (ohne Normierung) zu jenen, die mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) bestimmt wurden, sind diese gegeneinander in einem Paritätsdiagramm in Abbildung 4.12 aufgetragen. Für eine übersichtlichere Auftragung werden die Datenpunkte für IHCO und IHCU in einem separaten Diagramm dargestellt.

Die Übereinstimmung der experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen mit den mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) berechneten ist sowohl für IHCO als auch IHCU gut, da alle Datenpunkte in einem Band von $\pm 20\%$ zur Korrelation nach Gnielinski (2013) liegen. Die experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen weisen trendweise größere Werte als die berechneten Nusselt-Zahlen auf, wobei die Abweichung zur Korrelation mit steigender Reynolds-Zahl zunimmt. Ein ähnliches Verhalten zeigten auch Straub et al. (2019a) als Ergebnis hoch aufgelöster numerischer Simulationen einer turbulenten Luftströmung ($Pr = 0,71$) mit vergleichbarer Verteilung der Wärmestromdichte. Die Abweichungen zur Korrelation nach Gnielinski (2013) sind jedoch vergleichsweise gering. Für IHCO ist der MAPE aller Datenpunkte von der Korrelation nach Gnielinski (2013) geringer, wobei für IHCU der APE geringfügig niedriger liegt.

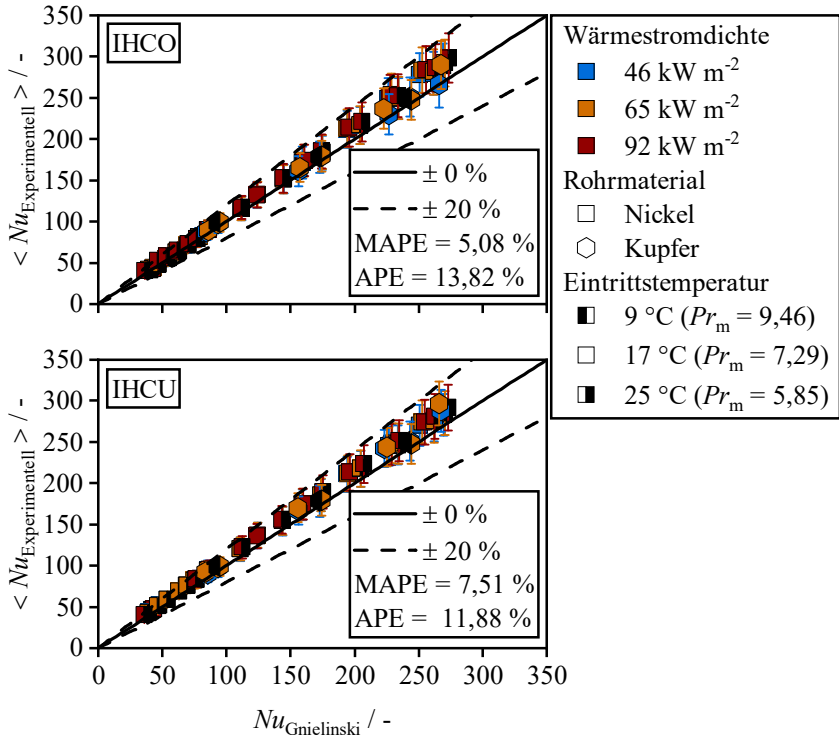


Abbildung 4.12: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen ($Nu_{\text{Experimentell}}$) mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski}}$ für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die azimuthale Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand wird wieder mittels der enddimensionierten lokalen Wandtemperatur θ analysiert. Diese ist als Funktion der azimuthalen Position ϕ in Abbildung 4.13 für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Rohrmaterialien für jeweils drei Reynolds-Zahlen dargestellt. Die Temperaturverteilungen für IHCO und IHCU sind immer im selben Diagramm aufgetragen.

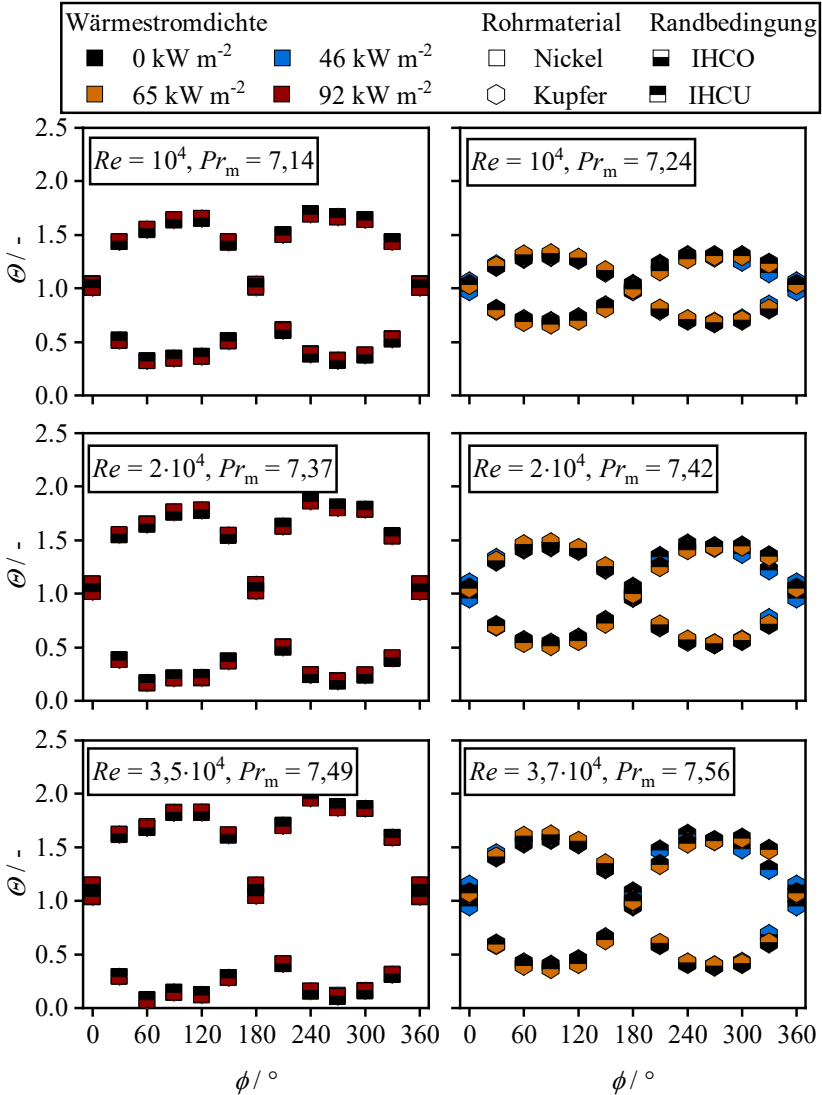


Abbildung 4.13: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Reynolds-Zahlen ($T_{f,ein} = 17\text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Farben im oberen bzw. unteren Teil des Datenpunktes repräsentieren die nominelle Wärmestromdichte auf der Rohrober- und Rohrunterseite. Sowohl für IHCO als auch für IHCU nimmt der azimuthale Verlauf der enddimensionierten lokalen Wandtemperatur θ einen sinusförmigen Verlauf mit einem Maximum im Zentrum der jeweils beheizten Rohrhälfte und monotonen Abfällen zu den Rändern der beheizten Hälfte hin an. Auf der beheizten Rohrhälfte ist $\theta > 1$ und auf der unbeheizten Rohrhälfte $\theta < 1$. Die Temperaturverteilungen sind auf der beheizten und unbeheizten Rohrhälfte symmetrisch mit einem Mittelwert von $\theta = 1$. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass größere Werte von θ keinesfalls eine höhere azimuthal gemittelte Wandtemperatur bedeuten, sondern eine größere Differenz zwischen lokaler und azimuthal gemittelter Wandtemperatur und somit eine größere Inhomogenität der Temperaturverteilung. Für beide Rohrmaterialien nimmt diese Inhomogenität mit steigender Reynolds-Zahl zu, wobei der Effekt für das Kupferrohr bei gleichen Reynolds- und Prandtl-Zahlen im Vergleich zum Messrohr aus Nickel ausgeprägter ist. Mit steigender Reynolds-Zahl und damit steigendem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten bzw. kleiner werdendem radialen Transportwiderstand nimmt diese Differenz zu, da der Einfluss der azimuthalen Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand geringer wird. Die azimuthale Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand verursacht eine Homogenisierung der Temperatur in der Rohrwand. Somit steigt mit steigendem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten das Verhältnis von azimuthalem Leitungswiderstand in der Rohrwand, relativ zum konvektiven Widerstand, an. Aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit der verwendeten Kupferlegierung ist dieser Effekt bei den Daten für das Messrohr aus Kupfer besonders deutlich. Wie schon bei den Temperaturverläufen für die Randbedingung HO in Abbildung 4.9 ist auch für die azimuthal inhomogene Beheizung kein nennenswerter Einfluss der Wärmestromdichte auf θ erkennbar. Hingegen zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit von θ von der Reynolds-Zahl. Um dies detaillierter zu analysieren, sind in Abbildung 4.14 die Extremwerte θ_{\max} und θ_{\min} an den Stellen des maximalen und minimalen Wärmestroms als Funktion der Reynolds-Zahl für IHCO und IHCU und unterschiedlichen Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen aufgetragen.

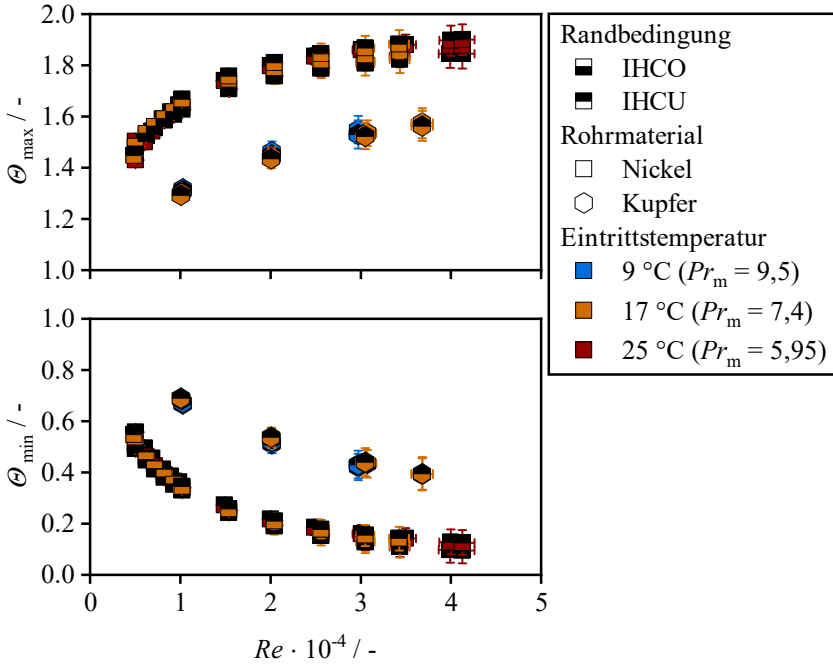


Abbildung 4.14: Verlauf der maximalen und minimalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{\max} und θ_{\min} als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO und IHCU und unterschiedliche Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen ($\dot{q}_{w,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Verlauf der Datenpunkte in Abbildung 4.14 zeigt für θ_{\max} einen stetigen Anstieg mit steigender Reynolds-Zahl bzw. für θ_{\min} einen stetigen Abfall. Die Eintrittstemperatur in die Messstrecke und damit die Prandtl-Zahl hat keinen nennenswerten Einfluss auf θ_{\max} und θ_{\min} . Die geringere Inhomogenität der Wandtemperaturverteilung für die Datenpunkte, welche mit dem Messrohr aus Kupfer bestimmt wurden, die in Abbildung 4.13 zu erkennen war, wird auch in Abbildung 4.14 deutlich. Eine höhere Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand führt bei identischer Reynolds- und Prandtl-Zahl und konsequenterweise identischem konvektivem Wärmeübergangskoeffizienten zu einer homogeneren Temperaturverteilung in der Rohrwand und dementsprechend geringeren Werten für θ_{\max} bzw. höheren Werten für θ_{\min} . Der Unterschied der Extremwerte für θ für die

beiden azimuthalen Verteilungen der Wärmestromdichte, IHCO und IHCU, ist gering. Der Verlauf der Daten zeigt, dass mit steigender Reynolds-Zahl der Anstieg bzw. die Abnahme je nach Randbedingung von θ_{\max} bzw. θ_{\min} immer kleiner wird. Dieses Verhalten lässt sich durch den limitierenden thermischen Transportwiderstand erklären. Sofern der Wärmeübergangswiderstand durch Steigern der Reynolds-Zahl sinkt, resultiert die Inhomogenität des Temperaturfeldes nur aus der inhomogenen Aufprägung des Wärmestroms. Eine Reduktion der Inhomogenität durch azimuthale Wärmeleitung wäre dann nicht mehr zu beobachten. Wenn Daten des Nickel- und Kupferrohres verglichen werden, wird ersichtlich, dass dieser Effekt für das Kupferrohr erst bei wesentlich höheren Reynolds-Zahlen erreicht wird. Der geringe Wärmeleitungswiderstand führt dazu, dass das Temperaturfeld noch bis zu deutlich größeren konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten durch azimuthale Wärmeleitung homogenisiert wird. Um die Abweichungen zwischen beiden Randbedingungen detaillierter zu analysieren, wird das Verhältnis der Maximalwerte für die entdimensionierte lokale Wandtemperatur für IHCO und IHCU $\theta_{\max, \text{IHCO}} / \theta_{\max, \text{IHCU}}$ bei identischer Wärmestromdichte und Eintrittstemperatur bzw. Prandtl-Zahl als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m in Abbildung 4.15 dargestellt, wobei Re_m der Mittelwert der Reynolds-Zahlen für $\theta_{\max, \text{IHCO}}$ und $\theta_{\max, \text{IHCU}}$ ist.

Die Daten in Abbildung 4.15 zeigen für $Re > 10^4$, dass die Orientierung des zugeführten Wärmestroms, d.h. ob die obere oder untere Rohrhälfte beheizt wird, keinen Einfluss auf θ_{\max} hat. Für das Nickelrohr sind die Werte für θ_{\max} für IHCU für diese Reynolds-Zahlen systematisch größer als für IHCO, auch wenn die Abweichung geringer als 5 % ist. Diese Abweichung lässt sich dadurch erklären, dass das Thermoelement, welches an der azimuthalen Position $\phi = 270^\circ$ angebracht ist im Vergleich zum Thermoelement an der Position $\phi = 90^\circ$ immer eine leicht höhere Temperatur misst. Bereits für HO war dies zu erkennen (vgl. Abbildung 4.3 und Abbildung 4.9). Für das Kupferrohr ist dies nicht zu erkennen, was ebenfalls dafür spricht, dass diese Abweichung auf das Messrohr aus Nickel bzw. die Positionierung der Thermoelemente zurückzuführen ist und nicht auf die sonstigen Komponenten der Messstrecke.

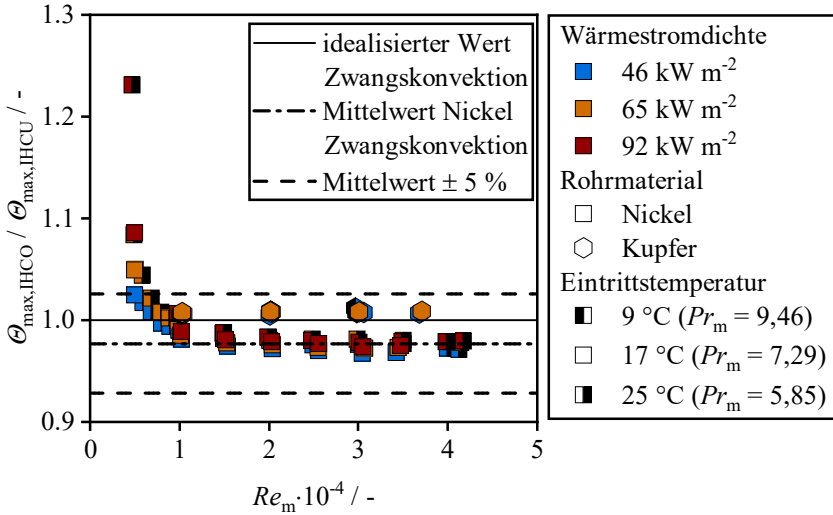


Abbildung 4.15: Verlauf des Verhältnisses von maximaler entdimensionierter lokaler Wandtemperatur für IHCO und IHCU $\theta_{\max, \text{IHCO}} / \theta_{\max, \text{IHCU}}$ als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Alle Datenpunkte für das Kupferrohr liegen nah am idealisierten Wert von $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}} = 1$ für dominierende Zwangskonvektion. Somit sind in diesem Bereich die maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperaturen für IHCO und IHCU identisch und die Orientierung des zugeführten Wärmestroms hat keinen Einfluss auf die azimuthale Temperaturverteilung. Die bereits diskutierte systematische Abweichung im Fall des Nickelrohres führt für $Re > 10^4$ zu einem etwas kleineren Mittelwert, berechnet aus allen Datenpunkten für das Nickelrohr mit $Re > 10^4$ von $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}} = 0,98$. Für die Datenpunkte für $Re < 10^4$ hingegen steigt das Verhältnis $\theta_{\max, \text{IHCO}} / \theta_{\max, \text{IHCU}}$ für sinkende Reynolds-Zahlen stetig an. Ebenso ist eine deutliche Abhängigkeit von der Wärmestromdichte erkennbar. Dieser Anstieg kann durch Auftriebsströmungen erklärt werden, die infolge der durch die halbumbfängliche Beheizung auftretende Temperaturschichtung in der Strömung entstehen und der Hauptströmung überlagert sind. Eine

schematische Darstellung dieser Auftriebsströmungen für den Fall IHCU ist in Abbildung 4.16 dargestellt.

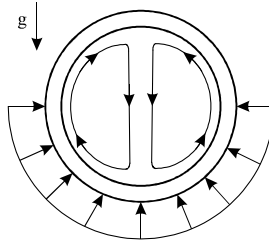


Abbildung 4.16: Schematische Darstellung von Auftriebsströmungen bei einer halbumfänglichen Beheizung über die untere Rohrhälfte entgegen der Schwerkraft und horizontaler Strömung.

Diese Auftriebsströmung bewirkt eine Homogenisierung der Temperaturverteilung der Rohrwand bei IHCU. Hierdurch wird ein Wärmestrom in der Strömung von der beheizten zur unbeheizten Rohrwandhälfte zusätzlich zum Wärmestrom durch azimutale Wärmeleitung in der Rohrwand übertragen. Die Folge ist eine Verringerung von θ für IHCU, weshalb das Verhältnis $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}}$ stark ansteigt. Die Stärke der Auftriebsströmung ist dabei direkt proportional zur zugeführten Wärmestromdichte, da sich mit höherer Wärmestromdichte die Dichteunterschiede erhöhen. Schmidt und Sparrow (1978) beobachteten bei ihren experimentellen Untersuchungen mit halbumfänglich beheizten turbulenten Wasserrohrströmungen ähnliche Effekte und entwickelten ein Kriterium in Form einer Regimekarte für das Einsetzen mischkonvektiver Effekte für IHCU. Dabei wurden Experimente mit IHCO und IHCU durchgeführt und die über die beheizte Rohrhälfte gemittelten Nusselt-Zahlen beider Randbedingungen verglichen. Als Kriterium wurde eine Abweichung der Nusselt-Zahlen für IHCO und IHCU von 5 % gewählt. Als dimensionslose Kennzahl, welche charakteristisch für die Stärke von, durch Dichteunterschiede getriebenen, Auftriebströmungen ist, wählten Schmidt und Sparrow (1978) die Rayleigh-Zahl, die über die azimutal gemittelte Wärmestromdichte auf der beheizten Rohrhälfte $\langle \dot{q}_{W,i, \text{beh}} \rangle$ entsprechend Gleichung (4.2) gebildet wird:

$$Ra_q = \frac{g \cdot \beta_f \cdot \langle \dot{q}_{W,i,beh} \rangle \cdot r_1^4 \cdot \rho_f}{\lambda_f \cdot \eta_f \cdot \kappa} \quad (4.2)$$

In dieser Arbeit wird anstelle der Nusselt-Zahlen die maximale entdimensionierte lokale Wandtemperatur für die Bewertung mischkonvektiver Effekte genutzt. Als Kriterium wird jedoch dieselbe Abweichung für $\theta_{\max,IHCO}$ und $\theta_{\max,IHCU}$ von 5 % verwendet. Da Schmidt und Sparrow (1978) lediglich eine graphische Regimekarte und keinen funktionellen Zusammenhang zwischen der Rayleigh- und Reynolds-Zahl publiziert haben, wurde diese Regimekarte graphisch ausgewertet. In Abbildung 4.17 sind die gemittelten Rayleigh-Zahlen $Ra_{q,m}$ als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m aller Datenpunkte aus Abbildung 4.15 eingezeichnet für die gilt $\frac{\theta_{\max,IHCO}}{\theta_{\max,IHCU}} > 1,03$ (5 % Abweichung mit Berücksichtigung der systematischen Abweichung zwischen IHCO und IHCU), wobei $Ra_{q,m}$ und Re_m die Mittelwerte der Rayleigh- und Reynolds-Zahlen für $\theta_{\max,IHCO}$ und $\theta_{\max,IHCU}$ sind. Die Regimegrenze aus der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) ist ebenfalls eingezeichnet.

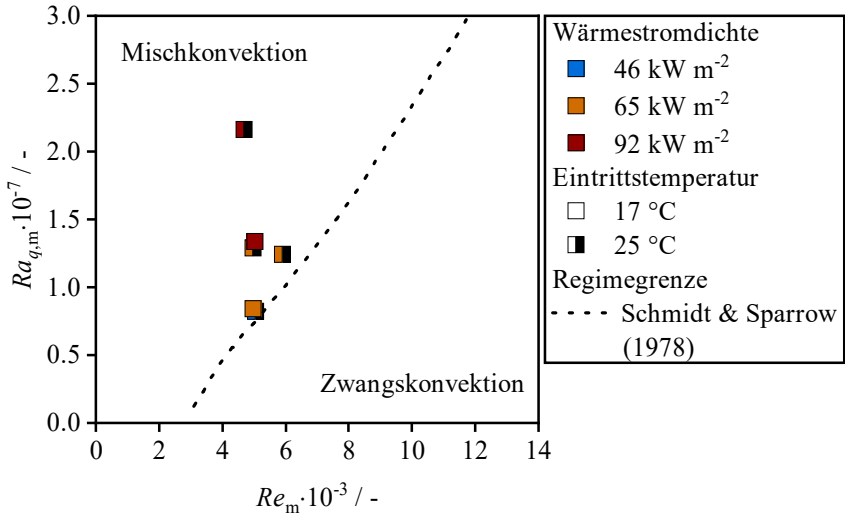


Abbildung 4.17: Gemittelte Rayleigh-Zahl $Ra_{q,m}$ als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m der Datenpunkte aus Abbildung 4.15 für die gilt $\frac{\theta_{\max,IHCO}}{\theta_{\max,IHCU}} > 1,03$ für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Eintrittstemperaturen und die Regimegrenze basierend auf (Schmidt und Sparrow 1978).

Lediglich für sechs Datenpunkte in Abbildung 4.15 wird das Kriterium von $\frac{\theta_{\max,IHCO}}{\theta_{\max,IHCU}} > 1,03$ erreicht. Alle diese Datenpunkte wurden mit dem Nickelrohr bestimmt. Dennoch zeigt Abbildung 4.17, dass alle diese Datenpunkte im Bereich der Mischkonvektion nach der Regimegrenze liegen und das Kriterium nach Schmidt und Sparrow (1978) verifizieren.

Als letzter Punkt werden die lokalen Nusselt-Zahlen am Punkt der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $Nu_{\text{lok},\theta_{\max}}$ untersucht. Diese werden normiert über die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re in Abbildung 4.18 dargestellt, wobei die Daten für IHCO und IHCU in separate Diagramme aufgeteilt werden.

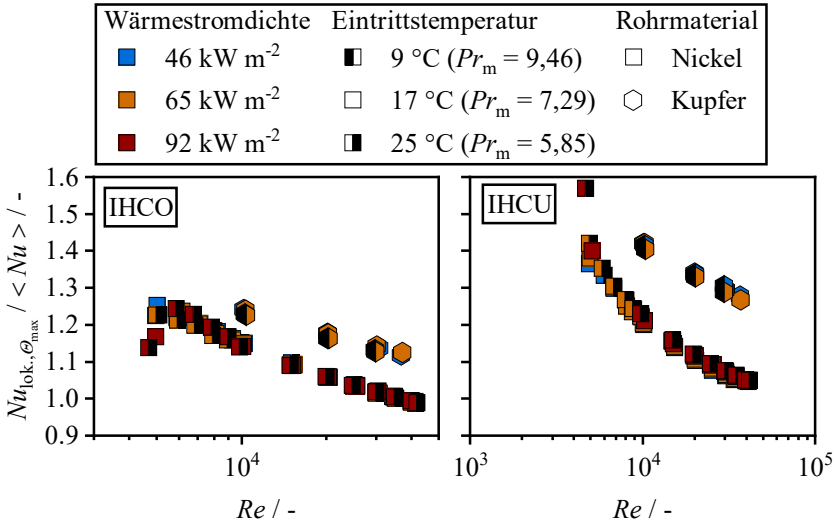


Abbildung 4.18: Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position des maximalen Wärmestroms $Nu_{lok,\theta_{max}}$ zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen.

Die Daten zeigen einen Anstieg des Verhältnisses von lokaler Nusselt-Zahl am Punkt der maximalen Wandtemperatur zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl mit sinkender Reynolds-Zahl. Für IHCU ist dieses Verhalten ausgeprägter und kann mit der bei geringen Reynolds-Zahlen einsetzenden Auftriebsströmung erklärt werden (siehe Abbildung 4.15), die zu einer Erhöhung der lokalen Nusselt-Zahl führt. Für IHCO hingegen steht der Verlauf der Daten im Widerspruch zu den Ergebnissen von Schmidt und Sparrow (1978) und Straub et al. (2019b), die für eine turbulente Strömung von Wasser bzw. Luft für die Verteilung IHCO (bzw. bei Simulationsdaten ohne Berücksichtigung der Schwerkraft) eine lokale Nusselt-Zahl angeben, welche kleiner ist als die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl. Da Abbildung 4.12 zeigt, dass sowohl für IHCO als auch für IHCU die umfangsgemittelte Nusselt-Zahl auch bei geringen Reynolds-Zahlen sehr gut mit der Korrelation von Gnielinski übereinstimmt, muss dieses Verhalten von der lokalen Bestimmung der Nusselt-Zahl herrühren. Ein Erklärungsansatz wäre, dass bei geringen Reynolds-Zahlen und entsprechend ge-

ringen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und entsprechend hohem Anteil azimuthaler Wärmeleitung in der Rohrwand der lokale Wärmestrom im Segment mit maximaler Temperaturdifferenz durch die Lösung der Wärmeleitungsgleichung (siehe Abschnitte 3.4 und B.4.3) überschätzt wird. Eine abschließende Erklärung war im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht möglich und sollte in zukünftigen Arbeiten erneut untersucht werden. Dies kann durch eine Erhöhung des Wärmeleitwiderstandes und somit Verringerung azimuthaler Wärmeleitung in der Rohrwand geschehen. Hierzu könnte entweder die Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand oder die Wandstärke verringert und die oben aufgestellte Erklärungshypothese überprüft werden.

4.2.2 Experimente für GaInSn

Analog zum Vorgehen mit Wasser als Wärmeträgerfluid wird in diesem Kapitel der Einfluss der halbumfänglichen Beheizung mit den Fällen IHCO und IHCU auf den Wärmeübergang und die Temperaturverteilung an der Rohrinnenwand für GaInSn untersucht. In Abbildung 4.19 ist der Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU dargestellt. Als Parameter wird die nominelle Wärmestromdichte auf der jeweiligen Rohrhälfte variiert, was über die Farbgebung in der Legende von Abbildung 4.19 verdeutlicht wird, wobei die schwarze Farbe die unbeheizte Rohrhälfte zeigt. Zusätzlich zu den experimentell bestimmten Datenpunkten ist die Korrelation nach Laube et al. (2024) (Gleichung (4.1)) mit einem Abweichungsband von $\pm 20\%$ dargestellt.

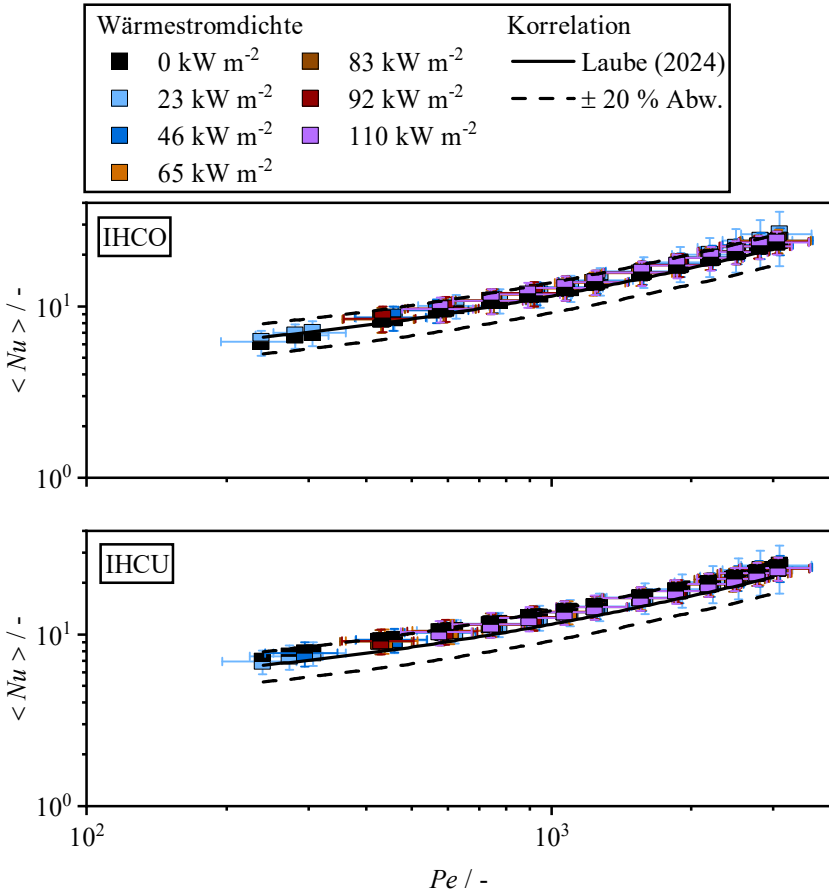


Abbildung 4.19: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,\text{ein}} = 25\text{ °C}$); Datenpunkte sind aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Wie schon für den Fall HO ist für beide halbumbfänglich beheizten Fälle über den gesamten Bereich an untersuchten Péclet-Zahlen kein Einfluss der Wärmestromdichte auf die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl ersichtlich. Mit Ausnahme eines Datenpunktes liegen alle weiteren innerhalb des Abweichungsbandes von $\pm 20\%$ zur Korrelation nach Laube et al. (2024), wobei für beide Randbedingungen die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl trendweise höhere Werte

aufweist als mit der Korrelation berechnet. Erneut kann der Vergleich zur Arbeit von Straub et al. (2019a) gezogen werden. Die Simulationsdaten von Straub et al. (2019a) für eine turbulente Flüssigmetallströmung ($Pr = 0,025$) mit zu den experimentellen Daten dieser Arbeit vergleichbarer azimuthaler Verteilung der Wärmestromdichte weisen ebenfalls höhere azimuthal gemittelte Nusselt-Zahlen als der homogen beheizte Fall auf. Diese Abweichung ist in den Daten von Straub et al. (2019a) zudem ausgeprägter als in den Ergebnissen einer turbulenten Luftströmung ($Pr = 0,71$) und identischer Reynolds-Zahl.

Die Abweichung der Datenpunkte für die halbumfänglich beheizten Fälle IHCO und IHCU werden in Paritätsdiagrammen in Abbildung 4.20 mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) verglichen.

Für beide Verteilungen der Wärmestromdichte nähern sich die Datenpunkte für sinkende Nusselt-Zahlen und dementsprechend sinkende Péclet-Zahlen der Korrelation nach Laube et al. (2024) an. Für IHCO und eine nominelle Wärmestromdichte von $\dot{q}_{W,i} = 23 \text{ kW m}^{-2}$ weichen die experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen stärker von der Korrelation nach Laube et al. (2024) und den Datenpunkten mit höherer Wärmestromdichte ab. Die Datenpunkte für IHCU mit derselben Wärmestromdichte zeigen dieses Verhalten jedoch nicht, weshalb diese Datenpunkte als Ausreißer zu betrachten sind. Diese Abweichung erklärt auch den hohen Wert des APE für IHCO von $APE_{IHCO} = 20,4 \%$ im Vergleich zu dem für IHCU $APE_{IHCU} = 12,88 \%$. Die Werte des MAPE von $MAPE_{IHCO} = 8,35 \%$ und $MAPE_{IHCU} = 12,54 \%$ zeigen jedoch, dass die Korrelation nach Laube et al. (2024) auch geeignet ist, die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl für den Fall einer halbumfänglich beheizten Rohrströmung für Péclet-Zahlen im Bereich $2,4 \cdot 10^2 < Pe < 3 \cdot 10^3$ mit ausreichender Genauigkeit zu berechnen.

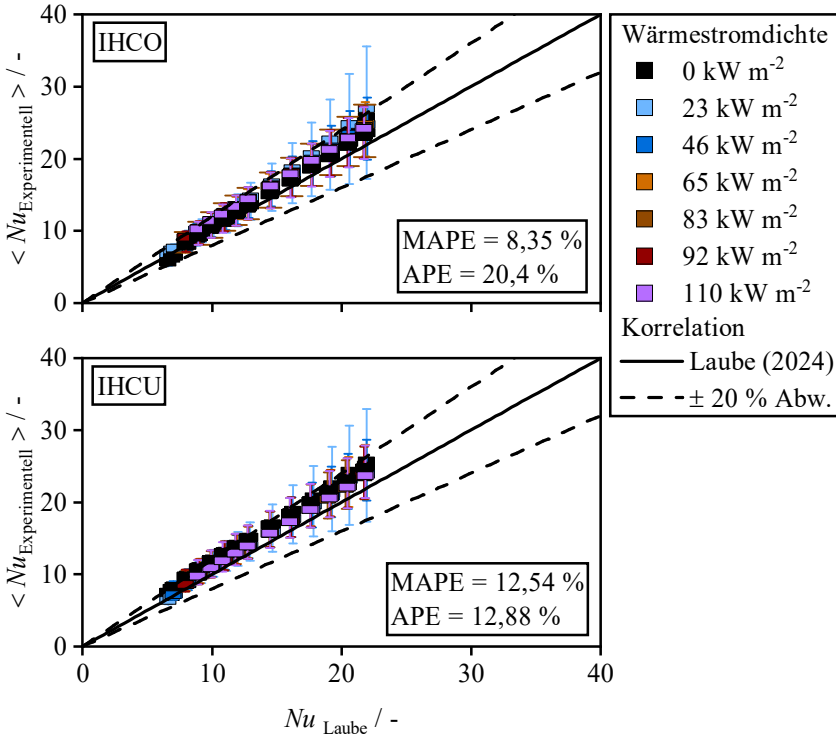


Abbildung 4.20: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen ($Nu_{\text{Experimentell}}$) mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) Nu_{Laube} für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,\text{ein}} = 25\text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Um dennoch eine Korrelation zur Bestimmung der Nusselt-Zahl für eine halbumbfängliche Beheizung bereitzustellen, welche eine bessere Übereinstimmung der experimentellen Daten für diese Verteilung der Wärmestromdichte erreicht, wird Gleichung (2.13) für die experimentellen Daten für IHCO angepasst. Es werden nur die Datenpunkte für IHCO verwendet, um ausschließlich dominierende Zangskonvektion zu berücksichtigen. Wie schon bei der Korrelation für HO wird der Koeffizient $a = 4,364$ festgesetzt. Der Exponent d , welcher die gesonderte Abhängigkeit der Nusselt-Zahl von der Prandtl-Zahl beschreibt, wird

ebenfalls wie für HO zu 0 gesetzt. Die restlichen Koeffizienten wurden so gewählt, dass sie die experimentellen Datenpunkte dieser Arbeit am besten widerspiegeln zu $b = 0,0297$ und $c = 0,808$. Die resultierende Korrelation für IHCO lautet dementsprechend:

$$Nu = 4,364 + 0,0297 \cdot Pe^{0,808} \quad (4.3)$$

Der Vergleich von Gleichung (4.3) zu Gleichung (4.1) zeigt, dass sich der Exponent c der Péclet-Zahl nur geringfügig geändert hat und sich der Koeffizient b der Péclet-Zahl erhöht hat. Gleichung (4.3) gibt die experimentellen Daten für IHCO mit einem $MAPE_{IHCO} = 1,33 \%$ und einem $APE_{IHCO} = 9,83 \%$ wieder.

Die entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ ist für unterschiedliche Reynolds-Zahlen und nominelle Wärmestromdichten in Abbildung 4.21 für IHCO und IHCU dargestellt. Für einen besseren Vergleich zu den Ergebnissen für Wasser in Abbildung 4.13 wird anstatt der Péclet-Zahl die Reynolds-Zahl verwendet. Die Temperaturverläufe für IHCO und IHCU bei einer Reynolds-Zahl sind jeweils in einem Diagramm aufgetragen, wobei für IHCO die maximale Temperatur bei einer azimuthalen Position von $\phi = 90^\circ$ und für IHCU bei $\phi = 270^\circ$ erreicht wird.

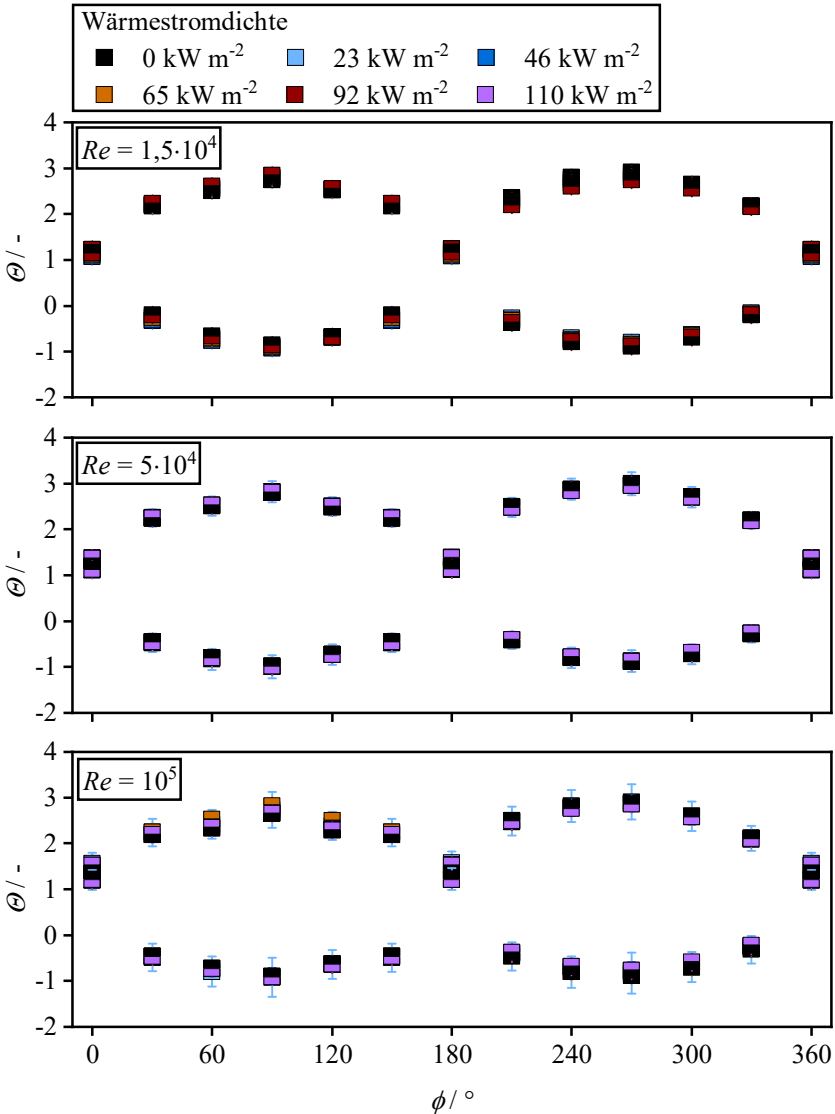


Abbildung 4.21: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f,ein} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Temperaturverläufe zeigen, wie schon bei den Ergebnissen für Wasser, einen sinusförmigen Verlauf und sind für IHCO und IHCU symmetrisch. Ein nennenswerter Einfluss der Wärmestromdichte ist nicht zu erkennen. Die Werte der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur für GaInSn sind im Vergleich zu jenen für Wasser und vergleichbarer Reynolds-Zahl auf der beheizten Rohrhälfte erheblich höher bzw. auf der unbeheizten Rohrhälfte erheblich geringer. Somit liegt für GaInSn eine stärkere Inhomogenität der Wandtemperaturverteilung bei selbem Turbulenzgrad der Strömung vor. Dies wirkt zunächst kontraintuitiv, da turbulente Flüssigmetallströmungen bei identischer Reynolds-Zahl höhere konvektive Wärmeübergangskoeffizienten aufweisen, als eine turbulente Wasserströmung. Flesch (2021) schlussfolgert auf Basis einer theoretischen Herleitung, dass für Flüssigmetallrohrströmungen mit halbumfänglicher Beheizung die Fluidtemperatur nahe der unbeheizten Rohrwand erheblich geringer sein muss als die massengemittelte Temperatur der Strömung, um die im Vergleich zu Fluiden höherer Prandtl-Zahl ausgeprägtere thermische Grenzschicht zu kompensieren. Darauf aufbauend folgert Flesch (2021), dass die Temperatur an der Rohrinnenwand auf der beheizten Rohrhälfte erheblich größer sein muss. Andernfalls ist der Umstand, dass die azimuthal gemittelte Wandtemperatur und entsprechend die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl für halbumfänglich beheizte Flüssigmetallströmungen identisch zum vollumfänglich beheizten Fall ist (Flesch et al. 2015; Melnikov et al. 2013), nicht zu erklären. Die beiden Folgerungen von Flesch (2021) bezüglich der lokalen Wandtemperaturen auf der beheizten und unbeheizten Rohrhälfte lassen sich anhand der experimentell bestimmten Temperaturverläufe in Abbildung 4.13 für Wasser und in Abbildung 4.21 für GaInSn verifizieren.

Entgegen des Verhaltens für Wasser nehmen die Werte der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur mit steigender Reynolds-Zahl ab. Dieses Verhalten kann nicht nur durch eine Verringerung des azimuthalen thermischen Wärmeleitwiderstands in der Rohrwand erklärt werden. Dies lässt sich anhand der Änderung der Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand zweier Datenpunkte aus Abbildung 4.21 zeigen. Die Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand wird mit Gleichung (B.12) bei der azimuthal gemittelten Innentemperatur der Rohrwand $\langle T_{W,i} \rangle$ bestimmt. Die Zahlenwerte sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

Tabelle 4.3: Vergleich der Änderung der Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand λ_W und der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{\max} für zwei Datenpunkte mit identischer nomineller Wärmestromdichte $\dot{q}_{W,i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$ und unterschiedlicher Reynolds-Zahl Re .

$Re / -$	$\langle T_{W,i} \rangle / \text{K}$	$\lambda_W / \text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\theta_{\max} / -$
$1,5 \cdot 10^4$	319,97	73,85	2,85
10^5	302,51	74,99	2,65

Aus Tabelle 4.3 wird ersichtlich, dass sich die Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand zwar erhöht, da die Rohrwandtemperatur mit steigender Reynolds-Zahl und identischer Wärmestromdichte sinkt. Jedoch beträgt diese Erhöhung lediglich ca. $\Delta\lambda_W = 1,5 \%$. Die maximale entdimensionierte lokale Wandtemperatur sinkt jedoch mit steigender Reynolds-Zahl um ca. $\Delta\theta_{\max} = 7,6 \%$.

Stattdessen führt eine Erhöhung der Reynolds-Zahl zu einem verstärktem turbulenten Wärmetransport. Ein Erklärungsansatz für dieses Verhalten wäre wie folgt: Die turbulenten Wirbel können sich nahe der Rohrwand aufgrund der dämpfenden Funktion der Wand stärker in azimuthale Richtung ausbreiten. Hierdurch wird Wärme im Fluid vom beheizten zum unbeheizten Teil der Rohrwand transportiert, was eine Homogenisierung der Rohrwandtemperatur zur Folge hat.

Der Verlauf der maximalen und minimalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{\max} bzw. θ_{\min} als Funktion der Péclet-Zahl Pe ist in Abbildung 4.22 für IHCO und IHCU und eine Variation der nominellen Wärmestromdichte dargestellt. Die Orientierung des zugeführten Wärmestroms ist über die Legende angedeutet, wobei die schwarze Farbe die jeweils unbeheizte Rohrhälfte symbolisiert.

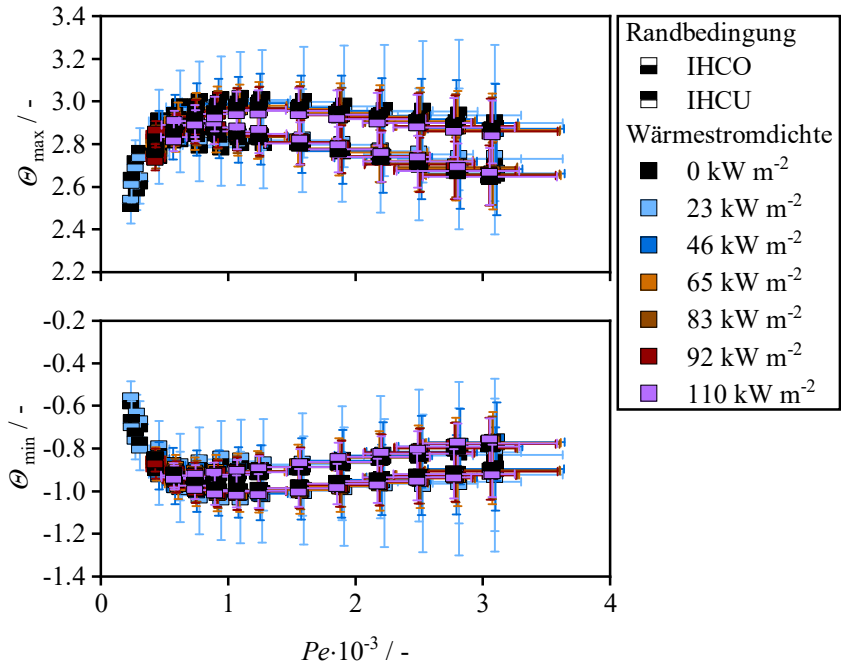


Abbildung 4.22: Verlauf der maximalen und minimalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{\max} und θ_{\min} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,\text{ein}} = 25^\circ\text{C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Verläufe von θ_{\max} und θ_{\min} sind symmetrisch um eine gedachte Spiegelachse bei $\theta = 1$, entsprechend sind alle folgenden Schlussfolgerungen für θ_{\max} auf θ_{\min} übertragbar. Wie schon bei den Ergebnissen für Wasser in Abbildung 4.14 ist ein systematischer Versatz der Werte der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur zu erkennen mit höheren Werten bei IHCU im Vergleich zu IHCO für θ_{\max} , welcher durch die Temperaturmessung an den Positionen $\phi = 90^\circ$ bzw. $\phi = 270^\circ$ erklärt werden kann. Dieser Versatz ist bei den Daten für GaInSn ausgeprägter im Vergleich zu jenen für Wasser. Dennoch liegen die Werte noch immer im Überdeckungsbereich der Unsicherheitsintervalle von θ . Für geringe Péclet-Zahlen steigt die maximale entdimensionierte lokale Wandtemperatur und somit die Inhomogenität der Wandtemperaturverteilung

mit steigender Péclet-Zahl an, bis ein Maximum erreicht wird. In diesem Bereich führt eine Steigerung der Péclet-Zahl zu einem Absinken des konvektiven thermischen Widerstands im Vergleich zum azimuthalen thermischen Wärmeleitwiderstand in der Rohrwand, was eine höhere Inhomogenität der Temperaturverteilung zur Folge hat. Bei einer weiteren Erhöhung der Péclet-Zahl kommt es zu einem Absinken von θ_{\max} und einer Homogenisierung der Temperaturverteilung durch den bereits angesprochenen zusätzlichen Wärmetransportpfad innerhalb der fluiden Phase, der bei einem erhöhten Turbulenzgrad in der Strömung an Bedeutung gewinnt.

Die Auftragung des Verhältnisses der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur in Abbildung 4.23 für IHCO und IHCU $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}}$ als Funktion der mittleren Péclet-Zahl Pe_m , berechnet aus den Péclet-Zahlen für IHCO und IHCU, lässt Rückschlüsse auf den Einfluss der Orientierung des zugeführten Wärmestroms auf die Temperaturverteilung zu.

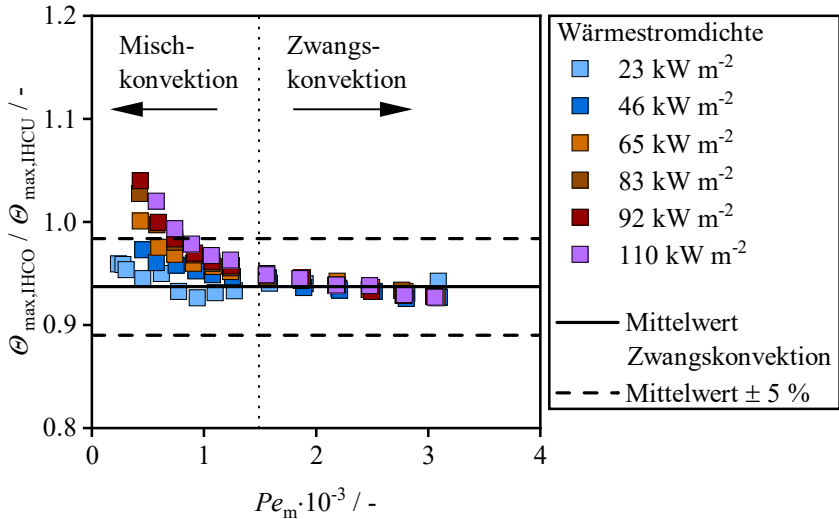


Abbildung 4.23: Verlauf des Verhältnisses von maximaler entdimensionierter lokaler Wandtemperatur für IHCO und IHCU $\theta_{\max, \text{IHCO}} / \theta_{\max, \text{IHCU}}$ als Funktion der gemittelten Péclet-Zahl Pe_m für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Verlauf der Datenpunkte zeigt, dass für $Pe_m > 1,5 \cdot 10^3$ kein Einfluss der nominellen Wärmestromdichte erkennbar ist. Das Verhältnis von $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}}$ nimmt einen näherungsweise konstanten Wert an. Zur Veranschaulichung ist der Mittelwert aller Datenpunkte für $Pe_m > 1,5 \cdot 10^3$ in Abbildung 4.23 mit $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}} = 0,94$ eingezeichnet. Die systematische Abweichung der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur für IHCO und IHCU wurde bereits diskutiert und erklärt auch an dieser Stelle die Abweichung von einem idealen Mittelwert von $\frac{\theta_{\max, \text{IHCO}}}{\theta_{\max, \text{IHCU}}} = 1$, wie schon bei den Ergebnissen für Wasser in Abbildung 4.15. Da die maximale entdimensionierte lokale Wandtemperatur in diesem Bereich unabhängig von der nominellen Wärmestromdichte und Orientierung des Wärmestroms ist, ist von dominierender Zwangskonvektion auszugehen. Für $Pe_m < 1,5 \cdot 10^3$ ist hingegen deutlich erkennbar, dass bei

sinkender Péclet-Zahl und steigender nomineller Wärmestromdichte das Verhältnis $\frac{\theta_{\max,\text{IHCO}}}{\theta_{\max,\text{IHCU}}}$ ansteigt. Aufgrund der geringen spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p des GaInSn konnte für die untersuchten Wärmestromdichten lediglich eine minimale Péclet-Zahl von $Pe_{\min} = 2,4 \cdot 10^2$ realisiert werden, da ansonsten die Austrittstemperatur des GaInSn den aus Korrosionsgründen begrenzenden Temperaturwert von $T_{f,\max} = 50 \text{ °C}$ überschritten hätte. Diese Péclet-Zahl entspricht einer Reynolds-Zahl von $Re_{\min} = 8 \cdot 10^3$. Für noch kleinere Péclet- bzw. Reynolds-Zahlen ist von einem noch ausgeprägteren Anstieg auszugehen. Mit sinkender Péclet-Zahl und steigender Wärmestromdichte nimmt die Bedeutung von Auftriebsströmungen im Vergleich zur druckgradientengetriebenen Zwangskonvektion zu. Wie schon bei den Experimenten mit Wasser lässt sich hierdurch die stärkere Homogenisierung der Temperaturverteilung bei IHCU und somit ein Absinken von $\theta_{\max,\text{IHCU}}$ bei sinkender Péclet-Zahl erklären. Anhand der Daten in Abbildung 4.23 ist das Einsetzen von Mischkonvektion merklich bei $Pe_m < 1,2 \cdot 10^3$ zu erkennen. Analog zum Vorgehen bei den Experimenten mit Wasser wird die gemittelte Rayleigh-Zahl $Ra_{q,m}$ als Funktion der gemittelten Péclet-Zahl Pe_m in Abbildung 4.24 für alle Datenpunkte aus Abbildung 4.23 dargestellt, für welche das 5 % Kriterium gilt, wobei $Ra_{q,m}$ und Re_m die Mittelwerte der Rayleigh- und Reynolds-Zahlen für $\theta_{\max,\text{IHCO}}$ und $\theta_{\max,\text{IHCU}}$ sind. Für eine bessere Vergleichbarkeit der Daten für GaInSn und Wasser ist zusätzlich die gemittelte Rayleigh-Zahl $Ra_{q,m}$ als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m im unteren Teil von Abbildung 4.24 aufgetragen.

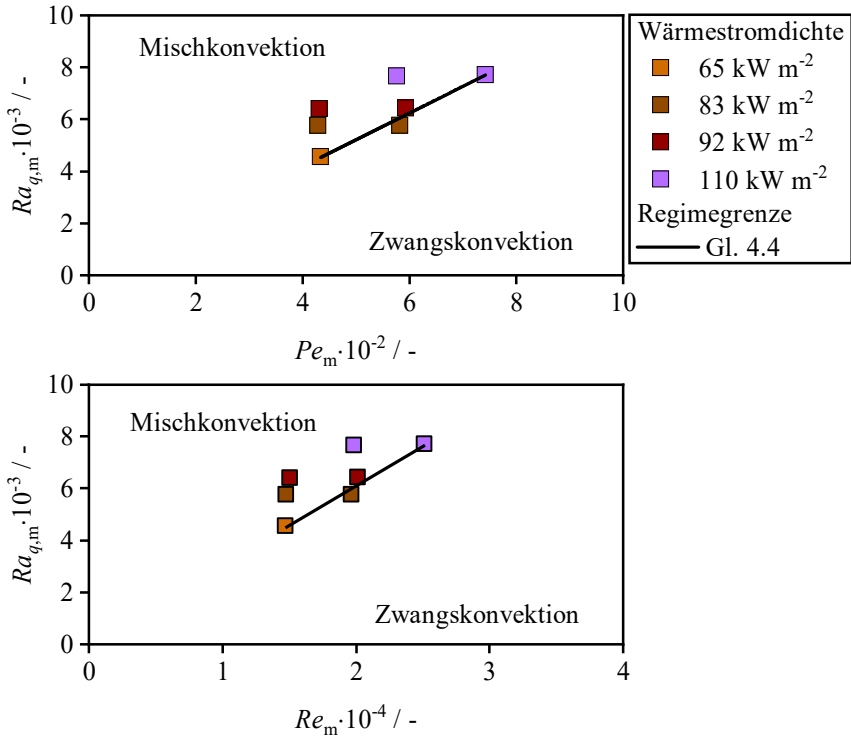


Abbildung 4.24: Gemittelte Rayleigh-Zahl $Ra_{q,m}$ als Funktion der gemittelten Péclet-Zahl Pe_m (oben) bzw. Reynolds-Zahl Re_m (unten) für alle Datenpunkte für die das 5 % Kriterium gilt für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,ein} = 25 \text{ °C}$).

Es ist deutlich zu erkennen, dass mit steigender Péclet- bzw. Reynolds-Zahl die für das Einsetzen von Mischkonvektion notwendige Rayleigh-Zahl ansteigt. Jedoch zeigt der Vergleich mit den Ergebnissen für Wasser, dass im Fall von GaInSn mischkonvektive Effekte bei erheblich geringeren Rayleigh-Zahlen trotz höherer Reynolds-Zahlen auftreten. Auf Basis der Datenpunkte, welche nahe des 5 % Kriteriums liegen, wird eine Regimegrenze für das Einsetzen von Mischkonvektion für IHCU entwickelt und in Form einer Geradenfunktion in Gleichung (4.4) korreliert:

$$Ra_{q,krit} = 10,268 \cdot Pe + 79,109 \quad (4.4)$$

Der Gültigkeitsbereich für Gleichung (4.4) ist mit $4,38 \cdot 10^2 < Pe < 7,41 \cdot 10^2$ gering und sollte zukünftig mit weiteren experimentellen Untersuchungen erweitert werden.

In Kapitel 2.1.2 wurde das Kriterium nach Buhr et al. (1968) vorgestellt, nach dem das Einsetzen von Mischkonvektion in turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen bestimmt werden kann. Dieses Kriterium wurde ausschließlich auf Basis experimenteller Daten für vollumfänglich beheizte Rohrströmungen entwickelt. In Tabelle 4.4 sind die mit dem Kriterium nach Buhr et al. (1968) berechneten Parameter Z (Gleichung (2.14)) der Datenpunkte an der in dieser Arbeit bestimmten Regimegrenze für IHCU zusammengefasst.

Tabelle 4.4: Berechnete Werte des Parameters Z für die Datenpunkte für IHCU an der Regimegrenze in Abbildung 4.24.

$Re / -$	$Pr / -$	$Pe / -$	$Ra / -$	$Z / -$
14895	0,029	438	4647	$1,9 \cdot 10^{-4}$
19571	0,03	579	5892	$1,4 \cdot 10^{-4}$
20109	0,029	591	6559	$1,5 \cdot 10^{-4}$
25087	0,03	741	7866	$1,2 \cdot 10^{-4}$

Die Übersicht der Werte des Parameters Z zeigt, dass die Werte aller Datenpunkte ungefähr eine Größenordnung kleiner sind, als das von Buhr et al. (1968) entwickelte Kriterium nachdem für $Z < 2 \cdot 10^{-3}$ keine mischkonvektiven Effekte auftreten sollten. Somit ist das Kriterium nach Buhr et al. (1968) nicht direkt auf horizontale Flüssigmetallrohrströmungen mit IHCU anwendbar.

Abschließend wird das Verhältnis der lokalen Nusselt-Zahl am Ort der maximalen Wandtemperatur $Nu_{\text{lok},\theta_{\text{max}}}$ zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe in Abbildung 4.25 präsentiert und diskutiert.

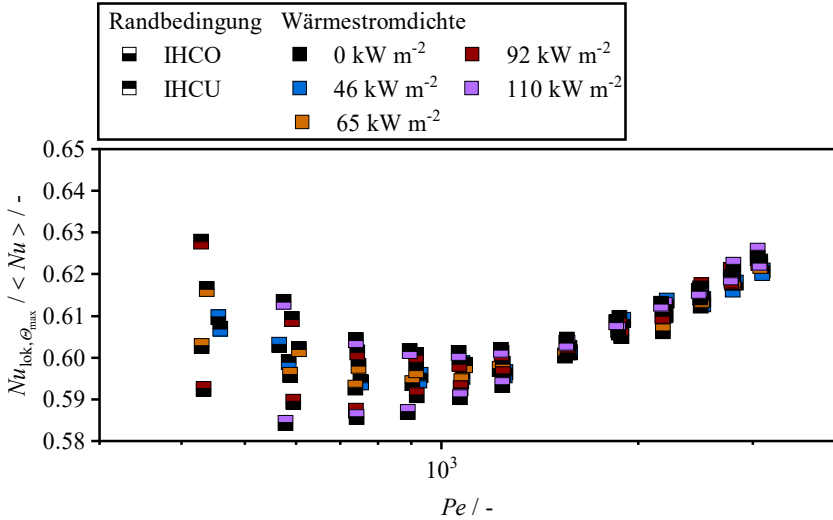


Abbildung 4.25: Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position der maximalen Wandtemperatur $Nu_{lok, \theta_{max}}$ zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{fein} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

Die Daten zeigen für Péclet-Zahlen $Pe > 1,5 \cdot 10^3$ keinen Unterschied zwischen IHCO und IHCU und steigen mit steigender Péclet-Zahl an. Für kleine Péclet-Zahlen ist eine Auffächerung der Daten zu erkennen. Der Anstieg des Verhältnisses von lokaler Nusselt-Zahl zu azimuthal gemittelter Nusselt-Zahl bei einer Steigerung der Péclet-Zahl wurde bereits von Straub et al. (2019a) gezeigt. Jedoch ist in der Arbeit von Straub et al. (2019a) kein erneuter Anstieg bei sehr geringen Werten der Péclet-Zahl erkennbar. Für IHCU lässt sich ein Anstieg der lokalen Nusselt-Zahl mit eintretenden Auftriebsströmungen erklären. Zudem ist in Abbildung 4.25 erkennbar, dass das Verhältnis aus lokaler und azimuthal gemittelter Nusselt-Zahl bei geringen Péclet-Zahlen für IHCU mit zunehmender nomineller Wärmestromdichte ansteigt. Für IHCO lässt sich der Anstieg des Verhältnisses von lokaler und azimuthal gemittelter Nusselt-Zahl jedoch nicht mit Auftriebsströmungen erklären, da der Wärmestrom entgegen der Auftriebskraft über die obere Rohrhälfte appliziert wird. Für eine detailliertere Analyse wird in Abbildung 4.26 das Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl $Nu_{lok, \theta_{max}}$ zur Nusselt-Zahl - berechnet mit der Korrelation von Laube et al. (2024) Nu_{Laube} - und in

Abbildung 4.27 das Verhältnis aus azimuthal gemittelter Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ und der mit der Korrelation von Laube et al. (2024) berechneten Nusselt-Zahl Nu_{Laube} als Funktion der Péclet Zahl Pe dargestellt.

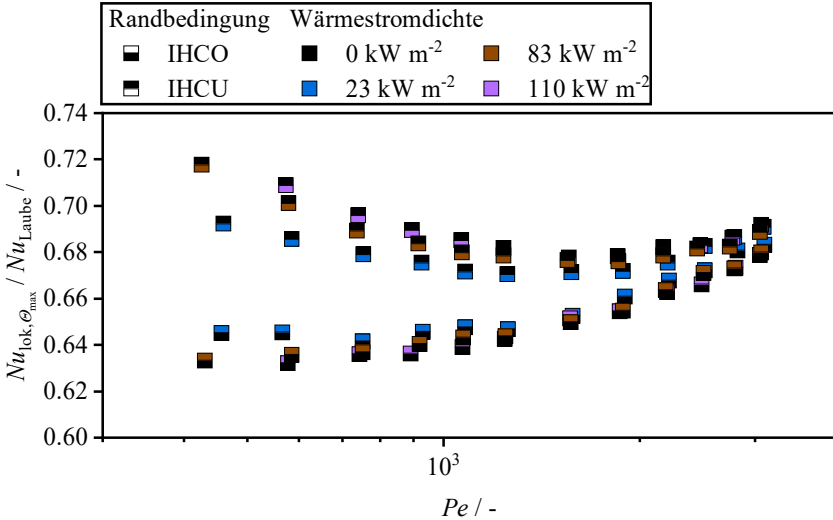


Abbildung 4.26: Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position der maximalen Wandtemperatur $Nu_{lok, \theta_{max}}$ zur mit der Korrelation von Laube et al. (2024) berechneten Nusselt-Zahl Nu_{Laube} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

In Abbildung 4.26 ist zu erkennen, dass das Verhältnis von lokaler und berechneter Nusselt-Zahl für IHCO mit sinkender Péclet-Zahl kontinuierlich abnimmt. Das Verhalten passt zu den Beobachtungen von Straub et al. (2019a) für eine halbumbfänglich beheizte turbulente Flüssigmetallströmung ohne überlagerte Auftriebsströmungen. Das Verhalten der Datenpunkte aus Abbildung 4.25 kann durch das Verhalten der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl in Abbildung 4.27 erklärt werden.

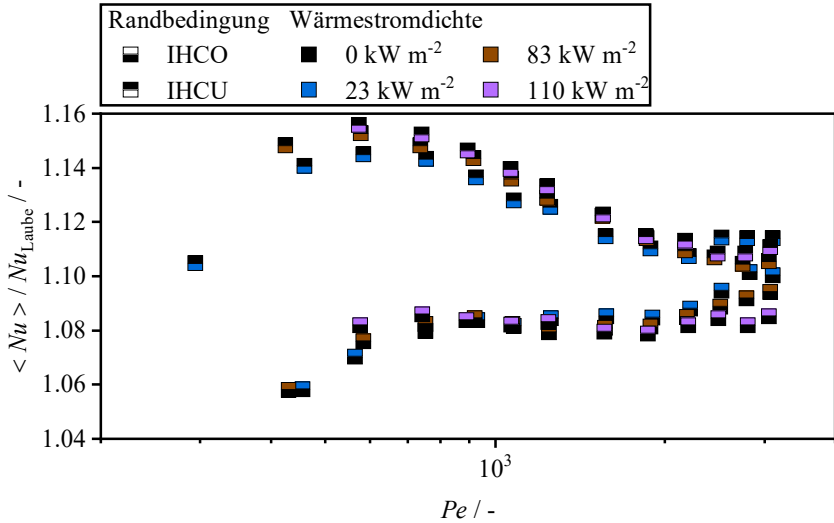


Abbildung 4.27: Verhältnis von azimutal gemittelter Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ zur mit der Korrelation von Laube et al. (2024) berechneten Nusselt-Zahl Nu_{Laube} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten.

Es ist deutlich zu erkennen, dass für IHCO ein abrupter Abfall der azimutal gemittelten Nusselt-Zahl für Werte von $Pe < 700$ eintritt, welcher für die Datenpunkte für HO, die zur Bestimmung der Nusselt-Korrelation von Laube et al. (2024) dienten, nicht vorhanden war. Dieser abrupte Abfall wäre dadurch zu erklären, dass der Strömungszustand im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung liegt. Die Druckverlustdaten in Abbildung C.5 zeigen ebenfalls ein abruptes Absinken des Reibungsbeiwertes für GaInSn für Reynolds-Zahlen $Re < 10^4$. Jedoch weist der Datenpunkt mit der minimalen Péclet-Zahl in Abbildung 4.27 eine Reynolds-Zahl von ca. $Re = 1,5 \cdot 10^4$ auf. Für diese Reynolds-Zahl sollte eine vollturbulente Strömung auftreten. Unter Berücksichtigung der großen Unsicherheiten der thermophysikalischen Stoffgrößen der GaInSn-Legierung sowie der Unsicherheit der Bestimmung des Massenstroms und des Umstands, dass die Reynolds-Zahl auf Basis der mittleren Fluidtemperatur in der Messstrecke berechnet wird, ist es dennoch vorstellbar, dass der Strömungszustand im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung liegt.

4.3 Wärmeübergang und Wandtemperaturverteilung bei vollumfänglicher inhomogener Beheizung

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse für die entdimensionierten konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und Temperaturverteilungen an der Rohrrinnenwand bei zwar vollumfänglicher Beheizung der Rohrwand mit jedoch einer inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte untersucht. Die Ergebnisse beschränken sich auf Experimente mit GaInSn, da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich experimentelle Datenpunkte mit der Flüssigmetalllegierung und dieser azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte bestimmt wurden.

Die inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte über den Umfang ist derart dargestellt, dass jeweils über den halben Umfang der Rohrwand die zugeführte Wärmestromdichte konstant ist und zwischen den Rohrhälften variiert. Über die Reihenfolge in der Nomenklatur wird die stärker beheizte Rohrhälfte verdeutlicht (siehe Abbildung 2.4 e) und f)). Die nominelle Wärmestromdichte auf der stärker beheizten Rohrhälfte wurde für alle Datenpunkte auf $\dot{q}_{W,i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$ eingestellt und auf der schwächer beheizten Rohrhälfte zwischen $\dot{q}_{W,i} = 23 \text{ kW m}^{-2}$ und $\dot{q}_{W,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$ variiert, wodurch ein Verhältnis der nominellen Wärmestromdichten zwischen beiden Rohrhälften von zwei bzw. vier resultiert. In Abbildung 4.25 sind die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $\langle Nu \rangle$ für IHCOU und IHCUO als Funktion der Péclet-Zahl Pe dargestellt. Zum Vergleich zu den experimentellen Ergebnissen mit der Randbedingung HO ist die Korrelation von Laube et al. (2024) mit einem Abweichungsband zur Korrelation von $\pm 20 \%$ eingezeichnet.

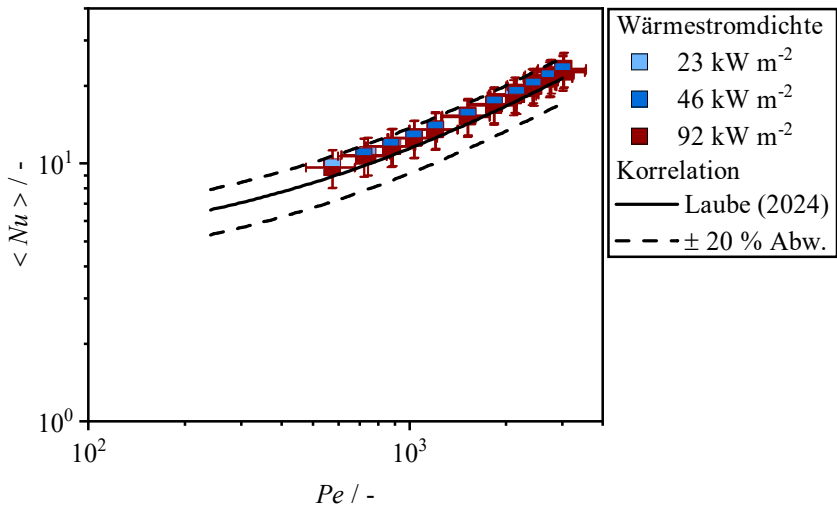


Abbildung 4.28: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl (Nu) als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCOU und IHCUO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ °C}$) und die Korrelation nach Laube et al. (2024).

Die Datenpunkte für IHCOU und IHCUO liegen über den gesamten Bereich an untersuchten Péclet-Zahlen oberhalb der Korrelation nach Laube et al. (2024), wenngleich die Abweichung gering ist. Es ist kein nennenswerter Einfluss der nominellen Wärmestromdichte auf der schwächer beheizten Rohrhälfte und somit einer variierenden Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte noch der Orientierung (IHCOU, IHCUO) ersichtlich. Vielmehr überdecken sich die Datenpunkte, da sie sich für beide Randbedingungen praktisch nicht unterscheiden. Die Datenpunkte folgen damit dem Trend aus Kapitel 4.2, dass die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte trendweise etwas höhere Werte aufweisen als die Datenpunkte mit HO und identischer Péclet-Zahl. Die Abweichung der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl für IHCOU und IHCUO zur Korrelation nach Laube et al. (2024) wird in Form eines Paritätsdiagramms in Abbildung 4.29 detaillierter analysiert. Zusätzlich sind Datenpunkte für IHCO und IHCU und einer nominellen Wärmestromdichte von $\dot{q}_{W,i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$ als Vergleichswerte eingezeichnet.

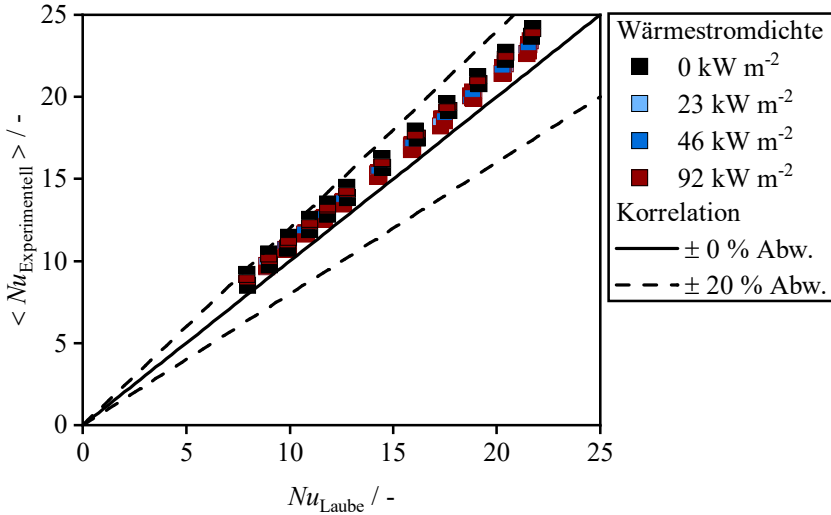


Abbildung 4.29: Vergleich der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl (Nu) als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCOU, IHCUO, IHCO und IHCU und für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ °C}$) mit der Korrelation nach Laube et al. (2024); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind teilweise in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Verlauf der Datenpunkte in Abbildung 4.29 zeigt, dass sich die azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen für IHCOU und IHCUO zwischen die Korrelation nach Laube et al. (2024) und die Datenpunkte für IHCO und IHCU einordnen. Mit schwächer werdender azimuthaler Inhomogenität der zugeführten Wärmestromdichte nähern sich die azimuthal gemittelten Werte der Nusselt-Zahl somit dem homogen beheizten Fall HO an, welcher durch die Korrelation repräsentiert wird.

Da in Abbildung 4.21 bereits deutlich gemacht wurde, dass im Gegensatz zu den Wasserexperimenten die entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ bei den Experimenten mit GaInSn nur sehr schwach von der Reynolds-Zahl abhängig ist, wird in Abbildung 4.30 nur die Verteilung von θ als Funktion von der azimuthalen Position ϕ exemplarisch für $Re = 5 \cdot 10^4$ gezeigt.

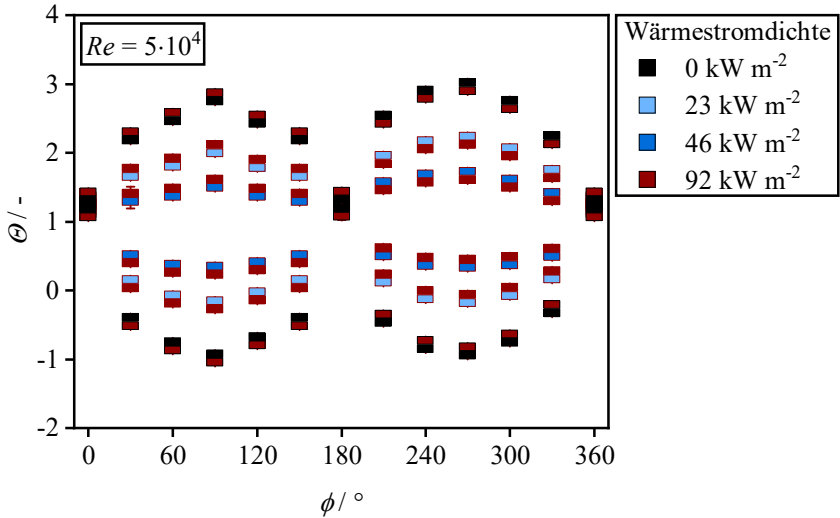


Abbildung 4.30: Verlauf der enddimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimutalen Position ϕ für IHCOU, IHCUCO, IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, \text{ein}} = 25^\circ\text{C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind teilweise in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Verlauf der Datenpunkte in Abbildung 4.30 zeigt, dass mit steigender nomineller Wärmestromdichte auf der schwächer beheizten Rohrhälfte sich die Werte für θ jenen des homogen beheizten Falles HO mit $\theta = 1$ annähern. Demensprechend homogenisiert sich die Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand.

Zusammenfassend konnte in diesem Kapitel gezeigt werden, wie sich eine zwar vollumfängliche Beheizung der Rohrwand mit jedoch einer inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte auf die azimutal gemittelten Nusselt-Zahlen und enddimensionierte Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand bei GaInSn auswirkt. Für beide Zielgrößen ordnen sich die Datenpunkte für IHCOU und IHCUCO zwischen dem homogen beheizten Fall HO und den Datenpunkten mit halbumfänglicher Beheizung IHCO und IHCU ein, wobei sich die Datenpunkte mit schwächer werdender azimutaler Inhomogenität der zugeführten Wärmestromdichte dem homogen beheizten Fall HO annähern.

5 Praktische Anwendung der Ergebnisse

Auf Basis der Ergebnisse und Erkenntnisse in Kapitel 4 werden im folgenden Kapitel weitergehende Analysen und Modellierungsansätze diskutiert. Hierzu zählt ein Modellierungsansatz zur Beschreibung der enddimensionierten lokalen Wandtemperaturverteilung bei azimuthal inhomogener Beheizung, sowie eine Analyse der resultierenden thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand. Ein Teil der Analysen und Ergebnisse in diesem Kapitel wurden bereits in einer begutachteten Zeitschrift (Laube et al. 2024) veröffentlicht.

5.1 Modellierung der Wandtemperaturverteilung

5.1.1 Ergebnisse für Wasser

Die Daten des experimentell bestimmten Temperaturverlaufes an der Rohrrinnenwand aus Kapitel 4 werden zunächst mit den Modellierungsansätzen aus der Literatur von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) verglichen. Hierfür wird die azimuthale Verteilung der Wärmestromdichte an der Rohrrinnenwand in Form einer Fourierreihe benötigt. Die notwendigen Fourierkoeffizienten werden für den jeweiligen experimentellen Datenpunkt bestimmt und in die Modellierung übernommen. In den Arbeiten von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) sind Wandtemperaturfunktionen, welche für die Anwendung der Modelle notwendig sind, für bestimmte Reynolds- und Prandtl-Zahlen tabelliert. Da die Reynolds- und Prandtl-Zahlen der experimentellen Datenpunkte dieser Arbeit teilweise zwischen den tabellierten Werten liegen, wurden die entsprechenden Werte mittels logarithmischer Interpolation bestimmt. Die Verläufe der enddimensionierten Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid $\frac{(T_{W,i}(\phi) - T_f) \cdot \lambda_f}{(\dot{q}_{W,i}(\phi)) \cdot r_i}$ als Funktion der azimuthalen Position ϕ sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Zusätzlich zu den Verläufen, die eine azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte berücksichtigen, ist die resultierende enddimensionierte Temperaturdifferenz eingezeichnet, die mittels der Nusselt-Zahl für den homogen beheizten Fall mit der Korrelation nach Gnielinski (2013) bestimmt wurde.

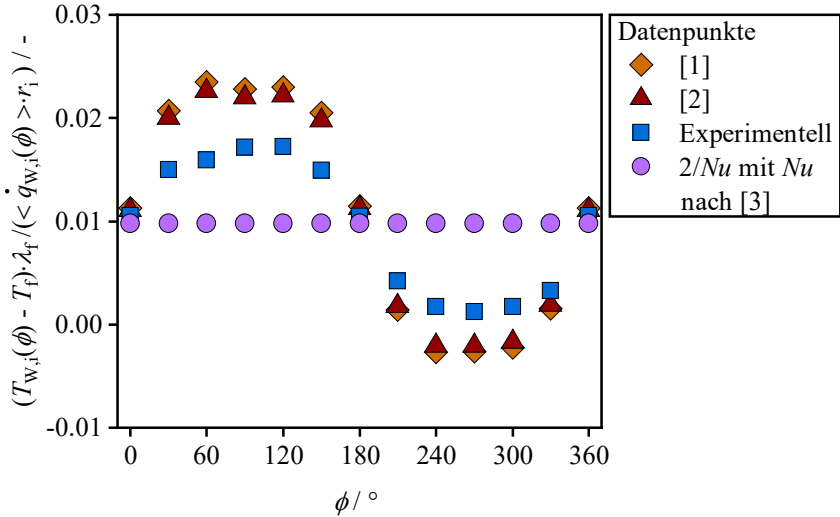


Abbildung 5.1: Verlauf der entdimensionierten Temperaturdifferenz an der Rohrrinnenwand als Funktion der azimutalen Position ϕ für die experimentell bestimmten Datenpunkte mit dem Nickelrohr für IHCO ($Re = 3 \cdot 10^4$, $T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{q}_{W,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$) und für Modelle aus der Literatur: [1] Reynolds (1963), [2] Gärtner et al. (1974), [3] Gnielinski (2013).

Der Vergleich der Verläufe für die experimentell und auf Basis der Modelle von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) bestimmten Datenpunkte mit dem Verlauf berechnet über die Nusselt-Zahl nach Gnielinski (2013) unterstreicht die Bedeutung der Untersuchungen zu azimuthal inhomogen beheizten Strömungen. So wird die lokale Temperatur an der Rohrwand ohne Berücksichtigung der azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte, d.h. bei Verwendung der Korrelation nach Gnielinski (2013), erheblich unterschätzt. Die experimentell bestimmten Datenpunkte dieser Arbeit können aber auch weder mit dem Modellansatz von Reynolds (1963) noch mit dem von Gärtner et al. (1974) zufriedenstellend abgebildet werden. Beide Modelle überschätzen die experimentell bestimmte Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand. Bezogen auf die beheizte Rohrhälfte ($0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$) ist für das Modell von Reynolds (1963) der MAPE = 29,5 % und für das Modell von Gärtner et al. (1974)

MAPE = 25,5 %. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten verbessert sich somit über die im Modell von Gärtner et al. (1974) berücksichtigte Anisotropie der turbulenten thermischen Diffusivitäten (siehe Kapitel 2.3.1.1).

Ein Schwachpunkt für die praktische Anwendung der Modelle von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) ist die notwendige Kenntnis der vorliegenden Verteilung der Wärmestromdichte an der Rohrrinnenwand. Im Allgemeinen ist jedoch diese nicht bekannt. In dieser Arbeit konnte zudem gezeigt werden, dass die azimuthale Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand einen Einfluss auf die azimuthale Verteilung der Wärmestromdichte und der Temperatur hat. Von der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte auf der Rohraußenseite lässt sich somit ohne Kenntnis des Verhältnisses des azimuthalen thermischen Transportwiderstandes zum radialen nur bedingt auf die Verteilung an der Rohrinneinnenseite schließen. Aus diesem Grund wird auf Basis der experimentell bestimmten Temperaturverläufe aus dieser Arbeit ein alternativer Modellierungsansatz vorgestellt.

Die Analyse der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ in Abbildung 4.13 zeigt, dass die Verläufe für θ sich bei gleicher Reynolds- und Prandtl-Zahl und nomineller Wärmestromdichte bei unterschiedlichen Rohrmaterialien unterscheiden. So ist die Inhomogenität der Temperaturverteilung für das Messrohr aus Nickel verglichen mit dem Messrohr aus Kupfer bei gleicher Reynolds- und Prandtl-Zahl ausgeprägter. Dementsprechend muss für die Analyse der Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand zusätzlich zur Fluidphase die Rohrwand miteinbezogen werden. Die Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand wird durch thermische Widerstände aufgrund von Wärmeleitung und Konvektion beeinflusst. Von einer ähnlichen Beobachtung haben bereits Knowles und Sparrow (1979) berichtet, wonach azimuthale Wärmeleitung in der Rohrwand die Temperaturhomogenität verbessert. Der thermische Widerstand aufgrund von Wärmeleitung ist direkt proportional zur Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand. Die in dieser Arbeit verwendete Nickellegierung weist bei Raumtemperatur eine um den Faktor vier kleinere Wärmeleitfähigkeit auf, als die verwendete Kupferlegierung (siehe Anhang B.2.3 und B.2.4). Hierdurch kann die stärkere Temperaturinhomogenität der Datenpunkte für die Nickellegierung mit einem höheren thermischen Widerstand aufgrund von Wärmeleitung erklärt werden. Der Vergleich der Temperaturverteilungen in Abbildung 4.13 zeigt, dass für die zwei Rohrmaterialien Nickel und

Kupfer Strömungsparameter gefunden werden können, für die die entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimutalen Position ϕ identisch ist. Zwei dieser Datenpunkte sind exemplarisch in Abbildung 5.2 dargestellt.

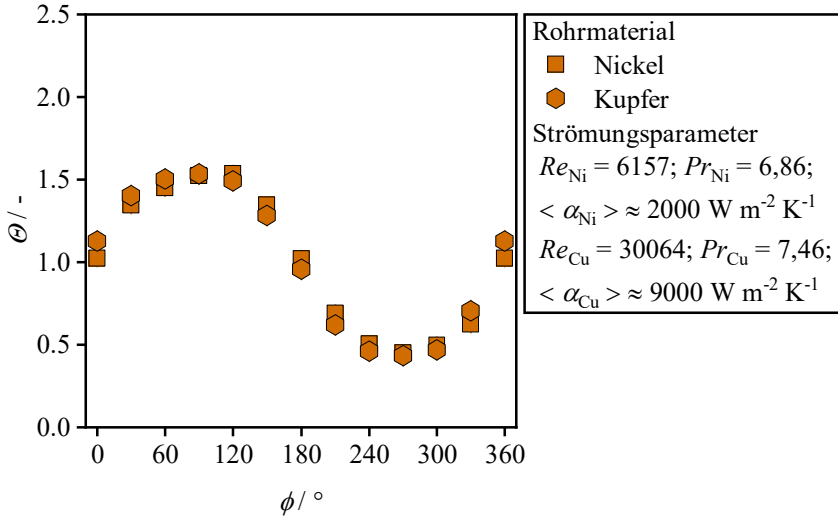


Abbildung 5.2: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimutalen Position ϕ für IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien ($\dot{q}_{w,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f,\text{ein}} = 17 \text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

In Abbildung 5.2 ist zu erkennen, dass sich die Verläufe der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur für die Datenpunkte unterschiedlicher Rohrmaterialien sehr gut decken, obwohl der azimutal gemittelte konvektive Wärmeübergangskoeffizient stark voneinander abweicht.

Da das vorliegende Wärmetransportproblem von thermischen Widerständen aufgrund von Wärmeleitung und Konvektion beeinflusst wird, bietet sich eine Analyse der Temperaturverteilung mit einer Biot-Zahl (siehe Gleichung (2.19)) an. Jedoch ist die zu verwendende charakteristische Länge für den Fall eines über den halben Umfang beheizten turbulent durchströmten Rohres nicht trivial ersichtlich. In der Arbeit von Marugán-Cruz et al. (2016) wird eine ähnliche thermische Randbedingung untersucht und eine Analyse der resultierenden thermoelastischen Spannungen in der Rohrwand ebenfalls mithilfe einer Biot-

Zahl durchgeführt. Als charakteristische Länge verwenden Marugán-Cruz et al. (2016) die Rohrwanddicke:

$$L_{c,1} = t = \frac{D_a - D_i}{2} \quad (5.1)$$

Zusätzlich werden in der vorliegenden Arbeit zwei weitere charakteristische Längen untersucht, welche mit dem halben Umfang an der Rohrrinnenwand gebildet werden, da dies der Wärmetransportpfad für die azimutale Wärmeleitung von der maximalen zur minimalen Temperatur ist:

$$L_{c,2} = \frac{\pi \cdot D_i}{2} \quad (5.2)$$

$$L_{c,3} = \frac{\pi \cdot D_m}{2} \quad (5.3)$$

In Gleichung (5.3) ist D_m der mittlere Durchmesser, der mit Gleichung (5.4) berechnet wird und zusätzlich zum Rohrumfang die Rohrwandstärke berücksichtigt:

$$D_m = \frac{D_a - D_i}{\ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right)} \quad (5.4)$$

Die berechneten Biot-Zahlen für die Datenpunkte aus Abbildung 5.2 mit zugehöriger charakteristischer Länge sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Vergleich der Biot-Zahlen mit unterschiedlichen charakteristischen Längen für zwei Datenpunkte für das Kupfer- und Nickelrohr mit identischem Verlauf von θ ; Tabelle mit Änderungen übernommen aus (Laube et al. 2024).

Rohrmaterial	$\langle \alpha \rangle /$ $W m^{-2} K^{-1}$	$Bi_1 = \frac{\langle \alpha \rangle \cdot t}{\lambda_W} /$ —	$Bi_2 = \frac{\langle \alpha \rangle \cdot \pi \cdot D_i}{2 \cdot \lambda_W} /$ —	$Bi_3 = \frac{\langle \alpha \rangle \cdot \pi \cdot D_m}{2 \cdot \lambda_W} /$ —
Kupfer	30064	0,051	0,71	0,787
Nickel	1936	0,032	0,685	0,734

Die Abweichung der berechneten Biot-Zahlen ist am geringsten, wenn der halbe Umfang an der Rohrrinnenwand ($L_{c,2}$) als charakteristische Länge verwendet wird und am größten bei Verwendung der Rohrwandstärke ($L_{c,1}$). Aus diesem Grund wird Bi_2 für die folgenden Analysen genutzt. Vereinfachend wird im weiteren Verlauf der Arbeit Bi_2 nur noch als Bi bezeichnet.

Aufbauend auf dieser Erkenntnis kann nun eine Modellierung der enddimensionierten Temperaturverteilung in Abhängigkeit der Biot-Zahl vorgenommen werden. Für die Modellierung der Temperaturverteilung wird die Analogie des vorliegenden Wärmetransportproblems zu einer umströmten Rippe mit adiabater Spitze herangezogen. Eine Herleitung für die Berechnungsgleichungen von Rippen ist in Anhang D.1 gegeben. Zur Verdeutlichung der Modellvorstellung ist eine schematische Darstellung eines Rohres mit der azimuthalen Verteilung IHCO in Abbildung 5.3 gegeben.

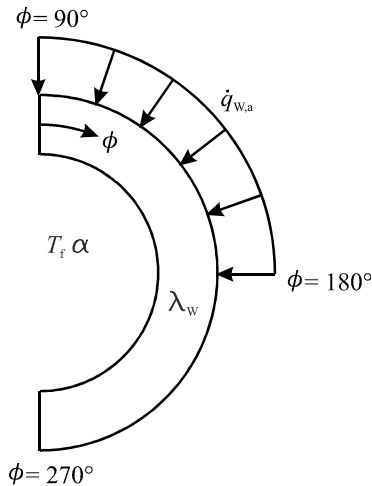


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung der Modellvorstellung des azimuthal inhomogen beheizten Rohres als Rippe mit adiabater Spitze.

Das Problem ist symmetrisch in Bezug zu einer vertikalen axialen Schnittebene, weswegen nur eine Hälfte des Rohres betrachtet werden kann. Das Rohr kann in zwei Bereiche unterteilt werden, den beheizten Teil ($90^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$) und den unbeheizten Teil ($180^\circ \leq \phi \leq 270^\circ$). In den unbeheizten Teil der Rippe tritt durch azimuthale Wärmeleitung innerhalb der Rohrwand ein Wärmestrom bei $\phi = 180^\circ$ ein und wird durch konvektiven Wärmeübergang an das strömende Fluid mit dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α und der Temperatur T_f abgeführt. Die Temperatur in der Rohrwand nimmt auf der unbeheizten Seite mit zunehmender azimuthaler Position ϕ ab. Bei der Berechnung von Rippen wird die Temperaturänderung nur entlang einer Koordinate entlang der Höhenachse der Rippe berücksichtigt. Bezogen auf das vorliegende Problem

eines azimuthal inhomogen beheizten Rohres sind auf der unbeheizten Rohrhälfte die Temperaturgradienten in azimuthaler Richtung erheblich größer als in radialer Richtung. Die Annahme der Temperaturänderung in der Rippe entlang einer Koordinate ist somit gerechtfertigt. Ebenso sei an dieser Stelle darauf verwiesen, dass der Wärmeübergang durch Konvektion nur einseitig abläuft, da das strömende Fluid sich nur auf der Innenseite des Rohres befindet.

In Gleichung (D.5) ist die Temperaturverteilung entlang einer Rippe gegeben. Diese Gleichung wird in angepasster Form nun zur Beschreibung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ auf der unbeheizten (adiabate = ad) Rohrhälfte verwendet und ist in Gleichung (5.5) gegeben, wobei $\pi \leq \phi \leq \frac{3}{2}\pi$ entsprechend dem Koordinatensystem in Abbildung 5.3 gilt:

$$\theta_{\text{ad}}(\phi, Bi) = \frac{\cosh\left(\Lambda_{\text{Wasser}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)}{\cosh\left(\Lambda_{\text{Wasser}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \frac{\pi}{2}\right)} \quad (5.5)$$

Der Rippenparameter m_{Rippe} in Gleichung (D.5) wird über die Quadratwurzel der Biot-Zahl \sqrt{Bi} repräsentiert. Die Rippenhöhe h_{Rippe} entspricht im Bogenmaß der Länge $\frac{\pi}{2}$. Der Koeffizient Λ_{Wasser} wird an die experimentell bestimmten Daten mittels einer Regressionsanalyse angepasst, wobei hierfür nur die Datenpunkte für IHCO genutzt werden, da bei diesen mischkonvektive Effekte, die einen Einfluss auf die Temperaturverteilung haben, ausgeschlossen werden können. Der Verlauf von Λ_{Wasser} als Funktion der Biot-Zahl ist in Abbildung D.2 dargestellt und zeigt für alle Datenpunkte ein Absinken mit ansteigender Biot-Zahl. Hierbei wird deutlich, dass für dieselbe Eintrittstemperatur bzw. Prandtl-Zahl kein Einfluss der nominellen Wärmestromdichte zu erkennen ist. Trendweise steigt Λ_{Wasser} für eine höhere Eintrittstemperatur bzw. niedrigere Prandtl-Zahl an. Jedoch wurde die Prandtl-Zahl in einem zu geringen Bereich variiert, um eine systematische Abhängigkeit ableiten zu können.

Auf der beheizten Rohrhälfte liegen im Gegensatz zur unbeheizten Hälfte maßgebliche Temperaturgradienten nicht nur in azimuthaler Richtung, sondern auch in radialer Richtung vor. Nichtsdestotrotz zeigt die azimuthale Verteilung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur für IHCO und IHCU in Abbildung 4.13, dass diese um eine Mittelachse bei $\theta = 1$ symmetrisch ist. Der funktionelle Zusammenhang zur Beschreibung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur auf der unbeheizten Rohrhälfte sollte dementsprechend auch

auf der beheizten Rohrhälfte anwendbar sein. Hierfür muss der funktionelle Ansatz folgendermaßen abgeändert werden, wodurch eine Spiegelung des Temperaturverlaufs zur Mittelachse bei $\theta = 1$ erreicht wird mit $\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi$:

$$\theta_{\text{beh}}(\phi, Bi) = -\frac{\cosh\left(\Lambda_{\text{Wasser}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)}{\cosh\left(\Lambda_{\text{Wasser}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \frac{\pi}{2}\right)} + 2 \quad (5.6)$$

In Abbildung 5.4 sind die Verläufe der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für das Nickel- und Kupferrohr und unterschiedliche Reynolds-Zahlen für IHCO und IHCU dargestellt. Zusätzlich zu den experimentellen Datenpunkten sind die Gleichungen (5.5) und (5.6) mit einem Abweichungsintervall von $\pm 10\%$ eingetragen. In Abbildung 4.13 und Abbildung 4.14 wurde bereits gezeigt, dass die Wärmestromdichte und Eintrittstemperatur des Fluids in die Messstrecke bzw. die Prandtl-Zahl keinen nennenswerten Einfluss auf die Verteilung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur hat. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist deshalb in Abbildung 5.4 nur der Verlauf der Datenpunkte mit einer nominellen Wärmestromdichte von $\dot{q}_{W,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$ und einer Eintrittstemperatur von $T_{f,\text{ein}} = 17 \text{ °C}$ dargestellt. Die Übereinstimmung der experimentell bestimmten Temperaturverläufe mit der Modellierung in den Gleichungen (5.5) und (5.6) ist sehr gut. Dies gilt für die beiden untersuchten Rohrmaterialien und alle untersuchten Reynolds-Zahlen.

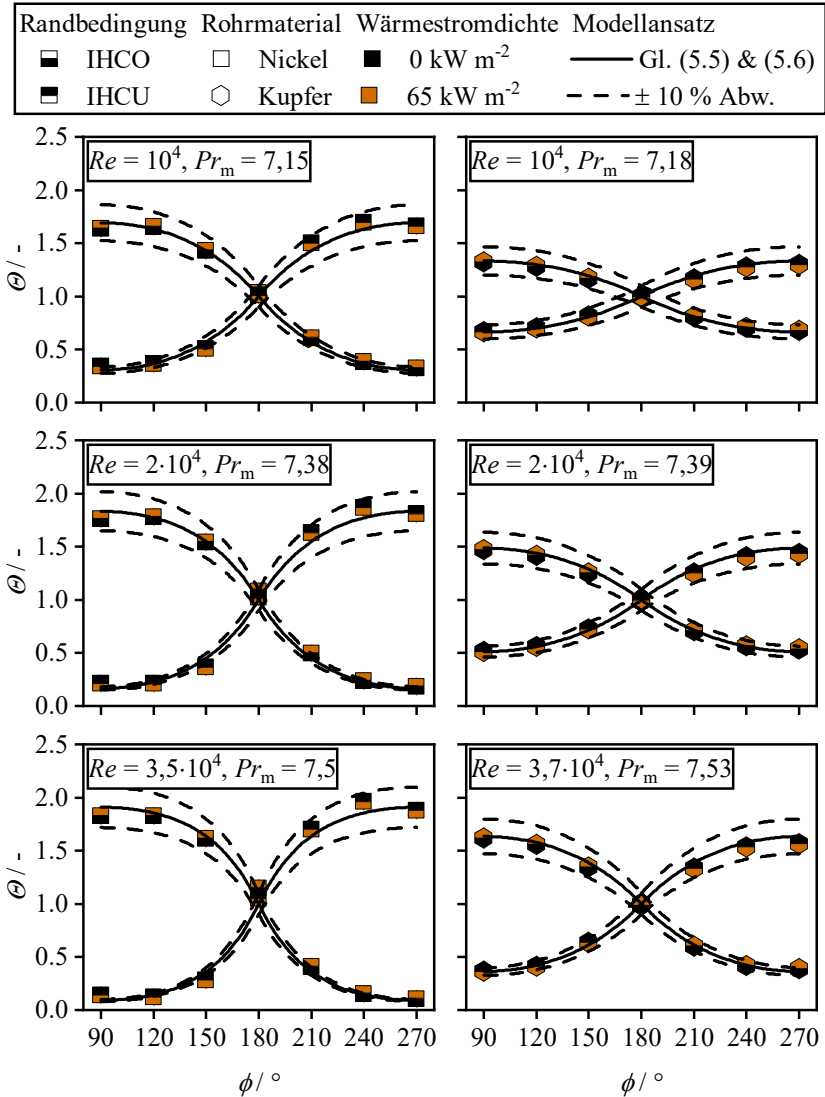


Abbildung 5.4: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche Rohrmaterialien (linke Seite: Nickel, rechte Seite: Kupfer) und Reynolds-Zahlen ($\dot{q}_{W,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f,\text{ein}} = 17 \text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Maximalwert der Temperatur an der Rohrwand spielt für die Auslegung technischer Apparate eine besondere Rolle. Die entdimensionierte lokale maximale Wandtemperatur θ_{\max} nach Gleichung (3.7) kann in ihrer Definition als Effizienz betrachtet werden, verglichen mit dem Rippenwirkungsgrad nach Gleichung (D.8). Dabei wird der azimuthal gemittelte übertragene Wärmestrom \dot{Q}_m durch den theoretisch maximal möglichen Wärmestrom \dot{Q}_{\max} geteilt:

$$\xi = \frac{\dot{Q}_m}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\langle \alpha \rangle \cdot A \cdot (\langle T_{W,i} \rangle - T_f)}{\alpha_{W,i,\max} \cdot A \cdot (T_{W,i,\max} - T_f)} \approx \frac{1}{\theta_{\max}} \quad (5.7)$$

Der Zusammenhang in Gleichung (5.7) setzt die Annahme voraus, dass die Abweichung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten an der Position der maximalen Wandtemperatur $\alpha_{W,i,\max}$ zum azimuthal gemittelten konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten $\langle \alpha \rangle$ gering ist. In Kapitel 4.2.1 konnte in Abbildung 4.18 gezeigt werden, dass diese Annahme für die Nusselt-Zahl und dementsprechend auch für den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für Wasser gerechtfertigt ist. Der Verlauf des Kehrwerts der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi ist in Abbildung 5.5 dargestellt.

Mit steigender Biot-Zahl nimmt der Kehrwert der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ kontinuierlich ab. Der Verlauf kann mit Gleichung (5.8) im Bereich $0,27 \leq Bi \leq 3,8$ beschrieben werden, wobei sich die Form der Gleichung an jener für den Rippenwirkungsgrad (siehe Gleichung (D.8)) orientiert und bereits in (Laube et al. 2024) publiziert wurde:

$$\frac{1}{\theta_{\max}}(Bi) = \frac{2,975 \cdot \tanh(18,546 \cdot \sqrt{Bi})}{18,546 \cdot \sqrt{Bi}} + 0,457 \quad (5.8)$$

Gleichung (5.8) ist zusammen mit einem Abweichungsband von $\pm 5\%$ ebenfalls in Abbildung 5.5 dargestellt.

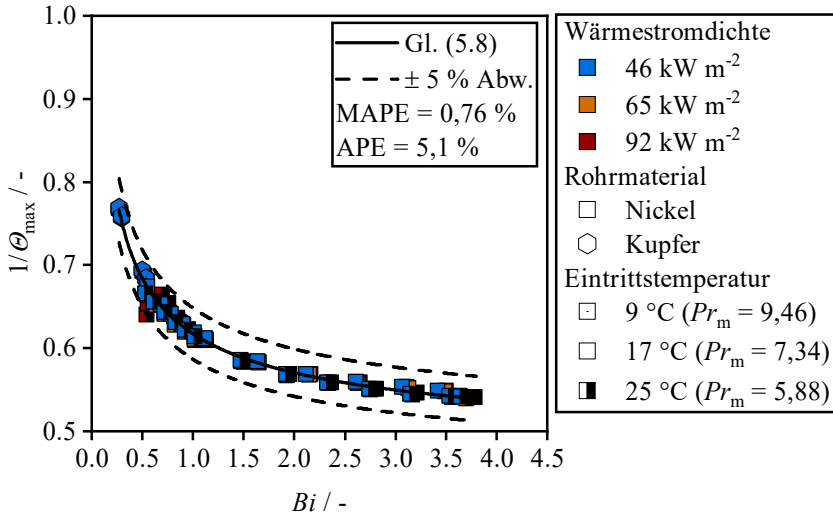


Abbildung 5.5: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Die Datenpunkte für alle nominellen Wärmestromdichten, Eintrittstemperaturen und beide Rohrmaterialien können mit Gleichung (5.8) mit einem MAPE = 0,76 % und einem APE = 5,1 % beschrieben werden. Analog hierzu wird in Abbildung 5.6 der Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für die Datenpunkte mit IHCU aufgetragen. Es wird deutlich, dass Gleichung (5.8) auch geeignet ist, den Kehrwert der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ für IHCU bei hohen Biot-Zahlen zu bestimmen. Hingegen zeigt sich anhand der Daten auch, dass bei geringen Biot-Zahlen und zunehmenden Werten der Wärmestromdichte die Abweichung zu Gleichung (5.8) ansteigt. Dies kann durch den Einfluss mischkonvektiver Effekte erklärt werden, die eine stärkere Homogenisierung der Temperaturverteilung an der Rohrwand bewirken, wodurch θ_{\max} sinkt und entsprechend der Kehrwert ansteigt. Hierdurch können auch die im Vergleich zu IHCO erhöhten Werte des MAPE = 2,45 % und APE = 16,75 % erklärt werden.

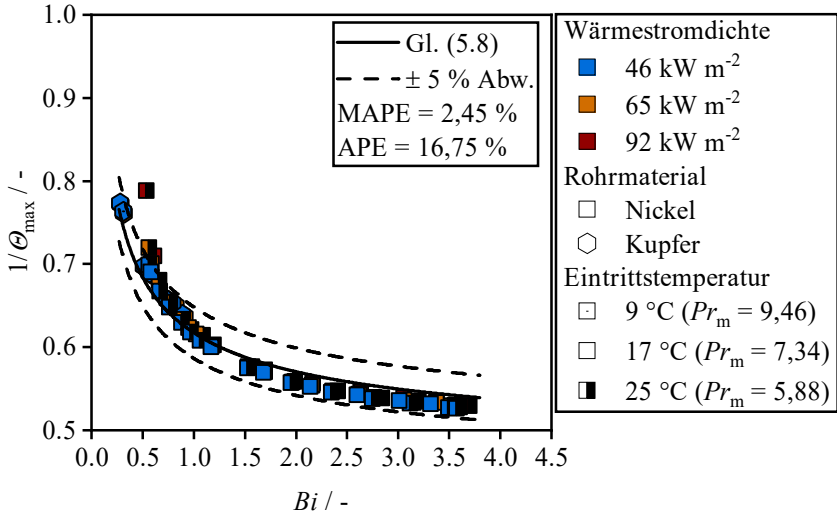


Abbildung 5.6: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.

Zusammengefasst wurde in diesem Kapitel eine Modellierung der azimuthalen Verteilung und der maximalen Werte der Temperatur an der Rohrrinnenwand bei Durchströmung mit Wasser vorgestellt. Die Funktionsgleichungen weisen die Biot-Zahl als Funktionsvariable auf, welche das Wärmetransportproblem - bestehend aus thermischen Widerständen durch Wärmeleitung in der Rohrwand und konvektivem Wärmeübergang von der Rohrwand an das strömende Fluid - charakterisiert. Für den Fall dominierender Zwangskonvektion kann die vorgestellte Modellierung sowohl für IHCO als auch IHCU angewendet werden, sollte zukünftig jedoch durch die Variation der Rohrwandmaterialien und charakteristischen Länge erweitert werden.

5.1.2 Ergebnisse für GaInSn

Analog zu den Untersuchungen mit Wasser als Wärmeträgerfluid wird nun die Anwendbarkeit des Modellierungsansatzes zur Wandtemperaturverteilung für die Datenpunkte mit GaInSn als Wärmeträgerfluid geprüft, beginnend mit den Modellierungsansätzen aus der Literatur. In Abbildung 5.7 ist die entdimensionierte Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid $\frac{(T_{W,i}(\phi) - T_f) \cdot \lambda_f}{(\dot{q}_{W,i}(\phi)) \cdot r_i}$ als Funktion der azimutalen Position ϕ für zwei Reynoldszahlen dargestellt.

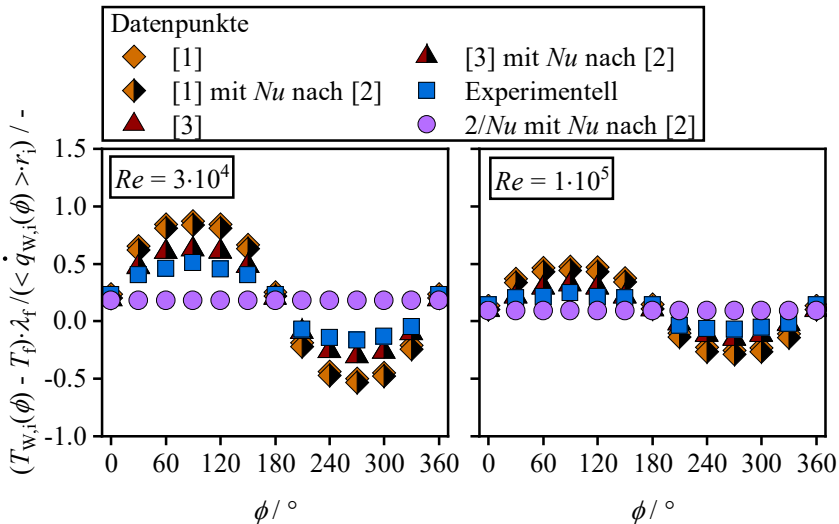


Abbildung 5.7: Verlauf der entdimensionierten Temperaturdifferenz an der Rohrwand als Funktion der azimutalen Position ϕ für die experimentell bestimmten Datenpunkte ($T_{f,\text{ein}} = 25^\circ\text{C}$, $\dot{q}_{W,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$) und für Modelle aus der Literatur: [1] (Reynolds 1963) [2] (Laube et al. 2024) [3] (Gärtner et al. 1974).

Die in dieser Arbeit experimentell bestimmten Daten werden mit den Modellierungsansätzen von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) verglichen, wobei für die Modellierungsansätze aus der Literatur zusätzlich eine Evaluierung der Wandtemperaturfunktionen mit der Nusselt-Korrelation von Laube et al. (2024) untersucht wird. Zusätzlich zu den Verläufen, die eine azimutal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte berücksichtigen, ist die resultierende

entdimensionierte Temperaturdifferenz eingezeichnet, die mittels der Nusselt-Zahl für den homogen beheizten Fall mit der Korrelation von Laube et al. (2024) bestimmt wurde.

Der Vergleich der Verläufe für die experimentell und auf Basis der Modelle von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) bestimmten Datenpunkte mit dem Verlauf berechnet über die Nusselt-Zahl nach Laube et al. (2024) unterstreicht auch für GaInSn die Bedeutung der Untersuchungen zu azimuthal inhomogen beheizten Strömungen. Die lokale Temperatur an der Rohrrinnenwand wird ohne Berücksichtigung der azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte erheblich unterschätzt. Der Vergleich der Absolutwerte der entdimensionierten Temperaturdifferenz bei identischer Reynolds-Zahl von Wasser in Abbildung 5.1 und GaInSn auf der linken Seite in Abbildung 5.7 zeigt, dass für GaInSn die Absolutwerte der entdimensionierten Temperaturdifferenz erheblich größer sind. Zudem sind die Abweichungen der lokalen Temperaturen vom Temperaturverlauf, welcher mit einer Nusselt-Zahl für den homogen beheizten Fall bestimmt wurde, ausgeprägter.

Die experimentell bestimmten Datenpunkte dieser Arbeit können weder mit dem Modellansatz von Reynolds (1963) noch mit dem von Gärtner et al. (1974) zufriedenstellend abgebildet werden. Beide Modelle überschätzen die experimentell bestimmte Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand. Jedoch zeigt sich, dass sich die Übereinstimmung der experimentellen Daten mit dem Modellansatz von Gärtner et al. (1974) in der Originalform erheblich verbessert. Bezogen auf die beheizte Rohrhälfte ($0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$) sind für die Modellansätze aus der Literatur in Tabelle 5.2 die Werte des MAPE zusammengefasst.

Tabelle 5.2: Übersicht des MAPE auf der beheizten Rohrhälfte ($0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$) der unterschiedlichen Modelle aus der Literatur: [1] (Reynolds 1963) [2] (Laube et al. 2024) [3] (Gärtner et al. 1974) zu den experimentellen Datenpunkten aus Abbildung 5.7.

Modell	$Re = 3 \cdot 10^4$	$Re = 1 \cdot 10^5$
[1]	53,9 %	71,9 %
[1] mit Nu nach [2]	49,7 %	66,8 %
[3]	22,2 %	25,7 %
[3] mit Nu nach [2]	22,3 %	25 %
$2/Nu$ mit Nu nach [2]	48,3 %	50,2 %

Aus den Werten des MAPE in Tabelle 5.2 wird ersichtlich, dass die Berücksichtigung der Anisotropie der turbulenten thermischen Diffusivitäten (siehe Kapitel 2.3.1.1) im Modellansatz von Gärtner et al. (1974) eine deutliche Verbesserung der Übereinstimmung zu den experimentellen Daten liefert. Der Unterschied zwischen den Modellansätzen von Reynolds (1963) und Gärtner et al. (1974) ist erheblich größer als bei Wasser. Die Berechnung der Wandtemperaturfunktionen mit der Nusselt-Zahl mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) zeigt nur beim Modellansatz von Reynolds (1963) eine nennenswerte Verbesserung der Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Im nächsten Schritt wird überprüft, ob die Modellierung der azimuthalen Wandtemperaturverteilung über die Analogie zu einer umströmten Rippe mit adiabater Spitze auch für die Untersuchungen mit GaInSn anwendbar ist. Hierfür wird in Abbildung 5.8 der Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für die Datenpunkte mit GaInSn als Wärmeträgerfluid aufgetragen. Die Datenpunkte für Wasser aus Abbildung 5.5 sind zum Vergleich ebenfalls dargestellt.

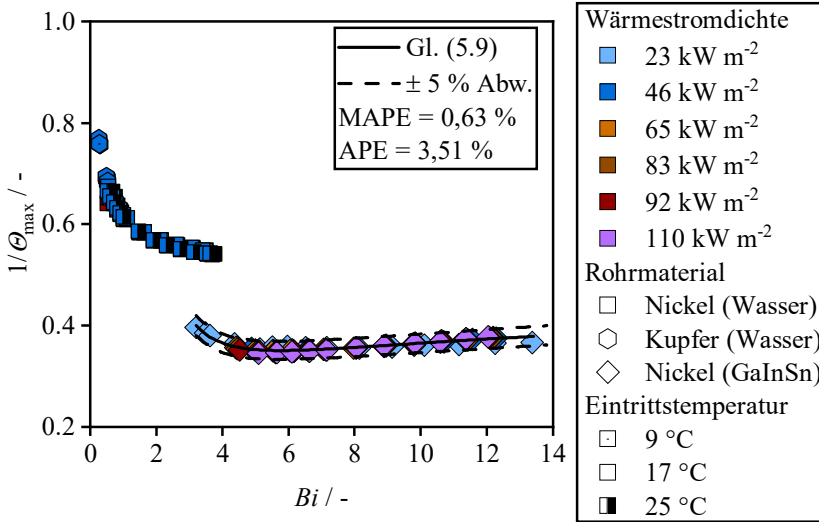


Abbildung 5.8: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO für GaInSn und Wasser und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Der Verlauf der Datenpunkte für GaInSn zeigt, dass eine Modellierung über die Analogie zu einer umströmten Rippe mit adiabater Spitze nicht mehr möglich ist. Für eine umströmte Rippe mit adiabater Spitze gilt, dass mit steigendem konvektivem Wärmeübergangskoeffizienten und somit steigender Biot-Zahl der Rippenwirkungsgrad immer kleiner wird. Dieses Verhalten war für $\frac{1}{\theta_{\max}}$ für die Datenpunkte, welche mit Wasser als Wärmeträgerfluid bestimmt wurden, zu erkennen. Bei den Datenpunkten für GaInSn zeigt sich jedoch, dass $\frac{1}{\theta_{\max}}$ ein Minimum durchläuft und anschließend wieder ansteigt. Für GaInSn homogenisiert sich die Wandtemperatur somit mit steigender Biot-Zahl. Eine Erklärungshypothese für dieses Verhalten könnte wie folgt aussehen: Hohe Biot-Zahlen treten unter anderem bei hohen konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und entsprechend hohen Reynolds-Zahlen auf. Somit weist die Strömung einen hohen Turbulenzgrad auf. Die in Kapitel 2.3 zusammengefassten Erkenntnisse aus

Arbeiten aus der Literatur weisen darauf hin, dass die turbulente thermische Diffusivität in azimuthaler Richtung für Strömungen mit azimuthal inhomogener Verteilung der zugeführten Wärmestromdichte erheblich größer ist, als in radialer Richtung. Hinzu kommt, dass GaInSn eine molekulare thermische Diffusivität aufweist, welche in einer vergleichbaren Größenordnung liegt, wie die turbulente thermische Diffusivität. Zudem wurde in Kapitel 4.2.2 für GaInSn und eine halbumbfängliche Beheizung gezeigt, dass die lokale Wandtemperatur auf der unbeheizten Rohrhälfte Werte annimmt, welche geringer sind als die massengemittelte Fluidtemperatur. Dies war für die Experimente mit Wasser und halbumbfänglicher Beheizung im untersuchten Parameterbereich nicht detektierbar. Hieraus resultiert ein für den Wärmestrom treibender Temperaturgradient von der beheizten Rohrhälfte in radialer Richtung zur Kernströmung und zusätzlich in azimuthaler Richtung zur unbeheizten Rohrhälfte hin. Die Folge dieses Temperaturgradienten ist ein Wärmestrom in azimuthaler Richtung in der Strömung, der aufgrund der erhöhten turbulenten und molekularen thermischen Diffusivitäten noch ausgeprägter ist. Hierdurch homogenisiert sich die Temperatur der Rohrwand.

Eine Modellierung des Verlaufs von $\frac{1}{\theta_{\max}}$ als Funktion der Biot-Zahl ist somit streng genommen nicht über einen Ansatz aufbauend auf dem Rippenwirkungsgrad möglich. Bei der Modellvorstellung einer Rippe geschieht der konvektive Wärmeübergang nur von der Rippe an das strömende Fluid, wobei im Rippenmodell mit einer konstanten Fluidtemperatur entlang der Rippe gerechnet wird. Der Transport thermischer Energie durch Wärmeleitung oder turbulenten Wärmetransport im Fluid von Bereichen heißen Fluids zu Bereichen des kalten Fluids und erneut in die Rippe wird im Rippenmodell nicht berücksichtigt (siehe Kapitel D.1).

Dennoch wird an dieser Stelle mit Gleichung (5.9) ein Ansatz präsentiert, um die Werte von $\frac{1}{\theta_{\max}}$ für GaInSn als Funktion der Biot-Zahl bestimmen zu können (Laube et al. 2024). Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass dieser Ansatz keinen physikalischen Hintergrund aufweist, wie dies beim Rippenwirkungsgrad für die Datenpunkte für Wasser der Fall war.

$$\frac{1}{\theta_{\max}}(Bi) = 78,031 \cdot \exp(-3,907 \cdot \sqrt{Bi}) + 0,287 \cdot \exp(0,076 \cdot \sqrt{Bi}) \quad (5.9)$$

Gleichung (5.9) ist zusammen mit einem Abweichungsband von $\pm 5\%$ ebenfalls in Abbildung 5.8 dargestellt.

Für die Modellierung des azimutalen Temperaturverlaufs für die Datenpunkte mit GaInSn als Wärmeträgerfluid wird der Ansatz in den Gleichungen (5.5) und (5.6) modifiziert. Die resultierenden Korrelationen als Funktion der Biot-Zahl Bi und der azimutalen Position ϕ für die beheizte und unbeheizte (adiabate = ad) Rohrhälfte sind in den Gleichungen (5.10) und (5.11) gegeben, wobei für IHCO $\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi$ auf der beheizten bzw. $\pi \leq \phi \leq \frac{3}{2}\pi$ auf der unbeheizten (adiabaten) Rohrhälfte gilt:

$$\theta_{\text{beh}}(\phi, Bi) = \Gamma_{\text{GaInSn,beh}}(Bi) \cdot \frac{\cosh\left(\Lambda_{\text{GaInSn,beh}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)}{\cosh\left(\Lambda_{\text{GaInSn,beh}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \frac{\pi}{2}\right)} + \theta_{\text{max}}(Bi) \quad (5.10)$$

$$\theta_{\text{ad}}(\phi) = \Gamma_{\text{GaInSn,ad}}(Bi) \cdot \frac{\cosh\left(\Lambda_{\text{GaInSn,ad}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)}{\cosh\left(\Lambda_{\text{GaInSn,ad}}(Bi) \cdot \sqrt{Bi} \cdot \frac{\pi}{2}\right)} + \theta_{\text{min}}(Bi) \quad (5.11)$$

Die Modellparameter $\Gamma_{\text{GaInSn,beh}}$, $\Gamma_{\text{GaInSn,ad}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,beh}}$ und $\Lambda_{\text{GaInSn,ad}}$ wurden an die experimentell bestimmten Temperaturverläufe für IHCO (kein Einfluss mischkonvektiver Effekte) mittels einer Regressionsanalyse angepasst, und sind in Abbildung D.3 als Funktion der Biot-Zahl dargestellt.

In Abbildung 5.9 sind die Verläufe der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimutalen Position ϕ für unterschiedliche Reynolds-Zahlen für IHCO und IHCU dargestellt. Zusätzlich zu den experimentellen Datenpunkten sind die Modellierungsansätze aus den Gleichungen (5.10) und (5.11) mit einem Abweichungsband von $\pm 10\%$ eingetragen. In Kapitel 4.2.2 wurde bereits gezeigt, dass die Wärmestromdichte keinen signifikanten Einfluss auf die Verteilung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur hat. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist deshalb in Abbildung 5.9 nur der Verlauf der Datenpunkte mit einer nominellen Wärmestromdichte von $\dot{q}_{W,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$ dargestellt. Die Übereinstimmung der experimentell bestimmten Temperaturverläufe mit den Modellansätzen in den Gleichungen (5.10) und (5.11) ist sehr gut.

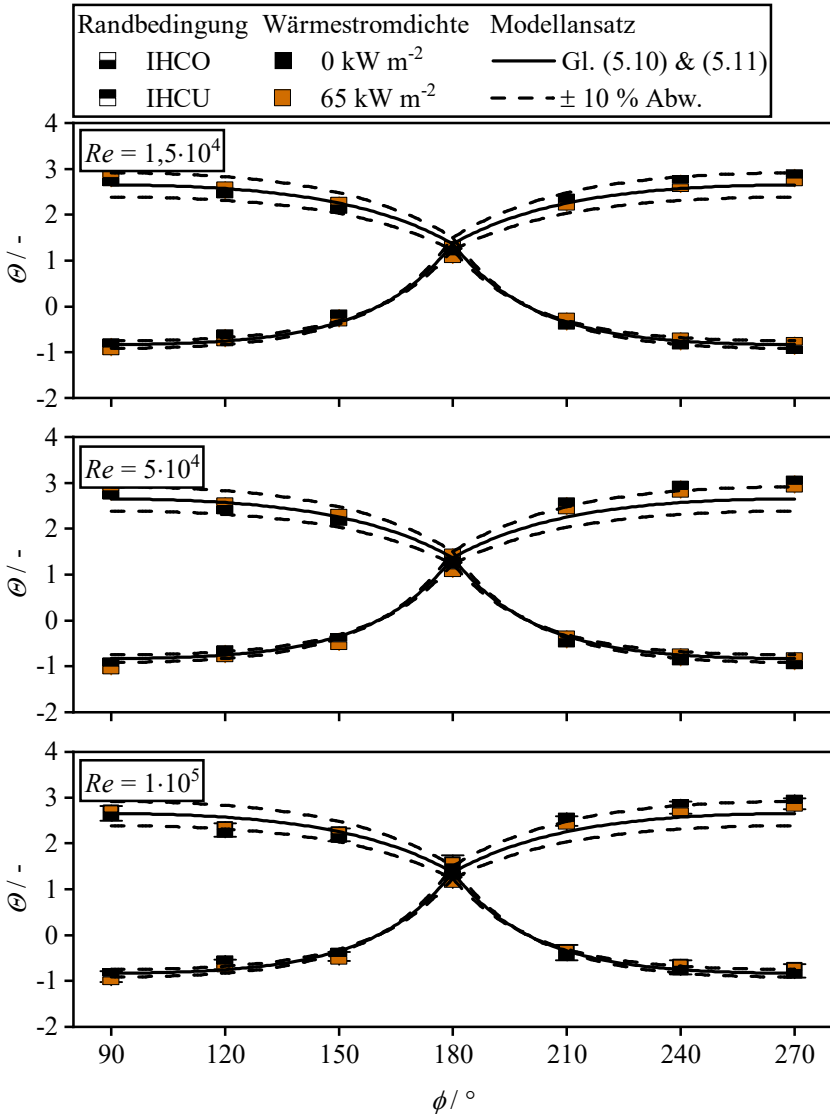


Abbildung 5.9: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche Reynolds-Zahlen ($\dot{q}_{w,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}, T_{f,\text{ein}} = 25^\circ\text{C}$); Datenpunkte sind teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.

Für die Datenpunkte mit IHCOU bzw. IHCUO wird derselbe Modellierungsansatz gewählt, wie für IHCO und IHCU in den Gleichungen (5.10) und (5.11) und zusammen mit den experimentell bestimmten Temperaturverläufen exemplarisch für eine Reynolds-Zahl in Abbildung 5.10 dargestellt. Da der gesamte Rohrumfang beheizt wird und sich nur das Verhältnis der zugeführten Wärmestromdichte auf der oberen und unteren Rohrhälfte unterscheidet, wird in eine stark beheizte Rohrhälfte und eine schwach beheizte Rohrhälfte unterschieden und nicht mehr in eine beheizte und unbeheizte bzw. adiabate Rohrhälfte. Die Modellparameter $\Gamma_{\text{GaInSn,beh,stark}}$, $\Gamma_{\text{GaInSn,beh, schwach}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,beh,stark}}$ und $\Lambda_{\text{GaInSn,beh, schwach}}$ wurden an die experimentell bestimmten Temperaturverläufe für IHCOU mittels einer Regressionsanalyse angepasst und sind in Abbildung D.4 als Funktion der Biot-Zahl dargestellt.

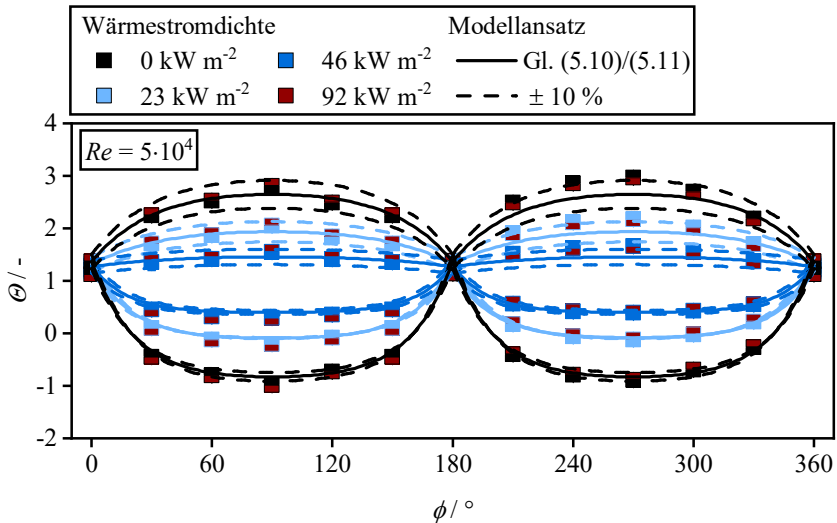


Abbildung 5.10: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCOU und IHCUO und unterschiedliche Verhältnisse der nominellen Wärmestromdichte auf der oberen und unteren Rohrhälfte ($T_{f,\text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

Zusammenfassend wurden in diesem Kapitel Modellierungsansätze aus der Literatur auf deren Eignung zur Beschreibung des entdimensionierten Temperaturverlaufs an der Rohrwand bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte überprüft. Es zeigte sich, dass bei den Modellierungsansätzen aus

der Literatur die Berücksichtigung der Anisotropie der turbulenten thermischen Diffusivitäten in radialer und azimuthaler Richtung generell in einer besseren Übereinstimmung mit den experimentellen Daten dieser Arbeit resultierte. Zusätzlich wurden auf Basis der Analogie zum Wärmetransport in einer Rippe mit adiabater Spitze Modellierungsansätze zur Bestimmung des Temperaturverlaufs an der Rohrwand präsentiert.

5.2 Analyse der thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand

Mit den Ergebnissen aus Kapitel 4 konnte bereits gezeigt werden, dass sich für den Fall einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte eine hohe Inhomogenität der Temperaturverteilung in der Rohrwand einstellt. Für die Auslegung technischer Apparate, welche einer solchen thermischen Randbedingung ausgesetzt sind, ist die Kenntnis der vorliegenden thermisch induzierten Spannungen zwingend erforderlich. Aufgrund der Temperaturdifferenzen zwischen beheizter und unbeheizter Rohrhälfte, tritt ein zusätzliches Biegemoment entlang der axialen und azimuthalen Koordinate in der Rohrwand auf (Logie et al. 2018). Hierdurch erhöhen sich die vorliegenden thermisch induzierten Spannungen innerhalb der Rohrwand im Vergleich zum vollumfänglich beheizten Fall. In diesem Kapitel sollen die auftretenden thermoelastischen Spannungen für die Datenpunkte mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte, also IHCO, IHCU, IHCOU und IHCUO, analysiert werden. Der Einfluss von auftretenden thermoplastischen Spannungen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet. Zur Berechnung der Spannungskomponenten wird die Methodik nach Logie et al. (2018) angewendet, auf die in Anhang D.3 detaillierter eingegangen wird. Der Einfluss des Innendrucks auf den Spannungszustand in der Rohrwand wird vernachlässigt. Die Komponenten der thermoelastischen Spannungen in der Rohrwand in radialer Richtung σ_r , azimuthaler Richtung σ_ϕ , axialer Richtung σ_z sowie die äquivalente Vergleichsspannung σ_{eq} werden mit den Gleichungen (D.13), (D.14), (D.17) und (D.18) bestimmt. Die mechanischen und geometrischen Eigenschaften des in dieser Arbeit verwendeten Kupfer- und Nickelrohres sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Mechanische und geometrische Eigenschaften des verwendeten Kupfer- und Nickelrohres (Deutsches Kupferinstitut 2023; Valbruna Edel Inox GmbH 2023).

Eigenschaft	Kupferrohr	Nickelrohr
Elastizitätsmodul E / GPa	110	207
linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient $\beta_{\text{lin}} / 10^{-6} \text{ m m}^{-1} \text{ K}^{-1}$	16,8	13,3
Poisson-Zahl μ / –	0,3	0,3
Innenradius r_i / mm	8	8,55
Außenradius r_a / mm	9,8	9,8

Aus der Arbeit von Logie et al. (2018) ist bereits bekannt, dass für den Fall einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte die maximale äquivalente Vergleichsspannung an der azimuthalen Position der maximalen Wärmestromdichte vorliegt. Deshalb wird an dieser azimuthalen Position in Abbildung 5.11 für die Datenpunkte mit GaInSn der Verlauf der Spannungskomponenten als Funktion des entdimensionierten Radius r^* untersucht, welcher mit Gleichung (5.12) berechnet wird:

$$r^* = \frac{r - r_i}{r_a - r_i} \quad (5.12)$$

Es werden die drei unterschiedlichen azimuthalen Verteilungen der Wärmestromdichte HO, IHCO und IHCOU analysiert, wobei für IHCOU zwei unterschiedliche Wärmestromdichten auf der schwächer beheizten Rohrhälfte berücksichtigt werden. Auf der stärker beheizten Rohrhälfte beträgt die nominelle Wärmestromdichte für beide Fälle $\dot{q}_{W,i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$, auf der schwächer beheizten Rohrhälfte $\dot{q}_{W,i} = 23 \text{ kW m}^{-2}$ (IHCOU (92/23)) bzw. $\dot{q}_{W,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$ (IHCOU (92/46)).

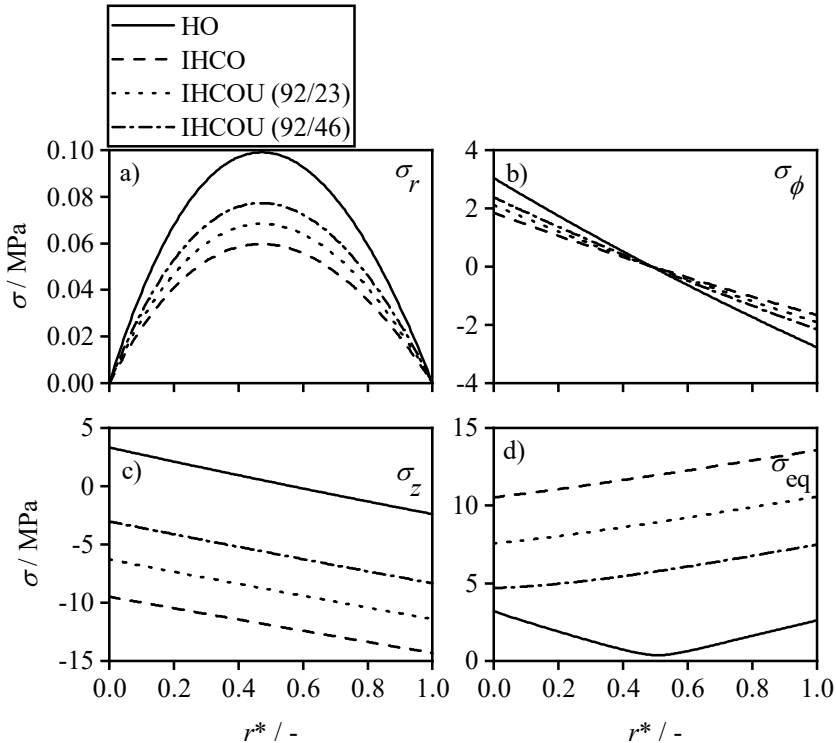


Abbildung 5.11: Komponenten der thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand für HO, IHCO und IHCOU: a) radiale Richtung, b) azimutale Richtung, c) axiale Richtung, d) äquivalente Vergleichsspannung (GalnSn , $T_{f,\text{ein}} = 25^\circ\text{C}$, $\dot{q}_{W,i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$, $Re = 5 \cdot 10^4$, $\phi = 90^\circ$).

Die Verteilung der Spannungskomponenten in Abbildung 5.11 ist repräsentativ für andere Datenpunkte und unterscheidet sich nur in den Absolutwerten der Spannungen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Absolutwerte der vorliegenden Spannungen gering sind. In der Praxis treten jedoch bei entsprechend höheren Leistungsdichten deutlich höhere absolute Werte der Spannung auf. Für die vorliegende Untersuchung ist dies nicht relevant. Im Fokus dieser Analyse steht vielmehr der Vergleich des vorliegenden Spannungszustandes bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte und der Vergleich zum Referenzfall HO. Die Ergebnisse dieser Analyse können dann auf entsprechend höhere Leistungsdichten übertragen werden. Der Vergleich der

Spannungskomponenten zeigt, dass die Spannung in radialer Richtung im Vergleich zur azimuthalen und axialen Richtung für alle Verteilungen des Wärmestroms vernachlässigbar ist. Die azimuthale Komponente σ_ϕ weist für alle untersuchten Wärmestromdichteverteilungen einen Nulldurchgang ungefähr in der Mitte der Rohrwand bei $r^* = 0,5$ auf. Positive Werte der Spannungskomponente stehen für Druckspannung, negative Wert für Zugspannung. Die axiale Komponente σ_z in Abbildung 5.11 c) weist für HO noch einen Nulldurchgang auf. Für IHCOU und IHCO hingegen ist sie über den gesamten Radius negativ, wobei der Absolutwert mit ansteigender Inhomogenität der Temperaturverteilung zunimmt. Dies ist auch für die äquivalente Vergleichsspannung σ_{eq} in Abbildung 5.11 d) erkennbar. Die maximale äquivalente Vergleichsspannung tritt an der Rohraußenseite bei $r^* = 1$ auf. Mit zunehmender Inhomogenität der Temperaturverteilung nimmt auch die maximale äquivalente Vergleichsspannung zu, da das auftretende Biegemoment aufgrund der Temperaturdifferenz zwischen stärker und schwächer beheizter Rohrhälfte zunimmt ($\sigma_{eq,max,HO} < \sigma_{eq,IHCOU} < \sigma_{eq,IHCO}$). Im Folgenden wird für den Vergleich des Einflusses unterschiedlicher Parameter nur noch die äquivalente Vergleichsspannung genutzt. Um diese für den Fall einer azimuthal inhomogenen Wärmestromdichteverteilung vergleichen zu können wird die äquivalente Vergleichsspannung eines azimuthal inhomogen beheizten Falles (IHCO, IHCOU, IHCUO) mit dem Maximalwert der äquivalenten Vergleichsspannung des korrespondierenden Datenpunktes für HO (identische Reynolds-Zahl Re und nominelle Wärmestromdichte $\dot{q}_{W,i}$) normiert:

$$\sigma_{eq,IH}^*(r, \phi) = \frac{\sigma_{eq,IH}(r, \phi)}{\sigma_{eq,HO,max}} \quad (5.13)$$

Durch diese Normierung ist die Überhöhung der äquivalenten Vergleichsspannung durch den Einfluss einer azimuthal inhomogenen Wärmestromdichteverteilung im Vergleich zum homogen beheizten Fall direkt ersichtlich. Für den homogen beheizten Fall kann der vorliegende Spannungszustand mit bekannten Berechnungsmethoden bestimmt werden. Der Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{eq,IH}^*$ als Funktion des entdimensionierten Radius r^* an der azimuthalen Position $\phi = 90^\circ$ ist in Abbildung 5.12 dargestellt. Variiert werden das Rohrmaterial (Kupfer, Nickel), die nominelle Wärmestromdichte sowie die Reynolds-Zahl der Strömung und es werden Datenpunkte für Wasser dargestellt, da hierfür sowohl Kupfer als auch Nickel als Rohrmaterial verwendet werden konnten.

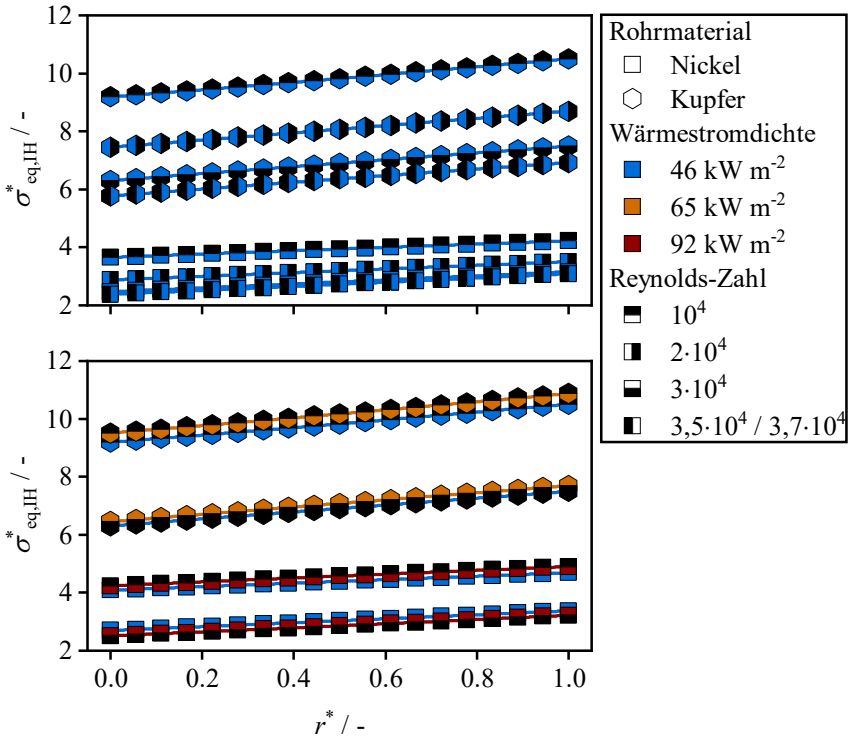


Abbildung 5.12: Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq,IH}}^*$ als Funktion des entdimensionierten Radius r^* bei $\phi = 90^\circ$ für Wasser und IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien, nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f,\text{ein}} = 17^\circ\text{C}$).

Im oberen Teil von Abbildung 5.12 wird der Einfluss der Reynolds-Zahl und des Rohrmaterials auf die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung deutlich. Mit steigender Reynolds-Zahl und damit steigendem konvektivem Wärmeübergangskoeffizienten sinkt diese. Eine Erhöhung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten verringert die Temperaturdifferenz zwischen beheizter und unbeheizter Rohrhälfte und hierdurch das auftretende Biegemoment. Dies wurde ebenso in Logie et al. (2018) gezeigt. Im Kupferrohr treten bei identischer Reynolds-Zahl höhere entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannungen auf als im Nickelrohr. Wie Tabelle 5.3 zu entnehmen ist, weisen die beiden Rohrmaterialien unterschiedliche mechanische Eigenschaften auf. Der

Elastizitätsmodul der Kupferlegierung ist erheblich geringer als jener der Nickellegierung, wohingegen der thermische Ausdehnungskoeffizient etwas größer ist. Aus Kapitel B.2 ist zudem ersichtlich, dass die Kupferlegierung eine erheblich höhere Wärmeleitfähigkeit aufweist als die Nickellegierung. Logie et al. (2018) untersuchten in ihrer Arbeit den Einfluss der mechanischen und thermischen Eigenschaften des Rohrmaterials. Ein höherer Elastizitätsmodul E und linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient β_{lin} und eine geringere Wärmeleitfähigkeit λ_{W} führen zu einer Erhöhung der maximalen äquivalenten Vergleichsspannung für den Fall einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte. Da der Vergleich der mechanischen und thermischen Eigenschaften der Rohrmaterialien teilweise zu höheren und teilweise zu geringeren thermoelastischen Spannungen führt, ist eine abschließende Bewertung auf Basis der vorliegenden Daten nicht möglich.

Im unteren Teil von Abbildung 5.12 wird der Einfluss der nominellen Wärmestromdichte auf die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq,IH}}^*$ deutlich, wobei aus Gründen der Anschaulichkeit nur die Verläufe von jeweils zwei Reynolds-Zahlen dargestellt sind. Eine Erhöhung der nominellen Wärmestromdichte erhöht die äquivalente Vergleichsspannung, da in radialer Richtung in der Rohrwand eine größere Temperaturdifferenz auftritt. Dieser Einfluss wird hingegen bereits durch die Normierung über die maximale äquivalente Vergleichsspannung des homogen beheizten Falles $\sigma_{\text{eq,H0,max}}$ berücksichtigt, weswegen kein Einfluss der Wärmestromdichte in Abbildung 5.12 ersichtlich ist. Die Eintrittstemperatur des Fluids bzw. die Prandtl-Zahl zeigt keinen systematischen Einfluss auf die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung, was aus Abbildung D.6 ersichtlich wird. Da in Kapitel 5.1 gezeigt wurde, dass die entdimensionierte Temperaturverteilung für das Kupfer- und Nickelrohr bei derselben Biot-Zahl identisch ist, wird die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq,IH}}^*$ im nächsten Schritt in Abbildung 5.13 als Funktion der Biot-Zahl Bi auf Basis des halben Rohrrinnenumfangs als charakteristischer Länge (siehe Gleichung (5.2)) dargestellt. Zusätzlich zu den Datenpunkten für Wasser werden jene für GaInSn in die Abbildung integriert. Da bereits gezeigt wurde, dass der Einfluss der nominellen Wärmestromdichte auf die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung vernachlässigbar ist (für Wasser in Abbildung 5.12, für GaInSn in Abbildung D.7), wird für eine bessere Übersichtlichkeit lediglich eine nominelle Wärmestromdichte gewählt.

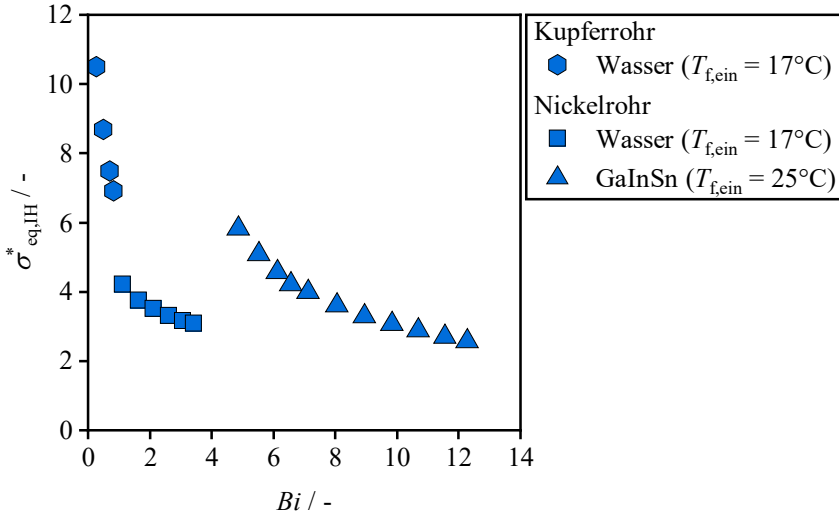


Abbildung 5.13: Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{eq,IH}^*$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien und Fluide ($\dot{q}_{W,i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$).

Die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung $\sigma_{eq,IH}^*$ nimmt mit steigender Biot-Zahl Bi für beide Rohrmaterialien und Fluide ab. Somit nimmt auch die Überhöhung der auftretenden äquivalenten Vergleichsspannungen für die inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte im Vergleich zum homogen beheizten Fall mit steigender Biot-Zahl immer weiter ab. In Kapitel 5.1 konnte bereits gezeigt werden, dass die entdimensionierten Temperaturverläufe der Datenpunkte für Wasser und GaInSn mit identischer Biot-Zahl nicht übereinstimmen. Im Fall von GaInSn zeigten sich stärkere Abweichungen der lokalen zur azimuthal gemittelten Wandtemperatur. Hiermit kann auch die Abweichung der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung bei identischer Biot-Zahl erklärt werden. Insbesondere bei den Ergebnissen für das Nickelrohr, bei welchem eine identische Biot-Zahl für Wasser und GaInSn gleichbedeutend mit einem identischem azimuthal gemitteltem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten ist, werden diese Abweichungen der lokalen zur azimuthal gemittelten Wandtemperatur beim resultierenden Spannungszustand erkennbar. Höhere relative Temperaturdifferenzen zwischen der beheizten und unbeheizten Rohrhälfte bei der Verwendung von GaInSn führen zu einem höheren auftretenden

Biegemoment entlang der azimuthalen und axialen Koordinate. Diese zentrale Erkenntnis unterstreicht die Bedeutung der Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit. Turbulente Flüssigmetallströmungen weisen zwar bei gleicher Reynoldszahl höhere konvektive Wärmeübergangskoeffizienten auf, die wie bereits gezeigt zu einer Reduktion der enddimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung führen. Dennoch bewirkt für eine Flüssigmetallströmung die azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte eine stärkere Inhomogenität der azimuthalen Temperaturverteilung an der Rohrwand, was zu einer deutlichen Erhöhung der äquivalenten Vergleichsspannung des Falles mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte im Vergleich zum Fall mit homogener Verteilung führt.

In einem letzten Schritt wird für GaInSn der Einfluss der unterschiedlichen azimuthalen Verteilungen der Wärmestromdichte (IHCO, IHCU, IHCOU, IHCUO) auf die enddimensionierte äquivalente Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq,IH}}^*$ als Funktion der Biot-Zahl Bi in Abbildung 5.14 untersucht. Über die Farblegende ist die nominelle Wärmestromdichte auf der oberen bzw. unteren Rohrhälfte ersichtlich, wobei schwarz für eine unbeheizte Rohrhälfte (IHCO, IHCU) steht.

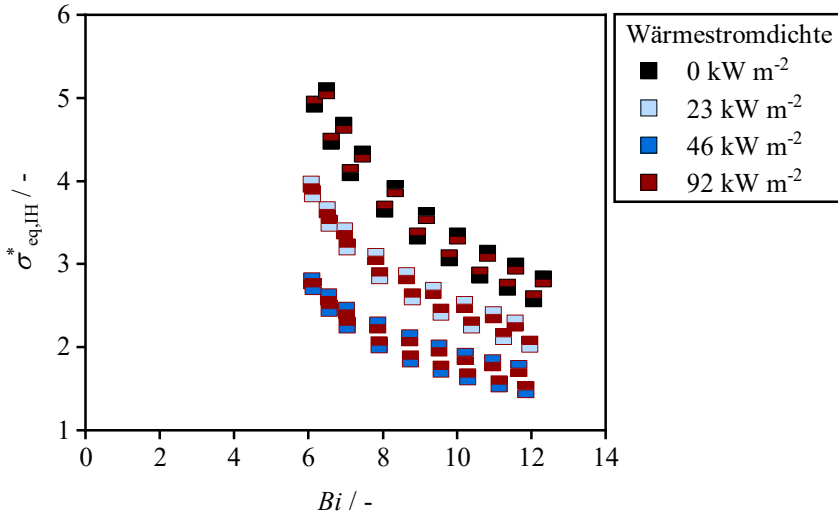


Abbildung 5.14: Verlauf der enddimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq,IH}}^*$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für GaInSn und IHCO, IHCU, IHCOU und IHCUO ($T_{\text{f, ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$).

Aus dem Verlauf der Datenpunkte wird deutlich, dass für IHCO und IHCU die Orientierung des zugeführten Wärmestroms einen Einfluss auf die enddimensionierte äquivalente Vergleichsspannung hat. In Kapitel 4.2 wurde bereits die systematische Abweichung der lokalen Wandtemperatur zwischen IHCO und IHCU diskutiert, die sich auch auf die vorliegenden thermoelastischen Spannungen auswirkt, wenngleich der Einfluss gering ist. Für IHCOU und IHCUO zeigt sich, dass mit steigender nomineller Wärmestromdichte auf der schwächer beheizten Rohrhälfte die enddimensionierte äquivalente Vergleichsspannung abnimmt, da sich die Temperaturverteilung in der Rohrwand der Temperaturverteilung für HO annähert. Hierdurch verringert sich das auftretende Biegemoment, da die relative Temperaturdifferenz zwischen stärker und schwächer beheizter Rohrhälfte kleiner wird.

Zusammenfassend wurde in diesem Kapitel eine Analyse der thermisch induzierten Spannungen vorgestellt. Hierbei konnte gezeigt werden, dass mit steigender azimuthaler Inhomogenität der Temperaturverteilung innerhalb der Rohrwand die maximale äquivalente Vergleichsspannung zunimmt. Dies ist auf

das auftretende Biegemoment aufgrund der Temperaturdifferenz zwischen stärker und schwächer beheizter Rohrhälfte zurückzuführen. Der Vergleich der induzierten thermischen Spannungen für Fälle mit Wasser und GaInSn als Wärmeträgerfluid zeigte, dass bei einer Flüssigmetallströmung mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte eine stärkere Inhomogenität der azimuthalen Temperaturverteilung an der Rohrwand auftritt, was zu einer deutlichen Erhöhung der äquivalenten Vergleichsspannung des Falles mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte im Vergleich zum Fall mit homogener Verteilung führt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde experimentell der Einfluss einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte auf den konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und die Temperaturverteilung an der Innenwand bei horizontalen, turbulent durströmten Rohren untersucht. Als Wärmeträgerfluide wurden Wasser als Vertreter konventioneller Fluide mit mittleren und hohen Prandtl-Zahlen und eine nahe-eutektische Flüssigmetalllegierung aus Gallium, Indium und Zinn, als Vertreter von Fluiden mit sehr kleinen Prandtl-Zahlen verwendet. Zur Durchführung der thermofluidodynamischen Experimente wurde im Rahmen dieser Arbeit erfolgreich eine neue Versuchsanlage konzipiert, aufgebaut und in Betrieb genommen.

6.1 Zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse

Für den Fall einer azimuthal homogen beheizten turbulenten Flüssigmetallrohrströmung wurde in Kapitel 2.1.2 dargestellt, dass anhand der statistischen Auswertung in der Arbeit von Pacio et al. (2015) der konvektive Wärmeübergangskoeffizient für typische Flüssigmetall-Gruppen (Alkalimetalle, z.B. Natrium, Schwermetalle, z.B. Blei/Blei-Wismuth und Übrige, z.B. Quecksilber) am genauesten durch eine jeweils materialspezifisch angepasste Nusselt-Korrelation beschrieben wird. Diese Erkenntnisse unterschieden sich deutlich von Erfahrungen mit konventionellen Fluiden, für welche die etablierte Nusselt-Korrelation von Gnielinski (2013) für einen sehr breiten Bereich an Stoffen sehr genaue Ergebnisse liefert. Die für diese Verteilung der Wärmestromdichte im Rahmen dieser Arbeit bestimmten experimentellen Daten werden statistisch gesehen am genauesten mit der Korrelation von Chen und Chiou (1981) wiedergegeben, welche laut Pacio et al. (2015) am besten das Verhalten von Alkalimetallen widerspiegelt. Da jedoch für sehr geringe und sehr hohe Péclet-Zahlen die Abweichung dieser Korrelation von den experimentellen Datenpunkten dieser Arbeit ansteigt, wurde eine neue Nusselt-Korrelation auf Basis der experimentellen Daten dieser Arbeit entwickelt.

Hinsichtlich der in Kapitel 1.2 formulierten wissenschaftlichen Fragestellungen wurden die nachfolgend zusammengefassten Erkenntnisse gewonnen:

Wie beeinflusst die azimutale Verteilung der Wärmestromdichte die lokalen und umfangsgemittelten konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten in der Strömung, sowie die resultierende Temperaturverteilung in der Rohrwand? Welchen Einfluss hat eine sehr geringe Prandtl-Zahl, wie sie für Flüssigmetalle auftritt, auf die genannten Größen?

Auf Basis der experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass Nusselt-Korrelationen, welche für azimutal homogen beheizte Rohrströmungen bestimmt wurden ebenso geeignet sind, die azimutal gemittelten Nusselt-Zahlen für Rohrströmungen zu bestimmen, bei denen die azimutale Verteilung der Wärmestromdichte inhomogen ist. Dies gilt sowohl für turbulente Strömungen von Wasser als auch GaInSn.

Die Untersuchungen ergaben, dass im Fall von GaInSn die azimutale Temperaturverteilung in der Rohrwand bei einer halbumbfänglichen Beheizung und identischer Reynolds-Zahl eine höhere Inhomogenität aufweist, als bei Wasser. Dies lässt sich mit den für Flüssigmetalle erheblich höheren konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten erklären. Zudem konnte ein größerer Einfluss der azimutal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte auf die lokalen Nusselt-Zahlen als bei konventionellen Fluiden gezeigt werden.

Mit Blick auf mischkonvektive Effekte wurde gezeigt, dass diese sowohl für Wasser als auch GaInSn bei horizontalen Strömungen für den Fall einer halbumbfänglichen Beheizung im Vergleich zum Fall einer azimutal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte bei identischer Rayleigh-Zahl bereits bei deutlich höheren Reynolds-Zahlen auftreten. Dies gilt für den Fall, wenn der Wärmestrom über die untere Hälfte auf das Rohr aufgeprägt wird, entgegen der Schwerkraft und die resultierenden Auftriebsströmungen eine stärkere Homogenisierung der Temperaturverteilung in der Rohrwand verursachen.

Die experimentell bestimmten Datenpunkte für Wasser verifizieren die Erkenntnisse und die Regimegrenze für Mischkonvektion aus der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) mit vergleichbarer Verteilung der Wärmestromdichte. Im Vergleich dazu konnte im Fall der experimentellen Untersuchungen mit GaInSn gezeigt werden, dass mischkonvektive Effekte für diese Verteilung der Wärmestromdichte bei noch geringeren Rayleigh- und bei gleichzeitig höheren Reynolds-Zahlen auftreten als bei den Wasserströmungen.

Desweiteren wurde im Rahmen dieser Arbeit gezeigt, dass das Kriterium für das Einsetzen mischkonvektiver Effekte von Buhr et al. (1968), welches auf Basis experimenteller Flüssigmetalldatenpunkte mit azimuthal homogener Verteilung der Wärmestromdichte bestimmt wurde, nicht geeignet ist, um das Einsetzen dieser Effekte bei Strömungen mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte zu bestimmen. Stattdessen wurde auf Basis der Untersuchungen aus dieser Arbeit ein Kriterium für das Einsetzen mischkonvektiver Effekte bei horizontalen Flüssigmetallrohrströmungen mit halbumbfänglicher Beheizung über die untere Rohrhälfte entwickelt.

Der Vergleich der experimentell bestimmten Temperaturverteilungen an der Rohrwand mit Modellierungsansätzen aus der Literatur zeigt sowohl für Wasser als auch GaInSn, dass mit diesen eine Abweichung zu den experimentell bestimmten Temperaturverteilungen von ca. 25 % erzielt werden konnte. Für GaInSn zeigte sich eine deutlich Verbesserung der Übereinstimmung zwischen der experimentell und auf Basis von Modellierungsansätzen aus der Literatur bestimmten Temperaturverteilung an der Rohrwand, wenn die Anisotropie der turbulenten thermischen Diffusivitäten in radialer und azimuthaler Richtung in der Strömung berücksichtigt wird.

Zusätzlich wurde im Rahmen dieser Arbeit ein alternativer Modellierungsansatz zur Beschreibung der Temperaturverteilung bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte entwickelt, welcher auf der Analogie des Wärmetransportproblems zu einer Rippe mit adiabter Spitze basiert. Hierbei wird ausgenutzt, dass sich die Temperaturverteilung innerhalb einer Rippe auf Basis einer Biot-Zahl beschreiben lässt. Die Biot-Zahl wird aus dem Verhältnis von thermischen Widerständen durch Wärmeleitung in der Rippe und thermischem Widerstand durch konvektivem Wärmeübergang von der Rippe an das strömende Fluid gebildet. Für die Untersuchungen mit Wasser konnte auf Basis dieses Ansatzes eine zufriedenstellende Übereinstimmung gefunden werden. Für die Untersuchungen mit GaInSn hingegen zeigte sich, dass keine Ähnlichkeit zum Wärmetransport in Rippen hergestellt werden konnte. Aus diesem Grund wurde ein empirisch ermittelter Ansatz für die Beschreibung der Temperaturverteilung an der Rohrwand für GaInSn bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte entwickelt.

Wie wirkt sich die resultierende Temperaturverteilung in der Rohrwand auf die thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand aus? Lassen sich Unterschiede zwischen konventionellen Fluiden und Flüssigmetallen bezogen auf die thermisch induzierten Spannungen bestimmen?

Für die Analyse der thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand wurde auf Basis der in dieser Arbeit experimentell bestimmten Temperaturverteilung in der Rohrwand mithilfe der Modellgleichungen aus der Arbeit von Logie et al. (2018) der Einfluss einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte für Wasser und GaInSn untersucht. Die Analyse der Spannungskomponenten ergab, dass der größte Einfluss der Verteilung der Wärmestromdichte bei der axialen Komponente der thermoelastischen Spannung zu erkennen ist. Diese Beobachtung kann durch ein Biegemoment entlang der axialen und azimuthalen Koordinate in der Rohrwand erklärt werden, welches aufgrund der azimuthalen Temperaturdifferenz innerhalb der Rohrwand auftritt (Logie et al. 2018).

Die Analyse des Spannungszustandes wurde mittels einer entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung mit einer Normierung auf die maximale äquivalente Vergleichsspannung des azimuthal homogen beheizten Falles durchgeführt. Hierdurch konnte der Einfluss der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte analysiert werden.

Mit Blick auf die Abhängigkeit der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung von der Reynolds-Zahl wurde gezeigt, dass diese sowohl für Wasser als auch GaInSn mit steigender Reynolds-Zahl und dementsprechend steigendem konvektiven Wärmeübergangskoeffizient abnimmt. Bei identischer Reynolds-Zahl ist die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung aufgrund des höheren konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für GaInSn im Vergleich zu Wasser geringer. Hingegen ist die entdimensionierte äquivalente Vergleichsspannung bei identischem azimuthal gemitteltem konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für GaInSn aufgrund der bereits diskutierten höheren Inhomogenität der Temperaturverteilung im Vergleich zu Wasser größer.

Für GaInSn wurde zusätzlich zu Datenpunkten mit halbumfänglicher Beheizung der Fall einer vollumfänglichen Beheizung mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte berücksichtigt, wobei beide Rohrhälften mit einem unterschiedlichen Wärmestrom beaufschlagt wurden. Für diese Randbedingung konnte gezeigt werden, dass sich der Spannungszustand in der Rohrwand jenem für den Fall einer azimuthal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte annähert, je geringer das Verhältnis der aufgeprägten Wärmestromdichten zwischen beiden Rohrhälften ist.

6.2 Ausblick

In dieser Arbeit konnten Erkenntnisse dazu gewonnen werden, wie sich eine azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte bei turbulenten Rohrströmungen von Wasser und GaInSn auf den Wärmeübergang und die Temperaturverteilung an der Rohrwand und die thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand auswirkt. Ein Aspekt, welcher im Rahmen dieser Arbeit nicht vollumfänglich geklärt werden konnte ist die thermische Einlauf­länge turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte. Für den Fall einer azimuthal homogenen Verteilung der Wärmestromdichte konnten bestehende Korrelationen zur Bestimmung der thermischen Einlauf­länge der Strömung zumindest verifiziert werden, was jedoch für den Fall einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte mangels ausreichender axialer Messebenen und aufgrund des technischen Versagens einzelner Thermoelemente nicht möglich war.

Auf Basis weniger Datenpunkte wurde in dieser Arbeit die Regimegrenze für das Auftreten mischkonvektiver Effekte bei halbumfänglich beheizten horizontalen turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen bestimmt, wenn der Wärmestrom über die untere Rohrhälfte entgegen der Schwerkraft aufgeprägt wird. Diese Regimegrenze sollte anhand weiterer Datenpunkte verifiziert werden. Zusätzlich wäre in einem nächsten Schritt auf Basis einer Vielzahl experimenteller Datenpunkte die Entwicklung einer neuen Nusselt-Korrelation für den Fall von Mischkonvektion, ähnlich zu jener in der Arbeit von Dirker et al. (2018), wünschenswert. Eine Erweiterung der experimentellen Untersuchungen auf den Fall einer vertikalen Rohrströmung, mit azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte und überlagerten Auftriebsströmungen, wäre ebenso von hohem wissenschaftlichem und auch praktischem Interesse.

Hinsichtlich der Modellierung der Temperaturverteilung an der Rohrwand wäre eine Erweiterung des untersuchten Parameterraums wünschenswert. So sollte eine systematische Variation der geometrischen (Rohrinnen- und Außendurchmesser) und thermischen Parameter (Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand) durchgeführt werden, um die in dieser Arbeit getroffenen Annahmen zur Berechnung einer Biot-Zahl weiter zu verifizieren.

Literaturverzeichnis

- Abánades, Alberto; Rathnam, Renu Kumar; Geißler, Tobias; Heinzl, Annette; Mehravaran, Kian; Müller, George et al. (2016): Development of methane decarbonisation based on liquid metal technology for CO₂-free production of hydrogen. In: *International Journal of Hydrogen Energy* 41 (19), S. 8159–8167. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2015.11.164.
- Antoranz, A.; Gonzalo, A.; Flores, O.; García-Villalba, M. (2015): Numerical simulation of heat transfer in a pipe with non-homogeneous thermal boundary conditions. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 55, S. 45–51. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.05.007.
- Barleon, L.; Mack, K.-J.; Stieglitz, R. (1996): The MEKKA-facility a Flexible Tool to Investigate MHD-flow Phenomena. Scientific Report FZKA 5821. Forschungszentrum Karlsruhe. Karlsruhe.
- Baughn, J. W.; Hoffman, M. A.; Launder, B. E.; Takahashi, R. K. (1984): Turbulent Heat Transport in Circular Ducts With Circumferentially Varying Heat Flux. In: *J. Heat Transfer* 106 (1), S. 64–70. DOI: 10.1115/1.3246661.
- Bejan, Adrian (1978): General criterion for rating heat-exchanger performance. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 21 (5), S. 655–658. DOI: 10.1016/0017-9310(78)90064-9.
- Belyaev, I. A.; Genin, L. G.; Listratov, Ya. I.; Melnikov, I. A.; Sviridov, V. G.; Sviridov, E. V. et al. (2013): Specific features of liquid metal heat transfer in a TOKAMAK reactor. In: *MHD* 49 (1-2), S. 177–190. DOI: 10.22364/mhd.49.1-2.22.
- Belyaev, I. A.; Ivochkin, Yu. P.; Listratov, Ya. I.; Razuvanov, N. G.; Sviridov, V. G. (2015): Temperature fluctuations in a liquid metal MHD-flow in a horizontal inhomogeneously heated tube. In: *High Temp* 53 (5), S. 734–741. DOI: 10.1134/S0018151X15050041.
- Bilen, Kadir; Tokgoz, Nehir; Solmaz, İsmail; Balta, Tuba (2022): Thermo-hydraulic performance of tube with decaying swirl flow generators. In:

- Applied Thermal Engineering* 200 (1), S. 117643. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2021.117643.
- Black, A. W.; Sparrow, E. M. (Hg.) (1967a): Experiments on Turbulent Heat Transfer in a Tube With Circumferentially Varying Thermal Boundary Conditions. Winter Annual Meeting. New York. ASME.
- Black, A. W.; Sparrow, E. M. (1967b): Experiments on Turbulent Heat Transfer in a Tube With Circumferentially Varying Thermal Boundary Conditions. In: *J. Heat Transfer* 89 (3), S. 258–268. DOI: 10.1115/1.3614375.
- Black, W. A. (1966): The effect of circumferentially varying boundary conditions on turbulent heat transfer in a tube. Doktorarbeit. UNiversity of Minnesota, Minneapolis. Department of Mechanical Engineering.
- Böckh, Peter; Wetzel, Thomas (2018): Wärmeübertragung. Grundlagen und Praxis. 7. Aufl. 2017. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Online verfügbar unter <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1499890>.
- Bommelburg, H.; Smith, C. (1976): Sodium-NaK engineering handbook. Chapter 1 Physical Properties. New York: Gordon & Breach.
- Buhr, H. O.; Carr, A. D.; Balzhiser, R. E. (1968): Temperature profiles in liquid metals and the effect of superimposed free convection in turbulent flow. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 11 (4), S. 641–654. DOI: 10.1016/0017-9310(68)90067-7.
- Chang, C.; Li, X.; Zhang, Q. Q. (2014): Experimental and Numerical Study of the Heat Transfer Characteristics in Solar Thermal Absorber Tubes with Circumferentially Non-uniform Heat Flux. In: *Energy Procedia* 49, S. 305–313. DOI: 10.1016/j.egypro.2014.03.033.
- Chen, Ching-Jen; Chiou, Jenq Shing (1981): Laminar and turbulent heat transfer in the pipe entrance region for liquid metals. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 24 (7), S. 1179–1189. DOI: 10.1016/0017-9310(81)90167-8.

-
- Chieng, C. C.; Launder, B. E. (1979): On the calculation of turbulent transport in flow through an asymmetrically heated pipe. In: *Numerical Heat Transfer* 2 (3), S. 359–371. DOI: 10.1080/10407787908913419.
- Cramer, Stephen D.; Covino, Bernard S. (2003): Corrosion: Fundamentals, Testing, and Protection: ASM International.
- Cui, Yuntao; Ding, Yujie; Xu, Shuo; Yang, Zhenze; Zhang, Pengju; Rao, Wei; Liu, Jing (2018): Liquid Metal Corrosion Effects on Conventional Metallic Alloys Exposed to Eutectic Gallium–Indium Alloy Under Various Temperature States. In: *Int J Thermophys* 39 (10), S. 11009. DOI: 10.1007/s10765-018-2440-x.
- Daubner, M.; Krieger, V. (2010): Betriebsmessdatenvisualisierung und -erfassung mit OPAL (OPC-Panel-Livegraph). (KIT Scientific Reports ; 7558).
- Deng, Yueguang; Liu, Jing (2010): A liquid metal cooling system for the thermal management of high power LEDs. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37 (7), S. 788–791. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.04.011.
- Deutsches Kupferinstitut (2023): Datenblatt Cu-DHP. Online verfügbar unter <https://www.kupferinstitut.de/wp-content/uploads/2021/08/Cu-DHP.pdf>, zuletzt geprüft am 24.02.2023.
- Dirker, J.; Meyer, J. P.; Reid, W. J. (2018): Experimental investigation of circumferentially non-uniform heat flux on the heat transfer coefficient in a smooth horizontal tube with buoyancy driven secondary flow. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 98, S. 480–496. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2018.06.017.
- Fang, Jiabin; Zhang, Canghong; Tu, Nan; Wei, Jinjia; Qaisrani, Mumtaz A.; Wei, Junyao et al. (2021): Numerical investigation on heat transfer and thermoelastic stress in a solar cavity receiver. In: *Applied Thermal Engineering* 198, S. 117430. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2021.117430.
- Ferziger, Joel H. (2008): Numerische Strömungsmechanik. Unter Mitarbeit von Milovan Peric. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg. Online

verfügbar unter

<https://ebookcentral.proquest.com/lib/kxp/detail.action?docID=6438383>.

- Flesch, J.; Fritsch, A.; Cammi, G.; Marocco, L.; Fellmoser, F.; Pacio, J.; Wetzels, Th. (2015): Construction of a Test Facility for Demonstration of a Liquid Lead-bismuth-cooled 10kW Thermal Receiver in a Solar Furnace Arrangement - SOMMER. In: *Energy Procedia* 69 (6), S. 1259–1268. DOI: 10.1016/j.egypro.2015.03.157.
- Flesch, Jonathan (2021): LBE-cooled tube receiver performance - Design aspects and high-flux operation in a solar furnace. doctoral thesis. Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe.
- Frantz, Cathy; Buck, Reiner; Röger, Marc; Hoffschmidt, Bernhard (2023): Experimental Analysis of Forced Convective Heat Transfer of Nitrate Salt in a Circular Tube at High Reynolds Numbers and Temperatures. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 201 (2), S. 123563. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123563.
- Fritsch, A. (2018): An analysis of potential of solar tower power plants using liquid metals as heat transfer fluid. doctoral thesis. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Aachen.
- Gancarz, Tomasz; Berent, Katarzyna (2018): The applications of Cu substrate in liquid metal cooling systems. In: *Materials Letters* 227, S. 116–119. DOI: 10.1016/j.matlet.2018.05.053.
- Gärtner, D.; Johannsen, K.; Ramm, H. (1974): Turbulent heat transfer in a circular tube with circumferentially varying thermal boundary conditions. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 17 (9), S. 1003–1018. DOI: 10.1016/0017-9310(74)90182-3.
- Geddis, Philip; Wu, Lijun; McDonald, Andrew; Chen, Steven; Clements, Bruce (2020): Effect of static liquid Galinstan on common metals and non-metals at temperatures up to 200 °C. In: *Can. J. Chem.* 98 (12), S. 787–798. DOI: 10.1139/cjc-2020-0227.
- Geißler, T.; Abánades, A.; Heinzel, A.; Mehravaran, K.; Müller, G.; Rathnam, R. K. et al. (2016): Hydrogen production via methane pyrolysis in a liquid metal bubble column reactor with a packed bed. In: *Chemical*

Engineering Journal 299 (20), S. 192–200. DOI:
10.1016/j.cej.2016.04.066.

- Geißler, T.; Plevan, M.; Abánades, A.; Heinzl, A.; Mehravaran, K.; Rathnam, R. K. et al. (2015): Experimental investigation and thermo-chemical modeling of methane pyrolysis in a liquid metal bubble column reactor with a packed bed. In: *International Journal of Hydrogen Energy* 40 (41), S. 14134–14146. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2015.08.102.
- Gnielinski, V. (2013): On heat transfer in tubes. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 63, S. 134–140. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.04.015.
- Gnielinski, Volker (1975): Neue Gleichungen für den Wärme- und den Stoffübergang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen. In: *Forsch Ing-Wes* 41 (1), S. 8–16. DOI: 10.1007/BF02559682.
- Grötzbach, G. (2013): Challenges in low-Prandtl number heat transfer simulation and modelling. In: *Nuclear Engineering and Design* 264, S. 41–55. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2012.09.039.
- ISO/IEC 98-3:2008, 1995: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM).
- Gülich, Johann Friedrich (2020): *Kreiselpumpen. Handbuch für Entwicklung, Anlagenplanung und Betrieb*. 5. Aufl. 2020. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Online verfügbar unter <http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1825152>.
- Holms, A. G. (1952): A biharmonic relaxation Method for calculating thermal stress in cooled irregular cylinders. Lewis Flight Propulsion Lab. Cleveland (Tech. Rep. NACA-TR-1059).
- Incropera, Frank P.; Dewitt, David P.; Bergman, Theodore L.; Lavine, Adrienne s. (2007a): *Fundamentals of heat and mass transfer*. 6. ed. Hoboken, NJ: Wiley. Online verfügbar unter <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0626/2005058360-d.html>.
- Incropera, Frank P.; Dewitt, David P.; Bergman, Theodore L.; Lavine, Adrienne s. (2007b): *Introduction to heat transfer*. 5. ed. Hoboken, NJ:

Wiley. Online verfügbar unter
<http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0653/2006282086-d.html>.

- Ivanovskii, M. N.; Orlov, Yu. I.; Subbotin, V. I. (1967): Thermal conductivity of the boundary layer in liquid-metal coolant flow. In: *Atomnaya Énergiya* 22 (3), S. 231–233.
- Jackson, J. D. (1983): Turbulent mixed convection heat transfer to liquid sodium. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 4 (2), S. 107–111. DOI: 10.1016/0142-727X(83)90011-5.
- Kays, W. M.; Crawford, M. E.; Weigand, Bernhard (2015): Convective heat and mass transfer. 4th ed. New Delhi, London: McGraw-Hill Education (India) Private Limited (McGraw-Hill series in mechanical engineering).
- Knowles, G. R.; Sparrow, E. M. (1979): Local and Average Heat Transfer Characteristics for Turbulent Airflow in an Asymmetrically Heated Tube. In: *J. Heat Transfer* 101 (4), S. 635–641. DOI: 10.1115/1.3451049.
- Konakov, P. K. (1946): A new correlation for the friction coefficient in smooth tubes (orig. russ.). In: *Berichte der Akademie der Wissenschaften der UdSSR* L1 (7), S. 503–506.
- Kutateladze, S. S.; Borishanskii, V. M.; Novikov, I. I. (1958): Heat Transfer in Liquid Metals. In: *The Soviet Journal of Atomic Energy* 4 (5), S. 555–571.
- Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2022): Turbulent heat transfer in a liquid metal tube flow with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 189 (4), S. 122734. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122734.
- Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2023): Heat transfer and pressure drop data of a turbulent tube flow of water and GaInSn with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *KITopenData [Online-database]*. DOI: 10.5445/IR/1000155030.
- Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2024): Conjugate heat transfer of a turbulent tube flow of water and GaInSn with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *International Journal of Heat*

-
- and Mass Transfer* 221, 125027. DOI:
10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.125027.
- Laube, Tim; Emmendorfer, Franziska; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2021): Thermophysical properties of the near eutectic liquid Ga-In-Sn alloy. In: *KITopenData [Online-database]*. DOI: 10.5445/IR/1000140052.
- Laube, Tim; Marocco, Luca; Niedermeier, Klarissa; Pacio, Julio; Wetzel, Thomas (2020): Thermodynamic Analysis of High-Temperature Energy Storage Concepts Based on Liquid Metal Technology. In: *Energy Technol.* 8 (3), S. 1900908. DOI: 10.1002/ente.201900908.
- Laws, E. M. (1990): Flow conditioning - A new development. In: *Flow Measurement and Instrumentation* 1, S. 165–170.
- Laws, E. M. (1994): Flow Conditioner. Veröffentlichungsnr: US005341848A.
- Laws, E. M.; Ouazzane, A. K. (1995): A further investigation into flow conditioner design yielding compact installations for orifice plate flow metering. In: *Flow Measurement and Instrumentation* 6 (3), S. 187–199.
- Leichtmetall Aluminium Giesserei Hannover GmbH (2023): Daten und Fakten für die Praxis EN AW-6082. Die vielseitige Legierung. Online verfügbar unter https://www.leichtmetall.eu/app/uploads/sites/2/Leichtmetall_Datenblatt_EN-AW-6082.pdf, zuletzt geprüft am 11.01.2023.
- Liu, Tingyi; Sen, Prosenjit; Kim, Chang-Jin (2012): Characterization of Nontoxic Liquid-Metal Alloy Galinstan for Applications in Microdevices. In: *J. Microelectromech. Syst.* 21 (2), S. 443–450. DOI: 10.1109/JMEMS.2011.2174421.
- Logie, William R.; Pye, John D.; Coventry, Joe (2018): Thermoelastic stress in concentrating solar receiver tubes: A retrospect on stress analysis methodology, and comparison of salt and sodium. In: *Solar Energy* 160 (1), S. 368–379. DOI: 10.1016/j.solener.2017.12.003.
- Lorenzin, Nikola; Abánades, Alberto (2016): A review on the application of liquid metals as heat transfer fluid in Concentrated Solar Power

- technologies. In: *International Journal of Hydrogen Energy* 41 (17), S. 6990–6995. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2016.01.030.
- Lubarsky, Bernhard; Kaufman, Samuel J. (1956): Review of experimental investigations of liquid-metal heat transfer. Lewis Flight Propulsion Laboratory - National Advisory Committee for Aeronautics (1270).
- Lyon, Richard N. (1951): Liquid Metal Heat-Transfer Coefficients. In: *Chemical Engineering Progress* 47 (2), S. 75–79.
- Marocco, L.; Cammi, G.; Flesch, J.; Wetzel, Th. (2016): Numerical analysis of a solar tower receiver tube operated with liquid metals. In: *International Journal of Thermal Sciences* 105, S. 22–35. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2016.02.002.
- Marocco, Luca; Loges, André; Wetzel, Thomas; Stieglitz, Robert (2012): Experimental investigation of the turbulent heavy liquid metal heat transfer in the thermal entry region of a vertical annulus with constant heat flux on the inner surface. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55 (23-24), S. 6435–6445. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.06.037.
- Marugán-Cruz, C.; Flores, O.; Santana, D.; García-Villalba, M. (2016): Heat transfer and thermal stresses in a circular tube with a non-uniform heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 96 (3), S. 256–266. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.01.035.
- Melnikov, I. A.; Razuvanov, V. G.; Sviridov, V. G.; Sviridov, E. V.; Shestakov, A. A. (2013): An investigation of heat exchange of liquid metal during flow in a vertical tube with non-uniform heating in the transverse magnetic field. In: *Thermal Engineering* 60 (5), S. 355–362.
- Melnikov, I. A.; Sviridov, E. V.; Sviridov, V. G.; Razuvanov, N. G. (2016): Experimental investigation of MHD heat transfer in a vertical round tube affected by transverse magnetic field. In: *Fusion Engineering and Design* 112 (5), S. 505–512. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2016.06.003.
- Metais, B.; Eckert, E. R. G. (1964): Forced, Mixed, and Free Convection Regimes. In: *Journal of Heat Transfer* 86, S. 295–296.

-
- Möller, R.; Tschöke, H. (1972): Theoretische Untersuchungen zur Wandtemperaturmessung an simulierten Brennstäben für thermodynamische Experimente in Natrium. Hg. v. Gesellschaft für Kernforschung M. B. H. Kernforschungszentrum Karlsruhe. Karlsruhe (KFK, 1555).
- Morley, N. B.; Burris, J.; Cadwallader, L. C.; Nornberg, M. D. (2008): GaInSn usage in the research laboratory. In: *The Review of scientific instruments* 79 (5), S. 56107. DOI: 10.1063/1.2930813.
- Müller-Trefzer, F.; Niedermeier, K.; Fellmoser, F.; Flesch, J.; Pacio, J.; Wetzel, T. (2021): Experimental results from a high heat flux solar furnace with a molten metal-cooled receiver SOMMER. In: *Solar Energy* 221, S. 176–184. DOI: 10.1016/j.solener.2021.03.066.
- Müller-Trefzer, Franziska; Niedermeier, Klarissa; Daubner, Markus; Wetzel, Thomas (2022): Experimental investigations on the design of a dual-media thermal energy storage with liquid metal. In: *Applied Thermal Engineering* 213 (5), S. 118619. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2022.118619.
- Niedermeier, K.; Flesch, J.; Marocco, L.; Wetzel, Th. (2016): Assessment of thermal energy storage options in a sodium-based CSP plant. In: *Applied Thermal Engineering* 107, S. 386–397. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2016.06.152.
- Niedermeier, Klarissa; Marocco, Luca; Flesch, Jonathan; Mohan, Gowtham; Coventry, Joe; Wetzel, Thomas (2018): Performance of molten sodium vs. molten salts in a packed bed thermal energy storage. In: *Applied Thermal Engineering* 141, S. 368–377. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.05.080.
- Niedermeier, Klarissa; Müller-Trefzer, Franziska; Marocco, Luca (2022): Parametric study of filler size and properties for a liquid-metal thermal energy storage. In: *Applied Thermal Engineering* 212 (4), S. 118568. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2022.118568.
- Notter, R. H.; Sleicher, C. A. (1972): A solution to the turbulent Graetz problem—III Fully developed and entry region heat transfer rates. In:

Chemical Engineering Science 27 (11), S. 2073–2093. DOI:
10.1016/0009-2509(72)87065-9.

- OECD/NEA (2015): Handbook on lead-bismuth eutectic alloy and Lead properties, materials compatibility, thermalhydraulics and technologies: OECD/NEA Nuclear Science Committee Working Party on Scientific Issues of the Fuel Cycle Working Group on Lead-bismuth Eutectic.
- Oertel, Herbert (2015): Strömungsmechanik. Für Ingenieure und Naturwissenschaftler. 7., überarb. Aufl. 2015. Wiesbaden: Springer Vieweg (Springer eBook Collection).
- Okafor, Izuchukwu F.; Dirker, Jaco; Meyer, Josua P. (2014): Influence of circumferential solar heat flux distribution on the heat transfer coefficients of linear Fresnel collector absorber tubes. In: *Solar Energy* 107 (1), S. 381–397. DOI: 10.1016/j.solener.2014.05.011.
- Pacio, J.; Marocco, L.; Wetzel, Th. (2015): Review of data and correlations for turbulent forced convective heat transfer of liquid metals in pipes. In: *Heat Mass Transfer* 51 (2), S. 153–164. DOI: 10.1007/s00231-014-1392-3.
- Pacio, J.; Singer, Cs.; Wetzel, Th.; Uhlig, R. (2013): Thermodynamic evaluation of liquid metals as heat transfer fluids in concentrated solar power plants. In: *Applied Thermal Engineering* 60 (1-2), S. 295–302. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2013.07.010.
- Petukov, B. S.; Kurganov, V. A.; Gladuntsov, A. I. (1973): Heat transfer in turbulent pipe flow of gases with variable properties. In: *Heat Transfer Soviet Research* 5 (4), S. 109–116.
- Plevachuk, Yuriy; Sklyarchuk, Vasyly; Eckert, Sven; Gerbeth, Gunter; Novakovic, Rada (2014): Thermophysical Properties of the Liquid Ga–In–Sn Eutectic Alloy. In: *J. Chem. Eng. Data* 59 (3), S. 757–763. DOI: 10.1021/je400882q.
- Plevan, M.; Geißler, T.; Abánades, A.; Mehravaran, K.; Rathnam, R. K.; Rubbia, C. et al. (2015): Thermal cracking of methane in a liquid metal bubble column reactor: Experiments and kinetic analysis. In: *International Journal of Hydrogen Energy* 40 (25), S. 8020–8033. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2015.04.062.

-
- Polifke, Wolfgang; Kopitz, Jan (2009): Wärmeübertragung. Grundlagen, analytische und numerische Methoden. 2., aktualisierte Auflage. München: Pearson Studium (Ing - Maschinenbau). Online verfügbar unter <https://ebookcentral.proquest.com/lib/kxp/detail.action?docID=5574931>.
- Prokhorenko, V. Ya.; Roshchupkin, V. V.; Pokrasin, M. A.; Prokhorenko, S. V.; Kotov, V. V. (2000): Liquid Gallium: Potential uses as a heat-transfer agent. In: *High Temperature* 38 (6), S. 954–968. DOI: 10.1023/A:1004157827093.
- Quarmby, Alan; Quirk, Richard (1972): Measurements of the radial and tangential eddy diffusivities of heat and mass in turbulent flow in a plain tube. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (11), S. 2309–2327. DOI: 10.1016/0017-9310(72)90049-X.
- Rapier, A.C (1972): Forced convection heat transfer in a circular tube with non-uniform heat flux around the circumference. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (3), S. 527–537. DOI: 10.1016/0017-9310(72)90215-3.
- Reynolds, W. C. (1960): Heat Transfer to Fully Developed Laminar Flow in a Circular Tube With Arbitrary Circumferential Heat Flux. In: *J. Heat Transfer* 82 (2), S. 108–112. DOI: 10.1115/1.3679887.
- Reynolds, W. C. (1963): Turbulent heat transfer in a circular tube with variable circumferential heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 6 (6), S. 445–454. DOI: 10.1016/0017-9310(63)90119-4.
- Schlichting, Hermann; Gersten, Klaus (2017): Boundary-Layer Theory. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Schmidt, R. R.; Sparrow, E. M. (1978): Turbulent Flow of Water in a Tube with Circumferentially Nonuniform Heating, with or without Buoyancy. In: *J. Heat Transfer* 100 (3), S. 403–405. DOI: 10.1115/1.3450822.
- Skupinski, E.; Tortel, J.; Vautrey, L. (1965): Determination des coefficients de convection d'un alliage sodium-potassium dans un tube circulaire. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 8 (6), S. 937–951. DOI: 10.1016/0017-9310(65)90077-3.

- Sleicher, C. A.; Awad, A. S.; Notter, R. H. (1973): Temperature and eddy diffusivity profiles in NaK. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 16 (8), S. 1565–1575. DOI: 10.1016/0017-9310(73)90184-1.
- Sparrow, E. M.; Eichhorn, R.; Gregg, J. L. (1959): Combined Forced and Free Convection in a Boundary Layer Flow. In: *Phys. Fluids* 2 (3), S. 319. DOI: 10.1063/1.1705928.
- Sparrow, E. M.; Lin, S. H. (1963): Turbulent heat transfer in a tube with circumferentially varying temperature or heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 6 (9), S. 866–867. DOI: 10.1016/0017-9310(63)90070-X.
- Stefani, Frank; Gundrum, Thomas; Gerbeth, Gunter; Rüdiger, Günther; Schultz, Manfred; Szklarski, Jacek; Hollerbach, Rainer (2006): Experimental evidence for magnetorotational instability in a Taylor-Couette flow under the influence of a helical magnetic field. In: *Physical review letters* 97 (18), S. 184502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.184502.
- Stelzer, Zacharias (2014): Experimental and numerical study of electrically-driven MHD flow. Dissertation. ETH Zurich.
- Stephan, Peter; Kabelac, Stephan; Kind, Matthias; Mewes, Dieter; Schaber, Karlheinz; Wetzel, Thomas (Hg.) (2019): VDI-Wärmeatlas. Fachlicher Träger VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen. 12. Aufl. 2019. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (VDI Springer Reference).
- Straub, Steffen; Forooghi, Pourya; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas; Frohnäpfel, Bettina (2019a): Azimuthally inhomogeneous thermal boundary conditions in turbulent forced convection pipe flow for low to medium Prandtl numbers. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 77 (6), S. 352–358. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2019.05.003.
- Straub, Steffen; Forooghi, Pourya; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas; Vinuesa, Ricardo; Schlatter, Philipp; Frohnäpfel, Bettina (2019b): The influence of thermal boundary conditions on turbulent forced convection pipe flow at two Prandtl numbers. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 144, S. 118601. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.118601.

-
- Sviridov, V. G.; Razuvanov, N. G.; Ivotchkin, Y. P.; Listratov, Y. I.; Sviridov, E. V.; Genin, L. G. et al. (2010): Liquid metal heat transfer investigations applied to tokamak reactor. In: *Proceedings of the 14th International Heat Transfer Conference IHTC14*, Artikel IHTC14-22369.
- Tearle M. (2020): Simple real Fourier series approximation. Online verfügbar unter <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/31013-simple-real-fourier-series-approximation>.
- Valbruna Edel Inox GmbH (2023): Datenblatt Valbruna SG 1/ Nickel 200/201 2.4066/2.4068. Online verfügbar unter <http://www.valbruna.de/files/pdf/datenblatt-2.4066-2.4068.pdf>, zuletzt geprüft am 24.02.2023.
- VDI-Wärmeatlas (2013). 11. bearb. und erw. Aufl. Berlin: Springer Vieweg (VDI-Buch).
- Yang, Xiao-Hu; Tan, Si-Cong; Liu, Jing (2016): Thermal management of Li-ion battery with liquid metal. In: *Energy Conversion and Management* 117 (Supl. 1), S. 577–585. DOI: 10.1016/j.enconman.2016.03.054.
- Yang, Xiaoping; Yang, Xiaoxi; Ding, Jing; Shao, Youyuan; Fan, Hongbo (2012): Numerical simulation study on the heat transfer characteristics of the tube receiver of the solar thermal power tower. In: *Applied Energy* 90 (1), S. 142–147. DOI: 10.1016/j.apenergy.2011.07.006.
- DIN EN 1779:1999, Oktober 1999: Zerstörungsfreie Prüfung - Dichtheitsprüfung.
- Zhang, Xu-Dong; Yang, Xiao-Hu; Zhou, Yi-Xin; Rao, Wei; Gao, Jian-Ye; Ding, Yu-Jie et al. (2019): Experimental investigation of galinstan based minichannel cooling for high heat flux and large heat power thermal management. In: *Energy Conversion and Management* 185 (3), S. 248–258. DOI: 10.1016/j.enconman.2019.02.010.
- Zierep, Jürgen (2013): Grundzüge der Strömungslehre. Grundlagen, Statik und Dynamik der Fluide. 9., überarb. u. erg. Aufl. 2013. Wiesbaden: Springer Vieweg (Springer eBook Collection).

Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1.1: Schema eines konzentrierenden solarthermischen Kraftwerks mit zentraler Kollektoreinheit und vereinfachter Verteilung des einfallenden Sonnenlichts auf der Rohrmantelfläche. 2
- Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der laminaren hydrodynamischen und thermischen Grenzschicht bei einer in Längsrichtung angeströmten beheizten Platte für Fluide unterschiedlicher Prandtl-Zahlen (eigene Darstellung angelehnt an (OECD/NEA 2015)). 9
- Abbildung 2.2: Vergleich der Nusselt-Zahl als Funktion der Péclet-Zahl der von Pacio et al. (2015) empfohlenen Korrelationen (Lyon 1951; Chen und Chiou 1981; Skupinski et al. 1965; Lubarsky und Kaufman 1956; Kutateladze et al. 1958). 13
- Abbildung 2.3: Einfluss der Biot-Zahl auf die Temperaturgradienten in einer beheizten einseitig konvektiv gekühlten Wand (eigene Darstellung angelehnt an (Incropera et al. 2007b)). 16
- Abbildung 2.4: Nomenklatur der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte. 19
- Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der unterschiedlichen experimentellen Konzepte zur Umsetzung einer azimuthal inhomogenen Verteilung der Wärmestromdichte, Konzept von a) Black und Sparrow (1967b), b) Knowles und Sparrow (1979) bzw. Schmidt und Sparrow (1978), c) Baughn et al. (1984). .. 27
- Abbildung 3.1: Messstreckenaufbau mit Druckmesskammern (Detail A), Messkreuz (Detail B), Heizsegmenten (Detail C) und Thermoelementplatzierung in der Rohrwand (Detail D). 36
- Abbildung 3.2: a) Heizsegmente mit Heizleitern und PEEK-Platten, b) Detail Heizsegment mit eingestemmt Heizleitern, c) Nutbild auf der Außenseite des Messrohres zur Positionierung der Thermoelemente und dem Verlegepfad der Thermoelementdrähte. 39

Abbildung 3.3: Kreislaufschema Versuchsanlage mit Flüssigmetallkreislauf (schwarz), primärem Kühlwasserkreislauf (rot), sekundärem Kühlwasserkreislauf (blau) und Schutzgaskomponenten (grün).43

Abbildung 3.4: Schema der Datenerfassung und -verarbeitung in der Versuchsanlage. 44

Abbildung 3.5: Vergleich der Wärmeleitfähigkeit unterschiedlicher Fluide als Funktion der Temperatur bei $p = 1$ bar ([1] (Plevachuk et al. 2014), [2] (OECD/NEA 2015), [3] (Bomelburg und Smith 1976) [4] (VDI-Wärmeatlas 2013), [5] (Frantz et al. 2023)). 50

Abbildung 3.6: Kreislaufschema für die Experimente mit Wasser (Laube et al. 2023). 53

Abbildung 3.7: Anzahl der Datenpunkte für die Experimente mit Wasser unterteilt nach der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres. 54

Abbildung 3.8: Anzahl der Datenpunkte für die Experimente mit GaInSn unterteilt nach der azimuthalen Verteilung der Wärmestromdichte und dem Material des Messrohres. 56

Abbildung 3.9: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $Nu_{\text{Experimentell}}$ mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski}}$ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 58

Abbildung 3.10: Vergleich zwischen den experimentell bestimmten Reibungsbeiwerten $f_{\text{Experimentell}}$ und den Reibungsbeiwerten berechnet mit den Korrelationen $f_{\text{Korrelation}}$ in Gleichung (2.22) (Quadrat) und Gleichung (2.24) mit $K = 0,0015$ mm (Dreieck) und $K = 0,02$ mm (Raute)..... 60

Abbildung 4.1: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Reynolds-Zahl Re für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise

-
- aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert..... 65
- Abbildung 4.2: Verlauf der normierten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu_{norm} als Funktion der Reynolds-Zahl Re für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Nickel wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen. 67
- Abbildung 4.3: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Reynolds-Zahlen ($T_{f, ein} = 17\text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) entnommen, Datenpunkte für Nickel sind in Laube et al. (2023) publiziert..... 69
- Abbildung 4.4: Verlauf der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu_{z} normiert mit der thermisch entwickelten Nusselt-Zahl nach der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{Gnielinski}$, entw. als Funktion der axialen Position z/D_i für unterschiedliche Rohrmaterialien, Reynolds-Zahlen und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen ($q_{W, i} = 46\text{ kW m}^{-2}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) entnommen, Datenpunkte für Nickel sind teilweise in Laube et al. (2023) publiziert. 71
- Abbildung 4.5: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25\text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 74
- Abbildung 4.6: Vergleich zwischen den experimentell bestimmten Nusselt-Zahlen $Nu_{Experimentell}$ dieser Arbeit für HO ($q_{W, i} = 23\text{ kW m}^{-2}$, $T_{f, ein} = 25\text{ °C}$) und den berechneten Nusselt-Zahlen $Nu_{Korrelation}$ von [1] Skupinski et al. (1965) (Quadrat), [2] Chen und Chiou (1981) (Kreis), [3] Lubarsky und Kaufman (1956) (Dreieck), [4] Kutateladze et al. (1958) (Raute) und [5] Lyon (1951) (Stern), Datenpunkte wurden aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert..... 75

- Abbildung 4.7: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für HO und für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten sowie die Korrelation nach Laube et al. (2024) ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$), Datenpunkte sind aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert. 77
- Abbildung 4.8: Vergleich der Nusselt-Zahlen berechnet mit Korrelationen aus der Literatur bzw. numerischen Simulationen $Nu_{\text{Literatur}}$ mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation nach Laube et al. (2024); [1] (Lyon 1951), [2] (Straub et al. 2019b), [3] (Chen und Chiou 1981), [4] (Skupinski et al. 1965). 78
- Abbildung 4.9: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für HO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte sind in Laube et al. (2023) publiziert. 81
- Abbildung 4.10: Verlauf der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu_z normiert mit der Nusselt-Zahl nach der Korrelation von Laube et al. (2024) Nu_{Laube} als Funktion der axialen Position zDi für unterschiedliche Péclet-Zahlen Pe und nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$); [1] (Chen und Chiou 1981), [2] (Sleicher et al. 1973); Datenpunkte sind teilweise in Laube et al. (2023) publiziert. 83
- Abbildung 4.11: Verlauf der normierten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu_{norm} als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) (Laube et al. 2023) publiziert. 85
- Abbildung 4.12: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $Nu_{\text{Experimentell}}$ mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation von Gnielinski (2013) $Nu_{\text{Gnielinski}}$ für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten,

	Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.	87
Abbildung 4.13:	Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimutalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Reynolds-Zahlen ($T_{f, \text{ein}} = 17 \text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.	88
Abbildung 4.14:	Verlauf der maximalen und minimalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{max} und θ_{min} als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO und IHCU und unterschiedliche Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen ($q_{W, i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.	90
Abbildung 4.15:	Verlauf des Verhältnisses von maximaler entdimensionierter lokaler Wandtemperatur für IHCO und IHCU $\theta_{\text{max, IHCO}} / \theta_{\text{max, IHCU}}$ als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert.	92
Abbildung 4.16:	Schematische Darstellung von Auftriebsströmungen bei einer halbumbfänglichen Beheizung über die untere Rohrhälfte entgegen der Schwerkraft und horizontaler Strömung.	93
Abbildung 4.17:	Gemittelte Rayleigh-Zahl Ra_q, m als Funktion der gemittelten Reynolds-Zahl Re_m der Datenpunkte aus Abbildung 4.15 für die gilt $\theta_{\text{max, IHCO}} / \theta_{\text{max, IHCU}} > 1,03$ für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Eintrittstemperaturen und die Regimegrenze basierend auf (Schmidt und Sparrow 1978). ...	95

Abbildung 4.18: Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position des maximalen Wärmestroms Nu_{lok} , θ_{max} zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Reynolds-Zahl Re für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen.
96

Abbildung 4.19: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte sind aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert. 98

Abbildung 4.20: Vergleich der experimentell bestimmten azimuthal gemittelten Nusselt-Zahlen $Nu_{Experimentell}$ mit den Nusselt-Zahlen berechnet mit der Korrelation nach Laube et al. (2024) Nu_{Laube} für IHCO (oberes Diagramm) und IHCU (unteres Diagramm) und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert. 100

Abbildung 4.21: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f, ein} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 102

Abbildung 4.22: Verlauf der maximalen und minimalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{max} und θ_{min} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 105

Abbildung 4.23: Verlauf des Verhältnisses von maximaler entdimensionierter lokaler Wandtemperatur für IHCO und IHCU $\theta_{max, IHCO} / \theta_{max, IHCU}$ als Funktion der gemittelten Péclet-Zahl Pe_m für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} =$

	25 °C); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert.....	107
Abbildung 4.24:	Gemittelte Rayleigh-Zahl Ra_q , m als Funktion der gemittelten Péclet-Zahl Pe_m (oben) bzw. Reynolds-Zahl Re_m (unten) für alle Datenpunkte für die das 5 % Kriterium gilt für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25$ °C).	109
Abbildung 4.25:	Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position der maximalen Wandtemperatur Nu_{lok}, θ_{max} zur azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25$ °C).	111
Abbildung 4.26:	Verhältnis von lokaler Nusselt-Zahl an der Position der maximalen Wandtemperatur Nu_{lok}, θ_{max} zur mit der Korrelation von Laube et al. (2024) berechneten Nusselt-Zahl Nu_{Laube} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25$ °C).	112
Abbildung 4.27:	Verhältnis von azimuthal gemittelter Nusselt-Zahl Nu zur mit der Korrelation von Laube et al. (2024) berechneten Nusselt-Zahl Nu_{Laube} als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten.	113
Abbildung 4.28:	Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCOU und IHCUO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25$ °C) und die Korrelation nach Laube et al. (2024).....	115
Abbildung 4.29:	Vergleich der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl Nu als Funktion der Péclet-Zahl Pe für IHCOU, IHCUO, IHCO und IHCU und für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, ein} = 25$ °C) mit der Korrelation nach Laube et al. (2024); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind teilweise in (Laube et al. 2023) publiziert.	116
Abbildung 4.30:	Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCOU, IHCUO, IHCO	

und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$); Datenpunkte wurden teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind teilweise in (Laube et al. 2023) publiziert. 117

Abbildung 5.1: Verlauf der entdimensionierten Temperaturdifferenz an der Rohrwand als Funktion der azimuthalen Position ϕ für die experimentell bestimmten Datenpunkte mit dem Nickelrohr für IHCO ($Re = 3 \cdot 10^4$, $T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$, $q_{W, i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$) und für Modelle aus der Literatur: [1] Reynolds (1963), [2] Gärtner et al. (1974), [3] Gnielinski (2013). 119

Abbildung 5.2: Verlauf der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien ($q_{W, i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f, \text{ein}} = 17 \text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 121

Abbildung 5.3: Schematische Darstellung der Modellvorstellung des azimuthal inhomogen beheizten Rohres als Rippe mit adiabater Spitze. 123

Abbildung 5.4: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche Rohrmaterialien (linke Seite: Nickel, rechte Seite: Kupfer) und Reynolds-Zahlen ($q_{W, i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f, \text{ein}} = 17 \text{ °C}$); Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 126

Abbildung 5.5: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $1/\theta_{\text{max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert. 128

Abbildung 5.6: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $1/\theta_{\text{max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten,

Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und in (Laube et al. 2023) publiziert. 129

Abbildung 5.7: Verlauf der entdimensionierten Temperaturdifferenz an der Rohrrinnenwand als Funktion der azimuthalen Position ϕ für die experimentell bestimmten Datenpunkte ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $q_{W, i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$) und für Modelle aus der Literatur: [1] (Reynolds 1963) [2] (Laube et al. 2024) [3] (Gärtner et al. 1974).
130

Abbildung 5.8: Verlauf des Kehrwertes der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur $1/\theta_{\text{max}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO für GaInSn und Wasser und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen; Datenpunkte für Kupfer wurden teilweise aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 133

Abbildung 5.9: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCO und IHCU und unterschiedliche Reynolds-Zahlen ($q_{W, i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$); Datenpunkte sind teilweise aus (Laube et al. 2024) entnommen und sind in (Laube et al. 2023) publiziert. 136

Abbildung 5.10: Entdimensionierte lokale Wandtemperatur θ als Funktion der azimuthalen Position ϕ für IHCOU und IHCUO und unterschiedliche Verhältnisse der nominellen Wärmestromdichte auf der oberen und unteren Rohrhälfte ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$). 137

Abbildung 5.11: Komponenten der thermisch induzierten Spannungen in der Rohrwand für HO, IHCO und IHCOU: a) radiale Richtung, b) azimuthale Richtung, c) axiale Richtung, d) äquivalente Vergleichsspannung (GaInSn, $T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $q_{W, i} = 92 \text{ kW m}^{-2}$, $Re = 5 \cdot 10^4$, $\phi = 90^\circ$). 140

Abbildung 5.12: Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq, IH}^*}$ als Funktion des entdimensionierten Radius r^* bei $\phi = 90^\circ$ für Wasser und

	IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien, nominelle Wärmestromdichten und Reynolds-Zahlen ($T_{f, \text{ein}} = 17 \text{ °C}$).	142
Abbildung 5.13:	Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq, IH}}$ * als Funktion der Biot-Zahl Bi für IHCO und unterschiedliche Rohrmaterialien und Fluide ($q_{W, i} = 46 \text{ kW m}^{-2}$).....	144
Abbildung 5.14:	Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq, IH}}$ * als Funktion der Biot-Zahl Bi für GaInSn und IHCO, IHCU, IHCOU und IHCUO ($T_{f, \text{ein}} = 25 \text{ °C}$).....	146

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1: Übersicht der Koeffizienten zu Gleichung (2.13) der von Pacio et al. (2015) vorgeschlagenen Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl in turbulenten Flüssigmetallrohrströmungen mit axial konstantem Wärmestrom (Skupinski et al. 1965; Chen und Chiou 1981; Lubarsky und Kaufman 1956; Kutateladze et al. 1958), sowie der Korrelation von Lyon (1951).....	12
Tabelle 3.1: Betriebsbedingungen der Experimente mit Wasser.	53
Tabelle 3.2: Betriebsbedingungen der Experimente mit GaInSn.....	55
Tabelle 3.3: Übersicht der berechneten Werte des MAPE und APE für beide Fluide im Vergleich zu Gleichung (2.22) und (2.24).	61
Tabelle 4.1: Übersicht der temperaturabhängigen Werte der dynamischen Viskosität η für GaInSn und Wasser.	73
Tabelle 4.2: Statistische Auswertung des Vergleichs unterschiedlicher Korrelationen zur Berechnung der Nusselt-Zahl turbulenter Flüssigmetallrohrströmungen mit experimentell bestimmten Daten dieser Arbeit.....	76
Tabelle 4.3: Vergleich der Änderung der Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand λW und der maximalen entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ_{\max} für zwei Datenpunkte mit identischer nomineller Wärmestromdichte $qW, i = 92 \text{ kW m}^{-2}$ und unterschiedlicher Reynolds-Zahl Re	104
Tabelle 4.4: Berechnete Werte des Parameters Z für die Datenpunkte für IHCU an der Regimegrenze in Abbildung 4.24.....	110
Tabelle 5.1: Vergleich der Biot-Zahlen mit unterschiedlichen charakteristischen Längen für zwei Datenpunkte für das Kupfer- und Nickelrohr mit identischem Verlauf von θ ; Tabelle mit Änderungen übernommen aus (Laube et al. 2024).	122
Tabelle 5.2: Übersicht des MAPE auf der beheizten Rohrhälfte ($0^\circ \leq \phi \leq 180^\circ$) der unterschiedlichen Modelle aus der Literatur: [1]	

(Reynolds 1963) [2] (Laube et al. 2024) [3] (Gärtner et al. 1974)
zu den experimentellen Datenpunkten aus Abbildung 5.7.... 131

Tabelle 5.3: Mechanische und geometrische Eigenschaften des verwendeten
Kupfer- und Nickelrohres (Deutsches Kupferinstitut 2023;
Valbruna Edel Inox GmbH 2023)..... 139

Anhang

A Ergänzungen zu Kapitel 2

A.1 Navier-Stokes-Gleichungen in entdimensionierter Form

In diesem Abschnitt werden die entdimensionierten Navier-Stokes-Gleichungen für ein Newton'sches Fluid vorgestellt. Die Darstellung basiert auf der Herleitung in Ferziger (2008). Für die Skalierung der Gleichungen werden Referenzgrößen eingeführt, wobei die dimensionsbehafteten Grundgleichungen mittels einer charakteristischen Zeit τ_c , einer charakteristischen Länge L_c und einer charakteristischen Geschwindigkeit u_c skaliert wurden. Als Referenzdruck dient der dynamische Druck $\rho \cdot u_c^2$ und für die Temperatur die Referenztemperaturdifferenz $T_1 - T_c$. Hieraus folgen die entdimensionierten Variablen (Ferziger 2008):

$$\tau^* = \frac{\tau}{\tau_c}; x_i^* = \frac{x_i}{L_c}; u_i^* = \frac{u_i}{u_c}; p^* = \frac{p}{\rho \cdot u_c^2}; T^* = \frac{T - T_c}{T_1 - T_c} \quad (\text{A.1})$$

Die entdimensionierten Kontinuitäts- und Impulsgleichungen, sowie die Energiegleichung sind in den Gleichungen (A.2), (A.3) und (A.4) gegeben:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$St \frac{\partial u_i^*}{\partial \tau^*} + \frac{\partial (u_j^* \cdot u_i^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{Ra}{Re^2 \cdot Pr} T^* \cdot g_i \quad (\text{A.3})$$

$$St \frac{\partial T^*}{\partial \tau^*} + \frac{\partial (u_j^* \cdot T^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^{*2}} \quad (\text{A.4})$$

In Gleichung (A.3) und (A.4) treten unterschiedliche Kennzahlen auf, die aus der Entdimensionierung der Gleichungen entstanden sind und das Strömungsproblem charakterisieren. Die Strouhal-Zahl charakterisiert instationäre Strömungsvorgänge und ist in Gleichung (A.5) definiert (Zierep 2013):

$$St = \frac{L_c}{u_0 \cdot \tau_0} \quad (\text{A.5})$$

Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich stationäre Strömungsprobleme im Fokus stehen, wird diese dimensionslose Größe jedoch nicht weiter betrachtet. Der letzte Term in Gleichung (A.4) entsteht, wenn die Boussinesq-Approximation für den Gravitationsterm der Impulsgleichung verwendet wird (Ferziger 2008). Der normierte Richtungsvektor des Schwerfeldes ist g_i . Die Boussinesq-Approximation besagt, dass bei kleinen Dichteänderungen die Dichte im Gravitationsterm als Variable behandelt werden kann, wobei sie im instationären und konvektiven Term konstant gehalten wird (Ferziger 2008). Da bei vielen Fluiden angenommen werden kann, dass sich die Dichte bei geringen Temperaturänderungen linear mit der Temperatur verändert, kann der folgende Ansatz mit der Referenzdichte ρ_c , der Referenztemperatur T_c und dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten β verwendet werden (Oertel 2015):

$$\rho(T) = \rho_c \cdot (1 - \beta \cdot (T - T_c)) \quad (\text{A.6})$$

Durch die Entdimensionierung entsteht mit der Rayleigh-Zahl eine weitere dimensionslose Kennzahl:

$$Ra = Gr \cdot Pr \quad (\text{A.7})$$

Die Rayleigh-Zahl ist das Produkt aus der Grashof-Zahl Gr und der Prandtl-Zahl, wobei die Definition der Grashof-Zahl in Gleichung (A.8) gegeben ist (Ferziger 2008):

$$Gr = \frac{\rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot (T_1 - T_c) \cdot L_c^3}{\eta^2} \quad (\text{A.8})$$

Die Grashof-Zahl ist die wichtigste Kennzahl bei der freien Konvektionsströmung und kann als äquivalent zur Reynolds-Zahl angesehen werden, welche für die erzwungene Konvektion als Kennzahl dient (Oertel 2015). Auf die Reynolds-Zahl und die Prandtl-Zahl, welche ebenso in den Gleichungen (A.3) und (A.4) auftreten, wird im Hauptteil dieser Arbeit in Kapitel 2.1 detaillierter eingegangen.

A.2 Reynolds- und Chilton-Colburn-Analogie

Eine wichtige Analogie zwischen Impuls- und Energietransport wurde von Osborne Reynolds bereits 1875 aufgestellt (Polifke und Kopitz 2009). Für die Herleitung werden erneut die Gleichungen (A.3) und (A.4) herangezogen, wobei eine in Längsrichtung stationär angeströmte Platte ohne Volumenkräfte und vernachlässigtem Druckgradienten betrachtet wird. Hieraus resultieren die Gleichungen (A.9) und (A.10):

$$\frac{\partial(u_j^* u_i^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial(u_j^* T^*)}{\partial x_j^*} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_j^{*2}} \quad (\text{A.10})$$

Wenn nun noch $Pr = 1$ festgelegt wird, wird ersichtlich, dass die Impulsgleichungen und die Energiegleichung ähnlich sind. Da die Randbedingungen für die Geschwindigkeit und die Temperatur ebenfalls ähnlich sind, stimmen die Profile der entdimensionierten Geschwindigkeit und Temperatur überein. In Gleichung (2.6) wurde bereits gezeigt, dass die Nusselt-Zahl als dimensionsloser Temperaturgradient an der Wand angesehen werden kann. Analog hierzu kann der Reibungsbeiwert f definiert werden, wie in Gleichung (A.11) gezeigt, wobei der Newton'sche Schubspannungsansatz $\psi_W = \eta \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_W$ mit y als Koordinate senkrecht zur Hauptströmung mit der Geschwindigkeit u angewendet wird und der Geschwindigkeitsgradient entdimensioniert wird (Polifke und Kopitz 2009):

$$f = \frac{\psi_W}{\frac{1}{2} \rho \cdot u_c^2} = \frac{2 \cdot \eta}{\rho \cdot u_c^2} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_W = \frac{2 \cdot \nu}{u_c \cdot L_C} \cdot \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right)_W = \frac{2}{Re} \cdot \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right)_W \quad (\text{A.11})$$

Werden nun die Gradienten der entdimensionierten Temperatur in Gleichung (2.6) und Geschwindigkeit in Gleichung (A.11) gleichgesetzt, so folgt die nach Reynolds aufgestellte Analogie in Gleichung (A.12):

$$\frac{Nu}{Re} = \frac{f}{2} \quad (\text{A.12})$$

Diese gilt streng genommen nur mit allen bereits genannten Annahmen. Für den Fall mit $Pr \neq 1$ und existierendem Druckgradienten in Strömungsrichtung existiert zudem noch die nach Chilton-Colburn modifizierte Analogie (Poulikke und Kopitz 2009):

$$\frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}} = \frac{f}{2} \quad (\text{A.13})$$

B Ergänzungen zu Kapitel 3

B.1 Verwendete Anlagenkomponenten und Materialien

Tabelle B.1: Verwendete Geräte.

Gerät	Hersteller	Modell	Verwendung
Speicherprogrammierbare Steuerung	Siemens AG	Simatic S7	Steuerung und Regelung Anlage
Frequenzumrichter	Siemens AG	Micromaster	Regelung Frequenz Kreiselpumpe
Kreiselpumpe Flüssigmetall	Schmitt Kreisel-pumpen GmbH & Co. KG	MPN 190	Pumpe Flüssigmetall
Vakuumpumpe	Leybold GmbH	TRIVAC D25 B	Evakuierung der Anlage
Kugelhahn	Swagelok	SS-65EW 12P10	Absperrventil Flüssigmetallkreislauf und Kühlwasser Sekundärkreislauf
Kugelhahn	Nieruf	GK1700005	Bypass Kühlwasser Primärkreislauf
Regelventil	Swagelok	SS-10BW-MM	Ventil Flüssigmetallkreislauf
Regelventil	Swagelok	SS-6BW-MM	Ventil Gassystem
Regelventil	Nieruf	NV01000005	Bypass Kühlwasser Primärkreislauf
Regelventil	Honeywell	D06F	Bypass Kühlwasser Sekundärkreislauf
Filter	Alfred Durst Filtertechnik GmbH	Porengröße 20 µm	Entfernen Verunreinigungen aus Flüssigmetall
Durchlaufkühler	Lauda Dr. Wobser GmbH & Co. KG	Variocool VC2000	Kühlwasser Primärkreislauf
Durchlaufkühler	Lauda Dr. Wobser GmbH & Co. KG	Ultracool UC180	Kühlwasser Sekundärkreislauf
Wärmeübertrager Flüssigmetall/Kühlwasser	Eigenanfertigung		Thermische Kopplung Flüssigmetall und Kühlwasser Primärkreislauf

Wärmeübertrager Kühlwasser Pri- mär/Sekundär	W. Schmidt GmbH & Co. KG	Micro-Sigma 3 Z-101 H	Thermische Kopplung Primär- und Sekundär- kühlwasserkreislauf
Vorratsbehälter	Eigenanfertigung		Lagerung Flüssigmetall
Ausgleichsbehälter	Eigenanfertigung		Kompensation thermi- sche Dehnung Flüssigme- tall
Strömungsgleich- richter	Eigenanfertigung		Drallfreie und symmetri- sche Strömung am Mess- streckeneintritt
Statischer Mischer	NOV	KENICS 1-KMS-6	Durchmischung Fluid nach Austritt aus Mess- strecke
Leistungssteller	Advanced Energy Industries Inc.	Thyro PX	Einstellung Leistung Heizsegment
Leistungssteller	JUMO GmbH & Co. KG	TYA 201	Einstellung Leistung Heizsegment
Coriolis-Durch- fluss-Messsensor	Yokogawa Deutschland GmbH	Rotamass Prime 50 mit Messumformer Ultimate	Messung Massenstrom Flüssigmetall
Magentisch-induk- tiver Durchfluss- Messsensor	KROHNE Mess- technik GmbH & Co. KG	Altoflux X1000 mit Altometer SC100AS	Messung Volumenstrom Flüssigmetall und Kühl- wasser
Absolutdruck- sensor	ICS Schneider Messtechnik	IMP 321	Absolutdruckmessung Versuchsanlage
Absolutdruck- sensor	ICS Schneider Messtechnik	IMP 331	Absolutdruckmessung Versuchsanlage
Differenzdruck- sensor	Emerson Rosemo- unt	3051S	Druckverlustmessung Messstrecke
Temperatursensor	Electronic Sensor	Typ K, 0,5 mm	Temperaturmessung in Messrohrwand, Fluid und Umgebung
Temperatursensor	Eigenanfertigung	Typ K, 1 mm	Temperaturmessung in Isolation und Heizseg- menten

Temperatursensor	Thermoexpert	Typ K, 3mm	Temperaturmessung in Versuchsanlage
Isolierte Messkarten	Solartron Mobrey	IMP 3595 1C	Messkarten für Thermoelemente und Differenzdrucksensor
Thermoelement Vergleichsstelle	Isotech Limited	TRU 937	Vergleichsstelle Thermoelemente
Referenzthermometer	Isotech Limited	SPRT 909L/TTI	Kalibrierung Thermoelemente
Temperaturmessgerät	Isotech Limited	milliK	Messgerät Referenzthermometer
Temperatur-Kalibrator	Isotech Limited	Oceanus-6 Series Model 580	Kalibrierung Thermoelemente

Tabelle B.2: Verwendete Materialien.

Hersteller/Lieferant	Bezeichnung	Verwendung
5N Plus Inc.	GalSn (MCP11)	Flüssigmetall
Stadwerke Karlsruhe GmbH	Trinkwasser	Kühlwasser
HALA Contec GmbH & Co. KG	Gapfiller (TEL-Z-SI)	Verbesserung thermischer Kontakt Messrohr und Heizsegmente
Thermocoax Isopad GmbH	Elektrische (ZEZAe40)	Heizleiter Beheizung Messrohr

B.2 Stoffdaten

B.2.1. Stoffdaten von Wasser

Für die physikalischen Stoffdaten von Wasser wird auf die umfangreiche Dokumentation im VDI-Wärmeatlas zurückgegriffen (VDI-Wärmeatlas 2013). Auf Basis der tabellierten Werte für Wasser werden Polynome abgeleitet, die die

entsprechende Stoffgröße als Funktion der Temperatur beschreiben. Die Gleichungen sind für einen Druck von $p = 1$ bar und für einen Temperaturbereich von $0\text{ °C} < T < 100\text{ °C}$ gültig. Da im VDI-Wärmeatlas (VDI-Wärmeatlas 2013) keine Unsicherheiten für die Stoffdaten angegeben sind wird für alle Stoffdaten eine Unsicherheit von $\pm 1\%$ angenommen.

Die Dichte ρ_{Wasser} als Funktion der Temperatur kann mit Gleichung (B.1) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\text{Wasser}}(T)}{\text{kg m}^{-3}} &= 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^3}{\text{K}^3} - 6,40 \cdot 10^{-3} \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^2}{\text{K}^2} + 3,13 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})}{\text{K}} + 999,96 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_{p,\text{Wasser}}$ als Funktion der Temperatur kann mit Gleichung (B.2) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{c_{p,\text{Wasser}}(T)}{\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}} &= 8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^5}{\text{K}^5} + 2 \cdot 10^{-5} \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^4}{\text{K}^4} - 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^3}{\text{K}^3} + 0,1123 \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^2}{\text{K}^2} - 3,2843 \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})}{\text{K}} + 4219 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Die Wärmeleitfähigkeit λ_{Wasser} als Funktion der Temperatur kann mit Gleichung (B.3) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{\text{Wasser}}(T)}{\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}} &= 5 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^3}{\text{K}^3} - 2 \cdot 10^{-5} \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^2}{\text{K}^2} + 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})}{\text{K}} + 0,5561 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Die dynamische Viskosität η_{Wasser} als Funktion der Temperatur kann mit Gleichung (B.4) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{\eta_{\text{Wasser}}(T)}{\text{Pa s}} &= -6,78 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^5}{\text{K}^5} + 1,9 \cdot 10^{-10} \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^4}{\text{K}^4} - 2,19 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})^3}{\text{K}^3} + 1,42 \cdot 10^{-6} \cdot \\ &\frac{(T-273,15\text{ K})^2}{\text{K}^2} - 6,04 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{(T-273,15\text{ K})}{\text{K}} + 1,7889 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

B.2.2. Stoffdaten von GaInSn

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten physikalischen Stoffdaten von GaInSn in Abhängigkeit der Temperatur zusammengefasst. Die Dichte ρ_{GaInSn} in Abhängigkeit der Temperatur wurde im Rahmen dieser Arbeit bestimmt (Laube et al. 2021) und ist im Temperaturbereich $293 \text{ K} < T < 411 \text{ K}$ mit einer Unsicherheit von $\pm 0,06 \%$ gültig:

$$\frac{\rho_{\text{GaInSn}}(T)}{\text{kg m}^{-3}} = -0,758 \cdot \frac{T}{\text{K}} + 6637,9 \quad (\text{B.5})$$

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_{p,\text{GaInSn}}$ wurde ebenfalls in Laube et al. (2021) experimentell bestimmt. Jedoch zeigte die Auswertung der Enthalpiebilanz der thermofluidodynamischen Experimente mit GaInSn, dass diese Werte unphysikalische Ergebnisse liefern. Stattdessen wird die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck mit der Korrelation von Barleon et al. (1996) bestimmt, die im Temperaturbereich von $298,15 \text{ K} < T < 473,15 \text{ K}$ gültig ist:

$$\frac{c_{p,\text{GaInSn}}(T)}{\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}} = 6,67 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(T-273,15 \text{ K})^2}{\text{K}^2} - 0,11 \cdot \frac{(T-273,15 \text{ K})}{\text{K}} + 368,01 \quad (\text{B.6})$$

Da in der Arbeit von Barleon et al. (1996) für die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck keine Unsicherheit angegeben ist wird eine Unsicherheit von $\pm 5 \%$ geschätzt, was einem üblichen Wert für die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck von Flüssigmetallen entspricht. In der Arbeit von Laube et al. (2021) werden zwar auch Daten für die Wärmeleitfähigkeit λ_{GaInSn} präsentiert, jedoch wurden diese über die gemessenen Werte der Temperaturleitfähigkeit, Dichte und spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck berechnet. Da die Werte der spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck in Laube et al. (2021) trendweise zu hohe Werte liefert, wird stattdessen auf die Korrelation zurückgegriffen, welche von Plevachuk et al. (2014) vorgeschlagen wurde und in einem Temperaturbereich von $292 \text{ K} < T < 598 \text{ K}$ mit einer Unsicherheit von $\pm 7 \%$ gültig ist:

$$\frac{\lambda_{\text{GaInSn}}(T)}{\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}} = -4,9 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{(T-283,7)^2}{\text{K}^2} + 0,0614 \cdot \frac{(T-283,7)}{\text{K}} + 23,4 \quad (\text{B.7})$$

Für die Berechnung der dynamischen Viskosität η_{GaInSn} wird die Korrelation verwendet, welche von Plevachuk et al. (2014) vorgeschlagen wurde und in einem Temperaturbereich von $299 \text{ K} < T < 598 \text{ K}$ mit einer Unsicherheit von $\pm 4 \%$ gültig ist:

$$\frac{\eta_{\text{GaInSn}}(T)}{\text{Pa s}} = 4,352 \cdot 10^{-4} \cdot e^{\frac{3904}{8,3144 \cdot T}} \quad (\text{B.8})$$

B.2.3. Stoffdaten der Nickellegierung Alloy 201

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten physikalischen Stoffdaten der Nickellegierung Alloy 201 zusammengefasst. Die Dichte ρ_{Alloy201} wurde mit einem Pyknometer (Quantachrome Micro Ultrapyc 1200e) bei einer Temperatur von $T = 297,15 \text{ K}$ und einer Unsicherheit von $0,55 \%$ bestimmt:

$$\rho_{\text{Alloy201}}(T = 297,15 \text{ K}) = 8484,1 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{B.9})$$

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_{p,\text{Alloy201}}$ wurde über die „differential scanning calorimetric“ (DSC, TA Instruments Q2000) in einem Temperaturbereich von $233,15 \text{ K} \leq T \leq 333,15 \text{ K}$ mit einer mittleren Unsicherheit von $3,1 \%$ bestimmt:

$$\frac{c_{p,\text{Alloy201}}(T)}{\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}} = 0,502 \cdot \frac{T}{\text{K}} + 287,154 \quad (\text{B.10})$$

Die Temperaturleitfähigkeit κ_{Alloy201} wurde mit einer „Laser Flash“-Apparatur (Netzsch LFA 467 Hyper Flash) mit Stickstoff als Schutzgas im Temperaturbereich $283,15 \text{ K} \leq T \leq 353,15 \text{ K}$ mit einer mittleren Unsicherheit von $1,4 \%$ bestimmt:

$$\frac{\kappa_{\text{Alloy201}}(T)}{\text{m}^2\text{s}^{-1}} = -3,754 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{T}{\text{K}} + 3,15 \cdot 10^{-5} \quad (\text{B.11})$$

Mit der Definition der Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{\text{Alloy201}}$ folgt aus den Gleichungen (B.9), (B.10) und (B.11) im Temperaturbereich $283,15 \text{ K} \leq T \leq 333,15 \text{ K}$ mit einer mittleren Unsicherheit von 3,3 %, welche über eine Unsicherheitsfortpflanzung der Eingangsgrößen bestimmt wurde:

$$\frac{\lambda_{\text{Alloy201}}(T)}{\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}} = -0,065 \cdot \frac{T}{\text{K}} + 94,651 \quad (\text{B.12})$$

B.2.4. Stoffdaten der Kupferlegierung Cu-DHP

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten physikalischen Stoffdaten der Kupferlegierung CU-DHP zusammengefasst. Die Dichte $\rho_{\text{Cu-DHP}}$ wurde mit einem Pyknometer (Quantachrome Micro Ultrapyc 1200e) bei einer Temperatur von 296,95 K und einer Unsicherheit von 1,3 % bestimmt:

$$\rho_{\text{Cu-DHP}}(T = 296,95 \text{ K}) = 8715,8 \text{ kg m}^{-3} \quad (\text{B.13})$$

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_{p,\text{Cu-DHP}}$ wurde über die „differential scanning calorimetrie“ (DSC, TA Instruments Q2000) in einem Temperaturbereich von $233,15 \text{ K} \leq T \leq 333,15 \text{ K}$ mit einer mittleren Unsicherheit von 0,28 % bestimmt:

$$\frac{c_{p,\text{Cu-DHP}}(T)}{\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}} = 0,238 \cdot \frac{T}{\text{K}} + 314,875 \quad (\text{B.14})$$

Die Temperaturleitfähigkeit $\kappa_{\text{Cu-DHP}}$ wurde mit einer „Laser Flash“ Apparatur (Netzsch LFA 467 Hyper Flash) mit Stickstoff als Schutzgas im Temperaturbereich $283,15 \text{ K} \leq T \leq 333,15 \text{ K}$ mit einer Unsicherheit von 0,5 % bestimmt:

$$\frac{\kappa_{\text{Cu-DHP}}(T)}{\text{m}^2\text{s}^{-1}} = -2,476 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{T}{\text{K}} + 8,978 \cdot 10^{-5} \quad (\text{B.15})$$

Mit der Definition der Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{\text{Cu-DHP}}$ folgt aus den Gleichungen (B.13), (B.14) und (B.15) in einem Temperaturbereich $283,15 \text{ K} \leq T \leq 333,15 \text{ K}$ mit einer mittleren Unsicherheit von 1,4 %:

$$\frac{\lambda_{\text{Cu-DHP}}(T)}{\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}} = 0,159 \cdot \frac{T}{\text{K}} + 254,746 \quad (\text{B.16})$$

B.3 Ähnlichkeitsbetrachtung Kreiselpumpe

In der Versuchsanlage wird für die Förderung des Flüssigmetalls eine Kreiselpumpe (Schmitt Kreiselpumpen GmbH & Co. KG, MPN 190) eingesetzt. Diese ist für den Betrieb für Medien geringerer Dichte als jene von GaInSn ($\rho_{\text{GaInSn}}(20\text{ °C}) = 6416\text{ kg m}^{-3}$) ausgelegt. Diese hohe Dichte ruft im Betrieb erhöhte axiale Kräfte hervor, welche auf die Lager des Laufrades wirken und welche proportional zur Dichte des geförderten Fluids sind. Die Drehzahl der Kreiselpumpe N_{Pumpe} für den Einsatz mit GaInSn muss im Vergleich zur Nutzung für Wasser entsprechend reduziert werden. Eine Abschätzung der maximalen Betriebsfrequenz kann mithilfe einer Ähnlichkeitsbetrachtung vorgenommen werden. Die Förderhöhe H_{Pumpe} besitzt eine quadratische Abhängigkeit von der Pumpenfrequenz (Gülich 2020):

$$H_{\text{Pumpe}} \propto N_{\text{Pumpe}}^2 \quad (\text{B.17})$$

Der Zusammenhang zwischen Förderhöhe H_{Pumpe} und Druckdifferenz Δp ist in Gleichung (B.18) gegeben:

$$H_{\text{Pumpe}} = \frac{\Delta p}{\rho_f \cdot g} \quad (\text{B.18})$$

Die axiale Kraft, welche auf die Lager wirkt ist proportional zur Druckdifferenz Δp multipliziert mit der durchströmten Fläche A :

$$F_{\text{ax}} \propto \Delta p \cdot A = H_{\text{Pumpe}} \cdot \rho_f \cdot g \cdot A \quad (\text{B.19})$$

Unter der Annahme, dass für Wasser und GaInSn die selben maximalen axialen Kräfte wirken sollen folgt somit aus den Gleichungen (B.17) und (B.19):

$$N_{\text{GaInSn}} = N_{\text{Wasser}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{\text{Wasser}}}{\rho_{\text{GaInSn}}}} \quad (\text{B.20})$$

Bei einer maximalen Frequenz der Pumpe bei der Verwendung mit Wasser von $N_{\text{Wasser,max}} = 50 \text{ Hz}$ folgt somit eine maximale Frequenz bei der Verwendung der Pumpe mit GaInSn von

$$N_{\text{GaInSn}} = 50 \text{ Hz} \cdot \sqrt{\frac{998 \text{ kg m}^{-3}}{6416 \text{ kg m}^{-3}}} = 19,72 \text{ Hz} \quad (\text{B.21})$$

Die Werte der Dichte wurden bei einer Temperatur von $T_f = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ bestimmt.

B.4 Bestimmung der Wandtemperaturverteilung bei azimuthal inhomogener Beheizung

B.4.1. Vorarbeiten in der Literatur

Die Thematik der azimuthal inhomogenen Beheizung der Rohrwand bei einer turbulenten Strömung wurde in der Literatur experimentell bereits für Luft- und Wasserströmungen untersucht (Black und Sparrow 1967a; Schmidt und Sparrow 1978; Knowles und Sparrow 1979). In diesen Arbeiten wurde die Beheizung der Strömung durch eine direkte elektrische Kontaktierung der Rohrwand und die entstehende Ohm'sche Wärme erzielt. Durch eine asymmetrische Rohrwandstärke bzw. durch ein geteiltes Rohr, welches mit nichtleitendem Klebstoff wieder verbunden wurde, konnte die azimuthal inhomogene Beheizung erreicht werden (vgl. Abbildung 2.5). Bei allen Arbeiten wurde die Rohrwandtemperatur an der Außenseite des Rohres mittels Thermoelementen bestimmt. Der Versuchsaufbau mit einer volumetrischen Wärmefreisetzung erfordert eine analytische Beschreibung des Problems. Dabei wurde die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung in Zylinderkoordinaten gelöst.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{q_S}{\lambda_W} = 0 \quad (\text{B.22})$$

Die Wärmeleitung in Strömungsrichtung wurde vernachlässigt. Diese Annahme ist aufgrund der erheblich höheren Temperaturgradienten in radialer und azimuthaler Richtung im Vergleich zu den Temperaturgradienten in axialer Richtung gerechtfertigt. Insbesondere wenn die Strömung thermisch eingelaufen ist und sich die Nusselt-Zahl in axialer Richtung nicht weiter ändert. q_S ist die

Wärmefreisetzung aufgrund von Ohm'schen Verlusten je Volumeneinheit, λ_W ist die Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand. Um das oben genannte Problem zu lösen sind Randbedingungen notwendig. Dabei wurde in den Literaturarbeiten eine Randbedingung erster Art mit der Vorgabe der Temperatur an diskreten Punkten auf der Außenseite an denen die Thermoelemente positioniert sind vorgegeben. Ebenso wurden Wärmeverluste aufgrund einer starken Isolation vernachlässigt woraus eine adiabate Randbedingung an der Außenseite folgt. Für die Lösung des Wärmeleitungsproblems wurden in den Arbeiten nun unterschiedliche Herangehensweisen angewendet.

Knowles und Sparrow (1979) bestimmen die Wandinnentemperatur durch die Messung der Temperatur an der Außenwand. Sie begründen dieses Vorgehen mit der geringen radialen Temperaturdifferenz zwischen Außen- und Innenseite im Bereich von 0,01 K und 0,03 K. Die Problematik bei der Lösung des Wärmeleitungsproblems liegt in der Beschreibung des azimutalen Wärmeleitungsterms. In dieser Arbeit wird dieser Term über einen Ansatz mithilfe der Finiten-Differenzen-Methode bestimmt (Knowles und Sparrow 1979).

In der Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) wird der azimutale Wärmeleitungsterm über die Rohrwand als konstant angenommen. Hierdurch vereinfacht sich das Problem zu einer Eulerschen DGL, von der eine analytische Lösung besteht. Dabei wird der azimutale Wärmeleitungsterm bestimmt als Mittelwert aus Außen- und Innenseite. Die Berechnung des Terms geschieht durch die azimutale Temperaturverteilung, welche durch angebrachte Thermoelemente bestimmt wird und woraus ein funktioneller Zusammenhang $T(\phi)$ abgeleitet wird (Schmidt und Sparrow 1978).

Black und Sparrow (1967b) realisieren die asymmetrische Randbedingung durch eine asymmetrische Rohrwandstärke und dadurch einen über den Umfang ungleichmäßigen elektrischen Widerstand der Rohrwand. Es wird ebenso das zweidimensionale Wärmeleitungsproblem in Zylinderkoordinaten mit oben beschriebenen Randbedingungen gelöst. Aufgrund der Temperaturverteilung, bestimmt durch die Thermoelemente auf der Rohraußenseite wird eine Fourierreihe achten Grades angefüttet und hierdurch ein funktioneller Zusammenhang $T(\phi)$ bestimmt. Dabei wurde der Einfluss der Sinus-Terme vernachlässigt. Im Gegensatz zur Arbeit von Schmidt und Sparrow (1978) wird der azimutale Wärmeleitungsterm nicht als Konstante angenommen. Für das Wärmeleitungsproblem existiert eine analytische Lösung auf Basis einer Fourierreihe. Für dieses Problem wird durch Anwendung der Randbedingungen die Fourierkoeffizienten bestimmt und hierdurch die Lösung des Temperaturfeldes

$T(r, \phi)$. Aus diesem kann mittels des Fourier'schen Gesetzes die Wärmestromdichte an der Rohrinneinnenseite bestimmt werden (Black und Sparrow 1967b).

B.4.2. Lösung des Wärmeleitungsproblems

Die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung in Zylinderkoordinaten ohne volumetrische Wärmequelle lautet

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0 \quad (\text{B.23})$$

Dies entspricht einer homogenen partiellen DGL die über den Separationsansatz $T(r, \phi) = C_r(r) \cdot C_\phi(\phi)$ gelöst werden kann. Für die Ableitungen folgt dann

$$\frac{\partial T}{\partial r} = C_\phi(\phi) \cdot C_r'(r) \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = C_\phi(\phi) \cdot C_r''(r) \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = C_r(r) \cdot C_\phi''(\phi) \quad (\text{B.26})$$

Eingesetzt in die DGL folgt

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} C_\phi(\phi) \cdot C_r'(r) + C_\phi(\phi) \cdot C_r''(r) + \frac{1}{r^2} C_r(r) \cdot C_\phi''(\phi) \\ = 0 \quad | \cdot r^2 C_r(r)^{-1} C_\phi(\phi)^{-1} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

$$r^2 \frac{C_r''(r)}{C_r(r)} + r \frac{C_r'(r)}{C_r(r)} + \frac{C_\phi''(\phi)}{C_\phi(\phi)} = 0 \quad (\text{B.28})$$

Separation der Variablen

$$r^2 \frac{C_r''(r)}{C_r(r)} + r \frac{C_r'(r)}{C_r(r)} = - \frac{C_\phi''(\phi)}{C_\phi(\phi)} = \omega \quad (\text{B.29})$$

Zwei gewöhnliche DGL's

$$r^2 \cdot C_r''(r) + r \cdot C_r'(r) - \omega \cdot C_r(r) = 0 \quad (\text{B.30})$$

$$C_\phi''(\phi) + \omega \cdot C_\phi(\phi) = 0 \quad (\text{B.31})$$

Suche periodische Lösungen $C_\phi(\phi) = C_\phi(\phi + 2\pi)$

$$C_\phi''(\phi) + \omega \cdot C_\phi(\phi) = 0 \quad (\text{B.32})$$

$$C_\phi(\phi) = A_\phi \cdot \cos(\sqrt{\omega}\phi) + B_\phi \cdot \sin(\sqrt{\omega}\phi) \quad (\text{B.33})$$

$$C_\phi(\phi) = A_\phi, \text{ wenn } \omega = 0 \quad (\text{B.34})$$

$$\omega = i^2, i = 0, 1, 2, \dots$$

$$C_{\phi,i}(\phi) = A_{\phi,i} \cdot \cos(i \cdot \phi) + B_{\phi,i} \cdot \sin(i \cdot \phi) \text{ für } i = 1, 2, \dots \quad (\text{B.35})$$

$$C_{\phi,i}(\phi) = A_{\phi,0} \text{ für } i = 0 \quad (\text{B.36})$$

Zusammen in eine Gleichung

$$C_{\phi,i}(\phi) = A_{\phi,i} \cdot \cos(i \cdot \phi) + B_{\phi,i} \cdot \sin(i \cdot \phi) \text{ für} \\ i = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{B.37})$$

Gleichung für r

$$r^2 \cdot C_r''(r) + r \cdot C_r'(r) - i^2 \cdot C_r(r) = 0 \quad (\text{B.38})$$

Dabei handelt es sich um einer Euler-Gleichung, welche mit dem Ansatz $C_r(r) = r^k$ gelöst werden kann. Für die Ableitungen gilt dann

$$\frac{\partial C_r}{\partial r} = k \cdot r^{k-1} \quad (\text{B.39})$$

$$\frac{\partial^2 C_r}{\partial r^2} = k \cdot (k-1) \cdot r^{k-2} \quad (\text{B.40})$$

Eingesetzt folgt daraus

$$r^2 \cdot k \cdot (k-1) \cdot r^{k-2} + r \cdot k \cdot r^{k-1} - i^2 \cdot r^k = 0 \quad (\text{B.41})$$

$$k^2 - i^2 = 0 \quad (\text{B.42})$$

$$k = \pm i \quad (\text{B.43})$$

Und somit ist $k = 0$ zweifache Nullstelle.

$$C_{r,i}(r) = A_{r,i} \cdot r^i + B_{r,i} \cdot r^{-i} \text{ für } i = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{B.44})$$

$$C_{r,0}(r) = A_{r,0} + B_{r,0} \ln(r) \text{ für } i = 0 \quad (\text{B.45})$$

Summe aller Lösungen

$$T(r, \phi) = A_{r,0} + B_{r,0} \ln(r) + \sum_{i=1} [A_{\phi,i} \cdot \cos(i \cdot \phi) + B_{\phi,i} \cdot \sin(i \cdot \phi)] (A_{r,i} \cdot r^i + B_{r,i} \cdot r^{-i}) \quad (\text{B.46})$$

Für die Ableitung in radialer Richtung gilt

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{B_{r,0}}{r} + \sum_{i=1} [A_{\phi,i} \cdot \cos(i \cdot \phi) + B_{\phi,i} \cdot \sin(i \cdot \phi)] (A_{r,i} \cdot i \cdot r^{i-1} - B_{r,i} \cdot i \cdot r^{-(i+1)}) \quad (\text{B.47})$$

B.4.3. Anwendung Methodik auf eigene Problemstellung

Das Problem in diesem Fall folgt zu

$$T(r, \phi) = A_0 + B_0 \ln(r) + \sum_{n=1} [(A_n \cdot r^n + B_n \cdot r^{-n}) \cdot \cos(n \cdot \phi) + (C_n \cdot r^n + D_n \cdot r^{-n}) \cdot \sin(n \cdot \phi)] \text{ wobei } r_i < r < r_a, 0 < \phi < 2\pi \quad (\text{B.48})$$

Die Randbedingungen lauten

$$T(r = r_{\text{TE}}, \phi) = T(\phi)_{\text{TE}} \quad (\text{B.49})$$

Mit dem Temperaturprofil $T(\phi)_{\text{TE}}$ welches mit den Thermoelementen detektiert wird. Hierfür wird mit den diskreten Temperaturmesspunkten ein funktioneller Zusammenhang $T(\phi)$ über eine Fourierreihe fünften Grades hergestellt. Es wird ein Programmcode von Tearle (Tearle M. 2020) verwendet, mit dem die Fourierkoeffizienten über einen Least-Square-Ansatz bestimmt werden können.

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r = r_a, \phi) = \frac{q_{W,a}}{\lambda_W} \quad (\text{B.50})$$

Mit der Wärmestromdichte an der Außenseite des Kupferrohres $q_{W,a}$ und der Wärmeleitfähigkeit des Rohres λ_W . Durch Einsetzen der Randbedingungen ergibt sich:

$$T(r = r_{\text{TE}}, \phi) = T(\phi)_{\text{TE}} = A_0 + B_0 \ln(r_{\text{TE}}) + \sum_{n=1} [(A_n \cdot r_{\text{TE}}^n + B_n \cdot r_{\text{TE}}^{-n}) \cdot \cos(n \cdot \phi) + (C_n \cdot r_{\text{TE}}^n + D_n \cdot r_{\text{TE}}^{-n}) \cdot \sin(n \cdot \phi)] \quad (\text{B.51})$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r = r_a, \phi) = \frac{q_{W,a}}{\lambda_W} = \frac{B_0}{r_a} + \sum_{n=1} [(A_n \cdot n \cdot r_a^{n-1} - B_n \cdot n \cdot r_a^{-(n+1)}) \cdot \cos(n \cdot \phi) + (C_n \cdot n \cdot r_a^{n-1} - D_n \cdot n \cdot r_a^{-(n+1)}) \cdot \sin(n \cdot \phi)] \quad (\text{B.52})$$

Die Bestimmung der Fourierkoeffizienten wird über die Berechnung der entsprechenden Integrale durchgeführt wobei allgemein für die Fourierkoeffizienten gilt:

$$f(\phi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos(n \cdot \phi) + b_n \cdot \sin(n \cdot \phi)) \quad (\text{B.53})$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\phi) d\phi \quad (\text{B.54})$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\phi) \cdot \cos(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.55})$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\phi) \cdot \sin(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.56})$$

In diesem Fall besitzt die Fourierreihe eine etwas abgeänderte Form, sodass für die Koeffizienten gilt

$$\frac{B_0}{r_a} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{q_{W,a}}{\lambda_W} d\phi \quad (\text{B.57})$$

$$A_0 + B_0 \cdot \ln(r_{TE}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} T(\phi)_{TE} d\phi \quad (\text{B.58})$$

$$A_n \cdot n \cdot r_a^{n-1} - B_n \cdot n \cdot r_a^{-(n+1)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{q_{W,a}}{\lambda_W} \cdot \cos(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.59})$$

$$C_n \cdot n \cdot r_a^{n-1} - D_n \cdot n \cdot r_a^{-(n+1)} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{q_{W,a}}{\lambda_W} \cdot \sin(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.60})$$

$$A_n \cdot r_{TE}^n + B_n \cdot r_{TE}^{-n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} T(\phi)_{TE} \cdot \cos(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.61})$$

$$C_n \cdot r_{TE}^n + D_n \cdot r_{TE}^{-n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} T(\phi)_{TE} \cdot \sin(n \cdot \phi) d\phi \quad (\text{B.62})$$

Hieraus entsteht ein lineares Gleichungssystem mit $n+2$ Gleichungen wobei gilt $n = 1, 2, 3, \dots$. Nun muss noch die azimutal inhomogene Beheizung berücksichtigt werden. An der Randbedingung erster Art mit Vorgabe der Temperatur an der Stelle $r = r_{TE}$ ändert dies nichts. Die Randbedingung zweiter Art mit Vorgabe des Wärmestroms an der Außenseite der Rohrwand ändert sich wie folgt.

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r = r_a, \phi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \phi < \pi/30 \\ \frac{q_{W,a}}{\lambda_W}, & \pi/30 \leq \phi \leq \frac{29}{30}\pi \\ 0, & \frac{29}{30}\pi < \phi < 2\pi \end{cases} \quad (\text{B.63})$$

Dabei wird berücksichtigt, dass zwischen den beiden Heizschalen eine 2 mm starke Kunststoffplatte eingebracht ist, um die beheizten Heizsegmente thermisch von den unbeheizten Heizsegmenten zu isolieren.

Durch Anwendung der Randbedingungen lassen sich die notwendigen Fourierkoeffizienten und damit die Temperaturverteilung $T(r, \phi)$ bestimmen. Die Wärmestromdichte an der Rohrrinnenseite $\dot{q}_{W,i}$ kann durch die Anwendung des Fourierschen Gesetzes bestimmt werden durch

$$\dot{q}_{W,i} = \lambda_W \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_i} \quad (\text{B.64})$$

Dabei ist erneut darauf hinzuweisen, dass in der analytischen Methodik der Einfluss der Thermoelemente vernachlässigt wird. Die Methodik wurde durch den Vergleich mit Wärmeleitungs-Simulationen validiert und zeigte eine gute Übereinstimmung. Hierfür wurde ein einfaches Modell des Messrohres in der Software Ansys Mechanical V19.2 aufgebaut, welches in Abbildung B.1 dargestellt ist.

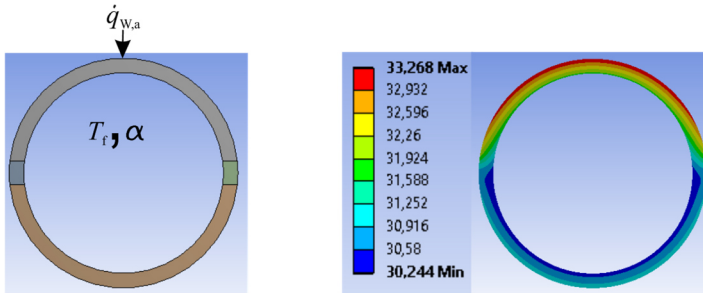


Abbildung B.1: Simulationssetup zur Validierung der Auswertungsmethodik (links) und exemplarische Darstellung des Temperaturfeldes in der Rohrwand bei azimuthal inhomogener Verteilung der Wärmestromdichte.

Die physikalischen Eigenschaften, des Messrohres wurden entsprechend der Daten aus Kapitel B.2.3 und B.2.4 abhängig vom Material des Messrohres temperaturabhängig vorgegeben. Das Messrohr wurde in mehrere Regionen unterteilt, um die azimuthal inhomogene Verteilung der Wärmestromdichte über

eine Randbedingung zweiter Art auf der Rohraußenseite vorzugeben. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient auf der Innenseite wurde vereinfachend azimuthal homogen verteilt vorgegeben und im Fall von Wasser mit der Nusselt-Korrelation von Gnielinski (2013) und im Fall von GaInSn mit der Korrelation von Laube et al. (2024) bestimmt. An den Positionen der Thermoelemente, sowie an der Rohrrinnenseite wurden die Simulationswerte der Temperatur und Wärmestromdichte bestimmt. Es wurden einige Datenpunkte für Wasser und GaInSn ausgewählt und Simulationen durchgeführt. Dabei wurden als Parameter die Reynolds- bzw. Péclet-Zahl der Strömung und die zugeführte Wärmestromdichte variiert. Die aus den Simulationen resultierenden Temperaturen an den Positionen der Thermoelemente in der Rohrwand wurden bestimmt und dienten als Eingabewerte für die Datenauswertung, welche in diesem Kapitel vorgestellt wurde. Auf Basis dieser Werte wurde das Temperaturfeld mittels Fourierreihe bestimmt. Anschließend wurden die Temperaturwerte an der Rohrrinnenseite an der azimuthalen Position der Thermoelemente, sowie die Werte der lokalen Wärmestromdichte an der Rohrrinnenwand, welche durch die Anwendung der vorgestellten Auswertungsmethodik berechnet wurden, mit den Werten aus den Simulationen verglichen. Abweichungen wurden in der Unsicherheitsanalyse für die Unsicherheiten der Thermoelemente bzw. der lokalen Wärmestromdichte berücksichtigt.

B.5 Abschätzung der Dicke der laminaren Unterschicht

In diesem Abschnitt wird analog zur Herleitung in Zierep (2013) die Größenordnung der laminaren Unterschicht in der Strömung im Verhältnis zur Rauigkeit der Rohrwand abgeschätzt. Die Geschwindigkeit in der laminaren Unterschicht soll dabei linear von null bis $\frac{1}{2} \cdot \bar{u}_m$ anwachsen, wobei \bar{u}_m der zeitliche Mittelwert des volumetrischen Mittels der Geschwindigkeit ist (Zierep 2013). Aus der Definition der Wandschubspannung in Gleichung (B.65) und der Definition der Reynolds-Zahl in Gleichung (B.66) folgt das Verhältnis der Dicke der laminaren Unterschicht t_{lam} zum Durchmesser des Rohres D_i in Gleichung (B.67) (Zierep 2013).

$$|\bar{\psi}_W| = \frac{\rho}{2} \bar{u}_m^2 \frac{f_{\text{turb}}}{4} = \eta \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)_W = \rho \nu \frac{\bar{u}_m}{2 \cdot t_{\text{lam}}} \quad (\text{B.65})$$

$$Re = \frac{\bar{u}_m D_i}{\nu} \quad (\text{B.66})$$

$$\frac{t_{\text{lam}}}{D_i} = \frac{4}{f_{\text{turb}}} \frac{1}{Re} \quad (\text{B.67})$$

Der Reibungsbeiwert wird mit Gleichung (2.22) berechnet, womit Gleichung (B.68) folgt:

$$\frac{t_{\text{lam}}}{D_i} = \frac{12,64}{Re^{3/4}} \quad (\text{B.68})$$

Mit Gleichung (B.68) lässt sich nun für einzelne Datenpunkte aus Abbildung 3.10 die Dicke der laminare Unterschicht t_{lam} abschätzen.

Tabelle B.3: Übersicht zur Dicke der laminaren Unterschicht t_{lam} einzelner Datenpunkte aus Abbildung 3.1.

Fluid	Re / -	f_{turb} / -	$\frac{t_{\text{lam}}}{D_i}$ / -	t_{lam} / mm
GaInSn	18790	0,0278	$7,658 \cdot 10^{-3}$	0,131
	99213	0,0182	$2,215 \cdot 10^{-3}$	0,038
Wasser	5029	0,0272	$2,924 \cdot 10^{-2}$	0,005
	41888	0,0204	$4,681 \cdot 10^{-3}$	0,08

C Ergänzungen zu Kapitel 4

C.1 Unsicherheitsanalyse

Die Unsicherheiten aller Messgrößen wurden nach dem „Guide to the expression of uncertainty in measurements“ (ISO/IEC 98-3:2008) nach dem Typ B bestimmt. Eine statistisch aussagekräftige Anzahl an Wiederholungen eines jeden Datenpunktes war nicht möglich, weswegen über diese Methode die Unsicherheitsbeiträge aller Einflussgrößen auf die Zielgrößen abgeschätzt wurden. Dabei wurde für alle Messgrößen ein Erweiterungsfaktor von $k_{\text{GUM}} = 2$ mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95 % gewählt. Alle Thermoelemente, welche in der Messstrecke verbaut wurden, wurden vor den experimentellen

Messkampagnen kalibriert. Alle losen Thermoelemente wurden mit einem Kalibrierthermostaten (Isotech Oceanus-6) und einem Referenzthermometer (Isotech SPRT 909L/25/TTI mit Isotech milliK) in einem Temperaturbereich von $10\text{ °C} \leq T \leq 60\text{ °C}$ kalibriert. Die Thermoelemente, welche in die Rohrwand des Messrohres eingelötet wurden, wurden im eingebauten Zustand mittels in situ-Kalibrierung kalibriert. Hierfür wurde die gesamte Messstrecke gegen Wärmeverluste und –eintrag zur Umgebung isoliert und mit dem Durchlaufkühler des primären Kühlwasserkreislaufes (Lauda VC2000) mit Wasser durchströmt. Dieser Durchlaufkühler weist im Temperaturbereich $-20\text{ °C} \leq T \leq 80\text{ °C}$ eine sehr gute Temperaturkonstanz von $\pm 0,05\text{ K}$ auf. Über den Durchlaufkühler wurde die Wassertemperatur variiert. Alle eingelöteten Thermoelemente wurden auf ein Thermoelement referenziert, welches nach dem statischen Mischelement über eine Klemmverschraubung eingebaut wurde und im vornhinein mit der oben genannten Kalibriereinheit kalibriert wurde. Die Durchfluss- und Drucksensoren sind werkseitig kalibriert. Zusätzlich zu den Messsensoren wurde der Einfluss der Unsicherheit der physikalischen Stoffgrößen auf die Unsicherheit der Zielgrößen berücksichtigt (siehe Kapitel B.2).

Eine Verteilung der Anteile der Unsicherheitsbeiträge auf die Nusselt-Zahl für den Fall HO bei $Re = 3 \cdot 10^4$ ist exemplarisch für Wasser in Abbildung C.1 und für GaInSn in Abbildung C.2 dargestellt. Die Unsicherheitsbeiträge der einzelnen Geometrieparameter und der Temperaturbestimmung in der Rohrwand sind aus Übersichtlichkeitsgründen zusammengefasst.

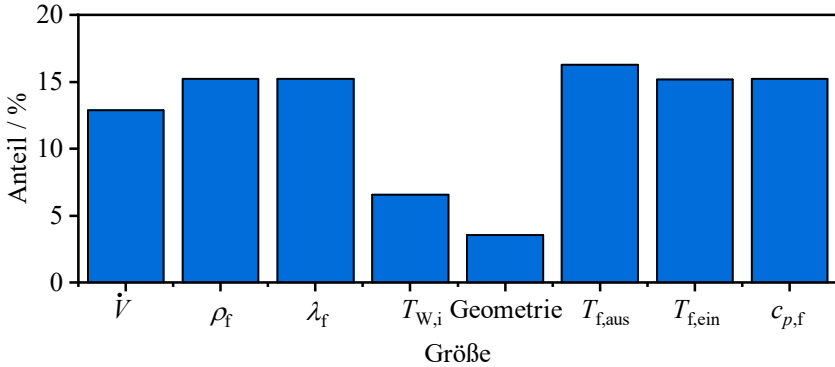


Abbildung C.1: Verteilung des Anteils der Unsicherheitsbeiträge auf die Unsicherheit der Nusselt-Zahl für Wasser und HO ($\dot{q}_{W,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f,ein} = 25 \text{ °C}$).

Für beide Fluide zeigt sich ein großer Einfluss der physikalischen Stoffgrößen auf die Unsicherheit der Nusselt-Zahl. Für Wasser zeigt sich zusätzlich ein ähnlich hoher Beitrag durch den Volumenstrom \dot{V} , sowie die Temperaturen der Rohrwand $T_{W,i}$ und des Fluids $T_{f,ein}$ und $T_{f,aus}$. Diese Ergebnisse unterstreichen die Wichtigkeit der Berücksichtigung der Unsicherheitsbeiträge der physikalischen Stoffgrößen auf die Zielgrößen.

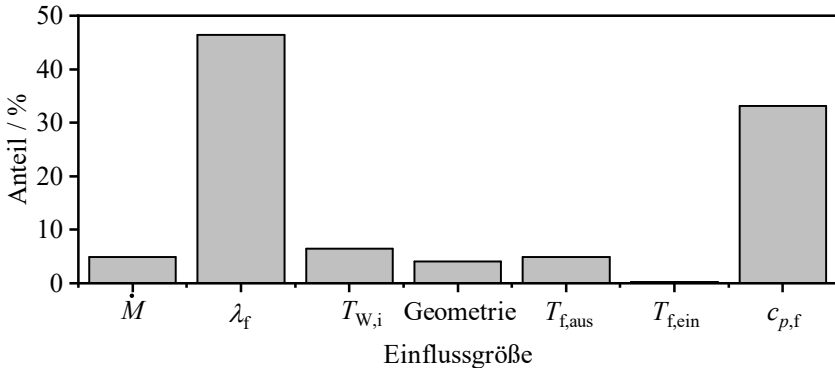


Abbildung C.2: Verteilung des Anteils der Unsicherheitsbeiträge auf die Unsicherheit der Nusselt-Zahl für GaInSn und HO ($\dot{q}_{W,i} = 65 \text{ kW m}^{-2}$, $T_{f,ein} = 25 \text{ °C}$).

C.2 Korrosion des Messrohres aus Cu-DHP

Die Bestimmung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten für das Messrohr aus Kupfer wurde durch Flüssigmetallkorrosion beeinflusst. Eine generische Analyse des Einflusses von Flüssigmetallkorrosion auf die Messungen wurde bereits in Laube et al. (2024) durchgeführt und wird an dieser Stelle wiederholt. In der Literatur finden sich wenige Arbeiten mit der Thematik von Flüssigmetallkorrosion bei der Verwendung von Galliumlegierungen. Cui et al. (2018) untersuchten die Auswirkungen der Flüssigmetallkorrosion einer Kupferprobe in Kontakt mit einer eutektischen Zusammensetzung aus Gallium und Indium auf die effektive Wärmeleitfähigkeit der Probe. Die Autoren berichten, dass diese mit zunehmender Temperatur und Korrosionsdauer drastisch abnahm und einen Schwellenwert erreichte, der auf die Bildung einer korrosiven Schicht mit einer wesentlich geringeren Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zur ursprünglichen Kupferprobe zurückzuführen war. Geddis et al. (2020) (Korrosion von Kupfer mit GaInSn) und Gancarz und Berent (2018) (Korrosion von Kupfer mit einer Legierung aus Gallium, Zinn und Zink (GaSnZn)) berichteten ebenfalls über Flüssigmetallkorrosion einer Kupferprobe in Kontakt mit Legierungen auf Galliumbasis, allerdings bei einer Temperatur von 100 °C.

Bei den Flüssigmetallexperimenten mit dem Messrohr aus Kupfer in dieser Arbeit wurde analog zu den Experimenten mit dem Nickelrohr eine maximale Fluidtemperatur von $T_f = 50$ °C festgelegt, entsprechend eine deutlich geringere Temperatur verglichen zu den Literaturwerten. Die Versuchsdaten der vorliegenden Arbeit lassen jedoch vermuten, dass korrosive Effekte aufgetreten sein könnten, mit der Folge der Entwicklung einer korrosiven Schicht an der Rohrinnenwand, die aus intermetallischen Verbindungen besteht. Eine solche dünne Schicht mit, im Vergleich zum Substratmaterial (Kupfer), geringerer Wärmeleitfähigkeit würde zu einer Überschätzung der Temperatur an der Innenwand führen. In der Datenanalyse wird die Innenwandtemperatur auf der Grundlage der gemessenen Temperatur in der Wand und der Wärmeleitung in der Rohrwand auf der Grundlage der Wärmeleitfähigkeit des Kupfers berechnet. Dies würde zu einer Unterschätzung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten der Strömung führen.

Cui et al. (2018) berichten von einer Schicht aus CuGa_2 , die zwischen dem flüssigen Metall und dem Kupfersubstrat aufgebaut ist. Gancarz und Berent (2018) fanden zusätzlich heraus, dass sich zwischen dieser Schicht aus CuGa_2 und dem Kupfersubstrat eine dünne Schicht aus Cu_9Ga_4 bildet. Auch Geddis et al. (2020)

berichten, dass geringe Mengen an Indium und Zinn mit dem Rasterelektronenmikroskop nachgewiesen werden können. Daher könnte eine mögliche Korrosionsschicht eine Mischung von Zusammensetzungen mit unterschiedlichen thermophysikalischen Eigenschaften enthalten. Zusätzlich muss erwähnt werden, dass alle hier diskutierten Ergebnisse zu Korrosionseffekten (Geddis et al. 2020; Gancarz und Berent 2018; Cui et al. 2018) unter stagnierenden Bedingungen, ohne strömendes Flüssigmetall, durchgeführt wurden.

Um den Einfluss einer korrosiven Schicht mit geringerer Wärmeleitfähigkeit auf die Datenanalyse zu untersuchen, wurde die effektive Wärmeleitfähigkeit des Bereiches des Rohrwandmaterials zwischen den Thermoelementen und der Innenfläche der Rohrwand auf einen Wert von $\lambda_{W,corr} = 70 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ reduziert. Dies ist der untere Grenzwert der effektiven Wärmeleitfähigkeit, welcher von Cui et al. (2018) ermittelt wurde. In Abbildung C.3 ist die azimuthal gemittelte Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ gegen die Péclet-Zahl Pe für den Fall HO mit und ohne die Korrektur der Wärmeleitfähigkeit aufgetragen.

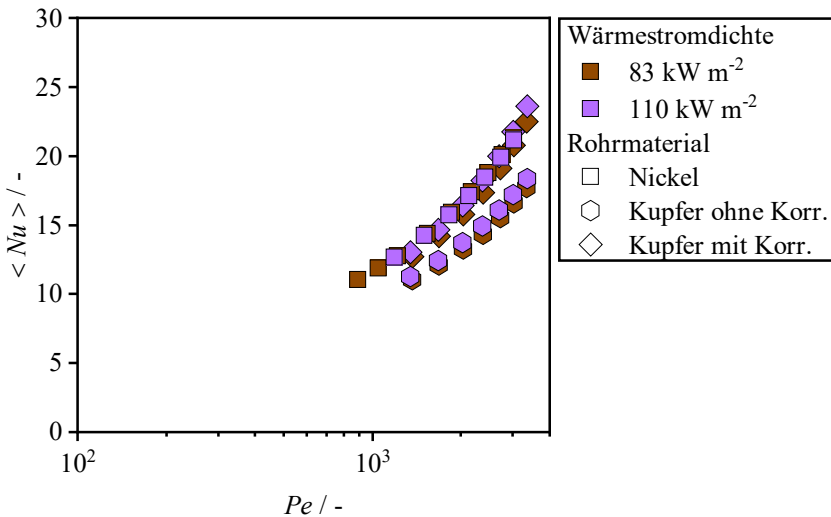


Abbildung C.3: Verlauf der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl $\langle Nu \rangle$ als Funktion der Péclet-Zahl Pe für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, für das Nickel- und Kupferrohr mit und ohne Korrektur der Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand; Datenpunkte für Kupfer entnommen aus (Laube et al. 2022) und für Nickel aus (Laube et al. 2024).

Die korrigierten Werte der azimuthal gemittelten Nusselt-Zahl für das Kupferrohr stimmen sehr gut mit den Werten des Nickelrohres überein. Dies verifiziert die Vermutung, dass die Messungen, welche mit dem Kupferrohr durchgeführt wurden durch Flüssigmetallkorrosion beeinflusst wurden, was zu einer Überschätzung der Temperatur an der inneren Oberfläche des Messrohres und hierdurch zu einer Unterschätzung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten führte. Dieser Einfluss war aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit der Kupferlegierung sehr stark ausgeprägt.

C.3 Druckverlustdaten

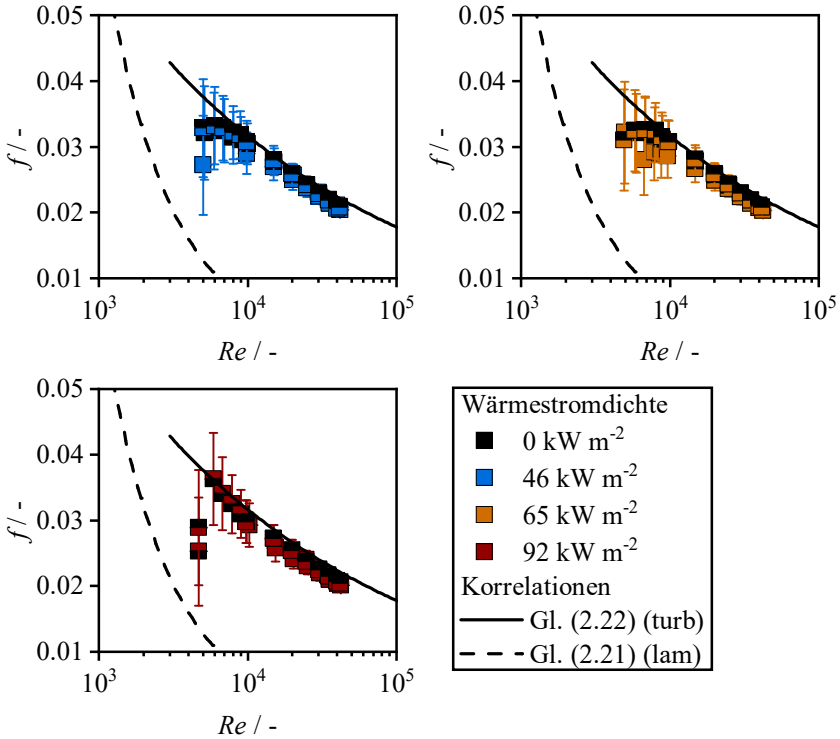


Abbildung C.4: Verlauf des Reibungsbeiwertes f als Funktion der Reynolds-Zahl Re für Wasser und für HO, IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und die Korrelationen zur Berechnung des Reibungsbeiwertes für laminare (Gl. (2.21)) und turbulente (Gl. (2.22)) Strömungen.

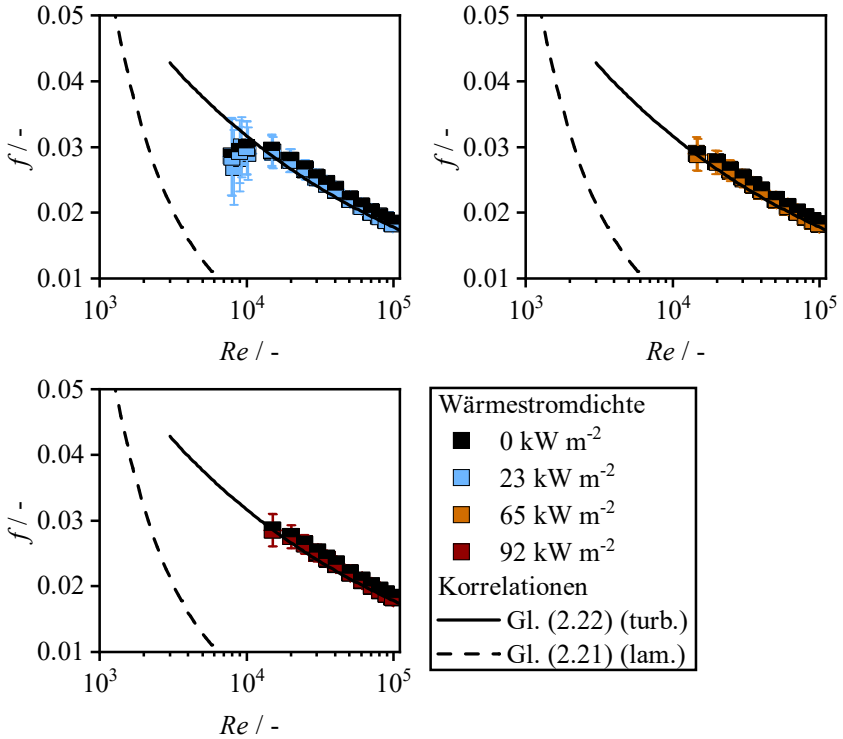


Abbildung C.5: Verlauf des Reibungsbeiwertes f als Funktion der Reynolds-Zahl Re für GaInSn und für HO, IHCO und IHCU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und die Korrelationen zur Berechnung des Reibungsbeiwertes für laminare (Gl. (2.21)) und turbulente (Gl. (2.22)) Strömungen.

C.4 Entropieproduktionsanalyse für Wasser und GaInSn und vollumfänglich beheizte Rohrströmungen

Die Analyse zur erzeugten Entropie in dieser Areit basiert auf den Erkenntnissen von Bejan (1978). Betrachtet wird eine Rohrströmung mit hydrodynamisch ausgebildetem Strömungsprofil, welche schematisch in Abbildung C.6 dargestellt ist. Das Fluid tritt mit dem Massenstrom \dot{M} und der Temperatur T_f an der Stelle z in das Kontrollvolumen ein. Die Wandtemperatur ist höher als die Temperatur des Fluids, folglich wird ein Wärmestrom je Längeneinheit \dot{q}' von der Wand an das Fluid übertragen. Nach einer Strecke dz verlässt das Fluid das Kontrollvolumen mit der Temperatur $T_f + dT$. Die Temperaturdifferenz zwischen dem Fluid und der beheizten Wand beträgt $\Delta T = T_W - T_f$.

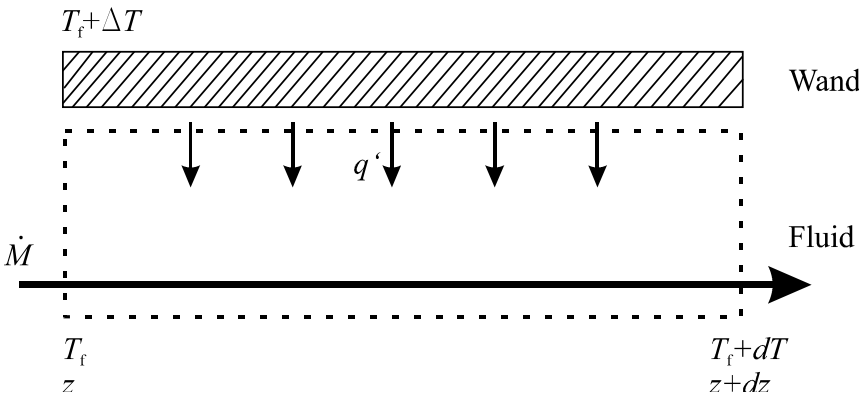


Abbildung C.6: Schema des Kontrollvolumens einer beheizten Rohrströmung (eigene Darstellung nachempfunden (Bejan 1978)).

Für das vorliegende Kontrollvolumen lautet die Änderung der Entropieproduktionsrate $d\dot{S}$

$$d\dot{S} = \dot{M} ds - \frac{\dot{q}' dz}{T_f + \Delta T} \quad (\text{C.1})$$

In Gleichung (C.1) ist ds die Änderung der spezifischen Entropie. Mit dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik folgt

$$\dot{q}' dz = \dot{M} dh \quad (\text{C.2})$$

Im betrachteten Kontrollvolumen liegen nur Enthalpieströme am Ein- und Austritt, ausgedrückt über die Änderung der spezifischen Enthalpie dh und der zugeführte Wärmestrom je Längeneinheit \dot{q}' vor. Wird nun Gleichung (C.2) in Gleichung (C.1) eingesetzt und umgeformt folgt

$$d\dot{S} = \dot{M} \left(ds - \frac{dh}{T_f} \right) + \frac{\Delta T}{T_f^2} \frac{\dot{M} dh}{1 + \frac{\Delta T}{T_f}} \quad (\text{C.3})$$

Aus der Definition der Änderung der spezifischen Enthalpie dh folgt

$$dh = T_f ds + v dp = T_f ds + \frac{1}{\rho_f} dp \quad (\text{C.4})$$

In Gleichung (C.4) ist v das spezifische Volumen und dessen Kehrwert $\frac{1}{v} = \rho_f$ die Dichte des Fluids und dp die Änderung des Drucks entlang des Kontrollvolumens. Gleichung (C.4) eingesetzt in Gleichung (C.3) und umgeformt ergibt dann die Entropieproduktionsrate je Längeneinheit

$$\frac{d\dot{S}}{dz} = \frac{\dot{M}}{\rho_f T_f} \left(-\frac{dp}{dz} \right) + \frac{\Delta T}{T_f^2} \frac{\dot{q}'}{1 + \frac{\Delta T}{T_f}} \quad (\text{C.5})$$

Für einen Vergleich der Entropieproduktion je Längeneinheit wird Gleichung (C.5) mithilfe der Temperatur des Fluids T_f und dem zugeführten Wärmestrom je Längeneinheit \dot{q}' entdimensioniert. Hieraus folgt

$$N_S = \frac{T_f d\dot{S}}{\dot{q}' dz} = \frac{\dot{M}}{\rho_f \dot{q}'} \left(-\frac{dp}{dz} \right) + \frac{\Delta T}{T_f} \left(1 + \frac{\Delta T}{T_f} \right)^{-1} \quad (\text{C.6})$$

Die dimensionslose Entropieproduktionsrate je Längeneinheit N_S setzt sich aus einem Anteil durch Reibung $N_{S,F}$ und einem Anteil durch die Wärmeübertragung $N_{S,Q}$ zusammen:

$$N_S = N_{S,F} + N_{S,Q} \quad (\text{C.7})$$

Gleichung (C.7) stammt aus der Arbeit von Bejan (1978) und ist auf das vorliegende Problem einer Flüssigmetallrohrströmung ebenso anwendbar. Aus diesem Grund wird für die Datenpunkte aus Kapitel 4 die dimensionslose Entropieproduktionsrate bestimmt. Da die Methodik nach Bejan (1978) auf der Annahme einer vollumfänglich beheizten Rohrströmung basiert, werden für die Analyse nur die Datenpunkte für HO genutzt.

Die Anteile der dimensionslosen Entropieproduktionsrate je Längeneinheit durch Reibung $N_{S,F}$ und Wärmeübertragung $N_{S,Q}$ sind als Funktion der Reynoldszahl Re in Abbildung C.7 für Wasser und GaInSn und unterschiedliche Wärmestromdichten dargestellt. Um den Parameterbereich zu erweitern werden zusätzlich zu den Datenpunkten aus Kapitel 4 extrapolierte Werte genutzt, wobei für die extrapolierten Werte die Wandtemperatur für Wasser mit der Nusselt-Korrelation von Gnielinski (2013) und für GaInSn mit der Nusselt-Korrelation von Laube et al. (2024) berechnet wurde. Die extrapolierten Druckverlustwerte wurden für beide Fluide mit Gleichung (2.22) berechnet. Die Symbole in Abbildung C.7 repräsentieren die dimensionlose Entropieproduktionsrate auf Basis der experimentell bestimmten Wandtemperaturen bzw. Druckverluste, wobei die Linien extrapolierte Werte darstellen.

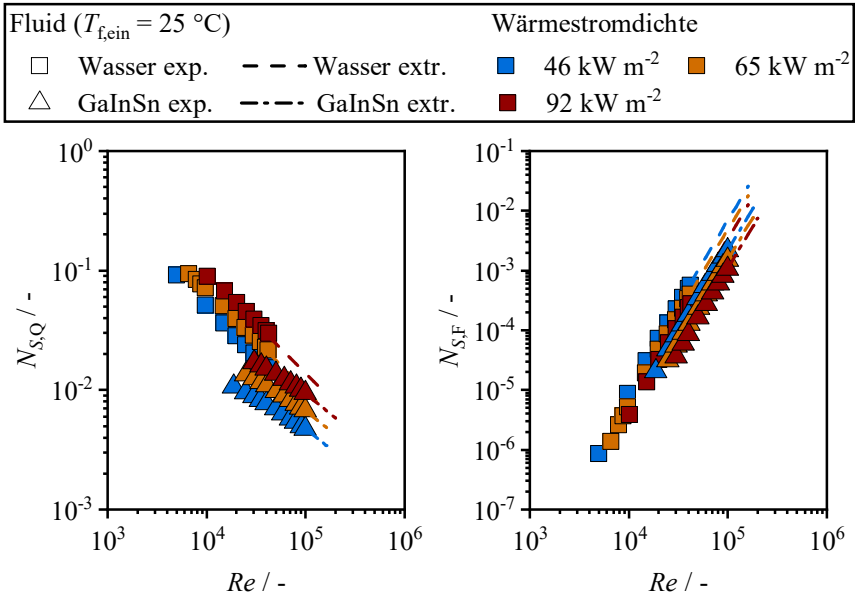


Abbildung C.7: Verlauf der Anteile der dimensionslosen Entropieproduktionsrate durch Wärmeübertragung $N_{S,Q}$ (linke Seite) und durch Reibung $N_{S,F}$ (rechte Seite) als Funktion der Reynolds-Zahl Re für Wasser und GaInSn und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten; Symbole repräsentieren die Werte basierend auf experimentell bestimmten Wandtemperaturen und Druckverlusten, Linien repräsentieren extrapolierte Werte.

Der Verlauf des Anteils der dimensionslosen Entropieproduktionsrate durch Wärmeübertragung zeigt einen monotonen Abfall mit steigender Reynolds-Zahl für beide Fluide. Die notwendige Temperaturdifferenz zwischen Rohrwand und strömendem Fluid zur Übertragung eines vorgegebenen Wärmestroms und somit die produzierte Entropie sinkt mit steigender Reynolds-Zahl, da der konvektive Wärmeübergangskoeffizient ansteigt. Mit ansteigender Wärmestromdichte nimmt auch die produzierte Entropie zu, da die Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwand und dem strömenden Fluid zunimmt. Der Vergleich der Ergebnisse für Wasser und GaInSn zeigt, dass die produzierte Entropie durch Wärmeübertragung bei gleicher Reynolds-Zahl und gleicher nomineller Wärmestromdichte für GaInSn erheblich geringer ist. Der Anteil der dimensionslosen Entropieproduktionsrate durch Reibung nimmt mit zunehmender Reynolds-Zahl zu, da eine Erhöhung der Reynolds-Zahl mit einer Erhöhung des

Druckverlustes einhergeht. Der Unterschied zwischen beiden Fluiden ist gering, jedoch ist auch beim Anteil durch Reibung die dimensionlose Entropieproduktionsrate für GaInSn geringer.

Die gesamte dimensionslose Entropieproduktionsrate N_S , somit die Summe der beiden Anteile $N_{S,Q}$ und $N_{S,F}$, ist als Funktion der Reynolds-Zahl Re in Abbildung C.8 für unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten dargestellt.

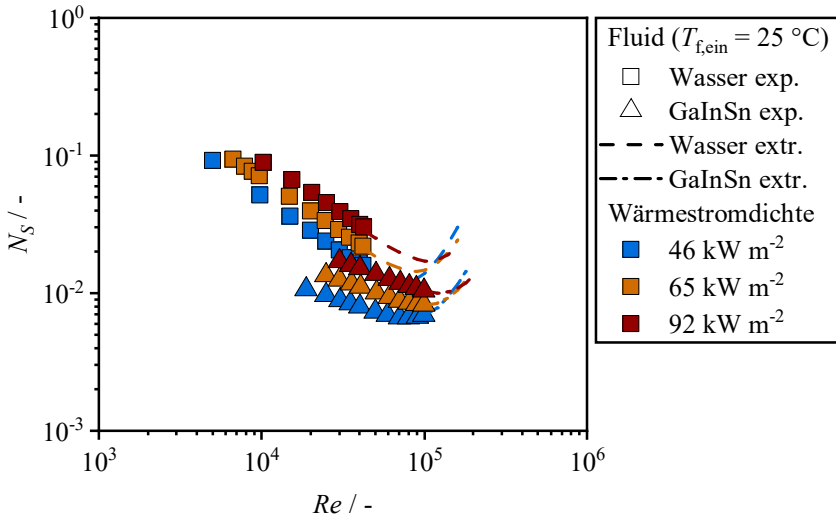


Abbildung C.8: Verlauf der dimensionslosen Entropieproduktionsrate N_S als Funktion der Reynolds-Zahl Re für Wasser und GaInSn und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten; Symbole repräsentieren die Werte basierend auf experimentell bestimmten Wandtemperaturen und Druckverlusten, Linien repräsentieren extrapolierte Werte.

Der Verlauf für beide Fluide zeigt, dass sich jeweils ein Minimum der dimensionslosen Entropieproduktionsrate einstellt. Dieses Minimum liegt für beide Fluide bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen vor und verschiebt sich mit steigender Wärmestromdichte zu höheren Reynolds-Zahlen und höheren Werten für N_S . An diesem Minimum liegt für das jeweilige Fluid und die jeweilige Wärmestromdichte das Optimum an produzierter Entropie vor. Für eine geringere Reynolds-Zahl nimmt die Entropieproduktionsrate aufgrund einer steigenden Temperaturdifferenz zwischend der Rohrwand und dem strömenden Fluid zu. Für eine höhere Reynolds-Zahl steigt die Entropieproduktionsrate durch einen

Anstieg des Druckverlustes in der Strömung. Der Vergleich der Verläufe der Daten beider Fluide zeigt, dass für GaInSn die dimensionslose Entropieproduktionsrate über den gesamten Bereich an untersuchten Reynolds-Zahlen geringer war als für Wasser. Dies liegt vor allem an dem verbesserten Wärmeübergang bei gleicher Reynolds-Zahl. Für einen weiteren Vergleich wird die dimensionslose Entropieproduktionsrate für Wasser und GaInSn als Funktion des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α in Abbildung C.9 dargestellt.

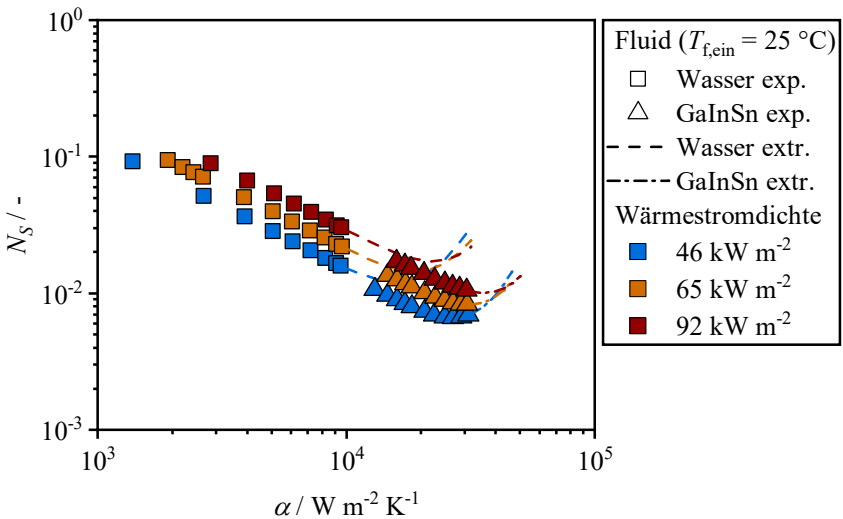


Abbildung C.9: Verlauf der dimensionslosen Entropieproduktionsrate N_S als Funktion des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α für Wasser und GaInSn und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten; Symbole repräsentieren die Werte basierend auf experimentell bestimmten Wandtemperaturen und Druckverlusten, Linien repräsentieren extrapolierte Werte.

Der Unterschied der produzierten Entropie zwischen beiden Fluiden ist geringer als beim Vergleich über die Reynolds-Zahl. Dennoch ist die dimensionslose Entropieproduktionsrate für GaInSn kleiner, da ein geringerer Druckverlust für denselben Wert des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten verglichen mit Wasser notwendig ist.

In vielen technischen Anwendungen ist die notwendige Pumparbeit zur Erzielung der erforderlichen Kühl- bzw. Heizaufgabe relevant. Deshalb wird abschließend die dimensionslose Entropieproduktionsrate N_S als Funktion der Pumparbeit $\Delta p \cdot \dot{V}$ in Abbildung C.10 aufgetragen.

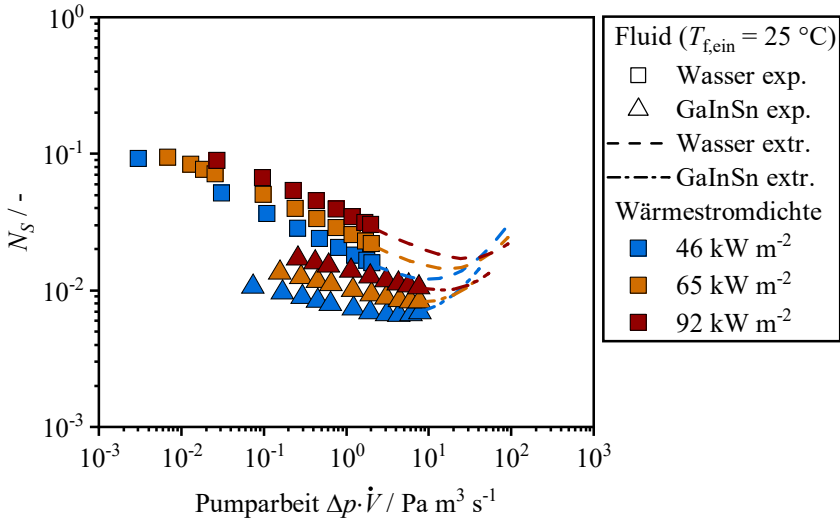


Abbildung C.10: Verlauf der dimensionslosen Entropieproduktionsrate N_S als Funktion der Pumparbeit $\Delta p \cdot \dot{V}$ für Wasser und GaInSn und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten; Symbole repräsentieren die Werte basierend auf experimentell bestimmten Wandtemperaturen und Druckverlusten, Linien repräsentieren extrapolierte Werte.

Der Vergleich beider Fluide zeigt erneut, dass bei gleicher Pumparbeit, die dimensionslose Entropieproduktionsrate für GaInSn geringer ist, wenngleich dieser Unterschied mit steigender Pumparbeit abnimmt.

Zusammenfassend konnte mithilfe der Methode nach Bejan (1978) auf Basis einer Analyse der erzeugten Entropie Wasser und GaInSn hinsichtlich ihrer Eignung als Wärmeträgerfluid untersucht werden. Die Analyse zeigte, dass für den untersuchten Parameterbereich sowohl hinsichtlich der Reynolds-Zahl, des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten und der Pumparbeit die Entropieproduktionsrate für GaInSn geringer war.

D Ergänzungen zu Kapitel 5

D.1 Herleitung Rippengleichung

In Kapitel 5.1 wird eine Modellierung der azimuthalen Verteilung der entdimensionierten lokalen Wandtemperatur θ mit der Ähnlichkeit des Wärmeübertragungsproblems in einer Rippe mit adiabater Spitze motiviert. In diesem Absatz sollen die für die Berechnung von Rippen relevanten Modellgleichungen eingeführt werden. Für eine ausführliche Herleitung der Gleichungen sei an dieser Stelle auf Literaturwerke, z.B. Böckh und Wetzel (2018), verwiesen.

Betrachtet werden soll eine rechteckige Rippe mit der Rippenhöhe H_{Rippe} , der Breite B_{Rippe} und der Tiefe t_{Rippe} , welche in einer schematischen Darstellung in Abbildung D.1 dargestellt ist. Die Breite der Rippe ragt in die Zeichenebene hinein. Am Rippenfuß bei $x = 0$ beträgt die Temperatur T_0 und an dieser Stelle tritt ein Wärmestrom \dot{Q}_0 in die Rippe ein. Die Rippe ist umgeben von einem Fluid, welches eine niedrigere Temperatur T_U als jene in der Rippe aufweist. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient, welcher den Wärmeübergang von der Rippe an das Fluid charakterisiert ist α_U .

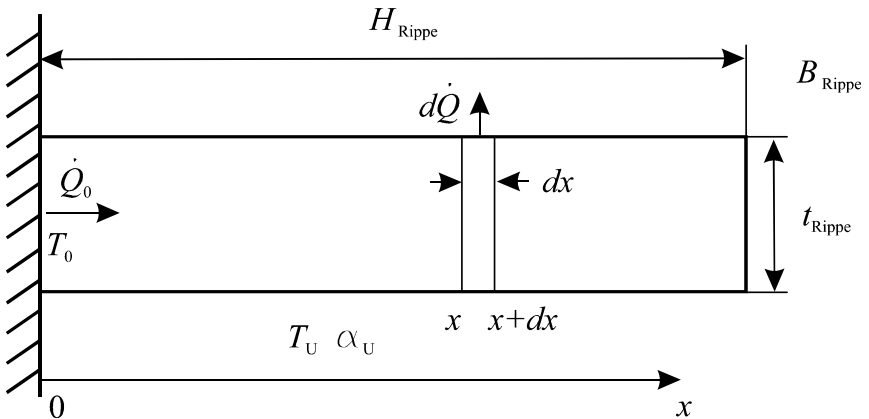


Abbildung D.1: Schematische Darstellung der untersuchten Rippengeometrie (eigene Darstellung angelehnt an (Böckh und Wetzel 2018)).

Die Temperaturverteilung entlang der Rippe kann mit der folgenden DGL beschrieben werden:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{\alpha_u \cdot U_{\text{Rippe}}}{\lambda_{\text{Rippe}} \cdot A_{\text{Rippe}}} \cdot (T - T_u) \quad (\text{D.1})$$

In Gleichung (D.1) ist $U_{\text{Rippe}} = 2 \cdot (B_{\text{Rippe}} + T_{\text{Rippe}})$ der Umfang an der äußeren Oberfläche der Rippe, λ_{Rippe} die Wärmeleitfähigkeit der Rippe und $A_{\text{Rippe}} = B_{\text{Rippe}} \cdot t_{\text{Rippe}}$ die Querschnittsfläche der Rippe. Gleichung (D.1) kann unter der Voraussetzung, dass T_u , λ_{Rippe} und α_u konstant sind umgeschrieben werden zu:

$$\frac{d^2\Delta T}{dx^2} = m_{\text{Rippe}}^2 \cdot \Delta T \quad (\text{D.2})$$

Die Temperaturdifferenz $T - T_u$ wurde in Gleichung (D.2) durch ΔT ausgetauscht und der Rippenparameter m_{Rippe} eingeführt der in Gleichung (D.3) definiert ist:

$$m_{\text{Rippe}} = \sqrt{\frac{\alpha_u \cdot U_{\text{Rippe}}}{\lambda_{\text{Rippe}} \cdot A_{\text{Rippe}}}} \quad (\text{D.3})$$

Die Lösung von Gleichung (D.2) ergibt die Temperaturverteilung entlang der Rippe:

$$\Delta T(x) = \Delta T_0 \cdot \frac{e^{-m_{\text{Rippe}}(H_{\text{Rippe}}-x)} + e^{m_{\text{Rippe}}(H_{\text{Rippe}}-x)}}{e^{-m_{\text{Rippe}}H_{\text{Rippe}}} + e^{m_{\text{Rippe}}H_{\text{Rippe}}}} \quad (\text{D.4})$$

Umgeformt ergibt sich der, auf die Temperatur am Rippenfuß, normierte Temperaturverlauf für eine endlich lange Rippe in Gleichung (D.5):

$$\frac{\Delta T(x)}{T_0} = \frac{\cosh[m_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}} \cdot (1-x/H_{\text{Rippe}})]}{\cosh(m_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}})} \quad (\text{D.5})$$

Der Wärmestrom am Rippenfuß bei $x = 0$ ergibt sich mit dem Fourier'schen Gesetz in Gleichung (2.1) und der Differentiation von Gleichung (D.5):

$$\dot{Q}_0 = \lambda_{\text{Rippe}} \cdot A_{\text{Rippe}} \cdot \Delta T_0 \cdot m_{\text{Rippe}} \cdot \tanh(m_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}}) \quad (\text{D.6})$$

Der ideale Wärmestrom, bei einer fiktiven Annahme einer Temperaturdifferenz von ΔT_0 entlang der gesamten Rippe ergibt sich zu:

$$\dot{Q}_{\text{ideal}} = U_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}} \cdot \alpha_U \cdot \Delta T_0 \quad (\text{D.7})$$

Der sogenannte Rippenwirkungsgrad ergibt aus dem Verhältnis von wirklich ausgetauschtem zu idealem Wärmestrom:

$$\xi_{\text{Rippe}} = \frac{\dot{Q}_0}{\dot{Q}_{\text{ideal}}} = \frac{\tanh(m_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}})}{m_{\text{Rippe}} \cdot H_{\text{Rippe}}} \quad (\text{D.8})$$

D.2 Parameter für die Modellierung der Temperaturverteilung an der Rohrrinnenwand

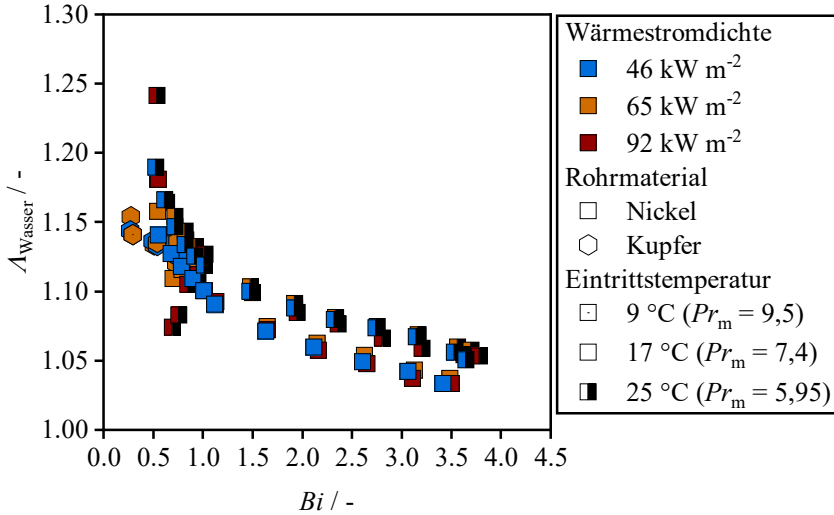


Abbildung D.2: Verlauf des Modellparameters λ_{Wasser} als Funktion der Biot-Zahl Bi für Wasser und für IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten, Rohrmaterialien und Eintrittstemperaturen bzw. Prandtl-Zahlen in die Messstrecke.

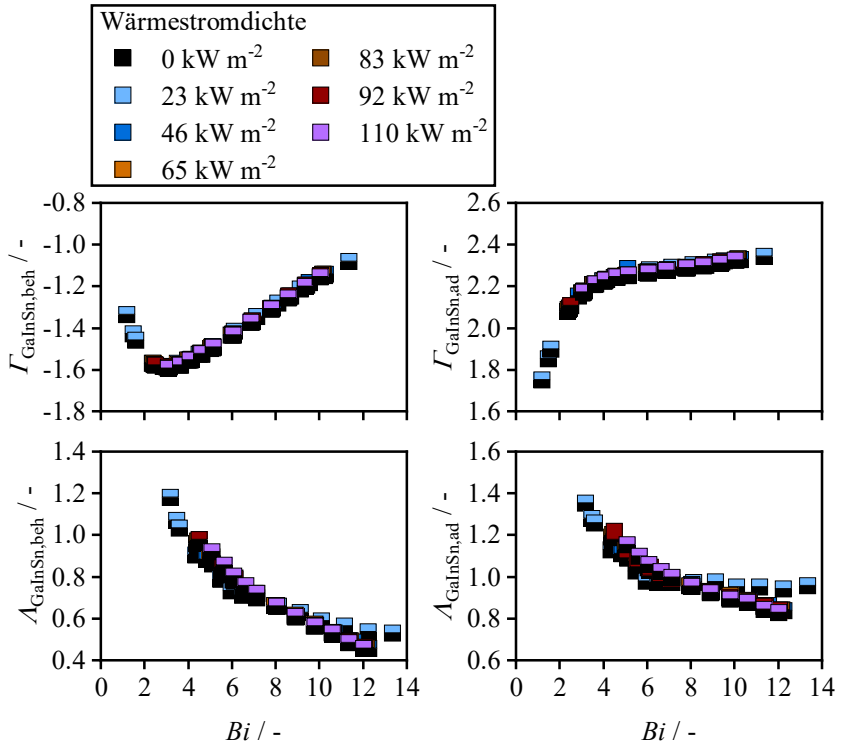


Abbildung D.3: Verlauf der Modelparameter $\Gamma_{\text{GaInSn,beh}}$, $\Gamma_{\text{GaInSn,ad}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,beh}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,ad}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für GaInSn und für IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten.

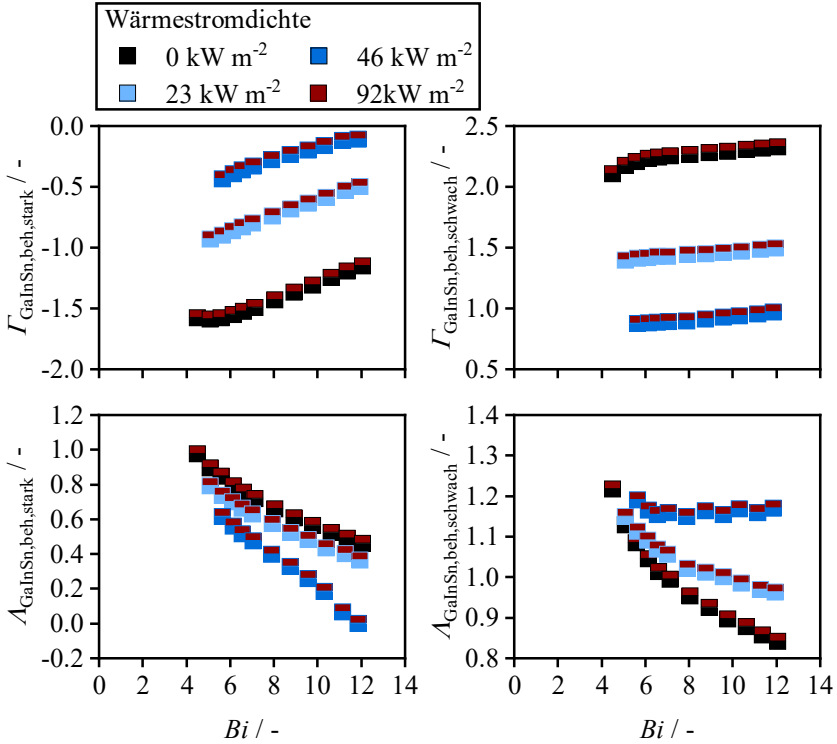


Abbildung D.4: Verlauf der Modellparameter $\Gamma_{\text{GaInSn,beh,stark}}$, $\Gamma_{\text{GaInSn,beh,schwach}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,beh,stark}}$, $\Lambda_{\text{GaInSn,beh,schwach}}$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für GaInSn und für IHCO und IHCOU und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten.

D.3 Berechnung der thermisch induzierten Spannungen

Die Analyse der thermisch induzierten Spannungen, welche in der Rohrwand auftreten, basiert auf den Modellgleichungen für thermoelastische Spannungen, welche in der Arbeit von Logie et al. (2018) hergeleitet werden. Die für die Analyse verwendeten Gleichungen sollen an dieser Stelle kurz zusammengefasst werden.

D.3.1. Modellgleichungen

Die Temperaturverteilung der der Innenwand T_i und der Außenwand T_a des Rohres kann mit den Gleichungen (D.9) und (D.10) beschrieben werden, wobei $\langle T_i \rangle$ und $\langle T_a \rangle$ die azimuthal gemittelten Werte der Temperaturen sind:

$$T_i = \langle T_i \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} B'_{\sigma,n} \cos(n\phi) + D'_{\sigma,n} \sin(n\phi) \quad (\text{D.9})$$

$$T_a = \langle T_a \rangle + \sum_{n=1}^{\infty} B''_{\sigma,n} \cos(n\phi) + D''_{\sigma,n} \sin(n\phi). \quad (\text{D.10})$$

Bezugnehmend auf Logie et al. (2018) tragen nur die Terme mit $n = 0$ und $n = 1$ zu den Komponenten der Spannungen in der Ebene bei. Für $n = 0$ kann der Beitrag über Gleichung (D.11) bestimmt werden

$$K_{\sigma} = \frac{\langle T_i \rangle - \langle T_a \rangle}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (\text{D.11})$$

Der Beitrag von $n = 1$ kann mit Gleichung (D.12) bestimmt werden

$$K_{\phi} = \frac{r r_i r_a}{r_a^2 - r_i^2} \left[\left(\frac{B'_{\sigma,1} r_a - B''_{\sigma,1} r_i}{r_i^2 + r_a^2} \right) \cos(\phi) + \left(\frac{D'_{\sigma,1} r_a - D''_{\sigma,1} r_i}{r_i^2 + r_a^2} \right) \sin(\phi) \right] \quad (\text{D.12})$$

Die radiale und tangentielle Spannungskomponente wird mit den Gleichungen (D.13) und (D.14) bestimmt, wobei β_{lin} der linear elastische Ausdehnungskoeffizient, E der Elastizitätsmodul und μ die Poisson-Zahl ist:

$$\sigma_r = K_\sigma \frac{\beta_{\text{lin}} E}{2(1-\mu)} \left[-\ln \frac{r_a}{r} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_a^2}{r^2} \right) \ln \frac{r_a}{r_i} \right] + K_\phi \frac{\beta_{\text{lin}} \cdot E}{2(1-\mu)} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{r_a^2}{r^2} \right) \quad (\text{D.13})$$

$$\sigma_\phi = K_\sigma \frac{\beta_{\text{lin}} E}{2(1-\mu)} \left[1 - \ln \frac{r_a}{r} - \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(1 + \frac{r_a^2}{r^2} \right) \ln \frac{r_a}{r} \right] + K_\phi \frac{\beta_{\text{lin}} E}{2(1-\mu)} \left(3 - \frac{r_i^2 + r_a^2}{r^2} - \frac{r_i^2 r_a^2}{r^4} \right) \quad (\text{D.14})$$

Die Scherspannung in der Ebene wird mit Gleichung (D.15) bestimmt

$$\sigma_{r\phi} = K_{r\phi} \frac{\beta_{\text{lin}} E}{2(1-\mu)} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{r_a^2}{r^2} \right) \quad (\text{D.15})$$

Wobei $\sigma_{rz} = \sigma_{z\phi} = 0$ gilt durch die Annahme eines generalisierten ebenen Spannungszustandes, wobei $K_{r\phi}$ mit Gleichung (D.16) berechnet wird:

$$K_{r\phi} = \frac{r}{r_i^2 + r_a^2} \left(B'_{\sigma,1} \sin(\phi) - D'_{\sigma,1} \cos(\phi) \right) \quad (\text{D.16})$$

Die axiale Spannungskomponente wird mit Gleichung (D.17) bestimmt:

$$\sigma_z = K_\sigma \frac{\beta_{\text{lin}} E}{2(1-\mu)} \left[1 - 2 \ln \frac{r_o}{r} - \frac{2r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \ln \frac{r_o}{r_i} \right] + K_\phi \frac{\beta_{\text{lin}} E \mu}{1-\mu} \left(2 - \frac{r_i^2 + r_a^2}{r^2} \right) - \beta_{\text{lin}} E T_\phi \quad (\text{D.17})$$

Um die unterschiedlichen Lastfälle miteinander vergleichen zu können wird die äquivalente Vergleichsspannungen σ_{eq} mit dem Beitrag der Einzelkomponenten nach Gleichung (D.18) bestimmt:

$$\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{[(\sigma_r - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_\phi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]}{2}} + 6\sigma_{r\phi}^2 \quad (\text{D.18})$$

D.3.2. Verifikation des Modells

Zur Verifikation, dass die Modellgleichungen richtig implementiert wurden, wird als Vergleichsfall, wie auch in der Arbeit von Logie et al. (2018) die Arbeit von Holms (1952) mit einem azimuthal inhomogen beheizten Rohr

herangezogen. Die azimuthal inhomogene Temperaturverteilung kann über Gleichung (D.19) beschrieben werden:

$$T(r, \phi) = \frac{555,56 \cdot r_a}{r_a^2 - r_i^2} \frac{r^2 - r_i^2}{r} \cos \phi + 277,78 \left(1 - \frac{\ln \frac{r_a}{r}}{\ln \frac{r_a}{r_i}} \right) \quad (\text{D.19})$$

Die geometrischen und mechanischen Eigenschaften des Rohres aus der Arbeit von Holms (1952) sind in Tabelle D.1 zusammengefasst.

Tabelle D.1: Geometrische und mechanische Rohreigenschaften in der Arbeit von Holms (1952).

Eigenschaft	Einheit	Wert
Elastizitätsmodul E	Gpa	120,66
Thermischer Ausdehnungs- koeffizient β_{lin}	$10^{-6} \text{ mm}^{-1} \text{ K}^{-1}$	14,4
Poisson-Zahl μ	–	0,3
Innendradius r_i	mm	101,6
Außenradius r_a	mm	304,8

In Abbildung D.5 sind die Verläufe der Spannungskomponenten σ für den Testfall nach Holms (1952) als Funktion des Radius r für unterschiedliche azimuthale Positionen berechnet mit den Gleichungen (D.13), (D.14), (D.17) und (D.18) dargestellt. Als Vergleich sind Datenpunkte aus der Arbeit von Logie et al. (2018) eingetragen, die mit einem Modell in der Simulationsumgebung Open-FOAM mit einem Solver für linear-elastische thermische Beanspruchungen (Logie et al. 2018) bestimmt wurden.

Für alle Spannungskomponenten zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den mit den Gleichungen (D.13), (D.14), (D.17) und (D.18) berechneten Werten und jenen der mit numerischen Simulationen bestimmten Datenpunkte aus der Arbeit von Logie et al. (2018). Das Modell kann als verifiziert angesehen werden.

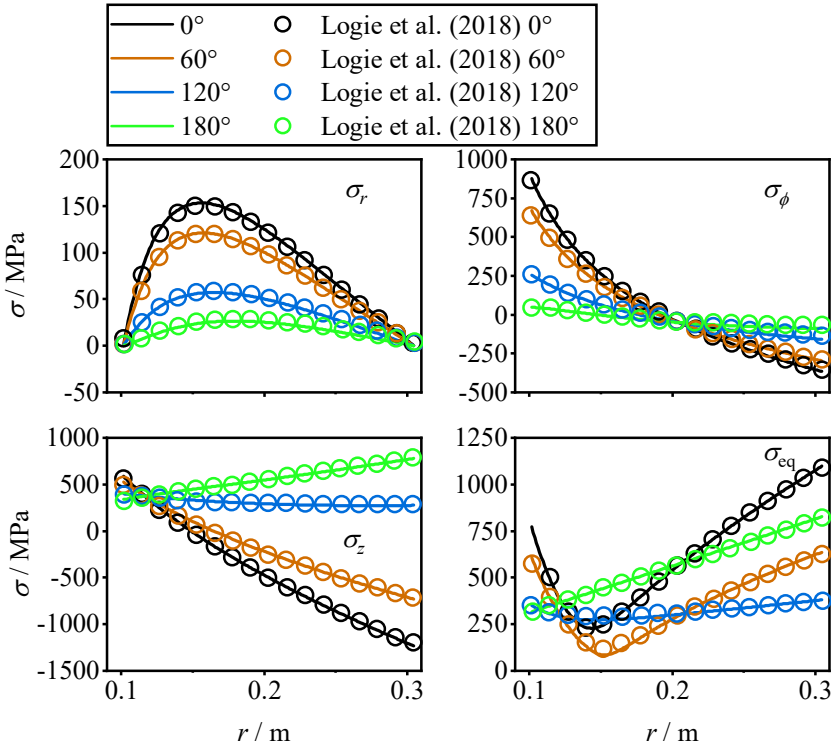


Abbildung D.5: Verlauf der Spannungskomponenten σ als Funktion des Radius r für unterschiedliche azimutale Positionen: Ergebnisse aus Gleichung (D.13), (D.14), (D.17) und (D.18) (Linien) und Datenpunkte aus (Logie et al. 2018) (Kreise).

D.3.3. Zusätzliche Datenpunkte

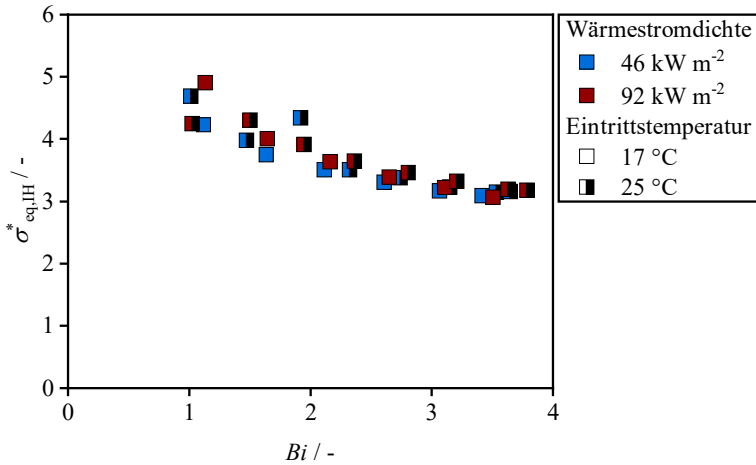


Abbildung D.6: Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{eq,IH}^*$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für Wasser (Nickelrohr) und IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten und Eintrittstemperaturen.

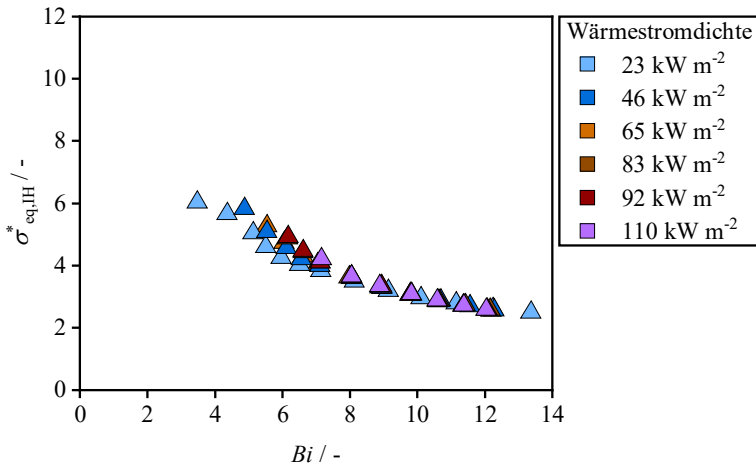


Abbildung D.7: Verlauf der entdimensionierten äquivalenten Vergleichsspannung $\sigma_{eq,IH}^*$ als Funktion der Biot-Zahl Bi für GaInSn und IHCO und unterschiedliche nominelle Wärmestromdichten ($T_{r,ein} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$).

E Technische Zeichnungen

E.1 Strömungsgleichrichter

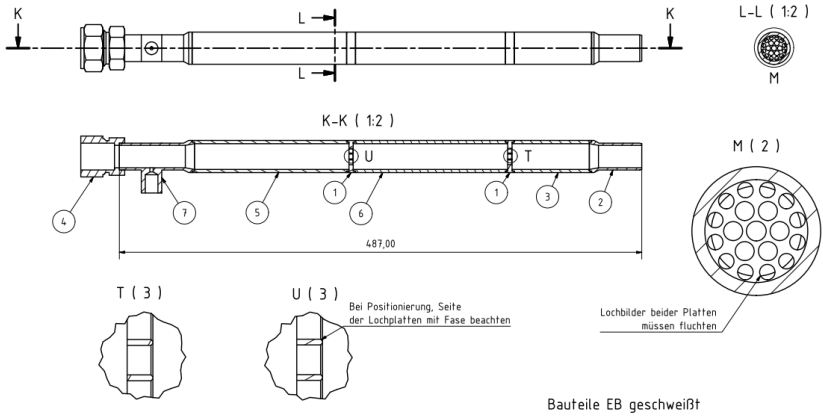


Abbildung E.1: Technische Zeichnung des verwendeten Strömungsgleichrichters mit zwei Lochplatten basierend auf den Ergebnissen von Laws (1994; Laws 1990; Laws und Ouazzane 1995).

E.2 Messrohr Nickellegierung

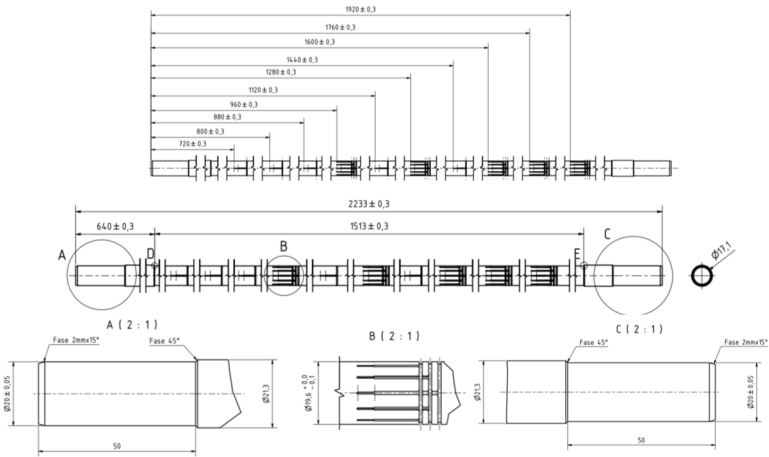


Abbildung E.2: Technische Zeichnung des Messrohres aus Alloy 201 mit Längenangaben und Messebenenpositionen.

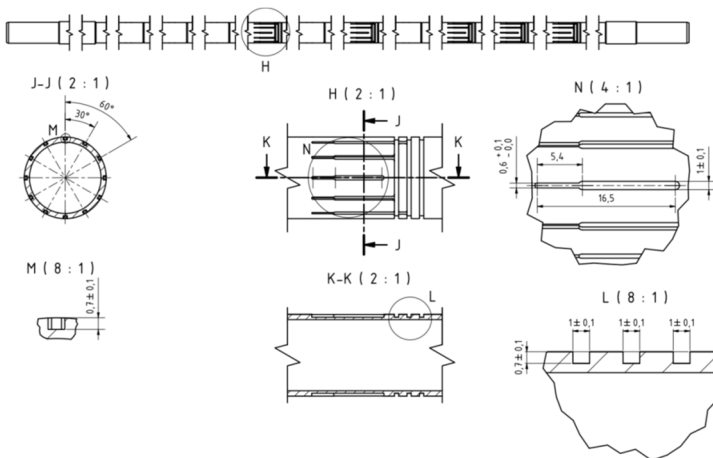


Abbildung E.3: Technische Zeichnung des Messrohres aus Alloy 201 mit Nutbild und Positionierung der Thermoelemente für Messebenen mit 12 Thermoelementen.

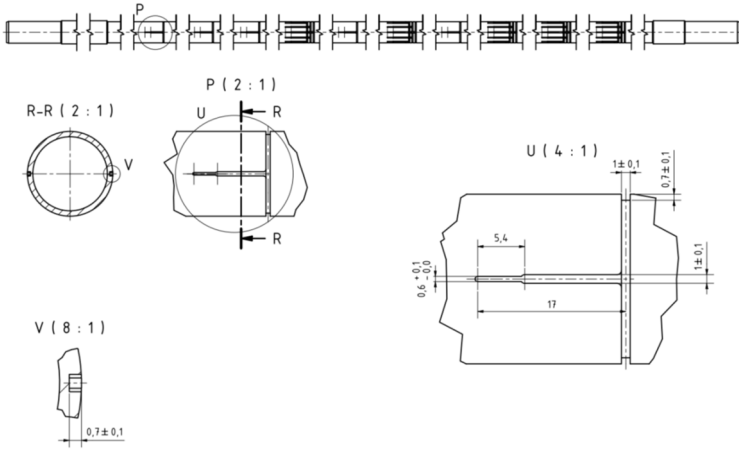


Abbildung E.4: Technische Zeichnung des Messrohres aus Alloy 201 mit Nutbild und Positionierung der Thermoelemente für Messebenen mit zwei Thermoelementen.

E.3 Messrohr Kupferlegierung

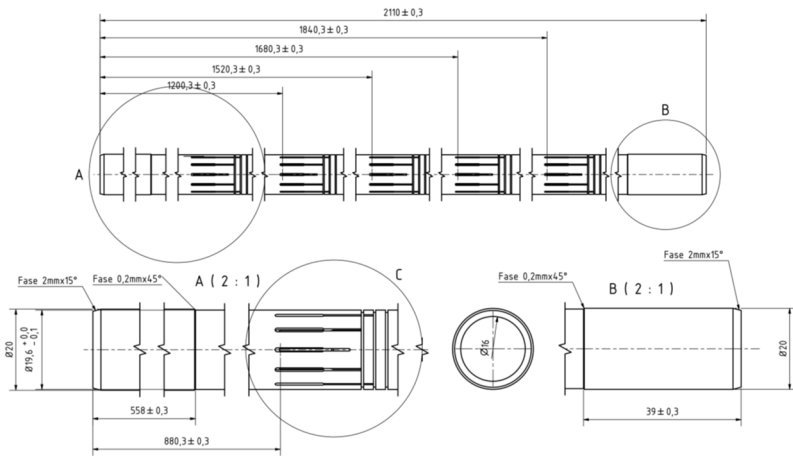


Abbildung E.5: Technische Zeichnung des Messrohres aus Cu-DHP mit Längenangaben und Messebenenpositionen.

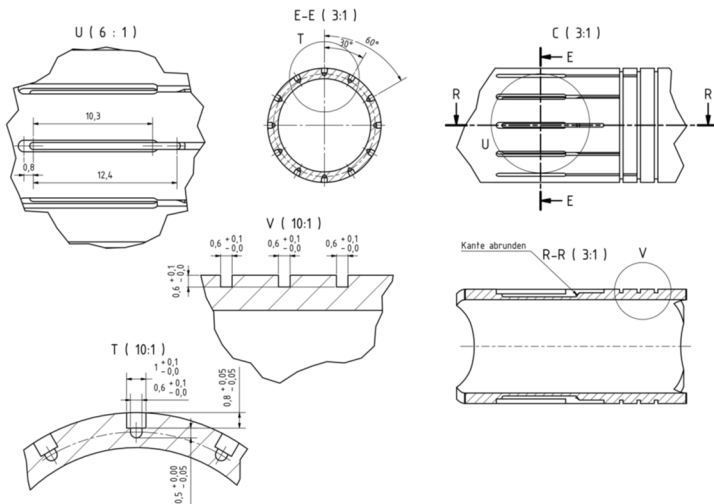


Abbildung E.6: Technische Zeichnung des Messrohres aus Cu-DHP mit Nutbild und Positionierung der Thermoelemente.

E.4 Heizsegmente

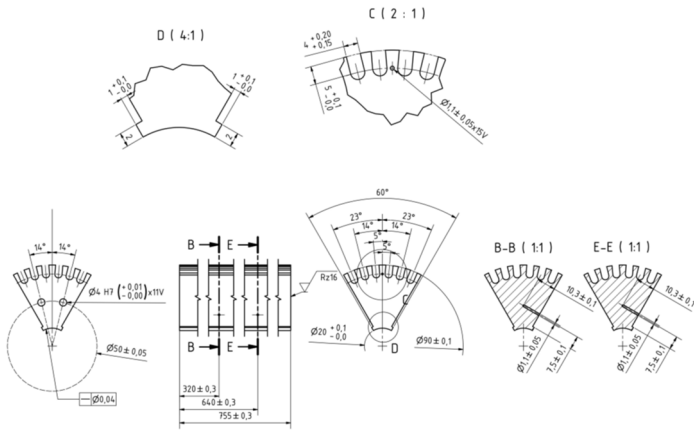


Abbildung E.7: Technische Zeichnung eines Heizsegments der Messstrecke mit Bohrungen für die Thermoelementplatzierung.

Liste der Publikationen

Veröffentlichungen

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2024): Conjugate heat transfer of a turbulent tube flow of water and GaInSn with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 221, 125027. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.125027

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2023): Heat transfer and pressure drop data of a turbulent tube flow of water and GaInSn with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *KITopenData [Online-database]*. DOI: 10.5445/IR/1000155030

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2022): Turbulent heat transfer in a liquid metal tube flow with azimuthally inhomogeneous heat flux. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 189 (4), S. 122734. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122734

Laube, Tim; Emmendorfer, Franziska; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2021): Thermophysical properties of the near eutectic liquid Ga-In-Sn alloy. In: *KITopenData [Online-database]*. DOI: 10.5445/IR/1000140052

Laube, Tim; Marocco, Luca; Niedermeier, Klarissa; Pacio, Julio; Wetzel, Thomas (2020): Thermodynamic Analysis of High-Temperature Energy Storage Concepts Based on Liquid Metal Technology. In: *Energy Technol.* 8 (3), S. 1900908. DOI: 10.1002/ente.201900908

Dietrich, Benjamin; **Laube, Tim;** Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2018): Heat transfer of liquid metal flow in a tube heated on the half of the circumference - concept of a test loop. In: *Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference IHTC-16*, S. 3191–3198. DOI: 10.1615/IHTC16.cov.024226

Tagungsbeiträge

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin, Marocco, Luca, Wetzel, Thomas (2022): Analysis of thermoelastic stress in a tube with azimuthally inhomogeneous heat flux and liquid metal cooling. *28th SolarPaces Conference*, Albuquerque, USA, 27.-30. September 2022 (**Poster**)

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2022): Tube flow of a liquid metal with circumferentially homogeneous and inhomogeneous thermal boundary condition. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, Würzburg, 18.-20. Juli 2022 (**Vortrag**)

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2021): Experimentelle Bestimmung des Wärmeübergangs in turbulenten Flüssigmetallströmungen bei komplexen thermischen Randbedingungen. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, online Veranstaltung, 24.-26. Februar 2021 (**Poster**)

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca, Wetzel, Thomas (2019): Turbulent liquid metal flow under inhomogeneous thermal boundary conditions – design concept of a test loop. *Heavy Metal Summer School*, Mol, Belgien, 17.-21. Juni 2019 (**Poster**)

Laube, Tim; Dietrich, Benjamin; Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2019): Auslegung und Dimensionierung eines Prüfstandes zur Untersuchung des Wärmeübergangs in einer turbulenten Flüssigmetallrohrströmung bei inhomogener Beheizung. *ProcessNet-Fachgruppe Wärme- und Stoffübertragung*, Essen, 18.-19. März 2019 (**Poster**)

Dietrich, Benjamin; **Laube, Tim;** Marocco, Luca; Wetzel, Thomas (2018): Heat transfer of liquid metal flow in a tube heated on half of the circumference – concept of a test loop. *16th International Heat Transfer Conference – IHTC-16*, Beijing, China, 10.-15. August 2018 (**Poster**)

Betreute Abschlussarbeiten

Kroll, Fabian (2021): Experimentelle Bestimmung des Wärmeübergangs in einer turbulenten Flüssigmetallströmung bei azimuthal inhomogener Beheizung. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Knapp, Katharina (2021): Numerische Simulation einer Flüssigmetallströmung in einem inhomogen beheizten Rohr. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Reinhard-Wolff, Matthias (2021): Inbetriebnahme eines Prüfstandes und experimentelle Bestimmung des Wärmeübergangs in einer turbulenten Flüssigmetallströmung. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Nagel, Lukas (2020): Thermische und mechanische Auslegung eines Wärmeübertragers zur Kühlung eines Flüssigmetallkreislaufes. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Zhang, Fanxing (2019): Numerische Bestimmung der thermischen Einlaufänge einer turbulenten Flüssigmetallrohrströmung. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Steiner, Christine (2019): Skalenaufgelöste Simulation eines Backward Facing Step Experiments. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Tabeling, Tobias (2019): Ausarbeitung und Numerische Simulation eines Konzeptes zur Beruhigung einer turbulenten Flüssigmetallströmung. Bachelorarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Jahn, Lothar (2018): Auslegung und Konstruktion einer Versuchsanlage für thermische Energiespeicher mit Flüssigmetall als Wärmeträgermedium. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe

Meßmer, Manuel (2018): Transiente Modellierung eines Systems für thermische Energiespeicher mit Flüssigmetallen als Wärmeträgermedien. Masterarbeit. Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe.