

**BERICHTE**  
der  
Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine  
der Universität Fridericiana  
in Karlsruhe

Herausgeber: Prof. Tekn. dr R. Baehre und Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck

---

**4. FOLGE – HEFT 6**

Die Zuverlässigkeit des Vollholzbalkens  
unter reiner Biegung

von

Günter Steck

---

Karlsruhe 1982

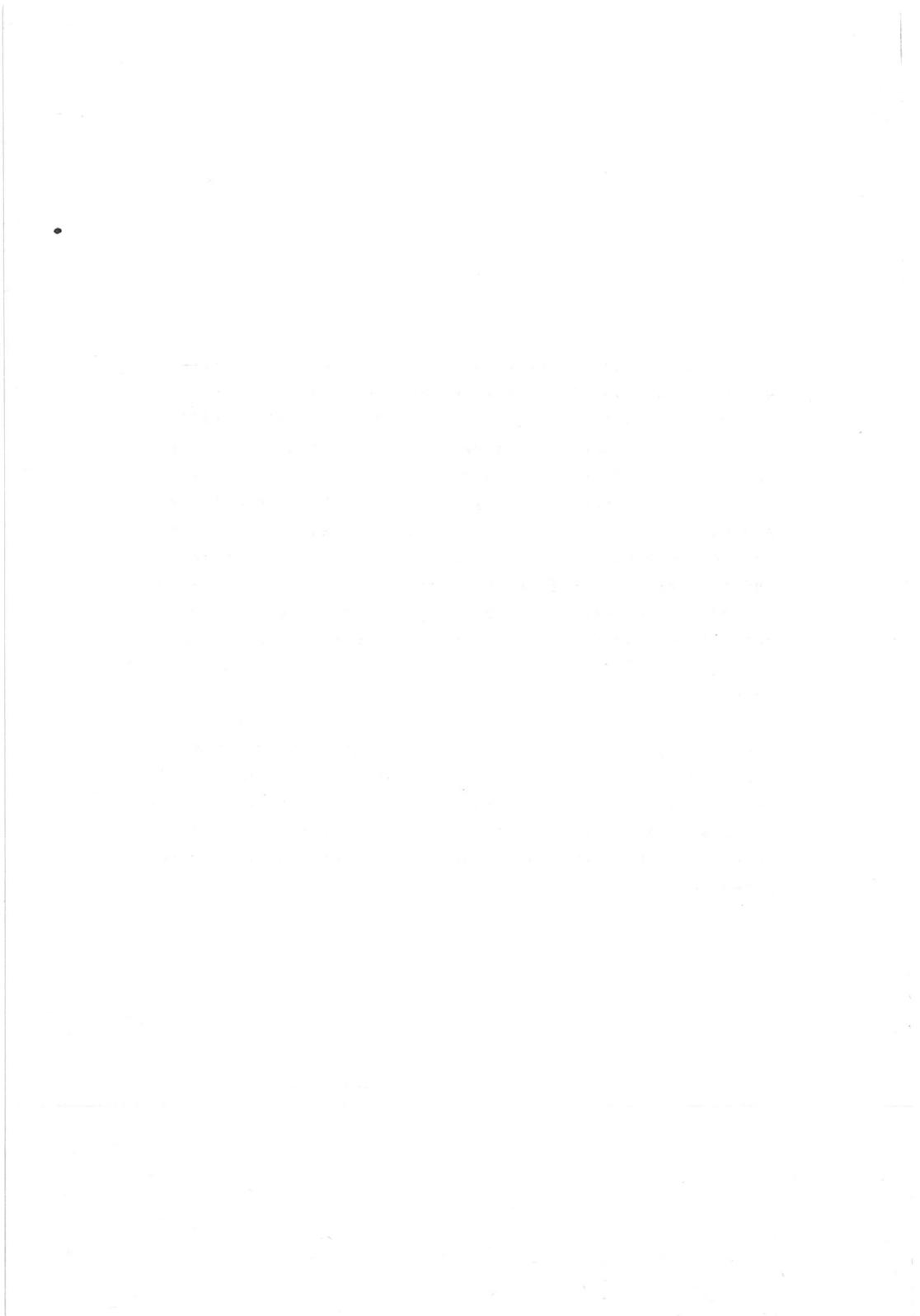


## Vorwort

Im Ingenieurholzbau werden wie in den anderen Disziplinen des konstruktiven Ingenieurbaus die Berechnungs- und Bemessungsmethoden künftig auf der Basis neuer Sicherheitsprinzipien beruhen. Es ist daher wichtig, daß das neue probabilistische Sicherheitskonzept für den Holzbau aufbereitet wird, um einerseits Lücken in der bisherigen Holzforschung aufzudecken und andererseits die neuen Prinzipien bei der Bearbeitung der Bemessungsnormen auf nationaler und internationaler Ebene heranziehen zu können. Der Verfasser liefert dazu einen Beitrag, indem er am Beispiel des Vollholzquerschnittes unter Biegebeanspruchung eine Zuverlässigkeitsberechnung für den Baustoff Holz durchführt.

Die vorliegende Arbeit wurde vom Verfasser unter dem Referenten, Herrn em.o.Prof.Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. Karl Möhler, und dem Korreferenten, Herrn Prof.Dr.-Ing. Günther Valtinat, als Dissertation vorgelegt und von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe (TH) genehmigt.

Die Herausgeber



<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Wahrscheinlichkeitsorientiertes Sicherheitskonzept im Konstruktiven Ingenieurbau</u>	3
2.1      Zur geschichtlichen Entwicklung des Sicherheitsbegriffes	3
2.2      Grundzüge des probabilistischen Sicherheitskonzeptes	5
2.2.1    Allgemeines	5
2.2.2    Sicherheitstheorie I. Ordnung (Stufe 2)	9
2.2.3    Verfahren zur Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit des Widerstandes	27
2.2.4    Verfahren zur Berücksichtigung zeitlich veränderlicher Lasten	36
2.2.5    Semi-probabilistische Verfahren (Stufe 1)	40
2.3      Zur Wahl der rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeit	49
3. <u>Die Lastseite</u>	52
3.1      Allgemeines	52
3.2      Ständige Last	55
3.2.1    Eigengewicht von Nadelholz	55
3.2.2    Eigengewicht von Laubholz	60
3.2.3    Eigengewicht von Holzwerkstoffen	63
3.2.4    Eigengewicht von Dachdeckungen	64
3.2.5    Eigengewicht von Fußbodenbelägen	65
3.2.6    Zusammenfassung von normalverteilten, ständigen Einwirkungen	65
3.3      Verkehrslast auf Wohnhausdecken	68
3.4      Schneelast auf Dächern	69

	Seite	
3.5	Windlast	74
3.6	Lastkombination	76
4.	<u>Die Widerstandsseite</u>	78
4.1	Allgemeines	78
4.2	Kurzzeitbiegefestigkeit fehlerfreier Proben	81
4.3	Querschnittstransformation	84
4.4	Schrägfaserigkeit	88
4.5	Ästigkeit	90
4.6	Holzfeuchtigkeit	120
4.7	Zeitfestigkeit	127
4.7.1	Allgemeines	127
4.7.2	Die Abhängigkeit der mittleren Biegefestigkeit von der Belastungsdauer bei ständiger Last	133
4.7.3	Der Einfluß der Größe der ständigen Last auf die Zeitfestigkeit	135
4.8	Querschnittsabmessungen	137
4.8.1	Zulässige Maßabweichungen nach DIN 4074, T. 1	138
4.8.2	Maßabweichungen infolge Schwinden	141
4.8.3	Resultierende Maßabweichungen	142
5.	<u>Der Tragfähigkeitsnachweis für Vollholzbalken unter Biegebeanspruchung</u>	148
5.1	Nachweis für ständige Lasten	148
5.1.1	Grenzzustandsgleichungen und zugehörige Rechenprogramme	148
5.1.2	Ergebnisse	155
5.2	Nachweis für ständige Lasten und eine zeitlich veränderliche Last	176
5.2.1	Grenzzustandsgleichung und zugehöriges Rechenprogramm	176
5.2.2	Ergebnisse	179
5.3	Nachweis für ständige Lasten und zwei zeitlich ver- änderliche Lasten	200

### III

	Seite
6. <u>Teilsicherheitsfaktoren für den auf Biegung beanspruchten Vollholzbalken</u>	203
7. <u>Zusammenfassung</u>	209
8. <u>Bezeichnungen</u>	216
9. <u>Literatur</u>	224
A. <u>Anhang</u>	A1
A.1 Wahrscheinlichkeitsverteilungen	A1
A.1.1 Rechteckverteilung	A1
A.1.2 Trapezverteilung	A2
A.1.3 Normalverteilung (Gauß)	A3
A.1.4 Logarithmische Normalverteilung	A4
A.1.5 Extremwertverteilung Typ I (Gumbel)	A5
A.2 Transformation einer beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilung in eine Normalverteilung.	A8
A.3 Anwendung der Transformation nach A.2 auf verschiedene Verteilungen	A9
A.4 Dokumentation zum Programm BETA-GSW	A18
A.5 Bezeichnungen im Anhang A.4	A30



## 1. Einleitung

Die Frage der Sicherheit von Bauteilen und Bauwerken hat durch die Verwendung des mathematisch faßbaren Begriffes der Zuverlässigkeit in den letzten Jahren im Bereich des konstruktiven Ingenieurbauwes wachsende Beachtung gefunden. Mit dem wahrscheinlichkeitsorientierten Sicherheitskonzept, das für den Nachweis der Zuverlässigkeit benutzt wird, eröffnet sich die Möglichkeit,

- zukünftige Sicherheitsfestlegungen baustoffunabhängig zu machen
- das zur Zeit von der Öffentlichkeit akzeptierte Sicherheitsniveau durch rechnerische Versagenswahrscheinlichkeiten auszu-  
zudrücken
- im Einzelfall einer bestimmten Bemessungssituation die Zuverlässigkeit zu analysieren, die vom mechanischen Modell, von den Baustoffeigenschaften, den Lastannahmen und den als zulässig erachteten Beanspruchungen abhängig ist.

Die vorliegende Arbeit greift die letztgenannte Aufgabenstellung auf und verfolgt damit folgende Ziele:

1. Darstellung der zugrundegelegten Sicherheitstheorie.
2. Ermittlung des zur Zeit vorhandenen Zuverlässigkeitsniveaus von Biegebalken aus Vollholz.
3. Untersuchung des Einflusses wichtiger Eingangsgrößen.
4. Angabe von Teilsicherheitsfaktoren.
5. Aufzeigen von Datenlücken und noch erforderlicher Forschungsaktivitäten.

Ganz allgemein ist mit der Arbeit die Absicht verbunden, anstatt einer - besonders für den Baustoff Holz nicht vertretbaren - Perfektion deterministischer Modelle des Tragfähigkeitsnachweises die Beachtung der Sicherheitsüberlegung in den Vordergrund zu stellen.

Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit ist die in Kapitel 2 dargestellte Sicherheitstheorie I. Ordnung mit zwei Ergänzungen bzw. Erweiterungen. Die Möglichkeiten des Überganges zu semiprobabilistischen Verfahren werden aufgezeigt.

Eine Berücksichtigung der Einwirkungen in der Form, wie sie bisher verwendet wurden bzw. gemäß bereits vorliegender Vorschläge für zukünftige Lastnormen, erfolgt in Kapitel 3.

Die Widerstandsseite wird in Kapitel 4 durch ein mechanisches Modell ausgedrückt, für dessen Eingangsgrößen die ersten und zweiten Momente der Verteilung bekannt oder mit Hilfe der Gütevorschriften bestimmbar sind. Die Frage der Zeitfestigkeit und die Streuung der Querschnittsabmessungen werden gesondert behandelt. In Kapitel 5 werden für verschiedene Lastfälle und damit Grenzzustandsgleichungen die Koordinaten des Bemessungspunktes und somit die charakteristischen Beanspruchungen in Abhängigkeit von der Versagenswahrscheinlichkeit (ausgedrückt durch den Sicherheitsindex  $\beta$ ) berechnet und dargestellt.

Ein Vorschlag für einen möglichen Satz von Teilsicherheitsfaktoren ist in Kapitel 6 angegeben.

Besonders hinzuweisen ist noch auf den Anhang, in dem u.a. die Verteilungsparameter der verwendeten Verteilungsfunktionen und vor allem die Dokumentation der in Kapitel 5 benutzten FORTRAN V-Programme zusammengefaßt wurden.

## 2. Wahrscheinlichkeitsorientiertes Sicherheitskonzept im Konstruktiven Ingenieurbau

### 2.1 Zur geschichtlichen Entwicklung des Sicherheitsbegriffes

Die Geschichte des Bauens ist auch die Geschichte der Bauwerks-sicherheit [2/1]. Und wie das Bauen bis Anfang des 19. Jahrhunderts reine Erfahrungssache war, so basierte auch die in einem Bauwerk erzielte Sicherheit auf der Intuition des Bau-meisters und den Erfahrungen, die er bei gelegentlichen Ein-stürzen sammeln konnte. Erst mit Kenntnis der Werkstoffeigen-schaften und der mathematischen Erfassung der Lasten und der Beanspruchungen der Bauteile war eine erste Definition des Sicherheitsfaktors möglich. William J.M. Rankine (siehe [2/1]) definierte den Sicherheitsfaktor als Quotient aus Bruchlast und Gebrauchslast. Aufgrund der damals (Ende 19. Jahrhundert) üblichen Bemessungspraxis betrug nach Rankine dieser Sicher-heitsfaktor von Holzkonstruktionen 4 bis 14 und im Mittel 10. Die Methoden der Baustatik und das Wissen über die Baustoffe haben sich inzwischen enorm erweitert und verfeinert, die auf Intuition und Erfahrungen basierenden Sicherheitsfaktoren konnten aufgrund wirklichkeitsnäherer Berechnungsweisen, ver-besserter mechanischer Modelle sowie der vertieften Kenntnisse über die Baustoffe reduziert werden, jedoch eine Abkehr von dem zwar bewährten aber etwas diffusen Sicherheitsbegriff wurde nicht vorgenommen. Einen ersten Versuch, den Sicherheitsbe-griff auf eine mathematisch erfaßbare Grundlage zu stellen, machte im Jahre 1926 M. Mayer [2/2]. Er schlägt eine Aufteilung der "Sicherheit" auf Einwirkungs- und Widerstandsseite vor und stellt der "ungünstigsten" Grenzkraft  $S$  den "ungünstigsten" Widerstand  $R$  gegenüber. In diesem Grenzfall ist dann  $R \geq S$  einzuhalten. Dabei setzt Mayer als "ungünstigsten" Grenzwert den um die 3 fache Standardabweichung vergrößerten (bei  $S$ ) bzw. verkleinerten (bei  $R$ ) Mittelwert an. Die Verwendung des Super-

lativ zeigt jedoch immer noch ein Verharren in einem deterministischen Sicherheitsbegriff. Doch der entscheidende Fortschritt bestand darin, die Einflußgrößen in der Bemessungsgleichung nicht mehr als Festwerte sondern als streuende Größen zu verwenden. Sind aber z.B. Last und Festigkeit keine festen Größen sondern Zufallsvariablen, über die nur statistische Aussagen gemacht werden können, so ist es folgerichtig, die Bemessung von Bauteilen mit den Mitteln der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung anzugehen. Diese im Flugzeugbau seit langem übliche Betrachtungsweise wurde vor allem von Freudenthal (siehe|2/3|) in den fünfziger Jahren auf das Bauingenieurwesen übertragen. Es folgten eine große Zahl von Arbeiten vieler Forscher mit dem Ziel, die Kompliziertheit einer exakten probabilistischen Behandlung der Bauwerkssicherheit durch einfachere Modelle zu ersetzen. Pottharst führt in |2/4| eine kritische Sichtung verschiedener solcher Näherungsvorschläge durch, wobei sich das von Hasofer/Lind |2/5| vorgeschlagene Konzept als das beste erweist. Um dieses Konzept auf die Vielzahl der verschiedenen Bemessungsfälle im Bauwesen anwenden zu können, waren und sind immer noch eine Reihe von Fragen zu beantworten, eine Aufgabe, die sich der SFB 96 "Zuverlässigkeit von Bauwerken" seit 1972 erfolgreich stellt, wobei vor allem die zahlreichen Arbeiten von R. Rackwitz hervorzuheben sind.

Ihren ersten konkreten Niederschlag für künftige Normungsarbeiten haben all die aufgezählten Bemühungen um eine kohärente Bauwerkssicherheit in dem Euro Code Nr. 1 |2/6| und in den vom NABau-Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken" erarbeiteten "Grundlagen für die Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen" |2/7| gefunden. Die weiteren Anstrengungen werden sich auf das Ziel konzentrieren, einen aus der Stufe 2 (siehe Abschn. 2.2.2 bis 2.2.4) abgeleiteten, möglichst praktikablen Satz von Sicherheitselementen (siehe Abschn. 2.2.5) zu

finden, der die Anforderungen einer ausreichenden, kohärenten und baustoffübergreifenden Zuverlässigkeit möglichst nahekommt.

## 2.2 Grundzüge des probabilistischen Sicherheitskonzeptes

### 2.2.1 Allgemeines

Wie bereits angedeutet zwingt der Zufallscharakter praktisch aller Einflußgrößen einer Bemessungsgleichung zur Verwendung der Methoden der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, um die "Sicherheit" von Bauwerken zu bestimmen. Zunächst ist eine sinnvolle Maßzahl zu definieren, durch die das Maß der "Sicherheit" ausgedrückt werden kann. Der Begriff "Sicherheit" täuscht bei einseitiger Interpretation den Eindruck vor, es könne bei genügend großem Sicherheitsfaktor ein absolut sicheres Bauwerk erstellt werden, bei dem ein Versagen unmöglich sei. Der Begriff "Sicherheit" ist vielmehr im Sinne von Verlässlichkeit d.h. im technischen Bereich im Sinne von Zuverlässigkeit zu verstehen. Betrachtet man die Grundgesamtheit eines Bauteils, dessen Widerstand (z.B. die Biegefestigkeit) eine von der Zeit abhängige Zufallsgröße  $R(t)$  darstellt, und die Beanspruchung  $S(t)$ , die durch eine ebenfalls zufällig streuende Last in diesem Bauteil hervorgerufen wird, so kann die Versagenswahrscheinlichkeit für einen festgelegten Bezugszeitraum  $T$  folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$P_{f,T} = P(R(t) < S(t)) = P(R(t) - S(t) < 0) \quad \text{in } 0 \leq t \leq T. \quad (2.1)$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit oder Zuverlässigkeit im Zeitraum  $T$  beträgt

$$P_{s,T} = 1 - P_{f,T} \quad \text{in } 0 \leq t \leq T. \quad (2.2)$$

Die Zuverlässigkeit  $P_{S,T}$  ist eine geeignete Maßzahl, um die Sicherheit eines Bauteils oder Bauwerks zu kennzeichnen. Eine entscheidende Vereinfachung, die bei der Sicherheitstheorie I. Ordnung getroffen wird, sei hier schon eingeführt: die Zufallsvariablen  $R(t)$  und  $S(t)$  werden als zeitinvariante Größen  $R$  und  $S$  aufgefaßt. Für die Behandlung der Fälle, bei denen diese Vereinfachung nicht zutreffend ist, wird auf die Abschnitte 2.2.3 und 2.2.4 verwiesen.

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  läßt sich mit Hilfe der Dichteverteilungen  $f_R(r)$  und  $f_S(s)$  z.B. nach Bild 2/1 folgendermaßen bestimmen:

Versagen tritt auf, wenn

$$R \leq s \cap (s < S \leq s + ds) \quad (2.3)$$

oder äquivalent

$$S \geq r \cap (r - dr < R < r). \quad (2.4)$$

Für die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens gelten:

$$P(R \leq s) = \int_0^s f_R(r) dr = F_R(s) \quad (2.5)$$

und

$$\begin{aligned} P(s < S \leq s + ds) &= F_S(s + ds) - F_S(s) \\ &= F_S(s) + dF_S(s) - F_S(s) = f_S(s) \cdot ds \end{aligned} \quad (2.6)$$

Nach dem Multiplikationssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergibt sich:

$$\begin{aligned} P(R \leq s \cap s < S \leq s + ds) &= P(R \leq s) \cdot P(s < S \leq s + ds) \\ &= F_R(s) \cdot f_S(s) ds. \end{aligned} \quad (2.7)$$

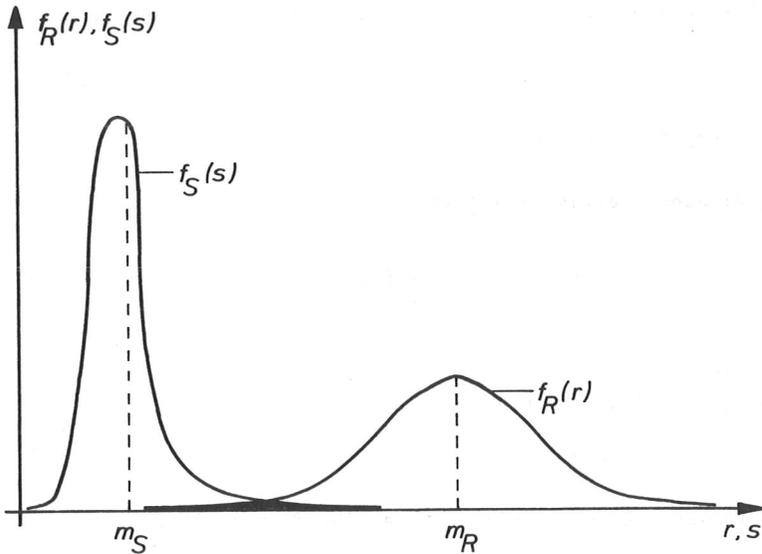


Bild 2/1: Wahrscheinlichkeitsdichten des Widerstandes R und der Einwirkung S

Durch Integration über alle s wird

$$P_f = \int_0^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds = \int_0^{\infty} \int_0^s f_S(s) f_R(r) dr ds. \quad (2.8)$$

Dabei wird vorausgesetzt, daß  $R$  und  $S$  stochastisch unabhängige Variable seien.

Ganz allgemein läßt sich die Darstellung der Zuverlässigkeit im probabilistischen Sicherheitskonzept in folgender Weise beschreiben:

Der Widerstand eines Bauteils setze sich aus  $j$  und die Einwirkung aus  $n-j$  Zufallsvariablen zusammen, die in dem Vektor

$$\underline{X} = (X_1, X_2 \dots X_j \dots X_n) \quad (2.9)$$

zusammengefaßt werden.

Die Dichteverteilung von  $\underline{X}$  sei

$$f_{\underline{X}}(\underline{X}) = \frac{\partial^n}{\partial X_1 \dots \partial X_n} F_{\underline{X}}(\underline{X}) \quad (2.10)$$

und die Versagensbedingung lautet:

$$g(\underline{X}) \leq 0. \quad (2.11)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich damit zu

$$P_f = P(g(\underline{X}) \leq 0) = \iiint \dots \int f_{\underline{X}}(\underline{X}) \prod_{i=1}^n dx_i = 1 - P_s. \quad (2.12)$$

Sind die Zufallsvariablen  $X_i$  stochastisch unabhängig, dann lautet Gl. (2.12)

$$P_f = 1 - P_s = \iiint \dots \int \prod_{i=1}^n (f_{X_i}(x_i) dx_i). \quad (2.13)$$

Bei Tragsystemen, die aus bestimmten und endlich vielen Einzelteilen bestehen, die zusammenwirken, unterscheidet man zwei grundsätzlich verschiedene Modelle.

Ein System mit  $n$  Elementen bezeichnet man als *Seriensystem*, wenn es genau dann versagt, wenn mindestens ein Element versagt. Die Überlebenswahrscheinlichkeit eines solchen Systems ist

$$P_s = P_{s_1} \cap P_{s_2} \cap \dots \cap P_{s_n} = \prod_{i=1}^n P_{s_i} = \prod_{i=1}^n (1 - P_{f_i}), \quad (2.14)$$

seine Versagenswahrscheinlichkeit ist

$$P_f = 1 - P_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{f_i}). \quad (2.15)$$

Ein System mit  $n$  Elementen wird ein *Parallelsystem* genannt, wenn das System genau dann versagt, wenn alle Elemente versagen; seine Versagenswahrscheinlichkeit ist

$$P_f = P_{f_1} \cap P_{f_2} \cap \dots \cap P_{f_n} = \prod_{i=1}^n P_{f_i}, \quad (2.16)$$

seine Überlebenswahrscheinlichkeit ist

$$P_s = 1 - P_f = 1 - \prod_{i=1}^n P_{f_i} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{s_i}). \quad (2.17)$$



Die einfachen Beziehungen (2.14) bis (2.17) sind wiederum nur gültig bei stochastischer Unabhängigkeit der Elemente. Liegt diese Unabhängigkeit nicht vor, müßte die Systemzuverlässigkeit mit der Theorie über stochastische Prozesse ermittelt werden. Mit dem zu untersuchenden Biegebalken aus Vollholz hergestellte Systeme wären z.B. das Gespärre eines Pfettendaches oder eine Holzbalkendecke, die man aber beide nicht als reine Parallelsysteme ansehen kann, da ein Versagen des Systems nicht erst dann vorliegt, wenn auch das letzte Element des Gespärres oder der Decke versagt hat. Hier kann Versagen je nach Nutzungsart, Abstand der Elemente und Größe des Systems sehr unterschiedlich definiert sein. Untersuchungen in dieser Richtung würden den hier gesteckten Rahmen weit übersteigen.

### 2.2.2 Sicherheitstheorie I. Ordnung (Stufe 2)

Wollte man die Versagenswahrscheinlichkeit auf exakte Weise bestimmen, so wäre dazu die Kenntnis des genauen Verlaufes der Dichtefunktionen in den auslaufenden Bereichen erforderlich. Diese Kenntnis fehlt und wird z.B. auf der Widerstandsseite auch durch Testreihen nicht gefunden werden können, da man sich in Bereichen sehr kleiner Auftretenswahrscheinlichkeit bewegen müßte. Die Anwendung einer exakten Methode mit einem unsicheren Datensatz ist nicht sinnvoll und bei fehlenden Daten unmöglich. Aber auch bei genauer Kenntnis der auslaufenden Äste von  $f_R(r)$  und  $f_S(s)$  ist das exakte probabilistische Verfahren (Stufe 3) mit zunehmender Zahl der Basisvariablen oder komplizierteren mechanischen Modellen auch unter Computereinsatz zu aufwendig (siehe [2/4], [2/8]). Zudem wäre der Zahlenwert der Versagenswahrscheinlichkeit (Zahl nahe 0) oder auch das Komplement zu eins - die Zuverlässigkeit (Zahl nahe 1) - als Maßzahl der Sicherheit unanschaulich und schlecht zu handhaben.

Alle diese Gründe waren Anlaß, eine geeignete Näherungsmethode zu entwickeln. Auf der Grundlage der Arbeit von Hasofer und Lind [2/5] wurde eine solche Methode in den letzten Jahren entwickelt und inzwischen nahezu weltweit erprobt und angewendet. Damit bestehen auch günstige Voraussetzungen, daß ein erklärtes Ziel beim Einsatz dieser Sicherheitstheorie I. Ordnung, nämlich Zuverlässigkeit von Bauwerken in verschiedenen Ländern und aus unterschiedlichen Baustoffen miteinander vergleichen zu können, in näherer Zukunft erreichbar erscheint.

Bevor nun diese Sicherheitstheorie ausführlicher erläutert wird, ist ihre Einordnung in die Hierarchie der Nachweismethoden der Bauwerksicherheit von Nutzen.

#### Stufe 4: Nutzen-Kosten-Optimierung

Ziel ist die Bestimmung der optimalen Versagenswahrscheinlichkeit  $\text{opt. } P_f$ , da aus Kostengründen das Anstreben von  $\min P_f$  nicht sinnvoll ist und dem Ziel einer  $\max P_f$  (größere Wirtschaftlichkeit bei der Herstellung des Bauwerks) die damit verbundene erhöhte Gefährdung für die Benutzer des Bauwerks im Wege steht. Die im Moment zur Diskussion stehenden Versagenswahrscheinlichkeiten sind noch nicht Ergebnisse der Stufe 4, sondern wurden durch ungefähre Angleichung an die Zuverlässigkeit gefunden, die sich bei Verwendung der bestehenden Bemessungsvorschriften ergibt.

#### Stufe 3: Exaktes probabilistisches Bemessungsverfahren

Wie im Abschnitt 2.2.1 erläutert, gehen die Basisvariablen mit bekannter Dichte- oder Verteilungsfunktion in das Rechenmodell ein. Abhängigkeiten der Zufallvariablen untereinander und von anderen Parametern (z.B. die Zeit) werden berücksichtigt. Die bereits genannten Schwierigkeiten, auf dieser Stufe Zuverlässigkeitsberechnungen anzustellen, führten zur Entwicklung der

Stufe 2: Genähertes probabilistisches Bemessungsverfahren  
(Sicherheitstheorie I. Ordnung)

Da die Untersuchung der Zuverlässigkeit von Biegebalken aus Vollholz im Rahmen dieser Arbeit auf der Stufe 2 durchgeführt wird, und damit sich Hinweise auf darüber vorliegende Literatur weitgehend erübrigen, soll dieses als Sicherheitstheorie I. Ordnung bezeichnete Verfahren an dieser Stelle ausführlich dargestellt werden.

Versagensbedingung mit einer Zufallsvariablen

1. Vereinfachung: Alle Basisvariablen, d.h. alle in der Versagensbedingung enthaltenen Zufallsvariablen sind zeitinvariant. Der Widerstand  $R$  eines Bauteils sei durch eine untere Grenze  $r$  deterministisch festgelegt und die Einwirkung  $S$  sei eine zufällig streuende Größe mit dem Mittelwert  $m_S$  und der Standardabweichung  $\sigma_S$ . Versagen tritt ein, wenn  $R - S \leq 0$  d.h.

$r - S \leq 0$  und die Wahrscheinlichkeit, daß Versagen eintritt

$$\text{ist } P_f = P(r - S \leq 0) = \int_r^{+\infty} f_S(s) ds \quad (\text{siehe Bild 2/2}). \quad (2.18)$$

Wird  $S$  in ein neues Koordinaten-System transformiert,

$$\text{so daß } \hat{s} = \frac{s - m_S}{\sigma_S}, \quad (2.19)$$

dann ergibt sich die in Bild 2/3 gezeigte Darstellung. Man erkennt, daß die Zuverlässigkeit durch den Abstand  $\beta$  der Grenzlinie zwischen Versagen- und Überlebensbereich vom Ursprung ausgedrückt werden kann.

$$\text{Aus } \beta = \hat{r} \quad (2.20)$$

ergibt sich zurücktransformiert

$$\beta = \frac{r - m_S}{\sigma_S} \quad (2.21)$$

und 
$$r = m_S + \beta \sigma_S. \quad (2.22)$$

Für Werte von  $S$ , die größer oder gleich  $m_S + \beta \sigma_S$  sind, tritt Versagen ein.

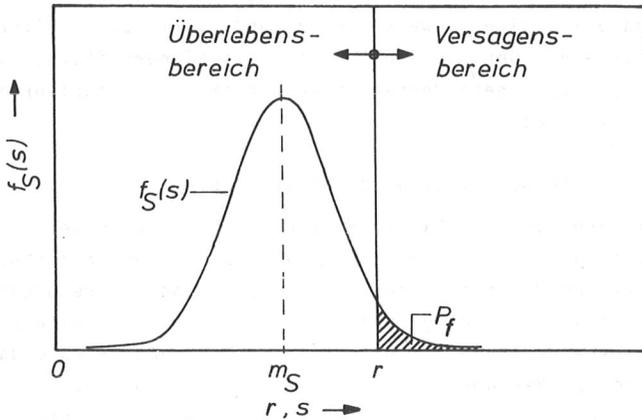


Bild 2/2: Darstellung der Versagenswahrscheinlichkeit im ursprünglichen System mit einer Zufallsvariablen

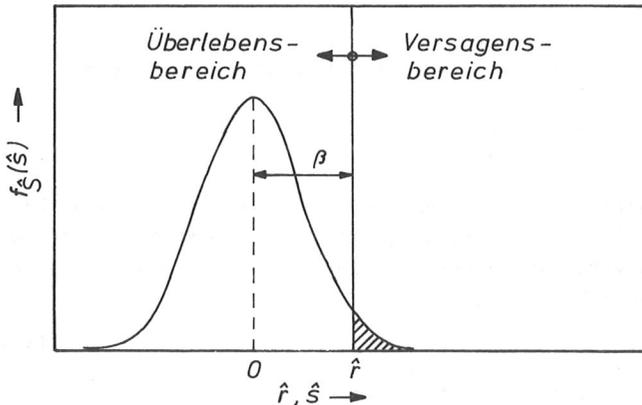


Bild 2/3: Darstellung des Sicherheitsindex  $\beta$  im transformierten System mit einer Zufallsvariablen

Je größer der Abstand  $\beta$  ist umso größer ist die Zuverlässigkeit  $P_S = 1 - P_f$ . Dieser Abstand ist somit ein sinnvolles Maß für die Zuverlässigkeit und wird als Sicherheitsindex bezeichnet. Ein Sicherheitsindex  $\beta$  von z.B. 0 bedeutet bei symmetrischem  $f_S(s)$  somit eine Zuverlässigkeit von 0,5, d.h. im Mittel würde jedes 2. Bauteil versagen. Solange für die Art der Dichteverteilung  $f_S(s)$  verschiedene Verteilungstypen auftreten können, läßt sich für die Beziehung zwischen  $\beta$  und  $P_f$  kein für alle Verteilungstypen gleichzeitig eindeutiger Zusammenhang festlegen. Das wäre bei einem Sicherheitsmaß ein nicht zu akzeptierender Nachteil. Um diesen Nachteil auszuschalten, wird die zweite Vereinfachung der Sicherheitstheorie I. Ordnung eingeführt:

Alle Basisvariablen sind normalverteilt in die Rechnung einzuführen. Basisvariablen, die nicht normalverteilt sind, werden so in eine normalverteilte Zufallsvariable umgeformt, daß die Funktionswerte von Dichte und Verteilung nach dem ursprünglichen Verteilungsgesetz im Bemessungspunkt  $P^*$  mit den Werten dieser neuen Normalverteilung übereinstimmen. Der Bemessungspunkt im vorliegenden Fall nach Bild 2/3 mit nur einer Zufallsvariable hat den Abstand  $\hat{r}$  vom Ursprung 0, es wäre also  $x_i^* = \hat{r}$ . Eine allgemeingültige Definition des Bemessungspunktes erfolgt bei der Behandlung von Versagensbedingungen mit zwei Zufallsvariablen. Die Parameter der gesuchten Normalverteilung lauten für eine Zufallsvariable  $X_i$ :

$$\text{Mittelwert } m_{X_i}^! = x_i^* - \Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i^*)) \sigma_{X_i}^! \quad (2.23)$$

$$\text{Standardabweichung } \sigma_{X_i}^! = \frac{\varphi(\Phi^{-1}(F_{X_i}(x_i^*)))}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (2.24)$$

Es bedeuten

$\varphi ( )$  = Verteilungsdichte der standardisierten Normalverteilung

$\Phi ( )$  = Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung

$\Phi^{-1} ( )$  = Inverse der standardisierten Normalverteilung

$f_{X_i} ( )$  = gegebene Verteilungsdichte der Basisvariablen  $X_i$

$F_{X_i} ( )$  = gegebene Verteilungsfunktion der Basisvariablen  $X_i$

Ableitung der Gln. (2.23) und (2.24) siehe Anhang A.2.

Mit der Festlegung, daß  $S$  grundsätzlich normalverteilt ist (von vorneherein oder im Bemessungspunkt durch eine Normalverteilung angepaßt), besteht zwischen Zuverlässigkeit  $P_S$  und Sicherheitsindex  $\beta$  im oben beschriebenen eindimensionalen Fall die Beziehung

$$P_f = 1 - P_S = \int_{\beta}^{\infty} f_{\hat{S}}(\hat{s}) d\hat{s} = \int_{-\infty}^{-\beta} f_{\hat{S}}(\hat{s}) d\hat{s} = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta). \quad (2.25)$$

Versagensbedingung mit zwei Zufallsvariablen

Ist nun auch der Widerstand  $R$  eine Zufallsvariable mit den Parametern  $m_R, \sigma_R$ , so berechnet sich die Versagenswahrscheinlichkeit zu  $P_f = P(R - S \leq 0) =$  Volumen des Teiles des Dichtehügels, der im Versagensbereich liegt =

$$= \int_0^{\infty} \int_0^g(r,s) f_{R,S}(r,s) dr ds \quad (2.26)$$

(siehe Bild 2/4).

Nach der Standardisierung mittels

$$\hat{r} = \frac{r - m_R}{\sigma_R} \quad ; \quad \hat{s} = \frac{s - m_S}{\sigma_S} \quad (2.27)$$

gilt

$$P_f = \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) f_{\hat{R}, \hat{S}}(\hat{r}, \hat{s}) d\hat{r} d\hat{s} \quad (2.28)$$

$$\text{mit } f_{\hat{R}, \hat{S}}(\hat{r}, \hat{s}) = \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{1}{1-\rho^2} [\hat{r}^2 + \hat{s}^2 - 2\rho\hat{r}\hat{s}]} \quad (2.29)$$

nach [2/9].

Dabei bedeutet  $\rho$  den Korrelationskoeffizienten der Variablen R und S. R und S sind linear stochastisch abhängig, wenn der Fall  $\rho \neq 0$  vorliegt. Durch eine geeignete Lineartransformation des Koordinatensystems kann eine Entkorrelierung immer erreicht werden.

Kurz zusammengefaßt sind somit die Basisvariablen R und S (bzw.  $X_i$  bei mehr als zwei Variablen)

- 1) zeitinvariant
- 2) normalverteilt bzw. im Bemessungspunkt durch eine Normalverteilung angepaßt
- 3) stochastisch unabhängig bzw. entkorreliert.

Wegen 3) gilt

$$P_f = \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) f_{\hat{R}, \hat{S}}(\hat{r}, \hat{s}) d\hat{r} d\hat{s} = \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) f_{\hat{R}}(\hat{r}) f_{\hat{S}}(\hat{s}) d\hat{r} d\hat{s} \quad (2.30)$$

wegen 2) gilt

$$f_{\hat{R}}(\hat{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\hat{r}^2} ; \quad f_{\hat{S}}(\hat{s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\hat{s}^2} \quad (2.31)$$

und somit

$$P_f = \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(\hat{r}^2 + \hat{s}^2)} d\hat{r} d\hat{s}. \quad (2.32)$$

Die Versagensbedingung  $g = r - s = 0$  lautet im  $\hat{r}$ - $\hat{s}$ -Koordinatensystem

$$\hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) = \sigma_R \hat{r} + m_R - \sigma_S \hat{s} - m_S = 0. \quad (2.33)$$

Zur Darstellung des Dichtehügels im  $\hat{r}$ - $\hat{s}$ -Koordinatensystem (siehe Bild 2/5) werden Höhenlinien (= Kurven gleicher Wahrscheinlichkeit) des Hügels benötigt, deren Radien  $\kappa$  sich durch Logarithmieren aus

$$\ln[f_{\hat{R}}(\hat{r}) f_{\hat{S}}(\hat{s})] = \text{const.} = \ln c = -\frac{1}{2}(\hat{r}^2 + \hat{s}^2) - \ln 2\pi \quad (2.34)$$

zu

$$\kappa = \sqrt{\hat{r}^2 + \hat{s}^2} = \sqrt{-2 \ln \frac{c}{2\pi}} \quad (2.35)$$

bestimmen lassen.

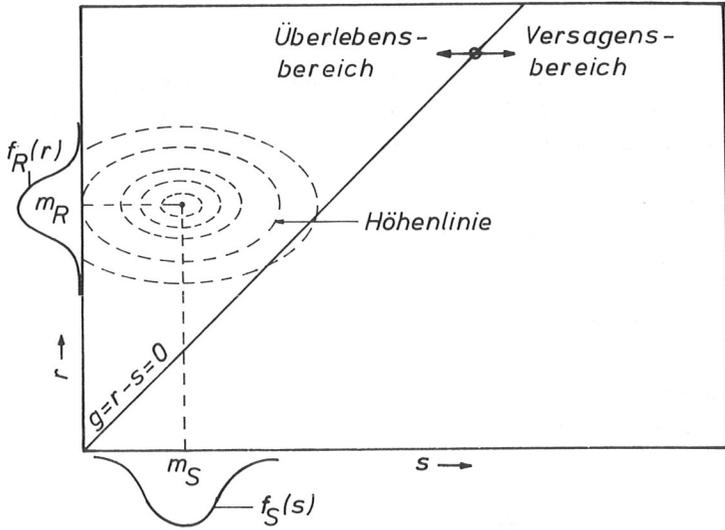


Bild 2/4: Darstellung des Wahrscheinlichkeitshügels  
im  $r - s$  - Format

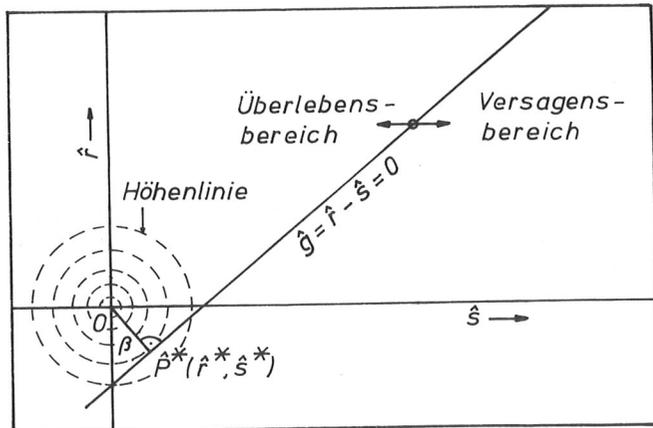


Bild 2/5: Darstellung des Wahrscheinlichkeitshügels  
im  $\hat{r} - \hat{s}$  - Format

D.h. die Höhenlinien des Dichtehügels sind Kreise mit den Radien  $\kappa = \sqrt{-2 \ln 2\pi c}$ , wobei  $\ln 2\pi c < 0$  bleiben muß oder  $c \leq 0,1592$ . Wird der Radius  $\kappa = \beta$ , dann muß

$$c = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}\beta^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \varphi(\beta) \text{ sein.} \quad (2.36)$$

$$(c(\beta = 4,7) = 2,54 \cdot 10^{-6})$$

Wird die Gleichung (2.33) der Versagensgeraden mit dem normierenden Faktor

$$\mu = \frac{-\text{sign}|m_R - m_S|}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

auf die Hesse'sche Normalform

$$\hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) = \frac{-\sigma_R \hat{r}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} + \frac{\sigma_S \hat{s}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} - \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = 0 \quad (2.37)$$

gebracht, so gibt das konstante Glied der Geradengleichung die Länge des vom Koordinatenursprung auf die Gerade  $\hat{g}(\hat{r}, \hat{s})$  gefällten Lotes an (siehe Bild 2/6):

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.38)$$

und

$$\sin \psi = - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \underline{\underline{-\alpha_R}} \quad (2.39)$$

bzw.

$$\cos \psi = + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \underline{\underline{-\alpha_S}} \quad (2.40)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_R$  und  $\alpha_S$  werden als Sensitivitätsfaktoren bezeichnet, da sie ein Maß dafür sind, wie empfindlich  $\beta$  auf eine Veränderung von  $\hat{r}$  und  $\hat{s}$  reagiert.

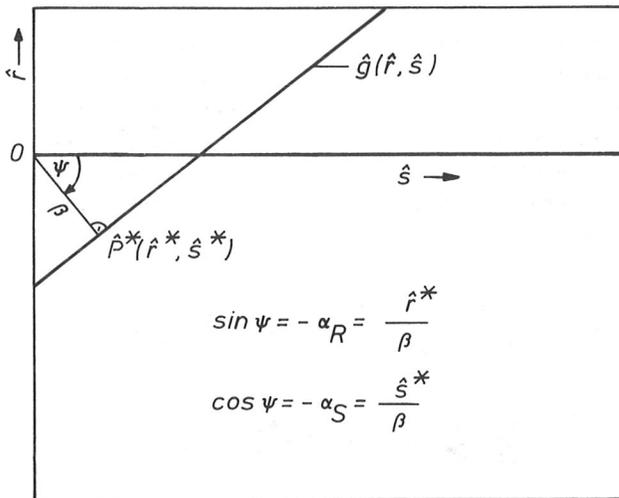


Bild 2/6: Darstellung der Sensitivitätsfaktoren  $\alpha_R, \alpha_S$  im  $\hat{r} - \hat{s}$ -Format

Nach einer Rücktransformation ins ursprüngliche  $r$ - $s$ -System lauten die Koordinaten des gesuchten Lotfußpunktes:

$$r^* = m_R - \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R \quad (2.41)$$

$$s^* = m_S - \alpha_S \cdot \beta \cdot \sigma_S \quad (2.42)$$

An diesem soeben beschriebenen Lotfußpunkt mit den Koordinaten  $r^*$ ,  $s^*$  ist die Wahrscheinlichkeit am größten, daß der Grenzzustand überschritten wird. Es genügt, die Zuverlässigkeit eines Bauteiles, ausgedrückt durch den kleinsten Sicherheitsindex  $\beta$ , an diesem ausgewählten Punkt zu prüfen.

Die Bemessungsgleichung lautet dann:  $r^* - s^* = 0$ . In Fällen, bei denen die Versagensbedingung nichtlinear ist, kann sie im transformierten Koordinatensystem im Lotfußpunkt durch die Tangente angenähert werden, indem man im Punkt  $\hat{p}^*(\hat{r}^*, \hat{s}^*)$  eine Taylorentwicklung durchführt und nur den linearen Anteil der Taylor-Formel berücksichtigt (4. Vereinfachung der Sicherheitstheorie I. Ordnung):

$$\begin{aligned} \hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) &= g(r^*, s^*) + \frac{(\hat{s} - \hat{s}^*)}{1!} \left. \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} \right|_{\hat{g}^*} + \frac{(\hat{r} - \hat{r}^*)}{1!} \left. \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} \right|_{\hat{g}^*} \\ &+ \frac{(\hat{s} - \hat{s}^*)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \hat{g}}{\partial \hat{s}^2} \right|_{\hat{g}^*} + 2 \frac{(\hat{s} - \hat{s}^*)(\hat{r} - \hat{r}^*)}{2!} \\ &\cdot \left. \frac{\partial^2 \hat{g}}{\partial \hat{r} \cdot \partial \hat{s}} \right|_{\hat{g}^*} + \dots \end{aligned} \quad (2.43)$$

mit dem Linearanteil

$$\hat{g}(\hat{r}, \hat{s}) = \hat{r} \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} | \hat{g}^* + \hat{s} \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} | \hat{g}^* + \left[ \hat{g}(\hat{r}^*, \hat{s}^*) - \hat{s}^* \cdot \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} | \hat{g}^* - \hat{r}^* \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} | \hat{g}^* \right] = 0. \quad (2.44)$$

Der normierende Faktor lautet dann:

$$\mu = - \frac{1}{\sqrt{\left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} | \hat{g}^* \right)^2 + \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} | \hat{g}^* \right)^2}} \quad (2.45)$$

und der Sicherheitsindex

$$\beta = \frac{\hat{g}(\hat{r}^*, \hat{s}^*) - \hat{s}^* \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} | \hat{g}^* - \hat{r}^* \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} | \hat{g}^*}{\sqrt{\left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{r}} | \hat{g}^* \right)^2 + \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{s}} | \hat{g}^* \right)^2}}. \quad (2.46)$$

Um nun mit diesem soeben hergeleiteten Sicherheitsindex  $\beta$  eine Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  nach Gl. (2.32) ermitteln zu können, wird das  $\hat{r} - \hat{s}$  - Koordinatensystem um den Winkel  $\psi$  so weit gedreht, bis die neu entstehende Achse  $\xi$  parallel zur Versagensgeraden  $\hat{g}(\hat{r}, \hat{s})$  verläuft (siehe Bild 2/7). Nach einiger Umrechnung und trigonometrischer Umwandlung kann eine Funktion der standardisierten Normalverteilung  $\phi(-\beta)$  gefunden

werden, die wie beim System mit einer Zufallsvariablen den Zusammenhang zwischen  $P_f$  und  $\beta$  darstellt.

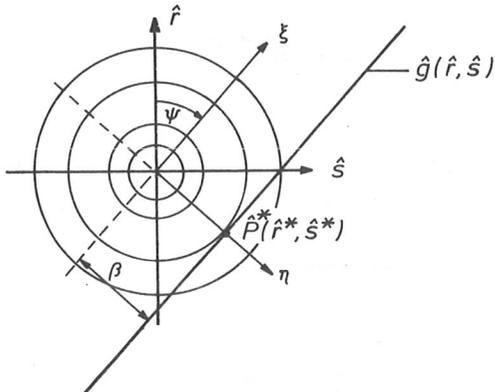


Bild 2/7: Drehung des Koordinatensystems um den Winkel  $\psi$

Die trigonometrischen Beziehungen ergeben

$$\xi = \hat{r} \cos\psi + \hat{s} \sin\psi \quad \text{und} \quad (2.47)$$

$$\eta = -\hat{r} \sin\psi + \hat{s} \cos\psi \quad (2.48)$$

und die Dichtefunktion  $f_{\hat{R}, \hat{S}}(\hat{r}, \hat{s})$  kann nun in der Form

$$f_{\hat{R}, \hat{S}}(\hat{r}, \hat{s}) = f_{\xi, \eta}(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}[\xi^2 + \eta^2]} \quad (2.49)$$

dargestellt werden.

Die Versagenswahrscheinlichkeit errechnet sich dann aus

$$P_f = \int_{\eta=\beta}^{\eta=\infty} \int_{\xi=-\infty}^{\xi=+\infty} f_{\xi,\eta}(\xi,\eta) d\xi d\eta = \int_{\eta=\beta}^{\eta=\infty} \int_{\xi=-\infty}^{\xi=+\infty} \frac{1}{2\pi} \cdot e^{-1/2[\xi^2 + \eta^2]} d\xi d\eta.$$

(2.50)

Dies entspricht dem Volumen des Dichtehügels für  $\beta \leq \eta \leq +\infty$  und  $-\infty \leq \xi \leq +\infty$ , d.h. desjenigen Teils des Hügels, der im Versagensbereich liegt.

Aus

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\eta=\beta}^{+\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} \underbrace{\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right)}_{F_\xi = 1} d\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\eta=\beta}^{+\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta \quad (2.51)$$

erkennt man, daß es sich bei der Fläche  $F_\xi$  gerade um die Einheitsfläche der Gaußschen Glockenkurve handelt, der Wert  $F_\xi$  also zu eins wird.

Nun kann wieder geschrieben werden:

$$P_f = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\eta=\beta}^{+\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{-\beta} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta = \Phi(-\beta). \quad (2.52)$$

### Versagensbedingung mit beliebig vielen Zufallsvariablen

Im allgemeinen Fall wird die Versagensbedingung mehr als zwei Basisvariablen bzw. Zufallsgrößen enthalten. Zur Vereinfachung der Schreibweise werden daher die Zufallsgrößen der Einwirkungs- und Widerstandsseite mit  $X_i$  bezeichnet, mit den Realisationen  $x_i$ , den Dichtefunktionen  $f_{X_i}(x_i)$ , den Mittelwerten  $m_{X_i}$  und den Standardabweichungen  $\sigma_{X_i}$ .

Die Versagensbedingung lautet folgendermaßen:

$$g(\underline{X}) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0, \quad (2.53)$$

wobei eine anschauliche Darstellung für  $\beta$  nicht mehr möglich ist, sobald  $n > 3$  wird. Der Sicherheitsindex  $\beta$  kann jedoch auch bei beliebig vielen Zufallsvariablen  $X_i$  als kürzester Abstand des Koordinatenursprungs zur transformierten Grenzzustandsfläche im  $n$ -dimensionalen Raum gedeutet werden.

Es wird die Koordinatentransformation

$$\hat{x}_i = \frac{x_i - m_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.54)$$

durchgeführt.

Damit geht die Grenzzustandsgleichung in die Form

$$\hat{g}(\hat{\underline{X}}) = \hat{g}(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots, \hat{x}_n) = 0 \quad (2.55)$$

über.

$g(\hat{\underline{X}})$  beschreibt eine Fläche im  $n$ -dimensionalen Raum. Um die für die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit notwendige lineare Grenzzustandsgerade (Hesse'sche Normalform) zu erhalten, wird wie schon bei zwei Zufallsvariablen eine Taylorentwicklung im Punkt  $\hat{p}^*(\hat{\underline{X}}^*) = \hat{p}^*(\hat{x}_1^*, \hat{x}_2^*, \dots, \hat{x}_n^*)$  durchgeführt

mit dem Ergebnis:

$$\hat{g}(\hat{X}) = g(\underline{x}^*) + \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \hat{x}_i^*) \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} = 0 \quad (2.56)$$

bzw. umgeformt:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \hat{x}_i + (\hat{g}(\hat{X}^*) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \hat{x}_i^*) = 0 \quad (2.57)$$

mit dem normierenden Faktor:

$$\mu = - \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \right)^2}} \quad (2.58)$$

Aus der Hesse'schen Normalform

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \hat{x}_i \mu + \mu (\hat{g}(\hat{X}^*) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \hat{x}_i^*) = 0 \quad (2.59)$$

ergibt sich der Sicherheitsindex zu

$$\beta = \frac{\hat{g}(\hat{X}^*) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \hat{x}_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} \Big|_{\hat{g}^*} \right)^2}} \quad (2.60)$$

Da jede partielle Ableitung mit dem normierenden Faktor multipliziert wird, kann die Vereinfachung

$$\alpha_{X_i} = \frac{\frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} | \hat{g}^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \hat{g}}{\partial \hat{x}_i} | \hat{g}^* \right)^2}} \quad (2.61)$$

gemacht werden.

Somit vereinfacht sich die Gleichung  $\hat{g}(\hat{X})$  in der Hesse'schen Normalform zu

$$\hat{g}(\hat{X}) = \sum_{i=1}^n \alpha_{X_i} \hat{x}_i + \beta = 0. \quad (2.62)$$

Die Koordinatenrücktransformation ergibt die Ausdrücke:

$$\alpha_{X_i} = \frac{\frac{\partial g}{\partial x_i} | g^* \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} | g^* \sigma_{X_i} \right)^2}} \quad (2.63)$$

und

$$\beta = \frac{g(x^*) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} | g^* (x_i^* - m_{X_i})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} | g^* \sigma_{X_i} \right)^2}}. \quad (2.64)$$

Nach Rücktransformation ergibt sich für den

Bemessungspunkt:  $x_i^* = m_{X_i} - \alpha_{X_i} \beta \sigma_{X_i}$  (2.65)

und für die Bemessungsgleichung:

$$g^* = g(\underline{x}^*) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0. \quad (2.66)$$

Das Nachweisverfahren für ein Bauteil läuft nun grundsätzlich so ab, daß die Koordinaten des Bemessungspunktes  $P^*$  zu ermitteln sind, wobei

beim Nachweis der Zuverlässigkeit zu Beginn  $\beta$  unbekannt und die Verteilungsparameter der Basisvariablen bekannt sind

und

bei der Bemessung die einzuhaltende Versagenswahrscheinlichkeit und damit  $\beta$  gegeben ist und einer der Verteilungsparameter der Basisvariablen gesucht wird.

Für die numerische Behandlung dieser beiden Aufgabenstellungen für den Fall zeitinvarianter Einwirkungen und Widerstände sei auf [2/10] verwiesen.

### 2.2.3 Verfahren zur Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit des Widerstandes

Die Biegefestigkeit des Holzes zu irgendeinem Zeitpunkt im Bezugszeitraum ist - wie in Abschnitt 4.7 aufgezeigt wird - abhängig von der Belastungsdauer und der Höhe der Belastung während dieser Zeit. Andererseits ist aber die Zeitinvarianz der Basisvariablen eine der Voraussetzungen für die Sicherheitstheorie I.Ordnung. Es gilt also ein praktikables Verfahren anzugeben, nach dem die Zeitabhängigkeit des Widerstandes ein-

fach berücksichtigt werden kann, da aufwendige Ansätze bei den über die Zeitfestigkeit des Holzes gegenwärtig verfügbaren Daten nicht sinnvoll sind und außerdem schwierig in das klare Konzept der Sicherheitstheorie I. Ordnung eingepaßt werden können. Die Grundidee des Verfahrens besteht darin, die Einwirkungen nach ihrer Einwirkungsdauer aufzuteilen und dann jede mögliche Einwirkungskombination als unabhängigen Versagenspfad zu untersuchen. Die Frage, welchem Widerstand die einzelnen Einwirkungskombinationen gegenüberzustellen sind, soll im folgenden nun behandelt werden.

Geht man zunächst wieder von einem festen Wert  $R_0 = \beta_{B,0} = r_0$  = Kurzzeitbiegefestigkeit und einer zufällig streuenden Einwirkung  $S = S_1$  aus, die ständig wirke, so setzt sich die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  aus zwei Anteilen zusammen:

1. Für alle Realisationspaare  $(r_0, s_1)$ , für die  $s_1 \geq r_0$  gilt, wird Versagen bereits beim Aufbringen der Last bzw. nach einer Zeitspanne  $t_0$  eintreten, die der Versuchsdauer zur Ermittlung von  $\beta_{B,0}$  entspricht. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieses Versagens entspricht der Fläche  $A_1$  in Bild 2/8.
2. Zur Versagenswahrscheinlichkeit  $P_{f1} = A_1$  kommt noch die Wahrscheinlichkeit  $P_{f2}$ , mit der im Zeitraum  $[t_0, T]$  ein Versagen auftreten kann. Für das Realisationspaar  $(r_0, s_1 = f_T \cdot r_0)$  beträgt die Zeitfestigkeit nach T Jahren Belastung gerade noch  $f_T r_0$  und es wird somit am Ende des Bezugszeitraumes  $(0, T)$  Versagen eintreten. Bewegt sich  $s_1$  im Bereich  $f_T r_0 < s_1 < r_0$ , so hat das ein Versagen im Zeitraum  $t_0 < t < T$  zur Folge und für  $s_1 < f_T r_0$  wird das biegebeanspruchte Bauteil überleben. Die für den Zeitraum  $[t_0, T]$  maßgebende Versagenswahrscheinlichkeit  $P_{f2}$  ist demnach der Fläche  $A_2$  in Bild 2/8 äquivalent. Die Einhaltung einer vorgegebenen Zuverlässigkeit muß zu jedem Zeitpunkt der Nutzung gewährleistet sein, da m.E. ein Absinken der Zuverlässigkeit

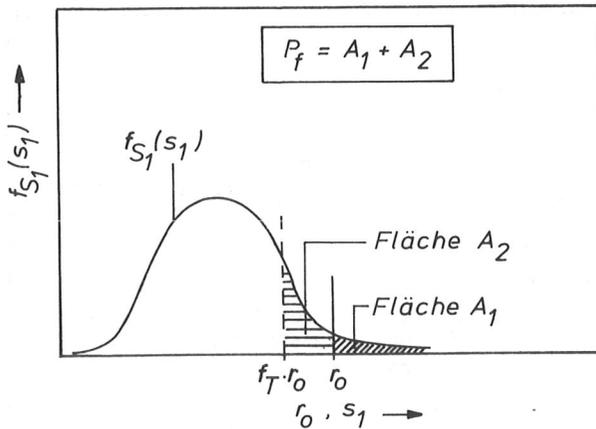
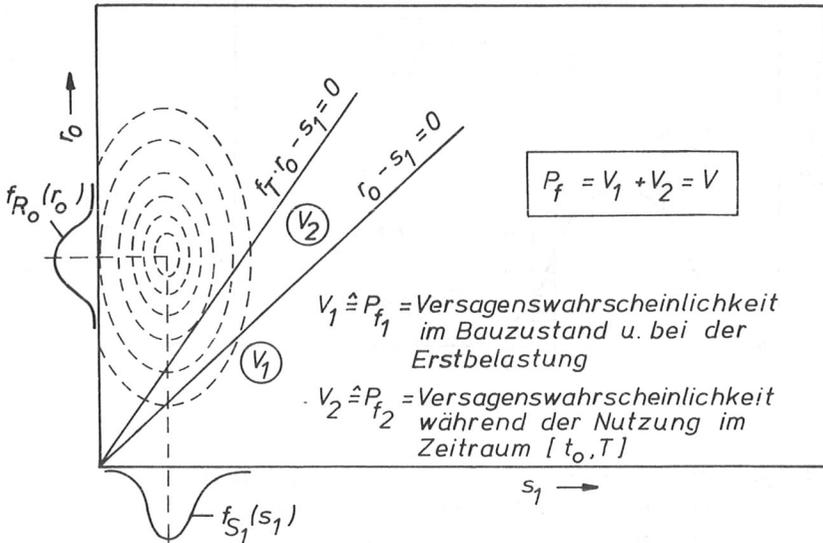


Bild 2/8: Die Versagenswahrscheinlichkeit bei ständiger Einwirkung und determiniertem Widerstand (System mit 1 Zufallsvariable)

gegen Ende der Nutzungszeit unter den geforderten Wert durch eine größere Zuverlässigkeit bei Nutzungsbeginn nicht kompensiert werden kann.

Die Zeitunabhängigkeit wird im Falle ständiger Einwirkungen somit erreicht, indem man den am Ende des Bezugszeitraumes noch vorhandenen Widerstand in die Grenzzustandsgleichung einsetzt sofern die Zeitfestigkeit mit zunehmender Belastungsdauer abnimmt.

Geht man von einem determinierten zu einem streuenden Widerstand über, so berechnet sich jetzt  $P_f$  aus zwei Volumenanteilen des Dichtehügels (siehe Bild 2/9).



**Bild 2/9:** Die Versagenswahrscheinlichkeit bei ständiger Einwirkung  
(System mit 2 Zufallsvariablen)

Solange die Lastseite nur aus ständigen Lasten besteht und die Aufteilung in  $P_{f_1}$  und  $P_{f_2}$  nicht interessiert, kann die Versagenswahrscheinlichkeit mit Hilfe der Grenzzustandsgleichung

$$g = f_T R_0 - \sum_{i=1}^n S_i = 0 \quad (2.67)$$

gefunden werden.

Treten Einwirkungen  $S_i$  auf, die nicht ständig vorhanden sind, so müssen außer dem Zustand nach Gl. (2.67) auch die Fälle untersucht werden, bei denen die Einwirkungen  $S_1$  bis  $S_i$  dem Widerstand  $R_i = f_{T_i} R_0$  gegenübergestellt werden.

Ist z.B. außer mit der ständigen Einwirkung  $S_1$  noch mit einer kurzzeitig auftretenden Einwirkung  $S_2$  zu rechnen, darf  $S_1 + S_2$  einem Widerstand  $f_{t_2} R_0$  ( $> f_{t_1} R_0$ ) gegenübergestellt werden, wenn - wie im Falle der Biegefestigkeit des Holzes - der Widerstand mit abnehmender Belastungsdauer den Werten der Zufallsvariablen  $R_0$  zustrebt (siehe Abschnitt 4.7). Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  berechnet sich für den obigen Fall zu

$$P_f = P[(f_{t_1} R_0 \leq S_1) \cup (f_{t_2} R_0 \leq S_1 + S_2)] \quad (2.68)$$

$$= \int_{s=0}^{\infty} \int_{r=0}^{g_1} f_{t_1} f_{R_0}(r) f_{S_1}(s) dr ds + \int_{s=0}^{\infty} \int_{r=0}^{g_2} f_{t_2} f_{R_0}(r) f_{S_1+S_2}(s) dr ds \quad (2.69)$$

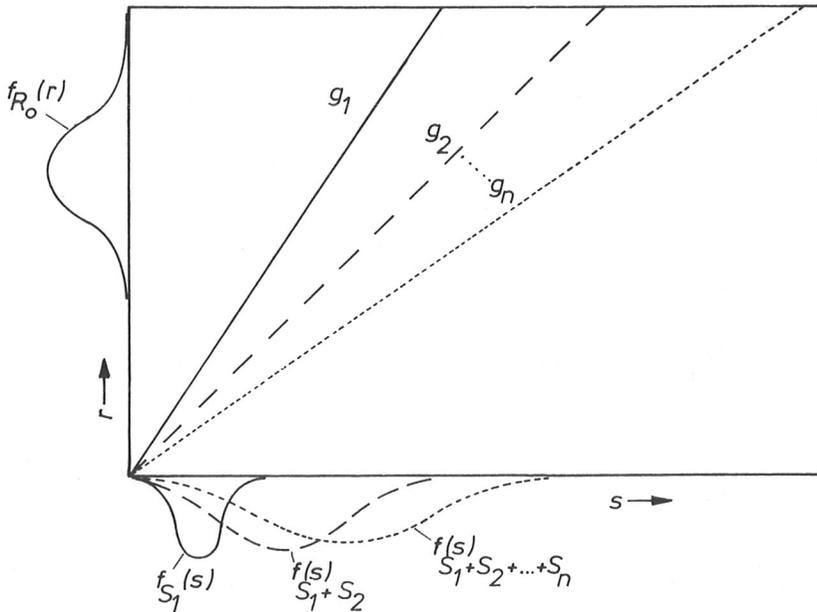


Bild 2/10: Darstellung der Grenzzustandsbedingungen und der zugehörigen Dichteverteilungen für den Fall  $n$  verschiedener Einwirkungen

Für den allgemeinen Fall mit  $n$  verschiedenen Einwirkungen sind (siehe Bild 2/10) abschließend die erforderlichen Formeln zusammengestellt.

Grenzzustandsgleichungen:

$$g_1 = f_T R_0 - S_1 = 0 \quad (2.70/1)$$

$$g_2 = f_{t_2} R_0 - S_1 - S_2 = 0 \quad (2.70/2)$$

$$g_3 = \dots \quad \vdots$$

$$g_n = f_{t_n} R_0 - S_1 - S_2 - \dots - S_n = 0 \quad (2.70/n)$$

mit  $f_T < f_{t_2} < \dots < f_{t_n}$ .

$$P_f = P [(f_T R_0 \leq S_1) \cup (f_{t_2} R_0 \leq S_1 + S_2) \cup \dots \cup (f_{t_n} R_0 \leq S_1 + S_2 + \dots + S_n)] \quad (2.71)$$

ergibt für stochastisch unabhängige Zufallsvariable:

$$P_f = \int_{s=0}^{\infty} \int_{r=0}^{g_1} f_T f_{R_0}(r) f_{S_1}(s) dr ds + \int_{s=0}^{\infty} \int_{r=0}^{g_2} f_{t_2} f_{R_0}(r) f_{S_1 S_2}(s) dr ds + \dots \int_{s=0}^{\infty} \int_{r=0}^{g_n} f_{t_n} f_{R_0}(r) f_{S_1 S_2 \dots S_n}(s) dr ds \quad (2.72)$$

$$= P_{f_1} + P_{f_2} + \dots + P_{f_n} \quad (2.73)$$

$$\beta = -\phi^{-1} \left[ \sum_{i=1}^n P_{f_i} \right] \quad (2.74)$$

Für  $n > 2$ , d.h. mehr als eine Last, die nicht ständig wirkt, ist die Sicherheitstheorie I.Ordnung mit Hilfe des im Abschnitt 2.2.4 beschriebenen Verfahrens zu erweitern.

Das nachfolgende Beispiel mit zwei verschiedenen Einwirkungen soll zeigen, wie die Versagenswahrscheinlichkeit durch den Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_2}$  beeinflusst wird.

Beispiel: Biegebalken mit einer mittleren Kurzzeitbiegefestigkeit des fehlerfreien Holzes von  $m_{R_0} = 68 \text{ N/mm}^2$ .

Widerstand  $R_0$  mit  $m_{R_0} = 68,0$ ,  $V_{R_0} = 0,14$

Einwirkung  $S_1$  mit  $m_{S_1} = 6,0$ ,  $V_{S_1} = 0,10$  und  $f_T = 0,60$

Einwirkung  $S_2$  mit  $m_{S_2} = 4,0$ ,  $V_{S_2} = 0,30$  und  $f_{t_2} = \text{variabel}$ .

$R_0$ ,  $S_1$  und  $S_2$  seien normalverteilt.

Konstanter Faktor  $e = 0,5$  zur pauschalen Berücksichtigung von Holzfehlereinflüssen.

Grenzbedingungen:

$$g_1 = e f_T R_0 - S_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad \underline{0,30 R_0 - S_1 = 0}$$

$$g_2 = e f_{t_2} R_0 - S_1 - S_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad \underline{0,50 f_{t_2} R_0 - S_1 - S_2 = 0}$$

Da die Zufallsvariablen linear in die Grenzbedingungen eingehen, kann der Sicherheitsindex  $\beta$  direkt ermittelt werden.

$$\text{Mit} \quad \frac{\partial g_1}{\partial r_0} \Big|_{g^*} = 0,3 \quad \frac{\partial g_1}{\partial s_1} \Big|_{g^*} = -1$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial r_0} \Big|_{g^*} = 0,5 f_{t_2} \quad \frac{\partial g_2}{\partial s_1} \Big|_{g^*} = \frac{\partial g_2}{\partial s_2} \Big|_{g^*} = -1$$

$$\sigma_{R_0} = 68,0 \cdot 0,14 = 9,52$$

$$\sigma_{S_1} = 6,0 \cdot 0,10 = 0,60$$

$$\sigma_{S_2} = 4,0 \cdot 0,30 = 1,20$$

wird

$$\text{für } g_1 \quad \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g_1}{\partial x_i} \Big|_{g_1^*} \sigma_{x_i} \right)^2 = (0,3 \cdot 9,52)^2 + ((-1) \cdot 0,60)^2 = 8,517$$

$$\begin{aligned} \text{für } g_2 \quad \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g_2}{\partial x_i} \Big|_{g_2^*} \sigma_{x_i} \right)^2 &= (0,5 \cdot f_{t_2} \cdot 9,52)^2 + ((-1) \cdot 0,60)^2 \\ &+ ((-1) \cdot 1,2)^2 = 22,658 \cdot f_{t_2}^2 + 1,800. \end{aligned}$$

Nach Gl. (2.64) gilt

$$\beta_1 = \frac{0 - [-0,3 \cdot 68,0 + 6,0]}{2,918} = 4,93$$

$$\beta_2 = \frac{0 - [-0,5 \cdot f_{t_2} \cdot 68,0 + 6,0 + 4,0]}{\sqrt{22,658 \cdot f_{t_2}^2 + 1,800}}$$

und somit

$$P_f = \Phi(-\beta_1) + \Phi(-\beta_2) \text{ bzw. } \beta = -\Phi^{-1}[\Phi(-\beta_1) + \Phi(-\beta_2)].$$

Das in Bild 2/11 dargestellte Ergebnis zeigt sehr deutlich den kontinuierlichen Übergang zwischen den beiden Grenzbedingungen  $g_1$  und  $g_2$ . Ersetzt man in  $g_1$  und  $g_2$  die Zufallsgrößen durch charakteristische Werte oder durch zulässige Beanspruchungen und Bemessungsschnittgrößen, so kann man  $g_1$  und  $g_2$  als deterministische Bemessungsgleichungen auffassen.

Für das vorliegende Beispiel wird dann deutlich, daß die Bemessungsvorschläge nach |2/11| oder |2/12| im Bereich  $0,8 < f_{t_2} < 1,5$  etwas zur unsicheren Seite hin abweichende Ergebnisse liefern.

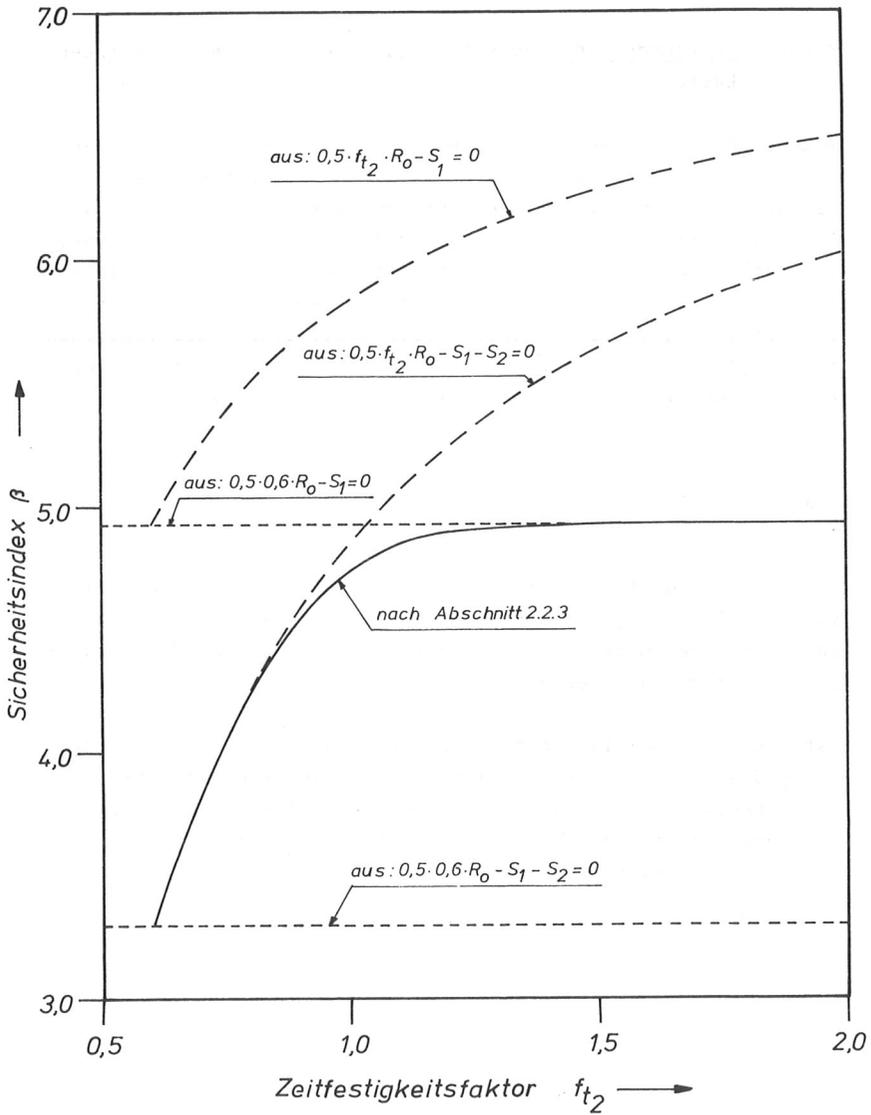


Bild 2/11: Beispiel für die Abhängigkeit des Sicherheitsindex  $\beta$  vom Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_2}$

#### 2.2.4 Verfahren zur Berücksichtigung zeitlich veränderlicher Lasten

Mit den bisher erläuterten Methoden ist es möglich, die Zuverlässigkeit eines Bauteils unter zeitlich unveränderlichen Lasten zu bestimmen. Ist nun eine der Lasten zeitlich veränderlich, d.h. wird innerhalb des Bezugszeitraumes mehr als einmal ein zufälliger Wert aus der Grundverteilung dieser Last realisiert, so interessiert für den Nachweis der Zuverlässigkeit die Verteilung der Größtwerte dieser Last. Sind  $r$  Realisationen im Bezugszeitraum möglich, so ergibt sich die Verteilungsfunktion der Größtwerte nach dem Multiplikationssatz zu

$$F_{\max}(x) = P_1(X \leq x) \cap P_2(X \leq x) \cap \dots \cap P_r(X \leq x) = [P(X \leq x)]^r = [F(x)]^r. \quad (2.75)$$

Das Joint Committee of Structural Safety (JCSS) geht in [2/13] von der Gl. (2.75) aus und gibt für verschiedene Lasten die Verteilungsparameter der Grundverteilung und die Wiederholungszahlen  $r$  für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren an.

Ist die Wahrscheinlichkeit  $p$ , daß in einem Intervall der Länge  $\tau = \frac{T}{r}$  die Last auftritt, kleiner als 1, dann kann mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Binomialverteilung die gesuchte Verteilungsfunktion  $F_{\max}(x)$  folgendermaßen bestimmt werden (siehe auch [2/8]):

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei  $r$  unabhängigen Wiederholungen (d.h.  $r$  Intervallen) eine Last genau  $i$ -mal auftritt, ist nämlich

$$b(i, r, p) = \binom{r}{i} p^i (1-p)^{r-i}. \quad (2.76)$$

Für z.B. zwei Intervalle ( $r = 2$ ) ergibt sich

$$F_{\max}(x) =$$

$$\begin{aligned} & [\text{Wahrscheinlichkeit, daß die Last 0-mal auftritt}] [F(x)]^0 \cup \\ & [\text{Wahrscheinlichkeit, daß die Last 1-mal auftritt}] [F(x)]^1 \cup \\ & [\text{Wahrscheinlichkeit, daß die Last 2-mal auftritt}] [F(x)]^2 \end{aligned}$$

$$= \binom{2}{0} p^0 (1-p)^2 [F(x)]^0 + \binom{2}{1} p^1 (1-p)^1 [F(x)]^1 + \binom{2}{2} p^2 (1-p)^0 [F(x)]^2. \quad (2.77)$$

Nach dem binomischen Lehrsatz (siehe |2/14|) kann die rechte Seite der Gl. (2.77) abgekürzt werden mit

$$F_{\max}(x) = \sum_{i=0}^2 \binom{2}{i} [p F(x)]^i (1-p)^{2-i} = (p F(x) + 1 - p)^2 \quad (2.78)$$

oder

$$F_{\max}(x) = [1-p(1-F(x))]^2$$

bzw. in allgemeiner Form

$$\underline{F_{\max}(x) = [1-p(1-F(x))]^r} \quad (2.79)$$

Für  $p = 1$  vereinfacht sich Gl. (2.79) zu dem Ausdruck nach Gl. (2.75).

Mit Hilfe der Beziehungen nach Gl. (2.75) bzw. (2.79) kann die Verteilung der Größtwerte im Bezugszeitraum bestimmt und in die Formeln der Zuverlässigkeitsberechnung auf der Stufe 2 eingesetzt werden.

Wie die Lastkombination von zwei oder mehr zeitlich veränderlichen Lasten zu behandeln ist, zeigen Rackwitz und Fießler in [2/15]. Das in [2/15] dargestellte Verfahren hat Madsen [2/16] nochmals etwas ausführlicher dargestellt und dabei auf einen wichtigen Punkt hingewiesen, von dem der Erfolg der numerischen Behandlung des Problems abhängt. Die Versagensbedingung  $g(\underline{X})$  ist so zu formulieren, daß die partiellen Ableitungen von  $g(\underline{X})$  nach den Lastvariablen größer als Null sind, weil man anderenfalls bei der für die Stufe 2 erforderlichen Annäherung der Extremwertverteilung  $[F(x)]^r$  durch eine Normalverteilung mit größer werdendem  $r$  sehr schnell in den Bereich zu kleiner Zahlen kommt.

Für diese Annäherung von  $[F(x)]^r$  im Bemessungspunkt  $P^*$  durch eine Gaußverteilung ergeben sich gemäß Anhang A.2 die Verteilungsparameter zu:

$$\sigma_X' = \frac{\varphi(\phi^{-1}[(\phi(u^*))^r])}{r[\phi(u^*)]^{r-1} \cdot \varphi(u^*)} \cdot \sigma_X \quad (2.80)$$

$$m_X' = x^* - \sigma_X' \cdot \phi^{-1}[(\phi(u^*))^r] \quad (2.81)$$

mit  $\phi\left(\frac{x-m_X}{\sigma_X}\right) = \phi(u) = \text{Normalverteilung (mit den Parametern } m_X, \sigma_X)$ , in die  $F(x)$  transformiert wurde

und  $u^* = \frac{x^* - m_X}{\sigma_X}$ .

Beispiel:

$$u^* = +4 \quad [\phi(u^*)]^r = 0,99990 \quad \text{für } r = 3 \\ = 0,20494 \quad \text{für } r = 50000$$

während für

$$u^* = -4 \quad [\phi(u^*)]^r = 3,1855 \cdot 10^{-14} \quad \text{für } r = 3 \\ = 1,0551 \cdot 10^{-99} \quad \text{für } r = 22$$

Bezüglich Einzelheiten des in |2/15| und |2/16| behandelten Verfahrens und ihrer Anwendung sei auf Abschnitt 5.3 verwiesen. Als komprimierte Darstellung der Methode ist der Aufsatz |2/17| von Fießler zu empfehlen.

## 2.2.5 Semi-probabilistische Verfahren (Stufe 1)

### 2.2.5.1 Methoden und Kriterien für den Übergang von Stufe 2 zu Stufe 1

Da eine Bemessung nach dem Verfahren der Stufe 2 nicht praxisgerecht ist, werden aus den Ergebnissen der Rechnung nach Stufe 2 Sicherheitselemente (Teilsicherheitsfaktoren (TSF), Kombinationsfaktoren) abgeleitet, mit denen der Nachweis soweit vereinfacht wird, daß er den bisher gewohnten Umfang nicht oder nur unwesentlich übersteigt.

Im folgenden wird eine kurze Übersicht gegeben, wie der Übergang von Stufe 2 zu Stufe 1 durchgeführt werden kann, wobei in erster Linie auf die Sicherheitselemente der Widerstandsseite eingegangen werden soll:

#### a) Vorschlag Pottharst [2/4]

Um Einwirkungs- und Widerstandseinflüsse trennen zu können, muß auch die Versagensbedingung  $g(X_1, X_2 \dots X_n) = 0$  in  $g_R$  und  $g_S$  aufgespalten werden. Gl. (2.53) lautet dann

$$g_R(X_1, X_2 \dots X_j) + g_S(X_{j+1} \dots X_n) = 0 \quad (2.82)$$

und die Sensitivitätsfaktoren ergeben sich gemäß Gl. (2.63) zu

$$\alpha_{X_i} = \frac{\frac{\partial g}{\partial x_i} |g^* \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_R}{\partial x_i} |g_R^* \sigma_{X_i}\right)^2 + \sum_{i=j+1}^n \left(\frac{\partial g_S}{\partial x_i} |g_S^* \sigma_{X_i}\right)^2}} \quad (2.83)$$

für Basisvariablen der Widerstandsseite  
und zu

$$\alpha_{X_i} = \frac{\frac{\partial g_S}{\partial x_i} | g_S^* \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.84)$$

für Basisvariablen der Einwirkungsseite, wobei

$$\sigma_R = \sum_{i=1}^j \left( \frac{\partial g_R}{\partial x_i} | g_R^* \sigma_{X_i} \right)^2 \quad \text{und} \quad \sigma_S = \sum_{i=j+1}^n \left( \frac{\partial g_S}{\partial x_i} | g_S^* \sigma_{X_i} \right)^2$$

bedeuten.

Durch Erweitern lassen sich die Gln. (2.83) und (2.84) vereinfachen zu

$$\alpha_{X_i} = \tilde{\alpha}_{R(S)} \alpha_{R_i}(S_i) \quad (2.85)$$

mit dem Faktor

$$\tilde{\alpha}_{R(S)} = \frac{\sigma_R(\text{bzw. } -\sigma_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad , \quad (2.86)$$

der den Einfluß der Streuung des Widerstandes (bzw. der Einwirkung) auf die Gesamtstreuung ausdrückt und dem Faktor

$$\alpha_{R_i}(S_i) = \frac{\frac{\partial g_{R(S)}}{\partial x_i} | g_{R(S)}^* \sigma_{X_i}}{\sigma_R(\text{bzw. } -\sigma_S)} \quad , \quad (2.87)$$

der den Einfluß der Streuung der Basisvariablen  $X_i$  auf den Widerstand (bzw. die Einwirkung) ausdrückt.

Auf der Stufe 1 werden nun die Koordinaten  $x_i^*$  des Bemessungspunktes ersetzt durch

$$x_i^* = \frac{\text{Festwert}}{\text{TSF}} \quad \text{für die Widerstandsseite}$$

$$x_i^* = \text{TSF} \cdot \text{Festwert} \quad \text{für die Einwirkungsseite.}$$

Wird als Festwert der Mittelwert verwendet, so erhält man die sogenannten zentralen TSF

für die Widerstandsseite

$$\gamma_{X_i} = \frac{m_{X_i}}{x_i^*} = \frac{1}{(1 - \alpha_{X_i} \beta V_{X_i})} \quad (2.88)$$

bzw. für die Einwirkungsseite

$$\gamma_{X_i} = \frac{x_i^*}{m_{X_i}} = 1 - \alpha_{X_i} \beta V_{X_i}. \quad (2.89)$$

Werden charakteristische Werte (i.d.R. untere Fraktilwerte für den Widerstand und obere Fraktilwerte für die Einwirkung) als Festwerte verwendet, so lauten die TSF

für die Widerstandsseite

$$\gamma_{X_i} = \frac{1 - k_R V_{X_i}}{1 - \alpha_{X_i} \beta V_{X_i}} \quad (2.90)$$

für die Einwirkungsseite

$$\tilde{\gamma}_{X_i} = \frac{1 - \alpha_{X_i} \beta V_{X_i}}{1 - k_S V_{X_i}} \quad (2.91)$$

$k_R$  und  $k_S$  ergeben sich dabei für den dargestellten Fall normalverteilter Basisvariablen aus

$$k_{R(S)} = \phi^{-1}(P_{R(S)}/100) \quad (2.92)$$

mit

$P_R$  = Fraktile der widerstehenden Größe  $X_i$  in %

$P_S$  = Fraktile der einwirkenden Größe  $X_i$  in %

$\phi^{-1}$  = Umkehrfunktion der standardisierten Normalverteilung

Die angestrebte Trennung der Einwirkungs- und Widerstandseinflüsse erreicht Pottharst durch die Wahl konstanter  $\tilde{\alpha}_{R(S)}$ -Werte. Er findet die Werte  $\tilde{\alpha}_R = 0,9$  und  $\tilde{\alpha}_S = -0,60$  für den Nachweis der Tragfähigkeit mit einem  $P_{f,so11} = 1,3 \cdot 10^{-6}$  (d.h.  $\beta_{so11} = 4,7$ ) und für den Nachweis der Gebrauchsfähigkeit mit einem  $P_{f,so11} = 0,6 \cdot 10^{-2}$  (d.h.  $\beta_{so11} = 2,5$ ) als brauchbare Linearisierungsfaktoren.

b) Vorschläge\_Hosser\_12/181

Für den zweidimensionalen Fall mit normalverteilten Zufallsvariablen läßt sich die Bestimmung konstanter Sensitivitätsfaktoren geometrisch anschaulich zeigen.

Soll eine Mindestzuverlässigkeit eingehalten werden, dann muß für alle Versagensgeraden im standardisierten  $\hat{r}$ - $\hat{s}$ -Koordinatensystem gelten:

$$\hat{g}_i = -\alpha_{R_i} \hat{r} - \alpha_{S_i} \hat{s} - \min\beta = 0. \quad (2.93)$$

Betrachtet man von allen Geraden  $\hat{g}_i$  die mit der größten und kleinsten Steigung  $\alpha_2 = \max \frac{\sigma_S}{\sigma_R}$  bzw.  $\alpha_1 = \min \frac{\sigma_S}{\sigma_R}$  so ergeben sich die Koordinaten des Schnittpunktes  $\hat{P}^*$  der beiden Geraden zu

$$\hat{r}_0^* = -\min\beta \frac{x_1 \sqrt{1+x_2^2} - x_2 \sqrt{1+x_1^2}}{x_2 - x_1} \quad (2.94)$$

$$\hat{s}_0^* = -\min\beta \frac{\sqrt{1+x_2^2} - \sqrt{1+x_1^2}}{x_2 - x_1} \quad (2.95)$$

und die gesuchten konstanten Sensitivitätsfaktoren ergeben sich aus

$$\hat{r}_0^* = -\tilde{\alpha}_R \beta_{\text{Soll}}$$

$$\hat{s}_0^* = -\tilde{\alpha}_S \beta_{\text{Soll}}$$

zu

$$\tilde{\alpha}_R = -\frac{\min\beta}{\beta_{\text{Soll}}} \frac{x_1 \sqrt{1+x_2^2} - x_2 \sqrt{1+x_1^2}}{x_2 - x_1} \quad (2.96)$$

$$\tilde{\alpha}_S = - \frac{\min \beta}{\beta_{\text{So11}}} \frac{\sqrt{1+x_1^2} - \sqrt{1+x_2^2}}{x_2 - x_1} \quad (2.97)$$

im Gegensatz zu den fehlerhaften Formeln (4.29a) und (4.30a) in der Arbeit von Hossler. In derselben Arbeit werden noch weitere Verfahren für den Übergang zu Stufe 1 angegeben, wobei die Möglichkeit, aus probabilistischen Nachweisen in unterschiedlichen Bemessungssituationen für die Basisvariablen mit dem größten Streuungseinfluß jeweils die ungünstigsten Bemessungswerte auszuwählen, als am ehesten realisierbar angesehen wird. Und eben diese Vorgehensweise soll in den Abschnitten 5 und 6 dieser Arbeit verwirklicht werden.

c) Vorschlag Sicherheitsrichtlinie [2/7]:

Ebenfalls für das System mit zwei Zufallsvariablen jedoch auch für logarithmisch normalverteilte und extremwertverteilte (Typ I) Größen werden die in Tabelle 2/1 zusammengestellten  $\tilde{\alpha}_R$ -,  $\tilde{\alpha}_S$ -Werte vorgeschlagen, die sich bei fest vorgegebenen Grenzen der Variationskoeffizienten  $V_R$ ,  $V_S$  ergeben.

Verteilungstyp	$\tilde{\alpha}_R$		$\tilde{\alpha}_S$	
	N	LN	N	EX-I
Gebrauchsgrenzzustand $2,0 \leq \beta \leq 3,0$	0,75	0,85	-0,75	-0,85
Bruchgrenzzustand $4,2 \leq \beta \leq 5,2$	0,9	0,9	-0,6	-0,75

d) Vorschlag\_NKB\_|2/19|:

Für die Grenzzustandsgleichung

$$k_R R I_R - k_{S_1}(S_1 + I_{S_1}) - k_{S_2}(S_2 + I_{S_2}) = 0 \quad (2.98)$$

werden aufgrund der Ergebnisse nach Stufe 2 Teilsicherheitsfaktoren festgelegt. Die Faktoren der Gl. (2.98) bedeuten im einzelnen:

$k_R$ ,  $k_{S_1}$ ,  $k_{S_2}$  sind konstante Faktoren, die Abmessungen etc. enthalten. Zufallsvariable sind

$R$  = Widerstand, lognormalverteilt

$S_1$  = Ständige Einwirkung, normalverteilt

$S_2$  = veränderliche Einwirkung, wobei  $F(s_2) = [1 - p(1 - F(s_{2,0}))]^r$  gemäß Gl. (2.79)

$S_{2,0}$  = veränderliche Einwirkung im Grundintervall, normalverteilt

$p$  = Wahrscheinlichkeit, daß  $S_{2,0}$  im Grundintervall auftritt

$r$  = Anzahl der Wiederholungen

$I_R$  = Einfluß der Beurteilungsgenauigkeit des Widerstandes, lognormalverteilt

$I_{S_1}, I_{S_2}$  = Einfluß der Modellunsicherheiten, normalverteilt

Die Teilsicherheitsfaktoren werden dabei auf

die 5 %-Fraktile des Widerstandes

die 98 %-Fraktile der veränderlichen Einwirkung

die 50 %-Fraktile der ständigen Einwirkung

bezogen und aufgrund relativ eng begrenzter und im Falle der Einwirkungen von den in |2/13| beschriebenen Verhältnissen abweichenden Verteilungsparametern bzw. -arten mit Hilfe der konstanten Sensitivitätsfaktoren

$$\tilde{\alpha}_R = 0,850, \quad \tilde{\alpha}_{S_1} = 0, \quad \tilde{\alpha}_{S_2} = 0,585 \quad \text{ermittelt.}$$

Die Vorgehensweise des NKB macht deutlich, daß die Festlegung von Zahlenwerten für die TSF eben nur dann sinnvoll er-

folgen kann, wenn bezüglich charakteristischer Werte, Verteilungsart und -parameter der Basisvariablen eindeutige und limitierende Aussagen gemacht werden.

#### 2.2.5.2 Teilsicherheitsfaktoren unter Berücksichtigung der Zeitfestigkeit und der Kombination veränderlicher Einwirkungen

Die im Abschnitt 2.2.5.1 beschriebenen Möglichkeiten zur Festlegung von TSF müssen für den Fall eines zeitvarianten Widerstandes entsprechend dem Abschnitt 2.2.3 abgewandelt und für die Kombination zeitlich veränderlicher Einwirkungen mit Hilfe des in Abschnitt 2.2.4 erwähnten Verfahrens erweitert werden. Schematisch läßt sich die Berechnung von TSF mit dem Flußdiagramm nach Bild 2.12 darstellen. Soll nicht die Zuverlässigkeit einer durch Widerstand und Einwirkungen vorgegebenen Situation ermittelt, sondern eine Bemessung bei festgelegtem  $\beta_{\text{Soll}}$  (Eingabewert) durchgeführt werden (d.h. einer der Verteilungsparameter  $\beta$  ist unbekannt), erscheint im Ergebnis statt  $\beta_{\text{ist}}$  der gesuchte Parameter  $\beta$ . Grundsätzlich ist aber in beiden Fällen der Satz von TSF nur für eine ganz bestimmte Bemessungssituation exakt gültig. Ziel des Übergangs von Stufe 2 zu Stufe 1 ist nun, durch die Verwendung von TSF ein möglichst breites Band an Bemessungssituationen möglichst genau zu erfassen. Da sowohl der Nachweis der Zuverlässigkeit als auch eine Bemessung auf der Stufe 2 mit Ausnahme einfacher Fälle immer iterativ durchzuführen ist, läßt sich die Wahl sinnvoller Bandbreiten und die Ermittlung der zugehörigen TSF nicht in allgemeingültiger analytischer Form angeben. Es wurde deshalb der Weg der direkten Anwendung des probabilistischen Verfahrens auf den als Beispiel herausgegriffenen Biegebalken aus Vollholz gewählt.

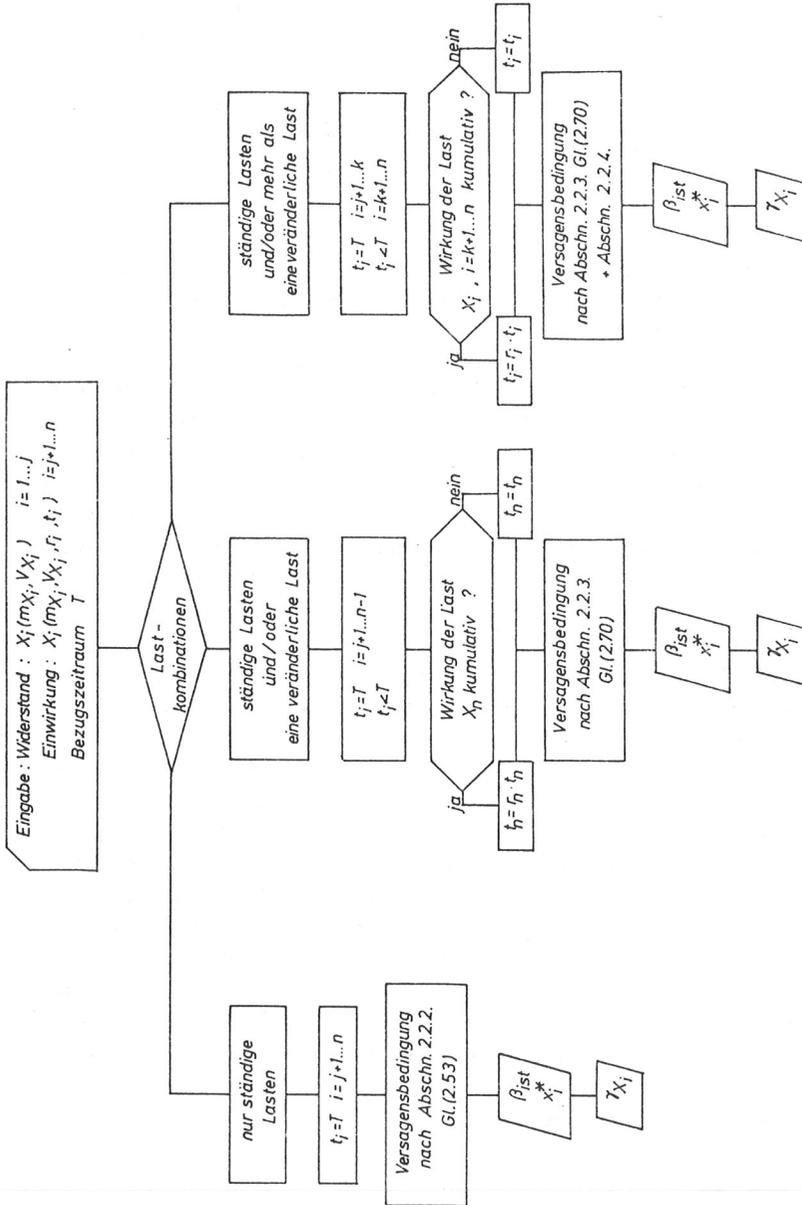


Bild 2/12: Schema für die Ermittlung von Teilsicherheitsfaktoren

Im Abschnitt 5 werden auf der Stufe 2 die für die Praxis relevanten Fälle untersucht und im Abschnitt 6 die unumgänglichen Vereinfachungen vorgeschlagen, d.h. die Methoden des Abschnitts 2.2.5.1 werden nicht benutzt.

### 2.3 Zur Wahl der rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeit

Mit den aufgezeigten Methoden der Sicherheitstheorie I. Ordnung ist es möglich, die bei einer fest umrissenen Bemessungssituation vorhandene Zuverlässigkeit zu bestimmen, wobei diese Zuverlässigkeit nur dann der tatsächlichen Zuverlässigkeit gleichkommt, wenn die Basisvariablen die verwendeten Verteilungsarten und -parameter aufweisen und alle Imponderabilien durch die Rechnung erfaßt werden. Vor allem die letztere Bedingung ist jedoch so gut wie nie erfüllt, weil die Einflüsse der Materialkontrolle, Bauteilüberwachung, Bauausführung und vor allem grober Fehler und Fahrlässigkeiten bei Planung, Berechnung, Ausführung und Nutzung des Bauwerks in den Ansätzen der Sicherheitstheorie I. Ordnung zunächst nicht berücksichtigt werden. Nach Borges [2/20] bewegt sich die Versagenswahrscheinlichkeit aufgrund grober Fahrlässigkeit je nach Güte der Kontrollmaßnahmen zwischen  $>10^{-3}$  bis  $\approx 10^{-5}$ . Das bedeutet für einen Zwischenwert von  $10^{-4}$ , daß bei Einhaltung eines Sicherheitsindex von  $\beta = 3,70$  die gesamte Versagenswahrscheinlichkeit  $2 \cdot 10^{-4}$  beträgt und für  $\beta = 5,20$  lediglich auf  $1,001 \cdot 10^{-4}$  zurückgeht. Die Größenordnung der gesamten Versagenswahrscheinlichkeit kann in diesem Falle durch eine Änderung der Kontrollmaßnahmen spürbar variiert werden und der Wahl der rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeit käme eine nur untergeordnete Bedeutung zu. Die Zahlenwerte von Borges sind ohne Quellenangabe in einem Beispiel verwendet und für den Fall, daß die Versagenswahrscheinlichkeit infolge grober Fehler nur  $10^{-6}$  beträgt ändert sich durch ein Anwachsen des

Sicherheitsindex  $\beta$  von 3,70 auf 5,20 die gesamte Versagenswahrscheinlichkeit bereits um den Faktor 100. Die Vermeidung grober Fehler ist also eine wichtige Voraussetzung für die Wirksamkeit eines wahrscheinlichkeitsorientierten Sicherheitsnachweises. Die Sicherheitsrichtlinie [2/7] geht davon aus, daß der Fahrlässigkeitsanteil an der totalen Versagenswahrscheinlichkeit aufgrund guter Kontrollmaßnahmen gegen Null gehe. Dann können die aus Schadensstatistiken abgeleiteten Versagensraten für unvermeidbare Risiken (siehe z.B. [2/21]) oder der Vorschlag nach [2/3] für eine Entwurfsversagenswahrscheinlichkeit direkt in einen  $\beta$ -Faktor transformiert werden. Umgekehrt kann aus dem Bemessungsergebnis aufgrund der bestehenden Vorschriften die zur Zeit von der Öffentlichkeit akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit gefunden werden. Dabei wird es sich aber nicht um die tatsächliche totale Versagenswahrscheinlichkeit sondern um eine operative oder rechnerische Versagenswahrscheinlichkeit handeln. Das sollte aber kein Grund sein, auf die Sicherheitstheorie I. Ordnung zu verzichten. Andererseits sollte aber auch die Festlegung von  $\beta$ -Werten für verschiedene Sicherheitsklassen nicht ohne einen gewissen Spielraum vorgenommen werden. Zur Verdeutlichung des breiten Spektrums von Vorschlägen mögen die in Tabelle 2/2 zusammengestellten Werte dienen. Die aufgeführten rechnerischen Versagenswahrscheinlichkeiten sollen mit Ausnahme der NKB-Vorschläge, die als Zeitraum 1 Jahr festlegen, für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren gelten. Die unterstrichenen Werte der Tabelle 2/2 sind die in den Quellen angegebenen Größen, aus denen sich  $P_f$  bzw.  $\beta$  berechnen lassen.

Tabelle 2/2: Vorschläge für die rechnerische Versagenswahrscheinlichkeit						
Quelle	Grenzzustände		Sicherheits- klasse	rechn. Versagens- wahrscheinlichkeit $P_f$	Sicherheits- index $\beta$	
2/7	Grenzzustand der Tragfähigkeit		1	$1,3 \cdot 10^{-5}$	<u>4,2</u>	
			2	$1,3 \cdot 10^{-6}$	<u>4,7</u>	
			3	$10^{-7}$	<u>5,2</u>	
	Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit		1	$2,3 \cdot 10^{-2}$	<u>2,0</u>	
			2	$6,2 \cdot 10^{-3}$	<u>2,5</u>	
			3	$1,3 \cdot 10^{-3}$	<u>3,0</u>	
2/19	Grenzzustand der Tragfähigkeit	duktiler Bruch	1	$9,7 \cdot 10^{-4}$	<u>3,1</u>	
			2	$10^{-4}$	<u>3,7</u>	
			3	$1,3 \cdot 10^{-5}$	<u>4,2</u>	
		duktiler Bruch ohne Tragkraftsteigerung	1	$10^{-4}$	<u>3,7</u>	
			2	$1,3 \cdot 10^{-5}$	<u>4,2</u>	
			3	$1,3 \cdot 10^{-6}$	<u>4,7</u>	
	Sprödbruch/Stabilitätsversagen	1	$1,3 \cdot 10^{-5}$	<u>4,2</u>		
		2	$1,3 \cdot 10^{-6}$	<u>4,7</u>		
		3	$10^{-7}$	<u>5,2</u>		
	Grenzzustand der Gebrauchsfähigk.		-	$10^{-1}$ bis $10^{-2}$	1,28 bis 2,33	
	2/21	Verlust des Gleichgewichts ohne Vorankündigung		-	$5 \cdot 10^{-4}$ bis $5 \cdot 10^{-6}$	3,29 bis 4,42
		Erreichen der Grenztragfähigkeit mit Vorankündigung		-	$5 \cdot 10^{-3}$	2,58
Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit		-	$5 \cdot 10^{-1}$ bis $5 \cdot 10^{-2}$	0 bis 1,65		
2/3	Entwurfsversagenswahrscheinlichkeit		-	$< 10^{-4}$	$> 3,7$	

### 3. Die Lastseite

#### 3.1 Allgemeines

Für den Zuverlässigkeitsnachweis der Stufe 2 ist es erforderlich, die Eingangsgrößen auf der Einwirkungsseite der Grenz Zustandsgleichung als Zufallsvariable zu behandeln. Die Erläuterungen zu den Teilen 1, 4 und 5 der DIN 1055 [3/1] geben bereits Hinweise über Verteilungsarten, Verteilungsparameter und charakteristische Werte der in der Norm festgelegten Lastannahmen. Noch detaillierter für den Einsatz in der Sicherheitstheorie I. Ordnung sind die Lastannahmen in den vom ICSS erarbeiteten "Basic Notes on Actions" [2/13] und in den vom NKB vorgelegten Empfehlungen [2/19] aufbereitet. Auf der Grundlage der eben genannten Quellen werden im folgenden die Lastannahmen für ständige Last, Verkehrslast auf Wohnhausdecken, Schneelast auf Dächern sowie Windlast zusammengestellt, um für die Wahl der Verteilungsarten und der Bandbreiten für die Variationskoeffizienten der Lastvariablen, die im Abschnitt 5 benötigt werden, Anhaltspunkte zu erhalten.

Beim Übergang von den Lasten zu den Schnittgrößen wären nach [2/7] die Unsicherheiten geometrischer Größen (Stützweite, Balkenabstand etc.) und der Steifigkeitsverhältnisse zu berücksichtigen. Da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit auf der Widerstandsseite liegt wird - wie auch Pottharst in [2/4] auf Seite 89 - davon ausgegangen, daß Schnittgröße und erzeugende Last der gleichen Verteilung folgen und den gleichen Variationskoeffizienten aufweisen. Am Beispiel eines freiaufliegenden Trägers mit der Stützweite  $L$  und einer Einzellast  $F$  in Feldmitte wird der Fehler, der durch eine deterministische Betrachtung der Stützweite entsteht, abgeschätzt.  $F$  und  $L$  seien normalverteilte Zufallsvariablen mit den Mittelwerten  $m_F$ ,  $m_L$  und den Variationskoeffizienten  $V_F$ ,  $V_L$ .

Nach den Gesetzen der Einflußgrößenrechnung (siehe z.B. [3/2]) ergibt sich der Mittelwert des Biegemoments  $M = \frac{F \cdot L}{4}$  in Feldmitte zu

$$m_M = \frac{m_F \cdot m_L}{4} \quad (3.1)$$

und der Variationskoeffizient zu

$$V_M \approx \sqrt{V_F^2 + V_L^2} \quad (3.2)$$

Bei Annahme einer zunächst nichtstreuenden Stützweite wird die Zufallsvariable  $F$  mit dem konstanten Faktor  $\frac{\ell}{4}$  multipliziert. Da sich dadurch die Verteilungsart nicht ändert, ist der charakteristische Wert für  $M$

$$M_{k,0} = m_M(1+k \cdot V_F) \quad (3.3)$$

Für den Fall, daß auch  $L$  streut, wird mit Hilfe eines Simulationsprogramms eine Stichprobe aus der Grundgesamtheit von  $M$  erzeugt und unterstellt, daß  $M$  weiterhin normalverteilt sei. Diese Hypothese wird zwar erst bei einer sehr kleinen ( $< 1\%$ ) Signifikanzzahl angenommen, aber der in Bild 3/1 dargestellte Fall zeigt eine für die Abschätzung genügende Kongruenz zwischen Histogramm und theoretischer Dichteverteilung. Es ergibt sich also für den Fall einer streuenden Stützweite  $L$  der charakteristische Wert für  $M$  zu

$$M_k = m_M(1+k \cdot \sqrt{V_F^2 + V_L^2}) \quad (3.4)$$

Mit  $k = 1,645$ , d.h.  $M_{k,0}$  bzw.  $M_k$  sind die 95 %-Fraktilewerte, können die Abweichungen zwischen  $M_{k,0}$  und  $M_k$ , sowie der Variationskoeffizient  $V_M$  in Abhängigkeit von den Variationskoeffizienten  $V_F$  und  $V_L$  dem Bild 3/2 entnommen werden.

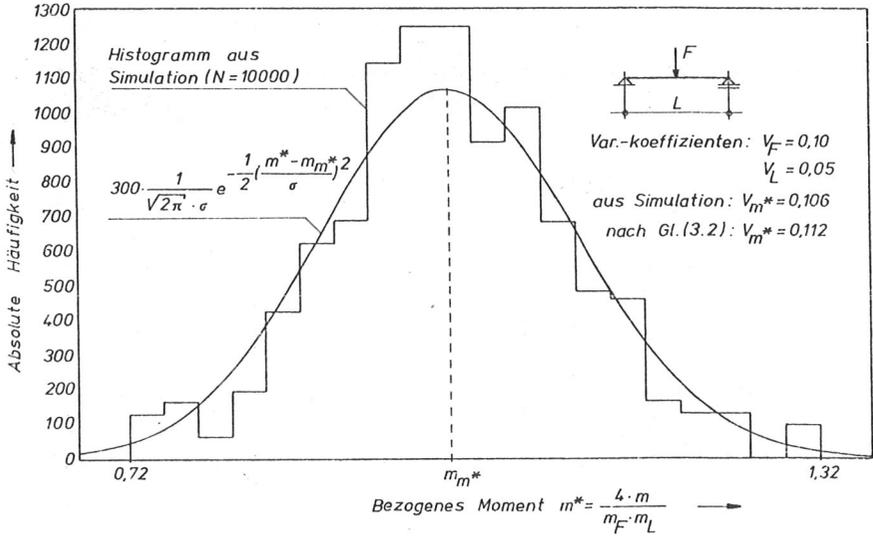


Bild 3/1: Absolute Häufigkeit des bezogenen Momentes

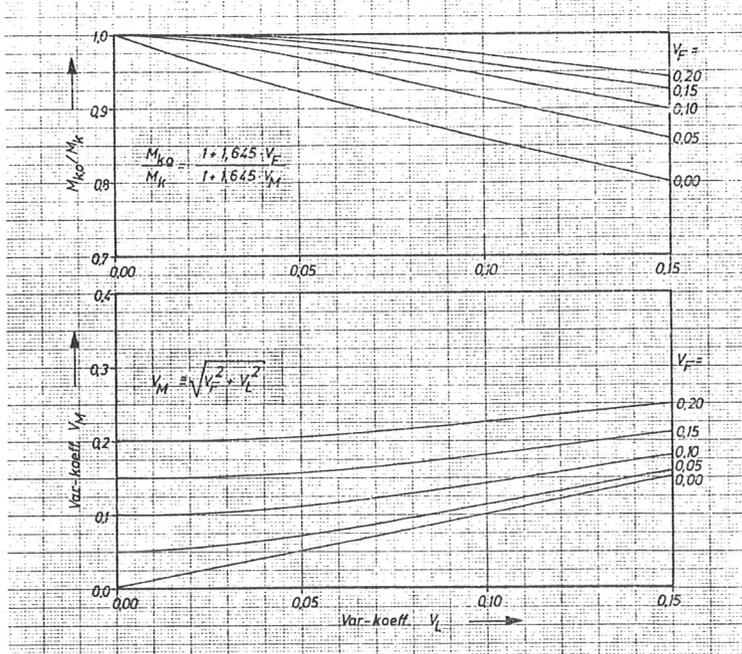


Bild 3/2: Variationskoeffizient und charakteristischer Wert des Momentes in Abhängigkeit vom Variationskoeffizient der Stützweite

Stützweiten mit Variationskoeffizienten von  $V_L \geq 0,10$  sind bereits als Fehlerquellen infolge von Irrtümern und/oder Fahrlässigkeit anzusehen, die durch den Einsatz von Fachpersonal und durch Kontrollmaßnahmen auszuschließen sind. Bedeutet doch bei einer Soll-Stützweite von 5 m der Variationskoeffizient  $V_L = 0,05$ , daß bei 16 % von einer als gleichartig anzusehenden Grundgesamtheit von Balken die Stützweite  $L \leq 4,75$  m beträgt. Zieht man dann noch die Nachweispraxis in Betracht, in der die projektierte Stützweite i.d.R. aufgerundet wird, ist die Gleichsetzung  $V_M = V_F$  berechtigt.

### 3.2 Ständige Last

#### 3.2.1 Eigengewicht von Nadelholz

Strenggenommen ist das Eigengewicht eines Baustoffes das Produkt aus zwei Zufallsvariablen und der Konstanten  $g$ , nämlich  $G = \text{Dichte} \times \text{Volumen} \times \text{Erdbeschleunigung}$   $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^3 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right]$ , wenn nicht auch das Volumen nochmals in weitere Zufallsvariablen wie z.B. Länge, Breite, Höhe aufgeteilt wird.

Bedenkt man, daß im Bauwesen die Erdbeschleunigung  $g$  mit  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  als aufgerundeter Wert benutzt wird und nimmt man das Ergebnis des Abschnittes 4.8; nämlich die Tatsache des geringen Streuungseinflusses des Volumens, vorweg, so kann im weiteren der Variationskoeffizient der ständigen Last durch den der Dichte des Baustoffes ersetzt werden; d.h. nur die Dichte wird als Zufallsvariable eingesetzt während für das Volumen der Sollwert  $V_{\text{soll}}$  steht.

Über die Dichte, die hier grundsätzlich als Rohdichte zu verstehen ist, gibt es umfangreiches Datenmaterial.

Nach Kollmann [3/3] ist die Rohdichte des Holzes normalverteilt. Die Verteilungsparameter, die in Lastnormen vorhanden bzw. vorgesehen sind, können der Tabelle 3/1 entnommen werden, wobei vor allem die Werte der DIN 68 364 [3/4] auf der Auswertung umfangreicher Literatur basieren.

Da später beim Nachweis der Zuverlässigkeit in der Praxis innerhalb der Gruppe Nadelholz nicht mehr nach der Holzart unterschieden wird, soll die folgende Vereinfachung benutzt werden: die in DIN 1055, T. 1 aufgeführten charakteristischen Werte werden als 5 %- bzw. 95 %-Fraktilewerte aufgefaßt, so daß sich für das Eigengewicht des Nadelholzes allgemein ergibt:

Einwirkung ungünstig: charakteristischer Wert

$$g_k = 6 \cdot V_{\text{soll}} \hat{=} 95 \text{ \%-Fraktilewert}$$

Einwirkung günstig: charakteristischer Wert

$$g_k = 4 \cdot V_{\text{soll}} \hat{=} 5 \text{ \%-Fraktilewert}$$

$$\text{Mittelwert: } m_G = 5 \cdot V_{\text{soll}}$$

$$\text{Variationskoeffizient: } V_G = 0,122$$

Verteilungsart: normal

$$V_{\text{soll}} = \text{Sollwert des Volumens } [\text{m}^3]$$

Dimension von  $g_k$  bzw.  $m_G$ : [kN].

Legt man die Variationskoeffizienten der einzelnen Holzarten zugrunde, dann entsprechen die charakteristischen Werte 4 bzw. 6  $\text{kN/m}^3$  den in Tabelle 3/1 aufgeführten Fraktilewerten.

Tabelle 3/1: Verteilungsparameter und die den charakteristischen Werten nach DIN 1055, T. 1 entsprechenden Fraktile für das Eigengewicht von Nadelholz						
Quelle	Holzart	Mittelwert $\frac{m_G}{V_{soll}}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Variationskoeffizient $V_G$ [%]	4 kN/m <sup>3</sup> entspricht einem Fraktilewert [%] von	6 kN/m <sup>3</sup> entspricht einem Fraktilewert [%] von	
DIN 68 364	FI	4,7	9,7	6,2	99,8	
	TA	4,7	11,8	10,4	99,0	
	KI	5,2	12,8	3,6	88,5	
	LA	5,9	11,0	0,2	56,0	
DIN 1055, T.1	NH, allgemein	5,0				
NKB	whitewood/ redwood	5,0	10,0	2,3	96,6	
ISO/DIS 3129			10,0			
Vorschlag:	NH, allgemein	5,0	12,2	5,0	95,0	

Alle obigen Zahlenangaben gelten für eine Holzfeuchtigkeit von  $u = 12\%$ . Für andere Holzfeuchtigkeiten wird aus Bild 3/3 ersichtlich, welche Abweichungen von den charakteristischen Werten des Berechnungsgewichtes bei den einzelnen Holzarten entstehen können. Wird auch die Holzfeuchtigkeit als streuende Größe berücksichtigt, wäre es erforderlich den baupraktisch relevanten Bereich der Holzfeuchtigkeit in Feuchtigkeitsklassen einzuteilen und für jede Klasse die Zufallsvariable

$$\Gamma = \Gamma_{m_{u_i}} \left( 1 + \frac{U - m_{u_i}}{100 + m_{u_i}} \right) \quad (3.5)$$

zu ermitteln

mit

$\Gamma_{m_{u_i}}$  = Berechnungsgewicht bei  $u$  = Mittelwert  $m_{u_i}$  der Holzfeuchtigkeit für die Feuchtigkeitsklasse  $i$

und

$U$  = Holzfeuchtigkeit mit Mittelwert  $m_{u_i}$   
und dem Variationskoeffizient  $V_{u_i}$ .

Für die überwiegend verwendeten Holzarten Fichte und Tanne liegt der Vorschlag für den charakteristischen Wert bei ungünstiger Einwirkung und deterministischer Holzfeuchtigkeit (d.h.  $V_u = 0$ ) auf der "sicheren" Seite. Für die in Wirklichkeit zufällig streuende Holzfeuchtigkeit dürften deshalb die tatsächlichen 95 %-Fraktile des Berechnungsgewichtes durch den in Bild 3/3 eingetragenen Vorschlag ziemlich treffend erfaßt werden. Die genaue Untersuchung dieses Problems und vor allem die starken Abweichungen bei den, wenn auch selten verwendeten Holzarten Kiefer und Lärche erscheinen für Bauteile unter vorwiegend ständiger Belastung zwar von Bedeutung, würden aber den

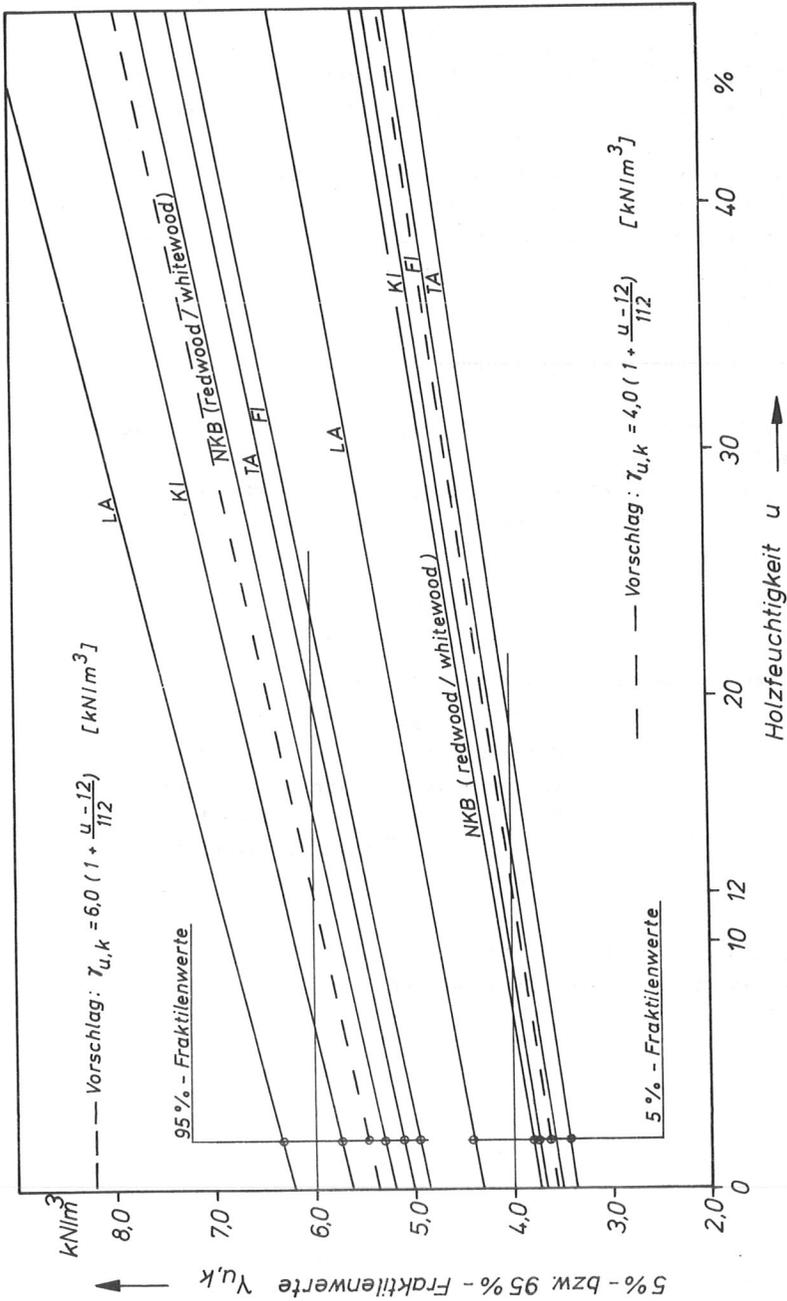


Bild 3/3: Obere und untere Fraktillenwerte des Berechnungsgewichtes von Nadelholz  
 in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit

mit Schwerpunkt Widerstandsseite gesteckten Rahmen dieser Arbeit sprengen. Außerdem darf das Ziel einer praktikablen Bemessung nicht aus den Augen verloren werden. Bereits eine Aufgliederung der ständigen Lasten in hygroskopische und in von der Feuchtigkeitsklasse unabhängige Anteile ist nicht vertretbar, so daß eine "Feinabstimmung" des von Feuchtigkeitsänderungen abhängigen Anteils nicht in Frage kommt.

### 3.2.2 Eigengewicht von Laubholz

Analog zu Abschnitt 3.2.1 sind zunächst die Daten für die Verteilungsparameter der Rohdichte in der Tabelle 3/2 zusammengestellt und die charakteristischen Werte der DIN 1055, T. 1 als 5- bzw. 95 %-Fraktilenwerte interpretiert, womit sich für das Eigengewicht der Laubhölzer Eiche und Buche ergibt:

Einwirkung ungünstig: charakteristischer Wert

$$g_k = 8 \cdot V_{soll} \hat{=} 95\text{-Fraktilenwert}$$

Einwirkung günstig: charakteristischer Wert

$$g_k = 6 \cdot V_{soll} \hat{=} 5\text{-Fraktilenwert}$$

Mittelwert:  $m_G = 7 \cdot V_{soll}$

Variationskoeffizient:  $V_G = 0,087$

Verteilungsart: normal

$V_{soll}$  = Sollwert des Volumens  $[m^3]$

Dimension von  $g_k$  bzw.  $m_G$ :  $[kN]$ .

Der Einfluß der Holzfeuchtigkeit auf die charakteristischen Werte kann Bild 3/4 entnommen werden.

Tabelle 3/2: Verteilungsparameter und die den charakteristischen Werten nach  
DIN 1055, T. 1 entsprechenden Fraktillen für das Eigengewicht von  
Laubholz

Quelle	Holzart	Mittelwert $\frac{V_{\text{soil}}}{m_G}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	Variationskoeffizient $V_G$ [%]	6 kN/m <sup>3</sup> entspricht einem Fraktillwert von [%]	8 kN/m <sup>3</sup> entspricht einem Fraktillwert von [%]
DIN 68364   3/4	EI	6,7	9,0	12,3	98,5
	BU	6,9	6,0	15,0	99,6
DIN 1055, T. 1   3/1	LH	7,0			
	EI, BU	7,5	10,0	2,3	74,9
Vorschlag	EI, BU	7,0	8,7	5,0	95,0

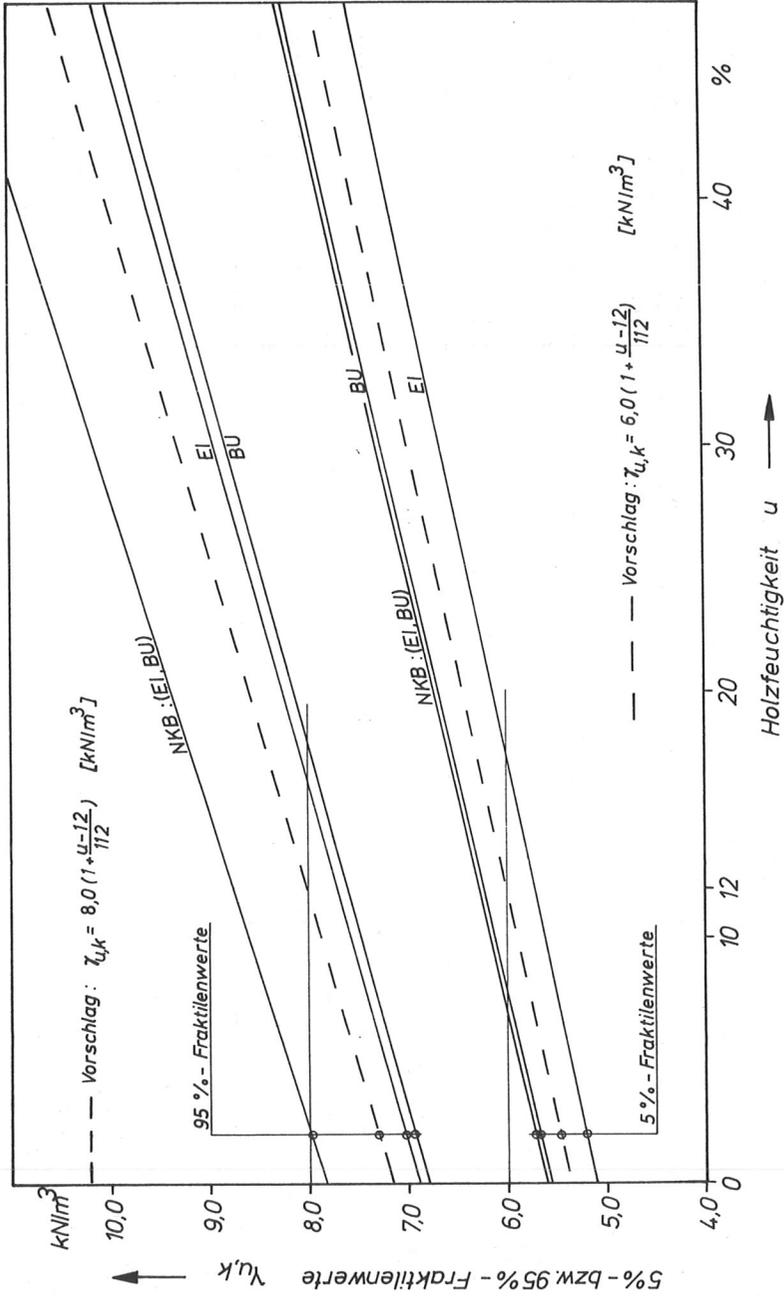


Bild 3/4: Obere und untere Fraktillenwerte des Berechnungsgewichtes von Eiche und Buche  
 in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit

### 3.2.3 Eigengewicht von Holzwerkstoffen

Die Angaben im Abschnitt 7.3 der DIN 1055, Teil 1 werden gemäß den Erläuterungen als untere und obere 5 %-Fraktilwerte interpretiert. Damit ergeben sich unter der Voraussetzung einer Normalverteilung die in Tabelle 3/3 zusammengestellten Verteilungsparameter. Zum Vergleich sind die Vorschläge des NKB |2/19| aufgeführt.

Tabelle 3/3: Zusammenstellung der Rechenwerte für das Eigengewicht von Holzwerkstoffen					
Holzwerkstoff	nach DIN	Mittelwert [kN/m <sup>3</sup> ]	Variat.- Koeff. V <sub>G</sub> [%]	char. Wert [kN/m <sup>3</sup> ]	
				Einwirk. günstig	Einwirkung ungünstig
Spanplatten	68761 68763	6,25	12,2	5,0	7,5
Furnierplatten	68705 Teil 3	6,25	17,0	4,5	8,0
Tischlerplatten	68705 Teil 4	5,50	11,1	4,5	6,5
HFH	68754 Teil 1	10,00	6,1	9,0	11,0
HFM	68754 Teil 1	7,25	10,5	6,0	8,5
Dämmplatten	68750	3,25	14,0	2,5	4,0

Fortsetzung der Tabelle 3/3:

Holzwerkstoff		Mittelwert [kN/m <sup>3</sup> ]	Variat.- Koeff. V <sub>G</sub> [%]	char. Wert [kN/m <sup>3</sup> ]	
				Einwirk. günstig	Einwirkung ungünstig
Spanplatte	nach NKB   2/19	7,00	10,0	5,8	8,2
Furnierplatte aus NH-Furnieren		6,00	10,0	5,0	7,0
Furnierplatte aus Birke-Furnieren		7,00	10,0	5,8	8,2
HFH		10,0	10,0	8,4	11,6
HFM		8,0	10,0	6,7	9,3
poröse HF		3,5	10,0	2,9	4,1

### 3.2.4 Eigengewicht von Dachdeckungen

Die in Abschnitt 7.11 der DIN 1055, Teil 1 angegebenen Rechenwerte [kN/m<sup>2</sup> Dfl.] sind gemäß den Erläuterungen zum Abschnitt 7.11 in der Regel obere Fraktilwerte G<sub>k</sub>.

Charakteristischer Wert g<sub>k</sub> = <Rechenwert> · A = 95 %-Fraktilenwert

$$\text{Mittelwert } m_G = \frac{G_k}{1 + 1,645 V_G}$$

Variationskoeffizient V<sub>G</sub> (Daten vom Hersteller, Zulassung etc.).

### 3.2.5 Eigengewicht von Fußbodenbelägen

Die in Abschnitt 7.9 der DIN 1055, Teil 1 angegebenen Rechenwerte  $[\text{kN/m}^2 \text{ je cm Dicke}]$  sind gemäß den Erläuterungen Mittelwerte

Charakteristischer Wert  $g_k = m_G = \langle \text{Rechenwert} \rangle \cdot d \cdot A$

Variationskoeffizient  $V_G \cong 0.$

### 3.2.6 Zusammenfassung von normalverteilten, ständigen Einwirkungen

Ausgehend von den Definitionen:

$$\begin{array}{ll} \text{Mittelwert} & m_{G_i} \\ \text{Variationskoeffizient} & V_{G_i} \\ \text{charakteristischer Wert} & g_{i,k} = m_{G_i} (1 + k V_{G_i}) \end{array} \quad (3.6)$$

$$\eta_i = \frac{g_{i,k}}{g_{1,k}} \quad (3.7)$$

=====

kann die resultierende Einwirkung  $G$

$$\text{mit dem Mittelwert} \quad m_G = \sum_{i=1}^n m_{G_i}$$

$$\text{und dem Var.-koeff.} \quad V_G = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (V_{G_i} m_{G_i})^2}}{\sum_{i=1}^n m_{G_i}} \quad (3.8)$$

nur noch in Abhängigkeit von den charakteristischen Werten  $g_{i,k}$  und den Variationskoeffizienten  $V_{G_i}$  angegeben werden:

$$m_G = \sum_{i=1}^n \left( \frac{g_{i,k}}{1+k V_{G_i}} \right) = g_{1,k} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\eta_i}{1+k V_{G_i}} \right) = g_{1,k} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{V_{G_i}} \xi_i \quad (3.9)$$

=====

$$\sum_{i=1}^n (V_{G_i} m_{G_i})^2 = g_{1,k}^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{\eta_i V_{G_i}}{1+k V_{G_i}} \right)^2 \quad (3.10)$$

$$V_G = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\eta_i \xi_i)^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{V_{G_i}} \xi_i} \quad (3.11) \quad \text{mit} \quad \xi_i = \frac{V_{G_i}}{1+k V_{G_i}} \quad (3.12)$$

=====

$$g_k = m_G (1+k V_G) = g_{1,k} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{V_{G_i}} \xi_i \left( 1+k \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\eta_i \xi_i)^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{V_{G_i}} \xi_i} \right) \quad (3.13)$$

$$\frac{g_k}{g_{1,k}} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{V_{G_i}} \xi_i + k \sqrt{\sum_{i=1}^n (\eta_i \xi_i)^2} \quad (3.14)$$

=====

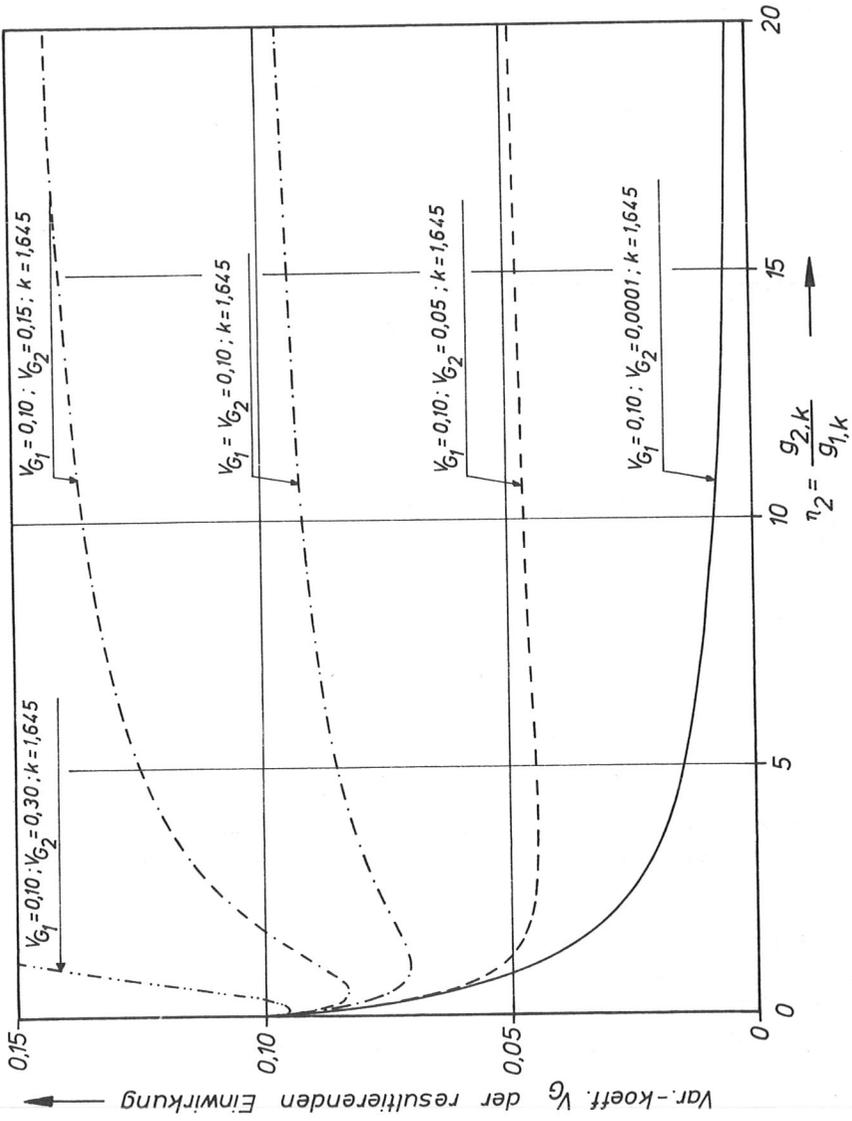


Bild 3/5: Var.-Koeff  $V_g$  in Abhängigkeit vom Verhältnis zweier charakteristischer Werte

Beispiel für  $n = 2$  (siehe dazu Bild 3/5)

$$\eta_1 = 1; \eta_2 = \frac{g_{2,k}}{g_{1,k}}; \xi_1 = \frac{V_{G1}}{1+k V_{G1}}; \xi_2 = \frac{V_{G2}}{1+k V_{G2}}$$

$$m_G = g_{1,k} \left( \frac{\xi_1}{V_{G1}} + \frac{\eta_2 \xi_2}{V_{G2}} \right); V_G = \frac{\sqrt{\xi_1^2 + \eta_2^2 \xi_2^2}}{\frac{\xi_1}{V_{G1}} + \frac{\eta_2 \xi_2}{V_{G2}}}$$

$$\frac{g_k}{g_{1,k}} = \frac{\xi_1}{V_{G1}} + \frac{\eta_2 \xi_2}{V_{G2}} + k \sqrt{\xi_1^2 + \eta_2^2 \xi_2^2}$$

### 3.3 Verkehrslast auf Wohnhausdecken

Die für Möblierung und Personenansammlung anzunehmenden Lasten sind in den "Basic Notes on Actions" |2/13| durch die folgenden Angaben festgelegt:

Mittelwert	$m_p = 1,0 \text{ kN/m}^2$
Standardabweichung	$\sigma_p = 0,4 \text{ kN/m}^2$
Var.-Koeffizient	$V_p = 0,40$
charakterist. Wert	$p_k = 1,75 \text{ kN/m}^2 \hat{=} 95 \text{ \% -Fraktile}$

Art der Verteilung: ExI (Gumbel) (siehe A.1.5)  
 Bezugszeitraum: 50 Jahre  
 Anzahl der Intervalle:  $r_p = 7$

Für den Fall eines zeitinvarianten Widerstandes ist die obige Zusammenfassung der quasi-ständigen Belastung aus Möblierung und der nur kurzzeitig wirkenden Lasten aus Personenansammlungen ohne Bedeutung. Um jedoch den Eigenschaften des Baustoffes Holz besser gerecht zu werden, wäre eine Aufspaltung von P sinnvoll und auch vorteilhaft. Nach [2/13] sind die Mittelwerte der Belastung in einem Wohnhaus aus Möblierung je nach Nutzungsart der Räume unterschiedlich. Diese aufwendige und hinsichtlich leicht möglicher Nutzungsänderungen unter Umständen gefährliche Aufteilung sollte nicht übernommen werden.

Um sich aber nicht zu weit von den bisherigen Verkehrslastannahmen zu entfernen, wird die anfangs angegebene Verkehrslastdefinition beibehalten.

#### 3.4 Schneelast auf Dächern

Ausgehend von [3/6] wurden die Schneelastannahmen in DIN 1055, Teil 5 neu gefaßt und entsprechen in ihren Grundzügen den Festlegungen des ICSS gemäß [2/13]. Inzwischen sind durch neuere Untersuchungen von Luy und Rackwitz [3/7] diese Festlegungen infrage gestellt worden. Die Nachweise der Tragfähigkeit im Abschnitt 5 werden dennoch auf der Grundlage von [3/1] bzw. [2/13] durchgeführt, da es sich zumindest bei [3/1] um die zur Zeit gültigen Lastannahmen handelt.

Bei der Verwendung der als extremwertverteilt angenommenen Schneelast auf Dächern als nur eine Zufallsvariable sollte jedoch nicht vergessen werden, daß damit die Zufallsvariablen

Schneerohdichte, Schneehöhenmaxima sowie die Beziehung zwischen Schneehöhe auf dem Dach zur Schneehöhe auf dem Gelände zu dieser einen Zufallsvariablen zusammengefaßt wurden, indem die Schneerohdichte und der Abminderungsfaktor  $\frac{\text{Schneehöhe Dach}}{\text{Schneehöhe Gelände}}$  als konstante Werte festgelegt wurden.

Als Belastungsdauer pro Jahr wird als durchschnittlicher Wert in Anlehnung an |2/11| und |2/12| ein Zeitraum von 2 Monaten angenommen.

### 3.4.1 Schneelastannahme nach |2/13|

a) Jährliche Extremwertverteilung der Schneelast  $S_{1a}$  am Boden (Grundintervall)

Art der Verteilung: Ex. I

Mittelwert:  $m_{S1a}$

Standardabweichung:  $\sigma_{S1a} = 0,5 m_{S1a}$

Variationskoeffizient:  $V_{S1a} = 0,5$

Streumaß:  $\frac{1}{\alpha} = \frac{m_{S1a} V_{S1a} \sqrt{6}}{\pi} = 0,3898 m_{S1a}$

häufigster Wert:  $u = m_{S1a} - \frac{0,577216}{\alpha} = 0,775 m_{S1a}$

charakteristischer Wert  $s_{1a,k} = s_{95\%} = -\frac{1}{\alpha}(\ln(-\ln(0,95)))$

+  $u = 1,933 m_{S1a}$

- b) Extremwertverteilung der Schneelast  $S_{50a}$  am Boden  
für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

Art der Verteilung: Ex I  
Mittelwert:  $m_{S50a} = m_{S1a} + 1,8 \sigma_{S1a} \overline{\log 50}$   
 $= 2,529 m_{S1a}$   
Standardabweichung:  $\sigma_{S50} = \sigma_{S1a} = 0,5 m_{S1a}$   
Variationskoeffizient:  $V_{S50a} = 0,198 \approx 0,20$   
Streumaß:  $\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{S50a} \sqrt{6}}{\pi} = 0,3898 m_{S1a}$

häufigster Wert:  $u = m_{S1a} - \frac{0,577216}{\alpha} + \frac{\ln 50}{\alpha}$   
 $= m_{S1a} + \frac{3,33481}{\alpha}$   
 $= m_{S1a} \left( 1 + \frac{3,33481 \sqrt{6}}{\pi} 0,5 \right)$   
 $= 2,300 m_{S1a}$

charakteristischer Wert:  $s_{50a,k} = -\frac{1}{\alpha} (\ln(-\ln(0,95))) + u$   
 $= 3,458 m_{S1a}$

- c) Gleichmäßig verteilte Schneelast auf Dächern:

$$S_{\text{Dach}} = 0,8 S_{\text{Boden}}$$

3.4.2 Schneelast nach |3/1|

a) Jährliche Extremwertverteilung der Schneelast  $S_{1a}$  auf Dächern

Art der Verteilung: Ex I (siehe A. 1.5)

Mittelwert:  $m_{S1a}$

Standardabweichung:  $\sigma_{S1a} = 0,45 m_{S1a}$

Variationskoeffizient:  $V_{S1a} = 0,45$

Streumaß:  $\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{S1a} \sqrt{6}}{\pi} = 0,3509 m_{S1a}$

häufigster Wert:  $u = m_{S1a} - \frac{0,577216}{\alpha} = 0,797 m_{S1a}$

charakteristischer Wert:  $s_{1a,k} = -\frac{1}{\alpha} (\ln(-\ln(0,95))) + u$   
 $= 1,839 m_{S1a}$

b) Extremwertverteilung der Schneelast  $S_{50a}$  auf Dächern für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

Art der Verteilung: Ex I (siehe A. 1.5)

Mittelwert:  $m_{S50a} = m_{S1a} + 1,8 \sigma_{S1a} \log 50$   
 $= 2,376 m_{S1a}$

Standardabweichung:  $\sigma_{S50a} = \sigma_{S1a}$

Variationskoeffizient:  $V_{S50a} = \frac{\sigma_{S50a}}{m_{S50a}} = \frac{0,45}{2,376} = 0,189$

Streumaß:  $\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_{S50a} \sqrt{6}}{\pi} = 0,3509 m_{S1a}$

$$\begin{aligned}
 \text{häufigster Wert: } u &= m_{S1a} - \frac{0,577216}{\alpha} + \frac{\ln 50}{\alpha} \\
 &= m_{S1a} + \frac{3,33481}{\alpha} \\
 &= m_{S1a} \left( 1 + \frac{3,33481 \sqrt{6}}{\pi} \cdot 0,45 \right) \\
 &= 2,170 m_{S1a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{charakteristischer Wert: } S_{50a,k} &= - \frac{1}{\alpha} (\ln(-\ln(0,95))) + u \\
 &= 3,212 m_{S1a}
 \end{aligned}$$

### 3.4.3 Vergleich der Schneelastannahmen

Tabelle 3/4: Verteilungsparameter der extremwertverteilten Schneelast auf Dächern			
Bezugs- zeitraum	Bezeichnung	Verteilungsparameter nach	
		DIN 1055 Teil 5  3/1	Basic Notes on Actions  2/13
1 Jahr	Mittelwert $m_{S1a}$ *) Var.Koeff. $V_{S1a}$ char. Wert $S_{1a,k}$ Rechenwert $S_o$	$m_{S1a}$ 0,45 $1,84 m_{S1a}$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>1,85 m_{S1a}</math></span>	$m_{S1a}$ 0,50 $1,933 m_{S1a}$
50 Jahre	Mittelwert $m_{S50a}$ Var.Koeff. $V_{S50a}$ char. Wert $S_{50a,k}$ Rechenwert $S_o$	$2,376 m_{S1a}$ 0,189 $3,212 m_{S1a}$	$2,53 m_{S1a}$ 0,198 $3,458 m_{S1a}$ $3,46 m_{S1a}$

\*)  $m_{S1a} = (\text{Mittelwert der Schneelast auf dem Boden}) \times 0,8$

Die charakteristischen Werte  $s_{i,k}$  sind in allen Fällen die 50 %-Fraktilenwerte.

in DIN 1055 festgelegter Rechenwert

$$\text{mit } m_{S1a} = \frac{S_0(\text{Tab. 2 der DIN 1055, T. 5})}{1,85}$$

### 3.5 Windlast

Der Winddruck  $W_p$  läßt sich aus

$$W_p = c_p \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad (3.15)$$

berechnen, mit

$c_p$  = Druckbeiwert

$\rho$  = Dichte der Luft  $\cong 1,25 \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$

$v$  = Windgeschwindigkeit.

Strenggenommen ist der aus Versuchen ermittelte Druckbeiwert und auch die Dichte der Luft als streuende Größe zu berücksichtigen. Dies ist aufgrund der im folgenden beschriebenen "Konstruktion" des Bemessungswindes nach [3/8] nicht sinnvoll, da man auch zur Zufallsvariablen Windgeschwindigkeit  $v$  erst nach einigen Vereinfachungen gelangt. Auf der Grundlage der Arbeit von König und Zilch [3/9] ist nach [3/8] für nicht schwingungsanfällige Bauten die statische Belastung infolge Wind mit der Nennböengeschwindigkeit zu berechnen. Dabei denkt man sich die momentane Windgeschwindigkeit als Summe aus einem sich nur langsam ändernden Mittelwert und einem turbulenten Anteil zusammengesetzt. Die Nennböengeschwindigkeit ist nach [3/9]

definiert als 2-Sekunden-Mittelwert, der in 10 m Höhe über offenem Gelände in 20 Jahren einmal überschritten wird. Ist  $F(v)$  die Verteilungsfunktion der jährlichen Extremwerte der Böengeschwindigkeit, so bedeutet dies mit

$$\text{Wiederkehrzeit } T(v) = \frac{1}{1-F(v)} \quad (3.16)$$

nach Gumbel [3/10], daß die Nennböengeschwindigkeit in [3/8] die 95 %-Fraktile darstellt, da

$$F(v) = 1 - \frac{1}{20} = 0,95. \quad (3.17)$$

Die jährlichen 2-Sekunden-Böenmaxima folgen nach [3/9] einer Gumbelverteilung (Ex I-Verteilung, siehe Anhang A.1.5) und haben für den "Normalfall" einen Modalwert

$$u = 28 \text{ m/s}$$

und ein bezogenes Streumaß

$$\frac{1}{\alpha \cdot u} = 0,1 \quad \text{und somit} \quad \alpha = 0,3571.$$

Mit den Parametern  $u$  und  $\alpha$  liegt die Verteilungsfunktion der jährlichen 2-Sekunden-Böenmaxima fest:

$$F(v) = e^{-e^{-0,3571(v-28,0)}} \quad (3.18)$$

Nach den Formeln im Anhang A.1.5 lassen sich die weiteren Verteilungsparameter bestimmen:

Mittelwert  $m_v = 29,6 \text{ m/s}$   
 Variationskoeffizient  $V_v = 0,121$   
 charakteristischer Wert = 95 %-Fraktile = 36,3 m/s.

Das Mittel aus  $v_{b,II}$  und  $v_{b,III}$  nach Tabelle 2 in [3/8] ergibt ebenfalls 36,3 m/s, bedeutet also den oben genannten Normalfall.

Die Festlegungen des ICSS in [2/16] beruhen ebenfalls auf dem hier dargelegten Prinzip.

Gemäß Gl. (3.15) geht die nun festgelegte Zufallsvariable Windgeschwindigkeit  $v$  quadratisch in den Winddruck und damit in das Moment aus Windbelastung ein und erhöht somit den Rechenaufwand bei der Bestimmung der Zuverlässigkeit erheblich. Ein weiterer Nachteil erwächst aus der Veränderung der Verteilungsart, wenn man von der Windgeschwindigkeit zur Einwirkungsgröße infolge Wind übergeht. Anzustreben ist auf jeden Fall ein Zustand, bei dem der Winddruck als Zufallsgröße mit bekannter Verteilung vorliegt. Von diesem Zustand wird im Abschnitt 5 ausgegangen und bei Annahme eines Gumbel-verteilten Windmomentes der Variationskoeffizient variiert, um dann nach Klärung dieser Frage, was z.B. bei der weiteren Bearbeitung von DIN 1055, Teil 4 geschehen könnte, mit dem dann passenden Verteilungsparameter des Windmomentes an den Bemessungswind ankopeln zu können.

### 3.6 Lastkombination

Die rechnerische Behandlung von Lastkombinationen wird nach dem in Abschnitt 2.2.4 angegebenen Verfahren vorgenommen, wobei gleichzeitig auch noch das Zeitfestigkeitsverhalten nach

Abschnitt 2.2.3 zu berücksichtigen ist. Im Kapitel 5 werden folgende Lastfälle untersucht werden:

- 1) Ständige Last
- 2) Ständige Last + Schneelast
- 3) Ständige Last + Verkehrslast
- 4) Ständige Last + Schneelast + Wind

#### 4. Die Widerstandsseite

##### 4.1 Allgemeines

Der Widerstandsseite werden alle Basisvariablen zugeordnet, bei deren Vergrößerung die Zuverlässigkeit ebenfalls zunimmt. Entlastende Einwirkungen haben zwar den Einfluß wie widerstehende Basisvariablen werden aber in diesem Abschnitt nicht weiter behandelt. Bei der im folgenden untersuchten Grenzzustandsgleichung der Tragfähigkeit gehören Festigkeiten und "Widerstandsmomente" auf die Seite des Widerstandes. Die von äußeren Lasten erzeugten Beanspruchungen sind der Einwirkungsseite zuzuordnen und sollen von Abmessungen und Steifigkeiten unbeeinflußt sein.

Der bisherigen Bemessungspraxis im Holzbau liegen bezüglich der Anforderungen an das Material die Gütebedingungen für Bau-schnitt- und Baurundholz (Nadelholz) nach DIN 4074 zugrunde. An die Eigenschaften des fehlerfreien Holzes werden in diesem Rahmen neben Bedingungen für die allgemeine Beschaffenheit nur hinsichtlich der Rohdichte und der Jahrringbreite in der Regel sehr leicht einzuhaltende Mindest- bzw. Höchstwerte gefordert - und das auch nur für Holz der Güteklasse I.

Für die Sortierung von Bauholz mit Querschnittshöhen über ca. 10 cm wird eine maschinelle Sortierung in nächster Zukunft nicht in Frage kommen [4/1] und auch für Querschnitte bis 7,6 cm Höhe ist der Einfluß von Holzfehlern allein durch die Korrelation zwischen Biegesteifigkeit  $E \cdot I$  und Biegefestigkeit  $B_B'$  nicht zu erfassen, solange nur die in [4/1] erwähnten Geräte zur Verfügung stehen.

Das Ziel, die Verteilungsparameter der zufällig streuenden Größe "Biegefestigkeit  $B_B'$  des Bauholzes" zu bestimmen, wird nach

dem Grundgedanken der Aufspaltung in die einzelnen festigkeitsbeeinflussenden Größen angestrebt. Als Grundwert wird die Biegefestigkeit  $B_B$  der kleinen, fehlerfreien und normalklimatisierten Probe benutzt, da hierüber für die verschiedenen Holzarten aus zahlreichen Untersuchungen (siehe [3/4]) Mittelwerte und Variationskoeffizienten vorliegen. Die Art der Verteilung kann durch eine Normalverteilung (siehe [4/2]) oder unter Berücksichtigung, daß Festigkeitswerte kleiner 0 nicht auftreten können, durch eine logarithmische Normalverteilung mathematisch beschrieben werden. Dieser Grundwert, der im 2. Abschnitt dieses Kapitels eingehender erläutert wird, muß mit verschiedenen Faktoren, die in den Abschnitten 4.3 bis 4.6 behandelt werden, abgemindert werden, um die Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes zu erhalten. Aus zahlreichen Untersuchungen liegen für diese Einflußfaktoren zwar Zahlenwerte vor, doch handelt es sich dabei um Versuche mit kleiner Probenzahl, die für eine sinnvolle statistische Auswertung nicht brauchbar sind. Die Zielsetzung dieser Versuche war nämlich, die für die Bemessung erforderliche Biegefestigkeit des Bauholzes als Materialkonstante durch einen einzigen Wert festzulegen. Um sich von dieser deterministischen Denkweise lösen zu können, wäre zunächst umfangreiche Grundlagenforschung hinsichtlich der Einflußfaktoren wie Ästigkeit, Schrägfaserigkeit usw. erforderlich, um diese Faktoren als Zufallsvariable beschreiben zu können. Dieser Aufwand kann bei einer ersten Anwendung eines probabilistischen Sicherheitskonzeptes umgangen werden, indem die vorliegenden Versuchsergebnisse zusammen mit den Kriterien der Güteklasseneinteilung nach DIN 4074, Teil 1 dazu benutzt werden, die festigkeitsbeeinflussenden Faktoren in Zufallsvariablen umzuwandeln. Wird die Güteklasseneinteilung nach [4/3] ordnungsgemäß durchgeführt, so liegen für Schrägfaserigkeit und Ästigkeit in den 3 Güteklassen Grenzwerte fest, die nicht überschritten werden. Daraus lassen sich wiederum Grenzen für die Abminderungsfaktoren bestimmen, die den Einfluß von Schrägfaserigkeit und Ästigkeit auf die Biegefestigkeit erfassen. Die obere Grenze dieser

Abminderungsfaktoren ist 1, d.h. gerade Fasern bzw. keine Äste. Glos gibt zwar in |4/4| auf Seite 134 für Gruppenäste und auf Seite 148 für die Faserabweichung die bei 820 Brettproben gefundenen relativen Häufigkeiten an, doch sollte die dort festgestellte Konzentration von Werten geringer Ästigkeit bzw. Schrägfaserigkeit nicht auf den Vollholzbalken übertragen werden, da die Ergebnisse an Brettlamellen ermittelt wurden, die dem keilgezinkten Brettstrang in Holzleimbaubetrieben entnommen wurden. Es wird deshalb für die Basisvariablen Schrägfaserigkeit und Ästigkeit eine Rechteckverteilung der Dichte zugrundegelegt, die besagt, daß das Auftreten aller möglichen Werte zwischen der oberen und unteren Grenze gleichwahrscheinlich ist. Den Basisvariablen, die den Einfluß der Holzfeuchtigkeit auf die Biegefestigkeit und den Einfluß des Unterschiedes zwischen Probengröße und Balkengröße ausdrücken, werden ebenfalls Rechteckverteilungen der Dichte unterlegt. Zum Vergleich soll bei der späteren Auswertung auch eine trapezförmige Dichteverteilung benutzt werden, um die in |4/4| angegebenen Häufigkeitsverteilungen annähernd zu untersuchen und den Einfluß der Verteilungsart aufzuzeigen. Die gesuchte Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes ergibt sich somit zu

$$B'_B = B_B \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot F_4 \quad (4.1)$$

mit  $B_B$  = Kurzzeitbiegefestigkeit der kleinen fehlerfreien Probe

$F_1$  = Einflußfaktor für Querschnittstransformation

$F_2$  = Einflußfaktor für Schrägfaserigkeit

$F_3$  = Einflußfaktor für Ästigkeit

$F_4$  = Einfluß für Holzfeuchtigkeit

#### 4.2 Kurzzeitbiegefestigkeit fehlerfreier Proben

Die Kurzzeitbiegefestigkeit der kleinen fehlerfreien Probe ist die beim Bruch der Probe auftretende größte rechnerische Biegespannung

$$\beta_B = \sigma_{\text{Bruch}} = \frac{M_{\text{Bruch}}}{W} \quad (4.2)$$

Diese Festlegung stellt bereits eine Idealisierung dar, da die Holzfasern nur im Zugbereich elastisches Verhalten bis nahe zum Bruch zeigen (Bild 4/1).

Die plastischen Verformungen am Biegedruckrand bei Annäherung des Biegemoments an den Wert  $M_{\text{Bruch}}$  treten konzentriert in einer oder mehreren Druckfalten auf. Die Druckspannungsverteilung im Querschnitt mit der Druckfalte gelangt zu größerer Völligkeit, die Spannungsnulllinie wandert in Richtung Zugrand und die Zugrandspannung nimmt zur Erhaltung des Gleichgewichts der inneren Kräfte zu. Ist die Zugfestigkeit der Randfasern erreicht, tritt der Bruch ein.

Die rechnerische Biegespannung unter Annahme elastischen Verhaltens auch der druckbeanspruchten Fasern bis zum Bruch gibt also den Spannungszustand beim Bruch nur vereinfacht wieder. Da aber bereits bei fehlerfreien Proben aufgrund der in Bild 4/2 zusammengestellten Einflüsse auch die wirklichkeitsnähere, nichtlineare Bruchspannungsverteilung in weiten Grenzen veränderlich ist, wird die lineare Bruchspannungsverteilung als notwendige Idealisierung des Bruchzustandes benutzt. Außerdem wird in Querschnitten mit Bauholzabmessungen wegen der Reduktion der Zugfestigkeit durch Holzfehler die Proportionalitätsgrenze auf der Druckseite praktisch nicht mehr überschritten.

Schließlich sind alle aus der Literatur verfügbaren Biegefestigkeiten nach Gl. (4.2) ermittelt worden. Im weiteren werden die in DIN 68 364 zusammengetragenen Verteilungsparameter für die Biegefestigkeit der kleinen, fehlerfreien, normalklimatisierten Probe verwendet (siehe Tabelle 4/1).

Tabelle 4/1: Verteilungsparameter der Zufallsvariablen $B_B$ (nach DIN 68 364)		
Holzart	Mittelwert $m_{B_B}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Variationskoeffizient $v_{B_B}$ [%]
Fichte (FI)	68,0	14,2
Tanne (TA)	68,0	12,7
Vorschlag für FI/TA	68,0	14,0
Kiefer (KI)	80,0	19,0
Lärche (LA)	93,0	17,1

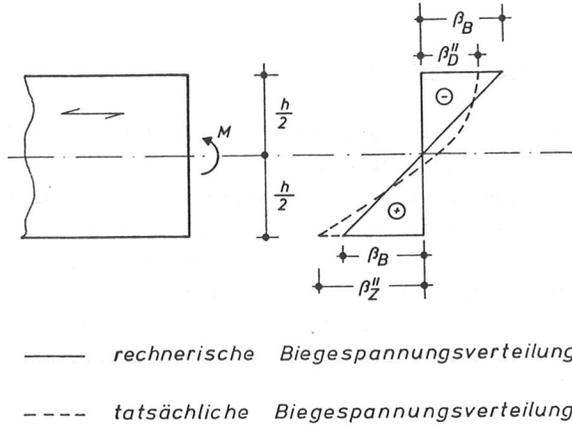


Bild 4/1: Biegespannungsverteilung beim Bruch einer fehlerfreien Probe

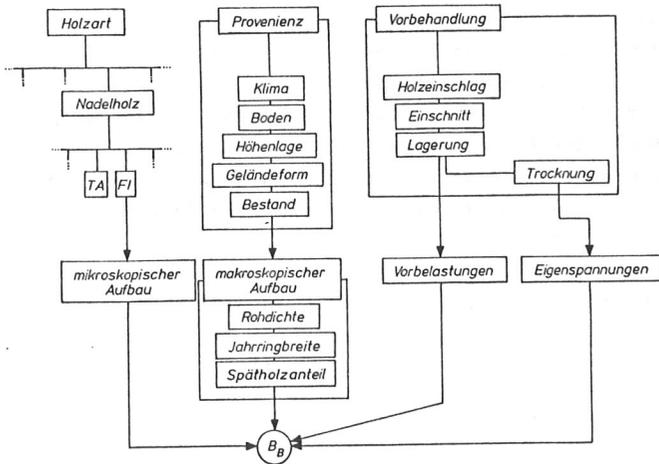


Bild 4/2: Einflußparameter für die Biegefestigkeit  $B_B$  kleiner, fehlerfreier, normalklimatisierter Holzproben im statischen Kurzzeitversuch

#### 4.3 Querschnittstransformation

Die im Abschnitt 4.2 angegebenen Biegefestigkeiten sind nur für kleine Proben gültig. Darunter ist z.B. nach DIN 52 186 |4/5| eine Probenhöhe von 20 mm zu verstehen. Die im Rahmen dieser Arbeit interessierenden Querschnittsabmessungen liegen jedoch zwischen 10 und 30 cm und somit muß die Zufallsvariable  $B_B$  modifiziert werden, da sich nach Untersuchungen einer Reihe von Forschern die Biegefestigkeit von Proben unterschiedlicher Abmessungen in erster Linie mit der Querschnittshöhe  $h$  ändert und durch

$$B_{B,h} = B_B \cdot F_1 \quad (4.3)$$

dargestellt werden kann, wobei  $F_1$  den Einfluß der Höhe  $h$  beinhaltet. Für einen Balken bestimmter Höhe und nichtstreuender Festigkeit  $B_B$  ist  $F_1$  zwar ein fester Wert, da aber in dem angestrebten Sicherheitskonzept alle Vollholzbiegebalken zu einer Grundgesamtheit zusammengefaßt werden, wird  $F_1$  zu einer streuenden Größe, da die Balkenhöhen in dieser Grundgesamtheit streuen. Als Verteilungsart für die Eigenschaft "Balkenhöhe" ist die Rechteckverteilung naheliegend, da zur Einhaltung des geforderten Mindestquerschnitts eine untere Grenze und aus natürlichen (Stammdurchmesser) und konstruktiven (mit zunehmenden Abmessungen starke Schwindrissigkeit) Gründen eine obere Grenze festliegt.

Nach Newlin und Trayer (zitiert in |3/3|S. 787 ) gilt

$$F_1 = 1 - 0,07 \left( \sqrt{\frac{h}{5}} - 1 \right) \quad (4.4)$$

mit  $h$  = Balkenhöhe in cm und nach Bohannan [4/6]

$$F_1 = \left(\frac{2}{h}\right)^{\frac{1}{9}} \quad (4.5)$$

mit  $h$  in inch.

In [4/7] gibt Ylinen zur Umrechnung der Biegefestigkeit in Abhängigkeit von der Probengröße die Beziehung

$$\beta_{b,h_2} = \beta_{b,h_1} \frac{(1+d_1h_2)(1+d_2h_1)}{(1+d_2h_2)(1+d_1h_1)} \quad (4.6)$$

mit  $h$  in cm an.

Für fehlerfreies Kiefernholz fand Ylinen für  $d_1 = 0,16$  und  $d_2 = 0,20$ , so daß bei einer Probenhöhe  $h_1 = 2$  cm nach [4/5] für den Einflußfaktor Querschnittstransformation gilt

$$F_1 = 1,0606 \frac{(1+0,16h)}{(1+0,20h)} \quad (4.7)$$

Ylinen erklärt in [4/7] die Abnahme der Festigkeit durch die zunehmende Inhomogenität (auch der fehlerfreien Probe) infolge der Schwankungen des Spätholzanteils und der Feuchtigkeit. Moe [4/8] versucht eine Erklärung des Querschnittseinflusses mit Hilfe des Versagensmechanismus bei der Biegung zu finden. Untersuchungen von Mistler [4/9] über die Querschnitts- bzw. Volumenabhängigkeit der Querschnitts- bzw. Volumeneigenschaften von Nadelholz weisen zwar interessante neue Wege, können aber ohne ebenfalls umfangreiche Versuche hinsichtlich der Biegefestigkeit nicht ohne weiteres begangen werden. Außerdem ist der Einfluß des Querschnitts gegenüber dem der Holzfehler nicht entscheidend, so daß von den

bisher bekannten und einfachen Abhängigkeiten zwischen Festigkeit und Querschnittshöhe ausgegangen werden kann. Ohne die Theorien von Gl. (4.4), (4.5) und (4.7) weiter zu verfolgen, werden entsprechend Bild 4/3 als Grenzwerte der streuenden Größe  $F_1$

$$f_{1a} \approx 0,82$$

$$f_{1b} \approx 0,97 \quad \text{festgelegt, womit bei rechteckiger}$$

Dichteverteilung und Runden der Werte die Verteilungsparameter der Zufallsvariablen  $F_1$  festliegen:

Art der Verteilung: Rechteckverteilung

Mittelwert:  $m_{F_1} = 0,900$

Variationskoeffizient:  $V_{F_1} = 0,050$

unterer Grenzwert:  $f_{1a} = 0,822$

oberer Grenzwert:  $f_{1b} = 0,978$

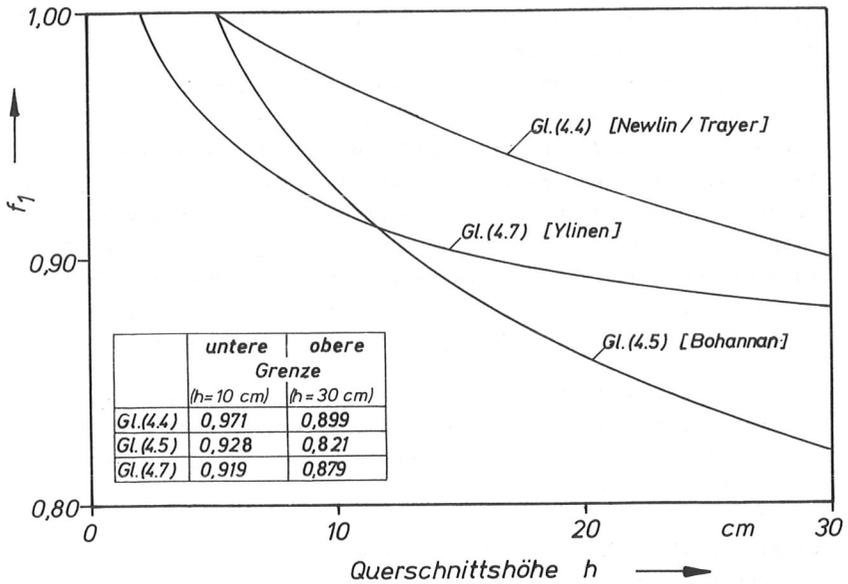


Bild 4/3: Einflußfaktor  $F_1$  "Querschnittstransformation" für fehlerfreies Holz in Abhängigkeit von der Querschnittshöhe  $h$

#### 4.4 Schrägfaserigkeit

Neben der Ästigkeit ist die Faserabweichung ein die Biegefestigkeit stark beeinflussender Holzfehler. Die Faserabweichung ist definiert als Winkel  $\alpha$  zwischen der Stabachse und der Faserrichtung. Die DIN 4074, Bl. 1 legt für die Güteklassensortierung des Bauschnittholzes zulässige Größtwerte dieses Winkels fest. Nach den von Kollmann in [3/3] gesammelten Versuchsergebnissen entsprechen diesen Winkeln mittlere Abnahmen der Biegefestigkeit, die in Tabelle 4/2 zusammengestellt sind. Da aus den Versuchswerten die Verteilungsfunktion der Einflußgröße Schrägfaserigkeit  $F_2$  nicht hervorgeht, wird sie aufgrund folgender Aspekte nach Art und Begrenzung festgelegt:

- a) Wäre die Biegefestigkeit von fehlerfreien, geradfaserigen Proben eine nicht streuende Größe, so ergäbe sich die Biegefestigkeit bei einer konstanten Faserabweichung ebenfalls als feste Größe.
- b) Die in Wirklichkeit immer vorhandene Streuung der Biegefestigkeit der fehlerfreien, geradfaserigen Probe wird bereits durch die Zufallsvariable  $B_B$  berücksichtigt. Aufgrund dieser Überlegung gibt also gerade die mittlere Abnahme der Biegefestigkeit bei einem bestimmten Winkel  $\alpha$  den Einfluß der Schrägfaserigkeit wieder.
- c) Die Einflußgröße Schrägfaserigkeit für eine bestimmte Güteklasse wird zu einer zufällig streuenden Größe, da alle Winkel  $\alpha$  zwischen 0 und zul  $\alpha_{\max}$  auftreten können.
- d) Im Gegensatz zu der von Glos in [4/4] dargestellten Häufigkeitsverteilung wird das Auftreten von Winkeln zwischen 0 und zul  $\alpha_{\max}$  mit der bereits erwähnten Begründung als gleichwahrscheinlich angenommen.

Tabelle 4/2: Untere Grenzwerte der Basisvariablen  $F_2$   
(Einfluß der Faserabweichung)

Güte- klasse	$\alpha_{\max}$ nach DIN 4074, B1.1	nach  3/3  <sup>1)</sup>	nach  3/3  <sup>2)</sup>	nach  3/3  <sup>3)</sup>	Vorschlag
I	4,0 <sup>0</sup> (1:14,3)	0,90	0,91	0,91	0,90
II	6,9 <sup>0</sup> (1: 8,3)	0,76	0,77	0,77	0,75
III	11,3 <sup>0</sup> (1: 5,0)	0,55	0,56	0,60	0,55

1) 
$$f_2 = \frac{3,0}{3,0 \cos^2 \alpha_{\max} + 68,0 \sin^2 \alpha_{\max}}$$
 nach Gl. (240) in |3/3|

2)  $f_2$  für Sitkafichte ( $u = 7 \%$ ) nach Tafel 164 in |3/3|

3)  $f_2$  für Fichte ( $u = 18 \%$ ) nach Bild 727 in |3/3|

Somit ergeben sich für die Basisvariable  $F_2$  die in Tabelle 4/3 zusammengestellten Verteilungsparameter.

Tabelle 4/3: Verteilungsparameter der Basisvariablen  $F_2$   
(Einfluß der Faserabweichung)

Güte- klasse	Mittelwert $m_{F_2}$	Variations- koeffizient $v_{F_2}$	Unterer Grenzwert $f_{2a}$	Oberer Grenzwert $f_{2b}$
I	0,950	0,030	0,900	1,000
II	0,875	0,082	0,750	1,000
III	0,775	0,168	0,550	1,000

#### 4.5 Ästigkeit

Äste in der Zugzone eines Biegebalkens haben Querschnittsschwächung, Abweichung des Faserverlaufes und Kerbwirkung zur Folge. Dadurch wird die Biegefestigkeit des ästigen Balkens gegenüber der des astfreien Balkens vermindert.

Zwischen dem Maß dieser Abminderung und der Größe der Querschnittsschwächung durch den Ast besteht eine gute Korrelation (Kollmann |3/3|, Gaber |4/10| und |4/11|). Da Astansammlungen in der Regel einen geringeren Festigkeitsabfall als Einzeläste bei Biegung bewirken (siehe Tabelle 4/4), kann man die Ästigkeit allein durch den Einfluß von Einzelästen auf die Biegefestigkeit durch das Verhältnis  $I_{\text{netto}}/I_{\text{voll}}$  erfassen. Zusätzliche Abminderungen durch die örtliche Faserabweichung infolge des Astes und durch Kerbwirkungen werden näherungsweise dadurch berücksichtigt, daß man die Basisvariable "Einfluß der Ästigkeit" durch die Beziehung

$$F_3 = \frac{I_{\text{netto}}}{I_{\text{voll}}} \frac{h}{2e_u} \quad (4.8)$$

definiert, mit  $h$  = Querschnittshöhe  
 $e_u$  = Abstand des Zugrandes von der Schwerachse des geschwächten Querschnitts.

Der Einfluß von Ästen in der Druckzone auf die Biegefestigkeit kann als vernachlässigbar gering angesehen werden. Die Ergebnisse dieser theoretischen Festlegung werden anschließend anhand von Versuchswerten und den Angaben in der ASTM-Standard D245-74 [4/12] überprüft.

Tabelle 4/4: Vergleich der Einflüsse von Einzelästen und Astansammlungen, Quelle: [3/3], S. 796

Güteklasse	$\frac{d_1}{b}$ bzw. $\frac{d_2}{h}$	$\frac{\Sigma d_i}{b}$ bzw. $\frac{\Sigma d_i}{h}$	$\frac{\beta_B(\text{Probe mit Einzellast})}{\beta_B(\text{Probe mit Astansammlung})}$ bei Querschnitt			
			5/10cm	5/15cm	5/10cm	5/15cm
I	$\leq \frac{1}{5}$	$\leq \frac{2}{5}$	0,94	0,81	1,14	0,97
II	$\leq \frac{1}{3}$	$\leq \frac{2}{3}$	0,85	0,78	1,06	0,62
III	$\leq \frac{1}{2}$	$\leq \frac{3}{4}$	0,60		0,46	

Die von der Stammitte nach außen wachsenden, kegelförmigen Äste erscheinen in einem Hirnschnitt als Dreiecke, deren Fläche im Zugbereich den auf Biegung beanspruchten Querschnitt schwächt (siehe Bild 4/4).

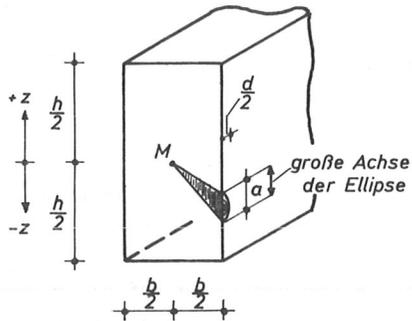


Bild 4/4: Schematische Darstellung eines Astes im  
Hirnschnitt eines Ganzholzes

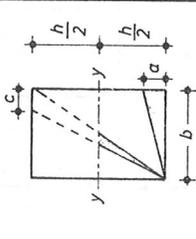
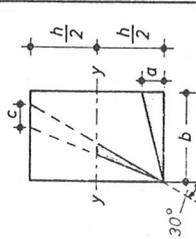
In Bild 4/5 sind die in ungünstigen Fällen möglichen Astlagen dargestellt, die sich für die quirlständigen Äste bei Fichte und Tanne ergeben, wenn ein Quirl aus maximal 6 Ästen besteht. Dabei sind je nach Einschnitt des Stammes die Fälle Ganz-, Halb- und Viertelholz zu unterscheiden. Stammaufteilungen dicker Stämme, bei denen mehr als 4 Balken herausgeschnitten werden, sind bezüglich der Astlagen günstiger, da die Querschnitte ohne Markröhre weitgehend aus den äußeren astreinen Bereichen der unteren Stammteile gewonnen werden (König |4/13| S. 106).

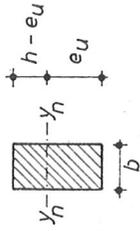
		GANZHOLZ	
	Astlage	$\bar{F}_{\alpha_i} = \frac{I_{\text{netto}}}{I_{\text{voll}}}$	$F_3 = \bar{F}_{\alpha_i} \cdot \frac{h}{2 \cdot e_u}$
$\alpha_1$ $\psi \geq \sqrt{3}$		$\bar{F}_{\alpha_1} = 1 - \left[ \frac{3}{8} C + \frac{1}{8} \left( \frac{1}{2} - A \right)^3 \right]$	$F_3 = \bar{F}_{\alpha_1} \cdot \frac{12 - 6A - 3C}{12 - C - 2A - 4A^2}$
$\alpha_2$ $\psi < \sqrt{3}$		$\bar{F}_{\alpha_2} = 1 - \left[ \frac{3}{8} C + \frac{\psi^3}{24\sqrt{3}} - \left( \frac{\psi}{2\sqrt{3}} - A \right)^3 \right]$	$F_3 = \bar{F}_{\alpha_2} \cdot \frac{12 - 6A - 3C}{12 - C - 6A - 4 \left( A^2 - \frac{A\psi}{\sqrt{3}} \right)}$
$\alpha_3$ $\psi \leq 0,414$		$\bar{F}_{\alpha_3} = 1 - \left[ 1,759\psi^3 - (1,207\psi - A)^3 \right]$	$F_3 = \bar{F}_{\alpha_3} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2} A}{1 + 0,805A\psi - \frac{1}{2} A - \frac{1}{3} A^2}$ oder $F_3 = \bar{F}_{\alpha_3} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2} A}{1 - 1,207\psi \left( \frac{1}{2} - 0,402\psi \right) + (1,207\psi - A) \left[ \frac{1}{2} - (0,402\psi - \frac{1}{3} A) \right]}$

<p>(β<sub>1</sub>)  <math>\psi \geq \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>		$F_{\beta_1} = 1 - \frac{1}{24} [9C + 3 - 2(\frac{1}{2} - A)^3]$	$F_3 = F_{\beta_1} \cdot \frac{12 - 3C - 6A}{12 - C - 2A - 4A^2}$
<p>(β<sub>2</sub>)  <math>\psi &lt; \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>		$F_{\beta_2} = 1 - [\frac{3}{8}C + (\frac{\psi}{\sqrt{3}})^3 - (\frac{\psi}{\sqrt{3}} - A)^3]$	$F_3 = F_{\beta_2} \cdot \frac{12 - 6A - 3C}{12 - 6A - C - 4(A^2 - \frac{2A\psi}{\sqrt{3}})}$
<p>(β<sub>3</sub>)  <math>\psi</math> beliebig</p>		$F_{\beta_3} = 1 - [\frac{1}{8} - (\frac{1}{2} - A)^3]$	$F_3 = F_{\beta_3} \cdot \frac{6 - 3A}{5 + (1 - 2A)(1 + A)}$

HALBHOLZ

	Astlage	$F_{T_1} = \frac{I_{netto}}{I_{voll}}$	$F_3 = F_{T_1} \cdot \frac{h}{2 \cdot e_u}$
$(T_1)$ $\psi \geq \sqrt{3}$		$F_{T_1} = 1 - \frac{1}{16} [7C + 1 - 8 \frac{(1-2A)}{1-A}] (\frac{1}{2} - A)^3 J$	$F_3 = F_{T_1} \cdot \frac{1,5 [7 - 3C + \frac{(1-2A)^2}{(1-A)}] J}{11 - 2C + \frac{1}{(1-A)} (1 - 3A + 4A^3)}$
$(T_2)$ $\frac{\sqrt{3}}{2} < \psi < \sqrt{3}$		$F_{T_2} = 1 - \left[ \frac{21}{48} C + \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2\psi} \right) \left( \frac{\psi}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} \right)^3 \right] \cdot \left( 1 - \frac{1}{2\psi - 2A} \right) \left( \frac{\psi}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2} - A \right)^3 J$	$F_3 = F_{T_2} \cdot \frac{18 - \frac{9}{2} C - \frac{6\psi}{\sqrt{3}} - \frac{3\sqrt{3}}{2\psi} + \frac{21 - 2C - 12\psi + 4\psi^2 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{6\psi}{\sqrt{3}} - 3 - 3 - 6A}{\sqrt{3}} \left( 1 - \frac{2\psi}{\sqrt{3}} - 2A \right)}{\left( \frac{10\psi - 4\psi^2}{\sqrt{3}} - 4 + \frac{8A\psi - 10A - 4A^2}{\sqrt{3}} \right) \left( 1 - \frac{1}{2\psi - 2A} \right) \frac{1}{\sqrt{3}}}$
$(T_3)$ $\psi$ beliebig		$F_{T_3} = 1 - \frac{7}{16} C$	$F_3 = F_{T_3} \cdot \frac{1 - \frac{3}{8} C}{1 - \frac{1}{6} C}$

VIERTELHOLZ				
$\psi < \frac{1}{\sqrt{3}}$ 	$F_{T4} = 1 - \frac{1}{16} [16A^3 - 32A^2 + 24A + C]$	$F_3 = F_{T4} \cdot \frac{24 - 12A - 3C}{24 - 8A^2 - 2C}$		
$\psi > \frac{1}{\sqrt{3}}$ 	$F_{T5} = 1 - \left[ \frac{1}{3} A^3 + 6A \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} A \right)^2 + \frac{1}{16} C \right]$	$F_3 = F_{T5} \cdot \frac{24 - 12A - 3C}{24 - 8A^2 - 2C}$		



Abkürzungen:  $A = \frac{c}{h}$   
 $C = \frac{c}{b}$   
 $\psi = \frac{b}{h}$

Bild 4/5: Untersuchte Astlagen und Zufallsvariable  $F_3$   
 "Einfluß der Ästigkeit"



Da in die Berechnung von  $F_3$  die Hauptachsen  $a$  bzw.  $c$  der Ellipsen eingehen, nach |4/3| aber Beschränkungen für den kleinsten Durchmesser  $d$  angegeben sind, ist der Zusammenhang zwischen  $a$  (bzw.  $c$ ) und  $d$  in allgemeiner Form herzustellen. Mit den Bezeichnungen nach Bild 4/6 ergibt sich:

$$\text{Gerade } g_1 : z = \text{tg}\gamma \cdot y \quad (4.8)$$

$$\text{Gerade } g_2 : z = \text{tg}(\gamma+2\alpha) \cdot y \quad (4.9)$$

$$\text{Gerade } g_m : z = \text{tg}(\gamma+\alpha) \cdot y \quad (4.10)$$

$$\text{Gerade } g_n : z = -\frac{1}{\text{tg}(\gamma+\alpha)} \cdot y + n_z \quad (4.11)$$

$$\text{Punkt } P_1 (y_1 = y_1 ; z_1 = y_1 \cdot \text{tg}\gamma)$$

$$\text{Punkt } P_2 (y_2 = y_1 ; z_2 = y_1 \text{tg}(\gamma+2\alpha))$$

$$\text{Punkt } S (y_S = y_1 ; z_S = y_1 \text{tg}\gamma + \frac{a}{2})$$

Punkt  $S$  in  $g_n$  eingesetzt ergibt:

$$n_z = y_1 \text{tg}\gamma + \frac{a}{2} + \frac{1}{\text{tg}(\gamma+\alpha)} \cdot y_1 \quad (4.12)$$

Der Schnittpunkt  $Q_1$  der Geraden  $g_1$  und  $g_n$  hat die Koordinaten

$$z_{Q_1} = \frac{n_z}{1 + \frac{1}{\text{tg}\gamma \text{tg}(\gamma+\alpha)}} \quad (4.13)$$

$$y_{Q_1} = \frac{n_z}{\text{tg}\gamma + \frac{1}{\text{tg}(\gamma+\alpha)}} \quad (4.14)$$

Der Schnittpunkt  $Q_2$  der Geraden  $g_2$  und  $g_n$  hat die Koordinaten

$$z_{Q_2} = \frac{n_z}{1 + \frac{1}{\text{tg}(\gamma+2\alpha) \text{tg}(\gamma+\alpha)}} \quad (4.15)$$

$$y_{Q_2} = \frac{n_z}{\operatorname{tg}(\gamma+2\alpha) + \frac{1}{\operatorname{tg}(\gamma+\alpha)}} \quad (4.16)$$

Außerdem gilt

$$d' = \sqrt{(z_{Q_2} - z_{Q_1})^2 + (y_{Q_2} - y_{Q_1})^2} \quad (4.17)$$

$$\frac{d}{2} = \sqrt{\left(\frac{d'}{2}\right)^2 - \left(\frac{d'}{2}x\right)^2} = \sqrt{d'x - x^2} \quad (4.18)$$

mit

$$x = \sqrt{(z_{Q_2} - z_S)^2 + (y_{Q_2} - y_S)^2} \quad (4.19)$$

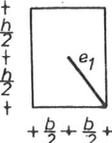
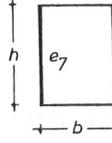
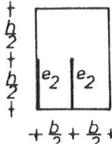
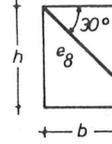
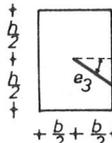
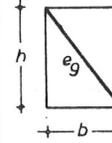
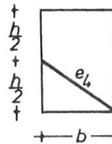
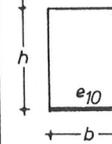
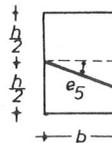
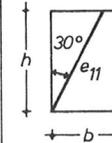
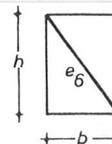
Damit ergibt sich die Beziehung

$$\frac{d^2}{4} = \sqrt{[(z_{Q_2} - z_{Q_1})^2 + (y_{Q_2} - y_{Q_1})^2] [(z_{Q_2} - z_S)^2 + (y_{Q_2} - y_S)^2]} \\ - (z_{Q_2} - z_S)^2 - (y_{Q_2} - y_S)^2 \quad (4.20)$$

Für die Fälle nach Bild 4/5 kann die Zuordnung der Ellipsendurchmesser  $a$  bzw.  $c$  zum Astdurchmesser  $d$  der Tabelle 4/5 entnommen werden.

Tabelle 4/5: Zuordnung der Ellipsendurchmesser a und c zum Astdurchmesser d			
	Fall	auf der Seite mit der Breite b	auf der Seite mit der Höhe h
Ganzholz	$\alpha_1$ $\alpha_2$	$d = c$	$d = f(a)$ nach Gl. (4.20)
	$\alpha_3$	-	
Halbholz	$\beta_1$ $\beta_2$	$d \cong c$	
	$\beta_3$	-	
Viertelholz	$\gamma_1$ $\gamma_2$	$d \cong c$	
	$\gamma_3$	$d = f(c)$ nach Gl. (4.20)	
	$\gamma_4$ $\gamma_5$	( $d_z$ u y vertauscht)	$d \cong a$

Um die unteren Grenzwerte von  $F_3$  zu berechnen, dürfen nun nicht ohne Einschränkung die Maximalwerte für das Verhältnis  $D_h = \frac{d}{h}$  und  $D_b = \frac{d}{b}$  gemäß DIN 4074, T. 1 herangezogen werden, da aufgrund der Wuchseigenschaften der Astdurchmesser im Verhältnis zu den Querschnittsabmessungen nicht beliebig große Werte annehmen kann (siehe Tabelle 4/6). Kollmann [3/3] gibt an, daß das Dickenwachstum der Äste viel geringer ist als das Dickenwachstum des Stammes. Zahlenwerte für das Verhältnis  $VJ = \text{Jahringbreite im Stamm} / \text{Jahringbreite im Ast}$  sind in der Literatur nicht gefunden worden.

Tabelle 4/6: Maximale $D_h$ - und $D_b$ -Werte aufgrund der Wuchseigenschaften							
Astlage	$VJ = \frac{j_{\text{Stamm}}}{j_{\text{Ast}}} = \frac{2e_i}{d}$	$\max D_h = \frac{d}{h}$	$\max D_b = \frac{d}{b}$	Astlage	$VJ = \frac{j_{\text{Stamm}}}{j_{\text{Ast}}} = \frac{2e_i}{d}$	$\max D_h = \frac{d}{h}$	$\max D_b = \frac{d}{b}$
$\alpha_1$		$\frac{1}{VJ} \sqrt{V^2 + 1}$	—	$\gamma_1$ $\gamma_2$		—	$\frac{2}{VJ\psi}$
$\alpha_1$ $\alpha_2$ $\beta_1$ $\beta_2$		—	$\frac{1}{VJ\psi}$	$\gamma_2$		$\frac{4 \cdot \psi}{VJ\sqrt{3}}$	—
$\alpha_2$ $\alpha_3$		$\frac{2 \cdot \psi}{VJ\sqrt{3}}$	—	$\gamma_3$ $\gamma_4$		—	$\frac{2}{VJ} \sqrt{1 + \frac{1}{\psi^2}}$
$\beta_1$ $\beta_3$		$\frac{1}{VJ} \sqrt{1 + 4\psi^2}$	—	$\gamma_4$ $\gamma_5$		$\frac{2\psi}{VJ}$	—
$\beta_2$		$\frac{4 \cdot \psi}{VJ\sqrt{3}}$	—	$\gamma_5$		—	$\frac{4}{VJ\psi\sqrt{3}}$
$\gamma_1$		$\frac{2}{VJ} \sqrt{1 + \psi^2}$	—	$\psi = b/h$ $j_{\text{Stamm}} = \text{Jahringbreite im Stamm}$ $j_{\text{Ast}} = \text{Jahringbreite im Ast}$			

Mit dem Ziel, die unteren Grenzwerte  $\min f_3$  des Einflußfaktors Ästigkeit für die 3 Güteklassen zu finden, wurde für die 11 verschiedenen Astlagen

$$\frac{I_{\text{netto}}}{I_{\text{voll}}} = \frac{h}{2 \cdot e_u}$$

berechnet und zwar unter Berücksichtigung der Parameter

$$VJ = \frac{J_{\text{Stamm}}}{J_{\text{Ast}}} = \frac{\text{Jahrringbreite im Stamm}}{\text{Jahrringbreite im Ast}},$$

$$\psi = \frac{b}{h} = \frac{\text{Querschnittsbreite}}{\text{Querschnittshöhe}}$$

und einer maximalen Astanzahl pro Quirl von 6.

Die Bilder 4/7 bis 4/9 zeigen die Ergebnisse, wobei der Wert  $\min f_3$  aus dem Bereich  $0,2 \leq \psi \leq 2$  stammt. Der Verlauf von  $\min f_3$  zeigt für alle Astlagen die zwangsläufige Zunahme von  $\min f_3$  mit größer werdendem VJ. Weiterhin ist ersichtlich, daß bei allen Güteklassen aus den Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$  die kleinsten Werte überhaupt resultieren, wobei die Kombinationen  $\gamma_5$  und Gkl. I sowie  $\gamma_5$  und Gkl. II von VJ weitgehend unabhängig sind und somit das tatsächliche Verhältnis VJ nicht weiter von Bedeutung ist.

Die Frage, ob ein Auftreten der Astlagen  $\gamma_4$  oder  $\gamma_5$  eine zu berücksichtigende Wahrscheinlichkeit besitzt, ist nicht eindeutig zu beantworten, da statistisches Datenmaterial nicht vorliegt. Jedoch darf dabei nicht übersehen werden, daß es bei ordnungsgemäßem Einbau von Holzbalken eigentlich zu den Regeln der Baukunst zählt, den zur Schmalseite parallel verlaufenden

Ast der Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$  stets auf der Druck- und nicht auf der Zugseite des Balkens anzuordnen. Deshalb werden in Tabelle 4/7 zum Vergleich auch die Kleinstwerte unter Vernachlässigung der Werte  $\gamma_4, \gamma_5$  aufgenommen.

Wird die Feststellung von Kollmann, das Dickenwachstum der Äste sei viel geringer als das des Stammes, wieder "vorsichtig" dahingehend interpretiert, daß VJ nicht größer als 6 angenommen wird, so zeigt die Darstellung der  $\min f_3$ -Werte, daß sich mit Ausnahme von  $\psi = 0,2$  bei Gkl. I die stärksten Abminderungen immer beim Viertelholz ergeben (siehe Bilder 4/10 bis 4/12). Der zum Teil unregelmäßige Verlauf der Kurven erklärt sich aus den einschränkenden Randbedingungen für  $\frac{d}{h}$  bzw.  $\frac{d}{b}$ , die in Tabelle 4/6 angegeben sind.

Auf den unteren Grenzwerten der Tabelle 4/7 aufbauend können somit auch für den Einflußfaktor "Ästigkeit" unter Zugrundelegung von Rechteck- oder Trapezverteilung der Dichte von  $F_3$  die Verteilungsparameter nach den Formeln des Anhangs berechnet werden. Die Ergebnisse sind der Tabelle 4/8 zu entnehmen und spiegeln die nach DIN 4074, T. 1 möglichen Streuungen des auf die Querschnittsabmessungen bezogenen Astdurchmessers und die bei Balken und Kanthölzern üblichen Querschnittsverhältnisse  $\psi = \frac{b}{h}$  wieder.

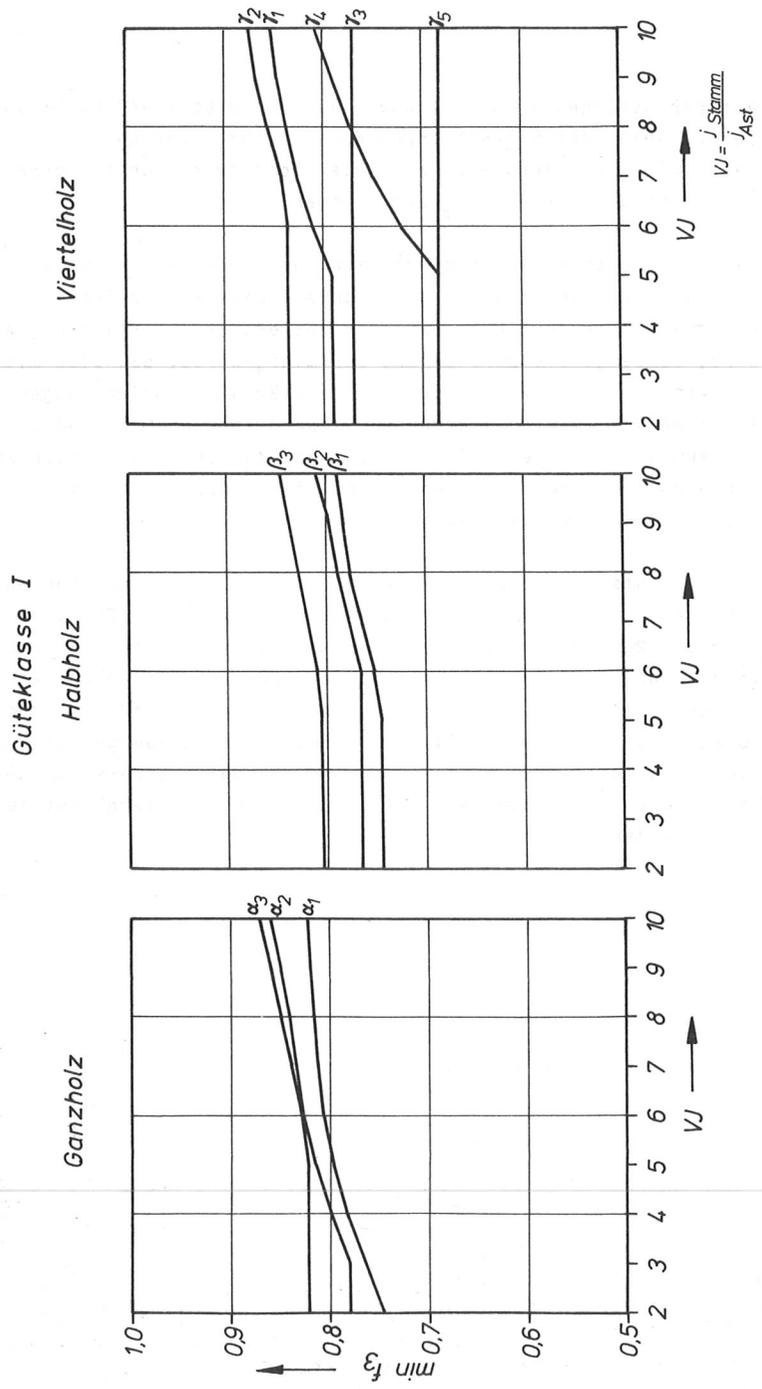


Bild 4/7: Untere Grenzwerte  $\min f_3$  für Gkl. I in Abhängigkeit von  $VJ$

$$VJ = \frac{j \text{ Stamm}}{J_{\text{Ast}}}$$

Güteklasse II

Viertelholz

Halbholz

Ganzholz

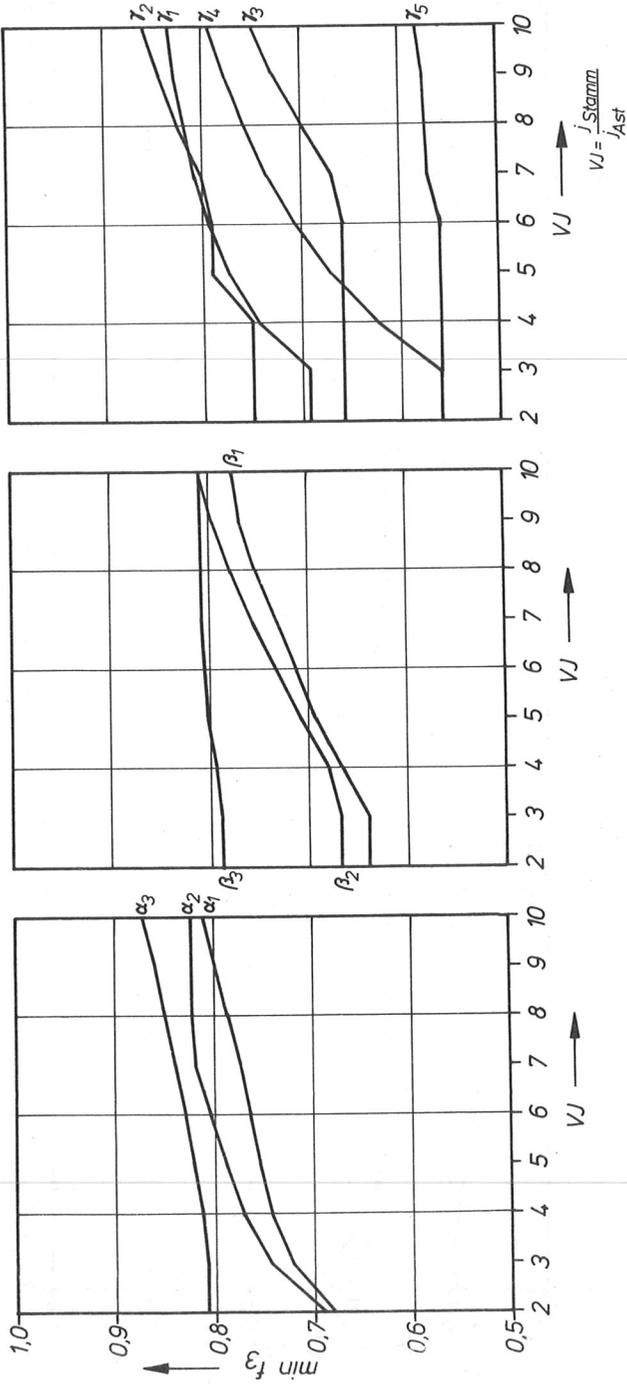
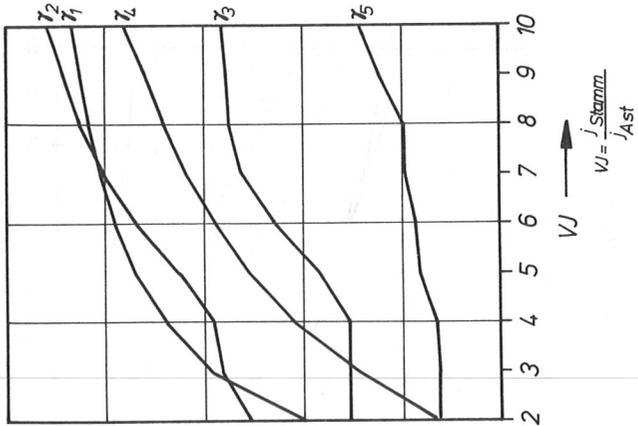


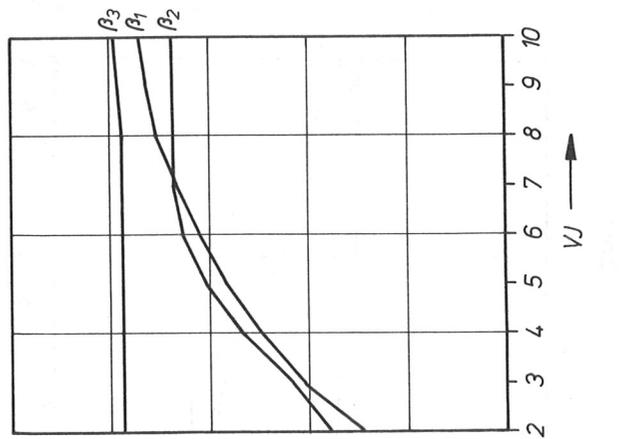
Bild 4/8: Untere Grenzwerte  $\min f_3$  für Gkl. II in Abhängigkeit von  $VJ$

Güteklasse III

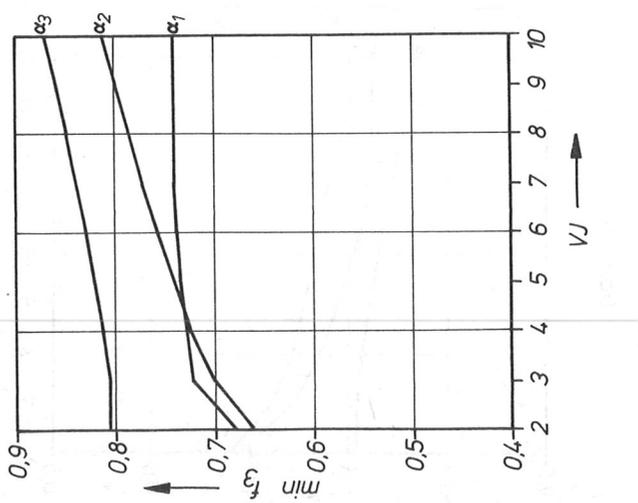
Viertelholz



Halbholz



Ganzholz



$$VJ = \frac{j_{\text{Stamm}}}{j_{\text{Ast}}}$$

Bild 4/9: Untere Grenzwerte  $\min f_3$  für Gkl. III in Abhängigkeit von  $VJ$

Tabelle 4/7: Untere Grenzwerte $\min f_3$ für $VJ = 6$ und $0,2 \leq \psi \leq 2,0$							
Güte- klasse	aus $\alpha_1$ bis $\alpha_3$	aus $\beta_1$ bis $\beta_3$	aus $\gamma_1$ bis $\gamma_5$	aus $\alpha_1$ bis $\alpha_3$	aus $\beta_1$ bis $\beta_3$	aus $\gamma_1$ bis $\gamma_3$	
	Ganzholz	Halbholz	Viertelholz	Ganzholz	Halbholz	Viertelholz	
I	0,805	0,752	0,683	0,805	0,752	0,804	
II	0,763	0,711	0,560	0,763	0,711	0,658	
III	0,737	0,709	0,487	0,737	0,709	0,630	
	$\min f_3$ aus allen Astlagen			$\min f_3$ aus allen Astlagen außer $\gamma_4$ und $\gamma_5$			
I	0,68			0,75			
II	0,56			0,66			
III	0,49			0,63			

Güteklasse I

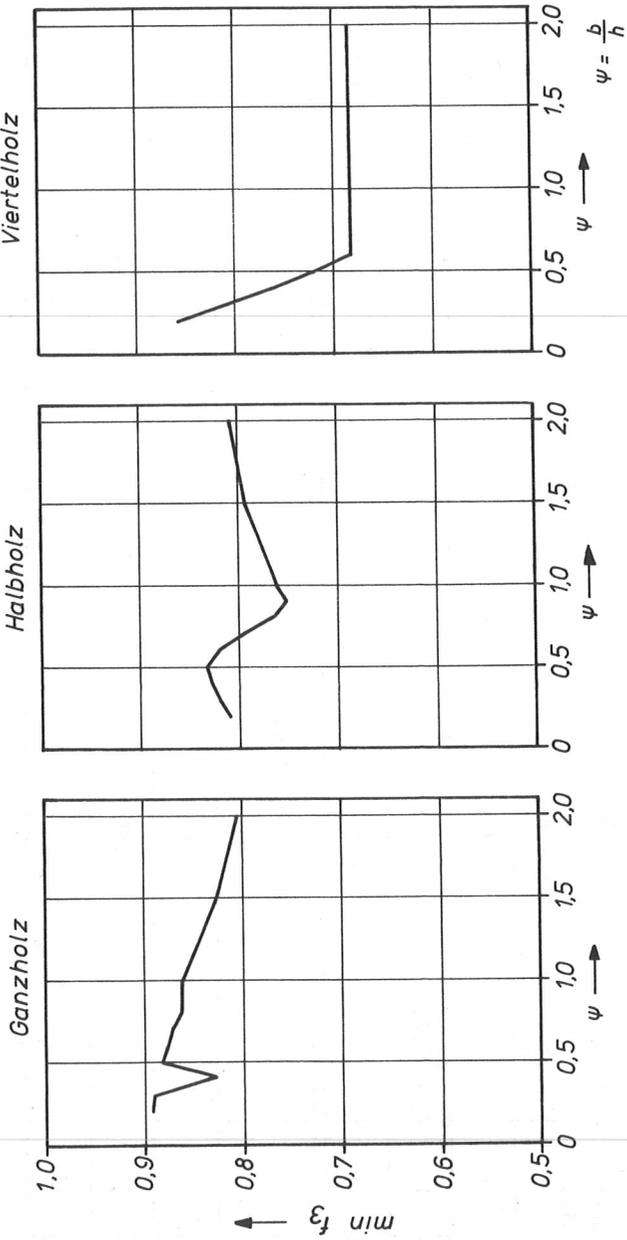
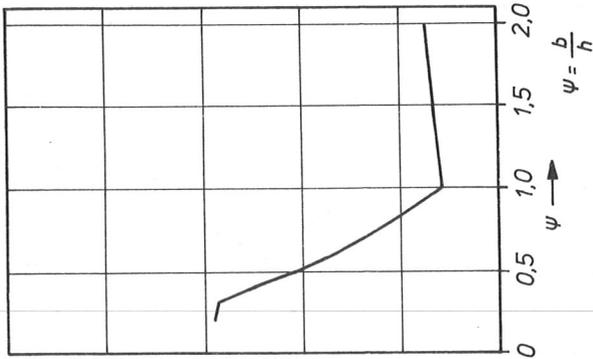


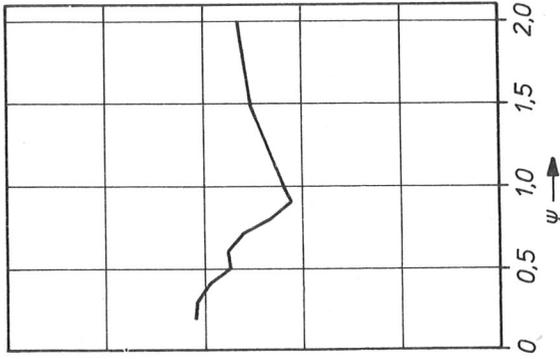
Bild 4/10: Untere Grenzwerte min f<sub>3</sub> für Gkl. I in Abhängigkeit von ψ für VJ = 6

Güteklasse II

Viertelholz



Halbholz



Ganzholz

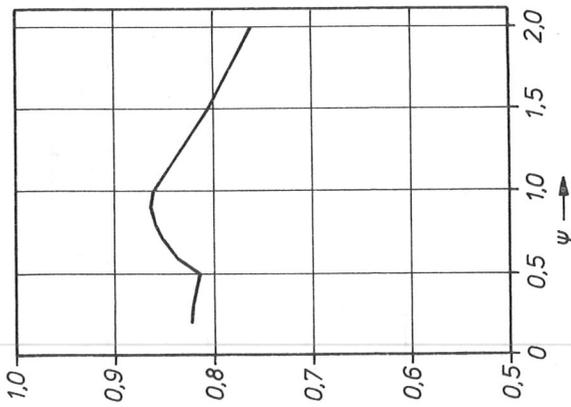


Bild 4/11: Untere Grenzwerte  $\min f_3$  für Gkl II in Abhängigkeit von  $\psi$  für VJ - 6

Güteklasse III

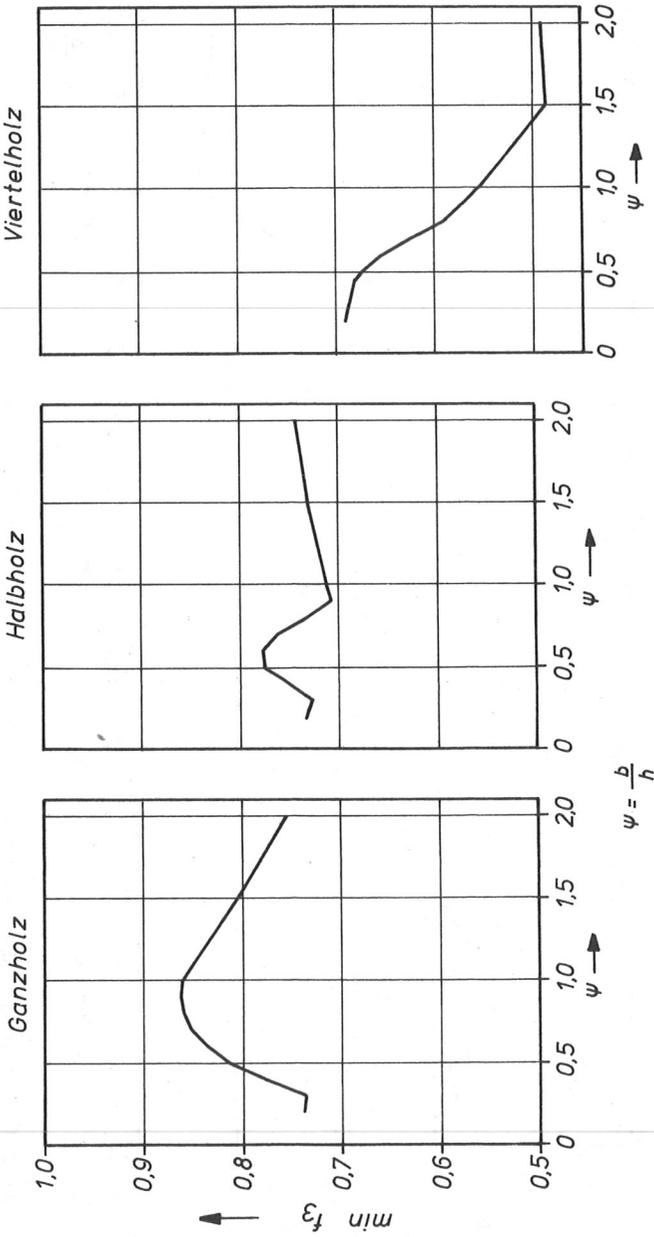


Bild 4/12: Untere Grenzwerte  $\min E_3$  für Gkl. III in Abhängigkeit von  $\psi$  für VJ - 6

Tabelle 4/8: Verteilungsparameter der Basisvariablen  $F_3$   
(Einfluß der Ästigkeit)

	Güte- klasse	Mittelwert $m_{F_3}$	Variations- koeffizient $V_{F_3}$	Unterer Grenzwert $f_{3a}$	Oberer Grenzwert $f_{3b}$
aus allen Astlagen	I	0,840	0,110	0,680	1,000
	II	0,780	0,163	0,560	1,000
	III	0,745	0,198	0,490	1,000
ohne Berücks.d. Astlagen $\gamma_4$ und $\gamma_5$	I	0,875	0,082	0,750	1,000
	II	0,830	0,118	0,660	1,000
	III	0,815	0,131	0,630	1,000

Thunell berichtet in [4/14] über Biegebruchversuche mit ästigem redwood und whitewood und berechnet Regressionsgeraden für die Abhängigkeit zwischen Biegefestigkeit und Ästigkeit. Die Ästigkeit drückt Thunell durch verschiedene Maßzahlen aus, von denen das Verhältnis

$$K = \frac{\text{Ellipsen } \emptyset \text{ des Astes } \perp \text{ zur Balkenachse gemessen}}{\text{Abmessung der Seite, auf der die Astfläche erscheint}}$$

hier für den Vergleich verwendet wird, weil es der Definition der Astlagen am besten entspricht. Da Thunell über die genauen Astlagen keine Angaben macht, werden mit seinen Ergebnissen alle die Astlagen zwischen  $\alpha_1$  und  $\gamma_5$  verglichen, die bei den vor-

liegenden  $\psi$ -Werten möglich sind. Diese Vergleiche sind tabellarisch in Tabelle 4/9 bis 4/11 zusammengefaßt. Dabei zeigt sich für kleine bis mittlere K-Werte, d.h. gemessen an der Querschnittsabmessung kleine bis mittlere Astdurchmesser eine sehr gute Übereinstimmung zwischen

$$f_3 = \frac{I_{\text{netto}}}{I_{\text{voll}}} \frac{h}{2e_u} \quad \text{und} \quad f_{3,\text{Th}} = \frac{\beta_{B,\text{Aste}}}{\beta_B} \quad \text{nach Thunell.}$$

Die  $f_3$ -Werte liegen für die Gkl. I um maximal 9 % und für die Gkl. II um maximal 11 % über den vergleichbaren Werten  $f_{3,\text{Th}}$ .

Für Gkl. I und II werden also die theoretischen  $f_3$ -Werte durch die Versuchswerte  $f_{3,\text{Th}}$  untermauert. Für die Gkl. III - also  $K \cong 0,5$  - weichen die  $f_3$ -Werte von den  $f_{3,\text{Th}}$ -Werten stärker ab. Auf der Grundlage der Regressionsgeraden  $\beta_{B,\text{Aste}} = a+b \cdot K \cdot \rho$  (Fig. 3b in |4/14|) ergibt sich  $f_{3,\text{Th}}$  um 15 % kleiner und aufgrund der Regressionsgeraden  $\beta_{B,\text{Aste}} = a+b \cdot K+c \cdot \rho$  (Fig. 3c in |4/14|) mit  $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$  um 27 % kleiner als  $f_3$ .

Tabelle 4/9: Vergleich des Abminderungsfaktors  $f_3$  mit  $f_{3,Th}$  nach Thunell |4/14|  
Güteklasse I

Astlage	Redwood 2,5/12,5 cm $\psi=0,20$			Whitewood 6,3/17,5 cm $\psi=0,36$			Whitewood 7,5/20 cm $\psi=0,38$			min $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$	max $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$	
	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$			
Ganz- holz	$\alpha_2$	0,200	0,892	<u>0,923</u> <u>0,923</u>	0,200	0,888	<u>0,872</u> <u>0,887</u>	0,200	0,887	0,868 0,841	<u>0,979</u> <u>0,948</u>	1,035 1,035
	$\alpha_3$	0,120	0,973	<u>0,953</u> <u>0,946</u>	0,257	0,873	<u>0,825</u> <u>0,855</u>	0,282	0,847	0,811 0,787	0,945 0,929	0,979 0,979
Halb- holz	$\beta_2$	0,200	0,887	<u>0,923</u> <u>0,923</u>	0,200	0,871	<u>0,872</u> <u>0,887</u>	0,148	0,867	0,904 0,889	1,001 1,018	1,043 1,041
	$\beta_3$	0,322	0,846	<u>0,877</u> <u>0,872</u>	0,274	0,861	<u>0,810</u> <u>0,851</u>	0,281	0,864	0,807 0,788	0,934 0,912	1,037 1,031
Viertel- holz	$\gamma_3$	0,200	0,873	<u>0,923</u> <u>0,923</u>	0,204	0,870	<u>0,869</u> <u>0,885</u>	0,206	0,869	0,857 0,832	0,986 0,957	1,057 1,057
	$\gamma_4$	0,200	0,859	<u>0,923</u> <u>0,923</u>	0,204	0,785	<u>0,869</u> <u>0,885</u>	0,206	0,771	0,857 0,832	1,075 1,075	1,112 1,127

In den Spalten  $f_{3,Th}$  bedeuten:  
nicht unterstrichene Werte: abgelesen von Fig. 3c  
unterstrichene Werte: abgelesen von Fig. 3b

Tabelle 4/10: Vergleich des Abminderungsfaktors $f_3$ mit $f_{3,Th}$ nach Thunell   4/14   Güteklasse II											
Astlage	Redwood 2,5/12,5 cm $\psi=0,20$			Whitewood 6,3/17,5 cm $\psi=0,36$			Whitewood 7,5/20 cm $\psi=0,38$			min $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$	max $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$
	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$		
Ganz- holz	$\alpha_2$	0,333	0,823	$\frac{0,879}{0,881}$	0,333	0,819	$\frac{0,775}{0,821}$	0,333	0,819	$\frac{0,783}{0,730}$	$\frac{1,068}{1,070}$
		0,120	0,973	$\frac{0,956}{0,946}$	0,265	0,865	$\frac{0,815}{0,855}$	0,282	0,847	$\frac{0,804}{0,771}$	$\frac{0,983}{0,988}$
Halb- holz	$\beta_2$	0,333	0,818	$\frac{0,879}{0,881}$	0,333	0,800	$\frac{0,775}{0,821}$	0,333	0,798	$\frac{0,783}{0,730}$	$\frac{1,075}{1,077}$
		0,322	0,846	$\frac{0,882}{0,892}$	0,281	0,859	$\frac{0,797}{0,848}$	0,279	0,859	$\frac{0,808}{0,775}$	$\frac{1,043}{1,054}$
Viertel- holz	$\gamma_3$	0,335	0,790	$\frac{0,878}{0,880}$	0,345	0,785	$\frac{0,754}{0,809}$	0,346	0,784	$\frac{0,762}{0,727}$	$\frac{1,111}{1,114}$
		0,335	0,846	$\frac{0,878}{0,880}$	0,345	0,766	$\frac{0,754}{0,809}$	0,346	0,757	$\frac{0,762}{0,727}$	$\frac{1,038}{1,056}$

Erläuterung wie bei Tabelle 4/9

Tabelle 4/11: Vergleich des Abminderungsfaktors $f_3$ mit $f_{3,Th}$ nach Thunell   4/14   Güteklasse III											
Astlage	Redwood 2,5/12,5 cm $\psi=0,20$			Whitewood 6,3/17,5 cm $\psi=0,36$			Whitewood 7,5/20 cm $\psi=0,38$			min $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$	max $\frac{f_{3,Th}}{f_3}$
	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$	K	$f_3$	$f_{3,Th}$		
Ganz- holz	$\alpha_2$	0,500	0,739	$\frac{0,808}{0,827}$	0,500	0,760	$\frac{0,649}{0,730}$	0,500	0,768	$\frac{0,654}{0,603}$	$\frac{1,093}{1,119}$
	$\alpha_3$	0,120	0,973	$\frac{0,953}{0,966}$	0,265	0,882	$\frac{0,819}{0,849}$	0,282	0,847	$\frac{0,811}{0,775}$	$\frac{0,929}{0,915}$
Halb- holz	$\beta_2$	0,500	0,734	$\frac{0,808}{0,827}$	0,500	0,742	$\frac{0,649}{0,730}$	0,500	0,748	$\frac{0,654}{0,603}$	$\frac{1,101}{1,127}$
	$\beta_3$	0,322	0,846	$\frac{0,874}{0,892}$	0,282	0,859	$\frac{0,797}{0,842}$	0,279	0,859	$\frac{0,807}{0,625}$	$\frac{1,033}{1,054}$
Viertel- holz	$\gamma_3$	0,504	0,690	$\frac{0,805}{0,825}$	0,514	0,683	$\frac{0,638}{0,719}$	0,517	0,682	$\frac{0,639}{0,587}$	$\frac{1,167}{1,196}$
	$\gamma_4$	0,504	0,829	$\frac{0,805}{0,825}$	0,514	0,750	$\frac{0,638}{0,719}$	0,517	0,740	$\frac{0,639}{0,587}$	$\frac{0,971}{0,995}$

Erläuterung wie bei Tabelle 4/9

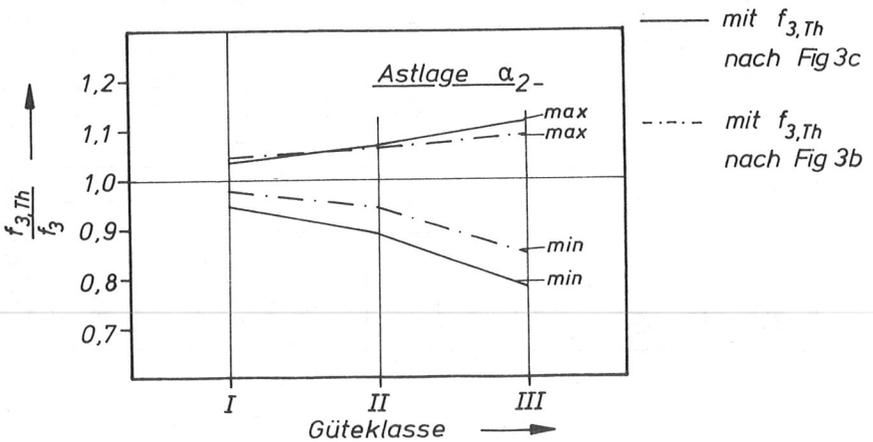
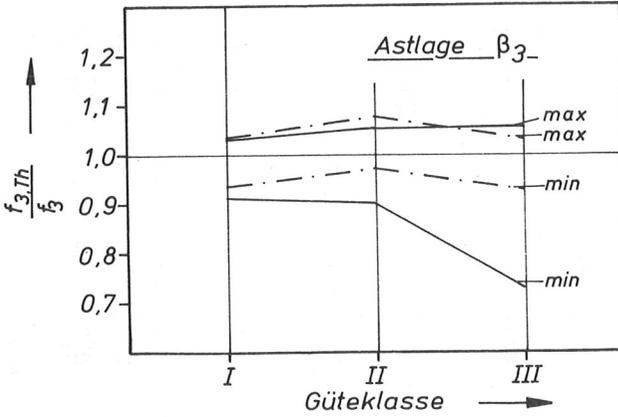
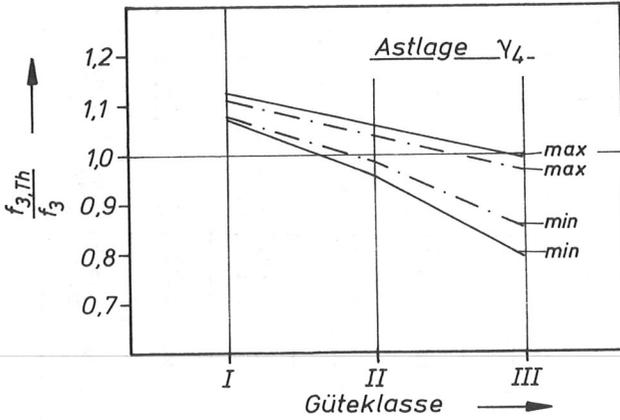


Bild 4/13: Abweichungen zwischen  $f_3$  und  $f_{3,Th}$  in Abhängigkeit von der Güteklasse.

Diese Divergenz zwischen  $f_3$  und  $f_{3,Th}$  (siehe auch Bild 4/13) mit zunehmendem Astdurchmesser bezogen auf die Querschnittsseite deutet auf einen Einfluß der Astgröße hin, der durch die Verringerung des Trägheitsmomentes allein nicht erfaßt wurde.

Dieselbe Tendenz ist auch feststellbar, wenn man die Astlage  $\gamma_5$  (wobei  $C = 0$  gesetzt wurde) mit den Formeln des Anhangs A.1.3 zu ASTM-Standard D 245-74 [4/12] vergleicht.

Werden in die ASTM-Formeln die Bedingungen der DIN 4074, Bl. 1 eingesetzt, so ergibt sich

$$f_{3,D245} = \left[ 1 - \frac{d - \frac{1}{24}}{\sqrt{12(h+0,5)}} \right]^2 \quad (4.21)$$

bzw. mit  $d, h$  in [inch]

$$f_{3,D245} = \left[ 1 - \frac{\frac{1}{d-24}}{h+0,5} \right] \quad (4.22)$$

Gl. (4.21) gilt

bei Gkl. I für  $\frac{d}{h} < 0,164$

bei Gkl. II für  $\frac{d}{h} < 0,230$

bei Gkl. III für  $\frac{d}{h} < \sim 0,50$  mit  $\max h = 30 \text{ cm}$

Gl. (4.22) gilt

bei Gkl. I für  $0,164 \leq \frac{d}{h} \leq 0,33$

bei Gkl. II für  $0,230 \leq \frac{d}{h} \leq 0,459$

bei Gkl. III für  $0,50 \leq \frac{d}{h} \leq 0,984$  solange  $f_{3,D245} > 0,45$   
(0,492)

sonst ist für Gkl. III

$$f_{3,D245} = \left[1 - \frac{d - \frac{1}{24}}{h}\right]^2 \quad d, h \text{ in [inch]} \quad (4.23)$$

Bild 4/14 zeigt den Vergleich der amerikanischen mit strength ratio bezeichneten Abminderungen mit den  $f_3$ -Werten für die Astlage  $\gamma_5$ , wobei aber  $C = 0$  zu setzen ist. Für die Güteklasse I und II sind die "unsicheren" Bereiche der  $f_3$ -Formel akzeptabel klein, bei Gkl. III liegen m.E. die Reduktionen  $f_{3,D245}$  zu tief. Die Formeln in |4/12| basieren nämlich auf Versuchen aus der Zeit vor 1920 mit Vollholzquerschnitten, bei denen die "strength ratio" immer über 50 % lag |4/15|. Sind die in der ASTM-Standard und auch bei Thunell gefundenen Tendenzen richtig, so hätte das für die Gkl. III eine starke Verschiebung des unteren Grenzwertes für den Einflußfaktor "Ästigkeit" zur Folge. Solange aber die Ergebnisse aus |4/14| und |4/12| durch weitere Versuche noch nicht eingehender überprüft sind, werden in der weiteren Rechnung die Kleinstwerte der Tabelle 4/7 benutzt. Der Einsatz von Holz der Gkl. III ist ohnehin von untergeordneter Bedeutung.

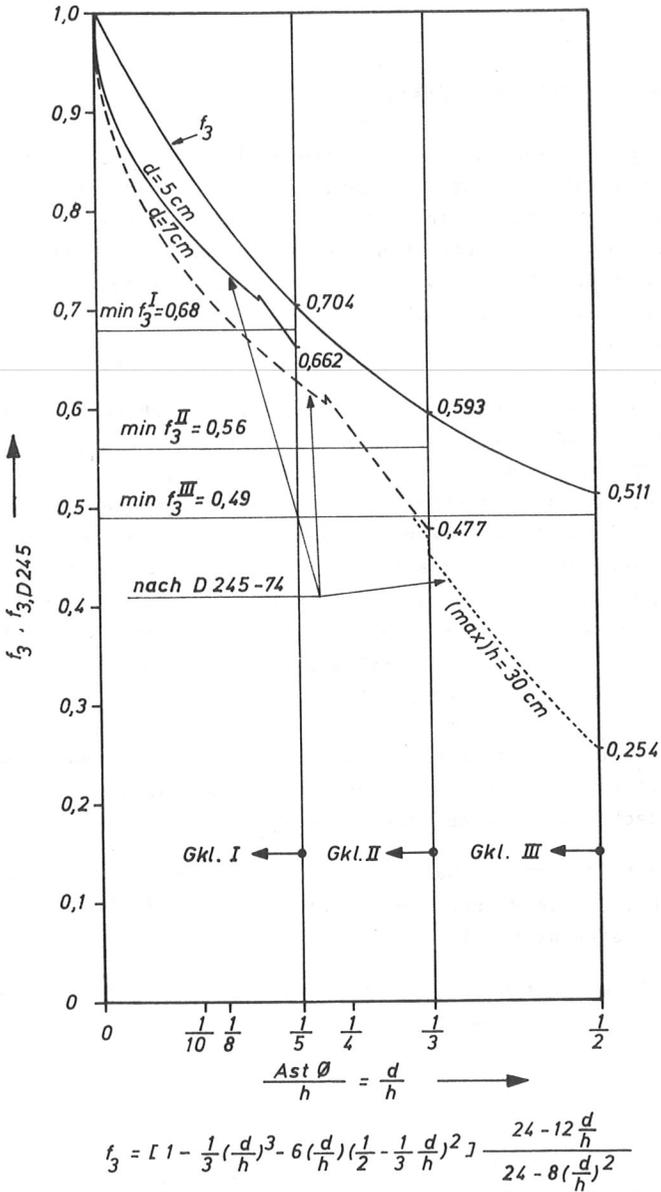


Bild 4/14: Vergleich mit den Abminderungsfaktoren der D 245-74 für die Astlage  $\gamma_5$

#### 4.6 Holzfeuchtigkeit

Da in der Bemessungspraxis eine gleichbleibende Holzfeuchtigkeit nicht vorausgesetzt werden kann, muß man davon ausgehen - falls zumindest eine Klima- bzw. Feuchtigkeitsklasse (siehe Tabelle 4/12) angegeben werden kann-, daß die Holzfeuchtigkeit in gewissen Bereichen um einen Mittelwert schwankt. Damit streut auch der Einfluß der Holzfeuchtigkeit auf die Biegefestigkeit.

Die Holzfeuchtigkeit selbst ist wiederum abhängig von einer Vielzahl von Faktoren. Für die Feuchtigkeitsklasse 3, d.h. für Holzbauteile im Freien unter Dach deuten aber die Versuchsergebnisse von Meierhofer und Sell [4/16] auf eine gleichmäßige Verteilung hin und zwar innerhalb von Grenzwerten, die mit den Klassengrenzen in Tabelle 4/12 sehr gut übereinstimmen. Die Ableitung  $dF(u)/du$  ergibt also eine Dichteverteilung, die durch ein Rechteck zwischen den festgestellten Grenzen angeglichen werden kann. Bei der Auswertung des nachfolgenden Datenmaterials wird deshalb davon ausgegangen, daß

- 1) die bei konstant gehaltener Holzfeuchtigkeit auftretende Streuung der Biegefestigkeit durch die Varianz von  $B_B$  abgedeckt wird (siehe Abschnitt 4.2)
- 2) die Varianz der Basisvariablen  $F_4$  ("Einfluß der Holzfeuchtigkeit") gleich der Varianz ist, mit der das Auftreten der Holzfeuchtigkeit behaftet ist
- 3) das Auftreten der Holzfeuchtigkeit innerhalb der Grenzen einer Feuchtigkeitsklasse gleichwahrscheinlich ist.

Die unter anderem auch bei Kollmann/Côté |4/17| angegebene Abhängigkeit

$$\frac{\beta_{B,u}}{\beta_{B,u_0}} = \frac{42 - u}{42 - u_0} \quad (4.24)$$

der Biegefestigkeit von der Holzfeuchtigkeit kann für fehlerfreies Holz im Bereich  $6\% \leq u \leq 18\%$  d.h. für die Feuchtigkeitsklassen 1 bis 3 verwendet werden und wurde bisher für das Bauholz allgemein benutzt. Wird dieses Vorgehen beibehalten, so ergeben sich Verteilungsparameter der Basisvariablen  $F_4$  gemäß Tabelle 4/13.

In seinem Versuchsbericht |4/18| aus dem Jahre 1972 stellt Madsen fest, daß die Abhängigkeit der Biegefestigkeit des Bauholzes von der Holzfeuchtigkeit bei hohen Festigkeitswerten (wenig Holzfehler) ausgeprägter ist als bei niedrigem Festigkeitsniveau (großer Holzfehlereinfluß). Versuche von Brynildsen |4/19| bestätigen den von Madsen gefundenen Trend. In der Arbeit |4/20| aus dem Jahre 1980 machen Madsen u.a. nun auch quantitative Angaben und belegen aufgrund von Biegeversuchen an ca. 4000 Balken mit  $b/h = 5/15$  cm die Abhängigkeit des Feuchtigkeitseinflusses von der Höhe der Biegefestigkeit des Bauholzes.

Tabelle 4/12: Feuchtigkeitsklassen		
Feuchtigkeits- klasse	In Anlehnung an DIN 1052, B1.1 gewählte Klassengrenzen	nach CIB-Structural Timber Design Code Fourth Draft  2/12
	rel. Luftf. % bei 20°C	rel. Luftf. % bei 20°C
1	Holzfeuchtigkeit u	Holzfeuchtigkeit
	30 % ≤ $\varphi$ ≤ 65 %	$\varphi < 65$ %
2	6 % = u = 12 %	u < 12 %
	50 % ≤ $\varphi$ ≤ 77 %	65 % ≤ $\varphi$ ≤ 80 %
3	9 % ≤ u ≤ 15 %	12 % ≤ u ≤ 16 %
	65 % ≤ $\varphi$ ≤ 85 %	$\varphi > 80$ %
4	12 % ≤ u ≤ 18 %	u > 16 %
	$\varphi > 85$ %	-
	u > 18 %	-

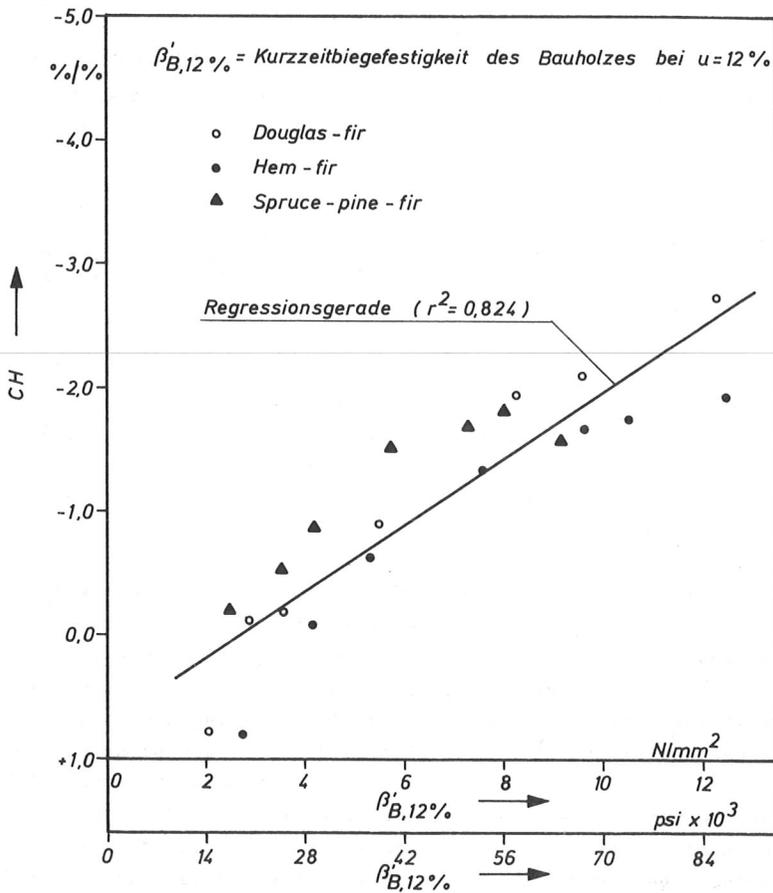
Tabelle 4/13: Verteilungsparameter der Basisvariablen  $F_4$   
(Einfluß der Holzfeuchtigkeit) nach |4/17|

Feuchtigkeits- klasse	Rechteckverteilung der Dichte mit			
	Mittel- wert $m_{F_4}$	Variations- koeffizient $v_{F_4}$	Unterer Grenzwert $f_{4a}$	Oberer Grenzwert $f_{4b}$
1	1,100	0,052	1,000	1,200
2	1,000	0,058	0,900	1,100
3	0,900	0,064	0,800	1,000

Sie erklären die mit zunehmender Holzfeuchtigkeit stärkere Abnahme der Festigkeit bei Bauholz mit hohen Festigkeitswerten gegenüber Bauholz mit niedrigen Festigkeiten mit der unterschiedlichen Versagensart. Bei Material mit einer Biegefestigkeit von z.B.  $> 50 \text{ N/mm}^2$  wird der Bruchvorgang durch das Versagen der Druckzone eingeleitet, während bei geringen Festigkeiten (etwa  $< 30 \text{ N/mm}^2$ ) meist ein durch Spannungskonzentrationen in der Zugzone verursachter Spröbruch als Versagensart beobachtet werden kann. Die prozentuale Änderung der Beanspruchungen je Prozent Feuchtigkeitsänderung ist für die drei untersuchten Materialgruppen in Abhängigkeit von der Festigkeit bei  $u = 12 \%$  in Bild 4/15 dargestellt. Mittels linearer Regression läßt sich der Zusammenhang verallgemeinern und durch die Gleichung

$$CH = -3,884 \cdot 10^{-2} \beta_{B,12}' + 0,7024 \quad [\%] \quad (4.25)$$

darstellen.



Die Festigkeit  $\beta'_{B,u}$  bei einer in den Grenzen zwischen  $\sim 11\%$  und  $\sim 30\%$  beliebigen Holzfeuchtigkeit  $u$  ergibt sich dann zu

$$\beta'_{B,u} = \beta'_{B,12} \left( 1 + CH \left( \frac{u-12}{100} \right) \right) \quad (4.26)$$

und die Einflußgröße  $F_4$  lautet damit

$$F_4 = 1 + CH \left( \frac{u-12}{100} \right). \quad (4.27)$$

$F_4$  hängt somit selbst wieder von zwei Zufallsvariablen ab. Wird dies durch die vereinbarte Schreibweise ( $u \rightarrow U$ ,  $\beta'_B \rightarrow B'_B$ ) ausgedrückt, so kann  $F_4$  durch

$$F_4 = 0,916 + 4,661 \cdot 10^{-3} B'_{B,12} + U(7,024 \cdot 10^{-3} - 3,884 \cdot 10^{-4} B'_{B,12}) \quad (4.28)$$

definiert werden.

In Gl. (4.28) kommt der mittlere Trend aus 3 Holzarten nord-amerikanischer Provenienz zum Ausdruck, der aber aufgrund fast identischer Materialkennwerte (an fehlerfreien Proben ermittelt) und der bereits erwähnten Versuche von Brynildsen mit European spruce auf die bei uns verwendete Fichte/Tanne übertragen werden kann (Bild 4/16).

Die Verwendung der Einflußgröße  $F_4$  gemäß Gl. (4.28) auch für den Bereich  $u < 11\%$  ist berechtigt,

- weil dadurch der Einfluß der Holzfeuchtigkeit auf die Biegefestigkeit  $B'_B$  besser erfaßt wird als durch Gl. (4.24)
- weil ohnehin für niedrige Biegefestigkeiten, die ja die Zuverlässigkeit maßgebend beeinflussen, der Holzfeuchteinfluß gering ist.

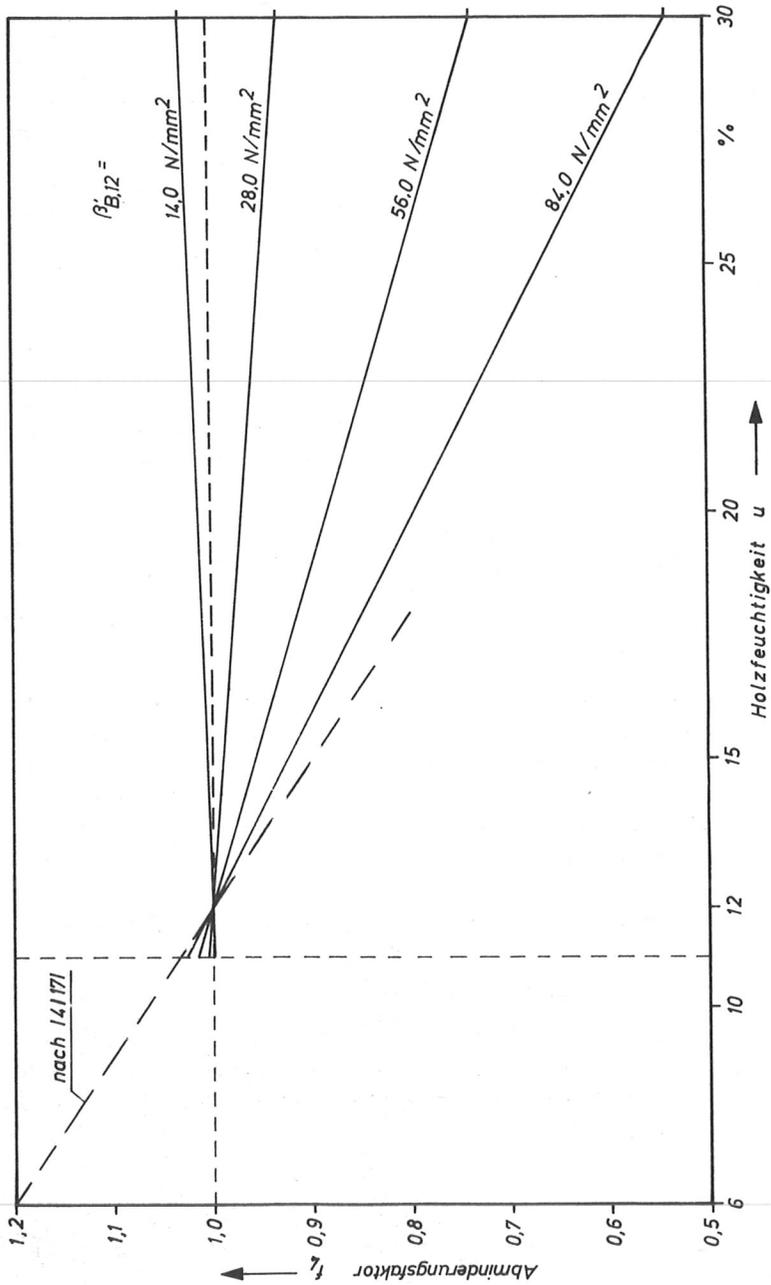


Bild 4/16: Der Abminderungsfaktor  $f_4$  in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit nach |4/17| und |4/20|

Für  $F_4$  geht also  $B_{B,12}^I = F_1 \cdot F_2 \cdot F_3 \cdot B_B$  mit den Verteilungsparametern, die in den Abschnitten 4.2 bis 4.5 abgeleitet wurden und  $U$  gemäß Tabelle 4/14 ein. Die Parameter für  $U$  in Tabelle 4/14 sind analog zu  $F_4$  nach Tabelle 4/13 ermittelt worden.

Tabelle 4/14: Verteilungsparameter der Basisvariable $U$ (Holzfeuchtigkeit)				
Feuchtigkeits- klasse	Rechteckverteilung der Dichte mit			
	Mittelwert $m_U$ [%]	Variationskoeffizient $v_U$	Unterer Grenzwert $u_a$ [%]	Oberer Grenzwert $u_b$ [%]
1	9	0,192	6	12
2	12	0,144	9	15
3	15	0,115	12	18

## 4.7 Zeitfestigkeit

### 4.7.1 Allgemeines

Die in Kapitel 4, Abschnitt 2 mitgeteilten Festigkeiten werden im sogenannten statischen Kurzzeitversuch ermittelt, in dem die Probe gleichmäßig bis zum Bruch beansprucht wird. Die Belastungsdauer beträgt ca. 5 min. Die dabei ermittelten Festigkeiten werden bei zunehmender Belastungsdauer nicht mehr erreicht. Diese Abhängigkeit der Zeitfestigkeit des biegebeanspruchten Holzes von der Belastungsdauer wurde von Wood [4/22]

an kleinen fehlerfreien Douglas-fir-Proben mit 6 bis 12 % Holzfeuchtigkeit untersucht. Wood gibt die mittlere Zeitfestigkeit bezogen auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit (Belastungsdauer ca.  $7\frac{1}{2}$  Min.) in Form einer empirisch gefundenen Hyperbelfunktion

$$f_t = 1,084 \cdot t^{-0,04635} + 0,183 \quad (4.29)$$

mit  $t$  in Sekunden  
bzw.

$$f_t = 0,7416 \cdot t^{-0,04635} + 0,183 \quad (4.30)$$

mit  $t$  in Stunden an.

Die Formeln (4.29) bzw. (4.30) fassen dabei Versuchswerte aus sehr kurzzeitigen ( $1s \leq t \leq 145s$ ) Belastungen bis zum Bruch und Daten aus Langzeitversuchen (Dauer bis zum Bruch zwischen 6 Min. und ca. 8 Jahren), bei denen die Proben unter konstant bleibender Last von 60 % bis 95 % der Bruchlast aus dem statischen Kurzzeitversuch standen, zusammen. Am Ende des Bezugszeitraumes  $T = 50a$  beträgt nach Gl. (4.29)  $f_t = 0,59$ . Ein häufig verwendeter Grenzwert für Langzeitbelastung ist  $f_t = \frac{9}{16} = 0,56$ . Werden diese Zahlenwerte auf das europäische Nadelholz und auf Querschnitte mit Holzfehlern übertragen, so darf nicht vergessen werden, daß diese Werte

- eine Extrapolation von ca. 8 auf 50 Jahre darstellen
- für Douglas-fir nordamerikanischer Provenienz und
- für kleine fehlerfreie Proben ermittelt wurden.

Pearson [4/23] faßt die Ergebnisse einer Reihe von Untersuchungen in der Regressionsgleichung

$$f_t = 0,915 - 0,07 \cdot \log t \quad (4.31)$$

mit  $t$  in Stunden zusammen.

Larsen und Theilgaard schlagen in [4/24] für den Entwurf einheitlicher Holzbaubestimmungen

$$f_t = 1 - 0,08 \cdot \log t \quad (4.32)$$

mit  $t$  in Stunden vor.

Der Verlauf von  $f_t$  gemäß den Gleichungen (4.30) bis (4.32) ist in Bild 4/17 dargestellt.

In umfangreichen Versuchen weisen Madsen und Barrett [4/25] nach, daß für Bauholz unter Biegebeanspruchung die Gl. (4.29) nicht zutreffend ist. Die Zeitfestigkeit bezogen auf die Kurzzeitfestigkeit nach 2 Min. ergibt sich aus den Versuchen von Madsen und Barrett zu ca. 0,85 nach 2 Monaten und zu ca. 0,75 nach 1 Jahr Belastungsdauer. Die entsprechenden Werte nach Wood betragen

0,677 für 2 Monate

0,637 für 1 Jahr.

Für unsere Zwecke sinnvoller ist der Bezug auf die 5-Min.-Festigkeit (siehe Abschnitt 4.2), womit die in der englischsprachigen Literatur mit strength ratio bezeichneten  $f_t$ -Werte lauten:

Wood [4/22]  $f_{t=2\text{ m}} = 0,70$   $f_{t=1\text{ a}} = 0,66$   $f_{t=50\text{ a}} = 0,58$

Madsen/  
Barrett [4/25]  $f_{t=2\text{ m}} \cong 0,85$   $f_{t=1\text{ a}} \cong 0,75$   $f_{t=50} \cong 0,55$   
(geschätzt).

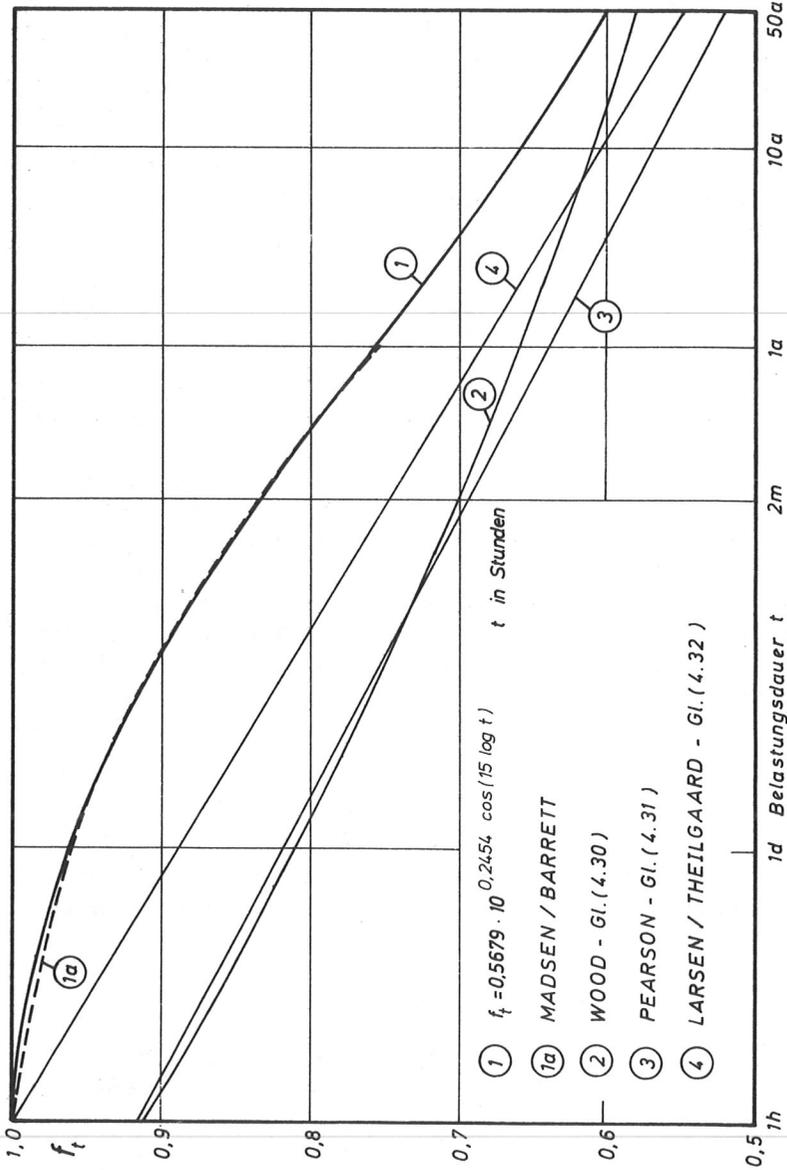


Bild 4/17: Der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  in Abhängigkeit von der Belastungsdauer

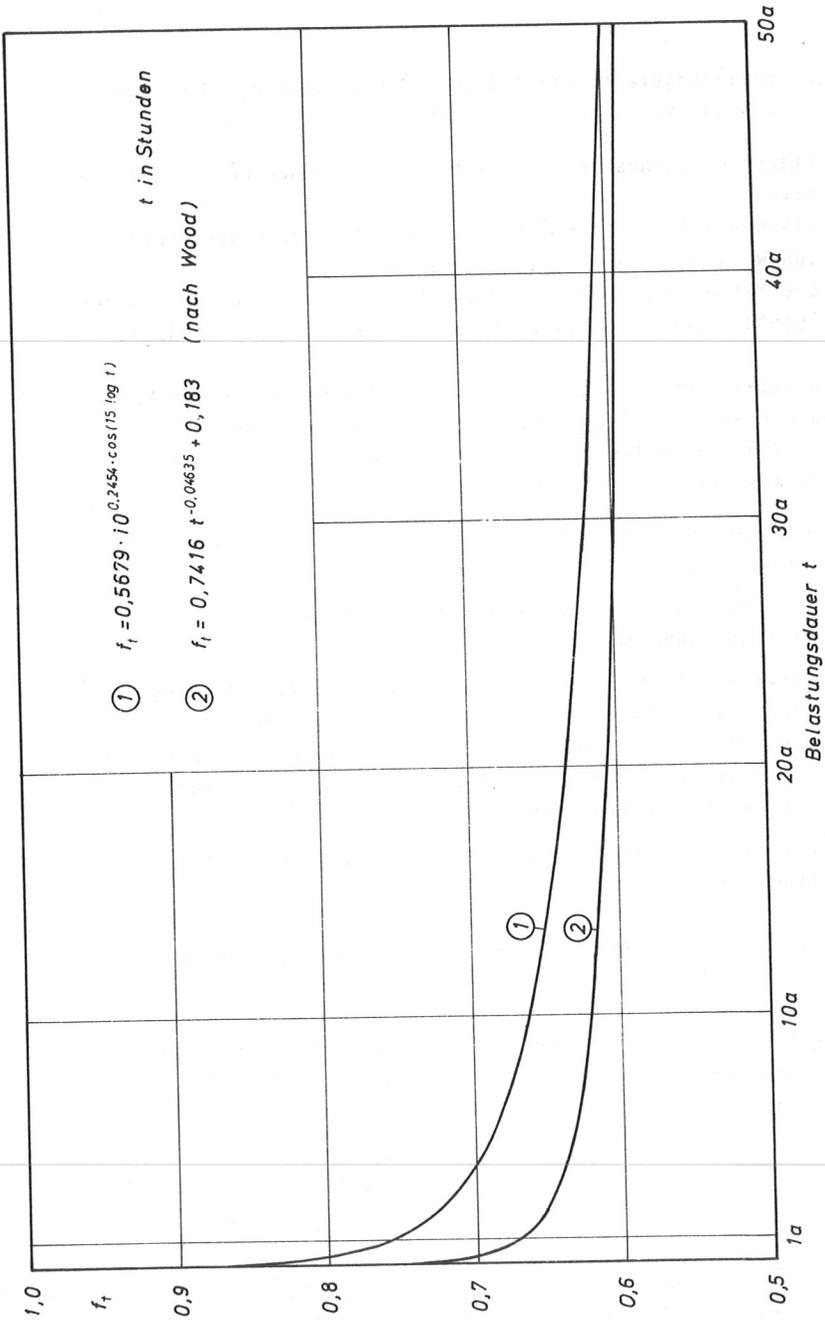


Bild 4/18: Der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  in Abhängigkeit von der Belastungsdauer

Kurz zusammengefaßt ergibt sich für biegebeanspruchtes Bauholz aus den Versuchen nach [4/25]:

- Stärkere Abnahme der Zeitfestigkeit je höher das Spannungsniveau
- Flacherer Abfall der Zeitfestigkeit gegenüber der Hyperbel von Wood im Bereich bis zu einem Jahr.
- Die Mittelwertkurve aus zwei Auswertmethoden für vier untersuchte Spannungsniveaus zeigt die Kurve 1a in Bild 4/17.

Die detaillierteren Erkenntnisse aus den Versuchen von Madsen und Barrett in vollem Umfang für den Nachweis der Zuverlässigkeit von Biegebalken aus Vollholz zu verwenden, erscheint jedoch aus folgenden Gründen noch sehr fragwürdig:

1. Nur für den Fall ständige Last entspricht der zeitliche Verlauf der Belastung den Versuchen.
2. Der Einfluß von Klimaschwankungen während der Belastungszeit ist unbekannt.
3. Der Einfluß des Querschnitts ist unbekannt. Allerdings liegt das Verhältnis  $h/b = 3$  der Versuchskörper im üblichen Bereich von  $1 \leq h/b \leq 5$  relativ günstig für die vereinfachte Annahme, daß der Einfluß des Querschnitts zunächst vernachlässigt werden könnte.
4. Die Madsen/Barrett-Kurven gelten strenggenommen für Douglas-fir-Bauholz.

Die festgestellte Abhängigkeit der Biegefestigkeit von der Belastungsdauer verletzt eine wichtige Voraussetzung der Sicherheitstheorie I. Ordnung. Deshalb wurde das im Kapitel 2, Abschnitt 2.3 beschriebene Verfahren zur Zuverlässigkeitsermittlung benutzt, das für diese erstmalige Behandlung des Problems auch seine Berechtigung hat, wenn man bedenkt, daß

1. die vorliegende Abhängigkeit der Zeitfestigkeit des Bauholzes von der Belastungsdauer für Zeiten von über 1 Jahr eine Hypothese darstellt
2. der Abfall, wenn er den Ergebnissen in |4/22| in etwa folgt, zwischen 10 und 50 Jahren (80 % des Bezugszeitraumes) nur noch 8 % beträgt (siehe auch Bild 4/18).

In der bisherigen deterministischen Bemessung nach DIN 1052 ist die Berücksichtigung der Reduktion der Festigkeit mit zunehmender Belastungsdauer implizit im Sicherheitsfaktor enthalten. Die zulässigen Biegespannungen beruhen auf Versuchen, die in den Jahren 1936 bis 1942 von Graf |4/26| durchgeführt wurden. Bei den Versuchen ergab sich ein Kleinstwert für Nadelholz Gkl. II von  $\beta_B' = 28,6 \text{ N/mm}^2$ . Der Sicherheitsfaktor der zulässigen Biegespannung nach DIN 1052 setzt sich somit - bezogen auf diesen Kleinstwert - zusammen aus einem eigentlichen Sicherheitsfaktor von ca. 1.72 und dem Kehrwert des Zeiteinflußfaktors  $f_t = 0.6$ . In Kenntnis der obigen Punkte 1 und 2 und aus der Erfordernis heraus, die bisherige Bemessungspraxis zu verbessern, wird der nachfolgend beschriebene Weg eingeschlagen.

#### 4.7.2 Die Abhängigkeit der mittleren Biegefestigkeit von der Belastungsdauer bei ständiger Last

Um die Zeitfestigkeit von Biegeproben unter Dauerlast versuchstechnisch ermitteln zu können, ist zwangsläufig ein bestimmtes, über die Zeit konstantes Spannungsniveau in der Probe zu erzeugen. Damit ist aber die bis zum Bruch verfllossene Zeit abhängig vom aufgebrauchten Spannungsniveau. Wird eine Biegeprobe einer Spannung von 58 % ihrer Kurzzeitfestigkeit  $\beta_{B,5}$ , ausgesetzt und folgt die Probe der Hyperbelfunktion nach Wood so beträgt die Zeitfestigkeit nach 50 Jahren gerade  $0,58 \cdot \beta_{B,5}$ ,

und es wird Versagen eintreten. Eine unbelastete Parallelprobe dagegen hat nach 50 Jahren eine Zeitfestigkeit gleich der Kurzzeitfestigkeit, da man üblicherweise davon ausgeht, daß sich die Festigkeit des Holzes im unbelasteten Zustand nicht ändert. Dabei sind natürlich ungünstige Klimaeinflüsse und Angriff von Holzschädlingen auszuschließen. Die Kurve der Bilder 4/17 und 4/18 geben also die nach einer Belastungsdauer  $t$  noch vorhandene Festigkeit unter der Voraussetzung an, daß die aufgebrachte Spannung während dieser Zeit konstant  $f_t \cdot \beta_{B,5}$ , betragen hat. Diese Voraussetzung gilt auch bei Verwendung der unten angegebenen Gl. (4.33). Da die Kurzzeitbiegefestigkeit kleiner fehlerfreier Proben streut (siehe Abschnitt 4.2) wird auch die Zeitfestigkeit für eine bestimmte Belastungsdauer  $t$  streuen. Wood verwendete deshalb als Bezugs- wert den Mittelwert der Kurzzeitfestigkeit und erhielt dann bei ca. 14 Proben je Spannungsstufe in der Regel 14 verschiedene Zeitpunkte des Bruches. Durch diese Punkte legte er "by eye" die vorgenannte Hyperbel.

$f_t$  ist also ein mittlerer Abminderungsfaktor und  $f_t \cdot m_{B,5}$  die mittlere Zeitfestigkeit.

Ein für die probabilistische Betrachtungsweise unbefriedigendes Vorgehen, das sich allerdings aus dem damaligen deterministischen Standpunkt heraus erklärt. Aber auch Madsen/Barrett fassen ihre aus verschiedenen Auswertmethoden und "Laststufen" gewonnenen Versuchsergebnisse zu einer "average-curve" zusammen (Kurve 1a in Bild 4/17), die dann mit dem Ergebnis von Wood verglichen werden kann. Da Madsen/Barrett im Gegensatz zu Wood mit Fehlern behaftetes Holz untersuchten, sind ihre Ergebnisse für Bauholz zutreffender. Sie können durch die Funktion

$$f_t = 0,5679 \cdot 10^{0,2454 \cdot \cos(15 \log t)} \quad (4.33)$$

mit  $t$  in Stunden

angepaßt werden, wobei als  $f_{t=50a}$  der Wert 0,60 angenommen wurde, und sollen in dieser Form dem Tragfähigkeitsnachweis zu Grunde gelegt werden. Madsen/Barrett schätzen den Wert  $f_{t=50a}$  zu 0,55, allerdings mit dem Zusatz, daß dies eine sehr vorsichtige Extrapolation sei. Nach der Wood-Formel ergibt sich bezogen auf die Kurzzeitfestigkeit bei 5 Minuten

$$f_{t=50a} = 0,58.$$

Wird als Bezugsraum 50 Jahre festgelegt, so beträgt nach Gl. (4.33)

$$\min f_t = f_{t=50a} = 0,5679 \cdot 10^{0,2454 \cdot \cos(15 \cdot \log(50 \cdot 365 \cdot 24))} = 0,60.$$

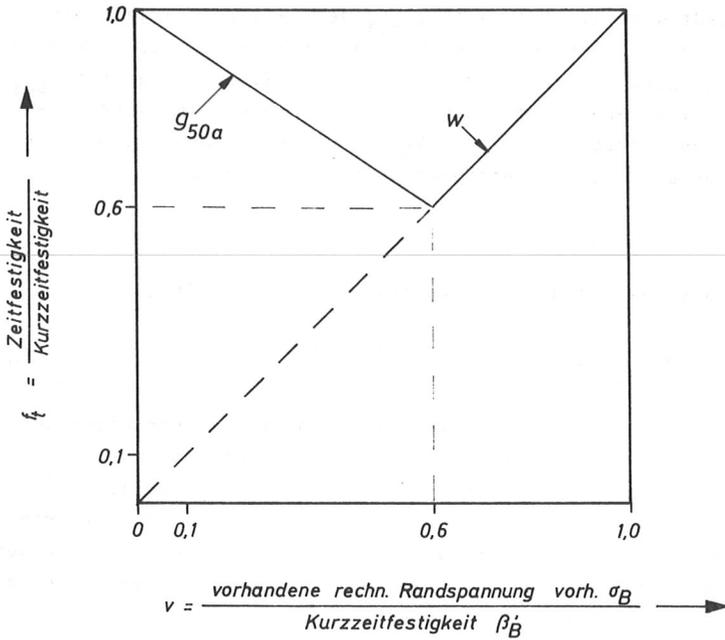
Die bisher vorliegenden Versuchsergebnisse reichen nicht aus, um Streuungen der Eigenschaft "Zeitfestigkeit" selbst und Korrelationen mit anderen Eigenschaften angeben zu können. Deshalb kann in dieser ersten wahrscheinlichkeitsorientierten Behandlung des Biegebalkens die Zeitfestigkeit nur durch einen - allerdings noch von der Belastungsdauer abhängigen - konstanten Faktor berücksichtigt werden.

#### 4.7.3 Der Einfluß der Größe der ständigen Last auf die Zeitfestigkeit

Wird eine Biegeprobe (Kurzzeitfestigkeit  $\beta'_B$ ) belastet, so daß vorh  $\sigma_B = x \cdot \beta'_B$  beträgt, dann wird bei Gültigkeit der Beziehung Gl. (4.33) nach

$$t_x = 10^{\frac{1}{15} \arccos \left[ \frac{\log \frac{x}{0,5679}}{0,2454} \right]}$$

Stunden der Bruch eintreten.



$$f_{t_j} = 0,5679 \cdot 10^{0,2454 \cdot \cos(15 \cdot \log t_j)} \quad [t_j \text{ in h}]$$

$$\text{für } t_j = 50a \rightarrow f_{t_j} = 0,6$$

$$f_t = \frac{f_{t_j} - 1,0}{f_{t_j}} \cdot v + 1,0 \hat{=} \text{Gerade } g_{50a} \quad \text{für } 0 \leq v \leq 0,6$$

$$f_t = v \quad \hat{=} \text{Gerade } W \quad \text{für } v \geq 0,6$$

Bild 4/19: Faktor  $f_t$  in Abhängigkeit von  $\text{vorh}\sigma_B/\beta'_B$

Für alle Verhältniszerte  $v = \text{vorh}\sigma_B/\beta_B^1 < x$  kann die zum Zeitpunkt  $t_x$  noch vorhandene Zeitfestigkeit durch Versuche nicht festgestellt werden. Aus der Grenzbetrachtung, daß bei  $v \rightarrow 0$  die Festigkeit auch nach einer Zeitdauer  $t_x$  unverändert bleibt, kann die gesuchte Zeitfestigkeit durch  $x \cdot \beta_B^1 \leq \beta_{B,t_x}^1 \leq \beta_B^1$  eingegrenzt werden. Bild 4/19 zeigt den Zusammenhang zwischen  $v$  und  $f_t$  = Zeitfestigkeit/Kurzzeitfestigkeit bei Zugrundelegung einer linearen Beziehung. Da nun zur Eliminierung des Parameters Zeit aller Ereignisse, die zwischen  $t = 0$  und  $t = T$  eintreten, auf den Zeitpunkt  $t = T$  projiziert werden, stellen z.B. für das Intervall  $[0,50a]$  die Geraden  $g_{50a}$  und  $w$  den Verlauf der Zeitfestigkeit in Abhängigkeit vom aufgebrachten Spannungsniveau dar.

Während bei einer deterministischen Betrachtungsweise der Einfluß des Verhältnisses  $v$  auf die Zeitfestigkeit günstig ausgenutzt werden kann, ist beim Zuverlässigkeitsnachweis der Stufe 2 der tatsächliche Verlauf der Zeitfestigkeit im Bereich  $0 \leq v \leq f_{t_i}$  irrelevant, da bei Verwendung der Gl. (2.71) die Dichteverteilung der Zeitfestigkeit für  $0 \leq v \leq f_{t_i}$  nicht in die Berechnung von  $P_f$  eingeht.

#### 4.8 Querschnittsabmessungen

Die Frage der Maßabweichungen ist beim Baustoff Holz besonders komplex, da die Streuung der Querschnittsabmessungen nicht allein von der Herstellungsgenauigkeit sondern auch vom Klima, in dem sich das Bauteil befindet, abhängig ist. Demgegenüber wird in [2/6] vorgeschlagen, in der Bemessung geometrische Größen deterministisch zu behandeln, solange ihre Abweichungen von den Sollwerten nicht zu bedeutenden Veränderungen des Widerstandes führen. Die Größe solcher Veränderungen wird in diesem Abschnitt untersucht, wobei der streuende Charakter der Querschnittsabmessungen von Bauholz aufgrund der folgenden Überlegungen erfaßt wird.

#### 4.8.1 Zulässige Maßabweichungen nach DIN 4074, T. 1

Da Datenmaterial über die Maßabweichungen bei Bauholz zur Zeit noch fehlt, werden die Festlegungen der DIN 4074 |4/3| analog zur Erfassung von Toleranzen nach |4/27| interpretiert. Dabei ist bezüglich der Maßabweichungen aufgrund des Einschnitts im Sägewerk bei halbtrockenem Holz zwischen Güteklasse I und den Güteklassen II/III zu unterscheiden. Somit liegen die Querschnittsmaße von Bauholz der Gkl. I in höchstens 5 % der Fälle um 1,5 % unter den Sollmaßen und der Gkl. II/III in höchstens 5 % der Fälle um 3 % bzw. in höchstens 15 % der Fälle um 1,5 % unter den Sollmaßen. Aus Gründen der Wirtschaftlichkeit beim Holzeinschnitt ist einerseits ein Mittelwert der tatsächlichen Querschnittsmaße zu erwarten, der unterhalb der Sollwerte liegt, andererseits aber soll nach König |4/28| eine Schwindzugabe von i.M. 3 % beim Einstellen der Sägegatter berücksichtigt werden, so daß die Annahme eines Mittelwertes  $m_{\Delta}$  der Maßabweichung gleich 0 sinnvoll begründet ist. Benutzt man - wie auch Pottharst |2/4| und Hosser |2/18| - nach dem Vorschlag im Anhang I von |4/21| für geometrische Größen als Verteilungsart die Gaußverteilung, so lassen sich für die Basisvariable Querschnittsabmessung die in Tabelle 4/15 zusammengestellten Verteilungsparameter angeben.

Im Hinblick auf die noch fehlende statistische Erfassung tatsächlich vorhandener Maßabweichungen wird in Anlehnung an die Werte der Tabelle 4/15 der weiteren Rechnung eine Zufallsvariable "Maßabweichung" mit den Verteilungsparametern  $m_{\Delta} = 0$  und  $\sigma_{\Delta} = 0.01$  für Gkl. I und  $m_{\Delta} = 0$  und  $\sigma_{\Delta} = 0.02$  für die Gkl. II/III zugrundegelegt (siehe auch Bild 4/20).

Tabelle 4/15: Verteilungsparameter der Zufallsvariable Querschnittsabmessung H bzw. der Maßabweichung $\Delta = \Delta'/h_s$ infolge der nach DIN 4074 zulässigen Herstellungstoleranzen							
Zeile	Güteklasse	Mittelwert	Standardabweichung	Variations- Koeffizient	Bemer- kungen		
1	I	$m_H = h_s$	$\sigma_H = 0,009 h_s$	$V_H = 0,009$			
2		$m_\Delta = 0$	$\sigma_\Delta = 0,009 \approx 0,01$				
3	II/III	$m_H = h_s$	$\sigma_H = 0,018 h_s$	$V_H = 0,018$	1)		
4		$m_H = h_s$	$\sigma_H = 0,015 h_s$			$V_H = 0,015$	2)
5		$m_H = 1,011 h_s$	$\sigma_H = 0,025 h_s$			$V_H = 0,024$	3)
6		$m_\Delta = 0$	$\sigma_\Delta = 0,018$			$V_\Delta = -0,248$	1)
7		$m_\Delta = 0$	$\sigma_\Delta = 0,015$				2)
8		$m_\Delta = -0,011$	$\sigma_\Delta = 0,025$				3)

$h_s$  = Sollabmessung

- 1) Verteilungsparameter für 0,97  $h_s \hat{=} 5$  %-Fraktile (folglich 0,985  $h_s \hat{=} 20$  %-Fraktile)
- 2) Verteilungsparameter für 0,985  $h_s \hat{=} 15$  %-Fraktile (folgl. 0,970  $h_s \hat{=} 2$  %-Fraktile)
- 3) Verteilungsparameter für 0,97  $h_s \hat{=} 5$  %-Fraktile (folgl. 0,985  $h_s \hat{=} 15$  %-Fraktile)

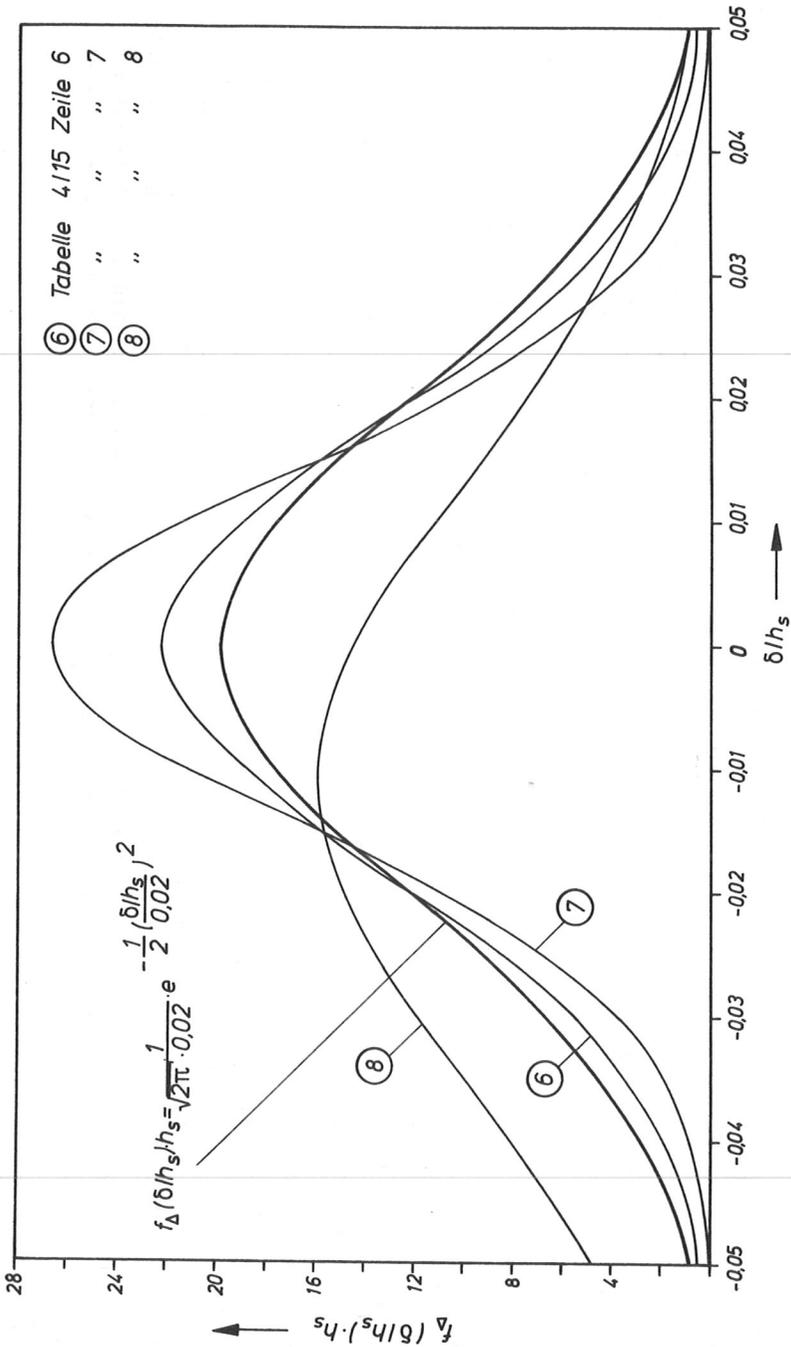


Bild 4/20: Dichteverteilung der auf den Sollwert bezogenen zulässigen Maßabweichungen für Gkl. II/III

#### 4.8.2 Maßabweichungen infolge Schwinden

Der Einschnitt des Holzes im Sägewerk erfolgt im allgemeinen bei einer Holzfeuchtigkeit, die über dem Fasersättigungsbereich liegt. Die zulässigen Maßabweichungen nach DIN 4074, T. 1 beziehen sich auf Holz im halbtrockenen Zustand, d.h.  $u \leq 30\%$  und bei Querschnitten über  $200\text{ cm}^2$   $u \leq 35\%$ . Es ist also für Holzausgleichsfeuchtigkeiten  $< 30\%$  auf jeden Fall das Schwinden zu berücksichtigen. Das lineare Schwindmaß  $\alpha$  [%/°] (bei Verwendung als Zufallsvariable wird die Abkürzung A benutzt) ist seinerseits auch wieder eine Zufallsvariable, für die nach den ISO-Empfehlungen [3/5] ein Variationskoeffizient von  $28\%$  angesetzt werden kann. Da für den einzelnen Biegebalken die Jahrringe einen über die Höhe bzw. Breite des Querschnitts sich ändernden Winkel mit den Querschnittsseiten einschließen und dieser Jahrringverlauf im allgemeinen nicht bekannt ist, sind auch die jeweils aktuellen Schwindmaße unbekannt. Man behilft sich daher bei Kanthölzern und Balken in der Weise, daß man als Rechenwert für das Schwindmaß

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_r + \alpha_t) \quad (4.34)$$

verwendet.

Somit gilt bei Verwendung der  $\alpha_r$ -,  $\alpha_t$ -Werte aus DIN 1052, T. 1 für das Schwindmaß A bei FI/TA:

Mittelwert  $m_A = 0,18$

Variationskoeffizient  $V_A = 0,28$

Verteilungsart : normal.

#### 4.8.3 Resultierende Maßabweichungen

Die Holzfeuchtigkeit  $U$  wird gemäß den in Abschnitt 4.6 genannten Angaben benutzt womit sich nun die zufällig streuende Querschnittsabmessung durch

$$H = h_s - \Delta \cdot h_s - \frac{A}{100}(30 - U) \cdot h_s \quad (4.35)$$

darstellen läßt. Umgeformt ergibt sich

$$H = h_s \cdot (1 - \Delta - \frac{A}{100}(30 - U)) = h_s \cdot F_A \quad (4.36)$$

Die in der Einflußgrößenrechnung übliche Taylorentwicklung der Funktion  $F_A$  um den Mittelwert  $m_{F_A}$  führt zu

$$m_{F_A} = 1 - m_\Delta - \frac{m_A}{100}(30 - m_U) \quad (4.37)$$

und

$$\sigma_{F_A}^2 \cong \left[ \left( \frac{\partial F_A}{\partial \delta} \sigma_\Delta \right)^2 + \left( \frac{\partial F_A}{\partial \alpha} \sigma_A \right)^2 + \left( \frac{\partial F_A}{\partial u} \sigma_U \right)^2 \right] \frac{1}{2} \quad (4.38)$$

wobei  $\Delta$ ,  $A$  und  $U$  voneinander stochastisch unabhängig sind.

Da sich die Standardabweichung von  $F_A$  aus Gl. (4.38) nicht bestimmen läßt, wird sie mit Hilfe eines Simulationsprogramms ermittelt. Der dazu verwendete Zufallszahlengenerator (siehe Bild 4/21) liefert die erforderlichen gleichverteilten Zufallszahlen. Eine Überprüfung anhand von 13925 Einzelwerten bestätigte die Brauchbarkeit des Generators (siehe Bild 4/22).

Tabelle 4/16: Verteilungsparameter der Zufallsvariablen $F_A$ und ihrer Einflußgrößen										
Güte- klasse	Feuchtig- keits- klasse	Einflußgrößen von $F_A$					Basisvariable $F_A$			
		Maßabweichung $\Delta$ normal- verteilt $m_\Delta$ $\sigma_\Delta$	Schwindmaß $A$ normal- verteilt $m_A$ $\sigma_A$	Holzfeuchtigkeit $U$ rechteckverteilt $m_U$ $u_a$ $u_b$	Mittelwert $m_{F_A}$ $f(m_\Delta, m_A, m_U)$	$m_{F_A}$	$\sigma_{F_A}$	$V_{F_A}$		
I	1	0 0,010	0,180 0,050	9,0 6,0 12,0	0,962	0,965	0,019	0,020		
	2	0 0,010	0,180 0,050	12,0 9,0 15,0	0,968	0,970	0,019	0,020		
	3	0 0,010	0,180 0,050	15,0 12,0 18,0	0,973	0,976	0,017	0,017		
II/III	1	0 0,020	0,180 0,050	9,0 6,0 12,0	0,962	0,967	0,024	0,025		
	2	0 0,020	0,180 0,050	12,0 9,0 15,0	0,968	0,972	0,024	0,024		
	3	0 0,020	0,180 0,050	15,0 12,0 18,0	0,973	0,978	0,023	0,024		

Da die in Tabelle 4/16 zusammengestellten Variationskoeffizienten von  $F_A$  relativ klein ( $\leq 2,5\%$ ) sind, ist es naheliegend, die von Natur aus stochastische Größe  $F_A$  durch einen konstanten Faktor zu ersetzen. Der dadurch entstehende Fehler wird durch Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den Grenzzustandsgleichungen

$$g_1(B_B, \Delta, A, U, M_y) = \prod_{i=1}^{i=3} m_{F_i} \cdot B_B \cdot W_{y,s} \cdot \left(1 - \Delta - \frac{A}{100}(30-U)\right)^3 - M_y = 0 \quad (4.39)$$

und

$$g_2(B_B, M_y) = \prod_{i=1}^{i=3} m_{F_i} \cdot B_B \cdot f_A^3 \cdot W_{y,soll} - M_y = 0 \quad (4.40)$$

abgeschätzt.

Auf der Grundlage des Abschnittes 2.2.2 ergeben sich in Abhängigkeit vom Sicherheitsindex  $\beta$  die in Bild 4/23 dargestellten Unterschiede der zulässigen Momente  $M_y$ . Die geringen Abweichungen, die sich aus den Grenzzustandsgleichungen  $g_1$  und  $g_2$  ergeben, berechtigen die Verwendung der konstanten Faktoren  $f_A(\text{Gkl. I}) = 0,964$  und  $f_A(\text{Gkl. II/III}) = 0,959$ , um den Einfluß der Basisvariablen "Querschnittsabweichung"  $F_A$  zu erfassen.

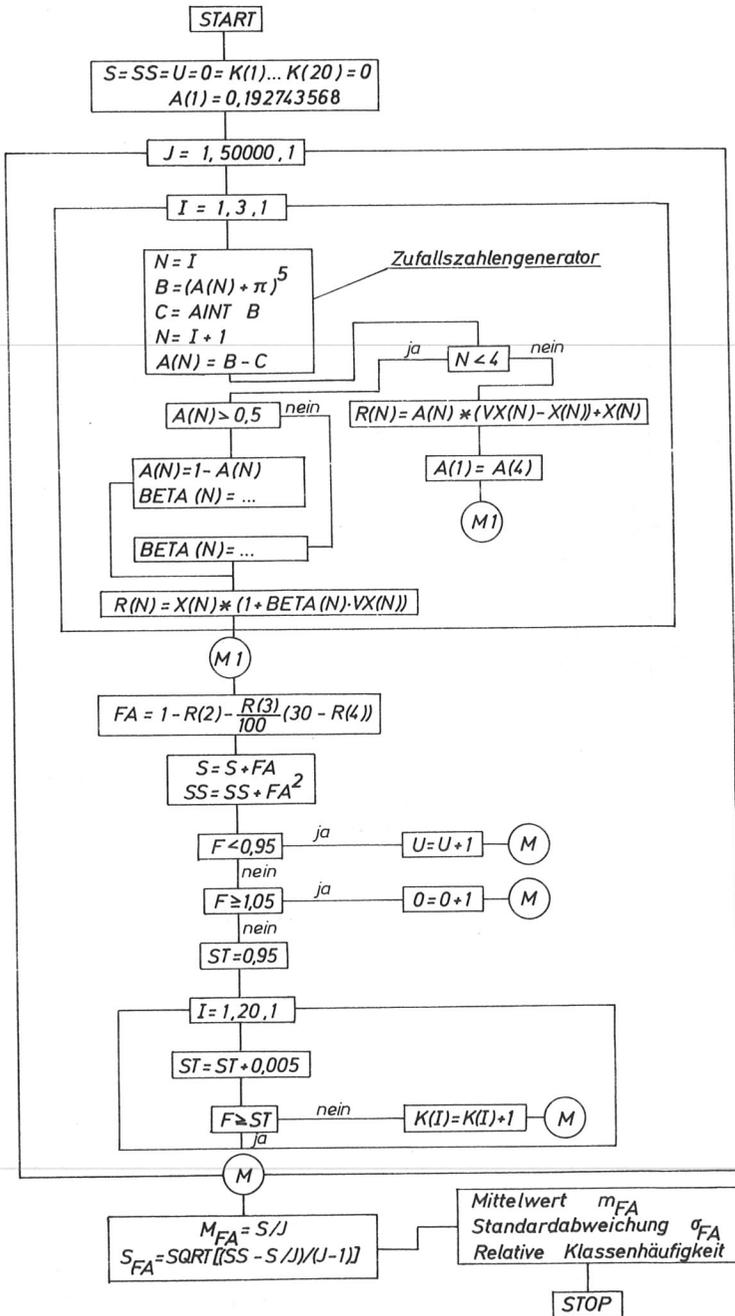


Bild 4/21: Flußdiagramm für Simulationsprogramm

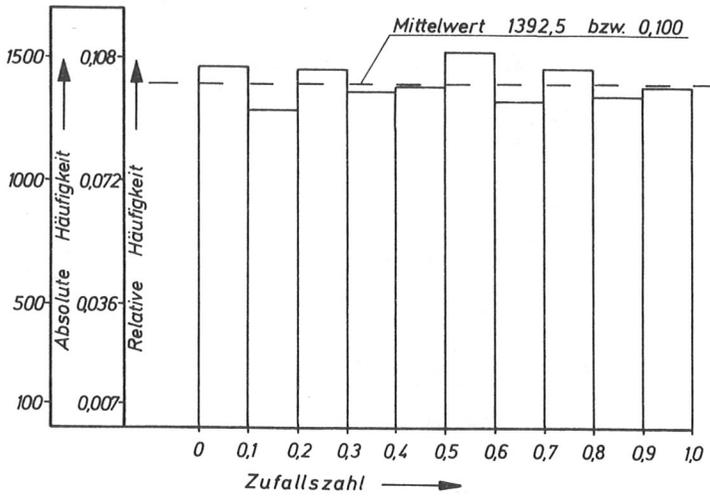


Bild 4/22: Histogramm für 13925 Zufallszahlen

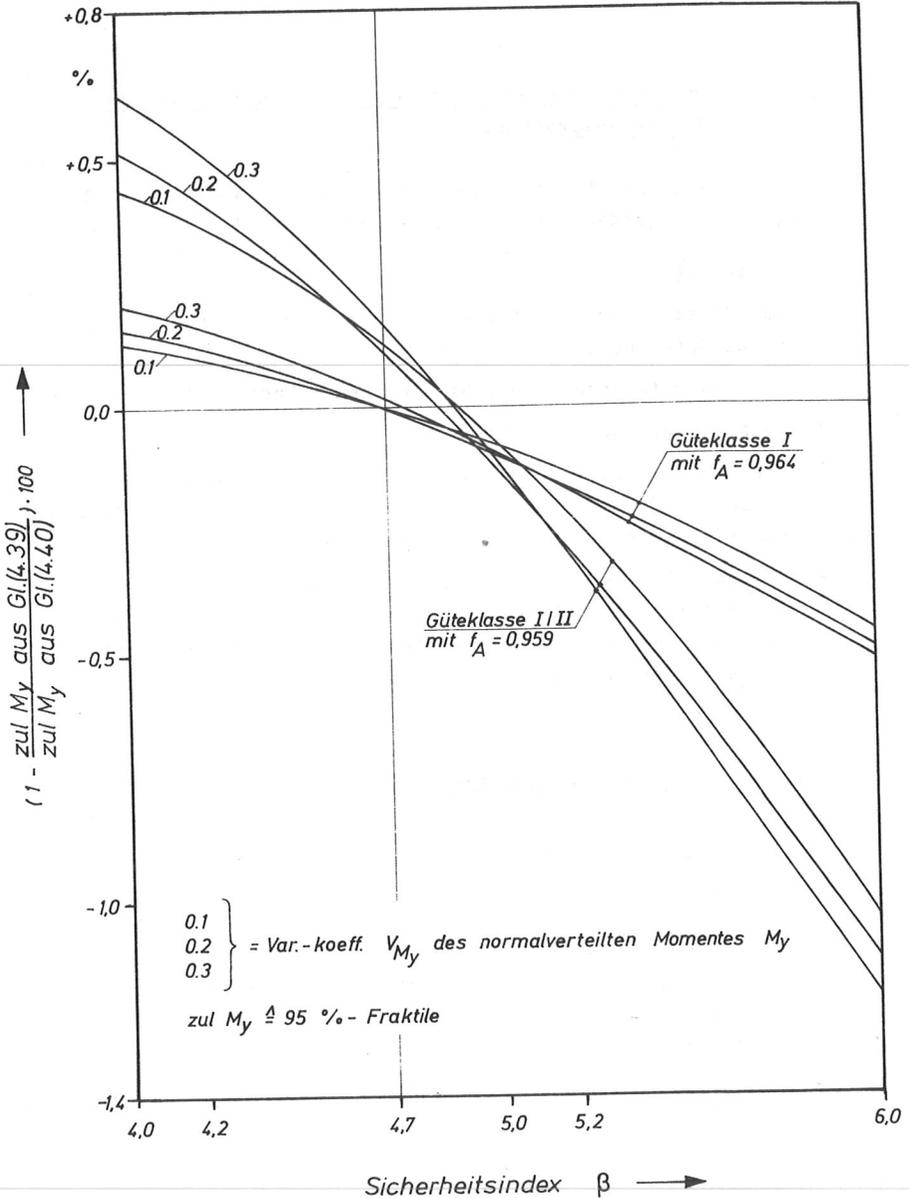


Bild 4/23: Abweichung des zul. Momentes  $M_y$  bei Verwendung eines konstanten Faktors  $f_A$  vom Ergebnis bei genauerer Rechnung gemäß Gl. (4.39)

## 5. Der Tragfähigkeitsnachweis für Vollholzbalken unter Biegebeanspruchung

Die in diesem Abschnitt formulierten Grenzzustandsgleichungen gehen von folgenden Voraussetzungen aus:

1. Einachsige Biegung.
2. Das Versagen auf Schub oder Schub + Biegung wird nicht untersucht.
3. Die Widerstandsseite ergibt sich gemäß Kapitel 4.
4. Rechteckiger Querschnitt mit  $0,2 \leq b/h \leq 2,0$ .
5. Ständige Lasten sind normalverteilt und können nach 3.2.6 zusammengefaßt werden, d.h. es wird bei ständiger Belastung nur eine Versagensbedingung untersucht.
6. Treten außer den ständigen Lasten  $n$  Lasten mit jeweils unterschiedlicher Belastungsdauer auf, so sind  $n + 1$  Versagensbedingungen zu untersuchen. Die zusätzlichen Lasten folgen einer Extremwertverteilung.

### 5.1 Nachweis für ständige Lasten

#### 5.1.1 Grenzzustandsgleichungen und zugehörige Rechenprogramme

Der für ständige Lasten und einen Bezugszeitraum von  $t$  Jahren maßgebende Grenzzustand der Tragfähigkeit für einen Biegebalken aus Vollholz mit einer Kurzzeitbiegefestigkeit  $B_B^1$  nach Gl. (4.1) lautet

$$F_1 F_2 F_3 F_4 B_B^1 f_t f_{AW,y,so11}^3 - M_g = 0 \quad (5.1)$$

bzw. mit  $F_4$  nach Gl. (4.28)

$$E f_t f_A^3 W_{y, \text{soll}} (a + bE + U(c - dE)) - M_g = 0 \quad (5.2)$$

dabei ist

$$a = 0,916 \quad ; \quad b = 4,661 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad c = 7,024 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad d = 3,884 \cdot 10^{-4}$$

$$E = F_1 F_2 F_3 B_B$$

Der Grenzzustand nach Gl. (5.1) wird mit G, derjenige nach Gl. (5.2) mit GU bezeichnet.

Um die weiteren Berechnungen systematisieren zu können, werden folgende Umbenennungen vorgenommen:

$X_1 = F_1$  = Einflußfaktor für die Querschnittstransformation

$X_2 = F_2$  = Einflußfaktor für die Schrägfaserigkeit

$X_3 = F_3$  = Einflußfaktor für die Ästigkeit

$X_4 = F_4$  = Einflußfaktor für die Holzfeuchtigkeit (für G)

$X_4 = U$  = Holzfeuchtigkeit (für GU)

$X_5 = B_B$  = Kurzzeitbiegefestigkeit der kleinen, fehlerfreien Probe

$X_6 = \frac{M_g}{W_{y, \text{soll}}}$  = die mit dem Sollwert des Widerstandsmomentes berechnete Biegespannung infolge des Momentes  $M_g$

$$F = f_t f_A^3$$

mit  $f_t$  = Zeitfestigkeitsfaktor

$$f_A = \begin{cases} 0,964 & \text{für Gkl. I} \\ 0,959 & \text{für Gkl. II/III.} \end{cases}$$

Die Grenzzustandsgleichung G lautet demnach

$$\prod_{i=1}^5 X_i F - X_6 = 0 \quad (5.3)$$

und die Grenzzustandsgleichung GU

$$\prod_{i=1}^3 X_i F X_5 (a+b \prod_{i=1}^3 X_i X_5 + X_4 (c-d \prod_{i=1}^3 X_i X_5)) - X_6 = 0. \quad (5.4)$$

Die Gln. (5.3) und (5.4) liegen somit in der Form vor, wie sie für die Berechnung der Zuverlässigkeit auf der Stufe 2 benötigt werden und entsprechen den Gln. (2.53) und (2.67).

Die FORTRAN-Rechenprogramme BETA-G für den in Gl. (5.3) formulierten Grenzzustand und BETA-GU für den Grenzzustand gemäß Gl. (5.4) unterscheiden sich nur in dem vom Hauptprogramm aufgerufenen Unterprogramm KERN(Ü) und in dem Programmteil ERGEBNISZEILE. Die einzelnen Programmschritte sind in Bild 5/1 dargestellt und werden in den nachfolgenden Punkten nochmals beschrieben und erläutert. Grundsätzliches Ziel der Berechnung ist es, für den Bereich  $3,0 \leq \beta \leq 5,5$ , mit dem die z.Zt. in der Diskussion befindlichen Sicherheitsklassen (siehe Tabelle 2/2) umrissen werden können, den  $x^*$ -Vektor zu ermitteln. Alle weiteren, im Programmteil ERGEBNISZEILE angegebenen  $\gamma$ -Werte und

charakteristischen Werte sind teils beliebig teils in Anlehnung an schon bestehende Vorschläge getroffene Festlegungen und im Falle anderer Definitionen der für Stufe 1 erforderlichen Sicherheitselemente leicht transformierbar.

Erläuterungen zum Bild 5/1:

- 1: Der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  nach Gl. (4.29) wird, sofern bei den Ergebnissen nicht ausdrücklich vermerkt, für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren eingegeben.
- 2: Erstellen einer Kopftabelle, die für eine Ergebnisliste allgemeingültige Angaben enthält.
- 3: Erstellen einer Parameterliste, indem für  $X_1$  bis  $X_5$  die Mittelwerte  $m_{X_i}$ , für  $X_6$  ein Startwert  $m_{X_6}$ , die Variationskoeffizienten  $V_{X_1}$  bis  $V_{X_6}$  und die Verteilungsarten eingegeben werden. Eine Zusammenstellung der Eingabewerte befindet sich in Tabelle 5/1. Im Falle einer Trapezverteilung statt Rechteckverteilung werden die entsprechenden Verteilungsparameter im Programmteil TRU ermittelt. Anschließend wird die Parameterliste unmittelbar vor der zugehörigen Ergebnisliste ausgedruckt.
- 4: Angabe der Schätzwerte für den Sicherheitsindex sowie den  $x^*$ -Vektor.
- 5: In einer Schleife wird der Mittelwert von  $X_6$  schrittweise verändert und für jeden Wert von  $m_{X_6}$  im
- 6: Unterprogramm KERN der zugehörige Sicherheitsindex  $\beta$  ermittelt. Das im Programm BETA-GU verwendete Unterprogramm KERNU unterscheidet sich von dem in Bild 5/1 gezeigten Unterprogramm nur durch die Grenzzustandsgleichung.

Grenz Zustandsgleichung :  $g(X_i) = \sum_{i=1}^5 X_i \cdot F - X_6 = 0$

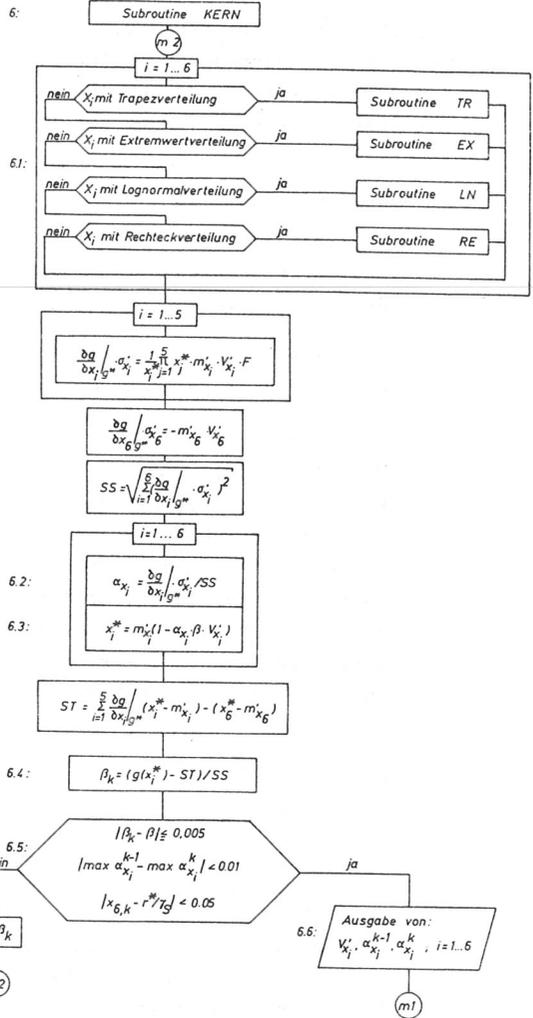
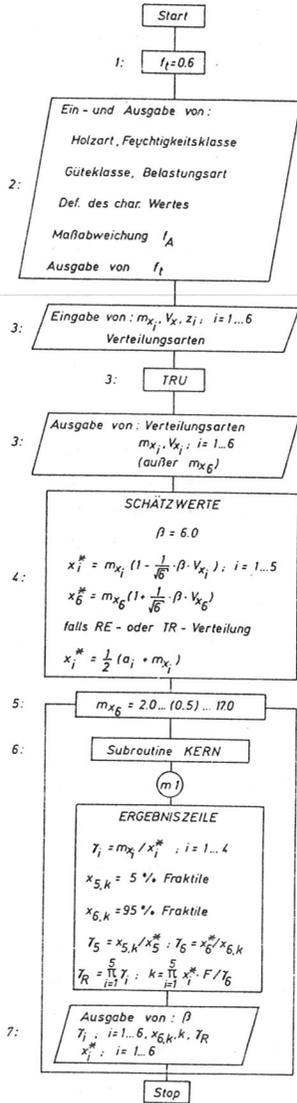


Bild 5/1: Strukturdiagramm für Programm BETA-G

- 6.1: Transformation nichtnormalverteilter Zufallsvariablen in normalverteilte Zufallsvariablen mit den Parametern  $m_{X_i}^*$  und  $\sigma_{X_i}^*$  (Einzelheiten siehe A.2).
- 6.2: Sensitivitätsfaktoren nach Gl. (2.63).
- 6.3: Koordinaten des Bemessungspunktes nach Gl. (2.66).
- 6.4: Sicherheitsindex  $\beta_k$  nach Gl. (2.64).
- 6.5: Abfrage, ob der ermittelte Sicherheitsindex  $\beta_k$  genügend genau mit dem Anfangsschätzwert  $\beta$  übereinstimmt. Ist dies nicht der Fall wird mit  $\beta = \beta_k$  und dem errechneten  $x^*$ -Vektor zur Marke m2 gesprungen.
- 6.6: Der Variationskoeffizient  $V_{X_i}^*$ , der in den Subroutines TR und RE erzeugten Normalverteilung machte bei der Programmentwicklung deutlich, daß die im Anhang A.3 beschriebene Dämpfung der Veränderung des  $x^*$ -Vektors notwendig wurde. An der Größe der Sensitivitätsfaktoren  $\alpha_{X_i}^k$  läßt sich der Einfluß der betreffenden Basisvariablen auf die Zuverlässigkeit ablesen.  $\alpha_{X_i}^{k-1}$  sind die Sensitivitätsfaktoren des vorletzten Iterationsschrittes.
- 7: Von den Ausgabewerten sind nur  $\beta$  und der  $x^*$ -Vektor "Primärergebnisse". Alle anderen Werte sind frei gewählte Definitionen bzw. vom  $x^*$ -Vektor abhängige Größen.

Tabelle 5/1: Verteilungsparameter der Basisvariablen $X_1$ bis $X_6$ für die Programme BETA-G, -GU, -GSW												
Zeile	Basisvariable	Verteilungsart		G ü t e k l a s s e								
		für NDS	Varianten	I			II			III		
				$m_{X_i}$	$V_{X_i}$	$m_{X_i}$	$V_{X_i}$	$m_{X_i}$	$V_{X_i}$	$m_{X_i}$	$V_{X_i}$	
1	$X_1$	RE	N	0,900	0,050	0,900	0,050	0,900	0,050	0,900	0,050	
2	$X_2$	RE	N	0,950	0,030	0,875	0,082	0,775	0,168			
3	$X_3$ (alle Astlagen)	RE	TR, N	0,840	0,110	0,780	0,163	0,745	0,198			
4	$X_3$ (ohne $\gamma_4$ und $\gamma_5$ )	-	RE, TR, N	0,875	0,082	0,830	0,118	0,815	0,131			
5	$X_5$	N	N	68,0	0,140	68,0	0,140	68,0	0,140			
6	$X_6$	N	-	$f(\beta)$	0,100	$f(\beta)$	0,100	$f(\beta)$	0,100			
										F e u c h t i g k e i t s k l a s s e		
										1	2	3
7	$X_4$ für BETA-G, BETA-GSW	RE	N	1,100	0,052	1,000	0,058	0,900	0,064			
8	$X_4$ für BETA-GU	RE	N	9,0	0,192	12,0	0,144	15,0	0,115			

### 5.1.2 Ergebnisse

Die Zuverlässigkeit wird durch den Sicherheitsindex  $\beta$  ausgedrückt und die zugehörige, mit Hilfe des Rechenprogramms gemäß Bild 5/1 ermittelte Zufallsvariable

$$X_6 = \frac{\text{Moment infolge ständiger Last}}{W_{y,\text{soll}}}$$

wird durch den 95 %-Fraktilewert  $x_{6,k} = m_{X_6}(1+1,645 V_{X_6})$  in den Bildern als Ordinate dargestellt. Dieser charakteristische Wert  $x_{6,k}$  wurde für die Darstellung der Ergebnisse gewählt, da er mit der derzeitigen Bemessungspraxis (siehe Abschnitt 3.2) übereinstimmt. Liegt eine einzuhaltende Zuverlässigkeit und somit ein "zulässiger" Sicherheitsindex fest, so kann der zugehörige charakteristische Wert  $x_{6,k}$  als zulässige Biegespannung im herkömmlichen Sinne bezeichnet werden. Dadurch sind nach Festlegung irgendeines "zul  $\beta$ " die in diesem Kapitel aufgeführten Ergebnisse direkt mit den Auswirkungen des zur Zeit noch verwendeten Systems der zulässigen Spannungen vergleichbar.

Da im Bemessungspunkt  $g(x^*) = 0$  erfüllt sein müßte, diese Bedingung aber bei der Iteration im Unterprogramm KERN einerseits über das Abbruchkriterium (Punkt 6.5 in Bild 5/1) nur angenähert wird, andererseits die Grenzzustandsbedingung im Bemessungspunkt linearisiert wird und zum dritten nichtnormalverteilte Basisvariable in normalverteilte Größen umgeformt werden müssen, weichen die Werte von

$$x_{6,k} = m_{X_6}(1+1,645 V_{X_6}) = x_6^*/\gamma_{X_6} \quad \text{und}$$

$$k = r^*/\gamma_{X_6} \quad \text{zum Teil etwas voneinander ab,}$$

weil  $r^* = x_6^*$  nicht immer exakt erreicht wird.

Für Programm BETA-G gilt dabei

$$r^* = \prod_{i=1}^5 x_i^* F \quad (5.5)$$

und für Programm BETA-GU

$$r^* = \prod_{i=1}^3 x_i^* F x_5^* (a + b \prod_{i=1}^3 x_i^* x_5^* + x_4^* (c - d \prod_{i=1}^3 x_i^* x_5^*)). \quad (5.6)$$

Quantitative Angaben über diese Abweichungen sollen für den in erster Linie interessierenden Datensatz gemacht werden, der zu den Ergebnissen gemäß Bild 5/6 führt. Der in den Bildern dargestellte k-Wert ist daher grundsätzlich der zwischen  $x_6^*/\gamma_{X6}$  und  $r^*/\gamma_{X6}$  gemittelte Wert. Durch die Eingabe der in Tabelle 5/1 zusammengestellten Datensätze in die Programme BETA-G und BETA-GU und noch weiterer Variationen der Parameter konnten folgende Punkte geklärt bzw. bestätigt werden.

1) Abweichungen in der Zuverlässigkeit infolge unterschiedlicher Formulierung des Grenzzustandes

Die Bilder 5/2 und 5/3 zeigen, daß für nur normalverteilte Eingangsgrößen (Bild 5/2) und auch für den Normaldatensatz (Bild 5/3) der mit Gl. (5.2) formulierte Grenzzustand zu einer etwas größeren Zuverlässigkeit führt. Hier wirkt sich der von Madsen [4/20] gefundene Trend aus, daß die für die Höhe der Versagenswahrscheinlichkeit relevanten Realisationen der Biegefestigkeit durch die Holzfeuchtigkeit praktisch nicht beeinflusst werden.

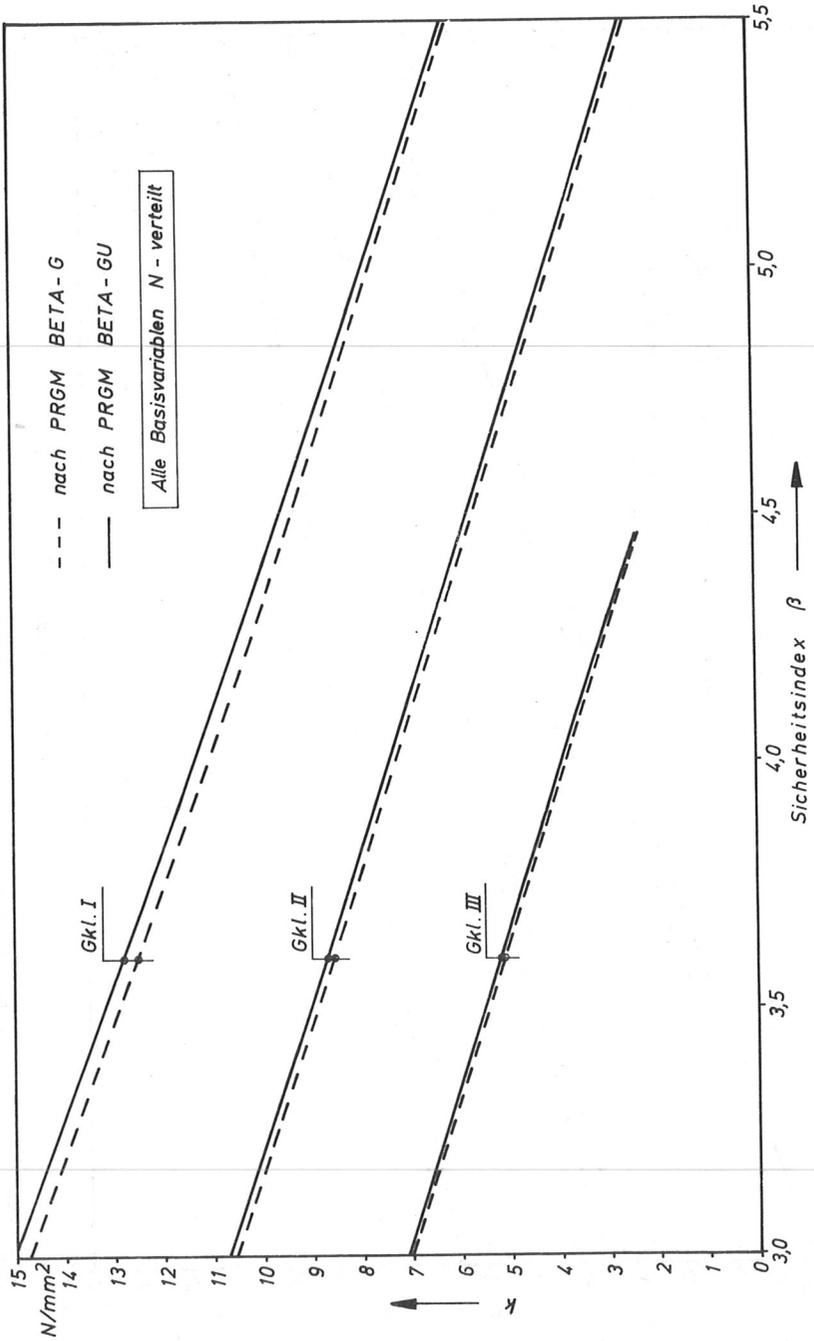


Bild 5/2: k-Wert in Abhängigkeit vom Sicherheitsindex  $\beta$

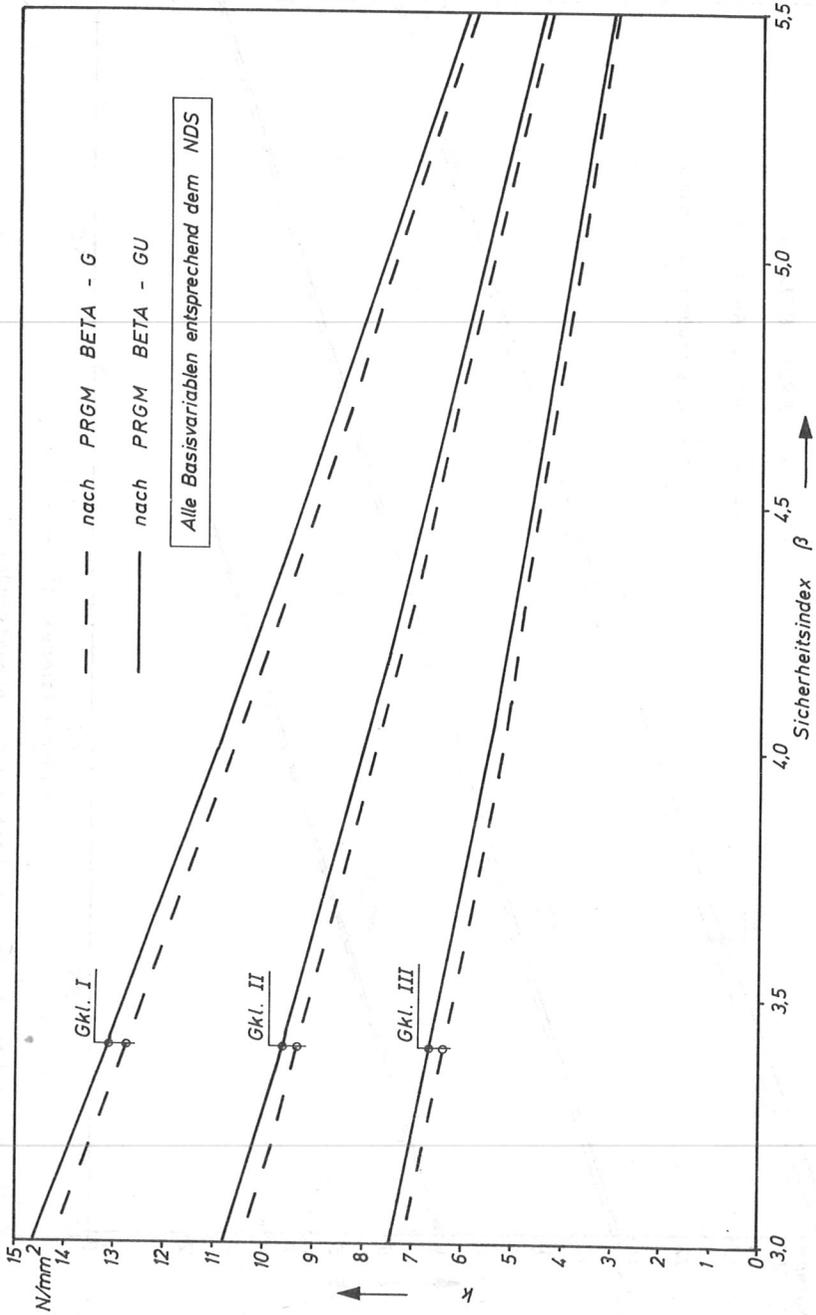


Bild 5/3: k-Wert in Abhängigkeit vom Sicherheitsindex  $\beta$

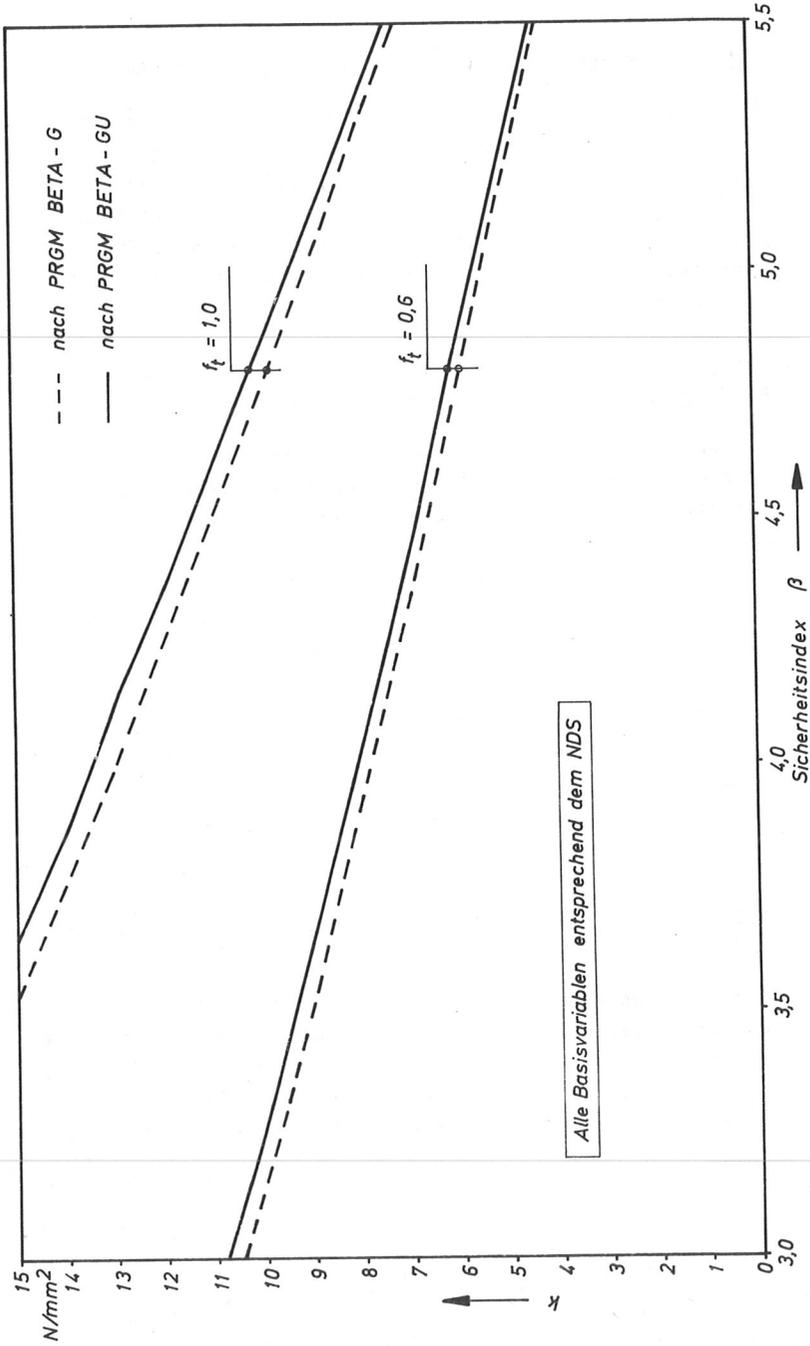


Bild 5/4: k-Wert für Gkl. II in Abhängigkeit vom Sicherheitsindex  $\beta$  für  $f_t = 0,6$  und  $f_t = 1,0$

2) Der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  ist ein linearer Faktor

Wie zu erwarten zeigt Bild 5/4, daß  $k$  direkt proportional zu  $f_t$  ist. Wenn nicht anders vermerkt, basieren die Ergebnisse des Abschnittes 5.1.2 auf  $f_t = 0,6$  und können im Falle anderer, von 50 Jahren abweichender Bezugszeiträume mittels der Gl. (4.33) leicht umgerechnet werden. Ebenso kann auch mit dem Faktor  $f_A$  für die Maßabweichung verfahren werden.

3) Der Einfluß der Verteilungsart von  $X_1$  bis  $X_5$  sowie der Berücksichtigung der Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$

Die weiteren Punkte werden nur mit Hilfe des Programms BETA-GU untersucht, im wesentlichen unter Beschränkung auf die Güteklasse II und die Feuchtigkeitsklasse 2. Bild 5/5 zeigt:

- a) den Unterschied in der Zuverlässigkeit bei nur normalverteilten Basisvariablen (Gerade ①) und bei recht-eckverteilten Größen  $X_1$  bis  $X_4$  (Kurve ②)
- b) die Änderung, die durch eine LN-verteilte Kurzzeitbiegefestigkeit  $X_5$  des fehlerfreien Holzes (Kurve ③) gegenüber N-verteiltem  $X_5$  (Kurve ②) entsteht
- c) den Einfluß, den die Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$  auf die Zuverlässigkeit ausüben (Kurve ④:  $X_3$  ohne Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$ ).

4) Vergleich mit den zulässigen Biegespannungen nach DIN 1052, T. 1, Tab. 6

Diesem ersten Vergleich liegen die in Tabelle 5/2 zusammengestellten Daten zugrunde. Außerdem sei nochmals betont, daß als charakteristischer Wert von  $X_6$  in Anlehnung an Abschnitt 3.2 die 95 %-Fraktile festgelegt wurde. Da DIN 1052 zusammen mit DIN 1055 verwendet wird, sind wie bereits oben

erwähnt die zulässigen Spannungen direkt mit  $k$  vergleichbar. Der in Bild 5/6 dargestellte Vergleich ergibt, daß die Sicherheitsindizes für die drei Güteklassen mit  $\beta^I = 4,45$ ,  $\beta^{II} = 4,36$  und  $\beta^{III} = 4,53$  eng zusammen liegen, d.h. in DIN 1052 ist für den hier untersuchten Fall der Biegebeanspruchung von Vollholz unter ständiger Last für alle Güteklassen ein gleichmäßiges Zuverlässigkeitsniveau vorhanden. Außerdem ist mit  $4,36 \leq \beta \leq 4,53$  ein Sicherheitsniveau eingehalten, das sehr gut mit den z.Zt. existierenden Vorschlägen übereinstimmt. Die Einhaltung des Abbruchkriteriums  $(x_{6,k} - r^*/\gamma_S) < 0,05$  (siehe Punkt 6.5 in Bild 5/1) bedeutet bei einem Sicherheitsindex  $\beta \leq 4,70$  für die Gkl. I einen Fehler der Iterationsrechnung von 0,4 % für Gkl. II von 0,5 % und Gkl. III von 0,7 %.

#### 5) Der Einfluß der Streuung der ständigen Einwirkung

Die Feststellungen der Punkte 1) bis 4) gelten strenggenommen nur, solange der Variationskoeffizient der Basisvariablen  $X_6$  bei 10 % liegt. Für die Güteklassen I und II wurde deshalb  $V_{X_6}$  zwischen 0 und 0,20 variiert und die Verteilungsparameter der übrigen Basisvariablen wieder gemäß Tabelle 5/2 angesetzt. Die Ergebnisse sind den Bildern 5/7 und 5/8 zu entnehmen und zeigen eine relativ geringe Schwankung des charakteristischen Wertes  $k$  für den Bereich  $0 \leq V_{X_6} \leq 0,20$ .

Das Bild 5/9 gibt die Zuverlässigkeiten wieder, die den zulässigen Biegespannungen nach DIN 1052, T. 1 für die Güteklassen I und II je nach Größe des Variationskoeffizienten  $V_{X_6}$  zugrunde liegen. Bewegt sich z.B. der Variationskoeffizient der normalverteilten ständigen Last im Bereich  $5 \% \leq V_{X_6} \leq 12 \%$ , so entspricht die zulässige Biegespannung nach DIN 1052/1 bei Gkl. II einem Sicherheitsindex von  $\beta \geq 4,30$  und bei Gkl. I einem  $\beta$  von mindestens 4,40.

Tabelle 5/2: Parameterliste der Basisvariablen					
	Name	Mechanische Bedeutung	Verteilungsart	Mittelwert	Var.-Koeff.
Gkl. I	X <sub>1</sub>	Transformation	RE	0,900	0,050
	X <sub>2</sub>	Schrägfaserigkeit	RE	0,950	0,030
	X <sub>3</sub>	Ästigkeit	RE	0,875	0,082
	X <sub>4</sub>	Holzfeuchtigkeit	RE	12,000	0,144
	X <sub>5</sub>	Biegefestigkeit	LN	68,000	0,140
	X <sub>6</sub>	Moment aus G/W <sub>soll</sub>	N	-	0,100
Gkl. II	X <sub>1</sub>	Transformation	RE	0,900	0,050
	X <sub>2</sub>	Schrägfaserigkeit	RE	0,875	0,082
	X <sub>3</sub>	Ästigkeit	RE	0,830	0,118
	X <sub>4</sub>	Holzfeuchtigkeit	RE	12,000	0,144
	X <sub>5</sub>	Biegefestigkeit	LN	68,000	0,140
	X <sub>6</sub>	Moment aus G/W <sub>soll</sub>	N	-	0,100
Gkl. III	X <sub>1</sub>	Transformation	RE	0,900	0,050
	X <sub>2</sub>	Schrägfaserigkeit	RE	0,775	0,168
	X <sub>3</sub>	Ästigkeit	RE	0,815	0,131
	X <sub>4</sub>	Holzfeuchtigkeit	RE	12,000	0,144
	X <sub>5</sub>	Biegefestigkeit	LN	68,000	0,140
	X <sub>6</sub>	Moment aus G/W <sub>soll</sub>	N	-	0,100

Holzart: FI/TA RE = Rechteckverteilung N = Normalverteilung  
 Feuchtigkeitsklasse: 2 TR = Trapezverteilung LN = Lognormalverteilung

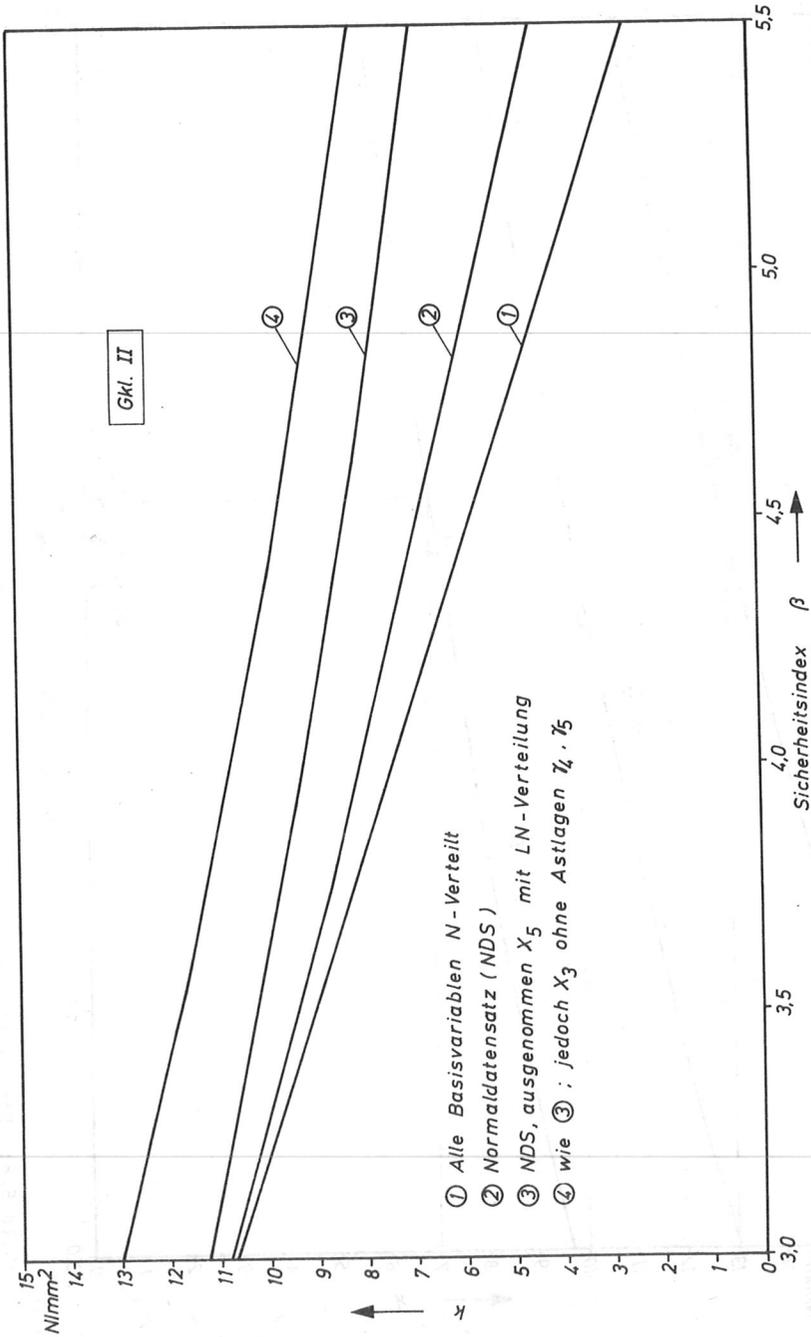


Bild 5/5: Einfluß der Verteilungsart und der Astlagen  $\gamma_4, \gamma_5$  auf die Zuverlässigkeit

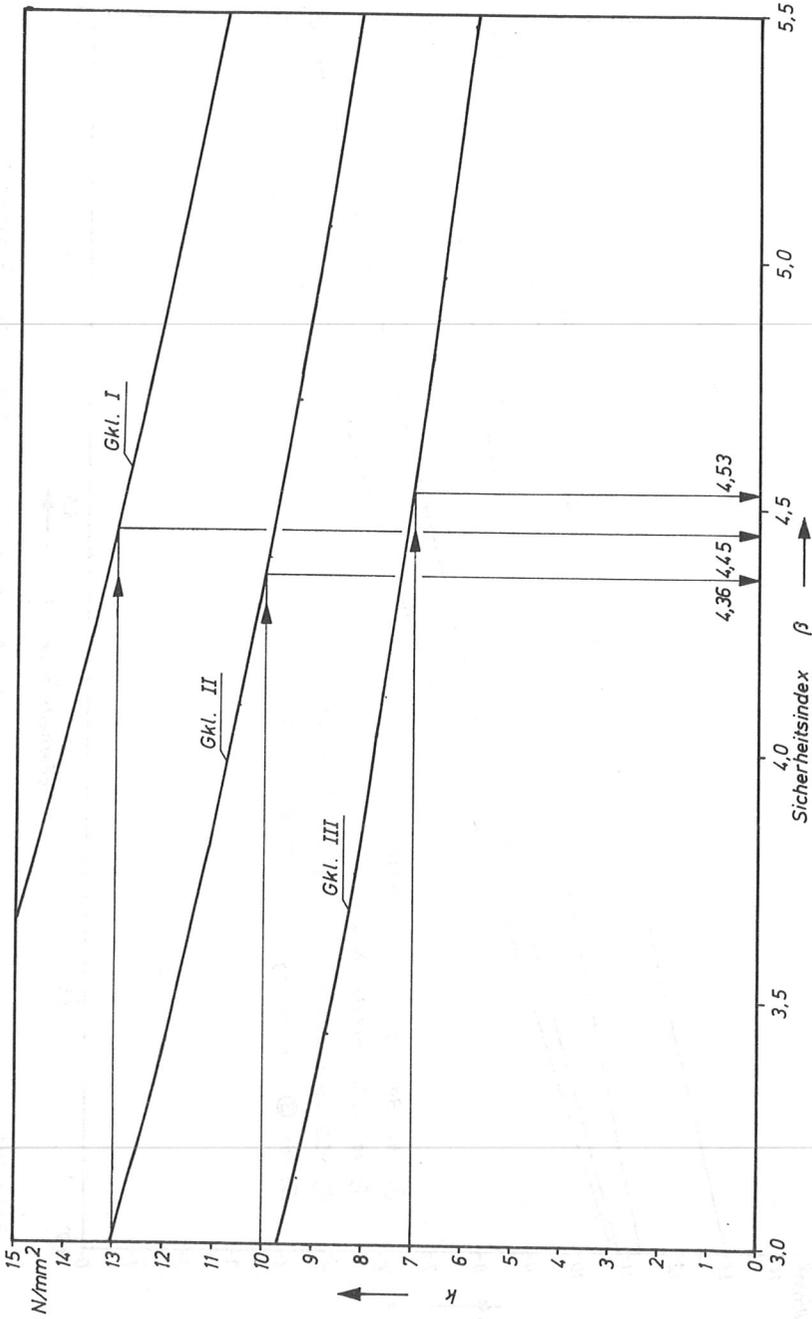


Bild 5/6: Die in den zulässigen Biegespannungen der DIN 1052 enthaltenen Zuverlässigkeiten

Gkl. II

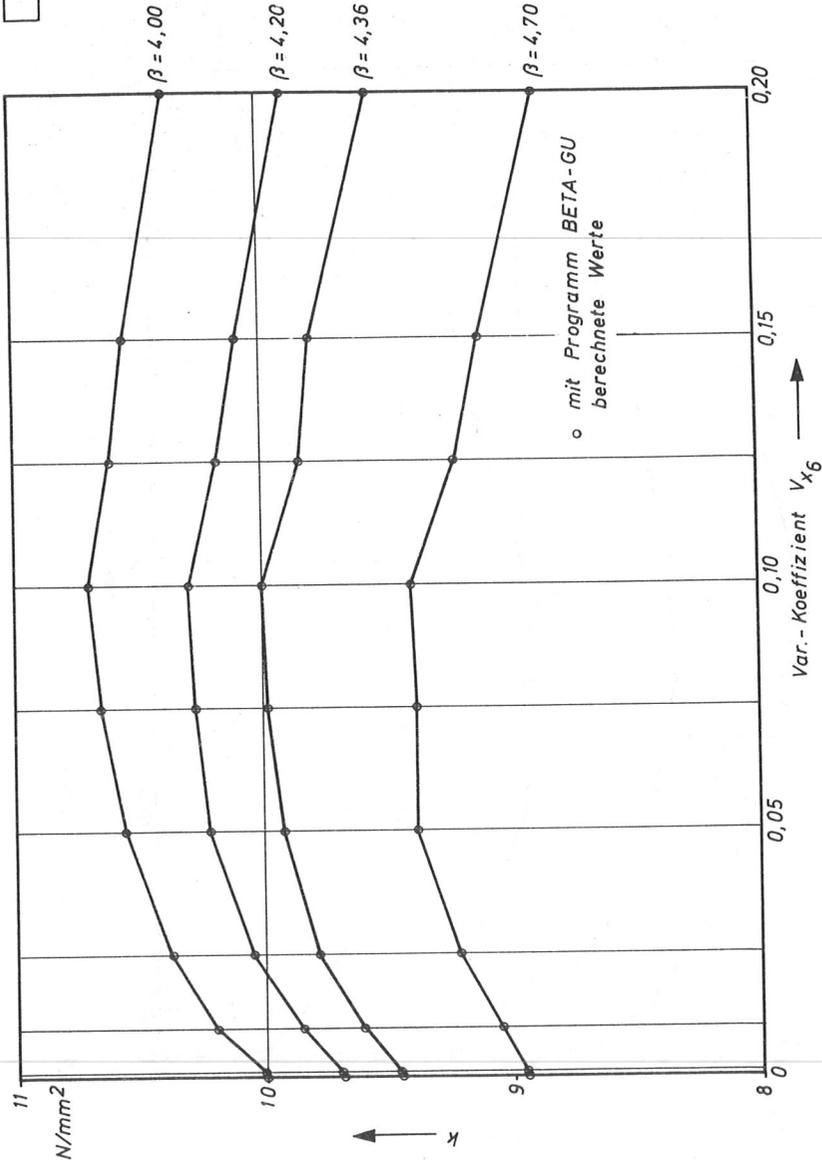


Bild 5/7: k-Wert in Abhängigkeit vom Var.-Koeffizient der ständigen Einwirkungen

Gkl. I

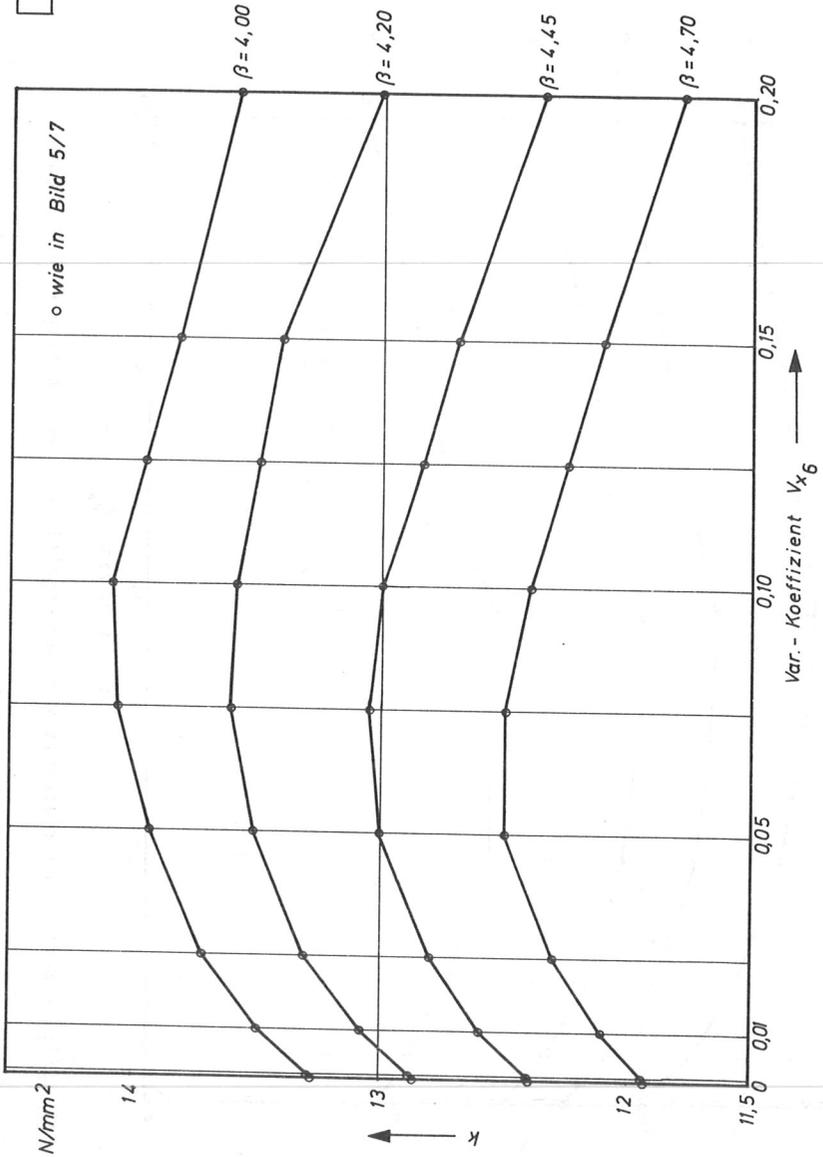


Bild 5/8: k-Wert in Abhängigkeit vom Var.-Koeffizient  $V_{x_6}$

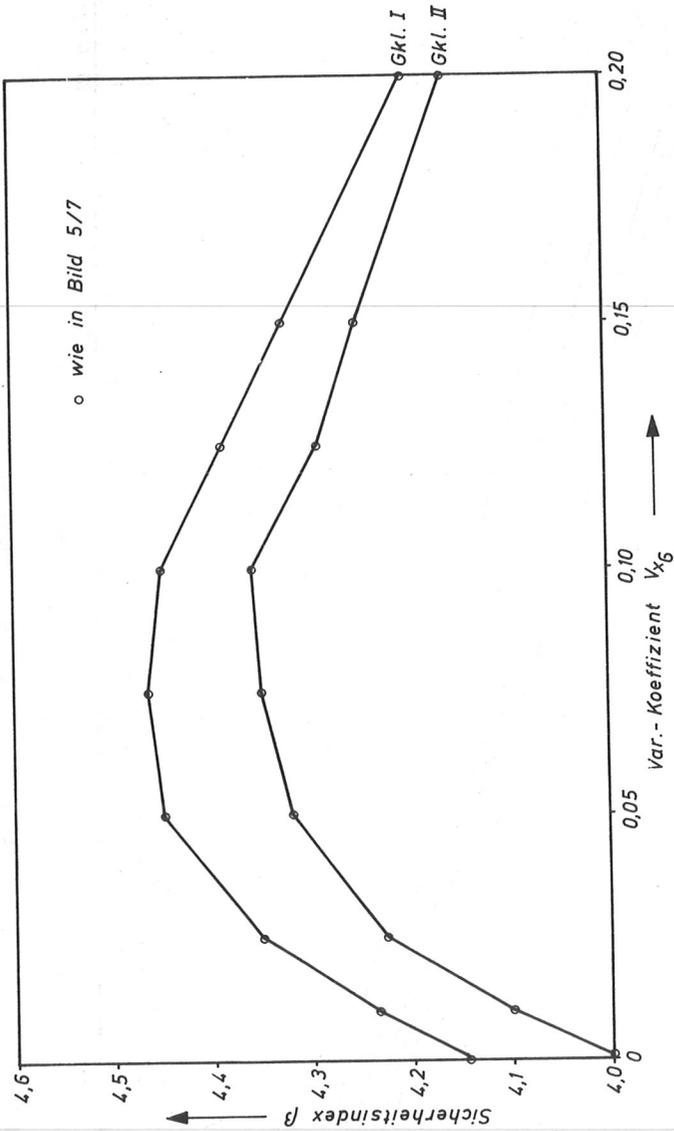


Bild 5/9: Die in den zulässigen Biegespannungen nach DIN 1052/1 enthaltene Zuverlässigkeit in Abhängigkeit vom Var.-Koeffizienten der ständigen Einwirkungen

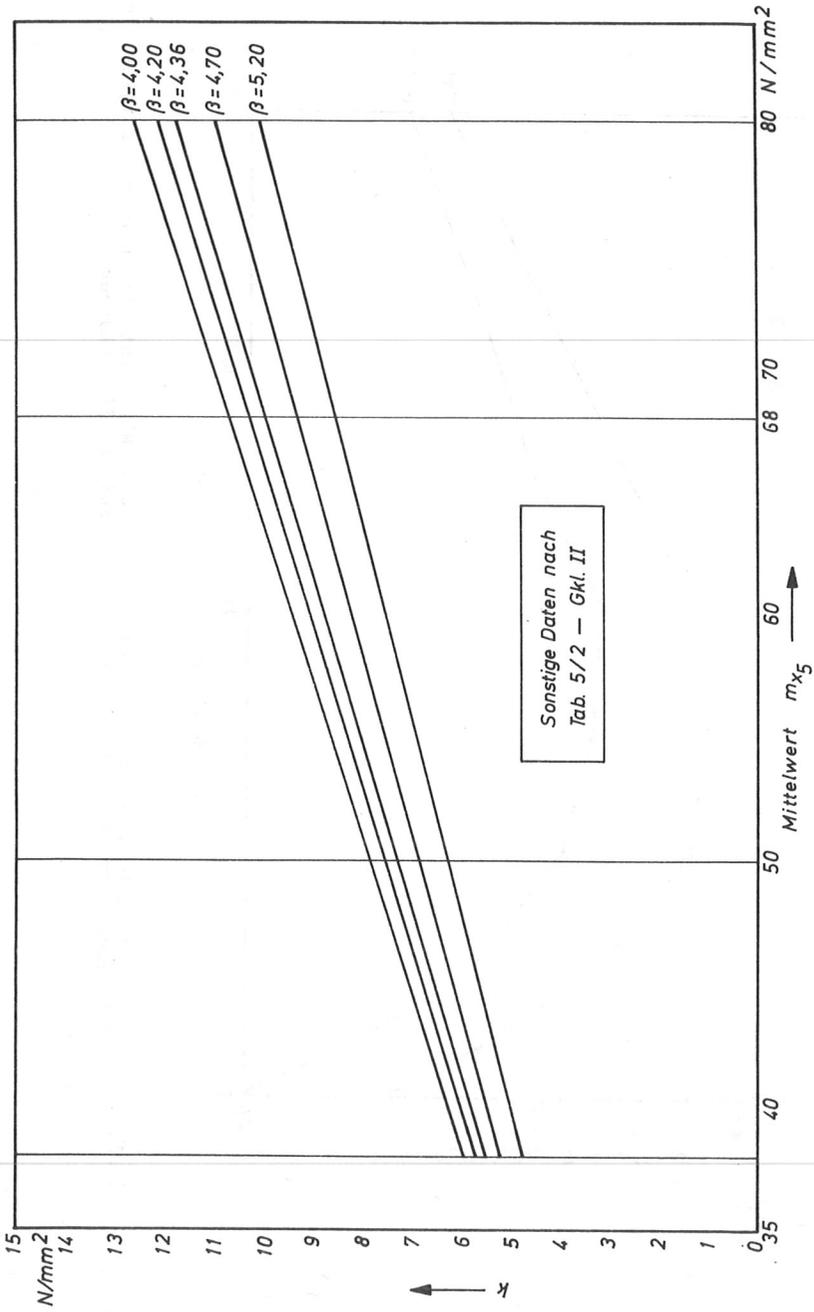


Bild 5/10: Der k-Wert in Abhängigkeit vom Mittelwert der Kurzzeitbiegefestigkeit  $m_{X5}$

6) Die Abhängigkeit des k-Wertes vom Mittelwert  $m_{X_5}$

Exemplarisch für die vielen Variationsmöglichkeiten sei zunächst die Veränderung des Verteilungsparameters  $m_{X_5}$  herausgegriffen und der Einfluß auf den charakteristischen Wert  $k$  dargestellt. Dabei ergab sich eine lineare Abhängigkeit zwischen dem Mittelwert der Kurzzeitbiegefestigkeit und dem  $k$ -Wert. Die Geradengleichung der Geraden in Bild 5/10 kann für den Bereich  $4,0 \leq \beta \leq 4,7$  wiederum in Abhängigkeit von  $\beta$  angegeben werden. Somit gilt

$$k = (0,2711 - 0,0284 \beta) m_{X_5} \quad (5.9)$$

7) Der Einfluß der Verteilungsart der Basisvariablen  $X_2$  und  $X_3$  auf die Zuverlässigkeit

Werden den Einflußfaktoren für die Schrägfaserigkeit ( $X_2$ ) und für die Ästigkeit ( $X_3$ ) eine trapezförmige Dichteverteilung unterlegt (siehe Abschnitt 4.1), so erhöht sich erwartungsgemäß die Zuverlässigkeit. Für den charakteristischen Wert  $k = 10 \text{ N/mm}^2$  steigt der Sicherheitsindex  $\beta$  bei Gkl. II von 4,36 bei Rechteckverteilung der Basisvariablen  $X_2$  und  $X_3$  auf  $\beta = 4,53$ , wenn die Auftretungswahrscheinlichkeit der oberen Grenzwerte  $b_2$  und  $b_3$  doppelt so groß wie die der unteren Grenzwerte  $a_2$  und  $a_3$  wird und steigt weiter an auf  $\beta = 4,86$ , wenn  $f_{X_2}(b_2) = 4 f_{X_2}(a_2)$  bzw.  $f_{X_3}(b_3) = 4 f_{X_3}(a_3)$  erreicht. Analog dazu erhöht sich bei Gkl. I der Sicherheitsindex von 4,45 auf 4,68 bzw. 4,92 und für  $f_{X_{2,3}}(b_{2,3}) = 8 f_{X_{2,3}}(a_{2,3})$  steigt  $\beta$  auf 5,03. Für andere charakteristische Werte  $k$  kann die Erhöhung der Zuverlässigkeit aus dem Bild 5/11 abgelesen werden.

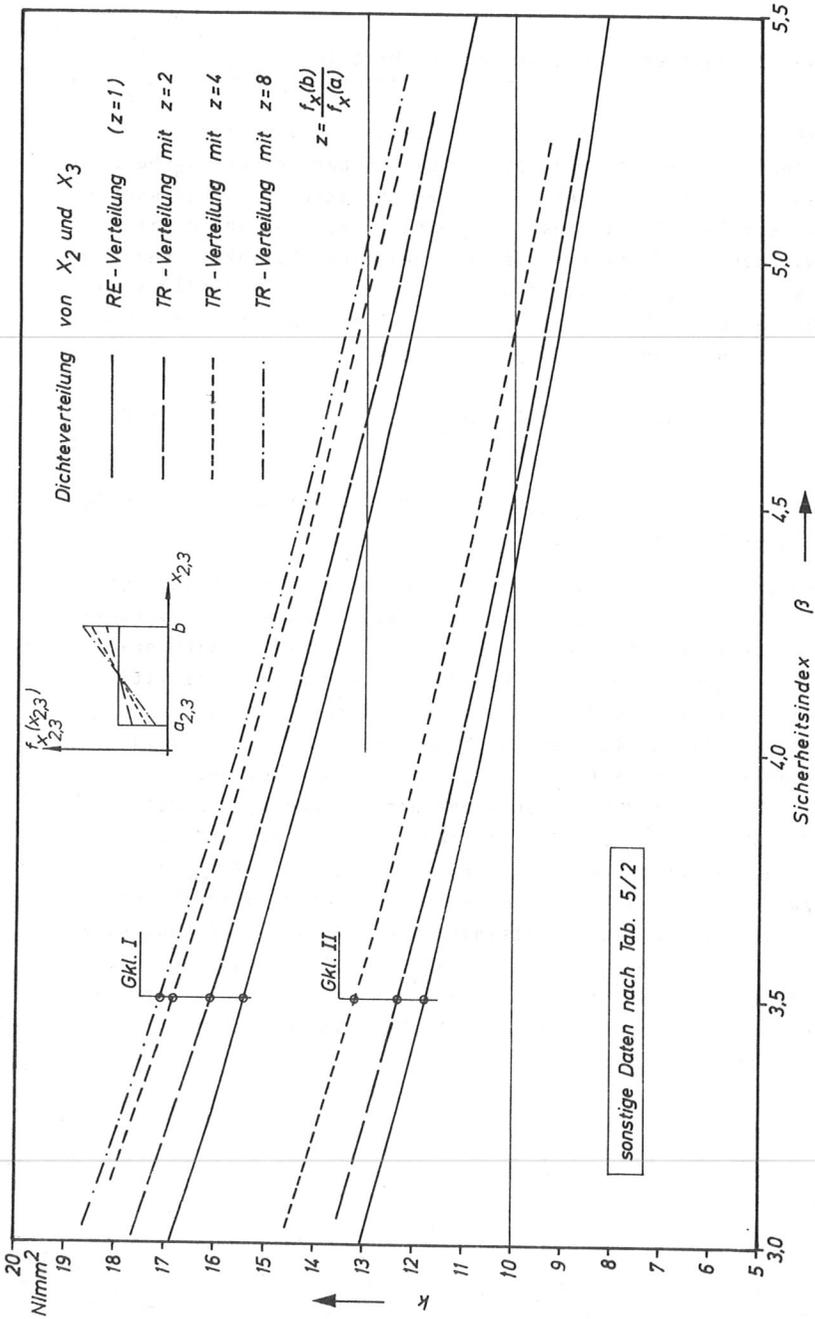


Bild 5/11: Der Einfluss der Verteilungsart von  $X_2$  und  $X_3$  auf die Zuverlässigkeit

8) Der Einfluß der Feuchtigkeitsklassen

Für die drei Feuchtigkeitsklassen, die den Holzfeuchtigkeitsbereich  $6 \% \leq U \leq 18 \%$  erfassen, zeigen die in Bild 5/12 dargestellten Ergebnisse, daß sich erst bei der Güteklasse I ein Einfluß der Holzfeuchtigkeit auf die Zuverlässigkeit zeigt, während für die Güteklassen II und III die Holzfeuchtigkeit unberücksichtigt bleiben darf, solange ihr Mittelwert nicht unter  $9 \%$  bzw. nicht über  $15 \%$  hinausgeht. Liegt die Holzfeuchtigkeit im Fasersättigungsbereich und darüber so verändert sich ihr Einfluß nicht mehr ab  $u \approx 30 \%$ . Dieser Zustand ist im Bild 5/12 durch die strichpunktierten Linien dargestellt. Dabei kommt der von Madsen u.a. gefundene Trend deutlich zum Ausdruck, daß das Maß der Festigkeitsreduktion infolge Holzfeuchtigkeitszunahme von der Höhe der Festigkeit abhängt. Deshalb zeigt auch die Gkl. III eine gegenüber Gkl. I und II umgekehrte Tendenz, die aber durch weitere Versuche im unteren Bereich der Regressionsgeraden in Bild 4/15 genauer untersucht werden sollte.

9) Vergleich mit Versuchsergebnissen von Graf |4/26|

Aus den 30 Biegebruchversuchen von Graf |4/26| mit Fichtenbauholz der Gkl. II bei einer Holzfeuchtigkeit von  $u \approx 14 \%$  lag die kleinste Biegebruchspannung bei  $28,6 \text{ N/mm}^2$ . Mit dem zweitkleinsten Wert von  $31,5 \text{ N/mm}^2$  ergibt sich nach |5/1| als bester Schätzwert für die 5 %-Fraktile der Grundgesamtheit

$$\sigma_{B,5\%} = [0,05(30+1) - (2-1)] [31,5 - 28,6] + 28,6 = 30,20 \text{ N/mm}^2. \quad (5.10)$$

Nimmt man noch die 4 Versuchswerte mit Tannenbalken hinzu, berechnet sich der Schätzwert für die 5 %-Fraktile zu

$$\sigma_{B,5\%} = [0,05(34+1)-(2-1)] [28,8-28,6] + 28,6 = 28,75 \text{ N/mm}^2. \quad (5.11)$$

Um die Versuchsergebnisse, die als Grundlage zur Festlegung der zulässigen Spannungen in DIN 1052/1 dienen, mit den k-Werten aus dem Zuverlässigkeitsnachweis vergleichen zu können, ist

$$f_t = 1,0$$

$$f_A = 1,0$$

$$V_{X_4} = V_{X_6} = 0$$

zu setzen. Damit wird berücksichtigt, daß die Bruchwerte in einem Kurzzeitversuch bestimmt wurden, die tatsächlichen Querschnittsabmessungen der Versuchsträger in die Rechnung eingingen, die Holzfeuchtigkeit praktisch nicht schwankte und die beim Bruch tatsächlich aufgebrachte Last bekannt war. Die rechnerische Biegerandspannung im Kurzzeitversuch beinhaltet dann die in Bild 5/13 dargestellte Zuverlässigkeit. Aus dem Diagramm kann abgelesen werden, daß in 5 % aller Fälle, d.h. wenn  $\beta \leq 1,645$  ist, die Kurzzeitbiegefestigkeit  $\sigma_B \leq 29,3 \text{ N/mm}^2$  wird.

10) Folgerungen aus 1) und 8) für die Wahl der Versagensbedingung

Aus Bild 5/12 ist abzulesen, daß der Einfluß der Holzfeuchtigkeit vernachlässigt werden darf, solange der auf Biegung beanspruchte Vollholzbalken in einem Klima verbleibt, dessen relative Luftfeuchtigkeit  $\varphi$  zwischen 30 % und 85 % liegt. Um eine Vernachlässigung der Basisvariablen  $X_4$

handelt es sich aber auch, wenn in der Grenzzustandsbedingung G der Mittelwert von  $X_4$  zu 1 gesetzt wird und der Variationskoeffizient  $V_{X_4}$  den Wert 0 annimmt. In diesem Fall führt dann der Grenzzustand G zum gleichen Ergebnis wie der Grenzzustand GU. Deshalb kann im folgenden die einfachere Grenzzustandsbedingung G verwendet werden.

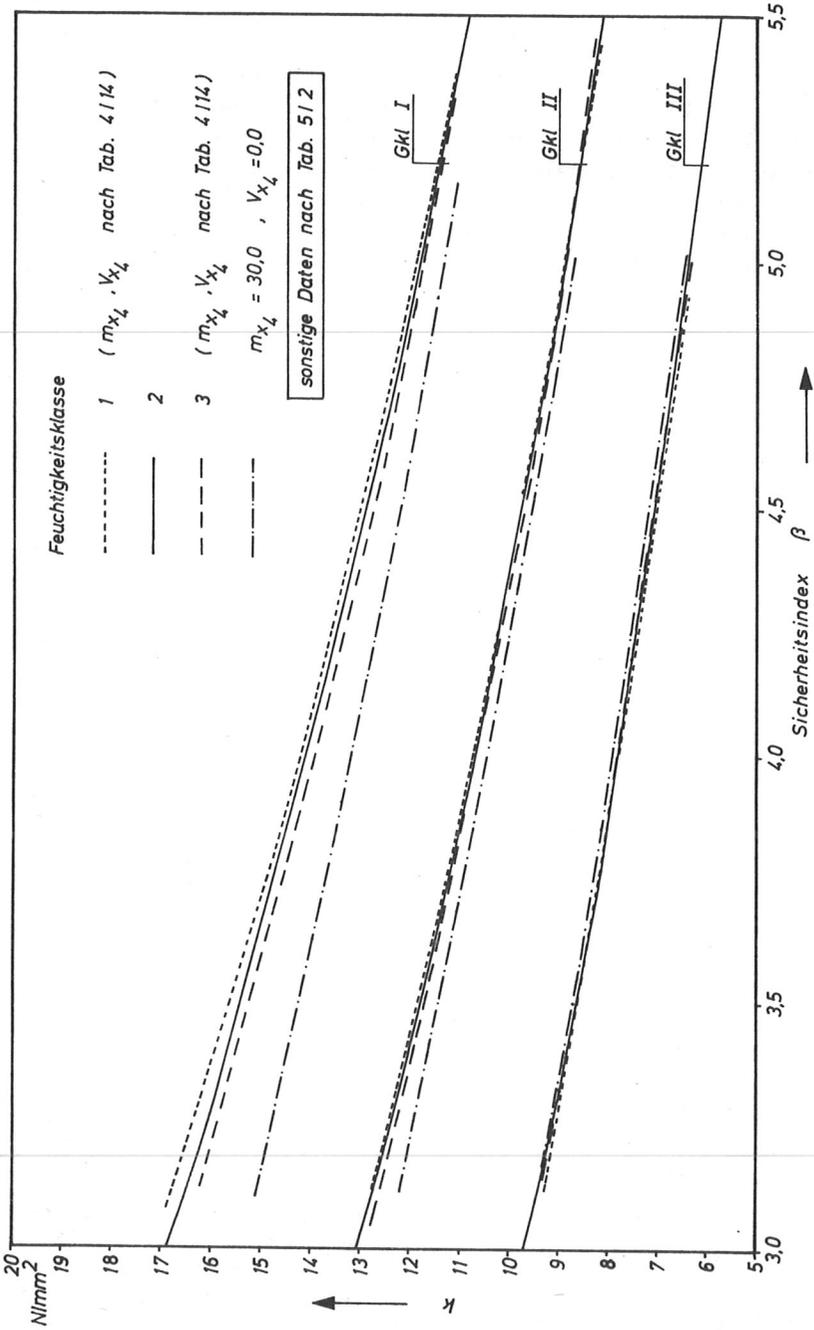


Bild 5/12: Der Einfluß der Feuchtigkeitsklassen auf die Zuverlässigkeit

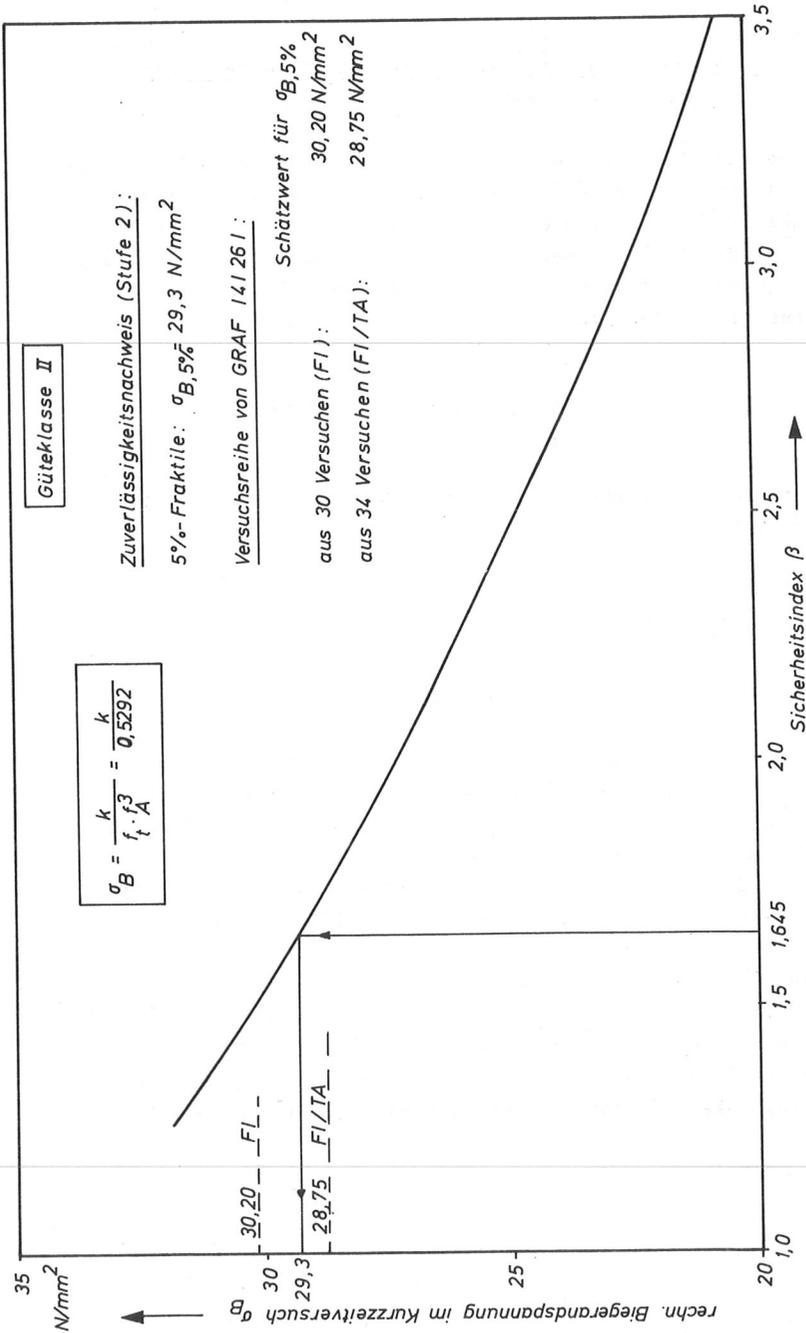


Bild 5/13: Rechnerische maximale Biegeandspannung im Kurzzeitversuch in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit

## 5.2 Nachweis für ständige Lasten und eine zeitlich veränderliche Last

Mit der Lastkombination ständige Lasten und eine zeitlich veränderliche Last lassen sich die Lastfälle ständige Lasten und Schneelast ( $g + s$ ) sowie ständige Lasten und Verkehrslast ( $g + p$ ) darstellen. Dabei wird von der Grenzzustandsgleichung G ausgegangen, die um die neu hinzukommende Zufallsvariable "Schneelast" oder "Verkehrslast" erweitert wird.

### 5.2.1 Grenzzustandsgleichung und zugehöriges Rechenprogramm

Zusätzlich zum Grenzzustand G gemäß Gl. (5.3) ist nun noch der Grenzzustand

$$\prod_{i=1}^5 X_i f_{tS(P)} f_A^3 - X_6 - X_7 = 0 \quad (5.12)$$

mit  $X_7 = M_{S(P)}/W_{y,so11}$  zu untersuchen.

Der Ablauf der Berechnung der Zuverlässigkeit ist im Abschnitt 2.2.3 in allgemeiner Form beschrieben und wird durch das Programm BETA-GSW realisiert. Die Darstellung der Struktur dieses Programms in Bild 5/14 beschränkt sich auf die Abfolge der Unterprogramme innerhalb des Hauptprogrammes. Der grundsätzliche Unterschied gegenüber dem Programm BETA-G besteht darin, daß aufgrund der zwei Grenzzustände auch zwei Unterprogramme (KERNG und KERNS) zu durchlaufen sind, die analogen Aufbau zur Subroutine KERN aufweisen. Anschließend wird im Unterprogramm PFI der Sicherheitsindex  $\beta$  nach Gl. (2.74) ermittelt. Ist das Abbruchkriterium erfüllt, wird in Subroutine TSF ein ideeller Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_{id}}$  und ein einziger  $x^*$ -Vektor so

bestimmt, daß unter Einhaltung der berechneten Zuverlässigkeit die Gl. (5.12) erfüllt ist, wobei anstelle von  $f_{tS(p)}$  der ideelle Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{tid}$  einzusetzen ist. Wie sich die Gesamtlast in normalverteilte ständige Lasten und die extremwertverteilte Schneelast (bzw. Verkehrslast) aufteilt, wird durch

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{x_{7,k}}{x_{6,k}} = \frac{\text{char. Wert der EX-I-verteilten Variablen } X_7}{\text{char. Wert der N-verteilten Variablen } X_6} = \\ &= \frac{m_{X_7} (1 - V_{X_7} \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(0,95))))}{m_{X_6} (1 + 1,645 V_{X_6})} \end{aligned} \quad (5.13)$$

wiedergegeben, d.h. als charakteristische Werte werden jeweils die 95 %-Fraktile verwendet. Der Mittelwert  $m_{X_7}$  und der Variationskoeffizient  $V_{X_7}$  sind dabei die Parameter für die Verteilung der Extremwerte in einem Bezugszeitraum von 50 Jahren. Bezieht sich der charakteristische Wert  $x_{7,k}$ , wie im Falle der Schneelast nach DIN 1055, T.5 auf ein Grundintervall von 1 Jahr, so ist mit Hilfe des Anhanges A.1.5 das Verhältnis der charakteristischen Werte festgelegt durch

$$\epsilon_{DIN} = \epsilon \frac{1 - V_{X_7} \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(0,95))) - 3,05 V_{X_7}}{1 - V_{X_7} \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(0,95)))} = 0,574 \epsilon. \quad (5.14)$$

Die Frage, ob und in welchem Umfang die Lastdauer beim Baustoff Holz von kumulativer Wirkung ist, kann zur Zeit noch nicht beantwortet werden. Deshalb wurden grundsätzlich die beiden Grenzfälle einer vollständigen kumulativen Wirkung sowie eines nichtkumulativen Verhaltens untersucht.

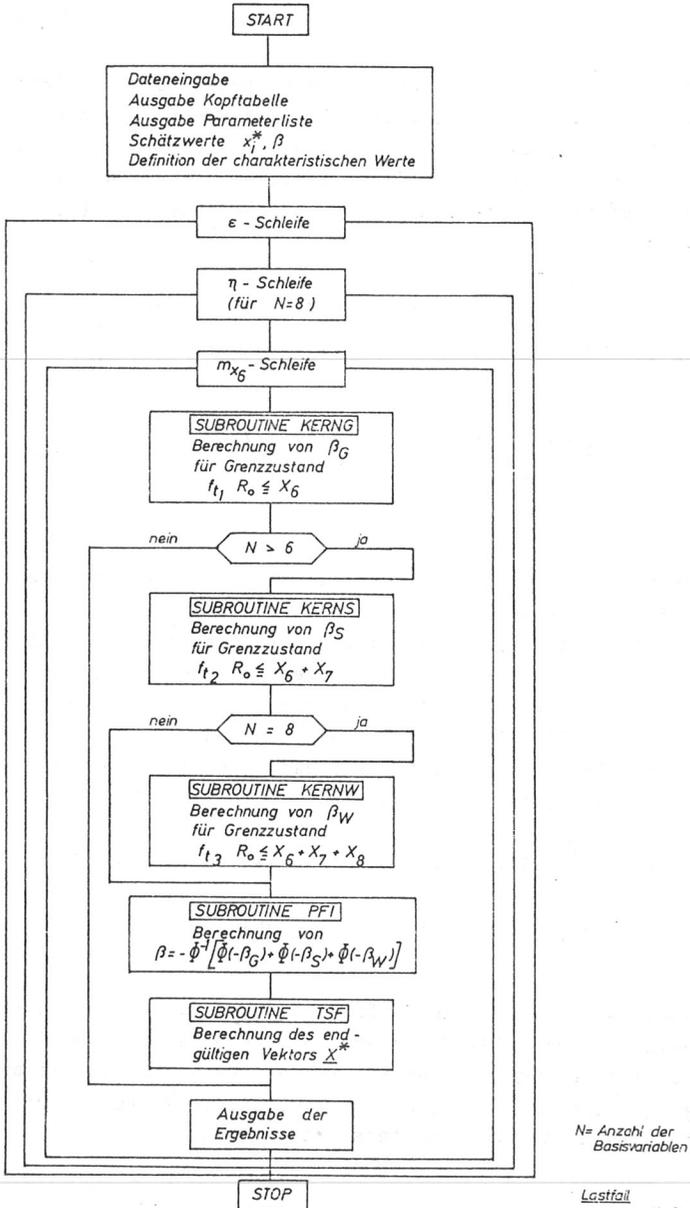


Bild 5/14: Übersicht zum Programm BETA-GSW

Für eine ca. zweimonatige Schneelastdauer pro Jahr und einen Bezugszeitraum von 50 Jahren ergeben sich dann die beiden Zeitfestigkeitsfaktoren nach Gl. (4.33) zu  $f_{t_S} = 0,67$  bei kumulativer Wirkung, d.h. bei einer Belastungsdauer von 100 Monaten, und zu  $f_{t_S} = 0,83$  bei nichtkumulativer Wirkung, d.h. bei einer Belastungsdauer von 2 Monaten. Für die Verkehrslast auf Wohnhausdecken kann nach  $|2/12|$  als Belastungsdauer ca. 10 Jahre angesetzt werden, die bei kumulativer Wirkung einen Zeitfestigkeitsfaktor von  $f_{t_p} = 0,66$  ergibt. Eine wirklichkeitsnahe Angabe des Faktors  $f_{t_p}$  bei nichtkumulativer Wirkung der Last wird erst möglich sein, wenn über die Aufspaltung der Verkehrslast in quasi-ständige Belastung und in die Belastung aus Personenansammlungen gesicherte Daten vorliegen. In den nachfolgenden Zuverlässigkeitsuntersuchungen wird daher für die Verkehrslast im kumulativen Fall mit  $f_{t_p} = 0,67 \approx 0,66$  gerechnet und der nichtkumulative Fall wird mit  $f_{t_p} = 0,83$  abgeschätzt. Mögliche Fehler bei dieser Abschätzung sind jedoch irrelevant, da man sich an den mit  $f_{t_S}$  bzw.  $f_{t_p} = 0,67$  gewonnenen Ergebnissen orientieren muß, solange die notwendigen Erkenntnisse über das Erholungsvermögen des Holzes bei Biegebeanspruchung noch fehlen. Mit dem oberen Wert von  $f_{t_p}$  soll nur die ungefähre Bandbreite der von der Belastungsdauer abhängigen Zuverlässigkeit wiedergegeben werden.

### 5.2.2 Ergebnisse

Die Zuverlässigkeit eines Biegebalkens mit den zwei Versagenswegen nach Gl. (5.3) und Gl. (5.12) wird durch den Sicherheitsindex  $\beta$  ausgedrückt, der gemäß Gl. (2.74) zu bestimmen ist. Für die Darstellung der Ergebnisse wird

$$k = \frac{r^*}{\gamma_S} = x_{6,k} + x_{7,k} \quad (5.15)$$

verwendet.

Ist unter  $x_{7,k}$  - wie in |3/1| definiert - der charakteristische Wert der jährlichen Extremwerte zu verstehen, dann ist  $k$  durch

$$k_{DIN} = k \frac{1+\epsilon_{DIN}}{1+\epsilon} \quad (5.16)$$

zu ersetzen. Auf diese Besonderheit wird am Ende dieses Abschnitts nochmals eingegangen werden.

Wie auch im ersten Abschnitt dieses Kapitels wurde zwar ein Zuverlässigkeitsbereich von  $3,0 \leq \beta \leq 5,5$  untersucht, die Darstellung der Ergebnisse beschränkt sich aber auf die Zuverlässigkeiten, die der DIN 1052, T.1 im Falle ständiger Lasten zugrundeliegen. Im einzelnen wurden folgende Fragestellungen untersucht:

1) Der Einfluß der Verteilungsart sowie der Astlagen  $\gamma_4$  und  $\gamma_5$  auf die Zuverlässigkeit

Mit den Verteilungsparametern für die Güteklasse II nach den Tabellen 5/1 und 5/2, mit  $V_{X_7} = 0,189$  und mit den Zeitfestigkeitsfaktoren  $f_{tG}/f_{tS} = 0,60/0,83$  ergeben sich die in Bild 5/15 dargestellten Abhängigkeiten des  $k$ -Wertes von  $\epsilon$ , wenn ein Sicherheitsindex von  $\beta = 4,36$  eingehalten wird. Für  $\epsilon = 0$  sind die  $k$ -Werte der Kurven 1 bis 4 identisch mit den entsprechenden Werten der Kurven 1 bis 4 in Bild 5/5. Im Falle kumulativer Wirkung der nicht ständig wirkenden Last wird  $f_{tS} = 0,67$ . Die zugehörigen Kurven 1 bis 4 zeigt das Bild 5/16. Mit der Kurve 5 ist die Schneebelastung verifiziert, wobei der Einfluß der zugrundegelegten Gumbelverteilung mit ihrer positiven Schiefe durch das Absinken des  $k$ -Wertes mit zunehmendem  $\epsilon$  deutlich sichtbar wird.

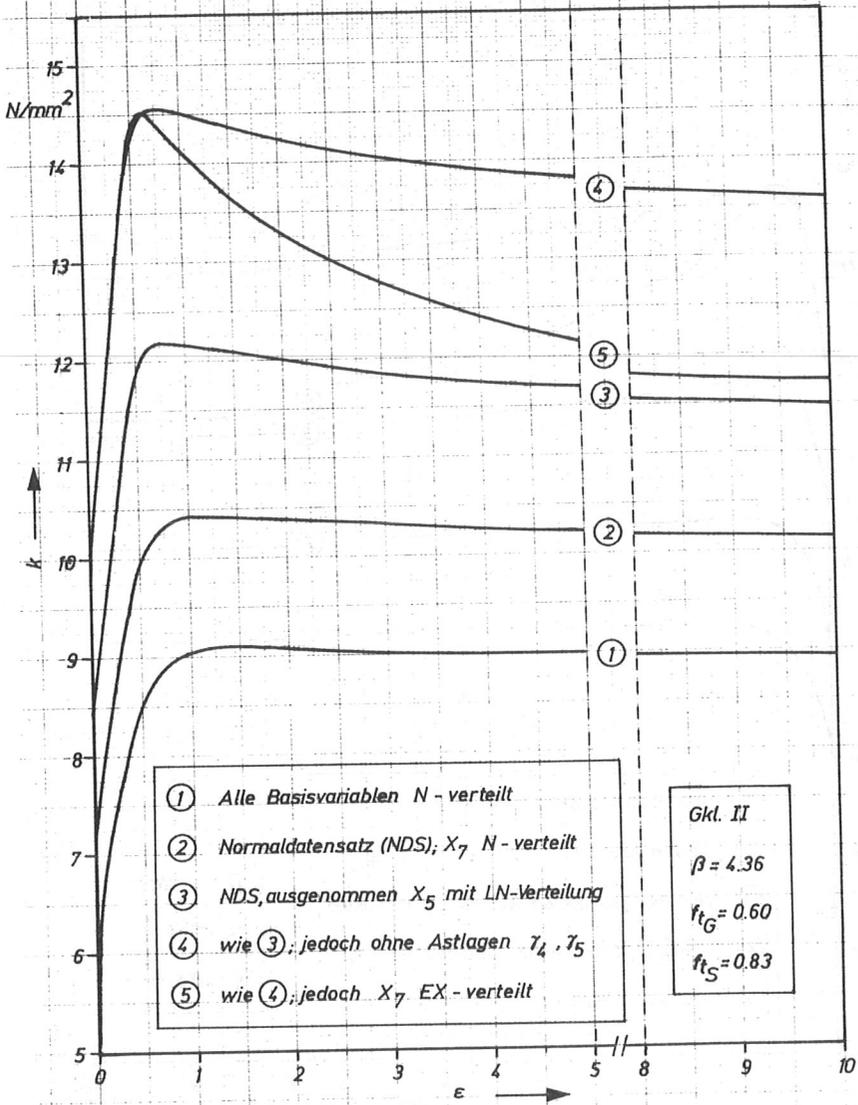


Bild 5/15: Einfluß der Verteilungsart und der Astlagen  $\gamma_4, \gamma_5$  auf die Zuverlässigkeit für  $f_{tS} = 0,83$

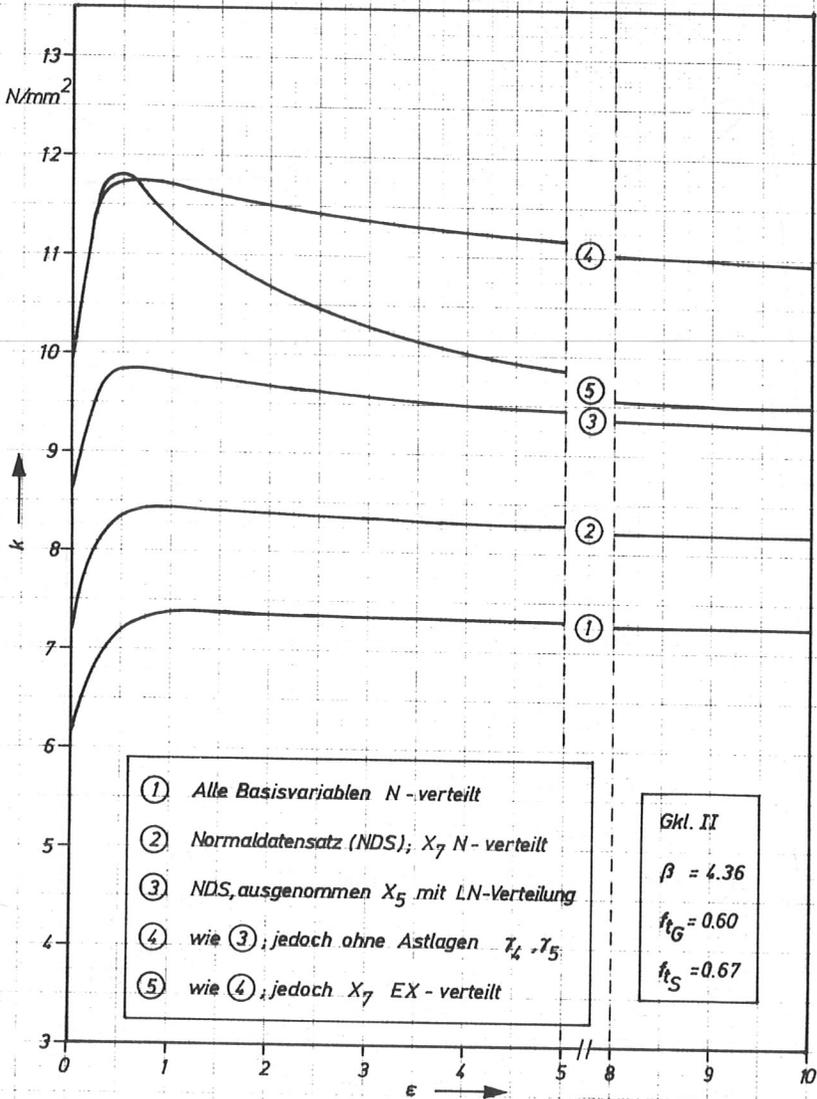


Bild 5/16: Einfluß der Verteilungsart und der Astlagen  $\gamma_4, \gamma_5$  auf die Zuverlässigkeit für  $f_{tS} = 0.67$

2) Vergleich mit den zulässigen Biegespannungen nachDIN 1052, T.1, Tab.6

Die Kurven 5 sind in den Bildern 5/17 und 5/18 nochmals wiedergegeben, da sie für die Güteklasse II die zulässigen Biegespannungen darstellen, bei deren Einhaltung die Zuverlässigkeit nicht unter  $\beta = 4,36$  absinkt. Der Kurvenverlauf macht deutlich, daß die charakteristische Biegerandspannung  $x_{7,k}$  infolge der zusätzlichen Schneebelastung für  $\epsilon \leq 0,5$  schneller anwächst als  $x_{6,k}$  abnimmt. Das bedeutet bei Einhaltung von  $k = \text{zul}\sigma_B = 10 \text{ N/mm}^2$ , daß die Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_{f\text{Soll}} = \Phi(-4,36) = 6,5 \cdot 10^{-6}$  bis auf ca.  $10^{-7}$  abnimmt und erst für  $\epsilon > 4$  den Sollwert übersteigt. Im nichtkumulativen Falle liegen die Verhältnisse noch wesentlich günstiger. Diese Auswertung des Bildes 5/18 ist in Tabelle 5/3 - auch für die Güteklassen I und III - zusammengefaßt.

Tabelle 5/3: Versagenswahrscheinlichkeiten im Lastfall g + s bei Einhaltung der zulässigen Biegespannung nach DIN 1052, T.1, Tab.6 (siehe auch Bild 5/18)

Gkl.	$P_{f\text{Soll}}$	$P_f$ bei $\epsilon = 0$	$P_f$ bei $\epsilon$		$P_f$ bei $\epsilon = 10$		
I	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$4,3 \cdot 10^{-6}$	$3,3 \cdot 10^{-8}$	0,4	$4,3 \cdot 10^{-6}$	3,0	$1,46 \cdot 10^{-5}$
II	$6,5 \cdot 10^{-6}$	$6,5 \cdot 10^{-6}$	$\sim 10^{-7}$	0,5	$6,5 \cdot 10^{-6}$	4,0	$1,3 \cdot 10^{-5}$
III	$2,95 \cdot 10^{-6}$	$2,95 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-7}$	0,6	$2,95 \cdot 10^{-6}$	3,5	$7,8 \cdot 10^{-6}$

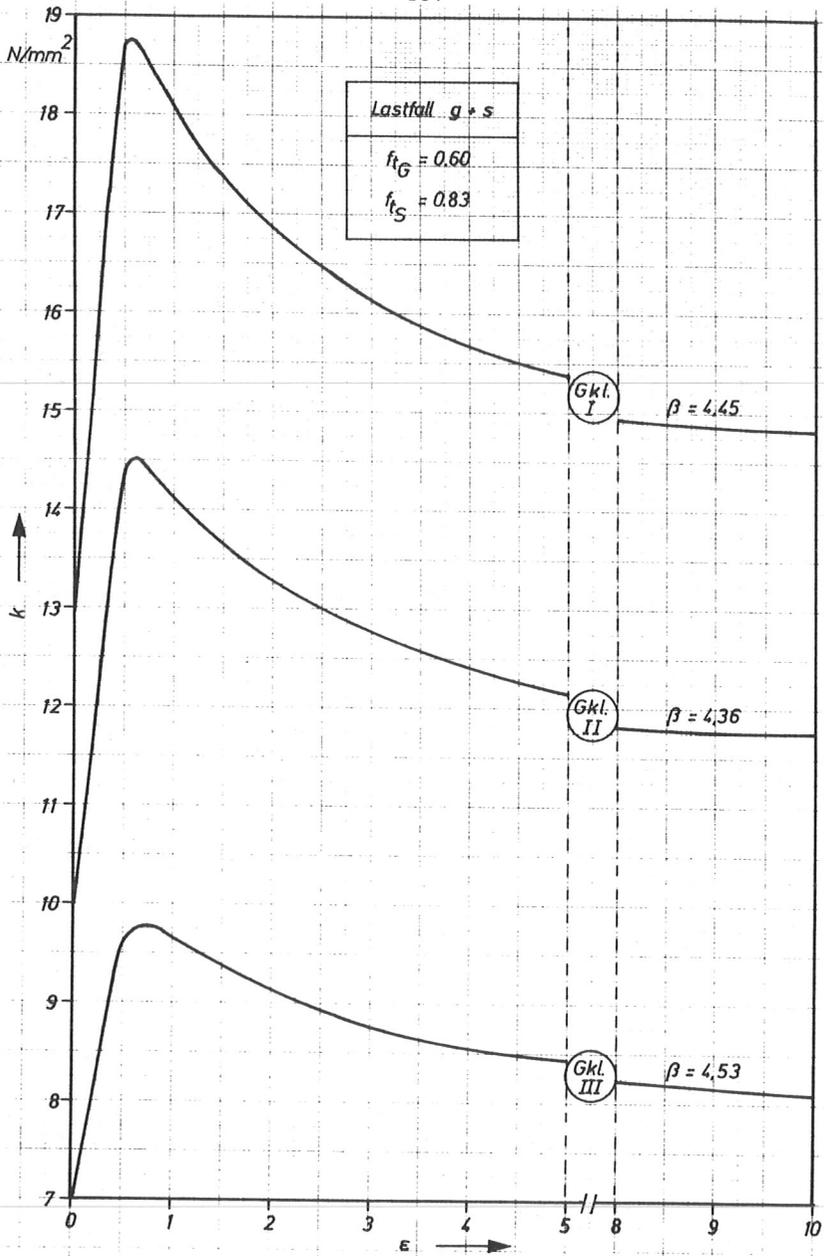


Bild 5/17: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall g + s für  $f_{tS} = 0,83$

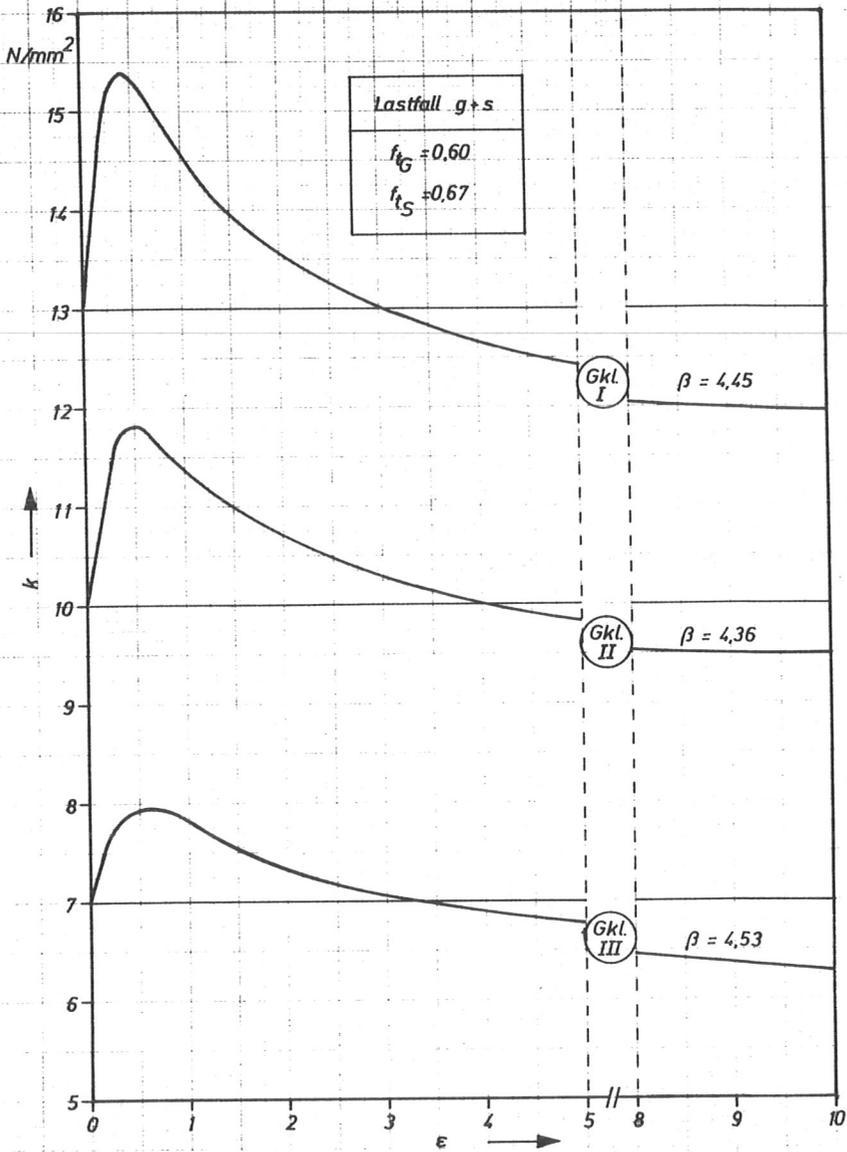


Bild 5/18: Charakteristische Werte der Biege­randspannung im Lastfall  $g + s$  für  $f_{tS} = 0,67$

Im Lastfall  $g + p$  weisen die  $k$ -Werte in Abhängigkeit von  $\epsilon$  ähnliche Verläufe wie im Falle  $g + s$  auf. Nach dem steilen Anstieg im Bereich  $0 < \epsilon < 0,5$  sinken die  $k$ -Werte aufgrund der größeren Streuung der Verkehrslast stärker ab als im Falle der Schneebelastung.

Die für die drei Güteklassen maßgebenden Diagramme sind in den Bildern 5/19 und 5/20 dargestellt und zeigen deutlich die Notwendigkeit weiterer Untersuchungen bezüglich der Aufspaltung der Verkehrslast je nach Belastungsdauer der einzelnen Anteile, damit die Zuverlässigkeit eines biegebeanspruchten Vollholzbalkens nicht mehr nach dem ungünstigen Fall  $f_{tp} = 0,67$  beurteilt werden muß. Danach steigt nämlich z.B. für Gkl. II die Versagenswahrscheinlichkeit bei Einhaltung von  $k = 10 \text{ N/mm}^2$  auf  $P_f = 6,6 \cdot 10^{-5}$  an, wenn  $\epsilon$  den Wert 5 erreicht, während mit  $f_{tp} = 0,83$  und  $\epsilon = 5$  die Versagenswahrscheinlichkeit immer noch unter dem Sollwert von  $6,5 \cdot 10^{-6}$  liegt.

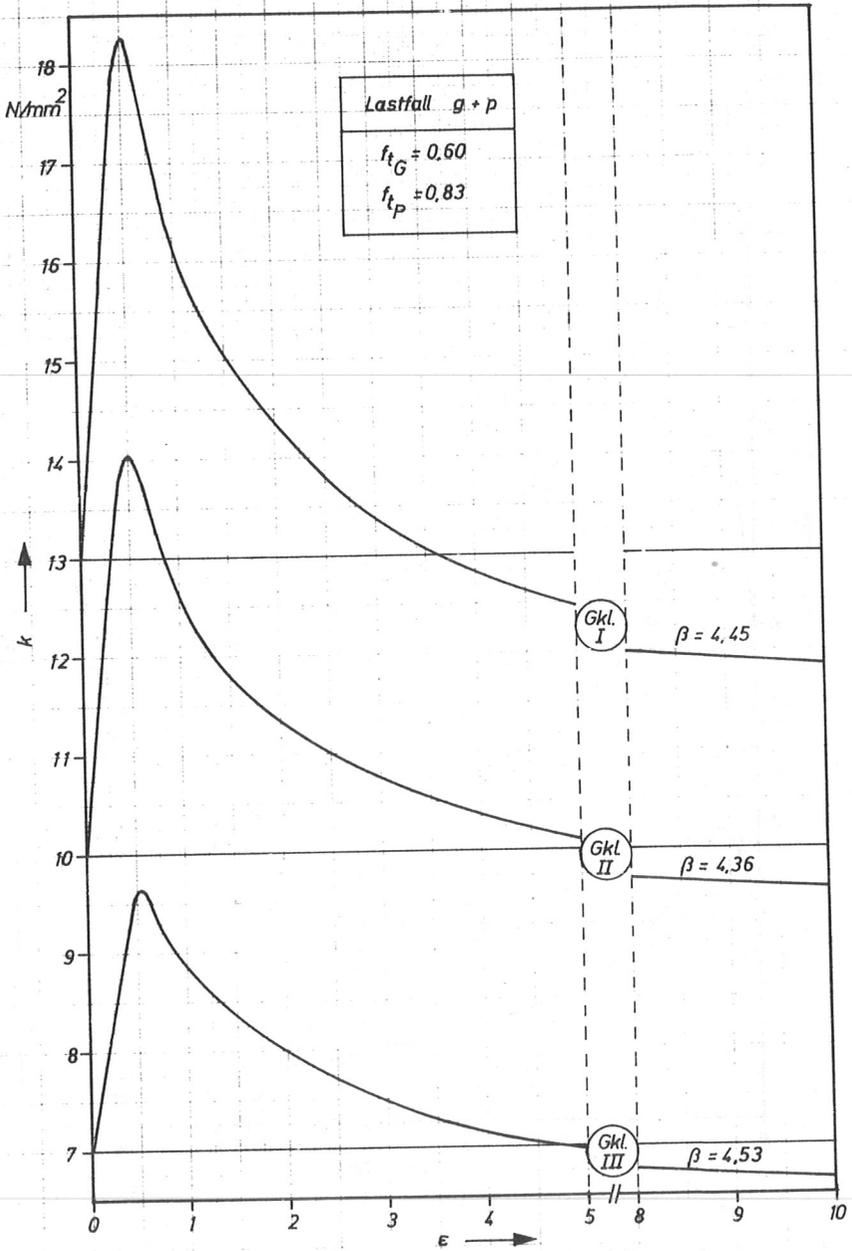


Bild 5/19: Charakteristische Werte der Biege­randspannung im Lastfall  $g + p$  für  $f_{tD} = 0,83$

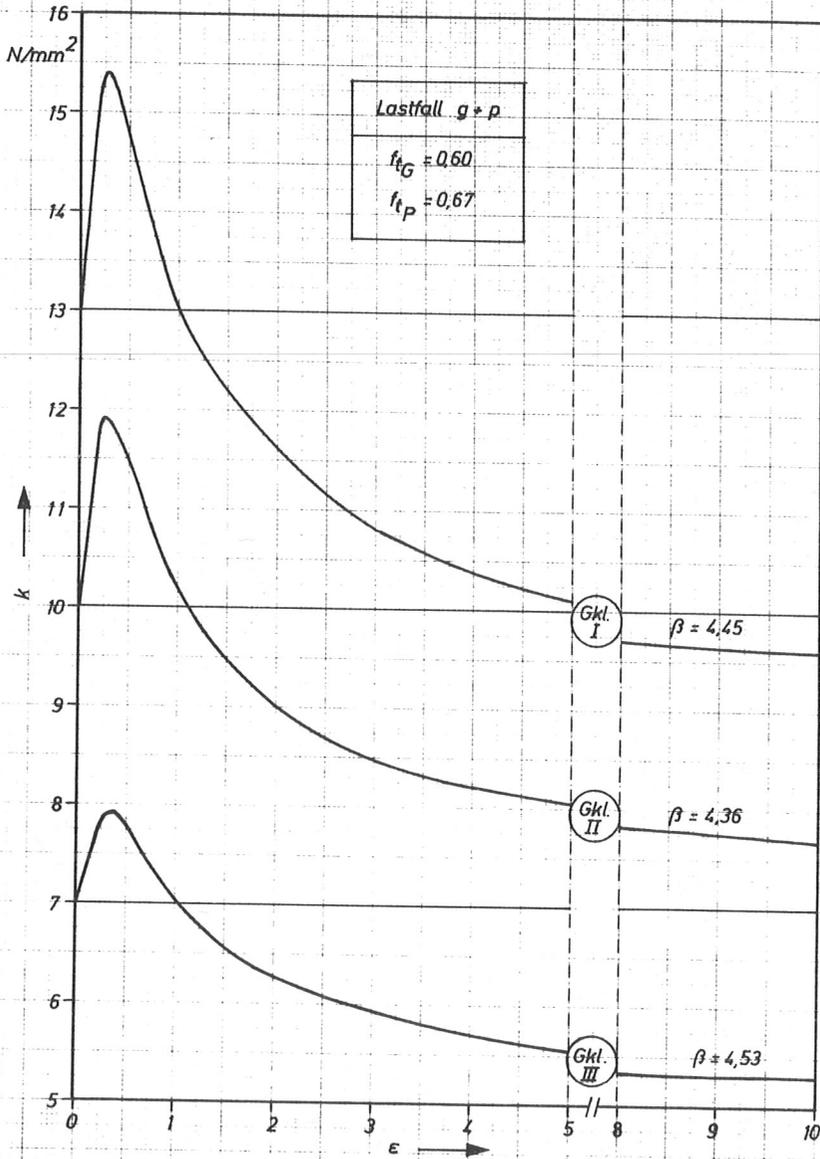


Bild 5/20: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall  $g + p$  für  $f_{tP} = 0,67$

3) Der Einfluß der Streuung der ständigen Einwirkungen auf die Zuverlässigkeit

Wie schon im Falle nur ständig wirkender Beanspruchung wurde auch für die Lastfälle  $g + s$  und  $g + p$  der Einfluß des Variationskoeffizienten der ständigen Einwirkungen untersucht, indem für  $V_{X_6} = 0,0; 0,05; 0,15; 0,20$  und ansonsten unveränderten Daten die Zuverlässigkeitsberechnung mit dem Programm BETA-GSW durchgeführt wurde. Die Ergebnisse der Berechnung sind - wieder dargestellt mittels der Summe der charakteristischen Werte von  $X_6$  und  $X_7$  - in den Bildern 5/21 und 5/22 für den Lastfall  $g + s$  und in den Bildern 5/23 und 5/24 für den Lastfall  $g + p$  wiedergegeben. In allen Fällen wirkt sich eine Veränderung des Variationskoeffizienten  $V_{X_6}$  nur geringfügig auf das Zuverlässigkeitsniveau aus. Im Lastfall  $g + s$ , für einen Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_s} = 0,67$  und die dargestellten  $\epsilon$ -Werte beträgt der Unterschied zwischen  $\max k$  und  $\min k \leq 7 \%$  und im Lastfall  $g + p \leq 8 \%$ , jeweils bezogen auf  $\min k$ .

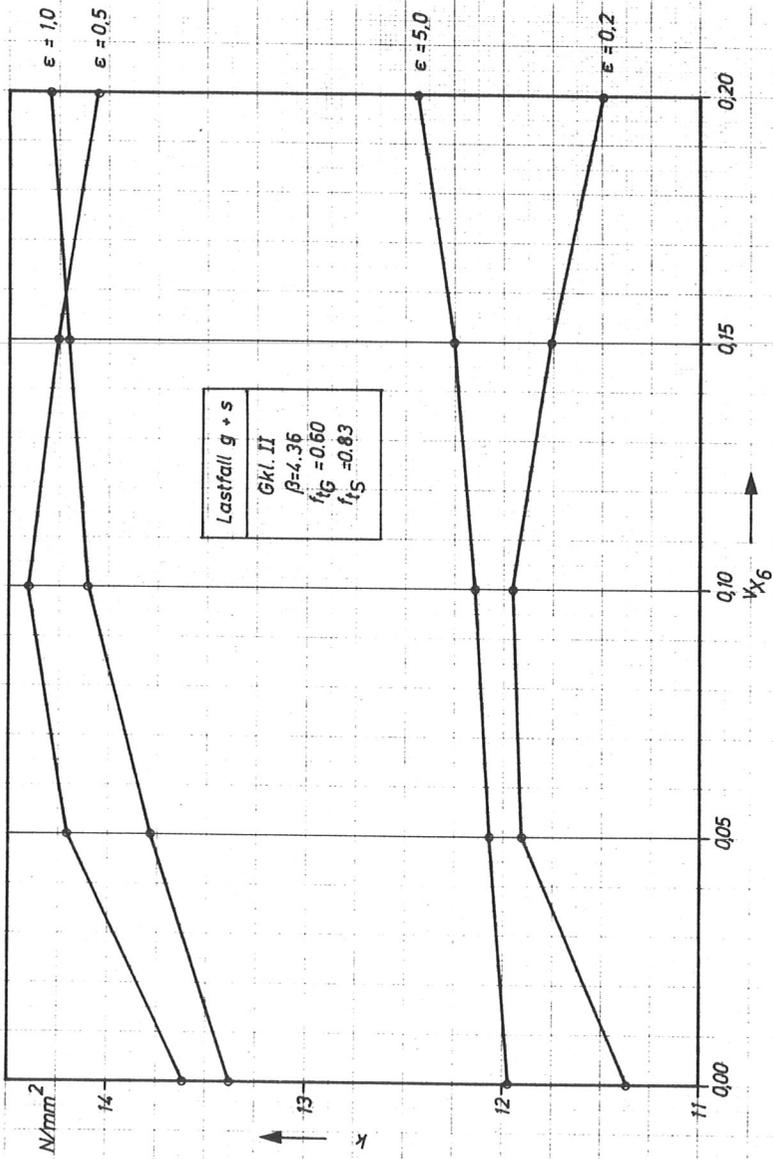


Bild 5/21: Charakteristische Werte der Biegezugspannung im Lastfall  $g + s$  in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten  $V_{X_6}$  der ständigen Last für  $f_{tS} = 0,83$

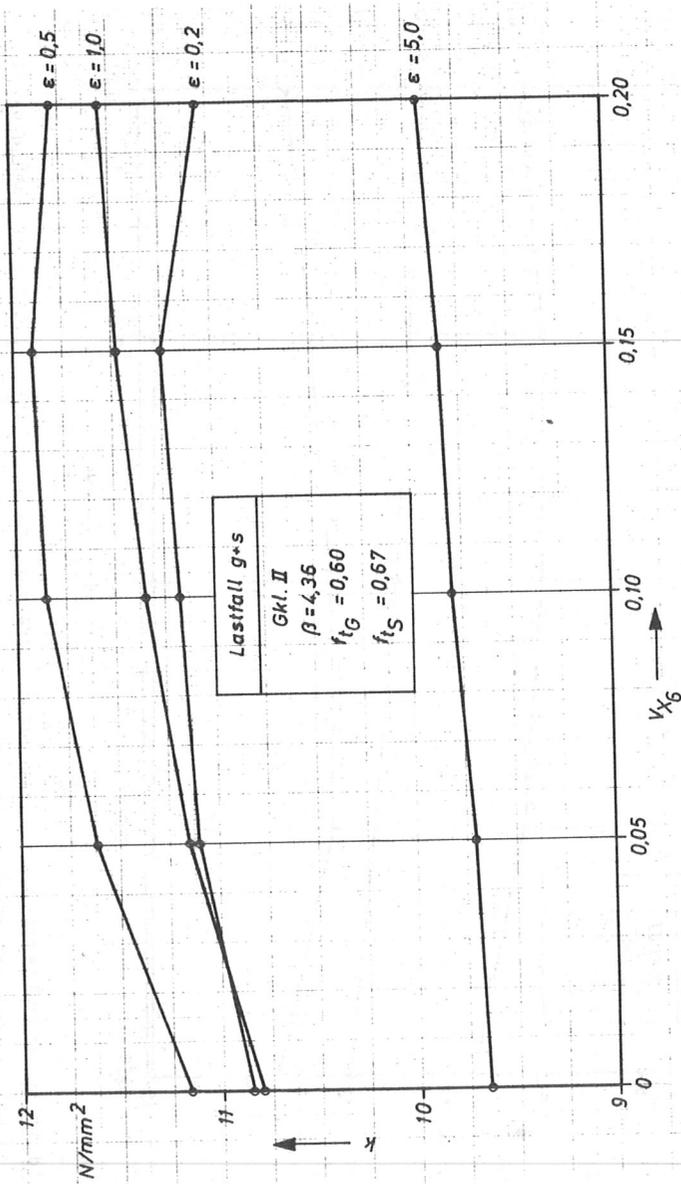


Bild 5/22: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall g + s in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten  $V_{x6}$  der ständigen Last für  $f_{tS} = 0,67$

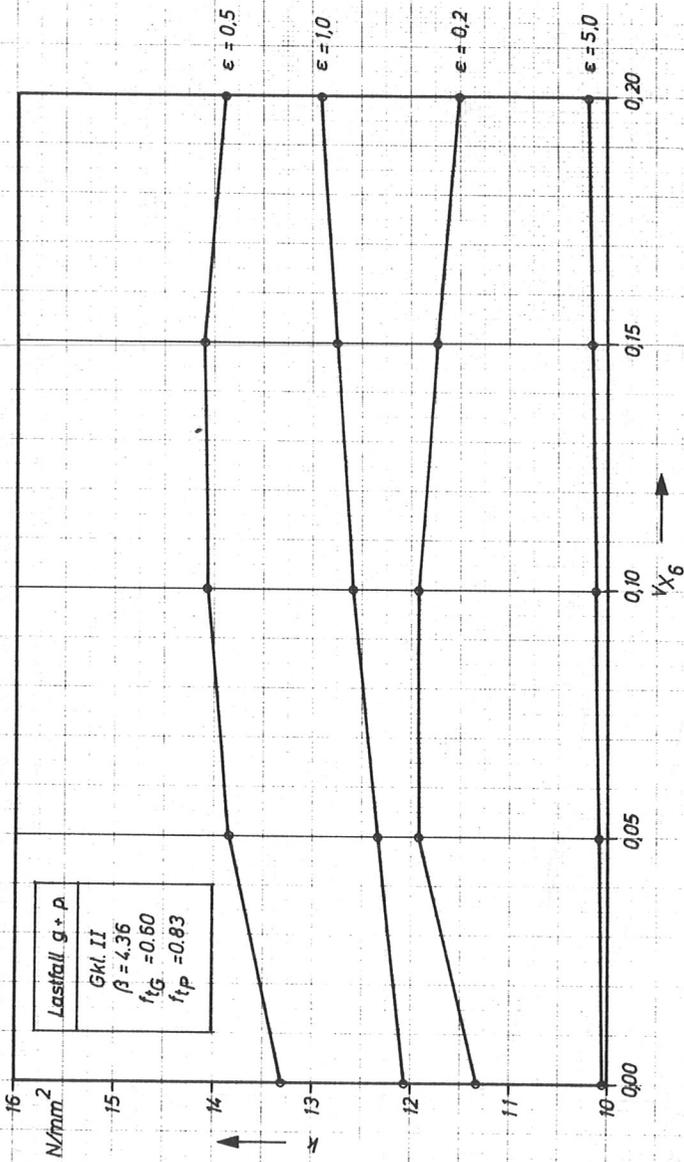


Bild 5/23: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall g + p in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten  $V_{X_6}$  der ständigen Last für  $f_{tP} = 0,83$

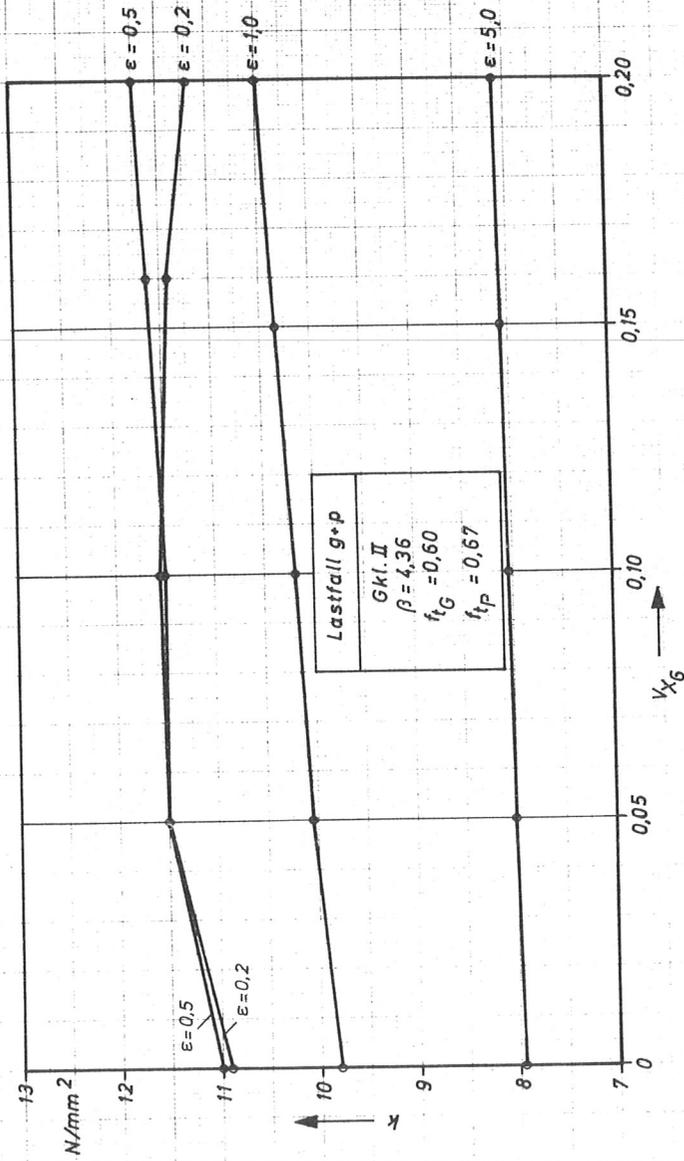


Bild 4/24: Charakteristische Werte der Biegeandspannung im Lastfall g + p in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten  $V_{X_6}$  der ständigen Last für  $f_{tP} = 0,67$

4) Abhängigkeit der Zuverlässigkeit vom Zeitfestigkeits-  
faktor  $f_{tp}$  im Lastfall  $g + p$

Um den entscheidenden Einfluß des Zeitfestigkeitsfaktors  $f_{tp}$  auf die Zuverlässigkeit zu demonstrieren, wurde der relevante Bereich bis 0,90 untersucht und in den Bildern 5/25 und 5/26 dargestellt. Dabei zeigt sich für die Güteklasse I und II folgerichtig, daß in den Fällen, in denen praktisch nur noch die Grenzzustandsgleichung (5.12) maßgebend ist (großes  $\epsilon$ ), eine nahezu lineare Abhängigkeit zwischen  $k$  und  $f_{tp}$  besteht, während mit kleiner werdendem  $\epsilon$  der Einfluß von  $f_{tp}$  abgeschwächt wird. Geht man davon aus, daß in üblichen Belastungssituationen  $\epsilon \leq 5,0$  bleibt, so wären bei Einhaltung der zulässigen Biegerandspannungen von 10 und 13 N/mm<sup>2</sup> die Sollwerte der Zuverlässigkeiten eingehalten, wenn bei Verwendung von Güteklasse II der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{tp} \geq 0,82$  und von Güteklasse I  $f_{tp} \geq 0,865$  bleibt.

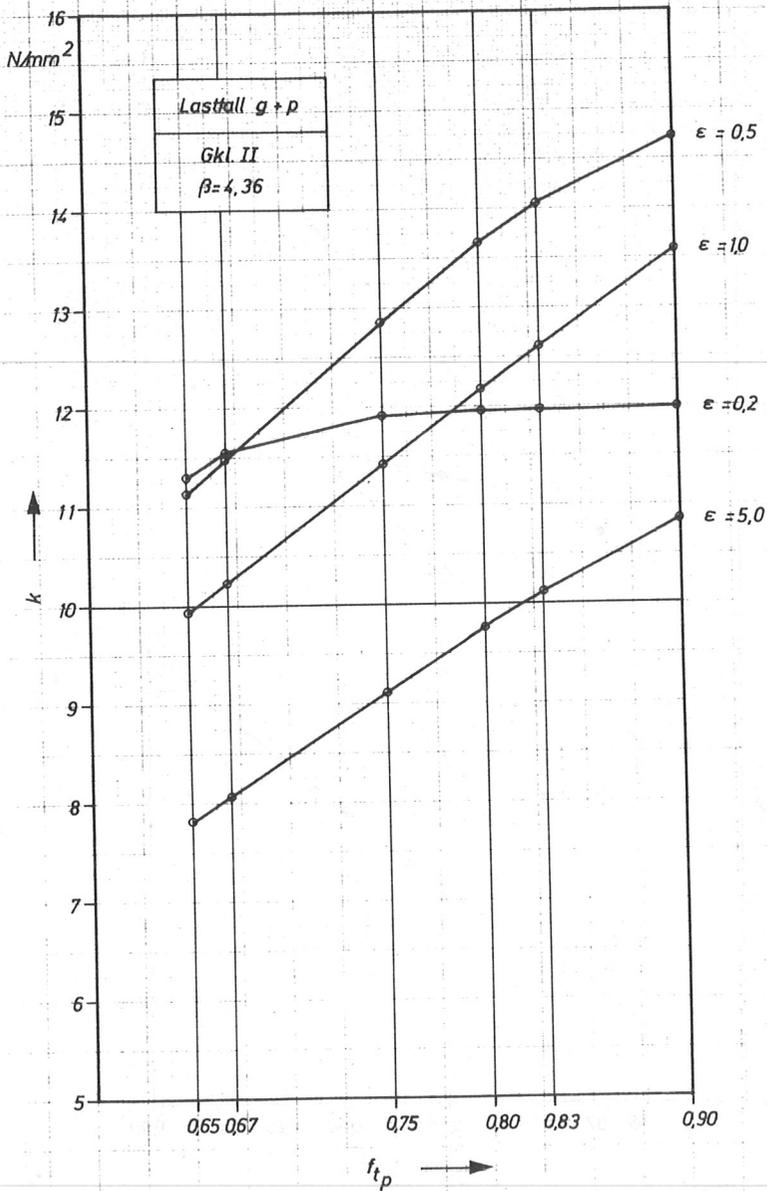


Bild 5/25: Charakteristische Werte der Biege­randspannung im Lastfall  $g + p$  in Abhängigkeit vom Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_p}$  für die Güteklasse II

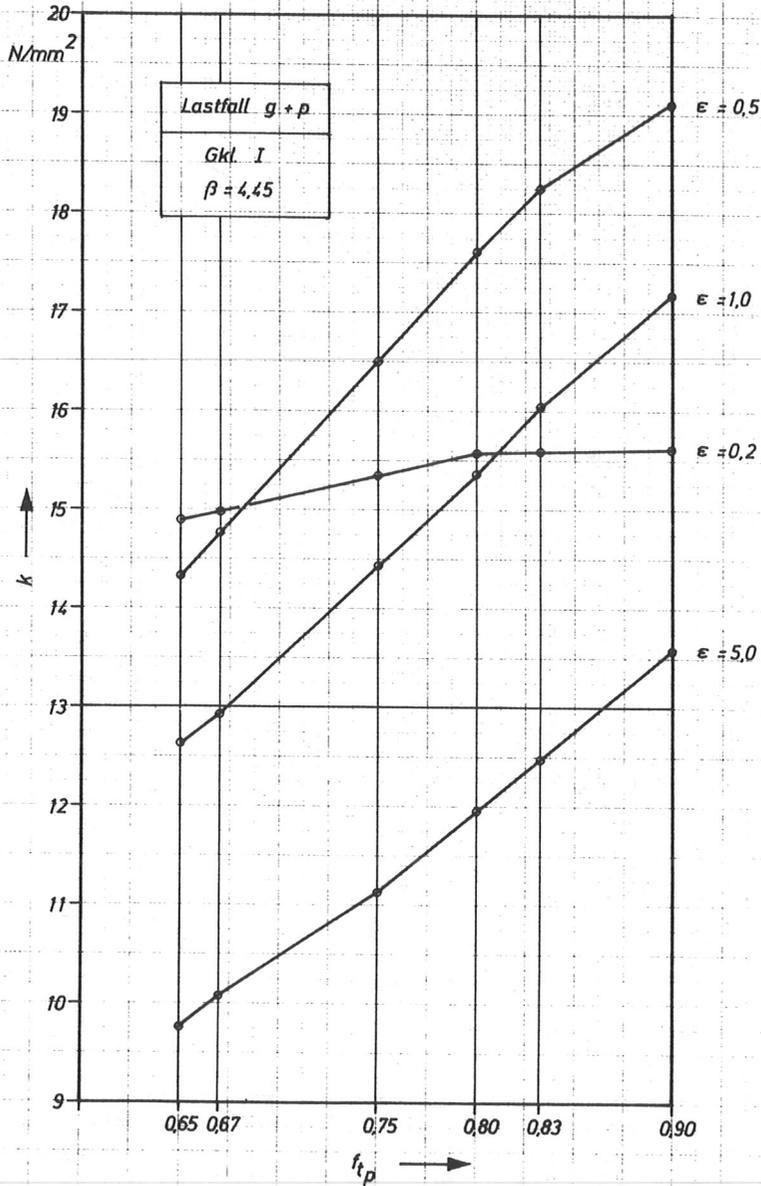


Bild 5/26: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall  $g + p$  in Abhängigkeit vom Zeitfestigkeitsfaktor  $f_{t_p}$  für die Güteklasse I

5) Die Zuverlässigkeit des biegebeanspruchten Vollholzbalkens bei Verwendung der char. Schneelast nach DIN 1055, T. 5

Die Verwendung der 95 %-Fraktile der jährlichen Extremwerte der Schneebelastung, wie sie in DIN 1055, T. 5 festgelegt ist, hat eine erhebliche Reduzierung der Zuverlässigkeit eines biegebeanspruchten Vollholzbalkens bei einem Bezugszeitraum von 50 Jahren zur Folge. Will man nämlich die in den zulässigen Spannungen der DIN 1052, T. 1 für den Lastfall ständige Lasten enthaltenen Zuverlässigkeiten auch für den Lastfall  $g + s$  einhalten, so muß z.B. für  $\epsilon = 5$  der in Gl. (5.16) definierte char. Wert  $k_{DIN}$  35 % unter dem  $k$ -Wert nach Gl. (5.15) liegen. In Bild 5/27 sind für alle drei Güteklassen und den Bereich  $0 \leq \epsilon \leq 10$  die Werte  $k$  und  $k_{DIN}$  einander gegenübergestellt. Die aufgezeigte Diskrepanz erklärt sich weitgehend aus dem Unterschied zwischen dem Zuverlässigkeitsniveau, der durch die zulässigen Spannungen der DIN 1052, T.1 erzwungen wird und der Zuverlässigkeit die Prückner und Rackwitz bei ihrer Abschätzung für die Festlegung des charakteristischen Wertes der Schneelast als ausreichend ansahen. In [3/6] gehen Prückner und Rackwitz von einer akzeptablen jährlichen Versagenswahrscheinlichkeit von  $10^{-5}$  aus. Für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren wird somit  $\beta_{soll} \approx 3,30$  und die zugehörigen  $k_{DIN}$ -Werte sinken erst für  $\epsilon > 2$  unter die nach DIN 1052 zulässigen Biegespannungen ab. Wie Bild 5/28 zeigt, liegen dann für  $\epsilon = 5$  die  $k_{DIN}$ -Werte nur um 14 % (Gkl. I), 12 % (Gkl. II) und 9 % (Gkl. III) unter den zulässigen Spannungen nach DIN 1052, T. 1. In den Bildern 5/27 und 5/28 sind die  $k_{DIN}$ -Kurven aus der Beziehung

$$k_{DIN} = k \cdot \epsilon_{DIN}^I = k \frac{1+\epsilon_{DIN}}{1+\epsilon}$$

berechnet.

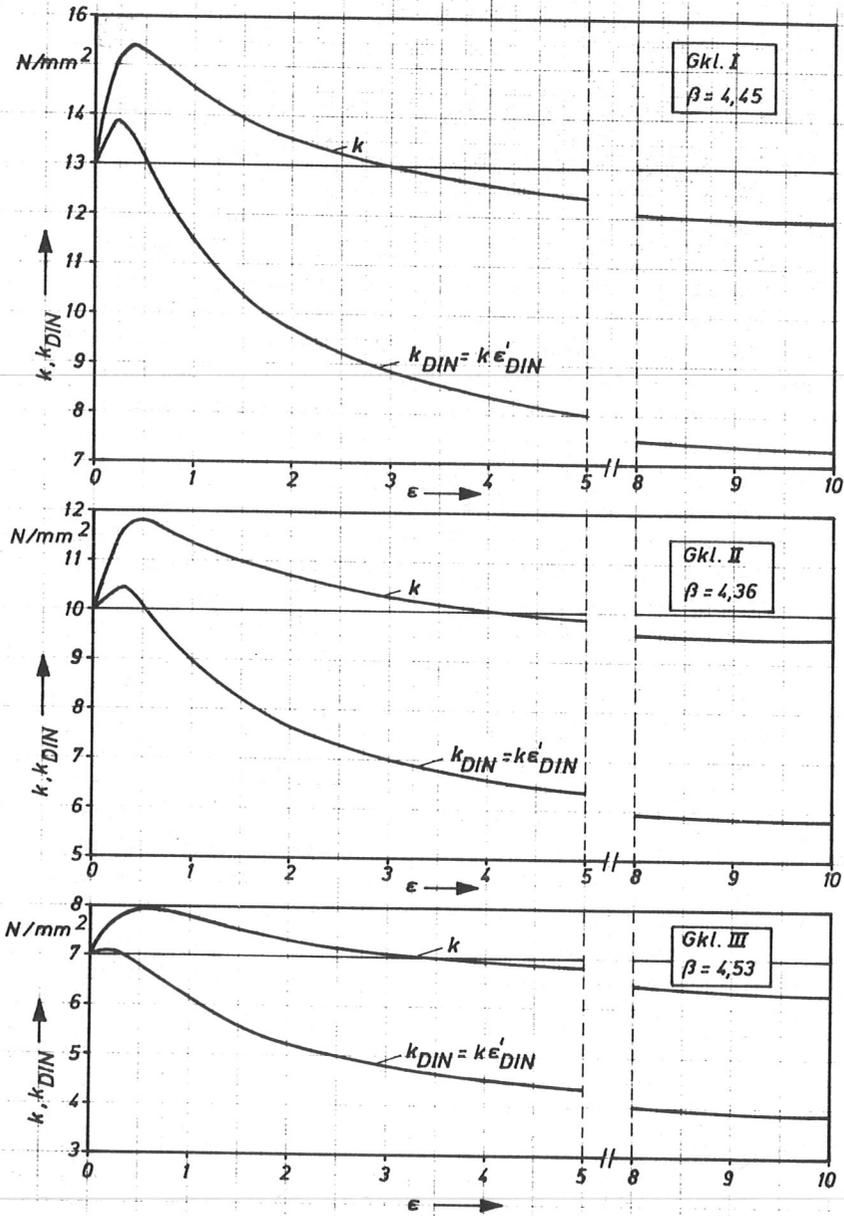


Bild 5/27: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall  $g + s$  gemäß Gln. (5.15) und (5.16) für  $f_{tS} = 0,67$

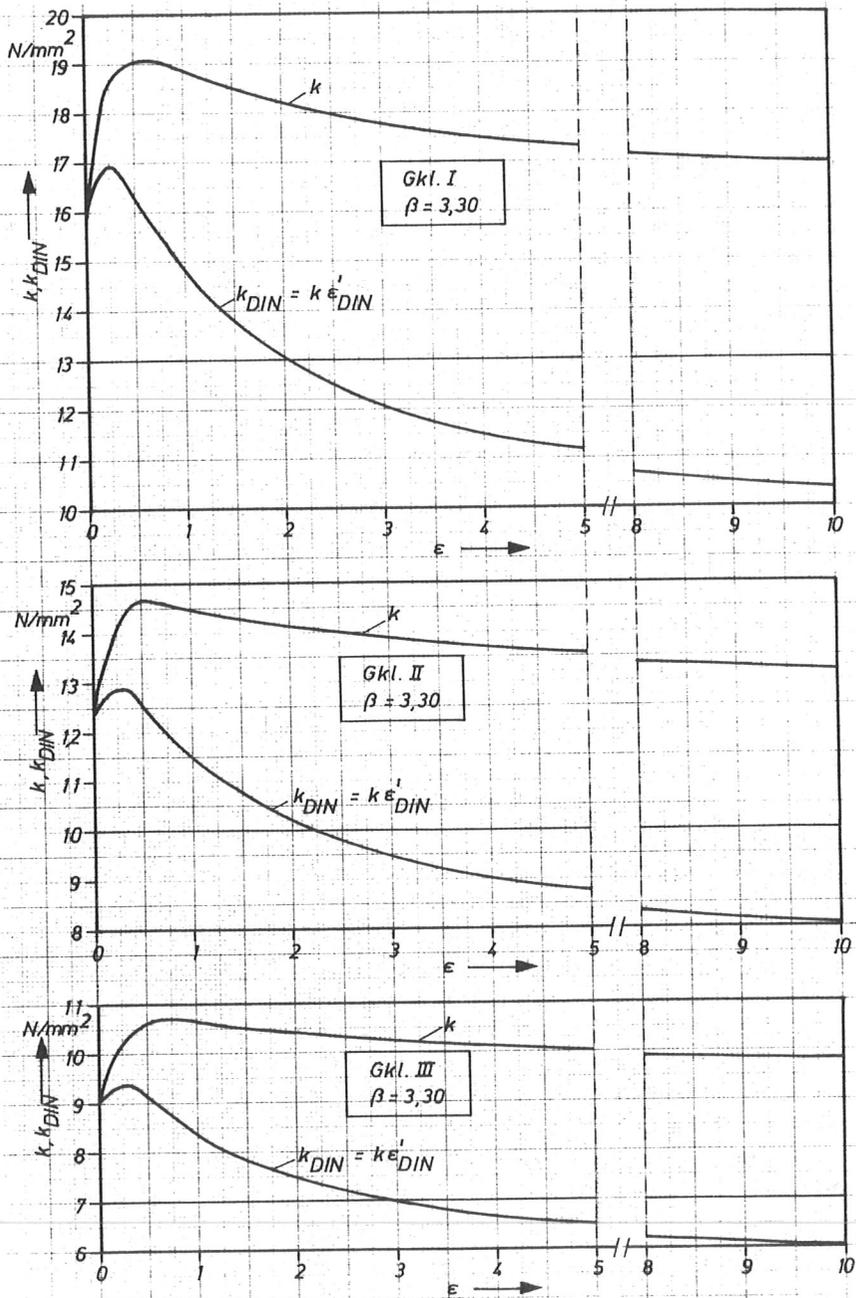


Bild 5/28: Charakteristische Werte der Biegerandspannung im Lastfall g + s gemäß Gln. (5.15) und (5.16) für  $f_{tS} = 0,67$  und einem Sicherheitsindex  $\beta = 3,30$

### 5.3 Nachweis für ständige Lasten und zwei zeitlich veränderliche Lasten

Zu der Lastkombination ständige Lasten und zwei zeitlich veränderliche Lasten kann man die Lastfälle  $g + s + w$  für Dachtragwerke und  $g + p +$  stoßartige Last z.B. bei Deckenkonstruktionen zählen. Eine in  $p_1$  (quasi-ständig) und  $p_2$  (Personenansammlung) aufgeteilte Verkehrslast auf Wohnhausdecken würde ebenfalls dieser Lastkombination entsprechen und dürfte, wenn die erforderlichen Erkenntnisse über diese Aufspaltung zur Verfügung stehen werden, das wichtigste Anwendungsfeld bedeuten.

Die Berücksichtigung einer weiteren Einwirkungsgröße erfordert neben den Gln. (5.3) und (5.12) die dritte Grenzzustandsbedingung

$$\prod_{i=1}^5 X_i f_{t_w} f_A^3 - X_6 - X_7 - X_8 = 0 \quad (5.17)$$

mit  $X_8 = M_W/W_{y, \text{ soll}}$ .

Im Rechenprogramm BETA-GSW wird für  $N = 8$  die Subroutine KERNW (siehe Bild 5/14) durchlaufen und dort nach dem Algorithmus von Rackwitz/Fießler der Sicherheitsindex  $\beta_W$  berechnet. Eine ausführliche Darstellung der Struktur des Gesamtprogramms kann dem Anhang A.4 entnommen werden. Beim Testen des Programms ergab sich, daß die Rechenzeiten wegen des aufwendigen Rackwitz/Fießler-Algorithmus im Unterprogramm KERNW gegenüber dem Fall  $N = 7$  (siehe Bild 5/14) anwachsen. Außerdem war festzustellen, daß die im Bild A/6 vorgeschlagenen Anfangsschätzwerte  $x_i^*$  für die Koordinaten des Bemessungspunktes verbessert werden sollten, um für den Bereich  $\epsilon > 1$  eine Verringerung der Anzahl der Iterationsschritte zu erreichen.

Die Ergebnisse der Testläufe des Programms sind in Bild 5/29 dargestellt und zeigen, daß Beanspruchungen infolge Windbelastung zumindest bis zu einem  $\eta$  von  $\leq 0,2$  für die Biegebemessung unberücksichtigt bleiben können. Dabei wurde wie schon im Falle der Schnee- bzw. Verkehrslast der Anteil der Beanspruchung aus Wind durch das Verhältnis charakteristischer Werte in Form

$$\eta = \frac{x_{8,k}}{x_{6,k}} = \frac{m_{X_8} (1 - V_{X_8} \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(0,95))))}{m_{X_6} (1 + 1,645 V_{X_6})} \quad (5.18)$$

festgelegt.

Die relative Streuung der Zufallsvariable  $X_8$  infolge Windlast kann mit Hilfe der allgemeinen Formeln der Einflußgrößenrechnung (siehe z.B. in [3/2]) aus den Verteilungsparametern der Windgeschwindigkeit abgeschätzt werden. Danach ergibt sich die relative Streuung für die jährlichen Extremwerte der Windbelastung und somit des Windmomentes zu

$$V_{X_{8,1a}} \approx \frac{2 V_V}{1 + V_V^2} = 0,24.$$

mit  $V_V = 0,121$  für den Variationskoeffizienten der Windgeschwindigkeit (s. S. 76). Unter der Voraussetzung, daß auch  $X_8$  einer Gumbelverteilung folgt, ergäbe sich beim Übergang vom Grundintervall 1 Jahr auf den Bezugszeitraum 50 Jahre  $V_{X_8}$  zu 0,14.

Für den Zeitfestigkeitsfaktor wird ebenfalls mit Rücksicht auf die Vereinfachungen des Bemessungswindes mit  $f_{tW} = 1,0$  gerechnet.

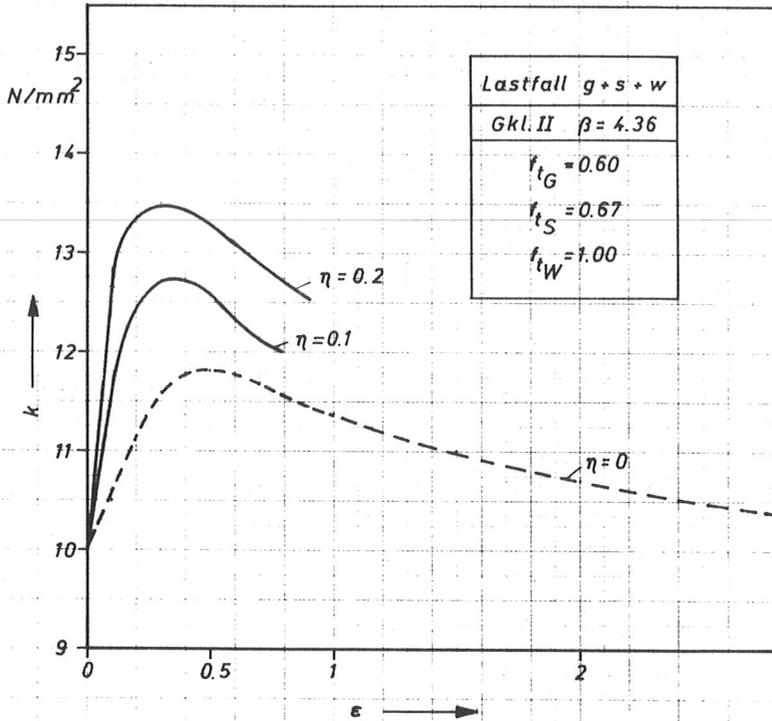


Bild 5/29: Charakteristische Biegerandspannung im Lastfall  $g + s + w$  für  $f_{tW} = 1,0$

## 6. Teilsicherheitsfaktoren für den auf Biegung beanspruchten Vollholzbalken

Zur Berechnung der Zuverlässigkeit nach dem im Kapitel 2 beschriebenen Verfahren sind alle Zufallsvariablen durch Verteilungsart sowie durch die Verteilungsparameter Mittelwert und Variationskoeffizient zu charakterisieren. Weiterhin ist je nach Grenzzustandsbedingung eine umfangreiche Iteration erforderlich, um für eine bestimmte Bemessungssituation die Zuverlässigkeit zu ermitteln. Für die Praxis ist es jedoch unumgänglich, den Nachweis in möglichst einfacher Form durchführen zu können. Die Verwendung von Teilsicherheitsfaktoren stellt eine solche Vereinfachung dar. Doch wie aus der Definition des Teilsicherheitsfaktors nach Abschnitt 2.2.5 hervorgeht, ist dazu die Festlegung eines charakteristischen Wertes und die Kenntnis über die Lage des Bemessungspunktes erforderlich. Diskussionen um Teilsicherheitsfaktoren entbehren ihrer wichtigsten Grundlage, wenn die Lage des Bemessungspunktes nicht nach der Sicherheitstheorie I.Ordnung ermittelt wurde.

Der Übergang von der Stufe 2 zu einer praxisgerechten Bemessung auf der Stufe 1 kann im vorliegenden konkreten Einzelfall nach dem Schema in Bild 2/12 ausgehend vom Sicherheitsindex  $\beta$  und den Koordinaten des Bemessungspunktes direkt erfolgen. Da die Einwirkungsseite mit Ausnahme der ständigen Lasten in Kapitel 3 nur zur Erarbeitung einiger Anhaltspunkte für Schnee-, Wind- und Verkehrslasten untersucht wurde und außerdem diese Lasten noch eingehender erforscht werden müssen, soll die Ermittlung von Teilsicherheitsfaktoren nur für den Lastfall ständige Lasten dargestellt werden.

Mit den Anweisungen im Block "Ergebniszeile" (siehe Bild 5/1) können Teilsicherheitsfaktoren für die einzelnen Einflüsse auf

die Biegefestigkeit und für die Festigkeit des fehlerfreien Holzes berechnet werden, aber im Hinblick auf die angestrebte Vereinfachung ist nur der Teilsicherheitsfaktor für die resultierende Biegefestigkeit  $\beta_B^i$  des Bauholzes von Interesse. Dieser Teilsicherheitsfaktor ist durch die Definition

$$\gamma_m = \frac{\beta_{B,k}^i}{\beta_B^{i*}} \quad (6.1)$$

festgelegt.

Als charakteristischer Wert  $\beta_{B,k}^i$  der Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes kann z.B. in Übereinstimmung mit [2/12] die 5 %-Fraktile eingesetzt werden. Andere Fraktilenwerte sind aus Bild 6/1 zu entnehmen. Der Wert von  $\beta_B^{i*}$  richtet sich nach der geforderten Zuverlässigkeit, d.h. es ist der  $\beta_B^{i*}$ -Wert einzusetzen, der gemäß Bild 6/2 dem geforderten Sicherheitsindex  $\beta_{S011}$  zugeordnet ist. Legt man die Zuverlässigkeit, die in den zulässigen Biegespannungen der DIN 1052 enthalten sind, zugrunde und verwendet als charakteristischen Wert die 5 %-Fraktile, so ergibt sich z.B. für die Güteklasse II und die Feuchtigkeitsklassen 1 bis 3  $\gamma_m$  zu 1,51.

Zu diesem "echten" Teilsicherheitsfaktor für die Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes kommen noch Faktoren hinzu zur Berücksichtigung von Einflüssen, die als nichtstreuende Größen in die Grenzzustandsbedingung eingesetzt wurden, aber durch

$$\gamma_t = \frac{1}{f_t} \quad (6.2)$$

und

$$\gamma_A = \frac{1}{f_A} \quad (6.3)$$

als Teilsicherheitsfaktoren dargestellt werden können. Mit  $\gamma_t$  wird die Zeitfestigkeit und mit  $\gamma_A$  die Maßabweichung erfaßt.

Der Teilsicherheitsfaktor für den Widerstand R berechnet sich somit aus

$$\gamma_R = \gamma_m \gamma_t \gamma_A \quad (6.4)$$

Da zur Zeit auf der Lastseite S z.B. nach DIN 1055 die Lastangaben nicht in charakteristischer Wert und Teilsicherheitsfaktor aufgeteilt sind, sondern der charakteristische Wert direkt für die Bemessung verwendet wird, muß der Teilsicherheitsfaktor

$$\gamma_S = \frac{s^*}{s_k} = \frac{x_6^*}{x_{6,k}} \quad (6.5)$$

noch auf die Widerstandsseite gebracht werden, um den globalen Sicherheitsfaktor

$$\gamma = \gamma_R \gamma_S \quad (6.6)$$

zu erhalten und den Spannungsnachweis in der Form

$$k = \frac{\beta'_{B,k}}{\gamma} \geq x_{6,k} \quad (6.7)$$

führen zu können.

Die Ermittlung von Teilsicherheitsfaktoren für den Lastfall ständige Lasten ist in Tabelle 6/1 ausführlich zusammengestellt.

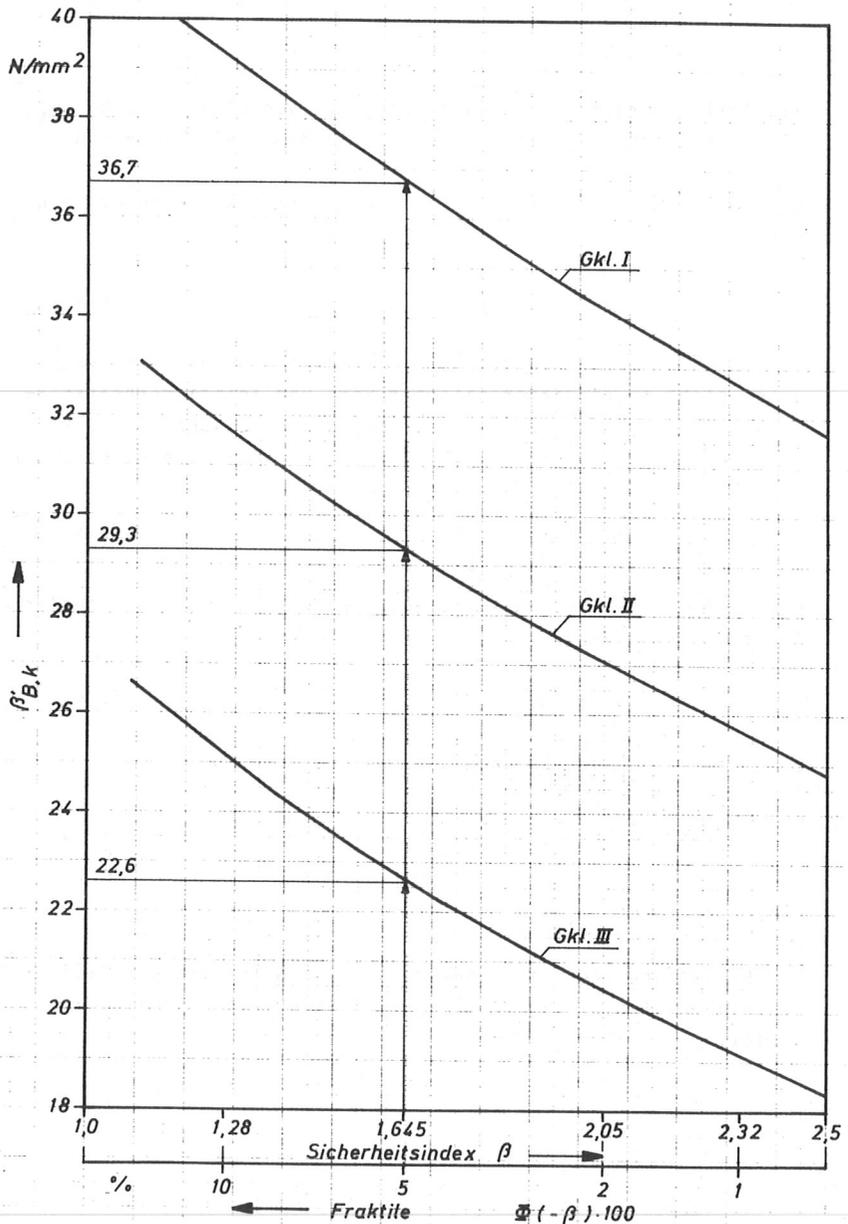


Bild 6/1: Charakteristische Kurzzeitbiegefestigkeiten  $\beta_{B,k}^I$  für die Gkl. I bis III und die Feuchtigkeitsklassen 1 bis 3

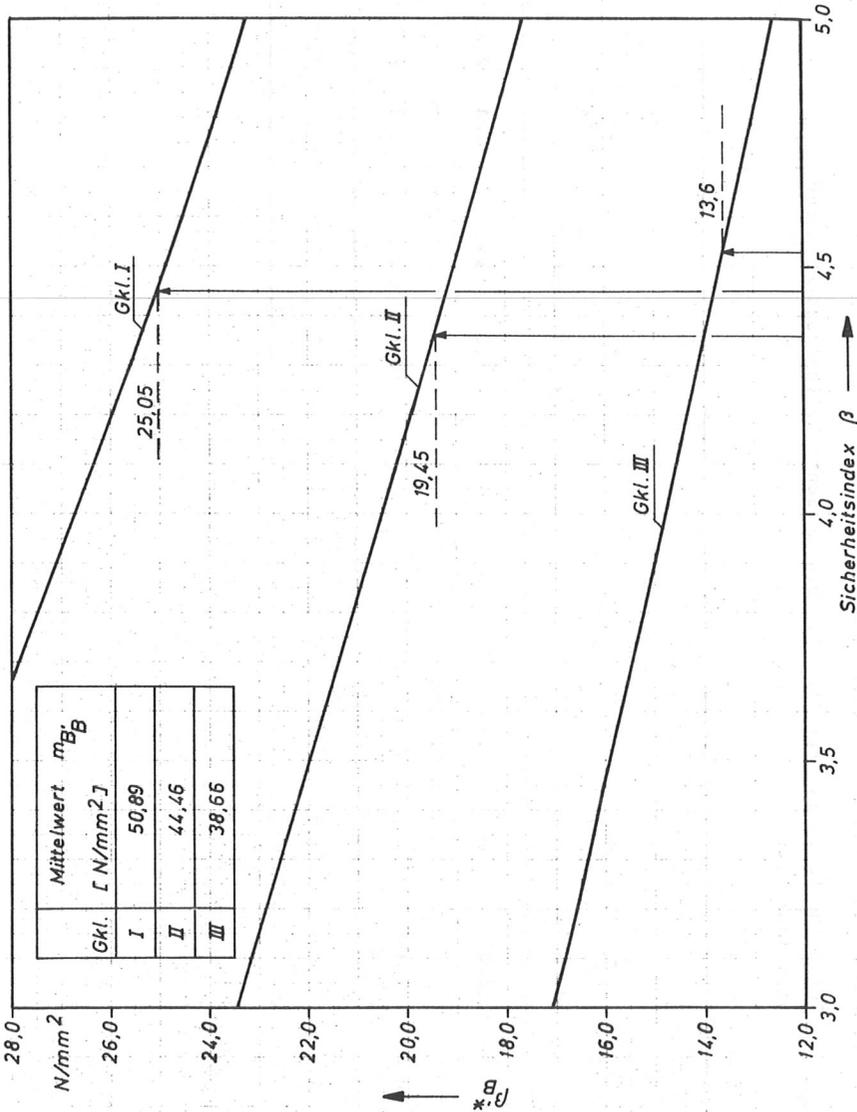


Bild 6/2: Kurzzeitbiegefestigkeiten  $\beta_B^*$  im Bemessungspunkt für die Güteklassen I bis III und die Feuchtigkeitsklassen 1 bis 3

Tabelle 6/1: Teilsicherheitsfaktoren für biegebeanspruchte Vollholzbalken unter ständiger Last											
Gkl.	Sicherheitsindex $\beta$	$\beta_B^{**}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	5%-Fraktile $\beta_{B,k}^I$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\gamma_m$	$\gamma_t$	$\gamma_A$	$\gamma_R$	$s^{**} = r^{**+}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$s_k$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\gamma_S = \frac{s^{**}}{s_k}$	$\gamma$
I	4,45	25,05	36,7	1,47	1,67	1,12	2,75	13,5	13,0	1,04	2,86
II	4,36	19,45	29,3	1,51	1,67	1,13	2,85	10,3	10,0	1,03	2,93
III	4,53	13,60	22,6	1,66	1,67	1,13	3,13	7,2	7,0	1,03	3,22

+ )  $r^{**} = \beta_B^{**} f_t f_A$

## 7. Zusammenfassung

### Das Sicherheitskonzept

Die wichtige Frage der Sicherheit von Bauteilen und Bauwerken wird im konstruktiven Ingenieurbau seit einigen Jahren mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung angegangen und die Antwort auf diese Frage wird durch den Begriff der Zuverlässigkeit mathematisch erfaßbar. Dabei hat sich das von Hasofer/Lind [2/5] vorgeschlagene Konzept, das auch als Sicherheitstheorie I. Ordnung bezeichnet wird, als geeignetes Verfahren zur Berechnung der Zuverlässigkeit herausgestellt. Da diese allgemein anwendbare Theorie im Holzbau und in der Holzbauforschung erst in geringem Maße Eingang gefunden hat, wurde auf die Darstellung des Sicherheitskonzeptes im Kapitel 2 Wert gelegt und die geometrische Deutung des Verfahrens betont. Außerdem konnte dadurch die Einheitlichkeit der Bezeichnungen erreicht werden und auch die Ergänzung der Methode in Abschnitt 2.2.3 fügt sich nahtlos ein.

Die Sicherheitstheorie I. Ordnung setzt die Kenntnis voraus über die Verteilungsart sowie die ersten beiden Momente Mittelwert und Varianz aller streuenden Größen (Zufallsvariablen), die in der Grenzzustandsbedingung enthalten sind. Wichtige Vereinfachungen der Theorie sind

1. Alle Zufallsvariablen sind zeitinvariant.
2. Alle Zufallsvariablen sind normalverteilt oder werden im Bemessungspunkt in normalverteilte Größen umgeformt.
3. Alle Zufallsvariablen sind stochastisch unabhängig oder entkorreliert.
4. Nichtlineare Versagensbedingungen werden im Bemessungspunkt linearisiert.

Die 1. Vereinfachung machte die in den Abschnitten 2.2.3 und 2.2.4 dargestellten Ergänzungen erforderlich, die Vereinfachungen 2 und 4 sind in den entwickelten Rechenprogrammen eingebaut, während bezüglich Vereinfachung 3 für das untersuchte Problem stochastische Unabhängigkeit vorlag oder genügend genau angenommen werden konnte.

### Die\_Lastseite

Zuverlässigkeitsbetrachtungen erfordern es, daß auch die Größen der Einwirkungsseite einer Versagensgleichung als Zufallsvariablen definiert sein müssen. Um darüber zumindest Anhaltspunkte zu gewinnen und um die Zuverlässigkeit einzufangen, die sich aus der zur Zeit aktuellen Bemessungspraxis ergibt, wurden in Kapitel 3 die erforderlichen Angaben wie Verteilungsart, relative Streuung und Definition des charakteristischen Wertes für ständige Lasten, Schneelast, Verkehrslast auf Wohnhausdecken und Windlast nicht schwingungsanfälliger Bauwerke zusammengestellt. Für die im allgemeinen normalverteilt angenommenen ständigen Lasten wird ein Vorschlag für ihre Zusammenfassung gemacht. Bei der Kalibrierung des charakteristischen Wertes der Schneebelastung legten Prückner/Rackwitz in [3/6] eine jährliche Versagenswahrscheinlichkeit von  $10^{-5}$  zugrunde, wodurch für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren die zur Zeit in der Diskussion befindlichen Zuverlässigkeiten nicht in allen Fällen erreicht werden, wenn man die zulässigen Spannungen eines Biegebalkens ausnutzt. Auch bezüglich der Verkehrslast auf Wohnhausdecken sind weitere Untersuchungen anzustreben, um in für die Sicherheitstheorie I.Ordnung verwertbarer Form zu einer Aufspaltung der Verkehrslast in einen quasi-ständigen Anteil und in die nur kurzzeitig wirkende Last aus Personenansammlungen zu gelangen. Auch bezüglich der Windlastannahmen sind weitere Entwicklungen erforderlich, wie sie in Abschnitt 3.5 genannt wurden. Trotz dieser angeführten Lücken und Einschränk-

kungen liefert allein schon der Lastfall ständige Lasten eine Reihe von Erkenntnissen über die Zuverlässigkeit von Vollholz bei Biegebeanspruchung.

#### Die Biegefestigkeit des Vollholzes

Eine grundlegende Zielsetzung der Untersuchung war es, der Zuverlässigkeitsberechnung das Material zugrunde zu legen, mit dem Holzkonstruktionen gebaut werden und für das die DIN 1052 zulässige Spannungen angibt. Auf die "Produktion" dieses Materials hat der Mensch praktisch keine Einflußmöglichkeiten. Nach dem Einschnitt des Stammes bleibt als möglicher Eingriff lediglich die Güteklassensortierung des "fertigen" Baustoffes. Da über die Festigkeitseigenschaften des Bauholzes keine umfangreichen Untersuchungen durchgeführt wurden, andererseits aber über die Kurzzeitbiegefestigkeit der kleinen fehlerfreien Probe ausreichende Erkenntnisse vorliegen und auch die Einflüsse von Holzfehlern und anderer Parameter auf die Biegefestigkeit bekannt sind oder wie im Falle der Ästigkeit ermittelt werden konnten, lag es nahe, die Kenntnis über die Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes aus den Teilinformationen zusammensetzen. Forschungen auf dem Gebiet der Bruchmechanik des Baustoffes Holz können zwar in Zukunft Einflußfaktoren wie Ästigkeit und Schrägfaserigkeit physikalisch fundiert beschreiben, aber zu einfachen Angaben, wie sie in Kapitel 4 gefunden wurden und für den Zuverlässigkeitsnachweis benötigt werden, wird man auch erst nach drastischen Vereinfachungen des komplexen Verhaltens des natürlichen Baustoffes Holz gelangen. Die Frage nach dem Zuverlässigkeitsniveau hölzerner Bauteile stellt sich aber bereits jetzt, weil wahrscheinlichkeitsorientierte Sicherheitsbetrachtungen in verstärktem Maße Eingang in den konstruktiven Ingenieurbau finden sollen.

Für die Einflußfaktoren wie Querschnittstransformation, Schrägfaserigkeit, Ästigkeit und Holzfeuchtigkeit konnten, begründet durch die Gütevorschriften bzw. durch Forschungsergebnisse, begrenzte Verteilungsfunktionen der Zuverlässigkeitsberechnung zugrunde gelegt werden. Die verwendeten Rechteckverteilungen haben für Größen der Widerstandsseite den Vorteil, daß sie nach links begrenzt sind und somit die Wirklichkeit besser erfassen als nach links bis 0 oder  $-\infty$  reichende Verteilungen. Durch diese Aufspaltung in die einzelnen festigkeitsbeeinflussenden Größen muß der für die Zuverlässigkeit entscheidende linke Ast der Dichte der resultierenden Biegefestigkeit  $B_B^I$  nicht durch eine theoretische Dichtefunktion ersetzt werden. Ein Vergleich mit den Versuchsergebnissen, die Graf in [4/26] mitteilt, zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Biegefestigkeit  $B_B^I$  des aus den Einzeleinflüssen zusammengesetzten "Modellmaterials" und der von Graf untersuchten Biegebalken der Güteklasse II bezüglich des Mittelwertes und des 5 %-Fraktilewertes (siehe Tabelle 7/1). Unterlegt man den beiden hinsichtlich Mittelwert und 5 %-Fraktile der Biegefestigkeit  $B_B^I$  praktisch identischen Materialien eine Lognormalverteilung, dann müßte  $k$  von 10 auf  $8,1 \text{ N/mm}^2$  zurückgehen, damit ein Sicherheitsindex von  $\beta = 4,36$  beibehalten werden kann. Das Ergebnis von Zuverlässigkeitsberechnungen nach der Sicherheitstheorie I.Ordnung hängt also wesentlich von der Verteilungsart der Eingangsgrößen ab. Durch die links begrenzten Dichteverteilungen der Einzeleinflüsse auf  $B_B^I$  wird die tatsächliche Festigkeitsverteilung am linken Ast erfaßt und die daraus berechneten Zuverlässigkeiten, die im Kapitel 5 dargestellt sind, sind zutreffender als im Falle einer pauschalen Zugrundelegung einer theoretischen Verteilungsart für die resultierende Festigkeit  $B_B^I$ .

Zur Berücksichtigung der Zeitfestigkeit des Bauholzes unter Biegebeanspruchung wurden die zur Zeit vorliegenden und gesicherten Erkenntnisse verwendet, wobei es sich bei dem für ständige Lasten erforderlichen Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  für den

Tabelle 7/1: Vergleich des "Modellmaterials" nach Kapitel 4 mit den FI/TA-Balken der Versuche von Graf  4/26							
"Modellmaterial" nach Kapitel 4			FI/TA nach Graf  4/26				
Gkl.	Mittelwert $m_{B_i}^i$ [N/mm <sup>2</sup> ]	5 %-Fraktile $\beta_{B_i, k}^i$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\frac{LN}{V_{B_i}^i}$	Mittelwert $m_{B_i}^i$ [N/mm <sup>2</sup> ]	5 %-Fraktile $\beta_{B_i, k}^i$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$V_{B_i}^i$	$\frac{LN}{V_{B_i}^i}$
I	50,89	36,7	0,20	(53,0) <sup>+</sup>	(42,8) <sup>+</sup>	(0,13) <sup>+</sup>	(0,13) <sup>+</sup>
II	44,46	29,3	0,25	44,4	28,75	0,26	0,26
III	38,66	22,6	0,33	-	-	-	-

+ ) aus 6 Versuchswerten ermittelt

üblichen Bezugszeitraum von 50 Jahren um eine Extrapolation von Versuchsergebnissen handelt. Die von der verwendeten Sicherheitstheorie geforderte Zeitinvarianz der Zufallsvariablen wird im Falle ständiger Einwirkungen erreicht, indem man die am Ende des Bezugszeitraumes noch vorhandene Zeitfestigkeit in die Grenz-zustandsgleichung einsetzt. Bei nicht ständig wirkenden Lasten wurden Zeitfestigkeitsfaktoren verwendet, die sich als ungünstiger Grenzfall aus der Summe aller Belastungszeitintervalle während des Bezugszeitraumes und im günstigsten Falle aus nur einem Belastungszeitintervall ergeben. Auf diese Weise sind alle möglichen Zustände für ein Erholungsvermögen des Materials eingegrenzt.

#### Maßabweichungen

Die Streuung der Querschnittsabmessungen des Bauschnittholzes wurde im einzelnen untersucht und der Fehler abgeschätzt, der durch die Verwendung eines konstanten Abminderungsfaktors in der Versagensbedingung entsteht.

#### Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnung

Wie die Bilder 5/5, 5/11, 5/15 und 5/16 zeigen, ist das Maß an Zuverlässigkeit von der Verteilungsart der widerstehenden Zufallsgrößen abhängig und ist am kleinsten, wenn die Basisvariablen normalverteilt angenommen werden. Im Falle nur ständiger Lasten sind der Zeitfestigkeitsfaktor  $f_t$  und der Abminderungsfaktor  $f_A^3$  für die Maßabweichungen direkt proportional zum charakteristischen Wert  $k$ . Für einen beliebigen Wert  $f_{t_i}$  kann daher der globale Sicherheitsfaktor  $\gamma$  leicht umgerechnet werden in  $\gamma_{\text{neu}} = \gamma f_t / f_{t_i}$ .

Ein wichtiges Ziel der Untersuchung war die Antwort auf die Frage nach der Zuverlässigkeit, die in den zulässigen Biegespannungen nach DIN 1052, T.1 implizit enthalten ist. Das Er-

gebnis war eine für alle drei Güteklassen nahezu gleiche Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f \approx 5 \cdot 10^{-6}$  unter ständiger Last. Diese Versagenswahrscheinlichkeit entspricht einem Sicherheitsindex  $\beta$  von ca. 4,4. Da nach DIN 1052 auch für die Lastfälle  $g + s$  und  $g + p$  diese zulässigen Spannungen unverändert gelten, wurde die Darstellung der Ergebnisse auf die anfangs ermittelten Sicherheitsindizes beschränkt, während das Programm BETA-GSW (siehe Anhang A.4) mit genügend kleiner Schrittweite die  $k$ -Werte für einen Bereich von  $\beta$  zwischen 2 und 6 liefert. Bei einem Ausbau dieses Programms für weitere Untersuchungen ist anzustreben, zumindest einige Ergebnisdaten über einen Plotter ausgeben zu lassen.

#### Ausblick

Endziel aller Zuverlässigkeitsuntersuchungen soll ein für den Ingenieur in der Praxis leicht zu handhabendes Bemessungsverfahren sein, bei dem weitere Modifizierungen des hier dargestellten "Grundsystems" in Form zusätzlicher Teilsicherheitsfaktoren eingehen können. Wenn einmal die Sollwerte des Sicherheitsindex  $\beta$  für die verschiedenen Sicherheitsklassen festgelegt sind, wird man entscheiden können, wie man diese  $\beta_{\text{soll}}$ -Werte für einzelne Bauteile je nach Zugehörigkeit zu Parallel-, Serien- oder Mischsystemen weiter aufzuschlüsseln hat und wie die Einflüsse der Einwirkungsseite auf den Widerstand bei statisch unbestimmten Systemen zu berücksichtigen sein werden.

8. BezeichnungenZu Kapitel 2

$P_{f,T}$	Versagenswahrscheinlichkeit, bezogen auf einen Zeitraum von 0 bis T
$P_{s,T}$	Überlebenswahrscheinlichkeit, bezogen auf einen Zeitraum von 0 bis T
R	zufällig veränderlicher Widerstand mit r Realisation von R $F_R()$ Verteilungsfunktion von R $f_R()$ Dichtefunktion von R $m_R$ Mittelwert von R $\sigma_R$ Standardabweichung von R $V_R$ Variationskoeffizient von R
S	zufällig veränderliche Einwirkung mit s Realisation von S $F_S()$ Verteilungsfunktion von S $f_S()$ Dichtefunktion von S $m_S$ Mittelwert von S $\sigma_S$ Standardabweichung von S $V_S$ Variationskoeffizient von S
X	Zufallsgröße der Widerstands- oder Einwirkungsseite
$\beta$	Sicherheitsindex
$\hat{r}, \hat{s}$	gemäß Gl. (2.27) standardisierte Realisationen von R und S

$g$	Versagensbedingung
$p^*$	Bemessungspunkt mit den Koordinaten $x_i^*$
$m_{X_i}^i$	Mittelwert der Normalverteilung, in die die Zufallsvariable $X_i$ gemäß Gl. (2.23) umgeformt wurde
$\sigma_{X_i}^i$	Standardabweichung der Normalverteilung, in die die Zufallsvariable $X_i$ gemäß Gl. (2.24) umgeformt wurde
$\Phi()$	Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung
$\varphi()$	Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung
$\rho$	Korrelationskoeffizient
$\mu$	Normierender Faktor für die HESSE'sche Normalform
$\alpha_R, \alpha_S, \alpha_{X_i}$	Sensitivitätsfaktoren
$f_T$	Zeitfestigkeitsfaktor bei einer Belastungsdauer von T Jahren
$R_0$	zufällig veränderlicher Widerstand bei einer Kurzzeitbelastung der Dauer $t_0$
$S_i$	zufällig veränderliche Einwirkung
$r$	Wiederholungszahl
$b(i, r, P)$	Binomialverteilung
$\gamma_{X_i}$	Teilsicherheitsfaktoren gemäß Gl.n. (2.88) bis (2.91)

Zu Kapitel 3

G	zufällig veränderliche ständige Einwirkung mit	
	$m_G$	Mittelwert von G
	$V_G$	Variationskoeffizient von G
	$g_k$	charakteristischer Wert von G
$V_{soll}$	Sollwert des Volumens	
U	zufällig veränderliche Holzfeuchtigkeit mit	
	$m_{U_i}$	Mittelwert von U für die Feuchtigkeits- klasse i
	$V_{U_i}$	Variationskoeffizient von U für die Feuchtigkeitsklasse i
$\Gamma$	zufällig veränderliches Berechnungsgewicht mit	
	$\gamma_{u,k}$	charakteristischer Wert von $\Gamma$
P	zufällig veränderliche Verkehrslast mit	
	$m_P$	Mittelwert von P
	$\sigma_P$	Standardabweichung von P
	$V_P$	Variationskoeffizient von P
	$p_k$	charakteristischer Wert von P
S	zufällig veränderliche Schneelast mit	
	$m_S$	Mittelwert von S
	$\sigma_S$	Standardabweichung von S
	$V_S$	Variationskoeffizient von S
	$s_k$	charakteristischer Wert von S

$v$	zufällig veränderliche Windgeschwindigkeit mit
$m_v$	Mittelwert von $v$
$V_v$	Variationskoeffizient von $v$
$W_p$	zufällig veränderlicher Winddruck

Zu Kapitel 4

$B'_B$	zufällig veränderliche Kurzzeitbiegefestigkeit des Bauholzes
$B_B$	zufällig veränderliche Kurzzeitbiegefestigkeit kleiner fehlerfreier Proben
$\beta_B$	rechnerische Biegebruchspannung (Realisation von $B_B$ )
$F_1$	zufällig veränderlicher Einflußfaktor für die Querschnittstransformation mit
$m_{F1}$	Mittelwert von $F_1$
$V_{F1}$	Variationskoeffizient von $F_1$
$f_{1a}$	unterer Grenzwert von $F_1$
$f_{1b}$	oberer Grenzwert von $F_1$
$F_2$	zufällig veränderlicher Einflußfaktor für die Schrägfaserigkeit mit
$m_{F2}$	Mittelwert von $F_2$
$V_{F2}$	Variationskoeffizient von $F_2$
$f_{2a}$	unterer Grenzwert von $F_2$
$f_{2b}$	oberer Grenzwert von $F_2$

$F_3$	zufällig veränderlicher Einflußfaktor für die Astigkeit mit $m_{F_3}$ Mittelwert von $F_3$ $V_{F_3}$ Variationskoeffizient von $F_3$ $f_{3a}$ unterer Grenzwert von $F_3$ $f_{3b}$ oberer Grenzwert von $F_3$
$h$	Höhe eines Rechteckquerschnitts
$b$	Breite eines Rechteckquerschnitts
$e_u$	Abstand des Zugrandes von der Schwerachse des geschwächten Querschnitts
$d$	Astdurchmesser
$a, c$	an den Außenflächen des Balkens senkrecht zur Stabachse gemessene Astgröße
$\psi$	Breite $b$ / Höhe $h$
$V_J$	Jahringbreite im Stamm / Jahringbreite im Ast
$K$	an den Außenflächen des Balkens senkrecht zur Stabachse gemessene Astgröße bezogen auf die Abmessung der Seite, auf der die Astfläche erscheint
$F_4$	zufällig veränderlicher Einflußfaktor für die Holzfeuchtigkeit mit $m_{F_4}$ Mittelwert von $F_4$ $V_{F_4}$ Variationskoeffizient von $F_4$ $f_{4a}$ unterer Grenzwert von $F_4$ $f_{4b}$ oberer Grenzwert von $F_4$

U	zufällig veränderliche Holzfeuchtigkeit mit
$m_U$	Mittelwert von U
$V_U$	Variationskoeffizient von U
$u_a$	unterer Grenzwert von U
$u_b$	oberer Grenzwert von U
$\Delta$	zufällig veränderliche Maßabweichung mit
$m_\Delta$	Mittelwert von $\Delta$
$\sigma_\Delta$	Standardabweichung von $\Delta$
$V_\Delta$	Variationskoeffizient von $\Delta$
A	zufällig veränderliches Schwindmaß mit
$m_A$	Mittelwert von A
$V_A$	Variationskoeffizient von A
$F_A$	zufällig veränderlicher Einflußfaktor für die Maßabweichung mit
$m_{F_A}$	Mittelwert von $F_A$
$\sigma_{F_A}$	Standardabweichung von $F_A$
$V_{F_A}$	Variationskoeffizient von $F_A$
$f_A$	konstanter Faktor zur Berücksichtigung der Maßabweichung

Zu Kapitel 5

$W_{y,soll}$	Sollwert des Widerstandsmomentes $\frac{bh^2}{6}$ um die y-Achse
$X_1$	= $F_1$
$X_2$	= $F_2$
$X_3$	= $F_3$
$X_4$	= $F_4$ für Grenzzustand G und GSW
$X_4$	= U für Grenzzustand GU
$X_5$	= $B_B$
$X_6$	die mit $W_{y,soll}$ berechnete Biege- randspannung infolge ständiger Lasten mit $m_{X_6}$ Mittelwert von $X_6$ $x_{6,k}$ charakteristischer Wert von $X_6$ $V_{X_6}$ Variationskoeffizient von $X_6$
$\gamma_{X_6}$	Teilsicherheitsfaktor $\frac{x_{6,k}^*}{x_{6,k}}$
F	= $f_t \cdot f_A^3$
k	charakteristische Biegefestigkeit
$X_7$	die mit $W_{y,soll}$ berechnete Biege- randspannung infolge Schneelast bzw. Verkehrs- last mit $m_{X_7}$ Mittelwert von $X_7$ $x_{7,k}$ charakteristischer Wert von $X_7$ $V_{X_7}$ Variationskoeffizient von $X_7$
$\epsilon$	= $\frac{x_{7,k}}{x_{6,k}}$
$\epsilon_{DIN}$	= 0,574 $\epsilon$

$$k_{\text{DIN}} = k \epsilon'_{\text{DIN}} = k \frac{1 + \epsilon_{\text{DIN}}}{1 + \epsilon}$$

$X_8$  die mit  $W_{y, \text{so11}}$  berechnete Biegerandspannung infolge Windlast

mit

$mX_8$  Mittelwert von  $X_8$

$x_{8,k}$  charakteristischer Wert von  $X_8$

$VX_8$  Variationskoeffizient von  $X_8$

$$n = \frac{x_{8,k}}{x_{6,k}}$$

#### Zu Kapitel 6

$\beta'_{B,k}$  Charakteristische Kurzzeitbiegefestigkeit  $B'_B$  des Bauholzes

$\gamma_m$  Teilsicherheitsfaktor für  $B'_B$

$\gamma_t$  Teilsicherheitsfaktor für Zeitfestigkeit

$\gamma_A$  Teilsicherheitsfaktor für Maßabweichung

$\gamma_R$  Teilsicherheitsfaktor für den Widerstand R

$\gamma_S$  Teilsicherheitsfaktor für die Einwirkung S

$\gamma$  globaler Sicherheitsfaktor

#### Zu Kapitel 7

$V_{B'_B}^{\text{LN}}$  Variationskoeffizient von  $B'_B$  bei Annahme einer Lognormalverteilung

9. Literatur

- |2/1| Randall, F.A., Jr. 1973. Historical Notes on Structural Safety. ACI Journal October 1973, S. 669-679.
- |2/2| Mayer, M. 1926. Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkraften anstatt nach zulässigen Spannungen. Verlag von Julius Springer. Berlin.
- |2/3| König, G. und M.Heunisch. 1972. Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der T.H. Darmstadt, Heft 16. Verlag W. Ernst u. Sohn. Berlin.
- |2/4| Pottharst, R. 1977. Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzepts für den Konstruktiven Ingenieurbau. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der T.H. Darmstadt, Heft 22. Verlag W. Ernst u. Sohn. Berlin.
- |2/5| Hasofer, A.M. und N.C. Lind. 1974. Exact and Invariant Second-Moment Code Format. Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.100, S. 111-121.
- |2/6| Euro Code Nr. 1. 1980. Einheitliche Regeln für verschiedene Bauarten und Baustoffe. 1.Entwurf, Februar 1980.
- |2/7| NABau-Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken". 1977. Grundlagen für die Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. Fassung November 1977.
- |2/8| Rackwitz, R. 1978. Theoretische Grundlagen für die Neubearbeitung von Last- und Bemessungsnormen. Beiträge zum 1. Sicherheits-Seminar des IfBt, 3.verbesserte Auflage, Februar 1978.

- |2/9 | Kreyszig, E. 1975. Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 6.Auflage. Verlag Vandenhoeck u. Ruprecht Göttingen.
- |2/10| Fießler, B., H. Hawranek u. R. Rackwitz. 1976. Numerische Methoden für probabilistische Bemessungsverfahren und Sicherheitsnachweise. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 14/1976.
- |2/11| AITC. 1974. Timber Construction Manual. 2. Auflage. J. Wiley and Sons. New York.
- |2/12| CIB-Working Group W 18. 1979. CIB Structural Timber Design Code. 4. draft, Juni 1979.
- |2/13| JCSS. 1976. Basic Notes on Actions. 3. draft, 1976.
- |2/14| Bronstein, I.N. u. K.A. Semendjajew. 1965. Taschenbuch der Mathematik. 5. Auflage. Verlag H. Deutsch. Zürich.
- |2/15| Rackwitz, R. und B. Fießler. 1977. An Algorithm for the Calculation of Structural Reliability under Combined Loading. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 17/1977.
- |2/16| Madsen, H.O. 1977. Some Experience with the Rackwitz-Fießler Algorithm for the Calculation of Structural Reliability under Combined Loading. DIALOG 77. DIAB Lyngby, Dänemark.
- |2/17| Fießler, B. 1978. Kombination von zufälligen Lastfolgen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 25/1978.

- [2/18] Hosser, D. 1978. Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der T.H. Darmstadt, Heft 28. Verlag W. Ernst u. Sohn. Berlin.
- [2/19] The Nordic Committee on Building Regulations. 1978. Recommendation for Loading- and Safety Regulations for Structural Design. NKB-Report Nr. 36.
- [2/20] Borges, J.F. 1977. Structural Safety. Rep. Committee W 9. Proc. 7.CIB-Kongreß, Edinburgh, Vol. 1, S. 57-67.
- [2/21] Rüsçh, H. und R. Rackwitz. 1973. Die Bedeutung des Begriffes der Versagenswahrscheinlichkeit in der Sicherheitstheorie für Bauwerke. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 3/1973.
- [3/1] DIN 1055. Lastannahmen für Bauten.  
Teil 1, Ausgabe Mai 1978  
Teil 4, Ausgabe Mai 1977  
Teil 5, Ausgabe Juni 1975.
- [3/2] Graf, U. und H.-J. Henning. 1958. Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer Verlag, Berlin.
- [3/3] Kollmann, F. 1951. Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Band I, 2.Auflage. Springer Verlag. Berlin.
- [3/4] DIN 68364. Kennwerte von Holzarten. Ausgabe November 1979.
- [3/5] ISO/DIS 3129. 1973. Wood-Sampling Methods and General Requirements for Physical and Mechanical Tests.

- |3/6| Prückner, R. u. R. Rackwitz. 1973. Zur Neudefinition der Nennwerte von Schneelasten. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 3/1973.
- |3/7| Luy, H. u. R. Rackwitz. 1978. Darstellung und Auswertung von Schneehöhenmessungen in der BRD. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 31/1978.
- |3/8| Vorschlag für die Neufassung von DIN 1055, T. 4, Lastannahmen für Bauten, Verkehrslasten, Windlast. Fassung September 1977.
- |3/9| König, G. u. K. Zilch. 1973. Untersuchung zur Schaffung von Unterlagen für wirtschaftliche und sichere Annahmen über Windlasten - Windgeschwindigkeitskarte Deutschland. Schlußbericht eines mit Förderung des BMBau durchgeführten Forschungsvorhabens.
- |3/10| Gumbel, E.J. 1964. Technische Anwendungen der statistischen Theorie der Extremwerte. Schweizer Archiv für angewandte Wissenschaft und Technik. 30 (1964) H.2, S. 33-47.

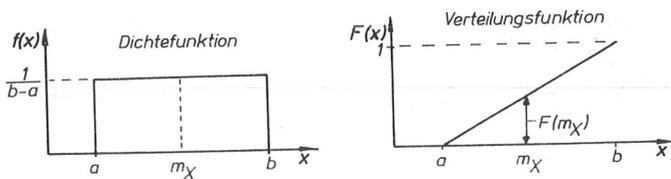
- [4/1] Kufner, M. 1977. Maschinelle Schnittholzsortierung und ihr möglicher Einfluß auf die Holzverwendung. Holz als Roh- und Werkstoff 35 (1977) S. 173-178.
- [4/2] Sunley, J.G. 1965. Working Stresses for Visually and Mechanically Graded Structural Timber. Forest Products Research Bulletin Nr. 47. London.
- [4/3] DIN 4074, T. 1. Ausgabe Dez. 1958. Gütebedingungen für Bauschnittholz (Nadelholz).
- [4/4] Glos, P. 1978. Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungsgrößen. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 35/1978.
- [4/5] DIN 52186. Ausgabe Juni 1978. Prüfung von Holz, Biegeversuch.
- [4/6] Bohannon, B. 1966. Effect of Size on Bending Strength of Wood Members. Research Paper FPL 56.
- [4/7] Ylinen, A. 1942. Über den Einfluß der Probekörpergröße auf die Biegefestigkeit des Holzes. Holz als Roh- und Werkstoff 5 (1942) S. 299-305.
- [4/8] Moe, J. 1961. The Mechanism of Failure of Wood in Bending. Abhandlungen der IVBH, 21. Band, S. 163-178.
- [4/9] Mistler, H.-L. 1979. Die Tragfähigkeit des am Endauflager unten rechtwinklig ausgeklinkten Brettschichtträgers. Dissertation Universität Karlsruhe.

- |4/10| Gaber, E. 1935. Prüfung und Beurteilung von Bauholz. Zentralblatt der Bauverwaltung vereinigt mit Zeitschrift für Bauwesen 55 (1935) H. 5.
- |4/11| Gaber, E. 1936. Der Einfluß von Fehlern auf die Holzfestigkeit nach Versuch und Rechnung. Die Bautechnik 14 (1936) H. 5, S. 64-68.
- |4/12| ASTM-Standard D 245-74. Establishing Structural Grades and Related Allowable Properties for Visually Graded Lumber.
- |4/13| König, E. 1970. Sortierung und Pflege von Rund- und Schnittholz. DRW-Verlags-GmbH. Stuttgart.
- |4/14| Thunell, B. 1979. Methods to Determine the Effect of Knots on the Strength of Timber by Visual Inspection. STFI-meddelande serie A nr 551. Swedish Forest Products Research Laboratory. Stockholm.
- |4/15| Green, D. 1980. Unveröffentlichte Mitteilung. Forest Products Laboratory. Madison, Wisconsin, USA.
- |4/16| Meierhofer, U. u. J.Sell. 1979. Physikalische Vorgänge in wetterbeanspruchten Holzbauteilen. 2. Mitteilung: Tragende Holzbauteile im Freien unter Dach. Holz als Roh- und Werkstoff 37 (1979) S. 227-234.
- |4/17| Kollmann, F. u. W.A. Côté. 1968. Principles of Wood Science and Technology. Band I. Springer Verlag. Berlin.

- |4/18| Madsen, B. 1972. Duration of Load Test for Wet Lumber in Bending. Structural Research Series, Report Nr. 4 University of British Columbia. Vancouver, B.C..
- |4/19| Brynildsen, O.A. 1977. Moisture Effect on Bending Strength and Stiffness of European Spruce. CIB-paper, CIB W 18/IUFRO, S. 5.02-03, Princes Risborough.
- |4/20| Madsen, B., W. Janzen u. J. Zwaagstra. 1980. Moisture Effects in Lumber. Structural Research Series, Report Nr. 27. University of British Columbia. Vancouver, B.C..
- |4/21| CEB-Bulletin d'Information Nr. 116-D, 3. Entwurf, Nov. 1976.
- |4/22| Wood, L.W. 1951. Relation of Strength of Wood to Duration of Load. Report Nr. R 1916. Forest Products Laboratory. Madison, Wisconsin, USA.
- |4/23| Pearson, R.G. 1972. The Effect of Duration of Load on the Bending Strength of Wood. Holzforschung Band 26 (1972) H. 4, S. 153-158.
- |4/24| Larsen, H.J. u. E. Theilgaard. 1977. Code Rules Concerning Strength and Loading Time. CIB-paper, CIB-W 18 7-9-1. Stockholm.
- |4/25| Madsen, B. u. D. Barrett. 1976. Time-Strength Relationship for Lumber. Structural Research Series, Report Nr. 13. University of British Columbia. Vancouver, B.C..
- |4/26| Graf, O. 1941. Aus Versuchen mit Bauholz und hölzernen Bauteilen. Holz als Roh- und Werkstoff 4 (1941) S. 347-360.

- [4/27] CEB/FIP-Mustervorschrift für Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton. 1978. Euro-Internationales Beton-Komitee (CEB).
- [4/28] König, E. 1957. Bearbeitung und Verwertung des Holzes. Holz-Zentralblatt Verlags-GmbH. Stuttgart.
- [5/1] ASTM-Standard D 2915-74. Evaluating Allowable Properties for Grades of Structural Lumber.
- 
-



A. AnhangA.1 WahrscheinlichkeitsverteilungenA.1.1 Rechteckverteilung

Verteilungsfunktion:  $F(x) = \frac{x-a}{b-a} \quad a \leq x \leq b$

Dichtefunktion:  $f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b$

Verteilungsparameter:

Mittelwert:  $m_X = \frac{b-a}{2} + a = \frac{a+b}{2}$

Varianz:  $\sigma_X^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

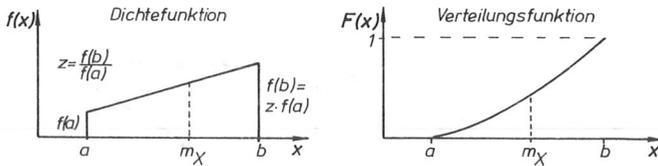
Variationskoeffizient:  $V_X = \frac{\sigma_X}{m_X} = \frac{2(b-a)}{\sqrt{12}(a+b)} = \frac{(b-a)}{\sqrt{3}(a+b)}$

p%-Fraktile:  $x_p = F^{-1}\left(\frac{p}{100}\right) = \frac{p}{100}(b-a) + a$

Sonstige Kenngrößen:

$a = \text{untere Grenze} = m_X(1 - \sqrt{3}V_X)$

$b = \text{obere Grenze} = m_X(1 + \sqrt{3}V_X)$

A.1.2 Trapezverteilung

Verteilungsfunktion: 
$$F(x) = \frac{2(b-az)(x-a) + (z-1)(x^2-a^2)}{(1+z)(b-a)^2} \quad a \leq x \leq b$$

Dichtefunktion: 
$$f(x) = \frac{2(b-az) + 2x(z-1)}{(1+z)(b-a)^2} \quad a \leq x \leq b$$

Verteilungsparameter:

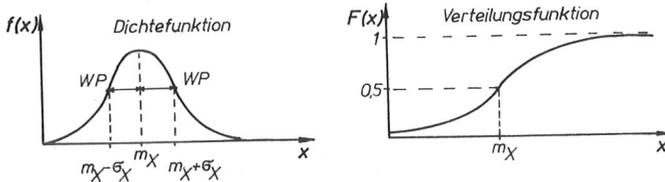
Mittelwert: 
$$m_X = \frac{1}{2} c(b^2 - a^2) + \frac{1}{3} d(b^3 - a^3)$$

Varianz: 
$$\sigma_X^2 = \frac{d}{4}(b^4 - a^4) + \frac{1}{3}(c - 2dm_X)(b^3 - a^3) + \frac{1}{2}(dm_X^2 - 2cm_X)(b^2 - a^2) + cm_X^2(b-a)$$

mit 
$$c = \frac{2(b-az)}{(1+z)(b-a)^2} \quad ; \quad d = \frac{2(z-1)}{(1+z)(b-a)^2}$$

Variationskoeffizient: 
$$V_X = \frac{\sigma_X}{m_X}$$

p%-Fraktile: 
$$x_p = F^{-1}\left(\frac{p}{100}\right) = -\frac{c}{d} + \sqrt{\left(\frac{c}{d}\right)^2 + \frac{2ac}{d} + a^2 + \frac{2p}{100d}}$$

A.1.3 Normalverteilung (Gauß)

Verteilungsfunktion: 
$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{v - m_X}{\sigma_X} \right)^2} dv$$

standardisierte  
Verteilungsfunktion: 
$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2} u^2} du \quad u = \frac{v - m_X}{\sigma_X}$$

Dichtefunktion: 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_X} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - m_X}{\sigma_X} \right)^2}$$

standardisierte  
Dichtefunktion: 
$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} z^2} \quad z = \frac{x - m_X}{\sigma_X}$$

Verteilungsparameter:

Mittelwert:  $m_X$

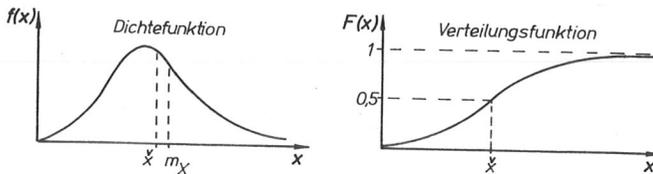
Varianz:  $\sigma_X^2$

Variationskoeffizient:  $V_X = \frac{\sigma_X}{m_X}$

p%-Fraktile:  $x_p = F^{-1}\left(\frac{p}{100}\right) = m_X \left(1 + \Phi^{-1}\left(\frac{p}{100}\right) V_X\right)$

### A.1.4 Logarithmische Normalverteilung

Eine Zufallsvariable  $X$  wird logarithmisch normalverteilt oder kurz lognormal-verteilt genannt, wenn ihre Logarithmen  $Y = \ln X$  normalverteilt sind.



Verteilungsfunktion: 
$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot v \cdot \delta} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln v - \ln \check{x}}{\delta} \right)^2} dv$$

Dichtefunktion: 
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot x \cdot \delta} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x - \ln \check{x}}{\delta} \right)^2}$$

Zulässige Näherungen wenn  $V_X$  klein ( $< \sim 0,20$ )

$$\delta \approx V_X$$

$$\check{x} \approx m_X$$

Verteilungsparameter: 
$$\check{x} = m_X e^{-\frac{\delta^2}{2}}$$

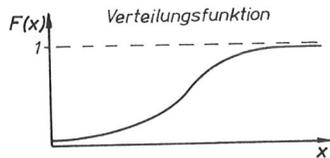
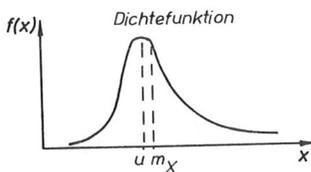
Mittelwert 
$$m_X = \check{x} e^{\frac{\delta^2}{2}}$$

Variationskoeffizient: 
$$V_X = \sqrt{e^{\delta^2} - 1} \rightarrow \delta = \sqrt{\ln(V_X^2 + 1)}$$

p%-Fraktile: 
$$x_p = e^{V_X \Phi^{-1}\left(\frac{p}{100}\right) + \ln m_X} = m_X e^{V_X \Phi^{-1}\left(\frac{p}{100}\right)}$$

### A.1.5 Extremwertverteilung für Größtwerte vom Typ I (Gumbelverteilung)

Für die mit der Zeit veränderlichen Einflußgrößen Schnee-, Wind- und Verkehrslasten wird für die Verteilung der Extremwerte in einem Grundintervall eine Extremwertverteilung Typ I (EX I) zugrunde gelegt ( $F(x)$ ). Dann gilt für die Verteilung bei  $r$  Wiederholungen  $F_r(x) = (F(x))^r$ . Der Typ der Verteilung bleibt dabei gleich.



Dichtefunktion:  $f(x) = \alpha \cdot e^{-\alpha(x-u)} \cdot e^{-e^{-\alpha(x-u)}}$

Verteilungsfunktion:  $F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}}$

Verteilungsparameter:

Streumaß  $\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_X \sqrt{6}}{\pi}$

häufigster Wert  $u = m_X - \frac{0,577216}{\alpha}$

Mittelwert:  $m_X = u + \frac{0,577216}{\alpha}$

Varianz:  $\sigma_X^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2}$

Variationskoeffizient:  $v_X = \frac{\pi}{\sqrt{6}(\alpha u + 0,577216)}$

p%-Fraktile:  $x_p = -\frac{1}{\alpha} \ln(-\ln(\frac{p}{100})) + u$

$$x_p = m_X \left[ 1 - v_X \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(\frac{p}{100}))) \right]$$

Transformation für die Verteilung der Extremwerte bei  $r$  Wiederholungen des Grundintervalls:

$F(x) = P(X \leq x)$  im Grundintervall.

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei  $r$  Wiederholungen  $P(X \leq x)$  ist, ergibt sich aus dem Multiplikationssatz zu

$$F_r(x) = P_1(X \leq x) \cap P_2(X \leq x) \cap \dots \cap P_r(X \leq x) = \prod P_i(X \leq x) = (F(x))^r$$

$$F_r(x) = e^{-re^{-\alpha(x-u)}}$$

$$\frac{dF_r(x)}{dx} = \alpha r e^{-\alpha(x-u)-re^{-\alpha(x-u)}}$$

$$f_r(x) = \alpha r e^{-\alpha(x-u)-re^{-\alpha(x-u)}} = \alpha e^{-\alpha(x-u)-e^{-\alpha(x-u)+\ln r}} + \ln r$$

$$f_r(x) = \alpha e^{-\alpha(x-u)+\ln r - e^{-\alpha(x-u)+\ln r}}$$

mit  $\alpha = \alpha_r$  da  $\sigma_X = \sigma_{X,r}$

$$\rightarrow F_r(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)+\ln r}} = e^{-e^{-\alpha(x-(u+\frac{\ln r}{\alpha}))}}$$

$$u_r = u + \frac{\ln r}{\alpha} = m_X - \frac{0,577216}{\alpha} + \frac{\ln r}{\alpha}$$

$$m_{X_r} = m_X + \frac{\ln r}{\alpha_r} = m_X \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\sigma_X}{m_X} \ln r\right) = m_X \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{\ln r}{\log r} \frac{\sigma_X}{m_X} \log r\right) = m_X (1 + 1,8V_X \log r)$$

$$V_{X_r} = \frac{\sigma_X}{m_X (1 + 1,8V_X \log r)} = \frac{V_X}{1 + 1,8V_X \log r}$$

$$\begin{aligned}
 x_{p,r} &= -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln(-\ln(\frac{p}{100})) + u + \frac{\ln r}{\alpha} \\
 &= m_X \left[ 1 - V_X \frac{\sqrt{6}}{\pi} (0,577216 + \ln(-\ln(\frac{p}{100})) - \ln r) \right]
 \end{aligned}$$

Extremwertverteilung für r Wiederholungen

Dichtefunktion:  $f_r(x) = \alpha e^{-\alpha(x-u_r)} - e^{-\alpha(x-u_r)}$

Verteilungsfunktion:  $F_r(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u_r)}}$

Verteilungsparameter:

Häufigster Wert:  $u_r = u + \frac{\ln r}{\alpha} = m_X - \frac{0,577216}{\alpha} + \frac{\ln r}{\alpha}$

Varianz:  $\sigma_{X,r}^2 = \sigma_X^2 \quad \text{da } \alpha_r = \alpha$

Mittelwert:  $m_{X,r} = m_X(1 + 1,8V_X \log r)$

Variationskoeffizient:  $V_{X,r} = \frac{V_X}{1 + 1,8V_X \log r}$

p%-Fraktile:  $x_{p,r} = -\frac{1}{\alpha} \ln(-\ln(\frac{p}{100})) + u_r$

A.2 Transformation einer beliebigen Wahrscheinlichkeitsverteilung in eine Normalverteilung

Für die Anwendung der Sicherheitstheorie I. Ordnung ist es erforderlich, alle nichtnormalverteilten Zufallsvariablen durch normalverteilte Zufallsvariablen so anzunähern, daß im Bemessungspunkt die Werte von Dichte- und Verteilungsfunktion der Ausgangsvariablen gleich den entsprechenden Werten der Gaußverteilung werden.

Für die nichtnormalverteilte Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion  $F(x)$  und der Dichtefunktion  $f(x)$  soll also gelten

$$F(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - m_X^I}{\sigma_X^I}\right)$$

$$\text{und } \left. \frac{dF(x)}{dx} \right|_{x=x^*} = f(x^*) = \left. \frac{d\Phi\left(\frac{x - m_X^I}{\sigma_X^I}\right)}{dx} \right|_{x=x^*} = \frac{1}{\sigma_X^I} \varphi\left(\frac{x^* - m_X^I}{\sigma_X^I}\right).$$

Aus der ersten Gleichung ergibt sich durch Bilden der Umkehrfunktion

$$m_X^I = x^* - \Phi^{-1}(F(x^*))\sigma_X^I$$

und die zweite Gleichung kann in

$$\sigma_X^I = \frac{1}{f(x^*)} \varphi\left(\frac{x^* - m_X^I}{\sigma_X^I}\right) = \frac{\varphi[\Phi^{-1}(F(x^*))]}{f(x^*)}$$

umgeformt werden.

### A.3 Anwendung der Transformation nach A.2 auf verschiedene Verteilungen

Die in diesem Abschnitt verwendeten Bezeichnungen sind zum Teil so gewählt, daß die angegebenen Erläuterungen der Unterprogramme ohne weitere Umbenennungen zur Programmdokumentation im Abschnitt A.4 passen. Im einzelnen bedeuten:

XG	Mittelwert der Basisvariablen X	
SNG	Standardabweichung der Basisvariablen X	
VXG	$SNG/XG$	
SQRT()	$\sqrt{\quad}$	
XS	$x^*$	
A, ATR	untere Grenze a	} einer Verteilungsfunktion mit beschränktem Definitionsbereich
B, BTR	obere Grenze b	
ZTR	$f(BTR)/f(ATR)$	
X	Mittelwert der N-verteilten Basisvariablen	
SN	Standardabweichung der N-verteilten Basisvariablen	
VX	$SN/X$	
DXS	$\Delta x^*$	

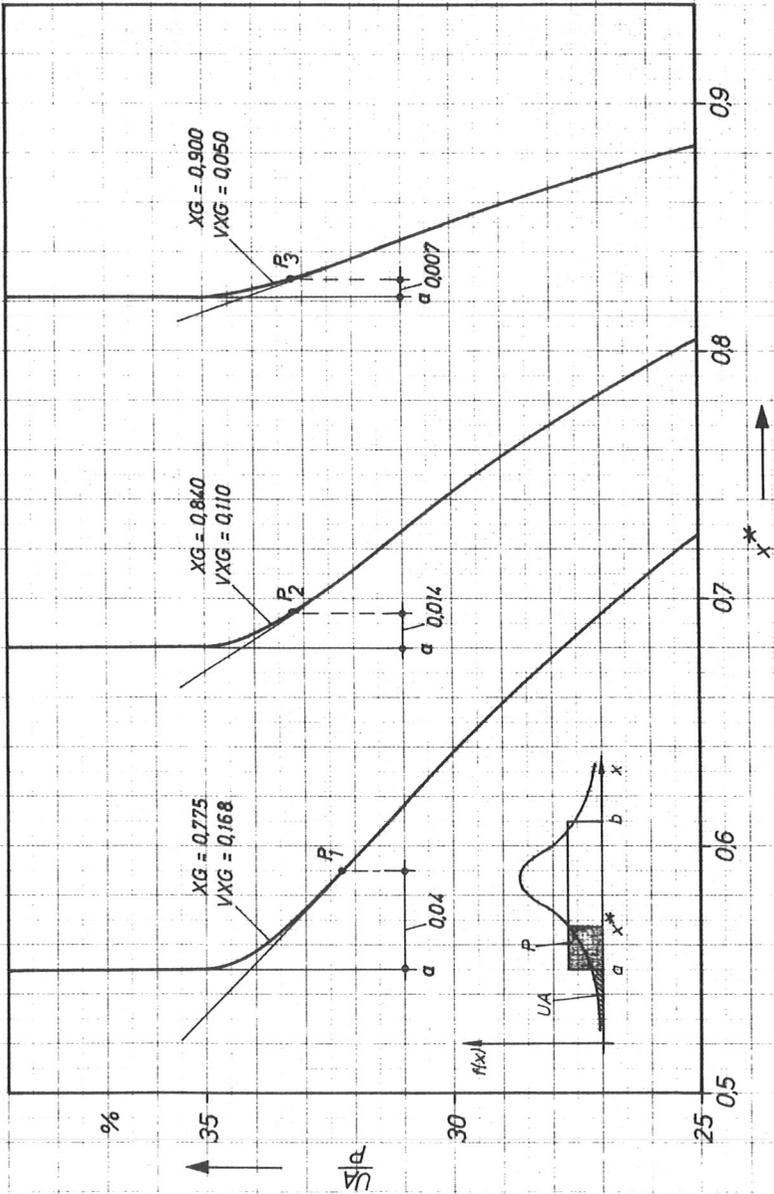


Bild A/1: Drei repräsentative Rechteckverteilungen zur Bestimmung der unteren Grenze für  $x^*$

## SUBROUTINE RE

Parameterliste (XG, SNG, X, SN, XS, \$, XSA, KA)

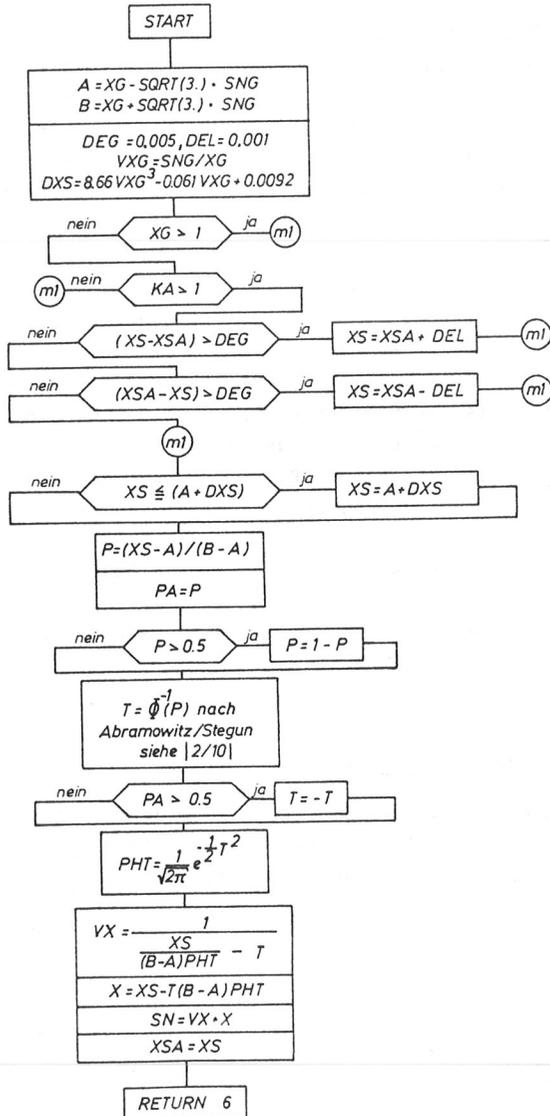


Bild A/2: Strukturdiagramm des Unterprogramms RE für die Umformung RE-verteilter Zufallsgrößen in Zufallsvariablen mit N-Verteilungen

### A.3.1 Rechteckverteilung

Die Umformung von Zufallsgrößen der Widerstandsseite mit rechteckiger Dichteverteilung in normalverteilte Größen erfolgt im Unterprogramm RE. Für eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit beschränktem Definitionsbereich (z.B. Rechteck- und Trapezverteilung) sind die Fälle  $x^* \leq a$  auszuschließen, da  $x^* < a$  der Definition der Zufallsgröße  $X$  widerspricht und im Falle  $x^* = a$  die Verteilungsfunktion der  $N$ -Verteilung im Punkt  $x^*$  den Wert 0 annehmen müßte. Außerdem wird die Bedeutung einer widerstehenden Größe  $X$  durch die Umformung der begrenzten Verteilung in die unbegrenzte Normalverteilung umso ungünstiger verzerrt, je näher  $x^*$  an der unteren Grenze  $a$  liegt (siehe Bild A/1). Diese Verzerrung, ausgedrückt durch das Verhältnis der Flächen  $UA$  und  $P$  (siehe Bild A/1), wird dazu benutzt, für  $x^*$  einen Mindestabstand  $\Delta x^*$  von  $a$  festzulegen. Durch Einsetzen der Punkte  $P_1, P_2, P_3$  auf den drei repräsentativen Zufallsgrößen in eine Potenzfunktion ergibt sich

$$\Delta x^* = 8,66VXG^3 - 0,061VXG + 0,0092.$$

Den gesamten Programmablauf des Unterprogramms RE zeigt Bild A/2.

### A.3.2 Trapezverteilung

Die Umformung von Zufallsgrößen der Widerstandsseite mit Trapezverteilung wird im Unterprogramm TR durchgeführt, wobei die Festlegung für  $\Delta x^*$  von Subroutine RE übernommen wird.

## SUBROUTINE TR

Parameterliste ( XG, SNG, X, SN, XS, \$, ATR, BTR, ZTR, XSA, KA )

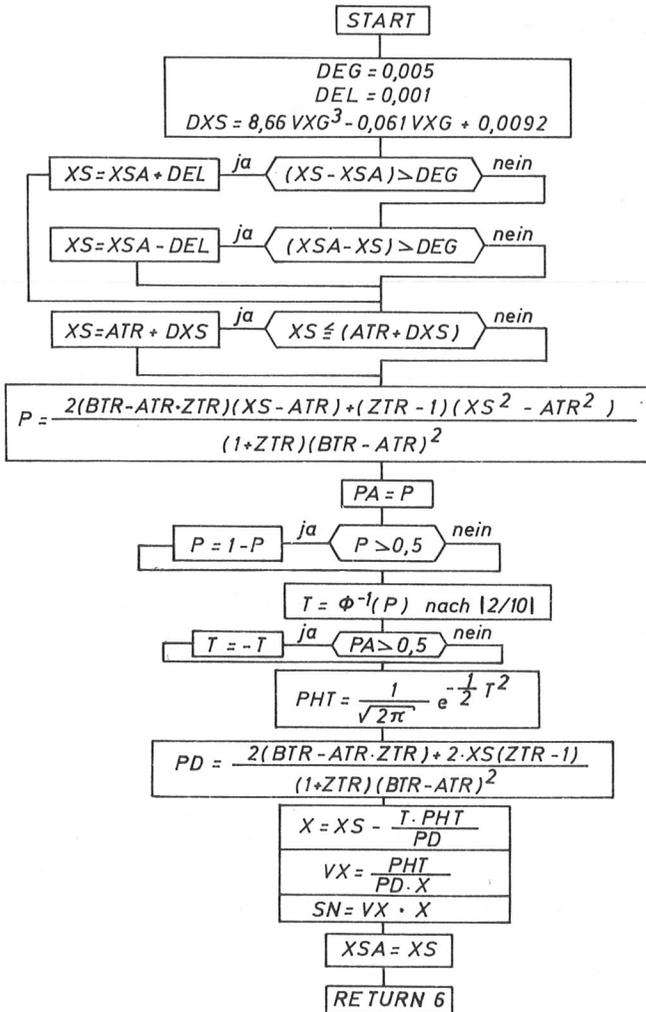


Bild A/3: Strukturdiagramm des Unterprogramms TR für die Umformung TR-verteilter Zufallsgrößen in Zufallsvariablen mit N-Verteilung

A.3.3 Lognormalverteilung

$$\text{Substitution: } u = \frac{\ln x - \ln \check{x}}{\delta} \quad \frac{du}{dx} = \frac{1}{x\delta}$$

$$x = 0 \longrightarrow u = -\infty$$

$$x = x^* \longrightarrow u = \frac{\ln x^* - \ln \check{x}}{\delta} = u^*$$

$$F(x^*) = \int_{-\infty}^{u^*} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} du = \Phi(u^*)$$

$$f(x^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta x} e^{-\frac{1}{2}u^{*2}} = \frac{\mathcal{L}(u^*)}{\delta x^*}$$

Gemäß Anhang A.2 ergibt sich für die Verteilungsparameter der N-Verteilung:

$$\sigma_X^1 = \frac{\mathcal{L}(\Phi^{-1}(F(x^*)))}{f(x^*)} = \frac{\mathcal{L}(u^*)}{\mathcal{L}(u^*)} \delta x^* = x^* \sqrt{\ln(V_X^2 + 1)}$$

$$m_X^1 = x^* - \Phi^{-1}(F(x^*)) \sigma_X^1 = x^* (1 - u^* \delta) = x^* (1 - \ln x^* + \ln \check{x}).$$

Etwas umgeformt lautet der Mittelwert:

$$m_X^1 = x^* (1 - \ln x^* + \ln m_X - \frac{1}{2} \ln(V_X^2 + 1)).$$

Die Ausdrücke für  $\sigma_X^1$  und  $m_X^1$  sind im Unterprogramm LN enthalten, um lognormalverteilte Basisvariablen in normalverteilte zu transformieren.

#### A.3.4 Extremverteilung

Im Unterprogramm EX werden extremverteilte (Typ I) Zufallsgrößen in normalverteilte Variablen umgewandelt, wobei ähnlich wie bei der Rechteckverteilung darauf geachtet werden muß, daß  $x^*$  zur Vermeidung numerischer Unverträglichkeiten innerhalb bestimmter Grenzen bleibt. Diese Grenzen lassen sich für auf den Mittelwert  $m_X$  bezogene  $x^*$ -Werte in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten  $V_X$  angeben (siehe Bild A/4):

Der Aufbau des Unterprogramms EX, in dem diese Grenzen eingebaut sind, kann dem Bild A/5 entnommen werden.

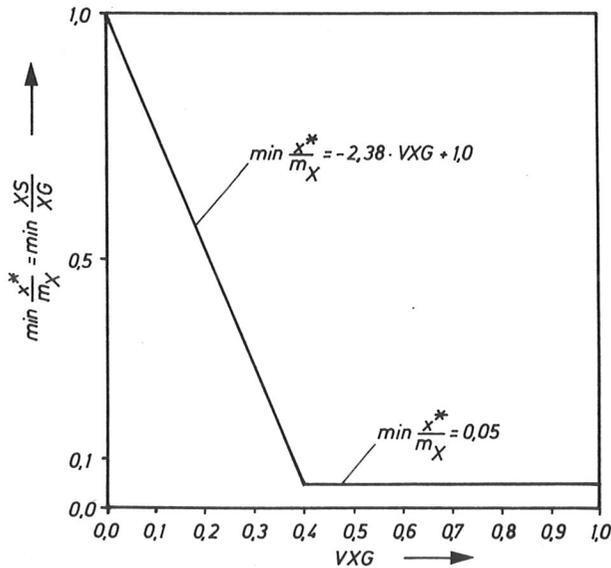
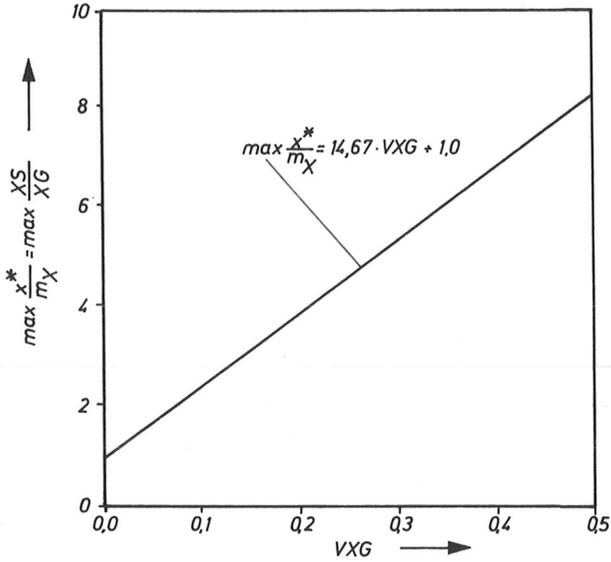


Bild A/4: Obere und untere Grenze für  $x^*$  bei EX-I-verteiltern Zufallsgrößen

## SUBROUTINE EX

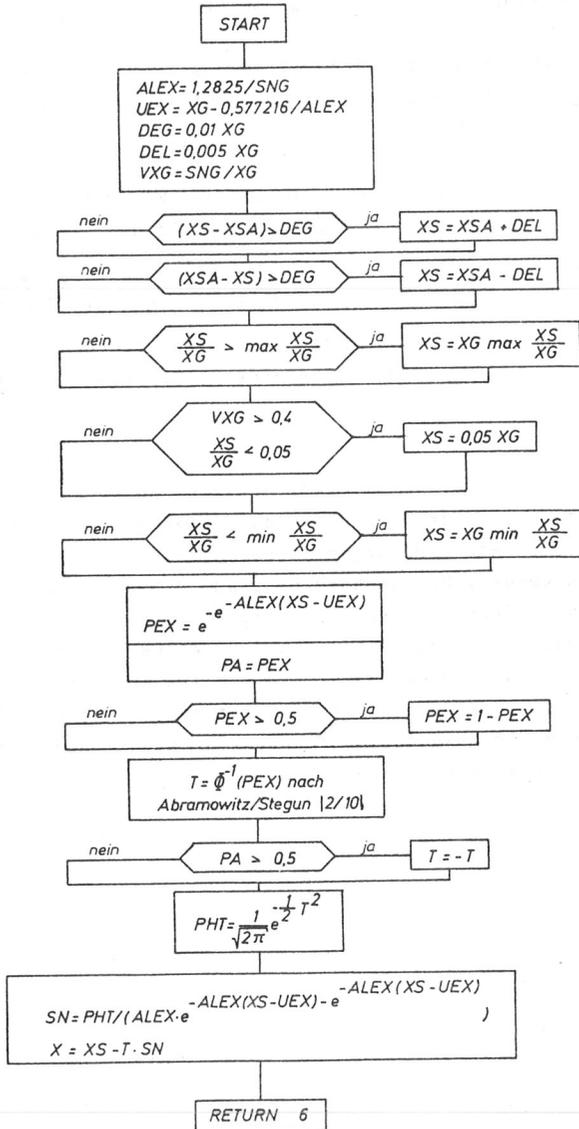
Parameterliste (XG, SNG, X, SN, XS,  $\phi$ , XSA, KA)

Bild A/5: Strukturdiagramm des Unterprogramms EX für die Umformung EX-verteilter Zufallsgrößen in Zufallsvariablen mit N-Verteilung

#### A.4 Dokumentation zum Programm BETA-GSW

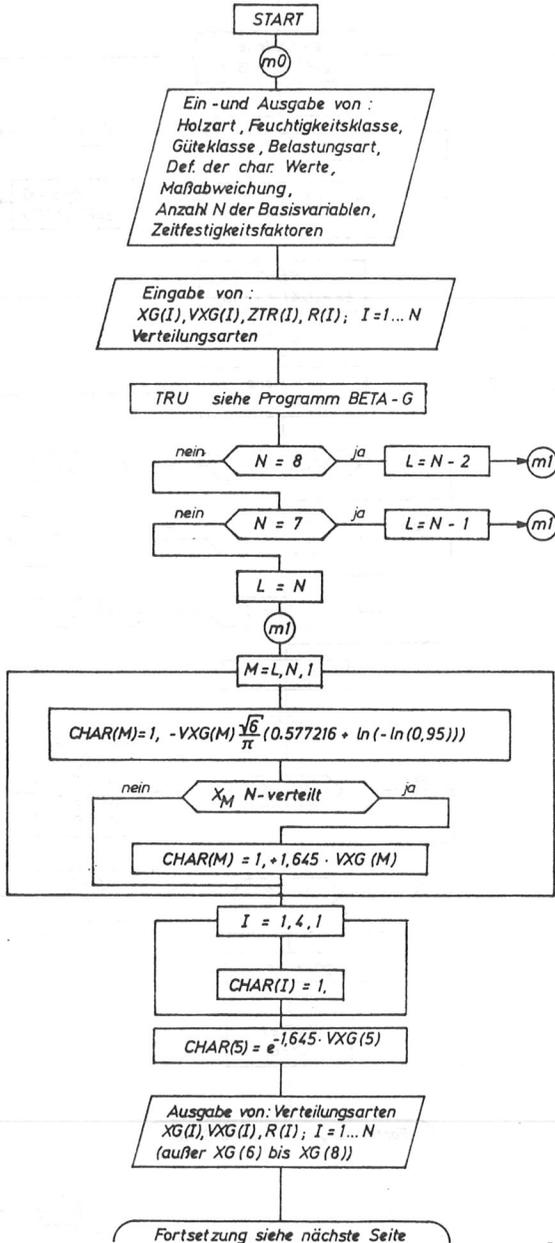
Das Programm BETA-G für den Fall nur ständiger Lasten wurde zum Programm BETA-GSW erweitert. Damit lassen sich mit dem einen Programm die Fälle

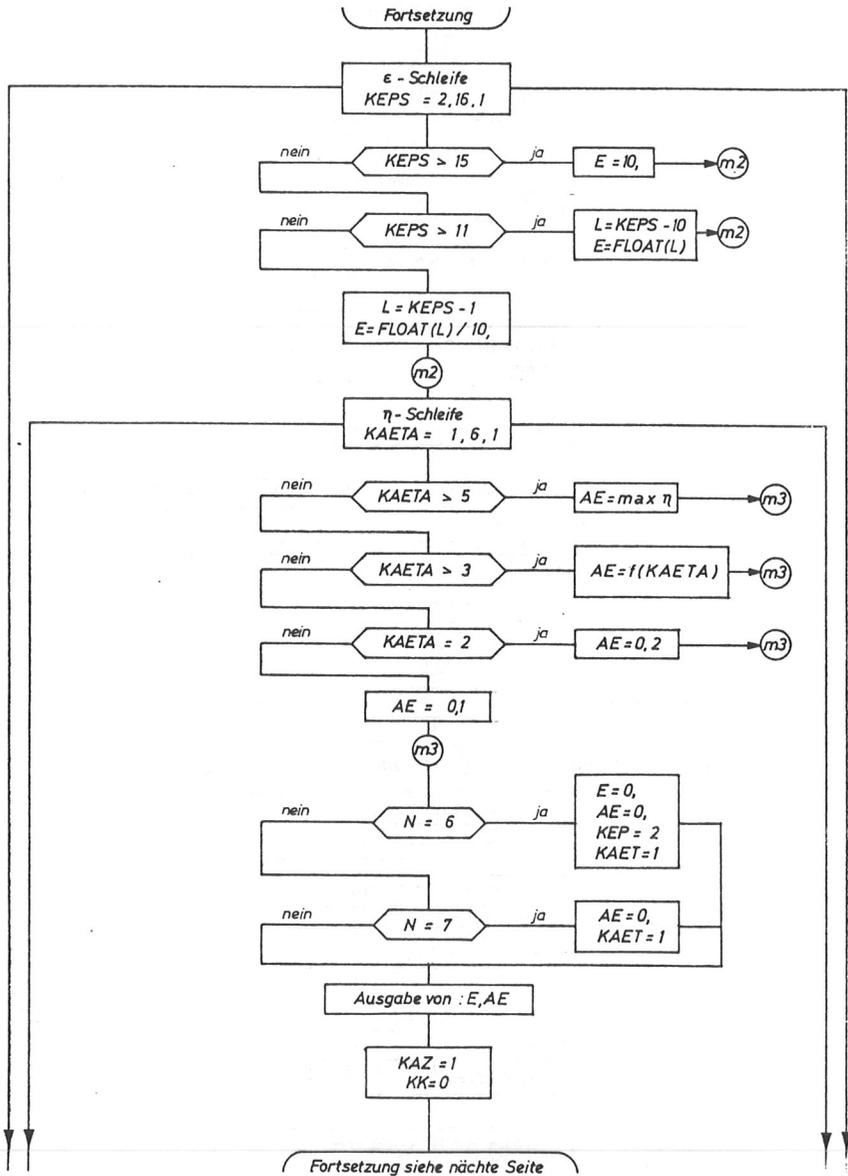
- 1)  $N = 6$ : 5 Zufallsvariablen auf der Widerstandsseite und  $X_6$  = Beanspruchung aus ständigen Lasten
- 2)  $N = 7$ : wie 1) und zusätzliche Beanspruchung  $X_7$  infolge einer zeitlich veränderlichen Last (Gumbelverteilt)
- 3)  $N = 8$ : wie 2) und zusätzliche Beanspruchung  $X_8$  infolge einer zeitlich veränderlichen Last (Gumbelverteilt)

untersuchen.

Bei der Eingabe der Variationskoeffizienten von  $X_7$  und  $X_8$  ist zu beachten, daß die Verteilungsparameter der Extremwertverteilung für  $r$  Wiederholungen im Bezugszeitraum (z.B. 50 Jahre) verwendet werden. Nur im Unterprogramm KERNW werden die Verteilungen im Grundintervall benötigt. Die dazu erforderlichen Transformationen sind in die Subroutine KERNW eingebaut. Der Programmaufbau, der den Bildern A/6 bis A/10 entnommen werden kann, ist auf das untersuchte Problem zugeschnitten und sollte daher vor einer Anwendung auf andere Grenzzustände noch weitergehender formalisiert werden.

Programm BETA - GSW





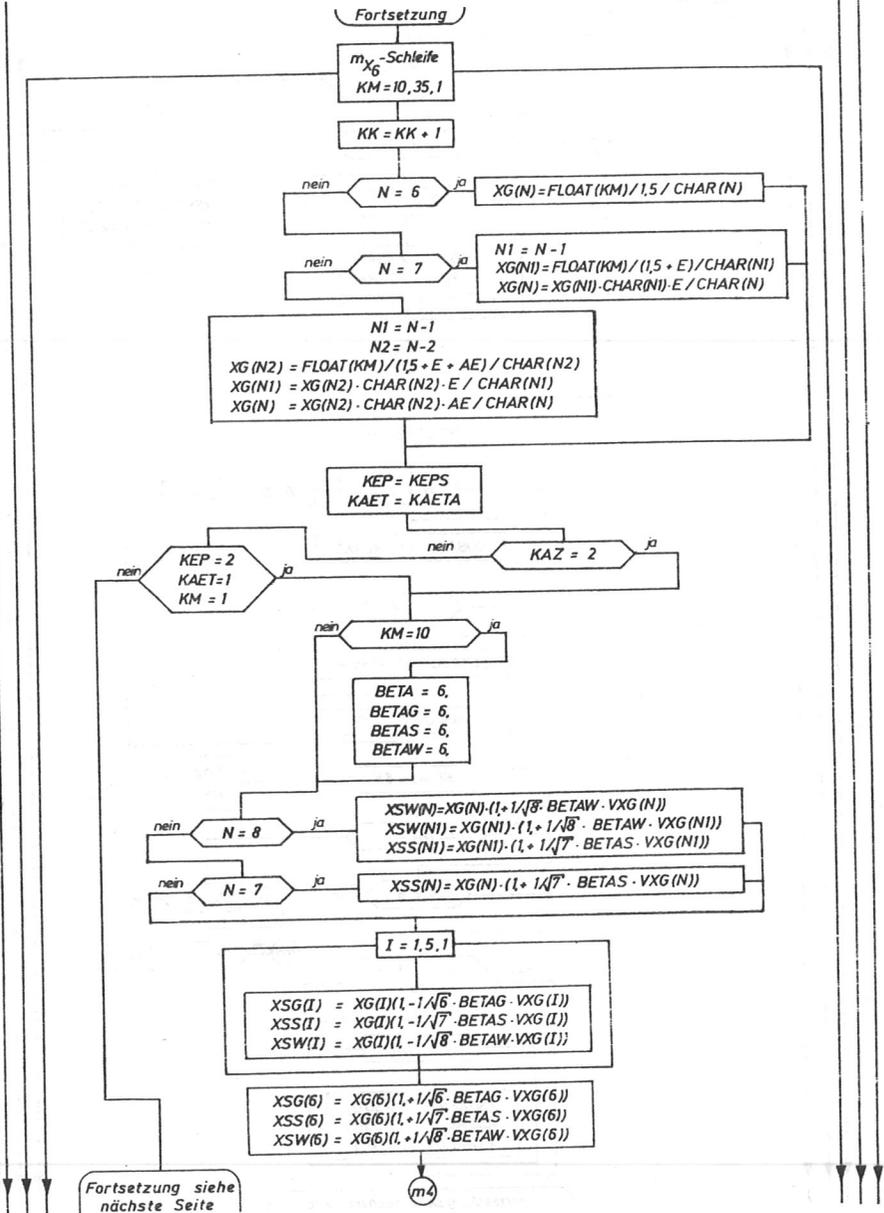


Bild A/6

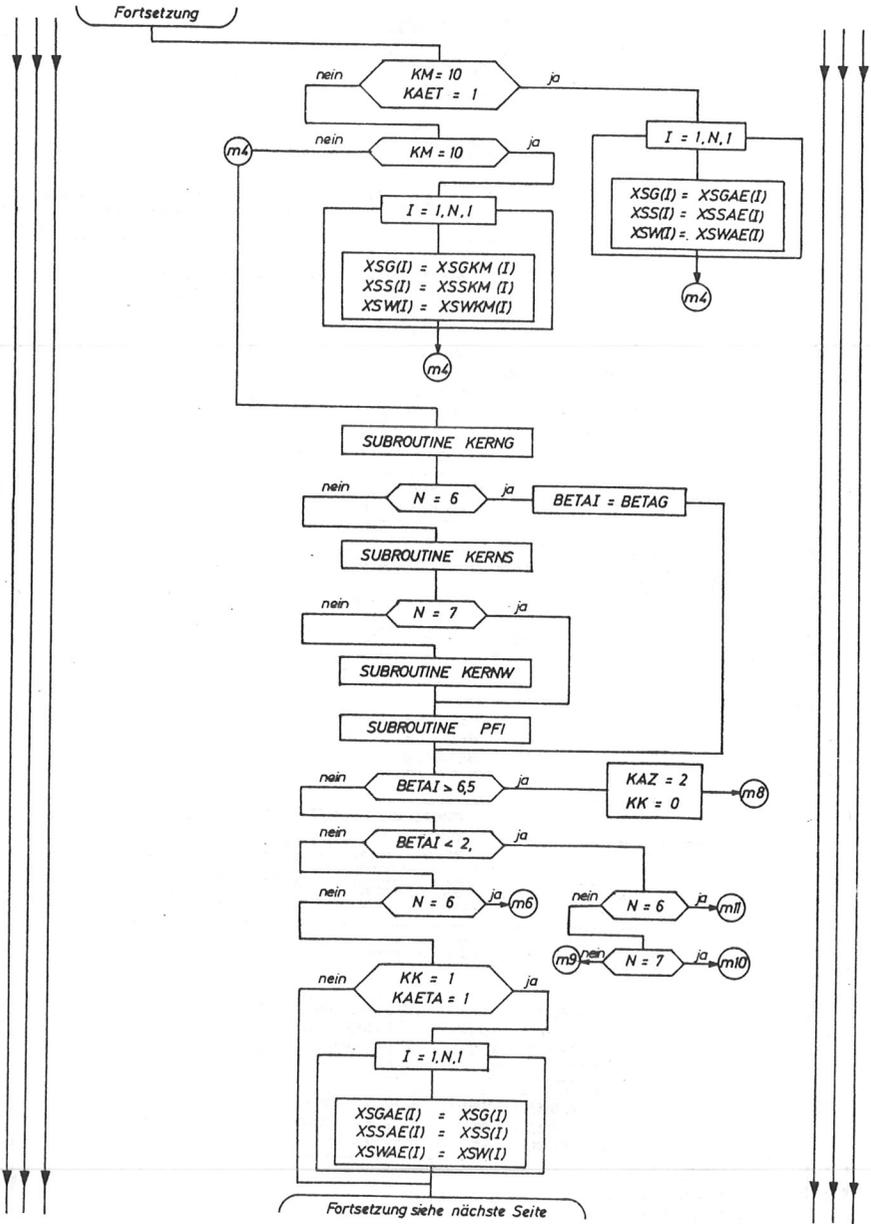


Bild A/6

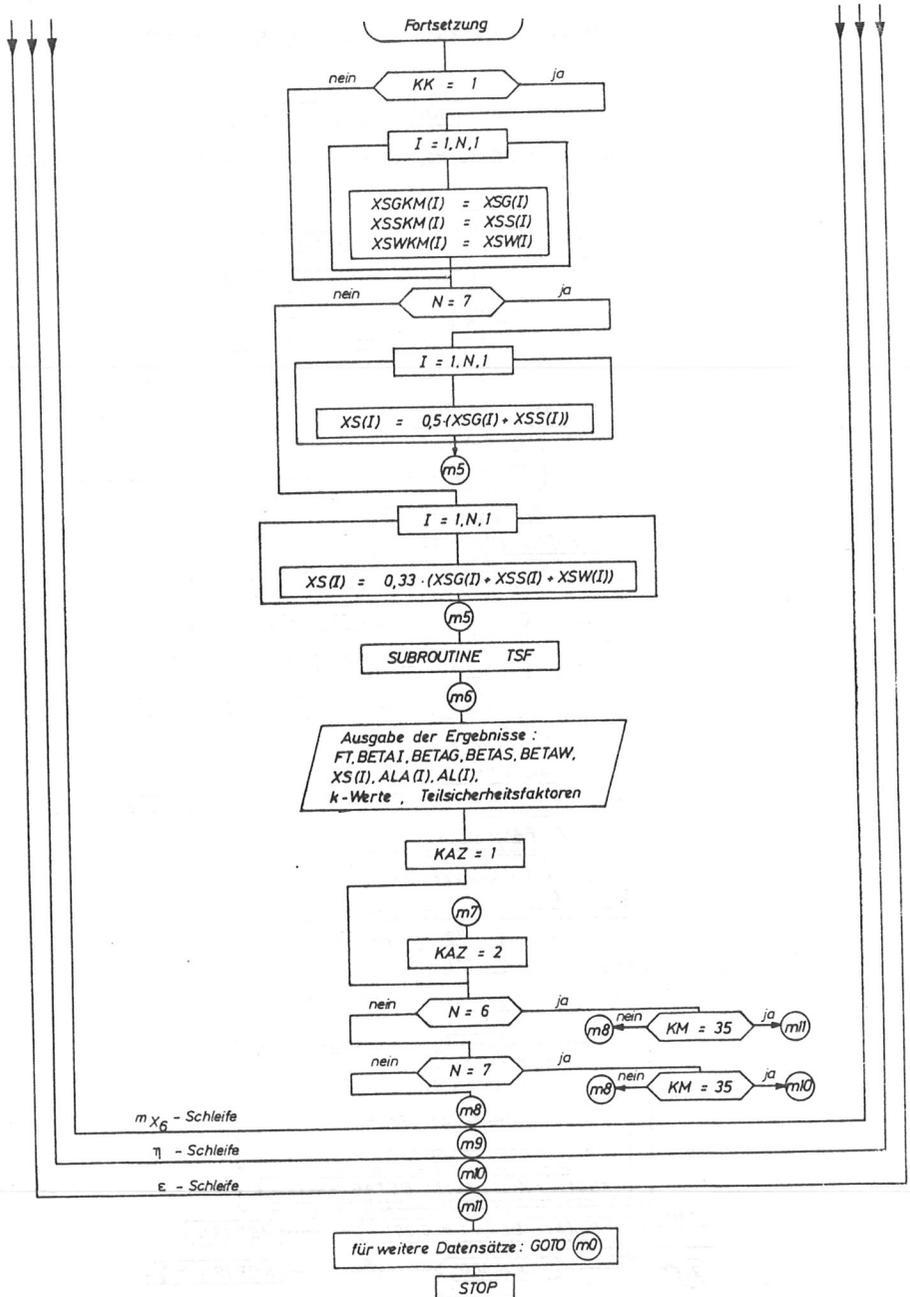


Bild A/6: Strukturdiagramm des Hauptprogramms BETA-GSW

$$\text{Grenz Zustandsgleichung: } g = \prod_{i=1}^5 X_i \cdot F - X_6 = 0$$

## SUBROUTINE KERNG

Parameterliste ( N, BETAG, XG, VXG, XSG, DN, ATR, BTR, ZTR, FA, FTG, AL, ALA, \$ )

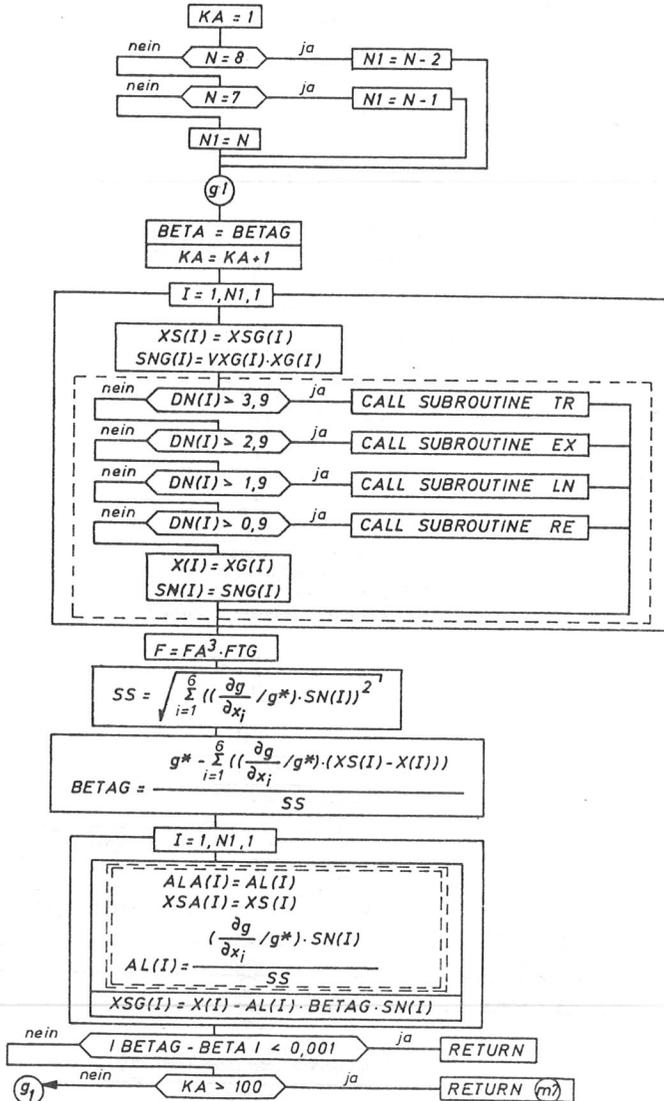


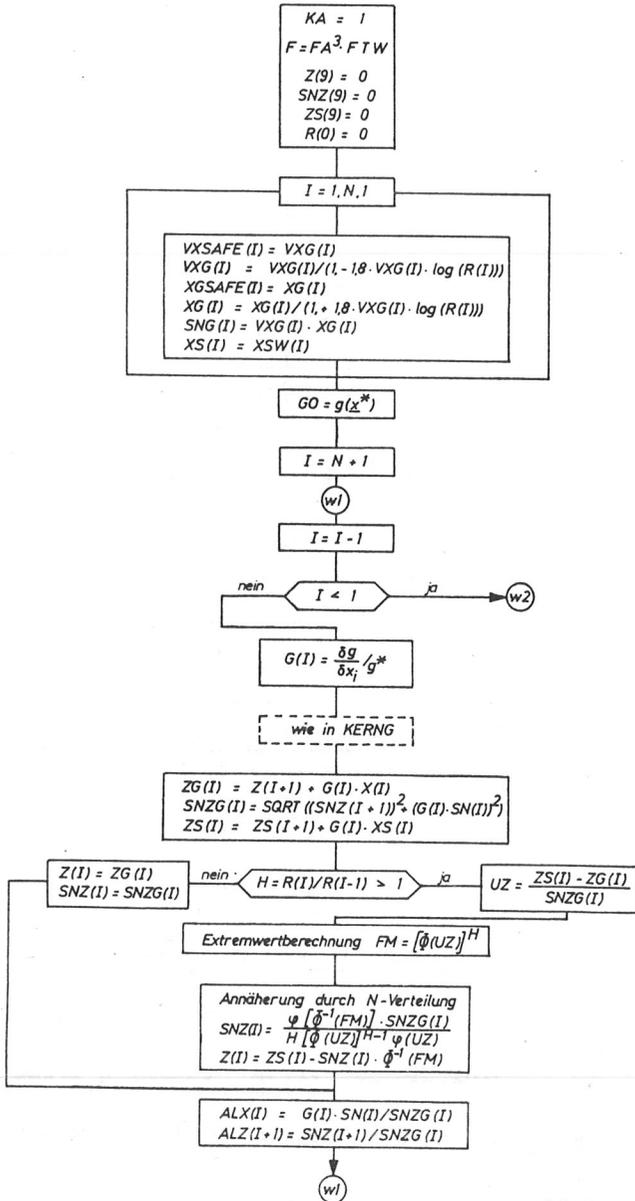
Bild A/7: Strukturdiagramm des Unterprogramms KERNG



Grenzzustandsgleichung :  $g = \prod_{i=1}^5 X_i \cdot F - X_6 - X_7 - X_8 = 0$

SUBROUTINE KERNU

Parameterliste (N, BETAW, XG, YXG, XSW, DN, ATR, BTR, ZTR, FA, FTW, R, \$)



Fortsetzung

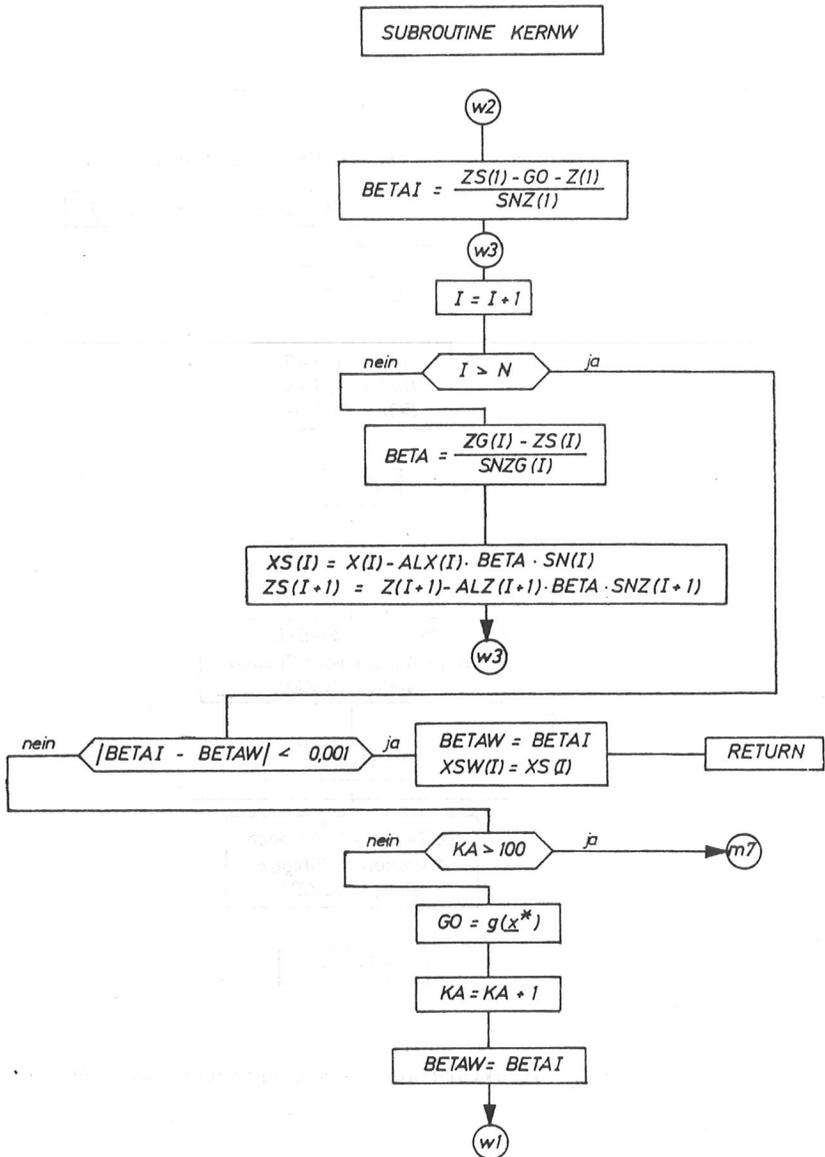


Bild A/8: Strukturdiagramm des Unterprogramms KERNW

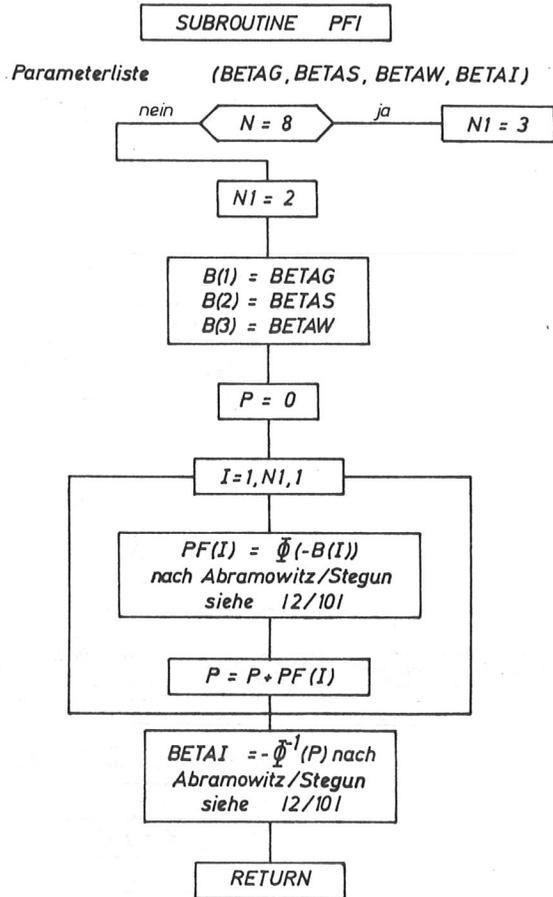


Bild A/9: Strukturdiagramm des Unterprogramms PFI

Grenz Zustandsgleichung :  $g = \prod_{i=1}^N X_i \cdot F - X_6 - X_7 - X_8 = 0$

SUBROUTINE TSF

Parameterliste (N, BETA1, XG, VXG, XS, DN, ATR, BTR, ZTR, FA, FT, AL, ALA, \$)

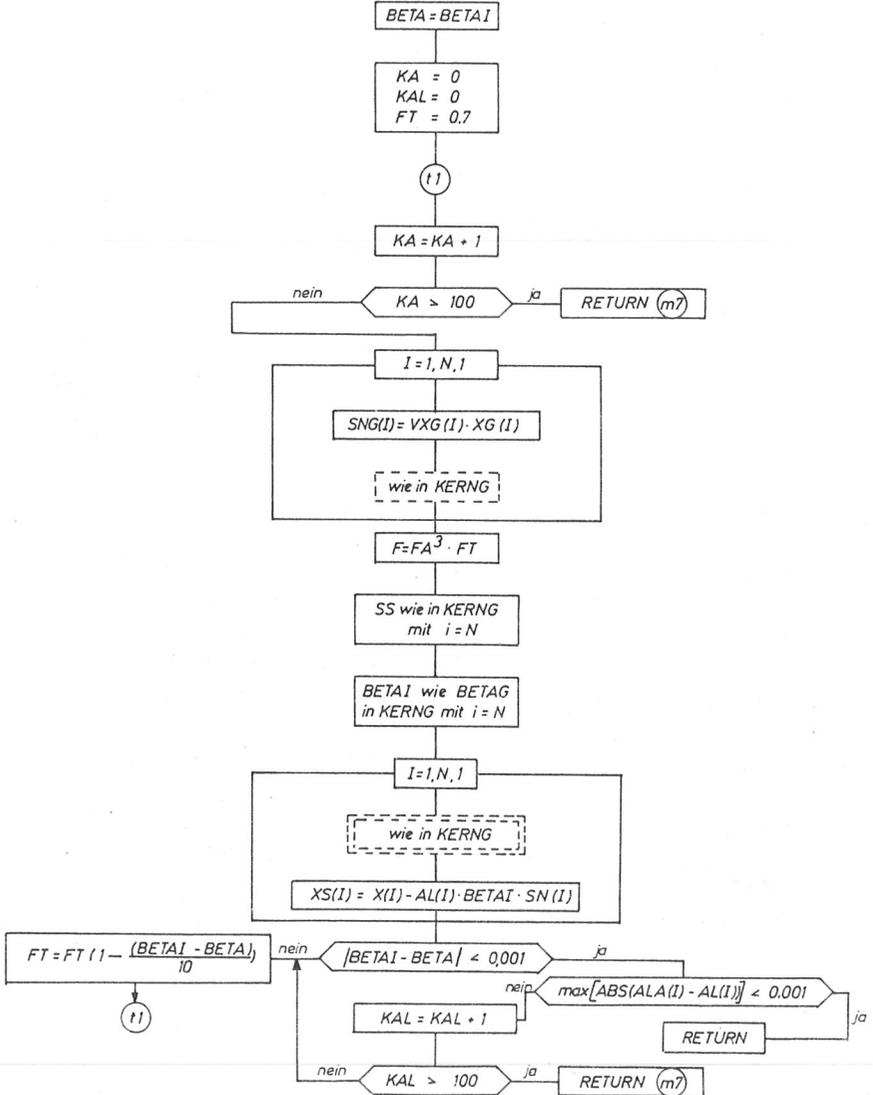


Bild A/10: Strukturdiagramm des Unterprogramms TSF

A.5 Bezeichnungen im Anhang A.4Zum Hauptprogramm

XG(I)	$\hat{=}$	$m_{X_i}$	Mittelwert von $X_i$
VXG(I)	$\hat{=}$	$V_{X_i}$	Variationskoeffizient von $X_i$
ZTR(I)	$\hat{=}$	$Z_i$	Verhältnis $f(b_i)/f(a_i)$ von $X_i$ mit Trapezverteilung
R(I)	$\hat{=}$	$r_i$	Anzahl der Wiederholungen
CHAR(I)	$\hat{=}$	$x_{i,k}/m_{X_i}$	charakteristischer Wert von $X_i$ / Mittelwert von $X_i$
E	$\hat{=}$	$\epsilon$	siehe Gl. (5.13)
AE	$\hat{=}$	$\eta$	siehe Gl. (5.18)
BETAI	$\hat{=}$	$\beta$	Sicherheitsindex
BETAG	$\hat{=}$	$\beta_G$	Sicherheitsindex für Grenzzustand nach Gl. (5.3)
BETAS	$\hat{=}$	$\beta_S$	Sicherheitsindex für Grenzzustand nach Gl. (5.12)
BETAW	$\hat{=}$	$\beta_W$	Sicherheitsindex für Grenzzustand nach Gl. (5.17)
XSG(I)	$\hat{=}$	$x_i^*$	Wert von $X_i$ im Bemessungspunkt (im Unterprogramm KERNG)
XSS(I)	$\hat{=}$	$x_i^*$	Wert von $X_i$ im Bemessungspunkt (im Unterprogramm KERN S)
XSW(I)	$\hat{=}$	$x_i^*$	Wert von $X_i$ im Bemessungspunkt (im Unterprogramm KERN W)
XS(I)	$\hat{=}$	$x_i^*$	Wert von $X_i$ im Bemessungspunkt (im Unterprogramm TSF)
ALA(I)	$\hat{=}$	$\alpha_{i,alt}$	Sensitivitätsfaktor von $X_i$ im vorletzten Iterationsschritt
AL(I)	$\hat{=}$	$\alpha_i$	Sensitivitätsfaktor von $X_i$
FA	$\hat{=}$	$f_A$	Abminderungsfaktor für Maßabweichungen

Zum Unterprogramm KERNG

FTG	$\hat{=}$	$f_t$	Zeitfestigkeitsfaktor
XSA(I)	$\hat{=}$	$x_{i,alt}^*$	$x_i^*$ im vorletzten Iterationsschritt
DN(I)	$\hat{=}$		Kennzahl zur Festlegung der Verteilungsart

Zum Unterprogramm KERNS

FTS	$\hat{=}$	$f_{t_s}$	Zeitfestigkeitsfaktor
-----	-----------	-----------	-----------------------

Zum Unterprogramm KERNW

FTW	$\hat{=}$	$f_{t_w}$	Zeitfestigkeitsfaktor
-----	-----------	-----------	-----------------------

Zum Unterprogramm PFI

PF(I)	$\hat{=}$	$P_{f_i}$	Versagenswahrscheinlichkeit im Grenzzustand i
-------	-----------	-----------	---



Bisher erschienene Hefte der 4. Folge

- Heft 1 K.F. Fick  
und U. Schulz: Untersuchungen an Membranwerk-  
stoffen und ihren Verbindungen, 1981
- Heft 2 U. Schulz: Der Stabilitätsnachweis bei  
Schalen, 1981
- Heft 3 Versuchsanstalt 60 Jahre. Gegen-  
wärtige und zukünftige Aufgaben  
in Lehre-Forschung-Praxis, 1981
- Heft 4 U. Schulz: Das Tragverhalten von vorgespann-  
ten und nichtvorgespannten Schraub-  
verbindungen bei Füge-  
teilen aus  
glasfaserverstärktem Kunststoff,  
1981
- Heft 5 M. Pfeiffer: Praktische Beullasten orthotroper  
Kreiszyinderschalen in Theorie  
und Versuch, 1982
- Heft 6 G. Steck: Die Zuverlässigkeit des Vollholz-  
balkens unter reiner Biegung, 1982

