

**VERSAGENSARTEN DES HOLZES DER
WEISSTANNE (ABIES ALBA) UNTER
MEHRACHSIGER BEANSPRUCHUNG**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTOR-INGENIEURS
von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte
Dissertation

von

KLAUS HEMMER
aus Queidersbach

Tag der mündlichen Prüfung: 19.06.1984
Referent: o.Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck
Korreferenten: em.o.Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. K. Möhler
o.Prof. Dr.rer.nat. D. Noack

Karlsruhe 1984

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe.

Dem Institutsleiter, Herrn o.Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck danke ich für die Bereitstellung der personellen und finanziellen Mittel sowie für die Übernahme des Hauptreferates.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn em.o.Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. K. Möhler, danke ich für sein Interesse an der Arbeit, für die Übernahme des ersten Korreferates und der damit verbundenen Mühe.

Herrn o.Prof. Dr.rer.nat. D. Noack danke ich für die kritische Durchsicht der Arbeit und die daraus entstandenen Anregungen sowie für die Übernahme des zweiten Korreferates.

Herrn G. Kranz danke ich für die äußerst sorgfältige Herstellung der Prüfvorrichtung und der Prüfkörper sowie für die Mühe mit der die Versuchsdurchführung verbunden war.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Bisherige Entwicklung von Bruchhypothesen	6
2.1 Empirische Verfahren	7
2.2 Methoden der Mikromechanik	25
3. Wahl einer geeigneten Prüfkörperform	33
3.1 Makroskopischer Aufbau des Holzes und sein Einfluß auf die Prüfkörperform	38
3.2 Betrachtetes zweidimensionales Spannungsproblem	41
3.2.1 Rechnerische Ermittlung der Längsspannung	43
3.2.2 Rechnerische Ermittlung der Querbeanspruchungen	48
3.2.3 Rechnerische Ermittlung der Schubbeanspruchung	52
3.2.4 Absicherung gegen Instabilwerden der Röhrenwand	53
4. Festlegung der für die Prüfkörper verwendeten Holzart	56
5. Konstruktion einer Prüfvorrichtung	57
6. Herstellung und Sortierung der Prüfkörper	62
6.1 Bestimmung der Rohdichte	65
6.2 Bestimmung des mittleren Druckelastizitätsmoduls parallel zur Faserrichtung	66
6.3 Einteilung der Prüfkörper in Gruppen	67
7. Durchführung und Auswertung der Versuche	71
7.1 Durchführung und Auswertung der Grundversuche	72
7.2 Durchführung und Auswertung der Versuche mit Spannungskombinationen	77
7.2.1 Längs- und Querspannungen als Belastung	78
7.2.2 Spannungskombinationen mit Schubspannungen	83
8. Versagen des Holzes der Weißtanne unter mehrachsiger Beanspruchung der "LT-Scheibe"	87
8.1 Beanspruchung nur durch Längs- und Querspannungen	89
8.2 Beanspruchung mit Längs-, Quer- und Schubspannungen	100
8.3 Ermittlung der Grundfestigkeiten und Anwendung für Normalbeanspruchung bei Faserabweichungen	111
9. Mikroskopischer Aufbau des verwendeten Holzes	114
10. Bruchprinzipien auf der Basis der Mikromechanik	117
10.1 Brüche infolge von Normalspannungen in Faser- richtung und in tangentialer Richtung	122
10.2 Versagen infolge Längs-, Quer- und zusätzlicher Schubbeanspruchung	127
11. Kombinierte Beanspruchung bei geradrändigen Satteldachbindern	130
12. Schlußbetrachtungen	135
13. Literaturzusammenstellung	138

1. Einleitung

Beim Bauen mit Holz treten oft Problemstellungen auf, bei denen das Tragvermögen eines Bauteiles durch das Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen bestimmt wird. Dabei zeigt es sich, daß manche Spannungs-kombinationen eine starke Abminderung der Tragfähigkeit bewirken, andere dagegen sogar traglast erhöhend sind. Als Beispiel für Spannungs-

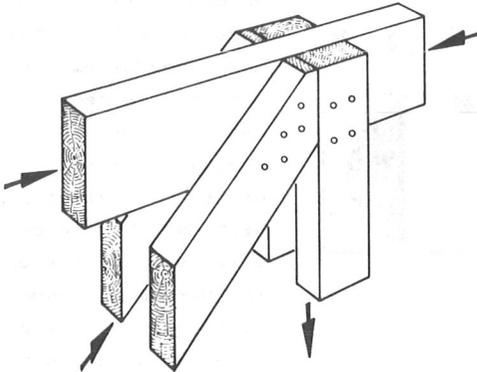


Bild 1: Fachwerkknoten mit mechanischen Verbindungsmitteln

kombinationen seien aus dem konventionellen Holzbau zwei Fälle genannt: Queranschlüsse, die mit mechanischen Verbindungsmitteln ausgeführt werden (s. Bild 1) und wie sie in der Praxis in jedem Fachwerkbinder vorkommen, rufen in den Gurten Querkzugspannungen und Schubspannungen

hervor. Da ein Fachwerkträgergurt zudem durch hohe Längsspannungen beansprucht wird, entsteht ein mehraxialer Spannungszustand, welcher ein vorzeitiges Versagen bewirken kann.

Infolge der für diesen Beanspruchungsfall fehlenden erforderlichen Kenntnis, einerseits über die tatsächlichen Spannungsbeanspruchungen, andererseits über das Zusammenwirken von Querkzug und Schub - eventuell unter Mitwirkung von meistens jedoch nicht vollständig ausgenutzter Längsspannung -, greift man für jeden Einzelfall auf Versuche zurück. Das Ergebnis dieser Versuche kann dann, für die Praxis aufbereitet, aus Zulassungen oder Normen entnommen werden. Somit weist man keine Spannungszustände nach, sondern man berechnet zulässige oder auch charakteristische Beanspruchungen

für ein Verbindungsmittel oder einen damit erstellten Anschluß.

Gegenüber dem zuerst genannten Beispiel erscheint der Spannungszustand, wie er im Bereich der Kontaktfuge eines Zwischenauflegers eines Durchlaufträgers (s. Bild 2) entsteht, weniger gefährlich zu sein, da dort alle zulässigen Spannungen

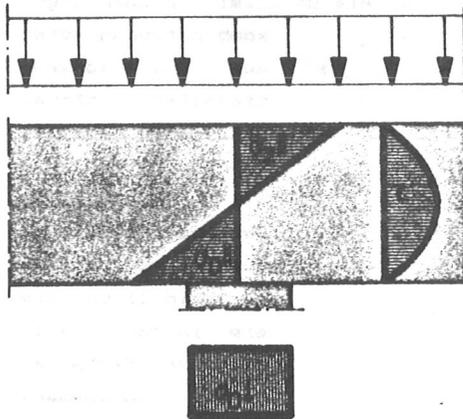


Bild 2: Spannungen am Zwischenauflager eines Durchlaufträgers nach der Balkentheorie

ausgenutzt werden dürfen und Schadensfälle bei Anwendung dieser Regel infolge der vorherrschenden Spannungs-kombination nicht auftreten. Nach der Theorie der Balkenstatik treten im Bereich der Kontaktfuge in dem Biegeträger sowohl hohe Biege- als auch Querdruckspannungen auf, während die Schubspannungen zu Null würden. In

Wirklichkeit treten jedoch, bedingt durch die direkte Auflagerkrafteinleitung, auch noch große Schubbeanspruchungen auf, die beim statischen Nachweis vollständig ignoriert werden.

Mit der Einführung der Brettschichtholzbauweise in den Holzbau entstanden scheibenartige, stark anisotrope Bauteile, welche, hervorgerufen durch eine variable Trägereometrie, Spannungs-kombinationen aufweisen. Schadensfälle, welche auftraten, deuteten dabei oft an, daß eine gleichzeitige Beanspruchung durch verschiedene Spannungen bruchverursachend oder bruchbegünstigend gewesen sein mußte. Bei den hauptsächlich gefährdeten Trägertypen handelte es sich einerseits

um Formen, welche dem Stahlbeton- oder auch dem Stahlbau entnommen worden waren, wie z.B. Binder mit Durchbrüchen oder auch Ausklinkungen, andererseits waren Tragteile, die unter dem Gedanken des optimalen Materialeinsatzes entworfen wurden, wie z.B. Satteldachbinder mit geradem oder gekrümmtem Untergurt (s. Bild 3) oder Voutenträger stark durch Spannungskombinationen in ihrem Tragvermögen begrenzt. Besonders Kombinationen, bei denen Querzugspannungen beteiligt waren, erwiesen sich dabei als recht ungünstig, bedingt durch die geringe Querzugfestigkeit des Holzes. Wirken zudem Schubspannungen, so war eine weitere Abnahme der Beanspruchbarkeit zu erwarten, während durch Querdruck die aufnehmbaren Schubspannungen im positiven Sinne beeinflußt zu werden scheinen.

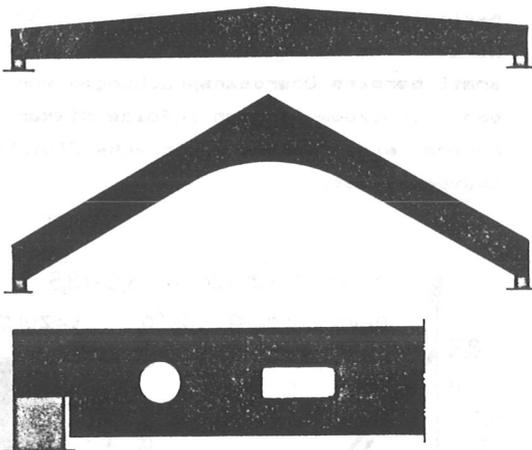


Bild 3: Trägerformen mit Interaktionsbeanspruchung

Ein anderes Beispiel für das Zusammenwirken von Spannungen ist in DIN 1052, Teil 1, Ausgabe 1969 <23> durch die Gleichung der zulässigen Druckspannung unter einem Winkel zur Faserrichtung gegeben. Hiernach darf die schräg zur Faser gerichtete Druckspannung den Wert

$$\text{zul } \sigma_{\phi} = \text{zul } \sigma_{\parallel} - (\text{zul } \sigma_{\parallel} - \text{zul } \sigma_{\perp}) * \sin \alpha \quad (1)$$

annehmen. Diese Spannung läßt sich, wie in Bild 4 für Nadelholz der Güteklasse II dargestellt, durch Drehung des Koordinatensystems so transformieren, daß man die Spannungen,

bezogen auf das natürliche Koordinatensystem des Holzes, nämlich parallel und senkrecht zur Faserrichtung, erhält. Wie leicht festgestellt werden kann, erreichen bei $\alpha=60,7^\circ$ $\sigma_{D\perp}$ mit $2,17 \text{ N/mm}^2$ und bei $\alpha=30,8^\circ$ τ mit $2,27 \text{ N/mm}^2$ ihre Maximalwerte. Gegenüber den in <23> angegebenen zulässigen Werten von $\text{zul } \sigma_{D\perp}=2 \text{ N/mm}^2$ und $\text{zul } \tau=0,9 \text{ N/mm}^2$ würden sich somit bereits Überbeanspruchungen von 8,5% bzw. 152% ergeben. Trotzdem treten infolge dieser Beanspruchungen keine Schäden ein, da die empirische Gleichung (1) durch Versuche abgedeckt ist.

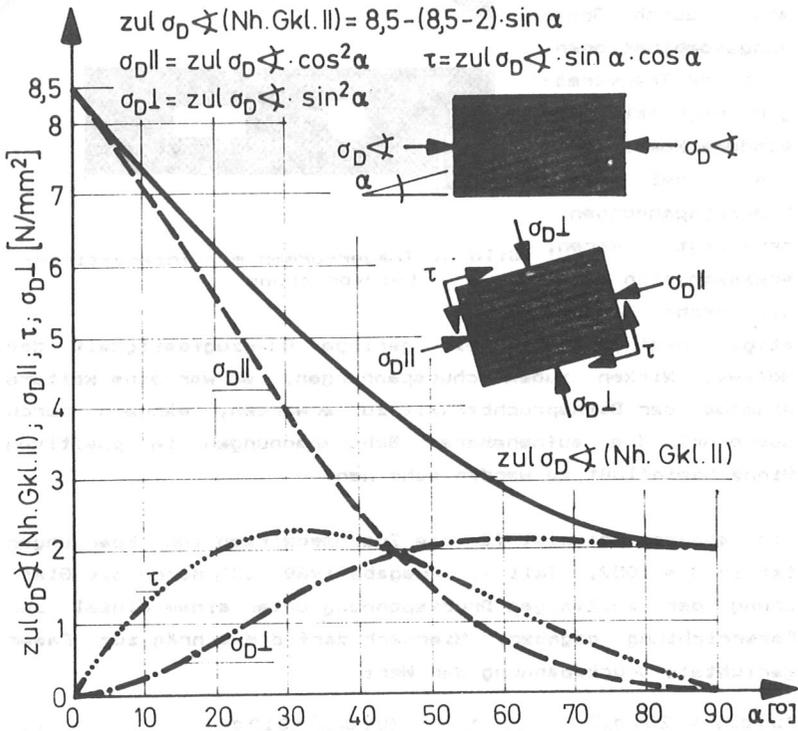


Bild 4: Zulässige Spannung für Druck unter einem Winkel zur Faserrichtung und die daraus resultierenden Einzelspannungen (Material: Nadelholz, Gkl. II); nach <23>

Gewarnt werden muß in diesem Zusammenhang jedoch davor, Gleichung (1) für Zug unter einem Winkel zur Faserrichtung anzuwenden, wie dieses in der Praxis, durch das Fehlen einer entsprechenden Formel bedingt, manchmal vorkommt. Setzt man z.B. für Brettschichtholz der Güteklasse I die zulässige Längszugspannung von $10,5 \text{ N/mm}^2$ und die nach <24> reduzierte zulässige Querszugspannung von $0,2 \text{ N/mm}^2$ in die obenstehende Gleichung ein, so ergäbe sich für $\alpha=42,8^\circ$ das Maximum der wirkenden Querszugspannung zu $1,62 \text{ N/mm}^2$, was einer Überschreitung des zulässigen Wertes um 710% entspricht. Bei einem solcherart bemessenen Bauteil ist mit großer Wahrscheinlichkeit mit einem Versagen zu rechnen.

Da Tragsysteme mit Ausklinkungen, Trägerdurchbrüchen oder geneigten Rändern laufend ausgeführt werden, enthält <24> Bemessungs- oder Verstärkungsvorschriften für die jeweiligen Fälle. Diese beruhen auf Bauteilversuchen <54><69><72><73> und sollten deshalb auch nur für die Bemessung von Traggliedern, für die die Versuchsparameter zutreffen, verwendet werden. Als Beispiel seien die in <72> aufgeführten Formeln zur Berücksichtigung für das gleichzeitige Auftreten von Längs-, Quer- und Schubspannungen an der angeschnittenen Seite von Satteldachträgern mit geraden Rändern erwähnt. Dieses Verfahren beruht darauf, daß die in Faserrichtung wirkenden Spannungen am geneigten Trägerrand für den Fall der Biegebeanspruchung mit M/W berechnet werden, woraus dann die Schub- und Querspannungen ermittelt werden. Die tatsächlichen Spannungen in dem kritischen Bereich hängen jedoch alle zusätzlich vom Winkel zwischen der Faser- und Träger- randrichtung ab. Wendet man diese Rechenmethode nun auch noch auf Satteldachbinder mit ausgerundetem Untergurt an, so bleibt der Einfluß der Trägerkrümmung auf die Spannungen am angeschnittenen Trägerrand unberücksichtigt. Bei schwachen Krümmungen kann dieser Einfluß sicher vernachlässigt werden, nicht jedoch bei kleinen Krümmungsverhältnissen "Krümmungsradius/Trägerhöhe". Hier müssen mit einem Abnehmen des Wertes R/h stärkere Abweichungen gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen erwartet werden.

Wie hieraus zu ersehen ist, gibt es für verschiedene Trag-systeme mit fest vorgegebenen Beanspruchungskombinationen durch Versuche abgedeckte Bemessungsrichtlinien. Ein allgemeiner Bemessungsvorschlag für das Problem des Zusammenwirkens von Spannungen, welcher die bisherigen Teillösungen beinhalten müßte, kann bis jetzt für die in Mitteleuropa meistens im Holzbau verwendeten Nadelholzarten noch nicht angegeben werden. Die vorliegende Arbeit soll versuchen, die Problematik deutlich zu machen und zudem erste Grundlagen, welche aber nur einen ersten Schritt in einer langen Entwicklung darstellen können, zu erarbeiten. Um das Ganze übersichtlich zu halten, sollen die Untersuchungen auf eine Nadelholzart beschränkt bleiben.

2. Bisherige Entwicklung von Bruchhypothesen

Die Verwendung von Holz als Baumaterial erforderte, bedingt durch die stark unterschiedlichen Beanspruchbarkeiten in verschiedenen Materialrichtungen, Kenntnisse über das Verhalten des Materials sowohl unter verschiedenen Einzelbeanspruchungen als auch unter kombinierten Beanspruchungen. So entwickelten sich, ausgehend von der ingenieurmäßigen oder von der naturwissenschaftlichen Betrachtungsweise, zwei Grundströmungen <94>, um die benötigten Materialfestigkeiten zu beschreiben:

1. Die empirische Methode. Hierbei wird eine Theorie aufgestellt, die das Materialverhalten beschreiben soll. Grundlegende Parameter werden dann aus einfachen Versuchen ermittelt und abschließend wird die Anwendbarkeit der Gesamtheorie durch Hauptversuche überprüft. Eine Vereinfachung des Verfahrens kann durch umfangreiche Versuchsprogramme erhalten werden, indem man die Versuchsergebnisse dazu benutzt, Abhängigkeiten zu beschreiben. Im einfachsten Fall geschieht dieses durch Kurvenanpassung.

2. Festigkeitsbestimmung mit Hilfe der Mikromechanik. Hierbei wird ein Bruchkriterium aus den Grundprinzipien durch die Formulierung von Brucharten im Mikrobereich abgeleitet. Aus dieser strengen Analyse wird dann die Bauteilfestigkeit ermittelt. Dieses Verfahren ist sehr problematisch, wenn die Grundfestigkeiten starken Störungen, wie sie bei dem naturgewachsenen Baustoff Holz auftreten, unterliegen. Erst zum Schluß der Entwicklung solch eines Bruchkriteriums erfolgt dann eine Kontrolle desselben mit Hilfe von Versuchen.

Das zweite Verfahren ist recht aufwendig, vor allem dadurch, daß die Mikroeigenschaften an Prüfkörpern ermittelt werden müssen, die im Falle von Holz ganz spezielle Herstellungs- und Prüfverfahren erfordern. Zudem können durch die Verwendung von Mikroprüfkörpern solche Parameter die Ergebnisse stark beeinflussen, die an größeren Holzproben nur noch untergeordnete Bedeutung besitzen. Streuungen der einzelnen Einflußfaktoren sind bei dieser Betrachtungsweise mit all ihren Kombinationen bis zu den Makroprüfkörpern hinauf zu verfolgen. Wichtig ist dabei die Klärung der Frage, ob das Material nach der Methode des schwächsten Gliedes versagt, oder ob ein mittelbildender Einfluß das Bruchverhalten reglementiert. Zwischenformen der beiden Versagensarten können zudem in jedem beliebigen Verhältnis nicht ausgeschlossen werden.

2.1 Empirische Verfahren

Die von den isotropen Werkstoffen herrührenden Festigkeitstheorien, wie z.B. die Hypothesen, daß die maximale Hauptspannung, die größte Schubspannung oder auch eine maximal mögliche Verformung für den Bruch verantwortlich seien, treffen für den stark anisotropen Werkstoff Nadelholz allesamt nicht zu, wie auf einfache Art durch Versuche bewiesen werden kann. Auch die durch VON MISES <68> entwickelte Theorie der konstanten Gestaltänderungsarbeit ist auf Holz

nicht anwendbar, da einerseits für alle Zug- und Druckbeanspruchungen gleiche Festigkeiten vorausgesetzt werden, andererseits ein unendlich hoher hydrostatischer Druck nicht zum Bruch führt. HILL <40> erweiterte diese Theorie für anisotrope Metalle dahingehend, daß für jede der drei im räumlichen System senkrecht aufeinander stehenden Normalspannungen unterschiedliche Festigkeiten verwendet werden können, wobei allerdings die Zug- und Druckfestigkeit pro Materialachse betragsmäßig gleich groß sind.

HOFFMAN <41> löste durch die Einführung linearer Spannungsfaktoren das Problem der unterschiedlichen Zug- und Druckfestigkeiten für die theoretische Betrachtung. Für den dreidimensionalen Spannungszustand lautet sein Bruchkriterium:

$$C_1(\sigma_y - \sigma_z)^2 + C_2(\sigma_z - \sigma_x)^2 + C_3(\sigma_x - \sigma_y)^2 + C_4\sigma_x + C_5\sigma_y + C_6\sigma_z + C_7\tau_{yz}^2 + C_8\tau_{zx}^2 + C_9\tau_{xy}^2 = 1 \quad (2)$$

Reduziert man diese Bruchbedingung auf das ebene Spannungsproblem in der x-y-Ebene, d.h. $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$, so erhält man als Lösung:

$$\frac{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y}{F_{Dx}F_{Zx}} + \frac{\sigma_y^2}{F_{Dy}F_{Zy}} + \frac{F_{Dx} - F_{Zx}}{F_{Dx}F_{Zx}} * \sigma_x + \frac{F_{Dy} - F_{Zy}}{F_{Dy}F_{Zy}} * \sigma_y + \frac{\tau_{xy}^2}{F_{S_{xy}}^2} = 1 \quad (3)$$

Hierin bedeuten F_D , F_Z und F_S jeweils die Druck-, Zug- bzw. Schubfestigkeiten. Die Indizes x und y geben die entsprechenden Koordinatenrichtungen der untersuchten Scheibe an. Diese Gleichung enthält einen Faktor $\sigma_x\sigma_y / (F_{Dx}F_{Zx})$, der bewirkt, daß die Bruchfunktion ein Ellipsoid im dreidimensionalen $\sigma_x - \sigma_y - \tau_{xy}$ -Raum darstellt, welches in der $\sigma_x - \sigma_y$ -Ebene um den Winkel

$$\theta = 0,5 * \arctan \left(\frac{F_{Dy}F_{Zy}}{F_{Dx}F_{Zx}} - 1 \right) \quad (4)$$

im Uhrzeigersinn gegenüber dem Koordinatensystem verdreht ist. Ebenfalls von <68> ausgehend, entwickelte NORRIS <80> eine Festigkeitstheorie, wobei er von einem isotropen Material ausging, das er durch die Einführung von Schwächungen,

welche nur in einer Richtung verliefen, anisotrop machte. Für das Scheibenproblem erhielt er dabei die Lösung

$$\frac{f_1^2}{F_1^2} - \frac{f_1 f_2}{F_1 F_2} + \frac{f_2^2}{F_2^2} + \frac{f_{12}^2}{F_{12}^2} = 1 \quad (5a)$$

$$\frac{f_1^2}{F_1^2} = 1 \quad \frac{f_2^2}{F_2^2} = 1 \quad , \quad (5b)$$

wobei f die auftretenden Spannungen und F die reinen Festigkeiten darstellen. Die Indizes 1 und 2 symbolisieren die Koordinatenrichtungen. Diese Bruchhypothese stellt im f_1 - f_2 - f_{12} -Raum ein Ellipsoid und vier Flächen dar, welche dieses Ellipsoid begrenzen. Zu beachten ist bei diesem Verfahren, daß bereichsweise unterschiedliche Festigkeiten, entsprechend den aktuellen Zug- und Druckwerten, einzusetzen sind.

Parallellaufend mit der Entwicklung allgemeingültiger Bruchhypothesen verlief im Holzbau die Suche nach einer Lösung für das Problem "Druck- bzw. Zugbelastung unter einem Winkel zur Faserrichtung". Die Lösung für die Druckbelastung war infolge der holzbautypischen Anschlußkonstruktionen von Druckstäben bei Fachwerkträgern oder auch Sprengwerken mittels Versätzen erforderlich geworden. OSGOOD <83> und KOLLMANN <55> stellten in den zwanziger und dreißiger Jahren hierfür Näherungslösungen von JACOBY, HOWE, BAUMANN, KRAEMER und SEITZ vor, welche aber von anderen Verfahren verdrängt wurden.

BAUMANN <9> berichtet über Druckversuche mit Tannenholz aus dem Bereich des Gotthard-Massivs und variiert dabei sowohl den Winkel zwischen der Kraft- und Faserrichtung als auch den Winkel zwischen der Kraft und der Tangentenrichtung der Jahrringe, kurz Jahrringrichtung genannt. Die an Würfelproben durchgeführten Versuche zeigten, daß bei einem Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung von 90° und zwischen Kraft- und Jahrringrichtung von etwa 45° die geringste Druckfestigkeit zu erwarten ist. Bei Druckproben mit doppelter Höhe wurde gegenüber den Würfelproben ein Abfall der Festigkeit um bis zu 25% festgestellt. Zum Vergleich wurden

auch einige Zugproben einer Belastung unterworfen. Hier wurde ein noch stärkerer Abfall der Festigkeit als bei den Druckproben mit zunehmendem Winkel zwischen der Kraft- und Faserrichtung nachgewiesen.

Eine andere Art der Beschreibung der Zug- und Druckfestigkeit bei Beanspruchung unter einem Winkel zur Faserrichtung schlug STÜSSI <97><98><99><100> vor, welche zuvor auch schon von ROBERTSON vertreten worden war. Geht man nämlich von einem einaxial beanspruchten Holzelement aus, bei dem die Kraft- und Faserrichtung unter dem Winkel α zueinander stehen (s. Bild 5), dann kann man die Einzelspannungen in und senkrecht zur Faserrichtung berechnen. Setzt man nun die Grundfestigkeiten $\beta_{D||}$, $\beta_{D\perp}$ und τ_u voraus, wobei eine gegenseitige Beeinflussung ausgeschlossen wird, so läßt sich die

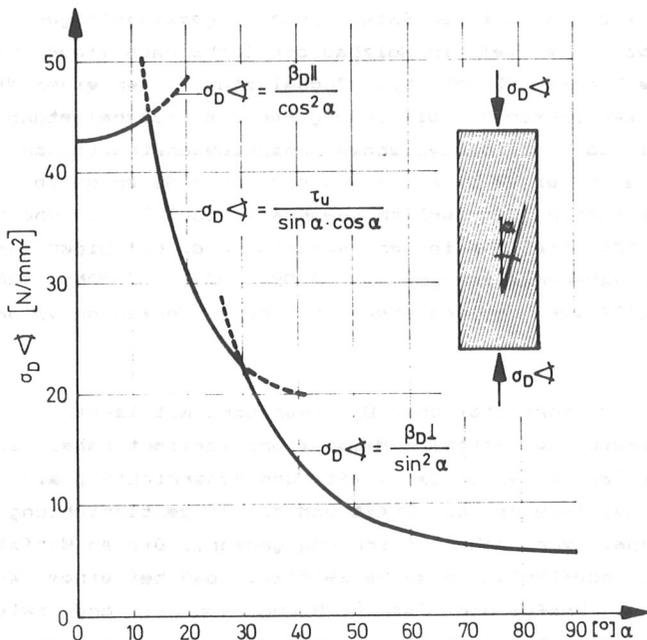


Bild 5: Druckfestigkeit unter einem Winkel zur Faserrichtung in Abhängigkeit von den Grundfestigkeiten $\beta_{D||}$, $\beta_{D\perp}$ und τ_u

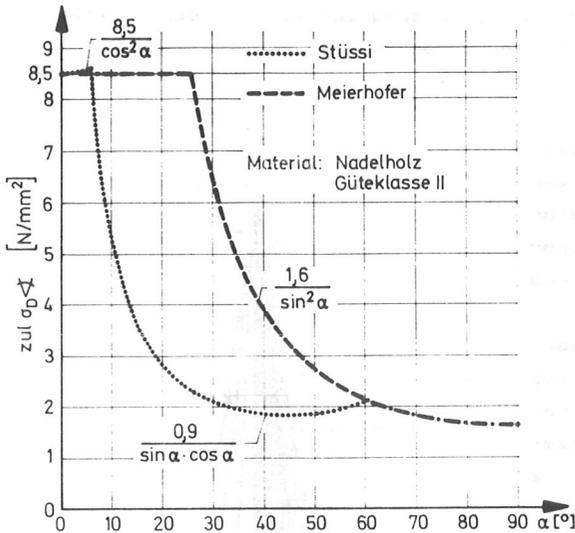


Bild 6: Vergleich der beiden Verfahren nach <97><98><99><100> und <66>

noch die zulässigen Längs- und Querdrukspannungen in die Berechnung eingehen. Bis zu einem Winkel von 25° soll dabei die Längsspannung ausgenützt werden. Darüber hinaus soll die zulässige Beanspruchung aus der erlaubten Querdrukspannung ermittelt werden. Eine Gegenüberstellung der beiden Verfahren mit den zulässigen Spannungen nach <23> ist in Bild 6 gegeben.

Ähnlich den Versuchen von BAUMANN sieht die in den USA <1> <14> gebräuchliche HANKINSON-Formel

$$\sigma_{D\alpha} = \frac{\sigma_{D\parallel} * \sigma_{D\perp}}{\sigma_{D\parallel} * \sin^2 \alpha + \sigma_{D\perp} * \cos^2 \alpha} \quad (6)$$

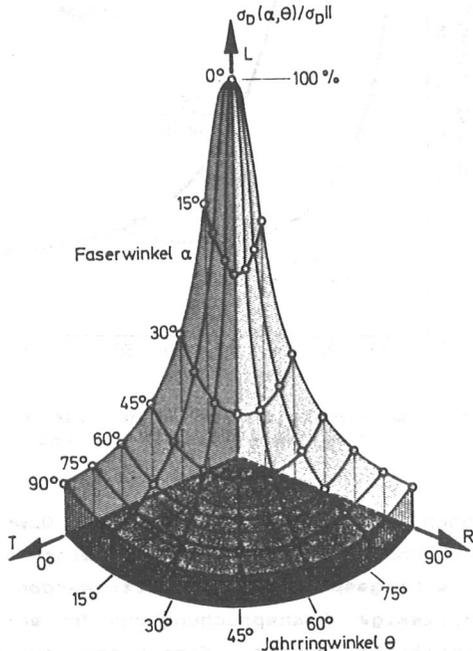
in ihrem Kurvenverlauf aus. Diese Gleichung benötigt nur die Längs- und Querdrukfestigkeit, bzw. die entsprechenden zulässigen Werte. Die Schubfestigkeit des Materials muß nicht bekannt sein. BODIG, GOODMAN und JAYNE <14><34> erweiterten Gleichung (6), indem der Einfluß des Winkels θ zwischen der

aufnehmbare Belastung in Abhängigkeit vom Winkel α angeben. Dieses Verfahren läßt sich ohne Schwierigkeiten auch auf zulässige Spannungen übertragen. MEIERHOFER <66> schlägt für die zulässigen Druckspannungen unter einem Winkel zur Faserserrichtung ein vereinfachtes Verfahren vor, bei dem nur

Kraft- und der Jahrringrichtung zusätzlich berücksichtigt wird. Dabei wird an Stelle von $\sigma_{D\perp}$ der Wert

$$\sigma_{D\theta} = \frac{\sigma_{DR} - \sigma_{DT}}{90^\circ} * \theta + \sigma_{DT} - K * \frac{\sigma_{DR} + \sigma_{DT}}{2} * \sin(2\theta) \quad (7)$$

gesetzt. Bild 7 zeigt die Abhängigkeit der aufnehmbaren Belastung unter einem Winkel zur Faser- und Jahrringrichtung, entsprechend den beiden Gleichungen (6) und (7). Zu bemerken wäre in diesem Zusammenhang noch, daß die HANKINSON-Formel, sofern ein abmilderndes Verhalten bei gleichzeitigem Wirken von mehreren Spannungen nicht angenommen wird, auch für Zug unter einem Winkel zur Faserrichtung verwendet werden kann. Die Quersugfestigkeit



bzw. der entsprechenden zulässige Wert, welcher in Gleichung (6) eingesetzt wird, wird bei keinem Winkel überschritten, bedingt durch die Form von Gleichung (6).

Bild 7: Druckfestigkeit in Abhängigkeit von den Winkeln zwischen der Kraft- und der Faser- bzw. Jahrringrichtung

Mit der Entwicklung faserverstärkter Kunststoffe, welche hochbelastbar, aber gleichzeitig auch stark anisotrop sind, wurde das Tragverhalten von anisotropen Materialien weiter untersucht, da auch hier eine genaue Kenntnis des Tragverhaltens unter beliebigen Beanspruchungsrichtungen erforder-

lich war. MARIN <61> erkannte als erster, daß eine allgemeingültige Bruchhypothese mindestens alle Hauptspannungen in linearer und quadratischer Form enthalten muß. Zudem ist es erforderlich, Terme, in denen die Einzelspannungen produktweise auftreten, in eine Bruchfunktion einzubauen. Sein Vorschlag lautete deshalb

$$(\sigma_1 - a)^2 + (\sigma_2 - b)^2 + (\sigma_3 - c)^2 + q * [(\sigma_1 - a) * (\sigma_2 - b) + (\sigma_2 - b) * (\sigma_3 - c) + (\sigma_3 - c) * (\sigma_1 - a)] = \sigma^2, \quad (8)$$

wobei a, b, c, q und σ fünf Materialkonstanten darstellen. Für das zweidimensionale Problem vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$\sigma_1^2 + K_1 \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 + K_2 \sigma_1 + K_3 \sigma_2 = K_4. \quad (9)$$

Den vier Konstanten K_1 bis K_4 stehen nun aber fünf Grundfestigkeiten, nämlich die Längszug- und -druck-, die Querkzug- und -druck-, sowie die Schubfestigkeit gegenüber. Somit ist in MARIN's Bruchhypothese eine Grundfestigkeit von den vier anderen abhängig, was nach der Veröffentlichung der Theorie auch zu heftigen Kontroversen führte <21><105>.

Eine grundlegende Änderung in der Betrachtungsweise wurde durch die von TSAI/WU <106> auf der Grundlage der Arbeit von MALMEISTER <60> vorgeschlagene Bruchhypothese vorgenommen. Während zuvor bei allgemeingültigen Bruchtheorien immer von einem angenommenen Materialverhalten - Erreichung einer kritischen Spannung, Verformung oder eines Energieniveaus - ausgegangen wurde, schlugen TSAI/WU ein Bruchkriterium vor, welches die Bruchmechanismen nicht erklären will, sondern nur das betrachtete Material nach außen hin charakterisiert. Die gesuchte Bruchhypothese sollte folgende Eigenschaften beinhalten:

1. Eine Koordinatentransformation darf keinen Einfluß auf das Ergebnis haben.
2. Es müssen sogenannte Interaktionsglieder, welche unabhängige Materialkonstanten darstellen, vorhanden sein.

3. Es müssen sowohl gleiche als auch unterschiedliche Zug- und Druckfestigkeiten pro Anisotropierichtung darstellbar sein.
4. Das Verfahren muß bei verschiedenen Materialsymmetrien anwendbar sein.
5. Eine Anwendung auf den mehrdimensionalen Raum muß möglich sein.
6. Das Bruchkriterium muß zur Beschreibung ein- und mehraxialer Spannungszustände beliebig verwendbar sein.

Die grundlegende Annahme für die Bruchhypothese war die Forderung, daß es eine mathematische Bruchfläche im Spannungsraum geben muß, welche sich in der folgenden skalaren Form beschreiben läßt:

$$f(\sigma_k) \equiv F_{ij}\sigma_{ij} + F_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl} + \dots = 1 \quad (10)$$

Dabei sind, wie TSAI/WU in <106> voraussetzten und auch bewiesen, F_{ij} und F_{ijkl} Festigkeitstensoren zweiter und vierter Stufe. Tensoren höherer Stufe wurden in den ursprünglichen Betrachtungen nicht berücksichtigt. Die Autoren geben Gleichung (10) in abgekürzter Schreibweise an, d.h. F_i und σ_i bzw. σ_j in Gl.(11) sind in Wirklichkeit Tensoren zweiter Stufe, während F_{ij} einen Tensor vierter Stufe darstellt:

$$f(\sigma_k) \equiv F_i\sigma_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j + \dots = 1 \quad (11)$$

Die Indizes "i" und "j" laufen bei der abgekürzten Schreibweise von 1 bis 6, wobei 1 bis 3 die Normalspannungen und 4 bis 6 die Schubspannungen charakterisieren (s. Bild 8a). In der allgemeinen Tensorschreibweise, d.h. nicht abgekürzt, würden die Indizes nur von 1 bis 3 verlaufen, wobei "ii" die Normalspannungen und "ij" mit $i \neq j$ die Schubspannungen definieren (s. Bild 8b). Die abgekürzte Schreibweise hat den Vorteil, daß der Schreibaufwand bei der Anwendung des Bruchkriteriums reduziert wird, man muß aber beachten, daß eine Transformation der einzelnen Tensoren nur mit großem Aufwand dabei vorgenommen werden kann, da nur die Koordinatenachsen 1 bis 3 definiert sind. In der ausführlichen Tensorschreibweise treten diese Schwierigkeiten bei den Transformationen

nicht auf. Die Abkürzungen im Schreibaufwand sind bei der abgekürzten Tensorschreibweise dadurch möglich, daß sowohl die Spannungs- als auch die Bruchtensoren symmetrisch zur Hauptdiagonalen bei orthogonal anisotropen Materialien aufgebaut sind. So ist z.B. die Tensorkomponente F_4 in der abgekürzten Schreibweise eine Zusammenfassung der beiden Komponenten F_{23} und F_{32} in der ausführlichen Tensorschreibweise. Da in der schon für Kunststoffe vorhandenen sehr umfangreichen Literatur immer die abgekürzte Schreibweise gewählt wird, soll diese zur Vereinheitlichung auch in dieser Arbeit beibehalten werden.

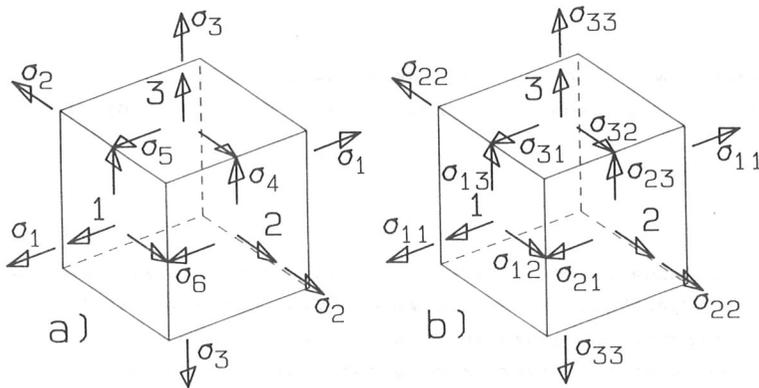


Bild 8: Spannungen an einem räumlichen Element
a) nach der abgekürzten Tensorschreibweise, $\langle 106 \rangle$
b) nach der allgemeinen Tensorschreibweise

Schreibt man Gleichung (11) in ausgeschriebener Form an, so hat dieses Tensorpolynom das folgende Aussehen:

$$\begin{aligned}
 & F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_3 \sigma_3 + F_4 \sigma_4 + F_5 \sigma_5 + F_6 \sigma_6 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{33} \sigma_3^2 \\
 & + F_{44} \sigma_4^2 + F_{55} \sigma_5^2 + F_{66} \sigma_6^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 2F_{13} \sigma_1 \sigma_3 + 2F_{14} \sigma_1 \sigma_4 \\
 & + 2F_{15} \sigma_1 \sigma_5 + 2F_{16} \sigma_1 \sigma_6 + 2F_{23} \sigma_2 \sigma_3 + 2F_{24} \sigma_2 \sigma_4 + 2F_{25} \sigma_2 \sigma_5 \\
 & + 2F_{26} \sigma_2 \sigma_6 + 2F_{34} \sigma_3 \sigma_4 + 2F_{35} \sigma_3 \sigma_5 + 2F_{36} \sigma_3 \sigma_6 + 2F_{45} \sigma_4 \sigma_5 \\
 & + 2F_{46} \sigma_4 \sigma_6 + 2F_{56} \sigma_5 \sigma_6 = 1 \quad . \quad (12)
 \end{aligned}$$

Hierbei wurde ein symmetrischer Tensor vierter Stufe vorausgesetzt, d.h. $F_{ij}=F_{ji}$. Wären die beiden Werte unterschiedlich, so müßte in Gleichung (12) z.B. der Faktor $2F_{12}$ durch den Ausdruck $F_{12}+F_{21}$ ersetzt werden. In dem angegebenen Tensorpolynom sind die linearen Terme für die unterschiedlichen positiven und negativen Festigkeiten maßgebend, während die quadratischen Werte die Form eines Ellipsoides bewirken. Die gemischten Glieder verdrehen dieses Ellipsoid gegenüber dem Koordinatensystem und verzerren zudem noch die mathematische Bruchfläche. Damit das Ellipsoid geschlossen bleibt, was sowohl für faserverstärkte Kunststoffe als auch für Holz gelten muß, ist die Bedingung

$$F_{11}F_{jj}-F_{1j}^2 \geq 0 \quad (13)$$

einzuhalten. Für den zweidimensionalen Fall - betrachtet wird die 1-2-Ebene - vereinfacht sich die Gleichung (12) zu

$$F_1\sigma_1+F_2\sigma_2+F_8\sigma_8+F_{11}\sigma_1^2+F_{22}\sigma_2^2+F_{88}\sigma_8^2+2F_{12}\sigma_1\sigma_2+2F_{18}\sigma_1\sigma_8+2F_{28}\sigma_2\sigma_8 = 1 \quad (14)$$

Für einfache faserverstärkte Kunststoffe zeigte es sich, daß diese Hypothese die Versuchsergebnisse gut beschreibt. Bei komplizierter aufgebauten Kunststoffen, eventuell auch bei teilweise nichtlinearem Stoffgesetz <37><102><103><113>, sowie bei Knochenmaterial <22><38>, welches ebenfalls einen anisotropen Aufbau besitzt, stellte sich heraus, daß Tensoren bis zur sechsten oder sogar achten Stufe zur Beschreibung des Bruchverhaltens erforderlich sind. Von den Tensoren sechster oder achter Stufe wurde dann aber nur eine Komponente benötigt.

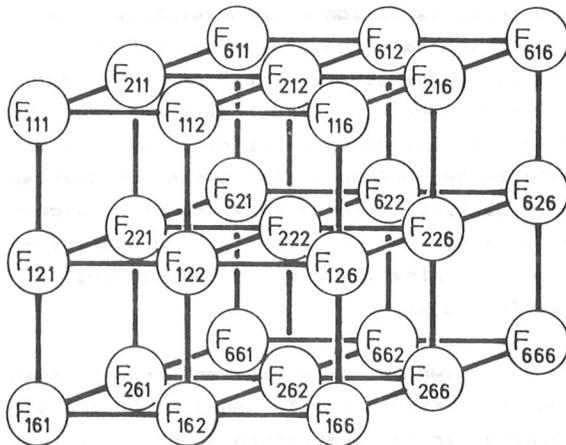
WU/SCHUEBLEIN <113> zeigten, daß bei einer Erweiterung auf einen Tensor sechster Stufe, der bezogen auf den dreidimensionalen Beanspruchungsraum in allgemeiner Schreibweise 729 Komponenten hat, für ein Material, welches nur in der σ_1 - σ_2 -Ebene beansprucht wird und das zu dieser Ebene eine symmetrische mathematische Bruchfläche besitzt, in der abgekürzten Tensorschreibweise nur die Faktoren F_{112} (bzw. F_{211}

und F_{121}), F_{122} (bzw. F_{221} und F_{212}), F_{166} (bzw. F_{661} und F_{616}) und F_{266} (bzw. F_{662} und F_{626}) zur Beschreibung der Bruchfunktion benötigt werden. Im Grundzustand wären beim zweidimensionalen Spannungsproblem in der abgekürzten Tensorschreibweise $3^3=27$ Komponenten zu berücksichtigen. Da der Bruch aber nur von der Größe der Spannungen und nicht vom Belastungsweg innerhalb der geschlossenen Bruchfläche abhängt, gilt für

$$f(\sigma) \equiv F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k = 1 \quad (15)$$

$$F_{ijk} = \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j \partial \sigma_k} = \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_k \partial \sigma_j} = F_{ikj} = F_{jki} = \dots \quad (16)$$

Somit reduziert sich das in Bild 9 dargestellte allgemeine System auf 10 unterschiedliche Konstanten. Besitzt das betrachtete Material, wie bereits oben erwähnt, eine Symmetrie zur 1-2-Ebene, d.h. die negativen und positiven Schubfestigkeiten sind gleich, dann müssen die Komponenten F_{116} , F_{226} ,



F_{126} und alle Varianten davon, sowie der Wert F_{666} verschwinden. Beansprucht man einen anisotropen Werkstoff in Richtung einer seiner Hauptachsen durch eine Normalspannung, so erhält man als Bruchwerte die Zug- und Druckfestigkeiten. Aus diesen beiden charakteristischen Ma-

Bild 9: Faktoren eines Tensors sechster Stufe bei einem ebenen Spannungsproblem (abgekürzte Tensorschreibweise)

terialkennwerten lassen sich somit aber auch nur zwei Tensorkomponenten bestimmen. Die dritte Komponente, z.B. bei einer Beanspruchung in Richtung der 1-Achse, in der Funktion

$$F_1 \sigma_1 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{111} \sigma_1^3 = 1 \quad (17)$$

ist überzählig und muß im Sinne eines eindeutigen Ergebnisses weggelassen werden. Die Konstante F_1 wird nämlich benötigt, um den Unterschied in der Zug- und Druckfestigkeit zu definieren, während F_{11} das allgemeine Ellipsoid bildet. F_{111} muß also entfallen. Zudem würde Gleichung (17) drei Spannungswerte als Ergebnis liefern, während real, um Mehrdeutigkeiten zu vermeiden, zwei Lösungen auftreten müssen.

Die von KOLLMANN <57> angegebenen Festigkeitswerte für Fichte (*Picea abies*) wertete VAN DER PUT nach dem Verfahren von TSAI/WU in einer ausführlichen Arbeit <87> aus. Dabei wurde festgestellt, daß ein Tensor vierter Stufe die Bruchwerte nicht sonderlich gut beschreibt. Von der Erweiterung auf einen Tensor sechster Stufe wird jedoch nur die Komponente F_{166} mit ihren Variationen berücksichtigt, während z.B. F_{266} entsprechend den Ergebnissen von KEENAN <50>, ermittelt an Douglas-fir, unberücksichtigt bleibt. Inwieweit die an Douglas-fir-Proben erhaltenen Ergebnisse auf Fichtenholz übertragbar sind, ist besonders im Hinblick auf die unterschiedlichen anatomischen Aufbauten der beiden Holzarten <36> nicht eindeutig geklärt. Ein weiterer Punkt, welcher einer Überprüfung bedarf, ist der Einfluß verschiedener Prüfkörperformen und -volumina auf die der Berechnung zugrundegelegten Einzelfestigkeiten.

Eine ähnliche Betrachtungsweise, wie bei der besprochenen Bruchhypothese, benutzt ABHKENAZI <4><5>. Auch hier wird ein Tensor zur Beschreibung der mathematischen Bruchfläche gewählt, wobei ein Polynom vierter Ordnung verwendet wurde, um die in Bild 10 dargestellte mathematische Bruchfläche für Fichtenholz zu beschreiben. Die Bruchfläche muß bei diesen Annahmen, zumindest bei Materialien mit sehr stark ausgeprägter Anisotropie nicht überall konvex sein.

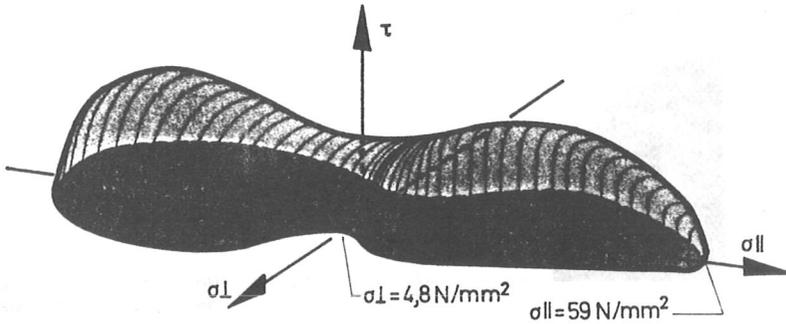


Bild 10: Bruchfläche für Fichtenholz, ermittelt an Zug- und Druckproben mit Faserabweichungen

RABOTNOV/PILILOV <89> wählten für faserverstärkte Kunststoffe als Bruchkriterium ein Tensorpolynom in der Form

$$(B_{rs} \sigma_{rs})^\alpha + (A_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl})^\beta = 1 \quad (18)$$

mit $\alpha=1$ und $\beta=\frac{1}{2}$, wie es auch von GOL'DENBLAT/KOPNOV <32> vorgeschlagen worden war. Bei schwachem Matrixmaterial traten jedoch zwischen den theoretischen Werten und den Versuchsergebnissen deutliche Unterschiede auf, so daß auf eine einfachere quadratische Beziehung ausgewichen wurde. Zudem ist die mathematische Handhabung der Gleichung (18) durch die Exponenten erschwert, was einen nicht unerheblich erhöhten Rechenaufwand bedeutet.

Eine versuchstechnische Ermittlung der Abhängigkeit zwischen der Druckfestigkeit und der Torsionsfestigkeit erfolgte durch NIELSEN/RATHKJEN/PILEGAARD-HANSEN <78> an Röhrenquerschnitten, welche aus kleinen Einzelstäben nach dem Trocknungsvorgang zusammengelimt wurden. Hierbei wurde nach theoretischen Überlegungen die Schubfestigkeit gleich dem Wert $\sqrt{\sigma_D \cdot \sigma_D(R, T)}$ gesetzt. Als Näherungslösung ergab sich dabei eine parabelförmige Abhängigkeit, welche für hohe Schubbelastung durch eine Gerade begrenzt wurde. Ein Beispiel ist in Bild 11 dargestellt.

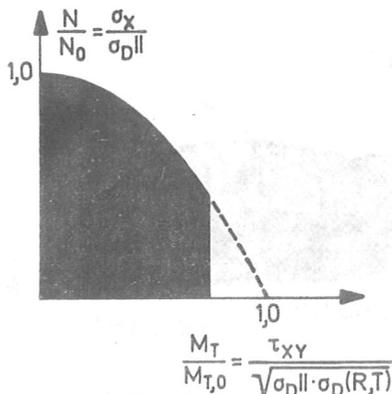


Bild 11: Beziehung zwischen der Druck- und der Schubfestigkeit nach <78>

SPENGLER <96> untersuchte an Brettabschnitten aus Fichtenholz, wobei die Prüfkörpergröße etwa den Abmessungen finiter Rechteckelemente, wie sie üblicherweise bei der Berechnung von Brettschichtholzträgern verwendet werden, entsprach, den Zusammenhang zwischen der Schub- und der Querfestigkeit. Die Versuchsergebnisse wurden mit der von NORRIS hergeleiteten Beziehung verglichen, wobei die Längsspannung zu Null gesetzt wurde. Die Versuchswerte lagen dabei, wie in Bild 12 dargestellt, bei Querkzug unter und bei Querdruck über den theoretisch zu erwartenden Werten. SPENGLER schließt hieraus, daß der Gesamtwiderstand, welcher sich einer Scherbeanspruchung widersetzt, sich vereinfacht ausgedrückt aus dem "Schubwiderstand" und einem "inneren Reibungswiderstand" zusammensetzt.

Bei diesen Versuchen wurde auch das Verhältnis der im Prüfkörper auftretenden Bruchoberfläche zur Sollfläche überprüft. Dieser Wert lag zwischen "1,1" und "1,9", je nach der Jahrringlage in den Brettabschnitten. Die Brüche verliefen in den überwiegenden Fällen in Bereichen von Frühholzzellen. Somit stehen diese mit Fichtenholz durchgeführten Untersuchungen im Gegensatz zu den von KEENAN <50> für Douglas-fir gemachten Erfahrungen, wonach Querdruck, sofern der Schub-

bruch in einer Frühholzschicht vor sich geht, keine Schubfestigkeitserhöhung nach sich zieht.

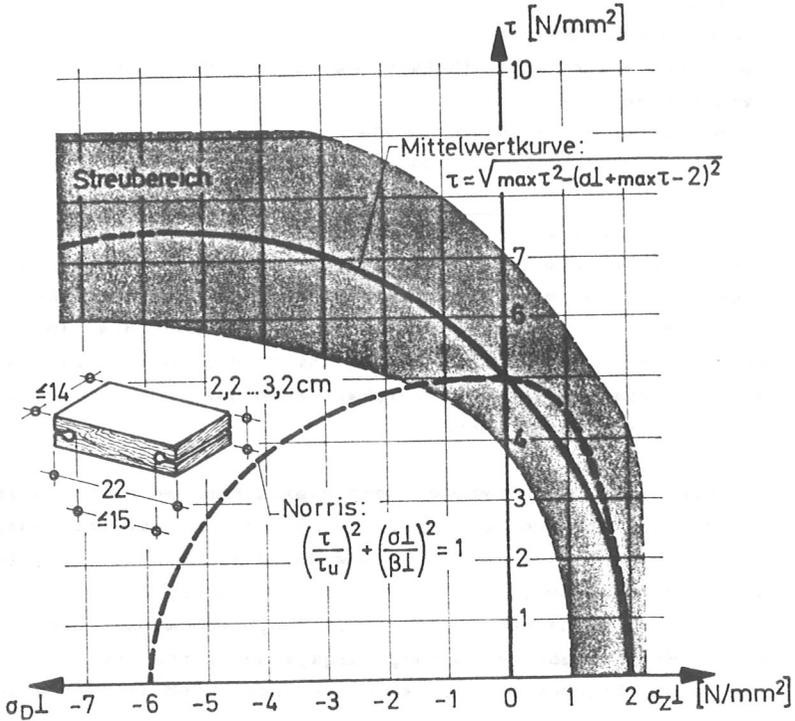


Bild 12: Abhängigkeit der Schubfestigkeit von der Querbeanspruchung bei Fichtenlamellenabschnitten. Versuche nach <96>

OWEN/GRIFFITH <84> überprüften für glasfaserverstärkte Kunststoffe verschiedene Spannungstheorien durch einen Vergleich mit Versuchswerten. Folgende Bruchhypothesen für den ebenen Spannungszustand wurden dabei mit Versuchsergebnissen verglichen:

- Theorie der maximalen Spannungen
- Theorie der maximalen Verformungen
- Theorie von HILL
- Theorie von AZZI/ TSAI
- zwei Theorien von NORRIS; einmal mit und einmal ohne den Faktor $(f_1 f_2) / (F_1 F_2)$
- Theorie von HOFFMAN
- Bruchkriterium von MARIN in der durch FRANKLIN modifizierten Form
- Theorie von GOL'DENBLAT/KOPNOV
- Bruchkriterium von TSAI/WU.

Die Überprüfung ergab, daß die drei zuletzt genannten Verfahren, wobei die Spannungen maximal in quadratischer Form eingingen, die beste Übereinstimmung mit den Versuchswerten erbrachten. Kann der in diesen Verfahren benötigte Interaktionsterm (z.B. F_{12} bei TSAI/WU) nicht bestimmt werden, so kann mit ausreichender Genauigkeit auch das Bruchkriterium von NORRIS verwendet werden.

Die bis jetzt beschriebenen Festigkeitstheorien gehen alle von einem Kontinuum für das zu beschreibende Material aus. Holz, welches immer kleine Risse enthält, wird dabei als Kontinuum angesehen, bei dem, trotz der durch diese Kleinarisse hervorgerufenen Spannungsspitzen, von einer gleichmäßigen Spannungsbeanspruchung ausgegangen wird. Die lineare elastische Bruchmechanik, auch LEBM oder LEFM (linear elastic fracture mechanics) abgekürzt, geht bei Holz von einer Grundsubstanz aus, bei der Kleinarisse Spannungsspitzen erzeugen, von denen wiederum die Rißfortschreitung, also der Bruch, beim Erreichen eines kritischen Energieniveaus ausgeht. Eine Zusammenfassung dieser Theorie ist bei PORTER <86> oder auch bei PELLICANE/BODIG/GOODMAN <85> gegeben. Diese Bruchhypothese wurde von GRIFFITH <35> entwickelt, der davon ausging, daß jedes spröde Material kleine Risse enthält, an deren Enden Spannungsspitzen entstehen. Soll in einem solchen Material sich nun ein Riß verlängern, dann muß Gleichgewicht zwischen der elastischen Dehnungsenergie U_e

und der Oberflächenenergie T im Bereich zweier Flächen, welche durch den fortschreitenden RiB getrennt werden sollen, herrschen. OROWAN <82> und IRWIN <43><44> berücksichtigen zusätzlich die plastische Brucharbeit W . MOTT <74> vervollständigte dieses Bruchkriterium durch die Einfügung eines Faktors E_k für die kinetische Energie, da die Materialteilchen im Bereich des fortschreitenden Bruches eine Geschwindigkeit aufweisen. Somit ergibt sich für den Fall der RiBfortschreitung, bezogen auf die RiBflächenzunahme ΔA , die folgende Abhängigkeit:

$$\frac{\Delta U_e}{\Delta A} = \frac{\Delta T}{\Delta A} + \frac{\Delta E_k}{\Delta A} + \frac{\Delta W}{\Delta A} \quad (19)$$

Im Augenblick vor dem Bruch ist die kinetische Energie $E_k=0$ und die plastische Arbeit bei Holz um mehrere Größenordnungen größer als die Oberflächenenergie. Somit reduziert sich die Gleichung (19), infinitesimal betrachtet, auf

$$\frac{dU_e}{dA} = \frac{dW}{dA} \quad (20)$$

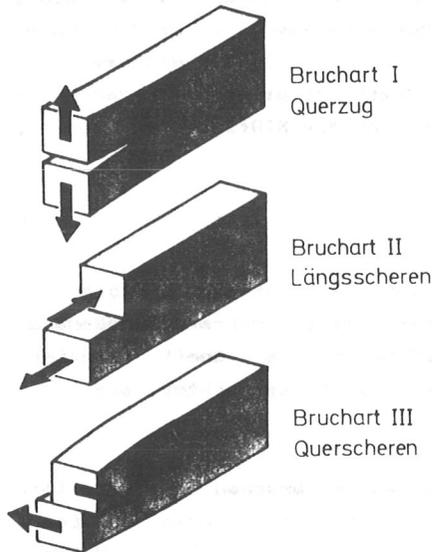
Die LEBM definiert nun drei Arten von Brüchen (s. Bild 13), den Querscherbruch (Bruchart I), das Längsscheren (Bruchart II) und das Querscheren (Bruchart III). Im üblichen Holzbau treten hauptsächlich die Brucharten I und II auf.

Die gespeicherte elastische Dehnungsenergie U_e kann bei spröden Materialien nun aus den elastisch errechneten Spannungen und Dehnungen am RiBende ermittelt werden. Die Spannungen selbst ergeben sich aus dem Spannungsintensitätsfaktor k multipliziert mit einem Wert, welcher die elastischen Materialeigenschaften und den Punkt, an dem die jeweilige Spannung betrachtet wird, beschreibt. Der Spannungsintensitätsfaktor kann mathematisch in der Form

$$k = \sigma \sqrt{\pi a} * f(a, b, c) \quad (21)$$

ausgedrückt werden. Hierbei sind σ die aufgebrachte Spannung, f eine dimensionslose Funktion der Prüfkörpergeometrie, a die kritische Kleinrißlänge und b die Prüfkörperdicke. Der Wert c stellt eine Konstante dar, welche die

Stelle angibt, an der sich der betrachtete Riß befindet. Erreicht k den kritischen Betrag k_c , dann verlängert sich der Riß schlagartig. Es stellt sich nun die Frage, wie k_{Ic} (bei



Bruchart I
Querzug

Bruchart II
Längsscheren

Bruchart III
Querscheren

Querzug) und k_{IIc} (bei Schub) zusammenwirken, sofern hohe Querzug- und Schubspannungen den Bruch gemeinsam verursachen. Bisher sind hierüber aber noch recht wenige Untersuchungen angestellt worden. So berichtet MURPHY <75>, daß die von LEICESTER <58> vorgeschlagene Formel für den Bruchzustand

$$\frac{k_I}{k_{Ic}} + \frac{k_{II}}{k_{IIc}} = 1 \quad (22)$$

für ausgeklinkte Träger zu sehr auf der sicheren Seite liegen würde. WU <110> nahm für Balsaholz eine empirische Beziehung in der Form

Bild 13: Brucharten bei der LEBM

$$\left(\frac{k_I}{k_{Ic}}\right)^2 + \left(\frac{k_{II}}{k_{IIc}}\right)^2 = 1 \quad (23)$$

an, während WILLIAMS/BIRCH <109> für Utile und Scots pine bei kombinierter Belastung herausfanden, daß diese Bauhölzer einem Bruchkriterium, welches k_{Ic} , ergänzt durch einen geometrischen Korrekturfaktor, unabhängig von k_{II} annimmt, folgen. CHOW/WOOD <19> stellen für Kapur (Dryobalanops spp.) und Gagil (Hope segal, Merawan), zwei in Honkong oft verwendete Konstruktionshölzer, demgegenüber fest, daß sowohl k_I als auch k_{II} mit geometrischen Korrekturfaktoren versehen werden müssen. Dabei zeigte es sich, daß beim kombinierten Bruch das Verhältnis k_I/k_{II} abnimmt, sofern die Rißlänge zunimmt.

Wie die bisherige Gegenüberstellung zeigt, dürften die Festigkeitstheorien gegenüber der linear elastischen Bruchmechanik, wobei beide Verfahren zu den empirischen Methoden zu zählen sind, bei der Beschreibung des Bruchverhaltens von Holz flexibler sein. Deshalb wurde die erste Methode auch für die spätere Auswertung der Versuche verwendet. In der vorhergehenden Zusammenstellung konnten aus Platzgründen jedoch nur die wichtigsten Hypothesen und Versuche besprochen werden. Weitere Untersuchungen können aber der Literaturzusammenstellung entnommen werden.

2.2 Methoden der Mikromechanik

Bei der Beschreibung des Tragverhaltens von Holz mit Hilfe der Mikromechanik muß zuerst die Frage geklärt werden, wie die Zerstörung des Holzgefüges unter reiner Längszug-, Längsdruck-, Querkzug-, Querdruck- und Schubbeanspruchung vor sich geht. Erst dann kann ein Bruchmodell für kombinierte Belastungen unter Berücksichtigung der Einzelmechanismen abgeleitet werden. Bis zum heutigen Zeitpunkt bestehen jedoch immer noch verschiedene Ansichten darüber, wie die Einzelbeanspruchungen das Versagen auslösen.

SCHNIEWIND <91> stellte an kalifornischer Schwarzeiche fest, daß die Unterschiede bei den Zugfestigkeiten in radialer und tangentialer Richtung durch das Vorhandensein von Holzstrahlen hervorgerufen werden. Somit muß man Holz als ein Medium mit zwei ausgeprägten Geweberichtungen, nämlich der Stammachsen- oder Faserrichtung und der Radial- oder Holzstrahlenrichtung, ansehen. Es zeigte sich bei diesen Untersuchungen, daß eine Erhöhung des Holzstrahlenanteils mit einer direkten Zunahme der Radialfestigkeit verbunden war.

BODIG <12> wies bei Querdruck nach, daß die Brüche je nach der Richtung der Beanspruchung in Bezug auf die Jahrringrichtung unterschiedliche Ursachen haben. Wirkt die Belastung in radialer Richtung, so tritt das erste Versagen, was

in der Praxis mit der Unbrauchbarkeit einer Konstruktion gleichzusetzen ist, in der schwächsten Frühholzschicht auf. Bei einer Druckbeanspruchung in tangentialer Richtung wird dagegen die Last vom Spätholz, das in diesem Falle ähnlich einer Rahmenstabkonstruktion wirkt, übertragen. Die Frühholzschichten haben dabei quasi nur Aussteifungsfunktionen zu erfüllen.

STÜSSI <99> deutete das unterschiedliche Querdruckverhalten von Holz bei Beanspruchung unter einem Winkel zur Jahrringrichtung, gegenüber der tangentialen bzw. radialen Belastbarkeit, als in der Waben- oder Rahmenkonstruktion der Zellen (s. Bild 14) liegend begründet. Während bei den beiden zuletzt genannten Beanspruchungen hauptsächlich Normalkräfte die Zellwände beanspruchen, werden diese bei der zuerst aufgeführten durch Biegung und Normalkräfte belastet.

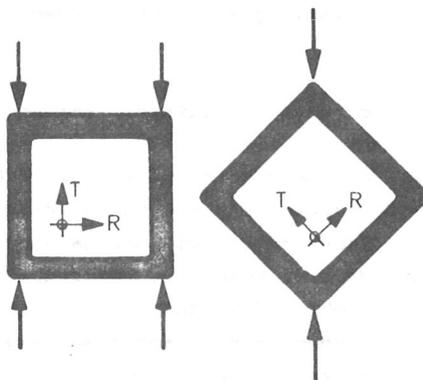


Bild 14: Belastung der Holz-Zelle in Abhängigkeit von deren Lage bei Querdruck

KEENAN/SELBY/JAEGER <49><50><51> führten für Douglas-fir Untersuchungen durch, wobei Quer- und Schubspannungen kombiniert wurden. Dabei wurden ASTM-Scherproben mit gleichzeitigem Querdruck bzw. -zug, Druckproben mit definierter Schrägfasrigkeit und Torsionsröhren mit zusätzlich wirkendem Außendruck, der Querdruckspannungen in Röhrenumfangsrichtung hervorrief, geprüft. Traten die Bruchflächen in radialer Richtung auf, so hatte der Bruch, wie eine Beobachtung unter einem Elektronenmikroskop ergab, entweder im Bereich der Primärlamelle der Spätholztracheiden oder aber in der Mittellamelle begonnen. Die Holzfasern glitten also quasi an-

einander vorbei und eine Erhöhung des Querdrucks resultierte in einer Zunahme der Schubfestigkeit. Bei tangentialen Bruchflächen waren dagegen hauptsächlich die Längswände der Frühholztracheiden gerissen, so daß bei steigendem Querdruck keine nennenswerte Schubfestigkeitzunahme feststellbar war.

MARK <62> untersuchte den Bruch des Holzgewebes von Wacholder (*Juniperus virginiana*) unter Zugbeanspruchung in Faserrichtung. Er stellte dabei fest, daß der Faseraufbau (s. Bild 15) in mehrere Schichten gegliedert ist, die jeweils

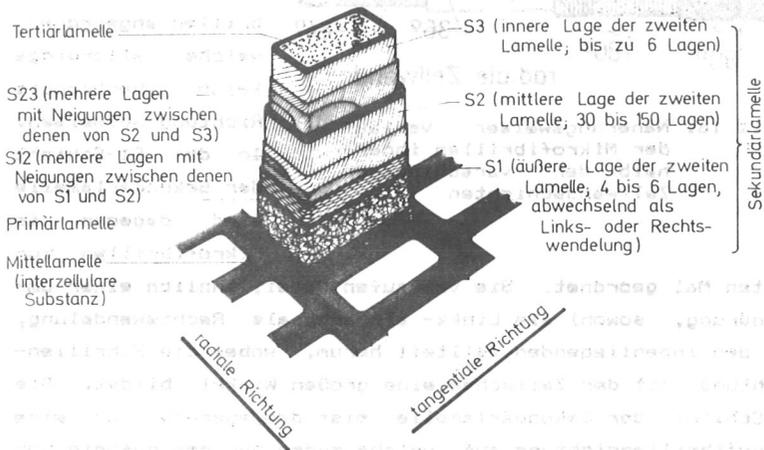


Bild 15: Schichtweiser Aufbau der Wandung einer Holzfaser

unterschiedliche, stark ausgeprägte Mikrofibrillenrichtungen aufweisen (s. Bild 16). Die einzelnen Tracheiden sind dabei über die interzelluläre Substanz, auch Mittellamelle genannt, welche hauptsächlich aus Lignin besteht und somit einen amorphen Charakter besitzt, miteinander verbunden. Die Zellwand selbst besteht grob gesehen aus drei Schichten, der Primär-, der Sekundär- und der Tertiärlamelle. Dazwischen sind mehr oder weniger ausgeprägt, je nach Holzart, noch Übergangsschichten angeordnet. Die größte Schichtdicke von den drei Lamellen weist die Sekundärlamelle auf, welche wiederum in drei Hauptschichten aufgeteilt werden kann.

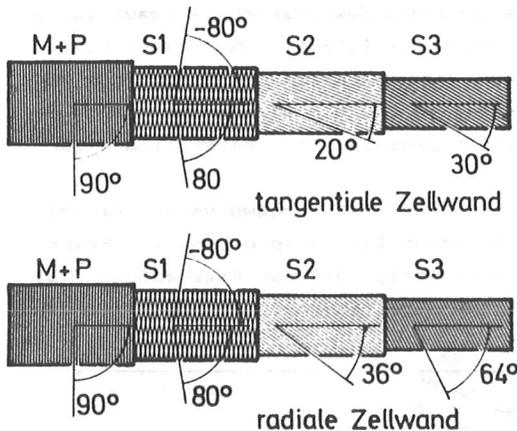


Bild 16: Näherungsweise Verlauf der Mikrofibrillen innerhalb der verschiedenen Zellwandschichten

Interessant ist der Verlauf der Mikrofibrillen innerhalb der jeweiligen Zellwandschichten. Während die Mittellamelle noch einen amorphen Charakter besitzt, sind in der Primärlamelle bereits Mikrofibrillen angeordnet, welche allerdings keine bevorzugte Richtung aufweisen. In der S1-Schicht der Sekundärlamelle sind dagegen die Mikrofibrillen zum

ersten Mal geordnet. Sie verlaufen dabei, ähnlich einer Umschnürung, sowohl als Links- als auch als Rechtswendlung, um den innenliegenden Zellteil herum, wobei die Fibrillenrichtung mit der Zellachse einen großen Winkel bildet. Die S2-Schicht der Sekundärlamelle weist demgegenüber nur eine Mikrofibrillenrichtung auf, welche zudem nur geringfügig von der Faserlängsrichtung abweicht. Diese Schicht ist auch die volumenmäßig größte Einzelschicht. Die S3-Schicht hat ebenfalls nur eine Fibrillenrichtung, welche wiederum einen größeren Winkel mit der Längsachse bildet. Die Tertiärlamelle besteht dagegen nur aus Ablagerungen aus dem früheren Zellinhalt und hat keinerlei tragende Funktion.

Besondere Beachtung schenkt MARK den Verläufen der Mikrofibrillen im Bereich der Tüpfel (s. Bild 17), da sich hieraus ebenfalls Rückschlüsse auf die hauptsächlichen Beanspruchungen in den einzelnen Schichten ziehen lassen. Bei starker Normalkraftbeanspruchung müßte die Umorientierung der Fibrillen anders aussehen als bei hoher Schubbeanspruchung.

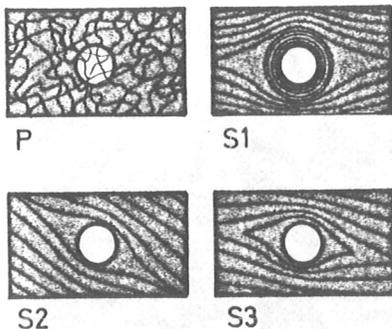


Bild 17: Verlauf der Mikrofibrillen im Bereich der Tüpfel in den verschiedenen Zellwandschichten

Frühere Versuche, mit chemisch aus dem Zellverband herausgelösten Einzeltracheiden, ergaben abhängig von der Holzart und der Lösungsmethode Zugfestigkeiten zwischen 90 N/mm^2 und 1430 N/mm^2 . Da durch die chemische Behandlung aber auch das Zellgefüge mehr oder weniger verändert wird, stellte MARK, um solche Einflüsse zu vermeiden, kleine Zugstäbe von etwa

20μ bis 25μ Dicke, was genau einer Tracheidenschichtdicke entspricht, her. Die hiermit ermittelte Zugfestigkeit, welche für die weitere Auswertung benutzt wurde, lag bei $261,5 \text{ N/mm}^2$. Der Bruch mußte dabei entweder zwischen der S1- und S2-Schicht oder innerhalb der S1-Schicht beginnen. Die erste Annahme basiert auf dem Federmodell von SONNTAG <95>. Dabei wird der Bruch aus der unterschiedlichen Neigung der Fibrillenrichtungen abgeleitet. Während nämlich die Mikrofibrillen der S1-Schicht mit der Faserachse einen Winkel von ungefähr 80° bilden, verlaufen diejenigen der S2-Schicht unter einem Winkel von etwa 20° im Bereich der tangentialen und 36° im Bereich der radialen Zellwand. Befindet sich nun eine Feder mit großer Steigung im Innern einer Feder mit geringer Steigung, dann nimmt bei einer Zugbelastung in Richtung der Faserachse der Durchmesser der Inneren schneller ab als der der Äußeren und es entsteht eine Trennung der beiden Federn, wie sie in Bild 18 dargestellt ist.

Die zweite mögliche Bruchart ist durch den Aufbau der einzelnen Schichten gegeben. Nur die S1-Schicht besitzt zwei gegenläufige, um jeweils $\pm 80^\circ$ gegenüber der Faserachse geneigte Mikrofibrillenrichtungen. Dieses bedeutet, daß diese Schicht hohen Schubspannungen ausgesetzt ist, sofern man die

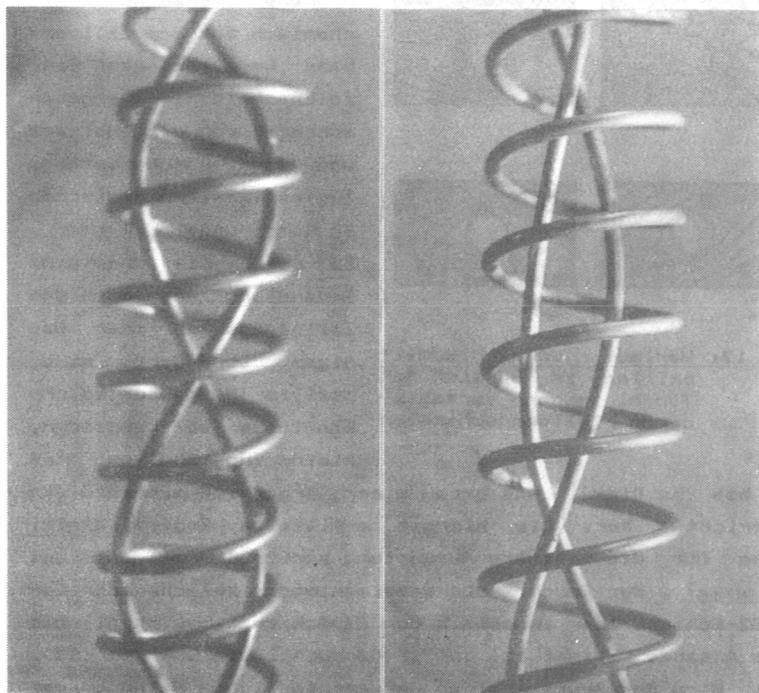


Bild 18: Federmodell, bestehend aus zwei Federn unterschiedlicher Steigung. Links: im unbelasteten Zustand. Rechts: nach dem Zugversuch

Zellwand als Laminat betrachtet und die Beanspruchungen der einzelnen Schichten nach der orthotropen Elastizitätstheorie ermittelt. Somit wäre es wahrscheinlich, daß der Bruch infolge Überschreitens der Schubfestigkeit der S1-Schicht ausgelöst wird. Die Mittellamelle, welche sowohl einen niedrigen Schub- als auch Elastizitätsmodul aufweist, hat, bedingt durch ihren Aufbau, nie hohe Spannungen zu ertragen, solange die Sekundärlamelle intakt ist. MARK widerspricht hier anderen Forschern, welche behaupten, daß der Bruch im Bereich der Mittellamelle ausgelöst werden müßte.

SCHNIEWIND/BARRETT <93> betrachten im Gegensatz zu MARK nicht eine einzelne Faser hinsichtlich ihres Wandaufbaues,

sondern mehrere aneinander angrenzende Fasern unter Zugbeanspruchung. Da die Mikrofibrillen zweier aneinandergrenzender Zellwandungen in allen sich entsprechenden Schichten gegenläufig sind und weil zwei Zellwände über die Mittellamelle starr miteinander verbunden sind, wären alle entsprechenden Schichtkombinationen schubsteif. Somit müßte der Bruch nicht mehr infolge Schubbeanspruchung in der S1-Schicht ausgelöst werden. Die Bruchursache könnte nach Meinung von SCHNIEWIND/BARRETT in einem Instabilwerden der Fibrillen, hervorgerufen durch Druck in Richtung der Fibrillen, begründet sein. Die angenommene Symmetrie hinsichtlich der Mittellamelle kann aber nicht am Übergang der Spätholz zu den Frühholzzellen akzeptiert werden, so daß hier die angenommene totale Schubbehinderung sicher nicht zutreffend ist. Weiterhin stellt sich die Frage, wie z.B. zwei gegenüberliegende S2-Schichten sich hinsichtlich ihrer Schubaufnahmefähigkeit verhalten, da die beiden Schichten ja nicht direkt, sondern über eine Zwischenlage "S1-Schicht / Primärlamelle / Mittellamelle / Primärlamelle / S1-Schicht" miteinander gekoppelt sind.

STUPNICKI <101> sieht dagegen die Mittellamelle für sein Rechenmodell als das lastabtragende Element an. Er begründet dieses mit folgenden Überlegungen: Erstens bleibt die Holzstruktur als Ganzes unzerstört, solange die Mittellamelle intakt ist. Zweitens haben bei Längszug das Spätholz etwa den 2,5-fachen und das Frühholz etwa den 0,25-fachen Elastizitätsmodul im Vergleich zum gemittelten Holzquerschnitt. Dieser Effekt könnte nur in der Dicke und Häufigkeit der Mittellamelle begründet sein, meint STUPNICKI, denn, würden die Zellwände tragen, müßten diese Verhältnisse erheblich extremer liegen. Hieraus wird geschlossen, daß die Zellwände selbst als schwaches Material angenommen werden können.

Durch Beobachtung mittels Lichtmikroskop stellt STUPNICKI folgende Bruchformen fest: Bei Zug in tangentialer Richtung sind die Zellwände längs der Mittellamelle getrennt. Wirkt eine Zugbelastung in radialer Richtung, so findet im Bereich

der Frühholztracheiden die gleiche Trennung wie zuvor statt. Bei tangentialen Druck wird zwischen den Spätholzzellen die Mittellamelle instabil, wogegen bei radialem Druck der gleiche Effekt im Frühholz auftritt. Bei Längsdruck findet ein Instabilwerden der Mittellamelle statt und zwar im Frühholz in der LR-Ebene (Längs- und Radialrichtung) und beim Spätholz in der LT-Ebene. Somit bildet, als vereinfachtes Modell, die Mittellamelle einen räumlichen lastabtragenden Rahmen (s. Bild 19),

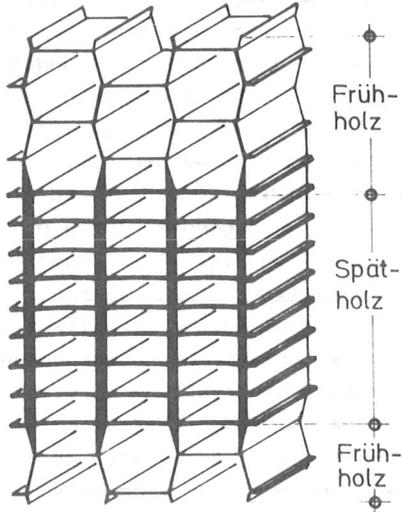


Bild 19: Zellrahmensystem nach <101>

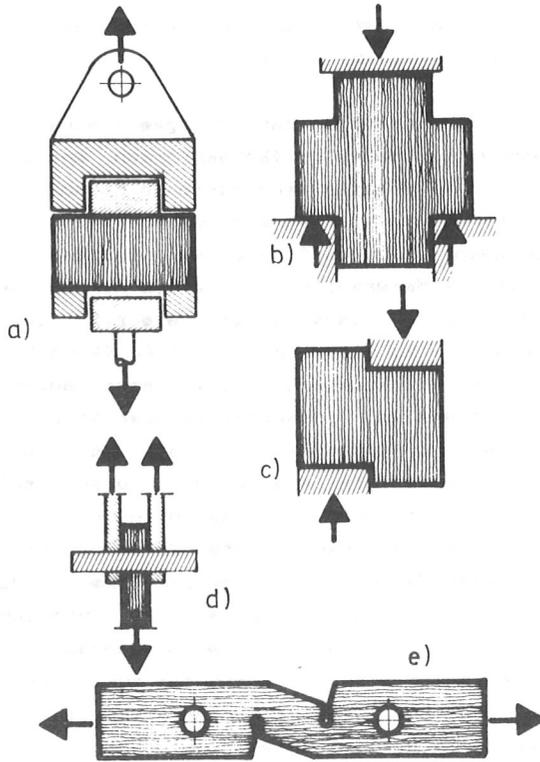
bestehend aus einem Material hoher Festigkeit, wobei die Zwischenräume mit einem nachgiebigeren Füllmaterial ausgefüllt sind. Die gewählte Rahmenstruktur geht davon aus, daß im Spätholz die leicht gekrümmten tangentialen Zellwände durchlaufen, während sie im Frühholz gegeneinander versetzt angeordnet sind. Mit den getroffenen Annahmen lassen sich die mechanischen Eigenschaften von Holz unter Berücksichtigung der Holzstruktur ermitteln. Eine Überprüfung der theoretischen Ergebnisse mit an norwegischem Fichtenholz ermittelten Werten brachte eine gute Übereinstimmung. Wie aus den zuvor beschriebenen Forschungsarbeiten zu ersehen ist, liegen bis jetzt nur Einzellösungen für spezielle Beanspruchungen vor, wobei die getroffenen Annahmen sich teilweise deutlich widersprechen. Ein Zusammenwirken wurde somit noch nicht untersucht, so daß hierüber auch noch keine Erkenntnisse für die Beschreibung eines Kombinationsbruchverhaltens vorhanden sind.

3. Wahl einer geeigneten Prüfkörperform

Bei früheren Untersuchungen der Festigkeitseigenschaften von Holz wurden verschiedene Prüfkörperformen entwickelt, von denen man sich einerseits eine optimale Eignung, d.h. die unerwünschten Nebenspannungen sollten so gering als irgendwie möglich sein, zur Bestimmung des gesuchten Materialwertes erhoffte, andererseits sollte die Herstellung jedoch recht einfach sein. Dieses führte, wie z.B. bei KOLLMANN <57> aufgeführt, zu einer Unzahl von Prüfkörperformen, da einerseits für jede Beanspruchungsart eine andere Probenform sinnvoll erschien, andererseits aber sogar für gleiche Beanspruchungen verschiedene Prüfkörper entwickelt wurden, um die "echten Materialeigenschaften" zu ermitteln. Dabei wiesen die verschiedenen Versuchsproben oft auch unterschiedliche kritisch beanspruchte Volumina auf, was bei einem inhomogenen Material, infolge der Streuung der Festigkeits- und Verformungseigenschaften, zu unterschiedlichen Ergebnissen führt. Für den Fall der Schubbeanspruchung sind in <57> fünf verschiedene Prüfmethode zur Bestimmung der reinen Scherfestigkeit miteinander verglichen:

- Schubaufbringung mittels Schereisen
- Scherkreuz als Prüfkörperform
- Blockscherprobe als Prüfkörperform
- Prüfung mittels Scherbolzen
- Scherprobe nach PETERMANN.

Die Probenformen und Belastungen sind in Bild 20 zusammengestellt. Wie hieraus ersichtlich ist, hängt die Schubfestigkeit stark von der Prüfkörperform und der Belastungsanordnung ab. Hierbei wurde jedoch nur versucht, eine Festigkeit zu bestimmen. Soll nun ein Zusammenwirken von mehreren Beanspruchungen untersucht werden, so stellt sich unweigerlich die Frage nach der geeigneten Prüfkörperform, denn erstens sollen die Beanspruchungen eindeutig definiert werden, zweitens dürfen diese über einen größeren Probenbereich nicht allzusehr variieren, drittens sollen Lasteinleitungsprobleme nicht zu Brüchen im Lastangriffsbereich führen und viertens



$$\tau_a/\tau_b/\tau_c/\tau_d/\tau_e = 1,00/0,68/0,66/0,63/0,43$$

Bild 20: Prüfkörperpermen und Belastungen für Schubbeanspruchung: a) Schereisen, b) Kreuzscherprobe, c) Blockscherprobe, d) Scherbolzen, e) Scherprobe nach PETERMANN

müssen die Prüfkörper ohne Schädigungen, wie z.B. Schwindrißbildung während der Bearbeitungsphase, herstellbar sein. Bei einer früheren Untersuchung über das Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen <72><73> wurden geradrändige Satteldachbinder in Anlehnung an die in der Brett-schichtholzbauweise oft verwendete Trägerform gewählt. Bedingt durch die aus der Biegebelastung herrührende Längs-spannung $\sigma_{BD,z||}$ werden näherungsweise am angeschnittenen Rand die Schubspannungen $\tau = \sigma_{BD,z||} \cdot \tan \alpha$ und die Querspan-

nungen $\sigma_{D,Z\perp} = \sigma_{BD,Z\parallel} \cdot \tan^2 \alpha$ hervorgerufen (s. Bild 21). Bei Versuchen dieser Art liegen aber die Verhältnisse von Längs-, Schub- und Querspannungen untereinander in Abhängigkeit vom Randneigungswinkel fest. Da infolge von Längszug

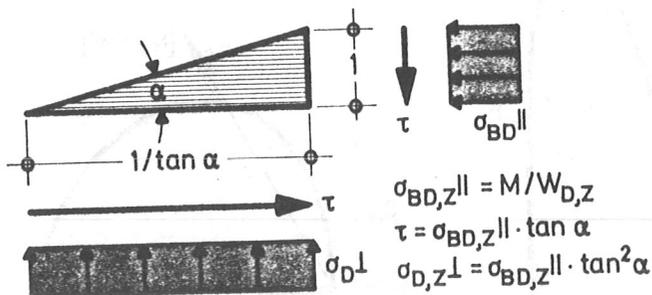


Bild 21: Zusammenhang zwischen Längs-, Schub- und Querspannung an einem dreieckförmigen Randelement eines Satteldachträgers

nur Querzug und infolge von Längedruck nur Querdruck hervorgerufen wird, erhält man für das angesprochene Scheibenproblem nur zwei Kurven der Bruchfläche im $\sigma_{BD,Z\parallel} - \sigma_{D,Z\perp} - \tau$ -Raum. Die aus den in <72><73> beschriebenen Versuchen abgeleiteten "Interaktionsformeln" für biegebeanspruchte Brett-schicht-holzbauteile lauten unter Berücksichtigung der zulässigen Spannungen nach <23> für den Zugrand

$$F_{BZ} \equiv \left(\frac{\text{vorh } \sigma_{BZ\parallel}}{\text{zul } \sigma_{B\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{\text{vorh } \tau}{\text{zul } \tau} \right)^2 + \left(\frac{\text{vorh } \sigma_{Z\perp}}{\text{zul } \sigma_{Z\perp}} \right)^2 = 1 \quad (24)$$

und für den Druckrand

$$F_{BD} \equiv \left(\frac{\text{vorh } \sigma_{BD\parallel}}{\text{zul } \sigma_{B\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{\text{vorh } \tau}{2 * \text{zul } \tau} \right)^2 + \left(\frac{\text{vorh } \sigma_{D\perp}}{\text{zul } \sigma_{D\perp}} \right)^2 = 1 \quad (25)$$

wobei $\text{vorh } \sigma_{BD,Z\parallel}$ mit M/W berechnet werden muß, entsprechend der Versuchsauswertung. Die beiden Näherungskurven sind in Bild 22 dargestellt.

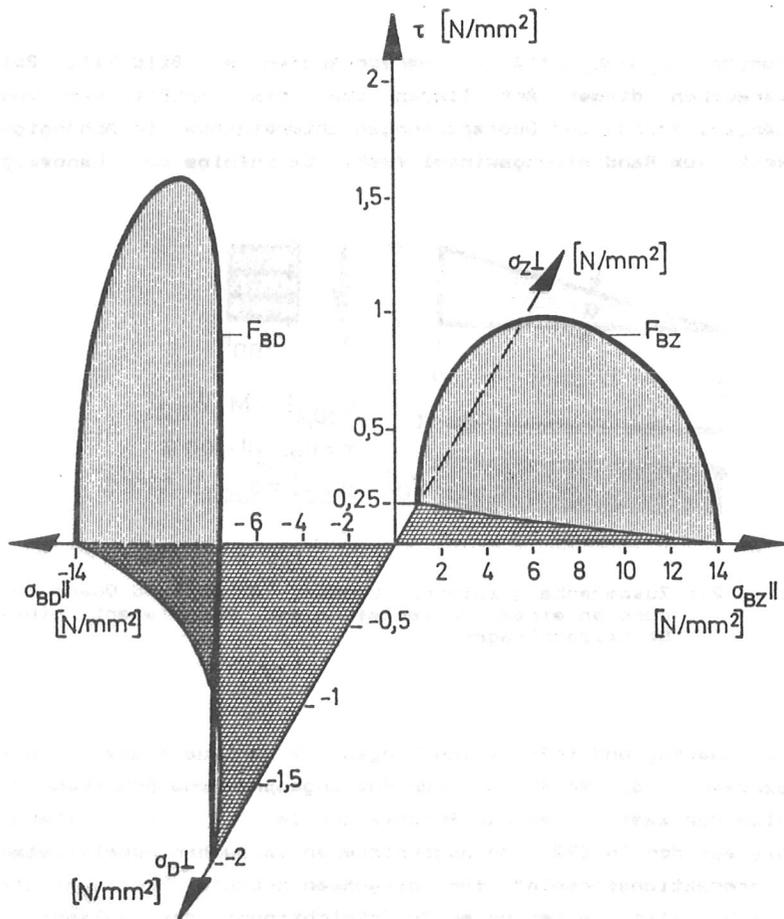


Bild 22: Zusammenwirken von Längs-, Schub- und Querspannungen entsprechend den Gleichungen (24) und (25)

Ein ähnliches Problem, wie bei den zuvor genannten Versuchen, stellt sich bei Zug- oder Druckprüfkörpern mit planmäßiger Abweichung der Faserrichtung von der Belastungsrichtung ein. Wird z.B. die nach der HANKINSON-Formel zulässige Spannung, welche unter einem Winkel α zur Faserrichtung steht, berechnet mit den zulässigen Längs- und Querspannungen analog den Gleichungen (24) und (25), in ihre Kompo-

nenten

$$\sigma_{BD,Z||} = \sigma_{BD,Z\downarrow} \cdot \cos^2 \alpha \quad (26)$$

$$\tau = \sigma_{BD,Z\downarrow} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (27)$$

$$\sigma_{D,Z\downarrow} = \sigma_{BD,Z\downarrow} \cdot \sin^2 \alpha \quad (28)$$

zerlegt, so können in Abhängigkeit von α ebenfalls nur gewisse Verhältnisse von $\sigma_{BD,Z||} : \tau : \sigma_{D,Z\downarrow}$ im Versuch realisiert

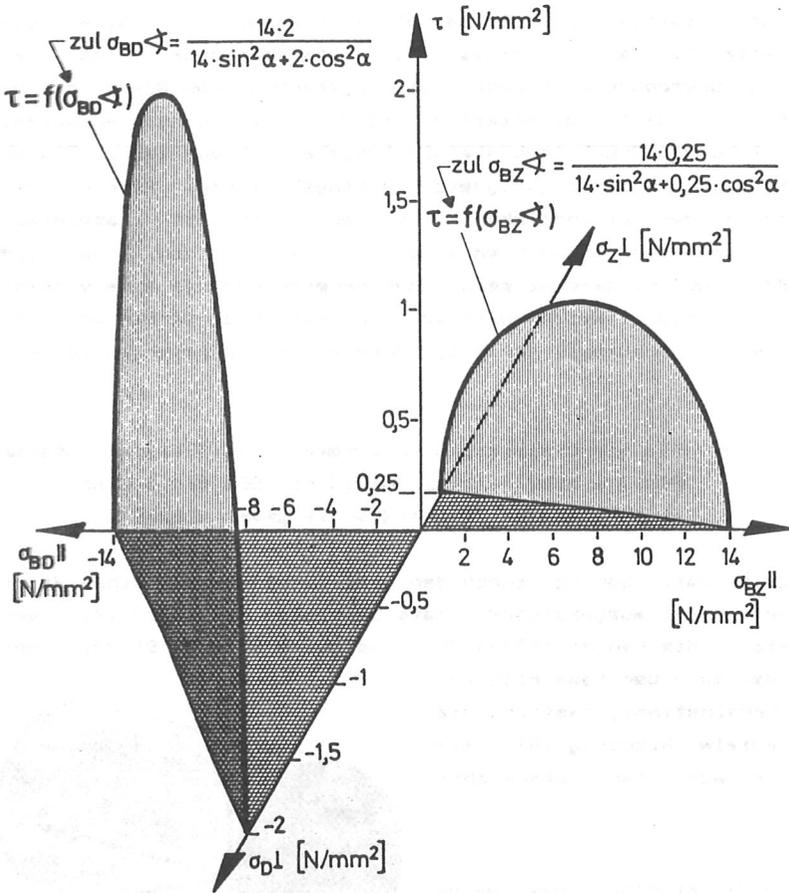


Bild 23: Zusammenwirken von Längs-, Schub- und Querspannungen nach der HANKINSON-Formel

werden. Somit erhält man auch hier nur zwei Interaktionskurven der eigentlichen Bruchfläche (s. Bild 23). Beziehungen zwischen der Längs- und Querspannung bei gleichzeitig $\tau=0$ lassen sich durch die beiden zuvor erwähnten Prüfkörpergeometrien und Beanspruchungen nicht realisieren.

Ein weiteres Problem, welches bei der geplanten Probe zu beachten war, wurde von BODIG <13> bei seinen Querdruckversuchen festgestellt. Es handelt sich dabei um die Schwierigkeiten bei der Kräfteinleitung in die Prüfkörper. Ist z.B. die Querdehnung im Lasteinleitungsbereich von Querdruckproben behindert, so entstehen hierdurch Zwängungsspannungen, welche den Bruch im Lasteinleitungsbereich auslösen. Dieser Effekt muß durch geeignete Übergangsbereiche, welche zwischen der eigentlichen "Prüfstrecke" und den Lasteinleitungspunkten anzuordnen sind, vermieden werden, oder die Probe muß so geformt sein, daß bereits geringe äußere Beanspruchungen, welche weit von den kritischen Werten entfernt liegen, innerhalb der Prüfkörper zu Bruchspannungen führen.

3.1 Makroskopischer Aufbau des Holzes und sein Einfluß auf die Prüfkörperform

Holz hat, bedingt durch den natürlichen Aufbau eines Stammes, drei ausgezeichnete Materialachsen (s. Bild 24): erstens die Längsrichtung (L), welche mit der Stammachsen- oder auch der Faserrichtung übereinstimmt, zweitens die radiale Richtung (R), welche auf der Stammachse

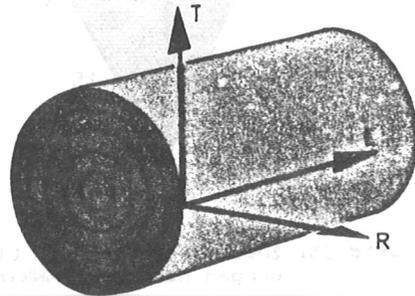


Bild 24: Koordinatensystem bezogen auf den natürlichen Aufbau des Holzes

senkrecht steht und drittens die tangentielle Richtung (T), welche auf den beiden zuvor genannten Richtungen senkrecht steht. Die Längsrichtung ist entsprechend der Anordnung der Tracheiden, welche bei Nadelholz bis zu 95% aller Zellen ausmachen, die tragfähigste Holzrichtung. In der radialen Richtung können Kräfte von den Tracheiden in Querrichtung und den Holzstrahlen in Längsrichtung übertragen werden. Bedingt durch den jahringartigen Aufbau wird der Abstand zweier benachbarter Holzstrahlen von der Stammaußenseite zum Mark verlaufend immer enger. Die tangentielle Richtung, in der die Kräfte nur durch Querbeanspruchung der Tracheiden weitergeleitet werden können, stellt eine gekrümmte Fläche dar. Somit besitzt Holz eine zylindrische Orthotropie, während die kartesische Orthotropie, die vielfach vereinfacht für Rechenmodelle angenommen wird, nur eine Näherung darstellt. Diese Näherungsannahme ist bei Proben, welche an Stellen entnommen sind, die von der Stammachse einen großen Abstand haben, durchaus verwendbar. Sie führt aber bei Proben, die in der Nähe der Markröhre entnommen wurden, hervorgerufen durch die dort vorhandene starke Krümmung der Jahrringe, zu Fehlern. Welchen Fehler die Annahme einer kartesischen gegenüber der zylindrischen Orthotropie zusammen mit weiteren versuchsmäßig bedingten Imperfektionen in sich birgt, zeigten Versuche von GOODMAN/BODIG <33> zur Bestimmung der elastischen Eigenschaften von Holz auf der Basis der Kristallphysik von VOIGT <107>. Geht man hier nämlich von einer kartesischen Orthotropie aus und nutzt man die sich daraus ergebenden Symmetrien in der Gleitzahlenmatrix aus, so müßten symmetrisch zur Matrixdiagonalen angeordnete Faktoren gleich sein. GOODMAN/BODIG stellten demgegenüber fest, daß diese Annahme bei der Bestimmung einiger Gleitzahlen unter den zuvor genannten Annahmen nicht haltbar ist. Vielmehr traten hierbei Unterschiede von bis zu 33% bei vergleichbaren Gleitzahlen auf.

Ein optimal gestalteter Prüfkörper müßte somit die vorhandene echte Orthotropie des Holzes berücksichtigen, was bedeutet, daß er eine kreiszylindrische Form haben muß, unter

der Voraussetzung, daß die Jahrringe konzentrisch zur Markröhre angeordnet sind und daß die Jahrringkrümmung nicht vernachlässigt werden kann. Zu leichten Abweichungen kommt es, wenn die Jahrringe nicht kreisrund sondern leicht elliptisch sind. Betrachtet man einen Zylinder hinsichtlich der Spannungsverteilung, z.B. unter Torsionsschubbeanspruchung, so stellt man jedoch eine stark veränderliche Spannungsverteilung von der Längsachse zur Zylinderoberfläche hin fest. Um diese Änderung der Spannungen gering zu halten, wobei gleichzeitig aber die Zylinderorthotropie des Holzes zu beachten ist, ergibt sich zwangsläufig ein röhrenförmiger Prüfkörper als optimale Prüfkörperform. Dabei sind die Spannungen innerhalb der Holzproben am gleichförmigsten, wenn die Wandstärke im Vergleich zum Röhrendurchmesser sehr klein ist. Dieses Verhältnis kann jedoch nicht beliebig verringert werden, da einerseits herstellungstechnische Schwierigkeiten bei zu geringer Wandstärke auftreten, andererseits aber auch ein Instabilwerden der Röhrenwand bei Längsdruck- oder Torsionsbelastung zu einem vorzeitigen Versagen führen könnte.

WHITNEY/PAGANO/PIPES <108> kamen bei der Ermittlung der mechanischen Eigenschaften faserbewehrter Kunststoffe zu dem gleichen Ergebnis. Sie stellten aber auch fest, daß die Röhrenform als Prüfkörper sehr leicht im Bereich der Lasteinleitung infolge Zwängungsspannungen beim Versuch zu Bruch gehen kann. Als Gegenmaßnahme empfiehlt es sich deshalb, die Lasteinleitungsbereiche an den Enden der Röhre zu verdicken. Da diese Verstärkungsmaßnahme aber keine Zwängungen auf den eigentlichen röhrenförmigen Prüfkörper ausüben soll, muß ein schonender Übergangsbereich zwischengeschaltet werden. Als Übergangsfunktion wurde für die Prüfkörper eine quadratische Parabel angenommen. Diese hat den Vorteil, daß sie mit einer echten Tangente in die eigentliche Prüfstrecke einläuft und somit an dieser Stelle keine Zwängungsspannungen hervorgerufen werden. An der Stelle, an der die Parabel auf den verdickten Lasteinleitungsbereich trifft, entsteht dabei zwar eine ausspringende Ecke, aber die durch diese Unstetigkeit und die sie umgebende Oberflächenform hervorgerufenen zu-

sätzliche Spannungen und Spannungsspitzen bleiben ungefährlich, da der Materialquerschnitt in diesen Bereichen erheblich größer ist als bei der eigentlichen Prüfröhre. Vorteilhaft an einer Übergangsfunktion, die nur in den Prüfbereich tangential einläuft, ist gegenüber einer Funktion, die sowohl in den Prüf- als auch in den verdickten Lasteinleitungsbereich tangential einläuft, bei gleichen Gradienten der Prüfkörperwände auch die geringere Länge des Übergangsbereiches. Somit können bei Verwendung der gewählten Funktion kurze Prüfkörper verwendet werden, was sowohl herstellungs- als auch prüftechnisch nicht zu unterschätzende Vorteile mit sich bringt. Die aufgrund dieser Überlegungen für die später beschriebenen Versuche gewählte Prüfkörperform ist in Bild 25 dargestellt.

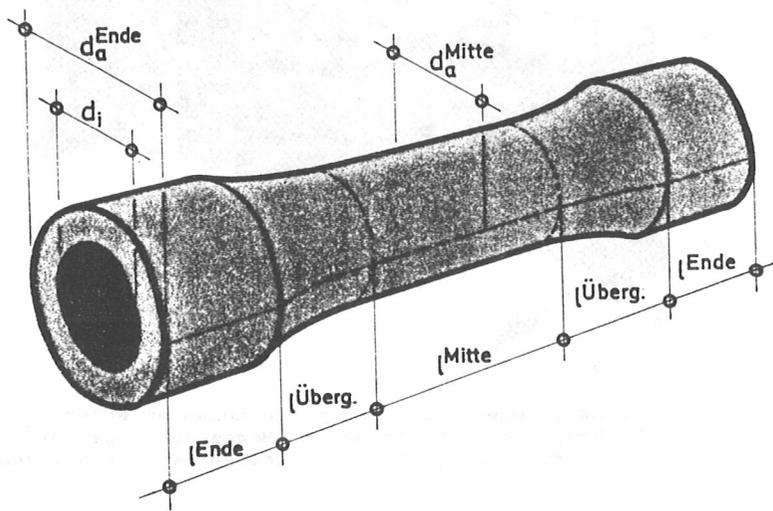


Bild 25: Für die Versuche gewählte Prüfkörperform

3.2 Betrachtetes zweidimensionales Spannungsproblem

Infolge der Herstellung der Prüfkörper konzentrisch zur Stammachse entsteht ein scheiben- oder auch schalenartiges

Tragsystem, bei welchem eine Dimension - hier die radiale Richtung - klein ist im Verhältnis zu den beiden übrigen Prüfkörperabmessungen. Auf einfache Art kann die vorgesehene Prüfkörperform belastet werden: durch Längszug bzw. -druck, durch Querzug in tangentialer Richtung, hervorgerufen durch Röhreninnendruck, durch Querdruck in tangentialer Richtung, ausgelöst durch Röhrenaußendruck und durch Schubspannungen in den LR- und RT-Flächen infolge Torsionsbelastung. Somit können alle Spannungszustände, vergleichbar einem Biegeträger mit stehenden Jahrringen (s. Bild 26), in der Holzprobe hervorgerufen werden. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich

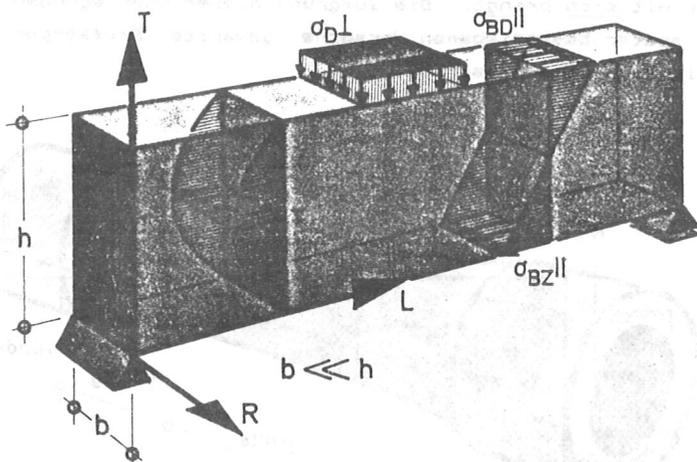


Bild 26: Längs-, Quer- und Schubspannungen an einem Biegebalken, welcher in seinen Beanspruchungen mit dem gewählten röhrenförmigen Prüfkörper vergleichbar ist

auf dieses Beanspruchungsbild. Weitere Beanspruchungen, wie z.B. Schub in der LT-Fläche oder auch Querspannungen senkrecht dazu, müssen durch weitere Forschungsarbeiten, wobei der Herstellung eines entsprechend aufgebauten röhrenförmigen Prüfkörpers besondere Bedeutung zukommt, untersucht werden. Die hier gewählte Prüfkörperform und Beanspruchungsart hatten den Vorteil, daß sowohl die Prüfkörper auf einfache Weise durch Ausbohren und Runddrehen hergestellt werden

konnten, als auch, daß die Belastung ohne Spannungskonzentrationen in die Proben einleitbar war.

Ein zusätzlicher Vorteil der gewählten Prüfkörperform liegt in der Tatsache begründet, daß an einem Prüfkörper Längs-, Quer- und Schubspannungen in beliebiger Kombination aufgebracht werden können. Hierbei sind die Spannungsverläufe nahezu gleichförmig und es wird bei gleichen Probenabmessungen jeweils das gleiche Volumen beansprucht.

3.2.1 Rechnerische Ermittlung der Längsspannung

Um einerseits möglichst gleichmäßige Spannungsverteilungen im Prüfkörperquerschnitt zu erhalten, andererseits aber auch die Herstellung durch einen Bohr- und Drehvorgang zu ermöglichen, wurde eine nominelle Wandstärke von 5 mm gewählt. Bedingt durch maschinelle Beschränkungen schien ein Röhreninnendurchmesser von 70 mm gerade noch herstellbar. Somit ergab sich praktisch ein Röhrenaußendurchmesser von 80 mm. Im Bereich der ebenfalls runden Lasteinleitungen sollte der Außendurchmesser 100 mm betragen. Die Endverdickungen der Röhren wurden in runder Form gewählt, um möglichst gleichmäßig die Längs- und Schubbeanspru-

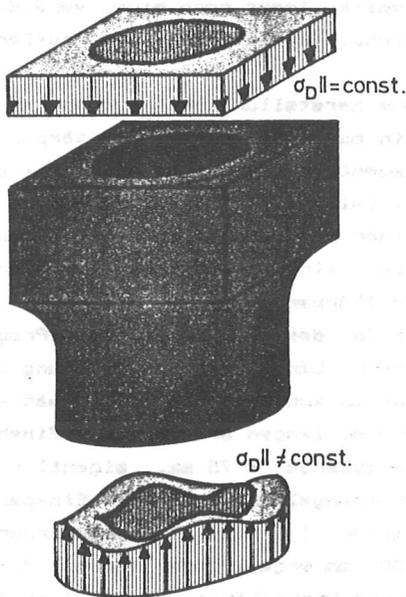


Bild 27: Spannungsverteilung im Röhrenbereich bei gleichförmiger Druckspannungseinleitung über einen quadratischen Lasteinleitungsbereich

chungen in die eigentliche "Prüfstrecke" einzuleiten. Wären die Lasteinleitungen quadratisch belassen worden, wie dieses z.B. bei den Untersuchungen von NIELSEN/RATHKJEN/PILEGARD-HANSEN oder auch von KEENAN zur einfacheren Einleitung der Torsionsbelastung geschah, so ließen sich bei näherungsweise konstanter Druckkräfteinleitung ungleichmäßige Spannungsbeanspruchungen im eigentlichen Röhrenbereich stellenweise nicht vermeiden. Zwar werden die in Bild 27 über die einbeschriebene Kreisfläche hinausgehenden, druckbeanspruchten Flächenteile eines quadratischen Lasteinleitungsbereiches nicht die gleichen Druckkräfte aufnehmen wie ein flächengleicher Abschnitt innerhalb des einbeschriebenen Kreises, allein schon durch den "weichen" Anschluß über Schub an die Hauptröhre, aber auch diese "ungleichmäßige" Lasteinleitung bewirkt immer noch einen veränderlichen Spannungsverlauf innerhalb der eigentlichen Prüflänge.

Aus herstellungstechnischen und versuchsmäßigen Gründen wäre ein möglichst kurzer Prüfkörper wünschenswert gewesen. Demgegenüber hätte eine möglichst gleichförmige Längsspannungsverteilung im konstant dicken mittleren Prüfkörperbereich einen möglichst langen Prüfkörper erforderlich gemacht. Um hier einen vertretbaren Kompromiß zu finden, wurden drei Prüfkörperformen von 333,3 mm, 500 mm und 750 mm Länge mit Hilfe des finite-Elemente-Programms NASTRAN <65><77><81> unter Längsdruckbeanspruchung überprüft. Dabei wurden alle Radien konstant gehalten, während die Längenabmessungen der 500 mm langen Grundprobe - Einspannkopflänge = 75 mm, Übergangslänge = 75 mm, eigentliche Prüfkörperlänge = 200 mm, Übergangslänge = 75 mm, Einspannkopflänge = 75 mm - mit dem Faktor 1,5 multipliziert wurden, was eine Gesamtlänge von 750 mm ergab, oder durch 1,5 dividiert wurden, was dann einer Probenlänge von 333,3 mm entsprach. Die Wanddicke der Röhre wurde in drei gleichdicke Schichten unterteilt. Zur FE-Berechnung wurde das in NASTRAN definierte trapezförmige Ringelement als Grundelement verwendet. Das FE-Netz für den 500 mm langen Prüfkörper ist in Bild 28 dargestellt. Die in Elementmitte wirkenden faserparallelen Spannungen der innen-

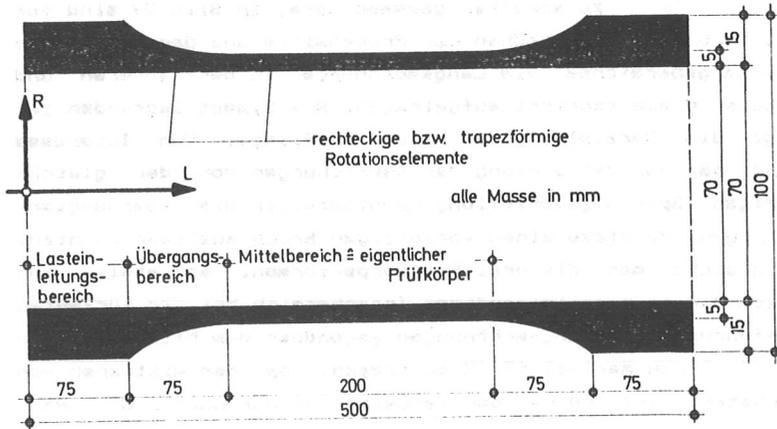


Bild 28: FE-Einteilung des 500 mm langen Grundprüfkörpers

und außenliegenden Elemente ergeben ein gutes Bild über die Gleichmäßigkeit der Spannungsverteilungen, sowohl in ihrer Verteilung über den Querschnitt als auch hinsichtlich der Verteilung über die Prüfkörperlänge, bei reiner Längsdruckbelastung.

Für das FE-Programm wurden die nachfolgend aufgeführten Materialkennwerte angenommen, welche Minimalwerte darstellen, die im Zuge mehrerer Forschungsprogramme, durchgeführt an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe, an Prüfkörpern in Bauteilgröße ermittelt wurden:

$$E_{II}=10000 \text{ N/mm}^2; E_{T,L}=E_{R,L}=200 \text{ N/mm}^2;$$

$$\mu_{LT}=0,02; \mu_{TL}=0,6; \mu_{RL}=0,3; G_{LT}=G_{LR}=500 \text{ N/mm}^2; G_{TR}=50 \text{ N/mm}^2.$$

Als Belastung wurden an einem Prüfkörperende in den Knotenkreisen wirkende Ringlasten angenommen, wobei die Lastverteilung so vorgenommen wurde, daß alle Ringe die gleichen flächigen Kontaktpressungen erhielten. Die Gesamtlast wurde dabei so gewählt, daß im parallelrandigen Mittelbereich der

Holzproben bei konstanter Druckspannungsverteilung der Wert $F/A=10 \text{ N/mm}^2$ zu erwarten gewesen wäre. In Bild 29 sind für den Innenbereich zwischen der Probenmitte und dem Beginn des Übergangsbereiches die Längsspannungen in der äußeren und inneren Elementschicht aufgetragen. Aus Symmetriegründen genügt die Darstellung der halben Prüflänge. Von Interesse sind bei der Betrachtung der Abweichungen von der gleichmäßigen Spannungsverteilung hauptsächlich die Spannungserhöhungen, da diese einen vorzeitigen Bruch auslösen könnten. Vergleicht man die drei Prüfkörperformen, so stellt man fest, daß im parallelrandigen Innenbereich bei der kürzesten Ausführung Spannungserhöhungen gegenüber dem Mittelwert von 10 N/mm^2 von maximal 17,0% auftreten, bei der mittleren von höchstens 5,4% und bei der längsten von nur noch 2,8% . Wäh-

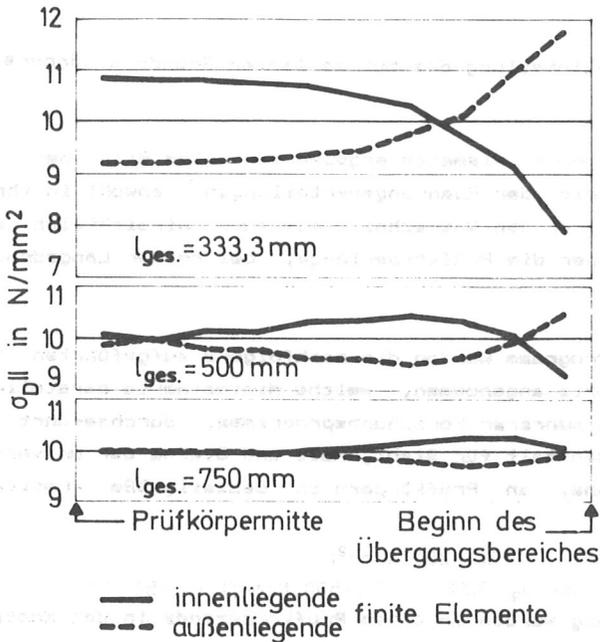


Bild 29: Längsspannungen im Prüfkörpermittelbereich bei den drei verschieden langen Proben

rend bei den beiden ersten Formen die Höchstwerte direkt am Beginn des Übergangsbereiches auftreten - im Übergangsbereich selbst fallen dann die Längsspannungen rasch ab-, ist der Maximalwert bei der langen Prüfkörperform von dieser Stelle aus gesehen etwas in Richtung gegen die Prüfkörpermitte hin verschoben. Während also die Verlängerung der Probenform von 333,3 mm um 166,7 mm auf 500 mm eine Reduzierung der Abweichungen um 11,6% bewirkt, verringert sich die Abweichung bei einer weiteren Verlängerung um 250 mm nur noch um 2,6% .

Somit erschien es gerechtfertigt, eine Gesamtprüfkörperlänge von 500 mm zu wählen, da hier einerseits die Längsspannungen noch keinen allzugroßen Schwankungen im Probenmittelbereich unterworfen sind, andererseits die Herstellung der Prüfkörper noch mit vertretbarem Aufwand verbunden war. Die Spannungsermittlung konnte bei der gewählten Prüfkörperform noch näherungsweise für Längsbeanspruchungen mit $\sigma_{z,D}^{II} = F_{z,D} / A$ vorgenommen werden, da die Abweichungen hiervon, entsprechend der FE-Berechnung, nicht allzugroß waren.

In den Übergangsbereichen und den parallelrandigen Außenbereichen ergab sich für die Längsspannungen ein rascher Abfall, bedingt durch die Zunahme der Materialdicke. Schub- und Querspannungen, hervorgerufen durch die Querschnittsänderung im Übergangsbereich, lagen, selbst unter der Annahme, daß die Längsspannung im Bruchzustand etwa den sechsfachen Wert der Beanspruchung, welche der obigen Berechnung zugrunde gelegt wurde, erreicht, noch deutlich unter den kritischen Werten. Ein frühzeitig ausgelöster Bruch außerhalb der eigentlichen Prüfstrecke, infolge Interaktion, war somit nicht zu erwarten, was auch durch die Versuche bestätigt wurde.

3.2.2 Rechnerische Ermittlung der Querbeanspruchungen

Bei einem röhrenförmigen Prüfkörper aus Holz, bei dem die Prüfkörperlängsachse und die Anisotropielängsachse des Materials zusammenfallen, können Querzug- oder Querdruckspannungen in tangentialer Richtung recht einfach durch das Aufbringen von Innen- bzw. Außendruck erzeugt werden, ohne daß dadurch Lasteinleitungsprobleme entstehen. Der Mittelwert der so entstandenen Tangentialquerbeanspruchung errechnet sich für den Innendruck p_i zu

$$\sigma_{2l} = \frac{p_i \cdot d_i}{d_a - d_i} \quad (29)$$

und für den Außendruck p_a zu

$$\sigma_{0l} = \frac{p_a \cdot d_a}{d_a - d_i} \quad (30)$$

Mit $d_a = 80 \text{ mm} = \text{Röhrenaußendurchmesser}$ und $d_i = 70 \text{ mm} = \text{Röhreninnendurchmesser}$ ergeben sich $\sigma_{2l} = 7p_i$ und $\sigma_{0l} = 8p_a$. Im Prinzip liegt aber bereits bei dieser Belastung eine Spannungskombination vor. Da die Spannungen in radialer Richtung aber nur 14,3% bzw. 12,5% der Spannungen in tangentialer Richtung betragen und da zudem die radiale Richtung, bedingt durch den mikroskopischen Aufbau des Holzes, tragfähiger ist, können die Radialspannungen näherungsweise vernachlässigt werden. Ein weiterer Grund, der dieses Vorgehen rechtfertigt, liegt in der Tatsache begründet, daß die Spannungen in radialer Richtung eigentlich nur in derjenigen Oberflächenschicht voll wirksam sind, in welcher die Innen- bzw. Außendruckspannungen aufgebracht werden. Bis zur gegenüberliegenden Röhrenfläche bauen sich diese Radialdrücke dann zu Null ab.

Eine gleichförmige in tangentialer Richtung wirkende Querspannung wäre gegeben, wenn die Wandstärke sehr klein wäre im Verhältnis zum Durchmesser des Hohlzylinders. Ob und inwieweit die obige Annahme gerechtfertigt ist, soll eine genauere Überprüfung ergeben. Für eine grobe Abschätzung des Tangentialspannungsverlaufes kann angenommen werden, daß

Holz senkrecht zur Faserrichtung quasiisotrop sei. Somit ergeben sich nach <10> für die tangentiale Querzugspannung der Wert

$$\sigma_{z\perp} = \frac{(r_a/r)^2 + 1}{(r_a/r_i)^2 - 1} * p_i \quad (31)$$

und für die tangentiale Querdruckspannung

$$\sigma_{D\perp} = \frac{(r_a/r_i)^2 + (r_a/r)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1} * p_a \quad (32)$$

Berücksichtigt man die zylindrische Anisotropie, so kann man die tangential wirkenden Spannungen nach LEKHNITSKIJ <59> berechnen, wobei allerdings ein vollkommen elastisches Stoffgesetz bis zum Bruch angenommen werden muß. Zur Beschreibung der Anisotropie werden für den zu überprüfenden Fall die Dehnungszahlen a_{11} , a_{22} , a_{33} , a_{13} und a_{23} benötigt. Nach <25> können für die beiden am meisten in Mitteleuropa verwendeten Nadelholzarten Fichte und Tanne die Gleitzahlen festgesetzt werden. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß die Bezeichnungen nach <59> und <25> verschieden sind. In Tabelle 1 sind die erforderlichen Gleitzahlen aufgelistet.

	Gleitzahlen				
Bez.n. <59>	a_{11}	a_{22}	a_{33}	a_{13}	a_{23}
Bez.n. <25>	s_{33}	s_{11}	s_{22}	s_{23}	s_{12}
Zahlenwert [mm ² /N]	0,00125	0,00222	0,0001	-0,000027	-0,000033

Tabelle 1: Gleitzahlen für Fichte und Tanne

Mit Hilfe dieser Werte können dann nach <59> die Anisotropieparameter

$$\beta_{11} = a_{11} - a_{13}^2 / a_{33} = 0,001.243 \quad (33)$$

$$\beta_{22} = a_{22} - a_{23}^2 / a_{33} = 0,002.211 \quad (34)$$

und hieraus wiederum die Anisotropiekonstante

$$k = \sqrt{\beta_{11} / \beta_{22}} \cong 0,75 \quad (35)$$

berechnet werden. Somit ergibt sich dann die in tangentialer

Richtung wirkende Querkzugspannung infolge Röhreninnendruck zu

$$\sigma_{z\perp} = \frac{p_i * K}{r_a^{2k} - r_i^{2k}} * (r_i^{k+1} * r^{k-1} + r_a^{k-1} * r_i^{k+1} * r_a^{k+1} * r^{-k-1}) \quad (36)$$

und die Querkdruckspannung, hervorgerufen durch einen Röhrenaußendruck, zu

$$\sigma_{D\perp} = \frac{p_a * K}{r_a^{2k} - r_i^{2k}} * (r_a^{k+1} * r^{k-1} + r_i^{k-1} * r_a^{k+1} * r_a^{k+1} * r^{-k-1}) \quad (37)$$

Eine Gegenüberstellung der nach den Gleichungen (31) und (32) ermittelten Spannungen mit denjenigen, welche nach den Gleichungen (36) und (37) errechnet wurden, ist in Tabelle 2 gegeben. Wie daraus ersichtlich ist, sind die Ergebnisse für

Radius [mm]	$\frac{\sigma_{z\perp} < G1 (31) >}{\sigma_{z\perp} < G1 (29) >}$	$\frac{\sigma_{z\perp} < G1 (36) >}{\sigma_{z\perp} < G1 (29) >}$	$\frac{\sigma_{D\perp} < G1 (32) >}{\sigma_{D\perp} < G1 (30) >}$	$\frac{\sigma_{D\perp} < G1 (37) >}{\sigma_{D\perp} < G1 (30) >}$
35	1,076	1,073	1,067	1,068
36	1,043	1,042	1,037	1,039
37	1,012	1,012	1,011	1,011
38	0,984	0,984	0,986	0,986
39	0,958	0,959	0,963	0,962
40	0,933	0,935	0,942	0,939

Tabelle 2: Vergleich der Ringspannungen bei Innen- und Außendruck, errechnet nach der isotropen und anisotropen Berechnungsweise (Röhreninnendurchmesser = 70 mm, Röhrenaußendurchmesser = 80 mm, Gleitzahlen nach Tabelle 1)

den vorliegenden Fall praktisch gleich. Da die Abweichungen der genaueren Rechnung gegenüber der Annahme konstanter Spannungen maximal +7,6% bzw. -6,7% betragen, kann für die Auswertung der tangentialen Querspannung bei den Versuchen von einer nahezu gleichmäßigen Spannungsverteilung ausgegangen werden, d.h. die Gleichungen (29) und (30) sind anwendbar.

Mit der gewählten Probenform löst sich ein weiteres Problem, welches im Holzbau oft zu schwierigen und nicht eindeutigen Interpretationen führt: die Definition der Querkdruckfestigkeit. Wie Bild 30 zeigt, hat die meistens in der Literatur und auch in Normen veröffentlichte Abhängigkeit der Quer-

druckspannung von der Stauchung, welche an Würfel- oder auch an prismatischen Proben ermittelt wird, kein definiertes absolutes Maximum, sondern die Kurve steigt mit unterschiedlicher Neigung stetig an. Dieser Kurvenverlauf trifft auf viele Holzarten bei tangentialer Querdruckbeanspruchung zu. Bei anderen Holzarten dagegen hat der Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei Druck senkrecht zur Faserrichtung das in Bild 31 dargestellte Aussehen. BODIG zeigte in <12> für Douglas-fir, daß bei genügend exakter Prüfkörperherstellung und langsamer Laststeigerung für diese Nadelholzart immer ein echtes Maximum, sowohl bei Druckbeanspruchung in tangentialer als auch in radialer Richtung, zu erwarten ist. Den sägezahnartigen

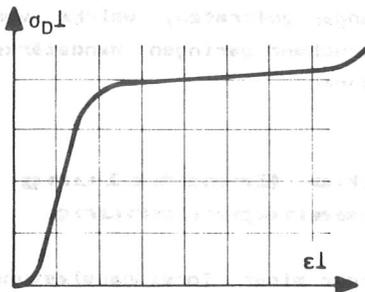


Bild 30: Allgemein angenommener Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie bei Holz unter Querdruck

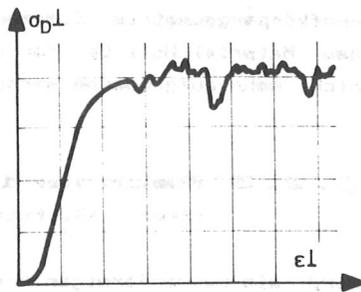


Bild 31: Spannungs-Dehnungs-Linie bei Querdruck nach <12>

Verlauf erklärt er z.B. für radialen Querdruck mit dem nacheinander auftretenden Versagen verschiedener Frühholzschichten. Dieser sägezahnartige Verlauf mit genau definiertem ersten Maximum muß nun aber nicht bei allen Holzarten, vor allem bei tangentialer Beanspruchung, auftreten.

Hat ein Prüfkörper jedoch die Form einer relativ dünnwandigen Röhre, so entsteht nach dem Erreichen der Querdruckfestigkeit in der schwächsten LR-Schicht ein statisches System, welches einer Zylinderschale mit Längsriß gleicht. Der radiale Außendruck, welcher bei intakter Röhre hauptsächlich Membranspannungen hervorruft, muß nun über Biegung

von der entstandenen offenen Schalenfläche abgetragen werden, was zur Folge hat, daß das Restsystem durch Zugspannungen quer zur Faserrichtung zerstört wird. Somit ist eine weitere stetige Laststeigerung ohne definiertem Maximum oder ein weiteres Zusammendrücken mit wiederholter Laststeigerung, wie es z.B. nach dem Erreichen einer ersten Querverfestigungsstufe bei einer Würfelprobe auftreten kann, bei der gewählten Prüfkörperform nicht möglich. Der Querdruckversuch wird hier zwar durch einen Biegebruch abrupt beendet, was allerdings erst direkt nach dem Erreichen der tangentialen Druckfestigkeit durch die Membrandruckspannung geschehen kann, da erst nach der plötzlichen Änderung der Prüfkörpergeometrie Biegespannungen auftreten, welche von dem Material Holz bei der entsprechend geringen Wandstärke nicht mehr aufgenommen werden können.

3.2.3 Rechnerische Ermittlung der Schubbeanspruchung

Wird ein röhrenförmiger Prüfkörper einer Torsionsbelastung M_T unterworfen und liegen zylindrische Anisotropieverhältnisse vor, so ergibt sich die Schubspannung genau wie für isotropes Material zu

$$\tau_{LT} = \frac{M_T}{I_T} * r \quad , \quad (38)$$

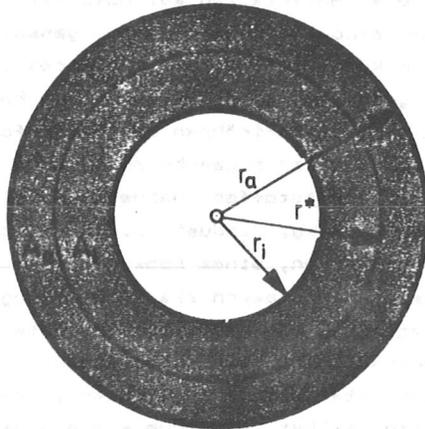
wobei $I_T = \frac{\pi}{2}(r_a^4 - r_i^4)$ das Torsionsträgheitsmoment und r den Abstand des betrachteten Punktes von der Röhrenachse darstellen. Da in Gleichung (38) der Wert r bei der gewählten Probenform nur von 35 mm bis 40 mm variiert, unterscheiden sich die Extremwerte $\tau_{\text{außen}}$ und τ_{innen} nur geringfügig. Deshalb wird für die Versuchsauswertung näherungsweise mit einer mittleren Schubspannung gerechnet.

Geht man davon aus, daß τ_{LT} über den ganzen Querschnitt konstant sein soll, dann muß die Schubspannung in der Form

$$\tau_{LT} = \frac{M_T}{r * * A} \quad (39)$$

errechnet werden. Hierin bedeuten $A = \pi(r_a^2 - r_i^2)$ die Fläche des Kreisringquerschnitts und r^* den Abstand der Schwerlinie des Kreisringquerschnitts zur Prüfkörperachse (s. Bild 32).

Wählt man τ_{LT} nach Gleichung (39) zu "1", dann erhält man unter Beachtung der Prüfkörperabmessungen das entsprechende Torsionsmoment M_T . Hieraus lassen sich dann die Schubspannungen nach Gleichung (38) errechnen. Für die gewählte Holzprobe erhält man so am Innenrand eine Spannungsabminderung gegenüber dem "Mittelwert" von 6,9% und am Röhrenaußenrand eine Erhöhung um 6,4%. Somit erscheint die Annahme einer nahezu konstanten Schubspannung und deshalb die Verwendung von Gleichung (39) zur Berechnung von τ_{LT} als berechtigt.



$$A_G = A_I = A/2$$

Bild 32: Definition der Halbachse r^*

3.2.4 Absicherung gegen Instabilwerden der Röhrenwand

Im Falle von Längsdruck- oder Torsionsbelastung besteht bei dünnwandigen Röhrenquerschnitten die Gefahr, daß die Zylinderwand vor dem Erreichen z.B. der Quetschgrenze beim Längsdruckversuch instabil wird und somit ein vorzeitiges Versagen eintritt. Für den Fall des Schubbeulens wiesen MARLOWE/SUSHINSKY/DEXTER <63> für faserverstärkte Kunststoffe bei ähnlichen Anisotropieverhältnissen wie bei Nadelholz durch umfangreiche Berechnungen nach, daß bei Torsionsröhren mit Verhältnissen Röhrendurchmesser/Wandstärke = 150

bzw. 300 mit elastischem Beulen zu rechnen ist. Bei der für die Versuche gewählten Holzprobe beträgt dieses Verhältnis jedoch nur $75/5 = 15$. Inwieweit die Beultheorien für anisotrope Materialien auf Holzzylinderschalen überhaupt anwendbar sind, kann nicht genau gesagt werden. Bei faserverstärkten Kunststoffen <63> wurde festgestellt, daß die Versuchsergebnisse etwa 15% unter den Rechenwerten lagen, was bei den Kunststoffröhren der Reihenfolge des Einbaues der Laminatschichten zugeschrieben wurde. Bei diesen faserverstärkten Kunststoffen handelte es sich nun aber um ein sehr gleichmäßig, industriell hergestelltes Produkt, welches aus zwei Phasen, einem Epoxydharz als Matrix und Glas-, Graphit- bzw. Boronfasern als Verstärkungsmaterial bestand. Holz dagegen ist ein natürlich gewachsenes Material mit inhomogenem Aufbau, welches zudem eigentlich aus drei Phasen besteht: der interzellularen Substanz, der Zellwandung, die eigentlich selbst wiederum ein eigenständiges anisotropes Material infolge ihrer Schichtung darstellt und schließlich dem Zellhohlraum. Daß dieser komplizierte Aufbau Abweichungen von dem normalen orthotropen Materialmodell bringen muß ist eigentlich zu erwarten und wurde zumindest teilweise durch die Arbeit von GOODMAN/BODDIG <33> bestätigt. Wie hieraus ersichtlich ist, kann eine rein theoretische Aussage über die Art des Bruches - entweder Quetschfaltenbildung oder Instabilwerden der Zylinderwand infolge Längsdruck - für den gewählten Prüfkörper keine genaue Vorhersage bezüglich dem Auftreten oder Nichtauftreten von Stabilitätsproblemen geben. Da zudem die eigentlich zu prüfende Röhre in einen Übergangsbereich und dieser wiederum in den Lasteinleitungsbereich übergeht, sind die Randbedingungen für die mathematische Formulierung eines Beulproblems recht kompliziert und zudem stark von den getroffenen Annahmen anhängig.

Aus den oben angeführten Gründen wurde zur Klärung dieser Frage auf einen Vorversuch zurückgegriffen, bei dem ein röhrenförmiger Prüfkörper, mit den gleichen Abmessungen wie bei den für die eigentlichen Untersuchungen bestimmten Holzproben, einer reinen Paralleldruckbelastung unterworfen

wurde. Dem Kantholz, aus welchem dieser Prüfkörper hergestellt wurde, wurden in direktem Anschluß an den Prüfkörperabschnitt noch vier Längsdruckproben 4 cm * 4 cm * 8 cm entnommen. Die genauen Probenabmessungen sowie die Bruchlasten und die sich daraus ergebenden Längsdruckfestigkeiten können Tabelle 3 entnommen werden. Hieraus ist ersichtlich, daß

Pr.-Nr.	Form	Kantenl. a oder Außenr. r_a [mm]	Kantenl. b oder Innenr. r_i [mm]	Bruchlast [kN]	β_{DII} [N/mm ²]
1	Quader	38,9	39,2	56,8	37,25
2		39,6	39,6	49,0	31,25
3		39,5	39,6	45,7	29,22
4		38,2	39,7	44,1	29,08
Mittelwert					31,70
5	Röhre	41,5	35,8	46,4	33,52

Tabelle 3: Vergleich der Druckfestigkeit von vier Normdruckproben mit der eines röhrenförmigen Prüfkörpers

kein Instabilwerden der Röhrenwand aufgetreten sein kann. Dieses war bei den Vorversuchen auch deutlich durch die Bildung von Quetschfalten bei beiden Prüfkörperformen zu erkennen.

Berücksichtigt man noch den sogenannten Volumeneffekt - dabei wird nur der parallelrandige Röhrenmittelpbereich in Ansatz gebracht -, dann wäre für den röhrenförmigen Prüfkörper ein geringerer Wert für die Längsdruckfestigkeit als bei den quaderförmigen Proben zu erwarten gewesen. Da allerdings nur ein Röhrendruckversuch gefahren wurde, darf der hier erhaltene Wert gegenüber dem Mittelwert der Normproben nicht überbewertet werden.

Nach diesem Vorversuch wurde davon ausgegangen, daß bei Längsdruck- und entsprechend bei Torsionsbelastung nicht mit einem Stabilitätsproblem bei der vorgegebenen Prüfkörperform zu rechnen sei. Tatsächlich konnte bei den späteren Versu-

chen auch kein Instabilwerden der Zylinderwand als Primärbruch festgestellt werden.

4. Festlegung der für die Prüfkörper verwendeten Holzart

Da im Ingenieurholzbau in Nord- und Mitteleuropa sowohl für Voll- als auch für Brettschichtholz hauptsächlich Tanne, Fichte, Douglasie und Kiefer verwendet werden, sollte für die geplanten Grundlagenversuche eine der vier genannten

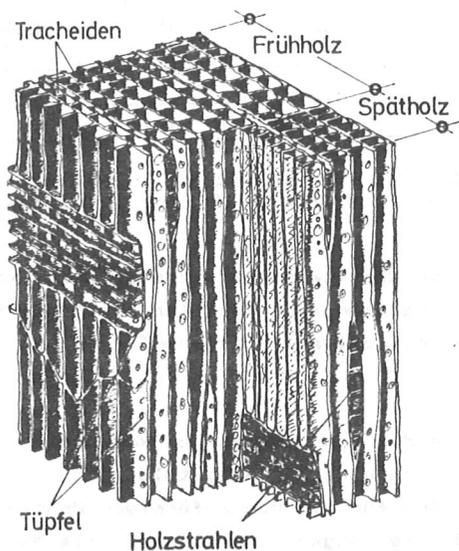


Bild 33: Mikroskopischer Aufbau des Holzes der Weißtanne

Holzarten verwendet werden. Das Material sollte bei diesen ersten Versuchsreihen so fehlerfrei und homogen als irgendwie möglich sein. Deshalb wurde Holz der Weißtanne (*Abies alba*) für die Prüfkörper gewählt. Im Gegensatz zu den drei zuletzt genannten Holzarten besitzt Tanne nämlich keine natürlichen Harzkanäle <36>, welche bei der geringen Wandstärke der Prüfkörper äußerst störend

wirken könnten. Treten bei Tannenholz trotzdem Harzansammlungen auf, so sind diese durch Verletzung des stehenden Stammes entstanden. Somit ist bei der gewählten Holzart die Wahrscheinlichkeit, daß eine nur 5 mm dicke Prüfkörperwan-

dung bereits durch Harztaschen geschwächt ist, sehr gering. Bei keinem der Prüfkörper konnten auch während der Herstellung oder Prüfung Harzeinschlüsse festgestellt werden, was zeigt, daß die Wahl dieser Holzart unter den gestellten Anforderungen richtig war.

Den mikroskopischen Aufbau einer kleinen Probe aus Tannenh Holz zeigt Bild 33. Man sieht dabei, daß das Holz der Weißtanne sehr gleichmäßig aufgebaut ist. Es besteht eigentlich nur aus zwei Komponenten: längsverlaufende Tracheiden und radialverlaufende Holzstrahlen, welche nur einreihig vorkommen und ausschließlich aus Parenchymzellen aufgebaut sind.

5. Konstruktion einer Prüfvorrichtung

Bei den beabsichtigten Versuchen mußte eine Prüfvorrichtung entwickelt werden, welche sowohl Längszug als auch -druck, Querkzug und -druck und letztlich auch Schub sicher in die Prüfkörper einleiten kann. Weiterhin mußten beliebige Kombinationen von zwei und drei Spannungskomponenten steuerbar sein. Da die Prüfvorrichtung optimal auf den Prüfkörper abgestimmt sein sollte, wurde eine von Grund auf neue Prüfmaschine konstruiert und gebaut. Bild 34 zeigt den schematischen Aufbau der Prüfvorrichtung.

An den Unterbau aus zwei C-Profilen wurde an beiden Stabenden jeweils ein Widerlagerbock befestigt. Während der Linke das feste Auflager darstellte, an welchem später die Prüfkörperlagervorrichtung festgeschraubt wurde, wurde in den Rechten ein Prüfkolben mit maximal 540 kN Druckkraft bzw. 275 kN Zugkraft eingebaut. Dieser gab seine Kraft über ein Zwischenstück, an welchem eine DMB-Brücke zur genauen Normalkraftbestimmung aufgeklebt war, an ein aus Kugellagern gebautes, zug- und druckübertragendes Torsionsgelenk ab. Von hier aus wurden die Normalkräfte über einen Zwischenstab, der in zwei auf Lagerböcke montierten Kugellagern geführt

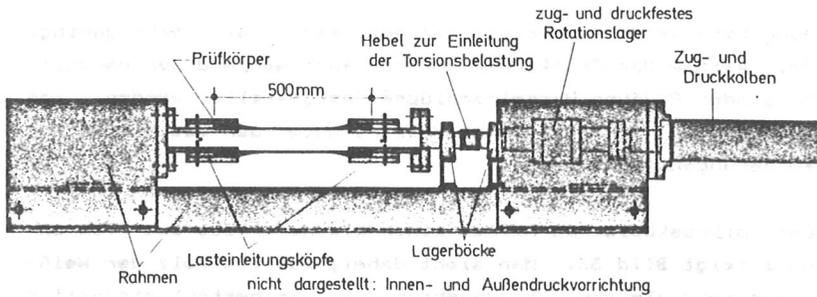


Bild 34: Schematischer Aufbau der Prüfvorrichtung für Längs- und Schubbelastung

wurde, zu dem sowohl in Längsrichtung verschiebbaren als auch um die Stabachse verdrehbaren beweglichen Prüfkörperauflager weitergeleitet. An dem Zwischenstück war ein vollkommen austarierbarer Hebel montiert, an dessen Ende die Torsionsbelastung eingeleitet werden konnte. Der Einbau der Kugellager wurde vorgenommen, um Reibungseinflüsse auf ein Minimum zu reduzieren. Als Beispiel für die Güte der reibungsreduzierten Lagerung sei die Torsionsrestreibung angeführt, welche in einem Versuch ermittelt wurde: War der Hebel zur Einleitung des Torsionsmomentes vollkommen austariert und wirkten gleichzeitig keine Normalkräfte, so war eine Kraft von 0,15 N ausreichend - beim Torsionsbruch wurden Kräfte von etwa 260 N bis 360 N benötigt -, um das bewegliche Auflager in Rotation zu versetzen.

Das Torsionsmoment wurde mittels Stahlschrot, welches in einen Behälter, der am Ende des Torsionshebels mit einem Stahlseil befestigt war, gefüllt wurde, in die Prüfkonstruktion eingeleitet. Um den Hebelarm von 1,000 m auch bei einer Neigung des Torsionshebels konstant zu halten, lief das Seil über ein Kreissegment, welches am Hebelende angebracht war. Mit dieser Grundvorrichtung konnten somit Längs- und Schubspannungen in den Prüfkörpern hervorgerufen werden.

Zur Erzeugung von Querkzugspannungen in Umfangsrichtung der Prüfkörper wurde ein Innendruckkolben konstruiert, welcher,

wie Bild 35 zeigt, aus einem Rohr bestand, über welches ein dünner Gummischlauch gezogen war, der an seinen Enden mittels konisch verlaufender Ringe abgedichtet war. Zum Auf-



Bild 35: Innendruckkolben zur Erzeugung des Querzugs

bau des Röhreninnendrucks wurde Stickstoff verwendet, welcher über eine Verlängerungsstange in das Innere des an beiden Enden zugeschweißten Stahlrohres geleitet wurde. Durch ein Loch in der Rohrwand gelangte das Gas in den Hohlraum zwischen dem Stahlrohr und dem Gummischlauch. Dieser Schlauch war in seinem Durchmesser so gewählt, daß bei ganz geringem Gasdruck, welcher praktisch nicht meßbar war, der Gummi bereits an der Innenwandung der Prüfkörper anlag. Um den Innendruckkolben in das Innere der Prüfkörper hineinzuschieben wurde Magnesia als Gleitmittel verwendet, weil das Schlauchpaket im nicht aufgeblasenen Zustand im Durchmesser etwa so groß wie die Einbauöffnung am festen Widerlager war.

Zum Aufbringen des Außendrucks, welcher zur Erzeugung der tangentialen Querdruckspannungen in den Prüfkörpern benötigt wurde, wurde eine Außendruckvorrichtung gebaut, welche hauptsächlich aus vier Teilen bestand: dem Außenrohr, dem druckerzeugenden Gummischlauch, den Umfassungsschellen und einem geflochtenen Glasfaservlies. Das Außenrohr bestand aus zwei gleichgroßen Rohrhälften, welche an einer Längsseite über Scharniere miteinander gekoppelt waren. Dieses Rohr war in seinem Innendurchmesser so gewählt worden, daß es genau über die Lasteinleitungsköpfe paßte. Damit der Schlauch im Bereich der Lasteinleitungen nicht beschädigt werden konnte, besaß das Außenrohr in seinen Endbereichen je einen eingeleimten Schaumstoffkeil. An einer Schalenhälfte war ein kleines Loch gebohrt, durch welches das Schlauchventil geführt und wo es auch befestigt werden konnte. Darüber war

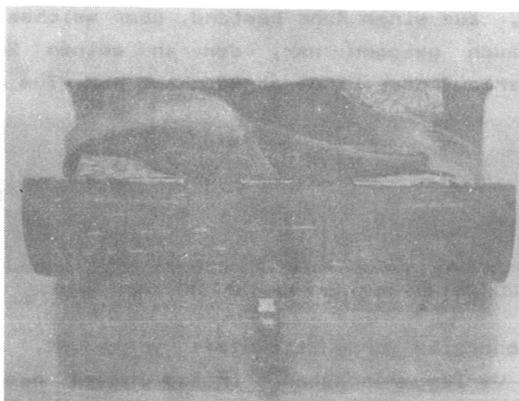


Bild 36: Außendruckvorrichtung zur Erzeugung des Querdrucks

das Außenventil für die Befestigung der Gasdruckmeßvorrichtung geschweißt. Innerhalb des Stahlrohres verlief ein etwa 3 m langer Endlosschlauch, welcher beim Versuch lose um den Prüfkörper gelegt wurde. Er war in seinen Abmessungen so gewählt, daß schon der geringste

praktisch nicht meßbare Gasdruck ein sattes Ausfüllen des Hohlraumes zwischen der Prüfkörperoberfläche und der Rohrinnenfläche gewährleistete. Um die beiden Rohrhälften beim Versuch geschlossen zu halten, wurden die Umfassungsschellen um das Außenrohr gelegt. Da bei den ersten Querdruckversuchen der Gummischlauch beim Bruch der Prüfkörper öfters durch spitze Holzteile zerstört wurde, kam bei den späteren Versuchen ein geflochtenes Glasfaservlies, welches lose zwischen das Holz und den Gummischlauch gelegt wurde, zum Einsatz. Dieses Vlies verhinderte weitere Beschädigungen des Schlauches. Es war so aufgebaut, daß es bereits bei geringster Längs- oder Querbeanspruchung deutliche Verformungen zeigte, womit gewährleistet war, daß keine auf den Prüfkörper aufgebrachte Belastung durch das Vlies abgebaut werden konnte. Bild 36 zeigt das Außenrohr und den Endlosschlauch der Außendruckvorrichtung.

Um die Prüfkörper in die Prüfvorrichtung einbauen zu können, wurden diese mittels eines Polyurethanklebers (Plastic - Mastic 573.8) in die Lasteinleitungsköpfe (s. Bild 37) eingeleitet. Die Lasteinleitungsköpfe bestanden aus fünf Einzelteilen, dem Innenrohr mit angeschweißter Kopfplatte, dem Zwischenrohr, dem Außenrohr und aus zwei Paßstiften, welche

das ganze System zusammenhielten und die Kraftübertragung zwischen den verschiedenen Rohrteilen gewährleisten mußten. Alle Teile waren plangedreht, so daß ein exakter Paßsitz vorhanden war. Sämtliche Einzelteile

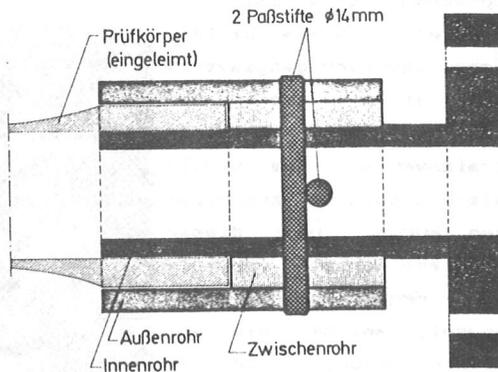


Bild 37: Lasteinleitungskopf

der Prüfvorrichtung waren exakt gearbeitet, um Nebenspannungen in den Prüfkörpern, z.B. durch unbeabsichtigte Nachgiebigkeiten, auszuschließen. Die Verbindungen der Einzelteile untereinander wurden durch Schweißung, Paßschrauben, HV-Schrauben oder Paßstifte vorgenommen.

Zur genauen Bestimmung der aufgebrachten Belastungen wurden drei verschiedene Meßvorrichtungen benutzt. Für die Ermittlung der Längsbelastung wurden dazu vier Dehnungsmeßstreifen auf der Belastungswelle als Wheatstonesche Meßbrücke aufgeklebt. Diese Welle wurde vor den eigentlichen Versuchen auf einer 100 kN - Prüfmaschine geeicht. Während der späteren Versuche wurden dann noch zweimal mittels Wägezellen Eichkontrollen durchgeführt.

Die Torsionsbelastung wurde mit Hilfe einer Wägezelle, die zwischen den Torsionshebel und den Belastungsbehälter eingebaut war, gemessen. Durch die Tariervorrichtung an dem Torsionshebel war es möglich, das ganze Belastungssystem auszubalancieren, so daß die Versuche durch keine Torsionsvorlast beeinflusst wurden.

Zur Bestimmung der tatsächlich auf die Holzproben einwirkenden Innen- und Außendrucke wurde eine Gasdruckmeßdose, ent-

sprechend Bild 38, konstruiert. Diese bestand neben dem Durchgangssystem aus einem kreisrunden Hohlraum, der mit einer Kreismembrane aus Stahlblech gasdicht verschlossen wurde. Über dieser Membrane war ein induktiver Wegaufnehmer angebracht, welcher die Membranverformungen in der Kreismitte maß. In einem

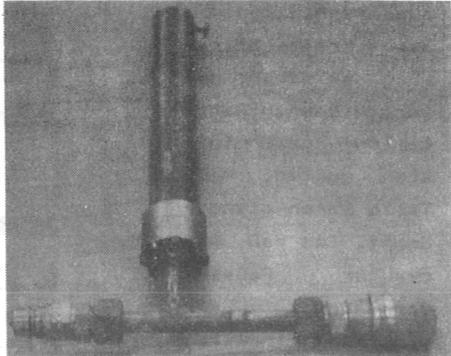


Bild 38: Gasdruckmeßvorrichtung

Vorversuch wurde dieses Meßsystem geeicht, wobei ein besonderes Augenmerk auf ein vollkommen elastisches Verformungsverhalten gelegt wurde. Von besonderem Interesse war dabei die Tatsache, daß, bedingt durch die Bauweise der Meßvorrichtung, die niedrigen Belastungsstufen gegenüber den höheren gespreizt waren, was bedeutet, daß auch bei geringer Belastung relativ genaue Ablesungen vorgenommen werden können.

6. Herstellung und Sortierung der Prüfkörper

Die für die Herstellung der Prüfkörper erforderlichen Weißtannen wurden im Pfälzer Wald ($7^{\circ}41'49''$ ö.L./ $49^{\circ}22'34''$ n.B.) im Bereich eines leicht nach südosten geneigten Hanges gefällt. Sofort nach dem Fällen wurden aus der unteren Stammhälfte etwa 60 cm lange Abschnitte hergestellt, wobei darauf geachtet wurde, daß keine von außen sichtbaren Astkränze oder größere Einzeläste in dem mittleren, etwa 30 cm langen Bereich lagen. Anschließend wurden die außenliegenden Splintholzschichten abgespalten, um zu überprüfen, daß im Innenbereich des Stammes keine überwachsene dickere Äste vorhanden waren. Die so visuell aussortierten Prüfkörperrohlinge wurden in gasundurchlässige Plastikfolien verpackt, um

ein rasches Austrocknen, was Schwindrißbildung bedeutet hätte, zu vermeiden und im Verlauf der darauffolgenden Woche weiterverarbeitet.

Dieses geschah in der Form, daß aus den Baumabschnitten quadratische Kanthölzer von 500 mm Länge und 110 mm Querschnittsseitenlänge hergestellt wurden. Dabei wurde darauf geachtet, daß nach dem späteren Hohlbohren dieser Holzstücke die Jahrringe im Bereich des Bohrloches parallel zur Bohrlochoberfläche verliefen. Die Kanthölzer, deren quadratische Form bis zum Bohrvorgang wegen der einfachen Festhaltung erhalten bleiben mußte, wurden dann, um eine Zerstörung durch Schwindrißbildung zu vermeiden, sofort in Längsrichtung durchgebohrt. Da das Holz in diesem Zustand noch oberhalb des Fasersättigungspunktes lag und da zum Zeitpunkt der Prüfung eine Ausgleichsfeuchte von etwa 12% erwartet wurde, wurde die Bohrung mit einem Durchmesser von 71,6 mm anstatt 70 mm vorgenommen. Nach dem Trocknungsvorgang war dann ein Innendurchmesser von etwa 70 mm zu erwarten. Wie aus Bild 39 zu erkennen ist, reduzierte diese Bohrung erheblich die Riß-

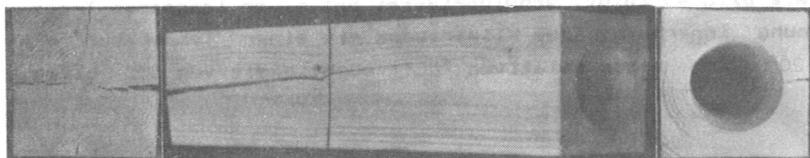


Bild 39: Kantholz, bei welchem der Kern bis zur halben Länge herausgebohrt wurde (unterschiedliche Schwindrißgefahr)

gefahr gegenüber einem reinen Kantholzquerschnitt. Die dargestellte Probe wurde nämlich nur bis zur halben Stablänge durchgebohrt, so daß beide Schwindrißgefahren am gleichen Objekt überprüft werden konnten. Während am gebohrten Kantholzende nur ein einziger Schwindriß sichtbar ist, welcher allerdings auch noch fast die Bohrlochwandung erreicht, ist der ungebohrte Kantholzquerschnitt so stark gerissen, daß eine Prüfkörperherstellung aus dem Vollmaterial nicht mehr möglich ist. Nur durch eine Zusatzbehandlung, wie z.B. Tren-

nen in mehrere Einzelquerschnitte, Planhobeln und anschließend wieder Zusammenleimen, könnte das gerissene Kantholz noch verwendet werden. Solche Zusatzbehandlungen sollten jedoch bei beabsichtigten Bruchversuchen unterbleiben, um ein ungestörtes Materialverhalten zu erlangen.

Inwieweit der Riß am gebohrten Ende von dem Schwindriß am unveränderten beeinflußt wird, kann nicht eindeutig geklärt werden. Nach Möglichkeit sollte aber eine Schwindrißbildung ganz unterbleiben. Zu bedenken ist hier auch, daß neben den deutlich sichtbaren großen Schwindrissen noch eine Unzahl kleinerer Risse auftritt. Werden die großen Risse vermieden, dann verringert sich gleichzeitig auch die Anzahl und Größe der kleineren. Die noch auftretenden Schwindrisse wären nach dem Bohrvorgang minimiert gewesen, wenn die Prüfkörper sofort hätten rundgedreht werden können. Da dieses im Herstellungsprozeß aber einen permanenten Umbau der Bohr- in eine Drehvorrichtung und umgekehrt bedeutet hätte, wurde durch einfaches Absägen der Ecken des quadratischen Querschnitts eine achteckige Querschnittsform hergestellt, die, wie Bild 40 zeigt, schwindrißfrei bei einer langsamen Trocknung innerhalb eines Klimaraumes mit einer Temperatur von 20°C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 65% blieb.

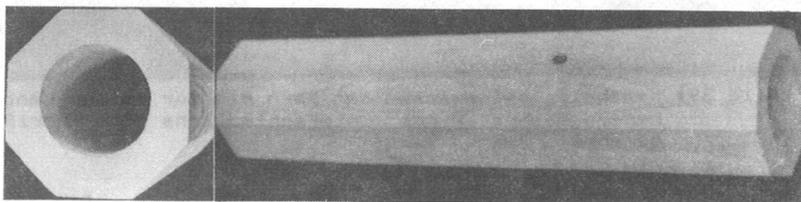


Bild 40: Schwindrißfreier Prüfkörperrohling mit achteckigem Querschnitt und ausgebohrtem Kernbereich

Damit die Trocknung aber sehr schonend verlief, wurden die Prüfkörperrohlinge mit einer Kunststoffolie, welche nur wenige Entlüftungsöffnungen aufwies, abgedeckt.

Um zu überprüfen, ob die unterschiedlichen Materialdicken am fertigen Prüfkörper - dünnwandiger Probenmittelpbereich und

dickwandige Lasteinleitungsbereiche - noch zur Bildung von Schwindrissen führen können, wurde aus einem achteckigen Rohling ein fertiger Prüfkörper hergestellt, dessen Feuchtigkeitsgehalt noch oberhalb des Fasersättigungspunktes lag. Dieser Prüfkörper wurde nach dem Herstellungsvorgang sofort für 48 Stunden in einen Darrofen gelegt. Nach diesem scharfen Trocknungsvorgang konnten mit visuellen Methoden keine Risse festgestellt werden. Dieses bedeutete, daß nicht abgewartet werden mußte, bis alle achteckigen Rohlinge ihre Ausgleichsfeuchte von etwa 12% erreicht hatten, sondern daß das fertige Herstellen der Prüfkörper schon oberhalb der Ausgleichsfeuchte des Holzes vorgenommen werden konnte, zumal die dann erfolgende weitere Heruntertrocknung innerhalb des Klimaraumes unter einem Kunststoffzelt erheblich materialschonender vor sich gehen würde, als dieses im Darrofen geschah.

Während der letzten Trocknungsphase wurden, über Wochen hinweg, stichprobenhaft mit Hilfe eines elektronischen Feuchte-meßgerätes die Holzfeuchtigkeiten kontrolliert, bis keine Änderung mehr festgestellt werden konnte. Da feuchte Luft bei gleicher Temperatur leichter ist als trockene, wurden bei dem Trocknungsvorgang die Prüfkörper mehrmals umgesetzt, so daß zum Ende der Trocknung unter dem Kunststoffzelt alle Prüfkörper etwa die gleiche Holzfeuchtigkeit aufwiesen. Etwa zwei Monate vor Beginn der eigentlichen Versuche wurden dann die Kunststoffolien entfernt und die Prüfkörper den eigentlichen Klimaraumbedingungen ausgesetzt. Es trat aber keine nennenswerte Änderung, sowohl der Holzfeuchtigkeit als auch der Prüfkörperdimensionen mehr auf.

6.1 Bestimmung der Rohdichte

Nachdem sich alle Abmessungen der Prüfkörper stabilisiert hatten, wurden vor den Bruchversuchen die in Bild 41 dargestellten Probenabmessungen ermittelt. Zudem wurde das Gesamtgewicht eines jeden Prüfkörpers bestimmt und seine Holz-

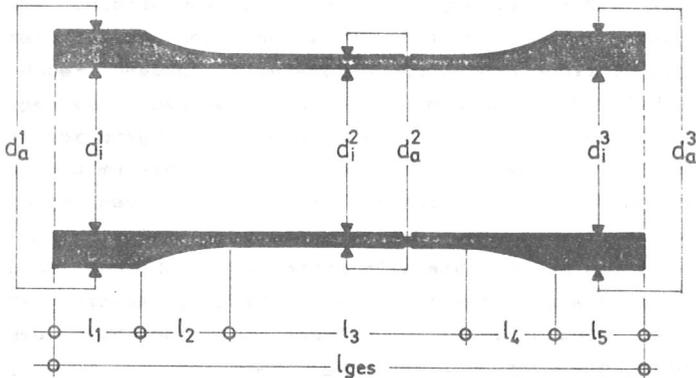


Bild 41: Ermittelte Abmessungen der Prüfkörper

feuchtigkeit mittels eines elektronischen Feuchtemeßgerätes festgestellt. Aus den Probenabmessungen und dem Gewicht konnte dann die Rohdichte errechnet werden. Mit Hilfe des bei KOLLMANN <57> angegebenen Umrechnungsverfahrens wurden dann die entsprechenden Darrohdichten ermittelt.

6.2 Bestimmung des mittleren Druckelastizitätsmoduls parallel zu Faserrichtung

In einer ersten Versuchsreihe wurden alle Prüfkörper mit einer Druckkraft von 2,5 kN parallel zur Faserrichtung belastet (s. Bild 42). Im Mittelbereich der Röhren wurden dabei auf einer Meßlänge von 40 mm mittels induktiver Wegaufnehmer an zwei gegenüberliegenden Stellen die Verkürzungen gemessen. Aus den zuvor ermittelten Querschnittsabmessungen, der Belastung und aus den gemessenen Dehnungen wurde anschließend der Druckelastizitätsmodul parallel zur Faser errechnet. Dieser Wert war dann, mehr noch als die Rohdichte, entscheidend für die Zusammensetzung der einzelnen Prüfkörpergruppen. Die Prüflast von 2,5 kN entsprach bei einem Querschnitt mit 80 mm Außendurchmesser und 70 mm

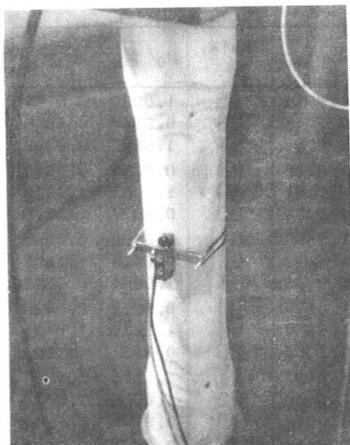


Bild 42: Prüfkörper unter der Prüfmaschine zur Bestimmung des Druckelastizitätsmoduls

Innendurchmesser einer Längsspannung von $2,12 \text{ N/mm}^2$. Dieser niedrige Wert wurde bewußt gewählt, um ausschließen zu können, daß diese Versuche einen Einfluß auf das spätere Bruchverhalten ausüben. Da alle Last-Verformungs-Kurven nahezu gerade waren, wurde der mittlere Elastizitätsmodul als ein ausreichendes Auswahlkriterium angesehen.

6.3 Einteilung der Prüfkörper in Gruppen

Insgesamt waren 140 Prüfkörper hergestellt worden. Von diesen wurden 7 wegen unterschiedlicher Wandstärken, bedingt durch eine leicht exzentrische Bohrung, ausgesondert. Sieben weitere waren während der Trocknungsphase durch Jahrringschäle zerstört worden, so daß sie für eine Prüfung unbrauchbar waren. Die zuletzt genannten Proben stammten aus zwei Tannen mit Naßkernbildung, von denen insgesamt nur diese sieben Proben, ohne daß das Holz schon bei dem Zersägen in 60 cm lange Abschnitte schlagartig im Kernbereich aufriß, entnommen werden konnten. Demgegenüber konnten bei gesunden Bäumen gleicher Höhe (ca. 20 m) je nach Ästigkeit 10 bis 16 Proben entnommen werden.

Von den verbliebenen 126 Prüfkörpern wurde die mittlere Darrohdichte zu $\rho_{0m}=0,442 \text{ g/cm}^3$ und der mittlere Druckelastizitätsmodul zu $E_m=12322 \text{ N/mm}^2$ bestimmt. Eine Zusammen-

Prüfk. Nr.	ρ_0/ρ_{0m}	E/E_m	Prüfk. Nr.	ρ_0/ρ_{0m}	E/E_m	Prüfk. Nr.	ρ_0/ρ_{0m}	E/E_m
1	0,9615	0,8951	43	0,9774	0,9016	85	1,0090	0,8757
2	1,1199	1,0250	44	0,9593	0,7317	86	0,9932	0,9307
3	1,0158	0,8559	45	0,9367	0,9346	87	1,0611	0,9040
4	0,9887	1,0245	46	1,0090	1,0028	88	0,9955	0,9642
5	1,0566	1,0835	47	0,9118	0,7187	89	1,0385	1,0980
6	0,9027	0,9782	48	1,1154	1,0461	90	0,9977	1,0078
7	0,9615	1,1347	49	0,9072	0,9597	91	0,9186	0,7593
8	0,9525	0,8072	50	1,0475	1,1412	92	0,9819	1,1800
9	0,9480	0,6983	51	0,9706	0,8171	93	1,0656	0,9647
10	0,9796	0,9916	52	1,0045	1,0327	94	0,9819	0,9799
11	1,0181	1,1169	53	1,0973	1,1430	95	1,1131	1,3404
12	1,0113	0,9998	54	1,0588	1,2065	96	0,9884	1,1184
13	0,9842	1,0179	55	1,1199	1,1467	97	1,1561	1,5583
14	1,0747	1,2817	56	0,9706	1,0688	98	1,0950	1,5823
15	0,9570	0,9250	57	0,9050	1,0804	99	0,9140	0,9943
16	0,8982	0,6194	58	0,8710	0,6186	100	0,9842	0,9887
17	0,9457	0,9718	59	1,0294	1,3690	101	0,8394	0,8307
18	1,0724	0,6828	60	0,9842	1,1843	102	0,9774	1,0634
19	0,9276	0,9410	61	1,0792	0,8924	103	1,0792	1,0656
20	1,0249	0,8547	62	1,0271	1,2091	104	1,0317	1,3533
21	0,9457	1,0062	63	0,9208	1,0495	105	0,9932	1,4636
22	1,0860	1,1526	64	0,9072	0,9155	106	1,0339	1,3618
23	1,0701	0,8422	65	1,0181	1,0161	107	1,0339	1,3107
24	1,0136	1,0624	66	0,9855	1,0962	108	1,0113	0,8415
25	0,9005	1,0290	67	1,0543	1,0792	109	1,0660	0,8900
26	0,9412	0,9939	68	0,9253	0,7652	110	0,9389	0,9182
27	1,0747	0,9466	69	0,9140	1,2767	111	0,8937	0,9443
28	1,0475	0,6901	70	0,9615	0,9206	112	1,0294	0,8031
29	1,0633	0,9025	71	1,0158	0,9862	113	1,0068	0,9912
30	1,0566	0,7436	72	0,9729	1,1424	114	1,1018	1,0812
31	0,9140	1,0257	73	1,0068	0,9764	115	1,0656	0,9054
32	0,9480	0,7985	74	1,0430	0,8854	116	1,0158	0,9695
33	0,9548	1,1764	75	0,9910	0,8115	117	0,9751	1,0672
34	1,0113	1,0107	76	0,9299	0,9193	118	0,9661	0,8676
35	1,1765	1,0239	77	1,0158	0,9060	119	0,9864	0,8371
36	1,0158	0,8881	78	1,1086	1,0300	120	1,0430	0,8530
37	1,0068	1,0585	79	1,0837	0,9758	121	0,9932	1,0486
38	1,0023	1,2069	80	0,8665	0,9070	122	1,0679	1,3803
39	1,0452	1,0450	81	0,9389	0,8529	123	0,9231	0,8406
40	1,0090	0,8456	82	0,9615	1,0339	124	0,9729	0,7944
41	1,0136	1,1155	83	0,9525	0,8173	125	1,1267	1,0224
42	0,9796	1,1522	84	0,9548	0,8058	126	0,9321	1,2332

Tabelle 4: Darrrohdichten und Druckelastizitätsmoduln in Faserrichtung der einzelnen Prüfkörper, bezogen auf die Gesamtmittelwerte

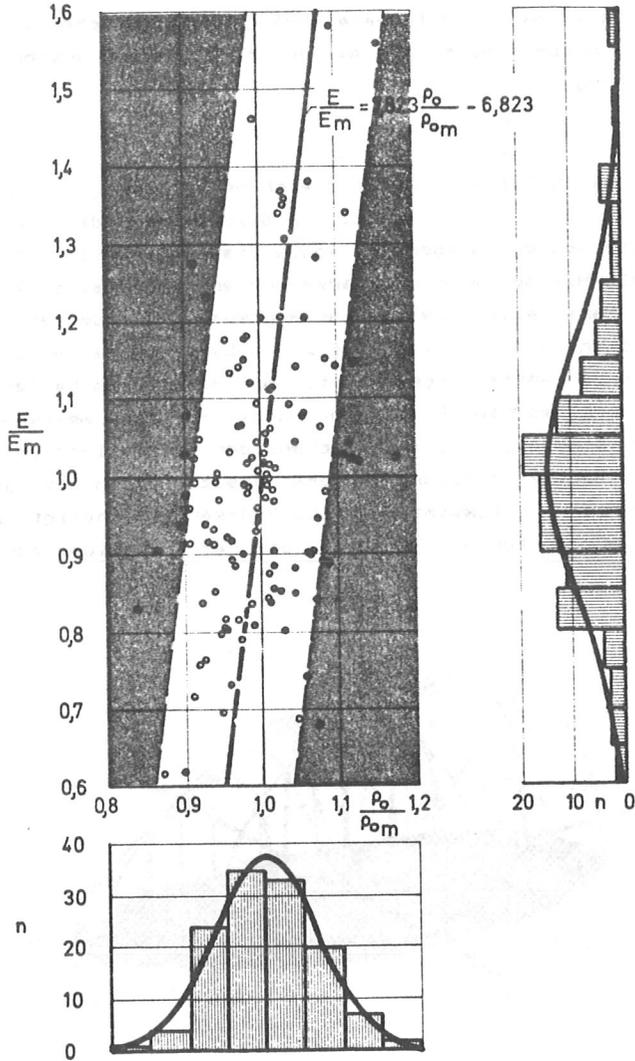


Bild 43: Abhängigkeit zwischen dem Druckelastizitätsmodul parallel zur Faser und der Darrhoichte. Häufigkeitsverteilung der beiden Materialkennwerte

stellung der ρ_0/ρ_{0m} - und E/E_m -Werte ist in Tabelle 4 gegeben. Setzt man eine lineare Abhängigkeit zwischen ρ_0/ρ_{0m} und E/E_m voraus, so erhält man durch Regressionsrechnung die Gleichung

$$\frac{E}{E_m} = 7,823 \cdot \frac{\rho_0}{\rho_{0m}} - 6,823 \quad (40)$$

wobei der Gültigkeitsbereich sich von $0,8 \leq \rho_0/\rho_{0m} \leq 1,2$ und $0,6 \leq E/E_m \leq 1,6$ erstreckt. In Bild 43 sind die Einzelwerte und die Regressionsgerade, sowie die Häufigkeitsverteilungen mittels Histogrammen und Gauss-Kurven dargestellt. Zieht man zwei Parallelen, welche zur Regressionsgerade den gleichen positiven und negativen Abstand haben, so werden die stark streuenden Werte ausgesondert. Nur die in dem hellen Streifen verbliebenen Prüfkörper wurden für die weiteren Versuche verwendet, da entsprechend der Aufstellung in Bild 44 unter Berücksichtigung von drei Ersatzgruppen mit je drei Prüfkörpern insgesamt nur 106 Prüfkörper benötigt wurden. Dabei wurden für die Versuche, die der Ermittlung der reinen

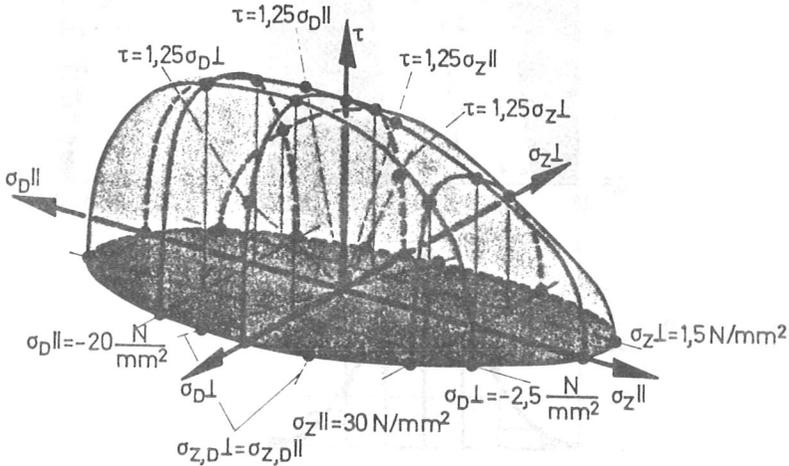


Bild 44: Festlegung der Punkte, welche zur Bestimmung der mathematischen Bruchfläche versuchsmäßig ermittelt werden sollten

Längszug- und -druckfestigkeit, der reinen Querkzug- und -druckfestigkeit, sowie der reinen Schubfestigkeit dienen, jeweils fünf Prüfkörper pro Gruppe festgelegt. Alle übrigen Versuchsreihen, bei denen zwei oder drei Spannungen gleichzeitig auf die Holzproben einwirkten, bestanden aus drei Einzelversuchen.

Innerhalb der einzelnen Versuchsserien wurden die Prüfkörper so kombiniert, daß die Mittelwerte von ρ_0/ρ_{0m} und E/E_m näherungsweise "1" ergaben, wobei die maximale Abweichung 1,4% betrug. Somit war gewährleistet, daß, bei einer reinen Auswertung der Bruchbeanspruchungen über die Mittelwerte, ein Material, welches als relativ unabhängig von den Streuungen des Elastizitätsmoduls oder der Rohdichte angesehen werden darf, vorausgesetzt werden kann.

7. Durchführung und Auswertung der Versuche

Zur abschließenden Festigkeitsprüfung wurden die Prüfkörper mit einem Polyurethankleber in die Lasteinleitungsköpfe eingeleimt. Damit die Kopfplatten der Einspannköpfe auch absolut senkrecht zur Prüfkörperachse standen und damit sowohl die Kopfplatten nicht gegeneinander verdreht waren als auch daß der Abstand derselben in allen Fällen gleich war, wurde in jeweils zwei Lasteinleitungsköpfe eine genau eingepaßte Führungsstange eingebaut. Die Befestigung der Führungsstange mit den drei Schalen einer Einspannung wurde über zwei zueinander senkrecht stehende Paßstifte bei dem Verleimvorgang vorgenommen. Da Ausrüstungsmäßig zehn Lasteinleitungsköpfe vorhanden waren, konnten pro Tag fünf Prüfkörper geprüft werden, die Einspannungen wieder gereinigt werden und schließlich wieder fünf neue Prüfkörper eingeleimt werden. Die Aushärtung des Klebers geschah dann bis zum nächsten Tag in einem Zeitraum von etwa 15 Stunden, was ausreichte, um bei der Verklebung die benötigte Haftfestigkeit zu erreichen.

7.1 Durchführung und Auswertung der Grundversuche

Zuerst wurden die einachsigen Längszug- und -druckversuche durchgeführt. Dabei wurden neben den reinen Bruchlasten auch die Last-Verformungs-Diagramme mittels x-y-Schreiber mitgeschrieben. Die Verformungen wurden durch zwei an gegenüberliegenden Prüfkörperaußenflächen befestigte induktive Wegaufnehmer, in Probenmitte auf einer Meßlänge von 40mm, ermittelt (s. Bild 45).

Bei den Druckversuchen stellten sich kurz vor dem Bruch deutlich sichtbar mehrere Quetschfalten ein. Nach dem Erreichen der Höchstlast nahm die Verformung rasch zu bei gleichzeitigem

Lastabfall. Somit war die Höchstlast eindeutig definiert. Wurde versucht, die Last weiter zu steigern, so war dies nicht mehr möglich. Vielmehr stellte sich dann eine nahezu konstante Last, die etwas kleiner als die zuvor erreichte Höchstlast war, ein, und die Ver-

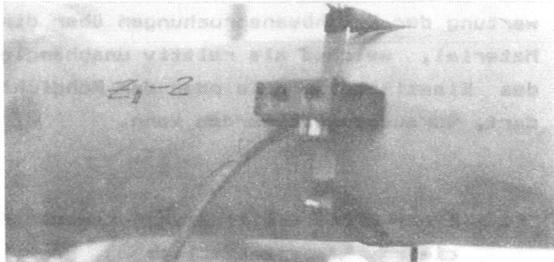


Bild 45: Längszugprüfkörper in der Prüfvorrichtung eingebaut, mit induktiven Wegaufnehmern

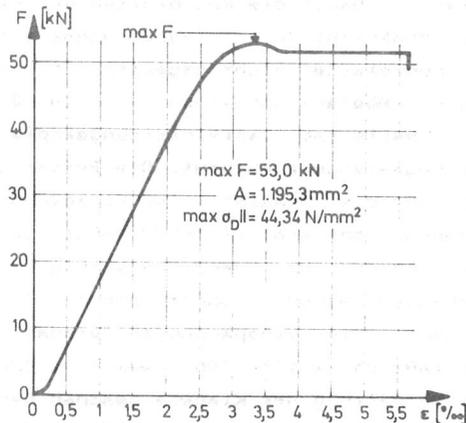


Bild 46: Typische Last-Verformungslinie bei einem reinen Längsdruckversuch

formungen stiegen rasch an. Infolge des Wechsels von Bereichen mit und ohne Quetschfalten wurden dann hohe Schub- und Querspannungen durch das Umlenken der nicht mehr an manchen Stellen übertragbaren Längsspannung hervorgerufen, welche Schubbrüche bewirkten, die aus dem statischen Modell der Röhre mehrere Einzeldruckstäbe entstehen ließen. Die Einzel-

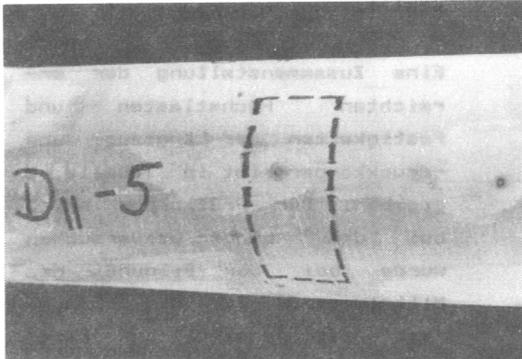


Bild 47: Prüfkörper nach einem Druckversuch parallel zur Faserrichtung (nach dem Erreichen der Höchstlast)

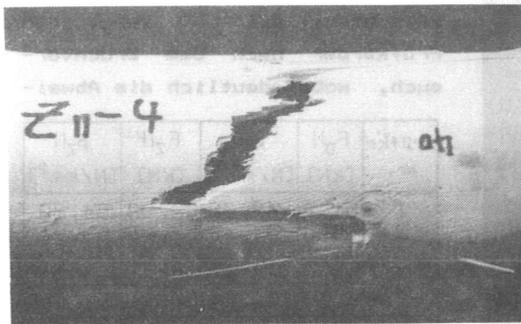


Bild 48: Prüfkörper nach einem Zugversuch parallel zur Faserrichtung

stäbe hatten jedoch eine deutlich geringere Knicksteifigkeit als die Gesamtröhre, so daß es zu einem schlagartigen Versagen kommen mußte. In Bild 46 ist ein Last-Verformungs-Diagramm angegeben. Einen Druckprüfkörper nach dem Erreichen von max F

zeigt Bild 47. Zur späteren Auswertung der Versuche wurde die Höchstlast herangezogen, d.h. derjenige Wert, bei dem die einzige Zerstörung der durch Druck parallel zur Faserrichtung belasteten Proben durch das Auftreten von Quetschfalten gekennzeichnet war.

Bei den Längszugversuchen trat der Bruch ohne nennenswerte Vorankündigung schlagartig auf. Dabei lag der Bruch immer in dem parallelen Prüfkörperabschnitt zwischen den beiden Übergangs-

bereichen, allerdings mit deutlichen Versprüngen (s. Bild 48). Bei den Längszugversuchen lag praktisch eine lineare

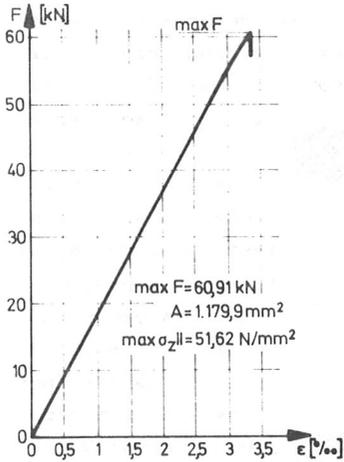


Bild 49: Typische Last-Verformungslinie bei einem reinen Zugversuch parallel zur Faserrichtung

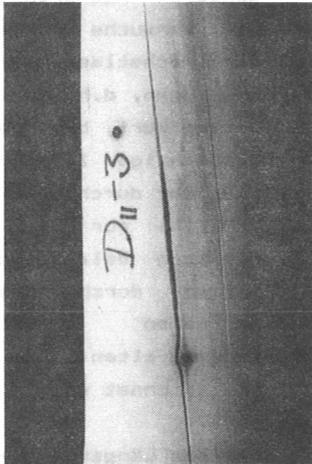


Bild 50: Starker Spiralschaden bei dem Prüfkörper Nr. 3 bei den Längsdruckversuchen

Last-Verformungslinie bis kurz vor dem Bruchwert vor. Ein typisches $F-\epsilon$ -Diagramm für reinen Längszug ist in Bild 49 dargestellt.

Eine Zusammenstellung der erreichten Höchstlasten und Festigkeiten der Längszug- und -druckkörper ist in Tabelle 5 gegeben. Der Prüfkörper Nr. 3 bei den Längsdruckversuchen wurde bei der Bildung des Mittelwertes für die Druckfestigkeit parallel zur Faser nicht berücksichtigt, da infolge Spiralschadens, welcher vor dem Versuch visuell nicht erkannt wurde, zusätzliche Schub- und Querspannungen das Ergebnis verfälschten. Bild 50 zeigt den Prüfkörper nach dem Bruchversuch, wobei deutlich die Abwei-

Prüfk. Nr.	$F_{D }$ [kN]	$\beta_{D }$ [N/mm ²]	$F_{Z }$ [kN]	$\beta_{Z }$ [N/mm ²]
1	51,2	42,75	82,88	64,82
2	40,0	34,40	62,96	53,21
3	31,1	*)	66,61	57,00
4	52,9	45,45	58,71	52,80
5	53,0	44,34	60,91	51,62
Mittelwert		41,74		55,89

*) wegen starkem Spiralschaden nicht berücksichtigt

Tabelle 5: Höchstlasten und Festigkeiten bei den Längsdruck- und Längszugversuchen

chung der Faserrichtung von der Stabachse erkannt werden kann.

Bei der Ermittlung der Querkzugfestigkeit wurde mittels zwei induktiver Wegaufnehmer, welche die Außendurchmesserzunahme an zwei gegenüberliegenden Prüfkörperstellen feststellten, das Last-Verformungs-Diagramm ermittelt. Wie Bild 51 zeigt, verlief die p_1 - δ -Linie im ganzen Bereich gekrümmt und endet schlagartig mit dem Bruch.

Dieser trat dadurch ein, daß durch Überschreiten der Querkzugfestigkeit der röhrenförmige Prüfkörper in Einzelstäbe aufgeteilt wurde, welche dann infolge ihrer geringen Biegesteifigkeit durch Biegung sofort zerstört wurden (s. Bild 52). Das Tragvermögen der Zylinderschale, die bei der beschriebenen Belastung hauptsächlich Quer-

zugmembranspannungen aufzunehmen hat, wird nach dem Auftreten von Querkzugrissen umgewandelt in das Tragverhalten von beidseitig eingespannten Einzelbiegebalken. An die Stelle von Membranspannungen treten nun Biegespannungen, die von den nur 5 mm dicken Stäben nicht mehr aufgenommen werden können.

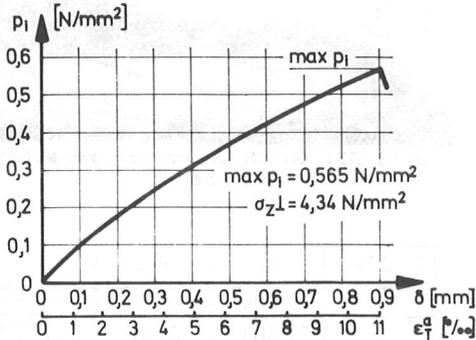


Bild 51: Abhängigkeit der Zunahme des Röhrendurchmessers von dem aufgetragten Innendruck

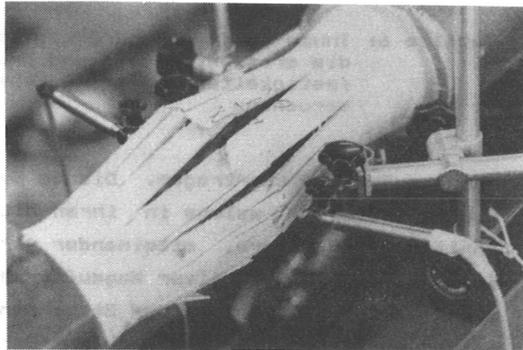


Bild 52: Zerstörter Prüfkörper nach einer Querkzugbeanspruchung

Bei der Querdruckbeanspruchung liegt ein ähnlicher Verformungsverlauf wie bei den Querkzugversuchen vor, wobei der Bruch allerdings nicht so plötzlich eintritt. Ist in einer längsverlaufenden Fläche die Querdruckfestigkeit überschritten, so kann der Prüfkörper im Mittelbereich wie ein offenes Profil angesehen werden. Bedingt durch den Außendruck, der nach dem Überschreiten der Querdruckfestigkeit nicht mehr

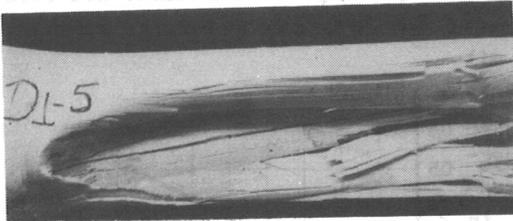


Bild 53: Durch Querdruck zerstörter Prüfkörper

über die tangential wirkende Ringspannung ausgeglichen werden kann, muß sofort eine Zerstörung über Querbiegung eintreten. In Bild 53 ist ein Prüfkörper nach dem Bruch dargestellt. Um beim

Bruch, da nur die Querverformung im Röhreninnern gemessen werden kann, die Meßvorrichtung nicht zu zerstören, wurden die Röhreninnenverformungen über ein Hilfssystem

Prüfk. Nr.	P_i [N/mm ²]	$\beta_{Z\perp}$ [N/mm ²]	P_a [N/mm ²]	$\beta_{D\perp}$ [N/mm ²]
1	0,501	3,66	0,7033	6,10
2	0,565	4,34	0,5339	4,48
3	0,4575	3,48	0,6394	5,29
4	0,529	3,95	0,558	4,65
5	0,482	4,04	0,6578	5,58
Mittelwert		3,89		5,22

Tabelle 6: Innen- und Außendrucke, sowie die erreichten Zug- und Druckfestigkeiten unter Querbeanspruchung

nach außen hin übertragen. Dieses System bestand aus zwei Aluminiumstäben, welche in ihren Mitten durch ein Gelenk, ähnlich einer Schere, miteinander verbunden waren. An einem Ende wurde ein induktiver Wegaufnehmer angebracht, um die gegenseitige Verformung der Stabenden auf dieser "Scherenseite" zu messen. An dem anderen "Scherenende" war pro Einzelstab je eine Metallkugel angeheftet, welche mit einem schnellabbindenden Kleber an der Röhreninnenseite in Prüfkörpermitte befestigt wurde. Somit konnte außerhalb des Ver-

suchskörpers die gegenseitige Annäherung zweier gegenüberliegender Röhreninnenwandpunkte gemessen werden. Eine Zusammenfassung der Röhreninnen- und -außendrucke, sowie der dadurch erreichten Querfestigkeiten in tangentialer Richtung ist in Tabelle 6 gegeben.

Bei den Torsionsversuchen wurde auf eine Verdrehungsmessung verzichtet, so daß nur die in Tabelle 7 angegebenen Maximalbeanspruchungen festgestellt wurden. Frühere Torsionsversuche

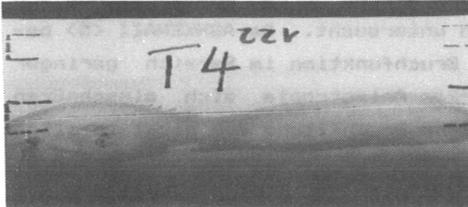


Bild 54: Bruchbild bei reiner Torsionsbelastung

<70><71> hatten gezeigt, daß nach einem linearen Last - Verformungs - Verlauf bis zu etwa 65% der maximal aufnehmbaren Belastung der nichtlineare Teil folgte, welcher mit einem schlagartigen Bruch endete. Bei den durchgeführten Versuchen trat unter reiner Schubbelastung das Versagen immer durch Längsscheren im Mittelbereich des röhrenförmigen Prüfkörpers auf (s. Bild 54).

Prüfk. Nr.	M_T [Nm]	τ_{LT} [N/mm ²]
1	266	7,99
2	146	*)
3	292,5	8,60
4	325	9,11
5	364,5	10,11
Mittelwert		8,95

*) Fäulnisbildung nach der Herstellung festgestellt

Tabelle 7: Maximalbeanspruchung bei den Torsionsversuchen

7.2 Durchführung und Auswertung der Versuche mit Spannungskombinationen

Bei diesen Versuchen war es möglich, entweder mehrere Spannungen gleichzeitig zu steigern, oder eine bzw. zwei Beanspruchungen auf einen festen Wert zu fahren und den Bruch

dann durch Steigerung der anderen Spannungskomponente herbeizuführen. Beide Verfahren wurden bei den Untersuchungen angewandt. Auf eine Messung der Verformungen wurde verzichtet.

7.2.1 Längs- und Querspannungen als Belastung

Als erster Teil der Problemstellung wurden Kombinationen von Längs- und Querspannungen untersucht. Da ASHKENAZI <5> behauptet hatte, daß die Bruchfunktion im Bereich geringer Längsspannungen bei starker Anisotropie sich einschnüren könne, d.h. die mathematische Bruchfläche muß nicht in allen Bereichen konvex sein, wurden vier Versuchsserien geprüft, bei denen die Beträge von σ_{11} und σ_{21} gleich waren. Somit wurden die Bereiche geringer Längsspannungen, wobei die Querspannungen noch in der Nähe ihrer Extremwerte liegen, kontrolliert. Die Bruchbilder dieser Versuche sahen dann auch denjenigen, welche bei der Ermittlung der Querfestigkeiten erhalten wurden, sehr ähnlich.

Für die weiteren Versuche wurde jeweils eine Spannung konstant gehalten und die dazu senkrecht stehende Belastung bis zum Bruch gesteigert. Die konstanten Werte wurden dabei etwa in der Größe der halben Grundfestigkeiten nach 7.1 gewählt und zwar zu $\sigma_{z11}=30 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{011}=-20 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{z1}=1,5 \text{ N/mm}^2$ und $\sigma_{01}=-2,5 \text{ N/mm}^2$ (vgl. Bild 44). Bei den Versuchen mit Längs- und Querzugbeanspruchung sahen die Brüche wie eine

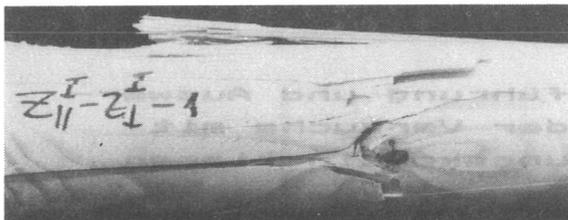


Bild 55: Bruchbild bei Längs- und Querzugbeanspruchung

Kombination aus den beiden ursprünglichen Bruchformen aus. Zwar waren die Proben zersplittert, ähnlich den reinen Querzugproben,

aber die Splitterbildung war bei weitem nicht so stark ausgeprägt, wie bei den reinen Querzugversuchen. Zudem hatte das Bruchbild stellenweise das Aussehen eines Längsbruches (s. Bild 55).

Die Brüche, bei denen Längsdruck und Querzug das Versagen bewirkten, sahen den Querzugbrüchen sehr ähnlich, wobei die



Bild 56: Bruchbild bei Längsdruck- und Querzugbelastung

Längsdruckkraft dieses Bruchbild noch verstärkte (s. Bild 56). Bei den Versuchen, bei denen Längs- und Querdruckspannungen bruchverursachend waren, muß unterschieden werden, ob hohe



Bild 57: Bruchbild bei hoher Querdruckspannung und relativ geringer Längsdruckbelastung

Querdruckspannungen oder hoher Längsdruck wirkten. Im ersten Fall ist eindeutig zu erkennen, daß Querdruck die

Bruchursache war (s. Bild 57). Bei der zweiten Bruchvarianten traten, wie bei den reinen Längsdruckbrüchen, zuerst Quetschfalten auf. An diesen mit Stauchbrüchen der Fasern versehenen Prüfkörperstellen konnten nun die Längsspannungen nicht mehr übertragen werden, so daß infolge des fehlenden Tragvermögens es zu Spannungsumlagerungen kommen mußte. Diese Umlagerungen bewirkten hohe Schubspannungen, die dann zur Auftrennung der Röhre in Einzelsegmente führte, welche wiederum instabil wurden. Da infolge Querdruck von außen in

radialer Richtung ein Ausweichen weg von der Prüfkörperachse behindert war, erfolgte das Knicken nach innen. Diesem

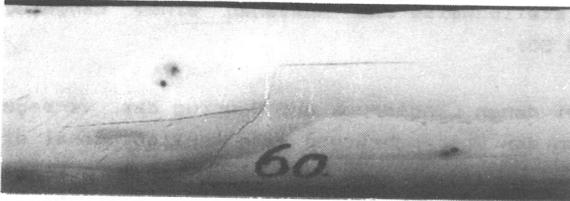


Bild 58: Bruchbild bei hoher Längsdruckspannung und relativ geringer Querdruckspannung

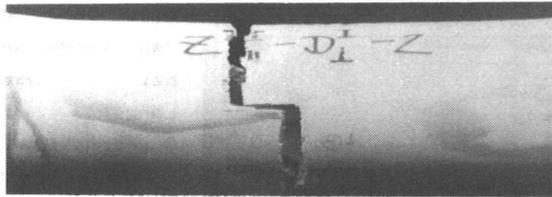


Bild 59: Bruchbild bei hoher Längszugspannung und relativ geringer Querdruckbeanspruchung

wiederum wirkten jedoch tangentielle Kräfte entgegen, so daß die Knickfiguren weniger zerstört aus-sahen (s. Bild 58), als bei den rein durch Längsdruck belasteten Proben. Da die erhaltenen Längsdruckfestigkeiten bei $\sigma_{0\perp} = -2,5 \text{ N/mm}^2$

recht hoch gegenüber der reinen Längsdruckfestigkeit erschienen, wurde diese Versuchsreihe wiederholt. Als Ergebnis wurden noch geringfügig höhere Längsspannungen als zuvor erhalten. Zur weiteren Überprüfung wurde noch eine Versuchsserie mit $\sigma_{0\perp} = -1 \text{ N/mm}^2$ eingefügt, deren Ergebnisse aber genau zwischen diejenigen der angrenzenden Versuchsreihen paßte.

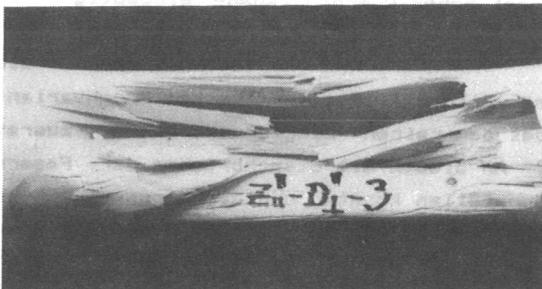


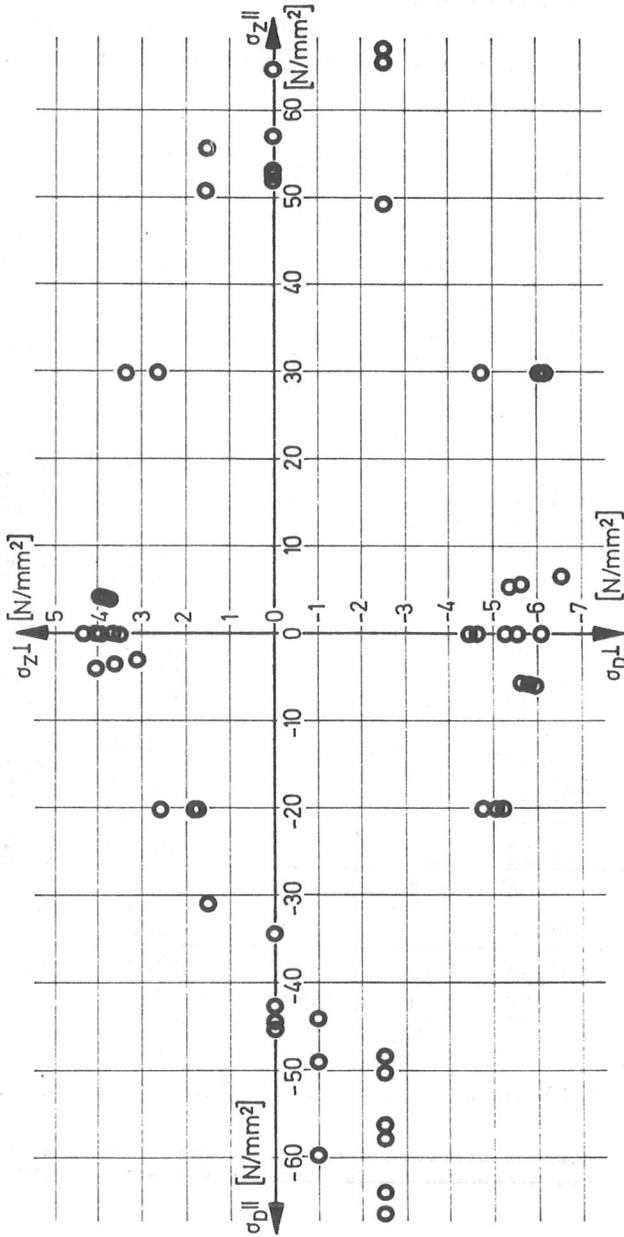
Bild 60: Bruchbild bei hoher Querdruckspannung und relativ geringer Längszugbeanspruchung

Bei den Versuchen mit Längszug- und Querdruckbelastung mußte wiederum die jeweilige Höhe der aufgebrachtten Spannungen in Bezug auf das Bruchbild beachtet

werden. War die Längsspannung sehr hoch, dann trat praktisch ein reiner Längszugbruch auf (s. Bild 59), während bei geringem Längszug ein reines Querdruckbild für den Bruch erhalten wurde (s. Bild 60).

Prüfk. Nr.	$\sigma_{z, D \parallel}$ [N/mm ²]	$\sigma_{z, D \perp}$ [N/mm ²]	Prüfk. Nr.	$\sigma_{z, D \parallel}$ [N/mm ²]	$\sigma_{z, D \perp}$ [N/mm ²]
1	3,87	3,87	1	-5,79	-5,79
2	3,93	3,93	2	-5,62	-5,62
3	3,72	3,72	3	-5,96	-5,96
Mittelw.	3,84	<u>3,84</u>		-5,79	<u>-5,79</u>
1	6,56	-6,56	1	-3,62	3,62
2	5,38	-5,38	2	-3,13	3,13
3	5,63	-5,63	3	-4,04	4,07
Mittelw.	5,86	<u>-5,86</u>		-3,61	<u>3,61</u>
1	-44,15	-1,00	1	-50,31	-2,50
2	-49,13	-1,00	2	-57,85	-2,50
3	-59,76	-1,00	3	-56,25	-2,50
			4	-66,40	-2,50
			5	-48,43	-2,50
			6	-63,90	-2,50
Mittelw.	<u>-51,01</u>	-1,00		<u>-57,19</u>	-2,50
1	-31,02	1,50	1	49,08	-2,50
2	-31,03	1,50	2	67,17	-2,50
3	-19,40 ¹⁾	1,50	3	65,44	-2,50
Mittelw.	<u>-31,03</u>	<u>1,50</u>		<u>60,56</u>	-2,50
1	50,66	1,50	1	-20,00	-4,74
2	55,60	1,50	2	-20,00	-5,00
3	10,30 ²⁾	1,50	3	-20,00	-5,22
Mittelw.	<u>53,13</u>	<u>1,50</u>		-20,00	<u>-4,99</u>
1	-20,00	2,61	1	30,00	-6,20
2	-20,00	1,82	2	30,00	-6,04
3	-20,00	1,78	3	30,00	-4,74
Mittelw.	<u>-20,00</u>	<u>2,07</u>		30,00	<u>-5,66</u>
1	30,00	3,36	Ausfallwerte: 1) Spiralwuchs 2) großer Ast 3) Schwindriß		
2	30,00	2,61			
3	30,00	0,83 ³⁾			
Mittelw.	<u>30,00</u>	<u>2,99</u>			

Tabelle 8: Zusammenstellung der Festigkeiten bei gleichzeitig wirkenden Längs- und Querbeanspruchungen



Die Versuchswerte, sowie die Mittelwerte pro Belastungsgruppe, sind in Tabelle 8 zusammengestellt. Bild 61 zeigt die Versuchseinzelwerte in der $\sigma_{z,0||}-\sigma_{z,0\perp}$ -Ebene. Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, daß ein Bruchkriterium im Querszugbereich bei gleichzeitigem Wirken von Längsdruck einen raschen Abfall der Querszugfestigkeit beschreiben muß, während sich, bei gleichzeitigem Wirken von Längszug, die Quersbeanspruchbarkeit erheblich langsamer abmindert. Bei herrschendem Querdruck dagegen hat eine zusätzlich wirkende Längsspannung, unabhängig vom Vorzeichen, nur einen geringen Einfluß auf die erreichbare Quersfestigkeit. Wirkt Querdruck, so können sowohl die Längsdruck- als auch die -zugfestigkeit gegenüber den "reinen Längsfestigkeits" deutlich gesteigert werden, wobei fast die gleichen Werte für die faserparallelen Beanspruchungen im Druck- wie im Zugbereich erreicht werden.

7.2.2 Spannungskombinationen mit Schubspannungen

Die Versuche, an denen Schubspannungen beteiligt waren, können in drei Gruppen eingeteilt werden:

- 1) Kombinationen aus Schub- und Längsspannungen,
- 2) Kombinationen aus Schub- und Querspannungen,
- 3) Kombinationen aus Schub-, Längs- und Querspannungen.

Bei den beiden ersten Gruppen wurden insgesamt vier Versuchsreihen gefahren, bei denen sowohl die Schub- als auch die Normalspannungen kontinuierlich gesteigert wurden. Das Verhältnis $|\tau|/|\sigma|$ wurde dabei zu 1,25 gewählt. Zusätzlich wurden in diesen beiden ersten Gruppen auch Schubfestigkeiten ermittelt, wobei vorher Normalspannungen von $\sigma_{z||} = 30 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{0||} = -20 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{z\perp} = 1,5 \text{ N/mm}^2$ und $\sigma_{0\perp} = -2,5 \text{ N/mm}^2$ als Vorbelastung aufgebracht wurden.

Wirkten Längszug und Schub zusammen, so sah das Bruchbild bei geringer Zugbelastung einem reinen Schubbruch ähnlich (s. Bild 62). War die Längszugbeanspruchung größer, dann

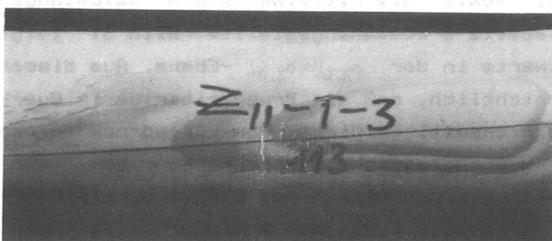


Bild 62: Bruchbild bei Schubbeanspruchung und relativ geringem Längszug

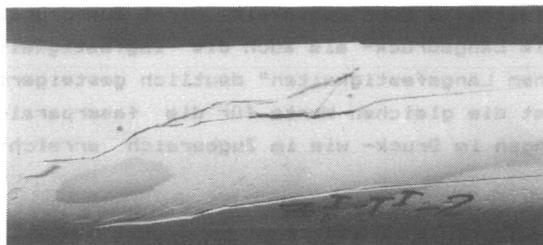


Bild 63: Bruchbild bei hoher Schub- und Längszugbelastung

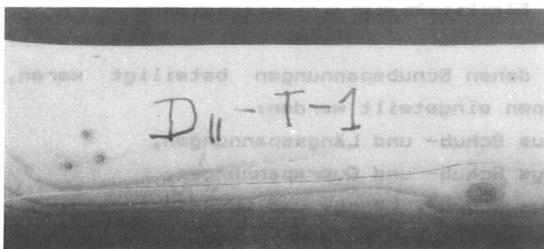


Bild 64: Bruchbild bei Schub- und Längsdruckbelastung

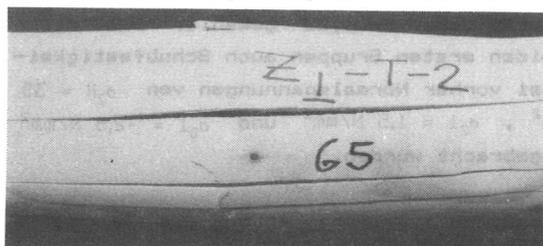


Bild 65: Bruchbild bei Schub- und Quersugbelastung

traten zusätzlich zu einem faserparallelen Riß noch Längstrennungen auf (s. Bild 63). Bestand die Belastung aus Längsdruck und Schub, so waren die Brüche, unabhängig von der Höhe der Längsdruckbeanspruchung, Schubbrüchen ähnlich (s. Bild 64). Infolge der Auflösung der stabilen Röhrenform in Einzelstäbe war bei einigen Prüfkörpern dann noch ein Instabilwerden derselben als Sekundärbruch feststellbar. Waren Quersug und Schub bruchverursachend, dann trat eine Trennung benachbarter Holzfasern längs der Faserrichtung auf (s. Bild 65). Je nach der Größe des Innendruckes fand dann zusätzlich, noch mehr

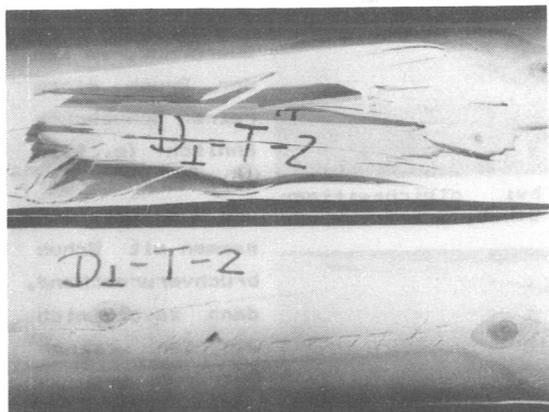


Bild 66: Bruchbilder bei Schub- und Querdruckbelastung zusammen an einem Querschnitt

oder weniger ausgeprägt, ein Auseinanderdrücken der Röhrenform statt. Wirkten neben der Schubspannung noch Querdruckspannungen, so traten die typischen Quereindrückungen, allerdings bei zusätzlichem Längsscheren, auf (s. Bild 66).

Bei denjenigen Spannungskombinationen, bei denen drei Spannungen gleichzeitig wirkten, wurden die Normalspannungen, mit den Vorbelastungswerten wie zuvor beschrieben, zuerst aufgebracht und anschließend über Torsion der Bruch herbeigeführt. Da die Versuche in der $\sigma_{II}-\sigma_I$ -Ebene eine deutliche Erhöhung der aufnehmbaren Längsdruckfestigkeit bei gleichzeitig wirkender Querdruckspannung gezeigt hatten, wurden in diesem Bereich, abweichend vom normalen Schema, die Normalspannungen $\sigma_{0II} = -30 \text{ N/mm}^2$ und $\sigma_{0I} = -2,5 \text{ N/mm}^2$ als Vorbelastung gewählt.

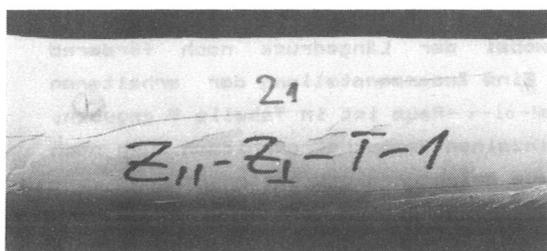


Bild 67: Bruchbild bei gleichzeitiger Wirkung von Schub, Querzug und Längszug

Die Versuche, bei denen Längszug, Querzug und Schub zusammenwirkten, zeigten ein Bruchbild, das sehr an reine Schubbrüche erinnert. Längszugtrennungen waren

aber dabei nicht zu beobachten (s. Bild 67). Wirkt an-

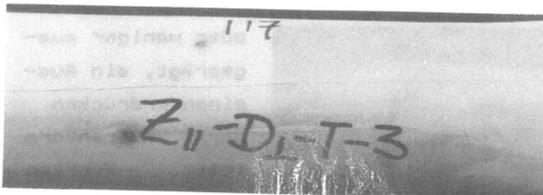


Bild 68: Bruchbild bei gleichzeitiger Wirkung von Schub, Querdruck und Längszug



Bild 69: Bruchbild bei gleichzeitiger Wirkung von Schub, Querdruck und Längsdruck

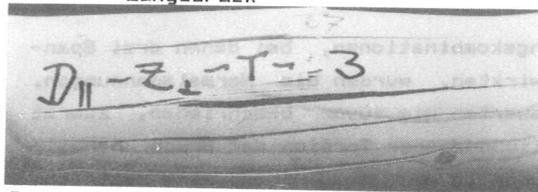


Bild 70: Bruchbild bei gleichzeitiger Wirkung von Schub, Querzug und Längsdruck

statt Querzug Querdruck, so sah der Bruch einem reinen Schubbruch ähnlich (s. Bild 68). Waren Längs- und Querdruck zusammen mit Schubbruchverursachend, dann zeigte sich ein den reinen Querdruckversuchen ähnliches Bild, welches allerdings mit Schubrisen durchsetzt war (s. Bild 69). Nach der Trennung des Rohrquerschnitts zu Einzelstäben entstand dann, infolge Längsdruck,

noch ein Bruchbild, welches aus dem Instabilwerden dieser Einzelstäbe herrührte. Wirken Längsdruck, Querzug und Schub zusammen, so zerstörten die Schub- und Querbelastungen die stabile Röhrenform, wobei der Längsdruck noch fördernd wirkte (s. Bild 70). Eine Zusammenstellung der erhaltenen Bruchspannungen im $\sigma_{II}-\sigma_{I}-\tau$ -Raum ist in Tabelle 9 gegeben. Dabei sind neben den einzelnen Versuchsergebnissen auch noch die Mittelwerte für jede Belastungskombinationsgruppe aufgeführt.

Prüfk. Nr.	$\sigma_{z,D }$ [N/mm ²]	$\sigma_{z,D\perp}$ [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	Prüfk. Nr.	$\sigma_{z,D }$ [N/mm ²]	$\sigma_{z,D\perp}$ [N/mm ²]	τ [N/mm ²]
1	6,98	-	8,73	1	-8,78	-	10,98
2	6,82	-	8,53	2	-7,74	-	9,68
3	8,20	-	10,25	3	-6,57	-	8,21
Mittelw.	7,33	-	<u>9,17</u>		-7,70	-	<u>9,62</u>
1	-	2,80	3,50	1	-	-5,31	6,64
2	-	2,62	3,28	2	-	-4,96	6,20
3	-	3,37	4,21	3	-	-6,05	7,56
Mittelw.	-	<u>2,93</u>	3,66		-	<u>-5,44</u>	<u>6,80</u>
1	-20	1,5	8,85	1	-20	-	11,94
2	-20	1,5	8,40	2	-20	-	7,06
3	-20	1,5	5,82	3	-20	-	9,92
Mittelw.	-20	<u>1,5</u>	<u>7,69</u>		-20	-	<u>9,64</u>
1	-30	-2,5	10,65	1	-	1,5	10,35
2	-30	-2,5	10,58	2	-	1,5	7,74
3	-30	-2,5	12,55	3	-	1,5	7,57
Mittelw.	-30	<u>-2,5</u>	<u>11,26</u>		-	1,5	<u>8,55</u>
1	-	-2,5	10,98	1	30	1,5	5,94
2	-	-2,5	13,31	2	30	1,5	1,61 ¹⁾
3	-	-2,5	8,31	3	30	1,5	5,61
Mittelw.	-	<u>-2,5</u>	<u>10,87</u>		30	1,5	<u>5,78</u>
1	30	-	7,77	1	30	-2,5	8,00
2	30	-	7,89	2	30	-2,5	7,61
3	30	-	9,71	3	30	-2,5	8,07
Mittelw.	<u>30</u>	-	<u>8,46</u>		30	-2,5	<u>7,89</u>

¹⁾ Ausfallwert: großer Einzelast im Übergangsbereich

Tabelle 9: Zusammenstellung der erreichten Schubfestigkeiten bei gleichzeitiger Wirkung von Längs- und / oder Querspannungen

8. Versagen des Holzes der Weißtanne unter mehrachsiger Beanspruchung der "LT - Scheibe"

Nach dem Auswerten der Versuche liegen nun dreißig Mittelwerte aus den Versuchsreihen vor, bei denen Einzelspannungen oder Spannungskombinationen bruchverursachend waren. Die Spannungen werden mit $\sigma_{||} = \sigma_L$, $\sigma_{\perp} = \sigma_T$ und $\tau = \tau_{LT}$ bezeich-

net. Somit ist eine dreidimensionale mathematische Bruchfläche erforderlich, um den allgemeinen Bruchzustand für das betrachtete "Scheibenproblem" beschreiben zu können. Streng genommen müßte sogar die Normalbeanspruchung in radialer Richtung als vierte Dimension zusätzlich in die Betrachtungen mit hineingezogen werden. Da aber die in dieser Richtung wirkenden Querdruckspannungen, welche zur Erzeugung der tangentialen Beanspruchung erforderlich waren, relativ gering im Vergleich zu den Querspannungen in tangentialer Richtung waren, kann näherungsweise von einer Berücksichtigung abgesehen werden.

In der vorliegenden Arbeit soll nun aber nur der zweidimensionale Spannungszustand, d.h. die Darstellung der mathematischen Bruchfläche im dreidimensionalen Raum, betrachtet werden. Überprüft man die im Kapitel 2.1 vorgestellten empirischen Verfahren, so stellt man fest, daß die Theorie von TSAI/WU <106> in allgemeiner Form mit vertretbarem Aufwand jede mathematische Bruchfläche beschreiben kann. Diese Abhängigkeit wird zur Auswertung der Versuchsergebnisse herangezogen, da hiermit eine Bruchhypothese formuliert werden kann, ohne daß man die im Material stattfindenden Bruchmechanismen genauer kennen muß. Bezeichnet man, entsprechend Bild 8a, in Anlehnung an die Arbeit von KEYLWERTH <52> die L-Richtung mit dem Index "2" und die T-Richtung mit dem Index "1", so ergibt sich für die Schubspannung τ_{LT} der Wert σ_B . Das Tensorpolynom lautet dann in allgemeiner Form in der abgekürzten Indexschreibweise

$$f(\sigma) = F_1 \sigma_1 + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k + F_{ijkl} \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l + \dots = 1 \quad (41)$$

mit $i, j, k, l = 1, 2, 6$. Da einerseits immer ein eindeutiges Ergebnis für Holz erhalten werden muß - die mathematische Bruchfläche muß geschlossen sein -, andererseits die Bruchfläche für die bei den Prüfkörpern vorliegende Art der Anisotropie symmetrisch zur $\sigma_1 - \sigma_2$ -Fläche sein muß, entfallen, wie schon eingangs erwähnt, mit steigender Stufe der Einzelensoren immer mehr Faktoren innerhalb der Tensoren.

B. 1 Beanspruchung nur durch Längs- und Querspannungen

Betrachtet man das vorliegende Beanspruchungssystem in der σ_1 - σ_2 -Ebene, so lautet das Tensorpolynom bei Verwendung nur eines Tensors zweiter und vierter Stufe, was als Beschreibung der Bruchfunktion in einfachster Art anzusehen ist, ausgehend von Gleichung (14) und unter Berücksichtigung der Materialsymmetrien

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (42)$$

Hierin können z.B. F_2 und F_{22} aus je einem reinen axialen Längszug- und -druckversuch ermittelt werden. Beim Längszugversuch erhält man die Zugfestigkeit " $\beta_{Z||}$ " und beim Längsdruckversuch die Druckfestigkeit " $-\beta_{D||}$ ", welche nun in Gleichung (42) eingesetzt werden.

$$F_2 * \beta_{Z||} + F_{22} * \beta_{Z||}^2 = 1 \quad (43)$$

$$-F_2 * \beta_{D||} + F_{22} * \beta_{D||}^2 = 1 \quad (44)$$

Somit können die beiden Konstanten F_2 und F_{22} bestimmt werden.

$$F_2 = \frac{1}{\beta_{Z||}} - \frac{1}{\beta_{D||}} \quad \text{und} \quad F_{22} = \frac{1}{\beta_{Z||} * \beta_{D||}} \quad (45)$$

In der gleichen Weise können F_1 , F_{11} und später auch F_{66} ermittelt werden. Nur die Konstante F_{12} muß aus einem zweiachsen Versuch bestimmt werden. VAN DER PUT <87> behauptet, daß bei Holz, bei dem große Unterschiede zwischen den Längs- und Querfestigkeiten bestehen, auf die Ermittlung von F_{12} verzichtet werden könnte, da der Fehler dann maximal in der Größenordnung von 20% liegen würde. Dieses ist nach der Auswertung der dieser Arbeit zugrundeliegenden Versuche für einen großen Bereich des Bruchkriteriums zweifelhaft.

In der bisher erschienenen Literatur über die Beschreibung der mathematischen Bruchfläche mit einem Tensorpolynom wird immer davon ausgegangen, daß für das betrachtete Modell, sofern die Längszug- und -druckfestigkeit sowie die Querszug- und -druckfestigkeit ermittelt sind, die Bruchfunktion durch

diese Punkte in dem σ_1 - σ_2 -Koordinatensystem gehen muß. Diese Punkte sind nun aber selbst, da durch Versuche ermittelt, mit Streuungen behaftet und können deshalb nicht als Festwerte betrachtet werden. Da zur Bestimmung der Bruchfunktion in der σ_1 - σ_2 -Ebene insgesamt 17 Mittelwerte, erhalten aus 2 bis 6 Einzelversuchen, vorlagen, wurde die Methode der kleinsten Fehlerquadrate verwendet, um die Konstanten des Tensorpolynoms optimal zu bestimmen.

Die üblicherweise verwendete Form dieser Methode würde die beiden Werte

$$\sum_{n=1}^{17} (\sigma_1^{\text{Versuch}} - \sigma_1^{\text{Rechnung}})^2 = \min \quad (46)$$

$$\sum_{n=1}^{17} (\sigma_2^{\text{Versuch}} - \sigma_2^{\text{Rechnung}})^2 = \min \quad (47)$$

im kartesischen Koordinatensystem σ_1 - σ_2 minimieren. Liegt nun ein Versuchsgruppenmittelwert im Bereich einer Maximalfestigkeit, in der in Bild 71 dargestellten Weise, außerhalb der nach der Regressionsrechnung erhaltenen Bruchfunktion, so kann eine der beiden Gleichungen (46) und (47) nicht erfüllt werden, weil

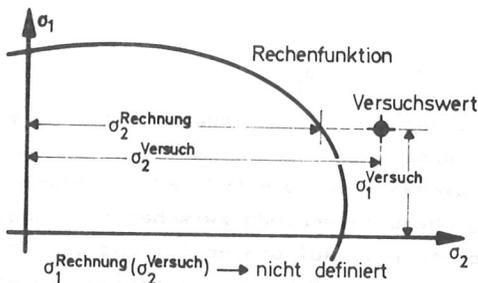


Bild 71: Beispiel zur Definition der Versuchs- und Rechenwerte für die Berechnung des Minimums der Fehlerquadrate

nicht erfüllt werden, weil $\sigma_{1,2}^{\text{Rechnung}}$ nicht mehr definiert ist. Um dieses Problem zu umgehen, empfiehlt es sich, eine Umrechnung der Spannungsbeträge in ein Polarkoordinatensystem vorzunehmen. Hierbei wird ein Versuchspunkt durch den Vektor R und den

Winkel ϕ definiert. Die Spannungsbeträge σ_1 und σ_2 ergeben sich dann nach Bild 72 zu

$$\sigma_1 = R * \sin \phi \quad (48)$$

$$\sigma_2 = R * \cos \phi \quad (49)$$

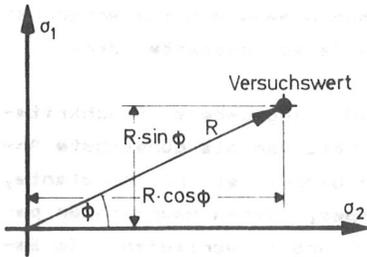


Bild 72: Definition eines Versuchspunktes im Polarkoordinatensystem

und die Gleichung (42) nimmt mit R und ϕ die Form

$$R^2 * (F_{11} * \sin^2 \phi + F_{22} * \cos^2 \phi + 2 * F_{12} * \sin \phi * \cos \phi) + R * (F_1 * \sin \phi + F_2 * \cos \phi) - 1 = 0 \quad (50)$$

an. Substituiert man $F_{11} * \sin^2 \phi + F_{22} * \cos^2 \phi + 2 * F_{12} * \sin \phi * \cos \phi = a$ und $F_1 * \sin \phi + F_2 * \cos \phi = b$, so erhält man für die Vektorlänge den entsprechenden Wert von

$$R_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4 * a}}{2 * a} \quad (51)$$

in Abhängigkeit vom Winkel ϕ und den Konstanten F_i und F_{ij} . Diese Vektorlänge, abzüglich dem Wert R^* , welcher sich aus den im Versuch ermittelten Festigkeiten ergibt, wird dann ins Quadrat gesetzt, und aus der Summe dieser 17 hier möglichen Glieder, entsprechend der Anzahl der Versuchsmittelwerte, wird die Gesamtabweichung errechnet, welche minimal sein soll. Da $\sigma_1 = \sigma_{\perp}$ und $\sigma_2 = \sigma_{\parallel}$ bei Holz sehr unterschiedlich sind, würden Absolutbeträge der Differenzen im Bereich geringer Längsspannungen zu einer schlechten Kurvenanpassung führen. Deshalb wurde für die Funktionsangleichung die Summe aus den Faktoren $(|R^*/R| - 1)^2$ gewählt, welche eine Normierung der unterschiedlichen Festigkeitswerte vornimmt.

Differenziert man die Summe dieser Abweichungsquadrate nach den Einzelwerten F_i und F_{ij} , so erhält man ein Gleichungssystem, aus welchem sich die Tensorkonstanten ermitteln lassen. Dieses Verfahren ist sehr umfangreich und kompliziert und es wird fast unlösbar, wenn Tensoren höherer als der vierten Stufe verwendet werden müssen. Deshalb wurde hier für die Kurvenanpassung ein anderes Verfahren angewandt. Mit Hilfe eines Rechners wird ein Iterationsprogramm gelöst, bei dem die Tensorkonstanten schrittweise verändert werden. Mit Hilfe dieser Schätzwerte wird dann die Summe der Abweichungsquadrate gebildet, wobei der Rechner solange iteriert, bis das Minimum der Abweichungen gefunden ist (s. Bild 73).

Die F_{11} und F_{1j} -Werte, mit welchen dieses Minimum errechnet wurde, stellen dann die gesuchten Tensorkonstanten dar.

Verwendet man das in Gleichung (50) angegebene Bruchkriterium ohne den Faktor F_{12} , so erhält man als günstigste Annäherung, bei drei Ziffernstellen Genauigkeit pro Konstante, die in Bild 74 dargestellte Ellipse, deren Hauptachsen parallel zu den Koordinatenachsen σ_{11} und σ_{12} verlaufen. Im Bereich von σ_{211} ist diese Annäherung recht gut, während im Bereich von σ_{011} , sofern dieser Wert hoch liegt oder auch wenn gleichzeitig Querkzugspannungen wirken, starke Abweichungen auftreten. Die Summe der Abweichungen, die hier ein absolutes Maß darstellt und nicht in Bezug zur Anzahl der Versuchspunkte gesetzt wurde, beträgt bei dieser einfachsten Art der Annäherung 0,159.830.

Berücksichtigt man nun den Interaktionsfaktor F_{12} und führt die gleiche Rechnung nochmals durch, dann erhält man die in Bild 75 dargestellte Bruchfunktion, welche wiederum eine Ellipse darstellt, deren Hauptachsen nun aber um den Winkel

$$\theta = \frac{1}{2} * \arctan \frac{2 * F_{12}}{F_{22} - F_{11}} \quad (52)$$

entgegen dem Uhrzeigersinn gegenüber dem Ausgangskoordina- tensystem verdreht sind. In Bereichen, in denen zuvor große Abweichungen zwischen den Rechenwerten und den Versuchspunkten auftraten, wurden die Differenzen nun kleiner, allerdings auf Kosten von nun größeren Unterschieden im Bereich von σ_{211} . Die Summe der Abweichungsquadrate reduzierte sich auf 0,137.379, was einer Verbesserung um 14% entspricht. Ein Vergleich der Versuchswerte mit der Rechenfunktion stellt aber noch keine befriedigende Übereinstimmung fest.

Deshalb wird eine Erweiterung des Bruchkriteriums auf einen Tensor sechster Stufe vorgenommen. Gleichung (42) muß unter Beachtung des in Kapitel 2.1 Gesagten erweitert werden zu

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 3F_{112} \sigma_1^2 \sigma_2 + 3F_{122} \sigma_1 \sigma_2^2 = 1 \quad (53)$$

oder in Polarkoordinaten als Funktion von R und ϕ zu

$$R^3(3F_{112}\sin^2\phi\cos\phi+3F_{122}\sin\phi\cos^2\phi)+R^2(F_{11}\sin^2\phi+F_{22}\cos^2\phi+2F_{12}\sin\phi\cos\phi)+R(F_1\sin\phi+F_2\cos\phi)-1=0 \quad (54)$$

Die beiden hinzugekommenen Faktoren F_{112} und F_{122} deformieren die Ellipse, welche durch Gleichung (42) beschrieben wird. Ein positiver Wert von F_{122} macht die Kurve im Bereich von σ_{2l} steiler und bei σ_{0l} flacher. Zudem verlängert sich die Ellipse in Richtung ihrer größeren Hauptachse. Die Konstante F_{112} muß negativ sein, da nur dann sich bei σ_{0l} kleinere und bei σ_{2l} größere Ordinaten ergeben als bei der Grundkurve. Eine Deformation der Ellipse in der zuvor beschriebenen Art würde eine Verbesserung der Übereinstimmung zwischen den Versuchswerten und der Rechenfunktion ergeben.

Da für das Iterationsprogramm zur Bestimmung der F_{ij} - und F_{ijk} -Konstanten der Vektor R bekannt sein muß, ist R aus Gleichung (54) zu ermitteln. Es handelt sich dabei um die Lösung einer Gleichung dritten Grades. Daher empfiehlt es sich, die Lösungsmethode nach CARDANI zu verwenden. Gleichung (54) lautet in abgekürzter Schreibweise:

$$aR^3+bR^2+cR+d=0 \quad (55)$$

Setzt man $r=b/a$, $s=c/a$ und $t=d/a$ und substituiert man $R=y-r/3$, dann erhält man die Funktion

$$y^3+\frac{3s-r^2}{3}y+(\frac{2}{27}r^3-\frac{s}{3}r+t)=0 \quad (56)$$

mit $p=\frac{3s-r^2}{3}$ und $q=\frac{2}{27}r^3-\frac{s}{3}r+t$ erhält man die Zwischenwerte

$$\rho=\sqrt{-p^3/27} \quad (57)$$

und

$$\lambda=\arccos\frac{-q}{2\rho} \quad (58)$$

Die drei Lösungen von Gleichung (56) lauten dann:

$$\begin{aligned} y_1 &= 2\sqrt[3]{\rho}\cos(\lambda/3) \\ y_2 &= 2\sqrt[3]{\rho}\cos(\lambda/3+\frac{2}{3}\pi) \\ y_3 &= 2\sqrt[3]{\rho}\cos(\lambda/3+\frac{4}{3}\pi) \end{aligned} \quad (59)$$

und als Ergebnis erhält man die drei Vektorlängen

$$R_{1,2,3} = y_{1,2,3}^{-r/3} \quad . \quad (60)$$

Von den drei Wurzeln der Gleichung (54) lag immer nur eine im Bereich des Versuchswertes R^* , so daß keine Probleme bei der Berechnung der Summe der Abweichungsquadrate auftraten. Die Summe der Abweichungsquadrate ging bei dieser Kurvenanpassung auf den Wert 0,041.615 herunter, was eine Verbesserung um 74% gegenüber der ersten Kurvenanpassung bedeutet. Wie Bild 76 zeigt, stimmen die Versuchswerte mit den Rechenwerten gut überein. Die Berechnung der Konstanten F_1 , F_2 , F_{11} , F_{22} , F_{12} , F_{112} und F_{122} erfolgte iterativ, analog der zuvor beschriebenen Methode, auf einem Rechner. Das entsprechende Flußdiagramm ist in Bild 77 gegeben. Diese Werte, mit denen die minimale Abweichungssumme erhalten wurde, wurden als endgültig bestimmte Werte für die weiteren Berechnungen angenommen.

Würde das Tensorpolynom auf einen Tensor höherer als der sechsten Stufe erweitert werden, so würde sich eine nochmalige Verbesserung der Übereinstimmung zwischen der Rechnung und den Versuchen erzielen lassen, da prinzipiell davon ausgegangen werden kann, daß jede Funktion durch Hinzufügen eines weiteren Tensors besser angenähert wird, bis maximal die Zahl der unbekanntens Tensorkonstanten und der Versuchswerte übereinstimmt. Da die Mittelwerte, mit denen diese Kurvenanpassung vorgenommen wurde, teilweise aus nur zwei Einzelversuchen gebildet wurden - im Maximalfall waren es sechs Versuche - sollte aber nicht eine übertriebene Genauigkeit vorgetäuscht werden. Deshalb wurde in der σ_{11} - σ_{11} -Ebene keine weitere Polynomerweiterung mehr vorgenommen.

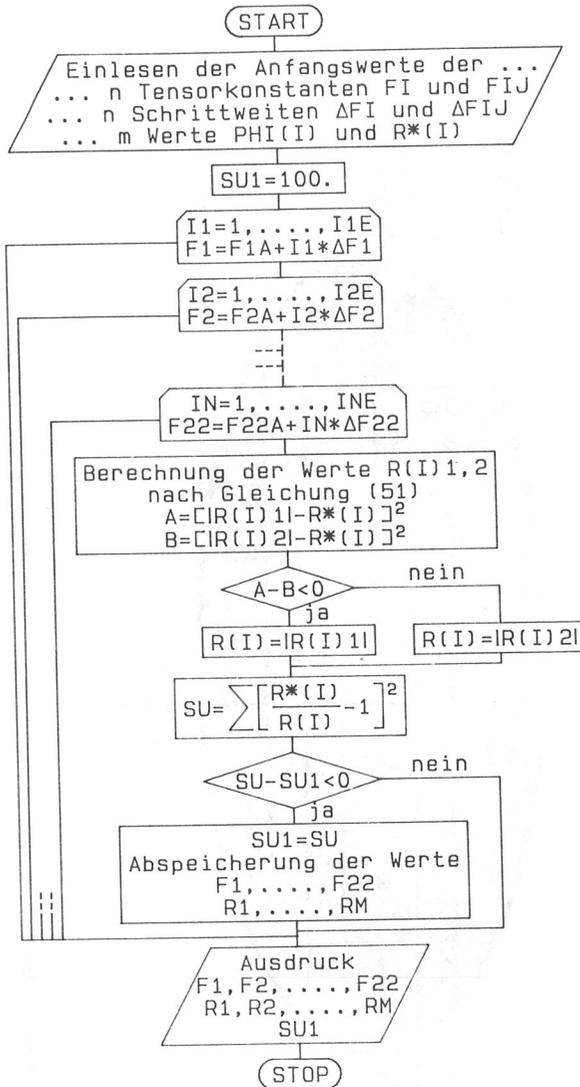


Bild 73: Laufdiagramm zur Bestimmung der Tensorkonstanten F_1 bis F_{22} (Tensor zweiter und vierter Stufe)

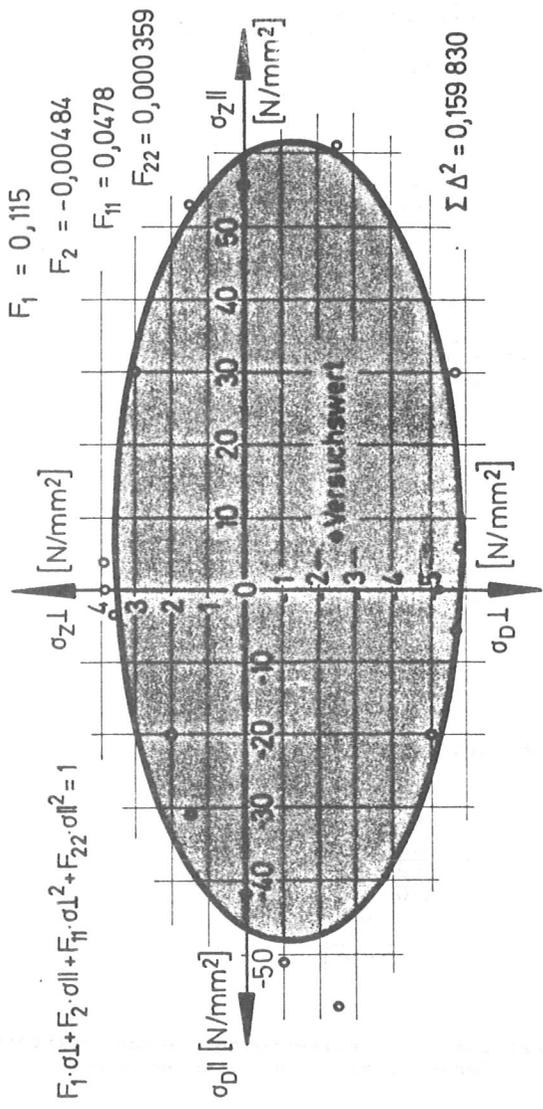


Bild 74: Vergleich der Versuchsmittelwerte mit dem Bruchkriterium nach Gleichung (42) ohne Berücksichtigung von F_{12}

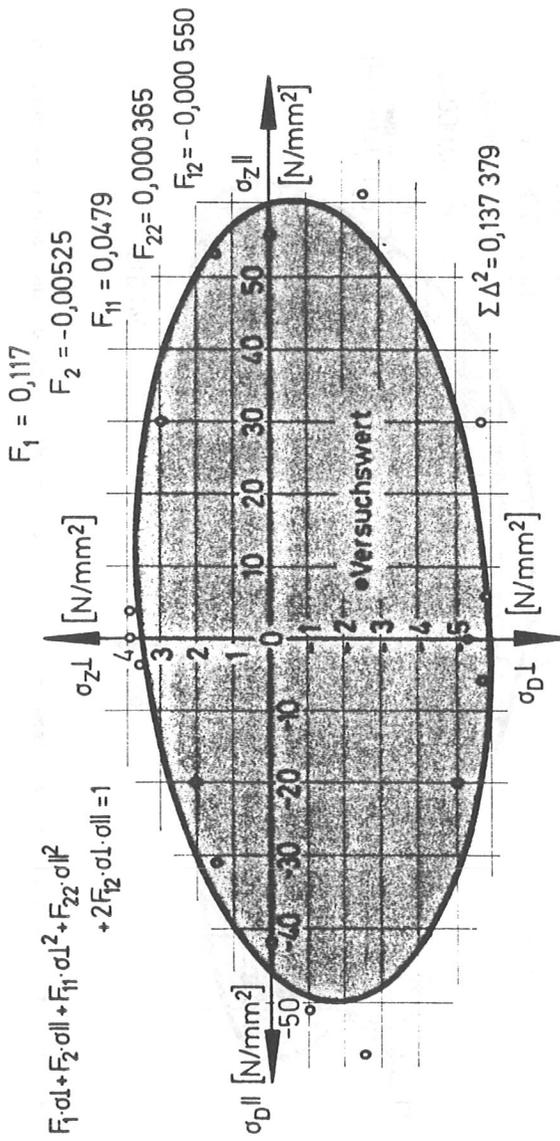


Bild 75: Vergleich der Versuchswertmittelwerte mit dem Bruchkriterium nach Gleichung (42) unter Berücksichtigung von F_{12}

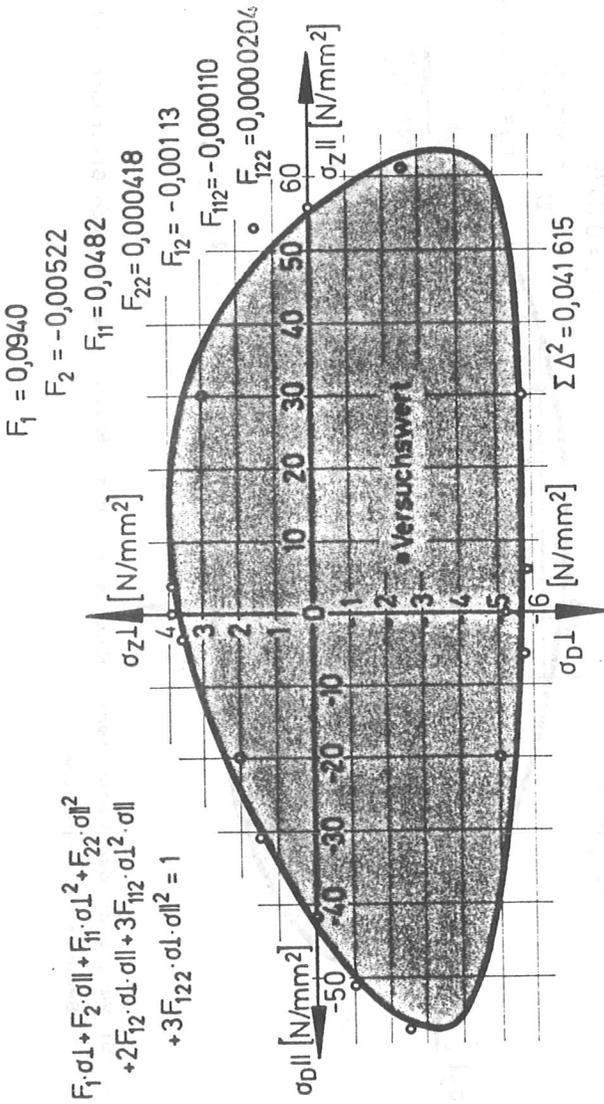


Bild 76: Vergleich der Versuchsmittelwerte mit dem Bruchkriterium nach Gleichung (53)

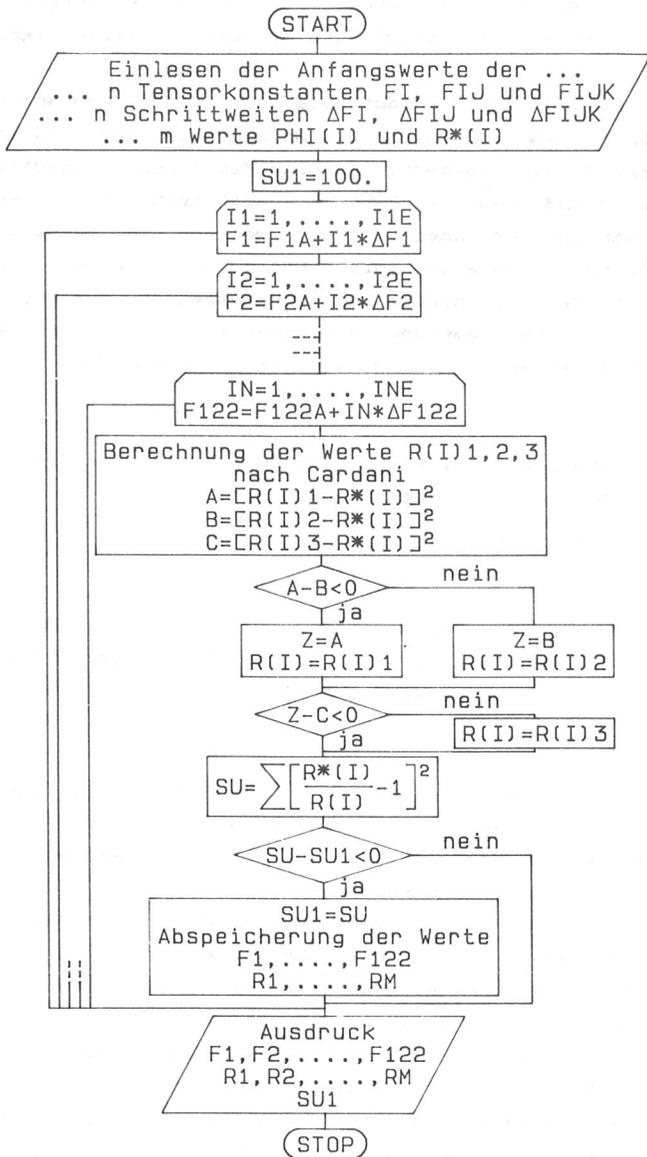


Bild 77: Laufdiagramm zur Bestimmung der Tensorkonstanten F_1 bis F_{122} (Tensor zweiter, vierter und sechster Stufe)

8.2 Beanspruchung mit Längs-, Quer- und Schubspannungen

Liegt zylindrische Anisotropie bei einem röhrenförmigen Prüfkörper vor und fallen die Anisotropie- und Prüfkörpergeometrieachsen zusammen, so sind die Schubfestigkeiten im positiven und negativen Bereich symmetrisch zur $\sigma_{11}-\sigma_{11}$ -Ebene. Geht man bei dem Tensorpolynom, welches die mathematische Bruchfläche beschreiben soll, bis zu einem Tensor sechster Stufe, so dürfen, infolge der Schubsymmetrie, nur Ausdrücke, welche die Schubspannung in quadratischer Form beinhalten, verwendet werden, da nur eine Funktion in der Form

$$a\tau^2 + b = 0 \quad (61)$$

diese Bedingung erfüllt und zudem nur zwei eindeutige Ergebnisse liefert. Gleichung (53) muß also zu

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 3F_{112}\sigma_1^2\sigma_2 + 3F_{122}\sigma_1\sigma_2^2 + F_{88}\sigma_8^2 + 3F_{188}\sigma_1\sigma_8^2 + 3F_{288}\sigma_2\sigma_8^2 = 1 \quad (62)$$

erweitert werden. Dabei entspricht $\sigma_8 = \tau$. Die Bestimmung der Konstanten F_{88} , F_{188} und F_{288} geschah wiederum mit Hilfe eines Iterationsprogramms nach der Bedingung

$$\sum_{n=1}^m \left(\frac{\tau^*}{\tau} - 1 \right)^2 = \min, \quad (63)$$

mit τ^* als Versuchswert und τ als Rechenwert, wobei in diesem Fall kartesische Koordinaten benutzt wurden, da alle Punkte der Bruchfläche mit $\tau \neq 0$ in ihrer Projektion auf die $\sigma_{11}-\sigma_{11}$ -Ebene innerhalb der Bruchfunktion $f(\sigma_{11}, \sigma_{11}) = 1$ lagen und somit Probleme, wie sie zuvor auftraten, hier nicht vorlagen. Als Ergebnis der Anpassung der Bruchfläche an die Versuchspunkte wurde eine Funktion erhalten, welche eine Besonderheit aufwies: Betrachtete man diejenigen Punkte, bei denen alle drei Spannungskomponenten gleichzeitig wirkten, so unterlief die mathematische Bruchfläche die Versuchswerte im zweiten und vierten Quadranten, während sie im ersten und dritten Quadranten über den Versuchswerten lag. Es mußte also ein Faktor gefunden werden, welcher bei gleichem Vorzeichen von Längs- und Querspannung eine Abmin-

derung von τ bewirken mußte, dagegen bei ungleichen Vorzeichen den Wert der Schubfestigkeit aber erhöhte. Dieser Faktor ist mit F_{1266} (in abgekürzter Schreibweise) und allen entsprechenden Varianten in einem Tensor achter Stufe enthalten. Alle übrigen Faktoren dieses Tensors wurden jedoch nicht verwendet, da die bisherige Angleichung mit Tensoren zweiter, vierter und sechster Stufe bei der geringen Anzahl von Versuchen als ausreichend erschien. Die endgültige Funktion der mathematischen Bruchfläche für Weißtannenholz unter einer Beanspruchung entsprechend einer LT-Scheibe lautet somit im σ_1 - σ_2 - τ -Koordinatensystem:

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + 3F_{112} \sigma_1^3 + 3F_{122} \sigma_1 \sigma_2^2 + F_{66} \tau^2 + 3F_{166} \sigma_1 \tau^2 + 3F_{266} \sigma_2 \tau^2 + 12F_{1266} \sigma_1 \sigma_2 \tau^2 = 1 \quad (64)$$

Die Iteration zur Bestimmung der minimalen Summe der Fehlerquadrate ergab die in Tabelle 10 angegebenen Konstanten F_i , F_{ij} , F_{ijk} und F_{ijkl} für die Gleichungen (62) und (64).

Tensorkonstante		Einzelwerte	
		nach Gl. (62)	nach Gl. (64)
F_1	[mm ² /N]	0,094.0	
F_2		-0,005.22	
F_{11}	[mm ⁴ /N ²]	0,048.2	
F_{22}		0,000.418	
F_{66}		0,010.2	0,010.3
F_{12}		-0,001.13	
F_{112}	[mm ⁶ /N ³]	-0,000.110	
F_{122}		0,000.020.4	
F_{166}		0,000.228	0,000.310
F_{266}		0,000.042.3	0,000.052.7
F_{1266}	[mm ⁸ /N ⁴]	----	0,000.002.21

Tabelle 10: Zusammenstellung der aus den Regressionsrechnungen erhaltenen Tensorkonstanten bei einem Ansatz nach Gleichung (62) und (64)

In Tabelle 11 wurden die Mittelwerte der Versuchsgruppen mit den entsprechenden Rechenwerten nach den Gleichungen (62) und (64) verglichen. Die gleiche Gegenüberstellung ist in den Bildern 78 und 79 graphisch gegeben. Die beiden angenäherten mathematischen Bruchflächen nach Gleichung (62) und (64) sind in den Bildern 80 und 81 räumlich dargestellt. Die Bilder 82, 83, 84 und 85 stellen Schnitte durch diese Flächen dar, wobei jeweils der Wert σ_{II} oder σ_{I} konstant gehalten wurde.

Versuchspunkt	Beanspruchung im Versuch			τ	
	σ_{II}	σ_{I}	τ	n. Gl. (62)	n. Gl. (64)
				[N/mm ²]	
1	30,00	1,50	5,78	6,17	5,70
2	30,00	-	8,46	7,46	7,20
3	30,00	-2,50	7,89	7,78	8,33
4	7,33	-	9,17	9,55	9,42
5	-	2,93	3,66	5,05	4,88
6	-	1,50	8,55	8,18	8,01
7	-	-	8,95	9,90	9,85
8	-	-2,50	10,87	10,49	10,82
9	-	-5,44	6,80	3,62	4,03
10	-7,70	-	9,63	10,07	10,15
11	-20,00	1,50	7,69	6,43	6,82
12	-20,00	-	9,64	9,75	10,10
13	-30,00	-2,50	11,26	11,75	11,13

Tabelle 11: Gegenüberstellung der nach Gleichung (62) bzw. (64) errechneten aufnehmbaren Schubfestigkeiten mit den in den Versuchen erreichten Mittelwerten

Der Versuchspunkt mit den Koordinaten $\sigma_{II} = 0 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{I} = -5,44 \text{ N/mm}^2$ und $\tau = 6,8 \text{ N/mm}^2$ wurde bei der Iterationsrechnung nicht berücksichtigt, da er, bedingt durch die Auswertung in einem kartesischen Koordinatensystem und durch die Tatsache, daß $\sigma_{II} \approx \beta_{II}$, ein zu steiles Ansteigen der Bruchfläche in diesem Bereich bewirkt hätte. Bei einer Auswertung in einem Polarkoordinatensystem wäre dieser Punkt dagegen fast mit der mathematischen Bruchfläche identisch gewesen. Da hier also die Art der Versuchsauswertung das Aussehen der mathematischen Bruchfläche stark verändern konnte, wurde dieser Punkt bei der Auswertung nicht berücksichtigt.

☛ Mittelwert einer Versuchsreihe
alle Spannungen in N/mm²

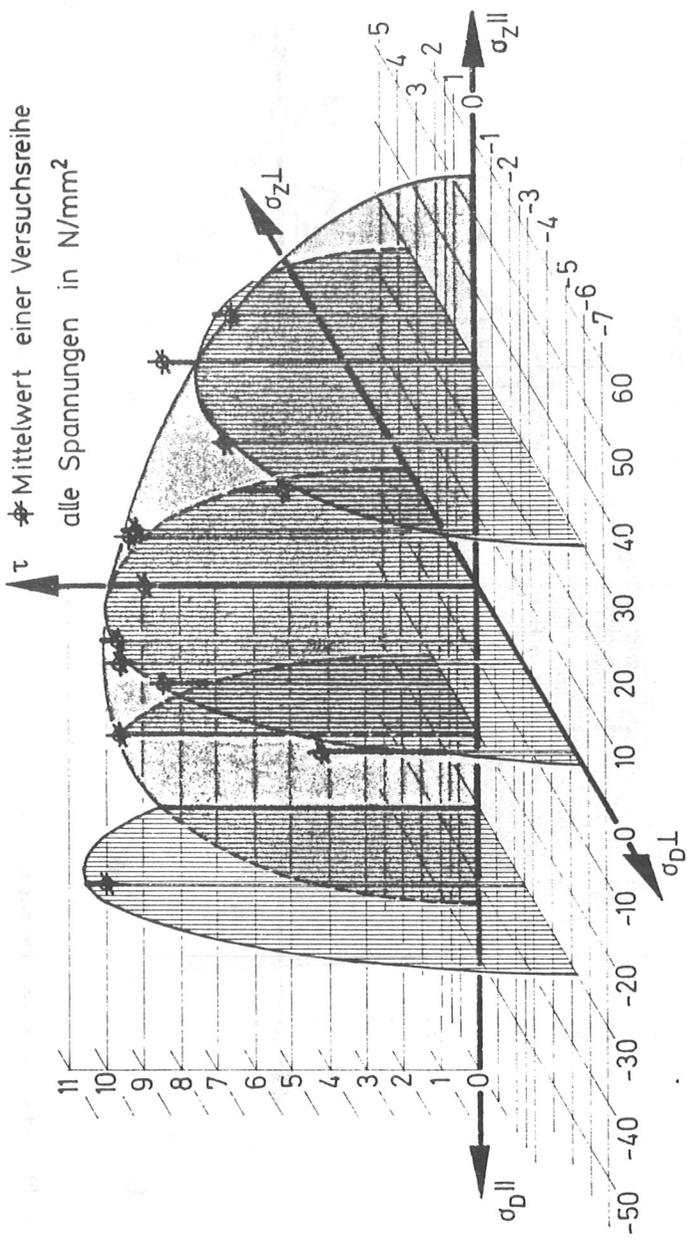


Bild 78: Vergleich der Versuchspunkte mit $\tau \neq 0$ mit der Bruchfläche nach Gleichung (62)

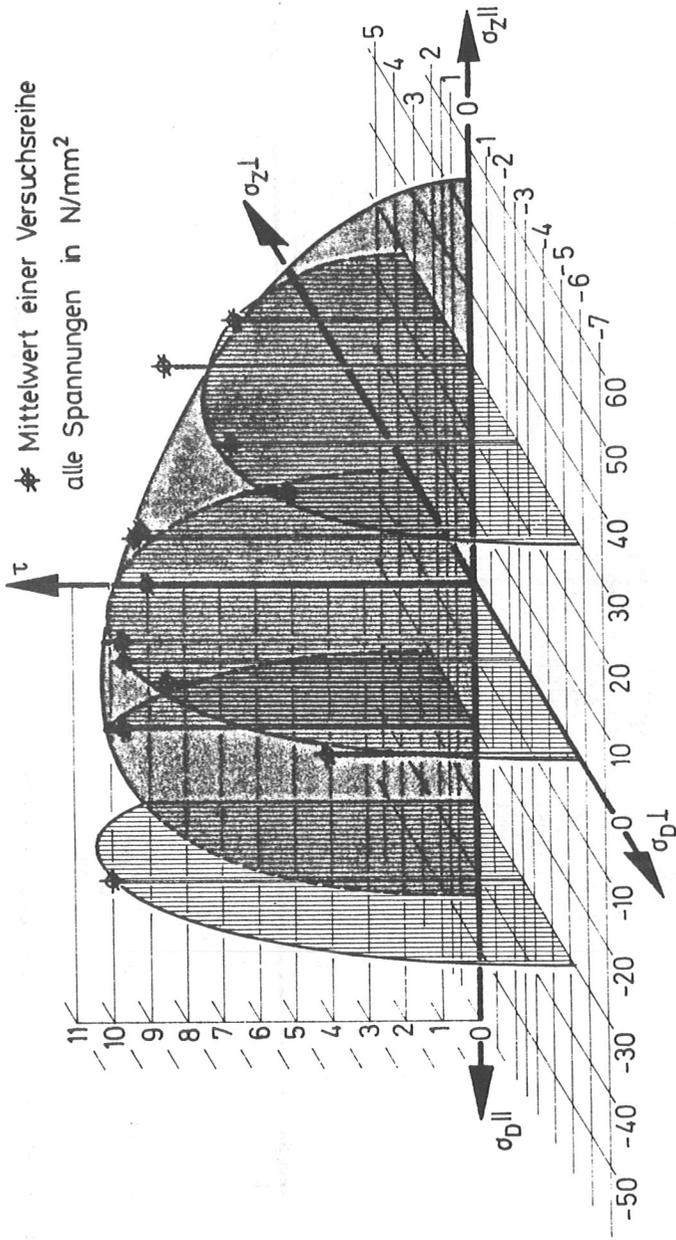


Bild 79: Vergleich der Versuchspunkte mit $\tau \neq 0$ mit der Bruchfläche nach Gleichung (64)

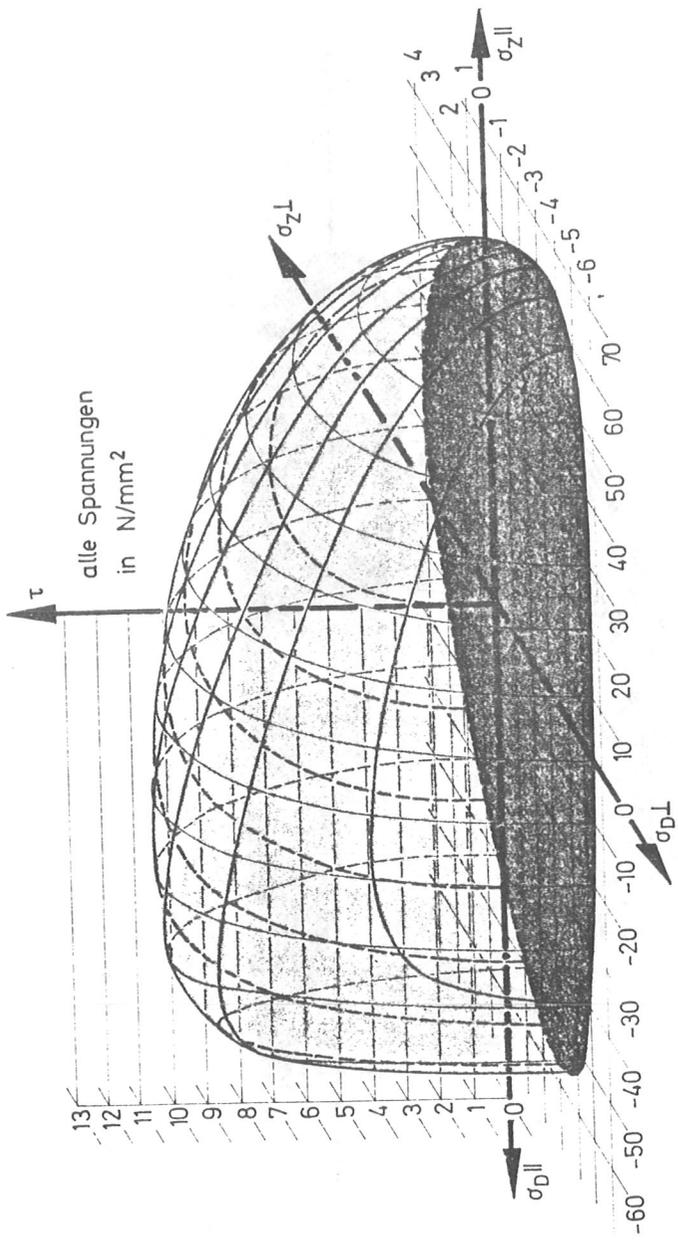


Bild 80: Bruchfläche nach Gleichung (62)

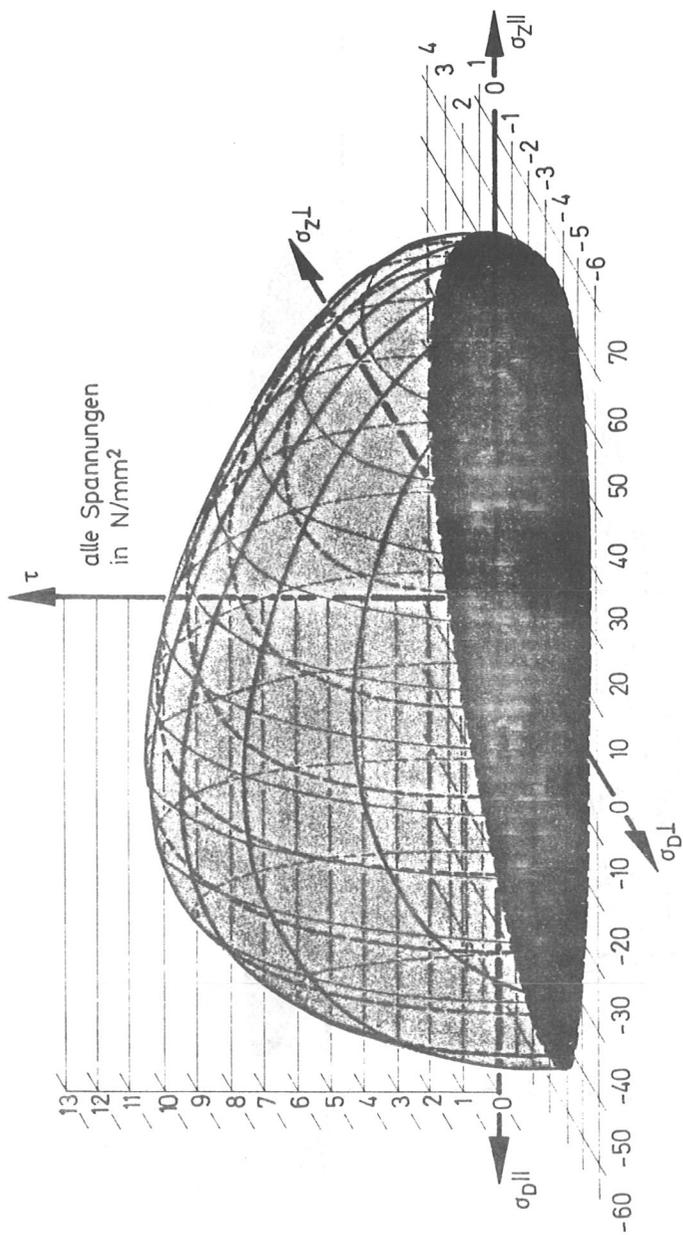


Bild 81: Bruchfläche nach Gleichung (64)

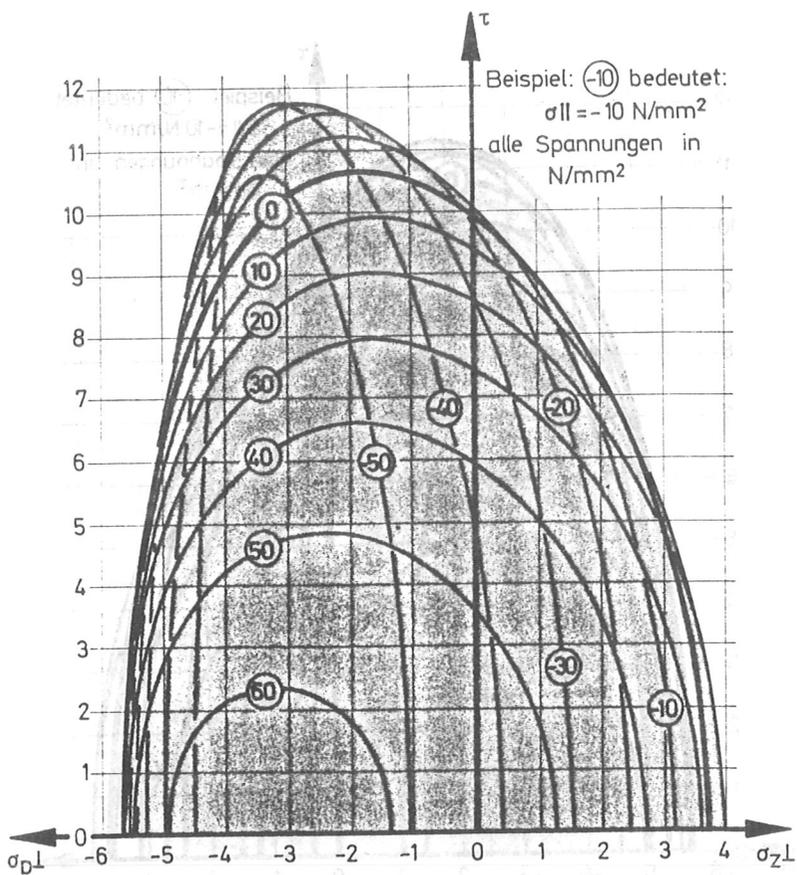


Bild 82: Schnitte mit $\sigma_{II} = \text{const.}$ durch die Bruchfläche nach Gleichung (62)

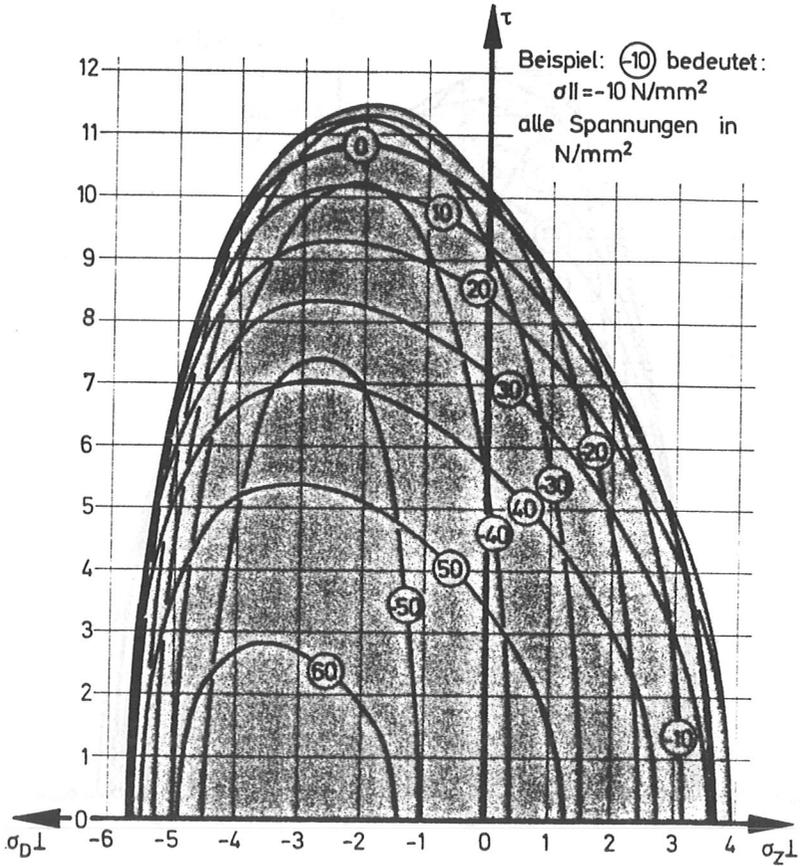


Bild 83: Schnitte mit $\sigma_{II} = \text{const.}$ durch die Bruchfläche nach Gleichung (64)

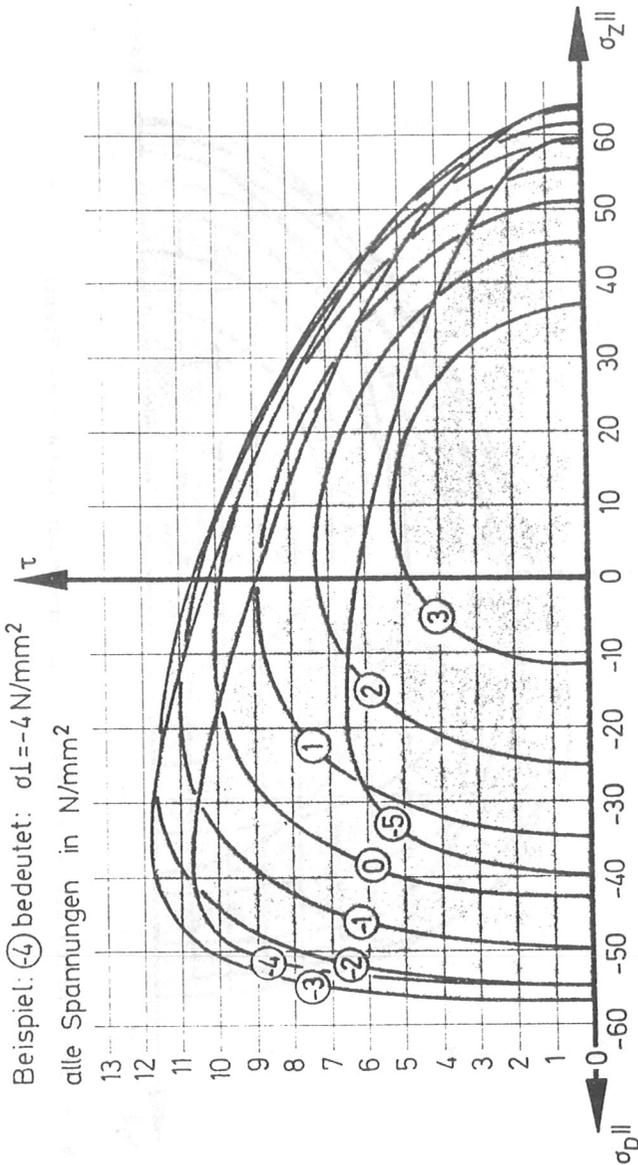


Bild 84: Schnitte mit $\sigma_{\perp} = \text{const.}$ durch die Bruchfläche nach Gleichung (62)

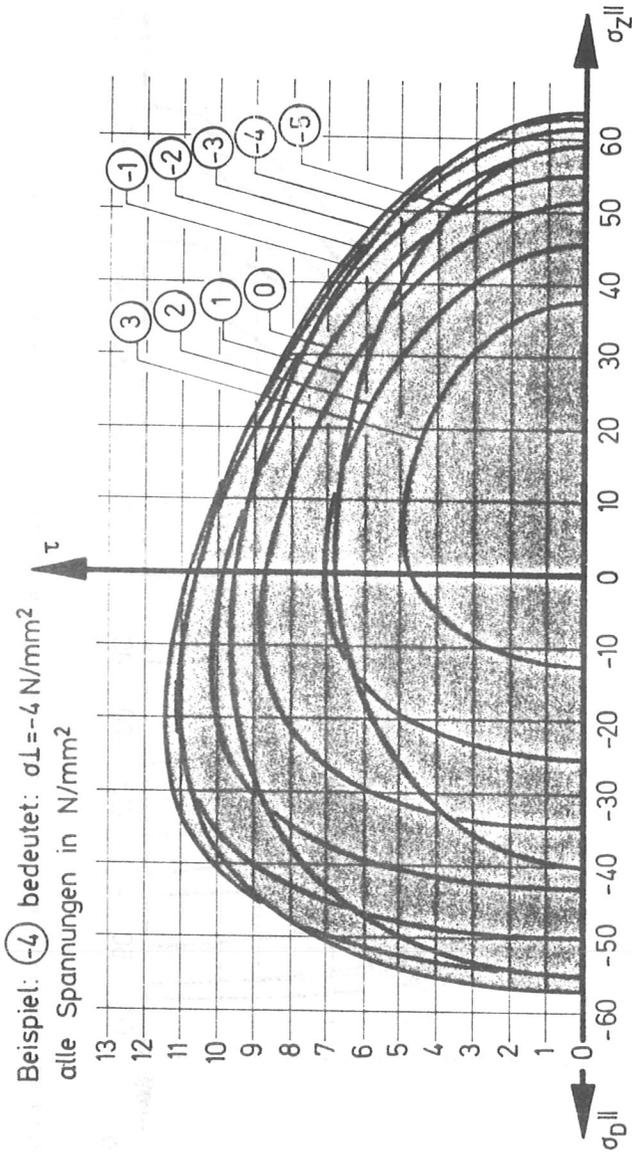


Bild 85: Schnitte mit $\sigma_I = \text{const.}$ durch die Bruchfläche nach Gleichung (64)

8.3 Ermittlung der Grundfestigkeiten und Anwendung für Normalbeanspruchung bei Faserabweichungen

Nachdem sämtliche Konstanten des Tensorpolynoms, welches die mathematische Bruchfläche für das Holz der Weißtanne bei Beanspruchung als Scheibenproblem in der LT-Ebene beschreibt, bestimmt sind, sollen rückwirkend noch die reinen Längsfestigkeiten $\beta_{Z||}$ und $\beta_{D||}$, die Querfestigkeiten $\beta_{Z\perp}$ und $\beta_{D\perp}$ und die Schubfestigkeit τ_u errechnet und mit den Versuchswerten verglichen werden. Ausgehend von Gleichung (43) erhält man für $\beta_{Z||}$ den Wert

$$-0,00522\beta_{Z||} + 0,000418\beta_{Z||}^2 = 1 \rightarrow \beta_{Z||} = 55,55 \text{ N/mm}^2 \quad (65)$$

In gleicher Weise lassen sich auch die übrigen Grundfestigkeiten ermitteln. Eine Zusammenstellung ist in Tabelle 12 gegeben.

		$\beta_{Z }$	$\beta_{D }$	$\beta_{Z\perp}$	$\beta_{D\perp}$	τ_{LT}^u
		[N/mm ²]				
①	Rechenwert	55,55	-43,06	3,68	-5,63	9,85
②	Versuchswert	55,89	-41,74	3,89	-5,22	8,95
②/①		1,01	0,97	1,06	0,93	0,91

Tabelle 12: Zusammenstellung der Grundfestigkeiten

Im konstruktiven Holzbau treten genauso wie im Prüfwesen oft einachsig wirkende Spannungen auf, die unter einem Winkel ϕ zur Faserrichtung stehen. Transformiert man diese Spannung in Längs-, Quer- und Schubspannungen, so kann man mit Hilfe von Gleichung (64) das Bruchverhalten beschreiben. Transformiert man dagegen den Festigkeitstensor, dann erhält man, wie Gleichung (66) zeigt, einen stark vereinfachten Ausdruck, in welchem nur noch die Spannung unter einem Winkel zur Faserrichtung als Unbekannte vorhanden ist. Die Komponenten des Festigkeitstensors F_i' , F_{ij}' , F_{ijk}' und F_{ijkl}' ergeben sich aus den zuvor ermittelten Tensorkomponenten nach den Be-

ziehungen

$$F_2' \sigma_2 + F_{22}' \sigma_2^2 + F_{222}' \sigma_2^3 + F_{2222}' \sigma_2^4 = 1 \quad (66)$$

$$F_2' = \frac{F_2 - F_1}{2} * \cos 2\phi + \frac{F_1 + F_2}{2} \quad (67)$$

$$F_{22}' = \frac{3F_{11} + 3F_{22} + 2F_{12} + F_{66}}{8} + \frac{F_{22} - F_{11}}{2} * \cos 2\phi + \frac{F_{11} + F_{22} - 2F_{12} - F_{66}}{8} * \cos 4\phi \quad (68)$$

$$F_{222}' = \frac{3}{16} (F_{112} + F_{122} + F_{166} + F_{266}) + \frac{3}{32} (-F_{112} + F_{122} - F_{166} + F_{266}) * \cos 2\phi - \frac{3}{16} (F_{112} + F_{122} + F_{166} + F_{266}) * \cos 4\phi + \frac{3}{32} (F_{112} - F_{122} + F_{166} - F_{266}) * \cos 6\phi \quad (69)$$

$$F_{2222}' = \left[\frac{9}{32} - \frac{3}{8} \cos 4\phi + \frac{3}{32} \cos 8\phi \right] * F_{1266} \quad (70)$$

Mit diesen Abhängigkeiten läßt sich die scheinbare Festigkeit des Holzes der Weißtanne bei Faserabweichungen errechnen. Bezieht man diese Rechenwerte für Zug bzw. Druck auf die entsprechenden Längsfestigkeiten, so erhält man den "Abminderungsfaktor"

$$a = \frac{\sigma_2 = f(F_2', F_{22}', F_{222}', F_{2222}')}{\sigma_2 = f(F_2, F_{22})} \quad (71)$$

Die Änderungen der Normalfestigkeiten unter einem Winkel zur Faserrichtung gegenüber den Längsfestigkeiten sind in Bild 86 dargestellt. In diesem Diagramm sind auch die Ergebnisse der mit Tannenholz aus dem Gotthardmassiv durchgeführten Untersuchungen von BAUMANN <9> eingetragen. Die Zugversuche konnten dabei einfach durch Quotientenbildung der Schrägfestigkeit und der Längszugfestigkeit ausgewertet werden, da das Verhältnis der Quer- zur Längsfestigkeit bei BAUMANN mit $7,6/116,8 = 0,065$ und bei den in dieser Arbeit erhaltenen Ergebnissen mit $3,68/55,55 = 0,066$ praktisch identisch war. Bei den Druckversuchen lauteten die vergleichbaren Werte $8,35/40,95 = 0,204$ und $5,63/43,06 = 0,131$. Infolge dieses Unterschiedes, welcher einerseits durch das verwendete Versuchsmaterial, andererseits aber auch durch die Prüfmethode bedingt sein kann, mußte ein mittelbildender Ausgleich der beiden erzielten Querdruckfestigkeiten eingerechnet werden. Wie aus Bild 86 ersichtlich ist, stimmen die Versuchswerte

nach BAUMANN recht gut mit dem gefundenen Bruchkriterium überein, vor allem, wenn man bedenkt, daß die früheren Versuche meistens Einzelwerte oder maximal das Mittel aus zwei Versuchen darstellen. Diese gute Übereinstimmung kann auch als Bestätigung angesehen werden, daß es sich bei den in dieser Arbeit gefundenen Materialkennwerten um echte Tensor-komponenten, die auf das Holz der Weißtanne zutreffen, handelt, da die Transformation der ermittelten Kennwerte nach den Gesetzen der Tensortransformation vorgenommen wurde. Dieses war in anderen Forschungsarbeiten, z.B. <103> <106>, allerdings für faserbewehrte Kunststoffe, auch bereits nachgewiesen worden.

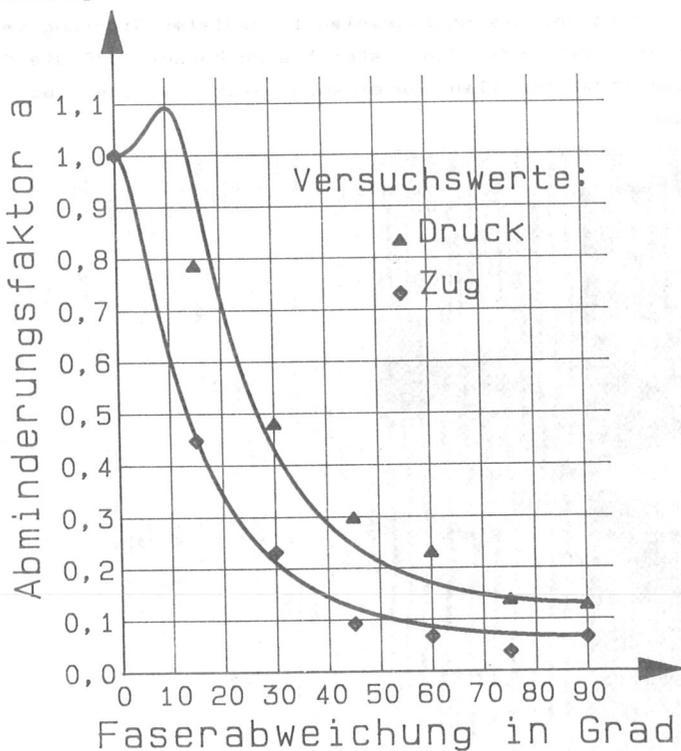


Bild 86: Verhältnis der Festigkeiten unter einem Winkel zur Faserrichtung zu den Längsfestigkeiten nach Gleichung (71) und nach <9>

9. Mikroskopischer Aufbau des verwendeten Holzes

Holz hat, wie schon zuvor erwähnt, eine zylindrische Orthotropie, d.h. drei zueinander senkrecht stehende Richtungen haben jeweils ein unterschiedliches Tragverhalten: die Faserrichtung (L), die radiale Richtung (R) und die tangential zu den Jahrringen stehende Richtung (T). Drei Ansichten unter dem Mikroskop machen diese Unterschiede deutlich.

Verläuft die Bildebene in der LR-Fläche, so sieht man die zwei Zellrichtungen sehr deutlich, die Tracheiden in Stamm-längsrichtung und die Holzstrahlen in radialer Richtung verlaufend (s. Bild 87). Dabei stellt sich heraus, daß die Anzahl der Strahlzellen übereinander stark unterschiedlich sein kann.

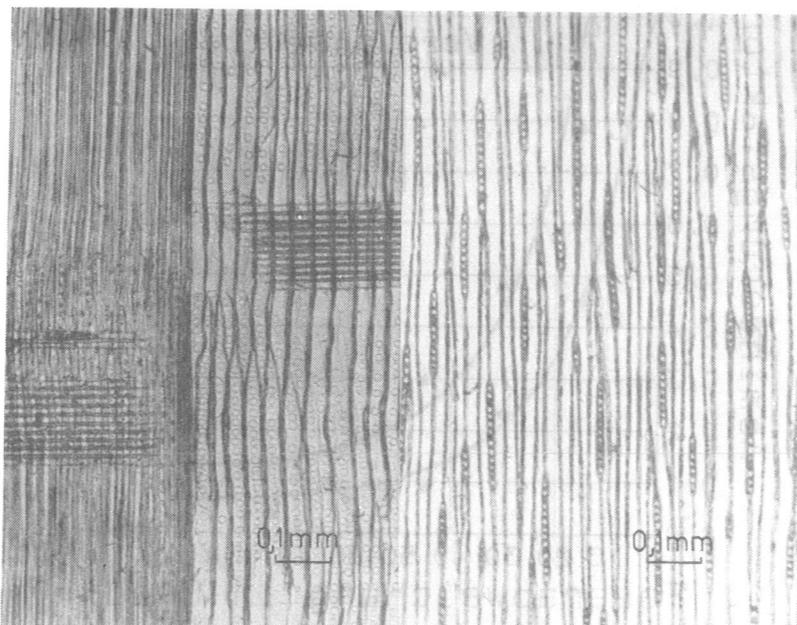


Bild 87: LR-Schnitt durch das verwendete Weißtannenholz

Bild 88: LT-Schnitt durch das verwendete Weißtannenholz

Bei der in Bild 88 dargestellten LT-Fläche sind die Holzstrahlen als einreihig übereinanderliegende Zellverbände zu erkennen. In den beiden Fotos sieht man jedoch deutlich, daß in radialer Richtung die aus Parenchymzellen aufgebauten Holzstrahlen quer zur Faserrichtung wie eine Armierung eingebaut sind, während in tangentialer Richtung solch eine Querverstärkung nicht vorhanden ist.

Beim Schnitt senkrecht zur Faserrichtung des Holzes ist der stark unterschiedliche Aufbau der Frühholz- und Spätholzsichten, welche makroskopisch die deutliche Ausbildung der Jahrringe bedingen, zu erkennen. Bild 89 zeigt einen

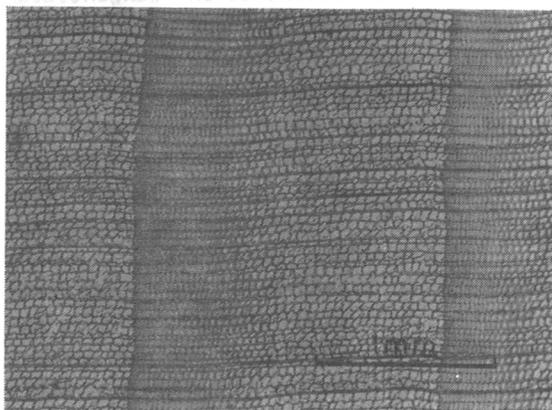


Bild 89: RT-Schnitt (Querschnitt) durch das verwendete Weißtannenholz

Schnitt durch eine Prüfkörperwand, welche aus ungefähr drei Jahrringen bestand. Deutlich sind der langsame Übergang zwischen Früh- und Spätholz und der plötzliche zwischen dem Spät- und dem Frühholz, von der Markröhre

zur Stammäußenfläche hin gesehen, zu erkennen. Vergleicht man die Frühholz- mit den Spätholzzellen, so stellt man fest, daß die letzteren, in radialer Richtung gesehen, gegen das Ende eines Jahrrings hin immer kürzer werden, während die Zellwandstärke gegenüber den davorliegenden Spätholzzellen nahezu unverändert bleibt (s. Bild 90). Deutlich sind auf diesem Foto auch die Holzstrahlen und die Größen- und Wandstärkenunterschiede zwischen den Spät- und Frühholzzellen sichtbar. Weiterhin kann man einen Unterschied hinsichtlich der Kraftübertragung in radialer und tangentialer Richtung erkennen. Während nämlich die Zellwände in radialer Richtung

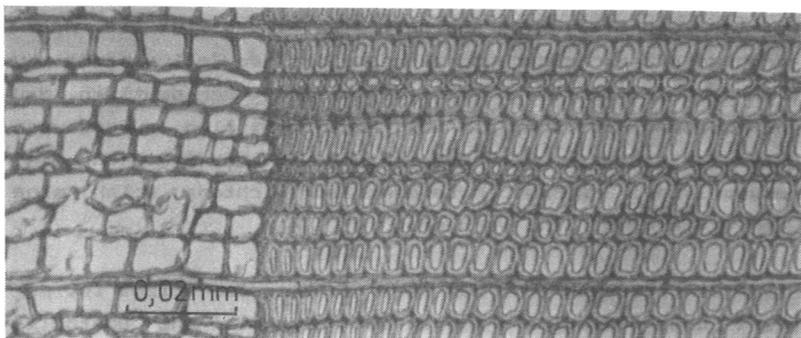


Bild 90: RT-Schnitt

durchgehend verlaufen, enden die Zellwände in tangentialer Richtung fast immer gegeneinander versetzt auf einer Radialwand. Somit werden Kräfte in radialer Richtung hauptsächlich durch Normalkräfte in den Zellwandungen übertragen, während Kräfte in tangentialer Richtung durch Normalkräfte und Biegemomente weitergeleitet werden. Es ergibt sich deshalb

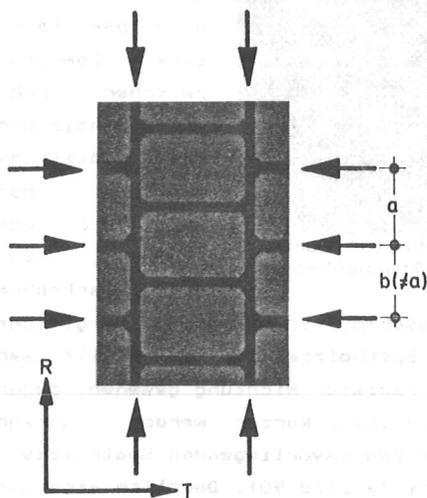


Bild 91: Modell der Zellstruktur für eine Belastung in radialer und tangentialer Richtung

grob gesehen das in Bild 91 dargestellte Tragsystem für Belastungen, welche senkrecht zur Faserrichtung stehen. Geringe Abweichungen von der Geraden können in radialer Stabzugrichtung vernachlässigt werden, da infolge der geringen Richtungsabweichung die erforderlichen Stabilisierungskräfte gering sind und durch die Anordnung der tangentialen Zellwände zum größten Teil in sich ausgeglichen werden.

Auch aus der Betrachtung des Querschnitts muß unter

der Annahme, daß die Zellwände in radialer und tangentialer Richtung ungefähr gleich aufgebaut sind und etwa die gleiche Wandstärke aufweisen, der Schluß gezogen werden, daß die tangentiale Richtung schwächer sein muß als die radiale. Dieser Effekt ergab sich genauso aus der "Holzstrahlenarmierung". Einen Beweis hierfür liefern die Bilder 92 und 93.

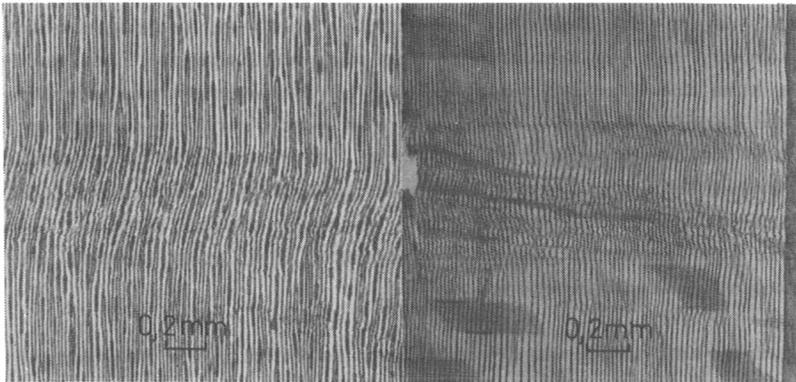


Bild 92: Schnitt durch eine Quetschfalte in der tangentialen Fläche

Bild 93: Schnitt durch eine Quetschfalte in der radialen Fläche

Hier wurden Schnitte durch die LT-Fläche und die LR-Fläche im Bereich einer Quetschfalte geführt. Wie hieraus deutlich ersichtlich ist, wichen die Fasern in Richtung der schwächeren Tangentialrichtung aus. In dem Radialschnitt sind deshalb auch ober- und unterhalb der Mittellinie der ausgewichenen Fasern Zellanschnitte, ähnlich einem Schnitt unter einem Winkel zur Faserrichtung zu erkennen, welche von den hier in tangentialer Richtung schrägstehenden Tracheiden herrühren.

10. Bruchprinzipien auf der Basis der Mikromechanik

STUPNICKI hatte in seiner Arbeit <101> zum Zwecke der Festigkeitsanalyse ein mathematisches Modell, unabhängig, wie er schreibt, von den biologischen Funktionen der Zell-

wände entworfen, welches die Mittellamelle als das tragende Gerippe und die eigentlichen Zellwände als Aussteifungsmaterial von erheblich geringerer Steifigkeit ansieht. Hierbei werden zwar einige Annahmen getroffen, welche entweder in einer passenden Wahl von Moduln begründet sind oder welche auf Verformungsannahmen beruhen, die nicht als zutreffend anzusehen sind - z.B. werden Stabilitätsverformungen der Zellwände der LR-Ebene in Richtung der T-Achse angenommen, welche bei der Betrachtung zugrundeliegenden Zellwand-system die Aussteifung durch die LT-Zellwände niemals zulassen kann -, aber mit dieser Arbeit wurde ein Weg aufgezeigt, daß Makrobrüche mit Methoden der Mikromechanik bearbeitet werden müssen, sollte eine einigermaßen zutreffende Beschreibung des Tragverhaltens von Holz gegeben werden. Das ist um so wichtiger, je abstrakter die Formulierung der Bruchprinzipien vorgenommen wird.

Betrachtet man einen Bruchvorgang im Bereich der Mikromechanik, so ist es von vorrangiger Bedeutung, die tatsächliche Beanspruchung der einzelnen Mikrobauteile zu kennen. Dieses soll das folgende Beispiel belegen. Betrachtet wird der Mittelteil der geprüften Holzlöhren unter reinem Außendruck als Belastung. Vergleicht man in radialer Richtung die Wandstärken und Zellwandabstände bei dem untersuchten Tannenholz zwischen dem Früh- und Spätholz, so stellt man fest, daß die Spätholzwände etwa die 2,5-fache Dicke der Frühholzwände haben und daß die Tracheidendicken in radialer Richtung etwa im Verhältnis 1:4 (Spätholz/Frühholz) zueinander stehen. Für diese Zahlenwerte wurde ein Rechnersimulationsmodell auf der Basis des STRESS-Programms <3> erstellt. Dabei wurden vier verschiedene Steifigkeitsvariationen angenommen. Bei den ersten beiden Variationen wurde davon ausgegangen, daß die Röhrenwandstärke von 5 mm genau einem Jahrring entspricht. Die Zellwände in tangentialer Richtung wurden in allen vier Modellen entsprechend Bild 94 angenommen. Wie Bild 90 zeigt, können diese Wände sowohl in jedem beliebigen Verhältnis gegeneinander versetzt angeordnet sein, als auch über zwei bis maximal drei Zellen durchgehen. Bei dem ersten Fall

wurde davon ausgegangen, daß das tragfähigere Material an der Röhrenaußenseite liegt, während beim zweiten eine umgekehrte Anordnung angenommen wurde. Die dritte Version geht von gleichen Wandstärken aus, während die vierte zwei Jahrringe innerhalb der Röhrenwandung simuliert.

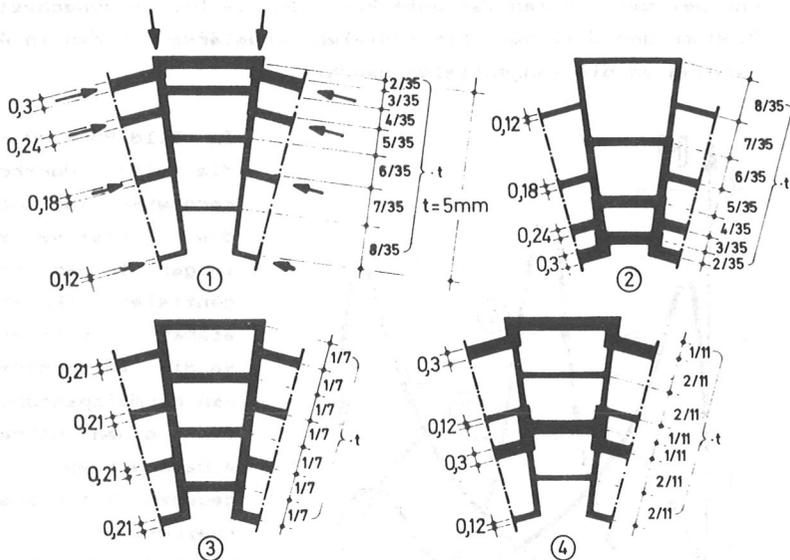


Bild 94: Wandstärken und Zellwandabstände für das Rechner-simulationsmodell: ① Wandstärke von außen nach innen abnehmend; ② Wandstärke von innen nach außen abnehmend; ③ Wandstärke konstant; ④ Wandstärke alternierend

Eine Ermittlung der Summe der tangentialen Zellwandstärken zur gesamten Jahrringdicke ergab einen Wert von etwa 17%, was bedeutet, daß in radialer Richtung durch die Zellmitten bei 5 mm Röhrenwandstärke gemessen, etwa 0,85 mm Zellwandmaterial vorhanden sind. Pro Jahrring waren bei dem für die Prüfung verwendeten Holz etwa 30 bis 60 Tracheiden in radialer Richtung hintereinander angeordnet. Für das Rechenmodell wurden, um den Rechenaufwand gering zu halten, jedoch nur vier Tangentialwände hintereinander angeordnet. Ausgehend von einer hypothetisch konstanten Zellwandstärke-

zunahme ergeben sich die vier Zellwandstärken beim ersten Modell zu $0,12+0,18+0,24+0,30 = 0,84 \text{ mm} \cong 0,85 \text{ mm}$ von innen nach außen gesehen. Beim zweiten Rechenmodell verlaufen die Wandstärken genau in umgekehrter Reihenfolge. Beim dritten Modell wurden gleiche Zellwandstärken von $0,21 \text{ mm}$ angenommen und bei der vierten Variante betrug die Dicken abwechselnd $0,30 \text{ mm}$ und $0,12 \text{ mm}$. Die radialen Wandstärken wurden in Anlehnung an die tangentialen gewählt.

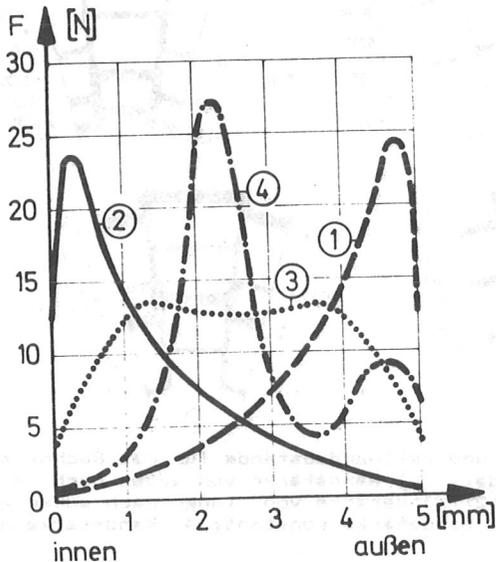


Bild 95: Kräfteaufteilung in den tangentialen Zellwänden bei Röhrenaußendruck. Steifigkeitsverteilung nach Bild 94

In Bild 95 sind für die vier durchgerechneten Varianten die Kraftverteilungen in den tangentialen "Ersatzstäben" und in Bild 96 die entsprechenden Normalspannungen für einen Röhrenaußendruck von 1 N/mm^2 gegeben. Wie hieraus ersichtlich ist, hängt die Kraftaufteilung wie auch die tatsächliche Spannungsverteilung stark von den Steifigkeitsverhältnissen ab. Da nur vier tangentiale Zellwände pro Röhrenwand in dem Rechenmodell

verwendet werden, in Wirklichkeit aber erheblich mehr vorhanden sind, werden die Einzelwerte der Programme durch angeglichene Kurven in den beiden Bildern angegeben. Der Abfall der Kurven jeweils am Röhreninnen- bzw. -außenrand ist zu erklären aus dem statischen System der Radialwände innerhalb des mathematischen Stabwerkes. Während im Innern der

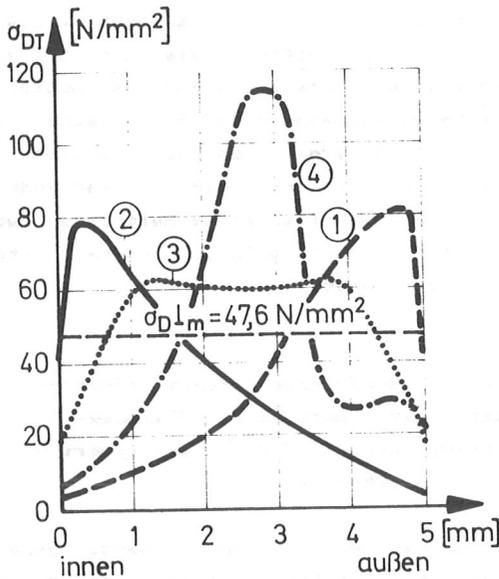


Bild 96: Spannungsverlauf in den tangentialen Zellwänden bei Röhrenaußendruck. Steifigkeitsverhältnisse nach Bild 94

Röhrenwand quasi eine sehr steife Durchlaufträgerkonstruktion angenommen werden kann, stellt die letzte "halbe Zelle" einen deutlich weicheren Kragträger dar. In Wirklichkeit ist der Abfall im Randbereich jedoch kürzer und somit schwächer ausgeprägt, da die tatsächlichen Tracheidenquerschnitte erheblich kleiner als die Rechenmodellquerschnitte sind. In Bild 96 ist zudem noch die

konstante Ringdruckmittelspannung angegeben, welche einem dünnwandigen Rohr vom 0,84 mm Wandstärke bei vollwandiger Ausführung mit 80 mm Außendurchmesser unter einem Außendruck von 1 N/mm² entspricht. Für eine ingenieurmäßige Betrachtung, wie sie z.B. in Kapitel 8 vorgenommen wurde, ist diese Mittelspannung auch ausreichend, da hierbei auch nur je eine Zug- bzw. Druckfestigkeit pro Anisotropierichtung vorausgesetzt wird. Eine Unterscheidung, z.B. in eine Spätholz- und eine Frühholzfestigkeit, oder noch differenzierter, wird dabei nicht vorgenommen. Würde man aber die tatsächlichen Bruchursachen erforschen, so müßten sowohl die jeweiligen Beanspruchungen, nicht nur in jeder Faser, sondern auch in jeder Schicht der Faser, bekannt sein, genauso wie die entsprechenden Festigkeiten. Nur so könnte der Ausgangspunkt eines Bruches exakt lokalisiert werden.

In der vorliegenden Arbeit soll nun nicht versucht werden, diese Individualfestigkeiten zu ermitteln. Vielmehr soll aus möglichen Bruchmechanismen eine Erklärung für das Aussehen der in Kapitel 8 erhaltenen mathematischen Bruchfläche zur Absicherung derselben gefunden werden. Es sei in diesem Zusammenhang noch einmal daran erinnert, daß die verwendete Bruchhypothese nur das Bruchverhalten eines Materials nach außen hin charakterisiert und nicht aufgrund innerer Materialzusammenhänge formuliert wurde.

10.1 Brüche infolge von Normalspannungen in Faserrichtung und in tangentialer Richtung

Wurde bei den Versuchen das Versagen durch Längszugspannungen verursacht, so hatte die Bruchoberfläche ein splitterartiges Aussehen (s. Bild 97). MARK <62> hat für diesen Fall nachgewiesen, daß der Bruch sowohl Faserenden aufweist, als auch quer durchgetrennte Fasern. Werden ganze Fasern aus dem Holzverbund herausgelöst, so bedeutet dieses, daß Schubspannungen zwischen den Tracheiden bruchverursachend waren. Die elliptische oder auch spitz zulaufende Form der Faserenden deutet, wie auch der Arbeit von BARKER/MACLAUGHLIN <8> entnommen werden kann, darauf hin, daß die Zugkräfteinleitung in die Einzelfaser hauptsächlich in diesem Bereich über Schubspannungen geschieht. Ein ähnliches Bruchbild würde sich ergeben, wenn infolge von Zug in Faserrichtung der Bruch zwischen der ersten und zweiten Schicht der Sekundärlamelle erfolgen würde. Wie schon zuvor erwähnt, wird sich in diesem Falle, bedingt durch die unterschiedlichen Neigungswinkel der Mikrofibrillen in den jeweiligen Zellwandschichten, in der zweiten Schicht der Sekundärlamelle ein deutlich kleinerer Durchmesser als in der ersten einstellen, was den Bruch ebenfalls verursachen könnte. Sind die Fasern quer durchgerissen, dann könnte der Bruch, entsprechend der Deutung durch MARK, durch Überschreiten der Schubfestigkeit

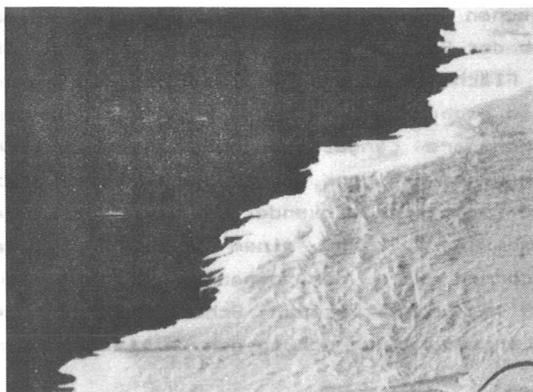


Bild 97: Splitterartiges Aussehen einer Bruchoberfläche nach einem reinen Längszugversuch (Versuchsdauer etwa 5 Minuten)

in der S1-Schicht ausgelöst worden sein.

In diesem Zusammenhang sei auf das Aussehen von Längszugbrüchen bei Holz unter Dauerbelastung hingewiesen. Hier sehen nämlich die Bruchoberflächen

"stumpf" aus, d. h. ein splitterartiges Bruchbild

ist nicht zu erkennen. Die Erklärung hierfür liefert ein rheologisches Modell: Wirkt im Kurzzeitversuch eine hohe bruchauslösende Längszugkraft auf einen Holzstab, so hat die Faser als elastisch-plastisches Modell größere Dehnungsmöglichkeiten als die spröde Schubkopplung der Fasern untereinander und es kommt zur Trennung zwischen den Fasern. Wird in einem Langzeitversuch ein niedrigeres Belastungsniveau über längere Zeit aufgebracht, so erreicht die Haftfestigkeit zwischen den Fasern nicht den kritischen Wert. Die Faser selbst, welche als rheologischer Werkstoff mit einem parallelgeschalteten Feder-Dämpfer-Modell für den Bruchzustand beschrieben werden kann, erfährt innerhalb ihrer einzelnen Schichten oder auch im Zusammenwirken der Schichten, mit fortschreitender Zeit, eine Kraftumlagerung von denjenigen Tragteilen, die ein dämpferartiges Tragverhalten bewirken, auf diejenigen, welche ein federartiges Tragverhalten aufweisen. Ist ein genügend großer "Dämpferkraftanteil" auf das Federmodell übertragen, so wird in dem "Federtragteil" das Versagen ausgelöst. Es kommt also zu einem Zerreißen der Einzelfasern und das Bruchbild erhält ein stumpfes Aussehen.

Ist nun Schub zwischen den Fasern die Bruchursache, so muß der Bruch innerhalb der Fasermantelfläche oder in einer die Faser umhüllenden Fläche beginnen. Als Beweis hierfür kann die in den Versuchen beobachtete Tatsache angesehen werden, daß sich die aufnehmbare Längszugspannung durch gleichzeitiges Einwirken eines geringen Querdrucks merklich steigern läßt, während zusätzlich wirkender Querdruk die Längszugbelastbarkeit abmindert. Bei einem Querdurchriß der Fasern als Primärbruch wäre der genannte Effekt nicht möglich. Somit muß im Kurzzeitversuch Schub zwischen den Fasern bei reiner Längszugbeanspruchung den kritischen Kennwert darstellen.

Wird das Fasergefüge durch Längsdruckspannungen beansprucht, so kommt es, bevor die bei Längszug wirkenden Bruchmechanismen eintreten, zu einem Instabilwerden der Tracheiden, was deutlich durch das Auftreten von Quetschfalten (s. Bild 98) zu erkennen ist. Geht man von dem Fibrillenneigungswinkel-

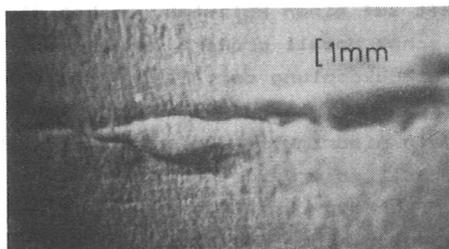


Bild 98: Quetschfalte bei reiner Längsdruckbelastung

modell als Bruchursache aus, dann müßte bei Längsdruck, sofern die Fasern vollständig am Knicken gehindert wären, sogar höhere Bruchwerte als bei Längszug erhalten werden, da die stark geneigten Fibrillen der S1-Schicht wie eine Umschnü-

rung für die S2-Schicht, bei einer Ausdehnung dieser Lage, wirken. Wird zusätzlich Querdruck und zwar wie bei den Versuchen hauptsächlich in tangentialer Richtung, aufgebracht, so wird ein Instabilwerden der Fasern in tangentialer Richtung teilweise behindert und es erfolgt eine deutliche Steigerung der aufnehmbaren Längsdruckbeanspruchung. Während diese bei Längszug nämlich nur etwa 14% betrug, waren es bei Längsdruck etwa 33%. Wird bei Längsdruck gleichzeitig Querdruk aufgebracht, so wird die Einbettung der Faser, welche als erste ausknicken würde, geschwächt. Im Extremfall kann

man sagen, daß die Faser als Einzeldruckstab isoliert sei. Geht man von einem Verhältnis "Faserlänge/Faserdurchmesser" von etwa 30 aus und bedenkt man, daß die Fasern nicht absolut gerade Gebilde sind, so ist leicht zu erkennen, daß bei gleichzeitigem Wirken von Querkzug und Längsdruck die aufnehmbare Längsspannung rascher abfallen muß als bei der Kombination aus Längs- und Querkzug.

Daß bei einer Querdruckstützung in tangentialer Richtung eine Längsdrucksteigerung möglich sein mußte, war schon aus der Tatsache heraus zu erkennen, daß die Tracheiden, soweit es in den Versuchen festgestellt werden konnte, immer in diese Richtung auswichen.

Dieses ist, wie Bild 99 zeigt, auch verständlich, da in dieser Richtung eine, die am stärksten knickgefährdete Faser haltende tangentiale Wand der Nachbarfaser die stabilitätsgefährdete Faser im Innenbereich einer Radialwand und nicht an einer Tangentialwand aussteift. Somit müssen die Fasern bei dem untersuchten Material bevorzugt in tangentialer Richtung ausweichen.

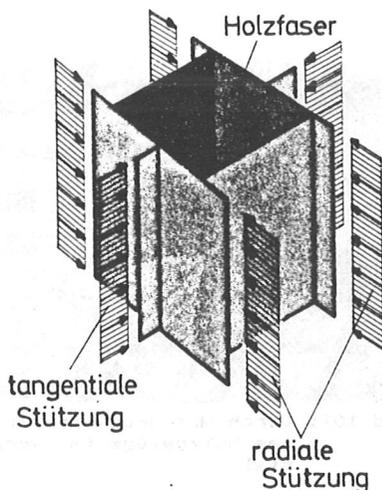


Bild 99: Stützung einer Holzfaser unter Längsdruckbelastung gegen seitliches Ausweichen

Wirkt reiner Querdruck in tangentialer Richtung auf das Zellwandsystem, so wird, hervorgerufen durch die versetzte Anordnung der tangentialen Zellwände, zusätzlich zur Druckbeanspruchung der Tangentialwände noch eine Biegebeanspruchung erzeugt (s. Bild 100). Hierdurch versagen die tangentialen Zellwände. In Bild 101 sind die Zellstrukturen einer durch Querdruck zerstörten Probe und eines unbelasteten

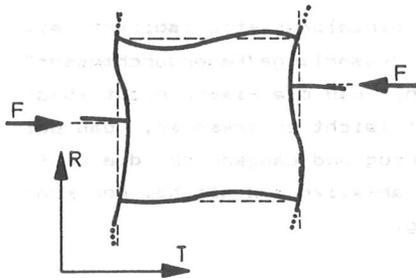


Bild 100: Beanspruchung der tangentialen Zellwände infolge einer Querdruckbelastung in tangentialer Richtung

ten Weißtannenquerschnitts miteinander verglichen. Deutlich ist dabei die Schrägstellung von ganzen Zellwandstrukturen infolge von Tangentialdruck zu erkennen. Daß es sich bei dem Versagen, bedingt durch eine Querdruckbelastung, um eine von anderen Beanspruchungsarten ziemlich unabhängige Versagensart handeln muß, ist daraus zu ersehen, daß

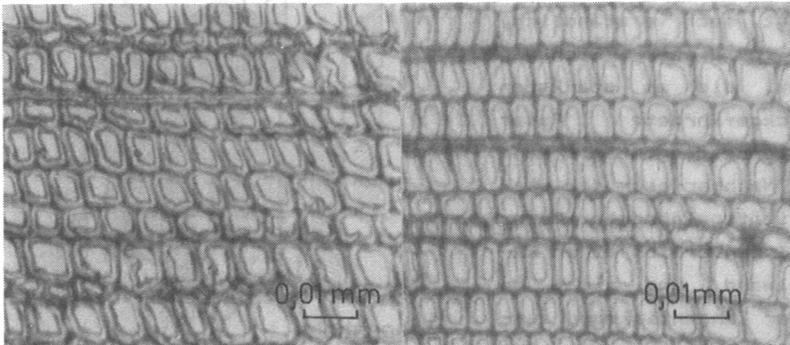


Bild 101: Durch Querdruck in tangentialer Richtung zerstörtes Holzgefüge im Vergleich zu unbelastetem Material

erst bei relativ hohen Faserlängsbeanspruchungen eine spürbare Beeinflussung der aufnehmbaren Querdruckbeanspruchung stattfindet.

Wirkt reiner Querzug, so ist entweder mit einem Versagen der Mittellamelle zu rechnen, da diese keine gerichteten Mikro-fibrillen als Armierung beinhaltet, oder der Bruch muß zwischen zwei Schichten einer Holzfaser beginnen. Dabei wird der Bruch mit großer Wahrscheinlichkeit von solchen Stellen ausgehen, wo entweder tangentiale Zellwände nicht gegenein-

ander versetzt zusammentreffen oder an denen Fasern auslaufen. An solchen Punkten liegen nämlich größere Steifigkeiten als an Stellen, wo tangentielle Zellwandscheiben auf radiale Zellwandplatten treffen, vor. Bild 102 zeigt die verschiedene Verformbarkeit, welche den Querkzugprimärbruch auslöst. Wirkt gleichzeitig noch Längsdruck, so entstehen durch die Stabilitätsverformungen infolge nichtgerader Faserform noch weitere Querkzugspannungen, so daß die scheinbare Querkzugfestigkeit bei steigender Längsdruckbelastung rasch abnehmen muß. Bei hohen

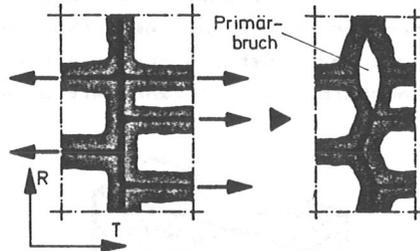


Bild 102: Querkzugprimärbruch durch verschiedene Steifigkeitsverhältnisse

Längszugspannungen müssen infolge der nichtgeraden Faserform örtlich ebenfalls Querkzugspannungen hervorgerufen werden, welche bewirken, daß die reine Querkzugbeanspruchung nicht mehr erreicht wird. Ist der Längszug jedoch gering, dann sind die aus der Längszugkraft entstandenen Querkzugspannungen klein und die resultierende Querspannung aus Längs- und Querbeanspruchung überschreitet nicht die reine Querkzugfestigkeit. Diese erscheint hier unabhängig von der Längszugbeanspruchung.

10.2 Versagen infolge Längs-, Quer- und zusätzlicher Schubbeanspruchung

Wirkt reiner Schub in der LR-Fläche, entsprechend einer Beanspruchung in der LT-Fläche, so wären zwei mögliche Bruchursachen entsprechend der in den Versuchen aufgetretenen Bruchform möglich. Erstes könnte das Versagen durch eine Überschreitung der Schubfestigkeit in der Mittellamelle ausgelöst werden, zum zweiten wäre aber auch ein Längsscheren

durch die tangentialen Zellwände möglich. Bild 103 zeigt die beiden möglichen Bruchflächen. Betrachtet man die in Bild 83 dargestellte Abhängigkeit der Schubfestigkeit von der Querbeanspruchung, so sieht man, daß nicht zu hoher Querdruck begünstigend wirkt, während Querkzug einen sofortigen Abfall der Schubfestigkeit zur Folge hat. Solch ein Effekt kann aber nur eintreten, wenn "Reibungsflächen" vorhanden sind. Somit scheidet als bruchauslösender Faktor ein Längsscheren innerhalb der Zellwände mit großer Wahrscheinlichkeit aus.

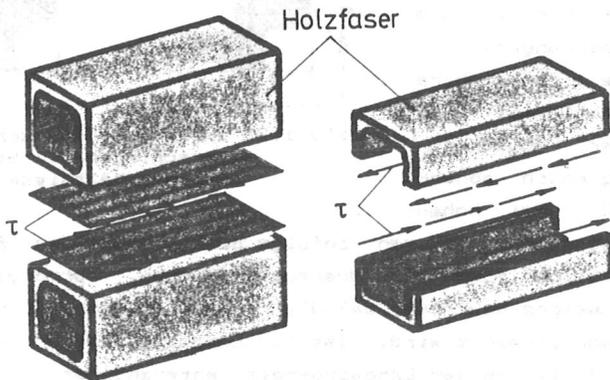


Bild 103: Schubbruch zwischen zwei Fasern bzw. längs durch eine Zellwand

Wirkt zusätzlich zur Schub- auch noch eine Längsbeanspruchung, so ergibt sich das in Bild 85 dargestellte Bruchverhalten. Wirkt Längszug, so stellt sich, mit Ausnahme bei sehr hohen gleichzeitig wirkenden Querdruckbeanspruchungen, ein Abfallen der Schubfestigkeit ein. Erinnerung man sich daran, daß eine Zugbeanspruchung in Faserrichtung ihre Ursache für das Versagen in einer Überschreitung der Schubfestigkeit zwischen den Fasern hatte, so überlagern sich hier zwei Schubbeanspruchungen, sofern Längszug und Schub als äußere Lasten vorhanden sind, und die erreichbare Schubaufnahme muß abnehmen. Zudem werden durch Längszug die Tracheiden infolge von Querdehnungen dünner, was zwischen den einzelnen Fasern eine weitere Querkzugbeanspruchung, bedingt

durch die Faserform, auslösen muß. Querzug wirkt jedoch ebenfalls abmindernd auf die Schubfestigkeit.

Besteht die Beanspruchung aus Schub und Längsdruck, so stehen sich zwei gegenläufige Effekte gegenüber. Einerseits bewirkt die Längsdruckbelastung im Bereich der Faserkopplungen Schubspannungen und ruft zudem durch die nicht gerade Faserform Querzug hervor, was eine Abminderung der aufnehmbaren äußeren Schubbeanspruchung zur Folge haben müßte, andererseits wird durch die Stauchung der Tracheiden Querdruck aktiviert, welcher wiederum schubsteigernd wirkt. Sind die Längsdruckspannungen gering, d.h. das Material arbeitet noch elastisch, dann überwiegt der zweite Effekt und die Schubaufnahme kann gesteigert werden. Tritt jedoch eine weitere Erhöhung der Längsbeanspruchung ein, dann ist die Addition der beiden Schubspannungen im Mikrobereich zusammen mit dem Querzug bruchauslösend und es kommt zu einer Abminderung der aufnehmbaren Schubspannung. Man sieht also, daß der Verlauf der mathematischen Bruchfunktion in allen Beanspruchungsbereichen zu keinen Widersprüchen mit Bruchprinzipien aus dem Bereich der Mikromechanik führt.

Die Schubbrüche waren durch eine Bruchoberfläche gekennzeichnet, welche, ähnlich wie bei Querzugbrüchen, nicht absolut eben durch die Prüfkörperwandung verlief (s. Bild 104). Die tatsächlichen Bruchoberflächen lagen um bis zu 30%

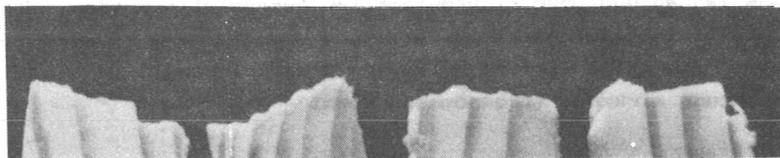


Bild 104: Bruchflächen infolge von Schubbeanspruchungen

über den Sollbruchflächen, welche auch in einer rechnerischen Auswertung eingehen. Bei der Ermittlung der bruchauslösenden fiktiven Spannung darf aber nicht die effektive Bruchfläche verwendet werden, da Holz ein inhomogenes Material darstellt. Der Bruch kann nämlich nur durch diejenige

Spannung, welche sich unter Berücksichtigung des Sollwertes der Bruchoberfläche ergibt, ausgelöst werden. Tritt in einem Versuchskörper ein Anfangsriß ein, dann müssen Spannungsumlagerungen und -erhöhungen folgen. Da die Festigkeiten des Holzes aber lokalen Schwankungen unterworfen sind, verläuft der Riß bei seiner Fortschreitung in Abhängigkeit von den veränderlichen Beanspruchungen und den streuenden örtlichen Materialfestigkeiten. Somit muß sich eine unregelmäßige Bruchoberfläche einstellen, wodurch sich aber keine Schlüsse auf die tatsächlichen Materialbeanspruchungen herleiten lassen.

11. Kombinierte Beanspruchung bei geradrandigen Satteldachbindern

Aufgrund der in <72><73> beschriebenen Versuche mit Satteldachträgern wurde in <24> ein Rechenverfahren aufgenommen, welches für geradrandige Brettschichtholzbinden mit angeschnittenem Rand eine sichere Bemessung erlaubt. Dieses Verfahren, das auf den zulässigen Biegelängs-, Schub- und Querspannungen für Brettschichtholz der Güteklasse I nach <23> basiert, soll nun mit Hilfe der in Kapitel 8 angegebenen mathematischen Bruchfläche überprüft werden. Das bei den Satteldachträgerversuchen verwendete Brettschichtholz war aus Tannen und/oder Fichtenlamellen hergestellt worden. Der Nachweis der aufnehmbaren Belastung wird bei dem DIN-Rechengang über eine fiktive zulässige Biegespannung, in Faserichtung wirkend, vorgenommen, wobei

$$\tau = \sigma_{BD,Z} \parallel \cdot \tan \alpha \quad (72)$$

$$\sigma_{D,Z}^{\perp} = \sigma_{BD,Z} \parallel \cdot \tan^2 \alpha \quad (73)$$

gesetzt wurden. Die Bedingungen für die aufnehmbare fiktive Längsspannung basieren auf der Theorie von NORRIS <80> und lauten für Biegelängszug, Schub und Querszug

$$\text{zul } \sigma_{BZ}^{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{14}\right)^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{1,2}\right)^2 + \left(\frac{\tan^2 \alpha}{0,25}\right)^2}} \quad (74)$$

und für Biegelängsdruck, Schub und Querdruck

$$\text{zul } \sigma_{\text{BD}}^{\parallel} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{14}\right)^2 + \left(\frac{\tan \alpha}{2 \cdot 1,2}\right)^2 + \left(\frac{\tan^2 \alpha}{2}\right)^2}} \quad (75)$$

Obwohl das Brettschichtholz, welches für die Versuche verwendet wurde, sowohl Lamellen der Güteklasse I als auch II enthielt, trat der Bruch, sofern keine Leimfuge versagte, immer an Stellen auf, wo keine Schwächungen durch Äste oder Schrägfasrigkeiten vorhanden waren. Deshalb sollten die Gleichungen (74) und (75) m.E. für Holz beider Güteklassen verwendet werden. Die Brüche stellten sich bei den Trägerversuchen sowohl in der LR- als auch in der LT-Fläche des Holzes ein, wobei nicht festgestellt werden konnte, von welcher der beiden Flächen der Primärbruch ausging.

In den Formeln (74) und (75) waren ursprünglich an Stelle der zulässigen Spannungen Rechenwerte der Festigkeiten angegeben, welche aus einer optimierten Kurvenanpassung an die Versuchswerte erhalten worden waren. Diese Festigkeiten unterscheiden sich von den Werten, welche der in dieser Arbeit ermittelten mathematischen Bruchfläche zugrunde liegen, mehr oder weniger. Ein Vergleich der Normalspannungen ist in Tabelle 13 gegeben. Während bei den Längs- und Querdruckfestigkeiten nur geringe Unterschiede auftraten, waren diese bei der Längszugfestigkeit schon größer. Der stärkste Unterschied stellte sich jedoch bei der Querkzugfestigkeit heraus.

Festigkeiten in N/mm ²	Satteldachträger	röhrenförmiger Prüfkörper
$\beta_{BZ}^{\parallel}, \beta_Z^{\parallel}$	44,0	55,55
$\beta_{BD}^{\parallel}, \beta_D^{\parallel}$	-44,0	-43,06
β_Z^{\perp}	0,75	3,68
β_D^{\perp}	-6,0	-5,63

Tabelle 13: Vergleich der Normalspannungen bei Satteldachträgern nach <72><73> mit den Werten, welche für die röhrenförmigen Prüfkörper erhalten wurden.

Dieses Verhalten ist auf mehrere Gründe zurückzuführen:

- 1) Die verschiedenen Festigkeiten von Holz sind mehr oder weniger volumenabhängig. Dieses trifft besonders auf die Querkzugfestigkeit zu.
- 2) Die Bruchoberflächen verliefen in den Brettschichtholzträgern sowohl in radialer als auch in tangentialer Richtung. Bei den Röhrenversuchen verliefen sie, sofern Schub- oder Querkzugbeanspruchungen wirkten, vorwiegend in der LR-Ebene.
- 3) Das Material Weißtanne könnte gegenüber Brettschichtholz aus Tanne/Fichte Differenzen in dem Festigkeitsverhalten aufweisen.
- 4) Bei den Brettschichtholzversuchen wiesen die Spannungsverteilungen einen hohen Gradienten auf, während bei den Röhrenversuchen die Beanspruchungen ungefähr konstant waren.

Diese Einflüsse und eine Kombination von Teilsicherheitsfaktoren müssen berücksichtigt werden, wenn man von der für die untersuchte Weißtanne ermittelten mathematischen Bruchfläche auf die zulässigen Beanspruchungen schließt. Dieser Gesamtfaktor soll für die weiteren Überlegungen als "Reduktionsfaktor" η bezeichnet werden.

Um einen Vergleich der beiden Verfahren zu ermöglichen, wurde folgendermaßen vorgegangen: Mit Hilfe der Gleichungen (74) und (75) kann in der $z_{\perp} \sigma_{\parallel}$ - $z_{\perp} \sigma_{\perp}$ -Fläche eine Anhängigkeit zwischen den beiden Spannungskomponenten gefunden werden, welche für jede Längsspannung die noch erlaubte Querspannung angibt. Über diesen beiden Grundkurven - jeweils eine im Zug- und eine im Druckbereich - können dann als Ordinaten die zusätzlich aufnehmbaren Schubspannungen aufgetragen werden. Multipliziert man die einachsigen zulässigen Normalspannungen mit den in Bild 105 angegebenen Reduktionsfaktoren, so ergeben sich die Grundfestigkeiten, welche der mathematischen Bruchfläche zugrunde liegen. Mit den gleichen Reduktionsfaktoren wird nun jedes Längs- und Querspannungspaar vergrößert. Über diesen zwei neuen Kurven in der $\sigma_{z, \parallel}$ - $\sigma_{z, \perp}$ -Fläche nach Bild 81 erhält man nun noch die zusätzlich

aufnehmbaren Schubbeanspruchungen. Diese Schubfestigkeiten müssen nun durch einen weiteren Reduktionsfaktor, welcher die zuvor beschriebenen Einflüsse ebenfalls berücksichtigt, auf "zulässige" Schubspannungen umgerechnet werden. Dabei stellt sich die Frage nach der Größe des erforderlichen Abminderungswertes. Aus Gleichung (64) erhält man für die reine Schubfestigkeit einen Wert von $9,85 \text{ N/mm}^2$ für das Holz der geprüften Weißtanne bei einem Bruch in der LR-Ebene. Die Norm <23> läßt für eine "großflächige" Schubbeanspruchung, wie sie infolge Querkraft bei parallelrandigen Biegeträgern auftritt, für Brettschichtholz $1,2 \text{ N/mm}^2$ zu. Bei geradrändigen Satteldachträgern wirkt die Schubspannung am geneigten Rand jedoch nur örtlich, um sich beim Entfernen vom gegenüber der Faserrichtung geneigten Rand rasch abzumindern. Ein ähnlicher Fall liegt bei der Torsionsbeanspruchung von Brettschichthörägern mit Rechteckvollquerschnitt vor. Hier erlaubt die sich z.Zt. in Überarbeitung befindende DIN 1052, Teil 1 <24>, basierend auf den in <70><71> beschriebenen Versuchen, eine zulässige Spannung von $1,6 \text{ N/mm}^2$. Dieser Wert soll nun auch der Bestimmung des Reduktionsfaktors zugrunde gelegt werden. Somit müßten alle Schubfestigkeiten, welche nach dem zuvor beschriebenen Verfahren ermittelt wurden, durch den Faktor $9,85/1,6 = 6,16$ dividiert werden, um die noch "zulässige" Schubbeanspruchung zu ermitteln. Die nach dieser Vorgehensweise erhaltenen beiden Interaktionskurven im $\text{zul}\sigma_{BZ,D}^{\parallel} - \text{zul}\sigma_{Z,D}^{\perp} - \tau$ -Raum sind zusammen mit den nach den Gleichungen (74) und (75) ermittelten Kurven in Bild 105 dargestellt. Die auftretenden Abweichungen zwischen den beiden Kurvenpaaren können als gering angesehen werden, vor allem, wenn man bedenkt, daß die Längsspannungen bei dem DIN-Verfahren mit M/W ermittelt werden.

Diese Rechnung hat gezeigt, daß die Gleichungen (74) und (75) eine gute Beschreibung des Tragvermögens von geradrändigen Satteldachbindern aus Brettschichtholz darstellen. Der Faktor "2", welcher bei gleichzeitiger Wirkung von Schub- und Querdruckspannungen eine Erhöhung der aufnehmbaren Schubspannung anzeigt, ist berechtigt. Wie aus Bild 105 zu

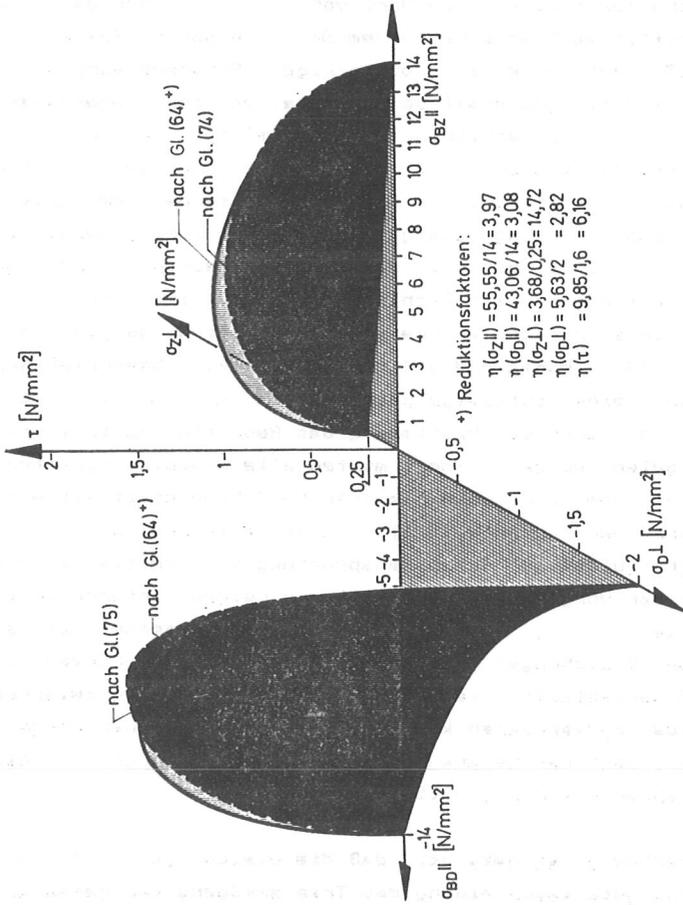


Bild 105: Vergleich der erlaubten Beanspruchungen bei Satteldachträgern mit geraden Rändern, berechnet nach dem in <24> angegebenen Verfahren, mit den "zulässigen" Beanspruchungen, wie sie aus Gleichung (64) für den Trägertyp hergeleitet werden können

ersehen ist, stehen die maximal auftretenden Schubspannungen nach der Überprüfung durch die in dieser Arbeit gefundene mathematische Bruchfläche bei dem betrachteten Problem etwa im gleichen Verhältnis (genauer Wert: 1,95).

12. Schlußbetrachtungen

Die Versuche an röhrenförmigen Prüfkörpern aus Weißtannenholz mit konzentrisch zur Röhrenachse verlaufenden Jahrringen ergaben ein Bruchkriterium für eine Belastung in der LT-Fläche. Die mittels Regressionsrechnung aus den Versuchswerten erhaltene Bruchhypothese konnte mit Hilfe des mikroskopischen Aufbaus des verwendeten Materials begründet werden. Ein Vergleich mit einer für geradrandige Satteldachbinder abgeleiteten Beziehung zwischen den Längs-, Schub- und Querspannungen ergab eine gute Übereinstimmung.

Aus der Art der mathematischen Bruchfläche ist zu ersehen, daß verschiedene Problemstellungen mit Spannungskombinationen im Ingenieurholzbau bisher zu unterschiedlichen Ergebnissen führen mußten. So kann eine Interaktionsgleichung, welche für Bereiche geneigter Ränder bei geradrandigen Satteldachbindern abgeleitet wurde, niemals zutreffende Ergebnisse für Ausklinkungen am Endauflager von Biegeträgern liefern. Während nämlich im ersten Fall sowohl Längs- als auch Quer- und Schubspannungen, welche in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen, wirken, ist die zweite Beanspruchungsart durch ein Zusammenwirken von Schub- und Querspannungen, bei praktisch keiner Längsspannungsbeanspruchung, gekennzeichnet. Selbst Durchbrüche bei Biegeträgern müssen, da hier, abhängig von der Lage im Träger, Längsspannungen auftreten, andere Ergebnisse liefern, als sie bei Ausklinkungen am Trägerende erhalten werden. Nur die Angabe einer allgemeinen Bruchfunktion kann alle möglichen Beanspruchungskombinationen abdecken.

Um alle Beanspruchungsmöglichkeiten beschreiben zu können, müssen aber weitere Untersuchungen durchgeführt werden. Als Ergebnis wird dann eine mathematische Bruchfläche im sechsdimensionalen Raum erhalten. Hierbei ist der Herstellung geeigneter röhrenförmiger Prüfkörper besondere Beachtung zu schenken, besonders im Hinblick auf gleichbleibende stark beanspruchte Volumina gleichen Materials.

Bei den durchgeführten Versuchen wurde nur eine Holzsorte (Abies alba) geprüft. Da im Holzbau aber auch andere Holzarten verwendet werden, muß auch der Einfluß des Materials berücksichtigt werden. Weiterhin stellt sich die Frage, wie verschiedene Holzfehler, z.B. Äste oder Risse, sich auf die mathematische Bruchfläche auswirken. Faserabweichungen sind in diesem Zusammenhang nicht als Holzfehler anzusehen, da sich in diesem Falle entweder die einzelnen Spannungskomponenten errechnen lassen, welche dann mit der Bruchfunktion verglichen werden, oder aber die mathematische Bruchfläche kann mit Hilfe der Tensortransformation auf ein neues Koordinatensystem bezogen werden.

Weitere Probleme, welche im Zusammenhang eines Gesamtkonzeptes für das Zusammenwirken von Spannungen entstehen und welche geklärt werden müssen, sind die Abhängigkeiten von der Belastungsdauer und der Holzfeuchtigkeit. Da Bauteile andere Spannungsverläufe und größere durch Spannungscombinationen beanspruchte Volumina als die Prüfkörper aufweisen können, sind diese Parameter ebenfalls zu beachten. Dabei sind für verschiedene Spannungen sicher unterschiedliche Einflußfaktoren zu berücksichtigen. Ähnliche Probleme sind bei der Einarbeitung in ein Sicherheitskonzept zu lösen, da z.B. Querzug und Querdruck mit unterschiedlichen Teilsicherheitsfaktoren, entsprechend ihrer Bruchgefährlichkeit, behaftet sein müssen.

Die vorliegende Arbeit stellt also nur einen Einstieg in die Problematik des Zusammenwirkens von Spannungen beim Baustoff Holz dar. Da die Beanspruchungen, auch in komplizierten

Tragteilen, heute mit Hilfe von Computern sowohl unter Beachtung der Materialanisotropie als auch bei nichtlinearen Stoffgesetzen, wobei die Materialdaten sogar örtlich verschieden sein können, berechenbar sind, kommt einer genauen Kenntnis der Interaktion bei einer sicheren und trotzdem wirtschaftlichen Bemessung besondere Bedeutung zu.

13. Literaturzusammenstellung

- <1> AITC. Timber construction manual. Second edition. 1974. New York, London, Sydney, Toronto: J. Wiley and Sons
- <2> Ambartsumyan, S.A. 1964. Theory of anisotropic shells. NASA technical translation F-118
- <3> Anderheggen, E., G.F. Alberti, A. Lüssker. 1969. Handbuch der STRESS-Sprache. Institut für Baustatik der ETH Zürich
- <4> Ashkenazi, A.K. 1957. On the problem of strength anisotropy of construction materials. Soviet Physics, Technical Physics. 8. 333-338
- <5> Ashkenazi, A.K. 1964. The construction of limiting surfaces for a biaxial stressed condition of anisotropic materials. Übersetzung aus "Zavodskaya Laboratoriya", Vol. 30, No. 2, S. 225-227
- <6> Azzi, V.D., S.W. Tsai. 1965. Anisotropic strength of composites. Experimental Mechanics. 8. 283-288
- <7> Barkas, W.W., R.F.S. Hearmon, H.F. Rance. 1953. Mechanical properties of wood and paper. Amsterdam: North-Holland Publishing Company
- <8> Barker, R.M., T.F. MacLaughlin. 1971. Stress concentrations near a discontinuity in fibrous composites. J. Composite Materials, Vol. 5, S. 492-503
- <9> Baumann, R. 1922. Die bisherigen Ergebnisse der Holzprüfungen in der Materialprüfungsanstalt an der technischen Hochschule Stuttgart. Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens. Heft 231
- <10> Baumgart, E. u.a. 1955. Hütte. Berlin: W. Ernst & Sohn

- <11> Bodig, J. 1963. The peculiarity of compression of conifers in radial direction. FPJ technical note. S. 43
- <12> Bodig, J. 1965. The effect of anatomy on the initial stress-strain relationship in transverse compression. Forest Products Journal. S. 197-202
- <13> Bodig, J. 1966. Stress-strain relationship for wood in transverse compression. Journal of Materials. S.645-666
- <14> Bodig, J., B.A. Jayne. 1982. Mechanics of wood and wood composites. New York, Cincinnati, Toronto, London, Melbourne: Van Nostrand Reinhold Company
- <15> Boer, R.de. 1982. Vektor- und Tensorrechnung für Ingenieure. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag
- <16> Bohannon, B. 1968. Structural engineering research in wood. Journal of the Structural Division. S. 403-416
- <17> Boresi, A.P., O.M. Sidebottom, F.B. Seely, J.O. Smith. 1978. Advanced mechanics of materials. New York, Santa Barbara, Chichester, Brisbane, Toronto: J. Wiley & Sons
- <18> Calcote, L.R. 1969. The analysis of laminated composite structures. New York, Cincinnati, Toronto, London, Melbourne: Van Nostrand Reinhold Company
- <19> Chow, C.L., C.W. Woo. 1977. Ortotropic and mixed mode fracture in wood. Department of Mechanical Engineering. University of Hongkong
- <20> CIB-W18. 1983. Structural timber design code. Sixth edition. Publication 66
- <21> Coleman, J.J. 1958. An evaluation of the criticisms by Topping of Marin's strength hypothesis. Journal of the Aeronautical Sciences. Vol. 25, S.408

- <22> Cowin, S.C. 1979. On the strength anisotropy of bone and wood. Journal of Applied Mechanics. Vol. 46, S. 832-838
- <23> DIN 1052, Teil 1, Ausgabe 1969
- <24> DIN 1052, Teil 1, zur Zeit sich in Überarbeitung befindende Neufassung
- <25> DIN 68364. Kennwerte von Holzarten. Ausgabe 1979
- <26> Duschek, A., A. Hochrainer. 1960. Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung. Wien: Springer-Verlag
- <27> Ebrahimi, G., A. Sliker. 1981. Measurement of shear modulus in wood by a tension test. Wood Science, Vol. 13, S. 171-176
- <28> Edlund, B.L.O. 1980. Orthotropic material strength under combined stresses. Chalmers Tekniska Högskola, Publ. S 80:2. Göteborg
- <29> Edlund, B.L.O. 1982. Bruchhypothesen für orthotropes Material. Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. S. 17-22. Karlsruhe: Bruderverlag
- <30> Franklin, H.G. 1968. Classic theories of failure of anisotropic materials. Fibre Science and Technology. Vol. 1, S. 137-150
- <31> Gehri, E., T. Steurer. 1979. Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser. BAH Bulletin 7/2
- <32> Gol'denblat, I.I., V.A. Kopnov. 1966. Strength of glass reinforced plastics in the complex stress state. Übersetzung aus "Mekhanika Polimerov". Polymer Mechanics. Vol. 1, S. 54 ff.

- <33> Goodman, J.R., J. Bodig. 1970. Orthotropic elastic properties of wood. Journal of the Structural Division. S. 2301-2319
- <34> Goodman, J.R., J. Bodig. 1971. Orthotropic Strength of wood in compression. Wood Science. S. 83-94
- <35> Griffith, A.A. 1920. The phenomena of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc. of London. Vol. A221. S. 163 ff.
- <36> Grosser, D. 1977. Die Hölzer Mitteleuropas. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag
- <37> Hahn, H.T., S.W. Tsai. 1973. Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae. J. Composite Materials. Vol. 7, S. 102-118
- <38> Hayes, W.C., T.M. Wright. 1977. An empirical strength theory for compact bone. Advances in research on the strength and fracture of materials. Vol. 38. Fourth conference on fracture. University of Waterloo. Canada. S. 1173-1179
- <39> Hearmon, R.F.S. 1961. An introduction to applied anisotropic elasticity. London: Oxford University Press
- <40> Hill, R. 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Vol. 193, S. 281-297
- <41> Hoffman, O. 1967. The brittle strength of orthotropic materials. J. Composite Materials. Vol. 1, S. 200-206
- <42> Hooley, R.F., P.D. Hibbert. 1967. Stress concentrations in timber beams. Journal of the Structural Division. S. 127-139

- <43> Irwin, G.R. 1948. Fracture dynamics. Trans. A.S.M., Vol. 40 A, S. 147-166
- <44> Irwin, G.R. 1960. Fracture mechanics in structural mechanics. New York: Pergamon Press
- <45> Jackson, A. 1921. Ingenieur-Holzbau. Stuttgart: Verlag K. Wittwer
- <46> Jayne, B.A., S.K. Suddarth. 1965. Matrix-tensor mathematics in orthotropic elasticity. Mechanics of fibrous orthotropic materials. Fifth Pacific area national meeting of the ASTM, Seattle, Washington
- <47> Johannesson, B., B. Edlund. 1978. IUFRO meeting at Vancouver, Canada. Proceedings Vol. 1, S. 425-439
- <48> Johannesson, B. 1983. Design problems for glulam beams with holes. Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg
- <49> Keenan, F.J., K.A. Selby. 1973. The shear strength of Douglas-fir glued-laminated timber beams. University of Toronto. Publication 73-01
- <50> Keenan, F.J. 1974. Shear strength of wood beams. Forest Products Journal. Vol. 24, No. 9, S. 63-70
- <51> Keenan, F.J., T.A. Jaeger. 1978. Effect of transverse stress on the shear strength and failure mechanisms of Douglas-fir. First international conference on wood fracture, Banff
- <52> Keylwerth, R. 1951. Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer. VDI-Forschungsheft 430
- <53> Kobetz, R.W., G.P. Krueger. 1976. Ultimate strength design of reinforced timber - biaxial stress failure criteria. Wood Science, Vol. 8, No. 4, S. 252-261

- <54> Kolb, H., P. Frech. 1977. Untersuchungen an durchbrochenen Bindern aus Brettschichtholz. Holz als Roh- und Werkstoff. S. 125-134
- <55> Kollmann, F. 1934. Die Abhängigkeit der Festigkeit und der Dehnungszahl der Hölzer vom Faserverlauf. Der Bauingenieur. S. 198-200
- <56> Kollmann, F. 1963. Phenomena of fracture in wood. Holzforschung. 17. Band - Heft 3, S. 65-71
- <57> Kollmann, F. 1982. Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Zweite Auflage, Erster Band. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag
- <58> Leicester, R.H. 1974. Application of linear fracture mechanics in the design of timber structures. Proc. of the conf. of the Australian fracture group. Melbourne. Vol. 23, S. 156-164
- <59> Lekhnitskij, S.G. 1963. Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. Holden-Day Series in Mathematical Physics
- <60> Malmeister, A.K. 1966. Geometry of theories of strength. Mekhanika Polimerov, Vol. 2, No. 4
- <61> Marin, J. 1957. Theories of strength for combined stresses and nonisotropic materials. Journal of the Aeronautical Sciences. S. 265-274
- <62> Mark, R.E. 1967. Cell wall mechanics of tracheids. New Haven, London: Yale University Press
- <63> Marlowe, D.E., G.F. Sushinsky, H.B. Dexter. 1973. Torsional buckling of thin-walled composite cylinders. Composite Materials: Test. & design, 3rd. conf., S. 84-108

- <64> Marshall, J., R.P. Jategaonkar. 1975. Shear stresses in beams with discontinuity in depth. Journal of the Structural Division. S. 1393-1402
- <65> McCormick, C.W. 1973. The NASTRAN user's manual. NASA SP-222(01)
- <66> Meierhofer, U.A. 1977. Zur Beanspruchung von Holz schräg zur Faser. Schweizerische Bauzeitung. Heft 38, S. 671-676
- <67> Mijovic, J.S., J.A. Koutsky. 1979. Effect of wood grain angle on fracture properties and fracture morphology of wood-epoxy joints. Wood Science, Vol. 11, No. 3, S. 164-168
- <68> Mises, R.v. 1928. Mechanik der plastischen Formänderungen von Kristallen. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. Band 8, Heft 5, S. 161-185
- <69> Mistler, H.L. 1979. Die Tragfähigkeit des am Endauflager unten rechtwinklig ausgeklinkten Brettschichtträgers. Dissertation. Universität Karlsruhe
- <70> Möhler, K., K. Hemmer. 1976. Untersuchungen über die Festigkeit und das Dauerstandverhalten von Nadelvollholz und Brettschichtholz bei Torsionsbeanspruchung. Forschungsbericht des Lehrstuhls für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen. Universität Karlsruhe
- <71> Möhler, K., K. Hemmer. 1977. Rechnerischer Nachweis von Spannungen und Verformungen aus Torsion bei einteiligen Vollholz- und Brettschichtholzbauteilen. Holzbau - Statik - aktuell. Folge 2, S. 10-11
- <72> Möhler, K., K. Hemmer. 1978. Zusammenwirken von Längs-, Quer- und Schubspannungen bei Brettschicht- und Vollholzbauteilen. Forschungsbericht des Lehrstuhls für

- <73> Möhler, K., K. Hemmer. 1978. Combined stresses in tapered beams. IUFRO wood engineering group meeting. Vancouver, Canada
- <74> Mott, N.F. 1948. Brittle fracture in mild-steel plates. Engineering. Vol. 165, S. 16-18
- <75> Murphy, J.F. 1978. Using fracture mechanics to predict failure of notched wood beams. First international conference on wood fracture. Banff, Alberta, Canada
- <76> Nadai, A. 1932. Theories of strength. ASTM meeting in New York. APM-55-15, S. 111-129
- <77> NASA. 1972. NASTRAN demonstration problem manual. NASA SP-224(01)
- <78> Nielsen, M.P., A. Rathkjen, L. Pilegaard-Hansen. 1978. Brudbetingelse for træ. Forschungsbericht. København-Aalborg
- <79> Norris, C.B. 1939. The elastic theory of wood failure. Transactions Am. Soc. of Mechan. Eng., S. 259-261
- <80> Norris, C.B. 1962. Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses. Forest Products Laboratory, Madison, Wisconsin
- <81> NTIS. 1975. NASTRAN user's guide. N 75-22817
- <82> Orowan, E. 1955. Energy criteria of fractures. Welding Journal, Vol. 34, S. 1578-1605
- <83> Osgood, W.R. 1928. Compressive stress on wood surfaces inclined to the grain. Engin. News-Record, S. 243-244

- <84> Owen, M.J., J.R. Griffiths. 1978. Evaluation of biaxial stress failure surfaces for a glass fabric reinforced polyester resin under static and fatigue loading. Journal of Materials Science, S. 1521-1537
- <85> Pellicane, P.J., J. Bodig, J.R. Goodman. 1982. Simulation of the tensile strength-fracture toughness relationship. Wood Science. Vol. 14, No. 4, S. 168-177
- <86> Porter, A.W. 1964. On the mechanics of fracture in wood. Forest Products Journal, Vol. 14, S. 325-331
- <87> Put, T.A.C.M.v.d. 1982. A general failure criterion for wood. IUFRO timber engineering group meeting. Sweden
- <88> Quaille, A.T., F.J. Keenan. 1978. Shear strength of small composite wood beams. Wood Science, Vol. 11, No. 1, S. 1-9
- <89> Rabotnov, Y.N., A.N. Pililov. 1978. Strength criteria for fibre-reinforced plastics. Advances in research on the strength and fracture of materials. Vol. 3B. Fourth conference on fracture. University of Waterloo. Canada. S. 1059-1063
- <90> Rathkjen, A. 1978. Failure criteria for orthotropic materials. Aalborg University Centre, Denmark
- <91> Schniewind, A.P. 1959. Transverse anisotropy of wood - a function of gross anatomic structure. Forest Products Journal. S. 350-359
- <92> Schniewind, A.P. 1962. The mechanical behavior of wood. Proceedings of a conference held at the University of California, Berkely
- <93> Schniewind, A.P., J.D. Barrett. 1969. Cell wall model with complete shear restraint. Wood & Fiber. S. 205-214

- <94> Sendeckyi, G.P. 1972. A brief survey of empirical multiaxial strength criteria for composites. Composite materials: Testing and design. Second conference. ASTM STP 497, S. 41-51
- <95> Sonntag, P. 1909. Die duktilen Pflanzenfasern, der Bau ihrer mechanischen Zellen und die etwaigen Ursachen der Duktilität. Flora (Jena) 99, S. 203-259
- <96> Spengler, R. 1982. Festigkeitsverhalten von Fichtenholz bei kombinierter Beanspruchung. Teil einer Vortragsreihe, gehalten im Juni 1982 an der Universität Karlsruhe
- <97> Stüssi, F. 1945. Zum Einfluß der Faserrichtung auf die Festigkeit und den Elastizitätsmodul von Holz. Schweizerische Bauzeitung, Bd. 126, Nr. 22, S. 247-248
- <98> Stüssi, F. 1946. Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser. Schweizerische Bauzeitung, Bd. 128, Nr. 20, S. 251-252
- <99> Stüssi, F. 1947. Über Grundlagen des Ingenieurholzbau. Schweizerische Bauzeitung, Nr. 24, S. 313-318
- <100> Stüssi, F. 1949. Holzfestigkeit schräg zur Faser. Schweizerische Bauzeitung, S. 90
- <101> Stupnicki, J. 1968. Analysis of the behaviour of wood under external load based on the study of the cell structure. Acta Polytechnica Scandinavica
- <102> Tennyson, R.C., D. MacDonald, A.P. Nanyaro. 1978. Evaluation of the tensor polynomial failure criterion for composite materials. J. Composite Materials, Vol. 12, S. 63-75
- <103> Tennyson, R.C., A.P. Nanyaro, G.E. Wharram. 1980. Ap-

- plication of the cubic polynomial strength criterion to the failure analysis of composite materials. Journal of composite Materials Supplem., Vol. 14, S. 28-41
- <104> Timoshenko, S., I.M. Lessells. 1928. Festigkeitslehre. Berlin: Verlag J. Springer
- <105> Topping, A.D. 1958. Marin's strength hypothesis. Journal Aero/Space Science, S. 59-60
- <106> Tsai, S.W., E.M. Wu. 1971. A general theory of strength for anisotropic materials. J. Composite Materials, Vol. 5, S. 58-80
- <107> Voigt, W. 1928. Lehrbuch der Kristallphysik. Leipzig
- <108> Whitney, J.M., N.J. Pagano, R.B. Pipes. 1971. Design and fabrication of tubular specimens for composite characterization. Composite materials: Testing and design. Second conference. ASTM. STP 497, S. 52-67
- <109> Williams, J.G., M.W. Birch. 1976. Mixed mode fracture in anisotropic media, cracks and fracture. ASTM. STP 601, S. 125-137
- <110> Wu, E.M. 1967. Application of fracture mechanics to anisotropic plates. J. Applied Mechanics, S. 967-974
- <111> Wu, E.M. 1972. Optimal experimental measurements of anisotropic failure tensors. J. Composite Materials, S. 472-489
- <112> Wu, E.M. 1973. Phenomenological anisotropic failure criterion. Composite materials, Vol. 2. Mechanics of composite materials. S. 353-431
- <113> Wu, E.M., J.K. Scheublein. 1974. Laminated strength - a direct characterization procedure. Composite materi-

als: Testing and design (third conference). ASTM. STP 546, S. 188-206

<114> Wu, E.M. 1979. Failure analysis of composites with stress gradients. Proceedings. First USA-USSR symposium on fracture of composite materials. Riga, Sept. 1978. Alphen aan den Rijn. The Netherlands. S. 63-76

Lebenslauf

- 28.03.1949 geboren in Queidersbach
- 1955 - 1959 Volksschule in Queidersbach
- 1959 - 1968 Staatliches Neusprachliches und Mathematisch-Naturwissenschaftliches Gymnasium Landstuhl
- 19.06.1968 Reifeprüfung
- WS 68/69 - WS 73/74 Studium des Bauingenieurwesens an der Universität Karlsruhe
- 28.11.1973 Diplomhauptprüfung
- 01.01.1974 - 28.02.1974 Verwalter einer wissenschaftlichen Assistentenstelle am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe
- 01.03.1974 - 30.09.1979 Wissenschaftlicher Angestellter an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Universität Karlsruhe
- Nov. 1974 - Aug. 1977 Inhaber eines Planungs- und Statikbüros
- Sept. 1977 - Sept. 1979 Teilhaber eines Planungs- und Statikbüros
- seit 01.10.1979 Wissenschaftlicher Angestellter am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe

