

BERICHTE
der
Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine
der Universität Fridericiana
in Karlsruhe

Herausgeber: Prof. Tekn. dr R. Baehre und Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck

4. Folge — Heft 16

Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz
unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen

von

Dipl. - Ing. Hans Joachim Blaß

Karlsruhe 1987

Vorwort

Über das Tragverhalten hölzerner Druckstäbe wurden an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine seit Jahrzehnten richtungsweisende Forschungen durchgeführt. Die Arbeiten von Karl Möhler bilden die wissenschaftliche Grundlage für die derzeitigen Bemessungsregeln im Ingenieurholzbau.

Mit der vorliegenden Arbeit wird diese Forschungsrichtung weitergeführt. Unter Heranziehung neuerer Erkenntnisse über das unterschiedliche Werkstoffverhalten bei Zug- und Druckbeanspruchung werden mit Hilfe der Plastizitätstheorie II. Ordnung bei Beachtung der Streuungen der strukturellen und geometrischen Imperfektionen und der maßgebenden physikalisch-mechanischen Werkstoffkenngrößen Traglastspannungen für Druckstäbe aus Brettschichtholz einschließlich ihrer Streuungen ermittelt. Damit wird eine Grundlage geschaffen, druckbeanspruchte Holzbauteile unter dem Aspekt probabilistischer Sicherheitsbetrachtungen zu analysieren.

Die vorgelegte Arbeit wurde vom Verfasser unter dem Referenten, Herrn Prof.Dr.-Ing. J. Ehlbeck, und dem Korreferenten, Herrn Prof.Dr.-Ing. U. Vogel, als Dissertation vorgelegt und von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität (TH) Karlsruhe genehmigt.

Die Herausgeber

<u>Inhaltsverzeichnis</u>		Seite
1	<u>Einleitung</u>	1
2	<u>Anmerkungen zum probabilistischen Sicherheitskonzept</u>	5
3	<u>Spannungs-Dehnungs-Beziehung</u>	8
4	<u>Stochastisches Modell</u>	19
4.1	Strukturelle Imperfektionen	19
4.1.1	Rohdichte	20
4.1.2	Spätholzanteil und Jahrringbreite	22
4.1.3	Ästigkeit	22
4.1.4	Faserabweichung	27
4.1.5	Druckholzanteil	27
4.1.6	Holzfeuchte	29
4.1.7	Keilzinkenverbindung	30
4.2	Geometrische Imperfektionen	31
4.2.1	Querschnittsabmessungen	32
4.2.2	Längenabmessungen	34
4.2.3	Vorkrümmung der Stabachse	35
4.2.4	Schiefstellung der Stabachse	36
4.2.5	Ausmitte der Lasteinleitung	37

		Seite
5	<u>Simulation des Stützenaufbaus</u>	39
5.1	Zufallsgrößen	39
5.2	Aufbau eines Brettschichtholzbauteils	41
5.2.1	Simulation der Keilzinkenverbindungen	43
5.3	Zuordnung der Werkstoffkennwerte	44
5.3.1	Zuordnung der Darrohdichte	44
5.3.2	Zuordnung des astflächenanteils	45
5.3.3	Zuordnung des Druckholzanteils	45
5.3.4	Zuordnung der Holzfeuchte	46
5.3.5	Zuordnung des Schubmoduls	46
5.4	Zuordnung der Residuen	47
5.5	Eingrenzung des Wertebereiches der charakteristischen Größen	52
5.6	Berücksichtigung physikalischer Bedingungen im Verlauf der Arbeitslinie	52
5.7	Resultierende Häufigkeitsverteilung der charakteristischen Größen der Arbeitslinie	54
5.8	Simulation der geometrischen Imperfektionen	54
6	<u>Mechanisches Modell</u>	63
6.1	Voraussetzungen	63
6.2	Beziehungen am Brettschichtholzquerschnitt	65
6.2.1	Aufbau eines Brettschichtholzquerschnitts	65
6.2.2	Ermittlung der inneren Normalkraft	66
6.2.3	Ermittlung der Schwerpunktslage des Querschnitts	67
6.2.4	Ermittlung des inneren Moments	70
6.2.5	Ermittlung der Querschnittssteifigkeiten	71

	Seite	
6.3	Tragverhalten des Brettschichtholzquerschnitts	73
6.3.1	Bestimmung der Druckfestigkeit des Querschnitts	73
6.3.2	Momenten-Krümmungs-Beziehung	74
6.3.3	Grenztragfähigkeit des Brettschichtholz- querschnitts	78
6.4	Traglastberechnung	85
6.4.1	Berechnung eines ebenen Stabwerkes nach der Elastizitätstheorie II. Ordnung	85
6.4.1.1	Aufstellen der lokalen Steifigkeitsmatrix	87
6.4.1.2	Transformieren der lokalen Steifigkeitsmatrix zur globalen Steifigkeitsmatrix	95
6.4.1.3	Zusammenbau der Einzelstäbe zum Gesamttragwerk	97
6.4.2	Die Iteration der Steifigkeiten und Verformungen	99
6.4.3	Die Lastiteration	116
6.4.4	Beispiel zur Traglastberechnung	119
6.4.5	Tragverhalten des Stabes beim Annähern an die Traglast	122
7	<u>Traglasten von Brettschichtholzstützen</u>	136
7.1	Stützenabmessungen	136
7.2	Anzahl der Simulationen	137
7.3	Art der anzupassenden Wahrscheinlich- keitsverteilung	138
7.4	Gütesortierung	139
7.5	Traglastkurven für Güteklasse II	143
7.6	Traglastkurven für Güteklasse I	153
7.7	Vergleich der Traglastspannungen mit den zulässigen Spannungen	158

		Seite
8	<u>Berücksichtigung des Kriecheinflusses</u>	160
8.1	Einfluß der Beanspruchungsart	160
8.2	Einfluß des Belastungsgrades	161
8.3	Einfluß der Holzfeuchte	163
8.4	Ansatz zur Berücksichtigung des Kriecheinflusses	164
8.4.1	Ermittlung der Gesamtverformung y_t	165
8.4.2	Ermittlung der Traglastminderung	168
8.5	Beispielrechnungen zum Kriecheinfluß	169
9	<u>Zusammenfassung</u>	174
10	<u>Bezeichnungen</u>	177
11	<u>Literaturzusammenstellung</u>	186

1 Einleitung

In der zur Zeit gültigen Bestimmung DIN 1052, Holzbauwerke, Berechnung und Ausführung [1], liegt den Bemessungsregeln für Druckstäbe die Elastizitätstheorie II. Ordnung zugrunde, die die Basis der von MÖHLER [2] angegebenen Traglasten für Holzdruckstäbe bildet. Auch in neueren europäischen Vorschriften - CIB Structural Timber Design Code, Publication 66 [3] und EUROCODE 5 Common Unified Rules for Timber Structures [4], ist der Druckstabnachweis auf der Grundlage der Elastizitätstheorie geregelt.

Erste Ansätze zur Anwendung der Plastizitätstheorie bei der Berechnung von Druckstäben aus europäischem Nadelholz stammen von HUG [5], der nach der Theorie von HARTMANN [6] Knickspannungslinien für zentrische und exzentrische Belastung auf graphischem Weg ermittelte. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung, die HUG seinen Berechnungen zugrunde legte, leitete er aus Versuchen an fehlerfreiem österreichischem und jugoslawischem Fichtenholz ab. Wegen der Form der Arbeitslinie, in der die Stauchungen auf der Biegedruckseite auf einen festen Wert ε_{dB} begrenzt sind und die Zugfestigkeit σ_{zB} mit dem doppelten Wert der Druckfestigkeit σ_{dB} angenommen wurde, konnte das plastische Arbeitsvermögen des Holzes nicht vollständig ausgenutzt werden und die Möglichkeit eines Biegezugbruches bei resultierender Druckkraft im Querschnitt war ausgeschlossen.

Genauere Berechnungsverfahren für Holzbaukonstruktionen - insbesondere die Plastizitätstheorie II. Ordnung - konnten solange nicht zu einer besseren Ausnutzung des Baustoffes Holz führen, wie die zufallsbedingten Streuungen der maßgebenden Einflußgrößen keinen Eingang in die Berechnung fanden, da der Vorteil eines wirklichkeitsnäheren mechanischen Modells durch die Unsicherheiten bei der Annahme der zugrundeliegenden Materialeigenschaften wieder aufgewogen wurde. Gerade beim natürlichen Baustoff Holz, dessen Eigenschaften

allein durch die Wuchsbedingungen in weiten Grenzen streuen, kann die Frage nach sicheren und gleichzeitig wirtschaftlichen Konstruktionen mit den herkömmlichen, auf empirischen Grundlagen ermittelten Sicherheitsfaktoren nicht beantwortet werden [7]. Unsicherheiten sind in den Annahmen von Materialeigenschaften wie Elastizitätsmodul oder Zugfestigkeit enthalten, sie lassen sich in der Annahme spannungsloser Vorverformungen oder in Lastannahmen nachweisen. Legt man bei der Berechnung von Bauwerken Fraktilewerte dieser statistisch verteilten Unsicherheiten als Rechenwerte zugrunde, so liegt man zwar in den meisten Fällen auf der sicheren Seite, die Möglichkeit des Versagens ist jedoch nicht ausgeschlossen und auch die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Schadens ist nicht annähernd bekannt. Erst durch die Einführung des Begriffes der Zuverlässigkeit im Rahmen eines wahrscheinlichkeitsorientierten Sicherheitskonzepts wurde es möglich, die statistischen Verteilungsfunktionen der Basisvariablen - also der maßgebenden streuenden Einflußgrößen - in einem mechanischen Modell zu berücksichtigen, welches das Bauteilverhalten im Grenzzustand möglichst zutreffend beschreibt. Nach den Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen [8] sollten Bauwerke so konzipiert sein, daß sie "ihren vorgesehenen Zweck unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Gegebenheiten während der vorgesehenen Nutzungsdauer" mit ausreichender Zuverlässigkeit erfüllen. Die Gewährleistung eines vorgegebenen Zuverlässigkeitsniveaus, d.h. der Unterschreitung der Wahrscheinlichkeit des Versagens in einem Bezugszeitraum als Ziel einer Bemessung, kann umso wirtschaftlicher erreicht werden, je genauer das mechanische Modell das Tragverhalten im Grenzzustand beschreibt und je genauer das stochastische Modell der Basisvariablen bekannt ist.

Die Versagenswahrscheinlichkeit p_f läßt sich allgemein in Abhängigkeit von den Zufallsgrößen Bauteilwiderstand R (z.B. die Traglast einer Stütze) und Beanspruchung S bestimmen (Bild 1):

$$P_f = \int_0^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds \quad (1)$$

$$P_f = \int_0^{\infty} \int_0^s f_S(s) f_R(r) dr ds \quad (1a)$$

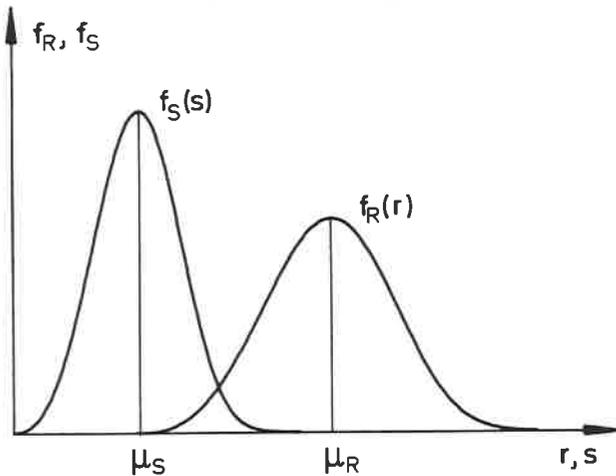


Bild 1: Wahrscheinlichkeitsdichte der Beanspruchung S und des Bauteilwiderstandes R

Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Verteilungen der Belastung und der Tragfähigkeit voneinander stochastisch unabhängig sind.

Während in der Literatur umfangreiche Angaben zur Verteilung der Belastung gemacht werden [9], [10], [11], [12], [13], ist die Widerstandsseite nur in Teilbereichen erforscht [14], [15], [16].

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Ermittlung des Bauteilwiderstandes von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung des geometrisch und physikalisch nichtlinearen Verhaltens der Bauteile. Ein wirklichkeitsnahes mechanisches Modell des Holzdruckstabes liefert die Plastizitätstheorie II. Ordnung, mit deren Hilfe unter Ausnutzung des Arbeitsvermögens des Holzes bei Druckbeanspruchung die Traglast eines Bauteiles unmittelbar bestimmt wird. In das stochastische Modell der Basisvariablen fließen die Verteilungsfunktionen aller maßgebenden Kenngrößen mit den jeweiligen Parametern der Verteilung ein.

2 Anmerkungen zum probabilistischen Sicherheitskonzept

Wegen des Zufallscharakters aller maßgebenden Einflußgrößen einer Bemessungssituation können Sicherheitsaussagen nur auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Grundlage gewonnen werden, wobei die Versagenswahrscheinlichkeit p_f ein Maß für die Sicherheit darstellt. Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit kann nach einem vereinfachten probabilistischen Bemessungsverfahren, der sog. Level-II-Methode erfolgen, die auf der Grundlage der Arbeit von HASOFER und LIND [17] entwickelt und auch in vielen Bereichen erfolgreich angewendet wurde. Diese Sicherheitstheorie I. Ordnung basiert auf folgenden Vereinfachungen:

- Die Basisvariablen sind zeitinvariant.
- Die Basisvariablen sind normalverteilt oder werden im sog. Bemessungspunkt in normalverteilte Zufallsvariable umgeformt.
- Die Basisvariablen sind stochastisch unabhängig bzw. entkorreliert.
- Die Versagensbedingung ist linear bzw. wird durch eine Entwicklung in eine Taylorreihe linearisiert, indem nur der lineare Anteil der Taylor-Formel berücksichtigt wird.

Entscheidende Voraussetzung für die Anwendung der Level-II-Methode ist eine analytische Lösung des deterministischen Bemessungsproblems, d.h. die Beanspruchung im Versagensfall muß als Funktion der Basisvariablen darstellbar sein. Diese Voraussetzung ist bei Traglastberechnungen nach der Plastizitätstheorie nicht gegeben - hier können Lösungen nur iterativ gefunden werden. Bei der Verwendung der Level-II-Methode müßten daher Näherungsmodelle die strenge Traglast-

theorie ersetzen, wobei die Fehler durch Korrekturfaktoren zum Teil ausgeglichen werden könnten, wie dies HAWRANEK [18] bei Sicherheitsberechnungen von Stützen aus Formstahl getan hat. Dieser Weg kann aber nur dann zum Erfolg führen, wenn das Verhältnis zwischen strenger Lösung und Näherungslösung bekannt ist, was für Druckstäbe aus Brettschichtholz bisher noch nicht der Fall ist. Werden Näherungslösungen ohne Korrektur zugrundegelegt, sind die Traglastberechnungen mit Fehlern behaftet, deren Größenordnung unbekannt ist und die die Aussagekraft der Ergebnisse beeinträchtigen.

Aus den genannten Gründen wird daher zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit die Methode der statistischen Versuche verwendet, die als Level-III-Methode ein exakteres probabilistisches Verfahren darstellt als die erwähnte Sicherheitstheorie I. Ordnung. Alle Basisvariablen gehen mit ihren bekannten Verteilungsfunktionen in das Rechenmodell ein, Abhängigkeiten der Variablen untereinander können berücksichtigt werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit kann mit Hilfe der Gleichung (1) ermittelt werden, wenn die Verteilungen der Beanspruchung S und des Bauteilwiderstandes R bekannt sind. Die Häufigkeitsverteilungen der Beanspruchung sind für unterschiedliche Beanspruchungsarten wie ständige Lasten, Schneelast, Windlast usw. aufgrund statistischer Erhebungen bekannt; die Verteilung der Beanspruchbarkeit - hier der Traglasten von BSH-Stützen - kann einmal durch umfangreiche Versuchsreihen in Bauteilgröße gewonnen werden, wobei der Aufwand allerdings enorm wäre, da für unterschiedliche Schlankheiten, Lastkombinationen usw. jeweils eine Vielzahl von Versuchen zur Absicherung des Verlaufes der Häufigkeitsverteilung notwendig wäre. Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der Dichtefunktionen des Bauteilwiderstandes besteht in der Nachbildung der Versuche im Rechenmodell, indem die Grenztragfähigkeit der Stützen unter strenger Verfolgung der Plastizierungen, unter Berücksichtigung der Streuungen aller Einflußparameter und deren Auswirkungen auf den Stützenaufbau berechnet wird. Zur Simulation des Stützen-

aufbaues wird ein zufälliger Parametersatz aus den statistischen Einzelverteilungen gegriffen und dafür die Traglast für eine bestimmte Stabschlankheit ermittelt. Die Realisierung einer großen Zahl solcher Traglastberechnungen liefert dann eine Stichprobe von Tragfähigkeitswerten, von der auf die gesuchte Dichtefunktion geschlossen werden kann.

3 Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Wesentliche Grundlage eines mechanischen Modells, das zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Holzdruckstäben herangezogen werden soll, ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung, deren Form von verschiedenen streuenden Einflußgrößen abhängig ist. Zahlreiche Untersuchungen zur Form der Arbeitslinie des Holzes haben gezeigt, daß die Beziehung zwischen Druckspannung und Stauchung nichtlinear verläuft, während die Arbeitslinie für den Zugbereich bis zum Bruch durch eine Gerade beschrieben werden kann.

SUENSON [19] und ZAKIC [20] geben nach Biegeversuchen mit Fichten- und Kiefernholz bzw. mit Pappelholz eine quadratische Parabel mit dem Scheitelpunkt an der gedrückten Kante an, wo beim Biegebruch die Holzdruckfestigkeit σ_{dB} erreicht wird. YLINEN [21] fand für die Formänderungsdiagramme von Kiefern- und Fichtenholz folgende Gleichung:

$$\epsilon_d = \frac{1}{E} \left| c \cdot \sigma_d - (1-c) \cdot \sigma_{dB} \cdot \ln \left(1 - \frac{\sigma_d}{\sigma_{dB}} \right) \right| \quad (2)$$

worin der Beiwert c von der Holzart abhängig ist. YLINEN gibt für Kiefernholz $c = 0,8 \dots 0,875$ und für Fichtenholz $c = 0,93$ an und stellt fest, daß der Beiwert c "von den Faktoren, die im allgemeinen auf die Festigkeit des Holzes einwirken, nämlich von dem Feuchtigkeitsgehalt und der Spätholzmenge, nur schwach abhängig zu sein" scheint.

HUG [5] beschreibt die Arbeitslinie im Druckbereich aufgrund eigener Versuche mit fehlerfreien Fichtenholzproben unterhalb einer Proportionalitätsgrenze als Gerade und darüber durch folgende Gleichung für Nadelholz der Güteklasse II:

$$\sigma_d = 172,6 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,00402 - \epsilon_d}{0,00443}\right)^2} - 72,6 \quad (3)$$

Bild 2 zeigt Biegespannungsdiagramme, deren Verlauf auf der Biegedruckseite den nichtlinearen Spannungs-Dehnungsbeziehungen nach SUENSON/ZAKIC, YLINEN und HUG entspricht, während auf der Biegezugseite eine lineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung zugrundegelegt ist.

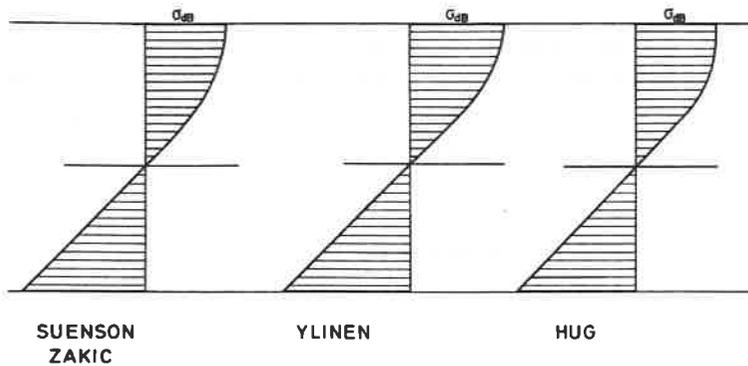


Bild 2: Spannungsverteilung im Querschnitt für reine Biegung nach SUENSON/ZAKIC, YLINEN und HUG

Andere Forscher wie RADOK et al., ROBINSON und COOPER, MOE und BAZAN [22] geben idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für den Druckbereich an, bei denen der Größtwert der Druckspannungen im Bruchzustand nicht mehr am gedrückten Rand, sondern innerhalb des Querschnitts liegt. Versagen wird also nicht beim erstmaligen Auftreten der Druckfestigkeit σ_{dB} im Querschnitt konstatiert, es wird

vielmehr berücksichtigt, daß gedrückte Fasern auch nach Überschreiten der Druckfestigkeit bei wachsenden Stauchungen eine Resttragfähigkeit besitzen. Damit wird das Arbeitsvermögen des Holzes bei Druckbeanspruchung besser ausgenutzt als bei den zuvor gezeigten Formen der Arbeitslinie.

Sämtliche Arbeitslinien können als stochastische Variable aufgefaßt werden, die von den streuenden Einflußgrößen Elastizitätsmodul, Druckfestigkeit und Bruchdehnung abhängig sind. Eine Abhängigkeit zwischen diesen streuenden Einflußgrößen, die das Aussehen der Arbeitslinie unmittelbar bestimmen und ebenfalls streuenden Holzeigenschaften wie Ästigkeit, Rohdichte, Faserabweichung, Holzfeuchtigkeit, Jahrringbreite und Druckholzanteil, die an Brettlamellen weniger aufwendig verifiziert werden können und mittelbar das Spannungs-Dehnungs-Verhalten beeinflussen, ist für die oben dargestellten Arbeitslinien nicht bekannt.

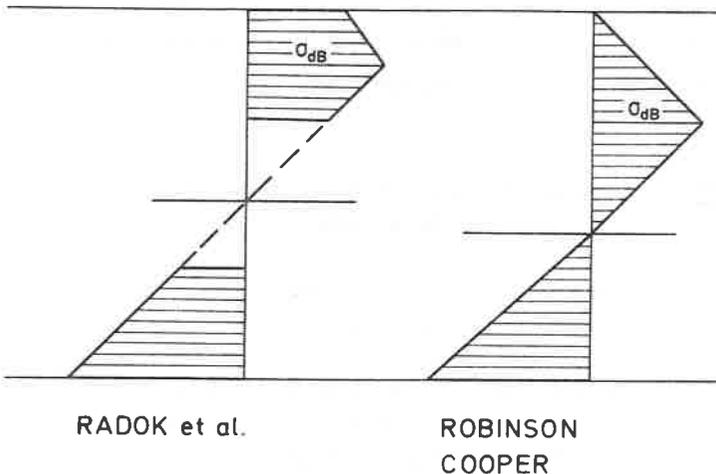


Bild 3a: Spannungsverteilung im Querschnitt für reine Biegung nach RADOK et al. und ROBINSON und COOPER

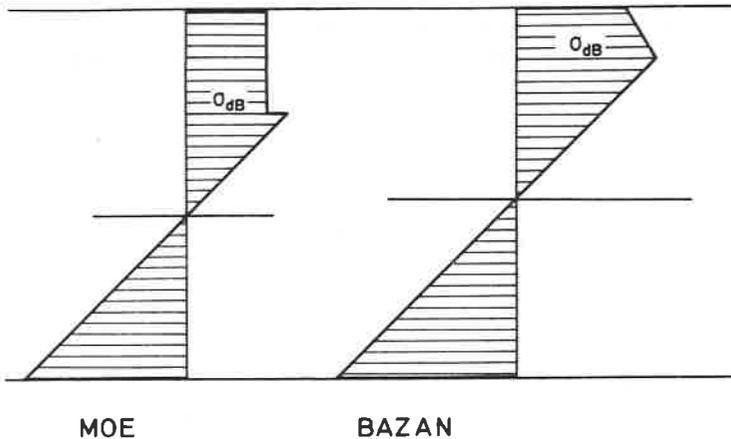


Bild 3b: Spannungsverteilung im Querschnitt für reine Biegung nach MOE und BAZAN

Umfangreiche Untersuchungen zur Abhängigkeit des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens druckbeanspruchter Fichtenbrettlamellen von den zuvor genannten Holzeigenschaften wurden von GLOS [23] durchgeführt. Aus etwa 900 Druckversuchen, deren Ergebnisse als repräsentativ für das in der Bundesrepublik Deutschland verwendete Fichtenholz für Brett-schichtholzbauteile gelten können, wurde das Formänderungsgesetz von Fichtenholz als Funktion von Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen bestimmt.

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Druckspannungsbereich wird durch die Funktion

$$\sigma_d = \frac{\epsilon_d + K_1 \cdot \epsilon_d^7}{K_2 + K_3 \cdot \epsilon_d + K_4 \cdot \epsilon_d^7} \quad (4)$$

wiedergegeben. Der Verlauf der Näherungskurve wird durch 4 charakteristische Größen - die Druckfestigkeit σ_{dB} , den Elastizitätsmodul E_d , die Bruchdehnung ϵ_{dB} und die asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} - festgelegt.

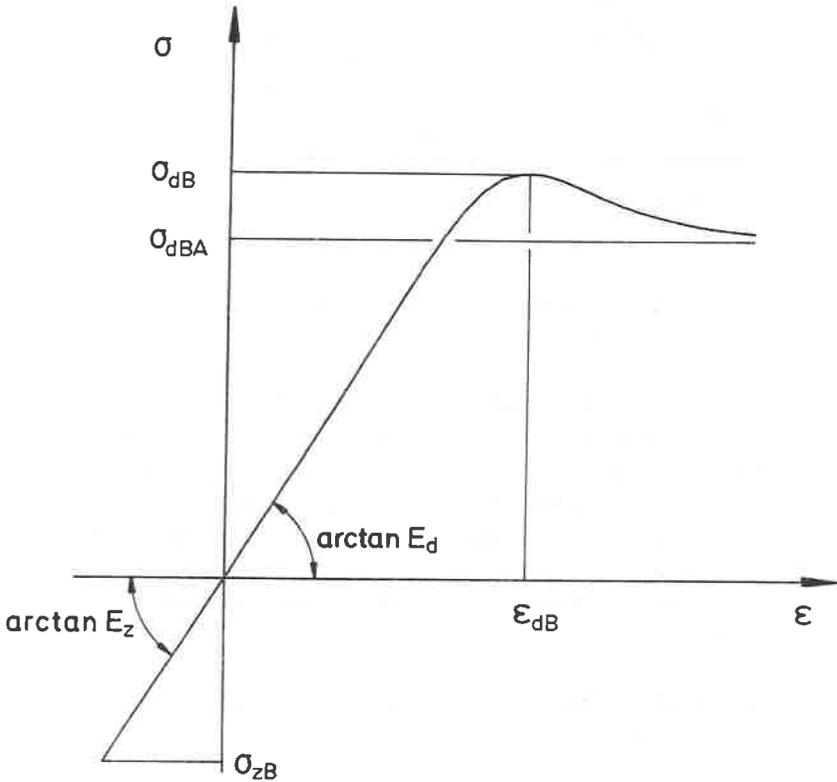


Bild 4: Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach GLOS

Die Koeffizienten K_1 bis K_4 der Näherungsfunktion werden aus diesen charakteristischen Größen gemäß nachstehender Gleichungen berechnet:

$$K_1 = \frac{\sigma_{\text{dBA}}}{6 \cdot E_d \cdot \epsilon_{\text{dB}} \left(1 - \frac{\sigma_{\text{dBA}}}{\sigma_{\text{dB}}}\right)} \quad (5)$$

$$K_2 = \frac{1}{E_d} \quad (6)$$

$$K_3 = \frac{1}{\sigma_{\text{dB}}} - \frac{7}{6 \cdot E_d \cdot \epsilon_{\text{dB}}} \quad (7)$$

$$K_4 = \frac{1}{6 \cdot E_d \cdot \epsilon_{\text{dB}} \left(1 - \frac{\sigma_{\text{dBA}}}{\sigma_{\text{dB}}}\right)} \quad (8)$$

In einer multiplen Regressionsanalyse wurden Regressionsgleichungen ermittelt, die die Abhängigkeit der 4 charakteristischen Größen von 4 Kenngrößen - der Holzfeuchte u , der Darrohdichte ρ_0 , der Ästigkeit KAR und dem Druckholzanteils d - beschreiben. Daneben hat lediglich eine Keilzinkenverbindung einen signifikanten Einfluß auf die Form der Arbeitslinie, während andere Kenngrößen wie Jahrringbreite, geringe Faserabweichung, Querschnittsabmessungen und Jahrringverlauf keinen statistisch abgesicherten Einfluß auf das Festigkeitsverhalten ausüben. Aus dem maßgebenden Kenngrößenvektor werden über die ermittelten Regressionsgleichungen die Erwartungswerte der 4 charakteristischen Größen der Arbeitslinie, die als stochastische Variable aufzufassen sind, berechnet:

$$\begin{aligned}\hat{E}(E_d) &= - 4690 & (9) \\ &+ 51,1 \cdot \rho_o \\ &- 0,590 \cdot \rho_o \cdot u \\ &- 0,225 \cdot \rho_o \cdot KAR \\ &- 20,1 \cdot u \cdot d \\ &+ 0,771 \cdot u^2 \cdot d \quad |N/mm^2|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{E}(\varepsilon_{dB}) &= 6,47 & (10) \\ &- 0,326 \cdot u \\ &+ 0,022 \cdot KAR \\ &+ 0,067 \cdot d \\ &+ 0,0072 \cdot u^2 \\ &- 0,00011 \cdot u^2 \cdot d \quad |‰|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{E}(\sigma_{dB}) &= - 1,9 & (11) \\ &- 2,23 \cdot u \\ &+ 0,224 \cdot \rho_o \\ &- 0,713 \cdot KAR \\ &+ 0,109 \cdot u^2 \\ &- 0,00741 \cdot u \cdot \rho_o \\ &+ 0,090 \cdot u \cdot KAR \\ &- 0,000773 \cdot \rho_o \cdot KAR \\ &- 0,000645 \cdot \rho_o \cdot d \\ &- 0,00248 \cdot u^2 \cdot KAR \\ &+ 0,00064 \cdot u^2 \cdot d \quad |N/mm^2|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{E}(\sigma_{\text{dBA}}) = & 7,8 & (12) \\ & - 1,46 \cdot u \\ & + 0,141 \cdot \rho_o \\ & - 0,265 \cdot \text{KAR} \\ & + 0,0588 \cdot u^2 \\ & - 0,00442 \cdot u \cdot \rho_o \\ & + 0,0076 \cdot u \cdot \text{KAR} \quad | \text{N/mm}^2 | \end{aligned}$$

Da der Kenngrößenvektor (ρ_o , u , KAR , d) die Werkstoffeigenschaften nicht vollständig erklärt - der Korrelationskoeffizient ist kleiner als 1,0 - ist den Erwartungswerten noch ein kenngrößenunabhängiger, normalverteilter Zufallsanteil, das sogenannte Residuum, hinzuzufügen. Damit kann das zu erwartende Festigkeitsverhalten druckbeanspruchter Brettelemente als stochastische Größe aus vorgegebenen Holz- und Einwirkungskenngrößen ermittelt werden. Bild 5 zeigt den Verlauf einiger Arbeitslinien für zufällige Kenngrößenkombinationen. Die von GLOS beschriebene Form der Arbeitslinie für den Druckspannungsbereich ist als stochastische Größe zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Holzdruckstäben am besten geeignet, da sie durch umfangreiche Versuche - insbesondere an fehlerbehafteten Proben - belegt ist, und wird daher im weiteren dem mechanischen Modell zugrundegelegt. Ebenfalls auf der Grundlage von Regressionsanalysen

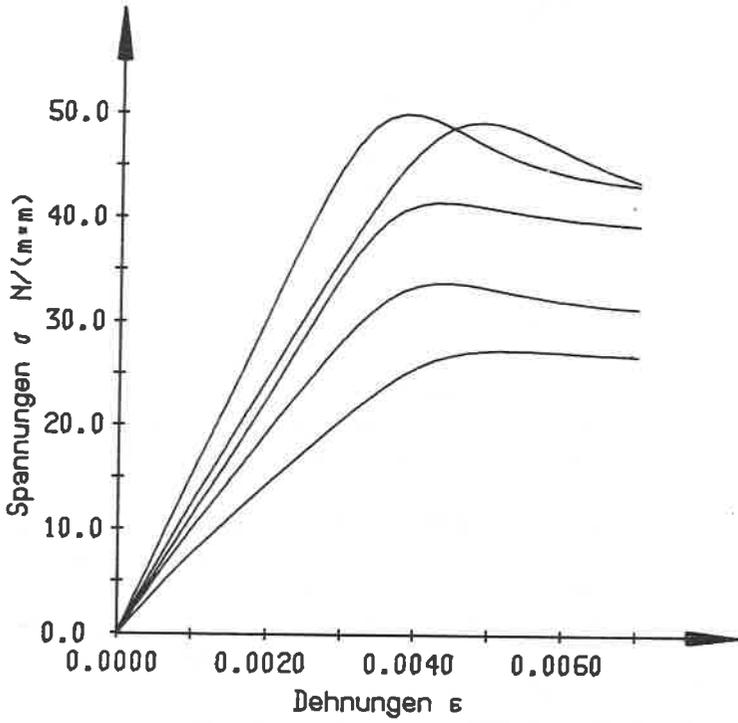


Bild 5: Darstellung von Realisationen des Verlaufs der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach GLOS

wurden die charakteristischen Größen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Zugspannungsbereich ermittelt. In [24] werden folgende Gleichungen zur Berechnung der Erwartungswerte von Zugfestigkeit und Zugelastizitätsmodul angegeben:

$$\hat{\sigma}_n(\hat{E}(E_Z)) = 8,2 + 3,13 \cdot \rho_0 - 1,17 \cdot KAR \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_n(\hat{E}(\sigma_{zB})) &= \\ &= - 4,22 + 0,876 \cdot \hat{\sigma}_n(\hat{E}(E_Z)) - 0,093 \cdot KAR \cdot \hat{\sigma}_n(\hat{E}(E_Z)) \end{aligned} \quad (14)$$

Zur Berücksichtigung einer Keilzinkenverbindung im Druckspannungsbereich können die Werkstoffeigenschaften der keilgezinkten Lamelle aus denen der nicht keilgezinkten abgeleitet werden:

$$\hat{E}(\sigma_{dB}^{KZV}) = - 2,13 + 0,849 \cdot \hat{E}(\sigma_{dB}) \quad (15)$$

$$\hat{E}(\epsilon_{dB}^{KZV}) = 1,50 + 0,586 \cdot \hat{E}(\epsilon_{dB}) \quad (16)$$

$$\hat{E}(E_d^{KZV}) = \hat{E}(E_d) \quad (17)$$

$$\hat{E}(\sigma_{dBA}^{KZV}) = \hat{E}(\sigma_{dBA}) \quad (18)$$

Für das Tragverhalten einer Keilzinkenverbindung bei Zugbeanspruchung werden in [24] folgende Regressionsgleichungen angegeben:

$$\ln(\hat{E}_z^{KZV}) = 8,459 + 2,517 \cdot \rho_0 \quad (19)$$

$$\ln(\hat{E}_{zB}^{KZV}) = 2,716 + 5,905 \cdot 10^{-5} \cdot \hat{E}_z^{KZV} \quad (20)$$

Mit den Gleichungen (4) - (20) lassen sich die Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften von Brettlamellen für den Zug- und Druckbereich als Funktion von 4 Kenngrößen - Holzfeuchtigkeit, Rohdichte, Ästigkeit und Druckholzanteil - beschreiben. Die daraus resultierenden Spannungs-Dehnungs-Beziehungen bilden eine wichtige Voraussetzung zur wirklichkeitsnahen Traglastberechnung von Brettschicht-holzstützen nach der Plastizitätstheorie II. Ordnung.

4 Stochastisches Modell

Das stochastische Modell als "Gesamtheit der Annahmen und Beziehungen für die wahrscheinlichkeitstheoretische Erfassung von Einflüssen" [8], umfaßt die statistischen Verteilungsfunktionen der Basisvariablen einschließlich der Zahlenwerte ihrer Parameter. Die ausreichende Kenntnis des stochastischen Modells ist für die Beurteilung der Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz von besonderer Bedeutung, da das natürlich gewachsene Holz auch in der vergüteten Form des Brettschichtholzes im Vergleich zu industriell hergestellten Baustoffen stark streuende Materialeigenschaften aufweist. Erst die Einbeziehung dieser Streuungen in ein Gesamtmodell kann über ein verfeinertes mechanisches Modell zu einer wirtschaftlicheren und gleichzeitig sicheren Bemessung führen. Die statistischen Verteilungen der wesentlichen Einflußparameter, ohne deren Berücksichtigung eine genaue Berechnung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie II. Ordnung wertlos wäre, bilden daher die Grundlagen für eine Aussage über das Tragvermögen von Brettschichtholzstützen.

Die wesentlichen Einflußgrößen lassen sich unterteilen in strukturelle Imperfektionen, die das Festigkeits- und Verformungsverhalten des Holzes beeinflussen und in geometrische Imperfektionen, die sich unmittelbar auf die Größe der ertragbaren Lasten von Holzdruckstäben auswirken.

4.1 Strukturelle Imperfektionen

Die wichtigsten Eigenschaften des Holzes, die sich auf das Festigkeitsverhalten von Brettlamellen für Brettschichtholzbauteile auswirken sind [25], [23]:

- Rohdichte
- Spätholzanteil

- Jahrringbreite
- Ästigkeit
- Faserabweichung
- Druckholzanteil
- Holzfeuchte
- Keilzinkenverbindung

4.1.1 Rohdichte

Die Rohdichte kann als wichtigste Einflußgröße für das Festigkeitsverhalten des Holzes bezeichnet werden und demzufolge liegen zahlreiche Untersuchungen über die Abhängigkeit verschiedener Festigkeitseigenschaften von der Rohdichte vor. In die verwendete Form der Arbeitslinie für den Druckspannungsbereich geht die Darrohichte über die von GLOS angegebenen Regressionsgleichungen (9) - (12) ein. In Bild 6 ist die relative Häufigkeit der Darrohichte für das in der Bundesrepublik Deutschland hergestellte Brettschichtholz dargestellt [23]. Aus den 820 Einzelwerten ergibt sich ein Mittelwert von 430 kg/m^3 und eine Standardabweichung von 50 kg/m^3 . Diese Werte werden durch Untersuchungen an 640 Brettabschnitten bestätigt, die 1985 an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe vorgenommen wurden [26]. Der Mittelwert der Darrohichte für Brettlamellen aus drei unterschiedlichen Wuchsgebieten wird hier mit 423 kg/m^3 , die Standardabweichung mit 49 kg/m^3 angegeben.

Als beste Anpassung einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichte an das in Bild 6 dargestellte Histogramm ergab sich eine Lognormalverteilung. Nach der Momentenmethode [7] wurden die Parameter der Verteilung - Mittelwert und Standardabweichung der natürlichen Logarithmen der Beobachtungen - zu

$$\mu_y = 6.0566 \quad \text{und} \quad \sigma_y = 0.11588$$

berechnet. Die sich hieraus ergebende Form der Wahrscheinlichkeitsdichte, die ebenfalls in Bild 6 eingetragen ist, wird im weiteren als Wahrscheinlichkeitsdichte der Grundgesamtheit betrachtet und den späteren Berechnungen zugrundegelegt.

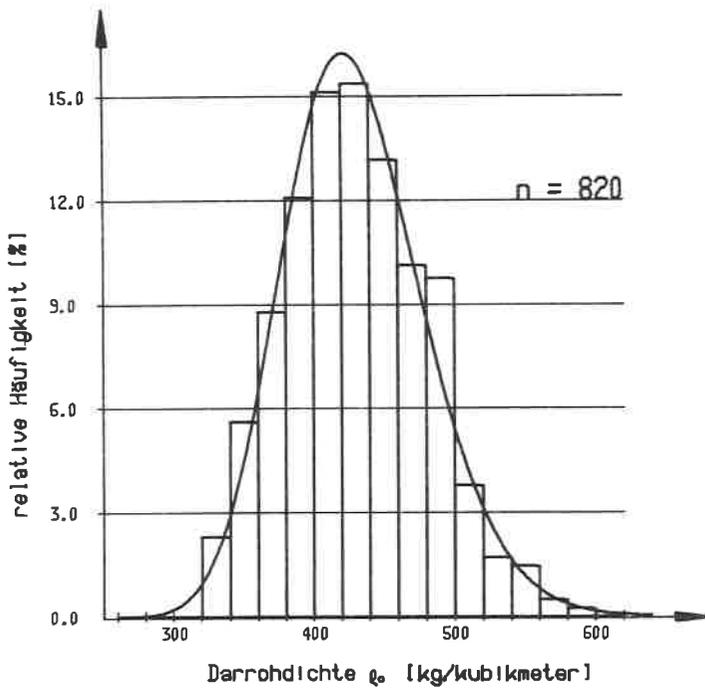


Bild 6: Häufigkeitsverteilung der Darrrohdichte ρ_0 nach [23]

4.1.2 Spätholzanteil und Jahringbreite

Da der Spätholzanteil eng mit der Rohdichte von Brettlamellen korreliert ist, sind die Informationen, die der Spätholzanteil über die Festigkeitseigenschaften des Holzes liefert, im wesentlichen bereits in der Angabe der Rohdichte enthalten. Hauptsächlich aus diesem Grunde wurde der Spätholzanteil als Parameter des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz nicht weiter untersucht und geht daher auch nicht in die in Abschnitt 3 angegebenen Regressionsgleichungen ein.

Die Ergebnisse der in [23] durchgeführten Regressionsrechnungen zeigen, daß lediglich die 4 Einflußgrößen

- Holzfeuchte
- Rohdichte
- Ästigkeit und
- Druckholzanteil

einen wesentlichen Beitrag zur Erklärung der Varianz der charakteristischen Größen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Druckbereich liefern. Eine zusätzliche Berücksichtigung der Jahringbreite brachte keinen wesentlichen Beitrag zur Gestaltung der Arbeitslinie. Daher werden die Kenngrößen Spätholzanteil und Jahringbreite als nicht maßgebend betrachtet und für die Ermittlung der Festigkeitseigenschaften des Brettschichtholzes außerachtgelassen.

4.1.3 Ästigkeit

Die Ästigkeit als eine normale Erscheinung im Holz ist für das Festigkeitsverhalten von großer Bedeutung. Schon TETMAJER [25] gibt einen mit abnehmender Schlankheit anwachsenden Einfluß der Äste auf

die Knickfestigkeit von Holzdruckstäben an. Nach übereinstimmenden Aussagen aus der Literatur gilt die Ästigkeit als wesentliche Einflußgröße der Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Holzes. Die Definition der Ästigkeit ist international nicht einheitlich geregelt: die Ästigkeit kann sowohl durch die Astgeometrie, z.B. kleinster oder größter Durchmesser der sichtbaren Astschnittflächen, oder auch durch das Verhältnis Astabmessungen zu Querschnittsabmessungen des Holzes beschrieben werden. Nachfolgend wird unter Ästigkeit stets das Verhältnis der auf den Brettquerschnitt projizierten Astflächensumme bezogen auf den Brettquerschnitt verstanden. Die Astflächensumme erfaßt sämtliche Äste, die innerhalb einer definierten Länge des Brettes, hier 150 mm, auftreten. Diese Definition der Ästigkeit, die sogenannte "Knot Area Ratio" (KAR), ist international am meisten gebräuchlich und ist auch den Regressionsgleichungen des Abschnittes 3 zugrundegelegt. Die Bilder (7), (8) und (9) zeigen die relative Häufigkeit und die Summenhäufigkeit des Astflächenanteils KAR von 150 mm langen Brettabschnitten aus Lamellen der Güteklassen I und II nach DIN 4074. Die KAR-Werte wurden in den Jahren 1983 - 1985 im Rahmen von zwei Forschungsvorhaben an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe ermittelt [24], [27].

Die untersuchten Bretter wurden nach der Gütesortierung in 4 Holzleimbaubetrieben zufällig entnommen. Nach den Angaben der Betriebe stammen sie aus den Wuchsgebieten Skandinavien, DDR, Bayrischer Wald und Österreich. Der hohe Anteil fast astreinen Holzes ($KAR \leq 0.05$) erklärt sich aus dem durchschnittlichen Astquirlabstand von 40 - 50 cm. Bei einer Brettabschnittslänge von 15 cm sind somit etwa zwei Drittel aller Brettabschnitte im Hinblick auf die Ästigkeit nahezu fehlerfrei. Bei der hohen Anzahl der ermittelten KAR-Werte können die angegebenen Häufigkeitsverteilungen des Astflächenanteils als repräsentativ für die Grundgesamtheit angesehen werden.

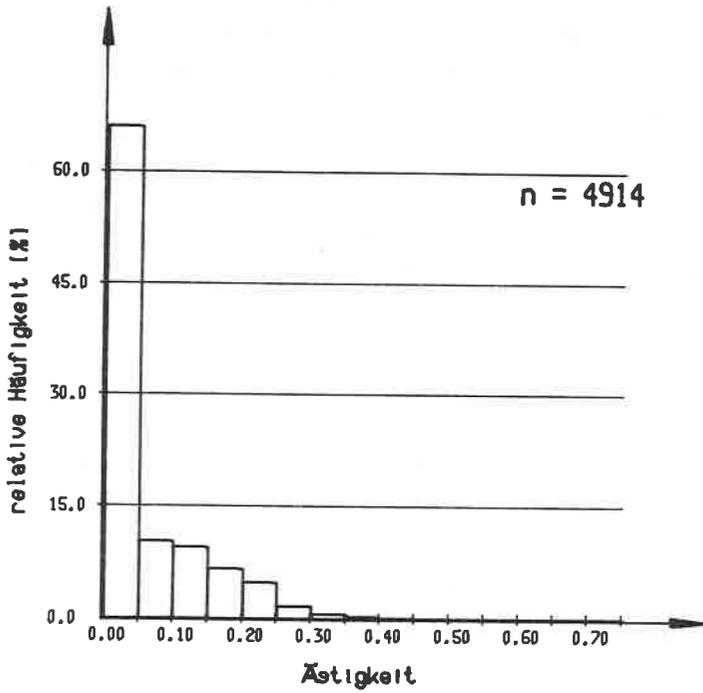


Bild 7: Häufigkeitsverteilung des KAR-Wertes von Brettabschnitten der Güteklasse I

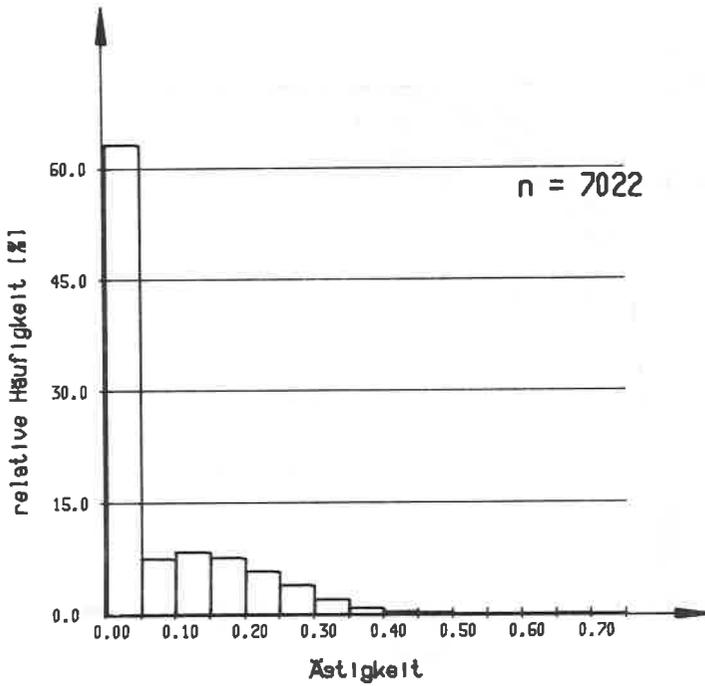


Bild 8: Häufigkeitsverteilung des KAR-Wertes von Brettabschnitten der Güteklasse II

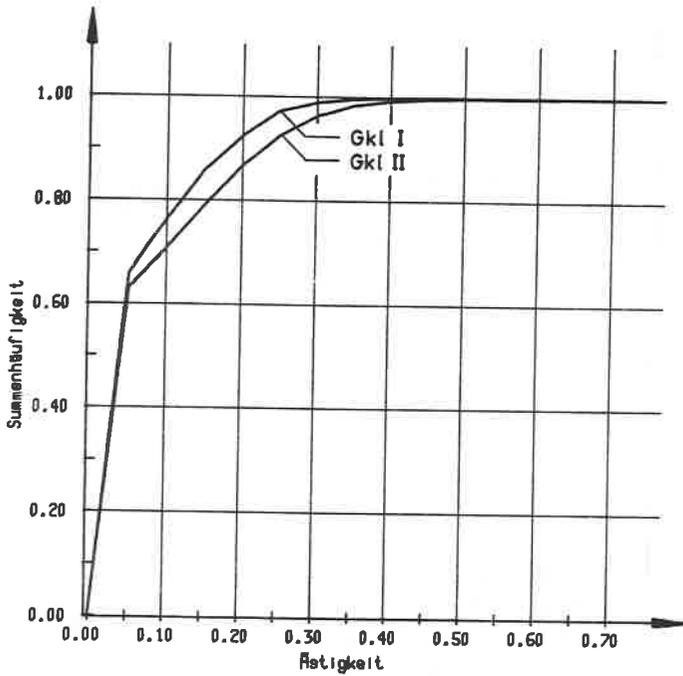


Bild 9: Summenhäufigkeit des KAR-Wertes von Brettabschnitten der Güteklassen I und II

4.1.4 Faserabweichung

Untersuchungen von GLOS [23] ergaben, daß die an Brettlamellen festgestellten Faserabweichungen keinen wesentlichen Einfluß auf das Festigkeitsverhalten ausüben. Unter Faserabweichung wird hierbei der Winkel zwischen Faserrichtung und Brettlängsrichtung verstanden, nicht jedoch der durch Äste bedingte, örtlich gestörte Faserverlauf, dessen Auswirkungen auf das Festigkeitsverhalten bereits in der Kenngröße Ästigkeit enthalten sind. Die durch schiefen Einschnitt, Drehwuchs oder gekrümmte Stammachsen bedingten Faserabweichungen können daher ebenso wie die Kenngrößen Spätholzanteil und Jahrringbreite außer Betracht bleiben.

4.1.5 Druckholzanteil

Die Druckholzbildung bei Nadelhölzern hat die Aufgabe, aktive Richtungsbewegungen des Stammes und der Äste zum Erreichen einer Gleichgewichtslage zu ermöglichen [25]. Druckholz, das wegen seiner rötlichen Färbung auch Rotholz genannt wird, unterscheidet sich im Aufbau vom gewöhnlichen Holz durch einen höheren Ligningehalt und eine höhere Rohdichte. Bezogen auf die im Mittel höhere Rohdichte liegen nach KOLLMANN [25] alle Festigkeitswerte niedriger, über das Ausmaß der Festigkeitseinbußen liegen jedoch unterschiedliche Angaben vor. Nach den Untersuchungen von GLOS [23] hat der Druckholzanteil von Fichtenbrettlamellen einen wesentlichen Einfluß auf die charakteristischen Größen der Druckarbeitslinie und wird daher in den Regressionsgleichungen des Abschnittes 3 berücksichtigt. Messungen an 820 zufällig ausgewählten Brettlamellen zeigten, daß etwa die Hälfte der untersuchten Proben frei von Druckholz war. Die Häufigkeitsverteilung des Druckholzflächenanteils der übrigen Probekörper zeigt Bild 10. Die beste Anpassung einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung an die Verteilung der Stichprobe wurde durch eine

Lognormalverteilung mit den Parametern

$$\mu_y = 1.7640$$

$$\sigma_y = 0.75051$$

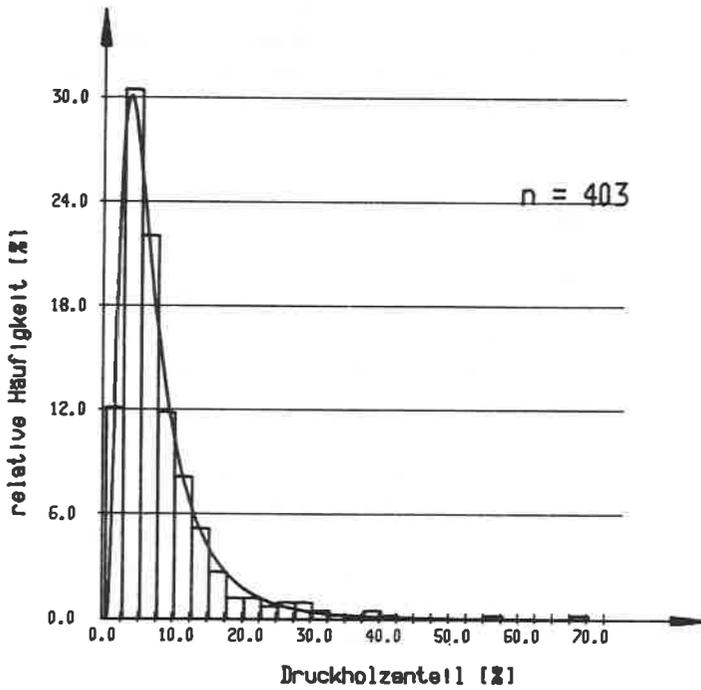


Bild 10: Häufigkeitsverteilung des Druckholzanteils d nach [23]

erzielt. Diese theoretische Wahrscheinlichkeitsdichte wird als Verteilung der Grundgesamtheit den Simulationen des Stützenaufbaus zugrundegelegt.

4.1.6 Holzfeuchte

Nach übereinstimmender Aussage der Holzforschung ist der Feuchtegehalt eine wichtige Kenngröße der Festigkeits- und Elastizitätseigenschaften des Holzes. Die Holzfeuchte geht daher - neben der Rohdichte, der Ästigkeit und dem Druckholzanteil - als vierter Parameter in die Regressionsgleichungen zur Bestimmung der charakteristischen Größen der Arbeitslinie ein. Da das Holz unterhalb eines Feuchtegehalts von etwa 35 % ein hygroskopisches Verhalten zeigt, ändert sich die Holzfeuchte in Abhängigkeit von der relativen Feuchte der Umgebungsluft. Als einziger der vier oben genannten Parameter ist damit die Holzfeuchte mit der Zeit veränderlich - sie muß deswegen an ausgeführten Bauwerken ermittelt werden, da Messungen im Holzleimbaubetrieb oder Labor die wirkliche Verteilung in Bauwerken nicht beschreiben können. Im Bild 11 ist die Häufigkeitsverteilung von 158 Einzelwerten der Holzfeuchte dargestellt, die im Rahmen eines Forschungsvorhabens im Jahr 1985 an Brettschichtholzstützen ausgeführter Bauwerke ermittelt wurden [28]. Die Messungen wurden mit dem Feuchtemeßgerät HYDROMETTE DH 100 vorgenommen, das auf der Grundlage der elektrischen Widerstandsmessung funktioniert. Als beste Anpassung einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichte an die Meßwerte ergab sich eine Lognormalverteilung mit den Parametern

$$\begin{aligned}\mu_y &= 2.6916 \text{ und} \\ \sigma_y &= 0.081774,\end{aligned}$$

die als angenommene Verteilung der Grundgesamtheit ebenfalls in Bild 11 dargestellt ist.

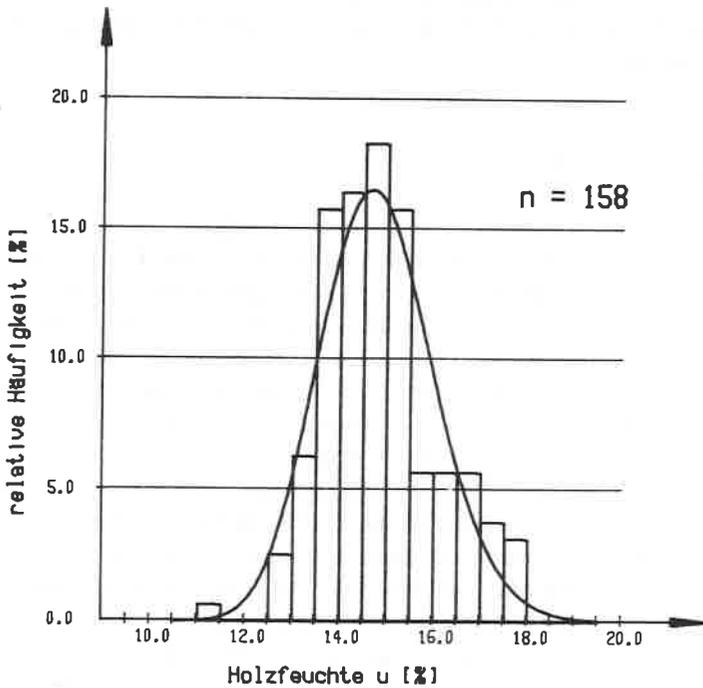


Bild 11: Häufigkeitsverteilung der Holzfeuchte nach [28]

4.1.7 Keilzinkenverbindung

Der Einfluß der Keilzinkenverbindung auf das Festigkeits- und Verformungsverhalten von Lamellenabschnitten wurde für druckbeanspruchte Lamellen von GLOS [23] untersucht, während für zugbeanspruchte Keilzinkenverbindungen einige Forschungsergebnisse vorliegen.

EHLBECK, COLLING und GÖRLACHER [24] haben insbesondere den Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern ermittelt und geben Regressionsgleichungen für die Zugfestigkeit und den Zugelastizitätsmodul keilgezinkter Lamellenabschnitte an. GLOS gibt den durchschnittlichen Keilzinkenabstand in Brettlamellen mit 4,50 m an. Dieser Wert stimmt gut mit den von LARSEN [29] angegebenen Brettlängen überein, die sich auf Erhebungen in dänischen Holzleimbaubetrieben beziehen. Für eine Brettbreite $B = 100$ mm fand LARSEN eine mittlere Brettlänge von 4,30 m und eine Standardabweichung von 0,71 m, während für 150 mm breite Bretter der Mittelwert der Brettlängen bei 4,62 m und die Standardabweichung bei 0,67 m liegt. Zur Simulation des Stützenaufbaus wird eine Normalverteilung der Brettlängen mit folgenden Verteilungsparametern angenommen:

$$\begin{aligned}\mu_x &= 4,30 \text{ m} \\ \sigma_x &= 0,71 \text{ m.}\end{aligned}$$

4.2 Geometrische Imperfektionen

Während im vorigen Abschnitt 4.1 die Streuungen der maßgebenden Einflußgrößen auf das Festigkeits- und Verformungsverhalten von Brettlamellen beschrieben wurden, die in der Struktur und im Aufbau des Holzes begründet sind, wirken sich geometrische Imperfektionen direkt auf die ertragbare Belastung von Brettschichtholzstützen aus. Die wesentlichen geometrischen Imperfektionen von Druckstäben aus Brettschichtholz sind:

- Abweichungen der Querschnittsabmessungen von den Sollmaßen
- Abweichungen der Längenabmessungen von den Sollmaßen

- spannungslose Vorkrümmung der Stabachse
- Schiefstellung der Stabachse
- ungewollte Ausmitte der Lasteinleitung

4.2.1 Querschnittsabmessungen

Als Folge des Herstellungsprozesses streuen die Querschnittsabmessungen von Holzbauteilen in unterschiedlichem Maße. Während sich bei nicht gehobelten Vollholzbauteilen nach dem Einschnitt im Sägewerk durch Schwindvorgänge die Querschnittsabmessungen meist noch verringern, tritt dieses Phänomen bei Brettschichtholzbauteilen, die durch Hobeln ihre endgültige Form erhalten, wegen der künstlichen Trocknung der Lamellen in weit geringerem Maße auf. Da in der Literatur keine Angaben zur Streuung der Querschnittsabmessungen von Brettschichtholzbauteilen gemacht werden, wurde im Rahmen eines Forschungsvorhabens im Jahr 1985 ein Meßprogramm zur Feststellung der geometrischen Imperfektionen von Holzdruckstäben durchgeführt [28]. Dabei wurden an 176 Brettschichtholzstützen in den Viertelpunkten sowie am oberen und unteren Ende der Stütze die Querschnittsbreite bestimmt. Sämtliche Messungen wurden mit Hilfe eines Sekundentheodoliten T2 der Fa. Wild durchgeführt. Die Auswertung der Querschnittsabmessungen zeigt Bild 12. Dargestellt ist die Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses der gemessenen Stützenbreite zur Sollbreite. Der Mittelwert liegt bei 1,003; dies bedeutet, daß die Sollabmessungen sehr genau eingehalten werden. Möglich sind auch geringfügige Quellvorgänge nach der Herstellung, wenn die Ausgleichsfeuchte im Bauwerk über dem Feuchtegehalt beim Hobeln liegt. Als beste Anpassung einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung an die Verteilung der Meßwerte ergab sich eine Lognormalverteilung mit den Verteilungsparametern Mittelwert der logarithmierten Einzelwerte

$$\mu_y = 0,002904$$

und Standardabweichung der natürlichen Logarithmen der Einzelwerte

$$\sigma_y = 0,007635.$$

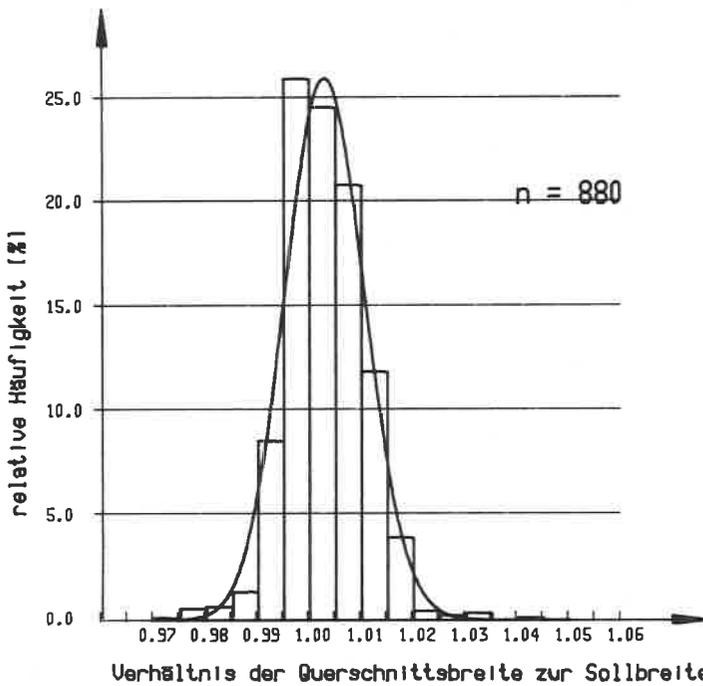


Bild 12: Häufigkeitsverteilung des Verhältnisses Querschnittsbreite zu Sollbreite von BSH-Stützen

Bezieht man die berechneten Querschnittsbreiten nicht auf die Sollbreite, sondern auf die mittlere Querschnittsbreite der Stütze, ergibt die Auswertung ein Maß für die Streuung der Querschnittsabmessungen innerhalb einer Stütze. Erwartungsgemäß ist die Streuung der Querschnittsmaße innerhalb einer Stütze sehr viel geringer als diejenige sämtlicher Stützen - so liegen fast 90 % der Verhältnismerte b/b_{mittel} innerhalb eines Intervalls von 99,5 % bis 100,5 % der mittleren Querschnittsbreite -, so daß zur Ermittlung der Traglast einer Stütze in guter Näherung mit konstanter Querschnittsbreite entlang der Stützenachse gerechnet werden kann.

4.2.2 Längenabmessungen

Im Gegensatz zu den Querschnittsabmessungen, die sich auch nach der Herstellung durch Schwankungen des Umgebungsklimas im Bauwerk noch ändern können, tritt dieser Fall bei den Längenmaßen im meßbaren Bereich nicht auf. Die Ursache hierfür liegt im unterschiedlichen Schwind- und Quellverhalten des Holzes senkrecht bzw. parallel zur Faserrichtung. Während für europäische Nadelhölzer senkrecht zur Faserrichtung ein mittleres Schwind- oder Quellmaß $\alpha_{\perp} = 0,24$ % für eine Änderung der Holzfeuchte um 1 % des Darrgewichtes zu berücksichtigen ist, beträgt der entsprechende Wert in Faserrichtung lediglich $\alpha_{\parallel} = 0,01$ %. Fehler der Längenabmessungen von Holzbauteilen sind daher fast ausschließlich im Herstellungsprozeß begründet. Grobe Fehler infolge von Irrtümern oder Fahrlässigkeit konnten bei den vermessenen 176 Brettschichtholzstützen nicht festgestellt werden. Da die Stützenhöhe jeweils mit dem Zollstock gemessen wurde, müssen Meßfehler in der Größenordnung von mehreren Millimetern unterstellt werden. Der Vergleich der gemessenen mit der planmäßigen Stützenhöhe führte lediglich zu Differenzen, die unter einem halben Promille der Sollhöhe lagen. Demzufolge kann in sehr guter Näherung die Stützenhöhe als deterministische Größe behandelt werden, da die festgestellten Abweichungen den Bauteilwiderstand nur unbedeutend verändern.

4.2.3 Vorkrümmung der Stabachse

Im Rahmen des o.g. Forschungsvorhabens [28] wurden neben der Holzfeuchte und den Bauteilabmessungen auch Abweichungen der Stabachse von der Geraden ermittelt. Bei Annahme einer sinusförmigen Verformungslinie wurde die Vorkrümmung amplitude y_0 der Stabachse in Feldmitte durch eine nichtlineare Regressionsrechnung nach dem Prin-

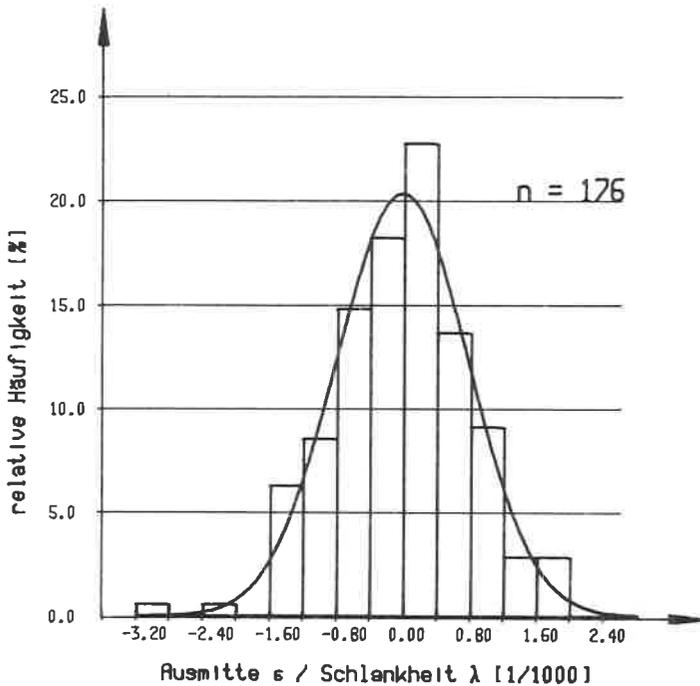


Bild 13: Häufigkeitsverteilung der spannungslosen Vorkrümmung von BSH-Druckstäben

zip der kleinsten Quadrate bestimmt. Das Histogramm der Ausmitte $\epsilon = y_0/k$, bezogen auf die Stabschlankheit λ , ist in Bild 13 dargestellt. Mit k ist die Kernweite des Sollquerschnitts bezeichnet. Auf den Beobachter bezogen wurden Abweichungen der Stabachse nach rechts als positiv, solche nach links als negativ definiert. Vergleicht man die dargestellten Werte mit dem schlankheitsabhängigen Teil der ungewollten Ausmitte, der nach dem Entwurf der DIN 1052, [30] für Brettschichtholzstäbe anzusetzen ist, bleibt festzustellen, daß keiner der durch Messungen ermittelten 176 Werte die sich aus dem Entwurf zur DIN 1052 ergebende Rechengröße von $\epsilon/\lambda = 1/289$ überschreitet. Als beste Anpassung einer theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichte an die Meßergebnisse wurde eine Normalverteilung mit den Parametern Mittelwert $\mu_x = 2,496 \cdot 10^{-5}$ und Standardabweichung $\sigma_x = 7,856 \cdot 10^{-4}$ gefunden.

4.2.4 Schiefstellung der Stabachse

Bei eingespannten Stützen, Stützenreihen und Stielen von verschieblichen Rahmentragwerken ist bei einem Tragsicherheitsnachweis nach Theorie II. Ordnung zusätzlich zur ungewollten Vorkrümmung eine Schiefstellung der Stabachse in Rechnung zu stellen. Obwohl sich bei gelenkig gelagerten Druckstäben eine Schrägstellung nicht auf die Größe der Traglast auswirkt, seien die Meßergebnisse hier wiedergegeben. Die Schiefstellungswinkel in Bild 14 sind die Winkel zwischen der Vertikalen und der Verbindungsgeraden zwischen den Flächenschwerpunkten des oberen und unteren Endquerschnitts der Stütze. Ebenfalls dargestellt ist eine den Meßergebnissen angepaßte Normalverteilung mit dem Mittelwert $\mu_x = 1,922 \cdot 10^{-4}$ |arc| und der Standardabweichung $\sigma_x = 1,5151 \cdot 10^{-3}$ |arc|.

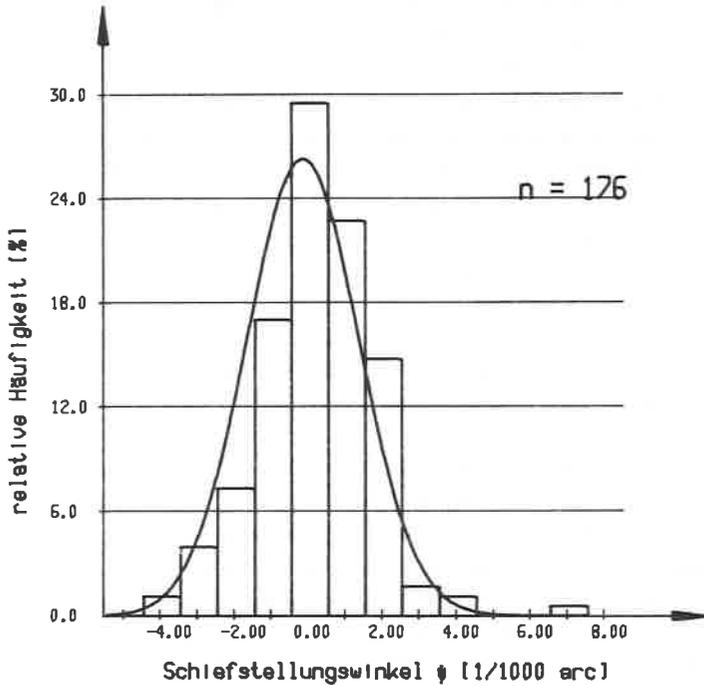


Bild 14: Häufigkeitsverteilung des Schiefstellungswinkels von BSH-Stützen

4.2.5 Ausmitte der Lasteinleitung

Durch die inhomogene Struktur des Holzes fällt der Dehnsteifigkeitschwerpunkt im allgemeinen nicht mit dem Flächenschwerpunkt des Querschnitts zusammen, so daß auch bei geometrisch mittiger Lastein-

leitung die Normalkraft mit einem Endhebelarm angreift. Dieser Endhebelarm ist zudem nicht konstant, sondern eine Funktion der Spannungsverteilung bzw. der Schnittgrößen im Querschnitt. So beschreibt MÖHLER in [2] eine erforderliche Zentrierung von Versuchsstäben für Knickversuche mit mittigem Kraftangriff, obwohl fehlerfreies Fichtenholz der Güteklasse I verwendet wurde, das im Vergleich zum gewöhnlichen Bauholz einer homogenen Struktur recht nahekommt. Bei einigen Versuchsstäben gelang es trotz aller Bemühungen nicht, den wirksamen Schwerpunkt des Querschnitts zu finden. Bei einem Probekörper zeigte es sich z.B. nach der Zentrierung, "daß nur bis zu geringen Belastungen der Stab ohne Ausbiegung blieb". Dies ist ein Hinweis darauf, daß trotz vorangegangener Zentrierung sich die Lage des Schwerpunktes mit wachsender Normalkraft infolge immer ungleichmäßiger werdender Spannungsverteilung änderte.

Im gewählten mechanischen Modell wird durch die Simulation des Trägeraufbaus mit streuenden Basisvariablen die ungewollte Ausmitte der Lasteinleitung in jedem Iterationsschritt berücksichtigt, indem fortwährend die Lage des tatsächlichen Querschnittsschwerpunktes ermittelt wird. Damit ist die ungewollte Ausmitte der Lasteinleitung, die dem schlankheitsunabhängigen Anteil der rechnerischen Ausmitte $\epsilon = 0,1$ nach EDIN 1052, Abschnitt 9.6.3 [30] entspricht, vollständig erfaßt.

5 Simulation des Stützenaufbaus

Das nachfolgend beschriebene Simulationsprogramm hat die Aufgabe, den Herstellungsprozeß von Brettschichtholzbauteilen auf der Basis der statistischen Verteilungsfunktionen aller maßgebenden Einflußgrößen nachzubilden. Es ermöglicht die Modellierung einer großen Anzahl von Druckstäben mit vorgegebenen Abmessungen, deren Traglasten im Rahmen der Methode der statistischen Versuche [31] die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Bauteilwiderstandes von Brettschichtholzstützen liefern. Da verschiedene zufällige Faktoren Einfluß auf die Nachbildung der Stützen nehmen, entstehen Bauteile, die zwar alle nach demselben Muster aufgebaut sind, deren Eigenschaften sich jedoch infolge der zufälligen Einflußfaktoren unterscheiden.

5.1 Zufallsgrößen

Die Basis jeder Simulation zufälliger Größen bildet eine Prozedur zur Erzeugung von Zufallszahlen. Das bekannteste mechanische Gerät zur Realisierung von Zufallsgrößen ist wohl das Roulette, auf das die Bezeichnung "Monte-Carlo-Methode" zurückgeht. Während in den ersten Jahren nach 1949, dem Geburtsjahr der Monte-Carlo-Methode, auf Tabellen von Zufallszahlen zurückgegriffen werden mußte, stehen heute an jeder größeren elektronischen Rechenanlage Algorithmen zur Erzeugung sogenannter Pseudozufallszahlen zur Verfügung. Da die Pseudozufallszahlen durch Rechenalgorithmen gewonnen werden, stellen sie keine echten Zufallszahlen dar, ihre Eignung für die Simulation zufälliger Vorgänge wird jedoch durch statistische Tests bestätigt.

Ist ein Pseudozufallszahlengenerator zur Erzeugung gleichverteilter Pseudozufallszahlen im Intervall $[0, 1]$ vorhanden, lassen sich damit auch beliebig verteilte Zufallszahlen erzeugen. Im Bild 15 ist das Prinzip am Beispiel einer Normalverteilung dargestellt.

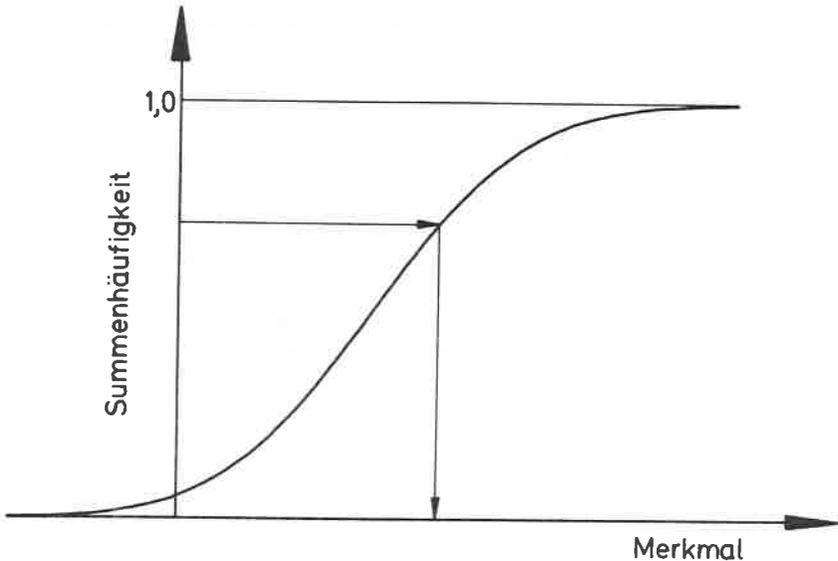


Bild 15: Generierung normalverteilter Zufallszahlen aus gleichverteilten Zufallszahlen

Ausgehend von der Summenhäufigkeitsfunktion der Normalverteilung, deren Wertebereich dem Intervall der gleichverteilten Pseudozufallszahlen entspricht, wird für jeden zufällig erzeugten Ordinatenwert ein der Summenfunktion entsprechender Abszissenwert bestimmt. Im Bereich der größten Steigung der Summenhäufigkeitsfunktion liegt dann das Maximum der Wahrscheinlichkeitsdichte des betrachteten Merkmals. Mit dieser Vorgehensweise können nicht nur theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie die Normalverteilung simuliert

werden, sondern es ist ebensogut möglich, eine beliebige Häufigkeitsverteilung einer Stichprobe, für die sich keine "passende" Wahrscheinlichkeitsverteilung finden läßt, nachzubilden.

5.2 Aufbau eines Brettschichtholzbauteils

Zur Herstellung von Brettschichtholz werden in den Leimbaubetrieben der Bundesrepublik Deutschland Brettstränge hergestellt, indem Einzelbretter durch Keilzinkung (KZV) miteinander verbunden werden. Von diesem prinzipiell endlosen Brettstrang werden Lamellen entsprechend der Bauteillänge abgetrennt, beleimt und übereinander gestapelt. Ist die erforderliche Bauteilhöhe erreicht, wird der zur einwandfreien Verleimung erforderliche Preßdruck aufgebracht, der bis zum Aushärten des Leims konstant bleibt. Bild 16 zeigt eine schematische Darstellung der Bauteilherstellung aus dem Brettstrang.

Dieses Vorgehen beschreibt die Herstellung von größeren Brettschichtbauteilen mit einer Gesamtlänge von mindestens ca. 10 m. Kürzere, gerade Bauteile, z.B. geschoßhohe Rechteckstützen werden nicht einzeln hergestellt, sondern von einem längeren Trägerstrang abgetrennt. Dies bedeutet, daß die Eigenschaften benachbarter Lamellen im Querschnitt immer voneinander unabhängig sind, da die Brettlänge mit einem Mittelwert von 4,30 m und einer Standardabweichung von 0,71 m sehr viel kürzer als der hergestellte Trägerstrang ist und demzufolge die theoretische Möglichkeit des Auftretens zweier Lamellenquerschnitte aus demselben Brett im Stützenquerschnitt vernachlässigt werden kann. Korrelationen zwischen den Eigenschaften verschiedener Lamellenquerschnitte treten also nur in Längsrichtung des Bauteils auf, und zwar so lange bis nach einer Keilzinkenverbindung ein neues Brett beginnt. Bei kürzeren Bauteilen ist demnach der Eigenschaftsvektor im ersten Querschnitt der i -ten Lamelle unabhängig von demjenigen im letzten Querschnitt der $(i - 1)$ -ten Lamelle,

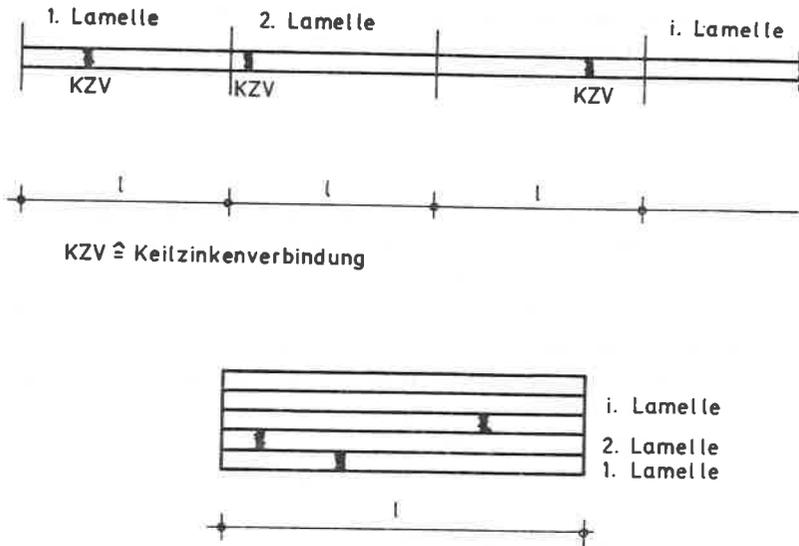


Bild 16: Schematische Darstellung der Bauteilherstellung aus dem Brettstrang

während bei längeren Bauteilen, die einzeln hergestellt wurden, diese beiden Eigenschaftsvektoren übereinstimmen. Bei der Simulation des Stützenaufbaus wird kein Unterschied zwischen kürzeren und längeren Bauteilen gemacht; im ersten Querschnitt einer Lamelle werden stets zufällig und unabhängig von der Simulation der vorhergehenden Lamelle die Eigenschaften des Brettes simuliert.

Wegen des hohen Automatisierungsgrades bei der Herstellung brett-schichtverleimter Bauteile wird von der Möglichkeit der DIN 1052, [1] im Innern der Bauteile Stumpfstoße anzuordnen, in der BRD kein Gebrauch gemacht.

5.2.1 Simulation der Keilzinkenverbindungen

Bei vorgegebener Stützenlänge und Lamellenanzahl im Querschnitt wird jede Lamelle unabhängig simuliert, indem ein Zufallswert aus der Häufigkeitsverteilung der Brettlängen gegriffen und mit einer gleichverteilten Zufallszahl aus dem Intervall $[0, 1]$ multipliziert wird. Anschließend werden sooft zufällige Brettlängen addiert, bis die Stützenlänge erreicht oder überschritten ist. Damit sind Anzahl und Lage der Keilzinkenverbindungen in den einzelnen Lamellen bekannt. Da bei dem verwendeten mechanischen Modell die Eigenschaften jeder Lamelle in äquidistanten Querschnitten definiert sein müssen, wird die Lage der Keilzinkenverbindungen dahingehend korrigiert, daß die Eigenschaft "Keilzinkenverbindung" dem nächstgelegenen Querschnitt der Lamelle zugesprochen wird (siehe Bild 17).

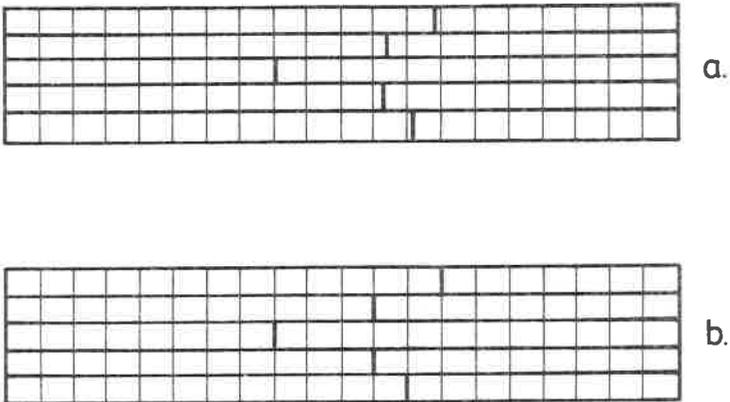


Bild 17: a) Beispiel für die Simulation der Keilzinkenverbindungen in einem BSH-Bauteil
b) Korrigierte Lage der Keilzinkenverbindungen für das Rechenmodell

5.3 Zuordnung der Werkstoffkennwerte

Jeder Lamelle wird in äquidistanten Querschnitten ein Kenngrößenvektor aus Darrohdichte ρ_0 , Astflächenanteil KAR, Druckholzanteil d und Holzfeuchte u zugeordnet, aus dem die Erwartungswerte der charakteristischen Größen der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ermittelt werden können. Zur wirklichkeitsnahen Beschreibung ist die Autokorrelation der Kenngrößen entlang des Brettstranges von großer Bedeutung. In [32], [33] wird festgestellt, daß Rohdichte und Ästigkeit voneinander unabhängig sind. Ebenfalls konnte eine Autokorrelation der Merkmale von verschiedenen Brettern einer Lieferung nicht festgestellt werden, während innerhalb eines Brettes z.B. die Rohdichte eine ausgeprägte Autokorrelation aufweist.

5.3.1 Zuordnung der Darrohdichte

Im Abschnitt 4.1.1 ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Darrohdichte für das in der Bundesrepublik Deutschland verwendete Brett-schichtholz dargestellt. Die Streuungen innerhalb eines Brettes sind jedoch sehr viel geringer als die dargestellten Streuungen einer Stichprobe aus der Grundgesamtheit. Untersuchungen an 111 Brettern [24] zeigten z.B., daß der Rohdichteunterschied zwischen den Brettenden in mehr als 80 % der Fälle kleiner als 40 kg/m^3 war. Näherungsweise wird daher die Rohdichte aller Lamellenquerschnitte eines Brettes als konstant angenommen, während die Werte für die Rohdichte verschiedener Bretter aus der zugehörigen Häufigkeitsverteilung zufällig entnommen werden. Enthält der Lamellenquerschnitt eine Keilzinkenverbindung, wird ihm der niedrigere Wert der Darrohdichte der angrenzenden Bretter zugewiesen [23], [24].

5.3.2 Zuordnung des Astflächenanteils KAR

Während die Streuungen der Rohdichte innerhalb eines Brettes wesentlich geringer sind als z.B. innerhalb einer Brettlieferung, kann dies für die Ästigkeit nicht festgestellt werden. Die Simulation des KAR-Wertes eines Lamellenquerschnitts erfolgt daher unabhängig von der Größe der KAR-Werte der übrigen Brettquerschnitte. Dazu wird für den Lamellenquerschnitt aus der für die jeweilige Güteklasse repräsentativen Häufigkeitsverteilung ein Wert für die Ästigkeit zufällig ausgewählt. Da im Bereich von Keilzinkenverbindungen keine größeren Äste auftreten dürfen, wird der KAR-Wert eines keilgezinkten Lamellenquerschnitts zu Null gesetzt.

5.3.3 Zuordnung des Druckholzanteils d

Über die Streuungen des Druckholzflächenanteils innerhalb eines Brettes liegen keine Untersuchungen vor. Daher müssen die Werte des Druckholzanteils aufeinanderfolgender Brettquerschnitte als voneinander unabhängig betrachtet werden. Bei den von GLOS [23] untersuchten 820 Brettabschnitten waren 417 druckholzfrees; die Häufigkeitsverteilung der übrigen 403 Proben ist im Abschnitt 4.1.5 dargestellt. Zur Modellierung des Druckholzanteils wird daher zunächst eine gleichverteilte Pseudozufallszahl zwischen 0 und 1 erzeugt. Ist diese Zufallszahl kleiner als 0,509, wird der Druckholzanteil des Lamellenquerschnitts zu Null gesetzt, während im entgegengesetzten Fall aus der Lognormalverteilung des Druckholzanteils ein zufälliger Wert gewählt wird.

5.3.4 Zuordnung der Holzfeuchte u

Da das Umgebungsklima die weitaus wichtigste Einflußgröße für den Holzfeuchtegehalt darstellt und das Klima für alle Lamellen eines Bauteils in aller Regel dasselbe ist, kann die Holzfeuchte für das gesamte Bauteil als konstant angesehen werden. Demzufolge wird allen Lamellenquerschnitten derselbe Holzfeuchtegehalt zugewiesen, der aus der Häufigkeitsverteilung der Holzfeuchte für Brettschichtholzstützen (siehe Abschnitt 4.1.6) zufällig ausgewählt wird.

5.3.5 Zuordnung des Schubmoduls G

Im Gegensatz zum Tragverhalten von Brettlamellen bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung liegen keine umfassenden Erhebungen zur Abhängigkeit des Schubmoduls und der Schubfestigkeit von den wichtigsten Holzeigenschaften vor. Lediglich der Zusammenhang zwischen Schubmodul G und Holzfeuchte u ist für Fichtenholz durch Untersuchungen von NEUHAUS [34] dargestellt worden. NEUHAUS bestimmte ein vollständiges System der 12 Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchte an astfreien Versuchskörpern. Die Gleitzahlen S_{44} und S_{66} bedeuten hierin die Kehrwerte der Schubmoduln für liegende bzw. stehende Jahrringe. Da sich diese beiden Gleitzahlen sowohl im Verlauf als auch zahlenmäßig im interessierenden Feuchtebereich von 6 % bis 22 % kaum unterscheiden, wird deren arithmetisches Mittel der Auswertung zugrundegelegt. Eine lineare Regressionsrechnung ergab folgenden Zusammenhang zwischen Schubmodul G und Holzfeuchte u:

$$G = 900 - 18,5 u \quad (21)$$

G |N/mm²|

u |%|

Diese Beziehung, die durch Untersuchungsergebnisse von TRAYER und MARCH [25] an Sitkafichtenproben sowie von SPENGLER [35] an Fichtenbrettlamellen bestätigt wird, dient zur Simulation des Schubmoduls, der ebenso wie die Holzfeuchte u als konstant für das gesamte Bauteil angesehen wird.

5.4 Zuordnung der Residuen

Mit den zugeordneten Kennwerten Darrrohddichte, Ästigkeit, Druckholzanteil und Holzfeuchte lassen sich über die Regressionsgleichungen des Abschnittes 3 die Erwartungswerte der charakteristischen Größen der Arbeitslinien für den Zug- und Druckbereich jedes Lamellenquerschnitts bestimmen. Als Folge zufälliger Fehler der charakteristischen Größen unterscheidet sich der wirkliche vom erwarteten Verlauf der Arbeitslinien im Rahmen einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit. Dies wird berücksichtigt, indem den Erwartungswerten der charakteristischen Größen eine zufällige Störgröße überlagert wird, die aus der Dichtefunktion der jeweiligen Reststreuung entnommen wird. Da die Residuen der charakteristischen Größen der Arbeitslinien nicht unabhängig voneinander sind, muß auch die Korrelation zwischen den Residuen bei deren Realisation berücksichtigt werden. Das Residuum des Elastizitätsmoduls weist die jeweils höchste Korrelation zu den übrigen Residuen auf; deshalb wird folgende Vorgehensweise gewählt, die in [23] vorgeschlagen wird:

Die Simulation der Reststreuung des Elastizitätsmoduls wird zufällig und unabhängig aus der zugehörigen Dichtefunktion bestimmt; hierbei ist zu unterscheiden zwischen der Reststreuung innerhalb eines Brettes und der mittleren Reststreuung in verschiedenen Brettern.

Die Simulationen der Reststreuungen der anderen charakteristischen Größen werden als Summe aus einem zufälligen Anteil und einem systematischen Anteil, der vom Residuum des Elastizitätsmoduls abhängig ist, bestimmt:

$$R = R_1 + R_2 \quad (22)$$

Für den zufälligen Anteil R_1 gibt GLOS [23] als Dichtefunktion der Residuen eine Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung σ_x an. Die Größe der Standardabweichung beträgt für die einzelnen Residuen:

$\sigma_x (E_d)$	=	1500 N/mm ²	für $R_1 (E_d)$
$\sigma_x (\sigma_{dB})$	=	2,5 N/mm ²	für $R_1 (\sigma_{dB})$
$\sigma_x (\sigma_{dBA})$	=	2,2 N/mm ²	für $R_1 (\sigma_{dBA})$
$\sigma_x (\epsilon_{dB})$	=	0,47 ‰	für $R_1 (\epsilon_{dB})$
$\sigma_x (E_z)$	=	0,180	für $R_1 (E_z)$
$\sigma_x (\sigma_{zB})$	=	0,187	für $R_1 (\sigma_{zB})$

Bei den Werten für den Zugelastizitätsmodul und die Zugfestigkeit handelt es sich um Größen, die als Summanden im Exponenten der Regressionsgleichungen erscheinen.

Die angegebene Standardabweichung der Reststreuung des Druck-Elastizitätsmoduls berücksichtigt jedoch nicht die Autokorrelation des Residuums innerhalb eines Brettes. Untersuchungen an 100 Brettern und daraus hergestellten 640 Brettabschnitten [26] haben gezeigt, daß sich die Reststreuung des Elastizitätsmoduls eines Brettabschnittes zusammensetzt aus einem Brettanteil und einem Brettabschnittanteil. Für die mittlere Reststreuung eines Brettes kann eine Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung

1000 N/mm² angenommen werden, während die Standardabweichung des Residuums innerhalb eines Brettes selbst wieder eine streuende Größe darstellt. Bild 18 zeigt die Häufigkeitsverteilung der Standardabweichung des Residuums innerhalb eines Brettes. Für jedes Brett wird also eine konstante, mittlere Reststreuung aus einer Normalverteilung (0/1000 N/mm²) zufällig ausgewählt und anschließend aus der Lognormalverteilung des Bildes 18 eine Standardabweichung der Reststreuung innerhalb des Brettes ebenfalls zufällig bestimmt. Damit werden die Residuen des Elastizitätsmoduls der Brettquerschnitte als Summe aus dem mittleren Residuum des Brettes und zufälligen Werten aus einer Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung σ_x berechnet. Bild 19 zeigt das Ergebnis einer Simulation für 50.000 Brettquerschnitte nach dem beschriebenen Verfahren. Die Auswertung ergab eine Standardabweichung von etwa 1300 N/mm² für alle Brettquerschnitte und einen Mittelwert nahe bei 0. Der Unterschied zu dem von GLOS angegebenen Wert von 1500 N/mm² kann durch das unterschiedliche Brettangebot beider Untersuchungen erklärt werden.

Für den vom Residuum des Elastizitätsmoduls abhängigen, systematischen Anteil der Residuen der übrigen charakteristischen Größen der Druckarbeitslinie gelten folgende Beziehungen:

$$R_2 (\sigma_{dB}) = 0,0014 \cdot R_1 (E_d) \quad (23)$$

$$R_2 (\sigma_{dBA}) = - 0,00032 \cdot R_1 (E_d) \quad (24)$$

$$R_2 (\epsilon_{dB}) = 0,00053 \cdot R_1 (E_d) \quad (25)$$

Für den Zugelastizitätsmodul und die Zugfestigkeit liegen keine Angaben über systematische Anteile vor. Da es aber naheliegt, daß der Zugelastizitätsmodul mit dem Druckelastizitätsmodul eng korreliert ist, wird die Reststreuung des Zugelastizitätsmoduls nach folgendem Schema an das Residuum des Druckelastizitätsmoduls gekoppelt:

$$R (E_z) = \frac{\sigma_x (E_z)}{\sigma_x (E_d)} \cdot R(E_d) \quad (26)$$

$$= \frac{0,18}{1300} \cdot R(E_d) \quad (26a)$$

$R(E_z)$ bedeutet hier die Reststreuung des Exponenten in der Regressionsgleichung für den Zugelastizitätsmodul.

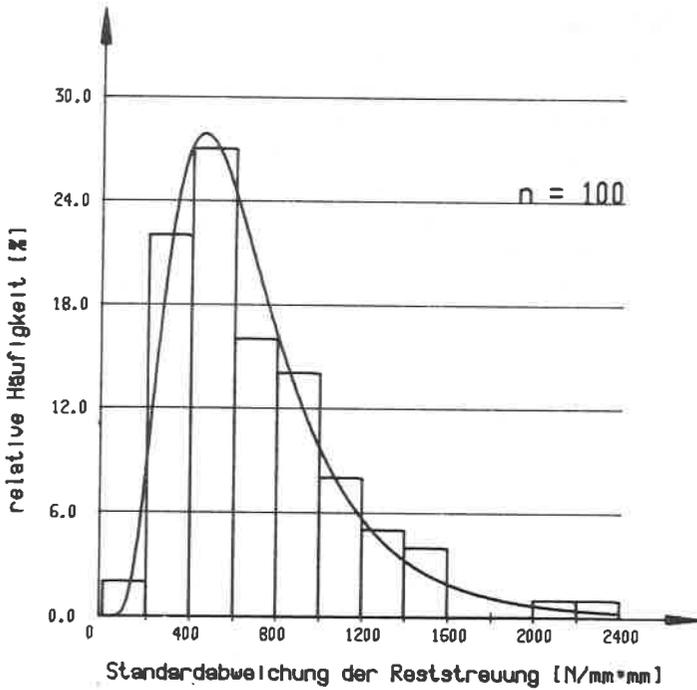


Bild 18: Häufigkeitsverteilung der Standardabweichung des Residuums für den Elastizitätsmodul E_d

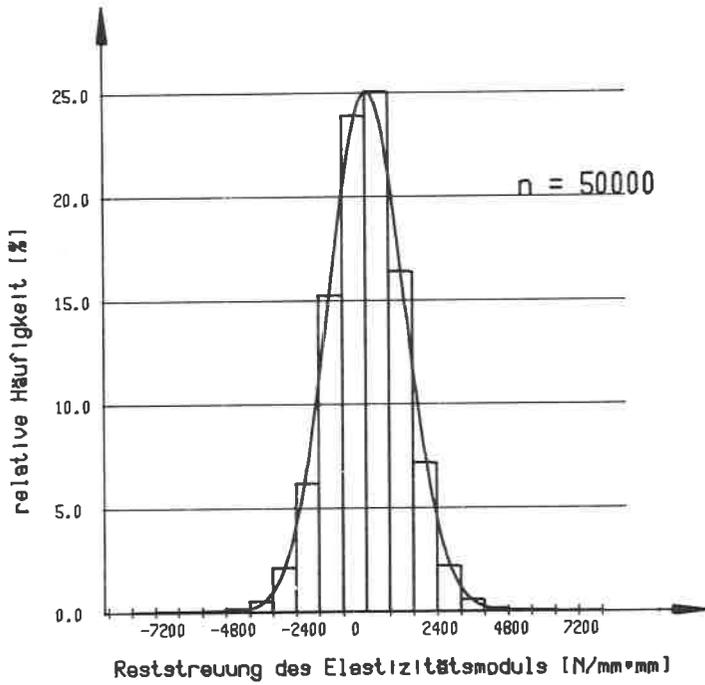


Bild 19: Häufigkeitsverteilung des Residuums des Elastizitätsmoduls E_d

5.5 Eingrenzung des Wertebereiches der charakteristischen Größen

Bei ungünstigen Kombinationen von Erwartungswert und Reststreuung ist es möglich, daß unsinnige Werte für die charakteristischen Größen - z.B. ein negativer Elastizitätsmodul - simuliert werden. Um solche Fälle auszuschließen wird der Wertebereich der 6 charakteristischen Größen begrenzt:

15	≤	σ_{dB}	≤	75	N/mm ²
2000	≤	E_d	≤	24000	N/mm ²
2.0	≤	ϵ_{dB}	≤	8,5	%
15	≤	σ_{dBA}	≤	65	N/mm ²
2000	≤	E_z	≤	24000	N/mm ²
0	≤	σ_{zB}	≤	100	N/mm ²

Die ersten 4 angegebenen Intervalle stellen die Spannweite der in |23| festgestellten Werte der charakteristischen Größen dar. Der Wertebereich des Zugelastizitätsmoduls wurde dem des Druckelastizitätsmoduls gleichgesetzt und für die Zugfestigkeit wurde als unterer Grenzwert 0 angenommen, da durch große Holzfehler die Zugfestigkeit einer Lamelle sehr stark herabgesetzt werden kann. Liegen die simulierten Größen außerhalb des Wertebereichs, wird die Modellierung des Residuums wiederholt.

5.6 Berücksichtigung physikalischer Bedingungen im Verlauf der Arbeitslinie

Um Fälle auszuschließen, in denen der Verlauf der Arbeitslinie für den Druckspannungsbereich physikalische Gegebenheiten verletzt, müssen nach der Simulation der Kenngrößen und ihrer Residuen 2 Bedingungen überprüft werden, deren Einhaltung der Erfahrung widersprechende, "entartete" Formen des Arbeitslinienverlaufs verhindert:

- Der Tangentenmodul ist an jeder Stelle der Arbeitslinie kleiner als der Elastizitätsmodul E_d

Diese Bedingung wird bei der gewählten Funktion der Spannungs-Dehnungs-Beziehung eingehalten, wenn die Krümmung der Arbeitslinie im Ursprung kleiner oder höchstens gleich 0 ist:

$$\frac{d^2 \sigma_d}{d \epsilon_d^2} (\epsilon_d = 0) \leq 0 \quad (27)$$

$$\rightarrow \epsilon_{dB} \approx \frac{7 \cdot \sigma_{dB}}{6 E_d} \quad (28)$$

Die Einhaltung dieser Ungleichung wird nach der Simulation der Residuen überprüft; ist sie nicht erfüllt, wird die charakteristische Größe ϵ_{dB} entsprechend korrigiert.

- Die asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} ist kleiner als die Druckfestigkeit σ_{dB}

Da der Größtwert der Druckspannung im Bruchzustand erreicht wird, muß die oben angegebene Bedingung, deren Verletzung bei einer ungünstigen Kombination der Kenngrößen möglich ist, überprüft werden. Weil nach [23] auch bei sehr kleinen Differenzen zwischen σ_{dB} und σ_{dBA} die Gefahr besteht, daß der Verlauf der Arbeitslinie "entartet", wird die Grenzbedingung

$$\sigma_{dBA} \leq \sigma_{dB} - 1 \quad |N/mm^2| \quad (29)$$

festgelegt.

Diese wird ebenfalls nach der Simulation der Residuen überprüft und gegebenenfalls entsprechend korrigiert.

5.7 Resultierende Häufigkeitsverteilung der charakteristischen Größen der Arbeitslinie

Wird der Stützenaufbau wie beschrieben simuliert, ergeben sich die charakteristischen Größen der Arbeitslinie für den Zug- und Druckbereich für jeden Lamellenquerschnitt aus den zugeordneten Werkstoffkennwerten, den Residuen und den physikalischen Randbedingungen des Verlaufs der Arbeitslinie. Für insgesamt 10000 simulierte Lamellenquerschnitte sind in den Bildern 20 bis 25 die resultierenden Häufigkeitsverteilungen des Elastizitätsmoduls E_d , der Druckfestigkeit σ_{dB} , der asymptotischen Endfestigkeit σ_{dBA} , der Bruchstauchung ϵ_{dB} , des Elastizitätsmoduls E_z und der Zugfestigkeit σ_{zB} dargestellt. Die Eigenschaften keilgezinkter Lamellenquerschnitte wurden hierbei entsprechend der Häufigkeit ihres Auftretens im Bauteil berücksichtigt. Den Histogrammen wurde als theoretische Wahrscheinlichkeitsdichte eine 3-parametrische Weibullverteilung angepaßt. In der folgenden Tabelle sind Mittelwert, Standardabweichung und Variationskoeffizient der 6 charakteristischen Größen der Arbeitslinie zusammengefaßt.

5.8 Simulation der geometrischen Imperfektionen

Nachdem in jedem Lamellenquerschnitt die Form der Spannungs-Dehnungs-Funktion für den Zug- und Druckbereich bekannt ist, müssen noch die geometrischen Imperfektionen 'spannungslose Vorkrümmung der Stabachse' und 'Abweichung der Querschnittsabmessungen von den Sollmaßen' simuliert werden. Für Brettschichtholzstützen konnte eine Korrelation zwischen den verschiedenen geometrischen Imperfektionen

Tabelle 1: Charakteristische Verteilungswerte für Kenngrößen von Lamellenarbeitslinien

Kenngröße	Dimension	Mittelwert	Standard- abweichung	Var. Koeff. %
Druck- Elastizitäts- modul	N/mm ²	12269	2489	20
Druckfestigkeit	N/mm ²	35,5	7,14	20
asymptotische Endfestigkeit	N/mm ²	30,0	5,25	17
Bruchstauchung	%	3,74	0,572	15
Zug-Elastizitäts- modul	N/mm ²	13111	3138	24
Zugfestigkeit	N/mm ²	55,4	16,5	30

nicht festgestellt werden, und demzufolge werden die Zufallsgrößen Vorkrümmungsamplitude y_0 , Verhältnis Querschnittsbreite zu Sollbreite b/b_0 und Verhältnis Querschnittshöhe zur Sollhöhe h/h_0 zufällig und unabhängig voneinander aus den entsprechenden Häufigkeitsverteilungen des Abschnittes 4 entnommen. Bild 26 zeigt in einem Flußdiagramm den Ablauf der Simulation einer Brettschicht-holzstütze.

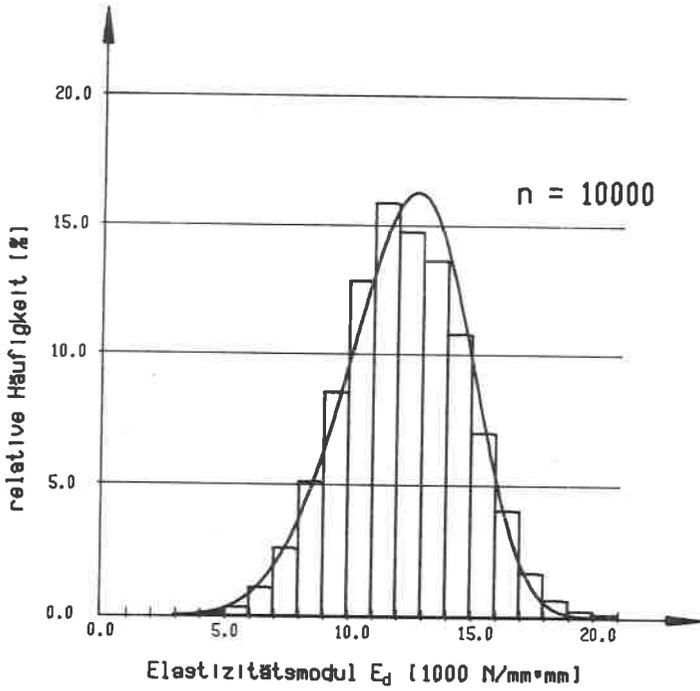


Bild 20: Resultierende Häufigkeitsverteilung des Elastizitätsmoduls E_d

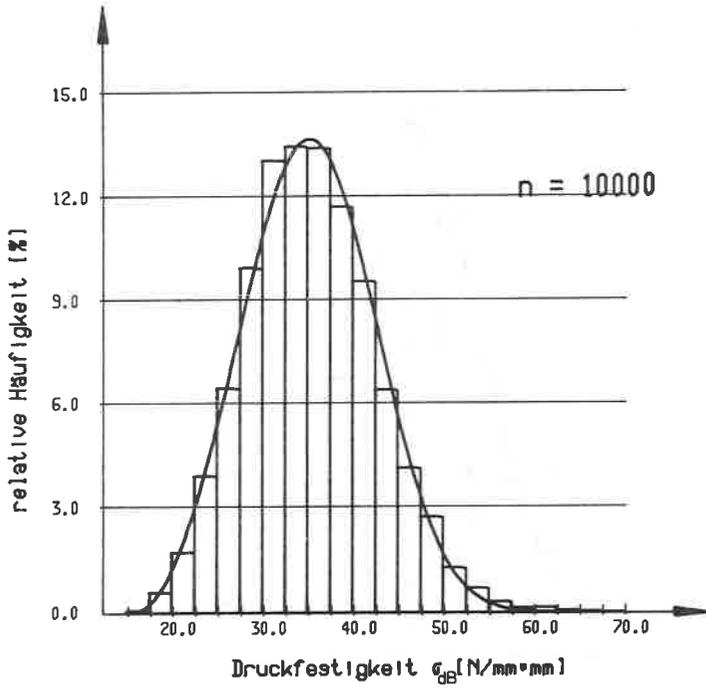


Bild 21: Resultierende Häufigkeitsverteilung der Druckfestigkeit σ_{DB}

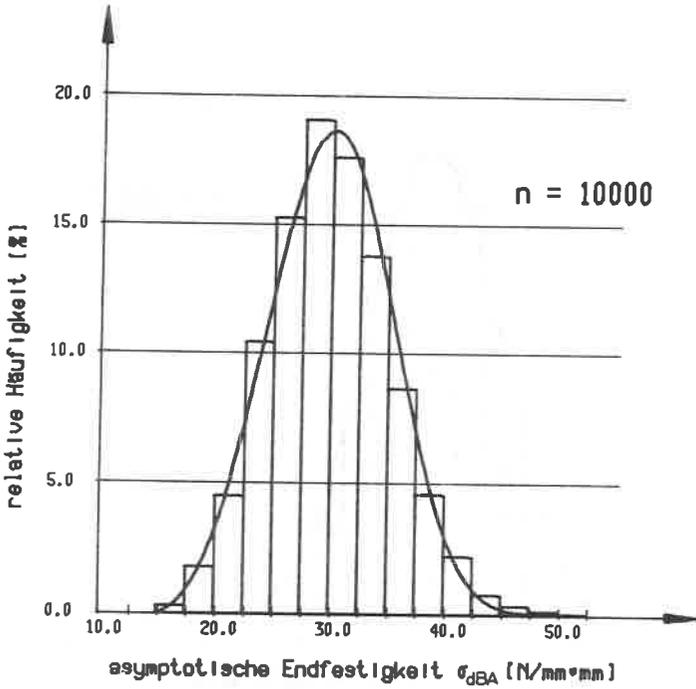


Bild 22: Resultierende Häufigkeitsverteilung der asymptotischen Endfestigkeit σ_{dBA}

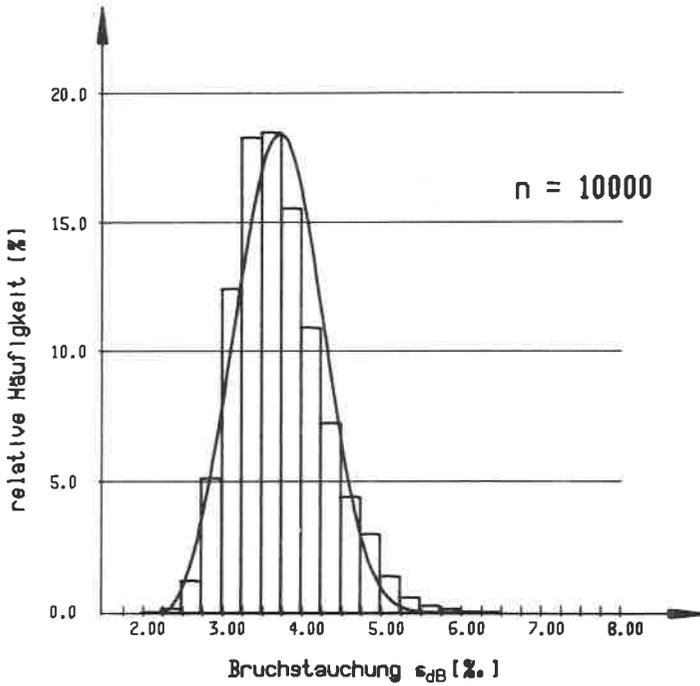


Bild 23: Resultierende Häufigkeitsverteilung der Bruchstauchung ϵ_{dB}

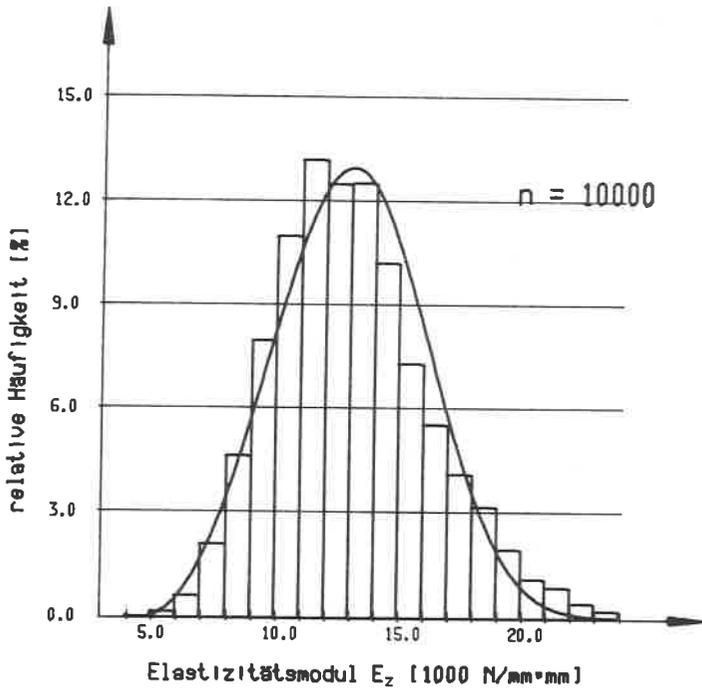


Bild 24: Resultierende Häufigkeitsverteilung des Elastizitätsmoduls E_z

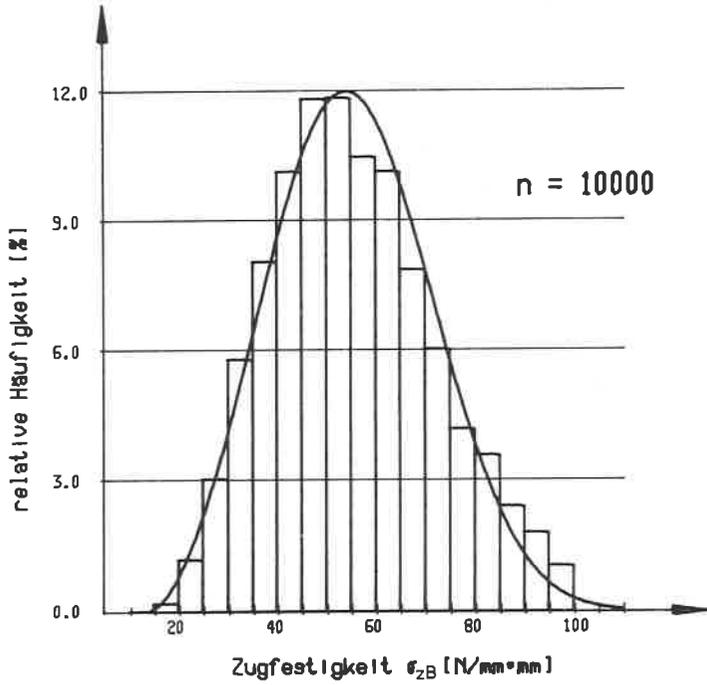


Bild 25: Resultierende Häufigkeitsverteilung der Zugfestigkeit σ_{zB}

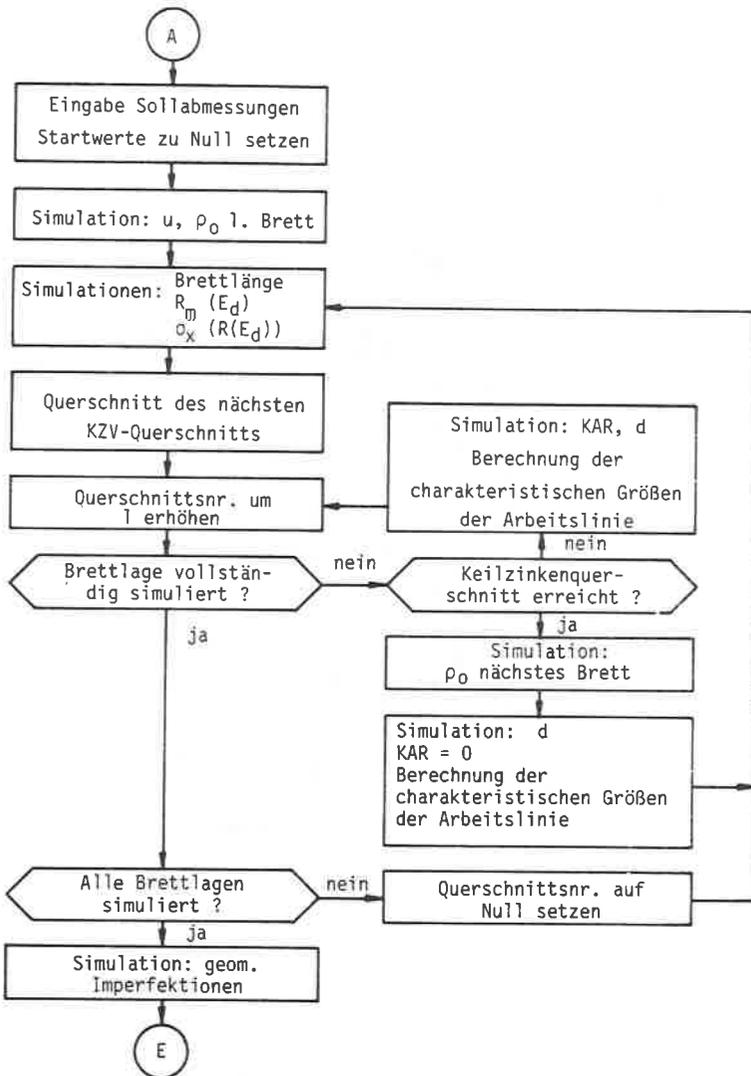


Bild 26: Ablauf der Simulation des Stützenaufbaus

6 Mechanisches Modell

6.1 Voraussetzungen

Das mechanische Modell soll das Verhalten von Druckstäben aus Brett-schichtholz beschreiben, die durch Normalkräfte und Querlasten beansprucht werden. Für das Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Traglast werden die folgenden einschränkenden Voraussetzungen getroffen:

6.1.1 Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Holzes entspricht für Druckbeanspruchung der Arbeitslinie des Abschnittes 3, während für Zugbeanspruchung ein linear-elastisch-sprödes Verhalten zugrundegelegt wird. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die für gleichmäßige, ebene Querschnittsverformung ermittelten Arbeitslinien auch auf andere Verformungszustände angewandt werden können.

6.1.2 Der Stabquerschnitt ist symmetrisch und die Belastung wirkt nur in der Symmetrieebene. Seitliches Ausweichen aus der Symmetrieebene ist ausgeschlossen.

6.1.3 Die Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte gilt auch beim Auftreten plastischer Verformungen im Querschnitt. Diese Annahme wird gestützt von Meßergebnissen an Biegeträgern, die von SUENSON [19] und ZAKIC [20] mitgeteilt werden.

6.1.4 Die Durchbiegungen sind so klein, daß die linearisierte Form der Differentialgleichung der Biegelinie verwendet werden kann.

6.1.5 Für die Berechnung der Schubverformungen wird näherungsweise ein konstanter Schubwinkel über die Querschnittshöhe vorausgesetzt. Der Schubmodul G sei ebenso über die Trägerhöhe konstant und für die Beziehung zwischen Schubspannung und Verzerrung gelte das HOOKE'sche Gesetz. Das Zugrundelegen eines linearen Zusammenhangs zwischen der Schubspannung τ und dem Verzerrungswinkel η wird durch Untersuchungen von SPENGLER [35] über das Festigkeitsverhalten von Brett-schichtholz unter zweiachsiger Beanspruchung belegt: "Die Versuchsergebnisse zeigen im Hinblick auf die Arbeitslinie eine in weiten Bereichen annähernd lineare Spannungs-Verformungs-Beziehung mit ausgeprägt sprödem Bruchverhalten." Ein ähnliches Last-Verformungsverhalten ist für Torsionsversuche festzustellen: nach einem anfänglichen linearen Verlauf der Torsionsmoment-Verdrehungs-Funktion bis zu etwa 65 % des Bruchmomentes folgt ein nichtlinearer Teil mit nur leicht verringerter Steigung, der mit einem schlagartigen Bruch endet [36].

Da bei der Traglastberechnung von Holzdruckstäben die größten auftretenden Schubspannungen durchweg im linearen Teil der Arbeitslinie liegen, stellt die Annahme des HOOKE'schen Gesetzes $\tau = \eta \cdot G$ keine Verfälschung des tatsächlichen Tragverhaltens dar.

Der Einfluß der Querkraft auf die Momenten-Krümmungs-Beziehung wird nicht erfaßt.

6.1.6 Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei Druckbeanspruchung wird auch bei einer örtlichen Entlastung als gültig angenommen, d.h. die Entlastung aus dem plastischen Bereich auf einer Entlastungsgeraden wird vernachlässigt. Wie die Beispiele zur Traglastberechnung zeigen (siehe Abschnitt 6.5.5) findet bei einer kontinuierlichen Belastung der Stütze bis zur Traglast zwar eine Entlastung auf der Biegezugseite statt, jedoch erreichen die Dehnungen in den entlasteten Fasern vorher keineswegs Werte, die im plastischen Bereich liegen, so daß diese Voraussetzung keine Einschränkung darstellt.

Im Rahmen der genannten Voraussetzungen können Druckstäbe aus Brettschichtholz berechnet werden, die in beliebigen Punkten elastisch gelagert sind. Innerhalb des Querschnitts weisen die Lamellen voneinander unabhängige Materialeigenschaften auf. Außer einer Normalkraft, die immer eine Druckkraft ist, können beliebig viele Einzellasten an der Stütze angreifen. Durch eine entsprechend feine Einteilung des Stabes in Längsrichtung können so auch ungleichmäßig verteilte Streckenlasten angenähert werden.

Eine spannungslose Vorverformung wird durch einen sinusförmigen Verlauf der geometrischen Stabachse berücksichtigt.

Die Traglast kann sowohl unter der Voraussetzung proportionaler Belastung als auch für konstante Querbelastung ermittelt werden.

6.2 Beziehungen am Brettschichtholzquerschnitt

6.2.1 Aufbau eines Brettschichtholzquerschnitts

Brettschichtholzbauteile werden aus mehreren Brettern gleicher Dicke verleimt, in der Bundesrepublik Deutschland vorwiegend aus Fichtenholz. Obwohl der Aufbau komplizierterer Querschnitte wie I- oder Hohlkastenquerschnitte möglich ist, werden insbesondere für Stützen vorwiegend Stäbe mit Rechteckquerschnitt eingesetzt. Die Dicke der Einzelbretter darf nach DIN 1052 |1| 30 mm in der Regel nicht überschreiten, in Sonderfällen kann sie auf 40 mm erhöht werden. Für das Rechenmodell wird die Brettstärke auf 30 mm festgelegt, während als Querschnittsform der am häufigsten vorkommende Rechteckquerschnitt betrachtet wird. Damit ergibt sich ein Querschnitt nach Bild 27, dessen Elemente voneinander unabhängige Eigenschaften aufweisen |32|.

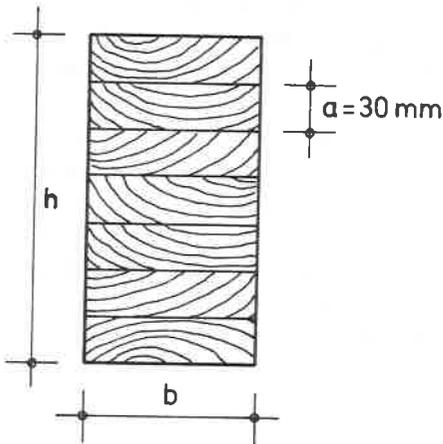


Bild 27: Aufbau eines Brettschichtholzquerschnitts

6.2.2 Ermittlung der inneren Normalkraft

Unter der Voraussetzung eines ebenen Dehnungszustandes kann für vorgegebene Randdehnungen ϵ_i und ϵ_a die innere Normalkraft als Integral der Normalspannungen über die gesamte Querschnittsfläche berechnet werden:

$$N_i = \int_A \sigma \, dA \quad (30)$$

Da jede Lamelle eine eigene Arbeitslinie aufweist, ergibt sich die innere Normalkraft als Summe der Normalkraftanteile aller M Lamellen. Wird die Breite b zusätzlich zu 1 gesetzt, gilt mit den Bezeichnungen des Bildes 28:

$$N_i = \sum_{j=1}^M \int_{h_j} \sigma_j(z) dz \quad (31)$$

$$= \frac{h}{\Delta \epsilon} \sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} \sigma_j(\epsilon) d\epsilon \quad (31a)$$

Für die Lamellen der Zugseite werden die Flächen der Spannungstraapeze berechnet, während im Bereich der Druckspannungen für jede betroffene Lamelle die Spannungsfläche mit Hilfe der Simpson-Regel numerisch integriert wird.

6.2.3 Ermittlung der Schwerpunktslage des Querschnitts

Durch die unterschiedlichen Lamelleneigenschaften innerhalb des Querschnitts und zusätzlich durch die gekrümmte Form der Arbeitslinie im Druckspannungsbereich stimmt der "elastische" Schwerpunkt im allgemeinen Fall nicht mit dem geometrischen Schwerpunkt überein. Hierbei ist der "elastische" Schwerpunkt definiert als der Ort, in dem durch eine angreifende Normalkraft keine Biegemomente im Querschnitt erzeugt werden. Für einen vorgegebenen Dehnungszustand ist der Elastizitätsmodul im Zugbereich für jede Lamelle konstant - das HOOKE'sche Gesetz ist gültig. Im Bereich der Druckspannungen wird gemäß Bild 29 das Materialgesetz der Lamelle abschnittsweise durch den Sekantenmodul ersetzt - daraus ergibt sich der sägezahnartige Verlauf einer fiktiven Spannungs-Dehnungs-Beziehung, der für eine unendlich feine Einteilung in das wirkliche Materialgesetz übergeht.

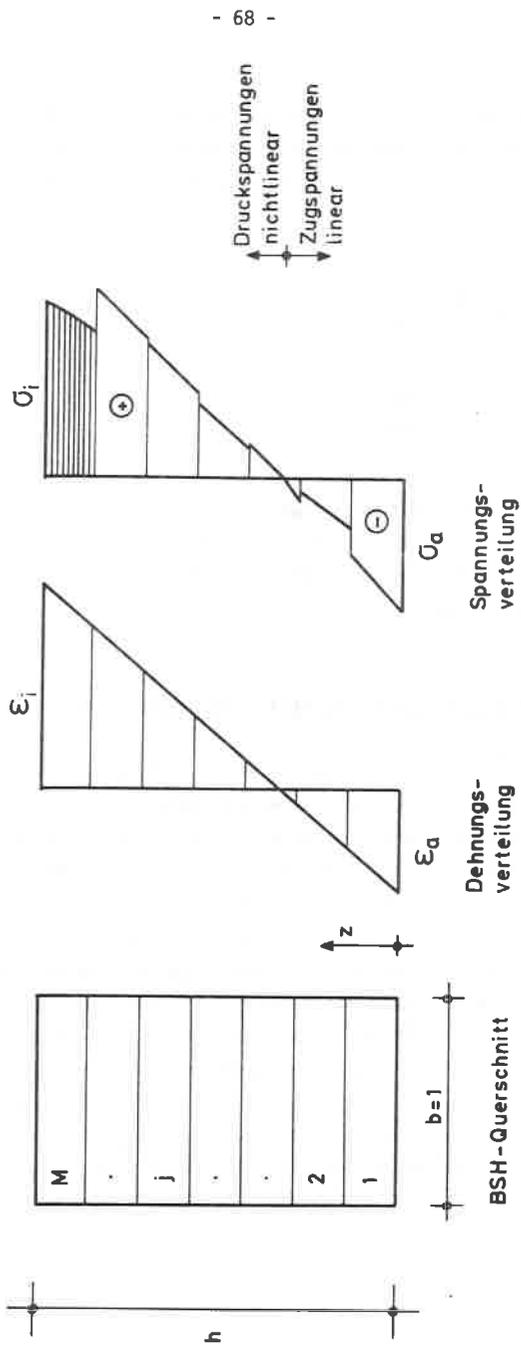


Bild 28: Dehnungs- und Spannungsverteilung in einem Brettschichtholzquerschnitt

In jedem Lamellenabschnitt kann somit ebenso wie im Zugbereich das HOOKE'sche Gesetz verwendet werden, wenn für den Elastizitätsmodul E der abschnittsweise veränderliche Sekantenmodul eingesetzt wird.

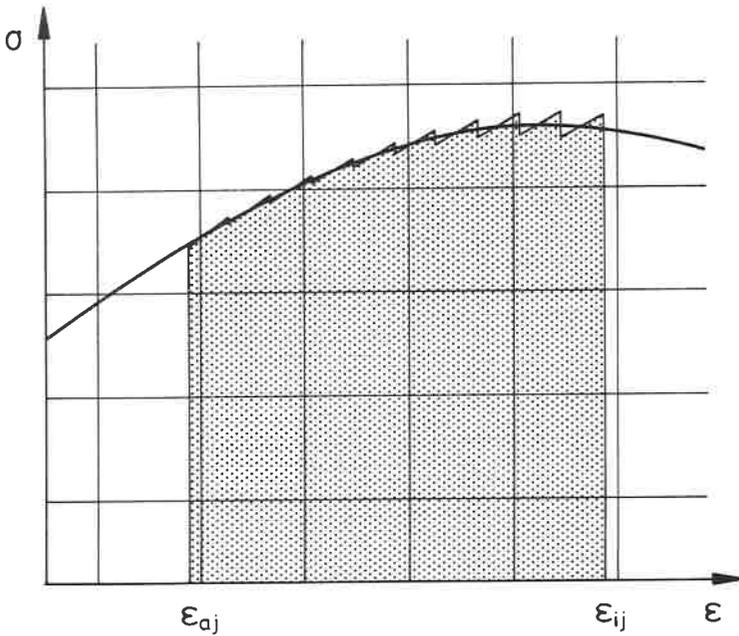


Bild 29: Ersatz des wirklichen Materialgesetzes durch einen abschnittsweise veränderlichen Sekantenmodul

Bei bekannten Randdehnungen ϵ_a und ϵ_i ergibt sich nach dem Schwerpunktsatz die Dehnung im elastischen Schwerpunkt:

$$\epsilon_s = \frac{\int_{\epsilon_a}^{\epsilon_i} E(\epsilon) \cdot \epsilon \cdot d\epsilon}{\int_{\epsilon_a}^{\epsilon_i} E(\epsilon) \cdot d\epsilon} \quad (32)$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} E_j(\epsilon) \cdot \epsilon \cdot d\epsilon}{\sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} E_j(\epsilon) \cdot d\epsilon} \quad (32a)$$

Der Abstand zwischen elastischem und geometrischem Schwerpunkt folgt nach dem Strahlensatz zu:

$$e_s = \left(\frac{\epsilon_a + \epsilon_i}{2} - \epsilon_s \right) \cdot \frac{h}{\Delta\epsilon} \quad (33)$$

6.2.4 Ermittlung des inneren Moments

Für eine festgelegte Dehnungsverteilung ergibt sich das innere Moment bezogen auf den elastischen Querschnittsschwerpunkt zu:

$$M_i = \frac{h^2}{\Delta\epsilon^2} \int_{\epsilon_a}^{\epsilon_i} \sigma(\epsilon) \cdot (\epsilon - \epsilon_s) \cdot d\epsilon \quad (34)$$

$$= \frac{h^2}{\Delta\epsilon^2} \sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} \sigma_j(\epsilon) \cdot (\epsilon - \epsilon_s) \cdot d\epsilon \quad (34a)$$

Für die gezogenen Lamellen werden die Flächen der Spannungstrapeze berechnet und mit dem jeweiligen Abstand zwischen Trapezschwerpunkt und Querschnittsschwerpunkt multipliziert. Die Momentenanteile der gedrückten Lamellenbereiche werden analog zum Vorgehen bei der Ermittlung der inneren Normalkraft mit Hilfe der Simpson-Regel durch numerische Integration bestimmt.

6.2.5 Ermittlung der Querschnittssteifigkeiten

Im Rahmen der Voraussetzungen werden nur elastische Schubverformungen bei der Berechnung von Druckstäben berücksichtigt und die Schubsteifigkeit wird unabhängig vom aktuellen Dehnungs- und Spannungszustand als konstant angenommen.

$$G \cdot A_s = G \cdot 5/6 \cdot A \quad (35)$$

Besondere Überlegungen sind jedoch zur Biegesteifigkeit EI und zur Dehnsteifigkeit EA notwendig. Allgemein gelten bei veränderlichem Elastizitätsmodul E über die Querschnittshöhe folgende Gleichungen für die Biege- bzw. Dehnsteifigkeit eines Rechteckquerschnittes:

$$EI = \int_{z_a}^{z_i} E(z)z^2 dz \quad (36)$$

$$EA = \int_{z_a}^{z_i} E(z) dz \quad (37)$$

Bezugspunkt für die Biegesteifigkeit EI ist der elastische Querschnittsschwerpunkt. $E(z)$ ist der Sekantenmodul $\sigma(z)/\epsilon(z)$. Damit lassen sich die Gleichungen für die Querschnittssteifigkeiten wie folgt schreiben:

$$EI = \left(\frac{h}{\Delta \epsilon}\right)^3 \int_{\epsilon_a}^{\epsilon_i} E(\epsilon) (\epsilon - \epsilon_s)^2 d\epsilon \quad (36a)$$

$$EI = \left(\frac{h}{\Delta \epsilon}\right)^3 \int_{\epsilon_a}^{\epsilon_i} \sigma(\epsilon) \cdot \frac{(\epsilon - \epsilon_s)^2}{\epsilon} d\epsilon \quad (36b)$$

$$EI = \left(\frac{h}{\Delta \epsilon}\right)^3 \sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} \sigma_j(\epsilon) \cdot \frac{(\epsilon - \epsilon_s)^2}{\epsilon} d\epsilon \quad (36c)$$

$$EA = \frac{h}{\Delta \epsilon} \sum_{j=1}^M \int_{\epsilon_{aj}}^{\epsilon_{ij}} \frac{\sigma_j(\epsilon)}{\epsilon} d\epsilon \quad (37a)$$

Da im Verlauf des Rechenprogramms zum Zeitpunkt der Ermittlung der Querschnittssteifigkeiten außer dem Dehnungszustand auch die inneren Schnittgrößen Normalkraft und Biege-Moment bekannt sind, lassen sich Biegesteifigkeit EI und Dehnsteifigkeit EA einfacher bestimmen. Ersetzt man in der linearisierten Differentialgleichung der Biegelinie

$$y'' = -\frac{M}{EI} \quad (38)$$

die zweite Ableitung der Biegelinie durch den Kehrwert des Krümmungsradius

$$y'' = \frac{1}{R} \quad (39)$$

und setzt für R vereinfacht |6|

$$R = \frac{h}{\Delta \epsilon} \quad (40)$$

so folgt

$$EI = - \frac{M \cdot h}{\Delta \epsilon} \quad (41)$$

Die Stauchung der wirklichen Stabachse als Verbindungslinie aller elastischen Querschnittsschwerpunkte ist:

$$\epsilon_s = \frac{N}{E \cdot A} \quad (42)$$

Bei bekanntem ϵ_s folgt damit:

$$E A = \frac{N}{\epsilon_s} \quad (42a)$$

Damit sind Biegesteifigkeit EI und Dehnsteifigkeit EA als Funktionen des aktuellen Dehnungszustands und der Stabschnittgrößen bekannt.

6.3 Tragverhalten des Brettschichtholzquerschnitts

6.3.1 Bestimmung der Druckfestigkeit des Querschnitts

Die Druckfestigkeit eines Brettschichtholzquerschnitts wird definiert als Größtwert der Arbeitslinie des Querschnitts bei Druckbeanspruchung. Die Arbeitslinie des Querschnitts ist abhängig von den voneinander unabhängigen, zufällig verteilten Arbeitslinien der einzelnen Lamellen, deren Form wiederum von mehreren, zufällig verteil-

ten Eingangsgrößen beeinflusst wird. Bild 30 zeigt für einen Querschnitt mit 5 Lamellen die Arbeitslinien der einzelnen Lamellen und die daraus resultierende Arbeitslinie des Gesamtquerschnitts.

Die Bruchdehnung des Querschnitts liegt zwischen der kleinsten und größten Bruchdehnung der beteiligten Lamellen, da bei der speziellen Form die Steigung aller Lamellenarbeitslinien unterhalb der kleinsten Bruchdehnung positiv und oberhalb der größten Bruchdehnung negativ ist. Die Druckfestigkeit ist der der Bruchdehnung des Querschnitts entsprechende Spannungswert der Querschnittsarbeitslinie. Die Berechnung der Druckfestigkeit im Rechenprogramm erfolgt iterativ, indem das Intervall $|\epsilon_{dB}^{\min}, \epsilon_{dB}^{\max}|$ in 20 Abschnitte unterteilt und für jede Abschnittsgrenze der Spannungswert der Querschnittsarbeitslinie ermittelt wird. Der größte der ermittelten Druckspannungswerte ist eine erste Näherung für die Druckfestigkeit. Die zugehörige Dehnung ist die Mitte eines neuen Intervalls mit einer Intervallbreite von 10 % der bisherigen Intervallbreite. Die Rechnung wird mit kleiner werdender Intervallbreite sooft wiederholt, bis die Intervallbreite eine vorgegebene Schranke unterschreitet.

6.3.2 Momenten-Krümmungs-Beziehung

Die Momenten-Krümmungs-Beziehung (MKB) gibt für eine vorgegebene Normalkraft das aufnehmbare Moment des Querschnitts in Abhängigkeit der Krümmung und damit der Dehnungsunterschiede in den Randfasern an. Bild 31 zeigt für einen Brettschichtholzquerschnitt aus 10 Lamellen Momenten-Krümmungsbeziehungen für unterschiedliche Normalkräfte. Es fällt auf, daß mit zunehmender Normalkraft die MKB aus dem Ursprung des Koordinatensystems herauswandert. Da die vorgegebene Normalkraft im geometrischen Schwerpunkt angreift, und die Lage des elastischen Schwerpunktes, die ja nur von der Spannungsverteilung im Querschnitt abhängig ist, sich mit wachsender Normalkraftbe-

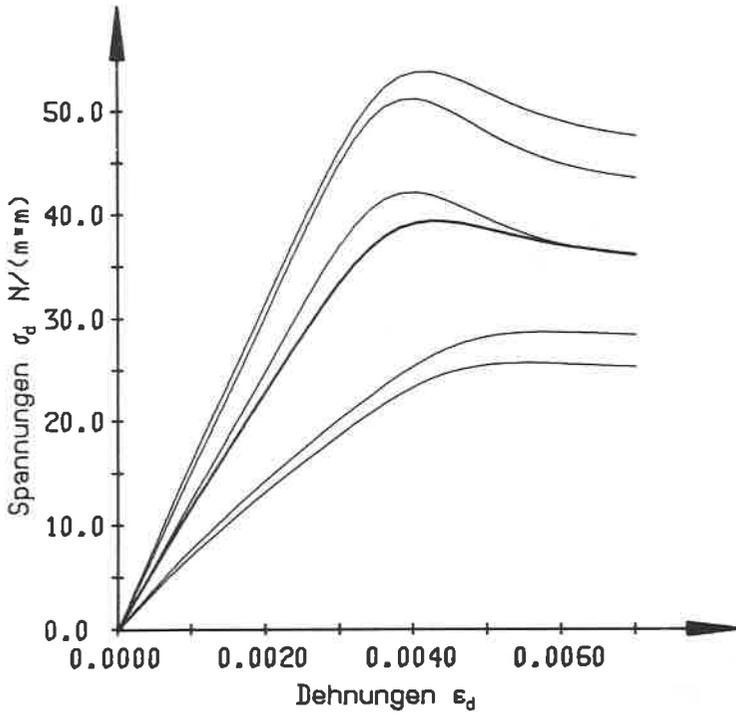


Bild 30: Lamellenarbeitslinien und resultierende Querschnittsarbeitslinie

anspruchung vom geometrischen Schwerpunkt entfernt, wird der Querschnitt auch bei gleichmäßiger Dehnung durch Biegemomente um den geometrischen Schwerpunkt beansprucht. Der genaue Verlauf der MKB ist eine Funktion der Lamellenarbeitslinien und daher sind Momenten-Krümmungs- Beziehungen für Brettschichtholzquerschnitte im allgemeinen Fall auch nicht symmetrisch. Die Sprünge im Verlauf der MKB entstehen, wenn in einzelnen Lamellen die Zugfestigkeit überschritten wird, und sich damit die Biegesteifigkeit des Querschnitts abrupt ändert. Phänomene der Rißfortpflanzung wurden nicht berücksichtigt und sind für die Traglastberechnung von Druckstäben von untergeordneter Bedeutung, da nur in Ausnahmefällen nach dem Zugbruch einer Lamelle das aufnehmbare Biegemoment des Querschnitts über den bisherigen Höchstwert hinaus gesteigert werden kann. Bei höheren Normalkräften weisen Momenten-Krümmungsfunktionen von Brettschichtholz echte Maxima auf: bei wachsender Krümmung κ nimmt das aufnehmbare Moment nach dem Erreichen eines Größtwertes wieder ab. Dies ist eine Folge der speziellen Form der Lamellenarbeitslinien, in deren Verlauf sich die Druckspannung nach Erreichen der Druckfestigkeit σ_{dB} der kleineren asymptotischen Endfestigkeit σ_{dBA} nähert.

Damit lassen sich zwei Versagensarten des Brettschichtholzquerschnitts beschreiben: bei einem großen M/N-Verhältnis wird der Querschnitt durch Biegezugbruch versagen, der meist vom Zerreißen der äußersten Zuglamelle eingeleitet wird. Bei kleinerem M/N-Wert steigen die Krümmungen nach dem Erreichen einer Grenzbelastung ohne eine weitere Steigerung der Schnittgrößen unbegrenzt an, d.h. der Querschnitt ist vollplastiziert und bildet ein theoretisches Fließgelenk. Im Rahmen der Traglastberechnung von Brettschichtholzstützen klassifiziert der Biegezugbruch das Versagen schlanker Stäbe, während sich bei kurzen, gedrungenen Stäben unter Einwirkung der Traglast ein Fließgelenk im maßgebenden Querschnitt einstellt.

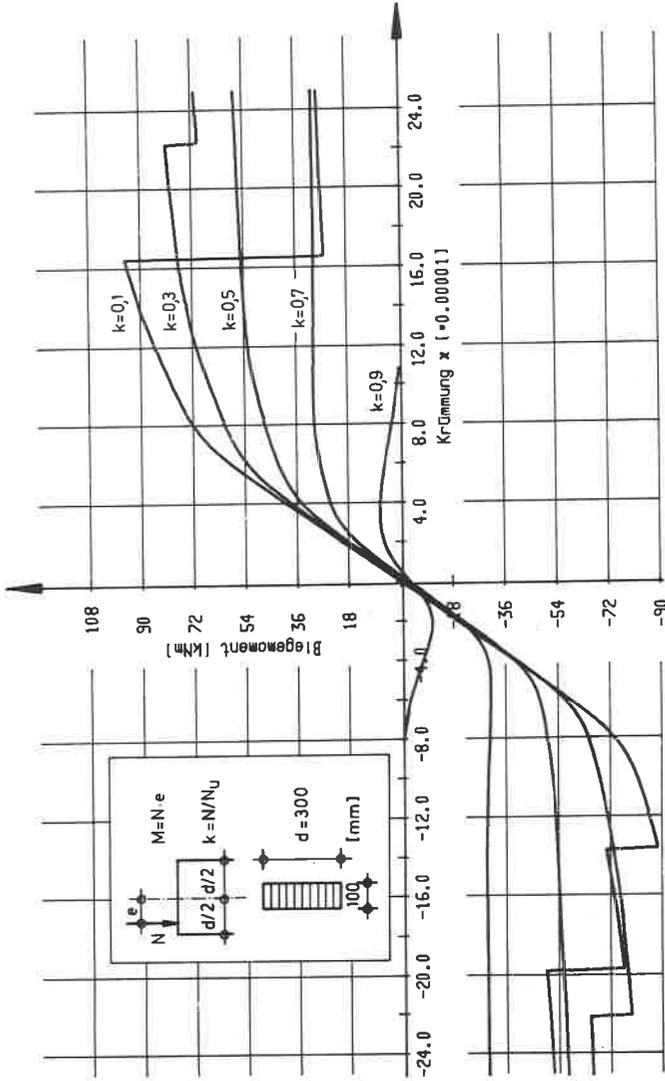


Bild 31: Momenten-Krümmungs-Beziehungen für einen BSH-Querschnitt mit unterschiedlicher Normalkraftbeanspruchung

Tabelle 2: Lamelleneigenschaften des Querschnitts in Bild 31

Lamellen Nr.	E_d N/mm ²	ϵ_{dB} ‰	σ_{dB} N/mm ²	σ_{dBA} N/mm ²	E_z N/mm ²	σ_{zB} N/mm ²
1	13860	4,094	48,64	39,91	12186	74,76
2	13760	3,519	41,50	36,72	17808	102,99
3	13414	4,101	46,07	37,58	13628	50,79
4	8966	4,675	35,23	29,59	9333	37,78
5	12421	4,309	41,87	35,78	9980	35,60
6	12186	4,842	43,56	40,93	8498	46,75
7	9901	4,823	40,93	35,82	13196	66,16
8	12361	5,216	38,01	35,35	16661	59,52
9	10480	4,467	36,85	32,69	8423	40,30
10	15657	3,853	51,71	41,70	12805	53,89

6.3.3 Grenztragfähigkeit des Brettschichtholzquerschnitts

Die zur Zeit gültigen Bestimmungen für die Ausführung von Holzbauwerken legen beim Nachweis für Biegung mit Längskraft eine lineare Moment-Normalkraft-Interaktion zugrunde. Auch Gleichung (25) der DIN 1052 [1]

$$\sigma = \frac{N}{F_n} + \frac{zul\sigma_{D,Z||}}{zul\sigma_B} \cdot \frac{M}{W_n} \leq zul\sigma_{D,Z||}$$

geht von einer linearen Beziehung im M-N-Koordinatensystem aus.

Diese lineare Beziehung, wie sie im Bild 32 dargestellt ist, basiert auf Annahmen und Untersuchungen, die das plastische Verhalten des Holzes im Druckspannungsbereich nicht berücksichtigen. Versagen wird

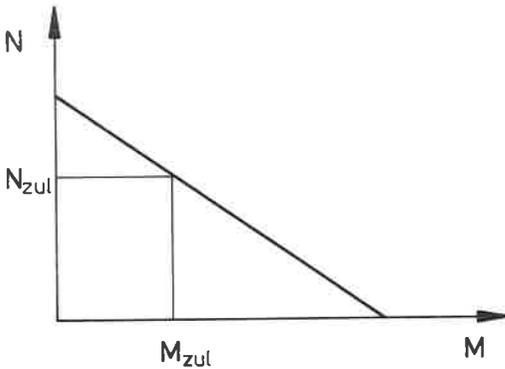


Bild 32: Lineare Moment-Normalkraft-Interaktion
nach DIN 1052 [1]

vorausgesetzt, wenn am stärker beanspruchten Rand eine elastische Grenzspannung erreicht wird. Wird jedoch das nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Holzes bei Druckbeanspruchung berücksichtigt, erhält man eine wirklichkeitsnähere Beschreibung der Grenztragfähigkeit von Holzquerschnitten, die auch die Möglichkeit eines Biegezugbruches bei einer Schnittgrößenkombination aus Druckkraft und Biegemoment nicht vernachlässigt.

Trägt man die Bruchschnittgrößen einer Momenten-Krümmungs-Beziehung in ein Moment-Normalkraft-Interaktionsdiagramm ein, erhält man den Verlauf der Grenztragfähigkeit des Querschnitts. Bild 33 zeigt für den Querschnitt in Bild 31 die Kurve der M-N-Grenztragfähigkeit für den Druckbereich. Theoretische Überlegungen zur Beanspruchbarkeit von Bauteilquerschnitten [15] bei einachsiger Beanspruchung weisen

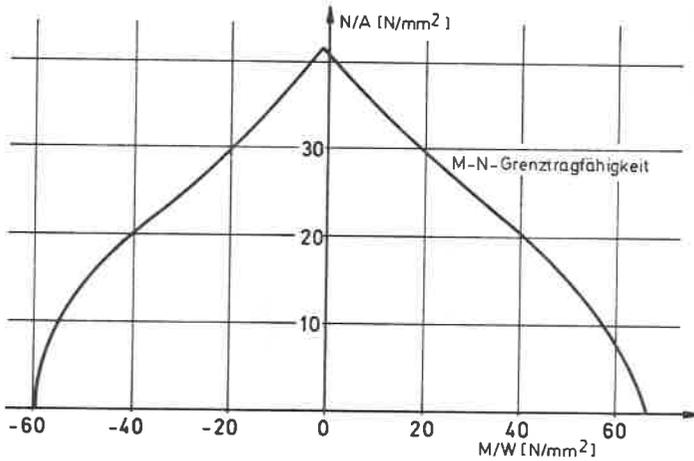


Bild 33: Grenztragfähigkeitskurve eines BSH-Querschnitts

für duktilen Druckverhalten und sprödes Zugverhalten auf eine ähnliche Form der Interaktionsfunktion hin. Umfangreiche Untersuchungen an nordamerikanischen Nadelhölzern [37] bestätigen den gekrümmten Verlauf der M-N-Interaktion insbesondere im Bereich kleiner Normalkräfte. Bild 34 zeigt den Verlauf des Mittelwertes und der 5 %-Fraktile der Grenztragfähigkeit aus Versuchen und zum Vergleich die Ergebnisse von Simulationsrechnungen, denen eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Druckbereich zugrundeliegt. Die Kurve der 5 %-Fraktile zeigt, daß durch das Aufbringen einer Druckkraft die Momententragfähigkeit sogar gesteigert werden kann.

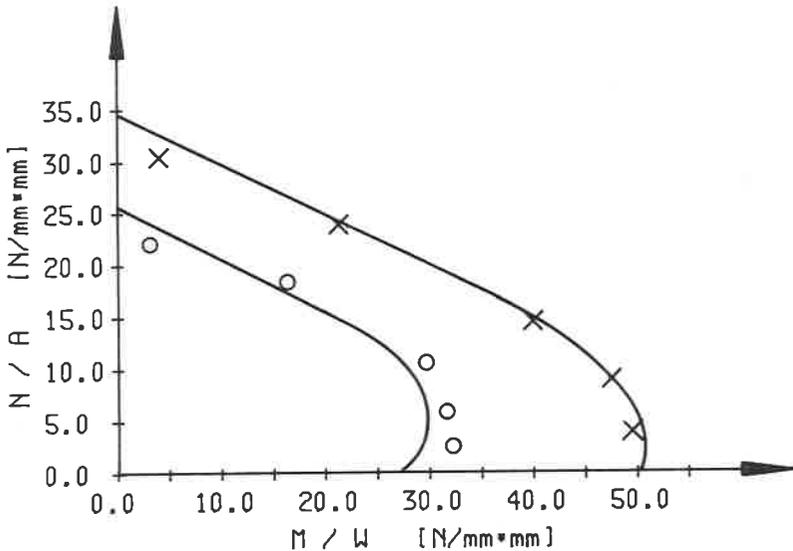


Bild 34: Grenztragfähigkeitsfunktion für Vollholzquerschnitte nach [37]

Ergebnisse von Simulationsrechnungen für BSH-Querschnitte sind in den Bildern 35 bis 37 dargestellt. Für jeden der drei untersuchten Querschnittstypen mit 7, 15 und 30 Lamellen wurden die M-N-Interaktionskurven von 1000 Querschnitten berechnet und für bestimmte Exzentrizitäten $e = M/N$ ausgewertet. Zur Modellierung der einzelnen Querschnitte, deren Lamellen als voneinander unabhängig betrachtet werden können, wurde aus den Häufigkeitsverteilungen der Kenngrößen Darrohdichte ρ_0 , Ästigkeit KAR und Druckholzanteil d für jede La-

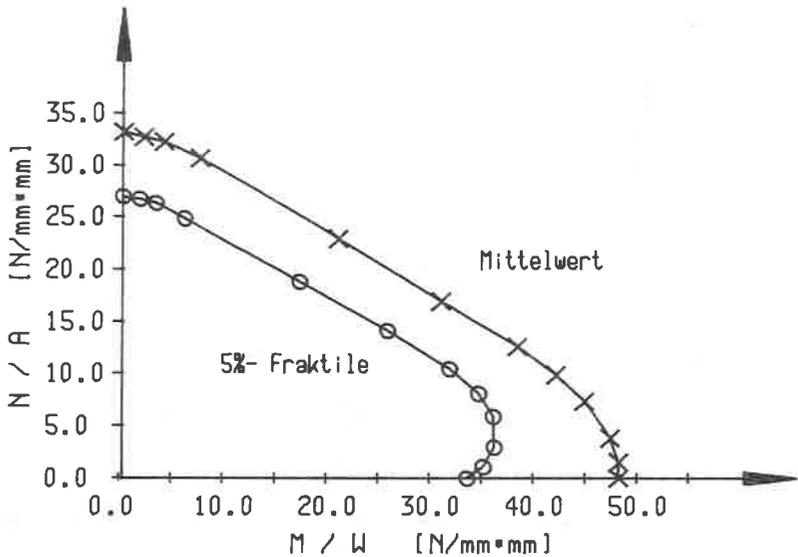


Bild 35: Grenztragfähigkeitskurven für BSH-Querschnitte mit 7 Lamellen

melle ein Satz zufälliger Werte gezogen. Die Holzfeuchte u wurde aus der Häufigkeitsverteilung des Abschnittes 4 zufällig entnommen und für den ganzen Querschnitt als konstant vorausgesetzt. Keilzinkenverbindungen wurden entsprechend der Häufigkeit ihres Auftretens berücksichtigt. Mit den generierten Kenngrößen konnte für jede Lamelle analog der Vorgehensweise des Abschnittes 5 die Arbeitslinie für den Zug- und Druckbereich nachgebildet werden. Versagensbedingung bei der Ermittlung der Grenztragfähigkeit des Querschnitts war entweder das Überschreiten des Maximalwertes der Momenten-Krümmungs-

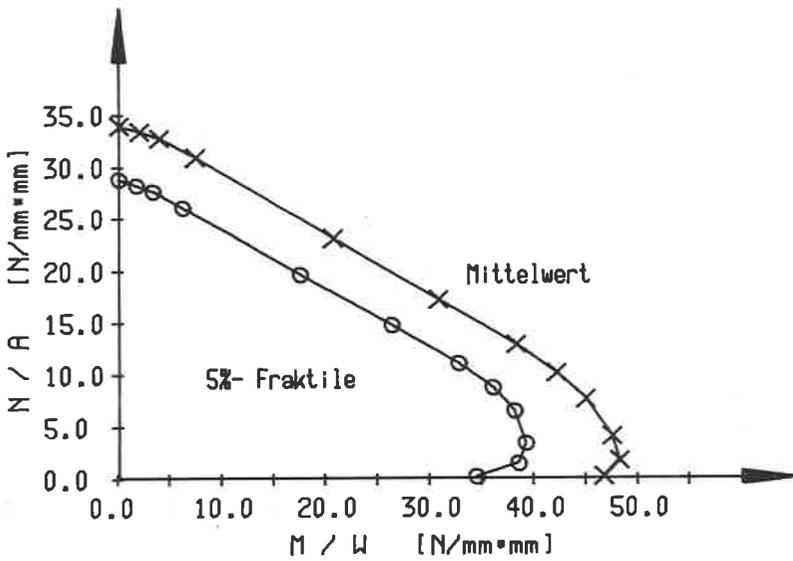


Bild 36: Grenztragfähigkeitskurven für BSH-Querschnitte mit 15 Lamellen

Beziehung infolge des Ausfalls zugbeanspruchter Lamellen oder aufgrund plastischer Verformungen der Druckzone. Eine statistische Auswertung der Stichproben ergab, daß für jede Ausmittigkeit e eine Normalverteilung der Werte der Grenztragfähigkeit entlang der Geraden $M = e \cdot N$ angenommen werden kann. Ein Vergleich der Ergebnisse von BUCHANAN, JOHNS und MADSEN mit den Simulationsrechnungen von BSH-Querschnitten zeigt eine gute Übereinstimmung der Form von M-N-Interaktionskurven für Schnittgrößenkombinationen aus Druckkraft und Biegemoment, deren prinzipielles Aussehen ebenso durch die auf theoretischem Weg hergeleiteten Beziehungen von KERSEN-BRADLEY bestätigt wird.

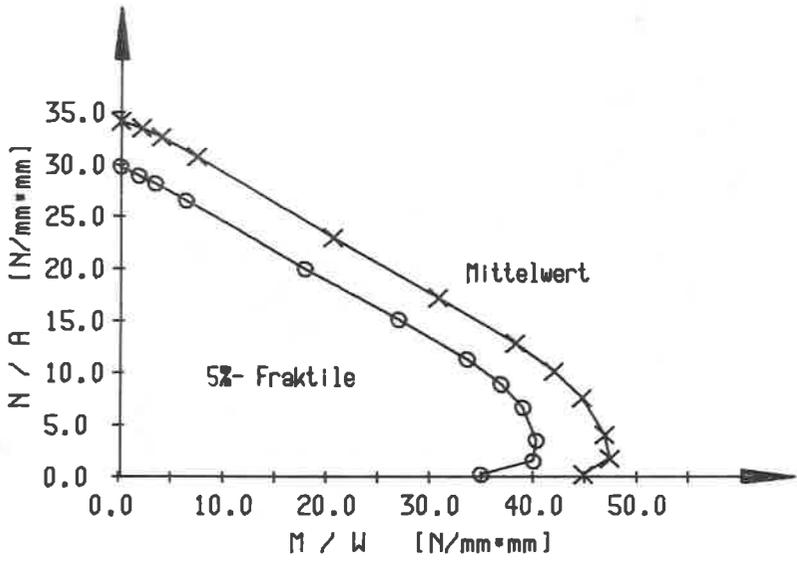


Bild 37: Grenztragfähigkeitskurven für BSH-Querschnitte mit 30 Lamellen

6.4 Traglastberechnung

Als Traglast eines Stabwerkes wird diejenige Laststufe bezeichnet, bei der das Tragwerk ohne weitere Laststeigerung durch unbegrenztes Anwachsen der Verformungen versagt [38]. Bei Druckstäben aus Brett-schichtholz tritt dieser Fall dann ein, wenn bei steigender Krümmung der Stabachse die Querschnittssteifigkeiten immer stärker abnehmen, ohne einen Grenzwert zu erreichen, der einem stabilen Gleichgewichtszustand entsprechen würde. Bei einer Belastung oberhalb der Traglast divergieren die Verformungszunahmen im Verlauf der Rechnung, während sie unterhalb der Traglast asymptotisch gegen Null streben. Da die Ermittlung der Traglast für ein gegebenes Stabwerk nur iterativ erfolgen kann, muß für jede angenommene Belastung untersucht werden, ob ein stabiler Gleichgewichtszustand erreicht wird, also die angenommene Belastung kleiner als die Traglast ist, oder ob die Verformungszunahmen divergieren und damit die Traglast überschritten ist. Daraus ergeben sich für die Berechnung der Traglast zwei Iterationszyklen, ein innerer, der für eine angenommene Belastung die Steifigkeiten solange variiert, bis entweder ein stabiler Gleichgewichtszustand gefunden und die Endverformung des Stabes unter dieser Last bekannt ist oder festgestellt wird, daß die Verformungen divergieren und die angenommene Last oberhalb der Traglast liegt, und ein äußerer Iterationszyklus, mit dessen Hilfe die größte noch ertragbare Last des Stabes gefunden wird.

6:4.1 Berechnung eines ebenen Stabwerkes nach der Elastizitätstheorie II. Ordnung

Zur Ermittlung der Traglast von Holzstützen ist im Verlauf des inneren Iterationszyklus die wiederholte Berechnung eines Stabwerkes mit veränderlichen Eigenschaften entlang der Stabachse und beliebiger spannungsloser Verformung für den jeweils aktuellen Steifigkeitszu-

stand notwendig. Wegen seiner guten Programmierbarkeit und der Möglichkeit, auch Rahmentragwerke oder nachgiebig verbundene Stäbe berechnen zu können, wurde das verallgemeinerte Verschiebungsgrößenverfahren in Matrixschreibweise gewählt, dessen Aufbau wegen des Gesamtzusammenhangs hier noch einmal angegeben wird.

Das Tragwerk wird in einzelne Stabelemente mit konstanten Eigenschaften zerlegt, die mit den üblichen baustatischen Verfahren berechnet werden. Unter Berücksichtigung der Randbedingungen wird das Tragwerk anschließend zusammengebaut. Das prinzipielle Vorgehen beim Berechnen eines Tragwerks nach dem Verschiebungsgrößenverfahren stellt sich wie folgt dar [39]: Zunächst muß das Tragwerk und die Belastung geometrisch, statisch und physikalisch eindeutig beschrieben werden. Geometrisch Unbekannte sind die Knotenverschiebungen und die Knotenverdrehung. Im geometrisch bestimmten Ausgangszustand sind alle Knotenverschiebungsgrößen - beim ebenen Problem 3 Verschiebungsgrößen je Knoten - gleich Null. Dadurch entstehen infolge äußerer Belastung sogenannte Zwangskräfte, die mit den Grundformeln des Verschiebungsgrößenverfahrens und den Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden. Anschließend wird nacheinander jeweils eine der Festhaltungen gelöst und die entsprechende Verschiebungsgröße gleich 1 gesetzt. Die dadurch entstehenden Lagerreaktionen an den Festhaltungen sind wiederum Zwangskräfte, die durch Superposition mit den Zwangskräften des geometrisch bestimmten Ausgangszustandes, abhängig von der Belastung und den unbekanntem Knotenverschiebungsgrößen, die Gesamtzwangskräfte ergeben. Am wirklichen Tragwerk sind die Gesamtzwangskräfte gleich Null; aus dieser Bedingung ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die unbekanntem Knotenverschiebungsgrößen. Aus der Lösung des Gleichungssystems resultieren alle Knotenverschiebungen und -verdrehungen, und daraus können wiederum mit den Grundformeln des Verschiebungsgrößenverfahrens die Stabendschnittgrößen ermittelt werden. Prinzipiell können anschließend mit den üblichen baustatischen Rechenverfahren die Schnittgrößen und Verfor-

mungen zwischen den Knoten berechnet werden, jedoch ist bei den Traglastberechnungen für die Holzdruckstäbe die Einzelstablänge so klein, daß die Angabe von Schnittgrößen und Verformungen an den Knotenpunkten ausreichend ist.

6.4.1.1 Aufstellen der lokalen Steifigkeitsmatrix

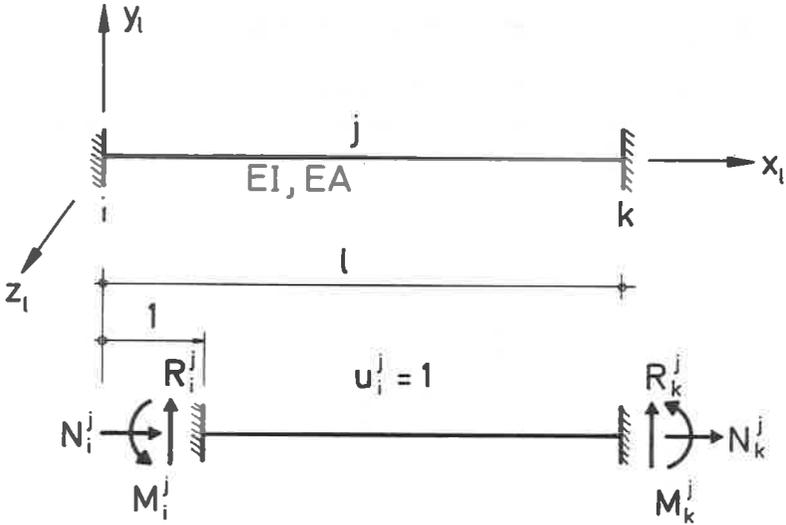
Die lokale Steifigkeitsmatrix K_{ℓ}^j beschreibt den linearen Zusammenhang zwischen den Stabendverschiebungsgrößen v_{ℓ}^j und den Stabendschnittkraftgrößen p_{ℓ}^j des Einzelstabes:

$$\begin{bmatrix} N_i^j \\ R_i^j \\ M_i^j \\ N_k^j \\ R_k^j \\ M_k^j \end{bmatrix} = K_{\ell}^j \cdot \begin{bmatrix} u_i^j \\ v_i^j \\ \varphi_i^j \\ u_k^j \\ v_k^j \\ \varphi_k^j \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$p_{\ell}^j = K_{\ell}^j \cdot v_{\ell}^j \quad (43a)$$

Hierbei sind die Elemente der lokalen Steifigkeitsmatrix K_{ℓ}^j die Stabendschnittgrößen des Einzelstabes j infolge der Einheitsverschiebungslastfälle. In [40] ist die lokale Stabsteifigkeitsmatrix nach Theorie II. Ordnung ohne Berücksichtigung der Querkraftverformungen angegeben. Wegen des relativ geringen Schubmoduls des europäischen Nadelholzes ist es notwendig, die Stabsteifigkeitsmatrix des Verschiebungsgrößenverfahrens unter Berücksichtigung der Querkraftverformungen zu verwenden. Diese läßt sich aus den Grundformeln

des Verschiebungsgrößenverfahrens in einfacher Weise ableiten. Für ein ebenes Stabelement mit konstanter Biegesteifigkeit EI und konstanter Dehnsteifigkeit EA ergibt sich nach [41]:



$$N_i^j = \frac{E \cdot A}{l}$$

$$R_i^j = 0$$

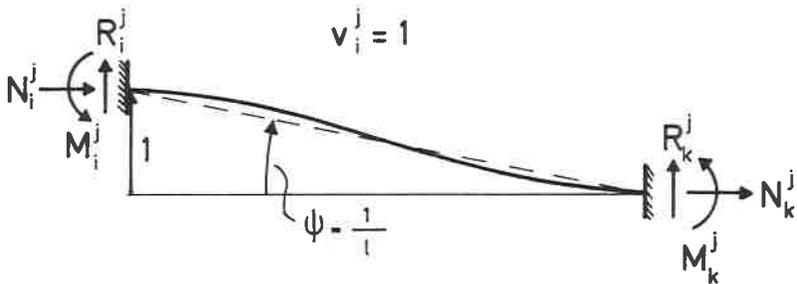
$$M_i^j = 0$$

(44)

$$N_k^j = - \frac{E \cdot A}{l} \quad (44)$$

$$R_k^j = 0$$

$$M_k^j = 0$$



$$N_i^j = 0$$

$$R_i^j = \frac{EI}{l^3} \left[2 (A' + B') - \frac{\epsilon^2}{Y} \right]$$

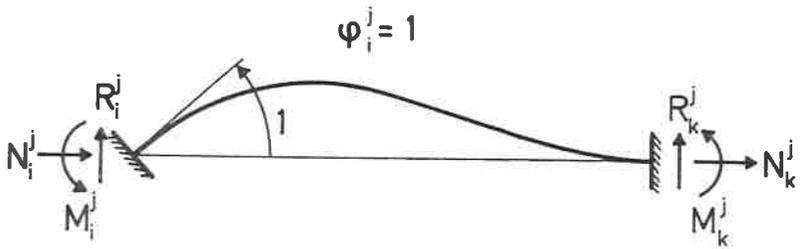
$$M_i^j = \frac{EI}{l^2} (A' + B')$$

(45)

$$N_k^j = 0$$

$$R_k^j = - \frac{EI}{l^3} \left[2 (A' + B') - \frac{\epsilon^2}{Y} \right]$$

$$M_k^j = \frac{EI}{l^2} (A' + B')$$



$$N_i^j = 0$$

$$R_i^j = \frac{EI}{l^2} (A' + B')$$

$$M_i^j = \frac{EI}{l} \cdot A'$$

(46)

$$N_k^j = 0$$

$$R_k^j = -\frac{EI}{l^2} (A' + B')$$

$$M_k^j = \frac{EI}{l} \cdot B'$$

Hierin bedeuten:

u Knotenverschiebung in Richtung der lokalen x-Achse

v Knotenverschiebung in Richtung der lokalen y-Achse

φ Knotenverdrehung um die lokale z-Achse

$N_{i,k}^j$ Normalkraft des Stabes j im Knoten i bzw. k

$R_{i,k}^j$ Transversalkraft senkrecht zur unverformten Stabachse des Stabes j im Knoten i bzw. k

$M_{i,k}^j$ Biegemoment des Stabes j im Knoten i bzw. k

$$A' = \frac{\gamma - \frac{\varepsilon}{\tan \varepsilon}}{\gamma \frac{\tan \varepsilon / 2}{\varepsilon / 2} - 1}$$

$$B' = \frac{\frac{\varepsilon}{\sin \varepsilon} - \gamma}{\gamma \frac{\tan \varepsilon / 2}{\varepsilon / 2} - 1}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 - \frac{N}{S}}$$

$$\varepsilon = \lambda \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot N}{EI}} \quad \text{Stabkennzahl}$$

S = Schubsteifigkeit des Stabes

Unter Beachtung obiger Gleichungen lauten die Grundformeln ohne die Anteile aus äußerer Belastung:

$$N_{ik} = \frac{E \cdot A}{\lambda} \cdot u_{ik} - \frac{E \cdot A}{\lambda} \cdot u_{ki} \quad (47)$$

$$N_{ki} = -\frac{E \cdot A}{\lambda} \cdot u_{ik} + \frac{E \cdot A}{\lambda} \cdot u_{ki} \quad (48)$$

$$R_{ik} = \frac{E \cdot I}{\lambda^3} \left[2(A' + B') - \frac{\varepsilon^2}{\gamma} \right] (v_{ik} - v_{ki}) + \frac{E \cdot I}{\lambda^2} (A' + B') (\varphi_{ik} + \varphi_{ki}) \quad (49)$$

$$R_{ki} = -\frac{EI}{\ell^3} [2(A'+B') - \frac{E^2}{\gamma}] (v_{ik} - v_{ki}) - \frac{EI}{\ell^2} (A'+B') (\varphi_{ik} + \varphi_{ki}) \quad (50)$$

$$M_{ik} = \frac{EI}{\ell^2} (A'+B') (v_{ik} - v_{ki}) + \frac{EI}{\ell} \cdot A' \cdot \varphi_{ik} + \frac{EI}{\ell} \cdot B' \cdot \varphi_{ki} \quad (51)$$

$$M_{ki} = \frac{EI}{\ell^2} (A'+B') (v_{ik} - v_{ki}) + \frac{EI}{\ell} \cdot B' \cdot \varphi_{ik} + \frac{EI}{\ell} \cdot A' \cdot \varphi_{ki} \quad (52)$$

Setzt man am unbelasteten Stab nacheinander $u_{ik} = 1, u_{ki} = 1,$
 $v_{ik} = 1, v_{ki} = 1, \varphi_{ik} = 1, \varphi_{ki} = 1$ und die jeweils anderen Knotenverschiebungsgrößen gleich Null, so folgt die lokale Stabsteifigkeitsmatrix unmittelbar aus den Grundformeln:

(53)

$\frac{EA}{l}$	0	0	$-\frac{EA}{l}$	0	0	0
0	$\frac{EI}{l^3} (2(A^2+B^2) - \frac{\epsilon^2}{Y})$	$\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	0	$-\frac{EI}{l^3} (2(A^2+B^2) - \frac{\epsilon^2}{Y})$	0	$\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$
0	$\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	$\frac{EI}{l} A^2$	0	$-\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	$-\frac{EI}{l} B^2$	$\frac{EI}{l} B^2$
$-\frac{EA}{l}$	0	0	$\frac{EA}{l}$	0	0	0
0	$-\frac{EI}{l^3} (2(A^2+B^2) - \frac{\epsilon^2}{Y})$	$-\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	0	$\frac{EI}{l^3} (2(A^2+B^2) - \frac{\epsilon^2}{Y})$	$-\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	$-\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$
0	$\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	$\frac{EI}{l} B^2$	0	$-\frac{EI}{l^2} (A^2+B^2)$	$-\frac{EI}{l} A^2$	$\frac{EI}{l} A^2$

K_{ij}

6.4.1.2 Transformieren der lokalen Steifigkeitsmatrix zur globalen Steifigkeitsmatrix

In einem globalen, orthogonalen Bezugssystem für das Gesamttragwerk ist die Richtung des einzelnen Stabes durch dessen Neigungswinkel in diesem System festgelegt. Für die spätere Berechnung des Gesamttragwerks ist es notwendig, die Schnittkraftgrößen und die Verschiebungsgrößen sämtlicher Stäbe auf dieses globale Koordinatensystem zu transformieren. Wie in [39] dargelegt, folgt die globale Stabsteifigkeitsmatrix des Einzelstabes aus folgender Matrizenmultiplikation:

$$\mathbf{K}_g^j = (\mathbf{T}^j)^T \cdot \mathbf{K}_l^j \cdot \mathbf{T}^j \quad (54)$$

\mathbf{K}_g^j und \mathbf{K}_l^j sind die globale bzw. lokale Stabsteifigkeitsmatrix, \mathbf{T}^j ist die Transformationsmatrix und $(\mathbf{T}^j)^T$ ist die transponierte Transformationsmatrix, die in diesem Fall, da die Transformationsmatrix \mathbf{T}^j orthogonal ist, gleich der inversen Transformationsmatrix $(\mathbf{T}^j)^{-1}$ ist.

$$\mathbf{T}^j = \begin{bmatrix} \cos\alpha^j & \sin\alpha^j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha^j & \cos\alpha^j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha^j & \sin\alpha^j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha^j & \cos\alpha^j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\frac{EA \cos^2 \alpha}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\sin^2 \alpha}{l^3}$	$\left[\frac{EA}{l} - \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)}{l^3} \right] \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$	$\frac{EI(A'+B')\sin \alpha}{l^2}$	$-\frac{EA \cos^2 \alpha}{l} - \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\sin^2 \alpha}{l^3}$	$\left[\frac{EA}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)}{l^3} \right] \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$	$-\frac{EI(A'+B')\sin \alpha}{l^2}$
	$\frac{EA \sin^2 \alpha}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\cos^2 \alpha}{l^3}$	$\frac{EI(A'+B')\cos \alpha}{l^2}$	$\left[\frac{EA}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)}{l^3} \right] \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$	$-\frac{EA \sin^2 \alpha}{l} - \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\cos^2 \alpha}{l^3}$	$\frac{EI(A'+B')\cos \alpha}{l^2}$
		$\frac{A' EI}{l}$	$\frac{EI(A'+B')\sin \alpha}{l^2}$	$-\frac{EI(A'+B')\cos \alpha}{l^2}$	$\frac{B' EI}{l}$
			$\frac{EA \cos^2 \alpha}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\sin^2 \alpha}{l^3}$	$\left[\frac{EA}{l} - \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)}{l^3} \right] \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$	$\frac{EI(A'+B')\sin \alpha}{l^2}$
				$\frac{EA \sin^2 \alpha}{l} + \frac{EI(2(A'+B')-\epsilon^2/\gamma)\cos^2 \alpha}{l^3}$	$-\frac{EI(A'+B')\cos \alpha}{l^2}$
					$\frac{A' EI}{l}$

(55)

$K_g^J =$

6.4.1.3 Zusammenbau der Einzelstäbe zum Gesamttragwerk

Am Gesamttragwerk sind in jedem Knoten die Kontinuitätsbedingungen zu erfüllen, d.h. die Stabendverschiebungsgrößen aller angeschlossenen Stäbe müssen mit den Knotenverschiebungsgrößen des Knotens übereinstimmen; ebenso sind in jedem Knoten die Gleichgewichtsbedingungen zu erfüllen: die Summe aller angreifenden Stabendschnittgrößen muß mit den angreifenden Knotenlasten im Gleichgewicht stehen.

Die Kontinuitätsbedingung lautet für ein ebenes Stabsystem

$$\mathbf{v}_{g(6m,1)} = \mathbf{A}_{(6m,3n)} \cdot \mathbf{v}_{G(3n,1)} \quad (56)$$

\mathbf{v}_g	Stabendverschiebungsgrößenvektor aller Stäbe
\mathbf{A}	Zuordnungsmatrix
\mathbf{v}_G	Knotenverschiebungsgrößenvektor aller Knoten
m	Anzahl der Stäbe
n	Anzahl der Knoten

Wird mit $\bar{\mathbf{p}}_G$ der Vektor aller Knotenlasten im globalen Koordinatensystem eingeführt, so lautet die Gleichgewichtsbedingung für ein ebenes Stabsystem:

$$\bar{\mathbf{p}}_{G(3n,1)} = \mathbf{B}_{(3n,6m)} \cdot \mathbf{p}_{g(6m,1)} \quad (57)$$

\mathbf{B}	Zuordnungsmatrix
\mathbf{p}_g	Vektor sämtlicher Stabendschnittgrößen

Die Zuordnungsmatrix \mathbf{B} ist gleich der transponierten Zuordnungsmatrix \mathbf{A} ; damit läßt sich die Gleichgewichtsbedingung auch in folgender Form schreiben:

$$\bar{\mathbf{p}}_{G(3n, 1)} = \mathbf{A}_{(3n, 6m)}^T \cdot \mathbf{p}_{g(6m, 1)} \quad (58)$$

Werden die globalen Stabsteifigkeitsmatrizen aller m Stäbe, die ja den Zusammenhang zwischen Stabendschnittkraftgrößen und Stabendverschiebungsgrößen beschreiben, zusammengefaßt, ergibt sich:

$$\mathbf{p}_{g(6m, 1)} = \mathbf{K}_{g(6m, 6m)} \cdot \mathbf{v}_{g(6m, 1)} \quad (59)$$

$\mathbf{K}_{g(6m, 6m)}$ ist die Hypermatrix aller globalen Stabsteifigkeitsmatrizen, die entlang der Hauptdiagonalen angeordnet sind.

Aus den Gleichungen (56), (58) und (59) folgt nach einigen Umformungen die Gesamtsteifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{G(3n, 3n)} = \mathbf{A}_{(3n, 6m)}^T \cdot \mathbf{K}_{g(6m, 6m)} \cdot \mathbf{A}_{(6m, 3n)} \quad (60)$$

die nach dem Einarbeiten der geometrischen Randbedingungen die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems darstellt, das die Beziehungen zwischen den Knotenlasten $\bar{\mathbf{p}}_{G(3n, 1)}$ und den Knotenverschiebungen $\mathbf{v}_{G(3n, 1)}$ beschreibt:

$$\bar{\mathbf{p}}_{G(3n, 1)} = \mathbf{K}_{G(3n, 3n)} \cdot \mathbf{v}_{G(3n, 1)} \quad (61)$$

Die Gesamtknotensteifigkeitsmatrix \bar{K}_G entsteht durch das Einarbeiten der Randbedingungen in die Steifigkeitsmatrix K_G : Randbedingungen werden als Weg- oder Drehfedern aufgefaßt; die Federsteifigkeiten der Auflagerfedern werden zu den entsprechenden Knotensteifigkeitswerten in der Hauptdiagonalen der Gesamtsteifigkeitsmatrix K_G addiert.

$$\bar{K}_{G(3n, 3n)} = \mathbf{c}_{(3n)} \cdot \mathbf{I}_{(3n, 3n)} + \mathbf{K}_{G(3n, 3n)} \quad (62)$$

$\mathbf{c}_{(3n)}$ Auflagerfedersteifigkeitsvektor aller Knoten
 $\mathbf{I}_{(3n, 3n)}$ Einheitsmatrix

Die Lösung des Gleichungssystems (61) liefert sämtliche Knotenverschiebungsgrößen, aus denen durch Rückrechnung die Stabendschnittgrößen und Auflagerschnittgrößen ermittelt werden können.

6.4.2 Die Iteration der Steifigkeiten und Verformungen

Nach der Simulation des Aufbaus der Stütze, die in Längsrichtung in $N + 1$ Stabelemente unterteilt ist, sind die Eigenschaften aller Lamellen in $N + 1$ Querschnitten bekannt. Zur Formulierung der Gesamtknotensteifigkeitsmatrix müssen Anfangswerte für die Biege- und Dehnsteifigkeiten geschätzt werden. Dazu wird in jedem Querschnitt der Mittelwert der Zug- und Druckelastizitätsmoduln aller Lamellen gebildet und mit dem Flächenmoment 2. Ordnung des Rechteckquerschnitts I bzw. mit der Querschnittsfläche A multipliziert. Damit sind Anfangswerte EI und EA für die Steifigkeitsiteration bekannt. Die Werte der Biege- und Dehnsteifigkeit der Elemente werden als arithmetisches Mittel der entsprechenden Werte der Anfangs- und Endquerschnitte der

Elemente gebildet. Mit dem Aufstellen der Gesamtknotensteifigkeitsmatrix beginnt der innere Iterationszyklus, dessen Ablauf in Bild 38 dargestellt ist.

Der aufwendigste Teil des inneren Iterationszyklus besteht aus der Ermittlung der Randdehnungen eines Querschnitts bei einer vorgegebenen Schnittgrößenkombination aus Biegemoment und Normalkraft. Die Differenz der Randdehnungen $\Delta \epsilon$ wird zur Bestimmung der Biegesteifigkeit EI des Querschnitts benötigt, während die Randdehnungen selbst maßgebend sind für die Lage des elastischen Querschnittschwerpunkts und für die Größe der Dehnsteifigkeit EA .

Ist die Momenten-Krümmungs-Beziehung für die gegebene Normalkraft bekannt, kann die Differenz der Randdehnungen $\Delta \epsilon$ für ein bestimmtes Biegemoment unmittelbar aus dem Wert der Krümmung χ berechnet werden. Die Werte der Randdehnungen selbst sind vom Aufstellen der Momenten-Krümmungs-Beziehung her bekannt.

Im Verlauf der Steifigkeitsiteration, für die im Mittel 5 bis 10 Iterationszyklen notwendig sind, ändert sich das Biegemoment des Querschnitts bei jedem Durchlauf, so daß ebenfalls 5 bis 10 Punkte der Momenten-Krümmungsfunktion benötigt werden.

Daher wird für eine gegebene Normalkraft nicht die gesamte Momenten-Krümmungs-Beziehung für jeden Querschnitt ermittelt, es werden vielmehr nur für diejenigen Kombinationen von Biegemoment und Normalkraft die Randdehnungen bestimmt, die sich im Verlauf der Steifigkeitsiteration als Schnittgrößenpaare ergeben. Das erste Schätzwertpaar für die Randdehnungen des Querschnitts wird unter der Annahme der Gültigkeit des HOOKE'schen Gesetzes für einen über alle Lamellen gemittelten E-modul bestimmt:

$$\epsilon_a^0 = \frac{1}{E} \left(\frac{N}{A} - \frac{M}{W} \right) \quad (63)$$

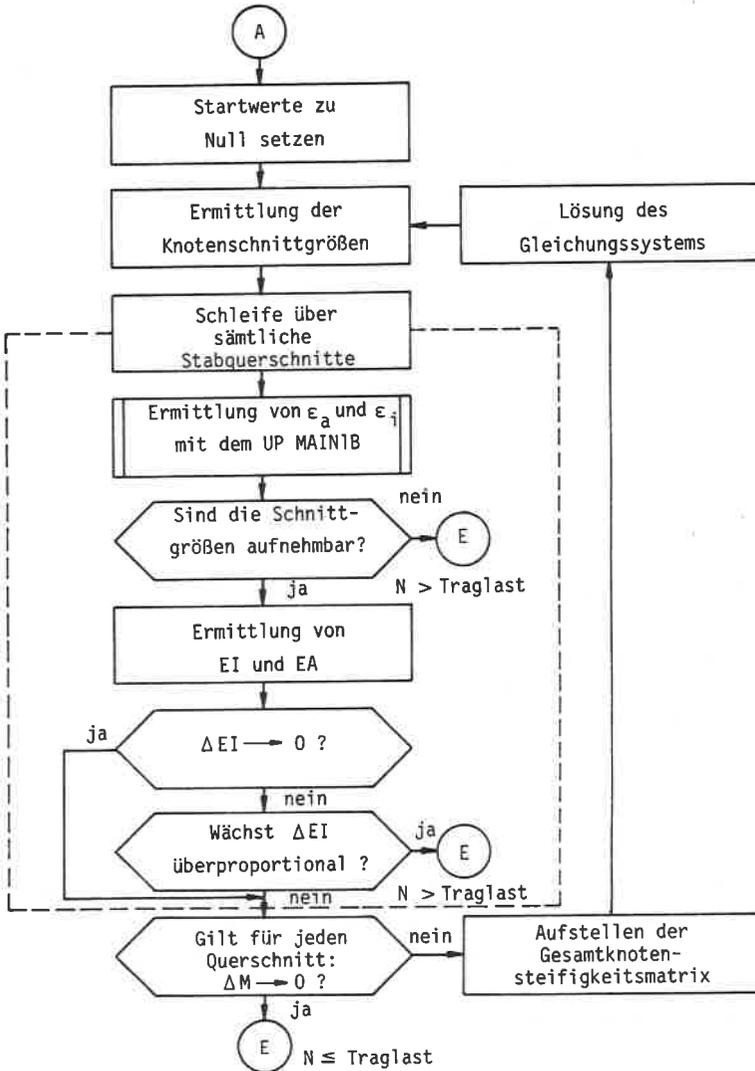


Bild 38: Iterationszyklus der Steifigkeiten und Verformungen

$$\epsilon_i^0 = \frac{1}{E} \left(\frac{N}{A} + \frac{M}{W} \right) \quad (64)$$

$$\Delta\epsilon = \epsilon_i^0 - \epsilon_a^0 \quad (65)$$

Für diesen geschätzten Dehnungszustand wird nun die innere Normalkraft berechnet und mit der äußeren Normalkraft verglichen. Stimmen N_i und N_a nicht genügend genau überein, müssen die Schätzwerte für die Randdehnungen verbessert werden. Bei konstanter Dehnungsdifferenz $\Delta\epsilon$ ergeben sich die verbesserten Schätzwerte wie folgt:

$$\epsilon_a^1 = \left(\frac{\epsilon_i^0 + \epsilon_a^0}{2} \right) \cdot \frac{N_a}{N_i} - \frac{\Delta\epsilon}{2} \quad (66)$$

$$\epsilon_i^1 = \left(\frac{\epsilon_i^0 + \epsilon_a^0}{2} \right) \cdot \frac{N_a}{N_i} + \frac{\Delta\epsilon}{2} \quad (67)$$

Nach einem erneuten Vergleich der inneren mit der äußeren Normalkraft werden die Werte der Randdehnungen bei konstantem $\Delta\epsilon$ sooft verbessert, bis die Differenz zwischen innerer und äußerer Normalkraft eine vorgegebene Genauigkeitsschranke unterschreitet. Das FORTRAN-Unterprogramm SCHIBB ermittelt mit der oben beschriebenen Prozedur in Abhängigkeit der vorgegebenen Parameter äußere Normalkraft N_a und Dehnungsdifferenz $\Delta\epsilon$ die Randdehnungen ϵ_a und ϵ_i .

Eine Lösung kann allerdings nur dann gefunden werden, wenn mindestens ein N_i ($\Delta\epsilon$) existiert, das gleich der äußeren Normalkraft N_a ist. Betrachtet man einen Querschnitt, dessen Lamellen dieselben Arbeitslinien im Druckbereich aufweisen, so ist bei einer mittleren Normalspannung, die größer als die asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} ist, die mögliche Dehnungsdifferenz $\Delta\epsilon$ nach oben begrenzt. Analog

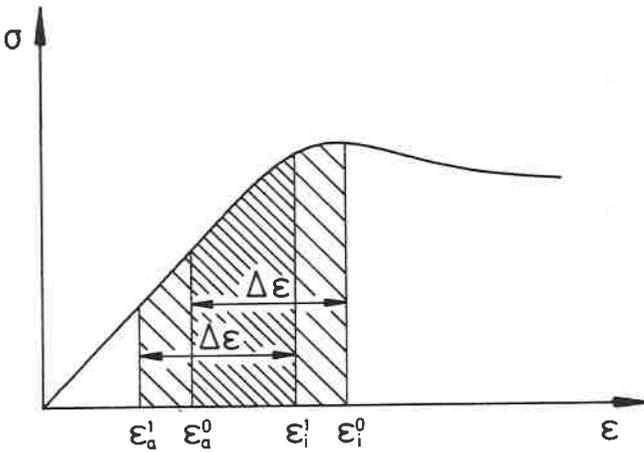


Bild 39: Beispiel für die Variation der Randdehnungen bei konstanter Dehnungsdifferenz $\Delta \epsilon$

gibt es auch bei Querschnitten mit unterschiedlichen Lamelleneigenschaften einen Grenzwert der Normalkraft, nach dessen Überschreiten ein Gleichgewicht zwischen innerer und äußerer Normalkraft nur noch für einen begrenzten Bereich der Dehnungsdifferenz $\Delta \epsilon$ existiert. Wird im Verlauf der Rechnung festgestellt, daß für eine Kombination von N_a und $\Delta \epsilon$ keine Lösung gefunden werden kann, d.h. daß es keinen Dehnungszustand des Querschnittes gibt, für den bei vorgegebenem $\Delta \epsilon$ die innere mit der äußeren Normalkraft übereinstimmt, ist eine Obergrenze für $\Delta \epsilon$ als Funktion der Normalkraft bekannt.

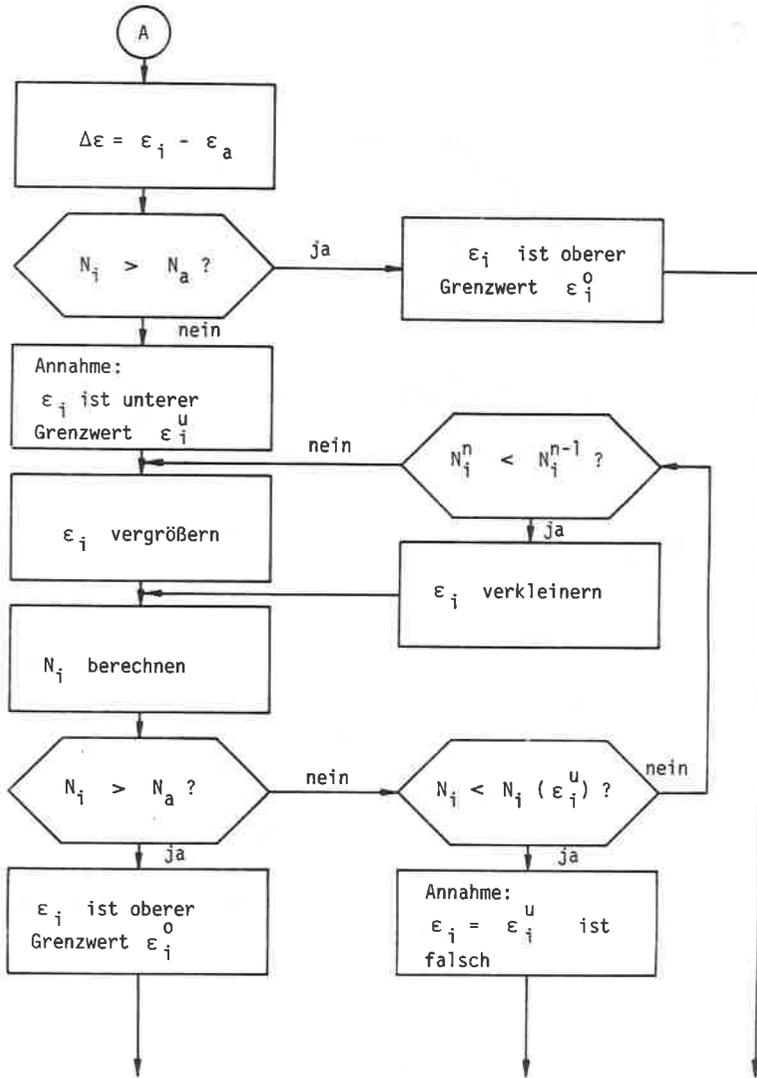


Bild 40: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms SCHIBB

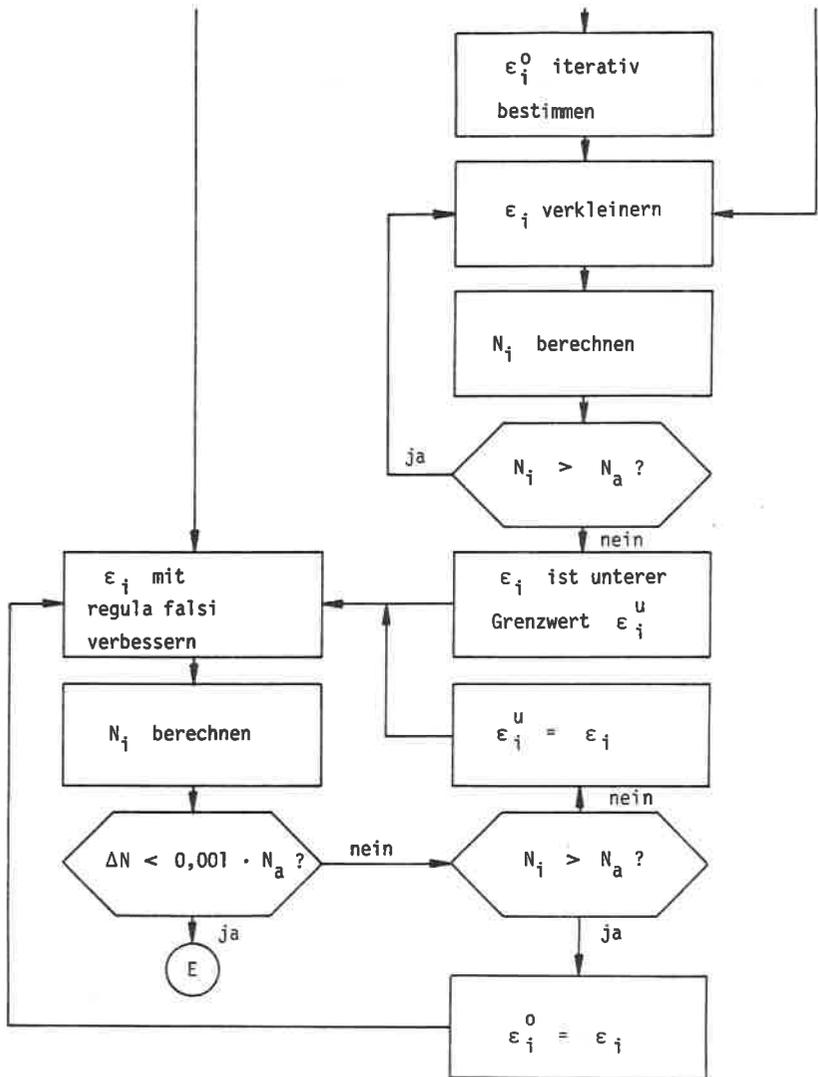


Bild 40: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms SCHIBB

Ist ein Wertepaar $\varepsilon_a, \varepsilon_i$ gefunden, das die Bedingung $N_a = N_i$ erfüllt, wird das innere Moment M_i nach Abschnitt 6.2.4 berechnet. Stimmt das innere Moment nicht mit dem Moment aus äußerer Belastung M_a überein, wird die Dehnungsdifferenz mit dem Verhältnis M_a / M_i multipliziert und somit ein verbesserter Schätzwert für die Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon$ berechnet. Mit diesem verbesserten Schätzwert $\Delta\varepsilon$ wird wiederum ein Wertepaar $\varepsilon_a, \varepsilon_i$ gesucht für das gilt:

$$\begin{aligned} N_i &= N_a \\ \Delta\varepsilon &= \varepsilon_i - \varepsilon_a \end{aligned}$$

Im weiteren Verlauf der Iteration werden neue Schätzwerte für $\Delta\varepsilon$ durch lineare Extrapolation bestimmt (siehe Bild 41).

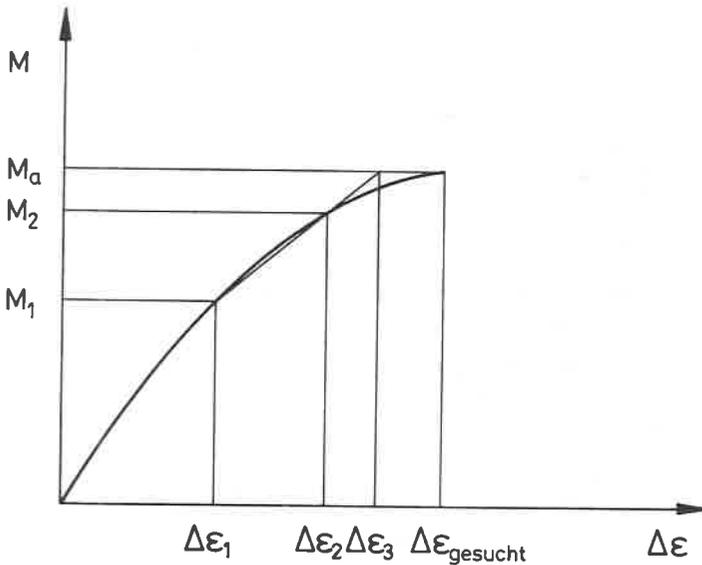


Bild 41: Ermittlung eines verbesserten Schätzwertes für $\Delta\varepsilon$ durch lineare Extrapolation

$$\Delta \varepsilon_3 = \Delta \varepsilon_1 + (\Delta \varepsilon_2 - \Delta \varepsilon_1) \cdot (M_a - M_1) / (M_2 - M_1) \quad (68)$$

Die Iteration wird solange fortgesetzt, bis entweder ein Wertepaar ε_a , ε_i gefunden ist, für das gilt:

$$N_i = N_a \quad \text{und}$$

$$M_i = M_a$$

oder aber festgestellt wird, daß für die vorgegebene Schnittgrößenkombination N_a , M_a kein Wertepaar ε_a , ε_i existiert, für das die inneren mit den äußeren Schnittgrößen übereinstimmen. Dies bedeutet, daß der Querschnitt die Schnittgrößen nicht aufnehmen kann und demzufolge unter der Einwirkung dieser Schnittgrößen versagt.

Bild 42 zeigt in einem Flußdiagramm den Ablauf des FORTRAN-Unterprogramms MAIN1B zur Bestimmung der Randdehnungen ε_a und ε_i .

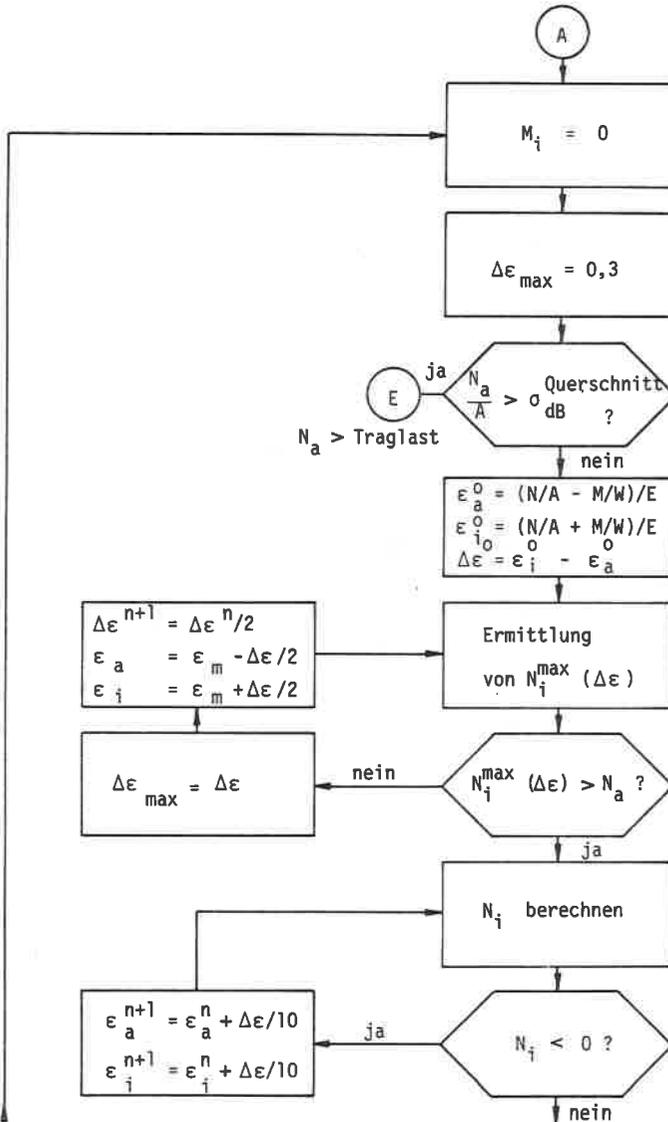


Bild 42: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms MAIN1B

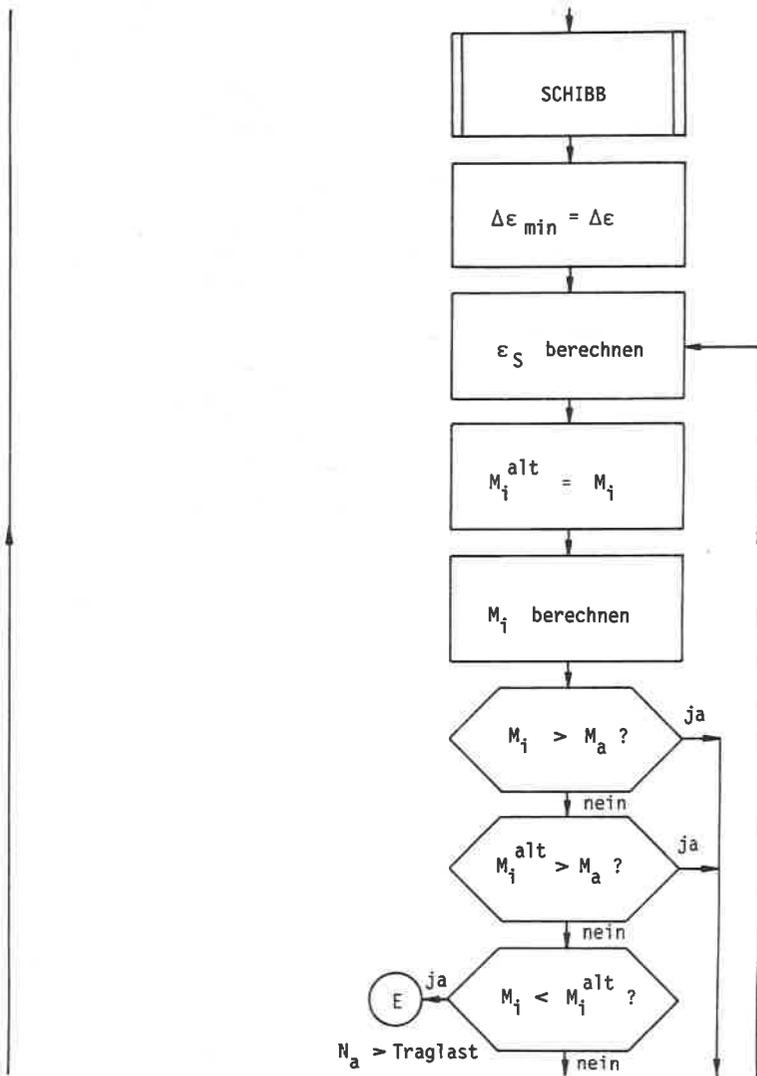


Bild 42: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms MAIN1B

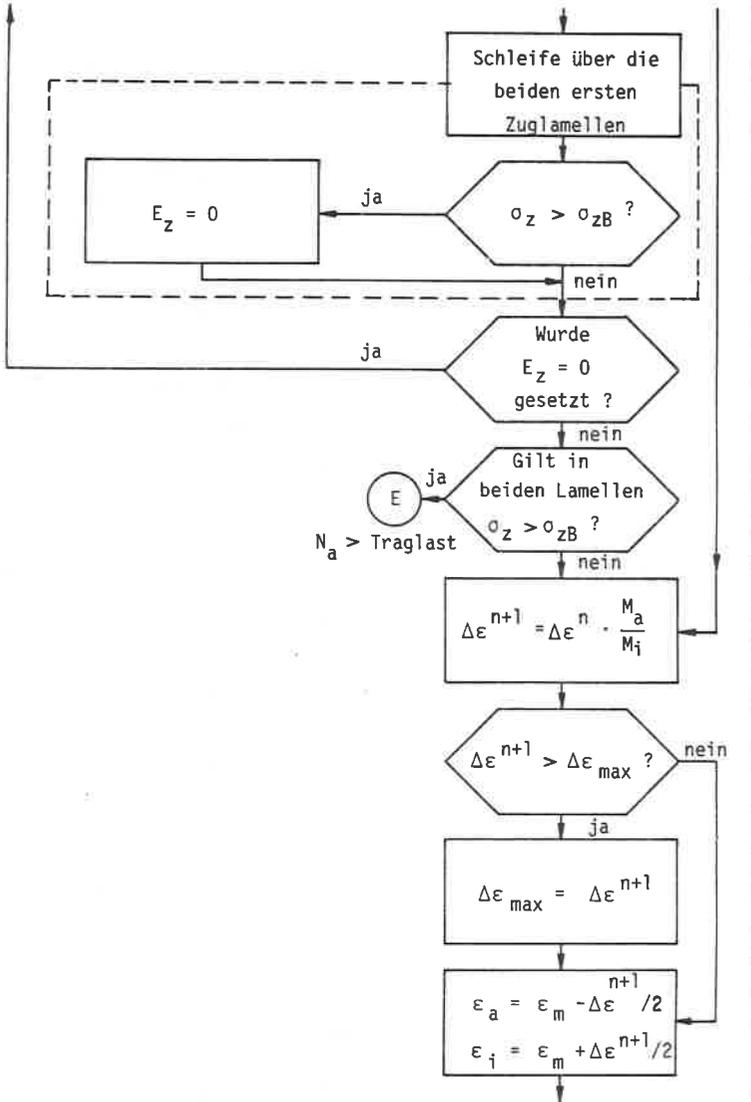


Bild 42: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms MAIN1B

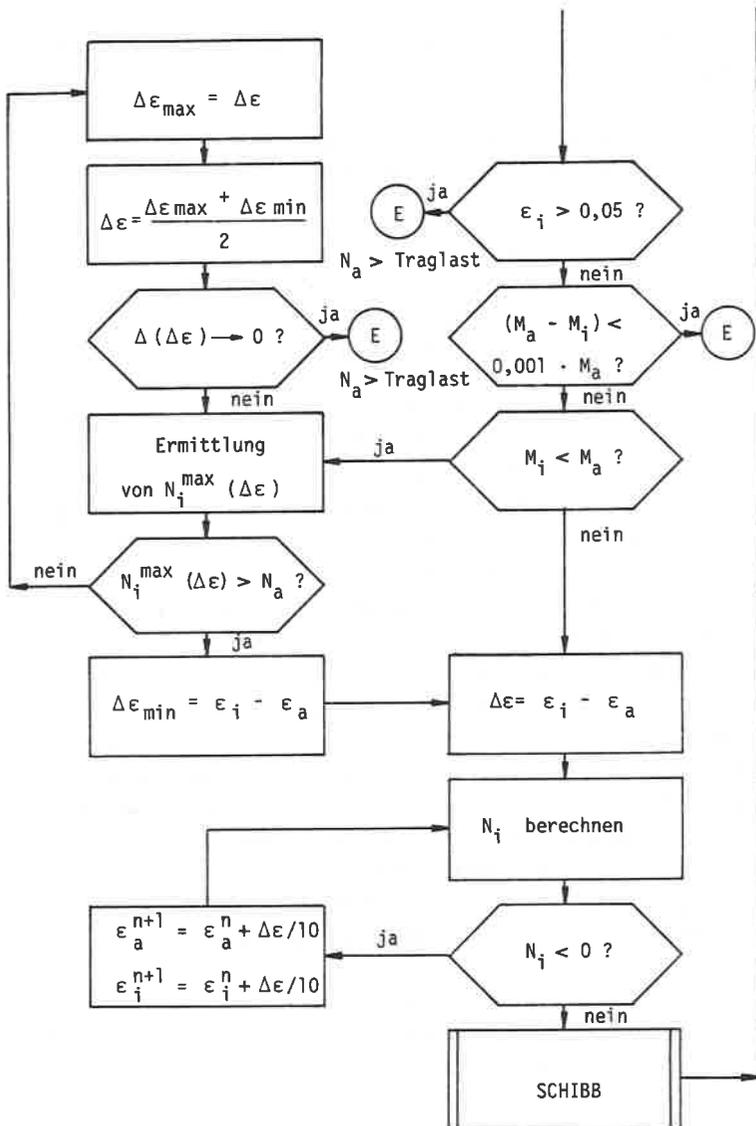


Bild 42: Flußdiagramm des FORTRAN-Unterprogramms MAIN1B

Folgende Versagensbedingungen werden im Verlauf der Iteration überprüft:

- a) Die mittlere Normalspannung aus äußerer Normalkraft ist größer als die Druckfestigkeit des Querschnitts

$$\frac{N_a}{A} > \sigma_{dB}^{\text{Querschnitt}}$$

- b) Die Zugspannungen in den zwei äußeren Zuglamellen überschreiten deren Zugfestigkeiten. Wird Zugversagen in nur einer Lamelle festgestellt, setzt das Programm den Zugelastizitätsmodul dieser Lamelle zu Null und simuliert damit einen Biegezugbruch. Anschließend wird die Berechnung fortgesetzt und es wird überprüft, ob der Querschnitt mit einer ausgefallenen Lamelle auf der Biegezugseite die äußeren Schnittgrößen aufnehmen kann. Ist mehr als eine Lamelle ausgefallen wird die Iteration abgebrochen, weil zum einen die notwendigen Krümmungen des Querschnitts mit steigendem Moment überproportional anwachsen und andererseits durch das in Wirklichkeit schlagartige Versagen nicht nur die Tragfähigkeit des Querschnitts plötzlich vermindert wird, sondern auch die Belastung des Restquerschnitts durch dynamische Vorgänge kurzfristig stark ansteigt und damit das Versagen des Druckstabes eingeleitet wird. Lediglich bei einer ausgesprochenen Schwachstelle in einer Zuglamelle wie z.B. einem großen Ast oder einer schwachen Keilzinkenverbindung kann erwartet werden, daß nach dem relativ frühen Ausfall dieser Zuglamelle die aufnehmbaren Schnittgrößen des Querschnitts noch gesteigert werden können.
- c) Das innere Moment nimmt mit wachsender Krümmung ab. In diesem Fall ist das Maximum der Momenten-Krümmungs-Beziehung überschritten, und die Krümmungen wachsen ohne weitere Steigerung des Biegemomentes unbegrenzt an. Dies ist durch die spezielle Form

der Druckarbeitslinie bedingt, in deren Verlauf die Spannungen am Biegedruckrand des Querschnitts nach dem Erreichen der Druckfestigkeit σ_{dB} auf die asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} zurückgehen und das Spannungsmaximum vom Biegedruckrand weg ins Innere des Querschnitts wandert.

- d) Die Stauchungen am Biegedruckrand überschreiten eine festgelegte Höchstgrenze. Obwohl die angegebene Form der Arbeitslinie in Richtung wachsender Stauchungen nicht begrenzt ist, ist die theoretische Grenze der Stauchungen gleich 1, d.h. die ursprüngliche Länge einer gedrückten Faser wird zu Null. Für die praktische Berechnung wird die Höchstgrenze der Stauchungen auf 5 % festgesetzt.
- e) Die Normalkraft ist größer als ein Grenzwert, der die mögliche Dehnungsdifferenz und damit die mögliche Krümmung nach oben begrenzt und das der größtmöglichen Krümmung entsprechende innere Moment ist kleiner als das äußere Moment. Tritt dieser Fall ein, können die äußeren Schnittgrößen vom Querschnitt nicht aufgenommen werden, da keine Spannungsverteilung des Querschnitts existiert, für die zwischen inneren und äußeren Schnittgrößen Gleichgewicht herrscht.

Wird keine der oben genannten Versagensbedingungen erfüllt, können mit den ermittelten Randdehnungen die Querschnittssteifigkeiten und die Lage des elastischen Schwerpunktes bestimmt werden. Sind in sämtlichen Stabquerschnitten die äußeren Schnittgrößen aufnehmbar und die Steifigkeitswerte bestimmt, kann mit diesen verbesserten Steifigkeitswerten die Gesamtknotensteifigkeitsmatrix neu aufgestellt werden.

Nach dem Lösen des Gleichungssystems und dem Berechnen der Knotenschnittgrößen aus den Knotenverformungen müssen die errechneten Knotenbiegemomente um den Anteil korrigiert werden, der sich durch den Abstand zwischen Flächenschwerpunkt und elastischem Schwerpunkt ergibt.

$$M_a = M + N_a \cdot e_s \quad (69)$$

Damit sind die äußeren Momente M_a ebenso wie die inneren Momente M_i auf den jeweiligen elastischen Schwerpunkt bezogen. Mit den verbesserten äußeren Schnittgrößen kann dann ein weiterer Zyklus der Biegesteifigkeitsiteration durchlaufen werden. Liegt die angenommene äußere Belastung unterhalb der Traglast, werden die Momentenzunahmen im allgemeinen mit steigender Zahl der Iterationszyklen kleiner und streben gegen Null. Unterscheiden sich die Biegemomente in zwei aufeinanderfolgenden Iterationszyklen in sämtlichen Querschnitten um weniger als 1 %, wird die Iteration beendet und die angenommene Belastung als unterhalb der Traglast liegend angesehen.

Bedingt durch den Aufbau des Brettschichtholzquerschnitts und das unterschiedliche Steifigkeitsverhalten bei Zug- bzw. Druckbeanspruchung traten im Verlauf der Biegesteifigkeitsiteration in der Nähe der Traglast in einigen Fällen Oszillationen zwischen zwei Biegesteifigkeitszuständen des Druckstabes auf. In der Regel werden Biegesteifigkeiten mit zunehmender Iterationszahl immer kleiner und die Durchbiegungen oder Momente immer größer, so daß die Endverformung durch ein stetiges Anwachsen der Verformungen erreicht wird. In den Fällen, in denen Teile bisher überdrückter Querschnitte infolge größerer Momente und demzufolge größerer Krümmungen durch Zugspannungen beansprucht werden, kann bei hohen Zugelastizitätsmodulen der gezogenen Bereiche die Biegesteifigkeit $EI = M/\kappa$ mit steigender Krümmung sogar anwachsen. Tritt dieser Fall in einem größeren Bereich des Stabes auf, werden im nächsten Iterationszyklus durch die vergrößerten Biegesteifigkeiten des Stabes die Momente kleiner und die Querschnitte wieder völlig überdrückt. Dies hat zur Folge, daß die Biegesteifigkeiten nun wieder kleiner werden und der Kreislauf von neuem beginnt. Der wirkliche Endverformungszustand, der zwischen den beiden abwechselnd auftretenden Verformungsfiguren liegt, wird in einigen Fällen, insbesondere wenn die Endexzentrizitäten unter-

schiedliches Vorzeichen aufweisen, auch durch das Verkleinern der Schrittweite der Biegesteifigkeitsiteration nicht erreicht. In diesem Fall wird die Biegesteifigkeitsiteration als konvergent definiert und mit den Steifigkeitswerten der letzten wirklich konvergenten Iteration der neue Biegesteifigkeitszyklus der nächsthöheren Laststufe begonnen.

Liegt die äußere Belastung über der Traglast, wird im Verlauf der Rechnung eine der Versagensbedingungen a - f erfüllt. Um die Rechenzeiten gering zu halten, ist es wünschenswert, möglichst früh zu erkennen, ob eine äußere Belastung oberhalb oder unterhalb der Traglast liegt. Konvergieren die Biegemomenten- und Verformungszunahmen, kann daraus leider nicht abgeleitet werden, daß die Traglast noch nicht erreicht ist, da auch nach anfänglichem Konvergieren die Biegemomentenzunahmen wieder anwachsen können. Ein Anzeichen dafür, daß die Traglast überschritten ist, ist jedoch die Divergenz der Biegesteifigkeiten EI. Nimmt in mehreren aufeinanderfolgenden Iterationszyklen die Biegesteifigkeit eines Querschnitts immer stärker ab, deutet dies auf ein baldiges Versagen des Querschnitts hin. Da zu Beginn eines Iterationszyklus die Biegesteifigkeitswerte oft stark schwanken, bis sie sich "eingespielt" haben, wird nach frühestens 5 Iterationszyklen überprüft, ob in einem Querschnitt die Abnahme der Biegesteifigkeit kontinuierlich angewachsen ist. Bevor Divergenz konstatiert wird, wird zusätzlich verlangt, daß die Abnahme der Biegesteifigkeit einen Mindestwert überschreitet, um sehr kleine Veränderungen nicht überzubewerten. Im Rechenprogramm ist dieser Mindestwert an die Zahl der Iterationszyklen mit ununterbrochen steigender Steifigkeitsabnahme gekoppelt. Sind die Bedingungen

$$\Delta EI > \frac{EI}{100 \cdot n_a} \quad \text{und}$$

$$n_a > 5$$

n_a : Anzahl der Iterationszyklen mit ununterbrochen steigender Steifigkeitsabnahme

EI: augenblickliche Biegesteifigkeit des Querschnitts

erfüllt, wird die Belastung als oberhalb der Traglast liegend angesehen und die Biegesteifigkeitsiteration abgebrochen.

6.4.3 Die Lastiteration

Aufgabe der Lastiteration ist es, Schätzwerte der äußeren Belastung iterativ so zu verbessern, daß die Traglast immer genauer eingegrenzt wird und schließlich mit einer vorgegebenen Genauigkeit angegeben werden kann. Ein erster Schätzwert für die Traglast wird mit der von MÖHLER [2] angegebenen Beziehung

$$\sigma_k = B - \sqrt{B^2 - \sigma_{dB} \cdot \frac{E \pi^2}{\lambda^2}} \quad (70)$$

ermittelt.

Hierin bedeuten

$$B = \frac{1}{2} \left(\sigma_{dB} + \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} (1 + \epsilon) \right) \quad (71)$$

$$\epsilon = \frac{6 \cdot y_0}{h} \quad (72)$$

Für E wird das arithmetische Mittel der Zug- und Druck-E-moduln sämtlicher Lamellenquerschnitte der Stütze eingesetzt. Da in ϵ nur der schlankkeitsabhängige Teil der ungewollten Ausmitte berücksichtigt ist, liefert die Rechnung nach Gleichung (70) im Mittel zu hohe Schätzwerte der Traglastspannungen (siehe Bild 43). Daher wird als erster Schätzwert der Traglast

$$N_1 = 0,9 \cdot \sigma_k \cdot A \quad (73)$$

festgelegt.

Liegt der erste Schätzwert unterhalb der Traglast, wird er sofort um 10 % vergrößert bis ein Wert gefunden ist, der oberhalb der Traglast liegt. Entsprechend wird verfahren, wenn der erste Schätzwert größer als die Traglast ist. Damit sind die Grenzen eines Intervalls bekannt, innerhalb dessen der genaue Wert der Traglast liegt. Das Intervall wird sofort halbiert, bis die Änderung des Schätzwertes der Traglast eine vorgegebene Genauigkeitsschranke unterschreitet. Der letzte Schätzwert wird dann als Traglast bezeichnet. In [42] wird ein Verfahren zur Beschleunigung der Traglastiteration beschrieben, indem das Intervall nicht halbiert, sondern die Teilung des Intervalls an die Iterationszahlen der Biegesteifigkeitsiteration gekoppelt wird, deren Ansteigen das Annähern an die Traglast signalisieren können. Ein Zusammenhang zwischen den Iterationszahlen der Biegesteifigkeitsiteration und der Annäherung an die Traglast konnte bei Proberechnungen mit dem vorliegenden Rechenprogramm nicht festgestellt werden. Ein Grund hierfür liegt im Bruchverhalten der Zuglamellen, die ohne eine Ankündigung in Form plastischer Verformungen plötzlich versagen. Da die Querschnittssteifigkeiten der bisher größten, vom Druckstab noch ertragenen Belastung als Schätzwert für die Steifigkeitsiteration der nächsthöheren Belastung verwendet werden, ist es möglich, daß die Zugfestigkeit einer Lamelle schon im ersten Iterationsschritt der neuen Steifigkeitsiteration über-

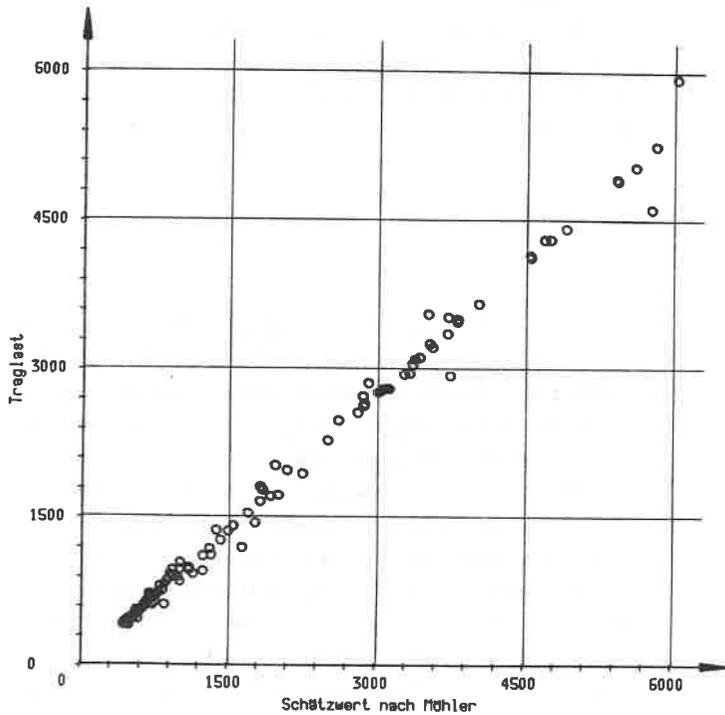


Bild 43: Zusammenhang zwischen der Traglast nach MÖHLER und der Traglast nach der Plastizitätstheorie

schritten und damit das Versagen des Gesamtstabes eingeleitet wird. Genausogut ist es aber möglich, daß erst nach einigen Zyklen der Steifigkeitsiteration ein Versagen durch den Bruch einer Zuglamelle eintritt.

Eine weitere Ursache dafür, daß kein Zusammenhang zwischen der Zahl der Steifigkeitsiterationen und der Güte des Schätzwertes für die Traglast festgestellt werden konnte, liegt in der stochastischen Un-
abhängigkeit der Lamelleneigenschaften eines Querschnitts. Das erstmalige Auftreten der Nulllinie im Querschnitt kann durch einen hohen Elastizitätsmodul der gezogenen Lamellen eine Verfestigung des Querschnitts bewirken und die Steifigkeits- und Verformungsiteration abkürzen. Ebenso ist es aber auch möglich, daß durch "weiche" Zuglamellen die Zahl der Iterationszyklen erhöht wird.

Aus den genannten Gründen wird zur Eingrenzung der Traglast der oben beschriebene Weg der Halbierung der Intervalle gewählt. Tritt im Lauf der Lastiteration ein Schätzwert für die Traglast auf, der oberhalb der elastischen Knicklast des Stabes mit der aktuellen Steifigkeitsverteilung liegt, ist das Gleichungssystem nach Theorie II. Ordnung nicht mehr lösbar, da die Gesamtknotensteifigkeitsmatrix nicht mehr positiv definit [43] ist. In diesem Fall stellt der Schätzwert für die Traglast die obere Grenze des Intervalls dar, innerhalb dessen der genaue Wert der Traglast liegt.

6.4.4 Beispiel zur Traglastberechnung

Um einen Vergleich zwischen den Traglasten, die der zur Zeit gültigen DIN 1052 [1] zugrundeliegen und den Ergebnissen von Traglastberechnungen nach der strengen Plastizitätstheorie zu ermöglichen, wurden Traglastspannungen für Schlankheiten zwischen $\lambda = 10$ und $\lambda = 200$ nach beiden Verfahren ermittelt und in Bild 44 dargestellt. In beiden Fällen wurden die Traglasten von Balken auf zwei Stützen berechnet, die durch eine exzentrisch angreifende Normalkraft belastet werden. Der Ausmittigkeitsgrad $\varepsilon = \frac{e}{K}$ wurde in beiden Fällen mit

$$\varepsilon = 0,1 + \frac{\lambda}{250} \quad (74)$$

angenommen. Die übrigen Rechenwerte für die Traglastberechnung nach der Elastizitätstheorie wurden so festgelegt, wie sie der Ermittlung der Knickzahlen ω für Brettschichtholz [44] zugrunde liegen:

Tabelle 3: Rechenwerte für den Elastizitätsmodul und die Druckfestigkeit

	E N/mm ²	σ_{dB} N/mm ²
Gkl. I	13000	38,50
Gkl. II	11000	29,75

Für die Traglastberechnung nach der Plastizitätstheorie wurden die Rechenwerte für Elastizitätsmodul und Druckfestigkeit unverändert übernommen, die asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} wurde auf 95 % der Druckfestigkeit σ_{dB} , die Bruchstauchung ϵ_{dB} auf $1,25 \cdot \sigma_{dB} / E_d$ festgelegt, während die Zugfestigkeit σ_{zB} der Druckfestigkeit σ_{dB} gleichgesetzt wurde. In Tabelle 4 sind die sowohl über den Querschnitt als auch über die Stablänge unverändert angenommenen Kenngrößen der Lamellenarbeitslinien für die Güteklassen I und II zusammengestellt:

Tabelle 4: Kenngrößen der Arbeitslinien

	$E_{d,z}$ N/mm ²	σ_{dB} N/mm ²	σ_{dBA} N/mm ²	ϵ_{dB} ‰	σ_{zB} N/mm ²
Gkl. I	13000	38,50	36,50	3,7	38,50
Gkl. II	11000	29,75	28,25	3,4	29,75

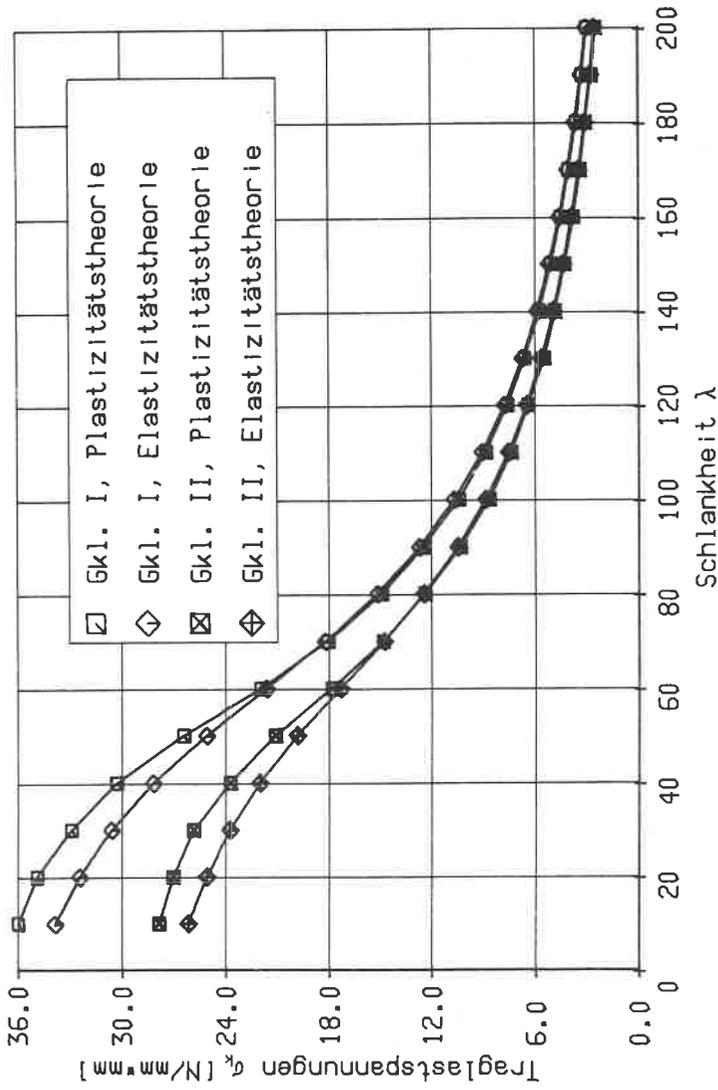


Bild 44: Vergleich der Traglastspannungen nach der Elastizitätstheorie und der Plastizitätstheorie

Bild 44 zeigt als Ergebnis des Vergleichs, daß der Verlauf der Traglastspannungskurven für Schlankheiten, die größer als etwa 70 sind, fast übereinstimmt - die Abweichungen betragen weniger als 3 %. Für gedrungene Stäbe beträgt der "Gewinn" der strengeren Theorie bis zu 10 %, hier wirkt sich zunehmend das Arbeitsvermögen des Werkstoffes Holz traglaststeigend aus.

6.4.5 Tragverhalten des Stabes beim Annähern an die Traglast

Neben der Traglast liefert eine Traglastberechnung auch den Spannungs- und Dehnungszustand sowie die Verformungen unter der Wirkung der ermittelten, gerade noch ertragbaren Laststufe. Will man den Spannungs-, Dehnungs- und Verformungszustand des Stabes auch für andere Laststufen unterhalb der Traglast ermitteln, muß anschließend die Steifigkeitsiteration für vorgegebene Bruchteile der Traglast erneut durchlaufen werden. Damit ist es möglich, das Anwachsen der Schnittgrößen und Verformungen in Abhängigkeit von der aufgebrachten Last zu verfolgen. In den Bildern 45 bis 56 sind für zwei Brett-schichtholzstützen mit dem Querschnitt $b/h = 100/240$ mm, deren Aufbau entsprechend Abschnitt 3 simuliert wurde, Schnittgrößen und Verformungen für unterschiedliche Laststufen dargestellt. Die Brett-schichtholzstützen sind einmal beidseitig gelenkig gelagert, im anderen Fall weisen dieselben Stützen eine elastische Einspannung von $C = 2 \cdot 10^8$ Nmm an beiden Enden auf.

In den Bildern 45, 48, 51 und 54 ist die Verformungsfigur bzw. die Momentenlinie der Stütze unter der Einwirkung der Traglast dargestellt. Zum Vergleich ist der unregelmäßige Verlauf der Momente, bezogen auf die aktuelle Schwerpunktlage, eingezeichnet. Der gefährdete Querschnitt, dessen Versagen das Gesamtversagen der Stütze einleitet, liegt nur bei der gelenkig gelagerten Stütze des Bildes 51 an der Stelle des Größtwertes der Ausbiegung. Bei den übrigen 3 Bei-

spielen liegt der gefährdete Querschnitt zwar im Bereich der Schnittgrößenmaxima, das Verhältnis Beanspruchung zu Beanspruchbarkeit erreicht den Wert 1 jedoch nicht an derjenigen Stelle zuerst, der bei einer deterministischen Betrachtung der Bemessung zugrundegelegt wird.

Das Ansteigen der Biegemomente bzw. Durchbiegungen mit steigender Normalkraft und die gleichzeitige Abnahme der Biegesteifigkeit des gefährdeten Querschnitts zeigen für die 4 Stützenbeispiele die Bilder 46, 49, 52 und 55. Es ist festzustellen, daß erst bei Normalkräften, die größer als etwa 90 % der Traglast sind, sowohl die Verformungszunahmen als auch die Abnahme der Biegesteifigkeit überproportional anwachsen. Dies wird durch die Normalspannungsdiagramme der gefährdeten Querschnitte verdeutlicht, die für jeweils 3 Laststufen in den Bildern 47, 50, 53 und 56 dargestellt sind. Es ist deutlich zu sehen, daß auch bei einem Belastungsgrad $N/N_{\max} = 0,9$ die Druckspannungen noch quasilinear verlaufen und erst unmittelbar vor Erreichen der Traglast plastische Verformungen auftreten, die dann allerdings sehr schnell zum Versagen des Bauteils führen. Durch die insbesondere bei schlanken Stützen überproportional anwachsenden Biegemomente finden auf der Biegezugseite Entlastungen im Querschnitt statt, die sich jedoch stets auf Bereiche beschränken, in denen elastische Formänderungen aufgetreten sind. Die Annahme des "Zurückgehens" auf der Spannungs-Dehnungs-Linie bei einer örtlichen Entlastung, wie es in der Voraussetzung 6.1.6 zum mechanischen Modell festgelegt worden ist, stellt damit keine Einschränkung des beobachteten Tragverhaltens des Holzes dar, da bleibende Formänderungen erst bei höheren Druckspannungswerten zu erwarten sind [45].

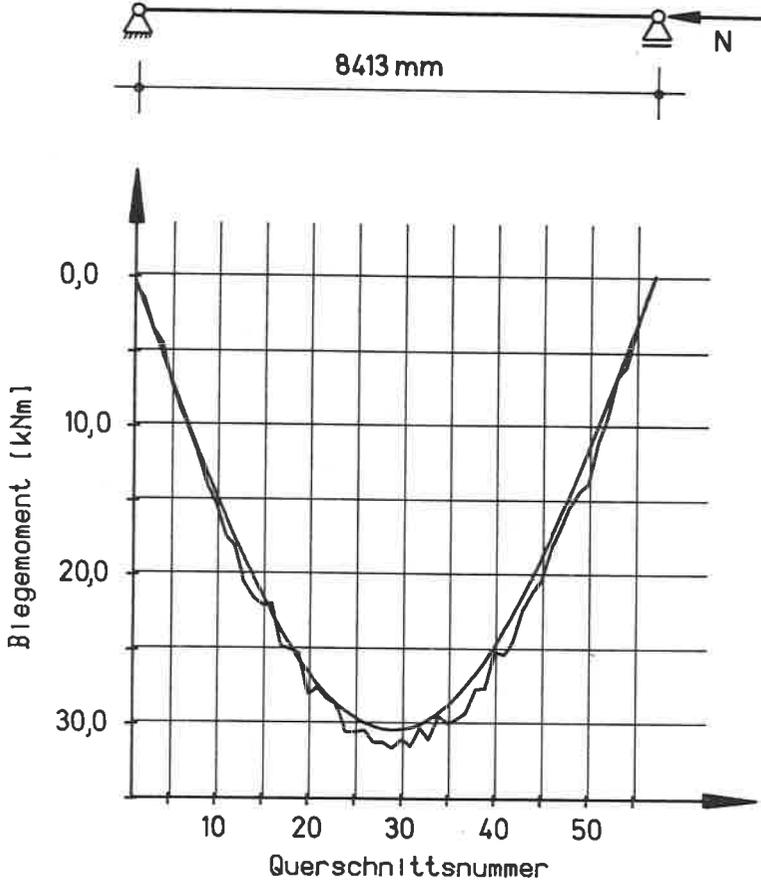


Bild 45: Momentenlinie der Stütze 1A unter der Einwirkung der Traglast; gefährdeter Querschnitt Nr. 33

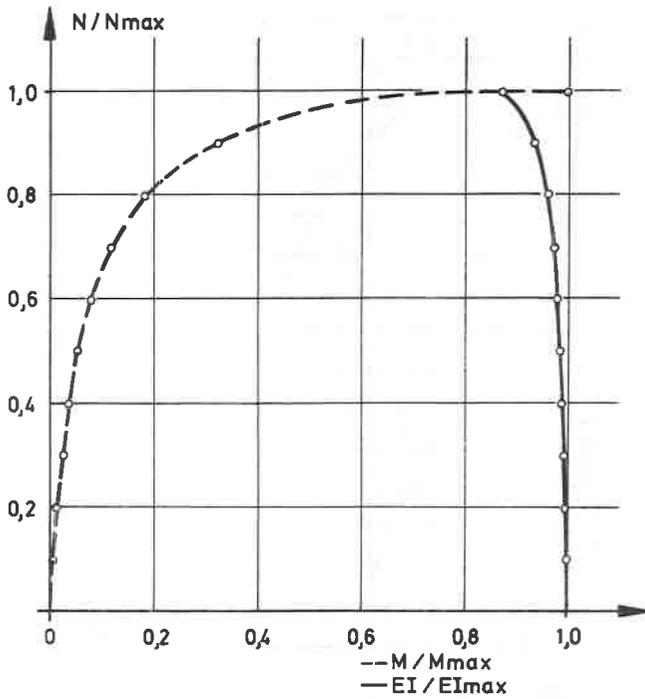


Bild 46: Biegesteifigkeits- und Momentenverlauf in Abhängigkeit von der Normalkraft; Stütze 1A, Querschnitt Nr. 33

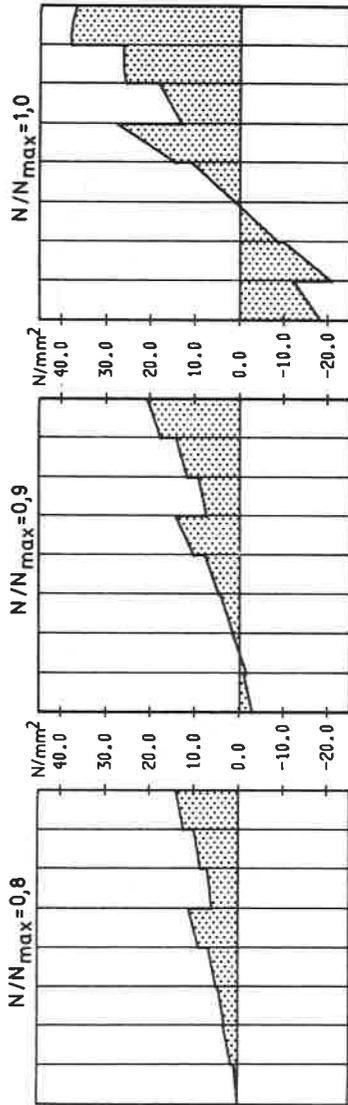


Bild 47: Normalspannungsverteilung für 3 Laststufen;
Stütze 1A, Querschnitt Nr. 33

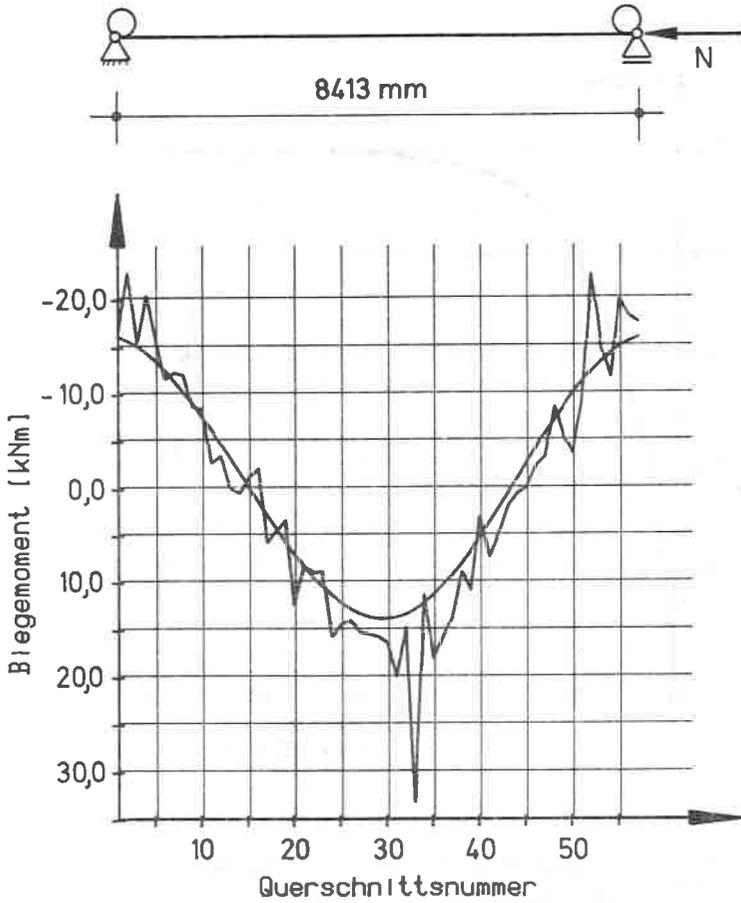


Bild 48: Momentenlinie der Stütze 1B unter der Einwirkung der Traglast; gefährdeter Querschnitt Nr. 33

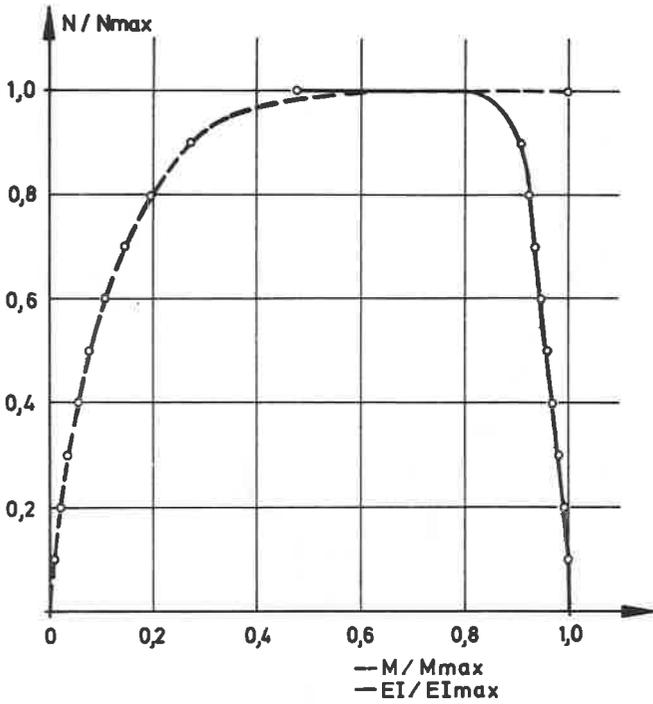


Bild 49: Biegesteifigkeits- und Momentenverlauf in Abhängigkeit von der Normalkraft; Stütze 1B, Querschnitt Nr. 33

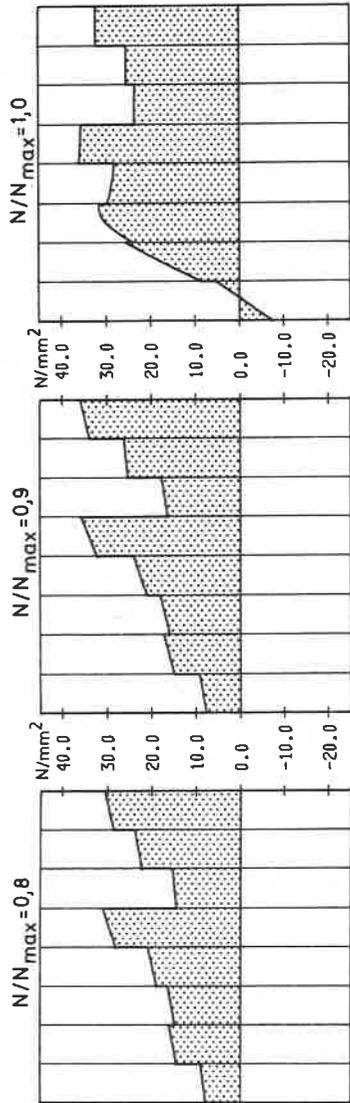


Bild 50: Normalspannungsverteilung für 3 Laststufen; Stütze 1B, Querschnitt Nr. 33

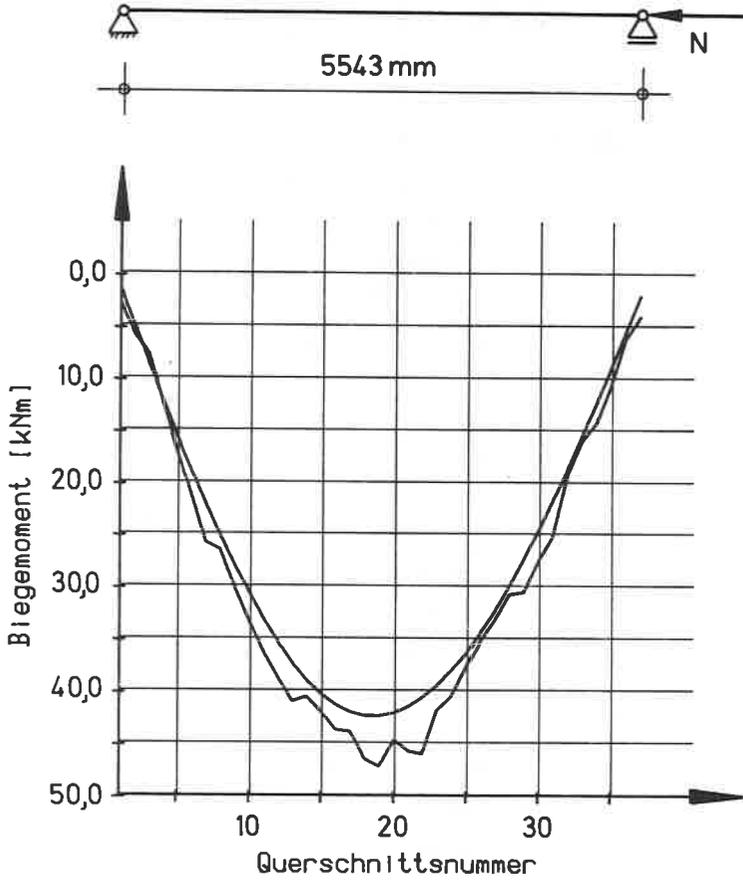


Bild 51: Momentenlinie der Stütze 2A unter der Einwirkung der Traglast; gefährdeter Querschnitt Nr. 19

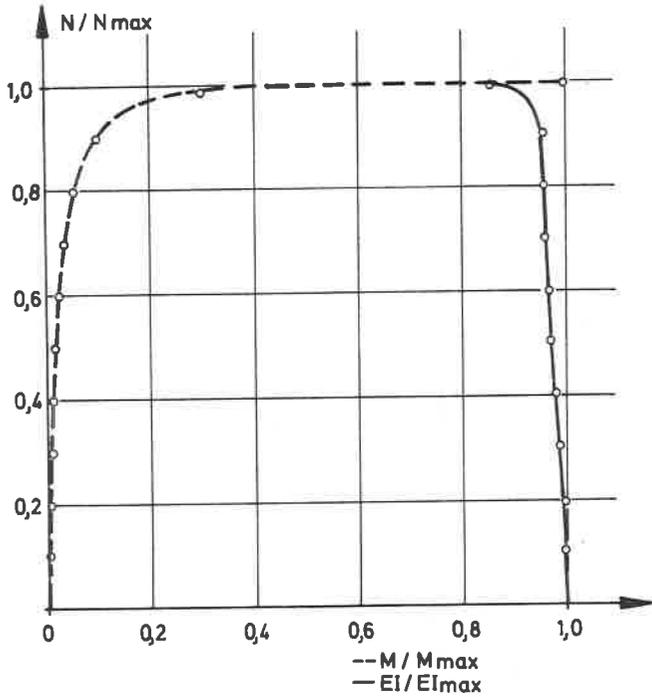


Bild 52: Biegesteifigkeits- und Momentenverlauf in
Abhängigkeit von der Normalkraft;
Stütze 2A, Querschnitt Nr. 19

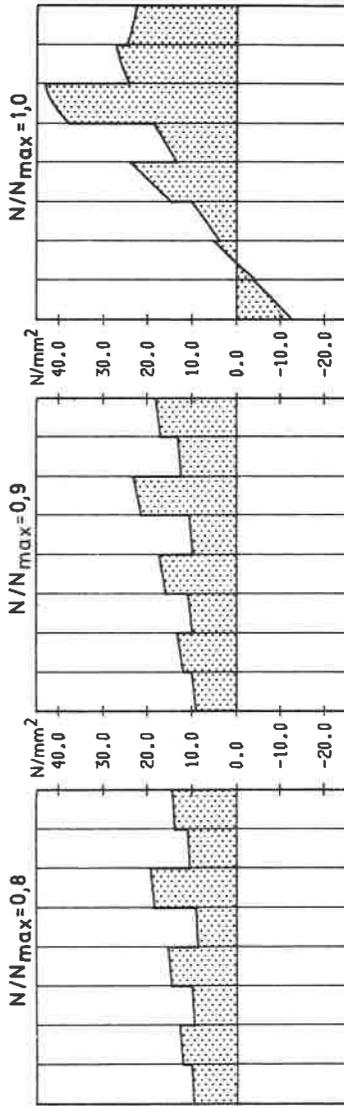


Bild 53: Normalspannungsverteilung für 3 Laststufen; Stütze 2A, Querschnitt Nr. 19

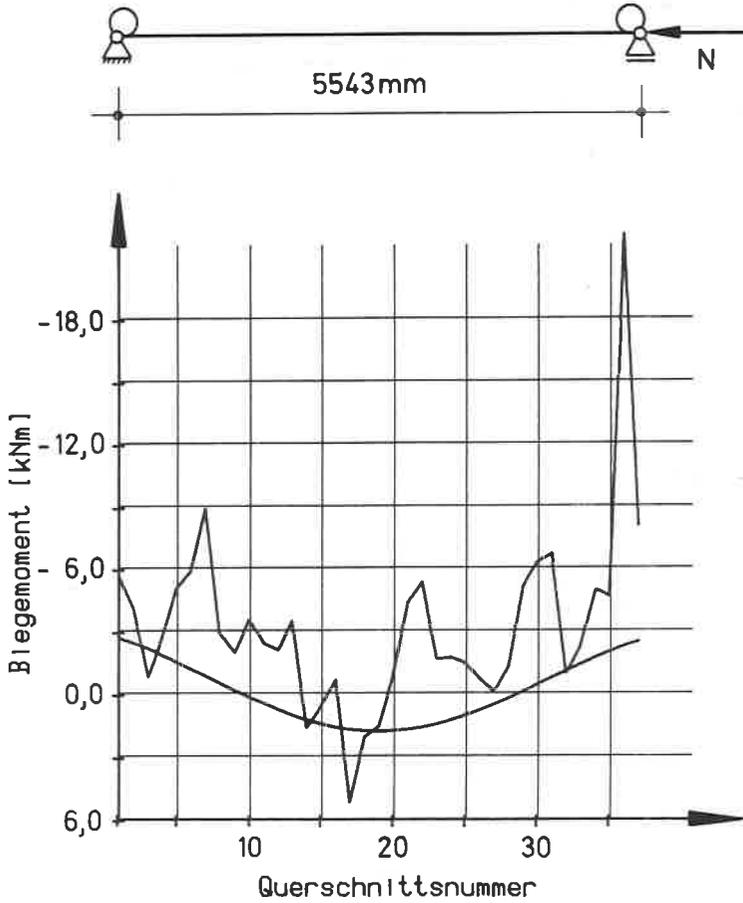


Bild 54: Momentenlinie der Stütze 2B unter der Einwirkung der Traglast; gefährdeter Querschnitt Nr. 36

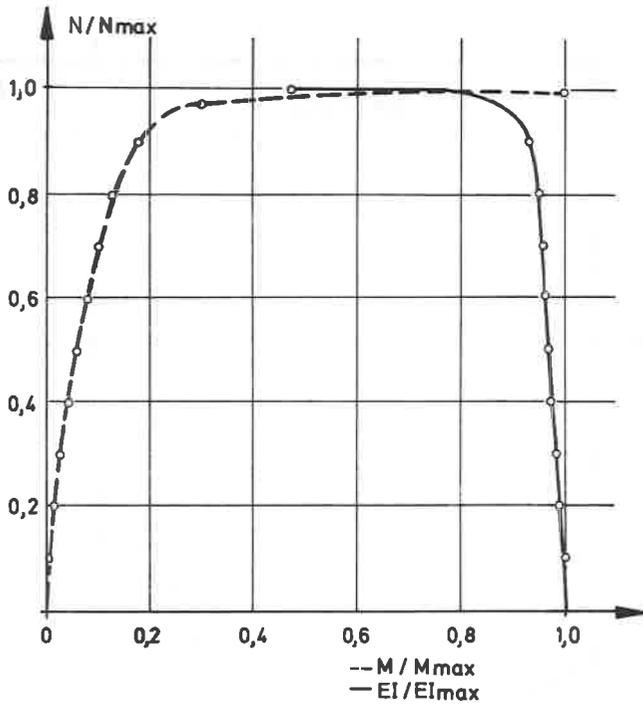


Bild 55: Biegesteifigkeits- und Momentenverlauf in Abhängigkeit von der Normalkraft; Stütze 2B, Querschnitt Nr. 36

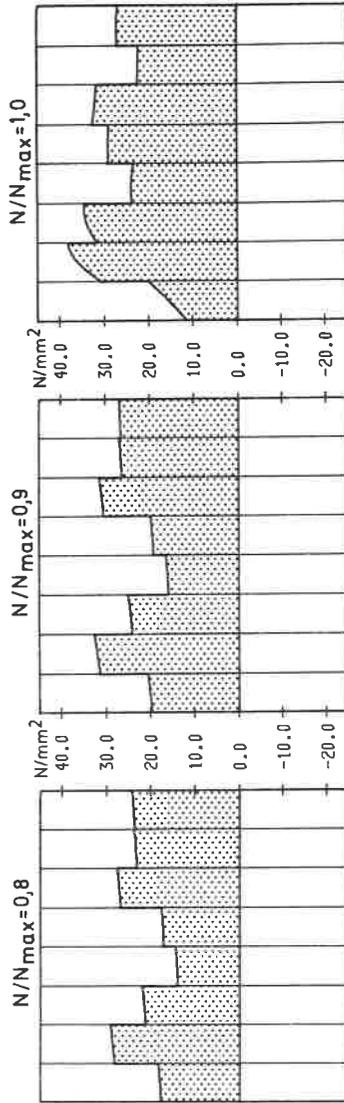


Bild 56: Normalspannungsverteilung für 3 Laststufen; Stütze 2B, Querschnitt Nr. 36

7 Traglasten von Brettschichtholzstützen

Zur Ermittlung der Traglasten gelenkig gelagerter Einfeldstützen wurden umfangreiche Simulationsrechnungen durchgeführt, deren Auswertung die Traglastkurven - Mittelwert und 5 %-Fraktile - liefern. Verschiedene Parameter, die einen Einfluß auf die Gestalt der Traglastkurven ausüben, werden nachfolgend diskutiert.

7.1 Stützenabmessungen

Da die Schlankheit einer Rechteckstütze außer von den Lagerungsbedingungen nur vom Verhältnis Stützhöhe zu Querschnittshöhe abhängt, kann einer dieser Werte für eine bestimmte Schlankheit prinzipiell frei gewählt werden. Im Abschnitt 6.2.1 wurde die Lamellendicke auf 30 mm festgelegt; die Querschnittshöhe wird daher als vielfaches der Lamellendicke bestimmt und die Stützhöhe danach berechnet. Die Anzahl der Lamellen im Querschnitt sollte für eine wirklichkeitsnahe Simulation den tatsächlich im Bauwerk vorkommenden Verhältnissen entsprechen und wird einheitlich auf 7 festgelegt. Bei den MeBreihen zur Ermittlung der geometrischen Imperfektionen wurden Brettschichtholzstützen mit Querschnittsabmessungen zwischen 12 und 24 cm - dies entspricht einer Lamellenzahl zwischen 4 und 8 Lamellen untersucht.

Wie aus den Grenztragfähigkeitskurven der Brettschichtholzquerschnitte hervorgeht, nehmen die Streuungen mit zunehmender Lamellenanzahl ab, während der Mittelwert nahezu unverändert bleibt. Probe-rechnungen haben gezeigt, daß auch die 5 %-Fraktile der Traglastspannungen einer bestimmten Stützenschlankheit mit steigender Lamellenzahl im Querschnitt anwächst, obwohl dem traglaststeigernden Laminierungseffekt großer Lamellenzahlen ein gegenläufiger Längeneffekt gegenübersteht. Da die Druckstäbe für das Rechenmodell ein-

heitlich in 15 cm lange Teilstäbe unterteilt werden, wächst die Anzahl der Querschnitte in Längsrichtung proportional mit der Querschnittshöhe und damit wird auch die Wahrscheinlichkeit eines "schwachen" Querschnitts größer. Dieser Einfluß wird jedoch von den insgesamt zuverlässigeren Querschnitten mit größerer Lamellenzahl überdeckt. Auch wenn man auf der "sicheren Seite" bleiben will, sollte die Lamellenzahl nicht zu klein gewählt werden, da sonst beim Versagen schlanker Stützen, die infolge eines Biegezugbruches der äußeren Lamellen versagen, die Zugfestigkeit der äußeren Lamellenbereiche unterschätzt wird. Die Ursache hierfür liegt in der ungleichmäßigen Beanspruchung der Zuglamellen bei geringen Querschnittshöhen. Während die simulierten Zugfestigkeiten der Lamellenabschnitte auf einer gleichmäßigen Spannungsverteilung in der Lamelle beruhen, d.h. sämtliche Fasern der Lamelle werden durch gleichhohe Zugspannungen beansprucht, tritt dieser für die Lamelle ungünstige Fall im Stützenquerschnitt nicht auf. Hier wird immer nur die äußerste Faser durch die maximale Zugspannung beansprucht und die Spannungen nehmen nach innen ab. Je weniger Lamellen aber im Querschnitt vorhanden sind, desto größer wird der Spannungsunterschied in der Lamelle und die Wahrscheinlichkeit eines Biegezugbruches bei Erreichen der simulierten Zugfestigkeit in der äußersten Faser wird geringer. Da dieser schwer quantifizierbare Volumeneffekt im Rechenprogramm nicht berücksichtigt ist, liegen die Traglasten schlanker Stützen mit geringen Querschnittshöhen zu sehr auf der sicheren Seite. Aus den genannten Gründen wird die Lamellenzahl einheitlich zu 7 bestimmt.

7.2 Anzahl der Simulationen

Es stellt sich die Frage, wieviele Versuche notwendig sind, um gesicherte Resultate einer Monte-Carlo-Simulation zu erhalten. Nach CURRY und FEWELL [32] können auch Stichproben mit über 100 Elementen

noch mit einer erheblichen statistischen Unsicherheit behaftet sein. In [46] wird zur Bestimmung unbekannter Verteilungsfunktionen die erforderliche Spielzahl mit 600 bis 740 angegeben. Betrachtet man die Änderung der 5 %-Fraktile einer Teilstichprobe mit wachsender Stichprobengröße als Maß für die statistische Unsicherheit, so kann durch Versuchsrechnungen der erforderliche Umfang einer Stichprobe abgeschätzt werden. Da die Streuungen der Traglasten von BSH-Stützen mit größer werdender Schlankheit geringer werden, hängt die nötige Spielzahl auch von der Stützenschlankheit ab. Bei den hier vorliegenden Simulationen wurde die Stichprobe als ausreichend groß angesehen, wenn sich die 5 %-Fraktile zweier unabhängiger Teilstichproben um weniger als 1 % unterschieden. Außerdem wurde eine Mindestanzahl von 400 Simulationen pro Gruppe festgelegt, damit auch der Bereich der kleinsten Werte der anzupassenden theoretischen Verteilungsfunktion durch eine ausreichende Zahl von Beobachtungen belegt wird. Dies führte zu Spielzahlen zwischen 400 für große Schlankheiten und 1000 im kleinen Schlankheitsbereich.

7.3 Art der anzupassenden Wahrscheinlichkeitsverteilung

Die Gauß'sche Normalverteilung, die wegen der einfachen Berechnung ihrer Parameter und der allgemeinen Verbreitung in Tabellen in der Vergangenheit oft angewendet wurde, ist aus mehreren Gründen für die Beschreibung der Festigkeitseigenschaften von Holz weniger geeignet: Der Wertebereich erstreckt sich von $-\infty$ bis $+\infty$, für Festigkeitseigenschaften sind negative Werte physikalisch jedoch ausgeschlossen. Der unbegrenzte untere Ast der Verteilung führt nach [47] auch dazu, daß Fraktilwerte bei der Anwendung der Normalverteilung oft zu sehr auf der sicheren Seite liegen. Weiterhin ist die Anpassung an rechtsschiefe oder linksschiefe Stichprobenverteilungen nicht möglich.

Eine Verteilung, die erst bei einer positiven Mindestgröße X_0 beginnt, ist die 3-parametrische Weibullverteilung, die sich in den letzten Jahren zur Beschreibung von Holzfestigkeitswerten im Ingenieurholzbau international durchgesetzt hat. Die Summenhäufigkeitsfunktion lautet:

$$F(X) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{X - X_0}{d} \right)^k \right] \quad (75)$$

Hierin bedeuten:

- d: Skalenparameter
- k: Gestaltparameter
- X_0 : Ortparameter $\hat{=}$ Kleinstwert

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der 3-parametrischen Weibullverteilung wird nachfolgend den Stichproben der Traglasten von BSH-Stützen mit Hilfe einer modifizierten graphischen Methode nach [47] angepaßt. Die Traglastkurven der 5 %-Fraktile sind somit die 5 %-Fraktile der ermittelten Weibullverteilungen.

7.4 Gütesortierung

Die Gütesortierung von Bauholz in der BRD erfolgt nach den Bestimmungen der DIN 4074 [54], die für Bauschnittholz aus Nadelholz 3 Güteklassen unterscheidet:

- ⇒ Güteklasse I: Bauschnittholz mit besonders hoher Tragfähigkeit

- Güteklasse II: Bauschnittholz mit gewöhnlicher Tragfähigkeit
- Güteklasse III: Bauschnittholz mit geringer Tragfähigkeit.

Die Zuordnung von Brettlamellen zu den einzelnen Güteklassen ist wesentlich von der Ästigkeit abhängig, die in der Praxis das eigentliche Sortiermerkmal darstellt, obwohl die Sortierung auch nach vielen anderen Holzfehlern vorgeschrieben ist. In den meisten Holzleimbaubetrieben handelt es sich bei der Festigkeitssortierung um eine visuelle Sortierung, die wegen der Kompliziertheit der DIN 4074 nur bedingt objektiv sein kann - die Einstufung in die einzelnen Güteklassen ist oft von der persönlichen Einschätzung des Sortierenden abhängig. Darüberhinaus kann ein wesentliches Sortiermerkmal der DIN 4074 - die Rohdichte, die eng mit der Festigkeit des Holzes korreliert ist - visuell kaum erfaßt werden. Diese visuelle Sortierung hat zur Folge, daß sich die Brettlamellen für Brettschichtholz in der Ästigkeit kaum unterscheiden, wie die Häufigkeitsverteilungen des KAR-Wertes für Brettlamellen der Güteklasse I und II (Bilder 7, 8) zeigen. Auch bezüglich der Rohdichte wird kaum ein Unterschied zwischen den Güteklassen I und II festzustellen sein, da die Mindestrohndichte für Güteklasse I - nur für diese ist eine Mindestrohndichte vorgeschrieben - bei 20 % Feuchte 400 kg/m^3 beträgt, was einer Darrohndichte von ca. 350 kg/m^3 entspricht. Die kleinsten Werte der Darrohndichte, die GLOS bei seinen Untersuchungen an Brettabschnitten feststellte, lagen bei 330 kg/m^3 , so daß im Hinblick auf die Rohdichte fast alle untersuchten Brettabschnitte die Bedingung der Güteklasse I erfüllten.

Einen Ausweg aus dieser unbefriedigenden Situation bietet die Einführung maschineller Sortiermethoden [48], die in Großbritannien und USA etwa seit 1970 zunehmend angewendet werden und meist auf der Messung des Biege-E-moduls basieren, von dem über Korrelationsbezie-

lungen auf Festigkeitseigenschaften des Holzes geschlossen werden kann. In der BRD darf seit 1980 ein radiometrisches Verfahren zur maschinellen Holzsortierung verwendet werden [49], das die Schwächung der Strahlung eines Radionuklids beim Durchgang durch ein Material zur Bestimmung der Rohdichte benutzt. Mit diesem Gerät läßt sich einmal die Mindestrohichte der Bretter für Güteklasse I kontrollieren, zum anderen kann aus Rohdichteunterschieden im Verlauf des Brettes - gemessen wird in Abständen von 3 mm - die Ästigkeit bestimmt werden, da das Astholz eine erheblich höhere Rohdichte als das astfreie Holz aufweist. Mit Hilfe dieser maschinellen Sortiermethode sind prinzipiell auch andere Sortierkriterien - etwa ein höherer Mindestwert für die Rohdichte - möglich, die zu Bauteilen höherer Festigkeitsklassen führen könnten.

Um den Einfluß verschiedener Sortierparameter auf die Elastizitäts- und Festigkeitseigenschaften von Brettlamellen abzuschätzen, wurden die charakteristischen Größen der Lamellenarbeitslinien für verschiedene Gütebedingungen jeweils 10.000 mal simuliert und statistisch ausgewertet. Als Ergebnis sind in Tabelle 5 Mittelwert und Variationskoeffizient der sechs charakteristischen Größen Druckelastizitätsmodul, Druckfestigkeit, asymptotische Endfestigkeit, Bruchstauchung, Zugelastizitätsmodul und Zugfestigkeit dargestellt. Die erste Zeile zeigt die charakteristischen Größen für Güteklasse II, wie sie im Abschnitt 5.7 ermittelt wurden. In den Zeilen 2 bis 4 wurde ein Mindestwert für die Darrohichte mit 400, 420 bzw. 450 kg/m³ angenommen. Als Ergebnis kann festgehalten werden, daß sowohl Elastizitätsmoduln als auch Festigkeitswerte mit steigender Mindestrohichte im Mittel immer größer werden, während die Streuungen gleichzeitig abnehmen. Zeile 5 zeigt die Werte der charakteristischen Größen für druckholzfremde Bretter der Güteklasse II - hier zeigt sich ebenfalls eine Verbesserung gegenüber der gewöhnlichen Güteklasse II. In den Zeilen 6 bis 9 sind die entsprechenden Größen für Bretter mit der Ästigkeitsverteilung der Güteklasse I, ebenfalls

Tabelle 5: Charakteristische Verteilungswerte für Kenngrößen von Lamellenarbeitslinien

Mittelwert Variations- koeffizient %	Druckelastizitäts- modul E_D N/mm ²	Druckfestigkeit σ_{dB} N/mm ²	asymptotische Endfestigkeit σ_{dBA} N/mm ²	Bruchstauchung ϵ_{dB} ‰	Zugelastizitäts- modul E_Z N/mm ²	Zugfestigkeit σ_{ZB} N/mm ²
KAR Gk1. II	<u>12270</u> 20	<u>35,5</u> 20	<u>30,0</u> 17	<u>3,74</u> 15	<u>13110</u> 24	<u>55,4</u> 30
KAR Gk1. II $\rho_o \geq 400 \text{ kg/m}^3$	<u>12940</u> 17	<u>35,9</u> 17	<u>30,3</u> 15	<u>3,63</u> 15	<u>13960</u> 22	<u>58,3</u> 29
KAR Gk1. II $\rho_o \geq 420 \text{ kg/m}^3$	<u>13570</u> 16	<u>38,1</u> 15	<u>32,1</u> 12	<u>3,67</u> 14	<u>14470</u> 21	<u>60,0</u> 28
KAR Gk1. II $\rho_o \geq 450 \text{ kg/m}^3$	<u>14530</u> 14	<u>41,2</u> 15	<u>34,4</u> 12	<u>3,72</u> 15	<u>15460</u> 21	<u>63,1</u> 27
KAR Gk1. II d = 0	<u>13020</u> 18	<u>37,2</u> 18	<u>31,1</u> 15	<u>3,65</u> 13	<u>13300</u> 24	<u>56,0</u> 30
KAR Gk1. I	<u>12410</u> 20	<u>35,4</u> 19	<u>29,9</u> 17	<u>3,68</u> 14	<u>13400</u> 24	<u>56,8</u> 29
KAR Gk1. I $\rho_o \geq 400 \text{ kg/m}^3$	<u>13210</u> 17	<u>37,9</u> 18	<u>31,8</u> 16	<u>3,72</u> 16	<u>14060</u> 21	<u>59,2</u> 27
KAR Gk1. I $\rho_o \geq 420 \text{ kg/m}^3$	<u>13720</u> 15	<u>38,6</u> 15	<u>32,3</u> 12	<u>3,65</u> 14	<u>14740</u> 21	<u>61,6</u> 27
KAR Gk1. I $\rho_o \geq 450 \text{ kg/m}^3$	<u>14800</u> 14	<u>42,7</u> 14	<u>35,4</u> 12	<u>3,74</u> 14	<u>15680</u> 20	<u>64,5</u> 26

für steigende Werte der Mindestrohddichte, eingetragen. Die Tendenz ist dieselbe wie bei Güteklasse II - steigende Mittelwerte und abnehmende Streuungen bei wachsender Mindestrohddichte - die Absolutwerte für Festigkeiten und Elastizitätsmoduln liegen aber erwartungsgemäß nur unwesentlich über denjenigen der Güteklasse II. Um eine wesentliche Steigerung der Brettqualität über die jetzige Güteklasse II hinaus zu erreichen, scheint daher eine höhere Mindestdarrohddichte als 350 kg/m^3 notwendig.

7.5 Traglastkurven für Güteklasse II

Die Auswertung der Traglastberechnungen für Brettschichtholzstützen der Güteklasse II ist in den nachfolgenden Bildern 57 bis 65 dargestellt. Im Diagramm der Traglastspannungen für planmäßig mittig belastete Stützen ($m = 0$) sind zum Vergleich die Traglastspannungen nach der Elastizitätstheorie mit den Annahmen nach [44] und die Traglastspannungen nach [4] für die Holzfestigkeitsklasse C 4 aufgetragen. Die Wahrscheinlichkeitsdichten der angepaßten Weibullverteilungen zeigen deutlich, daß die Streuungen mit kleiner werdender Schlankheit zunehmen. Dies trifft auch für den Variationskoeffizienten zu, der von etwa 7 % bei $\lambda = 200$ auf 10 % bei $\lambda = 10$ ansteigt. Traglastkurven für planmäßig exzentrisch angreifende Normalkraft wurden für Exzentrizitätsmaße $m = 1$ und $m = 3$ mit

$$m = \frac{e}{k} \approx \frac{\text{planmäßige Exzentrizität}}{\text{Kernweite}}$$

ermittelt. Zum Vergleich sind die entsprechenden Traglastspannungen nach [4] für die Klasse C 4 dargestellt.

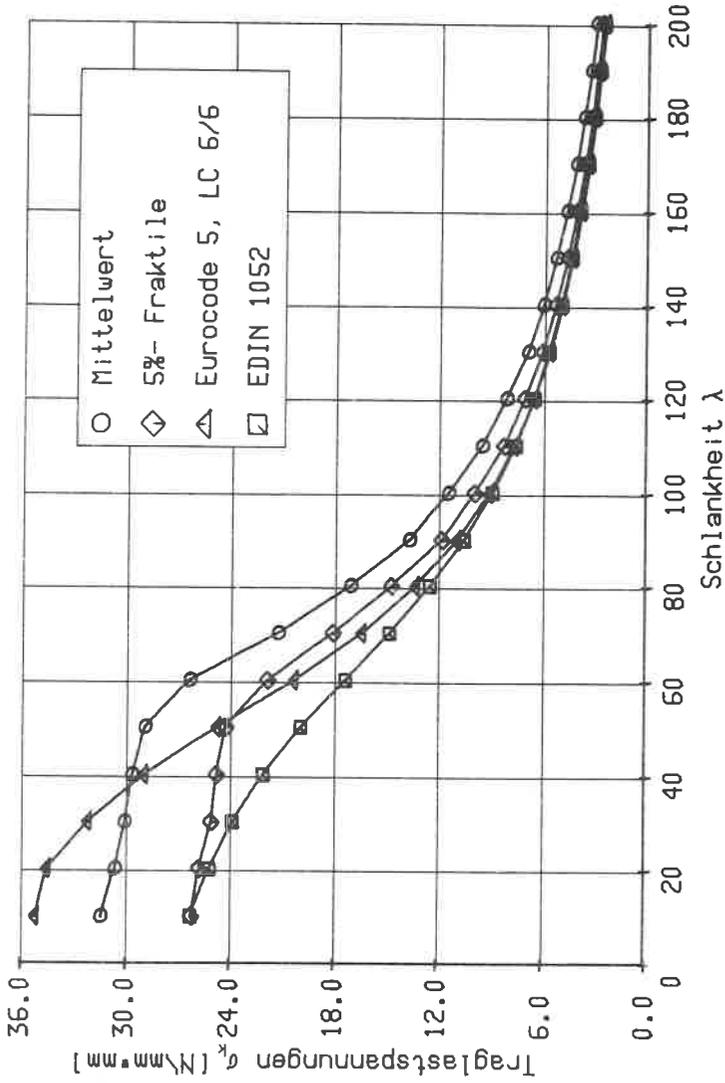


Bild 57: Traglastspannungen gelenkig gelagerter Stützen aus Brettschichtholz, Güteklasse II, $m = 0$

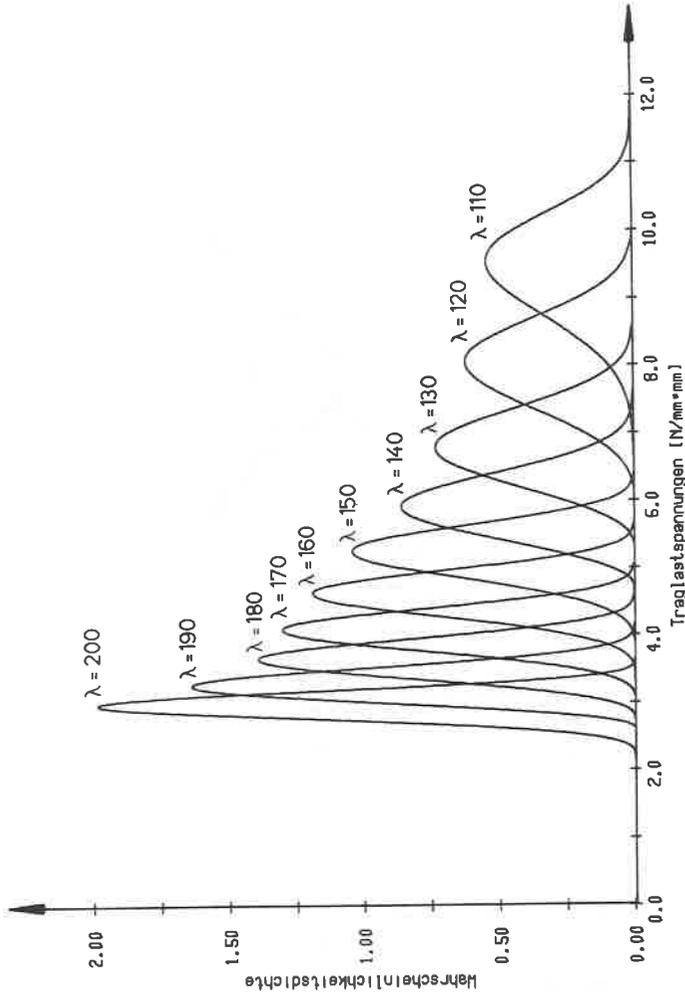


Bild 58: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 0$

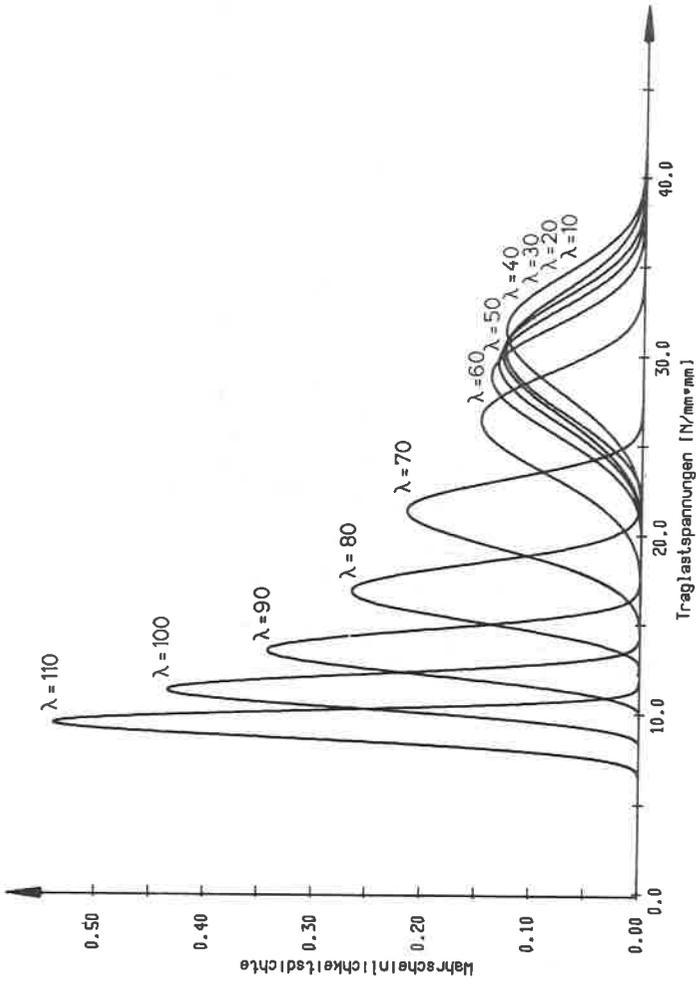


Bild 59: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 0$

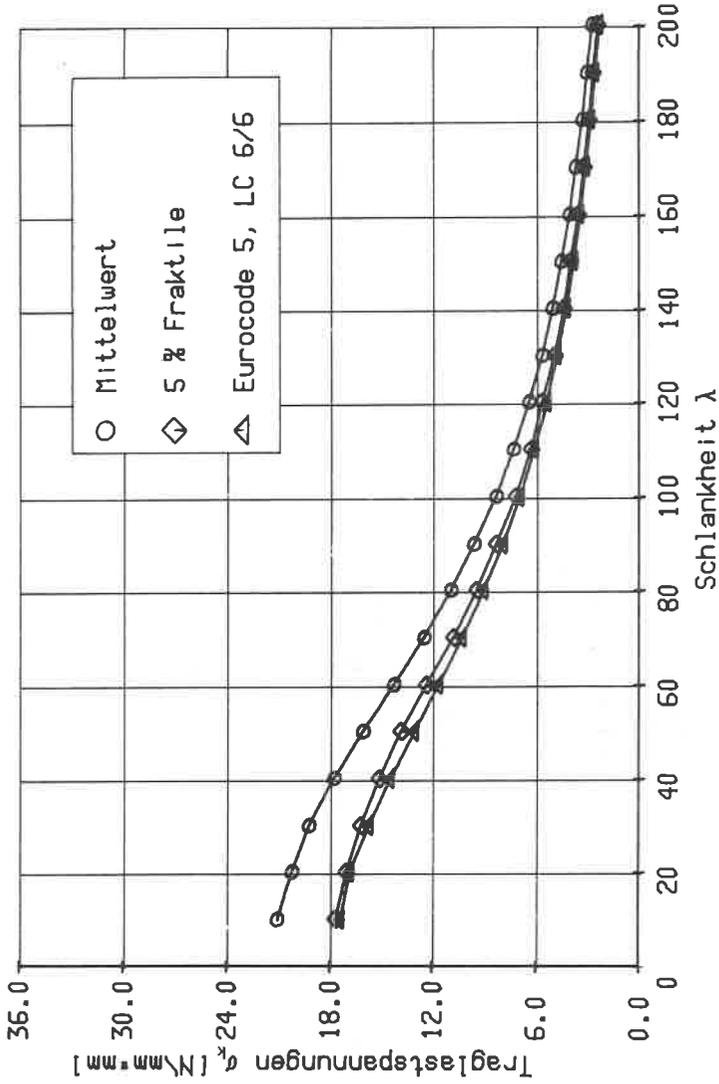


Bild 60: Traglastspannungen gelenkig gelagerter Stützen aus Brettschichtholz, Güteklasse II, $m = 1$

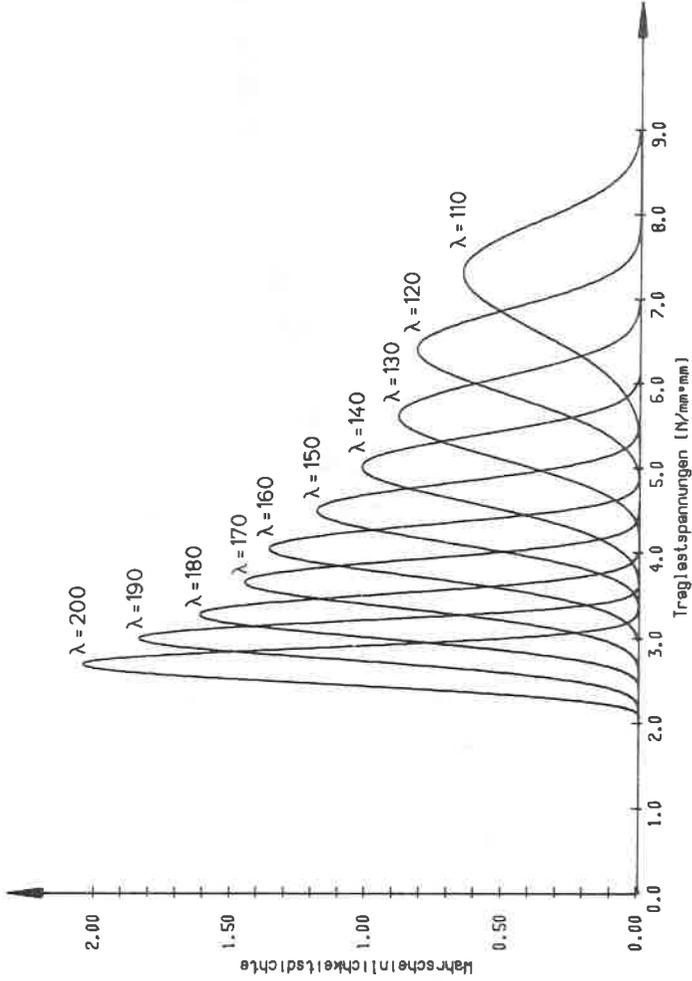


Bild 61: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 1$

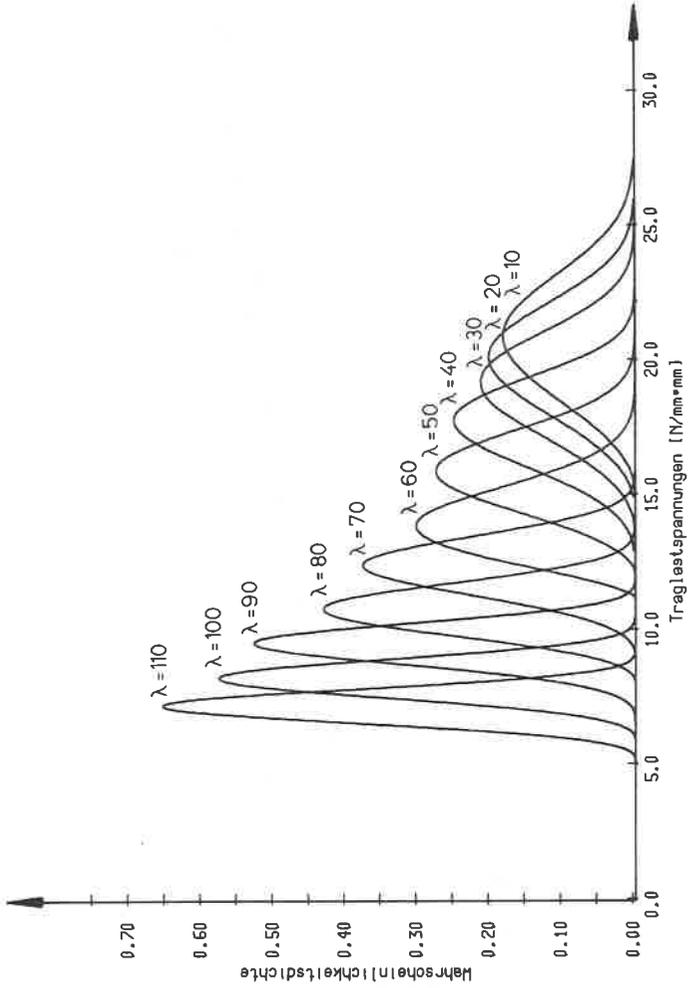


Bild 62: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 1$

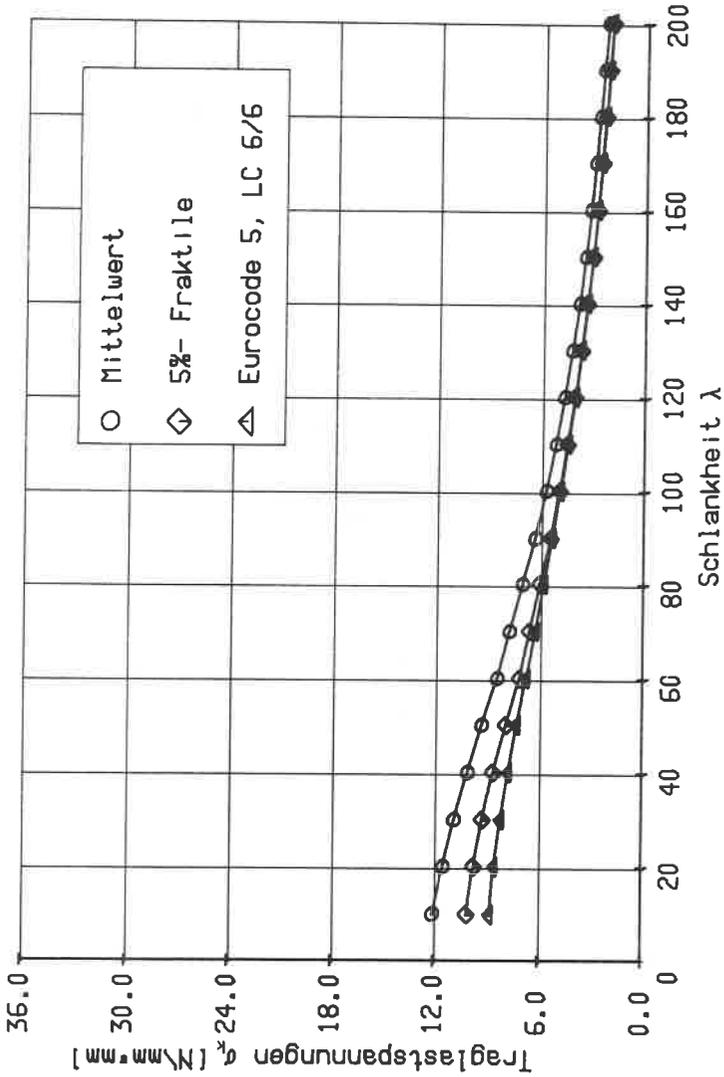


Bild 63: Traglastspannungen gelenkig gelagerter Stützen aus Brettschichtholz, Güteklasse II, $m = 3$

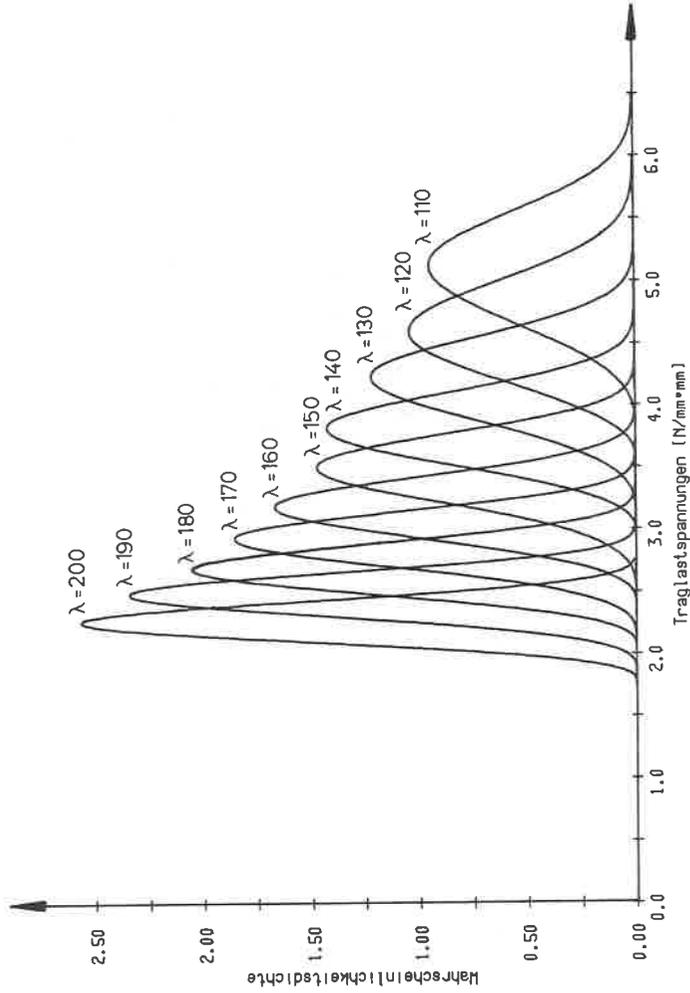


Bild 64: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 3$

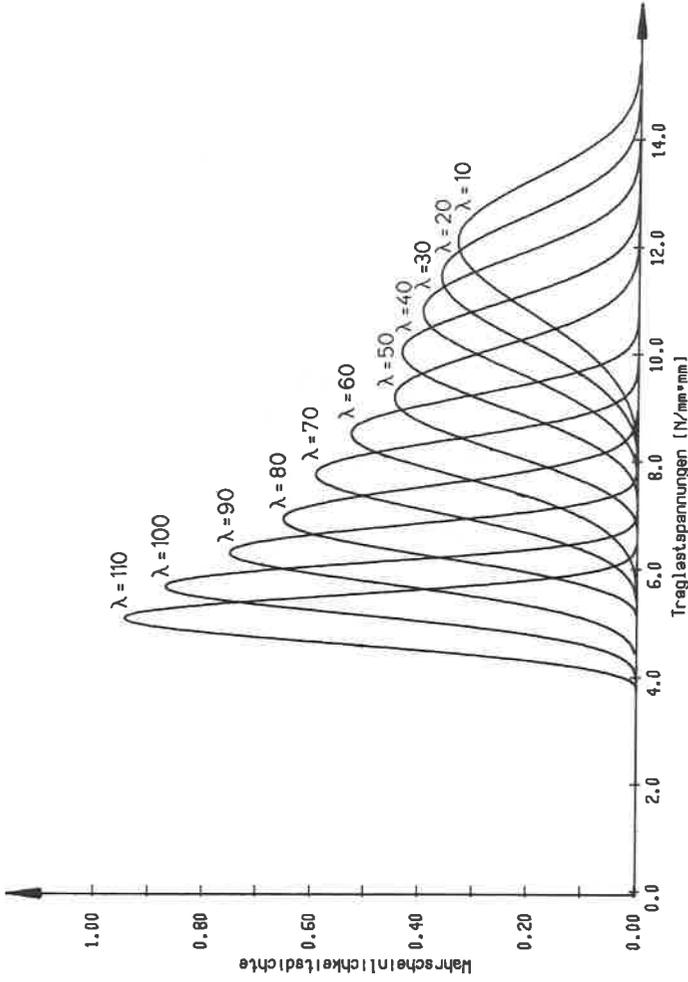


Bild 65: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse II, $m = 3$

7.6 Traglastkurven für Güteklasse I

Da die Ästigkeit bei visueller Sortierung von Brettlamellen in der Praxis das einzige Merkmal für die Einteilung in verschiedene Güteklassen darstellt und sich die Häufigkeitsverteilung des KAR-Wertes der Güteklasse I nicht wesentlich von derjenigen der Güteklasse II unterscheidet (Bilder 7, 8, 9), sind auch für die Traglastspannungen von Holzdruckstäben aus Brettschichtholz der Güteklasse I keine signifikant höheren Werte als für Stützen der Güteklasse II zu erwarten. Bild 66 zeigt den Verlauf der Traglastspannungen - Mittelwert und 5 %-Fraktile - denen die Ästigkeitsverteilung von Brettlamellen der Güteklasse I zugrundeliegt. Im Vergleich zu den Traglastkurven der Güteklasse II liegt der Mittelwert der Traglastspannungen 1,4 % und die 5 %-Fraktile 1,5 % höher - diese kleinen Differenzen können die bestehenden Unterschiede bei den zulässigen Beanspruchungen nicht rechtfertigen. Erst die zusätzliche Berücksichtigung des Sortierparameters Rohdichte führt - abhängig vom festgelegten unteren Grenzwert - zu deutlichen Traglaststeigerungen. In den Bildern 67 bis 69 sind die Traglastkurven und die den Stichproben angepaßten Weibullverteilungen für Stützen aus Lamellen der Güteklasse I mit einer Mindestdarrohichte von 420 kg/m^3 dargestellt. Der Mittelwert der Traglastspannungen liegt etwa 13 % höher als bei Güteklasse II, während die 5 %-Fraktile als Folge der geringeren Streuungen der Kenngrößen der Arbeitslinie um 16 % höher liegt. Für Brettschichtholzdruckstäbe der Güteklasse I scheint daher eine höhere Mindestrohichte als die zur Zeit gültige notwendig, auch wenn durch eine zusätzliche Sortierung nach der Rohdichte die Brettlamellen der Güteklasse II im Bezug auf Festigkeits- und Elastizitätseigenschaften im Mittel schlechter werden.

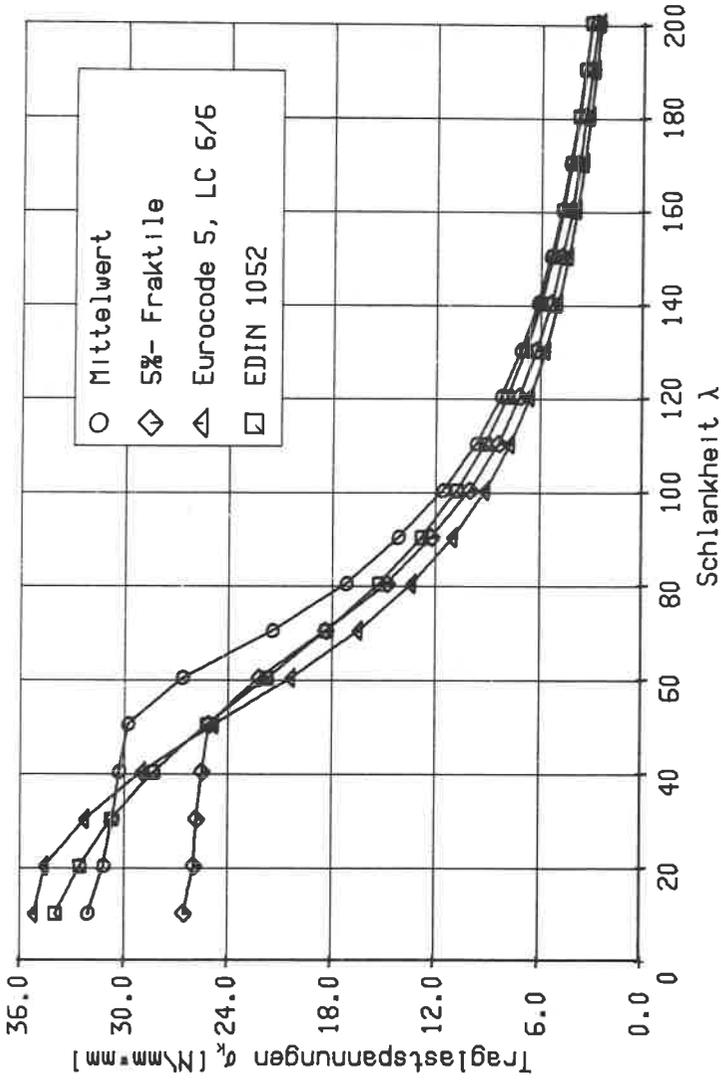


Bild 66: Traglastspannungen gelenkig gelagerter Stützen aus Brettschichtholz, Güteklasse I, $m = 0$

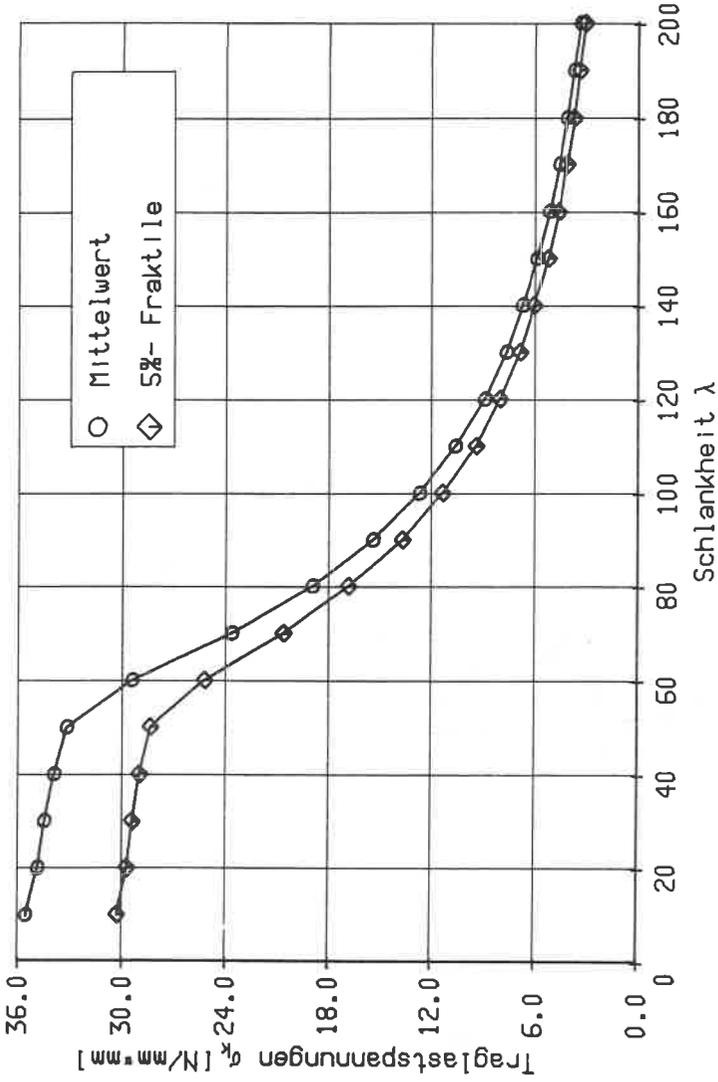


Bild 67: Traglastspannungen gelenkig gelagerter Stützen aus Brettschichtholz, Güteklasse I, $m = 0$, $\rho_0 > 420 \text{ kg/m}^3$

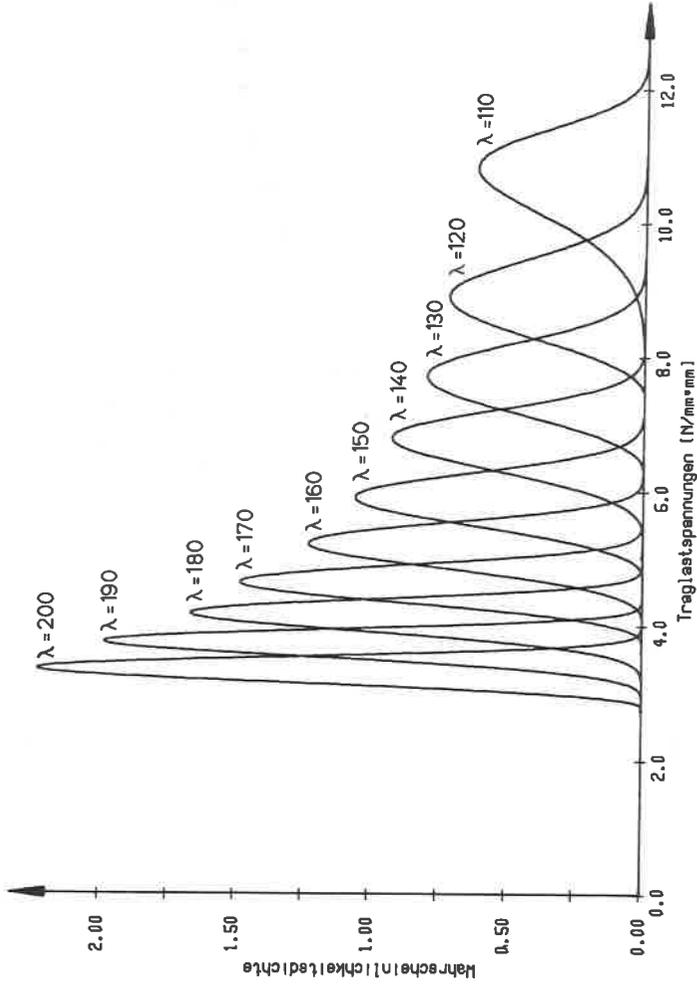


Bild 68: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse I, $m = 0$, $\rho_0 > 420 \text{ kg/m}^3$

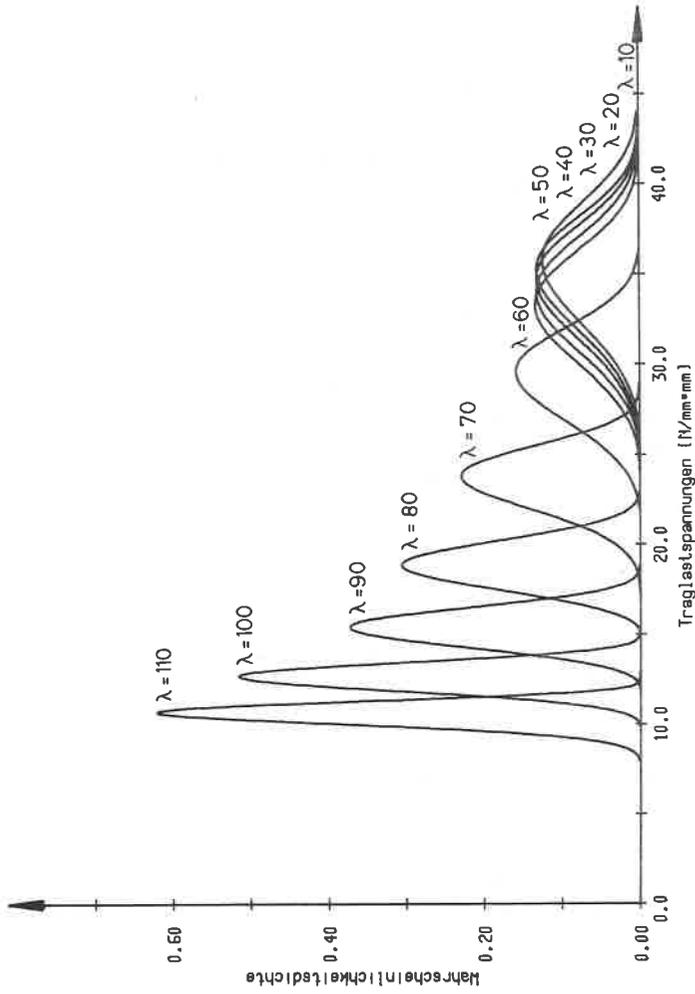


Bild 69: Funktionen der Wahrscheinlichkeitsdichte der Traglastspannung, Güteklasse I, $m = 0$, $\rho_0 > 420 \text{ kg/m}^3$

7.7 Vergleich der Traglastspannungen mit den zulässigen Spannungen

Betrachtet man die 5 %-Fraktilen der Traglastspannungen als charakteristische Festigkeitswerte für Brettschichtholzstützen, so liefert der Vergleich mit den zulässigen Spannungen nach DIN 1052 [1] eine Aussage über das bestehende Sicherheitsniveau. Die Darstellung der Sicherheitszahl γ , definiert als

$$\gamma = \frac{\text{5 \% Fraktile der Traglastspannung}}{\text{zulässige Spannung nach DIN 1052 [30], LFH}}$$

zeigen die Bilder 70 und 71 für verschiedene Güteklassen und Exzentrizitätsmaße m . Obwohl den zulässigen Spannungen nach [44] für den Schlankheitsbereich zwischen $\lambda = 0$ und $\lambda \cong 75$ ein mit zunehmender Schlankheit abfallender Sicherheitsbeiwert zugrunde gelegt ist, steigt die Sicherheitszahl γ für planmäßig mittig belastete Druckstäbe mit der Schlankheit an. Anzustreben ist jedoch ein einheitliches Sicherheitsniveau unabhängig von der Stabschlankheit λ , so daß die Forderung nach einem Sicherheitsabstand von der EULER'schen Knicklast, die bisher die zulässigen Beanspruchungen von Holzdruckstäben im oberen Schlankheitsbereich bestimmte, fallengelassen werden sollte.

Die unverhältnismäßig großen Sicherheitszahlen γ für planmäßig exzentrisch belastete Stützen im unteren Schlankheitsbereich folgen aus der Form der Grenztragfähigkeitskurven für BSH-Querschnitte, aus deren Verlauf sich ein Abfall der Momententragfähigkeit erst für Normalkraftbeanspruchungen oberhalb etwa einem Drittel der Druckfestigkeit ergibt.

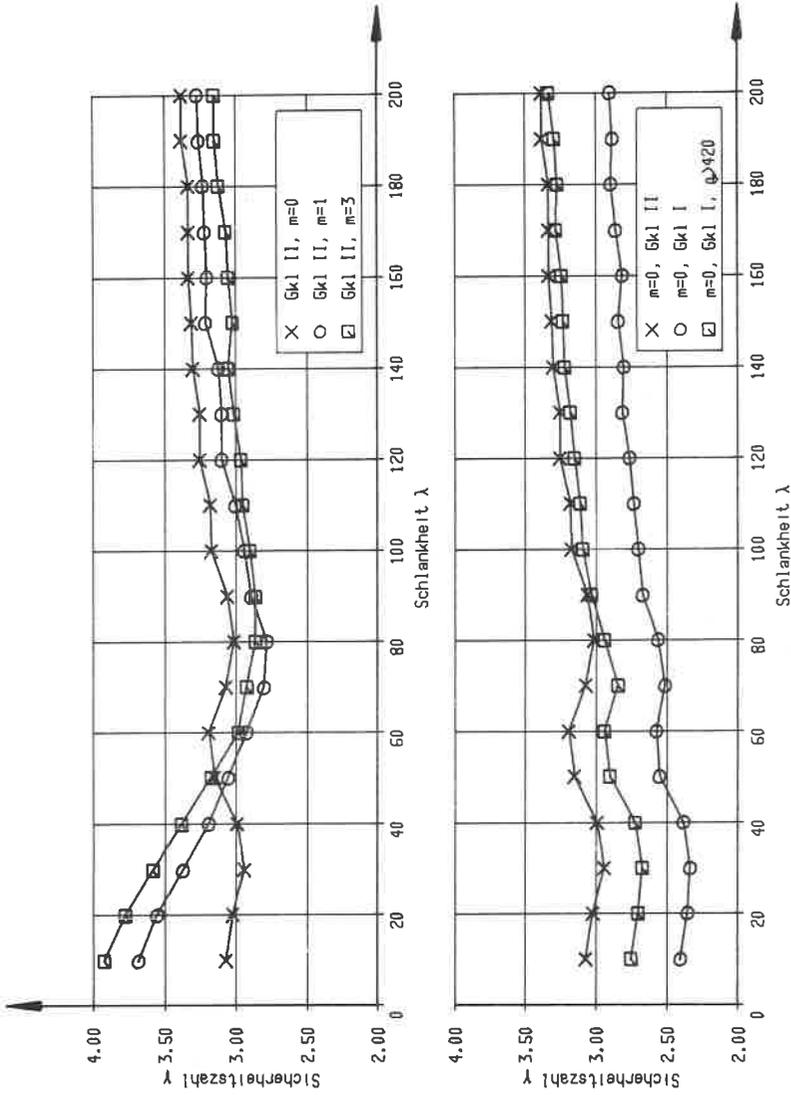


Bild 70: Sicherheitszahlen γ für BSH, Gk1. II

Bild 71: Sicherheitszahlen γ für planmäßig zentrisch belastete BSH-Stützen

8 Berücksichtigung des Kriecheinflusses

Kriechen bedeutet die Abhängigkeit der spannungsbedingten Formänderungen von der Zeit [50]. Besonders unter langandauernder Belastung ergeben sich neben den elastischen Verformungen zusätzliche Kriechverformungen, deren Ausmaß sowohl von der Holzart als auch von der mechanischen und klimatischen Beanspruchung abhängt. Diese zusätzlichen Verformungen führen bei druckbeanspruchten Holzbauteilen zu größeren Biegemomenten nach Theorie II. Ordnung und verringern damit die aufnehmbare Last.

Nachfolgend soll der Einfluß der Kriechverformungen auf die Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz diskutiert werden, um zu einer besseren Abschätzung der Traglastminderung abhängig von den unterschiedlichen kriecherzeugenden Beanspruchungen zu gelangen. Da Kriechversuche mit Brettschichtholz bisher noch selten durchgeführt wurden, basieren die folgenden Annahmen zumeist auf Versuchen mit Vollholz, deren Ergebnisse sich jedoch auf Brettschichtholz übertragen lassen, wenn dieses mit dauerhaften, duroplastischen Klebstoffen hergestellt worden ist [51].

8.1 Einfluß der Beanspruchungsart

Der Kriechfaktor, d.h. das Verhältnis der Gesamtverformungen zu den elastischen Anfangsverformungen weist je nach Art der mechanischen Beanspruchung erhebliche Unterschiede auf [52]. Bei Biegebeanspruchung liegt der Kriechfaktor in der gleichen Größenordnung wie bei Druckbeanspruchung, während das Zugkriechen parallel zur Faser deutlich geringer ist. Dies gilt zumindest für Spannungen, die unterhalb der zulässigen Belastung liegen [51]. Bei Schubbeanspruchung beträgt das relative Kriechen bei Fichtenholz etwa das 2- bis 3-fache des Kriechens bei Biegebeanspruchung.

Erfaßt man zusätzliche Kriechverformungen durch eine Abminderung des Elastizitäts- und Schubmoduls, so sollte den unterschiedlichen Kriechfaktoren durch eine unterschiedliche Abminderung der Elastizitäts- und Schubmoduln für die verschiedenen Beanspruchungsarten Rechnung getragen werden. Zur Berücksichtigung der Beanspruchungsart wird im weiteren folgende Annahme getroffen:

Bezogen auf die elastischen Anfangsverformungen betragen die Kriechverformungen bei Zugbeanspruchung nur die Hälfte derjenigen bei Druck- bzw. Biegebeanspruchung, bei Schubbeanspruchung das 2,5-fache der entsprechenden Werte für Druck oder Biegung.

8.2 Einfluß des Belastungsgrades

Der Belastungsgrad als das Verhältnis von aufgebrachtener Spannung zur Kurzzeitfestigkeit beeinflusst als weiterer wichtiger Parameter das Kriechverhalten des Holzes entscheidend. Hierbei sind zwei Bereiche zu unterscheiden: einmal die Zone des lastproportionalen Kriechens, die bei Fichtenholz im trockenen Innenklima etwa bis zu einem Belastungsgrad von 50 % reicht [51], wobei die Verformungszunahmen mit der Zeit gegen Null streben und ein Bereich oberhalb der Linearitätsgrenze, innerhalb dessen die Kriechkurven einen Wendepunkt aufweisen und unter konstanter Last nach einiger Zeit immer stärkeren Kriechens der Bruch eintritt. Diese Linearitätsgrenze wird im Bauwerk kaum je erreicht, da selbst bei einer dauernden Belastung in Höhe der zulässigen Spannungen lediglich Belastungsgrade zwischen 20 und 30 % auftreten. Für den Fall des lastproportionalen Kriechens, der im weiteren ausschließlich betrachtet werden soll, können Kriechverformungen daher durch eine Abminderung des Elastizitäts- bzw. Schubmoduls in der Form

$$E_t = \frac{E_0}{1 + \varphi \cdot \frac{g}{q}} \quad (76)$$

berücksichtigt werden [51], wobei $\frac{q}{Q}$ das Verhältnis Dauerlast/Gesamtlast bedeutet und damit den Belastungsgrad beinhaltet. Die Größe φ ist eine feuchtigkeitsabhängige Kriechzahl, deren Einfluß im nächsten Abschnitt untersucht wird. Für Fichtenholz entspricht eine Dauerlast in Höhe der zulässigen Spannungen einem Belastungsgrad von etwa 28 % [51], so daß Gleichung (76) auch in folgender Form geschrieben werden kann:

$$E_t = \frac{E_0}{1 + \varphi \cdot \frac{B}{0,28}} \quad (76a)$$

B ist der Belastungsgrad, der als das Verhältnis vorhandene Spannung zur Kurzzeitfestigkeit sowohl über den Querschnitt, als auch in Stützenlängsrichtung veränderlich ist. Für Zug- oder Druckbeanspruchung wird der Belastungsgrad als Verhältniswert Zug- bzw. Druckspannung in Lamellenmitte zur Zugfestigkeit σ_{zB} bzw. Druckfestigkeit σ_{dB} des Lamellenquerschnitts definiert. Die immer vorhandene zusätzliche Biegebeanspruchung der Lamelle wird bei der Ermittlung des Belastungsgrades vernachlässigt. Da in den äußeren Lamellen der Stütze die größeren Zug- oder Druckspannungen auftreten, sind dort auch die Kriechvorgänge stärker ausgeprägt als im Stützeninnern; die Stütze wird also von außen her weicher. Auf die Längsrichtung bezogen, läßt sich dies bei schlanken Stützen für den mittleren Teil feststellen, wo die größten Ausbiegungen und damit auch die größten Zug- und Druckbeanspruchungen vorhanden sind. Diese Art der Berücksichtigung des Kriecheinflusses für Zug- oder Druckbeanspruchung bedeutet, daß Stützen mit relativ kleinen Zug- oder Druckfestigkeiten bei gleicher Beanspruchung größere Kriechverformungen aufweisen als solche mit hohen Festigkeiten und demzufolge deren relative Traglastminderung auch größer ist.

Für Schubbeanspruchung ist der Belastungsgrad gleich dem Verhältnis Größtwert der Schubspannung im Querschnitt zur Schubfestigkeit. Die Schubspannungen werden vereinfacht mit

$$\tau = 1,5 \cdot \frac{Q}{A} \quad (77)$$

berechnet, während die Schubfestigkeit im Mittel zu $4,5 \text{ N/mm}^2$ angenommen wird. Dieser Wert ergibt sich aus der charakteristischen Schubfestigkeit, die für die Festigkeitsklasse LC 6/6 im Eurocode 5 [4] mit

$$f_{v,k} = 2,7 \text{ N/mm}^2$$

angegeben ist, bei einem Variationskoeffizienten $v = 25 \%$. Ähnliche Werte für die mittlere Schubfestigkeit von Fichtenbrettlamellen werden in [35] mitgeteilt.

8.3 Einfluß der Holzfeuchte

Neben der Art der Beanspruchung und dem Belastungsgrad übt das Umgebungsklima und die daraus resultierende Holzfeuchte einen maßgeblichen Einfluß auf das Kriechverhalten des Holzes aus. Für konstantes Normalklima 20/65 - dies entspricht einer Ausgleichsfeuchte im Holz von etwa 12 % - werden in [51] Kriechfaktoren α_t nach ca. 11 Jahren von im Mittel 1,5 für konstante Biegebeanspruchung angegeben. Entsprechende Werte für natürliches Außenklima unter Dach - die Holzfeuchte wird sich hier zwischen 12 % und 18 % bewegen - schwanken in einem breiten Bereich. Die Spannweite der Kriechfaktoren wurde für eine derartige Klimabeanspruchung zwischen ca. 2,5 und 5,0 ermit-

telt. In diesem Fall wirkt sich eine stärker wechselnde Holzfeuchte zusätzlich ungünstig auf das Kriechverhalten aus: Vollholz kriecht unter hoher, aber konstanter Feuchte weniger als im Wechselklima mit gleichem Feuchtemaximum. Leider liegen bis heute zu wenige Versuchsergebnisse vor, um den Einfluß des Wechselklimas auf das Kriechverhalten rechnerisch zuverlässig zu erfassen, so daß folgender Ansatz zur Berücksichtigung der Holzfeuchte gewählt wird:

$$\alpha_t(u) = \frac{5}{12} u - 2,5 \quad (u \text{ in } \%) \quad (78)$$

Daraus ergeben sich die Kriechzahlen φ zu

$$\varphi(u) = \frac{5}{12} u - 3,5 \quad (78a)$$

für $t \rightarrow \infty$

8.4 Ansatz zur Berücksichtigung des Kriecheinflusses

Holzdruckstäbe, die längere Zeit durch eine Dauerlast beansprucht werden, erfahren außer den sofortigen Ausbiegungen, deren Größe mit dem im Abschnitt 6 dargestellten Verfahren berechnet werden können, zusätzliche Verformungen aus Kriechen, die für die Zeit $t \rightarrow \infty$ asymptotisch gegen einen Grenzwert streben. Die Gesamtausmitte einer Stütze unter Dauerlast läßt sich für den Zeitpunkt t nach [53] in vier Anteile zerlegen:

$$y_t = y_0 + \Delta y_0 + \Delta y_{t,\varphi} + \Delta y_{t,e} \quad (79)$$

- mit y_0 spannungslose Vorverformung der geometrischen Stabachse
- Δy_0 Durchbiegung nach Theorie II. Ordnung aus der aufgebrauchten Last
- $\Delta y_{t,\varphi}$ Zuwachs der Durchbiegungen aus Kriechverformungen des Holzes während der Belastungsdauer
- $\Delta y_{t,e}$ Durchbiegung nach Theorie II. Ordnung infolge der kriechbedingten zusätzlichen Verformungen.

Wird die Stütze entlastet, gehen die Verformungsanteile Δy_0 und $\Delta y_{t,e}$ zurück; es verbleibt eine spannungslose Vorverformung

$$y = y_0 + \Delta y_{t,\varphi}$$

die bei einer Wiederbelastung der Stütze anzusetzen ist. Der Einfluß der Kriechverformungen auf die Traglast einer Stütze kann somit durch den Ansatz einer zusätzlichen Kriechausmitte $\Delta y_{t,\varphi}$ berücksichtigt werden.

8.4.1 Ermittlung der Gesamtverformung y_t

Die Ermittlung der Gesamtverformung einer Stütze unter einer vorgegebenen Last ohne Berücksichtigung von Kriecheinflüssen ist im Abschnitt 6.4.2 beschrieben. Zusätzliche Kriechverformungen werden im Rahmen der Steifigkeitsiteration durch eine Verzerrung der Arbeitslinien des Holzes für Druck-, Zug- und Schubbeanspruchung abhängig von Beanspruchungsart, Belastungsgrad und Holzfeuchte in Ansatz gebracht:

$$E_{d\varphi} = \frac{E_d}{1 + \alpha_d \cdot \varphi(u) \cdot \frac{B(\sigma_d)}{0,28}} \quad (80)$$

$$\epsilon_{dB\varphi} = \epsilon_{dB} (1 + \alpha_d \cdot \varphi(u) \cdot B(\sigma_d)/0,28) \quad (81)$$

$$E_{z\varphi} = \frac{E_z}{1 + \alpha_z \cdot \varphi(u) \cdot B(\sigma_z)/0,28} \quad (82)$$

$$G_{\varphi} = \frac{G}{1 + \alpha_s \cdot \varphi(u) \cdot B(\tau)/0,28} \quad (83)$$

mit

α_d	= 1	Berücksichtigung
α_z	= 0,5	der
α_s	= 2,5	Beanspruchungsart

$B(\sigma_d)$	= σ_d/σ_{dB}	Berücksichtigung
$B(\sigma_z)$	= σ_z/σ_{zB}	des
$B(\tau)$	= τ_{max}/τ_u	Belastungsgrades

$\varphi(u)$	= $\frac{5}{12} u - 3,5$	Berücksichtigung der Holzfeuchte
--------------	--------------------------	----------------------------------

Bild 72 zeigt ein Beispiel für die Verzerrung der Arbeitslinie bei Druckbeanspruchung.

Da der Belastungsgrad eine Funktion der entsprechenden Schnittgrößen ist, die sich mit jedem Iterationsschritt der Steifigkeitsiteration ändern, müssen die Belastungsgrade und damit sämtliche Arbeitslinien der Stütze bei jedem Iterationsschritt neu bestimmt werden. Die Endverformung der Stütze unter Berücksichtigung der Kriechverformungen

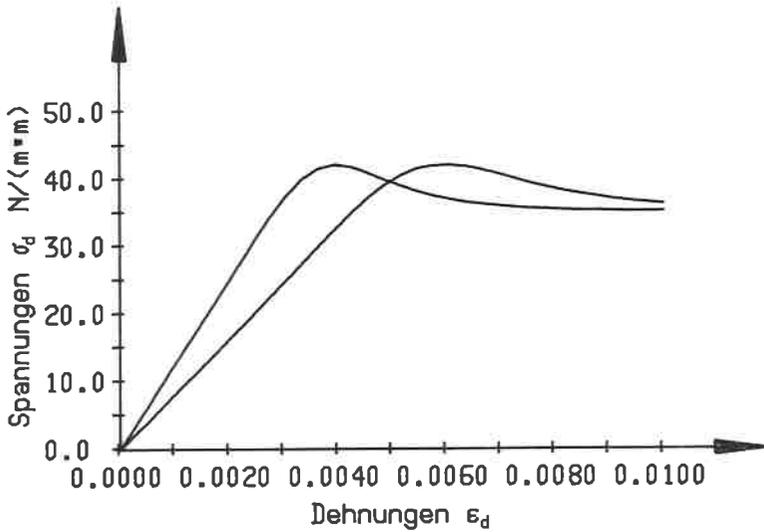


Bild 72: Beispiel für das kriechbedingte Verzerren der Druckarbeitslinie

ist erreicht, wenn die Verformungszunahmen die vorgegebene Genauigkeitsschranke unterschreiten. Mit der so ermittelten Gesamtverformung

$$y_t = y_0 + \Delta y_0 + \Delta y_{t,\varphi} + \Delta y_{t,e} \quad (79)$$

und der Verformung

$$y_{t=0} = y_0 + \Delta y_0 \quad (84)$$

läßt sich unter der Annahme der Gültigkeit des Superpositionsprinzips bei konstanter Normalkraft die vergrößerte spannungslose Vorverformung

$$y = y_0 + \Delta y_{t,\varphi} \quad (85)$$

berechnen:

$$y = y_0 \cdot \frac{y_t}{y_{t=0}} \quad (86)$$

Die Annahme der Gültigkeit des Superpositionsprinzips ist bei Dauerlasten bis etwa zur Hälfte der Traglast gerechtfertigt, da die Druckspannungen im Holz erst bei Lasten in der Nähe der Traglast zu plastischen Verformungen führen.

8.4.2 Ermittlung der Traglastminderung

Die Traglastminderung infolge Kriechens ergibt sich als Differenz der Traglasten einer Stütze einmal mit einer spannungslosen Vorverformung y_0 und zum anderen mit einer spannungslosen Vorverformung $y_0 + \Delta y_{t,\varphi}$ wobei $\Delta y_{t,\varphi}$ die bleibende Verformung der Stütze aus Kriechen unter Dauerlast bedeutet, die mit dem im Abschnitt 8.4.1 dargestellten Verfahren abgeschätzt werden kann. Für den Ansatz der vergrößerten Vorverformungslinie wird näherungsweise eine sinusförmige Stabachse mit der Amplitude

$$y = y_0 \cdot \frac{y_t}{y_{t=0}} \quad (86)$$

zugrundegelegt.

8.5 Beispielrechnungen zur Traglastminderung infolge Kriechen

Am Beispiel einer Brettschichtholzstütze der Güteklasse II mit der Stabschlankheit $\lambda = 60$ und einer Holzfeuchte $u = 18\%$ zeigt Bild 73 den Einfluß des Kriechens auf die Traglast abhängig vom Verhältnis aufgebrauchte Dauerlast zur zulässigen Last. Während für Dauerlasten unterhalb der zulässigen Last ($g/z < 1.0$) der Kriecheinfluß gering bleibt, ist für darüberhinausgehende kriecheerzeugende Beanspruchungen ein rapider Abfall der Traglast festzustellen, bis bei $g/z = 1,14$ die Traglast der aufgebrauchten Dauerlast entspricht.

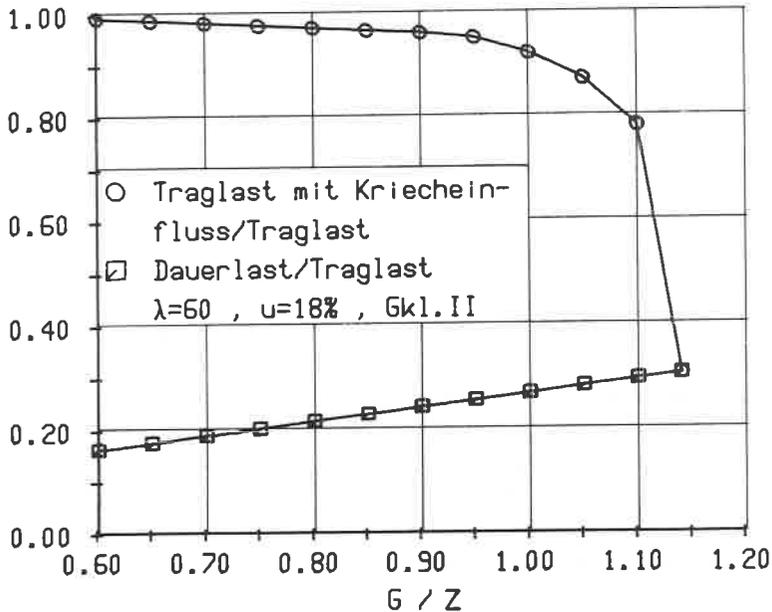


Bild 73: Beispiel für den Einfluß des Kriechens auf die Traglast einer BSH-Stütze

Um den Einfluß der Parameter Holzfeuchte, Stabschlankheit und Verhältnis aufgebrachte Last zur zulässigen Last abzuschätzen, wurden für BSH-Stützen der Güteklassen I und II die obengenannten Parameter variiert und für jede gewählte Kombination eine Gruppe von 10 Stützen berechnet.

Die Bilder 74 und 75 zeigen als Gruppenmittelwerte die kriechbedingten Traglastminderungen als Verhältnismerte Traglast unter Kriecheinfluß zur Traglast ohne Berücksichtigung des Kriechens.

Als Ergebnis der Rechnungen können folgende Tendenzen angegeben werden:

- Der Einfluß der Holzfeuchte macht sich erst oberhalb von 12 % bemerkbar; dies gilt für den gesamten Schlankheitsbereich von $\lambda = 10$ bis $\lambda = 200$ und mindestens bis zu einer Dauerlast in Höhe der 1,1-fachen zulässigen Last.
- Dauernd wirkende Beanspruchungen von weniger als 60 % der zulässigen Belastung haben fast keinen Einfluß auf die Traglasten von BSH-Stützen. Die Auswirkungen höherer Dauerlasten sind von Feuchtegehalt und Schlankheit abhängig.
- Kriechbedingte Traglastminderungen sind sehr stark von der Stabschlankheit abhängig. Bei gedrungeneren Stäben - etwa bis $\lambda = 40$ - sind keine Auswirkungen des Kriechens auf die Traglastspannungen feststellbar, da in diesem Bereich vor allem die Druckfestigkeit und nicht die Elastizitäts- und Schubmoduln für die Größe der aufnehmbaren Lasten maßgebend sind.

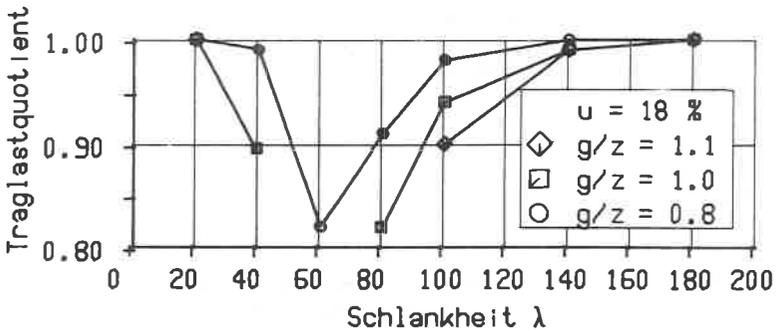
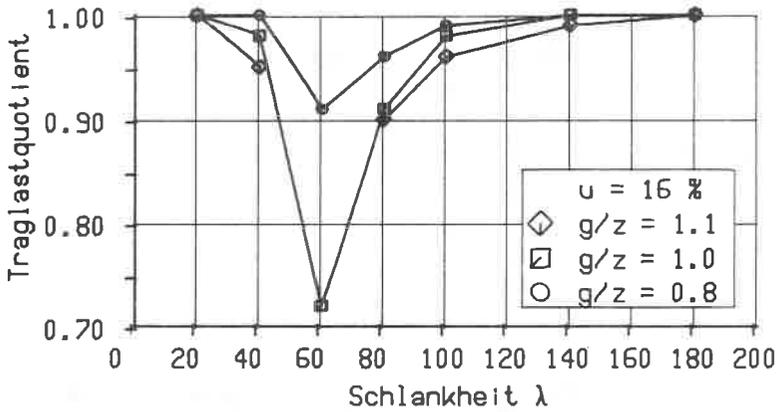
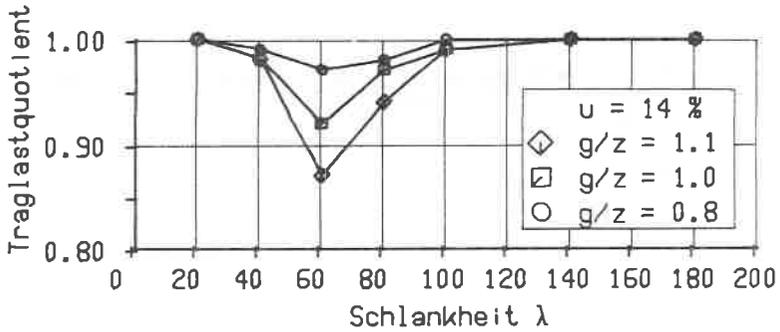


Bild 74: Verhältnis der Traglast unter Berücksichtigung des Kriechens zur Kurzzeittraglast für Güteklasse I - nur überlebende Stützen

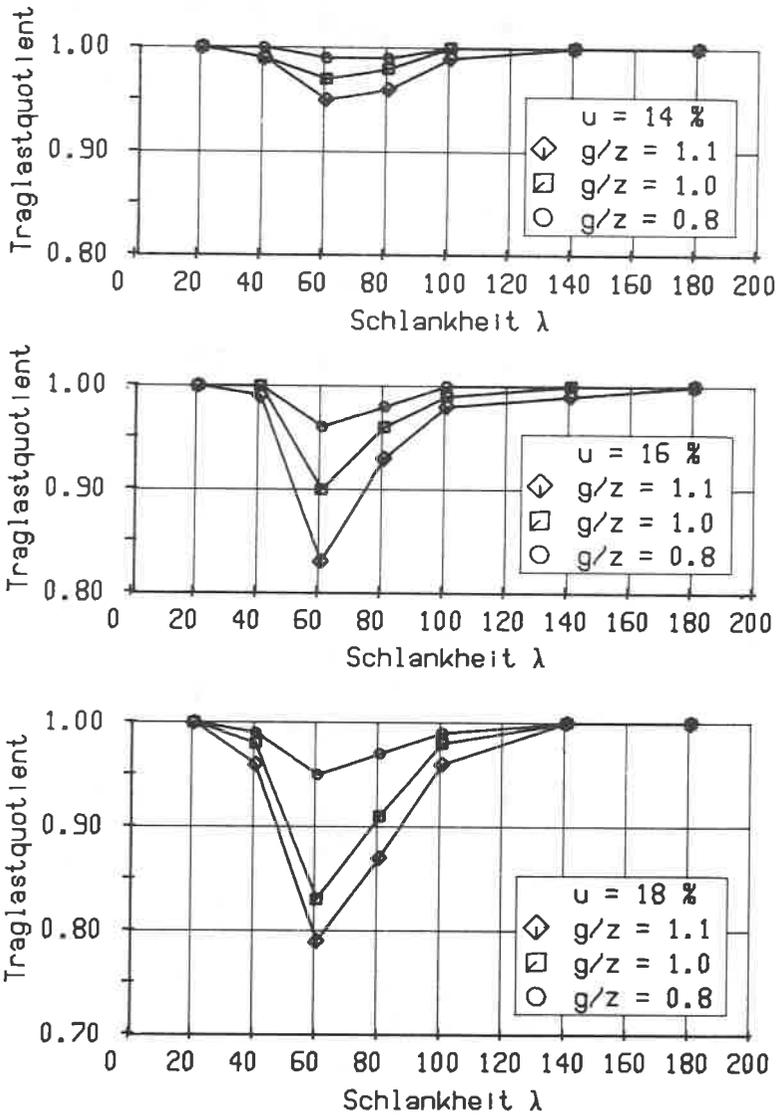


Bild 75: Verhältnis der Traglast unter Berücksichtigung des Kriechens zur Kurzzeittraglast für Güteklasse II - nur überlebende Stützen

Bei sehr schlanken Stäben - etwa oberhalb $\lambda = 100$ - wirken sich Kriecheffekte ebenfalls kaum aus, da die sehr geringen vorhandenen Beanspruchungen bezogen auf die Kurzzeitfestigkeit des Materials nur eine geringe Abminderung der Elastizitätskonstanten bewirken. Es zeigt sich, daß unabhängig von Feuchtegehalt und Dauerlastanteil die größten kriechbedingten Traglastminderungen im Bereich der Schlankheit $\lambda = 60$ auftreten. Bei hohen Werten von Feuchtegehalt und Dauerlastanteil versagten hier alle 10 simulierten Stützen der Güteklasse I unterhalb der zulässigen Last.

- Die Güteklasse hat ebenfalls einen großen Einfluß auf die Traglastminderung, solange der Unterschied bei den zulässigen Beanspruchungen nicht durch entsprechende Unterschiede bei den Materialeigenschaften begründet ist. Bei der gegenwärtigen Praxis der Gütesortierung sind Brettschichtholzstützen der Güteklasse I erheblich kriechgefährdeter als diejenigen der Güteklasse II.

Es scheint daher angemessen, den Einfluß des Kriechens auf die Traglasten druckbeanspruchter Brettschichtholzstäbe durch eine Abminderung der zulässigen Beanspruchung, abhängig von Schlankheit, Dauerlastanteil, Umgebungsklima und Güteklasse, zu berücksichtigen.

9 Zusammenfassung

Zur Abschätzung des bestehenden Sicherheitsniveaus druckbeanspruchter Brettschichtholzstäbe wurde ein Rechenmodell entwickelt, das unter Berücksichtigung aller wichtigen Einflußgrößen Traglastberechnungen im Rahmen von Monte-Carlo-Simulationen ermöglicht.

Das zugrundeliegende stochastische Modell umfaßt die statistischen Verteilungsfunktionen der wesentlichen Einwirkungsgrößen, die einerseits als strukturelle Imperfektionen Darrohdichte, Ästigkeit, Druckholzanteil, Holzfeuchte und Keilzinkenverbindung die Elastizitäts- und Festigkeitseigenschaften des Holzes beeinflussen und andererseits als geometrische Imperfektionen Querschnittsabmessungen, Vorkrümmung der Stabachse und Schiefstellung der Stabachse einen direkten Einfluß auf die Traglasten von BSH-Stützen ausüben.

Auf der Grundlage der statistischen Verteilungsfunktionen der genannten Kenngrößen wird der Aufbau einer großen Zahl von Brettschichtholzstützen simuliert, deren Traglasten im Rahmen der Methode der statistischen Versuche die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Bauteilwiderstandes liefern. Der Aufbau eines Brettschichtholzbauteils wird hierbei dem Herstellungsprozeß nachgebildet, indem aus einem prinzipiell endlosen, keilgezinkten Brettstrang Lamellen entsprechend der Bauteillänge abgetrennt und übereinandergestapelt werden. Die Materialeigenschaften jeder Lamelle werden in äquidistanten Querschnitten simuliert, wobei die Autokorrelation der Eigenschaften in Brett längsrichtung berücksichtigt wird. Mit der Simulation der geometrischen Imperfektionen ist die Modellierung einer Brettschichtholzstütze abgeschlossen.

Wesentliche Grundlage des mechanischen Modells ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung, die für Zugbeanspruchung linearelastisch - spröde angenommen und für Druckbeanspruchung als Funktion von

Werkstoff - und Einwirkungskenngrößen bestimmt wird, die das plastische Verhalten des Holzes berücksichtigt. Aus den simulierten Materialeigenschaften jedes Lamellenquerschnitts werden die charakteristischen Größen der Arbeitslinie für den Zug- und Druckspannungsbereich mit Hilfe von Regressionsgleichungen ermittelt, so daß das Tragverhalten jedes Bauteilquerschnitts - unterteilt in Lamellenquerschnitte - unter der Annahme ebener Dehnungsverteilung berechnet werden kann.

Die nichtlineare Spannungsverteilung im Querschnitt und die daraus folgende veränderliche Querschnittssteifigkeit wird mit Hilfe des Sekantenmodulverfahrens berücksichtigt. Als Folge der nichtlinearen Druckspannungs- Stauchungs-Beziehung ergeben sich nichtlineare Momenten-Krümmungs-Funktionen, die - bedingt durch die spezielle Form der Lamellenarbeitslinien - für hohe Normalkraftbeanspruchung echte Maxima aufweisen. Zur Darstellung des Tragverhaltens von BSH-Querschnitten werden die Kurven der Grenztragfähigkeit im Normalkraft-Biegemoment-Koordinatensystem berechnet.

Die Traglastberechnung einer Stütze gliedert sich in zwei Iterationszyklen: ein innerer Zyklus der Steifigkeiten und Verformungen für eine konstant gehaltene Belastung, in dem das System für veränderliche Steifigkeiten mit Hilfe des verallgemeinerten Verschiebungsgrößenverfahrens in Matrixschreibweise berechnet wird und ein äußerer Zyklus, in dem der genaue Wert der Traglast eingegrenzt wird.

Das Tragverhalten des Stabes beim Annähern an die Traglast wird für gelenkig gelagerte und elastisch eingespannte Stützen an vier Beispielen gezeigt.

Bei den Monte-Carlo-Simulationsrechnungen werden zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Bauteilwiderstandes für jede gewählte Kombination aus Schlankheit, Güteklasse und planmäßiger Exzentrizität zwischen 400 und 1000 Stützen simuliert und deren Traglast berechnet. Jeder Stichprobe wird eine 3-parametrische Weibullverteilung angepaßt, deren 5 %-Fraktilwerte als charakteristische Größen der Traglastspannung angesehen werden können. Für BSH-Stützen der Güteklasse II werden Traglastkurven sowohl für planmäßig mittig belastete Einfeldstützen berechnet, ebenso werden zwei Exzentrizitätsmaße untersucht.

Die Traglastkurven der Güteklasse I unterscheiden sich nicht wesentlich von denjenigen der Güteklasse II; erst durch eine höhere Mindeststrodichte des verwendeten Holzes sind signifikant höhere Traglastspannungen zu erwarten.

Der Vergleich der Traglastspannungen mit den zulässigen Spannungen liefert eine Aussage über das bestehende Sicherheitsniveau, das zur Zeit - abhängig von Schlankheit und planmäßiger Exzentrizität - nicht einheitlich ist.

Die Berücksichtigung des Kriecheinflusses zeigt, daß im mittleren Schlankheitsbereich bei hohen Dauerlastanteilen und hoher Holzfeuchte mit erheblichen Auswirkungen des Kriechens auf die Traglastspannungen gerechnet werden muß.

10 Bezeichnungen

zu Kapitel 1

σ_{dB}	Druckfestigkeit des Holzes
σ_{zB}	Zugfestigkeit des Holzes
ϵ_{dB}	Bruchdehnung des Holzes
P_f	Versagenswahrscheinlichkeit
S	zufällig veränderliche Beanspruchung mit
	μ_S Mittelwert von S
	$f_S(s)$ Dichtefunktion von S
R	zufällig veränderlicher Widerstand mit
	μ_R Mittelwert von R
	$f_R(r)$ Dichtefunktion von R
	$F_R(s)$ Verteilungsfunktion von R

zu Kapitel 3

ϵ_d	Stauchung des Holzes
E	Elastizitätsmodul
c	Beiwert zur Anpassung der Arbeitslinie an die Holzart nach YLINEN
σ_d	Druckspannung des Holzes

K_1	Koeffizient der Druckarbeitslinie nach GLOS
K_2	Koeffizient der Druckarbeitslinie nach GLOS
K_3	Koeffizient der Druckarbeitslinie nach GLOS
K_4	Koeffizient der Druckarbeitslinie nach GLOS
E_d	Druckelastizitätsmodul eines Lamellenabschnitts
σ_{dBA}	asymptotische Endfestigkeit eines Lamellenabschnitts
u	Holzfeuchte bezogen auf die Trockenmasse
ρ_0	Darrohichte des Holzes
KAR	Astflächensumme eines Lamellenabschnitts von 150 mm Länge nach ECE-Rules
d	Druckholzflächenanteil eines Lamellenquerschnitts
$\hat{E}(\)$	Erwartungswert einer charakteristischen Kenngröße einer Arbeitslinie
σ_{dB}^{KZV}	Druckfestigkeit eines keilgezinkten Lamellenabschnitts
ϵ_{dB}^{KZV}	Bruchstauchung eines keilgezinkten Lamellenabschnitts
E_d^{KZV}	Druckelastizitätsmodul eines keilgezinkten Lamellenabschnitts
σ_{dBA}^{KZV}	asymptotische Endfestigkeit eines keilgezinkten Lamellenabschnitts
E_z^{KZV}	Zugelastizitätsmodul eines keilgezinkten Lamellenabschnitts
σ_{zB}^{KZV}	Zugfestigkeit eines keilgezinkten Lamellenabschnitts

zu Kapitel 4

μ_y	Mittelwert der logarithmierten Einzelwerte einer Stichprobe
σ_y	Standardabweichung der logarithmierten Einzelwerte einer Stichprobe
μ_x	Mittelwert einer Stichprobe
σ_x	Standardabweichung einer Stichprobe
b	Seitenlänge eines Rechteckquerschnitts aus Brettschichtholz
b_{mittel}	mittlere Seitenlänge einer Brettschichtholzstütze mit Rechteckquerschnitt
α_{\perp}	Schwind- oder Quellmaß des Holzes senkrecht zur Faserrichtung bezogen auf 1 % Holzfeuchteänderung
α_{\parallel}	Schwind- oder Quellmaß des Holzes parallel zur Faserrichtung bezogen auf 1 % Holzfeuchteänderung
ε	ungewollte Ausmitte einer BSH-Stütze
y_0	ungewollte Vorverformungsamplitude einer BSH-Stütze
k	Kernweite eines BSH-Querschnitts
λ	Stabschlankheit

zu Kapitel 5

G	Schubmodul des Holzes
s_{44}	Gleitzahl des astfreien Fichtenholzes für stehende Jahrringe
s_{66}	Gleitzahl des astfreien Fichtenholzes für liegende Jahrringe
R	Reststreuung einer charakteristischen Größe der Arbeitslinie
R_1	Zufälliger Anteil der Reststreuung
R_2	Systematischer Anteil der Reststreuung
b	Breite eines Rechteckquerschnitts
b_0	Sollbreite eines Rechteckquerschnitts
h	Höhe eines Rechteckquerschnitts
h_0	Sollhöhe eines Rechteckquerschnitts

zu Kapitel 6

a	Lamellendicke
N_1	innere Normalkraft
σ	Normalspannung

$\Delta \epsilon$	Differenz der Randdehnungen im Querschnitt
ϵ_{aj}	Randdehnung der j. Lamelle auf der Biegezugseite
ϵ_{ij}	Randdehnung der j. Lamelle auf der Biegedruckseite
M_i	inneres Biegemoment
$\sigma_j(\cdot)$	Spannungs-Dehnungs-Funktion der j. Lamelle
ϵ_a	Randdehnung des Querschnitts auf der Biegezugseite
ϵ_i	Randdehnung des Querschnitts auf der Biegedruckseite
ϵ_s	Dehnung im wirksamen Schwerpunkt
e_s	Abstand zwischen dem wirksamen Schwerpunkt und dem Flächenschwerpunkt
A_s	Querschnittsfläche durch Schubverteilungszahl
EI	Biegesteifigkeit des Querschnitts
EA	Dehnsteifigkeit des Querschnitts
M	Biegemoment
R	Krümmungsradius
N	Normalkraft
χ	Krümmung der Stabachse
W	Widerstandsmoment
e	Abstand zwischen angreifender Normalkraft und Flächenschwerpunkt
K_{ξ}^j	lokale Stabsteifigkeitsmatrix des j. Stabes

v_x^j	Stabendverschiebungsgrößenvektor des j. Stabes
mit	
u_i^j	Verschiebung des Stabanfangs in Richtung der lokalen x-Achse
v_i^j	Verschiebung des Stabanfangs in Richtung der lokalen y-Achse
φ_i^j	Verdrehung des Stabanfangs um die lokale z-Achse
u_k^j	Verschiebung des Stabendes in Richtung der lokalen x-Achse
v_k^j	Verschiebung des Stabendes in Richtung der lokalen y-Achse
φ_k^j	Verdrehung des Stabendes um die lokale z-Achse
p_ℓ^j	Stabendschnittgrößenvektor des j. Stabes
mit	
N_1^j	Normalkraft am Stabanfang
R_1^j	Transversalkraft am Stabanfang
M_1^j	Biegemoment am Stabanfang
N_k^j	Normalkraft am Stabende
R_k^j	Transversalkraft am Stabende
M_k^j	Biegemoment am Stabende
l_j	Länge des Einzelstabes
ψ	Stabdrehungswinkel
K_g^j	globale Stabsteifigkeitsmatrix des j. Stabes

T^j	Transformationsmatrix des j. Stabes
v_g	Stabendverschiebungsgrößenvektor sämtlicher Stäbe
A	Zuordnungsmatrix
v_G	Knotenverschiebungsgrößenvektor sämtlicher Knoten
\bar{p}_G	Vektor sämtlicher Knotenlasten
B	Zuordnungsmatrix
p_G	Vektor sämtlicher Stabendschnittgrößen
K_g	Hypermatrix aller globalen Stabsteifigkeitsmatrizen
K_G	Gesamtknotensteifigkeitsmatrix ohne geometrische Randbedingungen
\bar{K}_G	Gesamtknotensteifigkeitsmatrix
c	Auflagerfedersteifigkeitsvektor aller Knoten
I	Einheitsmatrix
N_a	äußere Normalkraft
M_a	äußeres Biegemoment
σ_{dB}	Querschnitt Druckfestigkeit des Querschnitts
ΔEI	Differenz der Biegesteifigkeit in zwei aufeinander- folgenden Iterationszyklen
n_a	Anzahl der Iterationszyklen mit ununterbrochen anwachsendem ΔEI
σ_K	Traglastspannung einer Stütze
C	Drehfedersteifigkeit eines Stützenauflegers

zu Kapitel 7

MM	Anzahl der Lamellen im Querschnitt
X_0	Kleinstwert der 3-parametrischen Weibullverteilung
d	Skalenparameter der 3-parametrischen Weibullverteilung
k	Gestaltparameter der 3-parametrischen Weibullverteilung
m	Verhältnis planmäßiger Endhebelarm zur Kernweite des Querschnitts
γ	Sicherheitszahl

zu Kapitel 8

E_t	Elastizitätsmodul zur Zeit t
E_0	Elastizitätsmodul zur Zeit t = 0
φ	feuchtigkeitsabhängige Kriechzahl
B()	Belastungsgrad
τ	Größtwert der Schubspannung im Querschnitt
Q.	Querkraft
$f_{v,k}$	charakteristische Schubfestigkeit der Festigkeitsklasse C4 nach [4]
α_t	Kriechfaktor zur Zeit t

y_t	Größtwert der Stützendurchbiegung zur Zeit t
Δy_0	Durchbiegung aus äußerer Belastung nach Theorie II. Ordnung
$\Delta y_{t,\varphi}$	Zuwachs der Durchbiegungen aus Kriechverformungen des Holzes während der Belastungsdauer
$\Delta y_{t,e}$	Durchbiegung nach Theorie II. Ordnung infolge der kriechbedingten zusätzlichen Verformungen
α_d	Faktor zur Berücksichtigung der Beanspruchungsart Druck
α_z	Faktor zur Berücksichtigung der Beanspruchungsart Zug
α_s	Faktor zur Berücksichtigung der Beanspruchungsart Schub

11 Literaturzusammenstellung

- | 1] DIN 1052. Holzbauwerke Blatt 1, Ausgabe Oktober 1969

- | 2] Möhler, K. (1942). Tragkraft und Querkraft von ein- und mehrteiligen Holzdruckstäben nach Versuch und Rechnung. Dissertation Universität Karlsruhe 1942

- | 3] CIB Report (1983). Structural Timber Design Code Publication 66 Working Group W18 Timber Structures. Sixth Edition, January 1983

- | 4] Eurocode 5 (1986). Common Unified Rules for Timber Structures. Report Prepared for the European Communities z.Z. Entwurf

- | 5] Hug, B. (1971). Der ausmittig gedrückte und querbelastete ein- und mehrteilige Holzdruckstab. Dissertation Universität Karlsruhe 1971

- | 6] Kollbrunner, C.F.; Meister, M. (1961). Knicken, Biegedrillknicken, Kippen. Theorie und Berechnung von Knickstäben - Knickvorschriften. Springer-Verlag 1961, S. 34

- | 7] Schuëller, G.I. (1981). Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn 1981

- | 8] NABau-Arbeitsausschuß "Sicherheit von Bauwerken" (1977). Grundlagen für die Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. Fassung November 1977

- | 9] JCSS (1976). Basic Notes on Actions. 3. draft, 1976

- |10| DIN 1055 Lastannahmen für Bauten Teil 1, Ausgabe Mai 1978
Teil 4, Ausgabe Mai 1977
Teil 5, Ausgabe Juni 1975
- |11| Prückner, R. u. Rackwitz, R. (1973). Zur Neudefinition der Nennwerte von Schneelasten. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 3/1973
- |12| Luy, H.; Rackwitz, R. (1978). Darstellung und Auswertung von Schneehöhenmessungen in der BRD. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 31/1978
- |13| König, G.; Zilch, K. (1973). Untersuchung zur Schaffung von Unterlagen für wirtschaftliche und sichere Annahmen über Windlasten - Windgeschwindigkeitskarte Deutschland. Schlußbericht eines mit Förderung des BMBau durchgeführten Forschungsvorhabens
- |14| Steck, G. (1982). Die Zuverlässigkeit des Vollholzbalkens unter reiner Biegung. Dissertation Universität Karlsruhe 1982
- |15| Kersken-Bradley, M. (1981). Beanspruchung von Bauteilquerschnitten bei streuenden Kenngrößen des Kraftverformungsverhaltens innerhalb des Querschnittes. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 56/1981
- |16| Maier, W. (1978). Beitrag zu einem Zuverlässigkeitsmodell für Dachbalken aus Brettschichtholz unter besonderer Berücksichtigung seines Festigkeitsverhaltens. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 30/1978

- [17] Hasofer, A.M.; Lind, N.C. (1974). Exact and Invariant Second-Moment Code Format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 100, S. 111-121
- [18] Hawranek, R. (1978). Optimierung von Sicherheitsnachweisen mit besonderem Bezug auf den Tragsicherheitsnachweis von Stützen aus Formstahl. *Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke*, SFB 96, Heft 34/1978
- [19] Suenson, E. (1941). Die Lage der Nulllinie in gebogenen Holzbalken. *HRuW 9* (1941); S. 305-314
- [20] Zakic, B.D. (1976). Das Spannungsdiagramm im plastischen Bereich bei hölzernen Trägern, welche einer reinen Biegung unterworfen sind (engl.). *Holzforschung und Holzverwertung* 28 (1976); S. 114-120
- [21] Ylinen, A. (1966). Über die Festigkeit von gedrückten Holzstäben. *IVBH-Festschrift F. Stuessi*, Zürich: Leemann 1966
- [22] Malhotra, S.K.; Bazan, I.M.M. (1980). Ultimate bending strength theory for timber beams. *Wood Science* 13 (1980), No. 1
- [23] Glos, P. (1978). Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen. *Dissertation Technische Universität München* 1978
- [24] Ehlsbeck, J.; Colling, F.; Görlacher, R. (1984). Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. *Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abt. Ingenieurholzbau Universität Karlsruhe* 1984

- [25] Kollmann, F. (1982). Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer 1982; 767, 768, 777-781
- [26] Scherberger, M. (1986). Ermittlung der Verteilung der Rohdichte und des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung. Vertieferarbeit Universität Karlsruhe 1986
- [27] Ehlbeck, J.; Colling, F. Biegefestigkeit von Brettschichtholz. Forschungsbericht im Auftrag der EGH in der DGfH 1986, bisher unveröffentlicht
- [28] Ehlbeck, J.; Blaß, H.J. Zuverlässigkeit von Holzdruckstäben. Forschungsbericht im Auftrag der EGH in der DGfH, bisher unveröffentlicht
- [29] Larsen, H. (1980). Strength of Glued Laminated Beams. Part 2 (Properties of Glulam Laminations) Report No. 8004. Aalborg University, Danmark, April 1980
- [30] DIN 1052. Holzbauwerke (Entwurf) Teil 1, Ausgabe August 1984
- [31] Sobol, I.M. (1971). Die Monte-Carlo-Methode. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin 1972
- [32] Glos, P. (1981). Zur Modellierung des Festigkeitsverhaltens von Bauholz bei Druck-, Zug- und Biegebeanspruchung. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 61/1981
- [33] Kersken-Bradley, M.; Maier, W. (1977). Sortierung von Brettschichtholz und Tragfähigkeit von Brettschichtbauteilen. HRuW 35 (1977); S. 263-266

- |34| Neuhaus, F.-H. (1981). Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit. Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 81-8 Institut für konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum
- |35| Spengler, R. (1982). Festigkeitsverhalten von Brettschichtholz unter zweiachsiger Beanspruchung Teil 1. Ermittlung des Festigkeitsverhaltens von Brettelelementen aus Fichte durch Versuche. Arbeitsberichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, SFB 96, Heft 62/1982
- |36| Hemmer, K. (1984). Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*Abies alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung. Dissertation Universität Karlsruhe 1984
- |37| Buchanan, A.H.; Johns, K.C.; Madsen, B. (1985). Column design methods for timber engineering. CIB W18, Beit Oren, Israel 1985
- |38| Vogel, U. (1965). Die Traglastberechnung stählerner Rahmentragwerke nach der Plastizitätstheorie 2. Ordnung. Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues 15 (1965) Stahlbau- Verlag Köln
- |39| Vogel, U. Skriptum "Baustatik III". Universität Karlsruhe
- |40| Petersen, C. (1982). Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 2. Auflage 1982
- |41| Vogel, U. Skriptum "Nichtlineare Probleme der Baustatik I". Universität Karlsruhe WS 75/76

- [42] Müller, R. (1977). Traglastberechnung von statisch unbestimmt gelagerten, geschweißten Aluminium-Druckstäben mit einfach-symmetrischen Querschnitten. Dissertation Universität Karlsruhe
- [43] Zurmühl, R. (1958). Matrizen, eine Darstellung für Ingenieure. Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958, 2. Auflage
- [44] Möhler, K.; Scheer, C.; Muszala, W. (1983). Knickzahlen für Voll-, Brettschichtholz und Holzwerkstoffe. Holzbau-Statik-Aktuell 7 (1983); S. 11-16
- [45] Jain, V.K.; Sanyal, S.N.; Dangwal, M.N. (1985). The Stress-Strain Hysteresis in Timber. Holzforschung und Holzverwertung 37 (1985); S. 120-122
- [46] Wehrli, M. (1970). Zur Stichprobenreduktion bei Monte Carlo Simulationen. Unternehmensforschung Heft 2, Zürich 1970
- [47] Pierce, C. (1976). The Weibull distribution and the determination of its parameters for application to timber strength data. Building Research Establishment CP 26/76
- [48] Glos, P.; Schulz, H. (1980). Stand und Aussichten der maschinellen Schnittholzsortierung. HRuW 38 (1980); S. 409-417
- [49] Krohn, H.; Palm, K. (1981). Radiometrisches Verfahren für die Holzsortierung. HRuW 39 (1981); 207-210; 367-377
- [50] Kollmann, F. (1972). Kriechen von Holz und Holzwerkstoffen. Holztechnologie 13 (1972); S. 88-95

- [51] Gressel, P. (1984). Kriechverhalten von Holz und Holzwerkstoffen - Folgerungen für den Formänderungsnachweis in DIN 1052. Bauen mit Holz 4 (1984); S. 216-223
- [52] Gressel, P. (1983). Erfassung, systematische Auswertung und Ergänzung bisheriger Untersuchungen über das rheologische Verhalten von Holz und Holzwerkstoffen - Ein Beitrag zur Verbesserung des Formänderungsnachweises nach DIN 1052 'Holzbauwerke'. Abschlußbericht zu den Forschungsvorhaben AIF-Nr. 4289/5348, Band 1 + 2. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Karlsruhe
- [53] Molzahn, R.; Kordina, K. (1981). Über den Einfluß des Kriechens auf die Tragfähigkeit schlanker Stützen aus Konstruktionsleichtbeton. Beton- und Stahlbetonbau 8 (1981); S. 186-193
- [54] DIN 4074. Gütebedingungen für Bauschnittholz Blatt 1, Ausgabe Dezember 1958

Bisher erschienene VA-Hefte der 4. Folge:

- Heft 1: Fick, Karlfriedrich und Schulz, Ulrich
Untersuchungen an Membranwerkstoffen und ihren Verbindungen
(1981)
- Heft 2: Schulz, Ulrich
Der Stabilitätsnachweis bei Schalen (1981)
- Heft 3: Versuchsanstalt 60 Jahre. Gegenwärtige und zukünftige
Aufgaben in Lehre-Forschung-Praxis (1981)
- Heft 4: Schulz, Ulrich
Das Tragverhalten von vorgespannten und nichtvorgespannten
Schraubenverbindungen bei Füge­teilen aus glasfaserver-
stärktem Kunststoff (1981)
- Heft 5: Pfeiffer, Michael
Praktische Beullasten orthotroper Kreis­zylinderschalen in
Theorie und Versuch (1982)
- Heft 6: Steck, Günter
Die Zuverlässigkeit des Vollholzbalkens unter reiner
Biegung (1982)
- Heft 7: Baehre, Rolf und Fick, Karlfriedrich
Berechnung und Bemessung von Trapezprofilen mit
Erläuterungen zur DIN 18 807 (1982)
- Heft 8: Valtinat, Günther und Frey, Peter
Abwürguntersuchungen an hochfesten Schrauben der Festig-
keitsklasse 12.9 in feuerverzinkter und schwarzer Ausführung
(Bericht Nr. 89 des Gemeinschaftsausschusses Verzinken e.V.)

- Heft 9: Schulz, Ulrich
Die Stabilität von Zylinderschalen im plastisch-elastischen Beulbereich (1984)
- Heft 10: Burkhardt, Siegfried und Schulz, Ulrich
Das Tragverhalten von Dämmstoffen im Zusammenhang mit der Begehrbarkeit von kaltgeformten dünnwandigen Profilen (1984)
- Heft 11: Hemmer, Klaus
Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*Abies alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung (1985)
- Heft 12: Knödel, Peter und Schulz, Ulrich
Das Beulverhalten von biegebeanspruchten Zylinderschalen mit großen Mantelöffnungen (1985)
- Heft 13: Dangelmaier, Peter
Traglastberechnung geschweißter räumlich belasteter Stäbe aus Aluminium (1985)
- Heft 14: Schuler, Gerhard
Durchlaufträger mit elastischem Verbund bei abschnittsweise veränderlichen Steifigkeiten (1986)
- Heft 15: Schmitt, Alex
Auswanderungserscheinungen eines parametererregten Rahmens aus elastisch-plastischem Werkstoff (1986)
- Heft 16: Blaß, Hans Joachim
Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen (1987)

