

ISSN 0341-5503

Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen  
der Universität Karlsruhe  
Prof. Dr.-Ing. W. Leutzbach

Dr.-Ing. Dietmar Bosserhoff

**Statische Verfahren zur Ermittlung  
von Quelle-Ziel-Matrizen im  
Öffentlichen Personennahverkehr –  
Ein Vergleich**

Heft 30



1985

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Verkehrswesen der Universität (TH) Karlsruhe. Sie wurde durch Bereitstellung von Forschungsmitteln des Instituts ermöglicht.

Den Herren Professoren Dr.-Ing. R. Wiedemann und Dr.-Ing. M. Wermuth (Institut für Stadtbauwesen, TU Braunschweig) danke ich für die Betreuung dieser Arbeit sowie für die Übernahme der Referate.

Ebenso danke ich dem Leiter des Instituts, Herrn Professor Dr.-Ing. W. Leutzbach, für seine wohlwollende Unterstützung.

Danken möchte ich ferner

- Herrn Dr.-Ing. M.G.H. Bell für seine Unterstützung bei der Einarbeitung in die Thematik,
- den Herren  
Dipl.-Ing. G. Drechsler (Verkehrsbetriebe Karlsruhe),  
Dipl.-Ing. K. Horstmann (Verkehrsbetriebe Pforzheim),  
Dipl.-Ing. S. Ruff (Freiburger Verkehrs AG)  
für die Überlassung von Quelle-Ziel-Matrizen ihrer Verkehrsunternehmen,
- Herrn cand.inform. K.-H. Huber für die Ausführung von im Rahmen der Arbeit notwendigen Programmierarbeiten,
- Frau R. Lauber für die Erledigung der umfangreichen Schreibarbeiten und
- allen Institutsangehörigen, die mir durch Diskussion und Anregungen behilflich waren.

Dietmar Bosserhoff

## KURZFASSUNG

BOSSERHOFF, D.:

Statische Verfahren zur Berechnung von Quelle-Ziel-Matrizen im öffentlichen Personennahverkehr - ein Vergleich.

283 Seiten, 10 Tabellen, 83 Abbildungen, 38 Seiten Anhang

Thema der vorliegenden Arbeit sind Verfahren zur Ermittlung der Quelle-Ziel-Matrix in einem Netz des öffentlichen Personennahverkehrs (ÖPNV). Nach einem Überblick über mögliche Vorgehensweisen wird auf diejenigen Verfahren eingegangen, mit Hilfe derer die gesuchte Matrix unter Vermeidung einer Fahrgastbefragung aus einer Fahrgastzählung auf der Grundlage von Streckenbelastungen sowie Ein- bzw. Aussteigerbelastungen an den Haltestellen statisch bestimmt werden kann; dabei ist zu unterscheiden nach Verfahren, die sowohl Haltestellen- als auch Streckenbelastungen als Eingabedaten verwenden können, und Verfahren, in die nur Haltestellenbelastungen eingehen.

Im Hauptteil der Untersuchung wird zunächst die Theorie der behandelten Verfahren dargestellt und hierbei insbesondere auf Unterschiede zwischen den Verfahren verwiesen. Anschließend werden die vorgestellten Verfahren anhand einer Anwendung auf unterschiedliche reale ÖPNV-Netze, für welche die gesuchten Quelle-Ziel-Matrizen bekannt sind, beurteilt. Dabei werden auch betrachtet

- die Auswirkung von Zusatzinformation (z.B. Gewichte für die Fahrgastströme, Befragungsergebnisse)
- der Einfluß der Netzgestalt
- die Stabilität der Ergebnisse bei fehlenden bzw. fehlerhaften Eingabedaten sowie
- der Rechenaufwand zur Ermittlung der Ergebnisse.

Der Vergleich der mit den Verfahren berechneten Matrizen mit den tatsächlichen Matrizen zeigt, daß einige der vorgestellten Verfahren für eine Anwendung in der Praxis geeignet sind, sofern gute Zusatzinformation zur Verfügung steht; in den meisten Fällen ist eine ausreichende Zusatzinformation mit vertretbarem Aufwand erhältlich.

## SUMMARY

BOSSERHOFF, D.:

Statistical Methods for determining origin-destination matrices for mass transit networks - a comparison.

283 pages, 10 tables, 83 figures, 38 pages appendix

This report presents the results of a study that investigates methods for determining origin-destination matrices for mass transit networks. It first presents a review of different methods for determining these matrices. The report then concentrates on methods that do not require the questioning of passengers on their trip patterns but only input passenger count data.

The passenger count data can be obtained by on-board surveys or boarding-and-alighting counts. The study separates the matrix determination methods depending on the type of input data they use.

The report presents the theory for each method discussed. Differences between each method are highlighted.

The methods are applied to data from a number of German transit networks. The effect of additional information from previous origin-destination matrices, origin-destination traffic flow weightings or questionnaire surveys on the methods prediction, is assessed. The impact of different network configurations and the robustness of the methods with respect to missing or incorrect data is presented, along with the computer storage, memory and time requirements.

The methods are evaluated and recommendations as to their practical application are given. Generally, the comparisons between calculated origin-destination matrices showed that some methods are suitable to use in the field if additional information is available. Such information is often available or can be obtained without undue effort.

## RESUME

BOSSERHOFF, D.:

Méthodes statiques de détermination des matrices Origine-Destination dans le domaine du transport collectif - une comparaison.

283 pages, 10 tableaux, 83 illustrations, 38 pages annexe

Le présent travail traite de méthodes de détermination de matrices Origine-Destination dans le domaine du transport collectif. Après avoir étudié les différentes approches, l'auteur décrit en détail les méthodes qui permettent de générer une matrice Origine-Destination en se basant sur des comptages d'achalandage sur le réseau, ainsi que sur les comptages de passagers entrant et sortant aux arrêts, méthodes évitant les enquêtes coûteuses auprès des passagers. On distingue deux catégories de méthodes: celles qui se servent de comptages sur le réseau et sur les arrêts de transport collectif, et celles qui n'utilisent que les comptages aux arrêts.

Dans la partie principale du mémoire, l'auteur développe les bases théoriques des méthodes et fait ressortir plus particulièrement les distinctions. Ces méthodes sont ensuite appliquées à différents réseaux réels de transport collectif pour lesquels les matrices Origine-Destination sont connues, et ceci dans le but d'évaluer la fiabilité des résultats.

L'auteur a particulièrement mis l'accent sur:

- Les effets de données supplémentaires concernant les achalandages, comme par exemple une pondération des flux de passagers ou des résultats d'enquêtes partielles auprès des passagers.
- L'influence de la topologie du réseau.
- La sensibilité des résultats par rapport aux données.
- Le temps de calcul pour obtenir les résultats.

La comparaison entre les matrices générées par les méthodes étudiées et les matrices réelles indique que certaines de ces méthodes se prêtent à une utilisation pratique dans la mesure où on dispose de bonnes informations supplémentaires, que l'on peut, en général, obtenir à des coûts acceptables.

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
<b>TEIL I: Grundlagen</b>	
1. Einleitung	1
1.1 Begriffe	1
1.2 Bedeutung der Fragestellung	2
1.3 Aufgabenstellung	3
2. Bisherige Methoden zur Ermittlung von Quelle-Ziel- Beziehungen	4
2.1 Beschreibung	4
2.1.1 Methoden ohne Personal für die Erhebung	4
2.1.2 Methoden mit Personal für die Erhebung	5
2.1.2.1 Methoden ohne Befragung	5
2.1.2.2 Methoden mit Befragung	7
2.1.2.2.1 Befragung der Fahrgäste	7
2.1.2.2.2 Befragung in der Wohnung	8
2.2 Zusammenfassung	9
2.3 Probleme	11
3. Alternative Methoden zur Ermittlung von Quelle-Ziel- Beziehungen	13
3.1 Prinzip	13
3.1.1 Untersuchte Verfahren	13
3.1.2 Verkehrsnachfragemodelle	15
3.2 Literaturüberblick	16
3.3 Abgrenzung der behandelten Verfahren	21
3.3.1 Auswahl der Verfahren	21
3.3.2 Eingabedaten der behandelten Verfahren	22

## TEIL II: Theorie der Verfahren

1. Verwendung der Zählergebnisse	24
1.1 Aufstellen von linearen Gleichungssystemen	24
1.1.1 Eingangsgröße Streckenbelastungen	25
1.1.2 Eingangsgröße Haltestellenbelastungen	26
1.1.3 Anteilsmatrix	27
1.1.3.1 Bekannte Anteilswerte	27
1.1.3.2 Unbekannte Anteilswerte	28
1.2 Lösung des Gleichungssystems	29
1.3 Probleme bei den Zählergebnissen	32
1.3.1 Linear abhängige Gleichungen	32
1.3.1.1 Gründe für das Auftreten	32
1.3.1.2 Verfahren zur Feststellung der linearen Abhängigkeit	32
1.3.1.3 Beispiele	33
1.3.2 Inkonsistente Gleichungen	34
1.3.2.1 Gründe für das Auftreten	34
1.3.2.2 Verfahren zur Beseitigung der Inkonsistenz	35
2. Verfahren, die Strecken- und Haltestellenbelastungen als Eingangsgrößen verwenden können	37
2.1 Grundlagen	37
2.1.1 Aufgabenstellung	37
2.1.2 Möglichkeiten für Zusatzinformation	40
2.1.2.1 Gewichtung	41
2.1.2.2 Angabe weiterer Gleichungen	42
2.1.2.3 Alte Meßwerte	44
2.1.3 Anwendungsbeispiel	44
2.1.4 Sinn einer Zusatzbedingung	47
2.2 Untersuchte Verfahren	49
2.2.0 Überblick	49
2.2.1 Optimierung der Gesamtfahrtanzahl	51
2.2.1.1 Form der Zusatzbedingung	51
2.2.1.2 Berechnung der Verkehrsströme	52
2.2.1.3 Bemerkungen zu dem Verfahren	53
2.2.2 Minimierung der Norm	55
2.2.2.1 Form der Zusatzbedingung	55
2.2.2.2 Berechnung der Verkehrsströme	57
2.2.2.2.1 Lösung	57
2.2.2.2.2 Ablauf des Verfahrens	59
2.2.2.3 Möglichkeiten für Zusatzinformation	59
2.2.2.4 Ergebnisse für das Beispiel	60
2.2.3 Maximierung der Entropie	63
2.2.3.1 Form der Zusatzbedingung	63
2.2.3.2 Berechnung der Verkehrsströme	66
2.2.3.2.1 Lösung	67
2.2.3.2.2 Ablauf des Verfahrens	68
2.2.3.3 Möglichkeiten für Zusatzinformation	70
2.2.3.4 Ergebnisse für das Beispiel	72
2.2.4 Minimierung der Unterschiedsquadrate	74
2.2.4.1 Form der Zusatzbedingung	74
2.2.4.2 Berechnung der Verkehrsströme	75
2.2.4.2.1 Lösung	75
2.2.4.2.2 Ablauf des Verfahrens	76

2.2.4.3	Verwandtschaft zu anderen Ansätzen	76
2.2.4.3.1	Zusatzbedingung nach BEIL	78
2.2.4.3.2	Zusatzbedingung nach WILLUMSEN	78
2.2.4.3.3	Zusatzbedingung nach MEKKY	79
2.2.4.4	Möglichkeiten für Zusatzinformation	79
2.2.4.5	Ergebnisse für das Beispiel	80
2.2.5	Minimierung des Informationsgewinns	82
2.2.5.1	Form der Zusatzbedingung	82
2.2.5.2	Berechnung der Verkehrsströme	83
2.2.5.2.1	Lösung	84
2.2.5.2.2	Ablauf des Verfahrens	85
2.2.5.3	Verwandtschaft mit dem Ansatz nach BELL	88
2.2.5.4	Möglichkeiten für Zusatzinformation	91
2.2.5.5	Ergebnisse für das Beispiel	92
2.2.6	Verfahren nach REGAN	94
2.2.6.1	Vorbemerkungen	94
2.2.6.2	Berechnung der Verkehrsströme	95
2.2.6.2.1	Urversion nach REGAN	95
2.2.6.2.2	Anderungen	96
2.2.6.2.3	Ablauf des Verfahrens	98
2.2.6.3	Möglichkeiten für Zusatzinformation	98
2.2.6.4	Ergebnisse für das Beispiel	101
2.2.7	Verfahren nach dem Satz von Bayes	103
2.2.7.1	Form der Zusatzbedingung	103
2.2.7.2	Berechnung der Verkehrsströme	105
2.2.7.2.1	Lösung	105
2.2.7.2.2	Ablauf des Verfahrens	107
2.2.7.3	Bemerkungen zu dem Verfahren	107
2.2.7.3.1	Wahl der Dispersionsmatrizen	107
2.2.7.3.2	Linear abhängige Messungen	110
2.2.7.4	Verwandtschaft zu anderen Ansätzen	110
2.2.7.4.1	Loglineare Verfahren	110
2.2.7.4.2	Lineare Annäherung des Entropieverfahrens	111
2.2.7.5	Möglichkeiten für Zusatzinformation	112
2.2.7.6	Ergebnisse für das Beispiel	113
2.2.8	Intervallschätzungen	115
2.2.8.1	Verfahren mit Maximierung der Entropie	116
2.2.8.2	Verfahren nach dem Satz von Bayes	117
2.2.8.3	Vergleich der Vorgehensweise	118
2.3	Vergleich der Verfahren	119
2.3.1	Zusatzbedingungen	119
2.3.1.1	Form der Zusatzbedingung	119
2.3.1.2	Zusammenhang der Zusatzbedingung mit der Realität	121
2.3.2	Eingabedaten	123
2.3.3	Eingangsgrößen	124
2.3.4	Unterschiede bei den iterativen Verfahren	124
2.3.4.1	Begründung der Iteration	124
2.3.4.2	Abbruchkriterien	125
2.3.4.3	Iterationsvorschriften	127
2.3.4.4	Konvergenz	130

2.3.5	Eigenschaften der Ergebnisse	131
2.3.5.1	Gemeinsamkeiten	131
2.3.5.2	Unterschiede	132
2.3.6	Möglichkeiten für Zusatzinformation	133
2.3.6.1	Gewichtung	133
2.3.6.2	Angabe weiterer Gleichungen	135
2.3.6.3	Alte Meßwerte	136
2.3.7	Unvollständige Verkehrszählungen	136
2.3.8	Speicherplatzbedarf	137
2.3.9	Zusammenfassung	138
3.	Verfahren, die nur Haltestellenbelastungen als Ein- gangsgrößen verwenden können	141
3.1	Einführung	141
3.2	Getrennte Eingabe der Ein- und Aussteiger	142
3.2.1	Grundlagen	142
3.2.1.1	Aufgabenstellung	142
3.2.1.2	Anwendungsbeispiel	143
3.2.2	Einheitsfaktor-Verfahren	144
3.2.2.1	Vorgehensweise	144
3.2.2.2	Ergebnisse für das Beispiel	145
3.2.3	Durchschnittsfaktor-Verfahren	146
3.2.3.1	Vorgehensweise	146
3.2.3.2	Ergebnisse für das Beispiel	148
3.2.4	Fratar-Verfahren	149
3.2.4.1	Vorgehensweise	149
3.2.4.2	Ergebnisse für das Beispiel	152
3.2.5	Furness-Verfahren	153
3.2.5.1	Vorgehensweise	153
3.2.5.2	Ergebnisse für das Beispiel	154
3.2.5.3	Zusammenhang zum Entropie-Verfahren	156
3.2.6	Detroit-Verfahren	157
3.2.6.1	Vorgehensweise	157
3.2.6.2	Ergebnisse für das Beispiel	159
3.3	Eingabe der Summen aus Ein- und Aussteigern	160
3.3.1	Grundlagen	160
3.3.1.1	Aufgabenstellung	160
3.3.1.2	Anwendungsbeispiel	160
3.3.2	Fratar-Verfahren	161
3.3.2.1	Vorgehensweise	161
3.3.2.2	Ergebnisse für das Beispiel	163
3.4	Bemerkungen zu den Verfahren	165
3.4.1	Unterschiedliche Ausgangswerte	165
3.4.1.1	Alte Matrizen	165
3.4.1.2	Klasseneinteilung der gesuchten Werte	165
3.4.1.2.1	Vorgehensweise	165
3.4.1.2.2	Beispiel	166
3.4.1.3	Ausgangswerte über andere Verfahren	168
3.4.1.3.1	Vorgehensweise	168
3.4.1.3.2	Kritik	168
3.4.2	Vergleich der Verfahren	169
3.4.2.1	Konvergenz	169
3.4.2.1.1	Bedingungen für die Kon- vergenz	169
3.4.2.1.2	Konvergenzgeschwindigkeit	170
3.4.2.2	Ergebnisse	171
3.4.2.3	Rechenaufwand	172

3.4.2.4	Zusammenfassung	173
3.4.3	Problematik der Hochrechnungsverfahren	173
3.4.3.1	Willkürlichkeit des Iterationsansatzes	173
3.4.3.2	Festschreibung der Struktur der Ausgangsmatrix	173
3.4.3.3	Folgerungen aus dem Datenbedarf	174
3.4.3.3.1	Aufwand für die Verkehrserhebung	174
3.4.3.3.2	Problematik der Ausgangsmatrix	175
3.4.3.4	Verzicht auf Information	175
3.4.3.5	Folgerungen für die Anwendbarkeit	176

## Teil III: Anwendung der Verfahren

1. Entwickelte Programme	177
1.1 Überblick	177
1.2 Programm "VSTROM"	178
1.3 Programm "WACHS"	179
1.4 Eingabe	183
1.4.1 Eingabeteil E <sub>1</sub>	183
1.4.2 Eingabeteil E <sub>2</sub>	184
1.4.3 Eingabeteil E <sub>3</sub>	186
1.5 Ausgabe	187
2. Testnetze	188
2.1 Auswahl der Netze	188
2.2 Beschreibung der Netze	189
2.2.1 Aufbau der Netze	189
2.2.2 Unterschiede der Netze	191
2.2.2.1 Datengrundlagen	191
2.2.2.2 Netzstruktur	191
2.2.2.3 Verkehrsaufkommen	192
2.2.2.4 Linienführung	192
2.2.2.5 Änderung in der Matrixstruktur	192
2.3 Ermittlung der Eingabedaten	193
2.3.1 Datenbedarf	193
2.3.2 Erstellung der Eingabedateien	194
3. Genauigkeitskriterien	195
3.1 Beurteilung der globalen Genauigkeit	195
3.2 Beurteilung der Genauigkeit der Einzelströme	197
3.3 Berechnung der Kenngrößen	197
4. Ergebnisse für die Testnetze	199
4.1 Überblick	199
4.1.1 Wahl der Verfahren	199
4.1.2 Wahl der Vorgaben	200
4.1.3 Vorgehen	201
4.2 Einflüsse der Meßwerte	202
4.2.1 Wahl der Eingangsgrößen	202
4.2.1.1 Unterschiede zwischen den Eingangsgrößen	202
4.2.1.2 Kombination der Eingangsgrößen	205
4.2.2 Besonderheiten	206
4.2.2.1 Verfälschte Meßwerte	206
4.2.2.2 Fehlende Meßwerte	208
4.3 Einflüsse der Zusatzinformation	210
4.3.1 Keine Zusatzinformation	211
4.3.2 Gewichtung	214
4.3.2.1 Alte Matrizen	214
4.3.2.1.1 Matrizen ohne Struktur- veränderung	215
4.3.2.1.2 Matrizen mit Struktur- veränderung	217

## VII

4.3.2.2	Andere Gewichte	219
4.3.2.2.1	Duale Gewichtung	220
4.3.2.2.2	Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip	223
4.3.2.2.3	Klasseneinteilung	224
4.3.2.2.4	Ordinale Gewichtung	226
4.3.3	Alte Meßwerte	227
4.3.4	Befragungsergebnisse	228
4.3.5	Linienweise Ermittlung der Meßwerte	230
4.3.6	Vergleich der Wirkung verschiedener Zusatzinformation	233
4.4	Einflüsse der Netzgestalt	235
4.4.1	Netzgröße	235
4.4.2	Netzstruktur	236
4.4.3	Linienführung	239
4.5	Stabilität der Ergebnisse	240
4.5.1	Unsichere Anteilswerte	240
4.5.1.1	Falsche Anteilswerte	241
4.5.1.2	Einführung neuer Unbekannter	242
4.5.2	Unsichere Meßwerte	243
4.5.3	Unsichere Gewichte	245
4.6	Rechenaufwand	245
4.6.1	Rechenzeit	246
4.6.1.1	Verfahren des Programms "VSTROM"	246
4.6.1.2	Verfahren des Programms "WACHS"	248
4.6.2	Speicherplatzbedarf	249
4.6.2.1	Verfahren des Programms "VSTROM"	249
4.6.2.2	Verfahren des Programms "WACHS"	250
5.	Zusammenfassung	251
5.1	Anwendbarkeit der Verfahren	251
5.2	Vergleich der Verfahren	252
5.2.1	Verfahren des Programms "VSTROM"	252
5.2.2	Verfahren des Programms "WACHS"	256
5.3	Schlußfolgerungen für reale Anwendungsfälle	257
5.3.1	Festlegung der Bezirke	257
5.3.2	Erhebung der Meßwerte	258
5.3.2.1	Wahl der Eingangsgrößen	258
5.3.2.2	Wahl der Meßstelle	259
5.3.3	Eingabe der Gewichte	260
Literaturverzeichnis		261
Verzeichnis der Tabellen		273
Verzeichnis der Abbildungen		274

## Anhang

1. Mathematische Grundlagen	A1
1.1 Matrix- und Vektorschreibweise	A1
1.1.1 Allgemein	A1
1.1.2 Gleichungssysteme	A2
1.1.3 Quadratische Formen	A2
1.2 Begriffe aus der Matrizenrechnung	A3
1.2.1 Bezeichnungen	A3
1.2.2 Eigenschaften von Matrizen	A4
1.3 Lineare Gleichungssysteme	A6
1.3.1 Linear abhängige Gleichungen	A7
1.3.1.1 Definition	A7
1.3.1.2 Feststellung der linearen Abhängigkeit	A7
1.3.2 Inkonsistente Gleichungen	A8
1.3.2.1 Definition	A8
1.3.2.2 Feststellung der Inkonsistenz	A8
1.3.3 Auflösung des LGS	A9
1.3.3.1 Fallunterscheidung	A9
1.3.3.2 Lösung	A10
1.3.4 Optimierungsaufgaben	A10
1.3.4.1 Allgemein	A10
1.3.4.2 Lagrange-Multiplikatoren	A10
2. Formelmäßige Herleitung	A12
2.1 Lösung der optimierenden Verfahren	A12
2.1.1 Voraussetzungen	A12
2.1.2 Dualität des Problems	A12
2.2 Minimierung der Norm	A14
2.3 Maximierung der Entropie	A16
2.3.1 Formel für die Entropie einer Matrix	A16
2.3.2 Abgeänderte Zusatzbedingung	A17
2.3.3 Lösung	A19
2.4 Minimierung der Unterschiedsquadrate	A21
2.4.1 Lösung	A21
2.4.2 Annäherung für die Entropie-Zusatz- bedingung	A23
2.5 Minimierung des Informationsgewinns	A25
2.5.1 Zusatzbedingung	A25
2.5.2 Abgeänderte Zusatzbedingung	A27
2.5.3 Lösung	A27
2.5.4 Lösung nach BELL	A30
2.6 Verfahren nach dem Satz von Bayes	A32
2.7 Intervallschätzungen für das Entropie- verfahren	A36

# I. Grundlagen

## 1. Einleitung

### 1.1 Begriffe

Diese Arbeit befaßt sich mit der Ermittlung der Quelle-Ziel-Matrix in einem Netz des öffentlichen Personennahverkehrs (OPNV), d.h. der Ermittlung der Fahrgastströme bzw. Stärke der Verkehrsbeziehungen zwischen den einzelnen Verkehrszellen des Netzes: hierbei gibt ein Element (künftig mit  $t_{ij}$  bezeichnet) der gesuchten Quelle-Ziel-Matrix die Anzahl der Fahrten bzw. Fahrgäste von einer Quellzelle  $i$  zu einer Zielzelle  $j$  an. Als Zelle können entweder eine einzelne Haltestelle oder mehrere zu einem Bezirk zusammengefaßte Haltestellen betrachtet werden.

Eine Quelle-Ziel-Matrix wird i.a. folgendermaßen dargestellt, wobei  $I$  der Anzahl der Quellzellen und  $J$  der Anzahl der Zielzellen entspricht:

		nach Zelle					$\Sigma$
		Zielzellen					
von Zelle		1	2	...	J-1	J	
Quellzellen	1	$t_{11}$	$t_{12}$	...	$t_{1,J-1}$	$t_{1,J}$	$E_1$
	2	$t_{21}$	$t_{22}$	...	$t_{2,J-1}$	$t_{2,J}$	$E_2$
	...						...
	...						...
	I-1	$t_{I-1,1}$	$t_{I-1,2}$	...	$t_{I-1,J-1}$	$t_{I-1,J}$	$E_{I-1}$
	I	$t_{I1}$	$t_{I2}$	...	$t_{I,J-1}$	$t_{IJ}$	$E_I$
$\Sigma$		$A_1$	$A_2$	...	$A_{J-1}$	$A_J$	$\sum_{i=1}^I E_i = \sum_{j=1}^J A_j$

In dieser Matrix geben die Zeilensummen die Anzahl der Einsteiger in den einzelnen Verkehrszellen und die Spaltensummen die Anzahl der Aussteiger in den Verkehrszellen an. Die Summe aller Zeilen muß gleich der

Summe aller Spalten sein und entspricht der Anzahl der im Netz beförderten Fahrgäste. Die Diagonalelemente geben den Binnenverkehr der Verkehrszellen an; ein Diagonalelement hat den Wert Null, wenn die betreffende Verkehrszelle nur aus einer einzigen Haltestelle besteht.

## 1.2 Bedeutung der Fragestellung

Die Ermittlung der Verkehrsströme in einem ÖPNV-Netz ist vor allem deshalb von großer Bedeutung, weil diese benötigt werden, um den Fahrgästen ein attraktives ÖPNV-System anbieten zu können. Dies ist umso mehr in der heutigen Zeit wichtig, wo der ÖPNV nur noch bei einem attraktiven Angebot hohe Verkehrsanteile erzielen und neben dem Individualverkehr (IV) bestehen kann. Quelle-Ziel-Matrizen werden vor allem im Bereich der Linienplanung benötigt, wo oftmals althergebrachte Linienführungen einer sich ändernden Verkehrsnachfrage angepaßt werden müssen; Ziele hierbei sind

- ein möglichst großer Anteil an Direktfahrten bzw. ein möglichst geringer Anteil an Umsteigefahrten sowie
- eine Minimierung der Reisezeiten und daher u.a. möglichst gute Fahrplananschlüsse für diejenigen Fahrgäste, die umsteigen müssen.

Eine diesen Zielen gerechtwerdende Planung setzt aber voraus, daß Angaben über die Verkehrsströme im aktuellen Netz vorhanden sind. Außer im Bereich der Linienplanung können Quelle-Ziel-Matrizen auch in anderen Bereichen von Bedeutung sein, z.B.

- im Bereich der Tarifgestaltung  
(Festlegung von Zonengrenzen bei Zonentarifen usw.)  
oder

- im Bereich der Einnahmenaufteilung bei Verbundbetrieben  
(Aufteilung der Einnahmen auf die Verbundpartner entsprechend den jeweils erbrachten Verkehrsleistungen).

### 1.3 Aufgabenstellung

Quelle-Ziel-Matrizen für den ÖPNV können ohne Verwendung von Verkehrsnachfragemodellen (vgl. Abschnitt 3.1.2) bisher nur aus einer Verkehrsstromerhebung gewonnen werden; i.a. ist dazu eine Befragung der Fahrgäste erforderlich, was einen großen Aufwand an Personal und Zeit bedeutet. Für den Bereich des IV sind in jüngster Zeit vermehrt Methoden entwickelt worden, wie Quelle-Ziel-Matrizen statt aus einer aufwendigen Verkehrsstromerhebung aus leicht durchzuführenden Querschnittszählungen näherungsweise ermittelt werden können; Inhalt dieser Arbeit sind daher

- eine Übertragung geeigneter, für den Bereich des IV entwickelter Verfahren auf den Bereich des ÖPNV (d.h. Ersatz einer Fahrgastbefragung durch eine Fahrgastzählung) und
- ein Vergleich der Verfahren und ihrer Ergebnisse anhand einer Anwendung auf reale Netze des ÖPNV.

Die Untersuchung soll Aufschluß darüber geben, ob die Verfahren im Bereich des ÖPNV verwendbar sind bzw. mit welchen zusätzlichen, z.T. ÖV-spezifischen Informationen die Genauigkeit der Ergebnisse gesteigert werden kann.

## 2. Bisherige Methoden zur Ermittlung von Quelle-Ziel-Beziehungen

### 2.1 Beschreibung

#### 2.1.1 Methoden ohne Personal für die Erhebung

Nur in Ausnahmefällen können Verkehrsstromerhebungen im ÖPNV ohne Aufwand an zusätzlichem Personal für die Erhebung durchgeführt werden; als Beispiel seien genannt

- Verkehrsbetriebe mit vollautomatischer Speicherung der Einstiegs- und Ausstiegshaltestelle bei Entwerten des Fahrtausweises und
- Verkehrsbetriebe, deren Fahrtausweise Angaben über Einstiegs- und Ausstiegshaltestelle enthalten.

Ein Vertreter der ersten Gruppe stellt das BART - Schienschneellverkehrssystem im Raum San Francisco dar (CHAN et al., 1980, S. 32f). Bei diesem System werden auf den Fahrzeugen keine Fahrtausweise verkauft, und die Fahrgäste müssen vor Betreten der Sperrenanlagen einen Fahrtenausweis erworben haben; diese Fahrtausweise sind mit einem magnetischen Datenstreifen versehen, der eine Information über den Wert des Fahrtausweises (d.h. bezahlter Preis) enthält. Bei Passieren der Zugangssperre wird die Einstiegshaltestelle auf dem Datenstreifen notiert; bei Passieren der Ausgangssperre an der Zielhaltestelle wird die Eingangshaltestelle gelesen und gespeichert, der entsprechende Fahrpreis berechnet und vom Wert des Fahrtausweises abgezogen (bei zu geringem Wert muß nachbezahlt werden). Eine automatische Auswertung der Aufzeichnungen an den Ausgangssperren liefert eine nahezu vollständige Quelle-Ziel-Matrix, es fehlen nur diejenigen Fahrgäste, welche die Sperren umgehen. Da ein derartiges System bisher vermutlich nur in San Francisco im Einsatz ist und zudem auf Nahverkehrssysteme mit Sperrenzu- und -abgängen beschränkt ist, muß auf andere Methoden zurückgegriffen werden.

Zur zweiten Gruppe gehören in der Regel Überlandbusbetriebe, deren Fahrtausweise vom Fahrer auf Druckern (z.B. Typ ALMEX) ausgegeben werden. Über eine manuelle Auswertung der Kontrollstreifen im Verkehrsbetrieb kann dann unmittelbar eine Quelle-Ziel-Matrix erstellt werden; allerdings gilt diese Matrix nur für den Barzahlverkehr, wohingegen Fahrgäste mit anderen Fahrtausweisen (Mehrfahrten- oder Zeitkarten, Freifahrtscheine) nicht erfaßt werden. Dies stellt insbesondere bei Verkehrsbetrieben in Städten eine starke Einschränkung dar, ganz abgesehen davon, daß in solchen Betrieben meist keine Fahrtausweise mit Angabe der Ein- und Ausstiegshaltestelle ausgegeben werden.

#### 2.1.2 Methoden mit Personal für die Erhebung

Es kann danach unterschieden werden, ob im Rahmen der Erhebung eine Befragung der Fahrgäste erforderlich ist oder nicht. Methoden ohne Befragung haben den Vorteil, daß sie schnell sind und somit eine möglichst große Anzahl an Fahrgästen erfaßt wird. In der Literatur werden die Zählkarten- und die Sitzplatzmatrixmethode genannt, wobei im ersten Fall die Mitarbeit der Fahrgäste erforderlich ist.

##### 2.1.2.1 Methoden ohne Befragung

Bei der Zählkartenmethode (vgl. FGS, 1970, S. 68 bzw. VÖV, 1961, S. 17f) werden den Fahrgästen an der Einstiegshaltestelle markierte Zählkarten übergeben, die an der Ausstiegshaltestelle wieder eingesammelt werden bzw. in bereitgestellte Behälter abgegeben werden müssen. Diese Methode ist besonders geeignet für Schienenverkehrsnetze, bei denen die Fahrgäste Sperren passieren müssen; sie ist von der Mithilfe der Fahrgäste abhängig, insbesondere dann, wenn für das Einsammeln der

Zählkarten kein Personal zur Verfügung steht und daher erwartet wird, daß die Fahrgäste die Zählkarten ohne Aufforderung in bereitgestellte Behälter werfen. Die Differenz zwischen den ausgegebenen und zurückerhaltenen Zählkarten ist durch eine Hochrechnung auszugleichen. Bei Umsteigern muß darauf geachtet werden, daß sie nur an den Einstiegshaltestellen Zählkarten erhalten, damit das Ergebnis durch nochmalige Zählkartenausgabe an den Umsteigehaltestellen nicht verfälscht wird. Die Zählkartenmethode ist bei Liniennetzen ohne Sperren besonders personalaufwendig, weil alle Haltestellen im gesamten Netz gleichzeitig mit Personal besetzt sein müssen. Dies ist vor allem im Fall einer Totalerhebung von Bedeutung, weil diese nicht in einzelne zeitlich getrennte Teilerhebungen für die verschiedenen Linien aufgeteilt werden kann, sofern nicht unter Inkaufnahme einer geringen Rückgabequote und damit auch geringeren Repräsentativität auf Personal an den Ausstiegshaltestellen zum Einsammeln der Zählkarten verzichtet wird.

Bei der Sitzplatzmatrixmethode (DAVIES et al., 1978, S. 559 ff) notiert im Fahrzeug mitfahrendes Zählpersonal auf einem Plan, der die Sitzplätze in Form eines Grundrisses ("Sitzplatzmatrix") enthält, für jeden Sitzplatz, zwischen welchen Haltestellen er besetzt ist und wo gewechselt wird. Die Methode hat den Vorteil, daß keine Mitarbeit der Fahrgäste erforderlich ist, jedoch mehrere entscheidende Nachteile:

- sie kann nur in verkehrsschwachen Zeiten angewendet werden, da keine Erfassung der Stehplatzbelegung erfolgt.
- umsteigende Fahrgäste können nur über eine zusätzliche Befragung erkannt und zugeordnet werden.

### 2.1.2.2 Methoden mit Befragung

(vgl. FGS, 1970, S. 69f bzw. VöV, 1961, S. 16ff)

Die Methoden können unterteilt werden in eine Befragung nur der Fahrgäste oder eine stichprobenhafte Befragung aller im Untersuchungsgebiet wohnenden Personen (bzw. einer Untergruppe), d.h. sowohl tatsächlicher als auch potentieller Fahrgäste. Im ersten Fall wird die Befragung an den Haltestellen bzw. in den Fahrzeugen durchgeführt, im zweiten Fall in den Wohnungen (bzw. im Fall z.B. der Untergruppe der Berufstätigen in den Betrieben).

Befragungsmethoden haben den Vorteil, daß außer der Einstiegs- und Ausstiegshaltestelle (d.h. der Quelle-Ziel-Matrix) noch andere Dinge ermittelt werden können, z.B. der Fahrtzweck oder die Art des Fahrtausweises; sie haben den Nachteil, daß sie sehr zeitaufwendig sind und deshalb in Abhängigkeit vom zur Verfügung stehenden Personal in Zeiten starken Verkehrs u.U. nicht alle Fahrgäste erfaßt werden können bzw. bei Befragungen in der Wohnung etc. von vornherein nur eine ausgewählte Stichprobe betrachtet wird. Aus diesem Grund empfiehlt sich eine Kontrolle der Ergebnisse durch parallel zur Befragung an ausgewählten Zählpunkten vorgenommene Querschnittszählungen. Darüberhinaus sind sie in großem Maß von der Mitarbeit der befragten Personen abhängig; dies ist besonders in der heutigen Zeit zu beachten, wo Befragungen unpopulär sind und damit zu rechnen ist, daß nicht alle Fahrgäste bereitwillig Auskunft geben.

#### 2.1.2.2.1 Befragung der Fahrgäste

Die Befragung der Fahrgäste im Verkehrsmittel erfordert meist weniger Personal als an den Haltestellen. Es kann unterschieden werden, ob die Befragung mündlich oder schriftlich erfolgt.

Bei der mündlichen Befragung werden die Fahrgäste, die nicht umgestiegen sind, durch Personal befragt, das ihre Angaben zur späteren Auswertung auf Fragebögen oder mit Hilfe eines Tonbandgerätes festhält. Diese Erhebungsmethode stellt vor allem in den Hauptverkehrszeiten hohe Anforderungen an das Personal.

Bei der schriftlichen Befragung wird den Fahrgästen, die nicht umgestiegen sind, ein Fragebogen zur schriftlichen Beantwortung ausgehändigt; die ausgefüllten Fragebögen müssen von den Fahrgästen an den Verkehrsbetrieb weitergeleitet werden. Zur Kontrolle der Rückgabequote muß die Anzahl der ausgegebenen Fragebögen festgehalten werden.

Die schriftliche Befragung hat gegenüber der mündlichen Befragung den Vorteil, daß die Fragen ausführlicher und präziser gestellt werden können (z.B. zusätzliche Erfassung auch der tatsächlichen Fahrtquellen bzw. -ziele). Sie hat jedoch den großen Nachteil, "daß Art und Umfang der Beantwortung kaum beeinflussbar sind und von dem guten Willen der Fahrgäste abhängen. Mißlich ist auch, daß die zurückgegebenen Fragebögen über den insgesamt angesprochen Publikumskreis kaum repräsentativ aussagen" (FGS, 1970, S. 70).

#### 2.1.2.2.2 Befragung in der Wohnung

Befragungen in der Wohnung, im Betrieb etc. liefern die umfassendsten Ergebnisse, da neben den verkehrlichen Daten auch Strukturdaten und soziologische Werte ermittelt werden können; wegen ihres außerordentlich hohen Aufwands kommen sie für eine reine Ermittlung der Quelle-Ziel-Beziehungen jedoch nicht in Betracht. Da eine Befragung aller im Untersuchungsgebiet wohnenden Personen finanziell nicht möglich ist, muß eine Auswahl entsprechend der Stichprobentheorie getroffen werden;

falls die Beantwortung der Fragen schriftlich erfolgt, sind eventuelle Verfälschungen der Ergebnisse aufgrund mangelnder Repräsentativität zu berücksichtigen.

Abgesehen von dem hohen Aufwand hat diese Art der Befragung den Nachteil, daß nur die innerhalb des Untersuchungsgebiets erreichbaren Personen erfaßt werden können; es sind daher noch ergänzende Erhebungen zur Berücksichtigung des einstrahlenden Verkehrs bzw. des Durchgangsverkehrs erforderlich. Ein möglicher Vorteil liegt darin, daß sie als einzige der vorgestellten Methoden nicht nur Angaben über die realisierte Nachfrage nach Verkehrsleistungen im ÖPNV liefert, sondern auch Anhaltspunkte für den bestehenden Bedarf geben kann. Es darf nicht übersehen werden, daß zwischen der Nachfrage und dem Bedarf z.T. erhebliche Unterschiede bestehen. Dies zeigt sich z.B. darin, daß die Stärke der Verkehrsströme von der Linienführung und Haltestellenlage abhängig sein können und sich dem jeweils aktuellen Netz anpassen; daher kann nur die letztgenannte Erhebungsmethode Aussagen über die vom aktuellen öffentlichen Verkehrsnetz unabhängigen Quelle-Ziel-Beziehungen treffen.

## 2.2 Zusammenfassung

In Tabelle 1 wurde der Versuch unternommen, die vorgestellten Erhebungsmethoden nach verschiedenen Kriterien zu vergleichen. Aus dieser Tabelle und dem oben Gesagten geht hervor, daß für Verkehrsstromerhebungen - abgesehen von Sonderfällen - trotz der hohen Kosten nur die Befragungsmethoden in Betracht kommen.

Die anderen Methoden scheiden aus, weil

- die notwendige Geräteausstattung fehlt (BART-System)

Tab. 1: Kriterium	ohne Personal für die Erhebung		mit Personal für die Erhebung				
	automatisch	manuell	ohne Befragung		mit Befragung		
	BART-System	spezielle Fahrcheinanalyse	Zahlkartenmethode	Sitzplatzmatrixmethode	an der Haltestelle/im Fahrzeug		in der Wohnung etc. mündlich/schriftlich (telefonisch)
					(mündlich) sofortige Beantwortung	(schriftlich) Beantwortung zuhause	
Personal für Erhebung nötig	nein	nein	ja	ja	ja	ja	ja
Personal für Auswertung nötig	nein	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Personal an Haltestellen nötig	nein	nein	ja	nein	falls nicht im Fahrzeug	falls nicht im Fahrzeug	nein
Personal in Fahrzeugen nötig	nein	nein	nein	ja	falls nicht an Haltestellen	falls nicht an Haltestellen	nein
Personal an Wohnungen etc. nötig	nein	nein	nein	nein	nein	nein	ja
besondere Geräte nötig	ja	nein	nein	nein	nein	nein	nein
besondere Fahrtausweisgestaltung nötig	ja	ja	nein	nein	nein	nein	nein
Sperrten nötig	ja	nein	empfohlen	nein	nein	nein	nein
alle Fahrgäste erfassbar	ja	nur Barzahler	ja	nur eine Linie nur schwacher Verkehr	ja	ja	nur ein Teil der im Untersuchungsgebiet wohnenden Fahrgäste
alle Leute im Untersuchungsgebiet erfassbar	nein	nein	nein	nein	nein	nein	nur Stichprobe
Umsteigeridentifizierung nötig	nein	nein	ja	ja	ja	ja	nein
Befragung nötig	nein	nein	nein	für Umsteiger	ja	ja	ja
Mitarbeit der Fahrgäste nötig	nein	nein	nein, falls Personal an Aus.Hst	nein	ja	ja	ja
Repräsentativität gegeben	ja	nein, da nur Barzahler	ja, falls Personal an Aus.Hst	ja	ja	nein	ja (falls mündlich)
Einsteigs/Ausstiegshaltestelle erfassbar	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Quelle/Ziel erfassbar	nein	nein	nein	nein	i.a. nein (aus Zeitgründen)	ja	ja
andere Fragen erfassbar	nein	nein	i.a. nein	nein	z.T. ja	ja	ja
Bedarf näherungsweise erfassbar	nein	nein	nein	nein	nein	i.a. nein (nur der Fahrgäste)	ja
Aufteilung einer Totalerhebung möglich	ja	ja	nein, falls Personal an Aus.Hst	ja	ja	ja	ja
Kontrolle über Querschnittszahlungen nötig	nein	nein	i.a. nein	nein	ja	ja	ja
Kostenaufwand	minimal (wenn Geräte vorhanden)	gering	groß	groß	sehr groß	sehr groß	maximal

- entweder die spezielle Art der Fahrscheinausgabe unüblich ist oder, falls sie gehandhabt wird, nur ein Teil der Fahrgäste erfaßt werden kann.
- bei der Zahlkartenmethode entweder zuviel Personal erforderlich ist oder eine geringe Repräsentativität in Kauf genommen werden muß; außerdem entsteht in Anbetracht der Tatsache, daß nur die Quelle-Ziel-Matrix ermittelt werden kann, ein i.a. zu hoher Aufwand.
- bei der Sitzplatzmatrixmethode eine vollständige Erfassung der Fahrgäste nur in verkehrsschwachen Zeiten möglich ist und zur Berücksichtigung der Umsteiger zusätzliche Befragungen nötig sind.

Unter den Befragungsmethoden hat die mündliche Befragung im Fahrzeug die größte Bedeutung erlangt, da

- bei der schriftlichen Befragung im Fahrzeug eine genügende Repräsentativität nicht gegeben ist und
- die Befragung in der Wohnung etc. zu aufwendig ist und außerdem ergänzende Erhebungen zur Berücksichtigung des nicht erfaßbaren Verkehrs nötig sind.

### 2.3 Probleme

Bei der Durchführung einer Befragung sind folgende Probleme von Bedeutung:

- hohe Kosten:

Es entsteht ein hoher Aufwand (Personal und Zeit) sowohl für die Erhebung als auch die Auswertung. Zur Verdeutlichung allein des Erhebungsaufwands sei eine Verkehrsstromerhebung in Bremen genannt: Hier wurde 1962 auf einem Netz mit 360 Haltestellen und 34 Linien eine Befragung sämtlicher Fahrgäste durchgeführt. Dabei wurde in den Fahrzeugen gefragt nach: Ein- und Ausstiegshaltestelle, Art des Fahrtauswei-

ses, Fahrtzweck (Berufs- oder Gelegenheitsverkehr). Allein die Erhebung, die über mehrere Tage verteilt war, erforderte einen Aufwand von 560 Manntagen (DÖRFLER, 1963, S. 21).

- fehlerhafte Hochrechnung:

Wegen der hohen Kosten für eine Totalerhebung wird oft nur eine stichprobenhafte Erhebung (z.B. nur jeder 2. Kurs einer Linie) durchgeführt; eine Hochrechnung auf die Gesamtzahl der Fahrgäste (bzw. Kurse) kann u.U. sehr fehlerhaft sein. Erfolgt die Befragung schriftlich, wird die Hochrechnung aus den zurückgegebenen Fragebögen aufgrund einer geringen Repräsentativität weitere Verzerrungen beinhalten.

- fragwürdige Ergebnisse:

Wegen der hohen Kosten können die Fahrgäste eines Kurses nur einmal befragt werden; eine Erfassung an verschiedenen Tagen scheidet aus. Aufgrund der täglichen Schwankungen des Verkehrsaufkommens weichen die ermittelten Quelle-Ziel-Werte u.U. erheblich von dem tatsächlichen Mittelwert ab. Für den Bereich des Individualverkehrs wurde z.B. in Reading (Großbritannien) festgestellt, daß die täglichen Schwankungen so hoch sind, daß die Verwendung aufwendiger Erhebungsverfahren in Anbetracht des zweifelhaften Ergebnisses in Frage gestellt werden muß (VAN VLIET et al., 1981, S. 649).

Aufgrund dieser mit einer Verkehrsstromerhebung verbundenen Probleme werden Quelle-Ziel-Matrizen von den Verkehrsbetrieben i.a. nur sehr selten bzw. nur als Teilerhebung oder aber gar nicht ermittelt; dies kann zur Folge haben, daß das Verkehrsnetz bzw. die Linienführung nicht mehr den aktuellen Erfordernissen entspricht und somit dem Fahrgast ein nicht optimales, u.U. wenig attraktives ÖPNV-System angeboten wird.

### 3. Alternative Methoden zur Ermittlung von Quelle-Ziel-Beziehungen

#### 3.1 Prinzip

##### 3.1.1 Untersuchte Verfahren

Da die bisher im ÖPNV verwendeten Methoden zur Ermittlung von Verkehrsströmen auf der Grundlage von Verkehrserhebungen nicht ohne eine aufwendige Befragung der Fahrgäste auskommen, ist es Prinzip der hier vorgestellten alternativen Verfahren, zur Verminderung des Aufwands auf solche Daten zurückzugreifen, die nicht erfragt werden müssen, sondern gezählt werden können, d.h. die Befragung durch eine Zählung zu ersetzen. Insbesondere kommen hierfür solche Daten in Betracht, die sich für eine automatische Zählung eignen. Anstoß zu einem derartigen Vorgehen gaben Verfahren, die für den Bereich des IV entwickelt wurden, um mit geringerem Aufwand Quelle-Ziel-Beziehungen erhalten zu können. Diese Verfahren sind in der Lage, für Straßenknoten bzw. -netze aus Querschnittszählungen an den Ein- und Ausfahrten bzw. im Fall des Netzes auch zwischen den Knoten unter Verwendung von Zusatzinformation die Verkehrsströme zu schätzen; dies ist vor allem deshalb kostenreduzierend, weil solche Querschnittszählungen im IV automatisch (z.B. mit Hilfe von Induktionsschleifen) durchgeführt werden können. Überträgt man das beschriebene Vorgehen auf ÖPNV-Netze, so entsprechen die Querschnittszählungen

- an den Ein- und Ausfahrten des IV-Netzes im ÖPNV Zählungen der Ein- und Aussteiger an den verschiedenen Haltestellen und
- zwischen den Knoten des IV-Netzes im ÖPNV Querschnittszählungen an den Strecken zwischen den einzelnen Haltestellen.

Sowohl die Haltestellenbelastungen als auch die Streckenbelastungen können schon heute - wenn auch bisher nur mit erheblichem Aufwand für die Geräteausstattung -

im Oberflächenverkehr automatisch erhoben werden; im Fall von Schienennetzen mit Sperrenzugang gilt das nur für die Haltestellenbelastung. So laufen z.B. in Nürnberg schon seit längerer Zeit Versuche zur automatischen Erfassung der Ein- und Aussteiger sowohl in Bussen als auch in U-Bahnhaltestellen (VAG, 1984). Diese wird ermöglicht durch Doppellichtschranken, die in den Sperrenanlagen der U-Bahn bzw. den Ein- und Ausstiegen der Busse eingebaut sind und passierende Personen richtungsmäßig und zeitlich unterschieden erfassen. Beim Bus erfolgt die Zuordnung der Fahrgastbewegungen zu den einzelnen Haltestellen automatisch durch Vorgabe des Fahrzeugfolgeplans und des Musters der Haltestellenabstände an das Erfassungsgerät; eine Berechnung der Besetzung zwischen den Haltestellen (Streckenbelastungen) ist über die Differenzen zwischen den Ein- und Aussteigerzahlen leicht möglich (PRO DATA, 1982). Die Erfahrungen mit der beschriebenen Methode in Nürnberg zeigen, daß die Messungen nach der Beseitigung von Anfangsschwierigkeiten eine hohe Genauigkeit aufweisen.

Falls die Eingabedaten der alternativen Methoden nicht automatisch ermittelt werden können, ist zwar der Kostenaufwand für die Ermittlung der Quelle-Ziel-Matrix immer noch hoch, aber dennoch schon wesentlich geringer als im Fall der Befragung, denn

- es kann im Bereich der Erhebung Personal gespart werden, da die Zählung weniger zeitintensiv ist, und
- es ist zu erwarten, daß die Auswertung der erhobenen Daten nicht schwieriger ist.

Als Nachteile der vorgestellten Verfahren sind anzuführen, daß mit ihnen Zusatzerhebungen (z.B. Fahrtzweck, Fahrtausweisbenutzung usw.) nicht mehr möglich sind.

### 3.1.2 Verkehrsnachfragemodelle

Eine gänzlich andere Möglichkeit zur Bestimmung einer Quelle-Ziel-Matrix bieten die Verkehrsnachfragemodelle; hier wird die Matrix nicht aufgrund einer Fahrgastbefragung oder -zählung ermittelt, sondern es wird von Strukturdaten der betrachteten Verkehrszellen (Zahl der Einwohner und ggf. Zuordnung zu verhaltenshomogenen Gruppen, Zahl der Arbeits- und Ausbildungsplätze, Einkaufswert usw.) ausgegangen. Aus diesen Strukturdaten werden mithilfe der Verkehrsnachfragemodelle

- Verkehrserzeugung, d.h. Ermittlung des Verkehrsaufkommens je Verkehrszelle
- Verkehrsverteilung, d.h. Ermittlung der Verkehrsströme zwischen den einzelnen Verkehrszellen (Zielwahl)
- Verkehrsmittelwahl, d.h. Aufteilung der Verkehrsströme nach benutztem Verkehrsmittel

die gesuchten Verkehrsströme im ÖPNV berechnet. Dieses Vorgehen war bisher vor allem im Rahmen der Generalverkehrsplanung üblich. Nach WERMUTH (1984, S. 83) können zwei Vorgehensweisen unterschieden werden:

- Verkehrsverflechtungsmodelle bestimmen die aggregierten Verkehrsmengen zwischen jeweils zwei Verkehrszellen getrennt nach Verkehrsmittel; dabei wird der Zusammenhang der einzelnen Ortsveränderung mit der gesamten Wegekette bzw. dem Aktivitätsmuster einer Person nicht berücksichtigt.
- Wegekettenmodelle versuchen dagegen, für einzelne Personen oder über Personengruppen aggregiert, die gesamte Wegekette über einen Tag nachzuvollziehen und die im Rahmen dieser Kette aufgesuchten Ziele und benutzten Verkehrsmittel zu ermitteln; dabei ist der Bezug zwischen den einzelnen Wegen der Kette und zur Person gegeben. Wegekettenmodelle erfordern eine Anwendung der Simulationstechnik (z.B. SPARMANN, 1980).

Verkehrsnachfragemodelle werden nachfolgend wegen des im Hinblick auf die Aufgabenstellung grundsätzlich verschiedenen Vorgehens und des anders gearteten Datenbedarfs nicht weiter betrachtet.

### 3.2 Literaturüberblick

In der Literatur finden sich mit drei Ausnahmen für die in Frage kommenden Verfahren nur Anwendungen im Bereich des IV. Es können hierbei zwei Gruppen von Verfahren unterschieden werden:

- ältere Verfahren, die aufgrund von Querschnittszählungen an den Ein- und Ausfahrten eines Straßenknotens i.a. bekannte alte Werte der Verkehrsströme aktualisieren.
- in jüngster Zeit entwickelte Verfahren, die sowohl Querschnittszählungen an den Ein- und Ausfahrten als auch zwischen den Knoten berücksichtigen können, und nicht unbedingt auf alte Werte der Verkehrsströme angewiesen sind.

Die erste Gruppe besteht aus den Wachstumsfaktorverfahren (engl.: growth factor models) bzw. Hochrechnungsverfahren, zu denen z.B. die Verfahren nach FRATAR und FURNESS gehören; ein Überblick über diese Verfahren findet sich z.B. in BONE et al. (1961) oder BUEHLER (1983). Von Bedeutung sind im IV heute im wesentlichen nur noch die Verfahren, die zur zweiten Gruppe gehören, da sie auch auf Netze anwendbar sind. Sie basieren auf einer Arbeit von SCHLUMS (1954) und können in folgende Kategorien eingeteilt werden:

- Gravitationsverfahren:  
LOW (1972), OVERGAARD (1974), LAMARRE (1977), HÖGBERG (1975), ROBILLARD (1975), HOLM et al. (1976), SYMONS et al. (1976), SMITH et al. (1977) u.a.
- Entropie- und verwandte Verfahren:  
WILLUMSEN (1978), VAN ZUYLEN (1979), MEKKY (1979), BELL (1983a), BELL (1983b).

- Gleichgewichtsverfahren:  
NGUYEN (1977), GUR et al. (1979), BOYCE et al. (1983)  
u.a.
- Systemtheoretische Verfahren:  
CREMER et al. (1981).
- Verfahren auf Basis des Satzes von Bayes:  
MAHER (1983a).
- Verfahren auf Basis eines Markov'schen Prozesses:  
DÜBBERS (1983).
- Andere Verfahren:  
BEIL (1979), REGAN (1977) u.a.

In dieser Übersicht sind nur solche Verfahren aufgeführt, die auch auf Netze anwendbar sind. Andere, nur für Knoten geeignete Verfahren, scheiden aufgrund der erforderlichen Eingabedaten aus; dies gilt z.B. für das von MAHER (1984a, S. 20) vorgeschlagene Maximum-Likelihood-Schätzverfahren auf der Basis von Kurzzeitmessungen. Einen Überblick über die zu den ersten vier Kategorien gehörenden Verfahren geben CHAN et al. (1980a) bzw. für den deutschsprachigen Raum SCHWEIG (1983), der auch das Vorgehen nach BEIL beschreibt.

Gravitationsverfahren beruhen oft auf der Annahme, daß sich das Verkehrsaufkommen eines Bezirks aus seinen Strukturdaten, z.B. der Anzahl der Einwohner, Arbeitsplätze, Pkw u.ä. erklären läßt. Die zwischen den einzelnen Bezirken durchgeführten Fahrten werden in Analogie zu der Formel des Newton'schen Gravitationsgesetzes aus den Verkehrsaufkommen der beteiligten Bezirke und einer Widerstandsfunktion berechnet und auf das vorhandene Straßennetz umgelegt. Aus diesen Umlegungsergebnissen und den gemessenen Querschnittsbelastungen können Regressionsgleichungen aufgestellt werden, um die Modelle

so zu eichen, daß die bei der Umlegung berechneten Querschnittsbelastungen mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen.

Die Entropieverfahren und die mit ihnen verwandten Ansätze ermitteln unter allen Fahrtenmatrizen, deren Elemente die gemessenen Querschnittsbelastungen reproduzieren, diejenige Matrix, die aufgrund der zu dem jeweiligen Modell gehörenden Annahmen am wahrscheinlichsten ist. Im Fall des Entropieverfahrens wird die Matrix so bestimmt, daß die Anzahl der Möglichkeiten, die gezählten Fahrgäste den möglichen Verkehrsströmen zuzuordnen, maximal wird; damit ergibt sich eine möglichst gleichmäßige Verteilung in der Matrix.

Mit Ausnahme des Verfahrens nach HOLM et al. (1976) gehen alle Verfahren der bisher vorgestellten Kategorien von der Annahme aus, daß die Aufteilung der Verkehrsströme auf die verschiedenen Routen entweder nach dem Prinzip der "Alles-oder-nichts"-Umlegung (d.h. alle Fahrten führen über die Route mit dem geringsten Widerstand und keine Fahrten über alternative Routen) oder einer proportionalen Umlegung (d.h. die Fahrten teilen sich auf die verschiedenen alternativen Routen entsprechend deren Widerständen auf) erfolgt. Weiter wird vorausgesetzt, daß sich die Widerstände auf den einzelnen Strecken in Abhängigkeit von der Streckenbelastung nicht ändern bzw. eine Änderung keine Auswirkung auf die Routenwahl der Fahrer hat; dies bewirkt, daß die Anteile der Verkehrsströme an den einzelnen Streckenbelastungen von diesen Belastungen bzw. der Stärke der Verkehrsströme unabhängig sind. Die getroffenen Annahmen sind jedoch nur in solchen Netzen berechtigt, in denen keine Staueffekte auftreten bzw. nur wenig Alternativrouten vorhanden sind; im Fall von städtischen IV-Netzen mit Verdichtungserscheinungen können die Annahmen jedoch nicht aufrechterhalten und die entsprechenden Modelle i.a. nicht benutzt werden. Für solche Anwendungsfälle wurden die Gleichgewichtsverfah-

ren entwickelt, die auf einer Gleichgewichts-Umlegung beruhen; sie gehen von dem 1. Wardrop'schen Prinzip (WARDROP, 1953, S. 345) aus, wonach die von einem Fahrer benutzte Route den (von ihm) als minimal empfundene(n) Widerstand aufweist und bei gleichem Verhalten aller Fahrer demzufolge ein Gleichgewicht erreicht wird.

Das systemtheoretische Verfahren nach CREMER et al. (1981) benutzt als Eingangsinformation aus den Querschnittszählungen nicht die Summe, sondern eine Zeitreihe der gezählten Fahrzeuge; aus den zeitlichen Veränderungen der Ergebnisse der Querschnittszählungen werden die zu den entsprechenden Zeitintervallen gehörenden Teilmengen der Verkehrsströme rekursiv bestimmt. Dieses Modell ist das bisher einzige in der Literatur vorgestellte Verfahren zur dynamischen Ermittlung von Quelle-Ziel-Matrizen; es wurde bisher nur auf Straßenknoten angewendet.

Das Verfahren nach MAHER (1983a) auf der Grundlage des Satzes von Bayes berechnet die Werte der Verkehrsströme aufgrund von Wahrscheinlichkeitsverteilungen sowohl der Ausgangsinformation als auch der Meßwerte; hierbei werden für die Ausgangswerte der Verkehrsströme und die Meßwerte jeweils Mittelwerte und Varianzen benötigt.

DÜBBERS (1983) beschreibt ein speziell für den ÖPNV geeignetes Verfahren. Er verwendet hierbei den Markov'schen Prozeß als Modell zur stochastischen Verteilung der Fahrgäste auf die verschiedenen Quelle-Ziel-Beziehungen. Der Prozeß spielt sich an den Haltestellen ab, wo in Abhängigkeit von den Übergangswahrscheinlichkeiten nach Markov jeweils nur die beiden Zustände "Weiterfahren" oder "Aussteigen" erreicht werden können. Da dem Markov'schen Prozeß die unrealistische Annahme zugrundeliegt, daß die Benutzung des betrachteten Verkehrssystems für kurze und lange Strecken gleich wahrscheinlich ist, ist eine Korrektur aufgrund einer gegebenen Fahrtweitenverteilung erforderlich.

Die Verfahren von BEIL (1979) berechnen die Verkehrsströme aus der Bedingung, daß ihre Summe bzw. die Summe ihrer Quadrate optimal sein soll. REGAN (1977) bestimmt die Verkehrsströme mithilfe eines willkürlichen Ansatzes aus den Abweichungen zwischen den gemessenen Querschnittsbelastungen und denjenigen Belastungen, die sich mit den berechneten Verkehrsströmen ergeben.

Die einzigen bisher in der Literatur vorgestellten Anwendungsfälle alternativer Verfahren zur Bestimmung von Quelle-Ziel-Matrizen im ÖPNV finden sich in CHAN et al. (1980b, S. 32 ff), HIGUEREY et al. (1984, S. 5) und DÜBBERS (1983, S. 1 ff). In den beiden ersten Quellen werden für U-Bahnsysteme die Verkehrsströme anhand von Meßwerten der Ein- und Aussteiger an den Haltestellen bestimmt. Im ersten Anwendungsfall werden die Ergebnisse sowohl mit einem Gravitations- als auch einem Entropiemodell bestimmt und verglichen; im zweiten Anwendungsfall erfolgt die Berechnung nur auf Basis eines Entropiemodells, wobei aber zusätzlich zu jeder Haltestellenbelastung noch die Auskunft über die zugehörige aktuelle Fahrtweitenverteilung eingeht. Das Verfahren nach DÜBBERS wurde auf Einzellinien und Busnetze mittlerer Größe angewendet, wobei je Haltestelle zwei der drei Größen Einsteigersumme, Aussteigersumme und Besetzung auf dem anschließenden Streckenabschnitt bekannt sein mussten. Zusätzlich war es erforderlich, aus Befragungen an den Umsteigehaltestellen Information über die Fahrtweitenverteilung und die Quellen bzw. Ziele der Umsteiger zu ermitteln.

### 3.3 Abgrenzung der behandelten Verfahren

#### 3.3.1 Auswahl der Verfahren

In dieser Untersuchung werden näher vorgestellt:

- die Wachstumsfaktor-Verfahren,
- das Entropie- und zwei mit ihm verwandte Verfahren,
- das Verfahren auf Basis des Satzes von Bayes,
- die Verfahren nach BEIL und
- das Verfahren nach REGAN.

Gleichgewichtsverfahren werden nicht betrachtet, weil im Bereich des ÖPNV davon ausgegangen werden kann, daß die Anteile der Verkehrsströme an den gemessenen Streckenbelastungen unabhängig sind von der Höhe der Belastung; auch in Zeiten starken Verkehrs ist nicht damit zu rechnen, daß die Fahrgäste auf andere, weniger belastete Routen ausweichen, weil es diese entweder nicht gibt oder sie auch von Verkehrsbehinderungen betroffen sind.

Gravitationsverfahren werden nicht betrachtet, da sie oft auf Strukturgrößen angewiesen sind, die als Vorgabe bei dieser Untersuchung nicht verwendet werden sollten. Ziel dieser Arbeit ist vorwiegend die Ermittlung von Quelle-Ziel-Beziehungen in städtischen ÖPNV-Netzen: zum einen sind in solchen Netzen jedoch die Strukturgrößen für den Einzugsbereich einer Haltestelle bzw. Gruppe von Haltestellen meist unbekannt und daher nur mit größerem Aufwand zu ermitteln, was die Bedeutung der Verfahren für die Praxis erheblich verringern würde; zum anderen ist die Annahme einer Fahrtzielauswahl nach dem Gravitationsprinzip aufgrund der zu geringen Unterschiede in den Widerständen nicht berechtigt (vgl. WILLUMSEN, 1978, S. 42).

Das systemtheoretische Verfahren wird nicht behandelt, da es die Eingabe der Meßwerte in Abhängigkeit von der Zeit (z.B. als Folge von 15-minütigen Meßwerten) erfordert; dynamische Verfahren werden hier jedoch nicht betrachtet, da sich die Untersuchung auf statische Verfahren beschränkt. Dynamische Verfahren sind - anders als im Individualverkehr, wo sie z.B. im Bereich der Lichtsignalregelung vorteilhaft eingesetzt werden könnten - im ÖPNV i.a. weniger erforderlich.

Das Verfahren auf Basis eines Markov'schen Prozesses wird nicht betrachtet, da es Befragungen der Fahrgäste voraussetzt, wovon im Rahmen dieser Untersuchung nicht ausgegangen werden sollte. Da dem Markov'schen Prozeß die unrealistische Annahme zugrundeliegt, daß die Benutzung des betrachteten Verkehrssystems für kurze und lange Strecken gleich wahrscheinlich ist, muß eine Korrektur aufgrund einer aktuellen Fahrtweitenverteilung durchgeführt werden. Bei der Anwendung des Verfahrens auf Netze sind bei den Umsteigehaltstellen Befragungen erforderlich, um die Übergangswahrscheinlichkeiten für den Zustand "Aussteiger" um die nach dem Umsteigen weiterfahrenden Fahrgäste zu berichtigen.

### 3.3.2 Eingabedaten der behandelten Verfahren

Es wird unterschieden zwischen Ergebnissen aus Verkehrszählungen und zusätzlicher Information. Als Ergebnisse aus Verkehrszählungen gehen in die Verfahren ein:

- Querschnittsbelastungen (Streckenbelastungen)
- Haltstellenbelastungen (Ein- und Aussteiger).

Diese Größen werden zeitlich fest (z.B. als 24-Stunden-Wert) eingegeben; damit werden nur statische Verfahren betrachtet.

An zusätzlicher Information können berücksichtigt werden:

- Angaben über die Verteilung der Verkehrsströme auf alternative Routen (im folgenden als bekannt vorausgesetzt)
- Gewichte für die Verkehrsströme (z.B. alte Matrix)
- Meßwerte aus einem zurückliegenden Erhebungsjahr und zugehörige Werte der Verkehrsströme
- bekannte Werte von einzelnen Verkehrsströmen.

Nicht berücksichtigt werden sämtliche andere Angaben, z.B. Strukturgrößen, sozioökonomische Daten oder Informationen zur Verteilung der Fahrtweiten.

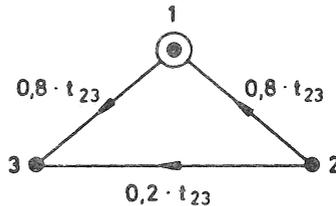
## I I . Theorie der Verfahren

Im folgenden werden mathematische Kenntnisse aus den Bereichen der Matrizenrechnung und der linearen Gleichungssysteme vorausgesetzt; einige der im Rahmen dieser Untersuchung erforderlichen mathematischen Grundlagen sind im Anhang I kurz dargestellt.

### 1. Verwendung der Zählergebnisse

#### 1.1 Aufstellen von linearen Gleichungssystemen

Aus den in Teil I genannten Verkehrszählungen ergeben sich Querschnitts- (Strecken-) und/oder Haltestellenbelastungen (Ein-, Aussteiger); diese werden als Eingangsgrößen für die vorgestellten Verfahren verwendet. Mit diesen Größen ist die Aufstellung eines linearen Gleichungssystems möglich, was an einem nachfolgend immer wieder behandelten Beispiel erläutert wird.



Dabei wird von einem Netz aus 3 Haltestellen bzw. Bezirken (d.h. Gruppen von Haltestellen) und 3 Strecken ausgegangen. Hierin verkehren von den Vororten 2 und 3 zum Zentrum 1 zwei Radiallinien mit häufiger Fahrzeugfolge und zwischen den Vororten 2 und 3 eine Tangentiallinie mit geringer Fahrtenanzahl (z.B. Verkehr nur in den Hauptverkehrszeiten).

Aufgrund dieses Linienangebots benutzen 80 % der Fahrgäste von 2 nach 3 die häufig befahrene längere Verbindung über das Zentrum 1 (Strecken 2→1 und 1→3) und 20 % die weniger häufig befahrene direkte Verbindung über die Strecke 2→3; für die Gegenrichtung gilt entsprechendes. Die anderen Verkehrsströme benutzen nur die Radiallinien.

### 1.1.1 Eingangsgröße Streckenbelastungen S

Aus richtungsbezogenen Querschnittszählungen an allen Strecken des Netzes können für das Beispiel sechs Gleichungen aufgestellt werden:

$$\text{Strecke } 1 \rightarrow 2: S^1 = 1 \cdot t_{12} + 0 \cdot t_{13} + 0 \cdot t_{21} + 0 \cdot t_{23} + 0 \cdot t_{31} + 0,8 \cdot t_{32}$$

$$\text{Strecke } 2 \rightarrow 1: S^2 = 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 0,8 \cdot t_{23} + 0 + 0$$

$$\text{Strecke } 1 \rightarrow 3: S^3 = 0 + 1 \cdot t_{13} + 0 + 0,8 \cdot t_{23} + 0 + 0$$

$$\text{Strecke } 3 \rightarrow 1: S^4 = 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{31} + 0,8 \cdot t_{32}$$

$$\text{Strecke } 2 \rightarrow 3: S^5 = 0 + 0 + 0 + 0,2 \cdot t_{23} + 0 + 0$$

$$\text{Strecke } 3 \rightarrow 2: S^6 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0,2 \cdot t_{32}$$

Allgemein kann für eine Anzahl von n Streckenbelastungen geschrieben werden (wobei  $i \neq j$  für jeden Meßwert n):

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}^n \cdot t_{ij} = S^n \quad 0 < a_{ij}^n < 1$$

Der Wert  $a_{ij}^n$  gibt den Anteil des Verkehrsstroms  $t_{ij}$  an, der zur Belastung der Strecke n beiträgt; er liegt zwischen den Werten 0 (d.h. der Verkehrsstrom  $t_{ij}$  führt nicht über die Strecke n) und 1 (d.h. 100 % des Verkehrsstroms  $t_{ij}$  führen über die Strecke n). Die Werte  $a_{ij}^n$  können für ein gegebenes Liniennetz relativ zuverlässig bestimmt werden (vgl. Abschnitt 1.1.3); in Netzen ohne alternative Routen können nur Werte von 0 oder 1 auftreten.

### 1.1.2 Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

(Einsteigersumme E bzw. Aussteigersumme A)

Aus den Zählungen an den Haltestellen können für das Beispiel sechs Gleichungen aufgestellt werden:

$$\text{Einsteiger Hst.1: } E^1 = 1 \cdot t_{12} + 1 \cdot t_{13} + 0 \cdot t_{21} + 0 \cdot t_{23} + 0 \cdot t_{31} + 0 \cdot t_{32}$$

$$\text{Aussteiger Hst.1: } A^1 = 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 0 + 1 \cdot t_{31} + 0$$

$$\text{Einsteiger Hst.2: } E^2 = 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 1 \cdot t_{23} + 0 + 0$$

$$\text{Aussteiger Hst.2: } A^2 = 1 \cdot t_{12} + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{32}$$

$$\text{Einsteiger Hst.3: } E^3 = 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{31} + 1 \cdot t_{32}$$

$$\text{Aussteiger Hst.3: } A^3 = 0 + 1 \cdot t_{13} + 0 + 1 \cdot t_{23} + 0 + 0$$

Allgemein kann für eine Anzahl von n Meßwerten, wobei n sich aus p Einsteigersummen und q Aussteigersummen zusammensetzt, geschrieben werden (wobei  $i \neq j$  für jeden Meßwert), wenn die Meßwerte jeweils für die gesamte Haltestelle ermittelt werden:

- für die Einsteigersummen

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}^p \cdot t_{ij} = E^p \quad a_{ij}^p = 1 \text{ falls } i=p$$

$$a_{ij}^p = 0 \text{ sonst}$$

- für die Aussteigersummen

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}^q \cdot t_{ij} = A^q \quad a_{ij}^q = 1 \text{ falls } j=q$$

$$a_{ij}^q = 0 \text{ sonst}$$

Für die Einsteigersummen gilt:

$a_{ij}^p = 1$  für alle von der Haltestelle p ausgehenden Verkehrsströme  $t_{pj}$ , ansonsten  $a_{ij}^p = 0$ .

Für die Aussteigersummen gilt:

$a_{ij}^q = 1$  für alle zu der Haltestelle q hinführenden Verkehrsströme  $t_{iq}$ , ansonsten  $a_{ij}^q = 0$ .

Werden die Meßwerte nicht für die gesamte Haltestelle, sondern richtungs- oder linienweise ermittelt, d.h. eine Richtungs- oder Linienunterscheidung durchgeführt, so gilt:

$$0 \leq a_{ij}^p \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad 0 \leq a_{ij}^q \leq 1$$

Eine solche Unterscheidung der Meßwerte kann für die Oberflächenverkehrsmittel Bus und Straßenbahn leicht durchgeführt werden; sie ist jedoch für Schienenschnellverkehrssysteme, wenn die Ein- und Aussteiger an den Sperrern ermittelt werden, i.a. nicht möglich. Im folgenden werden die Haltestellenbelastungen daher nicht nach Richtungen oder Linien unterschieden (Ausnahmen siehe Teil III/4.3.5), damit die Ergebnisse für alle möglichen ÖPNV-Systeme und für ungünstigere Verhältnisse Gültigkeit haben.

### 1.1.3 Anteilsmatrix

#### 1.1.3.1 Bekannte Anteilswerte

In den vorangegangenen Abschnitten wurde davon ausgegangen, daß die Anteile  $a_{ij}$  der Verkehrsströme zu den verschiedenen Meßwerten bekannt sind. Im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen trifft dies ohne Richtungs-/Linienunterscheidung immer zu, bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen dagegen nur für den Fall, daß keine alternativen Routen möglich sind. Die Annahme bekannter Anteile  $a_{ij}$  läßt sich im Bereich des ÖPNV aber dennoch rechtfertigen, weil sie - anders als im Bereich des IV - leichter geschätzt werden können, da es für die verschiedenen Verkehrsbeziehungen einerseits oft überhaupt keine alternativen Routen gibt und andererseits unter den denkbaren Alternativen die Anzahl wirklich angenommener alternativer Routen sehr begrenzt ist. Ursache für diese begrenzte Anzahl sind z.B. große Reisezeitunterschiede und die Umsteigegege-

benheiten: so werden auf eventuellen alternativen Routen liegende Umsteigehaltstellen aufgrund zu großer Wege, fehlenden Wetterschutzes, schlechter Fahrplanausschlüsse, geringer Einkaufsmöglichkeiten usw. von vornherein nicht angenommen.

Falls für die Aufteilung der Verkehrsströme auf tatsächlich verbleibende alternative Routen weder Erfahrungswerte (z.B. aus älteren Verkehrserhebungen) vorliegen noch begründete Annahmen (z.B. aufgrund einer Analyse des Fahrtenangebots oder ggf. einer Verkehrsumlegung) möglich sind, können Schätzwerte dafür aus stichprobenhaften Befragungen an den in Frage kommenden Haltestellen ermittelt werden. Daher wird in dieser Arbeit i.a. davon ausgegangen, daß die Anteilswerte näherungsweise bekannt sind.

#### 1.1.3.2 Unbekannte Anteilswerte

Auch in dem Fall, daß die Anteilswerte nicht gegeben sind, können die untersuchten Verfahren angewendet werden. Allerdings ist dann eine Modifikation insofern nötig, als für jede Teilmenge eines Verkehrsstromes, der eine andere Route benutzt, eine eigene Unbekannte eingeführt werden muß; dies erhöht die Zahl der Unbekannten beträchtlich, was i.a. eine Verschlechterung des Ergebnisses zur Folge hat. Durch Einführung der neuen Unbekannten gibt es in der Anteilsmatrix  $A$  (wie im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen) nur noch zwei Werte:  $a_{ij} = 1$ , wenn der Teilstrom zu einem Meßwert beiträgt, ansonsten 0.

Zur Verdeutlichung wird auf das Beispielnetz zurückgegriffen: dort ergeben sich für den Fall, daß Fahrgäste von und zum Zentrum keine Umwege fahren, für die Eingangsgröße Streckenbelastungen statt bisher 6 Unbekannte (vgl. Abschnitt 1.1.1) bei unbekanntem Aufteilungs-

verhältnissen jetzt 8 Unbekannte, da für die Verkehrsströme  $t_{23}$  bzw.  $t_{32}$  infolge der beiden alternativen Routen jeweils zwei Unbekannte ermittelt werden müssen:

$t_{23}^{2 \rightarrow 3}$  (bzw.  $t_{32}^{3 \rightarrow 2}$ ) : direkte Verbindung

$t_{23}^{2 \rightarrow 1 \rightarrow 3}$  (bzw.  $t_{32}^{3 \rightarrow 1 \rightarrow 2}$ ) : Umwege über das Zentrum 1.

Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

Strecke 1→2:

$$s^1 = 1 \cdot t_{12} + 0 \cdot t_{13} + 0 \cdot t_{21} + 0 \cdot t_{23}^{2 \rightarrow 3} + 0 \cdot t_{23}^{2 \rightarrow 1 \rightarrow 3} + 0 \cdot t_{31} + 0 \cdot t_{32}^{3 \rightarrow 2} + 1 \cdot t_{32}^{3 \rightarrow 1 \rightarrow 2}$$

Strecke 2→1:

$$s^2 = 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 0 + 1 \cdot t_{23}^{2 \rightarrow 1 \rightarrow 3} + 0 + 0 + 0$$

Strecke 1→3:

$$s^3 = 0 + 1 \cdot t_{13} + 0 + 0 + 1 \cdot t_{23}^{2 \rightarrow 1 \rightarrow 3} + 0 + 0 + 0$$

Strecke 3→1:

$$s^4 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{31} + 0 + 1 \cdot t_{32}^{3 \rightarrow 1 \rightarrow 2}$$

Strecke 2→3:

$$s^5 = 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{23}^{2 \rightarrow 3} + 0 + 0 + 0 + 0$$

Strecke 3→2:

$$s^6 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{32}^{3 \rightarrow 2} + 0$$

## 1.2 Lösung des Gleichungssystems

Aus den Ergebnissen  $v$  der Verkehrszählungen ergibt sich ein lineares Gleichungssystem für die Verkehrsströme:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}^n \cdot t_{ij} = v^n$$

In Matrix- und Vektorschreibweise (vgl. Anhang 1.1) lautet es

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v}$$

$A$  ist die Matrix der Werte  $a_{ij}^n$  (Anteilsmatrix)

$\underline{t}$  ist der Vektor der gesuchten Verkehrsströme  $t_{ij}$ , wenn diese hintereinander geschrieben werden (vgl. 2.1.1).

$\underline{v}$  ist der Vektor der Verkehrszählungsergebnisse:

Streckenbelastungen  $S$ , Einsteigersummen  $E$ , Aussteigersummen  $A$ .

Die Anzahl der Gleichungen ist gleich der Anzahl  $n$  der Zählergebnisse, die Anzahl der unbekanntem Verkehrsströme beträgt  $m = I \cdot (J-1)$ , da für keinen Verkehrsstrom Einstiegs- und Ausstiegshaltestelle übereinstimmen (Bedingung  $i \neq j$ ).

In diesem Gleichungssystem können sowohl linear abhängige Gleichungen (vgl. 1.3.1) als auch inkonsistente Gleichungen (vgl. 1.3.2) enthalten sein, was Einfluß auf die Lösung haben kann. Um zu einer Lösung des Gleichungssystems zu kommen, muß daher eine Rangbetrachtung für die Anteilsmatrix  $A$  und die erweiterte Matrix  $(A|\underline{v})$  erfolgen. Dabei sind gemäß Anhang 1.3.3 hier folgende Fälle von besonderer Bedeutung möglich (BEIL, 1979, S. 20):

- 1)  $n \geq m$ : Für  $r(A) = r(A|\underline{v}) = m$  ist das lineare Gleichungssystem eindeutig lösbar.
- 2)  $n < m$ : Unter der Voraussetzung, daß  $r(A) = r(A|\underline{v})$  erfüllt ist, wird eine Parameterlösung ermittelt. Ein Teil der Unbekannten (Anzahl:  $m - r(A)$ ) entspricht Parametern und kann daher verschiedene Werte annehmen, die restlichen Unbekannten (Anzahl:  $r(A)$ ) hängen aufgrund einer funktionalen Beziehung von den Parametern ab. Es existieren unendlich viele Lösungen, da ein unter-

bestimmtes Gleichungssystem vorliegt. Die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen entsprechend dem Rang  $r(A)$  reicht nicht aus, um alle  $m$  Unbekannten eindeutig zu bestimmen.

Sind  $A$  und  $\underline{v}$  gegeben, so gibt es also mindestens eine zulässige Lösung für das Gleichungssystem  $A \cdot \underline{t} = \underline{v}$ . Trotzdem kann es vorkommen, daß keine zulässige Lösung existiert, die nur aus nichtnegativen Elementen besteht. Diese Situation kann sich bei einem Unterschied zwischen der tatsächlichen und der hypothetisch angenommenen Verkehrsumlegung einstellen.

Im allgemeinen ist bei realen ÖPNV-Netzen die Anzahl  $n$  der aus den Zählungen erhaltenen Gleichungen wesentlich kleiner als die Anzahl  $m$  der unbekanntenen Verkehrsströme, so daß eine Lösungsvielfalt existiert; um zu einer eindeutigen Lösung zu kommen, wird bei den in der Literatur bekannten Ansätzen in den meisten Fällen

- entweder für die Verkehrsströme eine Zusatzbedingung eingeführt: dieses Vorgehen gilt für die in Kapitel 2 behandelten Verfahren, die sowohl Strecken- als auch Haltestellenbelastungen als Eingangsgrößen verarbeiten können
- oder es erfolgt ein iteratives Hochrechnen gegebener Ausgangswerte mittels geeigneter Wachstumsfaktoren auf mit den Zählergebnissen übereinstimmende neue Werte der Verkehrsströme: dieses Vorgehen gilt für die in Kapitel 3 behandelten Verfahren, die nur Haltestellenbelastungen als Eingangsgrößen verarbeiten können.

Auf den Fall der eindeutigen Auflösung des Gleichungssystems, die z.B. mit dem Gauß-Algorithmus möglich ist (z.B. BEIL, 1979, S. 24 ff), wird im folgenden nicht

weiter eingegangen; im übrigen ist dieser Fall in den in Kapitel 2 behandelten Verfahren enthalten.

### 1.3 Probleme bei den Zählergebnissen

#### 1.3.1 Linear abhängige Gleichungen

##### 1.3.1.1 Gründe für das Auftreten

In den meisten Fällen werden einige Gleichungen des aus den Zählergebnissen aufgestellten linearen Gleichungssystems (LGS) untereinander linear abhängig und deshalb überflüssig sein, weil sie keine zusätzliche Information enthalten. Linear abhängige Belastungen treten deshalb auf, weil die Verkehrsmenge, die zu einer Haltestelle bzw. einer Strecke hinfließt gleich derjenigen ist, die von dieser Haltestelle bzw. Strecke wegfließt. Dies entspricht der Annahme, daß das Kirchhoff'sche Gesetz Gültigkeit hat, welches in diesem Zusammenhang aussagt, daß Verkehr (d.h. Fahrgäste) in Haltestellen oder Strecken nicht verschwinden kann (BELL, 1983a, S. 200). Die größte Anzahl linear unabhängiger Gleichungen ist gleich dem Rang der Anteilsmatrix  $A$ .

##### 1.3.1.2 Verfahren zur Feststellung der linearen Abhängigkeit

Die in Kapitel 2 beschriebenen Verfahren setzen voraus, daß in dem LGS  $A \cdot \underline{x} = \underline{v}$  linear abhängige Gleichungen identifiziert werden; dies ist gleichbedeutend damit, daß Zeilen im LGS erkannt werden, die von anderen Zeilen linear abhängig sind. Hierfür gibt es mehrere geeignete Verfahren wie z.B.

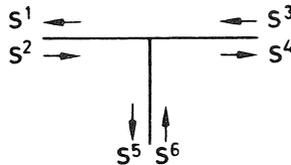
- den Gauß-Algorithmus oder
- die Gram-Schmidt-Orthogonalisation.

In dieser Untersuchung wird der Gauß-Algorithmus zugrunde gelegt.

### 1.3.1.3 Beispiele

Zur Verdeutlichung des Kirchhoff'schen Gesetzes und zur Vermeidung unnötigen Meßaufwands seien für reale Netze einige Möglichkeiten für das Auftreten linearer Abhängigkeiten genannt.

Für die lineare Abhängigkeit an einem Knoten gilt:



- Ist der Knoten weder Quelle noch Senke, d.h. keine Haltestelle, so ist bei Ermittlung der Streckenbelastungen an allen Querschnitten eine der ermittelten Belastungen linear abhängig.
- Ist der Knoten eine Quelle und/oder eine Senke, d.h. eine Haltestelle, so ist im Fall der Erhebung aller Streckenbelastungen sowie gleichzeitiger Ermittlung der Ein- und Aussteiger an dieser Haltestelle einer der Meßwerte linear abhängig. Ist der betreffende Knoten eine Endhaltestelle und nur an eine Strecke angeschlossen, so sind zwei Meßwerte linear abhängig, da in diesem Fall die beiden Haltestellenbelastungen mit den beiden Streckenbelastungen übereinstimmen.

Für die lineare Abhängigkeit in einem Netz gilt, wenn die Zählung ohne Richtungs- bzw. Linienunterscheidung durchgeführt wird:

Falls an allen Haltestellen des Netzes die Ein- und Aussteigersummen ermittelt werden, so liefert eine der Zählungen einen linear abhängigen Meßwert (vgl. LGS aus 1.1.2). Daraus folgt für ein ÖPNV-Netz aus insgesamt  $s$  Strecken (d.h.  $2 \cdot s$  Querschnitte) und  $h$  Haltestellen (d.h.  $2 \cdot h$  Ein- und Aussteigersummen), für das an allen möglichen Zählstellen die Belastung ermittelt wird (falls alle Knoten zugleich Haltestellen sind und keine Abbiegebeziehungen erfaßt werden):

- auf der alleinigen Basis von Streckenbelastungen enthält das LGS keine linear abhängigen Gleichungen.  
Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen:  $2s$
- auf der alleinigen Basis von Haltestellenbelastungen enthält das LGS eine linear abhängige Gleichung.  
Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen:  $2h-1$
- auf der Basis einer Kombination der obigen Strecken- und Haltestellenbelastungen enthält das Gleichungssystem bei  $h_E$  Endhaltestellen mit Anschluß an nur eine Strecke  $h + h_E$  linear abhängige Gleichungen, wenn keine Zyklen im Streckennetz vorkommen.  
Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen:  $2s+(h-h_E)$

### 1.3.2 Inkonsistente Gleichungen

#### 1.3.2.1 Gründe für das Auftreten

Normalerweise sind die aus den Verkehrszählungen erhaltenen Gleichungen inkonsistent, d.h. der Rang der Matrix  $A$  stimmt nicht mit dem Rang der erweiterten Matrix  $(A|\underline{v})$  überein. Dann gibt es keine Lösung für  $\underline{t}$ , die bei Umlegung auf das Netz die gemessenen Belastungen reproduziert.

Inkonsistente Gleichungen können dahingehend interpretiert werden, daß die Ergebnisse der Verkehrszählungen an den Querschnitten und Haltestellen das Kirchhoff'sche Gesetz nicht erfüllen, wonach Verkehr (d.h. Fahrgäste) nicht verschwindet. Als Hauptgründe für das Auftreten inkonsistenter Gleichungen im ÖPNV-Anwendungsbereich können genannt werden:

- Meßfehler.
- Unterschiedliche Erhebungszeiten (wenn die Meßwerte an den Zählstellen im Netz zu verschiedenen Zeiten bzw. Tagen erhoben wurden).
- Unterschiede zwischen der angenommenen und tatsächlichen Anteilsmatrix A.

#### 1.3.2.2 Verfahren zur Beseitigung der Inkonsistenz

Zur Beseitigung der Inkonsistenz von Meßwerten werden in der Literatur u.a. folgende Verfahren genannt, die ausgehend von den inkonsistenten Meßwerten  $\hat{v}_i$  neue, konsistente Werte  $v_i$  berechnen:

- Kleinst-Quadrate-Schätzung

Die bereinigten Werte  $v_i$  errechnen sich nach der Zielfunktion:

$$\sum_i (\hat{v}_i - v_i)^2 \rightarrow \text{Minimum}$$

- Maximum-Likelihood-Schätzung

Die bereinigten Werte  $v_i$  errechnen sich nach der Zielfunktion:

$$\sum_i (\hat{v}_i \cdot \log v_i - v_i) \rightarrow \text{Maximum}$$

Nach verschiedenen Autoren (VAN ZUYLEN et al., 1980 und BRANSTON et al., 1982) ist die Maximum-Likelihood-Methode vorzuziehen, da sie in keinem Fall negative

Schätzwerte liefert, während dies bei der Kleinst-Quadrat-Schätzung für kleine Meßwerte möglich ist.

Für den Fall einer nur einmaligen Erhebung jeder Belastung entwickelten VAN ZUYLEN und WILLUMSEN (VAN ZUYLEN et al., 1980, S. 283) das Maximum-Likelihood-Verfahren unter der Annahme, daß die Meßwerte poissonverteilt sind; dieses Verfahren wurde von VAN ZUYLEN (1981, S. 668 ff) dahingehend erweitert, daß die Meßwerte sowohl poisson- als auch normalverteilt angenommen werden können. Schließlich haben BRANSTON und VAN ZUYLEN (BRANSTON et al., 1982, S. 474) auch für den Fall, daß einige Belastungen mehrmals ermittelt wurden, eine Lösung angegeben.

## 2. Verfahren, die Strecken- und Haltestellenbelastungen als Eingangsgrößen verwenden können

### 2.1 Grundlagen

#### 2.1.1 Aufgabenstellung

Aufgrund der Zählung von Strecken- und/oder Haltestellenbelastungen und bekannten Anteilen der Verkehrsströme an diesen Belastungen sollen diejenigen Verkehrsströme ermittelt werden, die mit den Zählergebnissen in Einklang stehen; dabei kann zusätzlich für die Verkehrsströme noch eine Gewichtungsmatrix mit Ausgangswerten für die gesuchten Verkehrsströme (z.B. eine alte Matrix) gegeben sein.

Gegeben:

#### 1.) Ergebnisse aus Verkehrszählungen

- entweder Einsteigersummen

$$\sum_{j=1}^J t_{ij} = E^i$$

bzw. Aussteigersummen

$$\sum_{i=1}^I t_{ij} = A^j$$

- oder Streckenbelastungen

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij}^p \cdot t_{ij} = S^p$$

2.) Anteilsmatrix A der Anteile der Verkehrsströme an den einzelnen Belastungen:  $0 < a_{ij} < 1$ .

3.) Ausgangswerte für die Verkehrsströme: Matrix  $\tilde{t}_{ij}$

Gesucht:

mit den Zählergebnissen in Einklang stehende Werte der Verkehrsströme: Matrix  $t_{ij}$

nach von	1	2	...	J-1	J	$\Sigma$	(I=J)
1	-	$t_{12}$	...	$t_{1,J-1}$	$t_{1J}$	$E_1$	
.						.	
.						.	
I	$t_{I1}$	$t_{I2}$	...	$t_{I,J-1}$	-	$E_I$	
$\Sigma$	$A_1$	$A_2$	...	$A_{J-1}$	$A_J$		

Im nachfolgenden Teil des Kapitels 2 ist zu beachten, daß zur Vereinfachung der Schreibweise die Verkehrsströme  $t_{ij}$  künftig (abgesehen von den Ergebnissen für das Beispiel) nicht mehr als Matrix wie oben, sondern als Vektor  $\underline{t}$  dargestellt werden, d.h. sie werden nicht mehr zeilen- und spaltenweise geordnet, sondern hintereinander aufgelistet und dementsprechend fortlaufend durchnummeriert; da kein Binnenverkehr erfaßt wird, entspricht die höchste Nummer dem Produkt  $I(J-1)=m$ . Auch die Anteile  $a_{ij}^n$  werden demgemäß umbezeichnet, wobei der 1. Index die Gleichung (d.h. den Meßwert) und der 2. Index den zugehörigen Verkehrsstrom angibt.

Mit diesen Vereinbarungen ändern sich die Bezeichnungen der gesuchten Verkehrsströme wie folgt, wenn wiederum  $I=J$ :

nach von	1	2	...	J-1	J	$\Sigma$
1	-	$t_1$	...	$t_{J-2}$	$t_{J-1}$	$E_1$
.						.
.						.
I	$t_{m-J+2}$	$t_{m-J+3}$	...	$t_m$	-	$E_I$
$\Sigma$	$A_1$	$A_2$	...	$A_{J-1}$	$A_J$	

Gegenüberstellung der Bezeichnungsweise:

Vorher:

$$\begin{bmatrix} a_{12}^1 & \cdots & a_{1J}^1 & \cdots & a_{I1}^1 & \cdots & a_{I,J-1}^1 \\ & & & & \vdots & & \\ & & & & \vdots & & \\ a_{12}^n & \cdots & a_{1J}^n & \cdots & a_{I1}^n & \cdots & a_{I,J-1}^n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_{12} \\ \vdots \\ t_{1J} \\ \vdots \\ t_{I1} \\ \vdots \\ t_{I,J-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

Jetzt:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,J-1} & \cdots & a_{1,m-J+2} & \cdots & a_{1m} \\ & & & & \vdots & & \\ & & & & \vdots & & \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,J-1} & \cdots & a_{n,m-J+2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{J-1} \\ \vdots \\ t_{m-J+2} \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

Demnach haben die gegebenen Größen in Matrix- und Vektorschreibweise die Form (vgl. Anhang 1):

1.) Ergebnisse der Verkehrszählungen

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ \cdot \\ v_n \end{bmatrix}$$

2.) Anteilsmatrix A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

3.) Gewichtungsmatrix (z.B. alte Matrix)

$$\underline{\tilde{t}} = \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 \\ \tilde{t}_2 \\ \vdots \\ \tilde{t}_m \end{bmatrix}$$

$$\text{bzw. } \tilde{t}^T = [\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \dots, \tilde{t}_m]$$

Gesucht sind die Werte:

$$\underline{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix}$$

$$\text{bzw. } \underline{t}^T = [t_1, t_2, \dots, t_m]$$

wobei

$v_i$  = Meßwert  $i$  aus den Verkehrszählungen, der in die  $i$ -te Gleichung (Nebenbedingung) für die Verkehrsströme  $t_j$  eingeht: Strecken- bzw. Querschnittsbelastung oder Haltestellenbelastungen (Ein- bzw. Aussteigersummen)  
 $i = 1, \dots, n$

$a_{ij}$  = Anteil des  $j$ -ten Verkehrsstroms (Quelle-Ziel-Paares) zu dem  $i$ -ten aus den Verkehrszählungen erhaltenen Meßwert  
 $i = 1, \dots, n$   
 $j = 1, \dots, m$

$t_j$  = Stärke des Verkehrsstromes zwischen dem  $j$ -ten Quelle-Ziel-Paar  
 $j = 1, \dots, m$

$\tilde{t}_j$  = Ausgangswert (Gewicht) für  $t_j$  (z.B. früherer Wert)  
 $j = 1, \dots, m$ .

### 2.1.2 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Unter Zusatzinformation wird im folgenden jede weitere Information verstanden, die über die unbedingt erforderlichen Eingabedaten

- Meßwerte (Vektor  $\underline{y}$ ) und die
- Anteilsmatrix (Matrix  $A$ )

hinausgeht. Die Ergebnisse der beschriebenen Verfahren können durch die Eingabe zusätzlicher Information meist verbessert werden.

Bei der Zusatzinformation werden in dieser Untersuchung folgende Möglichkeiten betrachtet:

- eine Gewichtung der gesuchten Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die gesuchten Verkehrsströme
- alte Meßwerte.

#### 2.1.2.1 Gewichtung

Es können auf verschiedene Weise Gewichte für die gesuchten Verkehrsströme eingeführt werden:

- entweder Werte der Verkehrsströme aus einer alten Matrix
- oder eine Schätzung für die Größe der gesuchten Verkehrsströme.

Im Fall der alten Matrix entspricht dem Gewicht für einen gesuchten Verkehrsstrom  $t_j$  jeweils der zu diesem Strom gehörende alte Wert  $\tilde{t}_j$ .

Für die Angabe von Schätzwerten bestehen folgende Möglichkeiten:

- Die Schätzwerte der gesuchten Verkehrsströme selbst werden als Gewicht eingesetzt; aus Befragungen ermittelte exakte Werte der Verkehrsströme werden jedoch nicht als Gewicht, sondern als weitere Gleichung eingegeben (vgl. 2.1.2.2).
- Die gesuchten Verkehrsströme werden in Klassen eingeteilt und jede Klasse wird mit einem ihrem Wertebereich entsprechenden Gewicht versehen.
- Die gesuchten Verkehrsströme werden zu einer ordinalen Rangordnung zusammengestellt, und dann erfolgt aufgrund dieser Reihenfolge

- + eine normale Gewichtung, d.h. dem stärksten (schwächsten) Verkehrsstrom entspricht das größte (kleinste) Gewicht.
- + eine umgekehrte Gewichtung, d.h. dem stärksten (schwächsten) Verkehrsstrom entspricht das kleinste (größte) Gewicht.

Die so bestimmten Gewichte können sowohl invertiert, d.h. mit ihrem Kehrwert, als auch nicht invertiert eingegeben werden.

In den nachfolgenden Verfahren werden die Gewichte für die Verkehrsströme  $t_j$

- entweder mit  $g_j$  bezeichnet und in einer Diagonalmatrix  $G$  verarbeitet; diese Matrix ist positiv-definit.

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & g_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & g_m \end{bmatrix}$$

- oder als Ausgangswerte  $\tilde{t}_j$  bezeichnet und als Vektor  $\tilde{\underline{t}}$  verarbeitet.

$$\tilde{\underline{t}}^T = [\tilde{t}_1 \quad \tilde{t}_2 \quad \dots \quad \tilde{t}_{m-1} \quad \tilde{t}_m]$$

#### 2.1.1.2 Angabe weiterer Gleichungen

Durch eine Angabe von weiteren Gleichungen für die Verkehrsströme wächst unter Beachtung von eventuellen linearen Abhängigkeiten (vgl. 1.3.1) der Rang des Gleichungssystems und damit i.a. auch die Güte der Lösung. Dies liegt daran, daß jetzt die Verkehrsströme aufgrund des LGS stärker festgelegt sind und somit der Spielraum für die eindeutige Bestimmung aufgrund einer Zusatzbedingung verringert ist.

Es muß unterschieden werden zwischen

- Gleichungen, die nur einen Verkehrsstrom enthalten und
- Gleichungen, die mehrere Verkehrsströme enthalten.

Nur die erste Gruppe von Gleichungen fällt unter den Begriff "Zusatzinformation" im engeren Sinne, da diese nicht aufgrund von Meßwerten aus Verkehrszählungen aufgestellt werden können; der Vollständigkeit halber wird hier aber auch auf die andere Möglichkeit, zusätzliche Gleichungen zu erhalten, verwiesen.

Zusätzliche Gleichungen, die nur einen Verkehrsstrom enthalten, können i.a. nur aufgrund einer Befragung der Fahrgäste aufgestellt werden, was einen erheblich größeren Aufwand als eine Zählung erfordert (vgl. Teil I); dafür verbessern sie die Lösung des LGS mit Ausnahme eines Verfahrens (vgl. 2.2.6) ganz erheblich. Die Ermittlung von Verkehrsströmen kann z.B. punktuell durch eine Befragung der Fahrgäste an einer Haltestelle des Netzes durchgeführt werden.

Zusätzliche Gleichungen, die mehrere Verkehrsströme enthalten, entstehen durch

- eine Unterscheidung der Haltestellenbelastungen nach Richtungen (Ein- und Aussteiger je Richtung)
- eine Unterscheidung der Haltestellen- bzw. Streckenbelastungen nach Linien oder
- durch Kombination der beiden Eingangsgrößen Haltestellenbelastungen und Streckenbelastungen.

Bei einer Kombination wird das für eine der beiden Größen erhaltene LGS durch eine Erfassung auch der anderen Größe erweitert; im Fall der linienweisen Verkehrszählung kann jedoch nur das aus den Streckenbelastungen ermittelte LGS erweitert werden, da sich aus den Halte-

stellenbelastungen das LGS mit maximalem Rang ergibt. In allen Fällen kann die Erfassung in Form von Verkehrszählungen durchgeführt werden und erfordert i.a. einen geringeren Aufwand als eine Befragung.

### 2.1.2.3 Alte Meßwerte

Es kann der Fall gegeben sein, daß zu allen aktuellen Meßwerten entsprechende alte Meßwerte verfügbar sind; wenn eine alte Matrix vorliegt, können solche Werte aus der Erhebung, die zur Bestimmung der alten Matrix erforderlich war, oder aus einer Umlegung entsprechend der angenommenen Anteilsmatrix erhalten werden. In diesem Fall können die Differenzen zwischen den aktuellen und den alten Meßwerten bestimmt werden und statt der tatsächlich gemessenen Belastungen den Verfahren eingegeben werden; damit werden aus den Veränderungen  $\Delta y$  der Meßwerte die zugehörigen Veränderungen  $\Delta \underline{t}$  der Verkehrsströme bestimmt. Die endgültige Lösung für jeden Verkehrsstrom ergibt sich dann aus der Summe von altem Wert zuzüglich errechneter Veränderung. Es ist zu erwarten, daß die Lösung bei diesem Vorgehen einer Differenzeingabe i.a. besser ist als bei der Eingabe der aktuellen Meßwerte selbst, da der Fehler bei einer Bestimmung von Veränderungen kleiner ist als bei der Bestimmung von Absolutwerten; das beschriebene Vorgehen ist jedoch nicht bei allen vorgestellten Verfahren möglich.

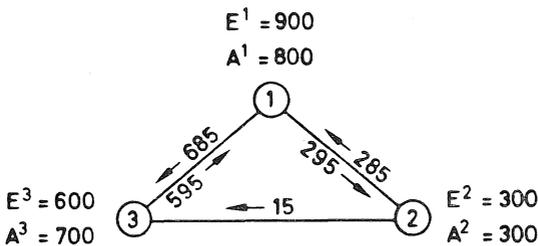
### 2.1.3 Anwendungsbeispiel

Es wird auf das schon in Abschnitt 1.1 beschriebene Netz zurückgegriffen, wobei jedoch eine Änderung vorgenommen wird. Da sich bei dem gegebenen Netz für die Eingangsgröße Streckenbelastungen eine im Vergleich zu realen ÖPNV-Netzen unrealistische eindeutige Lösung

ergeben würde (6 linear unabhängige Gleichungen für 6 unbekannte Verkehrsströme), wird in diesem Fall davon ausgegangen, daß ein Meßwert weniger zur Verfügung steht; in nachfolgendem Beispiel sei der letzte Meßwert  $S^6$  nicht bekannt, so daß nur noch die ersten fünf linear unabhängigen Gleichungen aus Abschnitt 1.1.1 zur Verfügung stehen. Für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen sind weiterhin 6 Meßwerte bekannt, die aber nur 5 linear unabhängige Gleichungen ergeben. Damit sind für einen Vergleich der beiden Eingangsgrößen Strecken- bzw. Haltestellenbelastungen gleiche Ausgangsbedingungen gewährleistet, weil die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen in beiden Fällen übereinstimmt.

Im Anwendungsbeispiel sind somit gegeben:

- aus den Verkehrszählungen folgende Belastungen



- die Anteile der einzelnen Verkehrsströme an den ermittelten Belastungen (Anteilsmatrix):

- + Anteilsmatrix für die Streckenbelastungen:  
Matrix aus Abschnitt 1.1.1 ohne die letzte Zeile.
- + Anteilsmatrix für die Haltestellenbelastungen:  
Matrix aus Abschnitt 1.1.2 (ohne Änderungen).

- falls von einer Gewichtung der Verkehrsströme ausgegangen werden soll:

eine alte Matrix als Zusatzinformation.

	1	2	3	$E_i$
1	-	300	150	450
2	250	-	200	450
3	200	100	-	300
$A_j$	450	400	350	1200

Gesucht ist die Matrix der Verkehrsströme, die zu den gemessenen Belastungen passt; diese Belastungen könnten sich z.B. aus folgender für die Verfahren aber nicht bekannten Matrix ergeben, die zu Vergleichszwecken herangezogen werden kann.

	1	2	3	$E_i$
1	-	274	626	900
2	226	-	74	300
3	574	26	-	600
$A_j$	800	300	700	1800

Bei Zugrundelegung dieser Matrix gilt, daß das Verkehrsaufkommen in den Bezirken 1 und 3 gestiegen, im Bezirk 2 dagegen gesunken ist; die Vergleichsmatrix ergab sich bei den meisten Verfahren, wenn Haltestellenbelastungen und die alte Matrix eingegeben waren. Im Anwendungsbeispiel ergibt sich als LGS  $A \cdot \underline{t} = \underline{v}$

- für die Eingangsgröße Streckenbelastungen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 \\ 0 & 0 & 1 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 295 \\ 285 \\ 685 \\ 595 \\ 15 \end{bmatrix}$$

LGS mit 5 linear unabhängigen Gleichungen.

- für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 800 \\ 300 \\ 300 \\ 600 \\ 700 \end{bmatrix}$$

LGS mit 5 linear unabhängigen Gleichungen.

#### 2.1.4 Sinn einer Zusatzbedingung

Das aus den Zählergebnissen aufgestellte LGS hat i.a. keine eindeutige Lösung, da die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen bei realen Netzen wesentlich kleiner ist als die Zahl der gesuchten Verkehrsströme. Dies sei an dem Beispiel verdeutlicht, wenn die Ein- und Aussteigersummen aus Verkehrszählungen bekannt sind. Das Einsetzen der Meßwerte in das entsprechende LGS aus Abschnitt 2.1.3 liefert keine eindeutige Lösung, da eine der Gleichungen linear abhängig ist und somit zur Ermittlung von 6 Unbekannten nur 5 linear unabhängige Gleichungen zur Verfügung stehen.

Als Beispiele für die dadurch gegebene Lösungsvielfalt seien außer der Vergleichsmatrix noch zwei weitere Matrizen angeführt, die wie sie das LGS erfüllen und damit auch die Meßwerte reproduzieren:

Matrix 1

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	300	600	900
2	200	-	100	300
3	600	0	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

Matrix 2

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	250	650	900
2	250	-	50	300
3	550	50	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

Um nun zu einer eindeutigen Lösung zu gelangen, kann eine Zusatzbedingung für die Verkehrsströme eingeführt werden; diese führt mit zwei Ausnahmen bei allen untersuchten Verfahren zu einem Optimierungsproblem.

2.2 Untersuchte Verfahren2.2.0 Überblick

Die Verfahren können nach der Form der Zusatzbedingung unterschieden werden:

1.) Optimierung der Verkehrsströme mit verschiedenen Zielfunktionen

- lineare Zielfunktion:  
Optimierung der Gesamtfahrtenzahl  
(Verfahren nach BEIL)
  
- nichtlineare (konvexe) Zielfunktion:
  - + Minimierung der Norm  
(Verfahren nach BEIL)
  - + Maximierung der Entropie  
(Verfahren nach WILLUMSEN).
  - + Minimierung der Unterschiedsquadrate  
(Verfahren nach BELL)
  - + Minimierung des Informationsgewinns  
(Verfahren nach VAN ZUYLEN bzw. BELL)

2.) Willkürliche Anpassung der Verkehrsströme an die Meßwerte

(Verfahren nach REGAN)

3.) Anwendung des Satzes von Bayes auf Grundlage von Ausgangsinformation über die Verkehrsströme

(Verfahren nach MAHER).

Programmiert und auf Testnetze angewendet wurden außer dem Verfahren mit linearer Zielfunktion alle Verfahren; hierfür kann weiter danach unterschieden werden, ob sich bei den verschiedenen Verfahren lineare oder nichtlineare Modelle ergeben, d.h. ob die Lösung für die Verkehrsströme linear oder nichtlinear ist. Bei den

linearen Verfahren kann die Lösung ohne Iteration bestimmt werden.

1) Lineare Modelle (additive Verknüpfung)

$$\underline{t} = \tilde{t} + k(\underline{y}, \tilde{t})$$

- Minimierung der Norm  
(Verfahren nach BEIL)
- Minimierung der Unterschiedsquadrate  
(Verfahren nach BEIL)
- Lösung nach dem Satz von Bayes  
(Verfahren nach MAHER).

2) Nichtlineare Modelle (multiplikative Verknüpfung)

$$\underline{t} = \tilde{t} \cdot k(\underline{y}, \tilde{t})$$

- Maximierung der Entropie  
(Verfahren nach WILLUMSEN)
- Minimierung des Informationsgewinns  
(Verfahren nach VAN ZUYLEN bzw. BELL)
- Verfahren nach REGAN

Die Korrekturgröße  $k$  wird berechnet aus dem Unterschied zwischen den Meßwerten  $\underline{y}$  und den Werten, die sich bei Einsetzen der Ausgangswerte  $\tilde{t}$  in das lineare Gleichungssystem ergeben.

### 2.2.1 Optimierung der Gesamtfahrtenzahl

Das Verfahren wurde von BEIL (1979, S. 26ff) entwickelt und als "Lineare Optimierung" bezeichnet; obwohl dieses Verfahren hier nicht weiter zur Anwendung kommt, soll es der Vollständigkeit halber beschrieben werden.

#### 2.2.1.1 Form der Zusatzbedingung

Bei der Zusatzbedingung, welche die Optimierung der Gesamtfahrtenzahl beinhaltet, werden diejenigen Verkehrsströme ermittelt, deren Summe ein Optimum darstellt; diese Summe kann gewichtet (falls Zusatzinformation verfügbar ist) oder ungewichtet gebildet werden.

Die Zusatzbedingung lautet:

- bei einer ungewichteten Zielfunktion

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m t_j \quad \stackrel{!}{=} \text{Optimum}$$

- bei einer gewichteten Zielfunktion

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m g_j \cdot t_j \quad \stackrel{!}{=} \text{Optimum}$$

Als Optimum können entweder das Maximum oder das Minimum gesucht werden:

- im Fall der ungewichteten Zielfunktion liefern Maximum und Minimum die gleiche Lösung für die Verkehrsströme.
- im Fall der gewichteten Zielfunktion muß bei einer normalen Gewichtung (d.h. das größte Gewicht entspricht dem stärksten Verkehrsstrom) nach dem Maximum, bei einer inversen Gewichtung (d.h. das größte Gewicht entspricht dem kleinsten Verkehrsstrom) dagegen nach dem Minimum gesucht werden.

Die vorgestellte Zusatzbedingung ergibt keine ausgeglichenen Verkehrsströme.

### 2.2.1.2 Berechnung der Verkehrsströme

Das Optimierungsproblem lautet bei einer gewichteten Zielfunktion (der Fall der ungewichteten Zielfunktion ist hierbei miteingeschlossen, denn er ergibt sich, wenn die Gewichte zu 1 angenommen werden):

$$\sum_{j=1}^m g_j \cdot t_j \stackrel{!}{=} \text{Optimum}$$

unter den Nebenbedingungen

$$A \cdot \underline{t} \leq \underline{v}$$

$$\underline{t} \geq 0$$

Im Gegensatz zu allen anderen noch darzustellenden Verfahren können hier außer Gleichungen auch Ungleichungen berücksichtigt werden; diese entstehen z.B. dann, wenn eine Schätzung für die Größe der Verkehrsströme nicht als Gewichtung, sondern in Form von Ungleichungen in die Nebenbedingungen miteingeht (z.B.  $t_1 > t_2$ ).

BEIL verwendet zur Lösung den Simplexalgorithmus, wobei für jede Nebenbedingung eine Schlupfvariable eingeführt wird. Bei Nebenbedingungen der Art  $A \cdot \underline{t} \leq \underline{v}$  mit  $n$  Gleichungen bzw. Ungleichungen und  $m$  (eentlichen) Variablen erhalten die  $n$  Schlupfvariablen in der Ausgangslösung die Meßwerte  $\underline{v}$  zugewiesen; die  $m$  (eentlichen) Variablen werden zu Null gesetzt.

Ein vom Simplexalgorithmus berechneter Lösungsvektor  $\underline{t}$  enthält die Werte aller  $(n+m)$  Variablen. Von diesen  $(n+m)$  Variablen gehören  $n$  zur Menge der Basisvariablen und  $m$  zur Menge der Nichtbasisvariablen. Nichtbasisvariable sind dadurch charakterisiert, daß ihnen im Endergebnis immer der Wert Null zugewiesen wird; Basisvariable besitzen in der Regel einen von Null verschiedenen Wert. Der Lösungsalgorithmus wird in MÜLLER-MERBACH (1973, S. 91 ff) bzw. BEIL (1979, S. 27 ff) ausführlich beschrieben.

### 2.2.1.3 Bemerkungen zu dem Verfahren

Für das Verfahren gilt:

- Als einziges der vorgestellten Verfahren bestimmt das Verfahren die Verkehrsströme nicht ausgeglichen; dies ist bedingt durch die Wertzuweisung der Basis- und Nichtbasisvariablen: da die Nichtbasisvariablen im Endergebnis den Wert Null erhalten, weichen die Verkehrsströme, die bei der optimalen Lösung zu den Nichtbasisvariablen gehören, stark von den tatsächlichen Werten ab, sofern diese groß sind. Da einerseits die Nichtbasisvariablen mit dem Wert Null kleiner als die tatsächlichen Werte sind, müssen andererseits die Verkehrsströme, die zu den Basisvariablen gehören, einen größeren als den tatsächlichen Wert aufweisen, weil die Gleichungen erfüllt sein müssen (BEIL et al., 1977, S. 11).
- ZEH (1981, Kapitel 6) hat festgestellt, daß das Verfahren unbefriedigende Ergebnisse liefert; dies liegt wiederum daran, daß im Endergebnis alle Nichtbasisvariablen den Wert Null zugewiesen bekommen. Außerdem können aufgrund von Speicherplatzproblemen nur wenige Zusatzgleichungen als Zusatzinformation berücksichtigt werden, da jede neue Nebenbedingung die Einführung einer weiteren Schlupfvariable mit sich bringt.
- BEIL selbst (1979, S. 86) hat festgestellt, daß das Verfahren nur dann vorteilhaft anzuwenden ist, wenn entweder die unbekanntesten Ströme in ihren Absolutwerten sehr unterschiedlich sind oder aber der Grad der Unterbestimmtheit des LGS (d.h. der Rangabfall) gering ist; in diesem Fall müssen nämlich nur wenige der zu berechnenden Ströme als Nichtbasisvariable auf Null gesetzt werden.

Das Verfahren mit linearer Zielfunktion wurde nicht programmiert, da

- es im Vergleich zu anderen Verfahren nur unbefriedigende Ergebnisse liefert.
- Zusatzinformation aufgrund von Speicherplatzproblemen nur in geringem Umfang berücksichtigt werden kann.
- bei realen ÖPNV-Netzen insbesondere nicht von einem niedrigen Grad der Unterbestimmtheit ausgegangen werden kann.

### 2.2.2 Minimierung der Norm

Das Verfahren wurde von BEIL (1979, S. 34 ff) entwickelt.

#### 2.2.2.1 Form der Zusatzbedingung

Bei der Zusatzbedingung, welche die Minimierung der Norm beinhaltet, wird diejenige Matrix von Verkehrsströmen ermittelt, die eine minimale Norm hat. Die Norm einer Matrix berechnet sich (vgl. Anhang 1.2.1) als Wurzel aus der Summe der gewichteten bzw. ungewichteten Quadrate aller ihrer Elemente.

Die Zusatzbedingung lautet

- im ungewichteten Fall:

$$N = \sqrt{\sum_{j=1}^m (t_j^2)} = \sqrt{\underline{t}^T \cdot \underline{t}} \quad \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

- im gewichteten Fall:

$$N' = \sqrt{\sum_{j=1}^m (g_j \cdot t_j^2)} = \sqrt{\underline{t}^T \cdot \underline{G} \cdot \underline{t}} \quad \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

Die Diagonalmatrix G ist eine quadratische nichtsinguläre Gewichtungsmatrix und positiv-definit. Zur Auffindung des Minimums kann auch jede andere monotone Funktion der Norm betrachtet werden; der Einfachheit halber wird als Zielfunktion der Radikand minimiert. Damit ergibt sich als abgeänderte Zusatzbedingung

- im ungewichteten Fall:

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m (t_j^2) = \underline{t}^T \cdot \underline{t} \quad \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

- im gewichteten Fall:

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m (g_j \cdot t_j^2) = \underline{t}^T \cdot G \cdot \underline{t} \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

Die vorgestellte Zusatzbedingung ergibt möglichst ausgeglichene Verkehrsströme  $t_j$ , denn bei gegebenem festen Wert an Gesamtfahrten ( $\sum t_j$ ) sind die  $t_j$  dann am meisten ausgeglichen, wenn die Summe ihrer Quadrate minimal ist. Zur Verdeutlichung sei das Beispielnetz aus Abschnitt 1.1 betrachtet. Hierfür ergaben Ein- und Aussteigerzählungen an allen Haltestellen (bzw. Bezirken) in einem kurzen Zeitintervall mit schwachem Verkehr:

$$E_1 = E_2 = E_3 = 2 \qquad A_1 = A_2 = A_3 = 2$$

Das aus diesen Haltestellenbelastungen für die sechs unbekanntem Verkehrsströme aufgestellte Gleichungssystem ist unterbestimmt, da eine Gleichung gemäß Abschnitt 1.3.1.3 linear abhängig ist; daher existiert eine Lösungsvielfalt. Insgesamt können drei Matrizen mit nur ganzzahligen Werten unterschieden werden, die das Gleichungssystem erfüllen:

		1	2	3	$\Sigma$
Matrix A	1	-	0	2	2
	2	2	-	0	2
	3	0	2	-	2
	$\Sigma$	2	2	2	6

		1	2	3	$\Sigma$
Matrix B	1	-	1	1	2
	2	1	-	1	2
	3	1	1	-	2
	$\Sigma$	2	2	2	6

	1	2	3	$\Sigma$	
Matrix C	1	-	2	0	2
	2	0	-	2	2
	3	2	0	-	2
$\Sigma$	2	2	2		6

Für die entsprechenden Normen ergibt sich:

$$N_A = \sqrt{12}$$

$$N_B = \sqrt{9} = \min N$$

$$N_C = \sqrt{12}$$

Dies bedeutet, daß die Elemente in Matrix B untereinander ausgeglichener sind als in den beiden anderen Matrizen, was sofort einsichtig ist, da in Matrix B die Werte am nächsten beisammen liegen und demzufolge der Wertebereich am kleinsten ist.

#### 2.2.2.2 Berechnung der Verkehrsströme

Im folgenden wird die Berechnung für den Fall einer gewichteten Zielfunktion angegeben, d.h. es existiert eine Gewichtungsmatrix G als Diagonalmatrix. Der Fall der ungewichteten Zielfunktion ist hierbei miteingeschlossen, denn er ergibt sich, falls alle Gewichte zu 1 angenommen werden.

##### 2.2.2.2.1 Lösung

Das Optimierungsproblem lautet:

$$f(\underline{t}) = \sum_{j=1}^m g_j \cdot t_j^2 = \underline{t}^T \cdot \underline{G} \cdot \underline{t} = \text{Minimum}$$

unter den Nebenbedingungen

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v}$$

Die Lösung des Optimierungsproblems ist dann (Anhang 2.2):

$$\underline{t} = B \cdot \underline{y}$$

$$\text{wobei } B = G^{-1} \cdot A^T \cdot (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1}.$$

Das Modell ist linear. Die Lösung kann direkt, d.h. ohne Iteration ermittelt werden. Die Matrix B ist eine verallgemeinerte Inverse zu Matrix A und heißt G-gewichtete-Minimum-Norm-Inverse (MITRA et al., 1971, S. 44 ff).

#### 2.2.2.2.2 Ablauf des Verfahrens

Der Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 1 dargestellt. Die Lösung kann ohne Iteration bestimmt werden; nach Einlesen der Matrix G werden die zur Berechnung der Matrix B notwendigen Schritte durchgeführt und anschließend  $\underline{t}$  aus den Meßwerten  $\underline{y}$  und der Matrix B bestimmt.

#### 2.2.2.3 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei dem Verfahren mit Minimierung der Norm kommen alle Möglichkeiten für die Eingabe von Zusatzinformation in Betracht:

- Gewichtung der Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme
- alte Meßwerte.

Hierbei werden die Gewichte als Diagonalmatrix G verarbeitet; in mehreren Testrechnungen ergaben sich die besten Lösungen bei einer umgekehrten Gewichtung, d.h. dem größten (kleinsten) Gewicht entspricht der schwächste (stärkste) Verkehrsstrom. Deshalb wird bei den weiteren Anwendungen grundsätzlich von einer umgekehrten

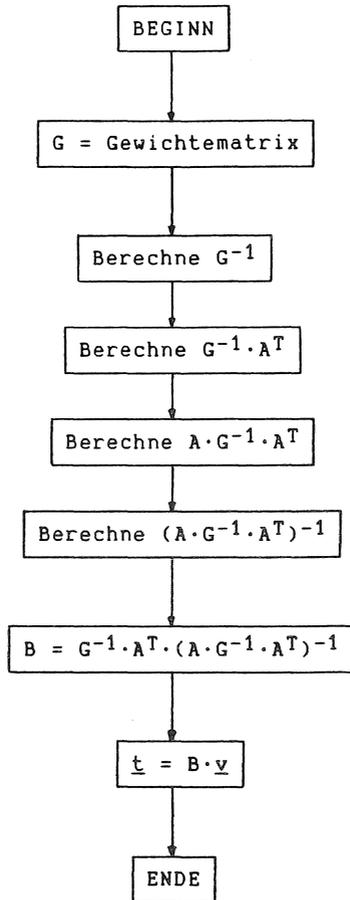


Abb. 1: Ablauf des Minimum-Norm-Verfahrens

Gewichtung ausgegangen; dies bedeutet, daß im Fall der ordinalen Rangordnung diese Ordnung gegenläufig aufgestellt und bei den anderen Gewichtungsansätzen (vgl. 2.1.2.1) die Gewichte invers eingegeben werden.

Alte Meßwerte können berücksichtigt werden, da der Lösungsansatz sowohl negative Meßwerte bzw. Differenzen  $\Delta y$  als Eingabe erlaubt als auch negative Ergebnisse bzw. Differenzen  $\Delta t$  ermöglicht.

#### 2.2.2.4 Ergebnisse für das Beispiel

Die nachfolgenden Ergebnisse stellen gerundete Zahlen dar, da bei allen hier behandelten Verfahren keine ganzzahligen Werte berechnet werden.

Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tab. 2 dargestellt; daraus ist ersichtlich:

- es können auch negative Werte für Verkehrsströme auftreten, da bei diesem Verfahren die für reale Verkehrsströme geltende Zusatzbedingung  $t \geq 0$  nicht eingehalten wird.
- die Eingangsgröße Streckenbelastungen liefert deutlich schlechtere Ergebnisse, denn es werden nur zwei der insgesamt sechs Ein- und Aussteigersummen richtig berechnet. Dies liegt daran, daß bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen die Verkehrsströme nicht auf die gemessenen Haltestellenbelastungen abgeglichen werden.

Für die Gegenüberstellung mit der Vergleichsmatrix ist bei jeder berechneten Matrix das Bestimmtheitsmaß  $r^2$  (vgl. Teil III/3.1) angegeben; der Wert von  $r^2$  ist umso höher, je besser die Übereinstimmung zwischen der berechneten Matrix und der Vergleichsmatrix ist. Die Gegenüberstellung zeigt:

- Die Eingangsgröße Streckenbelastungen ergibt eine deutlich schlechtere Übereinstimmung als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (s.o.).
- Für die Eingangsgröße Streckenbelastungen ergibt sich mit Gewichtung eine bessere Übereinstimmung als ohne Gewichtung.
- Für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen ergibt sich ohne Gewichtung eine bessere Übereinstimmung als mit Gewichtung, wo ein negativer Wert auftritt; die Unterschiede sind jedoch geringer als bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen.
- Für die Eingangsgröße Streckenbelastungen stimmen einerseits drei Verkehrsströme mit denen der Vergleichsmatrix überein, dafür weichen die anderen drei Werte aber erheblich ab; die Übereinstimmung ist darin begründet, daß aufgrund der Meßwerte drei Ströme exakt ausgerechnet werden können, ohne auf die Zusatzbedingung zurückgreifen zu müssen.
- Für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen stimmt kein Verkehrsstrom mit dem entsprechenden der Vergleichsmatrix überein, dafür sind die Abweichungen aber insgesamt gering; die fehlende exakte Übereinstimmung liegt daran, daß alle Verkehrsströme aufgrund der Zusatzbedingung errechnet werden müssen.

Tabelle 2; Ergebnisse bei Minimierung der Norm:

Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	45	625	670
2	225	-	75	300
3	345	312	-	657
$\Sigma$	570	357	700	1627

$r^2 = 0,400$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	130	625	755
2	225	-	75	300
3	430	207	-	637
$\Sigma$	655	337	700	1692

$r^2 = 0,761$

Eingangsgröße Haltestellenbelastungen:

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	267	633	900
2	233	-	67	300
3	567	33	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,999$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	309	591	900
2	191	-	109	300
3	609	- 9	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,978$

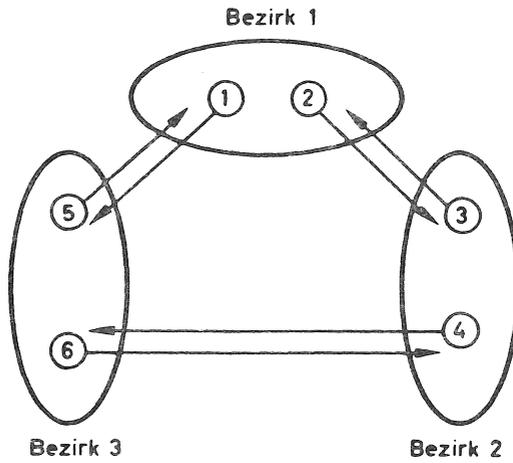
### 2.2.3 Maximierung der Entropie

Das Verfahren wurde von WILLUMSEN (z.B. 1978, S. 34 ff) entwickelt.

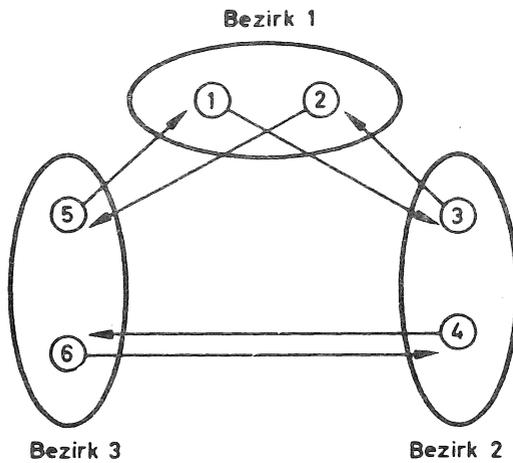
#### 2.2.3.1 Form der Zusatzbedingung

Bei der Zusatzbedingung, welche die Maximierung der Entropie beinhaltet, wird diejenige Matrix von Verkehrsströmen ermittelt, die eine maximale Entropie hat. Die Entropie einer Matrix ist gleich der Anzahl der möglichen Fahrtenkombinationen, die zur Entstehung der Matrix geführt haben können. Eine Fahrtenkombination stellt eine Möglichkeit dar, wie die Fahrten der betrachteten Matrix den verschiedenen Verkehrsströmen zugeordnet werden können. Die Matrix mit maximaler Entropie ist im Vergleich zu den Matrizen, die eine geringere Entropie besitzen, die mit größter Wahrscheinlichkeit auftretende Matrix, da sie sich am häufigsten ergibt, wenn alle Fahrtenkombinationen gleichwahrscheinlich sind. Zur Verdeutlichung der Begriffe Fahrtenkombination und Entropie sei wieder das Beispiel aus Abschnitt 2.2.2.1 betrachtet.

In Abb. 2 sind zwei mögliche Fahrtenkombinationen gegenübergestellt, welche die Matrix B ergeben haben könnten. Insgesamt führen 6 Fahrgäste Fahrten durch, die mit den Nummern 1 bis 6 gekennzeichnet sind. Die Fahrtenkombinationen geben an, in welcher Anordnung die Fahrten stattgefunden haben; z.B. führt in beiden Fahrtenkombinationen die 6. Fahrt von Haltestelle 3 nach Haltestelle 2. Die beiden dargestellten Fahrtenkombinationen unterscheiden sich dadurch, daß die Fahrtziele der beiden von Haltestelle 1 ausgehenden Fahrten 1 und 2 vertauscht sind. Die Anzahl der bei einer Matrix insgesamt möglichen Fahrtenkombinationen wird durch die Entropie angegeben.



Fahrtenkombination 1



Fahrtenkombination 2

Abb. 2: Zwei zur Matrix B gehörende Fahrtenkombinationen

Die Zusatzbedingung lautet (Anhang 2.3.1):

- im ungewichteten Fall:

$$E = \frac{T_S!}{\prod_{j=1}^m t_j!} \quad \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

wenn  $T_S = \sum_{j=1}^m t_j$  die Gesamtzahl der Fahrten angibt.

- im gewichteten Fall (d.h. mit Ausgangswerten)

$$E' = T_S! \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S)^{t_j}}{t_j!} \quad \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

wenn  $\tilde{T}_S = \sum_{j=1}^m \tilde{t}_j$  die Summe der Ausgangswerte angibt.

Zur Auffindung des Maximums kann auch jede andere monotone Funktion der Entropie betrachtet werden; der Einfachheit halber wird der natürliche Logarithmus maximiert.

Damit ergibt sich als abgeänderte Zusatzbedingung (Anhang 2.3.2):

- im ungewichteten Fall:

$$f(t_j) = - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln t_j - t_j) \quad \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

- im gewichteten Fall:

$$f(t_j) = - \sum_{j=1}^m \left( t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j \right) \quad \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

Die vorgestellte Zusatzbedingung macht bezüglich der Werte der Verkehrsströme "die schwächste Annahme, die mit dem Bekannten konsistent ist" (WILSON, 1970, S. 10). Das Bekannte umfaßt

- im ungewichteten Fall die Meßwerte und die Anteilsmatrix
- im gewichteten Fall die Meßwerte, die Anteilsmatrix und die Ausgangswerte (Gewichte).

Das Ergebnis sind möglichst ausgeglichene Ströme.

Im Beispiel aus Abschnitt 2.2.2.1 ergeben sich für die drei betrachteten Matrizen folgende Entropiewerte, wenn auch Fahrtenkombinationen miteingerechnet sind, die bei Berücksichtigung von Binnenverkehr möglich wären:

$$\begin{aligned} E_A &= 90 \\ E_B &= 720 = \max E \\ E_C &= 90 \end{aligned}$$

Matrix B mit der größten Entropie ist, falls alle Fahrtenkombinationen gleichwahrscheinlich sind, auch die Matrix, die mit höchster Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist, da sie sich in den meisten Fällen (80 %) ergibt. Relative Häufigkeit des Eintretens (in Prozent):

$$\text{Matrizen A und C: } \frac{90}{90 + 720 + 90} \cdot 100 \% = 10 \%$$

$$\text{Matrix B: } \frac{720}{900} \cdot 100 \% = 80 \% .$$

In diesem Beispiel liefern die Zusatzbedingungen der minimalen Norm und der maximalen Entropie die gleiche Matrix; dies ist i.a. nicht der Fall.

### 2.2.3.2 Berechnung der Verkehrsströme

Im folgenden wird wiederum von dem gewichteten Fall ausgegangen, d.h. es existiert eine Ausgangsmatrix (Gewichtungsmatrix) mit Elementen unterschiedlicher Größe; hierin ist der Fall ohne Gewichtung mit eingeschlossen, wenn die Ausgangswerte (Gewichte) alle zu 1 angenommen werden.

2.2.3.2.1 Lösung

Das Optimierungsproblem lautet:

$$f(\underline{t}) = - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} A \cdot \underline{t} &= \underline{v} \\ \text{und } \underline{t} &> 0 \quad (\tilde{\underline{t}} > 0) \end{aligned}$$

Es wird eine weitere Nebenbedingung eingeführt, damit die Ausdrücke für den Logarithmus definiert sind; damit werden entsprechend der Realität nur nicht-negative Verkehrsströme bestimmt. Falls  $\tilde{t}_j=0$ , gilt entsprechend Anhang 2.1.2 auch  $t_j=0$ , und der Strom gehört nicht zur Menge der Verkehrsströme mit von Null verschiedenen Werten ( $j \notin M$ ).

Die Lösung des Optimierungsproblems ist dann (Anhang 2.3.3):

$$\begin{aligned} t_j &= \tilde{t}_j \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}} \\ &= \tilde{t}_j \prod_{i=1}^n (e^{-\lambda_i})^{a_{ij}} \\ &= \tilde{t}_j e^{-\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i} \end{aligned}$$

in Matrix- und Vektorschreibweise:

$$\underline{t} = \tilde{T} \cdot e^{-A^T \cdot \underline{\lambda}}$$

wenn  $\tilde{T}$  eine Diagonalmatrix ist, die aus den Ausgangswerten  $\tilde{\underline{t}}$  besteht.

Das Modell ist loglinear, da gilt:

$$\ln \underline{t} = \ln \tilde{\underline{t}} - \underline{A}^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$\text{bzw. } \ln t_j = \ln \tilde{t}_j - \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i$$

Für die Verkehrsströme kann keine geschlossene Lösung angegeben werden, da die Werte  $X_i$  aus den Nebenbedingungen iterativ bestimmt werden müssen.

### 2.2.3.2.2 Ablauf des Verfahrens

Die Lösung kann nur iterativ gefunden werden; für die Iteration stehen z.B. das Newton-Verfahren (ERIKSON, 1981, S. 18 f bzw. BELL, 1983 a, S. 207) und das Bregmann-Verfahren (LAMOND et al., 1981, S. 241 ff) zur Verfügung. Diese Verfahren werden in Abschnitt 2.3.4 gegenübergestellt; nachfolgend wird der Newton-Algorithmus zugrundegelegt.

Die Lösung für die Verkehrsströme lautet:

$$\underline{t} = \tilde{\underline{T}} \cdot e^{-\underline{A}^T \cdot \underline{\lambda}}$$

Ausführlich geschrieben (falls alle  $j$  in  $M$ ):

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 & & & \\ & \tilde{t}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \tilde{t}_m \end{bmatrix} \cdot e \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & \dots & a_{n2} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{1m} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_1 \\ -\lambda_2 \\ \vdots \\ -\lambda_n \end{bmatrix}$$

$\underline{t}$                        $\tilde{\underline{T}}$                        $\underline{A}^T$                        $-\underline{\lambda}$

Die Exponentialfunktion wird auf jeden Wert von  $-\underline{A}^T \cdot \underline{\lambda}$  angewendet. Die  $n$  Unbekannten  $\lambda_i$  müssen aus den  $n$  Nebenbedingungen

$$\underline{v} = A \cdot \underline{t}$$

bestimmt werden.

Ausführlich geschrieben:

$$\begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{array} \right] \\ \underline{v} \end{array} = \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{array} \right] \\ A \end{array} \cdot \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{array} \right] \\ \underline{t} \end{array}$$

Bei der Anwendung des Newton-Verfahrens auf obige Aufgabenstellung werden aus den  $\lambda$ -Werten aus einer vorherigen Iterationsstufe neue Werte der Verkehrsströme berechnet; damit lassen sich neue Meßwerte berechnen. Aus dem Unterschied zwischen diesen berechneten Meßwerten und den bei den Verkehrszählungen tatsächlich beobachteten Meßwerten werden mit dem Newton-Algorithmus neue  $\lambda$ -Werte errechnet; hiermit werden in einem weiteren Iterationsschritt wieder neue Werte der Verkehrsströme bestimmt usw, bis für alle Verkehrsströme der Unterschied zwischen den Werten zweier aufeinanderfolgender Iterationen einen Grenzwert  $\delta_1$  unterschreitet.

Die Iterationsvorschrift lautet:

$$\begin{aligned} \underline{\lambda}^{(k+1)} &= \underline{\lambda}^{(k)} - (F^{(k)})^{-1} \cdot (\underline{v}^{(k)} - \underline{v}) \\ &= \underline{\lambda}^{(k)} - (A \cdot T^{(k)} \cdot A^T)^{-1} \cdot (\underline{v}^{(k)} - \underline{v}) \end{aligned}$$

wobei  $F$  eine Funktionalmatrix ist und

$$\underline{v}^{(k)} = A \cdot \underline{t}^{(k)} = A \cdot T^{(k)} \cdot e^{-A^T \cdot \lambda^{(k)}}$$

$$F(k) = \begin{bmatrix} \frac{\hat{v}_1(k)}{\partial \lambda_1(k)} & \dots & \frac{\hat{v}_1(k)}{\partial \lambda_n(k)} \\ \frac{\hat{v}_n(k)}{\partial \lambda_1(k)} & \dots & \frac{\hat{v}_n(k)}{\partial \lambda_n(k)} \end{bmatrix} = A \cdot T(k) \cdot A^T$$

Der Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 3 dargestellt.

### 2.2.3.3 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei dem Verfahren mit Maximierung der Entropie kommen nur zwei Möglichkeiten für die Eingabe von Zusatzinformation in Betracht:

- eine Gewichtung der Verkehrsströme und
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme.

Hierbei werden die Gewichte als Vektor von Ausgangswerten für die Verkehrsströme eingegeben, aus denen neue, mit den Ergebnissen der Verkehrszählungen übereinstimmende Werte für die Verkehrsströme berechnet werden; für das Newton-Verfahren werden die Gewichte als Diagonalmatrix verarbeitet.

Anders als beim Verfahren mit Minimierung der Norm wird die Gewichtung hier normal durchgeführt, d.h. dem größten (kleinsten) Gewicht entspricht der stärkste (schwächste) Verkehrsstrom.

Alte Meßwerte können nicht berücksichtigt werden, da der Lösungsansatz einerseits keine negativen Meßwerte bzw. Differenzen  $\Delta v$  als Eingabe erlaubt (vgl. im Anhang Gleichungssystem 3.11, das bei negativen Differenzen nicht erfüllbare Gleichungen enthalten würde); andererseits sind auch keine negativen Ergebnisse bzw. Differenzen  $\Delta t$  und damit Korrekturen der Ausgangswerte nach unten möglich, da die Exponentialfunktion im Gleichungssystem (3.7) nur positive Werte liefert.

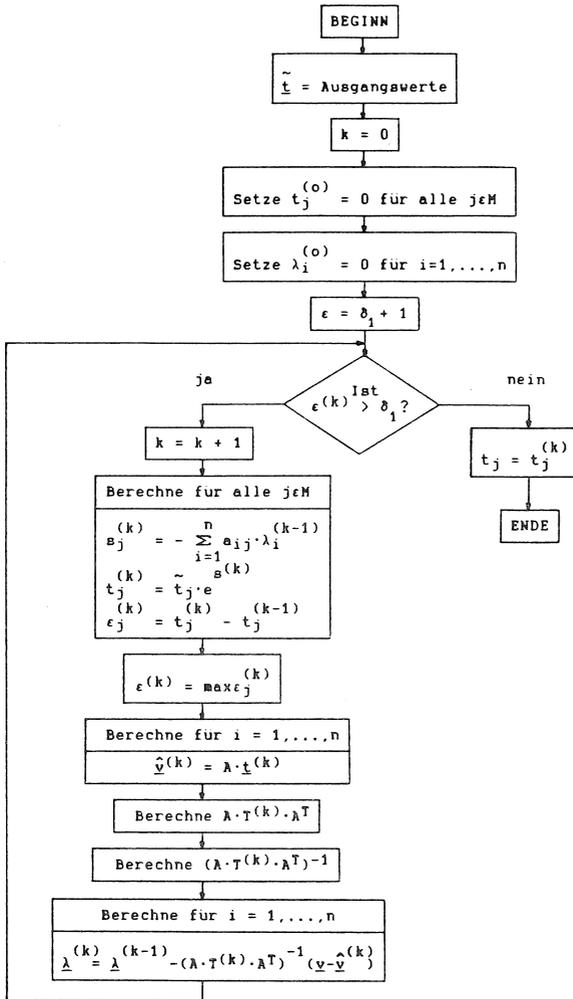


Abb. 3: Ablauf des Verfahrens mit Maximierung der Entropie

#### 2.2.3.4 Ergebnisse für das Beispiel

Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tab. 3 dargestellt; daraus ist ersichtlich:

- Es treten keine negativen Ergebnisse auf; dies liegt an der zusätzlichen Nebenbedingung  $\underline{t} > 0$ , die aus der Form der Zusatzbedingung folgt.
- Die Eingangsgröße Streckenbelastungen liefert wiederum schlechtere Ergebnisse als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen; jedoch sind die Unterschiede geringer als beim Verfahren mit Minimierung der Norm.

Die Gegenüberstellung mit der Vergleichsmatrix zeigt:

- Die Eingangsgröße Streckenbelastungen ergibt eine schlechtere Übereinstimmung als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (s.o.).
- Für beide Eingangsgrößen ergibt sich im Fall einer Gewichtung eine bessere Übereinstimmung; die Unterschiede bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen sind jedoch minimal.
- Für die Eingangsgröße Streckenbelastungen stimmen wie beim Verfahren mit Minimierung der Norm drei Werte mit der Vergleichsmatrix überein; für die Eingangsgröße Haltestellenbelastung stimmen im Fall einer Gewichtung aufgrund der Wahl der Vergleichsmatrix (vgl. 2.1.3) alle Werte überein.

Tab. 3: Ergebnisse bei Maximierung der Entropie:

## Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	123	625	748
2	225	-	75	300
3	423	215	-	638
$\Sigma$	648	338	700	1686

$r^2 = 0,739$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	196	625	821
2	225	-	75	300
3	496	124	-	620
$\Sigma$	721	320	700	1741

$r^2 = 0,928$

## Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	253	647	900
2	247	-	53	300
3	553	47	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,991$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	274	626	900
2	226	-	74	300
3	574	26	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 1,000$

## 2.2.4 Minimierung der Unterschiedsquadrate

Das Verfahren wurde von verschiedenen Autoren vorgestellt und von BELL näher untersucht; wie später noch gezeigt wird, ist die zugrundeliegende Zielfunktion unter speziellen Randbedingungen identisch mit einer Annäherung für die Zielfunktion des Entropie-Verfahrens nach WILLUMSEN (BELL, 1983 b) und einer von MEKKY (1979) vorgeschlagenen Zielfunktion. Hierbei ergibt sich als Lösung des Optimierungsproblems statt eines loglinearen Modells wie in 2.2.3 ein lineares Modell.

### 2.2.4.1 Form der Zusatzbedingung

Bei der Zusatzbedingung, welche die Minimierung der Unterschiedsquadrate beinhaltet, wird zu einer Ausgangsmatrix (z.B. alte Matrix) der Verkehrsströme eine neue Matrix gesucht, wobei die Summe aus den Quadraten der Unterschiede zwischen dem Ausgangs- und dem Endwert minimiert wird. Diese Summe kann sowohl ungewichtet als auch gewichtet gebildet werden. HENDRICKSON et al. (1984, S. 415) bezeichnen dieses Vorgehen als eine verallgemeinerte Kleinst-Quadrate-Schätzung unter den Randbedingungen aus den Verkehrszählungen.

Die Zusatzbedingung (in Klammern Matrix- und Vektorschreibweise) lautet:

- im ungewichteten Fall:

$$f(\underline{t}) = \sum_{j=1}^m (t_j - \tilde{t}_j)^2 = (\underline{t} - \underline{\tilde{t}})^T \cdot (\underline{t} - \underline{\tilde{t}}) \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

- im gewichteten Fall:

$$f(\underline{t}) = \sum_{j=1}^m g_j (t_j - \tilde{t}_j)^2 = (\underline{t} - \underline{\tilde{t}})^T \cdot G \cdot (\underline{t} - \underline{\tilde{t}}) \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

Die Diagonalmatrix  $G$  ist eine quadratische nicht-singuläre Gewichtungsmatrix und positiv-definit.

Die vorgestellte Zusatzbedingung ergibt möglichst ausgeglichene Verkehrsströme, was in der Verwandtschaft zur Zusatzbedingung der Maximierung der Entropie begründet ist.

#### 2.2.4.2 Berechnung der Verkehrsströme

Im folgenden wird die Berechnung für den Fall einer gewichteten Zielfunktion angegeben, d.h. es existiert eine Gewichtungsmatrix  $G$  als Diagonalmatrix. Der Fall der ungewichteten Zielfunktion ist hierbei miteingeschlossen, denn er ergibt sich, falls die Gewichte zu 1 angenommen werden.

##### 2.2.4.2.1 Lösung

Das Optimierungsproblem lautet

$$f(\underline{t}) = \sum_{j=1}^m g_j (t_j - \tilde{t}_j)^2 = (\underline{t} - \tilde{\underline{t}})^T \cdot G \cdot (\underline{t} - \tilde{\underline{t}}) \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

unter den Nebenbedingungen

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v} .$$

Die Lösung des Optimierungsproblems ist dann (Anhang 2.4.1):

$$\underline{t} = B \cdot \underline{v} + (I - B \cdot A) \cdot \tilde{\underline{t}}$$

wo

$$\begin{cases} B = G^{-1} \cdot A^T (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1} \\ I = \text{Einheitsmatrix mit } m \text{ Elementen } 1 . \end{cases}$$

B ist eine verallgemeinerte Inverse zu Matrix A. Das Modell ist linear; der erste Teil der Lösung entspricht der Lösung nach dem Minimum-Norm-Verfahren (vgl. 2.2.2.2.1). Die Lösung kann direkt, d.h. ohne Iteration ermittelt werden. Der Wert eines Verkehrsstromes ergibt sich dabei aus dem Ausgangswert zuzüglich einer Korrektur, die vom Unterschied zwischen den berechneten und den tatsächlich gemessenen Meßwerten abhängt, wie aus folgender Umformung ersichtlich ist:

$$\underline{t} = \tilde{t} + B \cdot (\underline{v} - A \cdot \tilde{t})$$

#### 2.2.4.2.2 Ablauf des Verfahrens

Der Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 4 dargestellt. Die Lösung ist ohne Iteration möglich; nach dem Einlesen der Ausgangswerte und der Gewichte können zwei Abschnitte unterteilt werden:

- Ermittlung der Lösung nach dem Minimum-Norm-Verfahren
- Korrektur der Lösung nach dem Minimum-Norm-Verfahren:

$$\text{Korrekturgröße } \underline{k} = H \cdot \tilde{t} = (I - B \cdot A) \cdot \tilde{t}$$

#### 2.2.4.3 Verwandtschaft zu anderen Ansätzen

Das Verfahren mit der vorgestellten Zusatzbedingung hat sowohl Ähnlichkeit mit dem Minimum-Norm-Verfahren nach BEIL als auch mit dem Entropie-Verfahren nach WILLUMSEN.

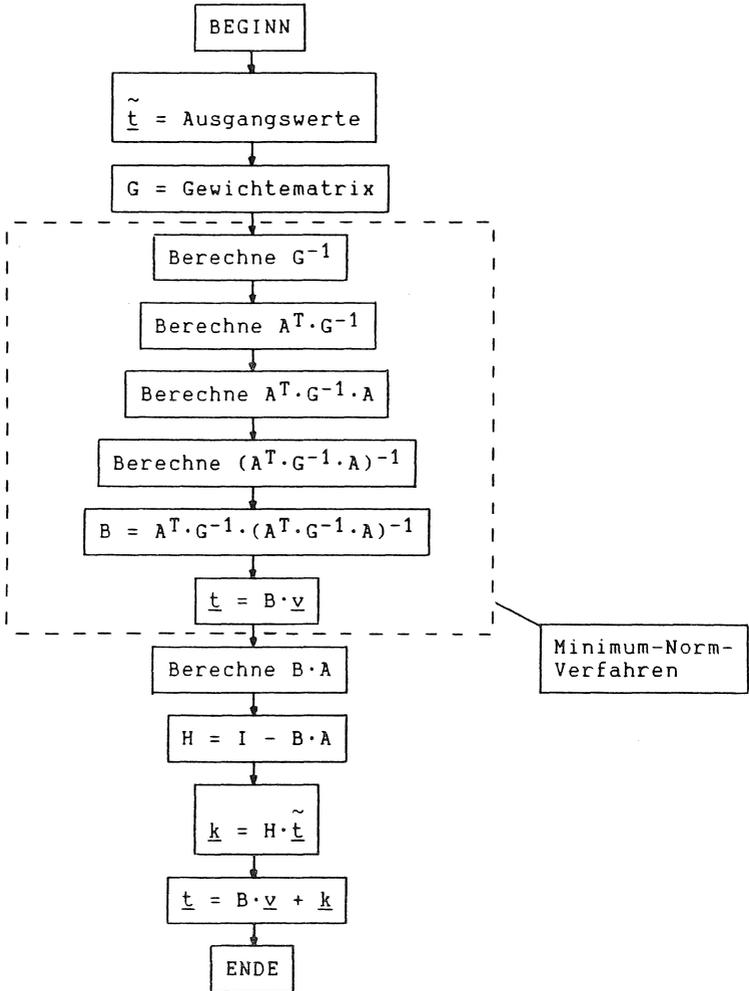


Abb. 4: Ablauf des Verfahrens mit Minimierung der Unterschiedsquadrate

### 2.2.4.3.1 Zusatzbedingung nach BEIL

Die Lösung aufgrund der vorgestellten Zusatzbedingung lautet:

$$\underline{t} = B \cdot \underline{v} + (I - B \cdot A) \tilde{\underline{t}} .$$

Damit enthält sie als eine Komponente die Lösung  $B \cdot \underline{v}$  des Minimum-Norm-Verfahrens nach BEIL; i.a. bewirkt der Ausdruck  $(I - B \cdot A) \tilde{\underline{t}}$  eine Verbesserung des Ergebnisses nach dem Minimum-Norm-Verfahren.

### 2.2.4.3.2 Zusatzbedingung nach WILLUMSEN

In einem Sonderfall der Gewichtung, wenn als Gewichte die inversen Ausgangswerte gewählt werden, entspricht die vorgestellte Zusatzbedingung einer Zusatzbedingung, die BELL (1983 b, S. 912ff) als eine Annäherung der Entropie-Zielfunktion nach WILLUMSEN für den Fall mit Gewichtung entwickelte (Anhang 2.4.2):

$$g(\underline{t}) = - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - \tilde{t}_j)^2}{t_j} = - \frac{1}{2} f(\underline{t}) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

Das Ergebnis ist ein lineares Modell; die Gleichungen zur Berechnung der Verkehrsströme entsprechen unter gewissen Annahmen (vgl. Abschnitt 2.2.7) denen für das Verfahren nach dem Satz von Bayes. Die Lösung kann ohne Iteration ermittelt werden; sie stimmt umso mehr mit dem Ergebnis nach WILLUMSEN überein, je besser die Ausgangswerte sind. Die Varianzen der berechneten Verkehrsströme sind minimal; der Beweis hierfür ist in BELL (1984, S. 462 f) enthalten.

### 2.2.4.3.3 Zusatzbedingung nach MEKKY

MEKKY stellte ebenfalls eine Zusatzbedingung auf, welche die Unterschiedsquadrate minimiert (MEKKY, 1979, S. 486); die Zusatzbedingung lautet:

$$g(t) = \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - \tilde{t}_j)^2}{\tilde{t}_j} \stackrel{!}{=} \text{Minimum} .$$

Diese Zusatzbedingung entsteht aus der hier vorgestellten ebenfalls durch eine Gewichtung aufgrund inverser Ausgangswerte. Die Verallgemeinerung auf beliebige Gewichte führt zu der behandelten Zusatzbedingung.

### 2.2.4.4 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei dem Verfahren kommen alle Möglichkeiten für die Eingabe von Zusatzinformation in Betracht:

- Gewichtung der Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme
- alte Meßwerte.

Anders als bei allen anderen in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren finden die Gewichte hier auf zwei verschiedene Arten Eingang in die Berechnung:

- einerseits wie bei der loglinearen Version des Entropie-Verfahrens (vgl. 2.2.3.3) als Vektor  $\tilde{t}$  von Ausgangswerten, wobei von einer normalen Gewichtung ausgegangen wird; aus diesen Ausgangswerten werden dann mit den Meßwerten übereinstimmende Werte  $\underline{t}$  berechnet.
- andererseits wie beim Minimum-Norm-Verfahren (vgl. 2.2.2.3) als Diagonalmatrix  $G$ , wobei von einer umgekehrten Gewichtung ausgegangen wird; im Fall der linearen Version des Entropie-Verfahrens gilt  $g_j = 1/\tilde{t}_j$ .

Alte Meßwerte können berücksichtigt werden, da der Lösungsansatz sowohl negative Meßwerte bzw. Differenzen  $\Delta y$  als Eingabe erlaubt als auch negative Ergebnisse bzw. Differenzen  $\Delta t$  ermöglicht.

#### 2.2.4.5 Ergebnisse für das Beispiel

Das Beispiel wurde nach der linearen Version des Entropie-Verfahrens gerechnet, d.h. als Gewichte wurden die inversen Ausgangswerte genommen.

Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tab. 4 dargestellt; daraus ist ersichtlich:

- es treten wegen der fehlenden Nebenbedingung  $t > 0$  auch negative Werte auf.
- die Eingangsgröße Streckenbelastungen liefert wiederum schlechtere Ergebnisse als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen; die Unterschiede liegen zwischen denen bei Minimierung der Norm und denen bei Maximierung der Entropie.
- für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen stimmen die Ergebnisse mit denen bei Minimierung der Norm überein.

Die Gegenüberstellung mit der Vergleichsmatrix zeigt:

- die Eingangsgröße Streckenbelastungen ergibt eine schlechtere Übereinstimmung als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (s.o.).
- für die Eingangsgröße Streckenbelastungen ergibt sich mit Gewichtung eine bessere Übereinstimmung als ohne.
- die Güte der Übereinstimmung liegt i.a. zwischen der bei Minimierung der Norm und der bei Maximierung der Entropie.

Tab. 4: Ergebnisse bei Minimierung der Unterschiedsquadrate (Entropieannäherung):

Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	99	625	724
2	225	-	75	300
3	399	246	-	645
$\Sigma$	624	345	700	1669

$$r^2 = 0,646$$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	171	625	796
2	225	-	75	300
3	471	155	-	626
$\Sigma$	696	326	700	1722

$$r^2 = 0,877$$

Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	267	633	900
2	233	-	67	300
3	567	33	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$$r^2 = 0,999$$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	309	591	900
2	191	-	109	300
3	609	- 9	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$$r^2 = 0,978$$

### 2.2.5 Minimierung des Informationsgewinns

Das Verfahren wurde von VAN ZUYLEN entwickelt; in einer ersten Version wurde es z.B. in VAN ZUYLEN et al. (1980, S. 284 ff) vorgestellt und später weiterentwickelt (VAN ZUYLEN, 1981, S. 661 ff); unabhängig davon kommt BELL (1983 a, S. 203) aufgrund eines anderen Ansatzes zu der gleichen Lösung wie VAN ZUYLEN in seiner endgültigen Version (vgl. 2.2.5.3).

#### 2.2.5.1 Form der Zusatzbedingung

Bei der Zusatzbedingung, welche die Minimierung des Informationsgewinns beinhaltet, wird diejenige Matrix von Verkehrsströmen ermittelt, die den Verkehrszählungen ein Minimum an Information (d.h. so wenig Information als möglich) hinzufügt, wenn schon deren Information nicht ausreicht, um die gesuchten Werte der Verkehrsströme eindeutig zu bestimmen (vgl. VAN ZUYLEN, 1980, S. 284).

Die Zusatzbedingung lautet

- im ungewichteten Fall:

$$I = -\ln\left[T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{1}{t_j!}\right] \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

- im gewichteten Fall:

$$I' = -\ln\left[T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{q_j^{t_j}}{t_j!}\right] \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

wobei:

$$T_S = \sum_{j=1}^m t_j \quad \text{die Gesamtzahl der Fahrten.}$$

$q_j$  = Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Fahrt in der Verkehrsbeziehung  $j$ .

Es gilt:

$q_j = 1$  für alle  $j$ , falls alle Verkehrsbeziehungen gleichwahrscheinlich sind.

$q_j = \frac{\tilde{t}_j}{\tilde{T}_S}$ , falls die Gewichtung mit Ausgangswerten erfolgt.

Zur Auffindung des Minimums werden folgende abgeänderte Zusatzbedingungen betrachtet, die sich aus den oberen nach Anwendung der Abschätzung nach STIRLING ergeben:

- im Fall ohne Gewichtung:

$$f(t_j) = -\left[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_S \cdot \ln T_S + \sum_{j=1}^m \left(t_j \cdot \ln \frac{1}{t_j}\right)\right]$$

! Minimum

- im Fall mit Gewichtung

$$f(t_j) = -\left[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_S \cdot \ln T_S + \sum_{j=1}^m \left(t_j \cdot \ln \frac{q_i}{t_j}\right)\right]$$

! Minimum

Das Ergebnis dieser Zusatzbedingungen sind möglichst ausgeglichene Verkehrsströme.

#### 2.2.5.2 Berechnung der Verkehrsströme

Im folgenden wird wiederum vom gewichteten Fall ausgegangen, d.h. die Wahrscheinlichkeiten  $q_j$  für das Auftreten der Verkehrsströme sind verschieden; bei untenstehender Berechnung ist der ungewichtete Fall miteingeschlossen, falls die Wahrscheinlichkeiten alle gleich gewählt werden ( $q_j=1$  für alle  $j$ ).

Es wird von der Annahme ausgegangen, daß sich die Wahrscheinlichkeiten  $q_j$  aus gegebenen Ausgangswerten errechnen lassen:

$$q_j = \frac{\tilde{t}_j}{\tilde{T}_s}$$

Für den Fall, daß keine Ausgangswerte gegeben sind, müssen die  $q_j$  über andere Annahmen bestimmt werden.

### 2.2.5.2.1 Lösung

Das Optimierungsproblem lautet

$$f(\underline{t}) = -\left[ \sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_s \cdot \ln T_s + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln \frac{q_j}{t_j} \right]$$

!  
= Minimum

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} A \cdot \underline{t} &= \underline{v} \\ \underline{t} &> 0 \quad (\tilde{t} > 0) \end{aligned}$$

Wie bei dem Verfahren mit Maximierung der Entropie wird eine weitere Nebenbedingung eingeführt; damit enthält die Lösung nur nicht-negative Verkehrsströme.

Die Lösung des Optimierungsproblems ist dann (Anhang 2.5.3):

$$\begin{aligned} t_j &= \tilde{t}_j \cdot X_0 \cdot \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}} \\ &= \tilde{t}_j \cdot \frac{T_s}{\tilde{T}_s} \cdot \prod_{i=1}^n (e^{-\lambda_i})^{a_{ij}} \\ &= \tilde{t}_j \cdot \frac{T_s}{\tilde{T}_s} \cdot e^{-\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i} \end{aligned}$$

in Matrix und Vektorschreibweise:

$$\underline{t} = \tilde{T} \cdot e^{-S^T \cdot \underline{\mu}}$$

wenn  $\tilde{T}$  eine Diagonalmatrix ist, die aus den Ausgangswerten besteht und  $S$  und  $\underline{\mu}$  entsprechend 2.2.5.2.2 aufgebaut sind.

Das Modell ist loglinear, da gilt:

$$\ln \underline{t} = \ln \tilde{T} - S^T \cdot \underline{\mu} .$$

Wie bei dem Verfahren mit Maximierung der Entropie kann keine geschlossene Lösung für  $\underline{t}$  angegeben werden, da die Werte  $X_i$  und  $X_0$  aus den Nebenbedingungen iterativ bestimmt werden müssen.

#### 2.2.5.2.2 Ablauf des Verfahrens

(vgl. BELL, 1983c bzw. 1983 d)

Die Lösung kann nur iterativ gefunden werden; für die Iteration kann wie in Abschnitt 2.2.3.2.2 das Newton- oder das Bregman-Verfahren gewählt werden; im folgenden wird der Newton-Algorithmus zugrundegelegt.

Die Lösung für die Verkehrsströme lautet:

$$\begin{aligned} t_j &= \tilde{t}_j \cdot X_0 \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}} \\ &= \tilde{t}_j \cdot X_0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i} \end{aligned}$$

Wenn  $\lambda_0 = \ln(X_0)$  (bzw.  $X_0 = e^{\lambda_0}$ ), dann gilt:

$$\begin{aligned} t_j &= \tilde{t}_j \cdot e^{[\lambda_0 - \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i]} \\ &= \tilde{T} \cdot e^{-S^T \cdot \underline{\mu}} \end{aligned}$$

Ausführlich geschrieben (falls alle  $j \in M$ ):

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} \\ \underline{t} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \tilde{t}_1 & & & \\ & \tilde{t}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \tilde{t}_m \end{bmatrix} \\ \tilde{T} \end{array} \cdot e \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & a_{11} \dots a_{n1} \\ 1 & a_{12} \dots a_{n2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & a_{1m} \dots a_{nm} \end{bmatrix} \\ S^T \end{array} \cdot \begin{array}{c} \begin{bmatrix} +\lambda_0 \\ -\lambda_1 \\ \vdots \\ -\lambda_n \end{bmatrix} \\ -\underline{\mu} \end{array}$$

Die Exponentialfunktion wird auf jeden Wert von  $-S^T \cdot \underline{\mu}$  angewendet.

Die  $n+1$  Unbekannten müssen aus  $n+1$  Nebenbedingungen bestimmt werden:  $n$  Gleichungen aus den Verkehrszählungen und eine Gleichung aus

$$\sum_{j=1}^m \tilde{t}_j = \frac{\sum_{j=1}^m \tilde{t}_j}{\sum_{j=1}^m \tilde{t}_j} \cdot \sum_{j=1}^m \tilde{t}_j = X_0^{-1} \cdot \sum_{j=1}^m \tilde{t}_j$$

Diese Nebenbedingungen ergeben das lineare Gleichungssystem

$$\underline{y} = R \cdot \underline{t}$$

Ausführlich geschrieben:

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \tilde{t}_j \\ v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \\ \underline{y} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} -1 & \dots & -1 \\ X_0 & \dots & X_0 \\ a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \\ R \end{array} \cdot \begin{array}{c} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} \\ \underline{t} \end{array}$$

Bei der Anwendung des Newton-Verfahrens auf obige Aufgabenstellung könnte die Iteration analog zu Abschnitt 2.2.3.2.2 durchgeführt werden, wenn

$$\begin{aligned}
 -\underline{t} &= \tilde{T} \cdot e^{-A^T \cdot \underline{\lambda}} & \text{durch } \underline{t} &= \tilde{T} \cdot e^{-S^T \cdot \underline{\mu}} & \text{und} \\
 -\underline{v} &= A \cdot \underline{t} & \text{durch } \underline{y} &= R \cdot \underline{t}
 \end{aligned}$$

an den entsprechenden Stellen ersetzt würde.

Dann lautet die Iterationsvorschrift:

$$\underline{\mu}^{(k+1)} = \underline{\mu}^{(k)} - (F^{(k)})^{-1} \cdot (\underline{y}^{(k)} - \underline{y})$$

wobei F eine Funktionalmatrix ist und

$$\underline{y}^{(k)} = R \cdot \underline{t}^{(k)} = R \cdot T^{(k)} \cdot e^{-S^T \cdot \underline{\mu}^{(k)}}$$

$$F^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{y}_1^{(k)}}{\partial \mu_1^{(k)}} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_1^{(k)}}{\partial \mu_{n+1}^{(k)}} \\ \frac{\partial \hat{y}_{n+1}^{(k)}}{\partial \mu_1^{(k)}} & \dots & \frac{\partial \hat{y}_{n+1}^{(k)}}{\partial \mu_{n+1}^{(k)}} \end{bmatrix}$$

$$F^{(k)} = \left[ \begin{array}{c|c} 0 & -\lambda_0^{(k)} \cdot (\underline{y}^{(k)})^T \\ \hline \underline{y}^{(k)} & A \cdot T^{(k)} \cdot A^T \end{array} \right]$$

Da eine solche Iteration jedoch sehr langsam konvergiert, wird eine andere von BELL (1983d) vorgeschlagene Art der Iteration verwendet, die einer mehrfachen Wiederholung des Vorgehens bei dem Verfahren "Maximierung der Entropie" ähnlich ist. Hierbei werden zunächst für einen festen Wert von  $\lambda_0$  in meist mehreren Newton-Iterationen neue Werte der Verkehrsströme solange berechnet, bis für diese der maximale Unterschied aus zwei aufeinanderfolgenden Iterationen kleiner als ein Grenzwert  $\delta_1$  wird; anschließend wird mit den jetzt geltenden Werten der Verkehrsströme ein neuer Wert für  $\lambda_0$  be-

stimmt und überprüft, ob der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgend berechneten  $\lambda_0$ -Werten einen Grenzwert  $\delta_2$  (üblicherweise  $\delta_2 < \delta_1$ ) überschreitet. Ist dieses der Fall, so schließen sich mit dem neuen  $\lambda_0$ -Wert wieder Newton-Iterationen an. Dieses Vorgehen wiederholt sich solange, bis einerseits der maximale Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgend berechneten Vektoren der Verkehrsströme kleiner als der vorgegebene Grenzwert  $\delta_1$  ist und andererseits auch der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgend berechneten  $\lambda_0$ -Werten kleiner als der vorgegebene Grenzwert  $\delta_2$  ist.

Der Ablauf des Algorithmus ist in Abb. 6 dargestellt.

### 2.2.5.3 Verwandschaft mit dem Ansatz nach BELL

BELL betrachtet eine andere Zusatzbedingung als VAN ZUYLEN und erhält damit auch eine andere Lagrange-Funktion; die Lösung des Optimierungsproblems ist dennoch formal mit der Lösung nach VAN ZUYLEN identisch (BELL, 1983 c, S. 203).

Bei der Zusatzbedingung nach BELL wird von multinomial verteilten Werten der Verkehrsströme ausgegangen und diejenige Matrix der Verkehrsströme ermittelt, die unter dieser Annahme am wahrscheinlichsten ist. Wenn  $q_j$  die dem Verkehrsstrom  $t_j$  entsprechende Wahrscheinlichkeit darstellt, so errechnet sich die Wahrscheinlichkeit, die Verkehrsströme  $\underline{t}$  mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten  $\underline{q}$  zu beobachten, wie folgt:

$$W = \frac{(\sum_{j=1}^m t_j)!}{\prod_{j=1}^m (t_j!)} \prod_{j=1}^m (q_j)^{t_j} .$$

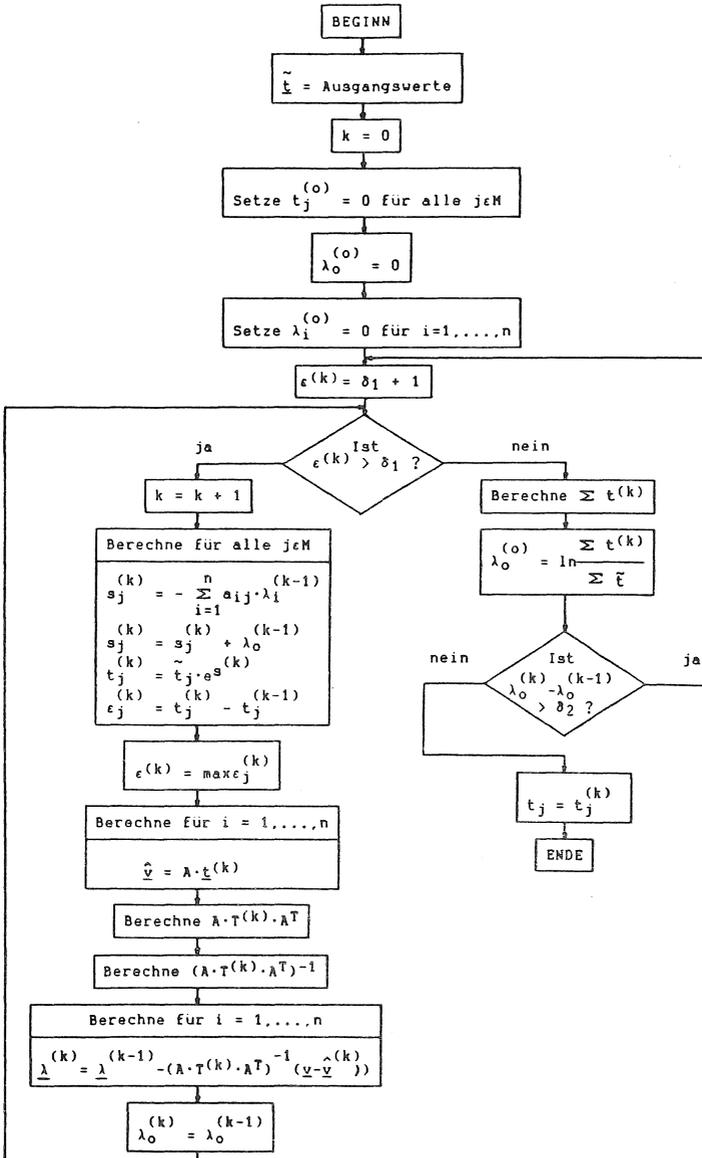


Abb. 5: Ablauf des Verfahrens mit Minimierung des Informationsgewinns

Damit lautet die Zusatzbedingung nach dem Ansatz von BELL

- im ungewichteten Fall:

$$W = \frac{(\sum_{j=1}^m t_j)!}{\prod_{j=1}^m (t_j!)} \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

da für alle Verkehrsströme  $q_j$  gleich ist:  $q_j = 1$

- im gewichteten Fall:

$$W' = \frac{(\sum_{j=1}^m t_j)!}{\prod_{j=1}^m (t_j!)} \prod_{j=1}^m (q_j)^{t_j} \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

Zur Auffindung des Maximums wird folgende abgeänderte Zusatzbedingung betrachtet, die sich aus der oberen durch Logarithmieren ergibt:

- im ungewichteten Fall:

$$f(\underline{t}) = \ln(\sum_{j=1}^m t_j)! - \sum_{j=1}^m \ln(t_j!) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

- im gewichteten Fall:

$$f(\underline{t}) = \ln(\sum_{j=1}^m t_j)! - \sum_{j=1}^m \ln(t_j!) + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln(q_j) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

Die Berechnung der Verkehrsströme erfolgt unter der Annahme, daß sich die Wahrscheinlichkeiten  $q_j$  aus gegebenen Ausgangswerten berechnen lassen:

$$q_j = \tilde{t}_j / \tilde{T}_s .$$

Für den Fall, daß keine Ausgangswerte gegeben sind, müssen die Wahrscheinlichkeiten  $q_i$  über andere Annahmen bestimmt werden.

Die Lösung des Optimierungsproblems entspricht der bei Maximierung des Informationsgewinns, wenn  $q_i = \tilde{t}_j / \tilde{T}_S$  (Anhang 2.5.4):

$$t_j = \tilde{t}_j \cdot X_0 \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}}$$

#### 2.2.5.4 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei dem Verfahren mit Minimierung des Informationsgewinns kommen folgende Möglichkeiten für die Eingabe von Zusatzinformation in Betracht:

- Gewichtung der Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme
- Vorgabe der Gesamtzahl an Fahrten.

Aus den Gewichten werden die als Eingabe benötigten Wahrscheinlichkeiten  $q$  berechnet. Die Gewichte werden wie beim Entropieverfahren behandelt; die Gewichtung erfolgt normal.

Falls die Gesamtzahl an Fahrten mitberücksichtigt wird, ändert sich die Form der Lösung geringfügig (siehe dazu VAN ZUYLEN, 1981, S. 665 f); da dieser Fall bei den hier betrachteten Anwendungsfällen im Bereich des ÖPNV nicht vorkommt, wird diese Möglichkeit nicht weiter behandelt und auch nicht programmiert.

Alte Meßwerte können wie beim Verfahren der Entropiemaximierung nicht berücksichtigt werden, da weder negative Eingabewerte noch negative Ergebnisse möglich sind.

#### 2.2.5.5 Ergebnisse für das Beispiel

Das Beispiel wurde unter der Annahme gerechnet, daß die Wahrscheinlichkeiten  $q$  aus den Ausgangswerten errechenbar sind. Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tab. 5 dargestellt; daraus ist ersichtlich:

- Die Eingangsgröße Streckenbelastungen liefert wiederum schlechtere Ergebnisse als die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen.
- Für die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen stimmen die Ergebnisse exakt, für die Eingangsgröße Streckenbelastungen nahezu mit denen des Entropieverfahrens (vgl. 2.2.3.5) überein.

Für die Gegenüberstellung mit der Vergleichsmatrix gelten wegen der oben genannten Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen nach den Verfahren mit Maximierung der Entropie bzw. Minimierung des Informationsgewinns die Bemerkungen in Abschnitt 2.2.3.5.

Tab. 5: Minimierung des Informationsgewinns:

Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	128	625	753
2	225	-	75	300
3	428	209	-	637
$\Sigma$	653	337	700	1690

$r^2 = 0,757$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	199	625	824
2	225	-	75	300
3	499	120	-	619
$\Sigma$	724	319	700	1743

$r^2 = 0,936$

Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	253	647	900
2	247	-	53	300
3	553	47	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,992$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	274	626	900
2	226	-	74	300
3	574	26	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 1,000$

## 2.2.6 Verfahren nach REGAN

### 2.2.6.1 Vorbemerkungen

Das Verfahren nach REGAN (1977, S. 28 ff) ist kein optimierendes Verfahren; es berechnet die gesuchten Verkehrsströme nicht aufgrund einer Zusatzbedingung, bei der für eine Zielfunktion ein Optimum gesucht wird, sondern mithilfe einer willkürlichen Iterationsvorschrift, für die keine Herleitung genannt wird. Im Hintergrund des Verfahrens steht die Idee, als Zusatzbedingung eine Minimierung der Fehlerquadrate anzustreben (REGAN, 1977, S. 43); d.h. die Summe der quadrierten Unterschiede zwischen den beobachteten Meßwerten  $v_i$  und denjenigen "Meß"werten  $\hat{v}_i$ , die sich bei Einsetzen der berechneten Verkehrsströme in die Nebenbedingungen ergeben, soll minimiert werden:

$$\sum_{i=1}^n (v_i - \hat{v}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (v_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j)^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

Diese Zusatzbedingung, die auch schon von ROBILLARD (1975, S. 124) betrachtet wurde, ist jedoch nicht praktikabel, da die Lösung für die Verkehrsströme  $t_j$  nicht eindeutig ist (vgl. ROBILLARD, 1975, S. 125). Dies ist leicht ersichtlich, da es nach Abschnitt 2.1.4 verschiedene Matrizen mit Elementen  $t_j$  gibt, die alle die Nebenbedingungen und damit die obige Zusatzbedingung erfüllen. Aus diesem Grund kann auch REGAN diese Bedingung nicht verwenden und benutzt stattdessen das von ihm vorgeschlagene Iterationsverfahren. Hierbei wird zu Anfang des Verfahrens von Näherungswerten für die Verkehrsströme ausgegangen, die dann schrittweise in den Iterationen an die beobachteten Meßwerte angepaßt werden; für das Vorgehen bei dieser Anpassung kann jedoch keine theoretische Begründung gegeben werden, obwohl es Ähnlichkeiten mit dem Bregman-Iterationsalgorithmus bei dem Verfahren mit Entropiemaximierung aufweist (vgl. 2.3.4.3).

## 2.2.6.2 Berechnung der Verkehrsströme

### 2.2.6.2.1 Urversion nach REGAN

Die Berechnung kann untergliedert werden in eine Anfangs- und in eine Iterationsphase.

In der Anfangsphase können auf verschiedene Weise Näherungswerte als Ausgangswerte der Verkehrsströme für die Iteration vorgegeben werden; diese sind entweder alle gleich oder entsprechen unterschiedlichen Gewichten für die Verkehrsströme, falls Zusatzinformation verfügbar ist (alte Matrix oder Klasseneinteilung). Hierfür wurde das Programm von REGAN abgeändert, denn die Urversion sah folgende drei Möglichkeiten für die Bereitstellung von Ausgangswerten vor:

- Einheitsverteilung, falls keine Zusatzinformation gegeben ist:  
Hierbei wird angenommen, daß jeder einen Querschnitt oder eine Haltestelle berührende Verkehrstrom in gleichem Umfang zur Belastung an dieser Meßstelle beiträgt, d.h. der Wert eines Verkehrstroms berechnet sich aus dem Quotient von Meßwert und Anzahl der dazu beitragenden Verkehrsströme; für Ströme, die zu mehreren Meßwerten beitragen, muß das Mittel aus den entsprechend berechneten Werten gebildet werden.
- Wahrscheinlichkeitsverteilung, falls eine Reiselängenverteilung gegeben ist:  
Hierbei werden die Beiträge der verschiedenen Verkehrsströme zu einem Meßwert nicht als gleich angenommen, sondern über eine Reiselängenverteilung bestimmt.
- Gewichtung, falls eine Matrix mit Ausgangswerten gegeben ist.

In die im Rahmen dieser Untersuchung erstellte Programmversion wurde nur die Möglichkeit der Gewichtung übernommen; für den Fall ohne Zusatzinformation werden die Ausgangswerte in Analogie zu den anderen untersuchten Verfahren als gleich angenommen ( $\tilde{t}=1$ ). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung wurde nicht vorgesehen, da eine Zusatzinformation in Form einer Reiselängenverteilung gemäß Voraussetzung (vgl. Abschnitt 2.1.2) nicht Gegenstand der Untersuchung sein sollte.

In der Iterationsphase werden im 1. Durchlauf aus den o.a. Ausgangswerten für die Verkehrsströme entsprechend der Anteilsmatrix A die Meßwerte berechnet. Aufgrund des Unterschieds zwischen diesen so berechneten "Meß"-werten und den tatsächlich beobachteten Meßwerten kann für jede Meßstelle ein Korrekturfaktor als Quotient von tatsächlichem zu berechnetem Meßwert bestimmt werden; alle zu einem Meßwert beitragenden Verkehrsströme werden mit dem zugehörigen Korrekturfaktor vervielfacht. Wenn am Ende dieses Iterationsschrittes alle Meßwerte abgearbeitet sind, gibt es für die Verkehrsströme, die zu mehreren Meßwerten beitragen, i.a. verschiedene Werte; daher erfolgt eine Mittelwertbildung. Hiermit sind die Ausgangswerte für den nächsten Iterationsschritt bestimmt.

Die Iteration wird in der Urversion nach REGAN solange durchgeführt, bis die Korrekturfaktoren für alle Meßwerte kleiner sind als ein vorgegebener Grenzwert.

#### 2.2.6.2.2 Änderungen

Die nachfolgend verwendete Version des Verfahrens beinhaltet wesentliche Änderungen gegenüber der Urversion nach REGAN (vgl. 2.2.6.2.1). Die Iteration erfolgt hier solange, bis die Unterschiede zwischen den Verkehrsstromwerten aus zwei aufeinanderfolgenden Iterationen

kleiner sind als der vorgegebene Grenzwert; diese Festlegung wurde in Analogie zu den anderen untersuchten Verfahren getroffen, um einen Vergleich der Ergebnisse auf gleicher Grundlage durchführen zu können. Zusätzlich wird dann aber überprüft, ob die berechneten mit den eingegebenen Meßwerten übereinstimmen.

Die beschriebene Mittelwertbildung hat den großen Nachteil, daß Gleichungen, die nur einen Verkehrsstrom und somit gleichzeitig ein Element der Lösung enthalten, nicht befriedigend berücksichtigt werden können, falls der betreffende Strom auch noch in anderen Gleichungen vorkommt. Solche Gleichungen mit nur einem Verkehrsstrom entstehen z.B. aufgrund von Zusatzinformation aus einer Befragung (vgl. 2.1.2.2), ohne Zusatzinformation treten sie i.a. nur in unrealistischen Fällen auf. Dadurch, daß das Verfahren für Verkehrsströme, die in mehreren Gleichungen enthalten sind, am Ende jedes Iterationsschritts einen Mittelwert bildet, ist nicht gewährleistet, daß der eingegebene Wert des Verkehrsstroms im Verlauf der Iteration unverändert bleibt und im Endergebnis erscheint.

Um solche Gleichungen (bzw. Zusatzinformationen) überhaupt sinnvoll verwenden zu können, wurde in der verwendeten Version des Verfahrens eine Änderung eingearbeitet. Hierbei werden Gleichungen, die nur einen Verkehrsstrom enthalten, vor Beginn der Iteration identifiziert und der Wert dieses Stromes anstelle eines Ausgangswertes in die Iterationsphase übernommen; er wird in die Mittelwertbildung nicht miteinbezogen, sondern bleibt während der ganzen Berechnung unverändert.

Außerdem wird das Programm auch auf Netze mit alternativen Wegen angewendet, während die Urversion von einer Alles-oder-Nichts-Umlegung ausging. Darüberhinaus wurde bei Verkehrsströmen, die in keiner Gleichung enthalten sind, analog den loglinearen Verfahren der Ausgangswert

in die Lösung übernommen; in der Urversion hatten solche Ströme keinen definierten Wert.

#### 2.2.6.2.3 Ablauf des Verfahrens

Der Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 6 dargestellt. Die Lösung kann nur iterativ gefunden werden; hierbei werden jedoch eindeutig bestimmte Verkehrsströme während der Berechnung nicht verändert.

#### 2.2.6.3 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei der hier vorgestellten Version kommen folgende Möglichkeiten in Betracht:

- Gewichtung der Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme
- alte Meßwerte.

Hierbei werden die Gewichte als Ausgangswerte für die Verkehrsströme in der Anfangsphase benutzt. Die Gewichte werden als Vektor verarbeitet; die Gewichtung erfolgt normal.

Bei der Angabe weiterer Gleichungen für die Verkehrsströme ist zu beachten, daß in der Urversion nach REGAN die Berücksichtigung von in Befragungen ermittelten Strömen im Vergleich zu den bisher betrachteten Verfahren anders und nur unbefriedigend erfolgt (vgl. 2.2.6.2.2); diese Kritik gilt jedoch nicht für die hier verwendete Version.

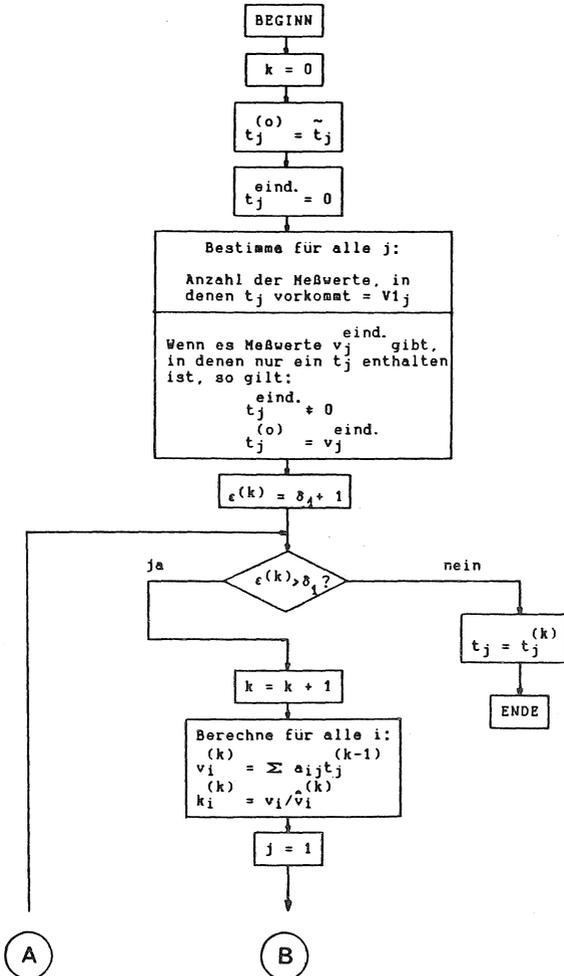


Abb. 6: Ablauf des Verfahrens nach REGAN

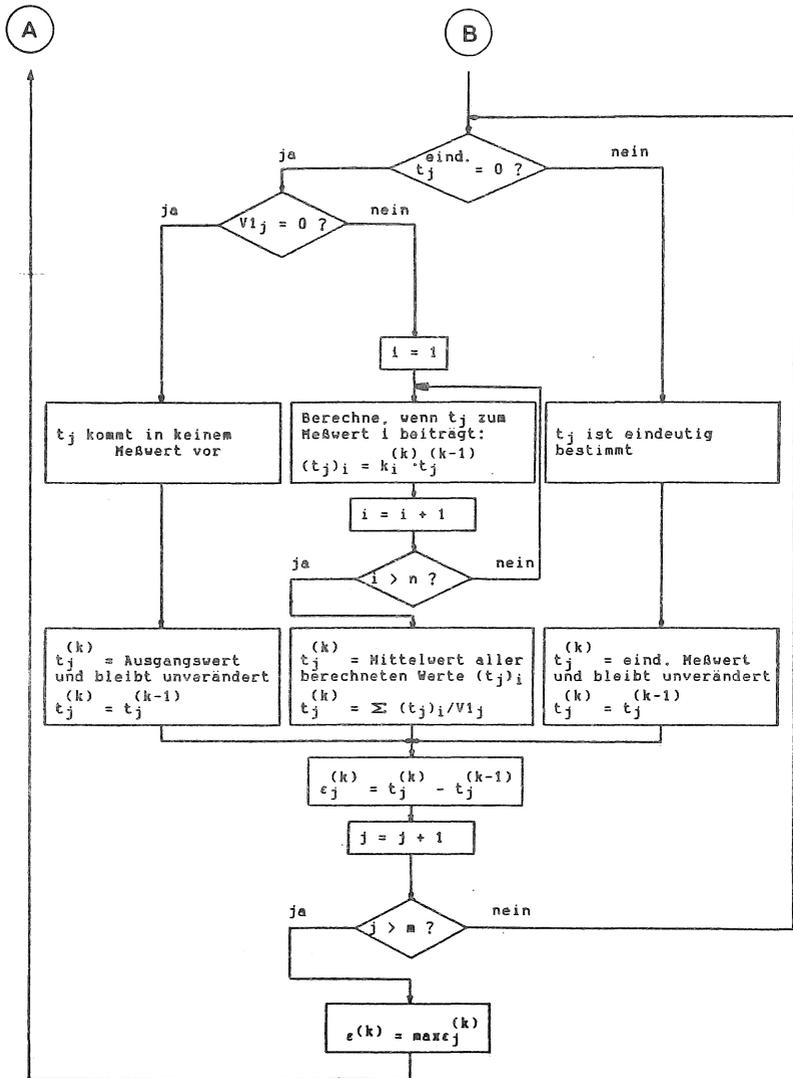


Abb. 6: Ablauf des Verfahrens nach REGAN

Alte Meßwerte können berücksichtigt werden, da der Lösungsansatz sowohl negative Meßwerte bzw. Differenzen  $\Delta y$  als Eingabe erlaubt als auch negative Ergebnisse bzw. Differenzen  $\Delta t$  ermöglicht.

Im Unterschied zu den anderen bisher behandelten Verfahren kann sich das Ergebnis bei dem Verfahren nach REGAN verbessern, wenn linear abhängige Gleichungen mitberücksichtigt werden (vgl. Beispiel); während bei den anderen Verfahren linear abhängige Gleichungen keine zusätzliche Information bringen, können sie hier wegen der Mittelwertbildung das Ergebnis beeinflussen.

#### 2.2.6.4 Ergebnisse für das Beispiel

Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tabelle 6 dargestellt. Im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen wurden alle 6 aus den Zählungen erhaltenen Gleichungen berücksichtigt; werden nur die fünf linear unabhängige Gleichungen in die Berechnung miteinbezogen, so sind die Ergebnisse schlechter.

Aus den Ergebnissen ist ersichtlich:

- Es treten keine negativen Verkehrsströme auf; dies ist eine Folge davon, daß die Korrekturfaktoren immer nicht-negativ sind, sofern als Zusatzinformation nicht alte Meßwerte benützt werden.
- Im übrigen sind die Ergebnisse ähnlich wie bei den Verfahren mit Maximierung der Entropie bzw. Minimierung des Informationsgewinns (im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen bei den genannten Verfahren aber aufgrund der Information von nur den fünf linear unabhängigen Gleichungen); es wird daher auf das dort Gesagte verwiesen.

Tab. 6: Verfahren nach REGAN:

Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	111	625	736
2	225	-	75	300
3	411	230	-	641
$\Sigma$	636	341	700	1677

$r^2 = 0,694$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	184	625	809
2	225	-	75	300
3	484	139	-	623
$\Sigma$	709	323	700	1732

$r^2 = 0,906$

Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	255	645	900
2	245	-	55	300
3	555	45	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,993$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	276	624	900
2	224	-	76	300
3	576	24	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,998$

### 2.2.7 Verfahren nach dem Satz von Bayes

Das Verfahren wurde von MAHER (1983a, S. 435 ff) entwickelt.

#### 2.2.7.1 Form der Zusatzbedingung

Der Satz von Bayes ist auf Probleme anwendbar, bei denen aus der Kombination von Ausgangswahrscheinlichkeitsverteilungen (priori-Verteilungen) für Parameter und Beobachtungen, die von diesen Parametern abhängen, bedingte Endwahrscheinlichkeitsverteilungen (posteriori-Verteilungen) für diese Parameter bestimmt werden sollen; es wird dabei angenommen, daß diese Parameter Zufallsvariable darstellen. Bei der Anwendung des Satzes zur Bestimmung einer Quelle-Ziel-Matrix werden die Verkehrsströme  $\theta_j$ , deren Größe nicht bekannt ist, als eine mehrdimensionale Zufallsvariable, dem Stromvektor  $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  interpretiert. Dann gilt nach dem Satz von Bayes für die Bestimmung von  $m$  Verkehrsströmen  $\underline{\theta}$  aufgrund von  $n$  Meßwerten  $\underline{v}$  aus Verkehrszählungen (FISZ, 1980, S. 5 78):

$$p(\underline{\theta}|\underline{v}) = \frac{f(\underline{v}|\underline{\theta}) \cdot p(\underline{\theta})}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(\underline{v}|\underline{\theta}) \cdot p(\underline{\theta}) d\underline{\theta}}$$

wobei  $p(\underline{\theta})$  = Ausgangswahrscheinlichkeitsverteilung für den Stromvektor  $\underline{\theta}$  (priori-Verteilung)

$f(\underline{v}|\underline{\theta})$  = Wahrscheinlichkeit der Beobachtungen  $\underline{v}$  bei gegebenen Strömen  $\underline{\theta}$

$p(\underline{\theta}|\underline{v})$  = bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Stromvektor  $\underline{\theta}$  (posteriori-Verteilung).

Hiernach lassen sich die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\underline{\theta}|\underline{v})$  der gesuchten Verkehrsströme aus den Ausgangswahrscheinlichkeitsverteilungen  $p(\underline{\theta})$  der

Verkehrsströme und den Wahrscheinlichkeiten für die Beobachtung der Meßwerte  $\underline{y}$  errechnen; anders formuliert kann man, wenn die priori-Verteilung für  $\underline{\theta}$  gegeben ist, die posteriori-Verteilung berechnen unter der Bedingung, daß die Meßwerte  $\underline{y}$  beobachtet wurden.

Bei dem Verfahren nach dem Satz von Bayes wird also diejenige Quelle-Ziel-Matrix ermittelt, die sich aufgrund von Ausgangsschätzungen für die Verkehrsströme ergibt; diese Schätzungen stellen die zur Ermittlung eindeutiger Verkehrsströme notwendige Zusatzbedingung dar. Anders als bei den bisher behandelten Verfahren, wo die Ausgangsschätzung nur als Punktschätzung in Form des Ausgangswertes berücksichtigt wurde, geht sie hier nicht als einzelner Wert für jeden Verkehrsstrom, sondern als Verteilung ein, für die Mittelwert und Varianz gegeben sind. Die Mittelwerte werden durch die Ausgangswerte  $\tilde{\theta}$  repräsentiert; die Varianz für einen Verkehrsstrom ist klein, wenn er sehr genau bekannt ist, während sie andererseits groß eingegeben wird, wenn wenig über den Wert bekannt ist. Darüberhinaus wird bei dem Verfahren angenommen, daß die Ergebnisse der Verkehrszählungen i.a. nicht fehlerfrei sind, sondern sich aus den Mittelwerten  $\underline{y} = A \cdot \underline{\theta}$  und zufälligen Schwankungen  $\underline{\phi}$  zusammensetzen; daher existiert zu den Meßwerten eine Dispersionsmatrix (Kovarianzmatrix), die für fehlerfrei ermittelte Meßwerte gleich Null ist. Es wird bei dem Verfahren daher von zwei Arten von Zufallschwankungen ausgegangen: Schwankungen in

- den Ausgangsverteilungen für die Verkehrsströme und
- den Meßwerten, die sich aus den Verkehrsströmen über lineare Funktionen ergeben.

Die relative Größe dieser Schwankungen entscheidet darüber, ob die posteriori-Verteilungen stärker durch die priori-Verteilungen oder durch die Meßwerte beeinflußt werden. Dies stellt einen deutlichen Unterschied zu den

loglinearen Verfahren dar, die implizit so wenig Gewicht wie möglich auf die Ausgangsschätzung legen und damit im Fall von Unsicherheiten vergleichbarer Größe bei den Ausgangsschätzungen und Meßwerten u.U. in den Ausgangsschätzungen enthaltene wertvolle Information nicht berücksichtigen (MAHER, 1983a, S. 436).

Unter der Annahme, daß die Ströme näherungsweise normalverteilt sind, haben die nach dem Satz von Bayes berechneten Punktschätzungen für die gesuchten Verkehrsströme minimale Varianz (BELL, 1984a, S. 463).

#### 2.2.7.2 Berechnung der Verkehrsströme

Es wird von dem gewichteten Fall ausgegangen, d.h. die Ausgangswerte, die den Mittelwerten der Ausgangsverteilung entsprechen, sind unterschiedlich groß; hierin ist der Fall ohne Gewichtung miteingeschlossen, wenn diese Ausgangswerte alle zu 1 angenommen werden.

##### 2.2.7.2.1 Lösung

Nach dem Satz von Bayes ergeben sich unter der Annahme von

- zwei mehrdimensional normalverteilten Zufallsvariablen  $\underline{\theta}$  und  $\underline{\phi}$
- Mittelwerten  $\underline{\tilde{\mu}}$  und zugehöriger Dispersionsmatrix  $D_{\tilde{\mu}}$  der priori-Verteilung
- einer die Meßfehler beschreibenden Dispersionsmatrix  $D_v$

bei Beobachtung der Meßwerte  $\underline{y}$  die gesuchten Verkehrsströme als Mittelwerte der posteriori-Verteilung zu

(Anhang 2.6)

$$\begin{aligned}\underline{t} &= \tilde{t} + D_{\tilde{t}} \cdot A \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1} \cdot (\underline{v} - A \cdot \tilde{t}) \\ &= \tilde{t} + C \cdot (\underline{v} - A \cdot \tilde{t})\end{aligned}$$

wobei

$$C = D_{\tilde{t}} \cdot A \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1}$$

$D_{\tilde{t}}$  = Dispersionsmatrix der priori-Verteilung:  
Diagonalmatrix, die aus den Varianzen besteht.

$D_v$  = Dispersionsmatrix der Meßfehler bzw. Meßwerte:  
Matrix, deren Diagonalelemente den Varianzen der Meßwerte entsprechen, die übrigen Elemente stellen die Kovarianzen dar.

Das Modell ist linear; das Ergebnis kann direkt, d.h. ohne Iteration bestimmt werden. Die Lösung für  $\underline{t}$  ergibt sich aus den Ausgangswerten  $\tilde{t}$  zuzüglich einer Korrektur, die durch die Meßwerte bedingt ist.

Wesentlicher Schritt bei der Berechnung ist die Inversion der Matrix  $D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T$ . Für Sonderfälle, bei denen

- die Kovarianzen der Meßwerte gleich Null sind und damit die Matrix  $D_v$  zu einer Diagonalmatrix wird
- zusätzlich auch die Varianzen der Meßwerte gleich Null sind und damit die Matrix  $D_v$  eine Nullmatrix ist
- durch Wahl einer nicht-informativen priori-Verteilung (vgl. 2.2.7.3) minimales Gewicht auf die Ausgangsverteilung gelegt wird

ist es möglich, die Lösung ohne Matrixinversion zu erhalten, indem die einzelnen Meßwerte nacheinander abgearbeitet werden; hierbei gehen die mit einem Meßwert  $i$  erhaltenen posteriori-Werte als priori-Werte in den zum Meßwert  $i+1$  gehörigen Rechenschritt ein (vgl. MAHER, 1983a, S. 439 f).

### 2.2.7.2.2 Ablauf des Verfahrens

Der Ablauf des Verfahrens ist in Abbildung 7 dargestellt. Die Lösung ist ohne Iteration möglich; wie bei den anderen Verfahren erfolgt zunächst das Einlesen der Ausgangswerte, die den Mittelwerten der priori-Verteilung für die Verkehrsströme entsprechen. Anders als bei den bisherigen Verfahren reicht diese Eingabe jedoch nicht aus; es müssen zusätzlich noch die Varianzen der priori-Verteilung sowie die Varianzen und Kovarianzen der Meßwerte zur Verfügung gestellt werden. Im Anschluß daran werden die zur Bestimmung der Verkehrsströme nötigen Schritte durchgeführt.

### 2.2.7.3 Bemerkungen zu dem Verfahren

#### 2.2.7.3.1 Wahl der Dispersionsmatrizen

Dispersionsmatrizen müssen sowohl für die priori-Verteilungen der Verkehrsströme als auch für die Meßwerte festgelegt werden. Hierfür gilt:

#### - priori-Verteilung

Da die Verkehrsströme als voneinander unabhängige Zufallsvariable angenommen werden, sind ihre Kovarianzen gleich Null; damit wird die Dispersionsmatrix  $D_{\xi}^2$  zu einer Diagonalmatrix bzw. kann als Vektor  $d_{\xi}^2$  verarbeitet werden. Die Festlegung der Varianzen ist entscheidend für das spätere Ergebnis; zu unterscheiden sind insbesondere die beiden Fälle, daß die Varianzen im Vergleich zu den Varianzen der Meßwerte groß oder klein sind. Im ersteren Fall enthält die priori-Verteilung nur eine minimale Information: die priori-Wahrscheinlichkeiten sind weitgehend unwichtig und werden vom Gewicht der Meßwerte "erdrückt". Die Lösung für die Verkehrsströme hat dann große Ähnlichkeit mit der aus den loglinearen Verfahren. Bei den Varianzen wird oft davon ausgegangen, daß sie proportional

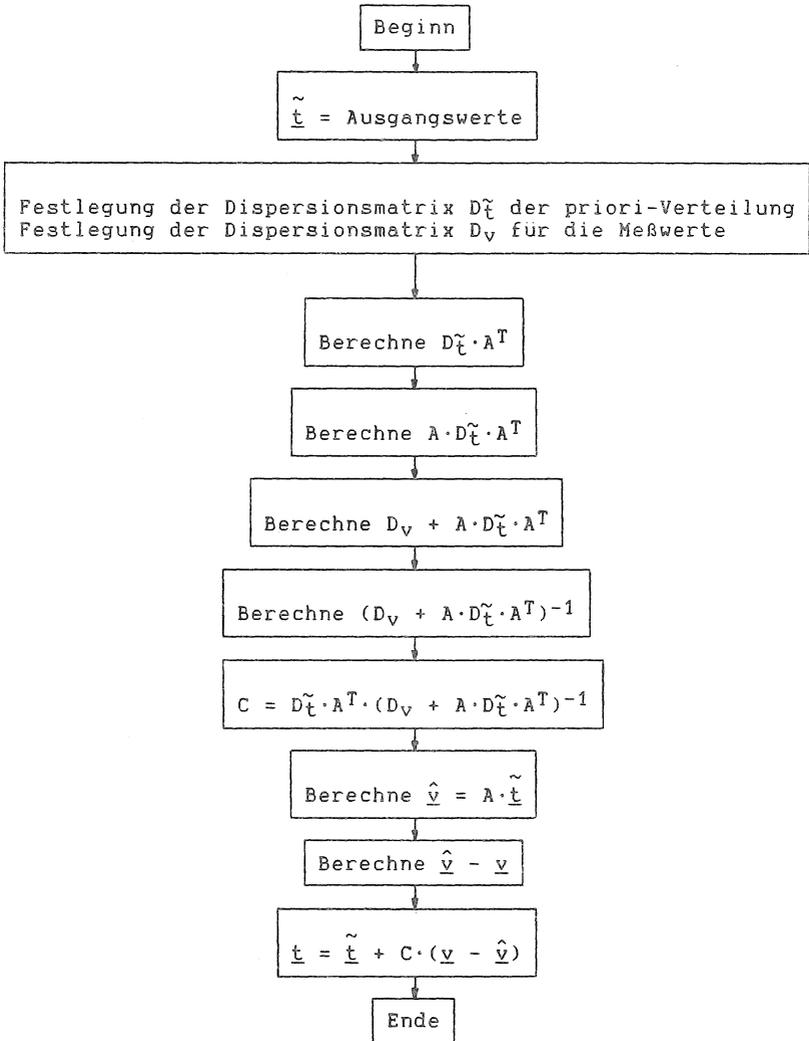


Abb. 7: Ablauf des Verfahrens nach dem Satz von Bayes

zu den Mittelwerten sind, da i.a. bei größeren Werten auch größere Fehler auftreten; damit können z.B. die Mittelwerte selbst (d.h. die Ausgangswerte) als Varianzen eingegeben werden. Unterschiedliche Varianzen sind auch dann sinnvoll, wenn die Ausgangswerte mit verschiedenen Ungenauigkeiten behaftet sind; dies ist z.B. dann der Fall, wenn eine Teilmatrix der Ausgangsmatrix aus neueren Erhebungen stammt. Im Unterschied dazu bedeuten gleiche Varianzen für die Ströme gleiche Güte der Ausgangswerte. Weitere Informationen zu den Möglichkeiten der Wahl von priori-Verteilungen finden sich in KLEITER (1981, S. 172 ff).

- Meßwerte

Wenn die Varianzen und Kovarianzen nicht aus Zeitreihen der Meßwerte berechnet werden können, müssen sie angenommen werden. Bei Annahme voneinander unabhängiger Meßfehler können die Kovarianzen gleich Null gesetzt werden, wodurch die Dispersionsmatrix  $D_V$  zu einer Diagonalmatrix wird; Meßfehler sind jedoch dann nicht unabhängig, wenn die Meßwerte mit demselben Meßgerät erhoben wurden. Zusätzlich können auch die Varianzen gleich Null und damit  $D_V$  als Nullmatrix angenommen werden, wenn von fehlerfreien Messungen ausgegangen wird; Varianzen von Null sind meist auch dann gerechtfertigt, wenn die Meßfehler im Vergleich zum Meßwert klein sind. Für von Null verschiedene Varianzen erscheint es i.a. sinnvoll, diese proportional zu den Meßwerten zu wählen.

- die Multiplikation beider Dispersionsmatrizen mit einem einheitlichen Faktor verändert die Ergebnisse für die Verkehrsströme nicht.

### 2.2.7.3.2 Linear abhängige Messungen

Das Verfahren nach dem Satz von Bayes ist das einzige Verfahren, das linear abhängige und damit auch inkonsistente Gleichungen verarbeiten kann. Dies ist u.U. ein Vorteil, da einerseits keines der in Abschnitt 1.3 beschriebenen Verfahren zur Erkennung und Elimination solcher Gleichungen nötig ist und andererseits die Elimination inkonsistenter Gleichungen einen Informationsverlust bedeuten kann. Inkonsistente Gleichungen bzw. Meßwerte sind jedoch logischerweise nur dann erlaubt, wenn die Dispersionsmatrix  $D_v$  der Meßwerte von Null verschieden ist, d.h. Meßfehler zugelassen sind; in diesem Fall werden mit den berechneten Verkehrsströmen die Meßwerte jedoch nicht reproduziert (d.h.  $A \cdot \underline{t} \neq \underline{v}$ ). Ist die Matrix  $D_v$  gleich Null, so müssen die linear abhängigen Gleichungen entfernt werden.

### 2.2.7.4 Verwandtschaft zu anderen Ansätzen

Das Verfahren hat unter gewissen Randbedingungen ähnliche Ergebnisse wie die loglinearen Verfahren und damit auch wie das Verfahren mit Minimierung der Unterschiedsquadrate, wenn hierbei der Sonderfall der linearen Annäherung des Entropieverfahrens betrachtet wird.

#### 2.2.7.4.1 Loglineare Verfahren

Bei den loglinearen Verfahren wird zur Lösungsfindung hauptsächlich die in den Meßwerten enthaltene Information benutzt und so wenig Gewicht wie möglich auf die Ausgangswerte gelegt; bei dem Verfahren nach dem Satz von Bayes dagegen kann der Einfluß der Ausgangswerte wesentlich stärker sein, da die Lösung sowohl von der Information in den Meßwerten als auch von der prioriverteilung abhängt: die relative Größe der Ungenauig-

keiten beider Eingangsdaten bestimmt, welcher Einfluß überwiegt. Wird daher von im Vergleich zu den Meßwerten großen Ungenauigkeiten der Ausgangswerte ausgegangen, und werden die Varianzen dementsprechend groß eingegeben oder wird  $D_v$  gleich Null gewählt, so sind im wesentlichen nur noch die Meßwerte bestimmend für die Lösung. In diesem Fall, wo sowenig Gewicht wie möglich auf die Ausgangswerte gelegt wird, ist die Lösung nach dem Satz von Bayes daher weitgehend identisch zu den Lösungen mithilfe der loglinearen Verfahren. Näheres hierzu findet sich in MAHER (1983a, S. 440 f).

#### 2.2.7.4.2 Lineare Annäherung des Entropieverfahrens

Wie oben erläutert wurde, stimmen bei großen Unsicherheiten der Ausgangswerte die Lösungen nach dem Satz von Bayes und den loglinearen Verfahren nahezu überein; hieraus folgt auch eine weitgehende Übereinstimmung mit der Lösung bei linearer Annäherung des Entropieverfahrens. In Fällen, in denen die Ungenauigkeit der Ausgangswerte proportional zur Größe der Ausgangswerte angenommen wird und diese Ausgangswerte als Varianzen gewählt werden, ist die Lösung nach dem Satz von Bayes identisch der Lösung, die sich bei linearer Annäherung des Entropieverfahrens ergibt.

Nach Abschnitt 2.2.4.2 lautet die Lösung für das Verfahren mit Minimierung der Unterschiedsquadrate

$$\begin{aligned}\underline{t} &= B \cdot \underline{v} + (I - B \cdot A) \cdot \tilde{t} \\ &= \tilde{t} + B(\underline{v} - A \cdot \tilde{t})\end{aligned}$$

$$\text{wobei } B = G^{-1} \cdot A^T (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1}$$

Im Sonderfall der linearen Annäherung der Entropielösung gilt:

$$G = T^{\sim -1}$$

Daraus folgt:

$$\underline{\hat{t}} = \underline{\tilde{t}} + \tilde{T} \cdot A^T \cdot (A \cdot \tilde{T} \cdot A^T)^{-1} \cdot (\underline{y} - A \cdot \underline{\tilde{t}})$$

$$B = \tilde{T} \cdot A^T \cdot (A \cdot \tilde{T} \cdot A^T)^{-1}$$

Aus dem Vergleich mit der Lösung nach MAHER (2.2.7.2.1) ergibt sich, daß die Matrizen C und B und damit die Ergebnisse beider Verfahren übereinstimmen, wenn  $D_V = 0$  und

- im Fall mit Gewichtung (Ausgangswerte =  $\underline{\tilde{t}}$ ) als Varianzen die Ausgangswerte selbst ( $D_{\tilde{t}} = \tilde{T}$ )
- im Fall ohne Gewichtung (Ausgangswerte = 1) alle Varianzen gleich (z.B.  $D_{\tilde{t}} = \text{Einheitsmatrix}$ )

gewählt werden.

Falls  $D_V \neq 0$ , gilt nach BELL (1984a, S. 463) entsprechendes.

#### 2.2.7.5 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei dem Verfahren kommen alle bisher genannten Möglichkeiten für die Eingabe von Zusatzinformation in Betracht:

- Gewichtung der Verkehrsströme,
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme,
- alte Meßwerte.

Hierbei werden die Gewichte als Vektor der Ausgangswerte verarbeitet. Alte Meßwerte können berücksichtigt werden, da der Lösungsansatz sowohl negative Meßwerte bzw. Differenzen  $\Delta \underline{y}$  als Eingabe erlaubt als auch negative Ergebnisse bzw. Differenzen  $\Delta \underline{\hat{t}}$  ermöglicht.

#### 2.2.7.6 Ergebnisse für das Beispiel

Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurde der Fall betrachtet, daß die Dispersionsmatrix der Meßwerte gleich Null ist und daher die Ergebnisse die Meßwerte reproduzieren. Da die Varianzen der priori-Verteilung im Fall ohne Gewichtung nicht gleich den Ausgangswerten gewählt werden können, da diese unbekannt sind, wurde sowohl für den Fall ohne als auch mit Gewichtung mit für alle Verkehrsströme konstanten, sehr kleinen Varianzen ( $D_{\xi}^2 = \text{Einheitsmatrix}$ ) gerechnet.

Die Ergebnisse wurden für beide Eingangsgrößen bestimmt und sind in Tabelle 7 dargestellt; daraus ist ersichtlich:

- es treten auch negative Werte auf,
- gemäß Abschnitt 2.2.7.4.2 stimmen im Fall ohne Gewichtung die Lösungen mit denen bei linearer Annäherung des Entropieverfahrens (2.2.4.4) überein, da die Varianzen gleich den Ausgangswerten zu 1 angenommen wurden,
- auch in den Fällen mit Gewichtung sind die Lösungen denen aus Abschnitt 2.2.4.4 sehr ähnlich, daher wird auf das dort Gesagte verwiesen.

Tab. 7: Ergebnisse des Verfahrens nach dem Satz von Bayes

## Eingangsgröße Streckenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	99	625	724
2	225	-	75	300
3	399	246	-	645
$\Sigma$	624	345	700	1669

$r^2 = 0,643$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	184	625	809
2	225	-	75	300
3	484	139	-	623
$\Sigma$	709	323	700	1732

$r^2 = 0,904$

## Eingangsgröße Haltestellenbelastungen

- ohne Gewichtung

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	267	633	900
2	233	-	67	300
3	567	33	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,998$

- mit Gewichtung (auf Basis einer alten Matrix)

	1	2	3	$\Sigma$
1	-	314	586	900
2	186	-	114	300
3	614	-14	-	600
$\Sigma$	800	300	700	1800

$r^2 = 0,973$

### 2.2.8 Intervallschätzungen

Bisher wurden als Lösung der Aufgabenstellung nur Punktschätzungen der gesuchten Verkehrsströme ermittelt; es ist in vielen Fällen jedoch von Interesse, als Ergebnis nicht nur Einzelwerte für die Verkehrsströme zu erhalten, sondern Bereiche, in denen mit vorzugebender statistischer Sicherheit die "wahren" Werte liegen. Solche Intervallschätzungen bzw. Konfidenzintervalle sind insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Qualität der für die Verfahren erforderlichen Eingangsinformation variiert, d.h. Unsicherheiten in der Genauigkeit bestehen. Unsicherheiten können sowohl bei den Ausgangswerten  $\tilde{t}$  als auch bei den Meßwerten  $y$  auftreten; sie werden durch Angabe von Varianzen und Kovarianzen gekennzeichnet.

Möglichkeiten zur Bestimmung von Konfidenzintervallen wurden für die Verfahren

- (1) Minimierung der Unterschiedsquadrate (BELL, 1984a, S. 461 ff),
- (2) Maximierung der Entropie (BELL, 1984b, S. 10ff),
- (3) Minimierung des Informationsgewinns (BELL, 1984b), S. 10 f),
- (4) Verfahren nach dem Satz von Bayes (MAHER, 1983a, S. 437 ff)

vorgestellt. Auch für das Verfahren mit Minimierung der Norm können Konfidenzintervalle berechnet werden, allerdings nur auf der Grundlage von Unsicherheiten in den Meßwerten. Wegen der Ähnlichkeit der Verfahren (1) und (3) zu dem Entropieverfahren wird im folgenden nur auf die Vorgehensweise bei den Verfahren (2) und (4) eingegangen, die auch programmiert wurde.

2.2.8.1 Verfahren mit Maximierung der Entropie

(BELL, 1984b, S. 10 ff)

Die Bestimmung der Varianzen erfolgt unabhängig von der Berechnung der Mittelwerte  $\underline{t}$  der Verkehrsströme.

Aus dem loglinearen Modell

$$\ln t_j = \tilde{\ln t}_j + \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i$$

folgt näherungsweise (vgl. Anhang 2.7)

$$D_{\ln t} \approx P \cdot D_{\ln \tilde{t}} \cdot P^T + Q \cdot D_V \cdot Q^T$$

wobei

$$P = A^T \cdot (A \cdot T \cdot A^T)^{-1}$$

$$Q = I - A^T \cdot (A \cdot T \cdot A^T)^{-1} \cdot A \cdot T$$

Danach läßt sich die Dispersionsmatrix der Logarithmen von  $\underline{t}$  bei bekannten Matrizen P und Q aus der diagonalen Dispersionsmatrix der Logarithmen von  $\tilde{t}$  und der Dispersionsmatrix der Meßwerte  $\underline{v}$  bestimmen; die Diagonalelemente von  $D_{\ln t}$  sind die Varianzen (bzw. Quadrate der Standardabweichungen  $\underline{\sigma}$ ) der Logarithmen von  $\underline{t}$ . Hierbei werden die Verkehrsströme  $\underline{\theta}$  als logarithmisch normalverteilt angenommen, und ihre Varianzen nach der Beziehung

$$\sigma^2(\ln \theta) = \ln \left( \frac{\sigma^2(\theta) + \theta^2}{\theta^2} \right)$$

in Varianzen ihrer Logarithmen umgerechnet (BELL, 1984c, S. 283). Aufgrund der Annahme einer logarithmischen Normalverteilung für die Verkehrsströme können Konfidenzintervalle für  $\underline{t}$  berechnet werden, indem zunächst für die Logarithmen von  $\underline{t}$  aus ihren Varianzen Konfidenzintervalle bestimmt und diese dann entlogarithmiert werden.

Beispielsweise ergeben sich die Ober- und Untergrenzen für die 95 %-Konfidenzintervalle (Konfidenzniveau  $1-\alpha = 0,95$ ) der Logarithmen zu

$$\ln t_j^o = \ln t_j + 1,96 \sigma_j \rightarrow t_j^o = e^{(\ln t_j + 1,96 \sigma_j)}$$

$$\ln t_j^u = \ln t_j - 1,96 \sigma_j \rightarrow t_j^u = e^{(\ln t_j - 1,96 \sigma_j)}$$

Die Annahme der logarithmischen Normalverteilung gewährleistet, daß keine negativen Bereiche in den Konfidenzintervallen enthalten sind, so wie auch die dem Entropieverfahren zugrundeliegende Optimierungsfunktion negative Ergebnisse für die Verkehrsströme ausschließt. Die sich unter dieser Annahme ergebenden Konfidenzintervalle sind - insbesondere im Bereich kleiner Mittelwerte  $\underline{t}$  - asymmetrisch.

#### 2.2.8.2 Verfahren nach dem Satz von Bayes

(MAHER, 1983a, S. 435 ff)

Die Varianzen für die Verkehrsströme können bei der Berechnung der Mittelwerte leicht mitbestimmt werden: gemäß Anhang 2.6, Gleichung (7.12) gilt für die Dispersionsmatrix der posteriori-Verteilung

$$D_{\underline{t}} = D_{\tilde{\underline{t}}} - D_{\tilde{\underline{t}}} \cdot A^T (D_V + A \cdot D_{\tilde{\underline{t}}} \cdot A^T)^{-1} \cdot A \cdot D_{\tilde{\underline{t}}}$$

Die Diagonalelemente dieser Matrix entsprechen den Varianzen (bzw. Quadraten der Standardabweichungen  $\underline{\sigma}$ ) der Verkehrsströme. Aufgrund der Annahme einer mehrdimensionalen Normalverteilung für die Verkehrsströme  $\underline{\theta}$  können unmittelbar Konfidenzintervalle berechnet werden; z.B. ergeben sich die Ober- und Untergrenze von 95 %-Konfidenzintervallen (Konfidenzniveau  $1-\alpha = 0,95$ ) zu (FISZ, 1980, S. 572)

$$t_j^o = t_j + 1,96 \sigma_j$$

$$t_j^u = t_j - 1,96 \sigma_j.$$

Diese Konfidenzintervalle sind symmetrisch.

### 2.2.8.3 Vergleich der Vorgehensweise

Die Vorgehensweise bei beiden Verfahren ist grundlegend verschieden: bei dem Entropieverfahren ist die Eingabe von Varianzen und Kovarianzen nur zur fakultativen Bestimmung von Konfidenzintervallen nötig, die Bestimmung der Verkehrsströme ist davon völlig unabhängig. Beim Verfahren nach dem Satz von Bayes dagegen sind diese Angaben unabdingbare Voraussetzung zur Bestimmung der Verkehrsströme, die Varianzen dieser Werte können dabei leicht mitberechnet werden. Anders als beim Entropieverfahren müssen beim Verfahren nach dem Satz von Bayes für die Ausgangsinformation keine Logarithmen der Varianzen eingegeben werden, und die Varianzen der gesuchten Ströme ergeben sich unmittelbar aus den Diagonalelementen der Matrix  $D_t$ . Zu berücksichtigen ist jedoch, daß hierbei Annahmen zur Form der Verteilung sowohl der Verkehrsströme als auch der Meßwerte (in beiden Fällen eine mehrdimensionale Normalverteilung) nötig waren, während bei dem Entropieverfahren nur für die Verkehrsströme eine Annahme getroffen werden mußte (logarithmische Normalverteilung); darüberhinaus wurden die Meßwerte nicht notwendigerweise als unabhängige Zufallsvariable angesehen (BELL, 1983c, S. 204). Aufgrund der angenommenen Form der Verteilung der Verkehrsströme ergeben sich beim Entropieverfahren asymmetrische Konfidenzintervalle, während sie bei dem Verfahren nach dem Satz von Bayes symmetrisch sind; bei ersterem Verfahren mit nur positiven Mittelwerten sind die Konfidenzintervalle daher nur positiv, bei letzterem Verfahren können sie selbst bei nur positiven Mittelwerten dennoch unrealistische negative Zahlenbereiche umfassen.

## 2.3 Vergleich der Verfahren

Der Vergleich der Verfahren erstreckt sich auf

- die ihnen zugrundeliegenden Zusatzbedingungen und ihr Zusammenhang mit der Realität.
- die möglichen Eingabedaten zur Beschreibung des Netzes und der Zusatzinformation.
- die möglichen Eingangsgrößen.
- die Unterschiede bei den iterativen Verfahren.
- die Eigenschaften der Ergebnisse.
- die Möglichkeiten zur Berücksichtigung von Zusatzinformation und ihre Grenzen.
- die Wirkung unvollständiger Verkehrszählungen.
- den Speicherplatzbedarf.

### 2.3.1 Zusatzbedingungen

Da die Ergebnisse der Verkehrszählungen nicht ausreichen, die gesuchten Verkehrsströme eindeutig zu bestimmen, werden mit einer Ausnahme Zusatzbedingungen eingeführt.

#### 2.3.1.1 Form der Zusatzbedingung

Bei den untersuchten Verfahren werden folgende Zusatzbedingungen für die Verkehrsströme verwendet, wobei jeweils nur die gewichtete Version der entsprechenden Zielfunktion genannt ist:

(1) Optimierung der Gesamtfahrtanzahl (2.2.1)

$$\sum_j g_j \cdot t_j \stackrel{!}{=} \text{Optimum}$$

(2) Minimierung der Norm (2.2.2)

$$\sum_j g_j \cdot t_j^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

(3) Maximierung der Entropie (2.2.3)

$$- \sum_j \left( t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j \right) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

(4) Minimierung der Unterschiedsquadrate (2.2.4)

$$\sum_j g_j \cdot (t_j - \tilde{t}_j)^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

(5) Minimierung des Informationsgewinns (2.2.5)

$$(5a) \quad - \left[ \sum_i (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + \sum_j t_j (\ln \sum_j t_j) + \sum_j t_j \cdot \ln \frac{q_i}{t_j} \right] \stackrel{!}{=} \text{Minimum}$$

bzw. Maximierung der multinomialen Wahrscheinlichkeit:

$$(5b) \quad \ln(\sum_j t_j)! - \sum_j \ln t_j! + \sum_j t_j \cdot \ln q_i \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

(6) Verfahren nach REGAN (2.2.6)

keine Zusatzbedingung: Ersatz durch willkürliches Vorgehen.

(7) Verfahren nach dem Satz von Bayes (2.2.7)

$$p(\underline{\theta} | \underline{v}) = \frac{f(\underline{v} | \underline{\theta}) \cdot p(\underline{\theta})}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(\underline{v} | \underline{\theta}) \cdot p(\underline{\theta}) \cdot d\underline{\theta}}$$

Die beiden Zusatzbedingungen unter (5) liefern das gleiche Ergebnis. Im Unterschied zu den ersten fünf Verfahren beruhen die beiden letzten Verfahren nicht auf einer Optimierung. Aus den Zusatzbedingungen (2), (4) und (7) ergeben sich lineare Modelle, bei den Zusatzbedingungen (3) und (5) dagegen loglineare Modelle; beim Verfahren (6) kann nicht von einem Modell gesprochen werden.

#### 2.3.1.2 Zusammenhang der Zusatzbedingung mit der Realität

Alle genannten Zusatzbedingungen sind mehr oder weniger willkürlich gewählt; dennoch lassen sich für die einzelnen Zusatzbedingungen verschieden gewichtige Gründe für ihre Berechtigung anführen.

Allen Zusatzbedingungen außer der ersten ist gemeinsam, daß sie die Verkehrsströme bei fehlender Zusatzinformation i. a. möglichst ausgeglichen schätzen. Dies kann als sinnvolles Kriterium für die Wahl einer Zusatzbedingung bezeichnet werden, da es berechtigt erscheint, von der Annahme möglichst ausgeglichener Verkehrsströme auszugehen, wenn keine Zusatzinformation über sie verfügbar ist. Aus diesem Grund kann die Zusatzbedingung (1) als i. a. wenig hilfreich bezeichnet werden; da auch sonst kein Grund für diese Zusatzbedingung spricht, wurde das zugehörige Verfahren in diese Untersuchung nicht miteinbezogen.

Während für die Zusatzbedingung (2) außer der Ausgeglichenheit der Verkehrsströme keine weitere Begründung besteht, spricht für die Zusatzbedingung (4) ein weiterer Grund: in bestimmten Fällen, z. B. bei nur geringen Strukturänderungen in der Fahrtenmatrix, ist es nämlich sinnvoll, die neue zu den Ergebnissen der Verkehrszählungen passende Matrix derart zu suchen, daß sie sich

möglichst wenig von einer Ausgangsmatrix (alten Matrix) unterscheidet.

Für die Zusatzbedingungen (3) und (5) gilt entsprechendes; darüberhinaus kann als weiterer Grund angeführt werden, daß diese Zusatzbedingungen diejenige Matrix ergeben, die am wahrscheinlichsten, d.h. in den meisten Fällen auftreten wird. Außerdem hat sich in vielen anderen Bereichen eine Anwendung des Entropieprinzips bzw. des damit verwandten Prinzips der Minimierung des Informationsgewinns als sinnvoll erwiesen. Für das Verfahren unter (6) könnte als Begründung zusätzlich zur Ausgeglichenheit der Verkehrsströme höchstens genannt werden, daß es - zumindest in Teilbereichen - ähnlich vorgeht wie das Verfahren (3). Die Zusatzbedingung (7) erscheint insbesondere deshalb sinnvoll, weil sie die Verkehrsströme mit minimaler Varianz ergibt. Darüberhinaus ergibt sie das Verfahren mit dem höchsten Maß an Flexibilität: da die Ergebnisse ein "gewogenes Mittel" aus der Ausgangsinformation und den Meßwerten darstellen, können durch Angabe von Varianzen für beide Größen verschiedene Genauigkeiten berücksichtigt werden. Dadurch ist es auch möglich, die Elemente der Ausgangsmatrix unterschiedlich genau vorzugeben.

Abschließend gilt für alle Zusatzbedingungen jedoch die Kritik, daß sie keine verhaltensorientierte Begründung haben, da sie nicht das Verhalten der Fahrgäste erklären; dies trifft auch für die Zusatzbedingungen (3) und (5) zu, die bei der Betrachtung der möglichen Fahrtkombinationen davon ausgehen, daß diese Fahrten austauschbar sind - was in Realität aber nicht der Fall ist.

### 2.3.2 Eingabedaten

Der Eingabedatensatz ist für alle Verfahren gleich aufgebaut; er kann unterteilt werden in

- Daten zur Netzbeschreibung
  - + die Anteilsmatrix  $A$ , die angibt, welche Anteile der einzelnen Verkehrsströme in die Meßwerte eingehen,
  - + die Bezeichnungen der Verkehrsströme und
  - + die Meßwerte aus den Verkehrszählungen.
- Daten zu den Gewichten der Verkehrsströme.
 

Diese Gewichte sind nur bei zusätzlicher Information über die Verkehrsströme verschieden; in diesem Fall können es sein

  - + die Werte der Verkehrsströme aus einer alten Matrix oder
  - + Schätzwerte für die Größe der gesuchten Verkehrsströme.

Mit einer Ausnahme können entweder nur Werte aus einer alten Matrix oder nur Schätzungen für die gesuchten Werte verwendet werden; einzig beim Verfahren (4), das die Unterschiedsquadrate zwischen den alten und neuen Werten minimiert, bestehen beide Möglichkeiten.

Die Gewichte werden für jedes Verfahren als Vektor eingegeben und bei den Verfahren (2) und (4) programmintern in eine Diagonalmatrix umgeformt.

### 2.3.3 Eingangsgrößen

Im Unterschied zu den noch zu behandelnden Hochrechnungsverfahren (Kapitel 3) können die vorgestellten Verfahren als Eingangsgrößen aus Verkehrszählungen sowohl Streckenbelastungen als auch Haltestellenbelastungen berücksichtigen. Damit besteht in den Fällen, in denen auch Streckenbelastungen mit in die Berechnung der Verkehrsströme eingehen, ein Bezug zum Netz; es werden nicht nur Belastungen an den Netzein- und -ausgängen (Haltestellen), sondern auch im Netz selbst (Strecken) berücksichtigt, womit ein unmittelbarer Einfluß der Strecken- bzw. Linienführung gegeben ist.

Folgende Möglichkeiten für die Wahl der Eingangsgrößen existieren:

- nur Streckenbelastungen
- nur Haltestellenbelastungen
- Kombination aus Strecken- und Haltestellenbelastungen.

In den Fällen, in denen nur Haltestellenbelastungen verwendet werden oder wo bei Kombination beider Eingangsgrößen die Belastungen an all jenen Meßstellen ermittelt wurden, die linear unabhängige Gleichungen ergeben, sind die Ergebnisse für die beiden linearen Verfahren (2) und (3) bzw. die beiden loglinearen Verfahren (3) und (5) identisch.

### 2.3.4 Unterschiede bei den iterativen Verfahren

#### 2.3.4.1 Begründung der Iteration

Bei den Verfahren (3), (5) und (6) kann die Lösung für die gesuchten Verkehrsströme nur iterativ gewonnen werden; nur bei den Verfahren (2), (4) und (7), die lineare Modelle ergeben, ist eine Lösung ohne Iteration möglich.

Bei den Verfahren (3) und (5), die loglineare Modelle liefern, ist die Iteration erforderlich, weil die sich ergebenden Gleichungen für die Parameter  $X$ , die zur Bestimmung der Verkehrsströme  $t_j$  bekannt sein müssen

$$v_i = \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot \tilde{t}_j \prod_{k=1}^n (X_k)^{a_{kj}}$$

bzw. 
$$v_i = X_0 \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot \tilde{t}_j \prod_{k=1}^n (X_k)^{a_{kj}},$$

nichtlinear sind (multiplikative Verknüpfung) und daher keine direkte Lösung durch Matrixinversion wie bei den linearen Modellen möglich ist.

Bei dem Verfahren (6) ist die Iteration von vornherein aufgrund des Lösungsansatzes erforderlich.

#### 2.3.4.2 Abbruchkriterien

Als Kriterien für den Abbruch der Iteration kommen zwei Möglichkeiten in Betracht; danach endet die Iteration, wenn

- eine vorgegebene Anzahl von Iterationen überschritten ist oder
- ein vorgegebener Grenzwert für eine Größe, in die aus den Iterationen erhaltene Werte eingehen, unterschritten wird.

Im Rahmen der zweiten Möglichkeit erscheinen folgende Größen sinnvoll:

$$(1) t_j - t_j^{(k)} < \delta$$

Unterschied zwischen dem echten und dem berechneten Wert eines Verkehrsstroms.

$$(2) v_i - \hat{v}_i^{(k)} < \delta \quad (\text{bzw. } v_i/\hat{v}_i^{(k)} < \delta)$$

Unterschied zwischen dem echten (d.h. beobachteten) Meßwert und demjenigen, der sich bei Einsetzen der berechneten Verkehrsstromwerte in das Gleichungssystem ergibt

$$(3) \hat{t}_j^{(k)} - \hat{t}_j^{(k-1)} < \delta$$

Unterschied zwischen den in zwei aufeinanderfolgenden Iterationen bestimmten Werten eines Verkehrsstroms.

Die erste Bedingung ist zwar am sinnvollsten, jedoch nicht praktikabel, da i.a. die echten Werte der Verkehrsströme unbekannt sind und daher nicht zur Verfügung stehen. Es muß also auf die beiden letzten Möglichkeiten zurückgegriffen werden, obwohl aus mehreren Untersuchungen (z.B. CHAN et al., 1978, S. 26) hervorgeht, daß bei Einhaltung dieser Bedingungen nicht geschlossen werden kann, daß auch die entscheidende 1. Bedingung erfüllt ist; dies bedeutet, daß die Güte des Ergebnisses davon unabhängig ist.

Die zweite Bedingung wurde von WILLUMSEN und VAN ZUYLEN (VAN ZUYLEN, 1981, S. 664 bzw. VAN ZUYLEN et al., 1981, S. 288) verwendet; REGAN benutzt ebenfalls diese Bedingung, verwendet aber zusätzlich noch die - auch von WILLUMSEN (CHAN et al., 1980, S. 82) benutzte - daraus abgeleitete Bedingung  $k=v_i/\hat{v}_i^{(k)} < \delta$  (REGAN, 1977, S. 47).

Die dritte Bedingung wird in der hier verwendeten Version der untersuchten Verfahren benutzt; sie ist insofern günstiger als die zweite Bedingung, als sie bei entsprechender Festlegung des Grenzwertes  $\delta$  die Sicherheit bietet, daß sich die Werte der Verkehrsströme von Iteration zu Iteration nur noch geringfügig unterscheiden, während dies bei der zweiten Bedingung nicht der

Fall sein muß. Andererseits ist bei Bedingung (3) u.U. nicht gewährleistet, daß sich bei Einsetzen der ermittelten Verkehrsströme in die Nebenbedingungen die beobachteten Meßwerte ergeben; dies muß daher überprüft werden.

#### 2.3.4.3 Iterationsvorschriften

Die Iterationsvorschrift für das Verfahren nach REGAN wurde in Abschnitt 2.2.6.2.3 vorgestellt; an dieser Stelle wird daher nur noch auf die loglinearen Modelle eingegangen, für die es zwei mögliche Iterationsvorschriften gibt:

- Algorithmus nach Newton (z.B. ERIKSSON, 1981, S.18ff)
- Algorithmus nach Bregman (z.B. LAMOND et al., 1981, S. 241f).

Wenn eine Lösung existiert, konvergiert das Bregman-Verfahren immer, was für das Newton-Verfahren nicht zutrifft (vgl. 2.3.4.4); wenn beide Verfahren konvergieren, stimmen die Ergebnisse überein. Der grundlegende Unterschied der Vorgehensweise liegt darin, daß beim Newton-Algorithmus alle gesuchten Parameter  $\lambda_j$ , die den Meßwerten  $v_j$  entsprechen, auf einmal bestimmt werden, während sie beim Bregman-Algorithmus nacheinander ermittelt werden.

Zu Testzwecken wurden beide Algorithmen programmiert; in die endgültige Programmversion wurde jedoch nur der Newton-Algorithmus übernommen, da er z.T. wesentlich schneller zum Ergebnis führt; der Nachteil der geringen Konvergenzgeschwindigkeit beim Bregman-Algorithmus wird durch den Vorteil eines etwas geringeren Speicherplatzbedarfs bei weitem nicht ausgeglichen. Aus Vergleichsgründen wird der Bregman-Algorithmus beispielhaft für das Verfahren mit Maximierung der Entropie in Abb. 8 dargestellt.

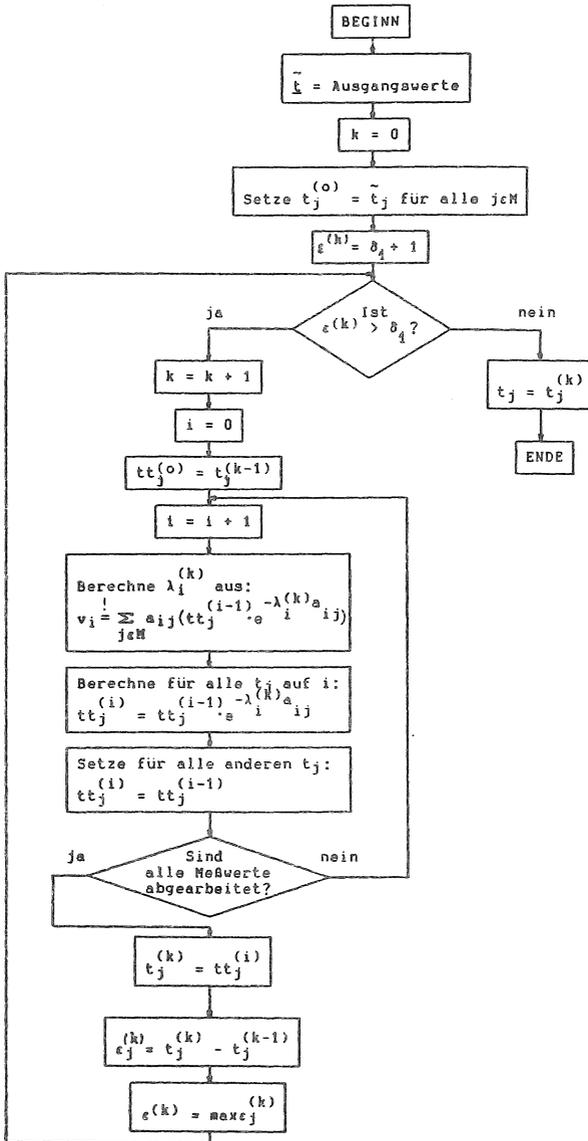


Abb. 8: Bregman-Algorithmus für das Entropie-Verfahren

Der Ablauf des Newton-Algorithmus für die gleiche Aufgabenstellung ist in Abb. 3 dargestellt; der Vergleich der Algorithmen zeigt:

Bei beiden Vorgehensweisen wird der Unterschied zwischen den Meßwerten, die aufgrund der jeweils gültigen Werte der Verkehrsströme berechnet wurden, und den tatsächlich beobachteten Meßwerten zur Verbesserung der  $\lambda_j$ -Werte benutzt. Während bei dem Newton-Verfahren aber in jedem Iterationsschritt sämtliche neuen  $\lambda_j$ -Werte auf einmal bestimmt werden, erfolgt bei Bregman die Berechnung der neuen  $\lambda_j$ -Werte für jeden der vorhandenen Meßwerte nacheinander. Dabei werden sofort nach der Ermittlung eines neuen  $\lambda_j$ -Werts die Werte derjenigen Verkehrsströme, die zu dem zugehörigen Meßwert  $v_j$  beitragen, neu berechnet, während die Werte der anderen Ströme unverändert bleiben; dies hat zur Folge, daß die Anzahl der verschiedenen Werte für einen Verkehrsstrom innerhalb eines Iterationsschritts gleich der Anzahl der Meßwerte ist, zu denen der betreffende Verkehrsstrom beiträgt. Ein Iterationsschritt ist beendet, wenn für alle Meßwerte  $v_j$  die entsprechenden Parameter  $\lambda_j$  bestimmt sind.

Ein Vergleich mit dem REGAN-Verfahren (Abb. 6) zeigt, daß bei Bregman nach jedem Meßwert sofort die entsprechenden Verkehrsstromwerte aktualisiert werden und diese dann bei der Abarbeitung der nachfolgenden Meßwerte eingehen. Bei dem REGAN-Verfahren werden zwar auch neue Verkehrsstromwerte bestimmt, diese jedoch nicht bei der Betrachtung der nachfolgenden Meßwerte berücksichtigt, sondern nur gespeichert. Erst nach Abarbeitung aller Meßwerte werden dann aktualisierte Verkehrsstromwerte als Mittelwert aus allen gespeicherten bestimmt.

#### 2.3.4.4 Konvergenz

Bei den loglinearen Modellen muß unterschieden werden zwischen den Algorithmen nach Newton und Bregman. Die Verfahren können nur dann konvergieren, wenn eine Lösung existiert. Eine hinreichende, aber nicht notwendige Bedingung für die Existenz einer Lösung ist bei nur positiven Ausgangswerten gegeben ( $\tilde{t}_j > 0$ ) (EVANS, 1970, S. 20); weitere Erläuterungen hierzu siehe unter Kapitel 3.

Falls eine Lösung existiert, gilt:

- das Bregman-Verfahren konvergiert immer (wobei  $t_j = 0$  gesetzt wird, falls  $\tilde{t}_j = 0$ ); die Konvergenz ist auch gegeben, wenn einige  $t_j$  gleich Null sind, obwohl  $\tilde{t}_j > 0$  (LAMOND et al., 1981, S. 242).
- das Newton-Verfahren konvergiert nur dann, wenn die Ausgangswerte genügend nah an den echten Werten liegen (z.B. BELL, 1983, S. 209); dies ist i.a. bei normierten Ausgangswerten der Fall (vgl. 2.3.6.1).
- wenn beide Verfahren konvergieren, stimmen die Ergebnisse überein.

Im Unterschied dazu kann für die Iteration nach REGAN kein Konvergenzbeweis gegeben werden; REGAN (1977, S. 46 f) selbst nennt Konvergenzprobleme seines Verfahrens. Aus diesem Grund führt er zwei Konvergenzbedingungen ein:

$$\begin{aligned}
 & - v_i - \hat{v}_i < \delta_1 \\
 & - \frac{v_i}{\hat{v}_i} \cdot 100 \% < \delta_2
 \end{aligned}$$

und erlaubt, daß die entsprechenden Grenzwerte von einer bestimmten Anzahl von Meßwerten überschritten werden dürfen.

Ein Vergleich der Konvergenzgeschwindigkeit bei Testläufen ergab, daß der Bregman-Algorithmus - insbesondere bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen - wesentlich langsamer ist als der Newton-Algorithmus, jedoch schneller konvergiert als der Algorithmus beim Verfahren nach REGAN.

### 2.3.5 Eigenschaften der Ergebnisse

Es kann unterschieden werden zwischen Eigenschaften, die für alle Verfahren gelten, und solche, die nur bestimmte Verfahren betreffen.

#### 2.3.5.1 Gemeinsamkeiten

Abgesehen von dem nur am Rande erwähnten Verfahren (1) haben alle verwendeten Zusatzbedingungen die Tendenz, ohne Zusatzinformation die Verkehrsströme möglichst ausgeglichen zu berechnen; dies bedeutet aber gleichzeitig, daß die großen Verkehrsströme unterschätzt, die kleinen Verkehrsströme dagegen überschätzt werden. Daher sind bei allen Verfahren die Ergebnisse für reale ÖPNV-Netze (mit großer Unterbestimmtheit des aus den Verkehrszählungen erhaltenen LGS) schlecht, wenn keine Zusatzinformation gegeben ist - nur die Verwendung von weiterer Information über die gesuchten Verkehrsströme (z.B. Gewichte) vermag, die Ergebnisse in die richtige Richtung zu verändern, d.h. Unter- bzw. Überschätzung zu vermeiden. Dies zeigt, daß die Verwendung zusätzlicher Informationen über die gesuchten Verkehrsströme entscheidend zur Verbesserung der Güte des Ergebnisses beiträgt. Eine weitere Gemeinsamkeit aller Verfahren stellt die Nichtganzzahligkeit der Lösung dar.

### 2.3.5.2 Unterschiede

Ein Kennzeichen für die Güte eines Ergebnisses ist es, ob darin nur nicht-negative Verkehrsströme enthalten sind, weil negative Werte in der Realität nicht vorkommen können. Bei den untersuchten Verfahren ergibt sich, daß nur die loglinearen Verfahren (3) und (5) sowie - wenn nicht alte Meßwerte als Zusatzinformation verwendet werden - das Verfahren nach REGAN (6) nicht-negative Ergebnisse für die Verkehrsströme gewährleisten, während bei den linearen Verfahren (2), (4) und (7) auch negative Werte im Ergebnis enthalten sein können; solche negativen Werte ergeben sich insbesondere dann, wenn keine Zusatzinformation bekannt ist bzw. bei dem Verfahren (4), wenn der Ausgangswert für einen Verkehrsstrom weit von dem richtigen Wert entfernt ist (vgl. BELL, 1983 b, S. 913). Dieser Unterschied zwischen den Verfahren ist auf die verschiedenen Zusatzbedingungen zurückzuführen: so sind z.B. bei den linearen Modellen (2) und (4) die gesuchten Verkehrsströme in quadratischen Ausdrücken enthalten und können damit auch negative Werte annehmen, während sie bei den loglinearen Modellen logarithmiert werden und daher per Definition positiv sein müssen ( $j \in M$ ); für  $j \notin M$  gilt  $t_j = 0$ . Das Verfahren nach REGAN kann aufgrund des gewählten Vorgehens bei nicht-negativen Ausgangswerten und Meßwerten keine negativen Ergebnisse liefern.

Weitere Unterschiede der Verfahren, die

- durch verschiedenartige Berücksichtigung zusätzlicher Informationen
- und bei unvollständigen Verkehrszählungen

entstehen, sind unter den betreffenden Abschnitten angeführt.

### 2.3.6 Möglichkeiten für Zusatzinformation

Bei der Zusatzinformation können folgende Möglichkeiten unterschieden werden (vgl. 2.1.2):

- eine Gewichtung der Verkehrsströme
- weitere Gleichungen für die Verkehrsströme
- alte Meßwerte.

Zusatzinformationen sind für alle Verfahren von großer Bedeutung, da sie die Güte der Ergebnisse i.a. verbessern; jedoch ist zu beachten, daß

- diese Verbesserungen bei den einzelnen Verfahren nicht im gleichen Umfang auftreten und
- bei Verwendung von alten Matrizen als Zusatzinformation systematische Fehler entstehen können.

#### 2.3.6.1 Gewichtung

Die Verbesserung der Ergebnisse aufgrund einer Gewichtung ist nicht für alle Verfahren gleich (vgl. Anwendungsbeispiel), da die Gewichte in den einzelnen Verfahren verschieden berücksichtigt werden. So stellen die Gewichte außer beim Verfahren (2) Ausgangswerte dar, von denen ausgehend die endgültigen Werte (meist iterativ) aufgrund der Meßwerte aus den Verkehrszählungen berechnet werden; beim Verfahren (2) können sie jedoch nur als "reine Gewichte" berücksichtigt werden und haben deshalb nur geringen Einfluß. Dies ist z.B. daran ersichtlich, daß das Verfahren (2) nicht einmal bei Eingabe der echten Werte der Verkehrsströme als Gewichte (d.h. bei 100 %-richtiger Gewichtung) diese Werte richtig berechnen kann, während bei den anderen Verfahren in solchen Fällen die (mit den richtigen Werten übereinstimmenden) Ausgangswerte dann nicht verändert werden, d.h. ein richtiges Ergebnis bestimmt wird.

Bei einer Gewichtung sind insbesondere alte Matrizen von großer Bedeutung, da sie - sofern vorhanden - keinen weiteren Erhebungsaufwand erfordern. Bei ihrer Verwendung kann jedoch dann das Problem einer systematischen Verfälschung der Ergebnisse auftreten, wenn sich zwischen dem Erhebungsjahr der alten Matrix und dem der Verkehrszählungen die Struktur der Matrix stark verändert hat; nähere Erläuterungen dazu finden sich in Kapitel 3. In solchen Fällen ist es ratsam, nicht nur Haltestellenbelastungen, sondern auch Streckenbelastungen den Berechnungen zugrundezulegen, da diese anders als Haltestellenbelastungen den unmittelbaren Bezug zum Netz gewährleisten.

Das Verfahren (3) weist gegenüber dem Verfahren (5) den Nachteil auf, daß die Ergebnisse sich i. a. ändern, wenn die Gewichte mit einem konstanten Faktor vervielfacht werden, vgl. VAN ZUYLEN (1981, S. 664) bzw. BELL (1983 c, S. 203). Dieser unerwünschte Effekt kann in der Realität dann eintreten, wenn als Gewichte Schätzungen für die relative Größe der gesuchten Verkehrsströme eingegeben werden und die Absolutwerte unbekannt sind; die Gewichtung auf Basis einer alten Matrix ist dagegen unproblematisch, da dann Absolutwerte vorliegen. Das Problem kann jedoch vermieden werden, wenn entsprechend MAHER (1983a, S. 441) alle Gewichte normiert werden aufgrund des Verhältnisses zwischen der Summe aller beobachteten Meßwerte und der Summe der mit den Gewichten berechneten Meßwerte, d. h. der Summe jener Werte, die sich bei Einsetzen der nicht normierten Gewichte in die Nebenbedingungen ergeben:

$$\frac{\tilde{t}_j^{\text{norm}}}{\tilde{t}_j} = \frac{\sum_i v_i}{\sum_i \sum_j a_{ij} \cdot \tilde{t}_j} \rightarrow \tilde{t}_j^{\text{norm}} = \frac{\sum_i v_i}{\sum_i \sum_j a_{ij} \cdot \tilde{t}_j} \cdot \tilde{t}_j$$

Die dermaßen normierten Gewichte sind unabhängig von einer eventuellen Multiplikation mit einem konstanten Faktor, da ein solcher Faktor in dem Ausdruck für die

normierten Gewichte gekürzt werden kann. Darüberhinaus kann für die beiden loglinearen Verfahren eine Normierung zwingend erforderlich sein, um eine Konvergenz des Newton-Algorithmus zu gewährleisten; dies ist dann der Fall, wenn die Ausgangswerte sich sehr von den tatsächlichen Werten unterscheiden.

### 2.3.6.2 Angabe weiterer Gleichungen

Die Angabe weiterer linear unabhängiger Gleichungen verbessert bei allen Verfahren die Güte der Ergebnisse, da

- bei gleichbleibender Anzahl von Unbekannten der Rang des Gleichungssystems wächst und
- als Folge der zusätzlichen Nebenbedingungen der Spielraum für die Bestimmung der Unbekannten aufgrund der Zusatzbedingung kleiner wird.

Jene zusätzlichen Gleichungen, die nur einen Verkehrsstrom enthalten und demzufolge i.a. auf einer Befragung beruhen, verbessern das Ergebnis ganz entscheidend, da in diesem Fall jede Gleichung bereits ein Element der Lösung angibt: dieser Wert wird daher in das LGS an entsprechender Stelle eingesetzt und vermindert so die Anzahl der Unbekannten, d.h. die Erhöhung des Rangs des LGS bei gleichbleibender Anzahl von Unbekannten wirkt sich unmittelbar als Verringerung der Anzahl der Unbekannten bei gleichbleibendem Rang aus. Dies gilt jedoch nicht für die Urversion des Verfahrens nach REGAN, wo die Eingabe einer Gleichung mit nur einem Verkehrsstrom aufgrund der Mittelwertbildung nicht befriedigend berücksichtigt werden kann.

### 2.3.6.3 Alte Meßwerte

Die Verwendung alter Meßwerte ist bei den loglinearen Verfahren nicht möglich, weil dort weder negative Differenzen  $\Delta y$  als Eingabe noch negative Differenzen  $\Delta t$  als Ergebnis möglich sind. Dies stellt jedoch keinen Nachteil dar, da diese Verfahren auch ohne alte Meßwerte i.a. bessere Ergebnisse liefern als die anderen Verfahren bei Verwendung alter Meßwerte.

### 2.3.7 Unvollständige Verkehrszählungen

Ein wichtiges Kriterium für die Anwendbarkeit eines Verfahrens stellt die Auswirkung unvollständiger Verkehrszählungen auf die Güte der Ergebnisse dar. In realen ÖPNV-Netzen ist es ohne Verwendung automatischer Zählgeräte aus Kostengründen i.a. nicht möglich, eine vollständige Verkehrszählung durchzuführen, d.h. die Belastungen aller im Netz vorhandenen Querschnitte und Haltestellen zu ermitteln, die zu linear unabhängigen Gleichungen führen. Dies bedeutet aber i.a., daß es Verkehrsströme gibt, die in keinem der erhobenen Meßwerte enthalten sind; wegen der fehlenden Meßwerte ist der Rang des aufgestellten Gleichungssystems nicht maximal.

Die vorgestellten Verfahren sind in verschiedenem Umfang auf die Vollständigkeit des Gleichungssystems angewiesen; während die Verfahren (3) bis (7) trotz einer großen Anzahl fehlender Meßwerte bei Vorliegen einigermaßen richtiger Gewichte i.a. Ergebnisse liefern, die im Verhältnis zum Prozentsatz der fehlenden Meßwerte immer noch befriedigend sind, verschlechtert sich das Ergebnis bei dem Verfahren (2) durch fehlende Meßwerte ganz erheblich.

Dies hat z.T. folgende Gründe:

- beim Verfahren (2) werden die Werte jener Verkehrsströme, die zu keinem der eingegebenen Meßwerte beitragen, zu Null berechnet; dies ist eine unmittelbare Folge der Zielfunktion ( $\sum g_j \cdot t_j^2$ ), die minimiert werden soll: da für die Verkehrsströme  $t_j$ , die zu keinem der Meßwerte beitragen, Nebenbedingungen entfallen, werden diese nur aufgrund der Zielfunktion berechnet, und diese hat ihren kleinsten Wert, wenn solche Verkehrsströme zu Null werden.
- bei den anderen Verfahren sind die Werte all jener Verkehrsströme, die zu keinem der eingegebenen Meßwerte beitragen, gleich den vorgegebenen Gewichten bzw. Ausgangswerten (ggf. normiert).

### 2.3.8 Speicherplatzbedarf

Der Speicherplatzbedarf eines Verfahrens entscheidet darüber, auf welchen Rechnern es eingesetzt werden kann. Bei den vorgestellten Verfahren hängt er vorwiegend davon ab, ob die Lösung durch eine Matrizeninversion oder eine Iteration gefunden wird: bei den iterativen Verfahren ist der Speicherplatzbedarf wesentlich geringer als bei den linearen Verfahren mit Matrizeninversion. Für das Verfahren auf Basis des Satzes von Bayes wurde davon ausgegangen, daß alle Kovarianzen gleich Null sind; bei der sukzessiven Vorgehensweise ist der Bedarf besonders groß, weil in den einzelnen Schritten Varianzen und Kovarianzen berechnet werden müssen.

### 2.3.9 Zusammenfassung

In Tab. 8 wurden die zuvor beschriebenen Eigenschaften der programmierten Verfahren (2) bis (7) zusammengestellt und ergänzt; sie enthält Angaben darüber, ob

- die Zusatzbedingung sinnvoll ist,
- negative Werte berechnet werden können,
- eingegebene Werte von Verkehrsströmen unverändert bleiben
- alte Meßwerte als Zusatzinformation verarbeitet werden können,
- eine Normierung erforderlich ist,
- fehlende Meßwerte das Ergebnis stark beeinträchtigen,
- bei den iterativen Verfahren Konvergenz gewährleistet ist,
- der Aufwand an Speicherplatzbedarf gering ist.

Aufgrund dieser Zusammenstellung erscheinen die loglinearen Verfahren (3) und (5) für die Berechnung von Verkehrsströmen aus Verkehrszählungen am geeignetsten, da sie

- auf einer besser begründbaren Zusatzbedingung beruhen,
- nur nicht-negative Werte liefern,
- Zusatzinformation besser berücksichtigen können (z.B. Eingabe der richtigen Werte ergibt richtiges Ergebnis) und zur Gewährleistung guter Ergebnisse nicht auf die Verwendung alter Meßwerte angewiesen sind,
- eingegebene Werte von Verkehrsströmen nicht verändern,
- bei fehlenden Meßwerten meist noch befriedigende Ergebnisse liefern und
- das Ergebnis mit geringerem Speicherplatzbedarf erzielt wird.

Tab. 8: Vergleich der Verfahren

Verfahren	Zusatz- bedingung sinnvoll	nur nicht- negative Werte	Berücksichtigung von Zusatzinforma- tion befriedigend	Berücksichtigung von alten Meß- werten möglich	Normierung notig	geringe Beein- trächtigung des Ergebnisses durch fehlende Meßerte	Konvergenz- beweis vorhanden	Speicher- platz- bedarf
(2) Minimierung der Norm (linear)	nein	nein	nein	ja	nein	nein	-	groß
(3) Maximierung der Entropie (loglinear)	ja	nein	ja	nein	ja	ja	ja	klein
(4) Minimierung der Unterschieds- quadrate (linear)	ja	ja	ja	ja	empfohlen	ja	ja	groß
(5) Minimierung des Informations- gewinns (loglinear)	ja	ja	ja	nein	für Konvergenz empfohlen	ja	ja	klein
(6) nach REGAN: vorgestellte Version	-	ja	ja	ja	-	nein	nein	klein
Urversion			----- nein		nein			
(7) nach Satz von Bayes: mit Inversion	ja	nein	ja	ja	nein	ja	-	groß
----- sukzessiv								----- sehr groß

Das Verfahren (3) mit Maximierung der Entropie ist dem Verfahren (5) mit Minimierung des Informationsgewinns vorzuziehen, da es einfacher zu programmieren und die Iteration schneller ist, die Ergebnisse bei Verwendung normierter Gewichte in etwa aber die gleiche Güte aufweisen.

Das Verfahren (7) ist am umfassendsten verwendbar: einerseits hat es im Sonderfall minimaler Ausgangsinformation ähnliche Ergebnisse wie die loglinearen Verfahren, andererseits ist es aber wesentlich flexibler in der Berücksichtigung von Unsicherheiten in den Ausgangs- und Meßwerten. Es hat jedoch den Nachteil, daß auch negative Werte von Verkehrsströmen berechnet werden können und der Aufwand an Speicherplatz und Rechenzeit wesentlich größer ist.

### 3. Verfahren, die nur Haltestellenbelastungen als Eingangsgroßen verwenden können

Vorbemerkung: In diesem Kapitel wird von der in Kapitel 2 benutzten Bezeichnung für Verkehrsströme durch nur einen Index ( $t_j$  = Verkehrsstrom zwischen dem  $j$ -ten Quelle-Ziel-Paar) abgegangen und stattdessen wieder die Bezeichnung mit zwei Indices gewählt ( $t_{ij}$  = Verkehrsstrom von Quelle  $i$  zu Ziel  $j$ ).

#### 3.1 Einführung

Die Verfahren, die nur Haltestellenbelastungen als Eingangsgroßen verwenden können, stellen Hochrechnungsverfahren dar; dabei werden Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  für die Verkehrsströme (i.a. Werte aus einer alten Matrix) mit Hilfe von Hochrechnungsfaktoren, den Wachstumsfaktoren  $w$ , auf neue Werte  $t_{ij}$  hochgerechnet, die mit den bei der Verkehrszählung ermittelten Haltestellenbelastungen konsistent sind. Die Hochrechnungsvorschrift hat i.a. folgendes Aussehen:

$$t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot w_{ij}$$

$$\text{bzw. } t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot w_i \cdot w_j$$

$\tilde{t}_{ij}$  = Ausgangswert

$t_{ij}$  = gesuchter Wert

$w_{ij}$  = Wachstumsfaktor für die Verkehrsbeziehung von  $i$  nach  $j$

$w_i, w_j$  = Wachstumsfaktor für den Quellbezirk  $i$  bzw. Zielbezirk  $j$ .

Im folgenden werden fünf verschiedene Verfahren vorgestellt:

- Einheitsfaktor-Verfahren
- Durchschnittsfaktor-Verfahren
- Fratar-Verfahren
- Detroit-Verfahren
- Furness-Verfahren.

Das erste Verfahren wird nur der Vollständigkeit halber erwähnt, während auf die anderen Verfahren ausführlich eingegangen wird. Zur Verdeutlichung der Vorgehensweise werden bei jedem Verfahren für das Beispielnetz im ersten Iterationsschritt ein Element der Matrix ausführlich berechnet, die zugehörige gesamte Matrix sowie die Matrix nach Konvergenz angegeben.

Die Verfahren können unterschieden werden je nachdem, ob sie als Eingabe die Ein- und Aussteigerzahl getrennt (Abschnitt 3.2) benötigen oder ob sie auch die Summe aus beiden verarbeiten können (Abschnitt 3.3); im letzteren Fall ist die Erhebung wesentlich einfacher durchzuführen.

## 3.2 Getrennte Eingabe der Ein- und Aussteiger

### 3.2.1 Grundlagen

#### 3.2.1.1 Aufgabenstellung

Aufgrund einer Ausgangsmatrix und einer Erhebung der Haltestellenbelastungen, wobei die Einsteiger und Aussteiger getrennt ermittelt wurden, soll eine neue Matrix berechnet werden, die mit diesen Zählergebnissen in Einklang steht.

Gegeben:

1) Ausgangswerte (i.a. alte Matrix)  $\tilde{t}_{ij}$  und damit:

$$\text{alte Einsteigersummen} \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij} = \tilde{E}_i$$

$$\text{alte Aussteigersummen } \sum_{i=1}^I \tilde{t}_{ij} = \tilde{A}_j$$

2) Aus Erhebungen an Haltestellen

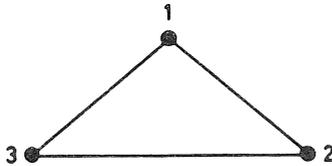
$$\text{neue Einsteigersummen } \sum_{j=1}^J t_{ij} = E_i \text{ soll}$$

$$\text{neue Aussteigersummen } \sum_{i=1}^I t_{ij} = A_j \text{ soll}$$

Gesucht:

Neue mit den Haltestellenbelastungen konsistente Werte für  $t_{ij}$

### 3.2.1.2 Anwendungsbeispiel



Es wird das Beispiel aus Kapitel 2 (vgl. 2.1.3) übernommen; in diesem Netz aus drei Bezirken sind gegeben:

- Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$   
(hier Werte aus einer alten Matrix)
- aus Zählungen Sollwerte der Einsteigersummen  $E_i$  und der Aussteigersummen  $A_j$

von \ nach	1	2	3	$\sum_j \tilde{t}_{ij} = \tilde{E}_i$	Soll $E_i$
1	-	300	150	450	900
2	250	-	200	450	300
3	200	100	-	300	600
$\sum_i \tilde{t}_{ij} = \tilde{A}_j$	450	400	350	1200	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Es gilt wiederum, daß das Verkehrsaufkommen in den Bezirken 1 und 3 gestiegen, im Bezirk 2 dagegen gefallen ist.

### 3.2.2 Einheitsfaktor-Verfahren (RRL, 1971, S. 81 f)

#### 3.2.2.1 Vorgehensweise

Das Einheitsfaktor-Verfahren stellt die einfachste Hochrechnungsmethode dar; sie geht von einem einzigen Wachstumsfaktor für das ganze betrachtete Gebiet aus. Dieser berechnet sich als Quotient aus der Gesamtzahl der Fahrten in der gesuchten Matrix (d.h. zur Zeit der Verkehrszählungen) und der Gesamtzahl der Fahrten in der Ausgangsmatrix. Alle Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  werden mit diesem Faktor multipliziert, um zu den gesuchten Werten  $t_{ij}$  der Verkehrsströme zu kommen; dieses Vorgehen entspricht der in Abschnitt 2.3.6.1 behandelten Normierung von Ausgangswerten.

$$\begin{aligned}
 t_{ij} &= \tilde{t}_{ij} \cdot w = \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij}} \\
 &= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{\sum_{i=1}^I E_i}{\sum_{i=1}^I \tilde{E}_i} = \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{\sum_{j=1}^J A_j}{\sum_{j=1}^J \tilde{A}_j}
 \end{aligned}$$

$w$  = Wachstumsfaktor des gesamten Gebiets

$E_i, A_j$  = Einsteiger- (bzw. Aussteiger-) Summe an Haltestelle  $i$  (bzw.  $j$ ).

Die Gesamtzahl der Fahrten in der gesuchten Matrix ist gleich der Summe aller gezählten Einsteiger bzw. aller Aussteiger. In dem hiermit erhaltenen Ergebnis stimmt die berechnete Gesamtzahl an Fahrten mit der gezählten überein; dies gilt jedoch nicht für die Zeilensummen (Einsteiger) bzw. Spaltensummen (Aussteiger).

Das Einheitsfaktor-Verfahren führt zu großen Fehlern, wenn signifikante Änderungen in der Verteilung von Bevölkerung, Handel und Industrie auftreten; Fahrten zwischen schon stark entwickelten Zonen werden unterschätzt, während solche zwischen weniger stark entwickelten Zonen überschätzt werden. Zudem werden für Zonen, die im Ausgangsjahr wenig Verkehrsaufkommen aufweisen, bei einem gemittelten Wachstumsfaktor für das gesuchte Jahr ein viel zu geringes Verkehrsaufkommen berechnet, wenn sich solche Zonen zwischenzeitlich stark entwickelt haben (Beispiel: stark verdichtetes Neubauviertel auf ehemals landwirtschaftlich genutzter Fläche). Diese Gründe haben dazu geführt, daß das Einheitsfaktor-Verfahren heute nur noch selten verwendet wird.

### 3.2.2.2 Ergebnisse für das Beispiel

Im Beispiel ergibt sich als Wachstumsfaktor:

$$w = \frac{\sum_i \sum_j t_{ij}}{\sum_i \sum_j \tilde{t}_{ij}} = \frac{\sum_i E_i}{\sum_i \tilde{E}_i} = \frac{1800}{1200} = 1,5$$

Die Berechnung liefert:

$$t_{12} = \tilde{t}_{12} \cdot \frac{\sum_i^I E_i}{\sum_i^I \tilde{E}_i} = 300 \cdot 1,5 = 450 .$$

Als endgültige Matrix ergibt sich:

	1	2	3	$E_i$	Soll $E_i$
1	-	450	225	675	900
2	375	-	300	675	300
3	300	150	-	450	600
$A_j$	675	600	525	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Es tritt ein großer Unterschied zwischen den berechneten Ein- bzw. Aussteigersummen und ihren Sollwerten, insbesondere für den Bezirk 2, auf; dies ist dadurch bedingt, daß dort das Verkehrsaufkommen im Gegensatz zu den anderen Bezirken rückläufig war.

### 3.2.3 Durchschnittsfaktor-Verfahren

(RRL, 1965, S. 132)

#### 3.2.3.1 Vorgehensweise

Bei dem Durchschnittsfaktor-Verfahren gibt es für die einzelnen Verkehrsströme  $t_{ij}$  verschiedene Wachstumsfaktoren. Diese errechnen sich für ein  $t_{ij}$  als Durchschnitt aus dem Wachstumsfaktor für die Einsteiger an Haltestelle  $i$  und demjenigen für die Aussteiger an Haltestelle  $j$ ; d.h. die Wachstumsfaktoren beruhen für Quell- und Zielbezirk auf verschiedenen Bezugsgrößen (Ein- bzw. Aussteiger) und sind i.a. für Hin- und Rückrichtung verschieden.

$$t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{1}{2} \cdot (e_i + a_j)$$

$$= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{E_i}{\tilde{E}_i} + \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \right)$$

$e_i (= w_i^E)$ : Wachstumsfaktor der Einsteigersumme für die Quell(Einstiegs)haltestelle  $i$

$a_j (= w_j^A)$ : Wachstumsfaktor der Aussteigersumme für die Ziel(Ausstiegs)haltestelle  $j$ .

Nach Ermittlung aller  $t_{ij}$ -Werte werden weder die Summen aller von einem Bezirk ausgehenden Verkehrsströme gleich der gezählten Einsteigerzahl noch die Summen aller zu einem Bezirk hinführenden Verkehrsströme gleich der gezählten Aussteigerzahl sein, d.h. die Gleichungen

$$\sum_{j=1}^J t_{ij} = E_i \quad \text{Soll} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^I t_{ij} = A_j \quad \text{Soll} \quad (2)$$

sind nicht erfüllt. Daher muß ein Iterationsprozeß durchgeführt werden, in dem aufgrund von veränderten Wachstumsfaktoren neue  $t_{ij}$ -Werte solange berechnet werden, bis die Gleichungen (1) und (2) genau erfüllt sind.

Die Iterationsvorschrift lautet für den Iterationsschritt  $k$ :

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot w_{ij}^{(k)}$$

$$w_{ij}^{(k)} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{E_i}{\sum_{j=1}^J t_{ij}^{(k-1)}} + \frac{A_j}{\sum_{i=1}^I t_{ij}^{(k-1)}} \right)$$

Dieser Vorgang des Iterierens bzw. Ausgleichens der Zeilen- und Spaltensummen mit gezählten Einsteiger- und Aussteigersummen ist allen nachfolgend beschriebenen

Verfahren gemeinsam; als Werte  $t_{ij}^{(0)}$  im 1. Iterationsschritt werden die Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  eingesetzt.

### 3.2.3.2 Ergebnisse für das Beispiel

Der 1. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$ :

$$\begin{aligned} t_{12}^{(1)} &= t_{12}^{(0)} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{E_1}{E_1^{(0)}} + \frac{A_2}{A_2^{(0)}} \right) \\ &= 300 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{900}{450} + \frac{300}{400} \right) = 412,5 \end{aligned}$$

Es ergibt sich die Matrix

	1	2	3	$E_i^{(1)}$	Soll $E_i$
1	-	412,5	300	712,5	900
2	305,6	-	266,7	572,3	300
3	377,8	137,5	-	512,3	600
$A_j^{(1)}$	683,4	550	566,7	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Die Zeilen- bzw. Spaltensummen stimmen noch nicht genügend genau mit den Soll-Werten überein.

Nach Konvergenz ergibt sich folgende Matrix:

	1	2	3	$E_i$	Soll $E_i$
1	-	276	624	900	900
2	224	-	76	300	300
3	576	24	-	600	600
$A_j$	800	300	700	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

### 3.2.4 Fratar-Verfahren

(RRL, 1965, S. 132)

#### 3.2.4.1 Vorgehensweise

Das Iterationsverfahren nach Fratar wurde ursprünglich für den Fall symmetrischer Fahrtenmatrizen (d.h.  $t_{ij} = t_{ji}$ ) konzipiert (FRATAR, 1954), später jedoch auch zur Anwendung auf nicht-symmetrische Matrizen weiterentwickelt. Beide Anwendungsfälle werden nachfolgend beschrieben.

Es wird angenommen, daß die Werte der Verkehrsströme proportional sind zu

- dem Ausgangswert  $\tilde{t}_{ij}$ ,
- dem Wachstumsfaktor der Einsteigersumme für den Quellbezirk  $i$ ,
- dem Wachstumsfaktor der Aussteigersumme für den Zielbezirk  $j$ .

Da die Multiplikation zweier Wachstumsfaktoren zu hohe Werte für die gesuchten Verkehrsströme ergibt, muß zusätzlich ein Korrekturfaktor  $\alpha$  eingeführt werden, damit die Zeilensummen der berechneten Matrix mit den gezählten Einsteigersummen übereinstimmen.

$$\begin{aligned} t_{ij} &= \tilde{t}_{ij} \cdot e_i \cdot a_j \cdot \alpha \\ &= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \alpha \end{aligned}$$

Die Ermittlung des Korrekturfaktors  $\alpha$  erfolgt aus der Bedingung für die Einsteigersummen:

$$\sum_{j=1}^J t_{ij} = \sum_{j=1}^J \left( \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \alpha \right) = E_i$$

$$\alpha \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \left( \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \right) \stackrel{!}{=} E_i$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\tilde{E}_i}{\sum_{j=1}^J \left( \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \right)}$$

Damit lautet die Formel

$$t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \frac{\tilde{E}_i}{\sum_{j=1}^J \left( \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \right)}$$

Um auch eine Übereinstimmung zwischen den Spaltensummen und den gezählten Aussteigersummen zu erreichen, ist wiederum eine Iteration erforderlich.

Die Iterationsvorschrift lautet:

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{E_i}{E_i^{(k-1)}} \cdot \frac{A_j}{A_j^{(k-1)}} \cdot \frac{E_i^{(k-1)}}{\sum_{j=1}^J \left( t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{A_j^{(k-1)}}{A_j} \right)}$$

bzw. nach Kürzen von  $E_i^{(k-1)}$  (vgl. WILLMANN, 1965):

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{A_j}{A_j^{(k-1)}} \cdot \frac{E_i}{\sum_{j=1}^J \left( t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{A_j^{(k-1)}}{A_j} \right)} \quad (3)$$

Für  $t_{ij}^{(0)}$  sind die Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  einzusetzen. Bei dieser Iterationsvorschrift ergeben sich für die Zeilensummen der berechneten Matrix immer die gezählten Einsteigersummen; dies ist eine Folge der Festlegung des Korrekturfaktors.

Die obige Iterationsvorschrift gilt sowohl für den Fall, daß bei der Berechnung der Verkehrsströme von symmetrischen als auch von nicht-symmetrischen Matrizen ausgegangen wird. Im Fall der Symmetrie sollten die Zählergebnisse für die Ein- und Aussteiger je Bezirk gleich sein; außerdem muß die Matrix der Ausgangswerte symmetrisch gemacht werden, wenn sie nicht schon so gegeben ist:

$$\tilde{t}_{ij}^{\text{sym.}} = \tilde{t}_{ji}^{\text{sym.}} = \frac{1}{2} \cdot (\tilde{t}_{ij} + \tilde{t}_{ji})$$

Wenn die Matrix der Ausgangswerte nicht symmetrisch ist, sollte zur Vermeidung von großen Fehlern bei der Bestimmung der gesuchten Verkehrsströme die Annahme einer Symmetrie nur bei kleinen Unterschieden zwischen Hin- und Rückrichtung gemacht werden.

Im Fall der Symmetrie läßt sich obige Iterationsvorschrift auch unmittelbar aus der Urversion des Verfahrens (FRATAR, 1954, S. 57) herleiten, die von symmetrischen Matrizen ausgeht und die Verkehrsbeziehungen nicht für jede Richtung getrennt, sondern jeweils als Summe beider Richtungen bestimmt (vgl. 3.3):

$$\begin{pmatrix} k \\ t_{ij} + t_{ji} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k-1 \\ t_{ij} + t_{ji} \end{pmatrix} \cdot$$

$$\frac{\text{TOT}_j}{\text{TOT}_j} \cdot \frac{\text{TOT}_i}{\sum_{v=1}^J \begin{pmatrix} k-1 \\ t_{iv} + t_{vi} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{TOT}_v}{\text{TOT}_v^{(k-1)}}}$$

wobei  $\text{TOT}_i = E_i + A_i$

und für den Fall der Symmetrie

$$\begin{aligned} t_{ij} &= t_{ji} \\ E_i = A_i &= \frac{1}{2} \cdot \text{TOT}_i \end{aligned}$$

Damit ergibt sich:

$$2t_{ij}^{(k)} = 2t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{2A_j}{2A_j^{(k-1)}} \cdot \frac{2E_i}{2 \sum_{j=1}^J t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{2A_j}{2A_j^{(k-1)}}}$$

Dies entspricht nach Kürzen des Faktors 2 der Iterationsvorschrift (3).

### 3.2.4.2 Ergebnisse für das Beispiel

Der 1. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$

$$\begin{aligned} t_{12}^{(1)} &= t_{12}^{(0)} \cdot \frac{E_1^{(0)} \cdot A_2}{E_1^{(0)} \cdot A_2 \cdot t_{12}^{(0)} \cdot \frac{A_2}{A_2^{(0)}} + t_{13}^{(0)} \cdot \frac{A_3}{A_3^{(0)}}} \\ &= 300 \cdot \frac{900 \cdot 300}{450 \cdot 400} \cdot \frac{450}{300 \cdot \frac{300}{400} + 150 \cdot \frac{700}{350}} = 385,7 \end{aligned}$$

Es ergibt sich die Matrix:

	1	2	3	(1) $E_i$	Soll $E_i$
1	-	385,7	514,3	900	900
2	157,9	-	142,1	300	300
3	495,5	104,5	-	600	600
(1) $A_j$	653,4	490,2	656,4	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Erwartungsgemäß sind die Zeilensummen gleich den Sollwerten; die Spaltensummen stimmen jedoch noch nicht genügend genau mit den Sollwerten überein und müssen

deshalb in nachfolgenden Iterationsschritten weiter angepaßt werden.

Nach Konvergenz ergibt sich eine Matrix, die mit der Vergleichsmatrix aus Kapitel 2 übereinstimmt; diese Matrix ergab sich bei den loglinearen Verfahren auf Basis von Haltestellenbelastungen und einer Ausgangsmatrix:

	1	2	3	$E_i$	Soll $E_i$
1	-	274	626	900	900
2	226	-	74	300	300
3	574	26	-	600	600
$A_j$	800	300	700	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

### 3.2.5 Furness-Verfahren

(RRL, 1965, S. 132; EVANS, 1970, S. 24 ff)

#### 3.2.5.1 Vorgehensweise

Das Furness-Verfahren - auch Kruithof-Verfahren genannt (LAMOND et al., 1981, S. 244) - ist ein Iterationsverfahren, bei dem für die gesuchte Matrix der Verkehrsströme abwechselnd die Zeilensummen in Übereinstimmung mit den gezählten Einsteigersummen oder die Spaltensummen in Übereinstimmung mit den gezählten Aussteigersummen gebracht werden, bis beide Bedingungen genügend genau erfüllt sind. Dabei ergeben sich verschiedene Folgen von Matrizen je nachdem, ob der Iterationsprozeß mit den Zeilen- oder mit den Spaltensummen begonnen wird; wenn jedoch eine Lösung für die gesuchte Matrix existiert, konvergieren beide Vorgehensweisen und liefern das gleiche Ergebnis (EVANS, 1970, S. 24).

Bei der nachfolgenden Iterationsvorschrift wird davon ausgegangen, daß abwechselnd zunächst die Zeilensummen (d.h. in Iterationsschritten mit ungerader Nummer) und danach die Spaltensummen (d.h. in Iterationsschritten mit gerader Nummer) mit den Zählwerten in Übereinstimmung gebracht werden:

Iterationsschritt mit ungerader Nummer:

$$\begin{aligned} t_{ij}^{(2k+1)} &= t_{ij}^{(2k)} \cdot e_i^{(2k)} \\ &= t_{ij}^{(2k)} \cdot \frac{E_i^{(2k)}}{E_i^{(2k)}} = t_{ij}^{(2k)} \cdot \frac{E_i}{\sum_{j=1}^J t_{ij}^{(2k)}} \end{aligned}$$

wobei gilt:  $\sum_{j=1}^J t_{ij}^{(2k+1)} = E_i$

Iterationsschritt mit gerader Nummer:

$$\begin{aligned} t_{ij}^{(2k)} &= t_{ij}^{(2k-1)} \cdot a_j^{(2k-1)} \\ &= t_{ij}^{(2k-1)} \cdot \frac{A_j^{(2k-1)}}{A_j^{(2k-1)}} = t_{ij}^{(2k-1)} \cdot \frac{A_j}{\sum_{i=1}^I t_{ij}^{(2k-1)}} \end{aligned}$$

wobei gilt:  $\sum_{i=1}^I t_{ij}^{(2k)} = A_j$

Für  $t_{ij}^{(o)}$  sind die Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  einzusetzen.

### 3.2.5.2 Ergebnisse für das Beispiel

Der 1. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$ :

$$t_{12}^{(1)} = t_{12}^{(o)} \cdot \frac{E_1^{(o)}}{E_1^{(o)}} = 300 \cdot \frac{900}{450} = 600$$

Es ergibt sich die Matrix:

	1	2	3	$E_i^{(1)}$	Soll $E_i$
1	-	600	300	900	900
2	166,7	-	133,3	300	300
3	400	200	-	600	600
$A_j^{(1)}$	566,7	800	433,3	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Nach der 1. Iteration (ungerade Nummer) stimmen die Zeilensummen mit den Zählergebnissen überein, während die Abweichungen bei den anderen Summen (Spaltensummen) noch sehr groß sind.

Der 2. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$ :

$$t_{12}^{(2)} = t_{12}^{(1)} \cdot \frac{A_2}{A_2^{(1)}} = 600 \cdot \frac{300}{800} = 225$$

Es ergibt sich die Matrix:

	1	2	3	$E_i^{(2)}$	Soll $E_i$
1	-	225	484,6	709,6	900
2	235,3	-	215,4	450,7	300
3	564,7	75	-	639,7	600
$A_j^{(2)}$	800	300	700	1800	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Nach der 2. Iteration (gerade Nummer) stimmen die Spaltensummen mit den Zählergebnissen überein, während die Abweichungen bei den anderen Summen (Zeilensummen) schon wesentlich geringer als im 1. Iterationsschritt geworden sind.

Nach Konvergenz ergibt sich wiederum die Matrix aus Abschnitt 3.2.4.

### 3.2.5.3 Zusammenhang zum Entropie-Verfahren

Das Vorgehen beim Furness-Verfahren ist identisch dem Vorgehen der Bregman-Iteration bei der Anwendung im Entropie-Verfahren (vgl. 2.3.4.3), wenn dort als Eingabe Meßwerte aller im Netz möglichen Haltestellenbelastungen verwendet werden (vgl. LAMOND et al., 1981, S. 244). Dies läßt sich durch Umschreiben der Bedingungen für die Zeilen- und Spaltensummen leicht zeigen; es entsteht dann ein lineares Gleichungssystem, in dem der erste Teil der Gleichungen die Bedingungen für die Zeilensummen und der zweite Teil die Bedingungen für die Spaltensummen darstellen.

Für das Beispiel ergibt sich:

von nach	1	2	3	Σ
1	-	$t_{12}$	$t_{13}$	$E_1$
2	$t_{21}$	-	$t_{23}$	$E_2$
3	$t_{31}$	$t_{32}$	-	$E_3$
Σ	$A_1$	$A_2$	$A_3$	

Zugehöriges Gleichungssystem:

$$\begin{array}{r}
 1 \cdot t_{12} + 1 \cdot t_{13} + 0 \cdot t_{21} + 0 \cdot t_{23} + 0 \cdot t_{31} + 0 \cdot t_{32} = E_1 \\
 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 1 \cdot t_{23} + 0 + 0 = E_2 \\
 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{31} + 1 \cdot t_{32} = E_3 \\
 \\
 0 + 0 + 1 \cdot t_{21} + 0 + 1 \cdot t_{31} + 0 = A_1 \\
 1 \cdot t_{12} + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 \cdot t_{32} = A_2 \\
 0 + 1 \cdot t_{13} + 0 + 1 \cdot t_{23} + 0 + 0 = A_3
 \end{array}$$

Die ersten 3 Gleichungen entsprechen den Zeilenbedingungen, die letzten 3 Gleichungen den Spaltenbedingungen; die Anteilswerte für alle in einem Zählwert enthaltenen Verkehrsströme sind gleich 1.

Eine Bregman-Iteration für das Entropie-Verfahren mit dem obigen Gleichungssystem als Nebenbedingung (vgl. 1.1.2) entspricht zwei Iterationen beim Furness-Verfahren: zunächst werden die  $t_{ij}$ -Werte in den drei Gleichungen aus den Zeilenbedingungen auf die Soll-Werte der Einsteiger, danach die  $t_{ij}$ -Werte in den 3 Gleichungen aus den Spaltenbedingungen auf die Soll-Werte der Aussteiger abgeglichen. Hierbei werden die Gleichungen nacheinander abgearbeitet und die in ihnen vorkommenden  $t_{ij}$ -Werte sofort aktualisiert, während die anderen unverändert bleiben.

### 3.2.6 Detroit-Verfahren

(EVANS, 1970, S. 35)

#### 3.2.6.1 Vorgehensweise

Das Detroit-Verfahren stellt eine Vereinfachung des Fratar-Verfahrens dar und beruht auf folgender Vorgehensweise: es wird wie bei Fratar angenommen, daß die Verkehrsströme proportional sind zu

- dem Ausgangswert  $\tilde{t}_{ij}$ ,
- dem Wachstumsfaktor der Einsteigersumme für den Quellbezirk  $i$ ,
- dem Wachstumsfaktor der Aussteigersumme für den Zielbezirk  $j$ .

Der Korrekturfaktor  $\alpha$  errechnet sich jedoch anders als bei Fratar als Quotient aus der Gesamtzahl der Fahrten

in der Ausgangsmatrix  $(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij})$  und der Gesamtzahl

der Fahrten in der gesuchten Matrix  $(\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij})$  und ist für alle Verkehrsbeziehungen gleich.

$$t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot e_i \cdot a_j \cdot \alpha$$

$$\begin{aligned}
 &= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij}} \\
 &= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \frac{\sum_i \tilde{E}_i}{\sum_i E_i} = \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{E_i}{\tilde{E}_i} \cdot \frac{A_j}{\tilde{A}_j} \cdot \frac{\sum_j \tilde{A}_j}{\sum_j A_j}
 \end{aligned}$$

Diese Definition des Korrekturfaktors hat zur Folge, daß eine Übereinstimmung zwischen den berechneten und den Soll-Werten weder für die Gesamtfahrtenanzahl noch für die Einsteiger- bzw. Aussteigersummen gegeben ist; um eine Übereinstimmung zu erhalten, ist wiederum eine Iteration erforderlich.

Die Iterationsvorschrift lautet:

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{E_i}{E_i^{(k-1)}} \cdot \frac{A_j}{A_j^{(k-1)}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij}^{(k-1)}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij}}$$

Für  $t_{ij}^{(0)}$  sind die Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  einzusetzen; der Nenner des letzten Bruches ist gleich  $\sum_{i=1}^I E_i$  bzw.  $\sum_{j=1}^J A_j$ .

In dem Fall, daß die Zeilensummen der Ausgangsmatrix gleich den Soll-Werten aus der Zählung sind, ergeben das Detroit- und das Furness-Verfahren bei der Iteration die gleiche Folge von Matrizen (EVANS, 1970, S. 36).

3.2.6.2 Ergebnisse für das Beispiel

Der 1. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$ :

$$\begin{aligned}
 t_{12}^{(1)} &= t_{12}^{(0)} \cdot \frac{E_1 \quad A_2 \quad E_1^{(0)} + E_2^{(0)} + E_3^{(0)}}{E_1^{(0)} \quad A_2^{(0)} \quad E_1 + E_2 + E_3} \\
 &= 300 \cdot \frac{900 \quad 300 \quad 450 + 450 + 300}{450 \quad 400 \quad 900 + 300 + 600} = 300
 \end{aligned}$$

Es ergibt sich die Matrix

	1	2	3	$E_i^{(1)}$	Soll $E_i$
1	-	300	400	700	900
2	197,5	-	177,8	375,3	300
3	474,1	100	-	574,1	600
$A_j^{(1)}$	671,6	400	577,8	1649,4	-
Soll $A_j$	800	300	700	-	1800

Nach dem 1. Iterationsschritt stimmen weder die Gesamtfahrtanzahl, noch die Einsteiger- bzw. Aussteigersummen mit den Soll-Werten überein.

Nach Konvergenz ergibt sich wiederum die Matrix aus Abschnitt 3.2.4.

### 3.3 Eingabe der Summen aus Ein- und Aussteigern

#### 3.3.1 Grundlagen

##### 3.3.1.1 Aufgabenstellung

Auf Grundlage einer Ausgangsmatrix und einer Erhebung der Haltestellenbelastungen, wobei für jede Haltestelle die Summe aus Ein- und Aussteigern ermittelt wurde, soll eine neue Matrix berechnet werden, die mit diesen Zählergebnissen in Einklang steht.

Gegeben:

1) Ausgangswerte (i.a. alte Matrix)  $\tilde{t}_{ij}$  und damit

$$\text{alte Einsteigersummen } \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij} = \tilde{E}_i$$

$$\text{alte Aussteigersummen } \sum_{i=1}^I \tilde{t}_{ij} = \tilde{A}_j$$

2) aus Erhebungen an Haltestellen:

neue Summen der Ein- und Aussteiger je Haltestelle:

$$TOT_i = E_i + A_i$$

Gesucht:

Neue mit den Haltestellenbelastungen konsistente Werte für  $t_{ij}$ .

##### 3.3.1.2 Anwendungsbeispiel

Das unter 3.2.1.2 aufgeführte Beispiel wird übernommen, wobei jedoch aus den Verkehrszählungen je Bezirk nicht die Ein- und Aussteiger getrennt, sondern nur die Summen davon bekannt sind. Dementsprechend werden unter den Zeilen- bzw. Spaltensummen nicht die Ein- bzw. Aussteigerzahl, sondern die Summen aus beiden Werten eingetragen.

	1	2	3	$\tilde{TOT}_i$	$TOT_i^{Soll}$
1	-	300	150	900	1700
2	250	-	200	850	600
3	200	100	-	650	1300
$\tilde{TOT}_j^{Soll}$	900	850	650	2400	-
$TOT_j$	1700	600	1300	-	3600

Die Gesamtzahl der Fahrten bleibt unverändert:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \tilde{t}_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I \tilde{TOT}_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \tilde{TOT}_j = \frac{1}{2} \cdot 2400 = 1200$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^I TOT_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J TOT_j = \frac{1}{2} \cdot 3600 = 1800$$

### 3.3.2 Fratar-Verfahren

(BUEHLER, 1983, S. 521)

#### 3.3.2.1 Vorgehensweise

In der Literatur wurde nur ein für diese Aufgabenstellung geeignetes Verfahren gefunden: es handelt sich dabei um eine spezielle Form des Fratar-Verfahrens, die sich aus der Urversion (FRATAR, 1954) ableiten läßt, anders als diese aber die Verkehrsströme nicht als Summe beider Richtungen, sondern für jede Richtung getrennt bestimmt. Es wird hierbei angenommen, daß die Werte der Verkehrsströme proportional sind zu

- den Ausgangswerten  $\tilde{t}_{ij}$
- dem Wachstumsfaktor des Quellbezirks (Einsteigerbezirks)
- dem Wachstumsfaktor des Zielbezirks (Aussteigerbezirks).

Mit der Einführung des Korrekturfaktors  $\alpha$  ergibt sich

$$t_{ij} = \tilde{t}_{ij} \cdot w_i \cdot w_j \cdot \alpha$$

$$= \tilde{t}_{ij} \cdot \frac{\text{TOT}_i \cdot \text{TOT}_j}{\tilde{\text{TOT}}_i \cdot \tilde{\text{TOT}}_j} \cdot \alpha$$

Der Korrekturfaktor  $\alpha$  wird analog zur Urversion (FRATAR, 1954) berechnet:

$$\alpha = \frac{\tilde{\text{TOT}}_i}{\sum_{v=1}^J (\tilde{t}_{iv} + \tilde{t}_{vi}) \cdot \frac{\text{TOT}_v}{\tilde{\text{TOT}}_v}}$$

Damit in der berechneten Matrix die Summen aus Ein- und Aussteigern je Bezirk gleich den gemessenen Sollwerten  $\text{TOT}_i$  sind, muß wiederum iteriert werden.

Die Iterationsvorschrift lautet:

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{\text{TOT}_i^{(k-1)} \cdot \text{TOT}_j}{\text{TOT}_i^{(k-1)} \cdot \text{TOT}_j^{(k-1)} \cdot \frac{\sum_{v=1}^J \text{TOT}_v^{(k-1)} \cdot (t_{iv}^{(k-1)} + t_{vi}^{(k-1)})}{\text{TOT}_v^{(k-1)}}}$$

$$= t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{\text{TOT}_i \cdot \text{TOT}_j}{\sum_{v=1}^J (t_{iv}^{(k-1)} + t_{vi}^{(k-1)}) \cdot \sum_{v=1}^I (t_{jv}^{(k-1)} + t_{vj}^{(k-1)})}$$

$$\cdot \frac{\sum_{v=1}^J (t_{iv}^{(k-1)} + t_{vi}^{(k-1)})}{\sum_{v=1}^J \left[ \frac{\text{TOT}_v}{\sum_{w=1}^I (t_{vw}^{(k-1)} + t_{wv}^{(k-1)})} \cdot (t_{iv}^{(k-1)} + t_{vi}^{(k-1)}) \right]}$$

bzw. nach Kürzen von  $TOT_i^{(k-1)}$

$$t_{ij}^{(k)} = t_{ij}^{(k-1)} \cdot \frac{TOT_j}{\sum_{v=1}^{(k-1)} (t_{jv}^{(k-1)} + t_{vj}^{(k-1)})} \cdot \frac{TOT_i}{\sum_{v=1}^J \left[ \frac{TOT_v}{\sum_{w=1}^I (t_{vw}^{(k-1)} + t_{wv}^{(k-1)})} \cdot (t_{iv}^{(k-1)} + t_{vi}^{(k-1)}) \right]}$$

Für  $t_{ij}^{(0)}$  werden die Ausgangswerte  $\tilde{t}_{ij}$  eingesetzt; im Fall der Annahme einer Symmetrie muß die Matrix der Ausgangswerte vor Beginn der Iteration symmetrisch gemacht werden.

### 3.3.2.2 Ergebnisse für das Beispiel

Der 1. Iterationsschritt liefert für  $t_{12}$ :

$$\begin{aligned} t_{12}^{(1)} &= t_{12}^{(0)} \cdot \frac{TOT_1^{(0)} \cdot TOT_2^{(0)}}{TOT_1^{(0)} \cdot TOT_2^{(0)}} \cdot \frac{TOT_1^{(0)}}{\frac{TOT_2^{(0)} \cdot (t_{12}^{(0)} + t_{21}^{(0)})}{TOT_2^{(0)}} + \frac{TOT_3^{(0)} \cdot (t_{13}^{(0)} + t_{31}^{(0)})}{TOT_3^{(0)}}} \\ &= 300 \cdot \frac{1700 \cdot 600}{900 \cdot 850} \cdot \frac{900}{\frac{600}{800} \cdot (300 + 250) + \frac{1300}{650} \cdot (150 + 200)} \\ &= 330,8 \end{aligned}$$

Es ergibt sich die Matrix:

	1	2	3	TOT <sub>i</sub> <sup>(1)</sup>	TOT <sub>i</sub> <sup>Soll</sup>
1	-	330,8	486,6	1552,9	1700
2	172,9	-	146,4	755,2	600
3	562,6	105,1	-	1300,7	1300
TOT <sub>j</sub> <sup>(1)</sup>	1552,9	755,2	1300,7	3608,8	-
TOT <sub>j</sub> <sup>Soll</sup>	1700	600	1300	-	3600

Nach dem 1. Iterationsschritt stimmen die Gesamtsummen  $\Sigma \text{TOT}$  (bzw. die Gesamtfahrtenanzahl  $(1/2) \cdot \Sigma \text{TOT}$ ) schon recht gut überein, dies gilt jedoch noch nicht für die Summen je Bezirk.

Nach Konvergenz ergibt sich folgende Matrix:

	1	2	3	TOT <sub>i</sub>	TOT <sub>i</sub> <sup>Soll</sup>
1	-	379	701	1700	1700
2	121	-	59	600	600
3	499	41	-	1300	1300
TOT <sub>j</sub>	1700	600	1300	3600	-
TOT <sub>j</sub> <sup>Soll</sup>	1700	600	1300	-	3600

### 3.4 Bemerkungen zu den Verfahren

#### 3.4.1 Unterschiedliche Ausgangswerte

Für die Anwendung von Hochrechnungsverfahren sind als Eingabedaten unbedingt Ausgangswerte erforderlich, die dann über die Wachstumsfaktoren zu den gesuchten Werten der Verkehrsströme hochgerechnet werden. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Ausgangswerte zu erhalten.

##### 3.4.1.1 Alte Matrizen

In den vorhergehenden Abschnitten wurde immer davon ausgegangen, daß Ausgangswerte einer alten Matrix entnommen werden. Dies hat die Konsequenz, daß die Struktur der alten Matrix zugleich Grundlage für die Struktur der gesuchten Matrix ist; als Folge davon entstehen bei großem Unterschied zwischen der Struktur der alten und der tatsächlichen Matrix (z.B. bedingt durch eine große Zeitspanne zwischen der Erhebung der alten Matrix und dem Zeitpunkt der Verkehrszählungen) bei der Berechnung der gesuchten Matrix systematische Fehler, die erheblich sind. Da außerdem der Aufwand für die Erhebung einer alten Matrix meist sehr hoch ist und solche Matrizen daher oft nicht vorliegen, muß u.U. auf andere Möglichkeiten zurückgegriffen werden.

##### 3.4.1.2 Klasseneinteilung der gesuchten Werte

###### 3.4.1.2.1 Vorgehensweise

Eine Möglichkeit zur Gewinnung von Ausgangswerten besteht darin, Annahmen über die Größe der gesuchten Werte zu treffen und damit eine Gewichtung, z.B. in Form einer Klasseneinteilung vorzunehmen. Die Güte der Hochrechnungsergebnisse hängt von der Richtigkeit der getroffenen Annahmen und der Feinheit der Klasseneinteilung ab. Meist wird es, ohne irgendeine Erhebung durch-

führen zu müssen, zumindest möglich sein, die zwei Klassen der Hauptströme (von und zu den Zentren des Verkehrsnetzes) und der übrigbleibenden Nebenströme zu unterscheiden; darüberhinaus kann in Abhängigkeit von dem dafür anfallenden zusätzlichen Erhebungsaufwand jede gewünschte Genauigkeit der Klasseneinteilung erreicht werden.

Folgende Möglichkeiten der Klasseneinteilung wurden untersucht:

- die bereichsweise Klasseneinteilung:  
jede Klasse umfaßt einen gewissen Bereich (z.B. Klassenbreite von 1000 Fahrten je Tag).
- die ordinale Gewichtung:  
jede Klasse besteht nur aus einem Wert.

In einem späteren Abschnitt wird gezeigt, daß die ordinale Gewichtung trotz eines weitaus höheren Erhebungsaufwands (alle Werte müssen in ihrer ordinalen Reihenfolge bekannt sein) keine besseren Ergebnisse liefert.

#### 3.4.1.2.2 Beispiel

Für das Beispiel aus Abschnitt 3.2.1.2 soll eine Klasseneinteilung aufgrund des Endergebnisses der Iteration nach dem Furness-, Detroit- bzw. Fratar-Verfahren (ohne Annahme einer Symmetrie) verwendet werden. Dabei ergab sich nach Abschnitt 3.2 folgende Matrix, die der Vergleichsmatrix aus Kapitel 2 entspricht:

	1	2	3	$E_i = E_i^{\text{Soll}}$
1	-	274	626	900
2	226	-	74	300
3	574	26	-	600
$A_j = A_j^{\text{Soll}}$	800	300	700	1800

Die Klasseneinteilung beruht auf einer Breite von 400 Fahrten je Tag, d.h. es gibt insgesamt nur zwei Klassen.

Damit ergibt sich folgende Ausgangsmatrix:

	1	2	3	$\tilde{E}_i$
1	-	1	2	3
2	1	-	1	2
3	2	1	-	3
$\tilde{A}_j$	3	2	3	8

Die Anwendung des Furness-, Detroit- bzw. Fratar- Verfahrens führt zu folgendem Ergebnis:

	1	2	3	$E_i = E_i^{\text{Soll}}$
1	-	253,2	646,8	900
2	246,8	-	53,2	300
3	553,2	46,8	-	600
$A_j = A_j^{\text{Soll}}$	800	300	700	1800

Dieses Ergebnis weicht nur unerheblich von der tatsächlichen Matrix ab.

### 3.4.1.3 Ausgangswerte über andere Verfahren

#### 3.4.1.3.1 Vorgehensweise

In Fällen, in denen weder eine alte Matrix noch Information über die gesuchten Werte in Form einer Klasseneinteilung vorliegt, sind Hochrechnungsverfahren allein nicht anwendbar. Eine Möglichkeit, sie dennoch zu verwenden, besteht in ihrer Kombination mit anderen Verfahren, bei denen auch Streckenbelastungen berücksichtigt werden können. Hierzu bieten sich die loglinearen Verfahren aus Kapitel 2 an. Dabei wird in einem 1. Schritt das Ergebnis des loglinearen Verfahrens auf der Basis von Streckenbelastungen als einzigen Eingangsgrößen ohne Zusatzinformation bestimmt und dieses Ergebnis in einem 2. Schritt als Ausgangsmatrix für ein Hochrechnungsverfahren verwendet.

#### 3.4.1.3.2 Kritik

Die beschriebene Vorgehensweise ist jedoch abzulehnen, da die loglinearen Modelle allein unter Verwendung sämtlicher zur Verfügung stehender Eingangsgrößen (Strecken- und Haltestellenbelastungen) gleiche oder bessere Ergebnisse als die Kombination beider Verfahren liefert:

- falls nur Haltestellenbelastungen eingegeben werden, entsprechen die Ergebnisse i.a. denen der Hochrechnungsverfahren (vgl. 3.2).
- falls Haltestellenbelastungen und Streckenbelastungen eingegeben werden, sind die Ergebnisse besser, da die zusätzlichen Gleichungen aus den Streckenbelastungen den Rang des Gleichungssystems erhöhen und somit die Werte der Verkehrsströme stärker festgelegt sind; dies ist bei der Kombination beider Verfahren nicht der Fall.

Darüberhinaus sind bei den loglinearen Modellen nur die Meßwerte zu erheben, die linear unabhängige Gleichungen liefern, während bei einer Kombination für das Hochrechnungsverfahren alle Haltestellenbelastungen bekannt sein müssen; dies bedeutet einen u.U. wesentlich höheren Meßaufwand.

### 3.4.2 Vergleich der Verfahren

#### 3.4.2.1 Konvergenz

##### 3.4.2.1.1 Bedingungen für die Konvergenz

Im allgemeinen konvergiert die bei den Hochrechnungsverfahren erhaltene Folge von Matrizen  $(t_{ij}^{(0)})$ ,  $(t_{ij}^{(1)})$ ,  $(t_{ij}^{(2)})$ , ...; dies gilt jedoch nicht generell. So ist z.B. für das Furness-Verfahren wie für den Bregman-Algorithmus beim Entropie-Verfahren (vgl. 2.3.4.4) eine hinreichende Bedingung für die Konvergenz, daß alle Ausgangswerte positiv sind (z.B. EVANS, 1970, S. 20); dies ist aber keine notwendige Bedingung, wie folgendes Beispiel zeigt:

Ausgangsmatrix

	1	2	$\tilde{E}_i$
1	100	0	100
2	0	100	100
$\tilde{A}_j$	100	100	200

neue Matrix

	1	2	Soll $E_i$
1	250	0	250
2	0	250	250
Soll $A_j$	250	250	500

Das nachfolgende Beispiel zeigt, daß andererseits auch schon die Existenz eines einzigen Nullwerts in der Ausgangsmatrix bedeuten kann, daß keine Lösung existiert und damit eine Konvergenz nicht gegeben ist:

Ausgangsmatrix

	1	2	$\tilde{E}_i$
1	100	100	200
2	0	100	100
$\tilde{A}_j$	100	200	300

neue Matrix

	1	2	Soll $E_i$
1			100
2			200
Soll $A_j$	100	200	300

### 3.4.2.1.2 Konvergenzgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit, mit der die Hochrechnungsverfahren konvergieren, hängt von verschiedenen Faktoren ab, u.a. von

- der Art des gewählten Hochrechnungsverfahrens,
- der Art der Eingabedaten (Summen oder getrennte Eingabe der Ein- und Aussteiger),
- einer Symmetrie der Verkehrsströme,
- der Anzahl und Lage der Nullwerte in der Ausgangsmatrix: in den meisten Fällen sinkt die Geschwindigkeit bei einer wachsenden Anzahl von Nullwerten,
- der Struktur der Zählergebnisse: z.B. sinkt die Geschwindigkeit, je mehr von Null verschiedene Ausgangswerte wegen der Meßwerte durch ein Hochrechnungsverfahren zu Null verändert werden müssen.

Darüberhinaus stellte MEKKY (1981, S. 3) für das Furness-Verfahren fest, daß

- die Konvergenzgeschwindigkeit mit abnehmender Entropie der Ausgangsmatrix sinkt;
- die Konvergenzgeschwindigkeit mit größer werdendem Unterschied zwischen den Ausgangswerten  $\tilde{t}_{ij}$  und den gesuchten Werten  $t_{ij}$  nicht sinkt.

Für dieses Verfahren wurden verschiedene Möglichkeiten zur Beschleunigung der Konvergenz untersucht; eine Beschreibung der jeweiligen Vorgehensweisen findet sich in

- ROBILLARD et al. (1974), S. 577 ff,
- MEKKY (1983), S. 7 ff und
- MAHER (1983b), S. 485 ff.

#### 3.4.2.2 Ergebnisse

Falls die Hochrechnungsverfahren konvergieren, sind auch bei gleichen Eingabedaten die mit den verschiedenen Verfahren erhaltenen Ergebnisse nicht immer gleich. Wählt man z.B. das Furness-Verfahren, das unter gewissen Randbedingungen die gleichen Ergebnisse wie die loglinearen Modelle liefert, als Grundlage eines Vergleichs, so kann für den Fall der Konvergenz bewiesen werden (EVANS, 1970, S. 34ff):

- daß die Ergebnisse nach dem Detroit-Verfahren mit denen nach Furness übereinstimmen.
- daß die Ergebnisse nach dem Durchschnitts- und dem Fratar-Verfahren nicht generell mit denen nach Furness übereinstimmen.

Im Fall des vorgestellten Anwendungsbeispiels stimmen die Ergebnisse für eine getrennte Eingabe der Ein- und Aussteiger bei dem Fratar-, Detroit- und Furness-Verfahren überein; die Lösung nach dem Durchschnittsverfahren weicht davon geringfügig ab.

### 3.4.2.3 Rechenaufwand

Der Rechenaufwand beschreibt den Speicherplatzbedarf und die Rechenzeit, welche von der Anzahl der erforderlichen Iterationen sowie der Anzahl und der Art der durchzuführenden Rechenoperationen je Iterationsschritt abhängt. Der Umfang der Rechenoperationen ist für die vorgestellten Verfahren sehr unterschiedlich und steigt in der Reihenfolge

(- Einheitsfaktor-Verfahren)

- Furness-Verfahren
- Durchschnittsfaktor-Verfahren
- Detroit-Verfahren
- Fratar-Verfahren:  
getrennte Eingabe der Ein- und Aussteiger
- Fratar-Verfahren:  
Eingabe der Summen aus Ein- und Aussteigern.

Der Speicherplatzbedarf ist am geringsten beim Einheitsfaktor-Verfahren und am größten beim Durchschnitts- und dem Fratar-Verfahren mit getrennter Eingabe der Ein- und Aussteiger. Die anderen drei Verfahren unterscheiden sich im Speicherplatzbedarf nur unwesentlich, am günstigsten schneidet das Furness-Verfahren ab. Dies gilt auch bei Berücksichtigung einer bei dem Furness-Verfahren im Vergleich zu den anderen Verfahren evtl. größeren notwendigen Anzahl von Iterationsschritten wegen des wesentlich geringeren Rechenaufwands je Iterationsschritt und des geringen Speicherplatzbedarfs.

#### 3.4.2.4 Zusammenfassung

Das Furness-Verfahren kann als das best geeignete Hochrechnungsverfahren bezeichnet werden, da es

- am schnellsten konvergiert,
- den geringsten Rechenaufwand beinhaltet und
- als einziges der Verfahren auf einem Entropiemaximierungsansatz beruht.

Aus diesen Gründen hat es die meiste Verbreitung gefunden und war Gegenstand vieler Untersuchungen; u.a. wurde dabei von MAHER (1984b) eine Möglichkeit zur Bestimmung von Varianzen vorgestellt.

#### 3.4.3 Problematik der Hochrechnungsverfahren

##### 3.4.3.1 Willkürlichkeit des Iterationsansatzes

Der mit Ausnahme des Einheitsfaktorverfahrens bei allen Hochrechnungsverfahren enthaltene Iterationsansatz kann als willkürlich betrachtet werden, da sich in Abhängigkeit von der jeweils gültigen Iterationsvorschrift verschiedene Fahrtenmatrizen ergeben können. Es muß betont werden, daß der Iterationsvorgang nicht auf einer verhaltensorientierten Arbeitsweise zur Beschreibung des persönlichen Fahrtverhaltens beruht, sondern nur eine geeignete Methode zur Angleichung der Ausgangsmatrix an beobachtete Ein- und Aussteigersummen darstellt.

##### 3.4.3.2 Festschreibung der Struktur der Ausgangsmatrix

Ein entscheidender Nachteil aller Hochrechnungsverfahren liegt darin, daß bei ihnen als Eingabe aus Verkehrszählungen nur Haltestellenbelastungen, jedoch keine Streckenbelastungen möglich sind. Dies bedeutet, daß sie vom Ansatz her keinerlei Bezug zum Verkehrsnetz

haben; dies heißt aber, daß sie mit Ausnahme des Furness-Verfahrens auch keine Änderungen von Reisewiderständen berücksichtigen können und daher implizit annehmen, daß sich die Reisewiderstände zwischen dem Zeitraum der Erhebung der Ausgangsmatrix und dem Jahr der Verkehrszählungen nicht geändert haben. Für das Furness-Verfahren wurde zwar in FURNESS (1965, S. 458 ff) eine Möglichkeit beschrieben, wie Änderungen im Strecken(Linien)netz und damit in den Reisewiderständen berücksichtigt werden können; die vorgestellte Vorgehensweise ist jedoch nicht befriedigend, da einerseits bei nicht-symmetrischen Matrizen reale Verhältnisse nicht richtig wiedergegeben werden können und andererseits die Ergebnisse nicht plausibel sind. Daraus folgt aber, daß alle Hochrechnungsverfahren die in der Ausgangsmatrix enthaltene Struktur festschreiben (z.B. Nullwerte) und eventuelle zwischenzeitliche Änderungen z.B. der Netz- und Bevölkerungsstruktur und deren Folgen für das Verhalten der Fahrgäste nicht richtig (bzw. nur über Veränderungen der Haltestellenbelastungen) erfassen können. Eine neue Struktur könnte nur dann zufriedenstellend erfaßt werden, wenn wie bei den Verfahren aus Kapitel 2 auch Streckenbelastungen als Eingabe möglich wären.

### 3.4.3.3 Folgerungen aus dem Datenbedarf

#### 3.4.3.3.1 Aufwand für die Verkehrserhebung

Hochrechnungsverfahren erfordern als Eingabe Meßwerte der Ein- und Aussteiger für alle Haltestellen bzw. Bezirke des Netzes; dies hat schon bei mittleren Netzen einen großen Erhebungsaufwand zur Folge, falls keine automatische Zählung möglich ist. Dies ist ein weiterer Nachteil gegenüber den in Kapitel 2 vorgestellten Verfahren, die keine vollständige Erfassung der Haltestellenbelastungen erfordern. Als Vorteil gegenüber den Verfahren aus Kapitel 2 kann genannt werden, daß eine

Version des Fratar-Verfahrens die Summen aus Ein- und Aussteigern je Haltestelle verarbeiten kann; dies ist bei keinem anderen Verfahren möglich.

Ein zusätzlicher Nachteil entsteht dadurch, daß die Zählergebnisse an Umsteigehaltestellen durch Umsteiger verfälscht sind. Anders als bei den Verfahren aus Kapitel 2 kann eine Berücksichtigung der Umsteiger durch Anpassung der Anteilsmatrix nicht vorgenommen werden. Eine Korrektur ist daher nur über eine (zumindest stichprobenhafte) Befragung möglich; solche Befragungen erfordern insbesondere bei vermaschten Netzen mit mehreren Umsteigehaltestellen einen großen Aufwand.

#### 3.4.3.3.2 Problematik der Ausgangsmatrix

Da Hochrechnungsverfahren die Struktur der Ausgangsmatrix festschreiben (vgl. 3.4.3.2), hat dies zur Folge, daß Fehler bei der Ermittlung der Ausgangsmatrix nicht nur in dem Hochrechnungsergebnis reproduziert, sondern u.U. sogar wesentlich vergrößert werden. Dies kann insbesondere für solche Bezirke der Fall sein, die wegen einer Erhöhung des Fahrgastaufkommens große Wachstumsfaktoren aufweisen.

#### 3.4.3.4 Verzicht auf Information

Außer einer eventuellen Klasseneinteilung der gesuchten Werte der Verkehrsströme (anstelle einer alten Matrix) können Hochrechnungsverfahren keine weitere Information verwerten wie z.B.

- Streckenbelastungen
- nach Linien unterschiedene Meßwerte
- anderweitig (z.B. in Befragungen) ermittelte echte Werte der Ströme.

Dies bedeutet, daß durch Zusatzerhebungen keine Verbesserung der Ergebnisse möglich ist und auch keine Information über Änderungen der Reisewiderstände in die Verfahren eingebracht werden können.

#### 3.4.3.5 Folgerungen für die Anwendbarkeit

Aus den obigen Darlegungen folgt, daß Hochrechnungsverfahren aufgrund folgender Nachteile nur bedingt anwendbar sind:

- Notwendigkeit von Ausgangswerten,
- Festschreibung einer vorhandenen Struktur
- u.U. Fortschreibung von Erhebungsfehlern bei der Bestimmung der Ausgangsmatrix,
- kein Netzbezug,
- hoher Erhebungsaufwand bei der Verkehrszählung,
- Verzicht auf Zusatzinformation.

Voraussetzung für die Anwendung eines Hochrechnungsverfahrens sollte daher sein, daß

- der Erhebungsaufwand für das gegebene Netz nicht zu groß ist: d.h. kleine Netze oder automatische Erhebungsmethoden, wenn möglich Netze mit radialer Struktur (d.h. wenig Umsteigehaltstellen).
- zwischen der Ausgangsmatrix und der gesuchten Matrix keine zu großen strukturellen Unterschiede auftreten: dies ist i.a. dann der Fall, wenn zwischen dem Zeitpunkt der Erhebung der Ausgangsmatrix und dem der Verkehrszählung kein zu großer Zeitraum liegt.

### III. Anwendung der Verfahren

#### 1. Entwickelte Programme

##### 1.1 Überblick

Für die Anwendung der Verfahren wurden zwei getrennte Programme entwickelt:

- das Programm "VSTROM" enthält die Verfahren, die als Eingangsgröße sowohl Haltestellenbelastungen als auch Streckenbelastungen verarbeiten können (vgl. Teil II, Kapitel 2),
- das Programm "WACHS" enthält die Wachstumsfaktor-Verfahren, die als Eingangsgröße nur Haltestellenbelastungen erlauben (vgl. Teil II, Kapitel 3).

Diese Programme wurden weitgehend gleich gestaltet, wo möglich wird auf gemeinsame Programmteile zurückgegriffen. Insbesondere ist die Eingabe- und Ausgabegestaltung gleich, so daß sich die Eingabefiles nicht unterscheiden. Die Programme wurden in PASCAL geschrieben und sind an der HP 1000-Rechenanlage des Instituts für Verkehrswesen (Universität Karlsruhe) implementiert. Kennzeichnend für die Programme sind insbesondere eine Segmentierung und dynamische Speicherplatzverwaltung, um Speicherplatz zu sparen, und eine Benutzung der an der Rechenanlage verfügbaren Möglichkeiten der Vektorrechnung, um die Rechenzeit zu verringern. Die Programme sind dialogorientiert, wobei auch Batchläufe möglich sind.

## 1.2 Programm "VSTROM"

Das Programm "VSTROM" enthält

- das Verfahren nach GAUSS zur eindeutigen Lösung eines linearen Gleichungssystems
- das Verfahren nach BEIL (Minimierung der Norm)
- das Verfahren nach BELL (Minimierung der Unterschiedsquadrate)
- das Verfahren nach WILLUMSEN (Maximierung der Entropie)
- das Verfahren nach VAN ZUYLEN (Minimierung des Informationsgewinns)
- das Verfahren nach REGAN
- das Verfahren nach MAHER (Verfahren auf der Grundlage des Satzes von Bayes).

Die Berechnung der Lösung der loglinearen Verfahren erfolgt jeweils mit dem Newton-Algorithmus; das Verfahren nach MAHER ist in drei Versionen implementiert:

- die Vorgehensweise mit Inversion, die immer anwendbar ist,
- die sukzessive Vorgehensweise für den Fall, daß die Kovarianzen der Meßwerte gleich Null sind, und
- die sukzessive Vorgehensweise für den Fall, daß sowohl die Varianzen als auch Kovarianzen der Meßwerte Null sind.

Das Programm "VSTROM" baut in Teilen auf einem FORTRAN-Programm von BELL (1983d) auf, das zur Berechnung von Quelle-Ziel-Matrizen für den Individualverkehr entwickelt wurde. Hieraus wurde unter völliger Umgestaltung und Hinzufügung der Verfahren nach GAUSS, REGAN und MAHER das Programm "VSTROM" entwickelt. Die Umgestaltung vollzog sich insbesondere im Hinblick auf eine Anwendung auf große Netze (Reduktion des Speicherplatz-

bedarfs und der Rechenzeit), auf eine anwendungsbezogenere Programmgestaltung und auf Schaffung der Möglichkeit, als Zusatzinformation alte Meßwerte vorzusehen.

Der Ablauf des Programms ist in Abb. 9 dargestellt. Zu Beginn erfolgt die für alle Verfahren gleiche Eingabe und die Feststellung eventueller linearer Abhängigkeiten; hierfür wird das GAUSS'sche Eliminationsverfahren (z.B. FADDEJEW, 1972, S. 159 ff) verwendet, das auf der sukzessiven Elimination von Unbekannten beruht. Ist das lineare Gleichungssystem eindeutig lösbar, so wird wiederum mit dem GAUSS'schen Eliminationsverfahren das Ergebnis bestimmt. Im Anschluß daran können die einzelnen Verfahren wahlweise aufgerufen werden; ausgenommen davon sind nur die Verfahren nach WILLUMSEN und VAN ZUYLEN, wenn die Berechnung mit alten Meßwerten durchgeführt wird. Diese Option ist nur möglich, wenn eine alte Matrix gegeben ist. Varianzen und Konfidenzintervalle für die Verkehrsströme können mit dem Verfahren nach WILLUMSEN (wahlweise) und mit dem Verfahren nach MAHER berechnet werden.

### 1.3 Programm "WACHS"

Das Programm "WACHS" umfaßt

- das Einheitsfaktor-Verfahren,
- das Durchschnittsfaktor-Verfahren,
- das Fratar-Verfahren mit getrennter Eingabe der Ein- und Aussteiger,
- das Fratar-Verfahren mit Eingabe der Summe aus Ein- und Aussteigern,
- das Furness-Verfahren,
- das Detroit-Verfahren.

Dieses Programm wurde völlig neu entwickelt, der Ablauf ist in Abb. 10 aufgezeigt. Nach der für alle Verfahren

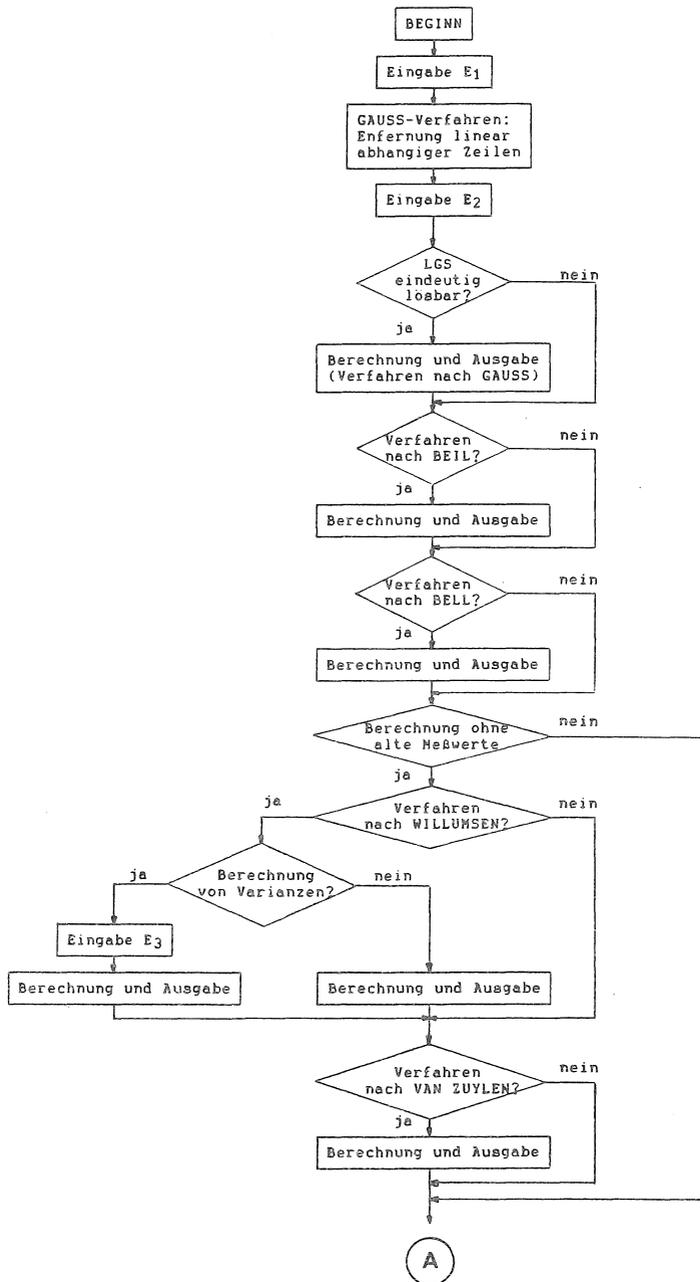


Abb. 9: Ablauf des Programms "VSTROM"

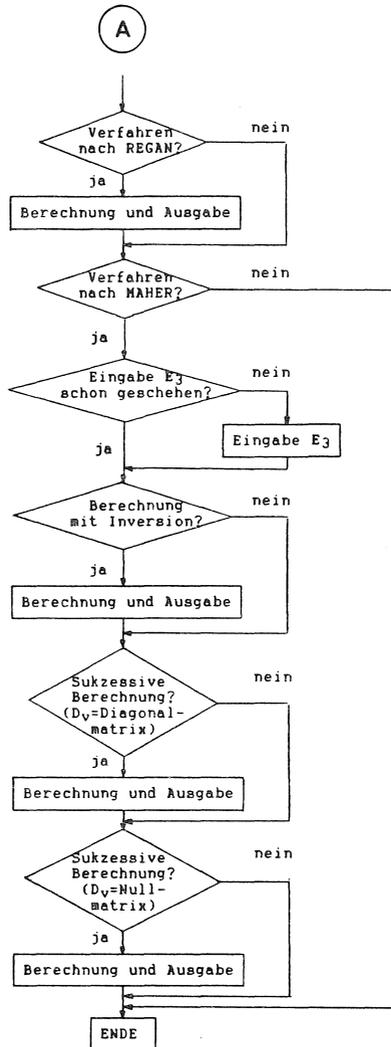


Abb. 9: Ablauf des Programms "VSTROM"

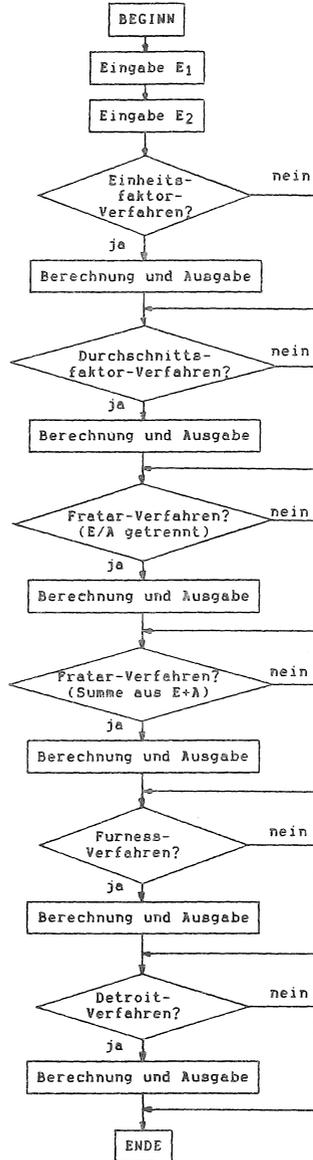


Abb. 10: Ablauf des Programms "WACHS"

gleichen Eingabe können die einzelnen Verfahren wahlweise aufgerufen werden; das Einheitsfaktor-Verfahren wurde der Vollständigkeit halber und zu Vergleichszwecken ebenfalls programmiert.

#### 1.4 Eingabe

Die Eingabe kann in drei Teile  $E_1$  bis  $E_3$  gegliedert werden, wobei der Teil  $E_3$  nur bei dem Programm "VSTROM" erforderlich sein kann.

##### 1.4.1 Eingabeteil $E_1$

Der Teil  $E_1$  umfaßt allgemeine Angaben zur Programm-initialisierung und die Eingabe des linearen Gleichungssystems. Zunächst werden eingegeben:

- Angaben zur gewünschten Ausgabeeinheit (Bildschirm, Drucker, File) und die Kennung des Programmlaufs,
- die Anzahl der Verkehrsströme und Meßwerte (Programm "VSTROM") bzw. die Anzahl der Quellen und Ziele (Programm "WACHS").

Bei dem Programm "WACHS" wird ohne Verlust an Bezug zur Realität angenommen, daß an allen Haltestellen des Netzes ein- und ausgestiegen werden kann; dann liegt mit der Angabe der Anzahl der Quellen bzw. Ziele sowohl die Anzahl der Verkehrsströme als auch die der Meßwerte fest.

Danach erfolgt die Eingabe des linearen Gleichungssystems; hierfür werden benötigt:

- die Anteilsmatrix  $A$
- die Namen der Verkehrsströme und
- die Meßwerte aus den Verkehrszählungen.

Die Angabe der Anteilsmatrix ist nur für das Programm "VSTROM" erforderlich, im Programm "WACHS" wird sie überlesen, bzw. die Anteilsmatrix kann fehlen. Auch die Festlegung eines Grenzwerts zur Überprüfung der Anteilsmatrix auf lineare Abhängigkeit ist nur im Programm "VSTROM" erforderlich.

#### 1.4.2 Eingabeteil E<sub>2</sub>

Der Teil E<sub>2</sub> enthält Vorgaben für

- die Bewertung der Ergebnisse,
- die Festlegung der Ausgangswerte bzw. Gewichte und
- die Iteration.

Er wird von allen Verfahren durchlaufen, damit diese Vorgaben gesammelt erfolgen und nicht für jedes Verfahren von neuem erforderlich sind. Dies bedeutet aber, daß bei Aufruf von nur einzelnen Verfahren u.U. Programmteile durchlaufen werden, obwohl sie nicht erforderlich sind.

Zunächst werden, falls vorhanden, die echten Werte der gesuchten Verkehrsströme eingelesen. Dies wurde zu Testzwecken vorgesehen, um

- mittels der in Abschnitt 3 genannten Genauigkeitskriterien einen Vergleich zwischen den Ergebnissen der Verfahren und den im Testfall bekannten echten Werten zu ermöglichen,
- eine Klasseneinteilung der Ausgangswerte (s.u.) aufgrund der echten Werte treffen zu können.

Im praktischen Anwendungsfall entfällt diese Eingabe.

Anschließend erfolgt die Festlegung der Ausgangswerte, die für alle Verfahren außer dem Verfahren nach BEIL nötig sind. Die Ausgangswerte können alle gleich gewählt werden; sollen sie verschieden sein, so ist entweder eine Eingabe nötig oder es wird eine Klasseneinteilung aufgrund von echten Werten getroffen. Nach der Abfrage, ob die Berechnung mit alten Meßwerten (vgl. II/2.1.2.3) und mit normierten Ausgangswerten (vgl. II/2.3.6.1) erfolgen soll, werden die Gewichte festgelegt. Diese Eingabe ist nur für die Verfahren nach BEIL und BELL erforderlich. Die Gewichte können entweder alle gleich gewählt, eingelesen oder gleich den inversen Ausgangswerten festgelegt werden.

Zum Abschluß dieses Eingabeteils wird abgefragt, ob die im Programm enthaltenen Iterationsvorgaben geändert werden sollen. Ohne Änderung gelten die im Programm enthaltenen Werte für die maximalen Unterschiede ( $\delta_1$  bzw.  $\delta_2$ ) zwischen den in zwei aufeinanderfolgenden Iterationen berechneten Werten der Verkehrsströme  $t_j$  bzw. des Parameters  $\lambda_0$  und eine maximale Iterationsanzahl  $k$  weiter. Die Vorgabe dieser maximalen Iterationsanzahl war erforderlich, da das Verfahren nach REGAN bei einigen Eingabedatensätzen zu hohe Rechenzeiten bis zur Konvergenz benötigt. Die im Programm vorgesehenen Werte lauten:

$$|t_j^{(k)} - t_j^{(k-1)}| < \delta_1 = 0,001$$

$$|\lambda_0^{(k)} - \lambda_0^{(k-1)}| < \delta_2 = 0,0001$$

$$\max k = 2000$$

Bei der Eingabe alter Matrizenwerte ist zu beachten, daß bei dem Einlesen vom Programm her Verkehrsströme mit einem alten Wert von 0 den Ausgangswert 1 zugewiesen bekommen. Diese Änderung wurde vorgenommen, damit für solche Verkehrsströme von Null verschiedene echte Werte bestimmt werden können; andernfalls ist dies bei

den multiplikativen Verfahren nicht möglich. Bei den loglinearen Verfahren werden im Unterschied zu der theoretischen Herleitung hier alle Verkehrsströme in die Berechnung miteinbezogen; anders als in Anhang 2.1.2 wird keinem Verkehrsstrom von vornherein der Wert Null zugewiesen, da

- es keine Ströme mit Ausgangswerten von Null gibt (s.o.),
- auch diejenigen Ströme, die aufgrund der Nebenbedingung  $A \cdot \underline{t} = \underline{y}$  Null sein müssen, in die Berechnung übernommen werden.

Letzteres erfolgt deshalb, weil das in der Praxis i.a. selten vorkommt und nicht von vornherein festgestellt werden kann, welche Ströme wegen der Nebenbedingungen Werte von Null annehmen müssen.

#### 1.4.3 Eingabeteil E<sub>3</sub>

Der Teil E<sub>3</sub> wird nur im Programm "VSTROM" benötigt; er ist erforderlich, wenn beim Verfahren nach WILLUMSEN Varianzen berechnet werden sollen oder das Verfahren nach MAHER angewendet wird.

In diesem Eingabeteil werden die Varianzen der Ausgangswerte und der Meßwerte festgelegt; dabei wird davon ausgegangen, daß die Kovarianzen der Ausgangswerte gleich Null sind und daher die Dispersionsmatrix  $D_{\underline{t}}$  eine Diagonalmatrix ist. Diese Annahme ist gerechtfertigt, weil die Ströme als voneinander unabhängig angesehen werden können.

### 1.5 Ausgabe

Es wurde eine umfangreiche Ausgabe vorgesehen; sie gliedert sich in

- Angabe der linear abhängigen bzw. inkonsistenten Gleichungen (zur Vermeidung unnötigen Erhebungsaufwands bzw. Aufdeckung von Meßunstimmigkeiten) sowie je Verfahren:
- Angaben zur Iteration (Anzahl der Iterationen, max. Abweichung je Iterationsschritt, ggf. Parameter  $\lambda$ )
- Ausgabe der berechneten Verkehrsströme (ggf. mit Standardabweichungen)
- Angaben zum Rechenaufwand
- Vergleich zwischen den berechneten und den tatsächlichen Meßwerten
- Ausgabe von Kenngrößen zur Beurteilung der Ergebnisgüte, falls echte Werte der Verkehrsströme gegeben sind.

Zusätzlich kann ein Datenfile ausgegeben werden, das die berechneten (und ggf. echten) Werte der Verkehrsströme enthält; bei der Berechnung von Standardabweichungen werden hierauf die Konfidenzintervallgrenzen mitausgegeben.

Die Aussagen zum Rechenaufwand beinhalten die Rechenzeit und den Speicherplatzbedarf. Diese Aussagen sind zwar rechner- und programmspezifisch, erlauben aber dennoch einen relativen Vergleich der Verfahren; hierbei wurde nur der Aufwand für die Berechnung der Verkehrsströme zugrundegelegt, d.h. die Ein- bzw. Ausgabe sowie eine eventuelle Berechnung von Intervallschätzungen wurden nicht berücksichtigt.

## 2. Testnetze

### 2.1 Auswahl der Netze

Die Anwendung der vorgestellten Verfahren erfolgte zweistufig:

- in einer ersten Stufe wurden nur hypothetische Netze betrachtet, um grundlegende Eigenschaften der Verfahren herauszustellen,
- in der zweiten, wesentlicheren Stufe wurden dagegen reale ÖPNV-Netze betrachtet, da die Güte der mit den Verfahren erzielten Ergebnisse nur auf diese Weise realistisch beurteilt werden kann. Im folgenden wird daher nur noch auf diese zweite Stufe eingegangen.

Die Verfahren wurden im wesentlichen auf zwei Netze angewendet; bei der Auswahl dieser Netze wurde darauf geachtet, daß

- die erforderlichen Daten zur Verfügung standen, d.h. die Eingabedaten für die Verfahren (Meßwerte, Anteilsmatrix, Ausgangswerte) und die echten Werte der gesuchten Verkehrsströme zur Überprüfung der Ergebnisse,
- möglichst verschiedenartige Anwendungsfälle bzw. Netzgegebenheiten betrachtet werden konnten und damit die Gültigkeit der Aussagen nicht auf ein spezielles Netz beschränkt bleibt.

Als Ergebnis dieser Überlegungen wurden die ÖPNV-Netze von Karlsruhe und Pforzheim (im folgenden abgekürzt mit KA bzw. PF) ausgewählt: unter Vereinfachung des Netzaufbaus (s. 2.2.1) wurde im Fall Karlsruhe das Straßennetz (mit Ausnahme einer Strecke) und im Fall Pforzheim das Busnetz (mit Ausnahme von zwei Streckenästen) in die Anwendung miteinbezogen. Für beide Netze standen jeweils zwei Quelle-Ziel-Matrizen aus verschiedenen Jahren zur Verfügung, welche die Ausgangsmatrix

und die echte Matrix darstellen (VBK, 1965 bzw. 1970 und PTV, 1983). Darüberhinaus wurde auch das Straßennetz in Freiburg betrachtet, für das jedoch nur eine Matrix bekannt war (FVAG et al., 1981).

## 2.2 Beschreibung der Netze

### 2.2.1 Aufbau der Netze

Um den Einfluß der Netzgestalt auf die Ergebnisse zu erfassen, wurden für beide Städte jeweils 6 Teilnetze unterschiedlicher Größe betrachtet, die aus den vollständigen Netzen abgeleitet sind; aus Gründen der Vergleichbarkeit haben entsprechende Teilnetze für beide Städte jeweils eine gleiche Haltestellenanzahl. Die Abb. 11 a/b zeigen die betrachteten Netze\*).

Die Haltestellen dieser Netze stellen dabei nur dann reale Haltestellen dar, wenn diese zentrale Haltestellen sind und daher ein besonders hohes Verkehrsaufkommen aufweisen; i.a. entsprechen sie einer zu einem Bezirk zusammengefaßten Gruppe von Haltestellen. Diese Zusammenfassung wurde vorgenommen, um nicht zu kleine Verkehrsströme zu erhalten. Es wurde darauf geachtet, daß möglichst solche Bezirke gebildet wurden, die nur sehr geringen Binnenverkehr aufweisen; dies ist im Hinblick auf die Realität erforderlich, wo andernfalls die gemessenen Ein- und Aussteigerzahlen um den Binnenverkehr korrigiert werden müssten. Bei der Linienfestlegung für die vorgestellten Netze wurden nur diejenigen Linien berücksichtigt, die in der Realität zum Zeitpunkt der zweiten Erhebung verkehrten. Um den Einfluß der Linienführung auf die Ergebnisse zu erfassen, wurden davon abwechselnd bei einigen Netzen auch eine andere Linienführung betrachtet.

---

\*) Anmerkung: die Abbildungen bzw. Tabellen zu den Testnetzen und den hierfür erzielten Ergebnissen sind zusammengefaßt am Ende des Textes aufgeführt.

Beim Netzaufbau wurde darauf geachtet, daß sowohl typische Eigenschaften der Gesamtnetze sich in den Teilnetzen widerspiegeln als auch verschiedene Einflüsse auf die Ergebnisse untersucht werden können; hierbei sind insbesondere zu nennen

- Einfluß der Netzgröße,
- Einfluß der Haltestellenanordnung (Anzahl End-, Umsteigehaltestellen),
- Wirkung der Aufspaltung eines Bezirks in mehrere Einzelhaltestellen bei gleicher Gesamtfahrtenanzahl.

Die Tab. 9 a/b enthalten für die entwickelten Netze zugehörige Angaben zu

- der Netzcharakteristik (Haltestellen, Strecken, Linien)
- der Anzahl der Verkehrsströme einschließlich der Anteile der alternativen Routen,
- der Änderung des Verkehrsaufkommens im Gesamtnetz und dem Anteil an Umsteigevorgängen,
- dem Mittelwert für die Änderungen der Verkehrsströme,
- der Bedeutung der Haupthaltestelle für das Verkehrsaufkommen und den Umsteigeverkehr.

Die beiden Teilnetze mit 7 Haltestellen, für die später die Ergebnisse beispielhaft verdeutlicht werden, sind in den Abb. 12 a/b dargestellt; die zugehörigen vollständigen Matrizen aus beiden Erhebungsjahren mit den jeweiligen Änderungen sind in den Tab. 10 a/b enthalten.

## 2.2.2 Unterschiede der Netze

### 2.2.2.1 Datengrundlagen

Für die Netze beider Städte sind Matrizen aus zwei verschiedenen Erhebungsjahren gegeben: die Matrizen für Karlsruhe stammen aus den Jahren 1964 und 1970, für Pforzheim wurden sie 1972 bzw. 1983 ermittelt; damit ist der zeitliche Unterschied zwischen den beiden Matrizen in Pforzheim um fünf Jahre größer.

### 2.2.2.2 Netzstruktur

Karlsruhe hat ein vermaschtes Netz mit mehreren wichtigen Umsteige Haltestellen, für Pforzheim dagegen ist eine ausgesprochen radiale Netzstruktur mit im wesentlichen nur einer bedeutenden Umsteige Haltestelle kennzeichnend. Diese Haltestelle (Haltestelle 3 in Abb. 12 b) ist gleichzeitig eindeutig das Zentrum des Netzes und liegt in der Nähe des Hauptbahnhofs, wohingegen es in Karlsruhe mit Ausnahme des Netzes mit sechs Haltestellen mindestens zwei nahezu gleichrangige zentrale Haltestellen gibt (Haltestelle 3 und 4 in Abb. 12 a); darüberhinaus hat in Karlsruhe vor allem bei den größeren Netzen auch die Haltestelle 7 (Hauptbahnhof) ein hohes Verkehrsaufkommen. Als Folge der vermaschten Netzstruktur gibt es in Karlsruhe auch schon bei kleineren Netzen Verkehrsströme, denen alternative Routen zur Verfügung stehen; bei den größeren Netzen ist in Karlsruhe der Anteil an Alternativrouten geringer als in Pforzheim, da aufgrund der Linienführung viele Alternativrouten ausscheiden.

Die vermaschte Netzgestaltung bedingt ferner, daß es in Karlsruhe eine höhere Streckenanzahl als in Pforzheim gibt; dies ist später beim Vergleich der Ergebnisse mit der Eingangsgröße "Streckenbelastungen" zu beachten.

### 2.2.2.3 Verkehrsaufkommen

Das Verkehrsaufkommen ist in Karlsruhe bei allen Netzen deutlich höher als in Pforzheim, weshalb in Pforzheim insbesondere bei den großen Netzen viele Verkehrsströme klein sind. Mit Ausnahme der Netze mit sechs Haltestellen ist in Pforzheim als Folge der Radialstruktur der Anteil der Haupthaltestelle am Gesamt-Verkehrsaufkommen wesentlich höher als in Karlsruhe. Während es in Karlsruhe z.T. auch auf den äußeren Linienästen noch bedeutenden Binnenverkehr zwischen den Haltestellen gibt, ist dies in Pforzheim mit vorwiegend radialen Verkehrsströmen weniger der Fall.

### 2.2.2.4 Linienführung

In Pforzheim gibt es sowohl Radial- als auch Durchmesserlinien, im betrachteten Karlsruher Straßenbahnnetz dagegen fast ausschließlich Durchmesserlinien. Dies hat in den betrachteten Netzen für Pforzheim eine höhere Anzahl an Umsteigevorgängen zur Folge, die allerdings fast ausschließlich auf die zentrale Haltestelle konzentriert sind.

### 2.2.2.5 Änderung in der Matrixstruktur

Beim Vergleich der jeweiligen Matrizenpaare für die beiden Städte zeigen sich deutliche Unterschiede: bei den Pforzheimer Netzen können wesentlich umfangreichere Verschiebungen in der Struktur der Matrix beobachtet werden.

Während in Karlsruhe bei allen Netzen das Verkehrsaufkommen im Vergleichszeitraum gestiegen ist, hat es in Pforzheim durchweg abgenommen. Nach den einzelnen Haltestellen differenziert stehen in Karlsruhe vielen mit-

telgroßen Zunahmen nur wenig kleine Abnahmen gegenüber; hierbei ist der Anteil der Haupthaltestelle am Gesamtverkehrsaufkommen konstant geblieben und beträgt in Netz 7 25 %. In Pforzheim stehen vielen, z.T. starken Abnahmen nur wenige Zunahmen gegenüber; die Abnahme betrifft vor allem die Haupthaltestelle, deren Anteil am Gesamtverkehrsaufkommen deutlich zurückging: im Netz 7 um 8 % auf 32 %. Die mittleren betragsmäßigen Änderungen sind bei allen Netzen in Pforzheim sowohl absolut als auch prozentual wesentlich höher als in Karlsruhe.

## 2.3 Ermittlung der Eingabedaten

### 2.3.1 Datenbedarf

Die Verfahren zur Bestimmung der Quelle-Ziel-Matrix benötigen als Eingabedaten (vgl. Abschnitt 1.4):

- die Anteilsmatrix (nicht erforderlich für die Wachstumsfaktor-Verfahren)
- die Namen der Verkehrsströme
- die Meßwerte
- eine Ausgangsmatrix (zwingend erforderlich nur für die Wachstumsfaktor-Verfahren).

Zur Beurteilung der Ergebnisse mußte ferner die gesuchte Matrix bekannt sein.

Als Ausgangsmatrix konnten die jeweils ältere Matrix, als gesuchte Matrix die aktuellere Matrix unter Entfernung der für die betrachteten Teilnetze nicht benötigten Matrixelemente übernommen werden. Die Namen der Verkehrsströme wurden frei gewählt. Problematischer war die Vorgabe der Meßwerte und der Anteilsmatrix. Um fehlerhafte Meßwerte, Inkonsistenzen u.ä. von vornherein auszuschließen, wurde nicht von echten Meßwerten ausgegangen; stattdessen wurden die Meßwerte mithilfe der

bei der Erhebung ermittelten Verkehrsströme aus der Matrix rückwirkend bestimmt. Bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen entsprechen (ohne Richtungs- bzw. Linienunterscheidung) die so gebildeten Meßwerte den Summen aller zu einer Haltestelle hin- bzw. von ihr wegführenden Verkehrsströme; bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen mußten die Meßwerte unter Beachtung der Anteilsmatrix gebildet werden. Diese Anteilsmatrix enthält für den Fall von alternativen Routen (d.h. Mehrwegumlegung) Werte zwischen 0 und 1; es wurde versucht, solche Werte unter Berücksichtigung der Linienführung, der Fahrplananschlüsse bei Umsteigeverbindungen, der Ausstattung der Umsteigehaltestelle usw. möglichst realistisch zu schätzen.

### 2.3.2 Erstellung der Eingabedateien

Da insbesondere für die größeren Netze umfangreiche Eingabedaten erforderlich sind, wurde ein Programm zur Erstellung der Eingabedateien entwickelt. Dieses Programm "DATEN" erstellt aus den jeweiligen Matrizen und einer vorzugebenden Netzkonfiguration, die durch eine Festlegung der Haltestellen, Strecken, Linien und Routen gekennzeichnet ist, sämtliche für die Programme "VSTROM" und "WACHS" erforderlichen Eingabedateien, sofern die Meßwerte nicht nach Richtungen oder Linien unterschieden werden. Dieses Programm ist auch geeignet, in einem realen Anwendungsfall, wo die Meßwerte gegeben und die gesuchten Werte unbekannt sind, die zur Berechnung unabdingbaren Anteilsmatrizen einfach zu erstellen.

### 3. Genauigkeitskriterien

Zur Beurteilung der Ergebnisse wurden Kenngrößen betrachtet, die Aussagen sowohl zur globalen Genauigkeit der Lösung als auch zur Genauigkeit der berechneten Werte der einzelnen Verkehrsströme erlauben.

#### 3.1 Beurteilung der globalen Genauigkeit

Es wurden mehrere verschiedene Kriterien auf die Ergebnisse mit den Testnetzen angewendet (vgl. 3.2); da bei der Beurteilung der Ergebnisse hier aber eine Beschränkung auf nur wenige Kriterien erfolgt, werden nur diese vorgestellt.

- Bestimmtheitsmaß

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (t_{ij} - \hat{t}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (t_{ij} - \bar{t}_{ij})^2}$$

wobei

$t_{ij}$  = echter Wert

$\hat{t}_{ij}$  = berechneter Wert

$\bar{t}_{ij}$  = Mittelwert der echten Werte

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij}$$

$m$  = Anzahl der Ströme

Das Bestimmtheitsmaß ist umso größer, je besser die geschätzten mit den berechneten Werten übereinstimmen. Im Extremfall einer völligen Übereinstimmung hat das Bestimmtheitsmaß den Wert 1. Bei der Benutzung des Bestimmtheitsmaßes in diesem Zusammenhang ist zu beachten, daß es für große Abweichungen negative Werte annehmen kann.

Das Bestimmtheitsmaß allein ist nicht geeignet zur Beurteilung der Güte von Schätzungen, da es wenig empfindlich ist und trotz großer Fehler noch relativ hohe Werte aufweisen kann. Insbesondere gilt dies für Matrizen, die nur wenige Verkehrsströme mit einem dem Mittelwert ähnlichen Wert haben; dies zeigt eine Abhängigkeit des Bestimmtheitsmaßes von der Stadtstruktur (vgl. HUTCHINSON et al., 1981, S. 229).

- Mittlere quadratische Abweichung

$$MQA = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (t_{ij} - \hat{t}_{ij})^2}$$

Die mittlere quadratische Abweichung ist geeignet, um die Fehler bei unterschiedlichen Matrizenschätzungen für das gleiche zugrundeliegende Netz zu beurteilen; sie sollte jedoch nicht dazu verwendet werden, um Ergebnisse für verschiedene Netze, d.h. Netze mit unterschiedlicher Gesamtfahrtenanzahl zu vergleichen. Bei Übereinstimmung zwischen den berechneten und tatsächlichen Werten hat die mittlere quadratische Abweichung den Wert Null.

Um die Unterschiede bei der mittleren Fahrtenanzahl zu berücksichtigen, wird folgende Normierung vorgenommen (MAY et al., 1981, S. 30):

$$MQA^{norm} = \frac{m}{T_s} \cdot MQA = \frac{m}{T_s} \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (t_{ij} - \hat{t}_{ij})^2}$$

wobei

$$T_s = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij} \text{ (tatsächliches Verkehrsaufkommen).}$$

Nach HUTCHINSON et al. (1981, S. 302) ergeben sich bei einer solchen Normierung für Netze mit verschiedener mittlerer Fahrtenanzahl konsistente Ergebnisse, d.h. aus gleichen Ungenauigkeiten in den verschiedenen Datensätzen folgen gleiche Werte der Kenngröße.

### 3.2 Beurteilung der Genauigkeit der Einzelwerte

Um auch Aussagen darüber zu erhalten, wie sich die Ungenauigkeiten auf die einzelnen Verkehrsströme verteilen, wurden die Ströme in Abhängigkeit von ihren prozentualen Abweichungen in Klassen eingeteilt (vgl. BEIL, 1979, S. 42).

Die prozentuale Abweichung für einen einzelnen Verkehrsstrom berechnet sich zu

$$\frac{|t_{ij} - \hat{t}_{ij}|}{t_{ij}} \cdot 100 \%$$

wobei die Fehler unabhängig von ihrem Vorzeichen erfaßt werden; da sie für echte Werte von 0 nicht definiert ist, werden bei der Beurteilung der Verfahren in Abschnitt 4 die entsprechenden Ströme der Klasse mit den höchsten prozentualen Abweichungen zugewiesen. Fehler bei den schwachen Verkehrsströmen bedeuten höhere prozentuale Abweichungen als solche bei starken Verkehrsströmen.

Bei der Zuordnung zu Klassen wurde u.a. folgende Einteilung getroffen:

- Klasse 1: Ströme mit prozentualen Abweichungen von maximal 10 %.
- Klasse 2: Ströme mit prozentualen Abweichungen zwischen 10 und 25 %.
- Klasse 3: Ströme mit prozentualen Abweichungen von mehr als 25 %.

### 3.3 Berechnung der Kenngrößen

Um möglichst umfassend abgesicherte Aussagen zu erhalten, wurden außer den bereits vorgestellten Kenngrößen noch betrachtet:

- mittlere absolute Abweichung

$$A_a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (t_{ij} - \hat{t}_{ij})$$

- mittlere prozentuale Abweichung

$$A_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(t_{ij} - \hat{t}_{ij})}{t_{ij}} \cdot 100 \%$$

- Chi-Quadrat

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(t_{ij} - \hat{t}_{ij})^2}{\hat{t}_{ij}}$$

- Phi-Maß (HUTCHINSON et al., 1981, S. 296)

$$\phi = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J t_{ij} \cdot \ln \left| \frac{t_{ij}}{\hat{t}_{ij}} \right|$$

Die wichtigsten Kenngrößen werden unmittelbar in den Programmen "VSTROM" und "WACHS" berechnet; da eine Bestimmung aller Kenngrößen die Programme unnötig vergrößert hätte, wurde ein gesondertes Programm "KENN" entwickelt, das die Kenngrößen aus den von den Programmen "VSTROM" und "WACHS" ausgegebenen Datenfiles berechnet.

Im ersten Teil dieses Programms werden die o.a. Kenngrößen für die einzelnen Verkehrsströme jeweils auf das Netz bezogen berechnet. Die Beurteilung der Ergebnisse der Programme "VSTROM" und "WACHS" erfolgte jedoch nicht nur anhand der Einzelwerte der Verkehrsströme, sondern es wurden auch die Summen der Verkehrsströme (Einsteiger- bzw. Aussteigersumme) je Haltestelle (Bezirk) betrachtet. Da sich hierbei z.T. deutliche Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren zeigten, werden im zweiten Teil des Programms "KENN" daher auch Kenngrößen für die Unterschiede zwischen den berechneten und echten Verkehrsaufkommen der einzelnen Haltestellen bestimmt. Darüberhinaus werden im dritten Programmteil die Summen der Abweichungen für die Verkehrsströme je Haltestelle ermittelt, um Unterschiede in der Verteilung der Fehler auf die verschiedenen Haltestellen sichtbar zu machen.

#### 4. Ergebnisse für die Testnetze

##### 4.1 Überblick

##### 4.1.1 Wahl der Verfahren

Alle programmierten Verfahren wurden auf die Testnetze angewendet. Bei einigen Verfahren war hierbei eine Wahl der Eingabebedingungen nötig:

- Bei dem Verfahren nach BELL wurden (wie bei dem Verfahren nach BEIL) als Gewichte grundsätzlich die inversen Ausgangswerte gewählt, d.h. der Sonderfall der linearen Annäherung des Entropieverfahrens nach WILLUMSEN (vgl. II/2.2.4.3.2) betrachtet. Diese Entscheidung wurde getroffen, da eine solche Gewichtung in Testrechnungen die besten Ergebnisse brachte und außerdem andere Gewichte willkürlich gewählt werden müssten.
- Bei dem Verfahren nach MAHER mußten die Dispersionsmatrizen festgelegt werden: gemäß Teil II/2.2.7.3.1 kann es vor allem sinnvoll sein, die Varianzen der Ausgangswerte entweder alle gleich oder aber proportional zu den Ausgangswerten selbst anzunehmen. Da die Ergebnisse nach MAHER und BELL für den oben beschriebenen Sonderfall der Entropieannäherung identisch sind, wenn als Varianzen für die Ausgangswerte

$\tilde{D}_{\xi}$

- + im Fall mit verschiedenen Ausgangswerten die Ausgangswerte selbst ( $\tilde{D}_{\xi} = \tilde{T}$ ) und
- + im Fall gleicher Ausgangswerte ein für alle Ströme gleicher Wert (z.B.  $\tilde{D}_{\xi} = I$ )

gewählt werden, sind die Dispersionsmatrizen jeweils so angenommen werden, daß beide Verfahren unterschiedliche Ergebnisse liefern. Die Streuungen der Meßfehler werden voneinander unabhängig angenommen, weshalb die Kovarianzen der Meßwerte gleich Null sind. Dies ist in der Praxis eine glaubwürdige Annah-

me; da im ÖPNV i.a. nicht damit zu rechnen ist, daß Meßwerte mehrmals erhoben werden und damit eine Zeitreihe zur Berechnung der Dispersionsmatrix  $D_V$  zur Verfügung steht, ist diese Annahme mangels anderer Information naheliegend. Bei der Festlegung der Varianzen der Meßwerte bietet sich gemäß Teil II/2.2.7.3.1 vor allem die Möglichkeit an, sie proportional zu den Meßwerten selbst oder zu Null anzunehmen. Da die Meßwerte in den hier betrachteten Fällen aufgrund ihres Zustandekommens (vgl. 2.3.2) fehlerfrei sind, wurde bei Kovarianzen von Null (s.o.) dementsprechend  $D_V = 0$  angenommen. Die Berechnung des Ergebnisses erfolgte jeweils aufgrund der Methode mit Inversion, die sukzessive Vorgehensweise, die wegen der o.a. Wahl der Dispersionsmatrizen möglich gewesen wäre, wurde zur Ersparnis von Rechenzeit und Speicherplatz außer zu Vergleichszwecken nicht gewählt.

#### 4.1.2 Wahl der Vorgaben

Um eine einheitliche Basis für den Vergleich der Verfahren zu erhalten, wurde von für alle Verfahren gleichen Vorgaben ausgegangen: daher wurden

- bei den Verfahren nach REGAN und MAHER nur die linear unabhängigen Zeilen in die Berechnung aufgenommen; bei dem Verfahren nach MAHER war das schon deshalb erforderlich, weil fehlerfreie Meßwerte (s.o.) angenommen wurden (vgl. II/2.2.7.3.2),
- Ausgangswerte von 0 in 1 verändert und alle Ausgangswerte normiert, wobei die Normierung auf die Verfahren nach BELL, REGAN und MAHER ohne Einfluß ist,
- bei dem Verfahren nach MAHER  $D_V = 0$  gewählt (s.o.), damit alle Verfahren beim Einsetzen der berechneten Verkehrsströme in das lineare Gleichungssystem die Meßwerte reproduzieren.

#### 4.1.3 Vorgehen

Zu Beginn wird versucht, grundlegende Unterschiede in der Eignung der Verfahren zur Schätzung von Quell-Ziel-Matrizen in Abhängigkeit von den Eingabedaten herauszustellen; hierbei wird unterschieden in Einflüsse der Meßwerte (Abschnitt 4.2) und der Zusatzinformation (Abschnitt 4.3). Im Anschluß daran werden in Abschnitt 4.4 von den Eingabedaten unabhängige Einflüsse auf die Ergebnisgenauigkeit dargestellt. Abschließend wird in Abschnitt 4.5 versucht, Aussagen zur Stabilität der Ergebnisse herzuleiten.

Im Sinne einer möglichst allgemeinen Gültigkeit werden grundlegende Aussagen unabhängig von der Netzgröße weitgehend auf Basis der Ergebnisse für alle der in Abschnitt 2.2 beschriebenen 12 Netze für Karlsruhe bzw. Pforzheim getroffen; für spezielle Fragestellungen wurden z.T. nur einige Karlsruher Netze herausgegriffen, sofern eine Übertragbarkeit gewährleistet ist. Grundlage für die Aussagen ist jeweils der Vergleich zwischen den berechneten und echten Werten der Verkehrsströme; hierbei erfolgt eine Konzentration auf die globalen Kenngrößen Bestimmtheitsmaß bzw. normierte mittlere quadratische Abweichung (MQA) sowie auf die prozentuale Klasseneinteilung der einzelnen Verkehrsströme. Die Anwendung zweier globalen Kenngrößen war erforderlich, da nicht von vornherein davon ausgegangen werden konnte, daß beide Größen die gleichen Schlußfolgerungen zulassen und weil das Bestimmtheitsmaß

- strukturabhängig ist (vgl. Abschnitt 3.1),
- beim Vergleich schon guter Lösungen bestehende Unterschiede stark nivelliert,
- bei schlechten Lösungen überempfindlich reagiert (z.B. negative Werte annimmt).

Die normierte MQA dagegen erwies sich in ihrem Verhalten als wesentlich gleichmäßiger; bei ihrer Darstellung mussten allerdings verschiedene Maßstäbe benutzt werden. Bei der prozentualen Klasseneinteilung ist insbesondere bei großen Netzen zu beachten, daß Verkehrsströme mit kleinen Werten das Ergebnis am meisten beeinflussen. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden die Einzelabweichungen zwischen den berechneten und tatsächlichen Strömen speziell an den Netzen mit 7 Haltestellen graphisch dargestellt.

#### 4.2 Einflüsse der Meßwerte

Nachfolgend wird versucht, Unterschiede zwischen den Verfahren in Abhängigkeit von den Meßwerten herauszuarbeiten. Die Aussagen erfolgen vorwiegend anhand der Netze für Karlsruhe, weil hierfür die Ergebnisse weitgehend unabhängig davon sind, ob eine alte Matrix als Zusatzinformation zur Verfügung stand oder nicht; dieser für Pforzheim entscheidende Einfluß wird im Abschnitt 4.3.2.1 untersucht. Es wird jeweils immer eine alte Matrix als Zusatzinformation und, sofern nicht anders erwähnt, ein vollständiger Eingabedatensatz (d.h. eine Erhebung aller für die jeweilige Eingangsgröße möglichen Meßwerte) vorausgesetzt.

##### 4.2.1 Wahl der Eingangsgrößen

###### 4.2.1.1 Unterschiede zwischen den Eingangsgrößen

Eine Wahl der Eingangsgrößen Haltestellenbelastungen oder Streckenbelastungen ist nur bei den Verfahren aus dem Programm "VSTROM" möglich. Unabhängig von der Netzgestaltung und der Art der Zusatzinformation konnte bei den untersuchten Netzen festgestellt werden, daß die Ergebnisse

- bei gleicher Anzahl linear unabhängiger Gleichungen bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (künftig mit Basis H bezeichnet) besser sind als bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen (künftig mit Basis S bezeichnet),
- die Unterschiede zwischen den verschiedenen Verfahren bei der Basis H geringer sind.

Grund hierfür ist, wie eine Analyse der berechneten und echten Werte für den Quell- und Zielverkehr der einzelnen Haltestellen zeigt, daß bei Basis S für Nicht-Endhaltestellen z.T. große Abweichungen auftreten; dies bedeutet, daß bei Basis H die Verkehrsströme über die Sollsummen je Haltestelle wesentlich besser der Wirklichkeit angepaßt werden. Das Verfahren nach BEIL reagiert auf das Fehlen solcher Sollsummen der Ein- und Aussteiger schlechter als alle anderen Verfahren, da es bei Basis S die Tendenz hat, zu vielen Meßwerten beitragende Ströme (z.B. Durchmesserbeziehungen) groß zu schätzen. Dies bedeutet eine Verzerrung der Realität, wo Durchmesserbeziehungen von einem Vorort über das Zentrum zum anderen Vorort in der Regel nur schwachen Verkehr aufweisen. Bei der Basis S stimmen daher die Ergebnisse nur für die Verfahren nach BELL (bzw. MAHER), WILLUMSEN, REGAN und VAN ZUYLEN weitgehend überein. Bei der Basis H liefern jeweils zwei Verfahren identische Ergebnisse:

- Verfahren nach BEIL und Verfahren nach BELL (bzw. MAHER),
- Verfahren nach WILLUMSEN und VAN ZUYLEN.

Da die beiden loglinearen Verfahren nach WILLUMSEN bzw. VAN ZUYLEN identische (Basis H) oder nahezu identische (Basis S) Ergebnisse liefern (vgl. II/2.3.9), werden diese künftig meist zusammengefaßt unter dem Verfahren nach WILLUMSEN behandelt, sofern nicht deutliche Unterschiede bestehen.

In den Abb. 13 a/b und 14 a/b sind die Ergebnisse der beiden Eingangsgrößen S und H für alle Karlsruher Netze dargestellt. Abb. 13 a/b enthält die normierte MQA, Abb. 14 a/b das Bestimmtheitsmaß. Aus beiden Darstellungen folgt:

- Basis H ergibt bei den kleineren Netzen trotz einer geringen Anzahl von linear unabhängigen Gleichungen bessere Ergebnisse als Basis S; erst bei den größeren Netzen, wo die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen bei Basis H ohne Richtungsunterscheidung um bis zu 10 % (Netz KA 23) unter der bei Basis S liegt, sind die Ergebnisse bei Basis S besser. Die Ergebnisse bei Basis H sind ausgeglichener.
- Zusätzlich gilt für Karlsruhe, daß bei beiden Eingangsgrößen das Verfahren nach WILLUMSEN (bzw. VAN ZUYLEN) die besten Ergebnisse hat. Die schlechtesten Lösungen ergeben sich für Basis H bei dem MAHER-Verfahren mit  $D\tilde{\xi} = I$ , für Basis S bei dem Verfahren nach BEIL. Diese Aussagen sind nicht auf Pforzheim übertragbar (vgl. Abschnitt 4.3.2.1.2).

Um die Ergebnisse nicht nur global für ein ganzes Netz, sondern unmittelbar auf die Verkehrsströme des Netzes bezogen darzustellen, wird künftig eine Darstellung gewählt, bei welcher exemplarisch für zwei Netze (der Übersichtlichkeit wegen die Netze KA 7 und PF 7) die Abweichungen zwischen den berechneten und tatsächlichen Werten unmittelbar ersichtlich sind: hierbei werden in einem Koordinatensystem die berechneten Werte über den tatsächlichen aufgetragen, so daß bei völliger Übereinstimmung (Bestimmtheitsmaß = 1 bzw. normierte MQA = 0) alle berechneten Werte auf der durch den Nullpunkt gehenden Winkelhalbierenden liegen. Die Abb. 15 a/b (Basis H) und 16 a/b (Basis S) zeigen für das Netz KA 7 die Ergebnisse aller Verfahren; die Darstellung wurde in lineare und nichtlineare Verfahren unterteilt, um

die Ähnlichkeiten erkennbar zu machen. Deutlich wird die Übereinstimmung der Ergebnisse nach BEIL und BELL bzw. WILLUMSEN und VAN ZUYLEN bei Basis H; Unterschiede zwischen den Lösungen nach WILLUMSEN und VAN ZUYLEN bei Basis S sind kaum wahrnehmbar. Bei dem Vergleich der Abbildungen werden die schlechten Ergebnisse nach BEIL bei Basis S sichtbar.

#### 4.2.1.2 Kombination der Eingangsgrößen

Eine Möglichkeit, die Ergebnisse ohne Änderung der Zusatzinformation zu verbessern, besteht darin, durch Kombination der Eingangsgrößen H und S bei gleichbleibender Anzahl der Unbekannten die Anzahl der Gleichungen zu erhöhen (vgl. II/2.1.2.2); aufgrund von linearen Abhängigkeiten (vgl. II/1.3.1.3) ist der Rang des neuen Gleichungssystems i.a. jedoch wesentlich kleiner als die Summe aus den Rängen der getrennten Gleichungssysteme. Die Anzahl der zusätzlichen linear unabhängigen Gleichungen hängt von der Netzstruktur ab: bei einem Netz mit im Vergleich zur Gesamthaltestellenanzahl relativ vielen Endhaltestellen ist die Anzahl geringer als bei einem Netz mit relativ wenigen Endhaltestellen (vgl. 4.4.1).

Eine Zusammenfassung der Meßwerte für beide Eingangsgrößen verbessert insbesondere die Ergebnisse bei Basis S allein und macht die Ergebnisse der verschiedenen Verfahren ausgeglichener, was aus dem Einfluß der Haltestellenmeßwerte (Ausgleich auf die Sollsummen) zurückzuführen ist; die Verbesserung der Ergebnisse bei Basis H ist wesentlich geringer. Bei der Kombination der beiden Eingangsgrößen gilt wie bei der Basis H allein, daß die Verfahren nach BEIL und BELL (bzw. MAHER) bzw. WILLUMSEN und VAN ZUYLEN identische Ergebnisse haben.

Die Abb. 17 a/b zeigen die Ergebnisse für alle Karlsruher Netze bei einer Kombination der Eingangsgrößen: deutlich werden die im Vergleich zu den Abb. 13 und 14 ausgeglicheneren Lösungen. In Abb. 18 a/b sind für die Verfahren nach WILLUMSEN und BEIL die Ergebnisse bei den verschiedenen Eingangsgrößen und bei ihrer Kombination gegenübergestellt; in nahezu allen Fällen sind bei einer Kombination die Lösungen besser. Abb. 19 a/b enthält die zugehörigen Ergebnisse für die Verkehrsströme des Netzes KA 7.

#### 4.2.2 Besonderheiten

##### 4.2.2.1 Verfälschte Meßwerte

Bei der Eingangsgröße H muß beachtet werden, daß die Meßwerte an Umsteigehaltestellen durch Umsteiger verfälscht sind; d.h. die Einsteigersumme (bzw. Aussteigersumme) enthält nicht nur die an der Umsteigehaltestelle ihre Fahrt beginnenden (bzw. beendenden) Fahrgäste, sondern zusätzlich noch die umsteigenden Fahrgäste. Wenn ausreichendes Wissen über die für den Umsteigeverkehr in Frage kommenden Verkehrsströme und ihre Anteile vorhanden ist, kann dies bei der Aufstellung der Gleichungen berücksichtigt werden; in diesem meist vorliegenden Fall gehen die Meßwerte unverändert in die den Umsteigeverkehr berücksichtigenden Gleichungen ein. Ist dieses Wissen (z.B. bei stark vermaschten Netzen) aber nicht vorhanden, müssen die Meßwerte berichtigt werden, bevor sie in die Gleichungen ohne Umsteigebeziehungen eingehen; richtige Meßwerte sind nur aufgrund einer Befragung der ein- und aussteigenden Fahrgäste an solchen Haltestellen möglich. Da dies einen großen Aufwand bedeutet, wurde an den vorliegenden Netzen geprüft,

- wie stark sich eine Verfälschung durch Umsteiger auf die Ergebnisse auswirkt und
- welche Folgen ein Weglassen der entsprechenden Meßwerte hat.

Dazu wurde bei den Karlsruher Netzen die Ergebnisse mit folgenden Eingabedatensätzen bestimmt:

- Basis H: berichtigte Haltestellenbelastungen (Abb. 13/14)
- Basis H: verfälschte Haltestellenbelastungen (Abb. 20 a/b)
- Basis H + S: Streckenbelastungen und Haltestellenbelastungen an den Nicht-Umsteigehaltestellen (Abb. 21 a/b)
- Basis H + S: Streckenbelastungen und berichtigte Haltestellenbelastungen (Abb. 17 a/b)
- Basis H + S: Streckenbelastungen und verfälschte Haltestellenbelastungen (Abb. 22 a/b)

Die Ergebnisse dieser Eingabebedingungen wurden für die Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN in den Abb. 23 a/b gegenübergestellt. Die Abbildungen zeigen für alle Verfahren eine wesentliche Verschlechterung der Ergebnisse, wenn verfälschte Haltestellenmeßwerte in den Eingabedaten enthalten sind. Das Verfahren nach MAHER mit  $D\ddot{x}=I$  reagiert am geringsten auf falsche Meßwerte. Ein Weglassen der nicht berichtigten Meßwerte der Umsteigehaltestellen bei einer Kombination der beiden Eingangsgrößen bedeutet nur eine geringe Verschlechterung gegenüber den vollständigen Eingabedaten (mit berichtigten Meßwerten), ergibt jedoch wesentlich bessere Ergebnisse als ohne Kombination, sofern die Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen wächst (Abb. 24 a/b). Damit ist es bei ungenügendem Wissen über den Umsteigeverkehr also wesentlich besser, an den Umsteigehaltestellen nicht zu zählen, anstatt dort ermittelte, nicht berichtigte Zählwerte den Verfahren vorzugeben. Zumindest in

Karlsruhe ist das Verfahren nach BEIL ohne Meßwerte der Umsteige Haltestellen auch bei Kombination beider Eingangsgrößen nicht verwendbar, weil gerade die Sollsummen derjenigen Nicht-Endhaltestellen fehlen, die am meisten zur Korrektur des bei Basis S schlechten Ergebnisses beitragen würden (vgl. 4.2.1.1). Ein solcher Datensatz ist aber nicht vollständig, weshalb diesbezüglich auf Abschnitt 4.2.2.2 verwiesen wird. Die gemachten Aussagen gelten auch für die Wachstumsfaktor-Verfahren; allerdings sind dort nur vollständige Eingabedaten auf Basis H möglich.

#### 4.2.2.2 Fehlende Meßwerte

In vielen Fällen ist es aus Kostengründen nicht möglich, eine vollständige Verkehrszählung durchzuführen, d.h. an allen Meßstellen, die linear unabhängige Meßwerte liefern, die Belastungen zu erheben. Daraus folgt aber, daß

- der Rang des aufzustellenden Gleichungssystems kleiner ist als maximal möglich und
- es Ströme gibt, die zu keinem der erhobenen Meßwerte beitragen.

Fehlende Meßwerte haben in Abhängigkeit von der Güte der Gewichtung z.T. erhebliche negative Auswirkungen auf das Ergebnis. Das Verfahren nach MAHER mit  $D\tilde{\xi}=I$  reagiert am wenigsten auf fehlende Meßwerte, ist jedoch meist schlechter als die anderen Verfahren. Bei vielen fehlenden Meßwerten gleichen sich die Ergebnisse des MAHER-Verfahrens mit  $D\tilde{\xi}=I$  jedoch denen der anderen Verfahren (und damit auch MAHER mit  $D\tilde{\xi}=\tilde{T}$ ) an. Das Verfahren nach BEIL schneidet am ungünstigsten ab, weil die Ausgangswerte nur als Gewichte verarbeitet werden. Dies hat bei fehlenden Meßwerten einen viel größeren Spielraum für die Werte der im Gleichungssystem verbleiben-

den Verkehrsströme zur Folge als bei den anderen Verfahren, wo die Lösung durch die vorgegebenen Ausgangswerte stärker festgelegt ist (vgl. II/2.3.6.1). Darüberhinaus werden die nicht zu einem Meßwert beitragenden Ströme zu Null bestimmt, während bei den anderen Verfahren der Ausgangswert unverändert bleibt (vgl. II/2.3.7); dies bedeutet bei Verwendung einigermaßen zutreffender Ausgangswerte (alte Matrix) als Gewichte nur geringe Abweichungen vom echten Wert.

Die Auswirkung fehlender Meßwerte auf die im Gleichungssystem verbleibenden Ströme ist abhängig von der Art der Eingangsgröße: i.a. ist bei Basis H die Wirkung eher lokal, d.h. es ändern nur die Ströme ihre Werte, die zu dem fehlenden Meßwert beitragen, während bei Basis S auch andere Ströme in gleicher Richtung betroffen sind, weil sich die Auswirkungen auf die vorher- und nachherliegenden Strecken fortpflanzen. Weiterhin bedeutet bei Basis S ein fehlender Meßwert immer auch einen nicht im Gleichungssystem enthaltenen Verkehrsstrom, was bei Basis H, wo jeder Strom in mindestens zwei Meßwerten enthalten ist, bei geschickter Wahl der Meßwerte vermieden werden kann.

Die Auswirkungen fehlender Meßwerte auf die Einzelströme des Netzes KA 7 sind in den Abb. 25 a/b und 26 a/b beispielhaft für die Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN dargestellt, wobei jeweils die größten Meßwerte entfernt wurden. Abb. 25 enthält die Ergebnisse bei Basis H, Abb. 26 bei Basis S. Ersichtlich sind die geringeren Auswirkungen bei Basis H und wesentlich schlechtere Ergebnisse für das Verfahren nach BEIL, wo die nicht in Meßwerten enthaltenen Ströme den Wert Null haben.

Die Auswirkungen fehlender Meßwerte hängen auch von der absoluten Größe dieser Werte ab. Dies zeigen die Abb. 27 (Basis H) und 28 (Basis S) für alle Verfahren anhand der globalen Kenngrößen für die Netze KA 7 und KA 23,

wenn ca. 20 % der linear unabhängigen Gleichungen fehlen. Es wurden jeweils die Ergebnisse gegenübergestellt, wenn

- alle Meßwerte erhoben wurden,
- ca. 20 % der kleinsten Meßwerte fehlen bzw.
- ca. 20 % der größten Meßwerte fehlen.

Für die Testnetze gilt, daß es günstiger ist, kleine Meßwerte nicht zu erfassen und daß die Auswirkung einer gleichen Anzahl fehlender Gleichungen bei großen Netzen geringer ist. Große Meßwerte sollten auch schon deshalb erfaßt werden, weil die Werte der starken Verkehrsströme wichtiger sind als die der schwachen Ströme.

#### 4.3 Einflüsse der Zusatzinformation

Nachdem in Abschnitt 4.2.1 der Unterschied zwischen den Eingangsgrößen Haltestellen- bzw. Streckenbelastungen erläutert wurde, wird im folgenden hauptsächlich die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (ohne Unterscheidung nach Richtung bzw. Linien) zugrundegelegt. Diese wurde der Eingangsgröße Streckenbelastungen vorgezogen, da

- sie einen Vergleich mit den Wachstumsfaktor-Verfahren ermöglicht,
- sie wegen der Anpassung an die Sollsummen der Ein-/Aussteiger fast immer bessere Ergebnisse liefert,
- sie ohne Zusatzinformation bei allen Verfahren ähnliche Ergebnisse zur Folge hat (vgl. 4.3.1) und daher Unterschiede in Abhängigkeit von der Zusatzinformation deutlicher macht,
- bei ihr die Anzahl der Meßwerte für die Karlsruher und Pforzheimer Netze gleich ist, was eine Voraussetzung für einen Vergleich der Ergebnisse ist.

Bei der Darstellung der Ergebnisse erfolgt eine Konzentration auf die Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN, die Vertreter der beiden gegensätzlichen Modelltypen

- lineare Verfahren bzw.
- nichtlineare Verfahren

sind. Alle anderen Verfahren haben zu einem dieser Verfahren Ähnlichkeit. Wegen identischer Ergebnisse ist im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen künftig mit der Bezeichnung "Verfahren nach BEIL" immer auch das Verfahren nach BELL (bzw. MAHER) und mit "Verfahren nach WILLUMSEN" das Verfahren nach VAN ZUYLEN gemeint.

#### 4.3.1 Keine Zusatzinformation

Aufgrund der Ergebnisse für Karlsruhe, Pforzheim und auch Freiburg kann vermutet werden, daß ohne Zusatzinformation für Netze realistischer Größe mit keinem der möglichen Verfahren zufriedenstellende Ergebnisse erhältlich sind. Grund hierfür ist die im Vergleich zur Anzahl der unbekanntenen Verkehrsströme kleine Anzahl an Gleichungen und die Tendenz der Verfahren, bei fehlender Zusatzinformation die Ströme möglichst ausgeglichen zu schätzen (vgl. II/2.3.5.1). Bei der Basis H ergibt das Verfahren nach WILLUMSEN eine Schätzung nach dem Gravitationsprinzip, d.h. die unbekanntenen Ströme werden so errechnet, als ob für sie eine Gewichtung aus den Ein- und Aussteigersummen nach dem Gravitationsprinzip vorgegeben wäre (vgl. 4.3.2.2).

In den Abb. 29 a/b bzw. 30 a/b sind die Ergebnisse der globalen Kenngrößen für die Karlsruher Netze für beide Eingangsgrößen enthalten; insbesondere bei diesem Fall wird deutlich, daß das Bestimmtheitsmaß beim Vergleich schlechter Lösungen viel stärker reagiert als die normierte MQA, indem es z.T. sogar negative Werte annimmt.

Der Vergleich der beiden Eingangsgrößen zeigt wie in Abschnitt 4.2.1 im Fall von Haltestellenbelastungen bessere und ausgeglichene Ergebnisse, die jedoch im Vergleich zu den Abb. 13 und 14 (abgesehen vom Netz KA 6) wesentlich schlechter sind. In den Abb. 31 a/b bzw. 32 a/b sind die Ergebnisse für die Pforzheimer Netze dargestellt. Der Vergleich zwischen Karlsruhe und Pforzheim zeigt für beide Städte bei den großen Netzen schlechte Ergebnisse, wobei die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen Abweichungen vergleichbarer Größe liefert. Die Übertragung der bei den großen Netzen gemachten Erfahrungen auf realistische ÖPNV-Netze läßt davon abraten, die vorgestellten Verfahren ohne Zusatzinformation anzuwenden; dies gilt auch für den Fall einer Kombination der beiden Eingangsgrößen H und S (vgl. Abb. 35).

Der Vergleich der Verfahren ergibt für Karlsruhe bei der Basis H die besten Ergebnisse mit dem Verfahren nach REGAN, die schlechtesten mit dem MAHER-Verfahren für  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$ ; bei der Basis S sind die Ergebnisse mit dem MAHER-Verfahren mit  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$  am besten und am schlechtesten mit dem Verfahren nach BEIL. In Pforzheim schneidet bei beiden Eingangsgrößen das Verfahren nach WILLUMSEN am günstigsten ab, die schlechtesten Ergebnisse treten bei dem bei dem MAHER-Verfahren mit  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$  (Basis H) bzw. BEIL (Basis S) auf. Die relativ guten Ergebnisse bei Basis H mit dem Verfahren nach WILLUMSEN bei allen kleinen Netzen in Pforzheim und dem Netz KA 6 sind eine Folge der bei diesen Netzen vorhandenen reinen Radialstruktur mit nur einer bedeutenden Haltestelle im Zentrum des Netzes. Bei solchen Netzen schneidet das Verfahren nach WILLUMSEN bei Basis H am besten ab, weil es ohne Zusatzinformation die Ströme nach dem Gravitationsprinzip in etwa zutreffend gewichtet.

In den Abb. 33 a/b bzw. 34 a/b sind exemplarisch für das Netz KA 7 die Ergebnisse für die Einzelströme dargestellt. Die gewählte Darstellungsform verdeutlicht die Tendenz der Verfahren, ohne Zusatzinformation die Ströme ausgeglichen zu schätzen, d.h. starke Ströme werden unterschätzt, schwache Ströme überschätzt. Dies ist insbesondere bei Basis S ausgeprägt, weil dann die Anpassung des berechneten Quell-/Zielverkehrs an die Sollsummen der Ein- und Aussteiger fehlt. Bei Basis S schneidet das Verfahren nach BEIL wegen seiner Tendenz, Durchmesserbeziehungen zu groß zu schätzen, besonders schlecht ab, und es werden für drei Ströme negative Werte berechnet. Bei Basis H ist das MAHER-Verfahren mit  $D_{\tilde{t}} = \tilde{T}$  wegen großer Streuungen am schlechtesten, ein Strom erhält einen negativen Wert. In den Abb. 33 und 34 sind die Ströme zwischen den beiden Zentren (Hst 3 und 4, vgl. Abb. 12a) besonders gekennzeichnet. Bei diesen Strömen treten für Basis H bei allen Verfahren die größten Abweichungen auf; am größten sind sie bei dem Verfahren nach WILLUMSEN; infolge der Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip erhalten die Ströme zwischen den beiden Zentren des Netzes die größten Gewichte, was jedoch im Gegensatz zur Realität steht, wo zwischen den Zentren aufgrund ihrer Nähe nur relativ geringer Verkehr ist. Die Ergebnisse der anderen Verfahren sind aufgrund einer weniger ausgeprägten Gravitationsgewichtung besser.

In den Abb. 35 a/b sind für die Verfahren nach WILLUMSEN und BEIL die Ergebnisse ohne Zusatzinformation für die beiden Eingangsgrößen und ihre Kombination gegenübergestellt.

Die Abbildungen zeigen

- die schlechten Ergebnisse bei Basis S mit einem maximalen Unterschied zwischen den errechneten Werten von nur ca. 1000 Fahrgästen (in Realität 2800 Fahrgäste),

- eine Verbesserung bei alleiniger Berücksichtigung der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen, wobei allerdings die Ströme zwischen Haltestellen mit großem Verkehrsaufkommen überschätzt sind und
- die besten Ergebnisse bei einer Kombination der Eingangsgrößen.

#### 4.3.2 Gewichtung

Ohne Zusatzinformation sind die Ergebnisse i.a. nicht verwertbar, weil die Ströme zu ausgeglichen berechnet werden; eine Verbesserung ist daher zu erwarten, wenn den Verfahren für die Ströme (vermutete) unterschiedliche Gewichte entsprechend ihrer tatsächlichen Größe eingegeben werden. Die Gewichtung bietet die entscheidende Möglichkeit, die Ergebnisse der Verfahren zu beeinflussen; in den meisten Fällen stellen die Gewichte Ausgangswerte dar, die mit den Verkehrszählungsergebnissen in Übereinstimmung zu bringen sind.

##### 4.3.2.1 Alte Matrizen

Die Benutzung von Werten der Verkehrsströme aus zurückliegenden Jahren (nachfolgend mit alten Werten bezeichnet) stellt den wichtigsten Sonderfall der Gewichtung dar, weshalb auch die Wachstumsfaktor-Verfahren entwickelt worden sind. In diesem Fall werden die Ergebnisse der Verkehrszählungen zur Aktualisierung der alten Werte benutzt. Die Güte der alten Werte entscheidet über die Güte des Ergebnisses; es muß daher überprüft werden, ob sich die Quelle-Ziel-Matrix zwischenzeitlich strukturell wesentlich verändert hat.

#### 4.3.2.1.1 Matrizen ohne Strukturveränderung

Unter der Voraussetzung, daß sich die Struktur der zu bestimmenden Matrix nicht wesentlich von jener der alten Matrix unterscheidet, stellt die Eingabe von alten Werten die wirkungsvollste Möglichkeit der Gewichtung dar. Im Fall der Basis S ist ein deutlicher Unterschied zwischen dem Verfahren nach BEIL und den anderen Verfahren zu erkennen; die Ergebnisse sind bei diesem Verfahren wesentlich schlechter, da die alten Werte nur als Gewichte und nicht als zu aktualisierende Ausgangswerte in die Rechnung eingehen (vgl. II/2.3.6.1). Beim MAHER-Verfahren hat die Eingabe von  $D\tilde{\xi} = I$  für beide Eingangsgrößen i.a. schlechtere Ergebnisse zufolge als bei  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$ .

Bei den Karlsruher Netzen kann aus den Aussagen in Abschnitt 2.2.2.5 geschlossen werden, daß die Struktur der Matrix in etwa erhalten blieb. Wegen der Ergebnisse aller Verfahren für diese Netze wird auf die Abb. 13 und 14 verwiesen, die den Abb. 29 und 30 für den Fall ohne alte Matrix gegenüberzustellen sind. Mit alter Matrix schneidet bei beiden Eingangsgrößen das Verfahren nach WILLUMSEN am günstigsten ab; die zugehörigen Verbesserungen des Ergebnisses ohne alte Matrix durch Hinzunahme der alten Matrix sind aus den Abb. 36 a/b ersichtlich. Auf die einzelnen Verkehrsströme im Netz KA 7 bezogen werden die Verbesserungen beim Verfahren nach WILLUMSEN in den Abb. 37 a/b sichtbar; sie treten vor allem bei den ohne Zusatzinformation überproportional groß geschätzten Strömen zwischen den Zentren ( $t_{34}$  bzw.  $t_{43}$ ) auf. Die Abb. 38 a/b zeigen, daß bei dem Verfahren nach WILLUMSEN die alten Werte der Ströme durch die Meßwerte tatsächlich in Richtung auf die echten Werte verändert werden. Für beide Eingangsgrößen wurden die alten Werte der Ströme und ihre Veränderung dargestellt, wenn sie als Gewichte in die Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN eingegeben werden. Insbesondere bei den starken Strömen werden die alten Werte deutlich

verbessert, ausgenommen ist allerdings das Verfahren nach BEIL bei Basis S; hier erfolgt größtenteils eine Verschlechterung, da die Berücksichtigung als Gewichte nicht ausreicht. Die Darstellung zeigt auch, daß die alten Werte der Ströme den echten einerseits zwar ziemlich entsprechen, andererseits aber doch auch strukturelle Änderungen aufgetreten sind; die Werte liegen teils über, teils unter den echten Werten mit einer maximalen Abweichung von ca. 800 Fahrgästen.

Die Ergebnisse mit den Wachstumsfaktor-Verfahren, die nur bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen anwendbar sind, können global für die Karlsruher Netze den Abb. 39 a/b und auf die einzelnen Ströme im Netz KA 7 bezogen der Abb. 40 entnommen werden. Die Ergebnisse sind für alle Verfahren außer dem Einheitsfaktor-Verfahren weitgehend gleich; hierbei lieferten bei den untersuchten Netzen nicht nur das Furness- und Detroit-Verfahren, sondern auch das Fratar-Verfahren mit getrennter Eingabe der Ein- und Aussteiger identische Ergebnisse. Diese stimmen mit dem Ergebnis der loglinearen Verfahren aus dem Programm "VSTROM" bei der Basis H (Abb. 13, 14) überein und sind nahezu gleich denen des Durchschnitts-Verfahrens. Das Fratar-Verfahren mit Eingabe der Summe aus Ein- und Aussteigern je Haltestelle weist eine geringfügig schlechtere Lösung auf. Das Einheitsfaktor-Verfahren schneidet eindeutig am ungünstigsten ab, was aufgrund der unrealistischen Annahme eines konstanten Wachstumsfaktors verständlich ist; der Unterschied zu den anderen Verfahren ist nur deshalb nicht noch größer, weil in Karlsruhe die Veränderung der Matrizenelemente relativ gleichmäßig erfolgte.

#### 4.3.2.1.2 Matrizen mit Strukturveränderung

Die im vorigen Abschnitt beschriebenen guten Ergebnisse für Karlsruhe bei Benutzung einer alten Matrix dürfen nicht verallgemeinert werden, da es Fälle gibt, wo alte Werte als Gewichte die Ergebnisse ohne Zusatzinformation nur unzureichend verbessern bzw. in extremen Fällen sie sogar verschlechtern; eine Verschlechterung wirkt sich auf das Verfahren nach BEIL meist weniger stark aus, da dort die Gewichte nicht so stark berücksichtigt werden. Dies ist dann der Fall, wenn sich die Struktur der Quelle-Ziel-Matrix seit der Erhebung der alten Werte grundlegend verändert hat. In solchen Fällen empfiehlt es sich, die alte Matrix nicht als Zusatzinformation zu verwenden, sondern auf andere Möglichkeiten zurückzugreifen.

Bei den Pforzheimer Netzen ergaben sich deutliche strukturelle Verschiebungen in der Quelle-Ziel-Matrix (vgl. 2.2.3.5), was bei Eingabe der alten Matrix ein schlechtes Ergebnis zur Folge hat. Die Abb. 41 a/b zeigen die Ergebnisse der Verfahren aus dem Programm "VSTROM" für alle Pforzheimer Netze anhand der normierten MQA unterschieden nach der Basis H oder S; Abb 42 a/b enthält die zugehörigen Werte des Bestimmtheitsmaßes, das wesentlich instabiler ist. Der Vergleich der Eingangsgrößen zeigt zwar wiederum für die Basis H ausgeglichene und bessere Ergebnisse, die aber - insbesondere im Vergleich zu Karlsruhe - nicht ausreichend sind. Auch eine Kombination beider Eingangsgrößen (Abb. 43 a/b) bringt keine wesentliche Verbesserung. Aus dem Vergleich mit den Ergebnissen ohne alte Matrix (Abb. 31 u. 32) folgt, daß sich die Berücksichtigung von alten Werten nur bei dem MAHER-Verfahren und bei dem Verfahren nach BEIL mit Basis S positiv auswirkt, ansonsten fast immer eine Verschlechterung bedeutet. Bei Basis S gilt dies mit Ausnahme der kleineren Netze, bei Basis H dagegen immer, weil bei dieser Basis die Ergebnisse

ohne Zusatzinformation auf einer für die Pforzheimer Netzstruktur günstigen gravitationsähnlichen Verteilung der Gewichte beruhen; dies gilt insbesondere für das Verfahren nach WILLUMSEN, wie Abb. 44 zeigt.

Der Vergleich mit Karlsruhe (Abb. 13 und 14) ergibt für Pforzheim größere Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren sowohl bei Basis S bzw. H allein als auch bei der Kombination. In Pforzheim stellen sich bei Basis H bzw. der Kombination die besten Ergebnisse bei den kleinen Netzen mit dem MAHER-Verfahren ( $D\tilde{\xi} = I$ ), bei den größten Netzen mit dem Verfahren nach WILLUMSEN ein; bei der Basis S ist durchweg das Verfahren nach BEIL am besten, das die schlechten Gewichte am wenigsten berücksichtigt. Beim MAHER-Verfahren hat im Unterschied zu Karlsruhe bei beiden Eingangsgrößen die Eingabe von  $D\tilde{\xi} = I$  bessere Ergebnisse zufolge als  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$ . Dies kann so interpretiert werden, daß für Pforzheim die Annahme von gleichen, bei allen Strömen großen Unsicherheiten ( $D\tilde{\xi} = I$ ) für die Ausgangswerte am besten zutrifft, während in Karlsruhe die Annahme verschieden großer Unsicherheiten ( $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$ ) zumindest für die schwächeren Ströme kleinere Unsicherheiten bedeutet und damit Übereinstimmung mit der Realität ergibt.

Die Darstellung der Ergebnisse für die einzelnen Ströme im Netz PF 7 (Abb. 44 a/b) verdeutlicht für das Verfahren nach WILLUMSEN die unzureichenden Ergebnisse bei der Eingabe schlechter Ausgangswerte und die nur bei Basis S im Vergleich zum Fall ohne Zusatzinformation etwas bessere Lösung. Die Abb. 45 a/b zeigen die Veränderung der alten Werte durch die Verfahren. Anders als in Karlsruhe (Abb. 38) treten in Pforzheim aber wesentlich mehr Verschlechterungen auf; dies gilt vor allem für das Verfahren nach WILLUMSEN bei Basis S.

Die Ergebnisse der Wachstumsfaktor-Verfahren für die Pforzheimer Netze sind in den Abb. 46 a/b dargestellt; bis auf das Einheitsfaktor-Verfahren sind die Ergebnisse der anderen Verfahren wie für Karlsruhe weitgehend ähnlich bzw. identisch. Im Vergleich zu den Karlsruher Netzen (Abb. 39) sind die Ergebnisse wiederum erheblich schlechter; während die Güte des Ergebnisses für Karlsruhe von der Netzgröße in etwa unabhängig ist, sinkt sie für Pforzheim mit zunehmender Netzgröße. Das Einheitsfaktor-Verfahren schneidet in Pforzheim viel ungünstiger ab, da hier die Annahme einer einheitlichen Veränderung noch weit mehr als in Karlsruhe unzulässig ist. Die Ergebnisse für die Ströme des Netzes PF 7 zeigt Abb. 47. Die Wachstumsfaktor-Verfahren liefern bei bedeutenden Strukturveränderungen schlechte Ergebnisse, da die in den alten Werten enthaltene falsche Information nicht durch Zusatzinformation korrigiert werden kann; falls nicht auf eine andere gute Gewichtung zurückgegriffen werden kann (vgl. 4.3.2.2), sollten sie daher nicht angewendet werden.

#### 4.3.2.2 Andere Gewichte

Falls alte Matrizen infolge struktureller Änderungen schlecht zur Gewichtung geeignet sind oder nicht zur Verfügung stehen, können die Gewichte anderweitig festgelegt werden; sollen Wachstumsfaktor-Verfahren verwendet werden, ist dies zwingend erforderlich. Gewichte können

- aufgrund sinnvoller netzspezifischer Annahmen geschätzt,
- aus den Meßwerten abgeleitet oder
- aus stichprobenhaften Befragungen bestimmt

werden. Es ist natürlich nicht möglich, ohne Befragung genaue absolute Werte für die einzelnen Ströme anzugeben; dies ist aber auch nicht nötig, da Aussagen zu den relativen Unterschieden zwischen den Strömen ausreichen. Hierfür wurden verschiedene Möglichkeiten untersucht, die z.T. auf einer vermuteten, d.h. fehlerbehafteten, z.T. auf einer (nur im Testfall möglichen) richtigen Festlegung der Gewichte beruhen:

- duale Gewichtung,
- Gewichte nach dem Gravitationsprinzip,
- Klasseneinteilung
- ordinale Gewichtung.

Der Aufwand nimmt in der angegebenen Reihenfolge zu.

#### 4.3.2.2.1 Duale Gewichtung

Im allgemeinen ist es ohne Befragung zumindest möglich, die Ströme in schwache und starke Ströme einzuteilen. Bei den meisten Netzen sind die Ströme vom und zum Zentrum wesentlich stärker als alle anderen Ströme. Als einfachste Annahme ohne jeglichen Erhebungsaufwand wurde daher eine Gewichtung so festgelegt, daß Ströme, die nicht das Zentrum als Quelle oder Ziel haben, das Gewicht 1 und die übrigbleibenden Ströme ein Mehrfaches davon zugewiesen bekommen. In Karlsruhe gab es außer dem Netz KA 6 zwei Haltestellen (Hst. 3 und 4), in Pforzheim eine Haltestelle (Hst. 3) im Zentrum. Um eine Aussage zur Wahl des Gewichts der zentralen Ströme, das in der Praxis netzspezifisch gewählt werden sollte, zu erhalten, wurden zwei Gewichte (5 bzw. 9) für die starken Ströme berücksichtigt.

Die Gewichtung mit den Werten 1 oder 5 erwies sich, wo es Unterschiede gab, sowohl für Karlsruhe als auch für Pforzheim besser; die Unterschiede sind jedoch gering,

wie Abb. 48 für das Netz KA 7 zeigt. Bei dem Verfahren nach WILLUMSEN auf Basis von Haltestellenbelastungen ergeben sich - unabhängig von der Wahl der Gewichte für die starken Ströme - keine Unterschiede zum Fall ohne Zusatzinformation, sofern es nur eine zentrale Haltestelle gibt (Netz KA 6 und alle Pforzheimer Netze); dies ist allgemein beweisbar.

Die Ergebnisse für Karlsruhe mit Gewichten von 1 bzw. 5 sind für die Basis H in Abb. 49, für die Basis S in Abb. 50 dargestellt. Die besten Werte ergeben sich bei der Basis H mit dem Verfahren nach WILLUMSEN und bei der Basis S mit dem Verfahren nach REGAN; der Vorteil für die Ergebnisse nach REGAN gilt allerdings nur für die globalen Kenngrößen, bei der prozentualen Klasseneinteilung der Ströme schneidet das Verfahren nach WILLUMSEN am besten ab. Der Grund für diese Diskrepanz der Kenngrößen liegt darin, daß bei dem Verfahren nach REGAN die starken Ströme, bei dem Verfahren nach WILLUMSEN die schwachen Ströme besser geschätzt werden. Der Vergleich zu den Ergebnissen ohne Zusatzinformation (Abb. 29 a/b) zeigt, daß abgesehen vom Netz KA 6 die Lösungen selbst bei einer so einfachen Gewichtung deutlich besser werden. Die Verbesserung ist bei der Basis H geringer, da bei ihr auch ohne Zusatzinformation schon eine zumindest gravitationsähnliche Gewichtung erfolgt. Bei dem Netz KA 6 und bei allen Pforzheimer Netzen ergeben sich deshalb mit dem Verfahren nach WILLUMSEN bei Basis H durch die vorgenommene Gewichtung keine anderen Ergebnisse; die Lösungen mit den anderen Verfahren sind jedoch (trotz der Verbesserung durch die Gewichtung) noch immer schlechter. In Abb. 51 sind für die Einzelströme im Netz KA 7 die Verbesserungen der nach WILLUMSEN berechneten Werte zu ersehen, wenn gegenüber dem Fall ohne Zusatzinformation mit Gewichten von 1 und 5 gearbeitet wird; insbesondere werden die zu hohen Werte für die Ströme zwischen den zentralen Haltestellen 3 und 4 korrigiert, da für diese ebenfalls

Gewichte von 5 angenommen werden; damit ist ein Übergewicht gegenüber den anderen starken Strömen vermieden.

Die Gewichtung mit den Werten 1 und 5 stellt eine sehr einfache Annahme dar; obwohl sie bei den betrachteten Netzen schon zu einer wesentlichen Verbesserung gegenüber dem Fall ohne unterschiedliche Gewichte geführt hat, sind in den meisten Fällen weitere Verbesserungen möglich, wenn Information aus den Ergebnissen der Verkehrszählungen und/oder aus der Kenntnis des Netzes hinzugezogen wird.

Aus den erhobenen Haltestellenbelastungen können - insbesondere bei einer nach Richtungen oder Linien unterschiedenen Erfassung - meist Korrekturen der Gewichte abgeleitet werden; beispielsweise kann in Karlsruhe an Haltestelle 2 aus linienweise getrennt erhobenen Haltestellenbelastungen geschlossen werden, daß die Gewichte der Ströme  $t_{12}$  und  $t_{21}$  größer als 1 sein müssen, da ein erheblicher Teil der von Haltestelle 1 kommenden Fahrgäste hier aussteigt. Aus der Kenntnis des Netzes kann für Karlsruhe gefolgert werden, daß die Ströme zwischen den beiden Zentren in Realität sicher kein so hohes Gewicht haben wie die anderen Ströme von und zu den Zentren. Aufgrund der Analyse der Haltestellenbelastung an der Haltestelle 2 und der Netzkenntnis wurde ein weiteres Gewicht mit der Größe 3 für die Ströme mittlerer Größe eingeführt. Die Ergebnisse mit dieser Gewichtung sind für die Praxis durchaus brauchbar, wie aus Abb. 52 entnommen werden kann; verbessert wurden vor allem die geschätzten Werte für die Ströme  $t_{12}$  und  $t_{21}$ .

#### 4.3.2.2.2 Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip

Als weitere Möglichkeit bietet sich eine Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip an, wobei angenommen wird, daß die Ströme umso stärker sind, je mehr Fahrtenaufkommen die beteiligten Haltestellen aufweisen. Daher wurden die Gewichte nach der Proportionalität

$$t_{ij} \propto E_i \cdot A_j$$

mit der Proportionalitätskonstanten  $1/\sum t_{ij}$  gewählt; eine den räumlichen Widerstand beschreibende Größe wurde nicht berücksichtigt, da dies der Realität meist nicht entspricht (vgl. I/3.3.1). Die vorgeschlagene Gewichtung ist jedoch nur dann möglich, wenn bei der Verkehrszählung alle Haltestellenbelastungen ermittelt wurden.

Die Ergebnisse mit dieser Gewichtung sind nicht befriedigend und bei Netzen mit mehr als einer zentralen Haltestelle z.T. sogar schlechter als die Lösung ohne Gewichte. Mit dem Verfahren nach WILLUMSEN ergeben sich bei Basis H durch eine Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip keine anderen Ergebnisse als ohne Zusatzinformation; dies zeigt, daß die Entropieverfahren bei der Basis H ohne Zusatzinformation die Lösung so berechnen, als ob die Gewichte nach dem Gravitationsprinzip gewählt wären.

Bei Netzen mit mehreren zentralen Haltestellen ist das Ergebnis vor allem für die Ströme zwischen diesen Zentren schlecht, weil diese ein überproportional großes Gewicht haben (vgl. 4.3.1). Eine Möglichkeit zur Verbesserung des Ergebnisses besteht deshalb darin, diese Gewichte entsprechend der vermuteten Realität nach unten zu korrigieren; eine solche Gewichtung kommt der in Abschnitt 4.3.2.2.1 beschriebenen Gewichtung sehr nahe, wie Abb. 53 für das Netz KA 7 zeigt. Bei der gewählten Eingangsgröße H gibt es keinen Unterschied zwischen der

Lösung ohne Zusatzinformation und der mit Gewichten nach dem Gravitationsprinzip; die Verbesserung infolge korrigierter Gewichte ist ebenso offensichtlich wie die geringen Unterschiede zu einer dualen Gewichtung, die nur zwischen zentralen und nicht-zentralen Strömen unterscheidet.

#### 4.3.2.2.3 Klasseneinteilung

Während bisher von fehlerhaften Gewichten ausgegangen werden mußte, werden in den beiden folgenden Abschnitten richtige Gewichte betrachtet. Unter einer Klasseneinteilung wird eine Zuordnung der Verkehrsströme zu einzelnen Klassen mit verschiedener Fahrgastanzahl entsprechend ihrer Größe verstanden. Bei allen Netzen wurden zwei unterschiedlich genaue Klasseneinteilungen mit einer

- Klassenbreite von 1000 Fahrgästen bzw. einer
- Klassenbreite von 500 Fahrgästen

untersucht.

In den Abbildungen 54 a/b und 55 a/b sind die Ergebnisse für alle Karlsruher Netze für beide Einteilungen und beide Eingangsgrößen enthalten. Die Lösungen sind besser als ohne Zusatzinformation (Abb. 29), wobei die kleinere Klassenbreite wegen ihrer höheren Genauigkeit deutlich bessere Ergebnisse liefert. Bei der Basis H (Abb. 54 a/b) schneidet bis auf Ausnahmen das Verfahren nach BEIL am besten ab, zweitbestes Verfahren ist das nach REGAN. Diese Verfahren sind besser als das Verfahren nach WILLUMSEN, weil sie die großen Ströme richtiger schätzen. Eine genaue Analyse des Ergebnisses zeigt jedoch, daß das Verfahren nach BEIL nur bei den globalen Kenngrößen die besten Werte aufweist, während bei den prozentualen Abweichungen der einzelnen Ströme die Verfahren nach REGAN und WILLUMSEN besser abschneiden;

dies liegt daran, daß mit dem Verfahren nach BEIL bei großen Netzen und dementsprechend vielen schwachen Strömen solche Ströme oft negativ geschätzt werden, was bei den Verfahren nach WILLUMSEN und REGAN nicht möglich ist. Hierdurch sind auch die guten Schätzungen der starken Ströme erklärt. Da bei den linearen Verfahren viele Ströme negativ geschätzt werden, müssen zum Ausgleich die positiv berechneten Werte größer sein als bei den anderen Verfahren; dies trifft abgesehen vom MAHER-Verfahren mit  $D_{\tilde{\epsilon}} = 1$  insbesondere für die starken Ströme zu. Bei Berücksichtigung der globalen und der Einzelstromgenauigkeit ist das Verfahren nach REGAN am besten. Die Ergebnisse auf Basis von Streckenbelastungen (Abb. 55 a/b) sind wesentlich schlechter; während bei der Basis H eine Einteilung mit 6 Klassen einigermaßen verwertbare Ergebnisse liefert, sind die Ergebnisse bei der Basis S für keine der untersuchten Klasseneinteilungen akzeptabel. Die Verfahren nach WILLUMSEN und REGAN schneiden am günstigsten ab, das Verfahren nach BEIL ist um ein Vielfaches schlechter als die anderen Verfahren. Die Aussagen sind auf Pforzheim übertragbar, jedoch sind die gewählten Klassenbreiten (insbesondere 1000 Fahrgäste) hier schlechter als bei Karlsruhe, da bei den großen Netzen mit relativ geringer Gesamtfahrtenanzahl fast alle Ströme in der Klasse mit dem kleinsten Gewicht liegen.

Die Unterschiede verschiedener Klasseneinteilungen zeigt Abb. 56 für die Ströme des Netzes KA 7 anhand der Ergebnisse nach WILLUMSEN. Insgesamt wurden drei Einteilungen betrachtet:

- 2 Klassen (Klassenbreite = 1500 Fahrgäste)
- 3 Klassen (Klassenbreite = 1000 Fahrgäste)
- 6 Klassen (Klassenbreite = 500 Fahrgäste)

Deutlich ist zu erkennen, wie bei zunehmender Feinheit der Klasseneinteilung die Ergebnisse besser werden. Die schwächeren Ströme werden mit prozentual größeren Abweichungen geschätzt; dies gilt vor allem für das Verfahren nach BEIL, wo bei großen Netzen viele Werte negativ bestimmt werden.

#### 4.3.2.2.4 Ordinale Gewichtung

Eine ordinale Gewichtung erfordert den größten Aufwand, da bei ihr die Ströme sehr genau bekannt sein müssen, um eine ihren echten Werten entsprechende richtige Reihenfolge aufzustellen; dies ist normalerweise nicht möglich. Der große Aufwand ist jedoch nicht gerechtfertigt, weil die Ergebnisse auch bei richtiger Reihenfolge i.a. schlechter sind als mit anderer, weniger Vorwissen erfordernder Zusatzinformation. Für das Netz KA 7 liefert z.B. eine Einteilung der Gewichte in sechs Klassen, die wesentlich einfacher und mit weniger Fehlern behaftet getroffen werden kann, global gesehen eine geringere Abweichung von den echten Werten (Abb. 57). Wie die Abbildung zeigt, werden bei einer ordinalen Gewichtung nur die schwachen Ströme besser, die mittleren und großen dagegen schlechter geschätzt als mit der genannten Klasseneinteilung. Dies ist nicht verwunderlich, da bei der ordinalen Gewichtung ein konstanter Unterschied zwischen den Werten der Verkehrsströme angenommen wird, was i.a. nur für die schwachen Ströme zutrifft; bei den anderen Strömen werden diese Unterschiede jedoch größer, weshalb eine Klasseneinteilung mit nicht zu großer Breite vorteilhafter ist, weil sie den tatsächlichen Unterschieden zwischen den Strömen eher gerecht wird.

#### 4.3.3 Alte Meßwerte

Die Berücksichtigung alter Meßwerte ist nur sinnvoll, wenn eine zugehörige alte Matrix gegeben ist; sie ist bei den loglinearen Verfahren nicht möglich. Bei den anderen Verfahren empfiehlt sich eine Verwendung alter Meßwerte nur, wenn das Verfahren nach BEIL auf Basis von Streckenbelastungen angewendet werden soll; in diesem Fall ergab sich bei den untersuchten Netzen eine deutliche Verbesserung der Lösung, welche dann nahezu identisch zu der Lösung nach BELL ist. Bei den anderen Verfahren bzw. generell bei der Basis Haltestellenbelastungen ist die Eingabe alter Meßwerte nicht vorteilhaft, da

- die Ergebnisse nach BELL bzw. MAHER denen ohne Verwendung alter Meßwerte entsprechen,
- die Ergebnisse nach REGAN schlechter sind als ohne Verwendung alter Meßwerte.

Die Berücksichtigung alter Meßwerte vermag es, die das Verfahren nach BEIL kennzeichnende schlechte Übereinstimmung des berechneten Quell- bzw. Zielverkehrs je Haltestelle mit den tatsächlichen Werten auszugleichen, weshalb das Verfahren auch auf Basis von Streckenbelastungen den anderen Verfahren ebenbürtig wird. Die Verbesserungen für das Verfahren nach BEIL durch eine Verwendung alter Meßwerte sind global für die Karlsruher Netze in Abb. 58 a dargestellt; hierbei wurden die alten Meßwerte aus der alten Matrix berechnet. Abb. 58 b zeigt die Verbesserung auf die Ströme des Netzes KA 7 bezogen; die Unterschiede zu den anderen Verfahren sind durch diese Form von Zusatzinformation nur noch gering.

#### 4.3.4 Befragungsergebnisse

Die Güte der Schätzergebnisse kann verbessert werden, wenn bekannte echte Werte von Verkehrsströmen den Verfahren in Form von Zusatzgleichungen zur Verfügung gestellt werden; dies ist bei den Wachstumsfaktor-Verfahren jedoch nicht möglich. Die Verbesserung beruht darauf, daß die Anzahl der Unbekannten im Gleichungssystem geringer und damit der Spielraum für die Lösung kleiner wird, weil die noch unbekanntenen Werte stärker festgelegt sind. Der Aufwand für diese Art von Zusatzinformation ist recht groß, weshalb eine Befragung daher meist auf wenige Haltestellen beschränkt bleiben muß. Der hohe Aufwand wird allerdings dadurch relativiert, daß im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen (bei ungenügendem Wissen über den Umsteigeverkehr) an den wichtigsten Umsteigehaltestellen schon zur Korrektur der Meßwerte Befragungen für die Umsteigerermittlung erforderlich sind (vgl. Abschnitt 4.2.2.1); diese Ergebnisse können hier weiter verwendet werden und haben daher einen mehrfachen Nutzen. Befragungsergebnisse sind bei jeder Form der Gewichtung geeignet, die Schätzwerte zu verbessern; insbesondere sind sie wichtig, wenn keine guten Gewichte (z.B. keine alte Matrix) gegeben sind.

In Abb. 59 a/b sind deshalb für den Fall ohne Zusatzinformation die globalen Ergebnisse bei Basis H für alle Karlsruher Netze dargestellt, wenn an den zentralen Haltestellen Befragungen der Ein- und Aussteiger durchgeführt werden; in Abb. 59 a wurde nur an der wichtigsten Haltestelle (Hst. 4), in Abb. 59 b wurde an den beiden zentralen Haltestellen (Hst. 3 und 4) befragt, wobei das Netz KA 6 in Abb. 59 b nicht enthalten ist, da es nur eine zentrale Haltestelle hat. Wie ein Vergleich mit der Abb. 29 a zeigt, gehen die globalen Abweichungen gegenüber dem Fall ohne Zusatzinformation zurück, insbesondere wenn an beiden zentralen Halte-

stellen Befragungen durchgeführt werden. Durchweg weist das Verfahren nach WILLUMSEN die besten und das Verfahren nach MAHER mit  $D\tilde{\xi} = \tilde{T}$  die schlechtesten Ergebnisse auf.

Die Wirkung der Eingabe von Befragungsergebnissen hängt von der Güte der Gewichtung ab. Die Abb. 60 a/b zeigen für das Netz KA 7 und das Verfahren nach WILLUMSEN den Einfluß von Befragungsergebnissen für den Fall mit und ohne alte Matrix in Abhängigkeit von der Anzahl der Zusatzgleichungen (d.h. der Anzahl der in der Befragung ermittelten Verkehrsströme). Hierbei wurden nacheinander jeweils sechs Zusatzgleichungen hinzugefügt; diese Zusatzgleichungen ergeben sich aus Befragungen an den verschiedenen Haltestellen, wobei die Auswahl der betrachteten Haltestellen nach abnehmendem Verkehrsaufkommen getroffen wurde. In beiden Fällen sind die Verbesserungen anhand der Verschiebungen der Klassenanteile offensichtlich; im Fall ohne Matrix ist die Wirkung deutlicher, da die Ausgangslösung schlechter ist. Bei der Eingabe der Zusatzgleichungen wurden die Ströme aus einer abwechselnden Befragung von Ein- und Aussteigern ermittelt; bei einem solchen Vorgehen ist zu beachten, daß infolge linearer Abhängigkeiten die Eingabe der Werte einer bestimmten Anzahl von Verkehrsströmen eine i.a. kleinere Anzahl linear unabhängiger Zusatzgleichungen zur Folge hat, da jeder Verkehrsstrom sowohl in einer Ein- als auch in einer Aussteigersumme auftaucht. Ein Verlust an Zusatzgleichungen kann verhindert werden, wenn entweder nur die Einsteiger oder nur die Aussteiger befragt werden.

In der Praxis ist es vom Aufwand her meist günstiger, an schwach benutzten Haltestellen zu befragen, da weniger Befragungspersonal erforderlich ist oder die Befragung und Zählung sogar von dem gleichen Personal durchgeführt werden kann. Es wurde daher untersucht, ob die absolute Größe der eingegebenen Verkehrsstromwerte aus

Befragungen eine Auswirkung auf das Ausmaß der Verbesserung hat. Die Abb. 61 a/b zeigen die Ergebnisse mit dem Verfahren nach WILLUMSEN für das Netz KA 7, wenn die Auswahl der betrachteten Haltestellen entweder nach abnehmenden Einsteigersummen (Abb. 61a) oder zunehmenden Einsteigersummen (Abb. 61b) erfolgte. Um unterschiedliche Einflüsse eventueller linearer Abhängigkeiten von vornherein auszuschließen, wurden nacheinander an insgesamt drei Haltestellen nur die Einsteiger befragt. Der Vergleich der beiden Abbildungen läßt bei der Eingabe großer Verkehrsstromwerte (abnehmende Reihenfolge) bessere Ergebnisse erkennen; dies ist dadurch bedingt, daß bei der Eingabe großer Werte der Spielraum für die noch unbekanntesten Ströme stärker festgelegt ist. Vor dem Hintergrund dieses Ergebnisses sollten Befragungen daher vorwiegend an den starkbelasteten Haltestellen durchgeführt werden; hierfür eignen sich vor allem die Umsteigehaltestellen. Den Abbildungen kann weiter entnommen werden, daß

- die noch unbekanntesten Werte der Ströme i.a. gegenüber dem Fall ohne Zusatzinformation schrittweise besser werden, je mehr bekannte Werte eingegeben werden (siehe z.B. die Werte für die Ströme  $t_{34}$  bzw.  $t_{43}$ ),
- daß die Verbesserungen z.T. nur gering sind und
- daß für einzelne Ströme auch Verschlechterungen auftreten.

#### 4.3.5 Linienweise Ermittlung der Meßwerte

Weitere Gleichungen sind auch dadurch erhältlich, daß die Meßwerte nach Richtungen oder Linien unterschieden ermittelt werden; im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen sind dann auch die Wachstumsfaktor-Verfahren verwendbar, sofern auch die Erhebung zur Bestimmung der alten Matrix die Unterscheidung beinhaltet. Eine Unterscheidung der Meßwerte nach Richtungen bzw.

Linien bedeutet im Oberflächenverkehr i.a. keinen wesentlich höheren Aufwand, verbessert aber die Güte des Ergebnisses wegen der höheren Gleichungsanzahl wesentlich.

Im folgenden wird nur die linienweise Unterscheidung der Meßwerte betrachtet, da sie die maximale Gleichungsanzahl zur Folge hat. Die Genauigkeitssteigerung trifft für beide Eingangsgrößen zu; eine nochmalige Verbesserung durch Kombination beider Eingangsgrößen ist bei vollständiger Erhebung aller Meßwerte allerdings nicht möglich, da infolge linearer Abhängigkeiten die maximale Anzahl linear unabhängiger Gleichungen schon bei dem Gleichungssystem für die Basis  $H$  erreicht ist. Alle Verfahren schneiden bei linienweise getrennt erhobenen Meßwerten (im folgenden mit Linienunterscheidung bezeichnet) besser ab als ohne Linienunterscheidung. Die für den Fall ohne Linienunterscheidung beschriebenen Unterschiede zwischen den Verfahren bleiben i.a. jedoch bestehen; die Verbesserung fällt bei dem Verfahren nach BEIL am geringsten aus. Aufgrund einer Linienunterscheidung können bei dem Verfahren nach REGAN Konvergenzprobleme auftreten.

Eine linienweise getrennte Erhebung der Meßwerte ist deshalb sinnvoll, weil dann bei vielen Strömen von vornherein eine Benutzung bestimmter Linien ausgeschlossen werden kann. Voraussetzung für eine solche Zusatzinformation ist jedoch eine gute Kenntnis des betrachteten ÖPNV-Systems. In Fällen, in denen Linien parallel verkehren, müssen die Fahrgäste, die mehrere Linien benutzen können, entsprechend der Realität auf diese Linien verteilt werden; eine solche Umlegung ist aber nur unter Berücksichtigung des Fahrgastverhaltens möglich, welches sich als Reaktion auf

- die Linienführung,
- den Fahrplan (Takt und Anschlüsse für umsteigende Fahrgäste),
- die Umsteigebedingungen (Lage und Komfort der Umsteigehaltestelle),

einstellt. Ist das Wissen über das Fahrgastverhalten unzureichend, sind stichprobenhafte Befragungen erforderlich; dies gilt insbesondere für große Netze mit vielen denkbaren Alternativen. Aus diesen Ausführungen folgt, daß die Vorteile von Zusatzgleichungen infolge einer Linienunterscheidung z.T. durch Mehrinformation an anderer Stelle erkauft werden müssen.

In den Abb. 62 bis 64 sind die Ergebnisse beispielhaft für das Netz KA 7 dargestellt. Bei diesem Netz steigt die Anzahl der Meßwerte im Fall einer Linienunterscheidung bei der Basis S von 14 auf 22, bei der Basis H von 14 auf 44; bei der Basis S sind alle Gleichungen linear unabhängig, bei der Basis H bleiben 32 linear unabhängige Gleichungen übrig. Abb. 62 zeigt die Ergebnisse für das Verfahren nach WILLUMSEN mit und ohne Linienunterscheidung bei Basis H, wobei im Fall ohne Linienunterscheidung bei den Meßwerten an den Umsteigehaltstellen der darin enthaltene Umsteigeverkehr berücksichtigt worden ist. Trotz einer bereits guten Ausgangslösung sind die Verbesserungen bei einer Linienunterscheidung deutlich. Aus Abb. 63 kann entnommen werden, welche Verbesserung durch eine Linienunterscheidung ohne Vorgabe einer Gewichtung möglich ist; eine weitere Verbesserung ergibt sich bei einer sinnvollen Gewichtung entsprechend dem Abschnitt 4.3.2. Die Abb. 64 a/b zeigen, daß die im Fall ohne Linienunterscheidung zwischen den Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN bestehenden Unterschiede weiter auftreten; das Verfahren nach BEIL schneidet bei der Basis S auch bei einer Linienunterscheidung wesentlich schlechter ab.

#### 4.3.6 Vergleich der Wirkung verschiedener Zusatzinformation

Aus den vorigen Abschnitten geht hervor, daß

- einerseits die Verfahren nicht ohne Zusatzinformation verwendet werden sollten, auch wenn es abgesehen von den Wachstumsfaktor-Verfahren möglich ist,
- andererseits aber durch Verwendung von Zusatzinformation für die Praxis verwertbare Ergebnisse erzielt werden können.

Die Güte der Zusatzinformation entscheidet über die Anwendbarkeit der Verfahren. In den meisten Fällen ist eine ausreichende Güte mit vertretbarem Aufwand erreichbar; insbesondere deshalb, weil die vorgestellten verschiedenen Möglichkeiten für Zusatzinformation

- Gewichtung
- Befragung
- Richtungs- bzw. Linienunterscheidung

kombiniert werden können. Darüberhinaus gibt es in Abhängigkeit von der jeweiligen Situation noch andere Zusatzinformation, die hier nicht behandelt wurde. Als Beispiel sei an die Forderung symmetrischer Quell-Ziel-Matrizen gedacht; dies ist sinnvoll, wenn eine 24-Stunden-Matrix gesucht wird, weil sich dann die Ströme in Hin- und Rückrichtung oft nicht wesentlich unterscheiden. Eine solche Bedingung reduziert die Anzahl der Unbekannten im Gleichungssystem um die Hälfte; sie sollte jedoch nur dann angewendet werden, wenn für das untersuchte Netz - anders als bei den hier betrachteten Netzen - diese Annahme berechtigt ist (vgl. II/3.2.4.1).

Die Abb. 65 a/b bzw. 66 a/b zeigen am Beispiel der Karlsruher Netze für die Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN die Wirkung verschiedener Zusatzinformation gegenüber dem Fall ohne Zusatzinformation; hierbei wur-

de davon ausgegangen, daß keine alte Matrix gegeben ist. Daraus ist zu sehen, daß das Verfahren nach WILLUMSEN bei Berücksichtigung von Zusatzinformation nur bei einer richtigen Klasseneinteilung schlechter ist; der Vorteil des Verfahrens nach BEIL wird jedoch dadurch relativiert, daß im normalen Anwendungsfall keine echten Werte bekannt sind und daher auch keine richtige Klasseneinteilung getroffen werden kann. Damit ist das Verfahren nach WILLUMSEN unter dem Gesichtspunkt der Zusatzinformation am besten für die Praxis geeignet. Aus den Abbildungen wird die besondere Bedeutung, welche die Gewichtung unter der Zusatzinformation spielt, offensichtlich; die Befragung ohne Kombination mit einer unterschiedlichen Gewichtung hat trotz eines großen Erhebungsaufwands einen geringeren positiven Einfluß. Bei den unterschiedlichen Gewichtungen schneidet deutlich am besten die richtige Einteilung in sechs Klassen ab. Der Unterschied zwischen einer fehlerbehafteten dualen Gewichtung (Gewichte 1 oder 5) und der wesentlich aufwendigeren richtigen Einteilung der Ströme in drei Klassen nimmt mit zunehmender Netzgröße ab. Die Wirkung von Befragungsergebnissen geht bei den großen Netzen stark zurück, wenn bei jedem Netz an einer gleichen Anzahl von Haltestellen (z.B. den beiden wichtigsten Umsteigehaltestellen) Befragungen durchgeführt werden; der Unterschied, ob eine oder zwei Haltestellen berücksichtigt wurden, nimmt bei zunehmender Netzgröße ebenfalls ab.

Die Gegenüberstellung für die Einzelströme der Netze mit 7 Haltestellen zeigen die Abb. 67 a/b für Karlsruhe und Abb. 68 a/b für Pforzheim; dargestellt sind die Ergebnisse mit dem Verfahren nach WILLUMSEN für beide Eingangsgrößen bei verschiedenen Gewichtungen. Aus den Abbildungen folgt, daß bei Basis S eine Verwendung von Zusatzinformation wichtiger ist, um zu akzeptablen Lösungen zu kommen. Beide Netze weisen mit einer Ausnahme ähnliche Verbesserungen der Lösung durch eine Gewich-

tung auf; nur bei Verwendung einer alten Matrix treten deutliche Unterschiede auf: für Karlsruhe ergeben sich hierbei die besten Ergebnisse, für Pforzheim jedoch die schlechtesten (vgl. Abschnitt 4.3.2). Dies zeigt wieder, daß eine alte Matrix nur dann zur Gewichtung herangezogen werden sollte, wenn sichergestellt ist, daß die Struktur dieser Matrix sich nicht wesentlich von derjenigen der gesuchten Matrix unterscheidet; eine Änderung kann bei der Erhebung von Haltestellenbelastungen durch einen Vergleich des alten und neuen Quell- bzw. Zielverkehrs je Haltestelle meist festgestellt werden.

Abb. 69 gibt für das Netz KA 7 global einen Überblick über die untersuchten Möglichkeiten für Zusatzinformation, wenn auch der Fall der Linienunterscheidung mitberücksichtigt wird; eine Linienunterscheidung hat mit einer Ausnahme deutlich bessere Ergebnisse zur Folge.

#### 4.4 Einflüsse der Netzgestalt

##### 4.4.1 Netzgröße

Die Netzgröße hat entscheidenden Einfluß auf die Ergebnisse der Verfahren; dies ist schon daran ersichtlich, daß nur für kleine und i.a. unrealistische Netze ohne Zusatzinformation (vgl. Abschnitt 4.3.1) zufriedenstellende Ergebnisse erhältlich sind. Wie aus Abschnitt 4.3.2 auch im Fall mit Zusatzinformation folgt, hat die Netzgröße Auswirkungen sowohl auf die Güte der Ergebnisse für ein bestimmtes Verfahren als auch auf die Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren; daher kann daraus, daß ein Verfahren bei einem kleinen Netz am besten abschneidet, nicht geschlossen werden, daß dies auch für große Netze zutrifft.

Die Güte der Ergebnisse nimmt mit zunehmender Netzgröße ab; dies trifft bei den Pforzheimer Netzen deutlicher als bei den Karlsruher Netzen zu. Der Grund für diese Abnahme liegt in der bei großen Netzen großen Unterbestimmtheit des aus den Meßwerten aufgestellten Gleichungssystems: einer mit der Haltestellenanzahl überproportional gewachsenen Anzahl von unbekanntem Verkehrsströmen steht eine nur etwa linear gewachsene Anzahl von linear unabhängigen Gleichungen gegenüber (Abb. 70a). Die Abb. 70 b/c zeigen für die Karlsruher und Pforzheimer Netze die Anteile der in drei Klassen unterteilten prozentualen Abweichungen zwischen den berechneten und den tatsächlichen Werten der Ströme, wenn das Verfahren nach WILLUMSEN und für die Gewichtung eine alte Matrix zugrundegelegt wird. Die mit zunehmender Netzgröße wachsenden Anteile der großen Abweichungen sind vor allem dadurch bedingt, daß viele der in großen Netzen häufig auftretenden schwachen Ströme mit großen prozentualen Abweichungen geschätzt werden; die Häufigkeit der schwachen Ströme ist abhängig von der Gesamtfahrtenanzahl. Die linearen Verfahren schneiden meist besonders schlecht ab, weil sie viele schwache Ströme negativ berechnen.

#### 4.4.2 Netzstruktur

Die Netzstruktur hat mit einer Ausnahme keinen unmittelbaren Einfluß auf die Ergebnisse; dies trifft jedoch dann nicht zu, wenn die Quelle-Ziel-Matrizen für ein reines Radialnetz (d.h. nur ein Zentrum) ermittelt werden sollen: hierfür sind bei Basis H die Ergebnisse mit dem Verfahren nach WILLUMSEN bei einer Gewichtung nach dem Gravitationsprinzip (intern oder durch Vorgabe) wesentlich besser als für Netze mit mehreren Zentren (vgl. Abschnitt 4.3).

Die Unabhängigkeit von der Netzstruktur kann anhand der Netze in Karlsruhe bzw. Pforzheim aufgezeigt werden, wo denkbar ist, daß die für Pforzheim schlechteren Ergebnisse bei Benutzung einer alten Matrix zur Gewichtung (Abb. 71 a/b) strukturell bedingt sind. Dies kann jedoch dadurch widerlegt werden, daß bei einer Gewichtung auf vergleichbarer Basis (z.B. Klasseneinteilung) die Ergebnisse durchaus entsprechend sind. Wie die Abb. 72 a/b für eine Einteilung in 3 Klassen zeigen, gilt dies für beide Eingangsgrößen; daraus folgt aber, daß die Unterschiede in Abb. 71 a/b nur durch die bei Pforzheim wegen zwischenzeitlicher struktureller Änderungen wesentlich schlechtere alte Matrix bedingt sind.

Mittelbar hat die Netzstruktur eine Vielzahl von Einflüssen auf die Ergebnisse der Verfahren. Darunter sind zu nennen Auswirkungen auf

- die Anzahl der Gleichungen (bzw. Meßwerte)
- den Einfluß falscher Meßwerte an Umsteigehaltestellen
- den Aufwand zur Gewinnung von Zusatzinformation (z.B. Aufwand zur Befragung an den wichtigsten Umsteigehaltestellen).

Bei einem Netz mit relativ hohem Endhaltestellenanteil

- sind die Ergebnisse bei Basis S wegen der Ähnlichkeit zur Berechnung bei Basis H besser,
- bringt eine Kombination der Eingangsgrößen wegen linearer Abhängigkeiten weniger zusätzliche linear unabhängige Gleichungen (vgl. Abb. 24 a/b)

als bei einem Netz mit geringerem Anteil Endhaltestellen.

Für ein reines Radialnetz gilt im Unterschied zu einem vermaschten Netz, daß

- die Anzahl der Gleichungen bei Basis S kleiner ist (Abb. 24 a/b),
- der Umsteigeverkehr in den Gleichungen für die Haltestellenbelastung der zentralen Haltestelle mit relativ hoher Genauigkeit berücksichtigt werden kann, weil die Umsteigevorgänge auf diese Haltestelle konzentriert sind,
- die Nichtberücksichtigung des Umsteigeverkehrs bei den Meßwerten an der zentralen Umsteigehaltestelle folgenschwerer ist, da die Umsteiger sich nicht auf mehrere Haltestellen verteilen,
- demzufolge der Aufwand zur Befragung der Fahrgäste an den wichtigsten Umsteigehaltestellen kleiner ist bzw. der Nutzen einer Befragung an der wichtigsten Umsteigehaltestelle größer ist, weil dann ein Großteil der starken Ströme erfaßt ist,
- eine einfache Gewichtung (z.B. duale Gewichtung) auf Basis von Vermutungen sicherer zu treffen ist.

Zur Verdeutlichung anhand der Netze mit 7 Haltestellen sei auf die Abb. 73 verwiesen; bei einer gleichen Klasseneinteilung der Gewichte sind die Ergebnisse für Karlsruhe besser als für Pforzheim, wenn nicht berichtigte Haltestellenbelastungen an den Umsteigehaltestellen eingegeben werden; wegen der Konzentration der Umsteiger auf die zentrale Haltestelle beträgt in Pforzheim die Verschlechterung der normierten MQA gegenüber dem Fall mit berichtigten Haltestellenbelastungen 536%, in Karlsruhe dagegen nur 32%. Abb. 74 zeigt für die gleichen Netze, daß bei gleicher Klasseneinteilung der Gewichte die Befragung an der wichtigsten Haltestelle in Pforzheim wirkungsvoller ist als in Karlsruhe; die Verbesserung der normierten MQA beträgt hier 50% und in Karlsruhe 29%.

Quelle-Ziel-Matrizen sind mit den vorgestellten Verfahren für Radialnetze i.a. mit weniger Aufwand zu berechnen, da

- es nur wenige durch Umsteiger stark verfälschte Haltestellenbelastungen gibt,
- eine Berechnung mit Linienunterscheidung leichter durchführbar ist, weil die Zuweisung der Fahrgäste zu den einzelnen Linien eindeutiger ist (vgl. Abschnitt 4.4.3),
- aufgrund nur weniger alternativer Routen nur geringe Unsicherheiten bei der Festlegung der Anteilsmatrix und der Zuordnung des Umsteigeverkehrs zu den Haltestellen auftreten.

#### 4.4.3 Linienführung

Unterschiedliche Linienführungen können nur auf die Ergebnisse mit der Eingangsgröße Streckenbelastungen Einfluß haben, wenn die Haltestellenbelastungen als von der Linienführung unabhängig angesehen werden und nicht nach Richtung oder Linien unterschieden werden. Der Einfluß bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen beruht auf einer eventuellen Änderung der Anteilsmatrix. Dieser Einfluß war bei den untersuchten Netzen jedoch gering; am deutlichsten zeigte er sich bei dem Verfahren nach BEIL.

Die Frage der Linienführung kann jedoch eine größere Bedeutung erlangen, wenn bei der Erhebung eine Linienunterscheidung durchgeführt wird; hier ist es dann bei einem Netz mit wenigen parallelen Linien einfacher, zutreffende Annahmen über die Verteilung von Fahrgästen auf parallele Linien zu treffen.

Die Abb. 75 a/b zeigen die Ergebnisse der Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN für zwei verschiedene Linienführungen und dementsprechend unterschiedliche Anteilsmatrizen im Netz KA 7:

- Liniennetz 1 entspricht dem bisher betrachteten Liniennetz mit den drei Linien:  
1-2-3-4-5, 7-4-3-2-6, 7-3-4-5 und zurück,
- Liniennetz 2 besteht aus den zwei Linien:  
1-2-3-4-5, 6-2-3-7-4-5 und zurück.

Bei dem Liniennetz 2 treten wegen neuer Direktverbindungen keine Alternativrouten mehr auf; die Auswirkungen auf die berechneten Werte der Verkehrsströme sind jedoch gering, wobei das Verfahren nach BEIL empfindlicher reagiert.

#### 4.5 Stabilität der Ergebnisse

Bisher wurde (mit Ausnahme von Abschnitt 4.2.2.1) davon ausgegangen, daß alle Eingabedaten für die Verfahren richtig sind. Dies trifft in der Praxis i.a. nicht zu, weshalb nachfolgend in groben Zügen die Auswirkungen falscher Eingabedaten untersucht werden. Fehler können auftreten bei den

- Anteilswerten
- Meßwerten und
- Gewichten.

Den geringsten Einfluß haben Fehler bei den Anteilswerten, den größten haben Fehler bei den Meßwerten.

##### 4.5.1 Unsichere Anteilswerte

Ohne Richtungs- bzw. Linienunterscheidung sind bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen die Anteilswerte immer eindeutig festgelegt; daher kann das Problem unsicherer Anteilswerte nur bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen auftreten. Es ist jedoch auf solche Fäl-

le beschränkt, in denen für einzelne Ströme Alternativrouten zur Verfügung stehen. In realistischen ÖPNV-Netzen ist der Anteil an Strömen mit alternativen Routen gering (vgl. Tab. 9 a/b), weil es Alternativrouten meist nur für schwache Ströme gibt. Dennoch wurde der Einfluß der Anteilswerte untersucht. Im Fall einer Unsicherheit über die Größe der Anteilswerte bestehen grundsätzlich zwei Möglichkeiten: die Anteilswerte können entweder fehlerbehaftet angenommen werden oder aber durch Einführung neuer unbekannter Verkehrsströme umgangen werden.

#### 4.5.1.1 Falsche Anteilswerte

Um die Wirkung falscher Anteilswerte beurteilen zu können, wurden bei den Karlsruher Netzen für die Anteilswerte der Ströme mit alternativen Routen drei verschiedene Möglichkeiten betrachtet:

- Eingabe der richtigen Anteile, die für zwei Alternativrouten um 30 oder 60 % auseinanderliegen,
- Eingabe von für jede Alternativroute gleichen Anteilen (50 %),
- Eingabe zwischen den Alternativrouten vertauschter Anteile.

Die Eingabe falscher Anteilswerte hat nur geringe Auswirkungen; die Folgen sind für die loglinearen Verfahren negativer als für die linearen Verfahren, deren Ergebnisse aber dennoch schlechter bleiben. Die Wirkung ist abhängig von der Art der Zusatzinformation und nimmt mit zunehmender Netzgröße ab; die Verschlechterung der normierten MQA infolge der Benutzung gleicher Anteile für alle Alternativrouten beträgt bei dem Netz KA 23 beispielsweise 8 % (Verfahren nach WILLUMSEN) bzw. 1 % (Verfahren nach BEIL).

Die Abb. 76 a/b zeigen die Auswirkungen der drei betrachteten Möglichkeiten für die Eingabe der Anteilsmatrix auf die Ströme des Netzes KA 7: selbst bei einer Vertauschung der Anteile bleibt das Ergebnis relativ stabil. Die Verschlechterung ist bei dem Verfahren nach WILLUMSEN stärker als bei dem Verfahren nach BEIL; es treten jedoch bei beiden Verfahren für einzelne Ströme auch Verbesserungen der berechneten Werte auf.

#### 4.5.1.2 Einführung neuer Unbekannter

Die Wahl von Anteilswerten kann umgangen werden, indem für jede Teilmenge eines Verkehrsstroms, der eine andere Route benutzt, eine eigene Unbekannte im Gleichungssystem eingeführt wird (vgl. II/1.1.3.2). Dies bedeutet jedoch eine noch größere Unterbestimmtheit des Gleichungssystems, was schlechtere Ergebnisse zur Folge hat, sofern nicht eine relativ gute Gewichtung (auch für die neuen Unbekannten) möglich ist. Falls für eine Gewichtung jedoch nicht aus alten Messungen oder stichprobenhaften Befragungen Aussagen über die Aufteilung der Teilmengen auf verschiedene Alternativrouten vorliegen (die dann aber auch zur Festlegung der Anteilswerte verwendet werden könnten), ist es besser, davon auszugehen, daß alle Alternativrouten für einen Strom zu gleichen Anteilen benutzt werden.

Die Abb. 77 a/b zeigen die Ergebnisse für das Netz KA 7 mit dem Verfahren nach WILLUMSEN, wenn für jeden Teilstrom eine Unbekannte eingeführt wird. Die Unterschiede zu dem Fall mit richtigen Anteilswerten sind vernachlässigbar, wenn gute Gewichte vorliegen (Abb. 77a); eine wesentliche Verschlechterung tritt jedoch auf, wenn keine guten Gewichte gegeben sind (Abb. 77b). Aus den Abbildungen geht hervor, daß die Ströme mit alternativen Routen nur schwach sind,

#### 4.5.2 Unsichere Meßwerte

Schon in Abschnitt 4.2.2.1 wurde die Wirkung falscher Meßwerte betrachtet; während die dort für die Basis H betrachteten Verfälschungen der Haltestellenbelastungen an den Umsteigehaltestellen erkennbar und korrigierbar sind, sollen nachfolgend Fehler betrachtet werden, die meist nicht zu erkennen und daher nicht zu berichtigen sind; meist sind solche Fehler systematisch bedingt (z.B. falsch arbeitende Meßgeräte).

Prozentual gleiche Fehler bei allen Meßwerten bewirken einen für jeden Verkehrsstrom gleichgroßen prozentualen Fehler. Es wurde daher von Fehlern ausgegangen, die nur bei einigen Meßwerten auftreten. Betrachtet wurden die Fälle, daß die Meßwerte der vier stärksten Querschnittsbelastungen (Strecken im Zentrum) um 20 % bzw. 50 % über den richtigen Werten liegen. Schon bei einer 20 %-igen Verfälschung war bei allen Verfahren eine deutliche Verschlechterung der Ergebnisse zu erkennen; diese Verschlechterung nimmt bei zunehmender Netzgröße ab, da dann der Anteil der richtigen Werte steigt. Die Verschlechterung der normierten MQA beträgt beispielsweise für das Netz KA 7 132 % bzw. für das Netz KA 23 73 %, wenn eine alte Matrix für die Gewichtung zugrundegelegt wird. Das MAHER-Verfahren mit  $D_{\xi} = 1$  reagiert wie im Fall falscher Haltestellenbelastungen (4.2.2.1) auch auf falsche Streckenbelastungen am geringsten und schneidet insgesamt als bestes aller Verfahren ab, obwohl z.T. sehr hohe negative Werte berechnet werden; als Ausgleich hierfür werden die höheren positiven Werte besser bestimmt. Die nichtlinearen Verfahren sind von der Verschlechterung stärker betroffen. Die Wirkung falscher Meßwerte ist bei Basis S weitreichender als bei Basis H. Am schlechtesten werden die Verkehrsströme geschätzt, die nur zu den fehlerhaften Meßwerten beitragen, weil die Schätzungen aufgrund anderer Meßwerte nicht korrigiert werden können. Insbesondere bei Basis

S gibt es auch große Fehler bei denjenigen Strömen, die nicht zu der falschen Streckenbelastung beitragen, weil sich die Fehler auf die vorhergehenden und nachfolgenden Strecken auswirken; andererseits gibt es aber auch Ströme, deren Werte nicht beeinflußt werden.

Die Abb. 78 a/b zeigen die Auswirkungen von vier um 20% bzw. 50% erhöhten Streckenbelastungen auf die Einzelströme des Netzes KA 7. Die größeren Abweichungen bei der höheren Verfälschung sind offensichtlich: bei dem Verfahren nach BEIL werden fünf Werte negativ berechnet (Minimum -380), bei dem Verfahren nach WILLUMSEN haben vier Ströme Werte über 3000 (Maximum 3800). Bei dieser großen Verschlechterung ist jedoch zu berücksichtigen, daß

- der Anteil der falschen Meßwerte sehr hoch ist (29 %) und
- die wichtigsten Meßwerte (d.h. die der zentralen Strecken 3-4-5) falsch sind; damit werden die Ergebnisse fast aller Verkehrsströme beeinflusst.

Eine Verfälschung der Meßwerte schwächer belasteter Strecken (bei Basis S) bzw. der Meßwerte von Haltestellen mit geringem Verkehrsaufkommen (bei Basis H) hat geringen Einfluß. Da bei Erhebungen i.a. davon ausgegangen werden kann, daß die kleinen Meßwerte am ehesten falsch sind, ist die Wirkung von Meßfehlern bei realistischen Netzen geringer als in den Beispielen dargestellt; darüberhinaus kann sie bei den Verfahren mit einer Möglichkeit von Intervallschätzungen (vgl. II/2.2.8) z.T. durch Eingabe von entsprechend großen Varianzen der Meßwerte (Dispersionsmatrix  $D_V$ ) mit erfaßt werden.

### 4.5.3 Unsichere Gewichte

Die Gewichte sind neben den Meßwerten die entscheidende Information zur Bestimmung der Verkehrsströme. Eine Eingabe falscher Gewichte kann daher das Ergebnis deutlich verschlechtern. Dies ist vor allem bei Verwendung einer alten Matrix zu beachten, weil dann den zu berechnenden Werten u.U. eine falsche Matrixstruktur zugrundegelegt wird (vgl. Abschnitt 4.3.2.2.2). In Fällen, wo große strukturelle Änderungen der Matrix nicht ausgeschlossen werden können, sollte die alte Matrix nicht zur Gewichtung herangezogen werden; eine einfache, aber eher zutreffende Gewichtung ist vorteilhafter als eine stark differenzierende, aber falsche Gewichtung. Bei den Verfahren mit Möglichkeit zur Intervallschätzung kann der Einfluß durch eine entsprechende Wahl der Varianzen (Dispersionsmatrix  $D_{\tilde{x}}$ ) berücksichtigt werden; im übrigen wird auf den Abschnitt 4.3 verwiesen.

### 4.6 Rechenaufwand

Der Rechenaufwand kann unterteilt werden in Rechenzeit und Speicherplatzbedarf. Aussagen hierzu sind zwar programm- und rechnerabhängig, erlauben aber dennoch einen Vergleich. Zwischen den Verfahren aus den Programmen "WACHS" und "VSTROM" ergeben sich gravierende Unterschiede; die Wachstumsfaktor-Verfahren schneiden bei gleicher Eingabe sowohl in der Rechenzeit als auch im Speicherplatzbedarf deutlich besser ab; abgesehen vom Einheitsfaktor-Verfahren gibt es zwischen den Verfahren nur geringe Unterschiede. Bei den anderen Verfahren kann zwischen den iterativen (nicht-linearen) und nicht-iterativen (linearen) Verfahren unterschieden werden; generell ist bei den iterativen Verfahren der Speicherplatzbedarf geringer, da keine Matrizeninversion durchgeführt werden muß, dafür ist aber meist die

Rechenzeit größer, weil mehrere Iterationen bis zur Konvergenz durchlaufen werden müssen. Die Unterschiede zwischen den Verfahren sind unabhängig davon, ob die Netze in Karlsruhe oder Pforzheim zugrundegelegt werden.

#### 4.6.1 Rechenzeit

##### 4.6.1.1 Verfahren des Programms "VSTROM"

Das Verfahren nach BEIL weist in allen untersuchten Fällen die geringste Rechenzeit auf. Das Verfahren nach WILLUMSEN schneidet jedoch nur unwesentlich schlechter ab, wenn für die Iteration der Newton-Algorithmus verwendet wird; auf der Grundlage des Bregman-Algorithmus ergeben sich jedoch bis zu zehnmal höhere Rechenzeiten, die denen des REGAN-Verfahrens nahe kommen. Am ungünstigsten schneiden die Verfahren nach BELL und REGAN ab, da die Rechenzeit bei den größeren Netzen überproportional zunimmt; bei dem REGAN-Verfahren traten in einigen Fällen Konvergenzprobleme auf. Das MAHER-Verfahren mit Inversion ist bei gleichen Ergebnissen wesentlich schneller als das Verfahren nach BELL und schneidet bis auf die Netze mit 23 Haltestellen als zweitbestes Verfahren ab; wird jedoch die sukzessive Vorgehensweise gewählt, treten bei den großen Netzen weitaus höhere Rechenzeiten auf, weil sich dann die Addition der schon für die Abarbeitung eines Meßwerts großen Rechenzeiten ungünstig auswirkt.

Die Rechenzeit hängt von mehreren Einflußfaktoren ab:

- Anzahl der Gleichungen und Unbekannten,
- Art der Eingangsgröße,
- Art der Zusatzinformation.

Die Steigerung der Rechenzeiten mit zunehmender Netzgröße ist nicht bei allen Verfahren gleichmäßig: am geringsten ist sie bei dem Verfahren nach BEIL und den beiden loglinearen Verfahren, am höchsten fällt sie bei den Verfahren nach BELL und REGAN aus. Ein Grund hierfür ist, daß bei diesen Verfahren die Methoden der Vektorrechnung nur wenig verwendet werden können; darüberhinaus führt bei dem Verfahren nach REGAN die Mittelwertbildung am Ende jedes Iterationsschrittes zu einer geringen Konvergenzgeschwindigkeit, was in mehreren Fällen eine Überschreitung der im Programm festgesetzten maximalen Iterationsanzahl (2000) zur Folge hatte. Die Abb. 79 a/b zeigen die Rechenzeiten für die Karlsruher Netze bei Basis H (Abb. 79 a) bzw. S (Abb. 79 b) in zwei verschiedenen Maßstäben, um die Unterschiede zu verdeutlichen.

Die Art der Eingangsgröße hat nur bei dem Verfahren nach REGAN entscheidenden Einfluß, da die Basis H deutlich höhere Rechenzeiten als Basis S ergibt; der Unterschied nimmt jedoch mit zunehmender Netzgröße ab. Bei den linearen Verfahren sind keine Unterschiede festzustellen, bei den loglinearen Verfahren schneidet die Basis H meist günstiger ab. Eine starke Erhöhung der Rechenzeiten hat eine Kombination der beiden Eingangsgrößen für alle Verfahren außer dem nach BEIL zur Folge (Abb. 80). Diese Erhöhung ist bei den linearen Verfahren kleiner als bei den Iterationsverfahren und im wesentlichen nur durch die höhere Anzahl von Gleichungen bedingt; bei dem Verfahren nach BELL fällt die Zunahme unterproportional aus. Bei den iterativen Verfahren sind die Zuwächse überproportional; das Verfahren nach REGAN ist aufgrund von Konvergenzproblemen bei den großen Netzen nicht sinnvoll zu verwenden, weil selbst nach über 4 Stunden Rechenzeit noch keine Konvergenz erzielt war.

Auch die Art der Zusatzinformation hat Einfluß auf die Rechenzeiten; für die untersuchten Netze wurde festgestellt:

- bei nur wenig differenzierten Gewichten (Ausgangswerten) sind die Rechenzeiten bei den iterativen Verfahren höher (vgl. 4.6.1.2);
- die Verwendung alter Meßwerte bedeutet für die linearen Verfahren keine wesentliche Erhöhung der Rechenzeit, bei dem Verfahren nach REGAN nimmt sie bei Basis H stark zu, bei Basis S dagegen ab;
- die Verwendung von Zusatzgleichungen infolge von Befragungen oder einer Linienunterscheidung führt wegen der Erhöhung der Anzahl von Gleichungen bei allen Verfahren zu wesentlich höheren Rechenzeiten; diese Erhöhung fällt bei den iterativen Verfahren wiederum überproportional aus, was bei dem Verfahren nach REGAN Konvergenzprobleme nach sich zieht.

#### 4.6.1.2 Verfahren des Programms "WACHS"

Die Rechenzeit bei dem Einheitsfaktor-Verfahren kann völlig vernachlässigt werden (KA 23: 0,02 sec); bei den anderen Verfahren schnitt in allen Fällen das Furness-Verfahren am besten ab; die Rechenzeit nahm in folgender Reihenfolge zu:

- (- Einheitsfaktor-Verfahren)
  - Furness-Verfahren
  - Fratar-Verfahren  
(getrennte Eingabe der Ein- bzw. Aussteiger)
  - Fratar-Verfahren  
(Eingabe der Summe aus Ein- und Aussteigern)
  - Detroit-Verfahren
  - Durchschnittsfaktor-Verfahren.

Die Rechenzeit ist abhängig von der Anzahl der Meßwerte (bzw. Unbekannten) und der Art der Ausgangswerte; sie steigt mit zunehmender Netzgröße und bei den untersuchten Netzen auch mit wachsenden Unterschieden zwischen den Ausgangswerten und den tatsächlichen Werten.

Die Abb. 81 a/b zeigen die Rechenzeiten für die Karlsruher und Pforzheimer Netze, wenn die Ausgangswerte einer alten Matrix entnommen wurden. Bei in etwa gleichen Rechenzeiten für die kleinen Netze steigt die Rechenzeit in Pforzheim mit zunehmender Netzgröße stärker an; dies ist dadurch bedingt, daß in Karlsruhe die Anzahl der notwendigen Iterationen mit wachsender Netzgröße zurückging, während sie in Pforzheim konstant blieb. Der Vergleich der Abbildungen 79 a und 81 a macht die im Vergleich zu den Verfahren des Programms "VSTROM" wesentlich geringere Rechenzeit der Wachstumsfaktor-Verfahren deutlich.

#### 4.6.2 Speicherplatzbedarf

##### 4.6.2.1 Verfahren des Programms "VSTROM"

Die Verfahren können in zwei Gruppen mit etwa gleichem Speicherplatzbedarf unterschieden werden; die iterativen Verfahren mit dem kleinsten Speicherplatzbedarf und die nicht-iterativen Verfahren, die wegen der notwendigen Matrizeninversion einen viel höheren Speicherplatzbedarf aufweisen; der Unterschied nimmt mit wachsender Netzgröße zu. Der Speicherplatzbedarf ist für die Verfahren nach BEIL und BELL bzw. WILLUMSEN und VAN ZUYLEN identisch. Bei den loglinearen Verfahren ergeben sich für eine Iteration nach dem Bregman-Algorithmus niedrigere Werte als bei Verwendung des Newton-Algorithmus; bei dem MAHER-Verfahren mit sukzessiver Vorgehensweise ist der Speicherplatzbedarf höher als bei der Lösung mit Inversion. Die Ergebnisse für die Karlsruher Netze zeigt Abb. 82.

Der Speicherplatzbedarf ist auch von der Zusatzinformation abhängig, wenn diese zu zusätzlichen Gleichungen führt. Die Zunahme war bei den untersuchten Netzen in etwa proportional der Anzahl zusätzlicher Gleichungen.

#### 4.6.2.2 Verfahren des Programms "WACHS"

Anders als bei den Verfahren des Programms "VSTROM" ist der Speicherplatzbedarf nur von der Anzahl der Meßwerte abhängig und daher für alle Netze mit gleicher Haltestellenanzahl gleich; er wächst mit der Netzgröße in etwa proportional zur Zahl der unbekanntenen Verkehrsströme. Bei den praktikablen Verfahren ist er am geringsten bei dem Furness-Verfahren; er steigt in der Reihenfolge

- (- Einheitsfaktor-Verfahren),
- Furness-Verfahren,
- Detroit-Verfahren,
- Fratar-Verfahren  
(Eingabe der Summe aus Ein- und Aussteigern),
- Fratar-Verfahren  
(getrennte Eingabe der Ein- bzw. Aussteiger),
- Durchschnittsfaktor-Verfahren.

Abb. 83 enthält die Werte für die Karlsruher Netze.

## 5. Zusammenfassung

### 5.1 Anwendbarkeit der Verfahren

Aufgrund der Ergebnisse für die untersuchten Netze kann gefolgert werden, daß einige der vorgestellten alternativen Verfahren für eine Anwendung in der Praxis geeignet sind, wenn gute Zusatzinformation zur Verfügung steht; am wichtigsten hierbei ist eine zutreffende Gewichtung. Je geringer das Wissen über die tatsächlichen Gewichte ist, umso größer ist der Aufwand, dies durch andere Zusatzinformation auszugleichen. In den meisten Fällen ist eine ausreichende Zusatzinformation mit vertretbarem Aufwand erhältlich; hierbei sind u.a. möglich:

- stichprobenhafte Befragungen zur genaueren Festlegung der Gewichte,
- totale Befragungen an Haltestellen zur Bestimmung von Zusatzgleichungen,
- eine Kombination der beiden Eingangsgrößen Haltestellen- und Streckenbelastungen,
- eine nach Richtungen bzw. Linien unterscheidende Erhebung der Meßwerte.

Einer Anwendung der Verfahren im Bereich des öffentlichen Verkehrs stehen weniger Schwierigkeiten entgegen als im Bereich des Individualverkehrs, da z.B. folgende ÖV-spezifische Eigenschaften vorteilhaft genutzt werden können:

- die Festlegung der Quellen und Ziele ist eindeutig, da nur an den Haltestellen Verkehr entstehen kann;
- eine totale Erfassung aller Meßwerte ist möglich, da Verkehr nur an wenigen ausgewählten Stellen (Strecken und Haltestellen) auftritt;
- die Unsicherheiten bei der Festlegung der Anteilswerte sind wegen nur weniger Alternativrouten geringer;

- Zusatzgleichungen können mit geringerem Aufwand durch eine Befragung oder eine Unterscheidung nach Richtungen bzw. Linien erhalten werden.

Demgegenüber steht allerdings der Nachteil, daß im ÖPNV die Ausstattung mit automatischen Zählgeräten bis jetzt nur in Einzelfällen gegeben ist.

Am günstigsten in Bezug auf die Güte der Ergebnisse und den Rechenaufwand schneidet das Verfahren nach WILLUMSEN ab, wenn alle untersuchten Fälle berücksichtigt werden. Ergebnisse gleicher Güte können bei geringerem Aufwand mit dem Furness-Verfahren erzielt werden, wenn der Sonderfall gegeben ist, daß die Berechnung auf Basis von Haltestellenbelastungen durchgeführt und über die Ausgangswerte hinaus keine andere Zusatzinformation berücksichtigt wird. Nachfolgend werden die Eigenschaften der einzelnen Verfahren zusammengestellt und Empfehlungen für einen praktischen Anwendungsfall gegeben.

## 5.2 Vergleich der Verfahren (vgl. II/2.3)

Der Vergleich der Verfahren bezieht sich sowohl auf die Güte der Ergebnisse als auch auf den hierfür erforderlichen Rechenaufwand.

### 5.2.1 Verfahren des Programms "VSTROM"

In Abhängigkeit von der jeweiligen Situation sind z.T. verschiedene Verfahren am besten geeignet; bei Berücksichtigung aller möglichen Fälle (insbesondere unter Bezug auf die Bedeutung für die Praxis) schneiden die loglinearen Verfahren eindeutig am besten ab. Sie können Gewichte am besten berücksichtigen und sind am wenigsten empfindlich gegenüber der jeweiligen Situation

- Netzgröße,
- Art der Eingangsgröße,
- Art der Zusatzinformation.

Bei ihrer Verwendung ist das geringste Risiko gegeben, sofern nicht ohne Überprüfung auf strukturelle Veränderungen eine alte Matrix zur Gewichtung benutzt wird; die Verwendung falscher Gewichte ist wegen der großen Bedeutung der Gewichte folgenschwerer als bei den anderen Verfahren. Falls nicht mehr aktuelle Gewichte in eine falsche Richtung führen würden, ist es daher besser, eine einfachere, aber zutreffende Gewichtung mit deutlichen Unterschieden zu benutzen. Das den loglinearen Verfahren zugrundeliegende Prinzip der Entropiemaximierung stellt eine sinnvolle Zusatzbedingung dar (vgl. II/2.3.1.3); dies zeigt sich auch daran, daß bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen ohne Zusatzinformation die Ströme so berechnet werden, als ob die Gewichte nach dem Gravitationsprinzip gesetzt sind. Die Tatsache, daß bei den loglinearen Verfahren alte Meßwerte als Zusatzinformation nicht verwendet werden können, stellt keinen Nachteil dar, da die Ergebnisse auch ohne diese Zusatzinformation besser sind als die der anderen Verfahren. Der Speicherplatzbedarf ist bei beiden loglinearen Verfahren gleich und nur unwesentlich höher als der unter allen Verfahren kleinste Wert.

Das Verfahren nach WILLUMSEN ist dem Verfahren nach VAN ZUYLEN vorzuziehen, da die Ergebnisse, wenn überhaupt, nur unwesentlich schlechter sind; die erforderliche Rechenzeit ist jedoch deutlich geringer und nur wenig höher als bei den schnellsten Verfahren. Darüberhinaus sind bei dem Verfahren nach WILLUMSEN auf relativ einfache Weise Intervallschätzungen zur Erfassung der Unsicherheiten in den Gewichten und Meßwerten möglich; weitere Zusatzinformation ist leicht integrierbar, wie am Beispiel einer Reiseweitenverteilung von HIGUEREY et al. (1984, S. 4) gezeigt wurde.

Bei den anderen untersuchten Verfahren ist die Beurteilung der Eignung jeweils nur in Abhängigkeit von dem betrachteten Anwendungsfall möglich; am vielseitigsten erwies sich das Verfahren nach MAHER.

Das Verfahren nach REGAN benötigt zwar den geringsten Speicherplatz und weist oft auch ähnliche Ergebnisse auf wie die loglinearen Verfahren, scheidet aber für realistische Anwendungsfälle allein schon wegen zu großer Rechenzeiten aus; bei den untersuchten Netzen ergeben sich bei

- der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen,
- einer Kombination der beiden Eingangsgrößen,
- Zusatzgleichungen aufgrund von Befragungsergebnissen bzw.
- einer nach Linien unterscheidenden Erhebung der Meßwerte

für größere Netze Konvergenzprobleme.

Im Unterschied zu den iterativen Verfahren haben die linearen Verfahren den großen Nachteil, daß die Werte schwacher Ströme oft negativ und als Ausgleich hierfür die anderen Ströme zu groß berechnet werden.

Das MAHER-Verfahren (Vorgehen mit Inversion) schneidet unter den linearen Verfahren am günstigsten ab, da es am vielseitigsten verwendbar ist und die anderen Verfahren miteinschließt. Bei entsprechender Wahl der Dispersionsmatrix  $D_{\xi}$  sind die Ergebnisse nach MAHER identisch denen nach BELL und damit im Fall der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen auch denen nach BEIL. Der Speicherplatzbedarf ist nur geringfügig höher als bei diesen beiden Verfahren; die Rechenzeit steigt gegenüber dem in dieser Hinsicht günstigeren Verfahren nach BEIL erst bei großen Netzen spürbar. Darüberhinaus bietet es ohne großen Aufwand die Möglichkeit, Unsicherheiten in den Gewichten und Meßwerten durch Intervallschätzungen zu berücksichtigen. Im Unterschied zu dem

Verfahren nach WILLUMSEN schlagen sich solche Unsicherheiten auch in den berechneten Werten der Ströme nieder, weshalb das Verfahren bei entsprechender Wahl der Dispersionsmatrizen am wenigsten sensibel auf fehlerhafte Meßwerte reagiert. Die Anwendung des MAHER-Verfahrens mit sukzessiver Vorgehensweise ist bei großen Netzen wegen des hohen Rechenaufwands (Rechenzeit und Speicherplatzbedarf) nicht sinnvoll.

Die Ergebnisse nach BELL können auch mit dem MAHER-Verfahren erhalten werden. Die Berechnung mit dem Verfahren nach BELL erfordert bei etwa gleichem Bedarf an Speicherplatz eine wesentlich höhere Rechenzeit (bei dem größten Netz in Karlsruhe ergab sich ein Faktor von 8), die z.T. an die des Verfahrens nach REGAN heranreicht; aus diesem Grund scheidet das Verfahren für praktische Anwendungsfälle im ÖPNV aus. Die Ergebnisse bei der Eingangsgröße Haltestellenbelastungen sind identisch zu denen nach BEIL; darüberhinaus gleichen sie sich mit zunehmender Güte der Ausgangswerte den Ergebnissen nach WILLUMSEN an.

Das Verfahren nach BEIL ist trotz geringen Rechenaufwands (Rechenzeit und Speicherplatzbedarf) nur mit Einschränkungen verwendbar. Da es von allen Verfahren Gewichte am geringsten berücksichtigen kann, hat es bei der Eingangsgröße Streckenbelastungen, wo keine Sollsummen für die Ein- und Aussteiger gegeben sind, die Tendenz, Durchmesserbeziehungen zu groß zu schätzen; es liefert daher meist die schlechtesten Ergebnisse, sofern nicht alte Meßwerte als Zusatzinformation verfügbar sind. Nur bei diesem Verfahren gilt, daß bei fehlenden Meßwerten die Ströme, die zu keinem der erhobenen Meßwerte beitragen, zu Null bestimmt werden. Das Verfahren nach BEIL wies bei den untersuchten Netzen nur dann Vorteile gegenüber den loglinearen Verfahren auf, wenn

- die Unterschiede zwischen den Gewichten gering waren (z.B. Klasseneinteilung),
- die Gewichte stark verfälscht waren.

Da in der Praxis aber eine richtige Klasseneinteilung nicht getroffen werden kann und die Ergebnisse bei Verwendung falscher Gewichte normalerweise nicht verwertbar sind, ist das Verfahren für die Praxis weniger geeignet.

#### 5.2.2 Verfahren des Programms "WACHS"

Die Wachstumsfaktor-Verfahren haben gegenüber den anderen Verfahren den Vorteil, daß sie wesentlich weniger Speicherplatz und Rechenzeit benötigen; dieser Unterschied nimmt mit der Netzgröße zu; das Verfahren nach WILLUMSEN erfordert bei gleichen Ergebnissen wie das Furness-Verfahren im Fall des größten Karlsruher Netzes das 7-fache an Speicherplatz und das 62-fache an Rechenzeit. Dem geringen Rechenaufwand steht jedoch der schwerwiegende Nachteil gegenüber, daß die Wachstumsfaktor-Verfahren nur dann angewendet werden können, wenn

- alle Haltestellenbelastungen erhoben wurden und
- Gewichte (Ausgangswerte) für die Ströme verfügbar sind.

Eine Berücksichtigung von Streckenbelastungen oder Zusatzinformation aus Befragungen ist nicht möglich; die Verwendung alter Meßwerte erwies sich als nicht sinnvoll. Darüberhinaus sind die Ergebnisse, abgesehen vom Einheitsfaktor-Verfahren, identisch oder annähernd gleich zu denen der loglinearen Verfahren.

Das Einheitsfaktor-Verfahren ist nicht verwendbar. Bei den anderen Verfahren bestehen sowohl von den Ergebnissen als auch vom Rechenaufwand her keine oder nur geringe Unterschiede. Das Fratar-Verfahren mit Eingabe der Summe aus Ein- und Aussteigern, das mit weniger Information auskommt, weist keine wesentlich schlechteren Ergebnisse auf; mit zunehmender Netzgröße nehmen die Unterschiede ab. Das Furness-Verfahren, dessen Ergebnisse mit denen der loglinearen Verfahren übereinstimmen, schneidet am besten ab.

### 5.3 Schlußfolgerungen für reale Anwendungsfälle

Aus den Untersuchungen für die Testnetze ergeben sich Folgerungen, die für eine Anwendung in der Praxis zusammengestellt wurden.

#### 5.3.1 Festlegung der Bezirke

In realen Anwendungen müssen meist mehrere Haltestellen zu einem Bezirk zusammengefaßt werden, um die Unterbestimmtheit des Gleichungssystems nicht zu groß werden zu lassen. Bei der Festlegung der Bezirke sollte darauf geachtet werden,

- daß bei Verwendung von Haltestellenbelastungen nur Haltestellen mit geringem Binnenverkehr zusammengefaßt werden, damit die aus dem Verkehrsaufkommen der Einzelhaltestellen ermittelte Ein- und Aussteigerzahl des Bezirks nicht zu stark verfälscht wird, andernfalls müssen zur Korrektur Befragungen durchgeführt werden;
- daß die Bezirke groß genug sind, um deutliche Unterschiede zwischen den Elementen der gesuchten Matrix zu erhalten; dann ergeben sich stark differenzierte

Gewichte, was für eine Anwendung der loglinearen Verfahren günstig ist;

- daß bei geringer Information über die Gewichte der Ströme unter Berücksichtigung des Binnenverkehrs im Zentrum mehrere Haltestellen zu aufkommensstarken Bezirken zusammengefaßt werden, um eine einfache Gewichtung verwenden zu können.

### 5.3.2 Erhebung der Meßwerte

#### 5.3.2.1 Wahl der Eingangsgröße

Nach Möglichkeit sollte auf die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen, ggf. in Kombination mit Streckenbelastungen, zurückgegriffen werden, obwohl dies Probleme bei der Bezirksfestlegung (Binnenverkehr) und den Umsteigehaltestellen (Verfälschung der Meßwerte) bedeuten kann. Die Eingangsgröße Haltestellenbelastungen bietet folgende Vorteile:

- die Ergebnisse sind besser und unabhängiger vom verwendeten Verfahren als bei der alleinigen Verwendung von Streckenbelastungen;
- durch eine Unterscheidung der Meßwerte nach Richtungen können bei Systemen ohne Sperrenzugang leicht zusätzliche Gleichungen gewonnen werden (vgl. Teil II/2.1.2.2);
- durch eine zusätzliche Unterscheidung der Meßwerte nach Linien können oft Korrekturen der Gewichte abgeleitet werden;
- anhand eines Vergleichs der Ein- und Aussteigersummen einer eventuell vorliegenden alten Matrix mit den Meßwerten kann beurteilt werden, ob sich die Matrix zur Gewichtung eignet;
- für neu eingerichtete Haltestellen bzw. Bezirke können Gewichte abgeschätzt werden.
- ggf. sind auch Wachstumsfaktor-Verfahren anwendbar.

Eine Verwendung von Streckenbelastungen empfiehlt sich zur Erhöhung der Gleichungsanzahl und zur Erfassung eventueller Widerstandsänderungen im Netz.

#### 5.3.2.2 Wahl der Meßstelle

Als Folgerungen können angeführt werden:

- um unnötigen Erhebungsaufwand zu vermeiden, sind nur solche Meßwerte zu erfassen, die linear unabhängige Gleichungen liefern; dies ist durch eine Überprüfung des vorgesehenen Gleichungssystems mit dem Programm "VSTROM" leicht festzustellen;
- wenn nicht alle möglichen Meßwerte erfaßt werden können, ist es sinnvoll, vor allem die großen Meßwerte zu erheben;
- wenn die Befragung aller Fahrgäste an einigen Haltestellen vorgesehen ist, sollten vor allem die wichtigen Haltestellen berücksichtigt werden, da die Vorgabe großer Werte den Spielraum für die Werte der anderen Ströme stärker einengt;
- bei unbekanntem Umsteigeranteil an Haltestellen mit starkem Umsteigeverkehr sollten Befragungen durchgeführt werden, um die Verfälschung der Meßwerte durch Umsteiger zu berücksichtigen; ist dies nicht möglich, sollte auf die Ermittlung und Eingabe verzichtet werden, da sie die Ergebnisse der Verfahren zu stark beeinträchtigen;
- bei unbekanntem Umsteigeranteil an Haltestellen mit geringem Umsteigeverkehr müssen die Haltestellenbelastungen nicht berichtet werden, da die Ergebnisse der meisten Verfahren bei nur kleinen Fehlern stabil sind;

- der Zusammenhang zwischen Aufwand und Nutzen darf bei der Ermittlung von Zusatzinformation nicht außer acht gelassen werden (vgl. Abschnitt 4.3.6).

### 5.3.3 Eingabe der Gewichte

über die Ausführungen in Abschnitt 5.2.3 hinaus sind zu nennen:

- schlechte Gewichte sollten nicht verwendet werden, da sie - besonders bei den loglinearen Verfahren - die Ergebnisse verfälschen; stattdessen können andere Gewichte aufgrund von Netzkenntnis, stichprobenhaften Befragungen und einer Analyse richtungs- bzw. linienweise getrennt erhobener Meßwerte bestimmt werden.
- den Verfahren eigene Tendenzen zu falschen Ergebnissen kann durch eine dies berücksichtigende Gewichtung gegengesteuert werden: Beispiel hierfür sind kleine Gewichte für Durchmesserbeziehungen bei dem Verfahren nach BEIL (Basis S) oder für Ströme zwischen zentralen Haltestellen bei den loglinearen Verfahren (Basis H ohne Zusatzinformation).
- falls eine alte Matrix zur Gewichtung verwendet wird, gilt für die Gewichte neu hinzugekommener Bezirke, daß ihre Summe über einen Vergleich der Ein-/Aussteigersummen mit denen schon bisher vorhandener Haltestellen ermittelt werden sollte.

## LITERATURVERZEICHNIS

AYRES, F. (1978):

Matrizen, Theorie und Anwendung.  
McGraw-Hill, Düsseldorf u.a., 1978.

BEIL, D. (1979):

Matrixmodelle zur Ermittlung von Teilströmen aus Querschnittsmessungen.  
Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Karlsruhe, 1979.

BEIL, D./LEUTZBACH, W. (1977):

Ein Matrixmodell zur Ermittlung der Verkehrsströme in Netzen: Vorstudie.  
Institut für Verkehrswesen, Universität Karlsruhe, 1977.

BEIL, D./LEUTZBACH, W. (1981):

Ein Matrixmodell zur Ermittlung der Verkehrsbelastung in Netzen.  
In: Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 338, 1981.

BELL, M.G.H. (1983a):

The estimation of an origin-destination matrix from traffic counts.  
In: Transportation Science, Heft 2, 1983, S. 198-217.

BELL, M.G.H. (1983b):

Linear models for the estimation of origin-destination matrices.  
In: Operations Research Italian Society, Proceedings of the Conference 1983.  
Neapel, 1983, S. 901-916.

BELL, M.G.H. (1983c):

The estimation of origin-destination flows and their confidence intervals from measurements of link volumes: a computer program.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 24, 1983, S. 202-205.

BELL, M.G.H. (1983d):

LEUTZ: Programm zur Berechnung von Verkehrsströmen aus Verkehrszählungen.

Letzte Fassung: Karlsruhe 1983. (unveröffentlicht)

BELL, M.G.H. (1984a):

Log-linear models for the estimation of origin-destination matrices from traffic counts: an approximation.

In: Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory, Paper 22. Delft, 1984, S. 451-469.

BELL, M.G.H. (1984b):

Variances and covariances for origin-destination flows when estimated by log-linear models.

In: Transportation Research B (noch nicht erschienen).

BELL, M.G.H. (1984c):

The estimation of junction turning volumes from traffic counts: the role of prior information.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 5, 1984, S. 279-283.

BIBBY, J.M./KENT, J.T./MARDIA, K.V. (1979):

Multivariate Analysis.

Academic Press, London, 1979.

BRILLOUIN, L. (1962):

Science and information theory.

Academic Press, New York, 1962, 2. Auflage.

BRANSTON, D.M./VAN ZUYLEN, H.J. (1982):  
Consistent link flow estimation from counts.  
In: Transportation Research B, Heft 6, 1982, S.  
473-476.

BRONSTEIN, I.N./SEMENDJAJEV, K.A. (1976):  
Taschenbuch der Mathematik.  
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt u.a., 1976.

BONE, J./MARTIN, B.V./MEMMOTT, F.W. (1961):  
Principles and techniques of predicting future demand  
for urban area transportation.  
MIT-Report Nr. 3, Massachusetts Institute of  
Technology, 1961.

BOYCE, D.E./FISK, C.S. (1983):  
A note on trip matrix estimation from link traffic  
count data.  
In: Transportation Research B, Heft 3, 1983, S.  
245-250.

BUEHLER, M.G. (1983):  
Forecasting intersection traffic volumes.  
In: Journal of Transportation Engineering, Heft 4,  
1983, S. 519-533.

CHAN, V.K./REGAN, E.J. (1978):  
Inferring origin-destination demands from traffic flow  
information.  
Working Paper 17: Pennsylvania Transportation  
Institute, 1978.

CHAN, V.K./DOWLING, R.G./WILLIS, A.E. (1980a):  
Deriving origin-destination information from routinely  
collected traffic counts  
Phase I: Review of current research and applications.  
Institute of Transportation Studies, University of  
California, Berkeley 1980.

CHAN, V.K./WILLIS, A.E. (1980b):

Deriving origin-destination information from routinely collected traffic counts

Phase II: Comparisons of techniques for single path and multipath networks.

Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, 1980.

COLLATZ, L./WETTERLING, W. (1966):

Optimierungsaufgaben.

Springer Verlag, Berlin u.a., 1966.

CREMER, M./KELLER, H (1981):

Dynamic identification of flows from traffic counts of complex intersections.

In: Proceedings of the 8<sup>th</sup> Int. Symposium on Transportation and Traffic Theory.

Toronto 1981, S. 121-142.

DAVIES, P./GRIBBLE, J.J. (1978):

Bus passenger O-D-surveys using the seat matrix method.

In: Traffic Engineering & Control, Heft 12, 1978, S. 559-561.

DÖRFLER, W. (1963):

Ergebnisse und Erkenntnisse der im Mai 1962 durchgeführten Verkehrserhebung. Textband.

Herausgeber: Bremer Straßenbahn AG, Bremen 1963.

DÜBBERS, K. (1983):

Verkehr als Markov'scher Prozeß.

Vortrag auf der Jahrestagung 1983 der Deutschen Gesellschaft für Operations Research.

Mannheim 1983.

ERIKSSON, J. (1981):

Algorithms for entropy and mathematical programming.  
Linköping. Studies in Science and Technology.  
Dissertations No. 63.  
Linköping 1981.

EVANS, A.W. (1970):

Some properties of trip distribution methods.  
In: Transportation Research, Heft 1, 1970, S. 19-36.

FADDEJEW, D.K./FADDEJEWA, W.N. (1976):

Numerische Methoden der Linearen Algebra.  
R. Oldenbourg Verlag, München u.a., 1976, 4. Auflage.

FGS (1970):

Forschungsgesellschaft für das Straßenwesen:  
Richtlinien für Verkehrserhebungen.  
Köln 1970.

FISZ, M. (1980):

Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Stati-  
stik.  
Hochschulbücherei für Mathematik, Band 40.  
Berlin (DDR) 1980, 10. Auflage.

FRATAR, T.J. (1954):

Vehicular trip distribution by successive  
approximations.  
In: Traffic Quarterly, Heft 1, 1954, S. 53-65.

FURNESS, K.P. (1965):

Time function iteration.  
In: Traffic Engineering & Control, Heft 11, 1965, S.  
458-460.

FVAG/RAPP AG (1981):

Fahrtenmatrix 1981.  
Freiburger Verkehrs AG/RAPP AG,  
Basel 1981.

GRÖBNER, W. (1966):

Matrizenrechnung.

Hochschultaschenbücher des Bibliographischen Instituts  
Nr. 103/103a. Hochschultaschenbücher-Verlag.

Mannheim, 1966.

GUR, Y./TURNQUIST, M. (1979):

Estimation of trip tables from observed link volumes.

In: Transportation Research Record, Nr. 730,  
Washington, 1979, S. 1-6.

HENDRICKSON, C./MCNEIL, S. (1984):

Matrix entry estimation error.

In: Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Symposium on  
Transportation and Traffic Theory, Paper 20,  
Delft, 1984, S. 413-430.

HIGUEREY, P.R./WILLUMSEN, L.G. (1984):

Estimation of origin-destination for rapid transit  
systems using low cost data.

Paper presented for the 16<sup>th</sup> UTSG Annual Conference,  
Loughborough, 1984.

HÖGBERG, P. (1976):

Estimation of parameters in models for traffic  
prediction: a non-linear regression approach.

In: Transportation Research, Heft 4, 1976, S. 263-265.

HOLM, J./JENSEN, T./NIELSEN, S.K./CHRISTENSEN, A./

RONBY, G. (1976):

Calibrating traffic models on traffic census results  
only.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 4, 1976, S.  
137-140.

HUTCHINSON, B.G./SMITH, D.P. (1981):

Goodness of fit statistics for trip distribution models.

In: Transportation Research A, Heft 4, 1981, S. 295-303.

JOHNSTON, J. (1972):

Econometric methods.

McGraw-Hill, Tokio u.a., 1972.

KLEITER, G.D. (1981):

Bayes-Statistik: Grundlagen und Anwendungen.

Walter de Gruyter, Berlin/New York, 1981.

LAMARRE, L. (1977):

Une méthode linéaire simple d'estimation de la matrice des origines et des destinations à partir de comptages sur les liens d'un réseau: une application au réseau routier de Quebec.

Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Publ. Nr. 76, 1977.

LAMOND, B./STEWART, N.F. (1981):

Bregman's balancing method.

In: Transportation Research, 15B, Heft 4, 1981, S. 239-248.

LANE, R./POWELL, T.J./SMITH, P.P. (1971):

Analytical Transport Planning.

Duckworth and Company, London, 1971.

LOW, D. (1972):

A new approach to transportation systems modelling.

In: Traffic Quarterly, Heft 3, 1972, S. 391-404.

MAHER, M.J. (1983a):

Inferences on trip matrices from observations on link volumes: a Bayesian statistical approach.

In: Transportation Research, Heft 6, 1983, S. 435-447.

MAHER, M.J. (1983b):

Speeding up the Furness-method.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 10, 1983, S.  
485-486.

MAHER, M.J. (1984a):

Estimating the turning flows at a junction: a  
comparison of three models.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 1, 1984, S.  
19-22.

MAHER, M.J. (1984b):

Obtaining standard errors estimates from the Furness  
Method. Paper presentend on the 16<sup>th</sup> Annual U.T.S.G.  
Conference 1984, Loughborough University, London 1984.

MAY, A.D./WILLIS, A.E. (1981):

Deriving Origin-destination information from routinely  
calected traffic counts.

Volume I: Trip Table Synthesis for single path  
networks, Institute of Transportation Studies,  
University of California, Berkeley 1981.

MEKKY, A. (1983):

A direct method for speeding up the convergence of the  
Furness Biproportional method.

In: Transportation Research B, Heft 1, 1983, S. 1-11.

MEKKY, A. (1979):

On estimating turning flows at road junctions.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 10, 1979, S.  
486-487.

MITRA, S.K./RAO, C.R. (1971):

Generalized inverse of matrices and its applications.  
John Wiley & Sons, New York u.a., 1971.

MÜLLER-MERBACH, H. (1973):

Operations Research.

Vahlens Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Verlag Vahlen, München 1979, 3. Auflage.

NGUYEN, S. (1983):

Inferring origin-destination demand from network data.

In: Operations Research Italian Society, Proceedings of the Conference 1983.

Neapel, 1983, S. 3-102.

NGUYEN, S. (1977):

Estimating on O-D-matrix from network data: a network equilibrium approach.

Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Report Nr. 60, 1977.

OVERGAARD (1974):

Development of a simplified traffic model for the city of Silkeborg.

In: OECD Road Research Group. Urban traffic models: Possibilities for simplification.

Paris, 1974, S. 99-100.

PRODATA (1982):

Fahrzeitanalyse - und Fahrgastzählgerät PRODATA PR 812/PR 44.

PRODATA GmbH, Hamburg 1982.

PTV (1983):

Planungsbüro Transport und Verkehr:

Linienetzplanung für das Busnetz der Stadtwerke Pforzheim.

Auftraggeber: Stadtwerke Pforzheim - Verkehrsbetriebe. Karlsruhe 1983.

REGAN, E.J. III (1977):

Estimating an origin-destination matrix from existing link volumes: a volume allocation procedure.

Thesis, Pennsylvania State University, 1977.

ROAD RESEARCH LABORATORY (1965):

Research on Road Traffic.

Her Majesty's Stationery Office, London 1965.

ROBILLARD, P. (1975):

Estimating an O-D-matrix from observed link volumes.

In: Transportation Research, Heft 2/3, 1975, S.  
123-128.

ROBILLARD, P./STEWART, N.F. (1974):

Iterative numerical methods for trip distribution problems.

In: Transportation Research, Heft 5, 1974, S. 575-582.

SCHLUMS, J. (1954):

Verkehrszählungen an Straßenknoten.

In: Zeitschrift für Verkehrswissenschaft, Heft 2, 1954,  
S. 228-238.

SCHWEIG, K.-H. (1983):

Die Bedeutung der Vorinformation bei der Anwendung von Verfahren zur Berechnung der Quelle-Ziel-Matrizen aus Messungen der Querschnittsverkehrsstärken.

Vertieferarbeit am Institut für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe.

Karlsruhe 1983.

SPARMANN, U. (1980):

ORIENT - Ein verhaltensorientiertes Simulationsmodell zur Verkehrsprognose.

Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe, Heft 20.

Karlsruhe 1980.

SYMONS, J./WILSON, R./PATERSON, J. (1976):

A model of inter-city motor travel estimated by link volumes.

Australian Road Research Board Proceedings, 1976, Session 20.

VAG (1984):

Erfahrungen mit Geräten zur automatischen Erfassung von Haltestellenbelastungen.

VAG Nürnberg.

Nürnberg 1984. (unveröffentlicht).

VAN VLIET, D./WILLUMSEN, L.G. (1981):

Validation of the ME 2 model for estimating trip matrices from traffic counts.

In: Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory.

Toronto, 1981, S. 640-655.

VAN ZUYLEN, H.J. (1979):

The estimation of turning flows on a junction.

In: Traffic Engineering and Control, Heft 11, 1979, S. 539-541.

VAN ZUYLEN, H.J. (1981):

Some improvements in the estimation of an OD matrix from traffic counts.

In: Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory.

Toronto, 1981, S. 656-671.

VAN ZUYLEN, H.J./WILLUMSEN, L.G. (1980):

The most likely trip matrix estimated from traffic counts.

In: Transportation Research B, Heft 3, 1980, S. 281-291.

VBK (1965):

Verkehrszählung 1964. Bericht über die Zählung und Befragung der Fahrgäste auf allen Straßenbahn- und Omnibuslinien.

Stadtwerke Karlsruhe, Verkehrsbetriebe.

Karlsruhe 1965.

VBK (1970):

Bericht über die Zählung und Befragung der Fahrgäste auf allen Straßenbahn- und Omnibuslinien der Verkehrsbetriebe und der Albtal-Verkehrs-Gesellschaft in den Monaten März und Mai 1970.

Stadtwerke Karlsruhe, Verkehrsbetriebe.  
Karlsruhe 1970.

VÖV (1961):

Verband öffentlicher Verkehrsbetriebe: Anleitung für  
Verkehrserhebungen in öffentlichen Personennahverkehr.  
Köln 1961.

WARDROP, J.G. (1952):

Some theoretical aspects of road traffic research.  
In: Proceedings of the Institution of Civil Engineers,  
Part II, Road Paper Nr. 36.  
London, 1952, S. 325-378.

WERMUTH, M. (1980):

Modellkonzepte der Verkehrsnachfrage.  
In: Schriftenreihe des Lehrstuhls für Verkehrsplanung  
und Straßenwesen der Hochschule der Bundeswehr,  
Heft 22, S. 71-113.  
München 1984.

WILLMANN, G. (1965):

Verkehrsverteilung nach FRATAR.  
Vertieferarbeit am Lehrstuhl für Verkehrswesen,  
Universität Karlsruhe, 1965.

WILLUMSEN, L.G. (1978):

Estimation of an O-D-matrix from traffic counts - a  
review.  
Working Paper Nr. 99, Institute for Transport Studies,  
University of Leeds, 1978.

WILSON, A.G. (1970):

Entropy in urban and regional modelling.  
Pion Limited, London 1970.

ZEH, K.-P. (1981):

Vergleich zweier Verfahren zur Bestimmung von Verkehrs-  
strömen in Netzen aus Querschnittsmessungen.  
Studienarbeit am Institut für Verkehrswesen, Universi-  
tät Karlsruhe, 1981.

## Verzeichnis der Tabellen

- Tab. 1: Vergleich der bisherigen Methoden zur Bestimmung von Quelle-Ziel-Matrizen
- Tab. 2: Ergebnisse des Verfahrens mit Minimierung der Norm
- Tab. 3: Ergebnisse des Verfahrens mit Maximierung der Entropie
- Tab. 4: Ergebnisse des Verfahrens mit Minimierung der Unterschiedsquadrate (Entropieannäherung)
- Tab. 5: Ergebnisse des Verfahrens mit Minimierung des Informationsgewinns
- Tab. 6: Ergebnisse des Verfahrens nach REGAN
- Tab. 7: Ergebnisse des Verfahrens nach dem Satz von Bayes
- Tab. 8: Vergleich der Verfahren
- Tab. 9a: Kenngrößen der Karlsruher Netze
- Tab. 9b: Kenngrößen der Pforzheimer Netze
- Tab. 10a: Matrizen für das Netz KA 7
- Tab. 10b: Matrizen für das Netz PF 7

## Verzeichnis der Abbildungen

- Abb. 1: Ablauf des Verfahrens mit Minimierung der Norm
- Abb. 2: Beispiele von Fahrtenkombinationen
- Abb. 3: Ablauf des Verfahrens mit Maximierung der Entropie
- Abb. 4: Ablauf des Verfahrens mit Minimierung der Unterschiedsquadrate
- Abb. 5: Ablauf des Verfahrens mit Minimierung des Informationsgewinns
- Abb. 6: Ablauf des Verfahrens nach REGAN
- Abb. 7: Ablauf des Verfahrens nach dem Satz von Bayes
- Abb. 8: Bregman-Algorithmus für das Entropie-Verfahren
- Abb. 9: Ablauf des Programms "VSTROM"
- Abb. 10: Ablauf des Programms "WACHS"
- Abb. 11a: Netze für Karlsruhe
- Abb. 11b: Netze für Pforzheim
- Abb. 12a: Netz KA 7
- Abb. 12b: Netz PF 7
- Abb. 13a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 13b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 14a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 14b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 15: Einzelströme im Netz KA 7: Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 16: Einzelströme im Netz KA 7: Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 17a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix

- Abb. 17b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix
- Abb. 18a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 18b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 19a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 19b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 20a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 20b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 21a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
ohne Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 21b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
ohne Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 22a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 22b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen
- Abb. 23a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 23b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 24a: Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen  
für die Karlsruher Netze
- Abb. 24b: Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen  
für die Pforzheimer Netze

- Abb. 25a: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 25b: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 26a: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 26b: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 27: Normierte MQA für die Netze KA 7 und KA 23  
bei fehlenden Gleichungen:  
Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 28: Normierte MQA für die Netze KA 7 und KA 23  
bei fehlenden Gleichungen:  
Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 29a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne Zusatzinformation
- Abb. 29b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, ohne Zusatzinformation
- Abb. 30a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne Zusatzinformation
- Abb. 30b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis S, ohne Zusatzinformation
- Abb. 31a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, ohne Zusatzinformation
- Abb. 31b: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, ohne Zusatzinformation
- Abb. 32a: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, ohne Zusatzinformation
- Abb. 32b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, ohne Zusatzinformation
- Abb. 33: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne Zusatzinformation
- Abb. 34: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, ohne Zusatzinformation
- Abb. 35a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, ohne Zusatzinformation  
Verfahren nach BEIL

- Abb. 35b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, ohne Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 36a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 36b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 37a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 37b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 38a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 38b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 39a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 39b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 40: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 41a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 41b: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 42a: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix
- Abb. 42b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, mit alter Matrix
- Abb. 43a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix

- Abb. 43b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix
- Abb. 44a: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 44b: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis S, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 45a: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 45b: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis S, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 46a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 46b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 47: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren
- Abb. 48: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Gewichte  $1/5$  oder  $1/9$   
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 49: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, Gewichte  $1/5$
- Abb. 50: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, Gewichte  $1/5$
- Abb. 51: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne Zusatzinformation bzw. Gewichte  $1/5$   
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 52: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, Gewichte  $1/5$   
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 53: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Gewichte  $1/5$  bzw. nach Gravitationsprinzip  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 54a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen

- Abb. 54b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 6 Klassen
- Abb. 55a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen
- Abb. 55b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 6 Klassen
- Abb. 56: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, 3 verschiedene Klasseneinteilungen  
der Gewichte  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 57: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ordinale Gewichtung und Klasseneinteilung  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 58a: Normierte MQA im Netz KA 7:  
Basis S, mit/ohne alten Meßwerten  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 58b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit/ohne alten Meßwerten  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN
- Abb. 59a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix  
Befragung an einer zentralen Haltestelle
- Abb. 59b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix  
Befragung an zwei zentralen Haltestellen
- Abb. 60a: Prozentuale Abweichungen für das Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 60b: Prozentuale Abweichungen für das Netz KA 7:  
Basis H, mit alter Matrix, mit Befragungsergebnissen  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 61a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen  
(Auswahl nach abnehmenden Einsteigersummen)  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 61b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen  
(Auswahl nach zunehmenden Einsteigersummen)  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 62: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Berichtigte Umsteige Haltestellenbelastungen  
Verfahren nach WILLUMSEN

- Abb. 63: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 64a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 64b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 65a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche  
Zusatzinformation  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 65b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche  
Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 66a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche  
Zusatzinformation  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 66b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche  
Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 67a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 67b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 68a: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 68b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 69: Normierte MQA für das Netz KA 7:  
Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 70a: Anzahl der Ströme und linear unabhängigen  
Gleichungen für die Karlsruher Netze

- Abb. 70b: Prozentuale Abweichungen für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 70c: Prozentuale Abweichungen für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 71a: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 71b: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 72a: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 72b: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 73: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Verfälschte Umsteigehaltestellenbelastungen  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 74: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Befragung an der wichtigsten Haltestelle  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 75a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, verschiedene Linienführung  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 75b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, verschiedene Linienführung  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 76a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, falsche Anteilswerte  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 76b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, falsche Anteilswerte  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 77a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix  
Einführung neuer Unbekannter für Teilströme  
Verfahren nach WILLUMSEN

- Abb. 77b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, ohne alte Matrix  
Einführung neuer Unbekannter für Teilströme  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 78a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix und falschen Meßwerten  
Verfahren nach BEIL
- Abb. 78b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix und falschen Meßwerten  
Verfahren nach WILLUMSEN
- Abb. 79a: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "VSTROM"
- Abb. 79b: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "VSTROM"
- Abb. 80: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "VSTROM"
- Abb. 81a: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"
- Abb. 81b: Rechenzeiten für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"
- Abb. 82: Speicherplatzbedarf für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "VSTROM"
- Abb. 83: Speicherplatzbedarf für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"

Tabellen

Abbildungen

Netz \ Kriterium	6	7	10	13	18	23
Haltestellen	6	7	10	13	18	23
zentrale Haltestellen	1	2	2	2	2	2
Endhaltestellen	4	3	4	5	7	8
Nicht-Endhaltestellen	2	4	6	8	11	15
Umsteigehaltestellen	2	3	4	5	7	9
Strecken	5	7	10	13	19	25
Linien	2	3	3	4	6	8
Ströme	30	42	90	156	306	506
Ströme mit alternativen Routen	0	6	10	13	34	71
Anteil der Ströme mit alternativen Routen	0%	14%	11%	8%	11%	14%
Fahrtenanzahl						
1964	39916	41952	64684	94564	111150	121586
1970	42868	45000	68027	99041	115233	126415
Änderung	+2952	+3048	+3343	+4477	+4083	+4829
mittlere absolute Änderung je Strom	206	156	113	91	62	47
mittlere prozentuale Änderung je Strom	26%	22%	20%	22%	27%	47%
Anteil der Haupthaltestelle an der Gesamt-Fahrtenanzahl (Quellverkehr)						
1964	39%	25%	20%	17%	14%	13%
1970	40%	25%	20%	17%	14%	13%
Umsteigevorgänge 1970	1840	3002	9401	13744	16835	21483
Umsteigevorgänge an der Haupthaltestelle 1970	1274	1657	5294	7943	8995	9498
Anteil der Haupthaltestelle an den Umsteigevorgängen						
1970	69%	55%	56%	58%	53%	44%
Anteil der Umsteigevorgänge an den Gesamtfahrten						
1970	4%	7%	14%	14%	15%	17%

Tab. 9a: Kenngrößen für die untersuchten Netze in Karlsruhe

Kriterium	Netz					
	6	7	10	13	18	23
Haltestellen	6	7	10	13	18	23
zentrale Haltestellen	1	1	1	1	1	1
Endhaltestellen	4	5	7	7	8	12
Nicht-Endhaltestellen	2	2	3	6	10	11
Umsteigehaltestellen	1	1	2	2	4	6
Strecken	5	6	9	12	17	22
Linien	2	3	5	5	7	8
Ströme	30	42	90	156	306	506
Ströme mit alternativen Routen	0	0	0	0	64	76
Anteil der Ströme mit alternativen Routen	0%	0%	0%	0%	21%	15%
Fahrtenanzahl	1972	1983	1972	1983	1972	1983
	22971	18478	31333	27968	44016	40171
					45401	40884
					47203	41607
					47544	41798
Anderung	-4493	-3365	-3845	-4517	-5596	-5746
mittlere absolute Änderung je Strom	357	346	205	147	95	68
mittlere prozentuale Änderung je Strom	139%	139%	173%	164%	638%	762%
Anteil der Haupthaltestelle an der Gesamt-Fahrtenanzahl (Quellverkehr)	1972	1983	1972	1983	1972	1983
	40%	35%	40%	32%	38%	31%
					29%	24%
					27%	20%
					22%	16%
Umsteigevorgänge 1983	3735	8884	12882	13657	15337	16275
Umsteigevorgänge an der Haupthaltestelle 1983	3735	8884	12866	13641	14844	14512
Anteil der Haupthaltestelle an den Umsteigevorgängen	1970	1970	1970	1970	1970	1970
	100%	100%	100%	100%	97%	89%
Anteil der Umsteigevorgänge an den Gesamtfahrten	1970	1970	1970	1970	1970	1970
	20%	32%	32%	33%	37%	39%

Tab. 9b: Kenngrößen für die untersuchten Netze in Pforzheim

MATRIX 1 :

NAME :KARLSRUHE NETZ 7

JAHR : 1964

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	1564	2337	1346	205	138	198	5788
2:	1892	-	1462	1538	331	706	479	6408
3:	2510	1774	-	1124	993	1724	2152	10277
4:	1388	1301	912	-	1340	946	1480	7367
5:	228	431	885	1440	-	133	362	3479
6:	199	412	1589	1499	147	-	335	4181
7:	202	444	1854	1364	341	247	-	4452
ZIELSUMMEN :	6419	5926	9039	8311	3357	3894	5006	41952

MATRIX 2 :

NAME :KARLSRUHE NETZ 7

JAHR : 1970

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	1312	2348	1353	180	263	175	5631
2:	1783	-	1468	1543	388	677	506	6365
3:	2323	1630	-	1177	1165	2205	2815	11315
4:	1284	1196	955	-	1571	1217	1936	8159
5:	183	325	900	1464	-	107	291	3270
6:	303	445	2368	1330	203	-	501	5150
7:	203	364	2249	1668	295	331	-	5110
ZIELSUMMEN :	6079	5272	10288	8535	3802	4800	6224	45000

ABSOLUTE AENDERUNG (M2-M1):

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	-252	11	7	-25	125	-23	-157
2:	-109	-	6	5	57	-29	27	-43
3:	-187	-144	-	53	172	481	663	1038
4:	-104	-105	43	-	231	271	456	792
5:	-45	-106	15	24	-	-26	-71	-209
6:	104	33	779	-169	56	-	166	969
7:	1	-80	395	304	-46	84	-	658
ZIELSUMMEN :	-340	-654	1249	224	445	906	1218	3048

MITTLERE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 156  
 MAXIMALE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 779  
 MINIMALE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 1

PROZENTUALE AENDERUNG (M2-M1)/M1\*100%:

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	-16	0	1	-12	91	-12	-3
2:	-6	-	0	0	17	-4	6	-1
3:	-7	-8	-	5	17	28	31	10
4:	-7	-8	5	-	17	29	31	11
5:	-20	-25	2	2	-	-20	-20	-6
6:	52	8	49	-11	38	-	50	23
7:	0	-18	21	22	-13	34	-	15
ZIELSUMMEN :	-5	-11	14	3	13	23	24	7

MITTLERE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 22%  
 MAXIMALE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 91%  
 MINIMALE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 0%

MATRIX 1 :

NAME :PFORZHEIM NETZ 7

JAHR : 1972

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	613	1032	191	375	50	34	2295
2:	599	-	1735	503	1113	256	51	4257
3:	1118	1998	-	2598	1765	3355	1599	12433
4:	130	456	1679	-	203	710	131	3309
5:	365	1139	1635	355	-	190	158	3842
6:	149	302	2272	717	168	-	83	3691
7:	17	72	982	221	104	110	-	1506
ZIELSUMMEN :	2378	4580	9335	4585	3728	4671	2056	31333

MATRIX 2 :

NAME :PFORZHEIM NETZ 7

JAHR : 1983

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	270	756	272	319	384	213	2214
2:	329	-	1127	574	476	580	343	3429
3:	775	1179	-	1889	1222	2491	1376	8932
4:	217	450	1222	-	262	1121	517	3789
5:	311	437	967	411	-	405	276	2807
6:	402	493	1850	1004	334	-	244	4327
7:	195	315	957	614	207	182	-	2470
ZIELSUMMEN :	2229	3144	6879	4764	2820	5163	2969	27968

ABSOLUTE AENDERUNG (M2-M1):

STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	-343	-276	81	-56	334	179	-81
2:	-270	-	-608	71	-637	324	292	-828
3:	-343	-819	-	-709	-543	-864	-223	-3501
4:	87	-6	-457	-	59	411	386	480
5:	-54	-702	-668	56	-	215	118	-1035
6:	253	191	-422	287	166	-	161	636
7:	178	243	-25	393	103	72	-	964
ZIELSUMMEN :	-149	-1436	-2456	179	-908	492	913	-3365

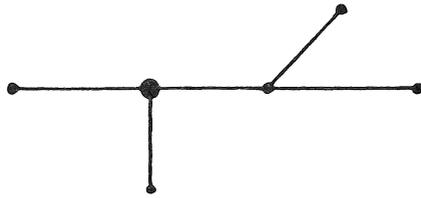
MITTLERE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 346  
 MAXIMALE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 864  
 MINIMALE ABSOLUTE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)] = 6

PROZENTUALE AENDERUNG (M2-M1)/M1\*100%:

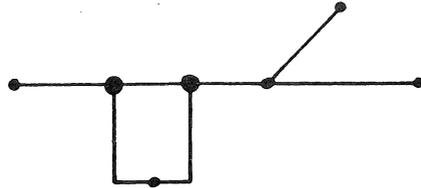
STATIONEN	1	2	3	4	5	6	7	QUELLSUMMEN
1:	-	-56	-27	42	-15	668	526	-4
2:	-45	-	-35	14	-57	127	573	-19
3:	-31	-41	-	-27	-31	-26	-14	-28
4:	67	-1	-27	-	29	58	295	15
5:	-15	-62	-41	16	-	113	75	-27
6:	170	63	-19	40	99	-	194	17
7:	1047	338	-3	178	99	65	-	64
ZIELSUMMEN :	-6	-31	-26	4	-24	11	44	-11

MITTLERE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 139%  
 MAXIMALE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 1047%  
 MINIMALE PROZENTUALE AENDERUNG [BETRAG VON (M2-M1)/M1\*100%] = 1%

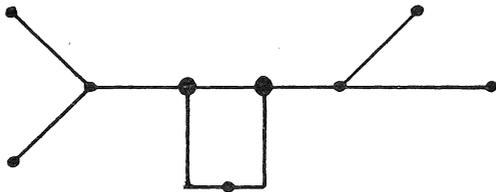
Tab. 10b: Matrizen für das Netz PF 7



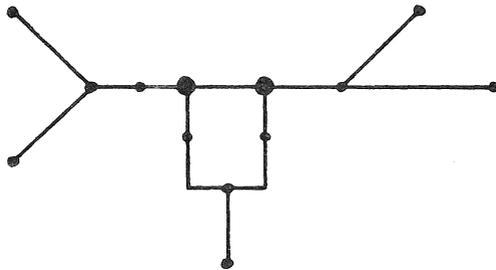
KA 6



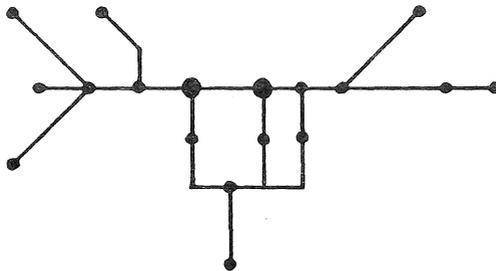
KA 7



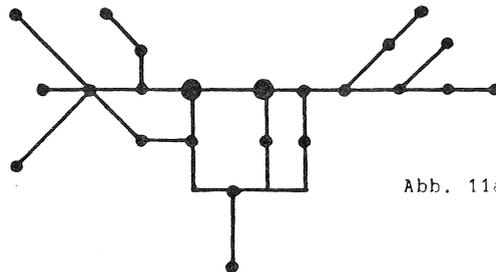
KA 10



KA 13

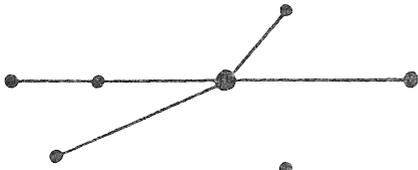


KA 18

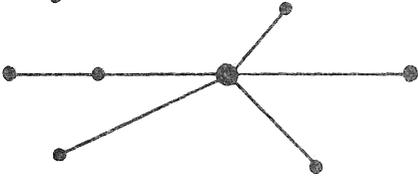


KA 23

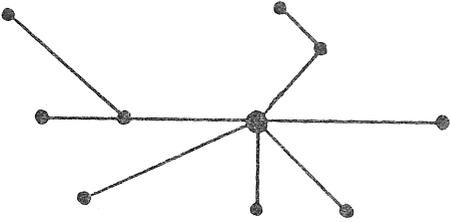
Abb. 11a: Netze für Karlsruhe



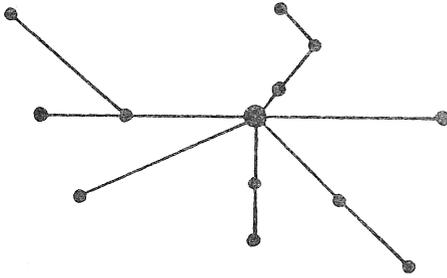
PF 6



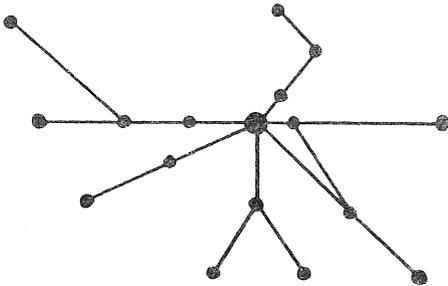
PF 7



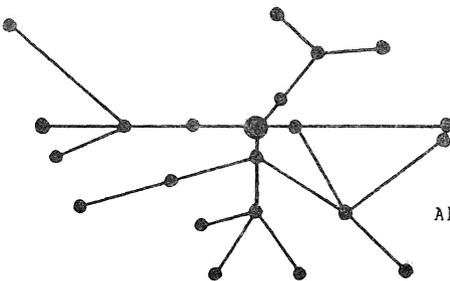
PF 10



PF 13



PF 18



PF 23

Abb. 11b: Netze für Pforzheim

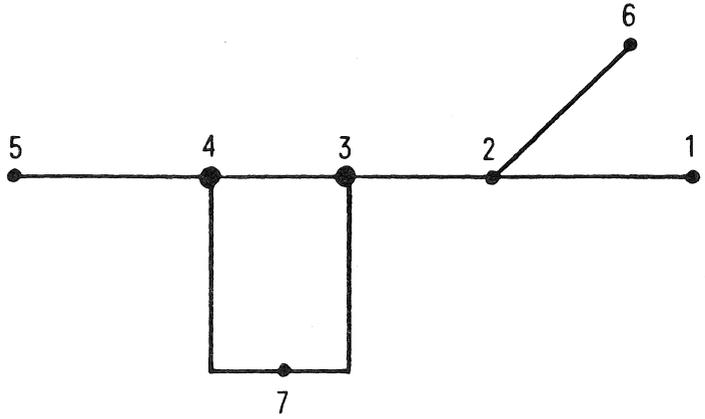


Abb. 12a: Netz KA 7

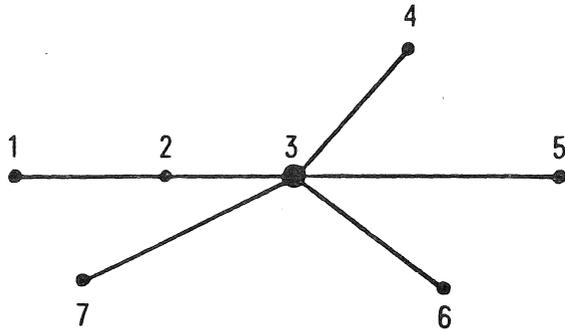


Abb. 12b: Netz PF 7

# NETZE KA BASIS:H MIT ALTER MATRIX

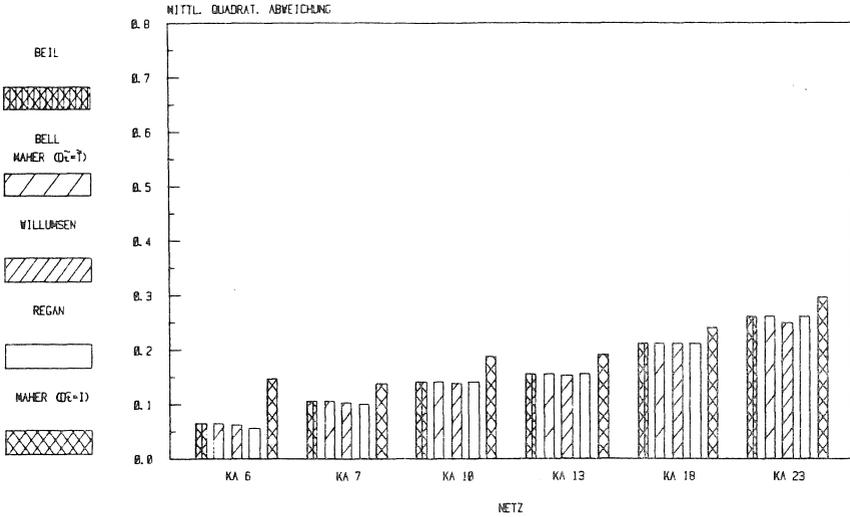


Abb. 13a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix

# NETZE KA BASIS:S MIT ALTER MATRIX

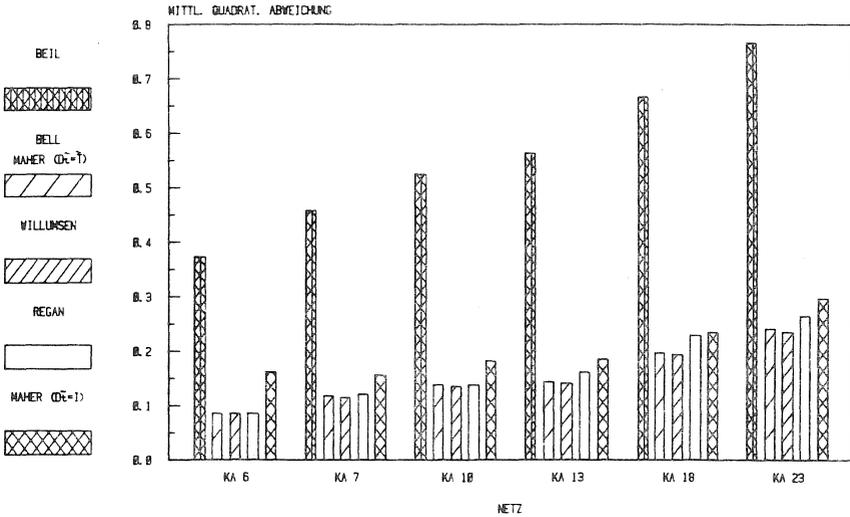


Abb. 13b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis S, mit alter Matrix

## NETZE KA BASIS: H MIT ALTER MATRIX

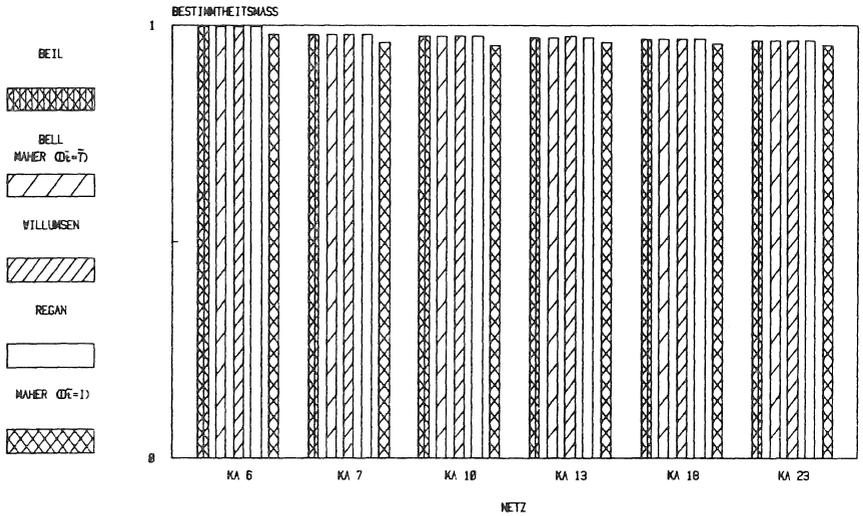


Abb. 14a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix

## NETZE KA BASIS: S MIT ALTER MATRIX

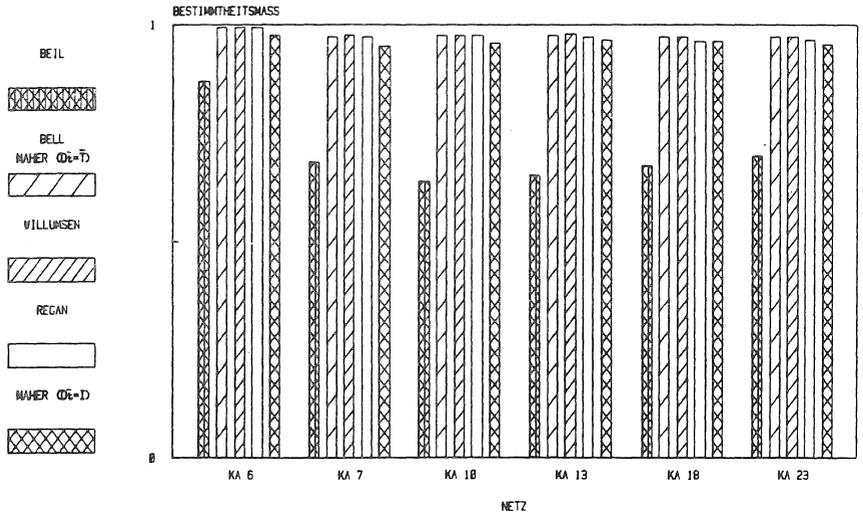
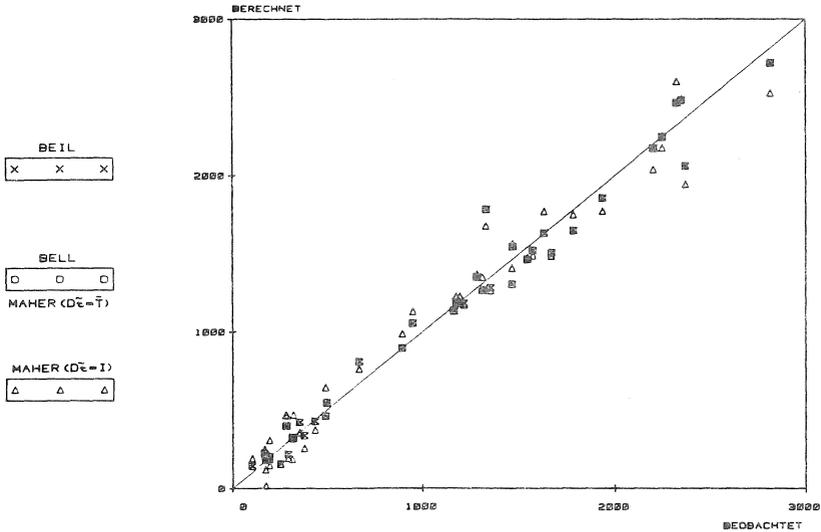


Abb. 14b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis S, mit alter Matrix

# KA 7H 7S BASIS: H MIT ALTER MATRIX



# KA 7H 7S BASIS: H MIT ALTER MATRIX

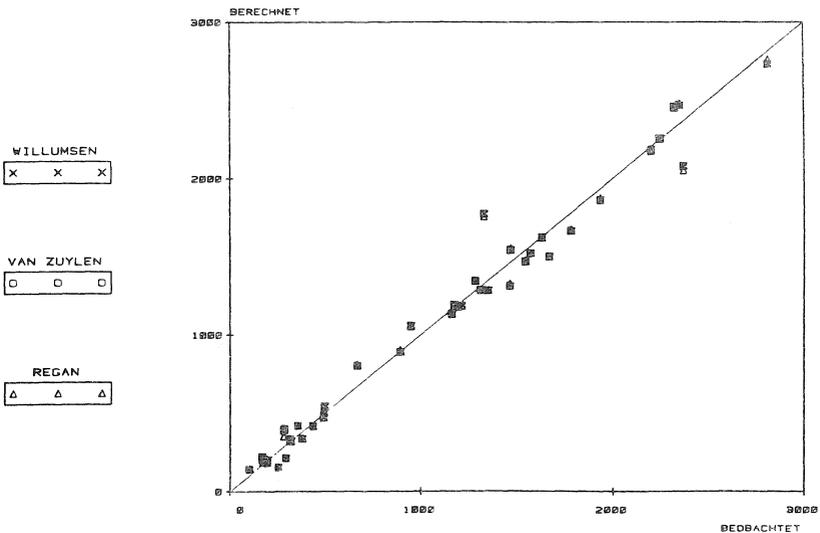
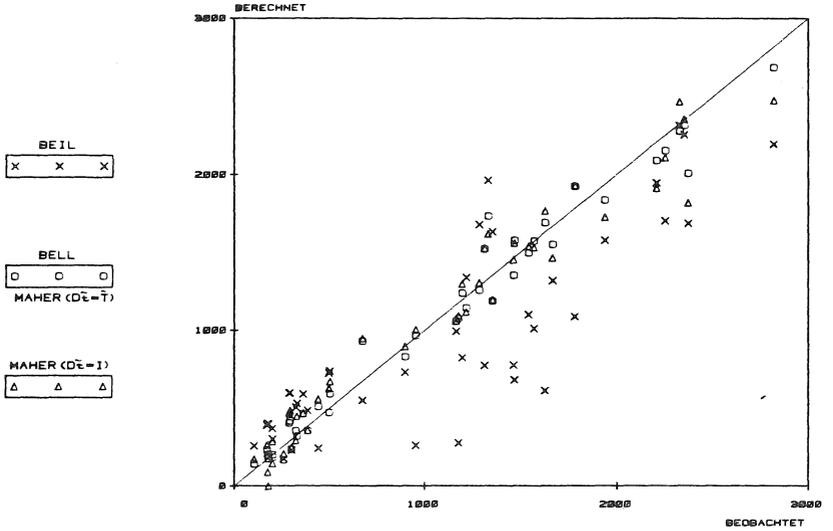


Abb. 15: Einzelströme im Netz KÄ 7:  
Basis H, mit alter Matrix

# KA 7H 7S BASIS: S MIT ALTER MATRIX



# KA 7H 7S BASIS: S MIT ALTER MATRIX

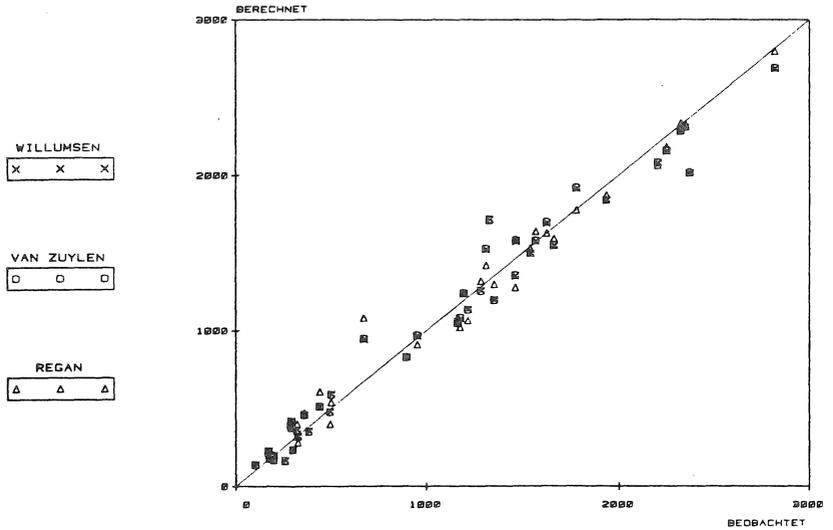


Abb. 16: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix

## NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

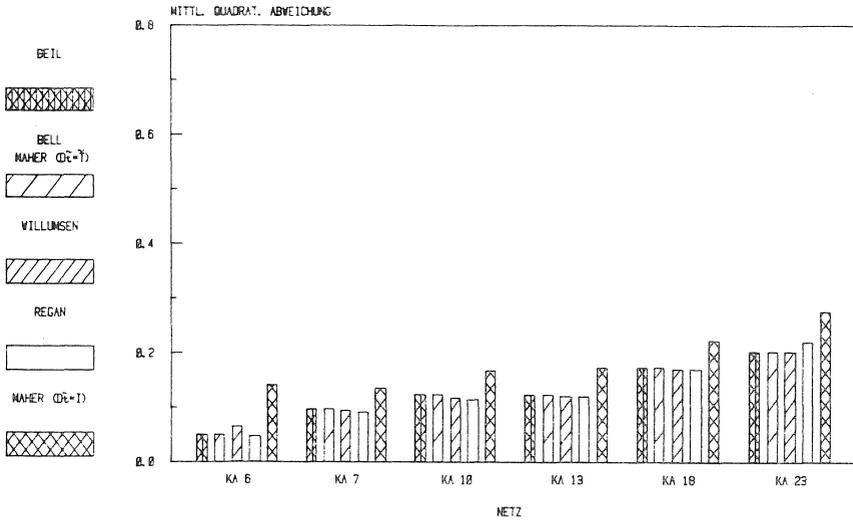


Abb. 17a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix

## NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

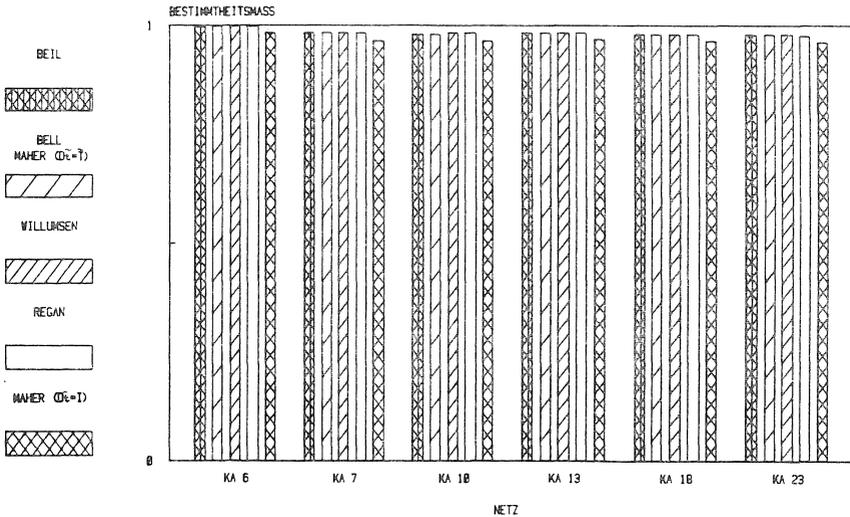


Abb. 17b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix

# NETZE KA BASIS: H/S MIT ALTER MATRIX

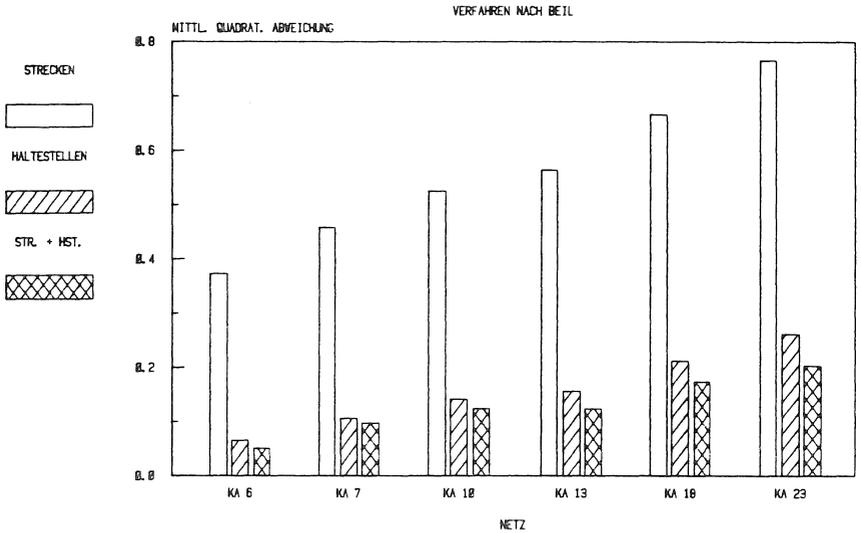


Abb. 18a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL

# NETZE KA BASIS: H/S MIT ALTER MATRIX

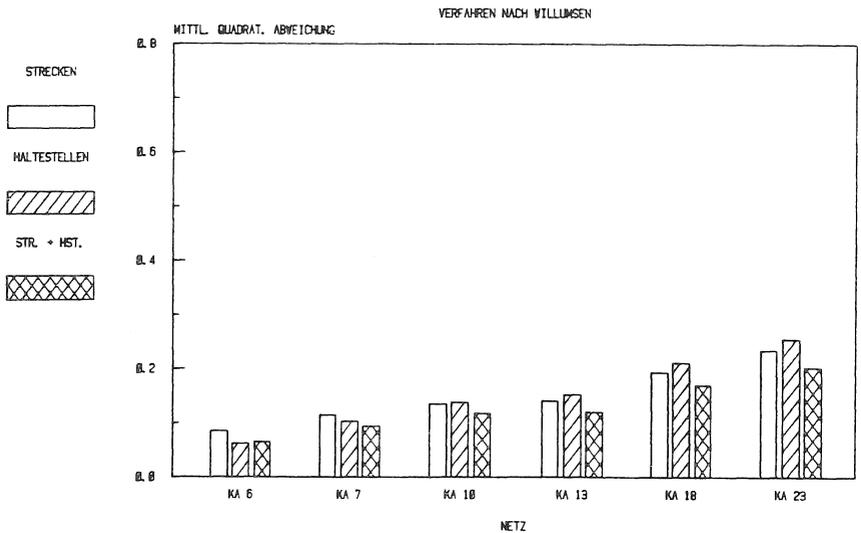


Abb. 18b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

KA 7H 7S BASIS: H/S  
BEIL MIT ALTER MATRIX

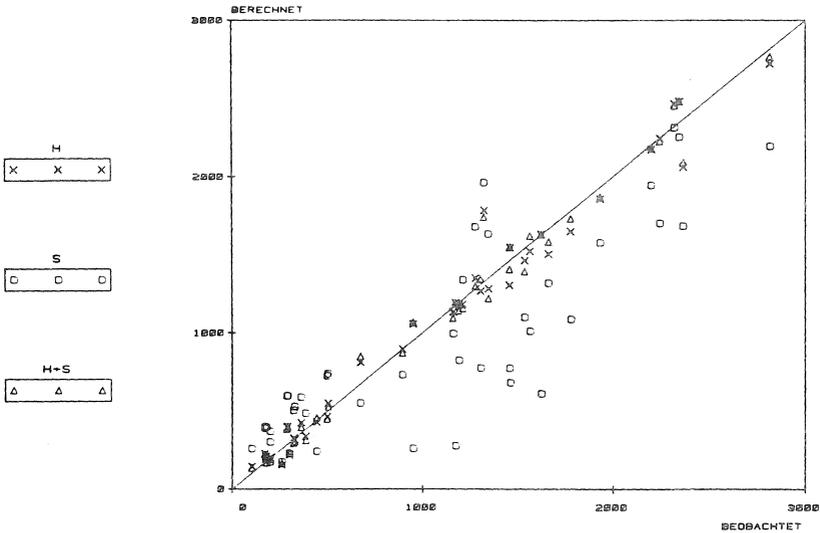


Abb. 19a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL

KA 7H 7S BASIS: H/S  
WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

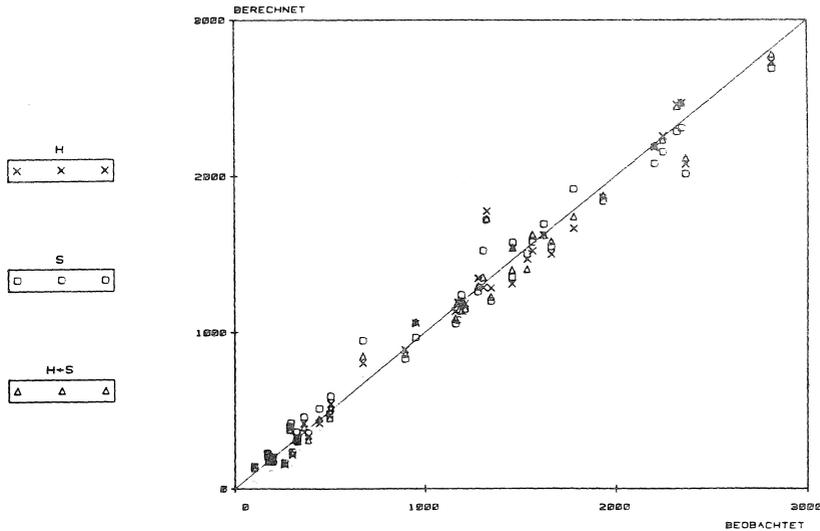


Abb. 19b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS:H MIT ALTER MATRIX

MIT UMSTIEIGERVERFÄLSCHUNG

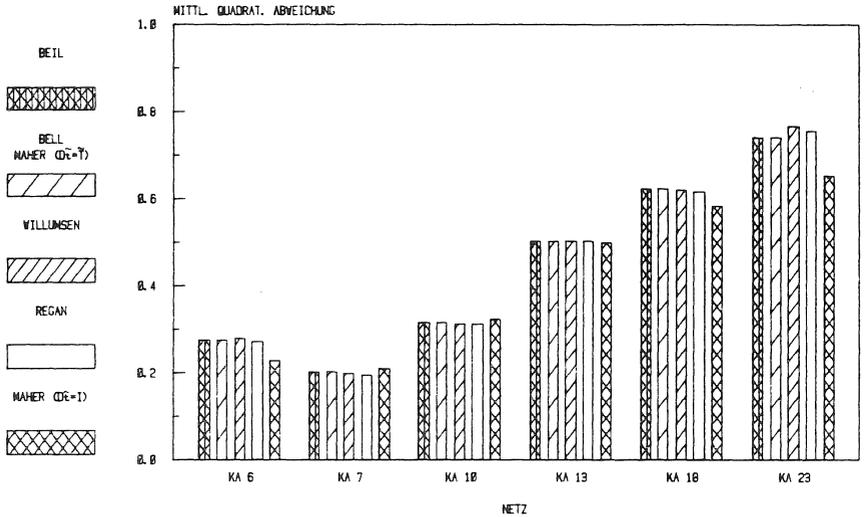


Abb. 20a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen

# NETZE KA BASIS:H MIT ALTER MATRIX

MIT UMSTIEIGERVERFÄLSCHUNG

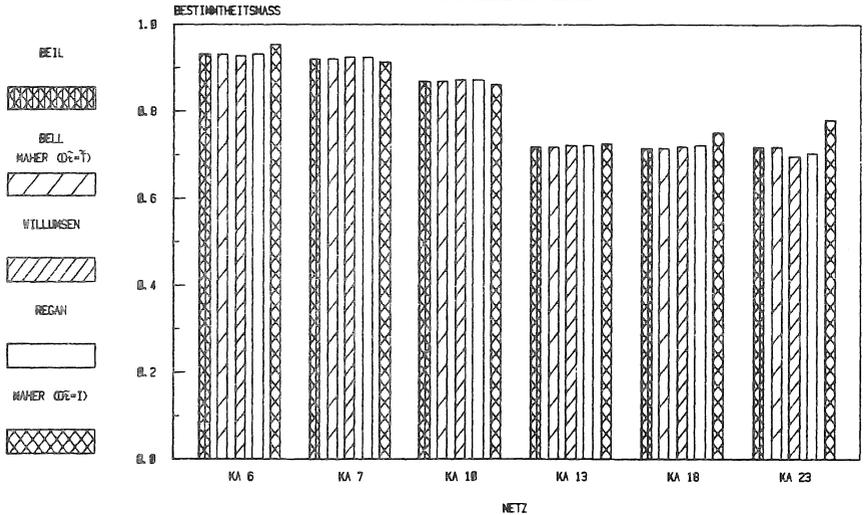


Abb. 20b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen

## NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

OHNE UMSTIEGHALTESTELLENBELASTUNGEN

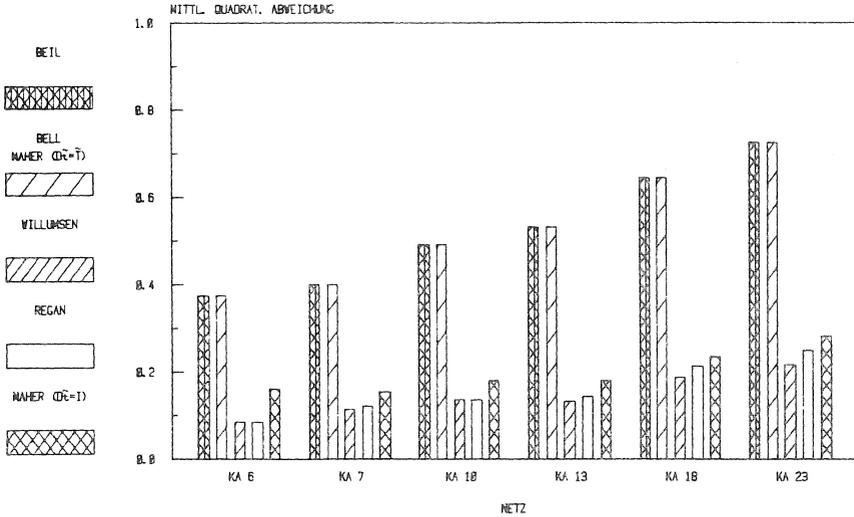


Abb. 21a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
ohne Umsteighaltestellenbelastungen

## NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

OHNE UMSTIEGHALTESTELLENBELASTUNGEN

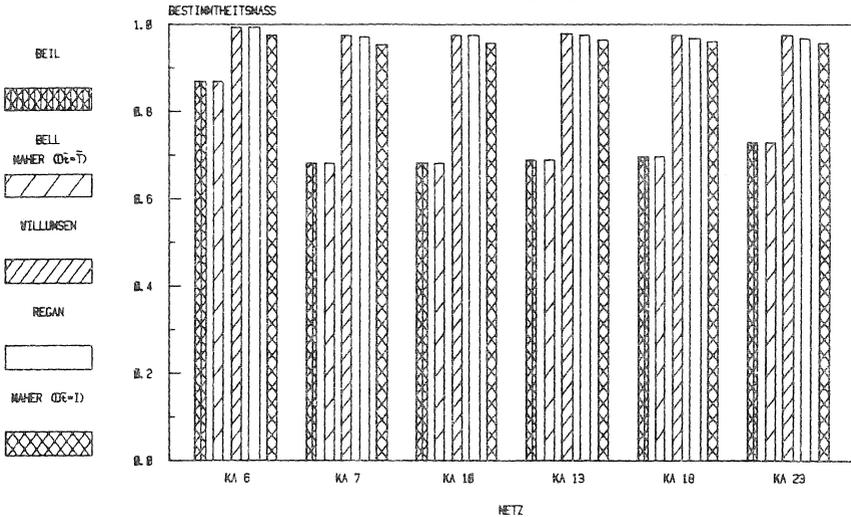


Abb. 21b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze:  
Basis H+S, mit alter Matrix  
ohne Umsteighaltestellenbelastungen

# NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

MIT UMSTIEGERVERFÄLSCHUNG

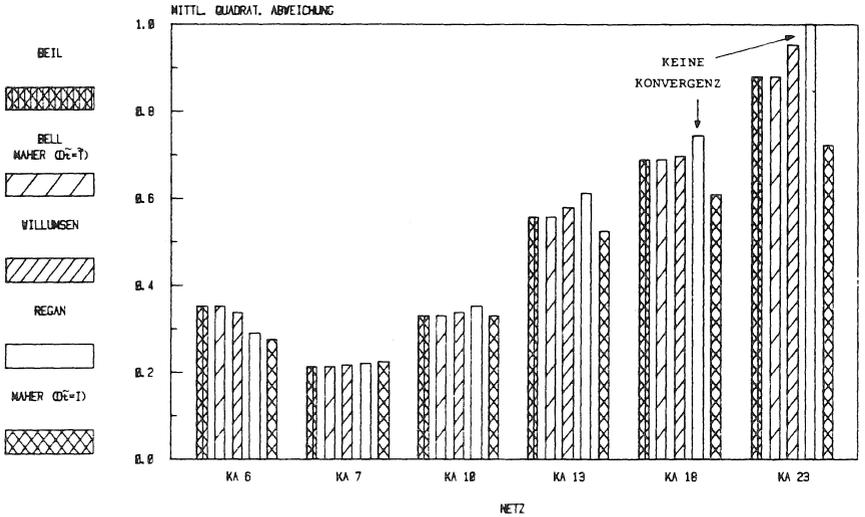


Abb. 22a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen

# NETZE KA BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

MIT UMSTIEGERVERFÄLSCHUNG

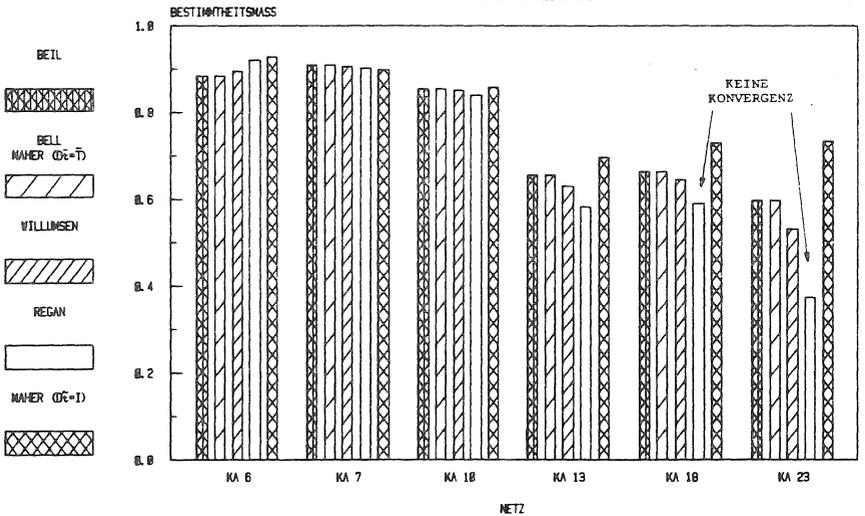


Abb. 22b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix  
Verfälschte Umsteigehaltstellenbelastungen

# NETZE KA BASIS: H/S MIT ALTER MATRIX

VERFAHREN NACH BEIL

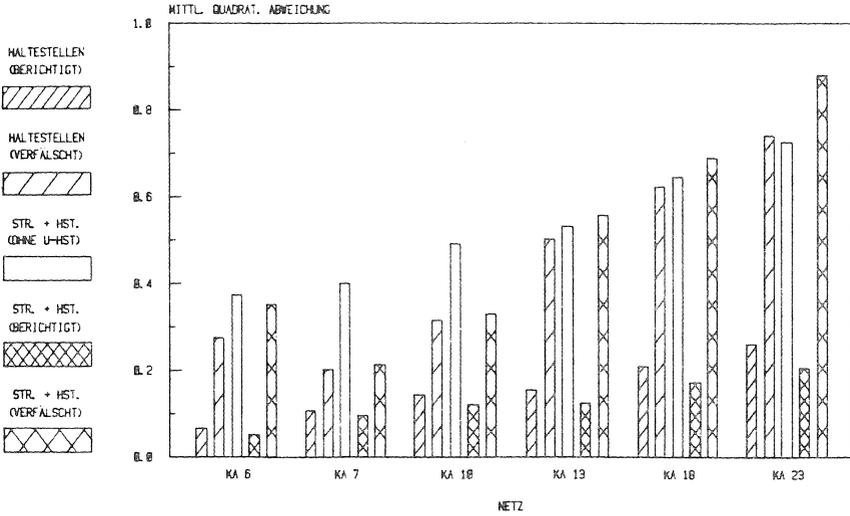


Abb. 23a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H/H+S, mit alter Matrix Verfahren nach BEIL

# NETZE KA BASIS: H/S MIT ALTER MATRIX

VERFAHREN NACH WILLUMSEN

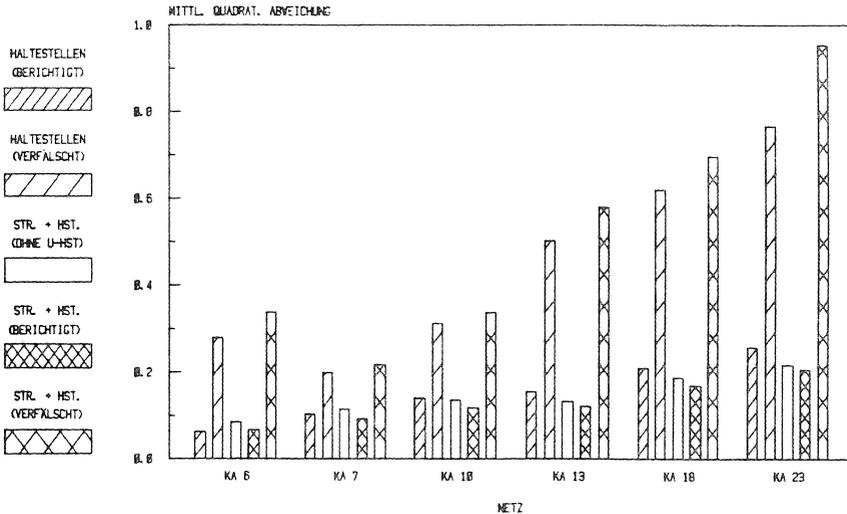


Abb. 23b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H/H+S, mit alter Matrix Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS: H/S

ANZAHL DER LINEAR UNABHÄNG. GLEICHUNGEN

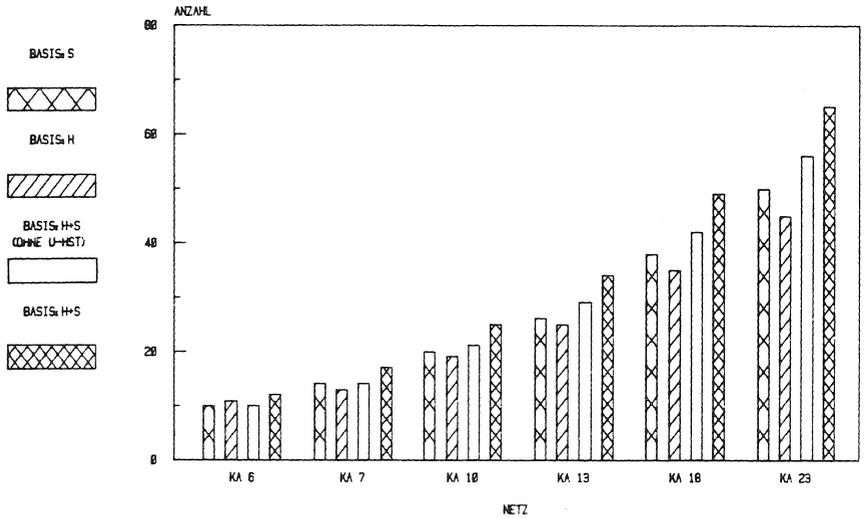


Abb. 24a: Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen für die Karlsruher Netze

# NETZE PF BASIS: H/S

ANZAHL DER LINEAR UNABHÄNG. GLEICHUNGEN

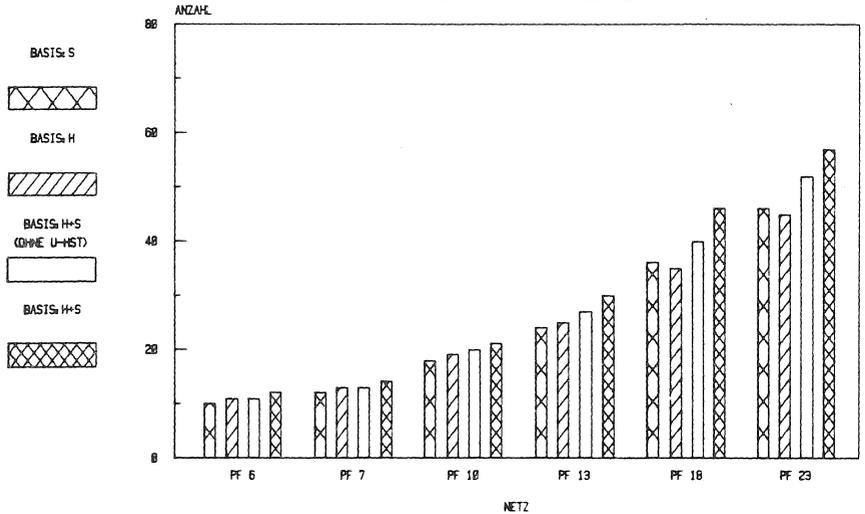


Abb. 24b: Anzahl der linear unabhängigen Gleichungen für die Pforzheimer Netze

# KA 7H 7S BASIS: H

## BEIL MIT ALTER MATRIX

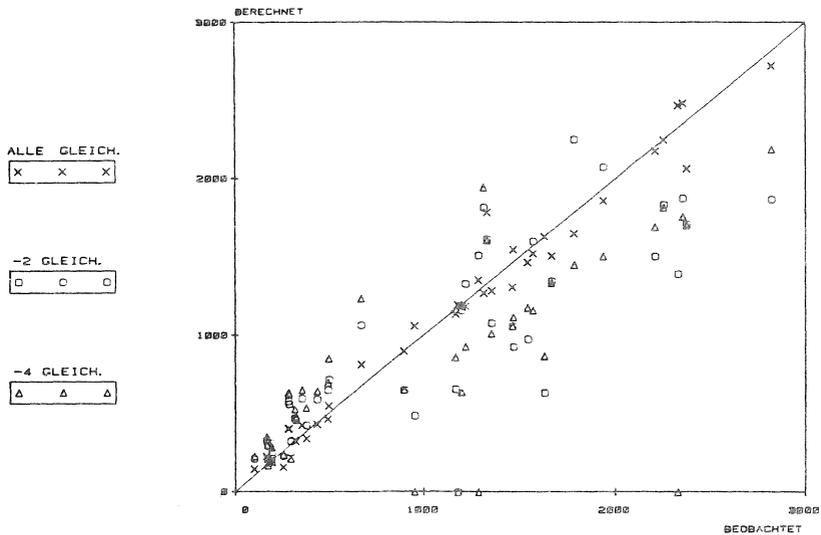


Abb. 25a: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

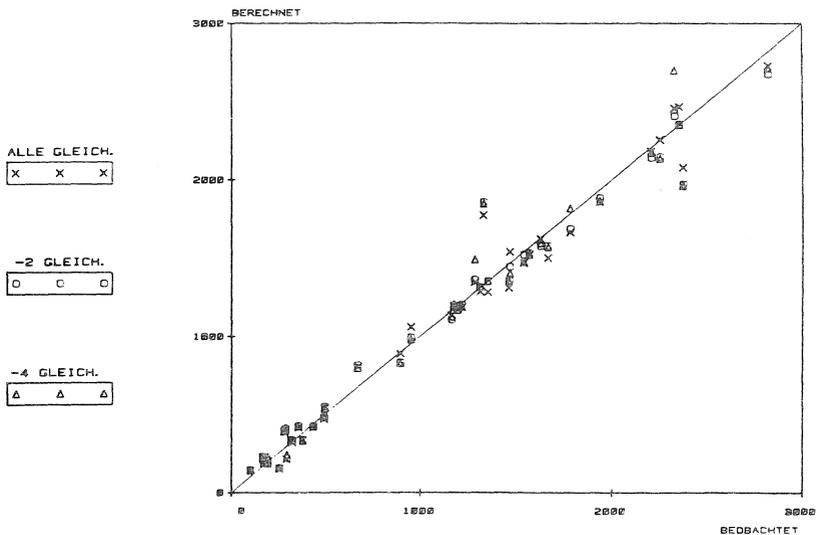


Abb. 25b: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S

## BEIL MIT ALTER MATRIX

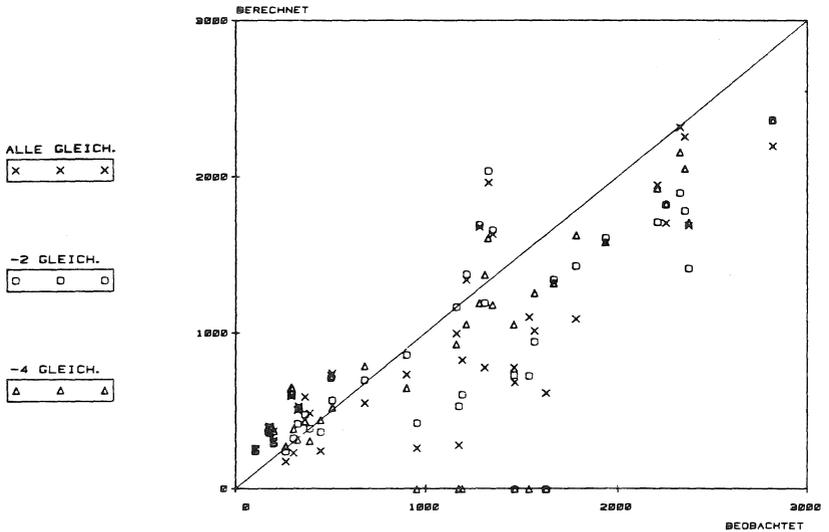


Abb. 26a: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
 Basis S, mit alter Matrix  
 Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: S

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

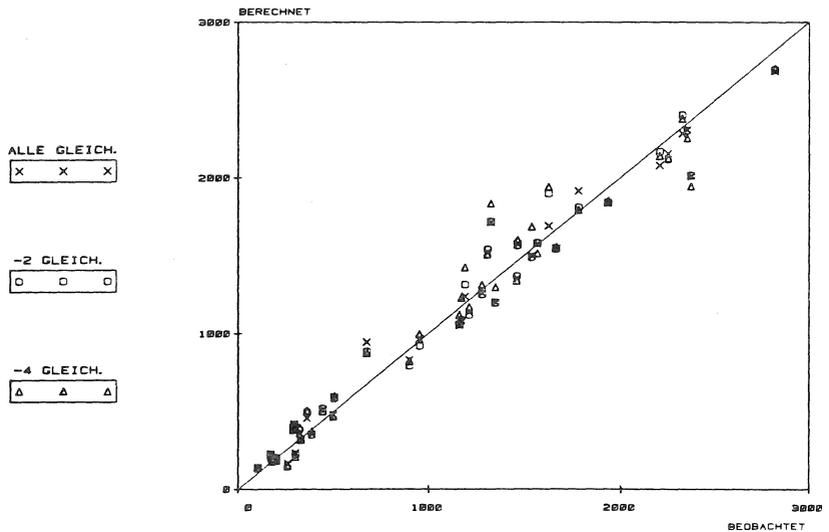


Abb. 26b: Einzelströme im Netz KA 7 bei fehlenden Gleichungen:  
 Basis S, mit alter Matrix  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7 UND 23 BASIS: S

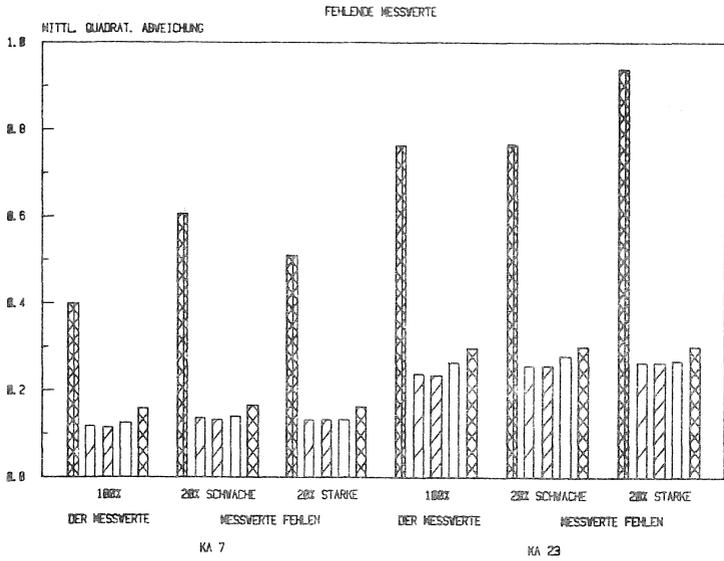


Abb. 27: Normierte MQA für die Netze KA 7 und KA 23 bei fehlenden Gleichungen; Basis H, mit alter Matrix

# KA 7 UND 23 BASIS: H

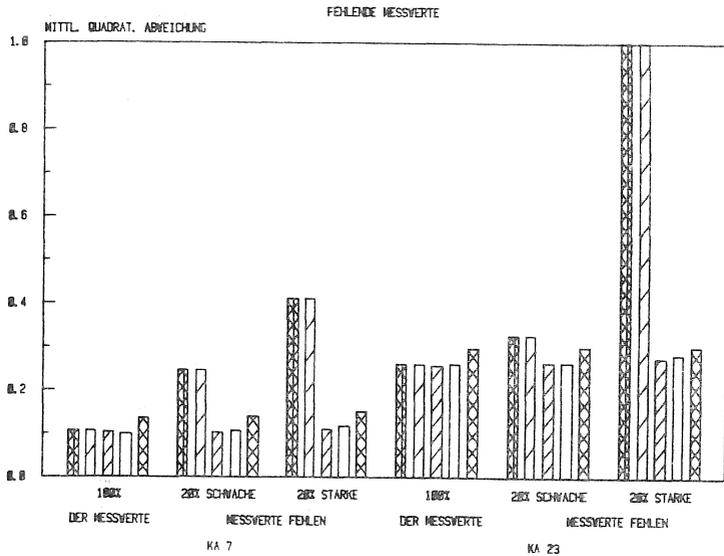


Abb. 28: Normierte MQA für die Netze KA 7 und KA 23 bei fehlenden Gleichungen; Basis S, mit alter Matrix

# NETZE KA BASIS: H OHNE ALTE MATRIX

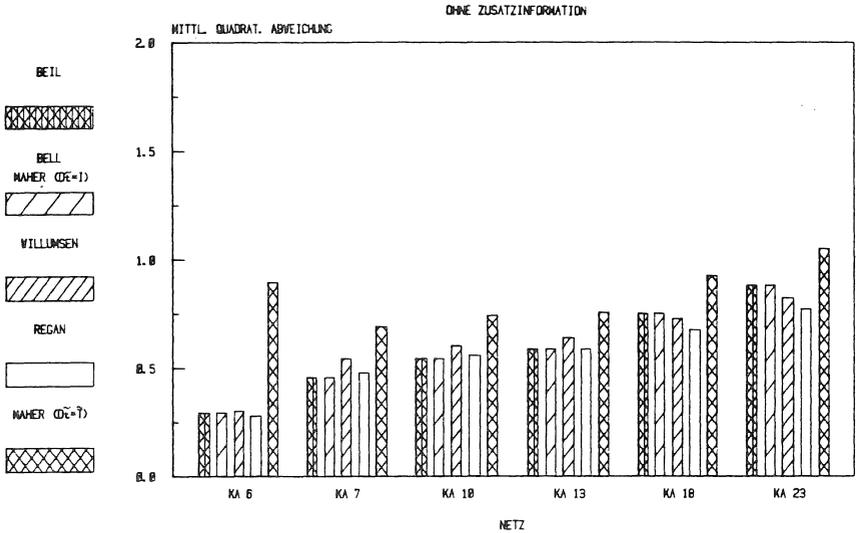


Abb. 29a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, ohne Zusatzinformation

# NETZE KA BASIS: S OHNE ALTE MATRIX

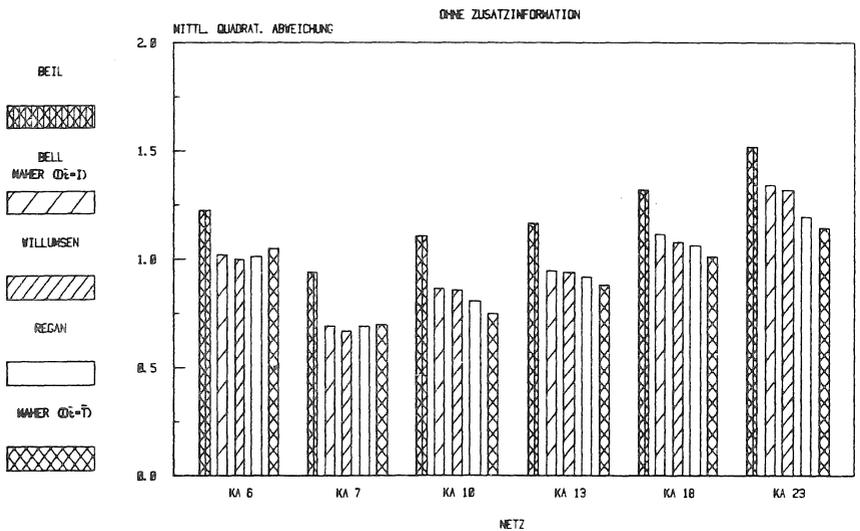


Abb. 29b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis S, ohne Zusatzinformation

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

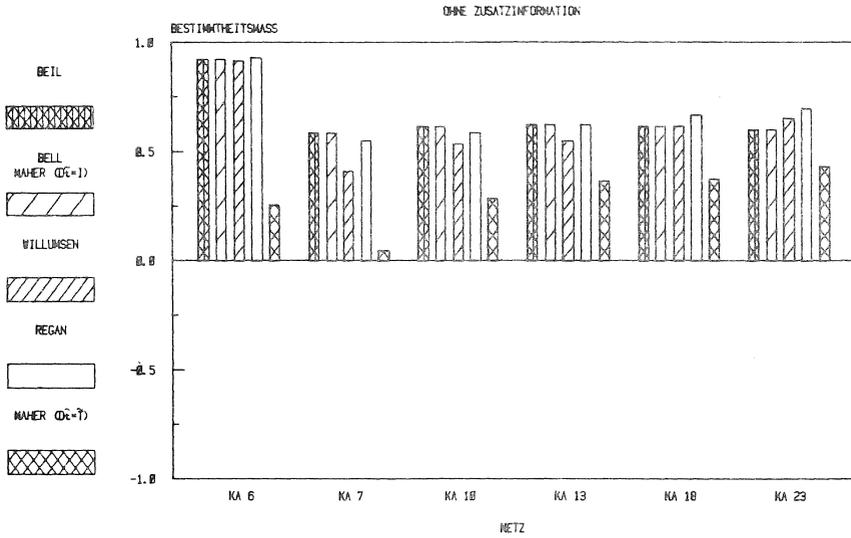


Abb. 30a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H, ohne Zusatzinformation

# NETZE KA BASIS:S OHNE ALTE MATRIX

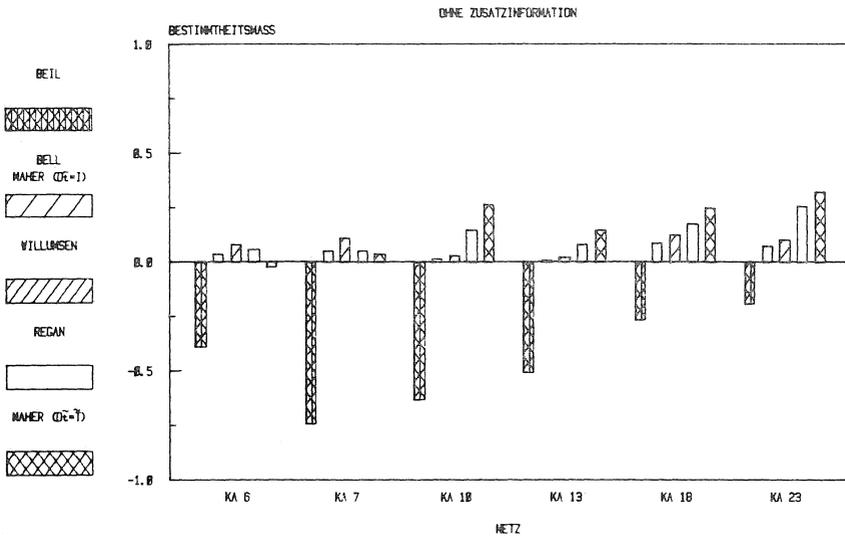


Abb. 30b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis S, ohne Zusatzinformation

# NETZE PF BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

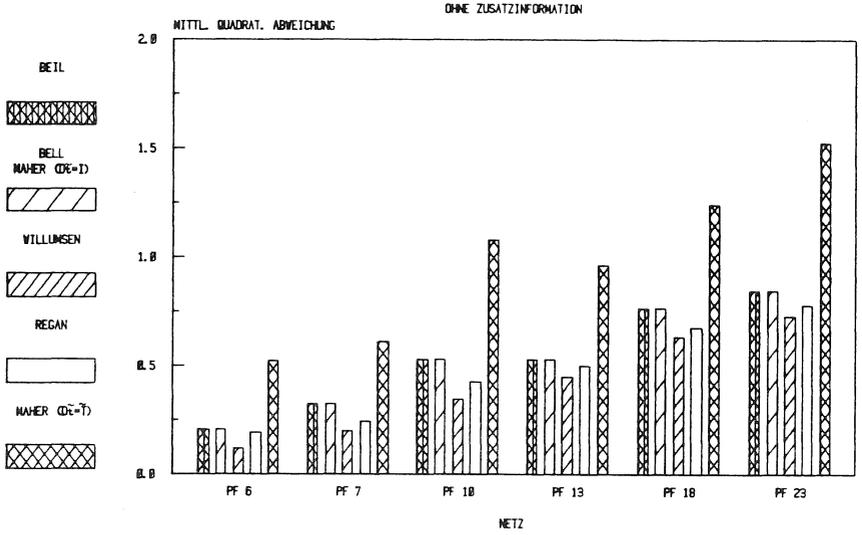


Abb. 31a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, ohne Zusatzinformation

# NETZE PF BASIS:S OHNE ALTE MATRIX

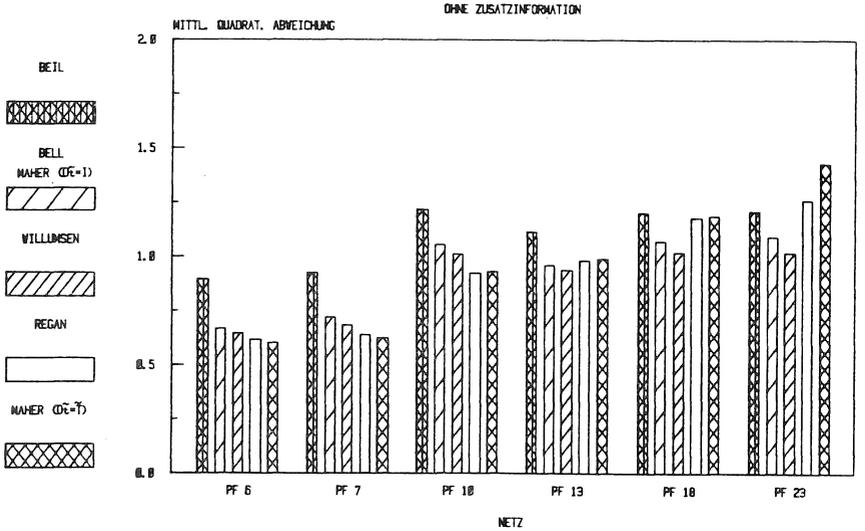


Abb. 31b: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, ohne Zusatzinformation

# NETZE PF BASIS: H OHNE ALTE MATRIX

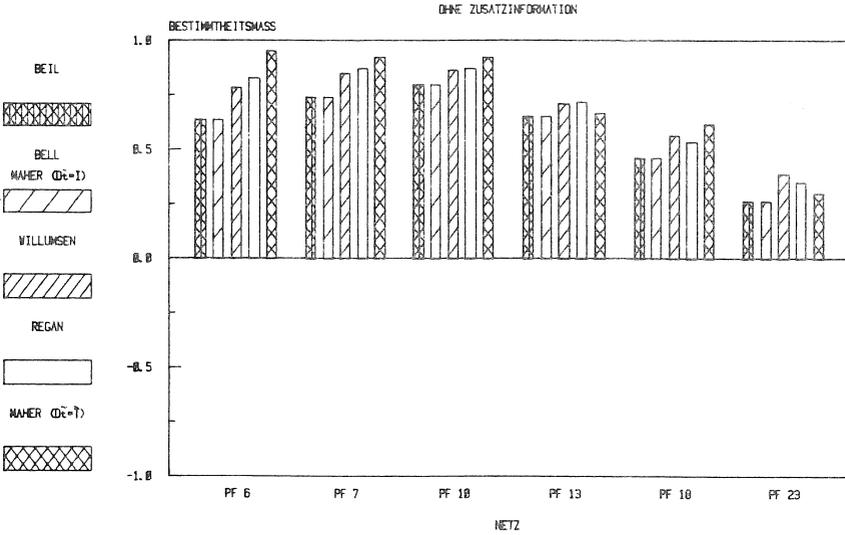


Abb. 32a: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze: Basis H, ohne Zusatzinformation

# NETZE PF BASIS: S OHNE ALTE MATRIX

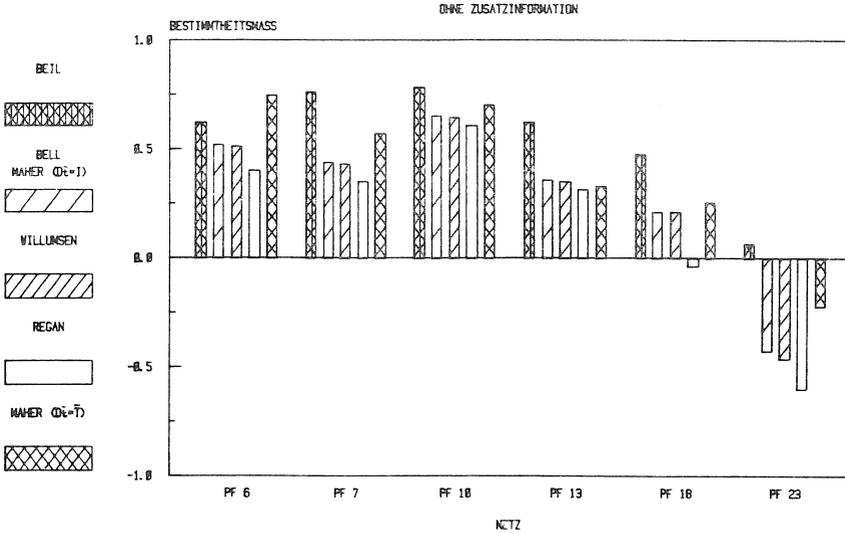
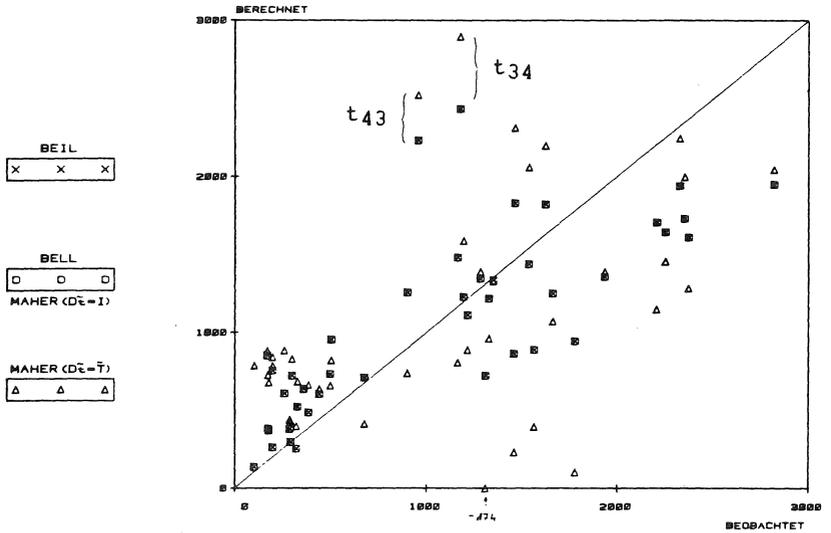


Abb. 32b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze: Basis S, ohne Zusatzinformation

KA 7H 7S BASIS: H  
OHNE ALTE MATRIX



KA 7H 7S BASIS: H  
OHNE ALTE MATRIX

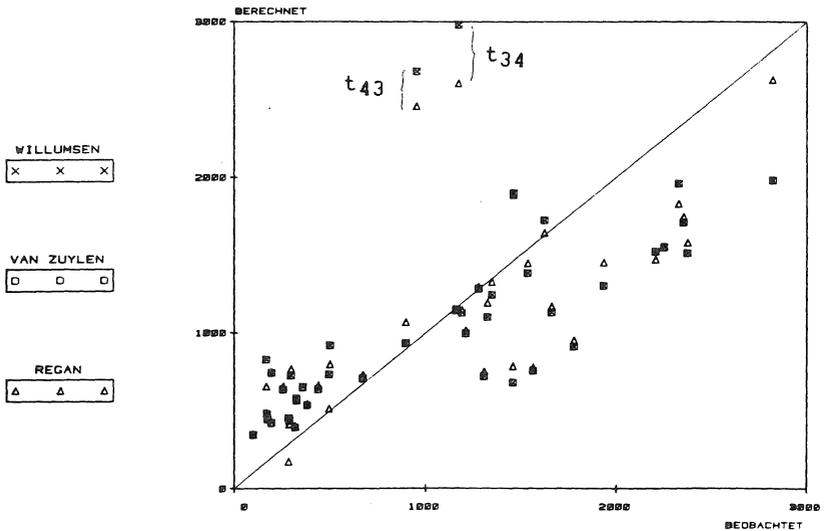
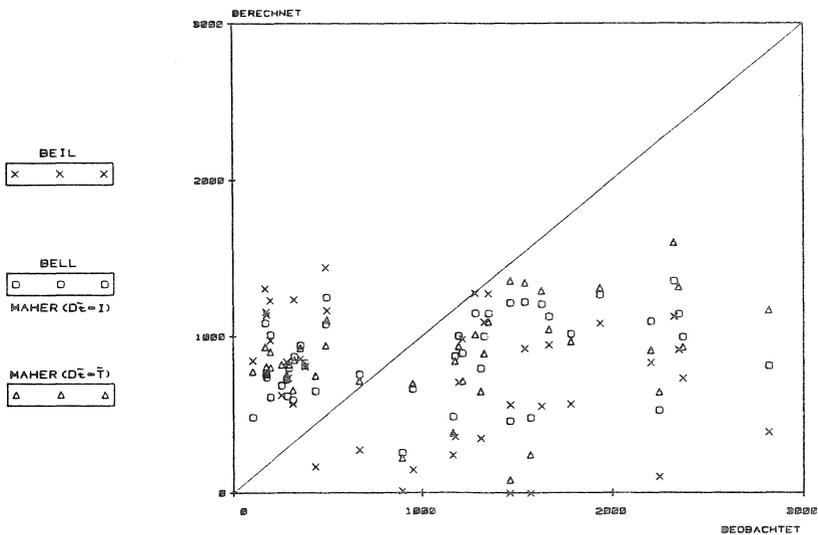


Abb. 33: Einzelströme im Netz KÄ 7:  
Basis H, ohne Zusatzinformation

# KA 7H 7S BASIS: S

## OHNE ALTE MATRIX



# KA 7H 7S BASIS: S

## OHNE ALTE MATRIX

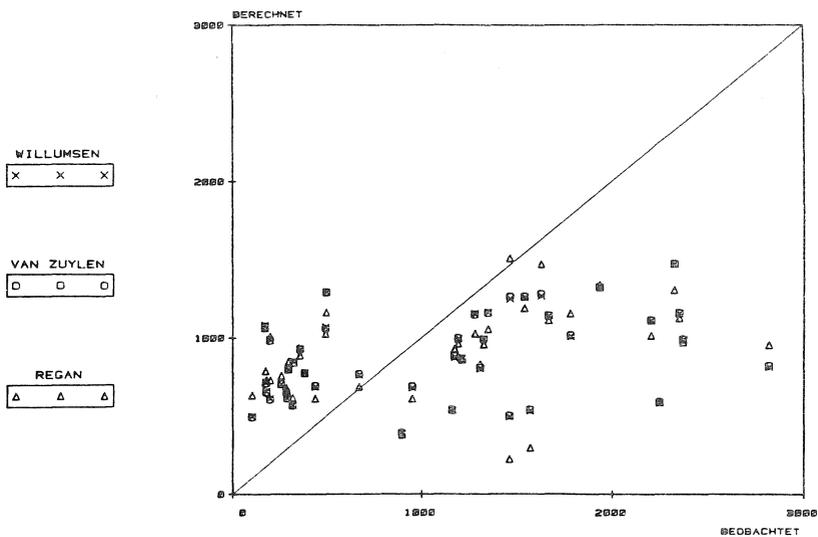


Abb. 34: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, ohne Zusatzinformation

# KA 7H 7S BASIS: H/S BEIL OHNE ALTE MATRIX

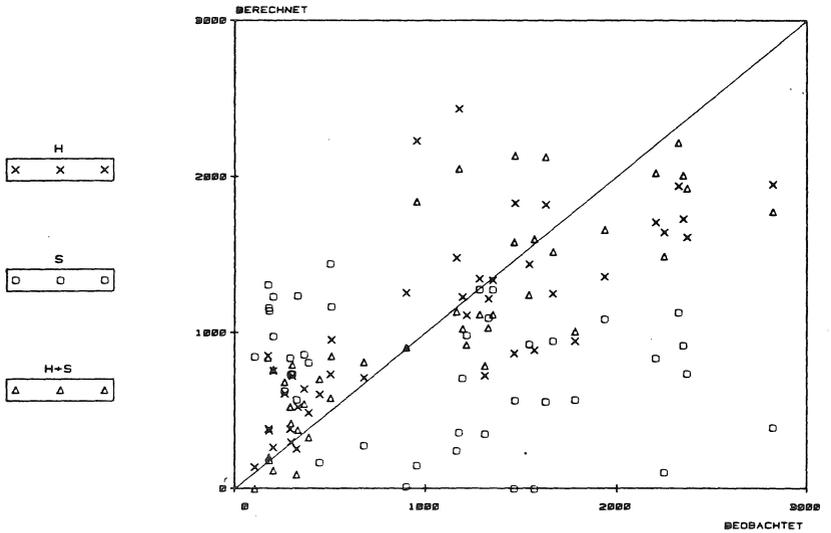


Abb. 35a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, ohne Zusatzinformation  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: H/S WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

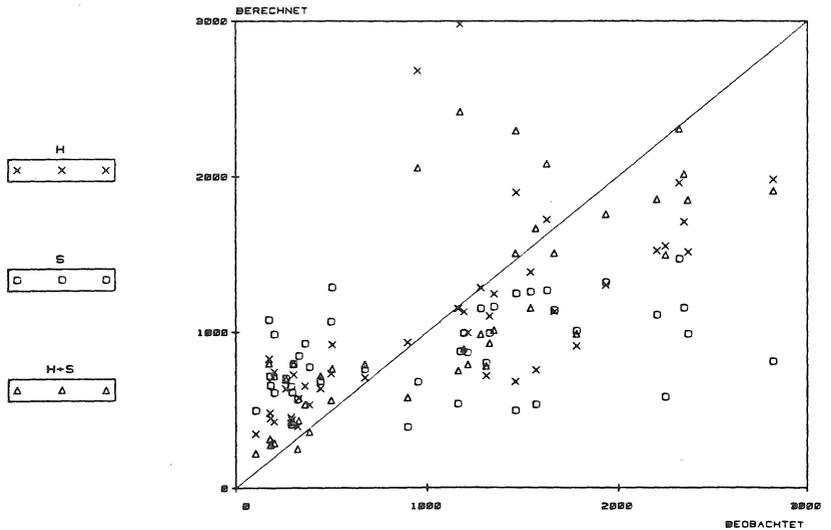


Abb. 35b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S/H+S, ohne Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS: H

VERFAHREN NACH WILLUMSEN

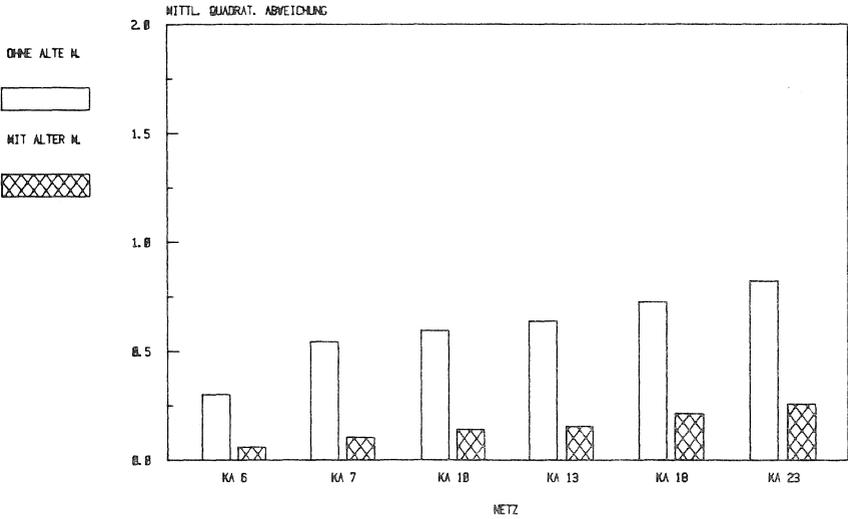


Abb. 36a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS: S

VERFAHREN NACH WILLUMSEN

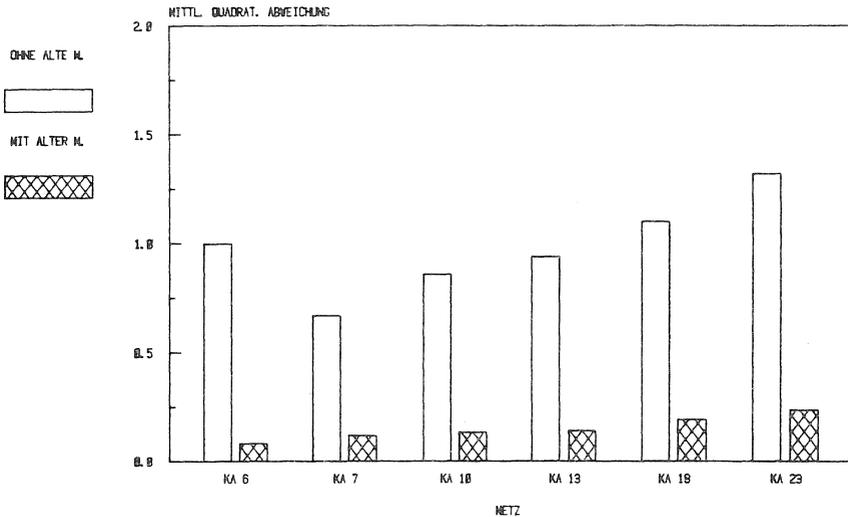


Abb. 36b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

WILLUMSEN

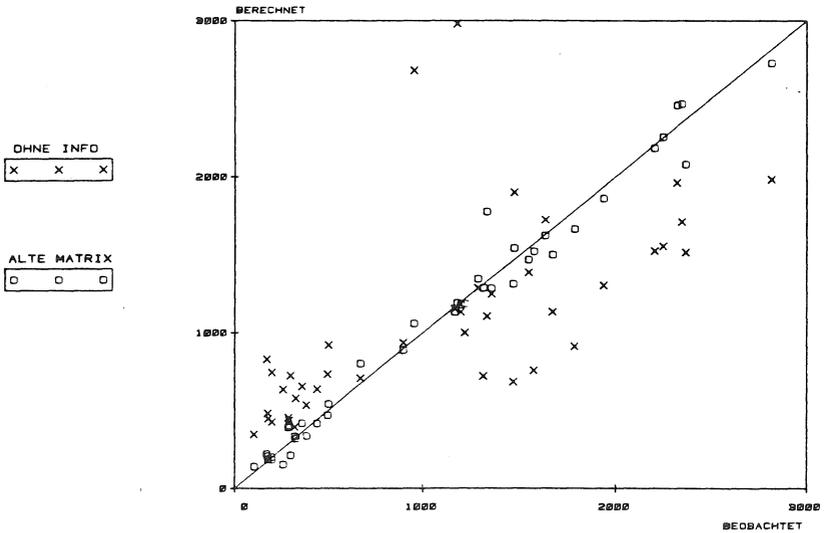


Abb. 37a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S

WILLUMSEN

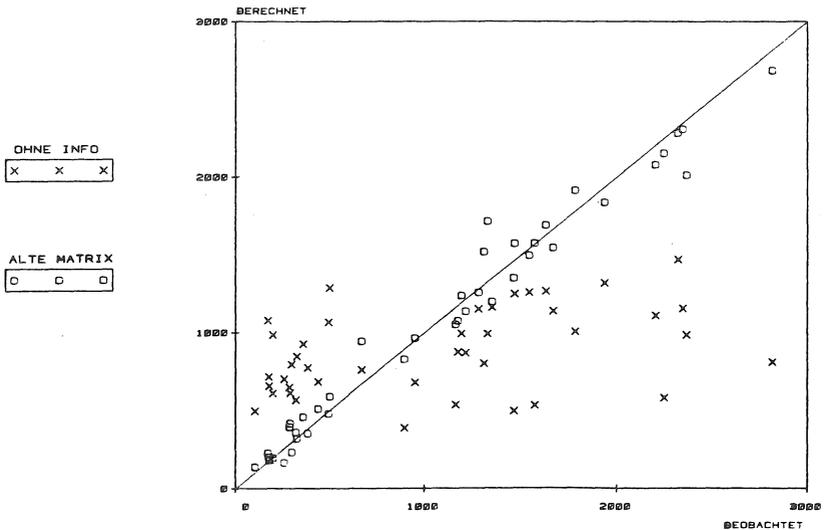


Abb. 37b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H MIT ALTER MATRIX

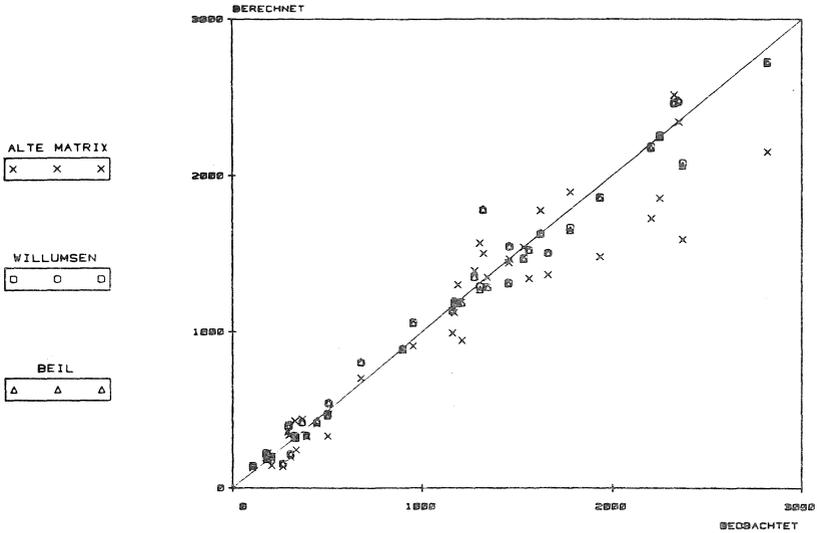


Abb. 38a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S MIT ALTER MATRIX

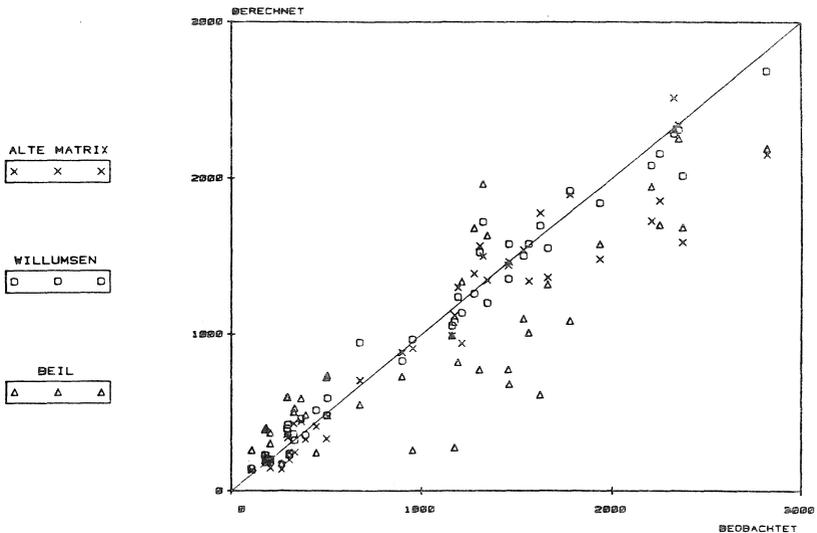


Abb. 38b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, Veränderung der alten Matrix  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS:H MIT ALTER MATRIX

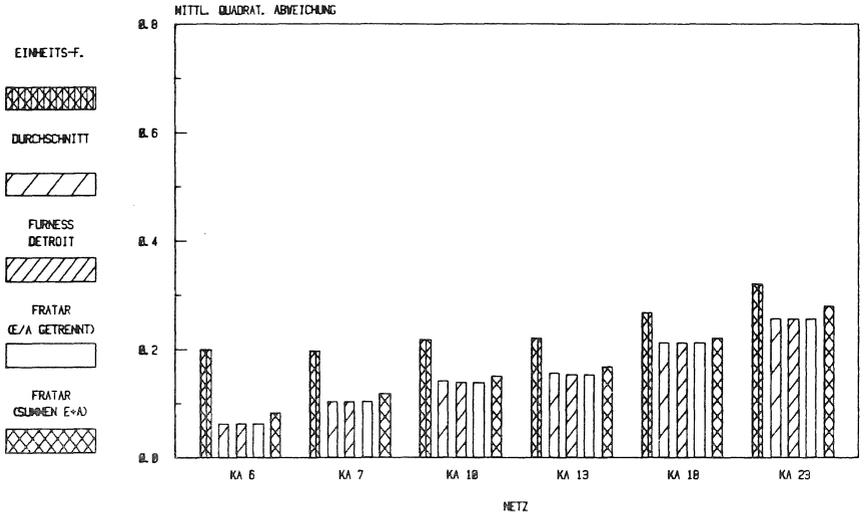


Abb. 39a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix Wachstumsfaktor-Verfahren

# NETZE KA BASIS:H MIT ALTER MATRIX

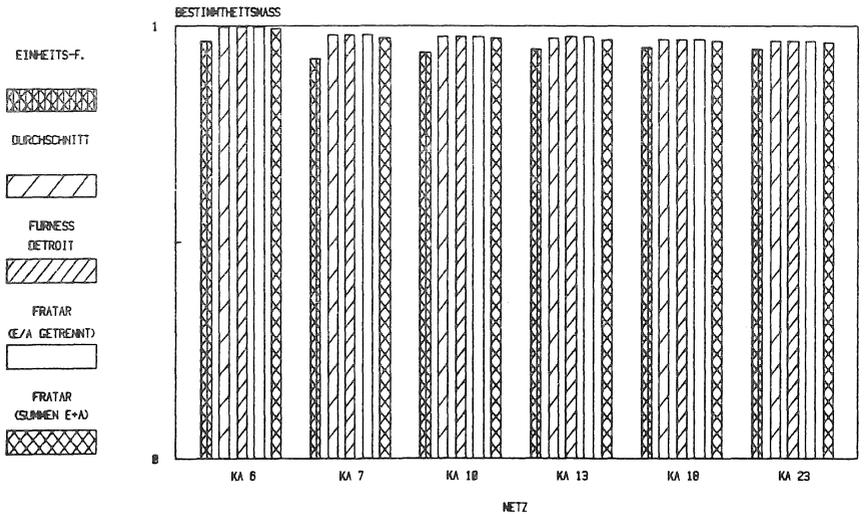


Abb. 39b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix Wachstumsfaktor-Verfahren

# KA 7H 7S BASIS: H MIT ALTER MATRIX

EINHEITS-F.  

X	X	X
---	---	---

DURCHSCHNITT  

□	□	□
---	---	---

DETROIT  
 FURNESS  

○	○	○
---	---	---

FRATAR  
 (E/A GETRENNT)

FRATAR  
 (SUMMEN E-A)

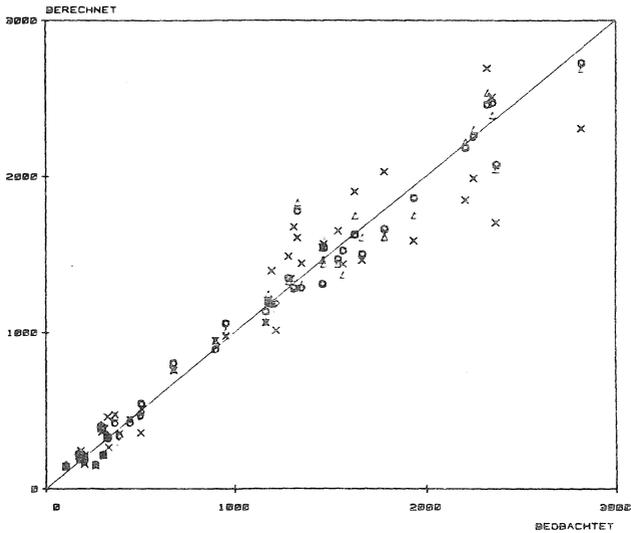


Abb. 40: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis H, mit alter Matrix  
 Wachstumsfaktor-Verfahren

## NETZE PF BASIS:H MIT ALTER MATRIX

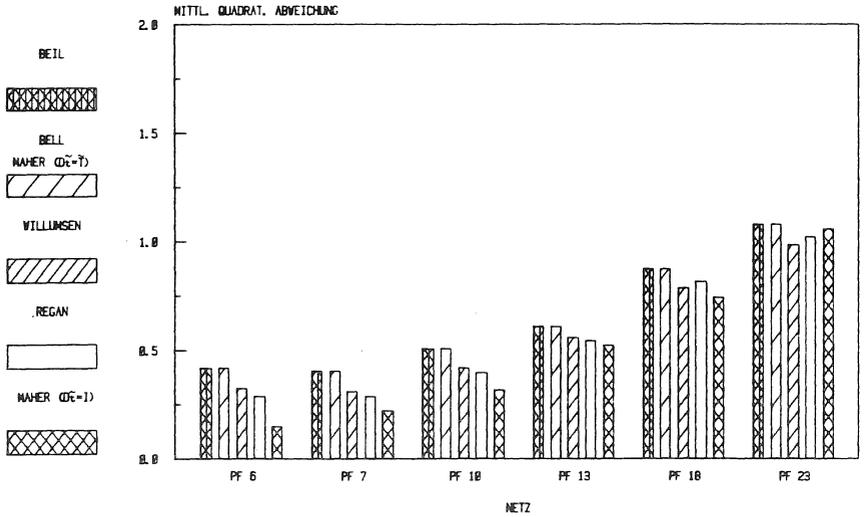


Abb. 41a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix

## NETZE PF BASIS:S MIT ALTER MATRIX

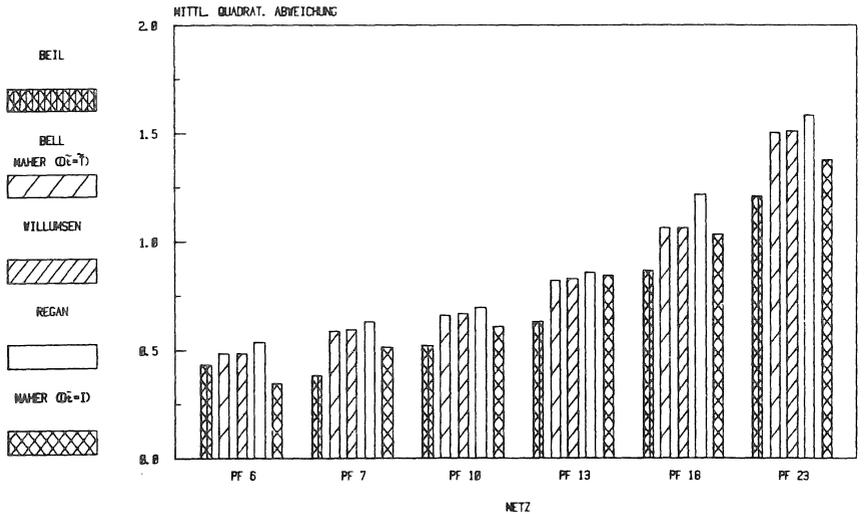


Abb. 41b: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, mit alter Matrix

## NETZE PF BASIS: H MIT ALTER MATRIX

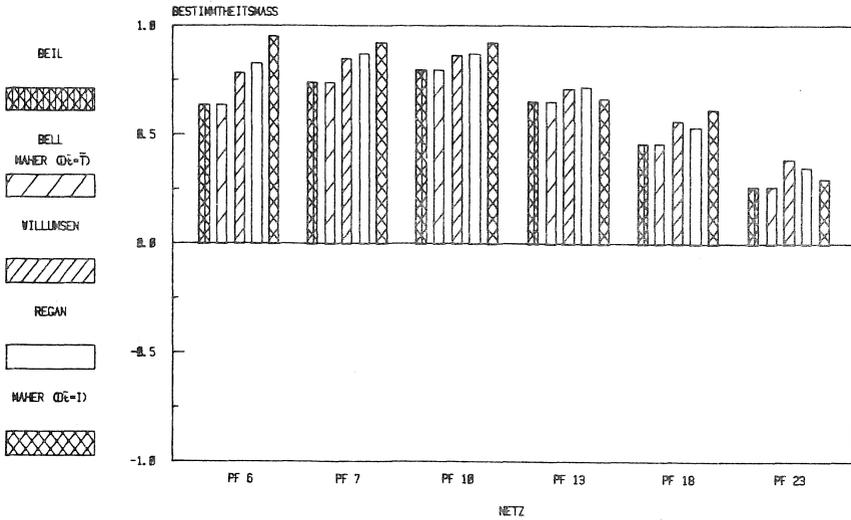


Abb. 42a: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix

## NETZE PF BASIS: S MIT ALTER MATRIX

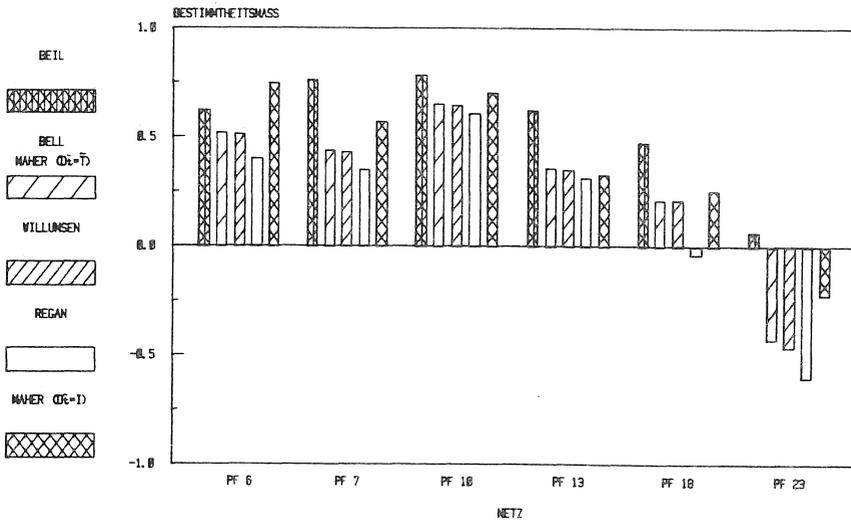


Abb. 42b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis S, mit alter Matrix

## NETZE PF BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

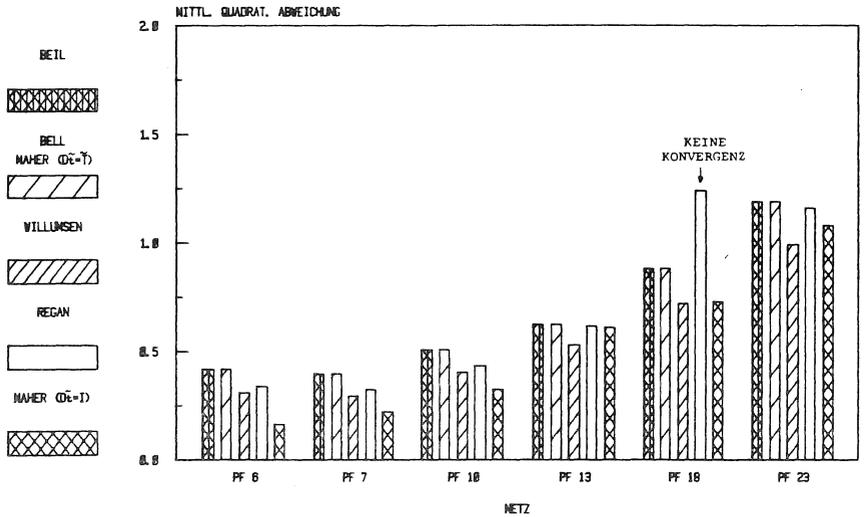


Abb. 43a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze: Basis H+S, mit alter Matrix

## NETZE PF BASIS: H+S MIT ALTER MATRIX

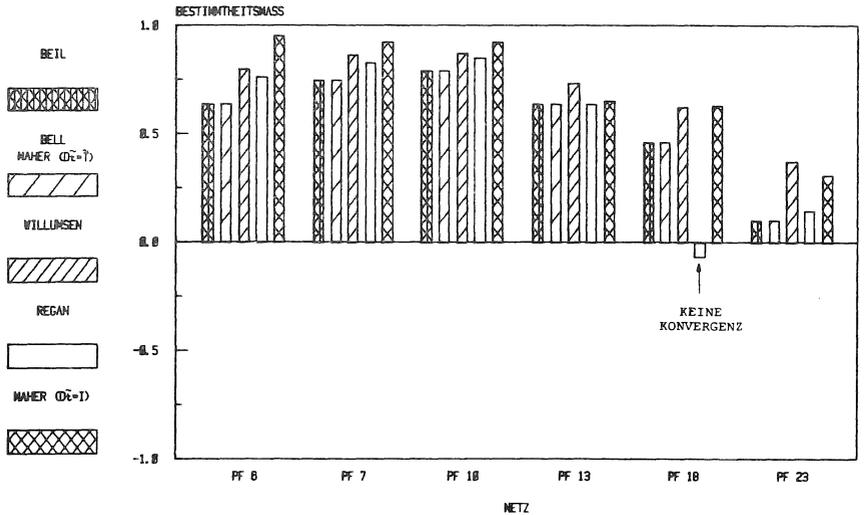


Abb. 43b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze: Basis H+S, mit alter Matrix

# PF 7H 6S BASIS: H

WILLUMSEN

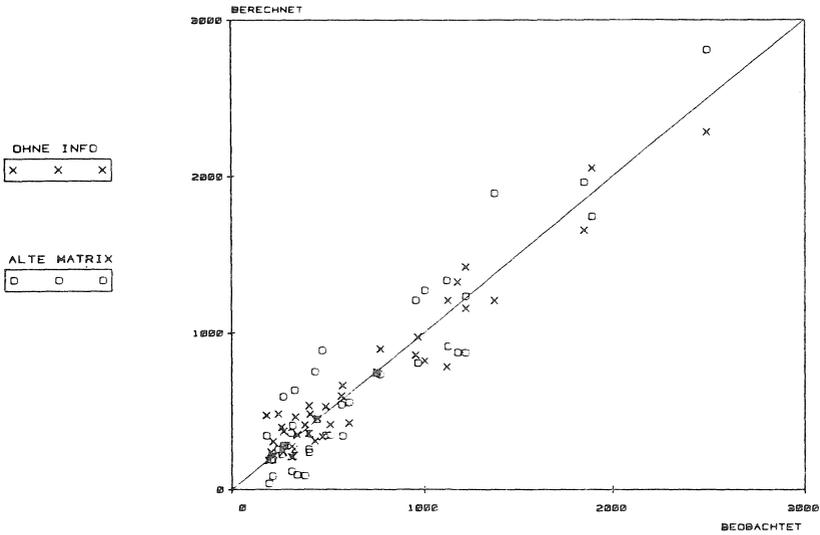


Abb. 44a: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# PF 7H 6S BASIS: S

WILLUMSEN

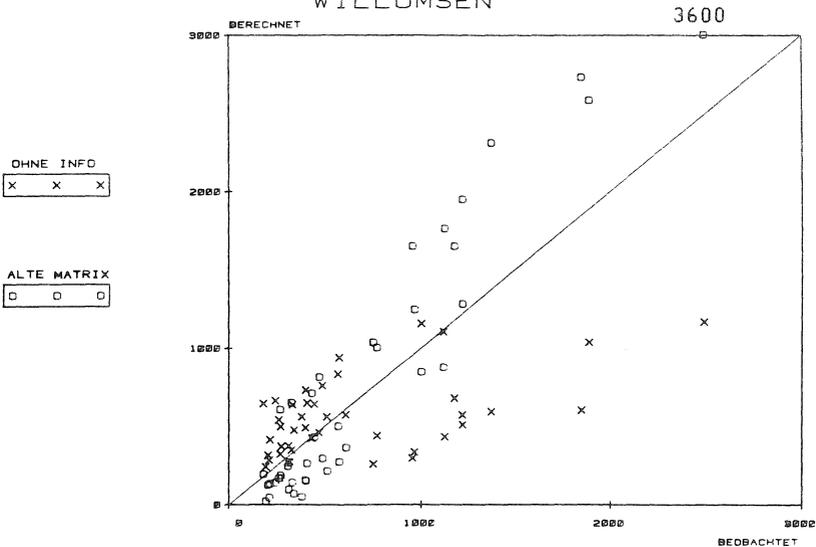


Abb. 44b: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis S, ohne/mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

PF 7H 6S BASIS: H  
 MIT ALTER MATRIX  $\tilde{t} = 3355$

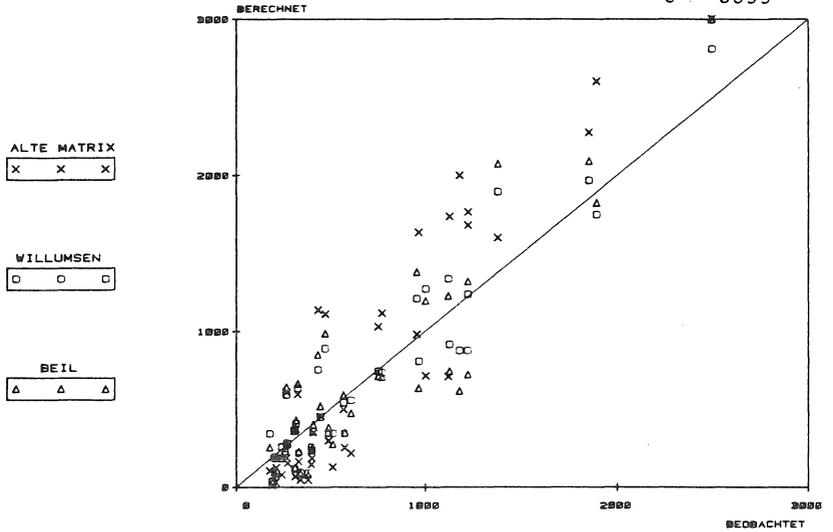


Abb. 45a: Einzelströme im Netz PF 7:  
 Basis H, Veränderung der alten Matrix  
 Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

PF 7H 6S BASIS: S  
 MIT ALTER MATRIX  $\tilde{t} = 3355$

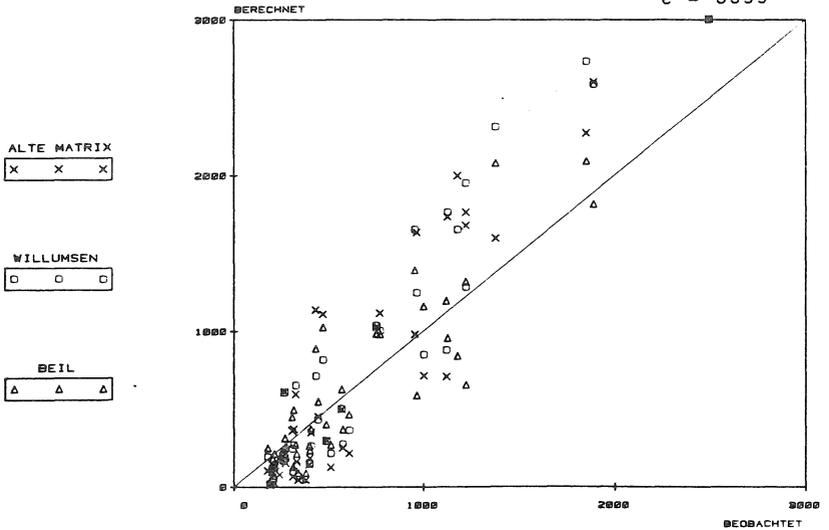


Abb. 45b: Einzelströme im Netz PF 7:  
 Basis S, Veränderung der alten Matrix  
 Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

# NETZE PF BASIS:H MIT ALTER MATRIX

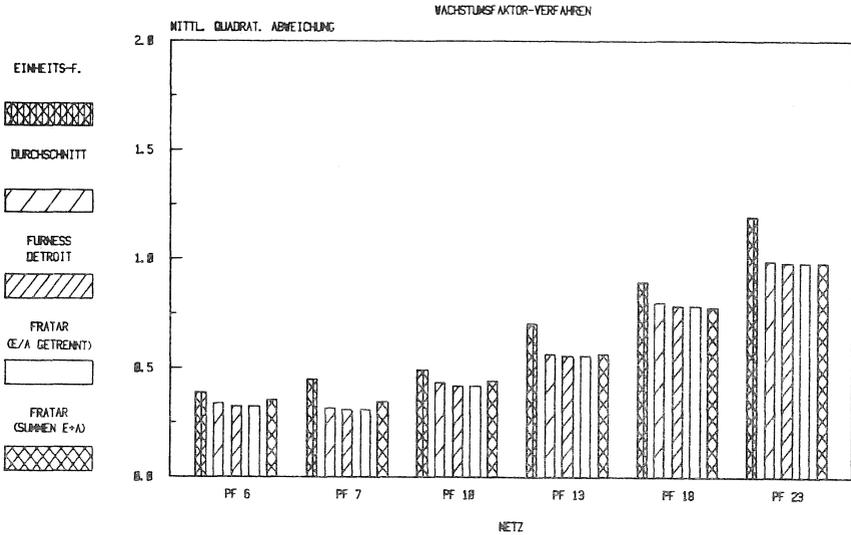


Abb. 46a: Normierte MQA für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren

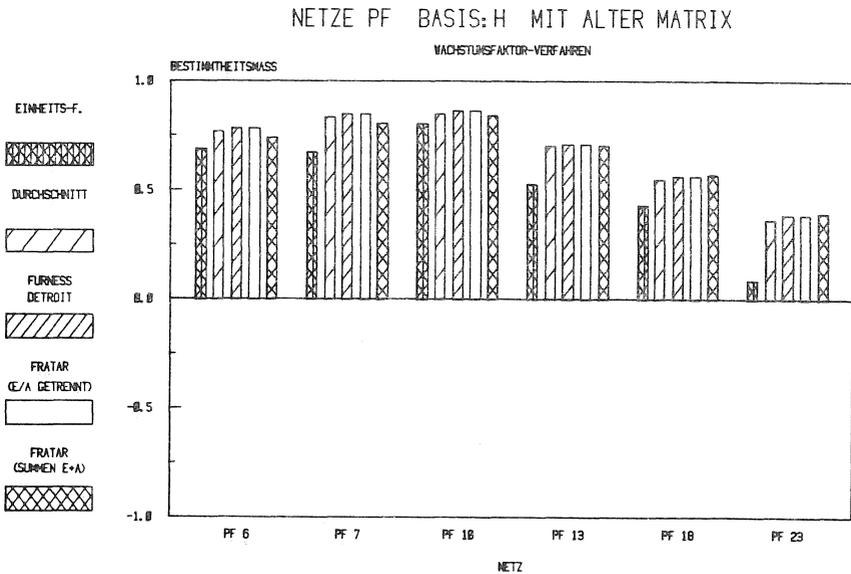


Abb. 46b: Bestimmtheitsmaß für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren

# PF 7H 6S BASIS: H MIT ALTER MATRIX

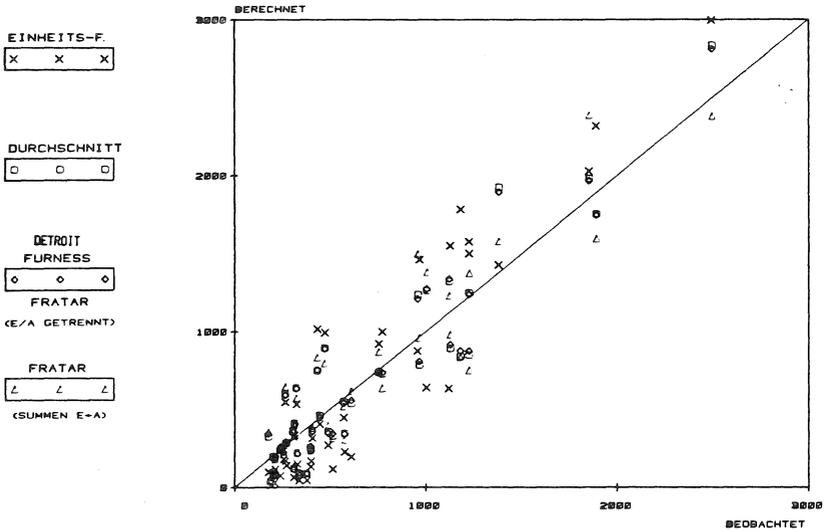


Abb. 47: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, mit alter Matrix  
Wachstumsfaktor-Verfahren

# KA 7H 7S BASIS: H WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

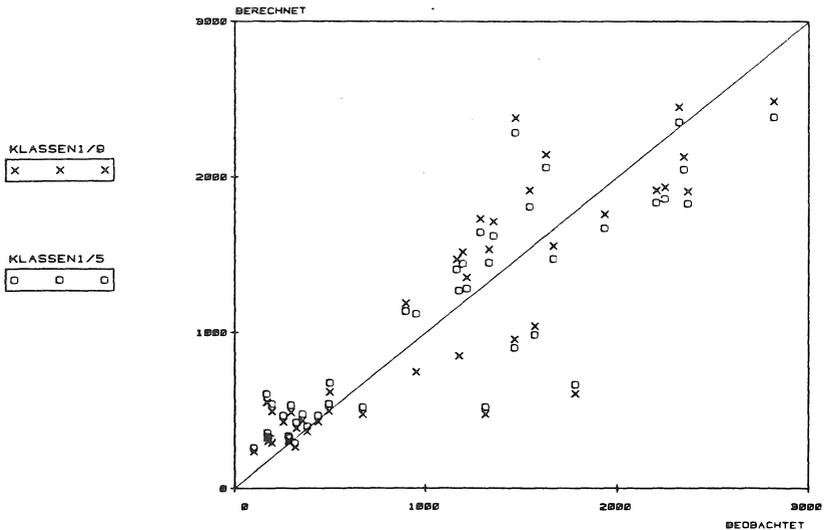


Abb. 48: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Gewichte 1/5 oder 1/9  
Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS: H OHNE ALTE MATRIX

DUALE GEWICHTUNG (GEWICHTE 1 UND 5)

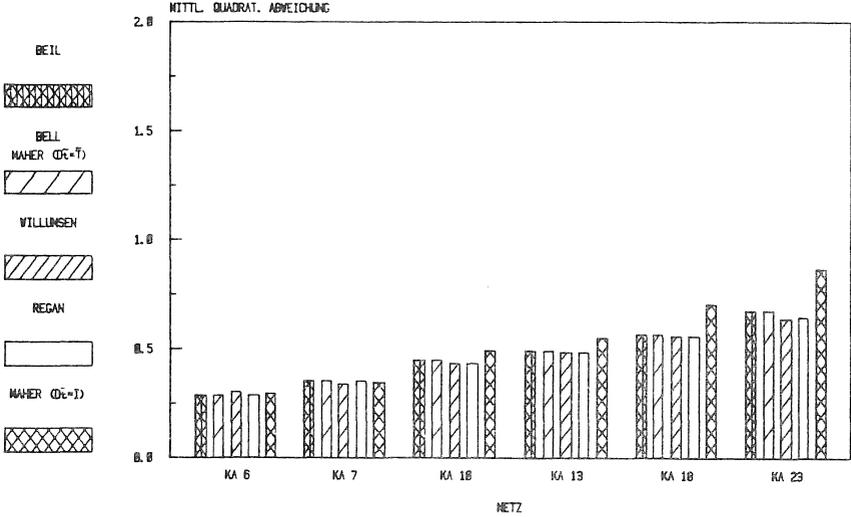


Abb. 49: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, Gewichte 1/5

# NETZE KA BASIS: S OHNE ALTE MATRIX

DUALE GEWICHTUNG (GEWICHTE 1 UND 5)

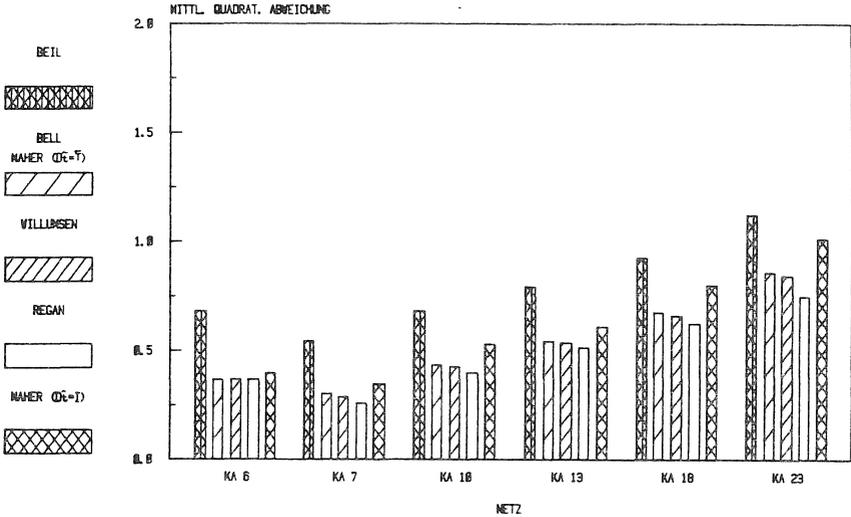


Abb. 50: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis S, Gewichte 1/5

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

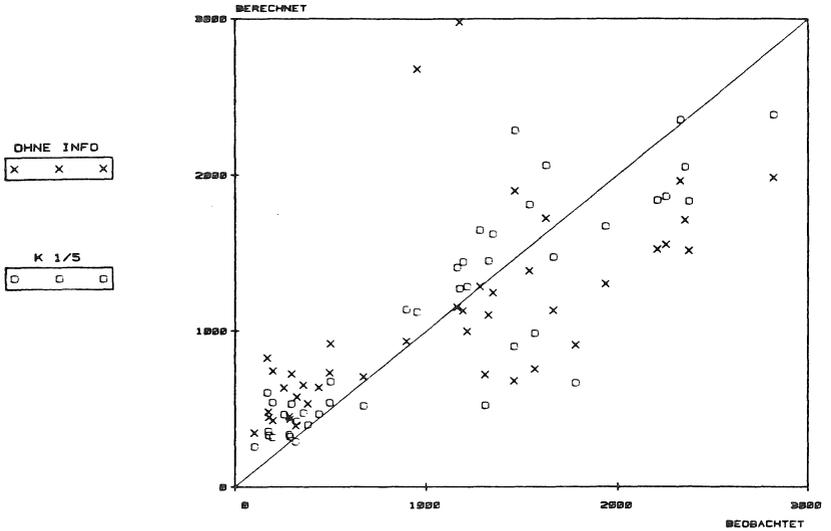


Abb. 51: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne Zusatzinformation bzw. Gewichte 1/5  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

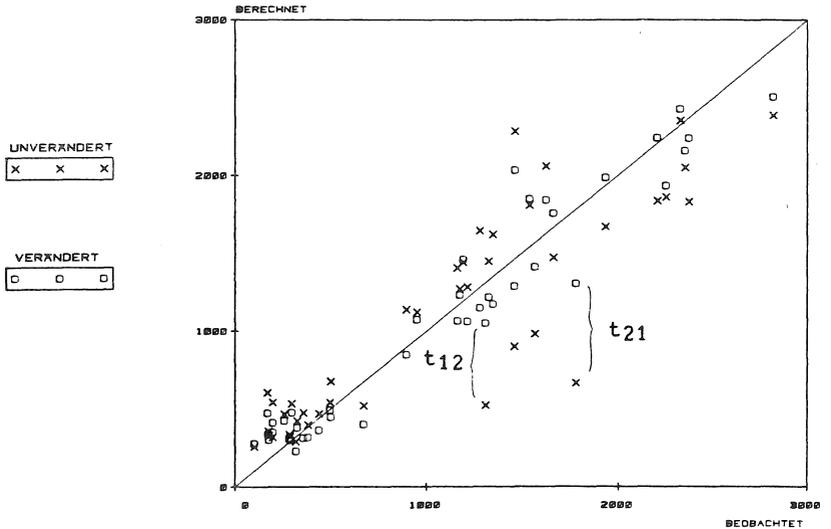


Abb. 52: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, Gewichte 1/5  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

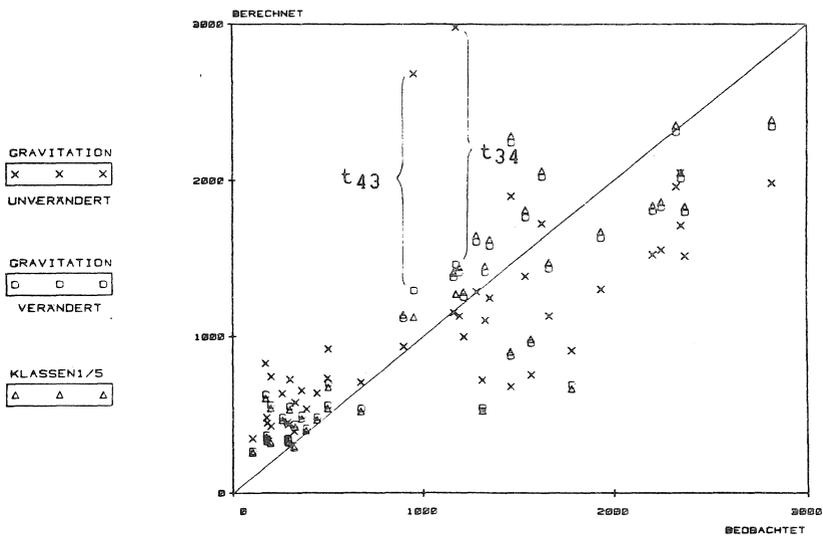


Abb. 53: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis H, Gewichte 1/5 bzw. nach Gravitationsprinzip  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

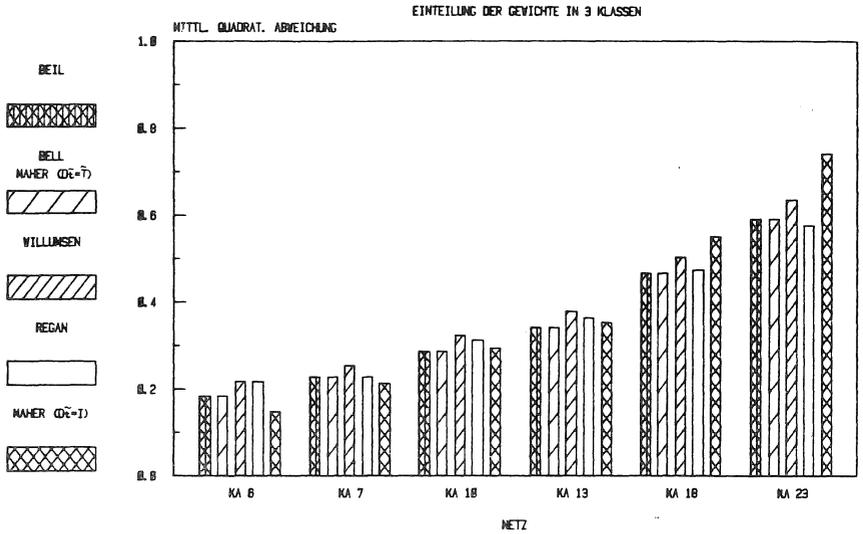


Abb. 54a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

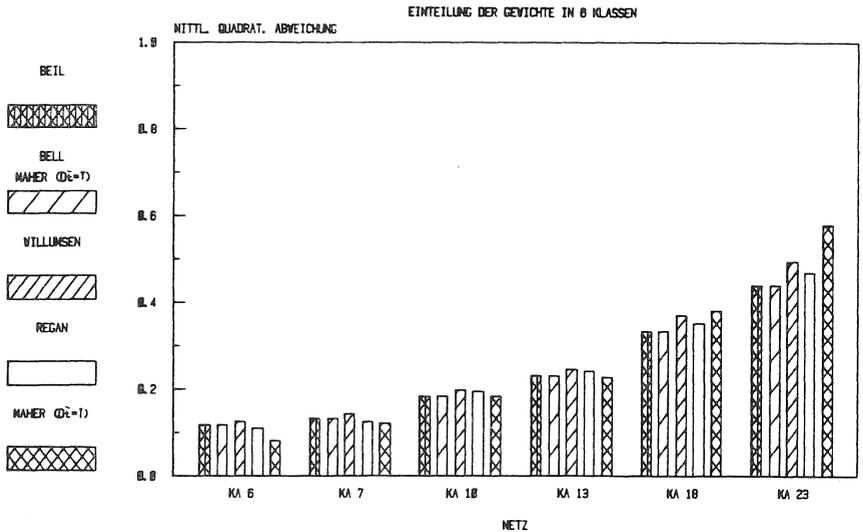


Abb. 54b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 6 Klassen

# NETZE KA BASIS: S OHNE ALTE MATRIX

EINTEILUNG DER GEWICHTE IN 3 KLASSEN

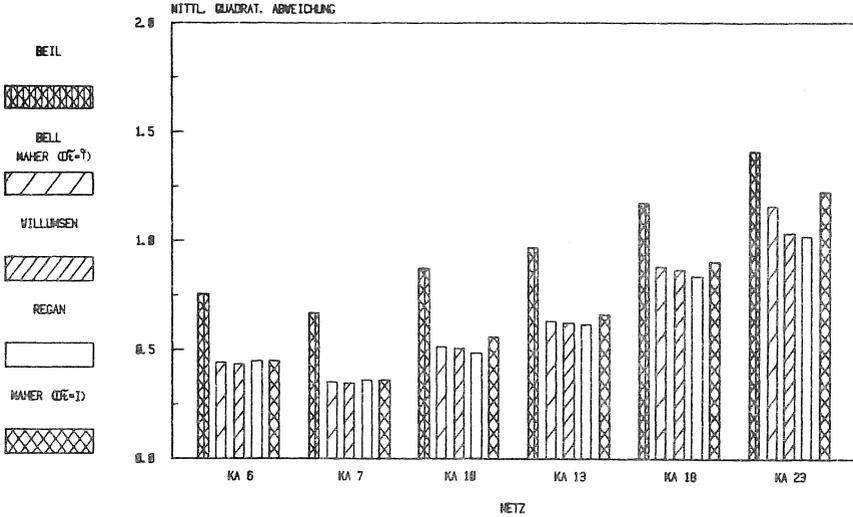


Abb. 55a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen

# NETZE KA BASIS: S OHNE ALTE MATRIX

EINTEILUNG DER GEWICHTE IN 6 KLASSEN

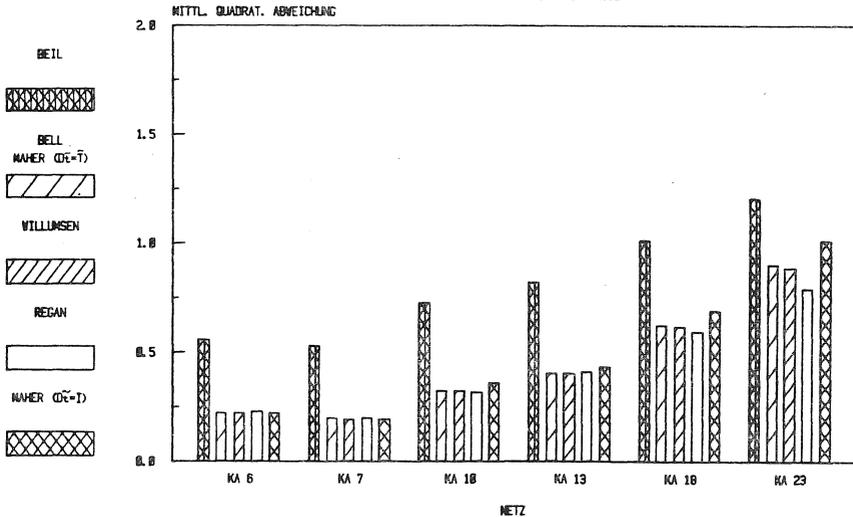


Abb. 55b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 6 Klassen

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

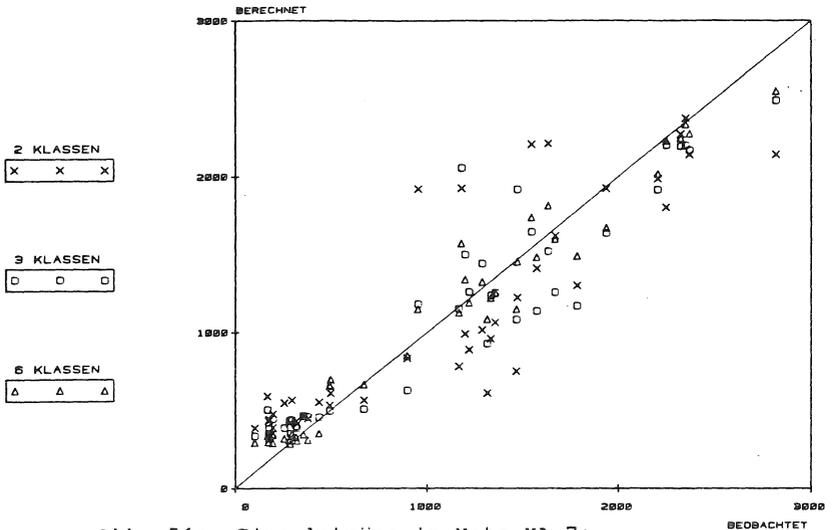


Abb. 56: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis H, 3 verschiedene Klasseneinteilungen  
 der Gewichte  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

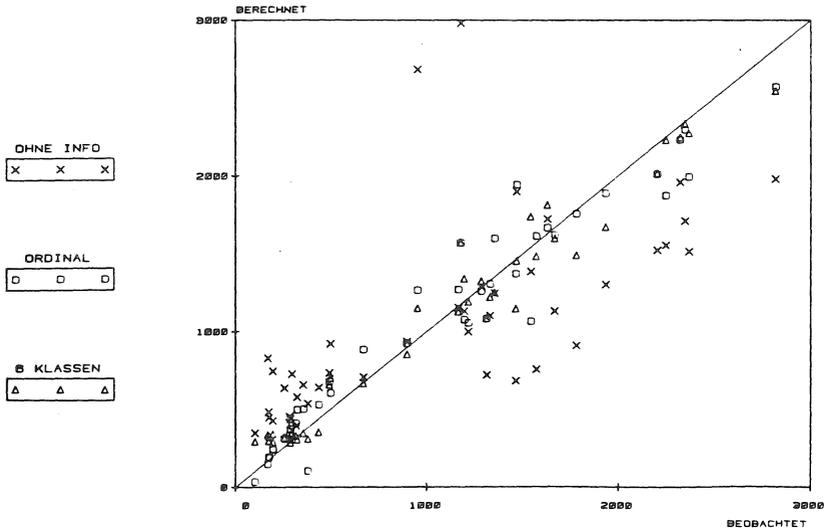


Abb. 57: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis H, ordinale Gewichtung und Klasseneinteilung  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS: S MIT ALTER MATRIX

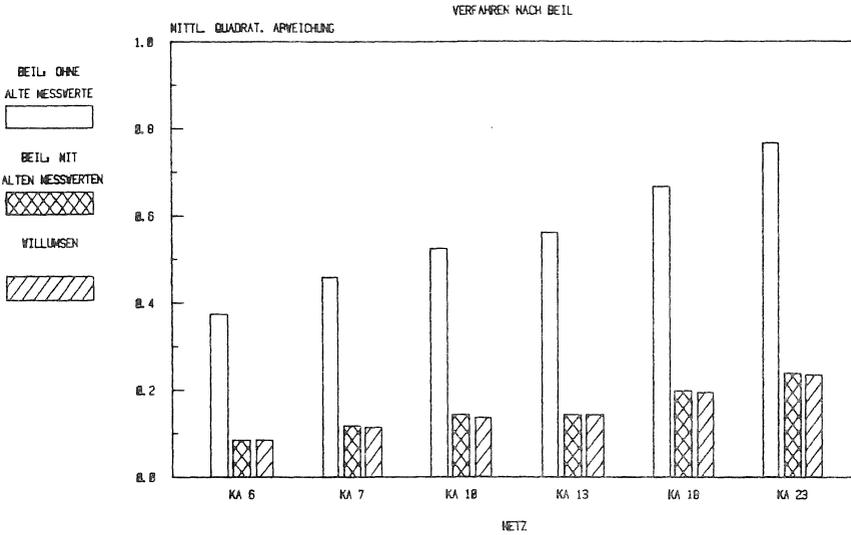


Abb. 58a: Normierte MQA im Netz KA 7:  
Basis S, mit/ohne alten Meßwerten  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S MIT ALTER MATRIX

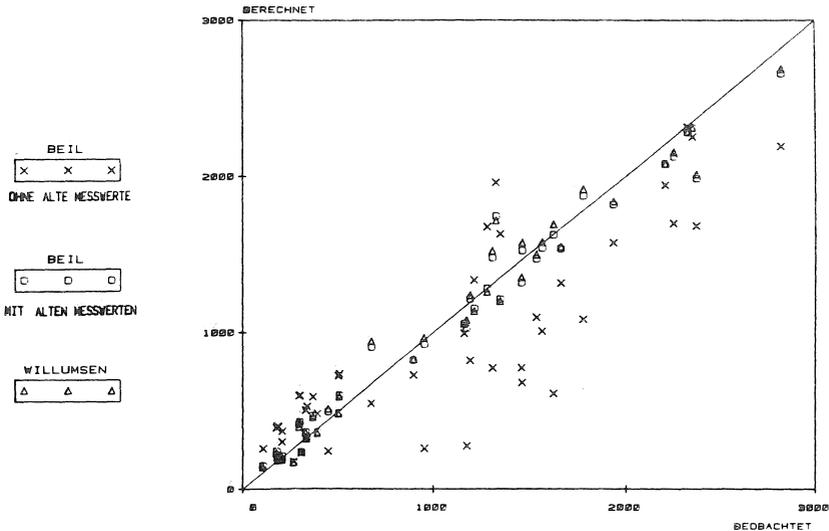


Abb. 58b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit/ohne alten Meßwerten  
Verfahren nach BEIL und WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

BEFRAGUNG AN EINER ZENTRALEN HALTESTELLE

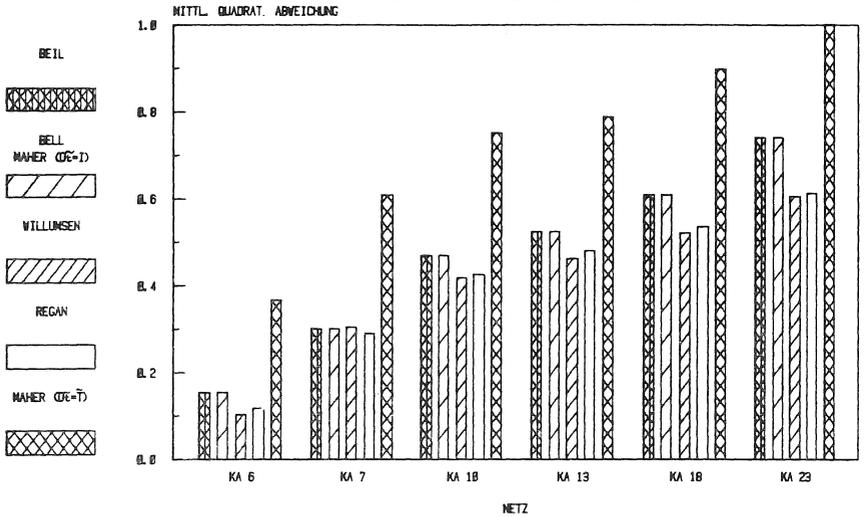


Abb. 59a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix  
Befragung an einer zentralen Haltestelle

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

BEFRAGUNG AN ZWEI ZENTRALEN HALTESTELLEN

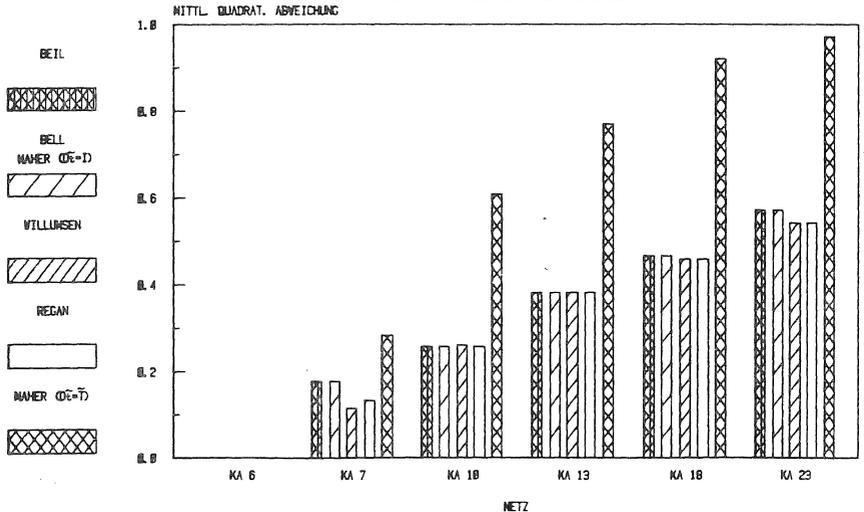


Abb. 59b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze:  
Basis H, ohne alte Matrix  
Befragung an zwei zentralen Haltestellen

# KA 7 BASIS:H OHNE ALTE MATRIX

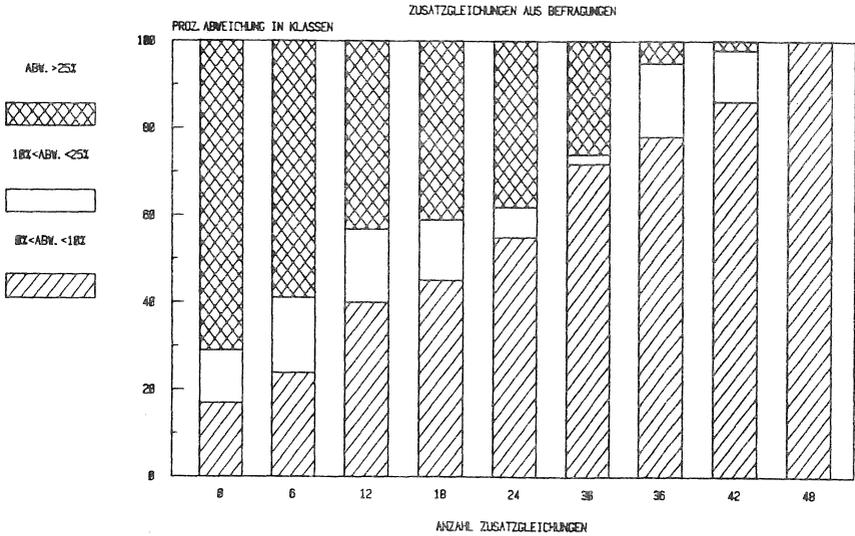


Abb. 60a: Prozentuale Abweichungen für das Netz KA 7: Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7 BASIS:H MIT ALTER MATRIX

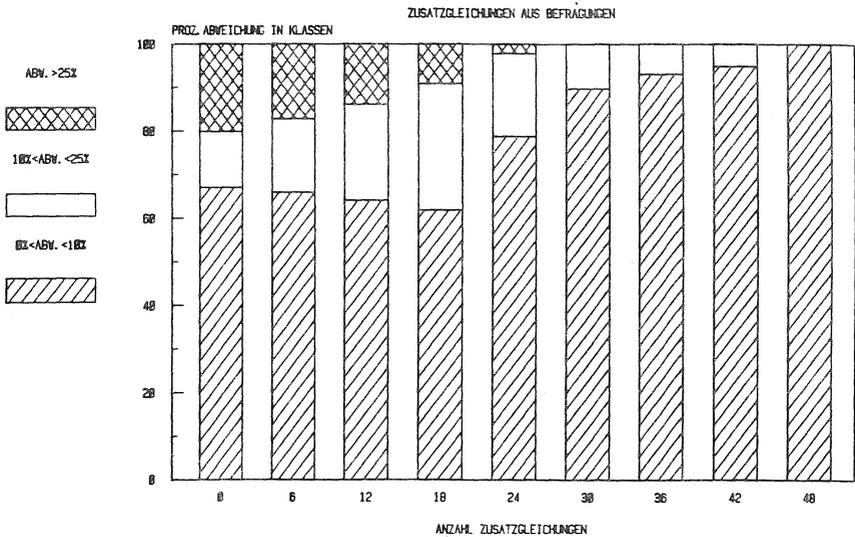


Abb. 60b: Prozentuale Abweichungen für das Netz KA 7: Basis H, mit alter Matrix, mit Befragungsergebnissen Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

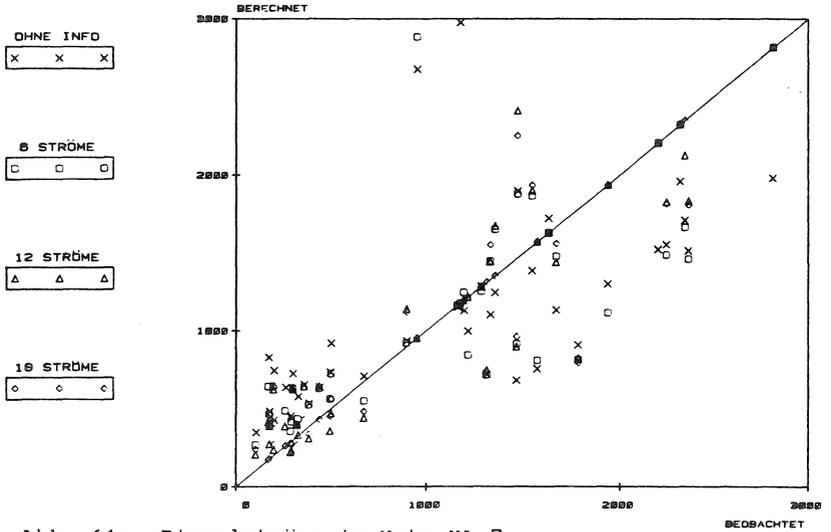


Abb. 61a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen  
(Auswahl nach abnehmenden Einsteigersummen)  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

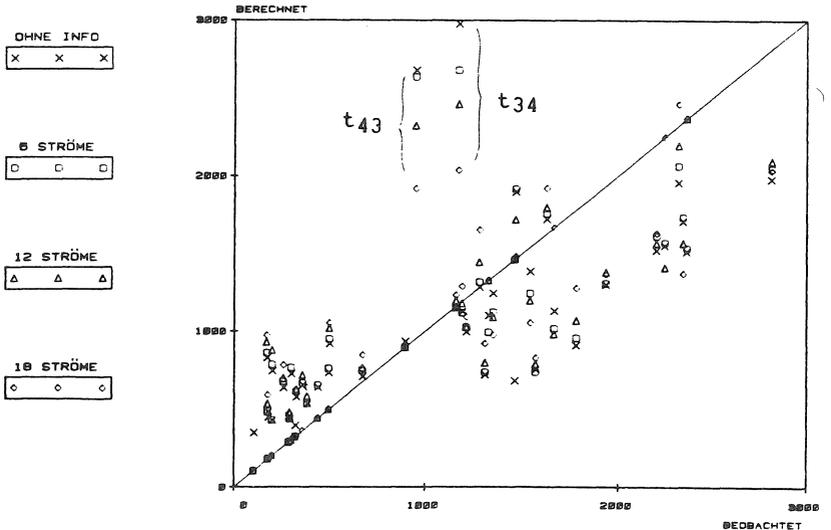


Abb. 61b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Befragungsergebnissen  
(Auswahl nach zunehmenden Einsteigersummen)  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

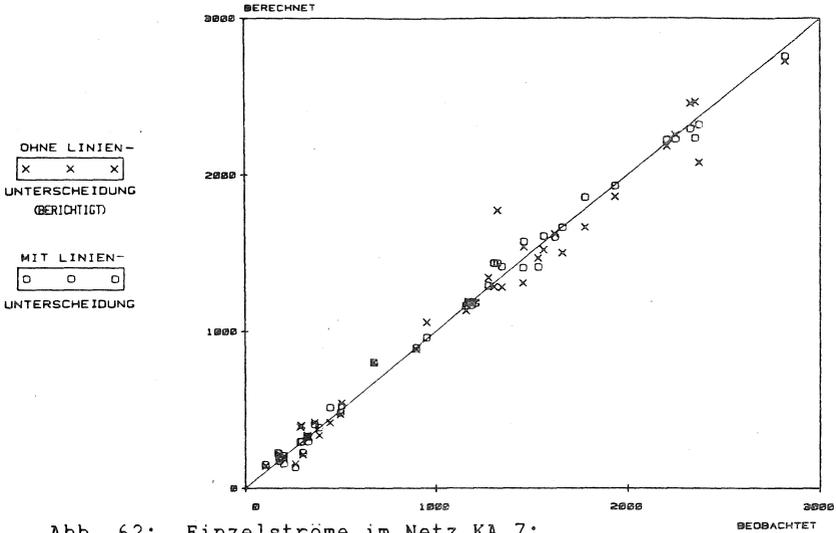


Abb. 62: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Berichtigte Umsteigealtenstellenbelastungen  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

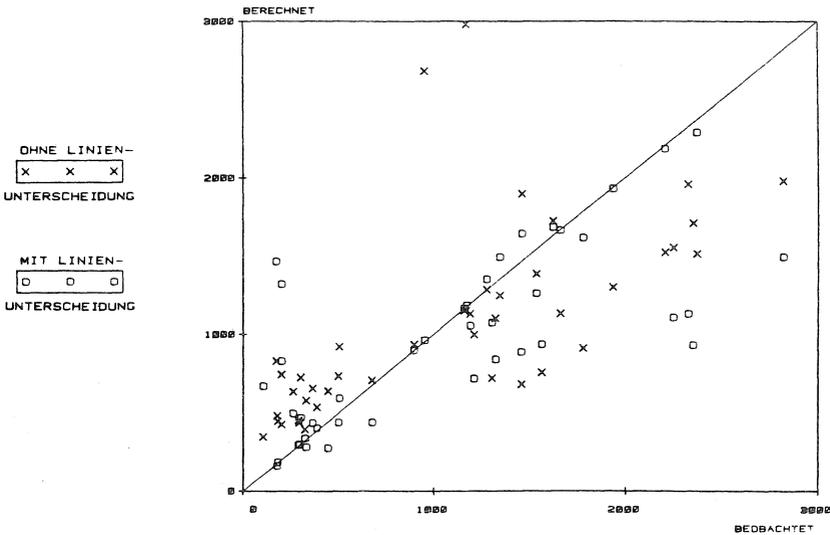


Abb. 63: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, ohne alte Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H/S BEIL MIT ALTER MATRIX

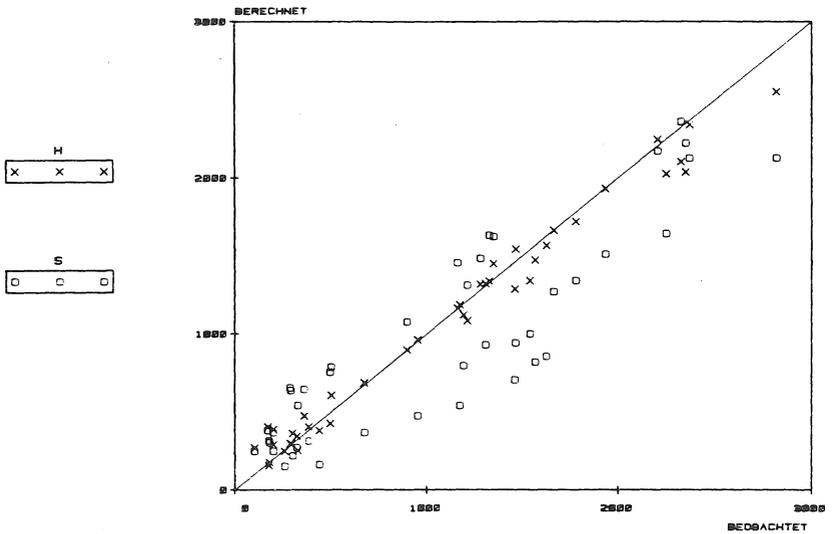


Abb. 64a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: H/S WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

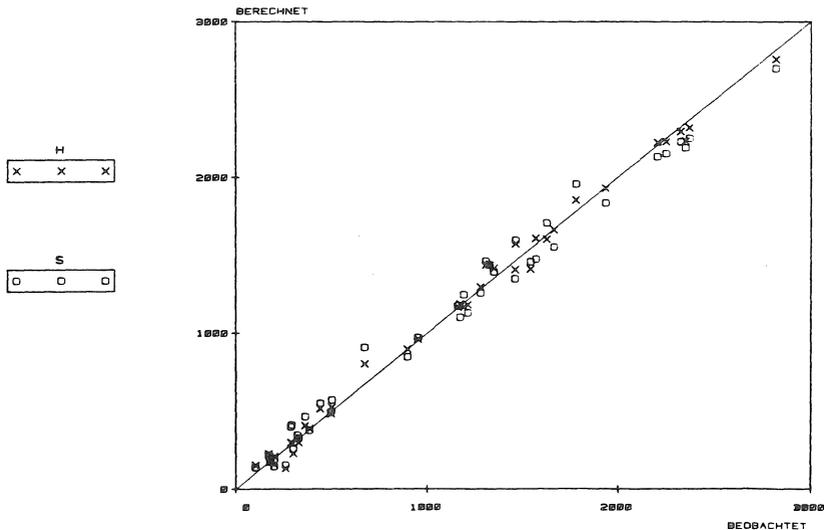


Abb. 64b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H/S, mit alter Matrix, mit Linienunterscheidung  
Verfahren nach WILLUMSEN

OHNE INFO

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX



KLASSEN 1/5



3 KLASSEN



6 KLASSEN



BEFRAGUNG 1H



BEFRAGUNG 2H

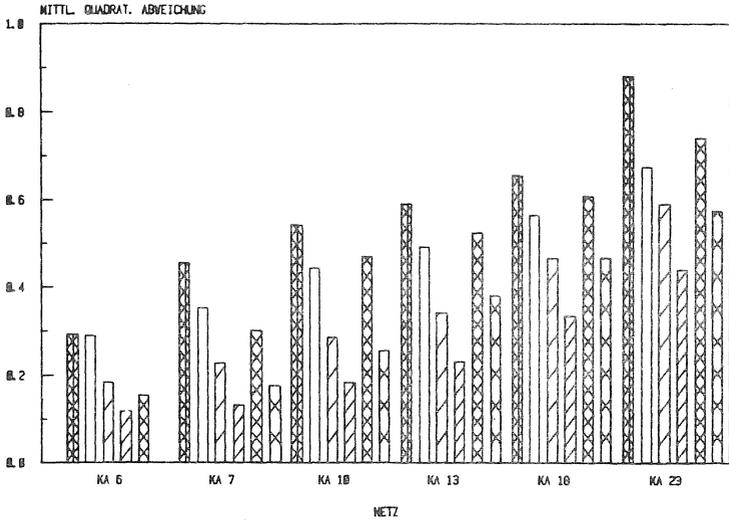


Abb. 65a: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche Zusatzinformation Verfahren nach BEIL

OHNE INFO

# NETZE KA BASIS:H OHNE ALTE MATRIX



KLASSEN 1/5



3 KLASSEN



6 KLASSEN



BEFRAGUNG 1H



BEFRAGUNG 2H

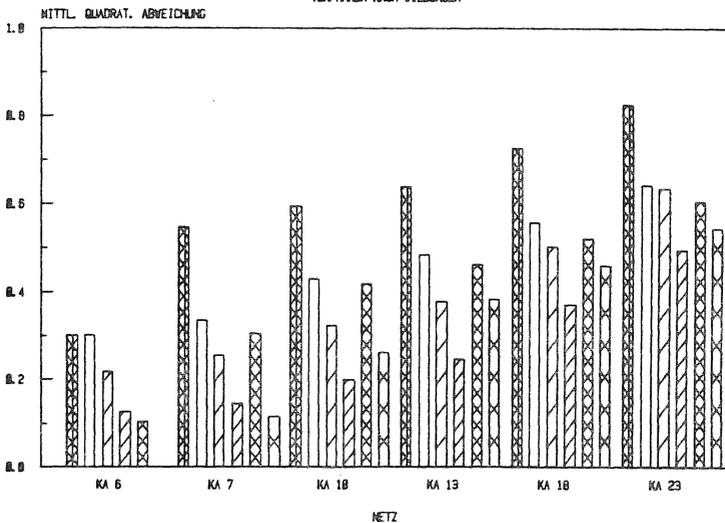


Abb. 65b: Normierte MQA für die Karlsruher Netze: Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche Zusatzinformation Verfahren nach WILLUMSEN

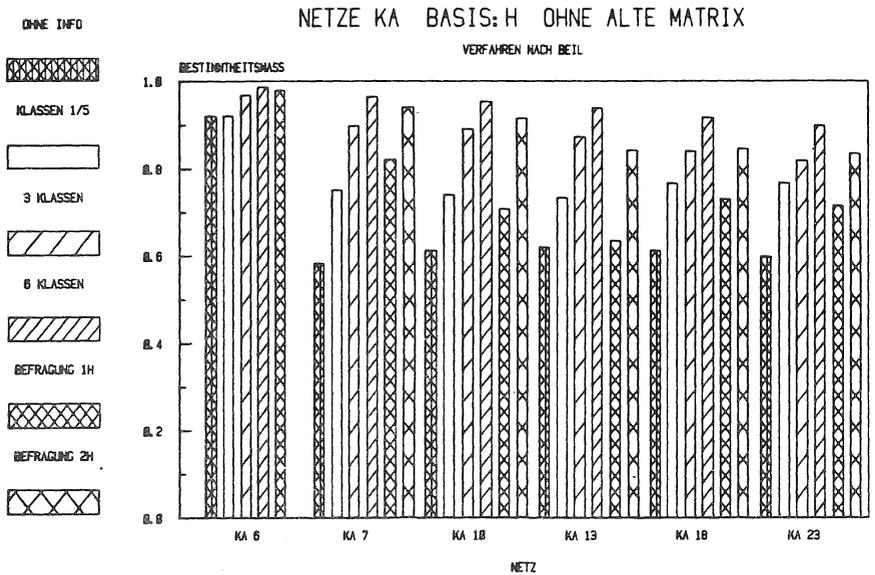


Abb. 66a: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze; Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche Zusatzinformation Verfahren nach BEIL

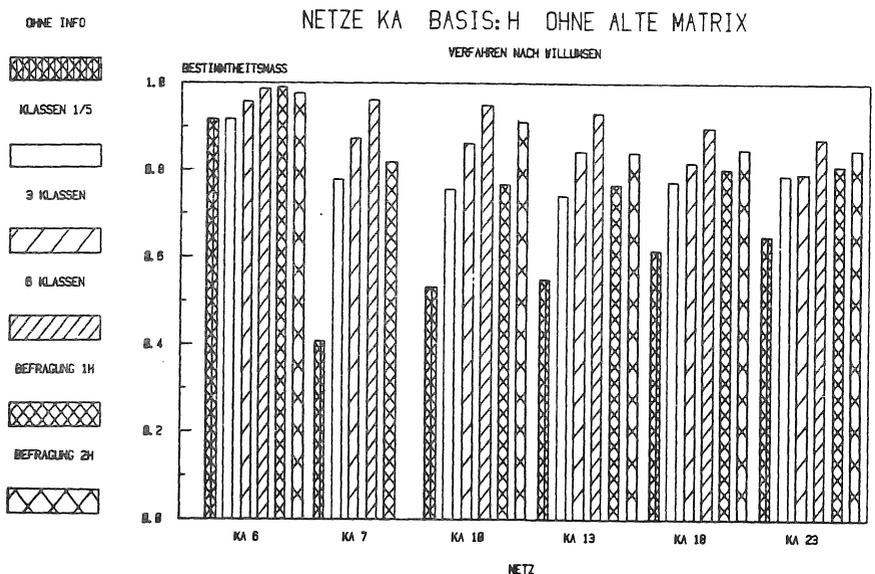


Abb. 66b: Bestimmtheitsmaß für die Karlsruher Netze; Basis H, ohne alte Matrix, unterschiedliche Zusatzinformation Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: H WILLUMSEN

OHNE INFO  
x x x

K 1/5  
o o o

3 KLASSEN  
Δ Δ Δ

ALTE MATRIX  
c c c

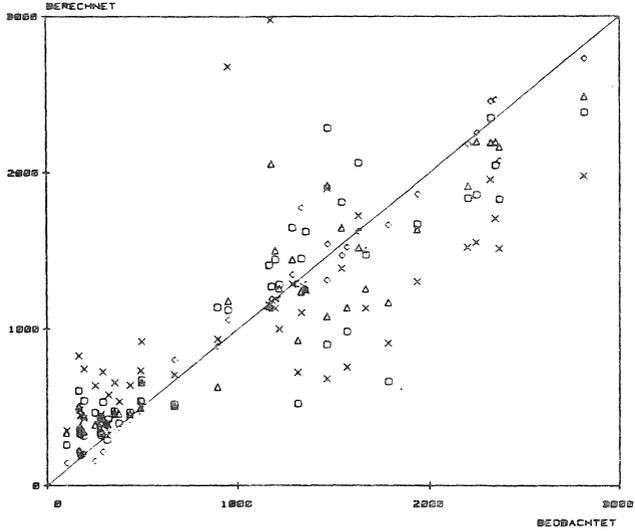


Abb. 67a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S WILLUMSEN

OHNE INFO  
x x x

K 1/5  
o o o

3 KLASSEN  
Δ Δ Δ

ALTE MATRIX  
c c c

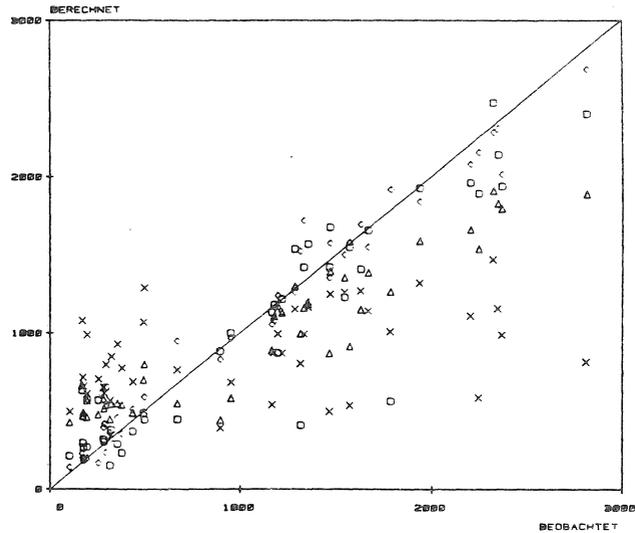


Abb. 67b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN

PF 7H 6S BASIS: H  
WILLUMSEN

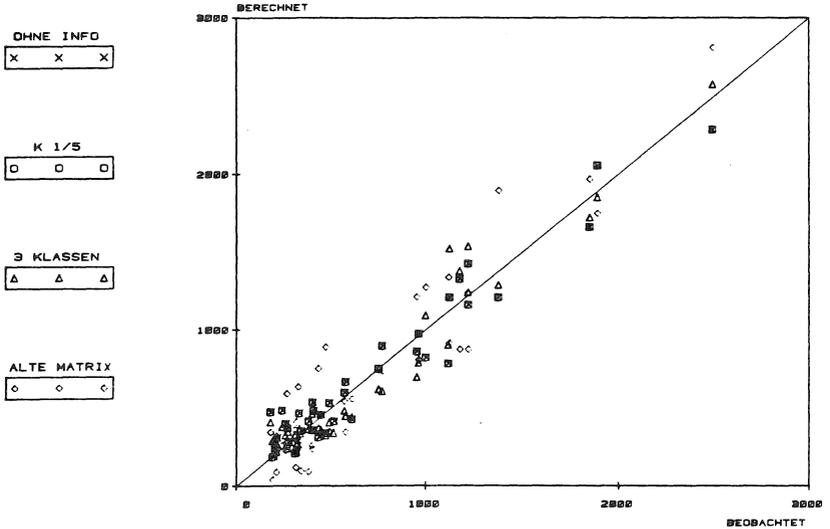


Abb. 68a: Einzelströme im Netz PF 7:  
Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN

PF 7H 6S BASIS: S  
WILLUMSEN

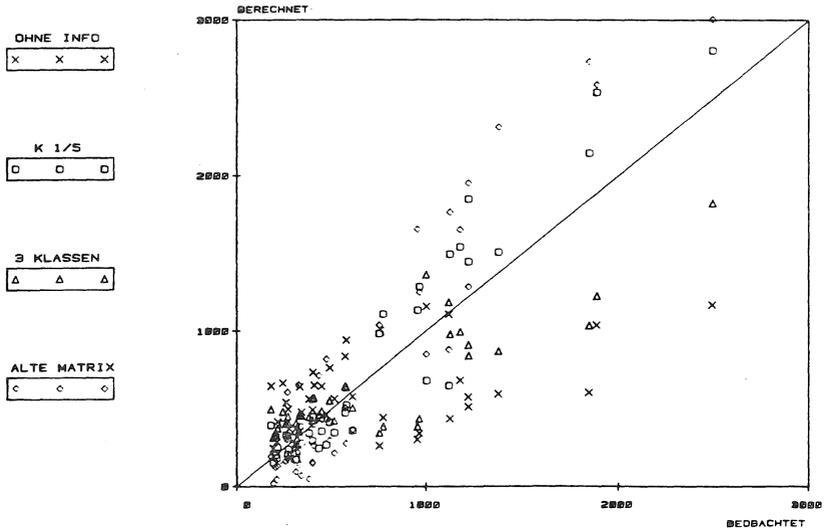


Abb. 68b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, unterschiedliche Zusatzinformation  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7 BASIS:H

VERFAHREN NACH WILLUMSEN

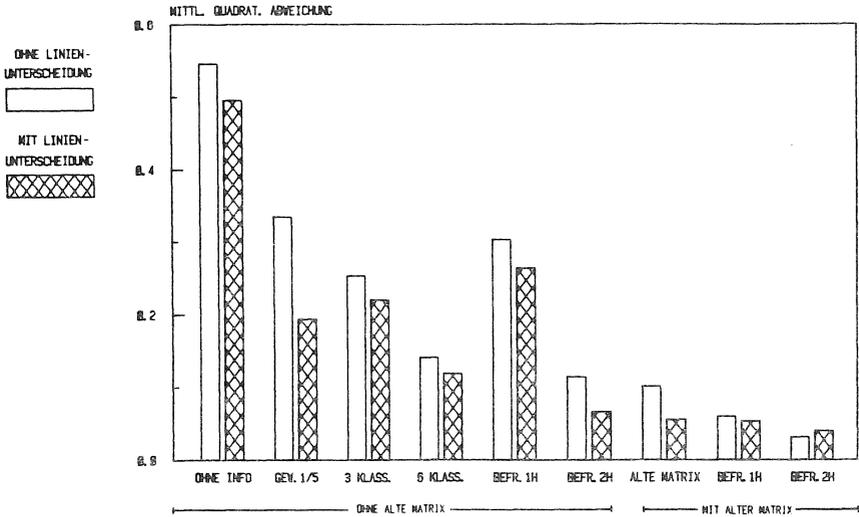


Abb. 69: Normierte MQA für das Netz KA 7: Basis H, unterschiedliche Zusatzinformation Verfahren nach WILLUMSEN

# NETZE KA BASIS:H/S

ANZAHL DER STRÖME UND L. UNAB. GLEICHUNGEN

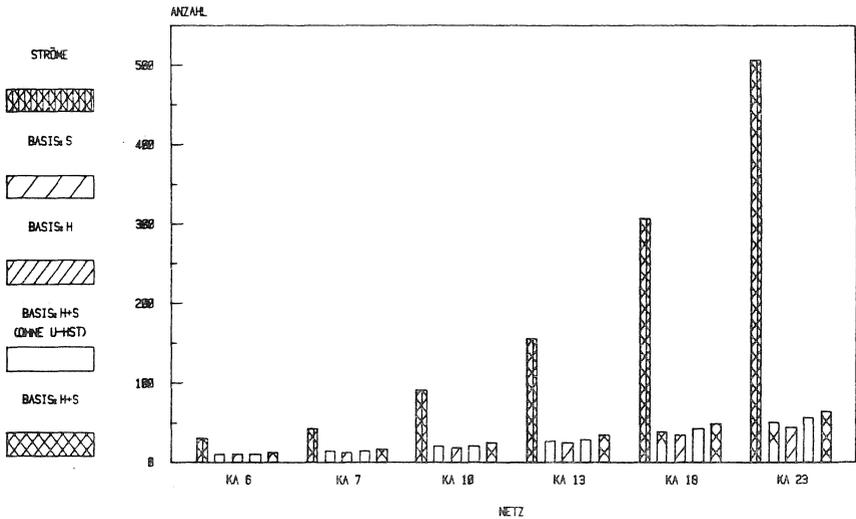


Abb. 70a: Anzahl der Ströme und linear unabhängigen Gleichungen für die Karlsruher Netze

## NETZE KA BASIS: H MIT ALTER MATRIX

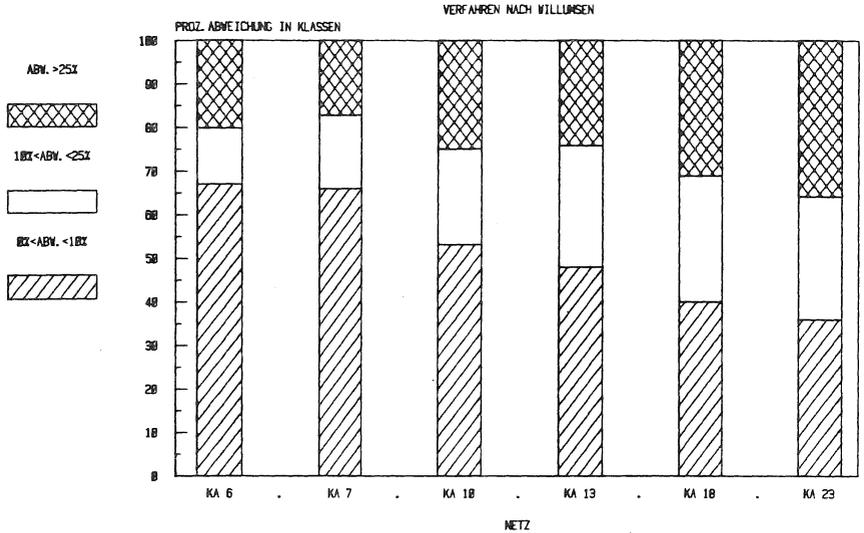


Abb. 70b: Prozentuale Abweichungen für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

## NETZE PF BASIS: H MIT ALTER MATRIX

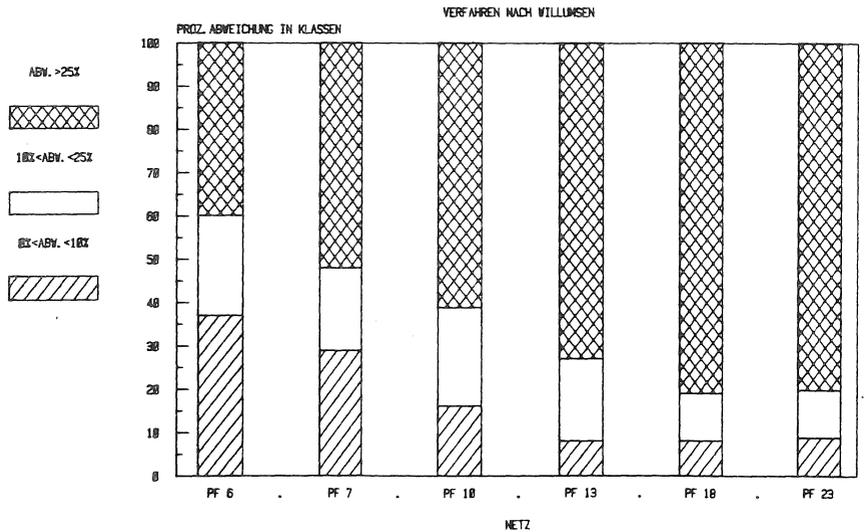


Abb. 70c: Prozentuale Abweichungen für die Pforzheimer Netze: Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: H

WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

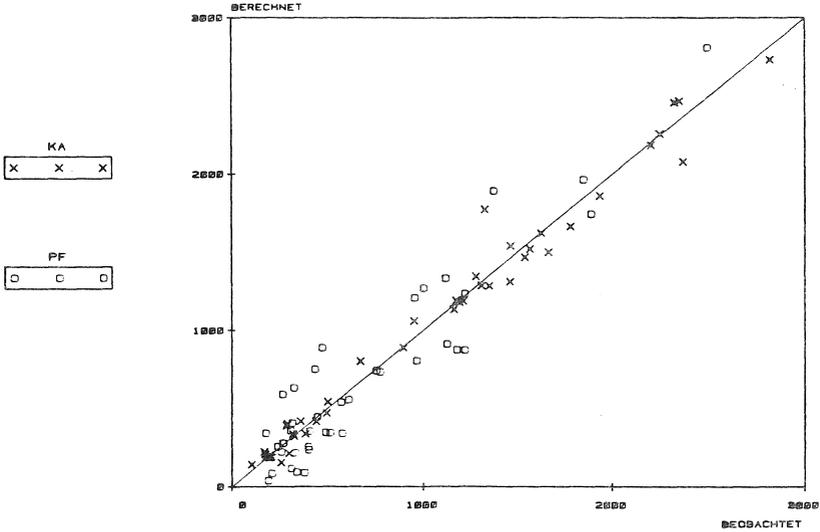


Abb. 71a: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: S

WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

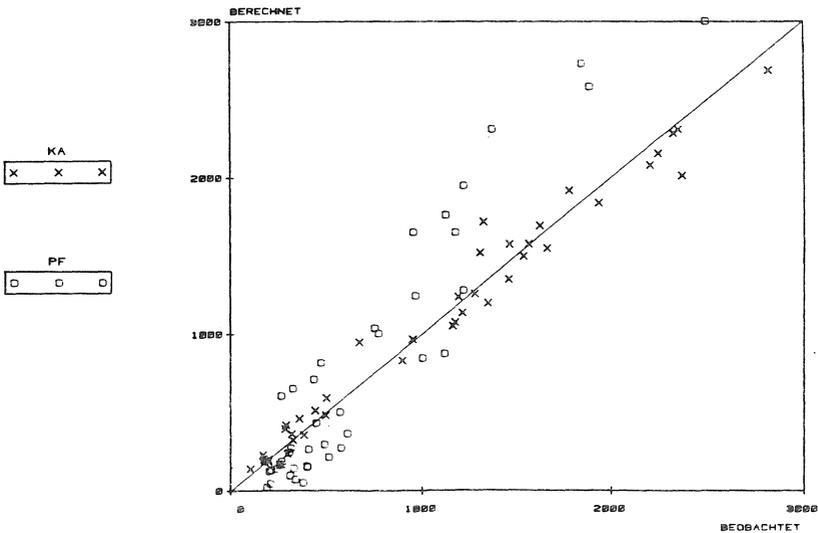


Abb. 71b: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
Basis S, mit alter Matrix  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: H

WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

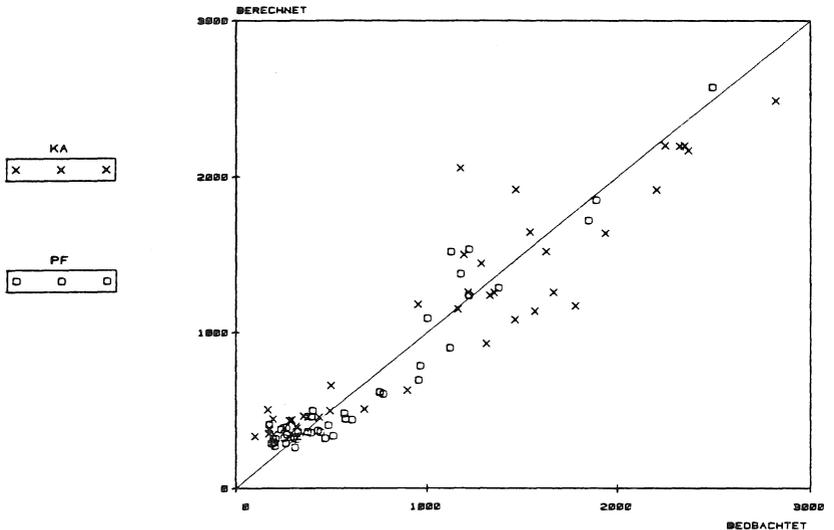


Abb. 72a: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7;  
Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: S

WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

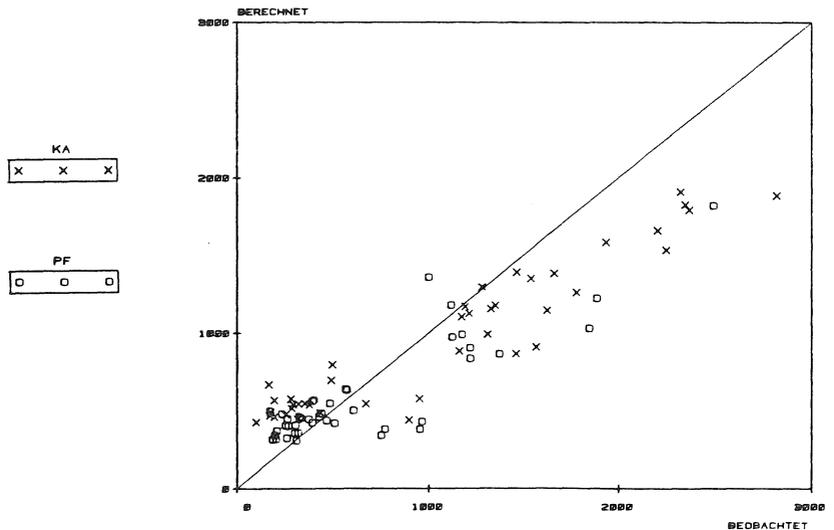


Abb. 72b: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7;  
Basis S, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: H

## WILLUMSEN 3 KLASSEN

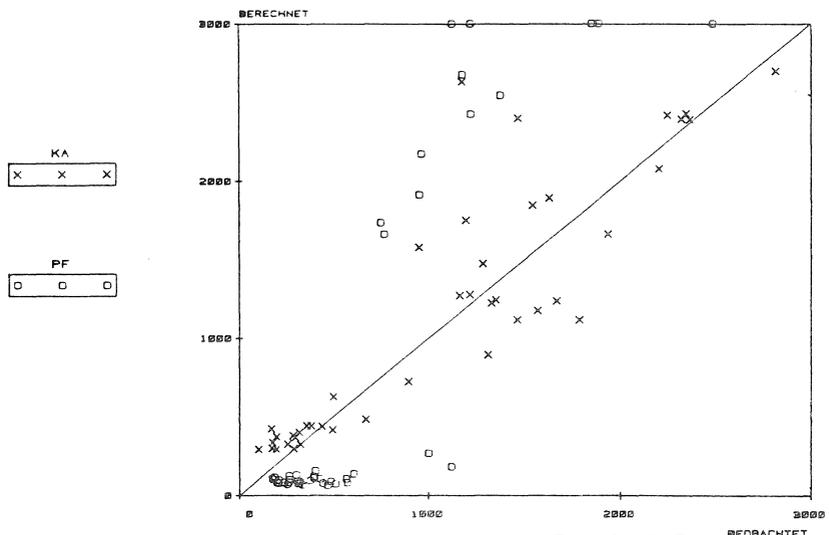


Abb. 73: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
 Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
 Verfälschte Umsteigehaltestellenbelastungen  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA/PF 7H BASIS: H

## WILLUMSEN BEFRAGUNG 1H

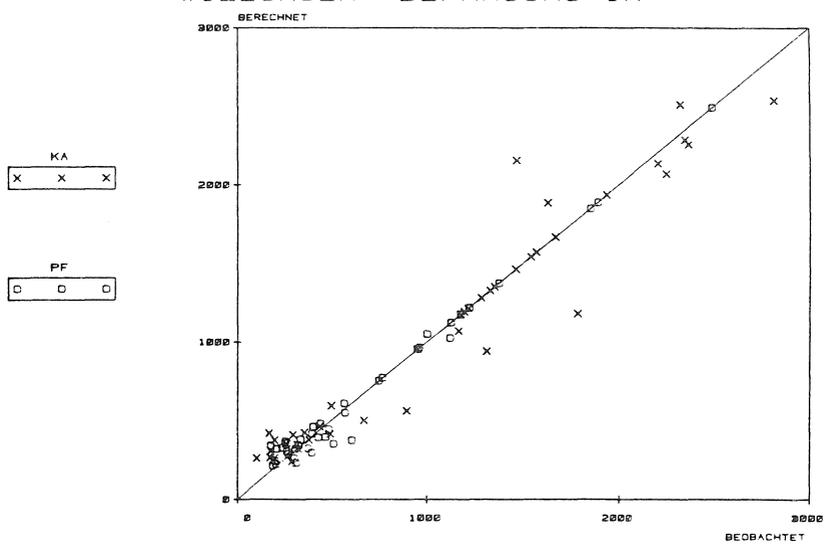


Abb. 74: Einzelströme der Netze KA 7 und PF 7:  
 Basis H, Einteilung der Gewichte in 3 Klassen  
 Befragung an der wichtigsten Haltestelle  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S

## BEIL MIT ALTER MATRIX

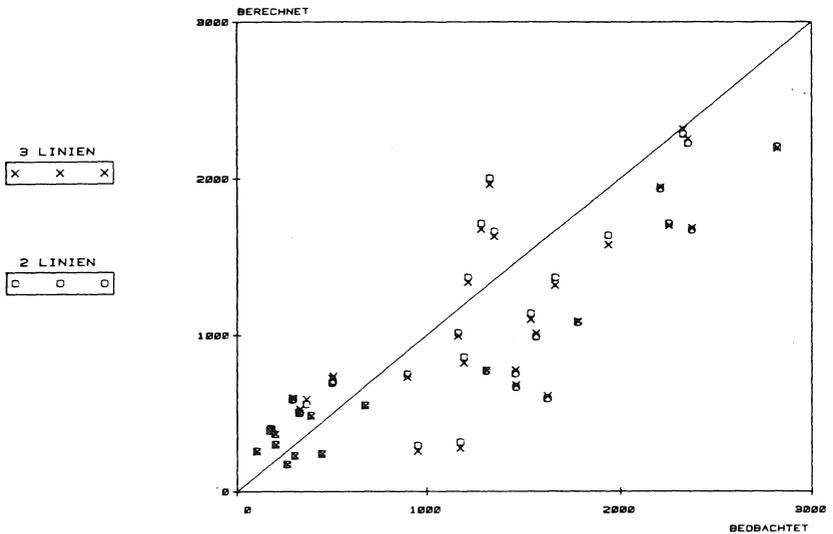


Abb. 75a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, verschiedene Linienführung  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: S

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

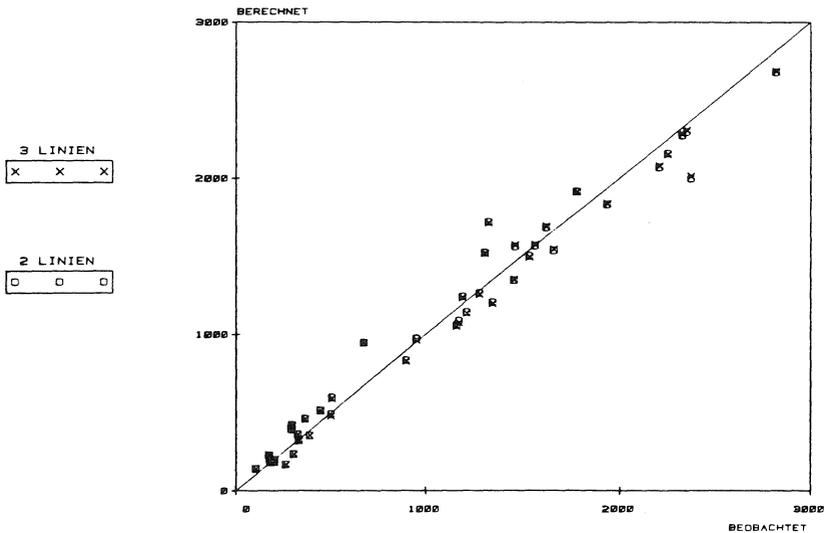


Abb. 75b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, verschiedene Linienführung  
Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

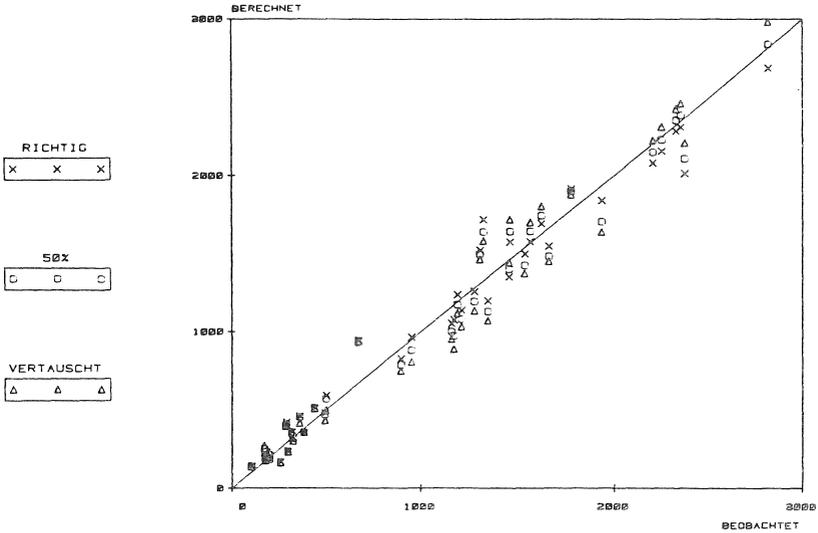


Abb. 76a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, falsche Anteilswerte  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: S

## BEIL MIT ALTER MATRIX

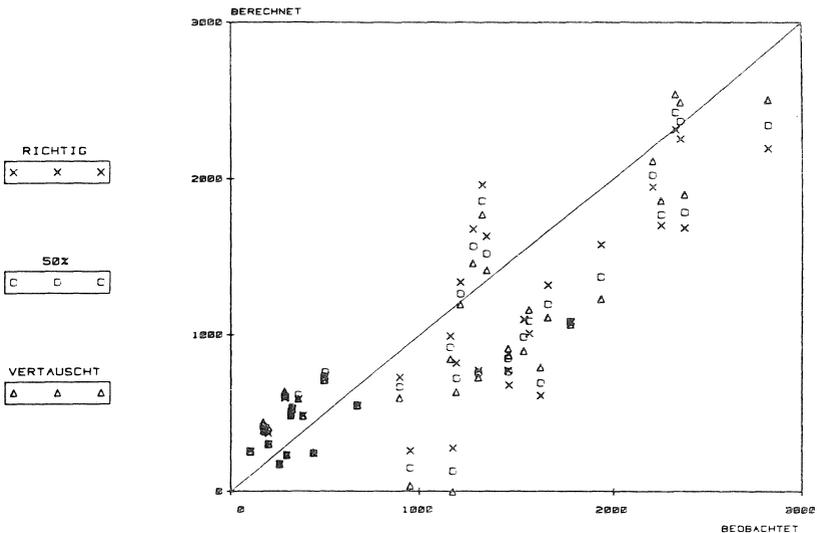


Abb. 76b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix, falsche Anteilswerte  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: S

## WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

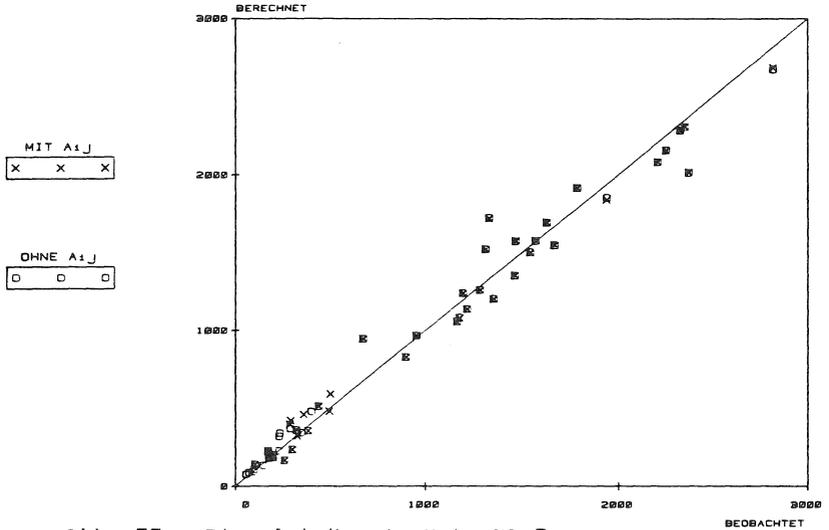


Abb. 77a: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis S, mit alter Matrix  
 Einführung neuer Unbekannter für Teilströme  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S

## WILLUMSEN OHNE ALTE MATRIX

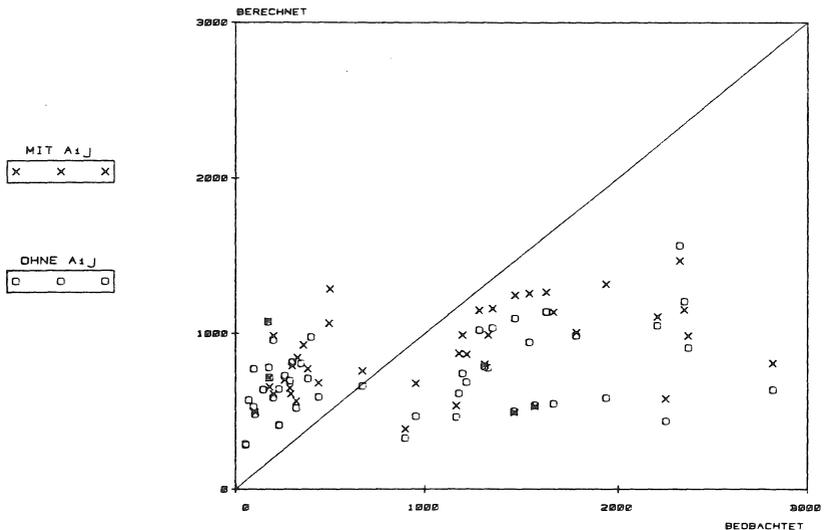


Abb. 77b: Einzelströme im Netz KA 7:  
 Basis S, ohne alte Matrix  
 Einführung neuer Unbekannter für Teilströme  
 Verfahren nach WILLUMSEN

# KA 7H 7S BASIS: S BEIL MIT ALTER MATRIX

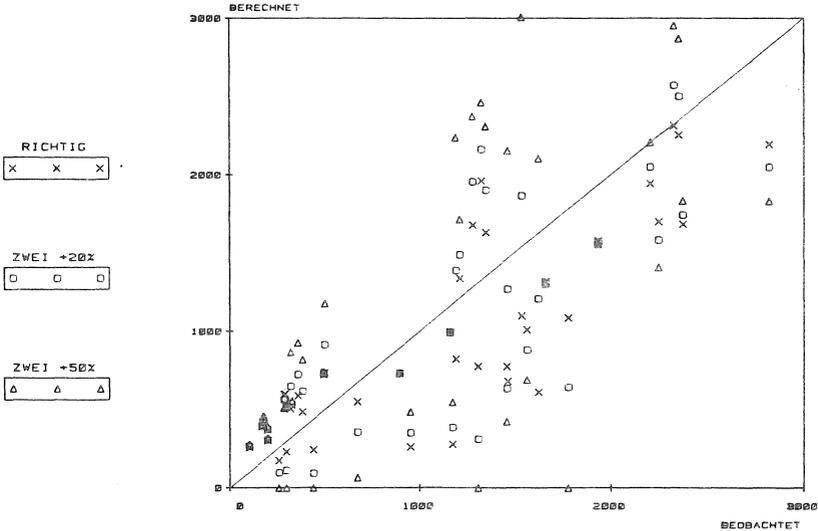


Abb. 78a: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix und falschen Meßwerten  
Verfahren nach BEIL

# KA 7H 7S BASIS: S WILLUMSEN MIT ALTER MATRIX

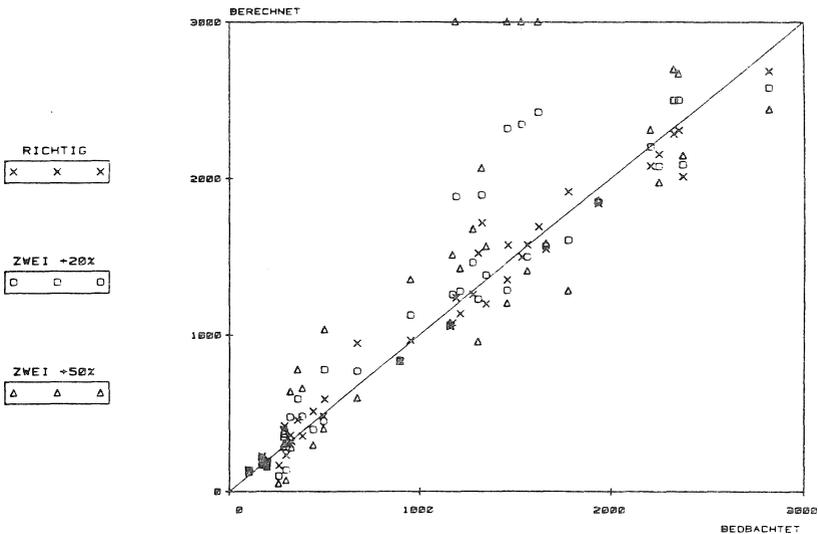


Abb. 78b: Einzelströme im Netz KA 7:  
Basis S, mit alter Matrix und falschen Meßwerten  
Verfahren nach WILLUMSEN

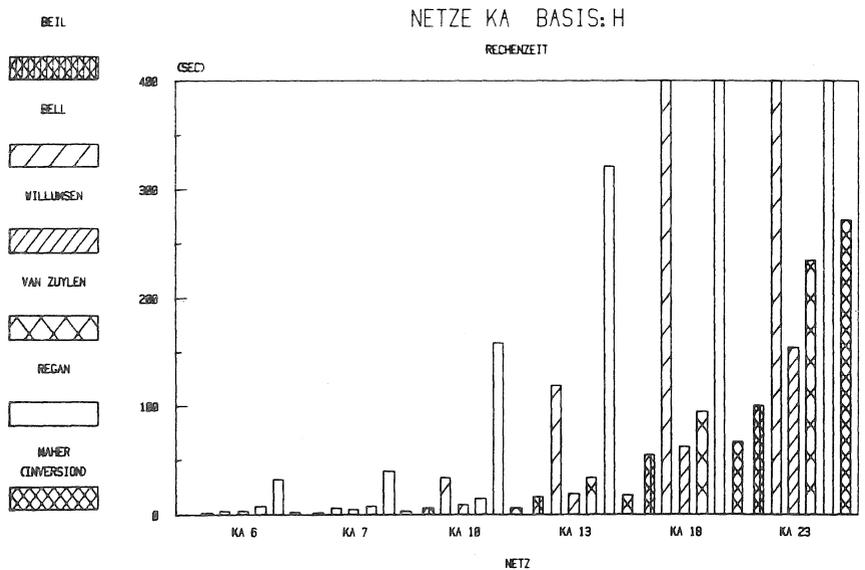
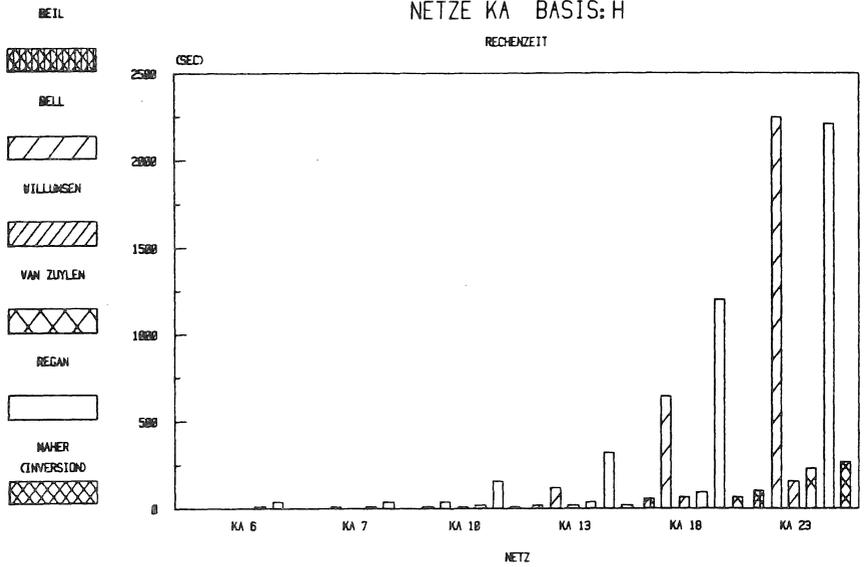
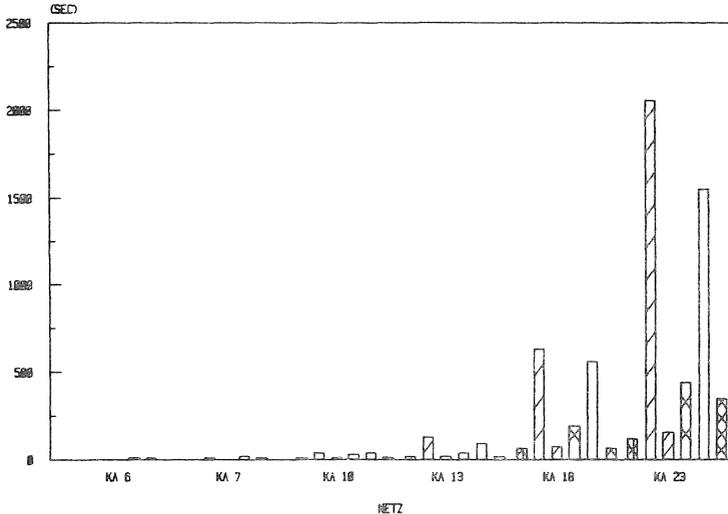


Abb. 79a: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
 Basis H, mit alter Matrix  
 Verfahren des Programms "VSTROM"

BELL

# NETZE KA BASIS:S

RECHENZEIT



BELL

# NETZE KA BASIS:S

RECHENZEIT

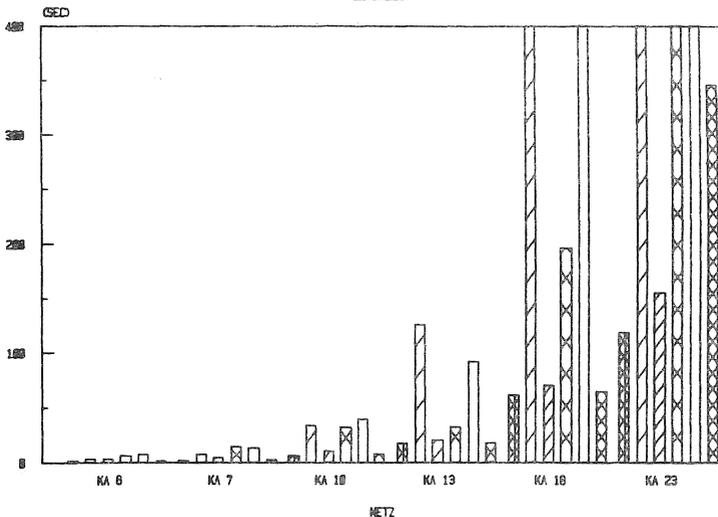


Abb. 79b: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
 Basis S, mit alter Matrix  
 Verfahren des Programms "VSTROM"

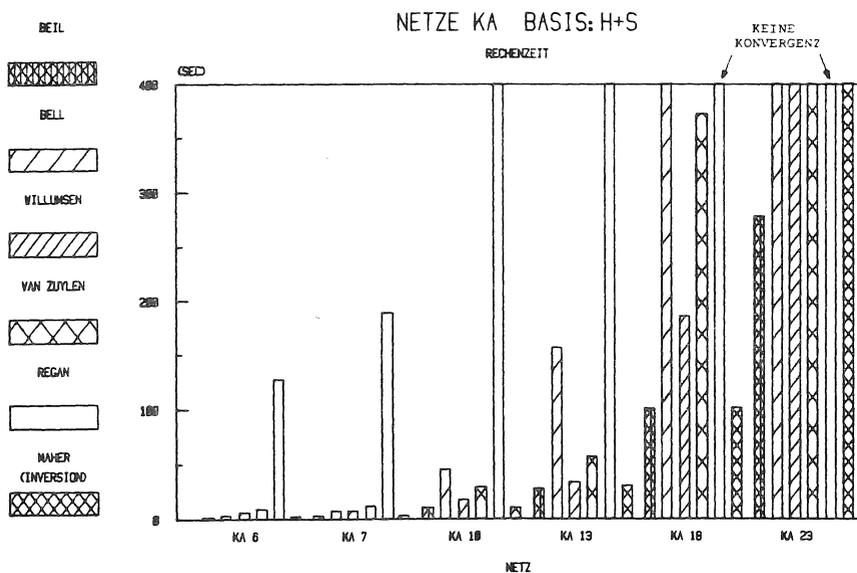
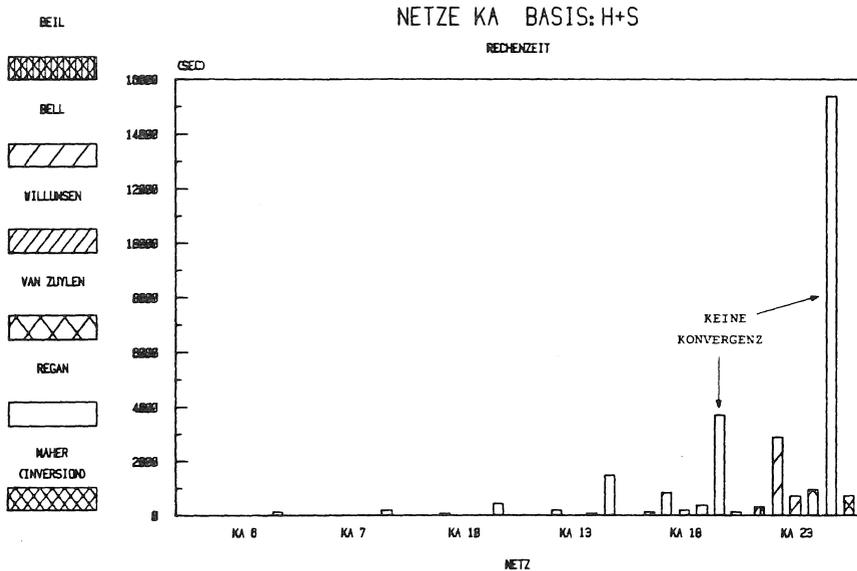


Abb. 80: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze: Basis H+S, mit alter Matrix Verfahren des Programms "VSTROM"

# NETZE KA BASIS:H

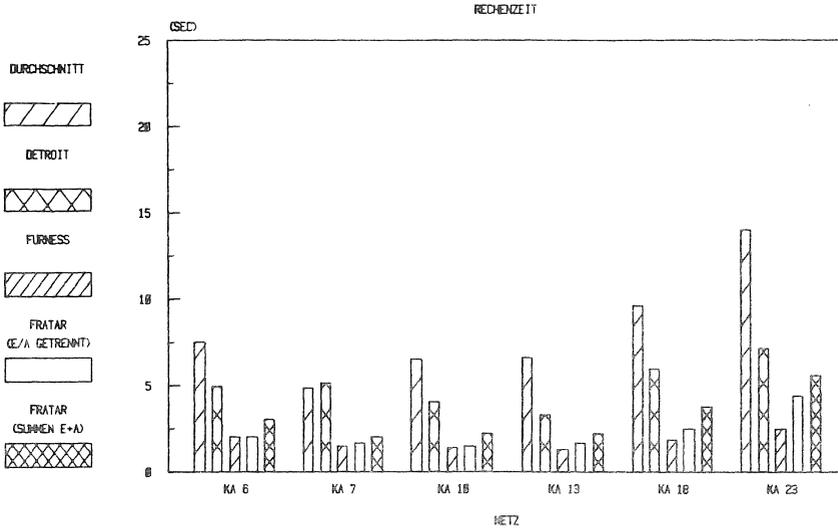


Abb. 81a: Rechenzeiten für die Karlsruher Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"

# NETZE PF BASIS:H

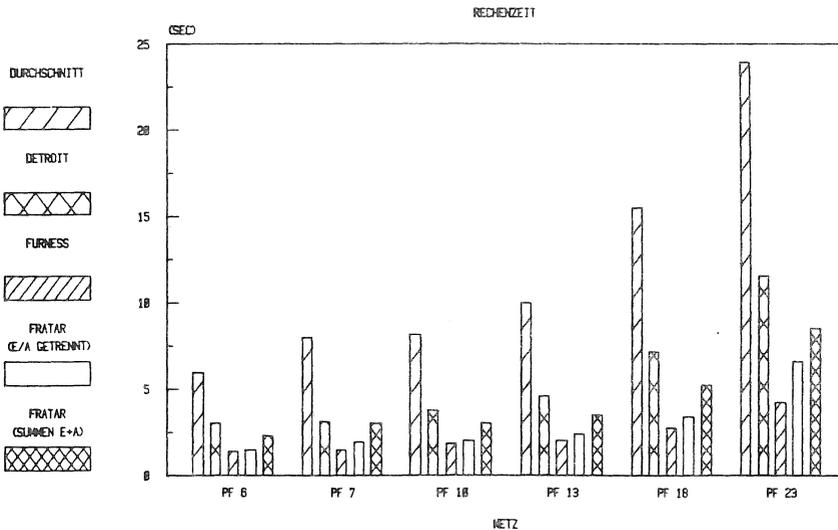


Abb. 81b: Rechenzeiten für die Pforzheimer Netze:  
Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"

# NETZE KA BASIS:S

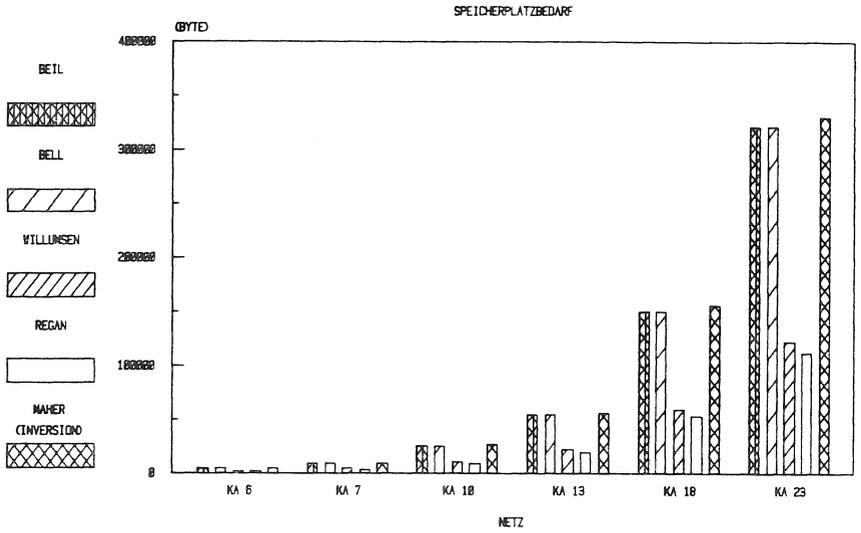


Abb. 82: Speicherplatzbedarf für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "VSTROM"

# NETZE KA BASIS:H

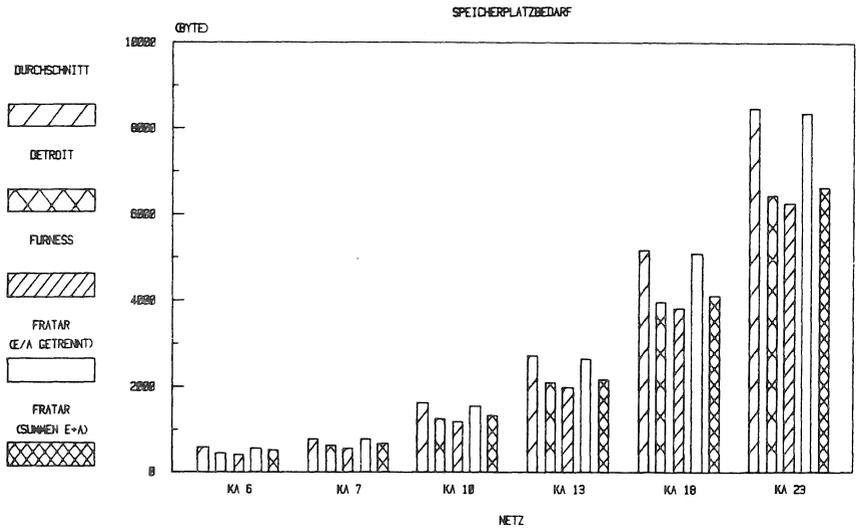


Abb. 83: Speicherplatzbedarf für die Karlsruher Netze: Basis H, mit alter Matrix  
Verfahren des Programms "WACHS"

# A n h a n g

## 1. Mathematische Grundlagen

Der erste Teil des Anhangs enthält mathematische Grundlagen zu dieser Untersuchung; es werden darin einige Begriffe und Verfahren erläutert, die u.U. nicht jedem Leser geläufig sind. Folgende Literatur wurde zu den einzelnen Stichworten verwendet:

- "Matrizen" und "Lineare Algebra"
  - AYRES (1978),
  - FADDEJEW et al. (1976),
  - GRÖBNER (1966),
  - JOHNSTON (1972)
  - MÜLLER-MERBACH (1973)
  - RAO et al. (1971)
  - ZURMÜHL (1964)
  
- "Optimierungsmethoden"
  - COLLATZ et al. (1966)
  - MÜLLER-MERBACH (1973)

Ausführliche Beschreibungen der mathematischen Theorie können dort nachgelesen werden.

### 1.1 Matrix- und Vektorschreibweise

#### 1.1.1 Allgemein

In der vorliegenden Untersuchung kann die Matrix- und Vektorschreibweise vorteilhaft angewendet werden. Dabei werden Vektoren mit unterstrichenen Kleinbuchstaben, Matrizen mit Großbuchstaben gekennzeichnet. Für Matrizen wird hier vereinbart:

- n ist die Anzahl der Zeilen (Laufvariable i),
- m ist die Anzahl der Spalten (Laufvariable j).

Der hochgestellte Index T kennzeichnet die transponierte Form, bei der Zeilen und Spalten vertauscht sind.

Beispiele:

$$\underline{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

$$\underline{t}^T = [t_1 \quad t_2]$$

### 1.1.2 Gleichungssysteme

Die Matrix- und Vektorschreibweise kann besonders vorteilhaft zur einfachen Darstellung von linearen Gleichungssystemen verwendet werden.

Beispiel:

Der Ausdruck  $A \cdot \underline{t} = \underline{v}$  beschreibt folgendes Gleichungssystem, wenn die Größen aus Abschnitt 1.1 übernommen werden:

$$\sum_{j=1}^2 a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad i = 1, 2, 3$$

Dies bedeutet ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot t_1 + a_{12} \cdot t_2 &= v_1 \\ a_{21} \cdot t_1 + a_{22} \cdot t_2 &= v_2 \\ a_{31} \cdot t_1 + a_{32} \cdot t_2 &= v_3 \end{aligned}$$

### 1.1.3 Quadratische Formen

Eine quadratische Form  $q(t_j)$  ist ein homogenes Polynom zweiten Grades von mehreren Veränderlichen  $t_1, \dots, t_m$  mit der Koeffizientenmatrix A (Elemente  $a_{ij}$ )

$$\begin{aligned}
 q(t_j) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_i \cdot t_j \\
 &= t_1 \cdot (a_{11} \cdot t_1 + \dots + a_{1m} \cdot t_m) \\
 &\quad + \dots \\
 &\quad + t_m \cdot (a_{m1} \cdot t_1 + \dots + a_{mm} \cdot t_m) \\
 &= [t_1, \dots, t_m] \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} \\
 &= \underline{t}^T \cdot A \cdot \underline{t}
 \end{aligned}$$

Beispiel:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_m \end{bmatrix}$$

$$q(t_j) = \underline{t}^T \cdot A \cdot \underline{t} = \sum_{j=1}^m a_j \cdot t_j^2$$

## 1.2 Begriffe aus der Matrizenrechnung

### 1.2.1 Bezeichnungen

- Hauptdiagonale einer Matrix

Die Hauptdiagonale einer Matrix besteht aus den Elementen  $a_{jj}$ .

- Norm einer Matrix: N

Die Wurzel aus der Summe der Quadrate aller Elemente einer Matrix heißt (Euklidische) Norm der Matrix:

$$N = \sqrt{\sum_i \sum_j a_{ij}^2}$$

- Rang einer Matrix: r

Der Rang einer Matrix gibt die maximale Anzahl linear unabhängiger Zeilen bzw. Spalten der Matrix an.

- Rangabfall (Defekt) einer Matrix: d

Der Rangabfall einer Matrix gibt die Anzahl der linear abhängigen Zeilen in der Matrix an.

Es gilt:  $n = r + d$ .

### 1.2.2 Eigenschaften von Matrizen

- Transponierte Matrix  $A^T$ :

Die transponierte Matrix  $A^T$  entsteht aus  $A$  durch Spiegelung der Elemente an der Hauptdiagonale (bzw. Vertauschen der Zeilen und Spalten).

Es gilt:  $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ .

- Quadratische Matrix:

Eine Matrix mit gleicher Anzahl von Zeilen und Spalten heißt quadratisch.

Quadratische Matrizen kann man mit sich selbst multiplizieren; nichtquadratische Matrizen kann man nur mit ihrer transponierten Form multiplizieren, wobei das Ergebnis immer quadratisch ist.

Es gilt:  $A \cdot A^T \neq A^T \cdot A$

- Symmetrische Matrix:

Eine quadratische Matrix heißt symmetrisch, wenn gilt:  $A^T = A$ .

- Diagonalmatrix:

Eine quadratische Matrix heißt Diagonalmatrix, wenn nur die Elemente der Hauptdiagonale ungleich Null sind:

$a_{ij} = 0$ , falls  $i \neq j$ .

- Einheitsmatrix  $I$ :

Eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalelemente gleich 1 sind, heißt Einheitsmatrix.

- Singuläre Matrix:

Eine quadratische Matrix heißt singulär, wenn ihr Rang kleiner ist als die Anzahl der Zeilen bzw. die Anzahl der Spalten, d.h. es treten linear abhängige Zeilen auf.

$$r(A) < n$$

Es gilt:

Das Produkt zweier oder mehrerer quadratischer Matrizen ist singular, wenn mindestens eine der Matrizen singular ist.

- Reguläre (nicht singuläre) Matrix:

Eine quadratische Matrix heißt regulär, wenn ihr Rang gleich der Anzahl der Zeilen bzw. der Anzahl der Spalten ist, d.h. keine linear abhängigen Zeilen auftreten.

$$r(A) = n$$

Eine nicht-quadratische Matrix heißt zeilen- bzw. spalten-regulär, wenn gilt

$$\begin{array}{ll} r(A) = n < m & (\text{für } n < m) \\ \text{bzw. } r(A) = m < n & (\text{für } n > m) \end{array}$$

Es gilt:

Das Produkt zweier oder mehrerer regulärer Matrizen ist regulär.

- Definite Matrizen:

Der Begriff der Definitheit existiert nur für symmetrische Matrizen:

Eine symmetrische Matrix  $A$  heißt positiv (negativ) definit, wenn die zugehörige quadratische Form  $q = \underline{t}^T \cdot A \cdot \underline{t}$  positiv (negativ) definit ist; dies ist dann der Fall, wenn der Wert von  $q$  für alle Werte der Veränderlichen  $\underline{t}$  (mit Ausnahme von  $t_1 = t_2 = \dots = t_m = 0$ ) positiv (negativ) ist.

Es gilt:

Eine positiv definite Matrix ist regulär.

- Inverse Matrix:  $A^{-1}$

Wenn  $A$  und  $B$  quadratische Matrizen sind und es gilt

$$A \cdot B = I,$$

dann heißt B die inverse Matrix zu A und man schreibt

$$B = A^{-1}$$

Es gilt:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad (A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}.$$

Inverse Matrizen gibt es nur zu quadratischen Matrizen; diese sind jedoch nur dann invertierbar, wenn sie regulär, d.h. positiv definit sind.

- Funktionalmatrix F:

Wenn  $\underline{y}$  ein Spaltenvektor ist, wobei jedes der n Elemente eine Funktion von m Variablen  $\underline{x}$  darstellt, d.h.

$$y_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad i = 1, \dots, n$$

so ergeben sich die Elemente der Funktionalmatrix als partielle Ableitungen der einzelnen  $y_i$  nach  $x_j$ ; eine Anordnung der Ableitungen als  $n \times m$ -Matrix heißt Funktionalmatrix.

$$F = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_n}{\partial x_m} \end{bmatrix}$$

### 1.3 Lineare Gleichungssysteme

Im folgenden wird ein lineares Gleichungssystem (LGS)

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v}$$

mit n Gleichungen und m Unbekannten betrachtet.

### 1.3.1 Linear abhängige Gleichungen

#### 1.3.1.1 Definition

Es werden die Zeilen der Matrix A untersucht:

$$\begin{aligned}\underline{a}_1 &= [a_{11} \dots a_{1m}] \\ \underline{a}_2 &= [a_{21} \dots a_{2m}] \\ &\vdots \\ &\cdot \\ \underline{a}_n &= [a_{n1} \dots a_{nm}]\end{aligned}$$

Die Zeilen  $\underline{a}_j$  heißen linear abhängig, wenn n von Null verschiedene Elemente  $k_1, \dots, k_n$  existieren, so daß

$$k_1 \cdot \underline{a}_1 + k_2 \cdot \underline{a}_2 + \dots + k_n \cdot \underline{a}_n = 0.$$

Ansonsten heißen die Zeilen linear unabhängig.

#### 1.3.1.2 Feststellung der linearen Abhängigkeit

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Der Rang der Matrix A sei r, der Rangabfall d.

- Falls  $n < m$  ist, gilt:
  - + Wenn  $r < n$  ist, dann gibt es genau r linear unabhängige Zeilen und  $n-r = d$  linear abhängige Zeilen.
  - + Wenn  $r = n$  ist, sind die Zeilen linear unabhängig.
- Falls  $n > m$  ist, sind die Zeilen notwendigerweise linear abhängig.

Linear abhängige Zeilen im LGS erkennt man daran, daß nach elementaren Umformungen der Koeffizientenmatrix in den betreffenden Zeilen nur noch Nullen enthalten sind.

Beispiel:

$$\begin{aligned} 1 \cdot t_1 + 5 \cdot t_2 &= 20 \\ 6 \cdot t_1 + 8 \cdot t_2 &= 50 \\ 2 \cdot t_1 + 10 \cdot t_2 &= 60 \end{aligned}$$

Koeffizientenmatrix original:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 8 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$$

umgeformt:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bei der Umformung wurde die 1. Zeile zweimal von den anderen Zeilen abgezogen; → in diesem Beispiel sind die 1. und 3. Zeile linear abhängig.

### 1.3.2 Inkonsistente Gleichungen

#### 1.3.2.1 Definition

Eine Gleichung ist inkonsistent, wenn auf einer Seite vom Gleichheitszeichen Null steht, auf der anderen Seite jedoch nicht.

#### 1.3.2.2 Feststellung der Inkonsistenz

Es werden die Ränge der Matrix  $A$  und der erweiterten Matrix  $(A|\underline{y})$  untersucht:

- Das LGS  $A \cdot \underline{t} = \underline{y}$  ist konsistent, wenn beide Matrizen denselben Rang aufweisen:

$$r(A) = r(A|\underline{y}).$$

- Das LGS  $A \cdot \underline{t} = \underline{y}$  ist inkonsistent, wenn die Matrizen verschiedenen Rang aufweisen:

$$r(A) \neq r(A|\underline{y})$$

Dann gilt: Die Matrix  $A$  enthält linear abhängige Zeilen.

Inkonsistente Gleichungen erkennt man daran, daß nach elementaren Umformungen der erweiterten Matrix auf der linken Seite (auf dem Platz der ursprünglichen Matrix A) Nullen stehen, auf der rechten Seite (auf dem Platz des ursprünglichen Vektors  $\underline{v}$ ) jedoch nicht.

Beispiel (aus 1.3.1):

erweiterte Matrix original:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 20 \\ 6 & 8 & 50 \\ 2 & 10 & 60 \end{bmatrix}$$

umgeformt:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 20 \\ 4 & -2 & 10 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

→ in diesem Beispiel ist das LGS inkonsistent:  
die 1. und 3. Gleichung widersprechen sich.

### 1.3.3 Auflösung des LGS

#### 1.3.3.1 Fallunterscheidung

Bei  $n$  Gleichungen und  $m$  Unbekannten sind folgende Fälle möglich:

1.  $n > m$ :  $r(A) \neq r(A|\underline{v})$  → keine Lösung  
 $r(A) = r(A|\underline{v}) = m$  → eindeutige Lösung  
 $r(A) = r(A|\underline{v}) < m$  → unendlich viele Lösungen
2.  $n = m$ :  $r(A) \neq r(A|\underline{v})$  → keine Lösung  
 $r(A) = r(A|\underline{v}) = m$  → eindeutige Lösung  
 $r(A) = r(A|\underline{v}) < m$  → unendlich viele Lösungen
3.  $n < m$  →  $r(A) < m$   
 $r(A) \neq r(A|\underline{v})$  → keine Lösung  
 $r(A) = r(A|\underline{v})$  → unendlich viele Lösungen

Im Fall von unendlich vielen Lösungen können  $m-r$  von den Unbekannten so ausgewählt werden, daß die Koeffizientenmatrix der verbleibenden  $r$  Unbekannten den Rang  $r$  hat. Wenn diese Unbekannten irgendwelche beliebigen Werte erhalten, sind die anderen  $r$  Unbekannten eindeutig bestimmt.

### 1.3.3.2 Lösung

Die Lösung eines LGS ist gegeben durch

$$- \underline{t} = A^{-1} \cdot \underline{v}, \text{ wenn } n = m$$

$A^{-1}$  ist die inverse Matrix zu  $A$ .

$$- \underline{t} = A^{-} \cdot \underline{v}, \text{ wenn } n \neq m$$

$A^{-}$  ist eine verallgemeinerte inverse Matrix zu  $A$ , die der Bedingung  $A \cdot A^{-} = I$  genügt. Eine solche inverse Matrix und damit die eindeutige Lösung kann nur aufgrund einer Zusatzbedingung für die Unbekannten gefunden werden; es sind verschiedene Bedingungen und damit verschiedene Matrizen möglich.

### 1.3.4 Optimierungsaufgaben

#### 1.3.4.1 Allgemein

In der vorliegenden Untersuchung treten Optimierungsaufgaben aus dem Bereich der konvexen Optimierung auf; hierbei ist die Zielfunktion konvex und die Nebenbedingungen sind affin-linear (Definition siehe COLLATZ et al., 1966, S. 89). Auf solche Optimierungsaufgaben können wichtige Prinzipien der Optimierungsrechnung angewendet werden.

#### 1.3.4.2 Lagrange-Multiplikatoren

Konvexe Optimierungsaufgaben, bei denen Nebenbedingungen zu berücksichtigen sind, können mit der Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren gelöst werden (MÜLLER-MERBACH, 1973, S. 65 ff):

Gesucht sei das Optimum einer Zielfunktion  $f(x_j)$

$$f(x_j) = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

unter  $n$  Nebenbedingungen  $g_j(x_j)$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = 0 \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, n \quad (n \leq m)$$

Falls alle Nebenbedingungen erfüllt sind, so sind die Zielfunktion und die sogenannte erweiterte Zielfunktion (Lagrange-Funktion) miteinander identisch:

$$F(x_j, \lambda_i) = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot g_i(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Die  $\lambda_i$  heißen Lagrange-Multiplikatoren.

Wenn alle Nebenbedingungen eingehalten werden, nehmen die Funktionen  $f$  und  $F$  für dieselben Werte  $x_j$  ihr Optimum an. Nach dem Satz von Kuhn-Tucker (vgl. COLLATZ et al., 1966, S. 90) ist der Vektor  $\underline{x}_0 \geq 0$  genau dann Lösung der Aufgabenstellung, wenn es einen Vektor  $\underline{\lambda}_0 \geq 0$  gibt und der Vektor  $(\underline{x}_0, \underline{\lambda}_0)^T$  Sattelpunkt der Lagrange-Funktion ist.

Notwendige Bedingung für einen Extremwert ist das Nullwerden aller ersten partiellen Ableitungen. Dies liefert

- $m$  Gleichungen aus den Ableitungen von  $F(x_j, \lambda_i)$  nach  $x_j$  und
- $n$  Gleichungen aus den Ableitungen von  $F(x_j, \lambda_i)$  nach  $\lambda_i$ , die gleich den Nebenbedingungen  $g_i = 0$  sind.

Insgesamt ergeben sich  $(m + n)$  Gleichungen für  $(m + n)$  Unbekannte  $x_j$  und  $\lambda_i$ .

## 2. Formelmäßige Herleitungen

Der zweite Teil des Anhangs enthält die Herleitungen von Formeln, die bei den in Teil II vorgestellten Verfahren, welche Strecken- und Haltestellenbelastungen als Eingangsgrößen verwenden können, benutzt werden. Bei der Herleitung wurde auf eine möglichst einheitliche Bezeichnung geachtet, um einen Vergleich der Vorgehensweise zu erleichtern; die Lösungen für die optimierenden Verfahren werden mithilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren (Anhang 1.3.4.2) abgeleitet.

### 2.1 Lösung der optimierenden Verfahren

#### 2.1.1 Voraussetzungen

Alle Zusatzbedingungen führen zu einem Optimierungsproblem: der Optimierung (Minimierung oder Maximierung) einer Zielfunktion unter den Nebenbedingungen eines linearen Gleichungssystems  $A \cdot \underline{x} = \underline{v}$ . Dabei wird davon ausgegangen, daß dieses Gleichungssystem keine inkonsistenten Gleichungen enthält.

Für alle Zusatzbedingungen mit nichtlinearer Zielfunktion gilt, daß die gesuchten Verkehrsströme ohne Zusatzinformation i.a. möglichst ausgeglichen bestimmt werden; mangels anderer Information ist diese Annahme durchaus vernünftig.

#### 2.1.2 Dualität des Problems

Aufgrund der Zusatzbedingungen können bei der Lösung zwei Probleme unterschieden werden (vgl. z.B. BELL, 1983b, S. 904 ff.):

## 1. Primales Problem

Bestimme  $t_j$  so, daß eine Zielfunktion  $f(t_j)$  unter gegebenen Nebenbedingungen optimiert wird:

$$f(t_j) \stackrel{!}{=} \text{Optimum} \quad (1.1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad \text{für alle } i \quad (1.2)$$

In einigen Verfahren zusätzlich die Nebenbedingungen

$$t_j \geq 0 \quad \text{für alle } j \quad (1.3)$$

Aufgrund der Zielfunktion (1.1) kann gelten, daß  $t_j = 0$  falls  $\tilde{t}_j = 0$ , und Nebenbedingung (1.3) erforderlich sein. Darüberhinaus können auch die Nebenbedingungen (1.2) bewirken, daß einige  $t_j$  gleich Null sein müssen.

Wenn  $M$  die Menge der Indices ist, welche die von Null verschiedenen Verkehrsströme bezeichnen, so kann die optimale Lösung des primalen Problems durch die Lösung des folgenden dualen Problems beschrieben werden; dabei sind die Verkehrsströme, deren  $j$  nicht zu  $M$  gehören, aus den Vektoren zu entfernen und die zugehörigen Spalten aus der Matrix  $A$  zu streichen:

## 2. Duales Problem

Bestimme  $\lambda_i$  so, daß die Lagrange-Funktion ein Optimum hat:

$$f(t_j) + \sum_{i=1}^n \lambda_i (v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} t_j) \stackrel{!}{=} \text{Optimum}$$

Dies ist gleichbedeutend mit:

$$\frac{\partial}{\partial t_j} [f(t_j)] - \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{ij} = 0 \quad j \in M$$

$$t_j = 0 \quad j \notin M$$

Die Parameter  $\lambda_i$  entsprechen den Lagrange-Multiplikatoren (vgl. Anhang 1.3.4.2) für das Optimierungsproblem; sie werden so berechnet, daß die Bedingungen des LGS (1.2) erfüllt sind. Zu beachten ist, daß die gesuchten Werte beim dualen Problem ( $\lambda_i$ ) im Unterschied zu denen des primalen Problems ( $t_j$ ) keinen Beschränkungen mehr unterliegen.

## 2.2 Minimierung der Norm

Herleitung der Lösung:

Zusatzbedingung: Bestimmung der Lösung  $\underline{t}$ , welche die Bedingung der minimalen Norm erfüllt; zur Vereinfachung wird statt  $N$  die abgeänderte Zielfunktion  $f(t_j)$  minimiert.

Das primale Optimierungsproblem lautet:

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m g_j \cdot t_j^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum} \quad (2.1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad (2.2)$$

Aufstellen der Lagrange-Funktion

$$L(t_j, \lambda_i) = \sum_{j=1}^m g_j \cdot t_j^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot (v_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j) \quad (2.3)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergibt das gesuchte Minimum bzw. zugehörige duale Problem.

Die erste Ableitung nach  $t_j$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} = 2g_j \cdot t_j - \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i \quad (2.4)$$

Die erste Ableitung nach  $\lambda_i$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = v_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j \quad (2.5)$$

Die weitere Rechnung wird in Matrix- und Vektorschreibweise durchgeführt; die ersten Ableitungen lauten dann

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 2G \cdot \underline{t} - A^T \cdot \underline{\lambda} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} = \underline{v} - A \cdot \underline{t} \quad (2.5)$$

Nullsetzen der ersten Ableitung nach  $\underline{t}$  (2.4) ergibt

$$2 \cdot G \cdot \underline{t} = A^T \cdot \underline{\lambda} .$$

Da  $G$  positiv-definit ist, gibt es die Inverse  $G^{-1}$  dazu

$$\rightarrow \underline{t} = \frac{1}{2} \cdot G^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\lambda} \quad (2.6)$$

Nullsetzen der ersten Ableitung nach  $\lambda$  (2.5) ergibt die Nebenbedingungen

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v} \quad (2.7)$$

Einsetzen von (2.6) in (2.7) ergibt:

$$A \left( \frac{1}{2} \cdot G^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\lambda} \right) = \underline{v}$$

Da nach Voraussetzung das LGS  $A \cdot \underline{t} = \underline{v}$  nur linear unabhängige Gleichungen enthält und  $G$  positiv-definit ist, ist  $A \cdot G^{-1} \cdot A^T$  nicht singular; damit existiert die Inverse  $(A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1}$

$$\rightarrow \underline{\lambda} = 2 \cdot (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1} \cdot \underline{v} \quad (2.8)$$

Einsetzen von (2.8) in (2.6) ergibt:

$$\underline{t} = \frac{1}{2} \cdot G^{-1} \cdot A^T \cdot 2 \cdot (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1} \cdot \underline{v} \quad .$$

Damit ergibt sich die Lösung

$$\underline{t} = G^{-1} \cdot A^T \cdot (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1} \cdot \underline{v}$$

$$\text{bzw. } \underline{t} = B \cdot \underline{v} \quad .$$

Die gefundene Lösung ist ein Minimum, da für die zweite Ableitung von  $L$  gilt:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t_j \partial t_k} = \frac{\partial}{\partial t_k} (2g_j \cdot t_j - \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i) = 2G = \begin{cases} 2g_k & \text{falls } k=j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Da  $G$  positiv-definit ist, wird die Bedingung für ein Minimum erfüllt.

### 2.3 Maximierung der Entropie

#### 2.3.1 Formel für die Entropie einer Matrix

Wenn  $T_S = \sum_{j=1}^m t_j$  die Gesamtzahl der Fahrten angibt, so ist die Anzahl der möglichen Anordnungen (Kombinationen) der Fahrten gleich der Zahl der Anordnungen, die

für  $t_1$  Fahrten aus  $T_S$  (von der 1. Einstiegshaltestelle zur erstmöglichen Ausstiegshaltestelle) möglich sind, mal der Zahl der Anordnungen, die für  $t_2$  Fahrten aus  $T_S - t_1$  Fahrten möglich sind usw.

Dies ergibt (vgl. WILSON, 1970, S. 5):

$$\begin{aligned}
 E &= \binom{T_S}{t_1} \cdot \binom{T_S - t_1}{t_2} \dots \binom{T_S - t_1 - t_2 - \dots - t_{m-1}}{t_m} \\
 &= \frac{T_S!}{t_1!(T_S - t_1)!} \cdot \frac{(T_S - t_1)!}{t_2!(T_S - t_1 - t_2)!} \dots \\
 &= \frac{T_S!}{\prod_{j=1}^m t_j!}
 \end{aligned}$$

Für den Fall, daß bei der Berechnung der Entropie eine Zusatzinformation in Form von Ausgangswerten (Gewichten)  $\tilde{t}_j$  für die Verkehrsströme berücksichtigt werden soll, lautet die Formel für die Berechnung der Entropie (vgl. VAN ZUYLEN et al., 1980, S. 287):

$$\begin{aligned}
 E' &= E \cdot \prod_{j=1}^m \frac{\tilde{t}_j}{T_S}^{t_j} \\
 &= T_S! \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / T_S)^{t_j}}{t_j!}
 \end{aligned}$$

### 2.3.2 Abgeänderte Zusatzbedingung

Die Herleitung erfolgt für den gewichteten Fall, der ungewichtete Fall ist hierbei miteingeschlossen, denn er ergibt sich, wenn alle Ausgangswerte (Gewichte) zu 1 angenommen werden.

$$E' = T_S! \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S)^{t_j}}{t_j!} \stackrel{!}{=} \text{Maximum} .$$

Zur Ermittlung des Maximums wird der natürliche Logarithmus maximiert.

$$\begin{aligned} \ln E' &= \ln T_S! + \ln \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S)^{t_j}}{t_j!} \\ &= \ln T_S! + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S) - \sum_{j=1}^m \ln t_j! \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Abschätzung nach STIRLING für große  $x$

$$\ln x! \approx \left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot \ln x - x + \sqrt{2\pi} \approx x \cdot \ln x - x$$

(BRONSTEIN et al., 1976, S. 138) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \ln E' &\approx \ln T_S! + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S) - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln t_j - t_j) \\ &= - \sum_{j=1}^m \left( t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j \right) + \ln T_S! - T_S \cdot \ln \tilde{T}_S \end{aligned}$$

Für die Gewinnung des Maximums wird die Gesamtzahl der Fahrten  $T_S$  als konstant angenommen (VAN ZUYLEN et al., 1980, S. 286) und kann daher vernachlässigt werden; damit ergibt sich die abgeänderte Zusatzbedingung

$$f(t_j) = - \sum_{j=1}^m \left( t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j \right) \stackrel{!}{=} \text{Maximum} .$$

2.3.3 Lösung

Zusatzbedingung: Bestimmung der Lösung  $\underline{t}$ , die der Bedingung der maximalen Entropie genügt; zur Vereinfachung wird statt  $E$  die abgeänderte Zielfunktion  $f(\underline{t})$  maximiert.

Das primale Optimierungsproblem lautet:

$$f(t_j) = - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j) \stackrel{!}{=} \text{Maximum} \quad (3.1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad (3.2)$$

$$t_j \geq 0 \quad (3.3)$$

Die Nebenbedingungen (3.2) und (3.3) können bewirken, daß einige Verkehrsströme den Wert Null haben; die restlichen Verkehrsströme bilden dann die Menge  $M$ .

Aufstellen der Lagrange-Funktion: (3.4)

$$L(t_j, \lambda_i) = - \sum_{j \in M} (t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j) + \sum_{i=1}^n \lambda_i (v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergibt das gesuchte Maximum und zugehörige duale Problem.

Die 1. Ableitung nach  $t_j$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} = - \left( \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} + 1 - 1 \right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} \quad (3.5)$$

Nullsetzen ergibt:

$$\ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} = - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} \quad (3.6)$$

$$t_j = \tilde{t}_j \cdot e^{- \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}
 &= \tilde{t}_j \cdot \prod_{i=1}^n (e^{-\lambda_i})^{a_{ij}} \\
 &= \tilde{t}_j \cdot \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}} \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Die 1. Ableitung nach  $\lambda_i$  liefert:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j \quad (3.9)$$

Nullsetzen der ersten Ableitung nach  $\lambda_i$  ergibt die Nebenbedingungen aus den Verkehrszählungen

$$v_i = \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j \quad (3.10)$$

Einsetzen von (3.8) in (3.10) liefert  $n$  Gleichungen:

$$v_i = \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot \tilde{t}_j \cdot \prod_{k=1}^n (X_k)^{a_{kj}} \quad (3.11)$$

Die Werte von  $X_i$  in (3.8) müssen aus den  $n$  Nebenbedingungen (3.11) errechnet werden; da die damit erhaltenen Gleichungen in  $X_i$  nicht linear sind (weil die Größen  $X_i$  multiplikativ verknüpft sind), kann jedoch nicht wie bei einem linearen Modell eine direkte Lösung für  $\underline{t}$  durch Matrixinversion gefunden werden. Die Werte für  $X_i$  müssen vorher iterativ bestimmt werden, bis sich eine genügend genaue Übereinstimmung zwischen dem mit den  $X_i$ -Werten berechneten und dem beobachteten Meßwert ergibt; die Korrekturen für  $X_i$  richten sich dabei nach dem Verhältnis von beobachtetem zu berechnetem Meßwert. Die gefundene Lösung ist ein Maximum, da für die zweite Ableitung von  $L$  gilt:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 L}{\partial t_j \partial t_k} &= \frac{\partial}{\partial t_k} (-\ln t_j + \ln \tilde{t}_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}) \\
 &= -T = \begin{cases} -1/t_k & \text{für } k = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Da  $T$  wegen  $\tilde{t}_j > 0$  positiv-definit ist, ist  $-T$  negativ-definit; damit ist die Bedingung für ein Maximum erfüllt.

2.4 Minimierung der Unterschiedsquadrate2.4.1 Lösung

Zusatzbedingung: Bestimmung der Lösung  $\underline{t}$ , welche die Bedingung der minimalen Unterschiedsquadrate erfüllt.

Das primale Optimierungsproblem lautet:

$$f(t_j) = \sum_{j=1}^m g_j(t_j - \tilde{t}_j)^2 \stackrel{!}{=} \text{Minimum} \quad (4.1)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad (4.2)$$

Aufstellen der Lagrange-Funktion:

$$L(t_j, \lambda_i) = \sum_{j=1}^m g_j(t_j - \tilde{t}_j)^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i (v_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j) \quad (4.3)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergibt das gesuchte Minimum und zugehörige duale Problem.

Die 1. Ableitung nach  $t_j$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} = 2g_j(t_j - \tilde{t}_j) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} \quad (4.4)$$

Die 1. Ableitung nach  $\lambda_j$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = v_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j \quad (4.5)$$

Die weitere Rechnung wird in Matrix- und Vektorschreibweise durchgeführt; die ersten Ableitungen lauten dann:

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{t}} = 2G(\underline{t} - \underline{\tilde{t}}) - \underline{A}^T \cdot \underline{\lambda} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} = \underline{v} - \underline{A} \cdot \underline{t} \quad (4.5)$$

Nullsetzen der ersten Ableitung nach  $\underline{t}$  (4.4) ergibt:

$$2G(\underline{t} - \tilde{\underline{t}}) = A^T \cdot \underline{\lambda}$$

$$G \cdot \underline{t} = G \cdot \tilde{\underline{t}} + \frac{1}{2} A^T \cdot \underline{\lambda}$$

Da  $G$  positiv-definit ist, gibt es die Inverse  $G^{-1}$  dazu:

$$\rightarrow \underline{t} = \tilde{\underline{t}} + \frac{1}{2} G^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\lambda} \quad (4.6)$$

Nullsetzen der ersten Ableitung nach  $\lambda$  (4.5) ergibt die Nebenbedingungen:

$$A \cdot \underline{t} = \underline{v} \quad (4.7)$$

Einsetzen von (4.6) in (4.7) ergibt:

$$A(\tilde{\underline{t}} + \frac{1}{2} G^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\lambda}) = \underline{v}$$

$$\frac{1}{2} A \cdot G^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\lambda} = \underline{v} - A \cdot \tilde{\underline{t}}$$

Da nach Voraussetzung das LGS  $A \cdot \underline{t} = \underline{v}$  nur linear unabhängige Gleichungen enthält und  $G$  positiv definit ist, ist  $A \cdot G^{-1} \cdot A^T$  nicht-singulär; damit existiert die Inverse  $(A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1} = X$  dazu

$$\rightarrow \underline{\lambda} = 2(X \cdot \underline{v} - X \cdot A \cdot \tilde{\underline{t}}) \quad (4.8)$$

Einsetzen von (4.8) in (4.6) ergibt:

$$\begin{aligned} \underline{t} &= \tilde{\underline{t}} + \frac{1}{2} G^{-1} \cdot A^T \cdot 2(X \cdot \underline{v} - X \cdot A \cdot \tilde{\underline{t}}) \\ &= G^{-1} \cdot A^T \cdot X \cdot \underline{v} + 1 \cdot \tilde{\underline{t}} - G^{-1} \cdot A^T \cdot X \cdot A \cdot \tilde{\underline{t}} \\ &= G^{-1} \cdot A^T \cdot X \cdot \underline{v} + (I - G^{-1} \cdot A^T \cdot X \cdot A) \tilde{\underline{t}} \end{aligned}$$

wobei  $I$  die Einheitsmatrix mit  $m$  Elementen 1 ist.

$$\text{Für } B = G^{-1} \cdot A^T \cdot X = G^{-1} \cdot A^T (A \cdot G^{-1} \cdot A^T)^{-1}$$

$$\text{ergibt sich: } \underline{t} = B \cdot \underline{v} + (I - B \cdot A) \tilde{\underline{t}}.$$

Die gefundene Lösung ist ein Minimum, da für die zweite Ableitung von L gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial t_j \partial t_k} &= \frac{\partial}{\partial t_k} [2g_j(t_j - \tilde{t}_j) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}] \\ &= 2G = \begin{cases} 2g_k & \text{falls } k = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Da G positiv-definit ist, wird die Bedingung für ein Minimum erfüllt.

#### 2.4.2 Annäherung für die Entropie-Zusatzbedingung

Die Zusatzbedingung der maximalen Entropie lautet:

$$E = T_S! \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / T_S)^{t_j}}{t_j!} \stackrel{!}{=} \text{Maximum}.$$

Dieser Zusatzbedingung entspricht die abgeänderte Zusatzbedingung:

$$f(\underline{t}) = - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - t_j) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}.$$

Die Zielfunktion  $f(\underline{t}) = - \sum_{j=1}^m \Phi(t_j)$  läßt sich durch eine Taylorreihe annähern; die Entwicklung von  $f(\underline{t})$  an der Stelle  $t=t^*$  ( $t^* > 0$ ) ergibt als erste drei Glieder der Taylorreihe (BRONSTEIN et al., 1976, S. 277):

$$\begin{aligned} f(\underline{t}) &\approx - \sum_{j=1}^m [\Phi(t_j) + \frac{(t_j - t_j^*)}{1!} \cdot \Phi'(t_j) + \frac{(t_j - t_j^*)^2}{2!} \cdot \Phi''(t_j)] \\ &= - [f(\underline{t}^*) + \sum_{j=1}^m (t_j - t_j^*) \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - t_j^*)^2}{t_j^*}] \end{aligned}$$

$$= - \underbrace{\left[ f(\underline{t}^*) + \sum_{j=1}^m t_j^* \cdot \ln \frac{t_j^*}{\tilde{t}_j} \right]}_{\text{konstant}} - \sum_{j=1}^m t_j^* \cdot \ln \frac{t_j^*}{\tilde{t}_j} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - t_j^*)^2}{t_j^*}$$

Unter Vernachlässigung der konstanten Ausdrücke ergibt sich die neue Zielfunktion

$$g(\underline{t}) = - \left[ \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - t_j^*)^2}{t_j^*} \right]$$

Wird diese Funktion um den Ausgangswert  $\tilde{t}$  entwickelt, so gilt  $t^* = \tilde{t}$ . Daraus folgt:

$$\begin{aligned} g(\underline{t}) &= - \left[ \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln \frac{t_j}{\tilde{t}_j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - \tilde{t}_j)^2}{\tilde{t}_j} \right] \\ &= - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{(t_j - \tilde{t}_j)^2}{\tilde{t}_j} \end{aligned}$$

Dies entspricht bis auf den Faktor  $-1/2$  der Zielfunktion  $f(\underline{t})$  bei Minimierung der Unterschiedsquadrate, wenn als Gewichte die inversen Ausgangswerte gewählt werden.

Es gilt

$$g(\underline{t}) = - \frac{1}{2} f(\underline{t}) \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

Die Funktion  $g(\underline{t})$  hat ihr Maximum dann, wenn die Funktion  $f(\underline{t})$  ihr Minimum hat; das bedeutet aber, daß die Ergebnisse für beide Zielfunktionen gleich sind. Anders als bei der Zusatzbedingung nach WILLUMSEN entfällt hier die Nebenbedingung  $\underline{t} > 0$ .

2.5 Minimierung des Informationsgewinns2.5.1 Zusatzbedingung (vgl. VAN ZUYLEN, 1981, S. 661ff)

Nach BRILLOUIN (1962, S. 152 ff) ist die in einer Matrix enthaltene Information gleich dem negativen natürlichen Logarithmus ihrer Entropie:

$$I = - \ln E$$

wobei E die Anzahl der Fahrtkombinationen angibt, die zur Entstehung der Matrix geführt haben können (vgl. 2.2.3), wenn alle Kombinationen gleichwahrscheinlich sind.

Wenn  $T_S$  der Gesamtzahl der Fahrten entspricht, so beträgt die Anzahl Möglichkeiten,  $t_j$  Fahrten aus diesen  $T_S$  Fahrten auszuwählen

$$\binom{T_S}{t_j} = \frac{T_S!}{t_j!(T_S - t_j)!} = \frac{T_S(T_S - 1)\dots(T_S - t_j + 1)}{t_j!}$$

Wenn von den  $t_j$  Fahrten einige über die Meßstelle  $v_i$  führen, gibt es dementsprechend folgende Anzahl von Möglichkeiten:

$$\begin{aligned} \binom{v_i}{a_{ij} \cdot t_j} &= \frac{v_i!}{(a_{ij} \cdot t_j)!(v_i - a_{ij} \cdot t_j)!} \\ &= \frac{v_i(v_i - 1) \dots (v_i - a_{ij} \cdot t_j + 1)}{(a_{ij} \cdot t_j)!} \end{aligned}$$

wobei  $a_{ij} \cdot t_j$  die Anzahl der Fahrten von  $t_j$  angibt, die über die Meßstelle  $i$  führen.

Wenn N die Menge von Meßstellen bezeichnet, die eine mögliche Route für die  $j$ -te Verkehrsbeziehung (d.h. von Einstiegs- zu Ausstiegshaltestelle) kennzeichnet, so gibt es folgende Anzahl von Möglichkeiten,  $t_j$  Fahrten aus  $T_S$  Gesamtfahrten nach  $r$  verschiedenen Routen auszuwählen:

$$\frac{T_S(T_S-1)\dots(T_S-t_j+1) \prod_{r \in N} \prod_{i \in N} v_i(v_i-1)\dots(v_i-a_{ij} \cdot t_j+1)}{t_j!}$$

Hieraus ergibt sich für die gesamte Matrix als Anzahl von Möglichkeiten, Fahrten auszuwählen:

$$E = \frac{T_S! \prod_{i=1}^n v_i!}{\prod_{j=1}^m t_j!}$$

Damit ist in den Verkehrszählungen folgende Information enthalten:

$$I = -\ln E = -\ln \left[ T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{1}{t_j!} \right]$$

Hierbei sind alle Meßstrecken zu berücksichtigen, d.h. auch diejenigen, die linear abhängige Gleichungen liefern.

In obiger Formel für I ist angenommen, daß alle Fahrtmöglichkeiten gleichwahrscheinlich sind; ist dagegen die Wahrscheinlichkeit für eine Fahrt der Verkehrsbeziehung j durch  $q_j$  gegeben, so gilt:

$$I = -\ln \left[ T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{q_j^{t_j}}{t_j!} \right]$$

Diese Wahrscheinlichkeiten  $q_j$  können als abhängig von der in einer Matrix mit Ausgangswerten  $\tilde{t}_j$  enthaltenen Information betrachtet werden:

$$q_j = \frac{\tilde{t}_j}{\tilde{T}_S}$$

Damit ergibt sich als in den Meßwerten enthaltene Information:

$$I = -\ln \left[ T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{(\tilde{t}_j / \tilde{T}_S)^{t_j}}{t_j!} \right]$$

### 2.5.2 Abgeänderte Zusatzbedingung

Der Fall mit Gewichtung schließt den Fall ohne Gewichtung mit ein.

$$\begin{aligned}
 I &= -\ln[T_S! \prod_{i=1}^n v_i! \prod_{j=1}^m \frac{(q_j)^{t_j}}{t_j!}] \\
 &= -[\sum_{i=1}^n \ln v_i! + \ln T_S! + \sum_{j=1}^m \ln \frac{(q_j)^{t_j}}{t_j!}] \\
 &= -[\sum_{i=1}^n \ln v_i! + \ln T_S! + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln q_j - \sum_{j=1}^m \ln t_j!]
 \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Abschätzung nach STIRLING für große  $x$

$$\ln x! \approx \left(\frac{1}{2} + x\right) \ln x - x + \sqrt{2\pi} = x \ln x - x$$

(BRONSTEIN et al., 1976, S. 138) ergibt sich die abgeänderte Zusatzbedingung:

$$\begin{aligned}
 f(\underline{t}) &= -[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_S \cdot \ln T_S - T_S + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln q_j \\
 &\quad - \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln t_j - t_j)] \\
 &= -[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_S \cdot \ln T_S + \sum_{j=1}^m (t_j \cdot \ln \frac{q_j}{t_j})]
 \end{aligned}$$

### 2.5.3 Lösung

Zusatzbedingung: Bestimmung der Lösung  $\underline{t}$ , die den Verkehrszählungen minimale Information hinzufügt; zur Vereinfachung wird die abgeänderte Zielfunktion  $f(\underline{t})$  minimiert.

Das primale Optimierungsproblem lautet:

$$f(t_j) = -\left[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + T_S \cdot \ln T_S + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln \frac{q_j}{t_j}\right]$$

!
   
= Minimum (5.1)

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i \quad (5.2)$$

$$t_j \geq 0 \quad (5.3)$$

Die Nebenbedingungen (5.2) und (5.3) können bewirken, daß einige Verkehrsströme den Wert Null haben; die restlichen Verkehrsströme bilden dann die Menge M.

Aufstellen der Lagrangefunktion

$$L(t_j, \lambda_i) = -\left[\sum_{i=1}^n (v_i \cdot \ln v_i - v_i) + \left(\sum_{j \in M} t_j\right) \ln \sum_{j \in M} t_j + \sum_{j \in M} t_j \cdot \ln \frac{q_j}{t_j}\right]$$

$$+ \sum_{i=1}^n \lambda_i (v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j) \quad (5.4)$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergibt das gesuchte Minimum und zugehörige duale Problem.

Die 1. Ableitung nach  $t_j$  liefert:

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} = -\left[0 + \left(\ln \sum_{j \in M} t_j + \sum_{j \in M} t_j \cdot \frac{1}{\sum_{j \in M} t_j} + \ln \frac{q_j}{t_j} + t_j \left(0 - \frac{1}{t_j}\right)\right)\right]$$

$$- \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}$$

$$= -\ln \sum_{j \in M} t_j - \ln q_j + \ln t_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} \quad (5.5)$$

Nullsetzen von (5.5) ergibt:

$$\ln t_j - \ln \sum_{j \in M} t_j - \ln q_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} = 0$$

$$\ln t_j = \ln q_j \cdot \sum_{j \in M} t_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}$$

$$t_j = e^{\ln q_j \sum_{j \in M} t_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}}$$

$$t_j = q_j \sum_{j \in M} t_j \cdot \prod_{i=1}^n (e^{-\lambda_i \cdot a_{ij}}) \quad (5.6)$$

Mit  $q_j = \tilde{t}_j / \tilde{T}_s$  ergibt sich:

$$t_j = \frac{\tilde{t}_j}{\tilde{T}_s} \cdot T_s \prod_{i=1}^n (e^{-\lambda_i})^{a_{ij}} \quad (5.7)$$

$$t_j = t_j \cdot X_0 \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}} \quad (5.8)$$

Die 1. Ableitung nach  $\lambda_i$  liefert:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j \quad (5.9)$$

Nullsetzen von (5.9) ergibt die Nebenbedingungen aus den Verkehrszählungen:

$$v_i = \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j \quad (5.10)$$

Einsetzen von (5.8) in (5.10) liefert n Gleichungen:

$$v_i = \sum_{j \in M} a_{ij} (\tilde{t}_j \cdot X_0 \prod_{k=1}^n (X_k)^{a_{kj}}) \quad (5.11)$$

Es fehlt noch eine Gleichung zur Bestimmung aller Unbekannten X:

$$X_0 = \frac{T_s}{\tilde{T}_s} = \frac{\sum_{j \in M} t_j}{\sum_{j \in M} \tilde{t}_j} \quad (5.12)$$

$$\rightarrow \sum_{j \in M} \tilde{t}_j = \frac{1}{X_0} \sum_{j \in M} t_j \quad (5.13)$$

Einsetzen von (5.8) in (5.13) liefert die noch fehlende Gleichung:

$$\sum_{j \in M} \tilde{t}_j = \frac{1}{X_0} \sum_{j \in M} (\tilde{t}_j \cdot X_0 \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}})$$

$$\sum_{j \in M} \tilde{t}_j = \sum_{j \in M} (\tilde{t}_j \prod_{i=1}^n X_i^{a_{ij}}) \quad (5.14)$$

Die Werte für  $X_i$  und  $X_0$  müssen aus den  $(n+1)$  Gleichungen (5.11) und (5.14) errechnet werden; da die erhaltenen Gleichungen wie beim Entropie-Verfahren nichtlinear sind, kann keine direkte Lösung für  $\underline{t}$  gefunden werden. Die Werte für  $X_i$  und  $X_0$  müssen vorher iterativ bestimmt werden, die Korrekturen richten sich wie beim Entropie-Verfahren nach dem Verhältnis von beobachtetem zu berechnetem Meßwert.

Die gefundene Lösung ist ein Minimum, da für die zweite Ableitung von  $L$  gilt:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t_j \cdot \partial t_k} = \frac{\partial}{\partial t_k} \cdot (-\ln \sum_{j \in M} t_j - \ln q_i + \ln t_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij})$$

$$= \begin{cases} -\frac{1}{\sum_{j \in M} t_j} + \frac{1}{t_k} & \text{für } k = j \\ -\frac{1}{\sum_{j \in M} t_j} & \text{sonst .} \end{cases}$$

Diese Matrix ist positiv-definit für positive  $t_j$  (Beweis siehe BELL, 1983a, S. 206); damit ist die Bedingung für ein Minimum erfüllt.

#### 2.5.4 Lösung nach BELL

Das Optimierungsproblem lautet für den gewichteten Fall:

$$f(\underline{t}) = \ln(\sum_{j=1}^m t_j)! - \sum_{j=1}^m \ln t_j! + \sum_{j=1}^m t_j \cdot \ln q_j \stackrel{!}{=} \text{Maximum}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot t_j = v_i$$

und  $t_j > 0$ .

Diese Nebenbedingungen können bewirken, daß einige Verkehrsströme den Wert Null haben; die restlichen Verkehrsströme bilden dann die Menge  $M$ .

Die Aufstellung der Lagrange-Funktion liefert:

$$L(t_j, \lambda_i) = \ln\left(\sum_{j \in M} t_j\right)! - \sum_{j \in M} \ln t_j! + \sum_{j \in M} t_j \cdot \ln q_j \\ + \sum_{i=1}^n \lambda_i \left(v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j\right).$$

Nullsetzen der ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergibt das gesuchte Maximum und zugehörige duale Problem.

Die 1. Ableitung nach  $t_j$  liefert unter Benutzung der Abschätzung nach STIRLING  $\ln x! \approx x \cdot \ln x - x$  (BRONSTEIN et al., 1976, S. 138):

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} \approx \frac{\partial}{\partial t_j} \left( \sum_{j \in M} t_j \ln \sum_{j \in M} t_j - \sum_{j \in M} t_j - \sum_{j \in M} (t_j \cdot \ln t_j - t_j) \right) \\ + \sum_{j \in M} t_j \cdot \ln q_j + \sum_{i=1}^n \lambda_i (v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t_j} \approx \ln \sum_{j \in M} t_j - \ln t_j + \ln q_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij}$$

Die 1. Ableitung nach  $\lambda_i$  liefert

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = v_i - \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j$$

Durch Nullsetzen der beiden ersten Ableitungen nach  $t_j$  und  $\lambda_i$  ergeben sich die Gleichungen (5.5), abgesehen von den umgekehrten Vorzeichen der Summanden, und (5.9), welche für die Zusatzbedingung "Minimierung des

Informationsgewinns" in Anhang 2.5.3 erhalten wurden; damit stimmen auch die hieraus errechneten Ergebnisse für  $t_j$  überein:

$$t_j = q_j \sum_{j \in M} t_j \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i \cdot a_{ij}}$$

$$= \tilde{t}_j \cdot X_0 \prod_{i=1}^n (X_i)^{a_{ij}}$$

wenn  $q_j = \tilde{t}_j / \tilde{T}_S$ ,  $X_0 = T_S / \tilde{T}_S$ ,  $X_i = e^{-\lambda_i}$

Die gefundene Lösung ist ein Maximum, da für die 2. Ableitung von L gilt:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t_j \partial t_k} = \frac{\partial}{\partial t_k} \left( \ln \sum_{j \in M} t_j - \ln t_j + \ln q_j - \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot a_{ij} \right)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\sum_{j \in M} t_j} - \frac{1}{t_k} & \text{für } k = j \\ \frac{1}{\sum_{j \in M} t_j} & \text{sonst .} \end{cases}$$

Diese Matrix ist positiv-definit für positive  $t_j$  (Beweis siehe BELL, 1983a, S. 206); damit liegt ein Minimum vor.

## 2.6 Verfahren nach dem Satz von Bayes

Herleitung der Lösung (vgl. MAHER, 1983a, S. 438f):

Zusatzbedingung: Bestimmung der Verkehrsströme  $\underline{\theta}$  mit Hilfe des Satzes von Bayes so, daß sie

- einer gegebenen Ausgangsverteilung entsprechen, die durch die Mittelwerte  $\tilde{t}$  sowie die Dispersionsmatrix  $D_t$  gekennzeichnet ist, und
- den beobachteten Meßwerten  $\underline{v}$  genügen. Diese Meßwerte setzen sich zusammen aus den Mittelwerten  $A \cdot \underline{\theta}$  und zufälligen Schwankungen  $\underline{\phi}$ , deren Mittelwerte gleich

Null sind; damit müssen die Verkehrsströme das LGS

$$\underline{v} = A \cdot \underline{\theta} + \underline{\phi}$$

erfüllen.

Nach dem Satz von Bayes gilt für die Wahrscheinlichkeitsdichte der gesuchten Ströme folgende Proportionalität:

$$p(\underline{\theta}|\underline{v}) \propto f(\underline{v}|\underline{\theta}) \cdot p(\underline{\theta}) \quad (6.1)$$

Da die Zufallsvariablen  $\theta_j$  im Zusammenhang mit Verkehrszählungen stehen, wird angenommen, daß der Stromvektor  $\underline{\theta}$  mehrdimensional poissonverteilt ist; für Zählungen mit nicht zu kleinen Mittelwerten kann eine mehrdimensionale Poissonverteilung näherungsweise durch eine mehrdimensionale Normalverteilung ersetzt werden.

Bei einem mehrdimensional normalverteiltem Stromvektor  $\underline{\theta}$  und einer angenommenen proportionalen Fahrtenaufteilung auf die verschiedenen Routen stellen die Mittelwerte der Meßwerte  $A \cdot \underline{\theta}$  lineare Funktionen der Ströme dar; der Vektor ist damit ebenfalls mehrdimensional normalverteilt (FISZ, 1980, S. 195). Aus der Annahme, daß auch der Vektor  $\underline{\phi}$  der zufälligen Meßfehler mehrdimensional normalverteilt ist, folgt aus dem Satz von Bayes, daß auch die posteriori-Verteilung des Stromvektors  $\underline{\theta}$  eine mehrdimensionale Normalverteilung (MNV) ist.

Es gilt also:

- die priori-Verteilung des Stromvektors  $\underline{\theta}$  ist eine MNV mit den Parametern  $(\underline{\tilde{\xi}}, D_{\tilde{\xi}})$ ,
- die Verteilung des Meßfehlervektors  $\underline{\phi}$  ist eine MNV mit den Parametern  $(0, D_{\phi})$ ,
- die Verteilung des Meßwertevektors  $\underline{v} = A \cdot \underline{\theta} + \underline{\phi}$  ist eine MNV mit den Parametern  $(A \cdot \underline{\tilde{\xi}}, D_{\underline{v}})$ ,

- die posteriori-Verteilung des Stromvektors  $\underline{\theta}$  ist ebenfalls eine MNV mit den Parametern  $(\underline{t}, D_t)$ .

Die letzte Aussage ergibt sich bei der nachfolgenden Bestimmung der Parameter  $\underline{t}$  und  $D_t$ .

Die Wahrscheinlichkeitsdichten von  $\underline{\theta}$  und  $\underline{v}$  sind (vgl. FISZ, 1980, S. 193):

$$\frac{1}{(2\pi)^{m/2} \cdot \sqrt{|D_t|}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})^T \cdot D_t^{-1} \cdot (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})} \quad (6.2)$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2} \cdot \sqrt{|D_v|}} \cdot e^{-\frac{1}{2} (\underline{v} - A \cdot \underline{\theta})^T \cdot D_v^{-1} \cdot (\underline{v} - A \cdot \underline{\theta})} \quad (6.3)$$

Aus dem Satz von Bayes folgt gemäß Gleichung (6.1), daß die posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichte für den Stromvektor  $\underline{\theta}$  bei gegebenem Meßwertvektor  $\underline{v}$  proportional ist zu

$$\begin{aligned} & e^{-\frac{1}{2} (\underline{v} - A \cdot \underline{\theta})^T \cdot D_v^{-1} \cdot (\underline{v} - A \cdot \underline{\theta})} \cdot e^{-\frac{1}{2} (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})^T \cdot D_t^{-1} \cdot (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})} \\ & = e^{-\frac{1}{2} (\underline{v}^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v} - \underline{\theta}^T \cdot A^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v} - \underline{v}^T \cdot D_v^{-1} \cdot A \cdot \underline{\theta} + \underline{\theta}^T \cdot A^T \cdot D_v^{-1} \cdot A \cdot \underline{\theta} + \\ & \quad + \underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\theta} - \underline{\tilde{t}}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\theta} - \underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + \underline{\tilde{t}}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}})} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dies stellt eine quadratische Form dar und kann deshalb geschrieben werden als

$$e^{-\frac{1}{2} (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})^T \cdot D_t^{-1} \cdot (\underline{\theta} - \underline{\tilde{t}})} \quad (6.6)$$

$$= e^{-\frac{1}{2} (\underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\theta} - \underline{\tilde{t}}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\theta} - \underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + \underline{\tilde{t}}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}})} \quad (6.7)$$

Aus dem Vergleich der entsprechenden Ausdrücke in (6.5) und (6.7) ergeben sich die Gleichungen (6.8) und (6.9):

$$\underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{\theta} = \underline{\theta}^T \cdot D_{\tilde{t}}^{-1} \cdot \underline{\theta} + \underline{\theta}^T \cdot A^T \cdot D_v^{-1} \cdot A \cdot \underline{\theta} \quad (6.8)$$

$$\underline{\theta}^T \cdot D_t^{-1} \cdot \underline{t} = \underline{\theta}^T \cdot D_{\tilde{t}}^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + \underline{\theta}^T \cdot A^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v} \quad (6.9)$$

(6.8) ergibt

$$D_t^{-1} = D_{\tilde{t}}^{-1} + A^T \cdot D_v^{-1} \cdot A \quad (6.10)$$

(6.9) ergibt

$$D_t^{-1} \cdot \underline{t} = D_{\tilde{t}}^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + A^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v} \quad (6.11)$$

Damit ist die posteriori-Verteilung eine MNV mit den Parametern  $(\underline{t}, D_t)$ .

Aus (6.10) folgt (vgl. BIBBY et al., 1979):

$$\begin{aligned} D_t &= (D_{\tilde{t}}^{-1} + A^T \cdot D_v^{-1} \cdot A)^{-1} \\ &= D_{\tilde{t}} - D_{\tilde{t}} \cdot A^T \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1} \cdot A \cdot D_{\tilde{t}} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Die Multiplikation von (6.11) mit  $D_t$  aus (6.12) ergibt

$$\begin{aligned} \underline{t} &= D_t \cdot (D_{\tilde{t}}^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + A^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v}) \\ &= [D_{\tilde{t}} - D_{\tilde{t}} \cdot A^T \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1} \cdot A \cdot D_{\tilde{t}}] \cdot (D_{\tilde{t}}^{-1} \cdot \underline{\tilde{t}} + A^T \cdot D_v^{-1} \cdot \underline{v}) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Nach Umformung von (6.13) folgt:

$$\underline{t} = \underline{\tilde{t}} + D_{\tilde{t}} \cdot A^T \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1} \cdot (v - A \cdot \underline{\tilde{t}}) \quad (6.14)$$

$$= \underline{\tilde{t}} + C \cdot (v - A \cdot \underline{\tilde{t}})$$

$$\text{wenn } C = D_{\tilde{t}} \cdot A^T \cdot (D_v + A \cdot D_{\tilde{t}} \cdot A^T)^{-1}$$

2.7 Intervallschätzungen für das Entropieverfahren  
(vgl. BELL, 1984b)

Für das loglineare Modell gilt gemäß Teil II/2.2.3.2.1:

$$\ln t_j = \tilde{\ln} t_j + \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i \quad (7.1)$$

Falls  $y_j = \ln t_j$  und  $\tilde{y}_j = \tilde{\ln} t_j$  ergibt sich

$$y_j = \tilde{y}_j + \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot \lambda_i \quad (7.2)$$

Die  $\lambda_i$  werden so berechnet, daß

$$\begin{aligned} v_i &= \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot t_j \\ &= \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot e^{\left( \tilde{y}_j + \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot \lambda_k \right)} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Für kleine Änderungen um den Mittelwert  $v_i$  folgt aus der abgekürzten Entwicklung einer Taylorreihe näherungsweise:

$$dv_i \approx \sum_{j \in M} \frac{\partial v_i}{\partial \tilde{y}_j} \cdot d\tilde{y}_j + \sum_{k=1}^n \frac{\partial v_i}{\partial \lambda_k} \cdot d\lambda_k \quad (7.4)$$

Aus (7.1) ergeben sich die Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial \tilde{y}_j} \cdot d\tilde{y}_j &= \left[ a_{ij} \cdot e^{\left( \tilde{y}_j + \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot \lambda_k \right)} \right] \cdot d\tilde{y}_j \\ &= a_{ij} \cdot t_j \cdot d\tilde{y}_j \quad j \in M \end{aligned} \quad (7.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial \lambda_k} \cdot d\lambda_k &= \left[ \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot a_{kj} \cdot e^{\left( \tilde{y}_j + \sum_{k=1}^n a_{kj} \cdot \lambda_k \right)} \right] \cdot d\lambda_k \\ &= \left[ \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot a_{kj} \cdot t_j \right] \cdot d\lambda_k \end{aligned} \quad (7.6)$$

Damit läßt sich (7.4) schreiben als

$$d\underline{v}_i \approx (a_{ij} \cdot t_j) \cdot \tilde{d}\underline{y}_j + \left( \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot a_{kj} \cdot t_j \right) \cdot d\underline{\lambda}_k \quad (7.7)$$

In Matrixschreibweise lautet (7.7), falls  $T$  eine Diagonalmatrix mit den Elementen  $\underline{t}$  ist:

$$d\underline{v} = A \cdot T \cdot \tilde{d}\underline{y} + A \cdot T \cdot A^T \cdot d\underline{\lambda} \quad (7.8)$$

Da  $t_j > 0$  für  $j \in M$ , ist die Matrix  $T$  positiv-definit; weil die Matrix  $A$  vollen Zeilenrang hat, gilt dies auch für die Matrix  $A \cdot T \cdot A^T$ , weshalb die Inverse  $Z = (A \cdot T \cdot A^T)^{-1}$  existiert.

Multiplikation von (7.8) mit  $Z$  ergibt:

$$Z \cdot d\underline{v} = Z \cdot A \cdot T \cdot \tilde{d}\underline{y} + d\underline{\lambda} \quad (7.9)$$

Aus (7.2) folgt

$$d\underline{y} = \tilde{d}\underline{y} + A^T \cdot d\underline{\lambda} \quad (7.10)$$

Im Gegensatz zu (7.4) stellt (7.10) keine Annäherung dar, da für die lineare Gleichung (7.2) höhere Ableitungen verschwinden.

Einsetzen von  $d\underline{\lambda}$  aus (7.9) in (7.10) ergibt

$$\begin{aligned} d\underline{y} &= \tilde{d}\underline{y} + A^T \cdot (Z \cdot d\underline{v} - Z \cdot A \cdot T \cdot \tilde{d}\underline{y}) \\ &= \tilde{d}\underline{y} + A^T \cdot Z \cdot d\underline{v} - A^T \cdot Z \cdot A \cdot T \cdot \tilde{d}\underline{y} \\ &= (I - A^T \cdot Z \cdot A \cdot T) \cdot \tilde{d}\underline{y} + A^T \cdot Z \cdot d\underline{v} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Es sei

$$P = I - A^T \cdot Z \cdot A \cdot T$$

$$Q = A^T \cdot Z$$

Dann lautet (7.11)

$$d\underline{y} = P \cdot \tilde{d}\underline{y} + Q \cdot d\underline{v} \quad (7.12)$$

$$= [P, Q] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{d\mathbf{y}} \\ d\mathbf{v} \end{bmatrix}$$

Aus (7.12) ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zwischen den Varianzen und Kovarianzen von  $\mathbf{y}$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}$  und  $\mathbf{v}$ , wobei in den nachfolgenden Matrizen der Erwartungswert elementweise gemeint ist:

$$\begin{aligned} E(d\mathbf{y} \cdot d\mathbf{y}^T) &= [P, Q] \cdot \begin{bmatrix} E(\tilde{d\mathbf{y}} \cdot \tilde{d\mathbf{y}}^T) \cdot E(d\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}^T) \\ E(d\mathbf{v} \cdot \tilde{d\mathbf{y}}^T) \cdot E(d\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}^T) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P^T \\ Q^T \end{bmatrix} \\ &= [P \cdot E(\tilde{d\mathbf{y}} \cdot \tilde{d\mathbf{y}}^T) + Q \cdot E(d\mathbf{v} \cdot \tilde{d\mathbf{y}}^T)] \cdot P^T \\ &\quad + [P \cdot E(\tilde{d\mathbf{y}} \cdot d\mathbf{v}^T) + Q \cdot E(d\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}^T)] \cdot Q^T \quad (7.13) \end{aligned}$$

Gleichung (7.13) ist eine Annäherung, da sie auf der Annäherung (7.4) basiert.

Unter der begründeten Annahme, daß die Variablen  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{v}$  voneinander unabhängig sind, vereinfacht sich (7.13) zu

$$E(d\mathbf{y} \cdot d\mathbf{y}^T) \approx P \cdot E(\tilde{d\mathbf{y}} \cdot \tilde{d\mathbf{y}}^T) \cdot P^T + Q \cdot E(d\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}^T) \cdot Q^T \quad (7.14)$$

(7.14) läßt sich schreiben als:

$$D_{\mathbf{y}} \approx P \cdot D_{\tilde{\mathbf{y}}} \cdot P^T + Q \cdot D_{\mathbf{v}} \cdot Q^T$$

Dies ist gleichbedeutend mit

$$D_{\ln t} \approx P \cdot D_{\ln \tilde{t}} \cdot P^T + Q \cdot D_{\mathbf{v}} \cdot Q^T \quad (7.15)$$

Veröffentlichungen aus dem Institut für Verkehrswesen

Schriftenreihe des Instituts (ISSN 0341-5503)

- Heft 1: Baron, P.S.: Weglängen als Kriterium zur Beurteilung von Fluggast-Empfangsanlagen; 1967. +)
- Heft 2: Stoffers, K.E.: Berechnung von optimalen Signalzeitenplänen; 1968. +)
- Heft 3: Koehler, R.: Verkehrsablauf auf Binnenwasserstraßen - Untersuchungen zur Leistungsfähigkeitsberechnung und Reisezeitverkürzung; 1968. +)
- Heft 4: Böttger, R.: Die numerische Behandlung des Verkehrsablaufs an signalgesteuerten Straßenkreuzungen; 1970. +)
- Heft 5: Droste, M.: Stochastische Methoden der Erfassung und Beschreibung des ruhenden Verkehrs; 1971.
- Heft 6: 10 Jahre Institut für Verkehrswesen; 1973. +)
- Heft 7: Bey, I.: Simulationstechnische Analyse der Luftfrachtabfertigung; 1972. +)
- Heft 8: Wiedemann, R.: Simulation des Straßenverkehrsflusses; 1974.
- Heft 9: Köhler, U.: Stabilität von Fahrzeugkolonnen; 1974.
- Heft 10: Thomas, W.: Sensitivitätsanalyse eines Verkehrsplanungs-Modells; 1974.
- Heft 11: Pape, P.: Weglängen-Reduzierung in Fluggast-Empfangsanlagen durch flexible Vorfeldpositionierung; 1976.
- Heft 12: Koffler, Th.: Vorausschätzung des Verkehrsablaufs über den Weg; 1977. +)
- Heft 13: Haenicke, W.: Der Einfluß von Verflechtungen in einem bedarfsorientierten Nahverkehrssystem auf die Reisegeschwindigkeit; 1977. +)
- Heft 14: Bahm, G.: Kabinengröße und Betriebsablauf neuer Nahverkehrssysteme; 1977. +)

- Heft 15: Laubert, Wolf: Betriebsablauf und Leistungsfähigkeit von Kleinkabinenbahnstationen; 1977.
- Heft 16: Sahling, B.-M.: Verkehrsablauf in Netzen - Ein graphentheoretisches Optimierungsverfahren -; 1977. +)
- Heft 17: Zahn, E. M.: Berechnung gesamtkostenminimaler außerbetrieblicher Transportnetze; 1978.
- Heft 18: Handschmann, W.: Sicherheit und Leistungsfähigkeit städtischer Straßenkreuzungen unter dem Aspekt der Informationsverarbeitung des Kraftfahrzeugführers; 1978.
- Heft 19: Willmann, G.: Zustandsformen des Verkehrsablaufs auf Autobahnen; 1978. +)
- Heft 20: Sparmann, U.: ORIENT - Ein verhaltensorientiertes Simulationsmodell zur Verkehrsprognose; 1980. +)
- Heft 21: Allsop, R. E.: Festzeitsteuerung von Lichtsignalanlagen; 1980. +)
- Heft 22: Adolph, U.-M.: Systemsimulation des Güterschwerverkehrs auf Straßen; 1981.
- Heft 23: Jahnke, C.-D.: Kolonnenverhalten von Fahrzeugen mit autarken Abstandswarnsystemen; 1982.
- Heft 24: Leutzbach, W.: Verkehr auf Binnenwasserstraßen; 1982. +)
- Heft 25: 20 Jahre Institut für Verkehrswesen; 1982 +)
- Heft 26: Hubschneider, H.: Mikroskopisches Simulationssystem für Individualverkehr und öffentlichen Personennahverkehr; 1983 +)
- Heft 27: Mott, P.: Signalsteuerungsverfahren zur Priorisierung des öffentlichen Personennahverkehrs; 1984
- Heft 28: May, A. D.: Traffic Management Research at the University of California; 1984
- Heft 29: Haas, M.: LAERM - Mikroskopisches Modell zur Berechnung des Straßenverkehrslärms; 1985
- Heft 30: Bosserhoff, D.: Statische Verfahren zur Ermittlung von Quelle-Ziel-Matrizen im öffentlichen Personennahverkehr - Ein Vergleich; 1985

Vorläufige Berichte des Instituts

- Nr. 1: Leutzbach, W., Koehler, R.: Binnenwasserstrassenverkehr als Zufallsverteilung; 1964.
- Nr. 2: Eick, P.: Experimentelle Überprüfung des Folgetests von WALD; 1964
- Nr. 3: Bexelius, S.: Größen der Verkehrstheorie - ihre Definition und Anwendung; 1965.
- Nr. 4: Leutzbach, W., Ernst, R.: Untersuchung über den Einfluß der Fahrbahnmarkierung auf das Verhalten der Fahrzeuglenker; 1965.
- Nr. 5: Gullón Löw, M.: Die Planung des spanischen Stadt- und Landstraßennetzes; 1965. +)
- Nr. 6: Bexelius, S.: An extended Model for Car Following; 1965.
- Nr. 7: Bexelius, S.: Beschreibung des Verkehrsablaufs im Hinblick auf verschiedene Arten von Engpässen; 1965. +)
- Nr. 8: Leutzbach, W., Lenz, K.-H.: Wartezeitverluste an Schleusen; 1966.
- Nr. 9: Martin, W.: Zeitstudie über die Passagierabfertigung am Flughafen Stuttgart; 1967. +)
- Nr. 10: Droste, M: Parkraumerhebungen in Intervallen; 1968.
- Nr. 11: Leutzbach, W.: Bewegung als Funktion von Zeit und Weg; 1968 (reprinted in Transportation Research, Vol 3 (1969) 421-428).
- Nr. 12: Droste, M.: Die Berechnung optimaler Signalzeitenpläne als Problem der ganzzahligen linearen Programmierung; 1969.
- Nr. 13: Ludes, K., Siegener, W.: Untersuchung des Verkehrsablaufs im Hinblick auf riskantes Fahrverhalten; 1969.
- Nr. 14: Haigh, F.A.: Problems in Transport Safety; 1970.
- Nr. 15: Dilling, J.: Reisegeschwindigkeit und Straßencharakteristik; 1970. +)

- Nr. 16: Coblentz, H.S.: Transportation Planning and Social Issues: Function and Dysfunction; 1971. +)
- Nr. 17: Köhler, U.: Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsganglinie bzw. Geschwindigkeitsprofil und Häufigkeitsdichte der Geschwindigkeiten; 1971. +)
- Nr. 18: Brilon, W.: Der Zusammenhang zwischen räumlich-zeitlichen Kennwerten des Verkehrsablaufs und lokal ermittelten Parametern; 1973. +)
- Nr. 19: Vásárhelyi, B.: Stochastische Simulation an Straßenkreuzungen nach dem "rechts-vor-links-Prinzip"; 1975.
- Nr. 20: Bahm, G., Laubert, W.: Modelle zur Simulation des Betriebsablaufs von neuen Personennahverkehrssystemen; 1977.
- Nr. 21: Wiedemann, R, Brilon, W., Brannolte, U.: Simulation des Verkehrsablaufs auf zweispurigen Landstraßen; 1977.
- Nr. 22: Brannolte, U., Vásárhelyi, B.: Simulationsmodell für den Verkehrsablauf auf kurvigen Landstraßen; 1977. +)
- Nr. 23: Sparmann, U.: Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Vorbeifahrtenhäufigkeit auf zweispurigen BAB-Richtungsfahrbahnen; 1979.
- Nr. 24: Stucke, G.: Ermittlung der Teilströme aus Querschnittsmessungen; 1979.
- Nr. 25: Leutzbach, W.: Zur Problematik der Messungen und Beobachtungen aus einem fahrenden Fahrzeug; 1981.

## Institutsnotizen

- Nr. 1: Bisbee, E.F.: Beispiele zur Transportanalyse; 1967 +)  
(übersetzt von W. Siegener)
- Nr. 2: Vergleich einiger Verkehrserzeugungs- und Verteilungsmodelle; Seminarbericht SS 1968 +)
- Nr. 3: Berechnungsbeispiel zum Verkehrsablauf an Engpässen; Seminarbericht WS 1968/69
- Nr. 4: Zusammenhang zwischen der Leistungsfähigkeit des Straßennetzes und der Kapazität des Parkraums; Seminarbericht SS 1969 +)
- Nr. 5: Brilon, W.: Erzeugung von Zufallszahlen; 1970
- Nr. 6: Dilling, J.: Charakteristik des Verkehrsablaufs auf einem Autobahnabschnitt; 1970
- Nr. 7: Leistungsfähigkeit und Wirtschaftlichkeit verschiedener Ausbauvarianten einer Straßenkreuzung; Seminarbericht WS 1969/70
- Nr. 8: Untersuchung der Verkehrssicherheit einer Straßenkreuzung; Seminarbericht SS 1970
- Nr. 9: Einsatz eines Kabinen-Taxi-Systems (CAT) für den Bereich der Universität Karlsruhe; Seminarbericht SS 1971
- Nr. 10: Wirtschaftlichkeitsrechnung im Straßenbau - ein Optimierungsbeispiel; Seminarbericht WS 1971/72
- Nr. 11: Möglichkeiten der Steuerung von Lichtsignalanlagen in städtischen Netzen; Seminarbericht SS 1972
- Nr. 12: Exkursionsbericht SS 1973
- Nr. 13: Unfalluntersuchung und Staubrechnung auf einem Abschnitt der Bundesautobahn; Seminarbericht SS 1973 +)
- Nr. 14: Wochenendverkehr im nördlichen Schwarzwald; Seminarbericht WS 1973/74 +)
- Nr. 15: Geschwindigkeitsbeschränkungen; Seminarbericht SS 1974
- Nr. 16: Autohöfe - ihre Bedeutung für den Güterverkehr; Seminarbericht WS 74/75
- Nr. 17: Die Karlsruher Häfen; Seminarbericht SS 1975
- Nr. 18: Lärmschutz an Straßen; Seminarbericht WS 75/76 +)

- Nr. 19: Der Einfluß des Fluglärms auf Planung und Betrieb von Flughäfen und Landeplätzen; Seminarbericht SS 1976
- Nr. 20: Kombiniertes Verkehr; Seminarbericht WS 76/77
- Nr. 21: Koordinierung eines Straßenzuges mit Lichtsignalanlagen; Seminarbericht SS 1977
- Nr. 22: Die Sicherheit von Verkehrssystemen; Seminarbericht WS 77/78
- Nr. 23: Verkehrsablauf als Warteschlangenproblem; Seminarbericht SS 1978
- Nr. 24: Bordsteinparken; Seminarbericht WS 78/79 +)
- Nr. 25: Verkehrssteuerungssysteme; Seminarbericht SS 1979
- Nr. 26: Das Planspielmodell PLUS; Seminarbericht WS 79/80
- Nr. 27: Stauwarnanlagen auf Bundesautobahnen; Seminarbericht SS 1980
- Nr. 28: Planungsmodelle im Verkehrswesen; Seminarbericht WS 80/81
- Nr. 29: Linienplanung im öffentlichen Personennahverkehr; Seminarbericht SS 1981
- Nr. 34: Fachwörterbuch Verkehrswesen (deutsch - englisch; englisch - deutsch) ; 1984  
Neuaufgabe  
1985

## Anderweitig publizierte Forschungsberichte

- Leutzbach, W., Bexelius, S.: Probleme der Kolonnenfahrt; Heft 44 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1966.
- Lenz, K.-H.: Ein Beitrag zur Anwendung der Theorie der Warteschlangen; Heft 66 der Forschungsarbeiten aus dem Straßenwesen, Kirschbaum Verlag, Bad Godesberg, 1966.
- Ernst, R.: Verkehrsablauf an Straßenknoten; Heft 60 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1967.
- Wiedemann, R.: Verkehrsablauf hinter Lichtsignalanlagen - Untersuchungen über die Ausbreitung von Fahrzeugpuls; Heft 74 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1968.
- Ziegler, M.: Wegewahl als Regelkreis - Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Wegewahl, Reisezeiten und Verkehrsmengen; Heft 99 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1970.
- Hoefs, D.H.: Untersuchung des Fahrverhaltens in Fahrzeugkolonnen; Heft 140 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1972.
- Dilling, J.: Fahrverhalten von Kraftfahrzeugen auf kurvigen Strecken; Heft 151 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1973.
- Leutzbach, W., Wetterling, K.: Kurzfassungen ausgewählter Arbeiten aus der Bundesrepublik Deutschland, Techn. Untersuchungen; Heft 3 der Schriftenreihe "Forschung Stadtverkehr - Sonderreihe", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1974.
- Findeisen, H.-G.: Das Verhalten verkehrsrechtlich untergeordneter Fahrzeuge an Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen; Heft 178 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1975.
- Brilon, W.: a) Unfallgeschehen und Verkehrsablauf.  
b) Warteschlangenmodell des Verkehrsablaufs auf zweispurigen Landstraßen; Heft 201 der Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn, 1976.

- Brilon, W., Brannolte, U.: Simulationsmodell für den Verkehrsablauf auf zweispurigen Straßen mit Gegenverkehr; Heft 239 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1977.
- Handschmann, W., Voss, M.: Der Mensch als Fahrzeugführer; Informationsaufnahme und -verarbeitung durch den Menschen; Heft 8 der FAT (Forschungsvereinigung Automobiltechnik e. V.)-Schriftenreihe, Frankfurt 1978.
- Leutzbach, W. et al.: Güterfernverkehr auf Bundesautobahnen - Ein Systemmodell; Heft 9 der FAT (Forschungsvereinigung Automobiltechnik e. V.)-Schriftenreihe, Frankfurt 1978.
- Sparmann, U.: Spurwechselforgänge auf zweispurigen BAB-Richtungsfahrbahnen; Heft 263 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1978.
- Martin, W.: Verkehrsablauf auf Stadtstraßen mit Lichtsignalanlagen Heft 268 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1979.
- Mohamed Ibrahim, M. Y.: Modell zur Anpassung eines städtischen Erschließungsnetzes an die wachsende Motorisierung in Entwicklungsländern unter besonderer Berücksichtigung des Radverkehrs; Dissertation Universität Karlsruhe, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, 1979.
- Koffler, Th., Metzger, W.: Untersuchung über zweckmäßige Zeit- und Wegeabschnitte zur Erfassung des Verkehrsablaufs; Heft 283 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1980.
- Boll, C.: Reißverschlußverfahren zur Regelung des Verkehrs an Engstellen; Heft 291 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1980.
- Wetterling, K.: Mehrspuriger Richtungsverkehr bei unterschiedlichen Fahrvorschriften; Heft 292 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1980.
- Leutzbach, W. et al.: Güterfernverkehr auf Bundesautobahnen - Ein Systemmodell, 2. Teil; Heft 16 der FAT (Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V.)-Schriftenreihe, Frankfurt 1980.
- Brannolte, U.: Verkehrsablauf an Steigungsstrecken von Richtungsfahrbahnen; Heft 318 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1980.

Winzer, Th.: Messung von Beschleunigungsverteilungen; Heft 319 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1980.

Leutzbach, W., Beil, D.: Ein Matrixmodell zur Ermittlung der Verkehrsbelastung in Netzen; Heft 338 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1981.

Leutzbach, W., Maier, W., Handschmann, W., Schuler, M.:

- a) Einfluß von Verkehrsbeschränkungen und Ausbauförmern auf die Sicherheit an plangleichen, außerörtlichen Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen.
- b) Einfluß von Verkehrsbeschränkungen und Ausbauförmern auf die Sicherheit an plangleichen Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen außerhalb bebauter Gebiete; Heft 376 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1982.

Brannolte, U., Holz, S.: Simulation des Verkehrsablaufs auf Landstraßen - Modellerweiterung -; Heft 402 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1983.

Leutzbach, W., Holz, S.: Unfallcharakteristik von Radfahrern auf Außerortsstraßen; Heft 433 der Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Bundesminister für Verkehr, Bonn 1984 (in Vorbereitung)

Im Buchhandel erhältlich:

Lenz, K.-H., Garsky, J.: Anwendung mathematisch-statistischer Verfahren in der Straßenverkehrstechnik; Kirschbaum-Verlag 1968

Leutzbach, W.: Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses; Springer-Verlag 1972.

Beckmann, H., Jacobs, F., Lenz, K.-H., Wiedemann, R., Zackor, H.: Das Fundamentaldiagramm; Kirschbaum-Verlag 1973.

Herz, R., Schlichter, H. G., Siegener, W.: Angewandte Statistik für Verkehrs- und Regionalplaner; Werner-Ingenieur-Texte 42, Werner-Verlag, Düsseldorf 1976 ISBN 3-8041-1934-4

Ruppert, W.-R., Leutzbach, W., Adolph, U.-M. et al.: Achslasten und Gesamtgewichte schwerer Lkw. Nutzen-Kosten-Untersuchung einer Anhebung der zulässigen Höchstwerte; Herausg. Bundesminister für Verkehr, Bonn. Verlag TÜV Rheinland GmbH, Köln 1981, ISBN 3-88585-035-4

Die mit +) versehenen Veröffentlichungen sind vergriffen !

Sonderheft zum 20jährigen Jubiläum:

Ein Institut stellt sich vor:  
Hrsg.: Institut für Verkehrswesen, Universität Karlsruhe,  
1982