Unterrichtseinheit Quantencomputer

Vorwort

Wir stellen hier eine Unterrichtseinheit zum Thema *Quantencomputer* vor. Sie baut auf dem KPK auf und setzt die Behandlung der Kapitel 3, 4 und 5 des Bandes *Atomphysik, Kernphysik, Teilchenphysik* voraus. Sie könnte nach Kapitel 9 (Diode und Transistor) eingeordnet werden.

Es ist das erste mal, dass ich einen Unterrichtsvorschlag veröffentliche, den ich nicht selbst erprobt habe. (Ich bin seit 12 Jahren nicht mehr im Schuldienst.) Daher würde ich mich über Feedback freuen.

Der Text ist das Ergebnis unzähliger Diskussionen in einer kleinen Arbeitsgruppe am KIT, der außer mir noch Michael Pohlig (am KIT) und Heinz-Georg Schneider (früher mein Kollege am Europa-Gymnasium in Wörth) angehören.

Wichtig für diese Fassung war auch der 32. Karlsruher Didaktik-Workshop, den wir organisiert hatten.

Friedrich Herrmann

Inhaltsverzeichnis

15. Quantencomputer

15.1 Rückblick – die Welt der Psi-Funktion

Wir hatten in Kapitel 3.2 gelernt, wie die Quantentheorie arbeitet. Noch einmal zur Erinnerung:

Man hat eine Aufgabenstellung, etwa die Frage „Wie funktioniert ein Natrium-Atom?“ Man möchte alles wissen, was beim Natrium-Atom physikalisch interessant ist: Welche Gestalt hat es? Was für Licht absorbiert es? Ist es leicht zu ionisieren? Ist es magnetisch? Die Antworten gibt uns die Quantentheorie.

Wir hatten gesehen, dass die Quantentheorie ein Problem in zwei Schritten löst. Wir können sie uns vorstellen als zwei Rechenmaschinen M1 und M2, Abb. 15.1 (in Kapital 3.2 durch zwei Kaffeemühlen dargestellt). Wir geben die Daten, die unser Problem definieren, in M1 ein. M1 liefert aber noch nicht das gesuchte Ergebnis. Es liefert die „Psi-Funktion“. Mit dieser Psi-Funktion füttern wir dann M2, und von M2 erhalten wir die Antworten auf unsere Fragen.

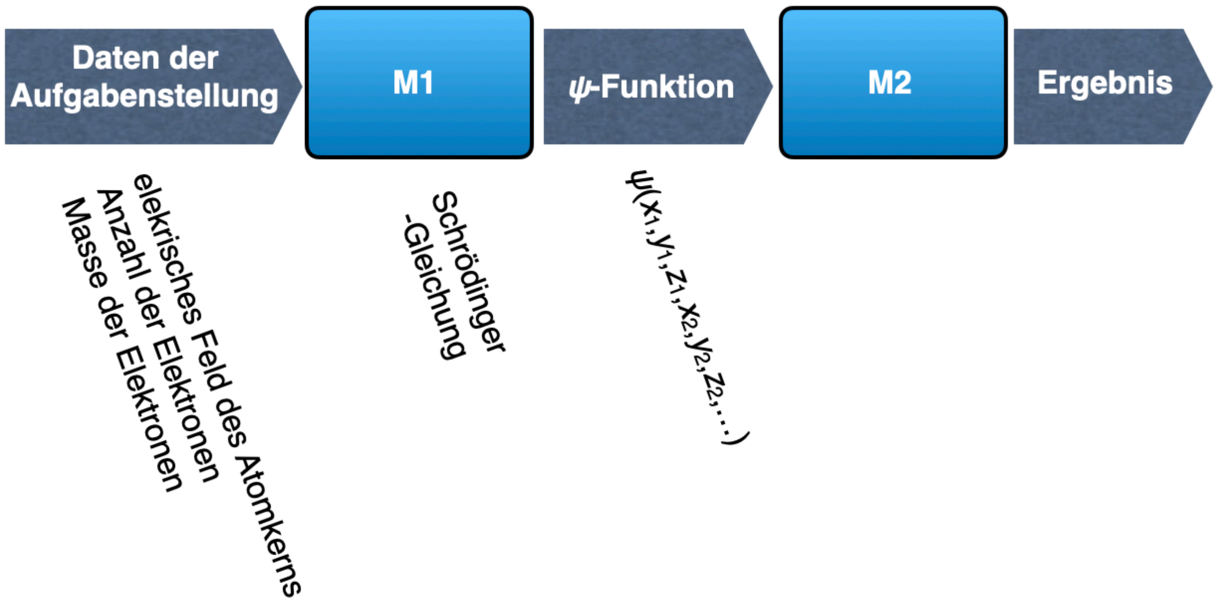

Abb. 15.1. Die Arbeitsweise der Quantentheorie, dargestellt als zwei Rechenmaschinen M1 und M2. M1 berechnet aus der Problembeschreibung die Psi-Funktion, M2 berechnet aus der Psi-Funktion die Zahlenwerte, an denen wir interessiert sind.

Um die Psi-Funktion selbst hatten wir uns bisher nicht weiter gekümmert. Wir hatten nur erfahren, dass sie eine Funktion in einem hochdimensionalen Raum ist, und dass sie daher unanschaulich ist. Sie war ein mathematischer Zwischenschritt. Wir wussten ja, dass uns M2 wieder anschauliche Ergebnisse liefert.

Wir wollen uns im Folgenden einen etwas besseren Einblick in die Welt beschaffen, die durch die Psi-Funktion beschrieben wird. Tatsächlich stellt sie nicht nur ein rechnerisches Zwischenergebnis dar. Sie beschreibt vielmehr eine Welt, die wirklich existiert, und die tatsächlich hochdimensional ist.

Dass sie eine hochdimensionale Welt beschreibt, erkennt man daran, dass ψ nicht nur von den drei Raumkoordinaten *x, y* und *z* abhängt. Die Zahl der unabhängigen Variablen ist gleich 3 mal der Anzahl der Elektronen; im Fall des Natriumatoms sind es $11 \cdot 3 = 33$.

Von dieser Hochdimensionalität merken wir normalerweise nichts. Wie kann man sich das aber vorstellen: Wir leben in einer hochdimensionalen „H-D-Welt“, aber alles was wir wahrnehmen, spielt sich in einer dreidimensionalen „3-D-Welt“ ab? Eine grobe Analogie stellt der Fernsehbildschirm dar. Alles was wir sehen läuft in der 2-D-Welt des Bildschirms ab. Wir wissen aber, dass es eine Projektion einer 3-D-Welt ist.

Nun gibt es Möglichkeiten, doch in die H-D-Welt einzudringen, allerdings unter großem experimentellem Aufwand. Ein Gerät, das in dieser Welt arbeitet, ist der Quantencomputer, der uns im Folgenden beschäftigen wird.

Die Welt ist hochdimensional. Die Psi-Funktion stellt eine mathematische Beschreibung dieser Welt dar.

15.2 Qubits

Der Quantencomputer arbeitet in einer H-D-Welt, und was er in dieser Welt tut, steuern wir aus unserer 3-D-Welt heraus. Jeder Rechenschritt des Quantencomputers ist ein Schritt bei einem „Spaziergang“ in dieser H-D-Welt.

Der Aufbau eines Quantencomputers ist einfach. Er besteht aus einer gewissen, möglichst großen Zahl gleichartiger Bauelemente, den so genannten Qubits.

Und was ist ein Qubit? Die Frage ist deshalb nicht leicht zu beantworten, weil man ein Qubit auf ganz unterschiedliche Arten technisch realisieren kann. Wir beschränken daher unsere Beschreibung auf das, was den verschiedenen Qubit-Versionen gemeinsam ist.

Zunächst noch eine Nebenbemerkung: Der Name Qubit steht abkürzend für „Quantenbit“. Das Wort bit kennst du: es ist die Maßeinheit für die physikalische Größe Datenmenge. Also beachte: Die neue Wortschöpfung „Qubit“ steht für ein elektrisches Bauelement, die Bezeichnung „bit“ dagegen, ist eine Maßeinheit.

Was also ist ein Qubit? Es ist ein Bauelement, für das eine bestimmte physikalische Größe alle Werte zwischen zwei Grenzwerten A und B annehmen kann. Stell dir zum Beispiel einen Hebel vor, den man zwischen zwei Positionen A und B hin und her kippen kann, Abb. 15.2. Der Winkel ist die Größe, die den „Zustand“ des Hebels charakterisiert.

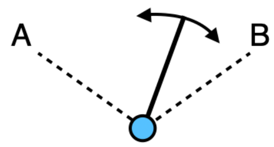

Abb. 15.2. Bei einem Qubit kann man den Wert einer Variablen zwischen einem MInimalwert A und einem Maximalwert B einstellen.

Bei einem echten Qubit wird der Zustand, je nach Realisierung, anders festgelegt, zum Beispiel:

- durch den Polarisationswinkel von Licht (in optisch arbeitenden Quantencomputern)
- durch den Phasenunterschied zwischen zwei schwingenden Systemen (bei supraleitenden Qubits)
- durch unterschiedliche Überlagerung von zwei stationären Zuständen eines Atoms oder Ions.

Für uns genügt es zu wissen, dass man eine Variable zwischen zwei Grenzwerten beliebig einstellen kann. Man sagt, das Qubit befinde sich in einem der Zustände A oder B oder irgendeinem „Überlagerungszustand“ aus beiden.

Das Entscheidende des Quantencomputers fehlt aber noch: Man kann nicht nur die Zustände A und B überlagern, sondern auch die Zustände eines Qubits mit denen eines anderen. Man nennt diese Art der Überlagerung „Verschränkung“. Der hohe technische Aufwand, den man betreiben muss, um einen Quantencomputer zu bauen, hängt genau damit zusammen. Damit man zwei Qubits, die räumlich voneinander getrennt sind, verschränken kann, müssen die Qubits sehr gut von der Umgebung abgeschirmt sein. Andernfalls wird die Verschränkung durch die Außenwelt sofort wieder zerstört.

15.3 Die H-D-Welt der verschränkten Qubits – der Quantencomputer

Wie funktioniert nun der Quantencomputer? Er besteht aus einer bestimmten Anzahl von Qubits. Man stellt einen Quantencomputer, der ein gegebenes Problem lösen soll, gewöhnlich in einem Diagramm dar wie es Abbildung 15.3 zeigt.

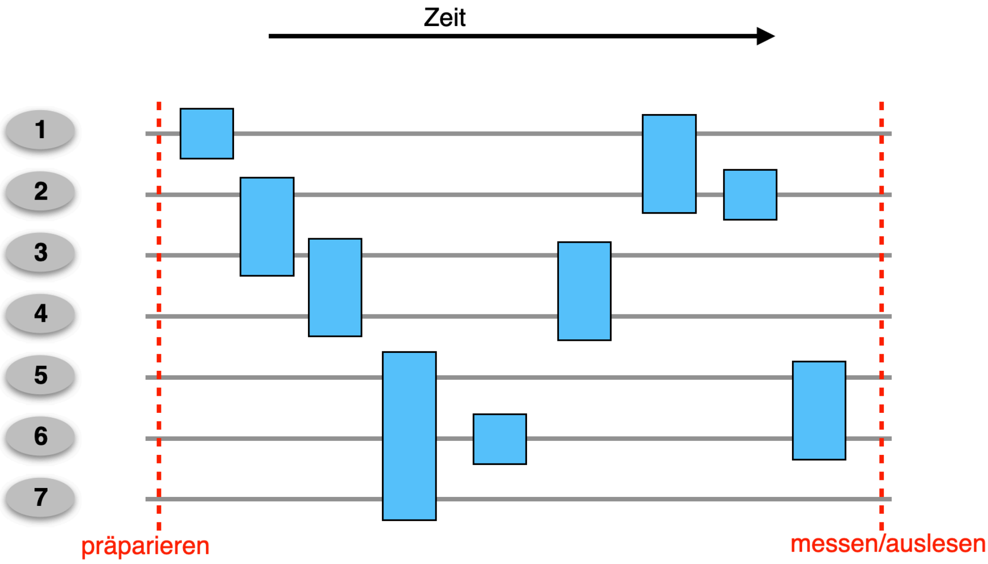

Abb. 15.3. Quantencomputer, der aus 7 Qubits besteht. Kasten auf einer Linie: der Zustand der entsprechenden Qubits wird verändert. Kasten, der über mehrere Linien geht: die Verschränkung der entsprechenden Qubits wird verändert.

Wir haben hier angenommen, dass er aus 7 Qubits besteht. Im Bild sind die Qubits untereinander angeordnet. Die waagrechte Richtung entspricht der Zeit.

Jedes Qubit wird zunächst in einen seiner Überlagerungszustände gebracht. Man sagt der Zustand des ganzen Systems werde präpariert. Danach werden diese Zustände Schritt für Schritt verändert – in der Abbildung dargestellt durch die Kästen. Links oben etwa wird die Überlagerung des ersten Qubits geändert (in unserem Bild mit dem Hebel: der Hebel wird gedreht). Der zweite Kasten geht über zwei Qubit-Linien. Hier wird die Verschränkung zwischen Qubit 1 und Qubit 2 verändert. Man ändert also Schritt für Schritt die Überlagerungen und die Verschränkungen, und am Ende sieht man sich das Ergebnis an, d.h. man macht eine Messung, um festzustellen, in welchem Zustand sich das Gesamtsystem, bestehend aus 7 Qubits, befindet.

Was hat es nun mit der Hochdimensionalität auf sich? Man kann sagen, dass ein einzelnes Qubit in einem 1-D-Raum operiert. Die Richtung des Hebels in Abb. 15.2 ist durch eine einzige Zahl, nämlich den Winkel, eindeutig bestimmt. Sobald man das Qubit mit einem weiteren verschränkt, hat der Raum, in dem wir die Zustände ansiedeln, zwei Dimensionen. Und nun kommt das interessante: durch jedes weitere verschränkte Qubit wird die Zahl der Dimensionen nicht um eins größer, wie man vielleicht vermuten könnte. Sie wird verdoppelt. Wir hatten in Abbildung 15.3 angenommen, dass wir 7 Qubits haben. Ein Zustand des Rechners wird daher durch einen Punkt in einem 2^7-dimensionalen Raum festgelegt, d.h. in einem 128-dimensionalen Raum. Das bringt einen gewaltigen Vorteil gegenüber einem klassischen Computer. Die Rechenleistung des Quantencomputers wächst exponentiell mit der Anzahl seiner Qubits.

Der Quantencomputer arbeitet in einem hochdimensionalen Raum. Wenn der Computer aus n Qubits besteht, hat der Raum 2^n Dimensionen.
Die Rechenleistung nimmt mit n exponentiell zu.

15.4 Die verrückte H-D-Welt

Wie man mit einem Quantencomputer ein konkretes Problem lösen kann, ist nicht unser Thema. Es ist Aufgabe der Informatik, herauszufinden, wie man die Qubits zunächst präpariert, und wie man sie dann manipuliert, sodass einem die Messung ein gesuchtes Ergebnis liefert. Eine solche Abfolge von Schritten nennt man einen Algorithmus. Die Algorithmen für Quantencomputer sind kompliziert. Wir nennen hier nur zwei bekannte Beispiele:

- *Shor-Algorithmus:* Er kann Zahlen in Primfaktoren zerlegen. Ein normaler Computer schafft eine solche Zerlegung nicht mehr, wenn die Zahl sehr groß ist.
- *Grover-Algorithmus:* Er dient der Suche in einer sehr langen Liste, einer so genannten Datenbank. Er schafft das mit viel weniger Rechenschritten als ein normaler Computer.

Auch wenn wir uns keinen konkreten Algorithmus vornehmen, können wir doch verstehen, warum die Eigenschaft der Hochdimensionalität ein so großes Potenzial hat. Wir wollen uns das an zwei einfachen Beispielen klarmachen.

Wie viele Nachbarn?

Du wohnst in einem Dorf, dessen Häuser alle an einer langen Straße liegen. Die Welt der Häuser ist also eindimensional. Du hast in diesem Fall 2 Nachbarhäuser, Abb. 15.4a.

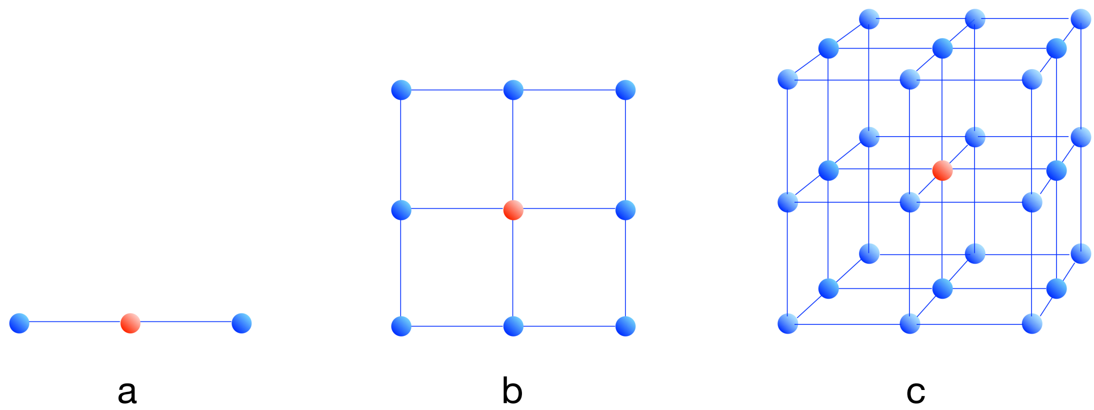

Abb. 15.4. (a) In einer Dimension hast du (rot) zwei Nachbarn (blau). (b) In zwei Dimensionen hast du 8 Nachbarn. (c) In drei Dimensionen sind es 26.

Sind die Häuser in der Fläche angeordnet, so hast du 8 Nachbarn, Abb. 15.4b, und sind sie in 3 Dimensionen angeordnet, hast du 26, Abb. 15.4c. Vielleicht ist dir aufgefallen, dass sich die Zahl z der Nachbarn allgemein berechnen lässt:

$$z = 3^n - 1$$

wobei n angibt, wie viele Dimensionen der Raum hat. Nun gilt die Formel auch dann, wenn die Dimension des Raumes noch höher ist. Nehmen wir wieder den siebendimensionalen Raum unseres kleinen Quantencomputers, so erhalten wir

$$z = 3^7 - 1 = 19683 - 1 = 19682 \, .$$

z wächst also mit n exponentiell.

In Tabelle 15.1 steht in der ersten Zeile die Dimension, in der zweiten die Zahl der Nachbarhäuser.

Dimension	1	2	3	4	5	6	7	…	n
Zahl der Nachbarhäuser	2	8	26	80	242	728	2186	…	$3^n - 1$

Tabelle 15.1

Man hätte also in einem Raum mit vielen Dimensionen sehr, sehr viel Platz für Nachbarhäuser.

Die Zahl der Nachbarn in einem hochdimensionalen Raum wächst exponentiell mit der Zahl der Dimensionen.

Wie viele Wege?

Zu unserem zweiten Beispiel. Wir beginnen wieder mit den uns vertrauten ein-, zwei- und dreidimensionalen Welten. Abbildung 15.5a zeigt eine Strecke.

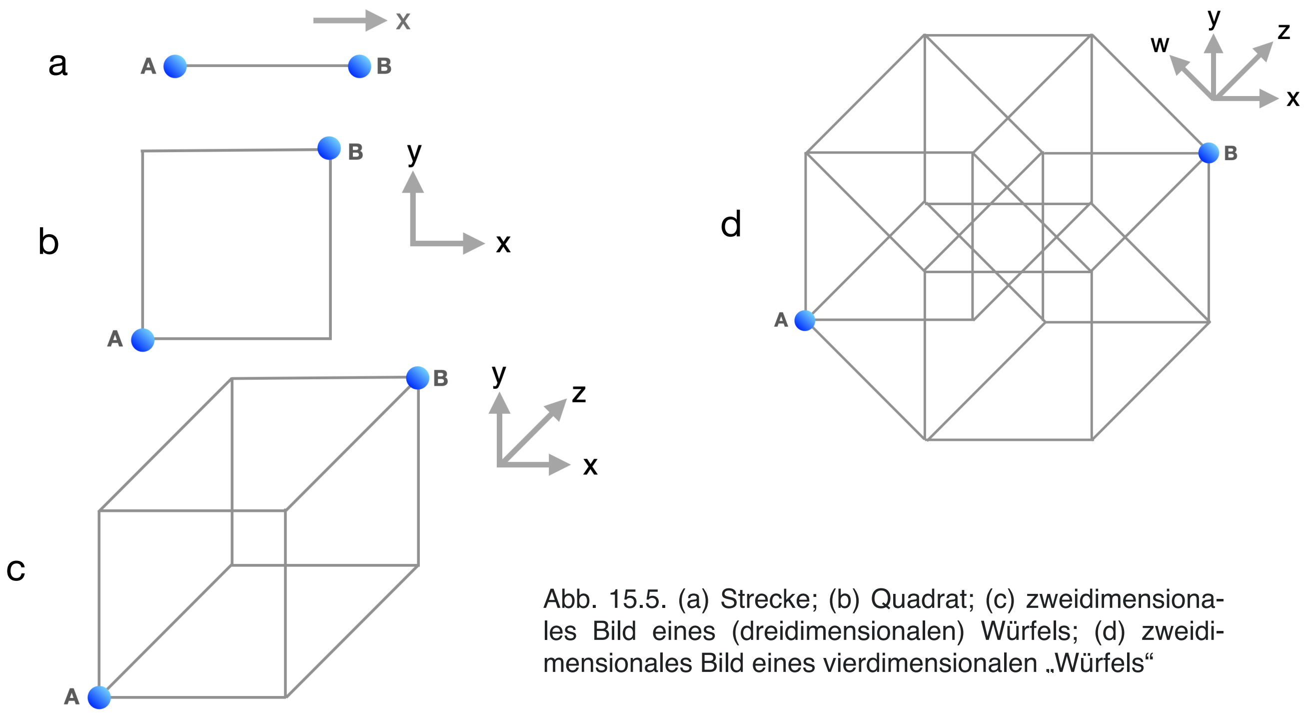

Abb. 15.5. (a) Strecke; (b) Quadrat; (c) zweidimensionales Bild eines (dreidimensionalen) Würfels; (d) zweidimensionales Bild eines vierdimensionalen „Würfels“

Wir wollen von A nach B gelangen. Dafür gibt es nur einen Weg. Wir wollen nun in Abb. 15.5b von A nach B gehen. Bedingung ist hier, wie in allen folgenden Situationen, dass wir uns nur auf den Kanten bewegen dürfen. Es gibt dafür zwei Möglichkeiten. Dann kommt der dreidimensionale Fall, ein Würfel. Abb. 15.5c zeigt eine Projektion eines Würfels in die zweidimensionale Zeichenebene. Du wirst sicher leicht erkennen, dass es diesmal 6 verschiedene Wege gibt. Wir müssen noch präzisieren, dass wir nur nach dem kürzesten Weg suchen, denn längere Wege gibt es natürlich auch noch. Also: Es gibt hier 6 gleich kurze Wege. Und nun zur vierdimensionalen Welt. Abbildung 15.5d zeigt einen vierdimensionalen „Würfel", oder genauer: die Projektion eines vierdimensionalen Würfels in die zweidimensionale Zeichenebene. Wie viele verschiedene (kürzeste) Wege von A nach B gibt es hier? Wenn du die Geduld dazu hast, kannst du diese Wege in der Abbildung markieren, z.B. durch verschiedene Farben, und dann abzählen. Du wirst 24 Wege finden. Abb. 15.6 zeigt einige davon.

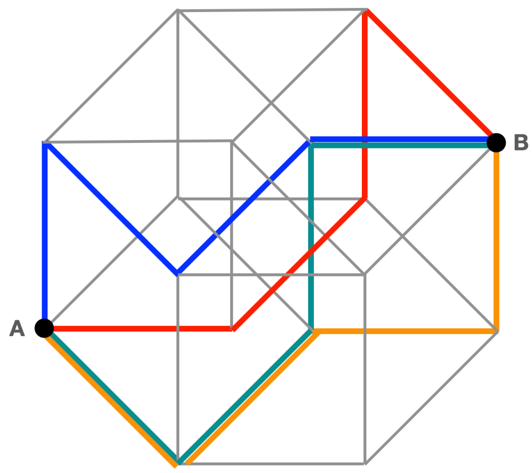

Abb. 15.6. Vier verschiedene Wege von A nach B auf den Kanten des vierdimensionalen Würfels von Abb. 15.5d.

Wenn man das entsprechende Bild für einen fünfdimensionalen Würfel zeichnen und die Zahl der verschiedenen Wege abzählen würde, fände man 120. Die Zahl der Wege sind in Tabelle 15.2 noch einmal zusammengefasst.

Dimension	1	2	3	4	5	6	7	…	n
Zahl der kürzesten Wege	1	2	6	24	120	720	5040	…	$n!$

Tabelle 15.2

Vielleicht erinnerst du dich an eine Rechenoperation aus dem Mathematikunterricht. Die Einträge in der zweiten Zeile der Tabelle entsprechen der Fakultät der Einträge der ersten Zeile. Man nennt das Wachstum mit der Fakultät superexponentielles Wachstum.

Die Zahl der möglichen Wege in einem hochdimensionalen Wegenetz nimmt mit n stärker als exponentiell zu (superexponentielles Wachstum).

Die beiden Beispiele zeigen, dass es in einer hochdimensionalen Welt anders zugeht als in der vertrauten dreidimensionalen. Wenn die Dimension der Welt um eins zunimmt, nimmt irgendeine andere Größe sehr, sehr viel stärker zu. Oder bezogen auf den Quantencomputer: Wenn man die Zahl der Qubits vergrößert, nimmt die Leistungsfähigkeit des Rechners sehr, sehr stark zu.

Genau diese Eigenschaft macht die Stärke des Quantencomputers aus, und sie ist es, die sich die Informatik zunutze macht, um bestimmte Probleme zu lösen.

Quantencomputer eignen sich für die Lösung von Problemen, die eine Besonderheit gemeinsam haben: sie können in Einzelschritte zerlegt werden und der Aufwand bei der Lösung wächst mit der Anzahl dieser Schritte exponentiell oder superexponentiell.

Wir werden einige solche Probleme, die einen Quantencomputer für ihre Lösung erfordern, im nächsten Abschnitt kennen lernen.

15.5 Anwendungen des Quantencomputers

Das Travelling-Salesman-Problem

Ein klassisches Beispiel für ein Problem, bei dem der Aufwand superexponentiell mit der Anzahl der Schritte *n* wächst, ist das „Travelling-Salesman-Problem“, das Problem des Handlungsreisenden.

Ein Handlungsreisender möchte eine Reihe von Städten besuchen und sucht die kürzeste Route, die genau einmal durch jede der Städte und dann zurück zum Ausgangspunkt führt. Angenommen, es gibt *n* Städte. Der Aufwand, alle möglichen Routen zu vergleichen, wächst mit der Fakultät der Anzahl der Städte.

Es gibt zahlreiche Anwendungen in der Logistik, der Flugroutenplanung und der Verkehrssteuerung, die dem Travelling-Salesman-Problem ähnlich sind.

Proteinfaltung

Eine andere Aufgabe, bei der es auch um viele Schritte geht, und bei der der Aufwand mit der Zahl der Schritte exponentiell wächst, ist die Berechnung der Proteinfaltung.

Proteine sind entscheidend für das Funktionieren aller Lebewesen (Mensch, Tiere, Bakterien, Pflanzen, Pilze) und erfüllen sehr viele verschiedene Aufgaben.

Es sind sehr lange Kettenmoleküle, d.h. Moleküle, die aus vielen kleinen Bausteinen bestehen. Es gibt 20 verschiedene solche Bausteine. Sie gehören zur Gruppe der Aminosäuren. Die Länge der Protein-Ketten variiert typischerweise von etwa 50 bis einige Tausend Aminosäure-Moleküle.

Ein Protein faltet sich spontan in eine bestimmte dreidimensionale Struktur. Wie sich das Protein faltet hängt davon ab, welche Aminosäuren wie aneinander gereiht sind.

Die Faltung bestimmt die Funktion eines Proteins. Wenn ein Protein sich nicht richtig faltet, kann es seine Funktion verlieren oder sogar schädliche Wirkungen haben, die zu Krankheiten führen können.

Es ist ein wichtiges Problem der Forschung, diese Faltung bei gegebener Aminosäuren-Sequenz vorherzusagen. Wir haben es hier wieder mit einem Problem zu tun, bei dem der Aufwand für die Lösung exponentiell mit der Zahl der Bausteine, also der Aminosäuren steigt.

Unterrichtshilfen

15. Quantencomputer

Der Quantencomputer als Unterrichtsthema

Wie viele andere Kollegen, sind wir überzeugt, dass der Quantencomputer ein Thema ist, das es verdient, in den Unterricht aufgenommen zu werden. Es liegt auf der Hand, dass man dafür nur wenige Unterrichtsstunden vorsehen kann. Wenn ein neues Thema in den Unterricht hinein soll, muss ein anderes rausfliegen oder entsprechend komprimiert werden. Wir waren davon ausgegangen, dass wir maximal 3 Unterrichtsstunden zur Verfügung haben. (Was wir dafür rauswerfen würden, wollen wir hier nicht ansprechen.)

Die Entwicklung der Unterrichtseinheit war aus mehreren Gründen etwas schwierig.

Gewöhnlich versucht man, die Überlegenheit des Quantencomputers zu begründen, indem man Algorithmen beschreibt. Dann würde das Thema aber eher in den Informatik-Unterricht gehören.

Außerdem gibt es mit diesen Algorithmen ein Problem. Man zeigt etwa, dass der Grover-Algorithmus eine Datenbank mit N Einträgen in $O(\sqrt{N})$ Schritten durchsuchen kann, aber es ist erstens nicht klar, warum diese Aufgabe so wichtig sein soll, und zweitens ist $O(\sqrt{N})$ nicht sehr beeindruckend.

Sollten wir uns dann im Physikunterricht auf die physikalische Realisierung von Qubits beschränken? Auch dabei gibt es ein Problem: Es gibt verschiedene sehr unterschiedliche Realisierungen. Man könnte höchstens eine davon behandeln. Und wenn man die ganze zur Verfügung stehende Zeit braucht, die Physik eines Qubits zu erklären, wird wahrscheinlich nicht klar, warum Überlagerung und Verschränkung die gewaltige Überlegenheit des Quantenrechners verursachen.

Wir haben uns daher für einen anderen Zugang entschieden. Unser wichtigstes Lernziel ist die Einsicht, dass der Quantencomputer in einem hochdimensionalen Raum operiert und dass seine Rechenleistung exponentiell mit der Zahl der Qubits wächst.

Die hochdimensionale Welt

Wichtig für das Verständnis des Quantencomputers ist, dass man sorgfältig mit der Bezeichnung „Raum“ umgeht. Tatsächlich wird das Wort gewöhnlich in verschiedenen Bedeutungen verwendet und manchmal geht es zwischen den Bedeutungen hin und her, und man merkt es gar nicht.

Raum ist zum einen ein Begriff aus der Mathematik; man kann auch sagen ein mathematisches Werkzeug. Es ist in diesem Sinn eine Erfindung des Menschen, die sich zur Beschreibung von Gebilden der realen Welt eignet. Auch in der Physik wird die Bezeichnung oft in dieser Bedeutung benutzt, etwa wenn man von der Raum-Zeit oder vom Hilbertraum spricht.

Andererseits versteht man unter Raum ein Gebilde der realen Welt, das von Natur aus dreidimensional ist. In diesem Sinn gibt es den Raum auch ohne die Menschen, die ihn mathematisch beschreiben. Und er ist nicht nur ein Gebilde, das durch drei Ortskoordinaten beschrieben wird. Die Ortskoordinaten bilden einen Raum im Sinn der Mathematik. Viele andere Vektorgrößen bilden in diesem Sinn auch einen Raum: der Impuls, die Kraft (der Impulsstrom), die elektrische und die magnetische Feldstärke, Stromdichten aller Art… Alle diese mathematischen Räume bilden die Werkzeuge mit denen wir ein einziges Gebilde der realen Welt beschreiben: den Raum im Sinne der Physik.

Wir wollen, dass im Unterricht klar wird, dass wir es in der Quantenphysik mit einem echten Raum im Sinne der Physik zu tun haben und sprechen deshalb lieber von der hochdimensionalen *Welt*, statt vom hochdimensionalen *Raum*. Die Bezeichnung Hilbert-Raum benutzen wir nicht.

Man hat übrigens in der Physik ähnliche konzeptuelle Unstimmigkeit auch in anderen Zusammenhängen. So wird das Wort Masse einerseits als Name für eine physikalische Größe benutzt, andererseits aber auch als Synonym für Materie, und oft auch als Synonym für Körper (etwa wenn man sagt, an der Feder hänge eine Masse).

Wir sprechen daher an, dass die Lösungen der Schrödinger-Gleichung einen Hinweis auf die Hochdimensionalität der Welt geben. Der Frage, wieviel-dimensional diese Welt ist, sind wir aus dem Weg gegangen, weil ihre Beantwortung ein tieferes Verständnis der Quantenphysik voraussetzt.

Der Quantencomputer als Analogrechner

Für das Verständnis des Quantencomputers wäre es nützlich, klar zu machen, dass er im Grunde ein Analogrechner ist. Wenn man nur den Digitalrechner kennt, wird man wahrscheinlich Gemeinsamkeiten zwischen Quantencomputer und klassischem Digitalrechner erwarten. Genau diese Erwartung kann aber ein Hindernis beim Verständnis sein.

Wir haben diesen Aspekt trotzdem nicht angesprochen, da die jungen Leute von heute den Analogrechner wohl gar nicht mehr kennen.

Die Reversibilität des Rechenvorgangs

Es wird oft gesagt, dass der Quantencomputer viele Rechnungen parallel ausführt, und man spricht von Quantenparallelismus. Diese Sprechweise wird nahe gelegt, wenn man den Ablauf der Rechnung in einem Quantenregister Schritt für Schritt beschreibt und dabei immer daran denkt, was man nach jedem Rechenschritt bei einer Messung erhalten würden. Wir halten dieses Vorgehen für unnötig umständlich oder auch irreführend. Die Messung wird am Ende gemacht. Alles, was vor der Messung geschieht ist *deterministisch* und *reversibel*, also einfach. Erst bei der Messung wird der Zustand zerstört, erst bei der Messung kommt die Wahrscheinlichkeit ins Spiel, erst bei der Messung wird Entropie erzeugt. Nur der Messprozess ist irreversibel.

Unitäre Transformation im Hilbert-Raum

Wenn mehr Unterrichtszeit zur Verfügung stünde, könnte man den Quantenrechner auf einer anderen, „höheren“ Ebene beschreiben, indem man die Zustände nicht durch Wellenfunktionen charakterisiert, sondern durch die allgemeinen Symbole der Dirac-Notation. Man könnte dann auch die Arbeitsweise des Quantencomputers beschreiben durch das sukzessive Drehen des Zustandsvektors in einem hochdimensionalen (mathematischen) Raum. Diese Beschreibung ist universell. Sie ist unabhängig davon, welcher Art die Zustände sind, mit denen man es zu tun hat.