

Verfahren zur Trajektorienplanung automatisierter Fahrzeuge mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)

von der KIT-Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
angenommene

DISSERTATION

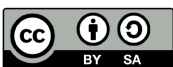
von

M.Sc., Siebenrock, Florian
geboren in Sigmaringen

Tag der mündlichen Prüfung: 09.07.2025

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Klaus Dietmayer



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz (CC BY-SA 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Instituts für Regelungs- und Steuerungssysteme (IRS) am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

Zuallererst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Sören Hohmann für die konsequente Betreuung meiner Arbeit sowie die Übernahme des Hauptreferats meiner Arbeit bedanken. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Klaus Dietmayer für die Übernahme des Koreferats und das Interesse an meiner Arbeit.

Ohne eine positive und erfolgreiche Zusammenarbeit in unterschiedlichsten Bereichen wäre eine solche Arbeit nicht möglich. Deshalb gilt mein Dank allen Arbeitskollegen des IRS. Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen ehemaligen Bürokollegen Esther Bischoff und Christian Braun für unseren ständigen Austausch, auch nach Ende unserer Tätigkeit am IRS. Weiterhin gilt mein Dank Christopher Bohn und Christopher Doer für die erfolgreiche Zusammenarbeit beim Aufbau von technischen Demonstratoren und Versuchsträgern. Es ist beeindruckend zu sehen, was in kürzester Zeit möglich ist, wenn man Herausforderungen, egal welcher Art, im Team begegnet. Auch möchte ich mich bei Tomas Szabo sowie meinen Teamkollegen bei der ZF Friedrichshafen AG für das konstruktive Arbeitsklima bedanken, welches einen Teil dazu beigetragen hat, die Arbeit neben dem Beruf zu finalisieren.

Während meiner Zeit am IRS durfte ich zahlreiche studentische Arbeiten sowie Hilfwissenschaftler betreuen. Die fachlichen Diskussionen und die motivierte Zusammenarbeit in verschiedensten Projekten haben mir sehr viel Spaß gemacht. Dafür bedanke ich mich herzlich. Für die inhaltlichen Anregungen sowie Korrektur der vorliegenden Arbeit möchte ich mich bei Christopher Bohn, Manuel Schwartz und Stefan Krebs bedanken. Bei Gisela und Gislinde möchte ich mich für die finale Rechtschreibkorrektur bedanken.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern Rita und Karl-Ludwig, sowie meiner Frau Kerstin für die Unterstützung und den stetigen Rückhalt, insbesondere in stressigen Zeiten. Ohne euch wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen.

Friedrichshafen, im April 2025

*Der Pessimist klagt über den Wind, der Optimist
hofft, dass er dreht, der Realist richtet das Segel
aus.*

Sir William Ward, 1837 - 1924

Kurzfassung

Mobile automatisierte Fahrzeuge besitzen ein hohes Potenzial, zukünftig einen positiven Beitrag zur Effizienzsteigerung und Entlastung des Menschen in den Bereichen Personentransport, Logistik oder Industrie zu leisten. Um autonome Fahrzeuge in einem komplexen und dynamischen Umfeld sicher betreiben zu können, ist neben einer leistungsfähigen Umfeldwahrnehmung ebenfalls die Entscheidungsebene des Fahrzeugs zu betrachten. Innerhalb der Entscheidungsebene wird durch die Trajektorienplanung die kollisionsfreie Bewegung des Fahrzeugs durch das dynamische Umfeld sichergestellt. Basierend auf sich im Online-Betrieb stetig ändernde Umfelddaten wird im Nominalfall eine kollisionsfreie Trajektorie geplant.

Um zukünftige Anforderungen an die kollisionsfreie Bewegung automatisierter Fahrzeuge in einem komplexen und dynamischen Umfeld zu erfüllen, muss die Kollisionsfreiheit der Fahrzeugtrajektorie auch unter auftretenden Unsicherheiten gewährleistet werden. Bisherige Ansätze für Trajektorienplanungen betrachten überwiegend Nominalmodelle während des Online-Betriebs und vernachlässigen Approximationsfehler beim Entwurf der Trajektorienplanung. Dieses Vorgehen hat zur Konsequenz, dass gesicherte Aussagen über die Kollisionsfreiheit der Trajektorie während des Betriebs lediglich im Nominalfall systematisch getroffen werden können. Treten wiederum Approximationsfehler oder Unsicherheiten auf, ist eine systematische Aussage über die Kollisionsfreiheit nicht mehr möglich.

Die geschilderte Herausforderung wird in dieser Arbeit durch zwei wesentliche Beiträge adressiert. Zum einen wird ein Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver modellprädiktive Regelungs- (MPR) Methoden vorgestellt, welches Approximationsfehler des Fahrzeugmodells und Unsicherheiten in der Prädiktion von dynamischen Objekten systematisch im Entwurf berücksichtigt und damit weiterhin gesicherte Aussagen über die Kollisionsfreiheit ermöglicht. Zum anderen wird ein Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive vorgestellt, welches Unsicherheiten impliziert durch die Fahrzeugzustandsschätzung, sowie Modellungenauigkeiten des Fahrzeugmodells systematisch berücksichtigt. Die beiden Verfahren werden simulativ analysiert. Zusätzlich wird für das Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden die Funktionsfähigkeit im Realbetrieb auf einem Fahrzeugdemonstrator gezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Forschungsziele und Aufbau der Arbeit	4
1.1.1	Aufbau der Arbeit	4
2	Stand der Wissenschaft	5
2.1	Gesamtarchitektur der Fahrfunktion	5
2.1.1	Grundlegende Systemarchitektur	6
2.1.2	Überblick über die Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente	8
2.1.3	Allgemeines Trajektorienplanungsproblem	11
2.2	Nominelle Verfahren zur Trajektorienplanung und Anwendungen	12
2.2.1	Nominelle Trajektorienplanungsverfahren unter Verwendung von numerischer Optimierung	12
2.2.2	Nominelle Trajektorienplanungsverfahren unter Verwendung von Bewegungsprimitiven	14
2.3	Auftretende Unsicherheiten und Approximationsfehler	15
2.3.1	Begriffsklärung und Einordnung in die Systemarchitektur	15
2.3.2	Betrachtete Unsicherheiten und Approximationsfehler	17
2.4	Systematische Integration von Unsicherheiten innerhalb der Trajektorienplanung	20
2.4.1	Trajektorienplanungsverfahren mittels stochastischen Methoden	20
2.4.2	Trajektorienplanungsverfahren mittels robusten MPR-Methoden (RMPR)	21
2.4.3	Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden	22
2.4.4	Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven	22
2.5	Zusammenfassung und Detaillierung der Forschungsziele	23
2.5.1	Zusammenfassung	23
2.5.2	Forschungsfragen I: Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden	24
2.5.3	Forschungsfragen II: Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven	25
3	Methodische Grundlagen	27
3.1	Konvexe Optimierung	27
3.1.1	Konvexe Mengen	27
3.1.2	Konvexe Funktionen	30
3.1.3	Konvexes Optimierungsproblem und konvexifizierende Operationen	31
3.2	Methoden zur Mengenprädiktion	34
3.2.1	Mengenoperationen	34

3.2.2	Erreichbarkeitsmengen	36
3.2.3	Überapproximierende Mengenprädiktion	38
3.3	Präzisierung der Schnittstellen und Vorprozessierung der Eingangsdaten	40
3.3.1	Präzisierung der Schnittstellen	41
3.3.2	Vorprozessierung der Eingangsdaten	43
4	Verfahren zur Trajektorienplanung mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden	47
4.1	Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion sowie Approximation	47
4.1.1	Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion	47
4.1.2	Approximation des Kostenterms	48
4.2	Linearisierung des Fahrzeugmodells und Abschätzung des Linearisierungsfehlers	49
4.2.1	Linearisierung des Fahrzeugmodells	49
4.2.2	Abschätzung des Linearisierungsfehlers	50
4.3	Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens	53
4.3.1	Formulierung des Trajektorienplanungsproblems	53
4.3.2	Einbindung des Kostenterms der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und Wahl von x_{ap}	55
4.3.3	Berücksichtigung des auftretenden Linearisierungsfehlers im Trajektorienplanungsproblem	55
4.4	Zusammenfassung	58
4.4.1	Zusammenfassung des Entwurfs und der Eigenschaften des Verfahrens	58
4.4.2	Diskussion der Ergebnisse	59
5	Verfahren zur Trajektorienplanung mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive	61
5.1	Transformation des Fahrzeugmodells durch Ein-/Ausgangslinearisierung	61
5.2	Generierung der mengenbasierten Bewegungsprimitive	63
5.2.1	Abschätzung der transformierten Unsicherheit	63
5.2.2	Prädiktion der transformierten Unsicherheit	65
5.3	Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens	67
5.3.1	Formulierung des Trajektorienplanungsproblems	67
5.3.2	Generierung der Fahrzeugbelegungsmenge basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven	68
5.3.3	Verfahrensablauf und Initialisierung	69
5.4	Zusammenfassung	72
5.4.1	Zusammenfassung des Entwurfs und der Eigenschaften des Verfahrens	72
5.4.2	Diskussion der Ergebnisse	72
6	Applikation der Verfahren in der Simulation und am Realdemonstrator	75
6.1	Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden	75
6.1.1	Simulative Analyse der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und Approximationsmethode	75
6.1.2	Analyse des auftretenden Linearisierungsfehlers des Fahrzeugmodells am Realdemonstrator	83

6.2	Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven	89
6.2.1	Umsetzung der Simulation und betrachtetes Szenario	89
6.2.2	Analyse der Funktionalität	91
6.3	Zusammenfassung, Einordnung und Vergleich	94
6.3.1	Zusammenfassung der Ergebnisse des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf konvexen adaptiven MPR-Methoden	94
6.3.2	Zusammenfassung der Ergebnisse des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven	95
6.3.3	Qualitativer Vergleich der entworfenen Verfahren	96
7	Zusammenfassung	97
A	Veranschaulichung des Wrapping-Effekts und des Dependency-Effekts . . .	XVII
A.1	Der Wrapping-Effekt	XVII
A.2	Der Dependency-Effekt	XVIII
B	Ergänzende Herleitungen zum Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens mittels adaptiver Methoden	XXI
B.1	Zeitdiskrete Darstellung des linearisierten Fahrzeugmodells	XXI
B.2	Ergänzungen zum Beweis Satz. 4.1	XXII
C	Ein-/Ausgangslinearisierung des nichtlinearen Fahrzeugmodells	XXIII
C.1	Herleitung der Ein-/Ausgangslinearisierung des nichtlinearen Fahrzeugmodells	XXIII
D	Überblick der verwendeten Kostenterme der Trajektorienplanungsverfahren	XXV
D.1	Referenz-Kostenterme	XXV
D.2	Kostenterme für statische Objekte	XXV
E	Applikation: Ergänzende Ausführungen und verwendete Parametrierung	XXVII
E.1	Zustandsprädiktion des dynamischen Objekts aus Abschnitt 6.1.1	XXVII
E.2	Umsetzung des <i>Sphere-flipping</i> Algorithmus zur Generierung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$	XXVIII
E.3	Beschreibung des Szenarieneditors	XXX
E.4	Parametrierung: Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden	XXXI
E.5	Parametrierung: Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitiven	XXXIII
	Literaturverzeichnis	XXXV

Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufteilung einer Fahrfunktion in Sensorik, Umfeldwahrnehmung Entscheidungsebene und Aktorik und Darstellung von mit Unsicherheit behafteten berechneten Größen der Teilkomponenten	2
1.2	Qualitative Darstellung der Kollisionsfreiheit einer geplanten Trajektorie	3
2.1	Systemarchitektur für die Umsetzung von hochautomatisierten Fahrfunktionen mit Darstellung der Komponenten Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik, sowie der dazugehörigen Teilkomponenten	6
2.2	Übersicht über vorhandene Schnittstellen einer Trajektorienplanungskomponente . . .	8
2.3	Darstellungsformen für statische Objekte im Fahrzeugumfeld: (a) Darstellung Polytope (grün), (b) Darstellung durch Belegungsgitter, (c) Darstellung durch geordnete Sensorwerte	10
2.4	Prinzipdarstellung einer semantischen Karte mit verschiedenen Abstraktionsebenen und darin vorhandenen Informationen	10
2.5	Ablauf des Lösungsschritts eines Trajektorienplanungsproblems unter Verwendung von numerischer Optimierung	13
2.6	Prinzipdarstellung der Trajektorienplanung mittels nomineller Bewegungsprimitive: Solltrajektorie (grün), Kollisionsfreie Bewegungsprimitive (schwarz), Kollidierende Bewegungsprimitive (rot)	14
2.7	Ablauf des Lösungsschritts einer Trajektorienplanungsproblems unter Verwendung von Bewegungsprimitiven	15
2.8	Auswirkungen unterschiedlicher Problembeschreibung	17
2.9	Qualitative Darstellung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen	18
2.10	Qualitative Darstellung eines Fahrzeugzustandsverlauf in der Positionsebene basierend auf Unsicherheit in der Lokalisierung	18
2.11	Qualitative Darstellung von Modellunsicherheiten und Approximationsfehlern	20
3.1	Lokale Konvexifizierung des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ durch Bildung von N konvexen Teilmengen $\mathcal{X}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei}}$	32
3.2	Darstellung einer Erreichbarkeitsmenge für lineare Systeme	41
3.3	Darstellung des Fahrzeugmodells mit dazugehörigen Zustandsgrößen und Darstellung des ortsfesten Koordinatensystems \mathcal{K}_o und des fahrzeugfesten Koordinatensystems \mathcal{K}_f	44
3.4	Darstellung der berechneten Distanzkarte basierend auf der euklidischen Distanztransformation: (a) Linienförmige Objekte in einem Belegungsgitter, (b) Resultierende Distanzkarte	45

3.5	Darstellung der Voronoi-Regionen (hellblau, hellgrün, hellrot) für drei Linienobjekte (blau, grün, rot)	45
4.1	Qualitative Darstellung des Kostenterms $j_{d,i}$ für unterschiedliche Werte von σ_x mit $\sigma_{x,1} < \sigma_{x,2}$	48
5.1	Generierung der Fahrzeugbelegungsmenge	69
6.1	Darstellung der Differenz zwischen Fahrzeug und dynamischem Objekt mit den Varianten V1 und V2	77
6.2	Darstellung des Szenarios mit Anwendung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden zu den Zeitpunkten $t_k = \{1.5 \text{ s}, 3.9 \text{ s}, 8.5 \text{ s}\}$	78
6.3	Darstellung der Differenz zwischen Fahrzeug und dynamischem Objekt mit den Varianten V1 und V2	79
6.4	Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta,s1}$ die Anwendung der Approximationsstrategie S1 während der Kollisionsvermeidungsphase	81
6.5	Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta,s2}$ die Anwendung der Approximationsstrategie S2 während der Kollisionsvermeidungsphase	82
6.6	Darstellung des Realdemonstrators: CAD Ansicht des Fahrzeugchassis mit unabhängig antreibbaren und lenkbaren Rädern und 2D Lidar Sensorik	83
6.7	Darstellung der Systemarchitektur des Realdemonstrators bestehend aus Fahrzeug und externem Rechner sowie der implementierten Fahrfunktionen	84
6.8	Prinzipdarstellung des Szenarios des Realdemonstrators	85
6.9	Darstellung des Szenarios zur Analyse des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden zu den Zeitpunkten $t_k = \{0.4 \text{ s}, 2.4 \text{ s}, 4.4 \text{ s}, 5.8 \text{ s}\}$ am Realdemonstrator	86
6.10	Realer maximaler Linearisierungsfehler $w_{p,max,k}$ und abgeschätzter Linearisierungsfehler $\tilde{w}_{p,k,n_{w,max}}$ während des Szenarios	88
6.11	Darstellung der Rechenzeit während des Szenarios, Häufigkeiten k (blau), Mittelwert $t_{opt/ges,avg}$ (rot)	89
6.12	Prinzipdarstellung des Kreuzungsszenarios	90
6.13	Darstellung des Kreuzungsszenarios	92
6.14	Darstellung Ortskurve der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f sowie des Geschwindigkeitsanteils der mengenbasierten Bewegungsprimitive $\Gamma_{v,m^*,0}$ in der $v_{x/y,soll}$ Ebene	93
6.15	Darstellung der Fahrzeuggrößen $a_{f,soll}$ und $\omega_{f,soll}$ während des betrachteten Szenarios	94
A.1	Beispiel Wrapping-Effekt: Darstellung der Lösungsmenge durch den Intervallvektor $[y]$ (dunkelblau) und der tatsächlichen Lösungsmenge \mathcal{Y} (hellblau)	XVIII
E.1	Darstellung der wesentlichen Schritte zur Generierung der Teilmengen $\mathcal{X}_{frei,n}$.	XXIX
E.2	Darstellung der Benutzer-Oberfläche des Szenarieneditors mit geladener Lokalisierungskarte, eingezeichneten Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ und Referenzpfad π_{ref} . . .	XXX

Tabellenverzeichnis

E.1	Verfahrensparameter: Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden in der Simulation	XXXI
E.2	Verfahrensparameter: Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden am Realdemonstrator	XXXII
E.3	Verfahrensparameter: Simulative Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive	XXXIII

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

Abkürzung	Beschreibung
ACC	Adaptive Cruise Control
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
H-Polytop	Polytop in Halbebenenarstellung
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
Lidar	<i>Light Detection and Ranging</i>
MPR	Modellprädiktive Regelung
Radar	<i>Radio Deteciton and Ranging</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
ROS	<i>Robot Operation System</i>
RMPR	Robuste Modellprädiktive Regelung
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SLAM	<i>Simultaneous Localication and Mapping</i>
TTC	<i>Time to Collision</i>
V-Polytop	Polytop in Eckpunktdarstellung

Symbole

Symbol	Beschreibung
a	Skalare Größe
\mathbf{a}	Vektorielle Größe
a_f	Fahrzeugbeschleunigung
$\mathbf{A}_{f,lin}$	Zustandsmatrix des Ein-Ausgangslinearisierten Fahrzeugmodells
$\mathbf{B}_{f,lin}$	Eingangsmatrix des Ein-Ausgangslinearisierten Fahrzeugmodells
\mathbf{E}	Kopplungsmatrix
$\mathbf{H}_{f,n}$	Diskrete Eingangsprädiktionsmatrix des Fahrzeugmodells
\tilde{j}_d	Approximierter Kostenterm eines dynamischen Objekts
J	Kostenfunktion des Trajektorienplanungsproblems
$J_{x,ref,n}$	Kostenterm zur Gewichtung der Zustandsgrößen
$J_{u,ref,n}$	Kostenterm zur Gewichtung der Eingangsgrößen
$J_{\Delta u,ref,n}$	Kostenterm zur Gewichtung der Abweichung der Eingangsgröße
$J_{s,n}$	Kostenterm zur Gewichtung der statischen Objekte

Symbol	Beschreibung
$J_{d,n}$	Kostenterm zur Gewichtung der dynamischen Objekte
\mathcal{K}_o	Ortsfestes Koordinatensystem
\mathcal{K}_f	Fahrzeugfestes Koordinatensystem
\mathcal{M}_s	Manöverspezifikation (Schnittstelle)
N	Prädiktionshorizont
\mathcal{O}_d	Dynamische Objektprädiktionen (Schnittstelle)
\mathcal{O}_s	Statische Objekte (Schnittstelle)
\mathcal{O}_f	Fahrzeughülle
p_f	Fahrzeugposition
\mathcal{P}_s	Semantische Informationen (Schnittstelle)
Q_x	Gewichtungsmatrix der Zustandsgrößen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
$R_{\Delta u}$	Gewichtungsmatrix der Eingangsgrößenänderung
R_u	Gewichtungsmatrix der Eingangsgrößen
$s_{j,n}$	Normalenfaktor der linearen Ungleichheitsnebenbedingung
t_k	Betrachteter Zeitpunkt k
$u_{f,\text{lin}}$	Eingangsvektor des Ein-Ausgangslinearisierten Fahrzeugmodells
\mathcal{U}_f	Allgemeine Eingangsbeschränkungen
v_f	Fahrzeuggeschwindigkeit
\bar{v}_f	Erreichbare Endgeschwindigkeit innerhalb eines Optimierungshorizonts
w_m	Modellunsicherheit
\tilde{w}_m	Transformierte Modellunsicherheit
\tilde{w}_{v_x/v_x}	Abgeschätzte Geschwindigkeitsunsicherheit
$\tilde{w}_{x/y}$	Abgeschätzte Positionsunsicherheit (x/y Anteil)
\tilde{w}_p	Abgeschätzte Positionsunsicherheit
\mathcal{W}	Beschränkte Unsicherheitsmenge
x_{ap}	Approximationspunkt
x_f	Fahrzeugposition in x-Richtung
\mathbf{x}_f	Fahrzeugzustand (Zustandsgröße)
\mathcal{X}_f	Allgemeine Zustandsbeschränkung
$\mathbf{x}_{f,\text{lin}}$	Zustandsvektor des Ein-Ausgangslinearisierten Fahrzeugmodells
$\mathbf{x}_{f,\text{ref}}$	Referenztrajektorie
$\mathcal{X}_{\text{frei}}$	Kollisionsfreier Raum
$\mathcal{X}_{\text{frei},n}$	Approximation des kollisionsfreien Raums
$\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n}$	Kollisionsfreier Raum unter Berücksichtigung der Approximation des Fahrzeugmodells
$\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$	Fahrzeugsolltrajektorie
y_f	Fahrzeugposition in y-Richtung
\mathcal{Z}_f	Fahrzeugzustand (Schnittstelle)
γ_m	Nominelles Bewegungsprimitiv m
Γ_m	Mengenbasiertes Bewegungsprimitiv m
$\Gamma_{p,m}$	Positionsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimitivs m
$\Gamma_{v,m}$	Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimitivs m
Δt	Zeitdiskretisierung ($t_{k+1} - t_k$)

Symbol	Beschreibung
ζ	Ausgangsvektor eines dynamischen Systems
Θ_f	Fahrzeugorientierung
κ	Korrekturterm des Linearisierungsfehlers
π_{ref}	Referenzpfad
$\Phi_{f,n}$	Diskrete Zustandsprädiktionsmatrix des Fahrzeugmodells
ω_f	Fahrzeuggierrate

Operatoren

Symbol	Beschreibung
$\{\square\}$	Allgemeine Mengenbeschreibung
$ \square $	Betrag
d	Distanz
$[\square]$	Geschlossenes Intervall
$\overline{\square}$	Obere Intervallgrenze
$\underline{\square}$	Untere Intervallgrenze
KonvH	Konvexe Hülle
L	Lie-Ableitung
max	Maximum
$\ \square\ _\infty$	Maximumsnorm
min	Minimum
\oplus	Minkowski-Summe
∇	Nabla-Operator
$\frac{\partial}{\partial x}$	Partielle Ableitung nach x
\cap	Schnittmenge
\cup	Vereinigungsmenge
\forall	Allquantor

Indizes und Exponenten

Symbol	Beschreibung
\square_a	Variabler Index a
\square_a	Fixer Index a
\square_d	Größe bezogen auf ein dynamisches Objekt
\square_f	Fahrzeugzustandsgröße
\square_k	Zeitindex
\square_{min}	Minimalwert
\square_{max}	Maximalwert
\square_n	Prädiktionsindex
\square_p	Positionsanteil

Symbol	Beschreibung
\square_{ref}	Referenzgröße
\square_{s}	Größe bezogen auf ein statisches Objekt
\square_{soll}	Sollgröße
\square^{T}	Transponierung
\square_{v}	Geschwindigkeitsanteil
\square^*	Optimalwert

1 Einleitung

Mobile hochautomatisierte Fahrzeuge können insbesondere in den Anwendungsfeldern Personentransport [LKM13, RGM⁺22], kommunale Dienstleistungen und Logistik [FS23], sowie industriellen Anwendungen einen positiven Beitrag zur Effizienzsteigerung leisten [SDS⁺13]. Repräsentative Anwendung sind der automatisierte Personennahverkehr im urbanen Raum [SS17], die automatisierte Versorgung und Entsorgung in Wohnquartieren [ERVL23] und der automatisierte Materialtransport in industriellen Anlagen [SAB⁺17]. In allen genannten Bereichen existieren Feldstudien und Prototypen, welche die Möglichkeiten dieser Systeme aufzeigen [SAB⁺17, LYL18]. Des Weiteren existieren Aktivitäten seitens Unternehmen, diese Systeme zu entwickeln und zu vertreiben [SAB⁺17, LYL18].

Für eine effiziente Nutzung setzen die genannten Anwendungen einen hohen Automatisierungsgrad des Gesamtsystems von SAE Level 4 oder 5 voraus [MB18, S. 142 ff., Int18]. Anders als Assistenzfunktionen, welche sich in den SAE Level 1 bis 3 einordnen lassen, erfordert dies eine Fahrfunktion, welche eine Vielzahl an funktionaler *Use Cases* und damit verbundenen Szenarien ohne menschlichen Eingriff abbildet. Diese sogenannte weite Systemgrenze [MGLW15, S. 35] impliziert neben umfangreichen funktionalen Anforderungen auch hohe Anforderungen an die Sicherheit des Gesamtsystems und der abgebildeten Fahrfunktion. Ein wichtiger Aspekt der Sicherheit der Fahrfunktion und damit auch der Akzeptanz des Gesamtsystems ist die Sicherstellung der Kollisionsfreiheit des Fahrzeugs innerhalb eines sich zeitlich ändernden Umfelds [DTW⁺22, DWR21, DSDG⁺22, SM20].

Eine vereinfachte Verarbeitungskette einer hochautomatisierten Fahrfunktion lässt sich in die vier Teilkomponenten, Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik aufteilen [BBF⁺08]. Diese Verarbeitungskette ist in Abb. 1.1 dargestellt. Die Sicherstellung der Kollisionsfreiheit des Fahrzeugs muss innerhalb der Entscheidungsebene umgesetzt werden [MGLW15, S. 12 ff., ACF⁺98]. Innerhalb eines sich zeitlich ändernden Umfelds ist dazu eine Trajektorienplanungskomponente, welche eine zukünftige kollisionsfreie Solltrajektorie basierend auf aktuellen Umfelddaten plant, notwendig [PČY⁺16]. Die Planung einer Solltrajektorie erfolgt zyklisch auf aktualisierten Eingangsgrößen, um Änderungen des Fahrzeugumfelds bei der Planung zu berücksichtigen [PČY⁺16].

Die durch die Teilkomponenten in Abb. 1.1 berechneten Größen sind in der Anwendung mit Unsicherheit behaftet. So unterliegen die eingesetzten Sensoren technischen Einschränkungen wie z. B. ein limitiertes Sichtfeld oder andere einschränkende Effekte, welche sich durch das verwendete Sensorprinzip ergeben [PL11]. Des Weiteren sind Approximationen durch vereinfachte Modellannahmen wie z. B. ein vereinfachtes Fahrzeugmodell beim Entwurf der Teilkomponenten unvermeidbar, um Anforderungen an die Prozessierungszeit der Teilkomponenten einzuhalten und damit eine hohe Neuplanungsrate einer Solltrajektorie zu erreichen [Zie15, S. 20 ff.].

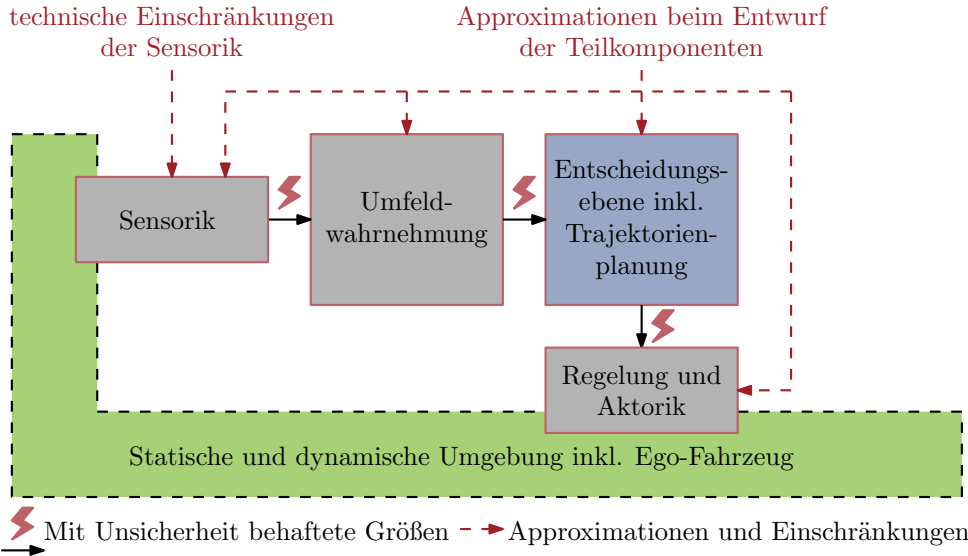


Abbildung 1.1: Aufteilung einer Fahrfunktion in Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik und Darstellung von mit Unsicherheit behafteten berechneten Größen der Teilkomponenten

Der überwiegende Anteil von Verfahren zur Trajektorienplanung aus dem Stand der Technik vernachlässigt die Berücksichtigung der auftretenden Unsicherheiten [GPMN15, PČY⁺16]. Diese Trajektorienplanungsverfahren werden im Kontext dieser Arbeit als nominelle Verfahren bezeichnet. Durch die Vernachlässigung der auftretenden Unsicherheiten bei der Planung der Solltrajektorie besteht die Gefahr, dass die resultierende reale Fahrzeug-Trajektorie nicht kollisionsfrei ist, obwohl die nominell geplanten Solltrajektorien selbst kollisionsfrei berechnet werden [MT17]. Beispiele für auftretende Unsicherheiten im Kontext der in Abb. 1.1 dargestellten Fahrfunktion sind Modellfehler des verwendeten Fahrzeugmodells innerhalb der Trajektorienplanung [SKAM19] oder durch mit Unsicherheit behaftete Messungen aus Sensoren resultierende mit Unsicherheit behaftete Objektdetektionen [LVL14].

Basierend auf den Ausführungen zu nominellen Trajektorienplanungsverfahren ist es das generelle Ziel dieser Arbeit, Trajektorienplanungsverfahren zu entwerfen, welche die mit Unsicherheit behafteten Größen und Approximationsfehler systematisch berücksichtigen und damit zu einer verbesserten Kollisionsvermeidung des Gesamtsystems führen. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 1.2 dargestellt. Während die reale Fahrzeugtrajektorie durch den Einsatz eines nominellen Trajektorienplanungsverfahrens in Abb. 1.2 (a) nicht kollisionsfrei ist, ist die reale Fahrzeugtrajektorie, welche durch eine systematische Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Größen innerhalb der Trajektorienplanung berechnet wurde, selbst kollisionsfrei (siehe Abb. 1.2 (b)).

Bei der Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Größen innerhalb eines Trajektorienplanungsverfahrens existieren drei wesentliche Herausforderungen:

- Die systematische Berücksichtigung der Unsicherheiten.
- Die geeignete Beschreibungsform und Auswahl geeigneter Methoden zur Prozessierung der Unsicherheiten.
- Die recheneffiziente Berücksichtigung der Unsicherheiten im Trajektorienplanungsverfahren.

Im Kontext dieser Arbeit wird durch die systematische Berücksichtigung einer Unsicherheit, die konsequente und durchgängige Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Größen im Trajektorienplanungsverfahren definiert. Die Erfüllung dieser Herausforderung ist zentral, da ohne eine konsequente und durchgängige Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Größen keine weitreichenden Implikationen zur Kollisionsfreiheit der Solltrajektorie getroffen werden können. [KA17, Alt10, S. 2]

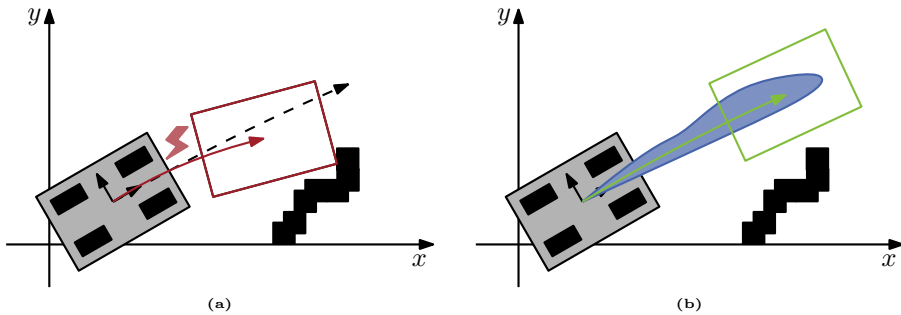


Abbildung 1.2: Qualitative Darstellung der Kollisionsfreiheit einer geplanten Trajektorie: (a) ohne Berücksichtigung der auftretenden Unsicherheiten mit nomineller Trajektorie (schwarz), realer Trajektorie rot, (b) mit Berücksichtigung der auftretenden Unsicherheiten (blau), realer Trajektorie (grün)

Die geeignete mathematische Beschreibungsform und die dazugehörigen geeigneten Methoden zur Prozessierung der Unsicherheiten sind ebenfalls eine zentrale Herausforderung. Je nach verwendeter Beschreibungsform muss mit konservativen Abschätzungen, impliziert durch die mathematische Beschreibungsform oder die zur Verfügung stehenden Methoden zur Prozessierung, gerechnet werden. In Bezug auf die Anwendung in einem Trajektorienplanungsverfahren werden dadurch Aussagen zur Kollisionsfreiheit der Solltrajektorie eingeschränkt oder sogar unmöglich, da die resultierenden Abschätzungen zu konservativ sind. [AFG21, JKD⁺01, S. 35 ff., Alt10, S. 6]

Durch die zyklische Neuplanung der Solltrajektorie ist ebenfalls die Berücksichtigung und Prädiktion der mit Unsicherheit behafteten Größen und Integration in das Trajektorienplanungsverfahren zur Laufzeit notwendig [LVL14]. Der Mehraufwand in der Prozessierung, welcher durch die Berücksichtigung der Unsicherheiten innerhalb des Trajektorienplanungsverfahrens entsteht, sollte so gering wie möglich gehalten werden, um eine hohe Neuplanungsrate der Solltrajektorie zu gewährleisten.

1.1 Forschungsziele und Aufbau der Arbeit

Die beschriebenen Herausforderungen lassen sich im Allgemeinen nicht ohne Widerspruch auflösen. So ist z. B. eine möglichst exakte Darstellung und Berücksichtigung von Unsicherheiten innerhalb der Trajektorienplanung nicht zwingend recheneffizient umzusetzen. Um die beschriebenen Herausforderungen zu adressieren, werden drei Kernthemen für diese Arbeit formuliert. Diese sind nachfolgend aufgeführt:

- Die systematische Aufarbeitung der für die Trajektorienplanung relevanten, mit Unsicherheit behafteten Größen und die Einordnung der bestehenden Verfahren in den existierenden Stand der Wissenschaft.
- Die Entwicklung von neuartigen Trajektorienplanungsverfahren unter systematischer Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Größen.
- Der Nachweis der Funktionsfähigkeit und die Analyse der wesentlichen Eigenschaften der entwickelten Verfahren durch Simulation und durch einen realen Fahrversuch.

Zu den drei Kernthemen wird eine detaillierte Analyse des Stands der Forschung in Kapitel 2 durchgeführt, auf deren Grundlage die Forschungsfragen dieser Arbeit am Ende des Kapitels formuliert werden.

1.1.1 Aufbau der Arbeit

Basierend auf den formulierten Kernthemen gliedert sich die Arbeit wie nachfolgend beschrieben. Die systematische Aufarbeitung der für die Trajektorienplanung relevanten Unsicherheiten und Einordnung der Verfahren in den Stand der Wissenschaft sowie die Formulierung der Forschungsfragen erfolgt in Kapitel 2.

Basierend auf den eingeführten methodischen Grundlagen in Kapitel 3 werden in Kapitel 4 und Kapitel 5 neuartige Verfahren zur Trajektorienplanung mit systematischer Berücksichtigung mit Unsicherheit behafteter Größen vorgestellt. In Kapitel 4 wird ein neues Verfahren zur Trajektorienplanung mittels konvexer adaptiver modellprädiktiver Methoden vorgestellt, welches mit Unsicherheit behaftete dynamische Objektprädiktionen sowie auftretende Approximationsfehler des Fahrzeugmodells systematisch berücksichtigt. In Kapitel 5 wird ein neues Trajektorienplanungsverfahren zur systematischen Berücksichtigung von Modellfehlern des Fahrzeugmodells sowie Ungenauigkeiten der Fahrzeugzustandsschätzung vorgestellt.

Die Applikation und Analyse der in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren werden in Kapitel 6 durch simulative Ergebnisse und Fahrversuche an einem Fahrzeugdemonstrator durchgeführt. Ein zusammenfassendes Fazit der Forschungsziele und Ergebnisse wird in Kapitel 7 formuliert.

2 Stand der Wissenschaft

Basierend auf den in Kapitel 1 eingeführten Forschungszielen wird in diesem Kapitel der Stand der Wissenschaft detailliert dargestellt. Dazu wird in Abschnitt 2.1 die Gesamtarchitektur einer automatisierten Fahrfunktion präzisiert und die im Stand der Technik üblichen Schnittstellen einer Trajektorienplanungskomponente eingeführt. In Abschnitt 2.1.3 wird ein allgemeines Trajektorienplanungsproblem eingeführt und der Stand der Wissenschaft für nominelle Trajektorienplanungsverfahren wird in Abschnitt 2.2 betrachtet. Basierend auf der eingeführten Schnittstellenbeschreibung einer Trajektorienplanung in Abschnitt 2.1.2, werden in Abschnitt 2.3 auftretende Unsicherheiten eingeführt und in Abschnitt 2.4 werden vorhandene Arbeiten zur systematischen Integration von mit Unsicherheit behafteten Größen innerhalb der Trajektorienplanung diskutiert. Basierend auf den Erkenntnissen aus Abschnitt 2.4 werden die formulierten Forschungsziele aus Abschnitt 1.1 in Abschnitt 2.5.2 und Abschnitt 2.5.3 durch die Formulierung von Forschungsfragen präzisiert.

2.1 Gesamtarchitektur der Fahrfunktion

Um eine hochautomatisierte Fahrfunktion abzubilden, werden technische Systemarchitekturen genutzt, welche sich an der menschlichen Wahrnehmungs- und Handlungsweise orientieren. Dazu wird die Aufgabe der Fahrfunktion in die vier Komponenten Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik aufgeteilt [MGLW15, S. 12 ff., ACF⁺98].

Die grundsätzliche Funktion der Sensorik innerhalb der Systemarchitektur ist hierbei die Wahrnehmung des Fahrzeugumfelds durch die Erzeugung von Rohdaten. Die Weiterverarbeitung der Rohdaten geschieht durch die Umfeldwahrnehmungskomponente, durch welche semantisch interpretierbare Daten generiert werden. Diese aufbereiteten Daten werden von den Teilkomponenten der Entscheidungsebene genutzt, um das aktuelle und zukünftige Soll-Verhalten des Fahrzeugs zu bestimmen. Die Aktorik als vierte Komponente setzt das Soll-Verhalten des Fahrzeugs um. [Wer17, S. 11, S. 17 ff., BBF⁺08, MBB⁺08]

Neben Ansätzen, welche die hochautomatisierte Fahrfunktion in Teilfunktionen aufteilen, existiert in der Literatur eine Gruppe an Verfahren, welche diese Aufteilung nicht vornimmt und direkt aus Sensordaten eine Fahrzeugbewegung berechnet [Ara20, THD⁺23, YZWC21]. Diese sogenannten Blackbox-Ansätze werden in dieser Arbeit zur Vollständigkeit der Betrachtung an geeigneter Stelle aufgeführt. Jedoch werden diese Ansätze in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

2.1.1 Grundlegende Systemarchitektur

In der Literatur werden einige Systemarchitekturen vorgestellt, welche die grundlegenden funktionalen Teilkomponenten und deren dazugehörigen Schnittstellen für eine hochautomatisierte Fahrfunktion darstellen [ZBS⁺14, MBB⁺08, BBF⁺08]. Die vorgestellten Architekturen unterscheiden sich in der Komplexität und im Detailgrad insbesondere durch die abzubildende Fahrfunktion und die eingesetzten Verfahren innerhalb der Teilkomponenten. Als Ausgangspunkt für die weiteren Betrachtungen wird die Systemarchitektur in Abb. 2.1 eingeführt. Die Trennung der Teilkomponenten orientiert sich hierbei am Stand der Technik.

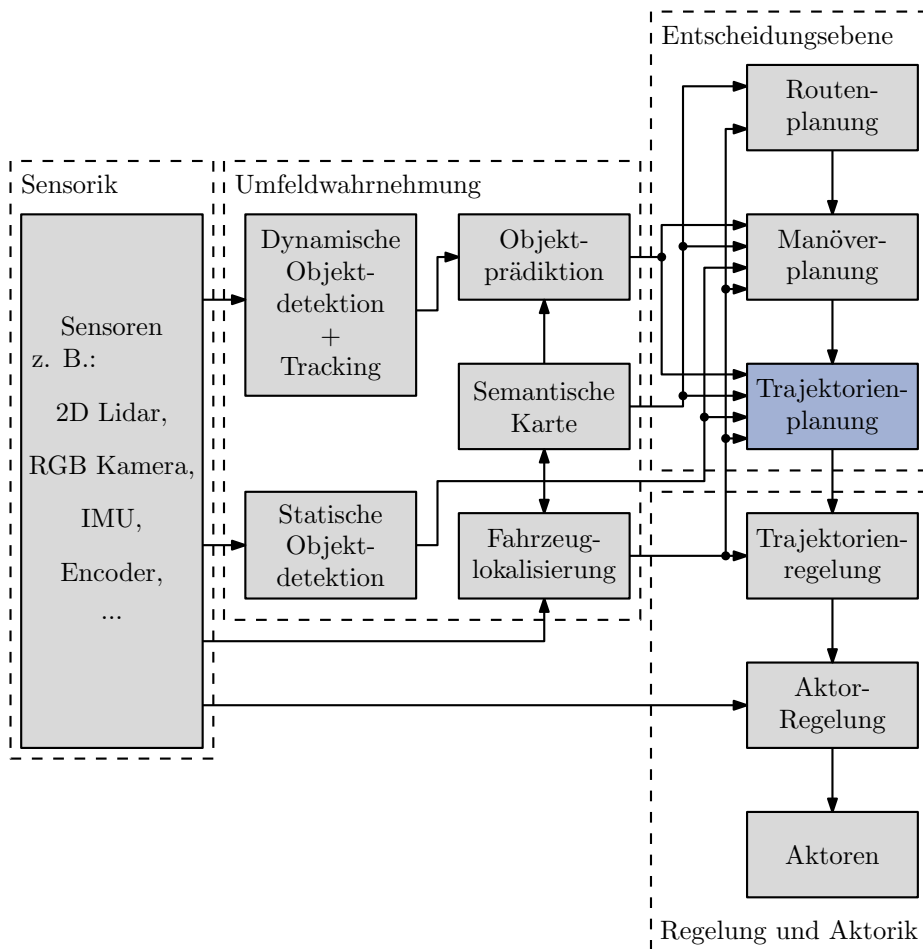


Abbildung 2.1: Systemarchitektur für die Umsetzung von hochautomatisierten Fahrfunktionen mit Darstellung der Komponenten Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik, sowie der dazugehörigen Teilkomponenten

Die in Abschnitt 2.1 eingeführten Komponenten Sensorik, Umfeldwahrnehmung, Entscheidungsebene und Aktorik werden in Abb. 2.1 in Teilkomponenten aufgeteilt.

Um die notwendigen Rohinformationen und Rohdaten für die Umfeldwahrnehmungskomponente zu generieren stehen eine Vielzahl von Sensoren zur Verfügung. Gängige Sensoren für die Erzeugung von Rohdaten des lokalen Fahrzeugumfelds für hochautomatisierte Fahrfunktionen sind Lidar-Sensoren, Kamerasysteme und Radar-Sensoren [PL11, S. 16, SKK08, S. 713 ff.]. Diese werden durch ein geeignetes Sensorlayout am Fahrzeug platziert, um einen möglichst großen Teil des Fahrzeugumfelds abdecken zu können [ZBS⁺14]. Weitere Sensoren, welche insbesondere von der Fahrzeuglokalisierungskomponente genutzt werden, sind Rad-Encoder, eine inertielle Messeinheit (IMU) und *Global Navigation Satellite System* (GNSS) Sensorik [SKK08, S. 749 ff.]. Darüber hinaus existieren weitere Sensoren z. B. für die Regelung der einzelnen Aktoren, welche nicht weiter betrachtet werden [Wer17, S. 17 ff.]. Auf die erzeugten Rohdaten der Sensoren greifen eine Vielzahl an Teilkomponenten für Berechnungen zurück. Deshalb ist eine modularisierte Betrachtung und Bereitstellung der Daten durch generalisierte Schnittstellen und Software vorteilhaft [QCG⁺09].

Die Umfeldwahrnehmungskomponente unterteilt sich in eine statische Objektdetektionskomponente, eine dynamische Objektdetektionskomponente inklusive Objekt-Tracking, eine Objektprädiktionskomponente, eine semantische Kartenkomponente und der Fahrzeuglokalisierungskomponente. Bei der Detektion von Objekten innerhalb einer Systemarchitektur zur Umsetzung einer automatisierten Fahrfunktion wird zwischen statischen, sich örtlich nicht bewegend, und dynamischen Objekten, sich örtlich bewegend, unterschieden. Da für die jeweilige Objektklasse unterschiedliche Verfahren zur Detektion eingesetzt werden, ist diese Unterscheidung zwingend notwendig. [CGA15]

Bei der weiteren Verarbeitung von dynamischen Objekten ist zusätzlich zur Position und Belegungsmenge auch die Bewegungsgeschwindigkeit und Bewegungsrichtung von Interesse, welche durch ein Objekt-Tracking geschätzt wird [PL11, S. 11 ff.]. Die so generierten Daten über die im Fahrzeugumfeld vorhandenen dynamischen Objekte werden innerhalb der Objektprädiktionskomponente genutzt, um die zukünftigen Objektpositionen zu berechnen [LVL14]. In diese Berechnung werden vorhandene Informationen aus der semantischen Karte wie lokale Spurinformatoren einbezogen, um die Objektprädiktion zu verbessern [KA17]. Die semantische Kartenkomponente selbst stellt Kartendaten für die vorhandenen Teilkomponenten bereit [JZC⁺19, LWZ20, BHLL23, ESRV⁺22, YJG⁺23]. Diese sind insbesondere die Spurtopologie und die lokalen Spurinformatoren. Zusätzlich sind auch Positionen von Landmarken zur Referenzierung für die Fahrzeuglokalisierungskomponente oder weitere semantische Informationen wie lokale Geschwindigkeitsbeschränkungen sowie Vorfahrtsregeln und Routing-Informationen möglich [BZS14, PPJ⁺18].

Innerhalb der Entscheidungsebene wird zwischen drei Komponenten unterschieden. Diese sind die Routenplanungskomponente, die Manöverplanungskomponente und die Trajektorienplanungskomponente [MGLW15, S. 16 ff., PČY⁺16]. Die Teilkomponenten sind hierarchisch angeordnet und zerlegen die gesamte Entscheidungsaufgabe in Teilaufgaben. Je näher sich die Teilkomponente im Prozessierungsablauf an der Aktorik liegt, desto lokaler sind die in die Prozessierung einfließenden Daten. Von der Routenplanungskomponente wird eine Abfolge an Spuren von einem Start zu einem Zielpunkt geplant. Hierbei werden keine lokalen Sensorinformationen in die Berechnung einbezogen [PČY⁺16]. Manöver wie Spurwechsel oder Abbiegevorgänge werden durch die Manöverplanungskomponente auf Basis von lokalen Informationen getroffen [Zie15]. Die lokale Umsetzung des Manövers unter Berücksichtigung der Kollisionsfreiheit des Fahrzeugs mit der Umgebung wird durch die Trajektorienplanung sichergestellt, was in einer zeitlich aufgelösten lokalen Solltrajektorie resultiert. [Wer17, S. 17 ff., PČY⁺16]

Durch die Aktorik wird die resultierende Trajektorie umgesetzt. Diese setzt sich aus der Trajektorienregelungskomponente, der Aktorregelungskomponente und der Aktoren selbst zusammen. Durch die Trajektorienregelungskomponente wird das Tracking der Solltrajektorie umgesetzt [SKK08, S. 1235 ff.]. Die resultierenden Soll-Geschwindigkeiten, welche durch die Trajektorienregelungskomponente berechnet werden, werden durch die Aktorregelungskomponente an den einzelnen Aktoren gestellt, um die geforderte Gesamtbewegung des Fahrzeugs umzusetzen [Wer17, S. 17 ff.].

2.1.2 Überblick über die Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente

Auf Basis der in Abschnitt 2.1.1 definierten Architektur werden in diesem Abschnitt die grundlegenden Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente eingeführt. Dazu ist eine Übersicht der Schnittstellen in Abb. 2.2 gegeben. Die Schnittstellen werden basierend auf der Manöverplanungskomponente, der dynamischen Objektprädiktionskomponente, der statischen Objektprädiktionskomponente, der semantischen Kartenkomponente und Fahrzeuglokalisierungskomponente aufgeteilt. Die Aufteilung orientiert sich an im Stand der Technik üblichen Teilkomponenten und Schnittstellen. [Zie15, S. 9 ff., Wer17, S. 27 ff.]

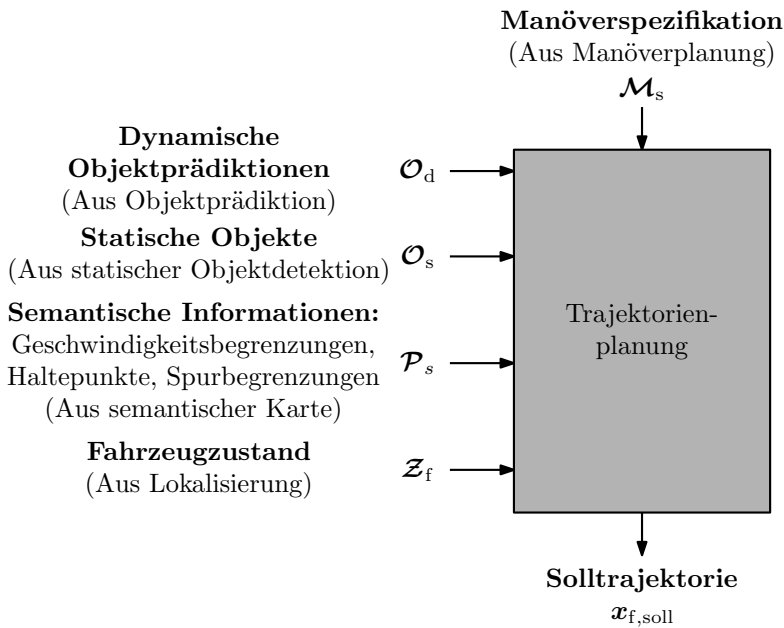


Abbildung 2.2: Übersicht über vorhandene Schnittstellen einer Trajektorienplanungskomponente. Eingänge: Manöverspezifikation \mathcal{M}_s , dynamische Objektprädiktionen \mathcal{O}_d , statische Objekte \mathcal{O}_s , semantische Informationen \mathcal{P}_s , Fahrzeugzustand \mathcal{Z}_f , Ausgang: Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,soll}$

Nachfolgend werden die Schnittstellen der betrachteten Teilkomponenten untersucht und anhand von existierenden Veröffentlichungen eingeordnet.

Schnittstelle zur Manöverplanungskomponente

Die Schnittstelle zwischen Manöverplanungskomponente und Trajektorienplanungskomponente bildet die Manöverspezifikation \mathcal{M}_s . Basierend auf dem geplanten Manöver der Manöverplanungskomponente enthält die Manöverspezifikation die Nebenbedingungen und Soll-Verläufe für die Trajektorienplanungskomponente, um das geplante Manöver durchzuführen [PČY⁺16]. In der Literatur gibt es eine Vielzahl an Veröffentlichungen, welche die Manöverplanungsverfahren automatisierter Fahrzeuge betrachten [BCG⁺16, MFF21, Ara20]. Je nach betrachteter *Use Cases* unterscheidet sich die resultierende Manöverspezifikation. Denkbar sind z. B. globale Solltrajektorien [BNBM17, MXK⁺15] oder Manöverräume als Teilmenge des Zustandsraums [SA17c, SA17b] bei zeitlich kritischen Manövern wie z. B. Überholvorgängen. Möglich sind ebenfalls eine Reihe an Nebenbedingungen wie z. B. Haltelinien und Zielmengen für Halte-Manöver [Zie15, S. 87 ff.]. Bei Anwendungen mit niedrigen Geschwindigkeiten und damit zeitlich weniger kritischen Manövern werden Pfadplanungsverfahren, welche einen geometrischen Referenzpfad von einem Startpunkt zu einem Zielpunkt planen und damit keine zeitliche Information in der Planung verarbeiten, verwendet [SKK08, S. 139 ff., PČY⁺16, KZP⁺08, KF11].

Schnittstelle zur Objektprädiktionskomponente

Um dynamische Objekte und deren zukünftige Bewegung innerhalb der Trajektorienplanungskomponente zu berücksichtigen werden über die Schnittstelle zwischen Objektprädiktionskomponente und Trajektorienplanungskomponente Belegungsmengen \mathcal{O}_d der im Fahrzeugumfeld befindlichen dynamischen Objekte zur Verfügung gestellt [ZBS⁺14, PČY⁺16]. Es existieren einige Prädiktionsverfahren für dynamische Objekte innerhalb des Fahrzeugumfelds [LVL14, GMM21, KGBL22]. Als Beschreibungsform für die prädizierten Belegungsmengen dienen Belegungsgitter [WRA18, RAWB08] oder andere Mengendarstellungen wie Polytope [KA20] oder andere geometrische Formen [BTT01].

Schnittstelle zur statischen Objektdetektionskomponente

Ähnlich wie schon die dynamischen Objekte innerhalb der Trajektorienplanungskomponente berücksichtigt werden, werden auch statische Objekte \mathcal{O}_s über die Schnittstelle zwischen statischer Objektdetektionskomponente und Trajektorienplanungskomponente berücksichtigt. Im Gegensatz zu dynamischen Objekten ist bei statischen Objekten keine Objektprädiktion notwendig [CGA15].

Auch hier sind unterschiedlichste Darstellungsformen denkbar. Überwiegend genutzt sind geometrische Darstellungen wie Polytope [ZBS⁺14, FML23], Belegungsgitter [DT09, LYJY20, BAYG17] oder geordnete Sensorwerte [FCWT18, PCM17]. Die unterschiedlichen Darstellungsformen von Objekten im Fahrzeugumfeld sind in Abb. 2.3 dargestellt.

Schnittstelle zur semantischen Kartenkomponente

Wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben, stellt die semantische Kartenkomponente semantische Informationen des Fahrzeugumfelds zur Verfügung [BHLL23, DHMT20]. Über die Schnittstelle

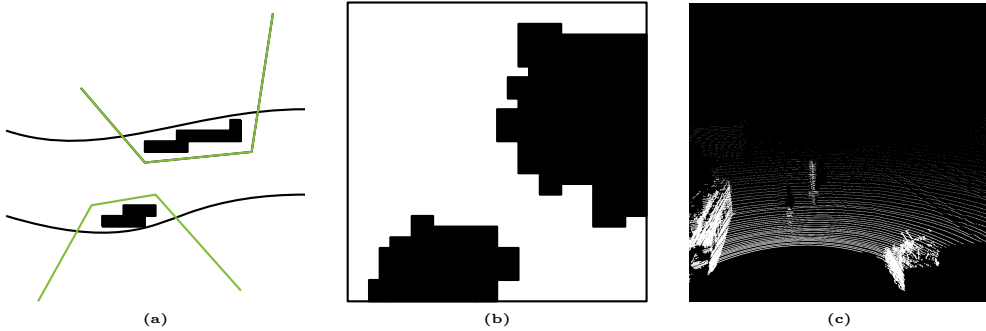


Abbildung 2.3: Darstellungsformen für statische Objekte im Fahrzeugumfeld: (a) Darstellung Polytope (grün), (b) Darstellung durch Belegungsgitter, (c) Darstellung durch geordnete Sensorwerte

zwischen semantischer Kartenkomponente und Trajektorienplanungskomponente werden dazu lokale semantische Informationen \mathcal{P}_s bezogen auf die aktuelle Fahrzeugposition zur Verfügung gestellt [PPJ⁺18]. Relevant sind insbesondere die aktuell gültigen Spurbegrenzungen und spurbezogene Daten wie aktuell gültige Geschwindigkeitsbegrenzungen. Die Spurbegrenzungen können jeweils über Polygonzüge für den rechten und linken Spurrand effizient und für eine Vielzahl an Szenarien abgebildet werden [BZS14]. Informationen über Geschwindigkeitsbegrenzungen werden direkt mit Spurabschnitten gekoppelt [PPJ⁺18]. In Abb. 2.4 ist eine Prinzipdarstellung einer semantischen Karte mit unterschiedlichen Abstraktionsebenen und darin enthaltenen semantischen Informationen dargestellt.

Abstraktionsebene n

Routing-Daten

...

:

Abstraktionsebene 2

Spurbegrenzungen

Landmarken

...

Abstraktionsebene 1

Aufbereitete Sensordaten

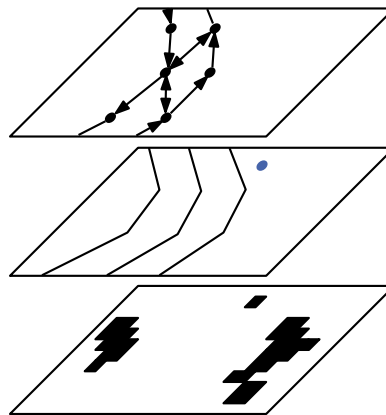


Abbildung 2.4: Prinzipdarstellung einer semantischen Karte mit verschiedenen Abstraktionsebenen und darin vorhandenen Informationen

Schnittstelle zur Fahrzeuglokalisierungskomponente

Über geeignete Lokalisierungsverfahren wird über die Schnittstelle zwischen Fahrzeuglokalisierungskomponente und Trajektorienplanungskomponente der aktuelle Fahrzeugzustand

\mathcal{Z}_f zur Verfügung gestellt. Eine Übersicht über vorhandene Verfahren zur Fahrzeugzustandschätzung ist in [KFK⁺18, KM23] und [SCC23] gegeben. Die eingesetzten Verfahren unterscheiden sich nach vorhandener Sensorik und eingesetzter Algorithmik [KFK⁺18]. Der Fahrzeugzustand unterscheidet sich je nach vorliegender Fahrzeugform. Ermittelte Größen sind die Fahrzeugposition und die Fahrzeuggeschwindigkeit sowie die Fahrzeugbeschleunigung [Wer17, S. 27 ff., KFK⁺18].

2.1.3 Allgemeines Trajektorienplanungsproblem

Ein Trajektorienplanungsproblem lässt sich als dynamisches Optimierungsproblem formulieren, bei dem die Lösung die gesuchte Trajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ unter Einhaltung der Nebenbedingungen darstellt [PČY⁺16]. Ein Trajektorienplanungsproblem für die kollisionsfreie Planung einer Trajektorie für ein automatisiertes Fahrzeug ist in Def. 2.1 eingeführt.

Definition 2.1 Allgemeines Trajektorienplanungsproblem

Sei $\mathbf{x}_f(t) : [0, T] \rightarrow \mathcal{X}$ der Verlauf des Zustands des Fahrzeugs, $\mathbf{u}_f(t) : [0, T] \rightarrow \mathcal{U}$ der Verlauf der Stellgröße des Fahrzeugs, T der Planungshorizont und $(J, \mathcal{X}_{\text{Ziel}}, \mathcal{X}_{\text{frei}}, D)$ gegeben, dann ist ein Trajektorienplanungsproblem gegeben durch

$$\min_{\mathbf{x}_f \in \Pi(\mathcal{X}, T)} J(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, T) = \min_{\mathbf{x}_f \in \Pi(\mathcal{X}, T)} J_T(\mathbf{x}_f(T)) + \int_{t=0}^{t=T} j(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, t) dt$$

u.B.v.

$$\mathbf{x}_f(0) = \mathbf{x}_{f,0}$$

$$\mathbf{x}_f \in \mathcal{X}_{\text{Ziel}}, t = T$$

$$\mathbf{x}_f \in \mathcal{X}_{\text{frei}}, \forall t \in [0, T]$$

$$D(\mathbf{x}_f, \dot{\mathbf{x}}_f, \mathbf{u}_f) = 0, \forall t \in [0, T]$$

gegeben. [PČY⁺16]

Das Kostenfunktional J setzt sich aus einem Integralterm $j(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, t)$ und einem Endkostenterm $J_T(\mathbf{x}_f(T))$ zusammen. Die Zielmenge $\mathcal{X}_{\text{Ziel}}$ ermöglicht es, Nebenbedingungen an den Endzustand des Fahrzeugs zu formulieren. Die Nebenbedingung D beschreibt differentielle Nebenbedingungen an die Trajektorie. Durch diese wird die Planung einer bezüglich der Dynamik des Fahrzeugs fahrbaren Trajektorie gewährleistet. Die Menge $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ beschreibt die Nebenbedingungen zur Planung einer kollisionsfreien Trajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ und entspricht dem kollisionsfreien Teil des Zustandsraums.

Durch Verarbeitung der dynamischen Objektprädiktionen \mathcal{O}_d , der statischen Objektkarte \mathcal{O}_s , der lokalen Spurinformaton \mathcal{P}_s sowie Teilen der Manöverspezifikation \mathcal{M}_s werden die Nebenbedingungen, welche dem kollisionsfreien Teil des Zustandsraums $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ entsprechen, gebildet. Ohne Einschränkungen in der Verarbeitung der verfügbaren Informationen ist die resultierende kollisionsfreie Menge $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ nicht konvex, zeitvariant und nicht zusammenhängend, was eine

recheneffiziente und robuste Lösung des Trajektorienplanungsproblems nahezu unmöglich gestaltet [SA17c]. Um diesen Sachverhalt aufzulösen, werden bei der Generierung der Nebenbedingungen für $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ Einschränkungen getroffen sowie die mathematische Repräsentation der Nebenbedingungen an das gewählte Lösungsverfahren für das Trajektorienplanungsproblem angepasst, um bezüglich der Anforderungen des Lösungsalgorithmus an die Nebenbedingungen ein effizient lösbares Optimierungsproblem zu erhalten [ZBDS14].

2.2 Nominelle Verfahren zur Trajektorienplanung und Anwendungen

Lösungsverfahren für nominelle Trajektorienplanungsverfahren, d.h. ohne systematische Berücksichtigung von Unsicherheiten oder Approximationsfehlern, sind in [Ara20, THD⁺23, YZWC21, PČY⁺16, GPMN15, MS18, MGM⁺22] zusammengefasst.

In [Ara20, THD⁺23] und [YZWC21] werden lernende Lösungsverfahren vorgestellt, welche keine explizite Systemmodellierung durchführen. Diese Verfahren verzichten je nach Veröffentlichung auf Teile der in Abschnitt 2.1.1 eingeführten Architektur [HWL18, BKO18], um Solltrajektorien zu generieren, oder lernen die Fahrzeugbewegung direkt basierend auf Sensordaten [JLDN19, RMKL19, MKH19] und verzichten damit gänzlich auf die Unterteilung in Teilkomponenten. In [THD⁺23] wird bei den vorgestellten Verfahren unterschieden, ob sie anhand simulierter Daten [SSG18, CML⁺18] oder realen Daten [ZLS⁺19, PMHC⁺22, SCR⁺20] trainiert werden.

Verfahren welche eine Problemmodellierung und Aufteilung der Fahrfunktion in Teilkomponenten nach Abschnitt 2.1.1 vornehmen, sind in [PČY⁺16, GPMN15, MS18, MGM⁺22] zusammengefasst. In [MGM⁺22] liegt der Fokus auf verschiedenen Anwendungen und verschiedenen Zielsystemen. Neben automatisierten Fahrzeugen werden auch Trajektorienplanungsverfahren für andere Systeme wie Drohnen [MK11, KAMSN17] und Unterwasserfahrzeuge [SBP08, Her19] betrachtet und damit systemübergreifende Analogien beim Entwurf der Verfahren herausgearbeitet.

In [PČY⁺16, GPMN15, MS18, MGM⁺22] wird der Fokus auf Lösungsverfahren für das in Def. 2.1 eingeführte Trajektorienplanungsproblem gelegt. Nach [GPMN15, PČY⁺16] lassen sich die Verfahren global in vier Klassen aufteilen: Graphen-basierte Verfahren [UAB⁺08, ZWS08, CSA⁺08, HZ07], in Zustands-Sampling-basierte Verfahren [KTF⁺09, KW11, ALLH10, JCP⁺13, AKI12], Interpolations-basierte Verfahren [FS04, VMEGM13, RLN14, PBB⁺02, SB99] und Verfahren, welche auf numerischer Optimierung basieren [ZBDS14, GD12, KM06, WZKT10a], einteilen. Das in Kapitel 4 vorgestellte Verfahren ordnet sich in die Klasse der numerischen Optimierungsbasierten Verfahren ein, das vorgestellte Verfahren in Kapitel 5 in die Graphen-basierten Verfahren. Beide Verfahrensklassen werden für den nominellen Fall nachfolgend betrachtet.

2.2.1 Nominelle Trajektorienplanungsverfahren unter Verwendung von numerischer Optimierung

Wie in [PČY⁺16, GPMN15] aufgeführt, existieren eine große Anzahl von Trajektorienplanungsverfahren, welche das gegebene Trajektorienplanungsproblem mittels numerischer Optimie-

lung lösen [ZBS⁺14, WZKT10b, WL12, GD12, KM06].

Eine Möglichkeit, das in Def. 2.1 definierte Trajektorienplanungsproblem zu lösen, ist die Verwendung von direkten Methoden [PČY⁺16]. Dazu wird das dynamische Optimierungsproblem aus Def. 2.1 durch Zeitdiskretisierung in ein statisches Optimierungsproblem umgewandelt [PLB15, S. 411 ff.]. Dies ermöglicht die Lösung des umgewandelten Optimierungsproblems mit für die numerische Optimierung entwickelten Lösungsmethoden [ApS19, ZDJM17]. Der vereinfachte Ablauf eines Lösungsschritts eines Trajektorienplanungsproblems mittels numerischer Optimierung ist in Abb. 2.5 dargestellt.

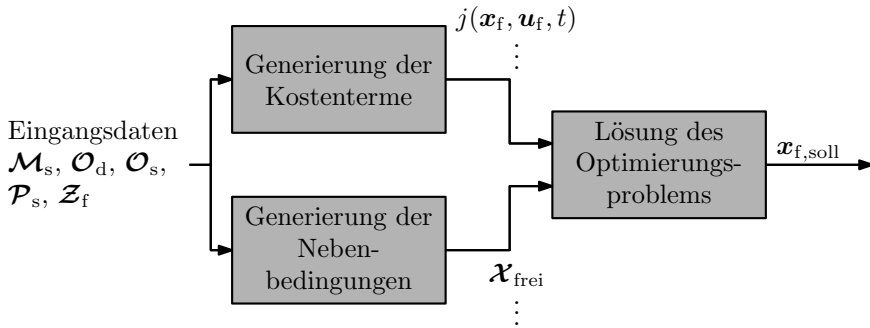


Abbildung 2.5: Ablauf des Lösungsschritts eines Trajektorienplanungsproblems unter Verwendung von numerischer Optimierung

Herausforderungen dieser Verfahrensklasse sind insbesondere die geeignete mathematische Formulierung der Nebenbedingungen und Kostenfunktion, um die Konvergenz des Lösungsalgorithmus zu gewährleisten und die Einhaltung einer möglichst geringen Lösungsdauer des Optimierungsproblems sowie eine möglichst hohe Neuplanungsrate zu ermöglichen.

Um die Konvergenz des eingesetzten Lösungsverfahrens zu gewährleisten, müssen durch die Formulierung der Nebenbedingungen und der Kostenfunktion die mathematischen Bedingungen des gewählten Lösungsalgorithmus eingehalten werden. Diese Bedingungen wie beispielsweise die mehrfache stetige Differenzierbarkeit der Nebenbedingung und der Kostenfunktion sind abhängig vom gewählten Lösungsalgorithmus. Basierend auf den aktuellen Umfelddaten und der Manöverspezifikation sind wie in [ZBDS14] dargestellt, durch geeignete Approximationen der Daten zu gewährleisten.

Um eine möglichst hohe Neuplanungsrate zu erreichen, ist eine recheneffiziente Formulierung des Trajektorienplanungsproblems notwendig. Hierzu existieren Methoden, welche das nichtlineare, sowie nicht konvexe Trajektorienplanungsproblem lokal approximieren. Dadurch resultiert ein für ein Lösungsalgorithmus effizienter zu lösendes Optimierungsproblem. Diese Ansätze sind im Spezialfall einer linearisierten Systemdynamik auch von linear zeitvarianten modellprädiktiven Regelungsmethoden bekannt (LTV-MPR-Methoden) [GGW16]. Die Analogie zu Methoden der modellprädiktiven Regelung besteht, da durch die Optimierung der Trajektorie eine Prädiktion des Fahrzeugverhaltens erfolgt und das Trajektorienplanungsproblem zyklisch auf Basis aktualisierter Daten gelöst wird [DP06].

Adaptive MPR-Methoden werden in [CGG⁺13, FT14, KMC⁺13, WSG⁺14, APPI10, FBT⁺08, GGF⁺12, GGW16, WLJ⁺18, JWCZ16, FS19] vorgestellt. In [CGG⁺13, FT14, KMC⁺13, WSG⁺14] werden Verfahren vorgestellt, welche keine Kollisionsvermeidung innerhalb der Trajektorienpla-

nung durchführen. Dies basiert auf der Annahme, dass bereits ein kollisionsfreier Referenzpfad existiert. In [APPI10, FBT⁺08] und [GGF⁺12] werden Verfahren präsentiert, welche lediglich laterale Trajektorien mit Kollisionsvermeidung umsetzen, und in [GGW16] wird ein kombinierter Ansatz vorgestellt, welcher eine separierte Längs- und Querplanung einer Trajektorie mit Kollisionsvermeidung umsetzt. Eine Linearisierung des Fahrzeugmodells um die aktuelle Fahrzeugposition mit integrierter Kollisionsvermeidung wird in [WLJ⁺18, JWCZ16] und [FS19] vorgestellt.

2.2.2 Nominelle Trajektorienplanungsverfahren unter Verwendung von Bewegungsprimitiven

Anders als bei Verfahren, welche das Trajektorienplanungsproblem aus Def. 2.1 mittels numerischer Optimierungsalgorithmen lösen, existieren Verfahren, welche das Trajektorienplanungsproblem durch Auswertung von bereits generierten Trajektorien sog. Bewegungsprimitiven lösen [GGL⁺12b, KP13, ALT⁺18, NPL12, BFA16, BFAS14, HK07, SBP16, MHD15, WKZG12]. Die Trajektorienplanung mittels nomineller Bewegungsprimitive ist in Abb. 2.6 dargestellt. Die generierten Bewegungsprimitive werden auf Kollisionen überprüft, was in Rot dargestellt ist. Die verbleibenden kollisionsfreien Bewegungsprimitive werden durch Auswertung der Kostenfunktion optimiert, dargestellt in Schwarz, und das kostenoptimale Bewegungsprimitive als Solltrajektorie, dargestellt in Grün, gewählt.

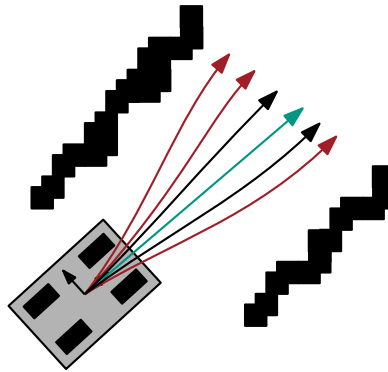


Abbildung 2.6: Prinzipdarstellung der Trajektorienplanung mittels nomineller Bewegungsprimitive: Solltrajektorie (grün), Kollisionsfreie Bewegungsprimitive (schwarz), Kollidierende Bewegungsprimitive (rot)

Das beschriebene Vorgehen hat in der Anwendung Vorteile. Wie in Abschnitt 2.1.3 beschrieben ist der kollisionsfreie Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ im Allgemeinen nicht konvex und nicht zusammenhängend. Zusätzlich sind auch die mathematischen Repräsentationen von statischen und dynamischen Objekten, wie Belegungsgitter oder geordnete Sensorwerte nicht ohne weiteren Prozessierungsaufwand innerhalb eines numerischen Optimierungsalgorithmus zu nutzen [ZBS⁺14]. Trennt man jedoch die Lösung in des Trajektorienplanungsproblems in Generierung von möglichen Lösungstrajektorien und anschließender Auswertung des Trajektorienplanungsproblem auf, so zerfällt die eigentliche Optimierung in die Prüfung von Kollisionen und die Auswertung der

verwendeten Kostenfunktion basierend auf den generierten Bewegungsprimitiven. Da in der Literatur zahlreiche Veröffentlichungen für effiziente Kollisionsprüfungen für unterschiedlichste geometrische Formen und Darstellungsformen existieren [ST95, ZS10b, CW96, TFWB14], sind diese Verfahren besonders für die Anwendung im Realumfeld geeignet. Zusätzlich lassen sich für diese Verfahrensklasse formale Sicherheitsgarantien formulieren [FS04, PF05, FA04], da die Existenz einer Lösung durch Prüfung der zur Verfügung stehenden Primitiven geprüft werden kann und somit eine einfach zu überprüfende *Fail Safe* Bedingung existiert. Der grundsätzliche Ablauf eines Lösungsschritts ist in Abb. 2.7 zusammengefasst.

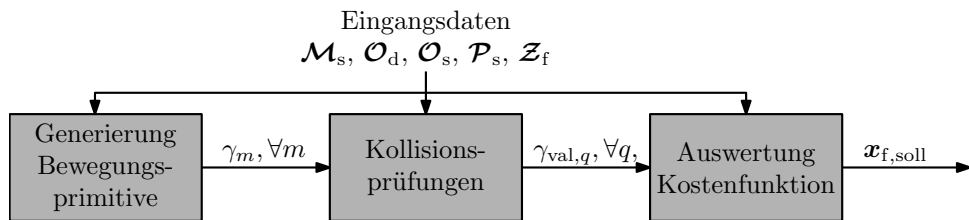


Abbildung 2.7: Ablauf des Lösungsschritts einer Trajektorienplanungsproblems unter Verwendung von Bewegungsprimitiven: Bewegungsprimitive γ_m , Anzahl verfügbarer Bewegungsprimitive m , Anzahl kollisionsfreier Primitive q

Je nach Anwendung können mehrere Bewegungsprimitive zeitlich aneinander gereiht werden und über Graphensuch-Algorithmen eine optimale Trajektorie basierend auf mehreren Bewegungsprimitiven berechnet werden [ALT⁺18, NPL12, BFA16, BFAS14]. Alternativ sind auch zur Laufzeit generierte Bewegungsprimitive denkbar, welche basierend auf dem aktuellen Fahrzeugumfeld generiert werden [HK07, SBP16, MHD15].

Hauptnachteil dieser Verfahren gegenüber Verfahren, welche die Solltrajektorie mittels numerischer Optimierung berechnen, ist bei identischer Problemdefinition der kleinere verfügbare Lösungsraum, da dieser lediglich durch die generierten Bewegungsprimitive gegeben ist und nicht kontinuierlich betrachtet wird [FS04].

2.3 Auftretende Unsicherheiten und Approximationsfehler

Um die in Kapitel 4 und Kapitel 5 entwickelten Verfahren weiter einzuordnen, wird in Abschnitt 2.3.1 der Unsicherheitsbegriff definiert und abgegrenzt sowie eine Einordnung in die in Abschnitt 2.1.1 eingeführte Systemarchitektur aufgezeigt. In Abschnitt 2.3.2 werden mögliche Beschreibungsformen von Unsicherheiten und Approximationsfehler im Kontext der Trajektorienplanung eingeführt.

2.3.1 Begriffsklärung und Einordnung in die Systemarchitektur

In der Messtechnik ist die Bestimmung von (Mess-)Unsicherheiten eine zentrale Herausforderung, weshalb in diesem Feld eine Reihe von Definitionen für Unsicherheit existieren [Kry20, S. 36, Pes21, S. 25 ff., MM98]. Die in Def. 2.2 eingeführte Definition orientiert sich an den genannten Veröffentlichungen.

Definition 2.2 Unsicherheit eines Datenpunkts einer betrachteten Größe

Als Unsicherheit wird der Wertebereich eines Datenpunkts der betrachteten Größe genannt, der die Streuung der Werte kennzeichnet, welche der Datenpunkt der betrachteten Größe durch Bestimmung mithilfe eines Verfahrens einnehmen kann.

Grundsätzlich lässt Def. 2.2 die Darstellungsform der Unsicherheit offen. Dadurch sind je nach Anwendungsfall unterschiedliche Darstellungsformen wie z. B. stochastische Momente oder Verteilungen sowie geometrische Mengendarstellungen möglich [Pes21, S. 26]. Weiterhin wird in [Pes21, S. 36 ff., S. 42 ff.] darauf hingewiesen, dass eine betrachtete Größe selbst nicht unsicher ist sondern lediglich der bestimmte Wert des Datenpunkts der betrachteten Größe. Die Unsicherheit selbst hängt damit insbesondere vom Verfahren zur Bestimmung des Werts der betrachteten Größe und dessen Bestandteile ab. Die Bestandteile eines Verfahrens sind hierbei die verwendete Methode sowie das zugrundeliegende Modell zum Verfahrensentwurf. Für die Anwendung ist es notwendig, ein geeignetes Verfahren für die Bestimmung des Werts einer betrachteten Messgröße zu entwerfen, da ansonsten die damit resultierende Unsicherheit zu groß und die bestimmten Werte inklusive deren Unsicherheit für eine weitere Verarbeitung unbrauchbar ist [Pes21, S. 42 ff.].

Die in Abb. 2.1 dargestellte Architektur enthält Größen, deren Bestimmung mit Unsicherheit behaftet ist. Betrachtet man die Verarbeitungskette von der Sensorik über die Umfeldwahrnehmungskomponenten bis zur Trajektorienplanungskomponente, dann haben insbesondere die eingesetzten Sensoren und Umfeldwahrnehmungsverfahren Einfluss auf die Daten, welche über die in Abschnitt 2.1.2 eingeführten Schnittstellen zur Planung einer kollisionsfreien Trajektorie bereitgestellt werden. Um die auftretenden Unsicherheiten der in der Trajektorienplanung verarbeiteten Größen innerhalb der Trajektorienplanung sinnvoll zu berücksichtigen, müssen die Unsicherheiten in der Anwendung durch geeignete Modellannahmen eingegrenzt werden [Alt10, S. 6 ff.]. Dazu ist eine anwendungsbezogene Problemkenntnis notwendig, um die Unsicherheit, welche durch ungenaue Problembeschreibung resultiert, gering zu halten. Dies wird beim Entwurf von Trajektorienplanungsverfahren, welche die mit Unsicherheit behafteten Größen berücksichtigen, als notwendige Bedingung vorausgesetzt [SJN⁺20, RA-VJR18, LP21, MCA⁺18, KA17, Sch22, S. 161 ff.].

Der beschriebene Sachverhalt ist in Abb. 2.8 beispielhaft anhand einer Prinzipdarstellung der Prädiktion einer Fahrzeugtrajektorie innerhalb einer Spur visualisiert. In Abb. 2.8 (a) ist die mit Unsicherheit behaftete zukünftige Trajektorie des Fahrzeugs unter Berücksichtigung der Spurgrenzen gezeigt. Die in Abb. 2.8 (b) dargestellte prädizierte Trajektorie stellt hingegen eine Prädiktion ohne Berücksichtigung der Spurgrenzen dar. In Abb. 2.8 (c) ist die tatsächlich resultierende Trajektorie des Fahrzeugs gegeben. Es ist ersichtlich, dass im Fall von Abb. 2.8 (b) die prädizierte Trajektorie mit ungenauer Problemkenntnis und damit hoher resultierender Unsicherheit in der Anwendung nur eingeschränkt nutzbar ist, da eine Planung einer kollisionsfreien Trajektorie mit zu hoher Unsicherheit nicht oder nur eingeschränkt, möglich ist. [Alt10, S. 6 ff., KA17]

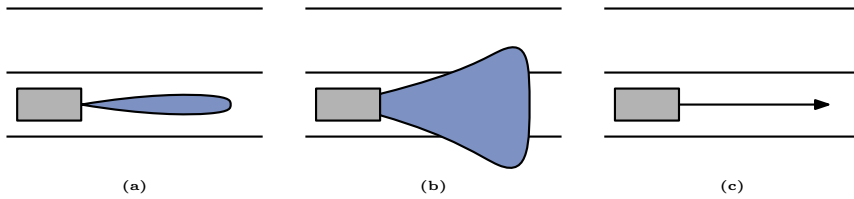


Abbildung 2.8: Auswirkungen unterschiedlicher Problemkenntnisse auf die Unsicherheit: (a) Resultierende Trajektorie bei genauer Problemkenntnis der Spurbegrenzungen, (b) Resultierende Trajektorie bei ungenauer Problemkenntnis der Spurbegrenzungen, (c) Tatsächlich resultierende Trajektorie

2.3.2 Betrachtete Unsicherheiten und Approximationsfehler

Basierend auf den eingeführten Schnittstellen aus Abschnitt 2.1.2 werden nachfolgend Beschreibungen der Unsicherheit der über die Schnittstellen bereitgestellten Daten eingeführt. Daten aus der semantischen Karte \mathcal{P}_s wie Spurbegrenzungen werden als nicht mit Unsicherheit behaftet angenommen. Da die Kartendaten in der Anwendung mit einem speziell dafür vorgesehenen Fahrzeugen und präziser Sensorik aufgenommen werden sowie die Karten selbst mit einer aufwendigen Prozessierung offline generiert und validiert werden [PPJ⁺18, FPK⁺17], wird diese Unsicherheit basierend auf ungenauen semantischen Informationen vernachlässigt. Die Manöverspezifikation \mathcal{M}_s wird ebenfalls als nicht mit Unsicherheit behaftet angenommen. Zwar gefährden falsch berechnete Manöverspezifikationen die Kollisionsfreiheit des Fahrzeugs, allerdings werden nach Abschnitt 2.3.1 offensichtliche Fehler durch falsche Berechnung einer Größe durch ein Verfahren als Unsicherheit ausgeschlossen. Weiter kann zur lokalen Kollisionsvermeidung auch von Teilen der Manöverspezifikation \mathcal{M}_s wie Referenzpfaden oder globalen Solltrajektorien abgewichen werden, um die Kollisionsfreiheit zu gewährleisten, was eine mit Unsicherheit behafteten Beschreibung der Manöverspezifikation \mathcal{M}_s relativiert.

Unsicherheit durch dynamische Objektprädiktion und statische Objektdetektion

Ermittelte dynamische Objektprädiktionen sind durch Unsicherheit in der Detektion und im Tracking der dynamischen Objekte mit Unsicherheit behaftet. Um diese Unsicherheit darzustellen existieren Ansätze, welche Belegungswahrscheinlichkeiten von Gitterelementen eines Belegungsgitters berechnen, um die Unsicherheit in der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit zu berücksichtigen [RAWB08]. In [KA20, KPBA18] wird ein mengenbasierter Ansatz durch Berechnung von Erreichbarkeitsmengen für dynamische Objekte verfolgt. Basierend auf dem aktuellen Szenario werden gegebenenfalls auch mehrere Prädiktionen berücksichtigt, um Anwendungen abzudecken wie sie z. B. durch eine aktuell unklare Situation an Kreuzungen auftreten können. Auch Verfahren, welche die stochastische Verteilungen präzisieren, sind möglich [Alt10, S. 87 ff.].

Die für mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen beschriebenen Darstellungsformen existieren auch für statische Objekte [CWG⁺15, SWA14].

In Abb. 2.9 sind die möglichen Darstellungsformen von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen in der Positionsebene (x, y) qualitativ dargestellt. Dazu sind in Abb. 2.9 (a)

Belegungswahrscheinlichkeiten der Gitterelemente durch die verschiedenen Farbstufen der Gitterelemente zu den Zeitpunkten t_k , t_{k+1} und t_{k+2} abgebildet. In Abb. 2.9 (b) ist die Darstellung durch Erreichbarkeitsmengen dargestellt und in Abb. 2.9 (c) die Prädiktion einer stochastischen Verteilung mit entsprechenden Höhenlinien der Verteilung.

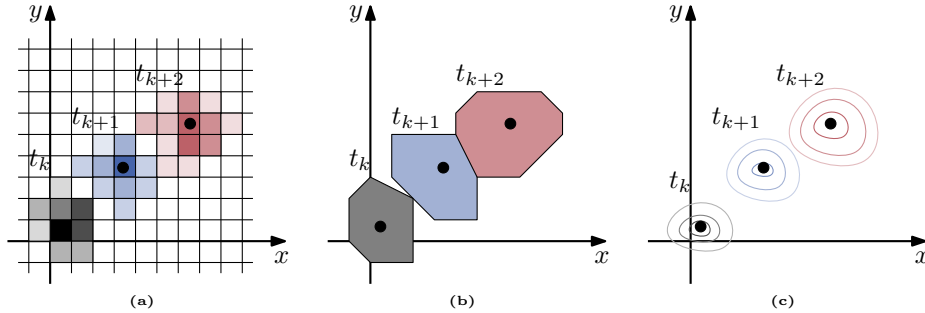


Abbildung 2.9: Qualitative Darstellung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen zu Zeitpunkten t_k , t_{k+1} und t_{k+2} : (a) Darstellung durch Belegungswahrscheinlichkeiten von Gitterelementen (hell - niedrige Wahrscheinlichkeit, dunkel - hohe Wahrscheinlichkeit), (b) Mengenbasierte Prädiktion durch Darstellung der Mengen, (c) Prädiktion von stochastischer Verteilung durch Darstellung der Höhenlinien der Verteilung

Unsicherheit durch Fahrzeuglokalisierung

Auch die Schätzung des Fahrzeugzustands selbst unterliegt einer Unsicherheit. Um diese zur Laufzeit zu berechnen, existieren zahlreiche mengenbasierte [MSDC18, EVBW22, CCS22] und wahrscheinlichkeitsbasierte [Has21, VGFR14, TCT⁺23] Lokalisierungsverfahren, welche zusätzlich zum nominellen Fahrzeugzustand $\mathbf{x}_f(t_k)$ auch eine Berechnung der Unsicherheit des aktuell geschätzten Fahrzeugzustands vornehmen.

Basierend auf dem mit Unsicherheit behafteten Fahrzeugzustand $\mathbf{x}_f(t_k)$ sind durch die Lösung des Trajektorienplanungsproblems durch ein nominelles Trajektorienplanungsverfahren mehrere Trajektorien möglich. Dies ist in Abb. 2.10 für eine mengenbasierte Darstellung der Unsicherheit $\mathbf{x}_f(t_k) \in \mathcal{X}_f(t_k)$ qualitativ dargestellt.

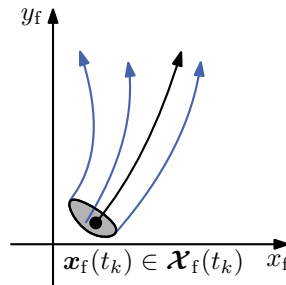


Abbildung 2.10: Qualitative Darstellung eines Fahrzeugzustandsverlauf in der Positionsebene basierend auf Unsicherheit in der Lokalisierung: mögliche aktuelle Fahrzeugzustände $\mathcal{X}_f(t_k)$ (grau), nominelle Trajektorie (schwarz), mögliche Trajektorien durch Unsicherheit (blau)

Unsicherheit durch Modellungenauigkeiten und Approximationen innerhalb der Trajektorienplanungskomponente

Um eine insgesamt kollisionsfreie Bewegung des Fahrzeugs zu gewährleisten ist neben der Trajektorienplanungskomponente ebenfalls die Fahrzeugregelungskomponente entscheidend. Die von der Trajektorienplanungskomponente berechnete Solltrajektorie muss durch die Fahrzeugregelungskomponente eingeregelt werden. In der Anwendung kommt es hierbei durch nicht perfektes Tracking-Verhalten des Reglers zu Regelabweichungen, welche Einfluss auf die Kollisionsfreiheit der geplanten Trajektorie besitzen. Zusätzlich können auch durch Ungenauigkeiten der Modellierung des Fahrzeugmodells Abweichungen zwischen der realen Fahrzeug-Trajektorie und der Solltrajektorie auftreten. Diese Abweichungen lassen sich durch Einführung einer unbekannten Störgröße $\mathbf{w}_m \in \mathcal{W}$, innerhalb der modellierten Systemdynamik,

$$\mathbf{0} = D(\mathbf{x}_f, \dot{\mathbf{x}}_f, \mathbf{u}_f, t, \mathbf{w}_m) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, \mathbf{w}_m, t) - \dot{\mathbf{x}}_f, \quad (2.1)$$

beschreiben. Das Vorgehen aus Gleichung 2.1 ist beim Entwurf von robusten Regelungen verbreitet [Rak21, LJ11, S. 1966 ff.].

Werden das Fahrzeugmodell oder Teile der Kostenfunktion des Planungsproblems Def. 2.1 durch den Entwurf einer Trajektorienplanung mittels adaptiven MPR-Methoden approximiert,

$$\begin{aligned} \mathbf{0} = D(\mathbf{x}_f, \dot{\mathbf{x}}_f, \mathbf{u}_f, t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, t) - \dot{\mathbf{x}}_f \\ &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}_f + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_f + \mathbf{g}(t) + \mathbf{w}_{\text{app},1}(\Delta\mathbf{x}_f, \Delta\mathbf{u}_f, t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, t) = \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2^T \mathbf{x}_f + \mathbf{x}_f^T \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_f + \mathbf{w}_{\text{app},2}(\Delta\mathbf{x}_f, \Delta\mathbf{u}_f, t), \quad (2.3)$$

resultieren ebenfalls Abweichungen, $\mathbf{w}_{\text{app},1}$, $\mathbf{w}_{\text{app},2}$, welche für die Sicherstellung der Planung einer kollisionsfreien Solltrajektorie zu berücksichtigen sind. Im Gegensatz zu der eingeführten unbekannten Störgröße \mathbf{w}_m aus Gleichung 2.1 sind die Abweichungen $\mathbf{w}_{\text{app},1}$, $\mathbf{w}_{\text{app},2}$ bestimmbar, da sie direkt von der Abweichung $\Delta\mathbf{x}_f/\Delta\mathbf{u}_f = \mathbf{x}_f/\mathbf{u}_f - \mathbf{x}_{f,\text{app}}/\mathbf{u}_{f,\text{app}}$ des tatsächlichen Wertes $\mathbf{x}_f/\mathbf{u}_f$ zum Approximationspunkt $\mathbf{x}_{f,\text{app}}/\mathbf{u}_{f,\text{app}}$ selbst abhängen.

In Abb. 2.11 sind die beschriebenen Unsicherheiten durch Modellfehler \mathbf{w}_m und Approximationsfehler $\mathbf{w}_{\text{app},1}$, $\mathbf{w}_{\text{app},2}$ dargestellt. Dazu werden in Abb. 2.11 (a) mögliche Zustandsverläufe, basierend auf einer Modellunsicherheit \mathbf{w}_m sowie basierend auf möglichen Approximationsfehlern $\mathbf{w}_{\text{app},1}$, dargestellt. In Abb. 2.11 (b) ist der Approximationsfehler $\mathbf{w}_{\text{app},2}$ durch Approximation der Kostenfunktion $\mathbf{j}(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f, t)$ dargestellt.

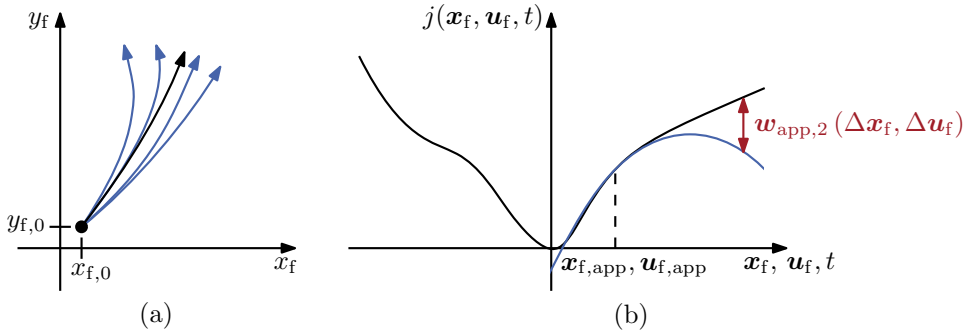


Abbildung 2.11: Qualitative Darstellung von Modellunsicherheiten und Approximationsfehlern: (a) Darstellung der Modellunsicherheit w_m und Approximationsfehler $w_{app,1}$, nominelle Trajektorie (schwarz), mögliche Trajektorien durch Unsicherheit (blau), (b) Darstellung des Approximationsfehlers $w_{app,2}$, tatsächliche Kostenfunktion (schwarz), approximierte Kostenfunktion (blau), Approximationsfehler (rot)

2.4 Systematische Integration von Unsicherheiten innerhalb der Trajektorienplanung

Basierend auf den in Abschnitt 2.3.2 eingeführten Unsicherheiten und deren Beschreibungsformen, werden in diesem Abschnitt existierende Verfahren betrachtet, welche eine systematische Integration von Unsicherheiten innerhalb der Trajektorienplanung vornehmen. In Abschnitt 2.4.1 werden Trajektorienplanungsverfahren basierend auf stochastischen Methoden vorgestellt. Trajektorienplanungsverfahren basierend auf robusten MPR-Methoden werden in Abschnitt 2.4.2 betrachtet. Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden werden in Abschnitt 2.4.3 vorgestellt. Trajektorienplanungsverfahren basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven werden in Abschnitt 2.4.4 diskutiert.

2.4.1 Trajektorienplanungsverfahren mittels stochastischen Methoden

Trajektorienplanungsverfahren für hochautomatisierte Fahrzeuge mittels stochastischen Methoden werden in [DTB11, LKK15, CGLB14, ALT⁺18, BDLP⁺20, BOWL21, BBL21, BWL23] und [BYWL24] vorgestellt. Die überwiegende Anzahl der Veröffentlichungen fokussiert die Einbindung von stochastisch beschriebenen Unsicherheiten von Objektprädiktionen [ALT⁺18, CGLB14, BDLP⁺20, BOWL21, DTB11, BYWL24, BWL23, BBL21, BWL23, BYWL24] und unterscheiden sich hierbei insbesondere in den angewandten Verfahren der Objektprädiktionen. In [LKK15] wird Unsicherheit in dem Fahrzeugmodell durch einen stochastischen Störterm berücksichtigt.

Stochastische Optimierungsmethoden zur Lösung des Trajektorienplanungsproblems werden in [ALT⁺18, CGLB14] und [DTB11] angewandt. Da stochastische Optimierungsmethoden rechenintensiv sind [BDLP⁺20] und in diesem Feld weniger Veröffentlichungen vorhanden sind als für deterministische Optimierungsmethoden [Mes16, SKS16], werden die formulierten Trajektorienplanungsprobleme in [LKK15, BDLP⁺20, BOWL21, BBL21, BWL23, BYWL24]

in deterministische Optimierungsprobleme transformiert und mit deterministischen Methoden gelöst. Dazu werden stochastische Nebenbedingungen sog. *Chance Constraints* durch Festsetzen der Kollisionswahrscheinlichkeit in deterministische Nebenbedingungen transformiert [BBL21, BWL23, BYWL24]. Eine Transformation durch Mapping der stochastischen Verteilungen in ein Belegungsgitter, analog zu Abb. 2.9 (a), mit entsprechenden Belegungswahrscheinlichkeiten und anschließender deterministischer Optimierung, wird in [BDLP⁺20] und [BOWL21] vorgestellt.

2.4.2 Trajektorienplanungsverfahren mittels robusten MPR-Methoden (RMPR)

In [FPN13, FLTS14, MWM15, OSB16, SMSP17, SSA17, JG18, SNAE18, LSH19] und [SKAM19] werden robuste Trajektorienplanungsverfahren für hochautomatisierte Fahrzeuge vorgestellt. Die Verfahren unterscheiden sich in der betrachteten Systemdynamik, der eingesetzten RMPR-Methode sowie den integrierten mit Unsicherheit behafteten Größen.

Nach [Rak21, S. 1966 ff.] werden RMPR-Methoden in drei Klassen aufgeteilt, die Min-Max-MPR Formulierung, die Szenario-MPR Formulierung und die *Tube*-MPR Formulierung. Die Min-Max MPR Formulierung minimiert über die maximale Unsicherheitsrealisierung über den Prädiktionshorizont. Da eine exakte Min-Max MPR Formulierung zu einem unendlichdimensionalen Optimierungsproblem führt, ist in der Anwendung lediglich eine Approximation der Formulierung wie in [JG18] für eine lineare Systemdynamik möglich. In [SNAE18] wird eine Szenario MPR Formulierung vorgestellt. Dabei wird die Unsicherheit in p mögliche Realisierungen pro $n \in \{1, \dots, N\}$ Prädiktionsschritt diskretisiert. Die Komplexität des so resultierenden Graphen an möglichen Realisierungen skaliert damit mit p^N , was die Anwendung des Verfahrens einschränkt [Rak21, S. 1966 ff.]. Durch *Tube*-MPR Formulierung wird der Modellfehler und sich dadurch ergebene Unsicherheit im Systemzustand durch eine sog. *Tube* eingeschlossen. Innerhalb der *Tube* liegen alle möglichen Prädiktionen der mit Unsicherheit behafteten Systemdynamik. Diese Formulierung wird in [FPN13, FLTS14, MWM15, OSB16, SMSP17, SSA17, LSH19] und [SKAM19] verwendet.

Trajektorienplanungsverfahren mittels RMPR-Methoden eignen sich durch die Min-Max-MPR Formulierung und die *Tube*-MPR Formulierung, insbesondere zur Berücksichtigung von Modellfehlern des Fahrzeugmodells. Die in [SNAE18] verwendete Szenario-MPR Formulierung wird zur Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen verwendet. Handelt sich nicht um ein holonomes Fahrzeugmodell, ist ein lineares Fahrzeugmodell in der Anwendung lediglich für vereinfachte Planungsaufgaben wie z. B. *Adaptive Cruise Control* (ACC) [XG10], bei denen lediglich Solltrajektorien für die Längs- oder die Querdynamik des Fahrzeugs berechnet werden, zulässig. Diese Anwendungen werden in [SSA17] und [FLTS14] vorgestellt.

Nichtlineare Fahrzeugmodelle werden in [FPN13, OSB16, SMSP17, SNAE18, LSH19, SKAM19] und [SKAM19] verwendet. Der Rechenaufwand von *Tubes* für eine nichtlineare Systemdynamik ist höher als für eine lineare Systemdynamik. Damit ist die Komplexität der Mengenbeschreibung für nichtlineare Fahrzeugmodelle in der Anwendung auf Mengenbeschreibungen mit wenigen Freiheitsgraden wie z. B. den Abstand von der nominellen Trajektorie beschränkt [SKAM19]. Der Nachteil einer nichtlinearen Berechnung der *Tube* wird in [MWM15] und [JG18] durch

eine Ein-/Ausgangslinearisierung umgangen. Basierend auf dem linearisierten Fahrzeugmodell werden lineare RMPR Formulierungen angewandt.

2.4.3 Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden

Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden unter Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen werden in [BZAF19, TKB⁺19] und [BFFAM19] vorgestellt. Dazu wird in [BZAF19] und [TKB⁺19] die Unsicherheit des Objekt-Trackings der dynamischen Objekte prädiert. In [BFFAM19] wird ein nicht weiter beschriebener Störterm genutzt, um die prädierten Objektbelegungsmengen zu vergrößern. Durch Bildung von linearen Nebenbedingungen werden die Objektbelegungsmengen in das Trajektorienplanungsproblem integriert.

In [TKB⁺19] und [BFFAM19] wird das Fahrzeugmodell nicht linearisiert und nichtlinear betrachtet. Es findet lediglich eine lineare Approximation der Nebenbedingungen zur Kollisionsvermeidung der dynamischen Objekte statt. In [BZAF19] wird das Fahrzeugmodell um eine auf dem Referenzpfad generierte Referenztrajektorie linearisiert. Basierend auf dieser Referenz werden in jedem Planungszyklus adaptiv Abstände zu Spurbegrenzungen als Nebenbedingung formuliert. In [BFFAM19] wird basierend auf dem Referenzpfad adaptiv ein Längs- und Querabstand festgelegt, um Nebenbedingungen für die Spurbegrenzung zu generieren.

Adaptive MPR-Methoden mit Berücksichtigung von Linearisierungsfehlern der Systemdynamik

Die in Abschnitt 2.4.3 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren sowie die in Abschnitt 2.2 nominellen Trajektorienplanungsverfahren vernachlässigen den auftretenden Approximationsfehler durch die Linearisierung des Fahrzeugmodells. Abseits der Literatur für Trajektorienplanungsverfahren für hochautomatisierte Fahrzeuge existieren in [CBKR10, GFA⁺11, SVGBVP⁺20, PRB20] und [BKMA22] robuste MPR-Methoden für allgemeine Trajektorienregelungsprobleme, welche den auftretenden Approximationsfehler einer Systemdynamik durch Linearisierung berücksichtigen. In [BKMA22] wird durch eine Kombination aus adaptiver MPR und zusätzlicher Zustandsrückführung gewährleistet, dass das so geregelte nichtlineare System trotz Linearisierungsfehler stabil bleibt. In [CBKR10, GFA⁺11, SVGBVP⁺20] und [PRB20] werden *Tubes* für einen maximalen Linearisierungsfehler berechnet, welche anschließend als Nebenbedingungen in das Optimierungsproblem integriert werden, um den maximalen Linearisierungsfehler zu begrenzen. Damit kann sichergestellt werden, dass die generierte Lösungstrajektorie einen zulässigen Linearisierungsfehler aufweist, indem die Lösungstrajektorie in einer *Tube* um den Approximationspunkt verbleibt.

2.4.4 Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven

Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven unter Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Größen werden in [MT13, XPWD14, HAS14, RHN16, SA17a,

CPG17, MT17] und [WGD⁺18] vorgestellt. Unsichere Objektprädiktionen werden in [XPWD14] und [RHN16] berücksichtigt. In [XPWD14] wird dazu die Unsicherheit des Objekt-Trackings der dynamischen Objekte prädiziert und die Belegungsmengen der Objekte zur Kollisionsprüfung vergrößert. In [RHN16] werden Objektgeschwindigkeit-abhängige Kostenterme eingeführt, um einen höheren Sicherheitsabstand zu dynamischen Objekten mit einer höheren Geschwindigkeit einzuhalten.

Modellfehler des Fahrzeugmodells werden in [MT13, HAS14, SA17a, CPG17, MT17] und [WGD⁺18] berücksichtigt. In [WGD⁺18] wird bei der Online-Generierung der Bewegungsprimitive ein gaußverteilter Störterm berücksichtigt. Die generierten Bewegungsprimitive enthalten damit zufällige Störrealisierungen. In [MT13, HAS14, SA17a, CPG17, MT17] werden mengenbasierte Bewegungsprimitive eingeführt. Die Verfahren unterscheiden sich hierbei in der Mengendarstellung. In [HAS14] und [SA17a] werden Zonotope zur Mengendarstellung verwendet. In [MT13, MT17] und [CPG17] werden sogenannte *Funnel* verwendet, um die Unsicherheit einzuschließen. *Funnel* werden in [TMT11] und [TMTR10] vorgestellt und beschreiben die Mengen dabei als polynomiale *Level-Sets*. Diese können durch Lösung eines *Sum of Square (SoS)*-Optimierungsproblems generiert werden. Die vorgestellten Verfahren in [MT13, HAS14, SA17a, CPG17] und [MT17] basieren auf offline generierten mengenbasierten Bewegungsprimitive für ein nichtlineares Fahrzeugmodell, da eine Online-Generierung der mengenbasierten Bewegungsprimitive rechenintensiv ist und damit offline ausgelagert werden muss. Zusätzlich existiert für die eingesetzten Methoden zur nichtlinearen Mengenprädiktion keine Konvergenzgarantie [SA17a].

2.5 Zusammenfassung und Detaillierung der Forschungsziele

Basierend auf den in Abschnitt 2.4 betrachteten Trajektorienplanungsverfahren, welche eine systematische Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Größen vornehmen, werden in Abschnitt 2.5 die in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren eingeordnet und diskutiert und damit die Forschungsziele aus Kapitel 1 durch die Formulierung von spezifischen Forschungsfragen präzisiert.

2.5.1 Zusammenfassung

Die Notwendigkeit der systematischen Berücksichtigung von auftretenden Unsicherheiten in das Trajektorienplanungsproblem wird durch die in Abschnitt 2.4 vorgestellten Verfahren deutlich. Je nach Anwendungsfall und Darstellungsform der auftretenden Unsicherheiten sind stochastische Methoden, robuste MPR-Methoden, adaptive MPR-Methoden und auf Bewegungsprimitive basierende Methoden möglich, um Unsicherheiten innerhalb des Trajektorienplanungsproblems zu beschreiben. Zusätzlich sind unterschiedliche Darstellungsformen wie z. B. stochastische Verteilungen oder Mengendarstellungen von Unsicherheiten bekannt. Die in Abschnitt 2.4.1 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren mittels stochastischer Methoden fokussieren die stochastische Beschreibung der Unsicherheit von dynamischen

Objektprädiktionen. Der Rechenaufwand für die Lösung von stochastisch formulierten Trajektorienplanungsproblemen ist höher als für deterministisch formulierte Trajektorienplanungsprobleme [BDLP⁺20] was die Anwendung dieser Verfahren einschränkt.

Trajektorienplanungsverfahren mittels robuster modellprädiktiver Methoden werden in Abschnitt 2.4.2 vorgestellt. Die vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren mittels robusten (RMPR) Methoden fokussieren überwiegend die Beschreibung von Modellfehlern des vorhandenen Fahrzeugmodells. Die dadurch notwendige Mengenbeschreibung der Solltrajektorie erhöht ebenfalls den Rechenaufwand dieser Methoden. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, sind möglichst einfache Mengendarstellungen und offline durchgeführte Vorberechnungen notwendig [SKAM19].

Sowohl Trajektorienplanungsverfahren mittels stochastischer Methoden als auch Trajektorienplanungsverfahren mittels RMPR-Methoden zeigen, dass es methodisch grundsätzlich möglich ist, mit Unsicherheit behaftete Größen in ein Trajektorienplanungsproblem zu integrieren. Es wird jedoch auch deutlich, dass der Aufwand ein mit Unsicherheit behaftetes Trajektorienplanungsproblem zu lösen höher ist als die rein nominelle Betrachtung der Größen innerhalb des Trajektorienplanungsproblems. Um eine möglichst recheneffiziente und damit online-fähige Integration der mit Unsicherheit behafteten Größen in ein Trajektorienplanungsproblem zu ermöglichen, werden Verfahren untersucht, welche bereits im nominellen Fall effizient umgesetzt werden. In Abschnitt 2.5.2 und Abschnitt 2.5.3 werden für die in Kapitel 4 und Kapitel 5 verwandten Verfahren aus dem vorgestellten Verfahren zusammengefasst und offene Forschungsfragen formuliert. Eine detaillierte methodische Gegenüberstellung erfolgt jeweils in Kapitel 4 und Kapitel 5.

2.5.2 Forschungsfragen I: Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden

Die in Abschnitt 2.4.3 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren [BZAF19, TKB⁺19] und [BFFAM19] fokussieren die Integration von mit Unsicherheit behafteten dynamischen Objektprädiktionen. Die Unsicherheit der dynamischen Objektprädiktion wird innerhalb der Nebenbedingungen berücksichtigt. Dadurch wird der zur Planung einer kollisionsfreien Trajektorie verfügbare kollisionsfreie Raum um die Größe der Unsicherheit der dynamischen Objektprädiktion verkleinert. Dies kann je nach Größe der Unsicherheit der dynamischen Objektprädiktion dazu führen, dass die Planung einer kollisionsfreien Trajektorie durch einen nur kleinen zur Verfügung stehenden kollisionsfreien Raum nicht möglich ist. Damit wird die Fragestellung motiviert, ob eine systematische Integration der Unsicherheit der dynamischen Objektprädiktion in das Trajektorienplanungsproblem auch ohne Einschränkung des kollisionsfreien Raums mittels adaptiven MPR-Methoden möglich ist.

Neben der Integration der mit Unsicherheit behafteten dynamischen Objektprädiktionen selbst ergibt sich durch den auftretenden Fehler bei der Approximation der Bestandteile des Trajektorienplanungsproblems eine weitere Fragestellung. Durch die konvexe Approximation des Fahrzeugmodells ohne Berücksichtigung des Approximationsfehlers verliert die Lösung des approximierten Trajektorienplanungsproblems die formale Garantie der Kollisionsfreiheit bezüglich des nicht approximierten Trajektorienplanungsproblems. Es existieren in der Literatur, vorgestellt in Abschnitt 2.4.3, MPR-Methoden für allgemeine Trajektorienregelungsprobleme, welche den auftretenden Approximationsfehler systematisch berücksichtigen. Hierbei werden

zusätzliche Nebenbedingungen in das Optimierungsproblem integriert, um den auftretenden Approximationsfehler zu begrenzen. Dies hat zur Folge, dass nur geringe Abweichungen um den Approximationspunkt des Optimierungsproblems möglich sind. Das in der Literatur beschriebene Vorgehen ist für die Anwendung innerhalb eines Trajektorienplanungsverfahrens allerdings nur bedingt nutzbar, da je nach Szenario vom Approximationspunkt abgewichen werden muss, um die Kollisionsfreiheit der Trajektorie sicherzustellen.

Basierend auf den Ausführungen resultieren für diese Arbeit zwei Fragestellungen für Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden. Diese sind in Forschungsfragen I zusammengefasst und werden in Kapitel 4 detailliert betrachtet.

Forschungsfragen I Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden unter systematischer Berücksichtigung von Unsicherheiten

- (i) *Wie kann ein recheneffizientes Trajektorienplanungsproblem mittels adaptiven MPR-Methoden unter systematischer Berücksichtigung der auftretenden Approximationsfehler des Fahrzeugmodells entworfen werden?*
- (ii) *Wie können unsichere Objektprädiktionen mittels adaptiven MPR-Methoden systematisch berücksichtigt werden, ohne dabei Nebenbedingungen zur Kollisionsvermeidung zu modifizieren?*

2.5.3 Forschungsfragen II: Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven

In Abschnitt 2.4.4 werden Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven vorgestellt. Wird Modellunsicherheit innerhalb des Trajektorienplanungsverfahrens berücksichtigt und liegt wie in [MT13, HAS14, SA17a, CPG17, MT17] und [WGD⁺18] vorgestellt ein nichtlineares Fahrzeugmodell vor, erfolgt die Berechnung der mengenbasierten Bewegungsprimitive offline. Der Rechenaufwand für eine nichtlineare Mengenprädiktion ist durch notwendige Abschätzung von Prädiktionsfehlern und eventueller mehrmaliger Reevalurierung dessen höher als für lineare Mengenprädiktionen [Alt10, S. 62], was die Online-Anwendung einschränkt. Für die Anwendung der Verfahren ist eine Online-Berechnung der mit Unsicherheit behafteten Größen und deren Prädiktion durch Methoden zur Mengenprädiktion jedoch erstrebenswert, da dadurch die tatsächlich zur Laufzeit ermittelte Unsicherheit der Fahrzeugzustandschätzung sowie des Modellfehlers des Fahrzeugmodells berücksichtigt werden kann. Dies begünstigt eine geringere Überapproximation der Unsicherheit, da die tatsächlich zur Laufzeit ermittelte Unsicherheit nicht durch eine offline generierte Realisierung der Unsicherheit durch eine Überapproximation dieser selbst eingeschlossen werden muss.

Die in Abschnitt 2.4.2 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren mittels *Tube*-MPR-Methoden weisen methodisch Parallelen auf. Auch hier müssen effiziente Mengendarstellungen für die Mengenprädiktion und damit Berechnung der *Tube* gewählt werden, was für ein nichtlineares Fahrzeugmodell zu Herausforderungen in der recheneffizienten Umsetzung führt. In [MWM15] und [JG18] wird die nichtlineare Berechnung der Mengenprädiktion umgangen, indem eine Ein-/Ausganglinearisierung des nichtlinearen Fahrzeugmodells durchgeführt wird, um anschließend eine rein lineare Betrachtung durchzuführen. Sowohl [MWM15] als auch [JG18]

vernachlässigen jedoch den Einfluss der Ein-/Ausgangslinearisierung selbst auf den Modellfehler des nichtlinearen Fahrzeugmodells und führen lediglich einen virtuellen Störterm für das linearisierte Fahrzeugmodell ein.

Aus den beschriebenen Herausforderungen, die durch die nichtlineare Berechnung von Mengenprädiktionen existieren, lassen sich zwei Fragestellungen für den Entwurf eines Trajektorienplanungsverfahrens mittels Bewegungsprimitiven ableiten. Es ist zum einen zu untersuchen wie eine online-fähige mengenbasierte Berechnung der Unsicherheit der Fahrzeugzustandschätzung und durch Modellfehler des Fahrzeugmodells mit geringen Überapproximationen möglich ist. Zusätzlich resultiert die Fragestellung wie basierend auf der Berechnung der mengenbasierten Unsicherheit ein Entwurf eines Trajektorienplanungsverfahrens mittels Bewegungsprimitiven, welcher die Unsicherheiten konsistent berücksichtigt, möglich ist. Die Fragestellungen sind in den Forschungsfragen II abschließend zusammengefasst.

Forschungsfragen II Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven unter systematischer Berücksichtigung von Unsicherheiten

- (i) *Wie ist eine mengenbasierte Prädiktion der Unsicherheit der Fahrzeugzustandschätzung und durch Modellfehler des Fahrzeugmodells mit möglichst geringen Rechenaufwand sowie geringer Überapproximation möglich?*
- (ii) *Wie ist ein systematischer Entwurf eines Trajektorienplanungsverfahrens mittels Bewegungsprimitiven unter Berücksichtigung der unter 1. vorgestellten mengenbasierten Berechnung der Unsicherheit durchzuführen?*

3 Methodische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die notwendigen Grundlagen eingeführt, die für den Entwurf der in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren benötigt werden.

Für den Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden in Kapitel 4 werden die Grundlagen der konvexen Optimierung in Abschnitt 3.1 eingeführt. Dazu werden in Abschnitt 3.1.1 konvexe Mengen sowie deren Darstellungsformen definiert. In Abschnitt 3.1.2 werden konvexe Funktionen und deren Eigenschaften eingeführt. Basierend auf den eingeführten konvexen Mengen und konvexen Funktionen wird in Abschnitt 3.1.3 ein konvexes Optimierungsproblem definiert.

Zum Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierten Bewegungsprimitiven in Kapitel 5 werden neben den eingeführten konvexen Mengen in Abschnitt 3.1.1 auch Methoden zur Mengenprädiktion benötigt. Diese werden in Abschnitt 3.2 eingeführt.

Die in Abschnitt 2.1 eingeführten Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente werden in Abschnitt 3.3.2 präzisiert. Zusätzlich werden wichtige Verfahren zur Vorprozessierung der Eingangsdaten eingeführt, welche zur Initialisierung und Aktualisierung der in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Trajektorienplanungsprobleme benötigt werden.

3.1 Konvexe Optimierung

In diesem Abschnitt werden grundlegende Eigenschaften sowie Begriffe der konvexen Optimierung eingeführt. Dazu werden in Abschnitt 3.1.1 Darstellungsformen konvexer Mengen eingeführt. In Abschnitt 3.1.2 werden grundlegende Eigenschaften konvexer Funktionen definiert und in Abschnitt 3.1.3 werden die Grundlagen konvexer Optimierungsprobleme betrachtet. Die Ausführungen und eingeführten Definitionen sind eine Zusammenstellung aus [LaV06, S. 82 ff., BV15, S. 67 ff., Ber09, S. 2 ff., Alt10, S. 10] und [PLB15, S. 102].

3.1.1 Konvexe Mengen

Um ein konvexes Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen zu formulieren, sind konvexe Mengen bedeutend. Nach [LaV06, S. 82] wird eine konvexe Menge nach Def. 3.1 definiert.

Definition 3.1 Konvexe Menge

Eine Menge $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ ist konvex, falls $\forall \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 \in \mathcal{X}, \forall \alpha \in [0, 1]$:

$$\alpha \mathbf{p}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{p}_2 \in \mathcal{X},$$

gilt. [LaV06, S. 82]

Nach Def. 3.1 ist eine Menge genau dann konvex, wenn alle Punkte \mathbf{p}_α auf der Verbindungslinie zwischen zwei Punkten $\mathbf{p}_1 \in \mathcal{X}$ und $\mathbf{p}_2 \in \mathcal{X}$ selbst innerhalb der Menge \mathcal{X} liegen. Operationen, welche die Konvexitätseigenschaft von konvexen Mengen erhalten, sind nach [Ber09, S. 2 ff.] in Satz. 3.1 zusammengefasst.

Satz 3.1 Konvexitäts-erhaltende Operationen

Seien $\mathcal{X}_i \subset \mathbb{R}^n, i \in \mathcal{I}, \forall i$ konvex, dann erhalten folgende Operationen die Konvexitätseigenschaft der resultierenden Menge:

1. Die Schnittmenge $\bigcap_{i \in \mathcal{I}} \mathcal{X}_i$ von konvexen Mengen $\{\mathcal{X}_i | i \in \mathcal{I}\}$.
2. Die affine Abbildung

$$\mathbf{A}\mathcal{X}_i + \mathbf{b} = \{\mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{b} | \mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i\} \subset \mathbb{R}^n,$$

mit $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$.

Insbesondere erhalten die folgenden Operationen die Konvexität:

1. Die Translation $\mathcal{X}_i + \mathbf{b}$, mit $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$.
2. Die Skalierung $\alpha \mathcal{X}_i$, mit $\alpha > 0$.
3. Die Minkowski-Summe zweier konvexen Mengen,
 $\mathcal{X}_i \oplus \mathcal{X}_j = \{\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_j | \mathbf{x}_i \in \mathcal{X}_i, \mathbf{x}_j \in \mathcal{X}_j\}.$

[Ber09, S. 2 ff.]

Darstellungsformen konvexer Mengen

Im Allgemeinen lassen sich Mengen durch eine Vielzahl an Formen darstellen. Um mehrdimensionale Mengen effizient prozessieren zu können, werden in diesem Abschnitt geeignete Darstellungsformen eingeführt. Für eine effiziente Prozessierung geeignete Mengendarstellungen sind insbesondere Polytope und Intervalle [AFG21, Alt10, S. 11 ff., JKD⁺01, S. 11 ff.]. Die Definition der Mengendarstellungen orientiert sich an [Alt10, S. 11 ff.].

Konvexe Polytope können durch mehrere Darstellungsformen effizient dargestellt werden. Zum einen existiert die Darstellung durch Halbebenen (H-Polytop) oder durch die Verwendung der Eckpunkte des Polytops (V-Polytop). Zum anderen existiert die Beschreibung durch ein Zonotop, welches sich in ein äquivalentes H-Polytop oder V-Polytop überführen lässt [Alt10, S. 11]. In Def. 3.2 ist die Definition eines V-Polytops gegeben.

Definition 3.2 V-Polytop

Seien $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \dots, r$ die Eckpunkte des Polytops, dann ist das dazugehörige V-Polytop durch

$$\mathcal{P} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x} = \sum_{i=1}^r \alpha_i \mathbf{v}_i, \text{ mit } \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^r \alpha_i = 1 \right\}$$

gegeben. [Alt10, S. 11]

Durch die Linearkombination der Eckpunkte $\alpha_i \mathbf{v}_i$ kann damit jedes Element \mathbf{x} innerhalb des Polytops dargestellt werden.

Die Definition der Darstellung eines H-Polytops ist in Def. 3.3 gegeben. Diese Darstellungsform eignet sich für eine Integration in ein Optimierungsproblem [BBM17, S. 27], worin die Halbebenen direkt als Ungleichheitsnebenbedingungen in das Optimierungsproblem integriert werden können.

Definition 3.3 Halbebene und H-Polytop

Sei eine Halbebene \mathcal{H}_i gegeben durch

$$\mathcal{H}_i = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{c}_i \mathbf{x} \leq d_i, \text{ mit } \mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^{1 \times n}, d_i \in \mathbb{R} \},$$

dann ist das H-Polytop

$$\mathcal{P} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{C} \mathbf{x} \leq \mathbf{d}, \text{ mit } \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^q \},$$

$$\mathbf{C} = (\mathbf{c}_1 \dots \mathbf{c}_q)^T, \mathbf{d} = (d_1 \dots d_q)^T$$

durch die Schnittmenge der Halbebenen $\bigcap_{i=1}^q \mathcal{H}_i$ gegeben. [Alt10, S. 11]

Die Generatoren stellen bei Zonotopen Vektoren dar, welche das Innere des Zonotops aufspannen. Die Darstellung von konvexen Mengen durch Zonotope ist in Def. 3.4 eingeführt. Zonotope selbst sind ein Spezialfall von Polytopen und können äquivalent durch ein H-Polytop oder V-Polytop dargestellt werden [Alt10, S. 11].

Definition 3.4 Zonotop

Sei \mathbf{c} der Mittelpunkt des Zonotops \mathcal{Z} und \mathbf{g}_i , $i = 1, \dots, q$ die Generatoren des Zonotops \mathcal{Z} , dann ist das Zonotop \mathcal{Z} durch

$$\mathcal{Z} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x} = \mathbf{c} + \sum_{i=1}^q \beta_i \mathbf{g}_i, \text{ mit } -1 \leq \beta_i \leq 1 \right\}$$

gegeben. [Alt10, S. 12]

Eine einfache Darstellung von konvexen Mengen ermöglichen Intervalle. Mehrdimensional lassen sich Intervall-Vektoren verwenden, um konvexe Mengen zu beschreiben. Ein Intervall-Vektor ist in Def. 3.5 eingeführt.

Definition 3.5 Intervall-Vektor

Seien $[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$, $i = 1, \dots, n$ Intervalle mit $\underline{x}_i, \bar{x}_i \in \mathbb{R}$, dann ist ein n -dimensionaler Intervall-Vektor durch

$$\mathcal{I} = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times [\underline{x}_2, \bar{x}_2] \times \cdots \times [\underline{x}_n, \bar{x}_n] \subset \mathbb{R}^n,$$

gegeben. [JKD⁺01, S. 23]

3.1.2 Konvexe Funktionen

In diesem Abschnitt werden konvexe Funktionen sowie deren mathematischen Eigenschaften eingeführt. Eine konvexe Funktion ist in Def. 3.6 definiert.

Definition 3.6 Konvexität einer Funktion

Sei $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ eine konvexe Teilmenge von \mathbb{R}^n und $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Die Funktion g ist konvex, falls

$$g(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2) \leq \alpha g(x_1) + (1 - \alpha)g(x_2), \text{ mit } \alpha \in [0, 1]$$

gilt [BV15, S. 67].

An die Funktion g werden nach Def. 3.6 grundsätzlich keine weiteren mathematischen Bedingungen gestellt. Ist die Funktion g jedoch zweimal stetig differenzierbar, $g \in \mathcal{C}^2$, dann kann die Konvexitätseigenschaft einer Funktion g durch Satz. 3.2 geprüft werden.

Satz 3.2 Konvexität einer Funktion in \mathcal{C}^2

Ist eine Funktion $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar, $g \in \mathcal{C}^2$, dann ist die Funktion g genau dann konvex, falls

$$\nabla^2 g(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n,$$

gilt. [BV15, S. 18]

Der Ausdruck $\nabla^2 g(x)$ stellt hierbei die Hessematrix der Funktion g dar. Für die Formulierung eines konvexen Optimierungsproblems aus Teilfunktionen g_i , $\forall i$, ist die Kenntnis über konvexitätserhaltende Operationen wichtig. Diese sind in Satz. 3.3 eingeführt.

Satz 3.3 Konvexitätserhaltende Operationen für Funktionen

Seien $g_1, g_2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ konvexe Funktionen,

1. dann ist die Komposition von g_1 und g_2

$$g_3 = g_1(g_2)$$

ebenfalls konvex.

2. dann ist die Linearkombination von g_1 und g_2

$$g_3 = a_1 g_1 + a_2 g_2, \text{ mit } a_1, a_2 \geq 0$$

ebenfalls konvex.

[BV15, S. 12 ff.]

3.1.3 Konvexes Optimierungsproblem und konvexifizierende Operationen

Auf Basis der in Abschnitt 3.1.1 und Abschnitt 3.1.2 eingeführten konvexen Mengen und konvexen Funktionen ist die Definition eines konvexen Optimierungsproblems möglich. Die Voraussetzungen eines konvexen Optimierungsproblems ist in Satz. 3.4 gegeben.

Satz 3.4 Konvexes Optimierungsproblem

Ein Parameteroptimierungsproblem gegeben durch

$$\min_{x \in \mathcal{X}} f(x),$$

u. B. v.:

$$x \in \mathcal{X} = \{x | h(x) \leq 0, c(x) = 0\},$$

ist genau dann konvex, wenn

- $f(x)$ nach Def. 3.6 konvex,
- $h(x)$ nach Def. 3.6 konvex,
- $c(x)$ affin ist.

[PLB15, S. 102 ff.]

Die Bedingung der Affinität der Gleichheitsnebenbedingung $c(x)$ lässt sich nach [PLB15, S. 102] durch eine Zerlegung in zwei Ungleichheitsnebenbedingungen $c(x) \leq 0$ und $c(x) \geq 0$ zeigen. Beide Ungleichheitsnebenbedingungen müssen wiederum nach Def. 3.6 konvex sein, um eine

konvexe Nebenbedingung zu bilden, was nur gegeben ist, wenn $c(\mathbf{x})$ eine affine Abbildung darstellt.

Konvexifizierende Operatoren von nicht konvexen Nebenbedingungen

In Satz. 3.4 werden die notwendigen Bedingungen für ein konvexes Optimierungsproblem aufgeführt. Durch die Ausführungen in Abschnitt 2.1.3 wird dargelegt, dass ein Trajektorienplanungsproblem im allgemeinen Fall nicht konvex ist. Um von den Eigenschaften eines konvexen Optimierungsproblems in der Anwendung profitieren zu können, existieren Möglichkeiten, Nebenbedingungen zu konvexifizieren, um damit von einem nicht-konvexen Trajektorienplanungsproblem ein lokal gültiges konvexes Problem abzuleiten.

Für den kollisionsfreien Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ existiert die Möglichkeit durch die Einführung von N konvexen Teilmengen

$$\mathcal{X}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei}}, n = 1, \dots, N \quad (3.1)$$

eine lokale konvexe Approximation von $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ zu generieren. Das Vorgehen ist in Abb. 3.1 dargestellt. Dieses Vorgehen wird in [ZSP15, DT15, GGW16, LWM⁺17, TKB⁺19, BFFAM19] und [ZWW⁺] angewandt. In [GGW16, TKB⁺19] und [BFFAM19] werden Längs- und Querabstände zu einer Referenz genutzt, um eine lokale konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, zu generieren. Kreise werden in [ZSP15] als Mengenbeschreibung für die lokale Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ genutzt. Konvexe H-Polytope werden in [DT15, LWM⁺17] und [ZWW⁺] generiert, um eine lokale konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, zu erhalten. Die verschiedenen Ansätze sind qualitativ in Abb. 3.1 dargestellt. In Abb. 3.1 (a) wird die lokale konvexe Approximation durch die Verwendung von Längs- und Querabständen zu verschiedenen Approximationspunkten gezeigt. Die Verwendung von Kreisen als lokale konvexe Approximation ist in Abb. 3.1 (b) gezeigt und die Verwendung von konvexen Polytopen in Abb. 3.1 (c). Der Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} wird durch schwarze Punkte dargestellt.

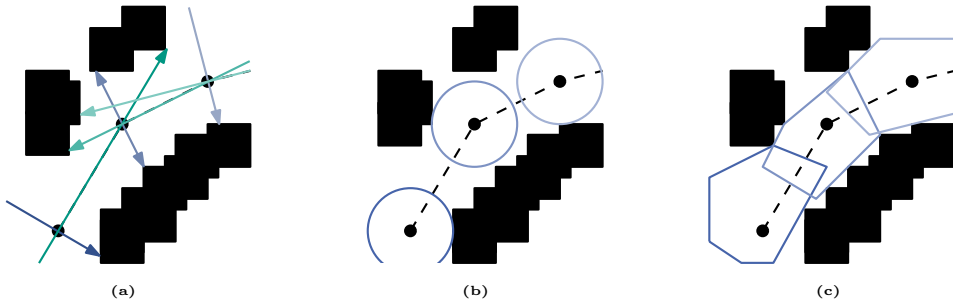


Abbildung 3.1: Lokale Konvexifizierung des freien Bewegungsraums $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ durch Bildung von N konvexen Teilmengen $\mathcal{X}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei}}$: Objekte (schwarz); (a) Verwendung von Längsabständen (grün) und Querabständen (blau); (b) Verwendung von Kreisen (blau); (c) Verwendung von konvexen Polytopen (blau)

Um das Fahrzeugmodell sowie die Kostenfunktion des Trajektorienplanungsproblems lokal zu konvexifizieren, ist es in der Literatur üblich, eine affine Approximation des Fahrzeugmodells zu berechnen [TKB⁺19, GGW16]. Dies wird durch eine Taylorreihenentwicklung 1. Ordnung erreicht. Die Taylorreihenentwicklung einer Funktion ist in Def. 3.7 eingeführt.

Definition 3.7 Taylorreihenentwicklung einer Funktion

Sei $\mathbf{f}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\mathbf{f} \in \mathcal{C}^n$ eine n -fach stetig differenzierbare nichtlineare Funktion, \mathbf{x}_{ap} der Approximationspunkt, dann ist deren Taylorreihe n -ter Ordnung durch

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^n \frac{\mathbf{f}^{(i)}(\mathbf{x}_{\text{ap}})}{i!} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ap}}) + \mathbf{w}_{\text{ap}}^{(n+1)}$$

mit dem Restglied $\mathbf{w}_{\text{ap}}^{(n+1)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{ap},i}^{(n+1)} &= \frac{\partial^{n+1}}{(n+1)! \partial^{n+1} \mathbf{x}} \mathbf{f}_i(\boldsymbol{\xi}_i) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ap}})^{n+1}, \\ \boldsymbol{\xi}_i &\in \{\mathbf{x}_{\text{ap}} + \alpha_i (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ap}}) \mid \alpha_i \in [0, 1]\}, \end{aligned}$$

gegeben. [AS72, S. 880]

Um eine affine Gleichheitsnebenbedingung zu erhalten, wird eine Taylorreihenentwicklung erster Ordnung durchgeführt. Dadurch resultiert eine lokale affine Approximation von \mathbf{f} durch

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_{\text{ap}}) + \mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{x}_{\text{ap}})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ap}}).$$

Durch die Vernachlässigung des Restglieds $\mathbf{w}_{\text{ap}}^{(2)}$ ist die Approximation von \mathbf{f} lediglich näherungsweise in einer engen Umgebung um den Approximationspunkt $\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ap}}$ gültig.

Eine weitere Möglichkeit zur Linearisierung des Fahrzeugmodells ist die Verwendung der Ein-/Ausgangslinearisierung [Isi85, S. 219 ff.]. Durch eine geeignete Rückkopplungsstruktur wird das zugrundeliegende nichtlineare Fahrzeugmodell linearisiert. Für den Entwurf einer Ein-/Ausgangslinearisierung ist die Verwendung der Lie-Ableitung notwendig. Die Lie-Ableitung ist in Def. 3.8 eingeführt.

Definition 3.8 Lie-Ableitung

Seien $\mathbf{a}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ und $b(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Abbildungen, dann ist die Lie-Ableitung $L_{\mathbf{a}(\mathbf{x})}b(\mathbf{x})$ durch

$$L_{\mathbf{a}(\mathbf{x})}b(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial b(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{a}(\mathbf{x})$$

gegeben. [Isi85, S. 8 ff.]

3.2 Methoden zur Mengenprädiktion

In diesem Abschnitt werden Methoden zur Mengenprädiktion eingeführt. Dazu werden in Abschnitt 3.2.1 grundlegende Mengenoperationen eingeführt. In Abschnitt 3.2.2 wird die allgemeine Erreichbarkeitsmenge eingeführt und in Abschnitt 3.2.3 Methoden zur Mengenprädiktion eingeführt.

3.2.1 Mengenoperationen

Basierend auf den in Abschnitt 3.1.1 eingeführten konvexen Mengendarstellungen werden in diesen Abschnitt Mengenoperationen basierend auf Intervallen und Zonotopen eingeführt. Mengenoperationen für Polytope können durch die Umwandlung in Zonotope abgebildet werden und werden daher nicht betrachtet.

Intervall-basierte Mengenoperationen

In diesem Abschnitt werden die notwendigen Mengenoperationen basierend auf Intervallen eingeführt. Hierzu werden nachfolgend die Schnittmenge zweier Intervalle, die Summe zweier Intervalle, die Multiplikation zweier Intervalle und die affine Transformation eines Intervalls definiert.

Die Schnittmenge zweier Intervalle lässt sich durch die in Def. 3.9 eingeführte Operation bilden. Durch Def. 3.10 ist die Summe zweier Intervalle gegeben.

Definition 3.9 Schnittmenge zweier Intervalle

Seien $[x], [y] \subset \mathbb{R}$ Intervalle, dann ist die Schnittmenge $[x] \cap [y]$ durch

$$[x] \cap [y] = \begin{cases} [\max\{\underline{x}, \underline{y}\}, \min\{\bar{x}, \bar{y}\}] & \text{wenn } \max\{\underline{x}, \underline{y}\} \leq \min\{\bar{x}, \bar{y}\} \\ \emptyset & \text{wenn } \max\{\underline{x}, \underline{y}\} > \min\{\bar{x}, \bar{y}\} \end{cases}$$

gegeben [JKD⁺ 01, S. 21]. Die Schnittmenge zweier Intervallvektoren $[x], [y] \subset \mathbb{R}^n$ ergibt sich durch elementweise Ausführung [JKD⁺ 01, S. 25 ff.].

Definition 3.10 Summe zweier Intervalle

Seien $[x], [y] \subset \mathbb{R}$ Intervalle, dann ist die Summe von $[x] + [y]$ durch

$$[x] + [y] = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}]$$

gegeben [JKD⁺ 01, S. 21]. Die Summe zweier Intervallvektoren $[x], [y] \subset \mathbb{R}^n$ ergibt sich durch elementweise Ausführung [JKD⁺ 01, S. 25 ff.].

In Def. 3.11 ist die Multiplikation zweier Intervalle eingeführt. Diese wird durch Minimum- und Maximumbildung über alle möglichen Kombinationen der Intervallgrenzen, $\underline{x}, \bar{x}, \underline{y}, \bar{y}$, gebildet.

Definition 3.11 Multiplikation zweier Intervalle

Seien $[x], [y] \subset \mathbb{R}$ Intervalle, dann ist die Multiplikation $[x] \cdot [y]$ durch

$$[x] \cdot [y] = [\min \{ \underline{xy}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y} \}, \max \{ \underline{xy}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y} \}]$$

gegeben [JKD⁺01, S. 21].

Die affine Transformation eines Intervallvektors wird durch Kombination von Def. 3.11 und Def. 3.10 unter Verwendung von Punktintervallen, mit $\underline{a}_{i,j} = \bar{a}_{i,j}$, $\underline{b}_i = \bar{b}_i$, gebildet. Die affine Transformation ist in Def. 3.12 definiert.

Definition 3.12 Affine Transformation eines Intervalls

Sei $[x] \subset \mathbb{R}^n$ ein Intervallvektor und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, dann wird die affine Transformation von $[x]$ durch

$$A[x] + b = \left(\sum_{j=1}^n a_{i,j} [x_j] + b_i \right), \forall i = 1, \dots, n$$

berechnet [JKD⁺01, S. 21].

Zonotop-basierte Mengenoperationen

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Mengenoperationen basierend auf Zonotopen eingeführt. Diese sind die affine Transformation eines Zonotops, die Minkowski-Summe zweier Zonotope sowie die konvexe Hülle eines Zonotops und die Schnittmenge zweier Zonotope. In Def. 3.13 ist die affine Transformation eines Zonotops definiert.

Definition 3.13 Affine Transformation eines Zonotops

Sei $\mathcal{X} = (c, g_1, \dots, g_q)$ ein Zonotop und $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b \in \mathbb{R}^n$, dann wird die affine Transformation von \mathcal{X} durch

$$A\mathcal{X} + b = (Ac + b, Ag_1, \dots, Ag_q)$$

berechnet [Alt10, S. 18].

Zur Berechnung von linearen Erreichbarkeitsmengen durch Zonotope ist die Minkowski-Summe erforderlich. Diese ist in Def. 3.14 eingeführt.

Definition 3.14 Minkowski-Summe zweier Zonotope

Seien $\mathcal{X}_1 = (c_1, g_{1,1}, \dots, g_{1,q})$, $\mathcal{X}_2 = (c_2, g_{2,1}, \dots, g_{2,p})$ Zonotope, dann wird die Minkowski-Summe von \mathcal{X}_1 und \mathcal{X}_2 durch

$$\mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2 = (c_1 + c_2, g_{1,1}, \dots, g_{1,q}, g_{2,1}, \dots, g_{2,p})$$

berechnet [Alt10, S. 18].

Aus Def. 3.13 und Def. 3.14 ist ersichtlich, dass sich Erreichbarkeitsmengen für lineare Systeme besonders effizient durch Zonotope abbilden lassen. Die affine Transformation $A\mathcal{X}$ ist durch Matrixmultiplikationen der Generatoren abbildbar. Die Minkowski-Summe $\mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2$ ist durch eine Zusammenfassung der Generatoren g_1 und g_2 , sowie Addition der Mittelpunkte c_1 und c_2 ebenfalls effizient umsetzbar.

Um die Vereinigung zweier Zonotope zu berechnen, wird die konvexe Hülle benötigt. Diese ist in Def. 3.15 eingeführt.

Definition 3.15 Konvexe Hülle zweier Zonotope

Seien $\mathcal{X}_1 = (c_1, g_{1,1}, \dots, g_{1,q})$, $\mathcal{X}_2 = (c_2, g_{2,1}, \dots, g_{2,p})$ Zonotope mit $q \leq p$, dann ist die konvexe Hülle von \mathcal{X}_1 und \mathcal{X}_2 durch

$$\text{konvH}(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2) = \frac{1}{2} (c_1 + c_2, g_{1,1} + g_{2,1}, \dots, g_{1,q} + g_{2,q}, \\ c_1 - c_2, g_{1,1} - g_{2,1}, \dots, g_{1,q} - g_{2,q}) + \mathcal{X}_{2,q \dots p}$$

berechnet [Alt10, S. 18]. Hierbei enthält $\mathcal{X}_{2,q \dots p}$ $p - q$ Generatoren.

Die Schnittmenge $\mathcal{X}_1 \cap \mathcal{X}_2$ kann nicht direkt durch Verwendung von Zonotopen berechnet werden. Hierzu ist eine Konvertierung der Zonotope in H-Polytope, definiert in Def. 3.3, notwendig. Mithilfe der Darstellung durch Halbebenen ist die Berechnung der Schnittmenge anschließend durch Zusammenführung der Halbebenendarstellung der einzelnen Polytope durchführbar [Alt10, S. 24 ff.].

3.2.2 Erreichbarkeitsmengen

Allgemein beschreibt eine Erreichbarkeitsmenge eines dynamischen Systems die Menge aller möglichen erreichbaren Zustände, basierend auf einer Menge möglicher Anfangszustände und einer Menge möglicher Systemeingänge des Systems. In Def. 3.16 wird diese Eigenschaft für ein dynamisches System formal eingeführt.

Definition 3.16 Erreichbarkeitsmenge eines dynamischen Systems

Sei $\dot{x} = f(x, u)$ ein dynamisches System, $x_0 = x(0) \in \mathcal{X}_0 \subset \mathbb{R}^n$ die Menge an möglichen Anfangszuständen des dynamischen Systems und $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ die Menge an möglichen Eingängen des dynamischen Systems, dann ist durch

$$\mathcal{R}(t) = \left\{ x(t) = x_0 + \int_0^t f(x(\tau), u(\tau)) d\tau \mid x_0 \in \mathcal{X}_0, u \in \mathcal{U} \right\}$$

die Erreichbarkeitsmenge des dynamischen Systems zum Zeitpunkt t gegeben. [Alt10, S. 28]

Die erreichbaren Zustände $\mathcal{R}([0, t])$ über dem Intervall $\tau \in [0, t]$ lassen sich über die Vereinigung der Erreichbarkeitsmengen $\mathcal{R}(\cdot)$

$$\mathcal{R}([0, t]) = \bigcup_{\tau \in [0, t]} \mathcal{R}(\tau), \quad (3.2)$$

darstellen. Die exakte Berechnung der Erreichbarkeitsmenge in Def. 3.16 ist lediglich in Sonderfällen möglich [Alt10, S. 29]. Die Erreichbarkeitsmenge eines mit einer beschränkten Unsicherheit w behafteten dynamischen Systems $\dot{x} = f(x, u, w)$ mit $w \in \mathcal{W} \subset \mathbb{R}^d$ ist durch Erweiterung von Def. 3.16 mit einem weiteren Systemeingang $w \in \mathcal{W}$ realisierbar. Dies ist in Def. 3.17 eingeführt.

Definition 3.17 Erreichbarkeitsmenge eines dynamischen Systems

Sei $\dot{x} = f(x, u, w)$ ein dynamisches System, $x_0 = x(0) \in \mathcal{X}_0 \subset \mathbb{R}^n$ die Menge an möglichen Anfangszuständen des dynamischen Systems, $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ die Menge an möglichen Eingängen des dynamischen Systems und $w \in \mathcal{W} \subset \mathbb{R}^d$ die Menge der Unsicherheit, dann ist durch

$$\mathcal{R}(t) = \left\{ x(t) = x_0 + \int_0^t f(x(\tau), u(\tau), w(\tau)) d\tau \mid x_0 \in \mathcal{X}_0, u \in \mathcal{U}, w \in \mathcal{W} \right\}$$

die Erreichbarkeitsmenge des dynamischen Systems zum Zeitpunkt t gegeben. [Alt10, S. 28]

Um im Anwendungsfall der Trajektorienplanung für automatisierte Fahrzeuge mithilfe der Erreichbarkeitsmengen \mathcal{R} Kollisionsfreiheit gewährleisten zu können, sind Berechnungsmethoden für \mathcal{R} notwendig, welche die tatsächliche erreichbare Menge an Zuständen \mathcal{R}^* strikt überapproximieren und damit gilt:

$$\mathcal{R}^* \subseteq \mathcal{R}. \quad (3.3)$$

3.2.3 Überapproximierende Mengenprädiktion

Eine Übersicht an existierenden Verfahren zur überapproximierenden Berechnung von Erreichbarkeitsmengen für dynamische Systeme mittels Intervallen, Polytopen und Zonotopen ist in [AFG21] gegeben. Darüber hinaus existieren weitere Mengendarstellungen und dazugehörige Methoden wie z. B. *Level Sets* und deren Beschreibung durch Lyapunovfunktionen, dargestellt durch $\{x \in \mathbb{R}^n | V(x) < 0\}$ [TMTR10, TMT11]. Gegenüber Zonotopen erhöht sich bei der Verwendung von *Level Sets* jedoch der Berechnungsaufwand, da eine effiziente Umsetzung, z. B. durch die Existenz einer analytischen Lösung nur in Ausnahmefällen möglich ist [Dau22]. Für die Anwendung innerhalb eines Trajektorienplanungsverfahrens sind insbesondere die folgenden qualitativen Eigenschaften der Mengendarstellung und der verfügbaren Methoden zur Prädiktion wichtig:

- Effiziente Berechnung der Mengenprädiktion.
- Möglichkeit zur effizienten Kollisionsprüfung durch geeignete Mengendarstellung.
- Geringe Überapproximation der tatsächlichen Lösungsmenge.

Eine mit geringem Rechenaufwand und damit effiziente Berechnung der Mengenprädiktion ist mithilfe von Zonotopen und der dafür vorgestellten Methode aus [Alt10, S. 35 ff.] möglich. Zusätzlich sind Methoden zur effizienten Kollisionsprüfung verfügbar [ST95, ZS10b, CW96, TFWB14]. Eine geringe Überapproximation der tatsächlichen Lösungsmenge lässt sich im Allgemeinen nur an Beispielsystemen quantifizieren, bei denen die tatsächliche Erreichbarkeitsmenge berechnet werden kann. Einflussfaktoren für die Höhe der Überapproximation der Mengenprädiktion werden allgemein durch den Wrapping-Effekt und den Dependency-Effekt beschrieben [JKD⁺01, S. 20 ff.]. Der Wrapping-Effekt beschreibt allgemein die Überapproximation der tatsächlichen Lösungsmenge durch eine gewählte Mengendarstellung. Der Dependency-Effekt beschreibt den Einfluss durch die Ausführung von mengenbasierten Operationen auf die Höhe der Überapproximation der Lösungsmenge. Den Einfluss auf die Höhe der Überapproximation lässt sich durch die beiden Effekte nur qualitativ beschreiben. Genaue Untersuchungen müssen für jede Anwendung individuell durchgeführt werden. Die Effekte sind in Anhang A anhand eines Beispiels dargestellt. Werden Zonotope für die Berechnung einer überapproximierenden Mengenprädiktion für lineare zeitvariante Systeme gewählt, lässt sich der Wrapping-Effekt vermeiden [GLGM06], was zu einer geringen Überapproximation führt.

Überapproximierende Mengenprädiktion für lineare Systeme

Die Methode zur überapproximierenden Prädiktion von Mengen für lineare Systeme entspricht dem Verfahren aus [Alt10, S. 35 ff.]. Für lineare Systeme lässt sich die Lösung der Systemdifferentialgleichung in einen homogenen und partikulären Anteil aufteilen

$$\mathbf{x}(t) = \underbrace{e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}_0}_{\mathbf{x}_{\text{hom}}} + \underbrace{\int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{u}(\tau)d\tau}_{\mathbf{x}_{\text{p}}}, \quad (3.4)$$

und dadurch unabhängig voneinander berechnen. Diese Eigenschaft gilt ebenfalls für die Prädiktion von Mengen für lineare Systeme. Dadurch lässt sich die Erreichbarkeitsmenge \mathcal{R} für $t \in [t_k, t_{k+1}]$ durch

$$\mathcal{R}([t_k, t_{k+1}]) = \mathcal{H}([t_k, t_{k+1}]) \oplus \mathcal{P}([t_k, t_{k+1}]), \quad (3.5)$$

berechnen, wobei \mathcal{H} und \mathcal{P} unabhängig voneinander berechnet werden können [Alt10, S. 36]. Das Verfahren ist in Def. 3.18 eingeführt.

Definition 3.18 Berechnung der Erreichbarkeitsmenge für lineare Systeme

Sei $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ ein lineares zeitinvariantes System, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) \in \mathcal{X}_0 \subset \mathbb{R}^n$ die Menge an möglichen Anfangszuständen des dynamischen Systems und $\mathbf{u} \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ die Menge an möglichen Eingängen des dynamischen Systems, dann lässt sich durch

$$\mathcal{R}_k = \mathcal{H}_k \oplus \mathcal{P}_k,$$

mit dem homogenen Anteil

$$\mathcal{H}_k = e^{\mathbf{A}\Delta t}\mathcal{H}_{k-1}, \mathcal{H}_0 = \text{konvH}(\mathcal{H}_0, e^{\mathbf{A}\Delta t}\mathcal{H}_0) + \mathcal{F}\mathcal{X}_0,$$

$$\mathcal{F} = \sum_{i=2}^{\eta} \left[\left(i^{\frac{-i}{i-1}} - i^{\frac{-1}{i-1}} \right) \Delta t^i, 0 \right] \frac{\mathbf{A}^i}{i!} + \mathcal{E}(\Delta t),$$

$$\mathcal{E}(\Delta t) = [-1, 1] \frac{(\|\mathbf{A}\|_{\infty} \Delta t)^{\eta+1}}{(\eta+1)!} \frac{1}{1-\epsilon}, \epsilon = \frac{\|\mathbf{A}\|_{\infty} \Delta t}{\eta+2} < 1,$$

und dem partikulären Anteil

$$\mathcal{P}_k = \mathcal{P}_{k-1} + \text{box}(\mathbf{V}_k),$$

$$\mathbf{V}_k = e^{\mathbf{A}\Delta t}\mathbf{V}_{k-1}, \mathbf{V}_0 = \sum_{i=0}^{\eta} \left(\frac{\mathbf{A}^i r^{i+1}}{(i+1)!} \mathcal{U} \right) + \Delta t \mathcal{E}(\Delta t) \mathcal{U},$$

$$\mathcal{E}(\Delta t) = [-1, 1] \frac{(\|\mathbf{A}\|_{\infty} \Delta t)^{\eta+1}}{(\eta+1)!} \frac{1}{1-\epsilon}, \epsilon = \frac{\|\mathbf{A}\|_{\infty} \Delta t}{\eta+2} < 1,$$

die Erreichbarkeitsmenge des dynamischen Systems an den diskreten Zeitpunkten $t_k = \Delta t + t_{k-1}$ mithilfe von Zonotopen berechnen. [Alt10, S. 35 ff.].

Der homogene Anteil \mathcal{H}_k wird durch Multiplikation mit der Matrixexponentialfunktion auf die in Schritt $k - 1$ berechnete Lösung \mathcal{H}_{k-1} angewandt. Die Anfangsmenge \mathcal{H}_0 setzt sich hierbei aus der Anfangszustandsmenge \mathcal{X}_0 und dem Korrekturterm \mathcal{F} zusammen. Der Korrekturterm \mathcal{F} ist notwendig, um die im Allgemeinen nicht analytisch vorliegende Lösung der Matrixexponentialfunktion einzuschließen und damit eine Überapproximation zu gewährleisten.

Der partikuläre Anteil \mathcal{P}_k berechnet sich analog zum homogenen Anteil \mathcal{H}_k durch eine anfängliche Einschließung der partikulären Lösung \mathcal{V}_0 und anschließender Propagierung durch die Matrixexponentialfunktion. Die in Def. 3.18 definierte Berechnungsvorschrift für die Erreichbarkeitsmenge \mathcal{R}_k ist so optimiert, damit sich eine möglichst enge Überapproximation ergibt und während der iterativen Berechnung von \mathcal{R}_k kein Wrapping-Effekt auftritt [Alt10, S. 36 ff.]. Damit wird eine möglichst geringe Überapproximation der exakten Erreichbarkeitsmenge sichergestellt. In Beispiel 3.1 wird die Berechnung einer Erreichbarkeitsmenge \mathcal{R}_n anhand eines Beispielsystems mittels des Verfahrens aus Def. 3.18 gezeigt.

Beispiel 3.1 Berechnung einer Erreichbarkeitsmenge \mathcal{R}_n

Gegeben sei die folgende Systemdynamik,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

sowie die Menge an möglichen Anfangszuständen \mathcal{X}_0 und die Menge an möglichen Eingangsgrößen \mathcal{U} mit

$$\mathcal{X}_0 = \begin{pmatrix} [0.9, 1.1] \\ [0.9, 1.1] \end{pmatrix}, \mathcal{U} = \begin{pmatrix} [0.9, 1.1] \\ [-0.25, 0.25] \end{pmatrix}.$$

Durch Anwendung des Verfahrens aus Def. 3.18 mit einer Schrittweite von $\Delta t = 0.1$ und $\eta = 4$ resultieren die in Abb. 3.2 dargestellten Zustandsmengen $\mathcal{R}_n, \forall n = 1, \dots, 5$. Zur Veranschaulichung sind zusätzlich mit einem ode45-Verfahren simulierte Zustandsverläufe mit zufällig gewählten Werten für $x \in \mathcal{X}_0$ und $u \in \mathcal{U}$ dargestellt.

3.3 Präzisierung der Schnittstellen und Vorprozessierung der Eingangsdaten

In diesem Abschnitt werden die in Abschnitt 2.1 eingeführten Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente präzisiert. Dazu werden in Abschnitt 3.3.1 mathematische Definitionen für die jeweiligen Schnittstellen gegeben. In Abschnitt 3.3.2 werden basierend auf den präzisierten Schnittstellen aus Abschnitt 3.3.1 Verfahren zur Vorprozessierung eingeführt, welche für Umsetzung der vorgestellten Verfahren in Kapitel 4 und Kapitel 5 benötigt werden.

Sowohl die Präzisierung der Schnittstellen in Abschnitt 3.3.1 als auch die Verfahren zur Vorprozessierung der Eingangsdaten in Abschnitt 3.3.2 sind im Stand der Technik gängig [Zie15, S. 9 ff., Wer17, S. 27 ff.].

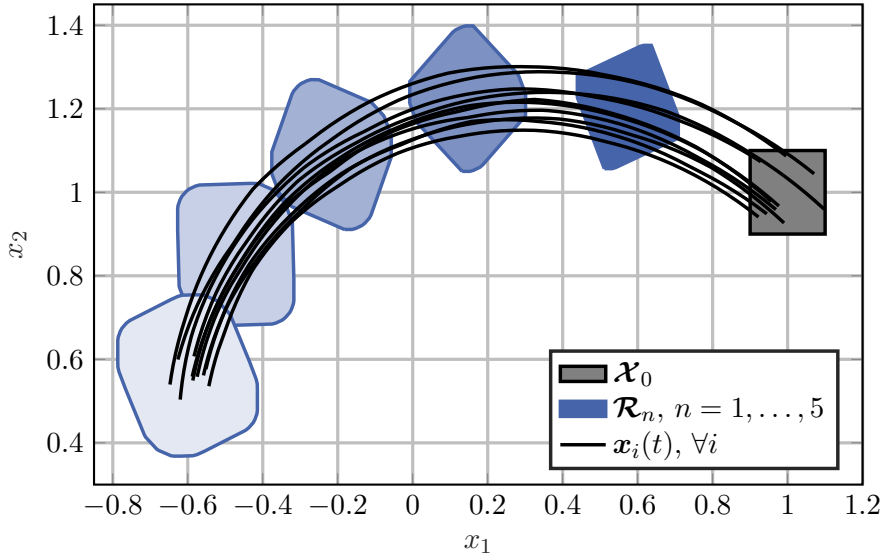


Abbildung 3.2: Darstellung einer Erreichbarkeitsmenge für lineare Systeme: Zustandsmengen \mathcal{R}_n für $t_n = 0.1, \dots, 0.5$ (blau), Menge an möglichen Anfangszuständen \mathcal{X}_0 (grau), mögliche Zustandstrajektorien $\mathbf{x}(t)$ (schwarz)

3.3.1 Präzisierung der Schnittstellen

Basierend auf den in Abschnitt 2.1 eingeführten Schnittstellen wird in diesem Abschnitt die nominelle Beschreibung der Schnittstellen weiter präzisiert. Die jeweilige Beschreibungsform der berücksichtigten Unsicherheiten der in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren wird in den jeweiligen Kapiteln eingeführt.

Die Manöverspezifikation \mathcal{M}_s wird von der Manöverplanungskomponente bereitgestellt und ist in Def. 3.19 mit den dazugehörigen Teilkomponenten eingeführt.

Definition 3.19 Manöverspezifikation

Sei $\pi_{\text{ref}} = \{\mathbf{p}_{\text{ref},i}, v_{\text{ref},i}\}$, $\forall i$ der Referenzpfad, $\mathbf{p}_{\text{ref},i} = (x_{\text{ref},i}, y_{\text{ref},i}, \Theta_{\text{ref},i})^T$, $\forall i$ die Folge an Referenzpunkten und $v_{\text{ref},i}$, $\forall i$ die Folge an Referenzgeschwindigkeiten, dann ist die Manöverspezifikation \mathcal{M}_s durch

$$\mathcal{M}_s = \{\pi_{\text{ref}}\}$$

gegeben.

Die detektierten dynamischen Objekte werden durch eine sogenannte Objektliste von der dynamischen Objektdetektionskomponente bereitgestellt [Wer17, S. 27 ff.]. Die Objektlisten ermöglichen es den jeweiligen Objekten eine Vielzahl an Eigenschaften zuzuordnen und abzurufen. Für die Trajektorienplanung wichtige Eigenschaften der dynamischen Objekte sind die aktuelle Objektbelegungsmenge $\mathcal{O}_{d,j}$ sowie die zukünftigen Belegungsmengen $\mathcal{O}_{d,j,n}$, $\forall n$

basierend auf dem aktuellen dynamischen Objektzustand [LVL14]. Um diese dynamischen Objektprädiktionen innerhalb der Trajektorienplanungskomponente zu berücksichtigen, wird die Schnittstelle zur dynamischen Objektprädiktionskomponente nach Def. 3.20 definiert.

Definition 3.20 Dynamische Objektprädiktion

Seien $\mathcal{O}_{d,j}(t_k)$, $\forall j$ die Belegungsmengen der im Fahrzeugumfeld befindlichen dynamischen Objekte zum aktuellen Zeitpunkt t_k , dann sind die dynamischen Objektprädiktionen \mathcal{O}_d durch

$$\mathcal{O}_d = \{\mathcal{O}_{d,j,n}(t_k), \forall j, \forall n = 0, \dots, N\}$$

gegeben.

Hierbei stellt der Index j ein einzelnes Objekt und der Index n den zeitlichen Prädiktionsschritt bis zum Prädiktionshorizont N dar.

Die im Fahrzeugumfeld auftretenden statischen Objekte werden durch eine statische Objektkarte repräsentiert. Diese wird wie im Stand der Technik üblich durch ein Belegungsgitter wie in Def. 3.21 definiert, dargestellt. [SKK08, S. 1135 ff.]

Definition 3.21 Statische Objektkarte

Sei δ die räumliche Diskretisierung eines Gitters und $o_s \in [0, 1]$ der Belegungswert eines Gitterlements, dann ist das Belegungsgitter durch

$$\mathcal{O}_s = \{(o_{s,i,j}), \forall i, \forall j\}$$

gegeben.

Der Belegungswert $o_s = 1$ entspricht hierbei einer Belegung des Gitterelements durch ein Hindernis, der Belegungswert $o_s = 0$ entspricht einem freien Gitterelement, welches potenziell durch das Fahrzeug befahrbar ist.

Die lokale Spurinformaton \mathcal{P}_s wird durch die semantische Kartenkomponente zur Verfügung gestellt. Basierend auf der aktuellen Fahrzeugposition innerhalb der semantischen Karte wird die für die Trajektorienplanung notwendige lokale Spurinformaton bereitgestellt. Die lokale Spurinformaton ist in Def. 3.22 definiert.

Definition 3.22 Lokale Spurinformaton

Sei $\{p_{l/r}\}$ der Polygonzug, welcher die rechte und linke Fahrbahnbegrenzung in der Umgebung der aktuellen Fahrzeugposition beschreibt, dann ist die lokale Spurinformaton durch

$$\mathcal{P}_s = \{\{p_l\}, \{p_r\}\}$$

gegeben.

Die Anzahl der Stützstellen $p_{i,l/r}$ innerhalb eines Polygonzugs $\{p_{l/r}\}$ kann je nach Fahrbahngeometrie variieren, um die für das Fahrzeug verfügbare Fahrspur möglichst genau zu

approximieren [BZS14]. Wie bereits in [BZS14] und [PPJ⁺18] motiviert, erlaubt eine Beschreibung der Spurinformaton \mathcal{P}_s durch Polygonzüge $\{\mathbf{p}_{l/r}\}$ eine flexibel anpassbare geometrische Beschreibung und somit kann eine möglichst große Anzahl an Szenarien beschrieben werden. Der aktuelle Fahrzeugzustand $\mathbf{x}_{f,\text{ist}}$ wird durch die Fahrzeuglokalisierungskomponente und dazugehöriger Fahrzeugzustandsschätzung berechnet. Als Fahrzeugmodell wird das kinematische Einradmodell verwendet, welches insbesondere in Fahrzeugen mit Differentialkinematik angewandt wird [SKK08, S. 579]. Die Differentialkinematik erlaubt das Drehen auf der Stelle und stellt somit eine hohe Manövrierfähigkeit des Fahrzeugs sicher, was insbesondere in Anwendungsgebieten wie der automatisierten Logistik von Vorteil ist. Das Fahrzeugmodell ist in Def. 3.23 eingeführt.

Definition 3.23 Fahrzeugmodell

Sei $\mathbf{x}_f \in \mathbb{R}^n$ der Zustands des Fahrzeugs und $\mathbf{u}_f \in \mathbb{R}$ ist die Stellgröße des Fahrzeugmodells, dann ist das dynamische Verhalten des Fahrzeugs durch

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{f}_f(\mathbf{x}_f, \mathbf{u}_f)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{y}_f \\ \dot{v}_f \\ \dot{\Theta}_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_f \cos(\Theta_f) \\ v_f \sin(\Theta_f) \\ a_f \\ \omega_f \end{pmatrix}$$

mit

$$\mathbf{x}_f = (x_f \quad y_f \quad v_f \quad \theta_f)^T, \mathbf{u}_f = (a_f \quad \omega_f)^T,$$

gegeben.

Der Fahrzeugzustand \mathbf{x}_f setzt sich aus der Fahrzeugposition $\mathbf{p}_f = (x_f, y_f)$, der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f und dem Fahrzeuggierwinkel θ_f zusammen. Die Stellgröße \mathbf{u}_f des Fahrzeugmodells setzt sich aus der Fahrzeugbeschleunigung a_f sowie der Giergeschwindigkeit ω_f zusammen. Nach Def. 2.1 stellt die Gleichheitsnebenbedingung eines Trajektorienplanungsproblems das Fahrzeugmodell dar. Diese stellt in Fall des Einradmodells nach Def. 3.23 keine affine Abbildung dar. Ohne weitere Modifikation des Trajektorienplanungsproblems ist durch das Fahrzeugmodell ein nicht konvexes Optimierungsproblem gegeben. Die Fahrzeuggrößen sind in Abb. 3.3 visualisiert.

Die Fahrzeugposition \mathbf{p}_f sowie der Fahrzeuggierwinkel Θ_f werden in einem ortsfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_o dargestellt. Die Fahrzeuggeschwindigkeit v_f , die Fahrzeugbeschleunigung a_f und die Giergeschwindigkeit ω_f werden in dem fahrzeugfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_f dargestellt.

3.3.2 Vorprozessierung der Eingangsdaten

Basierend auf den in Abschnitt 3.3.1 eingeführten mathematischen Definitionen für die Schnittstellen der Trajektorienplanungskomponente werden in diesem Abschnitt Verfahren zur Vorprozessierung der Eingangsdaten eingeführt. Diese werden für die in Kapitel 4 und Kapitel 5

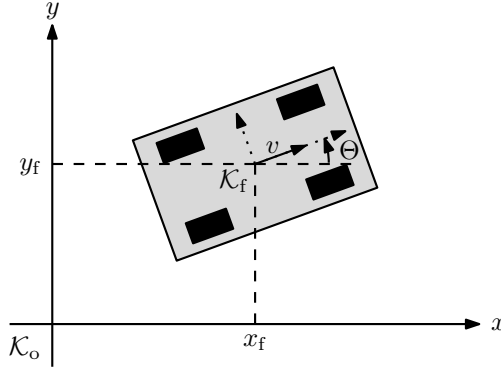


Abbildung 3.3: Darstellung des Fahrzeugmodells mit dazugehörigen Zustandsgrößen und Darstellung des ortsfesten Koordinatensystems \mathcal{K}_o und des fahrzeugfesten Koordinatensystems \mathcal{K}_f

vorgestellten Verfahren benötigt, um das formulierte Trajektorienplanungsproblem mit den Eingangsdaten zu initialisieren und zu aktualisieren.

Berechnung der Referenztrajektorie

Die in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren stellen die kollisionsfreie Planung der Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ sicher. Zusätzlich wird zur Planung der Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ das Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 berücksichtigt. Daher existieren keine gesonderten Anforderungen an den Referenzpfad π_{ref} bezüglich der Kollisionsfreiheit oder der Pfadkrümmung. Die Manöverspezifikation ist nach Def. 3.19 durch einen Referenzpfad π_{ref} mit dazugehöriger Referenzgeschwindigkeit $v_{\text{ref},i}$, $\forall i$ dargestellt. Durch Integration der Geschwindigkeit $v_{\text{ref},i}$ entlang des Referenzpfads π_{ref} ,

$$s_{n+1} = s_n + v_{\text{ref}}(s_n)\Delta t, s_0 = 0, n = 0, \dots, N, \quad (3.6)$$

und Auswertung des interpolierten Referenzpfads $\pi_{\text{ref}}(s_n)$ erhält man die Referenzposition $\mathbf{p}_{f,\text{ref}}$. Die Referenzorientierung $\Theta_{f,\text{ref}}$ wird durch tangentiale Ausrichtung der Fahrlängsachse am interpolierten Referenzpfad $\pi_{\text{ref}}(s_n)$ gebildet. Zusammen mit der Referenzgeschwindigkeit $v_{f,\text{ref},n} = v_{\text{ref}}(s_n)$ ist die Referenztrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{ref}}$ bestimmbar.

Berechnung von Distanzen

Für Trajektorienplanungsverfahren zur kollisionsfreien Planung einer Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ ist die recheneffiziente Bestimmung von Distanzen zu statischen und dynamischen Objekten ein wichtiger Bestandteil, da diese insbesondere während der Lösung des Trajektorienplanungsproblems zu Kollisionsprüfungen benötigt werden [ZBS⁺14, 23 ff.]. Zur Berechnung der Distanz zu statischen Hindernissen, welche in einem Belegungsgrid dargestellt sind, existieren Verfahren

durch Berechnung von euklidischen Distanztransformationen [FCTB08] sowie verfügbare effiziente Implementierungen [Bra00]. In Abb. 3.4 ist beispielhaft die resultierende Distanzkarte basierend auf der euklidischen Distanztransformation für ein Belegungsgitter dargestellt. In Abb. 3.4 (a) ist das Belegungsgitter mit zwei Linienelementen gezeigt. In Abb. 3.4 (b) ist die resultierende Distanzkarte dargestellt. Je heller der Grauton, desto höher ist die Distanz zum Linienobjekt.

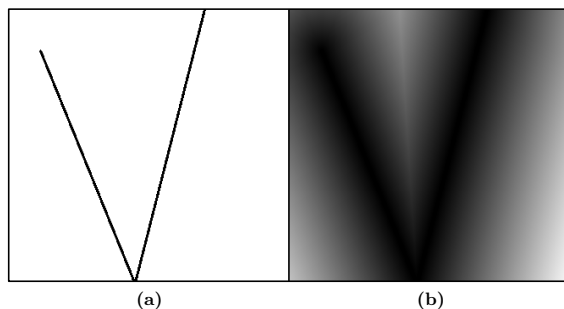


Abbildung 3.4: Darstellung der berechneten Distanzkarte basierend auf der euklidischen Distanztransformation: (a) Linienförmige Objekte in einem Belegungsgitter, (b) Resultierende Distanzkarte

Müssen in einem Planungszyklus Distanzen von einer Position \mathbf{p} zu einer großen Anzahl Objekten $\mathcal{O}_{s/d,i}$, $\forall i = 0, \dots, I$, berechnet werden, ist zur Kollisionsprüfung nach [Zie15, S. 25 ff.] das Objekt $\mathcal{O}_{s/d,i}^*$ mit der geringsten Distanz

$$\mathcal{O}_{s/d,i}^* = \min_i d(\mathbf{p}, \mathcal{O}_{s/d,i}) \quad (3.7)$$

zu betrachten. Um bei der Lösung des Trajektorienplanungsproblems den Rechenaufwand gering zu halten, wird Gleichung (3.7) nicht für jede Position \mathbf{p} neu berechnet. Anstatt dessen werden nach [Zie15, S. 23 ff.] initial Voronoi-Regionen berechnet. Damit ist jedem Objekt $\mathcal{O}_{s/d,i}^*$ eine Fläche zugeordnet, in welcher das $\mathcal{O}_{s/d,i}^*$ für die Berechnung der geringsten Distanz zu berücksichtigen ist. In Abb. 3.5 sind die Voronoi-Regionen für drei Linienobjekte (blau, grün, rot) dargestellt.

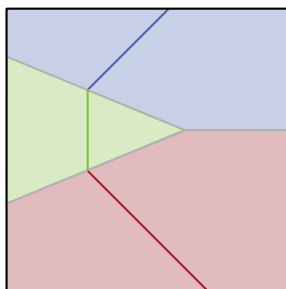


Abbildung 3.5: Darstellung der Voronoi-Regionen (hellblau, hellgrün, hellrot) für drei Linienobjekte (blau, grün, rot)

4 Verfahren zur Trajektorienplanung mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden

In diesem Kapitel wird ein neuartiges Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden vorgestellt. Das Verfahren berücksichtigt mit Unsicherheit behaftete Objektprädiktionen ohne Einschränkung des kollisionsfreien Raums sowie auftretende Approximationsfehler durch Linearisierung des Fahrzeugmodells explizit und beantwortet damit die in Abschnitt 2.5 definierten Forschungsfragen I methodisch.

Die Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion wird in Abschnitt 4.1 vorgenommen. Die Linearisierung des Fahrzeugmodells sowie die Abschätzung des auftretenden Linearisierungsfehlers wird in Abschnitt 4.2 durchgeführt. Das resultierende Trajektorienplanungsproblem wird in Abschnitt 4.3 eingeführt und die Berücksichtigung der in Abschnitt 4.1 und Abschnitt 4.2 präsentierten Approximationen und Abschätzungen wird dargestellt. Eine Zusammenfassung des Entwurfs und der Eigenschaften des vorgestellten Trajektorienplanungsverfahrens sowie die Diskussion der Ergebnisse ist in Abschnitt 4.4 gegeben.

4.1 Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion sowie Approximation

In Abschnitt 4.1.1 wird die Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion durchgeführt. Basierend auf der Modellierung erfolgt in Abschnitt 4.1.2 die geeignete Approximation der modellierten Unsicherheit.

4.1.1 Modellierung der Unsicherheit der Objektprädiktion

Um wie in Abschnitt 2.5.2 formuliert eine Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion zu ermöglichen, ohne dabei den kollisionsfreien Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ einzuschränken, wird die Unsicherheit der Objektprädiktion durch einen Kostenterm in das Trajektorienplanungsproblem integriert. Dieser Kostenterm ist in Def. 4.1 eingeführt.

Definition 4.1 Kostenterm der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion

Der Kostenterm $j_{d,i}$ für eine mit Unsicherheit behaftete Prädiktion eines dynamischen Objekts i ist durch

$$j_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}) = a_{d,i} \exp \left(- \left(\frac{(x_f - x_d)^2}{2\sigma_x} + \frac{(y_f - y_d)^2}{2\sigma_y} \right) \right),$$

mit

$$\sigma_x = d_{f,x} + \hat{\sigma}_{xx,i}\rho,$$

$$\sigma_y = d_{f,y} + \hat{\sigma}_{yy,i}\rho,$$

gegeben. [SGH20]

Der Kostenterm $j_{d,i}$ wird durch eine Potentialfunktion gebildet. Durch Adaption der Parameter $\hat{\sigma}_{xx,i}$ und $\hat{\sigma}_{yy,i}$ über den Prädiktionshorizont wird eine sich ändernde Unsicherheit des geschätzten Objektzustands im Kostenterm $j_{d,i}$ berücksichtigt. Über die Parameter $d_{f,x}$ und $d_{f,y}$ sind die Abmessungen des Objekts abbildbar. Der Parameter $a_{d,i}$ ermöglicht die Gewichtung des Kostenterms $j_{d,i}$. In Abb. 4.1 ist der Kostenterm $j_{d,i}$ visualisiert. Durch ρ wird die Gewichtung der Unsicherheit $\hat{\sigma}_{xx/yy,i}$ ermöglicht. In Abb. 4.1 ist der Kostenterm $j_{d,i}$ im Objekt-Koordinatensystem \mathcal{K}_d für unterschiedliche Werte von σ_x qualitativ dargestellt. Durch die in Def. 4.1 eingeführte Modellierung sind höhere Kosten bei einer höheren Unsicherheit $\hat{\sigma}_{xx,i}$ und gleichem Abstand $(x_f - x_d)$ zwischen dynamischem Objekt und Fahrzeug umsetzbar. Für den Abstand $(y_f - y_d)$ ist das gezeigte Verhalten analog.

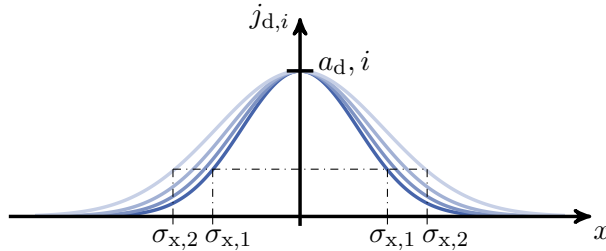


Abbildung 4.1: Qualitative Darstellung des Kostenterms $j_{d,i}$ für unterschiedliche Werte von σ_x mit $\sigma_{x,1} < \sigma_{x,2}$

4.1.2 Approximation des Kostenterms

Der durch Def. 4.1 eingeführte Kostenterm $j_{d,i}$ ist nichtlinear und nicht konvex, was die direkte Integration des Kostenterms $j_{d,i}$ in das Trajektorienplanungsproblem verhindert. Durch Anwendung von Def. 3.7 wird eine quadratische Approximation von Def. 4.1 um einen Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} ,

$$\begin{aligned}
j_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}) &\approx j_{d,i}(\mathbf{x}_{ap}, \mathbf{x}_{d,i}) + \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_f} j_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}) \right)_{\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_{ap}}^T}_{=\mathbf{g}_{j_d}^T} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap}) \\
&+ (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap})^T \underbrace{\left(\frac{\partial^2}{\partial^2 \mathbf{x}_f} j_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}) \right)_{\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_{ap}}}_{=\mathbf{H}_{j_d}} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap}), \quad (4.1)
\end{aligned}$$

durchgeführt. Hierbei stellt $\mathbf{g}_{j_d}^T$ den Gradienten und $\mathbf{H}_{j_d} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ die Hessematrix von $j_{d,i}$ dar. Je nach Wahl des Approximationspunkts \mathbf{x}_{ap} ist Gleichung (4.1) nach Satz. 3.2 nicht konvex. Um unabhängig der Wahl des Approximationspunkts \mathbf{x}_{ap} einen konvexen Kostenterm zu erhalten, wird die Hessematrix \mathbf{H}_{j_d} durch Modifikation der Eigenwerte zu $\lambda_i < 0, \forall i = 1, \dots, 4$ konvexifiziert [NW99, S. 49 ff.]. Der resultierende approximierte Kostenterm $\tilde{j}_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}, \mathbf{x}_{ap})$ ist in Def. 4.2 zusammengefasst.

Definition 4.2 Approximierter Kostenterm für eine mit Unsicherheit behaftete Prädiktion eines dynamischen Objekts

Der approximierte konvexe Kostenterm $\tilde{j}_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i})$ für eine mit Unsicherheit behaftete Prädiktion eines dynamischen Objekts i ist durch

$$\begin{aligned}
\tilde{j}_{d,i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_{d,i}) &= j_{d,i}(\mathbf{x}_{ap}, \mathbf{x}_{d,i}) + \mathbf{g}_{j_d}^T (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap}) \\
&+ (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap})^T \tilde{\mathbf{H}}_{j_d} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{ap})
\end{aligned}$$

gegeben. [SGH20]

4.2 Linearisierung des Fahrzeugmodells und Abschätzung des Linearisierungsfehlers

Basierend auf dem Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 wird in Abschnitt 4.2.1 die Linearisierung des Fahrzeugmodells vorgenommen, um eine konvexe Formulierung des Trajektorienplanungsproblems zu ermöglichen. Um auftretende Linearisierungsfehler während der Lösung des Trajektorienplanungsproblems überapproximativ zu berücksichtigen, wird der Betrag des möglichen Linearisierungsfehlers in Abschnitt 4.2.2 mathematisch abgeschätzt, um eine Einschließung des Linearisierungsfehlers zu erzielen.

4.2.1 Linearisierung des Fahrzeugmodells

Durch Anwendung der Taylorreihenentwicklung aus Def. 3.7 und unter Berücksichtigung des Restglieds wird das Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 in Def. 4.3 exakt abgebildet.

Definition 4.3 Linearisierung des Fahrzeugmodells durch Taylorreihenentwicklung

Durch Anwendung von Def. 3.7 auf das linearisierte Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 resultiert die Systemdynamik

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \mathbf{A}\mathbf{x}_f + \mathbf{B}\mathbf{u}_f + \mathbf{g} + \mathbf{w}_{\text{lin}},$$

mit

$$\mathbf{w}_{\text{lin},i} = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}) \frac{\partial^2}{\partial^2 \mathbf{x}_f} f_i(\boldsymbol{\xi}_i) (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}),$$

$$\boldsymbol{\xi}_i \in \{\mathbf{x}_{\text{ap}} + \alpha_i (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}) \mid \alpha_i \in [0, 1]\},$$

und

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos(\Theta_{\text{ap}}) & -v_{\text{ap}} \sin(\Theta_{\text{ap}}) \\ 0 & 0 & \sin(\Theta_{\text{ap}}) & v_{\text{ap}} \cos(\Theta_{\text{ap}}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \Theta_{\text{ap}} v_{\text{ap}} \sin(\Theta_{\text{ap}}) \\ -\Theta_{\text{ap}} v_{\text{ap}} \cos(\Theta_{\text{ap}}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Durch \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{g} wird die affine Systemdynamik beschrieben. Das Restglied der Taylorreihenentwicklung ist durch \mathbf{w}_{lin} gegeben. Durch Zeitdiskretisierung lässt sich der nominelle Teil des in Def. 4.2.1 eingeführten linearisierten Fahrzeugmodells durch

$$\mathbf{x}_{f,n+1} = \boldsymbol{\Phi}_{f,n} \mathbf{x}_{f,n} + \mathbf{H}_{f,n} \mathbf{u}_{f,n} + \mathbf{g}_{f,n} \quad (4.2)$$

darstellen. Die Herleitung sowie die elementweise Darstellung der Bestandteile von Gleichung (4.2) ist in Anhang B.1 gegeben.

4.2.2 Abschätzung des Linearisierungsfehlers

Um den auftretenden Approximationsfehler durch die Linearisierung des Fahrzeugmodells innerhalb des Trajektorienplanungsproblems zu berücksichtigen, wird in diesem Abschnitt der durch Def. 4.3 gegebene Linearisierungsfehler \mathbf{w}_{lin} abgeschätzt. Dadurch wird der tatsächlich auftretende Linearisierungsfehler durch einen oberen und einen unteren Wert eingeschlossen. Die Abschätzung des Linearisierungsfehlers \mathbf{w}_{lin} ist in Satz. 4.1 gegeben.

Satz 4.1 Abschätzung des auftretenden Linearisierungsfehlers w_{lin}

Der auftretende Linearisierungsfehler w_{lin} des linearisierten Fahrzeugmodells aus Def. 4.3 wird durch

$$|w_{\text{lin},i}| \leq \frac{1}{2} |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}|^T \max_{\xi_i} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i(\xi_i)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}|$$

abgeschätzt.

Beweis:

$$\begin{aligned} |w_{\text{lin},i}| &= \left| \frac{1}{2} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}})^T \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i(\xi_i)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} (\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}) \right|, \\ |w_{\text{lin},i}| &\leq \frac{1}{2} |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}|^T \left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i(\xi_i)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}|, \\ |w_{\text{lin},i}| &\leq \frac{1}{2} |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}|^T \max_{\xi_i} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i(\xi_i)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) |\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_{\text{ap}}| \end{aligned} \quad (4.3)$$

□

Durch Anwendung von Satz. 4.1 ist die Unsicherheit der Ableitungen der Zustände $\dot{x} = v_x$ und $\dot{y} = v_y$ abschätzbar. Die resultierende Abschätzung ist in Satz. 4.2 gegeben.

Satz 4.2 Abschätzung der Unsicherheit von v_x und v_y

Die Abschätzung der Unsicherheit von v_x und v_y ist durch

$$\tilde{w}_{v_x} = \tilde{w}_{v_y} = |\Theta_f - \Theta_{\text{ap}}| \cdot |v_f - v_{\text{ap}}| + \bar{v}_f (\Theta_f - \Theta_{\text{ap}})^2$$

mit

$$\bar{v}_f = \min(v_{f,\text{max}}, v_{f,0} + n\Delta t a_{f,\text{max}})$$

gegeben.

Durch \bar{v}_f wird die maximal erreichbare Fahrzeuggeschwindigkeit während des aktuellen Prädiktionsschritts $n = 0, \dots, N$ beschrieben. Diese bildet sich aus dem Minimum der maximalen Fahrzeuggeschwindigkeit und der durch maximale Beschleunigung $a_{f,\text{max}}$ erreichbare Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{f,0} + n\Delta t a_{f,\text{max}}$ im aktuellen Prädiktionsschritt n . Der Beweis von Satz. 4.1 ist nachfolgend gegeben.

Beweis:

Um den Zusammenhang aus Satz. 4.1 zu zeigen, wird

$$\max_{\xi_i} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i(\xi_i)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) \quad (4.4)$$

weiter betrachtet und abgeschätzt. Da \mathbf{f} für $x_3 = v_f$ und $x_4 = \Theta_f$ linear ist, folgt

$$\max_{\xi_{3/4}} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_{3/4}(\xi_{3/4})}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}. \quad (4.5)$$

Der Term $\max_{\xi_1} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_1(\xi_1)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right)$ ist durch

$$\begin{aligned} \max_{\xi_1} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_1(\xi_1)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) &= \max_{\xi_1} \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\xi_{1,4}) \\ 0 & 0 & -\sin(\xi_{1,4}) & -\xi_{1,3} \cos(\xi_{1,4}) \end{pmatrix} \right| \\ &\leq \max_{\xi_1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\sin(\xi_{1,4})| \\ 0 & 0 & |\sin(\xi_{1,4})| & |\xi_{1,3} \cos(\xi_{1,4})| \end{pmatrix} \\ &\leq \max_{\xi_1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & |\xi_{1,3}| \end{pmatrix} = \max_{\xi_1} \mathbf{H}_{\xi_1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

abschätzbar. Für $\max_{\xi_2} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_2(\xi_2)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right)$ gilt analog

$$\max_{\xi_2} \left(\left| \frac{\partial^2 \mathbf{f}_2(\xi_2)}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) \leq \max_{\xi_2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & |\xi_{2,3}| \end{pmatrix} = \max_{\xi_2} \mathbf{H}_{\xi_2}. \quad (4.7)$$

Die Ausführung der einzelnen Schritte ist in Anhang B.2 gegeben. Um $\max_{\xi_{1/2}} \mathbf{H}_{\xi_{1/2}}$ aufzulösen, wird

$$\xi_{1/2,3} = v_{ap} + \alpha_{1/2} (v_f - v_{ap}), \alpha_{1/2} \in [0, 1], \quad (4.8)$$

betrachtet. Um Gleichung (4.6) und analog Gleichung (4.7) zu maximieren, muss Gleichung (4.8) maximiert werden. Dies ist durch

$$|\xi_{1/2,3}| \leq |v_{f,0}| + a_{f,\max} \Delta t n = \bar{v}_f \quad (4.9)$$

im unbeschränkten Fall möglich. Durch Gleichung (4.9) wird die maximal erreichbare Geschwindigkeit im aktuellen Prädiktionsschritt beschrieben. Gemeinsam mit dem beschränkten Fall wird \bar{v}_f durch

$$\bar{v}_f = \min(v_{f,\max}, v_{f,0} + \Delta t a_{f,\max} n) \quad (4.10)$$

bestimmt. Durch Einsetzen von Gleichung (4.9) und Gleichung (4.6) bzw. Gleichung (4.7) in Satz. 4.1 resultiert

$$|w_{\text{lin},1/2}| \leq \tilde{w}_{v_x} = \tilde{w}_{v_y} = |\Theta_f - \Theta_{\text{ap}}| \cdot |v_f - v_{\text{ap}}| + \frac{\bar{v}_f}{2} (\Theta_f - \Theta_{\text{ap}})^2, \quad (4.11)$$

was zusammen mit Gleichung (4.9) Satz. 4.1 entspricht. \square

4.3 Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens

Basierend auf des in Abschnitt 4.1 modellierten Kostenterms zur Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und des in Abschnitt 4.2 linearisierten Fahrzeugmodells wird in diesem Abschnitt der Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens beschrieben. Dazu wird in Abschnitt 4.3.1 das Trajektorienplanungsproblem definiert. In Abschnitt 4.3.2 und Abschnitt 4.3.3 wird die Einbindung des Kostenterms für eine mit Unsicherheit behaftete Objektprädiktion sowie des linearisierten Fahrzeugmodells unter Berücksichtigung des Linearisierungsfehlers beschrieben.

4.3.1 Formulierung des Trajektorienplanungsproblems

Das Trajektorienplanungsproblem unter Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und unter Berücksichtigung des Linearisierungsfehlers des Fahrzeugmodells ist in Def. 4.4 eingeführt.

Definition 4.4 Konvexes Trajektorienplanungsproblem unter Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen und Linearisierungsfehler des Fahrzeugmodells

Seien $J_{x,\text{ref},n}$, $J_{u,\text{ref},n}$, $J_{\Delta u,\text{ref},n}$ und $J_{s,n}$ konvexe Funktionen und \mathcal{X}_f sowie \mathcal{U}_f konvexe Mengen, dann ist das konvexe Trajektorienplanungsproblem unter Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen und Linearisierungsfehler des Fahrzeugmodells durch

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}_f} J = & \sum_{n=0}^N J_{x,\text{ref},n} + J_{u,\text{ref},n} + J_{\Delta u,\text{ref},n} \\ & + J_{s,n} + \sum_{i=0}^I \tilde{J}_{d,i,n} \end{aligned}$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{f,n+1} &= \Phi_{f,n} \mathbf{x}_{f,n} + \mathbf{H}_{f,n} \mathbf{u}_{f,n} + \mathbf{g}_{f,n}, & \forall n = 0, \dots, N, \mathbf{x}_{f,0} = \mathbf{x}_f(t_k), \\ -m_{v,n} x_{f,n} - b_{v,n} y_{f,n} + c_{v,n} + \kappa_{v,n} &\leq 0 & \forall n = 0, \dots, N, \forall v = 1, \dots, V, \\ \mathbf{x}_{f,n} &\in \mathcal{X}_f, & \forall n = 0, \dots, N, \\ \mathbf{u}_{f,n} &\in \mathcal{U}_f, & \forall n = 0, \dots, N, \end{aligned}$$

gegeben.

Die Kostenterme $J_{x,\text{ref}}(\mathbf{x}_{f,n}, \mathbf{x}_{f,\text{ref},n})$ und $J_{u,\text{ref}}(\mathbf{u}_{f,n}, \mathbf{u}_{f,\text{ref},n})$ stellen die Referenzkosten in Abhängigkeit einer Referenztrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{ref},n}$, $\mathbf{u}_{f,\text{ref},n}$ dar. Diese werden quadratisch gewählt [MHM13, GGW16]. Durch den Kostenterm $J_{\Delta u,\text{ref}}(\mathbf{u}_{f,n}, \mathbf{u}_{\text{soll},k-1,n}^*)$ wird eine Gewichtung der zu optimierenden Steuerfolge basierend auf der vorherigen optimalen Steuerfolge $\mathbf{u}_{\text{soll},k-1,n}^*$ umgesetzt, was die Generierung von glatten Stellgrößenverläufen sicherstellt. Der Kostenterm $J_s(\mathbf{x}_{f,n})$ ermöglicht die Gewichtung von statischen Hindernissen in Abhängigkeit des Fahrzeugzustands $\mathbf{x}_{f,n}$. Die Formulierungen dieser Kostenterme sind in Anhang D zusammengefasst. Die Mengen \mathcal{X}_f und \mathcal{U}_f stellen allgemeine konvexe Zustands- und Eingangsbeschränkungen dar. Durch die Koeffizienten $m_{v,n}$, $b_{v,n}$, $c_{v,n}$ und $\kappa_{v,n}$ werden lineare Ungleichungen beschrieben, welche den um den abgeschätzten Approximationsfehler des Fahrzeugmodells verkleinerten kollisionsfreien Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ darstellen. Der Approximationsfehler des Fahrzeugmodells wird durch den Korrekturterm $\kappa_{v,n}$ berücksichtigt. Durch die linearen Ungleichungen wird nach Def. 3.3 ein H-Polytop beschrieben. Die Lösung des formulierten Trajektorienplanungsproblems erfolgt, wie in Abschnitt 2.2 vorgestellt, zur Laufzeit zyklisch auf Basis aktualisierter Eingangsdaten.

Das Trajektorienplanungsproblem in Def. 4.4 ist nach Satz. 3.4 konvex, wenn die Kostenfunktion J und die Nebenbedingungen konvex sind. Durch die Konvexität der Kostenterme ist nach Satz. 3.3 auch die Kostenfunktion J konvex. Die Konvexität der Nebenbedingungen $\mathbf{x}_{f,n+1} = \Phi_n \mathbf{x}_{f,n} + \mathbf{H}_n \mathbf{u}_{f,n} + \mathbf{g}_n$, sowie \mathcal{X}_f und \mathcal{U}_f sind durch die Affinität des linearisierten Fahrzeugmodells sowie die konvexe Wahl der allgemeinen Zustands- und Eingangsbeschrän-

kungen gegeben. Die Konvexität des approximierten kollisionsfreien Raums, $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n}$, wird durch die Ausführungen in Abschnitt 4.3.3 sichergestellt.

4.3.2 Einbindung des Kostenterms der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und Wahl von \mathbf{x}_{ap}

Um die mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen der im Fahrzeugumfeld befindlichen dynamischen Objekte zu berücksichtigen, wird Def. 4.2 mit den jeweiligen auftretenden Unsicherheiten in das Trajektorienplanungsproblem Def. 4.4 eingebunden. Die Einbindung erfolgt zeitdiskret, was in

$$\begin{aligned} \tilde{j}_{d,i,n}(\mathbf{x}_{f,n}, \mathbf{x}_{d,i,n}) &= \tilde{j}_{d,i,n}(\mathbf{x}_{\text{ap},n}, \mathbf{x}_{d,i,n}) + \mathbf{g}_{j_{d,n}}^T(\mathbf{x}_{f,n} - \mathbf{x}_{\text{ap},n}) \\ &\quad + (\mathbf{x}_{f,n} - \mathbf{x}_{\text{ap},n})^T \tilde{\mathbf{H}}_{j_{d,n}}(\mathbf{x}_{f,n} - \mathbf{x}_{\text{ap},n}), \end{aligned} \quad (4.12)$$

resultiert. Die Approximation wird in jedem Prädiktionsschritt berechnet, was eine möglichst genaue Approximation des ursprünglichen Kostenterms sicherstellt. Aufgrund der Wahl des Approximationspunkts durch die Anwendung der im letzten Lösungsschritt berechneten optimalen Steuerfolge $\mathbf{u}_{f,k-1,1}^*$ auf das nichtlineare Fahrzeugmodell,

$$\mathbf{u}_{\text{ap},n} = [\mathbf{u}_{f,k-1,1}^*, \dots, \mathbf{u}_{f,k,N-1}^*, \mathbf{u}_{f,k,N-1}^*] \quad (4.13)$$

$$\mathbf{x}_{\text{ap},n+1} = \mathbf{x}_{\text{ap},n} + \Delta t \mathbf{f}_f(\mathbf{x}_{\text{ap},n}, \mathbf{u}_{\text{ap},n}), \mathbf{x}_{\text{ap},0} = \mathbf{x}_{f,k-1,1}^*, \quad (4.14)$$

wird ein möglichst kleiner Approximationsfehler des ursprünglichen Trajektorienplanungsproblems und damit der Kostenterme sowie des Fahrzeugmodells angestrebt. Der Grund für einen kleinen zu erwartenden Approximationsfehler ist die Anwendung der optimalen Steuerfolge $\mathbf{u}_{f,k-1,1}^*$ auf das nichtlineare Fahrzeugmodell, da die so resultierende Zustandsfolge $\mathbf{x}_{\text{ap},n}, \forall n$ nicht mit einem Linearisierungsfehler behaftet ist. [SGH20]

4.3.3 Berücksichtigung des auftretenden Linearisierungsfehlers im Trajektorienplanungsproblem

Der kollisionsfreie Raum, in dem die Trajektorie geplant werden soll, wird durch die Nebenbedingung

$$\underbrace{-m_{v,n}x_{f,n} - b_{v,n}y_{f,n} + c_{v,n}}_{(1)} + \underbrace{\kappa_{v,n}}_{(2)} \leq 0, \forall v = 1, \dots, V, \forall n = 0, \dots, N \quad (4.15)$$

beschrieben. Durch den Term (1) werden lineare Ungleichheitsnebenbedingungen beschrieben, welche die konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ darstellen. Durch den Term (2) wird die Verkleinerung von $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei},n}$ beschrieben, welcher durch die Abschätzung des Linearisierungsfehlers bewirkt wird. Damit trotz des auftretenden Linearisierungsfehlers der Fahrzeugdynamik die Planung einer kollisionsfreien Trajektorie möglich ist, muss die in Satz. 4.1 eingeführte Abschätzung des Linearisierungsfehlers geeignet in das Optimierungsproblem integriert werden. Der dafür benötigte Korrekturterm ist in Satz. 4.3 eingeführt.

Satz 4.3 Berechnung des Korrekturterms $\kappa_{v,n}$

Sei $s_{v,n}$ der Normalenfaktor und $\tilde{w}_{p,n}$ die resultierende Unsicherheit der Fahrzeugposition, dann ist der Term $\kappa_{v,n}$ zur Berücksichtigung des Linearisierungsfehlers des Fahrzeugmodells aus Satz. 4.1 durch

$$\begin{aligned}\kappa_{v,n} &= s_{v,n} \tilde{w}_{p,n}, \\ &= \sqrt{2} s_{v,n} \tilde{w}_{x,n}\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}s_{v,n} &= |b_{v,n}| \sqrt{1 + \frac{m_{v,n}}{b_{v,n}}}, \\ \tilde{w}_{x,n} &= \tilde{w}_{x,n-1} + \Delta t |b_{v,n}| \sqrt{1 + \frac{m_{v,n}}{b_{v,n}}} \sqrt{(\Theta_{f,n-1} - \Theta_{ap,n-1})^2 + \epsilon} \\ &\quad \sqrt{(v_{f,n-1} - v_{ap,n-1})^2 + \epsilon} + \frac{\bar{v}_f}{2} (\Theta_{f,n-1} - \Theta_{ap,n-1})^2 \\ &\quad + \mu (v_{f,n-1} - v_{ap,n-1})^2, \tilde{w}_{x,0} = 0, \epsilon > 0, \mu > \frac{1}{2\bar{v}_f},\end{aligned}$$

gegeben.

Der Normalenfaktor $s_{v,n}$ bewirkt eine Parallelverschiebung der Geradenungleichung in Richtung des Zentrums des H-Polytops, um den nominellen kollisionsfreien Raum entlang der Normale der jeweiligen Gerade zu verkleinern. Die resultierende Unsicherheit der Fahrzeugposition $\tilde{w}_{x,n}$ ergibt sich durch Integration und Konvexifizierung der Unsicherheit aus Satz. 4.1. Wird der Parameter zu $\mu > \frac{1}{2\bar{v}_f}$ gewählt, sind die resultierenden Ungleichheitsnebenbedingungen konvex. Der Beweis von Satz. 4.3 ist nachfolgend gegeben.

Beweis:

Basierend auf der hergeleiteten Abschätzung des Linearisierungsfehlers aus Satz. 4.1,

$$\tilde{w}_{v_x} = \tilde{w}_{v_y} = |\Theta_f - \Theta_{ap}| \cdot |v_f - v_{ap}| + \frac{\bar{v}_f}{2} (\Theta_f - \Theta_{ap})^2, \quad (4.16)$$

wird die Integration in das Trajektorienplanungsproblem gezeigt. Gleichung (4.16) ist durch die Betragsfunktion bezüglich der Variablen v_f und Θ_f nicht stetig differenzierbar. Durch die Approximation der Betragsfunktion durch

$$|\Theta_f - \Theta_{ap}| \leq \sqrt{(\Theta_f - \Theta_{ap})^2 + \epsilon}, \quad (4.17)$$

$$|v_f - v_{ap}| \leq \sqrt{(v_f - v_{ap})^2 + \epsilon}, \quad (4.18)$$

mit $\epsilon > 0$ resultiert die folgende Abschätzung für

$$\tilde{w}_{v_x} = \tilde{w}_{v_y} \leq \sqrt{(\Theta_f - \Theta_{ap})^2 + \epsilon} \cdot \sqrt{(v_f - v_{ap})^2 + \epsilon} + \frac{\bar{v}_f}{2} (\Theta_f - \Theta_{ap})^2. \quad (4.19)$$

Gleichung (4.19) stellt die Unsicherheit der Geschwindigkeiten dar. Durch Zeitdiskretisierung und Integration werden die Unsicherheiten der Positionen \tilde{w}_x, \tilde{w}_y durch

$$\begin{aligned} \tilde{w}_{x,n} = \tilde{w}_{y,n} = \tilde{w}_{x/y,n-1} &+ \sqrt{(\Theta_{f,n} - \Theta_{ap,n})^2 + \epsilon} \cdot \sqrt{(v_{f,n} - v_{ap,n})^2 + \epsilon} \\ &+ \frac{\bar{v}_f}{2} (\Theta_{f,n} - \Theta_{ap,n})^2, \tilde{w}_{x/y,0} = 0, \end{aligned} \quad (4.20)$$

dargestellt. Die Konvexität von Gleichung (4.20) wird durch die Ergänzung von

$$\mu (v_{f,n} - v_{ap,n})^2, \mu > \frac{1}{2\bar{v}_f}, \quad (4.21)$$

und unter Berücksichtigung von Satz. 3.3 gewährleistet. Der Parameter μ ist durch Prüfung der Konvexität durch Bildung der Hessematrix nach Satz. 3.2 bestimmbar. Da $\tilde{w}_{x,n} = \tilde{w}_{y,n}$ ist der resultierende kollisionsfreie Raum durch

$$-m_{v,n}x_{f,n} - b_{v,n}y_{f,n} + c_{v,n} + \kappa_{v,n} \leq 0, \forall n = 0, \dots, N, \forall v = 1, \dots, V \quad (4.22)$$

mit

$$\begin{aligned} \kappa_{v,n} &= s_{v,n} \tilde{w}_{p,n}, \\ \kappa_{v,n} &= \sqrt{2} s_{v,n} \tilde{w}_{x,n} \end{aligned} \quad (4.23)$$

gegeben, was Satz. 4.3 entspricht. □

4.4 Zusammenfassung

Basierend auf den Ausführungen zum Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens in diesem Kapitel, werden in Abschnitt 4.4.1 die Eigenschaften des Verfahrens zusammengefasst. In Abschnitt 4.4.2 werden die Ergebnisse des Entwurfs des vorgestellten Verfahrens anhand relevanter Ansätze aus Kapitel 2 diskutiert.

4.4.1 Zusammenfassung des Entwurfs und der Eigenschaften des Verfahrens

In Abschnitt 4.1 wird die Modellierung des Kostenterms j_d unter Berücksichtigung einer mit Unsicherheit behafteten dynamischen Objektprädiktion vorgenommen. Durch die Adaption der Parameter $\hat{\sigma}_{xx,i}$ und $\hat{\sigma}_{yy,i}$ sind bei gleichbleibender Distanz zum dynamischen Objekt höhere Kosten darstellbar. Durch die Approximation und Konvexifizierung \tilde{j}_d ist eine konvexe Einbindung in die Kostenfunktion des Trajektorienplanungsproblems in Abschnitt 4.3 möglich. Durch die Einbindung in die Kostenfunktion wird der kollisionsfreie Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ nicht eingeschränkt. Damit steht zur Planung einer kollisionsfreien Trajektorie der kollisionsfreie Raum $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ zur Verfügung.

Die Linearisierung und damit konvexe Einbindung des nichtlinearen Fahrzeugmodells wird in Abschnitt 4.2 eingeführt. Um den Linearisierungsfehler w_{lin} durch die lineare Approximation des Fahrzeugmodells im Trajektorienplanungsproblem berücksichtigen zu können, wird dieser durch eine Abschätzung eingeschlossen. Es resultiert der Ausdruck $\tilde{w}_{v_x/y}$, welche einen oberen und unteren Wert des auftretenden Linearisierungsfehlers w_{lin} darstellt, welche wiederum den tatsächlichen Linearisierungsfehler w_{lin} garantiert enthalten.

In Abschnitt 4.3 wird das konvexe Trajektorienplanungsproblem formuliert und die Einbindung des Kostenterms zur Berücksichtigung einer mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion gezeigt. Des Weiteren wird die Berücksichtigung des auftretenden Linearisierungsfehlers w_{lin} durch Einbindung in die konvexen Nebenbedingungen des kollisionsfreien Raums ausgeführt. Dazu wird die hergeleitete Gleichung für $\tilde{w}_{v_x/y}$ aus Satz. 4.1 so modifiziert und weiter abgeschätzt, dass eine konvexe Nebenbedingung entsteht, welche die konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ basierend auf dem auftretenden Linearisierungsfehler w_{lin} verkleinert $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei},n}$.

Damit resultiert ein konvexes Trajektorienplanungsproblem basierend auf adaptiven MPR-Methoden, welches mit Unsicherheit behaftete dynamische Objektprädiktionen berücksichtigt, ohne den kollisionsfreien Raum einzuschränken. Zusätzlich wird der auftretende Linearisierungsfehler, welcher durch Linearisierung des Fahrzeugmodells hervorgerufen wird, durch eine Verkleinerung des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ berücksichtigt. Die Verkleinerung des kollisionsfreien Raums $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei},n}$ erfolgt dabei durch die konvexe Einbindung des abgeschätzten Linearisierungsfehlers \tilde{w}_p in das Trajektorienplanungsproblem.

4.4.2 Diskussion der Ergebnisse

Das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren wird bezüglich zweier Eigenschaften diskutiert. Einerseits wird die Berücksichtigung einer mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion betrachtet, andererseits wird die Berücksichtigung des auftretenden Linearisierungsfehlers des nichtlinearen Fahrzeugmodells diskutiert.

Durch die Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion durch Adaptierung des Objektkostenterms j_d unterscheidet sich das vorgestellte Verfahren von den Verfahren [BZAF19, TKB⁺19] und [BFFAM19], welche den kollisionsfreien Raum in Abhängigkeit der auftretenden Unsicherheit verkleinern. Durch die Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion im Kostenterm bleibt im vorgestellten Verfahren weiterhin der kollisionsfreie Raum $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ zur Planung einer Trajektorie zur Verfügung und wird nicht wie in [BZAF19, TKB⁺19] und [BFFAM19] verkleinert. Eine stärker mit Unsicherheit behaftete Objektprädiktion wird durch höhere Kosten bei gleicher Distanz berücksichtigt. Die gezeigte Modellierung kann analog zu den in Abschnitt 2.4.1 betrachteten stochastischen Verfahren interpretiert werden, bei denen durch Modellierung einer stochastisch motivierten Kostenfunktion, für eine mit Unsicherheit behaftete Objektprädiktion, ein ähnliches Verhalten bei der Lösung des Trajektorienplanungsproblems umsetzbar ist. Eine konvexe Formulierung des Trajektorienplanungsproblems wird lediglich in [BZAF19] umgesetzt, indem entlang der Referenztrajektorie linearisiert wird. Bei in diesem Kapitel vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren erfolgt die Linearisierung entlang der zuletzt geplanten Lösungstrajektorie, welche durch Anwendung der optimalen Steuerfolge auf das nichtlineare Fahrzeugmodell resultiert. Die zweite wichtige Eigenschaft des vorgestellten Verfahrens ist die direkte Berücksichtigung des auftretenden Linearisierungsfehlers des linearisierten Fahrzeugmodells durch Einschränkung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei},n} \subseteq \mathcal{X}_{\text{frei},n}$ während der Lösung des Trajektorienplanungsproblems. Durch die Abschätzung des auftretenden Linearisierungsfehlers und Berücksichtigung innerhalb des Planungsproblems ist trotz Modellfehlers die Planung einer kollisionsfreien Trajektorie innerhalb eines Planungsschrittes möglich. Dies wird in den vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren aus Abschnitt 2.4.3 vernachlässigt. Die in Abschnitt 2.4.3 vorgestellten adaptiven MPR-Methoden mit Berücksichtigung des Linearisierungsfehlers, [CBKR10, GFA⁺11, SVGBVP⁺20, PRB20] und [BKMA22], unterscheiden sich in der Problemstellung. Ziel der vorgestellten Verfahren ist der Verbleib der Systemtrajektorie in einer engen Umgebung um eine gegebene Referenz, trotz auftretender Linearisierungsfehler. Dies führt zu sehr engen Räumen, in denen die Lösungstrajektorie verbleiben muss, damit der Linearisierungsfehler und damit der Modellfehler nicht zu stark ansteigen und eine Stabilisierung weiterhin möglich ist. Bei der Planung einer kollisionsfreien Trajektorie ist der Verbleib in einer engen Umgebung um die Referenz jedoch ein untergeordnetes Ziel und Abweichungen zur Referenz sind zur Einhaltung der Kollisionsfreiheit der Trajektorie zwingend erforderlich. Deshalb wird bei dem in diesem Kapitel entworfenen Trajektorienplanungsverfahren der Linearisierungsfehler durch eine Abschätzung während der Lösung des Trajektorienplanungsproblems berücksichtigt. Dadurch sind unter der Einschränkung, dass durch die abgeschätzte Unsicherheit der Fahrzeugposition $\tilde{w}_{p,n}$ weiterhin ein nichtleerer kollisionsfreier Raum resultiert, beliebige Linearisierungsfehler möglich.

Die in Abschnitt 2.5.2 formulierte Forschungsfrage I (i) wird durch den in Satz. 4.3 eingeführten Korrekturterm und dessen konvexe Integration in das Trajektorienplanungsproblem Def. 4.4

methodisch beantwortet. Durch die systematische Abschätzung des Linearisierungsfehlers in Abschnitt 4.2.2 und Bestimmung des Korrekturterms Satz. 4.3 ist gewährleistet, dass der während der Planung der Trajektorie zur Verfügung stehende kollisionsfreie Raum $\tilde{\mathcal{X}}_{\text{frei}}$ um den auftretenden Linearisierungsfehler verkleinert ist und damit die Planung von kollisionsbehafteten Trajektorien bezüglich des nichtlinearen Fahrzeugmodells ausgeschlossen wird.

Durch den in Abschnitt 4.1 vorgestellten Kostenterm für zur Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktionen und dessen konvexer Integration in das Trajektorienplanungsproblem in Abschnitt 4.3.2, wird die Forschungsfrage I (ii) methodisch beantwortet. Wichtig hierbei ist die adaptive Approximation des Kostenterms durch Wahl des Approximationspunkts basierend auf Gleichung (4.14), da so kleinere Approximationsfehler des Kostenterms zu erwarten sind.

5 Verfahren zur Trajektorienplanung mit systematischer Berücksichtigung online auftretender Systemunsicherheiten mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive

In diesem Kapitel wird ein neuartiges Trajektorienplanungsverfahren mithilfe von mengenbasierten Bewegungsprimitiven vorgestellt. Das Verfahren berücksichtigt Modellfehler des Fahrzeugmodells sowie eine mit Unsicherheit behaftete Zustandsschätzung. Durch die Ein-/Ausgangslinearisierung des mit Unsicherheit behafteten Fahrzeugmodells und die durchgängige Abschätzung des Modellfehlers sowie die Berücksichtigung dieser im Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens werden die Forschungsfragen II methodisch beantwortet. In Abschnitt 5.1 wird das Fahrzeugmodell unter Berücksichtigung von Modellfehlern und Trackingfehlern des unterlagerten Trajektorienreglers durch die Ein-/Ausgangslinearisierung linearisiert. Basierend auf der in Abschnitt 5.2 eingeführten Prädiktion der transformierten Unsicherheit wird in Abschnitt 5.3 das Trajektorienplanungsverfahren selbst entworfen. In Abschnitt 5.4.2 wird der Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens zusammengefasst und die herausgearbeiteten verwandten Arbeiten aus Abschnitt 2.5 werden diskutiert.

5.1 Transformation des Fahrzeugmodells durch Ein-/Ausgangslinearisierung

Das in Def. 3.23 vorgestellte nominelle Fahrzeugmodell lässt sich allgemein durch eine nichtlineare eingangsaffine Systemdynamik

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \underbrace{\mathbf{f}(\mathbf{x}_f) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_f) \mathbf{u}_f}_{\text{Nomineller Teil}} + \underbrace{\mathbf{E} \mathbf{w}_m(\mathbf{x}_f, t)}_{\text{Unsicherheit}}, \quad (5.1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \underbrace{\begin{pmatrix} v_f \cos \Theta_f \\ v_f \sin \Theta_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x}_f)} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x}_f)} \underbrace{\begin{pmatrix} a_f \\ \omega_f \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_f} + \mathbf{E} \mathbf{w}_m(\mathbf{x}_f, t), \quad (5.2)$$

beschreiben. Die Realisierung der Unsicherheit $\mathbf{w}_m(\mathbf{x}_f, t)$ ist zur Laufzeit selbst unbekannt, es wird jedoch Beschränktheit der Unsicherheit selbst $\mathbf{w}_m(\mathbf{x}_f, t) \in \mathcal{W} \subset \mathbb{R}^4$ und derer ersten Ableitung $\dot{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t) \in \dot{\mathcal{W}} \subset \mathbb{R}^4$ vorausgesetzt. In der Literatur, welche sich mit

Systemen, die mit Unsicherheiten behaftet sind, beschäftigt, sind die genannten Annahmen gängig [HAS14, LS14, SA17a]. Die Matrix $\mathbf{E} = (e_{i,j}) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ stellt die Kopplungsmatrix der Unsicherheit dar. Für die Durchführung der Ein-/Ausgangslinearisierung sind zusätzlich zur Systemdynamik die Ausgangsgrößen ζ des Systems (5.1) notwendig. Diese sind durch die Position \mathbf{p}_f des Fahrzeugs

$$\zeta = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

im ortsfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_o gegeben. Durch Festlegung des linearisierten Zustands $\mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ durch den Systemausgang ζ sowie dessen Ableitung $\dot{\zeta}$

$$\begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ v_{f,x} \\ v_{f,y} \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

und der Entkopplungsmatrix

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{g_1}(\mathbf{L}_f \zeta_1) & \mathbf{L}_{g_2}(\mathbf{L}_f \zeta_1) \\ \mathbf{L}_{g_1}(\mathbf{L}_f \zeta_2) & \mathbf{L}_{g_2}(\mathbf{L}_f \zeta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_f) & -v_f \sin(\Theta_f) \\ \sin(\Theta_f) & v_f \cos(\Theta_f) \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

wird durch die Durchführung der Ein-/Ausgangslinearisierung das nichtlineare Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 in eine lineare Systemdynamik transformiert. Die linearisierte Systemdynamik ist in Def. 5.1 gegeben.

Definition 5.1 Linearisierte Systemdynamik durch Ein-/Ausgangslinearisierung

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,\text{lin}} = \mathbf{A}_{f,\text{lin}} \mathbf{x}_{f,\text{lin}} + \mathbf{B}_{f,\text{lin}}(\mathbf{u}_{f,\text{lin}} + \tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)), \quad (5.6)$$

mit

$$\mathbf{x}_{f,\text{lin}} = \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ v_{f,x} \\ v_{f,y} \end{pmatrix}, \mathbf{u}_{f,\text{lin}} = \begin{pmatrix} a_{f,x} \\ a_{f,y} \end{pmatrix}, \mathbf{A}_{f,\text{lin}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B}_{f,\text{lin}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

und

$$\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t) = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{\mathbf{E}\mathbf{w}_m} \mathbf{L}_f \zeta_1 + \frac{d}{dt}(\mathbf{L}_{\mathbf{E}\mathbf{w}_m} \zeta_1) \\ \mathbf{L}_{\mathbf{E}\mathbf{w}_m} \mathbf{L}_f \zeta_2 + \frac{d}{dt}(\mathbf{L}_{\mathbf{E}\mathbf{w}_m} \zeta_2) \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Der linearisierte Zustand $\mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ enthält die Fahrzeugposition $\mathbf{p}_f = (x_f, y_f)^T$ sowie die Geschwindigkeit des Fahrzeugs $(v_{f,x}, v_{f,y})$ im ortsfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_o . Der linearisierte Systemeingang $\mathbf{u}_{f,\text{lin}}$ setzt sich aus der Fahrzeugbeschleunigung $(a_{f,x}, a_{f,y})$ im ortsfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_o zusammen. Die transformierte Unsicherheit wird durch $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ beschrieben. Die ausführliche Herleitung der transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ sowie der Ein-/Ausgangslinearisierung ist in Anhang C gegeben.

5.2 Generierung der mengenbasierten Bewegungsprimitive

In diesem Abschnitt wird die Generierung der mengenbasierten Bewegungsprimitive basierend auf der linearisierten Systemdynamik aus Def. 5.1 vorgestellt. Um eine Prädiktion der Unsicherheit durchzuführen, wird in Abschnitt 5.2.1 die transformierte Unsicherheit abgeschätzt. In Abschnitt 5.2.2 werden die Prädiktion der transformierten Unsicherheit sowie die mengenbasierten Bewegungsprimitive vorgestellt.

5.2.1 Abschätzung der transformierten Unsicherheit

Basierend auf der linearisierten Systemdynamik aus Def. 5.1 wird die transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ durch Gleichung (5.8) beschrieben. Die transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ ist selbst ebenfalls beschränkt $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t) \in \tilde{\mathcal{W}} \subset \mathbb{R}^2$ und die Menge $\tilde{\mathcal{W}}$ lässt sich aus den Mengen \mathcal{W} und $\dot{\mathcal{W}}$ abschätzen. Eine Abschätzung von $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ ist durch Satz. 5.1 gegeben.

Satz 5.1 Abschätzung der transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$

Sei $|v_f| < \bar{v}_f$ beschränkt, sowie $\mathbf{w}_m \in \mathcal{W}$ und $\dot{\mathbf{w}}_m \in \dot{\mathcal{W}}$ mit

$$|w_{m,i}(\mathbf{x}_f, t)| < a_i, \quad |\dot{w}_{m,i}(\mathbf{x}_f, t)| < b_i, \quad \forall i = 1, \dots, 4,$$

dann ist $\tilde{\mathbf{w}}_m \in \tilde{\mathcal{W}}$ beschränkt durch

$$|\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)| < \sum_{j=1}^4 |e_{3,j}| a_j + \bar{v}_f \sum_{j=1}^4 |e_{4,j}| a_j + \sum_{j=1}^4 |e_{1,j/2,j}| b_j = \eta_{1/2}, \quad (5.9)$$

und für $\tilde{\mathcal{W}}$ gilt

$$\tilde{\mathcal{W}} = \left(\begin{bmatrix} -\eta_1 & \eta_1 \\ -\eta_2 & \eta_2 \end{bmatrix} \right) \cdot [SMNH22] \quad (5.10)$$

Durch Gleichung (5.9) ist die transformierte Unsicherheit $\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)$ beschränkt. Zusätzlich ist durch Gleichung (5.9) eine Abschätzung der transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathcal{W}}$ möglich. Neben der in Abschnitt 5.1 geforderten Beschränktheit der Unsicherheit $\mathbf{w}_m \in \mathcal{W}$ sowie der Beschränktheit der Ableitung der Unsicherheit $\dot{\mathbf{w}}_m \in \dot{\mathcal{W}}$ wird durch $|v_f| < \bar{v}_f$ ebenfalls die Beschränktheit der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f gefordert. Diese Forderung kann durch eine limitierte maximale Geschwindigkeit der Bewegungsprimitive in der Anwendung eingehalten

werden. Die Gültigkeit von Gleichung (5.9) wird nachfolgend für $\tilde{w}_{m,1}(\mathbf{x}_f, t)$ gezeigt. Das Vorgehen für $\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)$ ist analog.

Beweis:

Durch die Betragbildung

$$|\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)| = \left| \mathbf{L}_{\mathbf{E}w_m} \mathbf{L}_f \zeta_1 + \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{\mathbf{E}w_m} \zeta_1) \right| \leq |\mathbf{L}_{\mathbf{E}w_m} \mathbf{L}_f \zeta_1| + \left| \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{\mathbf{E}w_m} \zeta_1) \right| \quad (5.11)$$

und Ausführung der Lie-Ableitungen unter Verwendung der nichtlinearen Systemdynamik aus Gleichung (5.2) folgt:

$$|\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)| \leq \left| \cos(\Theta_f) \sum_{j=1}^4 e_{e,j} w_j - v_f \sin(\Theta_f) \sum_{j=1}^4 e_{4,j} w_j \right| + \left| \frac{d}{dt} \sum_{j=1}^4 e_{1,j} w_j \right|. \quad (5.12)$$

Gleichung (5.12) kann durch

$$|\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)| \leq \sum_{j=1}^4 |e_{e,j}| |w_j| + |v_f| \sum_{j=1}^4 |e_{4,j}| |w_j| + \sum_{j=1}^4 |e_{1,j}| \left| \frac{d}{dt} w_j \right| \quad (5.13)$$

weiter abgeschätzt werden. Gleichung (5.13) ist beschränkt, falls $|w|$, $|\dot{w}|$ und v_f beschränkt sind. Mit

$$|v_f| < \bar{v}_f, \quad |w_i(\mathbf{x}_f, t)| < a_i, \quad |\dot{w}_i(\mathbf{x}_f, t)| < b_i, \quad \forall i = 1, \dots, 4$$

wird $|\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)|$ in Gleichung (5.13) weiter abgeschätzt und es resultiert

$$|\tilde{w}_{m,1}(\mathbf{x}_f, t)| < \sum_{j=1}^4 |e_{3,j}| a_j + \bar{v}_f \sum_{j=1}^4 |e_{4,j}| a_j + \sum_{j=1}^4 |e_{1,j}| b_j, \quad (5.14)$$

was η_1 von Gleichung (5.9) entspricht. □

5.2.2 Prädiktion der transformierten Unsicherheit

Um die transformierte Unsicherheit $\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)$ zu präzisieren, wird eine Zustandsrückführung für das in Def. 5.1 eingeführte linearisierte System entworfen. Dies reduziert den Einfluss der transformierten Unsicherheit. Für die resultierende lineare Systemdynamik des geschlossenen Regelkreises ist eine Entkopplung des nominellen Teils der Zustandsdynamik, und des mit Unsicherheit behafteten Teils, inklusive der transformierten Unsicherheit $\tilde{w}_{m,1/2}(\mathbf{x}_f, t)$ möglich. Dies vereinfacht die Prädiktion des mit Unsicherheit behafteten Teils der Zustandsdynamik. Die Umsetzung des Regelgesetzes sowie die Prädiktion der transformierten Unsicherheit durch Entkopplung der nominellen Zustandsdynamik und der Fehlerdynamik wird nachfolgend dargestellt.

Einführung der Zustandsrückführung

Um die in Def. 5.1 resultierende linearisierte Systemdynamik zu stabilisieren und den Einfluss der transformierten Unsicherheit $\tilde{w}_m(\mathbf{x}_f, t)$ zu reduzieren, wird durch

$$\mathbf{u}_{f,\text{lin}} = \mathbf{K} \Delta \mathbf{x}_{f,\text{lin}} + \mathbf{u}_{\gamma,\text{ref}}, \quad (5.15)$$

mit $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ eine Zustandsrückführung gebildet. Der Regelfehler wird durch $\Delta \mathbf{x}_{f,\text{lin}} = \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ dargestellt. Der Soll-Zustand sowie die Soll-Eingangsgröße wird durch $\boldsymbol{\gamma}$ und $\mathbf{u}_{\gamma,\text{ref}}$ beschrieben. Durch Einsetzen der Zustandsrückführung aus Gleichung (5.15) in die Zustandsdynamik aus Gleichung (5.1)

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,\text{lin}} = \underbrace{(\mathbf{A}_{f,\text{lin}} - \mathbf{B}_{f,\text{lin}} \mathbf{K})}_{\mathbf{A}_{\text{ges}}} \mathbf{x}_{f,\text{lin}} + \mathbf{B}_{f,\text{lin}} (\mathbf{K} \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{u}_{\gamma,\text{ref}} + \tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)), \quad (5.16)$$

resultiert die geschlossene Zustandsdynamik. Die gezeigte Herangehensweise ist für robuste Regelungen gängig [MWM15, JG18, SKAM19].

Entkopplung der Dynamik sowie mengenbasierte Prädiktion des mit Unsicherheit behafteten Teils der Systemdynamik

Für lineare Systeme ist eine getrennte Betrachtung der Teildynamiken der Zustandsdynamik möglich, um eine mengenbasierte Prädiktion durchzuführen [AFG21]. Diese Eigenschaft wird genutzt, um die mengenbasierten Bewegungsprimitive zu berechnen. Dazu wird Gleichung (5.16) durch Verwendung von $\mathbf{x}_{f,\text{lin}} = \boldsymbol{\gamma} - \Delta \mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ und Umformung in die Form

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} - \Delta \dot{\mathbf{x}}_{f,\text{lin}} = \underbrace{\mathbf{A}_{f,\text{lin}} \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{B}_{f,\text{lin}} \mathbf{u}_{\gamma,\text{ref}}}_{\text{nominelle Dynamik}} - \underbrace{(\mathbf{A}_{\text{ges}} \Delta \mathbf{x}_{f,\text{lin}} - \mathbf{B}_{f,\text{lin}} \tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t))}_{\text{Fehlerdynamik}} \quad (5.17)$$

gebracht. Durch die Aufteilung in einen nominellen Teil und einen mit Unsicherheit behafteten Teil erfolgt die Trennung der mengenbasierten Betrachtung. Es muss lediglich der mit Unsicherheit behaftete Teil mengenbasiert betrachtet werden, da der nominelle Teil nicht von der transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t)$ selbst abhängt. Die resultierende Erreichbarkeitsmenge des mit Unsicherheit behafteten Teils ist in Def. 5.1 gegeben.

Korollar 5.1 Erreichbarkeitsmenge der Fehlerdynamik

Sei $(\mathbf{A}_{\text{ges}}\Delta\mathbf{x}_{f,\text{lin}} - \mathbf{B}_{f,\text{lin}}\tilde{\mathbf{w}}_m(\mathbf{x}_f, t))$ die Fehlerdynamik der Gleichung (5.17), sowie $\Delta\mathbf{x}_{f,\text{lin},0} \in \mathcal{E}_0$ und $\tilde{\mathbf{w}}_m \in \tilde{\mathcal{W}}$ dann ist die Erreichbarkeitsmenge $\mathcal{E}(t)$ durch

$$\mathcal{E}(t) = \left\{ e^{\mathbf{A}_{\text{ges}}t} \Delta\mathbf{x}_{f,\text{lin},0} + \int_0^t e^{\mathbf{A}_{\text{ges}}(t-\tau)} \mathbf{B}_{f,\text{lin}} \tilde{\mathbf{w}}_m d\tau \mid \Delta\mathbf{x}_{f,\text{lin},0} \in \mathcal{E}_0, \tilde{\mathbf{w}}_m \in \tilde{\mathcal{W}} \right\}$$

gegeben.

Die Erreichbarkeitsmenge des mit Unsicherheit behafteten Teils aus Def. 5.1 lässt sich durch das in Def. 3.2.3 eingeführte Verfahren zur mengenbasierten Prädiktion für lineare Systeme berechnen. Es resultiert die zeitdiskrete Berechnungsvorschrift der Erreichbarkeitsmenge $\mathcal{E}(t)$ durch

$$\mathcal{E}_n = e^{\mathbf{A}_{\text{ges}}\Delta t} \mathcal{E}_{n-1} \oplus \mathcal{P}_{\tilde{\mathbf{w}}_m, n}, n = 0, \dots, N, \mathcal{E}_0 = \mathcal{E}(t_k). \quad (5.18)$$

Die Wahl der Startmenge \mathcal{E}_0 innerhalb eines Planungszyklus wird in Abschnitt 5.3.3 detailliert eingeführt. Durch Verwendung einer Anzahl von M nominellen Bewegungsprimitiven $\gamma_m, m = 1, \dots, M$, und diskreter Darstellung wird das mengenbasierte Bewegungsprimitiv $\Gamma_{m,n}$ durch

$$\Gamma_{m,n} = \gamma_{m,n} \oplus -\mathcal{E}_n, n = 0, \dots, N, \quad (5.19)$$

beschrieben. Die nominellen Bewegungsprimitive γ_m genügen dem nominellen Teil der entkoppelten Systemdynamik aus Gleichung 5.17. In der Anwendung werden die nominellen Bewegungsprimitive γ_p basierend auf der nichtlinearen Systemdynamik aus Def. 3.23 generiert und anschließend durch Transformation des Zustands des nichtlinearen Systems \mathbf{x}_f in den Zustand des linearisierten Systems $\mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ überführt. Dadurch ist trotz der Linearisierung des nichtlinearen Fahrzeugmodells die Planung von kinematisch fahrbaren nominellen Solltrajektorien $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ möglich.

Durch die Unabhängigkeit der Erreichbarkeitsmenge des mit Unsicherheit behafteten Teils der Systemdynamik aus Gleichung (5.17) von den nominellen Bewegungsprimitiven γ_m , ist das vorgestellte Trajektorienplanungsverfahren nicht abhängig von einem spezifischen Verfahren zur Generierung von nominellen Bewegungsprimitiven.

Des Weiteren muss die Prädiktion der transformierten Unsicherheit $\mathcal{E}_n, n = 1, \dots, N$ lediglich einmal für alle nominellen Bewegungsprimitive γ_m durchgeführt werden und nicht für jedes der Bewegungsprimitive individuell.

5.3 Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens

Basierend auf den in Abschnitt 5.2.2 eingeführten mengenbasierten Bewegungsprimitiven wird in diesem Abschnitt das Trajektorienplanungsproblem eingeführt sowie dessen Bestandteile detailliert dargestellt. Dazu wird in Abschnitt 5.3.1 das Trajektorienplanungsproblem eingeführt. Die Berechnung der Fahrzeugbelegungsmenge wird in Abschnitt 5.3.2 eingeführt. Der resultierende Ablauf eines Planungszyklus sowie dessen Initialisierung wird in Abschnitt 5.3.3 zusammengefasst.

5.3.1 Formulierung des Trajektorienplanungsproblems

Das Trajektorienplanungsproblem, welches mithilfe der in Gleichung (5.19) eingeführten mengenbasierten Bewegungsprimitive formuliert wird, ist in Def. 5.2 gegeben.

Definition 5.2 Trajektorienplanungsproblem mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive

Seien $\Gamma_m, m = 1, \dots, M$ die mengenbasierten Bewegungsprimitive aus Gleichung (5.19) und $n = 0, \dots, N$ die prädierten Zeitpunkte, dann ist durch

$$\min_m J = \sum_{n=0}^N J_{x,\text{ref},n} + J_{u_\gamma,\text{ref},n} + J_{u_{\Delta\gamma},\text{ref},n} + J_{s,n} + J_{d,n}$$

unter Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} (\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)) \cap \mathcal{O}_{d/s,j,n} &= \emptyset, \forall j, \\ (\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)) \cap \{p_{l/r}\} &= \emptyset, \end{aligned}$$

das Trajektorienplanungsproblem gegeben. [SMNH22]

Das in Def. 5.2 eingeführte Trajektorienplanungsproblem berücksichtigt durch die Kostenterme der Kostenfunktion J die Abweichung zu einer Referenztrajektorie, dargestellt durch $\gamma_{\text{ref},p,n}$ und $u_{\gamma,\text{ref},p,n}$, über $J_{x,\text{ref}}(\gamma_{p,n}, \gamma_{\text{ref},p,n})$ und $J_{u_\gamma,\text{ref}}(u_{\gamma,p,n}, u_{\gamma,\text{ref},p,n})$. Außerdem wird durch den Kostenterm $J_{u_{\Delta\gamma}\text{ref}}(u_{\gamma,p,n}, u_{\gamma,\text{soll},p^*,k-1,n}^*)$ die Änderung zur vorhergehenden optimalen Eingangsgröße $u_{\gamma,\text{soll},p^*,n}^*(t_{k-1})$ berücksichtigt. Durch $J_s(\gamma_{p,n})$ und $J_d(\gamma_{p,n})$ werden statische und dynamische Objekte berücksichtigt. Wie in Abschnitt 2.2.2 begründet, existieren bezüglich der Wahl der Kostenterme bei der Lösung des Trajektorienplanungsproblems durch die Verwendung von Bewegungsprimitiven $\gamma_{p,n}$ keine strengen Anforderungen an die mathematischen Eigenschaften der Kostenterme. Die Kostenterme sind in Anhang D zusammengefasst.

Die formulierten Nebenbedingungen stellen die Kollisionsfreiheit zu statischen und dynamischen Objekten $\mathcal{O}_{d,i,n}$ sowie zu vorhandenen Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ sicher. Dazu ist die Berechnung der Fahrzeughülle $\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$ basierend auf den mengenbasierten Bewegungsprimitiven notwendig. Durch $\Gamma_{p,m,n}$ und $\Gamma_{v,m,n}$ wird jeweils der Positions- $(x_f, y_f) \in$

$\Gamma_{p,m,n}$ und der Geschwindigkeitsanteil $(v_{f,x}, v_{f,y}) \in \Gamma_{v,m,n}$ des mengenbasierten Bewegungsprimitivs $\Gamma_{m,n}$ dargestellt. Die Bestimmung der Fahrzeughülle $\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$ wird in Abschnitt 5.3.2 eingeführt.

5.3.2 Generierung der Fahrzeugbelegungsmenge basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven

Um die Fahrzeugbelegungsmenge für Kollisionsprüfungen mithilfe der mengenbasierten Bewegungsprimitiven Γ_m zu bestimmen, werden zwei wesentliche Schritte durchgeführt. Basierend auf den mengenbasierten Bewegungsprimitiven Γ_m wird im ersten Schritt die Unsicherheit der Fahrzeugorientierung durch einen minimalen und maximalen Wert für die Fahrzeugorientierung, $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$, berechnet. Durch eine geometrische Methode basierend auf der maximalen und minimalen Fahrzeugorientierung, $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$, einschließlich der Berücksichtigung der Unsicherheit der Fahrzeugposition wird die Fahrzeugbelegungsmenge bestimmt. Der Ablauf zur Bestimmung der Fahrzeugbelegungsmenge ist in Abb. 5.1 dargestellt. Nachfolgend werden die notwendigen Schritte zur Bestimmung der Fahrzeugbelegungsmenge detailliert beschrieben.

Um die Unsicherheit der Fahrzeugorientierung zu ermitteln und daraus die Fahrzeugbelegungsmenge zu bestimmen, ist es notwendig aus der Zustandsdarstellung des mengenbasierten Bewegungsprimitivs Γ_m einen Minimal- und Maximalwert der Fahrzeugorientierung, $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$, zu bestimmen. Für das nominelle Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 wird die Fahrzeugorientierung in Abhängigkeit der Geschwindigkeiten $(v_{f,x,n}, v_{f,y,n})$ durch

$$\Theta_{f,n} = \tan^{-1} \left(\frac{v_{f,y,n}}{v_{f,x,n}} \right) \quad (5.20)$$

bestimmt, wobei $(v_{f,x}, v_{f,y}) \in \Gamma_{v,m,n}$ gilt. Um die Fahrzeugbelegungsmenge basierend auf dem mengenbasierten Bewegungsprimitiv zu bestimmen, ist es notwendig, eine möglichst geringe Überapproximation der tatsächlichen Fahrzeugbelegungsmenge zu erhalten. Dies wird durch das folgende geometrische Verfahren erreicht. Dazu wird der Minimal- und Maximalwert der Fahrzeugorientierung, $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$, durch Evaluierung von Gleichung (5.20) für die Eckpunkte ν von $\Gamma_{v,m,n}$ und anschließender Minimum- und Maximumbildung

$$[\Theta_{f,\min}, \Theta_{f,\max}] = \left[\min_{\nu \text{ von } \Gamma_{v,m,n}} \tan^{-1} \left(\frac{v_{y,\nu,n}}{v_{x,\nu,n}} \right), \max_{\nu \text{ von } \Gamma_{v,m,n}} \tan^{-1} \left(\frac{v_{y,\nu,n}}{v_{x,\nu,n}} \right) \right] \quad (5.21)$$

berechnet. Das beschriebene Vorgehen zur Bestimmung der Unsicherheit der Fahrzeugorientierung durch Bestimmung von $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$ ist in Abb. 5.1 (a) qualitativ dargestellt.

In einem zweiten Schritt wird durch Rotation der Fahrzeughülle \mathcal{O}_f mit $\Theta_{f,\min}$ und $\Theta_{f,\max}$ um den Rotationspunkt p_{rot} der Fahrzeughülle \mathcal{O}_f die rotierte Fahrzeughülle $\mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$ bestimmt. Das Vorgehen ist in Abb. 5.1 (b) dargestellt. Der Einschluss der mit $\Theta_{f,\min}$ und

$\Theta_{f,\max}$ rotierten Fahrzeughülle wird durch Bildung der konvexen Hülle erzielt. Im möglichen $\Theta_{f,n} \in [\Theta_{f,\min,n}, \Theta_{f,\max,n}]$ Winkelbereich der Fahrzeugorientierung wird der durch den Eckpunkt der Fahrzeughülle \mathcal{O}_f beschriebenen Kreisbogen durch Approximation mit jeweils zwei Tangenten an jedem Eckpunkt, t_i und t_j , eingeschlossen. Die Unsicherheit der Fahrzeugposition wird durch Bildung der Minkowski Summe mit der rotierten Fahrzeughülle $\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$ berücksichtigt. Die resultierende Fahrzeugbelegungsmenge ist in Abb. 5.1 (c) dargestellt.

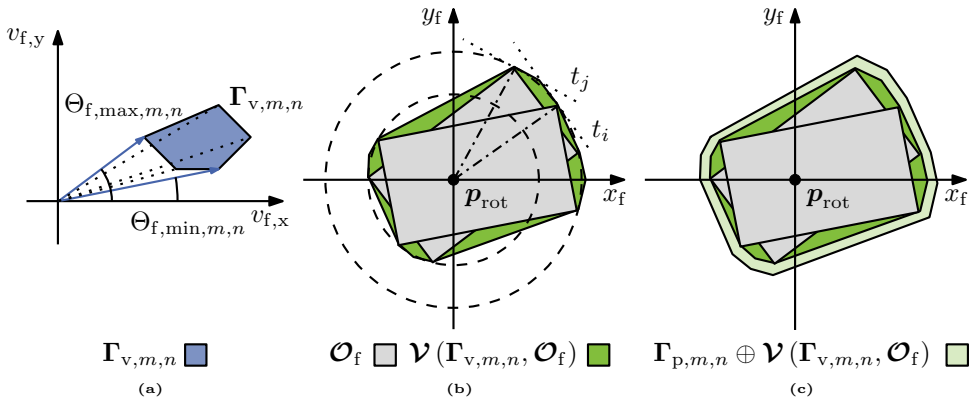


Abbildung 5.1: Generierung der Fahrzeugbelegungsmenge: (a) Qualitative Darstellung der Berechnung von $\Theta_{f,\min,m,n}$ und $\Theta_{f,\max,m,n}$, (b) Bestimmung der rotierten Fahrzeughülle $\mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$, (c) Resultierende Fahrzeugbelegungsmenge durch Berechnung von $\Gamma_{p,m,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$

Das beschriebene Vorgehen liefert eine Fahrzeugbelegungsmenge, welche als konvexes Polytop dargestellt werden kann und berücksichtigt eine nicht zentrische Lage des Rotationspunkts p_{rot} der Fahrzeughülle. Durch die Bildung der konvexen Hülle um die rotierte Fahrhülle $\mathcal{V}(\Gamma_{v,m,n}, \mathcal{O}_f)$ ist zusätzlich eine Einschließung der tatsächlichen Fahrzeugbelegungsmenge möglich. Zusätzlich bleibt der Berechnungsaufwand zur Kollisionsprüfung bezüglich der Fahrzeugbelegungsmenge konstant, da unabhängig von der Anzahl der Generatoren des Zonotops zur Beschreibung von $\Gamma_{m,n}$ die identische Anzahl an Eckpunkten oder Halbebenen des V-Polytops oder H-Polytops zur Beschreibung der Fahrzeugbelegungsmenge resultiert. Gegenüber der Bildung der resultierenden Fahrzeugbelegungsmenge durch intervallhafte Ausführung der Gleichungen ergibt das vorgestellte Vorgehen eine möglichst kleine Fahrzeugbelegungsmenge (vgl. Anhang A).

5.3.3 Verfahrensablauf und Initialisierung

Der Ablauf des entworfenen Trajektorienplanungsverfahrens ist in Algorithmus 1 durch den dargestellten Pseudocode gegeben. Dieser ist in Offline-Berechnungen und Online-Berechnungen aufgeteilt. Der Fokus des dargestellten Pseudocodes liegt auf der Darstellung der wesentlichen Abläufe zur zyklischen Berechnung einer Solltrajektorie $x_{f,\text{soil}}$ mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive durch das in diesem Kapitel entworfene Verfahren. Auf die detaillierte Auflistung der vorprozessierten Daten wird zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet.

Offline wird die Rückkopplungsmatrix \mathbf{K} festgelegt und die transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m \in \tilde{\mathbf{W}}_m$, basierend auf den Mengen \mathcal{W} und \mathcal{V} sowie der maximal auftretenden Geschwindigkeit \bar{v}_f , abgeschätzt (Zeile 1). Zusätzlich werden Bewegungsprimitive offline generiert (Zeile 2).

Online findet zyklisch der Empfang und die Vorprozessierung neuer Eingangsdaten statt (Zeile 4+5). Basierend auf den vorprozessierten Daten werden online nominelle Bewegungsprimitive generiert (Zeile 6). Die Initialisierung der Mengenprädiktion durch Bestimmung der Initialmenge \mathcal{E}_0 sowie anschließender Mengenprädiktion und Bildung der mengenbasierten Bewegungsprimitive Γ_m , basierend auf den zuvor unabhängig generierten nominellen Bewegungsprimitiven γ_m , ist durch Zeile 7-9 dargestellt. Anschließend wird die Kollisionsprüfung der generierten mengenbasierten Bewegungsprimitive Γ_m sowie die Optimierung der Kostenfunktion J durchgeführt (Zeile 10-20).

Durch den durch Algorithmus 1 dargestellten Ablauf des vorgestellten Trajektorienplanungsverfahrens ist erkennbar, dass der gewählte Ablauf sowohl offline als auch online generierte nominelle Bewegungsprimitive zulässt. Durch die mögliche Kombination beider Möglichkeiten ergeben sich Vorteile bei der Auslegung möglicher Bewegungsprimitive. Dadurch ist es z. B. möglich, zur Laufzeit eine bereits offline generierte Anzahl an *Fail-Safe* Trajektorien zu prüfen und damit den sicheren Betrieb des Fahrzeugs sicherzustellen (vgl. Abschnitt 2.2.2). Zusätzlich muss in einem Planungszyklus nicht für jedes nominelle Bewegungsprimativ eine Mengenprädiktion durchgeführt werden, sondern lediglich eine, welche für alle nominellen Bewegungsprimitive gültig ist.

Initialisierung von \mathcal{E}_0

Die Initialisierung von \mathcal{E}_0 erfolgt durch Transformation von \mathcal{Z}_f in die Fehlerkoordinaten $\Delta \mathbf{x}_{f,\text{lin}} = \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{x}_{f,\text{lin}}$ und anschließender Bildung der konvexen Hülle

$$\mathcal{E}_0 = \text{konvH}(\Gamma_{m^*,1}^*(t_{k-1}) \cup \mathcal{Z}_{f,t}) \quad (5.22)$$

des optimalen mengenbasierten Bewegungsprimitivs aus dem vorherigen Planungszyklus $\Gamma_{m^*,1}^*(t_{k-1})$ und der transformierten Lokalisierungsunsicherheit $\mathcal{Z}_{f,t}$ selbst. Durch Bildung der konvexen Menge werden beide Unsicherheiten zur Berechnung der Initialmenge \mathcal{E}_0 berücksichtigt. Erreicht die Distanz

$$d(\Gamma_{m^*,1}^*(t_{k-1}), \mathcal{Z}_{f,t}) > d_{\mathcal{E},\text{max}} \quad (5.23)$$

zwischen dem optimalen mengenbasierten Bewegungsprimativ aus dem letzten Planungszyklus $\Gamma_{m^*,1}^*(t_{k-1})$ und der transformierten Lokalisierungsunsicherheit $\mathcal{Z}_{f,t}$ einen Schwellwert $d_{\mathcal{E},\text{max}}$ wird die Initialmenge \mathcal{E}_0 zu

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{Z}_{f,t} \quad (5.24)$$

Algorithmus 1 Ablauf zur Trajektorienplanung mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive**Offline Berechnungen:**

- 1: $\{\tilde{\mathcal{W}}, \mathbf{A}_{f,\text{lin}}, \mathbf{B}_{f,\text{lin}}\} \leftarrow \text{InitialisierungLinearisiertesSystem}(\mathbf{f}_f, \mathbf{g}_f, \mathbf{E}, \mathcal{W}, \dot{\mathcal{W}}, \bar{v}_f, \mathbf{K})$
- 2: $\{\gamma_m, \mathbf{u}_{\text{ref},m}\} \leftarrow \text{OfflineGenerierungNominelleBewegungsprimitive}(\mathbf{f}_f, \mathbf{g}_f)$

Online Berechnungen:

- 3: **while** planer_aktiv == true **do**
- 4: $\{\mathcal{M}_s, \mathcal{O}_d, \mathcal{O}_s, \mathcal{P}_s, \mathcal{Z}_f\} \leftarrow \text{EmpfangEingangsdaten}()$
- 5: $\{\dots\} \leftarrow \text{Vorprozessierung}(\mathcal{M}_s, \mathcal{O}_d, \mathcal{O}_s, \mathcal{P}_s, \mathcal{Z}_f)$
- 6: $\{\gamma_m, \mathbf{u}_{\text{ref},m}\} \leftarrow \text{GenBewPrimNomOn}(\dots)$
- 7: $\mathcal{E}_0 \leftarrow \text{InitialisierungE0}(\Gamma_{m^*,1}^*(t_{k-1}), \mathcal{Z}_f)$
- 8: $\mathcal{E}_n \leftarrow \text{MengenPrädiktion}(\tilde{\mathcal{W}}, \mathcal{E}_n)$
- 9: $\Gamma_m \leftarrow \text{GenerierungMengenBasierteBewegungsprimitive}(\mathcal{E}_n, \gamma_m, \mathbf{u}_{\text{ref},m})$
- 10: **for all** m **do**
- 11: zustand_kollision $\leftarrow \text{KollisionPrüfung}(\Gamma_p, \dots)$
- 12: **if** zustand_kollision == kollisions_frei **then**
- 13: $J_m \leftarrow \text{EvaluierungJ}(\Gamma_m, \dots)$
- 14: **else**
- 15: $J_m \leftarrow \infty$
- 16: **end if**
- 17: **end for**
- 18: $\Gamma_{m^*}^* \leftarrow \min J_m, \forall m$
- 19: $\mathbf{x}_{f,\text{soll}} \leftarrow \text{ÜbermittlungSollTrajektorie}(\Gamma_{m^*}^*)$
- 20: $t_{k+1} \leftarrow t_k + \Delta t$
- 21: **end while**

gewählt. Durch die Bedingung in Gleichung (5.23) wird geprüft, ob die Zustandsabweichung zwischen dem Fahrzeugzustand, basierend auf dem Planungsmodell aus Def. 5.1, und den durch die Lokalisierungskomponente ermittelten Fahrzeugzustand, einen Schwellwert überschreitet. Falls dies der Fall ist, wird die Initialmenge \mathcal{E}_0 auf den aktuellen Fahrzeugzustand $\mathcal{Z}_{f,t}$ zurückgesetzt. Das beschriebene Schema orientiert sich hierbei an der für den nominellen Fall vorgestellten Bi-Level Stabilisierungsstrategie aus [Wer14, S. 11 ff.].

5.4 Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wird der Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive sowie die wesentlichen Eigenschaften des Verfahrens zusammengefasst. Die Zusammenfassung erfolgt in Abschnitt 5.4.1. Die Diskussion der in Abschnitt 2.5 aufgeführten verwandten Arbeiten erfolgt basierend auf der Zusammenfassung in Abschnitt 5.4.2.

5.4.1 Zusammenfassung des Entwurfs und der Eigenschaften des Verfahrens

Durch Anwendung der Ein-/Ausgangslinearisierung in Abschnitt 5.1 auf das mit Unsicherheit behaftete nichtlineare Fahrzeugmodell ist die resultierende Systemdynamik linearisiert zu betrachten. Die resultierende transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m$ bleibt trotz Anwendung der Ein-/Ausgangslinearisierung beschränkt. Zusätzlich ist eine Menge $\tilde{\mathcal{W}}$ mithilfe der Beziehung in Satz. 5.1 bestimmbar, in der die transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m \in \tilde{\mathcal{W}}$ verbleibt. Dadurch entsteht ein bezüglich der Unsicherheit entkoppelbares lineares System, für welches eine lineare Mengenprädiktion der transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}_m$ durchgeführt werden kann. Durch die Entkoppelbarkeit können die nominellen Bewegungsprimitive γ_p und die Mengenprädiktion der transformierten Unsicherheit \mathcal{E}_n getrennt voneinander betrachtet werden. Damit ist es möglich, das Verfahren zur Generierung der nominellen Bewegungsprimitive γ_p unabhängig von der Berechnung der Mengenprädiktion der transformierten Unsicherheit \mathcal{E}_n zu wählen. Auch Aufteilungen in einen offline generierten Teil und einen online generierten Teil an nominellen Bewegungsprimitiven γ_p sind, wie in Abschnitt 5.3.3 gezeigt, möglich. Zusätzlich ist lediglich eine Durchführung der Mengenprädiktion \mathcal{E}_n pro Planungszyklus notwendig, was den zusätzlich benötigten Rechenaufwand zur Berücksichtigung der Unsicherheit des Fahrzeugmodells gegenüber der rein nominellen Betrachtung gering hält. Des Weiteren ist durch die Anwendung des Verfahrens aus [Alt10, S. 35 ff.] die Konvergenz der Mengenprädiktion gewährleistet, da es sich um ein Verfahren für lineare Systemdynamiken handelt. Dies ist für eine Anwendung im Realumfeld ein wichtiges Kriterium.

5.4.2 Diskussion der Ergebnisse

Basierend auf den formulierten Forschungsfragen und der Vorstellung verwandter Arbeiten in Abschnitt 2.5 wird das in diesem Kapitel vorgestellte Trajektorienplanungsverfahren in den Stand der Technik eingeordnet. Verwandte Verfahren und deren Konzepte, welche in Teilen für den Entwurf des vorgestellten Verfahrens aufgegriffen werden, sind in [HAS14, SA17a, MWM15, JG18] und [Sch22] vorgestellt.

Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive, welche auf Zonotopen als Mengendarstellung basieren, werden in [HAS14, SA17a] und [Sch22, S. 161 ff.] vorgestellt. Die Verfahren berücksichtigen ein nichtlineares Fahrzeugmodell und verwenden damit Methoden zur nichtlinearen Mengenprädiktion. Die Berechnung der mengenbasierten Bewegungsprimitive erfolgt offline. Mithilfe der in [SA17a] und [Sch22] vorgestellten Verfahren ist es möglich Systembeschränkungen, wie das Überschreiten einer maximalen Geschwindigkeit,

explizit im Verfahren durch Auslegung von Reglern für die Extremwerte des mengenbasierten Bewegungsprimitivs zu berücksichtigen. Dies ist für das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren lediglich indirekt durch die Generierung der nominellen Bewegungsprimitive unter Einhaltung der Zustandsnebenbedingung umsetzbar.

Durch die nichtlineare Betrachtung der Systemdynamik in [HAS14, SA17a] und [Sch22, S. 161 ff.] ist, wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben, die Entkopplung zwischen nominellen Teil und mit Unsicherheit behafteten Teil der Systemdynamik nicht möglich. Dies hat zur Folge, dass für jedes Bewegungsprimitiv einzeln eine nichtlineare Mengenprädiktion durchgeführt werden muss. Damit wäre selbst bei einer potenziell online-fähigen Umsetzung der nichtlinearen Mengenprädiktion der Rechenaufwand gegenüber der vorgestellten einmaligen linearen Mengenprädiktion höher. Zusätzlich ist der Wechsel zwischen zwei aufeinander folgenden offline-generierten mengenbasierten Bewegungsprimitiven explizit zu berechnen, um die Einschließung von $\Gamma_{m^*,j}^*(t_{k-1}) \subseteq \Gamma_{m,0}(t_k)$ zu gewährleisten (vgl. Abschnitt 5.3.3). Dadurch erhöht sich ebenfalls der Rechenaufwand, eine geeignete Folge an mengenbasierten Bewegungsprimitiven zu berechnen. In der Anwendung ist die Anzahl an möglichen Übergängen zwischen zwei zeitlich folgenden mengenbasierten Bewegungsprimitiven aufgrund der stark ansteigenden Komplexität des resultierenden Suchgraphs beschränkt. Diese Herausforderungen existiert für das vorgestellte Trajektorienplanungsverfahren nicht. Durch die in Abschnitt 5.2 eingeführte Mengenprädiktion ist es möglich, den mit Unsicherheit behafteten Teil der Mengenprädiktion getrennt vom nominellen Bewegungsprimitiv zu betrachten. Dies resultiert in einer einmaligen Berechnung der Mengenprädiktion pro Planungszyklus.

In [MWM15] und [JG18] werden *Tube*-MPR basierte Verfahren zur Trajektorienplanung vorgestellt, welche eine Ein-/Ausgangslinearisierung für das nichtlineare Fahrzeugmodell durchführen und anschließend eine lineare *Tube*-MPR Methode anwenden, um ein Trajektorienplanungsfahren zu entwerfen. Das resultierende Optimierungsproblem wird mit numerischen Lösungsmethoden für statische Optimierungsprobleme gelöst.

In [MWM15] und [JG18] wird das nichtlineare Fahrzeugmodell selbst nicht mit Unsicherheit behaftet angenommen und lediglich für das linearisierte Ersatzmodell ein unbekannter Unsicherheitsterm eingeführt. Dadurch sind, anders als für das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren, keine systematischen Rückschlüsse zwischen dem mit Unsicherheit behafteten nichtlinearen Fahrzeugmodell und dem mit Unsicherheit behafteten linearisierten Fahrzeugmodell möglich. Durch die eingeführte Abschätzung der Unsicherheit in Def. 5.1 ist dies bei dem in diesem Kapitel vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren möglich.

Durch den Einsatz numerischer Lösungsmethoden für die resultierenden statischen Optimierungsprobleme in [MWM15] und [JG18] kann weiterhin nicht garantiert werden, dass die Lösungstrajektorie selbst kinematisch fahrbar ist, da lediglich das entkoppelte linearisierte Modell aus Def. 5.1 berücksichtigt wird. Dadurch sind kinematisch nicht fahrbare Trajektorien (z. B. Trajektorien quer zur Fahrzeugachse) möglich, was innerhalb der Fahrzeugregelungskomponente zu großen Regelabweichungen führen kann und damit zu Herausforderung bezüglich der Stabilisierung der Fahrzeugtrajektorie führt. Dies wird durch das in diesem Kapitel vorgestellte Verfahren durch die Generierung von kinematisch fahrbaren nominellen Bewegungsprimitiven berücksichtigt.

Die formulierte Forschungsfrage II (i) wird durch die in Abschnitt 5.2 vorgestellte mengenbasierte Prädiktion methodisch beantwortet. Durch die Transformation und Abschätzung des auftretenden Modellfehlers Satz. 5.1, sowie anschließend Entwurf der linearen Mengenprädiktion in Def. 5.1 ist es möglich, den Aufwand auf eine Mengenprädiktion pro Planungsschritt

zu reduzieren. Zusätzlich ist diese Mengenprädiktion linear, was unter Einsatz des Verfahrens aus [Alt10, S. 35 ff.] zu einer Konvergenzgarantie der Berechnung führt.

Durch den Entwurf des darauf basierenden Trajektorienplanungsverfahrens in Abschnitt 5.3, wird die Forschungsfrage II (ii) methodisch beantwortet. In Def. 5.2 ist die Formulierung des resultierenden Trajektorienplanungsproblems gegeben. Die mengenbasierten Bewegungsprimitive werden durch die in Abschnitt 5.3.2 vorgestellten Kollisionsnebenbedingungen systematisch in das Planungsproblem integriert. Die vorgestellte geometrische Bestimmung der resultierenden mit Unsicherheit behaftete Fahrzeughülle stellt geringe Überapproximation bei der Berechnung der resultierenden Fahrzeughülle sicher.

6 Applikation der Verfahren in der Simulation und am Realdemonstrator

Die in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren werden in diesem Kapitel in der Simulation und an einem Realdemonstrator appliziert. Anhand von Kollisionsvermeidungsszenarien wird die Funktionalität der Verfahren demonstriert. Die Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden ist in Abschnitt 6.1 gegeben. In Abschnitt 6.2 wird die Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive gezeigt. Die Zusammenfassung der Ergebnisse der gezeigten Applikationen erfolgt in Abschnitt 6.3. Des Weiteren erfolgt eine Einordnung der Ergebnisse in den Kontext der formulierten Forschungsfragen aus Kapitel 2 sowie ein qualitativer Vergleich der entworfenen Verfahren.

6.1 Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden

In diesem Abschnitt wird das Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden in der Simulation und am Realdemonstrator appliziert. Die Auswirkung der Integration der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion sowie die gewählte Approximationsmethode werden in Abschnitt 6.1.1 anhand einer Simulation analysiert. In Abschnitt 6.1.2 wird die Funktionsfähigkeit des Verfahrens am Realdemonstrator demonstriert sowie der auftretende Approximationsfehler des Fahrzeugmodells analysiert.

6.1.1 Simulative Analyse der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion und Approximationsmethode

Die Analyse der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion sowie der Wahl des Approximationspunkts wird simulativ durchgeführt. Dazu wird die Simulationsumgebung wie auch der Aufbau des Szenarios nachfolgend beschrieben. Basierend auf dem vorgestellten Szenario erfolgen die Analyse sowie Diskussion der Ergebnisse.

Beschreibung der Simulationsumgebung und Aufbau des Szenarios

Um eine unabhängige Analyse des Einflusses sowohl der Integration der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion in das Trajektorienplanungsproblem sowie der Wahl des Approximationspunkts x_{ap} , als auch der Berücksichtigung des Linearisierungsfehlers des Fahr-

zeugmodells durchzuführen, werden diese getrennt voneinander betrachtet. Dazu wird für die Analyse der Integration der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion sowie der Wahl des Approximationspunkts \mathbf{x}_{ap} das Trajektorienplanungsproblem Def. 4.4 ohne die Einbindung des durch den auftretenden Linearisierungsfehlers w_p verkleinerten kollisionsfreien Raums, beschrieben durch

$$-m_{v,n}x_{f,n} - b_{v,n}y_{f,n} + c_{v,n} + \kappa_{v,n} \leq 0, \quad \kappa_{v,n} = 0, \forall n = 0, \dots, N, \forall v = 1, \dots, V,$$

durchgeführt (vgl. Abschnitt 4.3.3). Dies ermöglicht eine isolierte Betrachtung der auftretenden Effekte. Die simulative Umsetzung erfolgt in Matlab. Das Trajektorienplanungsproblem Def. 4.4 wird mithilfe der Optimierungstoolbox YALMIP [Löf04] sowie Mosek [ApS19] umgesetzt.

Um trotz fehlender Nebenbedingung für den kollisionsfreien Raum die Planung der Solltrajektorie möglichst innerhalb einer definierten Spur zu halten, werden die statischen Objektkosten um einen pfadbasierten Kostenterm $J_{s,n}^I$ (Anhang D) zur Berücksichtigung der Fahrspur ergänzt. Dieser ist in Anhang D zusammengefasst. Außerdem wird die Eingangsgröße auf die Fahrzeuggeschwindigkeit $u_1 = v_f$ gesetzt. Für die simulative Auswertung ist das Einführen eines zusätzlichen Zustandes wie in Def. 3.23 nicht zwingend erforderlich [MHM13, JG18]. Da die Zustandsgleichung $\dot{v}_f = a_f$ linear ist, hat diese auch keinen Einfluss auf die Linearisierung des Fahrzeugmodells. Die Fahrzeuggeschwindigkeit v_f als zusätzlicher Zustand bringt lediglich Vorteile bei der realen Implementierung an einem Fahrzeug, da hierdurch glattere Trajektorienverläufe resultieren [Zie15, S. 20 ff.].

Die Bewegung des dynamischen Objekts im ortsfesten Koordinatensystem \mathcal{K}_o wird innerhalb des Prädiktionshorizonts N durch

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{d,x/y,n+1} &= \Phi_{d,x/y,n} \mathbf{x}_{d,x/y,n} + \mathbf{E} w_{d,x/y,n}, \quad w_{d,x/y,n} \in \mathcal{N}, \\ \begin{pmatrix} x_{d,x/y,n+1} \\ v_{d,x/y,n+1} \\ a_{d,x/y,n+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{d,x/y,n} \\ v_{d,x/y,n} \\ a_{d,x/y,n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_{d,x/y,n} \end{aligned} \quad (6.1)$$

modelliert. Gleichung (6.1) beschreibt eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung. Für kurze Prädiktionshorizonte N ist dies nach [LVL14] eine häufig verwendete Modellierung für dynamische Objekte. Die Unsicherheit der Prädiktion des dynamischen Objekts wird durch einen mittelwertfreien gausschen Rauschterm $w_{d,x/y,n}$ beschrieben. Durch Anwendung des Prädiktionschritts eines linearen Kalmanfilters [KSW08, S. 381 ff.] ist die mit Unsicherheit behaftete Bewegung des dynamischen Objekts prädizierbar. Die dafür verwendeten Gleichungen sind in Anhang E.1 zusammengefasst. Durch die Prädiktionsgleichung für die Kovarianzmatrix sind die Werte für die Parameter $\sigma_{x,n}$ und $\sigma_{y,n}$ bestimmbar.

In Abb. 6.1 ist der Geschwindigkeitsverlauf des dynamischen Objekts dargestellt. Das dynamische Objekt bewegt sich zu Beginn des Szenarios mit 2.0 m/s, reduziert im Zeitraum zwischen 1.9 s und 2.2 s seine Geschwindigkeit auf 0 m/s und beschleunigt anschließend wieder auf eine Geschwindigkeit von 2.0 m/s.

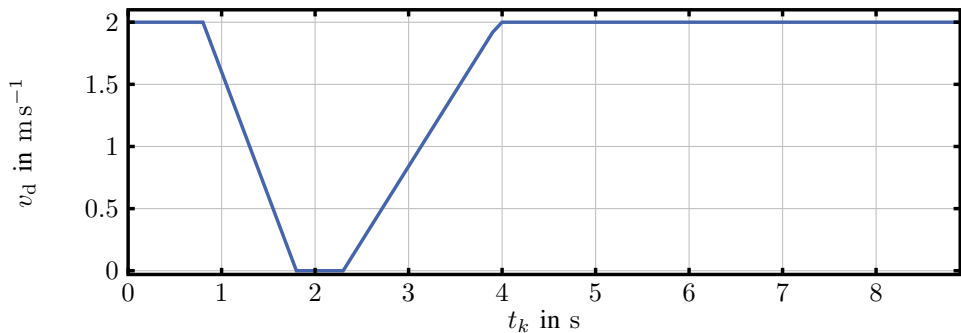


Abbildung 6.1: Darstellung der Differenz zwischen Fahrzeug und dynamischem Objekt mit den Varianten V1 und V2

Das simulierte Szenario stellt eine Kollisionsvermeidung mit einem die Spur kreuzenden dynamischen Objekt dar. Der Verlauf des Szenarios ist für die Zeitpunkte $t_k = \{1.5 \text{ s}, 3.9 \text{ s}, 8.5 \text{ s}\}$ in Abb. 6.2 dargestellt. Die dazugehörigen Verfahrensparameter sind in Tabelle E.1 zusammengefasst. Die durch den Kostenterm $J_{s,n}^I$ definierte Spur ist durch die grauen Linien dargestellt. Das Fahrzeug wird durch ein blaues Rechteck repräsentiert. Die durch die Trajektorienplanung geplante Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ ist durch eine grüne Linie visualisiert. Das dynamische Objekt \mathcal{O}_d wird durch einen roten Kreis dargestellt. In Abb. 6.2 (a-c) ist die Fahrzeugposition inklusive der Fahrzeugumgebung im ortsfesten Koordinatensystem visualisiert. Zu Beginn des Szenarios werden Fahrzeugtrajektorien $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ geplant, welche der Spur folgen. Die zu erreichende Referenzgeschwindigkeit $v_{f,\text{ref}}$ liegt bei 7.0 m/s . Im Kurvenbereich des Szenarios wird die Fahrzeuggeschwindigkeit v_f verringert, um eine Kollision mit dem Spur kreuzenden dynamischen Objekt zu verhindern. Dies ist an einer kürzer werdenden Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ in der Positionsebene in Abb. 6.2 (b) bei $t_k = 3.9 \text{ s}$ zu erkennen. In Abb. 6.2 (c), nachdem das dynamische Objekt kollisionsfrei die Spur gekreuzt hat, beschleunigt das Fahrzeug wieder, was an länger werdenden Solltrajektorien $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ zu erkennen ist.

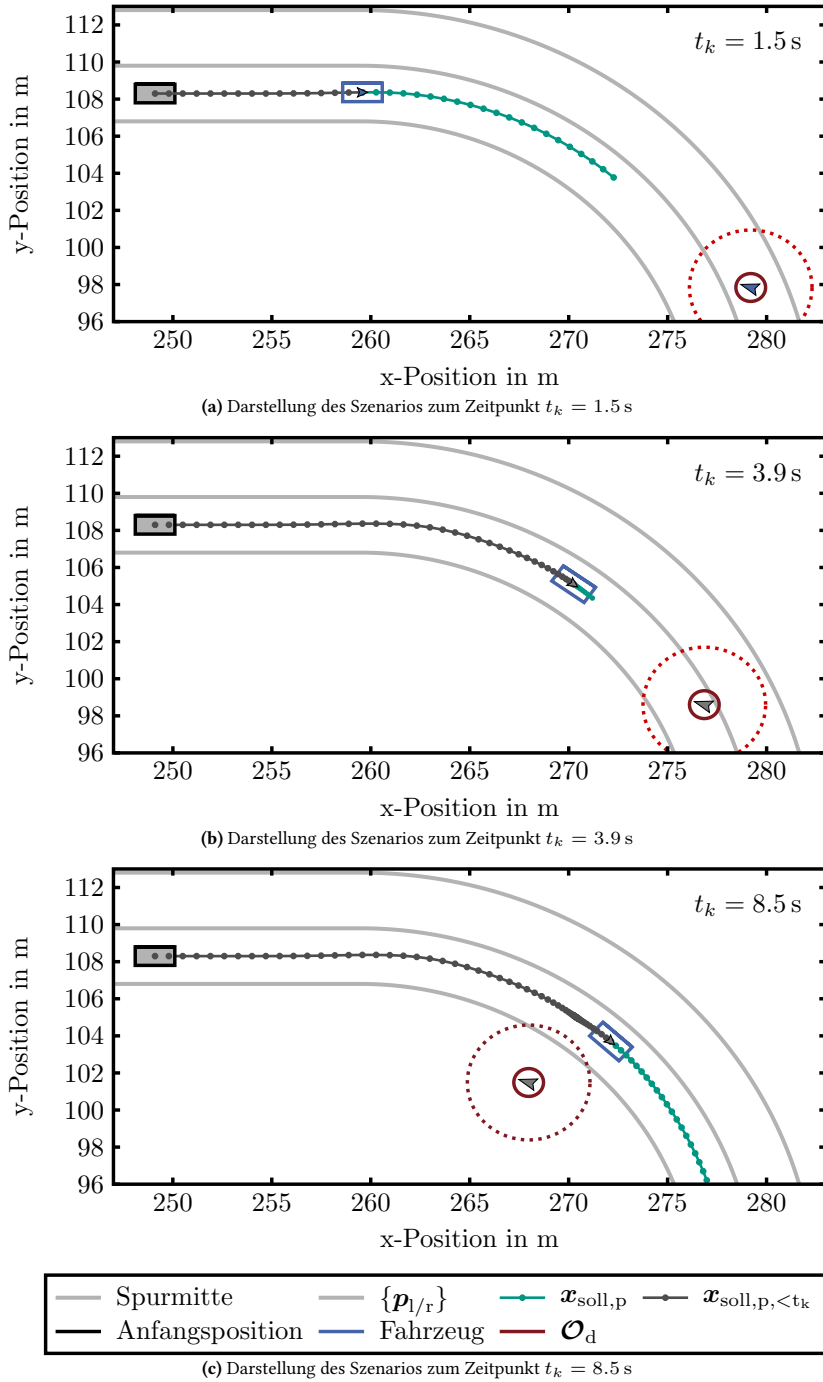


Abbildung 6.2: Darstellung des Szenarios mit Anwendung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden zu den Zeitpunkten $t_k = \{1.5 \text{ s}, 3.9 \text{ s}, 8.5 \text{ s}\}$

Analyse der Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion

Um die Funktionsfähigkeit der Integration der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion nachzuweisen, wird das Gesamtverhalten des Fahrzeugs mit dem eingeführten Szenario in zwei Varianten simuliert. In Variante 1 (V1) wird der in Def. 4.2 eingeführte Kostenterm $\tilde{j}_{d,n}$ ohne die Adaption der Parameter $\sigma_{x,n}$ und $\sigma_{y,n}$ zur Berücksichtigung einer sich ändernden Unsicherheit simuliert. Somit bleiben $\sigma_{x,n}$ und $\sigma_{y,n}$ in Variante V1 konstant über dem Prädiktionshorizont $n = 0, \dots, N$. In Variante 2 (V2) wird die Adaption von $\sigma_{x,n}$ und $\sigma_{y,n}$ über die in Def. E.1 eingeführte Zustandsprädiktion verändert. Um einen Einfluss der zusätzlichen Verfahrensparameter auszuschließen, werden diese für beide Varianten konstant gehalten. Die Verfahrensparameter sind in Tabelle E.1 zusammengefasst. Zur Auswertung wird die Distanz zwischen Fahrzeug und dem dynamischen Objekt über die Simulation des Szenarios gemessen und über die Differenz der jeweiligen Distanzen

$$\Delta d_{v1,v2} = d_{f,d,v2} - d_{f,d,v1}, \quad (6.2)$$

zwischen den beiden Varianten V1 und V2 ausgewertet. Die Distanz $\Delta d_{v1,v2}$ ist in Abb. 6.3 dargestellt.

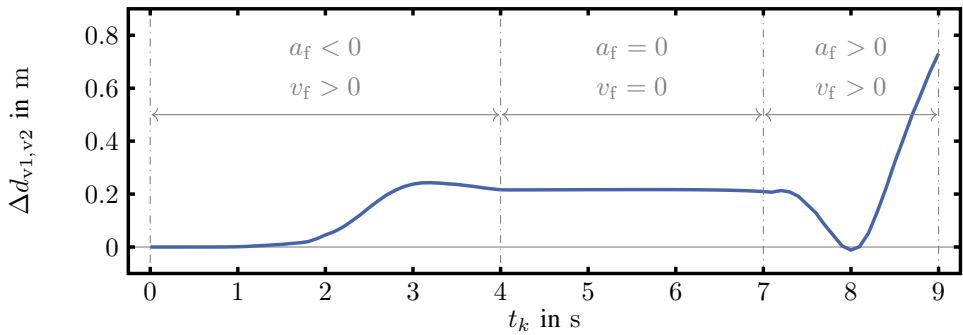


Abbildung 6.3: Darstellung der Differenz zwischen Fahrzeug und dynamischem Objekt mit den Varianten V1 und V2

Die in Abb. 6.3 dargestellte Distanz $\Delta d_{v1,v2}$ lässt sich zeitlich in drei Bereiche aufteilen. Im ersten Bereich ($a_f < 0, v_f > 0$) nähert sich das Fahrzeug dem dynamischen Objekt. Durch Reduzierung der Fahrzeuggeschwindigkeit wird eine Kollision zwischen Fahrzeug und dynamischen Objekt vermieden. Hier steigt die Differenz $\Delta d_{v1,v2}$ bis zu einem Maximalwert von $\max(\Delta d_{v1,v2}) = 0.26$ m an. Im zweiten Bereich ($a_f = 0, v_f = 0$) wird das Fahrzeug durch die Trajektorienplanung im Stillstand gehalten, bis das dynamische Objekt die Spur gekreuzt hat. Im dritten Bereich ($a_f > 0, v_f > 0$), nachdem das dynamische Objekt die Spur kollisionsfrei gekreuzt hat, beschleunigt das Fahrzeug wieder. Der für die Bewertung der Differenz $\Delta d_{v1,v2}$ relevante Bereich ist der Erste, welcher die Annäherung von Fahrzeug und Hindernis darstellt. Für die in Abb. 6.3 dargestellte Distanz $\Delta d_{v1,v2}$ gilt $\Delta d_{v1,v2} \geq 0, \forall t_k$. Damit wird durch die Adaption des Kostenterms der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion $\tilde{j}_{d,n}$, simuliert in

Variante V2, ein höherer Abstand zum dynamischen Objekt gehalten als ohne Adaption, simuliert in Variante V1. Mit einem maximalen Unterschied von $\max(\Delta d_{v1,v2}) = 0.26 \text{ m}$ ist damit bei Berücksichtigung einer mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion mit dem vorgestellten konvexen adaptiven MPR-Methoden ein höherer Sicherheitsabstand als bei nicht Berücksichtigung der Unsicherheit erzielbar. Der höhere Sicherheitsabstand impliziert wiederum eine höhere Bremsbeschleunigung während der Kollisionsvermeidungsphase und eine höhere *Time to Collision* (TTC). Durch eine höhere TTC resultiert dadurch eine Gesamtbewegung mit geringerem Kollisionsrisiko [HHS⁺20].

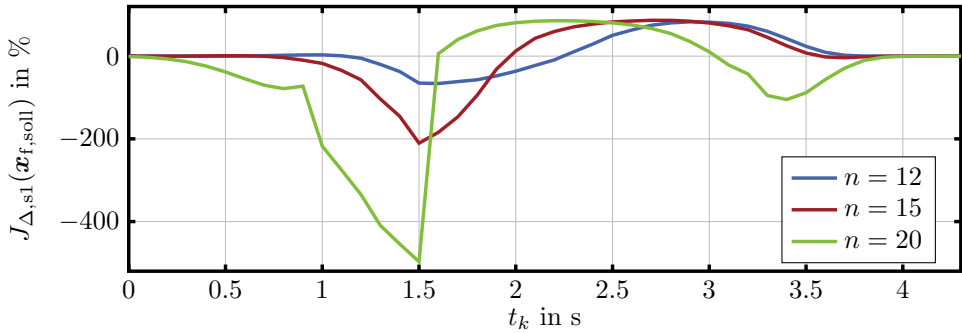
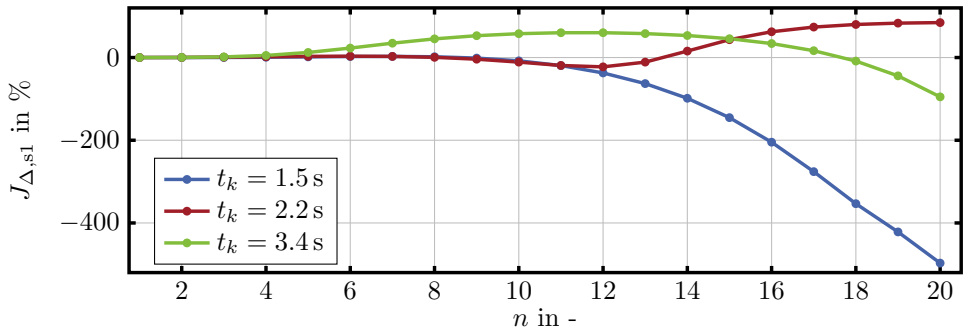
Analyse der Wahl des Approximationspunkts $\mathbf{x}_{\text{ap},n}$

Um den Einfluss der Wahl des Approximationspunkts $\mathbf{x}_{\text{ap},n}$ auf das in Kapitel 4 vorgestellte Verfahren zu analysieren, werden in diesem Abschnitt zwei Strategien zur Wahl des Approximationspunkts $\mathbf{x}_{\text{ap},n}$ anhand des beschriebenen Szenarios miteinander verglichen. In Strategie 1 (S1) wird der Approximationspunkt $\mathbf{x}_{\text{ap},n}$ konstant auf den aktuellen Fahrzeugzustand $\mathbf{x}_{\text{ap},n} = \mathbf{x}_f(t_k)$, $n = 0, \dots, N$ gewählt. In Strategie 2 (S2) wird der Approximationspunkt $\mathbf{x}_{\text{ap},n}$, berechnet durch die Anwendung der im letzten Lösungsschritt berechneten optimalen Steuerfolge $\mathbf{u}_{f,k-1,1}^*$ auf das nichtlineare Fahrzeugmodell (Gleichung (4.14)) gewählt. Um die beiden Strategien S1 und S2 miteinander zu vergleichen, wird durch

$$J_{\Delta, s1/s2}(\mathbf{x}_f^*) = 100 \% \frac{J_{s1/s2}(\mathbf{x}_f^*, k) - J_{nl}(\mathbf{x}_{f,k}^*)}{J_{nl}(\mathbf{x}_{f,k}^*)}, \quad (6.3)$$

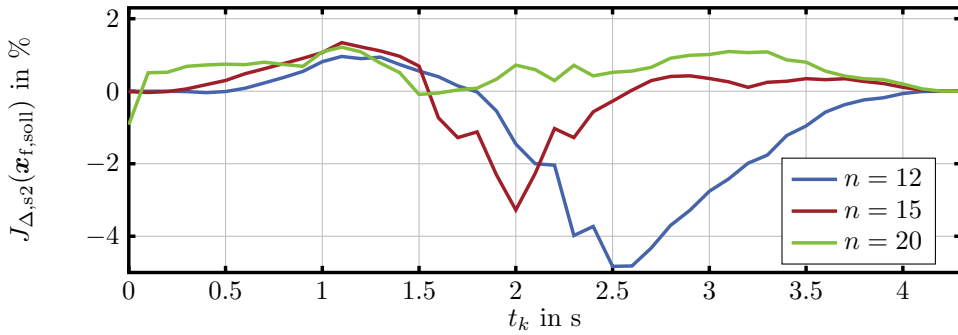
der relative Fehler zwischen der mit Strategie S1 und S2 approximierten Kostenfunktion $J_{s1/s2}$ und der nicht approximierten nichtlinearen Kostenfunktion J_{nl} während der Kollisionsvermeidungsphase des Szenarios berechnet. Die Kostenfunktionen $J_{s1/s2}$ sowie J_{nl} werden dazu über die Lösungstrajektorie $\mathbf{x}_{f,k}^*$ in jedem Zeitpunkt ausgewertet. Beide Strategien werden mit identischen Verfahrensparametern simuliert, um einen Einfluss unterschiedlicher Parametrierungen auf die Analyse auszuschließen. Die verwendeten Verfahrensparameter sind in Tabelle E.1 zusammengefasst. Zur Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta, s1/s2}(\mathbf{x}_f^*)$ in Abb. 6.4 werden zwei Darstellungsformen gewählt. In Abb. 6.4 (a) wird der relative Fehler $J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_f^*)$ für die fixen Werte $n = \{12, 15, 20\}$ des Prädiktionshorizonts über die Simulationszeit dargestellt. In Abb. 6.4 (b) wird der relative Fehler $J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_f^*)$ für die fixen Simulationszeitpunkte $t_{s1,k} = \{1.5 \text{ s}, 2.2 \text{ s}, 3.4 \text{ s}\}$ dargestellt. Der Betrag des maximalen relativen Fehlers für Strategie S1 tritt bei $t_k = 1.5 \text{ s}$, $n = 20$ mit $t_k = 497.01 \%$ auf. Außerdem ist zu erkennen, dass der Betrag des relativen Approximationsfehlers $|J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_f^*)|$ nicht zwingend über den Prädiktionshorizont größer wird und damit nicht $|J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_{f,n}^*)| \leq |J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_{f,n+1}^*)|$ gilt.

In Abb. 6.5 (a) wird der relative Fehler $J_{\Delta, s2}(\mathbf{x}_f^*)$ für die fixen Werte $n = \{12, 15, 20\}$ des Prädiktionshorizonts über die Zeit dargestellt. In Abb. 6.5 (b) wird der relative Fehler $J_{\Delta, s2}(\mathbf{x}_f^*)$ für die fixen Zeitpunkte $t_{s2,k} = \{1.1 \text{ s}, 2.0 \text{ s}, 2.7 \text{ s}\}$ dargestellt. Der Betrag des maximalen relativen Fehlers für Strategie S2 tritt bei $t_k = 2.7 \text{ s}$, $n = 12$ mit $t_k = 4.83 \%$ auf. Außerdem ist analog zu Abb. 6.4 zu erkennen, dass auch bei der Strategie S2 der Betrag des relativen Approximationsfehlers $|J_{\Delta, s1}(\mathbf{x}_f^*)|$ nicht zwingend über den Prädiktionshorizont größer wird

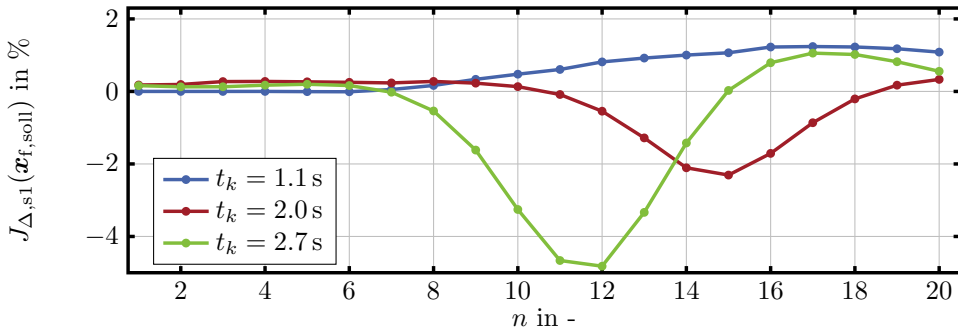
(a) Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta, s1}$ während der Kollisionsvermeidungsphase zwischen $t_k = 0$ s und $t_k = 4.0$ s(b) Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta, s1}$ während der Kollisionsvermeidungsphase zu den Zeitpunkten $t_k = \{1.5 \text{ s}, 2.2 \text{ s}, 3.4 \text{ s}\}$ **Abbildung 6.4:** Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta, s1}$ die Anwendung der Approximationsstrategie S1 während der Kollisionsvermeidungsphase

und damit nicht $|J_{\Delta, s1}(x_{f, n}^*)| \leq |J_{\Delta, s1}(x_{f, n+1}^*)|$ gilt.

Vergleicht man die Strategien S1 und S2 anhand der Auswertungen aus Abb. 6.4 und Abb. 6.5 ist festzuhalten, dass es bei der Anwendung von beiden Strategien S1 und S2 nicht zwangsläufig zu einer Verschlechterung der Approximation der nichtlinearen Kostenfunktion J_{nl} durch einen strikt steigenden relativen Fehler $J_{\Delta, s1/s2}$ über den Prädiktionshorizont kommt. Weiter liegt der maximale Betrag des relativen Fehlers $J_{\Delta, s2}(x_f^*) = 4.83\%$ für das gezeigte Szenario Faktor $\approx 10^2$ unterhalb von $J_{\Delta, s1}(x_f^*) = 497.01\%$. Ohne möglichst genaue Approximation von J_{nl} ist die gewählte Integration der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion nur in Ausnahmen wirksam, da durch eine schlechte Approximation von J_{nl} der Approximationsfehler überwiegt. Für möglichst genaue Approximation von J_{nl} ist damit die Strategie S2 aus Kapitel 4 zu wählen.



(a) Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta,s2}$ während der Kollisionsvermeidungsphase zwischen $t_k = 0$ s und $t_k = 4.0$ s



(b) Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta,s2}$ während der Kollisionsvermeidungsphase zu den Zeitpunkten $t_k = \{1.1 \text{ s}, 2.0 \text{ s}, 2.7 \text{ s}\}$

Abbildung 6.5: Darstellung des relativen Fehlers $J_{\Delta,s2}$ die Anwendung der Approximationsstrategie S2 während der Kollisionsvermeidungsphase

6.1.2 Analyse des auftretenden Linearisierungsfehlers des Fahrzeugmodells am Realdemonstrator

Die Analyse des auftretenden Linearisierungsfehlers und dessen Berücksichtigung durch das in Kapitel 4 vorgestellte Verfahren wird anhand eines Fahrversuchs am Realdemonstrator durchgeführt. Für die Analyse wird ein Kollisionsvermeidungsszenario mit einem statischen Objekt betrachtet. Nachfolgend wird der Realdemonstrator sowie das betrachtete Szenario vorgestellt. Zusätzlich wird die Rechenzeit der Implementierung des in Kapitel 4 vorgestellten Verfahrens über dieses Szenario analysiert.

Aufbau des Realdemonstrators und Umsetzung des Verfahrens

Der am Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme (IRS) entwickelte Realdemonstrator ist in Abb. 6.6 dargestellt. Das Fahrzeug besitzt eine Masse von 69 kg und eine Fahrzeuglänge sowie Fahrzeugbreite von $l_f = 1.17$ m und $b_f = 0.47$ m. Die Antriebstopologie setzt sich aus vier unabhängig voneinander antreibbaren und lenkbaren Rädern zusammen. Durch diese Topologie ist es durch gezielte Ansteuerung der einzelnen Lenk-/Antriebsaktoren möglich, eine große Anzahl von Fahrzeugkinematiken, wie z. B. eine Einradkinematik oder eine Ackermannkinematik, abzubilden. Zusätzlich ist 2D Lidar Sensorik am Fahrzeug angebracht.

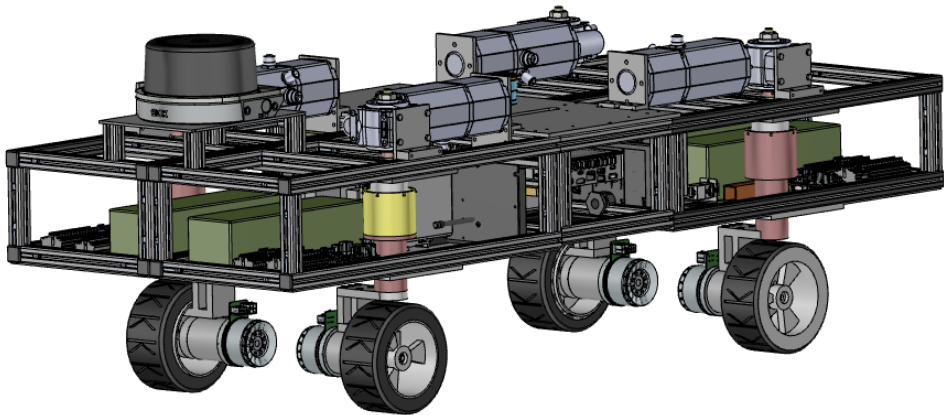


Abbildung 6.6: Darstellung des Realdemonstrators: CAD Ansicht des Fahrzeugchassis mit unabhängig antreibbaren und lenkbaren Rädern und 2D Lidar Sensorik

In Abb. 6.7 ist eine Übersicht über die umgesetzten Teilfunktionen des Realdemonstrators gegeben. Die Systemarchitektur orientiert sich dabei an der in Abschnitt 2.1.1, Abb. 2.1 eingeführten allgemeinen Systemarchitektur zur Abbildung hochautomatisierter Fahrfunktionen. Zur Umfeldwahrnehmung sowie Fahrzeuglokalisierung wird eine 2D Lidar Sensorik eingesetzt. Auf dem Fahrzeughauptrechner wird die Fahrzeuglokalisierung, die statische Objektdetektion, ein Szenarienserver, die Trajektorienplanung, sowie die Trajektorienregelung umgesetzt. Weiterhin steht ein externer Rechner mit einem Szenarieneditor sowie einer Visualisierung inklusive Fahrzeugmonitoring zur Verfügung. Das Basisfahrzeug enthält alle notwendigen Aktoren für

Lenkung und Antrieb sowie Leistungselektronik mit entsprechender Basissensorik wie Radencoder. Die Kommunikation zwischen den genannten Teilfunktionen wird über das *Robot Operating System (ROS)* [QCG⁺09] sichergestellt. Alle Teilfunktionen auf dem Fahrzeug sind in C++ implementiert und besitzen die notwendigen Schnittstellen zu ROS. Die Fahrzeuglokalisierung wird durch die in ROS verfügbare SLAM-Implementierung *Google Cartographer* [HKRA16] umgesetzt. Zur statischen Objektdetektion und Generierung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, wird das in [ZWW⁺] vorgestellte *Sphere flipping* eingesetzt. Die Trajektorienregelung sowie die unterlagerten Regelkreise des Realdemonstrators wird in [BSB⁺25] vorgestellt. Zur Szenariogenerierung und zur Onlinebereitstellung der Daten für die Manöverspezifikation \mathcal{M}_s sowie der semantischen Daten \mathcal{P}_s wird ein am IRS entwickelter Szenarieneditor eingesetzt. Das Vorgehen zur Bildung der Teilmengen $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums über *Sphere flipping* sowie eine Beschreibung des Szenarieneditors sind in Anhang E.2 und Anhang E.3 zusammengefasst.

Das Trajektorienplanungsproblem wird mithilfe der Optimierungstoolbox *CasADi* [AGH⁺19] in C++ umgesetzt. CasADi selbst stellt eine effizient implementierte Abstraktion zwischen Problemformulierung und eingesetztem Lösungsalgorithmus zur Verfügung, welche zur Laufzeit eine Aktualisierung der Problemparameter und Eingangsdaten des Trajektorienplanungsproblems erlaubt. Zur Lösung des resultierenden Trajektorienplanungsproblems wird IPOPT [Car] eingesetzt. Die verwendeten Parameter sowie die Beschreibung der eingesetzten Rechenhardware sind in Anhang E.4 zusammengefasst.

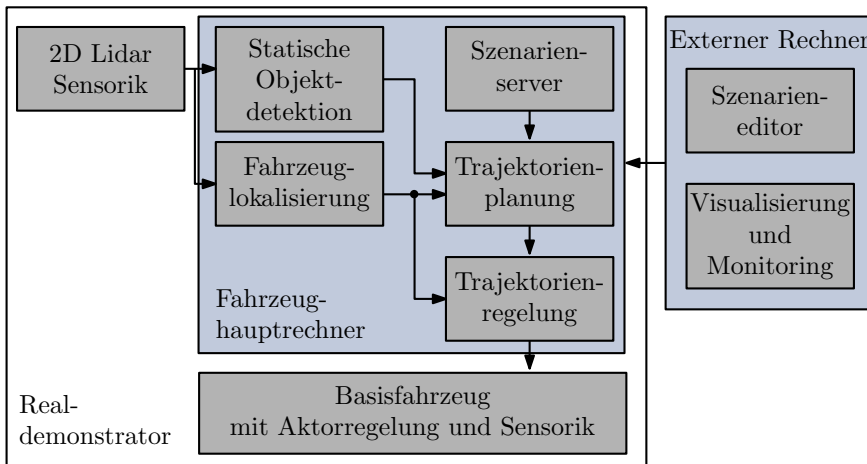


Abbildung 6.7: Darstellung der Systemarchitektur des Realdemonstrators bestehend aus Fahrzeug und externem Rechner sowie der implementierten Fahrfunktionen

Beschreibung des Szenarios

Das Szenario beschreibt eine Kollisionsvermeidung mit einem statischen Hindernis und ist in Abb. 6.8 dargestellt. In Abb. 6.8 (a) ist die Prinzipdarstellung des Szenarios abgebildet. Das gewünschte Fahrzeugverhalten, dargestellt durch eine grüne Linie, beschreibt hierbei eine Kurve nach links innerhalb einer vorgegebenen Spur, dargestellt durch schwarze Spurbegrenzungen. Im Kurvenbereich befindet sich ein statisches Hindernis welches ein kollisionsfreies Durchfahren der Spur in der Spurmitte verhindert. Die resultierende Fahrzeugbewegung muss somit von der Spurmitte abweichen, um das statische Hindernis zu passieren. In Abb. 6.8 (b) ist die Realdarstellung des Szenarios dargestellt. Rechts oben im Bild befindet sich das Fahrzeug in der Ausgangsposition, links oben wiederum das zu passierende statische Hindernis. Die Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ sind in Schwarz dargestellt.

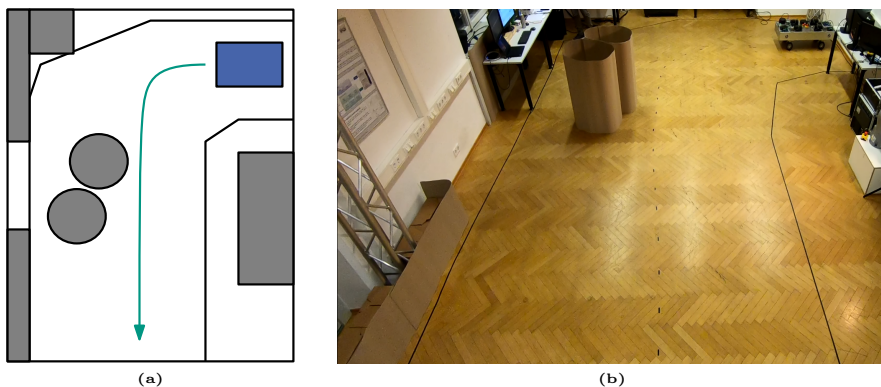


Abbildung 6.8: Prinzipdarstellung des Szenarios des Realdemonstrators: (a) Darstellung des Szenarios mit Fahrzeug (blau), Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ (schwarz), statische Hindernisse (grau), Referenzpfad (grün), (b) Realdarstellung des Szenarios, Fahrzeug (oben rechts), Hindernisse (oben links), Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ (schwarz)

Das resultierende Fahrzeugverhalten ist in Abb. 6.9 (a-d) zu den Zeitpunkten $t_k = \{0.4 \text{ s}, 2.4 \text{ s}, 4.4 \text{ s}, 5.8 \text{ s}\}$ im Fahrzeugkoordinatensystem dargestellt. Die Daten des Lidars sind in rot und die Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ in schwarz dargestellt. Das durch Anwendung des *Sphere flipping* Algorithmus resultierende Polytop für den Prädiktionsschritt $n = 0$ sowie das um die Fahrzeughülle verkleinerte Polytop sind in hellblau und in dunkelblau dargestellt. Die geplante Solltrajektorie $x_{f,\text{soll}}$ im jeweiligen Zeitpunkt ist grün abgebildet.

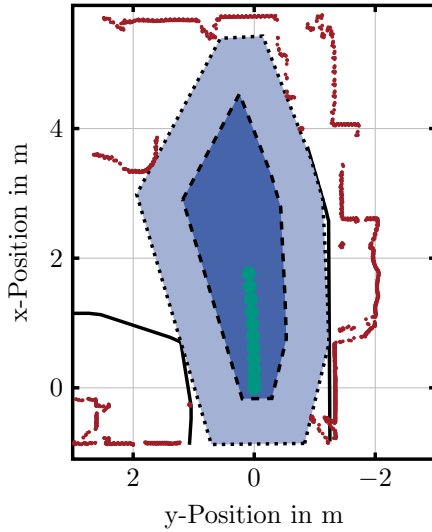
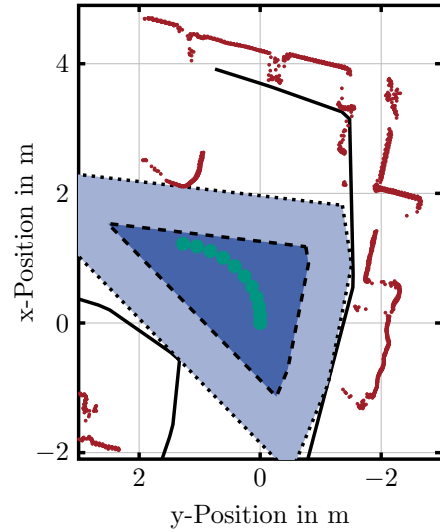
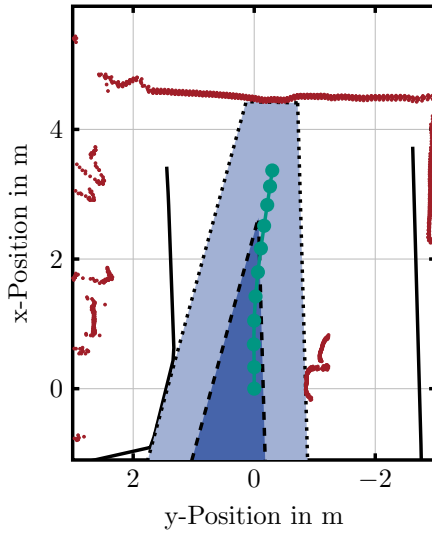
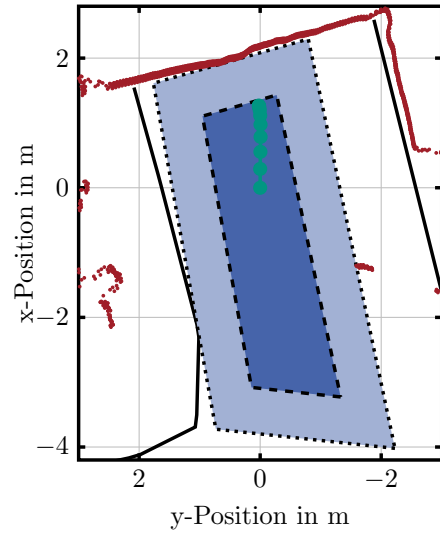
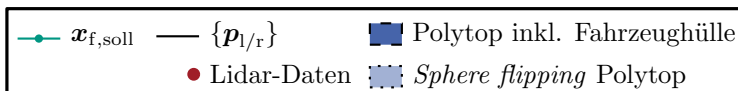
(a) Darstellung des Szenarios zum Zeitpunkt $t_k = 0.4$ s(b) Darstellung des Szenarios zum Zeitpunkt $t_k = 2.4$ s(c) Darstellung des Szenarios zum Zeitpunkt $t_k = 4.4$ s(d) Darstellung des Szenarios zum Zeitpunkt $t_k = 5.8$ s

Abbildung 6.9: Darstellung des Szenarios zur Analyse des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden zu den Zeitpunkten $t_k = \{0.4 \text{ s}, 2.4 \text{ s}, 4.4 \text{ s}, 5.8 \text{ s}\}$ am Realdemonstrator

In Abb. 6.9 (a) befindet sich das Fahrzeug vor Beginn der Kurve nach links. Es beschleunigt aus dem Stillstand, was an den größer werdenden Abständen der Punkte der Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ zu erkennen ist. Die geplante Solltrajektorie orientiert sich an der Spurmitte, da das statische Objekt im Kurvenbereich noch weit genug entfernt ist und somit keinen direkten Einfluss auf die geplante Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ hat.

Sobald das Fahrzeug weiter in den Kurvenbereich gefahren ist, dargestellt in Abb. 6.9 (b), wird eine kollisionsfreie Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ nach links geplant, um dem statischen Objekt entsprechend auszuweichen. Die somit geplante Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ weicht nun von der Spurmitte in Fahrtrichtung nach links ab.

In Abb. 6.9 (c) passiert das Fahrzeug das statische Objekt links. Da im weiteren Verlauf der Spur keine weiteren statischen Objekte vorhanden sind, ist die Planung einer Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ mit hoher Geschwindigkeit möglich, was an der Gesamtlänge der Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ zu erkennen ist. Die geplante Solltrajektorie führt zudem wieder zurück zur Spurmitte.

In Abb. 6.9 (d) wird eine Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll}}$ mit kleiner werdender Geschwindigkeit geplant, um die Bewegung des Fahrzeugs zu verzögern, um nicht mit der Raumbegrenzung am Ende des Szenarios zu kollidieren. Dies ist durch die kürzer werdenden Abstände zwischen den Positionen der Trajektorie ersichtlich.

Abb. 6.9 (a-d) zeigt eine erfolgreiche Kollisionsvermeidung durch Verwendung des in Kapitel 4 vorgestellten Verfahrens mit einem sich im Kurvenbereich befindlichen statischen Objekt am Realdemonstrator. Um eine kollisionsfreie Bewegung zu gewährleisten, werden Trajektorien abweichend von der Spurmitte geplant.

Analyse des auftretenden Linearisierungsfehlers und Berücksichtigung im Trajektorienplanungsproblem

Zur Betrachtung des tatsächlich aufgetretenen Linearisierungsfehlers sowie dessen Abschätzung durch die in Satz. 4.3 eingeführte Vorschrift wird der tatsächliche Linearisierungsfehler für jede Iteration des Verfahrens berechnet. Dazu wird die optimale Steuerfolge $\mathbf{u}_{f,\text{soll},n}$ auf das nichtlineare Fahrzeugmodell über den Prädiktionshorizont angewandt. Durch Differenzbildung zur berechneten Solltrajektorie $\mathbf{x}_{f,\text{soll},n}$ und anschließender Betragsbildung erhält man den tatsächlichen Linearisierungsfehler $w_{p,n}$. Das Vorgehen ist in der folgenden Berechnungsvorschrift abgebildet:

$$w_{p,n+1} = \|\mathbf{x}_{nl,n} + \Delta t \mathbf{f}_f(\mathbf{x}_{nl,n}, \mathbf{u}_{f,\text{soll},n}) - \mathbf{x}_{f,\text{soll},n+1}\|, \mathbf{x}_{nl,0} = \mathbf{x}_{f,\text{soll},0}.$$

Zur Darstellung wird durch Maximumbildung über den Prädiktionshorizont für alle Iterationen der maximale tatsächliche Linearisierungsfehler

$$w_{p,\text{max},k} = \max_n w_{p,n}$$

ermittelt. In Abb. 6.10 wird der maximale tatsächliche Linearisierungsfehler $w_{p,\text{max},k}$ in Rot dargestellt. Zusätzlich ist der dazugehörige abgeschätzte Linearisierungsfehler $\hat{w}_{p,k,n_{w,\text{max}}}$ in

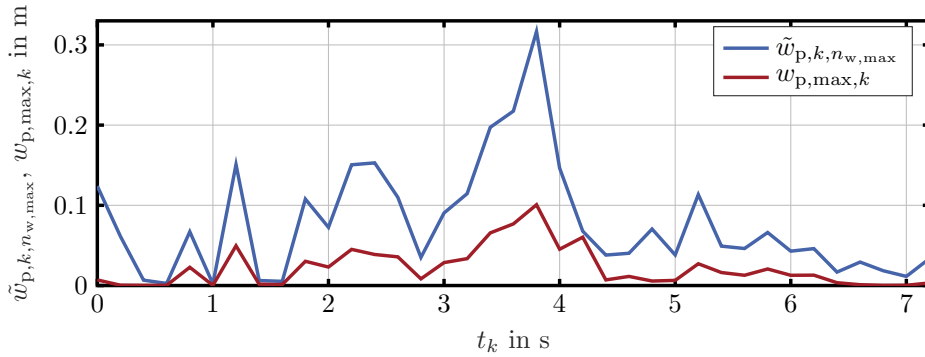


Abbildung 6.10: Realer maximaler Linearisierungsfehler $w_{p,max,k}$ und abgeschätzter Linearisierungsfehler $\tilde{w}_{p,k,n_{w,max}}$ während des Szenarios

Blau dargestellt, welcher durch Satz. 4.3 des resultierenden Trajektorienplanungsproblems entsteht.

Anhand Abb. 6.10 ist zu erkennen, dass der tatsächlich auftretende Linearisierungsfehler $w_{p,max,k}$ von dem dazugehörigen abgeschätzten Linearisierungsfehler $\tilde{w}_{p,k,n_{w,max}}$ konsequent eingeschlossen wird, da stets $w_{p,max,k} \leq \tilde{w}_{p,k,n_{w,max}}$ gilt. Der maximale tatsächliche Linearisierungsfehler $w_{p,max,k}$ liegt für dieses Szenario bei 0.1 m. Damit resultiert eine Positionsunsicherheit des Fahrzeugs von $[-0.1, 0.1]$ m durch den auftretenden Linearisierungsfehler. Der dazugehörige abgeschätzte Linearisierungsfehler $\tilde{w}_{p,k,n_{w,max}}$ liegt für diesen Zeitpunkt bei 0.31 m. Durch Integration des abgeschätzten Linearisierungsfehlers $\tilde{w}_{p,k,n}$ wird dadurch der tatsächlich auftretende Fehler durch die Linearisierung des nichtlinearen Fahrzeugmodells durch korrekte überapproximative Abschätzung systematisch berücksichtigt.

Auswertung der Rechenzeit des Verfahrens

Die Neuplanungsrate des Verfahrens während des Szenarios liegt bei 5 Hz. Die Messung der benötigten Rechenzeit des Trajektorienplanungsverfahrens ist in Abb. 6.11 dargestellt.

In Abb. 6.11 (a) ist die Verteilung der Lösungsdauer des resultierenden Optimierungsproblems aus Def. 4.4 für das Szenario dargestellt. Neben einer Iteration mit einer Lösungsdauer im Intervall von $[0.08 \text{ s}, 0.09 \text{ s}]$ liegt die Lösungsdauer überwiegend im Intervall $[0.0 \text{ s}, 0.04 \text{ s}]$. Der Mittelwert der Lösungsdauer beträgt $t_{opt,avg} = 0.023 \text{ s}$.

In Abb. 6.11 (b) ist die Verteilung der Gesamtdauer der einzelnen Verfahrensituationen dargestellt. Diese setzt sich aus der Lösungsdauer des resultierenden Optimierungsproblems, der Vorprozessierung der Eingangsdaten und dem Update des Optimierungsproblems sowie der Nachprozessierung zusammen. Die Gesamtdauer liegt im Intervall $[0.0 \text{ s}, 0.2 \text{ s}]$. Der Mittelwert der Gesamtdauer beträgt $t_{ges,avg} = 0.117 \text{ s}$. Der überwiegende Anteil der Verfahrensituationen besitzt eine Gesamtdauer im Intervall von $[0.08 \text{ s}, 0.14 \text{ s}]$.

Die Auswertung der Rechenzeit des implementierten Verfahrens zeigt, dass eine effiziente Umsetzung dessen möglich ist. Mit einer mittleren Lösungsdauer von $t_{opt,avg} = 0.023 \text{ s}$ sowie

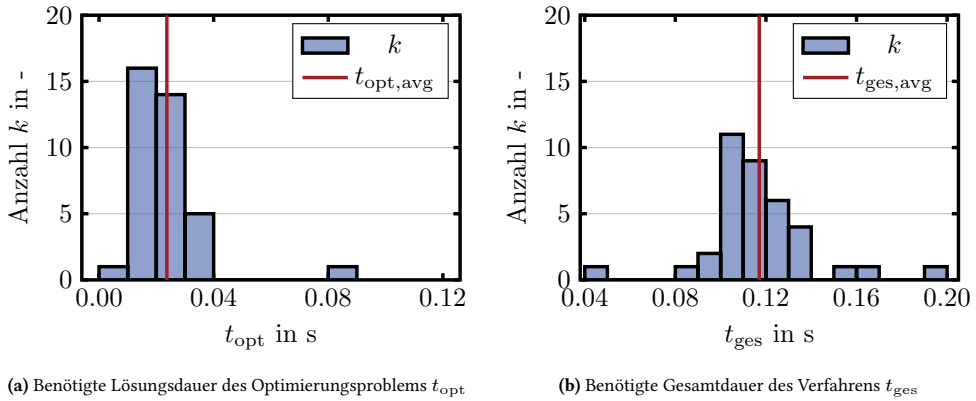


Abbildung 6.11: Darstellung der Rechenzeit während des Szenarios, Häufigkeiten k (blau), Mittelwert $t_{\text{opt/ges,avg}}$ (rot)

mittleren Gesamtdauer von $t_{\text{ges,avg}} = 0.117$ s wird eine hohe Neuplanungsrate der Fahrzeug-solltrajektorie ermöglicht.

6.2 Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven

Die Funktionalität des in Kapitel 5 entworfenen Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive wird in diesem Abschnitt mittels Simulation demonstriert. Die umgesetzte Simulationsumgebung sowie das betrachtete Szenario wird in Abschnitt 6.2.1 beschrieben. Die Analyse der Funktionalität des Verfahrens, basierend auf dem vorgestellten Szenario, erfolgt in Abschnitt 6.2.2.

6.2.1 Umsetzung der Simulation und betrachtetes Szenario

Die eingesetzte Simulationsumgebung sowie das Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive ist in Matlab umgesetzt. Zur Prädiktion der in Gleichung (5.18) resultierenden Erreichbarkeitsmenge wird die Standardmethode aus [Alt10, S. 35 ff.], implementiert in der *Continuous Reachability Analysis* (CORA) Toolbox [AK16], eingesetzt. Zur Prädiktion von dynamischen Objekten wird die *Set-based Prediction of Traffic Participants* (SPOT) Toolbox [KA17] eingesetzt. Dynamische Objekte werden durch SPOT mengenbasiert prädiziert. Zur Prädiktion der dynamischen Objekte werden konstante Beschleunigungsmodelle unter Berücksichtigung von Maximal- und Minimalwerten der Objektzustände verwendet. Zusätzlich wird die zugrundeliegende Spurtopologie für die Prädiktion der dynamischen Objekte berücksichtigt. Dadurch ist z. B. die gleichzeitige Berücksichtigung von mehreren möglichen Abbiegemanevern bei einem Kreuzungsszenario möglich. Die dafür berücksichtigte Spurbeschreibung wird in [BZS14] durch sogenannte *Lanelets* vorgestellt. Basierend auf der Spurtopologie werden die

Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ für die notwendigen Kollisionsprüfungen innerhalb des Trajektorienplanungsverfahrens extrahiert.

In Abb. 6.12 ist die Prinzipdarstellung des simulierten Kreuzungsszenarios dargestellt. Die Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ für die einzelnen Spuren sind in Schwarz dargestellt, das Fahrzeug in Blau und das dynamische Objekt in Rot. Durch den Referenzpfad π_{ref} des Fahrzeugs, dargestellt in Grün, wird ein Abbiegemanöver nach links beschrieben. Die möglichen Manöver des dynamischen Objekts sind durch rot gestrichelte Linien dargestellt, das tatsächliche Manöver in Rot, was ebenfalls ein Abbiegemanöver nach links darstellt. Aufgrund des zu Beginn des Szenarios für das Fahrzeug unklare Verhalten des dynamischen Objekts wird eine Kollision mit allen möglichen Manövern des dynamischen Objekts vermieden, um das Abbiegemanöver des Fahrzeugs nach links kollisionsfrei durchzuführen.

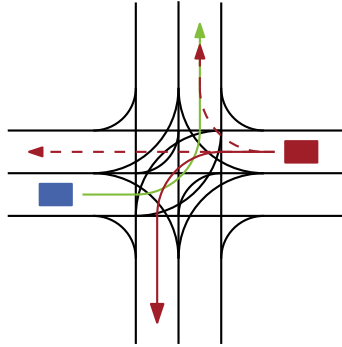


Abbildung 6.12: Prinzipdarstellung des Kreuzungsszenarios: Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ (schwarz), Fahrzeug (blau), Dynamisches Objekt (rot), Referenzpfad π_{ref} (grün), Tatsächliches Abbiegemanöver des dynamischen Objekts (rot), Mögliche Manöver des dynamischen Objekts (gestrichelt rot)

Der Fahrzeugzustand der Fahrzeuglokalisierung wird mit einer über die Simulationsdauer konstanten Unsicherheit $\mathcal{Z}_{f,t} = [-0.15, 0.15] \text{m} \times [-0.1, 0.1] \text{m/s}$ angenommen. Die nominellen Bewegungsprimitive werden durch Sampling der Eingangsgrößen a_f und v_f generiert. Insgesamt werden 117 nominelle Bewegungsprimitive zur Planung einer kollisionsfreien Bewegung verwendet. Die transformierte Unsicherheit beträgt $\tilde{\mathcal{W}} = [-0.35, 0.35] \text{m/s}^2 \times [-0.35, 0.35] \text{m/s}^2$. Mit Satz. 5.1 und einer maximalen Fahrzeuggeschwindigkeit von $\bar{v}_f = 6.3 \text{m/s}$ entspricht dies der Modellunsicherheit $w_{m,1/2} = 0.1 \text{m/s}$, $w_{m,3} = 0.06 \text{m/s}^2$ und $w_{m,4} = 0.03 \text{1/s}^2$. Die weiteren Verfahrensparameter sind in E.3 zusammengefasst.

6.2.2 Analyse der Funktionalität

Zur Analyse der Funktionalität des Verfahrens werden nachfolgend die Positionsverläufe sowie die Geschwindigkeits- und Eingangsverläufe des simulierten Szenarios betrachtet.

Betrachtung der Positionsverläufe

In Abb. 6.13 wird das in Abschnitt 6.2.1 eingeführte Kreuzungsszenario zu den Zeitpunkten $t_k = \{0.6 \text{ s}, 1.8 \text{ s}, 3.0 \text{ s}\}$ dargestellt. Die Spurbegrenzungen $\{\mathbf{p}_{l/r}\}$ werden in Schwarz dargestellt. Die Belegungsmenge $\mathcal{O}_{d,n}$ des dynamischen Objekts wird in rot dargestellt. Das Fahrzeug sowie die resultierende Fahrzeugbelegungsmenge $\Gamma_{p,m^*,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m^*,n}, \mathcal{O}_f)$ wird in Blau visualisiert. Das optimale Mengenprimitiv $\Gamma_{p,m^*,n}$ wird im jeweiligen Zeitschritt t_k in Grün dargestellt. Zum Zeitpunkt $t_k = 0.6 \text{ s}$, dargestellt in Abb. 6.13 (a), nähern sich sowohl Fahrzeug als auch das dynamische Objekt \mathcal{O}_d der Kreuzung an. Zu diesem Zeitpunkt ist es nicht ersichtlich, welches Manöver das dynamische Objekt \mathcal{O}_d wählt. Deswegen werden alle möglichen Manöver und die daraus resultierenden Belegungsmengen $\mathcal{O}_{d,n}$ des dynamischen Objekts für die Kollisionsvermeidung berücksichtigt. Die Positionsunsicherheit der geplanten Trajektorie wird über den Prädiktionshorizont geringer. Dies wird durch das eingeführte Regelgesetz aus Gleichung (5.15) sichergestellt.

In Abb. 6.13 (b) wird das Kreuzungsszenario zu Zeitpunkt $t_k = 1.8 \text{ s}$ dargestellt. Um eine Kollision mit dem sich nähernden dynamischen Objekt zu verhindern, wird die Fahrzeuggeschwindigkeit v_f durch die Planung von Trajektorien mit kleiner werdender Geschwindigkeit reduziert. Dies ist am geplanten Mengenprimitiv $\Gamma_{p,m^*,n}$ zu erkennen, was eine geringere Länge besitzt als beim Zeitpunkt $t_k = 0.6 \text{ s}$. Zusätzlich steigt die Unsicherheit in der berechneten Fahrzeugorientierung $[\theta_{f,\min,n}, \theta_{f,\max,n}]$ über den Prädiktionshorizont, was an der größer werdenden Fahrzeugbelegungsmenge $\Gamma_{p,m^*,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m^*,n}, \mathcal{O}_f)$ zu erkennen ist.

Zum Zeitpunkt $t_k = 3.0 \text{ s}$, dargestellt in Abb. 6.13 (c), ist das Abbiegemanöver des dynamischen Objekts \mathcal{O}_d nach links zeitlich so weit vorgeschritten, dass ein direktes Überqueren der Kreuzung durch das dynamische Objekt \mathcal{O}_d unmöglich ist. Dadurch ist die Spur des Fahrzeugs nicht weiter durch die Belegungsmenge des dynamischen Objekts $\mathcal{O}_{d,n}$ blockiert. Durch die Trajektorienplanung wird nun eine Trajektorie $\Gamma_{p,m^*,n}$ geplant, welche den zuvor belegten Teil der Spurumgebung kreuzt.

Das dargestellte Verhalten in Abb. 6.13 zeigt eine erfolgreiche Kollisionsvermeidung zwischen dem Fahrzeug und dem dynamischen Objekt unter Berücksichtigung der sich über den Zeitraum des Szenarios ändernden mengenbasierten Bewegungsprimitive und der daraus resultierenden Fahrzeugbelegungsmenge $\Gamma_{p,m^*,n} \oplus \mathcal{V}(\Gamma_{v,m^*,n}, \mathcal{O}_f)$.

Betrachtung der Geschwindigkeits- und Eingangsverläufe

In Abb. 6.14 ist die Ortskurve der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f sowie der Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ in der Geschwindigkeitsebene $v_{x/y}$ dargestellt. Der Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ ist aufgrund der besseren Übersichtlichkeit zu jedem zweiten Simulationszeitpunkt t_k dargestellt.

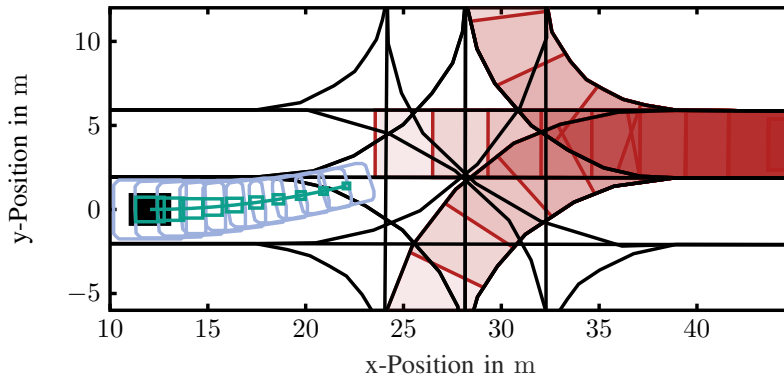
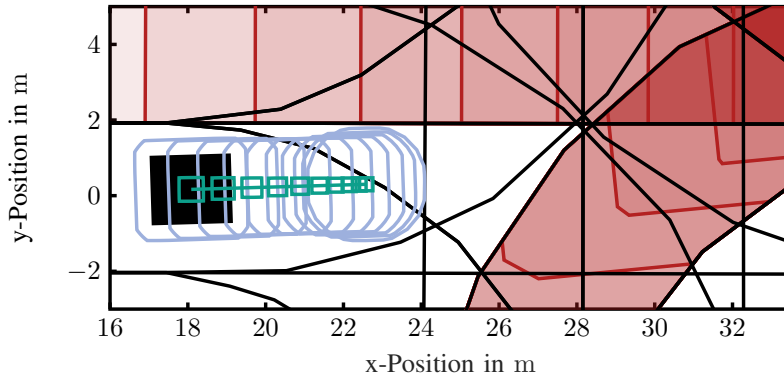
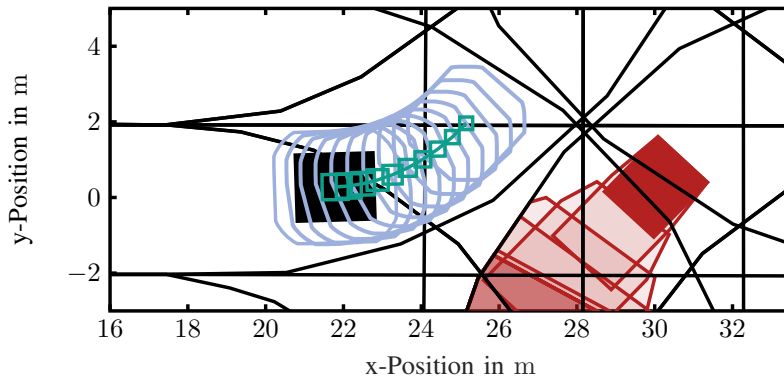
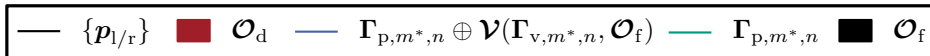
(a) Darstellung des Szenarios bei $t_k = 0.6$ s(b) Darstellung des Szenarios bei $t_k = 1.8$ s(c) Darstellung des Szenarios bei $t_k = 3.0$ s

Abbildung 6.13: Darstellung des Kreuzungsszenarios: Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ (schwarz), Fahrzeughülle (schwarz), Resultierende Fahrzeugbelegungsmenge (blau), Dynamisches Objekt (rot), Tatsächliches Abbiegemanöver des dynamischen Objekts (rot), Mögliche Manöver des dynamischen Objekts (gestrichelt rot)

Die dazugehörige Fahrzeuggeschwindigkeit v_f zum Zeitpunkt t_k ist mit einem Punkt hervorgehoben.

Anhand des Verlaufs der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f ist die Reduktion der Geschwindigkeit zur Vermeidung einer Kollision zwischen Fahrzeug und dynamischen Objekt \mathcal{O}_d zu erkennen. Die Fahrzeuggeschwindigkeit v_f wird vom Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimitivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ eingeschlossen. Während der Reduzierung der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f von 5.0 m/s auf 1.67 m/s wird die durch den Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimitivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ beschriebene Fläche ebenfalls kleiner. Die resultierende Unsicherheit der Fahrzeugorientierung $[\theta_{f,\min,n}, \theta_{f,\max,n}]$ wird, wie in Abb. 6.13 (b) ersichtlich, jedoch größer. Dieses Verhalten ist durch die Betrachtung der relativen Änderung der Größe des Geschwindigkeitsanteils des mengenbasierten Bewegungsprimitivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ bezogen auf v_f zurückzuführen. So reduziert sich zwar absolut die durch den Geschwindigkeitsanteil des mengenbasierten Bewegungsprimitivs $\Gamma_{v,m^*,0}$ beschriebene Fläche, im Verhältnis zum Betrag der Geschwindigkeit v_f zu den jeweiligen Zeitpunkten wird diese jedoch größer.

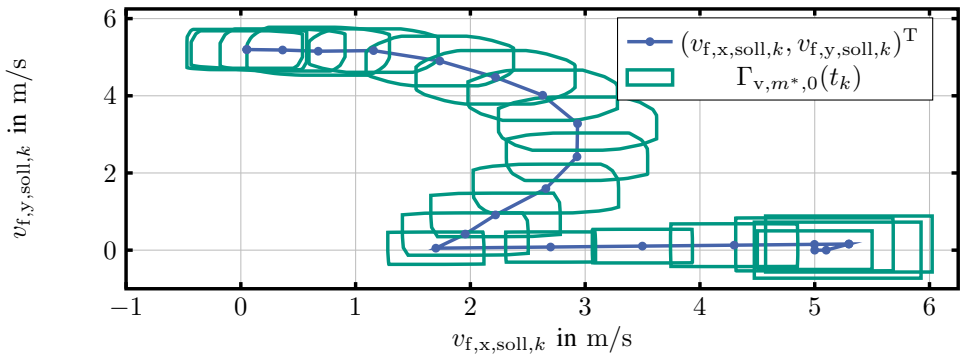
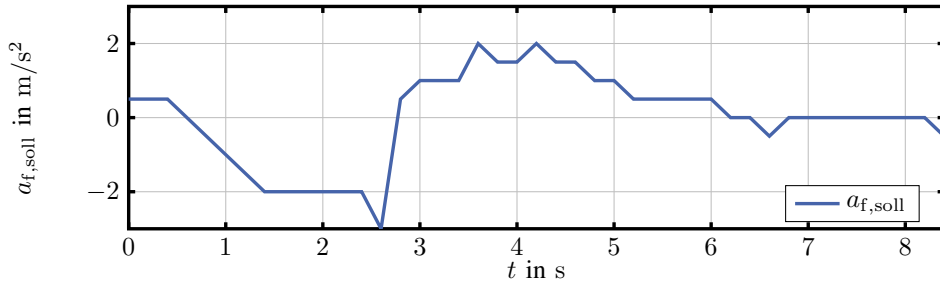
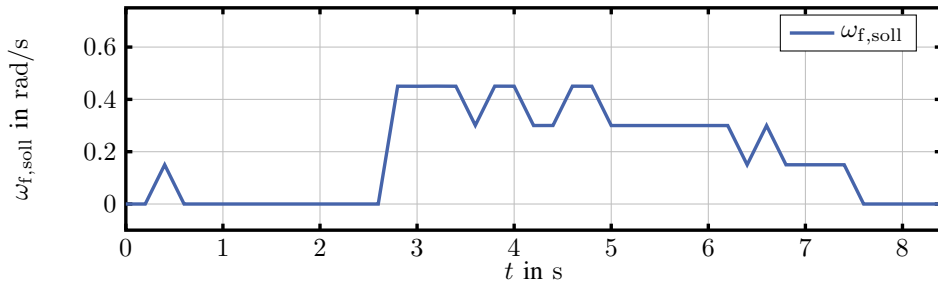


Abbildung 6.14: Darstellung Ortskurve der Fahrzeuggeschwindigkeit v_f sowie des Geschwindigkeitsanteils der mengenbasierten Bewegungsprimitive $\Gamma_{v,m^*,0}$ in der $v_{x/y,soll}$ Ebene

In Abb. 6.15 (a) und Abb. 6.15 (b) sind die geplanten Sollgrößen für $a_{f,soll}$ und $\omega_{f,soll}$ dargestellt. Anhand des Verlaufs von $a_{f,soll}$ ist durch die negative Beschleunigung $a_{f,soll}$ im Bereich zwischen 0.6 s und 2.8 s die Reduzierung der Fahrzeuggeschwindigkeit zur Kollisionsvermeidung erkennbar. Das Abbiegemanöver nach links ist durch eine positive Fahrzeugsollgierrate im Bereich von 2.6 s und 7.6 s erkennbar. Beide Sollgrößenverläufe sind in Bezug auf die gewählte Zeitdiskretisierung von $\Delta t = 0.2$ s ausreichend stetig und die Kombination der Sollgrößen ist durch das Fahrzeugmodell aus Def. 3.23 trotz der in Abschnitt 5.1 eingeführten Entkopplung durch Verwendung der Ein-/Ausgangslinialisierung kinematisch umsetzbar. Dies ist auf die Wahl der Bewegungsprimitive zurückzuführen, welche unter Berücksichtigung des nichtlinearen Fahrzeugmodells aus Def. 3.23 generiert werden.



(a) Darstellung der Fahrzeugsollbeschleunigung $a_{f,soll}$ während des betrachteten Szenarios



(b) Darstellung der Fahrzeugsollgierrate $\omega_{f,soll}$ während des betrachteten Szenarios

Abbildung 6.15: Darstellung der Fahrzeuggrößen $a_{f,soll}$ und $\omega_{f,soll}$ während des betrachteten Szenarios

6.3 Zusammenfassung, Einordnung und Vergleich

In diesem Abschnitt erfolgt die Zusammenfassung der Ergebnisse aus der Applikation und Analyse der vorgestellten Verfahren sowie eine Einordnung dieser im Kontext der in Kapitel 2 formulierten Forschungsfragen. Des Weiteren erfolgt ein qualitativer Vergleich der entworfenen Verfahren.

6.3.1 Zusammenfassung der Ergebnisse des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf konvexen adaptiven MPR-Methoden

In Abschnitt 6.1 wird die Applikation des vorgestellten Trajektorienplanungsverfahrens mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden, vorgestellt in Kapitel 4, in der Simulation und am Realdemonstrator gezeigt. Simulativ wird ein Kollisionsvermeidungsszenario mit einem dynamischen Objekt, am Realdemonstrator wird ein Kollisionsvermeidungsszenario mit einem statischen Objekt untersucht.

Die Einbindung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion innerhalb der Kostenfunktion des Trajektorienplanungsproblems Def. 4.4 wird in der Simulation analysiert. Bei Berücksichtigung der Unsicherheit innerhalb der Kostenfunktion, wie in Abschnitt 4.1 entworfen, werden

Trajektorien mit einem größeren Abstand zum dynamischen Objekt geplant als ohne Berücksichtigung der Unsicherheit. Dieses Verhalten wird durch die Betrachtung der Verfahrens anhand weiterer Szenarien in [Gue19] bestätigt. In Kombination mit geringen Approximationsfehlern des Trajektorienplanungsproblems, durch Wahl der Approximationspunkte basierend auf der vorgestellten Methode in Abschnitt 4.3.2, lässt sich die auftretende Unsicherheit der Objektprädiktion im Trajektorienplanungsproblem integrieren. Dies wird durch die Integration in die Kostenfunktion sowie Approximation dieser mit geringen Approximationsfehlern erreicht. Damit wird die methodische Umsetzung der Forschungsfrage I (ii) simulativ bestätigt. In Abschnitt 6.1.2 wird die Applikation des Verfahrens im Realdemonstrator gezeigt. Die Ergebnisse zeigen eine erfolgreiche Vermeidung einer Kollision mit einem sich in der Spur befindenden statischen Objekt. Die Analyse des tatsächlich auftretenden und abgeschätzten Linearisierungsfehlers zeigt die korrekte Abschätzung des Linearisierungsfehlers, $|w_p| < |\tilde{w}_p|$, innerhalb des Trajektorienplanungsproblems Def. 4.4. Beim maximal real auftretenden Linearisierungsfehler $w_{p,\max} = 0.1 \text{ m}$ entspricht die dazugehörige Abschätzung $\tilde{w}_{p,n_w,\max} = 0.31 \text{ m}$. Die Analyse der Rechenzeit des Verfahrens zeigt zudem die recheneffiziente Umsetzung auf realer Hardware mit einer durchschnittlichen Rechenzeit von $t_{\text{ges,avg}} = 117 \text{ ms}$. Die in Abschnitt 6.1.2 gezeigten Ergebnisse werden darüberhinaus durch simulative Auswertungen und Analysen in [Arm22] und [Het22] gestützt. Somit wird die methodische Umsetzung der Forschungsfrage I (i) aus Satz. 4.3 durch Realdaten bestätigt.

6.3.2 Zusammenfassung der Ergebnisse des Trajektorienplanungsverfahrens basierend auf mengenbasierten Bewegungsprimitiven

In Abschnitt 6.2 ist die Applikation des Trajektorienplanungsverfahrens mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive, vorgestellt in Kapitel 5, gezeigt.

Das betrachtete Kreuzungsszenario zeigt eine erfolgreiche Kollisionsvermeidung durch das Trajektorienplanungsverfahren mit einem dynamischen Objekt mit zu Beginn des Szenarios unklarem Verhalten im Kreuzungsbereich. Durch die in Def. 5.1 eingeführte Prädiktion der Fehlerdynamik sowie die in Abschnitt 5.3.2 eingeführte geometrische Bestimmung der Fahrzeugbelegungsmenge $\mathcal{V}(\Gamma_{v,m^*,n}, \mathcal{O}_f)$ basierend auf den mengenbasierten Bewegungsprimitiven Γ_m und der Fahrzeughülle \mathcal{O}_f ist die Planung von kollisionsfreien Trajektorien unter systematischer Berücksichtigung von einem mit Unsicherheit behafteten Fahrzeugzustand, auftretenden Modellfehlern und Regelfehlern der Trajektorienregelung innerhalb der zu befahrenden Spur möglich. Die Betrachtung der Stellgrößen zeigt zudem die Planung von ausreichend glatten Sollverläufen der Stellgrößen für unterlagerte Regelkreise. Die gezeigten Ergebnisse werden durch weitere Szenarien und Analysen in [Mos19] und [Dau22] gestärkt. Die in Kapitel 5 vorgestellten Konzepte und Nachweise zur methodischen Umsetzung der Forschungsfragen II (i) und (ii) werden durch die Ergebnisse in Abschnitt 6.2 somit simulativ bestätigt.

6.3.3 Qualitativer Vergleich der entworfenen Verfahren

Die in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Trajektorienplanungsverfahren werden basierend auf den berücksichtigten Unsicherheiten sowie der methodischen Umsetzung der Verfahren qualitativ verglichen.

Das Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden, vorgestellt in Kapitel 4, berücksichtigt mit Unsicherheit behaftete Objektprädiktionen durch Einbindung in die Kostenfunktion des Optimierungsproblems. Des Weiteren wird der durch die lineare Approximation des nichtlinearen Fahrzeugmodells entstehende Approximationsfehler durch Einbindung in die Kollisionsnebenbedingungen berücksichtigt. Das Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierten Bewegungsprimitiven wiederum berücksichtigt Modellungenauigkeiten des nichtlinearen Fahrzeugmodells sowie eine mit Unsicherheit behaftete Fahrzeugzustandsschätzung. Wie in Kapitel 4 und Kapitel 5 gezeigt, berücksichtigen beide Verfahren die jeweils betrachteten Unsicherheiten durchgängig.

Die vorgestellten Verfahren basieren auf unterschiedlichen methodischen Ansätzen. Die Auswahl der methodischen Ansätze in dieser Arbeit basiert, wie in Abschnitt 2.5 ausgeführt, auf bereits im nominellen Fall effizient umsetzbaren Methoden. Während die Lösung des vorgestellten Verfahrens mittels adaptiver konvexer Methoden auf numerischer Optimierung basiert, basiert die Lösung des Verfahrens mittels mengenbasierten Bewegungsprimitiven auf der Generierung von Lösungskandidaten, für welche das Trajektorienplanungsproblem ausgewertet wird. Methodisch bedingt ergeben sich dadurch sowohl Vorteile als auch Nachteile. Während der Lösungsraum im Fall des Trajektorienplanungsverfahrens, basierend auf konvexen adaptiven MPR-Methoden, wert-kontinuierlich betrachtet wird, wird der zur Verfügung stehende Lösungsraum im Fall des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive durch die Bewegungsprimitive selbst gebildet und liegt somit lediglich diskret vor. Das Trajektorienplanungsproblem des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden ist konvex. Die Lösung des Trajektorienplanungsproblems konvergiert somit gegen das globale Optimum des Trajektorienplanungsproblems. Diese Eigenschaft besitzt das Trajektorienplanungsproblem des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive nicht. Die Lösung des Trajektorienplanungsproblems ist hier suboptimal. Hauptvorteil des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive gegenüber dem Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden sind die geringeren Aufwände zur Integration von zusätzlichen Nebenbedingungen oder Kostentermen, da diese nicht in ein numerisches Optimierungsproblem integriert und zur Laufzeit lediglich effizient ausgewertet werden müssen. Der Aufwand insbesondere zusätzlicher Nebenbedingungen in das Trajektorienplanungsproblem des Trajektorienplanungsverfahrens, basierend auf konvexen adaptiven MPR-Methoden, ist durch die notwendige durchgängige Betrachtung des Approximationsfehlers des Fahrzeugmodells höher.

7 Zusammenfassung

Während nominelle Trajektorienplanungsverfahren auftretende Systemunsicherheiten bei der Planung einer Trajektorie vernachlässigen, ist es Ziel dieser Arbeit, Trajektorienplanungsverfahren für hochautomatisierte Fahrzeuge zu entwerfen, welche auftretende Systemunsicherheiten bei der Planung einer Trajektorie systematisch berücksichtigen. Anwendungen für hochautomatisierte Fahrzeuge mit einem hohen Automatisierungsgrad (SAE Level 4 oder 5) sehen keinen unmittelbaren Eingriff eines Fahrers oder Bedieners vor, weshalb durch die implementierte Fahrfunktion auch unter auftretenden Unsicherheiten eine kollisionsfreie Bewegung des Fahrzeugs gewährleistet werden muss.

Die in Kapitel 1 motivierten globalen Herausforderungen bei der Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteten Größen innerhalb eines Trajektorienplanungsverfahrens sind die systematische Berücksichtigung der Unsicherheiten, die geeignete Beschreibungsform und Auswahl geeigneter Methoden zur Prozessierung der Unsicherheiten selbst sowie die recheneffiziente Berücksichtigung der Unsicherheiten im Trajektorienplanungsverfahren. Um den genannten Herausforderungen zu begegnen, werden in dieser Arbeit zwei Methodenklassen für den Entwurf der Trajektorienplanungsverfahren weiterentwickelt, welche bereits im nominellen Fall effizient umgesetzt werden konnten. Dies sind zum einen Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiver MPR-Methoden und zum anderen Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven. Basierend auf der Analyse des Stands der Forschung werden für die beiden Verfahrensklassen jeweils offene Forschungsfragen formuliert. Diese sind für die Klasse der Trajektorienplanungsverfahren mittels adaptiven MPR-Methoden in den Forschungsfragen I und für die Klasse der Trajektorienplanungsverfahren mittels Bewegungsprimitiven in den Forschungsfragen II nachfolgend zusammengefasst:

- **Forschungsfrage I (i):** Wie kann ein recheneffizientes Trajektorienplanungsproblem mittels adaptiven MPR-Methoden unter systematischer Berücksichtigung der auftretenden Approximationsfehler des Fahrzeugmodells entworfen werden?
- **Forschungsfrage I (ii):** Wie können unsichere Objektprädiktionen mittels adaptiven MPR-Methoden systematisch berücksichtigt werden, ohne dabei Nebenbedingungen zur Kollisionsvermeidung zu modifizieren?
- **Forschungsfrage II (i):** Wie ist eine mengenbasierte Prädiktion der Unsicherheit der Fahrzeugzustandsschätzung und durch Modellfehler des Fahrzeugmodells mit möglichst geringen Rechenaufwand sowie geringer Überapproximation möglich?
- **Forschungsfrage II (ii):** Wie ist ein systematischer Entwurf eines Trajektorienplanungsverfahrens mittels Bewegungsprimitiven unter Berücksichtigung der unter 1. vorgestellten mengenbasierten Berechnung der Unsicherheit durchzuführen?

Das in Kapitel 4 vorgestellte Trajektorienplanungsverfahren mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden beantwortet die Forschungsfragen I methodisch. Durch Abschätzung des auftretenden Approximationsfehlers des Fahrzeugmodells sowie Herleitung eines Korrekturterms für die konvexe Integration in das resultierende Trajektorienplanungsproblem, ist die systematische Berücksichtigung des Approximationsfehlers des Fahrzeugmodells möglich. Durch die Berücksichtigung der mit Unsicherheit behafteten Objektprädiktion durch einen adaptiven Kostenterm, welcher zu höheren Kosten bei größer werdender Unsicherheit führt, sind dadurch höhere Abstände zu dynamischen Objekten möglich, ohne dabei den kollisionsfreien Raum einzuschränken. In Kombination mit der Wahl der resultierenden nichtlinearen Fahrzeugtrajektorie als Approximationspunkt kann die Kostenfunktion mit einem geringen Approximationsfehler approximiert werden.

Das Trajektorienplanungsverfahren mit systematischer Berücksichtigung von Systemunsicherheiten mittels mengenbasierten Bewegungsprimitiven wird in Kapitel 5 vorgestellt. Durch die Ein-/Ausganglinearisierung des Fahrzeugmodells, unter Berücksichtigung des Modellfehlers des Fahrzeugmodells, ist die Transformation des nichtlinearen Fahrzeugmodells in ein lineares Modell möglich. Weiterhin wird gezeigt, dass erstens der Modellfehler des transformierten Modells beschränkt bleibt, wenn der ursprüngliche Modellfehler beschränkt ist und zweitens eine Abschätzung des transformierten Modellfehlers auf Basis des nichtlinearen Modellfehlers möglich ist. Durch die resultierende transformierte lineare Fahrzeugdynamik ist eine getrennte Betrachtung des nominellen Teils, sowie des mit Unsicherheit behafteten Teils der resultierenden Systemdynamik möglich. Dadurch sind die Bewegungsprimitive nominell und unabhängig von der Mengenprädiktion generierbar. Zusätzlich reduziert sich der Aufwand für die Mengenberechnung erheblich, da diese mit linearen Methoden durchgeführt werden kann. Anstatt wie im nichtlinearen Fall für jedes Primitiv, muss die Mengenprädiktion lediglich einmal für einen Planungszyklus ausgeführt werden. Dies reduziert den Rechenaufwand gegenüber nichtlinearen Methoden erheblich. Dadurch wird die Forschungsfrage II (i) methodisch beantwortet. Durch die Integration der vorgestellten mengenbasierten Bewegungsprimitive in das Trajektorienplanungsproblem, mithilfe der vorgestellten geometrischen Berechnung der resultierenden Fahrzeugbelegungsmenge, ist ein systematischer Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens möglich. Durch die Verwendung von nominellen Bewegungsprimitiven, welche mithilfe des nichtlinearen Fahrzeugmodells generiert werden, wird der durch die Ein-/Ausganglinearisierung resultierende Entkopplung der Längs- und Querbewegung entgegengewirkt. Damit wird verhindert, dass Sollgrößen für die unterlagerten Regelkreise resultieren, welche zu einer nicht umsetzbaren Fahrzeugbewegung führen. Die genannten Punkte beantworten somit die Forschungsfrage II (ii) methodisch.

Die betrachteten Ergebnisse der Applikation beider Verfahren bestätigen die methodische Umsetzung der Forschungsfragen I und II.

Das Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden wird in der Simulation und am Realdemonstrator appliziert. Durch den Vergleich des adaptiven Kostenterms zur Berücksichtigung von mit Unsicherheit behafteter Objektprädiktionen mit einem statischen Kostenterm wird die Funktionsfähigkeit des adaptiven Kostenterms gezeigt. Der Vergleich mit einer alternativen Möglichkeit den Approximationspunkt des Trajektorienplanungsproblems zu wählen, zeigt einen deutlich kleineren Approximation bei dem in dieser Arbeit verwendeten Approximationspunkts. Die Ergebnisse am Realdemonstrator zeigen ein erfolgreiches Kollisionsvermeidungsszenario mit einem statischen Hindernis. Die Betrachtung des real auftretenden

Approximationsfehlers des Fahrzeugmodells sowie der in dieser Arbeit vorgestellten Abschätzung und Integration im Trajektorienplanungsproblem zeigen die korrekte überapproximative Berücksichtigung des Approximationsfehlers im Trajektorienplanungsverfahren.

Das Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive wird in der Simulation appliziert. Die Ergebnisse zeigen die korrekte Funktionalität des Verfahrens anhand eines Kreuzungsszenarios bei unklaren Abbiegeverhalten des sich nähernden dynamischen Objekts. Die sich über den Verlauf des Szenarios ändernden Unsicherheiten werden durch eine sich in ihrer Größe adaptierende Fahrzeugbelegungsmenge berücksichtigt. Die Analyse der resultierenden Fahrzeugzustände zeigen einen glatten Verlauf, was die Umsetzung durch unterlagerte Regelkreise ermöglicht.

Diese Arbeit stellt zwei Trajektorienplanungsverfahren unter systematischer Berücksichtigung von auftretenden Systemunsicherheiten vor. Durch den zusätzlichen Fokus auf möglichst geringen zusätzlichen Rechenaufwand bei der Berücksichtigung der betrachteten Unsicherheiten erweitern die Verfahren den bestehenden Stand der Forschung.

A Veranschaulichung des Wrapping-Effekts und des Dependency-Effekts

Der Wrapping-Effekt und der Dependency-Effekt treten bei der Ausführung von Rechenoperationen unter Verwendung von Mengendarstellungen, wie in Abschnitt 3.1.1 eingeführt, auf. Da die genannten Effekte einen Einfluss auf die Höhe der Überapproximation der resultierenden Menge besitzen, werden diese in Abschnitt A.1 und Abschnitt A.2 anhand von Beispielen dargestellt.

A.1 Der Wrapping-Effekt

Als Wrapping-Effekt wird die Überapproximation der tatsächlichen Lösungsmenge $\mathcal{Y} \subseteq \tilde{\mathcal{Y}}$ durch die Darstellungseinschränkungen der gewählten Mengendarstellung bezeichnet. Dieser Effekt wird anhand des Beispiels A.1 veranschaulicht:

Beispiel A.1 Veranschaulichung des Wrapping-Effekts

Gegeben sei folgende affine Transformation

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b},$$

und die Menge $\mathcal{X} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\}$, welche durch den Intervallvektor $[\mathbf{x}] = \begin{pmatrix} [-1, 1] & [-1, 1] \end{pmatrix}^T$ dargestellt wird. Durch Ausführung von $[\mathbf{y}] = \mathbf{A}[\mathbf{x}] + \mathbf{b}$ erhält man $[\mathbf{y}] = \begin{pmatrix} [\frac{3}{4}, \frac{9}{4}] & [\frac{1}{4}, \frac{7}{4}] \end{pmatrix}$. In Abb. A.1 ist der Intervallvektor $[\mathbf{y}]$ als auch die tatsächliche Lösungsmenge $\mathcal{Y} = \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^2 \mid \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}, \mathbf{x} \in \mathcal{X}\}$ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Intervallvektor $[\mathbf{y}]$ zwar die tatsächliche Lösungsmenge \mathcal{Y} einschließt, diese jedoch überapproximiert. Wird anstatt der Darstellung durch den Intervallvektor ein Zonotop mit $\mathbf{c} = \mathbf{0}$, $\mathbf{g}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T$ und $\mathbf{g}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T$ gewählt, ist eine Darstellung der Lösungsmenge \mathcal{Y} für dieses Beispiel ohne Überapproximation möglich. [Wol14, S. 35 ff.]

Das Beispiel zeigt den starken Einfluss einer geeigneten Mengendarstellung auf die Qualität der Überapproximation der tatsächlichen Lösungsmenge \mathcal{Y} . Für den Einsatz zur mengenbasierten Darstellung der Unsicherheit für die Planung von Solltrajektorien ist eine geringe Überapproximation entscheidend, um kollisionsfreie Trajektorien berechnen zu können. Für eine affine Transformation tritt bei Zonotopen kein Wrapping-Effekt auf, was Zonotope damit zu geeigneten Mengenbeschreibungen für die Berechnung von Erreichbarkeitsmengen für lineare

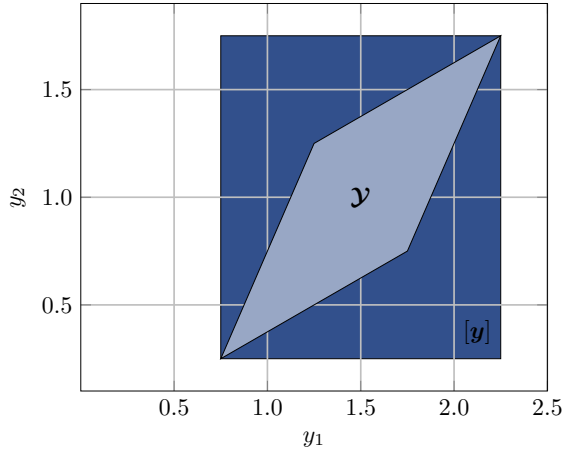


Abbildung A.1: Beispiel Wrapping-Effekt: Darstellung der Lösungsmenge durch den Intervallvektor $[y]$ (dunkelblau) und der tatsächlichen Lösungsmenge \mathcal{Y} (hellblau)

Systeme macht [Alt10, S. 36 ff.]. Für nichtlineare Abbildungen tritt auch bei der Verwendung von Zonotopen der Wrapping-Effekt auf [Alt10, S. 62 ff.].

A.2 Der Dependency-Effekt

Der Dependency-Effekt beschreibt die Abhängigkeit der Überapproximation der Lösungsmenge \mathcal{Y} von Formulierung des Ausdrucks und der darin enthaltenen mengenbasierten Rechenoperationen. Der Dependency-Effekt wird anhand des Beispiels A.2 veranschaulicht.

Beispiel A.2 Veranschaulichung des Dependency-Effekts

Gegeben sei folgende Berechnungsvorschrift

$$y = \underbrace{(x+1)(x+2)}_{(1)} = \underbrace{x^2 + 3x + 2}_{(2)} = \underbrace{xx + 3x + 2}_{(3)} = \underbrace{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}}_{(4)},$$

welche für die Menge $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, dargestellt durch das Intervall $[x] = [-2, 1]$, in den verschiedenen Darstellungsformen ausgewertet wird. Es resultieren die folgenden Ergebnisintervalle:

$$(1) [y] = [-3, 6], (2) [y] = [-4, 9], (3) [y] = [-6, 9], (4) [y] = \left[-\frac{1}{4}, 6\right]$$

Die tatsächliche Lösungsmenge entspricht $\mathcal{Y} = [-\frac{1}{4}, 6]$. Es ist zu erkennen, dass je nach Formulierung des Ausdrucks unterschiedlich starke Überapproximationen zu beobachten sind. [JKD⁺ 01, S. 35 ff.]

Der in Beispiel A.2 veranschaulichte Dependency-Effekt spielt insbesondere in der Implementierung der mengenbasierten Ausdrücke eine Rolle. Hier ist darauf zu achten, die für die Anwendung kleinstmögliche Überapproximation zu wählen, um die Qualität des Ergebnisses nicht durch ungeeignete Implementierung zu verschlechtern. Allgemein lässt sich jedoch keine Regel oder Schema ableiten bei der die Überapproximation im Anwendungsfall minimiert wird [JKD⁺01, S. 23]. In der Anwendung führen jedoch häufig eine minimale Nutzung von mengenbasierten Rechenoperationen zu kleinen Überapproximationen [JKD⁺01, S. 23 ff.].

B Ergänzende Herleitungen zum Entwurf des Trajektorienplanungsverfahrens mittels adaptiver Methoden

Ergänzend zu den in Kapitel 4 dargestellten Ausführungen werden in diesem Anhang weitere Herleitungen zusammengefasst, welche zur Nachvollziehbarkeit des Entwurfs des vorgestellten Trajektorienplanungsverfahrens dienen.

In Abschnitt B.1 ist die Zeitdiskretisierung des linearisierten Fahrzeugmodells dargestellt. Ergänzungen zum Beweis Satz. 4.1 sind in B.2 aufgeführt.

B.1 Zeitdiskrete Darstellung des linearisierten Fahrzeugmodells

Durch Anwendung der Differenzengleichung des Euler-Vorwärts-Verfahrens [PLJ15, S. 281]

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \frac{\mathbf{x}_{f,n+1} - \mathbf{x}_{f,n}}{\Delta t} \quad (\text{B.1})$$

auf die Systemdynamik des linearisierten Fahrzeugmodells aus Def. 4.3 resultiert die folgende zeitdiskrete Darstellung:

$$\begin{aligned} \Phi_n &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t \cos(\Theta_{\text{ap},n}) & \Delta t v_{\text{ap},n} \sin(\Theta_{\text{ap},n}) \\ 0 & 1 & \Delta t \sin(\Theta_{\text{ap},n}) & \Delta t v_{\text{ap},n} \cos(\Theta_{\text{ap},n}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{pmatrix}, \\ g_n &= \begin{pmatrix} \Delta t \Theta_{\text{ap},n} v_{\text{ap},n} \sin(\Theta_{\text{ap},n}) \\ -\Delta t \Theta_{\text{ap},n} v_{\text{ap},n} \cos(\Theta_{\text{ap},n}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

B.2 Ergänzungen zum Beweis Satz. 4.1

Die Abschätzung von $\max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \left(\left| \frac{\partial^2 f_2(\boldsymbol{\xi}^{(2)})}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right)$ ist durch

$$\begin{aligned}
 \max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \left(\left| \frac{\partial^2 f_2(\boldsymbol{\xi}^{(2)})}{\partial^2 \mathbf{x}_f} \right| \right) &= \max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\xi_4^{(1)}) \\ 0 & 0 & \cos(\xi_4^{(2)}) & -\xi_3^{(2)} \sin(\xi_4^{(2)}) \end{pmatrix} \right| \\
 &\leq \max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\cos(\xi_4^{(2)})| \\ 0 & 0 & |\cos(\xi_4^{(2)})| & |\xi_3^{(2)} \sin(\xi_4^{(2)})| \end{pmatrix} \right| \\
 &\leq \max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & |\xi_3^{(2)}| \end{pmatrix} = \max_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \mathbf{H}_{\boldsymbol{\xi}^{(2)}} \quad (\text{B.3})
 \end{aligned}$$

gegeben.

C Ein-/Ausgangslinearisation des nichtlinearen Fahrzeugmodells

Als Ergänzung zur vorgestellten Ein-Ausgangslinearisation in Abschnitt 5.1 wird in Anhang C.1 die Herleitung des in Def. 5.1 eingeführten linearisierten Fahrzeugmodells vorgenommen.

C.1 Herleitung der Ein-/Ausgangslinearisation des nichtlinearen Fahrzeugmodells

Analog zum Vorgehen zum Entwurf einer Ein-/Ausgangslinearisation für nominelle Systeme [Isi85, S. 219 ff.] werden auch im mit Unsicherheit behafteten Fall die Ableitungen des Systemausgangs ζ

$$\frac{d^{(j)}}{dt} \zeta_{1/2}, j = 1, \dots, \delta^{1/2} \quad (C.1)$$

betrachtet. Die Differenzordnung der Systemausgänge ζ_1 und ζ_2 wird durch δ^1 und δ^2 beschrieben. Durch die Nutzung der Lie-Ableitung aus Def. 3.8 sowie der Bestandteile der Systemdynamik aus (5.2) folgt für die erste und zweite Ableitung von ζ_1 und ζ_2 ,

$$\dot{\zeta}_{1/2} = L_f \zeta_{1/2} + L_{Ew} \zeta_{1/2}, \quad (C.2)$$

$$\ddot{\zeta}_{1/2} = \underbrace{L_f^2 \zeta_{1/2} + L_g L_f \zeta_{1/2} u_f}_{(a)} + \underbrace{L_{Ew} L_f \zeta_{1/2} + \frac{d}{dt} (L_{Ew} \zeta_{1/2})}_{(b)}. \quad (C.3)$$

Durch (a) wird der nominelle Teil der Systemdynamik und durch (b) die kumulierte Unsicherheit beschrieben. Für $L_f^2 \zeta_1$ und $L_f^2 \zeta_2$ gilt,

$$L_f^2 \zeta_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cos(\Theta_f) & -v_f \sin(\Theta_f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_f \cos(\Theta_f) & v_f \sin(\Theta_f) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = 0, \quad (C.4)$$

$$L_f^2 \zeta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin(\Theta_f) & v_f \cos(\Theta_f) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_f \cos(\Theta_f) & v_f \sin(\Theta_f) & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = 0, \quad (C.5)$$

sowie für $L_g L_f \zeta_1 \mathbf{u}_f$ und für $L_g L_f \zeta_2 \mathbf{u}_f$,

$$\underbrace{\begin{pmatrix} L_g L_f \zeta_1 \\ L_g L_f \zeta_2 \end{pmatrix} \mathbf{u}_f}_{\neq 0} = \begin{pmatrix} \cos(\Theta_f) & -v_f \sin(\Theta_f) \\ \sin(\Theta_f) & v_f \cos(\Theta_f) \end{pmatrix} \mathbf{u}_f = \mathbf{D} \mathbf{u}_f = \mathbf{u}_{f,\text{lin}}. \quad (\text{C.6})$$

Durch $L_g L_f \zeta_1 \mathbf{u}_f \neq 0$ und $L_g L_f \zeta_2 \mathbf{u}_f \neq 0$ ergibt sich die Differenzordnung des Systemausgangs ζ zu $\delta = \delta^1 + \delta^2 = 1 + 1 = 2$. Die Entkopplungsmatrix \mathbf{D} ist regulär $\forall v_f \neq 0$. Einsetzen von (C.4), (C.5) und $\mathbf{u}_f = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}_{f,\text{lin}}$ in (C.3) ergibt

$$\ddot{\zeta} = \mathbf{u}_{f,\text{lin}} + \begin{pmatrix} L_{Ew} L_f \zeta_1 + \frac{d}{dt} (L_{Ew} \zeta_1) \\ L_{Ew} L_f \zeta_2 + \frac{d}{dt} (L_{Ew} \zeta_2) \end{pmatrix} = \mathbf{u}_{f,\text{lin}} + \tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_f, t), \quad (\text{C.7})$$

mit $\tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_f, t) \in \mathbb{R}^2$. Wird auf Basis von (C.7) der transformierte Zustand

$$\begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ v_{f,x} \\ v_{f,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{f,\text{lin},1} \\ x_{f,\text{lin},2} \\ x_{f,\text{lin},3} \\ x_{f,\text{lin},4} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.8})$$

eingeführt und (C.7) in Zustandsraumdarstellung umgeformt, resultiert die lineare Systemdynamik aus Def. 5.1:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{y}_f \\ \dot{v}_{f,x} \\ \dot{v}_{f,y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_f \\ y_f \\ v_{f,x} \\ v_{f,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} a_{f,x} \\ a_{f,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_{Ew} L_f \zeta_1 + \frac{d}{dt} (L_{Ew} \zeta_1) \\ L_{Ew} L_f \zeta_2 + \frac{d}{dt} (L_{Ew} \zeta_2) \end{pmatrix} \right), \quad (\text{C.9})$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{f,\text{lin}} = \mathbf{A}_{f,\text{lin}} \mathbf{x}_{f,\text{lin}} + \mathbf{B}_{f,\text{lin}} (\mathbf{u}_{f,\text{lin}} + \tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_f, t)). \quad (\text{C.10})$$

Durch die durchgeführten Umformungen ist eine Ein-/Ausganglinearisierung ebenfalls für eine mit Unsicherheit behaftete nichtlineare Systemdynamik möglich, was für das System aus (5.2) einer transformierten Unsicherheit $\tilde{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_f, t) \in \mathbb{R}^2$ resultiert. Das generelle Vorgehen zur Ein-/Ausganglinearisierung für ein mit Unsicherheit behaftetes nichtlineares System wurde ebenfalls in [HY16] anhand eines mit Unsicherheit behafteten Feder-Masse-Dämpfer Systems gezeigt.

D Überblick der verwendeten Kostenterme der Trajektorienplanungsverfahren

Die in Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren verwenden innerhalb des Trajektorienplanungsproblems Kostenterme um Abweichungen der zu optimierenden Trajektorie zu einer Referenz, sowie Distanzen zwischen der zu optimierenden Trajektorie und statischen sowie dynamischen Objekten zu gewichten. In Abschnitt D.1 sind die Kostenterme für die Abweichung zu einer Referenz zusammengefasst. Mögliche Kostenterme für die Gewichtung von statischen Hindernissen sind in Abschnitt D.2 dargestellt.

D.1 Referenz-Kostenterme

In Def. D.1 sind die verwendeten Kostenterme der Zustandsgrößen $J_{x,\text{ref},n}$, sowie die Kostenterme Eingangsgrößen $J_{u,\text{ref},n}$ und $J_{\Delta u,\text{ref},n}$ zusammengefasst.

Definition D.1 Referenzkostenterme

Die Kostenterme zur Gewichtung der Abweichung der Zustandsgrößen \mathbf{x}^f , der Eingangsgrößen \mathbf{u}_f , sowie der Änderung der Eingangsgrößen $\delta \mathbf{u}^f$ einer zu optimierenden Trajektorie mit einer Referenz \mathbf{x}_{ref} , \mathbf{u}_{ref} und $\Delta \mathbf{u}_{\text{ref}}$ sind durch die Terme

$$\begin{aligned} J_{x,\text{ref},n} &= (\mathbf{x}_{f,n} - \mathbf{x}_{\text{ref},n})^T \mathbf{Q}_x (\mathbf{x}_{f,n} - \mathbf{x}_{\text{ref},n}), \\ J_{u,\text{ref},n} &= (\mathbf{u}_{f,n} - \mathbf{u}_{\text{ref},n})^T \mathbf{R}_u (\mathbf{u}_{f,n} - \mathbf{u}_{\text{ref},n}) \\ J_{\Delta u,\text{ref},n} &= (\mathbf{u}_{f,n} - \mathbf{u}_{\text{soll},0}^*(t_{k-1}))^T \mathbf{R}_\Delta (\mathbf{u}_{f,n} - \mathbf{u}_{\text{soll},0}^*(t_{k-1})) \end{aligned}$$

gegeben. [SGH20, SMNH22]

Werden wie in Kapitel 5 Bewegungsprimitive eingesetzt, werden die Kostenterme analog durch $\mathbf{x}_{f,n} \hat{=} \gamma_{p,n}$, $\mathbf{u}_{f,n} \hat{=} \mathbf{u}_{\gamma,p,n}$ gebildet.

D.2 Kostenterme für statische Objekte

Für die Berücksichtigung von statischen Objekten innerhalb der Kostenfunktion des Trajektorienplanungsproblems stehen mehrere Varianten basierend auf der verwendeten Umfeldbeschreibung zur Verfügung.

In Def. D.2 wird der Kostenterm zur Berücksichtigung der Fahrbahnränder basierend auf einem Querabstand zu einem Referenzpfad eingeführt.

**Definition D.2 Pfad-basierter Kostenterm zur Berücksichtigung von Fahr-
bahnändern**

Sei d_q der Querabstand der Fahrzeugtrajektorie \mathbf{x}_f zum Referenzpfad und $j_{s,1/2}$ wählbare Parameter, sowie b_{fb} die Breite der Fahrbahn, dann ist der pfadbasierte Kostenterm zur Berücksichtigung von Fahrbahnändern durch

$$J_{s,n}^I = a_{s,1} \left(\left(1 - e^{-a_{s,2} \left(d_q - \frac{b_{fb}}{4} \right)} \right) + \left(1 - e^{-a_{s,2} \left(d_q + \frac{b_{fb}}{4} \right)} \right) \right)$$

gegeben. [SGH20]

Alternativ zum in Def. D.2 eingeführten pfad-basierten Kostenterm wird in Def. D.3 eine verallgemeinerte Formulierung für statische Objekte basierend auf Distanzkarten für beliebige statische Hindernisformen eingeführt. Beide Formulierungen finden in der Literatur Anwendung [PPJ⁺18].

Definition D.3 Kostenterm für statische Objekte

Sei $d_{s,i}$ der kürzeste Abstand zwischen einem statischen Objekt und der zu optimierenden Fahrzeugtrajektorie \mathbf{x}_f , sowie $j_{s,1/2}$ wählbare Parameter, dann ist der Kostenterm für statische Objekte durch

$$J_{s,n}^{II} = \sum_{i=0}^I j_{s,1} e^{-j_{s,2} d_{s,i}}$$

gegeben. [Het22]

Die erforderliche Berechnung der Distanzen $d_{s,i}$ sowie eine recheneffiziente Umsetzung und Anwendung ist in [Zie15, S. 23 ff., FCTB08] gezeigt.

Um eine resultierende quadratische Kostenfunktion für das Verfahren in Kapitel 4 zu erhalten, werden die vorgestellten Kostenterme um einen Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} bei jeder Reinitialisierung des Optimierungsproblems quadratisch, um den Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} , approximiert.

Der in Def. D.3 eingeführte Kostenterm wird für das Verfahren in Kapitel 5 auch für den Kostenterm der dynamischen Objekte J_d eingesetzt.

E Applikation: Ergänzende Ausführungen und verwendete Parametrierung

In diesem Anhang werden ergänzende Ausführungen zu verwendeten Simulationsmodellen und Algorithmen zur Applikation der vorgestellten Verfahren zusammengefasst. In Anhang E.1 sind die Gleichungen zur Prädiktion des dynamischen Objekts aus Abschnitt 6.1.1 gegeben. Die Generierung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, ist in Anhang E.2 zusammengefasst. Der entwickelte Szenarieneditor zur Generierung von Testszenarien für den Einsatz am Realdemonstrator ist in Anhang E.3 vorgestellt. Die verwendeten Parameter für das Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden ist in Anhang E.4 gegeben. In Anhang E.5 sind die Simulationsparameter des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive zusammengefasst.

E.1 Zustandsprädiktion des dynamischen Objekts aus Abschnitt 6.1.1

Das verwendete Modell aus Gleichung (6.1) stellt eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung dar. Unter Verwendung der Prädiktionsgleichungen des linearen Kalmanfilters [KSW08, S. 381 ff.] erhält man die in Def. E.1 eingeführte Prädiktionsvorschrift.

Der Zustandsvektor $\mathbf{x}_{d,n+1}$ stellt hierbei die Bewegung des dynamischen Objekts in der Ebene dar. Die Schätzung der Kovarianzmatrix $\mathbf{P}_{d,x,n}$ setzt sich wiederum aus den Bestandteilen der Bewegung in x und y-Richtung zusammen. Die für die Adaption des Kostenterms $\tilde{j}_{d,n}$ verwendeten Werte der Kovarianz sind durch

$$\hat{\sigma}_{xx/yy,n} = \mathbf{P}_{d,x/y,1,1,n}, \quad (\text{E.1})$$

gegeben.

Definition E.1 Zustandsprädiktion unter Verwendung des linearen Kalmanfilters

Die Prädiktionsgleichungen für $n = 0, \dots, N$ des in Gleichung (6.1) eingeführten linearen Zustandsmodells sind durch

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{d,n+1} &= \Phi_d \mathbf{x}_{d,n}, \\ \mathbf{P}_{d,n+1} &= \Phi_d \mathbf{P}_{d,n} \Phi_d^T + \mathbf{W}_{d,n}, \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{d,x,n+1} \\ \mathbf{x}_{d,y,n+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Phi_{d,x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_{d,y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{d,x,n} \\ \mathbf{x}_{d,y,n} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{d,x,n+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{d,y,n+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Phi_{d,x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_{d,y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{d,x,n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{d,y,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{d,x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_{d,y} \end{pmatrix}^T \\ &\quad + \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{d,x,n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_{d,y,n} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{W}_{d,x/y,n} &= w_d \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^5}{20} & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{6} \\ \frac{\Delta t^4}{6} & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{6} & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

gegeben. [SGH20]

E.2 Umsetzung des *Sphere-flipping* Algorithmus zur Generierung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$

Das wesentliche Vorgehen zur Generierung einer konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei}}$ aus $[\text{ZWW}^+]$ wird in diesem Abschnitt zusammengefasst. Für eine vollständige Herleitung aller Teilschritte wird auf $[\text{ZWW}^+]$ verwiesen.

Der beschriebene *Sphere-flipping* Algorithmus verwendet direkt Punktwolken, um eine konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$ zu generieren. Es ist jedoch auch möglich beliebige Objekte durch Repräsentation dieser innerhalb eines gemeinsamen Koordinatensystems durch Punktmengen zu berücksichtigen. Die drei wesentlichen Schritte sind in Abb. E.1 dargestellt.

In Abb. E.1 (a) ist die Transformation der Punktmengen an einem Kreis mit Radius r_t dargestellt. Die Transformationsvorschrift ist durch

$$\mathbf{p}_t = \mathbf{p} \frac{(2r_t - \|\mathbf{p}\|)}{\|\mathbf{p}\|}, \quad (\text{E.2})$$

gegeben, was einer Spiegelung des Punktes \mathbf{p} am Kreis mit dem Radius r_t entlang der Verbindungsgeraden zwischen dem Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} und \mathbf{p} entspricht. Durch Anwendung der Transformation aus Gleichung (E.2) werden die Punkte \mathbf{p} innerhalb des Transformationskreises mit dem Radius r_t auf Punkte \mathbf{p}_t außerhalb des Transformationskreises transformiert. Je geringer der Abstand des Punktes \mathbf{p} zum Approximationspunkt \mathbf{x}_{ap} , desto größer ist der Abstand des transformierten Punktes \mathbf{p}_t . Durch anschließende Bildung der konvexen Hülle, dargestellt durch den Polygonzug $\{\mathbf{p}\}_{t,1}$, werden die innersten Punkte identifiziert.

In Abb. E.1 (b) ist die Rücktransformation der konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_{t,1}$ sowie Bildung der inneren konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_2$ dargestellt. Durch Rücktransformation der enthaltenen Punkte aus $\{\mathbf{p}\}_{t,1}$ wird ein nicht konvexes Polytop generiert, welches keine Punkte der ursprünglichen Punktmenge enthält und damit kollisionsfrei ist. Um ein konvexes Polytop zu erhalten, wird die innere konvexe Hülle $\{\mathbf{p}\}_2$ generiert.

In Abb. E.1 (c) wird der finale Schritt zur Generierung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, dargestellt. Das erhaltene innere konvexe Polytop $\{\mathbf{p}\}_2$ enthält Punkte von Objekten und ist damit nicht kollisionsfrei. Durch Parallelverschiebung der entsprechenden Kanten nach innen wird dies behoben und es resultiert die konvexe Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$.

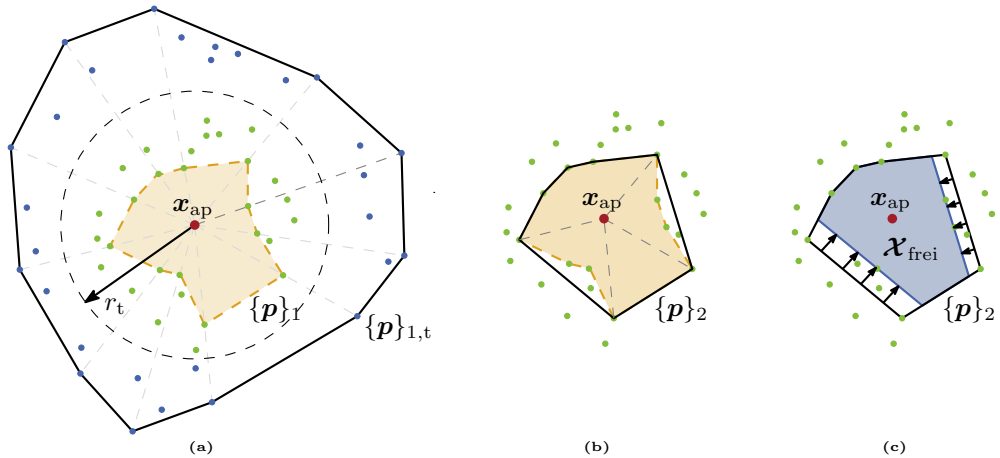


Abbildung E.1: Darstellung der wesentlichen Schritte zur Generierung der Teilmengen $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$: (a) Transformation der Punktmengen durch Spiegelung an einem Kreis mit Radius r_t und Bildung der konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_{1,t}$, (b) Rücktransformation der Eckpunkte der konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_{1,t}$ und Bildung der konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_2$, (c) Bildung der konvexen Approximation des kollisionsfreien Raums, $\mathcal{X}_{\text{frei},n}$, durch Parallelverschiebung der konvexen Hülle $\{\mathbf{p}\}_2$ der rücktransformierten Eckpunkte

E.3 Beschreibung des Szenarieneditors

In Abb. E.2 ist die Benutzer-Oberfläche des am IRS entwickelten Szenarieneditors dargestellt. Der Szenarieneditor ermöglicht es mit einem SLAM aufgenommene Lokalisierungskarten zu importieren. Über die links vorhandene Funktionsleiste ist das Zeichnen eines Referenzpfads sowie Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ möglich. Die Interpolation zweier gesetzter Markierungen ist sowohl linear als auch durch Splines abbildbar. Die Benutzer-Oberfläche ermöglicht einen Export des entworfenen Szenarios, welches anschließend in den Szenarioserver des Realdemonstrator geladen werden kann, um das entworfene Szenario abzufahren.

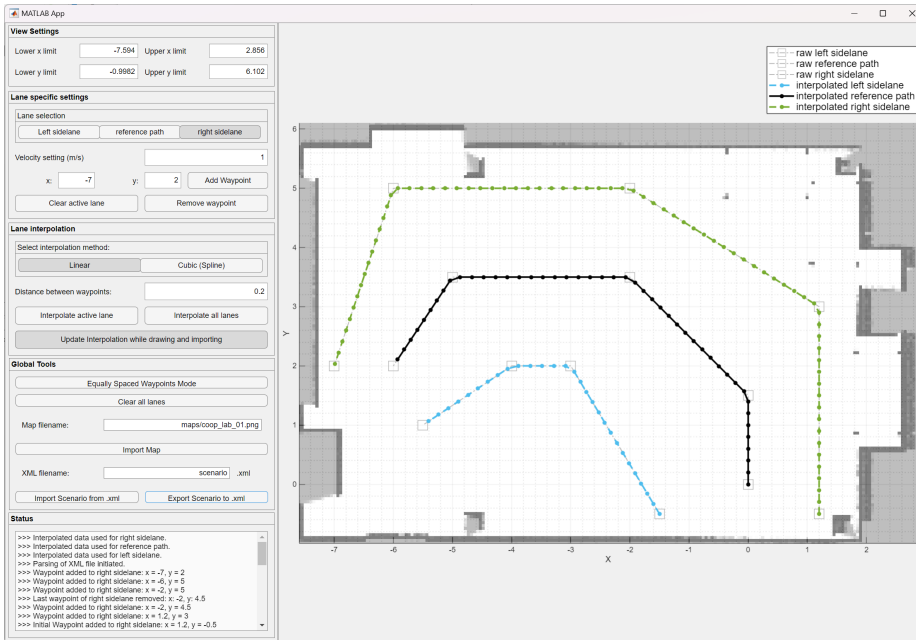


Abbildung E.2: Darstellung der Benutzer-Oberfläche des Szenarieneditors mit geladener Lokalisierungskarte, eingezeichneten Spurbegrenzungen $\{p_{l/r}\}$ und Referenzpfad π_{ref}

E.4 Parametrierung: Trajektorienplanungsverfahren mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden

Parameter	Wert	Einheit	Beschreibung
Δt	0.1	s	Zeitdiskretisierung
N	20	-	Prädiktionshorizont
$v_{f,\max}$	7	m/s	Maximale Fahrzeuggeschwindigkeit
$v_{f,\min}$	0	m/s	Minimale Fahrzeuggeschwindigkeit
$\omega_{f,\max}$	0.785	1/s	Maximale Fahrzeuggierrate
$\omega_{f,\min}$	-0.785	1/s	Minimale Fahrzeuggierrate
$\mathbf{p}_{f,0}$	[259.9, 109.8]	m	Anfangsposition des Fahrzeugs
$v_{f,0}$	1	m/s	Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugs
$v_{f,\text{ref}}$	7.0	m/s	Referenzgeschwindigkeit
$q_{x,\text{ref},1,1}$	16.2	-	Zustandsgewichtung $\mathbf{Q}_{x,\text{ref}}$
$q_{x,\text{ref},2,2}$	36.0	-	
$q_{x,\text{ref},3,3}$	515.7	-	
$r_{u,\text{ref},1,1}$	15	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{u,\text{ref}}$
$r_{u,\text{ref},2,2}$	45	-	
$r_{\Delta u,\text{ref},1,1}$	0.0	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{\Delta u,\text{ref}}$
$r_{\Delta u,\text{ref},2,2}$	0.0	-	
$a_{s,1}$	4.6	-	Fahrbahngewichtung
$a_{s,2}$	1	-	
b_{fb}	6	m	Breite der Fahrbahn
$a_{d,1}$	280	-	Gewichtung des dyn. Objekts
$a_{d,2}$	0.5	-	
ρ	3.25	-	
$d_{f,x/y}$	2.75	m	
$v_{d,0}$	2	m/s	Anfangsgeschwindigkeit des dyn. Objekts
$\hat{\sigma}_{xx,0}$	0.03	m	Schätzvarianz in x-Richtung
$\hat{\sigma}_{yy,0}$	0.03	m	Schätzvarianz in y-Richtung
w_d	0.1	m ² s ⁵	Spektrale Leistungsdichte

Tabelle E.1: Verfahrensparameter: Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden in der Simulation

Parameter	Wert	Einheit	Beschreibung
Δt	0.2	s	Zeitdiskretisierung
N	10	-	Prädiktionshorizont
$v_{f,\max}$	3.0	m/s	Maximale Fahrzeuggeschwindigkeit
$v_{f,\min}$	-2.0	m/s	Minimale Fahrzeuggeschwindigkeit
$\omega_{f,\max}$	2.0	1/s	Maximale Fahrzeuggießbeschleunigung
$\omega_{f,\min}$	-2.0	1/s	Minimale Fahrzeugbeschleunigung
$a_{f,\max}$	3.0	1/s	Maximale Fahrzeuggießbeschleunigung
$a_{f,\min}$	-3.0	1/s	Minimale Fahrzeugbeschleunigung
r_f	0.65	m	Fahrzeughülle
$\mathbf{p}_{f,0}$	[0.0, 0.0]	m	Anfangsposition des Fahrzeugs
$v_{f,0}$	0.0	m/s	Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugs
$v_{f,\text{ref}}$	3.0	m/s	Referenzgeschwindigkeit
$q_{x,\text{ref},1,1}$	4.0	-	Zustandsgewichtung $\mathbf{Q}_{x,\text{ref}}$
$q_{x,\text{ref},2,2}$	15.0	-	
$q_{x,\text{ref},3,3}$	10.0	-	
$q_{x,\text{ref},4,4}$	8.0	-	
$r_{u,\text{ref},1,1}$	1.0	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{u,\text{ref}}$
$r_{u,\text{ref},2,2}$	1.0	-	
$r_{\Delta u,\text{ref},1,1}$	1.0	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{\Delta u,\text{ref}}$
$r_{\Delta u,\text{ref},2,2}$	0.1	-	
$\dot{j}_{s,1}$	2.0	-	Gewichtung des stat. Objekts
$\dot{j}_{s,2}$	0.2	-	
-	NUC11TNKv7	-	Bezeichnung der verwendeten Hardware
-	DDR4	-	Arbeitsspeichertyp (RAM)
-	32	GB	Arbeitsspeichergröße
-	i7-1185G7	-	Prozessortyp
-	4.8	GHz	Prozessor-Taktfrequenz

Tabelle E.2: Verfahrensparameter: Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels konvexer adaptiver MPR-Methoden am Realdemonstrator

E.5 Parametrierung: Trajektorienplanungsverfahren mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive

Parameter	Wert	Einheit	Beschreibung
Δt	0.2	s	Zeitdiskretisierung
N	10	-	Prädiktionshorizont
M	117	-	Anzahl der generierten nom. Primitive
$\mathbf{p}_{f,0}$	[10.0, 0.0]	m	Anfangsposition des Fahrzeugs
$v_{f,0}$	5.0	m/s	Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugs
l_f	2.0	m	Belegungsmenge des Fahrzeugs \mathcal{O}_f
b_f	1.5	m	
$v_{f,\text{ref}}$	6.0	m/s	Referenzgeschwindigkeit
$k_{1/2,1}$	2.81	-	Reglermatrix \mathbf{K}
$k_{1/2,3}$	2.54	-	
$k_{i,j}$	0	-	
\tilde{w}_1	[-0.35, 0.35]	m/s ²	Transformierte Unsicherheit $\tilde{\mathcal{W}}$
\tilde{w}_2	[-0.35, 0.35]	m/s ²	
$w_{m,1/2}$	0.1	m/s	Maximale Fahrzeuggeschwindigkeit
$w_{m,3}$	0.06	m/s ²	
$w_{m,4}$	0.03	1/s ²	
\bar{v}_f	6.3	m/s	
$e_{1/2,0}$	[-0.7, 0.7]	m	
$e_{3/4,0}$	[-0.5, 0.5]	m/s	Fehlermenge $\mathcal{E}_0(t_0)$
$x_{f,t,1/2}$	[-0.15, 0.15]	m	
$x_{f,t,3/4}$	[-0.1, 0.1]	m/s	
$q_{x,\text{ref},1/2,1/2}$	2.0	-	Zustandsgewichtung $\mathbf{Q}_{x,\text{ref}}$
$q_{x,\text{ref},3/4,3/4}$	4.0	-	
$r_{u,\text{ref},1,1}$	0.2	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{u,\text{ref}}$
$r_{u,\text{ref},2,2}$	0.1	-	
$r_{\Delta u,\text{ref},1/2,1/2}$	0.4	-	Eingangsgewichtung $\mathbf{R}_{\Delta u,\text{ref}}$
$J_{s/d}$	0.0	-	Gewichtung von stat. und dyn. Objekten $J_{s/d}$
$p_{k,x}$	28.2	m	Mittelpunkt der Kreuzung
$p_{k,y}$	1.9	m	
$x_{d,0}$	51.4	m	Anfangsposition des dyn. Objekts
$y_{d,0}$	3.9	m	
$v_{d,0}$	8	m/s	Anfangsgeschwindigkeit des dyn. Objekts

Tabelle E.3: Verfahrensparameter: Simulative Parametrierung des Trajektorienplanungsverfahrens mittels mengenbasierter Bewegungsprimitive

Literaturverzeichnis

Öffentlich zugängliche Quellen

- [ACF⁺98] ALAMI, Rachid ; CHATILA, Raja ; FLEURY, Sara ; GHALLAB, Malik ; INGRAND, Félix: An architecture for autonomy. In: *The International Journal of Robotics Research* 17 (1998), Nr. 4, S. 315–337
- [AFG21] ALTHOFF, Matthias ; FREHSE, Goran ; GIRARD, Antoine: Set propagation techniques for reachability analysis. In: *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems* 4 (2021), S. 369–395
- [AGH⁺19] ANDERSSON, Joel A. ; GILLIS, Joris ; HORN, Greg ; RAWLINGS, James B. ; DIEHL, Moritz: CasADi: a software framework for nonlinear optimization and optimal control. In: *Mathematical Programming Computation* 11 (2019), S. 1–36
- [AK16] ALTHOFF, Matthias ; KOCHDUMPER, Niklas: CORA 2016 manual. In: *TU Munich* 85748 (2016)
- [AKI12] ANDERSON, Sterling J. ; KARUMANCHI, Sisir B. ; IAGNEMMA, Karl: Constraint-based planning and control for safe, semi-autonomous operation of vehicles. In: *2012 IEEE intelligent vehicles symposium IEEE*, 2012, S. 383–388
- [ALLH10] AOUDE, Georges S. ; LUDERS, Brandon D. ; LEVINE, Daniel S. ; HOW, Jonathan P.: Threat-aware path planning in uncertain urban environments. In: *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IEEE*, 2010, S. 6058–6063
- [Alt10] ALTHOFF, Matthias: *Reachability analysis and its application to the safety assessment of autonomous cars*, Technische Universität München, Diss., 2010
- [ALT⁺18] ANDERSSON, Olov ; LJUNGQVIST, Oskar ; TIGER, Mattias ; AXEHILL, Daniel ; HEINTZ, Fredrik: Receding-horizon lattice-based motion planning with dynamic obstacle avoidance. In: *2018 IEEE conference on decision and control (CDC) IEEE*, 2018, S. 4467–4474
- [APPI10] ANDERSON, Sterling J. ; PETERS, Steven C. ; PILUTTI, Tom E. ; IAGNEMMA, Karl: An optimal-control-based framework for trajectory planning, threat assessment, and semi-autonomous control of passenger vehicles in hazard avoidance scenarios. In: *International Journal of Vehicle Autonomous Systems* 8 (2010), Nr. 2-4, S. 190–216
- [ApS19] APs, MOSEK: *The MOSEK optimization toolbox for MATLAB manual. Version 9.0.*, 2019. <http://docs.mosek.com/9.0/toolbox/index.html>

- [Ara20] ARADI, Szilárd: Survey of deep reinforcement learning for motion planning of autonomous vehicles. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 23 (2020), Nr. 2, S. 740–759
- [AS72] ABRAMOWITZ, Milton ; STEGUN, Irene A.: Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55. Tenth Printing. (1972)
- [BAYG17] BRESSON, Guillaume ; ALSAYED, Zayed ; YU, Li ; GLASER, Sébastien: Simultaneous localization and mapping: A survey of current trends in autonomous driving. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* 2 (2017), Nr. 3, S. 194–220
- [BBF⁺08] BACHA, Andrew ; BAUMAN, Cheryl ; FARUQUE, Ruel ; FLEMING, Michael ; TERWELP, Chris ; REINHOLTZ, Charles ; HONG, Dennis ; WICKS, Al ; ALBERI, Thomas ; ANDERSON, David u. a.: Odin: Team victortango’s entry in the darpa urban challenge. In: *Journal of field Robotics* 25 (2008), Nr. 8, S. 467–492
- [BBL21] BENCIOLINI, Tommaso ; BRÜDIGAM, Tim ; LEIBOLD, Marion: Multistage stochastic model predictive control for urban automated driving. In: *2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)* IEEE, 2021, S. 417–423
- [BBM17] BORRELLI, Francesco ; BEMPORAD, Alberto ; MORARI, Manfred: *Predictive control for linear and hybrid systems*. Cambridge University Press, 2017
- [BCG⁺16] BEVLY, David ; CAO, Xiaolong ; GORDON, Mikhail ; OZBILGIN, Guchan ; KARI, David ; NELSON, Brently ; WOODRUFF, Jonathan ; BARTH, Matthew ; MURRAY, Chase ; KURT, Arda u. a.: Lane change and merge maneuvers for connected and automated vehicles: A survey. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* 1 (2016), Nr. 1, S. 105–120
- [BDLP⁺20] BRÜDIGAM, Tim ; DI LUZIO, Fulvio ; PALLOTTINO, Lucia ; WOLLHERR, Dirk ; LEIBOLD, Marion: Grid-based stochastic model predictive control for trajectory planning in uncertain environments. In: *2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2020, S. 1–8
- [Ber09] BERTSEKAS, Dimitri: *Convex optimization theory*. Bd. 1. Athena Scientific, 2009
- [BFA16] BOURAINE, Sara ; FRAICHARD, Thierry ; AZOUAOU, Ouahiba: Real-time safe path planning for robot navigation in unknown dynamic environments. In: *CSA 2016-2nd Conference on Computing Systems and Applications*, 2016
- [BFAS14] BOURAINE, Sara ; FRAICHARD, Th ; AZOUAOU, Ouahiba ; SALHI, Hassen: Passively safe partial motion planning for mobile robots with limited field-of-views in unknown dynamic environments. In: *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2014, S. 3576–3582
- [BFFAM19] BRITO, Bruno ; FLOOR, Boaz ; FERRANTI, Laura ; ALONSO-MORA, Javier: Model predictive contouring control for collision avoidance in unstructured dynamic environments. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* 4 (2019), Nr. 4, S. 4459–4466

- [BHLL23] BAO, Zhibin ; HOSSAIN, Sabir ; LANG, Haoxiang ; LIN, Xianke: A review of high-definition map creation methods for autonomous driving. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 122 (2023), S. 106125
- [BKMA22] BERBERICH, Julian ; KÖHLER, Johannes ; MÜLLER, Matthias A. ; ALLGÖWER, Frank: Linear tracking MPC for nonlinear systems—Part I: The model-based case. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 67 (2022), Nr. 9, S. 4390–4405
- [BKO18] BANSAL, Mayank ; KRIZHEVSKY, Alex ; OGALE, Abhijit: Chauffeurnet: Learning to drive by imitating the best and synthesizing the worst. In: *arXiv preprint arXiv:1812.03079* (2018)
- [BNBM17] BEST, Andrew ; NARANG, Sahil ; BARBER, Daniel ; MANOCHA, Dinesh: Autonomi: Autonomous vehicle planning with dynamic maneuvers and traffic constraints. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* IEEE, 2017, S. 2629–2636
- [BOWL21] BRÜDIGAM, Tim ; OLBRICH, Michael ; WOLLHERR, Dirk ; LEIBOLD, Marion: Stochastic model predictive control with a safety guarantee for automated driving. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* (2021)
- [Bra00] BRADSKI, G.: The OpenCV Library. In: *Dr. Dobb's Journal of Software Tools* (2000)
- [BTT01] BERNABEU, Enrique J. ; TORNERO, Josep ; TOMIZUKA, Masayoshi: Collision prediction and avoidance amidst moving objects for trajectory planning applications. In: *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)* Bd. 4 IEEE, 2001, S. 3801–3806
- [BV15] BOYD, Stephen P. ; VANDENBERGHE, Lieven: *Convex optimization*. Cambridge university press, 2015
- [BWL23] BENCIOLINI, Tommaso ; WOLLHERR, Dirk ; LEIBOLD, Marion: Non-Conservative Trajectory Planning for Automated Vehicles by Estimating Intentions of Dynamic Obstacles. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* (2023)
- [BYWL24] BENCIOLINI, Tommaso ; YAN, Yuntian ; WOLLHERR, Dirk ; LEIBOLD, Marion: Combining Belief Function Theory and Stochastic Model Predictive Control for Multi-Modal Uncertainty in Autonomous Driving. In: *American Control Conference (ACC)*, 2024
- [BZAF19] BATKOVIC, Ivo ; ZANON, Mario ; ALI, Mohammad ; FALCONE, Paolo: Real-time constrained trajectory planning and vehicle control for proactive autonomous driving with road users. In: *2019 18th European Control Conference (ECC)* IEEE, 2019, S. 256–262
- [BZS14] BENDER, Philipp ; ZIEGLER, Julius ; STILLER, Christoph: Lanelets: Efficient map representation for autonomous driving. In: *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings* IEEE, 2014, S. 420–425
- [Car] CARNEGIE MELLON UNIVERSITY ET AL.: *IPOPT*. <https://coin-or.github.io/Ipopt/>

- [CBKR10] CANNON, Mark ; BUERGER, Johannes ; KOUVARITAKIS, Basil ; RAKOVIĆ, Sasa: Robust tubes in nonlinear model predictive control. In: *IFAC Proceedings Volumes* 43 (2010), Nr. 14, S. 208–213
- [CCS22] CODREȘ, Alexandru ; CODREȘ, Bogdan ; STANCU, Alexandru: Guaranteed SLAM-A pure interval approach. In: *2022 26th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)* IEEE, 2022, S. 176–181
- [CGA15] CHAVEZ-GARCIA, Ricardo O. ; AYCARD, Olivier: Multiple sensor fusion and classification for moving object detection and tracking. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 17 (2015), Nr. 2, S. 525–534
- [CGG⁺13] CARVALHO, Ashwin ; GAO, Yiqi ; GRAY, Andrew ; TSENG, H E. ; BORRELLI, Francesco: Predictive control of an autonomous ground vehicle using an iterative linearization approach. In: *16th International IEEE conference on intelligent transportation systems (ITSC 2013)* IEEE, 2013, S. 2335–2340
- [CGLB14] CARVALHO, Ashwin ; GAO, Yiqi ; LEFEVRE, Stéphanie ; BORRELLI, Francesco: Stochastic predictive control of autonomous vehicles in uncertain environments. In: *12th international symposium on advanced vehicle control* Bd. 9, 2014
- [CML⁺18] CODEVILLA, Felipe ; MÜLLER, Matthias ; LÓPEZ, Antonio ; KOLTUN, Vladlen ; DOSOVITSKIY, Alexey: End-to-end driving via conditional imitation learning. In: *2018 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)* IEEE, 2018, S. 4693–4700
- [CPG17] CHEN, Yuxiao ; PENG, Huei ; GRIZZLE, Jessy W.: Fast trajectory planning and robust trajectory tracking for pedestrian avoidance. In: *Ieee Access* 5 (2017), S. 9304–9317
- [CSA⁺08] CHEN, Yi-Liang ; SUNDARESWARAN, Venkataraman ; ANDERSON, Craig ; BROGGI, Alberto ; GRISLERI, Paolo ; PORTA, Pier P. ; ZANI, Paolo ; BECK, John: Terramax™: Team oshkosh urban robot. In: *Journal of Field Robotics* 25 (2008), Nr. 10, S. 841–860
- [CW96] CHUNG, Kelvin ; WANG, Wenping: Quick collision detection of polytopes in virtual environments. In: *Proceedings of the ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology*, 1996, S. 125–132
- [CWG⁺15] CASAPIETRA, Edoardo ; WEISSWANGE, Thomas H. ; GOERICK, Christian ; KUMMERT, Franz ; FRITSCH, Jannik: Building a probabilistic grid-based road representation from direct and indirect visual cues. In: *2015 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2015, S. 273–279
- [DHMT20] DOER, Christopher ; HENZLER, Michael ; MESSNER, Heiner ; TROMMER, Gert F.: HD map generation from vehicle fleet data for highly automated driving on highways. In: *2020 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2020, S. 2014–2020

- [DP06] DITTMAR, Rainer ; PFEIFFER, Bernd-Markus: Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis (industrial application of model predictive control). In: *at-Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 12, S. 590–601
- [DSDG⁺22] DOS SANTOS, Fabio Luis M. ; DUBOZ, Amandine ; GROSSO, Monica ; RAPOSO, María A. ; KRAUSE, Jette ; MOURTZOUCOU, Andromachi ; BALAHUR, Alexandra ; CIUFFO, Biagio: An acceptance divergence? Media, citizens and policy perspectives on autonomous cars in the European Union. In: *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 158 (2022), S. 224–238
- [DT09] DOLGOV, Dmitri ; THRUN, Sebastian: Autonomous driving in semi-structured environments: Mapping and planning. In: *2009 IEEE international conference on robotics and automation* IEEE, 2009, S. 3407–3414
- [DT15] DEITS, Robin ; TEDRAKE, Russ: Computing large convex regions of obstacle-free space through semidefinite programming. In: *Algorithmic Foundations of Robotics XI: Selected Contributions of the Eleventh International Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics* Springer, 2015, S. 109–124
- [DTB11] DU TOIT, Noel E. ; BURDICK, Joel W.: Robot motion planning in dynamic, uncertain environments. In: *IEEE Transactions on Robotics* 28 (2011), Nr. 1, S. 101–115
- [DTW⁺22] DAS, Subasish ; TSAPAKIS, Ioannis ; WEI, Zihang ; ELGART, Zachary ; KUTELA, Boniphace ; VIERKANT, Valerie ; LI, Eric: Autonomous Delivery Vehicle as a Disruptive Technology: How to Shape the Future with a Focus on Safety? (2022)
- [DWR21] DAS, Subasish ; WEI, Zihang ; RAVURI, Vinesh: Safety and Operations of Automated Delivery Vehicles: A Scoping Review. (2021)
- [ERVL23] ENGESSER, Valeska ; ROMBAUT, Evy ; VANHAVERBEKE, Lieselot ; LEBEAU, Philippe: Autonomous Delivery Solutions for Last-Mile Logistics Operations: A Literature Review and Research Agenda. In: *Sustainability* 15 (2023), Nr. 3, S. 2774
- [ESRV⁺22] EBRAHIMI SOORCHAEI, Babak ; RAZZAGHPOUR, Mahdi ; VALIENTE, Rodolfo ; RAF-TARI, Arash ; FALLAH, Yaser P.: High-Definition Map Representation Techniques for Automated Vehicles. In: *Electronics* 11 (2022), Nr. 20, S. 3374
- [EVBW22] EHAMBAM, Aaronkumar ; VOGES, Raphael ; BRENNER, Claus ; WAGNER, Bernardo: Interval-based visual-inertial LiDAR SLAM with anchoring poses. In: *2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2022, S. 7589–7596
- [FA04] FRAICHARD, Thierry ; ASAMA, Hajime: Inevitable collision states—a step towards safer robots? In: *Advanced Robotics* 18 (2004), Nr. 10, S. 1001–1024
- [FBT⁺08] FALCONE, Paolo ; BORRELLI, Francesco ; TSENG, H E. ; ASGARI, Jahan ; HROVAT, Davor: A hierarchical model predictive control framework for autonomous ground vehicles. In: *2008 American Control Conference* IEEE, 2008, S. 3719–3724

- [FCTB08] FABBRI, Ricardo ; COSTA, Luciano Da F. ; TORELLI, Julio C. ; BRUNO, Odemir M.: 2D Euclidean distance transform algorithms: A comparative survey. In: *ACM Computing Surveys (CSUR)* 40 (2008), Nr. 1, S. 1–44
- [FCWT18] FLORENCE, Peter R. ; CARTER, John ; WARE, Jake ; TEDRAKE, Russ: Nanomap: Fast, uncertainty-aware proximity queries with lazy search over local 3d data. In: *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2018, S. 7631–7638
- [FLTS14] FRANZE, Giuseppe ; LUCIA, Walter ; TEDESCO, Francesco ; SCORDAMAGLIA, Valerio: A distributed obstacle avoidance MPC strategy for leader-follower formations. In: *IFAC Proceedings Volumes* 47 (2014), Nr. 3, S. 2570–2575
- [FML23] FAN, Jiayu ; MURGOVSKI, Nikolce ; LIANG, Jun: Efficient collision avoidance for autonomous vehicles in polygonal domains. In: *arXiv preprint arXiv:2308.09103* (2023)
- [FPK⁺17] FISCHER, Peter ; PLASS, Bastian ; KURZ, Franz ; KRAUSS, Thomas ; RUNGE, Hartmut: Validation of HD Maps for autonomous driving. In: *Proceedings of the International Conference on Intelligent Transportation Systems in Theory and Practice mobil. TUM, Munich, Germany*, 2017, S. 4–6
- [FPN13] FARROKHSIAR, Morteza ; PAVLIK, Graham ; NAJJARAN, Homayoun: An integrated robust probing motion planning and control scheme: A tube-based MPC approach. In: *Robotics and Autonomous Systems* 61 (2013), Nr. 12, S. 1379–1391
- [FS04] FRAICHARD, Thierry ; SCHEUER, Alexis: From Reeds and Shepp’s to continuous-curvature paths. In: *IEEE Transactions on Robotics* 20 (2004), Nr. 6, S. 1025–1035
- [FS19] FRANCO, Alberto ; SANTOS, Vitor: Short-term path planning with multiple moving obstacle avoidance based on adaptive MPC. In: *2019 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC)* IEEE, 2019, S. 1–7
- [FS23] FEHLING, Christian ; SARACENI, Adriana: Technical and legal critical success factors: Feasibility of drones & AGV in the last-mile-delivery. In: *Research in Transportation Business & Management* 50 (2023), S. 101029
- [FT14] FESHARAKI, Shekoofeh J. ; TALEBI, Heidar A.: Active front steering using stable model predictive control approach via LMI. In: *Journal of Control Engineering and Applied Informatics* 16 (2014), Nr. 2, S. 90–97
- [GD12] GU, Tianyu ; DOLAN, John M.: On-road motion planning for autonomous vehicles. In: *Intelligent Robotics and Applications: 5th International Conference, ICIRA 2012, Montreal, QC, Canada, October 3-5, 2012, Proceedings, Part III* 5 Springer, 2012, S. 588–597
- [GFA⁺11] GONZALEZ, Ramón ; FIACCHINI, Mirko ; ALAMO, Teodoro ; GUZMÁN, José Luis ; RODRÍGUEZ, Francisco: Online robust tube-based MPC for time-varying systems: A practical approach. In: *International Journal of Control* 84 (2011), Nr. 6, S. 1157–1170

- [GGF⁺12] GAO, Yiqi ; GRAY, Andrew ; FRASCH, Janick V. ; LIN, Theresa ; TSENG, Eric ; HEDRICK, J K. ; BORRELLI, Francesco: Spatial predictive control for agile semi-autonomous ground vehicles. In: *Proceedings of the 11th international symposium on advanced vehicle control*, 2012, S. 1–6
- [GGL⁺12b] GRAY, Andrew ; GAO, Yiqi ; LIN, Theresa ; HEDRICK, J K. ; TSENG, H E. ; BORRELLI, Francesco: Predictive control for agile semi-autonomous ground vehicles using motion primitives. In: *2012 American Control Conference (ACC)* IEEE, 2012, S. 4239–4244
- [GGW16] GUTJAHR, Benjamin ; GRÖLL, Lutz ; WERLING, Moritz: Lateral vehicle trajectory optimization using constrained linear time-varying MPC. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 18 (2016), Nr. 6, S. 1586–1595
- [GLGM06] GIRARD, Antoine ; LE GUERNIC, Colas ; MALER, Oded: Efficient computation of reachable sets of linear time-invariant systems with inputs. In: *Hybrid Systems: Computation and Control: 9th International Workshop, HSCC 2006, Santa Barbara, CA, USA, March 29-31, 2006. Proceedings 9* Springer, 2006, S. 257–271
- [GMM21] GULZAR, Mahir ; MUHAMMAD, Yar ; MUHAMMAD, Naveed: A survey on motion prediction of pedestrians and vehicles for autonomous driving. In: *IEEE Access* 9 (2021), S. 137957–137969
- [GPMN15] GONZÁLEZ, David ; PÉREZ, Joshué ; MILANÉS, Vicente ; NASHASHIBI, Fawzi: A review of motion planning techniques for automated vehicles. In: *IEEE Transactions on intelligent transportation systems* 17 (2015), Nr. 4, S. 1135–1145
- [HAS14] HESS, Daniel ; ALTHOFF, Matthias ; SATTEL, Thomas: Formal verification of maneuver automata for parameterized motion primitives. In: *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* IEEE, 2014, S. 1474–1481
- [Has21] HASHIM, Hashim A.: A geometric nonlinear stochastic filter for simultaneous localization and mapping. In: *Aerospace Science and Technology* 111 (2021), S. 106569
- [Her19] HERMAN, Przemyslaw: Numerical test of underwater vehicle dynamics using velocity controller. In: *2019 12th International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo)* IEEE, 2019, S. 26–31
- [HHS⁺20] HUBER, Bernd ; HERZOG, Steffen ; SIPPL, Christoph ; GERMAN, Reinhard ; DJANATLIEV, Anatoli: Evaluation of virtual traffic situations for testing automated driving functions based on multidimensional criticality analysis. In: *2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2020, S. 1–7
- [HK07] HOWARD, Thomas M. ; KELLY, Alonzo: Optimal rough terrain trajectory generation for wheeled mobile robots. In: *The International Journal of Robotics Research* 26 (2007), Nr. 2, S. 141–166

- [HKRA16] HESS, Wolfgang ; KOHLER, Damon ; RAPP, Holger ; ANDOR, Daniel: Real-time loop closure in 2D LIDAR SLAM. In: *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)* IEEE, 2016, S. 1271–1278
- [HWL18] HOEL, Carl-Johan ; WOLFF, Krister ; LAINE, Leo: Automated speed and lane change decision making using deep reinforcement learning. In: *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2018, S. 2148–2155
- [HY16] HUANG, An-Chyau ; YU, Shang-Yun: Input-output feedback linearization control of uncertain systems using function approximation techniques. In: *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)* IEEE, 2016, S. 132–137
- [HZ07] HANSEN, Eric A. ; ZHOU, Rong: Anytime heuristic search. In: *Journal of Artificial Intelligence Research* 28 (2007), S. 267–297
- [Int18] INTERNATIONAL, Sae: Taxonomy and definitions for terms related to driving automation systems for on-road motor vehicles. In: *SAE Int.* 4970 (2018), Nr. 724, S. 1–5
- [Isi85] ISIDORI, Alberto: *Nonlinear control systems: an introduction*. Springer, 1985
- [JCP⁺13] JEON, Jeong hwan ; COWLAGI, Raghvendra V. ; PETERS, Steven C. ; KARAMAN, Sertac ; FRAZZOLI, Emilio ; TSIOTRAS, Panagiotis ; IAGNEMMA, Karl: Optimal motion planning with the half-car dynamical model for autonomous high-speed driving. In: *2013 American control conference* IEEE, 2013, S. 188–193
- [JG18] JARDINE, Peter T. ; GIVIGI, Sidney N.: A robust model-predictive guidance system for autonomous vehicles in cluttered environments. In: *IEEE Systems Journal* 13 (2018), Nr. 2, S. 2034–2045
- [JKD⁺01] JAULIN, Luc ; KIEFFER, Michel ; DIDRIT, Olivier ; WALTER, Eric ; JAULIN, Luc ; KIEFFER, Michel ; DIDRIT, Olivier ; WALTER, Éric: *Applied interval analysis*. Springer, 2001
- [JLDN19] JAAFRA, Yesmina ; LAURENT, Jean L. ; DERUYVER, Aline ; NACEUR, Mohamed S.: Robust reinforcement learning for autonomous driving. (2019)
- [JWCZ16] JIANG, Houjie ; WANG, Zhuping ; CHEN, Qijun ; ZHU, Jin: Obstacle avoidance of autonomous vehicles with CQP-based model predictive control. In: *2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)* IEEE, 2016, S. 001668–001673
- [JZC⁺19] JIAN, Zhiqiang ; ZHANG, Songyi ; CHEN, Shitao ; Lv, Xin ; ZHENG, Nanning: High-definition map combined local motion planning and obstacle avoidance for autonomous driving. In: *2019 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2019, S. 2180–2186
- [KA17] KOSCHI, Markus ; ALTHOFF, Matthias: SPOT: A tool for set-based prediction of traffic participants. In: *2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2017, S. 1686–1693

- [KA20] KOSCHI, Markus ; ALTHOFF, Matthias: Set-based prediction of traffic participants considering occlusions and traffic rules. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* 6 (2020), Nr. 2, S. 249–265
- [KAMSN17] KAMEL, Mina ; ALONSO-MORA, Javier ; SIEGWART, Roland ; NIETO, Juan: Robust collision avoidance for multiple micro aerial vehicles using nonlinear model predictive control. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* IEEE, 2017, S. 236–243
- [KF11] KARAMAN, Sertac ; FRAZZOLI, Emilio: Sampling-based algorithms for optimal motion planning. In: *The international journal of robotics research* 30 (2011), Nr. 7, S. 846–894
- [KFK⁺18] KUUTTI, Sampo ; FALLAH, Saber ; KATSAROS, Konstantinos ; DIANATI, Mehrdad ; MCCULLOUGH, Francis ; MOUZAKITIS, Alexandros: A survey of the state-of-the-art localization techniques and their potentials for autonomous vehicle applications. In: *IEEE Internet of Things Journal* 5 (2018), Nr. 2, S. 829–846
- [KGBL22] KARLE, Phillip ; GEISSLINGER, Maximilian ; BETZ, Johannes ; LIENKAMP, Markus: Scenario understanding and motion prediction for autonomous vehicles—review and comparison. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 23 (2022), Nr. 10, S. 16962–16982
- [KM06] KOGAN, Dmitriy ; MURRAY, R: Optimization-based navigation for the DARPA Grand Challenge. In: *Conference on Decision and Control (CDC)*, 2006
- [KM23] KUMAR, Debasis ; MUHAMMAD, Naveed: A Survey on Localization for Autonomous Vehicles. In: *IEEE Access* (2023)
- [KMC⁺13] KATRINIOK, Alexander ; MASCHUW, Jan P. ; CHRISTEN, Frédéric ; ECKSTEIN, Lutz ; ABEL, Dirk: Optimal vehicle dynamics control for combined longitudinal and lateral autonomous vehicle guidance. In: *2013 European Control Conference (ECC)* IEEE, 2013, S. 974–979
- [KP13] KARIMI, J ; POURTAKDOUST, Seid H.: Optimal maneuver-based motion planning over terrain and threats using a dynamic hybrid PSO algorithm. In: *Aerospace Science and Technology* 26 (2013), Nr. 1, S. 60–71
- [KPBA18] KOSCHI, Markus ; PEK, Christian ; BEIKIRCH, Mona ; ALTHOFF, Matthias: Set-based prediction of pedestrians in urban environments considering formalized traffic rules. In: *2018 21st international conference on intelligent transportation systems (ITSC)* IEEE, 2018, S. 2704–2711
- [Kry20] KRYSTEK, Michael: *Berechnung der Messunsicherheit: Grundlagen und Anleitung für die praktische Anwendung*. Beuth Verlag GmbH, 2020
- [KSW08] KIENKE, U ; SCHWARZ, M ; WEICKERT, T: *Signalverarbeitung—Zeit-Frequenz-Analyse und Schätzverfahren*. 2008

- [KTF⁺09] KUWATA, Yoshiaki ; TEO, Justin ; FIORE, Gaston ; KARAMAN, Sertac ; FRAZZOLI, Emilio ; HOW, Jonathan P.: Real-time motion planning with applications to autonomous urban driving. In: *IEEE Transactions on control systems technology* 17 (2009), Nr. 5, S. 1105–1118
- [KW11] KALA, Rahul ; WARWICK, Kevin: Planning of multiple autonomous vehicles using RRT. In: *2011 IEEE 10th International Conference on Cybernetic Intelligent Systems (CIS)* IEEE, 2011, S. 20–25
- [KZP⁺08] KAMMEL, Sören ; ZIEGLER, Julius ; PITZER, Benjamin ; WERLING, Moritz ; GINDELE, Tobias ; JAGZENT, Daniel ; SCHRÖDER, Joachim ; THUY, Michael ; GOEBL, Matthias ; HUNDELSHAUSEN, Felix v. u. a.: Team AnnieWAY’s autonomous system for the 2007 DARPA Urban Challenge. In: *Journal of Field Robotics* 25 (2008), Nr. 9, S. 615–639
- [LaV06] LAVALLE, Steven M.: *Planning algorithms*. Cambridge university press, 2006
- [LJ11] LARS, Grüne ; JÜRGEN, Pannek: *Nonlinear model predictive control theory and algorithms*. 2011
- [LKK15] LENZ, David ; KESSLER, Tobias ; KNOLL, Alois: Stochastic model predictive controller with chance constraints for comfortable and safe driving behavior of autonomous vehicles. In: *2015 IEEE intelligent vehicles symposium (IV)* IEEE, 2015, S. 292–297
- [LKM13] LUTIN, Jerome M. ; KORNHAUSER, Alain L. ; MASCE, Eva Lerner-Lam: The revolutionary development of self-driving vehicles and implications for the transportation engineering profession. In: *Institute of Transportation Engineers. ITE Journal* 83 (2013), Nr. 7, S. 28
- [Löf04] LÖFBERG, J.: YALMIP : A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB. In: *In Proceedings of the CACSD Conference*. Taipei, Taiwan, 2004
- [LP21] LIU, Jinshan ; PARK, Jung-Min: “Seeing is not always believing”: detecting perception error attacks against autonomous vehicles. In: *IEEE Transactions on Dependable and Secure Computing* 18 (2021), Nr. 5, S. 2209–2223
- [LS14] LIU, Yan ; SÖFFKER, Dirk: Robust control approach for input–output linearizable nonlinear systems using high-gain disturbance observer. In: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 24 (2014), Nr. 2, S. 326–339
- [LSH19] LOPEZ, Brett T. ; SLOTINE, Jean-Jacques E. ; HOW, Jonathan P.: Dynamic tube MPC for nonlinear systems. In: *2019 American Control Conference (ACC)* IEEE, 2019, S. 1655–1662
- [LVL14] LEFÈVRE, Stéphanie ; VASQUEZ, Dizan ; LAUGIER, Christian: A survey on motion prediction and risk assessment for intelligent vehicles. In: *ROBOMECH journal* 1 (2014), Nr. 1, S. 1–14

- [LWM⁺17] LIU, Sikang ; WATTERSON, Michael ; MOHTA, Kartik ; SUN, Ke ; BHATTACHARYA, Subhrajit ; TAYLOR, Camillo J. ; KUMAR, Vijay: Planning dynamically feasible trajectories for quadrotors using safe flight corridors in 3-d complex environments. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* 2 (2017), Nr. 3, S. 1688–1695
- [LWZ20] LIU, Rong ; WANG, Jinling ; ZHANG, Bingqi: High definition map for automated driving: Overview and analysis. In: *The Journal of Navigation* 73 (2020), Nr. 2, S. 324–341
- [LYJY20] LEE, Hojoon ; YOON, Jeongsik ; JEONG, Yonghwan ; Yi, Kyongsu: Moving object detection and tracking based on interaction of static obstacle map and geometric model-free approach for urban autonomous driving. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 22 (2020), Nr. 6, S. 3275–3284
- [LYL18] LI, Shihua ; YAN, Jing ; LI, Lingxi: Automated guided vehicle: the direction of intelligent logistics. In: *2018 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics (SOLI)* IEEE, 2018, S. 250–255
- [MB18] MEYER, Gereon ; BEIKER, Sven: *Road Vehicle Automation 4*. Springer, 2018
- [MBB⁺08] MONTEMERLO, Michael ; BECKER, Jan ; BHAT, Suhrid ; DAHLKAMP, Hendrik ; DOLGOV, Dmitri ; ETTINGER, Scott ; HAEHNEL, Dirk ; HILDEN, Tim ; HOFFMANN, Gabe ; HUHNKE, Burkhard u. a.: Junior: The stanford entry in the urban challenge. In: *Journal of field Robotics* 25 (2008), Nr. 9, S. 569–597
- [MCA⁺18] MITRA, Pallavi ; CHOUDHURY, Apratirn ; APAROW, Vimal R. ; KULANDAIVE-LU, Giridharan ; DAUWELS, Justin: Towards modeling of perception errors in autonomous vehicles. In: *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2018, S. 3024–3029
- [Mes16] MESBAH, Ali: Stochastic model predictive control: An overview and perspectives for future research. In: *IEEE Control Systems Magazine* 36 (2016), Nr. 6, S. 30–44
- [MFF21] MAKSIMOVSKI, Daniel ; FESTAG, Andreas ; FACCHI, Christian: A Survey on Decentralized Cooperative Maneuver Coordination for Connected and Automated Vehicles. In: *VEHITS*, 2021, S. 100–111
- [MGLW15] MAURER, Markus ; GERDES, J C. ; LENZ, Barbara ; WINNER, Hermann: *Autonomes Fahren: technische, rechtliche und gesellschaftliche Aspekte*. Springer Nature, 2015
- [MGM⁺22] MIR, Imran ; GUL, Faiza ; MIR, Suleman ; KHAN, Mansoor A. ; SAEED, Nasir ; ABUALIGAH, Laith ; ABUHAJJA, Belal ; GANDOMI, Amir H.: A survey of trajectory planning techniques for autonomous systems. In: *Electronics* 11 (2022), Nr. 18, S. 2801
- [MHD15] MUELLER, Mark W. ; HEHN, Markus ; D’ANDREA, Raffaello: A computationally efficient motion primitive for quadcopter trajectory generation. In: *IEEE transactions on robotics* 31 (2015), Nr. 6, S. 1294–1310

- [MHM13] MOUSAVI, Mohsen A. ; HESHMATI, Zainabohoda ; MOSHIRI, Behzad: LTV-MPC based path planning of an autonomous vehicle via convex optimization. In: *2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE) IEEE*, 2013, S. 1–7
- [MK11] MELLINGER, Daniel ; KUMAR, Vijay: Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors. In: *2011 IEEE international conference on robotics and automation IEEE*, 2011, S. 2520–2525
- [MKH19] MIN, Kyushik ; KIM, Hayoung ; HUH, Kunsoo: Deep distributional reinforcement learning based high-level driving policy determination. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* 4 (2019), Nr. 3, S. 416–424
- [MM98] MATERAZZI, Thomas ; MITTERMAYER, Christoph: Statistische Fehlerfortpflanzung nach DIN 1319 und der ISO/BIPM-Leitlinie. In: *tm-Technisches Messen* 65 (1998), Nr. 1, S. 22–29
- [MS18] MOHANAN, MG ; SALGOANKAR, Ambuja: A survey of robotic motion planning in dynamic environments. In: *Robotics and Autonomous Systems* 100 (2018), S. 171–185
- [MSDC18] MUSTAFA, Mohamed ; STANCU, Alexandru ; DELANOUE, Nicolas ; CODRES, Eduard: Guaranteed SLAM—An interval approach. In: *Robotics and Autonomous Systems* 100 (2018), S. 160–170
- [MT13] MAJUMDAR, Anirudha ; TEDRAKE, Russ: Robust online motion planning with regions of finite time invariance. In: *Algorithmic Foundations of Robotics X: Proceedings of the Tenth Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics Springer*, 2013, S. 543–558
- [MT17] MAJUMDAR, Anirudha ; TEDRAKE, Russ: Funnel libraries for real-time robust feedback motion planning. In: *The International Journal of Robotics Research* 36 (2017), Nr. 8, S. 947–982
- [MWM15] MANZOOR, Muhammad F. ; WU, Qinghe ; MASOOD, Rana J.: Coordination control of wheeled mobile robot using MPC. In: *2015 7th International Conference on Computational Intelligence, Communication Systems and Networks IEEE*, 2015, S. 241–246
- [MXK⁺15] MA, Liang ; XUE, Jianru ; KAWABATA, Kuniaki ; ZHU, Jihua ; MA, Chao ; ZHENG, Nanning: Efficient sampling-based motion planning for on-road autonomous driving. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 16 (2015), Nr. 4, S. 1961–1976
- [NPL12] NARAYANAN, Venkatraman ; PHILLIPS, Mike ; LIKHACHEV, Maxim: Anytime safe interval path planning for dynamic environments. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IEEE*, 2012, S. 4708–4715
- [NW99] NOCEDAL, Jorge ; WRIGHT, Stephen J.: *Numerical optimization*. Springer, 1999

- [OSB16] OSTAFEW, Chris J. ; SCHOELLIG, Angela P. ; BARFOOT, Timothy D.: Robust constrained learning-based NMPC enabling reliable mobile robot path tracking. In: *The International Journal of Robotics Research* 35 (2016), Nr. 13, S. 1547–1563
- [PBB⁺02] PIAZZI, Aurelio ; BIANCO, CG L. ; BERTOZZI, Massimo ; FASCIOLI, Alessandra ; BROGGI, Alberto: Quintic G/sup 2/-splines for the iterative steering of vision-based autonomous vehicles. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 3 (2002), Nr. 1, S. 27–36
- [PCM17] PAN, Jia ; CHITTA, Sachin ; MANOCHA, Dinesh: Probabilistic collision detection between noisy point clouds using robust classification. In: *Robotics Research: The 15th International Symposium ISRR* Springer, 2017, S. 77–94
- [PČY⁺16] PADEN, Brian ; ČÁP, Michal ; YONG, Sze Z. ; YERSHOV, Dmitry ; FRAZZOLI, Emilio: A survey of motion planning and control techniques for self-driving urban vehicles. In: *IEEE Transactions on intelligent vehicles* 1 (2016), Nr. 1, S. 33–55
- [Pes21] PESCH, Bernd: *Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM*. BoD–Books on Demand, 2021
- [PF05] PETTI, Stéphane ; FRAICHARD, Thierry: Safe motion planning in dynamic environments. In: *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* IEEE, 2005, S. 2210–2215
- [PL11] PRAT, Álvaro C. ; LEMMER, Ing K.: *Sensordatenfusion und Bildverarbeitung zur Objekt- und Gefahrenerkennung*, Inst. für Verkehrssystemtechnik, Diss., 2011
- [PLB15] PAPAGEORGIOU, Markos ; LEIBOLD, Marion ; BUSS, Martin: *Optimierung*. Bd. 4. Springer, 2015
- [PLJ15] PUENTE LEÓN, Fernando ; JÄKEL, HolgerBG: *Signale und systeme*. De Gruyter, 2015
- [PMHC⁺22] PHAN-MINH, Tung ; HOWINGTON, Forbes ; CHU, Ting-Sheng ; LEE, Sang U. ; TOMOV, Momchil S. ; LI, Nanxiang ; DICLE, Caglayan ; FINDLER, Samuel ; SUAREZ-RUIZ, Francisco ; BEAUDOIN, Robert u. a.: Driving in real life with inverse reinforcement learning. In: *arXiv preprint arXiv:2206.03004* (2022)
- [PPJ⁺18] POGGENHANS, Fabian ; PAULS, Jan-Hendrik ; JANOSOVITS, Johannes ; ORF, Stefan ; NAUMANN, Maximilian ; KUHN, Florian ; MAYR, Matthias: Lanelet2: A high-definition map framework for the future of automated driving. In: *2018 21st international conference on intelligent transportation systems (ITSC)* IEEE, 2018, S. 1672–1679
- [PRB20] PAPADIMITRIOU, Dimitris ; ROSOLIA, Ugo ; BORRELLI, Francesco: Control of unknown nonlinear systems with linear time-varying MPC. In: *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* IEEE, 2020, S. 2258–2263
- [QCG⁺09] QUIGLEY, Morgan ; CONLEY, Ken ; GERKEY, Brian ; FAUST, Josh ; FOOTE, Tully ; LEIBS, Jeremy ; WHEELER, Rob ; NG, Andrew Y. u. a.: ROS: an open-source Robot Operating System. In: *ICRA workshop on open source software* Bd. 3 Kobe, Japan, 2009, S. 5

- [Rak21] RAKOVIĆ, Saša V: Robust model predictive control. In: *Encyclopedia of systems and control*. Springer, 2021, S. 1965–1975
- [RAVJR18] RAMANAGOPAL, Manikandasriram S. ; ANDERSON, Cyrus ; VASUDEVAN, Ram ; JOHNSON-ROBERSON, Matthew: Failing to learn: Autonomously identifying perception failures for self-driving cars. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* 3 (2018), Nr. 4, S. 3860–3867
- [RAWB08] ROHRMULLER, Florian ; ALTHOFF, Matthias ; WOLLHERR, Dirk ; BUSS, Martin: Probabilistic mapping of dynamic obstacles using markov chains for replanning in dynamic environments. In: *2008 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems IEEE*, 2008, S. 2504–2510
- [RGM⁺22] RAPOSO, María A. ; GROSSO, Monica ; MOURTZOUCOU, Andromachi ; KRAUSE, Jette ; DUBOZ, Amandine ; CIUFFO, Biagio: Economic implications of a connected and automated mobility in Europe. In: *Research in transportation economics* 92 (2022), S. 101072
- [RHN16] RAKSINCHAROENSAK, Pongsathorn ; HASEGAWA, Takahiro ; NAGAI, Masao: Motion planning and control of autonomous driving intelligence system based on risk potential optimization framework. In: *International Journal of Automotive Engineering* 7 (2016), Nr. AVEC14, S. 53–60
- [RLN14] RASTELLI, Joshue P. ; LATTARULO, Ray ; NASHASHIBI, Fawzi: Dynamic trajectory generation using continuous-curvature algorithms for door to door assistance vehicles. In: *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings IEEE*, 2014, S. 510–515
- [RMKL19] RHINEHART, Nicholas ; McALLISTER, Rowan ; KITANI, Kris ; LEVINE, Sergey: Precog: Prediction conditioned on goals in visual multi-agent settings. In: *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision*, 2019, S. 2821–2830
- [SA17a] SCHÜRMANN, Bastian ; ALTHOFF, Matthias: Convex interpolation control with formal guarantees for disturbed and constrained nonlinear systems. In: *Proceedings of the 20th International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control*, 2017, S. 121–130
- [SA17b] SOENTGES, Sebastian ; ALTHOFF, Matthias: Computing possible driving corridors for automated vehicles. In: *2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV) IEEE*, 2017, S. 160–166
- [SA17c] SÖNTGES, Sebastian ; ALTHOFF, Matthias: Computing the drivable area of autonomous road vehicles in dynamic road scenes. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 19 (2017), Nr. 6, S. 1855–1866
- [SAB⁺17] SABATTINI, Lorenzo ; AIKIO, Mika ; BEINSCHOB, Patric ; BOEHNING, Markus ; CARDARELLI, Elena ; DIGANI, Valerio ; KRENGEL, Annette ; MAGNANI, Massimiliano ; MANDICI, Szilard ; OLEARI, Fabio u. a.: The pan-robots project: Advanced automated guided vehicle systems for industrial logistics. In: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 25 (2017), Nr. 1, S. 55–64

- [SB99] SIMON, Andreas ; BECKER, Jan C.: Vehicle guidance for an autonomous vehicle. In: *Proceedings 199 IEEE/IEEEJ/JSAT International Conference on Intelligent Transportation Systems (Cat. No. 99TH8383)* IEEE, 1999, S. 429–434
- [SBP08] SOYLU, Serdar ; BUCKHAM, Bradley J. ; PODHORODESKI, Ron P.: A chattering-free sliding-mode controller for underwater vehicles with fault-tolerant infinity-norm thrust allocation. In: *Ocean Engineering* 35 (2008), Nr. 16, S. 1647–1659
- [SBP16] SEDER, Marija ; BAOTIĆ, Mato ; PETROVIĆ, Ivan: Receding horizon control for convergent navigation of a differential drive mobile robot. In: *IEEE transactions on control systems technology* 25 (2016), Nr. 2, S. 653–660
- [SCC23] SHAN, Xiaoyu ; CABANI, Adnane ; CHAFOUK, Houcine: A Survey of Vehicle Localization: Performance Analysis and Challenges. In: *IEEE Access* (2023)
- [Sch22] SCHÜRMANN, Bastian: *Using Reachability Analysis in Controller Synthesis for Safety-Critical Systems*, Technische Universität München, Diss., 2022
- [SCR⁺20] SADAT, Abbas ; CASAS, Sergio ; REN, Mengye ; WU, Xinyu ; DHAWAN, Pranaab ; URTASUN, Raquel: Perceive, predict, and plan: Safe motion planning through interpretable semantic representations. In: *Computer Vision–ECCV 2020: 16th European Conference, Glasgow, UK, August 23–28, 2020, Proceedings, Part XXIII* 16 Springer, 2020, S. 414–430
- [SDS⁺13] SABATTINI, Lorenzo ; DIGANI, Valerio ; SECCHI, Cristian ; COTENA, Giuseppina ; RONZONI, Davide ; FOPPOLI, Matteo ; OLEARI, Fabio: Technological roadmap to boost the introduction of AGVs in industrial applications. In: *2013 IEEE 9th International Conference on Intelligent Computer Communication and Processing (ICCP)* IEEE, 2013, S. 203–208
- [SJN⁺20] SHAFIEE, Mohammad J. ; JEDDI, Ahmadreza ; NAZEMI, Amir ; FIEGUTH, Paul ; WONG, Alexander: Deep neural network perception models and robust autonomous driving systems: practical solutions for mitigation and improvement. In: *IEEE Signal Processing Magazine* 38 (2020), Nr. 1, S. 22–30
- [SKAM19] SOLOPERTO, Raffaele ; KÖHLER, Johannes ; ALLGÖWER, Frank ; MÜLLER, Matthias A.: Collision avoidance for uncertain nonlinear systems with moving obstacles using robust model predictive control. In: *2019 18th European Control Conference (ECC)* IEEE, 2019, S. 811–817
- [SKK08] SICILIANO, Bruno ; KHATIB, Oussama ; KRÖGER, Torsten: *Springer handbook of robotics*. Bd. 200. Springer, 2008
- [SKS16] SATOH, Satoshi ; KAPPEN, Hilbert J. ; SAEKI, Masami: An iterative method for nonlinear stochastic optimal control based on path integrals. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 62 (2016), Nr. 1, S. 262–276
- [SM20] SOE, Ralf-Martin ; MÜÜR, Jaanus: Mobility acceptance factors of an automated shuttle bus last-mile service. In: *Sustainability* 12 (2020), Nr. 13, S. 5469

- [SMSP17] SINGH, Sumeet ; MAJUMDAR, Anirudha ; SLOTINE, Jean-Jacques ; PAVONE, Marco: Robust online motion planning via contraction theory and convex optimization. In: *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2017, S. 5883–5890
- [SNAE18] SUBRAMANIAN, Sankaranarayanan ; NAZARI, Shaghayegh ; ALVI, Muhammad A. ; ENGELL, Sebastian: Robust nmpc schemes for the control of mobile robots in the presence of dynamic obstacles. In: *2018 23rd international conference on methods & models in automation & robotics (MMAR)* IEEE, 2018, S. 768–773
- [SS17] STOCKER, Adam ; SHAHEEN, Susan: Shared automated vehicles: Review of business models International Transport Forum Discussion Paper, 2017
- [SSA17] SAKHDARI, Bijan ; SHAHRIVAR, Ebrahim M. ; AZAD, Nasser L.: Robust tube-based mpc for automotive adaptive cruise control design. In: *2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2017, S. 1–6
- [SSG18] SAUER, Axel ; SAVINOV, Nikolay ; GEIGER, Andreas: Conditional affordance learning for driving in urban environments. In: *Conference on Robot Learning* PMLR, 2018, S. 237–252
- [ST95] SCHÖMER, Elmar ; THIEL, Christian: Efficient collision detection for moving polyhedra. In: *Proceedings of the eleventh annual symposium on computational geometry*, 1995, S. 51–60
- [SVGBVP⁺20] SORCIA-VÁZQUEZ, FDJ ; GARCIA-BELTRAN, CD ; VALENCIA-PALOMO, G ; BRIZUELA-MENDOZA, JA ; RUMBO-MORALES, JY: Decentralized robust tube-based model predictive control: Application to a four-tank-system. In: *Revista Mexicana de Ingeniería Química* 19 (2020), Nr. 3, S. 1135–1151
- [SWA14] SCHREIER, Matthias ; WILLERT, Volker ; ADAMY, Jürgen: Grid mapping in dynamic road environments: Classification of dynamic cell hypothesis via tracking. In: *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2014, S. 3995–4002
- [TCT⁺23] TORROBA, Ignacio ; CELLA, Marco ; TERÁN, Aldo ; ROLLEBERG, Niklas ; FOLKESSON, John: Online Stochastic Variational Gaussian Process Mapping for Large-Scale Bathymetric SLAM in Real Time. In: *IEEE Robotics and Automation Letters* (2023)
- [TFWB14] TANZMEISTER, Georg ; FRIEDL, Martin ; WOLLHERR, Dirk ; BUSS, Martin: Efficient evaluation of collisions and costs on grid maps for autonomous vehicle motion planning. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 15 (2014), Nr. 5, S. 2249–2260
- [THD⁺23] TENG, Siyu ; HU, Xuemin ; DENG, Peng ; LI, Bai ; LI, Yuchen ; AI, Yunfeng ; YANG, Dongsheng ; LI, Lingxi ; XUANYUAN, Zhe ; ZHU, Fenghua u. a.: Motion planning for autonomous driving: The state of the art and future perspectives. In: *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles* (2023)

- [TKB⁺19] THEERTHALA, Raghu R. ; KUMAR, AVS Sai B. ; BABU, Mithun ; PHANITEJA, S ; KRISHNA, K M.: Motion planning framework for autonomous vehicles: A time scaled collision cone interleaved model predictive control approach. In: *2019 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2019, S. 1075–1080
- [TMT11] TOBENKIN, Mark M. ; MANCHESTER, Ian R. ; TEDRAKE, Russ: Invariant funnels around trajectories using sum-of-squares programming. In: *IFAC Proceedings Volumes* 44 (2011), Nr. 1, S. 9218–9223
- [TMTR10] TEDRAKE, Russ ; MANCHESTER, Ian R. ; TOBENKIN, Mark ; ROBERTS, John W.: LQR-trees: Feedback motion planning via sums-of-squares verification. In: *The International Journal of Robotics Research* 29 (2010), Nr. 8, S. 1038–1052
- [UAB⁺08] URMSON, Chris ; ANHALT, Joshua ; BAGNELL, Drew ; BAKER, Christopher ; BITTNER, Robert ; CLARK, MN ; DOLAN, John ; DUGGINS, Dave ; GALATALI, Tugrul ; GEYER, Chris u. a.: Autonomous driving in urban environments: Boss and the urban challenge. In: *Journal of field Robotics* 25 (2008), Nr. 8, S. 425–466
- [VGFR14] VALIENTE, David ; GIL, Arturo ; FERNÁNDEZ, Lorenzo ; REINOSO, Óscar : A modified stochastic gradient descent algorithm for view-based SLAM using omnidirectional images. In: *Information Sciences* 279 (2014), S. 326–337
- [VMEGM13] VOROBIEVA, Hélène ; MINOIU-ENACHE, Nicoleta ; GLASER, Sebastien ; MAMMAR, Saïd: Geometric continuous-curvature path planning for automatic parallel parking. In: *2013 10th IEEE international conference on networking, sensing and control (ICNSC)* IEEE, 2013, S. 418–423
- [Wer14] WERLING, Moritz: *Ein neues Konzept für die Trajektoriengenerierung und-stabilisierung in zeitkritischen Verkehrsszenarien*. Bd. 34. KIT Scientific Publishing, 2014
- [Wer17] WERLING, Moritz: *Optimale aktive Fahreingriffe*. In: *Optimale aktive Fahreingriffe*. De Gruyter Oldenbourg, 2017
- [WGD⁺18] WILLIAMS, Grady ; GOLDFAIN, Brian ; DREWS, Paul ; SAIGOL, Kamil ; REHG, James M. ; THEODOROU, Evangelos A.: Robust Sampling Based Model Predictive Control with Sparse Objective Information. In: *Robotics: Science and Systems* Bd. 14, 2018, S. 2018
- [WKZG12] WERLING, Moritz ; KAMMEL, Sören ; ZIEGLER, Julius ; GRÖLL, Lutz: Optimal trajectories for time-critical street scenarios using discretized terminal manifolds. In: *The International Journal of Robotics Research* 31 (2012), Nr. 3, S. 346–359
- [WL12] WERLING, Moritz ; LICCARDO, Darren: Automatic collision avoidance using model-predictive online optimization. In: *2012 IEEE 51st IEEE conference on decision and control (CDC)* IEEE, 2012, S. 6309–6314
- [WLJ⁺18] WANG, Zhuping ; LI, Gangbin ; JIANG, Houjie ; CHEN, Qijun ; ZHANG, Hao: Collision-free navigation of autonomous vehicles using convex quadratic programming-based model predictive control. In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 23 (2018), Nr. 3, S. 1103–1113

- [Wol14] WOLFF, Florian: *Konsistenzbasierte Fehlerdiagnose nichtlinearer Systeme mittels Zustandsmengenbeobachtung*. Bd. 9. KIT Scientific Publishing, 2014
- [WRA18] WU, Jingyuan ; RUENZ, Johannes ; ALTHOFF, Matthias: Probabilistic map-based pedestrian motion prediction taking traffic participants into consideration. In: *2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2018, S. 1285–1292
- [WSG⁺14] WEI, Junqing ; SNIDER, Jarrod M. ; GU, Tianyu ; DOLAN, John M. ; LITKOUHI, Bakhtiar: A behavioral planning framework for autonomous driving. In: *2014 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Proceedings* IEEE, 2014, S. 458–464
- [WZKT10a] WERLING, Moritz ; ZIEGLER, Julius ; KAMMEL, Sören ; THRUN, Sebastian: Optimal trajectory generation for dynamic street scenarios in a frenet frame. In: *2010 IEEE international conference on robotics and automation* IEEE, 2010, S. 987–993
- [WZKT10b] WERLING, Moritz ; ZIEGLER, Julius ; KAMMEL, Sören ; THRUN, Sebastian: Optimal trajectory generation for dynamic street scenarios in a frenet frame. In: *2010 IEEE international conference on robotics and automation* IEEE, 2010, S. 987–993
- [XG10] XIAO, Lingyun ; GAO, Feng: A comprehensive review of the development of adaptive cruise control systems. In: *Vehicle system dynamics* 48 (2010), Nr. 10, S. 1167–1192
- [XPWD14] XU, Wenda ; PAN, Jia ; WEI, Junqing ; DOLAN, John M.: Motion planning under uncertainty for on-road autonomous driving. In: *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* IEEE, 2014, S. 2507–2512
- [YJG⁺23] YING, Shen ; JIANG, Yuewen ; GU, Jiangyan ; LIU, Zhilin ; LIANG, Yuanyi ; GUO, Chi ; LIU, Jingnan: High Definition Map Model for Autonomous Driving and Key Technologies. In: *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (2023)
- [YZWC21] YE, Fei ; ZHANG, Shen ; WANG, Pin ; CHAN, Ching-Yao: A survey of deep reinforcement learning algorithms for motion planning and control of autonomous vehicles. In: *2021 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* IEEE, 2021, S. 1073–1080
- [ZBDS14] ZIEGLER, Julius ; BENDER, Philipp ; DANG, Thao ; STILLER, Christoph: Trajectory planning for Bertha—A local, continuous method. In: *2014 IEEE intelligent vehicles symposium proceedings* IEEE, 2014, S. 450–457
- [ZBS⁺14] ZIEGLER, Julius ; BENDER, Philipp ; SCHREIBER, Markus ; LATEGAHN, Henning ; STRAUSS, Tobias ; STILLER, Christoph ; DANG, Thao ; FRANKE, Uwe ; APPENRODT, Nils ; KELLER, Christoph G. u. a.: Making bertha drive: An autonomous journey on a historic route. In: *IEEE Intelligent transportation systems magazine* 6 (2014), Nr. 2, S. 8–20
- [ZDJM17] ZANELLI, A. ; DOMAHIDI, A. ; JEREZ, J. ; MORARI, M.: FORCES NLP: an efficient implementation of interior-point... methods for multistage nonlinear nonconvex programs. In: *International Journal of Control* (2017), S. 1–17

- [Zie15] ZIEGLER, Julius: *Optimale Bahn- und Trajektorienplanung für Automobile*, Diss., 2015. <http://dx.doi.org/10.5445/IR/1000057846>. – DOI 10.5445/IR/1000057846
- [ZLS⁺19] ZENG, Wenyuan ; LUO, Wenjie ; SUO, Simon ; SADAT, Abbas ; YANG, Bin ; CASAS, Sergio ; URTASUN, Raquel: End-to-end interpretable neural motion planner. In: *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2019, S. 8660–8669
- [ZS10b] ZIEGLER, Julius ; STILLER, Christoph: Fast collision checking for intelligent vehicle motion planning. In: *2010 IEEE intelligent vehicles symposium IEEE*, 2010, S. 518–522
- [ZSP15] ZHU, Zhijie ; SCHMERLING, Edward ; PAVONE, Marco: A convex optimization approach to smooth trajectories for motion planning with car-like robots. In: *2015 54th IEEE conference on decision and control (CDC) IEEE*, 2015, S. 835–842
- [ZWS08] ZIEGLER, Julius ; WERLING, Moritz ; SCHRODER, Jochen: Navigating car-like robots in unstructured environments using an obstacle sensitive cost function. In: *2008 IEEE intelligent vehicles symposium IEEE*, 2008, S. 787–791
- [ZWW⁺] ZHONG, X ; WU, Y ; WANG, D ; WANG, Q ; XU, C ; GAO, F: Generating large convex polytopes directly on point clouds. arXiv 2020. In: *arXiv preprint arXiv:2010.08744*

Eigene Veröffentlichungen und Tagungsbeiträge

- [BDH⁺21] BELGARDT, Simone ; DOER, Christopher ; HOHMANN, Sören ; KARG, Philipp ; ROTHFUSS, Simon ; SIEBENROCK, Florian ; STORK, Wilhelm ; TERZIDIS, Orestis ; TITTEL, Alexander ; ZWICK, Thomas: Entrepreneurship für Ingenieure-Konzeption einer innovativen interdisziplinären Lehrveranstaltung. In: *Handbuch Qualität in Studium, Lehre und Forschung 76* (2021), S. 67
- [BRS⁺23] BOHN, Christopher ; RIEGERT, Joel ; SIEBENROCK, Florian ; SCHWARTZ, Manuel ; HOHMANN, Soeren: Efficient computation of inner approximations of reachable sets for a verified motion planning concept. In: *2023 IFAC World Congress IFAC*, 2023
- [BSB⁺25] BOHN, Christopher ; SIEBENROCK, Florian ; BOSCH, Janne ; HETZNER, Tobias ; MAUCH, Samuel ; REIS, Philipp ; STAUDT, Timo ; HESS, Manuel ; PISCOL, Ben-Micha ; HOHMANN, Sören: ZeLoS - A Robotic Platform for Early Stage Validation of Research Finding Related to Automated Driving. In: *2024 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA), In Review IEEE*, 2025
- [SGH20] SIEBENROCK, Florian ; GÜNTHER, Manuel ; HOHMANN, Sören: LTV-MPC Based Trajectory Planning Considering Uncertain Object Prediction Through Adaptive Potential Fields. In: *2020 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA) IEEE*, 2020, S. 666–672

- [SMNH22] SIEBENROCK, Florian ; MOSS, Dominik ; NAGATOU, Kaori ; HOHMANN, Sören: Trajectory-planning using set-based motion-primitives considering model uncertainty and controller tracking errors. In: *2022 IEEE Conference Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* IEEE, 2022
- [SSH19] SCHWARTZ, Manuel ; SIEBENROCK, Florian ; HOHMANN, Sören: Model predictive control allocation of an over-actuated electric vehicle with single wheel actuators. In: *Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles, IFAC, 2019* 52 (2019), Nr. 8, S. 162–169

Betreute studentische Arbeiten

- [Arm22] ARMBRUSTER, P.: *Online konvexifizierende Trajektorienplanung unter expliziter Berücksichtigung von Approximationsfehlern*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2022
- [Ben20] BENZING, P.: *Robuste modellprädiktive Trajektorienplanung für autonome Fahrzeuge*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2020
- [Dau22] DAUB, N.: *Trajectory Planning considering Cascaded Control Errors using Set-Based Motion Primitives*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2022
- [Die19] DIEDERICH, L.: *Modellbildung und Regelung einer mobilen Roboterplattformen*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2019
- [Die22] DIEDERICH, L.: *Konstruktion sicherer Lösungsräume für die Trajektorienplanung automatisierter Fahrzeuge*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2022
- [Du19] DU, P.: *Convex Model Predictive Motion Planning for Mobile Robots*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2019
- [Gue19] GUENTHER, M.: *Modellprädiktive Trajektorienplanung unter Berücksichtigung von zeitvarianten Unsicherheiten im Objekttracking*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2019
- [Hah19] HAHN, D.: *Modellprädiktive Bahnplanung für mobile Roboterplattformen*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2019
- [Hen20] HENDY, H.: *Model-Predictive Trajectory Planning for Dynamic Collision Avoidance of Autonomous Quadcopters*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2020

- [Het22] HETZNER, T.: *Online-konvexifizierende Trajektorienplanung unter Berücksichtigung geringer Konvexifizierungsfehler*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2022
- [Ill20] ILLG, C.: *Verifizierte modellprädiktive Bahnplanung basierend auf Erreichbarkeitsmethoden*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2020
- [Lei19] LEIBOLD, P.: *Untersuchung von Bahnplanungsmethoden für mobile Roboterplattformen im urbanen Umfeld*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2019
- [Leo20] LEON, A.: *Umsetzung von Algorithmen zur Kartierung und Navigation mit einer autonomen Roboterplattform*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2020
- [Mos19] MOSS, D.: *Verifizierte Trajektorienplanung mithilfe von Bewegungsprimitiven*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Masterarbeit, 2019
- [Rif20] RIFFEL, J.: *Analyse und Entwurf von Verfahren zur Erstellung eines Toleranzbandes für mobile Roboterplattformen in der industriellen Anwendung*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2020
- [Sch20] SCHILDGE, E.: *Trajektorienplanung für automatisierte Fahrzeuge mit verifizierter Objektprädiktion*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2020
- [Wok21] WOKUREK, A.: *Onlinefähige Trajektorienoptimierung für Quadrokopter in unstrukturierten Umgebungen*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), Bachelorarbeit, 2021