

# VERÖFFENTLICHUNGEN

des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik  
am Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Herausgeber: H. H. Stutz

---

**Heft 191**

**Hypoplastische Stoffmodelle für Boden  
mit Generalisierter Intergranularer Dehnung**

von

Luis Mugele

---

Karlsruhe 2026

ISSN 0453-3267

Dissertation  
genehmigt von der KIT Fakultät für  
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften  
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

Tag der mündlichen Prüfung: 02.12.2025

Referenten:

Hauptreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans Henning Stutz  
Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Ivo Herle

Der Autor dieses Heftes ist:

Luis Mugele, M.Sc.  
aus Öhringen, Deutschland

Wissenschaftlicher Angestellter am  
Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik  
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

## Vorwort des Herausgebers

Die Entwicklung und Erforschung hypoplastischer Stoffmodelle, die vor nahezu fünfzig Jahren am Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik begonnen wurden, stellen einen entscheidenden Beitrag zur ganzheitlichen Modellierung des Bodenverhaltens in der Geotechnik dar. Diese ersten Arbeiten haben in den vergangenen Jahrzehnten die bodenmechanische Stoffmodellierung nachhaltig geprägt und international Maßstäbe gesetzt. Die vorliegende Dissertation schließt in überragender Weise an diese Entwicklungen an und führt sie inhaltlich wie methodisch konsequent fort. Trotz der zahlreichen Vorteile hypoplastischer Stoffmodelle sind sich viele Anwender ihrer Grenzen bislang nur unzureichend bewusst. Vor diesem Hintergrund beginnt die Arbeit mit einer systematischen Analyse teils bekannter, teils bislang wenig beachteter Defizite der Hypoplastizität nach von Wolffersdorff sowie deren Erweiterung zur Beschreibung des Bodenverhaltens bei kleinen Dehnungen im Rahmen des Konzepts der intergranularen Dehnung nach Niemunis und Herle (1997).

Aufbauend darauf wird das Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung entwickelt, das sich zwar an das klassische Konzept anlehnt, dieses jedoch durch eine konsistente Umformulierung entscheidend weiterentwickelt.

Mit der Entwicklung der modifizierten Hypoplastizität in Kombination mit der generalisierten intergranularen Dehnung gelingt es dem Autor, die mathematische Struktur hypoplastischer Modelle gezielt zu erweitern und insbesondere asymptotische Spannungszustände explizit zu definieren. Das Modell MHP+GIS zeichnet sich durch eine hohe mathematische Reife aus und stellt einen wichtigen Meilenstein für zukünftige Modellentwicklungen dar.

Die Erweiterung des hypoplastischen Grundmodells durch die Kombination aus generalisierter intergranularer Dehnung und der anisotropen Critical State Theory stellt einen weiteren bedeutenden Beitrag dieser Arbeit dar. Mit HP+GIS+ACST gelingt es, die Rolle anisotroper Mikrostrukturentwicklungen konsistent in den hypoplastischen Modellrahmen zu integrieren. Besonders überzeugend ist die Fähigkeit des Modells, zyklische Belastungsvorgänge unter undrainierten Bedingungen differenziert zu erfassen.

Mit der Neohypoplastizität in Kombination mit der generalisierten intergranularen Dehnung wird schließlich ein eigenständiges, neuartiges Stoffmodell vorgestellt, das einen wesentlichen Fortschritt gegenüber klassischen hypoplastischen Ansätzen markiert. Die Integration hyperelastischer Steifigkeit, zustandsabhängiger Materialfunktionen sowie anisotroper Effekte führt zu einer deutlich realistischeren Abbildung sowohl monotoner als auch zyklischer Prozesse. Was diese Arbeit in besonderer Weise auszeichnet, ist die

Verbindung großer theoretischer Tiefe mit einer außergewöhnlich klaren und strukturierten Darstellung. Hochkomplexe mathematische Zusammenhänge werden systematisch hergeleitet und konsequent im Kontext ihrer physikalischen Bedeutung erläutert. Die mathematische Beschreibung des komplexen mechanischen Verhaltens granularer Materialien unter variierenden Spannungs- und Verformungszuständen erfordert eine seltene Kombination aus physikalischem Verständnis, mathematischer Präzision und experimenteller Intuition. Mit der vorliegenden Dissertation hat Herr Dr. Luis Mugele einen herausragenden Beitrag zu diesem anspruchsvollen Forschungsfeld geleistet. Es ist mir eine große Freude, diese wissenschaftliche Arbeit der Fachöffentlichkeit vorzustellen. Ich bin überzeugt, dass sie sowohl für die theoretische Weiterentwicklung konstitutiver Modelle als auch für deren praktische Anwendung in der Geotechnik von nachhaltigem Wert sein wird.

Prof. Dr.-Ing. Hans Henning Stutz

## **Vorwort des Verfassers**

Die Faszination der Bodenmechanik und der Geotechnik, welche für mich in der Komplexität des Fachgebietes im Allgemeinen kombiniert mit der ingenieurtechnisch erforderlichen Modellbildung liegt, erfasste mich bereits in den frühen Jahren meiner Bauingenieurausbildung. Anschließend an mein Masterstudium eröffnete sich mir die Möglichkeit des vertieften Studiums der Bodenmechanik und deren mathematische Beschreibung im Rahmen von modernen Stoffmodellen durch die Stelle eines wissenschaftlichen Mitarbeiters am IBF. Diese führte letztlich zur Ehre, mit dem vorliegenden Schriftstück zur IBF-Schriftenreihe beizutragen.

Zunächst möchte ich mich bei Ihnen, liebe Leserin, lieber Leser, für Ihr Interesse an meiner Arbeit bedanken. Besonders freut es mich, dass Sie sich für die theoretische Bodenmechanik und die mathematische Beschreibung des mechanischen Bodenverhaltens mithilfe moderner (hypoplastischer) Stoffmodelle interessieren. Ihr Interesse spiegelt die Bedeutung moderner Stoffmodelle in der Geotechnik wider und ist für mich eine besondere Motivation.

Mein größter Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Henning Stutz für die vertrauensvolle wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit und die Förderung weit darüber hinaus. Die Vielzahl unserer ergebnisoffenen Diskussionen, raum- und zeitunabhängig, sind keine Selbstverständlichkeit. Hervorzuheben ist seine stetige Unterstützung in allen Bereichen des gemeinsamen Arbeitens. Seine Weitsicht und Unterstützung haben diese Arbeit entscheidend geprägt. Für die Übernahme meines Korreferats möchte ich außerdem hervorhebend Prof. Dr.-Ing. habil. Ivo Herle danken.

Einen wesentlichen Beitrag zum Gelingen dieser Dissertation haben darüber hinaus insbesondere Prof. David Mašín, Prof. Zhongxuan Yang und Prof. Dr.-Ing. habil. Andrzej Niemunis geleistet. Ich bin für ihre fachliche Unterstützung, ihre Anregungen und Diskussionen sowie für die Gastfreundschaft an ihren Instituten sehr dankbar.

Mein herzlicher Dank gilt ebenso allen Kolleginnen und Kollegen am IBF für den täglichen fachlichen wie menschlichen Austausch: Dr. habil. Vladimir Osinov, Dr.-Ing. Andreas Bieberstein, Sabine Gehring, Jens Christian Schneider, Jochen Zürn, Andreas Lamparter, Jonathan Caspar Walter, Bereket Gebremeskel, Maximilian Klemens Tillmanns, Holger Reith, Dr. Kai Li, Shan-Shan Li, Ziteng Wang und Carlos Fernando Pena Pinto. Eure Offenheit, eure Fragen, eure Ideen und euer Humor haben meinen Arbeitsalltag in ganz besonderer Art und Weise bereichert. Auch allen Kollegen des Labors, der Werkstatt, der Verwaltung und der physikalischen Technik sowie allen weiteren Angehörigen des IBF sei herzlich gedankt.

Den zahlreichen Studierenden, die ich im Laufe der Jahre begleiten durfte, danke ich für das entgegengebrachte Vertrauen und die gemeinsame Arbeit. Namentlich möchte ich mich bei Lukas Felix, Vera Gauger, Sebastian Häring, Sandra Rocena, Hysni Berisha, Lan Luo Helen Celler, Tobias Rudolphi, Karol Enríquez, Daniela Alejandra Villarreal Illada und Linnea Katharina Wrede bedanken, deren Abschlussarbeiten ich während des Entstehens dieser Arbeit betreuen durfte.

Ein besonderer Dank gilt außerdem den Kollegen und Freunden an der Charles University in Prag und der Zhejiang University in China. An beiden Instituten durfte ich während meiner Auslandsaufenthalte (3 Monate Tschechien und 2 Wochen China) wertvolle Erfahrungen sammeln und wurde jeweils herzlich aufgenommen. Die inspirierenden Gespräche und das kollegiale Miteinander bleiben mir in bester Erinnerung.

Zuletzt danke ich meiner geliebten Partnerin Kathrin. Deine Liebe, deine Geduld und dein Vertrauen relativieren so vieles, auch diese Arbeit.

Luis Mugele

## Kurzfassung

Die ganzheitliche konstitutive Beschreibung des mechanischen Verhaltens granularer Böden mittels entsprechender Stoffmodelle stellt seit Jahrzehnten eines der zentralen Forschungsthemen der Bodenmechanik dar. Insbesondere fortgeschrittene elasto-plastische und hypoplastische Modelle werden heutzutage weltweit für die Simulation monotoner und zyklischer Verformungen von Boden eingesetzt. Wenngleich die Qualität des Stoffmodells entscheidend für die Aussagekraft geotechnischer Simulationen ist, stellen diese Modelle jedoch stets nur eine begründete Näherung des realen Bodenverhaltens dar und können letzteres nie exakt abbilden. Im Zuge des Strebens nach verbesserten Tragfähigkeitsabschätzungen, vor allem aber nach optimierten Gebrauchstauglichkeitsbetrachtungen, werden daher kontinuierlich fortgeschrittenere Stoffmodelle entwickelt. Gegenwärtig liegt der Fokus dabei oft auf der Simulation zyklischer Verformungen und der Berücksichtigung der sich entwickelnden anisotropen Mikrostruktur.

Die vorliegende Arbeit zielt darauf ab, bestehende hypoplastische Stoffmodelle primär im Hinblick auf die oben genannten Effekte zu untersuchen und weiterzuentwickeln. Als Referenzmodell dient das etablierte hypoplastische Modell nach von Wolffersdorff (HP) mit der Erweiterung der intergranularen Dehnung (IS) nach Niemunis und Herle. Das gekoppelte Modell der HP+IS kann dabei grundsätzlich monotone, aber auch zyklische Verformungen von Boden abbilden. Zunächst wird dieses Modell eingehend analysiert, wobei sowohl theoretische als auch praktische Schwachstellen des Basismodells (HP) und seiner Erweiterung (IS) systematisch diskutiert werden.

Zur Überwindung nach wie vor bestehender Defizite dieses Referenzmodells der HP+IS konnten im Rahmen der vorliegenden Dissertation drei neue hypoplastische Stoffmodelle entwickelt werden. Die Modelle basieren auf dem neu eingeführten Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS), welches letztlich eine mathematische Neuinterpretation des originalen IS-Konzepts darstellt. Dieses Erweiterungsmodell kann die Simulation zyklischer Verformungen im Vergleich zum originalen IS-Konzept erheblich verbessern. Unter anderem verhindert das GIS-Konzept das sog. Overshooting und ermöglicht eine realistischere Simulation von Akkumulationseffekten.

Das erste Modell, die HP+GIS+ACST, kombiniert die HP als Basismodell mit der Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST) zur konstitutiven Berücksichtigung einer sich entwickelnden anisotropen Mikrostruktur und verhindert, aufgrund einer Kopplung mit dem GIS-Konzept, das Overshooting der gesamten asymptotischen Zustandsoberfläche. Das zweite Modell, die modifizierte Hypoplastizität (MHP) in Kombination mit dem GIS-Konzept (MHP+GIS), ist ein hypoplastisches Stoffmodell für Sand, welches erstmals mit dem explizit definierten Tensor  $A$  ausgedrückt werden kann. Das dritte Modell, die NHP+GIS, verwendet mit der Neohypoplastizität (NHP) ein grundlegend neues hypoplastisches Basismodell für die Kopplung mit dem GIS-Konzept. Die NHP wurde zu einer nutzbaren Version weiterentwickelt. Sie verbessert unter anderem die Modellierung von Dilatanzeffekten in dichten Böden und verhindert das für Sand unzulässige Auftreten von Zugspannungszuständen. Der Vergleich von Elementsimulationen der entwickelten Stoffmodelle unter anderem mit realen Labordaten von verschiedenen Sanden demonstriert die Vorteile, aber auch die Anwendungsgrenzen der neuen hypoplastischen Formulierungen.



# Abstract

The comprehensive constitutive modeling of the mechanical behavior of granular soils using appropriate constitutive models has been one of the major research topics in soil mechanics for decades. In particular, advanced elasto-plastic and hypoplastic models are widely used nowadays to simulate both monotonic and cyclic deformations of soils. These models always represent a well-founded approximation of real soil behavior and can never reproduce it exactly. However, the quality of the constitutive model is crucial for the reliability of geotechnical simulations. In pursuit of improved predictions of bearing capacity and, more importantly, serviceability, more sophisticated constitutive models are being developed. Current research focuses particularly on the simulation of cyclic deformations and the consideration of an evolving anisotropic microstructure.

This work aims to investigate and further develop existing hypoplastic constitutive models, specifically with regard to the two effects mentioned above. The widely used hypoplastic model after von Wolffersdorff (HP), extended by the intergranular strain concept (IS) introduced by Niemunis and Herle, is used as reference model. The coupled HP+IS model can basically represent monotonic as well as cyclic deformations of soil. First, this model is carefully analyzed, whereby both theoretical and practical shortcomings of the basic model (HP) and its extension (IS) are systematically discussed.

To overcome the remaining shortcomings of this reference model HP+IS, three novel hypoplastic constitutive models for sand were developed in this thesis. The models are based on the proposed concept of the generalized intergranular strain (GIS), which represents a mathematical reinterpretation of the original IS concept. This extension model can significantly improve the simulation of cyclic deformations compared to the original IS approach. Among other advantages, the GIS concept prevents overshooting and enables a more realistic simulation of accumulation effects.

The first model, the HP+GIS+ACST, combines the HP as the basic model with the anisotropic critical state theory (ACST) to consider an evolving anisotropic microstructure and, due to a coupling with the GIS concept, prevents overshooting of the entire asymptotic state surface. The second model, the modified hypoplasticity (MHP) in combination with the GIS concept (MHP+GIS), is a hypoplastic constitutive model for sand that can be written for the first time using the explicitly defined tensor  $A$ . The third model, the NHP+GIS, uses the neohypoplasticity (NHP) as a novel hypoplastic basic model for the coupling with the GIS concept. The NHP has been further developed into a practically applicable version and improves the modeling of dilatancy in dense soils and also prevents the inadmissible occurrence of tensile stress states. A comparison of a large number of element simulations using the developed constitutive models including experimental data from various sands demonstrates both the advantages and the application limitations of the novel hypoplastic formulations introduced within this thesis.



# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1 Relevanz von Stoffmodellen in der Geotechnik . . . . .                    | 1         |
| 1.2 Das mechanische Verhalten von Boden . . . . .                             | 3         |
| 1.3 Ziele der Arbeit . . . . .  | 7         |
| 1.4 Struktur der Arbeit . . . . .   | 7         |
| <b>2 Konstitutive Modelle für Boden</b>                                       | <b>9</b>  |
| 2.1 Kontinuumsmechanik in der Bodenmechanik . . . . .                         | 9         |
| 2.1.1 Boden als dreiphasiges Medium . . . . .                                 | 10        |
| 2.1.2 Materielle Beschreibung in der Kontinuumsmechanik . . . . .             | 10        |
| 2.1.3 Spannung . . . . .  | 11        |
| 2.1.4 Dehnung . . . . .   | 13        |
| 2.2 Stoffmodelle für Boden . . . . .  | 14        |
| 2.3 Die Stoffmodellklasse der Hypoplastizität . . . . .                       | 15        |
| 2.4 Hypoplastizität nach von Wolffersdorff (HP) . . . . .                     | 17        |
| 2.5 Intergranulare Dehnung (IS) nach Niemunis und Herle . . . . .             | 19        |
| 2.6 Generalisierte Hypoplastizität . . . . .                                  | 24        |
| <b>3 Untersuchung weit verbreiteter hypoplastischer Formulierungen</b>        | <b>25</b> |
| 3.1 Betrachtete Sande . . . . .   | 25        |
| 3.2 Unterschätzte Dilatanz dichter Böden in der HP . . . . .                  | 29        |
| 3.3 Zugzustand in der HP . . . . .  | 32        |
| 3.4 Folgen einer hypoelastischen Steifigkeit . . . . .                        | 34        |
| 3.5 Fehlender Einfluss einer anisotropen Bodenstruktur (Fabric) in der HP . . | 35        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.6      | Untersuchungen zur intergranularen Dehnung (IS) . . . . .                        | 39        |
| 3.6.1    | Zur Initialisierung der intergranularen Dehnung . . . . .                        | 40        |
| 3.6.2    | Simulation einer zyklischen Bodenverflüssigung . . . . .                         | 42        |
| 3.6.3    | Overshooting . . . . .   | 43        |
| 3.6.4    | Unzulässige Auflockerung . . . . .   | 45        |
| 3.6.5    | Einfluss einer minimalen Störung . . . . .                                       | 46        |
| 3.6.6    | Zugzustände infolge der intergranularen Dehnung . . . . .                        | 48        |
| 3.6.7    | Unrealistisches Dämpfungsverhalten . . . . .                                     | 50        |
| 3.6.8    | Druck- und Dichteabhängigkeit akkumulativer Effekte . . . . .                    | 52        |
| 3.6.9    | Fehlender Einfluss einer zyklischen Vorbelastung . . . . .                       | 56        |
| 3.7      | Überblick über identifizierte Defizite der HP+IS . . . . .                       | 57        |
| <b>4</b> | <b>Asymptotische Zustände in hypoplastischen Stoffmodellen</b>                   | <b>59</b> |
| 4.1      | Die asymptotische Zustandoberfläche (ASBS) . . . . .                             | 59        |
| 4.2      | Asymptotische Zustände in Stoffmodellen . . . . .                                | 63        |
| 4.3      | Erweiterte generalisierte Hypoplastizität . . . . .                              | 65        |
| 4.4      | HP mit extrahierter ASBS . . . . .   | 66        |
| 4.4.1    | Extraktion der ASBS aus der HP . . . . .   | 69        |
| 4.4.2    | Zustandsmobilisierung $S$ . . . . .  | 72        |
| 4.5      | Modifizierte Hypoplastizität (MHP) mit explizit definiertem Tensor $A$ . . . . . | 74        |
| 4.6      | Vergleich von MHP und HP sowie Diskussion . . . . .                              | 82        |
| <b>5</b> | <b>Anisotrope Mikrostruktur (Fabric) in hypoplastischen Stoffmodellen</b>        | <b>85</b> |
| 5.1      | Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST) . . . . .                     | 85        |
| 5.2      | ACST kombiniert mit der HP (HP+ACST) . . . . .                                   | 87        |
| 5.3      | Sieben ACST-Parameter ( $\lambda, k_1, k_2, \mu_0, m, \alpha_D, c_r$ ) . . . . . | 94        |
| 5.4      | Diskussion zur Kopplung hypoplastischer Stoffmodelle mit der ACST . . . . .      | 96        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>6 Generalisierte intergranulare Dehnung für zyklische Verformungen</b>                              | <b>99</b>  |
| 6.1 Existierende Modifikationen des IS-Konzepts . . . . .  | 99         |
| 6.2 Das Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) . . . . .                            | 101        |
| 6.3 Kopplung der GIS mit einem Stoffmodell . . . . .   | 103        |
| 6.3.1 Bemerkung zur zyklischen Vorbelastung . . . . .  | 104        |
| 6.3.2 Bemerkung zum Overshooting . . . . .   | 105        |
| 6.3.3 Die fünf IS-Parameter ( $R, m_R, m_T, \beta_R, \chi_R$ ) . . . . .                               | 105        |
| 6.3.4 Die fünf GIS-Parameter ( $\gamma_\chi, \chi_0, \chi_{\max}, C_\Omega, \gamma_\Omega$ ) . . . . . | 107        |
| 6.4 Kopplung mit der HP (HP+GIS) . . . . .   | 108        |
| 6.4.1 Verhindertes Overshooting asymptotischer Zustände . . . . .                                      | 109        |
| 6.4.2 Steifigkeitsdegradations- und Dämpfungskurven . . . . .  | 113        |
| 6.4.3 Akkumulation infolge zyklischer undrainierter Scherung . . . . .                                 | 114        |
| 6.4.4 Einfluss einer zyklischen Vorbelastung . . . . .   | 115        |
| 6.4.5 Initialisierung der Zustandsvariablen im GIS-Konzept . . . . .                                   | 117        |
| 6.5 Kopplung mit der ACST (HP+GIS+ACST) . . . . .  | 118        |
| 6.5.1 Anisotropie infolge der Sedimentationsrichtung . . . . .   | 118        |
| 6.5.2 Monotone undrainierte Triaxialversuche . . . . .   | 122        |
| 6.5.3 Monotone drainierte Triaxialversuche . . . . .   | 124        |
| 6.5.4 Zyklische undrainierte Triaxialversuche mit vorgegebener Dehnungsamplitude . . . . .             | 127        |
| 6.5.5 Zyklischer undrainierter Triaxialversuch mit vorgegebener Spannungsamplitude . . . . .           | 131        |
| 6.6 Kopplung mit der MHP (MHP+GIS) . . . . .   | 133        |
| 6.7 Zusammenfassung . . . . .  | 134        |
| <b>7 Neohypoplastizität</b>  | <b>137</b> |
| 7.1 Über die Neohypoplastizität (NHP) . . . . .  | 137        |
| 7.2 Hyperelastische Steifigkeit . . . . .  | 138        |
| 7.2.1 Hyperelastizität in der NHP . . . . .  | 140        |
| 7.2.2 Parameter $n, c$ und $\alpha$ . . . . .  | 141        |
| 7.2.3 Hyperelastizität verhindert künstliche Akkumulation . . . . .                                    | 143        |
| 7.3 Pyknotropiefaktor . . . . .  | 144        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 7.3.1    | Parameter $k_e$   | 145        |
| 7.4      | Rotation der hyperelastischen Steifigkeit                                       | 145        |
| 7.4.1    | Parameter $\beta_L$ , $\beta_D$ und $n_L$                                       | 147        |
| 7.5      | Kompressionsbeziehung nach Bauer  | 150        |
| 7.5.1    | Parameter $h_s$ , $n_B$ , $e_{d0}$ , $e_{c0}$ und $e_{i0}$                      | 150        |
| 7.6      | Grad der Nichtlinearität  | 151        |
| 7.6.1    | Parameter $B_Y$ , $C_Y$ und $n_Y$   | 154        |
| 7.6.2    | Parameter $\varphi_i$ , $\varphi_c$ und $\varphi_d$                             | 155        |
| 7.7      | Äquivalente hypoplastische Fließregel   | 156        |
| 7.7.1    | Parameter $\varphi_a$ , $n_1$ und $n_2$   | 157        |
| 7.8      | Kontraktanz infolge der Strukturvariable  | 158        |
| 7.8.1    | Parameter $z_{\max}$ , $\alpha_z$ , $\beta_z$ , $u_z$ und $n_z$                 | 162        |
| 7.8.2    | Parameter $k_d$ , $P_z$ und $P_0$   | 163        |
| 7.8.3    | Vergleich der Strukturvariable in der NHP und des Fabric-Tensors in der HP+ACST | 165        |
| 7.9      | Dilatanz zur Vermeidung zu dichter Zustände                                     | 166        |
| 7.10     | Grafische Darstellung der NHP   | 167        |
| 7.10.1   | Antwortumhüllende   | 168        |
| 7.10.2   | Asymptotisches Verhalten  | 169        |
| 7.11     | Vereinfachte NHP-Parameterkalibration   | 171        |
| <b>8</b> | <b>Neohypoplastizität für zyklische Verformungen</b>                            | <b>175</b> |
| 8.1      | Einfacher Ansatz für zyklische Verformungen                                     | 175        |
| 8.2      | Kopplung der NHP mit der GIS (NHP+GIS)  | 178        |
| 8.3      | Elementsimulationen   | 181        |
| 8.3.1    | Monotone drainierte Triaxialversuche  | 183        |
| 8.3.2    | Monotone undrainierte Triaxialversuche  | 186        |
| 8.3.3    | Ödometerversuche ohne und mit Richtungsumkehr                                   | 191        |
| 8.3.4    | Undrainierte zyklische Triaxialversuche mit vorgegebener Spannungsamplitude     | 193        |
| 8.3.5    | Undrainierte zyklische Triaxialversuche mit vorgegebener Dehnungsamplitude      | 196        |

|                             |   |            |
|-----------------------------|---|------------|
| 8.3.6                       | Steifigkeitsdegradation und Materialdämpfung        | 198        |
| 8.3.7                       | Grafische Darstellung mittels Antwortumhüllenden    | 199        |
| 8.4                         | Diskussion zur NHP+GIS                              | 201        |
| <b>9</b>                    | <b>Gegenüberstellung, Zusammenfassung, Ausblick</b> | <b>205</b> |
| 9.1                         | Gegenüberstellung entwickelter Stoffmodelle         | 205        |
| 9.2                         | Zusammenfassung der Arbeit                          | 211        |
| 9.3                         | Ausblick  | 213        |
| <b>Literaturverzeichnis</b> |   | <b>217</b> |
| <b>A</b>                    | <b>Zusammenfassung der Gleichungen</b>              | <b>235</b> |
| A.1                         | HP+GIS+ACST   | 235        |
| A.2                         | MHP+GIS   | 237        |
| A.3                         | NHP+GIS   | 239        |
| <b>B</b>                    | <b>Numerische Implementierungen</b>                 | <b>243</b> |



## Abkürzungen

|      |   |
|------|---|
| ACST | Theorie des anisotropen kritischen Zustands (engl. anisotropic critical state theory) nach Li und Dafalias [78] |
| AP   | trockenes Einrieseln (engl. air pluviation)   |
| ARWP | Anfangsrandwertproblem (engl. boundary value problem)   |
| ASBS | asymptotische Zustandsoberfläche (engl. asymptotic state boundary surface)                                      |
| CP   | zyklische Vorbelastung (engl. cyclic preloading)  |
| CS   | kritischer Zustand (engl. critical state)   |
| CSL  | kritische Zustandslinie (engl. critical state line)   |
| CSSM | Bodenmechanik entsprechend dem Konzept des kritische Zustands (engl. critical state soil mechanics)             |
| CRIT | volumenkonstante Verformung (engl. volume-preserving deformation)   |
| DCP  | drainierte zyklische Vorbelastung (engl. drained cyclic preloading)   |
| DEM  | Diskrete-Elemente-Methode (engl. discrete element method)   |
| DSL  | Dilatanzzustandslinie (engl. dilatancy state line)  |
| DSP  | Dilatanzzustandsparameter (engl. dilatancy state parameter)   |
| FAV  | Anisotropievariable (engl. fabric anisotropy variable)  |
| FEM  | Finite-Elemente-Methode (engl. finite element method)   |
| FRS  | Fraser River Sand   |
| GIS  | generalisierte intergranulare Dehnung (engl. generalized intergranular strain)                                  |
| GGES | geotechnische gravitative Energiespeicherung (engl. geotechnical gravity energy storage)                        |
| HCA  | hochzyklisches Akkumulationsmodell nach Niemunis et al. [124] (engl. high-cycle accumulation model)             |
| HP   | Hypoplastizität (engl. hypoplasticity) nach von Wolffersdorff [179]   |
| HS   | Hochstetten Sand  |
| IP   | Integrationspunkt (engl. integration point)   |

|     |  |
|-----|--|
| IS  | intergranulare Dehnung (engl. intergranular strain) nach Niemunis und Herle [121]                        |
| ISA | ISA-Modell nach Fuentes und Triantafyllidis [38] (engl. intergranular strain anisotropy)                 |
| ISI | Verbesserung der intergranularen Dehnung nach Duque et al. [29] (engl. intergranular strain improvement) |
| ISO | isotrope Verformung (engl. isotropic deformation)  |
| KFS | Karlsruher Feinsand  |
| KS  | Karlsruher Sand  |
| LR  | letzte Belastungsumkehr (engl. last reversal)  |
| MHP | modifizierte HP (engl. modified HP)  |
| MT  | feuchtes Einstampfen (engl. moist tamping)   |
| NCL | normale Kompressionslinie (engl. normal compression line)  |
| NHP | Neohypoplastizität (engl. neohypoplasticity)   |
| OED | ödometrische Verformung (engl. oedometric deformation)   |
| PTL | Phasentransformationslinie (engl. phase transformation line)   |
| SBS | Zustandsgrenzfläche (engl. state boundary surface)   |
| UCP | undrainierte zyklische Vorbelastung (engl. undrained cyclic preloading)                                  |
| ZS  | Zbraslav Sand  |

## Notation

Zu Beginn sind einige Hinweise bezüglich der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Notation erforderlich. Sofern nicht besonders gekennzeichnet, wird in dieser Arbeit die mechanische Vorzeichenkonvention verwendet. Demzufolge sind Druckspannungen und Kompressionsverformungen negativ. Im Rahmen dieser Arbeit sind skalare Größen in Normalschrift (z.B.  $e$ ) dargestellt, während Tensoren erster und zweiter Stufe in der symbolischen Schreibweise **fett** (z.B.  $\mathbf{v}$  bzw.  $\boldsymbol{\sigma}$ ) und Tensoren vierter Stufe in **Sans-Serif** (z.B.  $\mathbf{L}$ ) Schrift geschrieben sind. In Indexnotation werden die skalaren Komponenten eines Tensors beliebiger Stufe in Normalschrift mit entsprechenden Indizes dargestellt (z.B.  $\varepsilon_{12}$ ). Innerhalb eines Summanden wird über doppelt auftretende sog. stumme Indizes von 1 bis 3 summiert (Einstinsche Summenkonvention [34]).

Eine tensorielle Gleichung mit einem oder zwei freien Indizes kann als ein System von drei bzw. neun skalaren Gleichungen betrachtet werden. Das Kronecker-Symbol  $\delta_{ij}$  und das Permutationssymbol  $e_{ijk}$  werden verwendet. Das Symbol  $\cdot$  steht für die Multiplikation mit einem stummen Index (einfache Kontraktion  $\hat{=}$  Verjüngung). Zum Beispiel kann das Skalarprodukt zweier Vektoren als  $c = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  bzw. als  $c = a_k b_k$  geschrieben werden. Die Multiplikation mit zwei stummen Indizes (doppelte Kontraktion) wird mit einem Doppelpunkt  $:$  dargestellt, zum Beispiel entspricht  $c = \mathbf{A} : \mathbf{B}$  der Schreibweise  $c = A_{ij} B_{ij}$ , wobei  $\text{tr}(\mathbf{X})$  bzw.  $X_{kk}$  die Spur eines Tensors (skalare Größe) kennzeichnet.  $\mathbf{C} = \mathbf{AB}$  bzw.  $C_{ijkl} = A_{ij} B_{kl}$  bezeichnet das dyadische Produkt, welches ohne  $\otimes$  geschrieben wird.  $\square^{-1}$  kennzeichnet einen invertierten und  $\square^T$  einen transponierten Tensor. Der Ausdruck  $(\square)_{ij}$  ist ein Operator, der die Komponente  $(i, j)$  aus dem Tensor  $\square$  extrahiert, zum Beispiel  $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma})_{ij} = T_{ik} T_{kj}$ . Der Tensor vierter Stufe  $J_{ijkl} = \delta_{ik} \delta_{jl}$  und sein symmetrisierender Teil  $I_{ijkl} = 1/2(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$  werden verwendet. Der Tensor  $\mathbf{I}$  ist singulär, stellt jedoch für symmetrische Argumente  $\mathbf{X}$  den Identitätsoperator dar, sodass  $\mathbf{X} = \mathbf{I} : \mathbf{X}$  gilt.  $\boldsymbol{\sigma}^n$  wird als eine Sequenz von  $n - 1$  Multiplikationen  $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\sigma} \dots \boldsymbol{\sigma}$  verstanden.

Die euklidische Norm eines Tensors  $\square$  wird mit  $\|\square\|$  geschrieben und normalisierte Größen sind durch  $\vec{\square} = \square / \|\square\|$  gekennzeichnet. Für die Macaulay-Klammern gilt  $\langle \square \rangle = 1/2(\square + \|\square\|)$ . Der deviatorische (spurlose) Teil eines Tensors  $\square$  wird durch einen Stern  $\square^*$  gekennzeichnet, z.B.  $\boldsymbol{\sigma}^* = \boldsymbol{\sigma} - 1/3 \mathbf{1} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ , wobei  $(\mathbf{1})_{ij} = \delta_{ij}$  gilt.

Die Proportionalität von Tensoren wird durch eine Tilde dargestellt, z.B.  $\boldsymbol{\sigma} \propto \boldsymbol{\varepsilon}$ . Das Symbol  $\hat{\square} = \square / \text{tr}(\square)$  bezeichnet den Tensor geteilt durch seine Spur, zum Beispiel  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} / \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ . Materielle Zeitableitungen werden mit  $\dot{\square}$  gekennzeichnet und räumliche Ableitungen werden mittels einer Komma-Notation kurz dargestellt, z.B.  $a_{1,2} = \partial a_1 / \partial x_2$ .

In der Darstellung der verschiedenen Stoffmodelle werden Stoffmodellparameter in **blau** hervorgehoben.



# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Relevanz von Stoffmodellen in der Geotechnik

Obwohl die praktische Bedeutung der Steifigkeit und der Festigkeit von Boden bereits von antiken Baumeistern berücksichtigt werden musste (natürlich in stark vereinfachter Anwendung), gilt die Bodenmechanik heutzutage als eine der jüngeren technischen Wissenschaften. Seit der Geburtsstunde der modernen Bodenmechanik, die auf Arbeit von Karl von Terzaghi im Jahr 1925 [170] datiert werden kann, beschäftigen sich Generationen von Wissenschaftler/innen mit der konstitutiven Modellierung des experimentell beobachteten mechanischen Verhaltens von Boden, meist unter Zuhilfenahme mathematischer Methoden. Die daraus resultierenden mathematischen Formulierungen werden als Stoffmodelle bezeichnet. Im Kern versuchen alle Stoffmodelle für Boden jene Steifigkeit und Festigkeit zu beschreiben, die bereits die genannten antiken Baumeister berücksichtigt haben. Dies kann volumnfänglich jedoch nur auf Grundlage eines ganzheitlichen physikalischen Verständnisses des komplexen mechanischen Bodenverhaltens gelingen. Das Ziel der andauernden Stoffmodellentwicklung besteht daher zum einen in dem vertieften Verständnis des mechanischen Verhaltens von Boden und zum anderen darin, geotechnische Konstruktionen (z.B. Tunnel, Stützbauwerke, Flach- und Tiefgründungen, Baugruben, Böschungen, Dammbauwerke usw.) im Hinblick auf die Tragfähigkeit und die Gebrauchstauglichkeit möglichst effizient zu dimensionieren. Die Anwendung fortgeschrittener Stoffmodelle kann daher entscheidend sowohl zur Beantwortung wissenschaftlicher Fragestellungen als auch praktischer Herausforderungen beitragen.

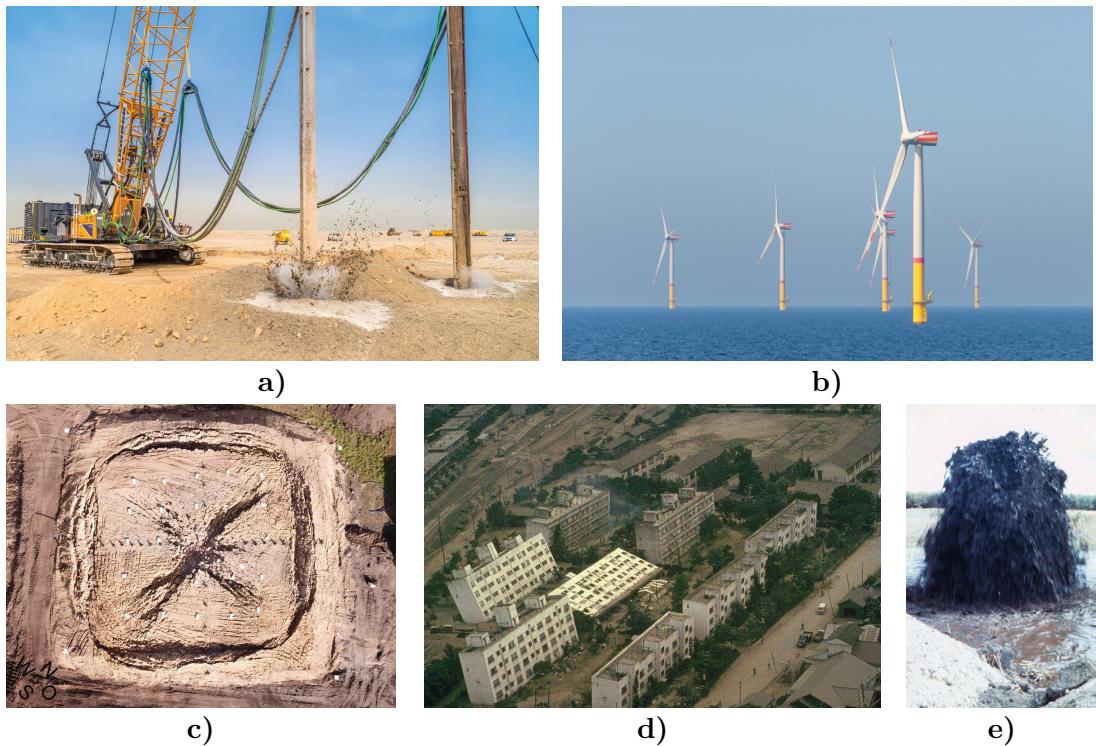
Interessanterweise können die für Boden entwickelten Stoffmodelle auch für Aufgaben verwendet werden, die nicht unbedingt dem klassischen Bauingenieurwesen zugeordnet werden können. Fortgeschrittene Stoffmodelle für Sand können beispielsweise auch auf viele andere granulare Medien (Zucker, Salz usw.) übertragen werden, vorausgesetzt, der jeweilige Maßstab erlaubt weiterhin eine kontinuumsmechanische Betrachtung. Bei letzterer werden nicht einzelne diskrete Körner, sondern ein Korngefüge aus einer Vielzahl einzelner Körner betrachtet. Die moderne Stoffmodellentwicklung bedient sich dabei der Werkzeuge der Mathematik und der Kontinuumsmechanik.

Ungeachtet des skizzierten Fortschritts in den verfügbaren Methoden bestehen nach wie vor große Schwierigkeiten in der zutreffenden konstitutiven Beschreibung des mechanischen Bodenverhaltens. Ursächlich hierfür ist schlicht die Komplexität des Materials Boden. Dessen mechanisches Verhalten zeichnet sich selbst bei einer vermeintlich trivialen monotonen Belastung und gegebenenfalls wenigen Belastungsumkehrungen durch ausgeprägte nichtlineare Effekte wie beispielsweise Dichte- und Druckabhängigkeiten (Pyknotropie und Barotropie) aus. Hinzu kommen Abhängigkeiten von der Verformungsgeschichte unter Berücksichtigung der zyklischen Vorbelastung sowie eine erhöhte Steifigkeit infolge einer Belastungsumkehr bzw. zu Beginn einer Belastung (engl. small strain stiffness). Zudem zeigt sich im Boden infolge zyklischer Belastung ein hysteretisches und kumulatives Verhalten. Ebenso können zeitabhängige (viskose) Effekte, welche sich in Kriech- und Relaxationsprozessen sowie Alterungseffekten manifestieren, relevant sein. Bei allen Bemühungen zur Verbesserung bestehender und zur Entwicklung neuer Modelle, also auch beim Lesen der vorliegenden Arbeit, sei der Leser daher an die Worte von Prof. Box erinnert:

Essentially, all models are wrong, but some are useful.

G. E. P. Box

Abbildung 1.1 zeigt exemplarisch einige Anwendungsfälle, in denen eine zyklische und im Allgemeinen komplexe Beanspruchung des Bodens vorliegt. Infolge einer induzierten zyklischen Verformung des Bodens kann ein Verdichtungseffekt erzielt werden. Dies wird beispielsweise bei der Rütteldruckverdichtung, wie in Abbildung 1.1a dargestellt, genutzt, um die bautechnischen Eigenschaften des Baugrunds zu verbessern [62]. Auf einem so bautechnisch ertüchtigten Baugrund kann beispielsweise eine Flachgründung von Windenergieanlagen erfolgen, welche im Laufe ihrer Lebensdauer infolge der millionenfach wechselnden Windbeanspruchung (Richtung, Frequenz und Amplitude) hochzyklisch beansprucht wird. Dies kann zu sich im Laufe der Zeit akkumulierenden Setzungen führen [188]. Im Fall von Offshore-Windenergieanlagen, siehe Abbildung 1.1b, überlagern in Richtung, Frequenz und Amplitude variable Wellenbeanspruchungen die Windeinwirkungen. Gegenwärtig sind die meisten Offshore-Windenergieanlagen auf Monopiles (Einzelpfähle) gegründet [58, 147, 157]. Deren Installation erfolgt meist schlagend, wodurch bereits in der Bauphase erhebliche zyklische Verformungen auftreten. Die in Zukunft unter anderem aus Windenergie oder Photovoltaikanlagen in großem Maßstab gewonnene erneuerbare elektrische Energie muss teilweise zwischengespeichert werden, um Variabilität in der Stromproduktion ausgleichen zu können. Das neuartige Konzept der geotechnischen gravitativen Energiespeicherung (GGES), siehe Abbildung 1.1c, stellt dabei eine innovative Möglichkeit der Energiespeicherung dar, bei der große Energiekapazitäten bei geringen Energieverlusten erreicht werden können. Der überlagernde Boden erfährt bei der GGES zyklische Verformungen, weshalb das mechanische Verhalten des gesamten GGES-Systems nur mittels fortgeschritten Stoffmodelle betrachtet werden kann [103]. Zuletzt können zyklische Verformungen des Bodens beispielsweise während eines Erdbebens zum Verlust der effektiven Spannungen, der sogenannten Bodenverflüssigung, führen. Der resultierende

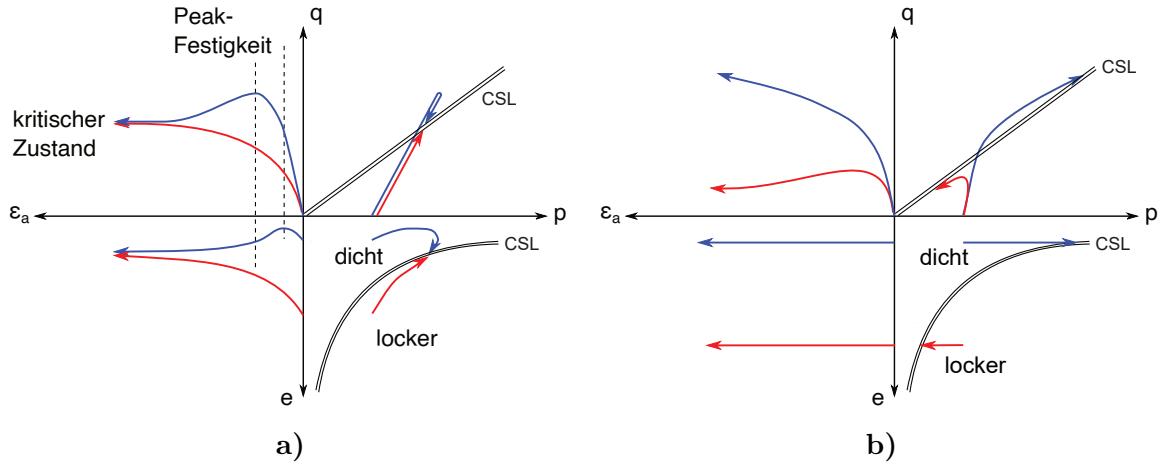


**Abbildung 1.1:** Ausgewählte Beispiele des komplexen mechanischen Verhaltens granularer Böden, primär infolge zyklischer Belastung: a) Baugrundverbesserung mittels des Rütteldruckverfahrens [43], b) Offshore-Windenergieanlage [143], c) geotechnische gravitative Energiespeicherung (GGES) [103, 161], d) Bauwerksversagen aufgrund einer Bodenverflüssigung infolge eines Erdbebens 1964 in Niigata (Japan) [131] und e) Sandvulkan, welcher durch Porenwasserüberdrücke im Boden entstehen kann [71]

Verlust der Schubsteifigkeit des Bodens kann in Tragfähigkeitsverlusten von Gründungen resultieren, wie in Abbildung 1.1d am Beispiel des Erdbebens 1964 im japanischen Niigata gezeigt ist. Der Abbau der effektiven Spannungen infolge der zyklischen und nahezu volumenkonstanten Verformungen ist dabei ursächlich, der Porenwasserdruckaufbau die Folge. Letzterer kann jedoch zu interessanten Effekten führen, wie beispielsweise einem in Abbildung 1.1e gezeigten Sandvulkan. Zur Modellierung bzw. zum Verständnis dieser und weiterer komplexer bodenmechanischer Effekte bzw. geotechnischen Aufgaben sind fortgeschrittene Stoffmodelle unumgänglich.

## 1.2 Das mechanische Verhalten von Boden

Die vorliegende Arbeit legt ihren Fokus auf die mathematische Beschreibung des mechanischen Bodenverhaltens. Zunächst lässt sich das Verhalten von Boden jedoch auch qualitativ beschreiben. Im Fokus steht dabei grobkörniger Boden (Sand und Kies), welcher auch als granulares Medium oder Psammoid [48] bezeichnet werden kann und in guter Näherung ein ratenunabhängiges mechanisches Verhalten aufweist. Feinkörnige, plasti-



**Abbildung 1.2:** Schematisches mechanisches Verhalten von Boden infolge eines monotonen Triaxialversuchs für eine lockere und eine dichte Probe:  $pq$ -,  $\varepsilon_a q$ -,  $\varepsilon_a e$ - und  $pe$ -Diagramm: a) drainierter Fall (modifiziert aus [109]) und b) undrainierter Fall

sche Böden, auch Peloide [48], können hingegen ein teils ausgeprägtes ratenabhängiges Verhalten zeigen und finden in dieser Arbeit nur untergeordnete Berücksichtigung.

Die im Folgenden betrachteten Versuche werden als Elementversuche interpretiert. Bei einem Elementversuch liegen theoretisch nur homogene Felder und keine räumlichen Gradienten der Zustandsvariablen vor. Experimentell existiert jedoch kein absolut homogener Elementversuch. Beispielweise führt Reibung an den Probenrändern zu Gradienten im Spannungsfeld. Außerdem bilden sich bereits relativ früh im Experiment Scherfugen oder Scherfugenmuster, also Bereiche mit lokalisierter Dehnung und erhöhter Porosität [27, 130].

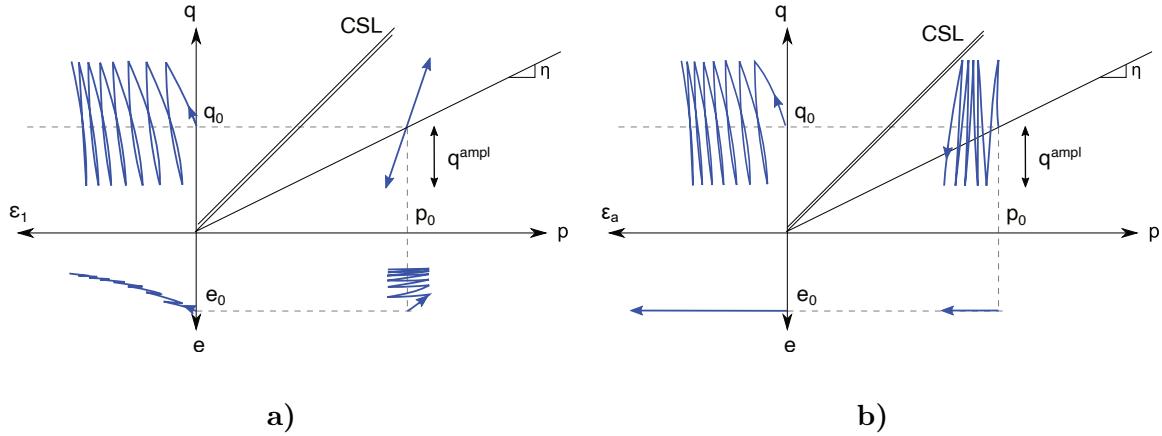
Das grundlegende mechanische Verhalten eines granularen Mediums infolge eines monotonen drainierten triaxialen Kompressionsversuchs (axialsymmetrisch) ist in Abbildung 1.2a dargestellt. Der Versuch stellt eine homogene Scherung des betrachteten Bodenelements dar, bei der sich der Dehnungspfad infolge eines vorgegebenen effektiven Spannungspfades einstellt. Bei der üblicherweise gewählten Versuchsdurchführung an gesättigten Proben werden dabei keine Änderungen des Porenwasserdrucks  $p_f$  gemessen. Infolge der monotonen Belastung entlang eines vorgegebenen effektiven Spannungspfades (im  $pq$ -Diagramm<sup>1</sup> mit einer Neigung von  $1/3$ ) zeigt sich zunächst die deutliche Dichteabhängigkeit. Dichte Proben erreichen eine Peak-Festigkeit (maximale Deviatorspannung  $q$ , Peak-Reibungswinkel  $\varphi_{\text{Peak}}$ ), während lockere Proben ohne Peak-Festigkeit direkt die residuale (asymptotische) Festigkeit anstreben. Im  $pq$ -Diagramm wird asymptotisch ein Zustand auf der kritischen Zustandslinie (engl. critical state line (CSL)) erreicht, welche von dichten Proben zuvor übertroffen wurde. Bei Betrachtung der Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  zeigt sich, dass dichte Proben zu Beginn der Scherung eine höhere Steifigkeit aufweisen. Die im Allgemeinen als Dilatanz bezeichnete irreversible

<sup>1</sup>Die Spannungsinvarianten  $p$  (mittlerer effektiver Druck) und  $q$  (Deviatorspannung) werden in Kapitel 2 eingeführt.

Volumenänderung infolge einer Scherung umfasst kontraktantes (Volumenreduktion) und dilatantes (Volumenvergrößerung) Verhalten. Zu Beginn einer jeden Scherung, ausgehend von einem isotropen Spannungszustand, zeigt sich zunächst ein kontraktantes Verhalten (Verdichtung), wie im Verlauf der Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung zu erkennen ist. Lockere Proben zeigen während der gesamten Belastung ein rein kontraktantes Verhalten, wenngleich die Kontraktanzrate abnimmt und asymptotisch die kritische Porenzahl  $e_c$  erreicht wird. Dichte Proben hingegen zeigen nach der anfänglichen Kontraktanz eine erneute Volumenvergrößerung (Dilatanz). Auch hier wird asymptotisch die kritische Porenzahl  $e_c$  angestrebt. Eine Probe kann sich bei gleicher Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit des mittleren effektiven Drucks  $p$  entweder wie ein lockerer oder wie eine dichter Boden verhalten. Die Grenze zwischen diesen beiden Bereichen wird durch die CSL im  $ep$ -Kompressionsdiagramm beschrieben. Zusätzlich sind Nichttrivialitäten, wie beispielsweise der Kornbruch, also das Versagen einzelner Körner bei großen effektiven Drücken, bei der Diskussion von Kompressionsbeziehungen zu erwähnen. Die asymptotisch erreichten Werte sind bei einem monotonen drainierten Triaxialversuch unabhängig von der initialen Dichte.

Abbildung 1.2b zeigt einen monotonen Triaxialversuch unter undrainierten Bedingungen. Bei undrainierten Versuchen ist der Dehnungspfad vorgegeben, sodass sich ein effektiver Spannungspfad einstellt. Dieser ist infolge von Kontraktanz- und Dilatanzeffekten im  $pq$ -Diagramm gekrümmt. Porenzahländerungen (volumetrische Verformungen) sind bei isochoren Bedingungen theoretisch ausgeschlossen, wenngleich in realen Experimenten solche isochore Bedingungen nur schwer zu erreichen sind (beispielsweise aufgrund einer nicht vollständigen Sättigung oder der Membranpenetration). Ein lockerer Boden zeigt durch die verhinderte Kontraktanz einen starken Abbau des mittleren effektiven Drucks  $p$  (Spannungsrelaxation), während sich in einem dichten Boden durch verhinderte Dilatanz ein starker Aufbau des mittleren effektiven Drucks (Verspannung) einstellt. Die Deviatorspannung  $q$  im kritischen Zustand ist für einen initial lockeren Boden signifikant geringer als für einen initial dichten Boden. Diese Spannung wird als undrainierte Scherfestigkeit bezeichnet und hängt folglich entscheidend von der Porenzahl des Bodens ab. Bei einem klassischen undrainierten Triaxialversuch ist neben dem Dehnungspfad auch der Pfad der totalen Spannungen (effektive und totale Spannungen im Sinne von Terzaghi) vorgegeben. In einem solchen klassischen undrainierten Triaxialversuch lassen sich daher Änderungen des Porenfluiddrucks  $p_f$  beobachten. Letztere ergeben sich infolge der durch Kontraktanz bzw. Dilatanz induzierten Änderungen des effektiven Drucks. Diese Kausalität wird in der modernen Bodenmechanik oft nicht zutreffend behandelt. Volumenkonstante Versuche sind theoretisch auch mit einem luftgefüllten Porenraum möglich und die Existenz von Wasser im Porenraum ist nicht notwendig.

Wie anhand der Beispiele in Abbildung 1.1 demonstriert, ist das Verhalten von Boden unter zyklischer Belastung in vielen Fällen von großer Bedeutung. Abbildung 1.3a zeigt daher das Bodenverhalten infolge einer zyklischen Verformung schematisch anhand eines drainierten zyklischen Triaxialversuchs mit vorgegebener Deviatorspannungsamplitude  $q^{\text{ampl}}$ . Ausgehend von einem anisotropen Anfangszustand führen zyklisch aufgebrachte Änderungen der Deviatorspannung zu einer akkumulativen (mit der Zyklenzahl anwach-



**Abbildung 1.3:** Schematisches mechanisches Verhalten von Boden infolge eines zyklischen Triaxialversuchs mit vorgegebener Spannungsamplitude im  $pq$ -,  $\varepsilon_a q$ -,  $\varepsilon_a e$ - und  $pe$ -Diagramm: a) drainierter Fall (modifiziert aus [140]) und b) undrainierter Fall

senden) Verformung der Probe. Die Akkumulationsgeschwindigkeit nimmt dabei mit zunehmender Zyklenzahl ab. Infolge jedes Belastungsrichtungswechsels zeigt sich aufgrund der erhöhten Steifigkeit nach einer Belastungsumkehr (engl. small strain stiffness) ein hysteretisches Verhalten. Nach einer Belastungsrichtungsumkehr zeigt der Boden ein kontraktantes Verhalten und es stellt sich bei dem in Abbildung 1.3a betrachteten mittleren Spannungsverhältnis eine akkumulative Verdichtung ein.

Abbildung 1.3b illustriert exemplarisch das Bodenverhalten infolge eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs. Dabei stellen sich keine Änderungen der Porenzahl ein. Die verhinderte Kontraktanz infolge jeder Belastungsrichtungsumkehr zeigt sich in einer Relaxation der mittleren effektiven Spannungen, unabhängig von der Dichte der Probe. Die Dichte beeinflusst jedoch die Akkumulationsgeschwindigkeit. Asymptotisch wird sich der Spannungspfad an die CSL annähern. Für einen isotropen Anfangsspannungszustand wird in der Phase der sogenannten zyklischen Mobilität (engl. cyclic mobility) eine temporäre zyklische Bodenverflüssigung ( $p = q = 0$ ) erreicht, welche aufgrund der vorgegebenen Deviatorspannungsamplitude von einem schmetterlingsförmigen effektiven Spannungspfad (engl. butterfly effect) begleitet wird.

Für drainierte Triaxialversuche gilt ein vorgegebener effektiver Spannungspfad. Undrainierte Triaxialversuche weisen einen vorgegebenen und proportionalen Dehnungspfad auf. In beiden Fällen liegt ein axialsymmetrischer Zustand vor. Im Allgemeinen sind jedoch sowohl die Spannungs- als auch die Dehnungspfade nicht proportional und bodenmechanische bzw. geotechnische Probleme stellen immer ein dreidimensionales Problem dar. Moderne Stoffmodelle sind daher in voller tensorieller Schreibweise formuliert, wenngleich letztere meist nur anhand von klassischen Triaxialversuchen unter axialsymmetrischen Bedingungen kalibriert und entwickelt werden können.

## 1.3 Ziele der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, einen entscheidenden Beitrag zur Untersuchung bestehender und zur Entwicklung neuer hypoplastischer Stoffmodelle für Sand zu leisten und entsprechend bodenmechanische Stoffmodelle der neusten Generation zu entwickeln. Im Mittelpunkt stehen dabei sowohl die gezielte Analyse gegenwärtig weit verbreiteter Modelle als auch die Entwicklung neuer konstitutiver Konzepte.

Bestehende hypoplastische Modelle werden sowohl unter praktischen als auch theoretischen Gesichtspunkten systematisch und in erster Linie auf Elementebene untersucht, um Grenzen der Anwendbarkeit gezielt zu diskutieren. Ein besonderes Augenmerk wird dabei neben der quantitativen Reproduktion experimenteller Ergebnisse primär auf das Auftreten von qualitativ unzulässigen Spannungszuständen, welche infolge bestimmter Verformungen auftreten können, gelegt. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse dienen nicht nur der wissenschaftlichen Einordnung und der Motivation neuer Stoffmodellentwicklungen, sondern sollen auch potenzielle Fehlinterpretationen in der Anwendung vermeiden und den Nutzer für kritische Aspekte der Stoffmodellauswahl sensibilisieren.

Darauf aufbauend sollen neue konstitututive Konzepte entwickelt werden, die insbesondere auf die realitätsnahe Modellierung zyklischer Verformungen sowie den Einfluss einer anisotropen Mikrostruktur auf das mechanische Verhalten von Boden in hypoplastischen Modellen abzielen. Die zutreffende Modellierung dieser Effekte ist gegenwärtig Gegenstand bodenmechanischer Stoffmodellentwicklungen weltweit, da sie durch bestehende Modelle nur bedingt und/oder fehlerhaft abgebildet werden. Die Fülle der existierenden Ansätze aus der Literatur ist entsprechend im Hinblick auf die Entwicklung der neuen Konzepte einzuordnen.

Die infolgedessen entwickelten neuen hypoplastischen Stoffmodelle werden experimentellen Daten gegenübergestellt und sowohl aus theoretischen Gesichtspunkten als auch aus der praktischen Perspektive, beispielsweise bezüglich der erforderlichen Parameterkalibration, kritisch diskutiert. Die Arbeit verfolgt damit das Ziel, sowohl ein vertieftes mechanisches Verständnis granularer Böden zu fördern und bestehende hypoplastische Modelle kritisch zu diskutieren als auch neue konstitututive Konzepte einzuführen und zu etablieren.

## 1.4 Struktur der Arbeit

Die Einleitung führte den Leser bereits in das komplexe mechanische Verhalten von Boden ein und zeigte die Notwendigkeit der stetigen Weiterentwicklung konstitutiver Modelle für Boden auf.

Eine vertiefte Einführung in die bodenmechanische Stoffmodellierung ist Gegenstand des **Kapitels 2**. Neben allgemeinen Grundlagen wird vorrangig die Klasse der hypoplastischen Stoffmodelle beleuchtet. Zwei im weiteren Verlauf der Arbeit verwendete Formulierungen, namentlich die Hypoplastizität nach von Wolffersdorff [179] (HP) und dieselbe mit der Erweiterung der intergranularen Dehnung nach Niemunis und Herle [121] (engl.

intergranular strain (IS)) bzw. das gekoppelte Modell (HP+IS), werden dabei im Detail diskutiert.

Darauf aufbauend zeigt **Kapitel 3** einige Defizite dieser beiden Formulierungen (HP bzw. HP+IS). Dies ist gerade vor dem Hintergrund der weiten Verbreitung von großem praktischen Interesse und motiviert die Entwicklung besserer Modelle. Kapitel 3 kann dem Anwender der HP bzw. der HP+IS zudem zu einem vertieften Verständnis genannter Stoffmodelle dienen.

**Kapitel 4** betrachtet sog. asymptotische Zustände und diskutiert die dazugehörige asymptotische Zustandsoberfläche (engl. asymptotic state boundary surface (ASBS)) in hypoplastischen Stoffmodellen. Eine mathematisch äquivalente Formulierung der HP mit extrahierter ASBS, also mit Berücksichtigung der Lage des aktuellen Zustands bezüglich der ASBS, wird vorgeschlagen. Zudem werden Ansätze zur expliziten Definition der ASBS für Sand im Rahmen einer modifizierten Version der HP (engl. modified HP (MHP)) vorgestellt.

Die Theorie des anisotropen kritischen Zustands (engl. anisotropic critical state theory (ACST)), welche den Einfluss einer anisotropen Mikrostruktur auf das mechanische Verhalten von Boden beschreibt, wird in **Kapitel 5** mit der HP zur HP+ACST gekoppelt. Hierzu wird ein sog. Fabric-Tensor mitsamt Entwicklungsgleichung als weitere Zustandsvariable eingeführt.

Um den Defiziten der IS-Formulierung für die Simulation zyklischer Verformungen zu begegnen, wird in **Kapitel 6** mit dem Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (engl. generalized intergranular strain (GIS)) ein neuer Ansatz zur Berücksichtigung der erhöhten Steifigkeit bei kleinen Dehnungen, also der Modellierung von zyklischer Verformungen, vorgestellt. Das GIS-Konzept ist als Erweiterungsmodell zu verstehen und wird in Kapitel 6 sowohl mit der HP als auch mit der HP+ACST zur HP+GIS+ACST gekoppelt. Die HP+GIS+ACST wird darauf aufbauend mit realen Versuchsdaten verglichen. Außerdem wird die MHP um die GIS zur MHP+GIS erweitert.

Mit der Neohypoplastizität (engl. neohypoplasticity (NHP)) wird in **Kapitel 7** ein neues hypoplastisches Stoffmodell für monotone Verformungen vorgestellt. Die NHP wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit entscheidend weiterentwickelt. Sie behebt einige der Defizite der HP. Neben theoretischen Grundlagen werden auch Hinweise zur Parameterkalibrierung gegeben.

In **Kapitel 8** wird auch die NHP mit der GIS zur Simulation von zyklischen Verformungen gekoppelt. Das resultierende Stoffmodell der NHP+GIS wird mittels numerischer Elementsimulationen experimentellen Daten von drei unterschiedlichen Versuchssanden gegenübergestellt und abschließend kritisch diskutiert.

Eine vergleichende Betrachtung der entwickelten Stoffmodelle mittels eines Anfangswertproblems, eine Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick auf zukünftige Forschungsfragen sind Bestandteil des **Kapitels 9**. Der **Anhang A** fasst alle konstitutiven Gleichungen der HP+GIS+ACST, der MHP+GIS sowie der NHP+GIS zusammen. Hinweise zu den entsprechenden numerischen Implementierungen sind dem **Anhang B** zu entnehmen.

# Kapitel 2

## Konstitutive Modelle für Boden

Das vorliegende Kapitel führt zunächst in die, auf den Prinzipien der Kontinuumsmechanik beruhende, konstitutive Modellierung von Boden ein. Hierzu werden Begriffe wie Spannung und Dehnung definiert. Darauf aufbauend wird die im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Stoffmodellklasse der Hypoplastizität eingeführt. Die Darstellung von zwei im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Referenzmodellen, die Hypoplastizität nach von Wolffersdorff [179] (HP) und die HP mit der Erweiterung der intergranularen Dehnung (engl. intergranular strain (IS)) nach Niemunis und Herle [121] (HP+IS), runden dieses Kapitel ab.

### 2.1 Kontinuumsmechanik in der Bodenmechanik

Bei der konstitutiven Beschreibung von Boden bedient sich die Bodenmechanik in der Regel der Konzepte der Kontinuumsmechanik. Dabei ist zunächst festzustellen, dass es sich bei einem granularen Medium um keinen kontinuierlichen Feststoff, sondern um ein diskretes (granulares) Medium handelt. Über Kontakte übertragen einzelne Sandkörner Kontaktkräfte auf benachbarte Körner und es können sich Kraftketten ausbilden. Jedes einzelne Korn unterliegt dabei den Newtonschen Gesetzen<sup>1</sup>.

Um die Methoden der Kontinuumsmechanik auf die Bodenmechanik übertragen zu können, muss der Boden zunächst gedanklich homogenisiert werden, sodass tensorielle, vektorielle und skalare Felder beispielsweise der Spannung  $\sigma$ , der Dehnung  $\varepsilon$ , der Verschiebung  $\mathbf{u}$  und auch der Porenzahl  $e$  beschrieben werden können.

---

<sup>1</sup>Die sog. Diskrete-Elemente-Methode (engl. discrete element method (DEM)) betrachtet den Boden tatsächlich als Diskontinuum, in dem jedes einzelne Korn und die Kontakte zwischen den Körnern simuliert werden [23].

### 2.1.1 Boden als dreiphasiges Medium

Boden kann vereinfachend als ein dreiphasiges Medium, bestehend aus einer festen Phase (Mineralbestandteile) mit dem Volumen  $V_s$ , einer flüssigen Phase (Fluid) mit dem Volumen  $V_f$  und einer gasförmigen Phase mit dem Volumen  $V_a$  betrachtet werden. Das Volumen der flüssigen Phase  $V_f$  bildet zusammen mit dem Volumen der gasförmigen Phase  $V_a$  den Porenraum mit dem Porenvolumen  $V_p$ . Der Porenanteil  $n$  sowie die Porenzahl  $e$  sind als Verhältnisse der jeweiligen Volumina definiert

$$n = \frac{V_p}{V} \quad \text{bzw.} \quad e = \frac{V_p}{V_s} \quad (2.1)$$

und lassen sich mittels  $e = n/(1 - n)$  ineinander umrechnen. Teilgesättigte Böden, bei welchen der Porenraum sowohl mit Wasser als auch mit Luft gefüllt ist, werden weiter nicht betrachtet.

Die aktuelle Dichte (Porenzahl) eines trockenen Bodens kann neben der effektiven Spannung als eine der wichtigsten physikalisch begründeten Bodenzustandsgrößen definiert werden. Die Grenzen der unter idealisierten Bedingungen erreichbaren Porenzahlen entsprechen der lockersten ( $e_{\max}$ ) bzw. der dichtesten Lagerung ( $e_{\min}$ ). Für ein granulares Medium bestehend aus perfekten, gleichgroßen Kugeln gilt für die lockerste Lagerung für die einfachste Packung  $e_{\max} = 0,908$  und für die dichteste Lagerung für die pyramidale Packung  $e_{\min} = 0,35$  [151]. Mithilfe der relativen (bezogenen) Lagerungsdichte

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (2.2)$$

lässt sich die Lagerung (locker bzw. dicht) grobkörniger Böden beurteilen. Je größer  $I_D$ , desto dichter ist der Boden. Bei unregelmäßiger Kornform muss die lockerste und dichteste Lagerung experimentell ermittelt werden. Die entsprechenden Verfahren (vorsichtiges Einrieseln, Rütteltischversuch, Schlaggabelversuch) sind in der DIN 18126 [28] normativ geregelt. Es zeigt sich darüber hinaus, dass die Grenzporenzahlen eines natürlichen Bodens druckabhängig sind. Sowohl die kleinste als auch die größtmögliche Porenzahl nehmen infolge einer Druckerhöhung ab. Die druckbezogene relative Lagerungsdichte  $I_d$  wird mit Gl. (2.42) eingeführt.

### 2.1.2 Materielle Beschreibung in der Kontinuumsmechanik

Die klassische Bodenmechanik und die vorliegende Arbeit verwendet die sog. Lagrange-sche (materielle) Beschreibung. Dabei werden alle Felder im Raum mit einem ortsfesten kartesischen Koordinatensystem  $\mathbf{x}$  bezüglich eines Materialpunktes  $\mathbf{X}$  (Koordinate in der sog. Referenzkonfiguration) betrachtet. Die Bewegung eines Körpers wird durch die Bahnkurve

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) \quad (2.3)$$

beschrieben. Mit der Zeit  $t$  kann sich die aktuelle Lage  $\mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$  eines Materialpunktes  $\mathbf{X}$  ändern, wobei die aktuelle Koordinate  $\mathbf{x}$  des Teilchens  $\mathbf{X}$  als Momentankonfiguration bezeichnet wird. Für die Verschiebung gilt dementsprechend

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X} . \quad (2.4)$$

Materielle Zeitableitungen eines Tensors werden mit  $\dot{\cdot}$  gekennzeichnet. Somit können der Deformationsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{D}$  und der Drehgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{W}$  definiert werden:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} [(\nabla \dot{\mathbf{x}}) + (\nabla \dot{\mathbf{x}})^T] \quad \text{bzw.} \quad D_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{x}_{i,j} + \dot{x}_{j,i}) , \quad (2.5)$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} [(\nabla \dot{\mathbf{x}}) - (\nabla \dot{\mathbf{x}})^T] \quad \text{bzw.} \quad W_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{x}_{i,j} - \dot{x}_{j,i}) . \quad (2.6)$$

Nach dem Objektivitätsprinzip der rationalen Kontinuumsmechanik müssen Stoffmodelle und die dazugehörigen Zustandsgrößen unabhängig von der Bewegung des Beobachters sein. Es müssen dafür objektive Größen, also Größen, die sich bei einer Rotation des Koordinatensystems nicht ändern, verwendet werden. Der Deformationsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{D}$  erfüllt das Objektivitätsprinzip, wohingegen der Drehgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{W}$  nicht objektiv ist. Stoffmodelle in Ratenform werden daher mit  $\mathbf{D}$  formuliert, siehe Abschnitt 2.2.

### 2.1.3 Spannung

Die effektive Cauchy-Spannung ist die bedeutendste Zustandsvariable der Bodenmechanik. Sie wird durch den Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  ausgedrückt:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} . \quad (2.7)$$

Dabei stellen die Hauptdiagonalelemente Normalspannungen und die Außerdiaagonalelemente Schubspannungen dar.

Nach dem Prinzip von Terzaghi wird zwischen der effektiven Spannung (Korn-zu-Korn-Spannung)  $\boldsymbol{\sigma}$  und der totalen Spannung  $\boldsymbol{\sigma}^{\text{tot}}$  unterschieden. Mit dem Porenfluiddruck (Porenwasserdruck)  $p_f = p_f^{\text{abs}} - p_a$ , welcher als Differenz zwischen dem absoluten Porenfluiddruck  $p_f^{\text{abs}}$  und dem atmosphärischen Druck  $p_a = 100 \text{ kPa}$  definiert ist, lässt sich das Prinzip der effektiven Spannung für vollständig gesättigte Böden formulieren:

$$\boldsymbol{\sigma}^{\text{tot}} = \boldsymbol{\sigma} - p_f \mathbf{1} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{ij}^{\text{tot}} = \sigma_{ij} - p_f \delta_{ij} . \quad (2.8)$$

Infolge der Drehimpulsbilanz zeigt sich die Symmetrie des Cauchy-Spannungstensors. Es gilt also  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  bzw.  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$ . Der Spannungsvektor  $t_i$  (Tensor 1. Stufe) auf einer

beliebig geneigten Schnittfläche mit dem Flächennormalenvektor  $n_i$  lässt sich aus dem Spannungstensor  $\sigma_{ij}$  unter Anwendung des Cauchy-Theorems

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \quad (2.9)$$

bestimmen. Für jeden Spannungszustand existieren drei wechselseitig senkrechte Ebenen, auf welchen nur Normalspannungen auftreten. In diesem Fall verschwinden die Schubspannungen und die Normalspannungen werden Hauptspannungen genannt. Das Koordinatensystem, in welchem ein Tensor zweiter Stufe in Diagonalform auftritt, wird Hauptachsensystem genannt. Die Diagonaleinträge (Hauptspannungen) stellen in diesem Fall die Eigenwerte des Spannungstensors dar. Für den Spannungstensor im Hauptachsensystem mit den Hauptspannungen als Diagonaleinträge gilt:

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} . \quad (2.10)$$

Die drei Eigenwerte  $\lambda$  ergeben sich aus der Lösung des Eigenwertproblems und stellen Invarianten dar. Invarianten sind im Allgemeinen skalare Funktionen eines Tensors, deren Wert unabhängig vom gewählten Koordinatensystem ist. Diese Eigenschaft der Funktion muss darüber hinaus für jeden möglichen Tensor gelten.

In der Bodenmechanik findet eine Reihe von Spannungs invarianten Anwendung. Zu den Wichtigsten zählen die Roscoe-Invarianten (mittlerer effektiver Druck  $p$ , Deviatorspannung  $q$ ) und der Lode-Winkel  $\theta$ , für welche in der allgemeinen Formulierung und unter axialsymmetrischen Bedingungen ( $\sigma_1 = \sigma_a$  und  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_r$ ) gilt:

$$p = -\frac{1}{3} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \stackrel{\text{ax. symm.}}{=} \frac{1}{3}(-\sigma_a - 2\sigma_r) \quad (2.11)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}^* : \boldsymbol{\sigma}^*} = \sqrt{\frac{3}{2} \|\boldsymbol{\sigma}^*\|} \stackrel{\text{ax. symm.}}{=} -\sigma_a + \sigma_r , \quad (2.12)$$

$$\cos(3\theta) = -\sqrt{6} \vec{\sigma}_{ij}^* \vec{\sigma}_{jk}^* \vec{\sigma}_{ki}^* \stackrel{\text{ax. symm.}}{=} \pm 1 . \quad (2.13)$$

Im axialsymmetrischen Fall gilt für einen Extensioßspannungszustand  $q < 0$  und im Falle eines Kompressionsspannungszustands  $q > 0$ . Darüber hinaus werden auch oft die isometrischen Invarianten verwendet:

$$P = \sqrt{3}p = -\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \stackrel{\text{ax. symm.}}{=} \frac{1}{\sqrt{3}}(-\sigma_a - 2\sigma_r) , \quad (2.14)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2}{3}}q = \|\boldsymbol{\sigma}^*\| \stackrel{\text{ax. symm.}}{=} \sqrt{\frac{2}{3}}(-\sigma_a + \sigma_r) . \quad (2.15)$$

Die isometrischen (längenerhaltenden) Invarianten verzerren Abstände zwischen zwei Spannungszuständen in  $PQ$ -Diagramm und im Hauptspannungsraum nicht.

Die materielle Zeitableitung der effektiven Spannung  $\dot{\sigma}$  ist nicht objektiv. Daher wird als objektive Rate der effektiven Spannung oft die Zaremba-Jaumann-Rate

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma} + \sigma \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \sigma \quad (2.16)$$

verwendet, welche den Drehgeschwindigkeitstensor nach Gl. (2.6) berücksichtigt.

## 2.1.4 Dehnung

Die Dehnung bzw. Verzerrung  $\varepsilon$  stellt in der Regel keine Bodenzustandsgröße dar. Allerdings spielt sie bei der Beschreibung des Stoffverhaltens eine entscheidende Rolle. Der Dehnungs- bzw. Verzerrungstensor

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \frac{1}{2}\gamma_{12} & \frac{1}{2}\gamma_{13} \\ \frac{1}{2}\gamma_{21} & \varepsilon_{22} & \frac{1}{2}\gamma_{23} \\ \frac{1}{2}\gamma_{31} & \frac{1}{2}\gamma_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

ergibt sich im Rahmen der linearen Theorie aus dem symmetrischen Teil des Verschiebungsgradienten

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) . \quad (2.18)$$

Hierbei stellen die Diagonalkomponenten Normaldehnungen und die Außendiagonalelemente Schubverzerrungen dar. Analog zu den Hauptspannungen lassen sich Hauptdehnungen  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  und  $\varepsilon_3$  definieren. Für die Roscoe-Invarianten der Dehnung gilt

$$\varepsilon_{\text{vol}} = \varepsilon_v = \text{tr}(\varepsilon) = \varepsilon_{ii} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3} \|\varepsilon^*\|} \quad (2.19)$$

und für die isometrischen Invarianten

$$\varepsilon_P \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon_{\text{vol}}/\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{tr}(\varepsilon) \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_Q \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{3}{2}} \varepsilon_q = \|\varepsilon^*\| . \quad (2.20)$$

Gl. (2.18) kann als klassischer Verzerrungstensor oder Biot-Dehnung bezeichnet werden. Diese stellt die sog. Green-Lagrange-Dehnung unter Vernachlässigung der nichtlinearen Terme dar. Die logarithmische Dehnung (Hencky-Dehnung) stellt ein weiteres Dehnungsmaß dar, welches in der Bodenmechanik oft Anwendung findet [114]. Für kleine Dehnungen (lineare Theorie) stimmen alle genannten Dehnungsmaße überein und es gilt außerdem  $\dot{\varepsilon} \approx \mathbf{D}$ , wenngleich  $\mathbf{D}$  keine Zeitableitung eines bestimmten Dehnungsmaßes darstellt.

## 2.2 Stoffmodelle für Boden

In der Vergangenheit wurde bereits eine Fülle unterschiedlichster Stoffmodelle und Stoffmodellklassen für Boden entwickelt. Eine umfassende Einführung in die Stoffmodellierung von Boden ist in der Literatur zu finden, z.B. in [52, 72, 91, 114, 165]. Boden wird zunächst als sog. einfaches (engl. simples) Material angenommen, bei dem die Spannungsrate mit der Dehnungsrate an einem Ort verbunden ist und keine räumlichen Gradienten der Dehnung berücksichtigt werden<sup>2</sup>. In allgemeiner Form kann ein Stoffmodell für Boden in der Ratenform

$$\dot{\sigma} = \mathbf{F}(\mathbf{D}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad \text{und} \quad \dot{\alpha} = \mathbf{f}(\mathbf{D}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad (2.21)$$

geschrieben werden [91, 114, 165]. Der Zustand des Bodens wird dabei mittels der effektiven Cauchy-Spannung  $\boldsymbol{\sigma}$  und allen weiteren Zustandsvariablen  $\boldsymbol{\alpha}$  beschrieben. Im Rahmen der linearen Theorie (Vernachlässigung großer Dehnungen und Rotationen) gilt  $\dot{\sigma} \approx \dot{\boldsymbol{\sigma}}$  und  $\mathbf{D} \approx \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  und es kann

$$\dot{\sigma} = \mathbf{F}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad \text{und} \quad \dot{\alpha} = \mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad (2.22)$$

formuliert werden. Daher wird im Folgenden  $\dot{\sigma}$  und  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$  verwendet. Das Materialverhalten von Sand kann näherungsweise als ratenunabhängig beschrieben werden, weshalb ein entsprechendes Stoffmodell einen Homogenitätsgrad von eins bezüglich der Dehnungsrate aufweisen muss:

$$\mathbf{F}(\lambda \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \lambda \mathbf{F}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad \text{und} \quad \mathbf{f}(\lambda \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \lambda \mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) \quad \forall \lambda > 0. \quad (2.23)$$

Ratenunabhängige Stoffmodelle, welche den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bilden, können unter Verwendung der Tangentensteifigkeit  $\mathbf{M}$  geschrieben werden:

$$\dot{\sigma} = \mathbf{M}(\vec{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}. \quad (2.24)$$

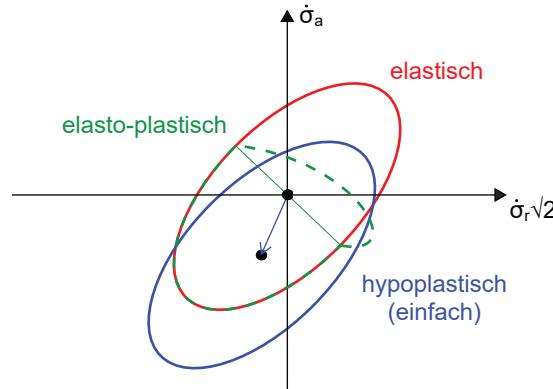
Die Tangentensteifigkeit  $\mathbf{M}$  (Tensor vierter Stufe) ist im Allgemeinen eine Funktion des aktuellen Zustands  $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha})$  und kann darüber hinaus auch von der Richtung der Dehnungsrate  $\vec{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$  abhängen. Aus letzterer Abhängigkeit lässt sich eine einfache Klassifizierung von Stoffmodellen ableiten [91, 165].

Bei elastischen Stoffmodellen ist die Tangentensteifigkeit  $\mathbf{M}$  nicht von der Richtung der Dehnungsrate  $\vec{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$  abhängig. Diese Modelle werden daher als inkrementell linear bezeichnet. Allerdings sind sie zur Beschreibung des mechanischen Bodenverhaltens nicht geeignet, da irreversible Verformungen nicht abgebildet werden können.

Irreversible (plastische) Verformungen können nur mittels Plastizitätsmodellen abgebildet werden. In den letzten Jahrzehnten haben sich verschiedene Klassen von Plastizitätsmodellen entwickelt. Die Elasto-Plastizität und die Hypoplastizität unterscheiden

---

<sup>2</sup>Dies wird in der Cosserat-Theorie getan.



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung der Tangentensteifigkeit  $M$  mittels Antwortumhüllenden im axialsymmetrischen Fall im  $\dot{\sigma}_a\sqrt{2}\dot{\sigma}_r$ -Rendulic-Diagramm für ein elastisches, ein elasto-plastisches und ein einfaches hypoplastisches Stoffmodell

sich dabei grundsätzlich. Elasto-plastische Formulierungen basieren auf dem Konzept der inkrementellen Bilinearität. In diesen Formulierungen existieren für einen Zustand auf der Fließfläche zwei tensorielle Zonen mit jeweils unterschiedlicher Tangentensteifigkeit. Hypoplastischen Modellen liegt hingegen das Konzept der inkrementellen Nichtlinearität zugrunde, wobei die Tangentensteifigkeit  $M$  kontinuierlich von der Richtung der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  abhängt.

Die verschiedenen Stoffmodellklassen lassen sich mittels Antwortumhüllenden (engl. response envelopes) visualisieren. Das Konzept der Antwortumhüllende ist beispielsweise in [46, 50, 91] beschrieben. Für einen gegebenen Zustand wird in alle möglichen Richtungen eine Dehnungsrate der Einheitslänge aufgebracht. Die Tangentensteifigkeit  $M$  lässt sich dann mittels der Umhüllende um alle resultierenden Spannungsgraten darstellen<sup>3</sup>. Für den axialsymmetrischen Fall sind Antwortumhüllende exemplarisch in Abbildung 2.1 dargestellt. Ein elastisches Stoffmodell resultiert in einer zentrierten Ellipse, während die Antwortumhüllende in einem einfachen hypoplastischen Stoffmodell (mit einem linearen Teil  $L$  und einem nichtlinearen Teil  $N$ ) eine verschobene Ellipse darstellt. Im Allgemeinen liefern fortgeschrittene hypoplastische Stoffmodelle jedoch nicht zwangsläufig elliptische Antwortumhüllende. Elasto-plastische Stoffmodelle resultieren in einer stetigen Antwortumhüllende, wenngleich letztere für einen Zustand auf der Fließfläche aus zwei Halbelipsen (elastische Steifigkeit und elasto-plastische Steifigkeit) zusammengesetzt ist.

## 2.3 Die Stoffmodellklasse der Hypoplastizität

Die Hypoplastizität im Allgemeinen beschreibt kein spezifisches Stoffmodell, sondern eine Stoffmodellklasse. Eine Zerlegung der Dehnungsrate in einen elastischen  $\dot{\epsilon}^{el}$  und einen

<sup>3</sup>Das vorgestellte Konzept lässt sich genauer als ratenbezogene Antwortumhüllende bezeichnen. Pfeilbezugene Antwortumhüllende werden kurz in Abschnitt 7.2.2 verwendet.

plastischen Teil  $\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}$ , wie sie aus der Elasto-Plastizität bekannt ist, existiert in hypoplastischen Modellen nicht. Als ein wesentliches Merkmal hypoplastischer konstitutiver Formulierungen kann im Allgemeinen die oben diskutierte inkrementelle Nichtlinearität genannt werden. Im Vergleich zu elasto-plastischen Formulierungen zeichnen sich hypoplastische Stoffmodelle durch das Fehlen eines vollständig elastischen Bereichs aus. Irreversible (plastische) Verformungen und damit auch Kontraktanz- und Dilatanzeffekte können im gesamten Spannungsraum abgebildet werden. In hypoplastischen Formulierungen werden irreversible Verformungen durch die mathematische Berücksichtigung der Norm der Dehnungsrate  $\|\dot{\varepsilon}\|$  anstelle der plastischen Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}$  modelliert. In hypoplastischen Modellen müssen keine Fließfläche, kein plastisches Potenzial, keine Fließregel und kein plastischer Multiplikator definiert werden. Zudem ist keine Verfestigungsregel und kein elasto-plastisches Belastungskriterium erforderlich.

Hypoplastische Beziehungen zwischen der Rate der effektiven Cauchy-Spannung  $\dot{\sigma}$  und der Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}$  können durch eine einzige tensorielle Gleichung ausgedrückt werden und zeichnen sich durch eine einfache numerische Implementierung sowie eine realistische Bifurkation (Bildung von Scherfugen) aus. Letzteres wird mittels numerischer Beispiele in Abschnitt 9.1 diskutiert. Diese Eigenschaften machen hypoplastische Modelle grundsätzlich sehr gut für die Simulation des mechanischen Verhaltens von Böden geeignet. Es gilt zu erwähnen, dass die oben formulierte Definition der Hypoplastizität als Spezialfall der weiter gefassten Definition des Begriffs der Hypoplastizität von Dafalias [24] verstanden werden kann. Ein ausführlicher Überblick über die historische Entwicklung hypoplastischer Stoffmodelle ist der Literatur zu entnehmen [70, 91, 112, 203] und wird im Folgenden gekürzt wiedergegeben. Auf die Entwicklung von ratenabhängigen hypoplastischen Stoffmodellen, z.B. [57, 119], wird im Folgenden nicht weiter eingegangen.

Die ersten hypoplastischen Stoffmodelle wurden von Kolymbas am IBF in Karlsruhe entwickelt und berücksichtigten als einzige Zustandsvariable die effektive Spannung [66, 67, 68]. Auf die damals parallel im französischen Grenoble stattgefundene Entwicklung inkrementell nichtlinearer Stoffmodelle [18, 166] wird hier nicht näher eingegangen. Kolymbas schlug eine inkrementell nichtlineare konstitutive Formulierung für Böden vor [69, 70]:

$$\dot{\sigma} = \mathcal{C}_1 \sigma \text{tr}(\dot{\varepsilon}) + \mathcal{C}_2 \text{tr}(\sigma) \text{tr}(\dot{\varepsilon}) \mathbf{1} + \mathcal{C}_3 \sigma \frac{\dot{\varepsilon}^2}{\|\dot{\varepsilon}\|} + \mathcal{C}_4 (\sigma \cdot \dot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} \cdot \sigma) + \mathcal{C}_5 \sigma \|\dot{\varepsilon}\| + \dots \quad (2.25)$$

Gl. (2.25) enthält eine unendliche Anzahl an Summanden, welche Generatoren genannt wurden. Trotz der komplexen tensoriellen Funktionen und zahlreicher Koeffizienten enthielt das Modell bereits die Hauptkomponente der Hypoplastizität, die inkrementelle Nichtlinearität. Letztere ergibt sich durch Berücksichtigung der Norm der Dehnungsrate  $\|\dot{\varepsilon}\|$  in der konstitutiven Formulierung.

Mittels eines computergestützten hierarchischen (systematischen) Erratens schlug Kolymbas [69] eine Reihe von möglichen hypoplastischen Stoffmodellen für Boden vor. Beispielsweise für einen dieser Vorschläge kann die konstitutive Gleichung mit vier Termen

$$\dot{\sigma} = \mathcal{C}_1 (\sigma \cdot \dot{\varepsilon} + \dot{\varepsilon} \cdot \sigma) + \mathcal{C}_2 \text{tr}(\sigma \cdot \dot{\varepsilon}) \mathbf{1} + \mathcal{C}_3 \sigma \|\dot{\varepsilon}\| + \mathcal{C}_4 \frac{\sigma \cdot \sigma}{\text{tr}(\sigma)} \|\dot{\varepsilon}\| \quad (2.26)$$

und den Materialparametern  $C_1, C_2, C_3$  und  $C_4$  genannt werden. Darauf aufbauend wurde ein leicht modifiziertes Modell von Wu [199, 201], welches ebenfalls vier Stoffmodellparameter aufweist, erstmals mit dem in  $\dot{\varepsilon}$  sog. linearen Term  $L_{ijkl}$  und dem in  $\dot{\varepsilon}$  sog. nichtlinearen Term  $N_{ij}$  formuliert:

$$\dot{\sigma} = L : \dot{\varepsilon} + N \|\dot{\varepsilon}\| . \quad (2.27)$$

Dabei sind sowohl  $L_{ijkl}$  als auch  $N_{ij}$  Funktionen der Zustandsvariable der effektiven Spannung. Um die Dichteabhängigkeit des Materialverhaltens zu berücksichtigen, mussten die Stoffmodellparameter dichteabhängig kalibriert werden.

Darauf aufbauend wurden hypoplastische Formulierungen entwickelt, welche die Porenzahl  $e$  (bzw. die aktuelle Dichte) als weitere Zustandsvariable berücksichtigen [8, 47, 73, 202] und somit die Hypoplastizität im Sinne der critical state soil mechanics (CSSM) [150, 153] erweiterten. Dazu erweiterte Gudehus [47] die Gl. (2.27) um den Barotropiefaktor  $f_s$  und den Pyknotropiefaktor  $f_d$  zu

$$\dot{\sigma} = f_s L : \dot{\varepsilon} + f_s f_d N \|\dot{\varepsilon}\| , \quad (2.28)$$

wodurch das allgemein druck- und dichteabhängige mechanische Verhalten von Boden abgebildet werden kann (Barotropie und Pyknotropie). Die mathematische Form der Gl. (2.28) wird auch heutzutage noch von vielen, wenngleich nicht von allen, hypoplastischen Stoffmodellen zugrunde gelegt.

In der Version der Hypoplastizität nach von Wolffersdorff (HP) [179] wurde darauf aufbauend die Abhängigkeit des Materialverhaltens vom Lode-Winkel modifiziert und das Versagenskriterium nach Matsuoka-Nakai [83] berücksichtigt. Die HP wurde ursprünglich in Form der Gl. (2.28) formuliert und stellt heutzutage ein weit verbreitetes hypoplastisches Stoffmodell zur Simulation monotoner Verformungen von Sand dar.

## 2.4 Hypoplastizität nach von Wolffersdorff (HP)

Das 1996 veröffentlichte hypoplastische Stoffmodell nach von Wolffersdorff (HP) [179], stellt eine Erweiterung der Formulierungen von Gudehus [47] und Bauer [8] dar. Die Spannungsrate in der HP wird durch

$$\dot{\sigma} = f_s L : \dot{\varepsilon} + f_s f_d N \|\dot{\varepsilon}\| = f_s \underbrace{\left( L + f_d N \frac{\dot{\varepsilon}}{\|\dot{\varepsilon}\|} \right)}_{M} : \dot{\varepsilon} \quad (2.29)$$

beschrieben. Für den linearen Steifigkeitstensor vierter Stufe gilt

$$L = \frac{1}{\hat{\sigma} : \hat{\sigma}} \left[ (F_0^{\text{hyp}})^2 I + a^2 \hat{\sigma} \hat{\sigma} \right] \quad \text{mit} \quad I = I_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) . \quad (2.30)$$

Für den Tensor zweiter Stufe gilt

$$\mathbf{N} = \frac{F_0^{\text{hyp}} a}{\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}} (\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*) \quad (2.31)$$

mit den dimensionslosen Spannungstensoren

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})} \quad \text{bzw.} \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* = \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} \mathbf{1} . \quad (2.32)$$

Mittels des kritischen Reibungswinkels  $\varphi_c$ , welcher experimentell beispielsweise durch einen Schüttkegelversuch bestimmt werden kann [53], ergibt sich der skalare Parameter  $a$ :

$$a = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{(3 - \sin \varphi_c)}{\sin \varphi_c} . \quad (2.33)$$

Die Berücksichtigung des Matsuoka-Nakai-Kriteriums [83], welches in Abschnitt 7.6 und Abbildung 7.10 in Detail diskutiert wird, erfolgt über den Parameter

$$F_0^{\text{hyp}} = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos(3\theta)}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi , \quad (2.34)$$

wobei

$$\tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}^*\| \quad \text{und} \quad \cos(3\theta) = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*)}{[\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* : \hat{\boldsymbol{\sigma}}]^{3/2}} \quad (2.35)$$

gilt. Die HP berücksichtigt die Abhängigkeit des Stoffverhaltens vom mittleren effektiven Druck  $p$  (Barotropie) und von der Porenzahl  $e$  (Pyknotropie). In der mathematischen Formulierung sind hierfür unter Berücksichtigung der Materialparameter  $n$ ,  $h_s$  (Granulathärte),  $e_{i0}$ ,  $e_{c0}$ ,  $e_{d0}$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  die skalaren Faktoren  $f_b$ ,  $f_e$ ,  $f_d$  eingeführt:

$$f_b = \frac{h_s}{n} \left( \frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \left( \frac{1 + e_i}{e_i} \right) \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{1-n} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} , \quad (2.36)$$

$$f_e = \left( \frac{e_c}{e} \right)^\beta , \quad (2.37)$$

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha = r_e^\alpha , \quad (2.38)$$

wobei  $r_e$  als relative Porenzahl bezeichnet wird. Für den Barotropiefaktor der HP, welcher aus der Konsistenz des Stoffmodells selbst und der Kompressionsbeziehung abgeleitet werden kann [122], gilt  $f_s = f_b f_e$  oder direkt:

$$f_s = f_b f_e = \frac{h_s}{n} \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \frac{1+e_i}{e_i} \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{1-\frac{n}{\alpha}} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^{\frac{\alpha}{n}} \right]^{-1}. \quad (2.39)$$

Die Porenzahl bei dichtester Lagerung  $e_d$ , bei lockerster Lagerung  $e_i$  und im kritischen Zustand  $e_c$  ist im Allgemeinen druckabhängig. Im Falle eines mittleren effektiven Drucks von  $p = 0$  kann die Annahme  $e_{d0} \approx e_{\min}$ ,  $e_{c0} \approx e_{\max}$  und  $e_{i0} \approx 1,2e_{\max}$  für natürlichen Sand getroffen werden [51, 53, 91]. Für die Druckabhängigkeit dieser Grenzporenzahlen wird die Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] angenommen:

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{\frac{n}{\alpha}} \right]. \quad (2.40)$$

Eine Diskussion der Kompressionsbeziehung ist Abschnitt 4.5 zu entnehmen. Es ist zu erwähnen, dass  $e_i(p)$  tatsächlich eine obere Grenze der Porenzahl in der HP darstellt, während  $e_d(p)$  in der HP bei bestimmten Deformationen unterschritten werden kann.  $e_d(p)$  nach Gl. (2.40) stellt also tatsächlich keine untere Grenze der Porenzahl in der HP dar [122]. Für die relative (bezogene) Lagerungsdichte  $I_D$  (vgl. Gl. (2.2)) gilt

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} = \frac{e_{c0} - e}{e_{c0} - e_{d0}} \quad (2.41)$$

und es kann eine druckabhängige relative Lagerungsdichte

$$I_d = \frac{e_c - e}{e_c - e_d} \quad (2.42)$$

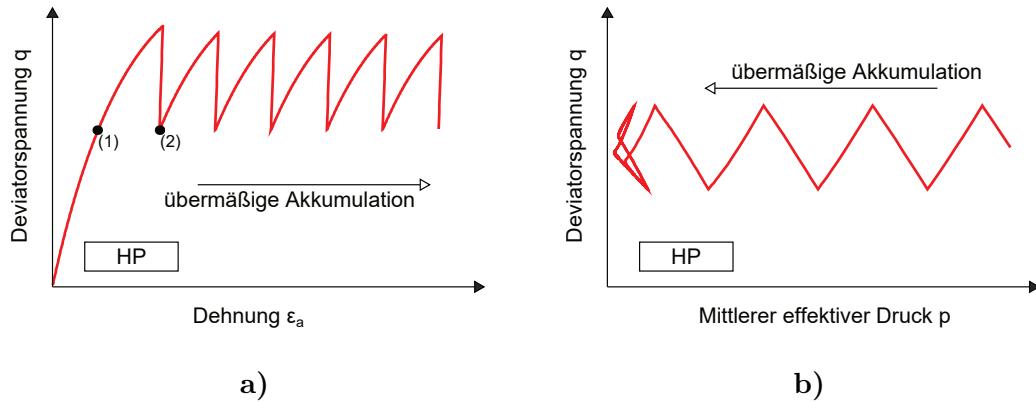
definiert werden. Die Entwicklungsgleichung der Porenzahl ergibt sich aus der volumetrischen Dehnungsrate zu

$$\dot{e} = (1+e) \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}) = (1+e)\dot{\varepsilon}_{\text{vol}}. \quad (2.43)$$

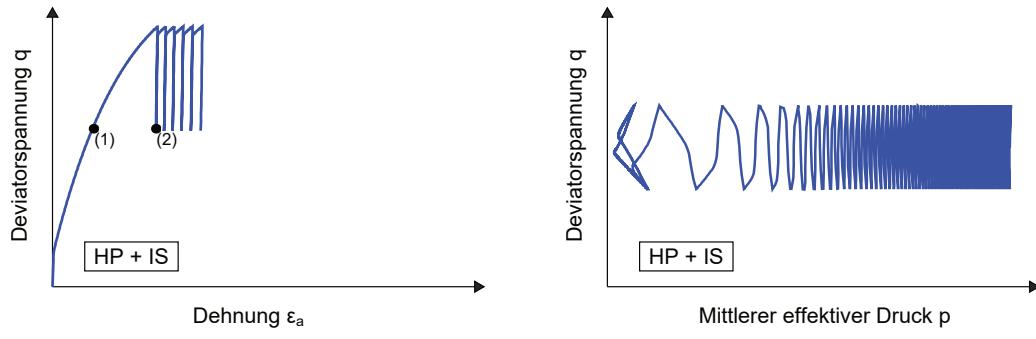
Die HP berücksichtigt neben der effektiven Spannung  $\boldsymbol{\sigma}$  die Porenzahl  $e$  als Zustandsvariable. Hinweise bezüglich der Kalibrierung der acht Stoffmodellparameter ( $\varphi_c$ ,  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$ ,  $e_{i0}$ ,  $h_s$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) sind der Literatur zu entnehmen [51, 53]. Die HP dient in der vorliegenden Arbeit als Referenzmodell für monotone Verformungen. Nachdem in Kapitel 3 einige Probleme des Modells aufgezeigt werden, wird es in den Kapiteln 4 und 5 verbessert/erweitert bzw. wird in Kapitel 7 mit der Neohypoplastizität (NHP) ein neues Stoffmodell für monotone Verformungen von Sand eingeführt.

## 2.5 Intergranulare Dehnung (IS) nach Niemunis und Herle

Die zuvor diskutierte HP zeigt infolge einer Belastungsrichtungsumkehr, also auch bei der Simulation von zyklischen Verformungen, das Problem des sog. Ratchettings [121]. Die

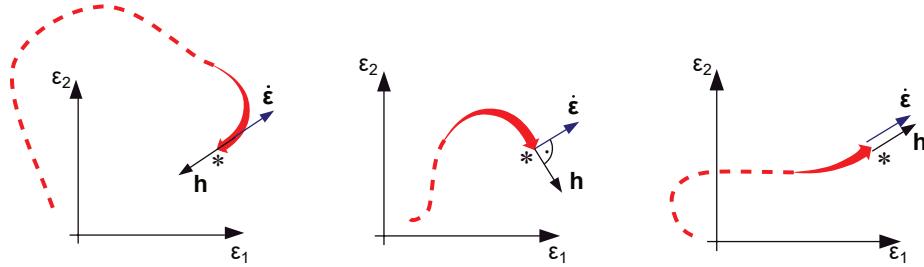


**Abbildung 2.2:** Ratcheting zeigt sich als übermäßige Akkumulation a) der Verformung in einem drainierten Triaxialversuch mit vorgegebenen Spannungszyklen und b) des Abbaus der effektiven Spannungen in einem undrainierten Triaxialversuch mit vorgegebenen Spannungszyklen (modifiziert aus [112])



**Abbildung 2.3:** Reduziertes Ratcheting in dem erweiterten HP+IS Modell bei dem drainierten Triaxialversuch und b) dem undrainierten Triaxialversuch aus Abbildung 2.2 (modifiziert aus [112])

experimentell beobachtete erhöhte Steifigkeit mitsamt reduzierten irreversiblen Verformungen nach einer Belastungsumkehr kann in der HP nicht adäquat abgebildet werden. Infolgedessen liefert die HP bei einer zyklischen spannungsgesteuerten Scherung unter drainierten Bedingungen eine zu starke Verformungsakkumulation und unter undrainierten Bedingungen einen zu schnellen Abbau der effektiven Spannungen. Schematisch ist das Ratcheting für die beiden beschriebenen Fälle für einen axialsymmetrischen Zustand in Abbildung 2.2 dargestellt. In der HP entspricht die Steifigkeit der Erstbelastung nahezu der Steifigkeit der Wiederbelastung, was bei der Betrachtung der Punkte (1) und (2) in Abbildung 2.2a deutlich wird (Änderungen der Porenzahl sind dabei vernachlässigbar). Zudem können in der HP die sog. Hystereseschleifen im Spannungs-Dehnungs-Diagramm infolge einer zyklischen Verformung mit kleiner Amplitude nicht zutreffend reproduziert werden.



**Abbildung 2.4:** Unterschiedliche intergranulare Dehnungen  $\mathbf{h}$  in Verbindung mit unterschiedlichen Verformungsgeschichten: Nur der jüngste Teil des vorangegangenen Dehnungspfads hat einen Einfluss auf  $\mathbf{h}$ , weshalb sich trotz der gleichen Spannung, Porenzahl und Dehnungsrate eine andere Stoffmodellantwort ergeben kann (modifiziert aus [112])

Um dieses grundlegende Defizit der HP zu reduzieren, führten Niemunis und Herle [121] im Jahre 1997 im Rahmen des Konzepts der intergranularen Dehnung (engl. intergranular strain (IS)) die gleichnamige Zustandsvariable  $\mathbf{h}$  (Tensor zweiter Stufe) ein. Das IS-Konzept kann im Allgemeinen auf jedes hypoplastische Modell der mathematischen Form der Gl. (2.27) angewandt werden. Entsprechend gekoppelte Stoffmodelle begrenzen das beschriebene Ratcheting und können daher zur Simulation zyklischer Verformungen herangezogen werden.

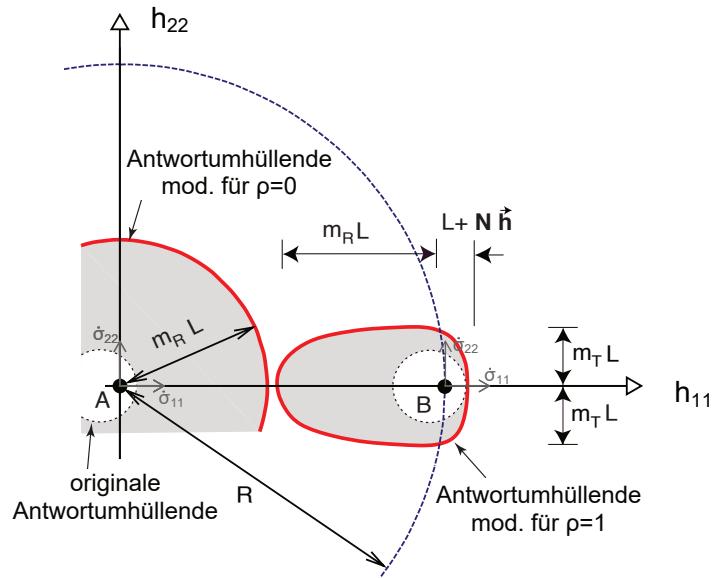
Die so entstandene Hypoplastizität nach von Wolffersdorff [179] (HP) gekoppelt mit der intergranularen Dehnung von Niemunis und Herle [121] (IS) wird im Folgenden als HP+IS abgekürzt. Die dehnungsgähnliche Zustandsvariable der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$  speichert die jüngste Verformungsgeschichte ab, wie in Abbildung 2.4 visualisiert. Durch eine Erhöhung der Steifigkeit und eine Reduktion des nichtlinearen Terms in Abhängigkeit vom Winkel zwischen der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$  und der aktuellen Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  wird eine Unterscheidung zwischen einer Erst- und einer Wiederbelastung möglich. Die resultierende Reduktion des Ratchettings in der HP+IS ist in Abbildung 2.3 dargestellt, wobei die nun unterschiedliche Steifigkeiten in den Punkten (1) und (2) in Abbildung 2.3a deutlich wird.

Der Mobilisierungsgrad

$$\rho = \frac{\|\mathbf{h}\|}{R} \quad (2.44)$$

gibt den aktuellen Grad der Mobilisierung von  $\mathbf{h}$  an, wobei der Materialparameter  $R$  ( $R \approx 10^{-4}$ ) den Maximalwert der Norm der intergranularen Dehnung  $\|\mathbf{h}\|$  und somit ein Maß für die Größe des durch die intergranulare Dehnung eingeführten „elastischen Bereichs“ darstellt. Unter Verwendung der Materialkonstanten  $m_T$ ,  $m_R$ , und  $\chi$  gilt für die Tangentensteifigkeit im IS-Konzept

$$\mathbf{M} = [\rho^x m_T + (1 - \rho^x) m_R] \mathbf{L} + \begin{cases} \rho^x (1 - m_T) \mathbf{L} : \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} + \rho^x \mathbf{N} \vec{\mathbf{h}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\epsilon} > 0 \\ \rho^x (m_R - m_T) \mathbf{L} : \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\epsilon} \leq 0 \end{cases}. \quad (2.45)$$



**Abbildung 2.5:** Zweidimensionale Visualisierung der modifizierten Steifigkeit  $M$  durch die IS: Die Spannungsantwort infolge eines vorgegebenen Dehnungssinkrements hängt von der Richtung des Dehnungssinkrements gegenüber der Richtung der intergranularen Dehnung und deren Mobilisierungsgrad ab (modifiziert aus [112])

Es ist zu beachten, dass in Gl. (2.45) der Barotropiefaktor<sup>4</sup>  $f_s$  und der Pyknotropiefaktor  $f_d$  in den Tensoren  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{N}$  enthalten sind. Für die Beziehung zwischen Spannungsrate und Dehnungsrate gilt in der HP+IS

$$\dot{\sigma} = \mathbf{M} : \dot{\varepsilon} \quad (2.46)$$

und die Richtung der intergranularen Dehnung  $\vec{h}$  ist durch

$$\vec{h} = \begin{cases} \frac{h}{\|h\|} & \text{falls } h \neq 0 \\ 0 & \text{falls } h = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

definiert. Für die Entwicklung von  $h$  gilt unter Berücksichtigung des Parameters  $\beta_r$ :

$$\dot{h} = \begin{cases} (1 - \vec{h} \vec{h} \rho^{\beta_r}) : \dot{\varepsilon} & \text{falls } \vec{h} : \dot{\varepsilon} > 0 \\ \dot{\varepsilon} & \text{falls } \vec{h} : \dot{\varepsilon} \leq 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

Die resultierende Stoffmodellantwort des gekoppelten Modells HP+IS ist in Form von Antwortumhüllenden in Abhängigkeit von der aktuellen intergranularen Dehnung im

<sup>4</sup>In der Originalveröffentlichung [121] wurde eine von der HP abweichende Gleichung für  $f_s$  angegeben. Die Gründe hierfür sind nicht ersichtlich und es wird üblicherweise der Barotropiefaktor der HP verwendet.

zweidimensionalen Raum in Abbildung 2.5 gezeigt. Zur Veranschaulichung des Konzepts können vier Spezialfälle betrachtet werden [121]. Die ersten drei Fälle beziehen sich auf den Fall einer vollständig mobilisierten intergranularen Dehnung ( $\rho = 1$ ) (Punkt B in Abbildung 2.5):

- Für die monotone Fortsetzung der Verformung mit  $\dot{\epsilon} \sim \vec{h}$  gilt

$$M = L + N\vec{h} . \quad (2.49)$$

In diesem Fall ergibt sich die hypoplastische Gleichung des Grundmodells nach Gl. (2.29).

- Für eine  $180^\circ$  Umkehr der Verformungsrichtung, d.h.  $\dot{\epsilon} \sim -\vec{h}$ , ergibt sich mit dem Materialparameter  $m_R$  ein (hypo)elastisches Materialverhalten

$$M = m_R L . \quad (2.50)$$

- Für eine bezüglich der intergranularen Dehnung neutrale Dehnungsrate, definiert durch  $\dot{\epsilon} \perp \vec{h}$  ( $\dot{\epsilon} : \vec{h} = 0$ ), gilt mit dem Stoffmodellparameter  $m_T$

$$M = m_T L . \quad (2.51)$$

Der vierte zu betrachtende Spezialfall gilt für den Punkt A in Abbildung 2.5. In diesem Fall gilt  $\rho = 0$  und es folgt

- unabhängig von der Richtung der Dehnungsrate

$$M = m_R L . \quad (2.52)$$

In der Regel gilt für die Materialparameter  $m_R > m_T > 1$ . Es ist anzumerken, dass die HP+IS für  $m_R = m_T = 1$  nicht in die HP übergeht. Theoretisch wären außerdem Parameter  $m_T < 1$  bzw.  $m_R < 1$  möglich. Ein theoretisches Detail ist, dass in der HP+IS die Tangentensteifigkeit inkrementell bilinear (Schaltbedingung  $\vec{h} : \dot{\epsilon} = 0$ ) ist und nicht der ursprünglichen Idee der inkrementellen Nichtlinearität hypoplastischer Stoffmodelle folgt [165]. Einige existierende Modifikationen des ursprünglichen IS-Konzeptes werden in Kapitel 6 diskutiert.

Die beschriebene HP bzw. die HP+IS hat sich in den letzten 25 Jahren weit verbreitet und wurde zur Lösung zahlreicher Randwertprobleme auch unter zyklischer Belastung herangezogen. Beispielsweise wurden komplexe Randwertprobleme zur Vibrationsrammung [19, 20, 138, 156], zur Rütteldruckverdichtung [3, 197], zur Rüttelstopfverdichtung [99], zu Suction-Bucket-Gründungen [127], zur Wellenausbreitung [133, 134, 139], zur Boden-Bauwerks-Interaktion [158, 159] oder zur sog. geotechnischen gravitativen Energiespeicherung (GGES) [103, 125, 160] mittels der beschriebenen Stoffmodelle numerisch untersucht.

Die HP+IS dient daher in der vorliegenden Arbeit als Referenzmodell zur Simulation von zyklischen Verformungen in Sand. Nachdem in Kapitel 3 einige Probleme dieser Formulierung aufgezeigt werden, werden in den darauffolgenden Kapiteln unter anderem mit dem Konzept der generalisierte intergranularen Dehnung (GIS) die meisten dieser Probleme konstitutiv behoben.

## 2.6 Generalisierte Hypoplastizität

Hypoplastische Stoffmodelle für Boden und deren Entwicklung wurden im Abschnitt 2.3 bereits kurz beschrieben. Die mathematische Form

$$\dot{\sigma} = f_s \mathbf{L} : \dot{\epsilon} + f_s f_d \mathbf{N} \|\dot{\epsilon}\| , \quad (2.53)$$

siehe Gl. (2.28), dient dabei bis heute oft als Grundlage der Formulierung hypoplastischer Stoffmodelle. Diese Schreibweise erscheint jedoch nicht intuitiv verständlich und ist daher zur Weiterentwicklung hypoplastischer Stoffmodelle nur bedingt geeignet. Daher führt Niemunis [112] eine als generalisierte Hypoplastizität bezeichnete alternative Schreibweise hypoplastischer Modelle ein:

$$\dot{\sigma} = \mathbf{E} : (\dot{\epsilon} - \mathbf{m} Y \|\dot{\epsilon}\|) . \quad (2.54)$$

Gl. (2.54) berücksichtigt eine elastische Steifigkeit  $\mathbf{E}$ , den sog. Grad der Nichtlinearität  $Y$  und die hypoplastische äquivalente Fließregel  $\mathbf{m}$ . Der Grad der Nichtlinearität lässt sich dabei als Intensität der irreversiblen Verformungen und die hypoplastische Fließregel als Richtung der irreversiblen Verformungen interpretieren. Alle drei Komponenten von Gl. (2.54) ergeben sich für Modelle in der Form der Gl. (2.53), also beispielsweise auch für die HP, aus den bekannten Tensoren  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{N}$  zu:

$$\mathbf{E} = \mathbf{L} f_s , \quad (2.55)$$

$$Y = f_d \|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| = f_d \|\mathbf{B}\| , \quad (2.56)$$

$$\mathbf{m} = -[\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}] = -\vec{\mathbf{B}} . \quad (2.57)$$

Es gilt, zwei Spezialfälle der oben genannten Gleichungen zu diskutieren [91, 105, 112, 146]:

- Für den Fall  $Y = 0$  ergibt sich das elastische Stoffmodell  $\dot{\sigma} = \mathbf{E} : \dot{\epsilon}$ . In Abhängigkeit von der Steifigkeit  $\mathbf{E}$  kann letzteres entweder hyperelastisch, elastisch oder hypoelastisch [55, 114] sein, siehe Abschnitt 7.2.
- Für perfektes plastisches Fließen gilt  $\dot{\sigma} = \mathbf{0}$  für eine gegebene und konstante Dehnungsrate  $\dot{\epsilon} \neq \mathbf{0}$ , was  $Y = 1$  und  $\mathbf{m} = \vec{\epsilon}$  entspricht. Im kritischen Zustand gilt  $\dot{\sigma} = \mathbf{0}$  für eine fortgesetzte Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}^* \neq \mathbf{0}$  mit  $\text{tr}(\dot{\epsilon}) = \dot{\epsilon}_{\text{vol}} = 0$  und es folgt  $Y = 1$  und  $\text{tr}(\mathbf{m}) = 0$ . Sogenannte asymptotischen Zustände werden detailliert in Kapitel 4 diskutiert.

Nach der Einführung in die hypoplastische Stoffmodellierung im vorliegenden Kapitel beschäftigt sich das folgende Kapitel mit Nachteilen bestehender hypoplastischer Formulierungen, welche die neu entwickelten Stoffmodelle in dieser Arbeit motivieren.

# Kapitel 3

## Untersuchung weit verbreiteter hypoplastischer Formulierungen

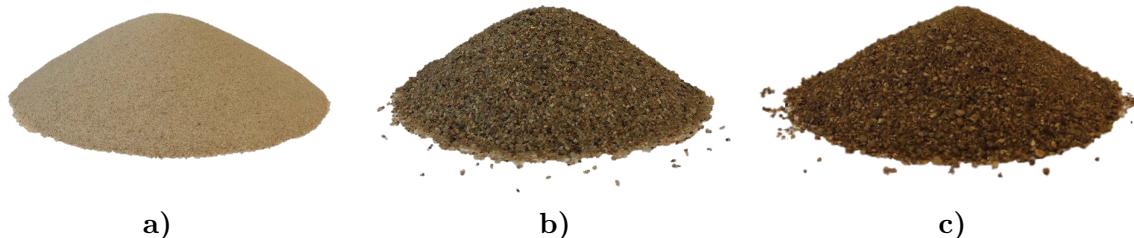
Wie im vorherigen Kapitel diskutiert, weisen hypoplastische Modelle im Vergleich zu beispielsweise elasto-plastischen Formulierungen unter anderem folgende Vorteile auf:

- Es existiert kein rein elastischer Bereich, sodass irreversible Verformungen sowie Dilatanzeffekte im gesamten Spannungsraum beschrieben werden können.
- Zur Formulierung eines hypoplastischen Stoffmodells muss keine Fließfläche und kein plastisches Potenzial definiert werden. Eine Aufteilung der Dehnungsrate in einen elastischen und einen plastischen Anteil erfolgt nicht. Stattdessen sind hypoplastische Modelle durch ausgeprägte Nichtlinearitäten geprägt, wodurch das nichtlineare Materialverhalten von Boden prinzipiell gut abgebildet werden kann.
- Die Bifurkation (Scherfugenbildung) wird realistisch beschrieben. Dies wird anhand numerischer Beispiele in Abschnitt 9.1 gezeigt.
- Hypoplastische Stoffmodelle lassen sich in der Regel vergleichbar einfach und numerisch effizient implementieren.

Trotz der genannten Vorteile weisen auch weit verbreitete hypoplastische Modelle, wie beispielsweise die in Kapitel 2 eingeführte HP bzw. die HP+IS, nach wie vor einige Schwachstellen auf. Einige dieser Defekte werden im Folgenden diskutiert. Das Ziel ist dabei sowohl die vertiefte Untersuchung der bestehenden Formulierungen als auch die Motivation der in den folgenden Kapiteln vorgestellten neuen hypoplastischen Stoffmodelle.

### 3.1 Betrachtete Sande

Zunächst werden die in dieser Arbeit numerisch betrachteten Versuchsmaterialien, Karlsruher Feinsand (KFS), Karlsruher Sand (KS), Zbraslav Sand (ZS) und Fraser River Sand



**Abbildung 3.1:** Schüttkegel betrachteter Sande: a) Karlsruher Feinsand (KFS), b) Karlsruher Sand (KS) und c) Zbraslav Sand (ZS)

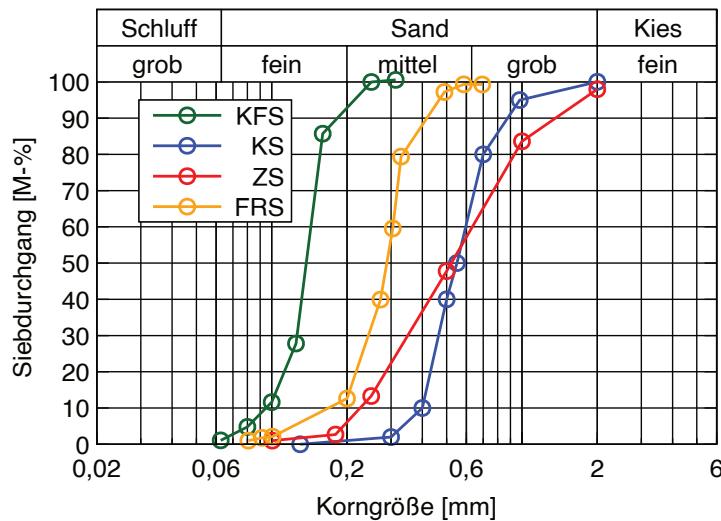
(FRS) kurz eingeführt und Parametersätze für die HP bzw. die HP+IS aus der Literatur vorgestellt. Die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendeten Versuchsdaten entstammen größtenteils der Literatur. Es wurden lediglich einige Versuche am KFS zusätzlich durchgeführt<sup>1</sup>. Schüttkegel der drei Sande KFS, KS und ZS sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Von FRS liegt dem IBF keine Bodenprobe vor, weshalb von diesem Material kein Schüttkegel abgebildet ist. Für alle Sande sind die Korngrößenverteilungen in Abbildung 3.2 sowie die granulometrischen Eigenschaften in Tabelle 3.1 gezeigt. KFS, KS und ZS weisen Quarz als primären Mineralbestandteil auf, weshalb von einer Korndichte von  $\rho = 2,65 \text{ g/cm}^3$  ausgegangen wird. FRS besteht hingegen nur aus ca. 40% Quarz, worin die von den anderen Materialien abweichende Korndichte begründet liegt.

Beim Karlsruher Feinsand (KFS) handelt es sich um einen Feinsand, welcher in der Vergangenheit am IBF ausführlich experimentell untersucht wurde. Besonders hervorzuheben sind dabei die Arbeiten von Wichtmann [184, 193, 194], welcher in seiner Zeit am IBF eine große Datenbank an Versuchsergebnissen an KFS erstellte. Darauf hinaus sind Versuchsergebnisse an KFS weiterer Literatur zu entnehmen [64, 65, 108, 213, 215, 216, 217].

Beim Karlsruher Sand (KS) handelt es sich um einen Mittelsand, welcher bereits seit Jahrzehnten am IBF als Versuchssand dient. Zuletzt beschäftigte sich Vogelsang intensiv mit KS und führte großmaßstäbliche Laborversuche zur Pfahlpenetration durch [175, 176, 177]. Früherer Untersuchungen an KS sind beispielsweise in [7, 51, 54, 173, 183, 196] zu finden. Es sei darauf hingewiesen, dass über die Jahre unterschiedliche Chargen von KS verwendet wurden, welche sich entsprechend auch in den mechanischen Eigenschaften unterscheiden. Der entscheidende Unterschied zwischen KFS und KS liegt im unterschiedlichen Korndurchmesser bei 50 % Siebdurchgang ( $d_{50}$ ). Beide Sande weisen eine nahezu identische Ungleichförmigkeitszahl  $C_u = d_{60}/d_{10}$  auf, weshalb die Korngrößenverteilungen nahezu parallel sind. Die Porenzahl bei lockerster Lagerung  $e_{\max}$  bzw. bei dichtester Lagerung  $e_{\min}$  sind für den KS deutlich geringer als für den KFS.

Der Zbraslav Sand (ZS) stammt aus einem Vorort der tschechischen Hauptstadt Prag und wurde in der Vergangenheit von Feda [35, 36, 37] und gegenwärtig intensiv von Duque [30, 31] bzw. Opršal [132] untersucht. Sein Korndurchmesser bei 50 % Siebdurchgang ( $d_{50}$ ) entspricht in erster Näherung dem von KS, allerdings weist der ZS im Vergleich zum

<sup>1</sup>Die Versuchsdurchführung erfolgte durch Techniker/innen des IBF.



**Abbildung 3.2:** Korngrößenverteilungen der betrachteten Sande

| Material                  | $d_{50}$<br>[-] | $C_u$<br>[-] | $e_{\min}$<br>[-] | $e_{\max}$<br>[-] | $\rho_s$<br>[g/cm <sup>3</sup> ] | Quelle          |
|---------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------|
| Karlsruher Feinsand (KFS) | 0,15            | 1,5          | 0,677             | 1,054             | 2,65                             | [184, 193, 194] |
| Karlsruher Sand (KS)      | 0,55            | 1,5          | 0,549             | 0,851             | 2,65                             | [175, 176, 178] |
| Zbraslav Sand (ZS)        | 0,531           | 3,2          | 0,520             | 0,893             | 2,65                             | [30, 31]        |
| Fraser River Sand (FRS)   | 0,3             | 1,6          | 0,68              | 1,0               | 2,72                             | [171]           |

**Tabelle 3.1:** Granulometrische Eigenschaften der betrachteten Sande

KS bzw. KFS eine deutlich größere Ungleichförmigkeit auf. Die Korngrößenverteilung ist daher flacher als die von KS oder KFS.

Die Korngrößenverteilung des Fraser River Sands (FRS) liegt zwischen der des KFS und des KS mit vergleichbarer Ungleichförmigkeit. Der Sand stammt vom namensgebenden Fluss aus der kanadischen Provinz British Columbia und wurde unter anderem von Uthayakumar und Vaid [171] experimentell untersucht.

Für die drei Materialien KFS, KS und ZS existieren in der Literatur numerische Untersuchungen sowie Parametersätze für die HP und die HP+IS. Tabelle 3.2 fasst entsprechende Parametersätze zusammen. Die in der Literatur für dieselbe Materialbezeichnung angegebenen Parametersätze variieren teilweise stark. Auch wenn hinter den Parametersätzen mit der gleichen Bezeichnung aus der Literatur nicht immer derselbe physikalische Sand steht (z.B. verschiedene Chargen), sind die teils großen Abweichungen bemerkenswert. Diese Feststellung ist jedoch nicht Gegenstand der vorliegenden Forschung.

Ergänzend wurde die Tabelle um die Parametersätze für den Hochstetten Sand (HS) erweitert. Letzterer wurde im Rahmen weniger Vergleichssimulationen in dieser Arbeit berücksichtigt und besitzt, nicht zuletzt aufgrund des in der Originalveröffentlichung der IS [121] angegebenen Parametersatzes, einen gewissen Referenzcharakter für die Bestimmung der IS-Parameter.

| Bez.         | $\varphi_c$<br>[-] | $e_{i0}$<br>[-] | $e_{c0}$<br>[-] | $e_{d0}$<br>[-] | $h_s$<br>[MPa] | $n$<br>[-] | $\alpha$<br>[-] | $\beta$<br>[-] |
|--------------|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------------|-----------------|----------------|
| KFS-Wicht-1  | 33,1               | 1,212           | 1,054           | 0,677           | 4000           | 0,27       | 0,14            | 2,5            |
| KFS-Wicht-2  | 33,1               | 1,212           | 1,054           | 0,677           | 4000           | 0,27       | 0,14            | 2,5            |
| KS-Vogelsang | 33,1               | 1,0             | 0,84            | 0,53            | 19000          | 0,285      | 0,1             | 1,25           |
| KS-Osinov    | 30                 | 1,0             | 0,84            | 0,53            | 5800           | 0,28       | 0,13            | 1,0            |
| KS-Herle     | 30                 | 1,0             | 0,84            | 0,53            | 5800           | 0,28       | 0,13            | 1,0            |
| HS-Niemunis  | 33                 | 1,05            | 0,95            | 0,55            | 1000           | 0,25       | 0,25            | 1,0            |
| HS-Osinov    | 33                 | 1,05            | 0,95            | 0,55            | 1000           | 0,25       | 0,25            | 1,5            |
| ZS-Duque     | 34                 | 1,027           | 0,893           | 0,520           | 111,746        | 0,346      | 0,15            | 2,2            |
| ZS-Herle     | 31                 | 0,95            | 0,82            | 0,52            | 5700           | 0,25       | 0,13            | 1              |

| Bez.         | $R$<br>[-]        | $m_R$<br>[-] | $m_T$<br>[-] | $\beta_R$<br>[-] | $\chi$<br>[-] | Quelle              |
|--------------|-------------------|--------------|--------------|------------------|---------------|---------------------|
| KFS-Wicht-1  | $10^{-4}$         | 5,0          | 2,0          | 0,5              | 6             | [184]               |
| KFS-Wicht-2  | $10^{-4}$         | 2,2          | 1,1          | 0,1              | 5,5           | [184, 185, 194]     |
| KS-Vogelsang | $5 \cdot 10^{-5}$ | 2,5          | 1,25         | 0,1              | 4             | [175] <sup>†</sup>  |
| KS-Osinov    | $4 \cdot 10^{-5}$ | 5,0          | 5,0          | 0,05             | 1,5           | [19, 136, 138, 139] |
| KS-Herle     | nicht kalibriert  |              |              |                  | [51, 53]      |                     |
| HS-Niemunis  | $10^{-4}$         | 5            | 2            | 0,5              | 6,0           | [121]               |
| HS-Osinov    | $5 \cdot 10^{-5}$ | 5            | 5            | 0,05             | 1,5           | [134]               |
| ZS-Duque     | $10^{-4}$         | 5            | 2,5          | 0,1              | 4,0           | [32]                |
| ZS-Herle     | nicht kalibriert  |              |              |                  | [51, 53]      |                     |

<sup>†</sup>  $m_R$  und  $m_T$  vertauscht

**Tabelle 3.2:** Parametersätze für die HP bzw. die HP+IS für KFS, KS, HS und ZS aus der Literatur: (oben) acht Parameter der HP und (unten) fünf Parameter der IS

Im Folgenden werden viele Elementsimulationen betrachtet. Letztere erfolgen in der vorliegenden Arbeit mit dem Programmcode IncrementalDriver [113] von Niemunis, welcher frei verfügbar ist [49]<sup>2</sup>. Die Simulationen der HP und der HP+IS wurden mit einer Abaqus/Standard Subroutine *umat.for* von Niemunis durchgeführt. Für Vergleichsberechnungen wurde zusätzlich die frei verfügbare *umat.for* von Mašín [49] herangezogen. Für die in den späteren Kapiteln eingeführten neuen Stoffmodelle wurden entsprechende *umat.for* Implementierungen erstellt, siehe Anhang B.

<sup>2</sup><https://soilmodels.com/>

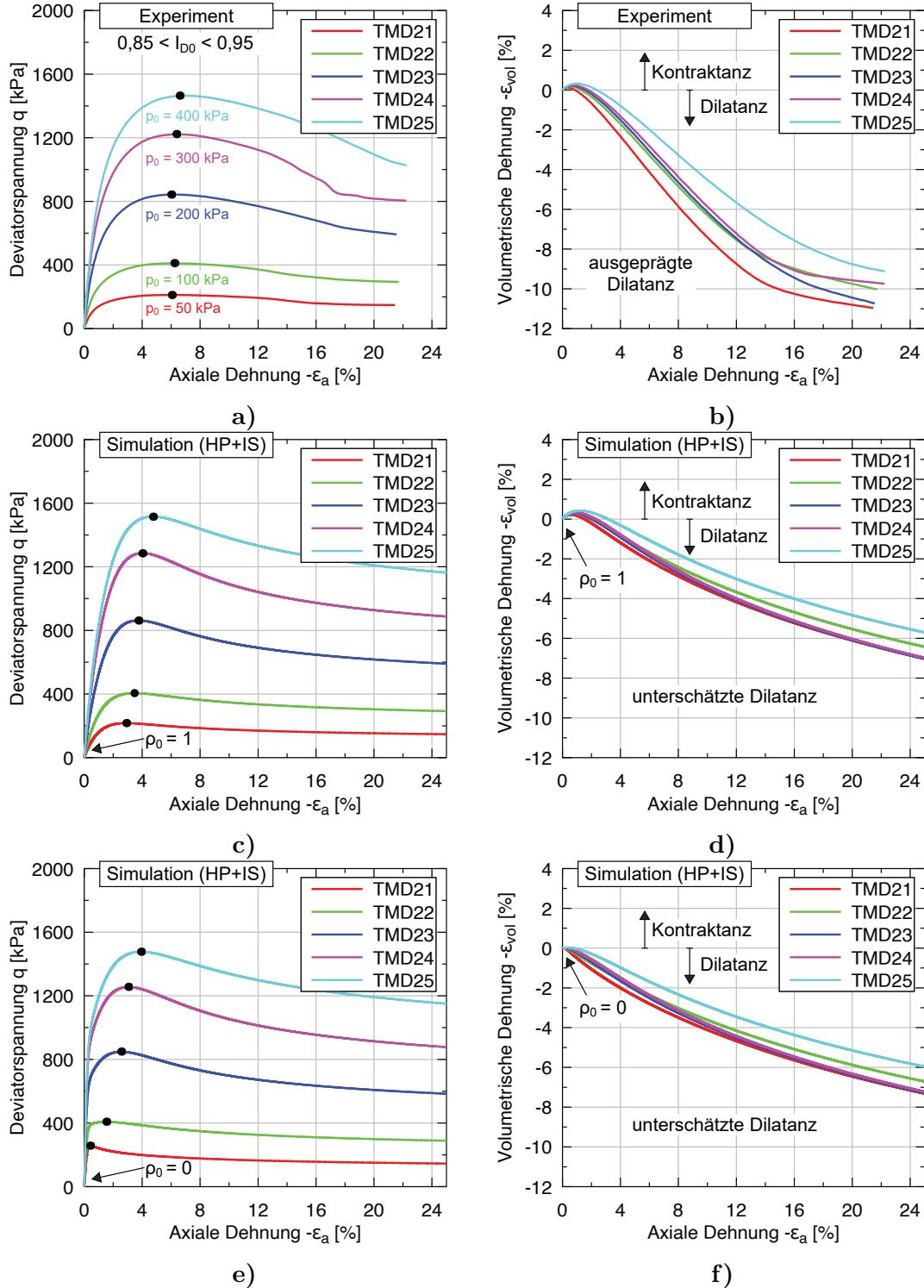
## 3.2 Unterschätzte Dilatanz dichter Böden in der HP

Ein dichter Sand zeigt infolge einer drainierten monotonen Scherung nach einer initialen geringen Verdichtung eine signifikante Volumenvergrößerung (Auflockerung), was im Allgemeinen als Dilatanz bekannt ist. Es zeigt sich jedoch, dass die HP und somit auch die HP+IS die im Versuch gemessene Dilatanz bei dichten Böden stark unterschätzt.

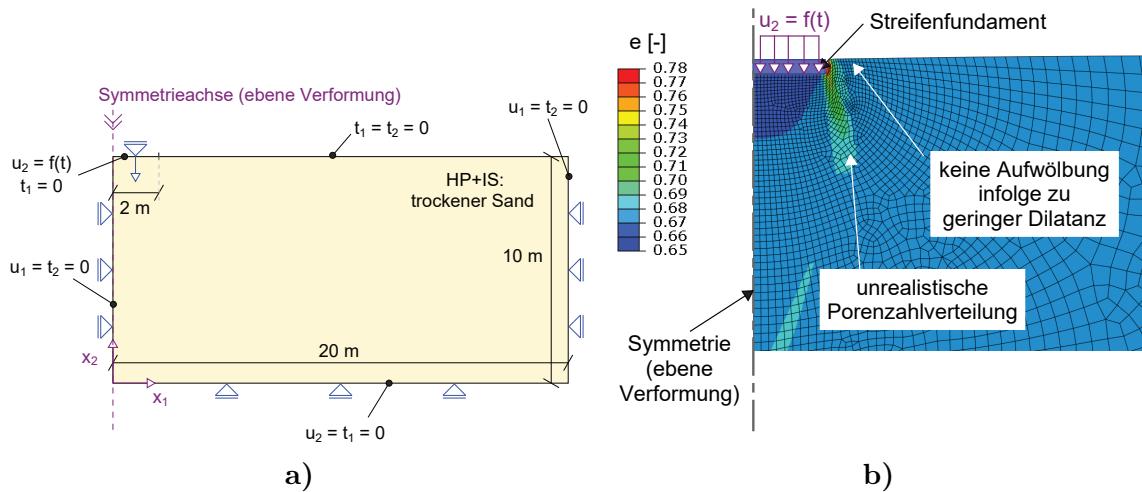
Die nicht adäquate Abbildung der Dilatanz wird mittels Elementsimulationen und deren Vergleich mit Triaxialversuchsdaten für Karlsruher Feinsand (KFS) demonstriert. Es werden die monotonen Kompressionsversuche TMD21 bis TMD25 aus [194] mit einer relativen Anfangslagerungsdichte vor Beginn der Scherung von  $0,85 \leq I_{D0} \leq 0,95$  (dichter Sand) betrachtet. Die Versuche unterscheiden sich im initialen mittleren effektivem Druck ( $50 \text{ kPa} \leq p_0 \leq 400 \text{ kPa}$ ). Abbildung 3.3a stellt die in den Versuchen gemessenen Deviatorspannungen  $q$  und Abbildung 3.3b die gemessenen volumetrischen Dehnungen  $\varepsilon_{\text{vol}}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  dar. Die ausgeprägte Dilatanz zeigt sich deutlich. Die dichten Proben erreichen nach einer axialen Dehnung von  $-\varepsilon_a = 20\%$  eine volumetrische Dehnung von circa  $\varepsilon_{\text{vol}} \approx 10\%$ . Außerdem zeigt sich vor dem Erreichen des asymptotischen Zustands eine Peak-Deviatorspannung, welche in den Experimenten bei einer axialen Dehnung von circa  $-\varepsilon_a = 6\%$  erreicht wird. Die angestrebten asymptotischen Zustände werden aufgrund des sich einstellenden nahezu volumenkonstanten Dehnungspfads als kritische Zustände bezeichnet.

Die numerische Nachrechnung der Versuche mit der HP+IS erfolgt anhand des Parametersatzes KFS-Wicht-2, siehe Tabelle 3.2. Dieser Parametersatz wird, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, auch für alle weiteren Simulationen im Rahmen des vorliegenden Kapitels herangezogen. Vergleichbare Ergebnisse zu denen aus Abbildung 3.3 finden sich auch in [184, 185, 194]. Die Porenzahl und der Anfangsspannungszustand sind entsprechend den Versuchen initialisiert. Außerdem wurden zwei Möglichkeiten der Initialisierung der intergranularen Dehnung betrachtet. Die Simulationsergebnisse für eine isotrope Initialisierung mit  $\rho_0 = 1$  (INI 1) zeigen die Abbildungen 3.3c und 3.3d und mit einer Initialisierung von  $\rho_0 = 0$  (INI 3) die Abbildungen 3.3e und 3.3f. Direkt ersichtlich wird, dass sowohl die Steifigkeit als auch der Dehnungspfad zu Beginn der Simulation stark durch die Initialisierung von  $\mathbf{h}$  beeinflusst wird.

Die HP+IS kann den Verlauf der Deviatorspannung qualitativ wiedergeben. Die maximale Peak-Festigkeit tritt allerdings verglichen mit den Versuchen bei einer geringeren axialen Dehnung auf. Für den Fall der IS-Initialisierung mit  $\rho_0 = 0$  zeigt sich zu Beginn der Berechnung eine deutlich zu große Steifigkeit, was auf die in diesem Fall wirkende intergranulare Dehnung zurückzuführen ist. Dies führt dazu, dass für den Versuch TMD21 mit dem geringsten mittleren effektiven Druck die Peak-Festigkeit in der Simulation nach weniger als 1% axialer Dehnung auftritt. Im Versuch TMD25 dagegen ist letztere erst bei etwa 6% axialer Dehnung erreicht (vgl. schwarze Punkte in Abbildung 3.3). Für den Fall der isotropen IS-Initialisierung mit  $\rho_0 = 1$  ergeben sich realistischere Simulationsergebnisse, wenngleich auch für diesen Fall die Peak-Festigkeit bei geringerer axialer Dehnung als im Versuch auftritt. Im Bereich vor dem Peak sind die Simulationsergebnisse demzufolge zu steif. In den Simulationen ist die erforderliche axiale Dehnung bis zum Erreichen der



**Abbildung 3.3:** Experimentelle Ergebnisse [184] vs. Elementsimulationen mit der HP+IS (unterschiedlich initialisierte IS) für monotone drainierte Triaxialversuche an dichten Proben an KFS ( $0,85 \leq I_{D0} \leq 0,95$ ) bei unterschiedlichem Druckniveau: a), c) und e) Deviatorspannung  $q$  und b), d) und f) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$



**Abbildung 3.4:** Simulation eines Streifenfundaments (steif und vollrau) auf dichtem Sand ( $e_0 = 0,677$  ( $I_{D0} = 1$ )): a) untersuchtes Anfangsrandwertproblem (ARWP) und b) Verteilung der Porenzahl  $e$  nach einer vorgegebenen vertikalen Fundamentverschiebung von  $u_2 = 5$  cm (überhöhte Darstellung) (modifiziert aus [101])

Peak-Festigkeit zudem vom Druckniveau abhängig. Je größer der Druck, desto größer ist die Dehnung bis zur maximalen Deviatorspannung. Dieser ausgeprägte Trend ist in den Versuchen nicht zu beobachten.

Die Auflockerung infolge der Dilatanz bei fortgesetzter monotoner Verformung kann mittels der HP+IS bzw. der HP nicht adäquat reproduziert werden. Zwar führt die Initialisierung der IS mit  $\rho_0 = 1$  im Vergleich zu den Berechnungen mit  $\rho_0 = 0$  zu einer realistischen Abbildung der anfänglichen Kontraktanz (Verdichtung), die mit zunehmender axialer Dehnung auftretende Dilatanz (Auflockerung) der dichten Proben wird jedoch systematisch unterschätzt. Dies ist auf das Basismodell der HP zurückzuführen, da der Einfluss der IS bei einer monotonen Verformung verschwindet. Der Fehler beträgt nach einer groben Schätzung circa 40 %. Die zutreffende Reproduktion von Kontraktanz- und Dilatanzeffekten kann bei Tragfähigkeitsproblemen entscheidend sein, da Ver- oder Entspannungseffekte die Festigkeit gerade unter undrainierten Bedingungen entscheidend beeinflussen. Für die betrachteten Versuche erscheint eine isotrope Initialisierung der intergranularen Dehnung mit  $\rho_0 = 1$  zutreffend. Im Allgemeinen sei bezüglich dieser initialen Werte auf die Diskussion in Abschnitt 3.6.1 verwiesen.

Das gezeigte Defizit der unterschätzten Dilatanz in dichtem Sand der HP bzw. der HP+IS kann relevante Auswirkungen auf die Berechnungsergebnisse von Randwertproblemen haben. Als Beispiel hierfür wird ein monoton und vertikal belastetes Streifenfundament mit einer Breite von  $B = 4$  m auf einer 10 m dicken Sandschicht ohne Einbindetiefe betrachtet. Das zweidimensionale, quasi-statische Anfangsrandwertproblem<sup>3</sup> (ARWP) unter Ausnutzung von Systemsymmetrien ist in Abbildung 3.4a dargestellt. Das als perfekt starr und

---

<sup>3</sup>Das ARWP wurde numerisch mit Abaqus/Standard und 28 CPE3 und 2542 CPE4 Finiten-Elementen (gemischtes Netz) gelöst.

rau angenommene Fundament wird dabei vereinfacht mittels einer vorgegebenen vertikalen Verschiebung von maximal  $u_2(t_{\text{end}}) = 5 \text{ cm}$  bei verhinderter horizontaler Verschiebung der entsprechenden Knoten am oberen linken Rand des untersuchten Gebiets simuliert. Die Anfangsdichte des KFS wurde zu  $e_0 = e_{d0} = 0,677$  ( $I_{D0} = 1,0$ ) gewählt. Die intergranulare Dehnung wurde mit  $\boldsymbol{h}_0 = \mathbf{0}$  initialisiert und die Berechnung beginnt mit einem geostatischen Anfangsspannungszustand mit einem Seitendruckbeiwert von  $K_0 = 1$  (isotrope Anfangsspannung).

Bei der Belastung eines Flachfundaments ohne Einbindetiefe auf sehr dichtem Sand ist ein sog. generelles Scherversagen (engl. general shear) mit einer Aufwölbung der Geländeoberkante außerhalb des Fundaments zu erwarten [174]. Die Simulation mit der HP+IS ergibt dieses Versagensmuster jedoch nicht und es zeigt sich kein Aufwölben der Geländeoberkante neben dem Fundament. Die resultierende Verteilung der Porenzahl ist ebenfalls unrealistisch und es zeigt sich ein durchstanzender Versagensmechanismus, siehe Abbildung 3.4b. Die genannten Defizite des simulierten qualitativen Verhaltens des Flachfundaments auf dichtem Sand sind auf die unterschätzte Dilatanz im dichten Boden zurückzuführen [101].

### 3.3 Zugzustand in der HP

Wie bereits in Abschnitt 2.6 diskutiert, kann die Bedingung für ideal plastisches Fließen  $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{0}$  in der HP mittels dem Grad der Nichtlinearität zu

$$Y = f_d \|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| = f_d \|\mathbf{B}\| = 1 \quad (3.1)$$

formuliert werden [112]. Der Tensor vierter Stufe  $\mathbf{L}$  und der Tensor zweiter Stufe  $\mathbf{N}$  sind dabei Funktionen der effektiven Spannung, siehe Abschnitt 2.4.

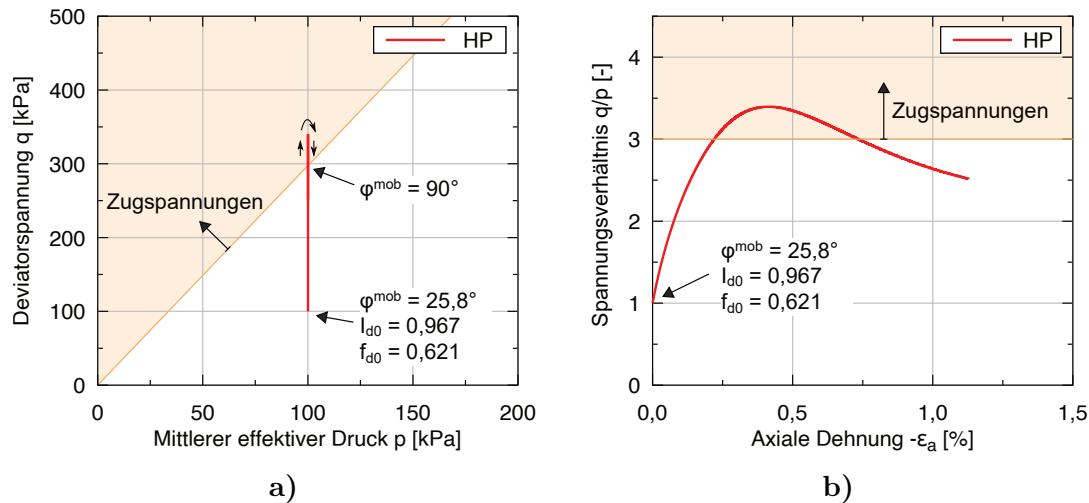
Für den Pyknotropiefaktor gilt nach Gl. (2.38)

$$f_d(e, p) = \left( \frac{e - e_d(p)}{e_c(p) - e_d(p)} \right)^{\alpha} = r_e^{\alpha} \quad (3.2)$$

mit der Porenzahl im kritischen bzw. im dichtesten Zustand  $e_c(p)$  bzw.  $e_d(p)$  und dem Materialparameter  $\alpha > 0$ . Die Grenzporenzahlen sind druckabhängig und es gilt  $e_c(p) > e_d(p) > 0$ . Unabhängig vom mittleren effektiven Druck  $p$  gilt  $f_d(e = e_d(p)) = 0$  und  $f_d(e = e_c(p)) = 1$ .

Es zeigt sich, dass für einen dichten Boden in der HP die Bedingung  $Y = 1$  bei einem Zugspannungszustand, also ein Spannungszustand mit mindestens einer positiven Hauptspannungskomponente, erreicht werden kann. Somit ist in der HP und der HP+IS das Auftreten von Zugspannungen infolge einer monotonen Scherung theoretisch möglich. Ein solcher Spannungszustand ist für einen granularen Boden physikalisch nicht zulässig.

Zur Veranschaulichung des beschriebenen Problems wird ein isobares ( $p = \text{const}$ ) Scherexperiment unter axialsymmetrischen Bedingungen betrachtet. Zur Verdeutlichung der auftretenden Zugspannungen wird der Parameter der granularen Härte  $h_s$  zu  $8 \cdot 10^8 \text{ kPa}$  gesetzt



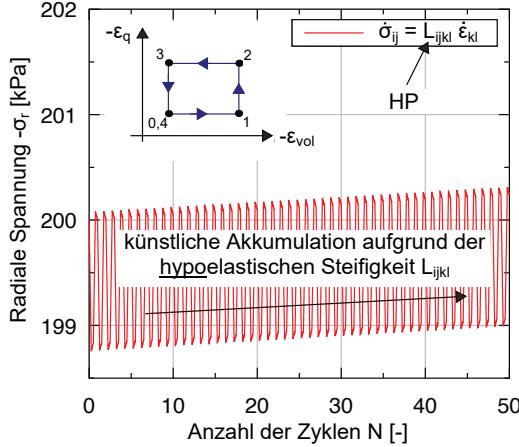
**Abbildung 3.5:** Isobares Scheren unter axialsymmetrischen Bedingungen eines dichten Sands kann bei der Simulation mit der HP zu einem unzulässigen Zugspannungszustand führen: a) Überschreiten der 1:3 Linie im  $pq$ -Diagramm und b) Erreichen unzulässig hoher Spannungsverhältnisse  $q/p$  (modifiziert aus [101])

(sonst Parametersatz KFS-Wicht-2). Es wird ein anisotroper Anfangsspannungszustand von  $p_0 = q_0 = 100$  kPa und eine initiale Porenzahl von  $e_0 = 0,677$  ( $I_{d0} = 1$ ), was bei einem mittleren effektiven Druck von  $p = 100$  kPa einer druckbezogenen relativen Lagerungsdichte von  $I_{d0} = 0,967$  und einem initialen Pyknotropiefaktor von  $f_{d0} = 0,612$  entspricht, betrachtet. Die Simulation erfolgt mit der HP (ohne IS). In Abbildung 3.5a ist der resultierende Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und in Abbildung 3.5b das Spannungsverhältnis  $q/p$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung abgebildet.

Das beschriebene Problem des Erreichens eines Zugspannungszustands ist ersichtlich. Der Spannungspfad überschreitet die  $1 : 3$  Linie durch den Ursprung des  $pq$ -Diagramms, siehe Abbildung 3.5a. Für Zustände außerhalb dieser Linie entspricht mindestens eine Hauptspannung einer Zugspannung. Letztere werden dabei bereits nach einer geringen axialen Dehnungen von circa  $\varepsilon_a = -0,25\%$  erreicht, siehe Abbildung 3.5b. Mit zunehmender axialer Dehnung kehrt der Spannungszustand in den zulässigen Druckbereich zurück, was auf eine Vergrößerung der Porenzahl infolge der Dilatanz und einer damit einhergehenden Vergrößerung von  $f_d$  zurückzuführen ist. Die Porenzahl strebt zu  $e = e_c(p)$ . Infolge einer monotonen Scherung gilt asymptotisch  $f_d = 1$  und das perfekt plastische Fließen im kritischen Zustand tritt asymptotisch in einem Druckspannungszustand auf. Die Dilatanz verhindert dabei in vielen Fällen Zugspannungszustände, wenngleich letztere theoretisch nicht ausgeschlossen sind.

Es sei darauf hingewiesen, dass in manchen Implementierungen von Stoffmodellen für Sand Zugzustände per Definition ausgeschlossen sind<sup>4</sup>. Eine solche Implementierung würde die in Abbildung 3.5 dargestellten Berechnungsergebnisse nicht reproduzieren. Dabei handelt es sich um eine Einschränkung der Implementierung, welche im Sinne einer praxisnahen Stoffmodellverwendung berechtigt erscheinen mag, jedoch nicht das ursprüngliche Stoffmodell abbildet.

<sup>4</sup>Beispielsweise in der *umat.for* der HP bzw. der HP+IS von Mašín [49].



**Abbildung 3.6:** Künstliche Akkumulation durch den hypoelastischen linearen Teil der HP: Geschlossene Dehnungszyklen können in einem hypoelastischen Stoffmodell zu einer künstlichen Spannungsakkumulation führen (modifiziert aus [106])

### 3.4 Folgen einer hypoelastischen Steifigkeit

Der lineare Teil der HP lässt sich mit dem spannungsabhängigen Tensor  $L$ , siehe Gl. (2.30) ausdrücken und

$$\dot{\sigma} = L : \dot{\varepsilon} \quad (3.3)$$

stellt für sich allein genommen ein hypoelastisches Stoffmodell dar. Eine theoretische Einführung in die Formen der Elastizität ist in Abschnitt 7.2 gegeben. Bei hypoelastischen Formulierungen kann eine zyklische Verformung mit geschlossenen Dehnungszyklen im Allgemeinen zu einer Energie- und Spannungsakkumulation führen [56, 106, 144]. Im Rahmen von Stoffmodellen für Boden ist die Akkumulation aus dem linearen Teil auch als künstliche Akkumulation (engl. artificial accumulation) bekannt. Bei der Simulation von zyklischen Verformungen mit der HP bzw. mit der HP+IS kommt es daher zu einer Überlagerung von künstlichen Akkumulationseffekten mit Akkumulationseffekten aus dem nichtlinearen Term  $N$ . Letzterer stellt dabei den konstitutiv zu kalibrierenden Teil des Stoffmodells dar und wurde im IS-Konzept zur Simulation zyklischer Verformungen reduziert, siehe Gl. (2.45).

Die künstliche Akkumulation des hypoelastischen Stoffmodells aus Gl. (3.3) wird anhand der Simulation geschlossener Dehnungszyklen in einem axialsymmetrischen Zustand betrachtet, welche aufgrund der Vernachlässigung des Barotropiefaktors  $f_s$  relativ groß gewählt wurden ( $\Delta\varepsilon_{vol} = 0,5$  und  $\Delta\varepsilon_q = 0,5$ ). Die effektive Spannung stellt im Stoffmodell nach Gl. (3.3) die einzige Zustandsvariable dar. Es wird ein Spannungszustand von  $\sigma_a = 2\sigma_r = -400$  kPa initialisiert. Die resultierende Spannungskomponente  $\sigma_r$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Die bereits diskutierte künstliche Akkumulation ist deutlich sichtbar.

Es lässt sich schlussfolgern, dass der elastische Teil hypoplastischer Stoffmodelle mittels einer hyperelastischen Steifigkeit formuliert werden sollte. Eine solche elastische Steifigkeit liefert, wie in Abschnitt 7.2 gezeigt wird, keine künstlichen Akkumulationseffekte. Nur so kann sichergestellt werden, dass, unter Vernachlässigung theoretisch möglicher numerischer Einflüsse, Akkumulationseffekte tatsächlich eindeutig mittels Stoffmodellparameter kalibriert werden können und nicht ein Nebenprodukt der elastischen Steifigkeit darstellen.

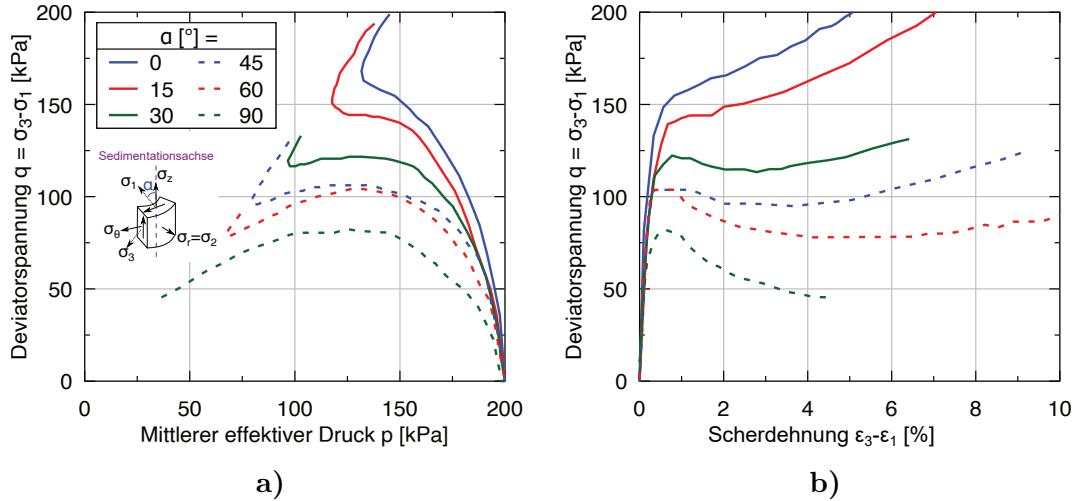
## 3.5 Fehlender Einfluss einer anisotropen Bodenstruktur (Fabric) in der HP

Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass die zwei Zustandsvariablen der HP ( $\sigma$  und  $e$ ) nicht ausreichen, um das konstitutive Verhalten granularer Böden unter monotoner Verformung vollständig zu beschreiben. Wie in Kapitel 5 diskutiert wird, stellt die Porenzahl lediglich ein isotropes Maß der Mikrostruktur des Bodens dar. Zur konstitutiven Erfassung der anisotropen Mikrostruktur (engl. fabric) ist daher, wie beispielsweise in [25, 40, 80, 209] beschrieben, die Einführung einer weiteren (tensoriellen) Zustandsvariable als Maß der anisotropen Mikrostruktur erforderlich. Der Begriff „Fabric“ steht im Folgenden für eine anisotrope Mikrostruktur im Allgemeinen. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden zudem zur konstitutiven Beschreibung der anisotropen Mikrostruktur in zwei unabhängigen und neu entwickelten Stoffmodellen sowohl ein Fabric-Tensor  $\mathbf{F}$  als auch ein Strukturtensor  $\mathbf{z}$  eingeführt.

Der Einfluss der Fabric auf das makroskopisch beobachtete Bodenverhalten zeigt sich beispielsweise in Hohlzylindertriaxialversuchen, bei denen der Winkel  $\alpha$  zwischen der Richtung der größten Hauptspannung und der Sedimentationsrichtung variiert wird [171, 212]. Exemplarisch zeigt Abbildung 3.7 undrainierte Versuche an lockerem Fraser River Sand (FRS) ( $I_D = 0,3$ ) aus [171] für ein konstantes Verhältnis  $b = (\sigma_3 - \sigma_2)/(\sigma_3 - \sigma_1) = 0$ . Dieses entspricht einem Lode-Winkel von  $\theta = 0^\circ$  und damit einem undrainierten triaxialen Kompressionsversuch. Dabei stellen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ,  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_3$  die Hauptspannungen bzw. die Hauptdehnungen dar.

Wie im effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm in Abbildung 3.7a erkennbar, führt ein größerer Winkel  $\alpha$  zu einem stärkeren Abbau der effektiven Spannungen zu Beginn der Scherung infolge der verhinderten Kontraktanz. Entsprechend zeigen sich auch deutliche Unterschiede im Spannungs-Dehnungs-Diagramm in Abbildung 3.7b: Je größer  $\alpha$ , desto weicher verhält sich der Boden. Eine Berücksichtigung dieser Beobachtung nur mittels der Zustandsvariablen der effektiven Spannung  $\sigma$  und der Porenzahl  $e$  ist ausgeschlossen.

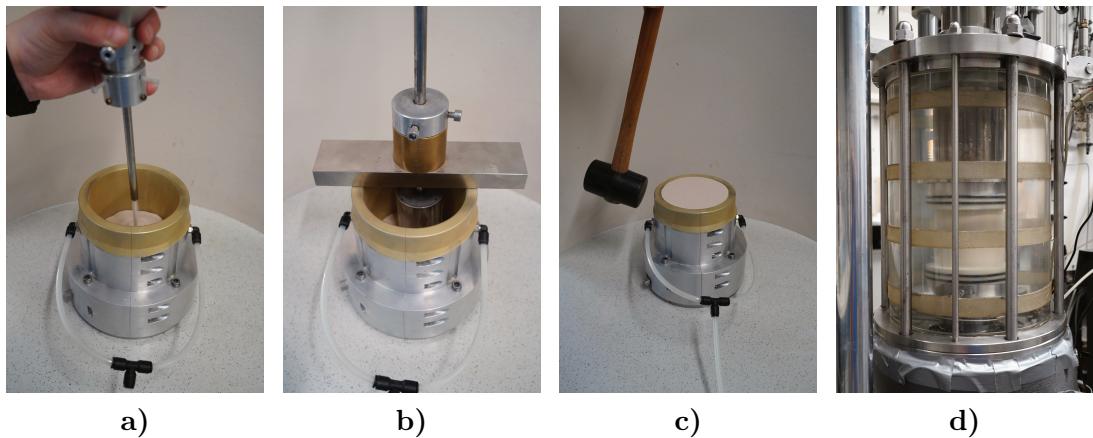
Darüber hinaus zeigen undrainierte monotone Triaxialversuche in Abhängigkeit von der gewählten Einbaumethode trotz gleichem effektiven Anfangsspannungszustand und gleicher Dichte Unterschiede im mechanischen Verhalten, was auf eine andere Fabric des Bo-



**Abbildung 3.7:** Der Winkel  $\alpha$ , hier definiert als Winkel zwischen der Richtung der maximalen Hauptspannung  $\sigma_1$  und der Vertikalen (entspricht der Sedimentationsachse), hat in undrainierten Hohlzylindertriaxialversuchen mit  $b = 0$  ( $\cong$  triaxiale Kompressionsversuche) an lockerem Fraser River Sand ( $I_D = 0,3$ ) einen starken Einfluss auf den a) effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) auf den Spannungs-Dehnungspfad (modifiziert aus [171])

| Test          | $I_{D0}$ [-]                         | $e_0$ [-] | $p_0$ [kPa] | $N$ [-] / $q^{\text{ampl}}$ [kPa] | Präparation |
|---------------|--------------------------------------|-----------|-------------|-----------------------------------|-------------|
| TMU2 [194]    | 0,64                                 | 0,814     | 200         | -                                 | AP          |
| TMU2-DCP1     | 0,30 $\xrightarrow{\text{DCP}}$ 0,66 | 0,805     | 200         | Hammerschläge                     | AP          |
| TMU-MT10      | 0,56                                 | 0,843     | 200         | -                                 | MT          |
| TMU-MT10DCP1  | 0,30 $\xrightarrow{\text{DCP}}$ 0,52 | 0,860     | 200         | Hammerschläge                     | MT          |
| TMU-AP2 [194] | 0,30                                 | 0,941     | 300         | -                                 | AP          |
| TMU-AP2UCP1   | 0,33 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,33 | 0,929     | 300         | 40/20                             | AP          |
| TMU-AP2UCP2   | 0,35 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,35 | 0,922     | 300         | 100/20                            | AP          |
| TMU-AP2UCP3   | 0,25 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,26 | 0,958     | 300         | 100/40                            | AP          |
| TMU-AP2UCP4   | 0,35 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,38 | 0,912     | 300         | 75/60                             | AP          |
| TMU-MT5 [194] | 0,27                                 | 0,951     | 300         | -                                 | MT          |
| TMU-MT5UCP1   | 0,31 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,31 | 0,937     | 300         | 40/20                             | MT          |
| TMU-MT5UCP2   | 0,32 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,32 | 0,933     | 300         | 100/20                            | MT          |
| TMU-MT5UCP3   | 0,30 $\xrightarrow{\text{UCP}}$ 0,30 | 0,941     | 300         | 100/40                            | MT          |

**Tabelle 3.3:** Versuchsprogramm an KFS bestehend aus undrainierten monotonen triaxialen Kompressionsversuchen an Proben unterschiedlicher Einbaumethoden mit und ohne zyklische Vorbelastung



**Abbildung 3.8:** Symbolbilder der Probenpräparation mittels a) trockenen Einrieselns (AP) und b) feuchten Einstampfens (MT) sowie der c) drainierten zyklischen Vorbelaetung mittels Hammerschlägen (DCP) und d) der undrainierten zyklischen Vorbelaetung (UCP)

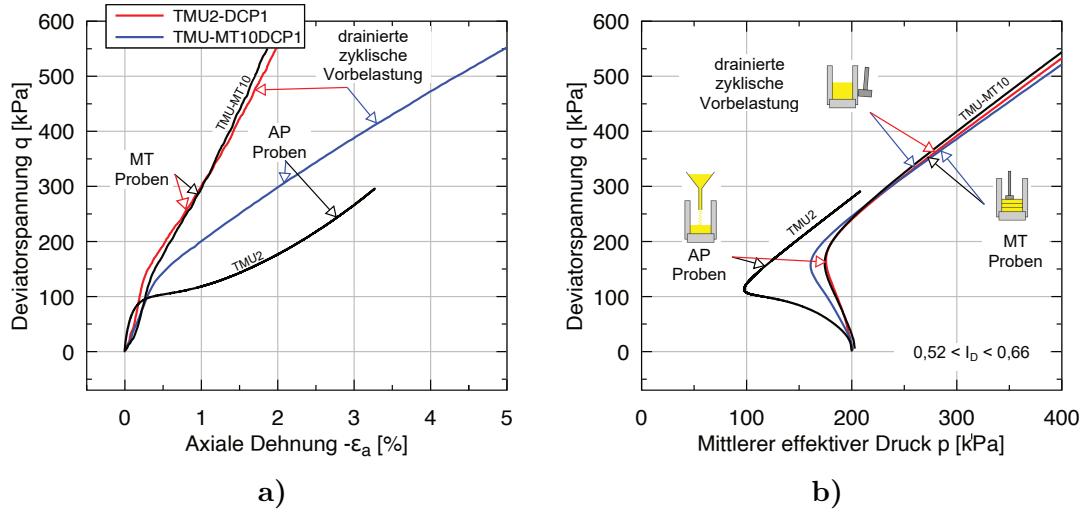
dens, induziert durch verschiedene Präparationsmethoden, zurückzuführen ist. Für Karlsruher Feinsand (KFS) wurden entsprechende Versuche beispielsweise in [184, 192, 194] gezeigt. Ergänzend wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Versuche zum Einfluss der Probenpräparationsmethode und einer zyklischen Vorbelaetung auf eine folgende undrainierte monotone triaxiale Kompression durchgeführt<sup>5</sup> [108]. Das Versuchsprogramm mit Referenzversuchen aus [194] ist in Tabelle 3.3 dargestellt.

Es wurden zwei Probenpräparationsmethoden betrachtet. Beim trockenen Einrieseln (engl. air pluviation (AP)) wird der Sand, wie in Abbildung 3.8a dargestellt, mithilfe einer Düse im trockenen Zustand in den Probenformer eingebracht. Die sich einstellende Dichte der Probe kann durch den Düsendurchmesser und die Fallhöhe der einzelnen Körner beeinflusst werden [98, 172]. Beim feuchten Einstampfen (engl. moist tamping (MT)) wird der Boden hingegen im feuchten Zustand (mit definiertem Wassergehalt) lagenweise in den Probenformer eingestampft [75], siehe Abbildung 3.8b. Beide Methoden ermöglichen identische Einbaudichten. Es wurde der Einfluss einer drainierten zyklischen Vorbelaetung (engl. drained cyclic preloading (DCP)) sowie einer undrainierten zyklischen Vorbelaetung (engl. undrained cyclic preloading (UCP)) auf eine monotone undrainierte Scherung untersucht. Während die UCP durch die vorgegebene Spannungsamplitude und die Anzahl der Zyklen gut quantifizierbar ist, wurde die DCP mithilfe von Hammerschlägen auf den Probenformer eingeprägt und ist daher schwer zu quantifizieren<sup>6</sup>. Exemplarisch sind die zyklischen Vorbelaetungsmethoden in Abbildung 3.8c und 3.8d dargestellt.

Die Einbaudichten wurden so gewählt, dass nach der zyklischen Vorbelaetung (engl. cyclic preloading (CP)) und einer ggf. erforderlichen Rekonsolidierung vergleichbare Aus-

<sup>5</sup>Es wurden Proben mit  $h = d = 100$  mm, geschmierten Endflächen und eine Verformungsrate von  $\dot{\varepsilon}_a = 0,1\%/\text{min}$  für die monotone Kompression bzw.  $\dot{\varepsilon}_a = 0,05\%/\text{min}$  für die zyklische Verformung verwendet.

<sup>6</sup>Durch die Hammerschläge auf den Probenformer konnte eine DCP mit vergleichsweise großen Volumenverformungen unter Beibehaltung der zylindrischen Probenform erreicht werden.

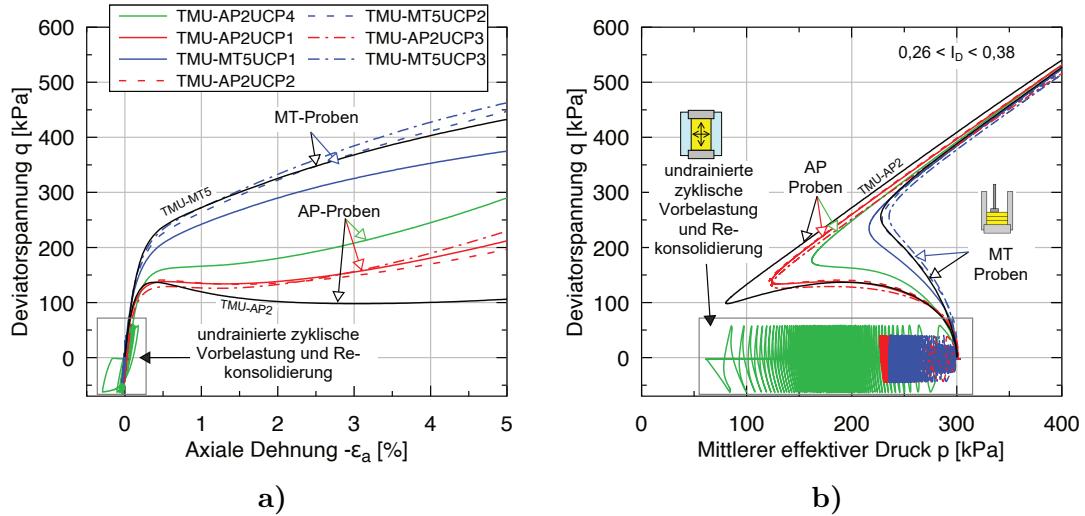


**Abbildung 3.9:** Einfluss der Probenpräparationsmethode und einer drainierten zyklischen Vorbelastung (DCP) auf a) die Spannungs-Dehnungs-Kurve und b) den effektiven Spannungspfad in monotonen undrainierten Triaxialversuchen mitteldichten Proben aus KFS (modifiziert aus [108])

gangszustände ( $e_0$ ,  $\sigma_0$ ) für die monotone undrainierte Scherung vorliegen. Diese initialen Zustände sind Tabelle 3.3 zu entnehmen. Die Versuchsreihe umfasst Proben mit unterschiedlichen Dichten sowie Versuche mit und ohne zyklische Vorbelastung.

Die Versuche an mitteldichten Proben (mit und ohne DCP) sind in Abbildung 3.9 und an lockeren Proben (mit und ohne UCP) in Abbildung 3.10 dargestellt. In der monotonen undrainierten Abscherphase ergeben sich je nach Präparationsmethode bzw. zyklischer Vorbelastung unterschiedliche effektive Spannungspfade und Spannungs-Dehnungspfade. Die initiale Kontraktanz, welche sich durch einen Abbau des mittleren effektiven Drucks zu Beginn der Scherung zeigt, ist bei AP-Proben deutlich stärker ausgeprägt als bei MT-Proben. Die untersuchte DCP eliminiert diesen Unterschied jedoch weitgehend, sodass die Versuchsergebnisse der AP-Proben mit drainierter zyklischer Vorbelastung sehr nahe an denen der MT-Proben ohne zyklische Vorbelastung liegen, siehe Abbildung 3.9. Bei den Versuchen zur UCP zeigt sich ein differenzierteres Bild: Je ausgeprägter die zyklische Vorbelastung, desto stärker gleichen sich die Spannungs-Dehnungspfade der AP-Proben in der nachfolgenden monotonen Abscherphase denen der MT-Proben an, siehe Abbildung 3.10. Bei MT-Proben ist der Einfluss einer zyklischen Vorbelastung hingegen gering. Interessanterweise erfordert das vollständige Auslöschen der durch die beiden Präparationsmethoden unterschiedlich initiierten Fabric eine relativ ausgeprägte zyklische Vorbelastung. Kleine Zyklen verändern die initiale Fabric hingegen nur geringfügig. Weitere experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der anisotropen Bodenstruktur auf das mechanische Bodenverhalten sind in der Literatur zu finden [4, 30, 77, 95, 96, 110, 111, 128, 129, 167, 192, 194, 208].

Aus den Experimenten und der Literatur lassen sich qualitative Anforderungen an die einzuführende Zustandsvariable der Fabric ableiten:



**Abbildung 3.10:** Einfluss der Probenpräparationsmethode und einer undrainierten zyklischen Vorbelastung (UCP) auf a) die Spannungs-Dehnungs-Kurve und b) den effektiven Spannungspfad in monotonen undrainierten Triaxialversuchen an lockeren Proben aus KFS (modifiziert aus [108])

- Die Fabric sollte sich primär durch Scherung ändern und daher eine tensorielle Größe sein.
- Die Fabric sollte bei unterschiedlicher Probenpräparation unterschiedlich initialisiert werden.
- Die Fabric sollte eine Änderung des kontraktanten Bodenverhaltens bewirken.
- Die Fabric sollte sich bei monotoner Scherung einem asymptotischen Wert annähern, um dem Konzept der CSSM zu entsprechen.
- Die Fabric sollte sich bei zyklischer Belastung verändern, auch wenn die Entwicklung bei zyklischer Belastung mit geringer Intensität, wie im Fall der hier untersuchten UCP, nur langsam erfolgt.

Die dargestellten Überlegungen werden in Kapitel 5 bzw. Abschnitt 7.8 konstitutiv beschrieben und mittels des Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$  bzw. der Strukturvariablen  $z$  in den, im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, neuen hypoplastischen Stoffmodellen HP+GIS+ACST und NHP+GIS berücksichtigt.

## 3.6 Untersuchungen zur intergranularen Dehnung (IS)

Das Konzept der intergranularen Dehnung (engl. intergranular strain (IS)) wurde zur Reduzierung des Problems des sog. Ratchettings eingeführt, siehe Abschnitt 2.5. Stoffmodelle, welche mit der IS gekoppelt sind, können daher auch zur Simulation zyklischer

Verformungen herangezogen werden. Im Folgenden werden einige (teils problematische) Aspekte der ursprünglichen IS-Version nach Niemunis und Herle [121] analysiert, welche nicht zuletzt zur Entwicklung des in Kapitel 6 eingeführten Konzepts der generalisierten intergranularen Dehnung (engl. generalized intergranular strain (GIS)) motivierten.

### 3.6.1 Zur Initialisierung der intergranularen Dehnung

Eine nicht triviale Fragestellung betrifft die Initialisierung des Tensors der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$ , da diese Zustandsvariable im Vergleich zum Spannungszustand bzw. der Porenzahl keiner in einem Versuch oder *in situ* messbaren physikalischen Größe entspricht. Der initiale Wert von  $\mathbf{h}$  kann jedoch erhebliche Auswirkungen auf Berechnungsergebnisse haben [163], wie beispielsweise bereits in Abbildung 3.3 demonstriert wurde.

Drei Möglichkeiten der Initialisierung erscheinen zunächst theoretisch begründbar:

- **INI 1:** Isotrop vollständig mobilisiert zu  $h_{11} = h_{22} = h_{33} = -\textcolor{blue}{R}/\sqrt{3}$  bzw.  $\mathbf{h} = -\textcolor{blue}{R}/\sqrt{3}\boldsymbol{\delta}$ , also  $\rho = 1, 0$ :

Eine isotrope Initialisierung kann physikalisch beispielsweise durch die zuvor in einem Triaxialversuch erfolgte isotrope Kompression begründet werden.

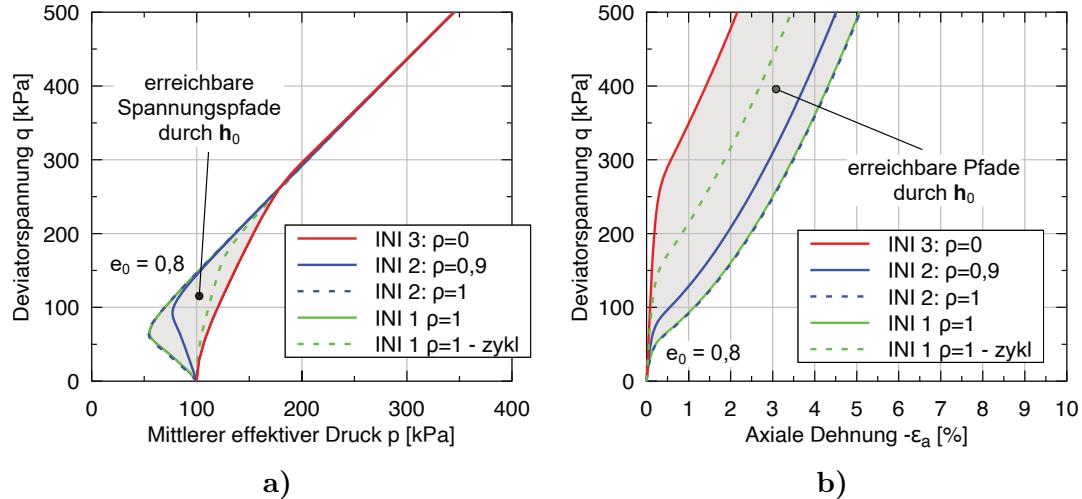
- **INI 2:** In vertikaler Richtung vollständig mobilisiert zu  $h_v = -\textcolor{blue}{R}$ , also  $\rho = 1, 0$ :

Dieser Ansatz kann durch einen vertikalen Probeneinbau im Labor oder durch Sedimentation bzw. eine vertikale Vorbelastung *in situ* begründet werden. Die daraus resultierende eindimensionale Kompression führt zu einer entsprechenden Mobilisierung der IS in vertikaler Richtung.

- **INI 3:** Nicht mobilisiert mit  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ , also  $\rho = 0$ :

Eine zyklische Verformung mit kleinen Amplituden führt gemäß Gl. (2.48) zu einem Abbau der IS auf  $\rho = 0$  (sog. shakedown) [121]. Im Labor kann eine solche zyklische Belastung beispielsweise durch geringe Erschütterungen beim Einbau der Probe in den Versuchsstand entstehen. Zudem können kleine zyklische Verformungen auch durch die Druckregelung induziert werden. Infolgedessen wäre zu Beginn der Scherung  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$  zu initialisieren. *In situ* können geringfügige zyklische Verformungen beispielsweise durch kleine Erdbeben, Verkehrslasten oder einen schwankenden Grundwasserstand denselben Effekt hervorrufen.

Dabei gilt jeweils entweder  $\rho = 0$  oder  $\rho = 1$ . Daraus folgt, dass auch Fälle mit  $0 \leq \rho \leq 1$  begründbar sind, wodurch die Initialisierung der IS letztendlich willkürlich ist. Es sei darauf hingewiesen, dass durch eine entsprechende Wahl der initialen Werte Defizite des zugrunde gelegten Stoffmodells, beispielsweise die in Abschnitt 3.5 beschriebene fehlende Berücksichtigung einer anisotropen Strukturvariablen (Fabric), bei entsprechendem Anwenderwissen, „ausgeglichen“ werden können. Dieses Vorgehen ist jedoch nicht im Sinne einer ganzheitlichen konstitutiven Modellierung für Boden.

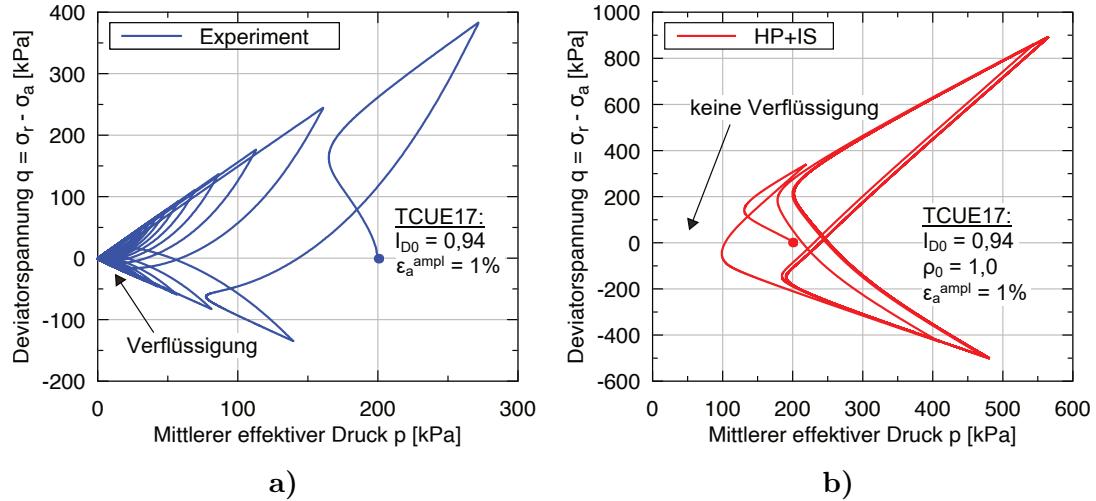


**Abbildung 3.11:** Einfluss der Initialisierung der intergranularen Dehnung  $h$  auf einen monotonen undrainierten Triaxialversuchs ( $p_0 = 100$  kPa,  $e_0 = 0,8$ ): a) Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Spannungs-Dehnungs-Pfad im  $q\epsilon_a$ -Diagramm

Der Einfluss der verschiedenen Initialisierungsmöglichkeiten in der HP+IS wird anhand von Elementsimulationen eines monotonen, undrainierten Triaxialversuchs mit einem isotropen effektiven Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa und einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 0,8$  ( $I_{D0} = 0,67$ ) gezeigt. Der resultierende Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm ist in Abbildung 3.11a und die resultierende Spannungs-Dehnungs-Kurve im  $q\epsilon_a$ -Diagramm in Abbildung 3.11b dargestellt.

Es wird der große Einfluss der initialen IS auf die Simulationsergebnisse deutlich. Die Fälle INI 1 und INI 2 mit  $\rho = 1$  führen, auch aufgrund des gewählten Parametersatzes ( $m_T$ ), zu einem sehr ähnlichen Simulationsergebnis. Für den betrachteten Fall entspricht dies nahezu den Simulationsergebnissen der HP ohne die IS Erweiterung (nicht gezeigt) und führt daher im simulierten monotonen Versuchs praktisch zu einer Deaktivierung der IS. Für INI 3 ( $\rho = 0$ ) zeigen sich signifikant abweichende Berechnungsergebnisse. Das Stoffmodell verhält sich steifer und es zeigt sich keine Spannungsrelaxation zu Beginn der Berechnung.

Eine Initialisierung entsprechend INI 2 mit  $\rho = 0,9$  liefert Ergebnisse zwischen den zuvor genannten. Zudem wurde der Einfluss einer kleinen (zyklischen und volumetrischen) Störung simuliert, indem für die Initialisierung INI 1 mit  $\rho = 1$  vor der monotonen Scherung 25 Zyklen mit  $p^{\text{ampl}} = 0,5$  kPa und  $q^{\text{ampl}} = 0$  simuliert wurden. Diese Belastung könnte beispielsweise aus der Regelung des Zelldrucks in einem Triaxialversuch resultieren. Nach der zyklischen Belastungsphase ergibt sich für den gewählten Parametersatz  $\rho \approx 0,68$  bei nahezu unveränderter Porenzahl  $e = 0,7999 \approx 0,8$ . Der starke Einfluss der sehr kleinen zyklischen Verformung auf die darauffolgende undrainierte Abscherphase ist jedoch deutlich zu erkennen. Die Streuung der möglichen Ergebnisse durch unterschiedliche Initialisierungen von  $h$  ist bemerkenswert groß (grauer Bereich in Abbildung 3.11).



**Abbildung 3.12:** In einem zyklischen undrainierten Triaxialversuch mit vorgegebener Dehnungsamplitude an einer dichten KFS-Probe zeigt sich im a) Versuch TCUE17 aus [193] ( $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 1\%$ ,  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,94$ ) eine Bodenverflüssigung ( $p = q = 0$ ), während b) die Nachrechnung mit der HP+IS in keiner Bodenverflüssigung resultiert

### 3.6.2 Simulation einer zyklischen Bodenverflüssigung

Zyklische Verformungen von Sand führen unter volumenkonstanten Bedingungen zu einem vollständigen Verlust der effektiven Spannungen, der sog. Bodenverflüssigung ( $p = q = 0$ ). Eine Bodenverflüssigung kann sowohl in lockerem als auch in dichtem Boden auftreten. Es zeigt sich, dass die HP+IS die Bodenverflüssigung infolge zyklischer Verformungen bei großen Dehnungsamplituden (z.B.  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 1\%$ ) nicht wiedergeben kann. Dies ist jedoch beispielsweise zur Simulation von Erdbebenereignissen essentiell. Während bei locker gelagerten Böden zumindest ein Zustand mit relativ geringen mittleren effektiven Spannungen erreicht wird, treten bei dicht gelagerten Böden trotz der zyklischen Verformungen sehr große mittlere effektive Spannungen auf und entsprechend zeigt sich kein Verlust der Schubsteifigkeit.

Dieses Defizit der HP+IS ist in Abbildung 3.12 demonstriert. Abbildung 3.12a zeigt den effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit einer vorgegebenen axialen Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 1\%$  an einer dichten Probe aus KFS (TCUE17 aus [193] mit  $p_0 = 200$  kPa und  $I_{D0} = 0,94$ ). Die sich einstellende Bodenverflüssigung ( $p = 0$ ) ist nach einigen Zyklen trotz der großen Dehnungsamplitude und der großen Dichte deutlich zu erkennen. Die Nachrechnung des Versuchs mittels der HP+IS und einer isotrop vollständig mobilisierten initialen intergranularen Dehnung ( $\mathbf{h}_0 = -\mathbf{R}/\sqrt{3}\boldsymbol{\delta}$ ) ist in Abbildung 3.12b dargestellt. Der effektive Spannungspfad erreicht keineswegs eine Bodenverflüssigung, vielmehr stellen sich weit größere mittlere effektive Drücke als im initialen Zustand ein. Die Simulationsergebnisse entsprechen nicht den experimentellen Beobachtungen.

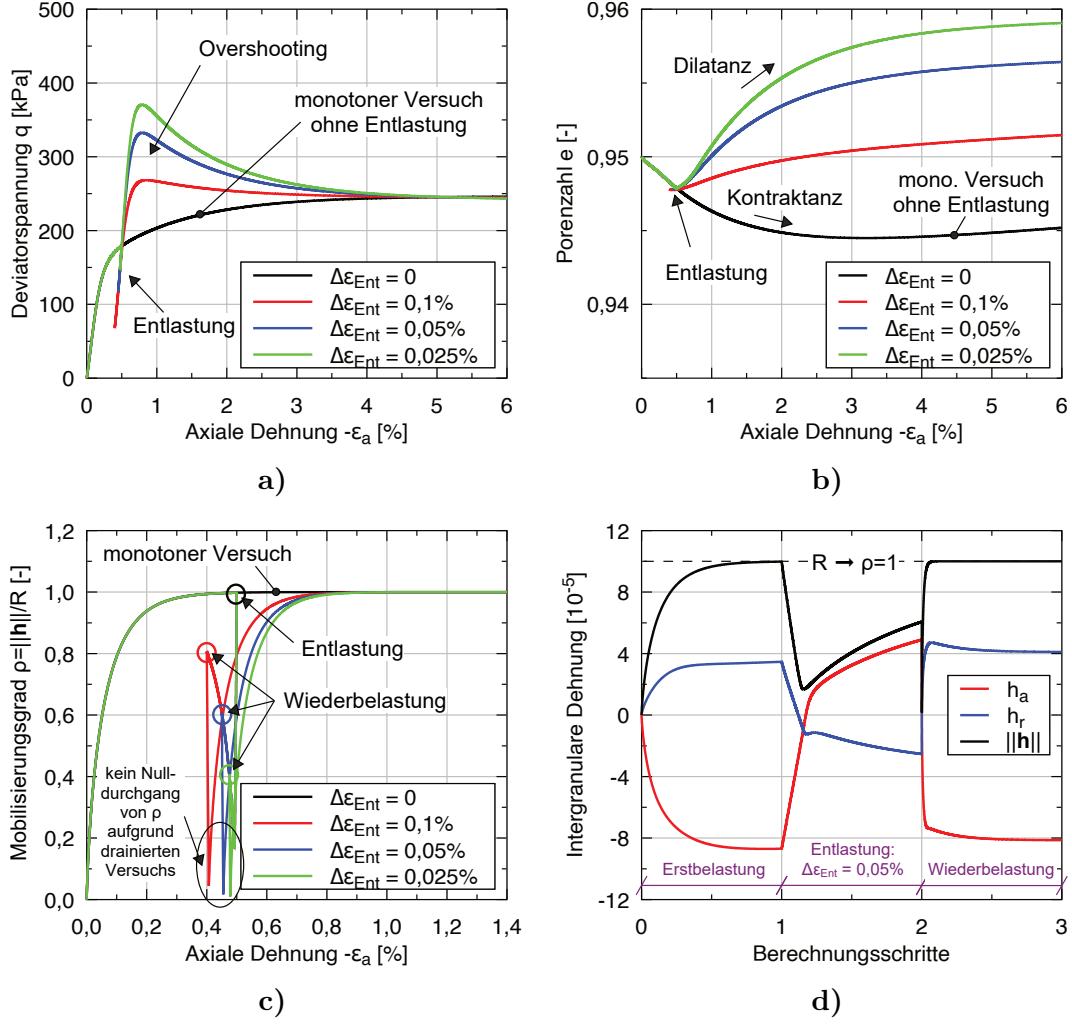
### 3.6.3 Overshooting

Das sog. Overshooting bezeichnet ein unrealistisches Überschreiten der Spannungs-Dehnungs-Kurve des entsprechenden monotonen Verlaufs infolge einer Ent- und Wiederbelastung. Im Falle einer Scherung kann dies zu einer starken Überschätzung der Scherfestigkeit führen, was bei praktischen Problemen in einer Überschätzung der Tragfähigkeit geotechnischer Konstruktionen resultieren kann. Overshooting stellt ein in der Literatur für verschiedene Stoffmodelle dokumentiertes Problem dar [22, 26, 60, 116], welches für die HP+IS beispielsweise in [13, 33, 163] betrachtet wird. Das Overshooting ist, wie in Kapitel 4 gezeigt, nicht nur auf den Grenzzustand (Festigkeit) begrenzt und kann beispielsweise auch bei einer ödometrischen Kompression auftreten. Dennoch wird das Overshooting im Folgenden anhand einer überschätzten rechnerischen Festigkeit des Bodens diskutiert.

Zur Veranschaulichung des Problems in der HP+IS werden drainierte und undrainierte triaxiale Kompressionsversuche simuliert. Die Simulation des drainierten Triaxialversuchs geht von einem isotropen Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 100$  kPa, einer lockeren Probe mit einer Porenzahl  $e_0 = 0,95$  ( $I_{D0} = 0,28$ ) und einer intergranularen Dehnung von  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  aus. Nach einer axialen Dehnung von  $\varepsilon_a = -0,5\%$  erfolgt eine Entlastung um  $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{\text{Ent}}$ , gefolgt von einer erneuten Belastung. Drei verschiedene Größen der Entlastung ( $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,1\%$ ,  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,05\%$  und  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,025\%$ ) werden betrachtet. Als Referenzsimulation dient ein monotoner Versuch ohne Entlastung.

Abbildung 3.13a stellt die Deviatorspannung  $q$  und Abbildung 3.13b die Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  dar. Die Deviatorspannung bzw. das Spannungsverhältnis aus dem monotonen Versuch wird infolge der Wiederbelastungen deutlich überschritten. Der Effekt des Overshootings zeigt sich am deutlichsten für die geringste Entlastung von  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,025\%$ . Für die betrachteten Fälle gilt: Je größer die Entlastung, desto geringer das Overshooting. Letztere Aussage lässt sich jedoch, wie in Abschnitt 3.6.5 gezeigt, nicht verallgemeinern. Asymptotisch baut sich die überschätzte Deviatorspannung ab und der kritische Zustand entsprechend der monotonen Simulation wird angestrebt. Die Konvergenz zum eindeutig definierten kritischen Zustand ( $e_c$ ,  $p_c$  und  $q_c$ ) erfolgt allerdings sehr langsam. Auch wenn eine annähernd gleiche Deviatorspannung bzw. ein ähnliches Spannungsverhältnis in den betrachteten Simulationen bereits relativ schnell erreicht wird, stellt sich eine annähernd gleiche Porenzahl nach den betrachteten 6% axialer Dehnung noch nicht ein, siehe Abbildung 3.13b.

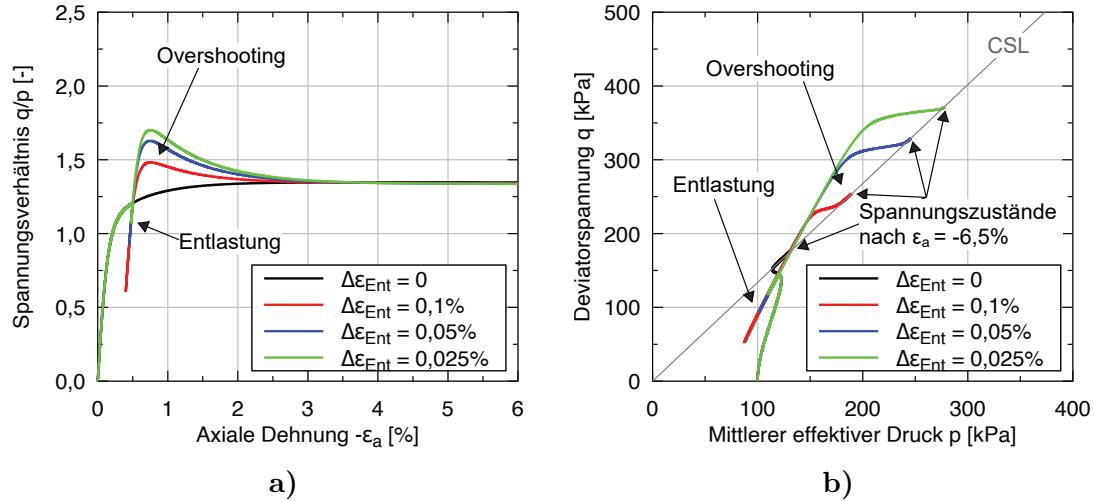
Das Overshooting führt auch beim Dehnungspfad zu einem qualitativ veränderten Bodenverhalten. Während die monotone Simulation ohne Entlastung ein rein kontraktantes Verhalten zeigt (aufgrund der lockeren Lagerung), ergibt sich im Falle der betrachteten Wiederbelastungen ein dilatantes Verhalten (Auflockerung). Auch wenn die Größenordnung der Volumenänderungen gering ist, ist diese Beobachtung bei der lockeren Probe physikalisch nicht begründbar. Erklären lässt sich dieser Effekt mit den großen und für lockere Proben eigentlich nicht erreichbaren Spannungsverhältnissen infolge des Overshootings, bei denen das Stoffmodell eine Dilatanz liefert. Die Porenzahlen in den Simulationen nähern sich erst nach einer axialen Dehnung von circa 100 % an (nicht gezeigt). Die langsame Konvergenz ist auf das nahezu kritische Spannungsverhältnis in dieser Berech-



**Abbildung 3.13:** Overshooting bei einem drainierten triaxialen Kompressionsversuch einer lockeren Probe unter Anwendung der HP+IS: a) Deviatorspannung  $q$ , b) Porenzahl  $e$  und c) Mobilisierungsgrad der IS  $\rho$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  sowie d) einzelne Komponenten der intergranularen Dehnung im Verlauf der Simulation für eine Entlastung von  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,05\%$

nungsphase zurückzuführen, bei dem die Dilatanz- bzw. Kontraktanzrate des Stoffmodells sehr gering ist. Im Detail wird die Beobachtung in Abschnitt 3.6.4 diskutiert.

Abbildung 3.13c zeigt die Entwicklung des Mobilisierungsgrads der IS  $\rho$  für alle Simulationen und Abbildung 3.13d die Entwicklung einzelner Komponenten der IS während der Simulation mit einer Entlastung von  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 0,05\%$ . Ausgehend vom initialisierten Wert  $\rho = 0$  wird vor der Entlastung  $\rho \approx 1$  erreicht. Infolge beider Belastungsrichtungs-umkehrungen (Entlastung und Wiederbelastung = zwei Umkehrungen) kommt es jeweils zunächst zu einem starken Abbau von  $\rho$ , bevor sich  $\rho$  erneut aufbaut. Keine der Entlastungsstufen ist groß genug, um in der Entlastung  $\rho \approx 1$  zu erreichen. Dieser asymptotische Wert wird erst infolge der Wiederbelastung erreicht. Aufgrund der drainierten Bedingungen wird  $\rho = 0$  nicht erreicht, da die einzelnen Komponenten der IS keinen gemeinsamen Nulldurchgang aufweisen.



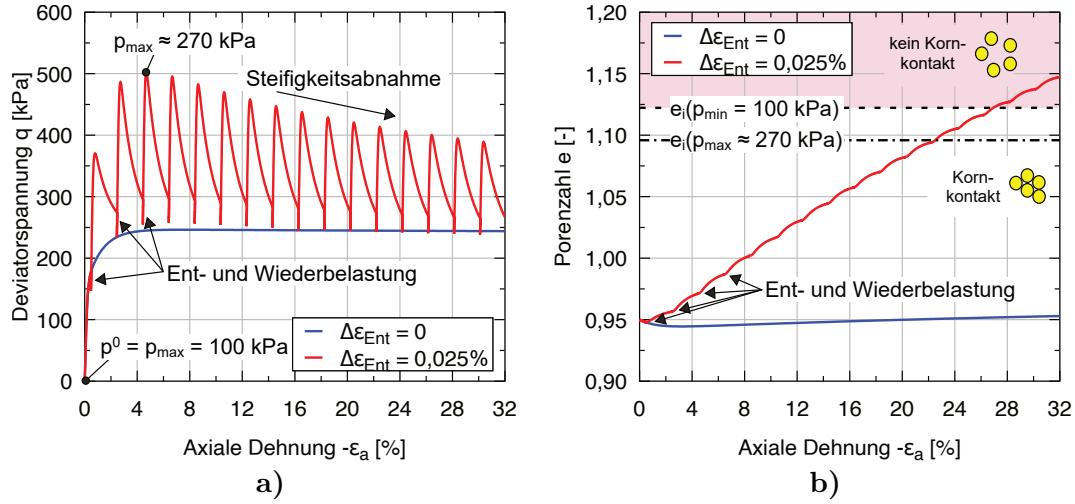
**Abbildung 3.14:** Overshooting bei einem undrainierten triaxialen Kompressionsversuch einer lockeren Probe unter Anwendung der HP+IS: a) Spannungsverhältnis  $q/p$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  und b) Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm für verschiedene Ent- und Wiederbelastungen

Das Overshooting tritt auch in undrainierten Versuchen auf, wie in Abbildung 3.14 mittels Simulationen von undrainierten triaxialen Kompressionsversuchen gezeigt. Der Anfangszustand entspricht dem der drainierten Versuche. Erneut werden bei  $\varepsilon_1 = 0,5\%$  Ent- und Wiederbelastungen verschiedener Größen simuliert. Das resultierende Overshooting ist in Abbildung 3.14a anhand des auftretenden Spannungsverhältnisses  $q/p$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  und in Abbildung 3.14b im  $pq$ -Diagramm deutlich zu erkennen. Auch wenn in den Simulationen infolge der Wiederbelastung nach dem Overshooting bereits nach wenigen Prozent axialer Dehnung ein ähnliches Spannungsverhältnis erreicht wird, zeigt Abbildung 3.14b, dass die Konvergenz zum eindeutig definierten kritischen Zustand, wie bereits oben diskutiert, sehr langsam erfolgt.

### 3.6.4 Unzulässige Auflockerung

Wie bereits in Abbildung 3.13 gezeigt, kann es infolge des Overshootings zu einer Auflockerung eines bereits lockeren Boden kommen. In Abbildung 3.15 wird nun die Simulation des drainierten Triaxialversuchs mit einer Entlastung von  $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{Ent} = 0,025\%$  aus Abbildung 3.13 wiederholt, allerdings mit einer Vielzahl von Entlastungen nach jeweils einer Wiederbelastung von  $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{Wieder} = 2\%$ . Abbildung 3.15a zeigt die Deviatorspannung  $q$  und Abbildung 3.15b die Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ . Zusätzlich ist ein monotoner Versuch ohne Entlastung simuliert.

Zunächst zeigt sich in Abbildung 3.15a erneut das erwartete Overshooting der Deviatorspannung infolge der Ent- und Wiederbelastung. Die Wiederbelastungsstufe  $\Delta\varepsilon_{Wieder}$  wurde so gewählt, dass sich die Deviatorspannung vor jeder Entlastung bereits stark abge-



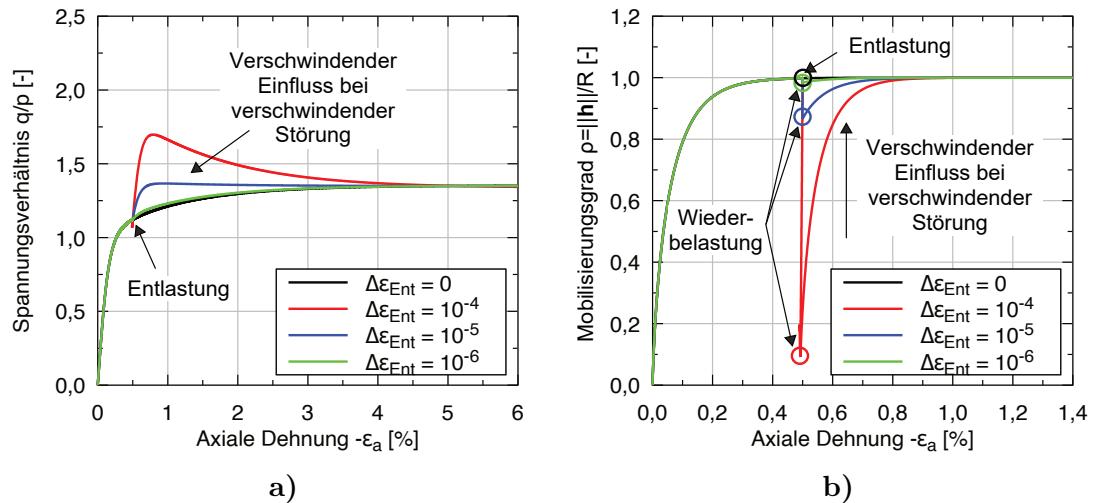
**Abbildung 3.15:** Wiederholtes Overshooting bei einem drainierten triaxialen Kompressionsversuch einer lockeren Probe unter Anwendung der HP+IS: a) Deviatorspannung  $q$  und b) Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

baut hat und sich dadurch die maximalen Deviatorspannungen bei wiederholter Ent- und Wiederbelastung unwesentlich akkumulieren. Tatsächlich nimmt das Overshooting mit der Anzahl der Zyklen leicht ab, was mit einer akkumulierten signifikanten Vergrößerung der Porenzahl, siehe Abbildung 3.15b, begründet werden kann. Trotz des lockeren Bodens führt jede Wiederbelastung zu einer für einen lockeren Boden physikalisch unbegründeten Porenzahlvergrößerung (Dilatanz) durch die Scherung bei großen Spannungsverhältnissen. Diese Auflockerung resultiert in einer Steifigkeitsabnahme, wodurch das Overshooting der Deviatorspannung etwas geringer wird.

Entscheidend für diesen Abschnitt ist jedoch, dass die Auflockerung infolge des Overshootings ungeachtet der aktuellen Porenzahl stattfindet und sich somit auch in lockeren und sehr lockeren Böden zeigt. Die Auflockerung wird zudem nicht durch die Grenzporenzahl der lockersten Lagerung  $e_i(p)$  begrenzt. Letztere ist gemäß Gl. (2.40) druckabhängig und in Abbildung 3.15b sowohl für den minimalen als auch den maximalen mittleren effektiven Druck während der Simulation eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Porenzahl in der Simulation nach einigen Ent- und Wiederbelastungen größer als die lockerste Lagerung  $e_i(p)$  wird. Dies ist physikalisch nicht zulässig und entspricht mikromechanisch einem Verlust der Kornkontakte. Es ist darauf hingewiesen, dass während der gesamten Berechnung des drainierten Triaxialversuchs ein mittlerer effektiver Druck von  $p > 100$  kPa und ein Spannungsverhältnis  $q/p < 3$  (Druckspannungszustand) vorliegt.

### 3.6.5 Einfluss einer minimalen Störung

Die im Abschnitt 3.6.3 dargestellten Ergebnisse könnten zu dem Trugschluss verleiten, dass das Overshooting mit abnehmender Entlastungsspannungsamplitude stärker wird bzw. weiterhin existiert, wie beispielsweise in [163] formuliert. Im Folgenden wird dargelegt, warum



**Abbildung 3.16:** Simulation eines drainierten Triaxialversuchs einer lockeren Probe mit der HP+IS mit einer kleinen Störung in Form einer Ent- und Wiederbelastung: a) Spannungsverhältnis  $q/p$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  und b) Mobilisierungsgrad der intergranularen Dehnung  $\rho$  für verschiedene Ent- und Wiederbelastungen

dies nicht zutreffend ist. Die in Abschnitt 3.6.3 untersuchten Entlastungen sind relativ groß. So beträgt die minimale Entlastung immer noch  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 2,5 \cdot 10^{-4} = 2,5R$ , siehe Abbildung 3.13, und entspricht daher dem 2,5-fachen des Materialparameters  $R$ . Letzterer kontrolliert die Größe des „elastischen Bereichs“ der IS.

Nun werden für den in Abschnitt 3.6.3 betrachteten drainierten Triaxialversuch noch kleinere Entlastungen betrachtet ( $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 10^{-4} = R$ ,  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 10^{-5} = R/10$  und  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} = 10^{-6} = R/100$ ). Solch kleine Entlastungen lassen sich zutreffend als kleine Störungen des monotonen Pfads interpretieren.

Eine kleiner werdende Störung reduziert das beobachtete Overshooting, wie in Abbildung 3.16a anhand des Spannungsverhältnisses  $q/p$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  dargestellt. Bei der Betrachtung des Mobilisierungsgrads der intergranularen Dehnung  $\rho$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  in Abbildung 3.16b zeigt sich zudem, dass die betrachteten kleinen Entlastungen nur zu einer Reduktion von  $\rho$  und zu keinem erneuerten Aufbau von  $\rho$  innerhalb der Entlastungsstufe führt. Je geringer die Entlastung, desto kleiner sind die Änderungen von  $\rho$ . Sofern für die Störung  $\Delta\varepsilon_{\text{Ent}} \rightarrow 0$  gilt, verschwindet auch die Abweichung vom monotonen (ungestörten) Pfad. Das mathematische Problem ist entsprechend korrekt gestellt<sup>7</sup>.

Maximale Overshootingeffekte sind für Störungen von  $\Delta\varepsilon \approx R$  zu erwarten. Bei kleineren Störungen führt eine Reduktion und bei größeren Störungen eine Vergrößerung letzterer zu einem reduzierten Overshooting.

<sup>7</sup>Im Sinne der Korrektgestelltheit nach Hadamard: Das Problem hat eine Lösung (Existenz), welche eindeutig bestimmt ist (Eindeutigkeit) und stetig von den Eingangsdaten abhängt (Stetigkeit).

### 3.6.6 Zugzustände infolge der intergranularen Dehnung

In Abschnitt 3.3 wurde bereits gezeigt, dass in der HP unzulässige Zugspannungszustände beispielsweise in dichtem Sand erreicht werden können. Zugzustände lassen sich jedoch auch in dem gekoppelten Modell der HP+IS infolge des Einflusses der intergranularen Dehnung und ganz unabhängig von der Dichte des Bodens und des gewählten Basismodells erreichen. Dies wird nachfolgend gezeigt.

#### 3.6.6.1 Zugzustand bei $\rho \approx 0$

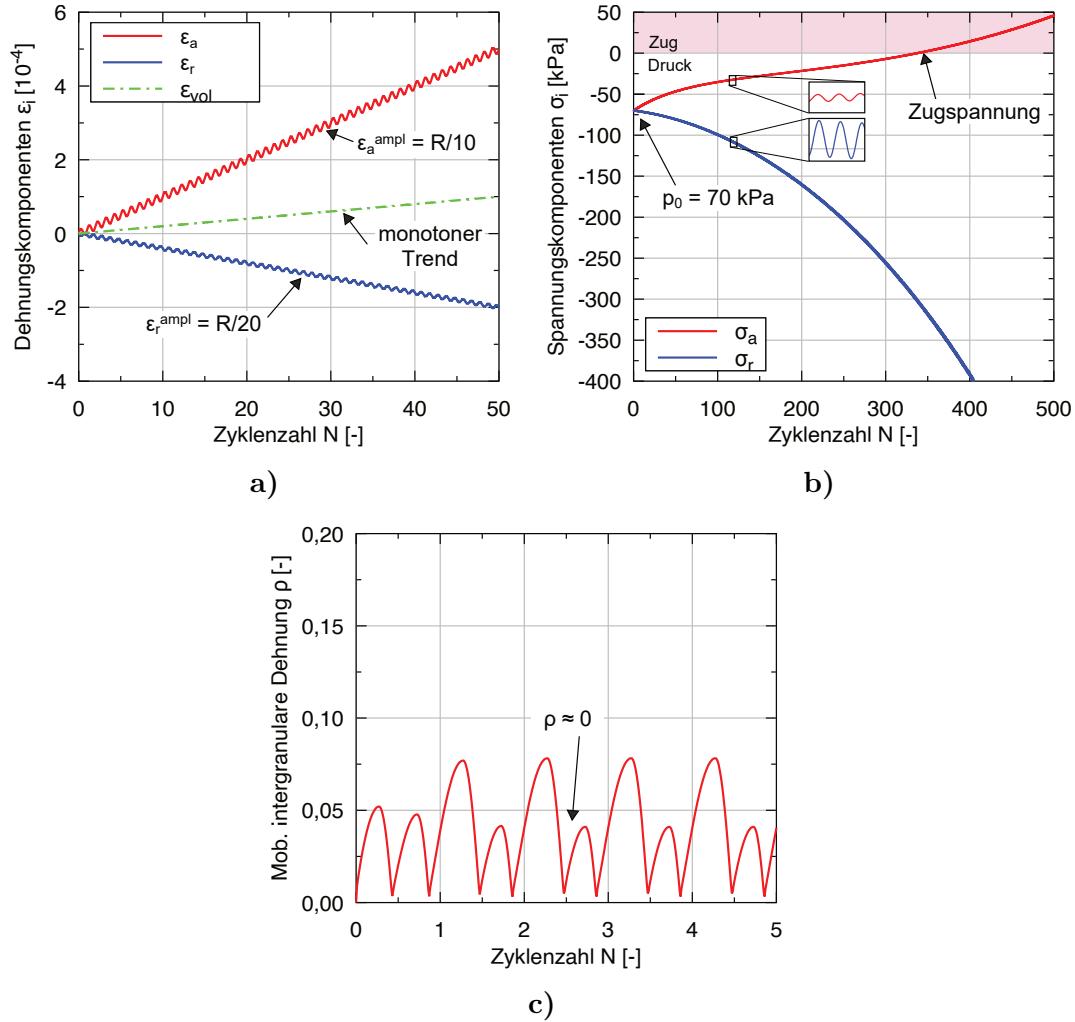
Die HP+IS kann infolge einer monotonen Verformung, die von einer geringfügigen zyklischen Komponente überlagert wird, zu unzulässigen Zugspannungszuständen führen [137]. In einem solchen Belastungsfall kann sich über die gesamte Berechnung hinweg ein Zustand mit  $\rho \approx 0$  einstellen. Für den Grenzfall  $\rho = 0$  verhält sich das Stoffmodell hypoelastisch, siehe Gl. (2.45), und reduziert sich zu

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = m_R f_s \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} . \quad (3.4)$$

Zur Veranschaulichung wird ein vorgegebener Dehnungspfad unter axialsymmetrischen Bedingungen betrachtet. Eine monotone, volumenvergrößernde Verformung ( $\dot{\varepsilon}_{\text{vol}} > 0$ ) wird dabei mit oszillierenden Dehnungskomponenten der Amplitude  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 2\varepsilon_r^{\text{ampl}} = 10^{-5} = R/10$  überlagert. Die vorgegebenen Dehnungskomponenten für die ersten 50 Zyklen sind in Abbildung 3.17a dargestellt. Die Berechnungen basieren auf einer hydrostatischen Anfangsspannung von  $p_0 = 70$  kPa, einer Porenzahl von  $e_0 = 0,8$  ( $I_{D0} = 0,67$ ) sowie einer intergranularen Dehnung von  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$ . Die mit der HP+IS berechneten Spannungskomponenten in den ersten 500 Zyklen sind in Abbildung 3.17b dargestellt. Es zeigt sich, dass nach etwa 350 Zyklen die Spannungskomponente  $\sigma_a$  in einen für Sand unzulässigen Zugspannungsbereich übergeht. Offensichtlich steigt das Spannungsverhältnis  $\sigma_a/\sigma_r$  in der Simulation kontinuierlich an. Abbildung 3.17c bestätigt, dass während der gesamten Verformung  $\rho \approx 0$ , also auch  $\mathbf{h} \approx \mathbf{0}$ , gilt. Aufgrund des vorgegebenen Dehnungspfads stellt sich ein periodisch wiederkehrender Verlauf von  $\rho$  ein.

#### 3.6.6.2 Zugzustand für $1 > \rho > 0$

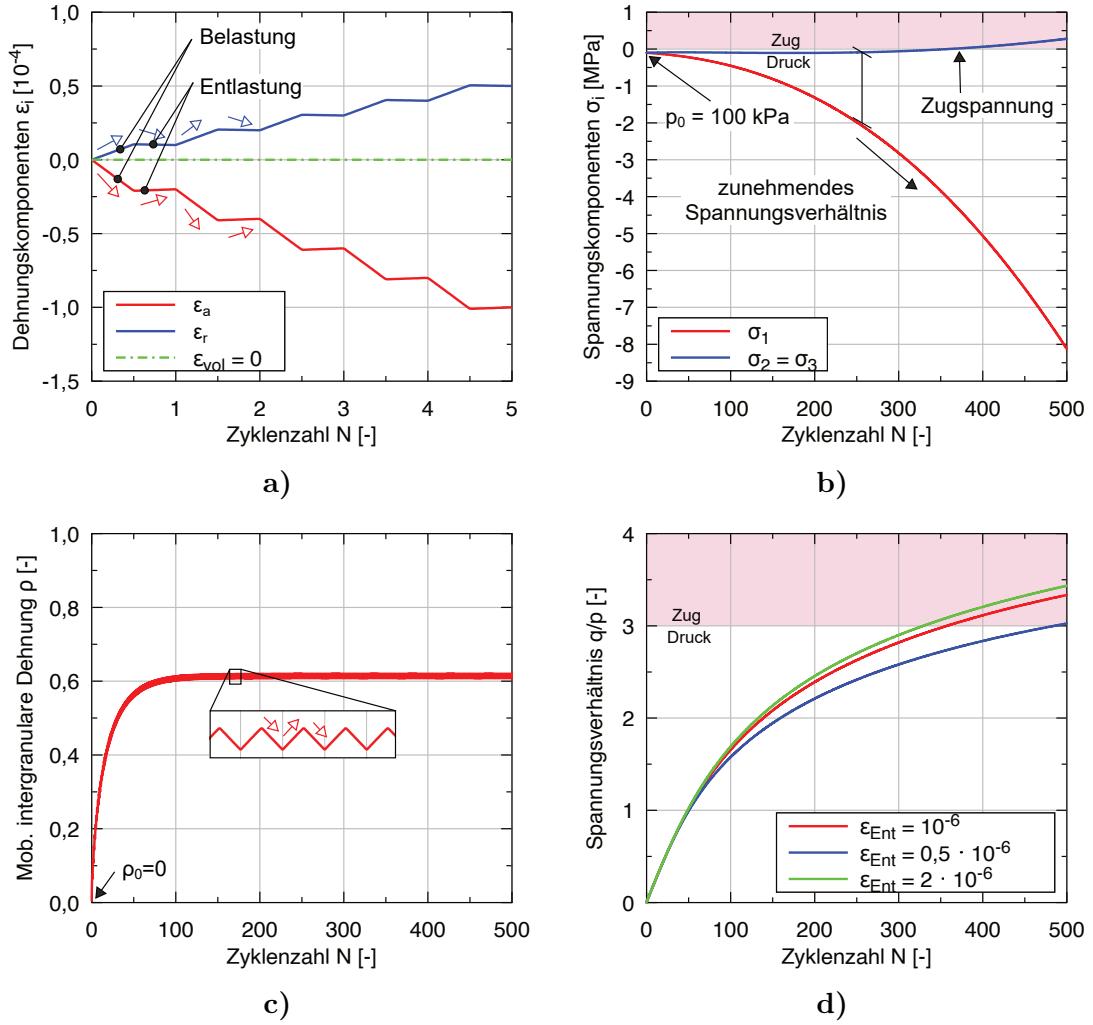
Zugspannungszustände können in der HP+IS auch für  $1 > \rho > 0$  auftreten. Dieses Problem wird anhand einer monotonen und undrainierten ( $\varepsilon_{\text{vol}} = 0$ ) axialsymmetrischen Verformung demonstriert, die durch zahlreiche kleine Entlastungen (Zyklen) gestört wird. Die Berechnungen starten von einem isotropen Spannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa, einer Porenzahl von  $e_0 = 0,8$  ( $I_{D0} = 0,67$ ) und einer intergranularen Dehnung von  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$ . Die vorgegebenen Dehnungskomponenten sind in Abbildung 3.18a für die



**Abbildung 3.17:** Erreichen eines Zugzustands infolge eines mit einer zyklischen Verformung überlagerten monotonen axialsymmetrischen Dehnungspfads in der HP+IS für den Fall  $\rho \approx 0$ : a) vorgegebene Dehnungskomponenten  $\varepsilon_i$ , b) berechnete Spannungskomponenten  $\sigma_i$  und c) die dabei mobilisierte intergranulare Dehnung  $\rho$  als Funktion der Zyklenzahl  $N$

ersten fünf Zyklen dargestellt. Ein Zyklus umfasst dabei jeweils eine Be- und Entlastung. Nach einer Belastung von  $\Delta\varepsilon_a = -2,1 \cdot 10^{-5} \approx R/5$  erfolgt eine Entlastung von  $\Delta\varepsilon_a = \Delta\varepsilon_{Ent} = 10^{-6} = R/100$ .

Die durch den vorgegebenen Dehnungspfad resultierenden Spannungskomponenten in Abhängigkeit von der Zyklenzahl sind in Abbildung 3.18a dargestellt. Die Spannungskomponente  $\sigma_r$  wechselt nach circa 350 Zyklen das Vorzeichen und geht in eine Zugspannung über. Gleichzeitig stellt sich eine Mobilisierung der intergranularen Dehnung mit  $\rho \approx 0,6$  ein, siehe Abbildung 3.18d. Dabei werden innerhalb eines Zyklus weder  $\rho = 0,0$  noch  $\rho = 1,0$  erreicht. Abbildung 3.18d zeigt zudem für verschiedene Entlastungsgrößen das resultierende Spannungsverhältnis in Abhängigkeit von der Zyklenzahl. Werte von  $q/p > 3$  kennzeichnen dabei einen Zugspannungszustand, der in allen Simulationen nach einer unterschiedlichen Anzahl von Zyklen erreicht wird. Bei den betrachteten Beispielen

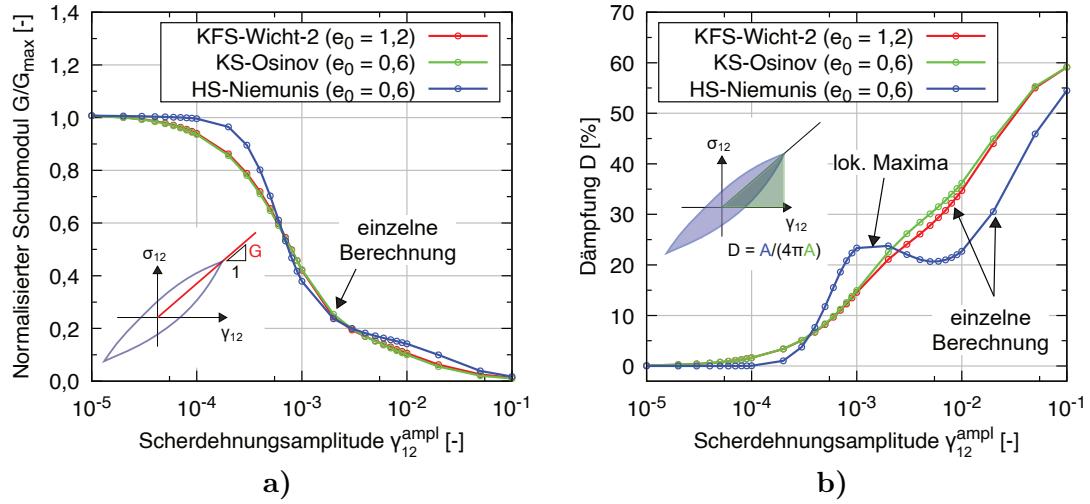


**Abbildung 3.18:** Erreichen eines Zugzustands infolge eines mit einer zyklischen Verformung überlagerten monotonen axialsymmetrischen Dehnungspfads in der HP+IS für den Fall  $1 > \rho > 0$ : a) vorgegebener Dehnungspfad, b) Spannungskomponenten, c) mobilisierte intergranulare Dehnung  $\rho$  und d) Spannungsverhältnis  $q/p$  für eine Variation der betrachteten Entlastung bzw. eine Variation des vorgegebenen Dehnungspfads in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$

führt eine Vergrößerung der Entlastungsstufen zu einem früheren Erreichen eines Zugspannungszustands, wobei für alle Beispiele  $\Delta\varepsilon_{Ent} < R$  gilt.

### 3.6.7 Unrealistisches Dämpfungsverhalten

Der Sekantenschubmodul  $G$  von Boden ist stark von der entsprechenden Scherdehnungsamplitude  $\gamma^{\text{ampl}}$  abhängig. Die Sekantensteifigkeit ist bei kleinen Amplituden deutlich größer als bei großen. Für sehr geringe Scherdehnungsamplituden von  $\gamma^{\text{ampl}} \lesssim 10^{-5}$  erreicht die Steifigkeit ihr Maximum und bleibt in diesem „elastischen Bereich“ näherungs-



**Abbildung 3.19:** Simulationen von zyklischen Einfachscherversuchen mit der HP+IS: a) Normalisierter Sekantenschubmodul  $G/G_{\max}$  und b) Materialdämpfung  $D$  als Funktion der Scherdehnungssamplitude  $\gamma^{\text{ampl}}$

weise konstant. Experimentell können entsprechende Daten beispielsweise durch Resonanzsäulenversuche (engl. resonant column tests) oder Bender-Element-Versuche (engl. bender element tests) bestimmt werden [21, 187].

Mit zunehmender Scherdehnungssamplitude steigt zudem die Materialdämpfung  $D$ , die für kleine Scherdehnungen mit hoher Steifigkeit vernachlässigt werden kann. Die Effekte im Bereich kleiner Dehnungen sind für die Lösung geotechnischer Probleme von erheblicher Bedeutung [12, 22, 155] und müssen daher von fortgeschrittenen Stoffmodellen erfasst werden. Die HP+IS kann diese Effekte infolge kleiner Dehnungen prinzipiell reproduzieren, da sie den ursprünglichen Anlass zur Einführung der intergranularen Dehnung darstellten. Es zeigt sich jedoch, dass sich in Abhängigkeit vom gewählten Parametersatz unphysikalische Dämpfungskurven ergeben können [145].

Zur Berechnung der Sekantensteifigkeit und der Dämpfung in Abhängigkeit von der aufgebrachten Scherdehnungssamplitude werden zyklische Einfachscherversuche (engl. simple shear test) mit den Randbedingungen  $\dot{\sigma}_{11} = 0 = \dot{\varepsilon}_{22} = \dot{\varepsilon}_{33} = \dot{\varepsilon}_{13} = \dot{\varepsilon}_{23}$  für verschiedene Scherdehnungssplituden  $\varepsilon_{12}^{\text{ampl}} = 0,5 \gamma_{12}^{\text{ampl}}$  simuliert. In allen Simulationen wurden ein isotroper Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa sowie eine intergranulare Dehnung von  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  initialisiert.

Neben dem Parametersatz KFS-Wicht-2 wurden auch Simulationen mit dem Parametersatz KS-Osinov für den Karlsruher Sand und HS-Niemunis für den Hochstetten Sand durchgeführt, siehe Tabelle 3.2. Letzterer entspricht dem in der Originalveröffentlichung zur intergranularen Dehnung [121] vorgeschlagenen Parametersatz. Die initialisierten Porenzahlen sind in Abbildung 3.19 dargestellt.

Für jeden Parametersatz wurden jeweils 31 Simulationen mit variierender Scherdehnungssamplitude durchgeführt. Die Sekantenschubsteifigkeit  $G$  und die Materialdämpfung  $D$  wurden im Post-Processing aus den resultierenden hysteretischen  $\sigma_{12}-\gamma_{12}$ -Kurven bestimmt,

wobei jeweils der fünfte Zyklus ausgewertet wurde. Abbildung 3.19a zeigt die resultierende Degradationskurve der normalisierten Sekantensteifigkeit  $G/G_{\max}(\gamma^{\text{ampl}})$ , während Abbildung 3.19b die entsprechende Dämpfungskurve  $D(\gamma^{\text{ampl}})$  darstellt. In beiden Abbildungen ist zudem die grafische Bestimmung von  $G$  und  $D$  illustriert.

Alle drei betrachteten Parametersätze zeigen eine grundsätzlich realistische Abnahme der Sekantensteifigkeit mit zunehmender Scherdehnungsamplitude. Allerdings weist die Dämpfungskurve des Parametersatzes HS-Niemunis ein lokales Maximum bei einer Scherdehnungsamplitude von circa  $\gamma_{12}^{\text{ampl}} = 10^{-3}$  auf. Eine solche Dämpfungskurve entspricht nicht den experimentellen Ergebnissen und stellt daher ein Defizit des Stoffmodells dar [145].

### 3.6.8 Druck- und Dichteabhängigkeit akkumulativer Effekte

Mithilfe der HP+IS lassen sich akkumulative Effekte infolge zyklischer Verformung, wie die Verdichtung unter drainierten oder der Abbau des effektiven Drucks unter undrainierten Bedingungen, qualitativ abbilden [137, 184, 185]. Die tatsächliche Akkumulationsrate im Boden hängt nicht nur von der Dehnungsamplitude ab, sondern wird auch maßgeblich von der aktuellen Dichte und dem mittleren effektiven Spannungsniveau beeinflusst.

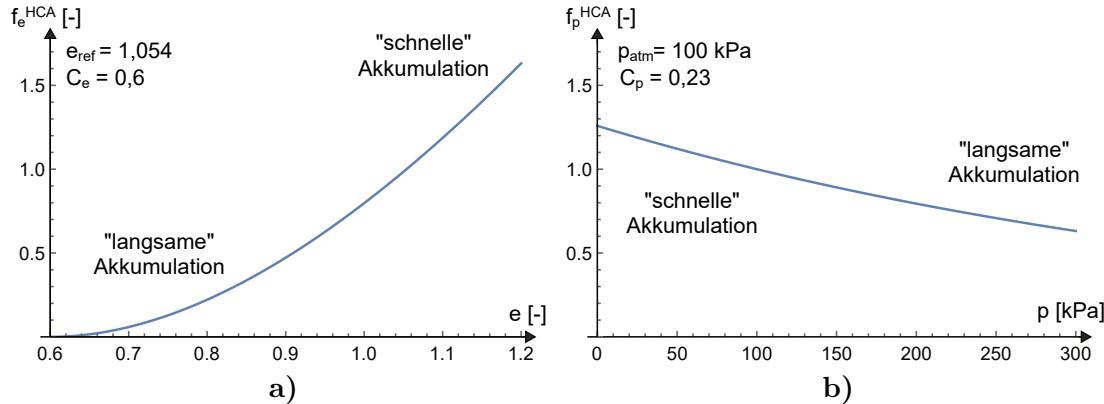
Akkumulationseffekte lassen sich konstitutiv zutreffend mit sog. Akkumulationsmodellen, wie beispielsweise dem hochzyklischen Akkumulationsmodell (engl. high-cycle accumulation (HCA) model) von Niemunis et al. [124], beschreiben. Das HCA-Modell ist ein Stoffmodell zur expliziten Simulation von Akkumulationseffekten im Boden infolge einer großen Zyklenzahl ( $N > 100$ ) mit einer kleinen Dehnungsamplitude ( $\varepsilon^{\text{ampl}} < 10^{-3}$ ). Der Begriff „explizit“ bezieht sich in diesem Zusammenhang nicht auf eine explizite numerische Integration, sondern vielmehr auf die konstitutive Formulierung in expliziter Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  anstelle der Zeit  $t$ . Das HCA-Modell beschreibt somit nur den Trend der Akkumulation und wurde anhand umfangreicher experimenteller Untersuchungen kalibriert [64, 184]. Numerische Simulationen mit dem HCA-Modell sind beispielsweise in [100, 103, 157, 184] zu finden.

Mit der Rate pro Zyklus  $d \square / dN = \hat{\square}$  wird die Akkumulation im HCA-Modell durch

$$\hat{\sigma} = E : (\hat{\varepsilon} - \hat{\varepsilon}^{\text{acc}} - \hat{\varepsilon}^{\text{pl}}) \quad (3.5)$$

mit der Spannungsrate  $\hat{\sigma}$ , der Dehnungsrate  $\hat{\varepsilon}$ , der plastischen Dehnungsrate  $\hat{\varepsilon}^{\text{pl}}$ , der akkumulierten Dehnungsrate  $\hat{\varepsilon}^{\text{acc}}$  und der barotropen elastischen Steifigkeit  $E$  beschrieben [124]. Neben der effektiven Cauchy-Spannung  $\sigma$  und der Porenzahl  $e$  enthält das HCA-Modell mit der zyklischen Vorbelastung  $g^A$  eine weitere skalare Zustandsvariable, welche in Abschnitt 3.6.9 diskutiert wird. Die Akkumulationsrate  $\hat{\varepsilon}^{\text{acc}}$  (Tensor zweiter Stufe)

$$\hat{\varepsilon}^{\text{acc}} = m \hat{\varepsilon}^{\text{acc}} = m f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}} \hat{f}_N^{\text{HCA}} f_p^{\text{HCA}} f_Y^{\text{HCA}} f_e^{\text{HCA}} f_{\pi}^{\text{HCA}} \quad (3.6)$$



**Abbildung 3.20:** Funktionen zur Beschreibung der Abhängigkeit von Akkumulationseffekten von a) der Porenzahl  $f_e^{\text{HCA}}(e)$  und b) dem mittleren effektiven Druck  $f_p^{\text{HCA}}(p)$  im HCA-Modell [124]: je größer die Porenzahl und je geringer der mittlere effektive Druck, desto stärker ausgeprägt zeigen sich die Akkumulationseffekte

kann unter Verwendung der Fließregel  $\mathbf{m}$  des modifizierten Cam-Clay-Modells [149], einem Tensor zweiter Stufe, welcher im HCA-Modell die Akkumulationsrichtung angibt, berechnet werden. Sechs empirische Funktionen ( $f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}}$ ,  $\hat{f}_N^{\text{HCA}}$ ,  $f_p^{\text{HCA}}$ ,  $f_Y^{\text{HCA}}$ ,  $f_e^{\text{HCA}}$ ,  $f_\pi^{\text{HCA}}$ ) beeinflussen die Intensität der Dehnungsakkumulation  $\hat{\varepsilon}^{\text{acc}}$  (skalare Größe). Diese berücksichtigen verschiedene Einflüsse wie die Dehnungsamplitude ( $f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}}$ ), die zyklische Vorbelastung ( $\hat{f}_N^{\text{HCA}}$ ), den mittleren effektiven Druck ( $f_p^{\text{HCA}}$ ), das Spannungsverhältnis ( $f_Y^{\text{HCA}}$ ), die Porenzahl ( $f_e^{\text{HCA}}$ ) sowie die Polarisationsänderungen ( $f_\pi^{\text{HCA}}$ ) auf die Akkumulationsraten [124, 184].

Die Dichteabhängigkeit der Intensität der Akkumulation infolge einer zyklischen Verformung wird durch die Funktion

$$f_e^{\text{HCA}}(e) = \frac{(\mathcal{C}_e - e)^2}{1 + e} \frac{1 + e_{\text{ref}}}{(\mathcal{C}_e - e_{\text{ref}})^2} \quad (3.7)$$

mit den Materialparametern  $C_e$  und  $e_{\text{ref}}$  berücksichtigt, während die Druckabhängigkeit durch die Funktion

$$f_p^{\text{HCA}}(p) = \exp \left[ -\mathcal{C}_p \left( \frac{p}{p_{\text{atm}}} - 1 \right) \right] \quad (3.8)$$

mit den Materialparametern  $C_p$  und  $p_{\text{atm}}$  modelliert wird. Die Akkumulationsrate im HCA-Modell ist also proportional zu  $f_e^{\text{HCA}}(e)$  und  $f_p^{\text{HCA}}(p)$ . Die beiden Funktionen sind für die HCA-Stoffmodellparameter des KFS aus [184] ( $C_e = 0,6$ ,  $C_p = 0,23$ ,  $e_{\text{ref}} = 1,054$  und  $p_{\text{atm}} = 100$  kPa) in Abbildung 3.20 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Akkumulationsrate mit abnehmender Porenzahl und zunehmendem mittleren effektiven Druck signifikant abnimmt. Entsprechende experimentelle Evidenz findet sich in [184, 186, 189, 190, 191].

Bei der Simulation zyklischer Verformungen mit der HP+IS wird jeder Zyklus mittels vie-

ler Inkremente simuliert<sup>8</sup>. Die Akkumulationseffekte treten dabei als eine Folge der Simulation auf. Zur Untersuchung der Dichte- und Druckabhängigkeit der Akkumulationseffekte in der HP+IS wird die Verdichtung in zyklischen Einfachscherversuchen mit konstanter Dehnungsamplitude simuliert. Ausgehend von einer lockeren Lagerung  $e_0 = e_{c0} = 1,054$  ( $I_{D0} = 0$ ) bzw. einer dichten Lagerung  $e_0 = 0,7$  ( $I_{D0} = 0,94$ ), einer intergranularen Dehnung von  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  und einem hydrostatischen Spannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa bzw.  $p_0 = 200$  kPa wird eine zyklische Scherverformung von  $\varepsilon_{12}^{\text{ampl}} = 0,5$   $\gamma_{12}^{\text{ampl}} = 10^{-3}$  simuliert. Es gilt außerdem  $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{13} = \dot{\sigma}_{11} = 0$ . Da die Simulationen eine vernachlässigbare Amplitude  $\varepsilon_{11}^{\text{ampl}} < 3 \cdot 10^{-5} \ll \varepsilon_{12}^{\text{ampl}}$  zeigen, gilt im Sinne des HCA-Modells für die Dehnungsamplitude  $\varepsilon^{\text{ampl}} \approx \sqrt{2}\varepsilon_{12}^{\text{ampl}} = \sqrt{2} \cdot 10^{-3}$ . Für die akkumulierte Dehnung gilt in diesen Simulationen  $\varepsilon^{\text{acc}} = \varepsilon^{\text{vol}}$ . Die Entwicklung der Porenzahl  $e$ , des mittleren effektiven Drucks  $p$  und des Spannungsverhältnisses  $q/p$  für den nicht axialsymmetrischen Zustand in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  ist in Abbildung 3.21 dargestellt.

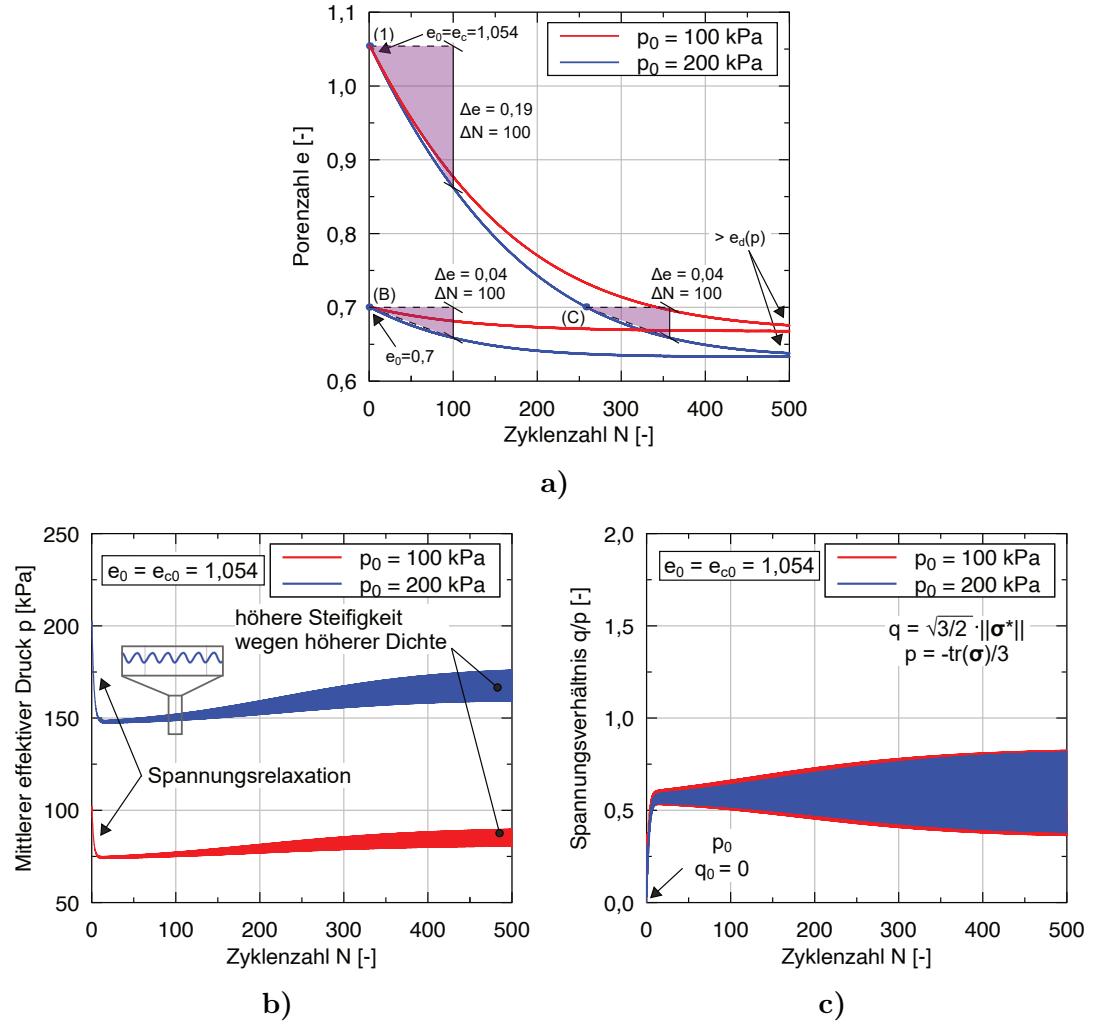
Zunächst zeigt sich, dass die erwartbare Verdichtung und die Porenzahlabhängigkeit der Akkumulationsrate in Abbildung 3.21a qualitativ wiedergegeben wird. Mit steigender Zyklenzahl nimmt die Porenzahl ab, was wiederum zu einer reduzierten Akkumulationsgeschwindigkeit führt. Außerdem wird eine untere Grenze der Porenzahl, welche aufgrund der zyklischen Verformung und des anisotropen Spannungszustands leicht oberhalb der Grenzporenzahl im dichtesten Zustand  $e_d(p)$  liegt, angestrebt. Die physikalisch begründete Grenze der dichtesten Lagerung  $e_d(p)$  wird also nicht überschritten.

Allerdings lässt sich auch schlussfolgern, dass die Dichteabhängigkeit von Akkumulationseffekten in der HP+IS im Vergleich zu Gl. (3.7) und Abbildung 3.20a unterschätzt wird. Zu Beginn der Simulation liefert die HP+IS bei einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 0,7$  (Punkt (B)) eine circa vierfach kleinere Verdichtungsrate<sup>9</sup> als bei einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 1,054$  (Punkt (A)). Gemäß Gl. (3.7) ist jedoch ein Unterschied mit dem Faktor  $f_e^{\text{HCA}}(e = 1,054)/f_e^{\text{HCA}}(e = 0,7) \approx 17$  zu erwarten. Gerade bei geringen Porenzahlen prognostiziert die HP+IS noch eine relevante Verdichtungsrate, was zu einer Überschätzung von Verdichtungseffekten führen kann. Die Erkenntnisse decken sich mit Untersuchungen von Osinov [137], welcher bei Simulationen zur Bodenverflüssigung mit der HP+IS eine unzureichende Dichteabhängigkeit der Akkumulationseffekte unter undrainierten Bedingungen dokumentierte.

Der Vergleich der Simulationen mit unterschiedlichem mittleren effektiven Anfangsdruck in Abbildung 3.21 zeigt, dass die HP+IS die Druckabhängigkeit der Akkumulation qualitativ nicht zutreffend abbildet. Nach Gl. (3.8) und Abbildung 3.20b nimmt die Akkumulationsrate mit zunehmendem mittlerem effektiven Druck bei sonst konstanten Einflussfaktoren (z.B. der Dehnungsamplitude) ab. Die numerischen Berechnungen mittels der HP+IS liefern hingegen für die Simulationen mit größerem mittlerem effektiven Druck eine schnellere Verdichtung, siehe Abbildung 3.21a. Es ist zu beachten, dass der mittlere effektive Druck  $p$  bei den betrachteten Simulationen in Abhängigkeit von der Zyklenzahl

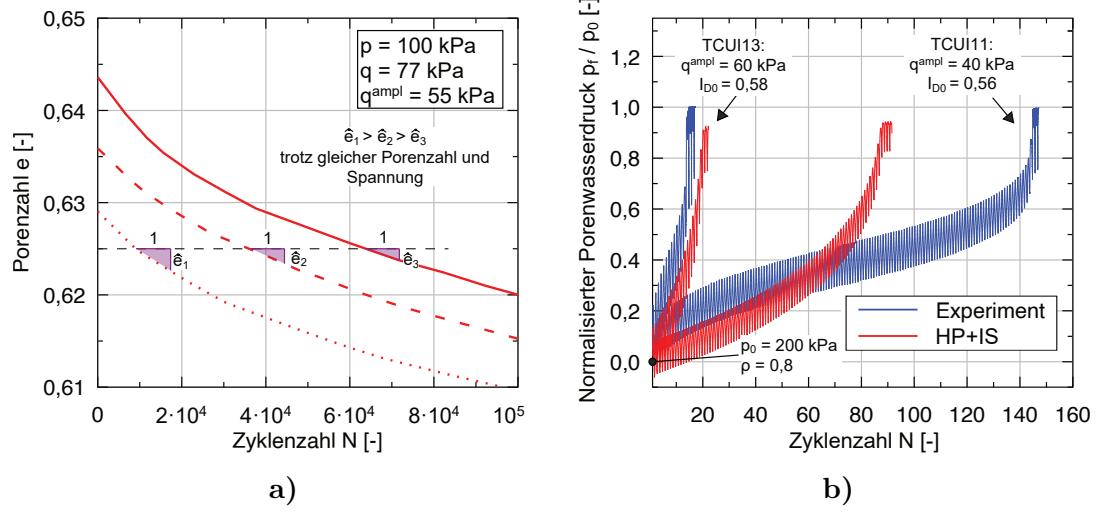
<sup>8</sup>Im Kontext des HCA-Modells wird dies als „implizites“ Stoffmodell bezeichnet, wenngleich die HP+IS nicht zwangsläufig implizit numerisch integriert werden muss.

<sup>9</sup>Für die Beziehung zwischen der Rate der Porenzahländerung  $\dot{e}$  und der Rate der volumetrischen Dehnung  $\dot{\varepsilon}_{\text{vol}}$  ist auf Gl. (2.43) verweisen.



**Abbildung 3.21:** Simulation zyklischer Einfachscherversuche mit verschiedenen Anfangsporenzahlen und mittleren effektiven Drücken: Entwicklung a) der Porenzahl  $e$ , b) des mittleren effektiven Drucks  $p$  und c) des Spannungsverhältnisses  $q/p$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$

nicht konstant bleibt. Die Entwicklung des mittleren effektiven Drucks ist daher für die Simulationen der initial lockeren Proben in Abbildung 3.21b gezeigt. Zu Beginn ist eine ausgeprägte Spannungsrelaxation zu beobachten, bevor sich ein relativ konstantes Druckniveau einstellt. Der Druck ist bei der Simulation mit größerem Anfangsdruck deutlich größer als bei der Simulation mit geringerem effektiven Anfangsdruck. Die Amplitude des mittleren effektiven Drucks nimmt mit steigender Zyklenzahl zu, was auf die größere Dichte und die daraus resultierende erhöhte Steifigkeit bei unveränderter vorgegebener Dehnungsamplitude zurückzuführen ist. Zudem stellt sich in den Simulationen ein anisotroper mittlerer Spannungszustand ein, siehe Abbildung 3.21c.



**Abbildung 3.22:** Einfluss der zyklischen Vorbelastung auf das Akkumulationsverhalten von Sand anhand a) zyklischer drainierter Triaxialversuche, welche trotz gleichem Spannungszustand und gleicher Porenzahl eine von der zyklischen Vorbelastung abhängige Verdichtungsrate zeigen (modifiziert aus [124]) und b) zyklische undrainierte Triaxialversuche aus [194], welche eine mit der Anzahl der Zyklen nichtlineare Akkumulation des Porenwasserdrucks zeigen und deren Simulationen mittels der HP+IS

### 3.6.9 Fehlender Einfluss einer zyklischen Vorbelastung

Die Akkumulationsrate infolge zyklischer Verformungen im Boden ist stark nichtlinear und hängt von der Anzahl und der Intensität vorangegangener Belastungszyklen ab, was als zyklische Vorbelastung (engl. cyclic preloading (CP)) bezeichnet wird.

Abbildung 3.22a verdeutlicht den Einfluss der zyklischen Vorbelastung auf die Akkumulationseffekte anhand der Verdichtung in drei drainierten hochzyklischen Triaxialversuchen mit unterschiedlicher initialer Porenzahl an einem gleichförmigen Mittelsand mit identischen Spannungszuständen [124]. Es stellt sich jeweils nach einer unterschiedlichen Anzahl von Belastungszyklen ein gleiche Porenzahl (z.B.  $e = 0,625$ ) ein. Die weitere Akkumulationsrate bei dieser Porenzahl ( $\hat{e} = de/dN$ ) hängt signifikant von der Anzahl vorangegangener Zyklen  $N$  ab: Je größer die zyklische Vorbelastung, desto geringer ist die Akkumulationsgeschwindigkeit. Um die Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der zyklischen Vorbelastung in einem konstitutiven Modell zu berücksichtigen, wurde im HCA-Modell die phänomenologische skalare Zustandsvariable  $g^A$  eingeführt. Eine entsprechende Zustandsvariable fehlt in der HP+IS, wodurch die nichtlineare Akkumulation nur bedingt reproduziert werden kann. Zu erkennen ist dies auch in den, im vorherigen Abschnitt 3.6.8 gezeigten, zyklischen Einfachscherversuchen. Der Vergleich von Punkt (B) und Punkt (C) in Abbildung 3.21a zeigt, dass die Verdichtungsrate in der HP+IS bei gleicher Porenzahl und ähnlichem Spannungszustand nahezu nicht von der zyklischen Vorbelastung abhängt.

Die nichtlineare Akkumulation von Boden infolge zyklischer Verformungen zeigt sich auch in der Akkumulation des Abbaus der effektiven Spannungen (Porenwasserdruckaufbau) in undrainierten zyklischen Triaxialversuchen mit vorgegebener Spannungsspannungsamplitude. Zur

Verdeutlichung ist in Abbildung 3.22b der normalisierte Porenwasserdruckaufbau aus zwei Versuchen mit unterschiedlicher Spannungsamplitude an KFS aus [194] sowie deren Nachrechnung mit der HP+IS ( $\mathbf{h}_0 = -0,8R/\sqrt{3}\delta$ ,  $0,56 < I_{D0} < 0,58$  und  $p_0 = 200$  kPa) dargestellt. Die HP+IS zeigt aufgrund der fehlenden Zustandsvariable der zyklischen Vorbelastung eine näherungsweise lineare Akkumulation des Porenwasserdrucks, was bei kleineren Spannungsamplituden zu großen Unterschieden zwischen den experimentellen Beobachtungen und den Simulationen führt.

## 3.7 Überblick über identifizierte Defizite der HP+IS

Im vorliegenden Kapitel wurde die gegenwärtig weit verbreitete HP+IS, welche als Referenzmodell im Rahmen der weiteren Arbeit dient, systematisch bezüglich existierender Defizite der konstitutiven Formulierung untersucht. Für das Basismodell der HP zeigte sich dabei, dass

- die Dilatanz in dichten Böden stark unterschätzt wird,
- das Auftreten von Zugspannungszuständen infolge einer monotonen Verformung nicht ausgeschlossen werden kann,
- die hypoelastische Steifigkeit durch eine hyperelastische Steifigkeit ersetzt werden sollte und
- eine weitere Zustandsvariable zur Berücksichtigung des Einflusses der anisotropen Mikrostruktur (Fabric) auf das mechanische Verhalten von Boden in der HP fehlt und daher eingeführt werden sollte.

Neben dem Basismodell wurde auch die IS-Erweiterung kritisch diskutiert. Es lässt sich festhalten, dass

- die Initialisierung der Zustandsvariable  $\mathbf{h}$  nicht trivial ist,
- die Simulation einer zyklischen Bodenverflüssigung gerade in dichtem Boden nicht gelingen kann,
- durch das sog. Overshooting die rechnerische Festigkeit entscheidend überschätzt werden kann und
- sich dabei sogar unzulässig lockere Zustände (Überschreiten der Grenze des lockeren Zustands) ergeben können,
- sich unzulässige Zugspannungszustände simulieren lassen,
- das Dämpfungsverhalten physikalisch unrealistisch sein kann und

- die Abhängigkeit der Akkumulationseffekte infolge zyklischer Verformung von der Dichte, dem Druck und der zyklischen Vorbelastung unzureichend modelliert wird.

Dem Anwender sollten die genannten Nachteile der HP+IS bewusst sein, um eine Fehlinterpretation der Berechnungsergebnisse zu vermeiden. Die Defizite motivieren jedoch auch die Entwicklung neuer und besserer hypoplastischer Modelle in dieser Arbeit.

Zunächst wird daher in den Kapiteln 4 bis 6 mit der HP+GIS+ACST ein hypoplastisches Stoffmodell aufbauend auf dem Basismodell der HP entwickelt. Aufgrund des in Kapitel 6 eingeführten Konzepts der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) werden dabei die meisten Nachteile des ursprünglichen IS-Konzepts behoben, während durch die in Kapitel 5 diskutierte Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST) auch der Einfluss der Fabric berücksichtigt wird.

Parallel dazu wird in Kapitel 7 und 8 die NHP+GIS eingeführt, in welcher die Neohypoplastizität (NHP) als Basismodell der GIS dient. Die NHP behebt dabei weitere Defizite der HP.

# Kapitel 4

## Asymptotische Zustände in hypoplastischen Stoffmodellen

Die Modellierung asymptotischer Zustände, also Zustände, welche infolge eines vorgegebenen proportionalen Dehnungspfads angestrengt werden, ist ein zentraler Bestandteil fortgeschrittenen Stoffmodells für Boden. Die Menge aller asymptotischen Zustände wird durch die asymptotische Zustandoberfläche (engl. asymptotic state boundary surface (ASBS)) beschrieben. In hypoplastischen Stoffmodellen können asymptotische Zustände zwar abgebildet werden [86, 93], müssen im Allgemeinen jedoch nicht explizit definiert sein. Für Ton wurden bereits Modelle mit einer explizit definierten ASBS entwickelt [87, 88, 91], während eine solche Formulierung für Sand bislang nicht existiert.

In diesem Kapitel wird daher zunächst die ASBS der HP für Sand extrahiert. Aufbauend darauf wird die HP unter Berücksichtigung der ASBS mathematisch äquivalent reformuliert. Diese neue Schreibweise bietet zahlreiche Vorteile, auch wenn die ASBS nach wie vor nicht explizit definiert, sondern lediglich aus den bestehenden Gleichungen extrahiert wurde. Darüber hinaus wird erstmals ein Stoffmodell für Sand formuliert, welches auf einer expliziten Definition des Tensors  $A$  und somit mathematisch wie Stoffmodelle mit einer explizit definierten ASBS ausgedrückt werden kann: die modifizierte HP (MHP).

Die in diesem Kapitel vorgestellten Stoffmodelle zeigen insbesondere in Kombination mit dem Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (engl. generalized intergranular strain (GIS), siehe Kapitel 6) Vorteile bei der Simulation zyklischer Verformungen. Die folgenden Erkenntnisse wurden teilweise in [105] veröffentlicht.

### 4.1 Die asymptotische Zustandoberfläche (ASBS)

Das asymptotische Verhalten von Sand wurde bereits 1976 von Goldscheider [44] auf Grundlage experimenteller Ergebnisse in zwei Regeln zusammengefasst. Diese beschreiben

die Entwicklung des Zustands einer Bodenprobe (ausgedrückt als effektiver Spannungspfad  $\sigma(t)$ ) infolge eines monotonen, proportionalen Dehnungspfads  $\varepsilon(t)$ :

- (1) Die Reaktion auf einen proportionalen Dehnungspfad mit einem spannungsfreien Ausgangszustand  $\sigma_0 = \mathbf{0}$  (und nur auf einen solchen Dehnungspfad) ist ein proportionaler Spannungspfad.
- (2) Bei einem proportionalen Dehnungspfad mit einer Anfangsspannung  $\sigma_0 \neq \mathbf{0}$  tendiert die Spannung im Spannungsraum auf einer Kurve asymptotisch zu derjenigen Geraden durch den Spannungsnulypunkt, die bei demselben proportionalen Dehnungspfad mit einem spannungsfreien Ausgangszustand als Spannungspfad auftreten würde.

Dabei wird der aktuelle Zustand des Bodens und dessen Entwicklung im  $\mathbb{R}^9$ -dimensionalen effektiven Spannungsraum beschrieben, welcher aufgrund der Symmetrie des Spannungstensors ohne Informationsverlust auch in den  $\mathbb{R}^6$ -dimensionalen Raum überführt werden kann. Ein Dehnungspfad  $\varepsilon(t)$  bzw. ein Spannungspfad  $\sigma(t)$  ist proportional, wenn er im Dehnungsraum bzw. im Spannungsraum eine Gerade durch den Nullpunkt darstellt.

Die Aussagen von Goldscheider [44] lassen sich bei Berücksichtigung weiterer Zustandsvariablen  $\alpha$  (Porenzahl, intergranulare Dehnung, Fabric usw.) verallgemeinern: Als asymptotische Zustände werden alle Zustände des Bodens bezeichnet, die infolge eines monotonen, proportionalen Dehnungspfads angestrebt werden. Die Menge aller asymptotischen Zustände wird als asymptotische Zustandoberfläche (engl. asymptotic state boundary surface (ASBS)) [44, 48, 50, 72, 86] bezeichnet. Der Begriff des asymptotischen Zustands bedarf einer Diskussion und muss vom Begriff des kritischen Zustands abgegrenzt werden.

Infolge einer gegebenen monotonen Deformation ohne Volumenkonstanz mit

$$\text{tr}(\dot{\varepsilon}) = \dot{\varepsilon}_{\text{vol}} \neq 0 \quad (4.1)$$

wird der resultierende Pfad im  $n$ -dimensionalen Vektorraum  $\mathbb{R}^n$  der Zustandsvariablen asymptotisch, unabhängig vom Anfangszustand, nicht einem wohl definierten Zustand, sondern vielmehr auf einem asymptotischen Pfad eine Menge asymptotischer Zustände anstreben. Der Boden strebt unter diesen Bedingungen einen proportionalen Spannungspfad mit einer nicht verschwindenden Spannungsrate<sup>1</sup>

$$\dot{\sigma} \neq \mathbf{0} \quad \text{aber} \quad \vec{\sigma} = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

an [92, 93]. Diese asymptotischen Zustände werden in Abschnitt 4.2 eindeutig definiert und lassen sich ermitteln.

Der weithin bekannte kritische Zustand (engl. critical state (CS)) stellt einen speziellen asymptotischen Zustand dar, welcher durch einen gegebenen proportionalen volumenerhaltenden Dehnungspfad mit

$$\text{tr}(\dot{\varepsilon}) = \dot{\varepsilon}_{\text{vol}} = 0 \quad (4.3)$$

---

<sup>1</sup>Im Sonderfall eines spannungsfreien Zustands und eines volumenvergrößernden Dehnungspfads gilt  $\dot{\sigma} = \mathbf{0}$ .

angestrebt wird. Sofern die Porenzahl als Zustandsvariable definiert ist, folgt mittels Gl. (2.43)  $\dot{e} = 0$  direkt aus Gl. (4.3). Im kritischen Zustand muss weiter

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

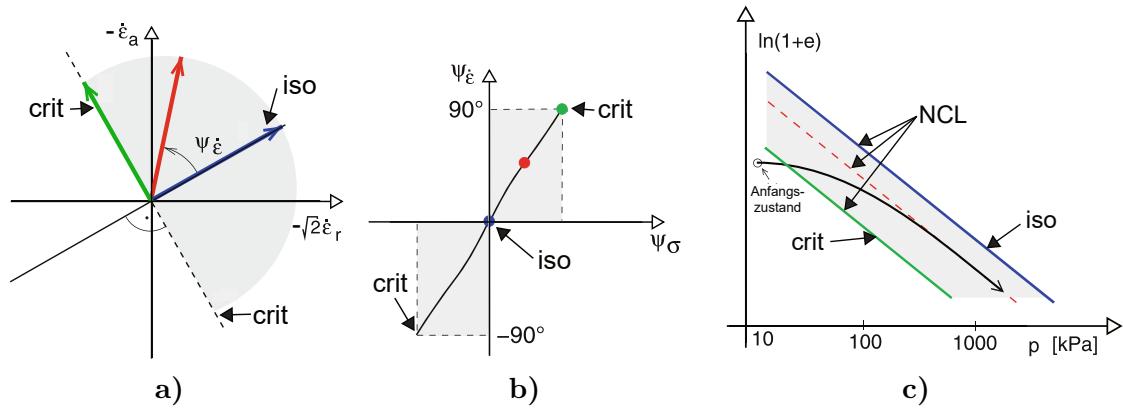
gelten [78, 153]. Aus Gl. (4.4) ist offensichtlich, dass im Fall eines monotonen volumenkonstanten Dehnungspfades in Abhängigkeit vom Anfangszustand ein wohl definierter Zustand, welcher bei fortgesetzter Dehnung unverändert bleibt, angestrebt wird. Letzterer kann daher als stationärer Zustand (engl. stationary state bzw. steady state) bezeichnet werden [10, 135], wenngleich die Begriffe kritischer Zustand und stationärer Zustand experimentell motiviert für drainierte bzw. undrainierten Bedingungen bevorzugt werden [10].

Jedoch sollte auch der kritische Zustand vielmehr als Menge von Zuständen verstanden werden, da im tensoriellen Raum unendlich viele proportionale volumenkonstante Dehnungspfade existieren und sich für jeden dieser Pfade ein anderer kritischer Zustand einstellt. Li und Dafalias [78] begründeten mittels thermodynamischer Betrachtungen die Eindeutigkeit dieser kritischen Zustände. Es sei darauf hingewiesen, dass, wie von Osi-  
nov [135] gezeigt, Gl. (4.4) tatsächlich mittels der materiellen Zeitableitung der Spannung geschrieben werden muss. In der Literatur wird bei der Diskussion des kritischen Zustands bzw. des ideal plastischen Fließens (Versagen) hingegen oft eine objektive Spannungsrate verwendet [8, 47, 201, 202, 204, 205]. Für einen Drehgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{W} = \mathbf{0}$  sind beide Ansätze identisch, während sich für  $\|\mathbf{W}\| \leq \|\mathbf{D}\|$  geringfügig unterschiedliche kritische Zustände ergeben.

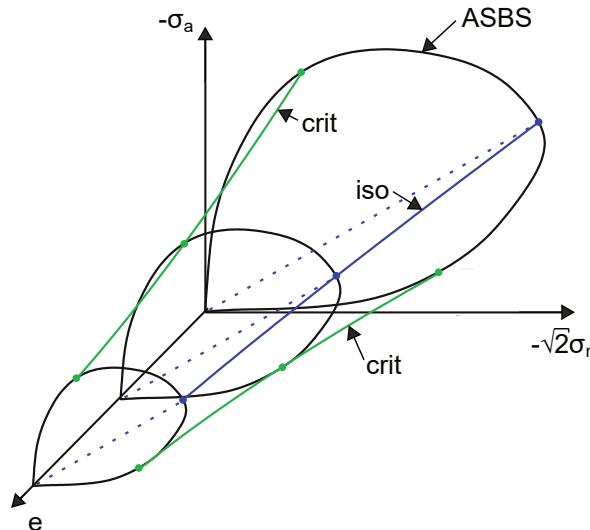
Die ASBS kann im  $n$ -dimensionalen Vektorraum  $\mathbb{R}^n$  der Zustandsvariablen visualisiert werden. Die kritischen Zustände sind eine Teilmenge der ASBS. Es ist erwähnenswert, dass asymptotische Zustände auch als swept-out-memory-Zustände oder Attraktoren [48, 50] bekannt sind.

Vereinfachend werden im Folgenden nur Stoffmodelle betrachtet, bei denen der Zustand eindeutig durch die effektive Cauchy-Spannung  $\boldsymbol{\sigma}$  und die Porenzahl  $e$  beschrieben wird, wie beispielsweise in der HP. Die ASBS kann für solche Modelle als ein geometrisches Objekt und der aktuelle Zustand als ein Punkt im 4D-Hauptspannungs-Porenzahl-Raum ( $\mathbb{R}^4$ ) dargestellt werden, welcher ein Unterraum des 10D-Spannungs-Porenzahl-Raums ( $\mathbb{R}^{10}$ ) darstellt. Obwohl bereits dieser 4D-Raum schwer vorstellbar ist, muss er als Erweiterung des 3D-Hauptspannungsraums ( $\mathbb{R}^3$ ) um die Porenzahl existieren. Es ist zu beachten, dass der 4D-Hauptspannungs-Porenzahl-Raum ( $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 e$ ) und der 4D-mittlerer effektiver Druck-Deviatorspannung-Lode Winkel-Porenzahl-Raum ( $pq\theta e$ ) äquivalente Räume darstellen. Bekannte 2D-Räume ( $\mathbb{R}^2$ ), wie beispielsweise das  $pq$ -Diagramm, das  $ep$ -Diagramm oder das  $\sigma_a \sqrt{2} \sigma_r$ -Rendulic-Diagramm lassen sich direkt aus dem oben genannten verallgemeinerten 4D-Raum ableiten. Die dabei durchgeführte Dimensionsreduktion führt allerdings im Allgemeinen zu einem Informationsverlust.

Das bisher beschriebene asymptotische Verhalten von Boden ist schematisch für einen axialsymmetrischen Zustand für volumenerhaltende und volumenreduzierende monotone

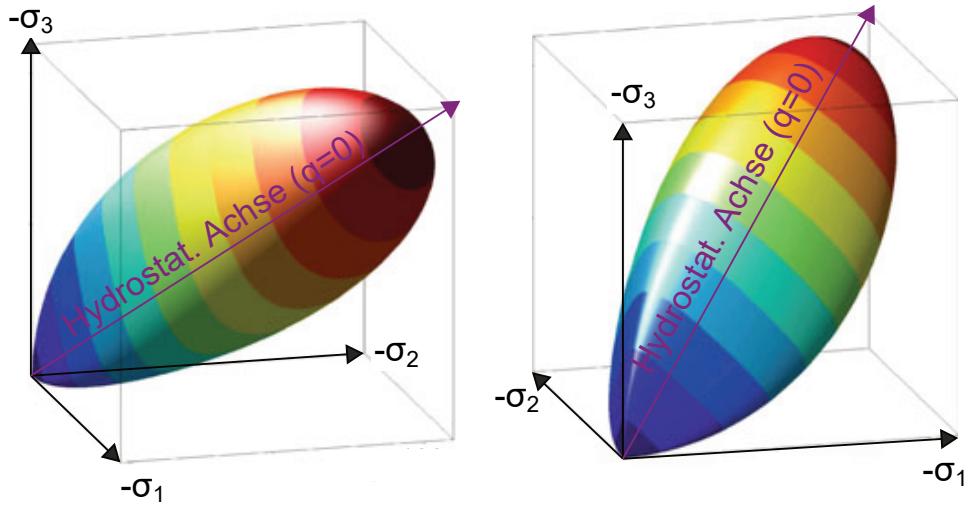


**Abbildung 4.1:** Bodenverhalten infolge volumenerhaltender und volumenreduzierender proportionaler Dehnungspfade: a) unterschiedliche Dehnungspfade führen zu b) unterschiedlichen proportionalen Spannungspfaden und c) unterschiedlichen Kompressionslinien (modifiziert aus [86])



**Abbildung 4.2:** 3D-Spannungs-Porenzahl Diagramm der ASBS für axialsymmetrische Zustände mit angenommener porenzahllinvarianter Form der ASBS (modifiziert aus [91])

Dehnungspfade in zweidimensionalen Diagrammen in Abbildung 4.1 dargestellt. Verschiedene proportionale Dehnungspfade können durch einen Winkel  $\psi_{\dot{\varepsilon}}$  definiert werden, siehe Abbildung 4.1a. Asymptotisch führen unterschiedliche proportionale Dehnungspfade zu unterschiedlichen proportionalen Spannungspfaden mit konstantem Spannungsverhältnis, welches durch den Winkel  $\psi_{\sigma}$  beschrieben wird, siehe Abbildung 4.1b. Abbildung 4.1c zeigt außerdem, dass jeder proportionale Dehnungspfad im  $ep$ -Diagramm asymptotisch zu einer bestimmten normalen Kompressionslinie (engl. normal compression line (NCL)) führt. Sowohl die bekannte kritische Zustandslinie (engl. critical state line (CSL)) als auch jede weitere NCL stellen eine Teilmenge der ASBS dar. Letztere ist in Abbildung 4.2 im dreidimensionalen, um die Porenzahl erweiterten, Rendulic-Diagramm dargestellt. Das Konzept der asymptotischen Zustände lässt sich auch auf volumenvergrößernde Dehnungspfade anwenden [86].

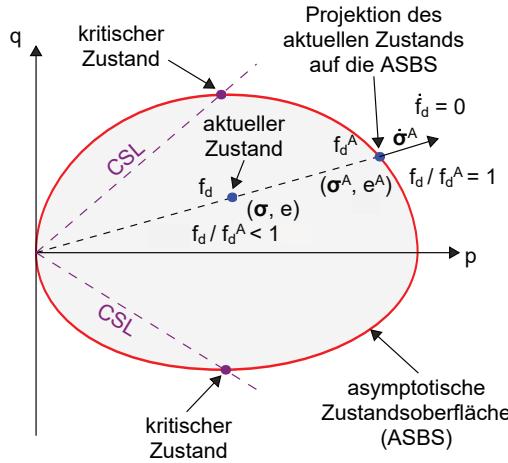


**Abbildung 4.3:** 3D Darstellungen der ASBS im Hauptspannungsraum für eine konstante Porenzahl für das hypoplastische Stoffmodell für Ton mit explizit definierter ASBS [88] für verschiedene Ansichten (modifiziert aus [88])

## 4.2 Asymptotische Zustände in Stoffmodellen

In elasto-plastischen Stoffmodellen fällt die ASBS mit der Zustandsgrenzfläche (engl. state boundary surface (SBS)) zusammen, welche durch die Fließfläche und die Verfestigungsregel explizit definiert wird [87]. In hypoplastischen Stoffmodellen können asymptotische Zustände zwar abgebildet werden, müssen allerdings im Allgemeinen nicht explizit definiert sein [86, 88, 92, 93]. Insbesondere durch die Arbeiten von Mašín [87, 88, 91] wurden bereits einige hypoplastische Modelle für Ton entwickelt, die eine explizit definierte ASBS beinhalteten. Dabei ist der Beweis der Existenz einer ASBS in einem spezifischen Stoffmodell nicht gleichbedeutend mit einer entsprechenden mathematischen Formulierung eines Modells unter expliziter Berücksichtigung der ASBS.

Abbildung 4.3 zeigt exemplarisch die ASBS für das ratenunabhängige hypoplastische Modell für Ton mit explizit definierter ASBS von Mašín [88] im 3D-Hauptspannungsraum für eine konstante Porenzahl. Querschnitte durch die ASBS mit konstantem mittleren effektiven Druck sind dabei farblich hervorgehoben. Für axialsymmetrische Spannungszustände ist das entsprechende 3D-Spannungs-Porenzahl-Diagramm in Abbildung 4.2 dargestellt. Dabei wird für Ton angenommen, dass die Form der ASBS für Querschnitte mit konstanter Porenzahl  $e$  invariant ist und sich in Abhängigkeit von der Porenzahl lediglich die Größe ändert. Je dichter der Boden, desto größer ist der Bereich innerhalb der ASBS. Eine irreversible Verdichtung oder Auflockerung (Porenzahländerung) führt zu einer Skalierung der Größe, aber nicht zu einer Änderung der Form der ASBS. Die Form von Querschnitten mit konstantem mittleren effektiven Druck, konstantem Lode-Winkel oder konstanter Deviatorspannung ist aufgrund des zugrundelegten Matsuoka-Nakai-Kriteriums [83] und der im  $pq$ -Diagramm elliptischen Form der ASBS nicht invariant.



**Abbildung 4.4:** Vereinfachte schematische Darstellung der Projektion eines aktuellen Zustands auf die ASBS von hypoplastischen konstitutiven Formulierungen mit explizit definierter ASBS im axialsymmetrischen Fall im  $pq$ -Diagramm (modifiziert aus [91])

Wie in [87, 88, 91] beschrieben, kann ein hypoplastisches Stoffmodell auch unter Verwendung einer explizit definierten ASBS formuliert werden:

$$\dot{\sigma} = f_s L : \dot{\epsilon} - \frac{f_d}{f_d^A} A : \mathbf{d} \parallel \dot{\epsilon} \parallel . \quad (4.5)$$

In Gl. (4.5) wird der Tensor vierter Stufe  $L$  als Maß für die lineare Steifigkeit verwendet. Der Tensor vierter Stufe  $A$  kann mittels einer explizit definierten ASBS bestimmt und als Steifigkeit bei einer Erstbelastung interpretiert werden. Folglich berücksichtigt  $A$  die Neigung der NCL im Kompressionsdiagramm. Der hochgestellte Index  $\square^A$  bezeichnet im Folgenden eine Größe für einen asymptotischen Zustand. Der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  stellt den Wert des Pyknotropiefaktors  $f_d$  für die Projektion des aktuellen Zustands auf die ASBS dar und kann ebenfalls explizit definiert werden. Symbolisch ist diese Projektion für einen axialsymmetrischen Zustand in Abbildung 4.4 dargestellt.

Der Quotient  $f_d / f_d^A$ , welcher im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Zustandsmobilitierung  $S = f_d / f_d^A$  eingeführt wird, quantifiziert den Abstand des aktuellen Zustandes von der ASBS. Das Bodenverhalten wird für Zustände mit größerem Abstand zur ASBS ( $f_d < f_d^A$ ) zunehmend elastischer, wie aus Gl. (4.5) ersichtlich wird. Für jeden Punkt auf der ASBS gilt  $f_d / f_d^A = 1$ .

Der Tensor zweiter Stufe  $\mathbf{d}$  beschreibt die asymptotische Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}^A$ , die dem auf die ASBS projizierten Zustand entspricht. Es gilt:

$$\mathbf{d} = \frac{\dot{\epsilon}^A}{\parallel \dot{\epsilon}^A \parallel} = \vec{\epsilon}^A . \quad (4.6)$$

Wenn eine ASBS explizit definiert ist, sind der Tensor vierter Stufe  $A$ , der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  und die asymptotische Dehnungsrate  $\mathbf{d}$  bekannt bzw. definiert.

Gegenwärtig existieren nur hypoplastische Modelle für Ton mit explizit definierten ASBS [87, 88, 91]. Ein Stoffmodell für Sand, welches gemäß Gl. (4.5) ausgedrückt werden kann, wurde vor dieser Arbeit noch nicht entwickelt. Mit der MHP, siehe Abschnitt 4.5, wird daher in dieser Arbeit erstmals ein hypoplastisches Stoffmodell für Sand mit explizit definiertem Tensor  $\mathbf{A}$  eingeführt, welches mittels Gl. (4.5) geschrieben werden kann.

In vielen hypoplastischen Stoffmodellen ist die ASBS nicht explizit definiert. Die ASBS kann jedoch auch ohne explizite Definition aus bestehenden Stoffmodellen extrahiert werden [87, 92, 93]. Mittels der Beziehung [87]

$$\mathbf{N} = -\frac{\mathbf{A} : \mathbf{d}}{f_s f_d^A} \quad (4.7)$$

kann Gl. (4.5) unter Verwendung des bekannten Tensors zweiter Stufe  $\mathbf{N}$  als

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = f_s \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} + f_s \frac{f_d}{f_d^A} f_d^A \mathbf{N} \|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\| \quad (4.8)$$

formuliert werden. Im Vergleich zu Gl. (4.5) kann jedes hypoplastische Modell in Form von Gl. (2.53) mittels Gl. (4.8) umformuliert werden, sofern der Pyknotropiefaktor im asymptotischen Zustand  $f_d^A$  bekannt ist. Gl. (4.8) ist aufgrund der Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^A$  im Vergleich zu Gl. (2.53) informationsreicher.

Sofern der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  nicht bekannt ist, da er beispielsweise nicht explizit definiert oder nur als Funktion des Zustands selbst hergeleitet werden kann [93], besteht grundsätzlich auch die Möglichkeit, eine zu  $f_d^A$  ähnliche Größe zu definieren. Letztere wird als  $f_d^{A*}$  eingeführt. Für eine solche Größe muss auf der ASBS  $f_d^{A*} = f_d^A = f_d$ , innerhalb der ASBS  $f_d^{A*} > f_d$  und außerhalb der ASBS  $f_d^{A*} < f_d$  gelten.

## 4.3 Erweiterte generalisierte Hypoplastizität

Aufbauend auf der generalisierten Hypoplastizität, siehe Gl. (2.54), wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit die sog. erweiterte generalisierte Hypoplastizität

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{E} : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{m} C S \|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\| + \mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}, \boldsymbol{\alpha})) \quad (4.9)$$

vorgeschlagen [105]. In Gl. (4.9) steht  $\mathbf{E}$  für eine elastische Steifigkeit (Hypo-, Cauchy- oder Hyperelastizität) und  $\mathbf{m}$  für die äquivalente hypoplastische Fließregel. Die neu eingeführte skalare Größe  $S$  wird Zustandsmobilisierung genannt. Die Zustandsmobilisierung stellt dabei ein Verhältnis zwischen dem aktuellen Zustand und einem definierten Referenzzustand dar. Der skalare Faktor  $C$  sowie die Funktion  $\mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}, \boldsymbol{\alpha})$  wurden zur Generalisierung eingeführt. Für ratenunabhängige Stoffmodelle muss auch  $\mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}, \boldsymbol{\alpha})$  homogen ersten Grades bezüglich der Dehnungsrate sein.

Die generalisierten Hypoplastizität nach Gl. (2.54) lässt sich direkt in Gl. (4.9) überführen. In diesem Fall gilt

$$\mathbf{E} = \mathbf{L} f_s , \quad (4.10)$$

$$\mathbf{m} = -[\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}] = -\vec{\mathbf{B}} , \quad (4.11)$$

$$S = Y = f_d \|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| = f_d \|\mathbf{B}\| , \quad (4.12)$$

$$\mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{0} , \quad (4.13)$$

$$C = 1 . \quad (4.14)$$

Wenn ein Stoffmodell gemäß Gl. (4.5) oder Gl. (4.8) vorliegt, kann es auch in Form der erweiterten generalisierten Hypoplastizität, siehe Gl. (4.9), umformuliert werden. In diesem Fall gilt

$$\mathbf{E} = f_s \mathbf{L} , \quad (4.15)$$

$$\mathbf{m} = -[\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}] = -\vec{\mathbf{B}} , \quad (4.16)$$

$$S = \frac{f_d}{f_d^{A*}} , \quad (4.17)$$

$$C = \|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| f_d^{A*} = \|\mathbf{B}\| f_d^{A*} , \quad (4.18)$$

$$\mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{0} . \quad (4.19)$$

Sofern  $f_d^A$  explizit definiert oder berechnet werden kann, gilt  $f_d^{A*} = f_d^A$ . Für jeden asymptotischen Zustand auf der ASBS gilt  $S = f_d/f_d^{A*} = 1$ .

Die neu eingeführte Zustandsmobilisierung  $S$  kann als allgemeinere Definition des für Ton bekannten Überkonsolidierungsgrads  $OCR$  (engl. over consolidation ratio), welcher unter Berücksichtigung einer Vorbelastungsspannung  $p_e$  definiert werden kann [14, 93], verstanden werden. Für einen sog. normalkonsolidierten Boden gilt  $OCR = 1$  (auf der isotropen Achse) und  $S = 1$ , während sog. überkonsolidierte Böden mit  $OCR > 1$  einer Zustandsmobilisierung von  $S < 1$  entsprechen. Für überkonsolidierte Böden befindet sich der aktuelle Zustand des Bodens innerhalb der ASBS, weshalb die Vorbelastungsspannung  $p_e$  größer ist als die aktuelle Spannung bzw. der Boden als vorverdichtet bzw. dicht charakterisiert werden kann. Sowohl die Zustandsmobilisierung  $S$  als auch der Überkonsolidierungsgrad  $OCR$  sind letztlich ein Maß für die Distanz des aktuellen Zustand zur ASBS.

## 4.4 HP mit extrahierter ASBS

Zunächst wird die originale Version der HP, siehe Abschnitt 2.4, betrachtet. Anhand der Extraktion der dazugehörigen ASBS kann die HP in die erweiterte generalisierte Hypoplastizität nach Gl. (4.9) unter Berücksichtigung der Zustandsmobilisierung  $S$  umformuliert werden.

Für die Extraktion der ASBS sei ein beliebiger, im Sinne des Stoffmodells zulässiger, Spannungszustand gegeben. Es wird angenommen, dass dieser Zustand ein asymptotischer Zustand zu einer bestimmten monotonen asymptotischen Dehnungsrate  $\vec{\varepsilon}^A$  sei. Daraus folgt, dass die asymptotische Spannungsrate  $\dot{\sigma}^A$  die gleiche Richtung wie die asymptotische Spannung selbst  $\sigma^A$  hat (vgl. Gl. (4.2)). Der herzuleitende asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  muss darüber hinaus während der weiteren Verformung mit  $\vec{\varepsilon}^A$  konstant sein ( $\dot{f}_d^A = 0$ ).

Nach Niemunis [112] ist zur Beschreibung des asymptotischen Verhaltens die direktionale Homogenität bezüglich der Spannung, ausgedrückt durch

$$\vec{\sigma}^A(\sigma^A, \dot{\varepsilon}^A) = \vec{\sigma}^A(\lambda^2 \sigma^A, \dot{\varepsilon}^A) , \quad (4.20)$$

für einen positiven Faktor  $\lambda^2$ , erforderlich. Die direktionale Homogenität nach Gl. (4.20) erfordert, dass sich die Porenzahl und der mittlere effektive Druck entsprechend der Kompressionsbeziehung nach Gl. (2.40) ändern und somit in einem asymptotischen Zustand tatsächlich  $f_d \approx \text{const}$  bzw.  $r_e \approx \text{const}$  gilt. Diese Forderung entspricht der Konsistenzbedingung der isotropen Kompression [122]. Niemunis [112] zeigt weiter, dass konvergentes asymptotisches Verhalten aus der negativen Definitheit des Tensors vierter Stufe ( $\partial\dot{\sigma}/\partial\sigma$ ) während einer proportionalen Kompression folgt<sup>2</sup> und die HP die genannten Bedingungen erfüllt.

Im Folgenden wird zur Herleitung des asymptotischen Pyknotropiefaktors  $f_d^A$  der Ansatz nach Mašín und Herle [93] verfolgt. In einem asymptotischen Zustand gilt zusätzlich zu  $\dot{f}_d = 0$  die Richtungsgleichheit  $\dot{\sigma}^A \parallel \sigma^A$  und es kann ein skalarer Multiplikator  $\gamma$  eingeführt werden:

$$\dot{\sigma}^A = \gamma \vec{\sigma}^A . \quad (4.21)$$

Aufgrund der Ratenunabhängigkeit der HP kann im asymptotischen Zustand  $\|\dot{\varepsilon}^A\| = 1$  verwendet werden. Infolgedessen kann ein allgemeines hypoplastisches Stoffmodell in Form der Gl. (2.53) im asymptotischen Zustand als

$$\gamma \vec{\sigma}^A = f_s^A \mathsf{L} : \vec{\varepsilon}^A + f_s^A f_d^A \mathbf{N} \quad (4.22)$$

geschrieben werden. Es sei darauf hingewiesen, dass diese allgemeine Beziehung sowohl für  $\dot{\varepsilon}_{\text{vol}} > 0$  ( $\gamma < 0$ ) als auch für  $\dot{\varepsilon}_{\text{vol}} < 0$  ( $\gamma > 0$ ) gilt. Im kritischen Zustand gilt  $\dot{\sigma}^A = \mathbf{0}$  und somit  $\gamma = 0$ . In der HP ist der Pyknotropiefaktor  $f_d$  definiert als

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (4.23)$$

mit den druckabhängigen Grenzporenzahlen im kritischen Zustand  $e_c(p)$  und im dichtesten Zustand  $e_d(p)$ . Die Druckabhängigkeit der Grenzporenzahlen wird mit der Kompressionsbeziehung von Bauer [8]

$$\frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \quad (4.24)$$

---

<sup>2</sup>Genauer muss die Bedingung  $\mathbf{x} : (\partial\dot{\sigma}/\partial\sigma) : \mathbf{x} < 0$  für jedes  $\mathbf{x}$ , für welches  $\mathbf{x} : \sigma = 0$  gilt, erfüllt sein.

beschrieben, siehe Abschnitt 2.4. Für einen Zustand auf der ASBS folgt, dass der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  entlang jeder durch

$$e^A(p^A) = (\text{const.}) \exp \left[ - \left( \frac{3p^A}{h_s} \right)^{\frac{n}{n-1}} \right] \quad (4.25)$$

definierten NCL konstant ist. Für die Entwicklung der Porenzahl im asymptotischen Zustand  $e^A$  folgt aus der Differenzierung von Gl. (4.25)

$$\frac{\dot{e}^A}{e^A} = \frac{n}{h_s} \text{tr}(\dot{\sigma}^A) \left( \frac{3p^A}{h_s} \right)^{\frac{n}{n-1}}. \quad (4.26)$$

Außerdem kann die volumetrische Dehnungsrate im asymptotischen Zustand

$$\dot{\varepsilon}_{\text{vol}}^A = \text{tr}(\vec{\varepsilon}^A) \quad (4.27)$$

mittels der Änderung der Porenzahl im asymptotischen Zustand

$$\dot{e}^A = (1 + e^A) \text{tr}(\vec{\varepsilon}^A) \quad (4.28)$$

ausgedrückt werden, wodurch sich aus der Kombination von Gl. (4.21), Gl. (4.28) und Gl. (4.26)

$$\text{tr}(\vec{\varepsilon}^A) \left( \frac{1 + e^A}{e^A} \right) = \gamma \frac{n}{h_s} \text{tr}(\vec{\sigma}^A) \left( \frac{3p^A}{h_s} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad (4.29)$$

ergibt. Gesucht ist die Lösung des Systems der Gl. (4.22) und Gl. (4.29) für  $\gamma$  und  $f_d^A$ . Zunächst kann Gl. (4.22) umgeformt werden:

$$\vec{\varepsilon}^A = \gamma / f_s^A (\mathbf{L}^{-1} : \vec{\sigma}^A) - f_d^A (\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}) . \quad (4.30)$$

Durch Einsetzen der Gl. (4.30) in Gl. (4.29) lässt sich  $\vec{\varepsilon}^A$  eliminieren und eine Beziehung zwischen  $\gamma$  und  $f_d^A$  ableiten:

$$\gamma = - \frac{\left( \frac{1 + e^A}{e^A} \right) \text{tr} \mathbf{B}}{G - \left( \frac{1 + e^A}{e^A} \right) \text{tr} \mathbf{C}} f_d^A \quad (4.31)$$

mit

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N} , \quad (4.32)$$

$$\mathbf{C} = 1 / f_s^A (\mathbf{L}^{-1} : \vec{\sigma}^A) , \quad (4.33)$$

$$G = \frac{n}{h_s} \operatorname{tr}(\vec{\sigma}^A) \left( \frac{3p^A}{h_s} \right)^{(n-1)}. \quad (4.34)$$

Weiter gilt  $\|\vec{\epsilon}^A\| = 1$ . Angewandt auf Gl. (4.30) ergibt sich

$$1 = \sqrt{(\gamma \mathbf{C} - f_d^A \mathbf{B})^2} \quad (4.35)$$

bzw.

$$1 = \|\mathbf{B}\|^2 (f_d^A)^2 + \|\mathbf{C}\|^2 \gamma^2 - 2(\mathbf{B} : \mathbf{C}) f_d^A \gamma. \quad (4.36)$$

Durch Einsetzen von Gl. (4.31) in Gl. (4.36) kann der skalare Multiplikator  $\gamma$  eliminiert werden und es ergibt sich für den asymptotischen Pyknotropiefaktor [93]:

$$f_d^A = \sqrt{\left[ \|\mathbf{B}\|^2 + \left( \frac{\|\mathbf{C}\| \left( \frac{1+e^A}{e^A} \right) \operatorname{tr} \mathbf{B}}{G - \left( \frac{1+e^A}{e^A} \right) \operatorname{tr} \mathbf{C}} \right)^2 + \frac{2(\mathbf{B} : \mathbf{C}) \operatorname{tr} \mathbf{B} \left( \frac{1+e^A}{e^A} \right)}{G - \left( \frac{1+e^A}{e^A} \right) \operatorname{tr} \mathbf{C}} \right]^{-1}}. \quad (4.37)$$

Dementsprechend gilt für die asymptotische relative Porenzahl

$$r_e^A = \left( \frac{e^A - e_d}{e_c - e_d} \right) = (f_d^A)^{(1/\alpha)}. \quad (4.38)$$

Es ist offensichtlich, dass  $f_d^A$  nach Gl. (4.37) sowohl vom Spannungszustand  $\sigma$  als auch von der Porenzahl  $e$  beeinflusst wird. Gl. (4.37) stellt also einen impliziten Ausdruck für  $f_d^A$  dar. Es sei darauf hingewiesen, dass neben dem offensichtlichen Porenzahl- und Spannungseinfluss auch der asymptotische Barotropiefaktor  $f_s^A$  in Abhängigkeit vom Spannungszustand und der Porenzahl steht und den asymptotischen Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  beeinflusst, siehe Gl. (4.33).

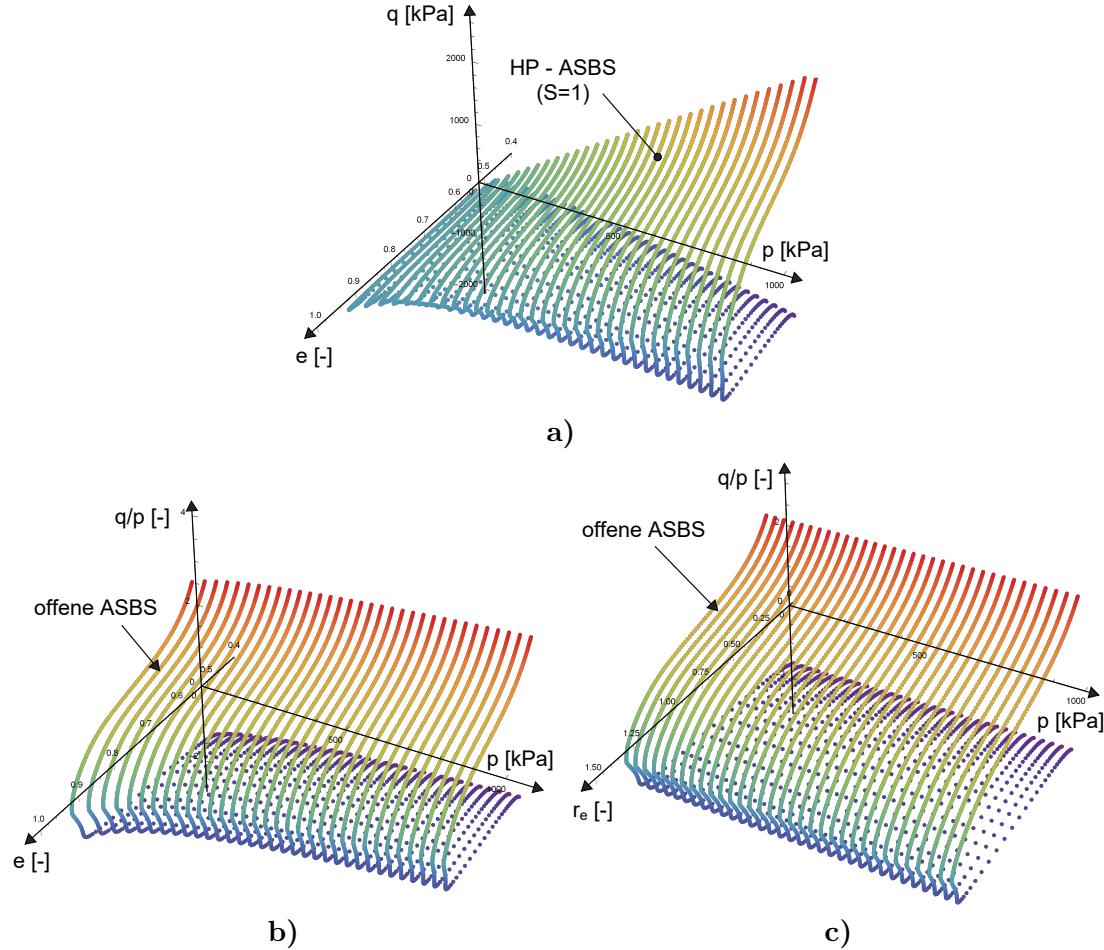
#### 4.4.1 Extraktion der ASBS aus der HP

Für einen Zustand auf der ASBS gilt per Definition für die Zustandsmobilisierung

$$S \stackrel{\text{ASBS}}{=} S^A = f_d/f_d^A = 1, \quad (4.39)$$

wodurch die ASBS im Allgemeinen iterativ gefunden werden kann.

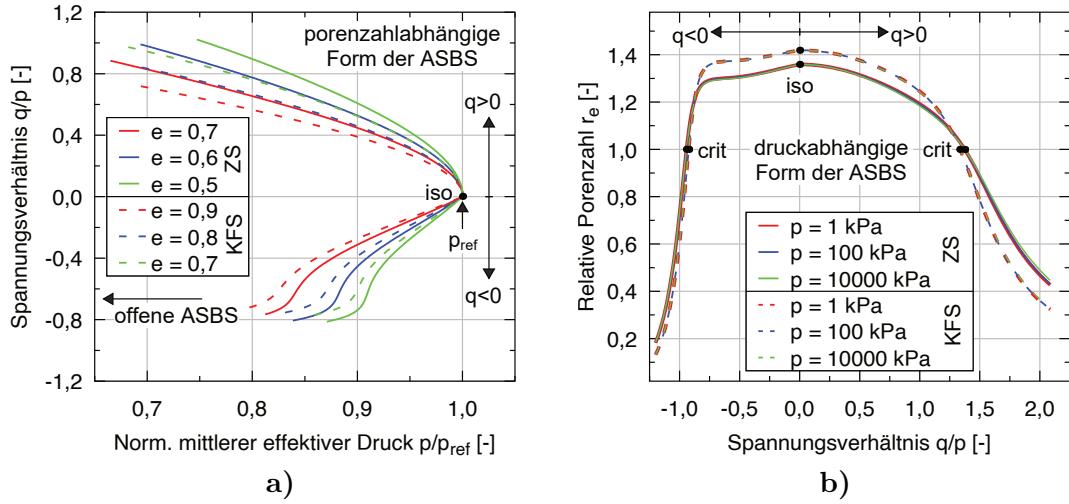
Die resultierende ASBS der HP wurde für den Parametersatz ZS-Duque von Zbraslav Sand (ZS), siehe Tabelle 3.2, für einen axialsymmetrischen Zustand exemplarisch iterativ



**Abbildung 4.5:** Iterativ ermittelte extraktive ASBS der HP für Zbraslav Sand im a) 3D- $epq$ -Raum, im b) 3D- $eq/pp$ -Raum und im c) normierten 3D- $req/pp$ -Raum für axialsymmetrische Bedingungen

bestimmt. Abbildung 4.5a zeigt die resultierende ASBS im 3D- $epq$ -Raum ( $\mathbb{R}^3$ ), Abbildung 4.5b im 3D- $eq/pp$ -Raum und Abbildung 4.5c im entsprechenden 3D- $req/pp$ -Raum. 2D-Querschnitte durch die ASBS sind in Abbildung 4.6a für eine konstante Porenzahl und in Abbildung 4.6b für einen konstanten mittleren effektiven Druck dargestellt. Die Abbildungen stellen jeweils nur Teile der gesamten ASBS dar, was auf die numerische Implementierung der iterativen Ermittlung der ASBS zurückzuführen ist. Die nicht-invariante Form des ASBS ist offensichtlich. Die Form der ASBS variiert sowohl für Querschnitte mit konstanter Porenzahl als auch (geringfügig) für Querschnitte mit konstantem mittleren effektiven Druck. Eine zu Abbildung 4.6b ähnliche Darstellung ist in [50, 85, 93] gezeigt. Mašín und Herle [93] zeigen außerdem die ausgeprägte Abhängigkeit der Form der ASBS in der HP vom zugrundeliegten Parametersatz. Zur Verdeutlichung der unterschiedlichen Formen der ASBS für unterschiedliche Parametersätze enthält Abbildung 4.6 auch Schnitte für den Parametersatz KFS-Wicht-2, siehe Tabelle 3.2.

Es ist zu erwähnen, dass die nicht invariante und vom Parametersatz abhängige Form der ASBS physikalisch durchaus möglich ist und somit grundsätzlich keinen Nachteil des



**Abbildung 4.6:** Normalisierte ASBS der HP für Zbraslav Sand (ZS) und Karlsruher Feinsand (KFS) unter axialsymmetrischen Bedingungen in einem 2D-Querschnitt a) mit konstanter Porenzahl und b) mit konstantem mittleren effektiven Druck

Modells darstellt. Eine experimentelle Bestimmung der ASBS für Sand ist jedoch im Allgemeinen sehr herausfordernd, nicht zuletzt aufgrund der teils erforderlichen großen Drücken und Verformungen.

Ungeachtet des gewählten Parametersatzes und der im Allgemeinen nicht invarianten Form der ASBS in der HP sind die asymptotischen Zustände infolge einer isotropen Kompression (iso) bzw. infolge einer volumenkonstanten Verformung (crit) in der HP explizit definiert. Für eine isotrope Kompression (iso) stellt sich asymptotisch ein isotroper Spannungszustand mit einer relativen Porenzahl von

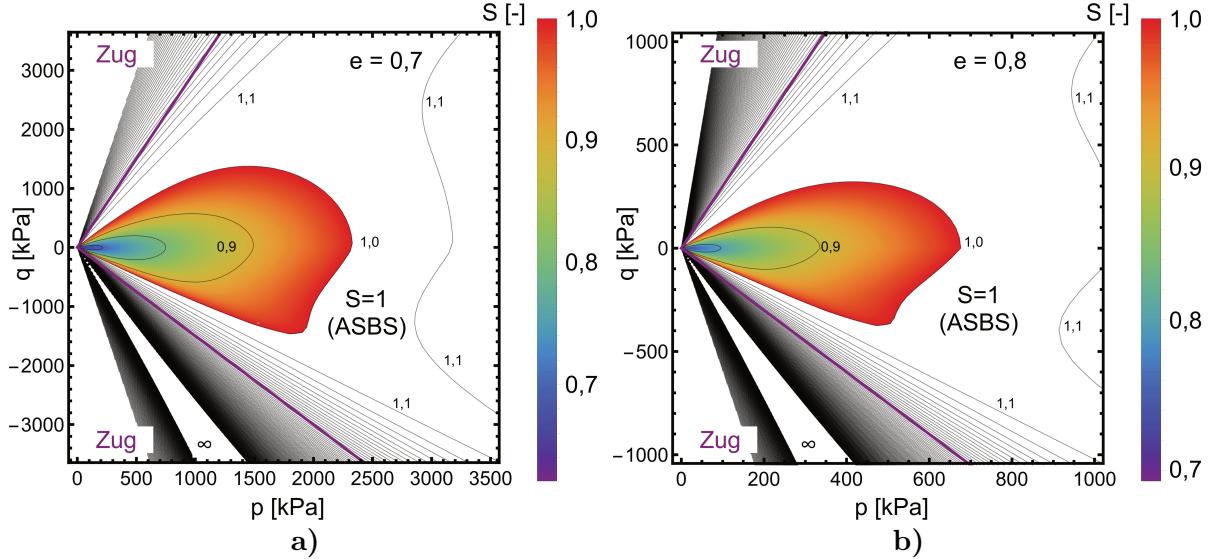
$$r_e^{A,iso} = \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right) = f(e_{d0}, e_{c0}, e_{i0}) \stackrel{\text{allg.}}{>} 1 \quad (4.40)$$

ein, während eine volumenkonstante Verformung (crit) zu

$$r_e^{A,crit} = \left( \frac{e_{c0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right) = 1 \quad (4.41)$$

mit einem vom kritischen Reibungswinkel  $\varphi_c$  abhängigen anisotropen Spannungszustand tendiert. Diese Teilmenge der ASBS somit auch in der HP explizit definiert. Die entsprechenden Zustände sind in Abbildung 4.6b gekennzeichnet.

Infolge extensiver axialsymmetrischer proportionaler Dehnungspfade mit  $\dot{\varepsilon}_a = 0$  oder  $\dot{\varepsilon}_r = 0$  ist außerdem asymptotisch unabhängig vom Druck  $r_e = 0$  für einen mobilisierten Reibungswinkel von  $\varphi_{mob} = 90^\circ$  bzw.  $q/p = 3$  (Kompression) und  $q/p = -1,5$  (Extension) zu erwarten [50, 86]. Diese Zustände wurden durch die iterative numerische Bestimmung der ASBS aufgrund des angewandten Algorithmus nicht erreicht. Darüber hinaus sollte eine besondere Beobachtung der ASBS der HP hervorgehoben werden: Die ASBS ist für  $p \rightarrow 0$  offen, siehe Abbildung 4.5b und 4.6a.



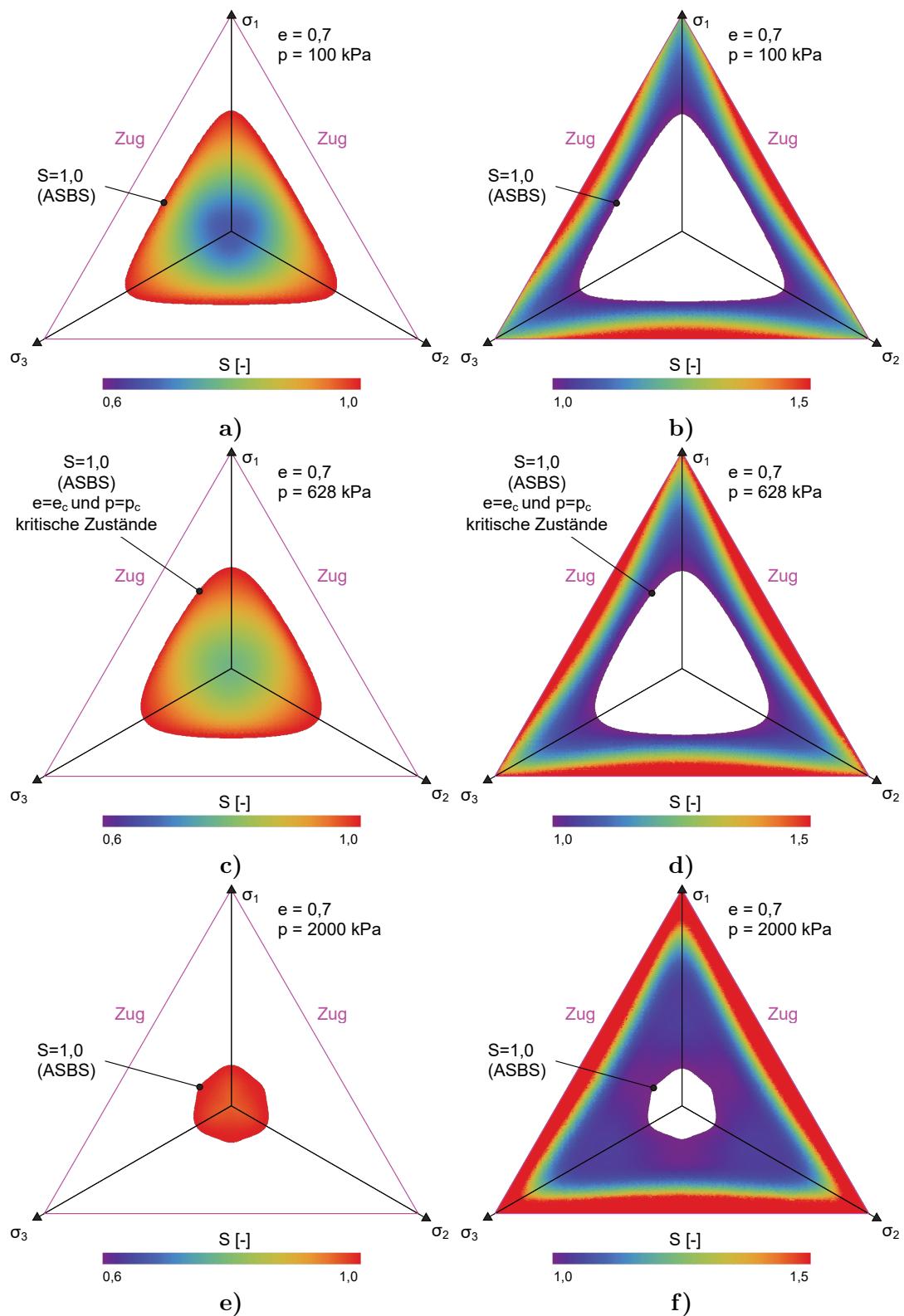
**Abbildung 4.7:** Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der HP für Zbraslav Sands (ZS) und eine konstante Porenzahl von a)  $e = 0,7$  und b)  $e = 0,8$  in Abhängigkeit vom axialsymmetrischen Spannungszustand im  $pq$ -Diagramm

#### 4.4.2 Zustandsmobilisierung $S$

Um die HP in die erweiterte generalisierte Hypoplastizität nach Gl. (4.9) umzuformen, ist der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  oder eine ähnliche Größe  $f_d^{A*}$  erforderlich.  $f_d^A$  ist in der HP jedoch nicht explizit definiert und im Allgemeinen unbekannt. Eine zu  $f_d^A$  ähnliche Größe  $f_d^{A*}$  kann durch die Annahme definiert werden, dass ein beliebiger Zustand ein asymptotischer Zustand sei. Der aktuelle Zustand ( $\sigma = \sigma^A$ ,  $e = e^A$ ) kann in Gl. (4.37) eingesetzt und so  $f_d^{A*}$  bestimmt werden. Sofern der aktuelle Zustand tatsächlich ein asymptotischer Zustand ist, gilt  $f_d^{A*} = f_d^A$  und entsprechend für die Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*} = 1$ .

Abbildung 4.7 zeigt die so definierte Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der HP für die Parameter des Zbraslav Sands (ZS) unter axialsymmetrischen Bedingungen im  $pq$ -Diagramm für eine konstante Porenzahl von  $e = 0,7$  und  $e = 0,8$ . Die resultierende Funktion  $S(p, q)$  ist mittels Isolinen mit einem Abstand von  $\Delta S = 0,1$  dargestellt. Zustände innerhalb der ASBS ( $S \leq 1$ ) sind farblich hervorgehoben.

Zunächst zeigt sich, dass für alle Zustände innerhalb der ASBS tatsächlich  $S < 1,0$  gilt und sich die Form der ASBS ( $S = 1$ ) aus Abbildung 4.6 wiedererkennen lässt. Für alle Zustände außerhalb der ASBS im für Boden relevanten Druckspannungsbereich ( $p \geq 0$  und  $\sigma_i \leq 0$ ) gilt tatsächlich  $S > 1$ . In diesem Bereich sind keine lokalen Maxima oder Minima der Funktion  $S(p, q)$  zu erkennen. Interessanterweise zeigt sich im Zugbereich ( $q/p < -1,5$ ) eine Singularität mit  $\lim S(p, q) \rightarrow \infty$ . Für noch größere Spannungsverhältnisse reduziert sich  $S(p, q)$  wieder. Es ist also nicht auszuschließen, dass im Zugspannungsbereich weitere Bereiche mit  $S(p, q) < 1$  existieren. Dies ist jedoch für die



**Abbildung 4.8:** Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der HP auf deviatorischen Ebenen für Zbraslav Sand (ZS) und eine konstante Porenzahl von  $e = 0,7$  für einen mittleren effektiven Druck von a) und b)  $p = 100 \text{ kPa}$ , c) und d)  $p = 628 \text{ kPa} \approx p_c(e = 0,7)$  und e) und f)  $p = 2000 \text{ kPa}$

Anwendung des Stoffmodells praktisch nicht relevant. Es ist darauf hinzuweisen, dass das Matsuoka-Nakai-Kriterium [83], welches der HP zugrunde liegt, theoretisch auch im Zugbereich einen zulässigen Spannungsbereich liefert [114]. Diese Eigenschaft des Festigkeitskriteriums könnte für die gefundene Singularität der Funktion  $S(p, q)$  in Abbildung 4.7 im Zugbereich verantwortlich sein.

Die Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der HP ist in Abbildung 4.8 auf deviatorischen Ebenen (Ebenen im Hauptspannungsraum mit  $p = \text{const}$ ) für eine Porenzahl von  $e = 0,7$  und einen mittleren effektiven Druck von  $p = 100 \text{ kPa}$ ,  $p = 628 \text{ kPa} \approx p_c(e = 0,7)$  und  $p = 2000 \text{ kPa}$  geplottet. Es wird nur der Druckspannungsbereich mit drei positiven Hauptspannungen ( $-\sigma_i > 0$ ) betrachtet. Für jeden analysierten mittleren effektiven Druck ist jeweils eine Abbildung mit  $S < 1$  und mit  $S > 1$  dargestellt. Die Grenze  $S = 1$  entspricht der ASBS.

Erneut zeigt sich, dass für die vorgeschlagene Funktion  $S = f_d/f_d^{A*}$  für alle betrachteten Zustände innerhalb der ASBS  $S < 1$  und außerhalb der ASBS  $S > 1$  gilt. Die Form der ASBS entspricht dem Matsuoka-Nakai-Kriterium [83], sofern der betrachtete mittlere effektive Druck dem zur Porenzahl gemäß der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] gehörendem kritischen Druck  $p_c(e)$  entspricht, siehe Abbildung 4.8c und 4.8d. In diesem Fall entspricht die ASBS den kritischen Zuständen. Für  $p < p_c(e)$  oder  $p > p_c(e)$  weicht die Form der ASBS auf der deviatorischen Ebene von der Form des Matsuoka-Nakai-Kriteriums [83] ab.

Die HP mit extrahierter ASBS lässt sich somit gemäß Gl. (4.8) und gemäß der erweiterten generalisierten Hypoplastizität nach Gl. (4.9) umformulieren. Mathematisch sind die HP in der ursprünglichen Form und mit der extrahierten ASBS äquivalent. Allerdings wird die Schreibweise mit extrahierter ASBS nach Gl. (4.9) bei der in Kapitel 6 diskutierten Kopplung mit dem Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) Vorteile gegenüber der originalen mathematischen Form der HP bei der Simulation zyklischer Verformungen aufweisen.

## 4.5 Modifizierte Hypoplastizität (MHP) mit explizit definiertem Tensor A

Im Folgenden wird eine leicht modifizierte Version der HP vorgestellt, in welcher der Tensor vierter Stufe  $\mathbf{A}$  explizit definiert ist. Das resultierende Stoffmodell für Sand kann somit erstmals in der mathematischen Form der Gl. (4.5) geschrieben werden und wird als modifizierte HP (MHP) bezeichnet. Ähnlich wie im vorangegangenen Abschnitt findet eine Größe  $f_d^{A*}$  Anwendung, weshalb die ASBS in der MHP tatsächlich nicht explizit definiert ist. Alternativ könnte die Größe  $f_d^A$  zukünftig auch explizit definiert werden, auf was jedoch aufgrund der vermeintlich geringen praktischen Relevanz verzichtet wurde.

Die vorgeschlagene Formulierung der MHP basiert auf einer modifizierten Kompressionsbeziehung, wodurch das ursprünglich für Tonmodelle vorgeschlagene Konzept der Herleitung des Tensors vierter Stufe  $\mathbf{A}$  [87, 88, 93] in abgewandelter Form erstmalig in dieser

Arbeit auf ein Stoffmodell für Sand übertragen wird. Die HP basiert auf der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8]

$$e = e_0 \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right], \quad (4.42)$$

welche auch in Ratenform

$$\dot{e} = e_0 \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] (-n) \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n-1} \frac{3}{h_s} \dot{p} \quad (4.43)$$

bzw.

$$\dot{e}/e = - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{(n-1)} \frac{3n}{h_s} \dot{p} \quad (4.44)$$

geschrieben werden kann. Es zeigt sich, dass diese Kompressionsbeziehung einer expliziten Definition des Tensors  $\mathbf{A}$  entgegensteht. Daher wird eine modifizierte Kompressionsbeziehung vorgeschlagen, welche in Ratenform

$$\dot{e}/(e + 1) = - \left( \frac{3p}{h_s^*} \right)^{(n^*-1)} \frac{3n^*}{h_s^*} \dot{p} \quad (4.45)$$

oder als Funktion

$$e = (e_0 + 1) \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s^*} \right)^{n^*} \right] - 1 \quad (4.46)$$

formuliert werden kann. Die Materialparameter  $h_s^*$  und  $n^*$  für die vorgeschlagene Kompressionsbeziehung stimmen nicht mit den Materialparametern  $h_s$  und  $n$  der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] überein und müssen entsprechend kalibriert werden. Eine Kalibration von  $h_s^*$  und  $n^*$  kann, wie in [51, 53, 91] detailliert beschrieben, analog zu der Kalibration von  $h_s$  und  $n$  beispielsweise anhand eines Ödometerversuchs oder eines isotropen Kompressionsversuchs einer initial locker gelagerten Probe erfolgen. Als erste Abschätzung kann  $h_s^* = 10h_s$  und  $n^* = n$  angenommen werden.

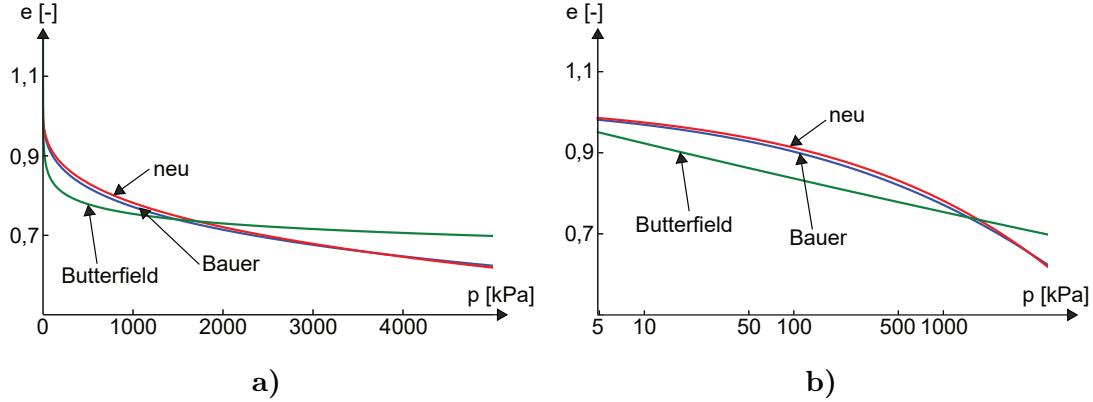
Die vorgeschlagene neue Kompressionsbeziehung nach Gl. (4.46), die Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] und die bekannte Kompressionsbeziehung nach Butterfield [17]

$$\ln(1 + e) = N_0 - \lambda \ln \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right) \quad (4.47)$$

bzw.

$$e = \exp \left[ N_0 - \lambda \ln \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right) \right] - 1 \quad (4.48)$$

werden kurz diskutiert. Letztere benötigt einen Referenzwert  $N_0$ , einen Referenzdruck  $p_{\text{ref}}$  und den Materialparameter  $\lambda$ . Die Kompressionsbeziehung nach Butterfield [17] ist in vielen konstitutiven Modellen (insbesondere in konstitutiven Formulierungen für Ton)



**Abbildung 4.9:** Kompressionsbeziehungen a) im  $ep$ -Raum und b) im  $e \ln p$ -Raum: nach Bauer [8] für Parameter des ZS (ZS-Duque) aus Tabelle 3.2 ( $e_0 = e_{i0} = 1,027$ ,  $h_s = 111,746$  MPa und  $n = 0,346$ ), der vorgeschlagenen Kompressionsbeziehung der MHP mit Parametern des ZS aus Tabelle 4.1 ( $e_0 = e_{i0} = 1,027$ ,  $h_s^* = 10h_s = 1117,46$  MPa und  $n^* = n = 0,346$ ) und der Kompressionsbeziehung nach Butterfield [17] ( $N_0 = 0,7$ ,  $\lambda = 0,02$ ,  $p_{\text{ref}} = 1$  kPa)

berücksichtigt [88, 89, 149]. Alle drei Kompressionsbeziehungen sind in Abbildung 4.9 im  $ep$ - bzw.  $e \ln p$ -Diagramm für ZS dargestellt. Es zeigt sich, dass die vorgeschlagene Kompressionsbeziehung im relevanten Druckbereich einen sehr ähnlichen Verlauf zur Kompressionsbeziehung nach Bauer aufweist (mit angepassten Parametern), während die Beziehung nach Butterfield sich davon sichtbar unterscheidet.

Für den theoretischen Grenzfall  $p \rightarrow 0$  gilt

$$\lim_{p \rightarrow 0} e(p)^{\text{Bauer}} = e_0, \quad \lim_{p \rightarrow 0} e(p)^{\text{Butterfield}} = \infty \quad \text{und} \quad \lim_{p \rightarrow 0} e(p)^{\text{neu}} = e_0. \quad (4.49)$$

Dieser Grenzfall ist in der Beziehung von Bauer [8] und der vorgeschlagenen Kompressionsbeziehung realistischer als für die Butterfield-Beziehung [17]. Für  $p \rightarrow \infty$  gilt:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} e(p)^{\text{Bauer}} = 0, \quad \lim_{p \rightarrow \infty} e(p)^{\text{Butterfield}} = -1 \quad \text{und} \quad \lim_{p \rightarrow \infty} e(p)^{\text{neu}} = -1. \quad (4.50)$$

Dabei ist die Beziehung von Bauer [8] realistischer als die Kompressionsbeziehung von Butterfield [17] und die vorgeschlagene Kompressionsbeziehung.

Unter Verwendung der vorgeschlagenen Kompressionsbeziehung nach Gl. (4.46) anstelle der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] sowie aller sonstigem konstitutiven Beziehungen der HP, siehe Abschnitt 2.4, kann der Ansatz nach Mašín und Herle [93] zur Herleitung der MHP verfolgt werden. Es ist zu beachten, dass der Barotropiefaktor  $f_s^{\text{MHP}}$  in der MHP, wie in Gl. (4.72) gezeigt, von dem der HP leicht abweicht.

Die MHP inkludiert zwei Zustandsvariablen: die effektive Cauchy-Spannung  $\sigma$  und die Porenzahl  $e$ . Die Herleitung der MHP folgt in Teilen der Extraktion der ASBS der HP

in Abschnitt 4.4. Wiederholungen sind im Sinne der Nachvollziehbarkeit nicht ausgeschlossen. Für asymptotische Zustände gilt  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}^A \parallel \boldsymbol{\sigma}^A$  mit  $\dot{f}_d^A = 0$ . Für ratenunabhängige Stoffmodelle gilt

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^A = \gamma \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A \quad (4.51)$$

und mit einem Multiplikator  $\gamma$  kann ein hypoplastisches Stoffmodell auf der ASBS mittels

$$\gamma \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A = f_s^A \perp \colon \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A + f_s^A f_d^A \mathbf{N} \quad (4.52)$$

geschrieben werden. Unter Verwendung von

$$\dot{e}^A = (1 + e^A) \operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) \quad (4.53)$$

kann die vorgeschlagene Kompressionsbeziehung nach Gl. (4.45) umformuliert werden:

$$\operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = - \left( \frac{3p^A}{h_s^*} \right)^{(n^*-1)} \frac{3n^*}{h_s^*} \dot{p}^A. \quad (4.54)$$

Für Gl. (4.54) gilt mit Gl. (4.51)

$$\operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = - \left( \frac{-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A)}{h_s^*} \right)^{(n^*-1)} \frac{3n^*}{h_s^*} (-\operatorname{tr}(\gamma \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A)/3) \quad (4.55)$$

oder

$$\operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = -(-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A))^{(n^*-1)} h_s^{*(-n^*)} n^* (-\operatorname{tr}(\gamma \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A)) \quad (4.56)$$

oder

$$\operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = - \frac{(-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A))^{n^*} (-\operatorname{tr}(\gamma \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A))}{-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A)} h_s^{*(-n^*)} n^*. \quad (4.57)$$

Durch Einführung der skalaren Größe

$$\lambda^* = (-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A))^{n^*} h_s^{*(-n^*)} n^* = n^* \left( \frac{3p^A}{h_s^*} \right)^{n^*} \quad (4.58)$$

kann

$$\operatorname{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = - \frac{(-\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A))^{n^*} h_s^{*(-n^*)} n^*}{\|\boldsymbol{\sigma}^A\|} \gamma = - \frac{\lambda^*}{\|\boldsymbol{\sigma}^A\|} \gamma \quad (4.59)$$

hergeleitet werden<sup>3</sup>. Die eingeführte skalare Größe  $\lambda^*$  hängt vom mittleren effektiven Druck  $p^A = -\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma}^A)/3$  ab. Der wichtige Unterschied zu hypoplastischen Modellen mit

<sup>3</sup>Es gilt  $\operatorname{tr}(\vec{\square})/\operatorname{tr}(\square) = 1/\|\square\|$ .

explizit definierter ASBS für Ton [87, 88] wird deutlich: Für Ton ist  $\lambda^*$  ein konstanter Stoffmodellparameter (Kompressionsbeiwert) und hängt nicht von der aktuellen Spannung ab [84, 85, 87, 88, 92].

Für den skalaren Multiplikator  $\gamma$  ergibt sich

$$\gamma = -\|\boldsymbol{\sigma}^A\| \frac{\text{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A)}{\lambda^*} \quad (4.60)$$

und die Kombination mit Gl. (4.52) führt zu

$$-\frac{\boldsymbol{\sigma}^A}{\lambda^*} \text{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) = f_s^A \mathbf{L} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A + f_s^A f_d^A \mathbf{N}. \quad (4.61)$$

Im nächsten Schritt kann der Tensor  $\mathbf{A}$  vierter Stufe

$$\mathbf{A} = f_s^A \mathbf{L} + \frac{1}{\lambda^*} \boldsymbol{\sigma}^A \mathbf{1} \quad (4.62)$$

definiert werden, so dass

$$\mathbf{A} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A = f_s^A \mathbf{L} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A + \frac{\boldsymbol{\sigma}^A}{\lambda^*} \text{tr}(\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A) \quad (4.63)$$

gilt. Gl. (4.61) kann zu

$$\mathbf{A} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A + f_s^A f_d^A \mathbf{N} = \mathbf{0} \quad (4.64)$$

umgeschrieben werden. Mit  $\|\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A\| = 1$  ergibt sich

$$f_d^A = \|\mathbf{A}^{-1} : (f_s^A \mathbf{N})\|^{-1} = \left\| \left( \mathbf{L} + \frac{1}{f_s^A \lambda^*} \boldsymbol{\sigma}^A \mathbf{1} \right)^{-1} : \mathbf{N} \right\|^{-1} \quad (4.65)$$

und

$$\mathbf{d} = \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}^A = -\frac{\mathbf{A}^{-1} : \mathbf{N}}{\|\mathbf{A}^{-1} : \mathbf{N}\|}. \quad (4.66)$$

Alternativ lässt sich der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  auch gemäß Gl. (4.37) aus Abschnitt 4.4 herleiten:

$$f_d^A = \sqrt{\left[ \|\mathbf{B}\|^2 + \left( \frac{\|\mathbf{C}\| \text{tr} \mathbf{B}}{G - \text{tr} \mathbf{C}} \right)^2 + \frac{2 (\mathbf{B} : \mathbf{C}) \text{tr} \mathbf{B}}{G - \text{tr} \mathbf{C}} \right]^{-1}} \quad (4.67)$$

mit

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N} , \quad (4.68)$$

$$\mathbf{C} = 1/f_s^A (\mathbf{L}^{-1} : \vec{\boldsymbol{\sigma}}^A) , \quad (4.69)$$

$$G = \frac{n^*}{h_s^*} \text{tr} (\vec{\boldsymbol{\sigma}}^A) \left( \frac{3p^A}{h_s^*} \right)^{(n^*-1)} = -\frac{\lambda^*}{\|\boldsymbol{\sigma}^A\|} . \quad (4.70)$$

Gl. (4.65) und Gl. (4.67) sind äquivalent.

Der Barotropiefaktor  $f_s$  wird im Allgemeinen aufgrund der erforderlichen Konsistenz der Rate des mittleren effektiven Drucks  $\dot{p}^A$  und der entsprechenden Änderung der Porenzahl  $\dot{e}^A$  infolge einer monotonen isotropen Kompression (also auf der ASBS) zwischen der gewählten Kompressionsbeziehung und dem Stoffmodell selbst hergeleitet [8, 47, 85]. Da in der MHP die Kompressionsbeziehung modifiziert wurde, muss entsprechend auch der Barotropiefaktor  $f_s^{\text{MHP}}$  im Vergleich zur HP angepasst werden. Aus der Kombination der isotropen Kompression der HP [85, 122]

$$\dot{p} = \frac{-f_b f_e}{3(1+e)} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right] \dot{e} \quad (4.71)$$

mit Gl. (4.45) für  $e = e_i$  ergibt sich der Pyknotropiefaktor der MHP zu

$$f_s^{\text{MHP}} = f_b^{\text{MHP}} f_e = \frac{h_s^*}{n^*} \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \left( \frac{-\text{tr} \boldsymbol{\sigma}}{h_s^*} \right)^{1-n^*} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} . \quad (4.72)$$

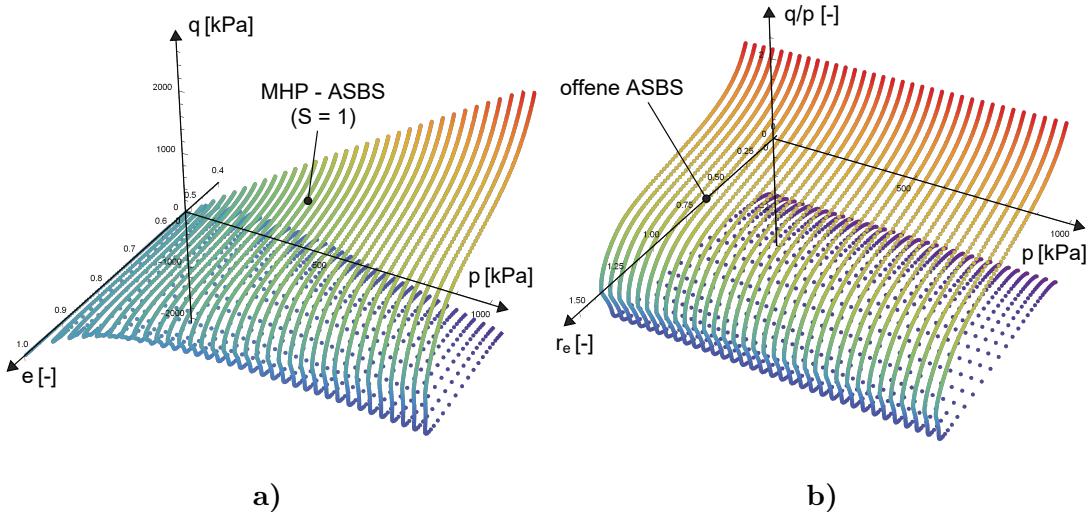
Die asymptotische Größe  $f_s^{\text{A,MHP}}$  ergibt sich aus Gl. (4.72) mit  $e^A$  und  $\boldsymbol{\sigma}^A$ . Die Einhaltung der Konsistenzbedingung der isotropen Kompression in der MHP und der HP wird später mittels der Abbildung 4.13 gezeigt.

Der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  der MHP nach Gl. (4.65) oder Gl. (4.67) weist eine Abhängigkeit von der Porenzahl selbst auf, welche sich im Barotropiefaktor  $f_s^{\text{MHP}}$  verbirgt. Die ASBS der MHP kann daher, wie auch bei der HP, nur iterativ ermittelt werden. Hierzu werden alle Zustände mit einer Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^A = 1$  gesucht. Die resultierende ASBS wurde für Zbraslav Sand (ZS) mit den Parametern aus Tabelle 4.1 iterativ ermittelt und ist in Abbildung 4.10a im 3D- $epq$ -Raum und Abbildung 4.10b im normierten 3D- $r_eq/pp$ -Raum visualisiert.

Die MHP benötigt acht Materialparameter, wobei sich aufgrund der modifizierten Kompressionsbeziehung lediglich  $h_s^*$  und  $n^*$  von der HP unterscheiden. Die MHP-Parameter für ZS aus Tabelle 4.1 wurden vereinfacht aus den HP-Parametern (ZS-Duque) aus Tabelle 3.2 mit  $h_s^* = 10h_s$  und  $n^* = n$  ermittelt. Für diese Parameterwahl liefert die vorgeschlagene Kompressionsbeziehung der MHP und die Kompressionsbeziehung nach Bauer [8], wie bereits in Abbildung 4.9 gezeigt, im relevanten Spannungsbereich sehr ähnliche Kurven.

| Bez. | $\varphi_c$<br>[-] | $e_{i0}$<br>[-] | $e_{c0}$<br>[-] | $e_{d0}$<br>[-] | $h_s^*$<br>[MPa] | $n^*$<br>[-] | $\alpha$<br>[-] | $\beta$<br>[-] |
|------|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|--------------|-----------------|----------------|
| ZS   | 34                 | 1,027           | 0,893           | 0,520           | 1117,46          | 0,346        | 0,15            | 2,2            |

**Tabelle 4.1:** Parametersatz für die MHP für Zbraslav Sand (ZS)



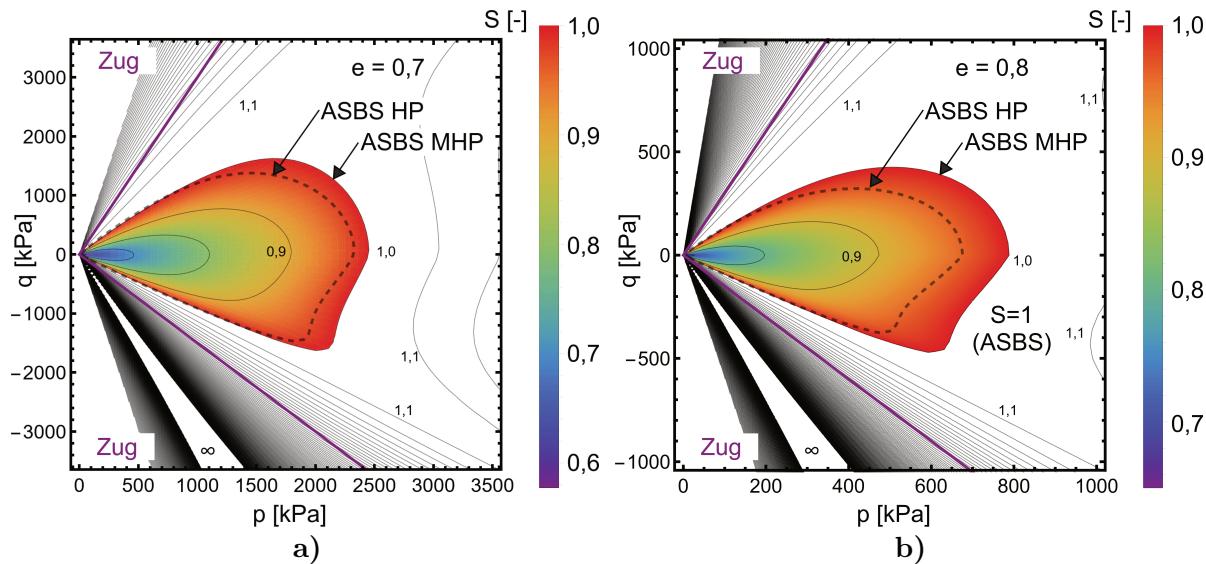
**Abbildung 4.10:** ASBS der MHP für Zbraslav Sand (ZS) unter axialsymmetrischen Bedingungen im a) 3D- $epq$ -Raum und im b) normierten 3D- $r_eq/pp$ -Raum, welche der ASBS der HP, siehe Abbildung 4.5, sehr ähnlich ist und ebenfalls nur iterativ ermittelt werden kann

Wie aufgrund der sehr ähnlichen Kompressionsbeziehungen der HP und der MHP zu erwarten ist, zeigt bereits der augenscheinliche Vergleich von Abbildung 4.5 und Abbildung 4.10, dass die Form und Größe der ASBS für den physikalisch gleichen Sand in der MHP und der HP sehr ähnlich sind.

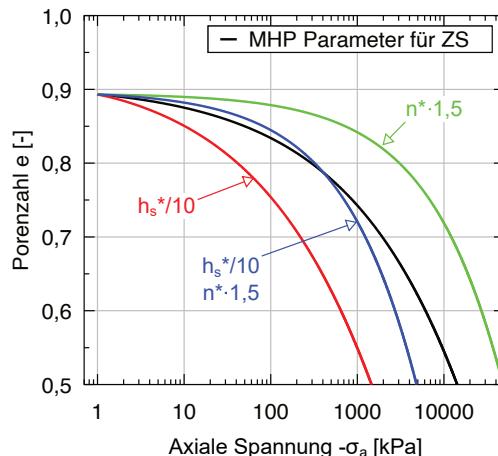
Unter der Annahme, dass sich ein gegebener aktueller Zustand auf der ASBS befindet, lassen sich die Richtung der Dehnungsrate  $\vec{\dot{\epsilon}}^A = \mathbf{d}$ , die zum asymptotischen Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  ähnliche Größe  $f_d^{A*}$  (für den Unterschied zwischen  $f_d^A$  und  $f_d^{A*}$  sei auf Abschnitt 4.4.2 verwiesen) und der Tensor vierter Stufe  $\mathbf{A}$  durch Einsetzen von  $\boldsymbol{\sigma}^A = \boldsymbol{\sigma}$  und  $e^A = e$  in Gl. (4.66), Gl. (4.65) und Gl. (4.62) bestimmen. Mit diesen Größen kann die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte MHP schließlich als Stoffmodell für Sand erstmalig gemäß Gl. (4.5) formuliert werden:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = f_s \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \underbrace{\frac{f_d}{f_d^{A*}}}_{=S} \mathbf{A} : \mathbf{d} \|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\|. \quad (4.73)$$

Die Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der MHP wurde für einen axialsymmetrischen Spannungszustand  $(p, q)$  bei konstanter Porenzahl  $e = 0,7$  und  $e = 0,8$  berechnet. Die Funktion  $S(p, q)$  ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Die Isolinie mit  $S = 1$  stellt dabei einen

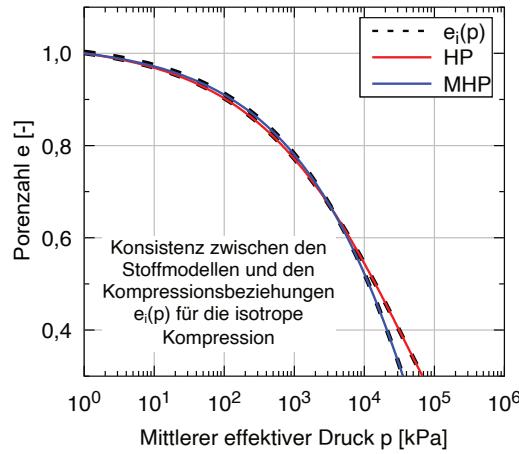


**Abbildung 4.11:** Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  der MHP für ZS und eine konstante Porenzahl von a)  $e = 0,7$  und b)  $e = 0,8$  in Abhängigkeit vom axialsymmetrischen Spannungszustand sowie die entsprechende ASBS der MHP und der HP im  $pq$ -Diagramm



**Abbildung 4.12:** Mit der MHP simulierte monotone Ödometerversuche für ZS mit einer initialen Porenzahl von  $e_0 = e_{c0}$  und einem isotropen Anfangsspannungszustand  $p_0 = 1$  kPa für verschiedene Parameterkombinationen  $h_s^*$  und  $n^*$

Schnitt bei konstanter Porenzahl durch die ASBS der MHP dar. Um einen Vergleich mit den Ergebnissen der HP zu ermöglichen, wurde in Abbildung 4.11 zusätzlich die Isolinie  $S = 1$  der Zustandsmobilisierung der HP aus Abbildung 4.7, welche denselben Schnitt durch die ASBS der HP zeigt, eingezeichnet. Grundsätzlich gelten für die Zustandsmobilisierung der MHP die gleichen Zusammenhänge wie bereits für die Zustandsmobilisierung der HP diskutiert, wenngleich beide Funktionen aufgrund der geänderten Kompressionsbeziehungen nicht identisch sind. Die Werte der beiden Funktionen  $S(p, q)$  sind jedoch vergleichbar und somit sind auch die ASBS der MHP und der HP sehr ähnlich.



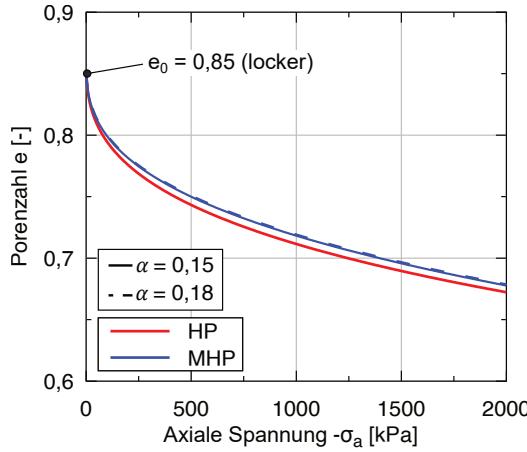
**Abbildung 4.13:** Vergleich der MHP mit der HP und den jeweils zugrundelegten Kompressionsbeziehungen  $e_i(p)$  anhand der monotonen isotropen Kompression einer initial lockeren Probe ( $e_0 = 1$  und  $p_0 = 1$  kPa) an ZS: Porenzahl in Abhängigkeit vom mittleren effektiven Druck

Der Einfluss der Materialparameter der MHP  $h_s^*$  und  $n^*$  auf eine ödometrische Kompressionskurve, die asymptotisch der ödometrischen NCL entspricht, wird durch Elementsimulationen untersucht. Dazu wird eine anfängliche Porenzahl von  $e_0 = e_{c0}$  sowie ein isoterper Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 1$  kPa initialisiert. Die resultierenden ödometrischen Kompressionskurven für verschiedene Werte von  $h_s^*$  und  $n^*$  für die Parameter des Zbraslav Sands sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Es gelten die gleichen qualitativen Zusammenhänge wie bei der HP: Eine Erhöhung von  $h_s^*$  führt zu einer höheren Steifigkeit, während eine Erhöhung von  $n^*$  eine stärkere Krümmung der Kompressionskurve bewirkt.

## 4.6 Vergleich von MHP und HP sowie Diskussion

In den vorherigen Abschnitten wurde mit der Zustandsmobilisierung  $S$  eine skalare Größe eingeführt, welche bei der Kopplung eines Stoffmodells mit dem Konzept der generalisierten Dehnung (GIS) in Kapitel 6 viele Vorteile mit sich bringen wird. Für die HP lässt sich die neu eingeführte Zustandsmobilisierung  $S$  herleiten, wodurch die HP mathematisch äquivalent mittels der ebenfalls neu eingeführten erweiterten generalisierten Hypoplastizität reformuliert werden kann. Eine Schreibweise mittels des Tensors  $\mathbf{A}$  ist in der HP jedoch nicht möglich. Um diese Schreibweise für ein Stoffmodell für Sand erstmalig zu ermöglichen, wurde mit der MHP im letzten Abschnitt ein neues hypoplastisches Stoffmodell mit explizit definiertem Tensor  $\mathbf{A}$  vorgestellt.

Die MHP basiert auf der HP und wurde nur an wenigen Stellen (Kompressionsbeziehung und Barotropiefaktor) angepasst. Die Unterschiede zwischen der MHP und der HP sind theoretisch motiviert. Es ist also zu erwarten, dass beide Modelle bei einer entsprechenden Parameterwahl sehr ähnliche Simulationsergebnisse liefern. Dies wird im Folgenden durch vergleichende Elementsimulationen belegt, für welche die MHP in einer Abaqus/Standard *umat.for* Subroutine implementiert wurde, siehe Anhang B.

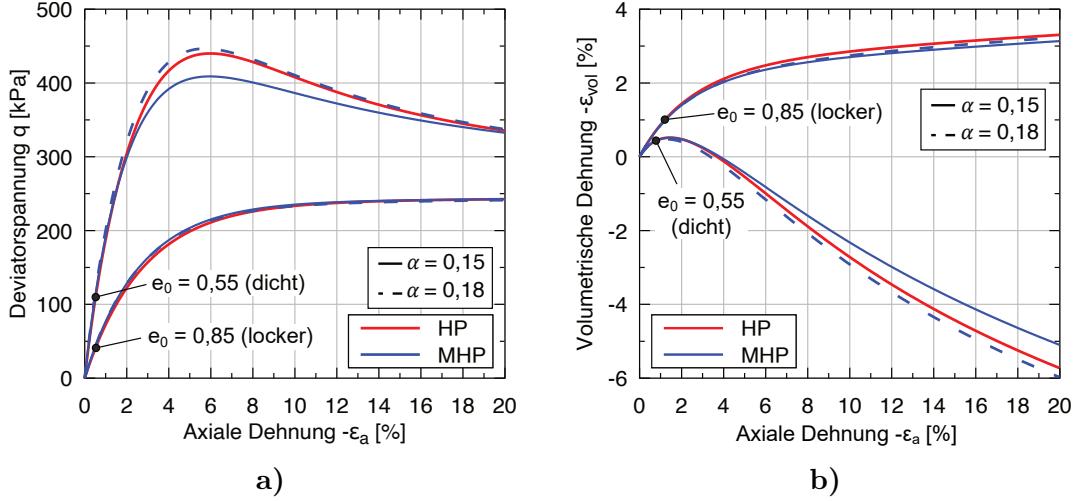


**Abbildung 4.14:** Vergleich der MHP mit der HP anhand eines monotonen Ödometerversuchs einer initial lockeren Probe ( $e_0 = 0,85$ ) an ZS: Porenzahl in Abhängigkeit von der axialen Spannung

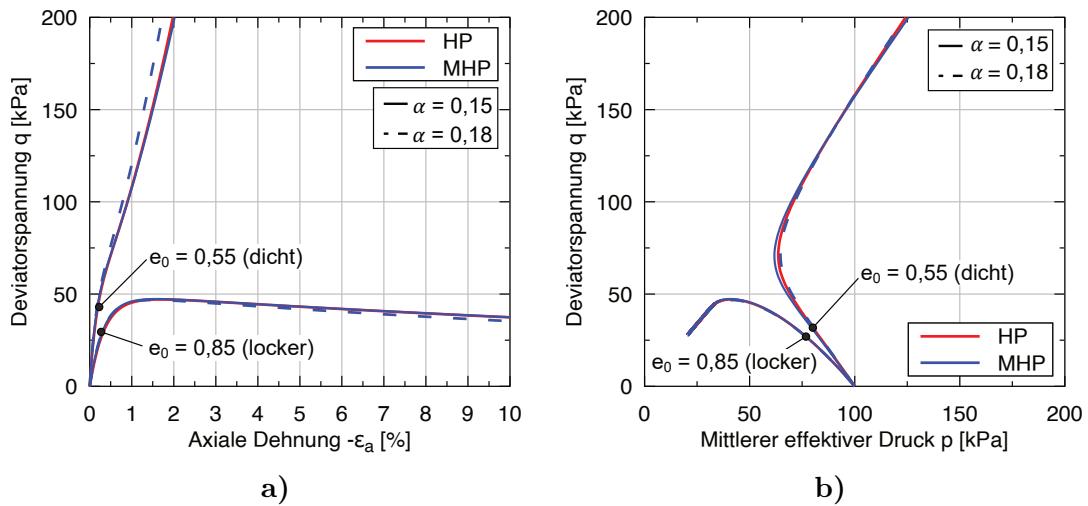
Für die HP wird der Parametersatz ZS-Duque gemäß Tabelle 3.2 und für die MHP der Parametersatz ZS gemäß Tabelle 4.1 verwendet. Zunächst zeigt Abbildung 4.13 eine monotone isotrope Kompression, ausgehend von einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 1$  kPa und einer initialen Porenzahl von  $e_0 = 1$ . Zusätzlich zu den Simulationen wurden die jeweils zugrunde gelegten Kompressionsbeziehungen der lockeren Lagerung  $e_i(p)$  dargestellt. Der Anfangszustand wurde so gewählt, dass er bereits sehr nahe an  $e_i(p)$  liegt. Es zeigt sich, dass die Simulationen der Stoffmodelle jeweils zu  $e_i(p)$  konvergieren und dann exakt den entsprechenden Kompressionsbeziehungen, welche sehr ähnliche Kurven liefern, folgen. Diese Konsistenz der isotropen Kompression ist auf die Herleitung des Barotropiefaktors  $f_s^{\text{MHP}}$ , siehe Abschnitt 4.5, zurückzuführen [122] und unterstreicht die Wichtigkeit des Unterschieds von  $f_s^{\text{MHP}}$  der MHP und  $f_s$  der HP.

Abbildung 4.14 betrachtet die ödometrische Kompression einer initial lockeren Probe ( $e_0 = 0,85$ ) mit einem initialen isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 1$  kPa. Die Kompressionskurven der HP und der MHP sind, wie zu erwarten, sehr ähnlich. Eine Anpassung des Materialparameters  $\alpha$  von ursprünglich  $\alpha = 0,15$  auf  $\alpha = 0,18$  erhöht die Übereinstimmung der MHP mit der HP in dichten Böden, wenngleich dies bei dem in Abbildung 4.14 gezeigten Ödometerversuch an einer lockeren Probe nicht ersichtlich wird.

Abbildung 4.15 zeigt monotone drainierte Triaxialversuche mit einer isotropen Anfangsspannung von  $p_0 = 100$  kPa und einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 0,85$  (locker) bzw.  $e_0 = 0,55$  (dicht). Die MHP erzielt dabei vergleichbare Ergebnisse wie die HP, wenngleich die Peak-Festigkeit und die Dilatanz im dichten Boden in der MHP im Vergleich zur HP leicht unterschätzt wird. Durch die Parameteranpassung von  $\alpha$  kann dieser Unterschied deutlich reduziert werden. Monotone undrainierte Triaxialversuche der gleichen Anfangszustände werden in Abbildung 4.16 gezeigt. Erneut zeigen sich nahezu identische Simulationsergebnisse.



**Abbildung 4.15:** Vergleich der MHP mit der HP anhand monotoner drainierter Triaxialversuche unterschiedlicher Anfangsporenzahlen (locker und dicht) an ZS: a)  $q\varepsilon_a$ -Diagramm und b) Dehnungspfad im  $\varepsilon_{vol}\varepsilon_a$ -Diagramm



**Abbildung 4.16:** Vergleich der MHP mit der HP anhand monotoner undrainierter Triaxialversuche unterschiedlicher Anfangsporenzahlen (locker und dicht) an ZS: a)  $q\varepsilon_a$ -Diagramm und b) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm

Aufgrund der Ähnlichkeit der MHP und der HP ist zudem erwähnenswert, dass die in Kapitel 3 diskutierten Nachteile der HP grundsätzlich auch für die MHP gelten. Der einzige gegenwärtig ersichtliche (theoretische) Vorteil der MHP gegenüber der HP ist die explizite Definition des Tensors  $A$ . Die MHP wird zwar in Abschnitt 6.6 noch mit dem Konzept der generalisierten Intergranularen Dehnung (GIS) zur Berücksichtigung zyklischer Verformungen zur MHP+GIS gekoppelt, aufgrund der tatsächlich vernachlässigbaren Vorteile der MHP gegenüber der HP liegt der Fokus der dieser Arbeit jedoch weiter auf der HP bzw. ab Kapitel 7 auf der Neohypoplastizität (NHP).

# Kapitel 5

## Anisotrope Mikrostruktur (Fabric) in hypoplastischen Stoffmodellen

Im vorherigen Kapitel wurde mit der Extraktion der ASBS und der mathematisch äquivalenten Umformulierung der HP in die Form der erweiterten generalisierten Hypoplastizität ein entscheidender Fortschritt erzielt. Die HP vernachlässigt jedoch, wie bereits im Abschnitt 3.5 diskutiert, den Einfluss der anisotropen Mikrostruktur (Fabric) auf das mechanische Verhalten von Boden. Diesem Defizit wird im vorliegenden Kapitel anhand der Kopplung der HP mit der sog. Theorie des anisotropen kritischen Zustands (engl. anisotropic critical state theory (ACST)) von Li und Dafalias [78] begegnet, indem unter anderem ein Fabric-Tensor  $\mathbf{F}$  zweiter Stufe als zusätzliche Zustandsvariable eingeführt wird. Die im Folgenden dargestellten Betrachtungen wurden in Teilen in [107] veröffentlicht.

### 5.1 Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST)

Die Mikrostruktur eines Bodens kann anhand der statistischen räumlichen Verteilung einzelner Bodenpartikel bzw. der Hohlräume zwischen letzteren beschrieben werden [76, 195]. Die skalare Größe der Porenzahl  $e$ , die eine weithin akzeptierte Zustandsvariable in fortgeschrittenen konstitutiven Modellen für Böden ist, entspricht dem isotropen Teil der Mikrostruktur. Sie gibt lediglich das Verhältnis des Porenvolumens zum Feststoffvolumen an ( $e = V_p/V_s$ ) und berücksichtigt dabei die Form der Poren bzw. die Ausrichtung der Körner nicht. So kann dieselbe Porenzahl sowohl durch nahezu runde als auch durch sehr längliche Poren erreicht werden.

Zur Charakterisierung des anisotropen Teils der Mikrostruktur kann ein deviatorischer Tensor zweiter Stufe  $\mathbf{F}$  definiert<sup>1</sup> werden [76, 152, 195, 210]. Auf der Grundlage eines

---

<sup>1</sup>Beispielsweise basierend auf den Kontaktnormalen oder den Porenformen.

solchen Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$  formulierten Li und Dafalias [78] die Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST). Diese Theorie erweitert die bekannte Theorie des kritischen Zustands (CS) [150, 153], welche durch die Porenzahl lediglich den isotropen Teil der Mikrostruktur berücksichtigt. Für den Fabric-Tensor  $\mathbf{F}$  gilt:

$$\mathbf{F} = F \mathbf{n}_F, \quad \text{mit} \quad F = \sqrt{\mathbf{F} : \mathbf{F}} = \|\mathbf{F}\| \quad (5.1)$$

und

$$\mathbf{n}_F : \mathbf{n}_F = 1, \quad \text{tr}(\mathbf{F}) = 0, \quad \text{tr}(\mathbf{n}_F) = 0, \quad (5.2)$$

wobei  $F = \|\mathbf{F}\|$  die Norm und  $\mathbf{n}_F = \vec{\mathbf{F}}$  die Richtung des Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$  ist. Infolge einer proportionalen monotonen Verformung mit  $\dot{\epsilon} \neq \mathbf{0}$  tendiert die Fabric zu einem asymptotischen Wert  $\mathbf{F}^{\text{asy}}$ . Diese asymptotische Fabric hängt vom aufgebrachten proportionalen Dehnungspfad ab [211]. Im kritischen Zustand, welcher infolge eines volumenkonstanten proportionalen Dehnungspfads erreicht wird, tendiert der Fabric-Tensor zu seinem kritischen Wert  $\mathbf{F}^{\text{asy,crit}}$ . Es ist sinnvoll, den Fabric-Tensor mit diesem kritischen Wert zu normalisieren, sodass im kritischen Zustand unabhängig vom Lode-Winkel  $\|\mathbf{F}^{\text{asy,crit}}\| = F^{\text{asy,crit}} = 1$  gilt [209]. Die Richtung des Fabric-Tensors stimmt in jedem asymptotischen Zustand für  $\dot{\epsilon} \neq \mathbf{0}$  mit der Belastungsrichtung  $\mathbf{n}$ , einem deviatorischen Tensor zweiter Stufe mit  $\|\mathbf{n}\| = 1$ , überein.

Li und Dafalias [78] führten zudem eine Anisotropievariable (engl. fabric anisotropy variable (FAV))  $A$  ein, um die Beziehung zwischen der aktuellen Fabric  $\mathbf{F}$  und der Belastungsrichtung  $\mathbf{n}$  zu beschreiben:

$$A = \mathbf{F} : \mathbf{n} = F \underbrace{\mathbf{n}_F : \mathbf{n}}_N = FN. \quad (5.3)$$

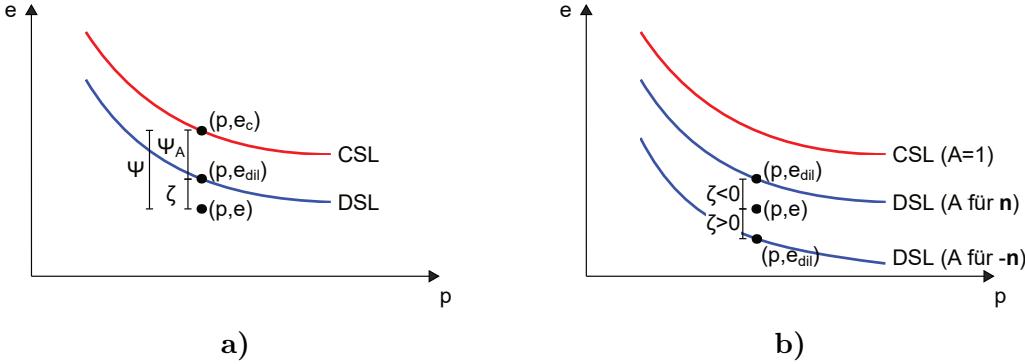
Wobei  $N = \mathbf{n}_F : \mathbf{n}$  die relative Orientierung zwischen  $\mathbf{F}$  und  $\mathbf{n}$  quantifiziert. Im kritischen Zustand gilt  $A^{\text{asy,crit}} = 1$  und  $N^{\text{asy,crit}} = 1$ .

Der von Been und Jefferies [11] vorgeschlagene Parameter

$$\psi = e - e_c(p) \quad (5.4)$$

quantifiziert den Abstand zwischen der aktuellen Porenzahl  $e$  und der vom Druck abhängigen kritischen Porenzahl  $e_c(p)$  bei gleichem effektiven Druck  $p$ . Der Zustandsparameter  $\psi$  kann zur Beschreibung des aktuellen Bodenzustands verwendet werden. Für Zustände unterhalb der CSL  $e_c(p)$  in der  $ep$ -Ebene (dichte Probe) ist der Zustandsparameter negativ ( $\psi < 0$ ). Lockere Böden sind durch einen positiven Zustandsparameter ( $\psi > 0$ ) gekennzeichnet und im kritischen Zustand gilt  $\psi = 0$ . Um den Effekt der anisotropen Mikrostruktur zu berücksichtigen, wird im Rahmen der ACST eine Dilatanzzustandslinie (engl. dilatancy state line (DSL))  $e_{\text{dil}}(p, A)$  in der  $ep$ -Ebene mit

$$e_{\text{dil}}(p, A) = e_c(p) + \underbrace{e_A(A - 1)}_{\psi_A} \quad (5.5)$$



**Abbildung 5.1:** Darstellung des Konzepts der ACST: a) CSL und DSL für einen Zustand  $A < 1$  und b) Auswirkungen einer 180-Grad Umkehr der Belastungsrichtung von  $\mathbf{n}$  nach  $-\mathbf{n}$  auf die DSL (modifiziert aus [78])

eingeführt, wobei  $\psi_A = e_A(A - 1)$  den Abstand zwischen der fixierten CSL und der variablen, von der von  $A$  abhängigen, DSL bei gleichem mittleren effektiven Druck  $p$  misst. Eine grafische Interpretation des Konzepts der ACST ist Abbildung 5.1a zu entnehmen. Zusätzlich zum bzw. anstelle des Zustandsparameters  $\psi$  wird ein Dilatanzzustandsparameter (engl. dilatancy state parameter (DSP))  $\zeta$  vorgeschlagen:

$$\zeta = e - e_{dil}(p, A) = \psi - \psi_A . \quad (5.6)$$

Im Gegensatz zu  $\psi$  berücksichtigt  $\zeta$  den kombinierten Einfluss der isotropen Mikrostruktur (Dichte) und der anisotropen Mikrostruktur (Fabric). Der Boden tendiert infolge einer monotonen Verformung zur DSL, welche im kritischen Zustand ( $A = 1$ ) der CSL ( $\zeta = \psi$ ) entspricht. Die Eindeutigkeit der CSL bleibt dabei erhalten [78].

Die ACST berücksichtigt implizit die Auswirkungen von Lastrichtungsumkehrungen auf die Dilatanz, wie in Abbildung 5.1b dargestellt. Für einen gegebenen Zustand  $(e, p, \mathbf{F})$  mit einer Belastungsrichtung  $\mathbf{n}$  und einer Fabric  $\mathbf{F}$  gilt:  $A_1 = \mathbf{F} : \mathbf{n}$ . Wenn sich die Belastungsrichtung aufgrund einer 180-Grad-Umkehr von  $\mathbf{n}$  mit  $A_1 > 0$  zu  $-\mathbf{n}$  ändert, wird die Anisotropievariable zu  $A_2 = -\mathbf{F} : \mathbf{n} = -A_1$ . Die neue DSL<sub>2</sub> verschiebt sich unter die alte DSL<sub>1</sub>, was eine reduzierte Porenzahl  $e_{dil}$  bewirkt. Dadurch wird das kontraktante Bodenverhalten verstärkt [78].

Die ACST stellt eine eigenständige Theorie und kein Stoffmodell dar, wurde jedoch bereits in einigen fortgeschrittenen Stoffmodellen verwendet [41, 80, 141, 142, 209, 211].

## 5.2 ACST kombiniert mit der HP (HP+ACST)

Boden weist bezüglich der Sedimentationsachse oft eine transversale Isotropie (also eine Anisotropie) auf. Um diese Anisotropie in der HP zu berücksichtigen, wird letztere im

Folgenden mit der zuvor beschriebenen ACST gekoppelt. Diese Kopplung ist durch das Modell von Liao et al. [80] bzw. der Arbeit von Yang et al. [209] motiviert, enthält jedoch einige Spezifikationen. Das neue Modell der HP+ACST, welches sich aus den Gleichungen aus Abschnitt 2.4 und Abschnitt 4.4 in Kombination mit den Gleichungen dieses Kapitels ergibt, wird in Kapitel 6 weiter mit dem Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) zur HP+GIS+ACST gekoppelt.

Für einen transversal-isotropen Boden mit der Sedimentationsrichtung entlang der  $x_1$ -Achse kann infolge der Sedimentation für den initialen anisotropen Fabric-Tensor

$$\mathbf{F}_0 = F_0 \mathbf{n}_F = F_0 \underbrace{\begin{bmatrix} -2/\sqrt{6} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}}_{\mathbf{n}_F} \quad (5.7)$$

geschrieben werden, wobei  $\|\mathbf{F}_0\| = F_0$  die initiale Norm des Fabric-Tensors darstellt [209]. Es ist zu beachten, dass im Rahmen der vorliegenden Arbeit die mechanische Vorzeichenkonvention (Kompression negativ) gilt und daher das Vorzeichen in Gl. (5.7) teils nicht dem Vorzeichen der initialen Fabric aus der Literatur entspricht [42, 142, 209]. In hypoplastischen Modellen kann in Übereinstimmung mit [80] die Belastungsrichtung  $\mathbf{n}$  als die Richtung der deviatorischen Dehnungsrate definiert werden:

$$\mathbf{n} = \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*}{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\|} \quad (5.8)$$

Es ist zweckmäßig, für eine isotrope Kompression oder Extension ( $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \mathbf{0}$ )  $\mathbf{n} = \mathbf{0}$  zu definieren. Mit dieser zusätzlichen Definition ist sichergestellt, dass die Anisotropievariable  $A$  nach Gl. (5.3) auch für  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \mathbf{0}$  definiert ist und infolge einer isotropen Kompression immer  $A^{\text{iso}} = A^{\text{asy,iso}} = 0$  gilt.

Unter der Annahme, dass sich die anisotrope Mikrostruktur nur aufgrund einer deviatorischen Dehnungsrate entwickelt und basierend auf in der Literatur veröffentlichten Entwicklungsgleichungen [80, 142, 209, 211] wird eine leicht verbesserte Entwicklungsgleichung für den Fabric-Tensor vorgeschlagen:

$$\dot{\mathbf{F}} = [\mathbf{n} - (1 + D)^{\alpha_D} \mathbf{F}] \mathbf{m} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| \quad (5.9)$$

Eine Entwicklung von  $\mathbf{F}$  findet nur für Dehnungsraten mit einem deviatorischen Anteil  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \neq \mathbf{0}$  statt. Für diesen Fall berücksichtigt Gl. (5.9) die Dilatanz

$$D = \begin{cases} -\frac{\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})}{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\|} & \text{falls } \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) < \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| \\ -1 & \text{sonst} \\ \text{nicht benötigt} & \text{falls } \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

Nimmt das Volumen infolge einer Scherung ab, ist  $D$  positiv. Wenn das Volumen des Bodens infolge einer Scherung zunimmt, ist  $D$  negativ. Die Beschränkung der Dilatanz auf einen geringsten Wert von  $D = -1$ , siehe Gl. (5.10), stellt sicher, dass Gl. (5.9) eine reelle Lösung hat.

Der Materialparameter  $m$  regelt die allgemeine Geschwindigkeit und der Exponent  $\alpha_D$  bestimmt den Einfluss von  $D$  auf die Entwicklung von  $\mathbf{F}$ . Gl. (5.9) erfasst qualitativ zwei Hauptcharakteristiken der Fabric-Entwicklung:

- Die Fabric tendiert unter einer monotonen proportionalen Verformung zu einem asymptotischen Wert [211]. Der asymptotische Wert der Fabric  $\|\mathbf{F}^{\text{asy}}\|$  lässt sich direkt aus Gl. (5.9) herleiten. In einem asymptotischen Zustand soll

$$\dot{\mathbf{F}}^{\text{asy}} = \mathbf{0} = [\mathbf{n} - (1 + D)^{\alpha_D} \mathbf{F}^{\text{asy}}] \quad (5.11)$$

gelten. Mit  $\|\mathbf{n}\| = 1$  folgt daraus direkt

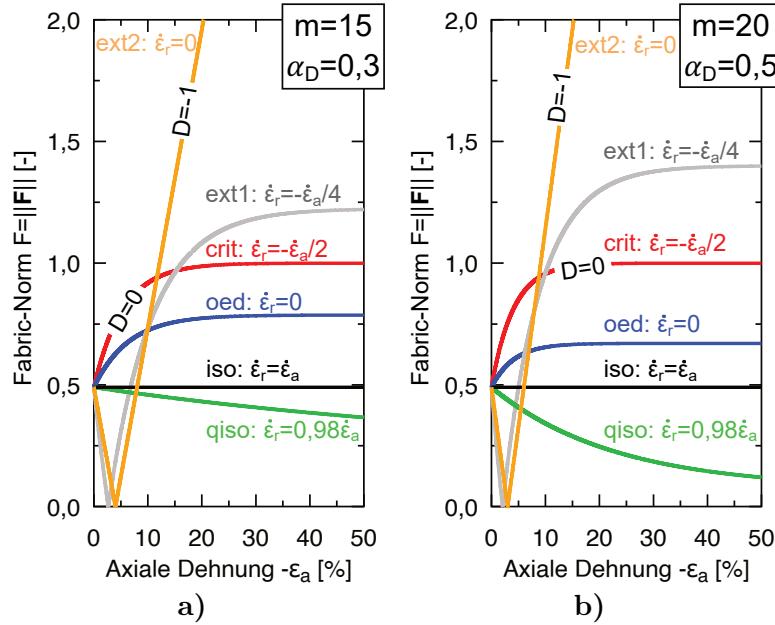
$$\|\mathbf{F}^{\text{asy}}\| = \frac{1}{(1 + D)^{\alpha_D}}. \quad (5.12)$$

Bei einer kompressiven proportionalen Verformung (wie z. B. einer ödometrischen oder isotropen Kompression) mit  $D > 0$  tendiert die Fabric zu asymptotischen Werten von  $\|\mathbf{F}^{\text{asy}}\| < 1$ , während sie bei extensiven proportionalen Verformungen mit  $D < 0$  zu  $\|\mathbf{F}^{\text{asy}}\| > 1$  tendiert. Lediglich im Grenzfall  $D = -1$  existiert kein asymptotischer Wert der Fabric und Gl. (5.10) liefert einen kontinuierlichen Aufbau von  $\mathbf{F}$ . Da es sich in diesem Fall um extensive Dehnungspfade handelt, infolge deren der Boden zu einem spannungsfreien Zustand tendiert, kann davon ausgegangen werden, dass der fehlende asymptotische Wert der Fabric in bodenmechanischen Problemen kein Nachteil darstellt.

Im Fall einer volumenkonstanten proportionalen Verformung mit  $\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}) = 0$  für  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \neq \mathbf{0}$  verschwindet die Dilatanz ( $D = 0$ ). Im kritischen Zustand folgt daraus  $\|\mathbf{F}^{\text{asy}}\| = 1$ , was durch zahlreiche DEM Simulationen bestätigt wird [1, 207, 210]. Darüber hinaus wird im kritischen Zustand  $A^{\text{asy,crit}} = 1$  erreicht, wodurch die Eindeutigkeit des kritischen Zustands gemäß Gl. (5.15) sichergestellt wird.

- Bei dichten und monoton gescherten Proben ohne konstanten Wert von  $D$  weist die Fabric zunächst einen Peak mit  $\|\mathbf{F}\| > 1$  auf, bevor asymptotisch  $\|\mathbf{F}^{\text{asy,crit}}\| = 1$  angestrebt wird. Im Gegensatz dazu zeigen lockere Proben keinen Peakwert der Fabric [1, 61, 207, 210].

Die Merkmale der vorgeschlagenen Gl. (5.9) werden in Abbildung 5.2 veranschaulicht, welche die Entwicklung von  $\|\mathbf{F}\| = F$  unter ausgewählten proportionalen Dehnungspfaden für verschiedene Parameter  $m = 15$  bzw.  $m = 20$  und  $\alpha_D = 0,3$  bzw.  $\alpha_D = 0,5$  unter axialsymmetrischen Bedingungen zeigt. Es wird  $F_0 = 0,5$  und eine transversale Isotropie bezüglich einer Sedimentation in axialer Richtung angenommen. Für trocken eingerieselte

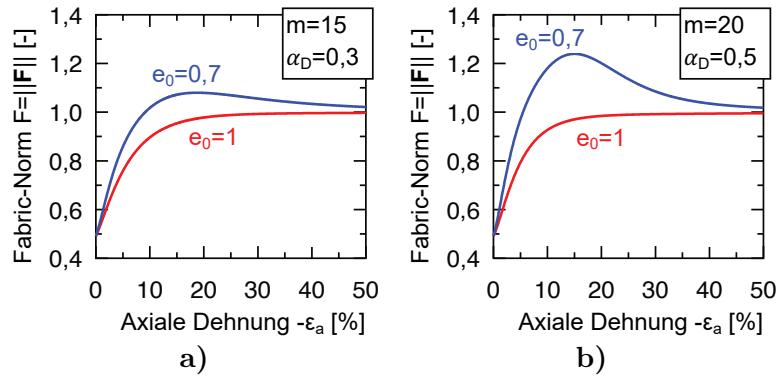


**Abbildung 5.2:** Entwicklung der Norm der Fabric  $\|\mathbf{F}\| = F$  infolge ausgewählter proportionaler Dehnungspfade für verschiedene Parameter der Fabric-Entwicklungsgleichung (Gl. 5.9): a)  $m = 15$  und  $\alpha_D = 0,3$  und b)  $m = 20$  und  $\alpha_D = 0,5$

Proben (AP) wird in der Literatur häufig eine Initialisierung von  $0,4 < F_0 < 0,5$  gewählt [41, 42, 80, 209, 211].

Die verschiedenen asymptotischen Werte sowie deren Abhängigkeit von den Parametern sind deutlich zu erkennen. Für volumenreduzierende Dehnungspfade ( $D > 1$ ) führt ein größerer Wert von  $\alpha_D$  zu geringeren asymptotischen Werten  $F^{\text{asy}} < 1$ , während für volumenvergrößernde Dehnungspfade ( $D < 1$ ) ein größerer Wert von  $\alpha_D$  zu größeren asymptotischen Werten  $F^{\text{asy}} > 1$  führt. Der Nulldurchgang von  $\|\mathbf{F}\|$  bei den extensiven Pfaden liegt in der Initialisierung begründet. Für volumenvergrößernde Pfade mit  $D = -1$  zeigt sich die oben diskutierte unbegrenzte Entwicklung der Fabric. Bei volumenkonstanten Pfaden gilt  $D = 0$ , sodass der Parameter  $\alpha_D$  keinen Einfluss auf die Entwicklung von  $\mathbf{F}$  hat. Je größer der Parameter  $m$ , desto schneller wird der asymptotische Wert erreicht. Zudem ist ersichtlich, dass sich bei einer rein isotropen Kompression aufgrund von  $\dot{\varepsilon}^* = \mathbf{0}$  keine Änderung der Fabric ( $\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$ ) einstellt. Für eine quasi-isotrope Kompression (qiso), bei welcher der volumetrische Teil der Dehnungsrate deutlich größer als der deviatorische Teil ist, wird in Abhängigkeit des Parameters  $\alpha_D$  ein sehr kleiner asymptotischer Wert von  $\|\mathbf{F}\|$  angestrebt.

Abbildung 5.3 zeigt die Entwicklung der Fabric während monotoner drainierter Triaxialversuche mit unterschiedlichen Anfangsdichten unter der Variation der Parameter  $m$  und  $\alpha_D$ . Während für einen dichten Boden in der dilatanten Phase  $D < 0$  gilt, was zu einem Peakwert von  $\|\mathbf{F}\|$  führt, gilt für einen lockeren Boden während der gesamten Simulation  $D > 0$  und die Fabric erreicht keinen Peakwert. Der Peakwert ist umso stärker ausgeprägt, je größer der Parameter  $\alpha_D$  ist. Eine allgemein schnellere Entwicklung der Fabric



**Abbildung 5.3:** Entwicklung der Norm der Fabric  $\|F\| = F$  für verschiedene Parameter  $m$  und  $\alpha_D$  in Simulationen mit der HP+GIS+ACST von drainierten Triaxialversuchen variabler initialer Dichten für KFS ( $p_0 = 200$  kPa,  $\mathbf{h}_0 = -0,77 R/\sqrt{3}\delta$ ,  $\Omega_0 = 0$ ,  $F_0 = 0,5$ ,  $H_0 = 0$ ): a)  $m = 15$  und  $\alpha_D = 0,3$  und b)  $m = 20$  und  $\alpha_D = 0,5$

kann mittels eines größeren Werts des Parameters  $m$  erreicht werden. Asymptotisch tendiert der Boden bei diesen Simulationen zum kritischen Zustand, wodurch  $\|\mathbf{F}^{\text{asy,crit}}\| = 1$  angestrebt wird. Die simulierte Entwicklung der Fabric entspricht dabei den Ergebnissen von DEM Simulationen aus der Literatur [1, 61, 207, 210]. Es ist zu beachten, dass die Dilatanz  $D$  in den Simulationen der drainierten Triaxialversuche in Abbildung 5.3 aus dem gesamten Stoffmodell abgeleitet wird und Gl. (5.9) daher nicht direkt integriert werden kann. Die vorgestellten Simulationen basieren auf den Parametern des Karlsruher Feinsands (KFS) aus Tabelle 6.2 und dem Stoffmodell der HP+GIS+ACST, welches in Abschnitt 6.5 im Zuge der Kopplung der HP+ACST mit dem Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) detailliert diskutiert wird.

Nach dem Ansatz von [78, 80, 209] kann der Einfluss der anisotropen Bodenstruktur mittels der Anisotropievariablen  $A$  in der HP berücksichtigt werden, indem die Grenzporenzahlen  $e_i(p)$  und  $e_d(p)$  sowie die CSL  $e_c(p)$  in der  $ep$ -Ebene verschoben werden:

$$e_i = e_{i0} \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1), \quad (5.13)$$

$$e_d = e_{d0} \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1), \quad (5.14)$$

$$e_c = e_{c0} \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1) \quad (5.15)$$

mit

$$e_A = e_{A0} \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right]. \quad (5.16)$$

Gl. (5.15) entspricht der DSL in der ACST. Die Größe der Verschiebung der DSL zur ursprünglichen CSL wird durch den Wert  $e_A$  gemäß Gl. (5.16) gesteuert. Gl. (5.16) stellt sicher, dass die Verschiebung der Grenzporenzahlen infolge der Fabric bei großen mittleren

effektiven Drücken, ähnlich wie die Grenzporenzahlen selbst, gegen Null geht. Für die Grenzporenzahlen gilt zusammenfassend

$$e(p) = [e_0 + e_{A0}(A - 1)] \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \quad (5.17)$$

und Gl. (5.17) kann in Ratenform mittels

$$\begin{aligned} \dot{e} = & [e_0 + e_{A0}(A - 1)] \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n-1} \frac{3(-n)}{h_s} \dot{p} \\ & + [\dot{e}_{A0}(A - 1) + e_{A0} \dot{A}] \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (5.18)$$

bzw.

$$\dot{e} = -e \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n-1} \frac{3n}{h_s} \dot{p} + [\dot{e}_{A0}(A - 1) + e_{A0} \dot{A}] \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right]. \quad (5.19)$$

geschrieben werden.

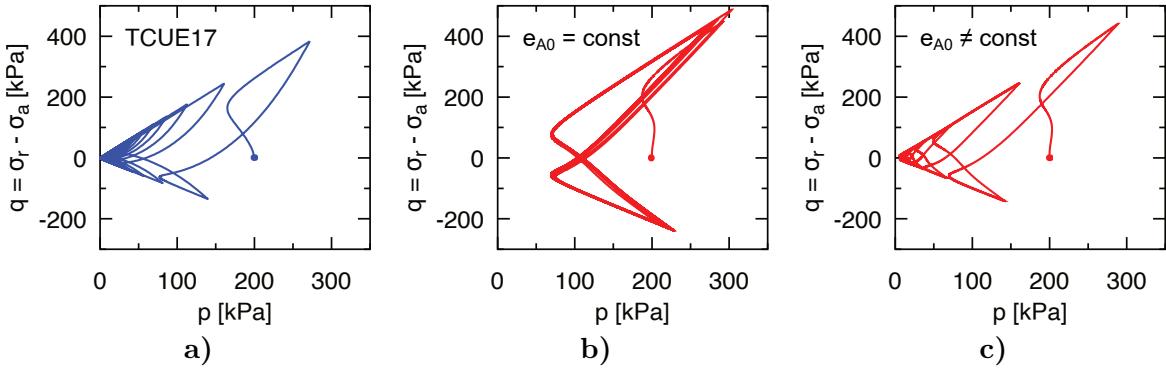
Der Wert von  $e_{A0}$  könnte als Konstante (Stoffmodellparameter) festgelegt werden [209]. Liao et al. [80] zeigten jedoch, dass eine Entwicklung von  $e_{A0}$  für die Simulation zyklischer Verformungen vorteilhaft ist. Wie in Abbildung 5.4b anhand der Simulation eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit vorgegebener Dehnungsamplitude an dichtem KFS (TCUE17 aus [194]) mit der HP+GIS+ACST ersichtlich ist, kann die resultierende Bodenverflüssigung mit einem konstanten Wert von  $e_{A0}$  nicht reproduziert werden.

Durch einen nicht konstanten Wert von  $e_{A0}$  kann die Bodenverflüssigung hingegen realistisch modelliert werden, sofern dilatante Verformungen, also Verformungen mit Spannungszuständen außerhalb der Phasentransformationslinie (engl. phase transformation line (PTL)], zu einer Zunahme von  $e_{A0}$  führen. Dies bewirkt, dass das Bodenverhalten einer dichten Probe nach jeder Belastungsrichtungsumkehr kontraktanter ist als bei der vorherigen Umkehr. Durch diesen Effekt kann, wie in Abbildung 5.4c dargestellt, auch in dichtem Sand eine Bodenverflüssigung simuliert werden.

Ob ein Spannungszustand innerhalb oder außerhalb der PTL, welche im 3D Hauptspannungsraum eine Fläche darstellt, liegt, kann nach Fuentes et al. [40] mit Hilfe von

$$F_d = \frac{q/p}{M_c F^{\text{hyp}} f_d} - 1 \quad (5.20)$$

abgeschätzt werden. Sofern  $F_d > 0$  gilt, liegt der betrachtete Zustand außerhalb der PTL und der Boden verhält sich dilatant. Innerhalb der PTL gilt hingegen  $F_d \leq 0$  und das Bodenverhalten ist kontraktant.  $F^{\text{hyp}}$  berücksichtigt die Form des Versagenskriteriums nach Matsuoka-Nakai [83] einschließlich des Effekts der anisotropen Mikrostruktur gemäß Gl. (5.23).  $M_c = (6 \sin \varphi_c) / (3 - \sin \varphi_c)$  bezeichnet das Spannungsverhältnis im kritischen



**Abbildung 5.4:** Effektiver Spannungspfad eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit vorgegebener Dehnungsspannungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 10^{-2}$  in dichtem Sand im  $pq$ -Diagramm a) im Versuch TCUE17 aus [194] und in Simulationen mit der HP+GIS+ACST mit einem b) konstanten Wert von  $e_A$  und c) nicht konstanten Wert von  $e_A$  ( $p_0 = 200$  kPa,  $e_0 = 0,698$  ( $I_{D0} = 0,94$ ),  $h_0 = -0,77 R/\sqrt{3}\delta$ ,  $\Omega_0 = 0$ ,  $F_0 = 0,5$ ,  $H_0 = 0$ )

Zustand für eine triaxiale Kompression. Es ist zu beachten, dass der Pyknotropiefaktor  $f_d$  in Gl. (5.20) ebenfalls unter Berücksichtigung der um die Anisotropievariable  $A$  modifizierten Grenzporenzahlen ermittelt wird. Für  $e_{A0}$  schlägt Liao et al. [80]

$$e_{A0} = k_1 + k_2 \frac{H}{1 + H} \quad (5.21)$$

unter Verwendung einer zusätzlichen skalaren Zustandsvariable  $H$  vor. Sie wird im Folgenden als Dilatanzgeschichte bezeichnet.

Die Dilatanzgeschichte  $H$  ist eine empirische Größe, die die Intensität vorhergehender dilatanter Verformungen speichert. Ein größerer Wert von  $H$  führt zu einem größeren Wert von  $e_{A0}$ . Die Parameter  $k_1$  und  $k_2$  legen die maximalen und minimalen Werte von  $e_{A0}$  fest. Ein größerer Wert von  $e_{A0}$  verstärkt den Einfluss der Fabric. Mittels der Dilatanzgeschichte  $H$  kann das Stoffmodell berücksichtigen, dass dilatantes Verhalten eine signifikante Umstrukturierung der einzelner Körner bewirkt, was bei einer Belastungsrichtungsumkehr zu einem verstärkten kontraktanten Verhalten führt [25, 111]. Dieses Phänomen wurde in verschiedenen konstitutiven Modellen mit unterschiedlichen Modellierungsansätzen berücksichtigt [2, 16, 25, 40, 120, 162]. Die vorgeschlagene Entwicklungsgleichung für die Dilatanzgeschichte  $H$  lautet:

$$\dot{H} = \mu_0 \langle F_d \rangle \|\dot{\varepsilon}\| - H c_r \langle -F_d/|F_d| \rangle |\text{tr } \dot{\varepsilon}|. \quad (5.22)$$

Der Parameter  $\mu_0$  steuert den Aufbau von  $H$ , welcher nur für positive Werte von  $F_d$  auftritt und somit ausschließlich in der dilatanten Verformungsphase stattfindet. Bei kontinuierlicher Dilatanz steigt die Dilatanzgeschichte vom initialen Wert  $H_0$  auf  $H = \infty$ . Für  $H_0 = 0$  nimmt gemäß Gl. (5.21) mit steigendem  $H$  die Größe  $e_{A0}$  von  $e_{A0} = k_1$  auf den Maximalwert  $e_{A0} = (k_1 + k_2)$  zu.

Basierend auf der Arbeit von Barrero et al. [6] und der Theorie des sog. semifluidisierten Zustands (engl. semifluidized state) berücksichtigt Gl. (5.22) mit  $-H c_r \langle -F_d/|F_d| \rangle |\text{tr } \dot{\varepsilon}|$

zusätzlich einen abbauenden Term. Dieser bewirkt eine Abnahme der Dilatanzgeschichte  $H$  infolge einer volumenreduzierenden Verformung innerhalb der PTL (negativer Wert von  $F_d$  und  $|\text{tr } \dot{\epsilon}| > 0$ ). Die Abnahme kann durch den Parameter  $c_r$  gesteuert werden und stellt sicher, dass die Dilatanzgeschichte  $H$  beispielsweise durch eine Rekonsolidierung nach einer Phase der zyklischen Mobilität ausgelöscht wird.

Zusätzlich zur Dilatanz kann die Festigkeit des Bodens durch eine anisotrope Mikrostruktur erheblich beeinflusst werden [63]. Der Faktor  $F_0^{\text{hyp}}$  gemäß Gl. (2.34) in der HP berücksichtigt das isotrope Matsuoka-Nakai-Kriterium [83]. Um den Einfluss der Fabric auf die Festigkeit zu modellieren, wird der Faktor  $F_0^{\text{hyp}}$  modifiziert. Liao et al. [80] schlagen, basierend auf Yang et al. [209],

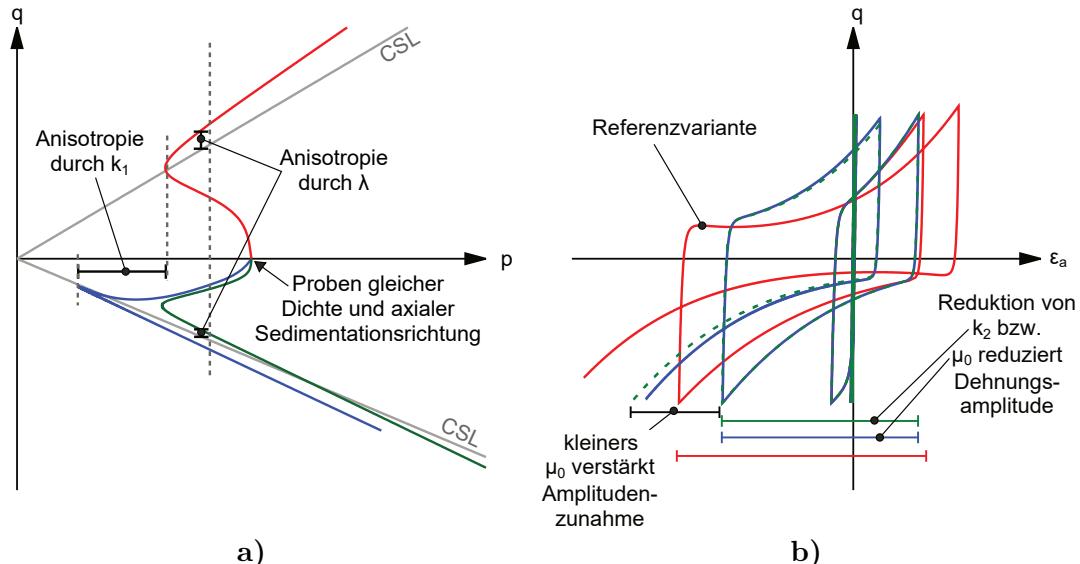
$$F^{\text{hyp}} = F_0^{\text{hyp}} \exp[\lambda(A - 1)] \quad (5.23)$$

vor, wobei  $\lambda$  ein Stoffmodellparameter ist. Die Anisotropievariable  $A$  ist geringer, wenn der Winkel zwischen der Belastungsrichtung  $\mathbf{n}$  und dem Fabric-Tensor  $\mathbf{F}$  zunimmt. Folglich nimmt auch  $F^{\text{hyp}}$  ab, was zu einer Reduktion der vom hypoplastischen Modell simulierten Festigkeit führt. Gl. (5.23) modelliert letztlich eine anisotrope Festigkeit. Für  $\lambda = 0$  ist die Anisotropie der Festigkeit deaktiviert.

### 5.3 Sieben ACST-Parameter ( $\lambda, k_1, k_2, \mu_0, m, \alpha_D, c_r$ )

Im Zuge der in diesem Kapitel vorgestellten Kopplung der HP mit der ACST wurden sieben ACST-Materialparameter ( $\lambda, k_1, k_2, \mu_0, m, \alpha_D, c_r$ ) eingeführt. Im Folgenden werden Hinweise zur ACST-Parameterkalibration zusammengefasst. Im Allgemeinen ist die Kalibration dieser empirischen Parameter nicht trivial, da die anisotrope Mikrostruktur (Fabric) eines Bodens mit der konventionellen Messtechnik in der Bodenmechanik nur bedingt erfasst werden kann. Hinweise zur ACST-Parameterkalibration sind auch der Literatur zu entnehmen [6, 80, 209].

Der Parameter  $k_1$  stellt den Grundwert der Anisotropie bezüglich der Steifigkeit dar, da er die Größe von  $e_{A0}$  bei einer verschwindenden Dilatanzgeschichte  $H = 0$  beschreibt und somit das kontraktante Bodenverhalten beispielsweise zu Beginn einer Scherung entscheidend beeinflusst. Der Parameter  $\lambda$  dient hingegen der Modellierung einer anisotropen Festigkeit. Die beiden Parameter  $k_1$  und  $\lambda$  lassen sich beispielsweise anhand jeweils eines monotonen undrainierten triaxialen Kompressions- und Extensionsversuchs kalibrieren. Dabei sind Proben mit derselben Dichte und derselben Präparationsmethode zu verwenden. Zudem muss die initiale Fabric  $\mathbf{F}_0$ , welche aufgrund der gleichen Probenpräparation sowohl bei dem Kompressions- als auch bei dem Extensionsversuch identisch ist und beispielsweise mittels Gl. (5.7) ausgedrückt werden kann, bekannt sein. Der Einfluss der Parameter  $k_1$  und  $\lambda$  auf die simulierten effektiven Spannungspfade dieser Versuche ist schematisch in Abbildung 5.5a für eine Sedimentation in axialer Richtung (beeinflusst die initiale Fabric) gezeigt. In diesem Beispiel verhält sich der Boden infolge der triaxialen



**Abbildung 5.5:** Hinweise zur Kalibration der ACST-Parameter: a) Einfluss von  $k_1$  und  $\lambda$  auf den effektiven Spannungspfad monotoner undrainierter Triaxialversuche im  $pq$ -Diagramm und b) Einfluss von  $k_2$  und  $\mu_0$  auf die Spannungs-Dehnungs-Kurve in der Phase der zyklischen Mobilität in zyklischen undrainierten Versuchen

Extension kontraktanter und weicher ( $k_1$ ) und zeigt zunächst eine geringere Festigkeit ( $\lambda$ ) als infolge der triaxialen Kompression.

Der Parameter  $\mu_0$  beschreibt den Aufbau der Zustandsvariablen  $H$  infolge dilatanter Verformungen und  $k_2$  modelliert die Abhängigkeit des kontraktanten Bodenverhaltens infolge der Fabric von der Dilatanzgeschichte  $H$ . Die Dilatanzgeschichte  $H$  ist jedoch eine empirische Zustandsvariable und kann im Labor nicht direkt gemessen werden. Es muss im Allgemeinen  $k_2 \geq k_1$  gelten. Für  $k_2 = k_1$  wird der Effekt der Dilatanzgeschichte  $H$  auf den Einfluss der Fabric auf das mechanische Verhalten von Boden deaktiviert. Die beiden Parameter  $\mu_0$  und  $k_2$  können entweder mittels eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit vorgegebener großer Dehnungssamplitude an der Tendenz des effektiven Spannungspfades zum verflissigten Zustand ( $p = q = 0$ ) oder an einem zyklischen undrainierten Triaxialversuch mit vorgegebener Spannungssamplitude in der Phase der zyklischen Mobilität kalibriert werden. Letzterer Ansatz ist in Abbildung 5.5b dargestellt. Sowohl eine Reduktion von  $\mu_0$  als auch von  $k_2$  führt zu einer geringeren Dehnungssamplitude während der ersten Zyklen in der Phase der zyklischen Mobilität. Die Zunahme Letzterer mit der Anzahl der Zyklen ist jedoch für einen kleineren Wert von  $\mu_0$  ausgeprägter. Die Dehnungssamplitude in der Phase der zyklischen Mobilität kann somit gut modelliert werden, die gleichzeitig auftretende Dehnungsakkumulation ergibt sich jedoch aus dem Stoffmodell und ist nicht direkt mittels entsprechender Parameter kalibrierbar.

Die Parameter  $m$  und  $\alpha_D$  kontrollieren die allgemeine Entwicklung, die Peakwerte in dichten Böden und die asymptotischen Werte infolge proportionaler Dehnungspfade des Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$ . Beide Parameter wurden bereits in Abbildung 5.2 und Abbildung 5.3

diskutiert. Da weder die Fabric selbst noch deren Entwicklung mittels konventioneller bodenmechanischer Messtechnik erfasst werden kann, ist auch die Kalibration von  $m$  und  $\alpha_D$  nicht trivial. Qualitativ können die Parameter beispielsweise mit entsprechend ausgewerteten Röntgentomographieuntersuchungen, wie in [152, 195], oder anhand entsprechend ausgewerteter DEM-Simulationen, siehe [97, 180, 210, 214], erfolgen.

Der Materialparameter  $c_r$  wurde in Gl. (5.22) eingeführt, um auch einen Abbau der Dilatanzgeschichte  $H$  infolge einer volumenreduzierenden Verformung innerhalb der PTL zu ermöglichen. Das Konzept ist an den gleichnamigen Parameter in [6] angelehnt. Zur Kalibrierung könnte der Unterschied in der Anisotropie einer dichten Probe, welche nach einer durchlaufenden zyklischen Mobilität (Aufbau von  $H$ ) rekonsolidiert und abgescherzt wird, mit einer Probe ohne diese Vorgeschichte herangezogen werden. Solche Versuche sind jedoch aufwendig und aufgrund der dabei entstehenden großen und ggf. lokalisierten Verformungen nur bedingt interpretierbar.

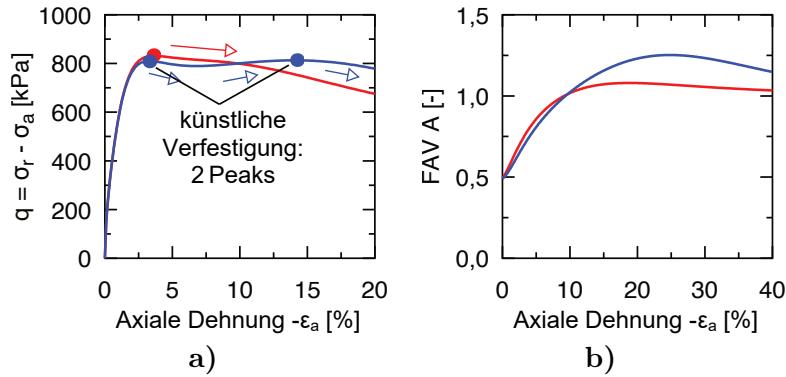
## 5.4 Diskussion zur Kopplung hypoplastischer Stoffmodelle mit der ACST

Die HP+ACST ist durch die Gleichungen aus Abschnitt 2.4 in Kombination mit den Gleichungen aus Abschnitt 5.1 und Abschnitt 5.2 vollständig definiert. Einige theoretische Aspekte der HP+ACST gilt es jedoch zu diskutieren. Es ist zu erwarten, dass diese Punkte im Allgemeinen für alle mit der ACST gekoppelten konstitutiven Modelle gelten.

- (1) Die Entwicklungsgleichung der Fabric, siehe Gl. (5.9), führt für verschiedene proportionale Dehnungspfade zu unterschiedlichen asymptotischen Werten der Anisotropievariablen  $A^{\text{asy}}$ , was mit Erkenntnissen aus der Literatur übereinstimmt [211]. Daraus folgt, dass sich die Form der ASBS der ursprünglichen HP durch die Kopplung mit der ACST verändert. Nur die kritischen Zustände bleiben unverändert. Außerdem hängen Form und Größe der ASBS von  $e_{A0}$  ab.
- (2) Infolge einer isotropen Kompression (theoretisch auch einer Extension) gilt  $\|\dot{\epsilon}^*\| = 0$  mit  $\dot{\epsilon} \neq \mathbf{0}$  und es folgt nach Gl. (5.9)  $\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$ . Die sich asymptotisch einstellende anisotrope Mikrostruktur des Bodens entspricht also der initialen Fabric ( $\mathbf{F}^{\text{asy,iso}} = \mathbf{F}_0$ ).

Im Gegensatz dazu tendiert  $\mathbf{F}$  aufgrund eines proportionalen quasi-isotropen Dehnungspfads mit  $\|\dot{\epsilon}^*\| > 0$ , aber  $\|\dot{\epsilon}^*\| \ll |\text{tr } \dot{\epsilon}|$ , gegen Null, was zu  $\|\mathbf{F}^{\text{asy,iso}}\| = F^{\text{asy,iso}} = 0$  und  $A^{\text{asy,iso}} = 0$  führt. Es sei darauf hinwiesen, dass aufgrund der Definition der Belastungsrichtung  $\mathbf{n} = \mathbf{0}$  für eine isotrope Kompression und Extension  $A = A^{\text{asy,iso}} = 0$  gilt.

Für ausgeprägt extensive Dehnungspfade mit  $\text{tr}(\dot{\epsilon}) < \|\dot{\epsilon}^*\|$  ist die Dilatanz  $D$  zur Beschreibung der Fabric-Entwicklung begrenzt. Außerdem existiert für solche Pfade kein asymptotischer Wert der Fabric.



**Abbildung 5.6:** Künstliche Verfestigung infolge der ACST in Simulationen mit der HP+GIS+ACST eines drainierten monotonen Triaxialversuchs an einer dichten Probe: a) Deviatorspannung  $q$  und b) Anisotropievariable (FAV)  $A$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  für einen geeigneten Parametersatz (KFS von Tabelle 6.2) und einen ungeeigneten Parametersatz ( $m = 10$  und  $\alpha_D = 0,8$ ) ( $p_0 = 200$  kPa,  $e_0 = 0,7$ ,  $\mathbf{h}_0 = -0,77 R/\sqrt{3}\delta$ ,  $\Omega_0 = 0$ ,  $F_0 = 0,5$  und  $H_0 = 0$ )

- (3) Für einen asymptotischen Zustand infolge einer monotonen proportionalen Kompression sowie für eine isotrope Kompression gilt  $\dot{e}_{A0} = 0$  und  $\dot{A} = 0$ . Für die Ratenform der modifizierten Kompressionsbeziehung der HP+ACST, siehe Gl. (5.19), gilt dann

$$\dot{e} = -e \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n-1} \frac{3n}{h_s} \dot{p}. \quad (5.24)$$

Gl. (5.24) entspricht der Ratenform der ursprünglichen Kompressionsbeziehung nach Bauer [8]. Der Barotropiefaktor  $f_s$  der HP, siehe Gl. (2.39), erfüllt daher auch mit der modifizierten Kompressionsbeziehung der HP+ACST weiterhin die Konsistenzbedingung der isotropen Kompression [122]. Darüber hinaus bleibt die Herleitung des asymptotischen Pyknotropiefaktors für  $f_d^A$  gemäß Gl. (4.37) unverändert.

- (4) In dichten Proben kann es nach dem Erreichen des ersten Peakwertes der Deviatorspannung zu einer künstlichen Verfestigung und dem Erreichen eines zweiten Peakwerts kommen, wenn ein ungeeigneter Parametersatz verwendet wird. Das Problem wird für einen monotonen drainierten Triaxialversuch in Abbildung 5.6 veranschaulicht. Das in Abbildung 5.6a gezeigte lokale Minima der Deviatorspannung  $q$  liegt zwar nur leicht unter den Maxima, ein größerer Unterschied lässt sich jedoch mittels eines anderen Parametersatzes erreichen. Für das Auftreten der künstlichen Verfestigung sind im gezeigten Beispiel die Materialparameter der Entwicklungsgleichung der Fabric und deren Einfluss auf das Materialverhalten verantwortlich. Die Entwicklung der Anisotropievariable  $A$  in den gezeigten Simulationen ist Abbildung 5.6b zu entnehmen. Während der Parameterkalibration sollten daher drainierte monotone Triaxialversuche simuliert und die Parameter so gewählt werden, dass eine künstliche Verfestigung nicht auftritt.
- (5) Die Grundidee der ACST ist eigentlich recht einfach: Die anisotrope Mikrostruktur führt dazu, dass sich ein anisotroper Boden wie ein lockerer isotroper Boden verhält.

Wenn allerdings Stoffmodelle verwendet werden, welche die Dilatanz dichter Böden grundsätzlich nicht ausreichend abbilden können, verstärkt die Kombination mit der ACST das Problem entsprechend. Letzteres trifft, wie in Abschnitt 3.2 gezeigt, auf die HP zu.

- (6) In der Literatur ist häufig dokumentiert, dass feucht eingestampfte Proben (MT) eine isotropere Mikrostruktur aufweisen als trocken eingerieselte Proben (AP) [184, 208]. Dies kann auf wirkende Kapillarkräfte im feuchten Boden zurückgeführt werden, welche zu einer zufälligeren Orientierung der Partikel führen [184]. Innerhalb der ACST würde dies eine Initialisierung der Fabric von  $|F_0^{\text{MT}}| < |F_0^{\text{AP}}|$  erfordern. Für einen vollständig isotropen Boden sollte  $F = 0$  gelten. Gemäß Gl. (5.3) und Gl. (5.7) würde eine solche Initialisierung mit axialer Sedimentationsrichtung für einen triaxialen Kompressionsversuch zu  $A_0^{\text{MT}} < A_0^{\text{AP}}$  führen, wodurch MT-Proben ein ausgeprägteres kontraktantes Verhalten als AP-Proben zeigen würden. Dies widerspricht jedoch experimentellen Ergebnissen, wie beispielsweise in Abschnitt 3.5 gezeigt. Um letztere qualitativ zu reproduzieren müsste in der ACST  $|F_0^{\text{MT}}| > |F_0^{\text{AP}}|$  initialisiert werden. Diese Initialisierung könnte möglicherweise darauf zurückgeführt werden, dass durch die Probenpräparation mittels MT eine Schichtung der Probe auf einer größeren Skala (Mesoskala) eingeführt wird, während die Kornkontaktverteilung in der Mikrostruktur der MT-Proben vergleichsweise isotrop ist.

Interessanterweise folgt aus der ACST mit  $|F_0^{\text{MT}}| > |F_0^{\text{AP}}|$  jedoch, dass sich MT-Proben in einem triaxialen Extensionsversuch im Vergleich zu AP-Proben kontraktanter verhalten müssten. Entsprechende experimentelle Untersuchungen stehen noch aus. Es kann die Hypothese formuliert werden, dass dies nicht den experimentellen Ergebnissen entsprechen wird [95]. Diese experimentell noch offene Frage wird in Zukunft wissenschaftlich untersucht werden müssen.

Die oben genannten Punkte sind zumeist theoretisch motiviert. Für die Lösung bodenmechanischer bzw. geotechnischer Probleme können sie eventuell als nicht kritisch bewertet werden, vor allem bei entsprechender problembezogener Parameterkalibration, siehe Abschnitt 5.3.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die in diesem Kapitel vorgestellte HP+ACST eine um die Fabric erweiterte Version der HP darstellt. Zur zutreffenden Simulation von zyklischen Verformungen könnte die HP+ACST nun mit dem originalen IS-Konzept gekoppelt werden. Wie jedoch im nachfolgenden Kapitel 6 gezeigt wird, ist für die Simulation zyklischer Verformungen die Kopplung mit dem neuen Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) zur HP+GIS+ACST vorteilhafter. Im Folgenden Kapitel 6 werden entsprechend auch Elementsimulationen mit der HP+GIS+ACST dem Referenzmodell der HP+IS und experimentellen Daten gegenübergestellt. Zunächst wird jedoch das neue GIS-Konzept eingeführt.

# Kapitel 6

## Generalisierte intergranulare Dehnung für zyklische Verformungen

In den vorherigen Kapiteln wurde die hypoplastische Modellierung des mechanischen Verhaltens von Sand infolge monotoner Verformungen ausführlich diskutiert. Das vorliegende Kapitel betrachtet die Simulation zyklischer Verformungen. Aufbauend auf dem bekannten Konzept der intergranularen Dehnung (engl. intergranular strain (IS)) nach Niemunis und Herle [121] sowie des von Duque et al. [29], basierend auf der Arbeit von Poblete et al. [144], eingeführten verbesserten Konzepts der intergranularen Dehnung (engl. intergranular strain improvement (ISI)) wird ein weiterentwickelter und im Folgenden als generalisierte intergranulare Dehnung (engl. generalized intergranular strain (GIS)) genannter Ansatz<sup>1</sup> vorgestellt. Die Erkenntnisse dieses Kapitels wurden teilweise in [105, 107] veröffentlicht.

### 6.1 Existierende Modifikationen des IS-Konzepts

Das Konzept der intergranularen Dehnung (IS) wurde 1997 von Niemunis und Herle [121] zur Berücksichtigung der erhöhten Steifigkeit und einer reversibleren Stoffmodellantwort infolge einer Belastungsrichtungsumkehr eingeführt. Die zugehörigen Gleichungen und das Prinzip der IS wurden bereits ausführlich in Abschnitt 2.5 dargestellt.

Aus der aus  $L$  und  $N$  in Abhängigkeit von der aktuellen intergranularen Dehnung  $\vec{h}$  und der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  explizit berechneten Tangentensteifigkeit

$$M = [\rho^x m_T + (1 - \rho^x) m_R]L + \begin{cases} \rho^x(1 - m_T)L : \vec{h} \vec{h} + \rho^x N \vec{h} & \text{falls } \vec{h} : \dot{\epsilon} > 0 \\ \rho^x(m_R - m_T)L : \vec{h} \vec{h} & \text{falls } \vec{h} : \dot{\epsilon} \leq 0 \end{cases}, \quad (6.1)$$

---

<sup>1</sup>Das hier vorgestellte GIS-Konzept steht in keinem Zusammenhang mit einem geographischen Informationssystem (engl. geographic information system).

siehe auch Gl. (2.45), wird ersichtlich, dass das IS-Konzept das Basismodell in der Form von Gl. (2.28) nach einer Belastungsrichtungsänderung in zweierlei Hinsicht modifiziert:

- (A) Erhöhung der linearen Steifigkeit  $\mathbf{L}$
- (B) Verringerung (bzw. vollständige Deaktivierung) des nichtlinearen Terms  $\mathbf{N}$

Somit führt das IS-Konzept im Einflussbereich der intergranularen Dehnung zu einem steiferen und elastischeren Stoffmodell. Wie in Kapitel 3 gezeigt, weist das ursprüngliche IS-Konzept jedoch einige Defizite auf und wurde daher bereits von mehreren Autoren modifiziert.

Wegener und Herle [182] erweiterten den Term  $\rho^\chi \mathbf{N} \vec{\mathbf{h}}$  in Gl. (6.1), indem sie den Exponenten  $\chi$  durch einen neuen Parameter  $\gamma$  ( $\gamma > \chi$ ) ersetzen. Diese Änderung führt zu einer Reduktion der Akkumulationseffekte infolge zyklischer Verformungen und bildet letztere dadurch zutreffender ab. Der feste Wert von  $\gamma$  verhindert allerdings die Berücksichtigung des Einflusses einer zyklischen Vorbelastung auf die Akkumulationsrate.

Fuentes und Triantafyllidis [38] führten das sog. ISA-Modell (engl. intergranular strain anisotropy (ISA)) ein, welches das ursprüngliche Konzept der IS grundlegend neu formuliert. Der ISA-Ansatz verwendet eine elasto-plastische Entwicklung der intergranularen Dehnung und beinhaltet eine Fließfläche, welche eine (hyper-)Sphäre im Raum der intergranularen Dehnung darstellt. Innerhalb dieser Fließfläche verhält sich das Stoffmodell elastisch. Für Zustände auf der Fließfläche treten im Falle einer Belastung irreversible Verformungen auf und die Fließfläche verfestigt sich bis zum Erreichen einer sog. bounding surface kinematisch. Durch diese Modifikation konnte unter anderem dem Overshooting der Festigkeit begegnet werden [33, 38]. Für ausreichend lange monotone Verformungen stellt sich auch im ISA-Modell asymptotisch das Basismodell ein. Bei letzterem kann es sich um eine hypoplastische Formulierung (z.B. die HP) handeln.

Poblete et al. [144] erweiterten den ISA-Ansatz durch eine Modifizierung des Parameters  $\chi$  (ähnlich zu  $\chi$  in der HP+IS) zu einer Funktion  $\chi(\varepsilon_a)$ , welche die Akkumulation infolge zyklischer Verformungen kontrolliert und den Einfluss einer zyklischen Vorbelastung berücksichtigt. Dafür wurde eine neue Zustandsvariable<sup>2</sup>  $\varepsilon_a$  mit  $0 \leq \varepsilon_a \leq 1$  eingeführt, welche sich bei zyklischen Verformungen mit kleinen Dehnungsamplituden aufbaut und sich bei großen Dehnungsamplituden oder gar einer monotonen Verformung abbaut.

Der Ansatz von Poblete et al. [144] wurde von Duque et al. [29] im ISI-Ansatz (engl. intergranular strain improvement (ISI)) auf das ursprüngliche IS-Konzept angewendet. Die Zustandsvariable  $\varepsilon_a$  wurde dabei in  $\Omega$  mit  $0 \leq \Omega \leq 1$  umbenannt. Der Exponent  $\gamma$  nach Wegener und Herle [182] wird im ISI-Ansatz in Abhängigkeit von der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  ausgedrückt, wodurch nichtlineare Akkumulationseffekte modelliert werden können.

Die genannten Arbeiten basieren auf dem Basismodell der HP. Ein Ansatz zur Anwendung des IS-Konzepts auf verschiedene Basismodelle findet sich in Bode et al. [13]. Dabei wird

---

<sup>2</sup>Bei  $\varepsilon_a$  handelt es sich hier nicht um die axiale Dehnung, sondern um eine Zustandsvariable mit unglücklich gewähltem Namen.

ein sog. internes und ein sog. externes elastisches Modell eingeführt. Der Ansatz erscheint vielversprechend, wenngleich komplex. Zuletzt sei erwähnt, dass Shi und Huang [154] die intergranulare Dehnung als Erweiterung von elasto-plastischen Modellen zur Modellierung der Steifigkeit bei kleinen Dehnungen nutzen.

Das originale IS-Konzept sowie die darauf aufbauenden Erweiterungen für hypoplastische Modelle basieren im Grunde auf Gl. (6.1), also auf den Tensoren  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{N}$ . Sofern das Basismodell nun jedoch in Form der erweiterten generalisierten Hypoplastizität nach Gl. (4.9) vorliegt, kann eine Kopplung mit dem IS-Konzept nicht direkt erfolgen. Aus dieser zunächst mathematischen Feststellung ergibt sich die Erfordernis nach einem neuen mathematischen Konzept zur Berücksichtigung zyklischer Verformungen in hypoplastischen Modellen, welches im Folgenden eingeführt wird.

## 6.2 Das Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS)

Der in dieser Arbeit entwickelte neue Ansatz der generalisierten intergranularen Dehnung (engl. generalized intergranular strain (GIS)) basiert auf der tensoriellen Zustandsvariablen der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$ , siehe Abschnitt 2.5, und kombiniert einige der oben genannten Arbeiten in einem neuartigen mathematischen Konzept. Die bekannte Entwicklungsgleichung

$$\dot{\mathbf{h}} = \begin{cases} (\mathbf{I} - \vec{\mathbf{h}}\vec{\mathbf{h}}\rho^{\beta_r}) : \dot{\mathbf{\epsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\mathbf{\epsilon}} > 0 \\ \dot{\mathbf{\epsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\mathbf{\epsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

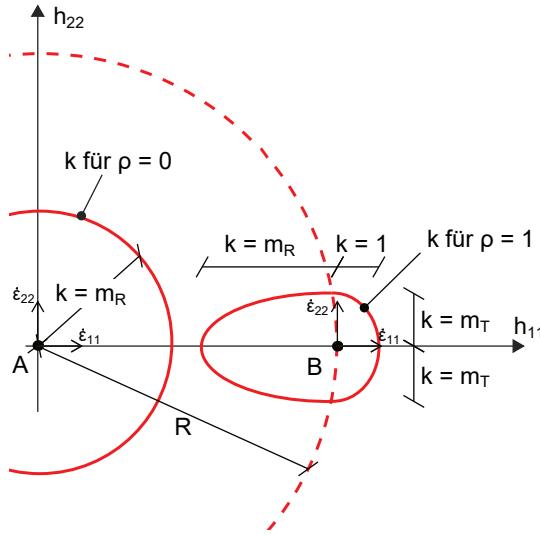
und die entsprechenden mathematischen Beziehungen

$$\rho = \frac{\|\mathbf{h}\|}{R} \quad \text{und} \quad \vec{\mathbf{h}} = \begin{cases} \frac{\mathbf{h}}{\|\mathbf{h}\|} & \text{falls } \mathbf{h} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{falls } \mathbf{h} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (6.3)$$

werden vom originalen IS-Ansatz in den GIS-Ansatz mit den Materialparametern  $\beta_R$  und  $R$  übernommen. Im GIS-Ansatz wird ein skalarer Faktor  $k$  definiert:

$$k = k(\mathbf{h}, \dot{\mathbf{\epsilon}}) = [\rho^{\chi_R} \mathbf{m}_T + (1 - \rho^{\chi_R}) \mathbf{m}_R] + \begin{cases} \rho^{\chi_R} (1 - \mathbf{m}_T) \vec{\mathbf{h}} : \vec{\mathbf{\epsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\mathbf{\epsilon}} > 0 \\ -\rho^{\chi_R} (\mathbf{m}_R - \mathbf{m}_T) \vec{\mathbf{h}} : \vec{\mathbf{\epsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\mathbf{\epsilon}} \leq 0 \end{cases}. \quad (6.4)$$

Die Ähnlichkeit zwischen Gl. (6.4) für den skalaren Faktor  $k$  und der Gl. (6.1) für die Interpolation der Tangentensteifigkeit  $\mathbf{M}$  im ursprünglichen IS-Konzept ist bemerkenswert, wenngleich offensichtlich. Gl. (6.4) stellt eine Interpolation für den skalaren Faktor  $k$  in Abhängigkeit von der Richtung der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$ , der Dehnungsrate  $\dot{\mathbf{\epsilon}}$  und der Mobilisierung der intergranularen Dehnung  $\rho = \|\mathbf{h}\|/R$  dar. Die Steuerung dieser



**Abbildung 6.1:** Skalarer Faktor  $k$  mit den Materialparametern  $m_R$  und  $m_T$  für  $\rho = 0$  und  $\rho = 1$  im zweidimensionalen Fall in Abhängigkeit von der Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}_{11}$  bzw.  $\dot{\varepsilon}_{22}$  und der intergranularen Dehnung  $h_{11}$  bzw.  $h_{22}$  (modifiziert aus [105])

Interpolation erfolgt über die Materialparameter  $R$ ,  $m_R$ ,  $m_T$  und  $\chi_R$ <sup>3</sup> und erlaubt eine Variation von  $k$  zwischen dem Maximalwert  $k = m_R$  und dem Minimalwert  $k = 1$ . Vier Sonderfälle sind hervorzuheben:

- $k = 1$  und  $\rho = 1$  wird asymptotisch infolge eines monotonen Dehnungspfads erreicht
- $k = m_R$  gilt für eine  $180^\circ$ -Belastungsrichtungsumkehr bei voll mobilisierter intergranulärer Dehnung ( $\rho = 1$ )
- $k = m_T$  gilt für eine  $90^\circ$ -Belastungsrichtungsumkehr bei voll mobilisierter intergranulärer Dehnung ( $\rho = 1$ )
- $k = m_R$  gilt für  $\rho = 0$ , unabhängig von der aufgebrachten Dehnungsrate

In Analogie zur Darstellung der Tangentensteifigkeit  $\mathbf{M}$  aus [121] wird Gl. (6.4) zusammen mit den diskutierten Sonderfällen in Abbildung 6.1 für den zweidimensionalen Fall dargestellt. Der Faktor  $k$  hängt von der aktuellen intergranulären Dehnung ( $h_{11}$ ,  $h_{22}$ ), ihrer Mobilisierung  $\rho$  und der aktuellen Dehnungsrate ( $\dot{\varepsilon}_{11}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{22}$ ) ab.

Unter Berücksichtigung der beiden oben genannten Aspekte des ursprünglichen IS-Konzepts kann der Faktor  $k$  verwendet werden, um die Anforderungen an die (A) Skalierung der Steifigkeit und die (B) Reduzierung der irreversiblen Verformungen des Basismodells infolge einer zyklischen Verformung zu erfüllen.

<sup>3</sup>Der Parameter  $\chi$  im ursprünglichen IS-Konzept wurde im GIS-Konzept zu  $\chi_R$  umbenannt.

## 6.3 Kopplung der GIS mit einem Stoffmodell

Die meisten hypoplastischen Stoffmodelle können gemäß der erweiterten generalisierten Hypoplastizität

$$\dot{\sigma} = E : (\dot{\epsilon} - m \ C \ S \ \|\dot{\epsilon}\| + f(\dot{\epsilon}, \alpha)) , \quad (6.5)$$

siehe auch Gl. (4.9), formuliert werden. In Gl. (6.5) steht  $E$  für die elastische<sup>4</sup> Steifigkeit,  $m$  für die äquivalente hypoplastische Fließregel und  $S$  für die sog. Zustandsmobilisierung. Die Zustandsmobilisierung  $S$  stellt ein Verhältnis zwischen dem aktuellen Zustand und einem definierten Referenzzustand dar. Die Formulierung von  $S$  kann je nach konstitutiven Modell variieren. Bei Modellen mit einer definierten Grenzbedingung kann  $S = Y$  verwendet werden. In diesem Fall wird der Grad der Nichtlinearität  $Y$  mit der Zustandsmobilisierung  $S$  gleichgesetzt. In Modellen mit einer extrahierten oder definierten ASBS kann  $S = f_d/f_d^{A*}$  gesetzt werden, vgl. Abschnitt 4.3.

Im Rahmen der GIS-Erweiterung modifiziert der skalare Faktor  $k$  nach Gl. (6.4) die Gl. (6.5) zu

$$\dot{\sigma} = k \ E : (\dot{\epsilon} - m \ C \ S^{(k^\gamma)} \ \|\dot{\epsilon}\| + f(\dot{\epsilon}, \alpha, k)) , \quad (6.6)$$

wobei (A) die Steifigkeit erhöht und (B) die irreversiblen Verformungen reduziert werden.

Die Funktion  $k(\mathbf{h}, \dot{\epsilon})$  ist homogen nullten Grades bezüglich der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$ , siehe Gl. (6.4), wodurch Gl. (6.6) auch nach der Kopplung mit dem GIS-Konzept homogen ersten Grades bezüglich der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  ist und somit ratenunabhängiges Materialverhalten beschreibt<sup>5</sup>.

In Anlehnung an das ISI-Konzept [29] kann der Exponent  $\gamma$  mittels der Funktion  $\chi(\Omega)$  in Abhängigkeit von einer zusätzlich eingeführten skalaren Zustandsvariable  $\Omega$  zur Berücksichtigung der zyklischen Vorbelastung ausgedrückt werden. Unter Verwendung des Materialparameters  $\gamma_\chi$  gilt

$$\gamma(\Omega) = \gamma_\chi \chi(\Omega) . \quad (6.7)$$

Mit den Parametern  $\chi_0$  und  $\chi_{\max}$  wird die Funktion

$$\chi(\Omega) = \chi_0 + \Omega (\chi_{\max} - \chi_0) \quad (6.8)$$

definiert. Die Entwicklungsgleichung der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  lautet

$$\dot{\Omega} = C_\Omega (1 - \rho^{\gamma_\Omega} - \Omega) \ \|\dot{\epsilon}\| . \quad (6.9)$$

<sup>4</sup>Für die Simulation zyklischer Verformungen sollte es sich nicht um eine hypoelastische Steifigkeit handeln, siehe Abschnitt 3.4 und Abschnitt 7.2.

<sup>5</sup>Sofern natürlich auch  $f(\dot{\epsilon}, \alpha, k)$  homogen ersten Grades bezüglich der Dehnungsrate ist.

Der Exponent  $\gamma_\Omega$  wurde zur Verallgemeinerung eingeführt, um die Entwicklung von  $\Omega$  unabhängiger vom Basismodell zu steuern. Der Materialparameter  $C_\Omega$  steuert die allgemeine Geschwindigkeit der Entwicklung der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$ . Letztere entwickelt sich gegen Eins ( $\Omega \rightarrow 1$ ), solange bei einer Verformung die IS nicht mobilisiert ist ( $\rho \approx 0$ ). Dieser Fall liegt beispielsweise bei einer zyklischen Verformung mit kleinen Dehnungssamplituden vor. Bei hinreichend langen monotonen Verformungen oder zyklischer Belastung mit großen Dehnungssamplituden entwickelt sich  $\Omega$  gegen Null ( $\Omega \rightarrow 0$ ), wobei  $\rho \approx 1$  gilt [29]. Diese Grenzen zeigen, dass für die zyklische Vorbelastung  $0 \leq \Omega \leq 1,0$  gilt. Details zur Simulation der zyklischen Vorbelastung mittels  $\Omega$  finden sich in [29, 32]. Vier Sonderfälle der Gl. (6.9) gilt es hervorzuheben:

- $\Omega = 0$  und  $\rho = 0$  führt zu einem Aufbau von  $\Omega$  mit  $\dot{\Omega} > 0$
- $\Omega = 0$  und  $\rho = 1$  deaktiviert die Entwicklung von  $\Omega$  mit  $\dot{\Omega} = 0$
- $\Omega = 1$  und  $\rho = 0$  deaktiviert die Entwicklung von  $\Omega$  mit  $\dot{\Omega} = 0$
- $\Omega = 1$  und  $\rho = 1$  führt zu einem Abbau von  $\Omega$  mit  $\dot{\Omega} < 0$

### 6.3.1 Bemerkung zur zyklischen Vorbelastung

Die zyklische Vorbelastung  $\Omega$  wird primär zur Simulation des nichtlinearen Akkumulationsverhaltens in Abhängigkeit der Anzahl der Zyklen  $N$  verwendet. Die Akkumulation infolge zyklischer Belastung selbst wird durch das zugrunde gelegte konstitutive Modell bestimmt und ergibt sich aus den irreversiblen Dehnungen/Spannungen nach jedem einzelnen Zyklus. Ein Vergleich von  $\Omega$  mit zyklischen Vorbelastungsvariablen in Akkumulationsmodellen wie dem HCA-Modell [124], welche nur Akkumulationstrends erfassen, sollte daher nur bedingt erfolgen.

Zur Verdeutlichung kann eine zyklische Verformung mit konstanter Dehnungssamplitude und einer Initialisierung von  $\Omega_0 = 0$  betrachtet werden.  $\Omega$  nimmt, wie oben durch Gl. (6.9) beschrieben, mit der Anzahl der Zyklen akkumulativ monoton zu und nähert sich einem asymptotischen Wert. Je kleiner die Dehnungssamplitude, desto näher liegt dieser asymptotische Wert an 1.

Für die Entwicklung der Zustandsvariable der zyklischen Vorbelastung  $g^A$  im HCA-Modell [124], welches bereits in Abschnitt 3.6.8 diskutiert wurde, gilt hingegen

$$\partial g^A / \partial N = f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}} \mathcal{C}_{N1} \mathcal{C}_{N2} \exp \left( -\frac{g^A(N)}{\mathcal{C}_{N1} f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}}} \right) \quad (6.10)$$

mit den Materialparametern  $C_{N1} > 0$  und  $C_{N2} > 0$ . Die allgemeine Lösung<sup>6</sup> von Gl. (6.10) mit der Annahme einer konstanten Dehnungssamplitude ( $f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}} = \text{const} > 0$ ) ergibt sich zu

---

<sup>6</sup>Die Lösung der Gl. (6.10) kann mithilfe einer Trennung der Variablen analytisch gefunden werden.

$$g^A(N) = \mathcal{C}_{N1} f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}} \ln(\mathcal{C}_{N2} N + C') . \quad (6.11)$$

Mittels der Anfangsbedingung kann die Integrationskonstante  $C'$  ermittelt werden:

$$g^A(N = 0) = 0 \Rightarrow C' = 1 . \quad (6.12)$$

Für die zyklische Vorbelastungsvariable  $g^A(N)$  im HCA-Modell ergibt sich im betrachteten Fall

$$g^A(N) = \mathcal{C}_{N1} f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}} \ln(1 + \mathcal{C}_{N2} N) . \quad (6.13)$$

Je größer die Dehnungsamplitude, desto größer ist  $f_{\text{ampl}}^{\text{HCA}}$ . Aus Gl. (6.10) und Gl. (6.13) wird ersichtlich, dass die zyklische Vorbelastung  $g^A$  im HCA-Modell mit der Anzahl der Zyklen monoton zunimmt. Dies entspricht zwar grundsätzlich der diskutierten Entwicklung von  $\Omega$ , allerdings existiert für  $g^A$  kein asymptotisch angestrebter Grenzwert.

Ein weiterer Unterschied von  $\Omega$  gegenüber  $g^A$  wird aus dem Vergleich von Gl. (6.9) mit Gl. (6.10) ersichtlich: Die experimentell beobachtete mögliche Auslöschung der zyklischen Vorbelastung, beispielsweise durch eine monotone Verformung [181, 184], ergibt sich direkt aus der Entwicklungsgleichung von  $\Omega$ , welche auch einen Abbau der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  ermöglicht. Hingegen ist für  $g^A$  nach Gl. (6.10) kein Abbau möglich, wodurch in praktischen Simulationen mit dem HCA-Modell zur Auslöschung der zyklischen Vorbelastung beispielsweise infolge einer monotonen Verformung  $g^A$  manuell und empirisch reduziert werden muss [181].

### 6.3.2 Bemerkung zum Overshooting

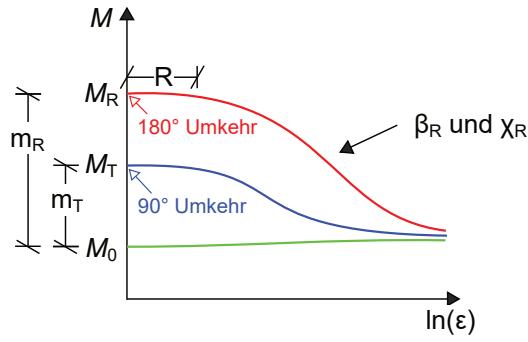
Ein Vergleich von Gl. (6.5) mit Gl. (6.6) zeigt, dass im GIS-Konzept ein Überschreiten eines definierten Grenzzustandes infolge einer Belastungsrichtungsumkehr ausgeschlossen ist. Die Bedingung  $S = 1$  des Basismodells wird durch die Erweiterung des GIS-Konzepts nicht beeinflusst. Im Falle eines im Basismodell explizit definierten Grenzzustandes ( $Y = 1$ ) wird ein Overshooting der Scherfestigkeit des Bodens verhindert. Im Falle eines Basismodells mit explizit definierter bzw. einer extrahierten ASBS, siehe Kapitel 4, wird das Overshooting der gesamten ASBS ( $S = 1$ ) verhindert. Dieser Vorteil gegenüber dem ursprünglichen IS-Konzept verhindert das Auftreten unzulässiger Zustände, wie beispielsweise von Zugspannungszuständen, bei der Simulation zyklischer Verformungen und wird im weiteren Verlauf dieses Kapitels anhand numerischer Beispiele demonstriert.

### 6.3.3 Die fünf IS-Parameter ( $R, m_R, m_T, \beta_R, \chi_R$ )

Durch die Kopplung eines Stoffmodells mit dem GIS-Konzept sind insgesamt zehn<sup>7</sup> zusätzliche Parameter erforderlich. Deren Kalibrierung wird im Folgenden diskutiert. Grundsätzlich können die GIS-Parameter nur anhand zyklischer Versuche bestimmt werden.

---

<sup>7</sup>Wenn die Effekte der zyklischen Vorbelastung deaktiviert werden, reduziert sich die Anzahl der Parameter entsprechend.



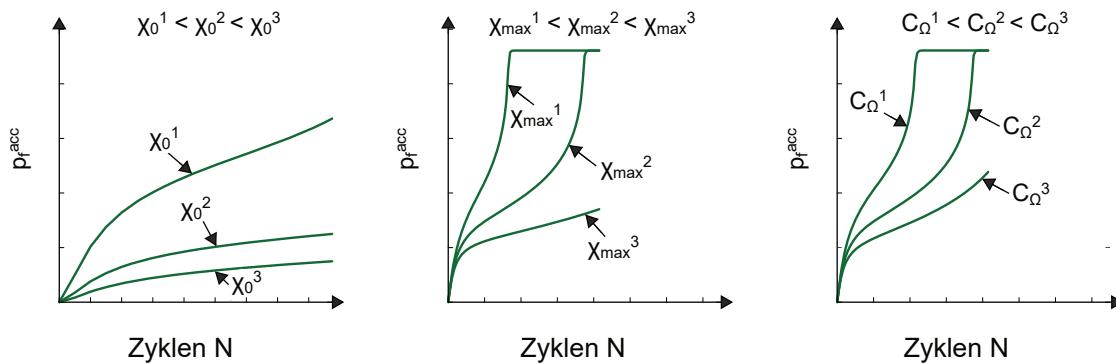
**Abbildung 6.2:** Steifigkeit  $M = d\sigma/d\varepsilon$  nach einer Belastungsrichtungsumkehr von  $180^\circ$ ,  $90^\circ$  bzw.  $0^\circ$  und Kalibrierung der entsprechenden IS bzw. GIS-Parameter (modifiziert aus [121])

Dabei kann zwischen den fünf klassischen IS-Parametern und den fünf zusätzlichen GIS-Parametern zur Beschreibung der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  unterschieden werden.

Das ursprüngliche Konzept der intergranularen Dehnung [121], siehe Abschnitt 2.5, ist weit verbreitet und Hinweise zur Kalibrierung der entsprechenden Materialparameter ( $R$ ,  $m_R$ ,  $m_T$ ,  $\beta_R$ ,  $\chi_R$ ) können der Literatur entnommen werden [91, 121]. In erster Näherung können die fünf IS-Parameter direkt in das GIS-Konzept übertragen werden.

Der Parameter  $R$  gibt die Größe (gemessen in Dehnung) des „elastischen Bereichs“ an, in welcher die Tangentensteifigkeit<sup>8</sup>  $M = d\sigma/d\varepsilon$  nach einer Belastungsrichtungsumkehr näherungsweise konstant ist. In der Praxis lässt sich dieser Bereich beispielsweise mittels Resonant-Column Versuchen, Bender-Element Tests oder Versuchen mit lokaler Dehnungsmessung bestimmen. In erster Näherung gilt  $R \approx 10^{-4}$ . Die Multiplikatoren  $m_R$  und  $m_T$  stellen den Faktor der Erhöhung der Tangentensteifigkeit infolge einer Belastungsrichtungsumkehr von  $180^\circ$  ( $m_R$ ) bzw.  $90^\circ$  ( $m_T$ ) dar. Während der Parameter  $m_R$  in den oben genannten Versuchen experimentell relativ einfach ermittelt werden kann, kann  $m_T$  versuchstechnisch nur schwer bestimmt werden. Allgemein gilt grundsätzlich  $m_R > m_T > 1$ . Nach einer ausreichend großen Dehnung erreicht die Steifigkeit, unabhängig vom Winkel der Belastungsrichtungsumkehr, einen nahezu identischen Wert. Das Konzept ist schematisch in Abbildung 6.2 dargestellt. Das GIS-Konzept kann einfach mittels  $m_R = m_T = 1$  deaktiviert werden.

Der Parameter  $\beta_R$  beeinflusst die Entwicklung von  $\mathbf{h}$  und  $\chi_R$  steuert die Interpolation zwischen der durch  $\mathbf{h}$  modifizierten und der Materialantwort des Basismodells. Beide Parameter können anhand der Steifigkeitsabnahme mit zunehmender Dehnung nach einer Belastungsrichtungsumkehr (Steifigkeitsdegradation), siehe Abbildung 6.2, kalibriert werden.



**Abbildung 6.3:** Schematische Darstellung der Kalibrierung der GIS-Parameter  $\chi_0$ ,  $\chi_{\max}$  und  $C_{\Omega}$  anhand der Akkumulation des Porenwasserdrucks  $p_f$  in einem zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit vorgegebener Amplitude der Deviatorspannung (modifiziert aus [29])

### 6.3.4 Die fünf GIS-Parameter ( $\gamma_\chi$ , $\chi_0$ , $\chi_{\max}$ , $C_\Omega$ , $\gamma_\Omega$ )

Hinweise zur Kalibrierung der fünf GIS-Parameter sind [29] zu entnehmen. Zur Kalibrierung wird die Akkumulation des Porenwasserüberdrucks in einem zyklischen undrainierten Triaxialversuch mit konstanter Deviatorspannungsamplitude  $q^{\text{ampl}}$  und einem isotropen effektiven Anfangsspannungszustand empfohlen. Bei einem solchen Versuch darf keine zyklische Vorbelastung vorliegen und die zyklische Verformung sollte direkt nach der isotropen Kompression erfolgen. Demzufolge ist eine Initialisierung von  $\Omega_0 = 0$  gerechtfertigt. Die Initialisierung und entsprechende Materialparameter der Entwicklungsgleichungen aller anderen Zustandsvariablen des betrachteten Stoffmodells ( $\sigma$ ,  $e$ , ...) sollten bereits kalibriert worden sein.

Zunächst gilt es, den Parameter  $\gamma_\chi$  so zu wählen, dass die Simulation ohne Berücksichtigung von  $\Omega$  ( $\chi_0 = \chi_{\max} = 1$ ) eine ausgeprägtere Akkumulation des Porenwasserdrucks als der betrachtete Versuch zeigt. Darauf aufbauend lassen sich die restlichen vier Parameter kalibrieren.

Der Einfluss von  $\chi_0$ ,  $\chi_{\max}$  und  $C_\Omega$  auf die Porenwasserdruckakkumulation in Abhängigkeit von der Zyklenzahl in einem undrainierten zyklischen Triaxialversuchs mit gegebenen Spannungszyklen ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Der Parameter  $\chi_0$  steuert die Akkumulationsrate innerhalb der ersten Zyklen. Je größer  $\chi_0$ , desto schwächer ist der Aufbau des Porenwasserdrucks innerhalb der ersten Zyklen. Es ist anzumerken, dass in Basismodellen, welche den Einfluss einer anisotropen Mikrostruktur (Fabric) berücksichtigen, ein verstärkter Porenwasseruberdruckaufbau innerhalb der ersten Zyklen auch infolge der entsprechend initialisierten Zustandsvariablen der Fabric auftreten kann. Diese Tatsache ist bei der Kalibrierung der GIS-Parameter und primär bei der Kalibrierung von  $\chi_0$  zu beachten. Der Parameter  $\chi_{\max}$  steuert die Akkumulationsrate nach einer großen Anzahl von Zyklen mit kleinen Dehnungssamplituden. Je größer  $\chi_{\max}$ , desto geringer sind entsprechende Akkumulationseffekte. Der Übergang zwischen der schnellen Akkumulation zu Beginn

---

<sup>8</sup>  $M = d\sigma/d\varepsilon$  entspricht einer eindimensionalen Definition. Dreidimensional lässt sich die Tangentensteifigkeit zu  $\mathbf{M} = d\boldsymbol{\sigma}/d\varepsilon$  definieren.

des Versuchs und der langsameren Akkumulation nach einer größeren Zyklenzahl wird durch  $C_\Omega$  gesteuert. Je größer  $C_\Omega$ , desto schneller reduziert sich die Akkumulationsrate. Einen ähnlichen Effekt hat auch der Parameter  $\gamma_\Omega$ . Die schnelle Porenwasserdruckakkumulation gegen Ende des Versuchs mit vorgegebener Spannungsamplitude resultiert aus dem Basismodell, sofern die mit abnehmendem mittleren effektiven Druck infolge der Barotropie resultierende größere Dehnungsamplitude durch letzteres zutreffend abgebildet wird.

Es sei darauf hingewiesen, dass bei nicht sorgfältiger Kalibrierung der GIS-Parameter in Abhängigkeit vom Basismodell eine unphysikalische Umkehr der Akkumulationsrichtung auftreten kann. Beispielhaft wird dies in Abbildung 8.26 im Rahmen der in Kapitel 8 eingeführten NHP+GIS diskutiert. Es ist zu beachten, dass die Größenordnung der GIS-Parameter maßgeblich vom gewählten Basismodell abhängt und eine allgemeingültige Aussage nicht getroffen werden kann. Außerdem beeinflussen sich verschiedene Parameter im Allgemeinen gegenseitig, weshalb die Parameterkalibrierung als iteratives Verfahren verstanden werden sollte.

## 6.4 Kopplung mit der HP (HP+GIS)

Eine gekoppelte HP+GIS Formulierung könnte sich direkt durch die Kombination von Gl. (6.6) mit Gl. (4.10) bis Gl. (4.14) unter Verwendung des Grads der Nichtlinearität  $Y$  ergeben. Das resultierende Stoffmodell würde gegenüber der HP+IS bereits einige Vorteile aufweisen. Zu diesen zählen ein verhindertes Overshooting der Scherfestigkeit ( $Y = 1$ ) und eine mittels Stoffmodellparametern steuerbare und nichtlineare Akkumulation.

Allerdings kann es bei dieser einfachen Kopplung der HP mit dem GIS-Konzept zu einem Overshooting der ASBS kommen, wenn auf letzterer  $Y < 1$  gilt. Dieser Fall tritt beispielsweise infolge einer isotropen bzw. einer ödometrischen Verformung auf. Unter Verwendung der Zustandsmobilisierung  $S$ , siehe in Abschnitt 4.3 und Abschnitt 4.4.2, ist die Verhinderung des Overshootings der gesamten ASBS auch für  $Y \neq 1$  problemlos möglich. Für alle asymptotischen Zustände gilt  $S = f_d/f_d^{A*} = S^{(k\gamma)} = 1$ . Im Folgenden wird letztere Art der Kopplung der HP mit der GIS betrachtet und das gekoppelte Modell als HP+GIS bezeichnet. Die HP+GIS ergibt sich schließlich aus der Kombination von Gl. (6.6) mit Gl. (4.15) bis Gl. (4.19) und Gl. (4.37).

Die HP+GIS wird im Folgenden anhand von Elementsimulationen diskutiert. Die Simulationen werden mit den in Tabelle 6.1 gegebenen Parametersätzen für Karlsruher Feinsand (KFS), Zbraslav Sand (ZS) und Hochstetten Sand (HS) durchgeführt. Details zu den Materialien sind Abschnitt 3.1 zu entnehmen. Die in Tabelle 6.1 gegebenen Parametersätze wurden durch Erweiterung der in Tabelle 3.2 gelisteten Parameter der HP+IS aus der Literatur gewonnen. Für Vergleichsberechnungen mit der HP bzw. der HP+IS wurde der Parametersatz KFS-Wicht-2, siehe Tabelle 3.2, herangezogen.

|     | HP                 |                 |                 |                 |                |            |                 |                |
|-----|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------------|-----------------|----------------|
|     | $\varphi_c$<br>[°] | $e_{i0}$<br>[-] | $e_{c0}$<br>[-] | $e_{d0}$<br>[-] | $h_s$<br>[MPa] | $n$<br>[-] | $\alpha$<br>[-] | $\beta$<br>[-] |
| KFS | 33,1               | 1,212           | 1,054           | 0,677           | 4000           | 0,27       | 0,14            | 2,5            |
| ZS  | 34                 | 1,027           | 0,893           | 0,520           | 111,746        | 0,346      | 0,15            | 2,2            |
| HS  | 33                 | 1,05            | 0,95            | 0,55            | 1000           | 0,25       | 0,25            | 1,0            |

|     | IS/GIS     |              |              |                  |                 | GIS                  |                 |                      |                   |                        |
|-----|------------|--------------|--------------|------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-------------------|------------------------|
|     | $R$<br>[-] | $m_R$<br>[-] | $m_T$<br>[-] | $\beta_R$<br>[-] | $\chi_R$<br>[-] | $\gamma_\chi$<br>[-] | $\chi_0$<br>[-] | $\chi_{\max}$<br>[-] | $C_\Omega$<br>[-] | $\gamma_\Omega$<br>[-] |
| KFS | $10^{-4}$  | 2,2          | 1,1          | 0,1              | 5,5             | 2                    | 1,27            | 1,92                 | 48                | 1,0                    |
| ZS  | $10^{-4}$  | 5            | 2,5          | 0,1              | 4,0             | 1,7                  | 0,8             | 1,5                  | 45                | 1,0                    |
| HS  | $10^{-4}$  | 5            | 2            | 0,5              | 6               | 2                    | 1,27            | 1,92                 | 48                | 1,0                    |

**Tabelle 6.1:** Stoffmodellparameter des Karlsruher Feinsands (KFS), des Zbraslav Sands (ZS) und des Hochstetten Sands (HS) für die gekoppelte HP+GIS: (oben) Parameter der HP, (unten links) geteilte Parameter der IS sowie der GIS und (unten rechts) zusätzliche Parameter der GIS zur Berücksichtigung der zyklischen Vorbelastung

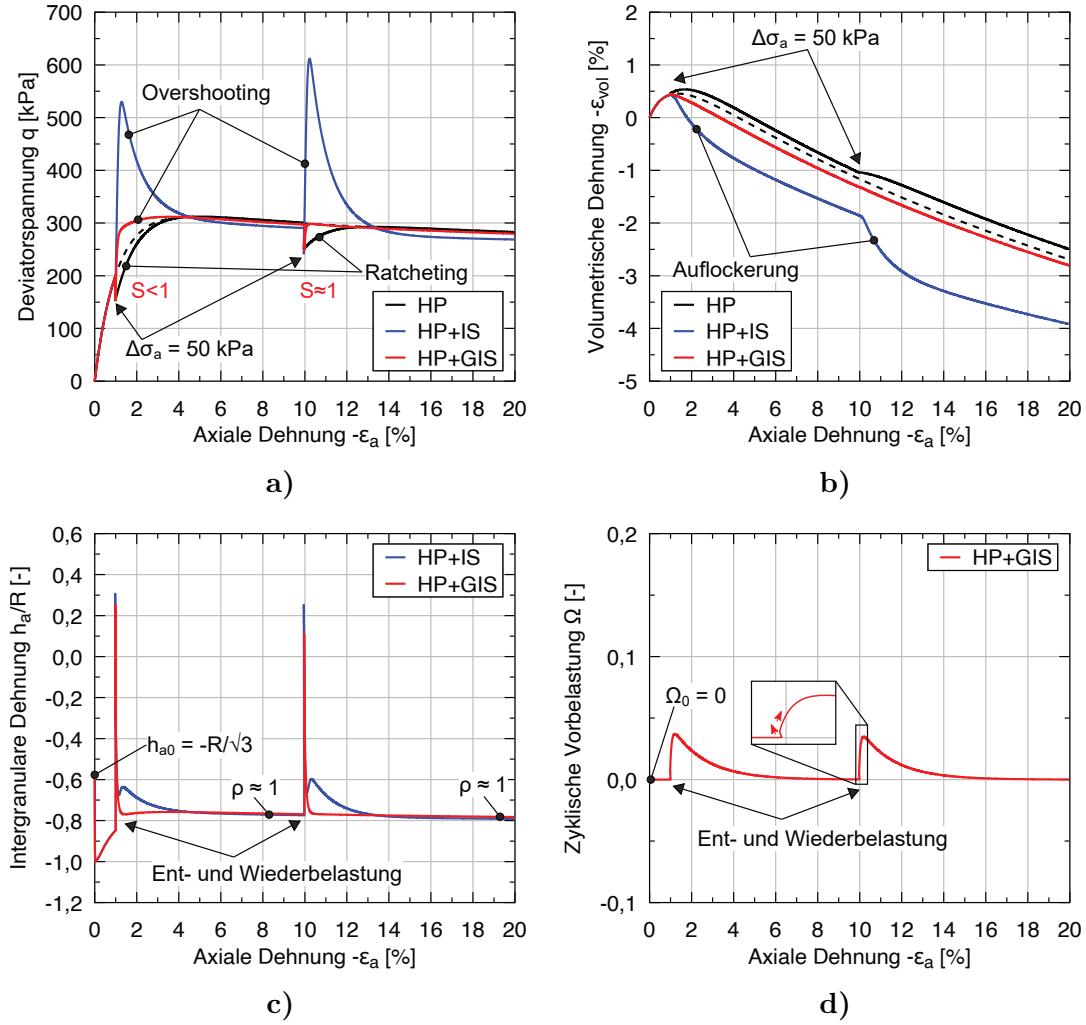
## 6.4.1 Verhindertes Overshooting asymptotischer Zustände

Wie bereits theoretisch beschrieben, tritt das Overshooting asymptotischer Zustände in der HP+GIS nicht auf. Dies ist einer der wesentlichen Vorteile des GIS-Konzepts gegenüber der ursprünglichen IS-Formulierung und wird im Folgenden anhand von Elementsimulationen demonstriert.

### 6.4.1.1 Triaxialversuch mit Ent- und Wiederbelastung

Zunächst zeigt Abbildung 6.4 Simulationen drainierter Triaxialversuche an einer initial mitteldichten Probe aus KFS mittels der HP, der HP+IS und der HP+GIS. Die Simulationen starten von einem isotropen Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 100$  kPa und einer initialen Porenzahl von  $e_0 = 0,819$  ( $I_{D0} = 0,62$ ). Die intergranulare Dehnung wird isotrop mit  $h_{a0} = h_{r0} = -R/\sqrt{3}$  initialisiert (für HP+IS und HP+GIS) und es gilt  $\Omega_0 = 0$  (für HP+GIS). Neben einer monotonen Verformung werden zwei Ent- und Wiederbelastungen von jeweils  $\Delta\sigma_a = 50$  kPa nach einer axialen Dehnung von  $-\varepsilon_a = 1\%$  bzw.  $-\varepsilon_a = 10\%$  simuliert. Die resultierende Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  ist in Abbildung 6.4a und der Dehnungspfad in Abbildung 6.4b dargestellt.

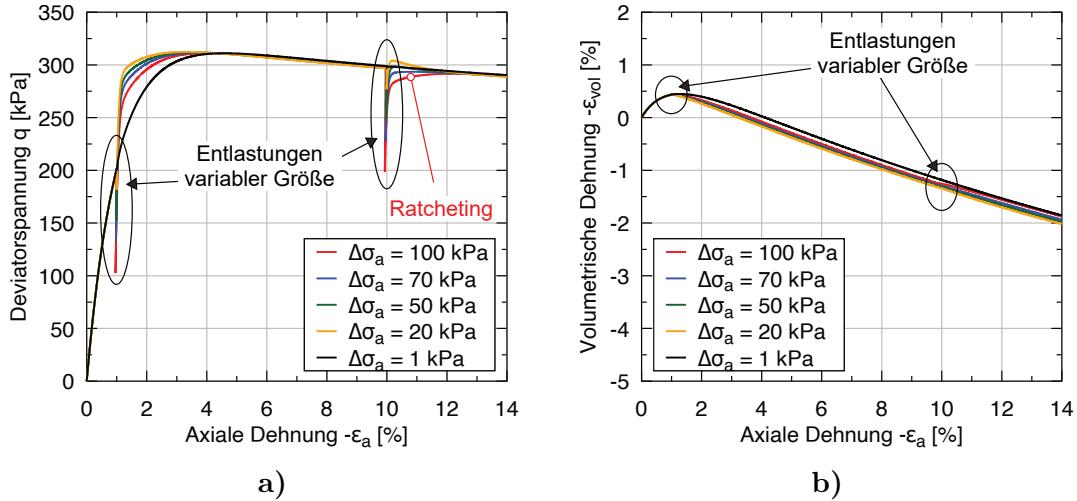
Die HP ohne ein Erweiterungsmodell zur Berücksichtigung der Effekte infolge zyklischer Verformung (IS oder GIS) zeigt das bekannte Problem des Ratchettings. Die Steifigkeit infolge der Wiederbelastung ist dabei sehr ähnlich (aufgrund der minimal veränderten Porenzahl nicht exakt identisch) mit der Steifigkeit der Erstbelastung bei gleicher Deviatorspannung, was gemäß Abbildung 6.4a zu einer deutlich zu weichen Materialantwort



**Abbildung 6.4:** Simulationen von drainierten Triaxialversuchen mit zwei Ent- und Wiederbelastungen mittels der HP, der HP+IS und der HP+GIS eines mitteldichten KFS ( $p_0 = 100$ ,  $e_0 = 0,819$ ,  $h_0 = -R/\sqrt{3}\delta$  und  $\Omega_0 = 0$ ): a) Deviatorspannung  $q$ , b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$ , c) Komponente  $h_a$  der intergranularen Dehnung und d) zyklische Vorbelastung  $\Omega$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

und zu großen irreversiblen Verformungen führt. In der HP+IS tritt kein Ratcheting auf. Es zeigt sich hingegen bei den simulierten Entlastungen ( $\Delta\varepsilon_a \approx R$ ) das in Abschnitt 3.6.3 ausführlich diskutierte Overshooting, also eine signifikante Überschätzung der Deviatorspannung, welche sich für eine fortgesetzte monotone Verformung ergeben würde. Zudem ist in Abbildung 6.4b in der Simulation mit der HP+IS die Tendenz zur Auflockerung zu erkennen. Diese Auflockerung kann, wie in Abschnitt 3.6.4 beschrieben, zu physikalisch unzulässig lockeren Zuständen führen.

In der HP+GIS werden die unerwünschten Effekte Ratcheting und Overshooting deutlich reduziert. Die Steifigkeit infolge der Wiederbelastung ist signifikant erhöht, wenngleich



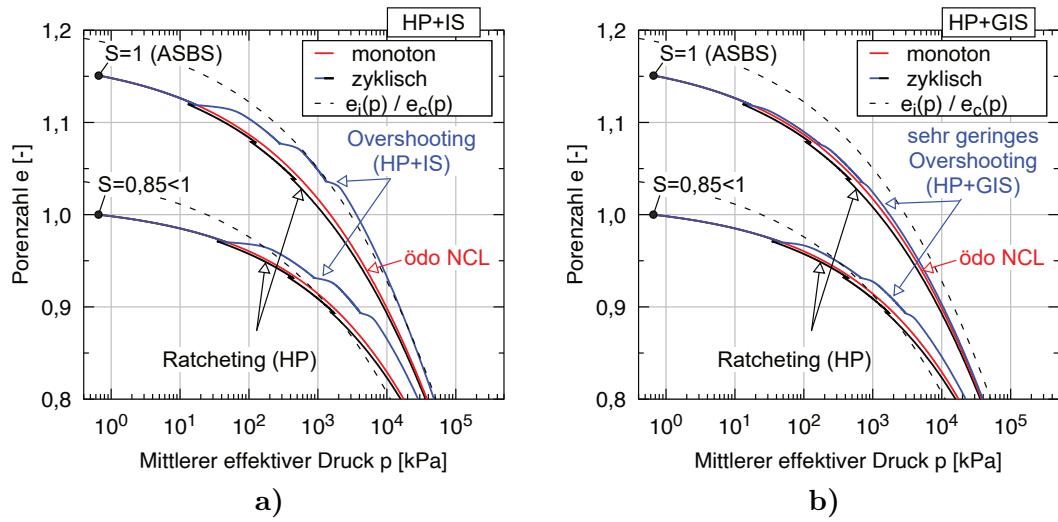
**Abbildung 6.5:** Simulation drainierter Triaxialversuche mit zwei Ent- und Wiederbelastungen unterschiedlicher Größe mittels der HP+GIS eines mitteldichten KFS ( $p_0 = 100$  kPa,  $e_0 = 0,819$ ,  $h_0 = -R/\sqrt{3}\delta$  und  $\Omega_0 = 0$ ): a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

die maximale Deviatorspannung den erwarteten Wert entlang des fortgesetzten monotonen Pfads der Erstbelastung auf der ASBS ( $S = 1$ ) nicht überschreitet. Für Zustände innerhalb der ASBS ( $S < 1$ ) wird der monotone Pfad zwar überschritten, allerdings nur bis zur ASBS ( $S = 1$ ), sodass keine Überschätzung der Scherfestigkeit erfolgt. Wie Abbildung 6.4b zu entnehmen ist, tritt in der Simulation mit der HP+GIS keine Tendenz zur Auflockerung auf, wodurch das GIS-Konzept auch das Auftreten unzulässig lockerer Zustände gemäß Abschnitt 3.6.4 verhindert.

Abbildung 6.4c zeigt die entsprechende axiale Komponente der intergranularen Dehnung  $h_a$  als Funktion der axialen Dehnung für die Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS. Infolge der Ent- und Wiederbelastungen treten signifikante Änderungen der intergranularen Dehnung auf und asymptotisch wird bei einer monotonen Verformung  $\rho = 1$  erreicht. Aufgrund des vorgegebenen Spannungspfads ergeben beide Modelle leicht unterschiedliche Dehnungspfade, siehe Abbildung 6.4b, was die geringfügigen Unterschiede der intergranularen Dehnung erklärt.

Die HP+GIS enthält als zusätzliche Zustandsvariable die zyklische Vorbelastungsvariable  $\Omega$ , deren Entwicklung in Abhängigkeit von der axialen Dehnung in Abbildung 6.4d dargestellt ist. Infolge der Ent- und Wiederbelastungen zeigt sich jeweils ein geringfügiger Aufbau von  $\Omega$ . Die anschließende monotone Deformation baut die zyklische Vorbelastung rasch ab, sodass asymptotisch  $\Omega = 0$  erreicht wird.

Das in der HP+GIS verhinderte Overshooting ist in Abbildung 6.5 detaillierter dargestellt, in der die Simulationen aus Abbildung 6.4 für verschiedene Größen der Entlastung  $\Delta\sigma_a$  wiederholt wurden. Bei großen Entlastungen zeigt sich bei der Wiederbelastung nach einer anfänglich erhöhten Steifigkeit dennoch ein geringes Ratcheting. Durch Anpassung des Materialparameters  $R$  könnte dieser Effekt weiter reduziert werden. Es ist anzumer-



**Abbildung 6.6:** Porezahl  $e$  als Funktion des mittleren effektiven Drucks  $p$  in Simulationen von Ödometerversuchen an KFS für einen Anfangszustand auf der ASBS ( $S = 1$ ) und einen Anfangszustand innerhalb der ASBS ( $S < 1$ ) unter Berücksichtigung kleiner Ent- und Wiederbelastungen für die HP und die a) HP+IS bzw. b) HP+GIS

ken, dass dieses Defizit bei großen Ent- und Wiederbelastungen auch in der HP+IS auftritt. Ein Overshooting der ASBS tritt hingegen in der HP+GIS nie auf. Bei sehr kleinen Störungen ( $\Delta\sigma_a = 1$  kPa) verschwindet auch in der HP+GIS der Einfluss der GIS. Eine verschwindend kleine Störung hat also keinen maßgebenden Einfluss auf die Simulationsergebnisse.

#### 6.4.1.2 Ödometerversuch mit Ent- und Wiederbelastung

Neben dem verhinderten Overshooting der Scherfestigkeit ist in der HP+GIS auch das Overshooting jedes weiteren asymptotischen Zustands verhindert. Letzteres wird in Abbildung 6.6 anhand von Simulationen von Ödometerversuchen ausgehend von zwei verschiedenen Anfangszuständen an KFS-Proben mit der HP, der HP+IS und der HP+GIS dargestellt.

Der erste Anfangszustand befindet sich auf der ödometrischen NCL, also auf der ASBS ( $S = 1$ ,  $f_d = f_d^A$  und  $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}^A$  sowie  $\sigma_a = -1$  kPa für  $\dot{\varepsilon}_a < 0$  und  $\dot{\varepsilon}_r = 0$ ). Dieser Zustand wurde iterativ bestimmt. Für den zweiten Anfangszustand wird bei gleichem anisotropen Spannungszustand eine initiale Porezahl von  $e_0 = 1,0$  gewählt, wodurch  $S < 1$  gilt und der Zustand innerhalb der ASBS liegt. Die intergranulare Dehnung wird jeweils in axialer Richtung vollständig mobilisiert initialisiert ( $h_{a0} = -R$ ) und es gilt  $\Omega_0 = 0$ . Zusätzlich zur monotonen ödometrischen Kompression wurden Simulationen mit drei Entlastungsstufen von  $\Delta\varepsilon_a = R$  (HP+IS und HP+GIS) bzw.  $\Delta\varepsilon_a = R m_R$  (HP) durchgeführt. Die resultierende Porezahl  $e$  ist in Abhängigkeit vom mittleren effektiven Druck  $p$  in Abbildung 6.6a für die Simulationen mit der HP+IS und in Abbildung 6.6b

für die Simulationen mit der HP+GIS dargestellt. Die Simulationen mit der HP sind in beiden Abbildungen als Referenz enthalten.

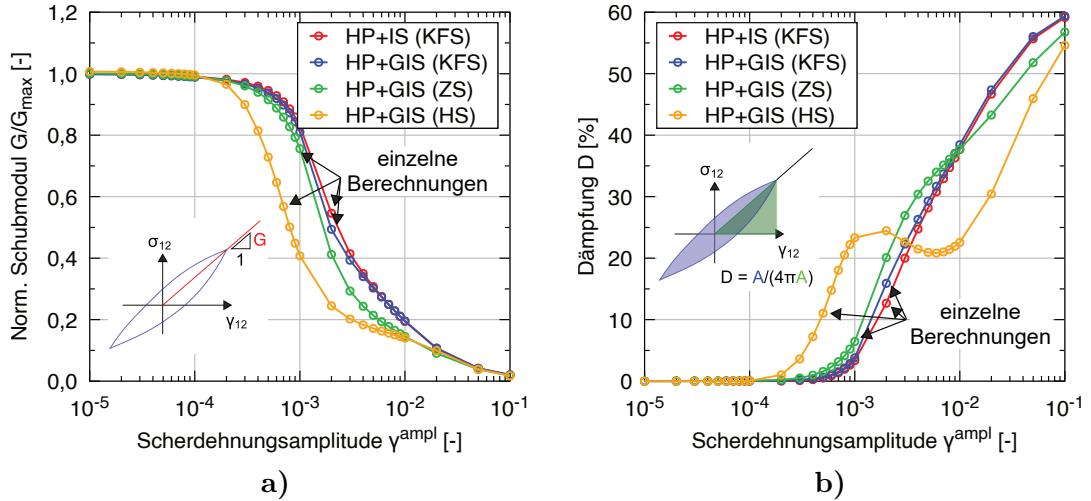
Zunächst ist zu erkennen, dass alle simulierten ödometrischen Kompressionskurven infolge einer monotonen Verformung asymptotisch zur ödometrischen NCL tendieren, also konvergieren. Letztere liegt zwischen den Grenzporenzahlen  $e_i(p)$  und  $e_c(p)$ , siehe Kapitel 4. In den Simulationen der HP ohne IS- bzw. GIS-Erweiterung zeigt sich infolge der Wiederbelastungen nach den simulierten kleinen Entlastungen eine unrealistisch weiche Stoffmodellantwort. Diesem Ratcheting wird mittels der IS- und der GIS-Erweiterung begegnet. Es ist jedoch zu erkennen, dass Simulationen mit der HP+IS zu einem starken Overshooting des entsprechenden monotonen Pfades führen, wobei die logarithmische Achse in Abbildung 6.6 zu beachten ist. Für Zustände innerhalb der ASBS ( $S < 1$ ) tritt auch in der HP+GIS ein gewisses Überschreiten des monotonen Pfades auf. Allerdings wird die ödometrische NCL (ASBS) nur geringfügig überschritten und das Overshooting ist im Vergleich zur HP+IS signifikant reduziert. Das gezeigte verhinderte Overshooting der ödometrischen NCL ist auf die Berücksichtigung der Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  in der HP+GIS zurückzuführen und wäre bei der Kopplung der HP mit der GIS unter Verwendung des Grads der Nichtlinearität  $Y$  nicht möglich.

#### 6.4.2 Steifigkeitsdegradations- und Dämpfungskurven

Der Sekantenschubmodul  $G$  und die dazugehörige Materialdämpfung  $D$  in Abhängigkeit der Scherdehnungsamplitude  $\gamma^{\text{ampl}}$  wurde im Rahmen der Darstellung des unrealistischen Dämpfungsverhaltens in der HP+IS bereits in Abschnitt 3.6.7 diskutiert. Um den Sekantenschubmodul  $G(\gamma^{\text{ampl}})$  und die Dämpfungskurve  $D(\gamma^{\text{ampl}})$  in der HP+GIS zu berechnen, wurden, analog zu den Simulationen aus Abschnitt 3.6.7, zyklische Einfachscherversuche betrachtet.

Abbildung 6.7 zeigt die Simulationsergebnisse mittels der HP+IS und der HP+GIS für KFS. Ergänzend wurde für die HP+GIS der Parametersatz des Zbraslav Sands (ZS) und des Hochstetten Sands (HS) herangezogen. In allen Simulationen wurde ein isotroper Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa, eine Porenzahl von  $e_0 = 0,8655$  ( $I_{D0} = 0,5$ ) für KFS,  $e_0 = 0,6915$  ( $I_{D0} = 0,5$ ) für ZS bzw.  $e_0 = 0,6$  ( $I_{D0} = 0,875$ ) für HS, eine intergranulare Dehnung  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  und  $\Omega_0 = 0$  initialisiert. Abbildung 6.7a zeigt den resultierenden normalisierten Schubmodul  $G/G_{\max}$  und Abbildung 6.7b die entsprechende Materialdämpfung  $D$  als Funktion der Scherdehnungsamplitude  $\gamma^{\text{ampl}}$ . Die Größen wurden aus der hysteretischen Spannungs-Dehnungs-Kurve im fünften Zyklus ermittelt.

Bei den Simulationen mit der HP+GIS ergeben sich im Vergleich zur HP+IS sehr ähnliche Kurven, was dem allgemein erwarteten Verhalten des Bodens entspricht. Basierend auf einer hohen Steifigkeit und vernachlässigbarer Dämpfung bei kleinen Dehnungen nimmt mit zunehmender Scherdehnungsamplitude die Steifigkeit ab und die Dämpfung zu. Sowohl für die Parameter des KFS als auch für den ZS ergeben sich physikalisch sinnvolle Verläufe.



**Abbildung 6.7:** Simulationen von zyklischen Einfachscherversuchen mit der HP+IS und der HP+GIS: a) Sekantenschubmodul  $G(\gamma^{\text{ampl}})$  und b) Dämpfung  $D(\gamma^{\text{ampl}})$  in Abhängigkeit von der Scherdehnungsamplitude  $\gamma_{12}^{\text{ampl}}$

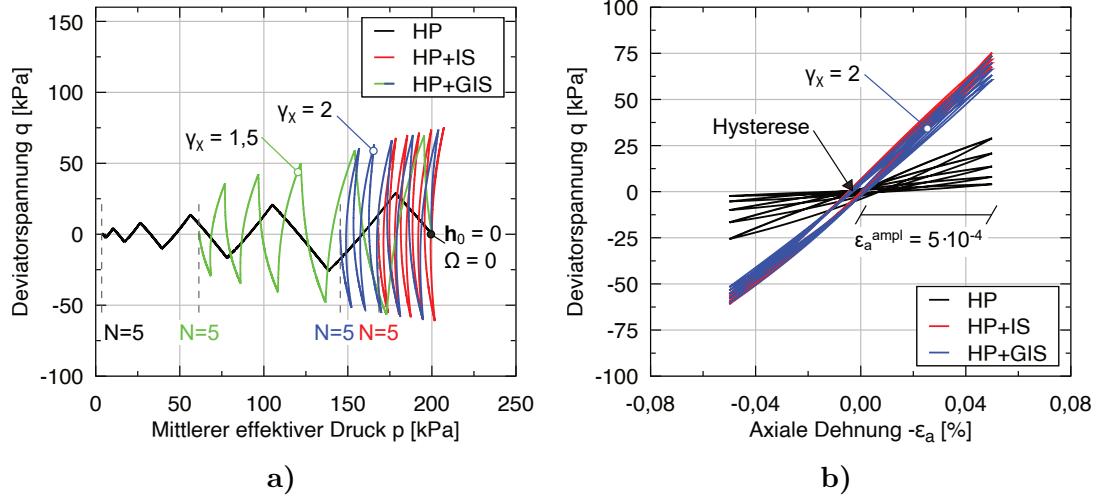
Allerdings konnte in der HP+GIS für den synthetisch generierten Parametersatz des Hochstetten Sands (HS) ein lokales Maximum der Dämpfung gefunden werden. Dieses Defizit wurde in Abschnitt 3.6.7 bereits für die HP+IS dokumentiert. Die HP+GIS kann entsprechend nicht alle Defizite der HP+IS vollständig beheben bzw. bedingt eine sorgfältige Parameterkalibrierung.

### 6.4.3 Akkumulation infolge zyklischer undrainierter Scherung

Akkumulative Effekte infolge zyklischer Verformungen im Boden stellen eine große Herausforderung für die konstitutive Modellierung dar. In der HP+IS treten Akkumulationseffekte hauptsächlich als Nebenprodukte der Berechnung auf und können nur indirekt beeinflusst werden. Es sei darauf hingewiesen, dass, wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, aufgrund der hypoelastischen linearen Steifigkeit  $L$  sowohl in der HP+IS als auch in der HP+GIS künstliche Akkumulationseffekte zu erwarten sind.

Unter der Annahme, dass die künstlichen Akkumulationseffekte vernachlässigt werden können, kann die Akkumulationsrate in der HP+GIS durch Anpassung der Funktion  $\gamma(\Omega)$  gesteuert werden.  $\gamma(\Omega)$  ist in Gl. (6.7) definiert und wird entscheidend durch den Materialparameter  $\gamma_\chi$  beeinflusst.

Zur Veranschaulichung der steuerbaren Akkumulation in der HP+GIS wird ein zyklischer undrainierter Triaxialversuch mit einer vorgegebenen Dehnungsspannung von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-4}$  betrachtet. Die Simulationen starten von einem isotropen Spannungszustand mit  $p_0 = 200$  kPa, einer Porenzahl von  $e_0 = 0,8655$  ( $I_{D0} = 0,5$ ). Weiter gilt  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  und  $\Omega_0 = 0$ . Es werden fünf Zyklen simuliert. Abbildung 6.8a zeigt den resultierenden effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm für Simulationen mit der HP, der HP+IS und der



**Abbildung 6.8:** Undrinierte zyklische Triaxialversuche mit einer vorgegebenen Dehnungssamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-4}$  an KFS simuiert mit der HP, der HP+IS und der HP+GIS: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

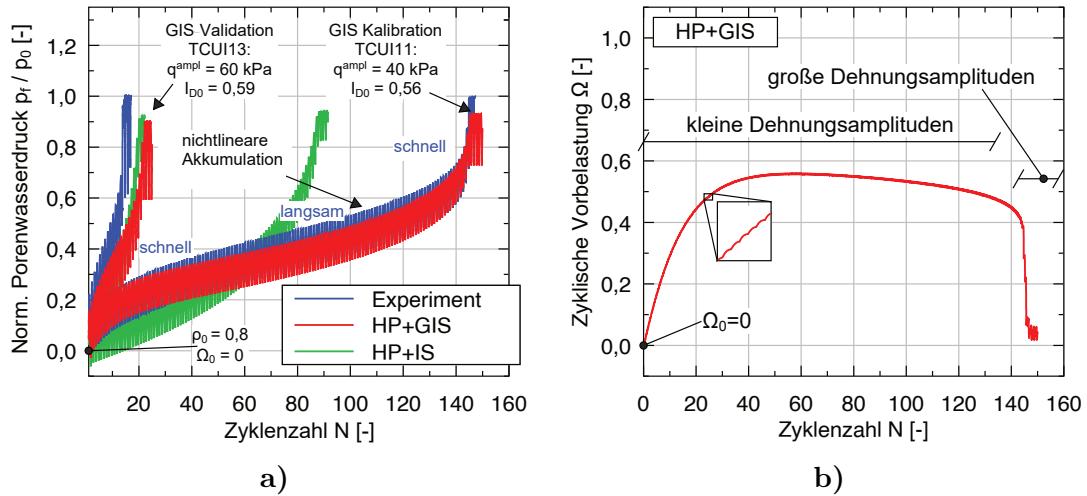
HP+GIS. In letzterem Fall werden zwei verschiedene Werte des Parameters  $\gamma_x$  verwendet ( $\gamma_x = 1,5$  und  $\gamma_x = 2,0$ ). Die resultierenden Spannungs-Dehnungs-Kurven sind in Abbildung 6.8b dargestellt.

Erneut ist die übermäßige Akkumulation (Ratcheting) der HP zu erkennen. Die HP+IS führt hingegen zu einer realistischeren Akkumulation und zu hysteretischen Spannungs-Dehnungs-Kurven mit erhöhter Steifigkeit unmittelbar nach einer Belastungsrichtungs-umkehr. Die Akkumulationsrate in der HP+IS kann jedoch nicht kontrolliert werden. Die HP+GIS zeigt sehr ähnliche Simulationsergebnisse wie die HP+IS, allerdings können die Akkumulationseffekte durch Anpassung des Materialparameters  $\gamma_x$  direkt beeinflusst werden, siehe Abbildung 6.8a. Größere Werte von  $\gamma_x$  führen zu geringeren Akkumulationseffekten.

#### 6.4.4 Einfluss einer zyklischen Vorbelastung

Akkumulative Effekte im Boden aufgrund zyklischer Belastung sind bezüglich der Anzahl der Belastungszyklen  $N$  stark nichtlinear. Dieser Effekt der zyklischen Vorbelastung ist beispielsweise in den bekannten S-förmigen Kurven der Porenwasserdruckakkumulation in undrinierten Triaxialversuchen mit Spannungszyklen zu beobachten [30, 31, 194] und wird im GIS-Konzept durch die zusätzliche skalare Zustandsvariable  $\Omega$  berücksichtigt, siehe Gl. (6.7) bis Gl. (6.9).

Um den Effekt von  $\Omega$  zu demonstrieren, werden zwei zyklische undrinierte Triaxialversuche an mitteldichten KFS-Proben (TCUI11 und TCUI13 aus [194]) mit jeweils  $p_0 = 200$  kPa,  $q_0 = 0$  und  $0,842 \leq e_0 \leq 0,832$  ( $0,56 \leq I_{D0} \leq 0,59$ ) betrachtet. Die

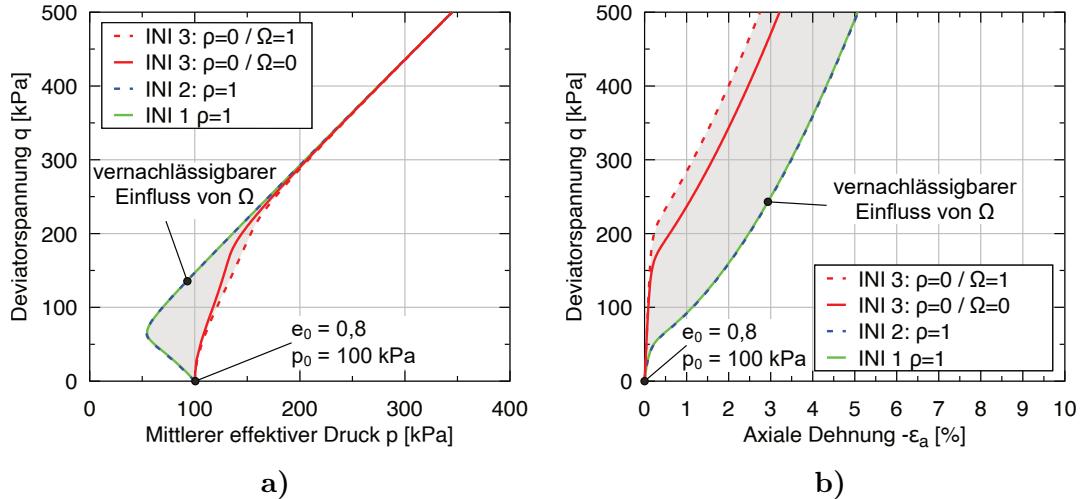


**Abbildung 6.9:** Experimentelle Daten (TCUI11 und TCUI13 [194]) und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS undrainierter zyklischer Triaxialversuche an mitteldichten KFS-Proben mit vorgegebener Spannungsamplitude ( $40 \text{ kPa} \leq q^{\text{ampl}} \leq 60 \text{ kPa}$ ): a) Akkumulation des normalisierten Porenwasserdrucks  $p_f / p_0$  und b) Entwicklung der Zustandsvariable  $\Omega$  mit der Anzahl der Zyklen  $N$

beiden Versuche unterscheiden sich in der aufgebrachten Deviatorspannungsamplitude von  $q^{\text{ampl}} = 40 \text{ kPa}$  (TCUI11) bzw.  $q^{\text{ampl}} = 60 \text{ kPa}$  (TCUI13), wodurch die Anzahl der aufgebrachten Zyklen bis zum erstmaligen Erreichen der Bodenverflüssigung ( $p = 0$ ) stark abweicht. Während sich letztere beim Versuch TCUI13 bereits nach 15 Zyklen einstellt, verflüssigt der Versuch TCUI11 erst nach 146 Zyklen.

Beide Versuche wurden sowohl mit der HP+IS als auch mit der HP+GIS modelliert, wobei eine intergranulare Dehnung von  $h_0 = -0,8 R/\sqrt{3}\delta$  und  $\Omega_0 = 0$  initialisiert wurde. Die entsprechende Entwicklung des normalisierten Porenwasserdrucks in Abhängigkeit von der Anzahl der aufgebrachten Zyklen in den Experimenten sowie den Simulationen ist in Abbildung 6.9a dargestellt. Sowohl die HP+IS als auch die HP+GIS zeigen bei geringerer Spannungsamplitude bis zum Erreichen der Bodenverflüssigung eine höhere Zyklenzahl. Allerdings ist die Akkumulationsrate als Funktion der Zyklenzahl in den Simulationen mit der HP+IS nahezu konstant, sodass die ausgeprägt nichtlineare Akkumulation im Versuch mit der kleinen Spannungsamplitude weder qualitativ noch quantitativ reproduziert werden kann.

Im Gegensatz dazu zeigt die Berechnung mit der HP+GIS einschließlich der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  die erwartete und experimentell beobachtete S-förmige Kurve der Porenwasserdruckakkumulation. Die Variation der Akkumulationsrate in der HP+GIS ist primär auf die Zustandsvariable  $\Omega$  zurückzuführen. Ihre Entwicklung ist in Abbildung 6.9b dargestellt. Je geringer  $\Omega$  ist, desto schneller verläuft die Akkumulation.  $\Omega$  ist aufgrund der entsprechenden Initialisierung zu Beginn der Simulation und aufgrund der großen Dehnungssamplituden am Ende der Simulation klein, was unter anderem zu einer schnelleren Akkumulation führt. Dazwischen kommt es aufgrund kleiner Dehnungssamplituden zu einem Aufbau von  $\Omega$ , wodurch sich die Akkumulationsrate reduziert.



**Abbildung 6.10:** Einfluss der Initialisierung der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}_0$  und der zyklischen Vorbelastungsvariable  $\Omega_0$  in der HP+GIS auf einen monotonen undrainierten Triaxialversuch: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Spannungs-Dehnungs-Pfad im  $q\epsilon_a$ -Diagramm

#### 6.4.5 Initialisierung der Zustandsvariablen im GIS-Konzept

Der Einfluss der Initialisierung der intergranularen Dehnung in der HP+IS wurde in Abschnitt 3.6.1 diskutiert. In Analogie wird nun der ganz ähnliche Einfluss der Initialisierung von  $\mathbf{h}$  und  $\Omega$  in der HP+GIS betrachtet. Es wird der gleiche undrainierte monotone Triaxialversuch ( $p_0 = 100$  kPa und  $e_0 = 0,8$  ( $I_{D0} = 0,67$ )) an KFS aus Abschnitt 3.6.1 mit den Initialisierungen **INI1** ( $\mathbf{h} = -R/\sqrt{3}\delta$ ), **INI2** ( $h_v = -R$ ) und **INI3** ( $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ ) simuliert. Für jeden dieser Fälle wird sowohl  $\Omega_0 = 0$  als auch  $\Omega_0 = 1$  betrachtet. Der resultierende effektive Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm ist in Abbildung 6.10a und die resultierende Spannungs-Dehnungs-Kurve im  $q\epsilon_a$ -Diagramm ist in Abbildung 6.10b dargestellt.

Im Falle von **INI1** und **INI2** ist die intergranulare Dehnung jeweils vollständig mobilisiert ( $\rho = 1$ ). Die folgende undrainierte Scherung entspricht einer Belastungsrichtungsumkehr von 90 bzw. 35 Grad. Infolgedessen gilt zu Beginn der Simulation unter anderem aufgrund des Parameters  $m_T = 1,1$  des KFS aus Tabelle 6.1  $k \approx 1$ , und die HP+GIS verhält sich nahezu identisch wie das Basismodell der HP. Es zeigt sich eine starke Relaxation des mittleren effektiven Drucks zu Beginn der Simulation. Aufgrund von  $k \approx 1$  hat die Initialisierung der zyklischen Vorbelastung  $\Omega_0$  praktisch keinen Einfluss auf diese Simulationsergebnisse.

Für den Fall von **INI3** mit  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  gilt hingegen zu Beginn der Simulation  $k = m_R$ , wodurch das Modell eine erhöhte Steifigkeit und reduzierte irreversible Verformungen liefert. Dieser Effekt kann zusätzlich durch die Initialisierung der zyklischen Vorbelastung verstärkt werden. Wie auch in der HP+IS ergibt sich ein großer Bereich möglicher Simulationsergebnisse nur durch die Initialisierung von  $\mathbf{h}$  bzw.  $\Omega$ . Es sei auf die Diskussion in Abschnitt 3.6.1 verwiesen.

## 6.5 Kopplung mit der ACST (HP+GIS+ACST)

Wie im vorherigen Abschnitt erläutert, stellt die HP+GIS bereits eine signifikante Weiterentwicklung gegenüber der ursprünglichen HP+IS dar. Allerdings berücksichtigt auch die HP+GIS den Einfluss der anisotropen Mikrostruktur (Fabric) auf das mechanische Verhalten des Bodens nicht. Daher wird die HP+GIS im folgenden Abschnitt mit der anisotropen kritischen Zustandstheorie (engl. anisotropic critical state theory (ACST)) gekoppelt. Das daraus resultierende Modell, die HP+GIS+ACST, wurde bereits in [107] veröffentlicht. Die vollständigen konstitutiven Gleichungen der HP+GIS+ACST ergeben sich aus den vorangegangenen Kapiteln und sind in Anhang A.1 zusammengefasst.

Es zeigt sich, dass eine geringfügige Modifikation von Gl. (5.16) zu

$$e_A = e_{A0} \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^n \right] / k \quad (6.14)$$

zu besseren Simulationsergebnissen führt.

Es ist erwähnenswert, dass sich für die Parameter  $k_1 = k_2 = \lambda = 0$  aus der HP+GIS+ACST direkt die HP+GIS ergibt, da so der Fabric-Einfluss im Stoffmodell deaktiviert ist. Der Einfluss der zyklischen Vorbelastung lässt sich durch  $\chi_0 = \chi_{\max} = 1$  ebenfalls deaktivieren.

Im Folgenden wird die HP+GIS+ACST anhand von Elementsimulationen und deren Vergleich mit Simulationen der HP+IS sowie mit experimentellen Daten analysiert. Der überwiegend verwendete KFS wurde in Abschnitt 3.1 beschrieben. Zusätzlich zum KFS werden auch Simulationen mit dem Fraser River Sand (FRS) durchgeführt. Die zugehörigen Parametersätze sind Tabelle 6.2 zu entnehmen.

In den nachfolgenden Elementsimulationen ist der initiale Spannungszustand  $\sigma_0$  sowie die initiale Porenzahl  $e_0$  entsprechend den experimentell bestimmten Werten gewählt. Zudem wird in den Simulationen für den KFS eine initial teilweise mobilisierte intergranulare Dehnung in isotroper Richtung mit  $h_0 = -0,77 R/\sqrt{3}\delta$  gewählt. Für die Simulationen des FRS wurde hingegen  $h_0 = -0,5 R/\sqrt{3}\delta$  initialisiert. Die Fabric wurde gemäß Gl. (5.7) zu  $F_0 = 0,5$  initialisiert, was mit Initialisierungen aus der Literatur übereinstimmt [41, 42, 80, 142, 209]. Die übrigen Zustandsvariablen wurden zu Null initialisiert ( $\Omega_0 = 0$ ,  $H_0 = 0$ ). Die Zustandsvariablen der HP+IS wurden entsprechend initialisiert.

### 6.5.1 Anisotropie infolge der Sedimentationsrichtung

Das mechanische Verhalten von Sand kann durch die Richtung der Belastung in Bezug auf die Sedimentationsrichtung erheblich beeinflusst werden. Dieser Anisotropieeffekt kann durch einen Winkel  $\alpha$ , welcher als kleinstmöglicher Winkel zwischen der Belastungs- und

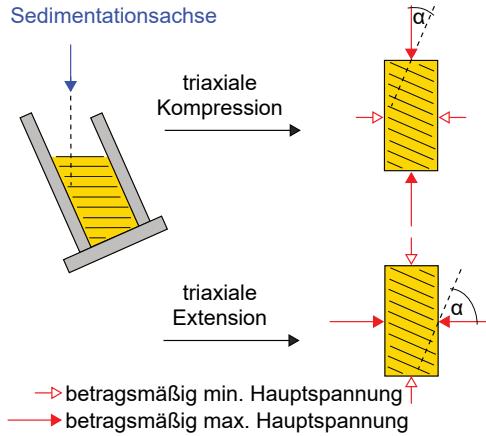
|        |                 | KFS                 |             | FRS         |
|--------|-----------------|---------------------|-------------|-------------|
|        |                 | HP+IS (KFS-Wicht-2) | HP+GIS+ACST | HP+GIS+ACST |
| HP     | $\varphi_c$     | 33,1°               |             | 35°         |
|        | $h_s$           | 4000 MPa            |             | 3000 MPa    |
|        | $n$             | 0,27                |             | 0,33        |
|        | $e_{i0}$        | 1,212               |             | 1,2         |
|        | $e_{c0}$        | 1,054               |             | 1,029       |
|        | $e_{d0}$        | 0,677               |             | 0,69        |
|        | $\alpha$        | 0,14                | 0,17        | 0,4         |
|        | $\beta$         | 2,5                 |             | 1,2         |
| GIS/IS | $R$             | 0,0001              |             | 0,0003      |
|        | $m_R$           | 2,2                 |             | 2,2         |
|        | $m_T$           | 1,1                 |             | 1,1         |
|        | $\beta_R$       | 0,1                 | 0,2         | 0,25        |
|        | $\chi_R$        | 5,5                 |             | 2           |
| GIS    | $\gamma_\chi$   |                     | 2           | 4           |
|        | $\chi_0$        |                     | 1,27        | 1††         |
|        | $\chi_{\max}$   |                     | 3,22        | 1††         |
|        | $C_\Omega$      |                     | 60          | 0††         |
|        | $\gamma_\Omega$ |                     | 1           | 1††         |
| ACST   | $k_1$           |                     | 0,05        | 0,14        |
|        | $k_2$           |                     | 0,4         | 0,6         |
|        | $\mu_0$         |                     | 25          | 500         |
|        | $\lambda$       |                     | 0†          | 0,38        |
|        | $m$             |                     | 15          | 17          |
|        | $\alpha_D$      |                     | 0,3         | 0           |
|        | $c_r$           |                     | 1†††        | 1†††        |

† anisotrope Festigkeit deaktiviert

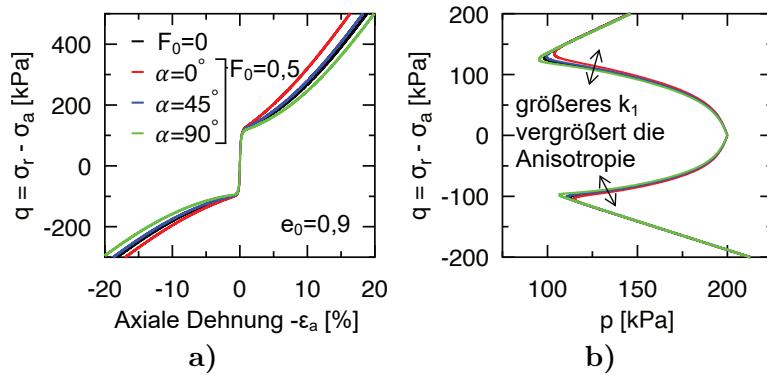
†† zyklische Vorbelastung deaktiviert

††† Abbau der Dilatanzgeschichte nicht kalibriert

**Tabelle 6.2:** Parametersätze der Stoffmodelle HP+IS und HP+GIS+ACST für Karlsruhe Feinsand (KFS) und für Fraser River Sand (FRS)



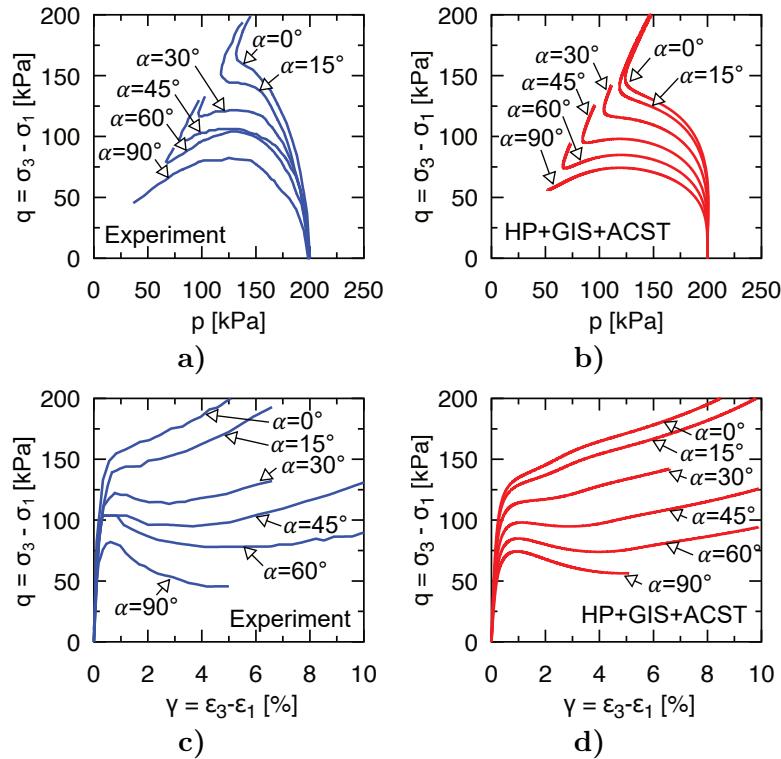
**Abbildung 6.11:** Definition des Winkels  $\alpha$  (kleinstmöglicher Winkel zwischen der Sedimentationsrichtung und der/einer Richtung der betragsmäßig maximalen Hauptspannung)



**Abbildung 6.12:** Einfluss des Winkels  $\alpha$  auf monotone undrinierte Triaxialversuche an KFS in Simulationen mittels der HP+GIS+ACST ( $p_0 = 200$  kPa,  $q = 0$ ,  $e_0 = 0, 9$ ): a) Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\epsilon_a$  und b) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm

Sedimentationsrichtung definiert ist, quantifiziert werden. Die Definition von  $\alpha$  ist in Abbildung 6.11 unter axialsymmetrischen Bedingungen visualisiert. Wenn die betragsmäßig maximale Hauptspannung entlang der Sedimentationsachse ausgerichtet ist ( $\alpha = 0^\circ$ ), weist eine Bodenprobe im Allgemeinen eine größere Steifigkeit und Festigkeit auf, da die Hauptspannungsrichtung mit der bevorzugten Ausrichtung der Kontaktnormalen übereinstimmt und senkrecht zur Schichtung steht. Im Gegensatz dazu verhalten sich die Proben weicher und zeigen eine geringere Festigkeit, wenn die Richtung der betragsmäßig maximalen Hauptspannung orthogonal zur Sedimentationsachse (parallel zur Schichtung) mit  $\alpha = 90^\circ$  verläuft [4, 126, 128, 212].

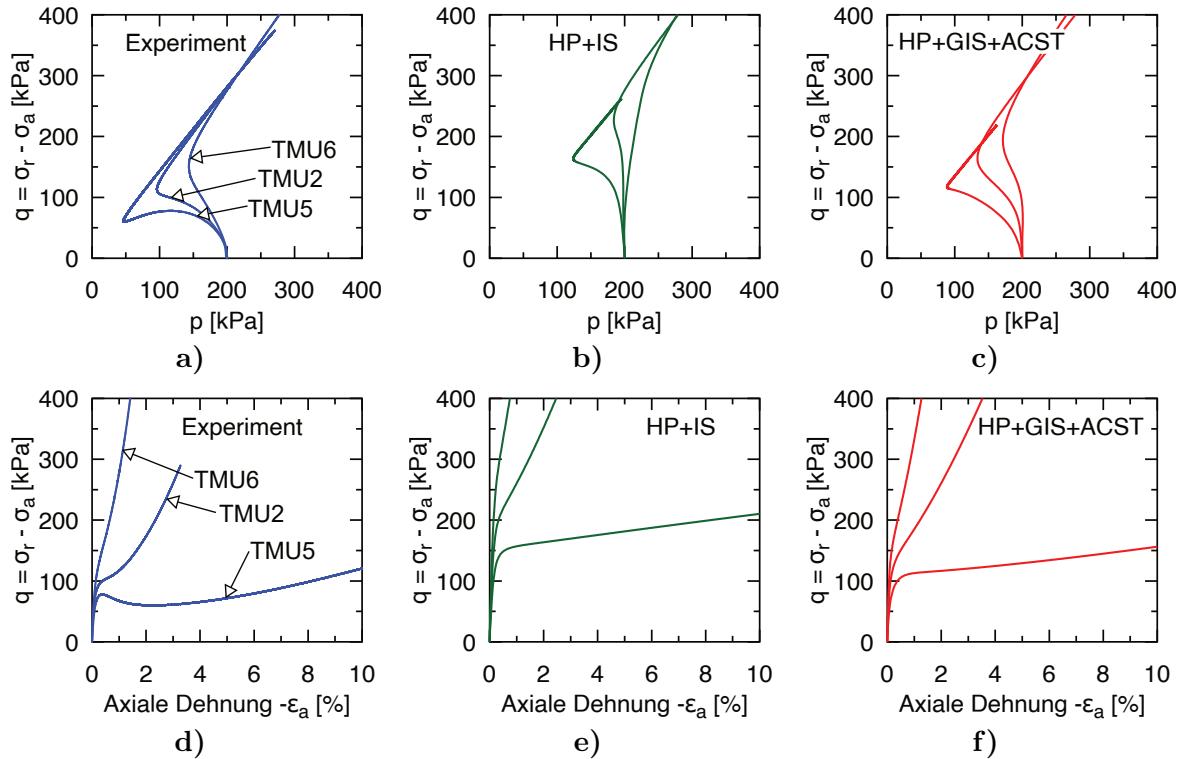
Experimentelle Daten für KFS zeigen, wohl aufgrund der relativ runden Kornform, nur einen geringen Einfluss von  $\alpha$  auf die Versuchsergebnisse [184]. Der Einfluss von  $\alpha$  in der HP+GIS+ACST kann dennoch demonstriert werden. Hierzu werden undrinierte triaxiale Kompressions- und Extensionsversuche mit einem isotropen Anfangsspannungszustand  $p_0 = 200$  kPa und einer initial mitteldichten Probe  $e_0 = 0, 9$  ( $I_{D0} \approx 0, 4$ ) unter Variation



**Abbildung 6.13:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [171] und Simulationen mit der HP+GIS+ACST undrainierter Hohlzylindertriaxialversuche an FRS mit  $b = 0$  für variierende Winkel  $\alpha$ : a) und b) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und c) und d) Deviatorspannung als Funktion der Scherdehnung  $\gamma$

von  $\alpha$  simuliert. Zusätzlich zu  $F_0 = 0,5$  wurde der Fall  $F_0 = 0$  betrachtet. Abbildung 6.12 zeigt anhand der Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  sowie dem effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm, dass die HP+GIS+ACST qualitativ den beschriebenen Einfluss von  $\alpha$  auf das mechanische Verhalten von Sand bei triaxialer Kompression sowie triaxialer Extension reproduziert, wenngleich die Effekte, wie von [184] gezeigt, für KFS gering sind. Bei größeren Werten von  $\alpha$  verhält sich die Probe weicher und kontraktanter. Die Anisotropie kann durch einen erhöhten Wert des Parameters  $k_1$  verstärkt werden. Der Einfluss von  $\alpha$  verschwindet bei einer isotropen initialen Fabric  $F_0 = 0$ .

Ein viel stärkerer Einfluss des Winkels  $\alpha$  wurde experimentell in undrainierten Hohlzylindertriaxialversuchen an Fraser River Sand (FRS) von Uthayakumar et al. [171] dokumentiert. Abbildung 6.13 zeigt die Deviatorspannung  $q = \sigma_3 - \sigma_1$  als Funktion des mittleren effektiven Drucks  $p$  und der Scherdehnung  $\gamma = \varepsilon_3 - \varepsilon_1$  für Tests mit  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,3$  und einem konstanten Wert des Parameters  $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) = 0$  (Lode-Winkel  $\theta = 0^\circ$ ) für verschiedene Winkel  $\alpha$ . Die Versuche wurden bereits in Abbildung 3.7 gezeigt. Dabei bezeichnen  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ,  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_3$  Hauptspannungen bzw. Hauptdehnungen. Das ausgeprägte anisotrope Verhalten der Probe ist deutlich zu erkennen. Je größer  $\alpha$ , desto kontraktanter verhält sich der Boden. Die Simulationen mit der HP+GIS+ACST, die ebenfalls in Abbildung 6.13 dargestellt sind, können die experimentellen Ergebnisse

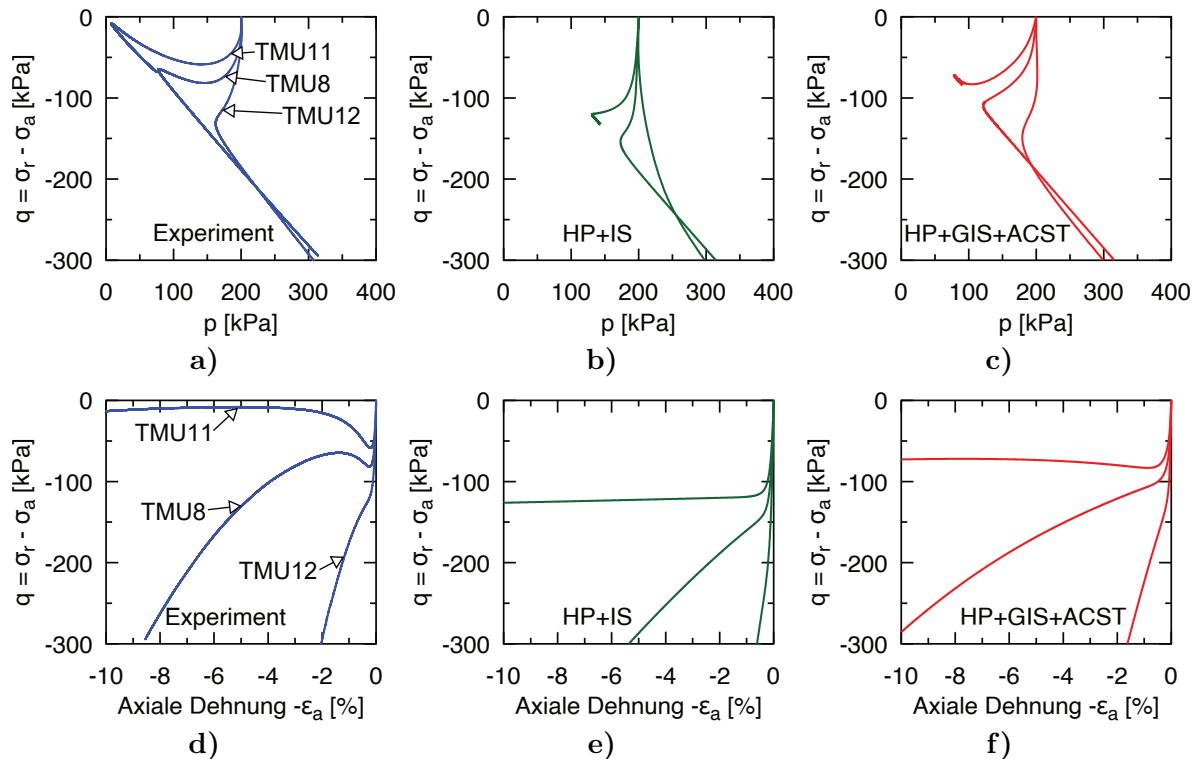


**Abbildung 6.14:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [194] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST für monotone undrinierte Triaxialversuche (Kompression) unterschiedlicher Dichten an KFS (TMU2:  $I_{D0} = 0,64$ ; TMU5:  $I_{D0} = 0,29$ ; TMU6:  $I_{D0} = 0,87$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

gut reproduzieren und erfassen das diskutierte anisotrope Verhalten bezüglich der Sedimentationsrichtung zufriedenstellend. Vergleichsberechnungen mit der HP+IS können den Effekt von  $\alpha$  aufgrund des fehlenden Fabric-Tensors nicht reproduzieren. Daher wird auf deren Darstellung verzichtet.

### 6.5.2 Monotone undrinierte Triaxialversuche

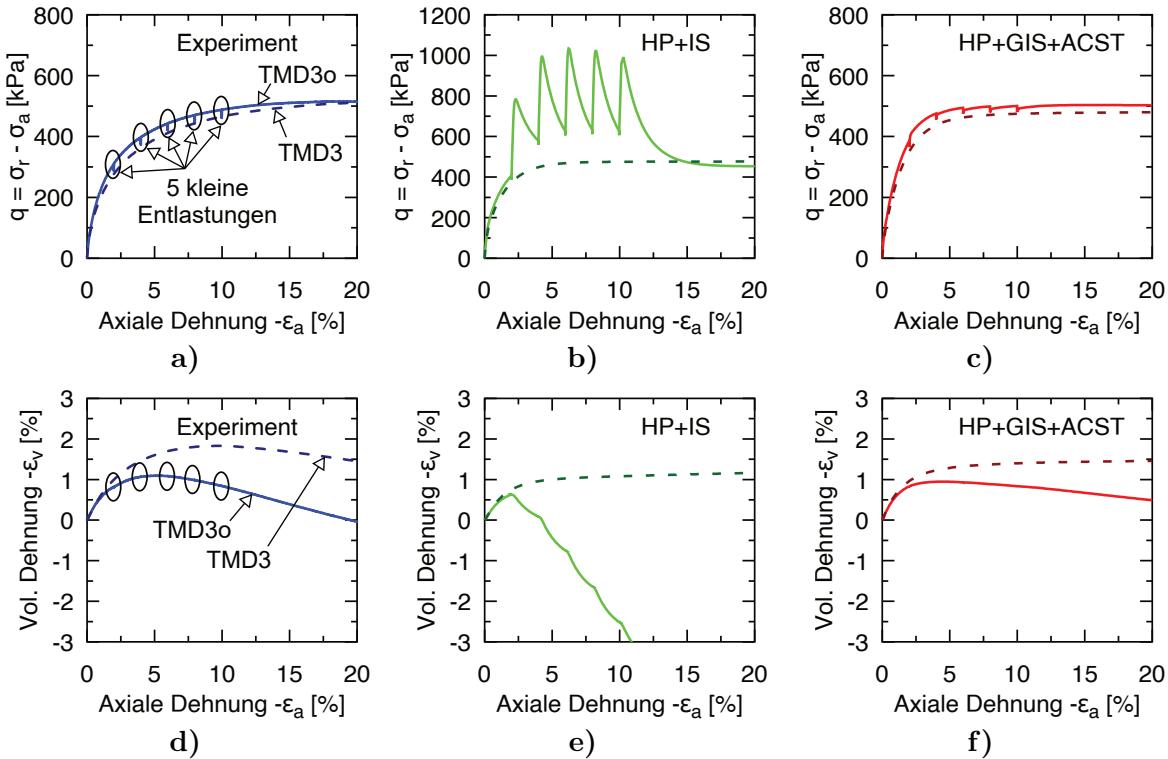
Monotone undrinierte Triaxialversuche an KFS mit einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 200$  kPa und unterschiedlichen Dichten sind in Abbildung 6.14 für eine triaxiale Kompression und in Abbildung 6.15 für eine triaxiale Extension gezeigt. Dabei wird jeweils die Deviatorspannung  $q = \sigma_r - \sigma_a$  als Funktion des mittleren effektiven Drucks  $p$  und der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  betrachtet. Die Versuchsdaten aus [194] zeigen eine ausgeprägte Dichteabhängigkeit. Lockere Proben verhalten sich weicher und kontraktanter als dichte Proben. Außerdem zeigen die Proben bei einer triaxialen Extension im Allgemeinen bei der vorliegenden Probenpräparationsmethode ein kontraktanteres und weicheres Verhalten als bei einer triaxialen Kompression.



**Abbildung 6.15:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [194] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST für monotone undrinierte Triaxialversuche (Extension) unterschiedlicher Dichten an KFS (TMU8:  $I_{D0} = 0,53$ ; TMU11:  $I_{D0} = 0,24$ ; TMU12:  $I_{D0} = 0,94$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Alle sechs monotonen Versuche wurden mit der HP+GIS+ACST nachgerechnet. Zu Vergleichszwecken wurden außerdem Simulationen mit der HP+IS durchgeführt. Die Simulationen zeigen, dass beide Stoffmodelle das Bodenverhalten qualitativ reproduzieren. Die HP+GIS+ACST erfasst die Versuchsergebnisse jedoch qualitativ und quantitativ zutreffender<sup>9</sup>. Das Modell reproduziert das steifere und weniger kontraktante Verhalten dichter Proben im Vergleich zu lockeren Proben. Die Unterschiede zwischen triaxialer Kompression und Extension werden ebenfalls qualitativ reproduziert, wobei sich die Proben infolge einer triaxialen Extension kontraktanter verhalten. Dieser Unterschied lässt sich hauptsächlich auf die im Modell enthaltene ACST in Kombination mit der Initialisierung des Fabric-Tensors gemäß Gl. (5.7) zurückführen. Zu Beginn einer triaxialen Kompression gilt bei der gewählten Initialisierung des Tensors  $\mathbf{F}$  für die Anisotropievariable  $A > 1$ , während zu Beginn einer triaxialen Extension  $A < 1$  gilt, was im letzteren Fall zu einem kontraktanteren Verhalten führt. Die HP+IS kann den Unterschied zwischen Extension und Kompression nur bedingt reproduzieren. Quantitativ wird jedoch auch mit der HP+GIS+ACST der Abbau der mittleren effektiven Spannungen infolge einer triaxialen

<sup>9</sup>Mittels einer anderen Initialisierung der intergranularen Dehnung könnten die HP+IS Simulationen eventuell näher an die experimentellen Ergebnisse angepasst werden, es sei auf die Diskussion zur Initialisierung der intergranularen Dehnung in Abschnitt 3.6.1 hingewiesen.



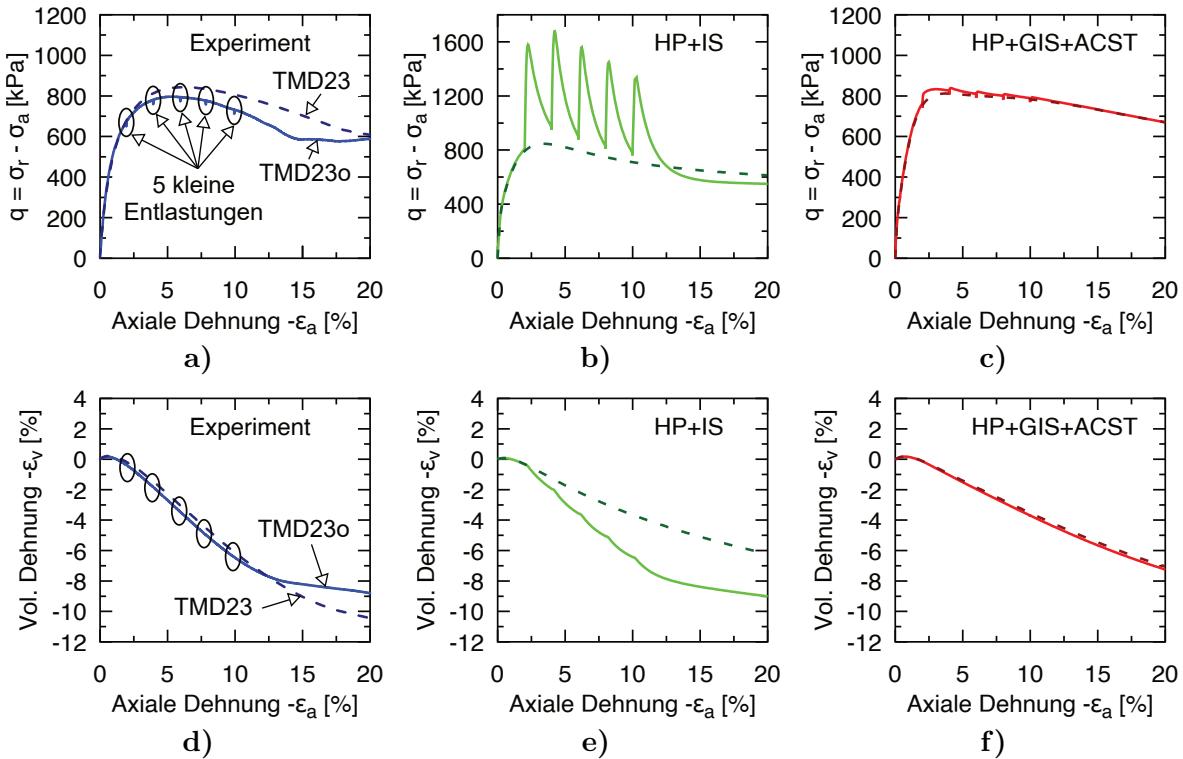
**Abbildung 6.16:** Vergleich zwischen experimentellen Daten und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST für drainierte Triaxialversuche an lockeren Proben an KFS (TMD3:  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,21$  [194] und TMD3o:  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,33$ ): a) bis c) Deviatorspannung  $q$  und d) bis e) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Extension unterschätzt.

### 6.5.3 Monotone drainierte Triaxialversuche

Ergebnisse für monotone drainierte triaxiale Kompressionsversuche an KFS sind für initial lockere Proben in Abbildung 6.16 und für initial dichten Proben in Abbildung 6.17 dargestellt. Der anfängliche Spannungszustand ist isotrop mit  $p_0 = 200$  kPa. Neben den rein monotonen Versuchen aus [194] (TMD3 und TMD23) wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit für jede Dichte jeweils ein weiterer Versuch (TMD3o und TMD23o) durchgeführt, bei dem die monotone Verformung durch fünf kleine Ent- und Wiederbelastungsschritte unterbrochen wurde.<sup>10</sup> Die drainierten Entlastungen von  $\Delta q = 20$  kPa wurden jeweils nach einer axialen Dehnung von  $-2\%$ ,  $-4\%$ ,  $-6\%$ ,  $-8\%$  und  $-10\%$  aufgebracht. Abbildung 6.16 und Abbildung 6.17 zeigen die Deviatorspannung  $q$  sowie die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ .

<sup>10</sup>Die Versuchsrandbedingungen entsprechen den monotonen Versuchen aus Abschnitt 3.5 und denen der monotonen Versuche.

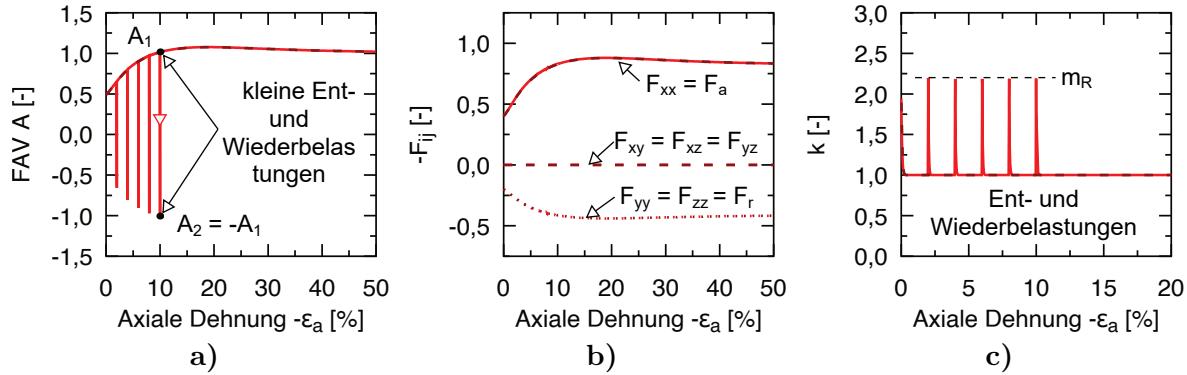


**Abbildung 6.17:** Vergleich zwischen experimentellen Daten und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST für drainierte Triaxialversuche an dichten Proben an KFS (TMD23:  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,92$  [194] und TMD23o:  $p_0 = 200$  kPa,  $I_{D0} = 0,93$ ): a) bis c) Deviatorspannung  $q$  und d) bis e) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_v$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Die lockere Probe (TMD3) zeigt, wie zu erwarten, keine Peak-Festigkeit und tendiert zur asymptotischen Deviatorspannung. Dabei stellt sich ein leicht kontraktantes volumetrisches Verhalten ein, siehe Abbildung 6.16. Die dichte Probe (TMD23) hingegen erreicht zunächst eine maximale Deviatorspannung (Peak-Festigkeit), bevor die Deviatorspannung ebenfalls zu einem asymptotischen Wert tendiert. Nach initialer Kontraktanz stellt sich eine ausgeprägte Volumenvergrößerung (Dilatanz) ein, siehe Abbildung 6.17. Die dichte Probe verhält sich im Vergleich zur lockeren auch deutlich steifer. Die beiden Versuche mit den zusätzlichen fünf kleinen Entlastungen (TMD3o und TMD23o) liefern nahezu identische Versuchsdaten wie die Versuche mit rein monotoner Verformung. Die erkennbaren geringen Unterschiede lassen sich primär auf die unterschiedlichen Anfangsdichten zurückführen.

Die Nachrechnung mit beiden Stoffmodellen liefert für die rein monotonen Versuche vergleichbare Ergebnisse. In beiden Fällen wird die Dilatanz der dichten Probe unterschätzt, und die maximale Deviatorspannung tritt bei einer geringeren axialen Dehnung als in den Experimenten auf. Diese Abweichungen lassen sich auf Defizite der jeweils zugrunde gelegten HP zurückführen (vgl. Kapitel 3).

Bei der Nachrechnung der Versuche mit den kleinen Entlastungsstufen ist in den Simulationen mit der HP+IS unabhängig von der Dichte ein signifikanter Einfluss der Ent- und

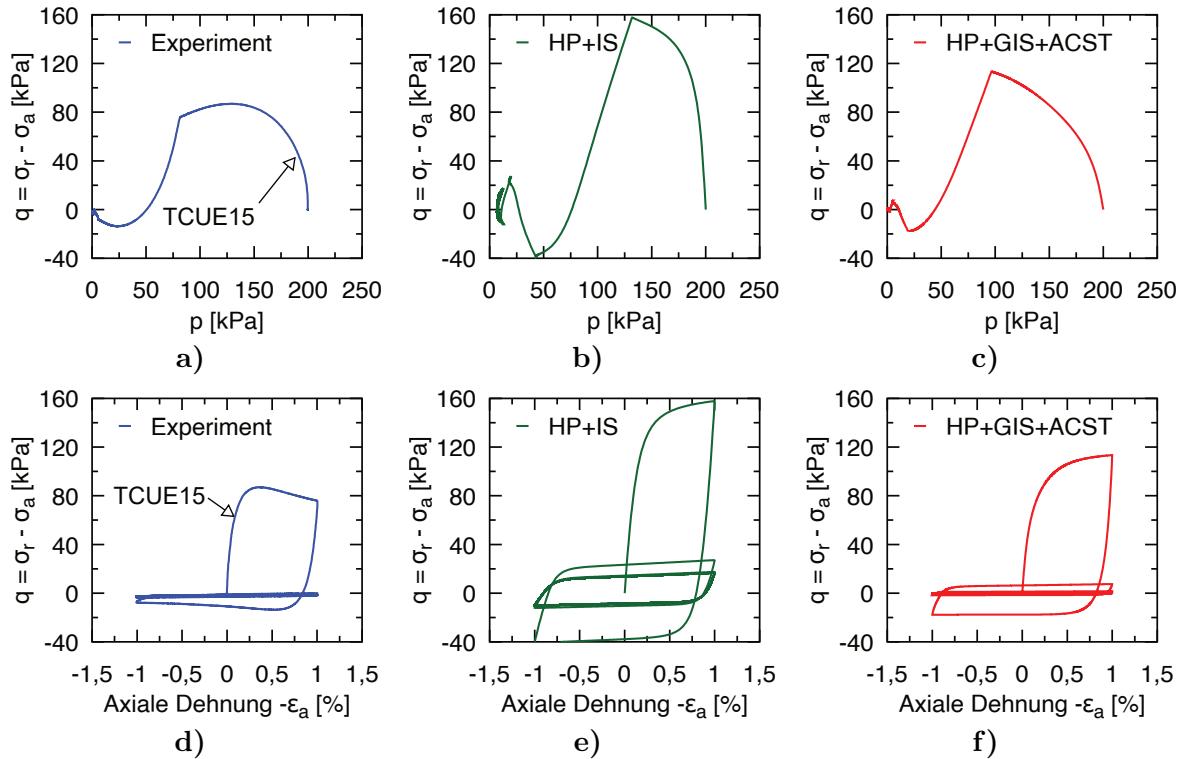


**Abbildung 6.18:** Entwicklung der a) Anisotropievariable (FAV)  $A$ , b) der Komponenten des Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$  und c) des skalaren Faktors  $k$  in den Simulationen des Versuchs TMD23o mit der HP+GIS+ACST aus Abbildung 6.17

Wiederbelastungen zu erkennen. Es tritt das in Abschnitt 3.6.3 diskutierte Overshooting auf, was in diesem Fall zu einer dramatischen Überschätzung der Scherfestigkeit führt. Neben der Auswirkung auf den Spannungs-Dehnungs-Pfad wirkt sich das Overshooting auch auf das volumetrische Verhalten der Probe aus. In den Simulationen mit der HP+IS unter Berücksichtigung der Ent- und Wiederbelastungsstufen ergibt sich demzufolge unabhängig von der initialen Dichte der Probe eine unrealistische Auflockerung, welche, wie in Abschnitt 3.6.4 gezeigt, zu physikalisch unzulässig lockeren Zuständen führen kann.

Wie in Abschnitt 6.4 theoretisch erklärt, löst das GIS-Konzept das Problem des Overshootings der ASBS. Die Simulationen mit der HP+GIS+ACST zeigen entsprechend sowohl bei den lockeren als auch bei den dichten Proben realistische Simulationsergebnisse. Weder das Overshooting noch die unrealistische Auflockerung tritt in der HP+GIS+ACST auf.

Für die Simulation der dichten Probe mit der HP+GIS+ACST unter Berücksichtigung der Ent- und Wiederbelastungen (TMD23o) zeigt Abbildung 6.18 die Anisotropievariable  $A$ , die einzelnen Komponenten des Fabric-Tensors  $F_{ij}$  und den skalaren Faktor  $k$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ . Aufgrund des dichten Bodens zeigt sich ein Peakwert der Anisotropievariablen  $A$  mit  $A > 1$ . Basierend auf der Diskussion in Abschnitt 5.4 wird der Parametersatz so gewählt, dass der Peakwert nicht besonders ausgeprägt ist. Asymptotisch wird der kritische Zustand mit  $A^{\text{asy,crit}} = \|\mathbf{F}^{\text{asy,crit}}\| = 1$  angestrebt. Aufgrund der axialsymmetrischen Verformung und der entsprechenden Initialisierung von  $\mathbf{F}_0$  gilt  $F_a = -2 F_r$  während der gesamten Verformung. Infolge einer  $180^\circ$  Umkehr in der Belastungsrichtung springt die Anisotropievariable von  $A_1$  auf  $A_2 = -A_1$ . Die einzelnen Komponenten der Fabric zeigen jedoch einen kontinuierlichen Verlauf ohne Sprünge. Ebenso weist der Faktor  $k$  Sprünge infolge der Umkehr der Belastungsrichtung auf, obwohl sich die zugehörige Zustandsgröße  $\mathbf{h}$  kontinuierlich entwickelt (nicht dargestellt).

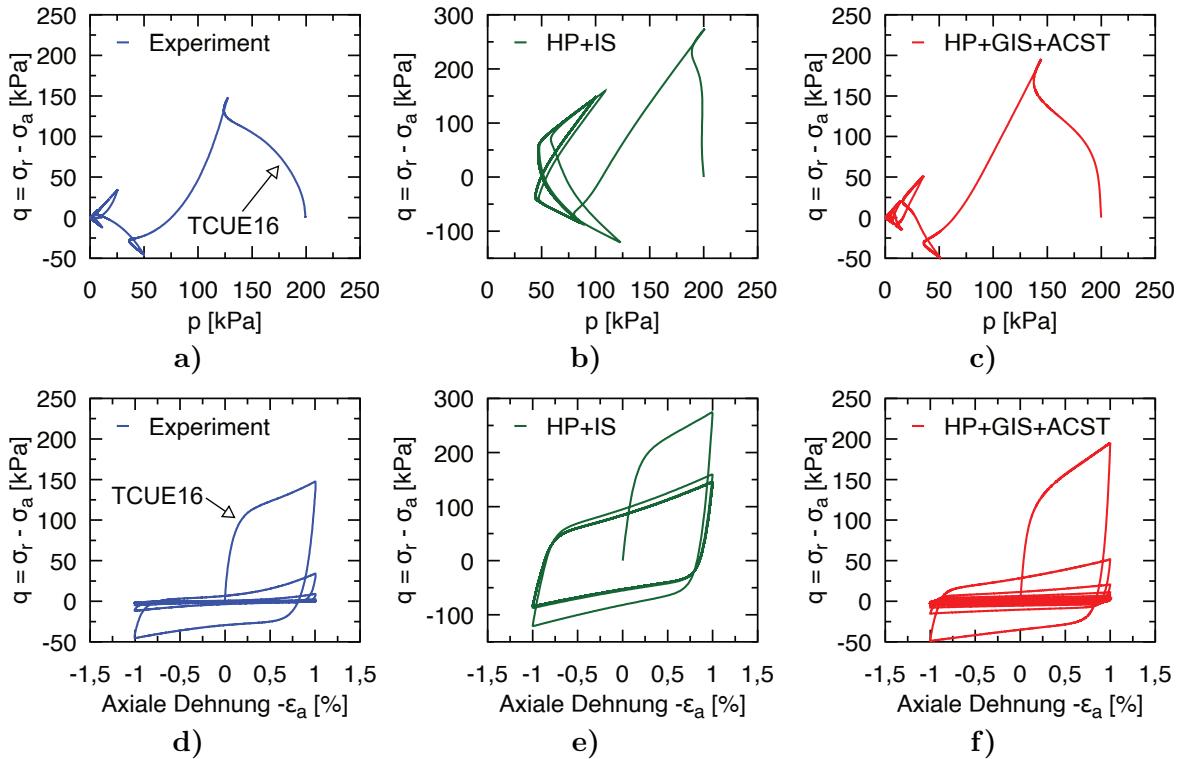


**Abbildung 6.19:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [193] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs an einer lockeren Probe aus KFS (TCUE15:  $I_{D0} = 0,29$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

#### 6.5.4 Zyklische undrainierte Triaxialversuche mit vorgegebener Dehnungsamplitude

Im Folgenden werden zyklische undrainierte Triaxialversuche mit einer vorgegebenen axialen Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 10^{-2}$  betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.19 für eine lockere Probe, in Abbildung 6.20 für eine mitteldichte Probe und in Abbildung 6.21 für eine dichte Probe dargestellt. Alle Versuche beginnen von einem isotropen Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 200$  kPa. Die Abbildungen zeigen den effektiven Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm sowie die Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ .

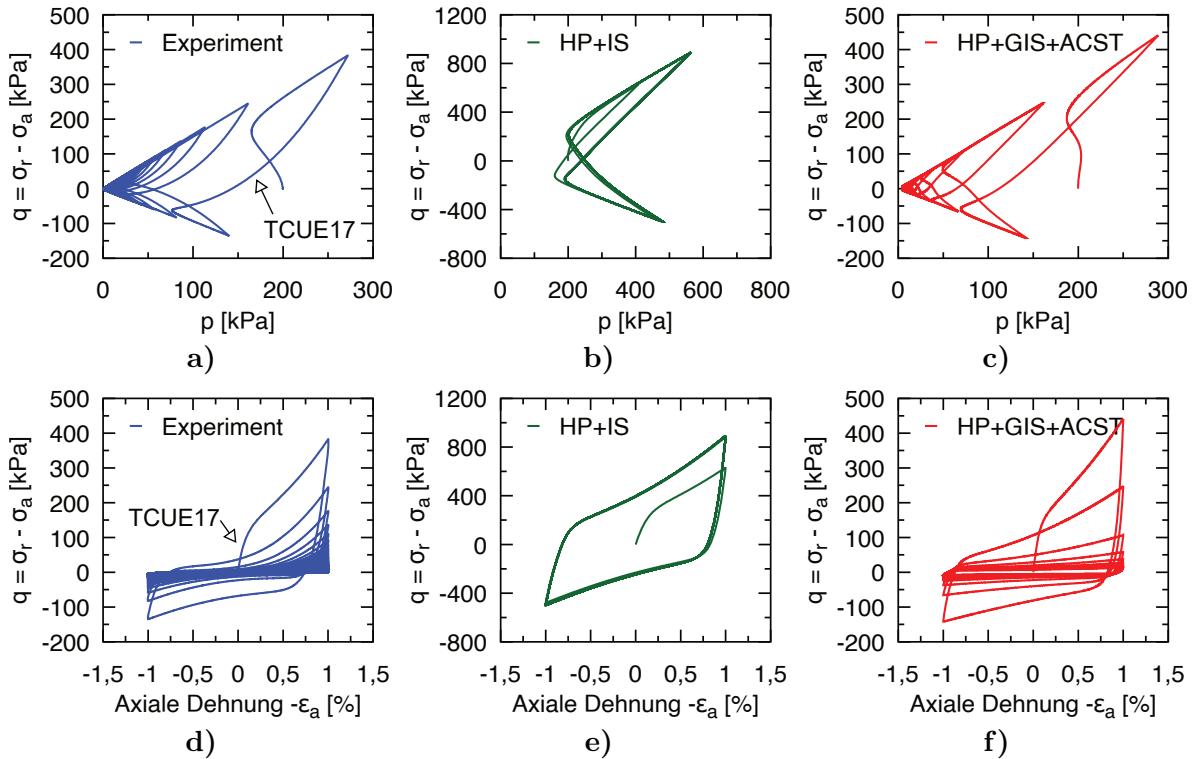
Unabhängig von der Dichte der Probe führt die zyklische Belastung zum Erreichen eines verflüssigten Zustands ( $p = q = 0$ ). Die Dichte hat jedoch einen erheblichen Einfluss auf die Anzahl der Zyklen, die bis zur Verflüssigung erforderlich sind: Je dichter die Probe, desto mehr Zyklen können vor dem Erreichen der Bodenverflüssigung aufgebracht werden. Die maximale Deviatorspannung wird am Ende der ersten Belastungsphase (1/4 Zyklus) erreicht und steigt mit zunehmender Dichte. Mit zunehmender Anzahl von Zyklen nimmt der mittlere effektive Druck ab, was zu einer erheblichen Reduktion der Steifigkeit führt (Barotropie). Alle Proben verlieren daher am Ende vollständig ihre Schubsteifigkeit.



**Abbildung 6.20:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [193] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs an einer mitteldichten Probe aus KFS (TCUE16:  $I_{D0} = 0,66$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Die Nachrechnung des Versuchs an lockerem Sand mit den beiden Stoffmodellen, welche in Abbildung 6.19 dargestellt sind, zeigt qualitativ eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Sowohl mit der HP+IS als auch mit der HP+GIS stellt sich jeweils ein Zustand mit verschwindenden bzw. sehr geringen mittleren effektiven Druck ein. Die HP+IS liefert im Vergleich zur HP+GIS+ACST jedoch quantitativ weniger zutreffende Ergebnisse. Zum einen wird mit der HP+IS die erreichte maximale Deviatorspannung in der ersten Belastungsphase (1/4 Zyklus) überschätzt und zum anderen stellt sich nur bei der Simulation mit der HP+IS ein Zustand mit einem geringen, jedoch keinem vollständig verschwindenden mittleren effektiven Druck ein. Wie in Abbildung 6.19e zu erkennen, erreicht die Modellierung mit der HP+IS daher auch keine vollständig verschwindende Steifigkeit. Die HP+GIS+ACST reproduziert die Versuchsdaten hingegen auch quantitativ zutreffend.

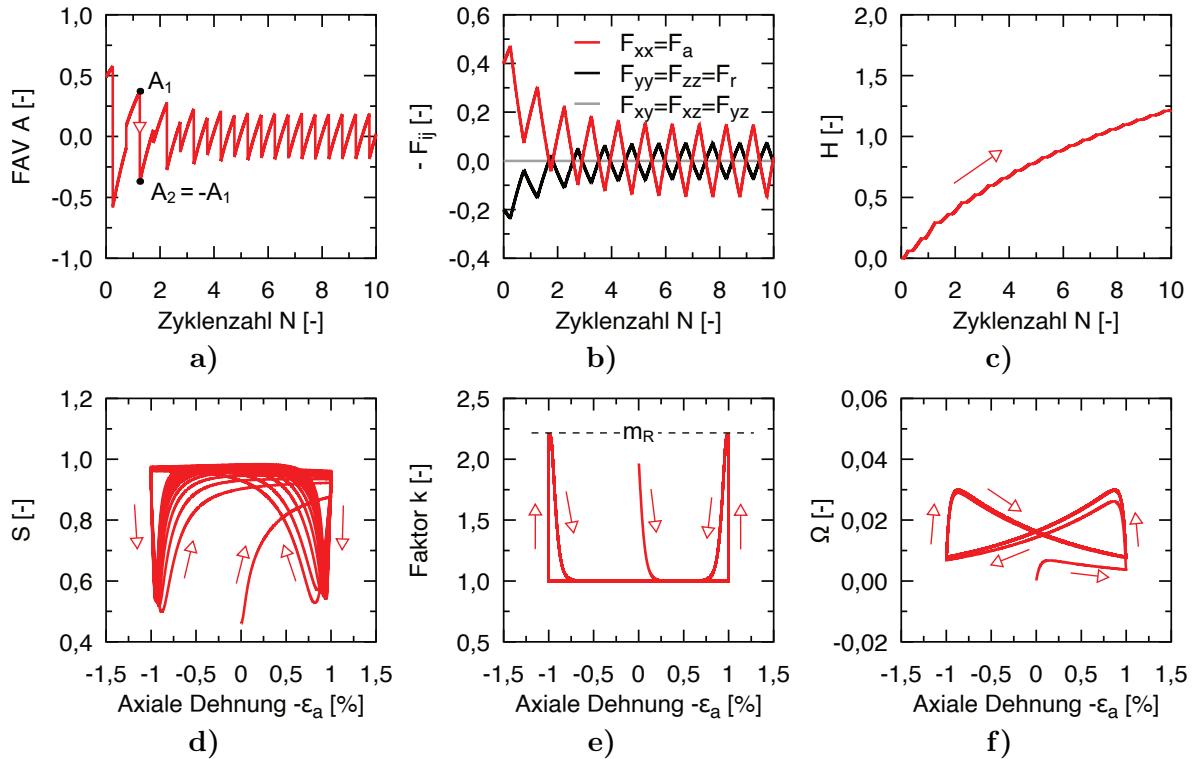
Die genannten Probleme der Simulation mittels der HP+IS verstärken sich, sofern dichtere Proben betrachtet werden, siehe Abbildung 6.20 und Abbildung 6.21. Wie bereits in Abschnitt 3.6.2 diskutiert, reproduziert die HP+IS das Verhalten der dichten Probe infolge zyklischer Verformungen qualitativ nicht zutreffend. Wie in Abbildung 6.21b zu erkennen, erhöht sich der mittlere effektive Druck in der Simulation der dichten Probe infolge der Zyklen sogar. Diese Erhöhung des mittleren effektiven Drucks führt zudem zu der nicht zutreffenden Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in Abbildung 6.21e.



**Abbildung 6.21:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [193] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST eines zyklischen undrainingen Triaxialversuchs an einer dichten Probe aus KFS (TCUE17:  $I_{D0} = 0,94$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Im Gegensatz dazu zeigen die Simulationen mit der HP+GIS+ACST realistische Ergebnisse und eine vollständige Bodenverflüssigung selbst in dichtem Sand, vgl. Abbildung 6.21. Die simulierten Spannungs-Dehnungs-Kurven sind auch mit den experimentellen Ergebnissen vergleichbar. Diese Verbesserung ist primär auf die Kopplung mit der ACST zurückzuführen. Im Allgemeinen können Stoffmodelle, welche einen sich entwickelnden Fabric-Tensor berücksichtigen, die Verflüssigung dichter Böden besser reproduzieren als Modelle ohne einen sich entwickelnden Fabric-Tensor [16, 25, 40, 79, 162].

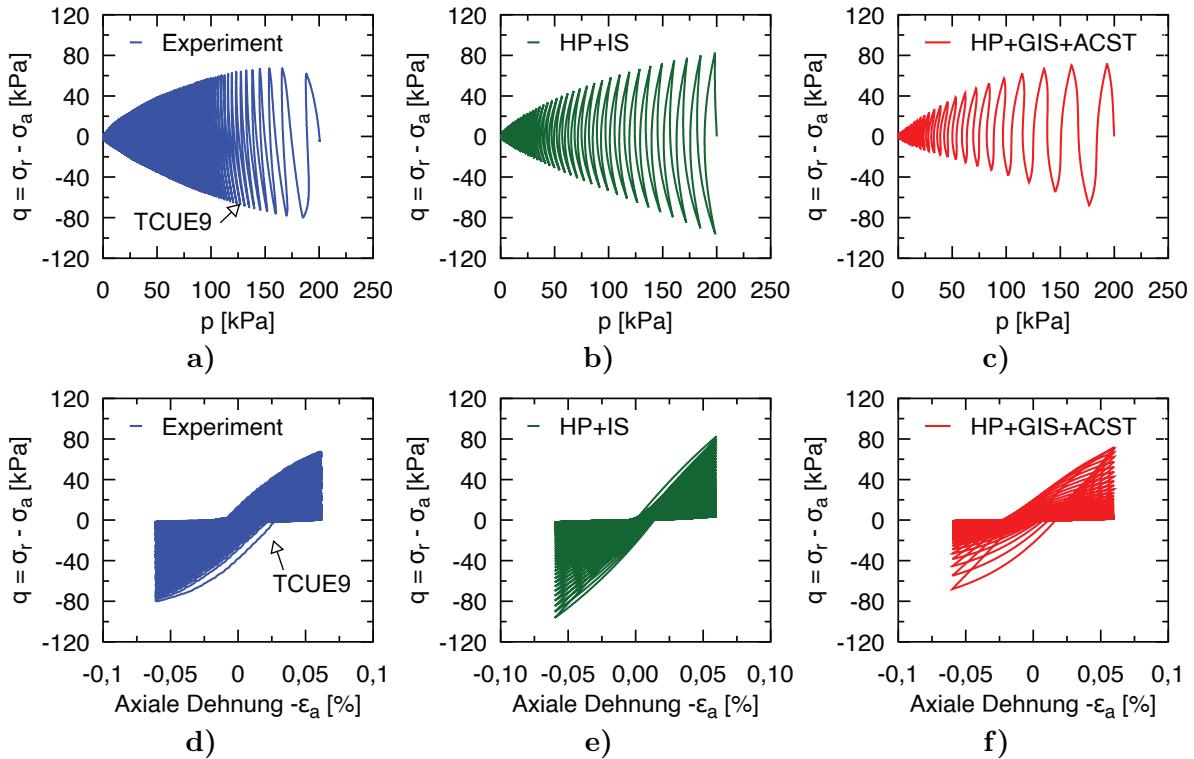
Schließlich zeigt Abbildung 6.22 für die Simulationen der dichten Probe mit der neu eingeführten HP+GIS+ACST aus Abbildung 6.21, die Anisotropievariable  $A$ , die einzelnen Komponenten des Fabric-Tensors  $F_{ij}$  und die Dilatanzgeschichte  $H$  als Funktion der Anzahl der Zyklen  $N$  sowie die Zustandsmobilisierung  $S$ , den skalaren Faktor  $k$  und die zyklische Vorbelastungsvariable  $\Omega$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ . Wie in Abbildung 6.22a gezeigt und bereits zuvor diskutiert, führt jede Umkehr der Belastungsrichtung zu einem Sprung der Anisotropievariablen  $A$ . Nach einer Belastungsrichtungsumkehr wird infolge der Scherung immer ein kritischer Zustand mit  $A^{\text{asy,crit}} = 1$  angestrebt. Nach einigen Zyklen hat sich der Einfluss des initialen Fabric-Tensors abgebaut, wie in Abbildung 6.22b an den Komponenten von  $\mathbf{F}$  zu erkennen ist. Da der dichte Boden in einigen Phasen der Simulation dilatantes Verhalten (Aufbau des effektiven Drucks) aufweist, kommt es zu einem kumulativen Aufbau der Dilatanzgeschichte  $H$ , siehe Abbildung 6.22c.



**Abbildung 6.22:** Entwicklung a) der Anisotropievariable (FAV)  $A$ , b) des Fabric-Tensors  $\mathbf{F}$  und c) der Dilatanzgeschichte  $H$  als Funktion der Anzahl der Zyklen  $N$  und d) der Zustandsmobilitierung  $S$ , e) des skalaren Faktors  $k$  und f) der zyklischen Vorbelastungsvariable  $\Omega$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  in den Simulationen des zyklischen undrainierten Versuchs an einer dichten Probe mit der HP+GIS+ACST aus Abbildung 6.21

Abbildung 6.22d zeigt, dass der Zustand der dichten Probe zu Beginn der Simulation und während der ersten Zyklen innerhalb der ASBS liegt (d.h.  $S < 1$ ). Mit zunehmender Anzahl von Zyklen (reduzierter effektiver Druck bei gleicher Porenzahl) nähert sich der Zustand vor jeder Änderung der Belastungsrichtung der ASBS ( $S \approx 1$ ). Nach einer Umkehrung der Belastungsrichtung nimmt der skalare Faktor  $k$  den Maximalwert  $k = m_R$  an, siehe Abbildung 6.22e. Mit zunehmender Verformung nach der Umkehrung verringert sich der Faktor auf  $k \rightarrow 1$ . Die relativ große Dehnungsamplitude führt nicht zu einer signifikanten Erhöhung der zyklischen Vorbelastungsvariable  $\Omega$ , siehe Abbildung 6.22f. Letztere Zustandsvariable würde für zyklische Verformungen mit kleinen Dehnungsamplituden relevant werden.

In allen bisher gezeigten Simulationen hat die HP+GIS+ACST im Vergleich zu den experimentellen Daten vielversprechende Simulationsergebnisse gezeigt. Abbildung 6.23 zeigt nun jedoch einen zyklischen undrainierten Triaxialversuch an einer dichten Probe mit einer kleineren Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$ . Im Experiment stellt sich die Bodenverflüssigung erst nach einer großen Anzahl von Zyklen ein. Die Akkumulation erfolgt dabei vergleichsweise langsam. Während die HP+IS diese erhöhte Anzahl von Zyklen zumindest qualitativ reproduzieren kann, zeigt die HP+GIS+ACST eine deutlich schnellere Akku-

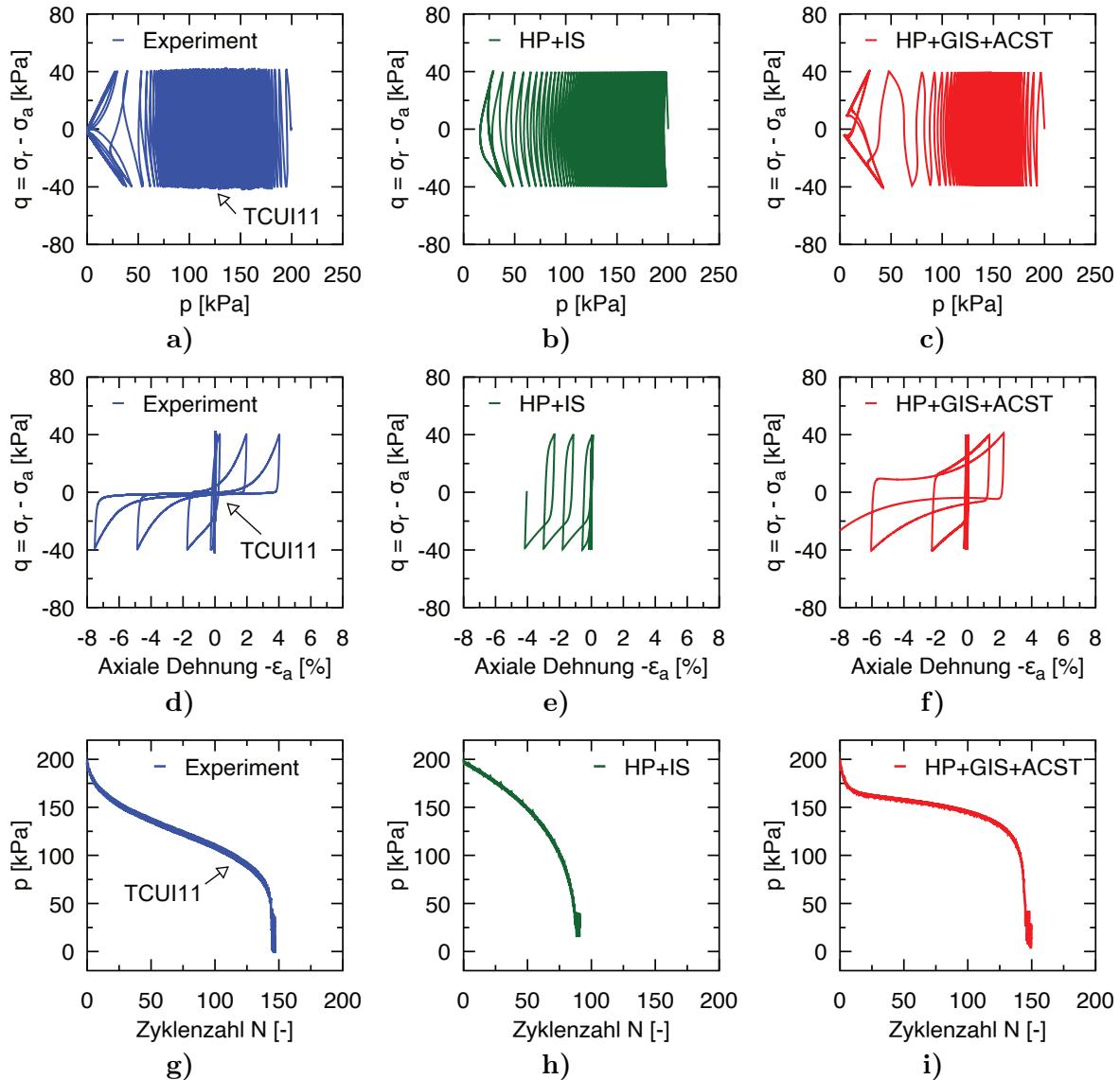


**Abbildung 6.23:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [193] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs an einer Probe aus KFS (TCUE9:  $I_D = 0,67$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und d) bis e) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

mulation als das Experiment und auch als die HP+IS. Die Bodenverflüssigung stellt sich in der Simulation mit der HP+GIS+ACST bereits nach wenigen Zyklen ein. Insbesondere wird die Kontraktanzrate nach jeder Belastungsrichtungsumkehr signifikant überschätzt, was primär auf der ACST in Kombination mit der gewählten Entwicklungsgleichung des Fabric-Tensors zurückzuführen ist.

### 6.5.5 Zyklischer undrainierter Triaxialversuch mit vorgegebener Spannungsamplitude

Nachdem bis hierhin lediglich zyklische Triaxialversuche mit vorgegebenen Dehnungsamplituden betrachtet wurden, zeigt Abbildung 6.24 einen zyklischen undrainierten Triaxialversuch an einer KFS-Probe mit einer vorgegebenen Spannungsamplitude von  $q^{\text{ampl}} = 40$  kPa und einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 200$  kPa mit einer mitteldichten Lagerung. Auch hier wird die Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit vom mittleren effektiven Druck  $p$  und der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  dargestellt. Die Akkumulation infolge der zyklischen Verformung wird zudem anhand des effektiven mittleren Drucks  $p$  in Abhängigkeit von den aufgebrachten Belastungszyklen  $N$  quantifiziert.



**Abbildung 6.24:** Vergleich zwischen experimentellen Daten [194] und Simulationen mit der HP+IS und der HP+GIS+ACST eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs an einer mitteldichten Probe aus KFS (TCUI11:  $I_{D0} = 0,56$ ): a) bis c) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm, d) bis f) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  und g) bis i) Entwicklung des mittleren effektiven Drucks  $p$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$

Der Versuch zeigt eine schnelle Reduktion des mittleren effektiven Drucks innerhalb der ersten Belastungszyklen. Danach reduziert sich die Akkumulationsrate erheblich. Die Akkumulation beschleunigt sich erneut, wenn der mittlere effektive Druck aufgrund der zyklischen undrainierten Verformung deutlich reduziert wurde. Die typische S-förmige Akkumulation in zyklischen undrainierten Versuchen wird sichtbar. Schließlich tritt die sog. zyklische Mobilität auf, bei der ein schmetterlingsförmiger effektiver Spannungspfad erreicht wird. Während der zyklischen Mobilität wird eine momentane Verflüssigung ( $p \approx 0$ ) durchlaufen und die Dehnungsamplitude nimmt von Zyklus zu Zyklus zu. In diesem Zu-

stand tritt in jedem Zyklus eine axiale Dehnung sowohl in Extensions- als auch in Kompressionsrichtung auf. Die Akkumulation der Dehnung stellt sich in Extensionsrichtung ein. Die zyklische Mobilität wurde im betrachteten Versuch nach 145 Zyklen erreicht.

Die HP+IS kann das beschriebene mechanische Verhalten nicht zutreffend reproduzieren. Weder die nichtlineare Akkumulation, die Anzahl der Zyklen bis zur Verflüssigung, der schmetterlingsförmige effektive Spannungspfad, der temporäre Zustand  $p \approx 0$  noch die zunehmende Dehnungsamplitude in Kompressions- und Extensionsrichtung in der Phase der zyklischen Mobilität können mit der HP+IS modelliert werden. Die HP+GIS+ACST vereint hingegen die Vorteile der HP+GIS und der ACST und kann daher die nichtlinearen Akkumulationseffekte, die Anzahl der Zyklen bis zum Erreichen der zyklischen Mobilität und die zyklische Mobilität selbst qualitativ und quantitativ reproduzieren. Darüber hinaus werden die mit der Anzahl der Zyklen zunehmende Dehnungsamplitude und ihre Akkumulation in Extensionsrichtung in der Phase der zyklischen Mobilität ebenfalls von der HP+GIS+ACST erfasst.

## 6.6 Kopplung mit der MHP (MHP+GIS)

Wie im vorherigen Kapitel demonstriert, ist die HP+GIS+ACST zur ganzheitlichen Modellierung des mechanischen Verhaltens von Sand gut geeignet. Die realistische Modellierung des realen Bodenverhaltens ist dabei unter anderem auf die extrahierte ASBS der HP im Rahmen des GIS-Konzeptes zurückzuführen. Wie ausführlich in Kapitel 4 diskutiert, wurde die ASBS für das Basismodell der HP jedoch nur aus den bereits existierenden Gleichungen extrahiert. Sie ist weder in der HP+GIS+ACST noch in der HP+GIS explizit definiert.

Mit der MHP wurde in Abschnitt 4.5 hingegen erstmals ein hypoplastisches Stoffmodell für Sand mit explizit definiertem Tensor  $\mathbf{A}$  vorgestellt. In der MHP wurde hierzu eine neue Kompressionsbeziehung definiert. Stellvertretend für die Kopplung eines hypoplastischen Modells mit explizit definierter ASBS mit dem GIS-Konzept kann die MHP mit der GIS durch die direkte Modifikation der Gl. (4.5) mit dem skalaren Faktor  $k$ , siehe Gl. (6.4), kombiniert werden:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = k f_s \mathbf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - k \left( \frac{f_d}{f_d^{A*}} \right)^{(k\gamma)} \mathbf{A} : \mathbf{d} \parallel \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \parallel . \quad (6.15)$$

Eine Umformung der Gl. (6.15) gemäß Gl. (6.6) wäre ebenfalls möglich. Das Vorgehen hierzu ist in Abschnitt 4.2 gezeigt. Aus der Kombination der Gleichungen aus Abschnitt 4.5, der Gleichungen aus diesem Kapitel und Gl. (6.15) ergibt sich das im Folgenden als MHP+GIS bezeichnete Stoffmodell. Wie die HP+GIS hat auch die MHP+GIS mit der effektiven Spannung  $\boldsymbol{\sigma}$ , der Porenzahl  $e$ , der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$  und der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  insgesamt vier Zustandsvariablen. Alle konstitutiven Beziehungen der MHP+GIS sind in Anhang A.2 kompakt zusammengefasst.

|    | MHP                |                 |                 |                  |                  |                      |                 |                      |                   |
|----|--------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|----------------------|-----------------|----------------------|-------------------|
|    | $\varphi_c$<br>[°] | $e_{i0}$<br>[-] | $e_{c0}$<br>[-] | $e_{d0}$<br>[-]  | $h_s^*$<br>[MPa] | $n^*$<br>[-]         | $\alpha$<br>[-] | $\beta$<br>[-]       |                   |
| ZS | 34                 | 1,027           | 0,893           | 0,520            | 1117,46          | 0,346                | 0,15            | 2,2                  |                   |
|    | IS/GIS             |                 |                 |                  |                  | GIS                  |                 |                      |                   |
|    | $R$<br>[-]         | $m_R$<br>[-]    | $m_T$<br>[-]    | $\beta_R$<br>[-] | $\chi_R$<br>[-]  | $\gamma_\chi$<br>[-] | $\chi_0$<br>[-] | $\chi_{\max}$<br>[-] | $C_\Omega$<br>[-] |
| ZS | $10^{-4}$          | 5               | 2,5             | 0,1              | 4,0              | 1,7                  | 0,8             | 1,5                  | 45                |

**Tabelle 6.3:** Stoffmodellparameter des Zbraslav Sands (ZS) für die gekoppelte MHP+GIS: (oben) Parameter der MHP, (unten links) geteilte Parameter der IS sowie der GIS und (unten rechts) zusätzliche Parameter der GIS zur Berücksichtigung der zyklischen Vorbelastung

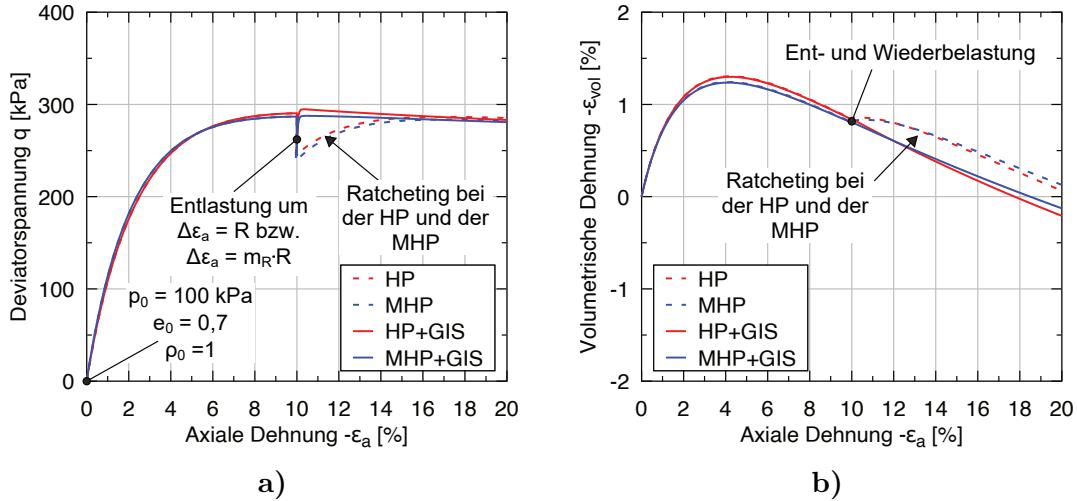
Wie bereits der Vergleich der HP mit der MHP aus Abschnitt 4.6 vermuten lässt, liefert sowohl die MHP+GIS als auch die HP+GIS bei einer entsprechenden Parameterwahl sehr ähnliche Simulationsergebnisse. Letzteres ist anhand der Simulation von drainierten Triaxialversuchen mit einer Entlastungsstufe nach  $-\varepsilon_a = 10\%$  von  $\Delta\varepsilon_a = R$  an mitteldichten ZS ( $e_0 = 0,7$ ,  $p_0 = 100$  kPa und  $\mathbf{h}_0 = -R/\sqrt{3}\boldsymbol{\delta}$ ) mit der MHP+GIS (Parameter aus Tabelle 6.3) und der HP+GIS (Parameter aus Tabelle 6.1) in Abbildung 6.25 gezeigt. Für die Parameterkalibration der MHP ist auf Abschnitt 4.5 und für die der GIS auf Abschnitt 6.3 verwiesen. Zusätzlich enthält Abbildung 6.25 Simulationsergebnisse mit der HP bzw. der MHP ( $m_R = m_T = 1$ ) mit einer Entlastungsstufe von  $\Delta\varepsilon_a = m_R R$ . Hinweise zur Implementierung der MHP und der MHP+GIS sind Anhang B zu entnehmen.

Wie an der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abbildung 6.25a zu erkennen ist, liefert die MHP+GIS sehr vergleichbare Ergebnisse wie die HP+GIS. Beide verhindern das Ratcheting, welches bei den Simulationen mit der HP und der MHP zu erkennen ist. Ein Overshooting tritt aufgrund der konstitutiven Berücksichtigung der ASBS im GIS-Konzept weder in der HP+GIS noch in der MHP+GIS auf. Die sehr ähnlichen Simulationsergebnisse sind auch dem Dehnungspfad in Abbildung 6.25b zu entnehmen.

Die MHP+GIS ist das erste hypoplastische Modell für Sand, welches unter Berücksichtigung der erhöhten Steifigkeit bei kleinen Dehnungen mit dem Tensor  $\mathbf{A}$  geschrieben werden kann. Letzteres ist in Abschnitt 4.5 diskutiert. Neben diesem theoretischen Unterschied zeigen sich jedoch keine weiteren nennenswerte Vorteile der MHP+GIS gegenüber der HP+GIS bzw. der HP+GIS+ACST. Aus diesem Grund wird die MHP+GIS in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

## 6.7 Zusammenfassung

Im vorliegenden Kapitel wurde mit dem GIS-Konzept ein neues Erweiterungsmodell für hypoplastische Stoffmodelle vorgestellt, das die erhöhte Steifigkeit bei kleinen Dehnun-



**Abbildung 6.25:** Simulationen von drainierten Triaxialversuchen mit einer Ent- und Wiederbelastung mittels der MHP+GIS, der HP+GIS, der MHP und der HP eines mitteldichten ZS ( $p_0 = 100$ ,  $e_0 = 0,7$ ,  $\mathbf{h}_0 = -R\boldsymbol{\delta}/\sqrt{3}$  und  $\Omega_0 = 0$ ): a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

gen sowie den Einfluss einer zyklischen Vorbelastung berücksichtigt. Das GIS-Konzept beruht auf dem originalen IS-Ansatz [121] und dem ISI-Konzept [29], behebt jedoch die wichtigsten Defizite dieser Modelle. Letztere wurden in Kapitel 3 ausführlich diskutiert.

Zu den entscheidenden Vorteilen des neuen GIS-Konzepts zählen (1) das verhinderte Overshooting durch die Berücksichtigung der ASBS, (2) eine realistische Simulation von Akkumulationseffekten durch die Einführung einer skalaren Zustandsvariable der zyklischen Vorbelastung und (3) eine allgemeingültige Formulierung, sodass das GIS-Konzept leicht auf viele Stoffmodelle angewandt werden kann.

Bis hierhin wurde das GIS-Konzept lediglich mit dem Basismodell der HP, welches zudem um die ACST erweitert werden kann, und der sehr ähnlichen MHP gekoppelt. Diese Modelle weisen jedoch selbst teils gravierende Defizite auf, siehe Kapitel 3. Um auch letzteren zu begegnen, wird in den folgenden Kapitel mit der Neohypoplastizität (NHP) ein neues und verbessertes hypoelastisches Basismodell eingeführt und ebenfalls mit der GIS gekoppelt.



# Kapitel 7

## Neohypoplastizität

Die Neohypoplastizität (NHP) wurde ab etwa 2016 hauptsächlich von Niemunis am IBF entwickelt, um den in Kapitel 3 beschriebenen Nachteilen der weit verbreiteten HP zu begrennen. Im Rahmen der vorliegenden Dissertation wurde die NHP weiterentwickelt und mit dem in Kapitel 6 eingeführten Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) zur Simulation zyklischer Verformungen verknüpft. Das daraus resultierende Stoffmodell der NHP+GIS bildet das mechanische Verhalten granularer Böden sowohl unter monotoner als auch unter zyklischer Belastung ganzheitlich ab.

In diesem Kapitel wird das Basismodell der NHP detailliert vorgestellt. Teile der Ergebnisse wurden bereits in [101, 106] veröffentlicht.

### 7.1 Über die Neohypoplastizität (NHP)

Frühere Versionen der NHP sind in [81, 117, 118, 120] beschrieben. Dabei ist die NHP jedoch nicht für den/die Nutzer/in, sondern für den engen Kreis der Stoffmodellentwickler/in dargestellt. Zusammen mit dem kontinuierlichen Entwicklungsprozess innerhalb der genannten Veröffentlichungen fehlte es vor der vorliegenden Arbeit an einer nutzbaren Version der NHP.

Der Zustand des Bodens wird in der NHP durch drei Zustandsvariablen beschrieben:

- effektive Cauchy-Spannung  $\sigma$
- Porenzahl<sup>1</sup>  $e$
- tensorielle Strukturvariable (Fabric-Tensor)  $\mathbf{z}$

---

<sup>1</sup>Die Entwicklung der Porenzahl ergibt sich aus der volumetrischen Dehnungsrate, siehe Gl. (2.43).

Für die effektive Spannungsrate  $\dot{\sigma}$  gilt in der NHP

$$\dot{\sigma} = \bar{E} : (\dot{\epsilon} - \mathbf{m}Y\|\dot{\epsilon}\| - \mathbf{m}^zY_z\|\dot{\epsilon}\| - \mathbf{m}^dY_d\|\dot{\epsilon}\|) . \quad (7.1)$$

Die NHP orientiert sich somit an der mathematischen Form der generalisierten Hypoplastizität, siehe Gl. (2.54), welche um zusätzliche Terme<sup>2</sup> erweitert wurde. Die Kernelemente der NHP sind:

- die asymptotisch hyperelastische Steifigkeit  $\bar{E}$ , siehe Abschnitt 7.2 bis 7.4
- die Kompressionsbeziehung nach Bauer [8], siehe Abschnitt 7.5
- der Grad der Nichtlinearität  $Y$ , siehe Abschnitt 7.6
- die äquivalente hypoplastische Fließregel  $\mathbf{m}$ , siehe Abschnitt 7.7
- der zusätzliche Kontraktanzterm  $\mathbf{m}^zY_z\|\dot{\epsilon}\|$  infolge des Einflusses der Strukturvariablen (Fabric)  $z$ , siehe Abschnitt 7.8
- und der zusätzliche Dilatanzterm  $\mathbf{m}^dY_d\|\dot{\epsilon}\|$  zur Vermeidung unphysikalisch dichter Zustände, siehe Abschnitt 7.9

Alle Komponenten von Gl. (7.1) werden im vorliegenden Kapitel ausführlich diskutiert. Die NHP verfolgt das Konzept einer möglichst großen Variabilität, was insgesamt zu 29 Stoffmodellparametern führt. In der Anwendung können die meisten dieser Parameter (18 von 29) jedoch als Stoffmodellkonstanten betrachtet werden. Im Rahmen einer Kalibrierung sind daher nur 11 Stoffmodellparameter zu ermitteln. Das vorliegende Kapitel beschreibt neben den mathematischen Beziehungen auch die Stoffmodellparameter und deren Kalibrierung.

## 7.2 Hyperelastische Steifigkeit

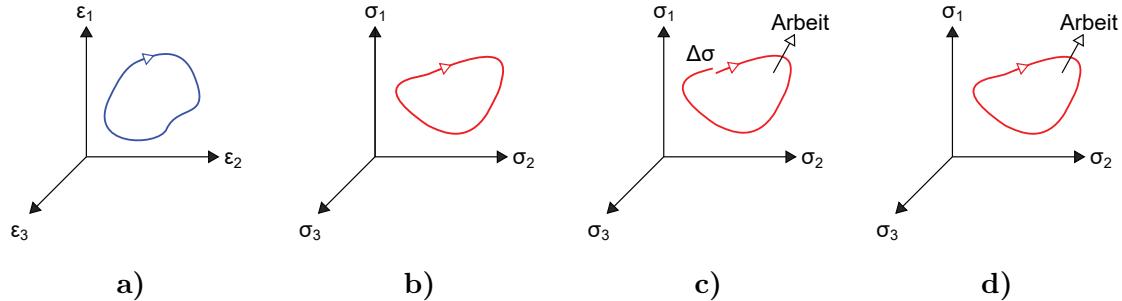
Die NHP basiert auf einer hyperelastischen Steifigkeit. Vor deren Diskussion sei eine kurze Einführung zu allgemeinen Formen der Elastizität gegeben. Basierend auf der Akkumulation von Spannung und/oder Energie infolge geschlossener Dehnungsschleifen, siehe Abbildung 7.1, können drei Formen der Elastizität unterschieden werden [55, 114]: Hypoplastizität, Elastizität und Hyperelastizität.

- Die einzige Bedingung für eine Hypoplastizität, siehe Abbildung 7.1c, ist die inkrementell lineare Beziehung

$$\dot{\sigma}_{ij} = f_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl} = E_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl} . \quad (7.2)$$

---

<sup>2</sup>Diese zusätzlichen Terme entsprechen der Funktion  $\mathbf{f}(\dot{\epsilon}, \boldsymbol{\alpha})$  in Gl. (4.9).



**Abbildung 7.1:** Formen der Elastizität: Eine a) geschlossene Dehnungsschleife führt bei b) einem hyperelastischen Modell zu einer geschlossenen Spannungsschleife mit Energieerhaltung, aber zu einem Perpetuum mobile zweiter Art mit c) geschlossenem Spannungspfad bei einem elastischen Modell und einem c) nicht geschlossenen Spannungspfad bei einem hypoelastischen Modell [114]

Die Steifigkeit  $E(\sigma, \alpha, \dots)$  kann sich dabei in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand ändern. Infolge einer geschlossenen Dehnungsschleife kann sich jedoch im Allgemeinen eine akkumulierte Spannung sowie eine akkumulierte Energie ergeben. Hypoelastische Formulierungen können dabei den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik verletzen, was als Perpetuum mobile zweiter Art bezeichnet wird. Das Problem wurde bereits in Abschnitt 3.4 diskutiert.

- Als Elastizität oder auch Cauchy-Elastizität, siehe Abbildung 7.1d, kann ein Stoffmodell bezeichnet werden, sofern eine Funktion

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(\varepsilon) \quad (7.3)$$

existiert. Inkrementell folgt daraus

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial f_{ij}(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{kl}} \dot{\varepsilon}_{kl} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}, \quad (7.4)$$

wodurch es infolge geschlossener Dehnungszyklen zu keiner akkumulierten Spannung kommen kann. Allerdings besteht auch bei dieser Form der Elastizität die Möglichkeit einer Energieakkumulation, also eines physikalisch unmöglichen Perpetuum mobile zweiter Art.

- Die Hyperelastizität oder Elastizität nach Green, siehe Abbildung 7.1b, kann dagegen als echte Elastizität bezeichnet werden, da sowohl die Energieerhaltung als auch die Spannungserhaltung innerhalb eines geschlossenen Dehnungszyklus gewährleistet ist. In einer Hyperelastizität existiert eine elastische Energiepotentialfunktion  $\psi(\varepsilon)$  und es gilt für die Spannung

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \psi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (7.5)$$

und für die Spannungsrate

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\partial^2 f(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \dot{\varepsilon}_{kl} = \frac{\partial^2 \psi(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \dot{\varepsilon}_{kl} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}. \quad (7.6)$$

### 7.2.1 Hyperelastizität in der NHP

Als theoretischer Grenzfall infolge kleiner zyklischer Verformungen sollte ein Stoffmodell für Boden in einem hyperelastischen Stoffverhalten resultieren. In diesem „elastischen Bereich“ dürfen sich infolge geschlossener Dehnungszyklen keine akkumulierten Spannungen ergeben und das Prinzip der Energieerhaltung darf nicht verletzt sein. Die Relevanz einer hyperelastischen Steifigkeit in Stoffmodellen für Boden ist unter anderem in [45, 56, 115, 120, 145] diskutiert. In der NHP wird daher eine hyperelastische Steifigkeit eingeführt.

Eine hyperelastische Steifigkeit kann sowohl von einer Energiepotentialfunktion  $\psi(\boldsymbol{\varepsilon})$  als Funktion der elastischen Dehnung, siehe Gl. (7.6), als auch von einer komplementären Energiepotentialfunktion  $\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma})$  als Funktion der effektiven Spannung hergeleitet werden. Letzteres geschieht in der NHP. In der Literatur werden verschiedene komplementäre Energiepotentialfunktionen für Boden vorgeschlagen [56, 115, 120, 145]. Die hyperelastische Steifigkeit der NHP wird von einer komplementären Energiepotentialfunktion der Familie

$$\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{\alpha} P_0 c_{\alpha} \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \left( \frac{R}{P_0} \right)^{2-n-\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \mathcal{R} \quad (7.7)$$

mit den isometrischen Invarianten  $P = -\sigma_{ii}/\sqrt{3}$  und  $R = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{P^2 + Q^2}$  und mit dem Referenzdruck  $P_0 = 1$  kPa abgeleitet. Die Normierung mittels des Referenzdrucks  $P_0$  ist für die Dimensionsinvarianz von Gl. (7.7) unerlässlich [45], wird jedoch in der Literatur häufig nicht beachtet [56, 101, 120].

Es zeigt sich, dass bereits eine einfache Form der komplementären Energiepotentialfunktion nach Gl. (7.7) mit nur einem Summanden

$$\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma}) = P_0 c \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \left( \frac{R}{P_0} \right)^{2-n-\alpha} \quad (7.8)$$

das elastische Bodenverhalten gut reproduzieren kann [56, 65, 81, 120]. Aus Gl. (7.8) ergeben sich als Materialparameter  $c$ ,  $n$  und  $\alpha$ . Im Weiteren bezeichnen  $\bar{P} = P/P_0$  und  $\bar{R} = R/P_0$  mit dem Referenzdruck  $P_0$  normalisierte Spannungsgrößen.

Aus einer komplementären Energiepotentialfunktion kann die hyperelastische Nachgiebigkeit  $C$  als zweite partielle Ableitung von  $\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma})$  nach der Spannung bestimmt werden:

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} = C_{ijkl}. \quad (7.9)$$

Für die komplementäre Energiepotentialfunktion nach Gl. (7.8) gilt [45, 120]

$$C_{ijkl} = A\vec{\delta}_{ij}\vec{\delta}_{kl} + B\left(\vec{\delta}_{ij}\vec{\sigma}_{kl} + \vec{\sigma}_{ij}\vec{\delta}_{kl}\right) + C\vec{\sigma}_{ij}\vec{\sigma}_{kl} + DI_{ijkl} \quad (7.10)$$

mit den Faktoren

$$A = \textcolor{blue}{c}(\alpha - 1)\alpha\bar{P}^{\alpha-2}\bar{R}^{2-\textcolor{blue}{n}-\alpha} P_0^{-1}, \quad (7.11)$$

$$B = -\textcolor{blue}{c}\alpha(2 - \textcolor{blue}{n} - \alpha)\bar{P}^{\alpha-1}\bar{R}^{1-\textcolor{blue}{n}-\alpha} P_0^{-1}, \quad (7.12)$$

$$C = \textcolor{blue}{c}(2 - \textcolor{blue}{n} - \alpha)(-\textcolor{blue}{n} - \alpha)\bar{P}^{\alpha}\bar{R}^{-\textcolor{blue}{n}-\alpha} P_0^{-1}, \quad (7.13)$$

$$D = \textcolor{blue}{c}(2 - \textcolor{blue}{n} - \alpha)\bar{P}^{\alpha}\bar{R}^{-\textcolor{blue}{n}-\alpha} P_0^{-1}. \quad (7.14)$$

Durch Invertierung lässt sich die hyperelastische Steifigkeit  $E$  bestimmen:

$$E_{ijkl} = (C_{ijkl})^{-1}. \quad (7.15)$$

Die komplementäre Energiepotentialfunktion nach Gl. (7.8) weist bezüglich der Spannung  $\sigma$  einen Grad der Homogenität von  $2 - n$  auf. Daraus ergibt sich für die hyperelastische Steifigkeit  $E$  einen Homogenitätsgrad bezüglich der Spannung von  $n$  [120].

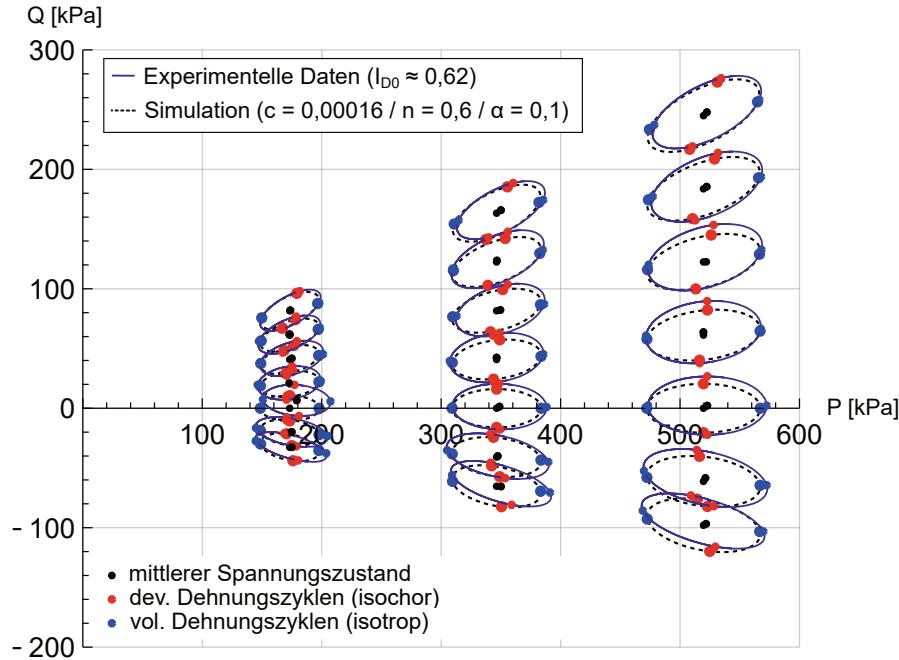
### 7.2.2 Parameter $n$ , $c$ und $\alpha$

Der Materialparameter  $n$  beschreibt die Homogenität der Steifigkeit bezüglich der Spannung. Für Sand sollte circa  $0,5 \leq n \leq 0,7$  gelten [120]. Der Materialparameter  $c$  stellt einen Faktor zur Skalierung der Steifigkeit dar, wobei eine Reduktion von  $c$  letztere erhöht. Der Exponent  $\alpha$  beeinflusst die Rundheit der resultierenden Antwortumhüllenden und kann für einen isotropen Spannungszustand ( $Q = 0$ ) mit der Poissonzahl  $\nu_{\text{iso}}$  korreliert werden [45]:

$$\alpha = \frac{\textcolor{blue}{n}^2\nu_{\text{iso}} + \textcolor{blue}{n}^2 - 5n\nu_{\text{iso}} - 2\textcolor{blue}{n} + 6\nu_{\text{iso}}}{2\nu_{\text{iso}} - 1}. \quad (7.16)$$

Um die Parameter  $n$ ,  $c$  und  $\alpha$  zu bestimmen sind aufwendige Laborversuche erforderlich [65, 81]. Abbildung 7.2 zeigt experimentelle Ergebnisse für Triaxialversuche an mitteldichtem KFS mit lokaler Dehnungsmessung aus [65] in Form von Antwortumhüllenden im  $PQ$ -Diagramm, welche für ein Dehnungssinkrement von  $\|\Delta\epsilon\| = 10^{-4}$  ermittelt wurden<sup>3</sup>. Es ist anzumerken, dass dieses Dehnungssinkrement für ein vollständig reversibles Materialverhalten des Sandes bereits zu groß ist. Ein kleineres Dehnungssinkrement war jedoch nicht realisierbar und die daraus resultierenden irreversiblen Verformungen wurden vernachlässigt. Bei den Versuchen wurden 21 unterschiedliche mittlere Spannungszustände betrachtet. Ausgehend von jedem dieser Zustände wurden Dehnungszyklen in variierender

<sup>3</sup>Streng genommen handelt es sich dabei um pfadebezogene Antwortumhüllenden, da das Bodenverhalten entlang eines Dehnungspfades mit vorgegebener Länge und Richtung mit einem Zustand, der sich während der Verformung entlang dieses Pfades ändert, betrachtet wird.



**Abbildung 7.2:** Experimentell ermittelte Antwortumhüllende an mitteldichtem KFS mittels Triaxialversuchen mit lokaler Dehnungsmessung im  $PQ$ -Diagramm für ein gegebenes Dehnungsinkrement von  $\|\Delta\boldsymbol{\varepsilon}\| = 10^{-4}$  für verschiedene mittlere Spannungszustände aus [65] und berechnete Antwortumhüllenden für die komplementäre Energiepotentialfunktion nach Gl. (7.8)

Richtung aufgebracht und die jeweiligen Endpunkte im Spannungsraum zu den Antwortumhüllenden zusammengesetzt. In Abbildung 7.2 sind neben den Antwortumhüllenden auch die Punkte des mittleren Spannungszustands und der Zustände infolge isotroper ( $\dot{\varepsilon}_Q = 0$ ) und isochorer ( $\dot{\varepsilon}_P = 0$ ) Dehnungszyklen aufgetragen.

Die Größe der Antwortumhüllenden nimmt mit steigendem mittlerem effektiven Druck zu. Der Boden wird also mit zunehmendem Druck steifer (Barotropie). Außerdem ist der größere Durchmesser der Antwortumhüllende circa doppelt so groß wie der kleinere Durchmesser. Im Falle eines hydrostatischen Spannungszustands ( $Q = 0$ ) lässt sich daraus auf eine Poissonzahl von  $\nu_{\text{iso}} \approx 0,2$  schließen. Bei diesen Antwortumhüllenden stehen die Richtung der Spannungsantwort infolge isotroper und isochorer Belastung nahezu senkrecht aufeinander. Mit steigendem Spannungsverhältnis ändert sich dies und die Umhüllende wird verzerrt. Der kleinste eingeschlossene Winkel der Richtung der Spannungsantwort infolge isotroper und isochorer Verformung reduziert sich entsprechend. Auch die Neigung der Antwortumhüllenden ändert sich. In erster Näherung entspricht die Neigung des Hauptdurchmessers der Antwortumhüllenden im  $PQ$ -Raum dem Verhältnis  $Q/P$ .

Simulationen der Antwortumhüllenden für das resultierende hyperelastische Stoffmodell nach Gl. (7.17) mit der hyperelastischen Steifigkeit nach Gl. (7.15) sind für die Parameter  $c = 0,00016$ ,  $n = 0,6$  und  $\alpha = 0,1$  ebenfalls Abbildung 7.2 zu entnehmen. Es zeigt sich, dass sowohl die Form als auch die Größe der experimentell bestimmten Antwortumhüllenden mit diesem Parametersatz und der gewählten komplementären Energiepo-

tentialfunktion nach Gl. (7.8) zutreffend abgebildet werden können. Es gilt zu erwähnen, dass sich auch mit anderen Parameterkombinationen sehr ähnliche Antwortumhüllende erzielen lassen.

Im Sinne einer Parameterkalibrierung der NHP werden  $n = 0,6$  und  $\alpha = 0,1$  als Stoffmodellkonstanten für Sand empfohlen. Eine Anpassung dieser Parameter erfordert eine detaillierte experimentelle Untersuchung. Aufgrund der Hypothese, dass die Form der aus der elastischen Steifigkeit resultierenden Antwortumhüllenden von verschiedenen granularen Medien prinzipiell ähnlich ist, können die oben genannten Werte auch ohne aufwendige experimentelle Untersuchungen für verschiedene Sande übertragen werden. Zukünftige experimentelle oder numerische Betrachtungen (z.B. DEM-Simulationen) werden über diese Hypothese weiteren Aufschluss liefern.

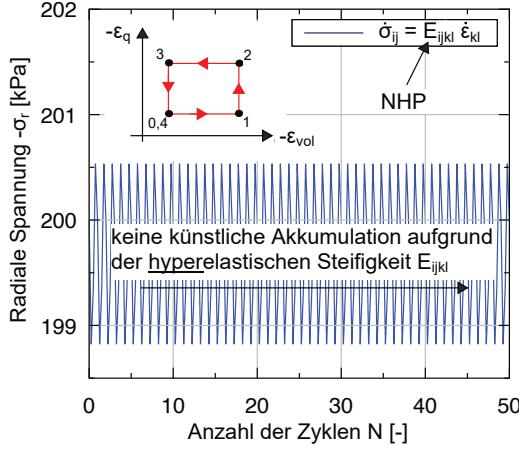
Ebenso wird als Materialparameter in der NHP  $c = 0,001$  empfohlen. Der Parameter kann beispielsweise mittels monotoner Triaxialversuche an lockeren Proben kalibriert werden. Der Unterschied zwischen dem vorgeschlagenen und dem in Abbildung 7.2 gewählten Wert von  $c = 0,00016$  ist auf die jeweils unterschiedlich betrachteten Dehnungsniveaus zurückzuführen. Während in [65] die betrachteten Dehnungen relativ gering waren ( $\|\varepsilon\| \approx 10^{-4}$ ), wird eine praktische Kalibrierung von  $c$  mittels eines konventionellen monotonen Triaxialversuchs für größere Dehnungen ( $\|\varepsilon\| \approx 10^{-3}$ ) vorgeschlagen. Eine Berücksichtigung der erhöhten Steifigkeit bei kleineren Dehnungen erfolgt in Kapitel 8 mittels des GIS-Konzepts. Die größere Steifigkeit in dichten Böden wird in der NHP zudem über den Pyknotropiefaktor  $F_e$ , siehe Abschnitt 7.3, berücksichtigt.

### 7.2.3 Hyperelastizität verhindert künstliche Akkumulation

Die Akkumulation von Spannungen infolge geschlossener Dehnungszyklen eines hypoelastischen Stoffmodells wurde in Abschnitt 3.4 anhand der hypoelastischen Steifigkeit  $L$  aus der HP gezeigt und in Anlehnung an [144] als künstliche Akkumulation bezeichnet. Eine Wiederholung der Simulation mit der hyperelastischen Steifigkeit  $E$  der NHP zeigt keine Spannungsakkumulation. Hierzu wird das hyperelastische Stoffmodell

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \quad (7.17)$$

herangezogen. Die Berechnung erfolgt mit den Parametern des KFS, siehe Tabelle 8.1 und Tabelle 7.1. Es ist zu erwähnen, dass alle im vorliegenden Kapitel folgenden Simulationen ebenfalls mit diesem Parametersatz durchgeführt wurden. Es wird ein axialsymmetrischer Spannungszustand mit  $\sigma_a = 2\sigma_r = -200$  kPa initialisiert und geschlossene axialsymmetrische Dehnungszyklen ( $\Delta\varepsilon_{vol} = \Delta\varepsilon_q = 6 \cdot 10^{-5}$ ) simuliert. Die Spannungskomponente  $\sigma_r$  in Abhängigkeit von der Anzahl der Dehnungszyklen  $N$  ist in Abbildung 7.3 dargestellt. Die Simulation zeigt, dass in einem hyperelastischen Modell keine künstliche Akkumulation auftritt.



**Abbildung 7.3:** Entwicklung der radialen Spannungskomponente  $\sigma_r$  als Funktion der Anzahl aufgebrachter geschlossener Dehnungszyklen für den hyperelastischen Teil der NHP unter axial-symmetrischen Bedingungen: eine künstliche Akkumulation tritt nicht auf (modifiziert aus [106])

### 7.3 Pyknotropiefaktor

Die Steifigkeit von Boden nimmt mit zunehmender Dichte zu (Pyknotropie). Um die dichteabhängige Steifigkeit in der NHP direkt zu berücksichtigen, wird die hyperelastische Steifigkeit  $E$  mit dem Pyknotropiefaktor  $F_e(e)$  multipliziert. Dieser Modellierungsansatz entspricht einer Anpassung des Materialparameters  $c$  der komplementären Energiepotentialfunktion gemäß Gl. (7.8) in Abhängigkeit von der Dichte des Bodens.

Richart [148] schlug, aufbauend auf experimentell gemessenen Scherwellengeschwindigkeiten und basierend auf der Kornform des Materials, als Faktor

$$F_e(e) = \frac{(2,17 - e)^2}{1 + e} \quad \text{bzw.} \quad F_e(e) = \frac{(2,97 - e)^2}{1 + e} \quad (7.18)$$

zur Skalierung der Steifigkeit in Abhängigkeit von der Porenzahl vor. Ein weiterer Ansatz der porenzahlabhängigen Steifigkeitserhöhung ist in [45] mit

$$F_e(e) = \frac{1 + e}{e} \quad (7.19)$$

gegeben. Unabhängig von diesen Ansätzen aus der Literatur, welche jeweils unabhängig von den Grenzporenzahlen sind, wird für den Pyknotropiefaktor in der NHP

$$F_e(e, P) = 1 + k_e \left\langle \frac{e_c(P) - e}{e_c(P) - e_d(P)} \right\rangle \quad (7.20)$$

mit dem Materialparameter  $k_e$  vorgeschlagen. Der Ansatz nach Gl. (7.20) beinhaltet im Vergleich zu den Ansätzen nach Gl. (7.18) und Gl. (7.19) eine Abhängigkeit von den (druckabhängigen) Grenzporenzahlen bzw. von der bezogenen relativen Lagerungsdichte.

Es gilt dabei per Definition  $F_e(e) \geq 1$ . Je geringer die Porenzahl, desto größer ist der Faktor  $F_e$  und desto größer ist die skalierte Steifigkeit

$$\bar{\mathbf{E}}^\diamond = F_e(e) \mathbf{E} . \quad (7.21)$$

### 7.3.1 Parameter $k_e$

Der Parameter  $k_e$  steuert die Dichteabhängigkeit der hyperelastischen Steifigkeit. Für einen Wert von  $k_e = 0$  gilt  $F_e = 1$  und die Abhängigkeit der Steifigkeit von der aktuellen Dichte verschwindet. Eine Kalibrierung von  $k_e$  kann anhand von monotonen drainierten oder undrainierten Triaxialversuchen unterschiedlicher Dichte erfolgen. Zunächst muss dabei der Parameter  $c$ , siehe Abschnitt 7.2.2, anhand eines Versuchs an einer lockeren Probe kalibriert werden. Der Parameter  $k_e$  ergibt sich dann durch einen Vergleich der Steifigkeit einer lockeren und einer dichten Probe.

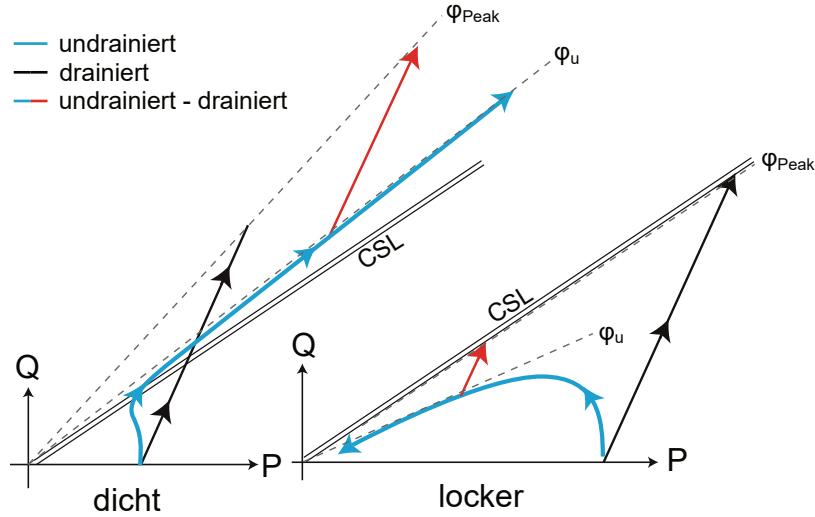
Es ist in erster Näherung davon auszugehen, dass der Wert  $k_e$  für verschiedene granulare Materialien als Konstante angenommen werden kann und erst nach ausreichender Kalibrierung des Materialparameters  $c$  modifiziert werden sollte. Es wird  $k_e \approx 1,5$  vorgeschlagen.

## 7.4 Rotation der hyperelastischen Steifigkeit

Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass das maximal erreichte Spannungsverhältnis bzw. der maximal mobilisierte Reibungswinkel  $\varphi_{\text{mob}}^{\max}$  in drainierten und in undrainierten Versuchen bei gleicher Porenzahl und gleichem Spannungsniveau voneinander abweicht. Im Falle von drainierten Versuchen stellt sich  $\varphi_{\text{mob}}^{\max} = \varphi_{\text{Peak}}$  und im Falle von undrainierten Versuchen  $\varphi_{\text{mob}}^{\max} = \varphi_u$  ein [120, 184].  $\varphi_u$  ist immer geringer als  $\varphi_{\text{Peak}}$ . Bei dichten Proben ist dies offensichtlich, wenngleich der Effekt auch bei lockeren Proben beobachtet werden kann. Schematisch ist die beschriebene experimentelle Beobachtung in Abbildung 7.4 dargestellt. Natürlich sind sowohl  $\varphi_{\text{Peak}}$  als auch  $\varphi_u$  dichteabhängig.

In [120] wurde anhand von Triaxialversuchen mit wechselnden Drainagebedingungen der Beweis erbracht, dass die unterschiedlichen maximalen Spannungsverhältnisse nicht auf sich in undrainierten Versuchen früher bildende Scherfugen mit entsprechend lokal geringerer Dichte und demzufolge geringerer Scherfestigkeit zurückzuführen sind. Vielmehr zeigt sich, dass der Unterschied der maximal mobilisierten Reibungswinkel  $\varphi_{\text{Peak}} > \varphi_u$  eine konstitutiv zu berücksichtigende Materialeigenschaft darstellt.

Wie ausführlich in [120] beschrieben, hängt in einem Stoffmodell die Differenz zwischen  $\varphi_{\text{peak}}$  und  $\varphi_u$  von der Form und Orientierung der Antwortumhüllenden und damit entscheidend auch vom elastischen Teil eines hypoplastischen Stoffmodells ab. Es ergibt sich die in Abbildung 7.5 schematisch dargestellte Forderung an die elastische Steifigkeit: Im



**Abbildung 7.4:** Schematische Darstellung des maximal erreichten Spannungsverhältnis  $Q/P$  bzw. des maximal mobilisierten Reibungswinkels  $\varphi_{\text{mob}}^{\max}$  eines dichten und lockeren Bodens in einem Triaxialversuch für drainierte und undrainierte Bedingungen sowie für Versuche mit wechselnder Drainagebedingung (modifiziert aus [120])

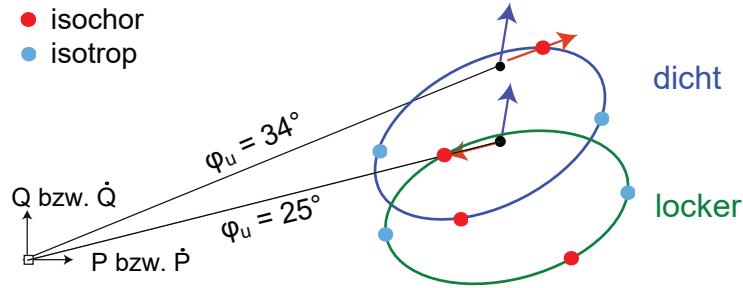
$PQ$ -Diagramm sollte eine undrainierte Scherung in dichtem Sand für  $\varphi_{\text{mob}}^{\max} = \varphi_u$  zu einer Spannungsrate nach rechts und in lockerem Sand zu einer Spannungsrate nach links führen. Dabei wird jeweils die Proportionalität  $\dot{Q}/\dot{P} \propto Q/P$  gefordert. Um gleichzeitig  $\varphi_{\text{Peak}} > \varphi_u$  zu gewährleisten, muss zudem für den Grad der Nichtlinearität  $Y < 1$  gelten. Der Grad der Nichtlinearität in der NHP wird ausführlich in Abschnitt 7.6 beschrieben und es sei auf die Dichteabhängigkeit von  $\varphi_u = \varphi_u(e)$  hingewiesen.

Die diskutierte Anforderung an die elastische Steifigkeit kann, wie in [118] beschrieben, durch eine tensorielle Modifikation der hyperelastischen Steifigkeit  $\bar{E}^\diamond$  zu  $\bar{E}$  berücksichtigt werden. Diese Modifikation kann auch als Rotation des Steifigkeitstensors interpretiert werden. Die vorgeschlagene Rotation hängt von der effektiven Spannung  $\sigma$ , der Porenzahl  $e$  und der Strukturvariablen  $z$  ab. Letztere wird in Abschnitt 7.8 eingeführt. Die Norm der Strukturvariable erreicht infolge einer monotonen Scherung einen asymptotischen Wert von  $\|z\| = z_{\max}$ . In Analogie zur Rodriguez-Formel wird mit den Tensoren  $u_{ij} = -\vec{\delta}_{ij}$  und  $v_{ij} = \vec{z}_{ij}$  der Operator

$$R_{ijkl} = I_{ijkl} + (\cos \beta - 1) (u_{ij} u_{kl} + v_{ij} v_{kl}) - \sqrt{1 - (\cos \beta)^2} (u_{ij} v_{kl} - v_{ij} u_{kl}) \quad (7.22)$$

eingeführt. Der Drehwinkel  $\beta$  ist in Abhängigkeit von den Materialparametern  $n_L$ ,  $\beta_L \geq 0$ ,  $\beta_D \leq 0$  und  $z_{\max}$  als Funktion des aktuellen Zustands des Bodens durch

$$\beta = \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{n_L} \begin{cases} \beta_L \frac{e - e_c(P)}{e_i(p) - e_c(P)} & \text{für } e > e_c(P) \\ \beta_D \frac{e_c(P) - e}{e_c(p) - e_d(P)} & \text{für } e < e_c(P) \end{cases} \quad (7.23)$$



**Abbildung 7.5:** Anforderung zur Gewährleistung von  $\varphi_{\text{Peak}} > \varphi_u$  an die elastische Steifigkeit: Die Spannungsantwort infolge einer undrainierten Scherung (isochor) muss für  $\varphi_{\text{mob}} = \varphi_u$  im  $PQ$ -Diagramm für einen lockeren Sand nach links und für einen dichten Sand nach rechts jeweils entlang der Gerade  $Q/P$  zeigen (modifiziert aus [120])

gegeben. Winkel  $\beta$  ist positiv für einen lockeren und negativ für einen dichten Sand. Mit zwei Operatoren zur Extraktion des hydrostatischen Teils  $A_{ijkl} = \vec{\delta}_{ij}\vec{\delta}_{kl}$  und des deviatorischen Teils  $D_{ijkl} = I_{ijkl} - A_{ijkl}$  eines Tensors vierter Stufe kann die rotierte elastische Steifigkeit der NHP

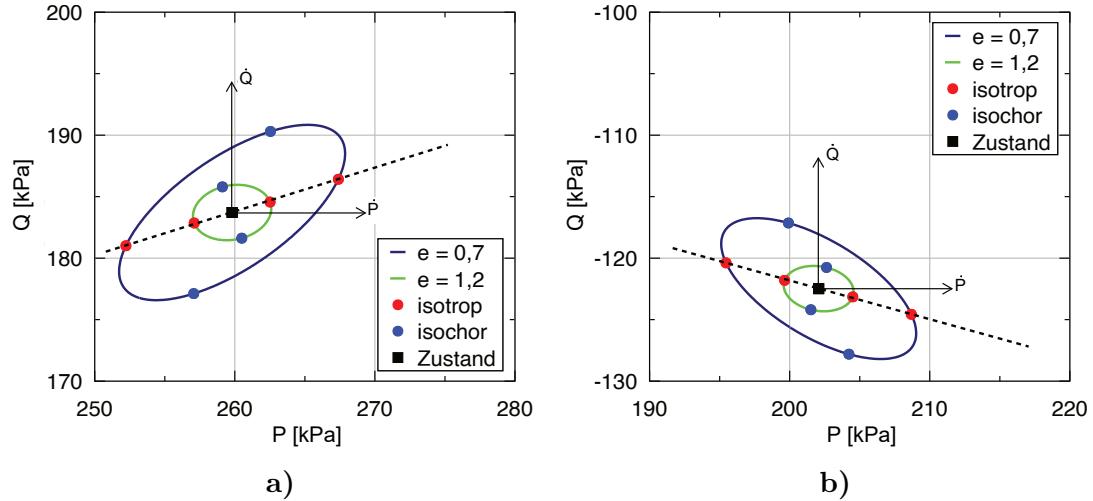
$$\bar{E} = A : \bar{E}^\diamond + \mathcal{R} : D : \bar{E}^\diamond = (A + \mathcal{R} : D) : \bar{E}^\diamond \quad (7.24)$$

berechnet werden. Gemäß Gl. (7.24) wird nur der deviatorische Teil der Materialantwort gedreht. Eine isotrope Kompression oder Extension sind nicht betroffen, was der in Abbildung 7.5 skizzierten Anforderung entspricht.

Durch diese Rotation geht im Allgemeinen die Symmetrie des Steifigkeitstensors verloren, d.h.  $\bar{E}_{ijkl} \neq \bar{E}_{klji}$ . Folglich ist  $\bar{E}$  im Allgemeinen nicht mehr hyperelastisch. Es ist jedoch hervorzuheben, dass die Steifigkeit  $\bar{E}$  der NHP infolge einer monotonen Scherung asymptotisch hyperelastisch wird, da im kritischen Zustand  $\beta = 0$  gilt. Ein sog. Shakedown der Zustandsvariablen durch viele geschlossene Dehnungszyklen mit kleiner Amplitude führt ebenfalls zu einer hyperelastischen Steifigkeit  $\bar{E}$ , da in diesem Fall  $\|z\| = 0$  erreicht wird [117]. Der theoretische Grenzfall des hyperelastischen Materialverhaltens des elastischen Teils der NHP, welcher im Detail in Abschnitt 7.2 diskutiert wurde, bleibt daher erhalten.

#### 7.4.1 Parameter $\beta_L$ , $\beta_D$ und $n_L$

Die Materialparameter  $n_L$ ,  $\beta_L \geq 0$ ,  $\beta_D \leq 0$  und  $z_{\max}$  steuern die Rotation der elastischen Steifigkeit. Letztere wird durch die resultierende Antwortumhüllende für das elastische Stoffmodell  $\dot{\sigma} = \bar{E} : \dot{\epsilon}$  sowohl eines axialsymmetrischen Kompressionsspannungszustands als auch eines axialsymmetrischen Extensionsspannungszustands im  $PQ$ -Diagramm in Abbildung 7.6 veranschaulicht. Für die Berechnung der Antwortumhüllenden wurde die jeweilige Strukturvariable  $z$  so gewählt, wie sie sich gemäß einer monotonen Scherung beginnend bei  $Q = 0$  in Richtung des jeweils betrachteten mittleren Spannungszustands



**Abbildung 7.6:** Antwortumhüllende für das elastische Stoffmodell  $\dot{\sigma} = \bar{E} : \dot{\epsilon}$  (elastischer Teil der NHP) in dichtem und lockerem Sand für einen axialsymmetrischen Spannungszustand im Bereich der a) triaxialen Kompression und der b) triaxialen Extension

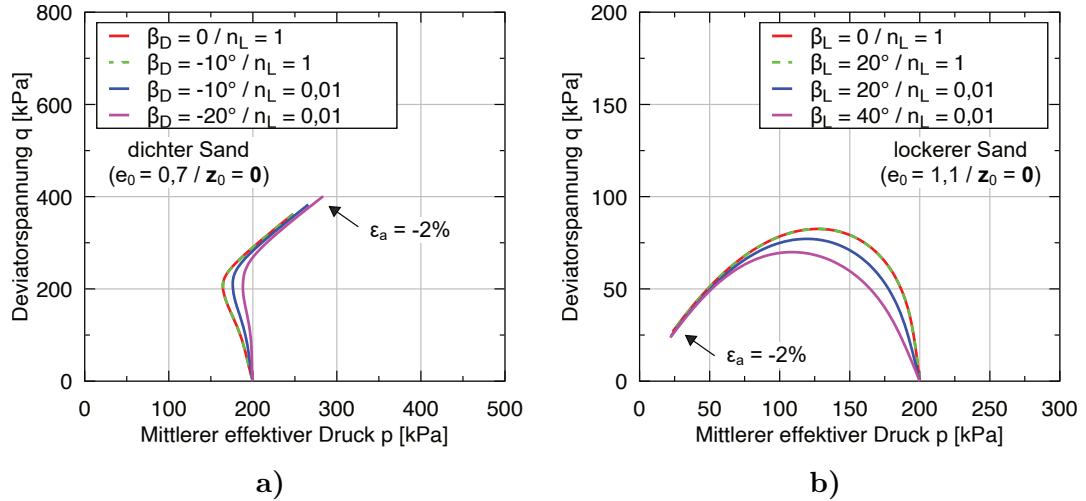
entwickeln würde ( $\|z\| = z_{\max}$ ). Für jeden Spannungszustand wurde sowohl eine Porenzahl von  $e_0 = 0,7$  (dichter Sand) als auch von  $e_0 = 1,2$  (lockerer Sand) betrachtet.

Im triaxialen Kompressionsbereich, welcher in Abbildung 7.6a dargestellt ist, ergibt sich für einen lockeren Sand eine Rotation der Stoffmodellantwort infolge einer deviatorischen Dehnungsrate gegen den Uhrzeigersinn (nach links) und für einen dichten Sand im Uhrzeigersinn (nach rechts). Im Bereich der triaxialen Extension, welcher in Abbildung 7.6b abgebildet ist, kehren sich die Rotationsrichtungen entsprechend um. Im Falle einer rein isotropen Dehnungsrate ändert sich die Richtung der Spannungsantwort unabhängig von der Dichte der Probe nicht. Die größere Antwortumhüllende für den dichten Boden zeigt erneut die Dichteabhängigkeit der Steifigkeit der NHP.

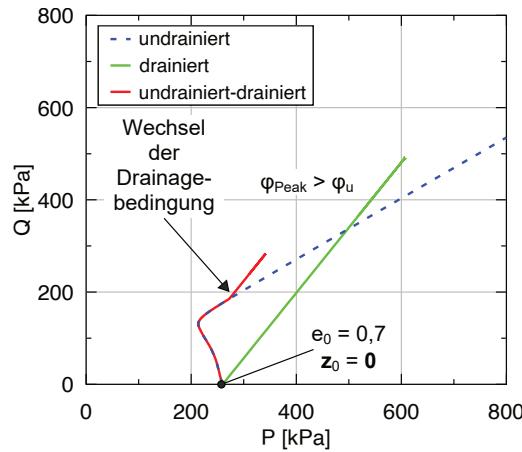
Der Einfluss der Materialparameter  $n_L$ ,  $\beta_L$  und  $\beta_D$  ist anhand effektiver Spannungspfade infolge einer undrainierten triaxialen Kompression in Abbildung 7.7a für einen dichten ( $e_0 = 0,7$ ) und in Abbildung 7.7b für einen lockeren ( $e_0 = 1,1$ ) KFS gezeigt. Die Simulationen gehen von einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 200$  kPa und  $z_0 = \mathbf{0}$  aus. Die Entwicklung der Strukturvariablen  $z$  wird in Abschnitt 7.8 diskutiert.

Je größer die absoluten Werte der Winkel  $\beta_D$  und  $\beta_L$ , desto weiter rechts verlaufen die effektiven Spannungspfade des dichten Sands bzw. desto weiter links verlaufen die effektiven Spannungspfade des lockeren Sands infolge der stärkeren Rotation der elastischen Steifigkeit in die jeweilige Richtung. Der Exponent  $n_L$  steuert die Stärke dieser Rotation für Zustände  $\|z\| < z_{\max}$ . Geringere Werte von  $n_L$  führen zu einer ausgeprägteren Rotation. Ein großer Wert von  $n_L$  führt hingegen zu einer nahezu vollständigen Deaktivierung der Rotation für  $\|z\| < z_{\max}$ .

Im Sinne einer vereinfachten Parameterkalibrierung für grobkörnige Böden können die Parameter  $n_L$ ,  $\beta_L$  und  $\beta_D$  als Materialkonstanten betrachtet werden. Es wird  $n_L = 0,1$ ,  $\beta_L = 30^\circ$  und  $\beta_D = -15^\circ$  vorgeschlagen. Eine genauere Kalibrierung dieser Materialpara-



**Abbildung 7.7:** Einfluss der Materialparameter  $n_L$ ,  $\beta_L$  und  $\beta_D$  auf effektive Spannungspfade im  $pq$ -Diagramm infolge einer undrainierten triaxialen Kompression für a) einen dichten und b) einen lockeren Sand



**Abbildung 7.8:** Simulierte effektive Spannungspfade im  $PQ$ -Diagramm mit der NHP für ein dichte KFS-Proben ( $e_0 = 0,7$ ) für Triaxialversuche unter undrainierten, drainierten und wechselnden Drainagebedingungen:  $\phi_{\text{Peak}} > \phi_u$

meter kann anhand von undrainierten Triaxialversuchen unterschiedlicher Dichte erfolgen, erfordert jedoch ein vertieftes Verständnis des Modells.

Abschließend zeigt Abbildung 7.8 effektive Spannungspfade im  $PQ$ -Diagramm von, mit der NHP simulierten, monotonen Triaxialversuchen unterschiedlicher Drainagebedingungen an KFS (undrainiert, drainiert, wechselnd). Die Simulationen gehen von einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 150$  kPa, einer dichten Probe mit  $e_0 = 0,7$  und  $z_0 = 0$  aus. Die Simulationen zeigen, dass der maximal erreichte mobilisierte Reibungswinkel (bzw. das Spannungsverhältnis) unter drainierten Bedingungen  $\phi_{\text{Peak}}$  größer ist als letzterer unter undrainierten Bedingungen  $\phi_u$ . Diese bereits in Abbildung 7.4 diskutierte experimentelle Beobachtung kann in der NHP tatsächlich zutreffend modelliert werden.

## 7.5 Kompressionsbeziehung nach Bauer

Ebenso wie die HP und die HP+IS berücksichtigt auch die NHP die von Gudehus [47] vorgeschlagenen druckabhängigen Grenzporenzahlen:

- $e_i(p)$  - Porenzahl bei minimal möglicher Dichte
- $e_c(p)$  - Porenzahl im kritischen Zustand
- $e_d(p)$  - Porenzahl bei maximaler Dichte

Es gilt  $e_i(p) > e_c(p) > e_d(p)$ . Zur Berücksichtigung ihrer Abhängigkeit vom mittleren effektiven Druck  $p$  liegt der NHP die Kompressionsbeziehung nach Bauer [8], welche bereits in Abschnitt 4.5 ausführlich diskutiert wurde, zugrunde:

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n_B} \right]. \quad (7.25)$$

Die Kompressionskurven der drei Grenzporenzahlen sind für die Parameter des KFS, siehe Tabelle 8.1, in Abbildung 7.9a dargestellt.

Interessanterweise zeigt sich, dass in der NHP tatsächlich nur die kritische Porenzahl  $e_c(p)$  nach Gl. (7.25) mit der Porenzahl im kritischen Zustand der NHP übereinstimmt. Die mittels der NHP erreichbare dichteste Porenzahl  $e_d(p)$  und lockerste Porenzahl  $e_i(p)$  stimmen nicht mit der Kompressionsbeziehung nach Gl. (7.25) überein. Letzteres ist anhand numerischer Beispiele in Abschnitt 7.10 gezeigt. Ursächlich hierfür ist die fehlende Berücksichtigung entsprechender Konsistenzbedingungen [122] zwischen Gl. (7.25) und der NHP.

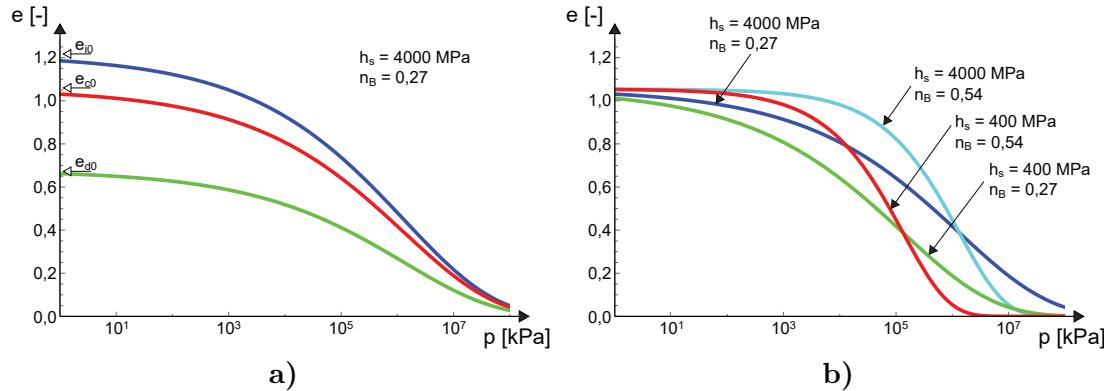
### 7.5.1 Parameter $h_s$ , $n_B$ , $e_{d0}$ , $e_{c0}$ und $e_{i0}$

Die Kalibrierung der fünf Materialparameter  $h_s$ ,  $n_B$ ,  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$  und  $e_{i0}$  entspricht der Kalibrierung derselben Parameter in der HP oder der HP+IS. Details sind [51, 53, 91] zu entnehmen. Die Grenzporenzahlen  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$ ,  $e_{i0}$  können vereinfachend aus Laborversuchen zur Bestimmung der lockersten und dichtesten Lagerung [28] bestimmt werden. Aus diesen Versuchen ergeben sich die minimale und die maximale Porenzahl ( $e_{\min}$  und  $e_{\max}$ ), welche zur Abschätzung der Grenzporenzahlen herangezogen werden können:

$$e_{d0} \approx e_{\min}, \quad (7.26)$$

$$e_{c0} \approx e_{\max}, \quad (7.27)$$

$$e_{i0} \approx 1,2 e_{\max}. \quad (7.28)$$



**Abbildung 7.9:** Kompressionsbeziehung nach Bauer [8]: a) Grenzporenzahlen  $e_i(p)$ ,  $e_c(p)$  und  $e_d(p)$  für die Parameter des KFS aus Tabelle 8.1 und b) Einfluss der Granulathärte  $h_s$  und des Exponenten  $n_B$  auf die Kompressionskurven

Der Parameter  $h_s$ , welcher auch Granulathärte genannt wird und die Einheit einer Spannung aufweist, und der Exponent  $n_B$  kontrollieren die Form der Kompressionskurve. Kompressionskurven für verschiedene Kombinationen von  $h_s$  und  $n_B$  sind in Abbildung 7.9b dargestellt. Während ein geringerer Wert von  $h_s$  die Steigung der Kompressionskurve erhöht, das Material also eine geringere Steifigkeit aufweist, vergrößert ein größerer Wert des Exponenten  $n_B$  die Krümmung der Kompressionskurve.

Theoretisch wäre zur Bestimmung von  $h_s$  und  $n_B$  beispielsweise eine isotrope Kompression an einer lockeren Probe möglich. Praktischerweise wird auch häufig ein Ödometerversuch an einer lockeren Probe zur Kalibrierung von  $h_s$  und  $n_B$  verwendet. Details zu möglichen Kalibrierungsprozeduren finden sich in [51, 53, 91].

Es ist zu beachten, dass aufgrund der fehlenden Konsistenzbedingung bei der isotropen Kompression neben dem Vergleich der experimentell bestimmten Kompressionsbeziehungen mit der Kompressionsbeziehung nach Gl. (7.25) auch eine Nachrechnung des Versuchs mit der NHP selbst zu empfehlen ist. Gegebenenfalls sollten die Parameter entsprechend feinjustiert werden.

Sofern die fünf Parameter  $h_s$ ,  $n_B$ ,  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$  und  $e_{i0}$  für ein Material bereits für die HP oder die HP+IS existieren, können diese in erster Näherung direkt in die NHP übernommen werden.

## 7.6 Grad der Nichtlinearität

Der Grad der Nichtlinearität  $Y$  kontrolliert die Intensität der irreversiblen Verformungen. In der NHP wird der Grad der Nichtlinearität als gemeinsame Funktion der Spannung und der Porenzahl  $Y(e, \sigma)$  definiert und nicht, wie in der HP in Abschnitt 2.6 beschrieben, als ein Produkt  $Y = f_d \|\mathbf{B}(\sigma)\|$ . Letzteres kann, wie in Abschnitt 3.3 gezeigt, in der HP zu unzulässigen Spannungszuständen führen. Es ist zu erwähnen, dass der Pyknotropiefaktor  $f_d$  in der NHP nicht definiert ist.

Zunächst wird die Spannungsinvariante  $H(\boldsymbol{\sigma})$  für Spannungen im negativen Oktant des Hauptspannungsraums (Druckspannungen) eingeführt:

$$H(\boldsymbol{\sigma}) = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{-1}) - 9 \quad \in (0, \infty) . \quad (7.29)$$

Für einen triaxialen Spannungszustand lässt sich Gl. (7.29) mit

$$H(\boldsymbol{\sigma}) = 9\sqrt{2}(Q/P + \sqrt{2})/[(\sqrt{2} - Q/P)(2Q/P + \sqrt{2})] - 9 \quad (7.30)$$

ausdrücken [120]. Beispielsweise gilt nach Gl. (7.29) für einen hydrostatischen Spannungszustand

$$[\sigma_{ij}]^{\text{Hydro}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix} \quad (7.31)$$

$H(\boldsymbol{\sigma}^{\text{Hydro}}) = 0$  und für einen axialsymmetrischen Kompressionsspannungszustand

$$[\sigma_{ij}]^{\text{Triax}} = \begin{bmatrix} \sigma_a = 3\sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r \end{bmatrix} \quad (7.32)$$

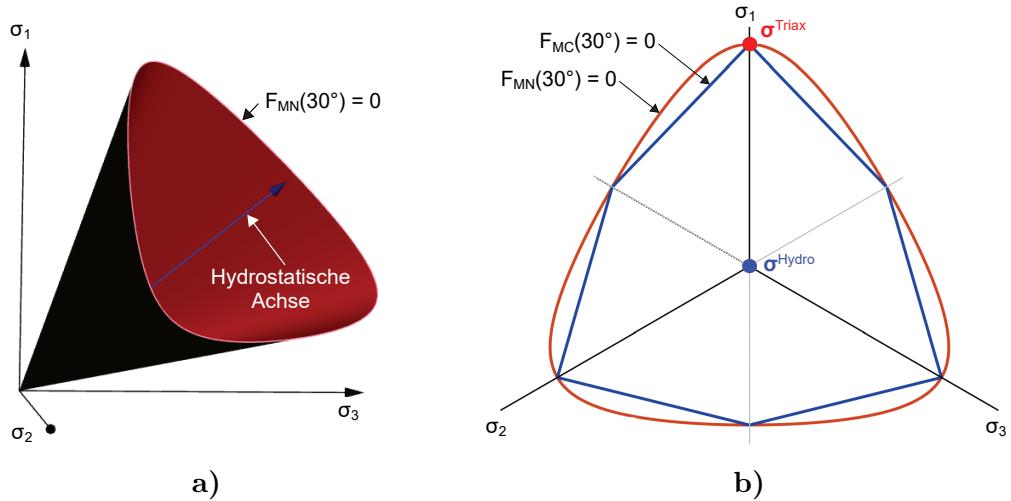
$H(\boldsymbol{\sigma}^{\text{Triax}}) = 8/3 \approx 2,6667$ .

Die NHP beruht auf dem Festigkeitskriterium nach Matsuoka-Nakai [83]. Letzteres kann mit der eingeführten Invariante  $H(\boldsymbol{\sigma})$  geschrieben werden:

$$F_{\text{MN}}(\boldsymbol{\sigma}) = H(\boldsymbol{\sigma}) - H_{\text{max}} \leq 0 \quad \text{mit} \quad H_{\text{max}}(\varphi) = 8 \tan^2(\varphi) . \quad (7.33)$$

Das Festigkeitskriterium nach Gl. (7.33) ist für einen Reibungswinkel von  $\varphi = 30^\circ$  in Abbildung 7.10 dargestellt. Für  $\varphi = 30^\circ$  gilt  $H_{\text{max}}(\varphi) = 8 \tan^2(\varphi) = 8/3$ , woraus sich für den Spannungszustand  $\boldsymbol{\sigma}^{\text{Triax}}$  nach Gl. (7.32)  $F_{\text{MN}} = 0$  ergibt und dieser auf der Fläche  $F_{\text{MN}} = 0$  im Spannungsraum liegt, siehe Abbildung 7.10a. Die Fläche  $F_{\text{MN}} = 0$  wird im Jargon der Elasto-Plastizität als Fließfläche bezeichnet. Wie in Abbildung 7.10b dargestellt, weist das Festigkeitskriterium nach Matsuoka-Nakai [83] auf der deviatorischen Ebene keine Ecken auf, worin ein entscheidender Vorteil gegenüber dem klassischen Festigkeitskriterium nach Mohr-Coulomb ( $F_{\text{MC}}$ ) liegt. Im Falle einer triaxialen Kompression und einer triaxialen Extension gilt  $F_{\text{MN}} = F_{\text{MC}}$ . Dazwischen erlaubt das Kriterium nach Matsuoka-Nakai [83] geringfügig größere Spannungsverhältnisse.

Das Matsuoka-Nakai-Kriterium [83] wird in der NHP jedoch nicht mit einem konstanten, sondern mit einem druck- und dichteabhängigen Reibungswinkel  $\varphi(e, p)$  berücksichtigt:



**Abbildung 7.10:** Festigkeitskriterium nach Matsouka-Nakai [83] a) im Hauptspannungsraum und b) auf der deviatorischen Ebene im Vergleich mit dem Kriterium nach Mohr-Coulomb (modifiziert aus [94])

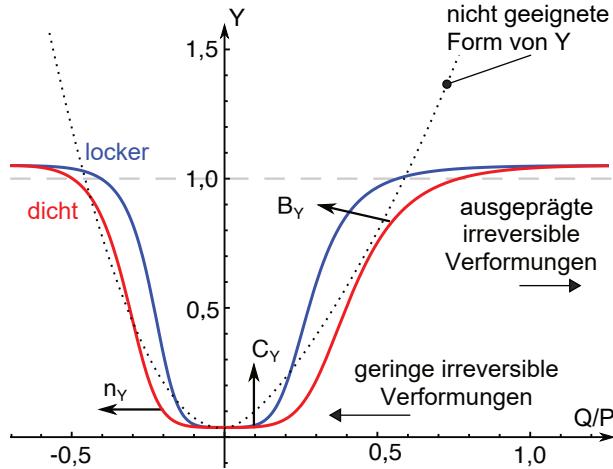
$$\varphi(e, p) = \varphi_c + \begin{cases} (\varphi_d - \varphi_c) \frac{e_c(p) - e}{e_c(p) - e_d(p)} & \text{für } e \leq e_c(p) \\ (\varphi_i - \varphi_c) \frac{e - e_c(p)}{e_i(p) - e_c(p)} & \text{für } e > e_c(p) \end{cases} \quad (7.34)$$

Als Materialparameter werden der kritische Reibungswinkel  $\varphi_c$ , der Reibungswinkel im dichtesten Zustand  $\varphi_d$  und der Reibungswinkel im lockersten Zustand  $\varphi_i$  benötigt. Infolge einer monotonen Scherung werden asymptotisch die kritische Porenzahl  $e_c$  und der kritische mittlere effektive Druck  $p_c$  erreicht, woraus  $\varphi = \varphi_c$  folgt.

Es zeigt sich, dass eine einfache Definition des Grads der Nichtlinearität, z. B. mit  $Y = H/H_{\max}(\varphi)$ , zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Boden nicht zielführend ist, da zur Simulation ausgeprägter nichtlinearer Effekte von Boden in einem möglichst großen Spannungsbereich  $Y \approx 1$  gelten muss. Ein Beispiel für eine ungeeignete Form der Funktion  $Y$  ist für einen axialsymmetrischen Spannungszustand Abbildung 7.11 zu entnehmen. Aus diesem Grund sind auch die in [146] vorgeschlagene Funktion  $Y(\sigma)$  sowie die in [39] vorgeschlagene Funktion  $Y(\sigma, e)$  nicht zu empfehlen. Das beschriebene Problem der unzureichenden Reproduktion des nichtlinearen Bodenverhaltens zeigt sich in [39, 146] anhand der Simulationen drainierter Triaxialversuche, in denen im Vergleich zu den experimentellen Daten bis zum Erreichen der maximalen Deviatorspannung deutlich zu geringe irreversible Verformungen auftreten.

Der Grad der Nichtlinearität ist in der NHP als Funktion des Verhältnisses  $x = H/H_{\max}(\varphi)$  definiert:

$$Y(x) = A_Y \exp \left( \frac{-1}{B_Y x^{n_Y} + C_Y} \right) \quad \text{mit} \quad x = \frac{H}{H_{\max}(\varphi)} \quad (7.35)$$



**Abbildung 7.11:** Einfluss der Materialparameter  $B_Y$ ,  $C_Y$ ,  $n_Y$  und der Dichte auf den Grad der Nichtlinearität  $Y$  für axialsymmetrische Spannungszustände

Auf der hydrostatischen Achse gilt  $x = 0$ . Infolge einer monotonen Scherung wird asymptotisch  $\varphi = \varphi_c$  mit  $H = H_{\max}$  und somit  $x = 1$  erreicht. Aufgrund von  $H_{\max}(\varphi_i) \neq H_{\max}(\varphi_c) \neq H_{\max}(\varphi_d)$  zeigt der Grad der Nichtlinearität außerdem eine signifikante Druck- und Porenzahlabhängigkeit. Die Konstante  $A_Y$  ist kein Materialparameter und kann durch die Bedingung  $Y(1) = 1$  ermittelt werden. Es folgt

$$A_Y = \exp \left( \frac{1}{B_Y + C_Y} \right) . \quad (7.36)$$

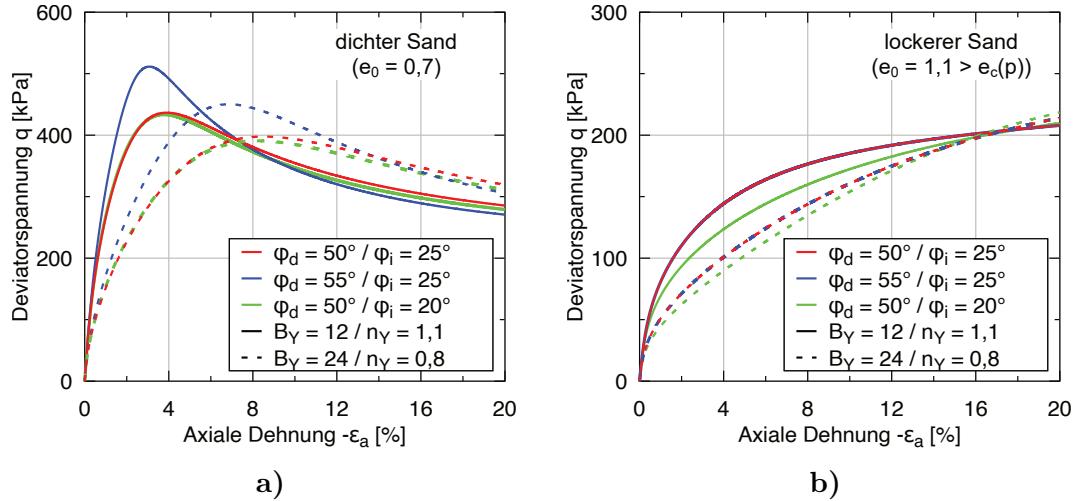
Für den Grad der Nichtlinearität der NHP sind als Materialparameter  $B_Y$ ,  $C_Y$  und  $n_Y$  zu kalibrieren. Die Funktion  $Y(x) = Y(\sigma, e)$  ist in Abbildung 7.11 für axialsymmetrische Zustände, sowohl für einen lockeren als auch einen dichten Boden, dargestellt. In einem lockeren Boden treten aufgrund von  $Y_{\text{locker}} > Y_{\text{dicht}}$  ausgeprägtere irreversible Verformungen als in einem dichten Boden auf.

### 7.6.1 Parameter $B_Y$ , $C_Y$ und $n_Y$

Der Einfluss der Materialparameter  $B_Y$ ,  $C_Y$  und  $n_Y$  auf den Grad der Nichtlinearität  $Y(\sigma, e)$  ist in Abbildung 7.11 dargestellt und kann zusammengefasst werden:

- Vergrößerung von  $B_Y$  erweitert den Bereich  $Y \approx 1$
- Vergrößerung von  $C_Y$  erhöht den minimalen Wert  $Y_{\min} = Y(0)$
- Vergrößerung von  $n_Y$  erweitert den Bereich  $Y \approx Y_{\min}$

Im Rahmen einer Kalibrierung können  $B_Y = 12$ ,  $C_Y = 0,35$  und  $n_Y = 1,1$  als Materialkonstanten angenommen werden.



**Abbildung 7.12:** Einfluss der Materialparameter  $\varphi_d$ ,  $\varphi_i$ ,  $B_Y$  und  $n_Y$  auf die Deviatorspannung in einem drainierten triaxialen Kompressionsversuch an a) einem dichten und b) einem lockeren KFS

### 7.6.2 Parameter $\varphi_i$ , $\varphi_c$ und $\varphi_d$

Von den Materialparametern  $\varphi_i$ ,  $\varphi_c$  und  $\varphi_d$  lässt sich nur der kritische Reibungswinkel  $\varphi_c$  experimentell bestimmen. Hierzu können entweder Schüttkegelversuche oder Scherversuche (bevorzugt Triaxialversuche) durchgeführt werden. Die in beiden Versuchen bestimmmbaren kritischen Reibungswinkel stimmen nicht überein, die Abweichungen sind jedoch gering [53]. Details zur Bestimmung von  $\varphi_c$  können der Literatur [51, 53, 91] entnommen werden. Aufbauend auf dem kritischen Reibungswinkel  $\varphi_c$  wird

$$0,75\varphi_c < \varphi_i < 0,9\varphi_c \quad \text{und} \quad \varphi_d \approx 1,5\varphi_c \quad (7.37)$$

zur Abschätzung von  $\varphi_i$  und  $\varphi_d$  vorgeschlagen.

Der Einfluss von  $\varphi_i$  und  $\varphi_d$  auf die Entwicklung der Deviatorspannung in einem drainierten Triaxialversuch ist in Abbildung 7.12a für eine initial dichte Probe ( $e_0 = 0,7$ ) und in Abbildung 7.12b für eine initial lockere Probe ( $e_0 = 1,1 > e_c(p)$ ) gezeigt. Ausgehend von den vorgeschlagenen Parametern des KFS aus Tabelle 8.1 wurde  $\varphi_d$  um  $5^\circ$  erhöht und  $\varphi_i$  um  $5^\circ$  reduziert. Die Simulationen beginnen von einem isotropen effektiven Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 100$  kPa und  $\|z_0\| = z_{\max}$  mit der Richtung des entsprechenden kritischen Zustands.

Wie in Abbildung 7.12a zu erkennen, führt ein größerer Wert von  $\varphi_d$  in dichtem Sand zu einer größeren maximalen Deviatorspannung bei gleichzeitig vergrößerter Steifigkeit. Der Einfluss von  $\varphi_i$  auf die Simulation des dichten Sandes ist dagegen gering. Bei einer lockeren Probe führt eine Reduktion von  $\varphi_i$  zu einer geringeren Steifigkeit und verstärkten irreversiblen Verformungen, siehe Abbildung 7.12b. Bei diesen Simulationen hat der Parameter  $\varphi_d$  keinen Einfluss auf die Ergebnisse.

Zuletzt wurden alle Simulationen mit einem vergrößerten Wert des Parameters  $B_Y$  und einem reduzierten Wert von  $n_Y$  wiederholt. Wie bereits in Abschnitt 7.6.1 diskutiert, führt dies allgemein zu einer Vergrößerung des Grads der Nichtlinearität  $Y$  und somit zu verstärkten irreversiblen Verformungen in den simulierten drainierten Triaxialversuchen. Der Effekt wird in Abbildung 7.12 sowohl für die initial dichten als auch die initial lockeren Proben deutlich.

## 7.7 Äquivalente hypoplastische Fließregel

Die Intensität der irreversiblen Verformungen wird durch den zuvor eingeführten Grad der Nichtlinearität  $Y(\boldsymbol{\sigma}, e)$  beschrieben. Die hypoplastische Fließregel  $\mathbf{m}$  gibt dagegen die Richtung der irreversiblen Verformungen an. Zunächst wird ein dichteabhängiger Phasentransformationswinkel  $\varphi_{\text{PT}}$  definiert:

$$\varphi_{\text{PT}}(e) = \varphi_c + (\varphi_i - \varphi_c) \left\langle \frac{e_c(p) - e}{e_c(p) - e_d(p)} \right\rangle. \quad (7.38)$$

Mittels dieses Winkels lässt sich die Phasentransformation, also der Übergang von kontraktantem Verhalten (Verdichtung) bei  $\varphi_{\text{mob}} < \varphi_{\text{PT}}$  zu dilatantem Verhalten (Auflockierung) für  $\varphi_{\text{mob}} > \varphi_{\text{PT}}$  modellieren. Dieser Übergang ist dichteabhängig [184, 194]. Je dichter der Boden, desto geringer ist  $\varphi_{\text{PT}}$ . Im dichtesten Zustand ( $e = e_d(p)$ ) ist der Phasentransformationswinkel klein ( $\varphi_{\text{PT}} = \varphi_i$ ). Im kritischen Zustand ( $e = e_c(p)$ ) und für lockere Böden mit  $e > e_c(p)$  gilt  $\varphi_{\text{PT}} = \varphi_c > \varphi_i$ .

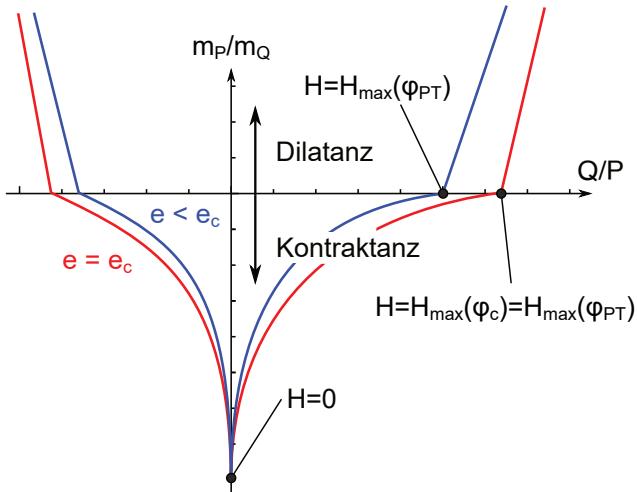
Die äquivalente hypoplastische Fließregel ist für bestimmte Spannungszustände, ausgedrückt durch die Spannungsvariante  $H(\boldsymbol{\sigma})$  nach Gl. (7.29), explizit definiert<sup>4</sup>:

$$m_{ij} = \begin{cases} m_{ij}^a = (\partial H / \partial \sigma_{ij})^{\rightarrow} = [\delta_{ij} \sigma_{kk}^{-1} - \sigma_{kk} \sigma_{ij}^{-2}]^{\rightarrow} & \text{für } H \geq H_{\max}(\varphi_a) \\ m_{ij}^c = ([\delta_{ij} \sigma_{kk}^{-1} - \sigma_{kk} \sigma_{ij}^{-2}]^*)^{\rightarrow} & \text{für } H = H_{\max}(\varphi_{\text{PT}}) \\ m_{ij}^i = -(\delta_{ij})^{\rightarrow} & \text{für } H = 0 \end{cases}. \quad (7.39)$$

Der Reibungswinkel  $\varphi_a$  definiert das Spannungsverhältnis, über welchem die sog. äquivalente hypoplastische assoziierte Fließregel gilt. Als äquivalente hypoplastische assoziierte Fließregel ist hier die Bedingung  $\mathbf{m} \propto \partial H / \partial \boldsymbol{\sigma}$  zu verstehen. Dies entspricht der klassischen Definition einer assoziierten Fließregel aus der Elasto-Plastizität, sofern eine dem Matsuoka-Nakai-Kriterium [83] entsprechende Fließfunktion  $f(\boldsymbol{\sigma})$  gewählt und diese mit dem plastischen Potential  $g(\boldsymbol{\sigma})$  gleichgesetzt wird.

Bei  $\varphi_{\text{mob}} = \varphi_{\text{PT}}$  liefert Gl. (7.39) eine rein deviatorische Richtung der irreversiblen Verformungen, während für einen isotropen Spannungszustand die äquivalente hypoplastische Fließregel nur einen volumetrischen Anteil aufweist.

<sup>4</sup>Es gilt  $\boldsymbol{\sigma}^{-2} = \boldsymbol{\sigma}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{-1}$ .



**Abbildung 7.13:** Schematische Darstellung der äquivalenten hypoplastischen Fließregeln  $\mathbf{m}$  für axialsymmetrische Spannungszustände: Dilatanz oder Kontraktanz als Verhältnis des volumetrischen ( $m_P$ ) zum deviatorischen Anteil ( $m_Q$ ) der äquivalenten hypoplastischen Fließregeln  $\mathbf{m}$  in Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis  $Q/P$  für zwei verschiedene Porenzahlen

Für Zustände zwischen den in Gl. (7.39) explizit berücksichtigten Spannungszuständen wird die äquivalente hypoplastische Fließregel interpoliert. Für  $H < H_{\max}(\varphi_{PT})$  gilt

$$\mathbf{m} = [y\mathbf{m}^c + (1-y)\mathbf{m}^i]^\rightarrow \quad \text{mit} \quad y = \left( \frac{H(\boldsymbol{\sigma})}{H_{\max}(\varphi_{PT})} \right)^{n_1} \quad (7.40)$$

und für  $H_{\max}(\varphi_{PT}) < H < H_{\max}(\varphi_a)$  gilt

$$\mathbf{m} = [y\mathbf{m}^a + (1-y)\mathbf{m}^c]^\rightarrow \quad \text{mit} \quad y = \left( \frac{H(\boldsymbol{\sigma}) - H_{\max}(\varphi_{PT})}{H_{\max}(\varphi_a) - H_{\max}(\varphi_{PT})} \right)^{n_2}. \quad (7.41)$$

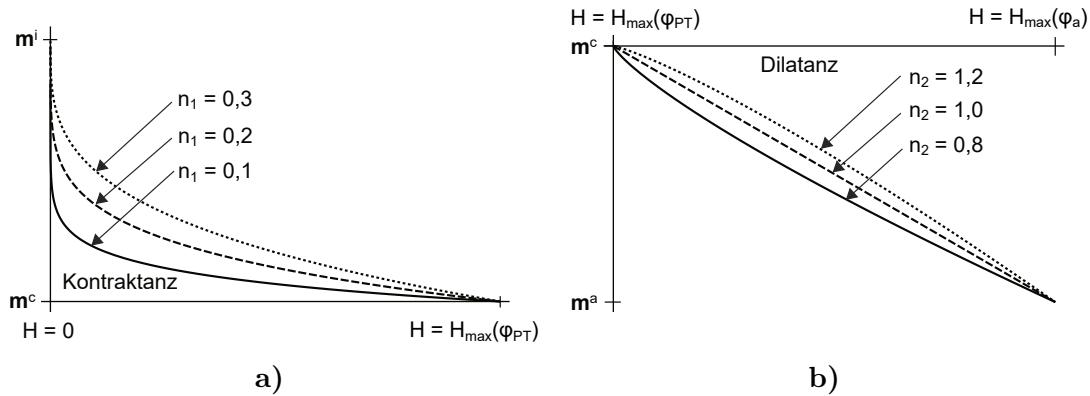
Die Interpolation mit den Exponenten  $n_1$  und  $n_2$  bietet eine große Flexibilität zur Modellierung der Richtung der irreversiblen Verformungen. Die äquivalente hypoplastische Fließregel ist unter axialsymmetrischen Bedingungen für zwei verschiedene Porenzahlen in Abbildung 7.13 schematisch dargestellt.

### 7.7.1 Parameter $\varphi_a$ , $n_1$ und $n_2$

Der Reibungswinkel  $\varphi_a$  beschreibt das Spannungsverhältnis, ab welchem die Bedingung  $\mathbf{m} \propto \partial H / \partial \boldsymbol{\sigma}$  gilt. Eine experimentelle Bestimmung von  $\varphi_a$  ist nicht trivial und es wird in Anlehnung an Abschnitt 7.6.2 die Abschätzung

$$\varphi_a \approx \varphi_d \approx 1,5 \varphi_c \quad (7.42)$$

vorgeschlagen.



**Abbildung 7.14:** Interpolation der äquivalenten hypoplastischen Fließregel  $\mathbf{m}$  und der Einfluss der Exponenten  $n_1$  und  $n_2$  auf a) den kontraktanten Bereich mit  $H \leq H_{\max}(\varphi_{PT})$  und auf b) den dilatanten Bereich mit  $H_{\max}(\varphi_{PT}) \leq H \leq H_{\max}(\varphi_a)$

Der Exponent  $n_1$  beeinflusst die Interpolation zwischen einer rein volumetrischen (kontraktanten) Richtung von  $\mathbf{m}$  bei einem isotropen Spannungszustand ( $Q = 0$  bzw.  $H = 0$ ) und einer rein deviatorischen (volumenkonstanten) Richtung von  $\mathbf{m}$  bei einem mobilisierten Reibungswinkel von  $\varphi_{mob} = \varphi_{PT}$  ( $H = H_{\max}(\varphi_{PT})$ ). Wie in Abbildung 7.14a dargestellt, vergrößert ein größerer Exponent  $n_1$  die Intensität der Kontraktanz im kontraktanten Bereich. Analog steuert der Exponent  $n_2$  die Interpolation im dilatanten Bereich. Eine Vergrößerung des Exponenten  $n_2$  reduziert die Dilatanz im dilatanten Bereich, siehe Abbildung 7.14b.

Eine genaue Kalibrierung der Exponenten ist beispielsweise in einem monotonen drainierten Triaxialversuch an einer dichten Probe anhand der volumetrischen Dehnung in Abhängigkeit vom mobilisierten Reibungswinkel möglich. Im Rahmen einer Kalibrierung der NHP können die beiden Exponenten in erster Näherung als Materialkonstanten betrachtet werden und es wird  $n_1 = 0,22$  und  $n_2 = 0,9$  vorgeschlagen.

## 7.8 Kontraktanz infolge der Strukturvariable

Aufbauend auf der Diskussion aus Abschnitt 3.5 bezüglich einer erforderlichen Zustandsvariable zur Berücksichtigung der aktuellen anisotropen Mikrostruktur (Fabric) in fortgeschrittenen Stoffmodellen wurde in der NHP die Strukturvariable  $\mathbf{z}$  eingeführt. Der Ansatz in der NHP unterscheidet sich dabei von der in Kapitel 5 beschriebenen Kopplung eines hypoplastischen Modells mit der Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST) [78]. Daher wird die Strukturvariable der NHP bewusst als  $\mathbf{z}$  benannt, während der Fabric-Tensor in Kapitel 5 mittels  $\mathbf{F}$  bezeichnet wurde. Wie auch bei  $\mathbf{F}$  handelt es sich bei dem Tensor zweiter Stufe  $\mathbf{z}$  um einen Deviator, welcher sich ausschließlich durch eine deviatorische Dehnungsräte entwickelt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das ursprüngliche Konzept der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$  in der NHP, welches unter anderem in [101, 118, 120] beschrieben ist, an die

ACST angepasst. Allerdings wird in der NHP bewusst auf eine direkte Beeinflussung der Kompressionsbeziehung durch die Strukturvariable verzichtet, weshalb die NHP nach wie vor nicht strikt dem Konzept der ACST folgt. Die NHP demonstriert somit die Vielfalt der konstitutiven Möglichkeiten der Berücksichtigung der anisotropen Mikrostruktur in einem Stoffmodell und stellt ein alternatives Konzept zur ACST dar. In der NHP wird die Strukturvariable in Gl. (7.1) durch den zusätzlichen Term

$$\mathbf{m}^z Y_z \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad \text{mit} \quad \mathbf{m}^z = \vec{\boldsymbol{\sigma}} \quad (7.43)$$

und

$$Y_z = \omega(\mathbf{z}_{\max} - \mathbf{z} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (7.44)$$

berücksichtigt. Für isotrope Spannungszustände führt Gl. (7.43) und Gl. (7.44) in Abhängigkeit vom Unterschied zwischen der Richtung der Strukturvariable  $\mathbf{z}$  und der Richtung der Dehnungsrate  $\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}$  zu einer zusätzlichen Kontraktanz. Je größer dieser Unterschied, desto größer wird der Grad der zusätzlichen Nichtlinearität infolge der Strukturvariablen  $Y_z$ . Der größte Einfluss von  $\mathbf{z}$  tritt bei einem vollständig mobilisierten Strukturtensor mit seinem asymptotischen Wert  $\|\mathbf{z}\| = z_{\max}$  infolge einer vorangegangenen monotonen Verformung und einer folgenden Umkehr der Belastungsrichtung um  $180^\circ$  auf. In diesem Fall gilt  $Y_z = 2\omega z_{\max}$ .

Der Grad der zusätzlichen Nichtlinearität infolge der Strukturvariable  $Y_z$  ist druckabhängig, was mittels der Funktion

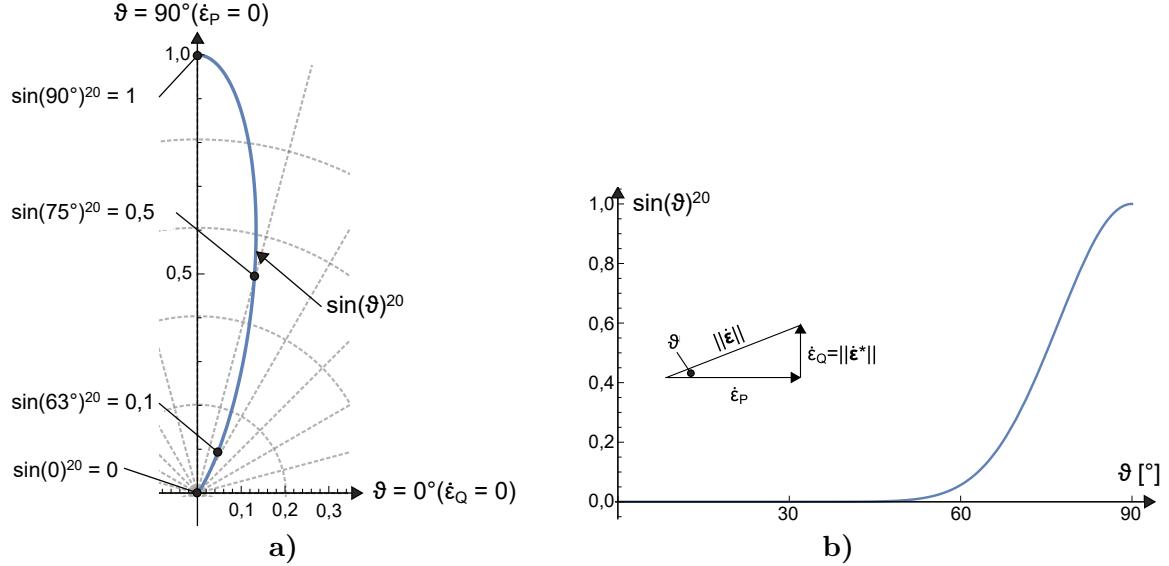
$$\omega(e, P) = \omega^z(P) f_{\text{ac}}(e) = \frac{P_z}{\underbrace{z_{\max} (100P_0 + P)}_{\omega^z(P)}} f_{\text{ac}}(e) \quad (7.45)$$

und den Materialparametern  $P_z$  und  $z_{\max}$  unter Berücksichtigung des Referenzdrucks  $P_0$  modelliert wird.  $\omega$  wächst bei abnehmendem mittleren effektiven Druck, was der Beobachtung zunehmender zyklischer Akkumulationsraten bei geringerem effektiven Druck entspricht. Die Funktion

$$f_{\text{ac}}(e) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(\mathbf{k}_d[e - e_d(P)])} \quad (7.46)$$

mit dem Materialparameter  $k_d$  deaktiviert die zusätzliche Dilatanz bei dichten Zuständen  $e < e_d$ . In Abschnitt 7.8.2 werden die Funktionen  $\omega^z(P)$  und  $f_{\text{ac}}$  im Zuge der Diskussion einzelner Stoffmodellparameter detailliert dargestellt.

Aufgrund der druckabhängigen Definition von  $\omega^z$  nach Gl. (7.45) tritt bei geringem mittleren effektiven Druck eine ausgeprägte zusätzliche Kontraktanz auf, welche beispielsweise bei einer undrainierten Scherung die Spannungsrelaxation in Richtung von  $\mathbf{m}^z$  diktiert. Um potentielle Probleme beispielsweise durch Auftreten von Zugspannungszuständen zu vermeiden, wird die Richtung von  $\mathbf{m}^z$  anstelle von  $\mathbf{m}^z \propto \vec{\boldsymbol{\delta}}$  aus [118, 120] zu  $\mathbf{m}^z \propto \vec{\boldsymbol{\sigma}}$  gewählt. Es ist zu erwähnen, dass  $\mathbf{m}^z$  durch diesen Ansatz bei nicht isotropen Spannungszuständen auch einen deviatorischen Anteil aufweist.



**Abbildung 7.15:** Graphische Interpretation der Gl. (7.48): Die Funktion  $\sin(\vartheta)^{20} = (\|\dot{\varepsilon}^*\|/\|\dot{\varepsilon}\|)^{20}$  als a) Polardiagramm und b) Funktion des Winkels  $\vartheta$

Die Entwicklungsgleichung der Strukturvariable

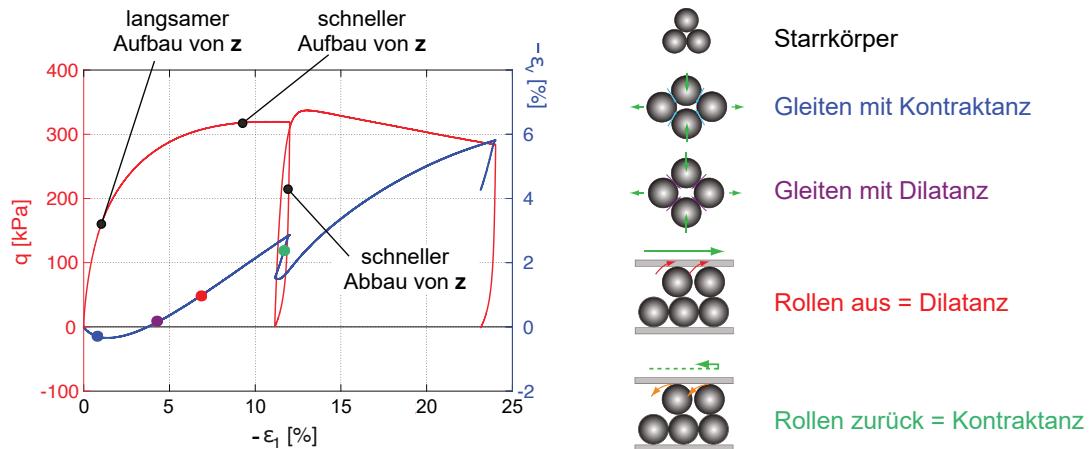
$$\dot{z} = A_z \left( \dot{\varepsilon}^\diamond - z \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{\beta_z} \|\dot{\varepsilon}^\diamond\| \right) \left( \alpha_z + \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{\nu_z} \right) \quad (7.47)$$

besteht aus drei Faktoren. Die Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}^\diamond$  ist dabei als

$$\dot{\varepsilon}^\diamond \stackrel{\text{def}}{=} \left( \frac{\dot{\varepsilon}_Q^2}{\dot{\varepsilon}_Q^2 + \dot{\varepsilon}_P^2} \right)^{10} \dot{\varepsilon}^* = \left( \frac{\|\dot{\varepsilon}^*\|}{\|\dot{\varepsilon}\|} \right)^{20} \dot{\varepsilon}^* = \sin(\vartheta)^{20} \dot{\varepsilon}^* \quad (7.48)$$

definiert. In der Version der NHP von [118] konnte sich die Strukturvariable beispielsweise auch infolge einer ödometrischen Kompression aufgrund des deviatorischen Anteils der Dehnungsrate relativ schnell entwickeln, was nicht zutreffend erscheint. Der Faktor  $(\|\dot{\varepsilon}^*\|/\|\dot{\varepsilon}\|)^{20}$  beschränkt daher die Entwicklung von  $z$  primär auf deviatorische Dehnungsraten. Der Exponent wurde empirisch gewählt. Je größer der volumetrische Anteil einer Dehnungsrate, desto langsamer erfolgt die Entwicklung der Strukturvariable. Eine rein volumetrische Verformung führt zu keiner Änderung von  $z$ . Eine grafische Interpretation von Gl. (7.48) ist Abbildung 7.15 zu entnehmen.

Die Strukturvariable  $z$  der NHP kann als Rollen von Körnern interpretiert werden [101, 117, 118, 217]. Der zugrunde liegenden Hypothese zufolge können aufgrund monotoner Scherbeanspruchung bei großen Spannungsverhältnissen einzelne Körner über- bzw. gegeneinander rollen. Durch eine Umkehr der Belastungsrichtung rollen die Körner zurück,



**Abbildung 7.16:** Zweidimensionale, mikromechanische Interpretation von drainierten Triaxialversuchen in einem Spannungs-Dehnungs-Dilatanz Diagramm und Rückschlüsse auf die Entwicklung der Strukturvariablen  $z$ : langsamer Aufbau von  $z$  bei geringem und schneller Aufbau von  $z$  bei großem Spannungsverhältnis sowie ein schneller Abbau von  $z$  infolge einer Belastungsrichtungsumkehr (modifiziert aus [101, 114, 118, 120])

was die beschriebene ausgeprägte zusätzliche Kontraktanz verursacht. Eine mikromechanische, zweidimensionale Interpretation dieser Hypothese mitsamt Rückschlüssen zur Entwicklung von  $z$  ist Abbildung 7.16 zu entnehmen.

Der Exponent  $\beta_z < 1$  muss auch bei geringen Werten von  $z$  einen schnellen Abbau der Strukturvariablen gewährleisten. Dies wird mit dem unmittelbaren Zurückrollen einzelner aufgerollter Körner nach einer Belastungsrichtungsumkehr assoziiert. Der Aufbau von  $z$  soll dagegen für größere Werte von  $z$  schneller erfolgen, da dies mit einer dilatanten Verformung und einem vermehrten Herausrollen einzelner Körner assoziiert wird. Der asymptotische Wert  $\|z\| = z_{\max}$  darf nicht überschritten werden, d.h. bei  $\|z\| = z_{\max}$  und einer fortgesetzten Verformung muss  $\dot{z} = 0$  gewährleistet sein. Zu diesem Zweck wird die gesamte Entwicklungsgleichung mit dem Faktor

$$\alpha_z + \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{n_z} \quad (7.49)$$

multipliziert. Die positive Rückkopplung wird über den Exponenten  $n_z > 1$  erreicht. Eine Entwicklung auch bei geringen Werten  $z$  wird durch  $\alpha_z > 0$  gewährleistet.

Beginnt eine axialsymmetrische und undrainierte triaxiale Kompression/Extension von einem Zustand mit  $\|z\| = z_{\max}$  auf der CSL im Extensionsbereich/Kompressionsbereich, so sollte, unmittelbar nachdem  $Q = 0$  durchlaufen wurde,  $\|z\| = 0$  erreicht werden. Daher wird die Entwicklungsgleichung mit dem druckabhängigen Faktor  $A_z$  multipliziert.

Zur Ermittlung von  $A_z$  wird zunächst die Scherdehnung  $\varepsilon_Q^z$  (als skalare Größe) abgeschätzt, die ungefähr erforderlich ist, um aus einem Spannungszustand auf der CSL einen isotro-

pen Spannungszustand ( $Q = 0$ ) zu erreichen. Für einen Boden mit einem Reibungswinkel von  $\varphi = 30^\circ$  kann, ähnlich wie in [101] gezeigt,  $\varepsilon_Q^z$  zu

$$\varepsilon_Q^z = 0,3 \ c (2 - n - \alpha) (P/P_0)^{1-n} / F_e \quad (7.50)$$

abgeschätzt werden. Gl. (7.47) lässt sich eindimensional ( $z$  statt  $\mathbf{z}$ ) ausdrücken:

$$\frac{\partial z}{\partial \varepsilon_Q} = A_z \left( 1 - \operatorname{sgn}(z) \left( \frac{|z|}{z_{\max}} \right)^{\beta_z} \right) \left( \alpha_z + \left( \frac{|z|}{z_{\max}} \right)^{n_z} \right). \quad (7.51)$$

Mit der Bedingung  $z(\varepsilon_Q = 0) = -z_{\max}$  beschreibt Gl. (7.51) für  $\varepsilon_Q > 0$  zunächst den Abbau, gefolgt von einem Aufbau von  $z$  bis zum asymptotischen Wert  $z = z_{\max}$ . Die Bedingung zur Bestimmung von  $A_z$  ist ein vollständiger Abbau bei der Dehnung  $\varepsilon_Q^z$  ausgehend von einer vollständigen Mobilisierung, siehe Abbildung 7.17. Numerisch lässt sich aus der Lösung der Gl. (7.51) unter Berücksichtigung der Bedingungen  $z(\varepsilon_Q = 0) = -z_{\max}$  und  $z(\varepsilon_Q = \varepsilon_Q^z) = 0$  ein skalarer Wert  $U_z$  als Funktion der Parameter  $\alpha_z$ ,  $n_z$ ,  $\beta_z$  und  $z_{\max}$  bestimmen [101]. Es gilt

$$A_z = \frac{U_z}{\varepsilon_Q^z} = \frac{F_e U_z}{0,3 c (2 - n - \alpha) (P/P_0)^{1-n}}. \quad (7.52)$$

Aufgrund der aufwendigen Prozedur zur mathematischen Ermittlung von  $U_z$  ist es jedoch zweckmäßiger, direkt einen zusätzlichen Materialparameter  $u_z$  einzuführen:

$$A_z = \frac{F_e u_z}{c (2 - n - \alpha) (P/P_0)^{1-n}} \quad (7.53)$$

Die Strukturvariable  $\mathbf{z}$  und die Interpretation des Rollens der Körner in der NHP erinnern an die Zustandsvariable  $\mathbf{z}$  des bekannten SaniSand Modells [25]. Es sei angemerkt, dass sich die Strukturvariable  $\mathbf{z}$  in der NHP nicht nur bei einer dilatanten Verformung entwickelt. Dennoch soll Gl. (7.47) sicherstellen, dass die Entwicklung der Strukturvariable im Fall von  $\|\mathbf{z}\| \approx 0$  deutlich langsamer erfolgt als bei  $\|\mathbf{z}\| \gg 0$ . Letzteres ist typischerweise bei monotonen Verformungen und großen Spannungsverhältnissen, bei welchen sich der Boden dilatant verhält, der Fall.

Zuletzt sei erwähnt, dass, wie im Abschnitt 7.4 beschrieben, die Strukturvariable auch die tensorielle Modifikation (Rotation) der Steifigkeit beeinflusst.

### 7.8.1 Parameter $z_{\max}$ , $\alpha_z$ , $\beta_z$ , $u_z$ und $n_z$

Die Entwicklung von  $\mathbf{z}$  wird mit den Materialkonstanten  $z_{\max}$ ,  $\alpha_z$ ,  $n_z$ ,  $\beta_z$  und  $u_z$  gesteuert. Zur Beschreibung der Einflüsse der einzelnen Parameter wird zunächst die eindimensionale Gl. (7.51) mit  $A_z = u_z/0,0125$  mit der Bedingung  $z(\varepsilon_Q = 0) = -z_{\max}$  und  $\varepsilon_Q > 0$

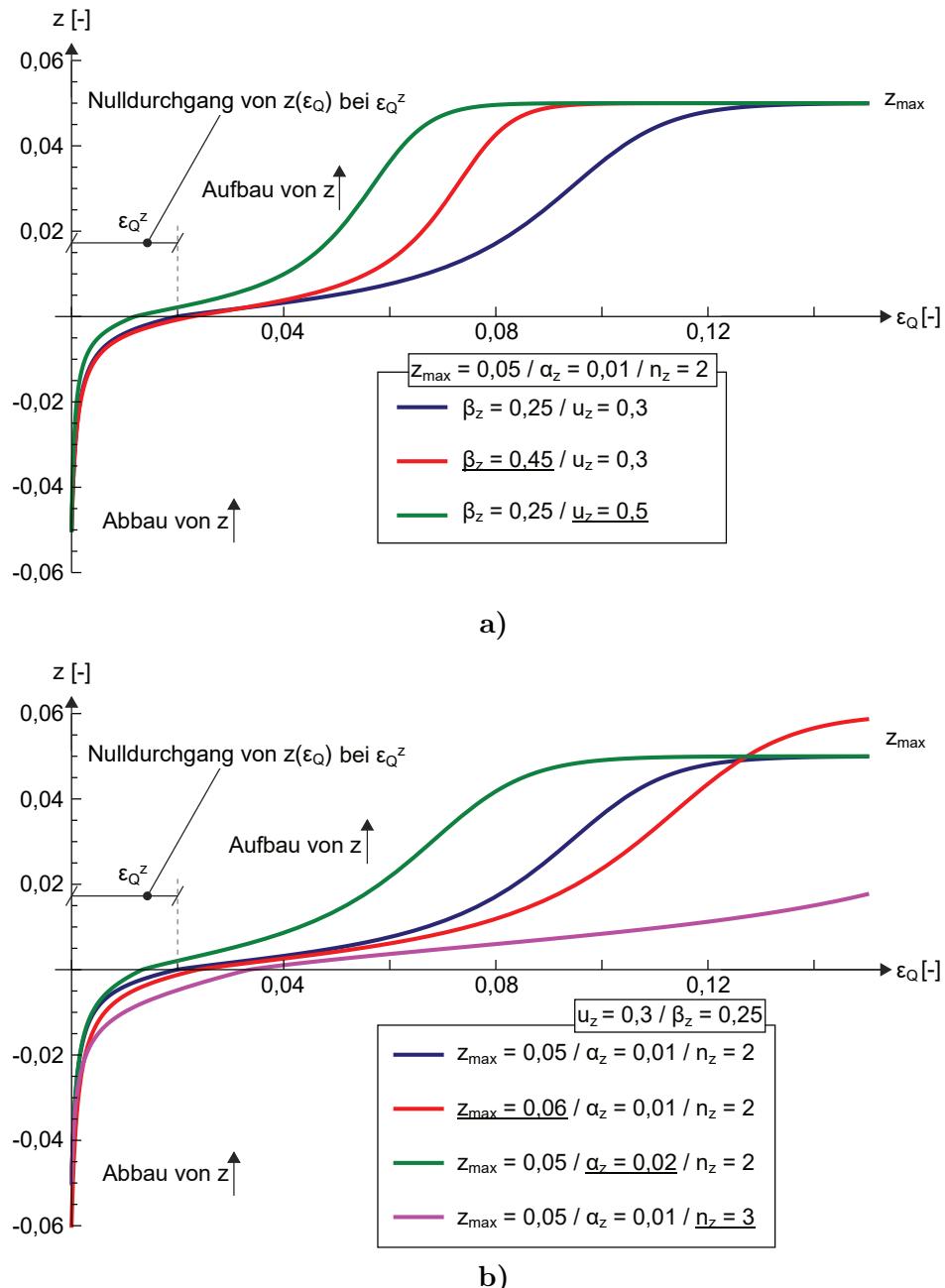
betrachtet. Der Nenner von 0,0125 ergibt sich für die Parameter des KFS in etwa für einen mittleren effektiven Druck von  $p = 150$  kPa. Abbildung 7.17 zeigt den Verlauf  $z(\varepsilon_Q)$  für verschiedene Parameterkombinationen.

Eine Erhöhung von  $\beta_z$  führt zu einem minimal langsameren Abbau und zugleich zu einem deutlich schnelleren Aufbau der Strukturvariablen. Eine insgesamt schnellere Entwicklung von  $z$  kann durch eine Erhöhung von  $u_z$  erreicht werden. Der asymptotische Wert der Strukturvariablen kann durch  $z_{\max}$  bestimmt werden. Die Entwicklung im Bereich von kleinen  $z$  ist durch  $\alpha_z$  beeinflusst. Eine Erhöhung von  $\alpha_z$  führt zu einer stärkeren Entwicklung im Bereich von  $z \approx 0$ . Ein größerer Exponent  $n_z$  führt zu einer insgesamt deutlich langsameren Entwicklung der Strukturvariable im Bereich von  $|z| < z_{\max}$ . Die Erkenntnisse aus der eindimensionalen Betrachtung lassen sich qualitativ auf die tensorielle Formulierung übertragen.

Da gegenwärtig mit gängigen experimentellen Methoden weder die Strukturvariable noch deren Entwicklung messtechnisch erfasst werden kann, stellt die Kalibrierung der genannten Parameter eine große Herausforderung dar. Das Konzept der Strukturvariablen in der NHP basiert auf empirischen Überlegungen und dementsprechend sind auch die Materialparameter empirisch ermittelt. Die Parameter sind so zu wählen, dass sich, wie bereits beschrieben und in Abbildung 7.17 dargestellt,  $z$  infolge der Scherdehnung  $\varepsilon_Q^z$  vollständig abbauen kann. Zur Prüfung der gewählten Parameter kann ein zyklischer undrainierter Triaxialversuch mit  $q^{\text{av}} = 0$  und einer Spannungsamplitude von beispielsweise  $q^{\text{ampl}} = 60$  kPa simuliert und die Strukturvariable als Funktion der Deviatorspannung betrachtet werden. In erster Näherung können die betreffenden Parameter als Konstanten zu  $z_{\max} = 0,05$ ,  $\alpha_z = 0,01$ ,  $\beta_z = 0,15$  und  $n_z = 2$  angenommen werden. Die allgemeine Geschwindigkeit der Entwicklung von  $z$  lässt sich direkt über den Wert von  $u_z$  beeinflussen, für welchen  $u_z = 0,4$  vorgeschlagen wird.

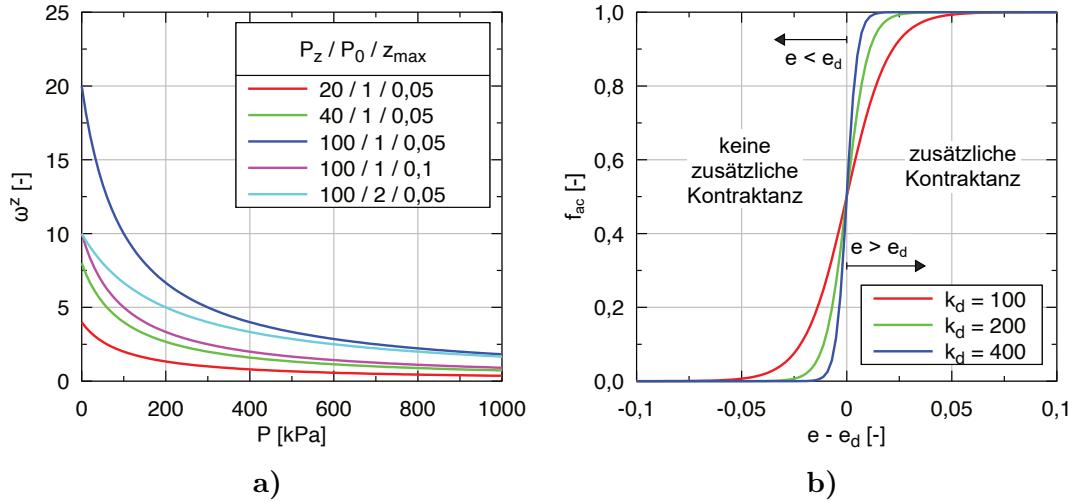
### 7.8.2 Parameter $k_d$ , $P_z$ und $P_0$

Die Funktionen  $\omega^z(P)$  und  $f_{\text{ac}}(e)$ , siehe Gl. (7.45) und Gl. (7.46), sowie der Einfluss der Parameter  $z_{\max}$ ,  $k_d$ ,  $P_z$  und des Referenzdrucks  $P_0$  auf diese Funktionen sind in Abbildung 7.18 dargestellt. Abbildung 7.18a zeigt, dass die Intensität der zusätzlichen Kontraktanz mit zunehmendem Druck abnimmt. Eine Reduktion von  $P_z$  führt zu einer geringeren zusätzlichen Kontraktanz. Eine Erhöhung von  $z_{\max}$  hat denselben Effekt. Eine Erhöhung des Referenzdrucks  $P_0$  reduziert die Druckabhängigkeit und die Intensität der zusätzlichen Kontraktanz. Die Funktion  $f_{\text{ac}}(e)$  deaktiviert die zusätzliche Kontraktanz für dichte Zustände  $e < e_d$ , wie in Abbildung 7.18b gezeigt. Der Materialparameter  $k_d$  steuert den Übergang zwischen einer vollständigen Deaktivierung ( $f_{\text{ac}} = 0$ ) und einer vollständigen Aktivierung ( $f_{\text{ac}} = 1$ ). Je größer  $k_d$ , desto kleiner ist dieser Übergangsbereich. Auch für diese Parameter ist festzuhalten, dass gegenwärtig eine direkte experimentelle Kalibrierung nicht möglich ist. Im Rahmen einer Kalibrierung können  $k_d = 200$  und  $P_0 = 1$  kPa als Konstanten angenommen werden.



**Abbildung 7.17:** Einfluss der Materialparameter a)  $\beta_z$  und  $u_z$  sowie b)  $z_{max}$ ,  $\alpha_z$  und  $n_z$  auf die Entwicklung der Strukturvariablen  $z$  anhand der Lösung der eindimensionalen Entwicklungs-gleichung (Gl. (7.51))

Eine Kalibrierung von  $P_z$  kann anhand von undrainierten, monotonen Triaxialversuchen an lockeren Proben erfolgen, die mit derselben Probenpräparationsmethode und axialer Sedimentationsrichtung hergestellt wurden. Solche Proben zeigen bei einem Extensionsversuch ein deutlich kontraktanteres Verhalten als im Kompressionsversuch. Dieses anisotrope Bodenverhalten kann bei entsprechender Initialisierung von  $z$  durch eine geeignete Wahl von  $P_z$  reproduziert werden. Ein größerer Wert von  $P_z$  führt zu ausgeprägteren



**Abbildung 7.18:** Einfluss der Materialparameter  $P_z$  und  $k_d$  sowie des Referenzdrucks  $P_0$  auf die zusätzliche Kontraktanz infolge der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$ : a) Intensität der zusätzlichen Kontraktanz  $\omega^z(P)$  und b) Funktion  $f_{ac}(e)$  zur Deaktivierung der zusätzlichen Kontraktanz bei dichten Zuständen  $e < e_d$

anisotropen Effekten. Eine Deaktivierung der zusätzlichen Dilatanz kann mittels  $P_z = 0$  erfolgen. Dabei ist zu beachten, dass die Rotation der Steifigkeit mit  $P_z = 0$  nicht deaktiviert ist.

### 7.8.3 Vergleich der Strukturvariable in der NHP und des Fabric-Tensors in der HP+ACST

Im Rahmen dieser Arbeit wurden nun mit (1) dem Fabric-Tensor  $\mathbf{F}$  der HP+ACST in Kapitel 5 und mit (2) der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$  der NHP im vorliegenden Kapitel zwei Ansätze einer sich entwickelnden Mikrostruktur und deren konstitutiven Berücksichtigung in einem hypoplastischen Stoffmodell verfolgt. Beide Ansätze werden im Folgenden kurz verglichen und diskutiert. Zunächst ist offensichtlich, dass in beiden Modellen die Einflüsse der anisotropen Mikrostruktur das kontraktante Bodenverhalten verstärken. Während die zusätzliche Kontraktanz in der HP+ACST über die Modifikation der Kompressionsbeziehung der Grenzporenzahlen erfolgt, führt die NHP hierzu direkt einen von der Strukturvariablen abhängigen zusätzlichen nichtlinearen Term für die Entwicklung der Spannungsrate ein.

Sowohl  $\mathbf{F}$  als auch  $\mathbf{z}$  sind deviatorische Tensoren zweiter Stufe, welche sich gemäß Gl. (5.9)

$$\dot{\mathbf{F}} = [\mathbf{n} - (1 + D)^{\alpha_D} \mathbf{F}] \mathbf{m} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| \quad (7.54)$$

bzw. Gl. (7.55)

$$\dot{z} = A_z \left( \dot{\varepsilon}^\diamond - \vec{z} \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{\beta_z} \|\dot{\varepsilon}^\diamond\| \right) \left( \alpha_z + \left( \frac{\|z\|}{z_{\max}} \right)^{n_z} \right) \quad (7.55)$$

infolge einer deviatorischen Dehnungsrate in die Richtung letzterer entwickeln. Als entscheidende Unterschiede beider Gleichungen sind zu nennen:

- Während  $\mathbf{F}$  als mit seiner Norm im kritischen Zustand skalierter Tensor interpretiert wird (wobei im kritischen Zustand  $\|\mathbf{F}\| = 1$  gilt), ist die Norm der Strukturvariable  $z$  mit  $\|z\| = z_{\max}$  ein empirisch bestimmter Materialparameter. Eine Skalierung von  $z$  wäre allerdings problemlos möglich.
- Während sich für verschiedene proportionale Dehnungspfade verschiedene asymptotische Zustände von  $\mathbf{F}$  ergeben und sich somit auch Peakwerte in dichten Proben erreichen lassen, führt jeder proportionale Dehnungspfad mit  $\dot{\varepsilon}_Q \neq \mathbf{0}$  nach einer ausreichend langen Verformung zum asymptotischen Wert  $\|z\| = z_{\max}$ , der nie überschritten wird und  $z$  somit keine Peakwerte erreichen kann. Allerdings ist die Geschwindigkeit der Entwicklung von  $z$  für verschiedene proportionale Dehnungspfade aufgrund der verwendeten Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}^\diamond$ , siehe Gl. (7.48), stark unterschiedlich.

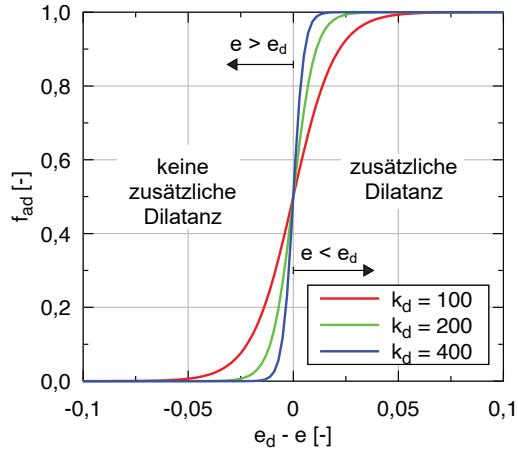
Zusammenfassend lässt sich sagen, dass somit zwei verschiedene Konzepte zur Berücksichtigung einer anisotropen Mikrostruktur in hypoplastischen Stoffmodellen im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt wurden. Wie der Vergleich mit experimentellen Daten für die HP+GIS+ACST in Kapitel 6 bereits zeigte und für die NHP+GIS in Kapitel 8 noch zeigen wird, führen beide Konzepte zu qualitativ und quantitativ guten Simulationsergebnissen und sind daher als gleichwertig zu bewerten.

## 7.9 Dilatanz zur Vermeidung zu dichter Zustände

Die druckabhängige Grenzporenzahl  $e_d(P)$  beschreibt den physikalisch dichtest möglichen Zustand eines granularen Bodens. Die Druckabhängigkeit der Grenzporenzahlen wird in der NHP gemäß der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8], siehe Abschnitt 7.5, beschrieben. Es zeigt sich jedoch, dass diese dichteste Lagerung  $e_d(P)$  unterschritten werden kann. Beispiele hierzu werden in Abschnitt 7.10.2 gezeigt. Um unzulässig dichte Zustände mit  $e < e_d(P)$  in der NHP zu vermeiden, wurde in Gl. (7.1) ein zusätzlicher Dilatanzterm

$$\mathbf{m}^d Y_d \|\dot{\varepsilon}\| \quad (7.56)$$

eingeführt. Die Richtung der zusätzlichen Dilatanz ist rein volumetrisch und es gilt somit  $\mathbf{m}^d = \vec{\delta}$ . Die Intensität der zusätzlichen Dilatanz  $Y_d$  hängt von der Differenz der aktuellen Porenzahl und der dichtesten Porenzahl  $e - e_d(P)$  ab [117]. Es gilt



**Abbildung 7.19:** Faktor  $f_{ad}$  in Abhängigkeit der Differenz  $e_d - e$  zur Vermeidung unzulässig dichter Zustände  $e < e_d(P)$

$$Y_d = f_{ad} \quad Y_{dd} = f_{ad} \left( Y + 1 - \left( a \frac{P}{P_0} \right)^{1-n_B} \frac{(1 + e_d(P))\sqrt{3}}{\bar{E}_{PP} a n_B e_d(P)} \right) \quad (7.57)$$

mit

$$\bar{E}_{PP} = \delta_{ij} \bar{E}_{ijkl} \delta_{kl} \quad \text{und} \quad a = \sqrt{3}/h_s. \quad (7.58)$$

Für die Funktion

$$f_{ad} = 1 - \frac{1}{1 + \exp(k_d[e_d(P) - e])} \quad (7.59)$$

gilt  $f_{ad} \gg 0$  nur für Porenzahlen  $e \approx e_d$  bzw.  $e < e_d$ , also für dichte bzw. für unzulässig dichte Zustände. Für Zustände  $e \gg e_d$  ist aufgrund von  $f_{ad} \approx 0$  die zusätzliche Dilatanz deaktiviert. Abbildung 7.19 stellt die Funktion  $f_{ad}$  in Abhängigkeit der Differenz  $e_d - e$  sowie den Einfluss des Parameters  $k_d$  grafisch dar.

## 7.10 Grafische Darstellung der NHP

Die grundsätzlichen Eigenschaften von Stoffmodellen können grafisch dargestellt und interpretiert werden [50, 69]. Dies erlaubt eine einfache und zugleich fundierte Einschätzung der konstitutiven Formulierung und ermöglicht einen einfachen Vergleich verschiedener Stoffmodelle auf qualitativer Ebene. Im Folgenden wird die NHP anhand von Antwortumhüllenden und anhand des asymptotischen Verhaltens infolge monotoner Verformungen mittels numerischen Beispielen untersucht.

### 7.10.1 Antwortumhüllende

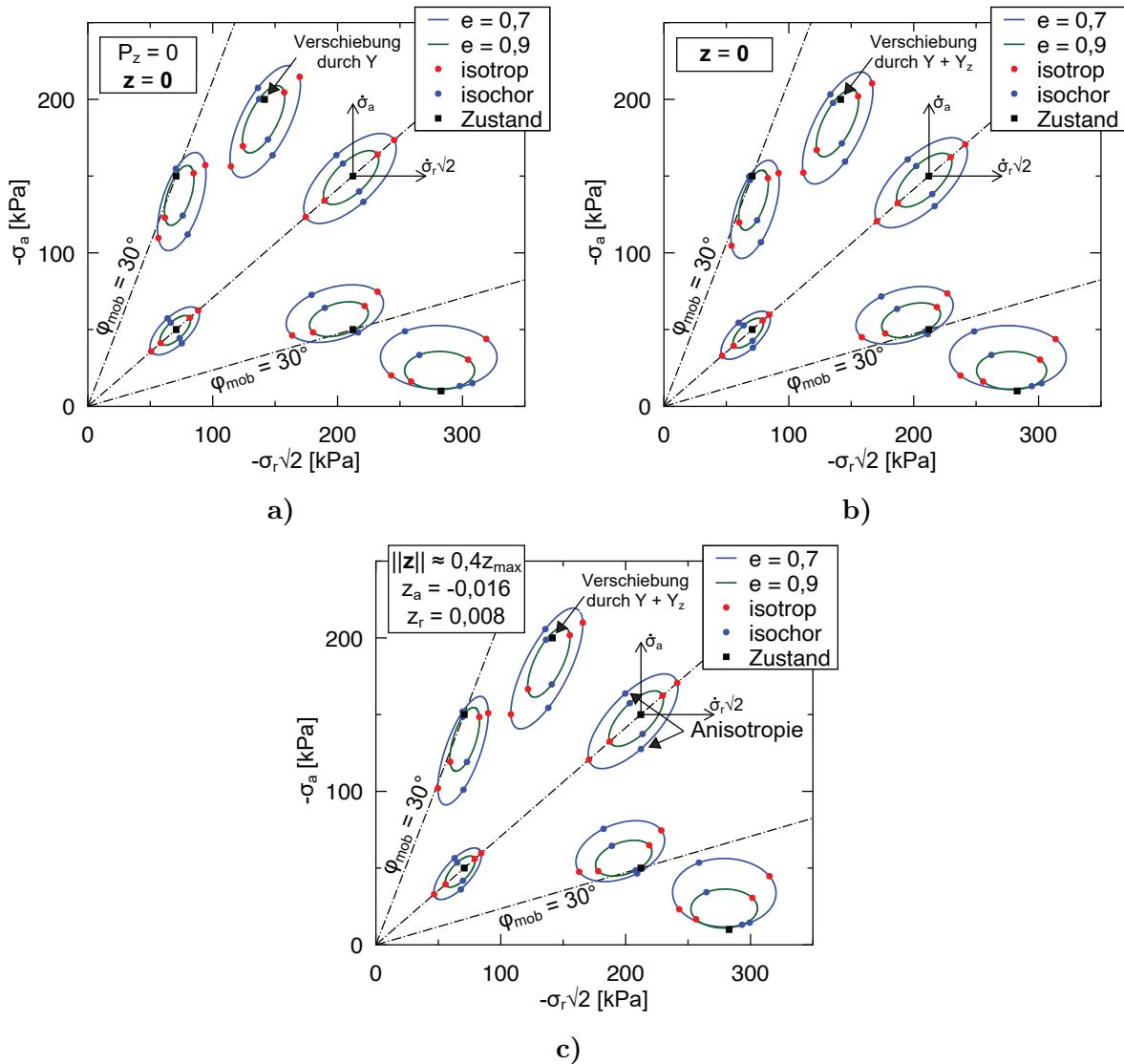
Das Konzept der Antwortumhüllenden wurde bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben. In Abbildung 7.20 sind für die Parameter des KFS aus Tabelle 8.1 und Tabelle 7.1 Antwortumhüllende der NHP für verschiedene axialsymmetrische Spannungszustände und verschiedene Dichten ( $e = 0,7$  und  $e = 0,9$ ) gegeben. In Abbildung 7.20a wurde der Effekt der Strukturvariable  $z$  mittels des Parameters  $P_z = 0$  deaktiviert. Aufgrund von  $z = 0$  ist zudem auch die Rotation der elastischen Steifigkeit nicht aktiviert. In Abbildung 7.20b sind hingegen Zustände mit  $z = 0$  und  $P_z \neq 0$  untersucht und in Abbildung 7.20c ist der Fall  $\|z\| = 0,4z_{\max}$  ( $z_a = -0,016 = -2z_r$ ), ebenfalls mit  $P_z \neq 0$ , betrachtet. Letzterer wird in Abschnitt 8.3 als Initialisierung für die Nachrechnung realer Triaxialversuche verwendet.

Die NHP ist inkrementell nichtlinear. Als Antwortumhüllende ergeben sich unter den betrachteten axialsymmetrischen Bedingungen Ovale, welche bei deaktiviertem Einfluss der Strukturvariable  $z$  zu Ellipsen mutieren. Die Mittelpunkte der Umhüllenden sind bezüglich der betrachteten Spannungszustände verschoben. Die Größe der Verschiebung hängt vom Grad der Nichtlinearität  $Y$  und der zusätzlichen Nichtlinearität infolge der Strukturvariablen  $Y_z$  ab<sup>5</sup>. Die Richtung der Verschiebung der Ovale wird entsprechend durch  $\mathbf{m}$  bzw.  $\mathbf{m}^z$  diktiert. An den Antwortumhüllenden ist die Druck- und Dichteabhängigkeit der NHP deutlich zu erkennen. Je dichter der Boden und je größer der mittlere effektive Druck, desto größer werden die Antwortumhüllenden und desto größer ist entsprechend die Steifigkeit in der NHP.

Bei deaktivierten Effekten infolge der Strukturvariablen gilt  $Y_z = 0$ . Der Grad der Nichtlinearität  $Y$  ist für einen isotropen Spannungszustand relativ gering, weshalb die NHP nahezu elastisch ist und sich daher eine vergleichsweise geringe Verschiebung des Mittelpunktes der Antwortumhüllenden bezüglich des betrachteten Zustands zeigt, siehe Abbildung 7.20a. Bei großen Spannungsverhältnissen ist der Grad der Nichtlinearität  $Y$  hingegen groß, weshalb sich eine größere Verschiebung der Antwortumhüllenden ergibt. Sofern  $Y > 1$  gilt, was in hypoplastischen Modellen problemlos möglich ist, liegt der betrachtete Spannungszustand außerhalb der Antwortumhüllenden. Da jedoch auch für große Spannungsverhältnisse  $Y$  nur geringfügig größer als 1 ist, liegt der betrachtete Spannungszustand auch für große Spannungsverhältnisse nicht weit von der Antwortumhüllenden entfernt.

Wenn hingegen die Strukturvariable  $z$  aktiviert wird, vergrößert  $Y_z$  die Verschiebung der Antwortumhüllenden bezüglich deren Mittelpunkte, was beim Vergleich zwischen Abbildung 7.20a und Abbildung 7.20b deutlich wird. Es zeigt sich ein anisotropes Materialverhalten. Deutlich zu erkennen ist dies beispielsweise bei der Betrachtung von isotropen Spannungszuständen und den resultierenden Spannungsraten infolge einer isochoren triaxialen Kompression im Vergleich zur isochoren triaxialen Extension in Abbildung 7.20c.

<sup>5</sup>Die Nichtlinearität  $Y_d$  ist für die betrachteten Zustände nicht relevant, da  $e > e_d(P)$  gilt.



**Abbildung 7.20:** Antwortumhüllende an ausgewählten Zuständen in der NHP im  $\sigma_a\sqrt{2}\sigma_r$ - bzw.  $\dot{\sigma}_a\sqrt{2}\dot{\sigma}_r$ -Rendulic-Diagramm für KFS für a) eine deaktivierte zusätzliche Kontraktanz infolge der Strukturvariablen ( $P_z = 0$ ), b) für  $z = 0$  und für c)  $\|z\| = 0,4z_{\max}$  ( $z_a = -0,016 = -2z_r$ )

### 7.10.2 Asymptotisches Verhalten

Das asymptotische Verhalten von Boden wurde in Kapitel 4 ausführlich diskutiert. Um den aus der NHP resultierenden Spannungspfad infolge eines monotonen Dehnungspfads zu bewerten, werden im Folgenden isotope (iso), ödometrische (oed) und volumenkonstante (crit) Dehnungspfade betrachtet. Erneut wird der Parametersatz des KFS herangezogen. Um verstärkte nichtlineare Effekte zu Beginn der Verformung, die für das asymptotische Verhalten nicht von Interesse sind, zu vermeiden, wurde der Parameter  $P_z = 0$  gewählt.

Ausgehend von zwei anisotropen und axialsymmetrischen Anfangsspannungszuständen mit derselben Porenzahl ( $e_0 = 0,96$ ) werden zunächst die monotonen Dehnungspfade jeweils in Extensions- und in Kompressionsrichtung aufgebracht. Die resultierenden

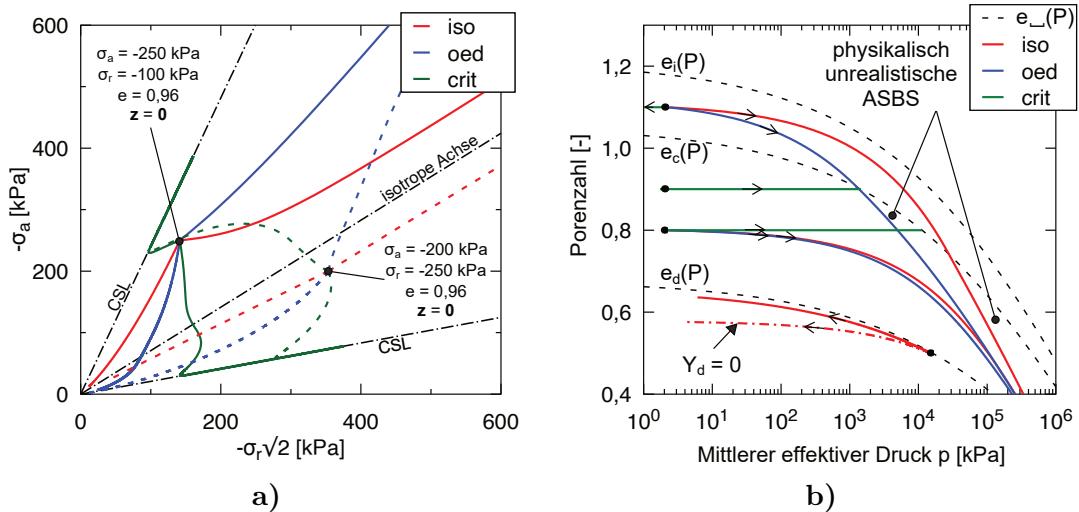
axialsymmetrischen effektiven Spannungspfade sind in Abbildung 7.21a dargestellt. Die Spannungspfade zeigen das erwartete Verhalten. Während die volumenkonstanten Pfade asymptotisch zu Spannungsverhältnissen entsprechend des kritischen Zustands führen, tendieren die isotropen Pfade asymptotisch zu einem isotropen Spannungszustand, wobei gleich sehr große mittlere effektive Drücke hierzu erforderlich sind. Auch die ödometrischen Pfade tendieren zu den gleichen Spannungsverhältnissen. Nach Kapitel 4 beeinflusst der Anfangszustand einer monotonen proportionalen Verformung das asymptotische Verhalten von Boden nicht. Dies wird auch in den Simulationen der NHP deutlich und die berechneten Spannungspfade lassen auf ein konvergentes Verhalten schließen. Die extensiven Pfade tendieren, wie erwartet, zu einem spannungsfreien Zustand.

Ausgehend von einem isotropen Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 2$  kPa wurden die kompressiblen Dehnungspfade zusätzlich für verschiedene Anfangsporenzahlen betrachtet. Die resultierende Porenzahl  $e$  in Abhängigkeit vom mittleren effektiven Druck  $p$  ist in Abbildung 7.21b dargestellt. Neben den Simulationsergebnissen der NHP sind auch die druckabhängigen Grenzporenzahlen der zugrunde gelegten Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] gemäß Gl. (7.25) eingetragen. Die Simulationen der volumenkonstanten Pfade tendieren asymptotisch zur kritischen Porenzahl  $e_c(P)$  der Kompressionsbeziehung, welche infolgedessen tatsächlich die CSL der NHP im  $ep$ -Diagramm darstellt.

Allerdings führt die isotrope Kompression nicht zu Zuständen auf der durch die Kompressionsbeziehung gemäß Gl. (7.25) definierten Kurve  $e_i(P)$ . Die sich aus der NHP ergebende isotrope Kompressionslinie entspricht also nicht der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8]. Dies ist auf die nicht berücksichtigte Konsistenz zwischen der Rate des mittleren effektiven Drucks und der Porenzahl infolge einer monotonen isotropen Kompression zwischen der Kompressionsbeziehung und dem Stoffmodell selbst zurückzuführen.

Im Folgenden werden nur die Simulationen mit der größten initialen Porenzahl ( $e_0 = 1,1$ ) aus Abbildung 7.21b betrachtet. Sowohl der isotrope Pfad als auch der ödometrische Pfad führt im Bereich praktisch relevanter effektiver Drücke zu größeren Porenzahlen als durch die CSL definiert. Auch wenn diese beiden Pfade zu Beginn der Simulation noch keine asymptotischen Zustände darstellen, entspricht die Beobachtung dennoch der Erwartung im Sinne der asymptotischen Zustände von  $e_d < e_c < e_i$ . Erstaunlicherweise schneiden sowohl die ödometrische Kompressionslinie als auch die isotrope Kompressionslinie der Simulation mit der NHP bei zunehmendem Druck die CSL. Wie in Kapitel 4 diskutiert, ist dies physikalisch unbegründet und widerspricht experimentellen Ergebnissen [50, 93]. Die sich infolge einer ödometrischen Kompression asymptotisch einstellenden Porenzahlen sind unabhängig vom mittleren effektiven Druck geringer als die Porenzahlen infolge der isotropen Kompression, was wiederum physikalisch begründet ist [50, 93].

Die in Kapitel 4 diskutierte ASBS kann für die NHP gegenwärtig mathematisch nicht hergeleitet werden. Die gezeigten Beispielsimulationen beweisen dennoch, dass die ASBS der NHP für den Bereich großer effektiver Spannungen eine physikalisch nicht begründete Form aufweist. Es lässt sich schlussfolgern, dass lediglich  $e_c(P)$  als explizit definierter Bestandteil der ASBS der NHP anzusehen ist, nicht jedoch die ebenfalls durch Gl. (7.25) definierte Funktion  $e_i(P)$ .



**Abbildung 7.21:** Asymptotisches Verhalten der NHP infolge proportionaler axialsymmetrischer Dehnungspfade: a) effektive Spannungspfade im  $\sigma_a\sqrt{2}\sigma_r$ -Rendulic-Diagramm und b)  $ep$ -Pfade im Kompressionsdiagramm

Neben den diskutierten kompressiblen proportionalen Dehnungspfaden wurde auch eine isotrope Extension betrachtet. Diese Simulation beginnt von einem isotropen Anfangsspannungszustand mit  $p_0 = 15$  MPa und  $e_0 = 0,5$ . Für den Fall einer deaktivierten zusätzlichen Dilatanz ( $\gamma_d = 0$ ) nach Abschnitt 7.9 ergeben sich signifikant dichtere Zustände als durch die Kompressionsbeziehung  $e_d(P)$  nach Gl. (7.25) definiert. Dies ist physikalisch unbegründet. Durch die Berücksichtigung der eingeführten zusätzlichen Dilatanz liegen die asymptotisch erreichbaren dichtesten Zustände in erster Näherung im Bereich der dichtesten Zustände entsprechend der Kompressionsbeziehung nach Gl. (7.25).

Zuletzt muss erwähnt werden, dass für die Lösung bodenmechanischer Fragestellungen das asymptotische Verhalten von Stoffmodellen bei extrem großen Drücken meist nicht relevant wird. Die gezeigten Defizite der NHP diesbezüglich können zwar theoretisch diskutiert werden, schließen eine Anwendung der NHP jedoch nicht aus.

## 7.11 Vereinfachte NHP-Parameterkalibration

Mit der NHP wurde in diesem Kapitel ein neues hypoplastisches Modell zur Simulation monotoner Verformungen eingeführt. In Summe verwendet die NHP 29 Stoffmodellparameter. All diese Parameter wurden im vorliegenden Kapitel bereits an der Stelle der jeweiligen Einführung diskutiert. Die Erkenntnisse werden nachfolgend zusammengefasst.

Anhand von vielen Elementsimulationen, siehe hierzu Abschnitt 8.3, zeigt sich, dass 18 der 29 erwähnten Parameter als „fortgeschrittene Parameter“ oder „Konstanten“ betrachtet werden können [106]. Diese lassen sich auf Standardwerte setzen und müssen zunächst für unterschiedliche Materialien nicht kalibriert werden. Alle 18 NHP-Konstanten sind in Tabelle 7.1 aufgelistet. Die Kalibration der übrigen 11 NHP-Parameter wird im Folgenden

zusammengefasst. Das Kalibrierungsverfahren ähnelt dabei stark dem bereits für frühere hypoplastische Modelle vorgeschlagenen Vorgehen [51, 53, 91].

Die granulare Härte  $h_s$ , der Exponent  $n_B$  sowie die Grenzporenzahlen  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$  und  $e_{i0}$  in der NHP entsprechen der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] und wurden unter anderem in Abschnitt 7.5.1 diskutiert. Die Parameter  $h_s$  und  $n_B$  bestimmen die Form der Kompressionskurve und können beispielsweise anhand einer ödometrischen oder isotropen Kompression an einer lockeren Probe kalibriert werden. Die Grenzporenzahlen bei  $p = 0$  ergeben sich aus Versuchen zur Bestimmung der lockersten und dichtesten Lagerung ( $e_{\min}$  und  $e_{\max}$ ) [28, 51, 53, 91]. Es gilt folgende Abschätzung:

$$e_{d0} \approx e_{\min}, \quad e_{c0} \approx e_{\max} \quad \text{und} \quad e_{i0} \approx 1,2 e_{\max}. \quad (7.60)$$

Allgemein muss  $e_{d0} < e_{c0} < e_{i0}$  gelten. Aufgrund der nicht berücksichtigten Konsistenzbedingung zwischen der Kompressionsbeziehung und dem Stoffmodell selbst liefert die Kompressionsbeziehung und Simulationen mit der NHP nicht dieselbe Kompressionskurve, siehe Abschnitt 7.10.2. Es wird daher empfohlen, die Parameter  $h_s$ ,  $n_B$ ,  $e_{d0}$ ,  $e_{c0}$  und  $e_{i0}$  zunächst anhand der Kompressionsbeziehung nach Bauer [8] zu kalibrieren und darauf aufbauend dieselbe Kompression mit der NHP zu simulieren um sicherzustellen, dass die Unterschiede für das untersuchte bodenmechanische Problem vernachlässigbar sind.

Der Parameter  $c$  steuert die Größe der hyperelastischen Steifigkeit und kann anhand der Spannungs-Dehnungs-Kurve eines monotonen Triaxialversuchs an einer locker gelagerten Probe kalibriert werden. In erster Näherung kann  $c \approx 0,001$  angesetzt werden.

Der kritische Reibungswinkel  $\varphi_c$  lässt sich sowohl aus einem Schüttkegel als auch aus Triaxialversuchen ableiten [51, 53, 91]. Für die verbleibenden Reibungswinkel  $\varphi_i$ ,  $\varphi_d$  und  $\varphi_a$  kann näherungsweise

$$\varphi_i \approx 0,75\varphi_c \text{ bis } 0,9\varphi_c \quad \text{und} \quad \varphi_d \approx \varphi_a \approx 1,5\varphi_c \quad (7.61)$$

angenommen werden. Um die Werte von  $\varphi_d$  und  $\varphi_a$  genauer zu kalibrieren, wird ein monotoner drainierter Triaxialversuch an einer möglichst dichten Probe empfohlen. Anhand des sich dabei einstellenden Peakwertes der Deviatorspannung lässt sich der Winkel  $\varphi_d$  kalibrieren, siehe Abschnitt 7.6.2. Der Winkel  $\varphi_a$  kann mit dem sich einstellenden Dehnungspfad (Dilatanz) modifiziert werden, siehe Abschnitt 7.7.1. Mittels eines weiteren monotonen undrainierten triaxialen Kompressionsversuch an einer lockeren Probe kann zudem der Winkel  $\varphi_i$  angepasst werden, siehe Abschnitt 7.6.2.

Der Parameter  $P_z$  beschreibt die Intensität der anisotropen Effekte infolge der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$ . Eine praktische Kalibrierung ist über undrainierte monotone Triaxialversuche an locker gelagerten Proben möglich, die mit derselben Präparationsmethode und axialer Sedimentation hergestellt wurden. Solche Proben zeigen infolge einer triaxialen Extension ein deutlich kontraktanteres Verhalten als infolge einer triaxialen Kompression. Diese Beobachtung lässt sich durch eine geeignete Wahl von  $P_z$  sowie eine korrekte Initialisierung des Strukturtensors  $\mathbf{z}_0$  reproduzieren. Ein größerer Wert von  $P_z$  führt zu ausgeprägteren anisotropen Effekten. Die Struktureffekte können über  $P_z = 0$  deaktiviert werden.

| $P_0$<br>[kPa] | $n$<br>[-]   | $\alpha$<br>[-] | $n_1$<br>[-] | $n_2$<br>[-] | $\beta_L$<br>[°] | $\beta_D$<br>[°] | $n_L$<br>[-]      |              |              |
|----------------|--------------|-----------------|--------------|--------------|------------------|------------------|-------------------|--------------|--------------|
| 1              | 0,6          | 0,1             | 0,22         | 0,9          | 30               | -15              | 0,1               |              |              |
| $B_Y$<br>[-]   | $C_Y$<br>[-] | $n_Y$<br>[-]    | $a_z$<br>[-] | $n_z$<br>[-] | $\beta_z$<br>[-] | $u_z$<br>[-]     | $z_{\max}$<br>[-] | $k_d$<br>[-] | $k_e$<br>[-] |
| 12             | 0,35         | 1,1             | 0,01         | 2            | 0,15             | 0,4              | 0,05              | 200          | 1,5          |

**Tabelle 7.1:** NHP-Konstanten

Zur Kalibrierung der 11 NHP-Parameter mit möglichst wenig Aufwand wird zusammenfassend folgendes Versuchsprogramm vorgeschlagen:

- Schüttkegel
- Lockerste und dichteste Lagerung
- Monotoner Kompressionsversuch (ödometrisch oder isotrop) an einer lockeren Probe
- Monotoner drainierter triaxialer Kompressionsversuch an einer lockeren Probe
- Monotoner drainierter triaxialer Kompressionsversuch an einer dichten Probe
- Monotoner undrainierter triaxialer Kompressionsversuch an einer lockeren Probe
- Monotoner undrainierter triaxialer Extensionsversuch an einer lockeren Probe

Mit der bis hierhin ausführlich diskutierten NHP wurde ein neues hypoplastisches Stoffmodell zur Simulation monotoner Verformungen vorgestellt, welches die in Kapitel 3 gezeigten Defizite der HP behebt. Bevor die NHP tatsächlichen experimentellen Daten gegenübergestellt wird, erfolgt im nächsten Kapitel zunächst die Kopplung der NHP mit dem GIS-Konzept zur NHP+GIS, welche dann auch zur Simulation zyklischer Verformungen herangezogen werden kann. Kalibrierte NHP-Parameter werden daher im Rahmen der Parametersätze der NHP+GIS für verschiedene granulare Materialien in Abschnitt 8.3 präsentiert.



# Kapitel 8

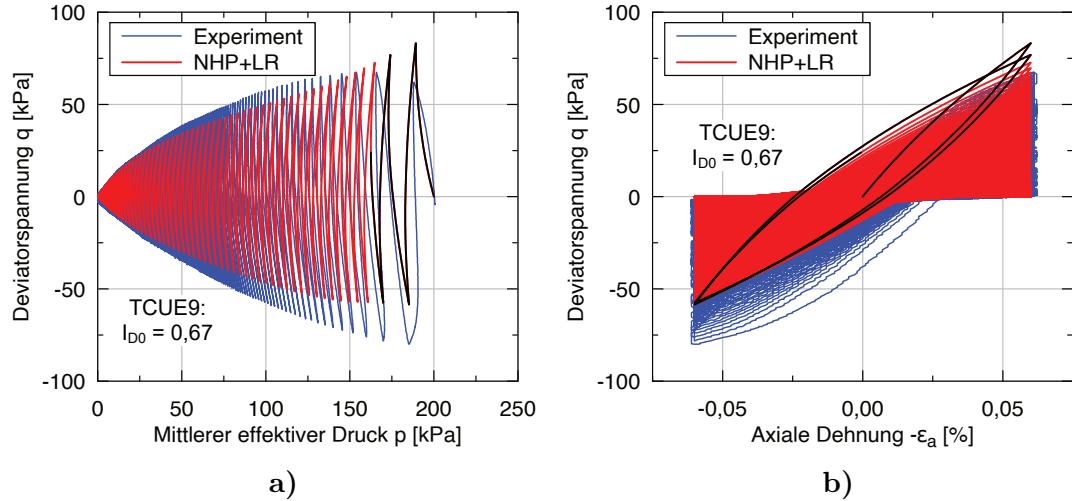
## Neohypoplastizität für zyklische Verformungen

Im vorherigen Kapitel wurde mit der Neohypoplastizität (NHP) ein neues ratenunabhängiges hypoplastisches Stoffmodell zur Simulation monotoner Verformungen granularer Böden vorgestellt. Das vorliegende Kapitel erweitert die NHP, um auch zyklische Verformungen zuverlässig abbilden zu können. Dazu wird die NHP mit dem bereits in Kapitel 6 eingeführten Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS) zur NHP+GIS gekoppelt. Im Folgenden werden nur die wichtigsten Formeln benannt, um eine Wiederholung mit bereits eingeführten Gleichungen in Kapitel 6 und Kapitel 7 zu vermeiden. Die Gleichungen der NHP+GIS sind in Anhang A.3 zusammengefasst. Die Ergebnisse dieses Kapitels wurden teilweise in [106] veröffentlicht.

### 8.1 Einfacher Ansatz für zyklische Verformungen

Die Steifigkeit der NHP aus den Versionen von [117, 118, 120] und auch in der in Kapitel 7 diskutierten aktuellen Version der NHP wurde mithilfe von monotoner Versuche bei Dehnungen von etwa  $\varepsilon \approx 10^{-3}$  kalibriert [120]. Der Materialparameter  $c$  der hyperelastischen Potentialfunktion, welcher, wie in Abschnitt 7.2 beschrieben, ein Skalierungsfaktor für die Steifigkeit darstellt, wurde für diese relativ großen Dehnungen abgeleitet. Eine erhöhte Steifigkeit bei kleinen Dehnungen (engl. small strain stiffness) ist dabei nicht berücksichtigt. Allerdings ist gerade für die Simulation zyklischer Verformungen mit kleinen Dehnungsamplituden in Verbindung mit dem dabei auftretenden hysteretischen Verhalten die Berücksichtigung der zutreffenden Steifigkeit auch bei kleinen Dehnungen in Stoffmodellen für Böden elementar.

Zur Berücksichtigung der erhöhten Steifigkeit bei kleinen Dehnungen in der NHP war ursprünglich eine Kopplung der NHP mit der Paraelastizität [123, 145] angestrebt. Erste Ansätze hierzu sind [117] zu entnehmen. In [101] wurde mit dem Ansatz der sog. letzten



**Abbildung 8.1:** Zyklischer undrainierter Triaxialversuch mit einer vorgegebenen Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$  an einer mitteldichten Probe aus KFS (TCUE9 aus [193],  $I_{D0} = 0,67$ ) und Nachrechnung mittels der NHP+LR aus [101]: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Richtungsumkehr (engl. last reversal (LR)) ein vereinfachter paraelastischer Ansatz mit der NHP gekoppelt. In diesem Ansatz speichert eine tensorielle und dehnungsgähnliche Zustandsvariable  $\mathbf{h}^r$  (Last reversal) die Dehnung bei der letzten Belastungsrichtungsumkehr. Sofern

$$(\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{h}^r) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \quad (8.1)$$

gilt, findet eine Lastumkehr statt und die Zustandsvariable  $\mathbf{h}^r$  wird mit der aktuellen Dehnung  $\boldsymbol{\varepsilon}$  aktualisiert. Die Zustandsvariable  $\mathbf{h}^r$  erfährt also einen Sprung. Der vorherige Wert von  $\mathbf{h}^r$  wird nicht gespeichert. In Abhängigkeit des skalarwertigen Abstands

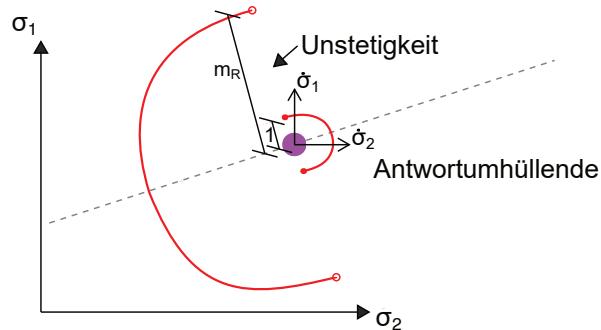
$$d^r = \|\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{h}^r\| \quad (8.2)$$

von der aktuellen Dehnung  $\boldsymbol{\varepsilon}$  zu  $\mathbf{h}^r$  im Dehnungsraum lässt sich ein skalarer Faktor  $k$  zur Skalierung der Steifigkeit definieren:

$$\bar{\mathbf{E}}^{\text{skaliert}} = k \bar{\mathbf{E}} \quad \text{mit} \quad k = f(d^r) . \quad (8.3)$$

Unmittelbar nach einer  $180^\circ$  Belastungsrichtungsumkehr gilt  $k = m_R > 1$  und infolge langer monotoner Verformungen wird asymptotisch  $k = 1$  erreicht. Die Steifigkeitsabnahme mit zunehmender Verformung nach einer Belastungsrichtungsumkehr lässt sich mittels einer Funktion  $k = f(d^r)$  modellieren.

Grundsätzlich kann mit dem vorgestellten LR-Ansatz, welcher im Detail in [101] beschrieben ist, und dem daraus resultierenden Modell der NHP+LR das Bodenverhalten unter zyklischer Verformung mit ca.  $180^\circ$  Belastungsrichtungsumkehrungen gut modelliert werden. Entsprechend gute Übereinstimmungen von Simulationsergebnissen und Experimenten unter axialsymmetrischen Bedingungen sind in [101] dokumentiert. Abbildung 8.1



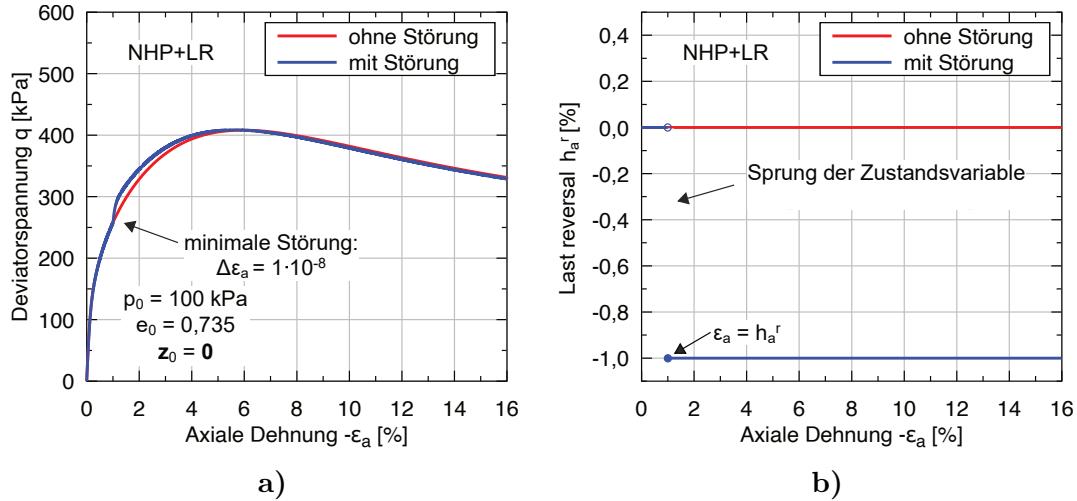
**Abbildung 8.2:** Visualisierung der unstetigen Steifigkeit der NHP+LR mittels einer Antwortumhüllenden im zweidimensionalen  $\sigma_1\sigma_2$  bzw.  $\dot{\sigma}_1\dot{\sigma}_2$ -Diagramm

verdeutlicht dies anhand eines zyklischen undrainierten Triaxialversuchs mit einer vorgegebenen Dehnungsspannungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$  an einer mitteldichten Probe aus KFS (TCUE9 aus [193],  $I_{D0} = 0,67$ ,  $p_0 = 200$  kPa). Die Simulation erfolgt mit dem Parametersatz für KFS aus [101]. Es sei darauf hingewiesen, dass die Version der NHP aus [101] sich leicht von der Version der NHP aus Kapitel 7 unterscheidet. Sowohl der effektive Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm, siehe Abbildung 8.1a, als auch die Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ , siehe Abbildung 8.1b, kann durch die NHP+LR bemerkenswert gut reproduziert werden. Die Hysterese der Spannungs-Dehnungs-Kurve und die Akkumulation werden ebenfalls zutreffend abgebildet.

Trotz der guten Simulationsergebnisse aus Abbildung 8.1 bringt der LR-Ansatz Nachteile mit sich, welche einer Anwendung der NHP+LR in einem ARWP entgegenstehen und im Folgenden diskutiert werden. Die Tangentensteifigkeit der NHP+LR ist unstetig. Zur Veranschaulichung werden zwei Dehnungsraten  $\dot{\varepsilon}^1$  und  $\dot{\varepsilon}^2$  mit unterschiedlichen Richtungen ( $\vec{\dot{\varepsilon}}^1 \neq \vec{\dot{\varepsilon}}^2$ ) betrachtet. Über das Skalarprodukt

$$\cos(\alpha) = \vec{\dot{\varepsilon}}^1 : \vec{\dot{\varepsilon}}^2 \quad (8.4)$$

lässt sich der Winkel der Richtungsumkehr  $\alpha$  bei einer Änderung der Belastungsrichtung von  $\dot{\varepsilon}^1$  zu  $\dot{\varepsilon}^2$  definieren. Es gilt  $-1 \leq \cos(\alpha) \leq 1$  bzw.  $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ . Weiter wird ein Zustand mit  $\mathbf{h}^r \propto \dot{\varepsilon}^1$  und  $\mathbf{e} \propto \dot{\varepsilon}^1$  betrachtet, woraus  $\mathbf{h}^r \propto \mathbf{e}$  folgt. Außerdem wird  $d_r \gg 0$  angenommen. Für eine Dehnungsrate  $\dot{\varepsilon}^2$  mit  $\alpha > 90^\circ$  ist Gl. (8.1) erfüllt und  $\mathbf{h}^r$  wird upgedatet. Für  $\alpha \leq 90^\circ$  ist Gl. (8.1) nicht erfüllt und  $\mathbf{h}^r$  bleibt unverändert. Unmittelbar nach einem Richtungswechsel von  $\dot{\varepsilon}^1$  zu  $\dot{\varepsilon}^2$  gilt infolgedessen für  $\alpha > 90^\circ$   $k = m_R > 1$  und für  $\alpha \leq 90^\circ$   $k = 1$ . Die Steifigkeit der NHP+LR ist demzufolge beim Übergang von  $\alpha = 90^\circ$  unstetig. Abbildung 8.2 visualisiert die unstetige Tangentensteifigkeit exemplarisch mittels einer Antwortumhüllenden. Diese Unstetigkeit ist neben der numerischen Problematik auch physikalisch unbegründet. Die maximale Steifigkeitserhöhung im Vergleich zu einer monotonen Fortsetzung der Verformung zeigt eine Lastrichtungsumkehr von  $\alpha = 180^\circ$ . Bei einer Umkehr von  $\alpha = 90^\circ$  ist die Steifigkeitserhöhung dagegen etwa halbiert [5].



**Abbildung 8.3:** Mathematische Schlechtgestelltheit der NHP+LR: a) eine minimale Störung einer monotonen Verformung hat einen starken Einfluss auf die Lösung, wobei b) der Sprung in der Zustandsvariablen  $\mathbf{h}^r$  ursächlich ist

Zusätzlich zu der unstetigen Steifigkeit ist die Sprungbedingung der Zustandsvariablen  $\mathbf{h}^r$  selbst problematisch und führt zu einem mathematisch schlecht gestellten Problem. Abbildung 8.3 zeigt die Simulationen eines monotonen drainierten Triaxialversuchs in dichtem KFS mit der NHP+LR aus [101]. Es wurde  $p_0 = 100 \text{ kPa}$ ,  $e_0 = 0,735$ ,  $z_0 = \mathbf{0}$  und  $\mathbf{h}_0^r = \mathbf{0}$  initialisiert. Neben einer monotonen Verformung ist auch eine Simulation mit einer geringen Störung  $\Delta\epsilon_a = 10^{-8}$  (Entlastung gefolgt von einer Wiederbelastung) betrachtet. Eine solch geringe Störung sollte, wie in Abschnitt 3.6.5 beschrieben, keinen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse haben. In Abbildung 8.3a ist jedoch ein deutlicher Einfluss der minimalen Störung auf die Spannungs-Dehnungs-Kurve zu erkennen. Dieser verschwindet auch bei weiterer Reduktion der Störung nicht und das mathematische Problem ist somit schlecht gestellt. Der Grund liegt, wie in Abbildung 8.3b dargestellt, im Sprung<sup>1</sup> der Zustandsvariable  $\mathbf{h}^r$ , welcher bei jeder noch so kleinen Störung auftritt.

Aufgrund der dargestellten Problematik des LR-Ansatzes wird dieser hier nicht weiter verfolgt. Details zur NHP+LR sind [101] zu entnehmen. Im Folgenden erfolgt die Kopplung der NHP mit dem GIS-Ansatz, welcher bereits in Kapitel 6 eingeführt wurde.

## 8.2 Kopplung der NHP mit der GIS (NHP+GIS)

Das GIS-Konzept ist im Detail in Abschnitt 6.2 beschrieben. Für die Zustandsvariable der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$  gilt die Entwicklungsgleichung (2.48). In Abhängigkeit von  $\mathbf{h}$  und von der Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}$  lässt sich nach Gl. (6.4) der skalare Faktor  $k$  bestimmen.

<sup>1</sup>Genauer gesagt treten in der Simulation sogar zwei Sprünge von  $\mathbf{h}^r$  auf. Der zweite Sprung infolge der Wiederbelastung ist jedoch verglichen mit dem ersten Sprung infolge der Entlastung sehr gering und daher in der Abbildung 8.3b nicht zu erkennen.

Das GIS-Konzept kann mit der NHP gekoppelt werden, indem die Gl. (7.1) mit diesem skalaren Faktor  $k$  modifiziert wird:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = k \bar{\mathbf{E}} : \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{m} Y^{(k\gamma)} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| - \mathbf{m}^z Y_z^{(k\gamma)} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| - \mathbf{m}^d Y_d \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \right) . \quad (8.5)$$

Der Exponent  $\gamma$  ermöglicht die Berücksichtigung der Zustandsvariablen der zyklischen Vorbelastung  $\Omega$  mit der Entwicklungsgleichung (6.9). Die einzelnen Komponenten von Gl. (8.5) wurden bereits in Kapitel 6 und Kapitel 7 ausführlich diskutiert. Es ist zu erwähnen, dass die NHP gegenwärtig nicht mittels der Zustandsmobilisierung  $S = f_d/f_d^{A*}$  ausgedrückt werden kann, da weder der Pyknotropiefaktor  $f_d$  noch der asymptotische Pyknotropiefaktor  $f_d^A$  noch eine dazu ähnliche Größe  $f_d^{A*}$  in der NHP definiert sind. Die Kopplung der NHP mit der GIS erfolgt daher mittels des Grads der Nichtlinearität  $Y$ . Wie in Abschnitt 6.3.2 dargelegt, folgt aus dieser Tatsache direkt, dass in der NHP+GIS nur das Overshooting des definierten Grenzkriteriums nach Matsuoka-Nakai [83] verhindert ist. Für andere asymptotische Zustände gilt  $Y \neq 1$ , sodass infolge kleiner Ent- und Wiederbelastungen ein Overshooting zu erwarten ist.

In der NHP+GIS wird im Einflussbereich der intergranularen Dehnung die elastische Steifigkeit durch  $\bar{\mathbf{E}} \rightarrow k \bar{\mathbf{E}}$  erhöht und die irreversiblen Verformungen reduziert. In der NHP erfolgt letzteres sowohl mittels des Grads der Nichtlinearität  $Y \rightarrow Y^{(k\gamma)}$  als auch mittels der Nichtlinearität infolge der Strukturvariablen  $Y_z \rightarrow Y_z^{(k\gamma)}$ .

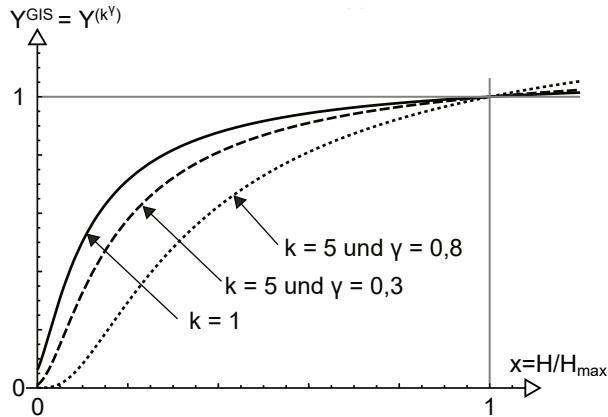
Unmittelbar nach einer Belastungsrichtungsumkehr ist der Faktor  $k$  maximal, d.h. der Grad der Nichtlinearität wird für  $Y < 1$  maximal minimiert. Infolge einer monotonen Verformung nähert sich  $k$  asymptotisch dem Wert 1 an. Abbildung 8.4 zeigt den Grad der Nichtlinearität  $Y^{(k\gamma)} = Y^{\text{GIS}}$  als Funktion von  $x = H/H_{\max}$  für  $k = 1$  und  $k = 5$  mit variierendem  $\gamma$ . Im Bereich von  $0 \leq x < 1$  führt  $k > 1$  zu einem reduzierten Grad der Nichtlinearität, d.h. zu einem elastischeren Bodenverhalten. Je größer  $\gamma$ , desto stärker ist die genannte Reduktion von  $Y^{(k\gamma)}$ . Die Bedingung  $Y(x = 1) = 1$  bleibt unbeeinflusst und für  $x > 1$  wird der Grad der Nichtlinearität für  $k > 1$  sogar vergrößert.

Der Faktor  $A_z$ , siehe Gl. (7.52), welcher die Entwicklung der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$  direkt beeinflusst, wurde unter Berücksichtigung der Bodensteifigkeit abgeleitet. Infolge der erhöhten Steifigkeit im Einflussbereich der intergranularen Dehnung muss daher auch dieser Faktor zu

$$A_z = \frac{k F_e \mathbf{u}_z}{c (2 - n - \alpha) (P/P_0)^{1-n}} \quad (8.6)$$

angepasst werden. Zusammengefasst umfasst die NHP+GIS fünf Zustandsvariablen:

- effektive Cauchy-Spannung  $\boldsymbol{\sigma}$
- Porenzahl  $e$
- Strukturvariable  $\mathbf{z}$



**Abbildung 8.4:** Grad der Nichtlinearität  $Y^{\text{GIS}} = Y^{k\gamma}$  der NHP+GIS: ohne Einfluss der intergranularen Dehnung infolge einer monotonen Verformung (für  $k = 1$ ), für  $k = 5$  und  $\gamma = 0,3$  und für  $k = 5$  und  $\gamma = 0,8$

- intergranulare Dehnung  $\mathbf{h}$
- zyklische Vorbelastungsvariable  $\Omega$ .

Eine ausreichend lange monotone Verformung führt zu  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$ ,  $\dot{\Omega} = 0$  und  $\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{0}$ .

In der NHP, siehe Gl. (7.1), ergeben sich für dichte Zustände  $e \approx e_d$  zusätzliche irreversiblen Verformungen aus dem in Abschnitt 7.9 diskutierten Term

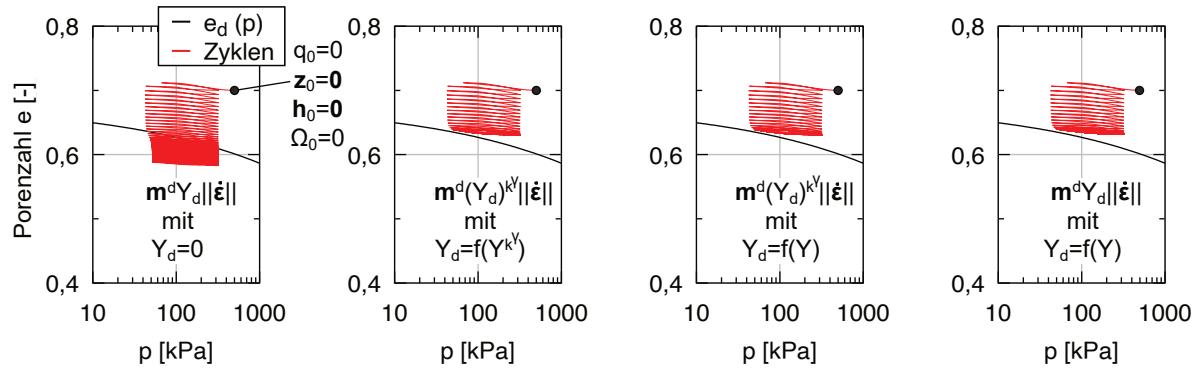
$$\mathbf{m}^d Y_d \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| . \quad (8.7)$$

Wie in Abbildung 7.21b hervorgehoben, sind diese zusätzlichen irreversiblen Verformungen (Auflockerung) zur Vermeidung unphysikalisch dichter Zustände mit  $e < e_d$  unabdingbar.

Im gekoppelten Modell NHP+GIS gilt zu klären, inwiefern die aus dem Term (8.7) resultierenden irreversiblen Verformungen ebenfalls vom Faktor  $k$  beeinflusst werden sollten. Hierzu werden exemplarisch zyklische ödometrische Ent- und Wiederbelastungen mit  $N = 50$  Zyklen von  $\Delta\sigma_a = 480$  kPa simuliert. Die Simulationen werden mit dem Parametersatz des KFS, siehe Tabelle 8.1 und Tabelle 8.2, durchgeführt und ein isotroper Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 500$  kPa mit einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 0,7$  wird betrachtet. Weiter gilt  $\mathbf{z}_0 = \mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  und  $\Omega_0 = 0$ .

Abbildung 8.5 zeigt das Porenzahl-Druck-Diagramm für Simulationen mit deaktivierter zusätzlicher Dilatanz  $Y_d = 0$  und mit verschiedenen Möglichkeiten der Berücksichtigung von  $k$  im Term (8.7). Dabei ist zu beachten, dass  $Y_d$  nach Gl. (7.57) von  $Y$  nach Gl. (7.35) abhängt. Sofern die zusätzliche Dilatanz deaktiviert wurde ( $Y_d = 0$ ), werden physikalisch unzulässig dichte Zustände mit  $e < e_d(P)$  erreicht. Hingegen zeigen sich mit der berücksichtigten zusätzlichen Dilatanz sowohl gemäß

$$\mathbf{m}^d (Y_d)^{k\gamma} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad \text{mit} \quad Y_d = f(Y^{k\gamma}) \quad (8.8)$$



**Abbildung 8.5:** Einfluss der GIS auf die Nichtlinearität  $Y_d$  der zusätzlichen Dilatanz zur Vermeidung unzulässig dichter Zustände:  $ep$ -Diagramm für eine zyklische ( $N = 50$ ) ödometrische Ent- und Wiederbelastung ohne zusätzliche Dilatanz ( $Y_d = 0$ ) und für verschiedene Abhängigkeiten der zusätzlichen Dilatanz vom Faktor  $k$

bzw. mittels

$$m^d(Y_d)^{k^\gamma} \|\dot{\epsilon}\| \quad \text{mit} \quad Y_d = f(Y) \quad (8.9)$$

als auch bei vollständiger Vernachlässigung des Faktors  $k$  in

$$m^d Y_d \|\dot{\epsilon}\| \quad \text{mit} \quad Y_d = f(Y) \quad (8.10)$$

nahezu identische Simulationsergebnisse und die Vermeidung von Zuständen  $e < e_d(P)$ . Im Sinne der Vereinfachung wurde daher auf die Berücksichtigung des Faktors  $k$  im Term (8.7) verzichtet und der Ansatz gemäß Gl. (8.10) gewählt.

## 8.3 Elementsimulationen

Im Folgenden werden Elementsimulationen mit der NHP+GIS experimentellen Daten der drei in Abschnitt 3.1 vorgestellten Versuchsmaterialien Karlsruher Feinsand (KFS), Karlsruher Sand (KS) und Zbraslav Sand (ZS) gegenübergestellt. Entsprechende NHP-Parametersätze können der Tabelle 8.1 entnommen werden. Letztere enthält die 11 zu kalibrierenden Parameter der NHP, welche in Abschnitt 7.11 zusammenfassend diskutiert wurden. Die in erster Näherung als Konstanten anzunehmenden 18 fortgeschrittenen Konstanten der NHP sind der Tabelle 7.1 zu entnehmen.

Die für das erweiterte NHP+GIS Modell erforderlichen zusätzlichen 10 Stoffmodellparameter sind in Tabelle 8.2 aufgelistet. Für Details der Parameterkalibration sei auf Kapitel 6 und Kapitel 7 verwiesen. Die NHP-Parameter für KFS und ZS bzw. die NHP-Konstanten

|     | $c$<br>[-] | $h_s$<br>[kPa]   | $n_B$<br>[-] | $e_{i0}$<br>[-] | $e_{c0}$<br>[-] | $e_{d0}$<br>[-] | $\varphi_i$<br>[°] | $\varphi_c$<br>[°] | $\varphi_d$<br>[°] | $\varphi_a$<br>[°] | $P_z$<br>[kPa] |
|-----|------------|------------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| KFS | 0,001      | $4 \cdot 10^6$   | 0,27         | 1,212           | 1,054           | 0,677           | 25                 | 33,1               | 50                 | 50                 | 40             |
| KS  | 0,001      | $5,8 \cdot 10^6$ | 0,28         | 1               | 0,84            | 0,54            | 25                 | 33                 | 49                 | 49                 | 20             |
| ZS  | 0,001      | 111746           | 0,346        | 1,027           | 0,893           | 0,52            | 31                 | 34                 | 49                 | 49                 | 20             |

**Tabelle 8.1:** NHP-Parameter für das gekoppelte Modell NHP+GIS

|     | $R$<br>[-] | $m_R$<br>[-] | $m_T$<br>[-] | $\beta_R$<br>[-] | $\chi_R$<br>[-] | $\gamma_X$<br>[-] | $\chi_0$<br>[-] | $\chi_{\max}$<br>[-] | $C_\Omega$<br>[-] | $\gamma_\Omega$<br>[-] |
|-----|------------|--------------|--------------|------------------|-----------------|-------------------|-----------------|----------------------|-------------------|------------------------|
| KFS | $10^{-4}$  | 5            | 2            | 0,5              | 6               | 0,28              | 1,45            | 2,73                 | 50                | 1                      |
| KS  | $10^{-4}$  | 5            | 2            | 0,5              | 6               | 0,35              | $1^\dagger$     | $1^\dagger$          | 0                 | 1                      |
| ZS  | $10^{-4}$  | 5            | 2,5          | 0,5              | 6               | 0,31              | 1,09            | 2,214                | 41                | 1                      |

$^\dagger$  Deaktivierung der zyklische Vorbelastung durch  $\chi_0 = \chi_{\max} = 1$

**Tabelle 8.2:** GIS-Parameter für das gekoppelte Modell NHP+GIS

entsprechen den in [106] veröffentlichten Werten. Es sei darauf hingewiesen, dass die in [101] publizierten NHP-Parameter der NHP+LR von KFS aufgrund der angepassten konstitutiven Formulierung leicht von den hier präsentierten Stoffmodellparametern der NHP+GIS abweichen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erfolgte die Parameterkalibration per Hand. Eine händische Kalibration erfordert in der Regel eine Vielzahl von Iterationsschritten und basiert außerdem auf einer augenscheinlichen Bewertung der Simulationsergebnisse, welche zwangsläufig nicht objektiv sein kann. Die Grundidee der NHP besteht unter anderem darin, dem Nutzer eine problembezogene Stoffmodellkalibrierung zu ermöglichen. Dies führt zu einer Vielzahl an Parametern. Automatische Kalibrierungstools [59, 82, 117] können in Zukunft zu einer Reduktion des Kalibrierungsaufwands führen.

Die im Folgenden betrachteten experimentellen Daten von KFS, KS und ZS entstammen der Literatur [30, 31, 132, 175, 193, 194]. Es werden Triaxialversuche und Ödometerversuche sowohl unter monotoner als auch zyklischer Verformung betrachtet. Es sei darauf hingewiesen, dass viele der im Folgenden gezeigten Versuche an KFS bereits in Abschnitt 6.5 mit der HP+IS und mit der HP+GIS+ACST simuliert wurden.

Die Initialisierung der Zustandsvariablen ist von großer Bedeutung für den Vergleich von Simulationen mit Versuchsdaten. Der effektive Anfangsspannungszustand  $\sigma_0$  und die Anfangsporenzahl  $e_0$  können in den Versuchen gemessen und entsprechend initialisiert werden. Die Initialisierung zusätzlicher Zustandsvariablen ist jedoch nicht trivial, da diese in herkömmlichen Experimenten mit konventioneller Messtechnik oftmals nicht direkt messbar sind.

Die Initialisierung der intergranularen Dehnung wurde ausführlich in Abschnitt 3.6.1 bzw. 6.4.5 diskutiert. In den folgenden Simulationen wird  $\mathbf{h}_0 = -0,9R/\sqrt{3}\delta$  initialisiert. Bei den Ödometerversuchen wird die intergranulare Dehnung aufgrund der Sedimentation in

axialer Richtung mit  $h_{a0} = -R$  vollständig mobilisiert initialisiert. Da in den betrachteten Experimenten keine bekannte zyklische Vorbelastung vorliegt, wird  $\Omega_0 = 0$  gewählt.

Die Probenpräparation beeinflusst das mechanische Verhalten von Boden erheblich, was auf unterschiedliche Mikrostrukturen der Probe zurückzuführen ist. Unterschiedliche Probenpräparationsmethoden können durch entsprechende Werte der initialen Strukturvariable  $\mathbf{z}_0$  berücksichtigt werden. Für die Initialisierung der Strukturvariablen kann zunächst eine transversale Isotropie entsprechend der Sedimentationsrichtung in  $x_1$ -Richtung (axiale Richtung) angenommen werden:

$$\mathbf{z}_0 = \|\mathbf{z}_0\| \begin{bmatrix} -2/\sqrt{6} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix}. \quad (8.11)$$

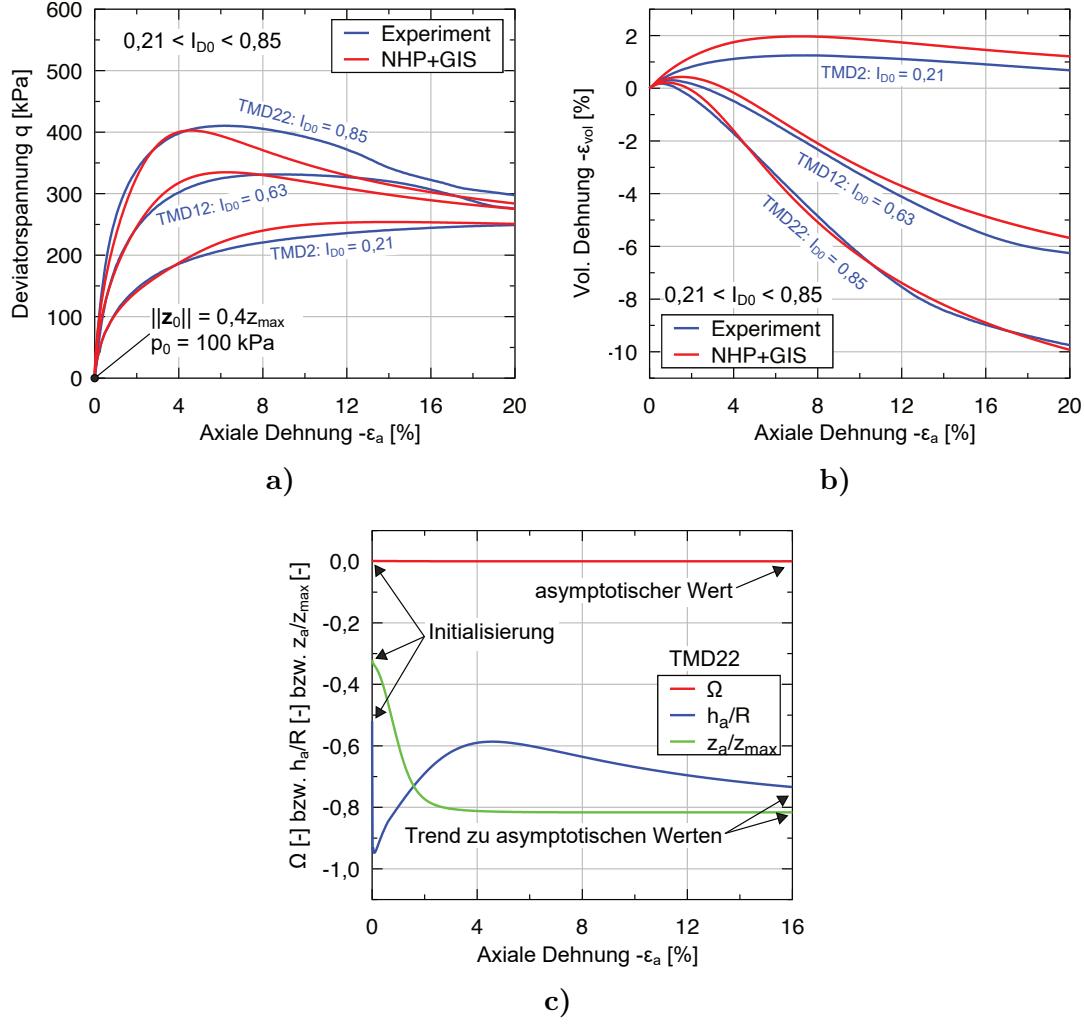
Damit ist nur die Norm  $\|\mathbf{z}_0\|$  der initialen Strukturvariablen unbekannt. Die Triaxialversuche an KFS wurden trocken eingeriesel (engl. air pluviation (AP)) oder feucht eingestampft (engl. moist tamping (MT)) [193, 194]. Die KS-Proben wurden mittels der AP-Methode präpariert. Die ZS-Proben wurden durch trockene Sedimentation im lockersten Zustand mit anschließender Verdichtung hergestellt [30].

Die aus den verschiedenen Präparationsmethoden resultierende unterschiedliche Mikrostruktur wurde für AP-Proben mit  $\|\mathbf{z}_0\| = 0,4z_{\max}$  und für MT-Proben oder Proben mit trockener Sedimentation im lockersten Zustand mit anschließender Verdichtung mit  $\|\mathbf{z}_0\| = z_{\max}$  berücksichtigt<sup>2</sup>. Falls die Initialisierung von  $\mathbf{z}$  von den oben genannten Werten abweicht, wird dies angegeben und begründet.

### 8.3.1 Monotone drainierte Triaxialversuche

Monotone drainierte Triaxialversuche an KFS sind in Abbildung 8.6 für unterschiedliche Anfangsdichten und in Abbildung 8.7 für dichte Proben mit variierendem initialem mittleren effektiven Druck dargestellt. Abbildung 8.8 stellt monotone drainierte Triaxialversuche an KS mit verschiedener initialer Dichte dar und Abbildung 8.9 zeigt Versuche an ZS mit variierender Anfangsdichte und mittlerem effektivem Druck. Die Spannungs-Dehnungskurven (Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ ) zeigen in den Abbildungen 8.6a, 8.7a, 8.8a und 8.9a eine bemerkenswert gute Übereinstimmung zwischen den Simulationen und den Experimenten. Die Peak-Festigkeit dichter Proben, die asymptotische Deviatorspannung bei großen Dehnungen sowie die dichteabhängige Steifigkeit können durch die NHP+GIS gut reproduziert werden. Auch die volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{\text{vol}}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$  kann gut modelliert werden,

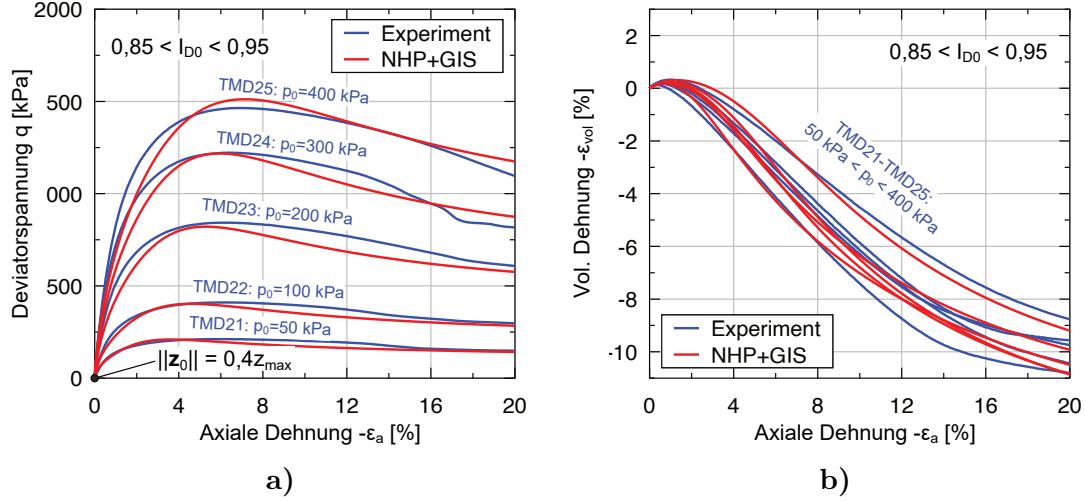
<sup>2</sup>Es wurde unter axialsymmetrischen Bedingungen  $z_{a0} = 0,016 = 2z_{r0}$  ( $\|\mathbf{z}_0\| = 0,392z_{\max}$ ) und  $z_{a0} = 0,04 = 2z_{r0}$  ( $\|\mathbf{z}_0\| = 0,98z_{\max}$ ) initialisiert.



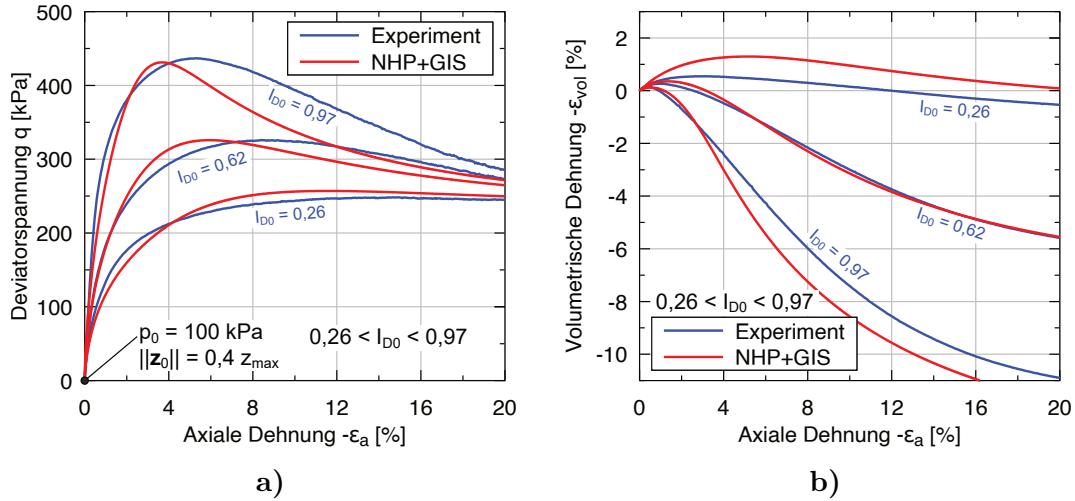
**Abbildung 8.6:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS monotoner drainierter Triaxialversuche an KFS für Proben unterschiedlicher initialer Dichte: a) Deviatorspannung  $q$ , b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{\text{vol}}$  und c) Zustandsvariablen  $\Omega$ ,  $h_a$  und  $z_a$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

siehe Abbildungen 8.6b, 8.7b, 8.8b und 8.9b. Sowohl die anfängliche Kontraktanz, deren Dichteabhängigkeit als auch die sich anschließende ausgeprägte Dilatanz dichter Proben werden reproduziert. Wie in Abbildung 8.7 gezeigt, kann das Bodenverhalten in monotonen drainierten Triaxialversuchen durch die NHP+GIS über einen weiten Bereich effektiver mittlerer Spannungen abgebildet werden. Eine Zunahme des mittleren effektiven Spannungsniveaus führt zu einer Erhöhung der im Versuch erreichten Deviatorspannung. Neben der zuverlässigen Modellierung der Dilatanz der dichten Probe ist hervorzuheben, dass auch die zum Erreichen der Peak-Festigkeit erforderliche Größe der Dehnung gut reproduziert wird. Beide Effekte können, wie in Abschnitt 3.2 gezeigt, mit der HP+IS nicht akkurat modelliert werden.

Exemplarisch zeigt Abbildung 8.6c die Entwicklung der zusätzlichen Zustandsvariablen ( $\Omega$ ,  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{z}$ ) bzw. deren Komponenten des in Abbildung 8.6 betrachteten dichten Ver-

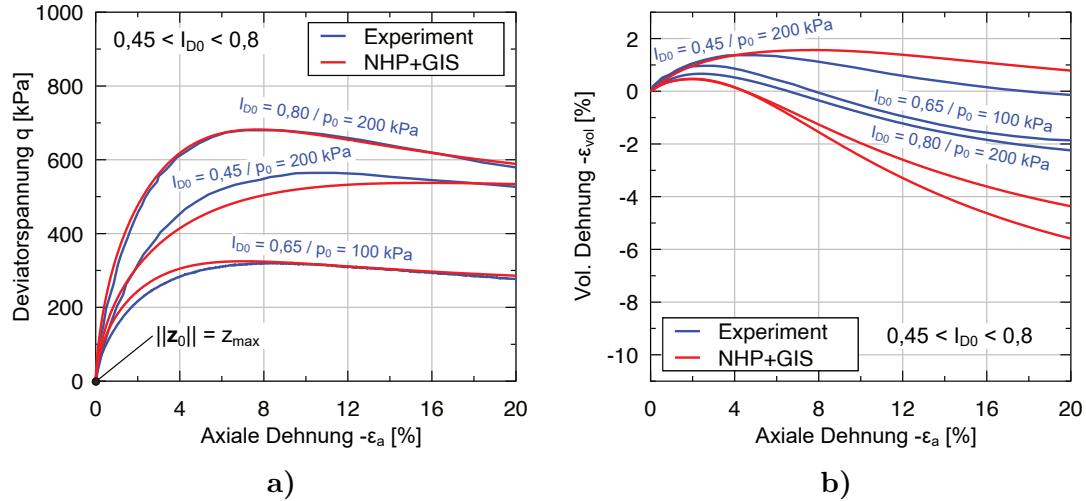


**Abbildung 8.7:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS monotoner drainierter Triaxialversuche an KFS für dichte Proben unterschiedlicher initialer mittlerer effektiver Drücke: a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$



**Abbildung 8.8:** Versuchsergebnisse [175] vs. Simulationen mit der NHP+GIS monotoner drainierter Triaxialversuche an KS für Proben unterschiedlicher initialer Dichte: a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

suchs an KFS. Während der monotonen Verformung tritt keine relevante Änderung der zyklischen Vorbelastungsvariablen  $\Omega$  auf und  $\Omega = 0$  wird asymptotisch erreicht. Wäre  $\Omega_0 \neq 0$  initialisiert worden, würde eine monotone Verformung die zyklische Vorbelastung auslöschen und es würde sich asymptotisch ebenfalls  $\Omega = 0$  einstellen. Hingegen zeigen sich infolge der Scherung deutliche Änderungen der Strukturvariablen  $z$ . Die Änderung der intergranularen Dehnung  $h$  ist zu Beginn der Simulation am ausgeprägtesten. Ein monotoner drainierter Triaxialversuch führt asymptotisch zu einem volumenkonstanten proportionalen Dehnungspfad (kritischer Zustand). Dies erklärt die asymptotischen Werte aller Zustandsvariablen und die gleiche Richtung von  $z$  und  $h$  im kritischen Zustand.



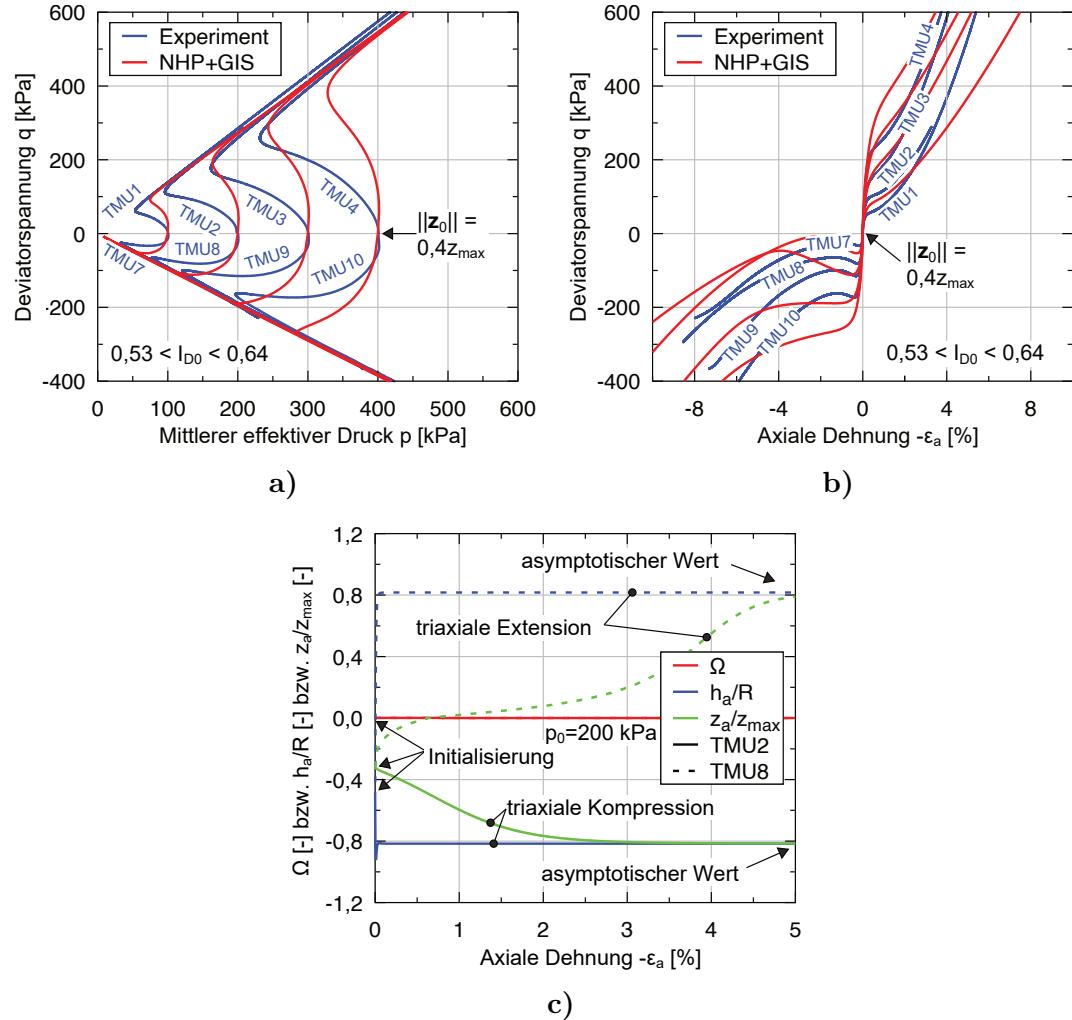
**Abbildung 8.9:** Versuchsergebnis [32, 132] vs. Simulation mit der NHP+GIS monotoner drainierter Triaxialversuche an ZS für Proben unterschiedlicher initialer Dichte und variierendem initialen mittlerem effektiven Druck: a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

### 8.3.2 Monotone undrainierte Triaxialversuche

Monotone undrainierte Triaxialversuche an KFS sind für mitteldichte Proben mit unterschiedlichen initialen mittleren effektiven Drücken in Abbildung 8.10 sowie für variierende Anfangsdichten in Abbildung 8.11 dargestellt. Dabei werden sowohl triaxiale Kompressions- als auch triaxiale Extensionsversuche betrachtet.

Im effektiven Spannungspfad ist zwischen den Simulationen mit der NHP+GIS und den Experimenten in Abbildung 8.10a und Abbildung 8.11a eine geringe Abweichung zu erkennen. Die Simulationen zeigen zu Beginn der Versuche eine weniger ausgeprägte Reduktion des mittleren effektiven Drucks, also ein zu gering ausgeprägtes kontraktantes Verhalten. Dieses Defizit der NHP+GIS ist auf das Basismodell der NHP zurückzuführen und resultiert nicht aus der GIS-Erweiterung. Eine Verbesserung der Simulationen wäre durch eine Modifikation der Parameter für den Grad der Nichtlinearität  $Y$ , für die äquivalente hypoplastische Fließregel  $\mathbf{m}$  oder für den Einfluss der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$  möglich. Im Rahmen der händischen Parameterkalibration in dieser Arbeit wurde jedoch auf eine weitere Parameteroptimierung verzichtet. Die Entwicklung der Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$ , dargestellt in Abbildung 8.10b und Abbildung 8.11b, zeigt eine gute Reproduktion der allgemeinen Bodensteifigkeit. Insbesondere die erhöhte Steifigkeit bei geringen Spannungsverhältnissen zu Beginn der Versuche sowie die deutlich reduzierte Steifigkeit bei großen Spannungsverhältnissen werden durch die NHP+GIS realitätsnah modelliert.

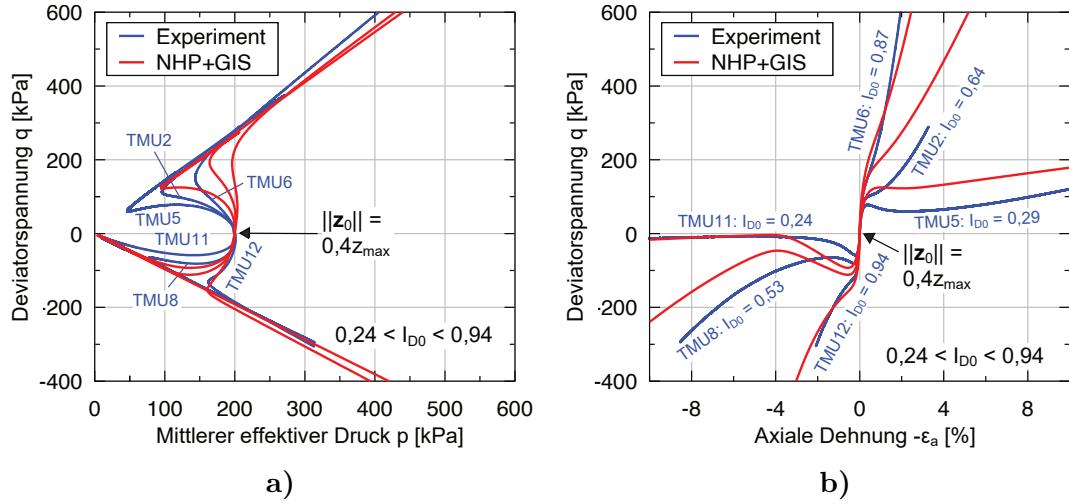
Die dichten und mitteldichten Proben durchlaufen während der Scherung eine Phasentransformation von einem initial kontraktanten zu einem dilatanten Verhalten, was in undrainierten Versuchen durch einen initialen Abbau gefolgt von einem erneuten Aufbau



**Abbildung 8.10:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undrainierte Triaxialversuche an KFS mit variierendem mittleren effektiven Anfangsdruck: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm, b) Deviatorspannung  $q$  und c) Zustandsvariablen  $\Omega$ ,  $h_a$  und  $z_a$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

des mittleren effektiven Drucks ersichtlich wird. Die Phasentransformationslinie (engl. phase transformation line (PTL)), d.h. der mobilisierte Reibungswinkel, bei dem die Phasentransformation stattfindet, ist dichteabhängig und nimmt mit zunehmender Dichte ab [194]. Dieser Effekt wird bei den gezeigten triaxialen Kompressionsversuchen durch die NHP+GIS reproduziert, siehe Abbildung 8.11a.

Hervorzuheben ist außerdem, dass die NHP+GIS das in den Experimenten sichtbare anisotrope Bodenverhalten qualitativ reproduzieren kann. Dies zeigt sich in den diskutierten Versuchen durch die deutlich stärkere Spannungsrelaxation und das weichere Verhalten der Probe bei triaxialen Extensionsversuchen im Vergleich zu triaxialen Kompressionsversuchen. Das Stoffmodell bildet diesen Effekt durch die Initialisierung der Strukturvariablen  $z$  entsprechend der Sedimentation in vertikaler Richtung nach Gl. (8.11) ab.

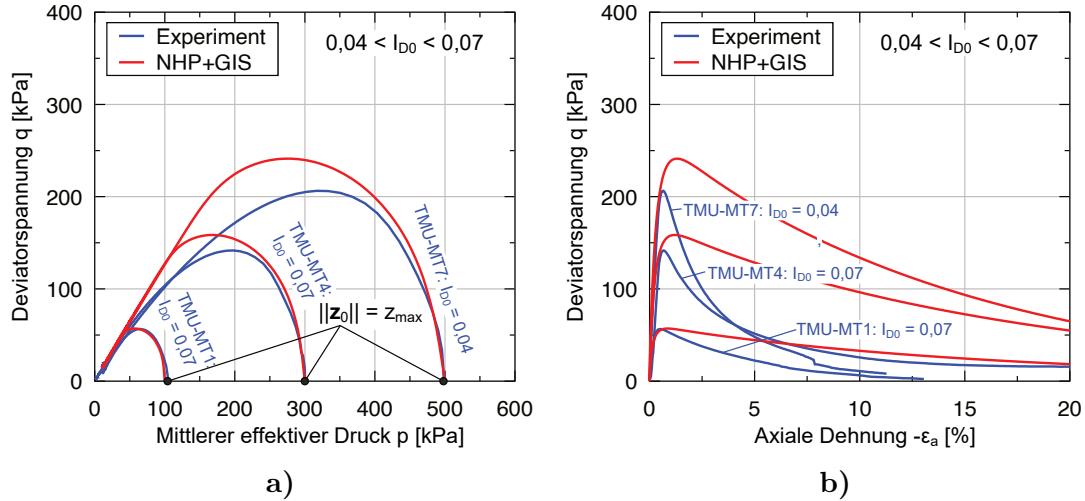


**Abbildung 8.11:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undranierte Triaxialversuche an KFS mit variierender Ausgangsdichte: a) effektiver Spannungs- pfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

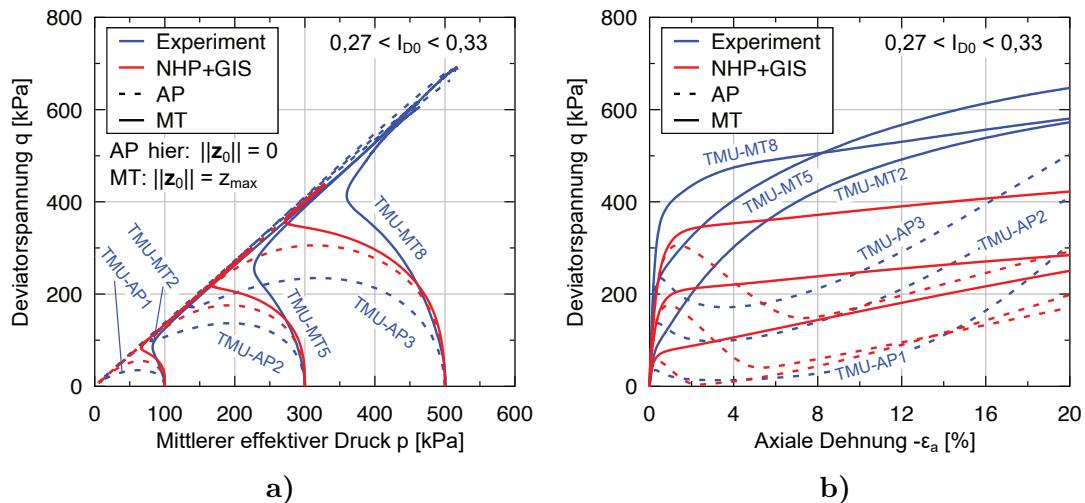
Die Entwicklung der Zustandsvariablen  $\Omega$ ,  $\mathbf{h}$  und  $\mathbf{z}$  bzw. deren Komponenten ist für jeweils einen triaxialen Kompressions- und einen triaxialen Extensionsversuch an KFS aus Abbildung 8.10 in Abbildung 8.10c dargestellt. Es sind die gleichen Zusammenhänge, wie bereits für den monotonen drainierten Triaxialversuch beschrieben, erkennbar. Die asymptotischen Werte beider Versuche (Kompression und Extension) weisen allerdings entgegengesetzte Vorzeichen auf. Darüber hinaus ist ersichtlich, dass bei einem triaxialen Extensionsversuch wegen der Initialisierung von  $\mathbf{z}$  in triaxialer Kompressionsrichtung zum Erreichen der asymptotischen Werte eine größere Verformung erforderlich ist als bei dem triaxialen Kompressionsversuch. Dadurch wird der Einfluss der Strukturvariablen im triaxialen Extensionsversuch verstärkt und das anisotrope Bodenverhalten kann abgebildet werden.

Drei monotone undranierte triaxiale Kompressionsversuche an sehr lockeren Proben aus KFS mit unterschiedlichen Anfangsspannungen, die feucht eingestampft wurden (MT), sind in Abbildung 8.12 dargestellt. Die aufgebrachte Scherung führt aufgrund der sehr lockeren Lagerung ( $e_0 > e_c(p_0)$ ) in allen Versuchen zu einer starken Reduktion des mittleren effektiven Drucks (Kontraktanz). Eine Phasentransformation findet nicht statt. Letztlich tritt eine statische Bodenverflüssigung ( $p = q = 0$ ) ein. Die unterschiedlichen Anfangsspannungen führen lediglich vorübergehend zu einer höheren Deviatorspannung. Die NHP+GIS kann das Bodenverhalten der lockeren Proben qualitativ reproduzieren, wobei die Entfestigung nach Erreichen der Peak-Spannung in den Experimenten deutlich schneller erfolgt als in den Simulationen. Daher ist in den Simulationen bei dem betrachteten Dehnungsniveau noch keine vollständige statische Verflüssigung eingetreten.

Versuche an KFS-Proben, die mit unterschiedlichen Präparationsmethoden (trockenes Einrieseln (AP) und feuchtes Einstampfen (MT)) hergestellt wurden, sind in Abbildung 8.13 gezeigt. In den Experimenten wird der Einfluss der Probenherstellung auf das

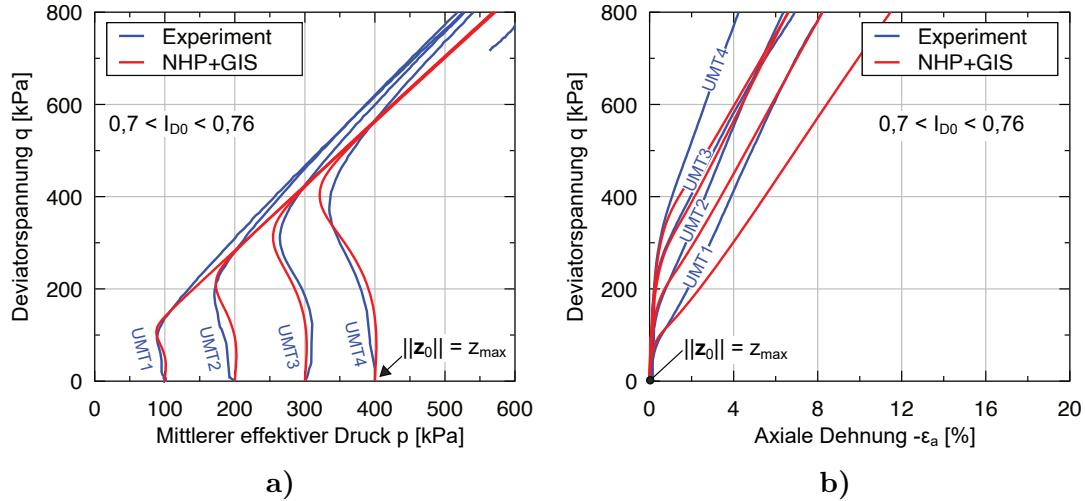


**Abbildung 8.12:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undrinierte Triaxialversuche an sehr lockerem KFS (MT): a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$



**Abbildung 8.13:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undrinierte Triaxialversuche an KFS für Proben mit verschiedenen Einbaumethoden: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

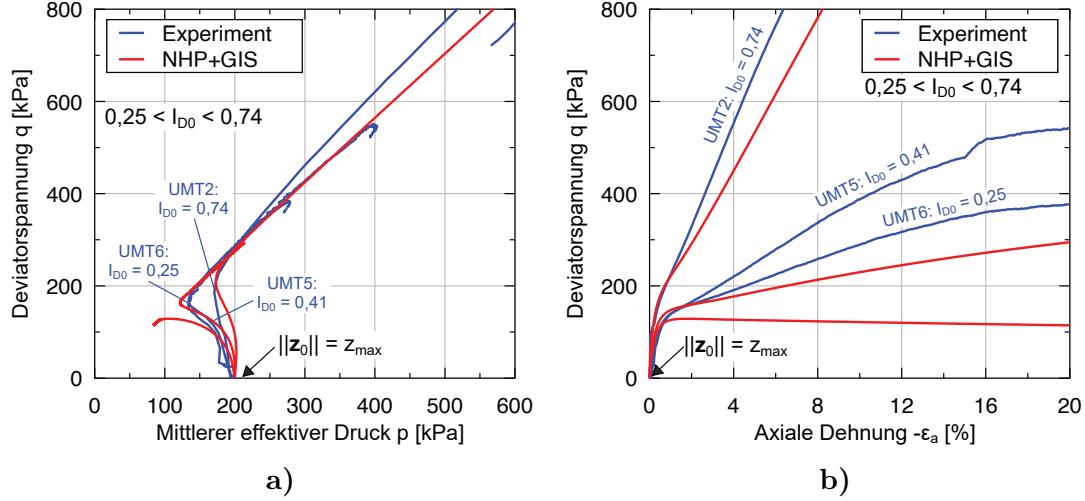
mechanische Verhalten der Proben für unterschiedliche initiale Spannungsniveaus deutlich. Die AP-Proben verhalten sich im Allgemeinen kontraktanter und weicher als die MT-Proben, was sowohl im effektiven Spannungspfad in Abbildung 8.13a als auch in der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abbildung 8.13b zu erkennen ist. Für die Simulationen der MT-Proben wurde die Strukturvariable mit  $\|z_0\| = z_{\max}$  initialisiert. Für die AP-Proben wurde, abweichend von den zuvor betrachteten AP-Proben,  $\|z_0\| = 0$  gewählt. Diese Initialisierung verstärkt die Unterschiede zwischen den Simulationen. Die bei unterschiedlichen mittleren effektiven Drücken durchgeführten Simulationen zeigen, dass



**Abbildung 8.14:** Versuchsergebnisse [31] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undrainierte Triaxialversuche an ZS mit variierendem mittleren effektiven Anfangsdruck: a) effektiver Spannungspfad im *pq*-Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

die NHP+GIS den allgemeinen Unterschied zwischen den beiden Präparationsmethoden qualitativ abbilden kann. Dennoch treten einige auffällige Unterschiede zwischen Simulationen und Experimenten auf. Die simulierten AP-Proben verhalten sich im Allgemeinen weniger kontraktant als die Versuche, während die simulierten MT-Proben sich qualitativ zu kontraktant verhalten. Die Unterschiede infolge der Präparationsmethoden sind in den Simulationen geringer als in den Experimenten, was durch eine gezielte Parameterkalibrierung verbessert werden könnte.

Ergebnisse monotoner undrainierter Triaxialversuche an ZS-Proben mit mittlerer Dichte und unterschiedlichen initialen Drücken sind in Abbildung 8.14 dargestellt. Der Einfluss unterschiedlicher Dichten auf monotone undrainierte Triaxialversuche an ZS ist in Abbildung 8.15 gezeigt. Zunächst fällt auf, dass die Versuche an ZS ein deutlich weniger kontraktantes Verhalten zeigen als die zuvor diskutierten Versuche an KFS. Dies kann auf unterschiedliche Präparationsmethoden, aber auch auf das andere Material zurückzuführen sein. Die für KFS beschriebenen Unterschiede zwischen den experimentellen Daten und den NHP+GIS-Simulationen zeigen sich bei den ZS-Versuchen nicht. Die Versuchsergebnisse von ZS lassen sich durch die NHP+GIS gut reproduzieren. Lediglich die Simulationen der lockeren Proben zeigen im Vergleich zu den Experimenten ein etwas zu kontraktantes und zu weiches Verhalten. Diese kleine Abweichung könnte ihre Ursache in einer geringen Diskrepanz der kalibrierten Kompressionskurve der kritischen Porenzahl  $e_c(p)$  haben. Eine noch bessere Übereinstimmung zwischen Experimenten und Simulationen ließe sich durch eine leichte Erhöhung des Parameters  $e_{c0}$  erreichen. Da dieser Parameter jedoch aus [32] übernommen wurde, wurde auf eine solche Anpassung verzichtet.



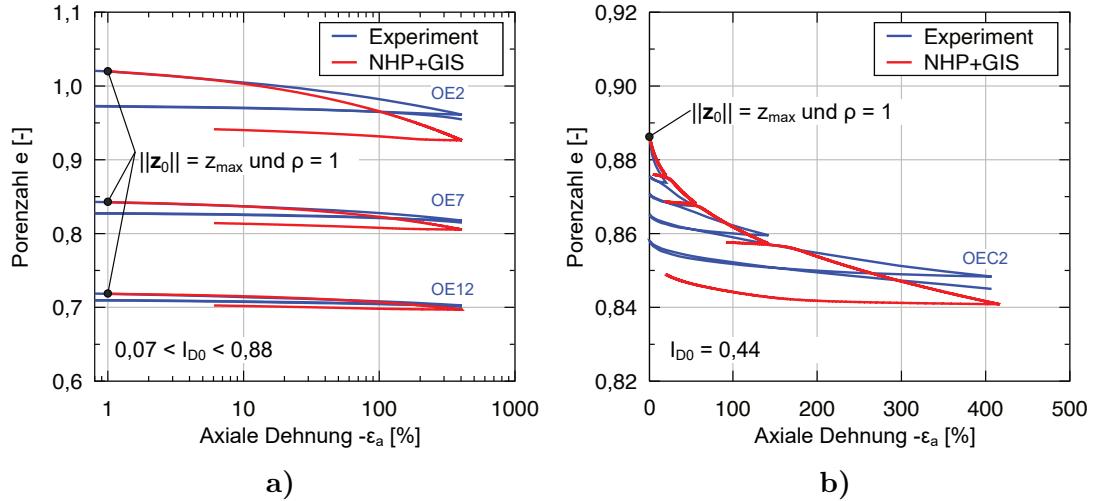
**Abbildung 8.15:** Versuchsergebnisse [31] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für monotone undrinierte Triaxialversuche an ZS mit variierender initialer Dichte: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

### 8.3.3 Ödometerversuche ohne und mit Richtungsumkehr

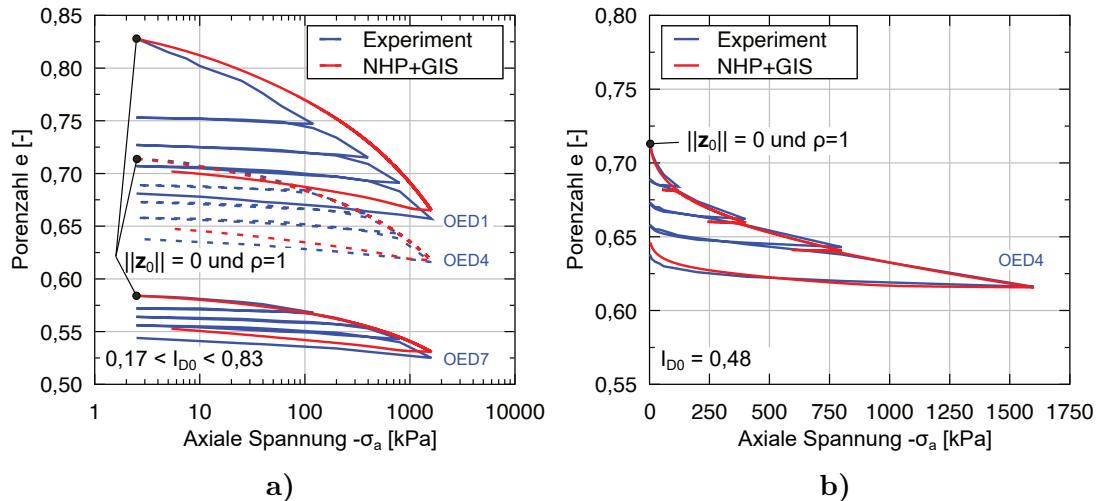
Im Folgenden werden Ödometerversuche in Abbildung 8.16 an KFS und in Abbildung 8.17 an ZS betrachtet. Da der initiale Spannungszustand in den Experimenten nicht direkt gemessen werden kann, wird in den Simulationen mit der NHP+GIS ein anisotroper effektiver Anfangsspannungszustand mit  $\sigma_{a0} = 1 \text{ kPa}$  sowie  $\sigma_{r0} = K_0 \sigma_{a0} = (1 - \sin \varphi_c) \sigma_{a0}$  angenommen. Die initiale intergranulare Dehnung wird in axialer Richtung mit  $h_{a0} = -R$  und  $\rho = 1$  vollständig mobilisiert initialisiert. Die Strukturvariable wird für die KFS-Proben mit  $\|z_0\| = z_{\max}$  initialisiert, während für ZS-Proben  $\|z_0\| = 0$  gewählt wird. Dies berücksichtigt die zu Beginn eines Ödometerversuch bei niedrigen Spannungen typischerweise vorhandenen Unsicherheiten. Nach aktuellem Kenntnisstand existieren zum Einfluss der initialen Mikrostruktur auf das Materialverhalten bei Ödometerversuchen nur wenig experimentelle Untersuchungen. Es ist allerdings bekannt, dass eine dünne und aufgelockerte obere Schicht der Probe teils erheblichen Einfluss auf das beobachtete Kompressionsverhalten haben kann [194].

Die Porenzahl  $e$  ist in Abhängigkeit von der axialen Spannung  $\sigma_a$  in Abbildung 8.16 für KFS und in Abbildung 8.17 für ZS dargestellt. Die Abbildungen 8.16a und 8.17a zeigen Versuche mit Erstbelastung und anschließender Entlastung für drei unterschiedliche Anfangsdichten. Versuche an einer mitteldichten Probe, auf welche jeweils vier Ent- und Wiederbelastungszyklen aufgebracht wurden, sind in den Abbildungen 8.16b und 8.17b gezeigt.

Die ödometrische Steifigkeit wird durch die NHP+GIS sowohl für die Erstbelastung als auch für die Entlastung für alle betrachteten Dichten und Spannungsniveaus qualitativ gut reproduziert. Lediglich die Steifigkeit der lockeren KFS-Probe bei Erstbelastung wird in den Simulationen geringfügig unterschätzt.



**Abbildung 8.16:** Versuchsergebnisse [193, 194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für Ödometerversuche an KFS im  $e\sigma_a$ -Diagramm für a) drei Versuche mit einer Erstbelastung gefolgt von einer Entlastung und b) einem Versuch mit 4 Ent- und Wiederbelastungszyklen



**Abbildung 8.17:** Versuchsergebnisse [31] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für Ödometerversuche an ZS im  $e\sigma_a$ -Diagramm für a) drei Versuche mit einer Erstbelastung gefolgt von einer Entlastung und b) einem Versuch mit 4 Ent- und Wiederbelastungszyklen

Wie bereits in Abschnitt 8.2 und Gl. (8.5) diskutiert, erfolgt die Kopplung der NHP mit dem GIS-Konzept unter Verwendung des explizit definierten Grades der Nichtlinearität  $Y$ . Durch diese Kopplung wird ein Überschreiten des definierten Grenzspannungszustands ( $Y = 1$ ) infolge von Ent- und Wiederbelastung verhindert. Allerdings gilt  $Y = 1$  nicht generell für alle asymptotischen Zustände. Proportionale kompressive Dehnungspfade mit einem asymptotisch mobilisierten Reibungswinkel  $\varphi_{\text{mob}} < \varphi_c$  (beispielsweise eine isotrope oder ödometrische Kompression) streben einen Grad der Nichtlinearität  $Y < 1$  an. Folglich verhindert die NHP+GIS lediglich das Overshooting des Grenzspannungszustands, während das Overshooting der ödometrischen oder isotropen Kompressionslinie weiterhin

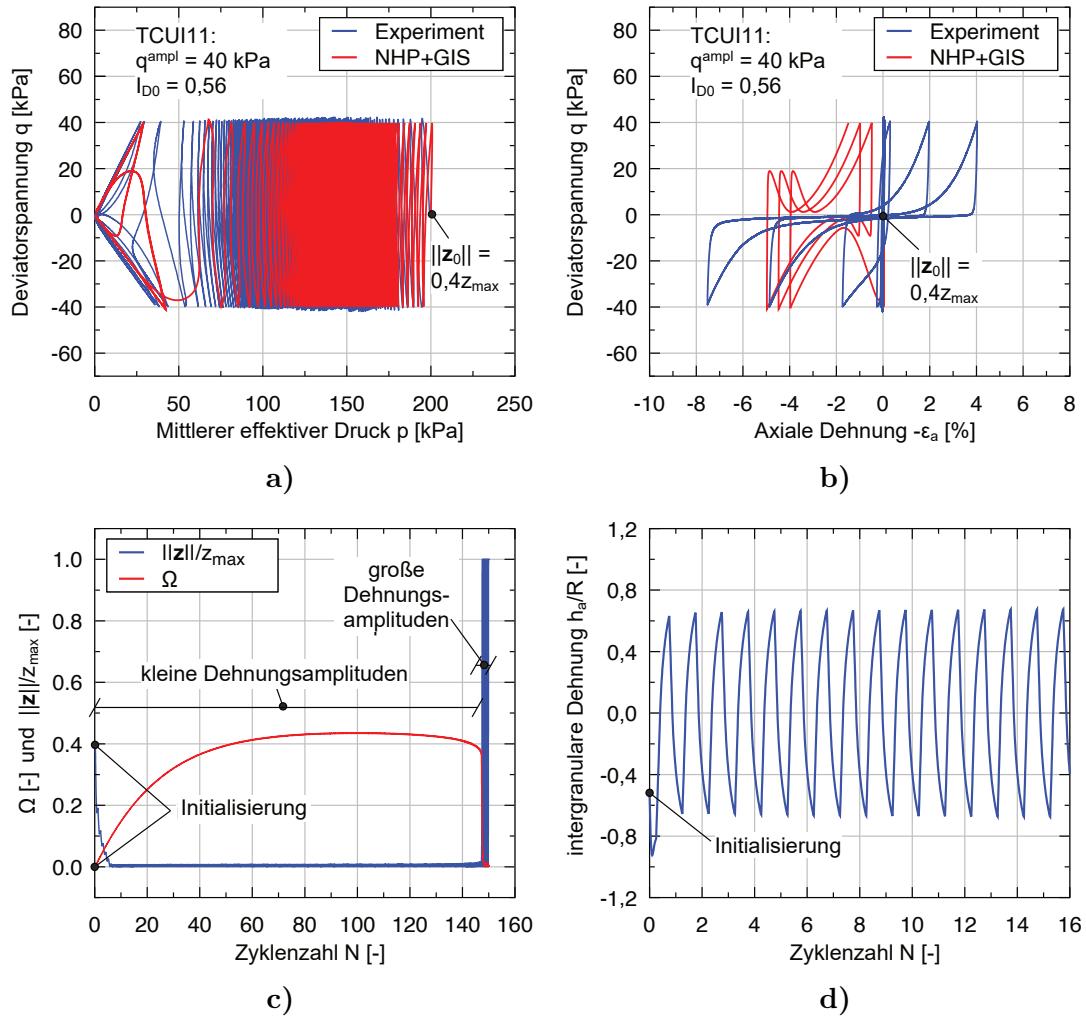
möglich sind. Zudem kann, analog zum ursprünglichen IS-Konzept, bei zu großen Ent- und Wiederbelastungssamplituden auch in der NHP+GIS das bekannte Problem des Ratcheting auftreten. Aus diesem Grund wurde in Abbildung 8.16b und in Abbildung 8.17b die simulierte Entlastungssamplitude so gewählt, dass weder ein Overshooting noch ein Ratcheting beobachtet wird. Es sei betont, dass die GIS-Parameter nicht anhand der Ödometerversuche, sondern mittels der im Folgenden beschriebenen zyklischen undrainierten Triaxialversuche kalibriert wurden.

### 8.3.4 Undrainierte zyklische Triaxialversuche mit vorgegebener Spannungssamplitude

Abbildung 8.18 zeigt einen zyklischen undrainierten Triaxialversuch an KFS mit einer Spannungssamplitude von  $q^{\text{ampl}} = 40 \text{ kPa}$ , während Abbildung 8.19 einen entsprechenden Versuch an ZS mit einer erhöhten Amplitude von  $q^{\text{ampl}} = 45 \text{ kPa}$  betrachtet. Die GIS-Parameter für sämtliche durchgeführten Simulationen mit der NHP+GIS wurden anhand dieser beiden Versuche kalibriert. Die effektiven Spannungspfade im  $pq$ -Diagramm, siehe Abbildungen 8.18a und 8.19a, zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen der Simulation und dem Experiment. Innerhalb der ersten Zyklen ist die Spannungsrelaxation vergleichbar schnell, bevor sie sich deutlich verlangsamt. Gegen Ende des Versuchs beschleunigt sich die Akkumulation erneut und zuletzt stellt sich in der Phase der zyklischen Mobilität der charakteristische, schmetterlingsförmige effektive Spannungspfad ein. Die zyklische Verflüssigung ( $p = q = 0$ ) wird in den Simulationen näherungsweise erreicht.

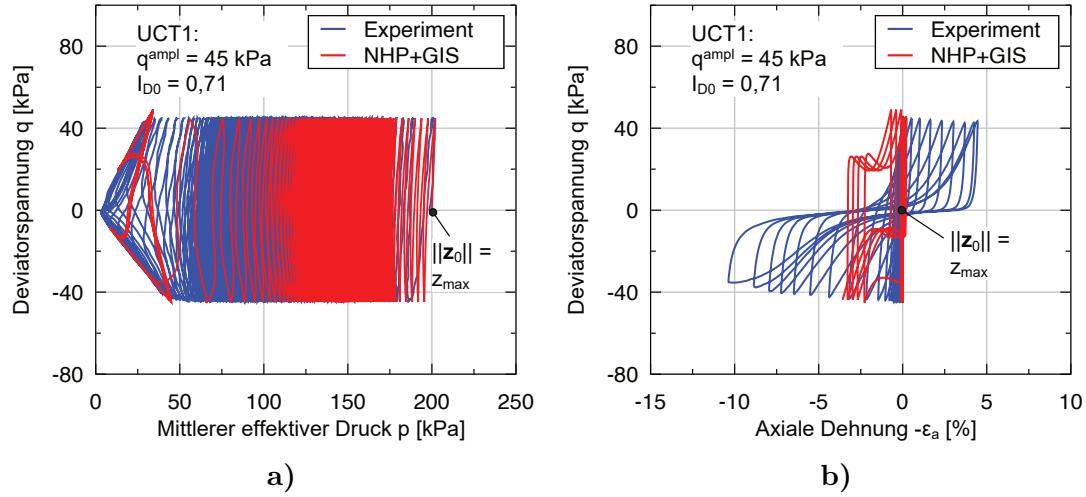
Die Spannungs-Dehnungs-Kurven in den Abbildungen 8.18b und 8.19b entsprechen bis zur zyklischen Mobilität weitgehend den Experimenten. Mit Eintreten der zyklischen Mobilität vergrößert sich die Dehnungssamplitude sowohl in der Simulation als auch im Experiment signifikant. Allerdings tritt in der Simulation mit der NHP+GIS eine unrealistische unsymmetrische Dehnungsakkumulation ausschließlich in Extensionsrichtung auf. Außerdem sind die simulierten Dehnungssamplituden innerhalb der zyklischen Mobilität nahezu konstant, während in den Experimenten innerhalb der zyklischen Mobilität eine Zunahme der Dehnungssamplitude mit zunehmender Zyklenzahl zu beobachten ist. Beide Effekte sind bekannte Schwächen hypoplastischer Stoffmodelle und wurden zumindest teilweise auch im Rahmen der HP+GIS+ACST, siehe Abschnitt 6.5, diskutiert.

Abbildung 8.18c zeigt für die Simulation des KFS die Entwicklung der zyklischen Vorbelastungsvariablen  $\Omega$  sowie der Norm der Strukturvariablen  $\|z\|$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$ . In den ersten Zyklen reduziert sich  $\|z\|$  gegen Null, während sich ein Aufbau von  $\Omega$  zeigt. Bereits nach den ersten 10 Zyklen gilt  $\|z\| \approx 0$ , während  $\Omega$  etwa in den ersten 100 Zyklen monoton anwächst. Beide Effekte führen zu einer Reduktion der Akkumulationsrate. Diese ist detailliert in Abbildung 8.20a dargestellt, welche den normierten Porenwasserdruck  $p_f/p_0$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  zeigt und später ausführlicher diskutiert wird.

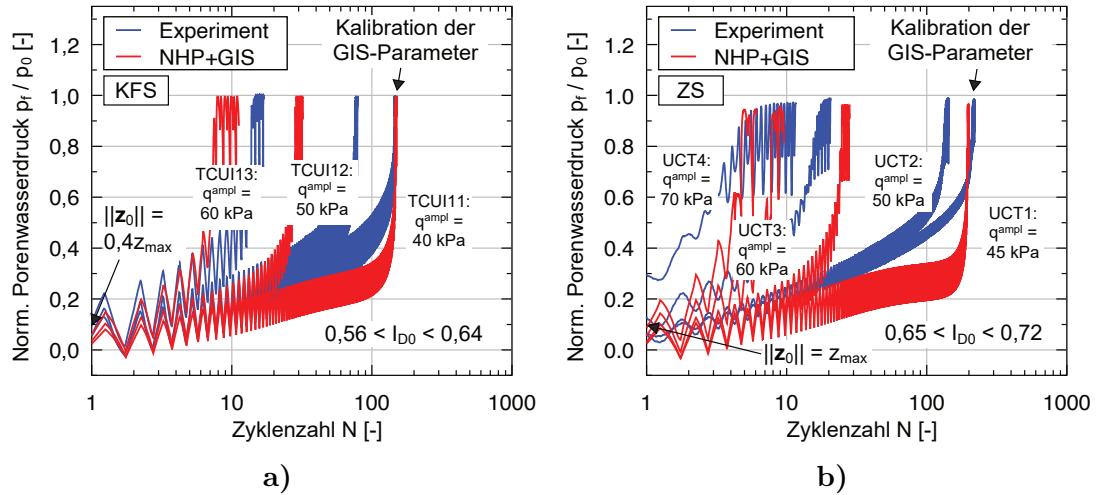


**Abbildung 8.18:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für einen undränierten zyklischen Triaxialversuch an KFS mit  $q^{\text{ampl}} = 40 \text{ kPa}$  einer mitteldichten Probe: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm, b) Spannungs-Dehnungs-Kurve sowie die c) zyklische Vorbelastungsvariable  $\Omega$  und Strukturvariable  $\|z\|/z_{\max}$  und d) die Komponente  $h_a/R$  der intergranularen Dehnung als Funktion der Zyklenzahl  $N$

Mit abnehmendem mittleren effektiven Druck bewirkt die vorgegebene Spannungsamplitude aufgrund der reduzierten Steifigkeit (Barotropie) eine Zunahme der Dehnungsamplitude. In der Folge erreicht  $\Omega$  ein Maximum, bevor sich die zyklische Vorbelastungsvariable wieder abbaut. Sobald die zyklische Mobilität erreicht wird, fällt  $\Omega$  infolge der großen Dehnungsamplituden rasch gegen Null. Die Entwicklung von  $\|z\|$  verläuft entgegengesetzt: Bei zunächst kleinen Dehnungsamplituden nimmt die Strukturvariable ab ( $\|z\| \approx 0$ ), bevor  $z$  sich in der Phase der zyklischen Mobilität mit großen Dehnungsamplituden zwischen den Lastumkehrpunkten jeweils zunächst abbaut und dann jeweils vollständig aufbaut ( $\|z\| = z_{\max}$ , mit umgekehrtem Vorzeichen in triaxialer Kompression und triaxialer Extension).



**Abbildung 8.19:** Versuchsergebnisse [30] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für einen undrainierten zyklischen Triaxialversuch an ZS mit  $q^{\text{ampl}} = 45 \text{ kPa}$ : a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Spannungs-Dehnungs-Kurve



**Abbildung 8.20:** Versuchsergebnisse [30, 194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für die Entwicklung des normalisierten Porenwasserdrucks  $p_f/p_0$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  für undrainierte zyklische Triaxialversuche unterschiedlicher Spannungsamplitude an a) KFS und b) ZS

Die Entwicklung der intergranularen Dehnung, ausgedrückt durch die Komponente  $h_a$ , in den ersten Zyklen ist in Abbildung 8.18d dargestellt. Es zeigt sich eine ausgeprägte zyklische Variation mit schneller Änderung nach jeder Lastumkehr. Die Initialisierung von  $h_a$  wird bereits nach dem ersten Zyklus mit relativ kleinen Dehnungsamplituden und  $\rho < 1$  überschrieben. Während der Phase der zyklischen Mobilität baut sich die intergranulare Dehnung innerhalb jeder Lastumkehr zunächst ab und dann mit umgekehrtem Vorzeichen vollständig wieder auf (nicht dargestellt).

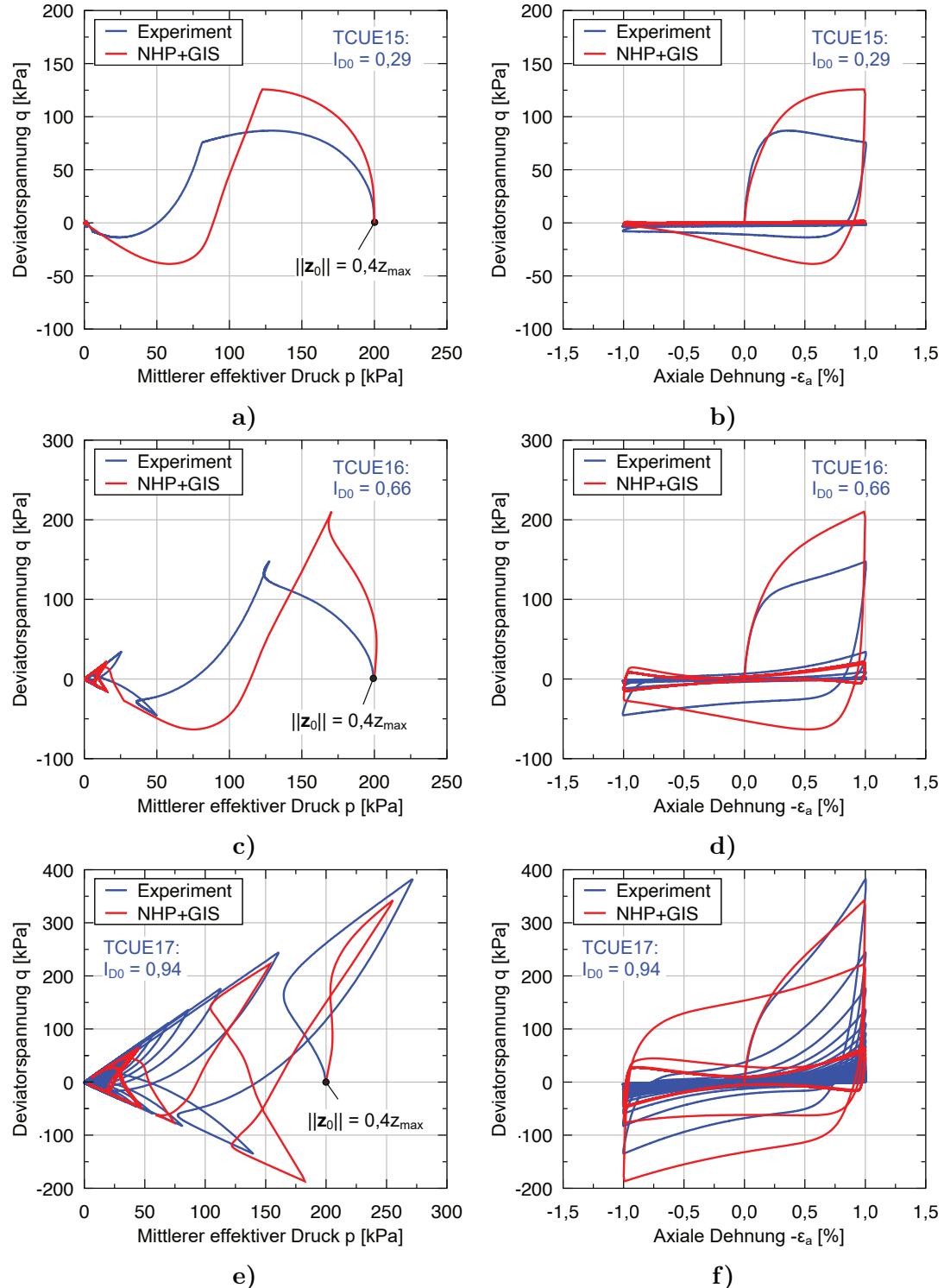
Zusätzlich wurden für beide Sande (KFS und ZS) weitere zyklische undrainierte Triaxialversuche mit größeren Spannungsamplituden betrachtet. Die normierten Porenwasserdruckverläufe  $p_f/p_0$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  sind für KFS in Abbildung 8.20a und für ZS in Abbildung 8.20b dargestellt. Eine erhöhte Spannungsamplitude führt zu größeren Dehnungsamplituden und einer schnelleren Akkumulation des Porenwasserdrucks. Die Kalibrierung der GIS-Parameter erfolgte anhand der Versuche mit der kleinsten Spannungsamplitude. Die Anzahl der Zyklen bis zur Verflüssigung kann in den zusätzlichen Versuchen qualitativ wiedergegeben werden, obwohl quantitative Abweichungen zwischen Simulation und Experiment bestehen. Besonders hervorzuheben ist der typische S-förmige Verlauf der Porenwasserdruckentwicklung: Ein schneller Anstieg zu Beginn, eine langsame Akkumulation in der Mitte und eine erneute Zunahme der Akkumulationsgeschwindigkeit gegen Ende der Versuche. Die logarithmische Darstellung in Abbildung 8.20 ist zu berücksichtigen.

### 8.3.5 Undrainierte zyklische Triaxialversuche mit vorgegebener Dehnungsamplitude

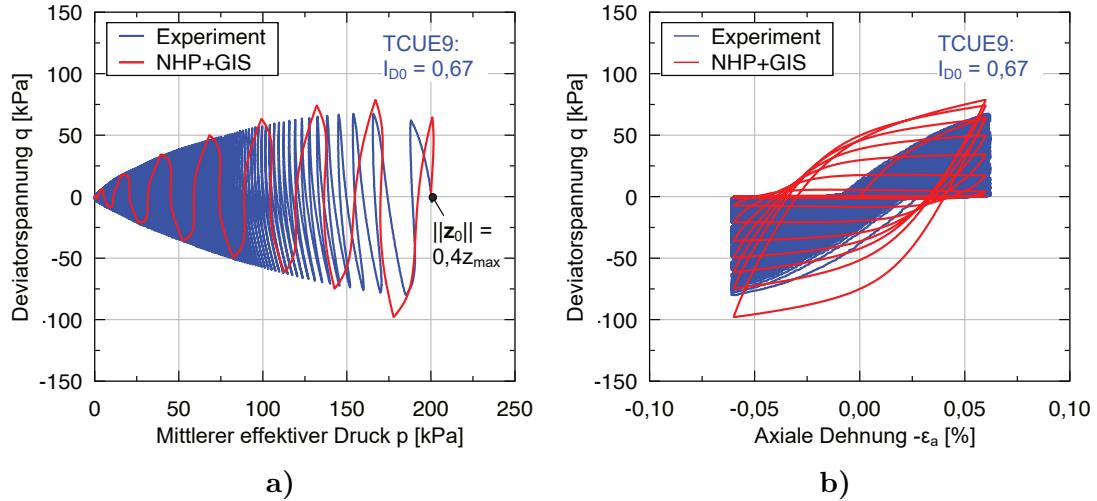
Im Folgenden werden anstelle der oben diskutierten Versuche mit vorgegebener Spannungsamplitude Versuche mit vorgegebener Dehnungsamplitude betrachtet. Undrainierte zyklische Triaxialversuche mit einer vorgegebenen Amplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 10^{-2}$  an KFS-Proben sind in Abbildung 8.21 für drei unterschiedliche Anfangsdichten dargestellt. Die effektiven Spannungspfade im  $pq$ -Diagramm sind in den Abbildungen 8.21a, 8.21c und 8.21e gezeigt, während die Spannungs-Dehnungs-Kurven in den Abbildungen 8.21b, 8.21d und 8.21f zu finden sind. Es zeigt sich, dass in den Experimenten unabhängig von der Anfangsdichte eine zyklische Bodenverflüssigung ( $p = q = 0$ ) eintritt. Je dichter der Boden, desto mehr Zyklen sind zum Erreichen von  $p = 0$  erforderlich. Aufgrund der betrachteten, vergleichsweise großen Dehnungsamplitude ist die Zyklenzahl bis zum Erreichen der Verflüssigung jedoch allgemein gering.

Die Simulationen mit der NHP+GIS reproduzieren das experimentell beobachtete Bodenverhalten qualitativ gut und zeigen eine ausgeprägte Tendenz zur Verflüssigung. Bei lockerem Boden wird die Verflüssigung mit  $p = q = 0$  vollständig erreicht. Bei dichtem Boden liefert die NHP+GIS zwar nur  $p \approx 0$ , modelliert die experimentelle Beobachtung dennoch qualitativ zutreffend. Auch die Anzahl der Zyklen bis zur Verflüssigung wird durch die NHP+GIS reproduziert.

Im Gegensatz dazu zeigt Abbildung 8.22 einen undrainierten zyklischen Triaxialversuch mit einer kleineren vorgegebenen Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$  an einer mitteldichten KFS-Probe. Ähnlich wie in den vorherigen Experimenten neigt der Boden zur Verflüssigung ( $p = q = 0$ ), wie im effektiven Spannungspfad in Abbildung 8.22a und in der Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abbildung 8.22b ersichtlich ist. Aufgrund der kleineren Dehnungsamplitude ist die Anzahl der Zyklen bis zur Verflüssigung im Vergleich zu den Versuchen aus Abbildung 8.21 deutlich erhöht. Während die Simulation mit der NHP+GIS die hysteretischen Spannungs-Dehnungs-Kurven und die Tendenz zur



**Abbildung 8.21:** Versuchsergebnisse [193] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für undrinierte zyklische Triaxialversuche mit einer vorgegebenen Dehnungsamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 10^{-2}$  an KFS an Proben mit unterschiedlicher Dichte: a), c) und e) effektive Spannungspfade im  $pq$ -Diagramm und b), d) und f) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der aufgebrachten axialen Dehnung  $\varepsilon_a$



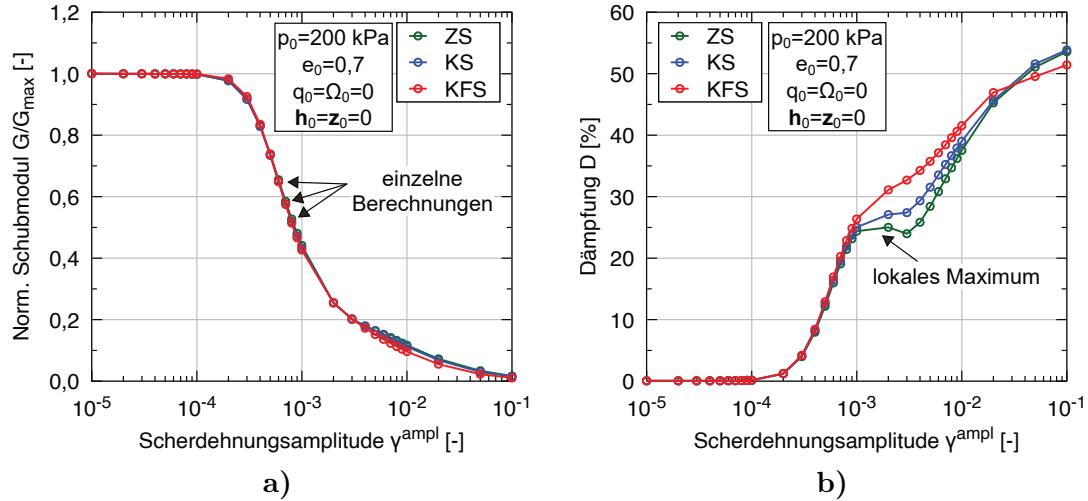
**Abbildung 8.22:** Versuchsergebnisse [193] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für undrinierte zyklische Triaxialversuche mit einer vorgegebenen Dehnungssamplitude von  $\varepsilon_a^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$  an KFS: a) effektiver Spannungspfad im  $pq$ -Diagramm und b) Deviatorspannung  $q$  als Funktion der aufgebrachten axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

Verflüssigung gut abbildet, wird die Akkumulationsrate in den Simulationen deutlich überschätzt. Es sei darauf hingewiesen, dass die GIS-Parameter der NHP+GIS nicht für diesen Versuch kalibriert wurden. Ähnliche Abweichungen bei der Akkumulationsrate sind auch in den zuvor diskutierten Ergebnissen in Abbildung 8.20a zu beobachten, wenn die GIS-Parameter nicht spezifisch für den jeweils betrachteten Versuch kalibriert wurden.

### 8.3.6 Steifigkeitsdegradation und Materialdämpfung

Der Sekantenschubmodul  $G$  und die dazugehörige Materialdämpfung  $D$  in Abhängigkeit von der Scherdehnungssamplitude wurden bereits für die HP+IS in Abschnitt 3.6.7 und für die HP+GIS in Abschnitt 6.4.2 betrachtet. Im Folgenden werden der Sekantenschubmodul  $G$  und die dazugehörige Materialdämpfung  $D$  in der NHP+GIS anhand der Simulation von zyklischen Einfachscherversuchen an KFS, KS und ZS simuliert. Dabei gilt  $\dot{\sigma}_{11} = 0 = \dot{\varepsilon}_{22} = \dot{\varepsilon}_{33} = \dot{\varepsilon}_{13} = \dot{\varepsilon}_{23}$ . Die Scherdehnungssamplitude  $\varepsilon_{12}^{\text{ampl}} = 0,5\gamma_{12}^{\text{ampl}}$  wurde variiert. Alle Simulationen beginnen mit einem isotropen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 200$  kPa und einer Porenzahl von  $e_0 = 0,7$ . Weiter gilt  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{z}_0 = \mathbf{0}$  sowie  $\Omega_0 = 0$ . Der normalisierte Sekantenschubmodul  $G/G_{\max}$  sowie die Dämpfung  $D$  werden aus der resultierenden hysteretischen  $\sigma_{12}-\gamma_{12}$ -Kurve bestimmt, wobei jeweils der dritte Zyklus ausgewertet wurde.

Der resultierende normierte Sekantenschubmodul  $G(\gamma^{\text{ampl}})/G_{\max}$  in Abhängigkeit von der Scherdehnungssamplitude  $\gamma^{\text{ampl}}$  ist in Abbildung 8.23a dargestellt, während Abbildung 8.23b die zugehörige Dämpfungskurve  $D(\gamma^{\text{ampl}})$  zeigt. Mit steigender Dehnungssamplitude nimmt der Sekantenschubmodul ab, während die Materialdämpfung zunimmt.



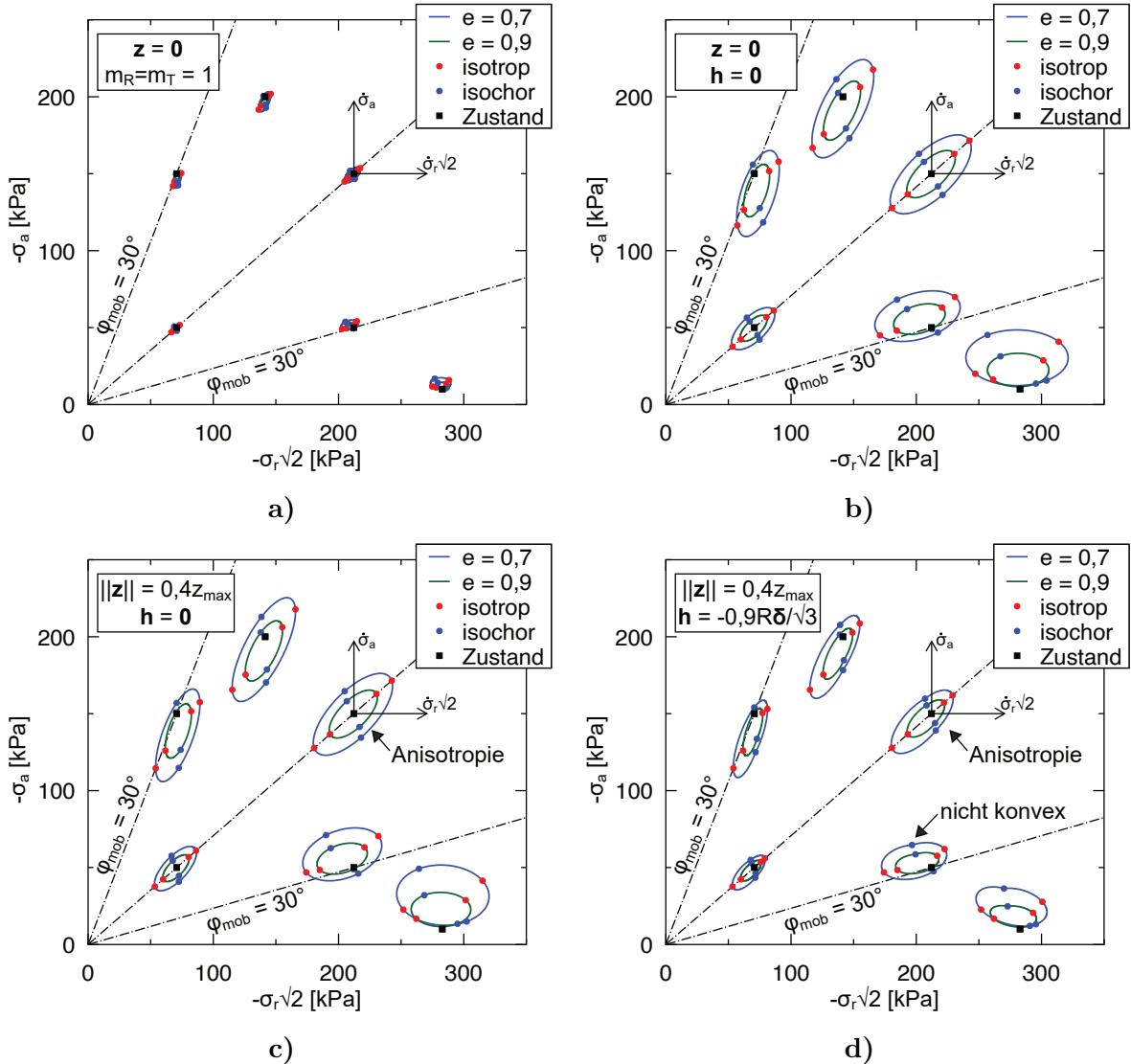
**Abbildung 8.23:** Simulationen von zyklischen Einfachscherversuchen mit der NHP+GIS: a) Normalisierter Sekantenschubmodul  $G(\gamma)/G_{\max}$  und b) Dämpfung  $D(\gamma)$  in Abhängigkeit von der Scherdehnungsamplitude  $\gamma_{12}^{\text{ampl}}$

Bei sehr kleinen Dehnungssamplituden ( $\gamma^{\text{ampl}} < 10^{-4}$ ) bleibt der Sekantenschubmodul  $G$  nahezu konstant und die Dämpfung kann in diesem „elastischen Bereich“ vernachlässigt werden. Es sei angemerkt, dass unrealistische Dämpfungskurven mit lokalen Extremwerten, wie sie beispielsweise für die HP+IS in Abschnitt 3.6.7 beschrieben wurden, auch in der NHP+GIS auftreten können. Entsprechend empfiehlt es sich, Parametersätze gezielt auf das Auftreten einer unrealistischen Dämpfungskurve zu prüfen und die Parameter ggf. anzupassen.

### 8.3.7 Grafische Darstellung mittels Antwortumhüllenden

Für die NHP wurden bereits in Abbildung 7.20 Antwortumhüllende diskutiert. Für dieselben axialsymmetrischen Zustände und Porenzahlen ( $e = 0,7$  und  $e = 0,9$ ) werden im vorliegenden Abschnitt in Abbildung 8.24 Antwortumhüllende für das gekoppelte Modell der NHP+GIS für KFS präsentiert. Die Größe der Umhüllenden in Abbildung 8.24 wurde im Vergleich zur Abbildung 7.20 zur besseren Darstellung skaliert.

Zunächst zeigt Abbildung 8.24a die Antwortumhüllenden für die NHP aus Abbildung 7.20b als Referenz mit deaktiviertem GIS-Konzept ( $m_R = m_T = 1$ ). Die Antwortumhüllenden aus Abbildung 8.24b, 8.24c und 8.24d, welche sich für die NHP+GIS ergeben, sind signifikant größer als für jene der NHP alleine, da das GIS-Konzept die Steifigkeit der NHP erhöht. Um den Einfluss der intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}$  sowie der Strukturvariable  $\mathbf{z}$  zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 8.24b Zustände mit  $\mathbf{z} = \mathbf{h} = \mathbf{0}$ , während in Abbildung 8.24c Zustände mit  $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ , aber  $\|\mathbf{z}\| = 0,4z_{\max} \neq 0$  mit der Initialisierung für AP-Proben betrachtet wird. Zuletzt stellt Abbildung 8.24d Antwortumhüllende dar, bei denen sowohl  $\mathbf{h} = -0,9R\delta/\sqrt{3}$  als auch  $\|\mathbf{z}\| = 0,4z_{\max}$  gemäß der oben angesetzten Initialisierung für AP-Proben betrachtet wurde. In allen Simulationen gilt außerdem  $\Omega = 0$ .



**Abbildung 8.24:** Antwortumhüllende an ausgewählten Zustände in der NHP im  $\sigma_a/\sqrt{2}\sigma_r$ - bzw.  $\dot{\sigma}_a/\sqrt{2}\dot{\sigma}_r$ -Rendulic-Diagramm für KFS unter a) Deaktivierung des GIS-Konzepts ( $m_R = m_T = 1$ ) mit  $z = \mathbf{0}$  gemäß Abbildung 8.24b und mit b)  $z = h = \mathbf{0}$ , c)  $\|z\| = 0,4z_{max}$  ( $z_a = -0,016 = -2z_r$ ) mit  $h = \mathbf{0}$  und d)  $\|z\| = 0,4z_{max}$  mit  $h = -0,9R\delta/\sqrt{3}$

Die NHP+GIS liefert stetige Antwortumhüllende. Je dichter der Boden, desto größer ist seine Steifigkeit (Pyknotropie). Letzteres zeigt sich in größeren Antwortumhüllenden. Bei isotropen Spannungszuständen mit  $h = \mathbf{0}$  zeigt das Material ein nahezu elastisches Verhalten, wobei der betrachtete Zustand nahe dem Zentrum der Antwortumhüllenden liegt. Für  $z \neq \mathbf{0}$  verhält sich der Boden anisotrop, was an den verschobenen Punkten der isochoren Scherung in Kompressions- und Extensionsrichtung erkennbar ist. Bei  $h \neq \mathbf{0}$  wird die Antwortumhüllende deutlich verschoben und verzerrt, was eine Folge der verstärkt richtungsabhängigen Steifigkeit infolge des GIS-Konzepts ist.

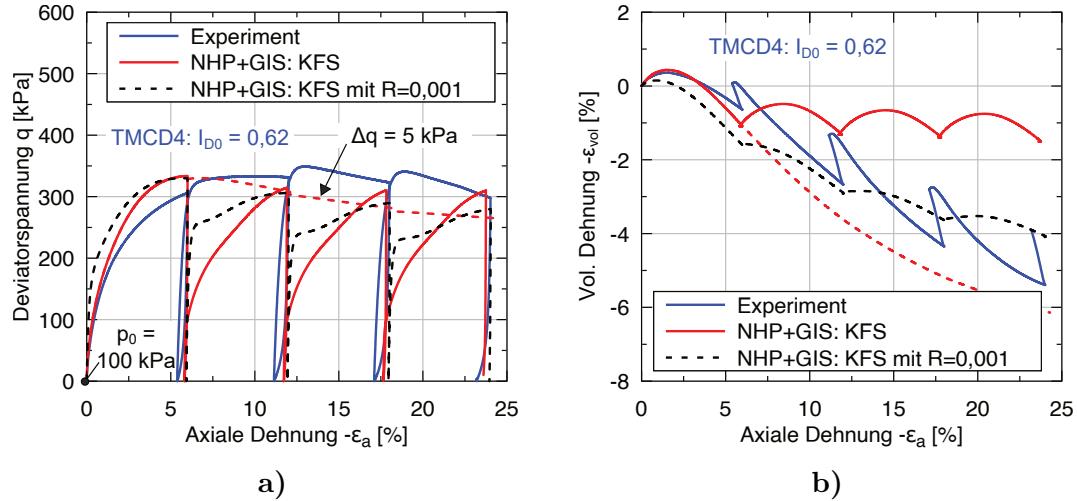
Für Zustände mit größeren Spannungsverhältnissen verschiebt sich die Antwortumhüllende kontinuierlich relativ zum betrachteten Zustand. Bei sehr hohen Spannungsverhältnissen kann der betrachtete Spannungszustand in hypoplastischen Modellen sogar außerhalb der dazugehörigen Antwortumhüllenden liegen. Alle Antwortumhüllenden der NHP+GIS sind stetig. Es ist zu erwähnen, dass die ersichtliche Nichtkonvexität<sup>3</sup> kein Problem darstellt und vielmehr in den meisten Plastizitätsmodellen auftritt.

## 8.4 Diskussion zur NHP+GIS

Die zuvor gezeigten Elementsimulationen zeigen, dass die NHP+GIS bereits viele für die Praxis relevanten Aspekte des mechanischen Bodenverhaltens zutreffend modellieren kann. Dennoch ergeben sich einige Limitationen des Modells, welche teilweise bereits genannt wurden und im Folgenden zusammenfassend diskutiert werden.

- (1) Die Kopplung der NHP mit dem GIS-Konzept erfolgt über den Grad der Nichtlinearität  $Y$ , wodurch das Overshooting nur für Zustände mit  $Y = 1$  verhindert wird. Aufgrund der Definition von  $Y$  nach Gl. (7.35), bei der gezielt bei großen Spannungsverhältnissen  $Y \approx 1$  gilt, liefert die NHP+GIS in diesem Spannungsbereich zudem ein zu weiches Stoffverhalten bzw. das sog. Ratcheting. Das Phänomen ist in Abbildung 8.25 anhand eines drainierten Triaxialversuchs an KFS (AP-Probe) mit vier Ent- und Wiederbelastungsstufen auf jeweils  $q = 0$  an einer mitteldichten Probe (TMCD4 aus [193]:  $I_{D0} = 0,62$  und  $p_0 = 100$  kPa) und deren Simulation mittels der NHP+GIS gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die NHP+GIS die erhöhte Steifigkeit infolge einer Wiederbelastung im Bereich geringer Spannungsverhältnisse gut reproduzieren kann. Für große Spannungsverhältnisse ist die NHP+GIS jedoch im Vergleich zu den Versuchsdaten signifikant zu weich. Das Problem wird zwar reduziert, ergibt sich jedoch auch für einen 10-fach vergrößerten „elastischen Bereich“, wie mittels einer zusätzlichen Simulation mit einem angepassten Materialparameter von  $R = 0,001$  gezeigt ist. Zur Demonstration des verhinderten Overshootings wird außerdem eine Simulation mit Entlastungsstufen von jeweils  $\Delta q = 5$  kPa betrachtet. Infolge der Wiederbelastung kommt es, wie erwartet, zu keinem Überschießen der Spannungsantwort. Auch tritt keine unphysikalische Auflockerung ein.
- (2) Die Kalibration der GIS-Parameter muss in der NHP+GIS mit großer Sorgfalt erfolgen. Bei zu großem Einfluss der zyklischen Vorbelastung (Parameter  $\gamma_x$ ,  $\chi_0$ ,  $\chi_{\max}$ ,  $C_\Omega$  und  $\gamma_\Omega$ ) auf das Materialverhalten kann sich die Akkumulationsrichtung umkehren. Dieser unphysikalische Effekt ist exemplarisch in Abbildung 8.26 mittels der Porenwasserdruckentwicklung in einem zyklischen undrainierten Triaxialversuchs an KFS dargestellt. Der gezeigte Versuch (TCUI11 aus [194]:  $I_{D0} = 0,56$ ,  $p_0 = 200$  kPa und  $q^{\text{ampl}} = 40$  kPa) und die Nachrechnung mit dem gut kalibrierten Parametersatz von

<sup>3</sup>Existieren keine zwei Spannungszustände auf der Antwortumhüllenden, deren Verbindungsstrecke die Antwortumhüllende schneiden, kann letztere als konvexe Antwortumhüllende bezeichnet werden.

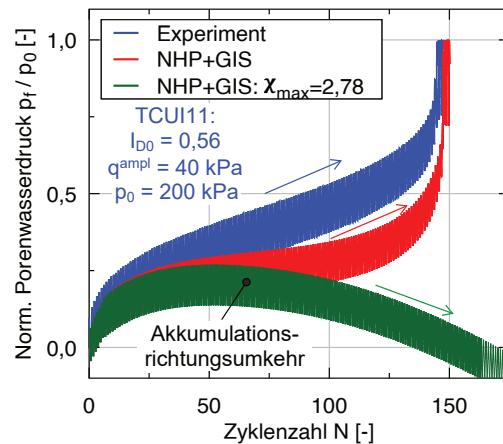


**Abbildung 8.25:** Versuchsergebnisse [193] vs. Simulationen mit der NHP+GIS eines monotonen drainierten Triaxialversuchs an KFS für eine mitteldichte Probe mit Ent- und Wiederbelastungen auf  $q = 0$ : a) Deviatorspannung  $q$  und b) volumetrische Dehnung  $\varepsilon_{vol}$  in Abhängigkeit von der axialen Dehnung  $\varepsilon_a$

KFS liefert die erwartete nichtlineare Akkumulation des Porenwasserdrucks. Wird jedoch beispielsweise der Parameter  $\chi_{\max} = 2,78$  (statt  $\chi_{\max} = 2,72$ ) gewählt, zeigt die Simulation eine sich nach circa 80 Zyklen umkehrende Richtung der Akkumulation. Anstelle eines Porenwasserdruckaufbaus ergibt sich ein Porenwasserdruckabbau. Das Auftreten des Effekts ist grundsätzlich auch für andere Basismodelle im GIS-Konzept möglich, wurde aber in der NHP+GIS entdeckt.

- (3) Die asymptotische Zustandsoberfläche der NHP und somit auch der NHP+GIS ist nicht bekannt. Bei hohen Drücken ist es möglich, dass eine isotrope Kompression zu geringeren Porenzahlen als im kritischen Zustand führen, was physikalisch unbegründet ist. Die Konsistenzbedingung [122] der isotropen Kompression zwischen dem Stoffmodell und der Kompressionsbeziehung  $e_i(p)$  ist nicht eingehalten.
- (4) Für eine isotrope Kompression gilt  $\dot{\varepsilon}^* = \mathbf{0}$  und somit findet keine Entwicklung der Strukturvariablen  $\mathbf{z}$  statt. Aufgrund der druckabhängigen Definition von  $\omega$  nach Gl. (7.45) gilt jedoch  $\lim_{p \rightarrow \infty} \omega = 0$  und der Einfluss der Strukturvariablen verschwindet asymptotisch infolge einer isotropen Kompression.
- (5) Als weitere, bereits zuvor beschriebene, Modelldefizite der NHP+GIS sind die nicht zutreffende Modellierung der zyklischen Mobilität und die nicht zutreffende Reproduktion der Akkumulationseffekte für Versuche, an welchen die GIS-Parameter nicht kalibriert wurden, zu nennen. Zudem kann das Modell in Abhängigkeit des Parametersatzes unrealistische Dämpfungskurven liefern.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die neu eingeführte NHP+GIS als fortgeschrittenes hypoplastisches Stoffmodell zur ganzheitlichen Modellierung des Bodenverhaltens



**Abbildung 8.26:** Versuchsergebnisse [194] vs. Simulationen mit der NHP+GIS für die Entwicklung des normalisierten Porenwasserdrucks  $p_f/p_0$  in Abhängigkeit von der Zyklenzahl  $N$  für einen undrainierten zyklischen Triaxialversuch mit dem Parametersatz des KFS und mit einem erhöhtem Wert des Parameters  $\gamma_{\max} = 2,78$ : Eine nicht sorgfältige Kalibration der GIS-Parameter kann zu einer unphysikalischen Umkehr der Akkumulationsrichtung führen.

geeignet ist. Es modelliert unter anderem zutreffend die Dilatanz dichter Böden infolge monotoner Verformungen bei verhindertem Auftreten von Zugspannungszuständen. Durch die konstitutive Berücksichtigung der tensoriellen Strukturvariable kann der Einfluss der anisotropen Mikrostruktur, beispielsweise infolge unterschiedlicher Probenpräparationsmethoden, abgebildet werden. Zudem ermöglicht die NHP+GIS aufgrund der Kopplung mit dem GIS-Konzept die Simulation zyklischer Verformungen mit verhindertem Überschreiten der Festigkeit (Overshooting) sowie die Berücksichtigung des Einflusses einer zyklischen Vorbelastung auf das zyklische Akkumulationsverhalten.



# Kapitel 9

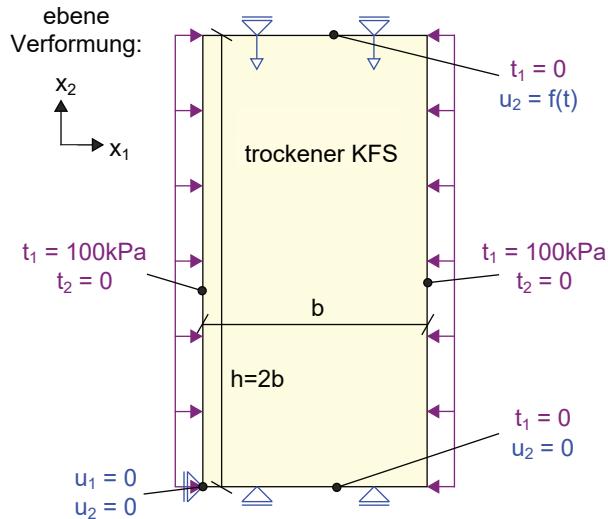
## Gegenüberstellung, Zusammenfassung, Ausblick

### 9.1 Gegenüberstellung entwickelter Stoffmodelle

Im Folgenden werden die beiden neu entwickelten Stoffmodelle HP+GIS+ACST und NHP+GIS vergleichend anhand eines Anfangsrandwertproblems (ARWP) gegenübergestellt, bevor im weiteren Verlauf des vorliegenden Kapitels die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick abgerundet wird.

Für die Gegenüberstellung wird aufgrund der Ähnlichkeit mit der HP+GIS und der Vernachlässigung der Fabric auf Simulationen mit der MHP+GIS verzichtet. Als numerisches Beispiel wird die plötzliche Entstehung einer Scherfuge, auch als Bifurkationsproblem bekannt, betrachtet. Dabei tritt eine Lokalisierung der Verformungen innerhalb der Scherfuge auf. Das Problem der Bifurkation in hypoplastischen Modellen ist in der Literatur ausführlich diskutiert [9, 74, 200, 206]. Entsprechende numerische Simulationen finden sich beispielsweise in [106, 168, 169]. Im Allgemeinen ist der Beginn der Lokalisierung nicht deterministisch. Eine Scherfuge kann oder kann auch nicht auftreten und ist nur eine mögliche Lösung des mathematischen Problems [112]. Für inkrementell nichtlineare Stoffmodelle lässt sich eine notwendige Bedingung für die Scherfugenbildung herleiten. Die Lokalisierung kann für einen Zustand außerhalb, aber nicht innerhalb der sogenannten Bifurkationsfläche auftreten [112, 200, 206].

Im Folgenden wird die quasi-statische Scherfugenbildung in einem ebenen Verformungszustand (biaxiale Kompression) mittels der Finiten-Elemente-Methode (FEM) in dem kommerziellen Programmcode Abaqus/Standard betrachtet. Es werden die Stoffmodellparameter des KFS verwendet (siehe Tabelle 6.2 für die HP+GIS+ACST bzw. Tabelle 8.2 und Tabelle 8.1 für die NHP+GIS). Das zugehörige zweidimensionale Randwertproblem ist in Abbildung 9.1 visualisiert. Ein Volumen aus trockenem KFS mit einem Seitenverhältnis von  $h/b = 2$  wird betrachtet. Die vertikalen Ränder werden in horizontaler



**Abbildung 9.1:** Untersuchtes ARWP zur ebenen (biaxialen) Scherfugenbildung in trockenem Sand (modifiziert aus [106])

Richtung ( $x_1$ ) einem konstanten Druck von  $t_1 = 100$  kPa beaufschlagt. Der untere Rand ist in vertikaler Richtung ( $x_2$ ) fixiert ( $u_2 = 0$ ). Am oberen Modellrand ist eine monotone vertikale Verschiebung  $u_2(t)$  vorgegeben. Ausgehend von  $u_2 = 0$  wird am Ende der Simulation  $u_2 = h/10$  erreicht. Schubspannungen sind an allen Rändern untersagt. Um einen kinematischen Mechanismus zu vermeiden, ist der Knoten in der linken unteren Ecke ebenfalls in horizontaler Richtung fixiert ( $u_1 = 0$ ). Die Ergebnisse eines ähnlichen Problems wurden bereits in [106] publiziert.

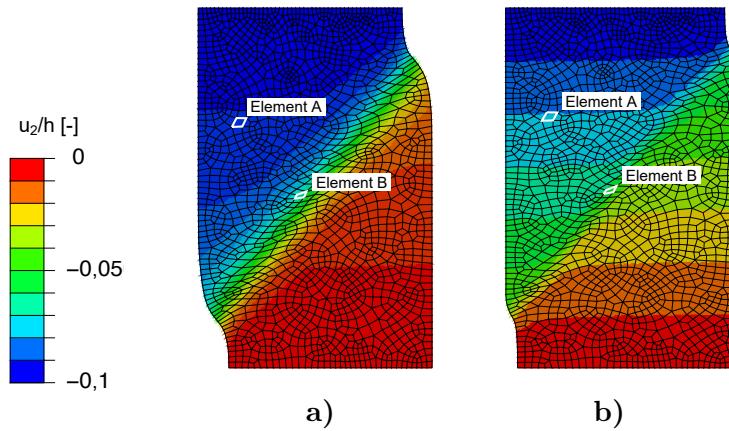
Die Simulationen basieren auf einem isotropen und homogenen Anfangsspannungszustand von  $p_0 = 100$  kPa, einer Anfangsporenzahl von  $e_0 = 0,8$  (lockerer Sand), einer initialen intergranularen Dehnung  $\mathbf{h}_0 = \mathbf{0}$  und einer zyklischen Vorbelastung von  $\Omega_0 = 0$ . Die initiale anisotrope Mikrostruktur wurde zu  $\mathbf{F}_0 = \mathbf{z}_0 = \mathbf{0}$  initialisiert (isotrope Mikrostruktur) und für die Simulation mit der HP+GIS+ACST gilt  $H_0 = 0$ .

Die Schwerkraft wird vernachlässigt. Zur numerischen Lösung werden 1732 CPE4-Elemente verwendet. Es wurden keine „schwachen“ Elemente oder ähnliches definiert und die Bifurkation ist ein implizites Ergebnis der Simulationen. Ob die Berechnung nach der Bifurkation weiterläuft oder abbricht, hängt vom gewählten Jacobian<sup>1</sup> ab, welcher in den Simulationen mittels einer numerischen Perturbation<sup>2</sup> (HP+GIS+ACST) bzw. mittels der maximalen elastischen Steifigkeit  $\bar{\mathbf{E}}^{\max} = \bar{\mathbf{E}} m_R$  (NHP+GIS) abgeschätzt wurde. Es sei vorweg auf die Abhängigkeit der Ergebnisse von der räumlichen Diskretisierung in numerischen Simulationen der Scherfugenbildung hingewiesen. Die Ergebnisse sind vollständig netzabhängig, da die Stoffmodelle keine charakteristische Länge enthalten [15].

Zunächst zeigt Abbildung 9.2 die räumliche Verteilung der normalisierten Verschiebungskomponente  $u_2/h$  am Ende der Simulationen mit dem dabei verzerrten Netz. Anhand

<sup>1</sup>In Abaqus dient der Jacobian zur Abschätzung der Tangentensteifigkeit als Grundlage für die Lösung nichtlinearer Probleme mittels des Newton-Raphson-Verfahrens.

<sup>2</sup>Bei der numerischen Perturbation werden kleine Dehnungssinkremente in allen Richtungen aufgebracht und die Tangentensteifigkeit anhand der aus dem Stoffmodell resultierenden Spannungssinkremente abgeschätzt. Der Zustand des Bodens darf sich durch die numerische Perturbation nicht ändern.

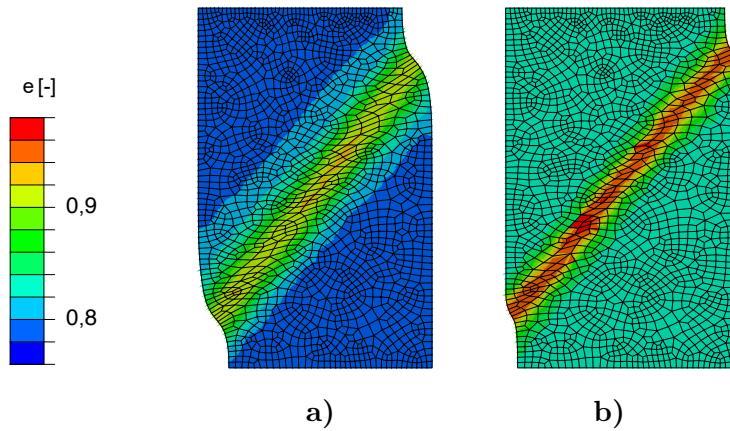


**Abbildung 9.2:** Räumliche Verteilung der normalisierten Verschiebungskomponente  $u_2/h$  am Ende der Simulation mit der a) HP+GIS+ACST und b) NHP+GIS

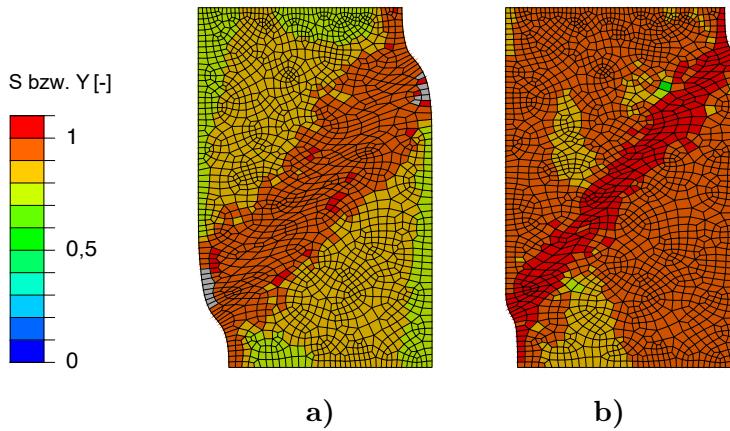
letzterem lässt sich die Scherfugenbildung bei beiden Stoffmodellen direkt erkennen. Bei der quantitativen Betrachtung des Verschiebungsfeldes zeigt sich, dass in den Bereichen außerhalb der Scherfuge bei der Simulation mit der HP+GIS+ACST kleinere und innerhalb der Scherfuge größere Gradienten der Verschiebung als in den Simulationen mit der NHP+GIS existieren. Dies lässt bereits den Schluss zu, dass die Lokalisierung der Verformungen in der Berechnung mit der HP+GIS+ACST zu einem früheren Zeitpunkt erfolgte als bei den NHP+GIS-Simulationen. Dass die beiden Scherfugen an der nahezu identischen Position auftreten, ist rein zufällig und aufgrund der Verwendung von zwei unterschiedlichen Stoffmodellen im Allgemeinen auch nicht zu erwarten. Die sich in der Simulation mit der HP+GIS+ACST ergebende dicke Scherfuge ist erwähnenswert, sollte aber aufgrund der Netzabhängigkeit der Simulationsergebnisse nicht überbewertet werden.

Die räumlichen Verteilungen der Porenzahl  $e$  am Ende der Simulationen beider Stoffmodelle ist in Abbildung 9.3 gezeigt. Entsprechend zeigt Abbildung 9.4 die Zustandsmobilisierung  $S$  bzw. den Grad der Nichtlinearität  $Y$  und Abbildung 9.5 die Norm des Fabric-Tensors  $\|\mathbf{F}\|$  bzw. die Norm der Strukturvariable  $\|\mathbf{z}\|$ .

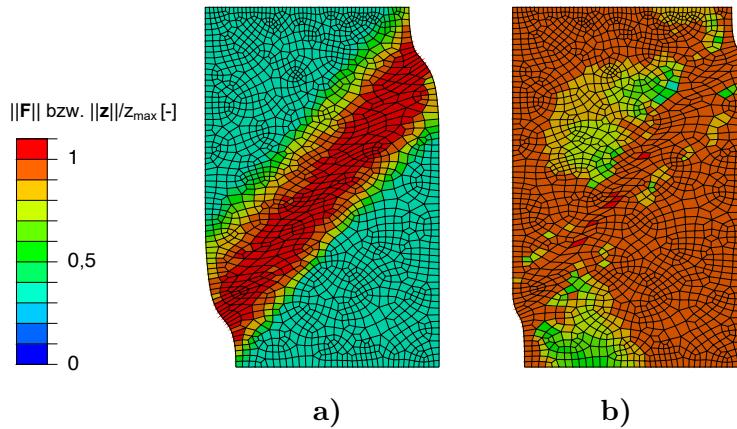
Die Ähnlichkeit der Simulationsergebnisse wird deutlich. Innerhalb der Scherfuge kommt es zu einer signifikanten Auflockerung des Bodens, während sich die Porenzahl in den Bereichen außerhalb der Scherfuge aufgrund der initial bereits lockeren Lagerung nur gering ändert. Quantitativ liefert die NHP+GIS im betrachteten Fall sowohl innerhalb als auch außerhalb der Scherfuge geringfügig lockerere Zustände als die HP+GIS+ACST. Infolge einer monotonen Scherung tendieren beide Stoffmodelle zum kritischen Zustand ( $e_c(p = 100 \text{ kPa}) \approx 0,97$ ), bei welchem für die Zustandsmobilisierung bzw. den Grad der Nichtlinearität  $S = Y = 1$  gilt. Dieser Wert wird, wie in Abbildung 9.4 dargestellt, im Bereich der Scherfuge angestrebt und nahezu erreicht. Außerhalb der Scherfuge ist der Wert etwas geringer. Letzteres ist auf die signifikant geringere (im Allgemeinen nicht verschwindende) Dehnungsrate ab dem Moment der Lokalisierung außerhalb der Scherfuge zurückzuführen, wobei der kritische Zustand vor der Lokalisierung noch nicht erreicht wurde.



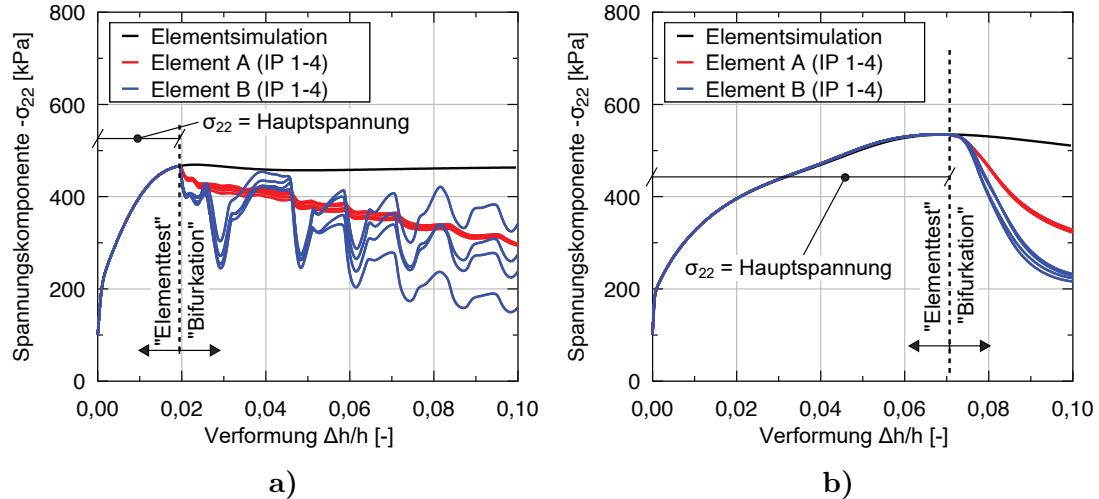
**Abbildung 9.3:** Räumliche Verteilung der Porenzahl  $e$  am Ende der Simulation mit der a) HP+GIS+ACST und b) NHP+GIS



**Abbildung 9.4:** Räumliche Verteilung der Zustandsmobilisierung  $S$  bzw. des Grads der Nichtlinearität  $Y$  am Ende der Simulation mit der a) HP+GIS+ACST und b) NHP+GIS



**Abbildung 9.5:** Räumliche Verteilung der Norm der jeweiligen Zustandsvariable zur Berücksichtigung der anisotropen Mikrostruktur ( $\|\mathbf{F}\|$  bzw.  $\|\mathbf{z}\|$ ) am Ende der Simulation mit der a) HP+GIS+ACST und b) NHP+GIS



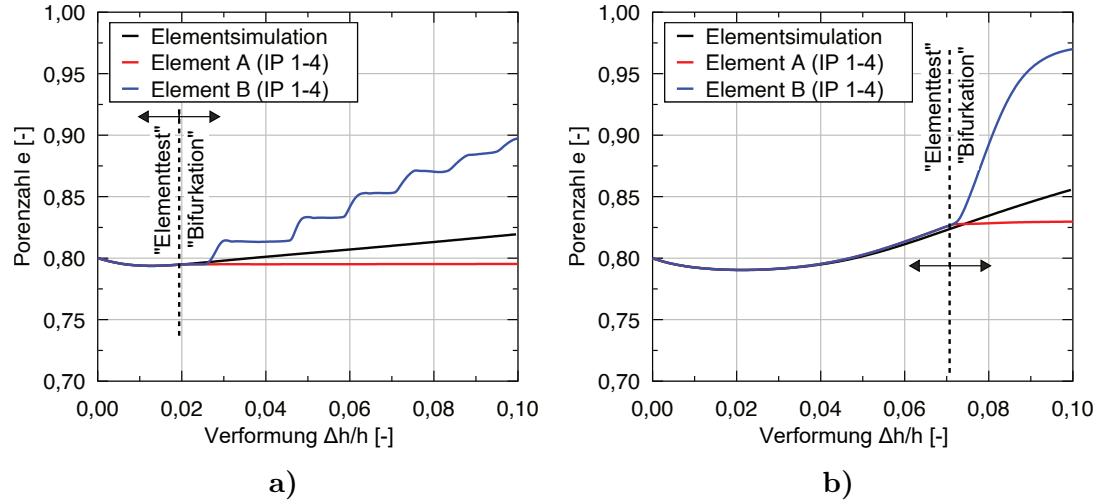
**Abbildung 9.6:** Entwicklung der Spannungskomponente  $\sigma_{22}$  in der Elementsimulation und in einem Element außerhalb (Element A) bzw. innerhalb (Element B) der Scherfuge in Simulationen mit der a) HP+GIS+ACST und b) der NHP+GIS

Sowohl die HP+GIS+ACST als auch die NHP+GIS berücksichtigen mit  $\mathbf{F}$  bzw.  $\mathbf{z}$  eine tensorielle Zustandsvariable, welche die anisotrope Mikrostruktur des Bodens beschreibt. Die räumliche Verteilung derer Norm (skalare Größe) am Ende der Simulationen ist in Abbildung 9.5 dargestellt. Es zeigt sich, dass sich in beiden Stoffmodellen im Bereich der Scherfuge ein signifikanter Aufbau der anisotropen Mikrostruktur ergibt und sich die entsprechende Zustandsvariable dem jeweiligen Wert im kritischen Zustand annähert. Im Rahmen der NHP+GIS wurde die Entwicklung von  $\mathbf{z}$  mit einem Aufrollen einzelner Körner beschrieben. Die Simulationen der Scherfugenbildung lassen nun ein verstärktes Rollen einzelner Körner in letzterer vermuten. Diese aus den kontinuumsmechanischen Berechnungen abgeleiteten mikromechanischen Aspekte entsprechen aktuellen experimentellen Arbeiten, welche mittels Röntgentomographie mikromechanische Beobachtungen während der Scherung von Boden erlauben. Ein Rollen der Körner innerhalb von Scherfugen wurde beispielsweise in [152] dokumentiert.

Der Unterschied zwischen der Mikrostruktur innerhalb und außerhalb der Scherfuge ist bei den Simulationen mit der HP+GIS+ACST deutlich größer als in den Simulationen mit der NHP+GIS. Dieser quantitative Unterschied ist auf den unterschiedlichen Zeitpunkt der Scherfugenbildung und die quantitativ verschiedenen Entwicklungsgleichungen von  $\mathbf{F}$  bzw.  $\mathbf{z}$  in beiden Stoffmodellen zurückzuführen.

Es ist offensichtlich, dass die in den Abbildungen 9.2 bis 9.5 dargestellten Felder nicht räumlich homogen verteilt sind, d. h. für die Zustandsvariablen  $\boldsymbol{\alpha}$  zumindest in den Bereichen der Scherfuge räumliche Gradienten existieren. Mit anderen Worten: Ausgehend von homogenen Feldern treten während der Berechnung nicht-homogene Felder der Zustandsvariablen aufgrund der Bifurkation auf.

Im Folgenden wird die Entwicklung ausgewählter Zustandsvariablen als Funktion der aufgebrachten Verformung  $\Delta h/h$  dargestellt. Es wird das Element A außerhalb und das



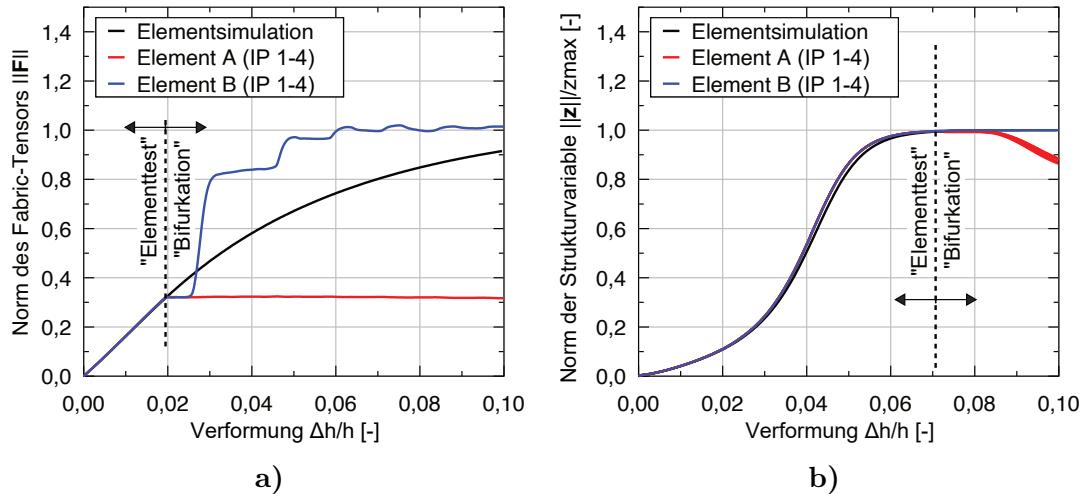
**Abbildung 9.7:** Entwicklung der Porenzahl  $e$  in der Elementsimulation und in einem Element außerhalb (Element A) bzw. innerhalb (Element B) der Scherfuge in Simulationen mit der a) HP+GIS+ACST und b) der NHP+GIS

Element B innerhalb der Scherfuge betrachtet. Beide sind in Abbildung 9.2 hervorgehoben. Für den Vergleich wird zudem eine tatsächliche Elementsimulation eines drainierten biaxialen Kompressionsversuch mittels IncrementalDriver [113] betrachtet.

Die Spannungskomponente  $\sigma_{22}$  ist für jeden der vier Integrationspunkte (IP) der beiden Elemente des Anfangsrandwertproblems sowie für die Elementsimulation in Abbildung 9.6 dargestellt. Zu Beginn ist die Entwicklung der Spannungskomponente in allen Integrationspunkten und auch in der Elementsimulation nahezu identisch. In dieser Berechnungsphase hat noch keine Bifurkation stattgefunden und die räumliche Verteilung der Zustandsvariablen ist noch homogen.  $\sigma_{22}$  ist außerdem eine Hauptspannung. Nach einer bestimmten Deformation tritt jedoch eine Abweichung der Spannungskomponente zwischen den Elementen und sogar zwischen den einzelnen Integrationspunkten auf. Ab diesem Punkt verlieren die angesprochenen Felder der Zustandsvariablen ihre Homogenität und die Lokalisierung findet statt. Der Vergleich der beiden Stoffmodelle zeigt, dass die Bifurkation in der HP+GIS+ACST zu einem deutlich früheren Zeitpunkt stattfindet als in der NHP+GIS. Letztere liefert ein allgemein weicheres Bodenverhalten, wodurch die maximale Deviatorspannung ebenfalls später erreicht wird. Die quantitativen Unterschiede der Stoffmodelle bei den erreichten Spannungen ist jedoch gering und die Scherfugenbildung erfolgt für beide Stoffmodelle etwa im Bereich der maximalen Deviatorspannung.

Die Entwicklung der Porenzahl ist in Abbildung 9.7 gezeigt. Nach der Bifurkation tendiert diese innerhalb der Scherfuge schnell zur kritischen Porenzahl  $e_c(p)$ . Gemessen an der globalen Verformung  $\Delta h/h$  geschieht dies deutlich schneller als in den Elementsimulationen. Außerhalb der Scherfuge bleibt die Porenzahl in beiden Stoffmodellen nach der Bifurkation etwa konstant.

Zuletzt zeigt Abbildung 9.8 die Entwicklung von  $\|\mathbf{F}\|$  bzw.  $\|\mathbf{z}\|$ . Der Maximalwert tritt innerhalb der Scherfuge auf, während außerhalb letzterer der entsprechende Wert kleiner ist. Wie bereits in Abbildung 9.5 diskutiert, kann dies qualitativ dem mikro-mechanischen



**Abbildung 9.8:** Entwicklung der Norm der jeweiligen Zustandsvariable zur Berücksichtigung der anisotropen Mikrostruktur ( $\|\mathbf{F}\|$  bzw.  $\|\mathbf{z}\|$ ) in der Elementsimulation und in einem Element außerhalb (Element A) bzw. innerhalb (Element B) der Scherfuge in Simulationen mit der a) HP+GIS+ACST und b) der NHP+GIS

Rollen der Körner zugeschrieben werden, was innerhalb der Scherfuge deutlich ausgeprägter erwartet wird als außerhalb. Die Entwicklung von  $\|\mathbf{F}\|$  bzw.  $\|\mathbf{z}\|$  weist quantitativ geringfügige Unterschiede auf, was auf die verschiedenen Entwicklungsgleichungen zurückzuführen ist.

Das untersuchte ARWP verdeutlicht die Anwendbarkeit der HP+GIS+ACST bzw. der NHP+GIS auf komplexe Randwertprobleme. Vor der Bifurkation entspricht die Lösung des Randwertproblems einer Elementsimulation mit homogenen Feldern. Nach der Bifurkation zeigt die Lösung inhomogene Felder aller Zustandsvariablen. Ab dem Moment der Bifurkation ist das Problem mathematisch schlecht gestellt und die erhaltene Lösung stellt daher immer nur eine mögliche Lösung dar. Die Interpretation der Simulationsergebnisse nach der Bifurkation sollte daher sowohl im ARWP als auch in der Elementsimulation mit Vorsicht erfolgen, was jedoch außerhalb des Forschungsschwerpunktes dieser Arbeit lag.

Die beiden im Rahmen dieser Arbeit eingeführten fortgeschrittenen hypoplastischen Modelle HP+GIS+ACST und NHP+GIS liefern im untersuchten ARWP weitestgehend vergleichbare Ergebnisse. Die Unterschiede lassen sich mit den Darstellungen dieser Arbeit erklären und die beiden Stoffmodelle stützen sich somit gegenseitig.

## 9.2 Zusammenfassung der Arbeit

Die zutreffende und möglichst ganzheitliche konstitutive Beschreibung des mechanischen Verhaltens von granulären Böden ist Gegenstand jahrzehntelanger bodenmechanischer

Forschung. So wurden in der Vergangenheit unzählige Stoffmodelle und zahlreiche Stoffmodellfamilien für Böden entwickelt. Gerade fortgeschrittene elasto-plastische und hypoplastische Modelle werden heutzutage sowohl zur Simulation monotoner als auch zyklischer Verformungen von Boden herangezogen. Stoffmodelle stellen jedoch immer nur eine begründete Schätzung des realen Bodenverhaltens dar und können gegenwärtig das reale Bodenverhalten nie exakt reproduzieren und werden das auch zukünftig nicht leisten können. Die Qualität des in geotechnischen numerischen Untersuchungen zugrunde gelegten Stoffmodells ist dennoch entscheidend für die Aussagekraft der Simulationsergebnisse. Während für Tragfähigkeitsabschätzungen die durch das Stoffmodell bestimmte Bodenfestigkeit entscheidend ist, ist für Gebrauchstauglichkeitsbetrachtungen auch eine zutreffende Beschreibung der ausgeprägt nichtlinearen Bodensteifigkeit nötig. Je höherwertiger das verwendete Stoffmodell, desto optimierter (Kosten-, Zeit- und Materialeinsatz) lassen sich geotechnische Strukturen planen und umsetzen.

Trotz der vorhandenen enormen Fülle an Stoffmodellen in der Literatur existieren nach wie vor große Schwierigkeiten in der ganzheitlichen Modellierung von Boden. Gerade bei der Simulation zyklischer Verformungen und bei der Berücksichtigung der Effekte infolge einer anisotropen Mikrostruktur im Boden geraten viele existierende Stoffmodelle unabhängig von der jeweiligen Stoffmodellklasse an ihre Grenzen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es daher, existierende hypoplastische Modelle weiterzuentwickeln und bezüglich der Simulation zyklischer Verformungen sowie der Berücksichtigung einer anisotropen Mikrostruktur zu optimieren. Zunächst wurde hierzu das heutzutage weit verbreitete hypoplastische Modell nach von Wolffersdorff [179] (HP) mit der Erweiterung der intergranularen Dehnung (IS) nach Niemunis und Herle [121] (HP+IS) intensiv untersucht und bestehende Defizite des Stoffmodells dargestellt. Die HP+IS wurde ursprünglich vor ca. 25 Jahren formuliert und findet heutzutage sowohl in der geotechnischen Praxis als auch in der bodenmechanischen Forschung Anwendung. Die detaillierte Untersuchung dieses Referenzmodells zeigt jedoch, dass es sowohl qualitativ als auch quantitativ das mechanische Verhalten von Boden teils nicht zufriedenstellend modelliert. So können beispielsweise unzulässige Zugspannungszustände erreicht und in dichtem Boden weder die Dilatanz noch die zyklische Verflüssigung zutreffend abgebildet werden. Außerdem vernachlässigt das Modell den Einfluss der anisotropen Mikrostruktur und der zyklischen Vorbelastung auf das mechanische Bodenverhalten und zeigt das Problem des sog. Overshootings.

Zur Behebung der detektierten Nachteile der HP+IS wurden in dieser Arbeit mit der HP+GIS+ACST, der MHP+GIS und der NHP+GIS primär drei neue hypoplastische Stoffmodelle entwickelt. Die grundlegende Neuerung liegt dabei in dem entwickelten Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS), einem Erweiterungsmodell zur zutreffenden Simulation zyklischer Verformungen im Boden. Das GIS-Konzept behebt dabei unter anderem das Problem des sog. Overshootings und der linearen Akkumulation bei der Simulation vieler Zyklen und stellt somit eine entscheidende Weiterentwicklung für Stoffmodelle für Boden dar. Das GIS-Konzept wurde mit drei verschiedenen hypoplastischen Basismodellen für Sand (HP(+ACST), MHP, NHP) gekoppelt.

In der HP+GIS+ACST konnten durch die mathematisch äquivalente Umformung der HP unter Berücksichtigung der asymptotischen Zustandsoberfläche (ASBS) und der Kopplung mit der Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST) im Vergleich zum Referenzmodell der HP+IS trotz identischem Basismodells (HP) signifikante Verbesserungen erzielt werden. In der HP+GIS+ACST ist das Overshooting der gesamten ASBS verhindert. Das Modell kann den Effekt der Probenpräparation reproduzieren und Bodenverflüssigungseffekte lassen sich auch in dichten Böden simulieren. Akkumulationseffekte werden realitätsnah nichtlinear modelliert und nicht zuletzt ist auch die Simulation der zyklischen Mobilität erheblich verbessert. Durch Deaktivierung der ACST ergibt sich das Modell der HP+GIS, welches bei gleicher Parameteranzahl und Parameterkalibration bereits das entscheidende Problem der HP+IS, das Overshooting, behebt. Im Zuge vertiefter theoretischer Überlegungen wurde mit der MHP+GIS zusätzlich ein neues und zur HP+GIS sehr ähnliches Modell entwickelt, welches erstmals für ein Modell für Sand mittels eines explizit definierten Tensors  $\mathbf{A}$  ausgedrückt werden kann.

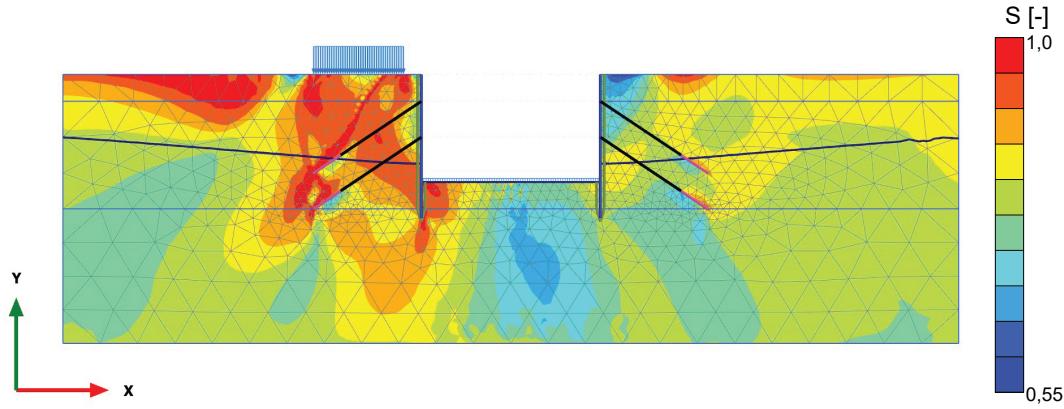
In der NHP+GIS wurde hingegen die Neohypoplastizität (NHP), ein neues hypoplastisches Stoffmodell, welches in der jüngeren Vergangenheit am IBF entwickelt wurde, als Basismodell zur Kopplung mit dem GIS-Konzept gewählt. Die NHP wurde dabei im Rahmen der vorliegenden Arbeit zunächst grundlegend überarbeitet. In der NHP+GIS wird unter anderem die Dilatanz dichter Böden zutreffend reproduziert und Zugzustände sind per Definition ausgeschlossen. Außerdem kann der Einfluss einer anisotropen Mikrostruktur auf das mechanische Verhalten von Sand berücksichtigt werden. Die NHP behebt somit entscheidende Nachteile der HP und kann, in Kombination mit dem GIS-Konzept, zur ganzheitlichen Modellierung von Boden herangezogen werden.

## 9.3 Ausblick

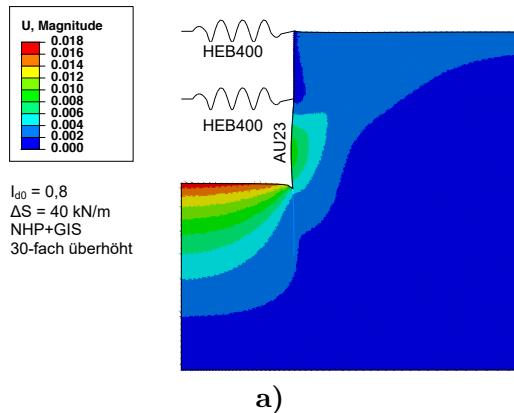
Essentially, all models are wrong, but some are useful.

G. E. P. Box

Die ganzheitliche Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Boden ist ein ambitioniertes Ziel der Bodenmechanik, welches, ganz im Sinne der Worte von Prof. Box, gerade aufgrund der Formulierung eines konstitutiven Modells nie vollständig zufriedenstellend gelingen kann. Die vorliegende Arbeit hat mit der Entwicklung unter anderem der HP+GIS+ACST und der NHP+GIS umfassende Fortschritte auf dem Gebiet der bodenmechanischen Stoffmodelle liefern können, gleichzeitig aber auch Ansatzpunkte zur vertieften Forschung herausgearbeitet. Mögliche Schwerpunkte zukünftiger Untersuchungen sind im Folgenden thematisch getrennt aufgelistet:



**Abbildung 9.9:** Anwendung der HP+GIS+ACST in einem ARWP einer zweifach rückverankerten Verbauwand mittels Plaxis2D [104]



**Abbildung 9.10:** Anwendung der NHP+GIS in einem ARWP einer zyklisch belasteten zweifach ausgesteiften Verbauwand mittels Abaqus/Standard [102]

- **Anwendung der Modelle in Anfangsrandwertproblemen**

Auch wenn im vorliegenden Dokument mit Ausnahme dieses Kapitels primär Elementsimulationen betrachtet wurden, wurden die entwickelten Stoffmodelle zu jedem Entwicklungsschritt bereits zur Lösung exemplarischer ARWP verwendet. So wurden die HP+GIS und die NHP+GIS beispielsweise zur Nachrechnung von physikalischen Modellversuchen eines horizontal belasteten Pfahls und eines Flachfundaments verwendet [198]. In [102] wurde mit der HP+GIS+ACST eine zweifach rückverankerte Verbauwand in Plaxis2D simuliert, siehe Abbildung 9.9. Wie in Abbildung 9.10 dargestellt, wurde die NHP+GIS außerdem in [102] mittels Abaqus zur Simulation eines zweifach ausgesteiften Baugrubenverbau unter einer zyklischen Temperaturbelastung herangezogen. Zukünftig gilt es jedoch die entwickelten Modelle vertieft auch in Anfangsrandwertproblemen auch unter Berücksichtigung zyklischer Belastungen zu prüfen. Hierzu werden sich sowohl Feld- als auch Modellversuche eignen.

- **Konzept der generalisierten intergranularen Dehnung (GIS)**

Das GIS-Konzept sollte in Zukunft mit weiteren hypoplastischen Modellen gekoppelt werden. Beispielsweise lässt sich das Modell für Ton von Mašín [88] aufgrund der darin bereits explizit definierten ASBS mit dem GIS-Konzept problemlos koppeln. Das gegenwärtig bestehende Overshooting-Problem wäre infolgedessen auch für ein Stoffmodell für Ton behoben.

Das GIS-Konzept kann perspektivisch auch mit elasto-plastischen Stoffmodellen der allgemeinen Form

$$\dot{\sigma} = E^{el} : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^{pl}) \quad (9.1)$$

gekoppelt werden. Durch die Skalierung der elastischen Steifigkeit

$$E^{el-GIS} = k \cdot E^{el} \quad (9.2)$$

ließe sich in diesem Fall das hysteretische Bodenverhalten infolge einer zyklischen Verformung modellieren. Ein ähnlicher Ansatz wird in [154] beschrieben. Im Allgemeinen würde sich durch diese Modifikation der elastischen Steifigkeit auch die elasto-plastische Steifigkeit  $E^{elpl-GIS}$  verändern. Elasto-plastische Modelle lagen jedoch außerhalb des Fokus dieser Arbeit, weshalb dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wurde und daher Gegenstand zukünftiger Forschung sein könnte.

- **Theorie des anisotropen kritischen Zustands (ACST)**

Die ACST ist gegenwärtig weit verbreitet. In zahlreichen wissenschaftlichen Publikationen wird beispielsweise der Einfluss der Sedimentationsrichtung und die Entwicklung des entsprechenden Fabric-Tensors bzw. davon abgeleiteter Größen diskutiert. Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Probenpräparationsmethoden und der entsprechenden zielgerichteten Initialisierung des Fabric-Tensors selbst, auch unter Berücksichtigung verschiedener Belastungsrichtungen wie etwa eines triaxialen Kompressions- bzw. Extensionsversuchs, stehen noch aus und können Anreiz für zukünftige Forschungsarbeiten bieten.

- **Neohypoplastizität (NHP)**

Die Beschreibung asymptotischer Zustände in der Neohypoplastizität, sei es durch eine explizite Definition der ASBS oder durch Extraktion letzterer, könnte zukünftig verbessert werden. Eng verknüpft mit der besseren Beschreibung der asymptotischen Zustände in der NHP ist die Umformulierung der NHP+GIS mit der Zustandsmobilisierung  $S$  anstelle des Grads der Nichtlinearität  $Y$ . Somit könnte das Overshooting der gesamten ASBS auch in der NHP+GIS verhindert werden. Die NHP+GIS liefert bei großen Spannungsverhältnissen infolge einer zyklischen Verformung ein zu weiches Bodenverhalten. Dieser Effekt ist ebenfalls auf die Kopplung der NHP mit dem

GIS-Konzept mittels des Grads der Nichtlinearität  $Y$  zurückzuführen und könnte durch eine mathematische Reformulierung des Modells behoben werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde nur ratenunabhängiges Materialverhalten betrachtet. Die NHP könnte zukünftig auch ratenabhängig formuliert werden. Somit könnte sowohl das oft vernachlässigte Kriechen granularer Böden als auch die Zeitabhängigkeit feinkörniger Böden modelliert werden.

Zuletzt basiert die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Version der NHP auf einer hyperelastischen Energiepotentialfunktion, welche anhand von Experimenten an nur einem Material hergeleitet wurde. Die NHP baut auf der Hypothese auf, dass sowohl die Energiepotentialfunktion selbst als auch die entsprechenden Materialparameter auf andere granulare Materialien übertragbar sind. Diese Hypothese sollte zukünftig, beispielsweise mittels Experimenten oder DEM-Simulationen, überprüft werden.

Obwohl die vorliegende Arbeit bestehende Stoffmodelle grundlegend verbessern konnte und neue konstitutive Konzepte einführte, zeigen die noch offenen Fragestellungen, dass nach wie vor Anlass zur Forschung im spannenden Feld der bodenmechanischen Stoffmodelle besteht.

# Literaturverzeichnis

- [1] P. Adesina, C. O’Sullivan und T. Wang. DEM study on the effect of particle shape on the shear behaviour of granular materials. *Computational Particle Mechanics*, 11(1):447–466, 2024.
- [2] K. I. Andrianopoulos, A. G. Papadimitriou und G. D. Bouckovalas. Bounding surface plasticity model for the seismic liquefaction analysis of geostructures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(10):895–911, 2010.
- [3] M. Arnold und I. Herle. Comparison of vibrocompaction methods by numerical simulations. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(16):1823–1838, 2009.
- [4] J.R.F. Arthur und B.K. Menzies. Inherent anisotropy in sand. *Géotechnique*, 22(1):115–128, 1972.
- [5] J.H. Atkinson, D. Richardson und S.E. Stallebrass. Effect of recent stress history on the stiffness of overconsolidated soils. *Géotechnique*, 40(4):531–540, 1990.
- [6] A.R. Barrero, M. Taiebat und Y.F. Dafalias. Modeling cyclic shearing of sands in the semifluidized state. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 44(3):371–388, 2020.
- [7] E. Bauer. *Zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe unter vorwiegend ödometrischer Beanspruchung*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 130, Karlsruhe, 1992.
- [8] E. Bauer. Calibration of a Comprehensive Hypoplastic Model for Granular Materials. *Soils and Foundations*, 36(1):13–26, 1996.
- [9] E. Bauer. Analysis of shear band bifurcation with a hypoplastic model for a pressure and density sensitive granular material. *Mechanics of Materials*, 31(9):597–609, 1999.
- [10] E. Bauer. Conditions for embedding Casagrande’s critical states into hypoplasticity. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 5(2):125–148, 2000.
- [11] K. Been und M.G. Jefferies. A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2):99–112, 1985.

- [12] T. Benz, R. Schwab und P. Vermeer. Small-strain stiffness in geotechnical analyses. *Bautechnik*, 86(S1):16–27, 2009.
- [13] M. Bode, W. Fellin, D. Mašín, G. Medicus und A. Ostermann. An intergranular strain concept for material models formulated as rate equations. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 44(7):1003–1018, 2020.
- [14] M. Bode, W. Fellin und G. Medicus. Reloading in barodesy employing the asymptotic state boundary surface. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 45(14):2113–2129, 2021.
- [15] R. Borst. Numerical modelling of bifurcation and localisation in cohesive-frictional materials. *pure and applied geophysics*, 137(4):367–390, 1991.
- [16] R. Boulanger und K. Ziotopoulou. *PM4Sand (Version 3.2): A sand plasticity model for earthquake engineering applications*. Report No. UCD/CGM-22/02, 2022.
- [17] R. Butterfield. A natural compression law for soils (an advance on e-log p). *Géotechnique*, 29(4):469–480, 1979.
- [18] R. Chambon, J. Desrues, W. Hammad und R. Charlier. CLoE, a new rate-type constitutive model for geomaterials theoretical basis and implementation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 18(4):253–278, 1994.
- [19] S. Chrisopoulos. *Contributions to the Numerical Modeling of Vibratory Pile Driving in Saturated Soil*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 184, Karlsruhe, 2018.
- [20] S. Chrisopoulos, J. Vogelsang und T. Triantafyllidis. FE Simulation of Model Tests on Vibratory Pile Driving in Saturated Sand. In Triantafyllidis T, Herausgeber, *Holistic simulation of geotechnical installation processes: theoretical results and applications*, S. 124–149. Springer, Cham, 2017.
- [21] C.R.I. Clayton. Stiffness at small strain: research and practice. *Géotechnique*, 61(1):5–37, 2011.
- [22] M. Cudny und A. Truty. Refinement of the Hardening Soil model within the small strain range. *Acta Geotechnica*, 15(8):2031–2051, 2020.
- [23] P.A. Cundall und O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1):47–65, 1979.
- [24] Y.F. Dafalias. Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypo-plasticity. *Journal of engineering mechanics*, 112(9):966–987, 1986.
- [25] Y.F. Dafalias und M.T. Manzari. Simple Plasticity Sand Model Accounting for Fabric Change Effects. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(6):622–634, 2004.

- [26] Y.F. Dafalias und M. Taiebat. SANISAND-Z: zero elastic range sand plasticity model. *Géotechnique*, 66(12):999–1013, 2016.
- [27] J. Desrues, R. Chambon, M. Mokni und F. Mazerolle. Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography. *Géotechnique*, 46(3):529–546, 1996.
- [28] DIN 18126:2022-10. Baugrund, Untersuchung von Bodenproben - Bestimmung der Dichte nicht bindiger Böden bei lockerster und dichtester Lagerung. Beuth Verlag, 2022.
- [29] J. Duque, D. Mašín und W. Fuentes. Improvement to the intergranular strain model for larger numbers of repetitive cycles. *Acta Geotechnica*, 15(12):3593–3604, 2020.
- [30] J. Duque, J. Roháč und D. Mašín. On the influence of drained cyclic preloadings on the cyclic behaviour of Zbraslav sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 165:107666, 2023.
- [31] J. Duque, J. Roháč, D. Mašín, J. Najser und J. Opršal. The influence of cyclic preloadings on cyclic response of Zbraslav sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 166:107720, 2023.
- [32] J. Duque, M. Tafli und D. Mašín. On the influence of cyclic preloadings on the liquefaction resistance of sands: A numerical study. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 172:108025, 2023.
- [33] J. Duque, M. Yang, W. Fuentes, D. Mašín und M. Taiebat. Characteristic limitations of advanced plasticity and hypoplasticity models for cyclic loading of sands. *Acta Geotechnica*, 17(6):2235–2257, 2022.
- [34] A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 354(7):769–822, 1916.
- [35] J. Feda. Ko-Coefficient of Sand in Triaxial Apparatus. *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(4):519–524, 1984.
- [36] J. Feda. Stress-Path Dependent Shear Strength of Sand. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(6):958–974, 1994.
- [37] J. Feda. Notes on the effect of grain crushing on the granular soil behaviour. *Engineering Geology*, 63(1-2):93–98, 2002.
- [38] W. Fuentes und T. Triantafyllidis. ISA model: A constitutive model for soils with yield surface in the intergranular strain space. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(11):1235–1254, 2015.
- [39] W. Fuentes, T. Triantafyllidis und A. Lizcano. Hypoplastic model for sands with loading surface. *Acta Geotechnica*, 7(3):177–192, 2012.

- [40] W. Fuentes, T. Wichtmann, M. Gil und C. Lascarro. ISA-Hypoplasticity accounting for cyclic mobility effects for liquefaction analysis. *Acta Geotechnica*, 15(6):1513–1531, 2020.
- [41] Z. Gao und J. Zhao. Constitutive Modeling of Anisotropic Sand Behavior in Monotonic and Cyclic Loading. *Journal of Engineering Mechanics*, 141(8), 2015.
- [42] Z. Gao, J. Zhao, X.-S. Li und Y.F. Dafalias. A critical state sand plasticity model accounting for fabric evolution. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(4):370–390, 2014.
- [43] Liebherr-International Deutschland GmbH. Rütteldruckverdichtung - Tiefenverdichtung. <https://www.liebherr.com/de-de/spezaltiefbau/verfahren/baugrundverbesserung/r%C3%BCtteldruckverdichtung-3833678>. Zugriff am 18.01.2024.
- [44] M. Goldscheider. Grenzbedingung und Fliessregel von Sand. *Mechanics Research Communications*, 3(6):463–468, 1976.
- [45] C.E. Grandas-Tavera, T. Triantafyllidis und L. Knittel. A Constitutive Model with a Historiotropic Yield Surface for Sands. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Recent Developments of Soil Mechanics and Geotechnics in Theory and Practice*, S. 13–43. Springer, Cham, 2019.
- [46] G. Gudehus. A comparison of some constitutive laws for soils under radially symmetrical loading and unloading. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen*, S. 1309–1323. Balkema, 1979.
- [47] G. Gudehus. A Comprehensive Constitutive Equation for Granular Materials. *Soils and Foundations*, 36(1):1–12, 1996.
- [48] G. Gudehus. *Physical Soil Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [49] G. Gudehus, A. Amorosi, A. Gens, I. Herle, D. Kolymbas, D. Mašín, D. Muir Wood, A. Niemunis, R. Nova, M. Pastor, C. Tamagnini und G. Viggiani. The soilmodels.info project. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(12):1571–1572, 2008. <https://soilmmodels.com/>.
- [50] G. Gudehus und D. Mašín. Graphical representation of constitutive equations. *Géotechnique*, 59(2):147–151, 2009.
- [51] I. Herle. *Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 142, Karlsruhe, 1997.
- [52] I. Herle. Fundamentals of constitutive modelling for soils. In C. Tamagnini und D. Mašín, Herausgeber, *ALERT Doctoral School 2021 - Constitutive Modelling in Geomaterials*. 2021.

- [53] I. Herle und G. Gudehus. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 4(5):461–486, 1999.
- [54] A. Hettler. *Verschiebungen starrer und elastischer Gründungskörper in Sand bei monotoner und zyklischer Belastung*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 190, Karlsruhe, 1981.
- [55] G.T. Houlsby und A.M. Puzrin. *Principles of hyperplasticity: an approach to plasticity theory based on thermodynamic principles*. Springer, London, 2006.
- [56] N. Irani, L.F. Prada-Sarmiento, M. Tafili, M. Salimi, T. Wichtmann und T. Triantafyllidis. Assessment of Free Energy Functions for Sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 49(1):132–150, 2025.
- [57] J. Jerman und D. Mašín. Hypoplastic and viscohypoplastic models for soft clays with strength anisotropy. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 44(10):1396–1416, 2020.
- [58] Z. Jiang. Installation of offshore wind turbines: A technical review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 139:110576, 2021.
- [59] T. Kadlíček, T. Janda, M. Šejnoha, D. Mašín, J. Najser und Š. Beneš. Automated calibration of advanced soil constitutive models. Part I: hypoplastic sand. *Acta Geotechnica*, 17(8):3421–3438, 2022.
- [60] M.E. Kan und H.A. Taiebat. On implementation of bounding surface plasticity models with no overshooting effect in solving boundary value problems. *Computers and Geotechnics*, 55:103–116, 2014.
- [61] F. Khayyer, M.M. Rahman und M.M. Karim. Correlation of fabric parameters and characteristic features of granular material behaviour in DEM in constitutive modelling. *Acta Geotechnica*, 19(10):6711–6729, 2024.
- [62] I. Kimmig, T. Triantafyllidis und L. Knittel. Experimentelle, analytische und numerische Untersuchungen zur Verdichtungsprognose von Sand bei der Rütteldruckverdichtung. *Bautechnik*, 96(10):760–772, 2019.
- [63] M.M. Kirkgard und P.V. Lade. Anisotropic three-dimensional behavior of a normally consolidated clay. *Canadian Geotechnical Journal*, 30(5):848–858, 1993.
- [64] L. Knittel, A. Lamarter, A. Niemunis und H.H. Stutz. The high-cyclic model for sand tested beyond the usual ranges of application. *Acta Geotechnica*, 19(2):549–560, 2024.
- [65] L. Knittel, T. Wichtmann, A. Niemunis, G. Huber, E. Espino und T. Triantafyllidis. Pure elastic stiffness of sand represented by response envelopes derived from cyclic triaxial tests with local strain measurements. *Acta Geotechnica*, 15(8):2075–2088, 2020.

- [66] D. Kolymbas. A rate-dependent constitutive equation for soils. *Mechanics Research Communications*, 4(6):367–372, 1977.
- [67] D. Kolymbas. *Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 77, Karlsruhe, 1978.
- [68] D. Kolymbas. *Eine konstitutive Theorie für Böden und andere körnige Stoffe*. Habilitation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 109, Karlsruhe, 1988.
- [69] D. Kolymbas. Computer-aided design of constitutive laws. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 15(8):593–604, 1991.
- [70] D. Kolymbas. An outline of hypoplasticity. *Archive of Applied Mechanics*, 61(3):143–151, 1991.
- [71] D. Kolymbas. *Geotechnik: Bodenmechanik, Grundbau und Tunnelbau*. Springer Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2019.
- [72] D. Kolymbas. *A primer on theoretical soil mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2022.
- [73] D. Kolymbas, I. Herle und P.-A. von Wolffersdorff. Hypoplastic constitutive equation with internal variables. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 19(6):415–436, 1995.
- [74] D. Kolymbas und G. Rombach. Shear band formation in generalized hypoelasticity. *Archive of Applied Mechanics*, 59(3):177–186, 1989.
- [75] R.S. Ladd. Preparing test specimens using undercompaction. *Geotechnical Testing Journal, ASTM*, 1(1):16–23, 1978.
- [76] X. Li und X.S. Li. Micro-Macro Quantification of the Internal Structure of Granular Materials. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(7):641–656, 2009.
- [77] X.S. Li und Y.F. Dafalias. Dilatancy for cohesionless soils. *Géotechnique*, 50(4):449–460, 2000.
- [78] X.S. Li und Y.F. Dafalias. Anisotropic Critical State Theory: Role of Fabric. *Journal of Engineering Mechanics*, 138(3):263–275, 2012.
- [79] D. Liao, Z. Yang, S. Wang und W. Wu. Hypoplastic model with fabric change effect and semifluidized state for post-liquefaction cyclic behavior of sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 46(17):3154–3177, 2022.
- [80] D. Liao und Z.X. Yang. Hypoplastic modeling of anisotropic sand behavior accounting for fabric evolution under monotonic and cyclic loading. *Acta Geotechnica*, 16(7):2003–2029, 2021.

- [81] I. Loges und A. Niemunis. Neohypoplasticity—Estimation of Small Strain Stiffness. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Numerical and Physical Modelling*, S. 163–180. Springer, Cham, 2015.
- [82] J. Machaček, P. Staubach, C.E. Grandas-Tavera, T. Wichtmann und H. Zachert. On the automatic parameter calibration of a hypoplastic soil model. *Acta Geotechnica*, 17(11):5253–5273, 2022.
- [83] H. Matsuoka und T. Nakai. Stress-strain relationship of soil based on the SMP, Constitutive Equations of Soils. In S. Murayama und A.N. Schofield, Herausgeber, *Proceedings Specialty Session 9, 9th International Conference on SMFE*. 1977.
- [84] D. Mašín. A hypoplastic constitutive model for clays. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(4):311–336, 2005.
- [85] D. Mašín. Incorporation of meta-stable structure into hypoplasticity. In *Proceedings of the international conference on numerical modelling of construction processes in geotechnical engineering for urban environment*. Bochum, 2006.
- [86] D. Mašín. Asymptotic behaviour of granular materials. *Granular Matter*, 14(6):759–774, 2012.
- [87] D. Mašín. Hypoplastic Cam-clay model. *Géotechnique*, 62(6):549–553, 2012.
- [88] D. Mašín. Clay hypoplasticity with explicitly defined asymptotic states. *Acta Geotechnica*, 8(5):481–496, 2013.
- [89] D. Mašín. Clay hypoplasticity model including stiffness anisotropy. *Géotechnique*, 64(3):232–238, 2014.
- [90] D. Mašín. Plaxis implementation of Hypoplasticity: including standalone Abaqus umat subroutines. Technical report, 2017.
- [91] D. Mašín. *Modelling of Soil Behaviour with Hypoplasticity*. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [92] D. Mašín und I. Herle. State boundary surface of a hypoplastic model for clays. *Computers and Geotechnics*, 32(6):400–410, 2005.
- [93] D. Mašín und I. Herle. State Boundary Surface in Hypoplasticity. In W. Wu und H.-S. Yu, Herausgeber, *Modern Trends in Geomechanics*, S. 117–128. Springer, 2006.
- [94] G. Medicus. Animating Soil Models, 2025. <https://soilmmodels.com/soilanim/>.
- [95] S. Miura und S. Toki. A sample preparation method and its effect on static and cyclic deformation-strength properties of sand. *Soils and Foundations*, 22(1):61–77, 1982.
- [96] S. Miura und S. Toki. Anisotropy in mechanical properties and its simulation of sands sampled from natural deposits. *Soils and Foundations*, 24(3):69–84, 1984.

- [97] W. Mo, R. Wang, J.-M. Zhang und Y.F. Dafalias. Quantification of fabric evolution in granular material under cyclic loading. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 48(3):701–726, 2024.
- [98] L. Mugele, J.D. Arroyo Lopez, J. Zürn und H.H. Stutz. Robotic Automated Specimen Preparation (RASP): Applied to Air pluviation. 2025. eingereicht.
- [99] L. Mugele, L. Knittel, V.A. Osinov, P. Pandrea und H.H. Stutz. Feldversuch zum Rüttelstopfsäuleneinbau und Betrachtungen zur Hohlräumaufweitung. *geotechnik*, 47(2):98–109, 2024.
- [100] L. Mugele, A. Niemunis, Lamparter A. und H.H. Stutz. Investigations on a novel gravitational energy storage system using a high-cycle accumulation model. In *Proceedings 10th NUMGE 2023*, London, 2023.
- [101] L. Mugele, A. Niemunis und H.H. Stutz. Neohypoplasticity Revisited. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 48(1):311–331, 2024.
- [102] L. Mugele und H.H. Stutz. Zur Anwendung der Neohypoplastizität mit generalisierter intergranularer Dehnung. In Bundesanstalt für Wasserbau, Herausgeber, *Numerik in der Geotechnik: Kolloquium am 07. und 08. November 2024*, S. 64–70, Karlsruhe, 2024.
- [103] L. Mugele und H.H. Stutz. Geotechnical gravity energy storage (GGES): A proof of concept using holistic numerical simulations. *Journal of Energy Storage*, 130:117226, 2025.
- [104] L. Mugele und H.H. Stutz. Neue Ansätze zur hypoplastischen Simulation zyklischer Verformungen und Strukturanisotropie in granularen Böden. In Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGQT), Herausgeber, *Tagungsband der Fachsektionstage Geotechnik*, S. 317–322, Würzburg, 2025. Fachsektionstage Geotechnik.
- [105] L. Mugele, H.H. Stutz und D. Mašín. Generalized intergranular strain concept and its application to hypoplastic models. *Computers and Geotechnics*, (173):106480, 2024.
- [106] L. Mugele, H.H. Stutz und D. Mašín. Neohypoplasticity for Sand Coupled With the Generalized Intergranular Strain Concept. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2025.
- [107] L. Mugele, H.H. Stutz und Z.X. Yang. Accounting for cyclic and fabric effects in an enhanced hypoplastic model for sand. *Computers and Geotechnics*, (187):107462, 2025.
- [108] L. Mugele, J. Zürn, A. Niemunis und H.H. Stutz. Experimental study of the soil structure variable  $z$  used in constitutive models such as Neohypoplasticity or Sani-sand. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1480(1):012070, 2025.

- [109] G.A. Narsilio und C.J. Santamarina. Terminal densities. *Geotechnique*, 58(8):669–674, 2008.
- [110] S. Nemat-Nasser. On Behavior of Granular Materials in Simple Shear. *Soils and Foundations*, 20(3):59–73, 1980.
- [111] S. Nemat-Nasser und Y. Tobita. Influence of fabric on liquefaction and densification potential of cohesionless sand. *Mechanics of Materials*, 1(1):43–62, 1982.
- [112] A. Niemunis. *Extended hypoplastic models for soils*. Habilitation, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Grundbau und Bodenmechanik, Heft 34, Bochum, 2003.
- [113] A. Niemunis. *IncrementalDriver: programmer's manual*. 2022.
- [114] A. Niemunis. *Theoretische Bodenmechanik: Skriptum zur Vorlesung*. 2023. unveröffentlicht.
- [115] A. Niemunis und M. Cudny. On hyperelasticity for clays. *Computers and Geotechnics*, 23(4):221–236, 1998.
- [116] A. Niemunis und M. Cudny. Discussion on “Dynamic soil-structure interaction: A three-dimensional numerical approach and its application to the Lotung case study”. Poor performance of the HSS model. *Computers and Geotechnics*, 98:243–245, 2018.
- [117] A. Niemunis und C.E. Grandas-Tavera. Computer Aided Calibration, Benchmarking and Check-Up of Constitutive Models for Soils. Some Conclusions for Neohypoplasticity. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes. Theoretical Results and Applications*, S. 168–192. Springer, Cham, 2017.
- [118] A. Niemunis und C.E. Grandas-Tavera. Essential Concepts of Neohypoplasticity. In W. Wu, Herausgeber, *Desiderata Geotechnica*, S. 132–142. Springer, Cham, 2019.
- [119] A. Niemunis, C.E. Grandas-Tavera und L.F. Prada-Sarmiento. Anisotropic viscohypoplasticity. *Acta Geotechnica*, 4(4):293–314, 2009.
- [120] A. Niemunis, C.E. Grandas-Tavera und T. Wichtmann. Peak Stress Obliquity in Drained and Undrained Sands. Simulations with Neohypoplasticity. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic simulation of geotechnical installation processes: Benchmarks and simulations*, S. 85–114. Springer, Cham, 2016.
- [121] A. Niemunis und I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 2(4):279–299, 1997.
- [122] A. Niemunis, K. Nübel und C. Karcher. The consistency conditions for density limits of hypoplastic constitutive law. *Task quarterly*, (4):412–420, 2000.
- [123] A. Niemunis, L.F. Prada-Sarmiento und C.E. Grandas-Tavera. Paraelasticity. *Acta Geotechnica*, 6(2):67–80, 2011.

- [124] A. Niemunis, T. Wichtmann und T. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, 32(4):245–263, 2005.
- [125] P. Norlyk, K. Sørensen, L.V. Andersen, K.K. Sørensen und H.H. Stutz. Holistic simulation of a subsurface inflatable geotechnical energy storage system using fluid cavity elements. *Computers and Geotechnics*, 127:103722, 2020.
- [126] H. Ochiai und P.V. Lade. Three-dimensional behavior of sand with anisotropic fabric. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 109(10):1313–1328, 1983.
- [127] M. Ochmański, D. Mašín, J. Duque, H. Yi und W. Lizhong. Performance of tripod foundations for offshore wind turbines: a numerical study. *Géotechnique Letters*, 11(3):230–238, 2021.
- [128] M. Oda. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material. *Soils and Foundations*, 12(1):17–36, 1972.
- [129] M. Oda. The Mechanism of Fabric Changes During Compressional Deformation of Sand. *Soils and Foundations*, 12(2):1–18, 1972.
- [130] M. Oda und H. Kazama. Microstructure of shear bands and its relation to the mechanisms of dilatancy and failure of dense granular soils. *Géotechnique*, 48(4):465–481, 1998.
- [131] University of Washington. <http://depts.washington.edu/liquefy/html/when/when1.html>, 1964. Zugriff am 18.01.2024.
- [132] J. Opršal. *Cyclic soil behavior – numerical modelling and laboratory testing*. Abschlussarbeit, Karls-Universität Prag, 2022. unveröffentlicht.
- [133] V.A. Osinov. Wave-induced liquefaction of a saturated sand layer. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 12(5):325–339, 2000.
- [134] V.A. Osinov. Large-strain dynamic cavity expansion in a granular material. *Journal of Engineering Mathematics*, 52(1-3):185–198, 2005.
- [135] V.A. Osinov. On the definitions of failure and critical states in hypoplasticity. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 20(3):163–172, 2008.
- [136] V.A. Osinov. Numerical Modelling of the Effective-Stress Evolution in Saturated Soil Around a Vibrating Pile Toe. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Numerical and Physical Modelling*, S. 133–147. Springer, Cham, 2015.
- [137] V.A. Osinov. Some Aspects of the Boundary Value Problems for the Cyclic Deformation of Soil. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Theoretical Results and Applications*, S. 150–167. Springer, Cham, 2017.

- [138] V.A. Osinov, S. Chrisopoulos und T. Triantafyllidis. Numerical study of the deformation of saturated soil in the vicinity of a vibrating pile. *Acta Geotechnica*, 8(4):439–446, 2013.
- [139] V.A. Osinov, S. Chrisopoulos und T. Triantafyllidis. Numerical analysis of the tunnel-soil interaction caused by an explosion in the tunnel. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 122:318–326, 2019.
- [140] C. Pasten, H. Shin und C.J. Santamarina. Long-Term Foundation Response to Repetitive Loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140(4):04013036, 2014.
- [141] A.L. Petalas, Y.F. Dafalias und A.G. Papadimitriou. SANISAND-FN: An evolving fabric-based sand model accounting for stress principal axes rotation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 43(1):97–123, 2019.
- [142] A.L. Petalas, Y.F. Dafalias und A.G. Papadimitriou. SANISAND-F: Sand constitutive model with evolving fabric anisotropy. *International Journal of Solids and Structures*, 188-189:12–31, 2020.
- [143] Pixabay User: Sinousxl. <https://pixabay.com/de/photos/windenergie-offshore-windpark-9762992/>, 2025. Zugriff am 01.09.2025.
- [144] M. Poblete, W. Fuentes und T. Triantafyllidis. On the simulation of multidimensional cyclic loading with intergranular strain. *Acta Geotechnica*, 11(6):1263–1285, 2016.
- [145] L.F. Prada-Sarmiento. *Paraelastic description of small-strain soil behaviour*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 173, Karlsruhe, 2011.
- [146] T. Pucker. Ein modulares hypoplastisches Stoffmodell für granulare Böden unter nicht-zyklischer Belastung. *geotechnik*, 47(1):12–22, 2024.
- [147] I.A. Richards, B.W. Byrne und G.T. Houlsby. Monopile rotation under complex cyclic lateral loading in sand. *Géotechnique*, 70(10):916–930, 2020.
- [148] F.E. Richart, J.R. Hall und R.D. Woods. *Vibrations of Soils and Foundations*. Prentice-Hall, 1970.
- [149] K.H. Roscoe und J.B. Burland. On the generalized stress-strain behaviour of wet clays. In J. Heyman und F.A. Leckie, Herausgeber, *Engineering plasticity*, S. 535–609. Cambridge University Press, 1968.
- [150] K.H. Roscoe, A.N. Schofield und C.P. Wroth. On the yielding of soils. *Géotechnique*, 8(1):22–53, 1958.
- [151] H.-H. Schmidt, R.F. Buchmaier und C. Vogt-Breyer. *Grundlagen der Geotechnik*. Springer, Wiesbaden, 2017.

- [152] S. Schmidt, M. Wiebicke und I. Herle. On the determination and evolution of fabric in representative elementary volumes for a sand specimen in triaxial compression. *Granular Matter*, 24(4):1–9, 2022.
- [153] A.N. Schofield und C.P. Wroth. *Critical state soil mechanics*. McGraw-hill London, 1968.
- [154] Z. Shi und M. Huang. Intergranular-strain elastic model for recent stress history effects on clay. *Computers and Geotechnics*, 118:103316, 2020.
- [155] B. Simpson. Retaining structures: displacement and design. *Géotechnique*, 42(4):541–576, 1992.
- [156] P. Staubach, J. Machaček und T. Wichtmann. Large-deformation analysis of pile installation with subsequent lateral loading: Sanisand vs. Hypoplasticity. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 151:106964, 2021.
- [157] P. Staubach und T. Wichtmann. Long-term deformations of monopile foundations for offshore wind turbines studied with a high-cycle accumulation model. *Computers and Geotechnics*, 124:103553, 2020.
- [158] H.H. Stutz, D. Mašín, A.S. Sattari und F. Wuttke. A general approach to model interfaces using existing soil constitutive models application to hypoplasticity. *Computers and Geotechnics*, 87:115–127, 2017.
- [159] H.H. Stutz, D. Mašín und F. Wuttke. Enhancement of a hypoplastic model for granular soil–structure interface behaviour. *Acta Geotechnica*, 11(6):1249–1261, 2016.
- [160] H.H. Stutz, P. Norlyk, K. Sørensen, L.V. Andersen, K.K. Sørensen und J. Clausen. Finite element modelling of an energy-geomembrane underground pumped hydroelectric energy storage system. *E3S Web of Conferences*, 205:07001, 2020.
- [161] K.K. Sørensen, H.C. Feijborg, T. Labda, H. Wetzel, P. Materna, A. Svendstrup-Bjerre, B. Nielsen, J. Vedde und H.J. Brodersen. *Underground Pumped Hydro Storage (UPHS) - Final report*. Universität Aarhus, 2022.
- [162] M. Tafili, J. Duque, D. Mašín und T. Wichtmann. A hypoplastic model for pre- and post-liquefaction analysis of sands. *Computers and Geotechnics*, 171:106314, 2024.
- [163] M. Tafili, J. Duque, D. Mašín und T. Wichtmann. Repercussion of Overshooting Effects on Elemental and Finite-Element Simulations. *International Journal of Geomechanics*, 24(3), 2024.
- [164] C. Tamagnini und K. Oliynyk. Numerical implementation of elastoplastic models in the Finite Element Method. In C. Tamagnini und D. Mašín, Herausgeber, *ALERT Doctoral School 2021 - Constitutive Modelling in Geomaterials*. 2021.
- [165] C. Tamagnini und G. Viggiani. Constitutive modelling for rate-independent soils: a review. *Revue Française de Génie Civil*, 6(6):933–974, 2002.

- [166] C. Tamagnini, G. Viggiani, R. Chambon und J. Desrues. Evaluation of different strategies for the integration of hypoplastic constitutive equations: Application to the CLoE model. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 5(4):263–289, 2000.
- [167] F. Tatsuoka, K. Ochi, S. Fujii und M. Okamoto. Cyclic undrained triaxial and torsional shear strength of sands for different sample preparation methods. *Soils and Foundations*, 26(3):23–41, 1986.
- [168] J. Tejchman und A. Niemunis. FE-studies on Shear Localization in an Anisotropic Micro-polar Hypoplastic Granular Material. *Granular Matter*, 8(3-4):205–220, 2006.
- [169] J. Tejchman und W. Wu. Numerical simulation of shear band formation with a hypoplastic constitutive model. *Computers and Geotechnics*, 18(1):71–84, 1996.
- [170] K. Terzaghi. *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*. Deuticke, Wien, 1925.
- [171] M. Uthayakumar und Y.P. Vaid. Static liquefaction of sands under multiaxial loading. *Canadian Geotechnical Journal*, 35(2):273–283, 1998.
- [172] Y.P. Vaid und D. Negussey. Relative density of pluviated sand samples. *Soils and Foundations*, 24(2):101–105, 1984.
- [173] I. Vardoulakis. *Scherfugenbildung in Sandkörpern als Verzweigungsproblem*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 70, Karlsruhe, 1977.
- [174] A.S. Vesić. Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 99(1):45–73, 1973.
- [175] J. Vogelsang. *Untersuchungen zu den Mechanismen der Pfahlrammung*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 182, Karlsruhe, 2017.
- [176] J. Vogelsang, G. Huber und T. Triantafyllidis. Experimental Investigation of Vibratory Pile Driving in Saturated Sand. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Theoretical Results and Applications*, S. 101–123. Springer, Cham, 2017.
- [177] J. Vogelsang, G. Huber und T. Triantafyllidis. Stress Paths on Displacement Piles During Monotonic and Cyclic Penetration. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Theoretical Results and Applications*, S. 29–52. Springer, Cham, 2017.
- [178] J. Vogelsang, G. Huber, T. Triantafyllidis und T. Bender. Interpretation of Vibratory Pile Penetration Based on Digital Image Correlation. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Holistic Simulation of Geotechnical Installation Processes: Benchmarks and Simulations*, S. 31–51. Springer, 2016.

- [179] P.-A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1(3):251–271, 1996.
- [180] R. Wang, Y.F. Dafalias, P. Fu und J.-M. Zhang. Fabric evolution and dilatancy within anisotropic critical state theory guided and validated by DEM. *International Journal of Solids and Structures*, 188-189:210–222, 2020.
- [181] A. Wappler, L. Knittel, A. Niemunis und H.H. Stutz. On the erasing of the cyclic preloading by monotonic deformations. In *Proceedings of the ASME 2022 41st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2022*, 2022.
- [182] D. Wegener und I. Herle. Prediction of permanent soil deformations due to cyclic shearing with a hypoplastic constitutive model. *geotechnik*, 37(2):113–122, 2014.
- [183] E. Wernick. *Tragfähigkeit zylindrischer Anker in Sand unter besonderer Berücksichtigung des Dilatanzverhaltens*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 75, Karlsruhe, 1978.
- [184] T. Wichtmann. *Soil behaviour under cyclic loading - experimental observations, constitutive description and applications*. Habilitation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 181, Karlsruhe, 2016.
- [185] T. Wichtmann, W. Fuentes und T. Triantafyllidis. Inspection of three sophisticated constitutive models based on monotonic and cyclic tests on fine sand: Hypoplasticity vs. Sanisand vs. ISA. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 124:172–183, 2019.
- [186] T. Wichtmann und L. Knittel. Behaviour of Granular Soils Under Uni- and Multidimensional Drained High-Cyclic Loading. In T. Triantafyllidis, Herausgeber, *Recent developments of soil mechanics and geotechnics in theory and practice*, S. 136–165. Cham, 2019.
- [187] T. Wichtmann, M.A. Navarrete Hernández und T. Triantafyllidis. On the influence of a non-cohesive content of fines on the small strain stiffness of quartz sand. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 69(2):103–114, 2014.
- [188] T. Wichtmann, A. Niemunis und T. Triantafyllidis. FE-Prognose der Setzung von Flachgründungen auf Sand unter zyklischer Belastung. *Bautechnik*, 82(12):902–911, 2005.
- [189] T. Wichtmann, A. Niemunis und T. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: drained triaxial tests. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25(12):967–979, 2005.
- [190] T. Wichtmann, A. Niemunis und T. Triantafyllidis. Strain accumulation in sand due to cyclic loading: Drained cyclic tests with triaxial extension. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27(1):42–48, 2007.

- [191] T. Wichtmann, A. Niemunis und T. Triantafyllidis. Improved simplified calibration procedure for a high-cycle accumulation model. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 70:118–132, 2015.
- [192] T. Wichtmann, K. Steller und T. Triantafyllidis. On the influence of the sample preparation method on strain accumulation in sand under high-cyclic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 131:106028, 2020.
- [193] T. Wichtmann und T. Triantafyllidis. An experimental database for the development, calibration and verification of constitutive models for sand with focus to cyclic loading: part II—tests with strain cycles and combined loading. *Acta Geotechnica*, 11(4):763–774, 2016.
- [194] T. Wichtmann und T. Triantafyllidis. An experimental database for the development, calibration and verification of constitutive models for sand with focus to cyclic loading: part I—tests with monotonic loading and stress cycles. *Acta Geotechnica*, 11(4):739–761, 2016.
- [195] M. Wiebicke, I. Herle, E. Andò und G. Viggiani. Measuring the fabric evolution of sand – application and challenges. *geotechnik*, 44(2):114–122, 2021.
- [196] H. Wienbroer. *Umlagerung von Sand durch Wechselbeanspruchung*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 174, Karlsruhe, 2011.
- [197] M. Wotzlaw, D. Aubram und F. Rackwitz. Numerical analysis of deep vibrocompaction at small and full scale. *Computers and Geotechnics*, 157:105321, 2023.
- [198] L. Wrede. *Validierung von zwei neuen hypoplastischen Stoffmodellen anhand von Modellversuchsdaten*. Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Karlsruhe, 2025. unveröffentlicht.
- [199] W. Wu. *Hypoplastizität als mathematisches Modell zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe*. Dissertation, Universität Fridericiana in Karlsruhe, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 129, Karlsruhe, 1992.
- [200] W. Wu. Non-linear analysis of shear band formation in sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 24(3):245–263, 2000.
- [201] W. Wu und E. Bauer. A simple hypoplastic constitutive model for sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 18(12):833–862, 1994.
- [202] W. Wu, E. Bauer und D. Kolymbas. Hypoplastic constitutive model with critical state for granular materials. *Mechanics of Materials*, 23(1):45–69, 1996.
- [203] W. Wu und D. Kolymbas. Hypoplasticity then and now. In D. Kolymbas, Herausgeber, *Constitutive Modelling of Granular Materials*, S. 57–105. Springer, 2000.

- [204] W. Wu und A. Niemunis. Failure criterion, flow rule and dissipation function derived from hypoplasticity. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 1(2):145–163, 1996.
- [205] W. Wu und A. Niemunis. Beyond failure in granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 21(3):153–174, 1997.
- [206] W. Wu und Z. Sikora. Localized bifurcation in hypoplasticity. *International Journal of Engineering Science*, 29(2):195–201, 1991.
- [207] Y.H. Xie, Z.X. Yang, D. Barreto und M.D. Jiang. The influence of particle geometry and the intermediate stress ratio on the shear behavior of granular materials. *Granular Matter*, 19(2):1–13, 2017.
- [208] Z.X. Yang, X.S. Li und J. Yang. Quantifying and modelling fabric anisotropy of granular soils. *Géotechnique*, 58(4):237–248, 2008.
- [209] Z.X. Yang, D. Liao und T. Xu. A hypoplastic model for granular soils incorporating anisotropic critical state theory. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 44(6):723–748, 2020.
- [210] Z.X. Yang und Y. Wu. Critical State for Anisotropic Granular Materials: A Discrete Element Perspective. *International Journal of Geomechanics*, 17(2):04016054, 2017.
- [211] Z.X. Yang, T.T. Xu und Y.N. Chen. Unified Modeling of the Influence of Consolidation Conditions on Monotonic Soil Response Considering Fabric Evolution. *Journal of Engineering Mechanics*, 144(8):04018073, 2018.
- [212] M. Yoshimine, K. Ishihara und W. Vargas. Effects of Principal Stress Direction and Intermediate Principal Stress on Undrained Shear Behavior of Sand. *Soils and Foundations*, 38(3):179–188, 1998.
- [213] H. Zachert. *Zur Gebrauchstauglichkeit von Gründungen für Offshore-Windenergieanlagen*. Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Heft 180, Karlsruhe, 2015.
- [214] A. Zhang, M. Jiang und D. Wang. Effect of fabric anisotropy on the cyclic liquefaction of sands: Insight from DEM simulations. *Computers and Geotechnics*, 155:105188, 2023.
- [215] J. Zürn, L. Mugele und H.H. Stutz. Experimentelle Untersuchungen zur partiellen Dränage im bodenmechanischen Elementversuch. *OHDE Kolloquium 2023*, 2023.
- [216] J. Zürn, L. Mugele und H.H. Stutz. Method for triaxial experiments for unconventional strain paths and back-calculation using Neohypoplasticity. In *Proceedings of the XVII ECSMGE - Geotechnical Engineering Challenges to Meet Current and Emerging Needs of Society*, S. 1001–1003, Lissabon, 2024.

- [217] J. Zürn, L. Mugele und H.H. Stutz. Novel experimental method for rate-independent triaxial tests under partial drainage condition. *Géotechnique Letters*, 14(3):100–105, 2024.



# Anhang A

## Zusammenfassung der Gleichungen

Im Folgenden sind alle geltenden Gleichungen der im Rahmen der vorliegenden Arbeit eingeführten Stoffmodelle kommentarlos zusammengefasst.

### A.1 HP+GIS+ACST

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = k \mathsf{E} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{m} \mathsf{C} \mathsf{S}^{(k\gamma)} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\|) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathsf{E} = \mathsf{L} f_s \quad \mathbf{m} = -[\mathsf{L}^{-1} : \mathbf{N}] \quad (\text{A.2})$$

$$C = \|\mathsf{L}^{-1} : \mathbf{N}\| f_d^{A*} \quad S = f_d / f_d^{A*} \quad (\text{A.3})$$

$$f_d^{A*} = \sqrt{\left[ \frac{\|\mathbf{B}\|^2 + \left( \frac{\|\mathbf{C}\| \left( \frac{1+e}{e} \right) \text{tr } \mathbf{B}}{G - \left( \frac{1+e}{e} \right) \text{tr } \mathbf{C}} \right)^2 + \frac{2(\mathbf{B} : \mathbf{C}) \text{tr } \mathbf{B} \left( \frac{1+e}{e} \right)}{G - \left( \frac{1+e}{e} \right) \text{tr } \mathbf{C}} } \right]^{-1}} \quad (\text{A.4})$$

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (\text{A.5})$$

$$\mathsf{L} = \frac{1}{\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}} \left[ (F^{\text{hyp}})^2 \mathsf{I} + a^2 \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\boldsymbol{\sigma}} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{N} = \frac{F^{\text{hyp}} a}{\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}} (\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*) \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\text{tr } \boldsymbol{\sigma}} \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* = \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} \boldsymbol{\delta} \quad a = \sqrt{\frac{3}{8} \frac{(3 - \sin \varphi_c)}{\sin \varphi_c}} \quad (\text{A.8})$$

$$F^{\text{hyp}} = F_0^{\text{hyp}} \exp[\lambda(A - 1)] \quad (\text{A.9})$$

$$F_0^{\text{hyp}} = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos(3\theta)}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi \quad (\text{A.10})$$

$$\cos(3\theta) = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*)}{[\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* : \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*]^{3/2}} \quad \tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}^*\| \quad (\text{A.11})$$

$$f_s = \frac{h_s}{n} \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \frac{1+e_i}{e_i} \left( \frac{-\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{h_s} \right)^{1-n} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\boldsymbol{h}} = \begin{cases} (1 - \vec{\boldsymbol{h}} \vec{\boldsymbol{h}} \rho^{\beta_R}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$\vec{\boldsymbol{h}} = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{h}}{\|\boldsymbol{h}\|} & \text{falls } \boldsymbol{h} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{falls } \boldsymbol{h} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \rho = \frac{\|\boldsymbol{h}\|}{R} \quad (\text{A.14})$$

$$k = [\rho^{\chi_R} m_T + (1 - \rho^{\chi_R}) m_R] + \begin{cases} \rho^{\chi_R} (1 - m_T) \vec{\boldsymbol{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ -\rho^{\chi_R} (m_R - m_T) \vec{\boldsymbol{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

$$\gamma = \gamma_\chi \chi \quad \chi = \chi_0 + \Omega (\chi_{\max} - \chi_0) \quad (\text{A.16})$$

$$\dot{\Omega} = C_\Omega (1 - \rho^{\gamma_\Omega} - \Omega) \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad (\text{A.17})$$

$$A = \boldsymbol{F} : \boldsymbol{n} = F \boldsymbol{n}_F : \boldsymbol{n} \quad \boldsymbol{n} = \frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*}{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\|} \quad (\text{A.18})$$

$$\dot{\boldsymbol{F}} = [\boldsymbol{n} - (1 + D)^{\alpha_D} \boldsymbol{F}] m \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| \quad (\text{A.19})$$

$$D = \begin{cases} -\frac{\text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})}{\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\|} & \text{falls } \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) < \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| \\ -1 & \text{sonst} \\ \text{nicht ben\u00f6tigt} & \text{falls } \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\| = 0 \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

$$e_i = e_{i0} \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1) \quad (\text{A.21})$$

$$e_d = e_{d0} \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1) \quad (\text{A.22})$$

$$e_c = e_{c0} \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr } \sigma}{h_s} \right)^n \right] + e_A(A-1) \quad (\text{A.23})$$

$$e_A = e_{A0} \exp \left[ - \left( \frac{-\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{h_s} \right)^n \right] / k \quad (\text{A.24})$$

$$F_d = \frac{q/p}{M_c F^{\text{hyp}} f_d} - 1 \quad (\text{A.25})$$

$$e_{A0} = k_1 + k_2 \frac{H}{1+H} \quad (\text{A.26})$$

$$\dot{H} = \mu_0 \langle F_d \rangle \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| - H c_r \langle -F_d/|F_d| \rangle |\text{tr } \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}| . \quad (\text{A.27})$$

$$\dot{e} = (1+e) \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (\text{A.28})$$

## A.2 MHP+GIS

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = k f_s^{\text{MHP}} \mathsf{L} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - k \underbrace{(f_d/f_d^{A*})^{(k\gamma)}}_S \mathsf{A} : \mathbf{d} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| . \quad (\text{A.29})$$

$$\mathsf{L} = \frac{1}{\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}} [(F^{\text{hyp}})^2 \mathsf{I} + a^2 \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\boldsymbol{\sigma}}] \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{N} = \frac{F^{\text{hyp}} a}{\hat{\boldsymbol{\sigma}} : \hat{\boldsymbol{\sigma}}} (\hat{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*) \quad (\text{A.31})$$

$$\mathsf{A} = f_s^{\text{MHP}} \mathsf{L} + \frac{1}{\lambda^*} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{1} \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{d} = -\frac{\mathsf{A}^{-1} : \mathbf{N}}{\|\mathsf{A}^{-1} : \mathbf{N}\|} \quad (\text{A.33})$$

$$f_d^{A*} = \|\mathbf{A}^{-1} : (f_s^{\text{MHP}} \mathbf{N})\|^{-1} \quad (\text{A.34})$$

$$f_d = \left( \frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (\text{A.35})$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\text{tr } \boldsymbol{\sigma}} \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* = \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{1}{3} \boldsymbol{\delta} \quad a = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{(3 - \sin \varphi_c)}{\sin \varphi_c} \quad (\text{A.36})$$

$$F^{\text{hyp}} = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos(3\theta)}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi \quad (\text{A.37})$$

$$\cos(3\theta) = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*)}{[\hat{\boldsymbol{\sigma}}^* : \hat{\boldsymbol{\sigma}}^*]^{3/2}} \quad \tan \psi = \sqrt{3} \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}^*\| \quad (\text{A.38})$$

$$f_s^{\text{MHP}} = \frac{h_s^*}{n^*} \left( \frac{e_i}{e} \right)^\beta \left( \frac{-\text{tr } \boldsymbol{\sigma}}{h_s^*} \right)^{1-n^*} \left[ 3 + a^2 - a\sqrt{3} \left( \frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1} \quad (\text{A.39})$$

$$\lambda^* = (-\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}))^{n^*} h_s^{(-n^*)} n^* = n^* \left( \frac{3p}{h_s} \right)^{n^*} \quad (\text{A.40})$$

$$\dot{\boldsymbol{h}} = \begin{cases} (\mathbf{I} - \vec{\boldsymbol{h}} \vec{\boldsymbol{h}} \rho^{\beta_R}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.41})$$

$$\vec{\boldsymbol{h}} = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{h}}{\|\boldsymbol{h}\|} & \text{falls } \boldsymbol{h} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{falls } \boldsymbol{h} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \rho = \frac{\|\boldsymbol{h}\|}{R} \quad (\text{A.42})$$

$$k = [\rho^{\chi_R} m_T + (1 - \rho^{\chi_R}) m_R] + \begin{cases} \rho^{\chi_R} (1 - m_T) \vec{\boldsymbol{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ -\rho^{\chi_R} (m_R - m_T) \vec{\boldsymbol{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\boldsymbol{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.43})$$

$$\gamma = \gamma_\chi \chi \quad \chi = \chi_0 + \Omega (\chi_{\max} - \chi_0) \quad (\text{A.44})$$

$$\dot{\Omega} = C_\Omega (1 - \rho^{\gamma_\Omega} - \Omega) \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad (\text{A.45})$$

$$e_i = (e_{i0} + 1) \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s^*} \right)^{n^*} \right] - 1 \quad (\text{A.46})$$

$$e_d = (e_{d0} + 1) \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s^*} \right)^{n^*} \right] - 1 \quad (\text{A.47})$$

$$e_c = (e_{c0} + 1) \exp \left[ - \left( \frac{3p}{h_s^*} \right)^{n^*} \right] - 1 \quad (\text{A.48})$$

$$\dot{e} = (1 + e) \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (\text{A.49})$$

### A.3 NHP+GIS

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = k \bar{\mathbb{E}} : \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \mathbf{m} Y^{(k\gamma)} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| - \mathbf{m}^z Y_z^{(k\gamma)} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| - \mathbf{m}^d Y_d \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \right) \quad (\text{A.50})$$

$$\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma}) = \sum_{\alpha} P_0 c \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \left( \frac{R}{P_0} \right)^{2-n-\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \mathcal{R} \quad (\text{A.51})$$

$$R = \|\boldsymbol{\sigma}\| \quad P = -\operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})/\sqrt{3} \quad (\text{A.52})$$

$$\bar{\psi}(\boldsymbol{\sigma}) = P_0 c \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\alpha} \left( \frac{R}{P_0} \right)^{2-n-\alpha} \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} = C_{ijkl} = (E_{ijkl})^{-1} \quad (\text{A.54})$$

$$F_e(e) = 1 + k_e \left\langle \frac{e_c(P) - e}{e_c(P) - e_d(P)} \right\rangle \quad (\text{A.55})$$

$$\dot{e} = (1 + e) \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (\text{A.56})$$

$$\bar{\mathbb{E}}^\diamond = F_e(e) \mathbb{E} \quad (\text{A.57})$$

$$R_{ijkl} = I_{ijkl} + (\cos \beta - 1) (u_{ij}u_{kl} + v_{ij}v_{kl}) - \sqrt{1 - (\cos \beta)^2} (u_{ij}v_{kl} - v_{ij}u_{kl}) \quad (\text{A.58})$$

$$u_{ij} = -\vec{\delta}_{ij} \quad v_{ij} = \vec{z}_{ij} \quad (\text{A.59})$$

$$A_{ijkl} = \vec{\delta}_{ij} \vec{\delta}_{kl} \quad D_{ijkl} = I_{ijkl} - A_{ijkl} \quad (\text{A.60})$$

$$\beta = \left( \frac{\|\mathbf{z}\|}{z_{\max}} \right)^{n_L} \begin{cases} \beta_L \frac{e - e_c(P)}{e_i(P) - e_c(P)} & \text{für } e > e_c(P) \\ \beta_D \frac{e_c(P) - e}{e_c(P) - e_d(P)} & \text{für } e < e_c(P) \end{cases} \quad (\text{A.61})$$

$$\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{A} : \bar{\mathbf{E}}^\diamond + \mathcal{R} : \mathbf{D} : \bar{\mathbf{E}}^\diamond = (\mathbf{A} + \mathcal{R} : \mathbf{D}) : \bar{\mathbf{E}}^\diamond \quad (\text{A.62})$$

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{3}P}{h_s} \right)^{n_B} \right] \quad (\text{A.63})$$

$$H(\boldsymbol{\sigma}) = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^{-1}) - 9 \quad \in (0, \infty) \quad (\text{A.64})$$

$$F_{\text{MN}}(\boldsymbol{\sigma}) = H(\boldsymbol{\sigma}) - H_{\max} \leq 0 \quad (\text{A.65})$$

$$H_{\max}(\varphi) = 8 \tan^2[\varphi] \quad (\text{A.66})$$

$$\varphi(e) = \varphi_c + \begin{cases} (\varphi_d - \varphi_c) \frac{e_c(P) - e}{e_c(P) - e_d(P)} & \text{für } e < e_c(P) \\ (\varphi_i - \varphi_c) \frac{e - e_c(P)}{e_i(P) - e_c(P)} & \text{für } e > e_c(P) \end{cases} \quad (\text{A.67})$$

$$Y(x) = A_Y \exp \left( \frac{-1}{B_Y x^{n_Y} + C_Y} \right) \quad (\text{A.68})$$

$$x = \frac{H}{H_{\max}(\varphi)} \quad (\text{A.69})$$

$$A_Y = \exp \left( \frac{1}{B_Y + C_Y} \right) \quad (\text{A.70})$$

$$\varphi_{\text{PT}}(e) = \varphi_c + (\varphi_i - \varphi_c) \left\langle \frac{e_c(P) - e}{e_c(P) - e_d(P)} \right\rangle \quad (\text{A.71})$$

$$m_{ij} = \begin{cases} m_{ij}^a = [\delta_{ij}\sigma_{kk}^{-1} - \sigma_{kk}\sigma_{ij}^{-2}]^{\rightarrow} & \text{falls } \frac{H(\boldsymbol{\sigma})}{H_{\max}(\varphi_a)} \geq 1 \\ m_{ij}^c = ([\delta_{ij}\sigma_{kk}^{-1} - \sigma_{kk}\sigma_{ij}^{-2}]^*)^{\rightarrow} & \text{falls } \frac{H(\boldsymbol{\sigma})}{H_{\max}(\varphi_{\text{PT}})} = 1 \\ m_{ij}^i = -(\delta_{ij})^{\rightarrow} & \text{falls } H = 0 \end{cases} \quad (\text{A.72})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= [y\mathbf{m}^c + (1-y)\mathbf{m}^i]^{\rightarrow} \quad \text{für } y = \left( \frac{H(\boldsymbol{\sigma})}{H_{\max}(\varphi_{\text{PT}})} \right)^{n_1} \\ \mathbf{m} &= [y\mathbf{m}^a + (1-y)\mathbf{m}^c]^{\rightarrow} \quad \text{für } y = \left( \frac{H(\boldsymbol{\sigma}) - H_{\max}(\varphi_{\text{PT}})}{H_{\max}(\varphi_a) - H_{\max}(\varphi_{\text{PT}})} \right)^{n_2} \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

$$Y_z = \omega(z_{\max} - \mathbf{z} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (\text{A.74})$$

$$\omega(e) = \frac{P_z}{z_{\max} (100P_0 + P)} f_{ac}(e) \quad (\text{A.75})$$

$$f_{ac}(e) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(k_d(e - e_d(P)))} \quad (\text{A.76})$$

$$\dot{\mathbf{z}} = A_z \left( \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\diamond} - \vec{\mathbf{z}} \left( \frac{\|\mathbf{z}\|}{z_{\max}} \right)^{\beta_z} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\diamond}\| \right) \left( \alpha_z + \left( \frac{\|\mathbf{z}\|}{z_{\max}} \right)^{n_z} \right) \quad (\text{A.77})$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\diamond} = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_Q^2}{\dot{\varepsilon}_Q^2 + \dot{\varepsilon}_P^2} \right)^{10} \boldsymbol{\varepsilon}^* \quad (\text{A.78})$$

$$A_z = \frac{k F_e u_z}{c (2 - n - \alpha) (P/P_0)^{1-n}} \quad (\text{A.79})$$

$$\mathbf{m}^z = \vec{\boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{A.80})$$

$$Y_d = f_{\text{ad}} \quad Y_{\text{dd}} = f_{\text{ad}} \left( Y + 1 - a \left( \frac{P}{P_0} \right)^{1-n_B} \frac{1 + e_d(P)}{\bar{E}_{PP} a n_B e_d(P)} \right) \quad (\text{A.81})$$

$$\bar{E}_{PP} = (\delta_{ij} \bar{E}_{ijkl}) \delta_{kl} / \sqrt{3} \quad \text{und} \quad a = \sqrt{3} / h_s \quad (\text{A.82})$$

$$f_{\text{ad}} = 1 - \frac{1}{1 + \exp(k_d(e_d(P) - e))} \quad (\text{A.83})$$

$$\mathbf{m}^d = \vec{\boldsymbol{\delta}} \quad (\text{A.84})$$

$$\dot{\mathbf{h}} = \begin{cases} (I - \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} \rho^{\beta_R}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.85})$$

$$\vec{\mathbf{h}} = \begin{cases} \frac{\mathbf{h}}{\|\mathbf{h}\|} & \text{falls } \mathbf{h} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \text{falls } \mathbf{h} = \mathbf{0} \end{cases} \quad \rho = \frac{\|\mathbf{h}\|}{R} \quad (\text{A.86})$$

$$k = [\rho^{\chi_R} m_T + (1 - \rho^{\chi_R}) m_R] + \begin{cases} \rho^{\chi_R} (1 - m_T) \vec{\mathbf{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > 0 \\ -\rho^{\chi_R} (m_R - m_T) \vec{\mathbf{h}} : \vec{\boldsymbol{\varepsilon}} & \text{falls } \vec{\mathbf{h}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{A.87})$$

$$\gamma = \gamma_\chi \chi \quad \chi = \chi_0 + \Omega (\chi_{\max} - \chi_0) \quad (\text{A.88})$$

$$\dot{\Omega} = C_\Omega (1 - \rho^{\gamma_\Omega} - \Omega) \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\| \quad (\text{A.89})$$

## Anhang B

# Numerische Implementierungen

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden für die entwickelten Stoffmodelle (HP+GIS, HP+GIS+ACST, MHP+GIS und NHP+GIS) numerische Implementierungen in Form einer Abaqus/Standard *umat.for* und teilweise einer Abaqus/Explicit *vumat.for* und einer Plaxis *udsm.dll* entwickelt. Die Implementierungen basieren auf der frei zugänglichen<sup>1</sup> Implementierung für die HP+IS von Mašín.

Die numerische Integration der Stoffmodelle folgt einem expliziten Runge-Kutta Verfahren mit einer lokalen adaptiven Zeitschritt-Strategie mit variablen Teilschritt-länge. Dies ermöglicht eine numerisch möglichst effiziente Integration der Stoffmodelle, was gerade bei der Lösung von komplexen ARWP relevant ist. Die Wahl der Teilschritt-länge erfolgt adaptiv durch Vergleich der mit derselben Zeitschritt-länge erhaltenen Lösungen mit zweier expliziten Methoden unterschiedlicher Ordnung (mit Fehlerabschätzung) [90, 164, 166].

Die Implementierungen sind unter folgendem Link zu finden:



**Abbildung B.1:** <https://doi.org/10.5281/zenodo.16936031>

---

<sup>1</sup><https://soilmodels.com/>



# Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Fridericiana in Karlsruhe

Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. H. Leussink

- Nr. 1 (1960) Hans Leussink  
Der Neubau des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau.  
Bau eines großen dreiaxialen Schergerätes zur Untersuchung grobkörniger Erdstoffe
- Nr. 2 (1960) Karl-Heinz Idel  
Die Scherfestigkeit rolliger Erdstoffe
- Nr. 3 (1960) Wolfgang Ständer  
Die Frostausbreitungsvorgänge bei Gefriergründungen, insbesondere im Hinblick auf den Schachtbau
- Nr. 4 (1960) Hans-Werner Miethe  
Zur Bestimmung der Durchlässigkeit des Baugrundes *in situ* mit der Zentralbrunnenmethode
- Nr. 5 (1960) Abdel Fattah Fahmy Mohammed  
Zur Definition der kritischen Dichte von Sanden
- Nr. 6 (1961) Wolfgang Ständer  
Betrachtungen über den Einfluß der Temperaturverteilung in horizontaler und vertikaler Richtung bei Gefrierschächten
- Nr. 7 (1961) Manfred Sentko  
Der zeitliche Ablauf des Schwimmsandaufbruches und der Einfluß der geometrischen Anordnung der Baugrubenumschließung auf das kritische Gefälle
- Nr. 8 (1962) Hans Leussink, Christian Kutzner  
Laboratoriumsversuch zur Feststellung der dichtesten Lagerung körniger Erdstoffe
- Nr. 9 (1962) Christian Kutzner  
Über die Vorgänge in körnigen Schüttungen bei der Rüttelverdichtung
- Nr. 10 (1962) Heinz Brendlin  
Die Schubspannungsverteilung in der Sohlfuge von Dämmen und Böschungen
- Nr. 11 (1962) Walter Wittke  
Über die Scherfestigkeit rolliger Erdstoffe, rechnerische und experimentelle Untersuchungen von Kugelschüttungen
- Nr. 12 (1963) Klaus-Peter Wenz  
Über die Größe des Seitendruckes auf Pfähle in bindigen Erdstoffen
- Nr. 13 (1963) Hans Leussink  
Ergebnisse von Setzungsmessungen an Hochbauten

- Nr. 14 (1964) Karlheinz Schweikert  
 Über den Einfluß von Reibungskräften in der Sohlfuge eines starren Streifenfundamentes auf die Sohldruckverteilung
- Nr. 15 (1964) Hans Leussink, Tumkur G. Visweswaraiya und Heinz Brendlin  
 Beitrag zur Kenntnis der bodenphysikalischen Eigenschaften von Mischböden
- Nr. 16 (1965) Hans Leussink, Hans-Werner Koenig  
 Bodenphysikalische Eigenschaften von Ton-Stein-Skeletten  
 Hans Leussink  
 Beitrag zum qualitativen Verhalten von Porenwasserdrücken im Probeninneren von Mischböden bei dreiaxialen Scherversuchen  
 Heinz Brendlin  
 Betrachtungen zur Trägheit der Meßeinrichtungen bei Porenwasserdruckmessungen
- Nr. 17 (1964) Hanno Müller-Kirchenbauer  
 Zur Mechanik der Fließsandbildung und des hydraulischen Grundbruches
- Nr. 18 (1965) Bernd Prange  
 Ein Beitrag zum Problem der Spannungsmessung im Halbraum
- Nr. 19 (1965) Peter Egger  
 Die Abhängigkeit des Spannungszustandes im Druckversuch von den Auflagerungsbedingungen
- Nr. 20 (1965) Walter Wittke  
 Verfahren zur Standsicherheitsberechnung starrer, auf ebenen Flächen gelagerter Körper und die Anwendung der Ergebnisse auf die Standsicherheitsberechnung von Felsböschungen

## Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Technischen Hochschule Fridericana in Karlsruhe

Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. H. Leussink

- Nr. 21 (1966) Hans Leussink, Walter Wittke und Karl Weseloh  
 Unterschiede im Scherverhalten rolliger Erdstoffe und Kugelschüttungen im Dreiaxial- und Biaxialversuch
- Nr. 22 (1966) Hans Leussink, Alfred Blinde und Paul-Gerhard Abel  
 Versuche über die Sohldruckverteilung unter starren Gründungskörpern auf kohäsionslosem Sand
- Nr. 23 (1966) Hans Joachim Klocke  
 Wärmeleitfähigkeit flüssigkeitsdurchströmter Schüttungen

- Nr. 24 (1966) Hans Leussink  
 Das Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik im Jahre 1966  
 Klaus W. John und Leopold Müller  
 Modellstudien zum Erfassen des geomechanischen Verhaltens von  
 Gebirgsmassen
- Nr. 25 (1967) Hans Leussink  
 Ergebnisse von Setzungsmessungen an Hochbauten  
 (Fortsetzung 1960 bis 1966)
- Nr. 26 (1967) Hans Leussink und Hanno Müller-Kirchenbauer  
 Einige Beispiele zur Berechnung und Sanierung von Rutschungen
- Nr. 27 (1967) Ausbildung plastischer Zonen im Untergrund bei Belastung durch  
 flach gegründete Fundamente  
 Ausbildung plastischer Zonen in Felsgesteinen  
 Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums
- Nr. 28 (1967) Wolfgang Ständer  
 Mathematische Ansätze zur Berechnung der Frostausbreitung in  
 ruhendem Grundwasser im Vergleich zu Modelluntersuchungen für  
 verschiedene Gefrierrohranordnungen im Schacht- und Grundbau
- Nr. 29 (1967) Vegesna S. Raju  
 Ruhedruck und eindimensionale Zusammenhänge von Kugel-  
 packungen

## Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Fels- mechanik der Universität Fridericana in Karlsruhe

Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. H. Leussink

- Nr. 30 (1967) Claude Louis  
 Strömungsvorgänge in klüftigen Medien und ihre Wirkung auf die  
 Standsicherheit von Bauwerken und Böschungen im Fels
- Nr. 31 (1967) Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums über regel-  
 mäßige und unregelmäßige Kugelpackungen am 2. und 3.6.1967
- Nr. 32 (1968) Hanno Müller-Kirchenbauer  
 Zur Theorie der Injektionen
- Nr. 33 (1968) Josef Brauns  
 Über den Einfluß des Einzelkornbruches auf die Belastbarkeit von  
 Haufwerken, besonders von regelmäßigen Kugelpackungen im  
 Dreiaxialversuch
- Nr. 34 (1968) Karl Weseloh  
 Untersuchungen über Stabilitäts- und Spannungsverformungseigen-  
 schaften beim Abscheren regelmäßiger Kugelpackungen im Biaxial-  
 versuch

Nr. 35 (1968) Zug- und Scherfestigkeit von Böden  
Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums am 8. und  
9.12. 1967

Nr. 36 (1969) Gerd Gudehus  
A Continuum Theory for Calculation of Large Deformations in Soils

Herausgegeben von A. Blinde, H. Leussink und L. Müller

Nr. 37 (1969) Klaus Werner John  
Festigkeit und Verformbarkeit von druckfesten, regelmäßig gefügten Diskontinuen

Nr. 38 (1969) Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums über Reibung am 10. und 11. Mai 1968

Nr. 39 (1969) Hanno Müller-Kirchenbauer  
Untersuchungen zur Eindringung von Injektionsmassen in porigen Untergrund und zur Auswertung von Probeverpressungen

Nr. 40 (1969) Hellfried Malina  
Berechnung von Spannungsumlagerungen in Fels und Boden mit Hilfe der Elementenmethode

Nr. 41 (1969) Rheologie und Felsmechanik  
Colloquium der Arbeitsgruppe Rheologie der Österreichischen Gesellschaft für Geomechanik und des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe am 28. Oktober 1968 in Salzburg

Nr. 42 (1969) Herbert Victor  
Die Frostausbreitung beim künstlichen Gefrieren von Böden unter dem Einfluß strömenden Grundwassers

Nr. 43 (1969) Paul-Gerhard Abel  
Zur Kapillarkohäsion feuchter Haufwerke

Herausgegeben von A. Blinde und L. Müller

Nr. 44 (1970) Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums über das Stoffverhalten körniger Medien am 28. und 29. November 1969

Nr. 45 (1971) Helmut Meißner  
Nichtlineares Kraft-Verformungsverhalten zylindrischer Körper aus rolligem Erdstoff

Nr. 46 (1971) Albrecht R. Wibel  
Spannungsverteilung unter flachgegründeten Kreisfundamenten auf trockenem Sand

Nr. 47 (1971) Niek Rengers  
Unebenheit und Reibungswiderstand von Gesteinstrennflächen

- Nr. 48 (1971) Albrecht R. Wibel und Alfred Blinde  
Zur Sohldruckverteilung unter starren quadratischen Fundamenten  
Pavel Peter  
Kennwerte der labilen Stabilität von Lockergestein bei hydrodynamischer Beanspruchung
- Nr. 49 (1971) Kurt Gelbert  
Filtergesetze plastischer Injektionsmassen bei der Durchströmung von Lockergesteinen
- Nr. 50 (1972) Klaus-Peter Wenz  
Das Knicken von schlanken Pfählen in weichen bindigen Erdstoffen
- Nr. 51 (1972) Manfred Baudendistel  
Wechselwirkung von Tunnelauskleidung und Gebirge
- Nr. 52 (1972) Bernhard Albiker  
Kolmatation eines Kiesgerüstes: Ein quasi-thermodynamischer Vorgang
- Nr. 53 (1972) Helmut Bock  
Zur Mechanik der Kluftentstehung in Sedimentgesteinen
- Nr. 54 (1972) Heinz Hofmann  
Kinematische Modellstudien zum Böschungsproblem
- Nr. 55 (1972) Vorträge anlässlich eines Rundgesprächs des Sonderforschungsbereichs 77 "Felsmechanik" über "Bruchmechanismen in Gesteinen" am 16. und 17. April 1971 in Bochum
- Nr. 56 (1973) Detlef Garbrecht  
Kornbruch in irregulären Haufwerken aus elastisch-spröden Kugeln
- Nr. 57 (1973) Peter Egger  
Einfluß des Post-Failure-Verhaltens von Fels auf den Tunnelausbau
- Nr. 58 (1974) Pfisterer, Spielbauer  
Erkenntnisse aus Filtereindringversuchen in rheologischer und technologischer Hinsicht für die Verwendung bituminöser Bindemittel im Wasserbau

Herausgegeben von A. Blinde, G. Gudehus und L. Müller

- Nr. 59 (1974) Gerhard Lögters  
Das räumliche Verformungsgeschehen beim Vortrieb oberflächennaher Tunnelröhren
- Nr. 60 (1974) Eike Nahrgang  
Verformungsverhalten eines weichen bindigen Untergrundes
- Nr. 61 (1974) Dieter Kirschke  
Druckstoßvorgänge in wassergefüllten Felsklüften
- Nr. 62 (1975) Franz Deman  
Achsensymmetrische Spannungs- und Verformungsfelder in trockenem Sand

Nr. 63 (1975) Vorträge und Diskussionen anlässlich eines Colloquiums über Felsbaumechanik bei der Sicherung oberflächennaher Tunnel und tiefer Baugruben in halbfestem Fels und überkonsolidierten Böden am 5. Oktober 1973

Nr. 64 (1975) J. Peter Koenzen  
Rheologische Eigenschaften Silikat-injizierter Korngerüste

Nr. 65 (1975) Hans Joachim Schneider  
Reibungs- und Verformungsverhalten von Trennflächen in Fels

Herausgegeben von A. Blinde, G. Gudehus und O. Natau

Nr. 66 (1976) Hans Jörg Leinenkugel  
Deformations- und Festigkeitsverhalten bindiger Erdstoffe. Experimentelle Ergebnisse und ihre physikalische Deutung

Herausgegeben von A. Blinde, G. Gudehus, L. Müller und O. Natau

Nr. 67 (1976) Gerhard Sauer  
Spannungsumlagerung und Oberflächensenkung beim Vortrieb von Tunneln mit geringer Überdeckung unter besonderer Berücksichtigung der Mittelwandbelastung beim synchronen und asynchronen Doppelröhrentrieb

Herausgegeben von A. Blinde, G. Gudehus und O. Natau

Nr. 68 (1977) L W. Zangl  
Experimentelle und numerische Untersuchungen eines ebenen Verformungsproblems bei trockenem Sand

Nr. 69 (1977) Michael A. Moser  
Wirkungsweise von Sanddrains in weichen Böden

Nr. 70 (1977) Ioannis Vardoulakis  
Scherfugenbildung in Sandkörpern als Verzweigungsproblem

Nr. 71 (1977) Stephan Karl Roesler  
Korrelationsmeßtechnik in der Baugrunddynamik

Nr. 72 (1977) Mahir Vardar  
Zeiteinfluß auf das Bruchverhalten des Gebirges in der Umgebung von Tunneln

Nr. 73 (1977) Edwin Fecker  
Hydraulisches Analogon zum Spitzenreibungswiderstand auf großen Kluftflächen

- Nr. 74 (1978) Wolfgang Haupt  
Verhalten von Oberflächenwellen im inhomogenen Halbraum  
mit besonderer Berücksichtigung der Wellenabschirmung
- Nr. 75 (1978) Eberhard Wernick  
Tragfähigkeit zylindrischer Anker in Sand unter besonderer Berücksichtigung des Dilatanzverhaltens
- Nr. 76 (1978) Hans Peter Götz  
Auswirkung des Blähverhaltens von Gesteinen auf die Sohlhebungen im Tunnelbau
- Nr. 77 (1978) Dimitrios Kolymbas  
Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden
- Nr. 78 (1978) Bernd Prange  
On the dynamic interaction between an inert mass and subsoil wavefields
- Nr. 79 (1979) Peter Jirovec  
Untersuchungen zum Tragverhalten von Felsankern
- Nr. 80 (1978) Josef Brauns  
Wirksamkeit unvollkommener Abdichtungswände unter Staubauwerken
- Nr. 81 (1979) Hartmann Eckardt  
Tragverhalten gefrorener Erdkörper
- Nr. 82 (1979) Hermann Winter  
"Fließen von Tonböden: Eine mathematische Theorie und ihre Anwendung auf den Fließwiderstand von Pfählen"
- Nr. 83 (1979) E. Schäpermeier  
Formulierung eines Gebirgsschlagkriteriums für den Steinkohlenbergbau mit Hilfe eines Finite-Differenzen-Verfahrens
- Nr. 84 (1980) Lutz Wichter  
Festigkeitsuntersuchungen an Großbohrkernen von Keupermergel und Anwendung auf eine Böschungsutschung
- Nr. 85 (1980) Hans-Bernd Mühlhaus  
Berechnung von Verzweigungsmethoden spröder Gesteinskörper
- Nr. 86 (1980) Lutz Wittmann  
Filtrations- und Transportphänomene in porösen Medien
- Nr. 87 (1981) Beiträge zu Erddammbau und Grundbau  
Sammelveröffentlichung von Mitarbeitern anlässlich des 60. Geburtstages von Prof. Dr.-Ing. Alfred Blinde
- Nr. 88 (1980) Günter Borm  
Zur Analyse chronischer Gebirgsdeformationen beim Felshohlraumbau
- Nr. 89 (1981) Wolfhard Leichnitz  
Mechanische Eigenschaften von Felstrennflächen im direkten Scherversuch

- Nr. 90 (1981) Achim Hettler  
Verschiebungen starrer und elastischer Gründungskörper in Sand bei monotoner und zyklischer Belastung
- Nr. 91 (1982) Konrad Kuntsche  
Materialverhalten von wassergesättigtem Ton bei ebenen und zyndrischen Verformungen
- Nr. 92 (1983) Michael Goldscheider  
Spannungen in Sand bei räumlicher, monotoner Verformung
- Nr. 93 (1983) Helmut Meissner  
Tragverhalten axial oder horizontal belasteter Bohrpfähle in körnigen Böden
- Nr. 94 (1983) Birgit Stetzler-Kaufmann  
Stoffverhalten chemisch injizierter Sande
- Nr. 95 (1983) Hermann Groß  
Standsicherheit nach der Trajektorienmethode
- Nr. 96 (1984) Bernhard Graf  
Theoretische und experimentelle Ermittlung des Vertikaldrucks auf eingebettete Bauwerke
- Nr. 97 (1984) Theodoros Triantafyllidis  
Analytische Lösung des Problems der dynamischen Untergrundkopplung starrer Fundamente
- Nr. 98 (1985) Thomas Schlegel  
Anwendung einer neuen Bettungsmodultheorie zur Berechnung biegsamer Gründungen auf Sand

Herausgegeben von G. Gudehus und O. Natau

- Nr. 99 (1986) Bernhard Fröhlich  
Anisotropes Quellverhalten diagenetisch verfestigter Tonsteine
- Nr. 100 (1986) Wolfgang Orth  
Gefrorener Sand als Werkstoff - Elementversuche und Materialmodell
- Nr. 101 (1986) Martin Ziegler  
Berechnung des verschiebungsabhängigen Erddrucks in Sand
- Nr. 102 (1986) Achim Hettler  
Horizontal belastete Pfähle mit nichtlinearer Bettung in körnigen Böden
- Nr. 103 (1986) Pascal Mélix  
Modellversuche und Berechnungen zur Standsicherheit oberflächennaher Tunnel
- Nr. 104 (1986) Karl Josef Witt  
Filtrationsverhalten und Bemessung von Erdstoff-Filtern

- Nr. 105 (1987) Wolfgang Schwarz  
Verdübelung toniger Böden
- Nr. 106 (1987) Hans-Bernd Mühlhaus  
Berücksichtigung von Inhomogenitäten im Gebirge im Rahmen einer Kontinuumstheorie
- Nr. 107 (1987) Michal Topolnicki  
Observed stress-strain behaviour of remoulded saturated clay and examination of two constitutive models
- Nr. 108 (1987) Günter Gäßler  
Vernagelte Geländesprünge - Tragverhalten und Standsicherheit
- Nr. 109 (1988) Dimitrios Kolymbas  
Eine konstitutive Theorie für Böden und andere körnige Stoffe
- Nr. 110 (1988) Manfred Haupt  
Entwicklung eines Stoffgesetzes für Steinsalz auf der Basis von Kriech- und Relaxationsversuchen
- Nr. 111 (1988) Ralf Lippmann  
Ingenieurgeologische Kriechhangsicherung durch Dübel
- Nr. 112 (1988) Dietrich Wullschnäger  
Ein Verbundwerkstoffmodell für die Systemankerung im Tunnelbau
- Nr. 113 (1988) Axel Powelet  
Verfahren zur Berechnung der dreidimensionalen Zuströmung zu Filterrohren in Dränschichten
- Nr. 114 (1988) Christos Vrettos  
Oberflächenwellen im Halbraum mit tiefenabhängigem Schubmodul
- Nr. 115 (1988) Gerhard Huber  
Erschütterungsausbreitung beim Rad/Schiene-System
- Nr. 116 (1989) Theodoros Triantafyllidis  
Halbraumlösungen zur Behandlung bodendynamischer Probleme mit der Randelementmethode
- Nr. 117 (1989) Jacek Tejchman  
Scherzonenbildung und Verspannungseffekte in Granulaten unter Berücksichtigung von Korndrehungen
- Nr. 118 (1990) Henning Jagau  
Verhalten unvorbelasteter tonig-schluffiger Böden unter zyklischen Einwirkungen
- Nr. 119 (1991) Nils Christian Lund  
Beitrag zur biologischen in situ-Reinigung kohlenwasserstoffbelasteter körniger Böden
- Nr. 120 (1990) Festschrift B. Prange  
Aktuelle Probleme der Bodendynamik
- Nr. 121 (1991) Erwin Schwing  
Standsicherheit historischer Stützwände

- Nr. 122 (1991) Thomas Scherzinger  
Materialuntersuchungen von Seetonen - Ergebnisse von Laboruntersuchungen und ihre Bedeutung für das Bauen in weichem Baugrund
- Nr. 123 (1992) Zbigniew Sikora  
Hypoplastic flow of granular materials  
A numerical approach
- Nr. 124 (1992) Jürgen Grabe  
Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur flächen-deckenden dynamischen Verdichtungskontrolle
- Nr. 125 (1992) Karl Kast  
Mechanisches Verhalten von Granitschüttungen
- Nr. 126 (1992) Bertram Schulze  
Injektionssohlen: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Erhöhung der Zuverlässigkeit
- Nr. 127 (1992) Andrzej Tamborek  
Erschütterungsausbreitung vom Rad/Schiene-System bei Damm, Einschnitt und Ebene
- Nr. 128 (1992) Berthold Klobe  
Eindimensionale Kompression und Konsolidation und darauf basierende Verfahren zur Setzungsprognose
- Nr. 129 (1992) Wei Wu  
Hypoplastizität als mathematisches Modell zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe
- Nr. 130 (1992) Erich Bauer  
Zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe unter vorwiegend ödometrischer Beanspruchung
- Nr. 131 (1994) Thomas Neidhart  
Lösung dreidimensionaler linearer Probleme der Bodendynamik mit der Randelementmethode
- Nr. 132 (1994) Peter Kudella  
Mechanismen der Bodenverdrängung beim Einpressen von Fluiden zur Baugrundverfestigung
- Nr. 133 (1994) Guillermo Dierssen  
Ein bodenmechanisches Modell zur Beschreibung des Vibrationsrammens in körnigen Böden
- Nr. 134 (1994) Vegesna R. Raju  
Spontane Verflüssigung lockerer granularer Körper - Phänomene, Ursachen, Vermeidung
- Nr. 135 (1994) Christof Lempp  
Experimentelle Untersuchungen zur geomechanischen Wirkung von Gesteinsfluiden
- Nr. 136 (1995) Hans Mathäus Hügel  
Prognose von Bodenverformungen

- Nr. 137 (1996) Thomas Röckel  
Der Spannungszustand in der Erdkruste am Beispiel der Tiefbohrungen des KTB-Programms
- Nr. 138 (1996) Horst Kreuter  
Ingenieurgeologische Aspekte geostatistischer Methoden
- Nr. 139 (1996) Erich Pimentel  
Quellverhalten von diagenetisch verfestigtem Tonstein
- Nr. 140 (1997) Jacek Tejchman  
Modelling of shear localisation and autogeneuous dynamic effects in granular bodies
- Nr. 141 (1997) Peter A. von Wolffersdorff  
Verformungsprognosen für Stützkonstruktionen
- Nr. 142 (1997) Ivo Herle  
Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste
- Nr. 143 (1997) Ulrich Schuler  
Bemessung von Erdstoff-Filtern unter besonderer Berücksichtigung der Parameterstreuung
- Nr. 144 (1998) Yazhou Zou  
Der Einfluß des gebundenen Wassers auf die Leitfähigkeit und die mechanischen Eigenschaften feinkörniger Böden
- Nr. 145 (1999) Hilke A. Würdemann  
Biologische In-Situ-Sanierung PAK-belasteter Böden
- Nr. 146 (1999) Wolfgang C. S. Wehr  
Granulatumhüllte Anker und Nägel – Sandanker –
- Nr. 147 (1999) Mathias Luber  
Luftinjektionsbrunnen zur in situ Grundwassersanierung  
Hydraulik und Stoffdurchgang
- Nr. 148 (1999) Andreas Bieberstein  
Leckageortung bei geotechnischen Dichtungen mittels elektrischem Potentialverfahren
- Nr. 149 (2000) Klaus Maisch  
Bodenstabilisierung durch Einpressen von Trockengranulaten
- Nr. 150 (2000) Stefan Krieg  
Viskoses Bodenverhalten von Mudden, Seeton und Klei
- Nr. 151 (2001) Peter-Michael Mayer  
Verformungen und Spannungsänderungen im Boden durch Schlitzwandherstellung und Baugrubenaushub
- Nr. 152 (2001) Roberto O. Cudmani  
Statische, alternierende und dynamische Penetration in nichtbindigen Böden
- Nr. 153 (2002) Mirjana Jovanovic  
Historische Holzgründungen - Tragverhalten in weichem Baugrund

- Nr. 154 (2002) Sven Augustin  
Untersuchungen zur Lagestabilität des Schotterooberbaus
- Nr. 155 (2002) Iouri Loukachev  
Dilatanzwellen und Schichttrennung bei Wellenausbreitung in sandigen Böden
- Nr. 156 (2002) Stefan Schlaeger  
Inversion von TDR-Messungen zur Rekonstruktion räumlich verteilter bodenphysikalischer Parameter
- Nr. 157 (2002) Angelika Maria Spieß  
Kombination von in-situ-Verfahren zur Behandlung kohlenwasserstoffbelasteter Böden einschließlich Air Sparging
- Nr. 158 (2002) Norbert Pralle  
Mechanisms in nearly saturated sandy soils under quasi-static and dynamic loading
- Nr. 159 (2002) Konrad Nübel  
Experimental and numerical investigation of shear localization in granular material
- Nr. 160 (2003) Christian Karcher  
Tagebaubedingte Deformationen im Lockergestein

Herausgegeben von G. Gudehus

- Nr. 161 (2004) Arcesio Lizcano  
Standsicherheitsberechnungen symmetrischer Böschungssysteme mit räumlichen Bruchmechanismen
- Nr. 162 (2004) Ulrich Saucke  
Bewertung der Erosionsanfälligkeit strukturierter körniger Sedimente
- Nr. 163 (2004) Ankana Punlor  
Numerical modelling of the visco-plastic behaviour of soft soils
- Nr. 164 (2005) Alexander Scheuermann  
Instationäre Durchfeuchtung quasi-homogener Erddeiche
- Nr. 165 (2006) Ana Bolena Libreros Bertini  
Hypo- und viskohypoplastische Modellierung von Kriech- und Rutschbewegungen, besonders infolge Starkbeben
- Nr. 166 (2006) Michael Max Bühler  
Experimental and numerical investigation of soil-foundation-structure interaction during monotonic, alternating and dynamic loading
- Nr. 167 (2006) Sascha Richter  
Mechanical behaviour of fine-grained model materials during cyclic shear

- Nr. 168 (2006) Andreas Schünemann  
Numerische Modelle zur Beschreibung des Langzeitverhaltens  
von Eisenbahnschotter unter alternierender Beanspruchung

Herausgegeben von Th. Triantafyllidis

- Nr. 169 (2007) Cezary Slominski  
Validierung von Rechenmodellen zur Scherzonenentwicklung  
mit Versuchen im Labor und in situ
- Nr. 170 (2008) Grundlagen und Anwendungen der Geomechanik  
GKK 08 - Geomechanik Kolloquium Karlsruhe  
Teil 1 - Felsmechanik, Fels- und Tunnelbau  
Teil 2 - Bodenmechanik und Grundbau
- Nr. 171 (2009) Thomas Meier  
Application of hypoplastic and viscohypoplastic constitutive models  
for geotechnical problems

Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik am Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Herausgegeben von Th. Triantafyllidis

- Nr. 172 (2010) Workshop  
Gründung von Offshore-Windenergieanlagen
- Nr. 173 (2011) Luis Felipe Prada Sarmiento  
Paraelastic description of small-strain soil behaviour
- Nr. 174 (2011) Holger Wienbroer  
Umlagerung von Sand durch Wechselbeanspruchung
- Nr. 175 (2012) Alexander Scheuermann  
Ortsaufgelöste Zeitbereichsreflektometrie in Geohydraulik und Geomechanik
- Nr. 176 (2012) Oksana Solf  
Zum mechanischen Verhalten von zyklisch belasteten Offshore-Gründungen
- Nr. 177 (2013) Tobias Rieger  
Sicherung quasihomogener Altdeiche mittels Dränelementen

- Nr. 178 (2013) Carlos Eduardo Grandas Tavera  
A study on failure modes of corner slurry trenches using anisotropic visco-hypoplasticity
- Nr. 179 (2014) William Mario Fuentes Lacouture  
Contributions in mechanical modelling of fill materials
- Nr. 180 (2015) Hauke Zachert  
Zur Gebrauchstauglichkeit von Gründungen für Offshore-Windenergieanlagen
- Nr. 181 (2016) Torsten Wichtmann  
Soil behaviour under cyclic loading - experimental observations, constitutive description and applications
- Nr. 182 (2017) Jakob Vogelsang  
Untersuchungen zu den Mechanismen der Pfahlrammung
- Nr. 183 (2017) Eleni Gerolymatou  
Inherent and induced anisotropy in rock mass
- Nr. 184 (2018) Stylianos Chrisopoulos  
Contributions to the numerical modelling of vibratory pile driving in saturated soil
- Nr. 185 (2019) Maximiliano Vergara Quezada  
Experimental and numerical investigations on the swelling behavior of claystone and sulphate rock
- Nr. 186 (2020) Merita Tafili  
On the behaviour of cohesive soils: Constitutive description and experimental observations
- Nr. 187 (2020) Jan Machaček  
Contributions to the numerical modelling of saturated and unsaturated soils

Herausgegeben von P. Kudella

- Nr. 188 (2020) Lukas Knittel  
Verhalten granularer Böden unter mehrdimensionaler zyklischer Beanspruchung
- Nr. 189 (2021) Julia Leuthold  
Hydromechanical anisotropy of porous rock material
- Nr. 190 (2021) Ivo Matthias Kimmig  
Untersuchungen zur Verdichtungsprognose von Sand bei der Rütteldruckverdichtung

Herausgegeben von H. H. Stutz

Nr. 191 (2026) Luis Mugele

Hypoplastische Stoffmodelle für Boden mit Generalisierter  
Intergranularer Dehnung

