

LORENZ HASPEL

Zur Verwendung von CFRP für ermüdungsbeanspruchte
Zugglieder im Brückenbau

Lorenz Haspel

**Zur Verwendung von CFRP für ermüdungsbeanspruchte
Zugglieder im Brückenbau**

BAND 19

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine
Berichte zum Stahl- und Leichtbau

Zur Verwendung von CFRP für ermüdungsbeanspruchte Zugglieder im Brückenbau

von

Lorenz Haspel

Karlsruher Institut für Technologie
Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine

Zur Verwendung von CFRP für ermüdungsbeanspruchte Zugglieder im Brückenbau

Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs
von der KIT-Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) genehmigte Dissertation

von Lorenz Haspel

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Januar 2026

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. Giovanni Pietro Terrasi (Empa Dübendorf, Schweiz)

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.bibliothek.kit.edu/ksp.php | E-Mail: info@ksp.kit.edu | Shop: www.ksp.kit.edu



*This document – excluding parts marked otherwise, the cover, pictures and graphs –
is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2026 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISSN 2198-7912

ISBN 978-3-7315-1483-1

DOI 10.5445/KSP/1000192217

dem Erfinder
und Schöpfer
des Kohlenstoffatoms
und der
Kohlenstoff-Kohlenstoff Bindungsenergie

Danksagung

Wenn ich sehe, wie viele Beteiligte und Unterstützende maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit und den zugrunde liegenden Brückenprojekten und Forschungsaktivitäten beigetragen oder begleitend die Rahmenbedingungen dafür bereitet haben, erfüllt mich das mit großer Dankbarkeit und dem Bewusstsein, dass diese Arbeit nur ein kleines Puzzleteil in einem größeren Ganzen darstellt.

Prof. Mike Schlaich gab den Anstoß und die Ermutigung, relevante Fragestellungen an der Schnittstelle zwischen Anwendung und Wissenschaft in diesem innovativen Feld im Rahmen einer Dissertation zu vertiefen. Sein klares Votum zur Förderung dieser Promotion und die Unterstützung durch die Geschäftsleitung der sbp SE ermöglichten zusammen mit dem unterstützenden Rückhalt und Ansporn durch meine Frau Silke und meine Kinder Micha, Ben und Janne den nötigen Spielraum parallel zu meiner beruflichen Tätigkeit bei sbp SE diese Arbeit anzufertigen. Dafür und für die Bereitschaft durch Prof. Thomas Ummenhofer, mich im externen Doktorat als Hauptreferent zu begleiten und Prof. Giovanni Terrasi für die Bereitschaft zur Begutachtung dieser Arbeit im Koreferat möchte ich an dieser Stelle vielmals danken.

Die Ermutigung und Unterstützung, die ich aus meinem Kollegenkreis erfahren habe, den fachlichen und persönlichen Austausch mit Burkhard Krenn, Povilas Ambrasas, Jan Brütting, Arndt Goldack und Patrick Weber und das Feedback in den frühen Phasen der Konzeption dieser Arbeit durch Daniel Ruff und Johannes Strotbek und fachliche Anmerkungen durch Dieter Lotze weiß ich sehr zu schätzen. Mein besonderer Dank gilt der vielfältigen Unterstützung durch Seraina und Franziska Schmid mit einem ruhigen Rückzugsort in den Bergen, Silke Scheerer für viele Stunden des sprachlichen und formalen Lektorates und Dorothee und Dirk Weber für das sorgfältige Korrektorat.

Die vorliegende Arbeit entwickelte sich aus anwendungsbezogenen Fragestellungen zum Einsatz von Zuggliedern aus Carbon, die ich im Rahmen meiner beruflichen Tätigkeit bei schlaich bergemann partner sbp SE bearbeiten durfte. Andreas Keil und Philipp Wenger legten durch einen Wettbewerbsentwurf einer Netzwerkbogenbrücke den Grundstein, auf welchem im weiteren Projektverlauf mein Vorschlag zum Einsatz von Carbonzuggliedern mit der Unterstützung der Geschäftsleitung von sbp, des Bauherrn SSB AG Stuttgart, der Prüflingenieurin Frau Prof. Kuhlmann und durch Andy Winistörför mit der Carbo Link AG zur Herstellung der Carbonzugglieder umgesetzt werden konnte. Den entscheidenden Beitrag dafür, dass diese Lösung mit einer Zustimmung im Einzelfall bauaufsichtlich genehmigt werden konnte, verdanken wir dem außergewöhnlichen Engagement von Prof. Urs Meier, seiner jahrzehntelangen Vorarbeit und Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Carbonzugglieder und seinem Einsatz zur Durchführung von Bauteilversuchen an der Empa Dübendorf, welche die Eignung im Gebiet des Giga-Cycle-Fatigue belegen konnten. Dass die Stadtbahnbrücke in der Umsetzung ein preisgekrönter Erfolg werden konnte, verdanken wir einem umsichtigen und motivierten Team der Arbeitsgemeinschaft Adam Hörnig und MCE mit Alexander Krölls, Joachim Sauer, Jürgen Abb, Markus Plakolb und Reinhard Hinteregger mit ihren Teams und meinen geschätzten Kollegen Tobias Waldraff und Matthias Längle und unserem Team. Die überzeugende Pilotanwendung war ein wichtiger Aspekt für die Deutschen Bahn, die Technologie des Carbonnetzwerk bogens als technische Alternativlösung für die in Planung befindliche Oderbrücke bei Küstrin in Betracht zu ziehen. Als Verantwortliche seitens der DB möchte ich Andreas Gollek und Hartmut Schreiter für das entgegengebrachte Vertrauen bedanken, diese innovative Lösung für den „echten Schienenverkehr“ umsetzen zu dürfen. Dem besonderen Engagement von Prof. Gerhard Hanswille ist es zu verdanken, dass eine tragfähige Brücke zwischen dem unregelmäßigen Bauprodukt und dem Regelwerk der deutschen Bahn geschlagen und eine Zustimmung des Eisenbahnbundesamtes erwirkt werden konnte. Für den herausfordernden aber konstruktiven Dialog möchte ich mich im Besonderen bedanken. Ohne diese vorangegangenen beiden Brücken wäre es nicht zu dieser Arbeit gekommen und ebensowenig ohne die umfangreichen Versuchsergebnisse, welche im Rahmen des vom BMWK geförderten Verbundforschungsvorhabens

„NeZuCa“ gewonnen werden konnten. Für die konstruktive Zusammenarbeit möchte ich mich herzlich bedanken bei Manuela Fettke, Veit Birtel, Stefan Castridis, Daniel Ruff, Philipp Weidner, Lukas Schneider, Arne Gülzow, Valentin Bemetz, Alexander Hückler, Paul Oevermann, Dustin Häßler, Christoph Czaderski, Robert Widmann, Dimitri Ott, Yasmin Lemcherreq, Christian Affolter, Alexander Stutz, Valentin Ott und allen weiteren, welche zum Gelingen der zahlreichen experimentellen Untersuchungen beigetragen haben. Mein Dank gilt Jan Ebentheuer, Aleta Sigloch, Jonas Greiner, Lorenz Ostwald und Noah Holl, die im Rahmen ihrer studentischen wissenschaftlichen Arbeit Fragestellungen im weiteren Kontext bearbeitet haben. Die Zustimmung seitens der DB InfraGo AG und der Autobahn GmbH des Bundes NL Nordbayern zur Nutzung von projektspezifischen Versuchsergebnissen im Rahmen dieser Arbeit möchte ich dankend erwähnen.

Viele der erwähnten Personen haben in diesem Zusammenhang irgendetwas zum allerersten Mal gemacht, sich auf etwas Neues eingelassen, Rückschläge erlitten, dazugelernt und Pioniergeist bewiesen in der Sache und Teamgeist in der Art und Weise. Darüber freue ich mich besonders.

Kurzfassung

Kohlefaserverbundwerkstoffe (CFRP bzw. Carbon) zeichnen sich durch eine hohe Zug- und Ermüdungsfestigkeit, geringes Gewicht und weitgehende Unempfindlichkeit gegenüber Umwelteinflüssen aus. Frühere Publikationen und international gewürdigte Anwendungen belegen das Potential, welches durch den Einsatz von Zuggliedern aus Carbon für hoch beanspruchte Zugglieder im Brückenbau unter nicht-ruhenden Verkehrslasten erschlossen werden kann. Ein wirtschaftlich sinnvoller und nachhaltiger Einsatz von Carbon im Bauwesen setzt eine materialgerechte, ressourcensparende Technologie voraus. Vertiefte Kenntnisse zu den Mechanismen, welche die Ermüdungsfestigkeit beeinflussen, und zum Material- und Bauteilverhalten sind wichtige Voraussetzungen hierfür. Als Basis für eine Fortschreibung von Bemessungs- und Anwendungsregeln werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit experimentelle und analytische Untersuchungen zum Ermüdungswiderstand sowie zum statischen und dynamischen Bauteilverhalten von Carbonstrangschlaufen vorgestellt. Grundlage dafür sind die Ergebnisse aus projektbegleitenden Bauteilversuchen und Fachgutachten im Zusammenhang mit ausgeführten und in Planung befindlichen Projekten sowie eine breite experimentelle Datenbasis aus einem vom früheren Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (BMWK) geförderten Verbundforschungsvorhaben (NeZuCa – Netzwerkbogen mit Zuggliedern aus Carbon; Förderkennzeichen 03LB3013A).

Bisher musste im Rahmen von projektspezifischen Verfahren zur Zustimmung im Einzelfall jeweils (nur) gezeigt werden, dass der Ermüdungswiderstand ausreicht. Der tatsächliche Ermüdungswiderstand blieb unbekannt. Ermüdungsversuche an realmaßstäblichen Carbonzuggliedern zeigen eine rund zehnmal höhere Lebenserwartung als auf Grundlage der bisher vorliegenden Versuchsergebnissen von kleinmaßstäblichen Laborproben zu erwarten war. Sie bilden die Datengrundlage für die Ableitung einer Ermüdungsversagensfunktion, welche einem Bemessungsansatz zugrunde gelegt wird. Der Einfluss einer Bolzenschiefstellung auf den Ermüdungswiderstand wurde bislang auf Basis einer Analogiehypothese zum statischen Belastungszustand mit einer lastunabhängigen Abminderung berücksichtigt. Anhand der Versuchsergebnisse aus NeZuCa und den in dieser Arbeit vorgestellten analytischen Betrachtungen wird ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Zusatzbeanspruchung aus Bolzenschiefstellung und dem Lastniveau mit einem überproportional steigenden Einfluss bei abnehmender Last ersichtlich. Die zugrunde liegenden analytischen Betrachtungen zum Einspannmoment nach Th. II. O. bei einer Rotation an der Einspannung werden experimentell bestätigt. Zur Berücksichtigung von Schiefstellungen oder wiederkehrenden Verkippungen des Bolzens werden lastabhängige, schädigungsäquivalente Spannungsüberhöhungsfaktoren ermittelt. Damit kann der Ermüdungsnachweis weiterhin anhand der Versagensfunktion geführt werden, die auf Versuchsergebnissen ohne den Einfluss von Schiefstellungen basiert. Der Einfluss unterschiedlicher Schwingbreiten wird häufig durch einen abschnittsweise linearisierten Verlauf für die Linien gleicher Lebenserwartung im Constant-Life-Diagramm abgeschätzt. Die damit prognostizierten Lastwechselzahlen für kleinere Schwingbreiten werden jedoch durch die vorliegenden Versuchsergebnisse bei weitem nicht erreicht. Stattdessen wird eine dominante Oberlastabhängigkeit beobachtet. Eine Erklärung hierfür findet sich in der Auseinandersetzung mit den zugrunde liegenden Schädigungsmechanismen und analytischen Betrachtungen zum Einfluss unterschiedlicher Schwingbreiten. Der als Reiberermüdung (fretting-fatigue) bekannte Effekt beim Gleiten der Schlaufe an der Umlenkung wird von der Schwingbreite nahezu nicht beeinflusst. Anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse wird ein Verlauf für die Linien gleicher Lebenserwartung abgeschätzt und als Basis für die Bestimmung von schwingbreitenabhängigen Ermüdungsversagensfunktionen herangezogen. Damit steht ein experimentell begründeter Ansatz für die Betrachtung des ermüdungswirksamen Einflusses für Lastkollektive mit sehr hohen Lastzyklenzahlen und kleiner Schwingbreite zur Verfügung, welcher im Zusammenhang mit den Beanspruchungen aus dem Güterverkehr auf Straßenbrücken benötigt wird. Auf Basis analytischer Betrachtungen zum Einfluss kleiner und kleinster Schwingbreiten wird ein Grenzwert für die Berücksichtigung schädigungsrelevanter Lastzyklen begründet.

Im Zuge der Auswertung der experimentellen Ergebnisse aus dem Verbundforschungsvorhaben NeZuCa wurde das Erfordernis für ein einheitliches Vorgehen bei der Festlegung von Versuchsabbruchkriterien von Ermüdungsversuchen und zur Durchführung und Auswertung von statischen Versuchen ersichtlich. Zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeiten wird ein vereinheitlichtes Verfahren vorgestellt und zusammen mit Empfehlungen für die Durchführung und Auswertung von Bauteilversuchen im Anhang dieser Arbeit als Arbeitshilfe für zukünftige Versuche zusammengefasst. In einem Vergleich zwischen rechnerisch zu erwartenden und gemessenen Bauteilsteifigkeiten kann ein Zusammenhang zwischen besonderen Steifigkeitsverhältnissen und den erreichten Bruchlasten erkannt werden. Auf dieser Grundlage wird ein Prognoseparameter entwickelt, um in einer Versuchscharge die Bauteile mit potenziell niedriger Bruchlast zu identifizieren. In einer Betrachtung des Verlaufes des gemessenen Tangentenmoduls über dem Lastniveau lassen sich zudem Anzeichen für potenzielle Abweichungen im Herstellungsprozess erkennen. Die Methoden werden als zerstörungsfreie Bauteilprüfung hinsichtlich einer Bewertung der Laminatqualität für eine weitere Erprobung empfohlen.

Ergänzende Betrachtungen zur last- und längenabhängigen Eigenfrequenz und zum ermüdungswirksamen Einfluss von Bauteilschwingungen und Vorschläge für eine Fortschreibung der Bemessungsansätze für wirbelerregte Schwingungen bei Carbonzuggliedern gehen als weitere Bausteine in einen allgemeinen Bemessungsansatz für die Betriebsfestigkeit ein.

Die Untersuchungen zum tatsächlich vorhandenen Ermüdungswiderstand, zu Einflüssen aus Anschlusschiefeinstellungen und unterschiedlichen Spannungsverhältnissen auf den Ermüdungswiderstand, zum last- und längenabhängigen Bauteilverhalten und zum dynamischen Verhalten und der Frage nach dem Schädigungsbeitrag von Bauteilschwingungen tragen maßgeblich zu einem tieferen Verständnis des Bauteilverhaltens bei nicht-ruhenden Beanspruchungen bei. Die Ergebnisse sind jedoch für eine Bauteildimensionierung nur unter großem Aufwand nutzbar. Für eine breitere Anwendung von Carbonzuggliedern ist daher die Entwicklung vereinfachter Nachweisverfahren und Anwendungsregeln unerlässlich. Angesichts des außergewöhnlichen Ermüdungswiderstandes ist davon auszugehen, dass für viele Anwendungen die Einhaltung einiger Anwendungsgrenzen genügen wird, um auf rechnerische Ermüdungsnachweise weitgehend oder ganz zu verzichten.

Abstract

Carbon fiber reinforced polymers (CFRP, or carbon) are characterized by high tensile and fatigue strength, low weight, and a high resistance to various environmental influences. Previous publications and internationally recognized applications demonstrate the potential of carbon tension components for highly loaded structural elements in bridge construction under fatigue action. For an economically viable and sustainable use of carbon in construction, resource-efficient and material-appropriate technologies are essential. In-depth knowledge of the mechanisms influencing fatigue resistance, as well as the material behavior and structural behavior, is a key prerequisite. This work presents experimental and analytical investigations on the fatigue resistance and the static and dynamic behavior of looped carbon cables, forming the basis for the further development of design and application guidelines. The research is based on project-accompanying component tests, expert reports from completed and planned projects, and a comprehensive experimental database from the BMWK-funded joint research project NeZuCa (Network Arch Bridge with Carbon Tension Members; funding code O3LB3013A).

So far, project-specific procedures for case-by-case approval have only required demonstration that the fatigue resistance is sufficient, without revealing the actual fatigue resistance. Fatigue tests on full-scale carbon tension members indicate a service life approximately ten times higher than previously expected based on existing test results from small-scale laboratory specimens. These results provide the data basis for deriving a fatigue failure function (S-N curve), which underpins a new design approach. The influence of a misalignment at the termination on fatigue resistance has so far been considered using an analogy hypothesis to the static loading condition, with a load-independent reduction factor. However based on the test results from NeZuCa and the analytical investigations presented in this work, a nonlinear relationship between the additional stress due to bolt misalignment and the load level is evident, with a disproportionately increasing effect at decreasing load. The underlying analytical model for the moment at the anchorage resulting from a misalignment of the termination including second order theory effects is experimentally confirmed. To account for misalignments or recurring tilting of the termination, load-dependent, damage-equivalent stress amplification factors are determined. This allows the fatigue verification to continue to be performed using the failure function derived from test results without the influence of misalignment. The influence of different stress ranges is often estimated by a piecewise linearized course for the constant-life lines in the constant-life diagram. However, the predicted number of load cycles for smaller stress ranges is by far not achieved according to the present test results. Instead, a dominant dependence on the maximum load is observed. An explanation for this is found in the analysis of the underlying damage mechanisms and analytical considerations regarding the influence of different stress ranges. The effect known as fretting fatigue, which occurs during sliding of the loop at the deflection point, is hardly influenced by the stress range. Based on the present test results, a more accurate course for constant-life lines is derived, serving as the basis for stress-range-dependent fatigue failure functions. This provides an experimentally validated approach for assessing fatigue effects in load spectra with very high cycle numbers and small stress ranges, as required for loads from freight traffic on road bridges. Based on analytical considerations regarding the influence of small and very small stress ranges, a threshold value for the consideration of damage-relevant load cycles is established.

The evaluation of experimental results from NeZuCa highlighted the need for standardized criteria for terminating fatigue tests and for conducting and evaluating static tests. A unified procedure for determining component stiffness is presented and, together with recommendations for conducting and evaluating component tests, summarized in the appendix as a guideline for future experiments. A comparison between expected and measured stiffness revealed a correlation between specific stiffness ratios and achieved ultimate loads, leading to the development of a predictive parameter for identifying potentially weak components within a test batch. Analysis of the measured tangent modulus as a function of load level also

indicates possible deviations in the manufacturing process. These methods are recommended for further validation as non-destructive testing approaches for assessing laminate quality.

Additional considerations regarding load- and length-dependent natural frequencies, the fatigue-relevant influence of component vibrations, and proposals for updating design approaches for vortex-induced vibrations in carbon tension components contribute further to a general design concept for fatigue resistance.

The investigations into actual fatigue resistance, the effects of connection misalignments and varying stress ratios, load- and length-dependent structural behavior, and the damage contribution of component vibrations significantly enhance the understanding of structural behavior under variable loads. However, the results are currently only applicable to component design with considerable effort. For broader application of carbon tension members, the development of simplified verification procedures and application rules is essential. Given the exceptional fatigue resistance, it is expected that, for many applications, compliance with a few application limits will suffice to largely or entirely dispense with detailed fatigue verifications.

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	i
Kurzfassung.....	iii
Abstract	v
Begriffe und Formelzeichen	xiii
1 Motivation, Forschungsbedarf, Zielsetzung und Umfang der Arbeit	1
1.1 Carbon für hoch beanspruchte Zugglieder im Brückenbau	1
1.1.1 Materialgerechter Einsatz.....	1
1.1.2 Robustheit und Dauerhaftigkeit für Leichtbaulösungen.....	2
1.1.3 Aspekte der Wirtschaftlichkeit.....	2
1.2 Voraussetzungen für die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen	4
1.3 Forschungsbedarf und Bedeutung für die Forschung und Anwendung	5
1.4 Grundlagen dieser Arbeit	7
1.5 Zielsetzung, Gliederung, Herangehensweise und Umfang dieser Arbeit	7
2 Einführung	11
2.1 Heranführung an Faserverbundwerkstoffe.....	11
2.1.1 Hochleistungswerkstoffe in Faserform	11
2.1.2 Faserwerkstoffe im Vergleich mit Stahlerzeugnissen – warum Carbon?	12
2.1.3 Unterschied zwischen Material- und Bauteilverhalten	13
2.1.4 C-Fasern	14
2.1.5 Polymere Matrix.....	16
2.1.6 Faser-Kunststoff-Verbund.....	17
2.1.7 Versagensmechanismen im unidirektionalen Faserverbund.....	18
2.1.8 Werkstoff versus Konstruktion	19
2.2 UD Carbonfaserverbundwerkstoffe – Stand des Wissens und der Technik	20
2.2.1 Von den Anfängen der Forschung bis Heute	20
2.2.2 Anwendungen von Carbon für Zugelemente im Bauwesen	20
2.2.3 Zugglieder aus Carbonfaserverbundwerkstoff	22
2.2.4 Modelle zur Traglastberechnung bei Faserverbundwerkstoffen.....	24
2.2.5 Ermüdungsfestigkeit von UD CFRP bei Zugschwellbeanspruchung.....	25
2.2.6 Dauerstandverhalten von CFRP	27
2.3 Besonderheiten der UD Carbonstrangschlaufe	27
2.3.1 Die Carbonstrangschlaufe	27
2.3.2 Traglast einer UD Carbonstrangschlaufe	28
2.3.3 Ermüdungsfestigkeit von UD Carbonstrangschlaufen	29
2.3.4 Einfluss der Temperatur auf das Tragverhalten von UD C-Strangschlaufen.....	31
2.3.5 Untersuchungen zum dynamischen Verhalten.....	31

2.4	Bauteil-Tragwerks-Interaktion	32
2.4.1	Literatur zum Einfluss von Carbonzuggliedern auf das Gesamttragverhalten von Brückentragwerken	32
2.4.2	Potential beim Einsatz von Carbonzuggliedern als Hänger von Netzwerkbogenbrücken	32
2.4.3	Pilotanwendungen von Carbonstrangschlaufen als Hänger von Netzwerkbogenbrücken	33
2.5	Stand der Regelwerke zum Einsatz von Zuggliedern im Bauwesen	34
2.5.1	Vorbemerkung.....	34
2.5.2	Regelwerk für die Bemessung stählerner Zugglieder.....	34
2.5.3	Offene Fragestellungen im Bemessungskonzept für stählerne Zugglieder	35
2.5.4	Regelwerke für die Bemessung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoff.....	38
3	Datengrundlage für versuchsgestützte Bemessungsansätze	41
3.1	Überblick.....	41
3.2	Bauteilversuche im Überblick.....	42
3.2.1	Prüfmuster und Versuchsübersicht.....	42
3.2.2	Verwendete Prüfmaschinen.....	44
3.3	Statische Traglastversuche.....	46
3.3.1	Ergebnisübersicht.....	46
3.3.2	Prinzipielles Bauteilverhalten im statischen Versuch	46
3.3.3	Einfluss einer Bolzenschiefstellung bei statischer Belastung	54
3.3.4	Chargenabhängigkeit des Mittelwertes der Bruchlast.....	54
3.3.5	Chargenübergreifende Auswertung der mittleren Bruchlast	55
3.4	Bauteilversuche zur Bestimmung der Biegesteifigkeit im Anschluss	56
3.4.1	Versuchskonzept, Versuchsaufbau und Messkonzept.....	56
3.4.2	Messergebnisse.....	59
3.4.3	Auswertung der Messdaten	59
3.4.4	Interaktion Bolzenschiefstellung – Normalkraft – Moment	64
3.5	Bauteilversuche Ermüdung	66
3.5.1	Zur Konzeption der Versuchsparameter	66
3.5.2	Versagenskriterien	66
3.5.3	Thermisch bedingtes, ungewolltes frühzeitiges Versagen (Reibwärmever sagen)	69
3.5.4	Übersicht zu vorliegenden Ermüdungsversuchen.....	75
3.5.5	Ermüdungsversuche mit Imperfektion am Anschluss.....	76
3.5.6	Ermüdungsversuche im Mehrstufenkollektiv	77
3.5.7	Ermüdungsversuche mit Bestimmung der Resttragfähigkeit	77
3.5.8	Experimentelle Ergebnisse aus Schallemissionsmessungen	78
3.6	Faseroptische Messungen.....	78
3.6.1	Allgemeines zur Messung mit Faseroptik.....	78
3.6.2	Kleinprobenversuche an Lamellen unter Zug und Querdruck	79

3.6.3	Realmaßstäbliche Bauteilversuche mit faseroptischen Messungen	81
3.6.4	Untersuchung zur Abschätzung der Reibung zwischen Thimble und Schlaufe	83
4	Werkstoffeigenschaften und Bauteilkennwerte – Ermittlung, Messung und Methode zur	
	Qualitätskontrolle	87
4.1	Einführung	87
4.2	Eigenschaften der Carbonfasern	88
4.3	Eigenschaften der Matrix	88
4.4	Mechanische Eigenschaften des UD Verbundwerkstoffes	89
4.4.1	Linearisierte Grundelastizitätsgrößen eines UD Laminates	89
4.4.2	Linearisierte Elastizitätsmoduln, Querkontraktionszahlen und Schubmoduln	90
4.4.3	Bruchkriterien und Festigkeit	91
4.4.4	Wärmeausdehnungskoeffizient	93
4.4.5	Nichtlineare Last-Steifigkeitsbeziehung bei Carbonfasern und UD C-Laminat	94
4.4.6	Ansatz für die Fasersteifigkeit in Abhängigkeit von der Faserlängsspannung	96
4.5	Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge	97
4.5.1	Ansatz für den Erwartungswert der Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge	98
4.5.2	Abgrenzung von Effekten aus der Herstellung des UD Laminates	98
4.6	Bauteilkennwerte der Strangschlaufe	101
4.6.1	Einführung zur längenabhängigen Bauteilsteifigkeit	101
4.6.2	Weiterführende Betrachtungen zur Steifigkeit der Schlaufenverankerung	104
4.6.3	Verlauf der Bauteilsteifigkeit über den Lastzyklus	107
4.6.4	Rechnerisch mögliche und effektiv gemessene Schlaufensteifigkeit	109
4.6.5	Erwartungswert für Tangentenmoduln im Bereich der Verankerung	111
4.6.6	Längenabhängige und lastabhängige Bauteilsteifigkeit	112
4.7	Verfahren zur Messung der Bauteilsteifigkeit	114
4.7.1	Anlehnung an bestehende Regelungen	114
4.7.2	Besonderheiten bei der Messung der Bauteilsteifigkeit von Strangschlaufen	114
4.7.3	Auswertung des Tangentenmoduls	117
4.7.4	Zur Vergleichbarkeit von Messergebnissen	119
4.7.5	Erwartungswerte für die linearisierte Bauteilsteifigkeit	120
4.8	Ansatz für die Beurteilung der Bauteilqualität anhand von Steifigkeitsmessungen	121
4.8.1	Bedeutung und Zielsetzung	121
4.8.2	Ansatz zur Einstufung der UD Laminatqualität	121
4.8.3	Ansatz zur Einstufung der Bauteilqualität im Bereich der Schlaufenverankerung	123
4.8.4	Rückschlüsse aus der vergleichenden Betrachtung	124
4.8.5	Vorschlag für ein Einstufungskriterium	126
5	Erweiterter Bemessungsansatz für die Betriebsfestigkeit	129
5.1	Einführung	129
5.1.1	Überblick	129
5.1.2	Wesentliche Einflussfaktoren auf die Betriebsfestigkeit	130

5.1.3	Ansätze für die Beschreibung einer Ermüdungsversagensfunktion	132
5.1.4	Ermüdungsfestigkeit von UD CFRP bei Zugschwellbeanspruchung	133
5.2	Versuchsgestützte Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$	139
5.2.1	Datengrundlage	139
5.2.2	Mittlere Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$	141
5.2.3	Charakteristische Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$	142
5.2.4	Diskussion der Ergebnisse vor dem Hintergrund der Datengrundlage	144
5.3	Einfluss des Spannungsverhältnisses R	150
5.3.1	Beanspruchungen am Ablösepunkt	150
5.3.2	Schädigungsmechanismen	150
5.3.3	Hypothese	152
5.3.4	Initialisierungslastschwingbreite für Modus C	152
5.3.5	Auswertung experimenteller Ergebnisse	155
5.3.6	Analytische Überlegungen zum Einfluss des R -Wertes unter Annahme einer Schädigungsäquivalenz in Relation zur Formänderungsarbeit	164
5.3.7	Vergleichende Diskussion der Ansätze	165
5.3.8	Vorgeschlagener Bemessungsansatz für $R > 0,1$	167
5.4	Einfluss aus Bolzenschiefstellung und Verformungen am Anschluss aus der Schlaufenebene	168
5.4.1	These und Ansatz	168
5.4.2	Herangehensweise	169
5.4.3	Analytischer Ansatz für den schubweichen Zugstab nach Theorie II. O. mit Endverdrehung	171
5.4.4	Übertragung auf den Anwendungsfall der Strangschlaufe mit veränderlichem Querschnitt im Bereich der Verankerung	176
5.4.5	Einfluss der Einspannung am Ablösepunkt	178
5.4.6	Gegenüberstellung analytischer und experimenteller Ergebnisse	182
5.4.7	Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt der CFRP- Strangschlaufe bei Bolzenschiefstellung	184
5.4.8	Langzeiteinwirkung permanenter Anschlussimperfectionen aus der Ebene	187
5.4.9	Permanente und veränderliche Anschlussimperfectionen	189
5.4.10	Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren für die Randfaserbelastung für Bolzenschiefstellung und Bauteilrotationen aus der Ebene (OP)	190
5.4.11	Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren für die Randfaserbelastung bei windinduzierten Schwingungen aus der Schlaufenebenen (OP)	192
5.5	Einfluss aus Rotation um die Bolzenachse	193
5.6	Schädigungsäquivalente Ober- und Unterlasten	193
5.7	Gemeinsame Betrachtung der Versuchsergebnisse mit unterschiedlichem Spannungsverhältnis R und Bolzenschiefstellung	194
5.8	Einbeziehung der Durchläufer	197
5.8.1	Herangehensweise	197
5.8.2	Zur Weibullverteilung mit drei Parametern	197

5.8.3	Weibull- $S-N$ -Modell für Versagensfunktionen nach Castillo-Canteli	199
5.8.4	Bestimmung der Geometrieparameter (B, C)	200
5.8.5	Bestimmung der Parameter für ein Weibull- $S-N$ -Modell für Versagensfunktionen nach Castillo-Canteli anhand eines veröffentlichten Datensatzes	201
5.8.6	Berücksichtigung von Durchläufern und Tandemversuchen nach [L200]	202
5.8.7	$S-N$ -Kurven auf Basis einer Weibullverteilung mit drei Parametern.....	204
5.8.8	Ansatz für Erwartungswerte für Durchläufer.....	207
5.8.9	Iterative alternierende Lösung unter Berücksichtigung der Durchläufer	208
5.8.10	Eingrenzung für den Schätzwert für Durchläufer durch eine beidseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion.....	209
5.8.11	Erkenntnisse zur Verwendung des Weibull- $S-N$ -Modells mit beidseitig abgeschnittener Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion bei Durchläufern	212
5.9	Gemeinsame Auswertung von Versuchsergebnissen und Durchläufern	213
5.10	Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit.....	218
5.10.1	Zusammenfassung	218
5.10.2	Entwicklung der Ermüdungsfestigkeit bis zum am Ende der Nutzungsdauer	219
5.10.3	Teilsicherheitsbeiwert γ_M, fat	219
5.10.4	Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit	225
5.10.5	Diskussion der Bemessungs $S-N$ -Funktion	227
5.11	Schädigungsakkumulation	229
5.11.1	Begrifflichkeit und Herangehensweise	229
5.11.2	Schädigungsakkumulation	229
5.11.3	Einfluss des Grundlastniveaus.....	231
5.11.4	Einfluss kleiner Schwingbreiten	231
5.12	Betriebsfestigkeitsnachweis	231
5.12.1	Herangehensweise.....	231
5.12.2	Bemessungskonzept für Betriebsfestigkeit.....	231
6	Ergänzende Untersuchungen zur Dynamik.....	235
6.1	Einführung und Überblick.....	235
6.2	Eigenfrequenzen	236
6.2.1	Rechnerische Ansätze aus der Literatur.....	236
6.2.2	Vergleichende Betrachtung verschiedener bekannter Ansätze	238
6.2.3	Frequenzmessung zur Bestimmung der Normalkraft.....	242
6.2.4	Vorschlag zur Berechnung der Eigenfrequenzen.....	245
6.3	Dämpfung.....	246
6.4	Beanspruchung aus windinduzierten Schwingungen	248
6.4.1	Regen-Wind-induzierte Schwingungen.....	248
6.4.2	Wirbelerregte Querschwingungen.....	249
6.4.3	Eisbehang	258
6.4.4	Winkel an der Einspannung aus linienförmiger Ersatzlast.....	259
6.4.5	Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung	260

6.4.6	Auftretenswahrscheinlichkeit und Lastkollektive	263
7	Zusammenfassung und Ausblick	269
7.1	Zusammenfassender Überblick	269
7.2	Wissenschaftlicher Beitrag	271
7.2.1	Ermüdungswiderstand von CFRP-Strangschlaufen	271
7.2.2	Erweiterung eines Weibull- <i>S-N</i> -Modells	272
7.2.3	Nichtlineares Bauteil- und Werkstoffverhalten	273
7.2.4	Ansatz zur Einstufung der Laminatqualität	273
7.2.5	Vereinheitlichtes Verfahren zur Bestimmung von Bauteilsteifigkeiten	273
7.2.6	Beiträge zu einem Bemessungskonzept für wirbelerregte Schwingungen.....	274
7.3	Wesentliche Ergebnisse	275
7.4	Zukünftige Untersuchungen und weiterführende Fragestellungen	277
7.4.1	Weitere experimentelle Untersuchungen zum Trag-, Schädigungs- und Ermüdungsverhalten	277
7.4.2	Ableitung vereinfachter Bemessungsansätze	278
7.5	Ausblick	279
	Literaturverzeichnis	281
	Anhang.....	295
A	Zur Durchführung und Auswertung von Zugversuchen	297
B	Material- und Bauteilkennwerte.....	315
C	Ermüdungsversuche.....	345
D	Betrachtungen zur Auswertung der Last-Verformungskurve.....	351
E	Ergänzende Untersuchungen zur Bolzenschiefstellung	361
F	Vergleichsrechnungen zur Abschätzung des Abklingverhaltens der Schubspannungsspitze am Ablösepunkt	371
G	Herleitung der CLD-Funktion und Ableitung von S-N-Kurven für $R > 0.1$	379
H	Weibull-S-N-Modell	397
I	Messungen der Eigenfrequenzen aus [L81] und [L86]	421
J	Last- und längenabhängige dynamische Eigenschaften.....	425
K	Beispielhafte analytische Betrachtungen	431

Begriffe und Formelzeichen

BL	Bruchlast
BTS	Bauteilsteifigkeit
CDF	kumulative Verteilungsfunktion, von engl. cumulative density function
CFRP	Carbonfaserverbundwerkstoff, gebräuchliche Bezeichnung (engl. Carbon Fibre Reinforced Polymer)
CLD	Constant-Life-Diagramm
CLT	klassische Laminattheorie (von engl. Classical Laminate Theory)
EBTSf	auf den akkumulierten Faserquerschnitt bezogene Bauteilsteifigkeit pro Längeneinheit
EP	Epoxidharz
EÜ	Eisenbahnüberführung
FRP	Faserverbundwerkstoff, gebräuchliche Bezeichnung (engl. Fibre Reinforced Polymer)
IP	in-plane – in der Ebene resp. rechtwinklig zur Bolzenachse
LZ	Lastzyklen
NOL	Kurzbezeichnung für Laborversuche an ringförmigen Kleinproben in Anlehnung an den Versuchsaufbau des Naval Ordnance Laboratory
OP	out-of-plane – aus der Ebene bzw. in Richtung der Bolzenachse
PDF	Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion, von engl. probability density function
SP	Schwerpunkt
TK20	Probekörper mit 20 mm Durchmesser
TK40	Probekörper mit 40 mm Durchmesser
TK50	Probekörper mit 50 mm Durchmesser
UD	unidirektional
VC	Variationskoeffizient
A	Fläche
$A_{(A)}$	Fläche des Laminatquerschnitts am Ablösepunkt
$A_{(K)}$	Fläche des kreisförmigen Laminatquerschnitts auf der freien Länge
$A_{c,n}$	Drahtnennquerschnittsfläche eines Stahldrahtes
$A_{f,F}$	akkumulierte Faserquerschnittsfläche auf der freien Länge
$A_{m,F}$	anteilige Querschnittsfläche der Matrix auf der freien Länge
A_{SV}	Fläche des Laminatquerschnitts im Bereich der Schlaufenverzweigung
D	Schädigung
D_m	Fehler des Mittelwertes einer Stichprobe
D_s	Dämpfungsmaß
E	Einwirkung (in 5.10.3)
E	Elastizitätsmodul
\bar{E}	bezogene Steifigkeit

E_d	Bemessungswert der Auswirkungen von Einwirkungen
$E_{f,\parallel}$	Elastizitätsmodul der Fasern in Längsrichtung
$E_{f,\perp}$	Elastizitätsmodul der Fasern in Querrichtung
E_k	charakteristischer Wert der Einwirkung
E_m	Elastizitätsmodul der Matrix
E_{BT}	auf den Laminatquerschnitt der freien Länge bezogener Bauteilsteifigkeitsmodul des gesamten Zugliedes
$E_S^{\sigma_U - \sigma_O}$	Sekantenmodul zwischen den Stützstellen σ_U und σ_O
$E_{T,Af}^{1090}$	Tangentenmodul bezogen auf den Faserquerschnitt bei einer Zugspannung $\sigma_{\parallel,f}$ von 1090 MPa
$E_{T,Af}^{100-400}$	Tangentenmodul aus linearer Regression der Messwerte im indizierten Faserzugspannungsbereich
$E_{T,Af}^{5\%-15\%}$	Tangentenmodul aus linearer Regression der Messwerte im Bereich zwischen 5 % und 15 % der BL
E_V	auf den Faserquerschnitt der freien Länge bezogener Steifigkeitsmodul der Schlaufenverankerung
E_0	initialer Elastizitätsmodul bei $\sigma_{\parallel,f} = 0$
E_{0k}	Grundlastniveau, quasiständiges Lastniveau
E_1^0	Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung ohne Vorbelastung
$E_1^{(N)}$	Elastizitätsmodul in Faserlängsrichtung nach N Lastwechseln
E_ε	nichtlineare Beziehung für den Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Dehnung
E_σ	nichtlineare Beziehung für den Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Spannung
E_{\parallel}	Elastizitätsmodul eines UD Laminates in Faserrichtung
E_{\perp}	Elastizitätsmodul eines UD Laminates quer zur Faserrichtung
$E_{\parallel,cal}$	rechnerisch möglicher idealer Elastizitätsmodul in Faserrichtung
F	Kraft
F_{fOL}	Oberlast
F_{fUL}	Unterlast
F_u	Bruchlast eines Zugelements
F_{uk}	charakteristischer Wert der Bruchlast des Zugelements (in [N8] als Bruchkraft bezeichnet)
$F_u^{(N)}$	Restfestigkeit, statische Resttragfähigkeit nach N Lastwechseln
F_{yk}	charakteristischer Wert der Dehngrenze des Zugelements [N8]
$F_{Rf,m}$	Mittelwert des Ermüdungswiderstandes
$F_{Rf,k}$	charakteristischer Wert des Ermüdungswiderstandes
$F_{Rf,d}$	Bemessungswert des Ermüdungswiderstandes
$F_{Ru,m}$	Mittelwert der statischen Kurzzeitfestigkeit
F_{Rk}	charakteristischer Wert der statischen Kurzzeitfestigkeit ohne Dauerstandeffekte
F_{Rd}	Bemessungswert der statischen Tragfähigkeit
F_{Rd}	Bemessungswert der Beanspruchbarkeit des Zugelements [N8]
$F(x)$	kumulative Verteilungsfunktion, CDF
G	Schubmodul
$G_{f,12}$	Quer-Längs-Schubmodul einer Carbonfaser

G_m	Schubmodul der Matrix
I	Flächenträgheitsmoment
$I_{y(A)}$	Trägheitsmoment um die y -Achse am Ablösepunkt
$I_{y(K)}$	Trägheitsmoment des Kreisquerschnitts auf freier Länge
K_i	Verhältnis der gemessenen zur berechneten i -ten Eigenfrequenz
$K_{w,i}$	Wirklängenfaktor
L	Länge eines Zuggliedes oder Biegestabes
L_{eff}	effektive Länge, bestimmt nach (Gl. 5-51)
$L_{eff,G}$	effektive Länge, bestimmt nach (Gl. 5-55)
$L_{eff,M}$	effektive Länge, bestimmt nach (Gl. 5-54)
$L_{Pin-Pin}$	Abstand der Bolzenmittelpunkte
L_w	Wirklänge einer statischen Ersatzlast
M	Mittelspannungsempfindlichkeit, Neigung der Linie gleicher Lebenserwartung im Haigh-Diagramm
M_A	Einspannmoment am Anschluss des Zuggliedes
$M_{(x_A)}$	Moment an der Stelle des Ablösepunktes
$M_{y(\varphi_y)}$	Moment infolge Verdrehung an der Einspannung
N	Anzahl
N_e	Nutzungsdauer unter Berücksichtigung einer ausreichenden Resttragfähigkeit
N_i	Lastzyklenzahl (Anzahl der Schwingspiele)
N_l	begrenzte Lastzyklenzahl eines Durchläufers
N_{Ri}	Anzahl der ertragbaren Schwingspiele
N_{ro}	Probabilistisch bestimmter Erwartungswert für die Lastzyklenzahl beim Versagen für Durchläufer
N_{eq}	schädigungsäquivalente Lastzyklenzahl
N_0	Normalkraft im Zugglied
$P(v_i)$	Auftretenswahrscheinlichkeit für die Windgeschwindigkeit v_i
R	Spannungsverhältnis, $\frac{F_{fUL}}{F_{fOL}} = S_{min,i} / S_{max,i} = \frac{S_{Rf,UL}}{S_{Rf,OL}}$
	Verhältnis der Unterlast zur Oberlast eines Lastzyklus oder Einstufenkollektives
R_{ini}	Grenzspannungsverhältnis
R	Widerstand (in 5.10.3)
R_{\parallel}^+	faserparallele Tragfähigkeit des UD Laminates auf Zug
$R_{\perp\parallel}$	Widerstand des UD Laminates gegen Schubversagen durch Zwischenfaserbruch
R_d	Bemessungswert des Widerstands
R_k	charakteristischer Wert des Widerstandes
R_r	Drahtfestigkeitsklasse [N8]
R_{eq}	schädigungsäquivalentes Spannungsverhältnis $\frac{S_{eq,min}}{S_{eq,max}}$
R_{mob}	Grenzwert des Last- / Spannungsverhältnisses für volle Mobilisierung der Gleitreibung
Re	Reynoldszahl
S	auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit bezogene Last eines Lastzyklus oder Einstufenkollektives

S_{max}	auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit bezogene Oberlast $\frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}}$
S_{min}	auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit bezogene Unterlast $\frac{F_{fUL}}{F_{Ru,m}}$
$S_{eq,max}$	rechnerisch bestimmtes schädigungsäquivalentes Oberlastniveau
$S_{eq,min}$	rechnerisch bestimmtes schädigungsäquivalentes Unterlastniveau
$S_{Rf,max}$	auf den Bemessungswert des Ermüdungswiderstandes bezogene Oberlast $\frac{F_{fOL}}{F_{Ru,d(N=1)}}$
$S_{Rf,min}$	auf den Bemessungswert des Ermüdungswiderstandes bezogene Unterlast $\frac{F_{fUL}}{F_{Ru,d(N=1)}}$
Sc	Scrutonzahl
St	Strouhalzahl
T_g	Glasübergangstemperatur
V_f	Faservolumengehalt
VC	Variationskoeffizient
W^F	Formänderungsarbeit
$W()$	Weibullverteilung
a	Ordinatenparameter einer Ermüdungsversagensfunktion
a, b, c, d	Kurvenparameter für eine polynomische Näherungsfunktion
a, b, c	Weibullparameter
b	Breite des Querschnitts
c_0, c_1, c_2	Bauteilsteifigkeit Pin-Pin, Steifigkeit der freien Länge, Steifigkeit der Verankerung
c_{lat}	Quertriebsbeiwert
d	Durchmesser des Zuggliedes
e	Exzentrizität
e_R	Exponent für schädigungsäquivalente Berücksichtigung des Spannungsverhältnisses R
f	vom Fasertyp abhängige Steigung der nichtlinearen Steifigkeitsbeziehung in Abhängigkeit von ε
f_E	Ausnutzungsgrad bei der Betrachtung von Zwischenfaserbrüchen
f_i	i -te Eigenfrequenz
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion PDF
$f_{uf,\parallel}$	Faserfestigkeit bei faserparallelem Zug
$f_{u,m,t}$	zentrische Zugfestigkeit der Matrix
$f_{u,m,b}$	Biegezugfestigkeit der Matrix
f_σ	Faktor zur Beschreibung der nichtlinearen Steifigkeitsbeziehung in Abhängigkeit von σ
f^*	Füllfaktor bei vollverschlossenen Stahlseilen
i	Ordnungszahl der zugehörigen i -ten Eigenform
h	Höhe des Querschnitts
k_e	Verlustfaktor für den Einfluss der Verankerung bei einem Stahlseil [N8]
k_{el}	Verhältnissfaktor der ungehinderten Dehnlänge bezogen auf l_{mob}

k_f	Relation zwischen dem charakteristischen Ermüdungswiderstand und dem charakteristischen Widerstand bei statischer Belastung
k_{mob}	Faktor zur Begrenzung der Dehnlänge l_{mob}
k_n	Fraktilefaktor für charakteristische Werte
k_{N_i}	Faktor für die erwartbare Verlängerung der Lebenserwartung für $R > 0,1$ im Vergleich zu $R = 0,1$
k_p	Phasenfaktor zur Berücksichtigung der Bemessungssituation [N8]
k_{perm}	Gewichtungsfaktor für den permanenten Anteil einer Bolzenschiefstellung
$k_{P R}$	Faktor zur Berücksichtigung der Belastungsgeschichte bei Effekten des Low-Cykle-Fatigue
k_q	Faktor für eine Abminderung aus Querpressung oder Umlenkung bei vollverschlossenen Stahlseilen
k_R	Faktor zur Berücksichtigung der Einflüsse aus dem Spannungsverhältnis R
k_u	Faktor für den Bruchzustand
k_v	Faktor für Herstellimperfectionen bei vollverschlossenen Seilen aus Stahl
k_κ	lastrichtungsabhängiger Faktor für den Einfluss aus Reibung zwischen Schlaufe und Thimble
k_L	Beiwert zur effektiven Lasteinleitungslänge
k_φ	Spannungsüberhöhungsfaktor infolge eines Winkels an der Einspannung
k_γ	Skalierungsfaktor zur Bestimmung des Schubverzerrungswinkels
k^*	Verseilverlustfaktor bei vollverschlossenen Stahlseilen
l	Länge
l_{eff}	effektive Länge
l_i	Länge der Sehne eines Schwingungsbauches der zugehörigen i -ten Eigenform
l_{mob}	abgewickelte Länge, auf welcher bei einem Lastwechsel in der Gleitfuge ein Übergang von Haft- zu Gleitreibung erfolgt
l_u	Länge des Umlenkbereiches
l_0	Länge Pin-Pin
m	Steigung einer linearisierten Ermüdungsversagensfunktion
m	Mittelwert
$m_{dE}(N)$	Steifigkeitsverlustfaktor nach N Lastwechseln
$m_{i,e}$	äquivalente Masse je Längeneinheit
n	Größe einer Stichprobe
n_i	Anzahl LZ eines Kollektivs
$p(v)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Windgeschwindigkeit
$p_{\perp\parallel}^+, p_{\perp\parallel}^-$	Neigungsparameter für die Kriterien für Zwischenfaserbruch
$p_{\perp\perp}^+, p_{\perp\perp}^-$	Neigungsparameter für die Kriterien für Zwischenfaserbruch
$q_{w,i}$	statische Ersatzlast einer zugehörigen i -ten Eigenform
r	Innenradius der Schlaufenumlenkung
r_0	Restbetrag des Minimalwertproblems zur Bestimmung der Geometrieparameter
r_t	Innenradius Thimble
s_i	Länge des Faserverlaufes
s_n	Standardabweichung einer Stichprobe
t	Dicke der Schlaufe an der Schlaufenumlenkung

u	Umlenkraft
v	Windgeschwindigkeit
v_{crit}	kritische Windgeschwindigkeit
$\nu_{f,12}$	Quer-Längs-Querkontraktionszahl einer Carbonfaser
$\nu_{f,22}$	Quer-Quer-Querkontraktionszahl einer Carbonfaser
x_A	Lage des Ablösepunktes
y_F	Auslenkung in Feldmitte eines Schwingungsbauches
z	Randabstand der maßgebenden Faser vom SP des Querschnitts
α	Signifikanzniveau
α_T	Wärmeausdehnungskoeffizient
β	Zuverlässigkeitsindex (in 5.10.3)
β	Spreizwinkel der Schlaufenschenkel im Bereich der Schlaufenverzweigung
γ_{xy}	Schubverzerrung (Gleitung)
$\gamma_{F,fat}$	Teilsicherheitsbeiwert für die ermüdungswirksame Einwirkung
γ_{Ff}	Teilsicherheitsbeiwert für die Ermüdungseinwirkung
γ_G	Schubverzerrungswinkel
γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand
$\gamma_{M,f}$	Teilsicherheitsbeiwert für den Ermüdungswiderstand
γ_{Mt}	Teilsicherheitsbeiwert für Zugelemente [N8]
γ_m	Teilsicherheitsbeiwert für eine Werkstoff- oder Produkteigenschaft
$\gamma_{m,fat}$	Teilsicherheitsbeiwert für eine Werkstoff- oder Baustoffeigenschaft bei Ermüdungseinwirkung
γ_{Rd}	Teilsicherheitsbeiwert in Zusammenhang mit der Unsicherheit in einem Widerstandsmodell
γ_{Rd}	Modellunsicherheit bei den Bauwerkswiderständen
$\gamma_{R,sys}$	Schadenstoleranz
γ_s	Teilsicherheitsbeiwert für Baustahl oder Spannstahl [N8]
$\tilde{\gamma}$	Stabkennzahl
δ_s	log. Dämpfungsdekrement
ε	Dehnung
ε_{max}	Dehnung bei Oberlast
ε_u	Bruchdehnung
$\varepsilon_{u,1}$	Zugdehnung beim Versagen in Faserlängsrichtung
$\varepsilon_1^{(N)}$	Dehnung nach ermüdungswirksamer Belastung
$\tilde{\varepsilon}$	Stabkennzahl
ε_0	Bandbreitenfaktor
μ	Reibzahl in der Gleitfuge Thimble – Schlaufe
$\bar{\mu}$	Massenbelegung des Zugliedes in kg/m
ν	kinematische Zähigkeit der Luft
η	Abminderungsfaktor
η_T	Ausnutzungsgrad der Bauteiltragfähigkeit in Bezug zur Laminattragfähigkeit
η_A	Anpassungsfaktor für die Lage des Ablösepunktes

η_m	Verlustfaktor Matrix
η_f	Verlustfaktor Faser
η_{\parallel}	Verlustfaktor UD Laminat
ρ	Dichte
σ	Standardabweichung
σ_m	Standardfehler des Mittelwertes
σ_{\parallel}	faserparallele Zugspannung
$\sigma_{\parallel,f}$	Zugspannung bezogen auf den Faserquerschnitt
σ_1	faserparallele Zugspannung im Laminatquerschnitt
σ_2	Spannung im Laminatquerschnitt rechtwinklig zur Faser in Dickenrichtung des Laminates
σ_3	Spannung im Laminatquerschnitt rechtwinklig zur Faser in der Laminebene
σ_1^{fr}	faserparallele Zugspannung im Laminatquerschnitt im Bruchzustand
σ_E	eingeprägte Eigenspannung
τ_{21}	Schubspannung im Laminat – Richtungskonventionen siehe Abbildung 4-1
τ_{gr}	Schubspannung an der Grenzfläche zwischen Faseroberfläche und Matrix
ν	Beiwert zum Abklingverhalten des Einflusses der freien Länge auf die effektive Länge
φ_A	Winkel an der Einspannstelle A
φ_w	Winkel an der Einspannstelle aus windinduzierter Schwingung
φ_y	Rotation um die y-Achse, rechtwinklig zu Bolzenachse
φ_z	Rotation um die z-Achse, um die Bolzenachse
φ_1	Winkel am Ablösepunkt relativ zur Bolzenachse
φ_{OL}	ermüdungswirksame Schiefstellung bei Oberlast
φ_{UL}	ermüdungswirksame Schiefstellung bei Unterlast
φ_{perm}	permanenter Anteil der Schiefstellung
φ_Q	lastabhängiger veränderlicher Anteil der Schiefstellung
χ	Steifigkeitsverhältnisfaktor
χ_{FL}	Verhältnisfaktor der Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge bezogen auf die Fasersteifigkeit
χ_V	Verhältnisfaktor der Bauteilsteifigkeit des Verankerungsbereiches bezogen auf die Fasersteifigkeit
$\chi_{V,Cal}$	Verhältnisfaktor der Bauteilsteifigkeit des Verankerungsbereiches bezogen auf die rechnerische mittlere Steifigkeit der Verankerung
χ_{BT}	Verhältnisfaktor der Bauteilsteifigkeit des gesamten Zuggliedes bezogen auf die Fasersteifigkeit
ψ^F	Formänderungsenergiedichte

1 Motivation, Forschungsbedarf, Zielsetzung und Umfang der Arbeit

1.1 Carbon für hoch beanspruchte Zugglieder im Brückenbau

1.1.1 Materialgerechter Einsatz

Mit der Verwendung neuer Materialien ist im Bauwesen meist auch eine Entwicklung passender Technologien verbunden. Beispiele aus dem späten 17. Jahrhundert zeigen, wie Ingenieure sich mit dem damals neuen Baustoff Eisen auseinandergesetzt haben. Frühe Eisentragwerke wie beispielsweise die Ditherington Flax Mill (Charles Bage 1796) weisen im Tragwerk und in der Ausbildung der Details einige Ähnlichkeiten mit den damals üblichen Holztragwerken auf [L184]. Etwa 70 Jahre später werden in Klases's construction handbook (1867) [L103] Konstruktionsdetails für Holz und geschmiedeten Stahl gegenübergestellt, woraus eine deutlich differenzierte Entwicklung materialgerechter Technologien ablesbar ist [L70].

Eine materialgerechte Konstruktion ist nur durch ein tieferes Verständnis des Werkstoffes und der daraus herstellbaren Bauteile möglich. Auch beim Einsatz von Carbonfaserverbundwerkstoff (Carbon) in Brückentragwerken liegen Erfahrungen aus Erstanwendungen vor [L74]. In einem frühen Planungsstadium wurde eine Lösung für hoch beanspruchte Zugglieder für eine Netzwerkbogen gesucht [L68], wobei für den Autor zunächst die außergewöhnliche Ermüdungsfestigkeit des innovativen Werkstoffes und dessen Unempfindlichkeit gegen Umwelteinflüsse ausschlaggebend für die Materialwahl war. Ein Blick auf die Vielzahl an zuvor verwendeten Technologien kann ein Hinweis darauf sein, dass technische Herausforderungen nicht abschließend und zufriedenstellend gelöst werden konnten und weiteres Optimierungspotential besteht [L70].



Abbildung 1-1 Zweigleisige Netzwerkbogenbrücke über die Oder bei Küstrin mit Zuggliedern aus Carbon. Inbetriebnahme Juli 2024.

Im Zuge der Planung und Umsetzung der ersten Netzwerkbogenbrücke mit Zuggliedern aus Carbon wurde für den Autor weiteres Potential erkennbar, was auf das geringe Gewicht und eine geringe Bauteilsteifigkeit zurückzuführen ist [L75] und bei der Realisierung eines zweiten Pilotprojektes genutzt werden konnte (vgl. Abbildung 1-1). Die Entwicklung materialgerechter Konstruktionslösungen und Bemessungsansätze ist noch

jung und bedarf weiterer Auseinandersetzung mit den Besonderheiten des Werkstoffes auf der Basis des Bekannten, mit Offenheit für das Neue und Unerwartete.

Die Verfügbarkeit von zugfesten Werkstoffen ermöglichte eine enorme Entwicklung von Tragwerkslösungen, die unser heutiges Verständnis von Ingenieurtragwerken grundlegend prägen und – von der Vorspannung in Massivtragwerken bis zu seilgestützten, weit gespannten Brücken und Dächern – zur Selbstverständlichkeit geworden sind. Zugglieder in Form von Seilen, Zugstangen, Stabspanngliedern, Litzen, Stahlbändern, Gewindestangen und anderem kommen dabei in unterschiedlichster Form zur Anwendung. Spannglieder oder auch Seile in hoch vorgespannten flächigen Tragwerken werden oft über die gesamte Nutzungsdauer vornehmlich auf dem Lastniveau der eingebrachten Vorspannung belastet. Im Gegensatz dazu werden Flachstahlauskreuzungen, wie sie bei Stahlhallen üblich sind, von einer unbelasteten Ausgangslage her schwellend auf Zug beansprucht und entziehen sich bei Lastumkehr durch Ausweichen aus der Ebene einer Druckbeanspruchung. Dazwischen gibt es eine große Zahl von Anwendungen, bei welchen Zugglieder, ausgehend von einem mäßigen Vorspannzustand, im Laufe der Nutzungsdauer eine erhebliche Anzahl von Laständerungen überstehen müssen. Letztere sind beispielsweise bei seilgestützten Brückentragwerken häufig anzutreffen und hinsichtlich der Betriebsfestigkeit für das erwartete Belastungsspektrum zu untersuchen. Laständerungen treten je nach Anwendungsfall als zusätzliche Belastung oder Entlastung oder auch als gekoppelte Be- und Entlastungszyklen in wiederkehrender Abfolge auf. Aus Gründen der Dauerhaftigkeit ist in diesem Fall festzulegen, ob und ggf. unter welchen Bedingungen eine vollständige Entlastung eines Zuggliedes mit den damit verbundenen Lastumlagerungen im Tragwerk, den damit einhergehenden ggf. verbleibenden Verformungen und ggf. impulsartigen Belastungseffekten bei der Wiederbelastung toleriert werden kann oder ob diese durch Festlegung einer Mindestvorspannung in jedem Fall vermieden werden muss [L68]. In dieser Arbeit werden Ansätze für den Betriebsfestigkeitsnachweis von Zuggliedern unter Berücksichtigung planmäßiger und unplanmäßiger Schiefstellungen an Seilanschlüssen oder wiederkehrender Verkipnungen an der Verankerung diskutiert.

1.1.2 Robustheit und Dauerhaftigkeit für Leichtbaulösungen

Oft entscheidet der konstruktive Umgang mit Detaillösungen über die Dauerhaftigkeit und Robustheit ganzer Tragwerke – u. a. deshalb sind von den zahlreichen mutigen Hängebrücken des 19. Jahrhunderts nur noch einzelne heute nutzbar. Das Leichtbauprinzip wurde 2024 vom Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz als Schlüsseltechnologie für Produktion und Wertschöpfung bezeichnet [L17][L71]. Auch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (2025) hält daran fest, dass das Leichtbauprinzip entscheidend zu einer zukunftsfähigen, ressourcenschonenden Infrastruktur beitragen kann [L18]. Doch bei einer Entwicklung hin zu leichteren Brückentragwerken verschiebt sich – selbst bei gleichbleibendem Verkehrsaufkommen – das Verhältnis der Verkehrslasten zu den Eigengewichtslasten, sodass mit höheren ermüdungswirksamen Lastanteilen zu rechnen ist. Robustheit und Dauerhaftigkeit sind deshalb entscheidende Kriterien, um die erwartete Nutzungsdauer solcher Tragwerke zu erreichen. Dies stellt bei weit gespannten Tragwerken mit exponierten, hoch beanspruchten Zuggliedern eine besondere Herausforderung dar.

1.1.3 Aspekte der Wirtschaftlichkeit

In einer Zeit mit zahlreichen Korrosionsschäden an Brückentragwerken und begrenzten Investitionsmitteln, die der heutigen nicht unähnlich ist, schrieb Meier 1992 [L119] „Faserverbundwerkstoffe bieten das Potential, auch unter ungünstigen Umwelteinflüssen das Problem der Metallkorrosion zu umgehen“. Wissenschaftliche Grundlagen für die Verwendung von Zuggliedern aus Carbon lagen bereits Mitte der 1990er Jahre vor [L119]. Auch seitens der Industrie standen um die Jahrtausendwende Zugglieder und Verankerungssysteme zur Verfügung [L70], welche mangels Nachfrage teilweise wieder vom Markt genommen wurden. Deren Einsatz beschränkte sich auf wenige, meistens im Rahmen von Forschungsvorhaben geförderte Anwendungen, wie beispielsweise bei der Schrägseilbrücke am Bahnhof in Winterthur

1996 [L118], der Herning Bridge in Dänemark 1999 [L23] oder der Unterspannung der Fußgängerbrücke Kleine Emme (1998) bei Luzern [L122]. Mit seiner Erläuterung, dass der wirtschaftliche Break-even-Point für den Einsatz von Carbonzuggliedern im Brückenbau bei einer Spannweite von etwa 4.200 m lag [L119], lieferte Meier die Erklärung für die damalige Entwicklung: Der Einsatz von Carbon als Zugglied war bei kleinen Spannweiten in der Regel nicht wirtschaftlich. Der gleichzeitig formulierte Appell, dass der Bau einer Brücke mit über 4.200 m Spannweite ohne fundierte Langzeiterfahrung mit Carbonzuggliedern im Brückenbau nicht zu verantworten sei, führte zumindest zu einer Reihe von Pilot- und Versuchsprojekten. Ein Überblick über realisierte Projekte mit Carbonzuggliedern bis 2012 ist in der Literatur [L174][L122][L111] zu finden.

Mittlerweile ist unbestritten, dass ein wirtschaftlicher und nachhaltiger Einsatz von Carbonzugelementen durchaus möglich ist, wenn hierdurch wie beispielsweise im Falle von nachträglicher Verstärkung mit Carbonlamellen, eine Verlängerung der Nutzungszeit ganzer Bestandstragwerke erreicht werden kann. Unter Betrachtung der Lebenszykluskosten kann der Einsatz von Carbonzugelementen auch im Neubau wirtschaftlich vorteilhaft sein [L124][L112][L215], obwohl die Beschaffungskosten in €/kN_{stat} bei statischer Traglast als bemessungsrelevantem Kriterium nach wie vor höher liegen als bei Zuggliedern aus Stahl. Solange jedoch die Annahmen zur Langlebigkeit und zu geringeren Wartungskosten noch nicht durch entsprechende langjährige Erfahrung bestätigt sind und zudem die Kalkulation der Lebenszykluskosten nicht allgemein anerkannten Grundsätzen folgt, werden viele Investitionsentscheidungen zur Technologie vorrangig anhand der Beschaffungskosten getroffen, was den Einsatz von Carbonzugelementen bislang oft ausschließt.

Wird allerdings der Betriebsfestigkeitsnachweis querschnittsbestimmend, liegen bereits die Beschaffungskosten für Carbonzugglieder in €/kN_{fat} unter denjenigen von Stahlzuggliedern [L78], wenngleich bei kurzen Zuggliedern die Kosten der Anschlüsse dominieren. Hänger von Netzwerkbogenbrücken sind besonders hohen ermüdungswirksamen Lastwechseln ausgesetzt [L68], weswegen der Einsatz von Carbon mit seinen außergewöhnlich guten Betriebsfestigkeitseigenschaften naheliegt [L74]. Ausschlaggebend für einen wirtschaftlichen Vorteil ist jedoch vor allem das Einsparpotential im Primärtragwerk, welches durch den Einsatz von Carbonzuggliedern bei Netzwerkbogenbrücken ermöglicht wird [L75][L76]. Das Gesamttragverhalten wird durch die Bauteilsteifigkeit der Carbonzugglieder verändert, was zu einer Vergleichmäßigung der Kräfte im Hängernetz führt und den Einsatz leichterer Fahrbahnplatten erlaubt [L68]. Im Zuge der Planung und Umsetzung der in 2.4.3 näher erläuterten Pilotanwendungen wurde das Potential von Zuggliedern aus Carbon insbesondere für nicht-ruhende Beanspruchung erkennbar, welches sich durch den Einsatz von Carbonzuggliedern als Hänger von Netzwerkbogen erschließen lässt (vgl. 2.4.1)[L71]. Auch bei vergleichenden Studien an Schrägseil- und Extradosed-Brücken [L215][L41] wird deutlich, dass eine Substitution von Stahlzuggliedern durch Zugglieder mit abweichender Bauteilsteifigkeit das Gesamttragwerksverhalten beeinflusst. Die Folgen davon können in der Gesamtbetrachtung weitreichender sein, als der reine Tausch der Zugglieder vermuten lässt. Neuere Untersuchungen zum Einsatz von Carbon bei Extradosed-Brücken lassen auch für diesen Tragwerkstyp wirtschaftliche Vorteile bereits bei der Herstellung erwarten [L41].

Zahlreiche der in der Literatur beschriebenen Anwendungen von Carbonzuggliedern im Bauwesen erfolgten bislang im Rahmen von geförderten Forschungs- oder Pilotprojekten [L70]. Im Gegensatz dazu wurde diese Technologie bereits bei der Erstanwendung für die Stadtbahnbrücke Stuttgart [L99] ohne Fördermittel eingesetzt. Gleiches gilt für die zweigleisige Netzwerkbogenbrücke der DB über die Oder bei Küstrin, was in diesem Fall u. a. durch wirtschaftliche Vorteile dieser Lösung begründet wurde [L75], obwohl zusätzlich Kosten für projektspezifische Bruch- und Ermüdungsversuche und das Verfahren zur Erlangung einer Zustimmung im Einzelfall (ZiE) anfielen. Die Kosten für die Durchführung von projektspezifischen Ermüdungsversuchen und das Fehlen von anerkannten Bemessungs- und Anwendungsregeln stellen gegenwärtig ein erhebliches Hindernis für den Einsatz dieser Technologie dar.

1.2 Voraussetzungen für die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen

Beginnend mit dem Vorschlag, für die Netzwerkbogenbrücke der Stadtbahnüberführung der U6 über die BAB 8 bei Stuttgart [L169] Zugglieder aus Carbonfaserverbundwerkstoff (CFRP) für das Hängernetz einzusetzen, wurden vom Verfasser erste Ansätze für die Beschreibung der längenabhängigen mechanischen Bauteileigenschaften und die Bemessung formuliert [L67] und Lösungen für die Anschlüsse erarbeitet. Für die mechanischen Eigenschaften des Laminates und erreichbare Traglasten wurde zunächst auf Angaben des Herstellers Carbo-Link zurückgegriffen, welche anschließend im Zuge eines Gutachterverfahrens [L76] zur Erteilung einer Zustimmung im Einzelfall mit Bauteilversuchen durch Meier [L124] bestätigt werden konnten. Bauteilversuche und Gutachten wurden durch die SSB AG Stuttgart als Bauherrn finanziert. Die Entwicklungskosten der Technologie zur Anwendung von Carbonzuggliedern im Brückenbau wurde durch sbp getragen. Im Zuge einer Machbarkeitsstudie in 2019 [L69] wurde erkennbar, dass der Einsatz von Carbonzuggliedern auch bei einer Netzwerkbogenbrücke für eine zweigleisige Eisenbahnüberführung mit 130 m Spannweite vorteilhaft eingesetzt werden kann. Bei der Planung und Durchführung von Bauteilversuchen für die Anwendung der Technologie im Zuge des Ersatzneubaus der Eisenbahnbrücke über die Oder bei Küstrin [L170] konnte auf die Erfahrungen und Ergebnisse der Versuche von Meier [L124] zurückgegriffen werden. Darüber hinaus wurde das Versuchsprogramm im Rahmen des durch Hanswille begleiteten Gutachterverfahrens [L62] erweitert, um Einflüsse aus Schiefstellungen und Imperfektionen am Anschluss zu berücksichtigen. Die projektspezifischen Bauteilversuche waren jeweils so konzipiert, dass ein für das Projekt ausreichender Ermüdungswiderstand nachgewiesen werden konnte. Der erreichbare Bauteilwiderstand wurde nicht ermittelt. Der Einfluss der in den Versuchen berücksichtigten Imperfektionen wurde nicht quantifiziert. Das Versuchsprogramm und das Gutachterverfahren wurden jeweils von der DB InfraGO als Bauherrn finanziert.

Zur Untersuchung der Eignung des Carbonnetzwerk bogens unter verschiedenen Randbedingungen und zur Entwicklung geeigneter Anschlüsse wurden mehrere Teilaspekte im Rahmen von studentischen wissenschaftlichen Arbeiten betrachtet (z. B. [L114][L93][L110][L58]), bei deren Betreuung der Verfasser maßgeblich beteiligt war.

Die Erkenntnisse aus den projektbezogenen Bauteilversuchen [L124][L171][L197] und aus dem Dialog im Rahmen des ZIE-Gutachterverfahrens [L62] bildeten die Voraussetzung für die zielgerichtete Konzeption eines Versuchsprogrammes zur Gewinnung einer allgemeinen Versuchsdatenbasis zur Bestimmung des tatsächlichen Ermüdungswiderstandes von Carbonstrangschlaufen und legten damit den Grund für den vom Verfasser initiierten Forschungsantrag des Verbundforschungsprojektes „Netzwerkbogen mit Zuggliedern aus Carbon“ (NeZuCa) [L71]. Voraussetzung für den positiven Bescheid des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa waren neben den umfangreichen vorliegenden Vorkenntnissen die Pilotanwendungen selbst, wodurch das Potential, die Relevanz und die Anwendbarkeit der Ergebnisse belegt werden konnten. Im Aufgabenbereich des Verfassers lag neben der Projektleitung und Koordination der Verbundpartner die Konzeption des Versuchsprogrammes und der Versuchsstände, die Festlegung der Versuchsparameter und der Zielsetzung der messtechnischen Versuchsbegleitung sowie die Koordination begleitender studentischer wissenschaftlicher Arbeiten ([L224][L138]) und die inhaltliche Mitbetreuung der Arbeiten [L45], [L11], [L143] und [L144].

Erkenntnisse aus der Entwicklungsphase der Technologie und die Praxiserfahrung im Zuge der Pilotanwendungen sind teilweise bereits veröffentlicht [L68][L99][L70][L124][L74][L75][L76][L79] und bilden neben weiteren Fragestellungen im Zusammenhang mit den Gutachterverfahren, dem Dialog mit Hanswille [L62][L63][L64] und den Auswertungen der Versuchsergebnisse aus dem Verbundforschungsvorhaben NeZuCa [L224] sowie dem Austausch mit den Verbundforschungspartnern die Basis für die Formulierung anwendungsrelevanter Fragestellungen für die weitere Forschung und Entwicklung und für die vorliegende Arbeit.

1.3 Forschungsbedarf und Bedeutung für die Forschung und Anwendung

Für eine vollumfängliche Nutzung des vorhandenen Potentials der Betriebsfestigkeit von Carbonstrangschlaufen in einem breiten Spektrum an Lastkollektiven und Spannungsverhältnissen sind vertiefte Kenntnisse zum Ermüdungswiderstand, zum Einfluss von Imperfektionen und zum Schädigungsbeitrag bei unterschiedlichen Spannungsverhältnissen erforderlich. Für die Pilotanwendungen (vgl. 2.4.3) lagen zur Einschätzung der Beanspruchbarkeit unter nicht-ruhender Beanspruchung lediglich Laborversuche an Kleinproben vor [L195][L7], auf deren Grundlage Hanswille ein erstes Betriebsfestigkeitskonzept abgeleitet hat [L62]. Eine für die vorgesehene Anwendung ausreichende Beanspruchbarkeit wurde durch realmaßstäbliche projektspezifische Ermüdungsversuche bestätigt [L124][L62][L197]. Die Versuche (Kontrollversuche im Sinne des EC 0 [N1] Anhang D.3) wurden aufgrund des hohen Aufwandes jedoch jeweils nach Erreichen einer ausreichenden Lastzyklenzahl abgebrochen. Erkenntnisse über die tatsächliche Beanspruchbarkeit von Carbonstrangschlaufen unter nicht-ruhender Beanspruchung im Realmaßstab lagen im Ergebnis nicht vor und können nur unter erheblichem Aufwand gewonnen werden [L224]. Auf Basis einer breiteren Datengrundlage an Ermüdungsversuchen, wie sie beispielsweise für die Herleitung von Wöhlerlinien im Stahlbau seit Jahrzehnten aufgebaut wurde [L34], kann ein allgemeiner und verfeinerter Bemessungsansatz für Carbonstrangschlaufen als Zugglieder für nicht-ruhende Beanspruchung abgeleitet werden, um das vorhandene Potential auszuschöpfen. Insbesondere für hohe Lastwechselzahlen stellt das projektspezifisch festgelegte Bemessungsmodell von Hanswille [L62] auf Grundlage der Ergebnisse von Laborversuchen eine konservative Abschätzung dar. Der Nachweis für Lastkollektive von Straßenbrücken mit starkem Schwerverkehrsaufkommen lässt sich damit nicht wirtschaftlich führen. Für eine Pilotanwendung mit Straßenverkehr wurde ein Ansatz unter Herleitung von Widerstandswerten für unterschiedliche Spannungsverhältnisse (R-Werte) auf Basis eines linearisierten Ansatzes für die Linien gleicher Lebenserwartung im Haigh-Diagramm herangezogen [L63], dessen Anwendbarkeit für den Fall der Strangschlaufe zu prüfen ist.

Zum Einfluss von Imperfektionen auf die Beanspruchbarkeit unter statischer Beanspruchung liegen aus [L171] vereinzelte Versuchsergebnisse vor. Im Zuge projektspezifischer Bauteilversuche wurden Imperfektionsansätze [L62] berücksichtigt und der für das Projekt erwartbare Einfluss versuchstechnisch mit abgedeckt, jedoch nicht quantitativ differenziert. Im Bemessungsmodell nach [L62] wird ein Ansatz für die Einflüsse von Schiefstellungen auf die statische Traglast auf Basis von analytischen Untersuchungen festgelegt und in [L63][L64] fortgeschrieben. Bislang vorliegende Versuchsergebnisse [L197] zeigen ein günstigeres Verhalten. Zur Validierung eines Grenzwertes, bis zu welchem auf eine Abminderung verzichtet werden kann, und zur Bestätigung einer mit den Versuchsergebnissen übereinstimmenden Abminderungsfunktion für die statische Traglast für größere Schiefstellungen liegen bislang keine ausreichenden Versuchsdaten vor.

Zum Einfluss von Schiefstellungen und Verformungen am Anschluss bei nicht-ruhender Beanspruchung gab es zu Beginn des Forschungsvorhabens NeZuCa [L80] keine Datengrundlage. Einflüsse aus Schiefstellungen auf die Beanspruchbarkeit unter nicht-ruhender Last wurden bislang versuchstechnisch im Rahmen von Kontrollversuchen [L197] ohne Differenzierung des spezifischen Einflusses mitbetrachtet und im projektspezifischen Bemessungsansatz nach [L62] über eine Analogiehypothese zwischen der statischen Traglast bei Bolzenschiefstellung und der Betriebsfestigkeit bei Bolzenschiefstellung berücksichtigt. Diese Analogiehypothese wurde jedoch durch die mittlerweile vorliegenden Versuchsergebnisse [L224] (vgl. Kapitel 3) widerlegt. Stattdessen können Einflüsse aus Schiefstellungen durch eine schädigungsäquivalente Erhöhung der Oberlast für den Fall ohne Imperfektion berücksichtigt werden. Aufgrund der Relevanz dieser Erkenntnis wurde dieses Grundprinzip zur Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen beim Betriebsfestigkeitsnachweis einem begrenzten Personenkreis vorab erläutert und in einem aktuellen Gutachten [L64] mit Verweis auf die Urheberchaft des Autors bereits aufgegriffen. Eine Überprüfung des Ansatzes auf Grundlage einer Messung des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen Einspannwinkel, Normalkraft und zugehörigem Einspannmoment wurde in [L64] zur Auflage gemacht. Weitere Fragestellungen betreffen den

Einfluss der Reibung und des Spannungsverhältnisses sowie den Sonderfall einer Hängerschwingung bei konstanter Normalkraft im Hinblick auf die Bestimmung einer schädigungsäquivalenten Oberlast.

Projektspezifische Ansätze zur Bestimmung der Traglast wie in [L62] sind nicht ohne Weiteres auf andere Anwendungen mit abweichenden Randbedingungen übertragbar. Für eine allgemeine Anwendbarkeit ist die Validierung eines Traglastmodells für Carbonstrangschlaufen in einem begrenzten Parameterraum unter Berücksichtigung von Imperfektionseinflüssen und durch Festlegung von geeigneten Anwendungsgrenzen erforderlich.

Für die Beschreibung der axialen Bauteilsteifigkeit wurde bislang auf linearisierte Näherungslösungen nach dem Prinzip der Reihenschaltung von Federn [L67][L72][L62] zurückgegriffen, welche mit den vorliegenden Versuchsdaten abgeglichen wurden. Der Einfluss der Bauteillänge und die maßgebenden Einflüsse im Bereich der Schlaufenumlenkung konnten damit für bisherige Praxisanwendungen hinreichend genau berücksichtigt werden. Die Effekte der veränderlichen Bauteilsteifigkeit im Be- und Entlastungszyklus durch den Einfluss der Reibung an der Umlenkung sowie Einflüsse des lastabhängigen E-Moduls des Faserwerkstoffes wurden bisher nicht näher betrachtet, können aber zu einer deutlichen Fehlinterpretation von Messergebnissen führen. Neben einem einheitlichen Vorgehen bei der Durchführung und Auswertung von Messungen zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit ist insbesondere die Kenntnis zum lastabhängigen Bauteilverhalten erforderlich, um Messungen des Tangentenmoduls auf unterschiedlichen Lastniveaus korrekt zu interpretieren und vergleichen zu können. Auf Basis einer vergrößerten Datengrundlage ist eine statistische Auswertung der Streuung der Bauteilsteifigkeiten unter Einbeziehung unterschiedlicher Bauteilgeometrien möglich.

Über das dynamische Verhalten von Carbonzuggliedern in Brückentragwerken lagen bislang einzelne vereinfachte Messungen des Ausschwingverhaltens vor [L74]. Eine validierte analytische Methode zur Bestimmung der Eigenfrequenzen der Zugglieder fehlte. Es ist zu überprüfen, welche der für stählerne Zugglieder hergeleiteten Regeln beispielsweise des Nationalen Anhangs zum EC 3-2 NA.F [N9] für Carbonzugglieder übernommen werden können und wo Anpassungen erforderlich sind. Erkenntnisse zum Dämpfungsverhalten können durch Messungen an den Pilotprojekten erweitert werden. Hinsichtlich der Frage, inwieweit Grenzwerte für das Auftreten wirbelerregter Schwingungen nach EC 3-2 NA.F [N9] auch auf Carbonzugglieder übertragbar sind, besteht grundsätzlicher Klärungsbedarf. Erkenntnisse hierzu bedürfen neben analytischen und ggf. versuchstechnischen Untersuchungen zwangsläufig einer längeren Beobachtung des Verhaltens an realisierten Bauwerken. Vorläufig wird ein Vorgehen mit Berücksichtigung von Betriebsfestigkeitsreserven als zielführend erachtet.

Carbonstrangschlaufen für den Einsatz in Netzwerkbogentragwerken sind mit fügbar und begrenzt längenverstellbaren Anschlüssen versehen (vgl. Abbildung 6-4). Wie auch bei anderen austauschbaren Hängersystemen ergibt sich die Möglichkeit, die Hänger gezielt und präzise vorzuspannen, jederzeit nachzuspannen, zu Inspektionszwecken zu entnehmen oder zu ersetzen. Im Zuge der Montage wird eine präzise Messung der Hängerkräfte erforderlich, welche in einem begrenzten Zeitraum mit ausreichender Genauigkeit durchgeführt werden können muss. Der Einsatz einer hydraulischen Spanneinheit mit Lastzelle erfüllt die Anforderungen an die Messgenauigkeit, erfordert aber für eine Messung des gesamten Spannungszustandes im Hängernetz einer Brücke meistens eine Zeitspanne, in welcher die Bauteiltemperaturen des Primärtragwerks nicht mehr als konstant angenommen werden können. Für eine aussagekräftige Messung des Vorspannzustandes im Hängernetz wird jedoch ein konsistenter Datensatz an Vorspannkräften für einen bekannten Temperaturzustand des Primärtragwerkes benötigt. Darüber hinaus führt ein einzelner Messfehler einer Hängernormalkraft bei der Bestimmung einer Spannanweisung zu einem fehlerhaften Vorspannzustand in mehreren Hängern. Hieraus ergibt sich das Erfordernis einer schnellen und zuverlässigen Messmethode für die Hängerkräfte.

1.4 Grundlagen dieser Arbeit

Das Verbundforschungsvorhaben NeZuCa [L224] wurde im Rahmen des Technologie-Transfer Programms Leichtbau (TTP-LB) vom Bund gefördert und liefert eine wesentliche experimentelle Datengrundlage für die vorliegende Arbeit. Vorläufige Ergebnisse zur Ermüdungsversagensfunktion und zur Herangehensweise bei der Bestimmung eines Bemessungswiderstandes wurden den Verbundpartnern im Rahmen der Projekttreffen vorgestellt. Hinweis und Kommentare der Projektpartner sind in die weitere Bearbeitung eingeflossen.

Der bisherige Stand der Bemessungsansätze, wie auch methodische Ansätze zur Ableitung und Formulierung eines Bemessungsmodells, sind in den gutachterlichen Stellungnahmen durch Hanswille [L62][L63] im Rahmen der Erteilung von Zustimmungen im Einzelfall durch das Eisenbahnbundesamt und das Bundesverkehrsministeriums enthalten. Eine weitere Stellungnahme [L64] greift bereits Erkenntnisse aus den experimentellen Ergebnissen des Verbundforschungsvorhaben [L80] und der vorliegenden Arbeit (5.4.1) auf. Die Gutachterverfahren wurden von der DB InfraGO, der Autobahn GmbH Niederlassung Nordbayern und der Hamburger Hochbahn AG als Bauherrn finanziert. Als Ausgangspunkt für die in dieser Arbeit betrachteten Fragestellungen und als Referenz für eine vergleichende Einordnung der vorgeschlagenen Ansätze wird auf diese Unterlagen [L62][L63] und die zugrundeliegenden experimentellen Ergebnisse und Fachgutachten [L51][L59][L72][L73][L77] [L81][L131][L171][L172][L196][L197] zurückgegriffen.

Darüber hinaus konnte auf Messungen der Biegesteifigkeit aus einem in Planung befindlichen Projekt zurückgegriffen werden, welche im Rahmen der Erteilung einer ZiE durch das Bundesverkehrsministerium nach den Vorgaben durch den ZiE-Gutachter in seiner Stellungnahme [L63] hinsichtlich Versuchsordnung und Auswertung durchgeführt und durch die Autobahn GmbH finanziert wurden. Die Versuche wurden vom Verfasser vorbereitet, begleitet und ausgewertet [L82].

Vom Verfasser durchgeführte und begleitete Messungen der Eigenfrequenzen und der Vorspannkräfte an bereits eingebauten Zuggliedern [L81] sowie deren Auswertung im Zuge einer studentischen wissenschaftlichen Arbeit [L86] liefern die Ausgangsbasis für die Validierung eines eigenen Ansatzes zur Bestimmung der Eigenfrequenzen und einen Vorschlag für eine Methode zur Bestimmung der Normalkräfte auf Basis von Ausschwingversuchen.

Für erweiterte Betrachtungen zum Traglastmodell der Schlaufe und zur Betrachtung des nichtlinearen Verhaltens eines Zuggliedes unter Zug und Biegung wird auf die analytische Herleitung gekrümmter und gerader Balkenelemente unter Berücksichtigung der Anisotropie, der Schubweichheit sowie der Kontaktbedingungen und der Reibung im Umlenkbereich nach dem Ansatz von Krenn [L106] zurückgegriffen.

1.5 Zielsetzung, Gliederung, Herangehensweise und Umfang dieser Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, die Erkenntnisse über das Tragverhalten von Carbonstrangschlaufen und über das zugrundeliegende Material- und Bauteilverhalten experimentell und analytisch zu erweitern und auf dieser Grundlage ein allgemeines Bemessungskonzept für nicht-ruhende Beanspruchung für die Anwendung von Carbonstrangschlaufen als Zugglieder im Brücken- und Ingenieurbau zu beschreiben, wobei im Zusammenhang stehende Fragestellungen der Einflüsse aus Anschlussschiefstellungen oder -verformungen und Bauteilschwingungen mitbetrachtet werden.

Teilziele können wie folgt formuliert werden:

- Einordnung der Fragestellungen im Kontext des Standes der Technik und der Wissenschaft (Kapitel 2),
- Schaffung einer erweiterten Datenbasis experimenteller Ergebnisse (Kapitel 3),
- Erweiterung der Kenntnisse zum Material- und Bauteilverhalten (Kapitel 4),
- Ableitung eines Bemessungsmodells für nicht-ruhende Beanspruchung (Kapitel 5) mit einem Ansatz für ein Zeitfestigkeitsschaubild, der Bestimmung von Schädigungsäquivalenzfaktoren hinsichtlich des Ermüdungswiderstandes zur Berücksichtigung von permanenten oder veränderlichen Schiefstellungen am Anschluss und einem weiterentwickelten Ansatz zur Berücksichtigung von Durchläufern auf Grundlage eines Weibull-Ermüdungsversagensmodells mit beidseitig abgeschnittener Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion,
- Ergänzende Ansätze bei der Berücksichtigung von Bauteilschwingungen (Kapitel 6),
- Zusammenfassung, weiterer Forschungsbedarf und Ausblick (Kapitel 7).

Nachfolgend wird die Herangehensweise zur Erreichung der Teilziele erläutert und der Umfang der jeweiligen Fragestellungen abgegrenzt.

Schaffung einer erweiterten Datenbasis experimenteller Ergebnisse (Kapitel 3)

Zur Schaffung einer Datenbasis experimenteller Erkenntnisse über die tatsächliche Beanspruchbarkeit von Carbonstrangschlaufen unter nicht-ruhender Beanspruchung wurden im Rahmen des vom Bund geförderten Verbundforschungsvorhabens NeZuCa [L224] Ermüdungsversuche mit Lastwechselzahlen zwischen 28.000 und 10 Mio. durchgeführt. Untersuchungen zur statischen Tragfähigkeit mit und ohne Imperfektionen an der Verankerung, sowie Kleinprobenversuche mit unterschiedlichen geometrischen Randbedingungen und faser-optische Messungen an klein- und realmaßstäblichen Mustern ergänzen die experimentellen Ergebnisse und werden als Grundlage für die gemeinsame Auswertung der Ergebnisse der Ermüdungsversuche an Prüfkörpern unterschiedlicher Größe herangezogen. Die Versuchsergebnisse werden in Kapitel 3 zusammenfassend vorgestellt, wobei auf die teilweise abweichenden Versuchsrandbedingungen eingegangen wird und Empfehlungen für einheitliche Versuchsdurchführung und -auswertung beschrieben werden. Die Ergebnisse der Bruchversuche und Ermüdungsversuche aus [L224] zeigen das Erfordernis, den Ansatz zur Berücksichtigung des Einflusses von Imperfektionen für statische und für nicht-ruhende Belastung zu differenzieren. Es wird eine Vorgehensweise für den Ermüdungsnachweis (vgl. 5.4) erarbeitet und vorgeschlagen. Für die statische Tragfähigkeit wird vorgeschlagen einen Grenzwert festzulegen, bis zu welchem eine Anschlusschiefe unberücksichtigt bleiben kann. Untersuchungen dazu sowie zu einem verallgemeinerten Traglastansatz sind nicht Teil dieser Arbeit.

Erweiterung der Kenntnisse zum Material- und Bauteilverhalten (Kapitel 4)

In Kapitel 4 werden die Material- und Bauteileigenschaften erläutert, auf welche in den nachfolgenden Kapiteln zurückgegriffen wird. Die Beobachtung eines nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens an Versuchsergebnissen aus Kapitel 3 wird anhand der Literatur aus der Grundlagenforschung auf ein intrinsisches mikromechanisches Phänomen aus der Herstellung der Carbonfaser zurückgeführt. Die Konsequenzen aus dieser Feststellung werden näher betrachtet. Für eine praktische Nutzbarkeit wird der Zusammenhang des Steifigkeitsmoduls der Faser in Abhängigkeit von der Dehnung in Form eines Ansatzes zur Beschreibung des lastabhängigen Materialverhaltens für das unidirektionale Carbonlaminat hergeleitet. Darauf aufbauend wird ein Modell zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit unter Einbeziehung weiterer Einflussfaktoren und Einflüssen aus geometrisch nichtlinearem Verhalten an der Schlaufenverankerung vertieft und als zweidimensionales Modell der Bauteilsteifigkeit in Abhängigkeit von der Bauteillänge und der

einwirkenden Normalkraft formuliert. Unter Einbeziehung der Reibung und einer Differenzierung der Belastungsrichtung (Be- oder Entlastung) können Erwartungswerte für die Bauteilsteifigkeit bestimmt werden, welche für einen Vergleich mit Bauteilmessungen herangezogen werden können. Aus einer Gegenüberstellung der gemessenen mit der rechnerisch ermittelten axialen Steifigkeit des unidirektionalen Laminates wird ein allgemeiner Ansatz zur Einstufung der Laminatqualität unidirektionaler Carbonlaminat abgeleitet und ein Kriterium zur Einstufung der Bauteilqualität von Strangschlaufen vorgeschlagen. Es wird zudem diskutiert, inwieweit Ergebnisse aus Bauteilsteifigkeitsmessungen zur Beurteilung der Bauteilqualität herangezogen werden können und ob sich dieses Verfahren als zerstörungsfreie Prüfmethode eignet.

Ableitung eines Bemessungsmodells für nicht-ruhende Beanspruchung (Kapitel 5)

Auf Grundlage der Ergebnisse der Ermüdungsversuche aus NeZuCa [L224] wird auf Basis von realmaßstäblichen Bauteilversuchen ein Bemessungsmodell für nicht-ruhende Beanspruchung abgeleitet. Hierbei wird im ersten Schritt auf Basis der Versuchsergebnisse für das Spannungsverhältnis $R = 0,1$ und ohne Schiefstellung eine $S-N$ -Versagensfunktion bestimmt. Dazu wird auf das Verfahren zur Auswertung von Ermüdungsversuchen zurückgegriffen, welches auch für die Neubewertung und Erweiterung des Kerbfallkataloges nach Eurocode 3 [L34] verwendet wurde und welches vom Ansatz her auch dem projektspezifischen Bemessungsmodell nach [L62] zugrunde liegt. Auf Basis der vorliegenden Erkenntnisse der Bauteilversuche aus NeZuCa [L224] wird in einem zweiten Schritt eine Anpassung des Bemessungsmodells zur Berücksichtigung von Imperfektionen und eine Erweiterung des Bemessungsmodells zur Berücksichtigung der Art des Lastkollektives (R -Wert) vorgeschlagen.

Auf Grundlage einer Betrachtung einzelner Versuchsergebnisse im Haigh-Diagramm wird eine Prognose für den Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung aufgestellt, welche eine starke Oberlastabhängigkeit auch bei Spannungsverhältnissen $R > 0,1$ zeigt und durch analytische Betrachtungen und eine Diskussion der zugrunde liegenden Schädigungsmechanismen und ihrer jeweiligen Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis ergänzt wird.

Der Einfluss von permanenten oder veränderlichen Rotationen an der Verankerung auf die Ermüdungsfestigkeit kann durch eine Umrechnung der einwirkenden Oberlast mit Imperfektionseinfluss auf eine schädigungsäquivalente Oberlast ohne Anschlussimperfektion berücksichtigt werden. Eine Umrechnung kann durch sog. Schädigungsäquivalenzfaktoren erfolgen. Als Grundlage dient ein allgemeiner analytischer Ansatz zur Beschreibung des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen permanenten oder veränderlichen Rotationen am Anschluss und der daraus resultierenden Zusatzbeanspruchung der Schlaufenverankerung in Abhängigkeit von der einwirkenden Normalkraft und unter Berücksichtigung der Bauteillänge, der veränderlichen Steifigkeit des Zuggliedes im Verankerungsbereich und der Schubweichheit der Matrix. Zur Beschreibung des geometrisch nichtlinearen Zusammenhanges zwischen einer eingepprägten Anschlussschiefstellung, der Biegung an der Verankerung und der Normalkraft wird eine Näherungsformel nach dem Prinzip der lastabhängigen effektiven Länge hergeleitet und anhand von Versuchsergebnissen validiert. Hierbei wird die teilelastische Einspannung der Schlaufe an der Umlenkung unter Berücksichtigung des Spannungsverhältnisses und der Reibung an der Umlenkung mit betrachtet und ein allgemeiner lastabhängiger Ansatz zur Bestimmung von Schädigungsäquivalenzfaktoren für den Betriebsfestigkeitsnachweis hergeleitet, wobei zwischen dem Verhalten bei einer Änderung der Normalkraft (Lastzyklus) und dem Verhalten bei Bauteilschwingungen (Verformungszyklus ohne Änderung der Normalkraft) differenziert wird. Für eine praktische Anwendbarkeit wird der Ansatz durch Näherungsgleichungen für Schädigungsäquivalenzfaktoren vereinfacht, wobei ein Grenzwert festgelegt wird, ab welchem auf eine genauere Betrachtung des Spannungsverhältnisses verzichtet werden kann.

Im Rahmen einer gemeinsamen Auswertung verschiedener Bauteilversuche mit unterschiedlicher Mittelspannung und teilweise zusätzlicher Anschlussschiefstellung wird der Ansatz zur schädigungsäquivalenten

Umrechnung der Ermüdungsfestigkeit unter Berücksichtigung von beliebigen Schiefstellungen am Anschluss und Spannungsverhältnissen diskutiert und plausibilisiert.

Das Versuchsprogramm aus [L224] beinhaltet eine größere Anzahl an Durchläufern. Auf Grundlage eines Weibull-S-N-Modells wird eine Berücksichtigung der Ergebnisse von Durchläufern bei der Ableitung einer Ermüdungsversagensfunktion diskutiert. Für ein Bemessungskonzept werden Teilsicherheitsfaktoren für die Bestimmung eines Bemessungswertes der Ermüdungsfestigkeit hergeleitet.

Ergänzende Untersuchungen zur Dynamik und Ansätze für die Berücksichtigung von Bauteilschwingungen (Kapitel 6)

Zur Fortschreibung geeigneter Verfahren und Ansätze zur Betrachtung der Einflüsse aus wind- oder verkehrsinduzierten Bauteilschwingungen bei Carbonzuggliedern und deren Anschlüssen liegen erste Ansätze vor [L64] [L65]. Zur Validierung von analytischen Ansätzen und Festlegung von Grenzwerten, wann und ggf. wie eine Berücksichtigung der Effekte erforderlich ist, sind neben analytischen und ggf. versuchstechnischen Untersuchungen zwangsläufig längere Beobachtungen des Verhaltens an realisierten Bauwerken erforderlich. Entsprechende Messungen sind Gegenstand aktueller Untersuchungen, welche im Zusammenhang mit einem Langzeitmonitoring an der Oderbrücke Küstrin durchgeführt werden [L65][L87]. Für eine umfängliche Betrachtung dieses Themas wird auf weiterführende Untersuchungen verwiesen. Vorläufig wird ein Vorgehen mit Berücksichtigung von Betriebsfestigkeitsreserven als zielführend erachtet. Im Rahmen dieser Arbeit werden in Kapitel 6 Vorschläge für einige wesentliche Teilaspekte vorgestellt. Ein analytischer Ansatz zur Bestimmung der Eigenfrequenzen unter Berücksichtigung des veränderlichen Steifigkeitsverlaufes im Bereich der Anschlüsse mit Differenzierung des Verhaltens in den zwei Hauptrichtungen längs und quer zur Bolzenachse bildet die Grundlage für Betrachtungen zur Dynamik und kann zudem für eine Bestimmung der Normalkraft herangezogen werden. Der vorgeschlagene Ansatz wird mit Messungen am Bauwerk validiert. Als schnelle und wenig störanfällige Alternative zur Messung der Normalkraft in einem Carbonzugglied mit hydraulischen Pressen und Kraftmessdose bietet eine Messung der Hängerkraft mittels Smartphone-basierter Messung des Beschleunigungsverlaufes im Ausschwingversuch und Auswertung per Modalanalyse eine schnelle und wirtschaftliche Methode für einen Frequenzbereich zwischen 10 Hz und 50 Hz. Zur Bestimmung der Schwingwegamplituden und der Winkel an der Verankerung bei wirbelerregten Schwingungen wird ein vereinfachtes Nachweisformat in Anlehnung an DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] vorgeschlagen. Der Ansatz zur Wirklänge ist nach Vorlage weiterer Messergebnisse zu überprüfen. Zur Berücksichtigung des Einflusses der Verformungen an der Einspannung aus Bauteilschwingungen auf die Ermüdungsfestigkeit wird auf Grundlage der allgemein hergeleiteten Spannungsüberhöhungsfaktoren aus Kapitel 5 der Sonderfall für eine konstante Normalkraft abgeleitet. Hinsichtlich der Dämpfung wird der gegenwärtige Wissensstand auf Basis derzeit vorliegender Messungen [L104] zusammengefasst.

2 Einführung

2.1 Heranführung an Faserverbundwerkstoffe

2.1.1 Hochleistungswerkstoffe in Faserform

„Ziel muss es sein, die aus den hohen atomaren Bindungsenergien theoretisch resultierenden hohen Steifigkeiten und Festigkeiten so weit wie möglich auch in einem Werkstoff umzusetzen“ [L178].

Hochleistungswerkstoffe mit hoher Festigkeit und Steifigkeit bei gleichzeitig geringer Dichte eignen sich für den Einsatz im Brückenbau. Im Idealfall wird das Potential starker atomarer Bindungen möglichst effizient ausgenutzt. Elemente aus den oberen Reihen des Periodensystems wie z. B. C oder Si bringen hierfür günstige Voraussetzungen mit. Die theoretisch möglichen mechanischen Kennwerte einer idealen Graphitstruktur (vgl. Abbildung 2-1) ergeben sich aus den kovalenten Bindungsenergien des Graphit-Einkristalls in Schichtrichtung zu ca. 1.000.000 N/mm² für den E-Modul und 100.000 N/mm² für die Festigkeit. Aufgrund fehlender kovalenter Bindungen beträgt der E-Modul quer zur Schichtrichtung allerdings nur 36.000 N/mm². [L46] Die Entdeckung der Existenz großräumig regelmäßiger Graphitmembranstrukturen als zweidimensionales hexagonales Netz aus Kohlenstoffatomen hat unter der Bezeichnung Graphene in den letzten 20 Jahren zu intensiver Forschung und umfangreicher Literatur auf diesem Gebiet geführt und neben vielen anderen Formen auch die Möglichkeit regelmäßiger mehrschichtiger Anordnungen wie Graphit bestätigt [L57][L127]. Ein Herstellprozess, welcher großräumig eine ideale, fehlerfreie Graphitstruktur mit gezielter Ausrichtung erzeugt, steht gegenwärtig jedoch nicht zur Verfügung. „Die wirkliche Festigkeit eines Werkstoffs ist daher viel niedriger als die theoretisch mögliche“ (Paradoxon des festen Werkstoffs nach F. Zwicky) [L46].

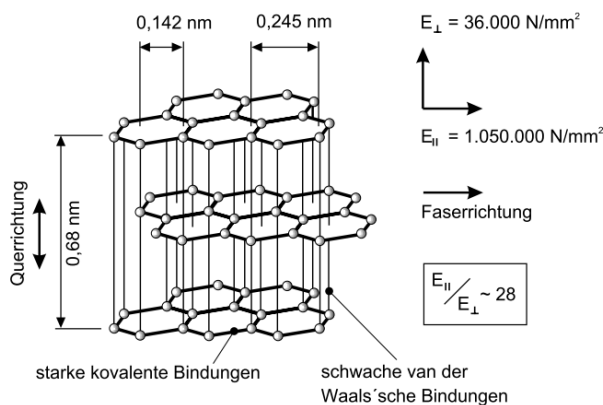


Abbildung 2-1 Ideale Graphitstruktur einer C-Faser [B2],[B3]

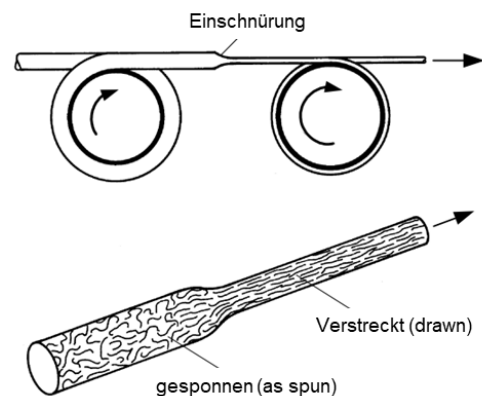


Abbildung 2-2 Prinzip zum Orientieren der Molekülketten durch Verstrecken von Fasern im Herstellprozess [L178]

Es ist somit bereits eine große Errungenschaft, im Zuge des Herstellprozesses von Kohlenstofffasern (Carbonfasern, C-Fasern) durch Recken eine hohe Orientierung der Molekülketten entlang der Faserachse zu erzielen und dadurch einen E-Modul in Faserlängsrichtung zwischen 240.000 N/mm² und 650.000 N/mm² zu erreichen [L178][L46]. Gleichzeitig führt dies zu einer ausgeprägten Anisotropie der mechanischen Eigenschaften parallel und rechtwinklig zur Faserlängsrichtung. Durch das Ausrichten auf molekularer Ebene hat „...ein Werkstoff in Faserform eine vielfach höhere Festigkeit als das gleiche Material in kompakter Form, und je dünner die Faser ist, umso größer ist ihre Festigkeit“ (2. Paradoxon der Faserform, A. A. Griffith) [L46].

Dieses Prinzip ist z. B. im Ingenieur-, Seil- und Bergbau sowie im Bereich der Fördertechnik bei kaltgezogenen hochfesten Drähten für Spannritzen oder Stahlseile bekannt.

starke Spannungsüberhöhung = großer Kerbfaktor

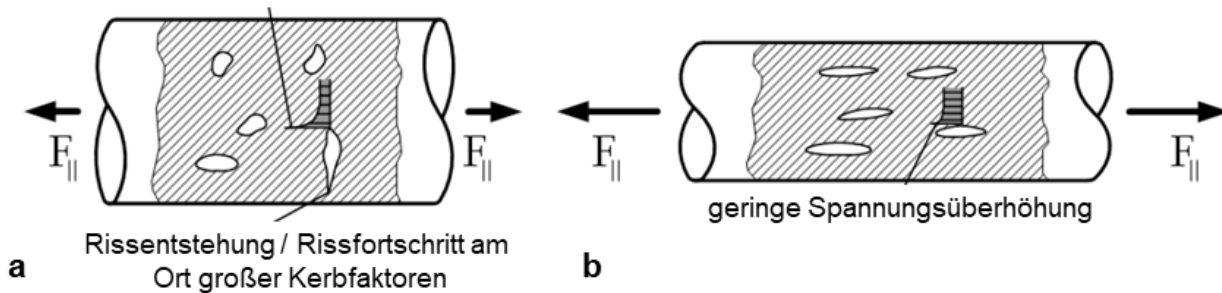


Abbildung 2-3 Herabsetzen der geometrischen Kerbwirkung von Fehlstellen durch Recken einer Faser im Herstellungsprozess, Skizze aus Schürmann [L178] mit überarbeiteter Erläuterung.

Imperfektionen aus dem Herstellprozess sind unvermeidbar und führen entlang einer Faser in unregelmäßigen Abständen unter Zug zu Spannungsspitzen, welche lokal die Tragfähigkeit herabsetzen und erzeugen damit sog. Fehlstellen (vgl. Abbildung 2-3). Sie liegen als Defekte im Kristallgitter vor oder auch als Hohlräume und Einschlüsse. Relevant ist hierbei weniger die Reduktion des tragenden Querschnitts durch die Fehlstellen, sondern vielmehr deren Kerbwirkung. Insbesondere bei spröden Werkstoffen wie im Falle der C-Faser können Spannungsüberhöhungen an Kerben nicht plastisch umgelagert werden, sondern setzen die ertragbare Spannung der einzelnen Faser lokal herab. Dies ist ein weiterer Grund, warum die Festigkeitswerte nicht erreicht werden, die sich aus der atomaren Bindungsenergie rechnerisch herleiten lassen. Schürmann [L178] erwähnt zusätzlich den Zusammenhang zwischen der Form und Ausrichtung von makroskopischen Fehlstellen und der daraus resultierenden Höhe des Kerbfaktors (vgl. Abbildung 2-3). Durch längsgerichtetes Recken kann die Form von geometrischen Fehlstellen gelängt und in Querrichtung verjüngt werden, wodurch sich der Spannungsüberhöhungsfaktor – das Verhältnis der lokalen maximalen Spannung an der Flanke einer Fehlstelle zur Nennspannung, vgl. Abbildung 2-3 – reduzieren lässt. Hierin liegt ein weiterer Grund für die Erhöhung der Festigkeit des Werkstoffes in Faserform gegenüber der kompakten Form. [L178]

2.1.2 Faserwerkstoffe im Vergleich mit Stahlerzeugnissen – warum Carbon?

Als Halbzeuge für Faserverbundwerkstoffe stehen neben Glas- und Kohlenstofffasern auch Fasern aus Basalt und synthetische Aramidfasern (Markennamen Kevlar, Technora, Twaron) zur Verfügung, wobei jeweils ein Spektrum aus Produkten mit unterschiedlichen Materialeigenschaften vorliegt. In einer vereinfachten Einordnung findet sich Glas als kostengünstige Faser mit mittlerer Festigkeit beispielsweise in Massenanwendungen wie Flügeln für Windkraftanlagen, während Carbonfasern mittlerer bis hoher Tragfähigkeit beispielsweise in Rotorblättern von Helikoptern oder als tragende Bauteile im Flugzeugbau eingesetzt werden. Als hochfeste hitzebeständige synthetische Faser kommt Aramid z. B. für temperaturbeständige Isolierungen in der Elektronik zum Einsatz, wird aber aufgrund der hohen Kurzzeitfestigkeit auch für schussichere Westen o. ä. verwendet. Im Bauwesen werden Seile aus Aramid bei der Abspannung von Antennen eingesetzt, wenn ein elektromagnetischer Einfluss der Abspannseile ausgeschlossen werden muss. Dabei kann jedoch nur ein Teil der Tragfähigkeit ausgenutzt werden, da sich bei Belastungen oberhalb von ca. 30 % der Bruchlast ein viskoelastisches temperaturabhängiges Kriechverhalten einstellt, welches für Anwendungen als Zugelement meist unerwünscht ist. Ein noch deutlicher ausgeprägtes temperatur- und lastabhängiges Kriechverhalten ist von Polyethylenfasern (Markenname Dyneema) bekannt – aus diesem Grund sind Bauteile aus entsprechenden Werkstoffen für die meisten Anwendungen im Ingenieurbau nicht geeignet. Unter dauerhafter Belastung auf höherem Lastniveau kann ein fortschreitender Kriechprozess mit vorzeitigem Versagen deutlich unter der statischen Kurzzeitfestigkeit auftreten. Dieses als Kriechbruch bezeichnete Phänomen wird in [N15] für Glas-, Aramid- und Basaltfaserlaminare durch Abminderungen für die ertragbare quasi-ständige Last berücksichtigt. Basaltfasern erschließen hinsichtlich der statischen Festigkeit nahezu das

Spektrum von Carbon, kommen aber bislang noch nicht in vergleichbarem Umfang zur Anwendung und sind hinsichtlich der Beständigkeit gegenüber chemischen Einflüssen mit Carbon nicht gleichwertig einzustufen. Carbonfasern weisen im Gegensatz zu anderen Faserwerkstoffen eine Beständigkeit gegenüber UV-Strahlung und Feuchte sowie zahlreichen anderen Umwelteinflüssen auf. [L46][L178]

Für eine vergleichende Betrachtung sind jedoch nicht in erster Linie die Eigenschaften der Faser, sondern vielmehr die erzielbaren Eigenschaften im Verbundwerkstoff von Belang. Zur Veranschaulichung werden in Abbildung 2-4 die Werkstoffeigenschaften einiger Faserverbundwerkstoffe Werkstoffen aus Stahl gegenübergestellt.

Materialien für Zugelemente

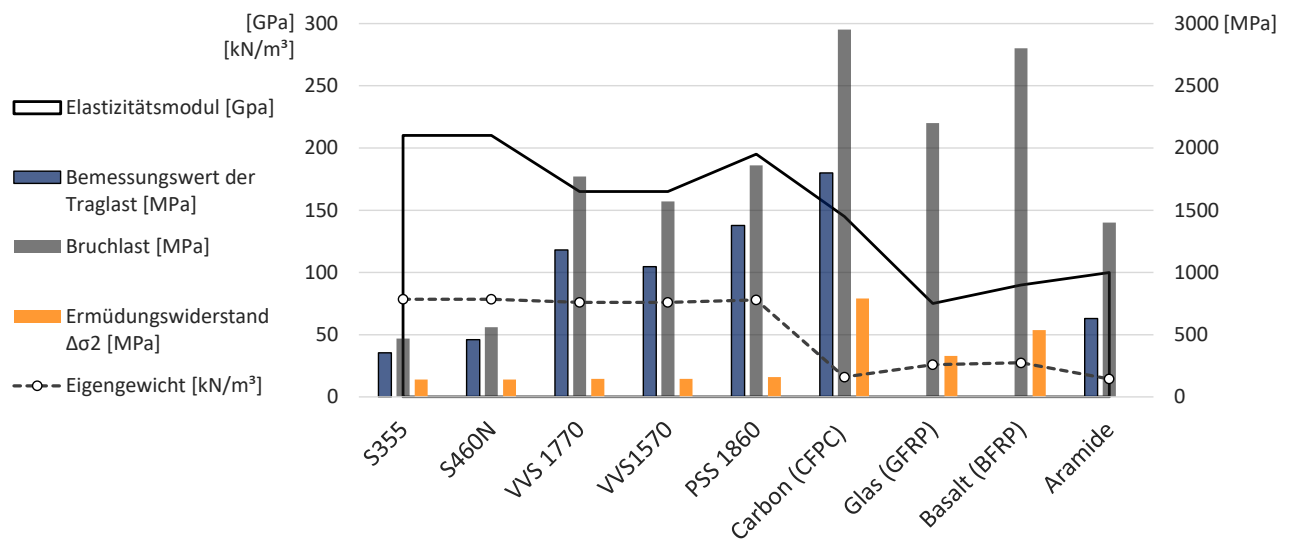


Abbildung 2-4 Erzielbare Eigenschaften von Werkstoffen für Zugglieder – Gegenüberstellung verschiedener Stahlerzeugnisse (normative Werte nach [N3][N5][N8]) mit Faserverbundwerkstoffen (Ergebnisse aus [L66][L129][L105][L214][L46][L178]).

Carbonfasern erreichen in diesem Vergleich die höchste Festigkeit sowohl für ruhende als auch für nicht-ruhende Beanspruchungen. Am deutlichsten unterscheiden sich die Ermüdungsfestigkeit und die Tragfähigkeit bezogen auf das Bauteilgewicht von den anderen betrachteten Werkstoffen. Die Steifigkeit unidirektionaler (UD) Carbonlaminat liegt über der Steifigkeit von Glas- oder Basaltlaminaten in etwa vergleichbar mit vollverschlossenen Stahlseilen und lässt sich durch die Wahl des Fasertyps beeinflussen (vgl. 2.1.4.2). Darüber hinaus zeichnen sich C-Fasern durch ein näherungsweise elastisches Werkstoffverhalten bis zum Bruch aus. Temperatur- und lastabhängige Kriecheffekte (wie beispielsweise bei Aramid) oder eine Reduktion der Tragfähigkeit bei dauerhaft hohem Lastniveau (wie beispielsweise bei Basalt) sind bei Carbon nicht ausgeprägt. [L178][L214]

2.1.3 Unterschied zwischen Material- und Bauteilverhalten

Vergleicht man die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im statischen Traglastversuch für Carbon mit Baustahl oder kaltverfestigten Stahlerzeugnissen (vgl. Abbildung 2-5 – links) werden die Unterschiede erkennbar. Die Bruchdehnung liegt für UD Carbonlaminat bei ca. 1,5 – 2,1 % und damit deutlich niedriger als bei duktilen Stahlerzeugnissen, welche ein ausgeprägtes plastisches Fließverhalten vor dem Bruch aufweisen [L46]. Im Stahlbau ist das plastische Umlagerungsvermögen bei Überlast ein wesentlicher Bestandteil des Sicherheitskonzeptes, welches für Bauteile aus Carbon nicht herangezogen werden kann.

Für einen Einsatz in einem Tragwerk sind zudem die Eigenschaften auf Bauteilebene von Bedeutung. Betrachtet man die Kraft-Dehnungs-Beziehung eines Carbonzuggliedes (vgl. 2.3.1) und eines Baustahlquerschnitts gleicher Traglast, aus S355 stellt man fest, dass die Dehnung beim Carbonzugglied auf Gebrauchslastniveau in etwa um den Faktor 6 größer ist, als beim Stahlquerschnitt (vgl. Abbildung 2-5 – rechts). Für einen Verankerungstyp, welcher nahezu die Laminatfestigkeit erreicht, ist ein Faktor von ca. 10 möglich. Sollen Seile aus Stahl durch Carbon ersetzt werden, liegt der Faktor zwischen 1,3 und 2,4. In einigen Fällen wurde hieraus eine Forderung abgeleitet, Carbonzugglieder so zu bemessen, dass eine äquivalente Steifigkeit erzielt wird. Dann kann die Festigkeit nicht ausgenutzt werden. Für Pilotanwendungen mit Stahl- und Carbonzuggliedern in einem gemeinsamen Tragwerk [L118] ist dies nachvollziehbar. In den meisten anderen Anwendungen wird sich dieser Ansatz nur in Sonderfällen wirtschaftlich begründen lassen. Es kann insbesondere dann von einer materialgerechten Konstruktion gesprochen werden, wenn auch die im Vergleich mit Stahlzuggliedern geringere Bauteilsteifigkeit vorteilhaft genutzt werden kann (vgl. 2.4.1).

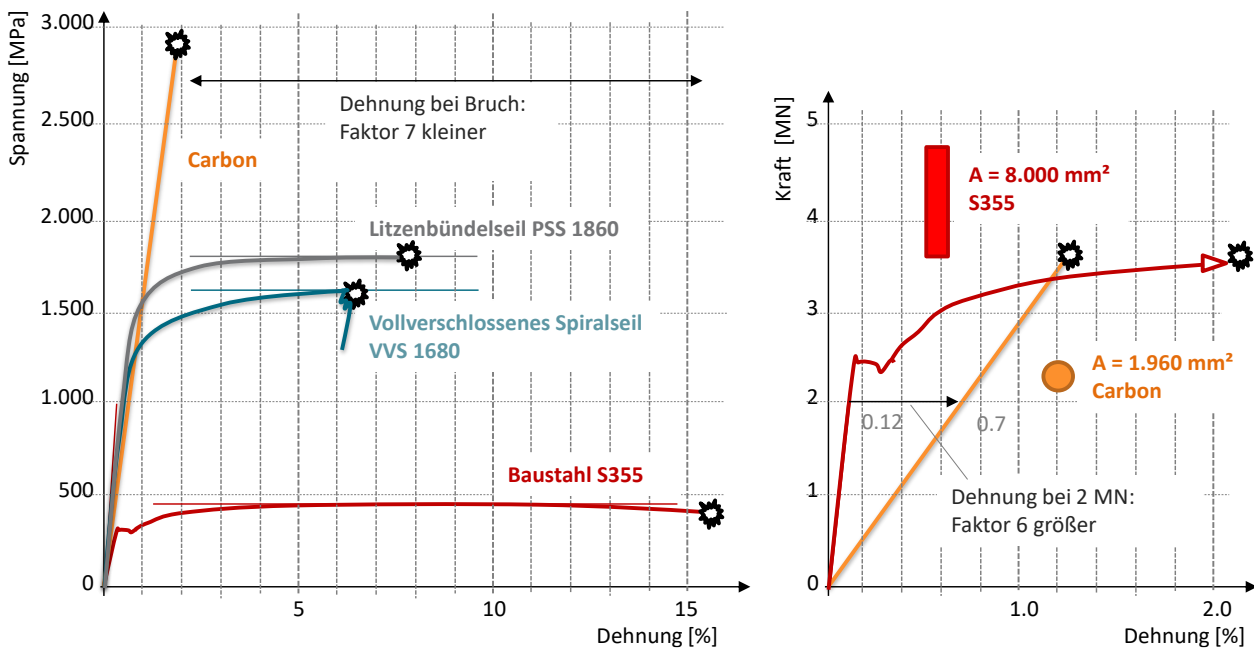


Abbildung 2-5 Gegenüberstellung des Material- und Bauteilverhaltens [L78]. Links: Prinzipdarstellung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf Werkstoffebene für Baustahl, kaltverfestigte Stahldrahterzeugnisse und Carbon. Rechts: Prinzipdarstellung der Kraft-Dehnungs-Beziehung von Zuggliedern aus Baustahl und Carbon mit gleicher Traglast.

2.1.4 C-Fasern

2.1.4.1 Herstellung

Entwicklung und Herstellung von Carbonfasern werden nachfolgend aus [L178] zusammengefasst: Erste experimentelle Anwendungen von Kohlenstofffasern auf der Basis von Baumwollgarnen und Bambusfasern entstanden um 1878 auf der Suche nach langzeitbeständigen Fäden für Glühlampen. Diese haben jedoch mit den heute verwendeten Verstärkungsfasern wenig gemeinsam. Der überwiegende Anteil heute verwendeter C-Fasern wird auf Basis der Textilfaser Polyacrylnitril (PAN) als Faservorprodukt (Precursor) hergestellt. Für hochwertige C-Fasern wird die aus der Textilindustrie preisgünstig verfügbare PAN-Faser (textile type) bereits bei der Herstellung stärker verstreckt, um für die Graphitebenen eine Vororientierung zu erreichen (aerograde type). Über den weiteren Herstellungsprozess können Elastizitätsmoduln bis ca. 450 GPa, die Zugfestigkeit bis ca. 7.000 MPa und Bruchdehnung bis ca. 3 % in unterschiedlicher Kombination erreicht werden. Zur Herstellung hochmoduliger C-Fasern wird Petroleum- oder Steinkohlepech als Ausgangsmaterial genutzt. Durch thermische Behandlung in eine Flüssigkristallphase (Mesophase) umgewandelt, wird im

anschließenden Schmelz-Spinnprozess bereits eine Ausgangsfaser mit sehr hoher Orientierung parallel zur Faserachse gewonnen. Die weitere Verarbeitung der Pechfaser (pitch fibre) bis zur C-Faser gleicht derjenigen auf PAN-Basis. In erster Stufe wird das thermisch nicht stabile PAN-Ausgangsmaterial bei 180 – 350 °C in oxidativer Atmosphäre in eine unschmelzbare Struktur überführt. In zweiter Stufe erfolgt bei Temperaturen bis 1.500 °C unter Stickstoffatmosphäre die Carbonisierung, wobei durch Abspaltung der Nicht-Kohlenstoff-Atome ein Masseverlust von etwa 50 % stattfindet. In dritter Stufe werden die Fasern bei Temperaturen von 2.000 – 3.000 °C bei gleichzeitigem Verstrecken einer Graphitierung unterworfen. Temperaturführung und der Grad der Verstreckung bestimmen dabei maßgeblich die erzielten mechanischen Eigenschaften der Fasern. Mit steigender Orientierung der Graphitebenen parallel zur Faserachse bereits in der Ausgangsfaser und im weiteren Prozess durch das Verstrecken steigen auch der E-Modul der Faser und deren Dichte. Mit steigendem E-Modul ist gewöhnlich eine Abnahme der Festigkeit verbunden. Im vierten Schritt erfolgt eine Oberflächenbehandlung der C-Faser, wobei nasschemisch (Salpetersäure) oder thermisch (Oxidation) Oberflächenoxide erzeugt werden, welche mit funktionellen Gruppen der Polymermatrix chemisch reagieren. Diese oxidative Oberflächenbehandlung verbessert die Haftung der Matrix zur C-Faser deutlich und sollte nicht mit dem fünften und letzten Schritt verwechselt werden: Zum Schutz der Fasern bei der Weiterverarbeitung und zur Verbesserung der Verarbeitbarkeit werden in der Regel dünne Polymerschichten, sog. Schichten aufgebracht (seizing). Diese bestehen meist aus modifizierten Epoxidharzsystemen, welche auf die weiteren Verarbeitungsschritte und die jeweilige Anwendung hinsichtlich der Oberflächenhaftung abgestimmt sein können. Es gibt aber auch ungeschlichtete Fasern am Markt. [L178]

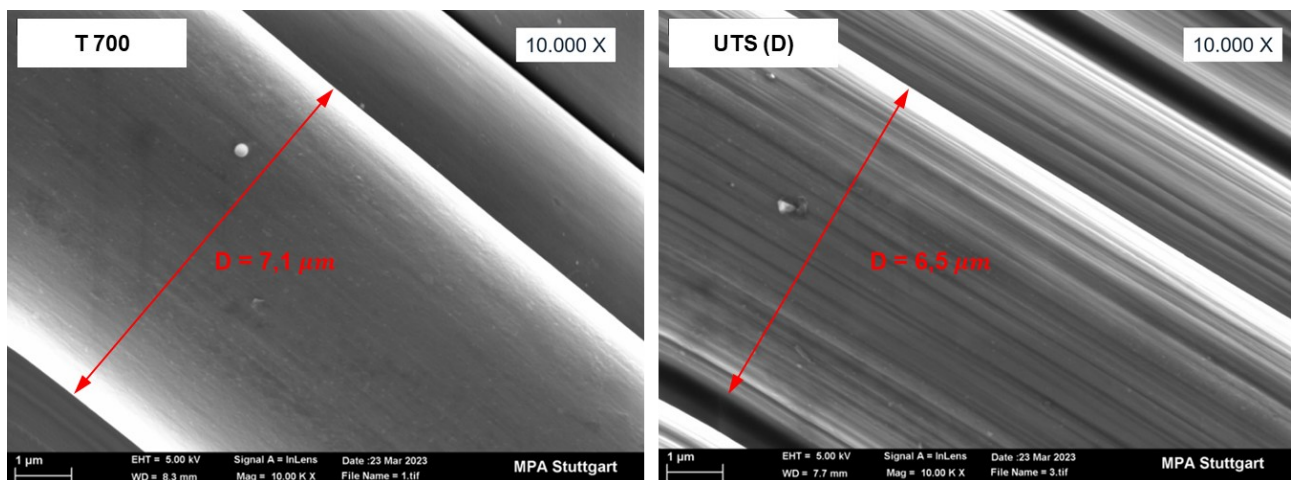


Abbildung 2-6 REM-Aufnahmen zweier UT C-Fasern (Einordnung vgl. 2.1.4.2) mit ähnlichen Faserfestigkeiten zeigen unterschiedliche Texturen der Oberfläche (MPA Stuttgart [B4]).

In Abbildung 2-6 sind REM-Aufnahmen für zwei unterschiedliche C-Fasertypen mit ähnlichen mechanischen Eigenschaften gezeigt, aus welchen die Probekörper für die in Kapitel 3 beschriebene Bauteilversuche hergestellt wurden. Neben dem Durchmesser unterscheidet sich auch die Oberflächentextur. Der Durchmesser einzelner C-Fasern beträgt 5 – 10 µm. Handelsüblich werden Faserbündel als sog. Rovings bestehend aus parallel angeordneten einzelnen Endlosfasern (Filamenten) vertrieben und durch die Angabe der Anzahl der Einzelfilamente mit 1K bis 24K und der längenbezogenen Masse in tex (1 g / 1.000 m) spezifiziert. K steht hierbei jeweils für 1.000 Filamente. [L178]

2.1.4.2 Unterschiedliche Arten von C-Fasern

In Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls und der Faserfestigkeit haben sich Carbonfaserklassen etabliert, welche auch in Handelsnamen zu finden sind und eine prinzipielle Einteilung hinsichtlich der Eigenschaften und Einsatzgebiete erlauben (Abbildung 2-7). Die verwendeten Bezeichnungen sind jedoch nicht verbindlich geregelt.

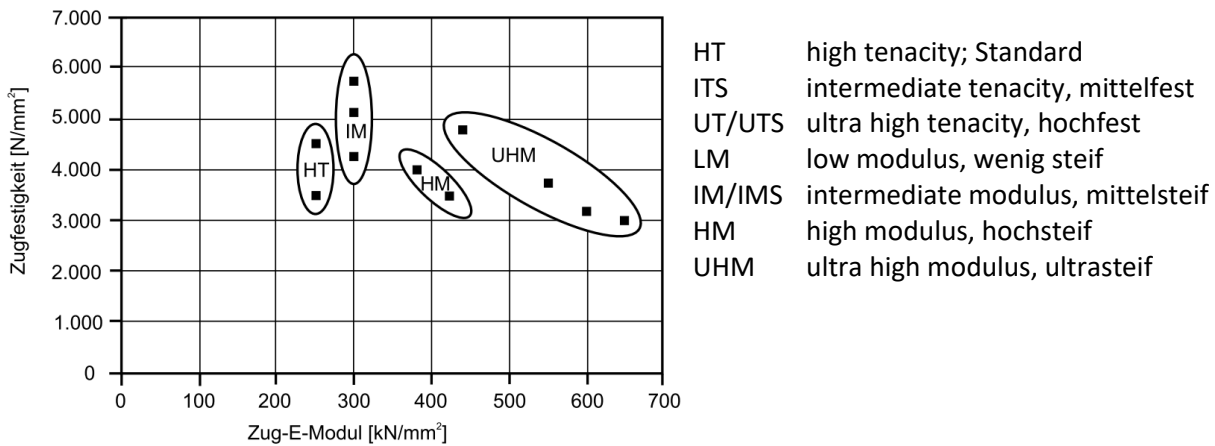


Abbildung 2-7 Einteilung der C-Fasern, Grafik aus [L46]. Bezeichnungen aus dem aktuellen Praxisgebrauch ergänzt.

2.1.5 Polymere Matrix

Als Matrix bezeichnet man einen Kunststoff, mit welchem Fasern benetzt bzw. Faserbündel getränkt (imprägniert) werden, solange sich der Kunststoff in einem viskosen, verarbeitbaren Zustand befindet und welcher nach einem Erhärtungsprozess mit den Fasern einen last- und formschlüssigen Verbund eingeht. Auch wenn die Verstärkungsfasern die eigentlichen Festigkeitsträger sind, sind die Matrices in mindestens gleicher Weise für das Gelingen von Bauteilen von Bedeutung [L46]. Sie erfüllen eine Reihe notwendiger Aufgaben und sind häufig der Schwachpunkt des Werkstoffes [L178]. Die wesentlichen Aufgaben der Matrix bestehen darin, Kräfte von Faser zu Faser überzuleiten, Kräfte in Fasern einzuleiten, die geometrische Lage der Fasern und die äußere Bauteilgestalt zu wahren und die Fasern vor Umgebungseinflüssen zu schützen. Entscheidend für die Qualität eines Faserverbundwerkstoffes ist daher die Haftung in der Grenzfläche zwischen Matrix und Faser.

In Untersuchungen wird ein Zusammenhang zwischen der Zähigkeit bzw. der Bruchdehnung der Matrix und der erzielbaren Tragfähigkeit des Verbundwerkstoffes beobachtet [L52]. Hieraus können Mindestanforderungen für die Bruchdehnung der Matrix abgeleitet werden [L64]. Die Glasübergangstemperatur T_g der Matrix kann für eine Beurteilung der Materialeigenschaften bei erhöhten Einsatztemperaturen herangezogen werden [N15]. Bei anhaltender Last auch auf niedrigem Lastniveau können bei Kunststoffen fortschreitende bleibende Verformungen beobachtet werden, welche als Kriechen bezeichnet werden. Kriecheffekte können zu Lastumlagerungen führen [L178].

Neben Thermoplasten, welche bei der Herstellung von Profilen im Pultrusionsverfahren eingesetzt werden, kommen aus der Fülle an verfügbaren Matrixwerkstoffen hauptsächlich duroplastische Harze wie z. B. ungesättigtes Polyesterharz (UP-Harz) oder Epoxidharz (EP-Harz) zum Einsatz.

Im Zuge des chemischen Härtungsvorganges tritt bei Harzen eine Volumenschwindung ein. Bei EP-Harzen erfolgt diese überwiegend in der flüssigen Phase, wodurch die Schwindung teilweise durch nachfließendes Harz kompensiert werden kann, was sich günstig auf die Haftung Faser-Matrix auswirkt und bei EP-Laminaten vorteilhaft auf die Schwingfestigkeit auswirkt. [L46]

Neben den Eigenschaften im Endzustand spielen für eine gute Verarbeitbarkeit insbesondere die Viskosität und Verarbeitungstemperatur eine wichtige Rolle. Für die Fertigung der hier betrachteten Strangschlaufen kommt ein heißhärtendes EP-Harz zur Anwendung.

2.1.6 Faser-Kunststoff-Verbund

„Das Ziel, verschiedenartige Materialien zu einem Werkstoffverbund zu kombinieren, um verbesserte Eigenschaften und Synergieeffekte zu erzielen, ist in der Natur gang und gebe“, (Ehrenstein [L46]).

Die Entwicklung der Begriffe für Faserverbundkunststoffe (Ehrenstein [L46]) bzw. Faser-Kunststoff-Verbunde (Schürmann [L178]) zeigt, dass die Funktionen der Verbundpartner Matrix und Faser unterschiedlich gewichtet werden. Der lange verwendete Begriff CFK – Carbon-Faserverstärkter Kunststoff (engl. CFRP – Carbon Fibre Reinforced Polymer) – legt nahe, dass es sich um einen Kunststoff handelt, welcher mit Fasern verstärkt wird. Bei einem auf Zug beanspruchten Bauteil aus UD Verbundwerkstoff werden häufig Fasergehalte von 60 % und darüber eingesetzt. Dementsprechend bestimmen die Eigenschaften der Fasern maßgebend das Werkstoffverhalten. Es ist daher naheliegend, dass bei unidirektionalem Carbonlaminat der Faserwerkstoff im Vordergrund steht und die Matrix eher als notwendiger Zusatz zur Formstabilität des Bauteils angesehen wird. In dieser Betrachtungsweise kommt aber die essenzielle Bedeutung der Matrix zu kurz. Es ist daher nachvollziehbar, dass die Arbeitsgruppe des CEN/TC250/WG4 in dem von ihr vorgelegten Regelwerkvorschlagn [N14] den Begriff Carbon Fibre Polymer Composite (CFPC) verwendet, was als Carbonfaser-Kunststoff-Verbund oder auch Carbonfaser-Verbundwerkstoff übersetzt werden kann (vgl. 2.5.4). In der deutschen Fassung der fortgeschriebenen Vornorm [N15] wird jedoch wieder die in der weltweiten Literatur gebräuchliche Form CFRP verwendet.

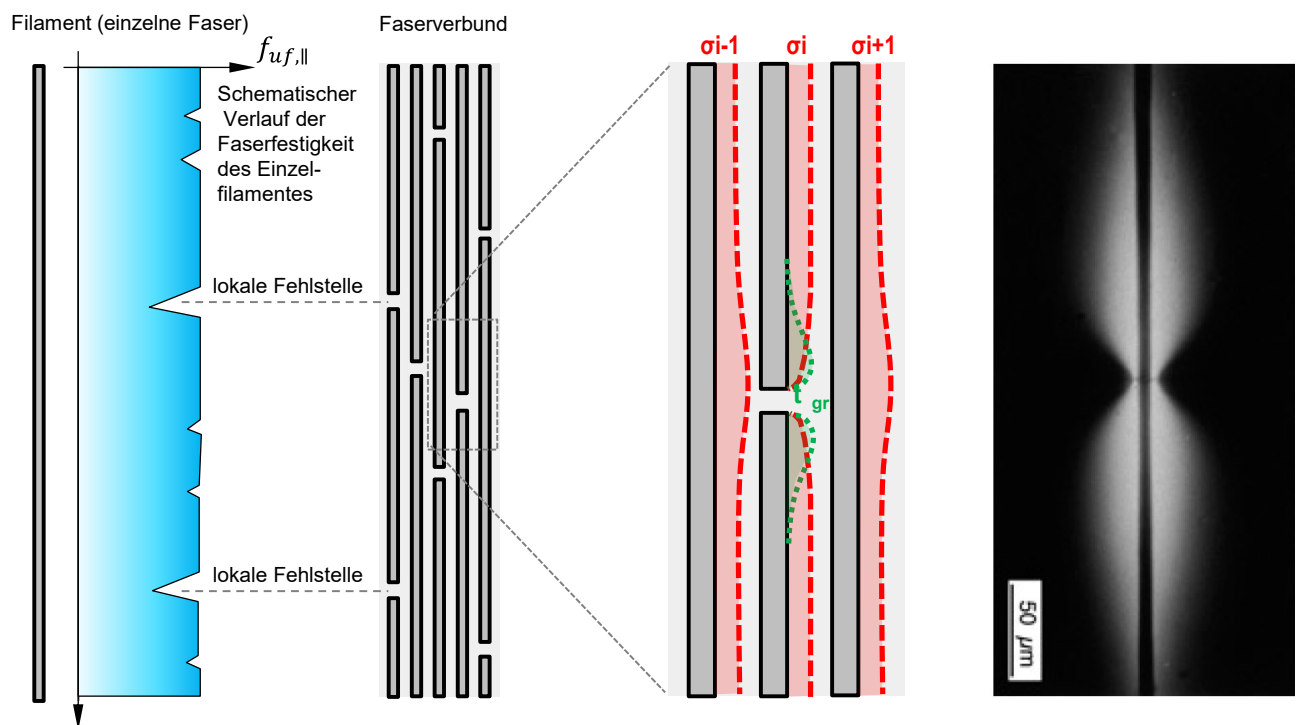


Abbildung 2-8 Links: Schematische Darstellung der Faserfestigkeit $f_{uf,||}$ eines einzelnen Filamentes über die Länge mit Fehlstellen.
Mitte: Lastumlagerung der einzelnen Faser zu den benachbarten Fasern im Verbund am Beispiel eines Faserbruchs mit schematischer Darstellung der Faserlängsspannungen $\sigma_{||}$ und der Schubspannungen an der Fasergränzfläche τ_{gr} .
Rechts: Spannungsoptische Aufnahme eines Faserbruchs aus [B1].

In einem Werkstoffvolumen sind Fehlstellen statistisch zufällig verteilt und orientiert. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Fehlstelle hängt daher von der betrachteten Länge der Faser ab. Dies ist bei Zugversuchen mit unterschiedlicher Probenlänge zu beobachten. „Je kleiner die Einspannlänge, umso größer ist die gemessene Festigkeit einer Einzelfaser“ (Paradoxon der Einspannlänge [L46] bzw. weakest link theory). Messungen der Faserfestigkeit am Roving (Faserbündel, trocken ohne Matrix) oder am Einzelfilament bei

einer großen Einspannlänge erreichen nur etwas über die Hälfte der Festigkeit im Vergleich zu Fasern im Verbund. Das liegt im Wesentlichen daran, dass die Traglast der einzelnen Faser immer durch vorhandene Fehlstellen begrenzt wird. Im Verbund können Kräfte zwischen den Fasern umgelagert werden (Abbildung 2-8). Im Bereich einer Fehlstelle übernehmen die benachbarten Fasern Lastanteile der geschwächten Faser. Durch die Wirkung im Verbund kann „von der stärkeren Komponente (Faser) mehr Last übernommen werden, als wenn sie allein belastet würde, dabei kann der Verbundwerkstoff als Ganzes Spannungen aufnehmen, die die schwächere Komponente zerbrechen würde“ (Paradoxon der Verbundwerkstoffe, G. Slayter [L185]). Die im UD Verbund gemessene Faserfestigkeit auf Zug entspricht nahezu der Faserfestigkeit bei einer Einspannlänge, die gegen Null geht. Für Druck-, Biege- oder Schubbeanspruchung liegt die Tragfähigkeit des Verbundwerkstoffes ein Vielfaches über derjenigen der Einzelkomponenten. Für andere Beanspruchungszustände kann eine ungünstige Faseranordnung einen Verbund jedoch auch erheblich schwächen. Bei schlechter Faser-Matrix-Haftung ist die Festigkeit des Verbundes bei Zugbeanspruchung quer zur Faser sogar deutlich kleiner als die der unverstärkten Matrix. [L178][L46]

2.1.7 Versagensmechanismen im unidirektionalen Faserverbund

Voraussetzung für die Wirkung im unidirektionalen (UD) Verbund ist die Möglichkeit, Kräfte (vorwiegend Schub) über die Faseroberfläche in die Matrix ein- und auszuleiten. Das Verhältnis der Schubtragfähigkeit an der Faseroberfläche zur Zugtragfähigkeit der Matrix ist dabei entscheidend für das Verhalten bei lokaler Überbeanspruchung und die auftretenden Versagensprinzipien. Nachfolgend werden die beiden grundlegenden Versagensmechanismen am Beispiel einer lokalen Fehlstelle einer Faser im Verbund beschrieben. [L54]

- A) Eine hohe Schubtragfähigkeit führt zu einer Verkürzung der Lastausleitungslänge und damit zu einer höheren Zugbeanspruchung der Matrix direkt an der Fehlstelle. Bei lokaler Überbeanspruchung kommt es zum Matrixriss, welcher zunächst an den Nachbarfasern wieder gestoppt wird, für die Nachbarfasern jedoch eine lokale Zusatzbeanspruchung erzeugt. Bei weiterer Laststeigerung kann ein Risswachstum quer zur Faser beobachtet werden, wobei die Fasern jeweils den Riss überbrücken. Es besteht hier eine gewisse Analogie zum Verhalten von bewehrtem Beton in der gerissenen Zugzone. Wird die Tragfähigkeit der rissüberbrückenden Fasern erreicht, sind die Möglichkeiten zu weiterer Lastumlagerung ausgeschöpft und es kommt zum fortschreitenden Versagen.
- B) Ist die Schub- bzw. Verbundtragfähigkeit an der Faseroberfläche geringer, erfolgt bei lokaler Überlastung zunächst ein Versagen des Verbundes. Die überlastete Verankerung der einzelnen Faser gibt damit etwas nach (vergleichbar mit Schlupf an der Verankerung). Auch in diesem Fall erfolgt eine Lastumlagerung auf die Nachbarfasern – jedoch gleichmäßiger und über eine größere Länge verteilt. Allerdings wirkt sich ein fortschreitender Verlust des Haft- bzw. Schubverbundes zwischen Faseroberfläche und Matrix ungünstig auf die Umlagerungsfähigkeit an Fehlstellen der Fasern aus. Es kommt zur fortschreitenden Degradation des Verbundes.

Vor diesem Hintergrund wird verständlich, dass die mikroskopische Oberflächenbeschaffenheit der Faser (vgl. Abbildung 2-6) und die bei der Faserherstellung verwendete Schlichte im Zusammenwirken mit dem Matrixsystem einen wesentlichen Einfluss auf die mögliche Tragfähigkeit des Verbundwerkstoffes insbesondere bei Ermüdungsbeanspruchung haben kann.

Gamstedt und Talreja [L54] konnten die beiden beschriebenen Versagensmechanismen bei Untersuchungen an unidirektionalen CFRP unter Zugschwellbeanspruchung beobachten und die Schadensbilder fotografisch festhalten. Am Beispiel eines initialen Matrixrisses werden die beiden beschriebenen Versagensmechanismen in Abbildung 2-9 gezeigt.

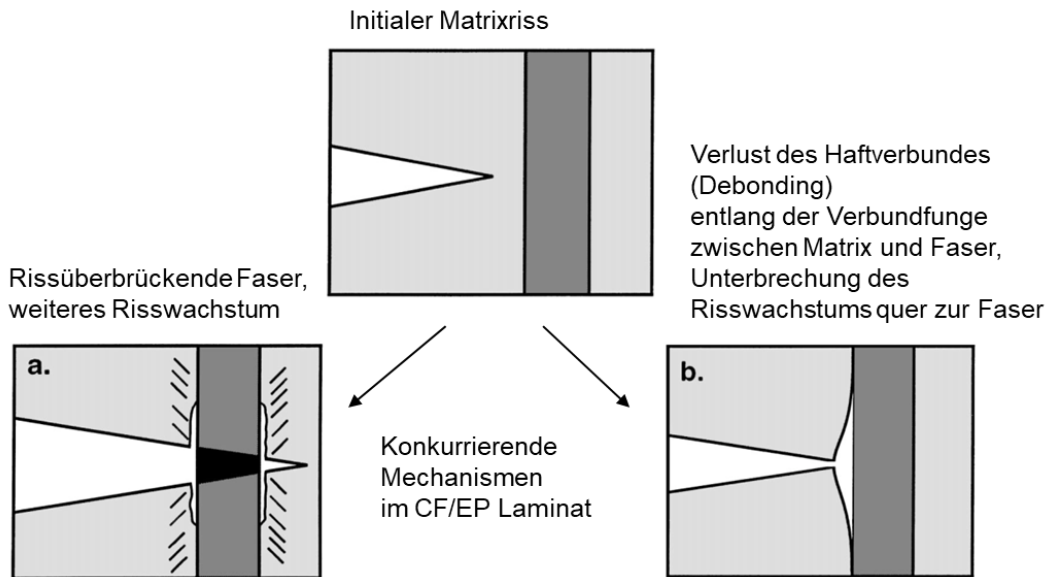


Abbildung 2-9 Prinzipskizzen zu zwei konkurrierenden Versagensmechanismen eines Matrixrisses beim Erreichen einer Faser nach Gamstedt und Talreja [L54].

2.1.8 Werkstoff versus Konstruktion

Für die Eignung als Tragwerksteil sind die erzielbaren Eigenschaften in einem Bauteil von Belang.

Neben den Eigenschaften des Verbundwerkstoffes (Werkstoffeigenschaften) spielen die konstruktiven Details insbesondere im Bereich von Lasteinleitungspunkten eine entscheidende Rolle und setzen in der Regel die nutzbaren mechanischen Eigenschaften gegenüber den theoretisch möglichen Eigenschaften herab (Bauteileigenschaften).

Die Werkstoffeigenschaften sind zudem stark abhängig vom Herstellungsprozess. **Der Werkstoff entsteht im Zuge der Verarbeitung.** Der Grad der Konsolidierung kann in einem Bauteil geometriebedingt oder auch verfahrensbedingt variieren. Die ertragbare Beanspruchung hängt zudem maßgeblich davon ab, inwieweit sich alle Fasern in einem unidirektionalen Laminat gleichmäßig am Lastabtrag beteiligen können. Hierbei spielt einerseits die konstruktive Ausgestaltung der Detailbereiche eine wesentliche Rolle. Andererseits müssen unvermeidbare Imperfektionen im Zuge des Herstellungsprozesses wie bspw. Unregelmäßigkeiten in der Anordnung und Ausrichtung der Fasern im Vorprodukt, ungleichmäßige Spannung der Fasern beim Aufbau des Querschnitts, Welligkeiten und Twist durch eine unplanmäßige Veränderung der Faserachse im Zuge der Konsolidation zuverlässig auf ein akzeptables Maß beschränkt werden.

Für die Qualitätssicherung der Komponenten des Verbundwerkstoffes können Kleinmuster herangezogen werden. Rückschlüsse auf die im Bauteil erreichten Eigenschaften sind nur bedingt über Kleinprobenversuche möglich, sofern die maßgebenden Detailbereiche und Mechanismen an der Kleinprobe ebenfalls abgebildet werden.

Es besteht hier eine gewisse Analogie zur Herstellung von komplexen Bauteilen aus Stahlguss: Für die Beurteilung der Werkstoffzusammensetzung (chemische Zusammensetzung der Schmelze) ist eine separat gefertigte Kleinprobe gut geeignet. Die tatsächliche Beschaffenheit des Kristallgefüges im Großbauteil hängt jedoch von vielen weiteren Faktoren ab und kann durch Kleinproben oft nicht in gleicher Weise reproduziert werden.

2.2 UD Carbonfaserverbundwerkstoffe – Stand des Wissens und der Technik

2.2.1 Von den Anfängen der Forschung bis Heute

In den 1960er Jahren setzte parallel zur Entwicklung der Technologie zur Herstellung von Carbonfasern eine intensive Grundlagenforschung zur Beschreibung der Werkstoffeigenschaften ein (z. B. [L33][L89]). Zunächst konzentrierten sich die Einsatzgebiete auf die Forschung und militärische Anwendungen. Mit fallendem Preis der Fasern ab Ende der 1970er Jahre wurden weitere Anwendungsgebiete erschlossen, so dass zur Jahrtausendwende ein breites Literaturwerk mit Schwerpunkten auf Anwendungen in der Luft- und Raumfahrt und dem Energiesektor zur Verfügung stand. Kernthemen waren die Bauteildimensionierung [L178][L46][L66] und Lebensdauerberechnungen [L98][L205]. Schwerpunkte der jüngeren Forschung betreffen auch Untersuchungen zu Versagensmechanismen [L140] und dem Verhalten bei extrem hohen Lastwechselzahlen (Ultra High Cycle Fatigue – UHCF) [L38], dem Tragverhalten bei höheren Temperaturen [L189], einer Charakterisierung des nichtlinearen Materialverhaltens [L96][L95] und Erklärungen dafür auf Basis der Betrachtung von Mikrostruktureffekten [L117].

Gegenstand jüngerer Forschungsvorhaben sind u. a. der Einsatz nichtmetallischer Bewehrung (Carbonbeton) [L32], Anwendungen zur Vorspannung von Beton mit Carbonzuggliedern [L6], mit Carbondrähten vorgespannte Betonfertigteile, Carbonbewehrung, Carbonverstärkungen zur Sanierung von ermüdungsgeschädigten Stahlkonstruktionen [L203] sowie der Einsatz von Carbonseilen für vorgespannte Seiltragwerke aus Carbon [L176][L175] und für den Brückenbau [L173][L74]. Vermehrt wird auch zur Frage der Recycling- und Weiterverwendungsmöglichkeiten geforscht. Dies umfasst beispielsweise Untersuchungen zum Einfluss von Recyclingmethoden auf die Fasereigenschaften [L88] oder auch zu einer direkten Weiterverwendbarkeit von Carbonrunddrähten eines Spannkabels, welches nach 18 Jahren im Einsatz als Unterspannung einer Fußgängerbrücke entnommen und für weitere sieben Jahre unter freiem Himmel ausgelagert wurde [L14].

Auf den Stand der Wissenschaft zum Tragverhalten und zur Betriebsfestigkeit unidirektionaler Carbonlamine im Allgemeinen wird in 2.2.4, 2.2.5 und 5.1.4 näher eingegangen, gefolgt von Aspekten zur Resttragfähigkeit nach Ermüdungsbelastung (vgl. 5.1.4.6) und zum Dauerstandsverhalten (vgl. 2.2.6). Im Anschluss wird der Kenntnisstand in Bezug auf die Besonderheiten von Carbonzuggliedern mit Schlaufenverankerung beleuchtet, wobei auf die Traglast (vgl. 2.3.2) und Betriebsfestigkeit (vgl. 2.3.3), den Einfluss erhöhter Betriebstemperaturen (vgl. 2.3.4), das dynamische Verhalten (vgl. 2.3.5) und die Bauteil-Tragwerks-Wechselwirkung (vgl. 2.4.1) eingegangen wird.

2.2.2 Anwendungen von Carbon für Zugelemente im Bauwesen

Der Einsatz von **Carbonlamellen** zur nachträglichen äußerlichen Verstärkung von Betontragwerken markiert ab den 1980er Jahren den Durchbruch für eine breite Anwendung von Carbonzugelementen im Bauwesen [L120]. Die einfache Handhabung und das geringe Gewicht sowie die Beständigkeit gegen Witterungseinflüsse spielen für diese Anwendung eine entscheidende Rolle. Die Anwendung ist bis heute Stand der Technik und wird auch für lokale Verstärkungsmaßnahmen in schadhafte Stahltragwerken eingesetzt.

Konzepte für Anwendungen im Bauwesen für extrem weit spannende Brücken (z. B. [L119]) und Entwicklungen für Seil- und Vorspannsysteme standen zum Ende des Jahrtausends zwar zur Verfügung [L174], blieben aber abgesehen von Demonstratorprojekten weitgehend ungenutzt. Frühe spanngliedähnliche Zugelemente aus Bündeln von Carbonstäben besitzen große und aufwändige Vergussankerköpfe und wurden ab den 1990er Jahren für die externe Vorspannung für Spannbeton und bei Schrägseilbrücken eingesetzt [L118]. 1996 erfolgte der erste Einsatz von **Carbon-Paralleldrahtbündeln** für zwei der insgesamt 24

Schrägseile der Storchenbrücke Winterthur [L122] mit Bruchlasten von je rund 12 MN [L118]. Weitere frühe Applikationen von Spannkabeln aus Paralleldrahtbündeln sind bei der Unterspannung der Fußgängerbrücke Kleine Emme (1998) [L122] und einer nachträglichen Verstärkung durch externe Spannglieder aus Carbon-Paralleldrahtbündeln in einem Spannbetonhohlkasten einer Straßenbrücke bei Verdasio (1998) zu finden [L122]. Die Technologie wird bis heute weiterentwickelt und kommt beispielsweise im Jahr 2024 als Vorspannkabel einer Spannbetonbrücke bei Luzern [L223] und erstmals bei einer Schrägseilbrücke in China [L159] zum Einsatz.

Eine Fußgänger-Hängebrücke in Neigles in der Schweiz [L111] wurde 1998 mit Tragseilen aus 16×7 CFCC **Carbon-Runddrahtlitzen** ausgerüstet und bildet damit den Anfang zahlreicher weiterer Anwendungen von Carbon-Runddrahtlitzen, wie bspw. die Fußgängerbrücke in Herning / Dänemark mit 16 Schrägseilen aus 1×37 Carbon-Runddrahtlitzen mit zylindrischen Vergussankerhülsen (1999) [L111] und die Fußgängerbrücke in Laroin / Frankreich (2002) [L111] mit Schrägseilen aus mehreren 1×7 Litzen. 2006 werden Carbon-Runddrahtlitzen als Schrägseile bei der Penobscot Narrows Bridge / USA für den Straßenverkehr eingesetzt [L111]. Anwendungen dieser Technologie reichen heute von Seilsystemen über die Vorspannung von Betontragwerken bis zur Kopplung von Beton-Fertigteilen [L6].

Strangschlaufen aus nichtlamierten **CFRP-Lamellen** mit Verankerungen durch Umlenkbolzen werden als Unterspannung einer Fischbauchträger-Fußgängerbrücke an der Empa Dübendorf (2007) und als Spannband einer Spannbandbrücke an der TU Berlin (2007) verwendet. In Einzelfällen, wie beispielsweise bei der Sanierung des gotischen Holz-Dachstuhles der Frauenkirche in Meißen (1995) [L100], wurden nichtlamierte Carbonstrangschlaufen als Zugelemente aufgrund des nahezu invarianten Temperaturendeckungsverhaltens eingesetzt, um eine von thermischen Einflüssen unabhängige zusätzliche Unterspannung im Tragwerk zu erzielen. Durch den Einsatz von nichtlamierten Carbonstrangschlaufen als nachträgliche Schubverstärkung von Betongurten, welche nach heutigem Maßstab eine unzureichende Querkraftbewehrung aufweisen, kann eine Weiternutzung von Bestandtragwerken aus Beton ermöglicht werden. Dieses Verfahren wurde 2022 bei der Sanierung des Leuenhofs in Zürich in großem Maßstab eingesetzt [L125].

Laminierte Carbonstrangschlaufen mit Kauschen und Bolzenverankerung kommen 2011 als Spannband für eine Fußgängerbrücke in Cuenca / Spanien zum Einsatz [L142]. Im Hochbau kommen laminierte Carbonstrangschlaufen als externe Vorspannung zur Erdbebenverstärkung von Mauerwerk zum Einsatz [L167]. Zwei weitere Anwendungen sind zunächst nicht dem Bauwesen zuzuordnen, spielen jedoch für die nachfolgend beschriebene Anwendung im Brückenbau eine Rolle: Der Kranhersteller Liebherr verwendet seit 2009 für Hochleistungs-Mobilkrane Zugstangen aus Carbon als Rückhaltstangen für den Kranballast und den Ausleger [L28]. Durch das geringere Gewicht im Vergleich zu Stahlaugenstäben kann ein bis zu 20 % höherer Ausleger auf dem gleichen Fahrwerk aufgerichtet werden. Die Handhabung der Rückhaltstangen beim Auf- und Abbau wird durch das geringe Stückgewicht erheblich vereinfacht. Gleichzeitig kann die Nutzungsdauer der Zugglieder im Vergleich zu den bisher verwendeten Augstäben vergrößert werden. Für stehende Takelage von Segelbooten werden speziell im Sport- und Wettkampfssektor wie auch für Luxusyachten mittlerweile Zugglieder aus Faserverbundwerkstoff eingesetzt [L35][L150], wobei Strangschlaufen aus Carbon aufgrund der vorteilhaften mechanischen Eigenschaften und der leichten Fügbarkeit eine wesentliche Rolle spielen.

Die im Weiteren näher betrachtete Anwendung von laminierten Carbonstrangschlaufen als Hänger in Brückentragwerken profitiert von den Erfahrungen mit Ermüdungslasten aus den Anwendungen im Kranbau und den Erkenntnissen zur Dauerhaftigkeit schlanker exponierter Zugglieder in salzhaltiger Umgebung aus dem Segelbereich.

2.2.3 Zugglieder aus Carbonfaserverbundwerkstoff

Verankerungen bestimmen die nutzbare Traglast

Ein Schwerpunkt der Forschung an Zuggliedern aus Carbon betrifft deren Verankerung [L174]. Um die hohe Faserzugfestigkeit des Werkstoffes ausnutzen zu können, müssen Dehnwege erreicht werden, welche die aus dem Stahlbau gewohnten Verformungen um etwa das Fünffache übersteigen (vgl. Abbildung 2-5 – rechts). Hieraus ergibt sich ein grundsätzliches Kompatibilitätsproblem für jegliche Art von Anschluss eines Carbonzugelementes an Bauteile aus Stahl, welches in einer Vielzahl von Lösungsansätzen und mehreren Dutzend Forschungs- und Entwicklungsprogrammen weltweit behandelt wurde [L174] und noch immer weiterentwickelt wird. Die Kernfrage lautet: Wie kann die hohe elastische Dehnung, welche bei hoher Ausnutzung der Faserzugfestigkeit auftritt, am Eintritt in eine Verankerung einerseits zugelassen und andererseits sukzessive und gleichmäßig abgebaut werden, ohne dabei die Längszugfestigkeit durch unerwünschte Effekte aus Querdruck oder Schub lokal zu mindern?

Carbonzugglieder und deren Verankerungen

Die Lösungsansätze für dieses Problem, welche den gebräuchlichen Verankerungssystemen von Carbonzuggliedern zugrunde liegen, umfassen die graduelle Lasteinleitung durch Umlenken, Klemmen, Kleben in verschiedener Kombination und unter Verwendung von Formen oder Materialien mit unterschiedlicher, teils abgestufter Steifigkeit. Eine Übersicht der Prinzipien und Systeme wird in [L174] gegeben und in nachfolgender Tabelle 2-1 zusammengefasst.

Tabelle 2-1 Verankerungssysteme nach [L174] und deren erreichbare Effizienz η_T der Bauteiltragfähigkeit in Bezug zur Laminattragfähigkeit des Querschnitts. Graphische Darstellungen aus [L174].

	<p>Verankerungskörper für CFRP-Stäbe mit Vergussmassen</p> <table border="0"> <tbody> <tr> <td>a</td> <td>Zylindrischer Vergusskörper</td> <td>$\eta_T < 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>Konische Vergusshülse [L141]</td> <td>$\eta_T < 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>Gradientenvergusskörper [L118]</td> <td>$\eta_T \leq 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>Inverser Konus [L37]</td> <td>$\eta_T < 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>e</td> <td>Inverser segmentierter Konus [L37]</td> <td>$\eta_T = 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>Expansiver Vergussmörtel [L10]</td> <td>$\eta_T < 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> </tbody> </table>	a	Zylindrischer Vergusskörper	$\eta_T < 100 \%$	(A)	b	Konische Vergusshülse [L141]	$\eta_T < 100 \%$	(A)	c	Gradientenvergusskörper [L118]	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)	d	Inverser Konus [L37]	$\eta_T < 100 \%$	(A)	e	Inverser segmentierter Konus [L37]	$\eta_T = 100 \%$	(A)	f	Expansiver Vergussmörtel [L10]	$\eta_T < 100 \%$	(A)
a	Zylindrischer Vergusskörper	$\eta_T < 100 \%$	(A)																						
b	Konische Vergusshülse [L141]	$\eta_T < 100 \%$	(A)																						
c	Gradientenvergusskörper [L118]	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)																						
d	Inverser Konus [L37]	$\eta_T < 100 \%$	(A)																						
e	Inverser segmentierter Konus [L37]	$\eta_T = 100 \%$	(A)																						
f	Expansiver Vergussmörtel [L10]	$\eta_T < 100 \%$	(A)																						
	<p>Verlauf der Schub- und Radialspannungen in verschiedenen Verankerungskörpern [L37]</p>																								
	<p>Verankerungskörper für CFRP-Stäbe oder -Lamellen mit Vergussmassen</p> <table border="0"> <tbody> <tr> <td>g</td> <td>Aufgespaltetes Lamellenende</td> <td>$\eta_T \leq 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>h</td> <td>Aufgespaltetes Stabende [L179]</td> <td>$\eta_T \leq 100 \%$</td> <td>(A)</td> </tr> <tr> <td>i</td> <td>Angestuftes Stabende [L179]</td> <td>$\eta_T < 100 \%$</td> <td>(E)</td> </tr> </tbody> </table>	g	Aufgespaltetes Lamellenende	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)	h	Aufgespaltetes Stabende [L179]	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)	i	Angestuftes Stabende [L179]	$\eta_T < 100 \%$	(E)												
g	Aufgespaltetes Lamellenende	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)																						
h	Aufgespaltetes Stabende [L179]	$\eta_T \leq 100 \%$	(A)																						
i	Angestuftes Stabende [L179]	$\eta_T < 100 \%$	(E)																						
<p>(A) In der Anwendung, (E) Entwicklungsstudien</p>																									

	<p>Verankerungen durch Umlenkung</p> <p>k Nichtlamierte Strangschlaufe [L210] $\eta_T < 100\%$ (E) mit freiem Ende</p> <p>l Lamierte Strangschlaufe [L211] $\eta_T < 100\%$ (A)</p>
	<p>Klemmverankerungen</p> <p>m Klemmverankerung mit vorgespannten Schrauben für Rundstäbe [L10] $\eta_T < 100\%$ (E)</p> <p>n Lamellenanker, Klemmverankerung mit vorgespannten Schrauben [L37] $\eta_T \leq 100\%$ (A)</p>
	<p>Klemmkeilverankerungen</p> <p>o Keilverankerung mit Metall-Klemmkeilen für Stäbe [L97] $\eta_T < 100\%$ (A)</p> <p>p Keilverankerung für Lamellen (Stress-head) [L179] $\eta_T < 100\%$ (A)</p> <p>q Zweikomponentenkeil [L19] $\eta_T = 100\%$ (A)</p>
	<p>Pressklemmverankerung</p> <p>r Formschlussanker für Rundstäbe durch heißes Aufpressen [L36] $\eta_T < 100\%$ (E)</p>
	<p>Lamellen-Klebeverankerung (beispielhaft)</p> <p>s Scher-Lochleibungsverbindung mit CFK-Titan-Verbundanker für Lamellen [L212] $\eta_T < 100\%$ (E)</p>

(A) In der Anwendung, (E) Entwicklungsstudien

Für einige der Systeme ist es bereits gelungen eine Tragfähigkeit der Verankerung in der Größenordnung der möglichen Traglast des verankerten Laminatquerschnitts zu erzielen – meist verbunden mit einem erhöhten Aufwand und Platzbedarf. Unter dem Aspekt der Dauerhaftigkeit sind jene Systeme kritisch zu hinterfragen, bei welchen Kriechprozesse in der Matrix dauerhaft zu einer Umlagerung von Kräften und damit zu einer Verminderung der Traglast führen können. Das gilt insbesondere für Systeme, bei welchen eine externe, von der axialen Beanspruchung unabhängige Klemmkraft eingesetzt wird.

Es wird ersichtlich, dass viele einfache Verankerungssysteme nicht in der Lage sind, die Laminattragfähigkeit des verankerten Querschnitts ohne Abminderung dauerhaft zu übertragen. Dies gilt auch für die in dieser Arbeit näher diskutierte laminierte Strangschlaufe (vgl. 2.3.1), für welche im Mittel zwischen 60 % und 65 % der rechnerischen Zugtragfähigkeit des Faserquerschnitts erreicht werden können. Für Anwendungen mit größerer Bauteillänge kann eine aufwändigere Verankerung bei höherer Nutzbarkeit des Querschnitts wirtschaftlich sinnvoll sein.

2.2.4 Modelle zur Traglastberechnung bei Faserverbundwerkstoffen

Zahlreiche Modelle wurden im Laufe mehrerer Jahrzehnte entwickelt, um das Versagensverhalten von Faserverbundwerkstoffen zu beschreiben. Im Rahmen von mehreren weltweiten Wettbewerben [L186] wurde versucht, das jeweils „beste“ Modell zu bestimmen. Ein Überblick aus [L161] ist nachfolgend zusammengefasst.

Zunächst wurde versucht das Verbundwerkstoffverhalten ersatzweise durch homogene isotrope Materialmodelle nach Coulomb, Mohr, von Mises und Tresca zu beschreiben [L22], wenngleich nur die Matrix ein homogenes isotropes Verhalten zeigt und auch für duktile Polymere ein sprödes Versagensverhalten auftritt, wenn sie als Matrix im Faserverbund verwendet werden [L50]. Für isotrope Werkstoffe wird davon ausgegangen, dass unter isostatischem Druck kein Versagenszustand erreicht wird. Ob dies auch für Carbonlaminat zutrifft oder ob die Grenzfläche einer Versagensfunktion im mehrdimensionalen Spannungsraum für isostatischen Druck geschlossen ist, wurde zunächst intensiv diskutiert [L161]. Unter Berücksichtigung der Inhomogenität des Werkstoffes wird erkennbar, dass auch bei isostatischem Druck zwischen Fasern und Matrix Spannungszustände auftreten, die von einem isostatischen Zustand stark abweichen, sodass auch dann ein Versagenszustand erreicht werden kann.

Unabhängige Grenzbedingungen für Spannungs- oder Dehnungsanteile in verschiedene Belastungsrichtungen können die gegenseitige Beeinflussung des Widerstandes nicht abbilden. Eine weit verbreitete Möglichkeit zur Berücksichtigung der Interaktion unterschiedlicher Komponenten des Spannungstensors durch eine polynomisch beschreibbare, stetige Grenzfläche liegt bspw. den Versagenskriterien nach Tsai und Wu [L202], Norris und Tsai-Hill [L161] zugrunde. Eine Differenzierung zwischen Faser-, Matrix- oder Verbundversagen ist mit einer stetigen mathematischen Funktion jedoch nicht möglich. Ansätze nach Hashin und Puck [L157], die Versagensmodi Faserbruch und Zwischenfaserbruch durch separate Grenzkriterien zu beschreiben, verbessern die Zuverlässigkeit der Ergebnisse, benötigen jedoch zusätzliche Kenngrößen. Durch Unterscheidung von insgesamt fünf Versagensmodi (zwei Modi für Faserbruch auf Zug bzw. Druck und drei Versagensbedingungen für Zwischenfaserbruch) formulieren Cuntze [L30] und Freund [L29] das sog. failure mode concept (FMC), welches analog zum Kriterium nach Hashin und Puck zwei zusätzliche Kurvenparameter benötigt, welche im mehraxialen Versuch zu bestimmen sind. Ansätze mit je zwei Versagensmodi auf Druck bzw. Zug in Faserrichtung und quer dazu werden beispielsweise vom NASA Langley Research Center verfolgt [L161] und von Pinho et al. [L153] unter Berücksichtigung des Knickens von Fasern auf Druck sowie nichtlinearen Effekten auf der Materialseite verfeinert.

Mit Ansätzen auf Basis von Schädigungsmodellen zur Berücksichtigung des fortschreitenden schädigungsbedingten Steifigkeitsabfalls können lagenweise Matrixversagen und Verbundverlust auf Mikrostrukturebene betrachtet werden. Dabei ist zwischen initialen Schädigungen auf kleinem Raum und solchen, die zum Versagen des Bauteils führen, zu unterscheiden. Zeitabhängige und lastabhängige nichtlineare Effekte können hierbei zusätzlich betrachtet werden. Das Verhalten nach dem Auftreten lokaler Schädigung wird dabei meist durch eine Reduktion der Steifigkeit der betroffenen Komponente berücksichtigt, wodurch eine gewisse materielle Nichtlinearität des betroffenen Bauteilbereiches abgebildet werden kann. Eine noch genauere Abbildung des Faserverbundverhaltens kann durch inhomogene Modelle erreicht werden. Der damit verbundene Rechenaufwand ist heutzutage kein Hindernis mehr. Die Bestimmung geeigneter

Materialkennwerte ist dagegen noch eine Herausforderung – insbesondere, wenn die Verbundfuge zwischen Faser und Matrix mit separaten Eigenschaften im Modell abgebildet werden soll.

Methoden zur Bestimmung der quasistatischen Traglast von Faserverbundwerkstoffen erlauben in vielen Fällen sehr zuverlässige Vorhersagen, können aber Bauteilversuche bislang nicht vollständig ersetzen. Gegenstand aktueller Forschung sind Untersuchungen zur KI-basierten Vorhersage von Materialeigenschaften [L4].

2.2.5 Ermüdungsfestigkeit von UD CFRP bei Zugschwellbeanspruchung

„Ingenieurmäßige Vorstellungen hinsichtlich des Ermüdungsverhaltens sind so eng mit dem bekannten Verhalten von homogenen, isotropen metallischen Materialien verbunden, dass oft eine Tendenz bestand, moderne Faserverbundwerkstoffe zu betrachten, als wären sie Metalle“ (Harris [L66]).

Wird bei Metallen meist die Spannungsschwingbreite als maßgebende Einflussgröße herangezogen, zeigt das Ermüdungsverhalten von CFRP eine dominante Abhängigkeit vom Niveau der Oberlast [L66] und damit eine gewisse Analogie zum Ermüdungsverhalten anderer spröder Werkstoffe wie Beton [N18][N29].

Auf den Stand des Wissens zur Ermüdungsfestigkeit und zum Einfluss einer Ermüdungsbeanspruchung auf die Entwicklung der Bauteilsteifigkeit von UD CFRP wird in 5.1.4 näher eingegangen.

Schädigungsmechanismen

Schürmann [L178] hatte noch nicht die technische Möglichkeit, tatsächlich auftretende Schädigungsmechanismen mikroskopisch zu verfolgen. Er führt die Ermüdungsfestigkeit im Wesentlichen auf den rissüberbrückenden Effekt von benachbarten Fasern zurück und nennt einen größeren Faserabstand (also einen nicht zu hohen Faseranteil), eine risszähe Matrix und kerbunempfindliche Fasern als günstige Faktoren im Hinblick auf die Betriebsfestigkeit. Schürman folgert [L178] „[...] obwohl in Faser-Kunststoff-Verbunden zwei spröde brechende Werkstoffe kombiniert sind – spröde Fasern und eine meist spröde Matrix – wird durch den Rissstoppereffekt und die Lastumverteilung der Versagensverlauf deutlich verlangsamt. Das Versagen einzelner Fasern bedeutet demzufolge nicht das Totalversagen des gesamten Bauteils! Faserverbunde zeigen daher aus den genannten Gründen eine gewisse „Bruchzähigkeit“ und im Vergleich zu metallischen Leichtbauwerkstoffen eine deutlich überlegene Ermüdungsfestigkeit!“

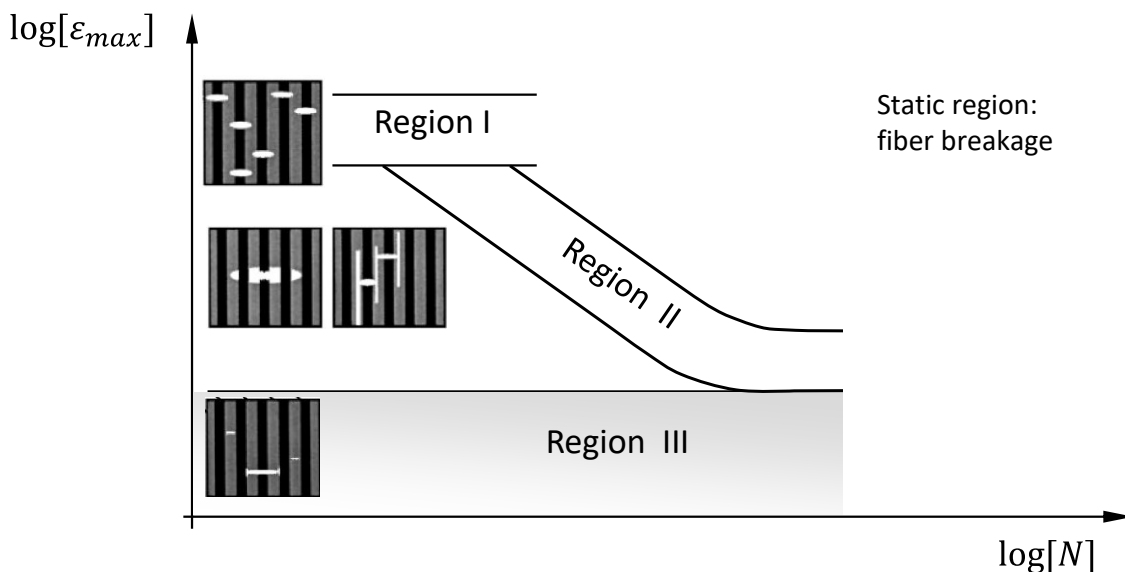


Abbildung 2-10 Ermüdungs-Lebensdauer-Schaubild mit der ermüdungswirksamen Dehnung bei Oberlast ε_{max} über der Zyklenzahl N_f , Darstellung nach Gamstedt und Talreja [L54].

Gamstedt und Talreja [L54] charakterisieren das Schädigungsverhalten von Laminaten in einem doppeltlogarithmischen Ermüdungs-Lebensdauer-Diagramm mit der ermüdungswirksamen Dehnung ε_{max} bei Oberlast auf der Ordinate in drei verschiedenen Zonen (Region I bis Region III in Abbildung 2-10). Im Bereich der Kurzzeitfestigkeit (Region I – wenige Lastwechsel mit großer Oberlast) liegt ein vom **Faserbruch** dominiertes Versagensverhalten vor, welches ein horizontales Streuband im Bereich der statischen Zugtragfähigkeit aufweist. Der Zeitfestigkeitsbereich Region II weist ein geneigtes Streuband auf und ist durch fortschreitende Schädigung gekennzeichnet, wobei im Wesentlichen die beiden Schädigungsmechanismen **rissüberbrücken- des Faserversagen bei Risswachstum quer zur Faser** und **Delaminationsrisse längs der Faser** in unterschiedlicher Kombination vorkommen. Unterhalb einer bestimmten Dehnung im Bereich III laufen Schädigungsmechanismen in der Matrix entweder so langsam ab, dass extrem hohe Zyklenzahlen bis zum Bruch ertragbar sind oder sie kommen ganz zum Stillstand [L54]. Oft wird für diesen Bereich der Begriff Dauerfestigkeit verwendet, wenngleich bislang kein Konsens dazu herrscht, wie dieser Bereich ggf. abzugrenzen ist.

Einfluss der Matrix

Die Ermüdungsfestigkeit eines CFRP-Bauteils wird maßgeblich dadurch bestimmt, wie Versagensmechanismen der Matrix (Zwischenfaserbrüche, Verbundverlust an der Faseroberfläche) und kleinste viskoelastische Verformungen in der Matrix (mikroskopische lokale Lastumlagerungen, welche im Bereich von Spannungsspitzen zum vereinzelt Faserbruch höher belasteter Fasern führen) die Schadensakkumulation auf Faserebene beeinflussen. Dies bedeutet, dass die Ermüdungsfestigkeit – insbesondere bei hohen Lastwechselzahlen über 10^6 – weniger von der Faserfestigkeit als vielmehr von den Matriceigenschaften abhängt (matrixdominantes Langzeitermüdungsverhalten), während bei geringen Lastwechselzahlen und hoher Oberlast ein faserdominantes Verhalten vorherrscht. Durch die Detailausbildung und den Ausnutzungsgrad lassen sich die Dehnungszustände in den maßgebenden Detailbereichen und damit auch die zu erwartenden Versagensmechanismen beeinflussen.

Bei einem durch das lokale Versagemuster „Delaminationsrisse“ geprägten Materialverhalten wird auch ein Versagensmechanismus beobachtet, wobei eine fortschreitende Degradation der spröden Matrix infolge Ermüdungsbeanspruchung zu einer Reduktion der Lastumlagerungsfähigkeit zwischen den Fasern führt. Deshalb ist davon auszugehen, dass auch die Beschaffenheit der Faseroberfläche (seizing – vgl. 2.1.4.1) und der Schubverbund zur Matrix (Faser-Matrix-Interaktion) einen für das Ermüdungsverhalten relevanten Einfluss hat [L8]. Vor diesem Hintergrund sind die von Schürmann formulierten Thesen zu hinterfragen, wonach sich ein größerer Faserabstand und eine von der Kreisform abweichende Querschnittsform der Faser durch größere Oberfläche vorteilhaft auswirkt [L178]. Grundsätzliche Untersuchungen dazu liegen von Talreja [L54] vor. Es wurde vorgeschlagen, diese Frage für den Fall von faserparalleler Zugbeanspruchung in Kombination mit Querdruck im Rahmen weiterer Forschungsarbeiten mittels REM-Aufnahmen an unbelasteten und vorgeschädigten Laminatproben zu untersuchen.

Der wesentliche Einfluss der Matrix- und Verbundeigenschaften auf die Ermüdungsfestigkeit ist aus Ermüdungsversuchen klar zu erkennen [L66], wobei der Einfluss des Harztypes und des Faservolumengehaltes (bzw. Harzgehaltes) am Laminat nach Owen (in [L66]) bei GFK ausgeprägter ist als bei CFRP. Ein deutlicher Einfluss der Zähigkeit der Matrix auf die Ermüdungsfestigkeit wird von Kawai et al. (in [L66]) beschrieben.

Einfluss aus eindringender Feuchte

Bei FRP-Laminaten, welche der Witterung ausgesetzt sind, kann eine Feuchtaufnahme der Matrix zu einer gewissen Erweichung der Matrix und Schwächung der Verbundeigenschaften führen, was insbesondere bei Laminaten mit Glasfasern oder Aramidfasern einen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit hat. Der geringste Einfluss kann bei thermoplastischen Matrixsystemen und C-Fasern erwartet werden. [L66]

2.2.6 Dauerstandverhalten von CFRP

Die Zeitabhängigkeit des mechanischen Verhaltens kann speziell bei Kunststoffen oft nicht vernachlässigt werden, während das Verhalten der C-Fasern im Temperaturbereich zwischen -50 °C und $+120\text{ °C}$ praktisch zeitinvariant ist. Insbesondere für die polymere Matrix besteht bei Langzeitbeanspruchungen ein Zusammenhang zwischen der Höhe einer permanent einwirkenden Last – bzw. für den permanenten Anteil einer veränderlichen Einwirkung – dem temperaturbedingten viskoelastischen Verhalten und der Geschwindigkeit von Kriech- bzw. Relaxationsprozessen, welche auch die Eigenschaften im Laminatverbund beeinflussen [L178]. Hierbei sind positive Einflüsse zu beobachten, wie der Abbau von z. B. thermischen Eigenspannungen in der Matrix oder Spannungsüberhöhungen an Kerben. Da Kriech- und Relaxationsvorgänge nahezu ausschließlich in der Matrix ablaufen, reduzieren sich die Kräfte in der Matrix und lagern sich in die Fasern um, was prinzipiell ein wünschenswerter positiver Effekt ist. Festigkeitswerte, die von der Matrix abhängig sind, sinken jedoch infolge einer Langzeitbeanspruchung, was bspw. für Verankerungsdetails mit matrixdominantem Verhalten zu berücksichtigen ist [L220].

2.3 Besonderheiten der UD Carbonstrangschlaufe

2.3.1 Die Carbonstrangschlaufe

Mit Untersuchungen an laminierten und nichtlaminierten Schlaufenankern [L210] und der Entwicklung eines Schlaufenankers zum Carbon-Augenstab bzw. der Carbonstrangschlaufe der Fa. Carbo-Link wurde die Grundlage für Zugelemente aus UD Laminatvollquerschnitten gelegt. In den letzten 20 Jahren erfolgten weitere Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten von Schlaufenanschlüssen [L8][L195][L7] und zur Reiberermüdung (fretting fatigue) [L188] sowie Bauteilversuche für den Einsatz in Pilotanwendungen [L123][L197]. Parallel wurden alternative Ansätze für eine verbesserte Schlaufentragfähigkeit verfolgt [L222]. Für Luftfahrtanwendungen mit veränderlicher Belastungsrichtung sind dreidimensionale Verstärkungen der Schlaufenschenkel bekannt [L83].

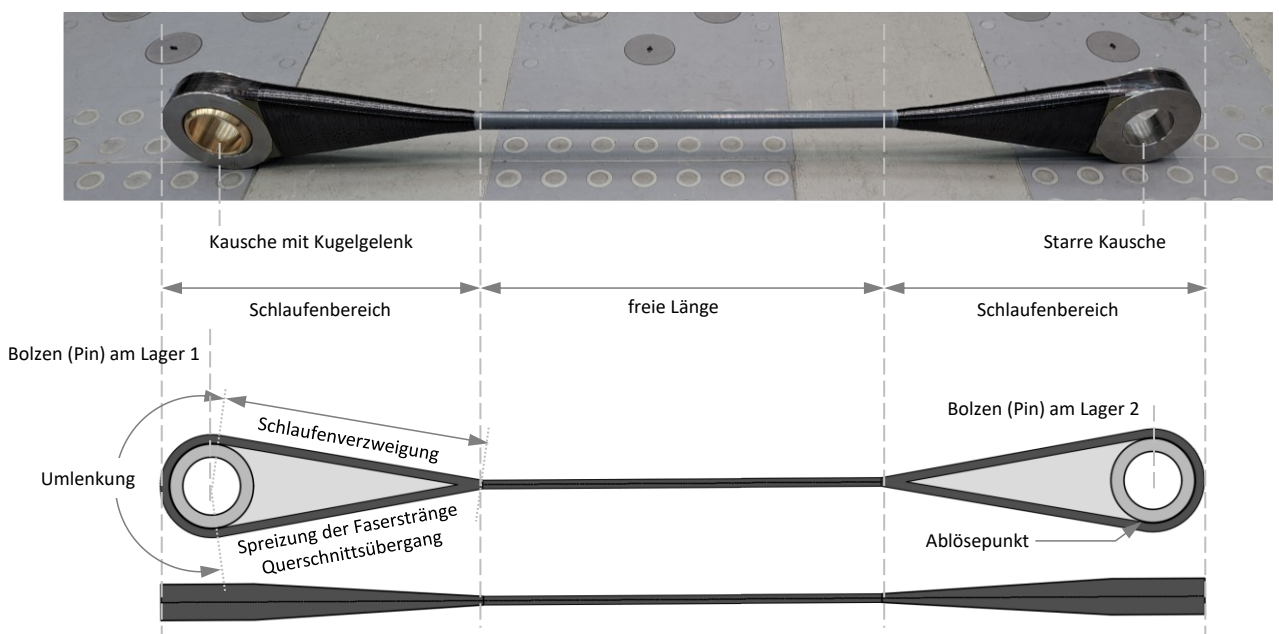


Abbildung 2-11 Carbonstrangschlaufe – verwendete Bezeichnungen. Darstellung in Anlehnung an [L80].

Die einfache Fügbarkeit mit Bolzenverbindung und die von Kriech- und Langzeiteffekten nahezu unbeeinflusste Art der Lasteinleitung durch Faserumlenkung sprechen für dieses Verankerungssystem (vgl. 2.2.3), wenngleich der Querschnitt zwischen den Verankerungen nicht voll ausgenutzt werden kann.



Abbildung 2-12 Carbonstrangschleife – vereinfachte Prinzipskizze der Herstellungsphasen; oben: lagenweises Ablegen der vorimprägnierten Carbonrovings (sog. prepreg tapes); unten: Konsolidation des Querschnitts zwischen den Verankerungen durch Umfangswicklungen. Kurzschluss der Spreizkräfte im Bereich zwischen freier Länge und Schlaufenverzweigung (Kragen) durch umlaufende Wicklung (sog. Kragenwicklung).

Carbonstrangschleifen werden aus in Harz getränkten Faserbändern, sog. prepreg tapes, im Endlos-Wickelverfahren hergestellt. Dabei wird der Querschnitt lagenweise um die Vollkauschen abgelegt (Abbildung 2-12). Herstellungsbedingt ist daher die Anzahl der verarbeiteten Kohlefasern im Querschnitt bekannt, wodurch die Streuung der mechanischen Eigenschaften sehr gering ausfällt. Systembedingt gibt es je Strangschleife nur jeweils am Beginn und am Ende des Wickelprozesses die Notwendigkeit der Lasteinleitung für ein Faserbündelende. Durch die Wahl der Carbonfasern lassen sich Traglast und Steifigkeit der Zugglieder den Erfordernissen anpassen. Nachdem der gewünschte Querschnitt abgelegt ist (vgl. Abbildung 2-12 – oben), wird der Querschnitt zwischen den Verankerungsbereichen auf der sog. freien Länge (vgl. Abbildung 2-11) durch eine Umwicklung zu einem runden Vollquerschnitt konsolidiert (vgl. Abbildung 2-12 – unten). Umlenkkräfte am Übergang von der freien Länge zur Schlaufenverzweigung werden durch eine tragende Umfangswicklung in diesem Bereich abgetragen.

An der Verankerung wird die Last formschlüssig nahezu ausschließlich über die Umlenkung des unidirektionalen Laminates um die Vollkauschen (engl. Thimble) abgetragen. Der Übergang vom gekrümmten, an der Kausche anliegenden Querschnittsverlauf im Bereich der Umlenkung zum abschnittsweise geraden Querschnittsverlauf in der Schlaufenverzweigung wird als Ablösepunkt bezeichnet. Für die Betrachtungen zur Tragfähigkeit der Strangschleife sind insbesondere die Beanspruchungen im Bereich des Ablösepunktes von Bedeutung. In bisherigen Anwendungen (siehe 2.4.3) kommen meist zylindrische starre Kauschen zum Einsatz (vgl. Abbildung 2-11, rechts). Kauschen mit integriertem Kugelgelenk (vgl. Abbildung 2-11, links) können zur Kompensation von Bautoleranzen eingesetzt werden, um die Ausrichtung des Bolzens zur Achse des Zuggliedes zu korrigieren und ungewollte Zusatzbeanspruchungen aus lokalen Biegeeffekten zu reduzieren. Im Rahmen des Forschungsvorhabens Netzwerkbogen mit Zuggliedern aus Carbon (Akronym NeZuCa) [L224] wurde der Einsatz von Kauschen mit Kugelgelenk untersucht.

2.3.2 Traglast einer UD Carbonstrangschleife

Analytische Ansätze zur Bestimmung der Traglast der im Folgenden näher diskutierten Schleife (vgl. 4.8.2) gehen auf die Arbeiten von Winistörfer [L210] und das Schlaufenmodell nach Schürmann [L178] zurück, welches durch Hanswille [L62][L63] konzeptionell erweitert wurde. Weitere Forschungsarbeiten zum Tragverhalten der Strangschleife wurden vom Autor in Zusammenarbeit mit Studierenden und Hochschulen im Rahmen studentischer Arbeiten durchgeführt und in die Betrachtungen in Kapitel 4.8.2 einbezogen: Ebentheuer (KIT) leitet auf Grundlage von Krenn [L106] und Guggenberger [L60] ein analytisches Modell zur

Beschreibung der Spannungsverläufe im Bereich der Schlaufenverankerung her [L45]. Berreth (KIT) betrachtete die Spannungsverläufe im Bereich des Ablösepunktes der Schlaufe von der Umlenkung mit numerischen Methoden [L11]. Versuchsreihen zur Untersuchung des Einflusses der Geometrie der Schlaufe im Zuge des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa werden von Nguyen (TU Berlin) hinsichtlich des Einflusses des Querdruckes auf die Längszugfestigkeit betrachtet [L138]. Ostwald untersucht anhand von faseroptischen Messungen an Großbauteilen den Dehnungs- und Steifigkeitsverlauf in unidirektional und mehraxial belasteten Detailbereichen des Bauteils [L144] (TU Dresden, laufend).

2.3.3 Ermüdungsfestigkeit von UD Carbonstrangschlaufen

Bei Strangschlaufen aus unidirektionalem CFRP-Laminat werden im Bereich der Verankerung Effekte aus gleichzeitiger Wirkung von faserparallelem Zug, Druckbeanspruchung quer zur Faserrichtung mit bereichsweisem Wechsel zu Querzugbeanspruchung und Schubbeanspruchungen überlagert. Zusätzlich ergibt sich zwischen dem umgelenkten Faserstrang und der Umlenkung infolge Faserdehnung eine Relativverschiebung, was zu Gleitreibungseffekten und ggf. mechanischem Abrieb führt und unter dem Phänomen „fretting fatigue“ beschrieben wird [L188]. Eine direkte Vergleichbarkeit mit dem Ermüdungsverhalten bei vorwiegend unidirektionaler Zugbeanspruchung ist daher nicht gegeben.

Anhand der Versuchsergebnisse aus [L7][L8][L195] werden in Abbildung 2-13 die im Weiteren verwendeten Begriffe zur Beschreibung einer Ermüdungsversagensfunktion (S - N -Kurve) eingeführt. S wird dabei als dimensionslose bezogene Last eingeführt, welche für den Mittelwert der statischen Kurzzeitfestigkeit den Wert 1,0 annimmt. Die Oberlast F_{fOL} wird als bezogene Oberlast $S_{max} = \frac{F_{fOL}}{F_{R_{u,m}}}$ im Diagramm über der Anzahl N der erreichten Lastzyklen dargestellt. Das Spannungsverhältnis $R = F_{fUL}/F_{fOL} = S_{min} / S_{max}$ wird auch als R -Wert bezeichnet. Die Unterlast $F_{fUL} = S_{min} \cdot F_{R_{u,m}}$ ergibt sich aus $F_{fUL} = R \cdot F_{fOL}$. Ergebnisse von Versuchen, welche vor Eintreten eines Versagens abgebrochen wurden, werden als Durchläufer bezeichnet.

Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten von UD Strangschlaufen liegen in Form von Laborversuchen an Kleinproben und großformatigen Bauteilen vor. In der Literatur werden die Ergebnisse im einfach-logarithmischen Maßstab in Abhängigkeit von der Oberlast und dem Spannungsverhältnis R angegeben. Die überwiegende Anzahl der Versuche wurde für $R = 0,1$ durchgeführt. Aufgrund unterschiedlicher Prüfkörpergeometrien, unterschiedlicher verwendeter Fasertypen, Faserfestigkeiten und Fasergehalte ist eine Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse nur über eine Normierung der Oberlastniveaus bezogen auf die jeweilige statische Bruchlast möglich (vgl. [L8][L62]).

Laborversuche an Bandschlaufen bis $N = 10^7$ Lastzyklen (LZ) werden von Terrasi et al. und Baschnagel et al. berichtet [L195][L7][L8] und von Stancovic et al. durch Versuche bei höherer Bauteiltemperatur ergänzt [L188]. Angaben zu verwendeten Matrixsystemen (Festigkeit, Bruchdehnung) fehlen in der Literatur teilweise. Von verschiedenen Versuchen insbesondere bei einer Kombination höherer Versuchsfrequenz und höherer Schwingbreite wird von einer teilweise relevanten Erwärmung der Versuchskörper berichtet [L8][L124]. Die Herangehensweise und Erfahrung der von Meier [L123][L124] durchgeführten Ermüdungsversuche an realmaßstäblichen Carbonstrangschlaufen (Bezeichnung Durchläufer Stadtbahnbrücke in Abbildung 2-13) sowie die hierbei beobachteten Schwierigkeiten durch Wärmeentwicklung bei höheren Prüffrequenzen legten die Grundlage für die Weiterentwicklung realmaßstäblicher Bauteilversuche im Rahmen eines Verfahrens für eine Zustimmung im Einzelfall (Bezeichnung Durchläufer Oderbrücke in Abbildung 2-13 [L62][L197]) und für ein umfangreiches Versuchsprogramm im Zuge des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa [L224]. Ergebnisse aus NeZuCa sind in Abbildung 2-13 nicht dargestellt, werden in Kapitel 3 eingeführt und in Abbildung 5-2 gezeigt.

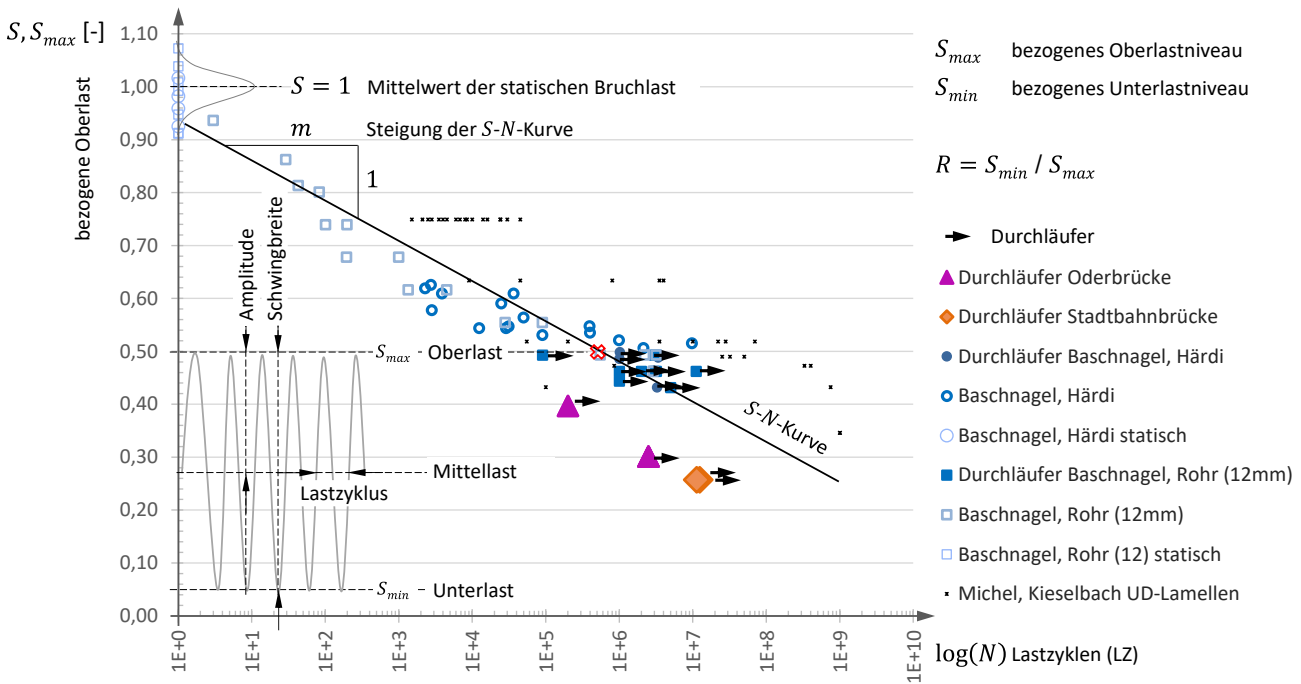


Abbildung 2-13 Ergebnisse von Ermüdungsversuchen an UD Carbonschlaufen-Kleinproben mit $R = 0,1$ von Baschnagel et al. [L7][L8] und Terrasi et al. [L195]), Bauteilversuchen (Stadtbahnbrücke [L124] Oderbrücke [L197]) und UD CFRP-Lamellen (Michel et al. [L129]), dargestellt im S-log(N)-Diagramm mit Prinzipskizze für eine Ermüdungsversagensfunktion (S-N-Kurve).

Ergebnisse aus Ermüdungsversuchen bis $N = 10^9$ LZ an UD C-Lamellen mit thermoplastischer Polyetheretherketon (PEEK) Matrix von Michel et al. [L129] zählen zu den wenigen vorliegenden Ergebnissen mit $N > 10^7$ LZ. Sie sind in Abbildung 2-13 zum Vergleich dargestellt und mit offenem Symbol gekennzeichnet, um eine eindeutige Unterscheidung von den UD Schlaufenversuchen mit EP-Matrix zu erlauben. Bei den statischen Ergebnissen dieser Lamellenversuche ist eine starke Streuung der Ergebnisse der statischen Versuche zu beobachten, welche auf eine fehlerhafte Probengeometrie der statischen Versuchsmuster zurückgeführt wird. Die Einordnung der bezogenen Oberlast auf Grundlage des Mittelwerts der statischen Versuche würde hier zu abweichenden Ergebnissen führen. Die Wiedergabe der bezogenen Oberlast S_{max} erfolgt hier anhand der Primärliteratur [L129].

Eine Gemeinsamkeit bei den Versuchsauswertungen der Schlaufen-Kleinprobenversuche verschiedener Autoren besteht darin, dass bei einem Spannungsverhältnis $R = 0,1$ bei einer Lastzyklenzahl $N = 2 \cdot 10^6$ die ertragbare Oberlast in der Größenordnung von 50 % der statischen Kurzzeittragfähigkeit liegt [L62]. Die Bauteilversuche im Rahmen von Verfahren zur Zustimmung im Einzelfall für die Projekte „Stadtbahnbrücke“ [L123] und „Oderbrücke“ [L62][L197] wurden jeweils nach Erreichen einer bestimmten LZ abgebrochen und sind als Durchläufer gekennzeichnet.

Die im Zuge des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa [L224] gewonnenen Ergebnisse für $R = 0,1$ zeigen im Vergleich mit den Schlaufen-Kleinprobenversuchen rund 10-fach höhere LZ-Zahlen und weisen eine geringere Streubreite auf. Dies ist einerseits auf den bereits von Winistorfer [L210] beschriebenen Effekt der seitlichen Stützung der Faserstränge im Bereich der Umlenkung zurückzuführen, andererseits durch den Einsatz einer Gleitschicht zwischen dem Faserstrang und der Umlenkung bedingt, wodurch die Effekte der Reibermüdung [L8] verringert werden. Baschnagel [L7] nennt für Strangschlaufen als weitere Einflussfaktoren für die Ermüdungsfestigkeit die Herstellungssequenz und die Art der Lasteinleitung.

2.3.4 Einfluss der Temperatur auf das Tragverhalten von UD C-Strangschlaufen

Im Normenentwurf CEN/TS 19101 [N15] wird für die Bestimmung der Bemessungswerte der Tragfähigkeit ein Abminderungsfaktor in Abhängigkeit von der Einsatztemperatur und der Glasübergangstemperatur vorgeschlagen, welcher auf einer gemeinsamen Auswertung einer Vielzahl an statischen Versuchsreihen an sowohl pultrudierten wie auch laminierten Proben aus Glas-, Carbon- und Basaltfaserverbundwerkstoffen mit Epoxy-, Polyester- und Acrylatmatrices beruht (vgl. 2.5.4)[L26]. Dementsprechend wäre bei im Bauwesen üblichen Einsatztemperaturen für matrixdominiertes Materialverhalten eine moderate Abminderung der mechanischen Eigenschaften zu erwarten.

Versuche an Kleinproben-UD Strangschlaufen mit Epoxidharzmatrix bei erhöhter Einsatztemperatur von 60 °C zeigen eine geringfügig höhere statische Traglast verglichen mit Versuchen bei Raumtemperatur [L188]. Das Ermüdungsverhalten bei erhöhter Einsatztemperatur zeigt für ein Oberlastniveau über 50 % der statischen Traglast größere ertragbare LZ-Zahlen, verglichen mit der $S-N$ -Funktion bei Raumtemperatur. Für ein geringeres Oberlastniveau werden Ergebnisse leicht unterhalb der $S-N$ -Kurve bei Raumtemperatur erreicht [L188]. Die Steigung der $S-N$ -Kurve für 60 °C ist etwas steiler, was mit den etwas erhöhten statischen Traglasten bei 60 °C korrespondiert. Versuche an großformatigen Mustern sowie Untersuchungen zum Einfluss von abwechselnden Temperaturlastzyklen liegen nicht vor.

Bei Untersuchungen der Traglast von UD Laminaten bei Temperaturen deutlich über der Glasübergangstemperatur T_g ist ein Festigkeitsabfall sowohl in Kleinprobenversuchen [L189] wie auch in Bauteilversuchen [L224] deutlich erkennbar. Die Matrix ist in diesem Zustand nicht mehr in der Lage, eine lokale Lastumlagerung zwischen einzelnen Filamenten zu gewährleisten. In Laboruntersuchungen werden unter faserparallelem Zug bei Temperaturen zwischen 280 °C und 400 °C Restfestigkeiten ermittelt, welche in der Größenordnung der reinen Faserfestigkeit trockener Faserbündel bzw. bei 50 % der mittleren Laminatfestigkeit bei Raumtemperatur liegen [L189]. Dies deckt sich mit Versuchen bei konstanter Belastung und steigender Temperatur [L188]. In Bereichen mit Schub- oder (Biege-)Druckbeanspruchung sowie in Detailbereichen, wo die Matrix einen bestimmten Faserverlauf gewährleistet, ist mit einem deutlich größeren Abfall der Tragfähigkeit zu rechnen [L224].

2.3.5 Untersuchungen zum dynamischen Verhalten

Für eine Einschätzung zur Auftretenswahrscheinlichkeit dynamischer Effekte wie bspw. winderregter Schwingungen sind Kenntnisse zum Dämpfungsverhalten von Zuggliedern aus Carbon erforderlich. Zu ersten Messungen der Eigenfrequenzen und des Dämpfungsverhaltens von Carbonstrangschlaufen wurde in [L74] berichtet. Im Rahmen einer vom Autor begleiteten studentischen Arbeit wurde von Holl (FH Stuttgart) [L86] untersucht, inwieweit auch bei Carbonzuggliedern eine Bestimmung der Zugkraft durch Frequenzmessungen ausreichend genau möglich ist. Aus dieser Arbeit geht ein empirischer Zusammenhang hervor, welcher für die Messung von Zugkräften verwendet wurde (vgl. 6.2.3). Umfangreiche Frequenzmessungen [L81][L187] und Messungen des Dämpfungsverhaltens [L104] liegen mittlerweile vor und werden in 6.2 und 6.3 diskutiert und als Grundlage für einen Vorschlag zur Bestimmung der Eigenfrequenzen für Carbonstrangschlaufen herangezogen (vgl. 6.2.4).

2.4 Bauteil-Tragwerks-Interaktion

2.4.1 Literatur zum Einfluss von Carbonzuggliedern auf das Gesamttragverhalten von Brückentragwerken

In einigen Studien wird das Verhalten von **Schrägseilbrücken** unter Verwendung von CFRP-Seilen oder hybriden Zuggliedlösungen beleuchtet (z. B. [L107][L194]), wobei Beobachtungen zum Umlagerungsverhalten der Seilkräfte mit dem Ergebnis geringerer maximaler Zugkräfte beschrieben werden (vgl. 1.1.1, vgl. [L75]). Hinsichtlich des Verformungsverhaltens zeigen die Studien mehrheitlich geringere Verformungen des Überbaus, was auf die größere effektive Steifigkeit flacher FRP-Schrägseile infolge des geringeren Eigengewichtes der Seile zurückzuführen ist (z. B. [L194]).

Durch den Einsatz von Carbonzuggliedern als Hänger von **Netzwerkbogenbrücken** kann eine Vergleichmäßigung und Reduktion der maßgebenden maximalen Zugkräfte erreicht werden [L68]. Dieses Verhalten geht auf eine deutliche Verringerung der axialen Bauteilsteifigkeit der Zugglieder im Vergleich zu Lösungen aus Stahl zurück und bedingt zusätzlich eine Vergrößerung der minimalen Hängerkräfte, welche in Bezug auf die Vermeidung von Systemwechsell (Hängerausfall bei Druckkräften) sehr vorteilhaft genutzt werden kann [L68]. Diese Effekte können das Gesamttragverhalten eines Netzwerk Bogens wesentlich beeinflussen, verändern die Randbedingungen für eine Optimierung der Hängeranordnung und der Bogeengeometrie und ermöglichen Materialeinsparungen im Primärtragwerk [L70][L71][L74][L75][L76]. Auf die Effekte wird in 2.4.2 näher eingegangen. Mehrere weiterführende Fragestellungen hinsichtlich des Tragverhaltens von Netzwerkbogenbrücken mit Carbonseilen wurden vom Autor im Rahmen von studentischen Arbeiten in Zusammenarbeit mit Studierenden und Hochschulen betrachtet: Macaudiere (ENPC Paris) diskutiert den Einfluss größerer Spannweiten und damit längerer Zugglieder auf das Gesamttragverhalten und die dynamischen Eigenschaften der Hänger von Carbonnetzwerkbogen [L114]. Inwieweit sich bekannte Vorteile des Tragverhaltens bei Eisenbahnlasten (vgl. [L75]) auch bei Beanspruchungen aus Straßenverkehr zeigen, betrachtet Jötten (TU Berlin) [L93]. Betrachtungen zur Wirtschaftlichkeit von mit Carbon vorgespannten Betonfahrbahnplatten stellte Dinkelaker (TU Dresden) [L39] an. Das Tragverhalten eines Netzwerk Bogens mit Carbonhängern bei Hochgeschwindigkeits-Schienenverkehr untersucht Lesellier (ENPC Paris) [L110]. Greiner (Universität Stuttgart) [L58] untersucht konstruktive Alternativen für eine Hängerverankerung hinsichtlich Dauerhaftigkeit, Wirtschaftlichkeit und Nachhaltigkeit.

2.4.2 Potential beim Einsatz von Carbonzuggliedern als Hänger von Netzwerkbogenbrücken

Eine Substitution der bislang aus Stahl gefertigten Zugglieder von Netzwerkbogenbrücken durch den Einsatz von Carbonzuggliedern bietet einerseits eine technisch überlegene Lösung im Hinblick auf Ermüdungswiderstand, Dauerhaftigkeit und winderregte Schwingungen. Andererseits verändert der Einsatz dieser Hochleistungsfasern das Tragverhalten des Systems Netzwerkbogen so nachhaltig, dass sich der Materialeinsatz für Bogen und Überbau insgesamt deutlich reduzieren lässt [L71].

Als großer Vorteil zeigt sich die hohe Traglast bei gleichzeitig geringer Bauteilsteifigkeit von Carbonzuggliedern, welche in vielen anderen Anwendungen eher unvorteilhaft wirkt oder eine Dimensionierung unter Steifigkeitsaspekten erfordert. Ein Beispiel dafür ist die Pilotanwendung zweier Carbonzugglieder aus Carbon-Paralleldrahtbündeln für die Schrägseile der Storchenbrücke [L118]. Diese wurden auf eine mit den übrigen eingesetzten Stahlseilen vergleichbare Steifigkeit dimensioniert und sind daher hinsichtlich der Traglast überbemessen. Die hohe Ermüdungsfestigkeit erlaubt es, den erforderlichen Querschnitt der Hänger von Netzwerkbogenbrücken so weit zu reduzieren, dass deren ertragbare maximale Zugkraft bemessungsrelevant wird. Damit kann die Festigkeit des Werkstoffes ausgeschöpft werden. Dies führt dazu, dass der erforderliche Querschnitt im Vergleich zu einer Lösung aus Stahl nur etwa 20 % der Querschnittsfläche

beträgt. Die damit einhergehende deutliche Reduktion der Steifigkeit der Zugglieder kann durch den Einsatz von kostengünstigen Carbonfasern mit niedrigem E-Modul zusätzlich begünstigt werden [L68]. Eine Reduktion der Hängersteifigkeit hat mit Blick auf das Gesamttragverhalten des Netzwerk bogens zwei Vorteile: Durch eine Vergleichmäßigung der Hängerkräfte werden lokale hohe Belastungen einzelner randnaher Hänger, wie sie bei Stahlzuggliedern auftreten, vermieden. Zudem kann die Tendenz zum Hängerausfall infolge Druckbeanspruchung durch asymmetrische Laststellung auf der Brücke deutlich verringert werden. Beides konnte bei der Realisierung von Netzwerkbogenbrücken mit Stahlhängern bislang nicht befriedigend gelöst werden [L68]. Deswegen und auf Grund der Schwingungsanfälligkeit der Hänger ist die Bauweise Netzwerkbogen zwischenzeitlich ins Stocken geraten [L48].

In Abhängigkeit von der Querschnittsform können bei schlanken Zuggliedern wirbelerregte Querschwingungen (vortex shedding), Galopping (bei Rundquerschnitten z. B. im Fall von Eisfahnen) oder Regen-Wind-induzierte Schwingungen (nur bei Rundquerschnitten) auftreten. Durch das geringe spezifische Gewicht des Faserverbundwerkstoffes in Verbindung mit den hohen Vorspanngraden der schlanken Querschnitte ergeben sich deutlich höhere Schwingungseigenfrequenzen, wodurch sich die dynamischen Eigenschaften der Zugglieder verändern. Es ergeben sich Eigenfrequenzen oberhalb des Bereiches, in welchem Regen-Wind-induzierte Schwingungen zu erwarten sind, sodass die Wahl eines runden Querschnitts keinen Nachteil bringt. Der Einfluss wirbelinduzierter Schwingungen wird in Kap. 6 näher diskutiert. Für die meisten Anwendungsfälle kann auf Dämpfungsmaßnahmen verzichtet werden. Auch die Handhabung und Montage solcher Carbonzugglieder mit Stückgewichten zwischen 30 und 90 kg ist im Vergleich mit Hängern aus Stahl und mehr als 1000 – 2000 kg Eigengewicht pro Stück ungleich einfacher. Zuletzt lassen auch die Beständigkeit gegenüber Witterungseinflüssen und die Vermeidung von Korrosion sowie die hieraus zu erwartende Reduktion an Folgeaufwendungen zur Instandhaltung einen wirtschaftlichen Vorteil und eine Schonung zukünftiger Ressourcen erkennen.

2.4.3 Pilotanwendungen von Carbonstrangschlaufen als Hänger von Netzwerkbogenbrücken

Stadtbahnbrücke Stuttgart [L169]

Mit der Inbetriebnahme der Stadtbahnbrücke in Stuttgart im Jahr 2021 konnte eine Netzwerkbogenbrücke mit Zuggliedern aus Carbon erfolgreich unter Ausnutzung der hohen Ermüdungsfestigkeit als Pilotprojekt realisiert werden. Der Vorschlag des Verfassers zum Einsatz von Carbon erfolgte primär vor dem Aspekt der Ermüdungsfestigkeit. Erkenntnisse über die weiteren vorteilhaften Effekte dieser Materialsubstitution (vgl. 2.4.1) wurden erst im Zuge der näheren Untersuchungen zur Umsetzung des Projektes erkennbar und anschließend veröffentlicht [L68][L75].

Dieser erste Einsatz von Carbonzuggliedern als Hänger einer Netzwerkbogenbrücke erfolgte auf Grundlage eines Gutachtens von Meier [L123], wobei der Bemessungswiderstand auf Basis von Erfahrungswerten des Gutachters und Berechnungen des Herstellers ermittelt und durch Kontrollversuche an der EMPA Dübendorf [L124] bestätigt wurde.

Oderbrücke Küstrin [L170]

Auf Grundlage einer Machbarkeitsstudie [L69] und einer Quantifizierung des möglichen Einsparpotentials [L74][L75][L76] wurde durch die Deutsche Bahn angestrebt, beim Neubau der zweigleisigen Eisenbahnbrücke über die Oder bei Küstrin (Inbetriebnahme Juli 2024) die Carbontechnologie für den als Netzwerkbogen vorgesehenen Ersatzneubau einzusetzen. Im Rahmen eines von Hanswille begleiteten Gutachterverfahrens im Auftrag des Eisenbahnbundesamtes konnten auf Grundlage von Bauteilversuchen und weiteren

Fachgutachten zu Fragen der Dauerhaftigkeit, Gebrauchstauglichkeit und zu bahnbetrieblichen Belangen [L197] die Voraussetzungen für eine Zustimmung im Einzelfall geschaffen werden [L62].

Für die Dimensionierung und Bemessung der Carbonhänger im Zuge der zweigleisigen EÜ Oder bei Küstrin wurde ein versuchsgestütztes Bemessungskonzept nach EN 1990 [N1] Anhang D auf Basis projektspezifischer Bauteilversuche herangezogen. Erwartungswerte für die statische Traglast wurden mit einem von Hanswille modifizierten Traglastmodell [L62] auf Grundlage des Schlaufenmodells nach Schürmann [L178] ermittelt und einer statistischen Auswertung gemessener Traglasten gegenübergestellt. Ein Bemessungsmodell für die Betriebsfestigkeit [L62] wurde von Hanswille auf Grundlage vorliegender Ergebnisse aus Ermüdungsversuchen an Laborproben [L195][L7] hergeleitet. Über Kontrollversuche wurde eine für das Projekt ausreichende Ermüdungsfestigkeit bestätigt.

Im Zuge der Erarbeitung der Grundlagen für den Bemessungsansatz wurden umfassende Betrachtungen erforderlich, um zu klären, welche Einflussfaktoren (Feuchtigkeit, Quellen, Kriechen, temperaturabhängige Eigenschaften, Temperaturzwang, Umwelteinflüsse, Variationen der mechanischen Eigenschaften, Degradation, Imperfektionen etc.) im Rahmen des Bemessungskonzeptes zu berücksichtigen sind [L72]. Über die Ergebnisse dieser Untersuchungen erfolgte ein Dialog mit dem vom Eisenbahnbundesamt bestellten Gutachter, woraus eine konstruktive gegenseitige Ergänzung der Ergebnisse des Autors [L72] und des Gutachters [L62] herrührt.

Im Rahmen des Gutachtens [L62] werden projektspezifische Auflagen für die Berücksichtigung von Hängerausfall im Grenzzustand der Tragfähigkeit und als außergewöhnlicher Lastfall festgelegt, um u. a. eine ausreichende Sicherheit gegen sprödes Versagen der Carbonzugglieder zu erzielen. Als weiterer Beleg für ein duktileres Gesamttragverhalten wurde in [L73] im Rahmen einer Traglastberechnung gezeigt, dass die Traglast auf Systemebene nicht von den spröde versagenden Zuggliedern bestimmt wird, sondern vor Erreichen dieses Lastniveaus Fließen in stählernen Haupttragelementen eintritt.

2.5 Stand der Regelwerke zum Einsatz von Zuggliedern im Bauwesen

2.5.1 Vorbemerkung

Der Bestand an Regelwerken, welche im Zusammenhang mit dem Einsatz von Zuggliedern im Bauwesen wie auch im Zusammenhang mit der Herstellung und Auslegung, Fertigung, Prüfung und Anwendung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen Anwendung finden, ist vielschichtig und breit. In diesem Abschnitt wird auf die Regelwerke näher Bezug genommen, welche im Zusammenhang mit der Auslegung der Bauteile stehen und inhaltliche Bezüge zu den nachstehenden Kapiteln aufweisen.

2.5.2 Regelwerk für die Bemessung stählerner Zugglieder

Bemessungsregeln für Zugglieder aus Stahl sind im Eurocode 3-1-11 gegeben. Die aktuell gültige Fassung von 2006 [N7] mit mehreren Ergänzungen wurde in den vergangenen drei Jahren grundlegend überarbeitet und soll in Kürze durch eine Neufassung [N8] abgelöst werden. Zugglieder werden nach Art und Einsatz differenziert in Zugstäbe, Spiral- oder Rundlitzenseile, Paralleldraht- oder Litzenbündel, für welche jeweils spezifische Regeln festgelegt sind.

Das Nachweisformat für Zugstabsysteme nach [N8] (Gl. 2-1) beinhaltet zwei Nachweiskriterien gegen Bruch und gegen Fließen und ist in vergleichbarer Weise mit abweichenden Sicherheitsbeiwerten γ bereits in mehreren Normengenerationen der DIN 18800-1 [N11][N12] enthalten, wenngleich für hochfeste Stähle meist der Nachweis gegen Bruch maßgebend wird.

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{\gamma_{Mt,A} \cdot \gamma_s}; \frac{F_{yk}}{\gamma_s} \right\} \quad \gamma_{Mt,A} = 1,2; \gamma_s = 1,15 \quad (\text{Gl. 2-1})$$

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1,5 \cdot \gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad \gamma_R = 1,0 \quad (\text{Gl. 2-2})$$

$$F_{Rd} = \frac{k_e \cdot F_{uk}}{k_{p,B} \cdot \gamma_{Mt,B}} \quad ; \quad \gamma_{Mt,B} = 1,5 \quad (\text{Gl. 2-3})$$

Bis zur gegenwärtig gültigen Version des EC 3-1-11 [N7] wird auch für Spiralseile ein vergleichbares Nachweiskriterium mit einem Grenzwert gegen Bruch und einem Kriterium zur Gewährleistung des elastischen Materialverhaltens festgelegt (Gl. 2-2), welches aber für heute übliche Seilkonstruktionen i. d. R. nicht maßgebend wird und daher in der Revision des EC 3-1-11 [N8] entfallen soll (Gl. 2-3). Ferner wird ein Faktor $k_{p,B}$ aufgenommen, welcher für Bauzustände eine höhere Ausnutzung zulässt. Eine Gleichstellung der Schreibweise für den charakteristischen Wert der Bruchlast mit EN 12385-2 [N13] unter Berücksichtigung einer allfälligen Abminderung durch die Verankerung k_e führt im Zähler künftig zur Schreibweise $k_e \cdot F_{uk}$, was faktisch aber keine Änderung bewirkt.

Kerbfälle und Kurven des Ermüdungswiderstandes werden dagegen auf Grundlage neuerer Untersuchungen [L5] in EC 3-1-11 [N8] fortgeschrieben, was für Spiralseile eine Abminderung der ertragbaren LZ bedeutet.

2.5.3 Offene Fragestellungen im Bemessungskonzept für stählerne Zugglieder

Einige der in Kapitel 4.8.2, 6 und 5 für Carbonzugglieder diskutierten Fragestellungen sind auch für stählerne Zugglieder noch nicht abschließend geklärt und werden daher an dieser Stelle unter Einbeziehung aktueller Studien diskutiert.

In der Bemessungsgleichung für Seile (Gl. 2-3) wird ein Teilsicherheitsbeiwert von 1,5 auf der Widerstandsseite festgelegt, dessen historischer Ursprung auf die Bemessungsregeln für stählerne Straßenbrücken nach DIN 1073 [N10] von 1969 zurückgeht [L15]. Der Faktor für zulässige Spannungen für den Lastfall ‚H‘ (Hauptlasten) wird dort mit 0,42 festgelegt. Im Zuge der Fortschreibung des Regelwerkes als DIN 18800-1 [N11] und der Einführung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes wurde der globale Sicherheitsfaktor $1/0,42 = 2,38$ in Teilsicherheitsbeiwerte aufgeteilt mit 1,35 bis 1,5 auf der Lastseite und einem verbleibenden Wert von $2,38/1,45 = 1,65 = 1,5 \cdot 1,1$ auf der Widerstandsseite [L15]. Mit Einführung des Eurocode EN 1993-1-1 [N3] wurde der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_M = 1,1$ zu $\gamma_{M0} = 1,0$ für die Beanspruchbarkeit von Querschnitten angepasst. Diese Anpassung wurde auch für die Bemessungsgleichung (Gl. 2-2) übernommen und wird entsprechend bis heute verwendet. Währenddessen wurde das Sicherheitskonzept für Profile aus Stahl sukzessive weiter angepasst (Gl. 2-1) und dabei das globale Sicherheitsniveau reduziert.

Eine Überarbeitung des Sicherheitskonzeptes für hochfeste Zugglieder zur Bestimmung von probabilistisch begründeten Teilsicherheitsbeiwerten unter Berücksichtigung der Variationskoeffizienten aller relevanten Einflussfaktoren auf der Last- wie auf der Widerstandsseite ist im Zuge der aktuellen Fortschreibung der Norm nicht erfolgt. Die aktuell gültigen Regelwerke enthalten auch keine konkreten Festlegungen dazu, bis zu welchen Schiefstellungen der Anschlussbauteile die Bemessungsgleichungen angewendet werden dürfen oder wie die Widerstandswerte bei größeren Imperfektionen ggf. abzumindern sind. An den Verankerungen treten zudem einerseits dauerhafte Schiefstellungen (Imperfektionen aus der Herstellung, Verformungen aus permanenten Lasten sowie ggf. Kriechen und Schwinden) wie auch veränderliche Schiefstellungen durch kehrlastbedingte Tragwerksverformungen auf. Dass Schiefstellungen an den Verankerungen insbesondere bei Ermüdungsbeanspruchungen einen deutlichen Einfluss auf die ertragbare LZ-Zahl haben, ist bekannt [L177]. Weitere Einflüsse ergeben sich aus lokalen Zusatzbeanspruchungen im Bereich von Seilklemmen oder durch Umlenkung an einem Sattel. Beim Verseilen werden ggf. zusätzlich Eigenspannungen eingepreßt,

wenn Abweichungen vom planmäßigen Schlagwinkel oder lagenweise unterschiedliche Drahtvorspannungen eingepreßt werden. Diese Effekte können sich beim Ablängen bei kurzen Seilen, wie sie im Laborversuch verwendet werden, teilweise entspannen, bevor durch den Verguss der Seilendverankerung die Drahtenden relativ zueinander fixiert werden. Bei langen Seilen bleiben im Seilverbund eingepreßte Eigenspannungen ggf. erhalten und können bei der Montage bspw. durch Torsionskräfte beim Vorspannen der Seile erkannt werden.

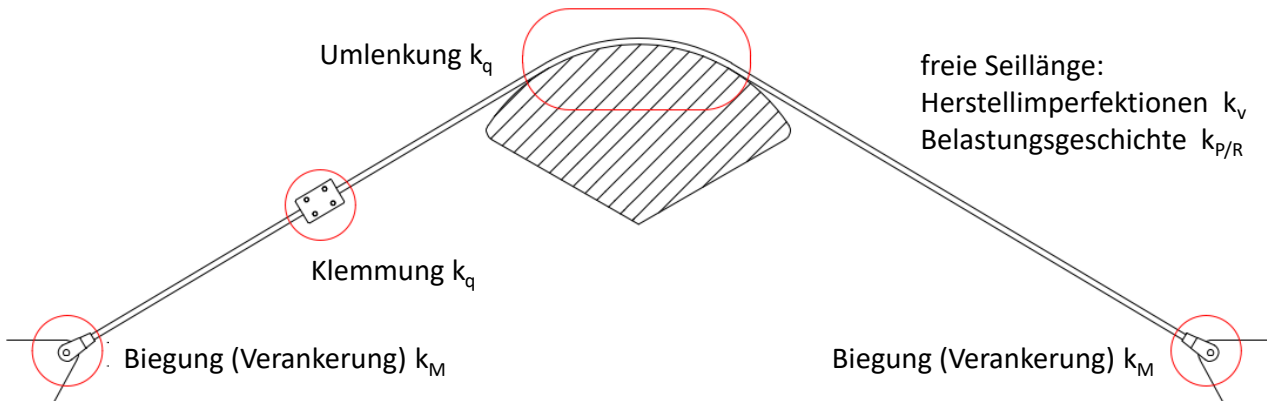


Abbildung 2-14 Einflüsse, welche bei einem Zugversuch unter Laborbedingungen nicht erfasst werden und daher bei der Bestimmung eines Widerstandsmodells zusätzlich zu berücksichtigen sind [L16].

Welche der genannten und ggf. weiteren Einflüsse der gegenwärtig verwendete Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_{Mt,B} = 1,5$ nach [N8] und der gegenwärtige Betriebsfestigkeitsnachweis abdeckt und bis zu welcher Größe, ist nicht geklärt.

Im Rahmen einer durch den Autor initiierten und begleiteten studentischen Arbeit konnte für vollverschlossene Seile ein auf Versuchsergebnissen statistisch begründeter Teilsicherheitsbeiwert für die Widerstandsseite bestimmt werden [L15]. In Kombination mit vereinfachten Bemessungsgleichungen auf Basis der Seilquerschnittswerte wurde ein Bemessungskonzept vorgeschlagen [L16], welches den Anforderungen nach Eurocode 0 [N1] Anhang D entspricht und weitere in den zugrundeliegenden Versuchswerten nicht abgebildete Einflussfaktoren durch ergänzende Komponenten im Nachweis berücksichtigt (vgl. Abbildung 2-15). Ist nur der Seildurchmesser bekannt, kann ein Ansatz auf Seilebene gewählt werden, wobei ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{Mt} = 1,22$ anzusetzen ist. Ist der Seilaufbau bekannt, kann $\gamma_{Mt} = 1,15$ angesetzt werden, wodurch bspw. auch im Falle von Nachrechnungen im Bestand das vorhandene Potential genutzt werden kann.

Im Rahmen einer weiteren studentischen Arbeit wurde für unterschiedliche Seiltragwerke analysiert, welche verkehrslastbedingten Verformungen sich an den Seilanschlüssen ergeben [L183]. Entsprechende Untersuchungen zur Bestimmung zugehöriger Rotationen an den Seilverankerungen sind gegenwärtig sehr aufwändig, könnten aber in Zukunft durch erweiterte FE-Modellansätze für Stab- oder Seilelemente mit Berücksichtigung der Knotenrotationen an den Anschlüssen sehr einfach mitbetrachtet werden.

Das gegenwärtige Sicherheitsniveau ist für die meisten Anwendungen konservativ (vgl. Abbildung 2-16). Es ist jedoch zu vermuten, dass es einzelne Anwendungen gibt, für welche das gegenwärtige Verfahren den planmäßig gewünschten Sicherheitsindex nach Eurocode 0 [N1] nicht gewährleistet. Hänger von Netzwerkbogenbrücken könnten zu dieser Kategorie zählen, wenn deren Anschlüsse ohne Kompensation der permanenten Schiefstellungsanteile (Werkstattform) gefertigt werden.

Ansatz auf Seilebene

$$F_{Rd} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot f^* \cdot k^* \cdot R_r}{\gamma_M \cdot k}$$

- d = nominaler Seildurchmesser
- f^* = Füllfaktor = 0,85 (konstant)
- k^* = Verseilverlustfaktor = 0,92
- R_r = Drahtfestigkeitsklasse

$\gamma_M = 1,22$

Ansatz auf Drahtebene

$$F_{Rd} = \frac{\left(\sum_n A_{c,n} \cdot R_r\right) \cdot k^*}{\gamma_M \cdot k}$$

- n = Anzahl der Drahtebenen
- $A_{c,n}$ = Drahtennquerschnittsfläche
- R_r = Drahtfestigkeitsklasse
- $(A_{c,n} \cdot R_r = F_{e,c,min})$
- k^* = Verseilverlustfaktor = 0,92

$\gamma_M = 1,15$

Anpassungsfaktoren

$$k = k_v \cdot \min(k_\phi; k_q) \cdot k_{P|R} > k_{min}$$

- k_v = Herstellimperfectionen bei langen Seilen (1.0 – 1.05)
- k_ϕ = Biegung an der Seilverankerung (1.0 – 1.2)
- k_q = Querpressung aus Klemmung und / oder Umlenkung (1.0 – 1.05)
- Hinweis: üblicherweise sind k_ϕ und k_q nicht gleichzeitig anzusetzen
- $k_{P|R}$ = Abminderung für Belastungsgeschichte (Low fatigue) (1.0 – 1.1)

Abbildung 2-15 Vorschlag für einen Bemessungsansatz für vollverschlossene Spiralseile nach EC 0 [N1], Anhang D, wobei der Teilsicherheitsbeiwert für die Traglast auf Basis von Laborversuchen ermittelt wurde [L16]. Weitere Faktoren, welche nicht im Laborversuch abgebildet sind, werden zusätzlich in Ansatz gebracht. Die dargestellten Anpassungsfaktoren sind indikativ und noch nicht quantitativ abgesichert.

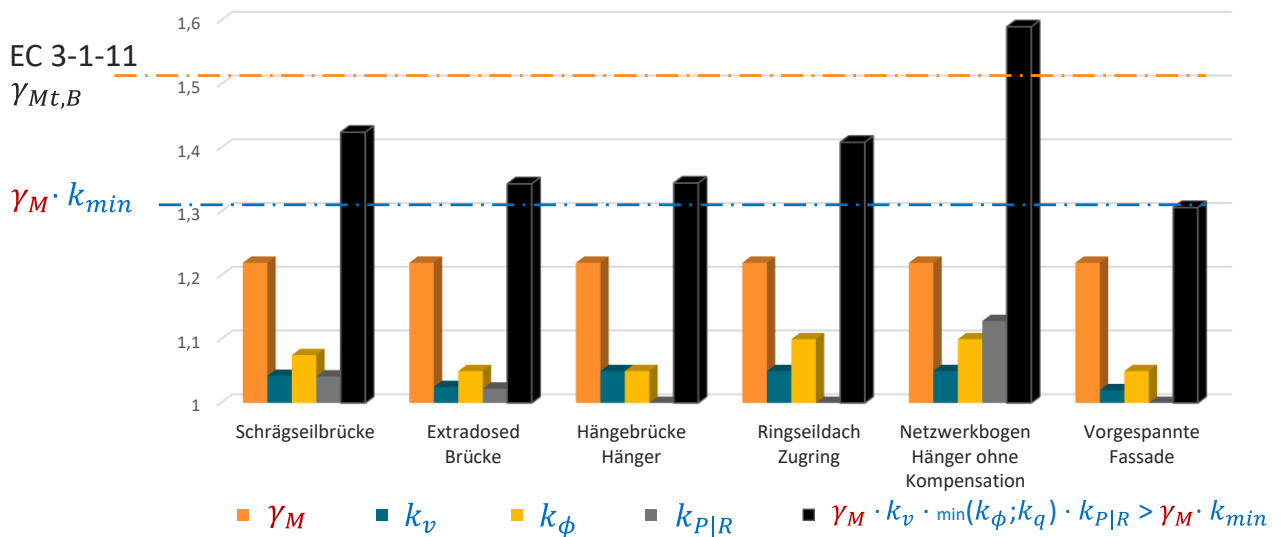


Abbildung 2-16 Schematische Darstellung des Teilsicherheitsbeiwertes auf der Widerstandsseite unter Berücksichtigung weiterer Einflüsse durch Anpassungsfaktoren (vgl. Abbildung 2-15), welche die Traglast im Vergleich zum Laborversuch abmindern. Die dargestellten Anpassungsfaktoren sind exemplarisch, indikativ und noch nicht quantitativ abgesichert.

Für eine abgesicherte Quantifizierung der benannten Faktoren sind weitere Untersuchungen erforderlich. Eine differenzierte Methode zur Bestimmung des erforderlichen Teilsicherheitsbeiwertes kann gleichzeitig einen Beitrag zur Ressourcenschonung leisten und das Sicherheitsniveau vereinheitlichen.

2.5.4 Regelwerke für die Bemessung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoff

VDI-Richtlinie 2014 (2006) [N16]

Die 2006 eingeführte VDI-Richtlinie 2014 [N16] bündelt den damaligen Stand der Technik der Berechnungsmethoden zur Entwicklung von Faserkunststoffverbundbauteilen, wobei Bauteile aus faserverstärkten Einzelschichten im Fokus stehen. Hinsichtlich der Festigkeitsberechnung wurde von Pauschalversagenskriterien (Bsp. Tsai/Wu [L202], vgl. 2.2.4) auf ein Verfahren mit differenzierten Versagenskriterien umgestellt. Diese sog. wirkbezogenen Bruchkriterien gehen auf die Ansätze nach Hashin und Puck [L157] zurück. Bauteile aus UD Laminat sind dabei ein Sonderfall.

CEN/TS 19101:2022 Design of fibre-polymer composite structures [N15] (prEN 19101)

Vom CEN/TC 250/WG4 liegt ein Vorschlag [N14] zur Bemessung von Infrastrukturbauwerken oder Tragwerksteilen aus Faserverbundwerkstoff (FRP) vor, welcher von einem europäischen Projektteam zwischen 2018 und 2020 erarbeitet wurde und zukünftig als weiterer Teil der Eurocodereihe (EN 19101) eingeführt werden soll. Das Regelwerk ist mit dem Sicherheitskonzept des Eurocode 0 [N1], der Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten und den zugehörigen Normen für Einwirkungen harmonisiert. Der Anwendungsbereich umfasst laminierte Bauteile, pultrudierte Profile und Sandwichpanele mit einem Schwerpunkt auf geschraubte, geklebte und hybride Verbindungen unter Verwendung von Glas-, Carbon-, Basalt- und, mit Einschränkungen, auch Aramidfasern.

Zugglieder (UD Laminates) werden ebenso wie Betonbewehrung oder Lamellen zur nachträglichen Verstärkung vom Anwendungsgebiet des Regelwerkes ausgeschlossen [L133]. Dennoch können zahlreiche relevante Effekte in Anlehnung an dieses Regelwerk betrachtet werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass sich die vereinheitlichten Ansätze bspw. für den Effekt von eindringender Feuchte für Glas-, Basalt- oder Carbonfaserlaminat deutlich unterscheiden und die Ansätze jeweils den ungünstigsten Fall abdecken.

Für den Einfluss erhöhter Einsatztemperaturen wird ein Abminderungsfaktor in Abhängigkeit der Einsatztemperatur und der Glasübergangstemperatur vorgeschlagen (vgl. 2.3.4), welcher auf einer gemeinsamen Auswertung einer Vielzahl an statischen Versuchsreihen an sowohl pultrudierten als auch laminierten Proben aus Glas-, Carbon- und Basaltfaserverbundwerkstoffen mit Epoxy-, Polyester- und Acrylatmatrices beruht [L26]. Ein weiterer Abminderungsfaktor wird für den Einfluss von eindringender Feuchte festgelegt. Die zugrunde liegenden Studien wurden an Glasfaserlaminaten durchgeführt [L27] und sind daher für Carbonlaminat nicht aussagekräftig.

Die vorgeschlagenen Teilsicherheitsbeiwerte für den Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in Abhängigkeit der Streubreite der Material- oder Produkteigenschaften festgelegt, sodass Versuchsergebnisse oder Vorkenntnisse für deren Bestimmung erforderlich sind. Dies trägt dem Umstand Rechnung, dass einerseits zahlreiche unterschiedliche Materialien mit jeweils mehreren statistisch unterschiedlich verteilten Materialeigenschaften zu berücksichtigen sind und diese Eigenschaften zum anderen durch unterschiedliche Herstellungsverfahren oder auch unterschiedliche Prozesserfahrung der Hersteller bei den teilweise in Handarbeit erfolgenden Arbeitsschritten zu deutlich abweichenden Verteilungen der Eigenschaften führen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist zudem für die quasi-ständige Lastkombination ein Dauerstandnachweis gegen faserdominierten Kriechbruch (fibre-dominated creep-rupture) zu führen [L180], welcher jedoch für UD Carbonlaminat unter faserverparalleler Zugbeanspruchung i. d. R. nicht maßgebend wird.

Ein Betriebsfestigkeitsnachweis ist erforderlich, wenn ermüdungswirksame Einwirkungen vorliegen, die über der Grenzwertfunktion (Gl. 2-4) liegen. Der Einfluss des Spannungsverhältnisses R bleibt in (Gl. 2-4)

unberücksichtigt, obwohl in [N14] auf eine Mittel- bzw. Oberspannungsabhängigkeit hingewiesen wird. Für den Betriebsfestigkeitsnachweis werden Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite gegeben, welche gemeinsam mit Anpassungsfaktoren für Umwelteinflüsse im Nachweis zu berücksichtigen sind. Der charakteristische Wert der Ermüdungsfestigkeit ist ebenfalls über Bauteilversuche zu bestimmen. Es werden Hinweise zur Durchführung von Ermüdungsversuchen mit einer konstanten Schwingbreite gegeben, jedoch keine eindeutigen Festlegungen getroffen, wie ein schadensäquivalentes Lastspektrum zu ermitteln ist. Eine Überlagerung von ermüdungswirksamen Einflüssen aus Wind und Verkehr wird explizit nicht verlangt.

$$\frac{E_d(\gamma_{Ff} \cdot Q_{fat})}{R_d} > 1,6 - 0,18 \cdot \lg N \quad (\text{Gl. 2-4})$$

Das Regelwerk gibt grundsätzliche Hinweise zur Ausführung, Qualitätssicherung, Installation und Instandhaltung von Bauteilen oder Tragwerken aus Faserverbundwerkstoff und zu Allgmeintoleranzen und weiteren Punkten, die für den Anwendungsfall zusätzlich festzulegen sind. Eine Überprüfung der Toleranzen nach abgeschlossener Installation wird vorgeschrieben. Je nach Relevanz der Struktur ist ein Inspektionskonzept aufzustellen.

Als Referenz hinsichtlich der gewählten Begrifflichkeiten und Abkürzungen orientiert sich die vorliegende Arbeit weitgehend an diesem harmonisierten Regelwerk [N14].

3 Datengrundlage für versuchsgestützte Bemessungsansätze

3.1 Überblick

In diesem Kapitel werden die Versuchsergebnisse aus [L171][L172][L224] und [L82] zusammengefasst, welche in den weiteren Kapiteln als Grundlage herangezogen werden. Hinsichtlich der Veranlassung und der Finanzierung der vorgestellten Untersuchungen wird auf 1.4 verwiesen.

Bauteilversuche unter statischen und zyklischen Einwirkungen wurden an realmaßstäblichen Carbonstrangschlaufen in drei Größen durchgeführt. Die verwendeten Prüfmuster werden in 3.2.1 vorgestellt. An allen Prüfmustern wurden zunächst statische Lastzyklen zur Bestimmung der Bauteilkennlinie durchgeführt (3.3.1). Anschließend erfolgt entweder eine zerstörende Zugprüfung zur Bestimmung der statischen Traglast (3.3.2) oder ein Ermüdungsversuch (3.5) bis zum Versagen oder bis zum Erreichen einer festgelegten Zyklenzahl und ggf. im Anschluss eine Bestimmung der Resttragfähigkeit (3.5.7). In einzelnen Versuchen wird der Einfluss einer Bolzenschiefstellung untersucht.

In 3.4 wird über Messungen der Biegesteifigkeit des Verankerungsbereiches nach [L63][L82] berichtet.

Eine Vorstellung der vorliegenden Ermüdungsversuche erfolgt in 3.5, beginnend mit Erläuterungen zur Konzeption der Versuche (3.5.1) und zu den beobachteten Versagensmustern (3.5.2). Auf das Phänomen der Wärmeentwicklung bei Prüfkörpern im Ermüdungsversuch, Ansätze zur Einschätzung geeigneter Versuchsrandbedingungen und Maßnahmen zur Vermeidung thermisch bedingter Schädigung wird in 3.5.3 näher eingegangen. Inwieweit dieses Phänomen auch beim Einsatz von Carbonzuggliedern im Brückenbau von Belang ist, wird in 3.5.3.6 diskutiert.

In 3.5.5 wird auf Ermüdungsversuche mit zusätzlichem Einfluss einer Bolzenschiefstellung eingegangen und erläutert, wie sich hieraus die grundlegende Fragestellung für die Untersuchung in Abschnitt 5.4 dieser Arbeit ergibt. Vorliegende Untersuchungen zur Schädigungsakkumulation werden anhand der vorliegenden Versuche im Mehrstufenkollektiv in 3.5.6 diskutiert. In 3.5.7 wird auf die Resttragfähigkeit nach vorausgegangener Ermüdungsbelastung eingegangen.

Untersuchungen zum Reibungskoeffizienten in der Gleitfuge anhand von Dehnungsverläufen im Bereich der Schlaufenverankerung werden in 3.6 vorgestellt. Zunächst wird auf den Einsatz von faseroptischen Messungen im Allgemeinen (3.6.1) und im Bereich mehraxialer Spannungszustände im Besonderen (3.6.2) eingegangen. Darauf aufbauend werden Messungen mit faseroptischen Sensoren im Inneren der Carbonquerschnitte von Strangschlaufen vorgestellt (3.6.3) und eine Auswertung in Bezug auf den Verlauf des Dehnungsgradienten in der Schlaufenumlenkung zur Abschätzung der Reibung an der Gleitfuge (3.6.4) diskutiert.

Die Bauteilversuche wurden an verschiedenen Prüfeinrichtungen durchgeführt. Einheitliche Regelungen zur Durchführung und Auswertung von Versuchen an Carbonstrangschlaufen liegen bislang nicht vor. Auf erforderliche Festlegungen zur Gewährleistung vergleichbarer Versuchsergebnisse wird in 3.5.2, 4.7 und Anhang A eingegangen.

Messungen der Eigenfrequenzen von bereits eingebauten Zuggliedern am Bauwerk aus [L86] und [L81] werden in 6.2.3 betrachtet und in diesem Kapitel nicht gesondert eingeführt.

Weitere Versuche sind aus [L124] und [L224] bekannt. Dabei handelt es sich um einzelne Versuche mit teils abweichender Bauteilgeometrie oder abweichender Faser, welche in dieser Arbeit nicht zu einer vergleichenden Betrachtung herangezogen werden.

3.2 Bauteilversuche im Überblick

3.2.1 Prüfmuster und Versuchsübersicht

Als Prüfmuster für die in 3.3 und 3.5 vorgestellten Bauteilversuche wurden realmaßstäbliche Carbonstrangschlaufen nach dem in 2.3.1 erläuterten Herstellprinzip verwendet (vgl. Abbildung 2-11 und Abbildung 3-1). Die Proben wurden von Carbo-Link hergestellt. In [L224] wurden Untersuchungen an drei unterschiedlichen Mustergrößen durchgeführt, welche nach dem Nenndurchmesser des Laminatquerschnitts auf der freien Länge mit 50 mm (40 mm, 20 mm) als TK50 (TK40, TK20) bezeichnet werden (vgl. Anhang B.2). Die Längen der Prüfmuster wurden mit einem Abstand der Bolzenachsen von 2,3 m (2,0 m, 1,0 m) so gewählt, dass eine ausreichende freie Länge zur Verfügung steht, um die Dehnung in diesem Bereich messtechnisch bestimmen zu können. Prüfmuster mit der Bezeichnung STAT SN und STAT PM mit 50 mm Nenndurchmesser wurden im Vergleich zur Serie TK50 mit einer anderen Faser hergestellt, sind aber hinsichtlich der geometrischen Abmessungen im Schlaufenbereich mit dieser Bauform identisch und weisen eine Länge von 2,4 m Bolzenabstand auf. In 3.4 wird außerdem von einem Versuch an einer Strangschleife mit 50 mm Nenndurchmesser und 4 m Bolzenabstand berichtet, welcher unter der Bezeichnung TK50-MA geführt wird.

In den Versuchen wurden unterschiedliche Kauschentypen (in [L224] auch als Lager bezeichnet) verwendet.

- Kausche A: Aus Titan gefertigte zylindrische Vollkausche (Abbildung 3-1 rechts).
- Kausche B: Analoge Ausführung zu A; zusätzlich sind zwei Halbschalen aus Aluminiumbronze eingebracht, welche in der Montagesituation die Aufnahme von Imperfektionen der Anschlusslaschen ermöglichen sollen (Abbildung 3-1 links). Ein Erhalt der Beweglichkeit des Gelenkes unter Last ist nicht vorgesehen.
- Kausche C: Analoge Ausführung zu A, jedoch als teilbare Kausche, welche zu Inspektionszwecken geöffnet und entnommen werden kann.
- Kausche D: Analoge Ausführung zu A, jedoch mit einer schiefgestellten Bohrung zur Simulation einer Anschlusslasche mit Fehlwinkel.



Kausche B
mit Kugelgelenk

Starre Kausche A

Abbildung 3-1 Prüfmuster mit starrer Vollkausche (A – rechts) und Kausche mit integriertem Kugelgelenk (B – links)

In Abbildung 3-2 und Abbildung 3-3 wird ein Überblick über die Bauteilversuche aus [L171] [L172] [L224] und [L82] gegeben. Ergebnisse der Messungen der Bauteilsteifigkeit für die freie Länge (rot), für die Verankerung (grün) und für das gesamte Bauteil (lila) werden hier den Ergebnissen aus anschließenden Bruch- oder

Ermüdungsversuchen gegenübergestellt. Anhand der weiteren Marker ist ersichtlich, welche Prüfmuster anschließend im Zugversuch zerstörend geprüft wurden (blaue Raute). Die Lage des blauen Markers entspricht dann der erreichten Bruchlast in % im Vergleich zum Chargenmittelwert. Ein anschließender Ermüdungsversuch ist durch einen schwarzen Ringmarker gekennzeichnet. Sofern im Nachgang zum Ermüdungsversuch die Resttragfähigkeit bestimmt wurde, zeigt ein orangefarbener Marker die Resttragfähigkeit bezogen auf die statische Tragfähigkeit in % an. Sechs Muster, gekennzeichnet mit einem schwarzen Dreieck, wurden mit integrierten faseroptischen Sensoren (FOS) hergestellt.

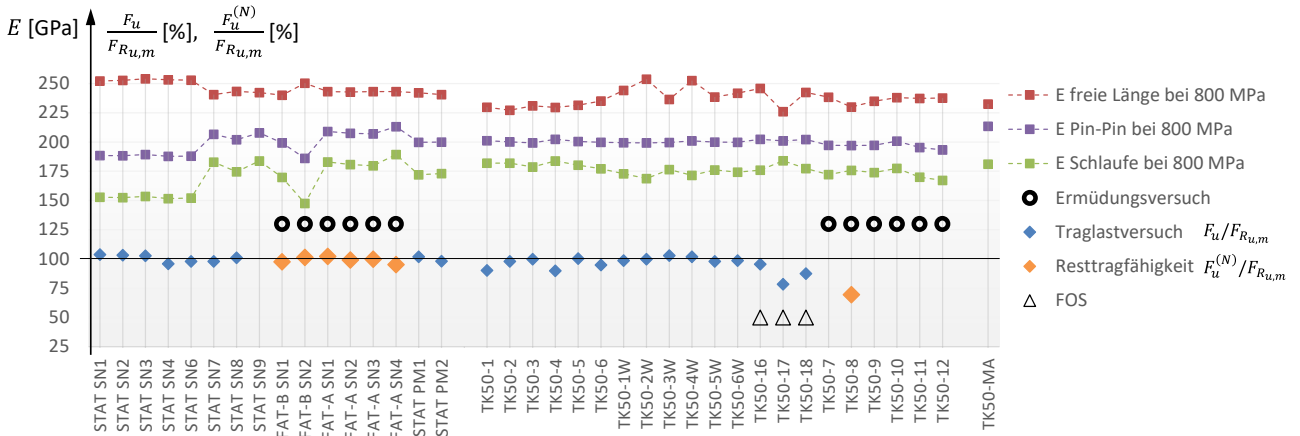


Abbildung 3-2 Übersicht der Bauteilversuche an Strangschlaufen mit 50 mm Nenndurchmesser auf der freien Länge aus [L171][L172] und [L224]

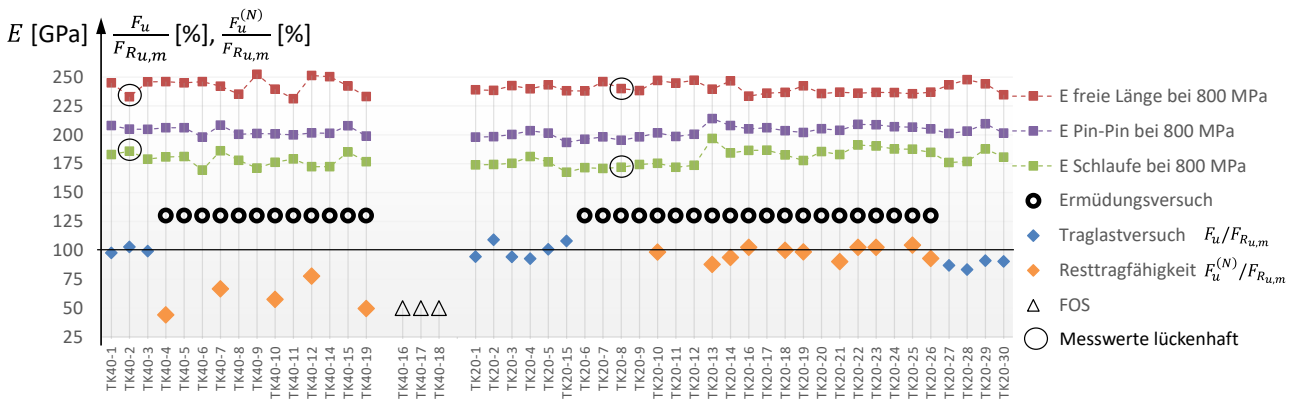


Abbildung 3-3 Übersicht der Bauteilversuche an Strangschlaufen mit 40 und 20 mm Nenndurchmesser auf der freien Länge aus [L224]

Die Herstellung der Muster erfolgte mit einem automatisierten Ablegeprozess der prepreg tapes. Ausgenommen hiervon sind die Muster der Größe TK20, welche in einem davon abweichenden händisch unterstützten Prozess gefertigt wurden.

Im Zuge der Herstellungsüberwachung wurde eine rückverfolgbare Dokumentation der verwendeten Fasern und der Matrix sowie der Halbzeuge im Zuge der Produktionszwischenschritte (prepreg tape) erstellt. Die Nummerierung der Muster aus [L224] weist bei TK40-13 und TK50-13 – 15 Lücken auf. Diese Muster wurden nicht hergestellt.

Die Herstellung der Prüfmuster TK20, TK40 und TK50 aus [L224] erfolgte chargenweise. Dadurch konnten zahlreiche Kauschen aus Titan direkt mehrfach für die Herstellung eines neuen Zuggliedes wiederverwendet werden, womit ein Beitrag zur Ressourcenschonung und Minimierung der Umweltbelastung geleistet

werden konnte [L224]. Gleichzeitig werden chargenabhängige Einflüsse aus der Fertigung erkennbar (vgl. 3.3.4). Sofern erforderlich wurden im Werk des Herstellers im Zuge der Fertigung innenliegende Temperatursensoren im Inneren der Titan-Kausche oder faseroptische Sensoren im Inneren des Laminatquerschnitts eingebracht [L224].

3.2.2 Verwendete Prüfmaschinen

Die statischen Versuche STAT SN1 bis STAT SN8 [L171] sowie STAT PM1 und STAT PM2 [L172] wurden in einer liegenden Zugprüfmaschine durchgeführt (Abbildung 3-4), während die statischen Versuche der Serien TK50, TK40 und TK20 [L224] in Universalprüfmaschinen in stehender Zweisäulenbauweise durchgeführt wurden (Abbildung 3-5).

Im Regelfall erfolgte die Adaption der Prüfmuster über Bolzenverbindungen und Laschenpaare als Pendelstab mit gelenkigem Anschluss um die Bolzenachse. Durch eine symmetrische Anordnung der Kauschen zwischen den Lasteinleitungslaschen wird im Regelfall eine Lasteinleitung ohne Moment an der Verankerung gewährleistet.



Abbildung 3-4 Liegende Anordnung in Zugprüfmaschine, links: an der MPA Stuttgart [L171], rechts: bei der Firma Carbo-Link [L196]



Abbildung 3-5 Stehende Anordnung in Universalprüfmaschinen; von links nach rechts: Prüfmaschine M12 und Prüfmaschine M14 des KIT Karlsruhe, Prüfmaschinen Schenck und Amsler der MPA Stuttgart [L224].

Sonderfälle stellen die Versuchseinrichtungen für Ermüdungsversuche mit der Möglichkeit einer planmäßigen Bolzenschiefstellung für einen Prüfkörper (Abbildung 3-6) und als Zwillingsversuchsstand für Ermüdungsversuche mit Bolzenschiefstellung (Abbildung 3-7) dar. Die Schiefstellung des Bolzens wird in diesem Fall durch Lagerschalen vorgegeben.

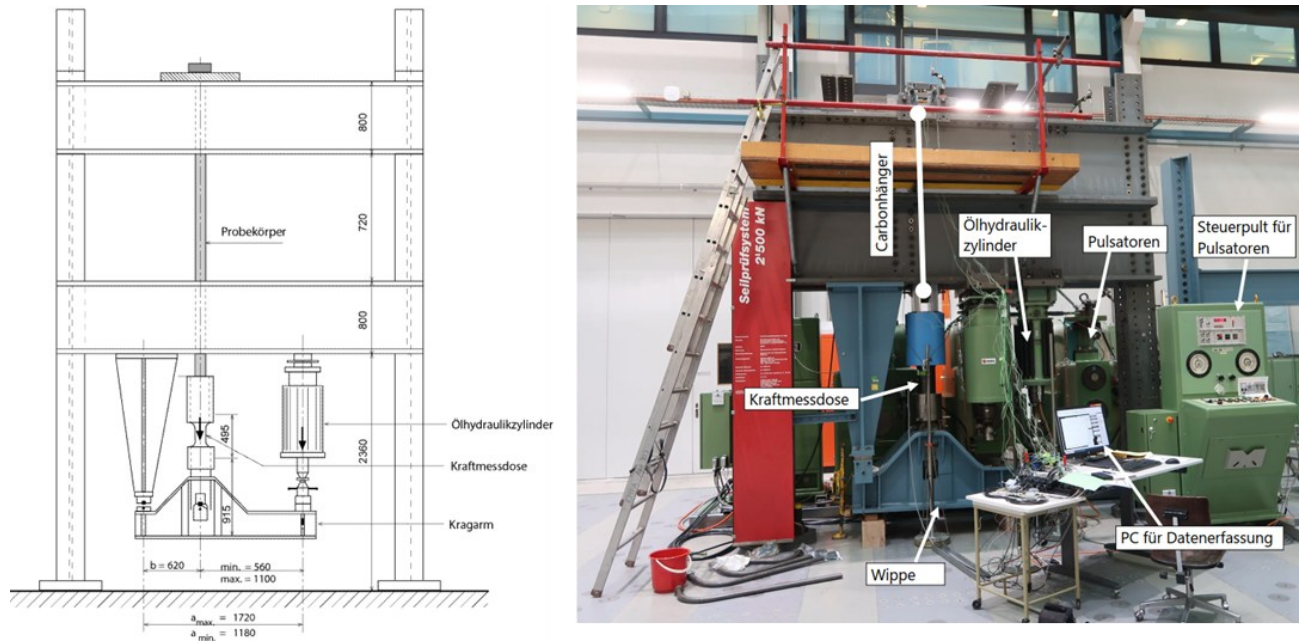


Abbildung 3-6 Zugprüfstand mit Hebelmechanismus und entkoppeltem Belastungszylinder der Empa [L224].

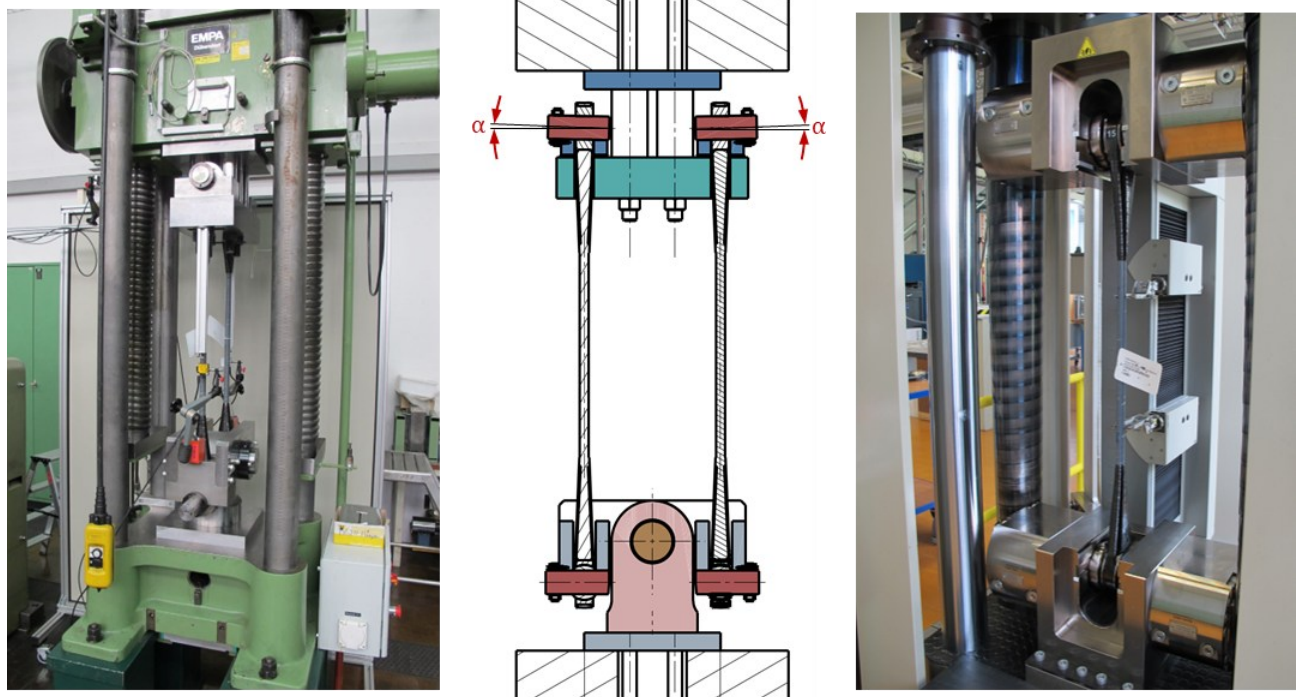


Abbildung 3-7 Stehende Anordnung als Tandemversuch für TK20 an der Empa (links und Mitte) optional für Bolzenschiefstellung im Ermüdungsversuch (Mitte), stehende Prüfmaschine zur Messung der Bauteilkennlinie an der Empa (rechts) [L224].

3.3 Statische Traglastversuche

3.3.1 Ergebnisübersicht

Eine Übersicht vorliegender Traglastversuche aus den Quellen [L171], [L172] und [L224] ist in Tabelle 3-1 dargestellt. Die Bauteile wurden aus zwei verschiedenen Fasern hergestellt (Spalte 5). Die Muster der Chargen Lot1 und LotP wurden mit einer UTS-Faser aus japanischer Produktion hergestellt, die der Chargen 1 bis 7 mit einer Faser desselben Herstellers mit den gleichen technischen Spezifikationen, jedoch aus deutscher Produktion.

Die Einzelfaserfestigkeiten der jeweiligen Produktionslose (Spalte 6) unterscheiden sich mit 5014, 5076 und 5078 MPa geringfügig. Die Spalten 7 und 8 enthalten die Einzelwerte der Bruchfestigkeit und die Chargenmittelwerte. In Spalte 9 ist die Standardabweichung und in Spalte 10 der Variationskoeffizient der Bruchlasten innerhalb der Charge ausgewiesen. Der Variationskoeffizient (Spalte 10) liegt mehrheitlich zwischen 2 % und 3,5 %. Ein deutlich höherer Variationskoeffizient kann für TK50, Charge 1 auf eine Herstellungsabweichung zurückgeführt werden (vgl. 3.3.4, Tabelle 4-2 und Abbildung 4-7) und kann im Falle der Muster TK20 im Zusammenhang mit der abweichenden Herstellmethode beim Ablegen der prepreg tapes stehen (vgl. 3.2.1).

3.3.2 Prinzipielles Bauteilverhalten im statischen Versuch

3.3.2.1 Verhalten im Bruchversuch

Anhand der Kraft-Weg-Diagramme der Bruchversuche TK40 in Abbildung 3-8 kann das typische Bauteilverhalten beobachtet werden, welches häufig als nahezu lineares Verhalten bis zum plötzlichen Bruch beschrieben wird. Hierbei steht das Fehlen der bei Stahzzuggliedern bekannten plastischen Dehnungen im Vordergrund. Bei genauer Betrachtung ist eine leichte Zunahme der Bauteilsteifigkeit bei steigender Zugbeanspruchung erkennbar, welche auf ein nichtlineares intrinsisches Materialverhalten der Carbonfaser zurückgeführt werden kann und in 4.6.1 ff. näher betrachtet wird. In der Detailansicht sind kleine punktuelle Lastabfälle zu erkennen, welche im Versuch begleitet von einem deutlich wahrnehmbaren Knacken auftreten, während das Prüfmuster einer Laststeigerung oberhalb der zuvor erreichten Lastniveaus ausgesetzt wird [L80].

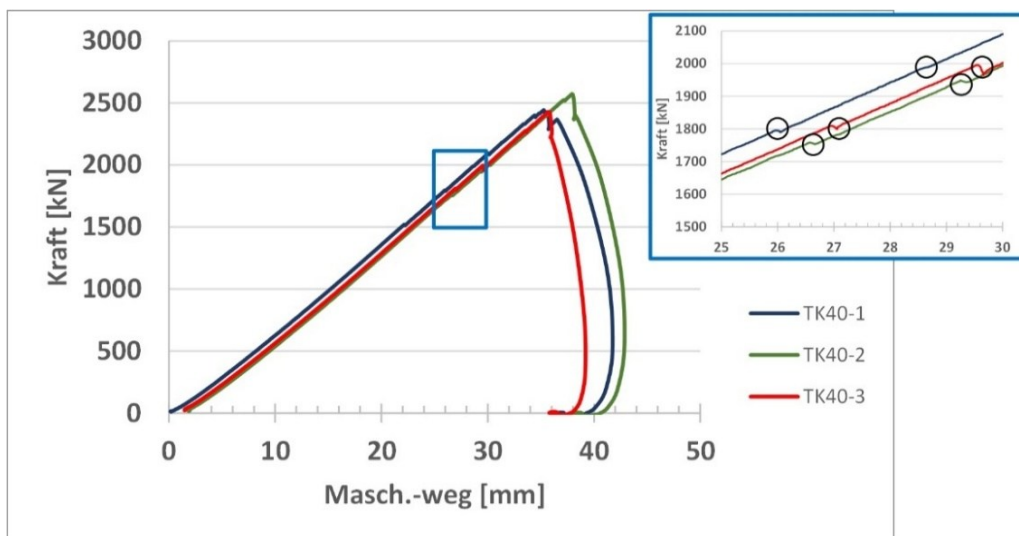


Abbildung 3-8 Kraft-Weg-Diagramme von Bruchversuchen der TK40 Serie [L80] mit Detailansicht

Tabelle 3-1 Traglastversuche Übersicht

Prüfmuster Traglastversuche									
Muster	Charge	Kau- sche Typ	Schiefstellung Thimble [mrad]	Faser (Liefer- zertifikat)	Zugfestigkeit der Faser [MPa]	Bruch- last F_u [kN]	Chargen Mittel- wert $F_{Ru,m}$ [kN]	Standard- abweichung Variations- koeffizient [kN] [%]	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
STAT SN1	Lot1	A A	20	UTS50 JAP (202103278)	5078	3775	3669	118	3,2 %
STAT SN2						3759			
STAT SN3						3739			
STAT SN4						3487			
STAT SN5						3693			
STAT SN6						3563			
STAT SN7						3562			
STAT SN8						3676			
STAT PM1	Lot P	A A	20			3735	3665	99	2,7 %
STAT PM2						3595			
TK50-1	1	D B	30	UTS50 E (220420410)	5076	3270,4	3478	183	5,3 %
TK50-2						3548,4			
TK50-3						3616,6			
TK50-4						3257,5			
TK50-5						3636,3			
TK50-6						3434,1			
TK50-1W	3	D B	30			3575,1	3596	29	0,8 %
TK50-2W						3616,1			
TK50-3W						3730,0			
TK50-4W	2	A B	keine	UTS50 E (220420420)	5014	3690,3	3602	77	2,1 %
TK50-5W						3546,0			
TK50-6W						3571,1			
TK50-16						3461,2			
TK50-17	7	A B	keine			2839,0			
TK50-18						3170,2			
TK40-1	1	A B	keine	UTS50 E (220420410)	5076	2442,0	2499	66	2,6 %
TK40-2						2571,4			
TK40-3						2484,5			
TK20-1	1	A B	keine	UTS50 E (220420410)	5076	641,5	677,1	55,0	8,1 %
TK20-2						740,6			
TK20-3						640,1			
TK20-4						629,9			
TK20-15						733,6			
TK20-5						684,2			
TK20-27	7	A B	keine			589,9	596,4	24,0	4,0 %
TK20-28						565,3			
TK20-29						617,8			
TK20-30						612,6			

Quellen: STAT SN1 bis STAT SN8 [L171], STAT PM1 und STAT PM2 [L172], TK50, TK40 und TK20 [L224]

Hinweis: Die Prüfkörper TK50-16 bis TK50-18 wurden mit faseroptischen Sensoren im Inneren des Querschnitts ausgestattet. Es ist daher von Abweichungen im Herstellprozess auszugehen.

Diese Erstbelastungseffekte können in unregelmäßigen Abständen und zunehmender Intensität bis zum Erreichen der Bruchlast beobachtet werden und deuten auf Lastumlagerungen im Bauteil hin, welche durch lokale Zwischenfaserbrüche (lokale Delamination) oder auch lokale Faserbrüche bzw. Brüche einzelner Faserstränge verursacht werden [L80].

3.3.2.2 Lastzyklen zur Bestimmung der statischen Material- und Bauteilkennwerte

Bei der Messung der Last-Verformungs-Kurve zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit sollten die beobachteten Erstbelastungseffekte (vgl. 3.3.2) ausgeschlossen werden. In Anlehnung an das Vorgehen bei der Messung des Elastizitätsmoduls bei Spiralseilen aus Stahl [N7][N8] wurden daher mehrere statische Lastzyklen durchgeführt. Um vertiefte Erkenntnisse zum Bauteilverhalten zu gewinnen, wurden zunächst unterschiedliche Belastungsschemata für die statischen Lastzyklen verwendet (Abbildung 3-9). Empfehlungen zur Durchführung von Traglastversuchen, zur Wahl der Prüfgeschwindigkeit und zur Dokumentation der Ergebnisse sind in Anhang A zusammengefasst.

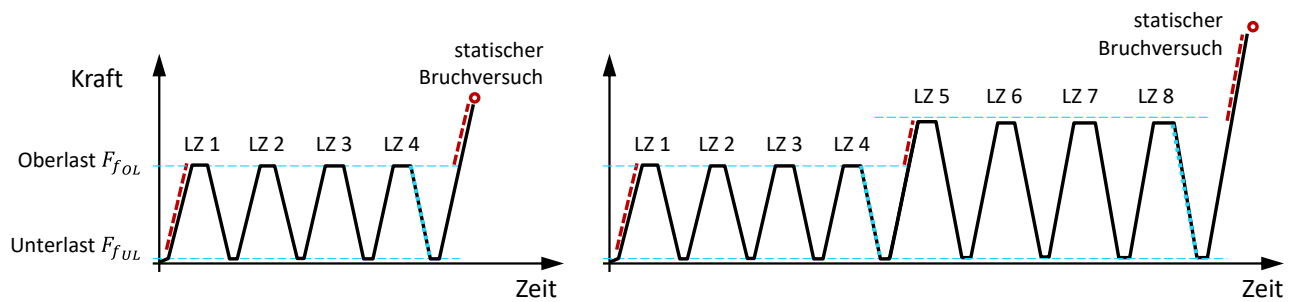


Abbildung 3-9 Statische Lastzyklen, links: Schema mit vier Lastzyklen und anschließendem Bruchversuch, rechts: Schema mit je vier Lastzyklen mit unterschiedlichem Oberlastniveau und anschließendem Bruchversuch

3.3.2.3 Messkonzept

Um zwischen dem Verformungsverhalten der freien Länge und dem Verhalten der Schlaufenverankerungen differenzieren zu können, wurden die Muster in [L224] für die statischen Lastzyklen mit je zwei Wegaufnehmern zur Messung der Verformungen zwischen den beiden Bolzenachsen (Pin-Pin) und auf der freien Länge instrumentiert (vgl. Abbildung 3-10). Durch Mittelung der Messergebnisse der jeweils gegenüberliegend angeordneten Wegaufnehmer werden Einflüsse aus lokaler Schiefstellung der Bolzen oder der Befestigungsklemmen ausgeglichen.

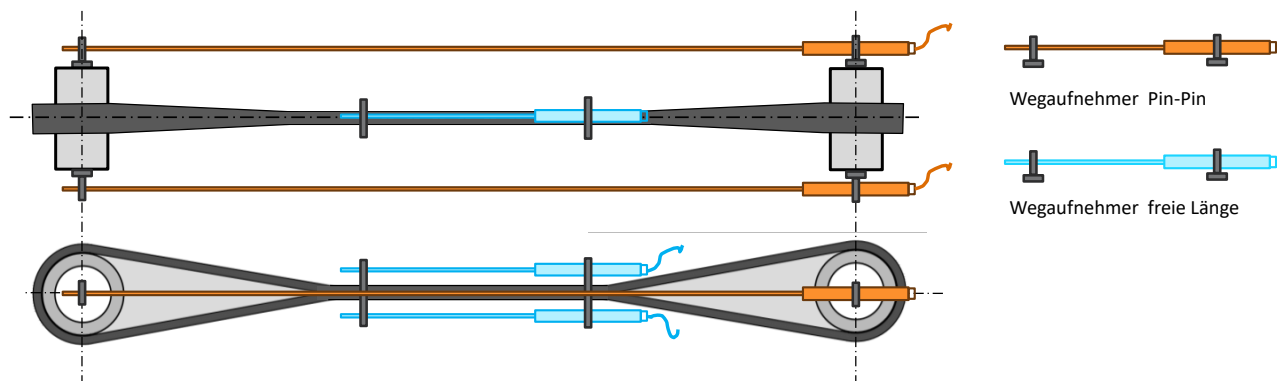


Abbildung 3-10 Messtechnische Ausstattung zur Aufnahme der Last-Verformungs-Kurven zwischen den beiden Bolzenachsen und auf der freien Länge; Darstellung in Anlehnung an [L224].

3.3.2.4 Irreversible Dehnungen

Anhand der Messung des Musters TK50-1W mit einem Belastungsschema mit zwei Oberlastniveaus und je vier Lastzyklen (vgl. Abbildung 3-9 rechts) werden exemplarisch die gewonnenen Erkenntnisse vorgestellt.

Abbildung 3-12 zeigt die Last-Verformungs-Kurven der Messung zwischen den Bolzenachsen (Pin-Pin) für die Lastzyklen LZ 1 bis LZ 5 und LZ 8. Die Lastzyklen LZ 6 und LZ 7 liegen nahezu deckungsgleich mit LZ 8 – auf eine Darstellung wird der Übersichtlichkeit wegen verzichtet. Detailausschnitte und selektierte Ansichten aus Abbildung 3-12 sind in nachfolgenden Abbildungen dargestellt.

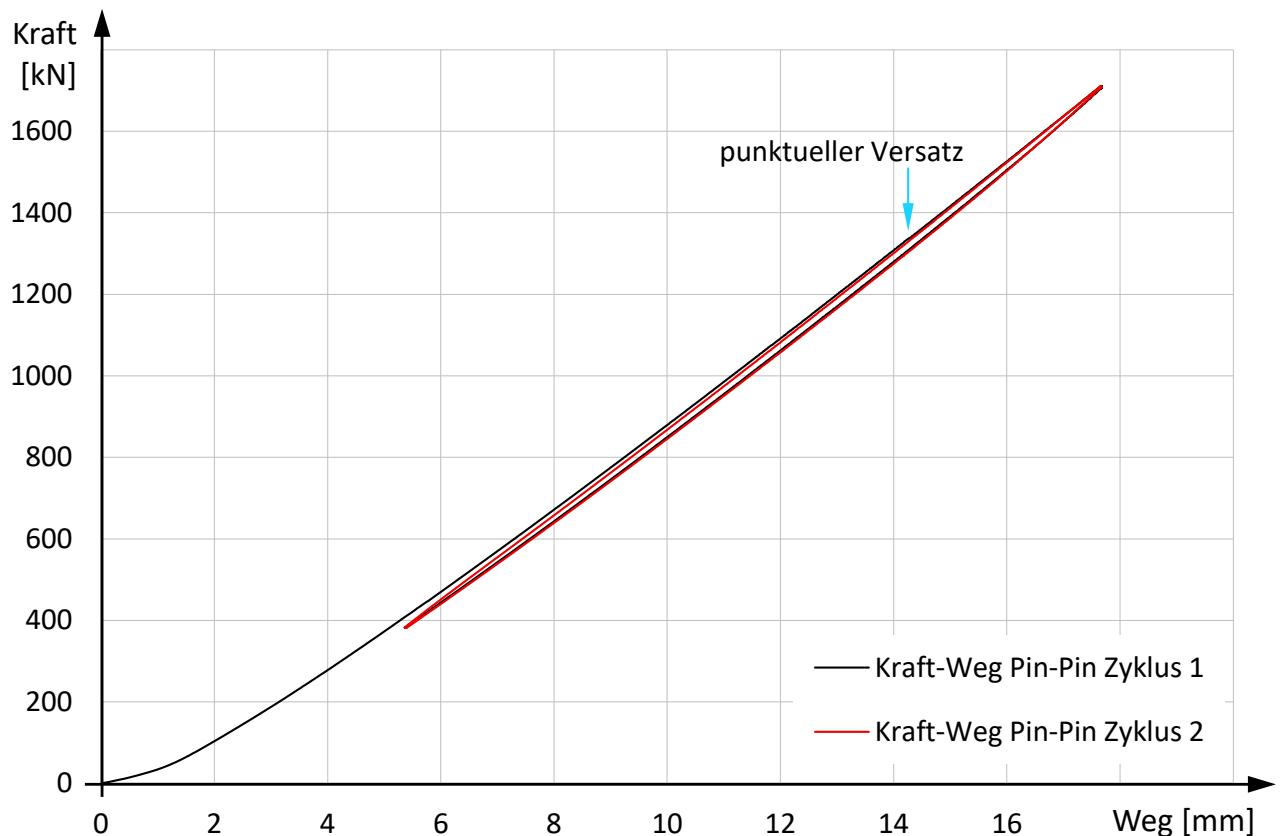


Abbildung 3-11 Last-Verformungs-Kurve TK50-1W, Messung Pin-Pin; statische Lastzyklen LZ 1 und LZ 2 im direkten Vergleich; Messwerte aus [L224].

Bereits nach dem ersten Lastzyklus ist eine bleibende Dehnung zu beobachten (vgl. Abbildung 3-11), welche in den folgenden LZ 2 bis LZ 4 mit gleicher Oberlast nur noch sehr geringfügig zunimmt (Abbildung 3-11 bis Abbildung 3-14). Im LZ 5 mit gesteigerter Oberlast tritt nochmals eine ausgeprägte Dehnungszunahme auf. Während das Auftreten irreversibler Dehnungen im ersten Lastzyklus kaum einzelnen punktuellen Ereignissen zugeordnet werden kann (vgl. Abbildung 3-11) und sich im Vergleich der Verformungen auf dem Belastungspfad zwischen dem ersten und zweiten Lastzyklus eher wie ein kontinuierlicher Prozess darstellt, sind im fünften Lastzyklus zwei deutliche Versätze der Last-Verformungs-Kurve erkennbar (vgl. Abbildung 3-12 und Abbildung 3-13).

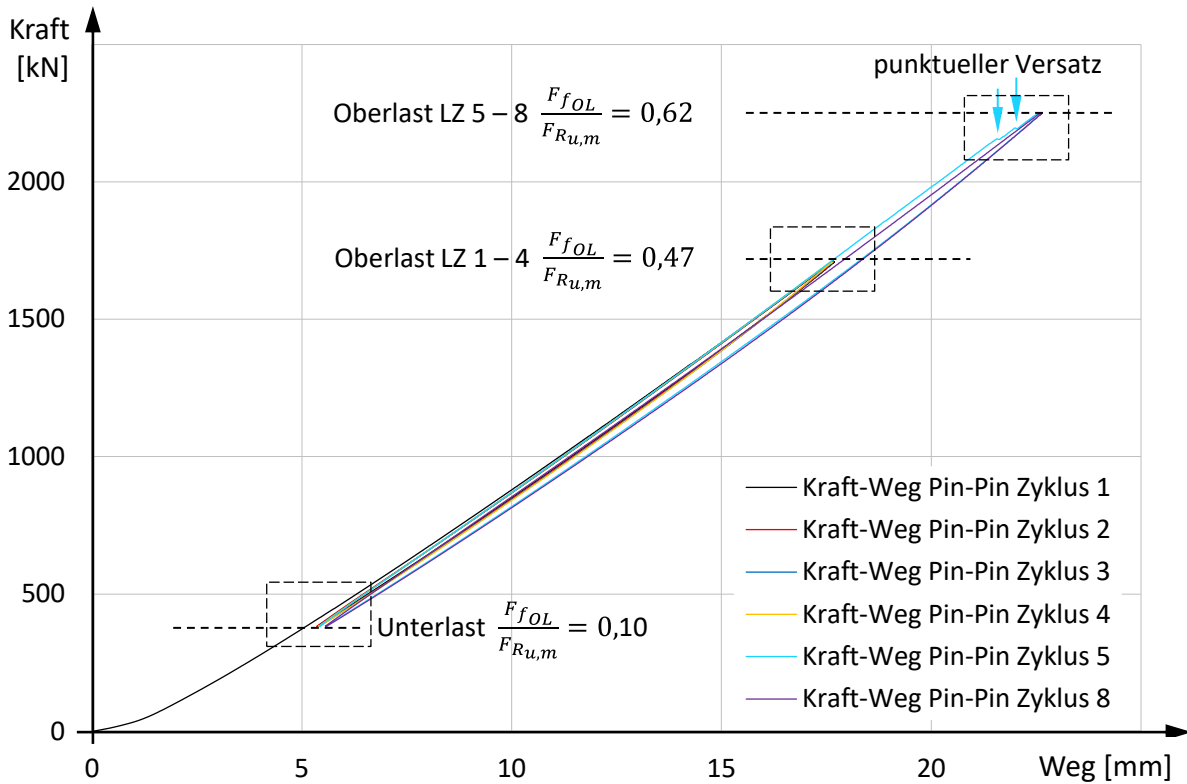


Abbildung 3-12 Last-Verformungs-Kurve der Messung Pin-Pin der statischen Lastzyklen TK50-1W; die gekennzeichneten Bereiche bei Ober- und Unterlast sind in Abbildung 3-13 und Abbildung 3-14 als Ausschnittdarstellung in größerem Maßstab gezeigt; Messwerte aus [L224].

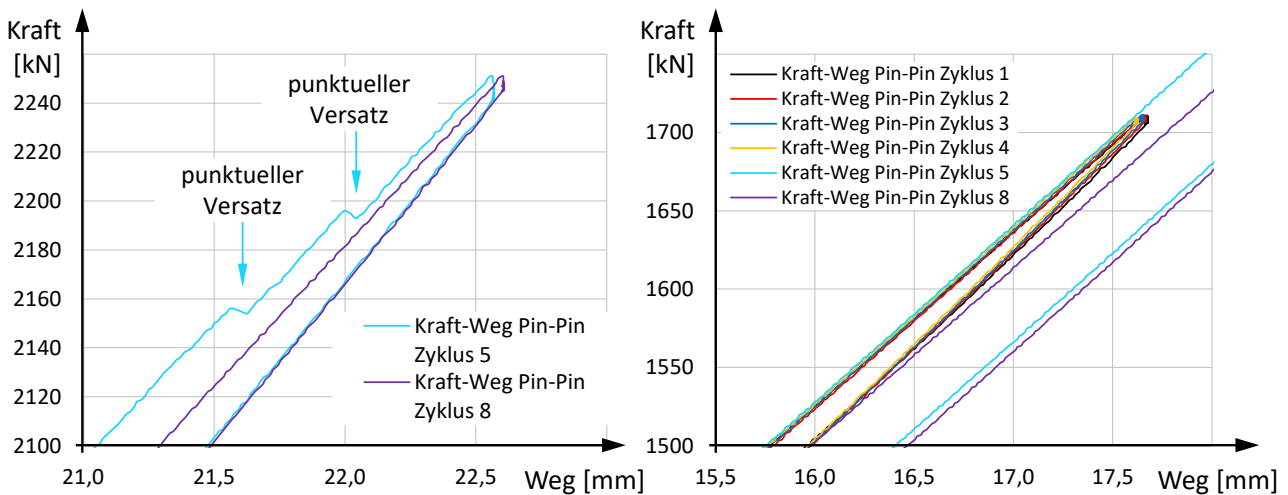


Abbildung 3-13 Last-Verformungs-Kurve TK50-1W, Messung Pin-Pin; Detailausschnitte der Umkehrpunkte bei Oberlast; Messwerte aus [L224].

Betrachtet man die Last-Verformungs-Kurve bei Unterlast in Abbildung 3-14, ist die irreversible Dehnung nach dem ersten und dem fünften Lastzyklus deutlich zu erkennen. Der Ort des Auftretens der irreversiblen Dehnung kann durch Gegenüberstellung der Last-Verformungs-Kurven eingegrenzt werden. Aus den Messungen auf der freien Länge in Abbildung 3-15 zeigt sich für die Lastzyklen 1 bis 4 keine bleibende Dehnung im Bereich der Messlänge auf der freien Länge. Auf diesem Lastniveau treten bleibende Dehnungen vornehmlich im Bereich der Schlaufenverankerung auf. Einer der beiden deutlich erkennbaren Versätze der Messung Pin-Pin in Abbildung 3-13 ist auch im Messschrieb der freien Länge in Abbildung 3-15 enthalten und kann daher örtlich dem Bereich der Messlänge auf der freien Länge zugeordnet werden. Hieraus kann der

Schluss gezogen werden, dass bei einem Lastniveau oberhalb von rund 50 % der Bruchlast auch auf der freien Länge mit irreversiblen Dehnungen zu rechnen ist, während diese bereits bei niedrigerem Lastniveau im Bereich der Schlaufe beobachtet werden.

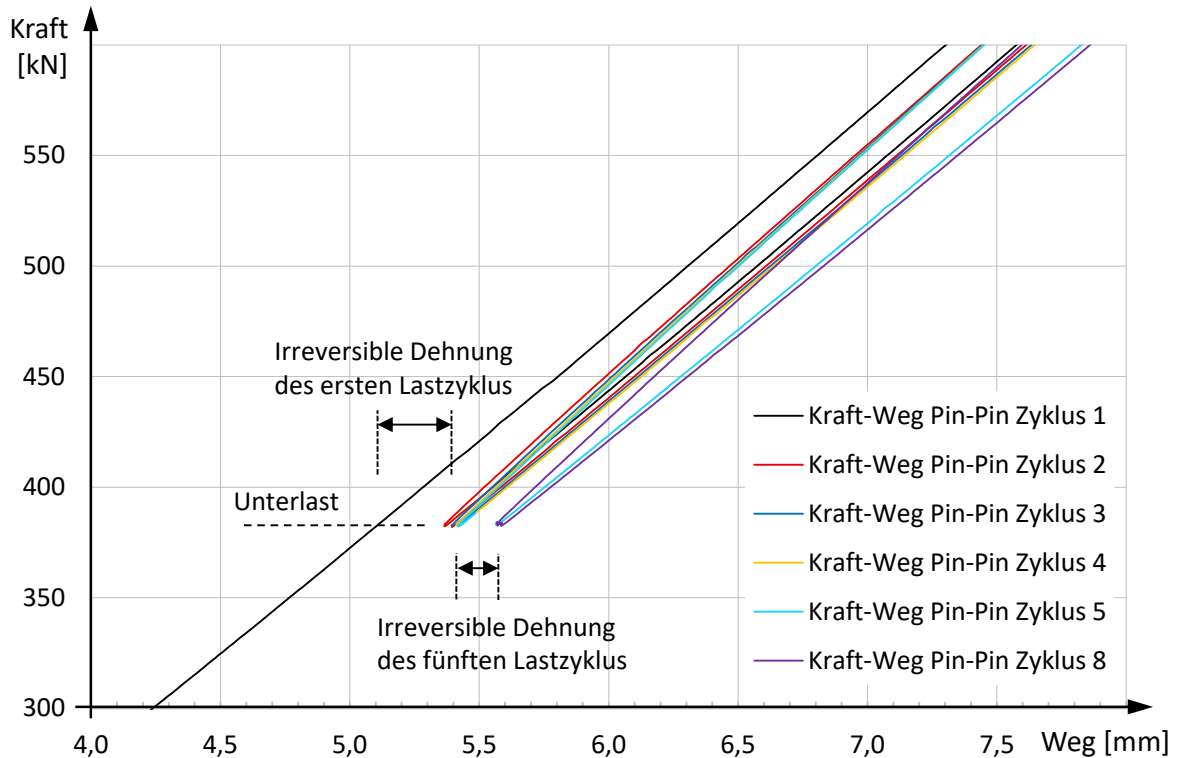


Abbildung 3-14 Last-Verformungs-Kurve TK50-1W, Messung Pin-Pin; Detailausschnitt der Umkehrpunkte bei Unterlast; Messwerte aus [L224].

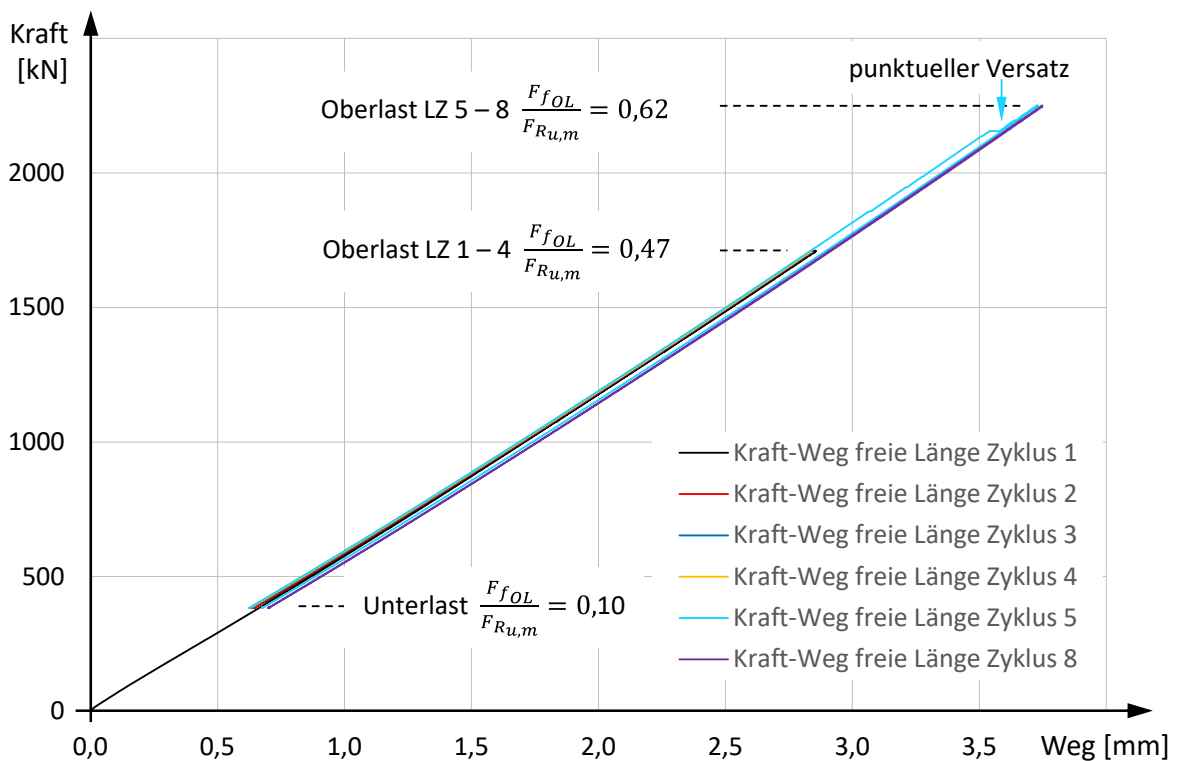


Abbildung 3-15 Last-Verformungs-Kurve TK50-1W, Messung auf der freien Länge, Messlänge 500 mm; Messwerte aus [L224].

3.3.2.5 Zeitabhängige Effekte bei konstanter Last

Bei Erreichen der Oberlast wurde der Zustand weggesteuert jeweils für 2 Minuten gehalten. Ein Verlauf der Maschinenkraft und der Dehnwege der Messung Pin-Pin und auf der freien Länge sind in Abbildung 3-16 für LZ 8 gezeigt. Es ist ein leichter Kraftabfall mit abnehmender Tendenz zu beobachten, während der Dehnweg zwischen den Bolzenachsen unverändert bleibt. Gleichzeitig ist ein Abfall der Dehnung im Bereich der freien Länge zu beobachten, welcher näherungsweise proportional zum Abfall der Maschinenkraft auftritt. Hieraus wird ersichtlich, dass die Ursache für das relaxierende Phänomen nicht im Bereich der freien Länge zu suchen ist.

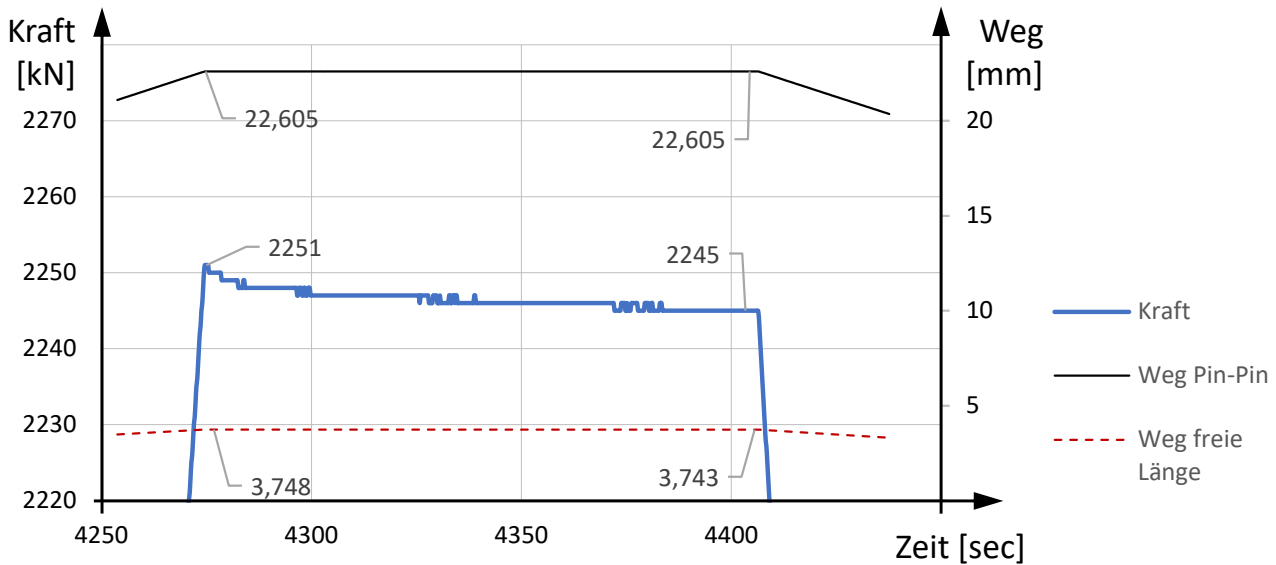


Abbildung 3-16 Statische Messung TK50-1W, Messung der Kraft und des Weges Pin-Pin und auf der freien Länge während der Haltephase bei Oberlast im LZ 8; Messwerte aus [L224].

Anhand der Literatur ist davon auszugehen, dass unidirektionales Carbonlaminat in faserparalleler Richtung keine nennenswerten Kriechverformungen zeigt (vgl. 2.2.6). Vielmehr deutet der Kraftverlauf in Abbildung 3-16 auf ein abklingendes Phänomen im Bereich der Schlaufenverankerung hin, welches als nachlaufende Gleitung in der Bewegungsfuge zwischen Schlaufe und Kausche interpretiert werden kann: Direkt vor dem Erreichen der Oberlast befindet sich ein Teil der Gleitfuge zwischen Schlaufe und Kausche im Zustand der Gleitreibung. Beim Erreichen der Oberlast verschiebt sich die Grenze zwischen Haftreibung und Gleitreibung sukzessive in Richtung Ablösepunkt, bis schließlich die Bewegung in der Gleitfuge zwischen Schlaufe und Kausche zum Stillstand kommt und ausschließlich Haftreibung vorliegt. Untersuchungen zum Reibungskoeffizienten in der Gleitfuge in 3.6.4 zeigen, dass es sich nicht um eine konstante Größe handelt. Es wird daher vermutet, dass im Übergang von Gleit- zu Haftreibung ebenso ein gewisser Streubereich vorliegt, welcher sich bspw. in der beobachteten nachlaufenden Gleitung äußert und als Relaxationsphänomen im Bereich der Verankerung beobachtet werden kann.

Auch bei Schallemissionsmessungen konnte während den Haltephasen bei Oberlast ein abklingendes Intensitätsverhalten beobachtet werden (vgl. 3.5.7), welches vermutlich mit dem Auftreten von Mikroschädigungen im Zusammenhang steht. Es ist wahrscheinlich, dass auch diese Effekte kumulativ zu einer Längenzunahme im Schlaufenbereich führen. Angesichts der Größenordnung der beobachteten Zusatzverformungen erscheint das als nachlaufendes Gleiten bezeichnete Phänomen ausgehend von der Bewegung in der Gleitfuge naheliegender.

3.3.2.6 Diskussion zu irreversiblen Dehnungen und Schlussfolgerungen

In einer Gegenüberstellung mit Erstbelastungseffekten, wie sie bei Spiralseilen aus Stahl auftreten, sollen die beobachteten Effekte diskutiert werden.

Beim Verseilen der Einzeldrähte von Stahlseilen wird i. d. R. ein Seilverfüllmittel zugegeben, welches die Hohlräume zwischen den Drähten ausfüllen soll. Bei Belastung des Seils auf Zug üben die spiralförmig angeordneten Drähte eine zum Seilmittelpunkt gerichtete Umlenkraft aus, wodurch eine Verdrängung und Relokalisierung des Seilverfüllmittels erfolgt. Die Einzeldrähte von Spiralseilen erhalten zudem zum Korrosionsschutz einen Überzug aus einer Zink-Aluminium-Legierung, welche im Vergleich zum Draht eine geringere Festigkeit aufweist. An den Berührungspunkten der einzelnen Drähte treten bei Belastung des Seils teilweise hohe lokale Kontaktspannungen auf, welche zu irreversiblen Verformungen in der Zink-Aluminium-Schicht führen. Bei Belastung des Seils auf Zug führen diese beiden Effekte zu einer irreversiblen Dehnung, deren Zunahme im Laufe von mehreren Lastzyklen stark abklingt. Um dieses Verhalten vorwegzunehmen, werden Stahlseile i. d. R. vor der Montage in einem Tragwerk mehrmals bis zu 50 % der rechnerischen Mindestbruchlast vorbelastet. Dieser Vorgang wird als Vorrecken bezeichnet und wird i. d. R. am „endlosen“ Seil durchgeführt, bevor der Zuschnitt der benötigten einzelnen Seile erfolgt. Dieses Vorrecken sollte einer Bestimmung des Verformungsmoduls ebenfalls vorangestellt werden. Aus baupraktischen Gründen unterscheidet man zwischen der durch das Vorrecken vorweggenommenen Reckdehnung von der bei lange anhaltender Zugkraft auf einem bestimmten Lastniveau zusätzlich auftretenden Kriechdehnung, welche über Langzeitversuche bestimmt und beim Seilzuschnitt als initiale Verkürzung (Kompensation) berücksichtigt wird. [N8]

Erstbelastungseffekte bei Carbonstrangschlaufen konnten jeweils auf dem Erstbelastungspfad beobachtet werden und traten mit zunehmender Häufigkeit und Intensität oberhalb von 50 % der Bruchlast in Form von punktuellen Setzungen auf. Unterhalb von rund 50 % der Bruchlast wurden für einen Nenndurchmesser von 50 mm irreversible Dehnungen von rund 0,3 mm beobachtet, welche auf Setzungen im Schlaufenbereich zurückgeführt werden konnten. Mit irreversiblen Dehnungen auf der freien Länge ist im Gebrauchslastbereich bis ca. 45 % der Bruchlast nicht zu rechnen. Bei anhaltender Last konnte ein relaxierender Effekt beobachtet werden, welcher auf eine nachlaufende Gleitung in der Gleitfuge der Schlaufenverankerung zurückgeführt wird und bei einem kurzen Prüfmuster von 2,3 m Bolzenabstand zu einem Lastabfall von < 1 % führt. Bei längeren Zuggliedern wirkt sich der auf die Verankerung beschränkte Effekt entsprechend geringer aus.

Auf eine Vorbelastung (Recken) oder Kompensation für Langzeiteffekte (Kriechen) wie bei Stahlseilen kann im Fall von Carbonstrangschlaufen verzichtet werden.

3.3.2.7 Bauteilsteifigkeit

Das Vorgehen zur Auswertung der Last-Verformungs-Kurven zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit wird in 4.7 näher erläutert. Eine Übersicht der Ergebnisse ist in Abbildung 3-2 und Abbildung 3-3 dargestellt. Die Steifigkeitsmessungen an den Mustern STAT und FAT wurden mit einer abweichenden Messmethode durchgeführt. Die dargestellten Ergebnisse wurden nach dem in 4.7.3 beschriebenen Verfahren umgerechnet. Steifigkeitsmessungen der Muster TK20-16 bis TK20-26 wurden anhand einer weiteren Messung zur Bestimmung der Steifigkeit der Probenaufnahme aus den Traversenwegen der Prüfeinrichtung rückgerechnet. Die Prüfkörper TK50-16 – TK50-18 wurden mit integrierten FOS-Sensoren hergestellt. Es ist daher von Abweichungen im Fertigungsprozess auszugehen. Für die Muster TK40-16 – TK40-18 wurden keine Versuche zur Bestimmung der Bauteilkennwerte durchgeführt.

Im Zuge der Analyse der Messdaten [L143] konnte gezeigt werden, dass eine Auswertung des vierten Entlastungspfad es ausreichend gute Ergebnisse liefert. Eine weiterentwickelte Auswertungsmethode zur

Bestimmung der Bauteilsteifigkeit wird in 4.7 erläutert. Der Ansatz gewährleistet unabhängig von den gewählten Lastniveaus der statischen Lastzyklen eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse. Für zukünftige Messungen wird daher das Schema mit vier Lastzyklen vorgeschlagen. Empfehlungen zur Wahl der Lastniveaus werden in 4.7 erläutert und in Anhang A zusammengefasst.

3.3.3 Einfluss einer Bolzenschiefstellung bei statischer Belastung

Analytische Vorüberlegungen zum Einfluss einer Bolzenschiefstellung auf die Spannungsverteilung in der Schlaufe legen die Vermutung nahe, dass Zusatzspannungen auf einer Seite der Schlaufe zu einer Reduktion der statischen Traglast führen. Alle bis auf zwei Bauteilversuche im Zuge des Verfahrens zur Zustimmung im Einzelfall nach Anforderungen aus [L62] wurden zur Berücksichtigung dieser Effekte mit einer Bolzenschiefstellung von 20 mrad durchgeführt (vgl. Tabelle 3-1 Spalte 4 und Tabelle 3-4). Überraschenderweise konnte im Vergleich zu den zwei Versuchen ohne Bolzenschiefstellung keine Reduktion der Traglast festgestellt werden. In [L224] wurde der Einfluss an Mustern der Bauform TK50 daher weiter untersucht. In diesem Fall wurde ein Fehlwinkel von 30 mrad durch eine schiefstehende Bohrung im Thimble (Kausche Typ D) eingebracht. Sowohl die Ergebnisse der Mustercharge 1 als auch der Chargen 2 – 4 zeigen bei einer Schiefstellung von 30 mrad keine Abminderung der Traglast. Es ist auch keine Vergrößerung der Streubreite der Ergebnisse erkennbar.

Das beobachtete Verhalten kann möglicherweise auf faserparallele Matrixrisse kurz vor dem Erreichen der Versagenslast zurückgeführt werden, welche eine Vergleichmäßigung der Beanspruchung in den einzelnen noch intakten Fasersträngen zur Folge hätte. Ein Beleg für diese Vermutung liegt bislang nicht vor. In weiteren Versuchen könnte das Auftreten entsprechender Entlastungsrisse kurz vor dem Erreichen der Versagenslast untersucht werden. Es kann der Schluss gezogen werden, dass der Effekt einer Bolzenschiefstellung bis zu 30 mrad bei TK50 im statischen Traglastversuch innerhalb der Streubreite der Versuchsergebnisse liegt und vernachlässigt werden kann. Für die Bildung eines Referenzwertes der mittleren statischen Bruchlast der Serie TK50 werden die Ergebnisse der Versuche mit und ohne Bolzenschiefstellung daher gemeinsam ausgewertet (vgl. Tabelle 3-3). Untersuchungen für TK20 und TK40 liegen bislang nicht vor.

3.3.4 Chargenabhängigkeit des Mittelwertes der Bruchlast

Für die Serie STAT und die Serie TK50 mit gleicher Geometrie der Schlaufenverankerung liegen Traglastversuche aus insgesamt 8 Fertigungschargen aus den Jahren 2021 bis 2023 vor (vgl. Tabelle 3-1). Es wurde jeweils eine UTS50-Faser desselben Herstellers, jedoch aus unterschiedlichen Produktionsstätten verwendet (vgl. 3.3.1 und Tabelle 3-1, Spalte 5). Aus 4 Fertigungschargen mit mehreren Ergebnissen können jeweils der Mittelwert und die Standardabweichung bestimmt werden. Für die nachfolgende Betrachtung wird davon ausgegangen, dass der Einfluss einer Bolzenschiefstellung von bis zu 30 mrad auf die statische Traglast deutlich unter der Standardabweichung der Grundgesamtheit bei idealen Versuchsbedingungen ohne Imperfektion liegt (vgl. 3.3.3).

Zunächst erfolgt eine Betrachtung der beiden Fertigungschargen Lot 1 und Lot P, welche mit derselben Faser hergestellt wurden. Ein Vergleich zeigt eine Abweichung des Mittelwertes von 0,22 %. Ein Zweistichproben-t-Test ist aufgrund der kleinen Stichprobengrößen nur bedingt aussagefähig, zeigt aber eine Übereinstimmung mit einem p-Quantil von 0,92 (Tabelle 3-2). Ein Vergleich der beiden Chargen 2 und 3 mit einer relativen Abweichung der zugehörigen Mittelwerte von 0,19 % ergibt im t-Test eine Übereinstimmung mit einem p-Quantil 0,92.

Berücksichtigt man den Unterschied der Faserzugfestigkeit durch lineare Faktorisierung der Versuchswerte der Charge 2 um den Faktor $5078/5014 = 1,013$ und führt damit einen Vergleich zur Charge Lot 1, ergibt sich eine Abweichung des Mittelwertes von 0,5 % und der t-Test zeigt eine Übereinstimmung mit p-Quantil von

0,91. In Tabelle 3-2 sind die Ergebnisse entsprechender Übereinstimmungstests zusammengefasst. Auch für die Fertigungschargen mit C-Fasern aus zwei unterschiedlichen Fertigungsbetrieben ist zwischen Lot 1 / Lot P und den Chargen 3 und 2 eine hohe Übereinstimmung zu erkennen.

Tabelle 3-2 Vergleich der Übereinstimmung unterschiedlicher Fertigungschargen durch Auswertung des p-Quantils aus einem Zweistichproben-t-Test

	Lot 1	Lot P	Charge 1	Charge 3	Charge 2
Lot 1	1	0,92	0,06	0,85	0,91
Lot P	0,92	1	0,27	0,78	0,85
Charge 1	0,06	0,27	1	0,32	0,22
Charge 3	0,85	0,78	0,32	1	0,92
Charge 2	0,91	0,85	0,22	0,92	1

Anders verhält es sich im Vergleich der Chargen 2, 3, Lot 1 und Lot P mit der Charge 1, welche einen um 4 % geringeren Mittelwert und mit einem Variationskoeffizienten von 5 % eine rund doppelt so große Streuung aufweist als die anderen Chargen mit Variationskoeffizienten zwischen 2,2 % und 3,2 %. Aufgrund der unerwartet hohen Streuung dieser Ergebnisse konnte im Nachgang eine Abweichung im Herstellprozess dieser Charge identifiziert werden, welcher sich auf einen kurz zuvor erfolgten Umbau einer Maschine zurückführen ließ. Auch für die Charge 7 der Muster TK20 konnte anhand der Versagensbilder ein atypisches Verhalten aller dieser Charge zugehörigen Muster festgestellt werden, weswegen diese Charge bei der Bestimmung des Mittelwertes der Bruchlast unberücksichtigt bleibt. Eine relevante chargenabhängige Streuung des jeweiligen Mittelwertes einzelner Fertigungschargen steht auf Basis dieser Beobachtung im Zusammenhang mit spezifischen Abweichungen im Fertigungsprozess und ist für einen planmäßigen Fertigungsablauf nicht zu erwarten.

Die Frage, wie entsprechende Abweichungen zukünftig ohne zerstörende Prüfung erkannt werden können, wird in Kap. 4.7 diskutiert.

3.3.5 Chargenübergreifende Auswertung der mittleren Bruchlast

Aufgrund der chargenweisen Herstellung der Prüfmuster liegen nicht für alle Prüfmuster aus [L224], welche auf Ermüdung geprüft wurden, korrespondierende statische Versuche aus der gleichen Herstellungscharge vor, welche eine Einstufung der Oberlast in Bezug zur zugehörigen mittleren Bruchlast erlauben. Nach Prüfung auf Unregelmäßigkeiten (vgl. 3.3.4 und 4.7) werden die Ergebnisse unterschiedlicher Herstellungschargen als gemeinsame Grundgesamtheit in Bezug auf die mittlere Bruchlast ausgewertet. Bei den Proben TK50 werden die sechs Proben der Charge 1 (TK50-1 – 6) nicht berücksichtigt. Verwendet werden hier die Werte der Tests an sechs Proben der Chargen 2–4 (TK50-1W – 6W). Für die Prüfmuster TK20 wurde in Übereinstimmung mit den Forschungspartnern [L224] festgelegt, die Ergebnisse der Muster TK20 der Chargen 3 und 7 aufgrund des bereits angesprochenen atypischen Versagensbildes bei der Bildung der Referenzwerte zur Einordnung der Lastniveaus der Ermüdungsversuche auszuschließen. Für die Proben TK20 und auch für die Proben TK40 liegen somit ausschließlich statische Bruchwerte von Proben der Charge 1 vor, welche alle verwendet werden.

Tabelle 3-3 Referenzwerte der mittleren Bruchlast für die Einstufung der Oberlastniveaus der Ermüdungsversuche

Muster	Charge	Kauschen Typ	Schiefstellung Thimble [mrad]	Faser (Lieferzertifikat)	Zugfestigkeit der Faser [MPa]	Bruchlast F_u [kN]	Chargen Mittelwert $F_{Ru,m}$ [kN]	Standardabweichung Variationskoeffizient [kN] [%]
1	2	3	4	5	6	7	8	9 10
TK50-1	Charge 1					3270		
TK50-2	Charge 1	D B	30			3548		
TK50-3	Charge 1			UTS50 E (220420410)	5076	3617	3461	168
TK50-4	Charge 1					3258		4,9%
TK50-5	Charge 1	A B	keine			3636		
TK50-6	Charge 1					3434		
TK50-1W	Charge 3					3575		
TK50-2W	Charge 3	D B	30			3616		
TK50-3W	Charge 4			UTS50 E (220420420)	5014	3730	3621	73
TK50-4W	Charge 2					3690		2,0%
TK50-5W	Charge 2	A B	keine			3546		
TK50-6W	Charge 2					3571		
TK40-1	Charge 1			UTS50 E (220420410)	5076	2442,0		
TK40-2	Charge 1	A B	keine			2571,4	2499	66
TK40-3	Charge 1					2484,5		2,6%
TK20-1	Charge 1					641,5		
TK20-2	Charge 1					740,6		
TK20-3	Charge 1	A B	keine	UTS50 E (220420410)	5076	640,1	677,1	55
TK20-4	Charge 1					629,9		
TK20-15	Charge 1					733,6		8,1%

3.4 Bauteilversuche zur Bestimmung der Biegesteifigkeit im Anschluss

3.4.1 Versuchskonzept, Versuchsaufbau und Messkonzept

Im Rahmen der Zulassung im Einzelfall durch das Bundesverkehrsministerium für die Verwendung von Zuggliedern aus Carbon bei einem Ersatzneubau einer dreispurigen Autobahnbrücke wird durch den Gutachter ein Versuch zur Bestimmung der Biegesteifigkeit der Anschlüsse der Carbonzugglieder gefordert [L64]. Durch die Durchbiegung der breiten Fahrbahnplatte in Querrichtung kommt es am Hängeranschluss zu einer nicht zu vernachlässigenden Verkippung des Bolzens. Der Versuch wurde nach den Vorgaben hinsichtlich der Versuchsanordnung und Auswertung in [L64] konzipiert und durchgeführt und durch die Autobahn GmbH finanziert. Die Versuchsplanung, -begleitung und -dokumentation wurde vom Verfasser durchgeführt und wird nachfolgend aus [L82] zusammengefasst wiedergegeben.



Abbildung 3-17 Prinzipieller Versuchsaufbau zur Bestimmung der Biegesteifigkeit in der Verankerung [L82].

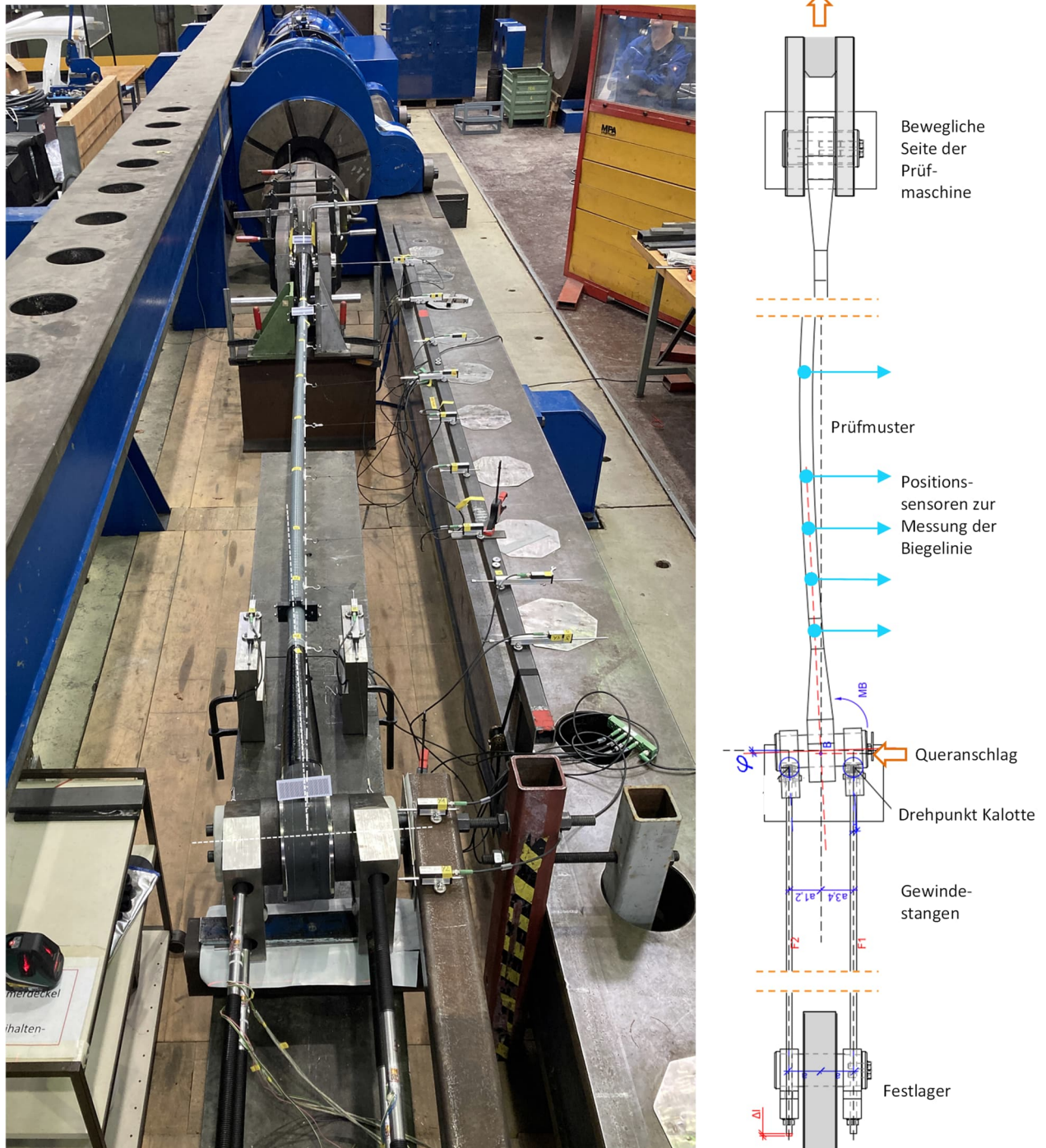


Abbildung 3-18 Versuchsaufbau in liegender Anordnung in einer Zugprüfmaschine der MPA Stuttgart mit Gewindestangen zur Einprägung einer Schiefstellung des Bolzens; Foto (links) und Skizze des Versuchsaufbaus (rechts) [L82][L82].

Im Rahmen dieses Versuches wird die Beziehung zwischen dem auftretenden Einspannmoment am Anschluss bei unterschiedlichen Schiefstellungen der Bolzenachse an einer Verankerung und unterschiedlicher Normalkraft im Zugglied bestimmt. Geprüft wurden zwei projekttypische Carbonzugglieder als UD CFRP Strangschlaufen mit einer Länge von 4,0 m und 2,4 m mit 50 mm Nenndurchmesser auf der freien Länge. Der Versuch wurde in einer liegenden Zugprüfmaschine durchgeführt (vgl. Abbildung 3-17 und Abbildung 3-18). Zunächst wurden vier Lastzyklen ohne Bolzenschiefstellung durchgeführt. Über Gewindestangen konnte eine variable Bolzenschiefstellung auf einer Seite des Prüfmusters eingebracht werden. Im Laufe des Versuches wurde die Schiefstellung des Bolzens schrittweise um ca. 5 mrad bis auf ca. 70 mrad vergrößert. Dazwischen erfolgte jeweils ein Belastungszyklus bis zu einer Oberlast von 800 kN. Die Veränderung des Bolzenwinkels

erfolgte bei Unterlast. Dabei wurden zwei Gewindestangen zusätzlich verkürzt, wobei die Gewindestangen auf der gegenüberliegenden Seite nahezu vollständig entlastet werden. Für diese Gewindestangen kann angenommen werden, dass der gelenkige Anschluss am Bolzen nahezu momentenfrei ist. Für die auch bei Unterlast belasteten Gewindestangen musste trotz Verwendung von Gleitpfannen mit dem Gleitwerkstoff Elgoglide von einem eingprägten Anschlussmoment infolge Reibung ausgegangen werden. Zusätzlich zur Maschinenkraft und den Kräften in den Gewindestangen wurden daher im Rahmen des Messkonzeptes (Abbildung 3-19) auch die Momente in den permanent belasteten Gewindestangen erfasst. Zur kontinuierlichen Aufzeichnung der zugehörigen Schiefstellung der Bolzenachse, der Längsdehnung des Prüfkörpers und der Biegelinie relativ zur Achse des Prüfmusters wurden lineare Positionssensoren eingesetzt.

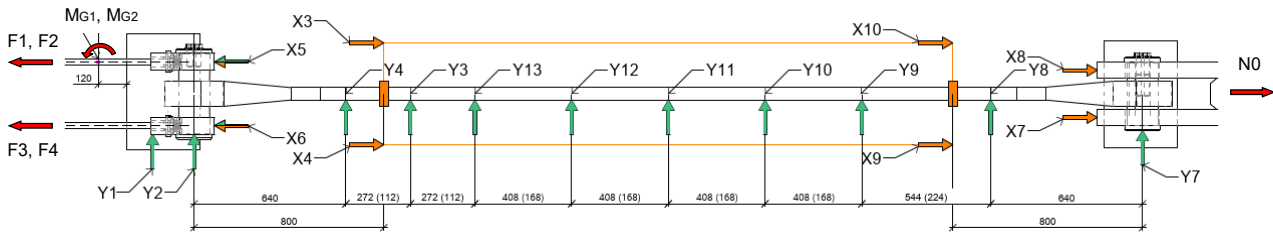


Abbildung 3-19 Messaufbau: Messung der Maschinenkraft N_0 , der Kräfte in den Gewindestangen F_1 bis F_4 sowie der Momente M_{G1} und M_{G2} in den permanent belasteten Gewindestangen $G1$ und $G2$; Wegmessungen in Längsrichtung X_i und in Querrichtung Y_i zur Bestimmung der Bolzenrotation und der Biegelinie [L82].

In Abbildung 3-20 ist exemplarisch der Messschrieb der Maschinenkraft und der Kräfte in den Gewindestangen für den Versuch am Zugglied mit 4 m Länge gezeigt. Zusätzlich wird die Summe der Kräfte der vier Gewindestangen ausgegeben und der Maschinenkraft gegenübergestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Kräfte bei höherem Lastniveau. Auf niedrigem Lastniveau werden geringfügige Abweichungen erkennbar, welche einerseits auf Reibung im Versuchsaufbau und andererseits auf die Toleranz der Kraftmessung der Zugprüfmaschine bei Kräften unterhalb des kalibrierten Messbereiches zurückgeführt werden können.

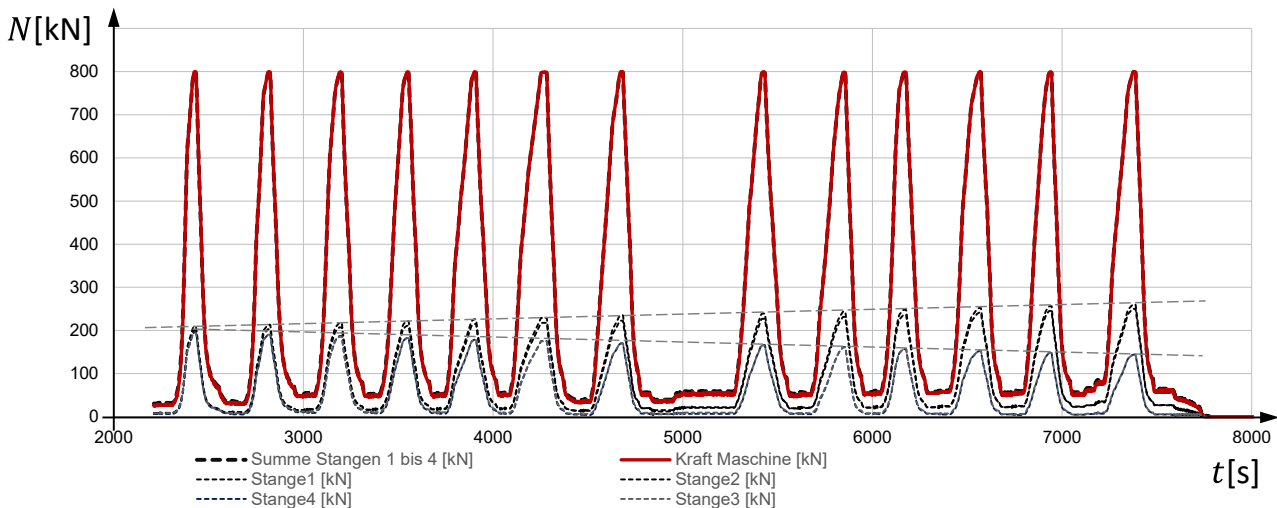


Abbildung 3-20 Messung der Kräfte in den Gewindestangen und an der Zugprüfmaschine sowie Gegenüberstellung der Summe der Kräfte in den Gewindestangen mit der Kraft an der Prüfmaschine [L82]

Die Bestimmung der Biegeanteile in den Gewindestangen $G1$ und $G2$ an den Messstellen erfolgt über seitlich applizierte lineare Dehnmessstreifen (DMS, siehe Abbildung 3-23) nach (Gl. 3-1) mit $E = 202000$ MPa (Messwert an der Gewindestange) und $d_1 = 22,40$ mm, $d_2 = 22,35$ mm.

$$M_{G_i, DMS} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} \cdot E \cdot \pi \cdot \frac{d_i^3}{32} \quad (\text{Gl. 3-1})$$

3.4.2 Messergebnisse

Ein zusammenfassender Messschrieb für die Messung des Zuggliedes mit 4 m Länge ist in Abbildung 3-21 dargestellt.

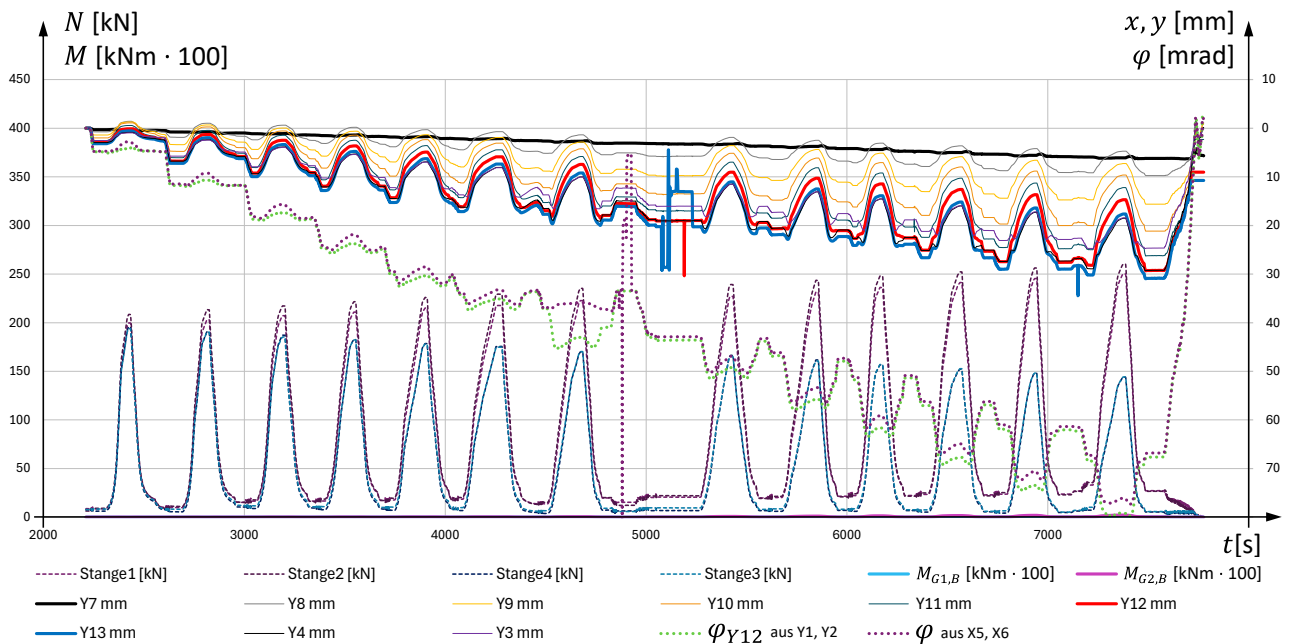


Abbildung 3-21 Aufzeichnung der Messdaten, errechnete Biegemomente und Schiefstellungen [L82].

Die Bestimmung der Schiefstellung der Bolzenachse erfolgt aus der Auswertung der Differenz der Messwerte X5 und X6 und ist als Winkel φ im Diagramm dargestellt (lila gepunktet). Zur Kontrolle wird der Winkel zusätzlich aus der Differenz der Messwerte Y1 und Y2 ausgewertet und als φ_{Y12} dargestellt (grün gepunktet). In Abbildung 3-21 Zyklus 7 ist eine Differenz der beiden Ergebnisse zu sehen, was darauf zurückzuführen ist, dass der Weggeber Y2 in diesem Zyklus in die Endlage gefahren ist. Durch eine Korrektur und anschließende erneute Kalibrierung des Weggebers Y2 (bei $t = 4800$ s) konnte die Aufzeichnung anschließend fortgesetzt werden. Eine entsprechende Neuausrichtung der Nullage der Weggeber erfolgte zusätzlich für Y13 (bei $t = 5077$ s und bei $t = 7150$ s) und Y12 (bei $t = 5190$ s) sowie bei Y11 (bei $t = 6336$ s). Die Messlänge der Weggeber Y12 und Y13 ist kleiner als die Auslenkung in den letzten Lastzyklen. Die Aufzeichnung erreicht daher bei der anschließenden Entlastung die gegenüberliegende Endlage und schließt den Messzyklus daher nicht bei Null ab.

3.4.3 Auswertung der Messdaten

Das Einspannmoment M_B ergibt sich nach (Gl. 3-2) aus den gemessenen Kräften in den Gewindestangen mit dem jeweiligen durch den Verdrehwinkel φ beeinflussten Hebelarm a_i abzüglich des Momentes $M_{G_{1234},B}$ an der Einspannung der vier Gewindestangen (Abbildung 3-22), wobei nur die Momente in den Gewindestangen G1 und G2 als Messwerte vorliegen. Zusätzlich ist ggf. eine Ausmitte der Achse des Zuggliedes y_B zu berücksichtigen.

$$M_B = F_{12} \cdot (a \cdot \cos(\varphi) - x_B \cdot \sin(\varphi)) - F_{34} \cdot (a \cdot \cos(\varphi) + x_B \cdot \sin(\varphi)) - (M_{G1234,B}) - y_B \cdot F_{1234} \tag{Gl. 3-2}$$

mit $x_B = 63 \text{ mm}$... Abstand vom Drehpunkt der Kalotten bis B in x-Richtung
 y_B ... Ausmitte der Achse des Zuggliedes

Der Schiefstellung der Bolzenachse φ schwankt während des Lastzyklus (vgl. Abbildung 3-21, lila gepunktete Kurve). Für die Bestimmung der zugehörigen Werte der Bolzenschiefstellung φ und des Einspannmoments M_B werden die jeweils zugehörigen Messwerte herangezogen, womit die Schwankung berücksichtigt wird.

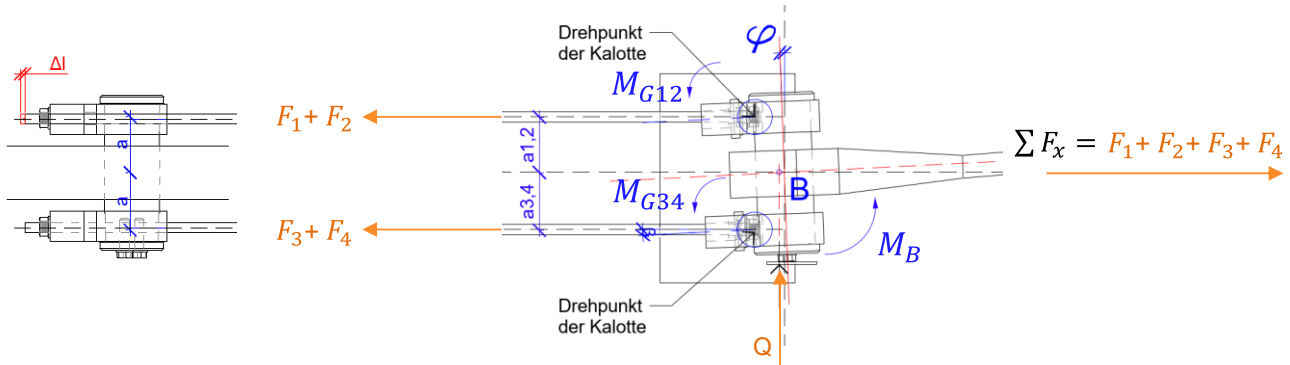


Abbildung 3-22 Momentengleichgewicht am Punkt B als Schnittpunkt der Wirkungslinien der Abstützkraft Q und der Zugkraft $\sum F_x$ im Zugglied [L82].

Für die Bestimmung des Momentes M_B , welches am Anschluss des Carbonzuggliedes wirkt, wird nach (Gl. 3-2) von dem Moment, welches aus den Kräften in den Gewindestangen mit dem jeweiligen Hebelarm bestimmt werden kann, die Summe der Biegemomente in den Zugstangen $M_{G1234,B} = M_{G12,B} + M_{G34,B}$ abgezogen.

Für die Bestimmung des Biegemomentes $M_{G12,B}$ der Gewindestange an der Einspannung wird das Moment von der Lage der DMS-Messstelle auf die Lage an der Einspannung umgerechnet. Hierbei ist der Einfluss des Momentenverlaufes im Zugstab nach TH. II. O. zu berücksichtigen. In nachstehender Abbildung 3-23 sind die Biegelinien der Gewindestangen für eine Endrotation von 50 mrad bei unterschiedlicher Normalkraft N_0 dargestellt. Die Herleitung erfolgt in Anhang E.1 unter Verwendung des Ansatzes aus [L106].

In Abbildung 3-23 wird deutlich, dass der Momentenverlauf im Zugstab nach TH. II. O. in Abhängigkeit von der Zugnormalkraft N_0 unterschiedlich schnell abklingt und somit der Vergrößerungsfaktor f_M zur Bestimmung des zugehörigen Biegemomentes an der Einspannung $M_{G_i,B}$ aus dem Biegemoment an der Messstelle $M_{G_i,DMS}$ stark normalkraftabhängig ist.

Der Vergrößerungsfaktor $f_M(N_0, x, L)$ als Verhältnis zwischen dem Einspannmoment an der Stelle $x = 0$ und dem Moment nach Th. II. O. an der Stelle x bei gleichzeitiger Wirkung einer Endrotation und einer Normalkraft N_0 kann für einen beidseitig eingespannten Biegestab der Länge L und den Stabkennzahlen ξ und $\tilde{\gamma}$ nach (Gl. 3-3) in der allgemeinen Form mit dem Ansatz aus [L106] hergeleitet werden (Herleitung siehe Anhang E.1).

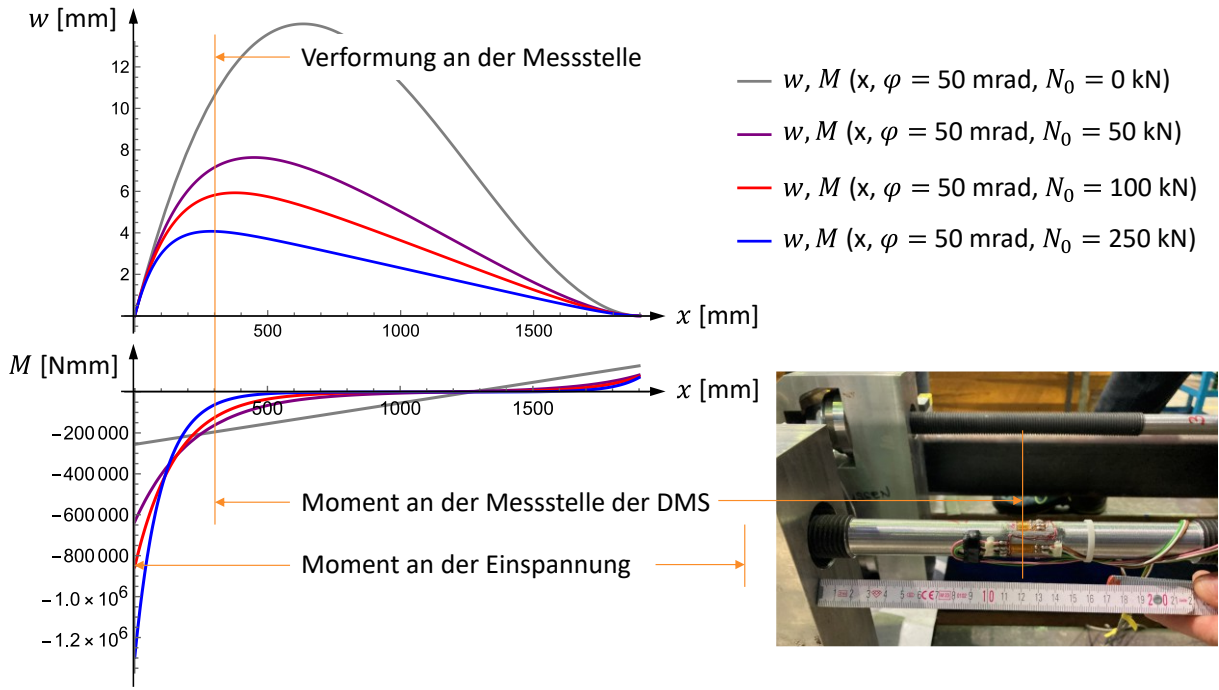


Abbildung 3-23 Biegelinie und Momentenverlauf des beidseitig eingespannten Zugstabes nach TH. II. O. mit Bauteilkennwerten der verwendeten Gewindestangen bei einer eingprägten Rotation an der Einspannung $x = 0$ von 50 mrad; das Abklingverhalten zwischen dem Einspannmoment und dem Moment an der mit DMS instrumentierten Stelle ist normalkraftabhängig [L82]

$$f_M(N_0, x, L) = \frac{e^{\frac{\tilde{\epsilon} x}{\tilde{\gamma} L} \left(1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma} + e^{\frac{2\tilde{\epsilon}}{\tilde{\gamma}} (-1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma})} \right)}{e^{\frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{\gamma}}} - e^{\frac{\tilde{\epsilon}(L+2x)}{\tilde{\gamma} L}} + e^{\frac{2\tilde{\epsilon}}{\tilde{\gamma}} (-1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma})} + e^{\frac{2\tilde{\epsilon} x}{\tilde{\gamma} L} (1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma})}} \quad (\text{Gl. 3-3})$$

mit $\tilde{\epsilon} = \sqrt{L^2 \cdot N_0 / EI}$; $\tilde{\gamma} = \sqrt{1 + N_0 / AG}$... Stabkennzahlen

Für den vorliegenden Fall mit $\frac{x}{L} = \frac{304}{1900}$ und den Kenngrößen der Gewindestangen kann $f_M(N_0) = \frac{M_{G_{iB}}}{M_{G_{i,DMS}}}$ nach (Gl. 3-4) bestimmt und durch eine Taylorreihe nach (Gl. 3-5) genähert werden (Herleitung siehe Anhang E.1).

$$f_M(N_0) = \frac{e^{-\frac{4\tilde{\epsilon}}{25\tilde{\gamma}} \left(1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma} + e^{\frac{2\tilde{\epsilon}}{\tilde{\gamma}} (-1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma})} \right)}}{1 + e^{\frac{17\tilde{\epsilon}}{25\tilde{\gamma}}} - e^{\tilde{\epsilon}/\tilde{\gamma}} + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma} + e^{\frac{42\tilde{\epsilon}}{25\tilde{\gamma}} (-1 + \tilde{\epsilon} \tilde{\gamma})}} \quad (\text{Gl. 3-4})$$

$$f_M(N_0) = \frac{6,993464 + 0,0000677067(-100000 + N_0) + 1,56443 \times 10^{-10}(-100000 + N_0)^2 + 2,4945 \times 10^{-16}(-100000 + N_0)^3 - 4,1239 \times 10^{-22}(-100000 + N_0)^4}{1} \quad (\text{Gl. 3-5})$$

Die exakte und die genäherte Lösung sind in Abbildung 3-24 dargestellt. Für $N_0 = 0$ ergibt sich die Lösung der linearen Balkentheorie analog zur linearen Funktion in grau in Abbildung 3-23.

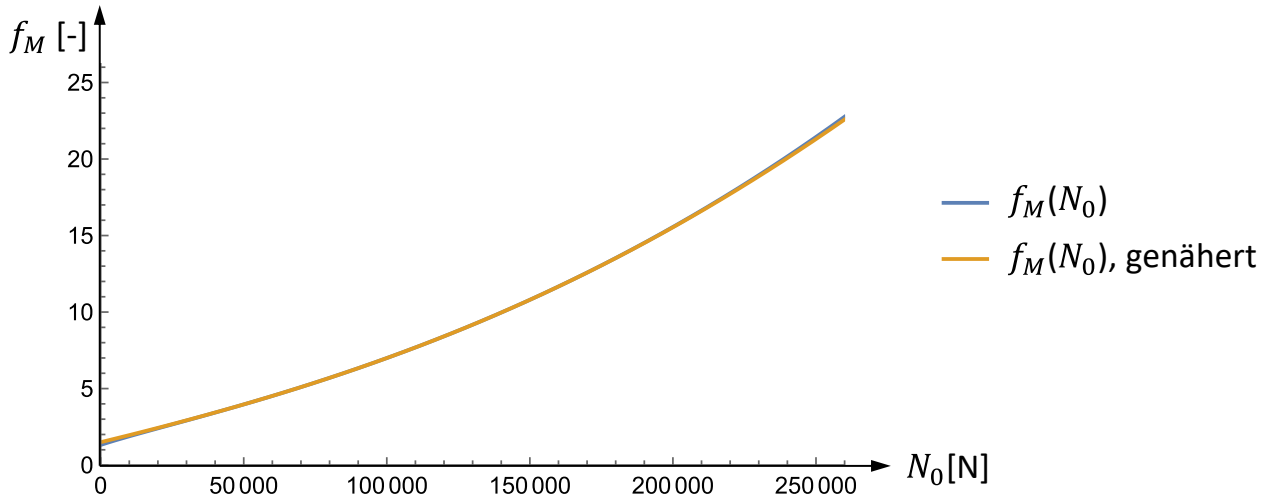


Abbildung 3-24 Vergrößerungsfaktor als Verhältnis zwischen dem Einspannmoment der Gewindestange und dem Moment in der Gewindestange an der instrumentierten Messstelle in Abhängigkeit von der Normalkraft N_0 für die vorliegenden Kenngrößen der Gewindestangen und die Position der Messstelle [L82]

Die Biegemomente $M_{G_i,DMS}$ in den Gewindestangen G1 und G2 an der Messstelle werden nach (Gl. 3-1) bestimmt und mit dem lastabhängigen Vergrößerungsfaktor nach (Gl. 3-6) in zugehörige Biegemomente $M_{G_i,B}$ an der Einspannung umgerechnet.

$$M_{G_i,B} = f_M(N_0) \cdot M_{G_i,DMS} \tag{Gl. 3-6}$$

Aus Abbildung 3-24 wird ersichtlich, dass für die gewählte Lage der Messstelle für hohe Normalkräfte Vergrößerungsfaktoren von über 20 bestimmt werden. Die Messgenauigkeit geht mit demselben Faktor in die Auswertung ein. Vor dem Hintergrund einer besseren Messgenauigkeit wäre eine Messstelle möglichst nahe an der Einspannung zu bevorzugen. Für andere Kenngrößen der Gewindestangen oder eine andere Position der Messstelle kann ein entsprechender Vergrößerungsfaktor nach (Gl. 3-3) bestimmt werden.

In Abbildung 3-25 ist der Verlauf des Biegemomentes $M_{G_{12},B}$ über alle Biegeversuchszyklen dargestellt. In den Zyklen 1 – 6 werden die Gewindestangen G1 und G2 bei Unterlast weitgehend entlastet, während bei zunehmender Bolzenschiefstellung ein wachsender Normalkraftanteil in den beiden Gewindestangen verbleibt und sich durch Reibung in der Kugelkalotte ein mit der Normalkraft anwachsendes Einspannmoment ergibt.

Die beiden Gewindestangen G3 und G4 ohne Instrumentierung werden auch in Lastzyklen mit großer Bolzenschiefstellung nach jedem Zyklus nahezu vollständig entlastet. Ein sukzessive anwachsendes Einspannmoment kann deshalb ausgeschlossen werden. Für $M_{G_{34},B}$ wird in Anlehnung an das Verhalten von $M_{G_{12},B}$ in Zyklus 2 für jeden Versuchszyklus ein Verlauf des Biegemomentes nach (Gl. 3-7) berücksichtigt.

$$M_{G_{34},B} = 0,3 \cdot \ln(\sum F_x) \cdot 0,2372 ; \sum F_x = F_{1234} \text{ als Last der Zugprüfmaschine in [kN]} \tag{Gl. 3-7}$$

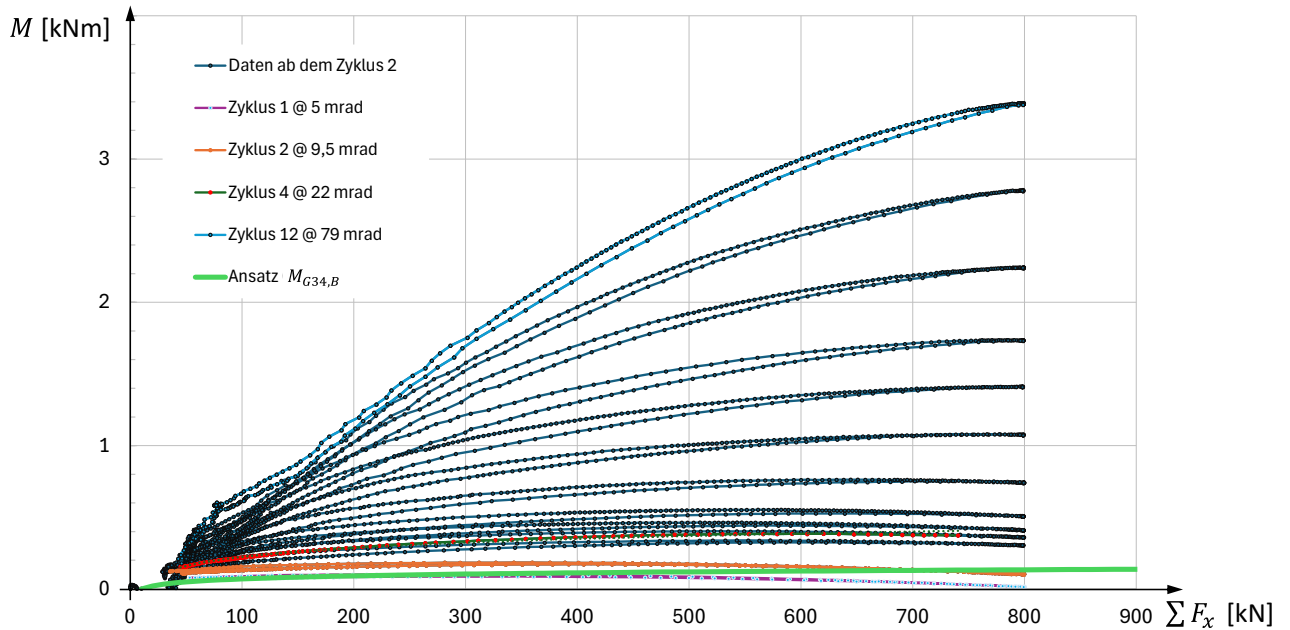


Abbildung 3-25 Verlauf des akkumulierten Biegemomentes $M_{G_{1,2},B}$ in den beiden Gewindestangen G1 und G2 an der Einspannung während der Biegeversuchszyklen [L82].

Aus der Auswertung der axialen Lastzyklen ohne Schiefstellung kann die Ausmitte y_B der Zuggliedachse bestimmt werden, welche über den gesamten Versuch unverändert eingepreßt ist. Bei der Auswertung der Ergebnisse für das Zugglied mit 4 m Länge wird eine Kompensation von $y_B = 1,15$ mm berücksichtigt.

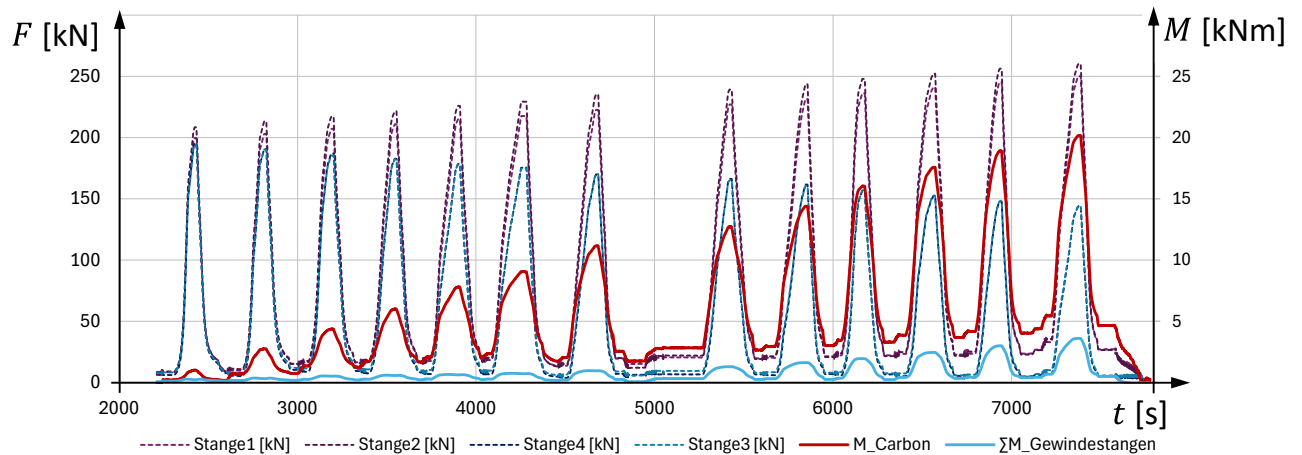


Abbildung 3-26 Kräfte in den Gewindestangen (gestrichelt) sowie Momentenanteile im Carbonzugglied (durchgezogen rot) und in den Stahl-Zugstangen (durchgezogen hellblau) – TK50-MA [L82].

In Abbildung 3-26 ist die Aufteilung der Momentenanteile dargestellt. Es wird ersichtlich, dass der Momentenanteil in den Gewindestangen (hellblau) im Vergleich zum Biegemoment im Carbonzugglied (rot) in den ersten sieben Lastzyklen unter 10 % liegt und für Lastzyklen mit großer Bolzenschiefstellung bis ca. 18 % ausmacht.

3.4.4 Interaktion Bolzenschiefstellung – Normalkraft – Moment

In nachfolgenden Abbildung 3-27 und Abbildung 3-28 ist der Verlauf des Biegemomentes über den Verlauf des Biegeversuches dargestellt.

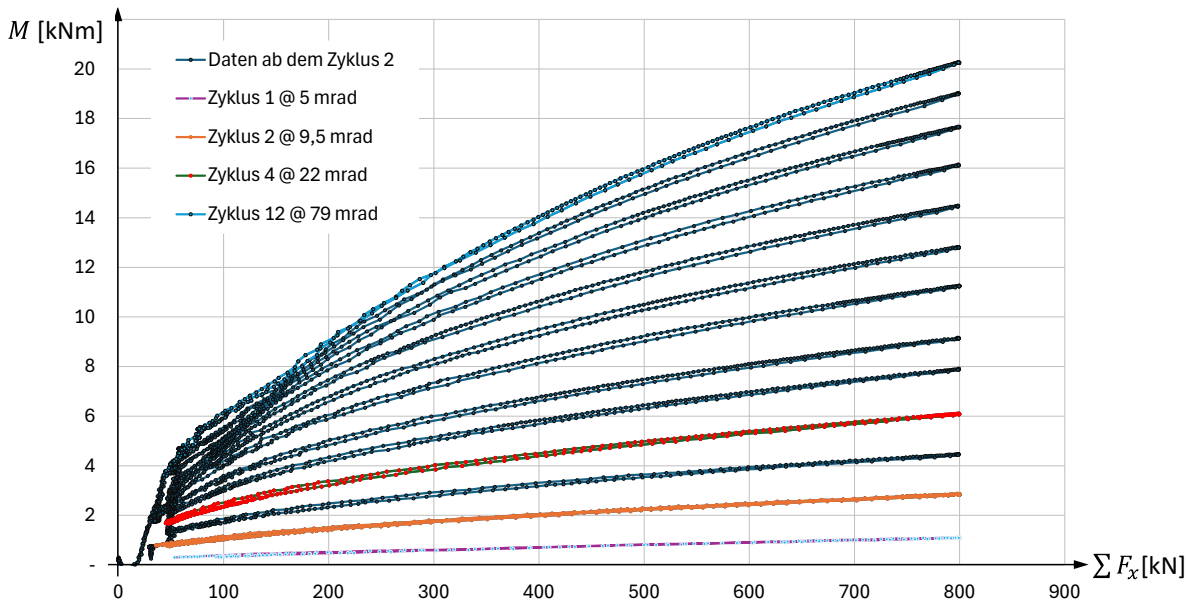


Abbildung 3-27 Interaktion Normalkraft $F = \sum F_x$, Bolzenrotation¹⁾ und Biegung im Carbonzugglied bezogen auf den Bolzenmittelpunkt an der Einspannung – Versuchsergebnisse Zugglied 4 m [L82]

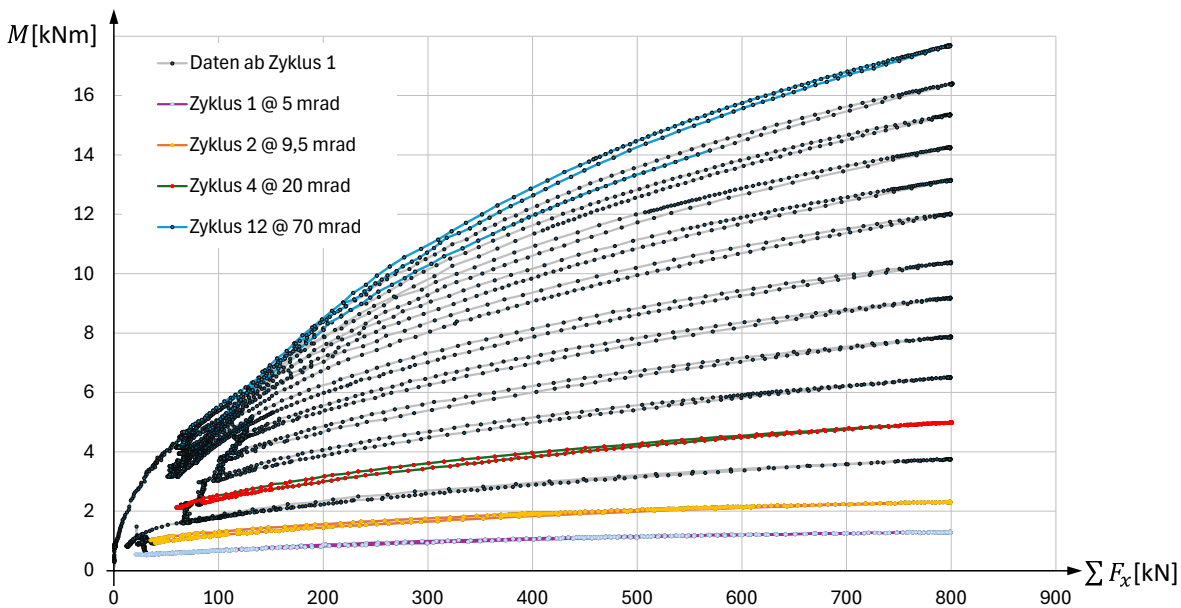


Abbildung 3-28 Interaktion Normalkraft $F = \sum F_x$, Bolzenrotation¹⁾ und Biegung im Carbonzugglied bezogen auf den Bolzenmittelpunkt an der Einspannung – Versuchsergebnisse Zugglied 2,4 m [L82].

¹⁾ Die Angabe der Bolzenrotation in der Legende ist nur ein ungefährender Wert, da die Bolzenrotation im Verlauf jedes Zyklus schwankt.

In Abbildung 3-29 und Abbildung 3-30 sind die Wertepaare $M(N_0, \varphi)$ für alle 13 (11) Lastzyklen über den gesamten Versuch für beide untersuchten Prüfmuster mit Schiefstellungen von 5 mrad bis ca. 80 (70) mrad

aufgetragen. Zur Vergleichbarkeit der Ergebnisse unterschiedlicher Bolzenschiefstellung sind die Ergebnisse in Abbildung 3-29 als $M(\varphi = 10 \text{ mrad}) = M(\varphi_i) \cdot 10/\varphi_i$ auf $\varphi = 10 \text{ mrad}$ normiert dargestellt.

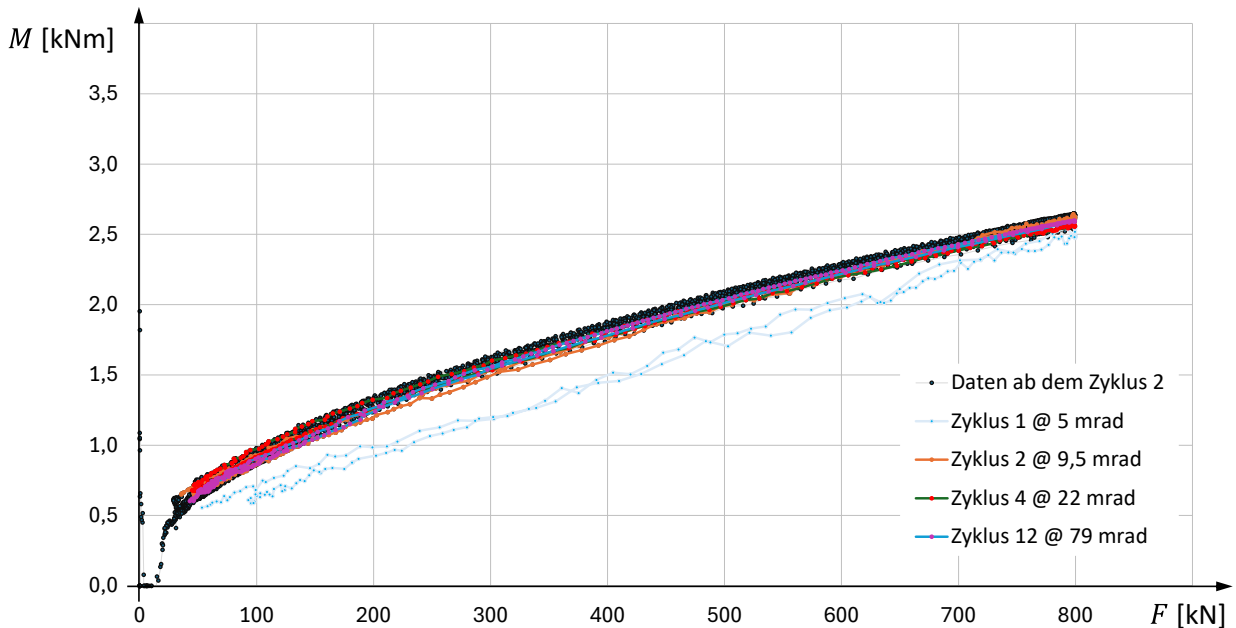


Abbildung 3-29 Zugglied $L = 4 \text{ m}$, Moment M an der Einspannung aus Bolzenschiefstellung φ und Normalkraft $F = \sum F_x$. Ergebnisse aller Belastungszyklen normiert für $\varphi = 10 \text{ mrad}$ Schiefstellung [L82].

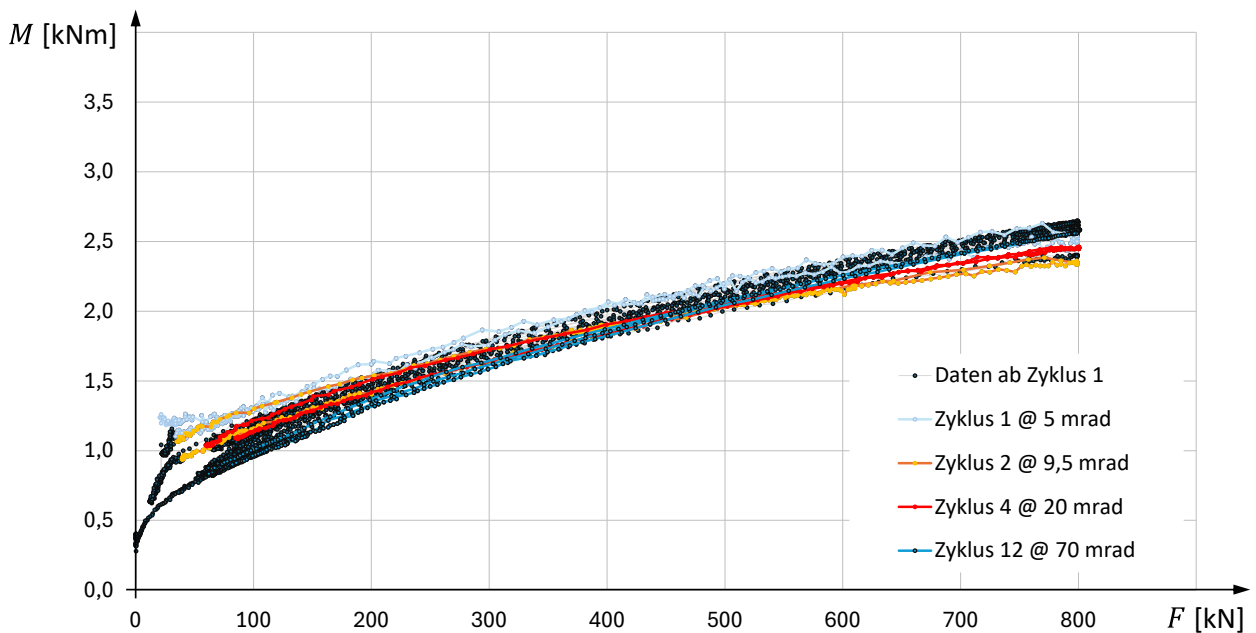


Abbildung 3-30 Zugglied $L = 2,4 \text{ m}$, Moment M an der Einspannung aus Bolzenschiefstellung φ und Normalkraft $F = \sum F_x$. Ergebnisse aller Belastungszyklen normiert für $\varphi = 10 \text{ mrad}$ Schiefstellung [L82].

Ab dem dritten Lastzyklus ist ein näherungsweise lineares Verhältnis $M \sim \varphi$ zwischen Winkel und Moment zu beobachten. Der Einfluss der Bauteillänge ist im Vergleich der Ergebnisse der beiden geprüften Muster durch etwas höhere Momente im kürzeren Zugglied bei gleicher Last zu erkennen. Die Ergebnisse werden in 5.4.4 zur Validierung eines Ansatzes zur Berücksichtigung von Biegeinflüssen herangezogen.

3.5 Bauteilversuche Ermüdung

3.5.1 Zur Konzeption der Versuchsparameter

Ermüdungsversuche an realmaßstäblichen Carbonstrangschlaufen müssen im niedrigen Frequenzbereich durchgeführt werden, da die Bauteile bei zu schnellen Lastwechseln überhitzen und dadurch eine thermisch bedingte Schädigung der Kunststoffmatrix zu einem vorzeitigen Versagen führen kann. Diese Versuche sind auf Grund der Nutzung großer Prüfmaschinen, großer Schwingbreiten und großer Dehnwege in Kombination mit langen Laufzeiten sehr kostenintensiv. Aus 2.3.3 ist bekannt, dass von einer sehr flachen Neigung der *S-N*-Kurve auszugehen ist. Für die Konzeption von Ermüdungsversuchen mit Lastwechselzahlen bis 10 Mio. ist daher eine gute Grundlage zur Festlegung der Oberlastniveaus erforderlich, welche durch die statischen Traglastversuche (siehe 3.3.5) und die Vorkenntnisse zum Verlauf der *S-N*-Kurve von Kleinproben [L195] [L7] [L8] und deren Auswertung in [L62] vorliegt. Zuletzt sind die Kriterien zur Wahl von Versuchsrandbedingungen auch unter den Aspekten der technisch-wirtschaftlichen Machbarkeit abzuwägen, wobei nicht immer das wissenschaftlich bevorzugte Vorgehen gewählt werden kann.

3.5.2 Versagenskriterien

Im Rahmen des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa [L224] wurden Ermüdungsversuche an 1:1 Bauteilen erstmals bis zum Versagen der Muster durchgeführt. Dabei wurde das Erfordernis zur Festlegung einheitlicher Abbruchkriterien ersichtlich. Es konnten unterschiedliche Anzeichen eines Bauteilversagens beobachtet werden, welche zur Festlegung von objektiven Versagens- bzw. Abbruchkriterien herangezogen werden können. Diese wurden im Rahmen des Projektes sukzessive weiterentwickelt.

- Abfall der Oberlast oder plötzliches Versagen einer Schlaufe (Bruch)
- Vergrößerung des Dehnweges (Steifigkeitsabfall)
- Anstieg der gemessenen Temperaturen an den Thimbles

3.5.2.1 Abfall der Oberlast

Als eindeutiges Versagenskriterium kann ein plötzlicher Abfall der Oberlast um mehr als 25 % bei konstantem Dehnweg herangezogen werden.

3.5.2.2 Vergrößerung des Dehnweges

Als Versagenskriterium kann eine deutlich ansteigende Zunahme des Dehnweges des Probekörpers herangezogen werden. Ein typischer Verlauf der gemessenen Dehnwege während eines Ermüdungsversuchs ist in Abbildung 3-31 gezeigt. Zu Beginn des Versuches kann eine Konsolidation der Längenzunahme beobachtet werden. Im weiteren Verlauf des Ermüdungsversuches tritt eine langsam steigende Längenzunahme ein, welche kurz vor dem [L224]ersagen in einen deutlichen Anstieg übergeht. Als Abbruch- bzw. Versagenskriterium kann herangezogen werden:

- Vergrößerung des Dehnweges um 20 %
- Sprunghafte oder stark zunehmende Vergrößerung des Dehnweges von 15 % im Verlauf von weniger als 5 % der bisherigen LZ

Als Referenz kann der gemittelte Dehnweg der ersten vier Lastzyklen herangezogen werden.

Sofern nach Erreichen des beschriebenen Abbruchkriteriums noch keine eindeutigen Anzeichen für ein Versagen des Probekörpers vorliegen, wird empfohlen, die Resttragfähigkeit zu ermitteln.

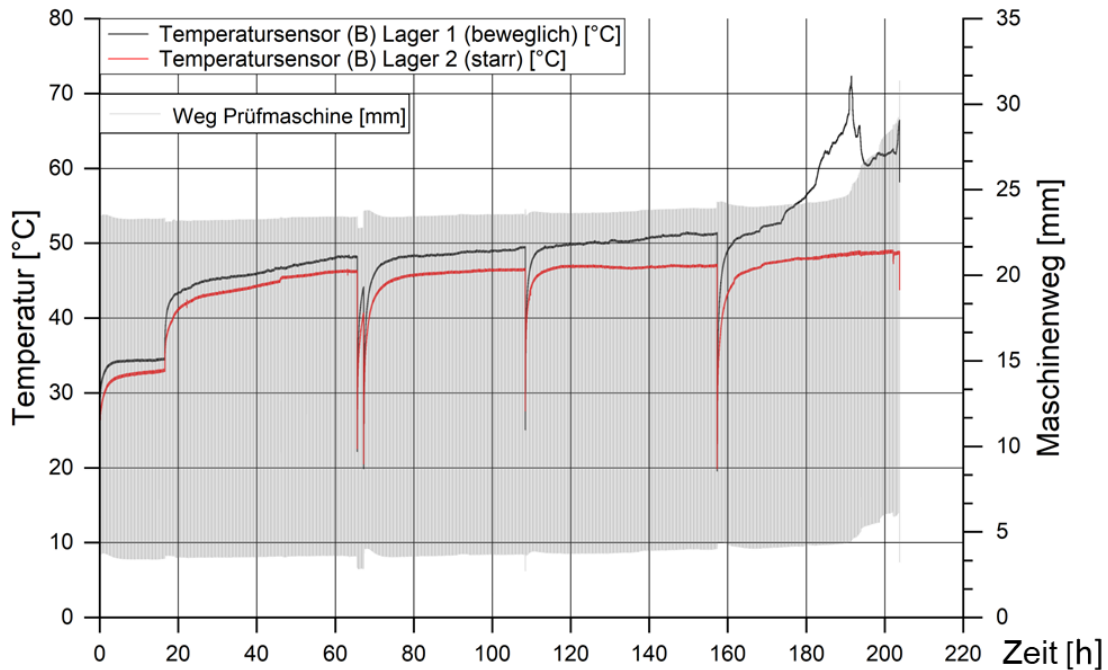


Abbildung 3-31 Entwicklung der Dehnwege am Beispiel des Versuchsverlaufes des Prüfmusters TK50-8 [L224].

Mehrere Versuche wurden nach Erreichen einer Dehngrenze abgebrochen, erreichten im anschließenden Resttragfähigkeitsversuch jedoch eine Resttragfähigkeit $F_u^{(N)}$ deutlich über der Oberlast $F_{f,OL}$ des Ermüdungsversuches. Es ist daher davon auszugehen, dass beim Abbruch der betroffenen Versuche (TK50-8, TK40-7, TK40-10, TK40-12, TK40-19) eine weitere Restlebensdauer vorhanden war. Unter Annahme eines linearen Degradationsverhaltens ab einem Drittel der Lebensdauer kann nach (Gl. 3-8) ein Restlebensdauerfaktor abgeschätzt werden. Die Schätzformel ist für Resttragfähigkeiten über 85 % bezogen auf den Mittelwert der statischen Tragfähigkeit ggf. wenig aussagekräftig.

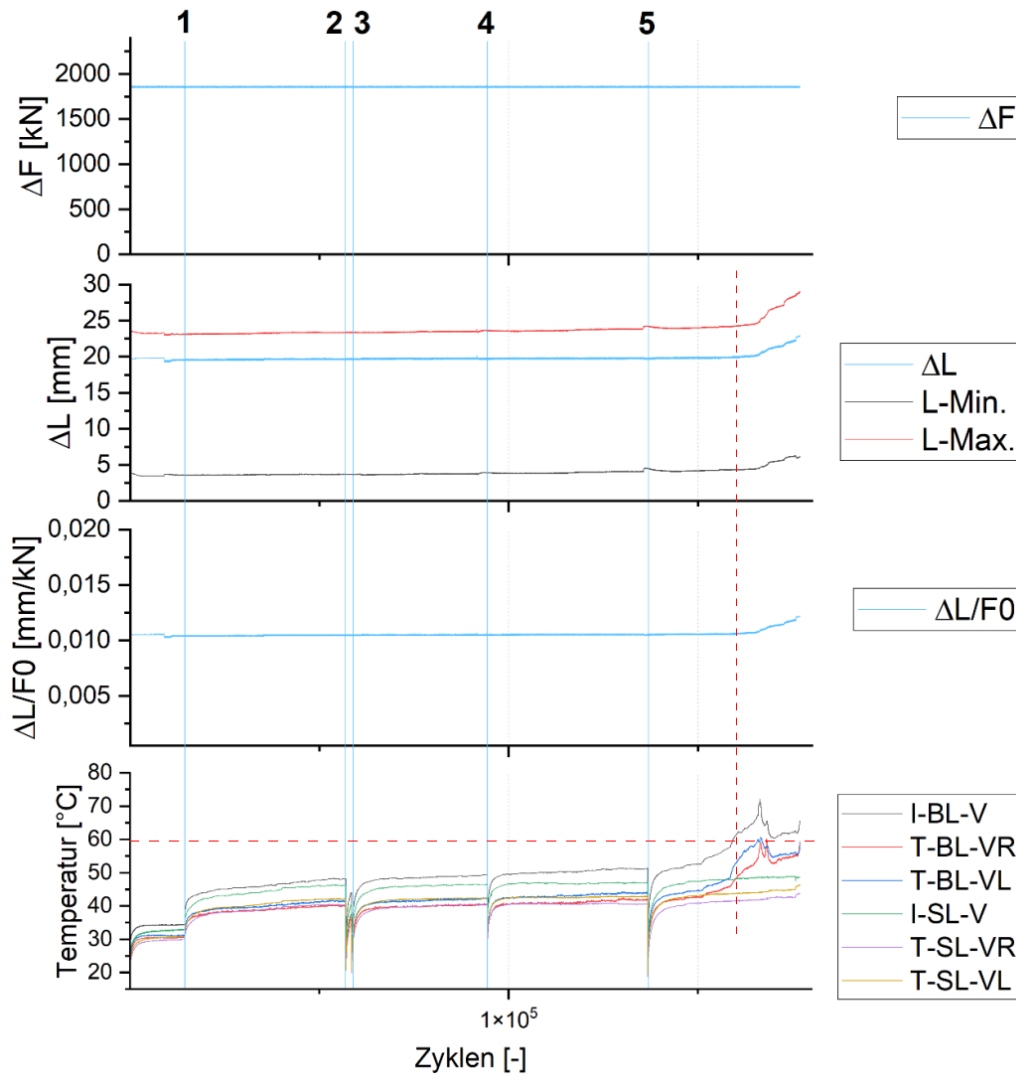
$$k_N = \left(1 - \frac{2 (F_u^{(N)} - F_{f,OL})}{3 (F_{u,m} - F_{f,OL})} \right)^{-1} \quad (\text{Gl. 3-8})$$

TK50-8 erreicht bspw. im Resttragfähigkeitsversuch noch 70 % der mittleren Bruchlast. Nach (Gl. 3-8) kann ein Restlebensdauerfaktor zu 1,24 abgeschätzt werden. In Bezug auf die Wertung des Versuchsergebnisses ist eine Unterschätzung der tatsächlichen LZ in dieser Größenordnung eher von untergeordneter Bedeutung. Betrachtet man den Messschrieb dieses Versuches (Abbildung 3-32), fällt auf, dass der Dehnungszunahme ein Temperaturanstieg vorausgeht.

3.5.2.3 Temperaturanstieg

Bei nahezu allen Ermüdungsversuchen konnte vor dem Versagen ein deutlich wahrnehmbarer Anstieg der Temperaturen an den Kauschen beobachtet werden. Im weiteren Verlauf wurde jedoch klar, dass dieses Kriterium einer weiteren Differenzierung bedarf: Es ist prinzipiell zu unterscheiden, ob der Temperaturanstieg ursächlich für das nachfolgende Versagen infolge thermischer Schädigung verantwortlich gemacht werden muss (thermisch bedingtes, ungewolltes frühzeitiges Versagen – vgl. 3.5.3) oder als Begleiterscheinung einer fortschreitenden Schädigung des Laminates auftritt. Der Temperaturanstieg ist daher als Indikator eines möglichen nahen Versagens geeignet, kann aber alleine nicht als Kriterium zur Feststellung eines Ermüdungsversagens herangezogen werden. Eine Differenzierung zwischen thermisch bedingter Schädigung

und Degradation durch Ermüdungsbeanspruchung ohne thermischen Einfluss kann durch eine visuelle Beurteilung der Gleitfläche an der Innenseite der Schlaufenumlenkung der versagten Probe erfolgen, wenngleich eine klare Abgrenzung ohne chemische Analyse nicht sicher möglich ist. Als einfaches Kriterium wird stattdessen die kausale Kette der Ereignisse im Messschrieb herangezogen. Wenn eine deutliche Dehnungszunahme festzustellen ist, bevor der Temperaturanstieg einsetzt, liegt ein Ermüdungsversagen nahe. Wenn dagegen ein signifikanter Temperaturanstieg festgestellt wird, bevor eine Dehnungszunahme zu beobachten ist, ist eine thermisch bedingte Schädigung als Ursache oder Begleiteinwirkung für das Versagen in Betracht zu ziehen.



Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,15 Hz
1	14.000	Erhöhung Prüffrequenz auf 0,25 Hz
2	58.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
3	59.500	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
4	94.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
5	138.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)

Abbildung 3-32 Messschrieb Ermüdungsversuch TK50-8, KIT [L224].

Um diesen Fall weitgehend zu vermeiden, wurde nach der Auswertung einiger Ermüdungsversuche eine Absenkung der Prüffrequenz beim Erreichen eines Grenzwertes festgelegt (vgl. 3.5.3.3).

3.5.3 Thermisch bedingtes, ungewolltes frühzeitiges Versagen (Reibwärmeveragen)

Vorab: Dieses Kapitel kann in der vorliegenden Form nur nach einer Freigabe durch den Hersteller Carbo-Link veröffentlicht werden. Ist eine Veröffentlichung nicht möglich, wird eine Kurzzusammenfassung zum Sachverhalt erstellt.

Aufgrund der elastischen Dehnwege der Carbonfasern beim Wechsel zwischen Oberlast und Unterlast kommt es im Bereich der Faserumlenkung zum Gleiten des Faserbündels der Schlaufe auf dem Thimble. Hierbei entsteht Wärme aus Reibung (hier als Reibwärme bezeichnet). Da es sich sowohl bei der Gleitschicht als auch bei der Matrix des Carbonlaminates um Kunststoffe handelt, erweichen diese Materialien beim Erreichen der jeweiligen Glasübergangstemperatur und ändern damit ihre mechanischen Eigenschaften.

Zur Veranschaulichung wird das Phänomen an einem Beispiel erläutert: Im Bereich des Ablösepunktes treten bei einem TK40 im Ermüdungsversuch mit einer Oberlast von 45 % der mittleren Bruchlast und einem Spannungsverhältnis $R = 0,1$ (Unterlast 4,5 % der mittleren Bruchlast) bereits Dehnwege von rund einem Millimeter auf. Gleichzeitig liegt in der Gleitfläche infolge der Faserumlenkung bei Oberlast ein Anpressdruck von rund 110 N/mm^2 vor. Dieser sinkt bei Unterlast auf 11 N/mm^2 ab. In jedem Lastwechsel erfolgt also zeitgleich eine Änderung der Querpressung und eine Gleitbewegung zwischen der Oberfläche des Thimbles und der Schlaufe (vgl. Abbildung 3-37). Diese Bewegung erzeugt Reibwärme in der Gleitschicht zwischen Schlaufe und Thimble. Die Wärme tritt dabei zeitlich und örtlich lokal auf.

3.5.3.1 Degradation der Gleitschicht

Werden in der Gleitfuge Temperaturen nahe der Glasübergangstemperatur der Gleitschicht erreicht, erfolgt innerhalb der Gleitschicht punktuell ein Erweichen des Kunststoffes, verbunden mit einer Degradation der Gleitschicht. Es kann zum Verkleben der Gleitschicht mit der Oberfläche des Thimbles kommen und es ist anzunehmen, dass sich der Reibbeiwert in diesem Bereich verändert. Es ist ebenfalls möglich, dass sich der erweichte Kunststoff in Richtung eines abfallenden Pressungsgradienten örtlich umlagert und sich dadurch die Querpressungsverteilung lokal verändert, wodurch bereichsweise mehr oder weniger Reibwärme erzeugt wird. Genaue Kenntnisse über die verschiedenen Vorgänge liegen nicht vor. Anhand der Aufzeichnungen der Temperaturmessstellen liegt jedoch die Vermutung nahe, dass es sich nicht um einen einzigen kontinuierlich fortschreitenden Prozess handelt, sondern um mehrere, teilweise interagierende Prozesse, wodurch sprunghafte und unstetige Änderungen der Reibwärmeleistung hervorgerufen werden und teilweise auch Rückgänge und eine zwischenzeitliche Stabilisierung der Temperaturen zu beobachten sind. Während des Versuches konnte in einzelnen Fällen das Auftreten von Kunststoffpartikeln im Spalt zwischen der Flanke des Thimbles und der Schlaufe beobachtet werden, was auf eine entsprechende Schädigung hindeutet. Eine visuelle Inspektion der Gleitflächen nach dem Versagen bzw. nach Abschluss des Versuches kann ebenfalls Aufschluss hierzu geben. Verklebte Rückstände der Gleitschicht auf der Oberfläche des Thimbles deuten auf ein Erweichen der Gleitschicht hin. Bei weiter fortgeschrittener Schädigung der Gleitschicht sind zunächst verklebte schwarze Rückstände (nicht zu verwechseln mit dem freigelegten Carbonlaminat) erkennbar, anschließend kann bereichsweise das vollständige Fehlen der Gleitschicht mit freigelegter Carbonoberfläche beobachtet werden.

3.5.3.2 Degradation des Laminates

Wird im Bereich der Matrix des Carbonlaminates lokal die Glasübergangstemperatur von ca. 140 °C erreicht, kann die Matrix zwei wesentliche Funktionen nicht mehr übernehmen: Einerseits geht die Fähigkeit zur Lastumlagerung zwischen den Fasern teilweise oder ganz verloren (vgl. 2.1.2 und 2.3.4), wodurch sich die faserparallele Tragfähigkeit in dem betroffenen Bereich des Laminates verringert und sich ggf. Lastumlagerungen in einen anderen Bereich des Querschnitts ergeben. Dieser Effekt kann sich in einer

fortschreitenden Zunahme der Dehnwege bemerkbar machen. Andererseits geht die stützende und lastverteilende Mitwirkung der Matrix beim Abtrag der Querpressung teilweise oder ganz verloren. Die Fasern werden damit an ihren vorwiegend linienförmigen Berührungspunkten zusätzlich quer zur Faserrichtung beansprucht (vgl. Abbildung 3-33), was zu einer schnell fortschreitenden Zerstörung der betroffenen Fasern führt. Während des Versuches kann diese Art der Schädigung durch das Austreten von Kohlenstoffstaub aus dem Spalt zwischen der Flanke des Thimbles und der Schlaufe beobachtet werden. Nach Versuchsabschluss ist ggf. ein örtlich begrenzter Querschnittsverlust festzustellen [L123].

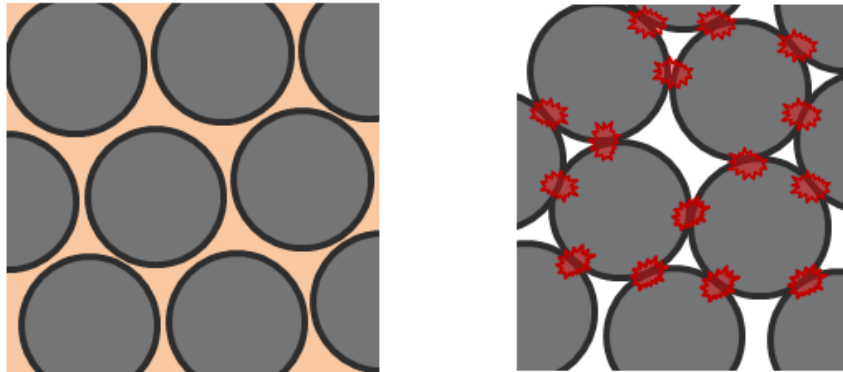


Abbildung 3-33 Prinzipskizze zum Tragverhalten eines quer belasteten UD Laminates mit intakter Matrix (links) und fehlender bzw. erweichter Matrix (rechts).

3.5.3.3 Grenzwerte zur Vermeidung von Reibwärmever sagen

Eine direkte Messung der Temperatur am Ort des Entstehens ist im vorliegenden Fall nicht möglich. Über Temperatursensoren, welche in Bohrungen im Titanthimble ca. 1 mm unter der Oberfläche der Gleitfuge eingebracht sind, kann der Temperaturverlauf in der Gleitfuge näherungsweise gemessen werden, wengleich die Aufzeichnung die zeitlichen und örtlichen Temperaturspitzen im Zuge des zyklischen Bewegungsablaufes nur geglättet und örtlich etwas abgemindert erfassen kann (vgl. Sensor (B) in Abbildung 3-34). Über Messungen der Temperatur auf der Seitenfläche des Thimble (C) oder der Außenseite der Schlaufe (A) können näherungsweise Rückschlüsse über die tatsächlich in der Gleitfuge auftretenden Temperaturen getroffen werden. Die Messwerte an diesen Messstellen zeigen zwischen 5 und 8 K geringere Werte als die Messstellen im Inneren des Thimble.

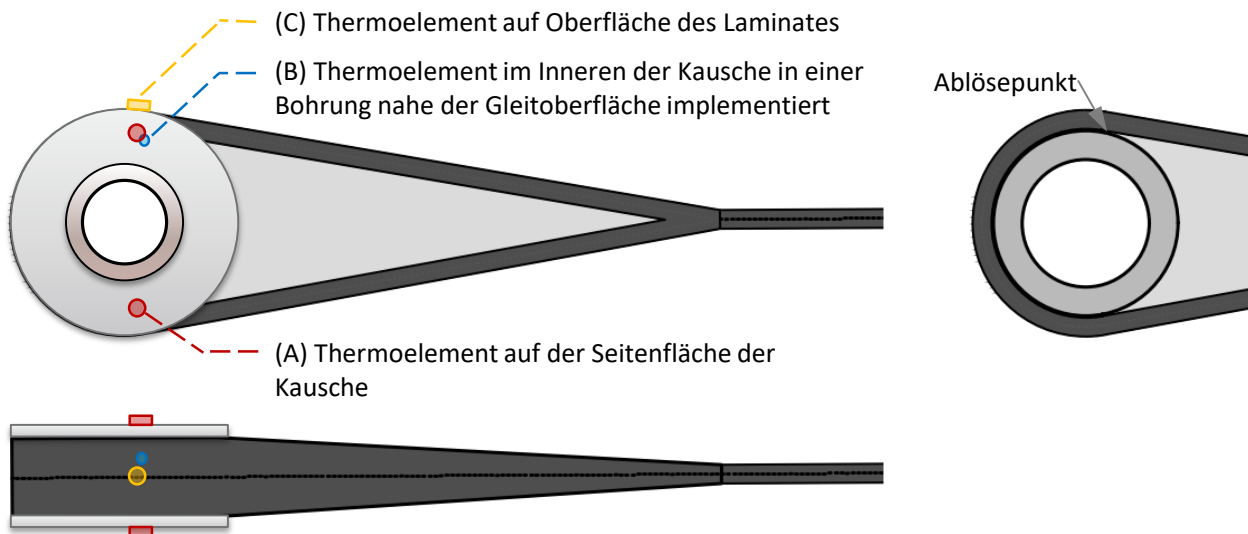


Abbildung 3-34 Temperaturmessstellen zur Überwachung der Bauteiltemperatur im Ermüdungsversuch.

Erwärmung bei Ermüdungsversuchen an Bauteilen aus FRP ist in der Literatur bekannt [L66], auch wenn in den meisten Fällen keine planmäßige Gleitung von Bauteilen vorkommt. Nach ISO 13003 [N17] sollte der Temperaturanstieg bei Bauteilen aus FRP im Ermüdungsversuch 10 K nicht übersteigen. Eine Einhaltung dieses Grenzwertes ist messtechnisch nur eingeschränkt überprüfbar und unter technisch-wirtschaftlichen Aspekten nicht umsetzbar. Für die Planung der ersten Ermüdungsversuche wurde auf Erfahrungswerte zurückgegriffen und als Grenzwert für die Vermeidung thermischer Schädigung folgendes gewählt:

- Temperaturen auf den Außenseiten der Thimbles sollten 40 °C nicht übersteigen.
- Temperaturen auf den Außenseiten des Laminates sollten 40 °C nicht übersteigen.
- Temperaturen an Messfühlern im Inneren des Titanthimbles ca. 1-2 mm unter der Gleitfläche sollten 50 °C nicht übersteigen.

Versuche bei hoher Oberlast und $R = 0,1$, welche mit servohydraulischen Prüfeinrichtungen mit vergleichsweise niedriger Prüffrequenz durchgeführt wurden, konnten mit diesen Randbedingungen erfolgreich durchgeführt werden. Das Versagen wurde allerdings bei allen Versuchen durch erhöhte Temperaturen an einzelnen oder mehreren Temperaturmessstellen angekündigt bzw. begleitet.

Zur Unterscheidung, ob es sich dabei um einen Effekt handelt, welcher auch unabhängig von einer weiteren Reduktion der Prüffrequenz kurzfristig zum Versagen führt, oder ob eine Reduktion der Frequenz zur Vermeidung von Reibwärmever sagen angezeigt ist, lassen sich folgende Kriterien heranziehen: Im Falle eines kontinuierlichen bzw. allmählichen Temperaturanstieges gegen einen der Grenzwerte wird eine Reduktion der Prüffrequenz als sinnvoll erachtet. Hierdurch können die Temperaturen üblicherweise nochmals für eine gewisse Dauer kontinuierlich unterhalb der Grenzwerte stabilisiert werden (vgl. Abbildung 3-35). Neben einer Änderung der Raumtemperatur kann eine Veränderung des Reibungskoeffizienten in der Gleitfuge für einen langsamen Temperaturanstieg verantwortlich sein. Falls ein starker und abrupter Anstieg der Temperaturen beobachtet wird, der nicht anderweitig zu erklären ist (Bsp. Sonne scheint zu bestimmter Tageszeit für eine halbe Stunde auf den Versuchsaufbau), muss von einer Schädigung ausgegangen werden. Dabei kann es sich um eine Schädigung der Gleitschicht, des Laminates oder einen kombinierten Mechanismus handeln. Eine Reduktion der Prüffrequenz wird auch in diesem Fall zu einer Senkung der Temperaturmesswerte führen, es darf jedoch angenommen werden, dass die weiterführende Schädigung durch diese Maßnahme nicht in dem Maße wie im zuvor beschriebenen Fall verzögert wird. Auf eine Reduktion der Prüffrequenz wurde in diesem Fall zunächst verzichtet (vgl. z. B. Abbildung 3-36).

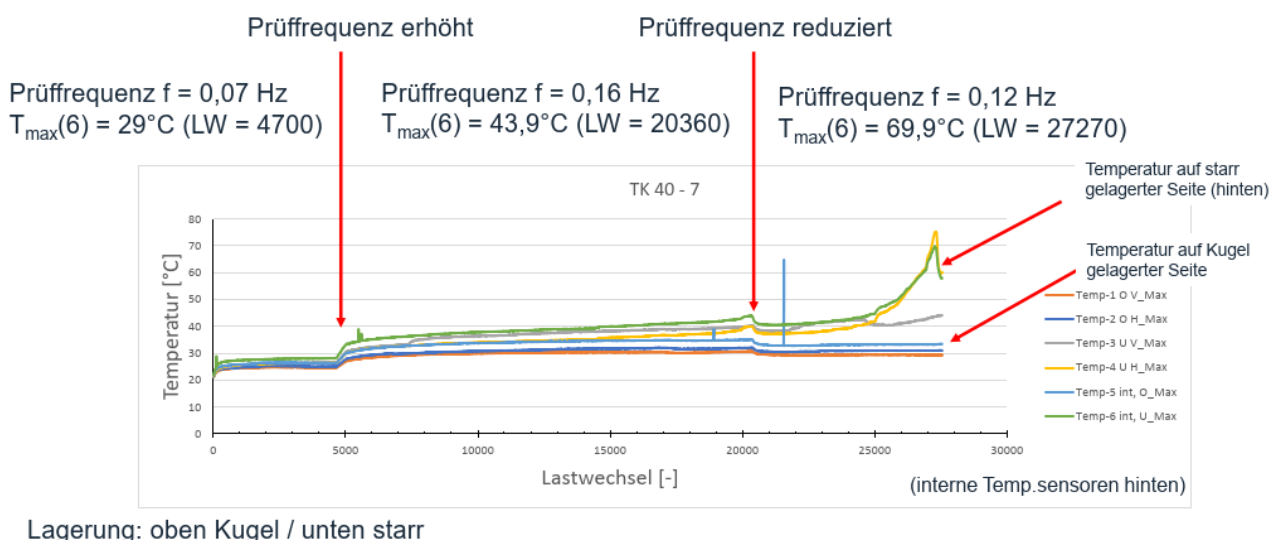


Abbildung 3-35 Überblick Versuchsverlauf TK 40-7, Quelle: MPA [L224].

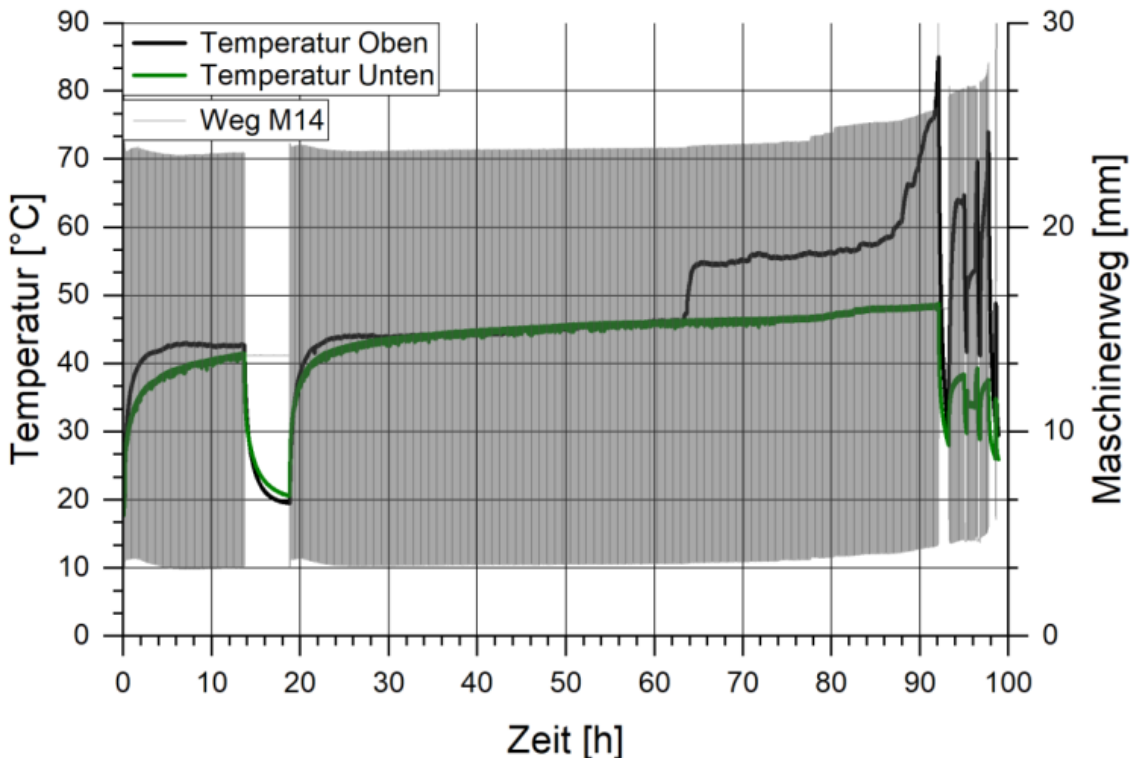


Abbildung 3-36 Überblick Versuchsverlauf TK 50-7, Quelle: KIT [L224].

3.5.3.4 Kriterien für das Herabsetzen der Prüffrequenz beim Erreichen von Temperaturgrenzwerten

Bei Erreichen der Grenztemperatur kann wie beispielsweise in Abbildung 3-35 die Prüffrequenz nochmals herabgesetzt werden. Hierdurch kann ein Rückgang der gemessenen Temperaturen erreicht und mittelfristig eine Fortsetzung des Ermüdungsversuches innerhalb der Grenzwerte gewährleistet werden. Durch das Herabsetzen der Prüffrequenz wird allerdings auch die verbleibende Prüfdauer auf unbestimmte Zeit verlängert. Eine Abwägung zwischen dem Interesse, bei der Bestimmung der Betriebsfestigkeit Einflüsse aus Reibwärme auszuschließen und wirtschaftlichen Überlegungen zur Verhältnismäßigkeit der Versuchslaufzeiten wurde erforderlich. Gleichzeitig stellte sich im Weiteren die Frage, inwieweit die Ergebnisse vergleichbar sind, wenn das Herabsetzen der Prüffrequenz nach freiem Ermessen erfolgt.

Für weitere Ermüdungsversuche wird daher ein einheitliches Vorgehen vorgeschlagen und für die folgenden Versuche herangezogen, wenngleich eine automatische Abschaltung beim Erreichen des Grenzwertes nicht in allen Fällen implementiert werden konnte.

- Die Prüffrequenz ist zunächst in der Anlaufphase so zu wählen, dass sich die Bauteiltemperaturen in den ersten 24 h maximal bis auf 5 K an die Grenzwerte annähern.
- Wird ein Temperaturgrenzwert erreicht, soll die Prüffrequenz um 30 % herabgesetzt werden.
- Wird daraufhin nochmals ein Temperaturgrenzwert durch allmähliches Ansteigen erreicht, soll eine weitere Reduktion der Prüffrequenz um 10 % erfolgen.
- Anschließend wird der Versuch bis zum Erreichen der Abbruchkriterien aus Dehnungszunahme oder Versagen durch Bruch fortgesetzt.

Auch mit diesem Vorgehen können Effekte aus Reibwärmeversagen nicht gänzlich ausgeschlossen werden. Der Einfluss auf die gewonnenen Versuchsergebnisse wird in 5.2.1.5 diskutiert.

3.5.3.5 Ansatz zur quantitativen Voreinschätzung hinsichtlich Reibwärmever sagen

Anhand einer Betrachtung des zeitlichen Verlaufes der Gleitgeschwindigkeit und des Anpressdruckes in der Gleitfuge über einen Lastzyklus können die Zusammenhänge zwischen der Oberlast, dem Spannungsverhältnis und der auftretenden Reibwärme betrachtet werden (vgl. Abbildung 3-37). Ein vereinfachter Ansatz zur Einschätzung der maximalen und der gemittelten Reibwärmeleistung ist in Anhang C.1 beschrieben und wurde zur Abschätzung geeigneter Versuchsrandbedingungen herangezogen. Wesentliche Erkenntnisse werden hier zusammengefasst.

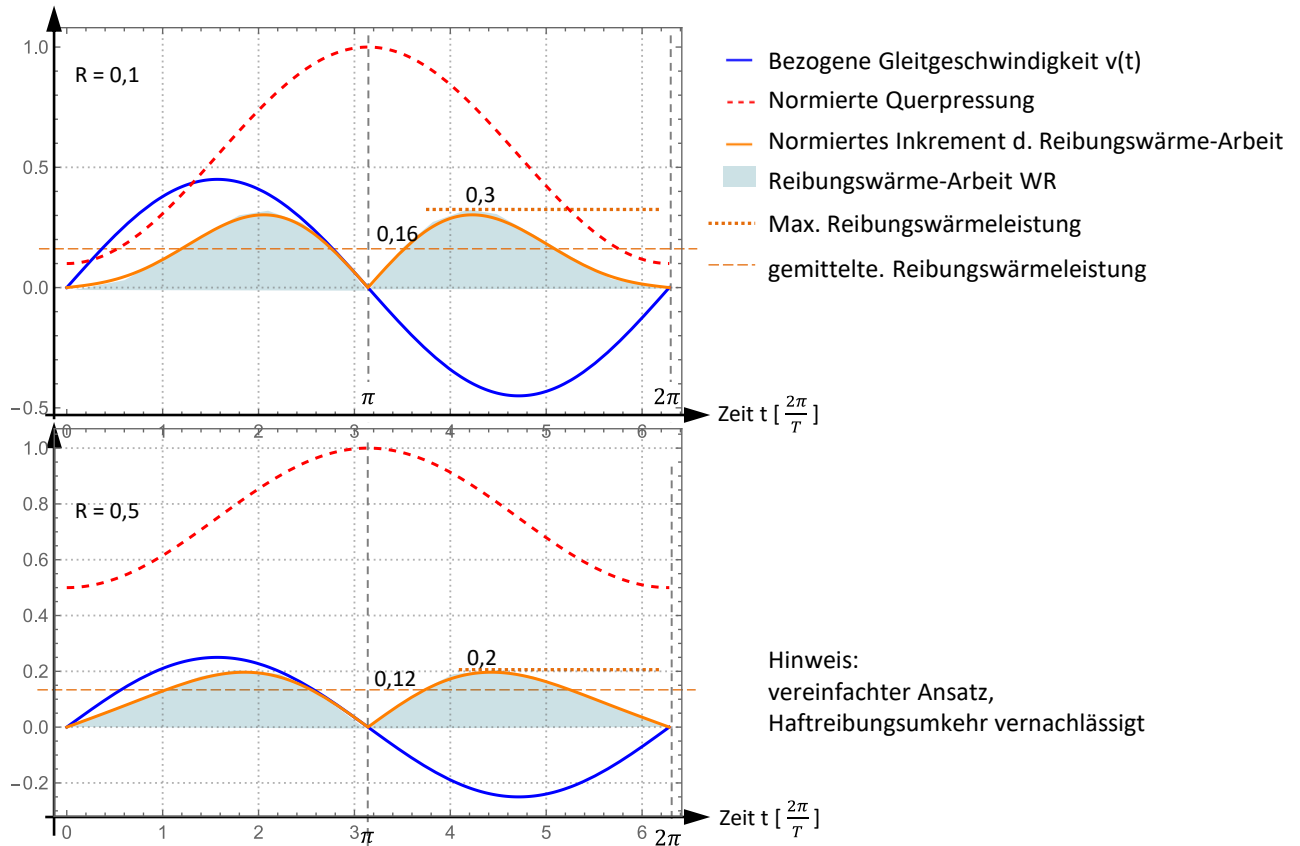


Abbildung 3-37 Zeitlicher Verlauf der radialen Querpressung, der Gleitgeschwindigkeit zwischen Schlaufe und Thimble und der Reibwärmeleistung.

Die maximale Reibwärmeleistung im Verlauf des Lastzyklus ist bei einem Verhältnis $R = 0,1$ etwas mehr als doppelt so hoch wie die mittlere Reibwärmeleistung und tritt am Ort der größten Relativverschiebung, dem Ablösepunkt auf. Mit Temperatursensoren ist nur die räumlich und zeitlich gemittelte Temperatur erfassbar. Die Reibwärmeleistung ist in etwa proportional zur Frequenz und steigt mit wachsender Oberlast überproportional an. Bei einer Reduktion des Spannungsverhältnisses von $R = 0,1$ auf $R = 0,5$ wird die mit Temperatursensoren erfassbare mittlere Reibwärmeleistung nur um rund 25 % reduziert, während der kurzzeitig auftretende Spitzenwert der Reibwärmeleistung – welcher mutmaßlich für die thermische Schädigung verantwortlich ist – um ca. 30 % gesenkt wird.

3.5.3.6 Bedeutung von Reibwärmeeffekten für den praktischen Einsatz

Der Einfluss aus Reibwärme soll anhand der Versuchsergebnisse des TK40-09 in den Kontext praktischer Anwendungen eingeordnet werden. Nach Einsetzen einer kontinuierlichen zyklischen Belastung mit einer Oberlast auf dem Niveau der halben Bruchlast ($S_{max} = 50\%$) und einer Unterlast von 25 % der Bruchlast

kann bei einer Belastungsfrequenz von 1,25 Hz innerhalb von 20 Minuten nach ca. 1500 Lastwechseln ein Temperaturanstieg von rund 15 K beobachtet werden (Abbildung 3-38).

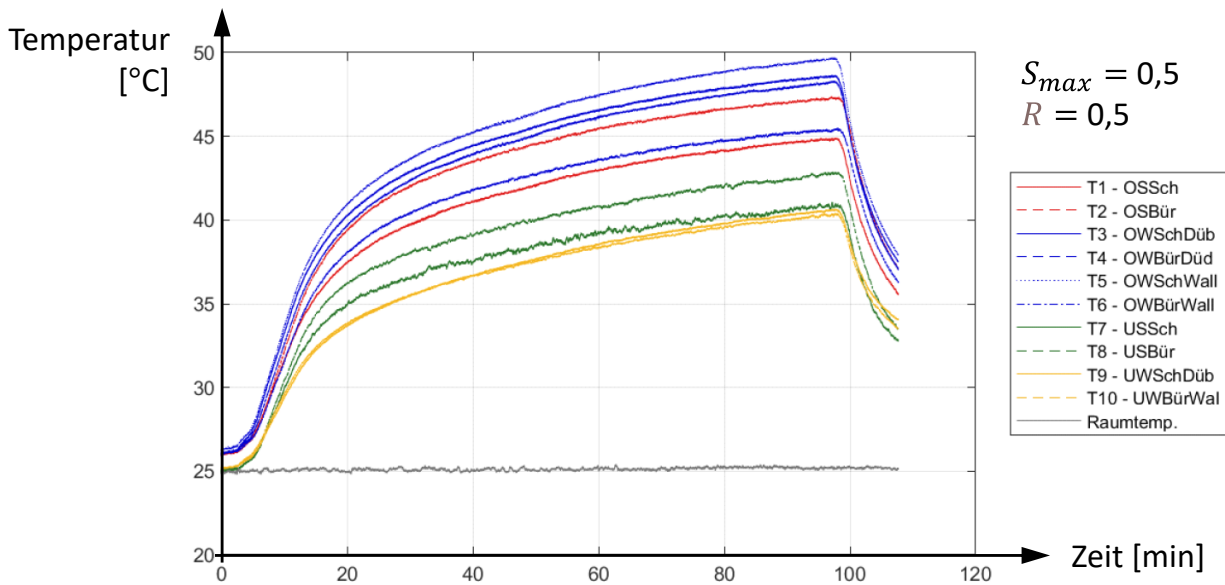


Abbildung 3-38 Temperaturverlauf nach Einsetzen einer zyklischen Belastung TK40-8 [L132].

Bei Anwendungsfällen im Brückenbau können zwei typische Belastungskollektive beobachtet werden. Maximale Oberlasten ($S_{max} < 30\%$) treten beispielsweise bei halbseitiger Belastung einer Netzwerkbogenbrücke bei der Überfahrt eines schweren Güterzuges einmal pro Überfahrt auf (vgl. Abbildung 3-39 links). Eine zyklische Belastung mit einer nennenswerten Frequenz liegt in diesem Fall nicht vor. Zugfolgezeiten unter 2 min sind auch bei stark frequentierten Strecken eher selten.

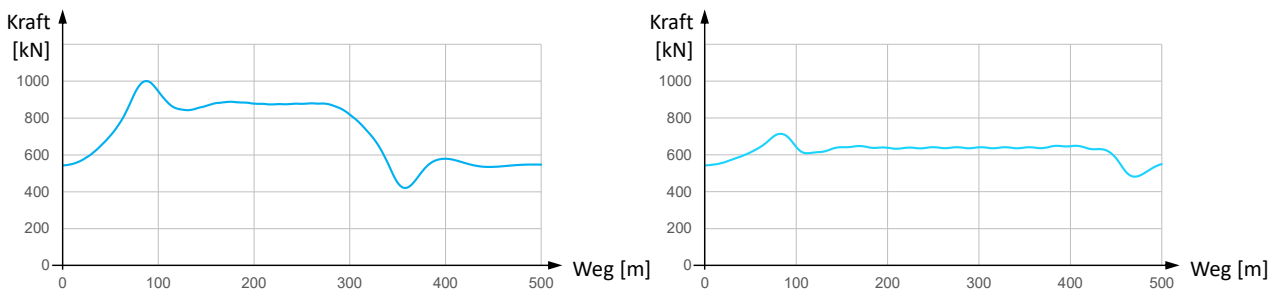


Abbildung 3-39 Kraftverlauf in einem Zugglied einer Netzwerkbogenbrücke bei Überfahrt eines schweren Güterzuges (links – Lastbild Typ 3 [N2]) und eines Reisezuges (rechts – Lastbild Typ 3 [N2]) [L72].

Häufige und in schnellerer Abfolge auftretende Lastwechsel ergeben sich aus den Lastwechseln bei der Vorbeifahrt einzelner Drehgestelle eines Reisezuges wie bspw. in Abbildung 3-39 (rechts) oder durch Schwerlastverkehr auf einer Autobahnbrücke. Diese Lastkollektive weisen eine nochmals deutlich geringere Oberlast auf und die zugehörige Schwingbreite und Belastungsfrequenz liegen eine Größenordnung unter den im Versuch betrachteten Randbedingungen. Für entsprechende Einsatzgebiete ist der Einfluss aus Reibwärme durch zyklische Belastung in der Regel nicht von Bedeutung.

3.5.4 Übersicht zu vorliegenden Ermüdungsversuchen

Vorliegende Ermüdungsversuche im Einstufenkollektiv sind in Tabelle 3-4 zusammengefasst.

Tabelle 3-4 Ermüdungsversuche – Übersicht und Ergebnisse

Auswertung Ermüdungsversuche												
Muster	Charge	LZ	Abbruchkriterium	Rest-Tragf. $F_u(N)$	$F_u(N) / F_{Ru,m}$	Schiefstellung	Reibwärme	Oberlast F_{fOL}	Unterslast F_{fUL}	Referenz $F_{Ru,m}$	$R = F_{fUL} / F_{fOL}$	$S_{max} = F_{fOL} / F_{Ru,m}$
		N_i		[kN]	[%]	[mrad]		[kN]	[kN]	[kN]		
1	2	3	4	5	6	7	6	8	9	10	7	8
FAT-B SN1	Lot 2	200'000	Durchläufer (LZ)	3550	97%	-	-	1450	50	3658,4	0,0	0,40
FAT-B SN2	Lot 2	200'000	Durchläufer (LZ)	3689	101%	-	-				0,0	0,40
FAT-A SN1	Lot 2	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3720	102%	-	-				0,4	0,30
FAT-A SN2	Lot 2	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3605	99%	20	-	1100	440	3658,4	0,4	0,30
FAT-A SN3	Lot 2	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3629	99%	-	-				0,4	0,30
FAT-A SN4	Lot 2	2'230'000	Durchläufer (LZ)	3465	95%	-	-				0,4	0,30
TK50-7	Charge 1	80'160	Bruch, AT.	-		-	TÜ	2133	213		0,1	0,59
TK50-8	Charge 1	176'928	Dehngrenze, AT.	2520	70%	-	TÜ	2064	206		0,1	0,57
TK50-9	Charge 3	773'514	Bruch	-		-	-	2088	209	3621,4	0,1	0,58
TK50-10	Charge 4	1'006'640	Bruch	-		-	FK	1945	195		0,1	0,54
TK50-11	Charge 6	1'323	Bruch Kragen	-		-	-	2245	898		0,4	0,62
TK50-12	Charge 6	42'325	Bruch Kragen	-		-	-	2245	898		0,4	0,62
TK40-7	Charge 1	27'667	Dehngrenze	1666	67%	-	FK	1538	154		0,1	0,62
TK40-8	Charge 1	294'480	Dehngrenze	-		-	FK	1439	144		0,1	0,58
TK40-4	Charge 1	384'248	Kraftgrenze	1102	44%	-	TÜ	1389	139		0,1	0,56
TK40-5	Charge 1	1'142'539	Dehngrenze / Bru	-		-	-	1339	134		0,1	0,54
TK40-15	Charge 1	281'589	Dehngrenze	-		-	-	1488	149		0,1	0,60
TK40-6	Charge 3	2'183'287	Dehngrenze	-		0--3 (Wippe)	TÜ	1350	810	2499,3	0,6	0,54
TK40-9	Charge 1	1'069'061	Bruch	-		30--27 (Wippe)	TÜ	1240	620		0,5	0,50
TK40-10	Charge 1	6'111'091	Dehngrenze	1440	58%	0--3 (Wippe)	-	1240	620		0,5	0,50
TK40-11	Charge 4	1'444'836	Dehngrenze	n. best.		0--3 (Wippe)	-	1240	620		0,5	0,50
TK40-12	Charge 5	59'462	Lastabfall -> RT	1942	78%	0--3 (Wippe)	-	1240	620		0,5	0,50
TK40-14	Charge 2	1'457'637	Dehngrenze	n. best.		0--3 (Wippe)	-	1240	496		0,4	0,50
TK40-19	Charge 7	1'452'855	Dehngrenze	1240	50%	0--3 (Wippe)	-	1240	620		0,5	0,50
TK20-6	Charge 1	49'951	Bruch	-		-	-	411	41		0,1	0,61
TK20-7	Charge 1	18'335	Bruch	-		-	-	398	40		0,1	0,59
TK20-8	Charge 1	84'800	Bruch	-		-	-	398	40		0,1	0,59
TK20-9	Charge 1	515'507	Bruch	-		-	-	358	36		0,1	0,53
TK20-10	Charge 1	2'038'326	Durchläufer (LZ)	667	99%	-	-	331	33		0,1	0,49
TK20-11	Charge 1	4'419'867	Thimbleversagen	-		-	-	345	34		0,1	0,51
TK20-14	Charge 1	938'871	Durchläufer (LZ)	635	94%	-	-	411	41		0,1	0,61
TK20-16	Charge 3	259'703	(Tandem)	695	103%	-	-	345	138		0,4	0,51
TK20-17	Charge 3	259'703	Bruch	-		-	-	345	138	677,1	0,4	0,51
TK20-18	Charge 3	5'000'000	Durchläufer (LZ)	677	100%	-	-	345	138		0,4	0,51
TK20-19	Charge 3	5'000'000	Durchläufer (LZ)	669	99%	-	-	345	138		0,4	0,51
TK20-20	Charge 1	3'924'800	Bruch	-		20	-	321	129		0,4	0,47
TK20-21	Charge 1	3'924'800	(Tandem)	611	90%	20	-	321	129		0,4	0,47
TK20-22	Charge 2	10'000'000	Durchläufer (LZ)	695	103%	-	-	321	129		0,4	0,47
TK20-23	Charge 2	10'000'000	Durchläufer (LZ)	695	103%	-	-	321	129		0,4	0,47
TK20-24	Charge 3	7'584'000	Bruch	-		-	-	332	133		0,4	0,49
TK20-25	Charge 3	5'000'000	Durchläufer (LZ)	707	104%	-	-	332	133		0,4	0,49
TK20-26	Charge 3	2'584'000	(Tandem)	630	93%	-	-	332	133		0,4	0,49

Quellen: FAT [L171], TK50, TK40 und TK20 [L224]

Hinweis: Der verwendete Kauschentyp, der Fasertyp, das zuehörige Lieferzertifikat und die Faserfestigkeit der Muster sind in Anhang B.4 gezeigt. TK50-11 wurde abweichend mit einer Faser T700 hergestellt.

Für planmäßige Lastwechselzahlen von 5 – 10 Mio. wurde unter wirtschaftlichen Aspekten auf den Einsatz von Pulsatoren zurückgegriffen. Durch die Masse des Schwungrades ergibt sich ein unterer Grenzwert für die Prüffrequenz, welcher je nach Konfiguration der verwendeten Maschine zwischen 1 und 1,25 Hz liegt. Eine

Reduktion der Prüffrequenz zur Vermeidung von thermischer Schädigung ist in diesem Fall nur eingeschränkt möglich, weswegen eine Anpassung des Spannungsverhältnisses gewählt wurde.

Ermüdungsversuche zur Bestimmung einer *S-N*-Kurve werden üblicherweise kraftgesteuert durchgeführt, wobei zusätzlich Weggrenzen als Abschaltkriterium verwendet werden. Für Versuche mit Pulsatorsteuerung ergibt sich systembedingt ein Verhalten, welches eher der weggesteuerten Prüfung gleicht. Hier wird die Unterlast im Verlauf des Versuches kontinuierlich nachgeregelt (kraftgeregelt), während die Oberlast über ein konstantes pulsierendes Ölvolumen erreicht wird. Bei einer Abnahme der Bauteilsteifigkeit sinkt die Oberlast und muss in regelmäßigen Abständen manuell nachgeregelt werden.

In Tabelle 3-4 Spalte 8 werden Hinweise zum Reibwärmeverhalten im Versuch gegeben. Außer bei den Versuchen der FAT-Serie wurden die Bauteiltemperaturen am Thimble jeweils überwacht. Eine Überschreitung einer Temperatur von 60 °C an den äußeren Messstellen (A) und (C) (siehe Abbildung 3-34) vor einem Eintreten einer signifikanten Dehnungszunahme wird als Temperaturüberschreitung mit dem Symbol T \ddot{U} indiziert. Eine Frequenzkontrolle nach dem oder in Anlehnung an den oben beschriebenen Ansatz wird mit FK bezeichnet. Es ist allerdings festzuhalten, dass auch an Mustern, an welchen im Ermüdungsversuch zu keiner Zeit Temperaturen über 50 °C gemessen wurden, in der Gleitfuge Rückstände beobachtet wurden, welche auf thermisch degradierten Kunststoff schließen lassen. Weitere Untersuchungen dazu könnten Aufschluss geben.

Versuche FAT-B wurden in einem liegenden Prüfstand (Abbildung 3-4) durchgeführt. Versuche der Serien TK50, TK40-4, 5, 7, 8 und 15 sowie TK20-6 bis 11 und 14 wurden auf den in 3.2.2 vorgestellten stehenden Prüfmaschinen durchgeführt.

3.5.5 Ermüdungsversuche mit Imperfektion am Anschluss

Die Durchführung von Ermüdungsversuchen an Zuggliedern unter Berücksichtigung von Schiefstellungen am Anschluss ist in den meisten zur Verfügung stehenden Prüfmaschinen nicht ohne Weiteres möglich. Hydraulikzylinder, Kolbenstangen und Anschlagjoche sind in der Regel nicht dafür ausgelegt, planmäßig wiederkehrende Momentenbeanspruchungen dieser Größenordnung abzutragen. Um diese Effekte zu untersuchen, waren besondere Versuchsaufbauten erforderlich: Versuche der Serie FAT-A wurden als Viererkette auf dem Aufspannfeld durchgeführt [L131], wobei zwischen dem ersten und zweiten sowie zwischen dem dritten und vierten Prüfkörper je eine Koppellasche mit versetztem Bohrbild eingesetzt wurde, um eine Bolzenschiefstellung im Ermüdungsversuch zu berücksichtigen [L131]. Zusätzlich wurden die Koppellaschen bei der Erstbelastung der Viererkette auf unterschiedlichen Höhen unterstützt, um die Einflüsse einer Rotation um die Bolzenachse ebenfalls zu berücksichtigen. Die Versuche TK40-6, 9–14 und 19 wurden im Zugprüfstand mit Übersetzungswippe (vgl. Abbildung 3-6) mit Pulsator durchgeführt. Der Versuchsstand ist für die Berücksichtigung einer Bolzenschiefstellung im Versuch ausgelegt. Durch die Übersetzungswippe wird jedoch auch bei planmäßiger Bolzenausrichtung ohne Neigung eine Schiefstellung von ca. 3 mrad eingetragen. TK20-16–26 wurden als Tandemversuche in stehender Anordnung nach Abbildung 3-7 mit Pulsator geprüft.

Es liegen nur wenige Ermüdungsversuche mit Bolzenschiefstellung vor, welche bis zum Versagen durchgeführt wurden. Hintergrund dafür ist, dass zunächst angenommen wurde, dass der Effekt – analog zur statischen Traglast – bis zu einer Schiefstellung von 20 mrad von untergeordneter Bedeutung ist. Es war daher vorgesehen, den Effekt nicht gesondert zu quantifizieren, sondern durch die Versuche in Analogie zum Vorgehen bei der Versuchsserie FAT-A [L63] mit abzudecken. Die Ergebnisse der Versuche TK40-9 und TK20-20 und 21 gaben die Veranlassung, den Effekt gesondert zu betrachten, und begründen die Untersuchungen in 5.4 und 6.4.

3.5.6 Ermüdungsversuche im Mehrstufenkollektiv

Exemplarisch wurden zwei Ermüdungsversuche im Mehrstufenkollektiv durchgeführt. Im ersten Fall wurde TK20-12 auf einem Oberlastniveau von $S_{max} = 52\%$ bei $R = 0,1$ bis 604 000 LZ geprüft, was einer Prognose von 50 % der rechnerisch erwarteten LZ auf Basis der damals vorliegenden vorläufigen $S-N$ -Kurve entsprach. Anhand der mittleren $S-N$ -Kurve aus 5.2.2 entspricht dies einer Schädigungssumme von $D = 37\%$. Anschließend wurde das Oberlastniveau auf $S_{max} = 57\%$ angehoben und der Versuch weitere 1 037 585 LZ fortgesetzt, was alleine betrachtet einer Schädigungsteilsumme von $D = 415\%$ entspricht. Der Probekörper wurde anschließend bei einem Lastniveau $S_{max} = 61\%$ weiter belastet und versagte nach weiteren 218 426 LZ, was einer zusätzlichen Schädigungsteilsumme von über 400 % entspricht. Die erreichte rechnerische Gesamtschädigungssumme liegt bei 867 %.

Im zweiten Fall wurde TK20-13 in einer ersten Stufe auf $S_{max} = 62\%$ bis zum Erreichen von 39 015 LZ belastet. Anhand der mittleren $S-N$ -Kurve aus 5.2.2 entspricht dies einer Schädigungssumme von $D = 74\%$. Im zweiten Schritt wurde der Versuch auf einem Lastniveau von $S_{max} = 57\%$ bis zum Erreichen von weiteren 1 406 780 LZ fortgesetzt. Dies entspricht einer Schädigungsteilsumme von $D = 396\%$. Der Prüfkörper wurde anschließend auf Resttragfähigkeit geprüft und erreichte mit 594 kN noch 88 % der mittleren statischen Tragfähigkeit. Anhand des Abfalls der Resttragfähigkeit kann eine Schädigung erkannt werden, welche darauf hindeutet, dass der Probekörper bereits mehr als 2/3 der Lebenserwartung erreicht hat. Nach (Gl. 3-8) kann ein Restlaufzeitfaktor von 1,6 abgeschätzt werden.

Auf weitere Mehrstufenversuche musste im Rahmen von [L224] aufgrund der um ein Vielfaches überschrittenen Laufzeiten der ersten beiden Versuche verzichtet werden.

Anhand der Ergebnisse können zunächst folgende Schlüsse gezogen werden: Die Verwendung der Muster TK20 kann aufgrund der großen Streubreite der statischen Traglast dieser Prüfkörper von 8 % für Versuche zur Schädigungsakkumulation als ungeeignet eingestuft werden. Aufgrund der flachen Neigung der $S-N$ -Kurve wirkt sich eine Streuung der Traglast überproportional auf die Streuung der ertragbaren Lastwechsel aus. Entsprechende Versuche mit Prüfkörpern der TK40- oder TK50-Serie wären dagegen vielversprechend. Trotzdem ergeben sich auch unter Annahme des maximalen Wertes der statischen Traglast aller Bruchversuche der TK20 von 740 kN zur Bestimmung der relativen Lastniveaus $S_{max,i}$ Schädigungssummen von $D = 125\%$ für TK20-12 bzw. 72 % für TK20-13, wobei für letzteren zu berücksichtigen ist, dass der Versuch vor einem Versagen abgebrochen wurde. Das Ergebnis stützt die Annahme, dass der Ansatz einer linearen Schädigungsakkumulation für Carbonstrangschlaufen auf der sicheren Seite liegt.

3.5.7 Ermüdungsversuche mit Bestimmung der Resttragfähigkeit

Bei fortschreitender Schädigung durch Ermüdungsbeanspruchung sinkt die Resttragfähigkeit von Carbonstrangschlaufen bis zum Eintreten des Ermüdungsversagens. Zur Untersuchung dieses Effektes wurden in [L224] Ermüdungsversuche bis zum Erreichen einer bestimmten Zyklenzahl vorgesehen und durchgeführt. Aufgrund des sehr flachen Verlaufes der $S-N$ -Versagensfunktion wurden die Randbedingungen der Resttragfähigkeitsversuche in einem Bereich gewählt, bei welchem ein Versagen vor dem Erreichen der geplanten Zyklenzahl nicht auszuschließen ist. Bei einigen der als Durchläufer geplanten Versuche ist daher ein Ermüdungsversagen vor Erreichen der geplanten Lastwechselzahl eingetreten. Trotzdem ist bei der Mehrzahl der Versuchsmuster, welche die geplanten Lastzyklenzahlen erreicht haben, kein signifikanter Abfall der Resttragfähigkeit gegenüber der statischen Tragfähigkeit erkennbar. Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 3-4 als Durchläufer mit dargestellt. In Spalte 6 ist die erzielte Resttragfähigkeit absolut und in Spalte 7 in Bezug zur statischen Traglast dargestellt.

3.5.8 Experimentelle Ergebnisse aus Schallemissionsmessungen

In Abbildung 3-40 wird das Ergebnis versuchsbegleitender Schallemissionsmessungen an einem Probekörper des Typs TK-40 dargestellt. Messungen der akustischen Emissionsenergie werden in der Literatur als Indikator für Schädigungsvorgänge in Abhängigkeit von Belastungshöhe, -dauer und -art eingesetzt, wobei eine Korrelation mit den Einwirkungen und den beobachteten Schädigungen festgestellt wurde [L208].

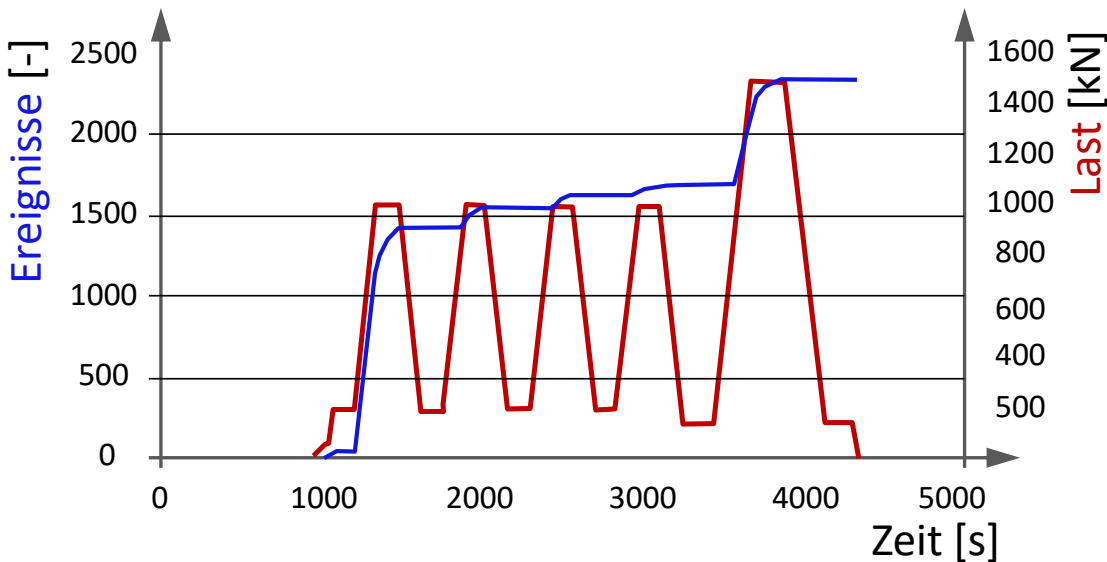


Abbildung 3-40 Schallemissionsmessungen während quasistatischer Lastzyklen an Carbonstrangschlaufen. Zusammenhang zwischen der Last und der Anzahl an Schallemissionsereignissen [B5], MPA.

Das Auftreten akustischer Signale ist jeweils während des erstmaligen Belastungspfades zu einem zuvor nicht erreichten Lastniveau besonders ausgeprägt. Wird mehrfach das gleiche Lastniveau angefahren, so werden akustische Signale fast ausschließlich im Bereich der Oberlast aufgezeichnet. Diese Beobachtungen decken sich mit der Hypothese, dass die Schädigung wesentlich von der Höhe der Oberlast bestimmt wird, und können zudem ein Indiz dafür sein, dass die anteilige Schädigung im Laufe eines Lastzyklus ebenfalls im Wesentlichen beim Durchgang durch die Oberlast auftritt. Die Beobachtung von sukzessive abnehmenden akustischen Signalen während der Haltephasen bei Oberlast kann in Zusammenhang mit der in 3.3.2.5 beobachteten abklingenden Zusatzdehnung im Bereich der Schlaufe stehen.

3.6 Faseroptische Messungen

3.6.1 Allgemeines zur Messung mit Faseroptik

Mit faseroptischen Messsystemen können Dehnungen entlang einer Sensorfaser zeitlich und örtlich quasi-kontinuierlich bestimmt werden. Mit gegenwärtig verfügbaren Messsystemen kann der minimale Abstand zwischen zwei Messpunkten auf bis zu 0,65 mm reduziert werden, wobei zwischen einer möglichst hohen örtlichen Auflösung und einer höheren zeitlichen Auflösung der generierten Messdaten priorisiert werden muss. Zur Messung wird Licht mit definierter Wellenlänge durch eine Glasfaser geleitet, welche entlang des Probekörpers appliziert wird. Trifft das Lichtbündel auf einen Randbereich des Glasfaserkerns, so kommt es neben der Reflexion auch zu einer Rückstreuung des Lichts, der Rayleighstreuung. Das zurückgestreute Licht wird im Messsystem mit einem Referenzpfad verglichen. Dehnt sich nun der Probekörper, so dehnt sich ebenfalls die Glasfaser. Dies führt zu einer Änderung der Wellenlänge des Lichts. Aus der Differenz der Wellenlänge zwischen Referenz- und Messpfad können Dehnungen berechnet werden. [L144]

Der Einsatz faseroptischer Sensoren (FOS) im Inneren von CFRP-Strangschlaufen ermöglicht nicht nur eine Ermittlung der Dehnungen längs der Bauteilachse im Bereich der freien Länge, sondern insbesondere auch im Inneren der Umlenkung. In diesem Bereich liegt jedoch ein mehraxialer Spannungszustand vor. Erkenntnisse zum Einsatz von FOS im Inneren von CFRP-Bauteilen unter mehraxialer Beanspruchung liegen bislang nicht vor. Aus diesem Grund werden in [L224] zunächst Kalibrierungsversuche an Lamellenproben unter Längszugkraft und Querdruck durchgeführt, um den Einfluss einer Querdruckbeanspruchung auf die Messergebnisse von implementierten FOS im Carbonquerschnitt zu untersuchen. Auf Grundlage dieser Ergebnisse können Messungen an realmaßstäblichen Bauteilen ausgewertet werden.

Die nachfolgend vorgestellten Untersuchungen entstammen einer Messreihe mit an der Bauteiloberfläche applizierten FOS aus [L196] sowie einer wissenschaftlichen Arbeit [L144] mit Messergebnissen aus [L224], welche vom Autor mitbetreut wird, wobei in diesem Abschnitt nur auf Untersuchungen zur Bestimmung des Reibbeiwertes in der Gleitfuge eingegangen werden soll. Diese Kenngröße wird in Kapitel 5 dieser Arbeit mehrfach herangezogen.

3.6.2 Kleinprobenversuche an Lamellen unter Zug und Querdruck

Kalibrierungsversuche wurden an sechs CFRP-Lamellen mit integrierten faseroptischen Sensoren durchgeführt (Abbildung 3-41).

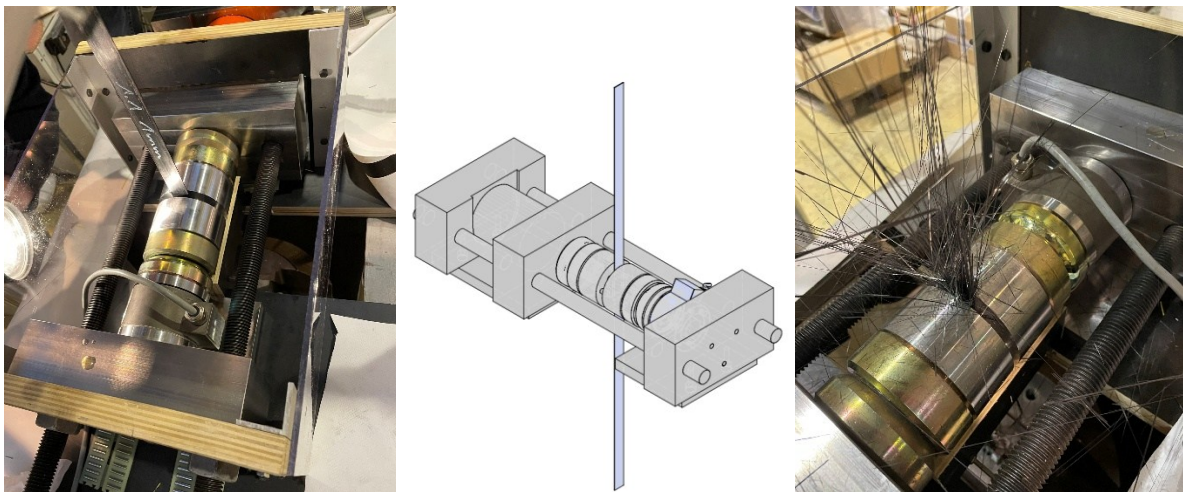


Abbildung 3-41 Versuchsaufbau für Kalibrierungsversuche an CFRP-Lamellen mit integrierten FOS (links und Mitte); Versagen der Lamelle unter einer Kombination von Zug und Querdruckspannung (rechts). Quelle: TU Berlin [L224].

Die Lamellen wurden in einer Zugkraftprüfmaschine faserparallel auf verschiedenen Spannungsniveaus belastet. Zusätzlich wurde im mittleren Bereich der Lamellen punktuell eine Querdruckspannung aufgebracht. Währenddessen wurden die Dehnungen mittels vier im Querschnitt integrierter faseroptischer Sensoren aufgezeichnet. Dabei wurden unterschiedliche Fasercoatings (Acrylat, Polyimid) eingesetzt sowie die Lage der Sensoren im Querschnitt variiert (vgl. Abbildung 3-42).

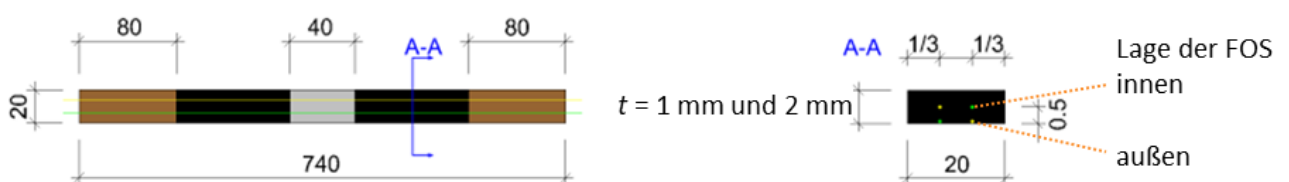


Abbildung 3-42 Abmessungen der Muster [mm] und Lage der FOS im Querschnitt. Quelle: TU Berlin [L224].

Im Bereich mit zusätzlicher Querpressung ist eine Überhöhung des Dehnungsmesssignals mit deutlich erhöhter Schwankung der Ergebnisse zu erkennen (Abbildung 3-43). Während der Durchführung der Messungen ist ein Alternieren der Messergebnisse zwischen zwei Dehnungsniveaus zu beobachten (vgl. Abbildung 3-44).

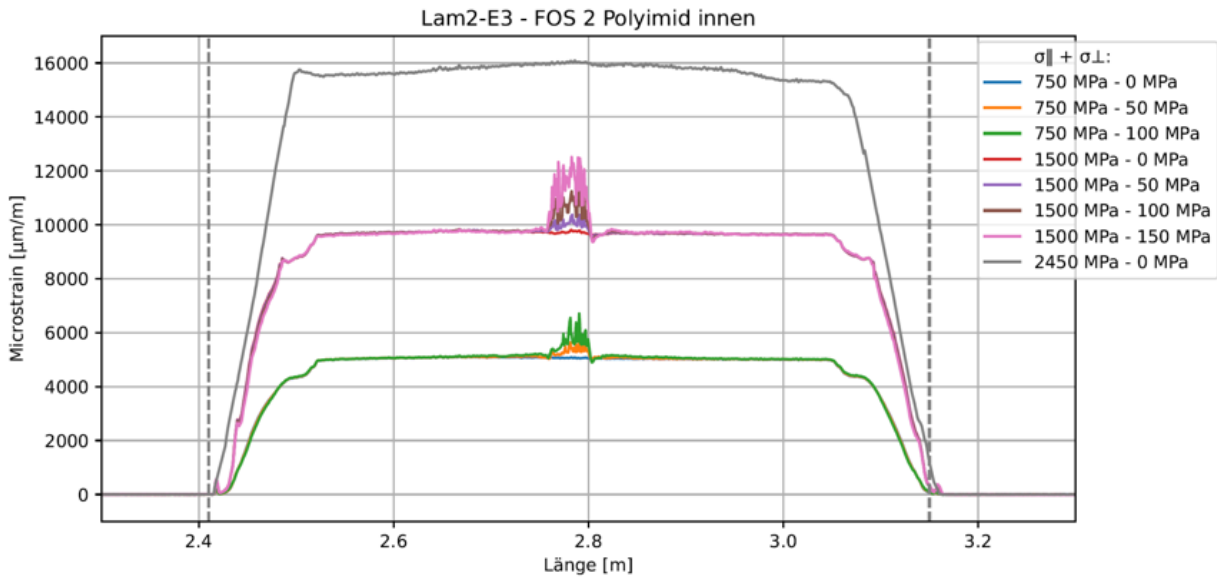


Abbildung 3-43 Auswertung der Dehnungsmessung eines integrierten FOS für unterschiedliche Lastniveaus der faserparallelen Zugspannung und der Querpressungen. Quelle: TU Berlin, Empa [L224].

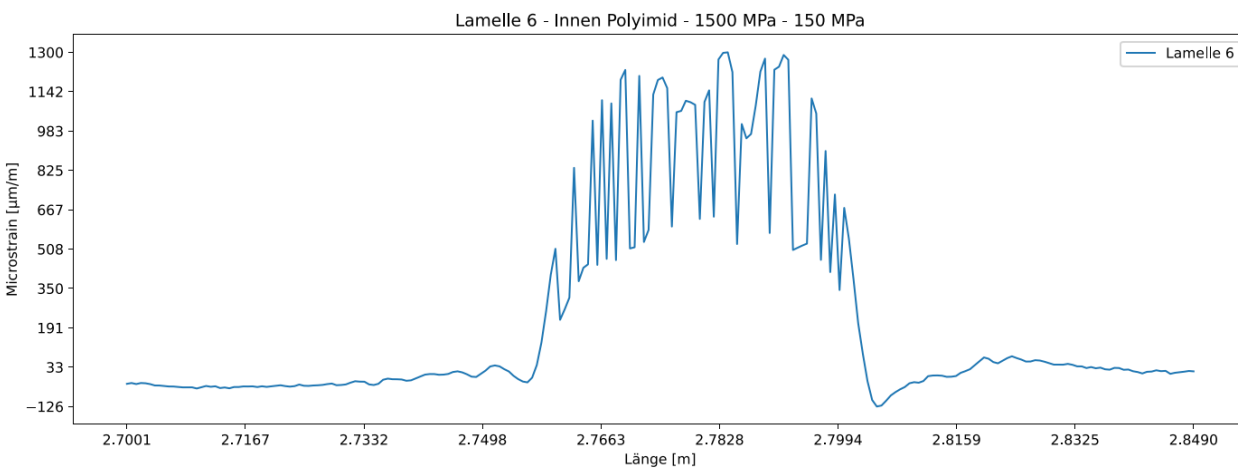


Abbildung 3-44 Auswertung der Dehnungsmessung eines mittig integrierten FOS bei 1500 MPa faserparalleler Zugspannung und 150 MPa Querpressung. Quelle: TU Berlin, Empa [L224].

Die Überhöhung der Messwerte für die faserparallele Dehnung kann zu einem Teil durch eine mechanische Zusatzspannung in Längsrichtung aus Querdruck erklärt werden und wird zudem auf ein Phänomen der Auswertung des Messsignals im zusätzlich quer belasteten faseroptischen Sensor zurückgeführt. Es wird vermutet, dass die alternierenden Messergebnisse mit einer Ovalisierung der Messfaser im Zusammenhang stehen. Diese Hypothese wird in [L144] aufgegriffen und einem Ansatz zur Kompensation der messtechnischen Überhöhung zugrunde gelegt, womit der Einfluss des Querdrucks auf die faseroptischen Messergebnisse bei Messungen an Bauteilversuchen mit innenliegendem Sensor abgeschätzt werden kann. Es ist jedoch noch nicht abschließend geklärt, inwieweit die beobachteten Überhöhungen des Messsignals mit einer Ovalisierung der Messfaser im Zusammenhang stehen oder auch bei allseitig gleichförmigem Querdruck auftreten.

3.6.3 Realmaßstäbliche Bauteilversuche mit faseroptischen Messungen

An insgesamt 4 realmaßstäblichen Probekörpern wurden Messungen mit im Querschnitt integrierten FOS durchgeführt (vgl. Abbildung 3-45). Die Probekörper wurden zunächst in statischen Lastzyklen zwischen 100 kN und 1710 kN bzw. 2000 kN belastet (entspricht ca. 3 % und 47 % bzw. 55 % der mittleren Bruchlast). Da messsystembedingt maximal vier optische Sensorfasern gleichzeitig von dem eingesetzten Messgerät ausgewertet werden können, wurden die statischen Lastzyklen des zweiten Oberlastniveaus wiederholt (vgl. Abbildung 3-47), bevor eine zyklische Belastung und ein Traglastversuch durchgeführt wurden. In Abbildung 3-47 oben ist erkennbar, welche der Messfasern in welcher Phase des Versuches an den vier Kanälen des Messgerätes ausgewertet wurden.



Abbildung 3-45 Probekörper mit integrierten faseroptischen Sensoren, TU Berlin [L224].

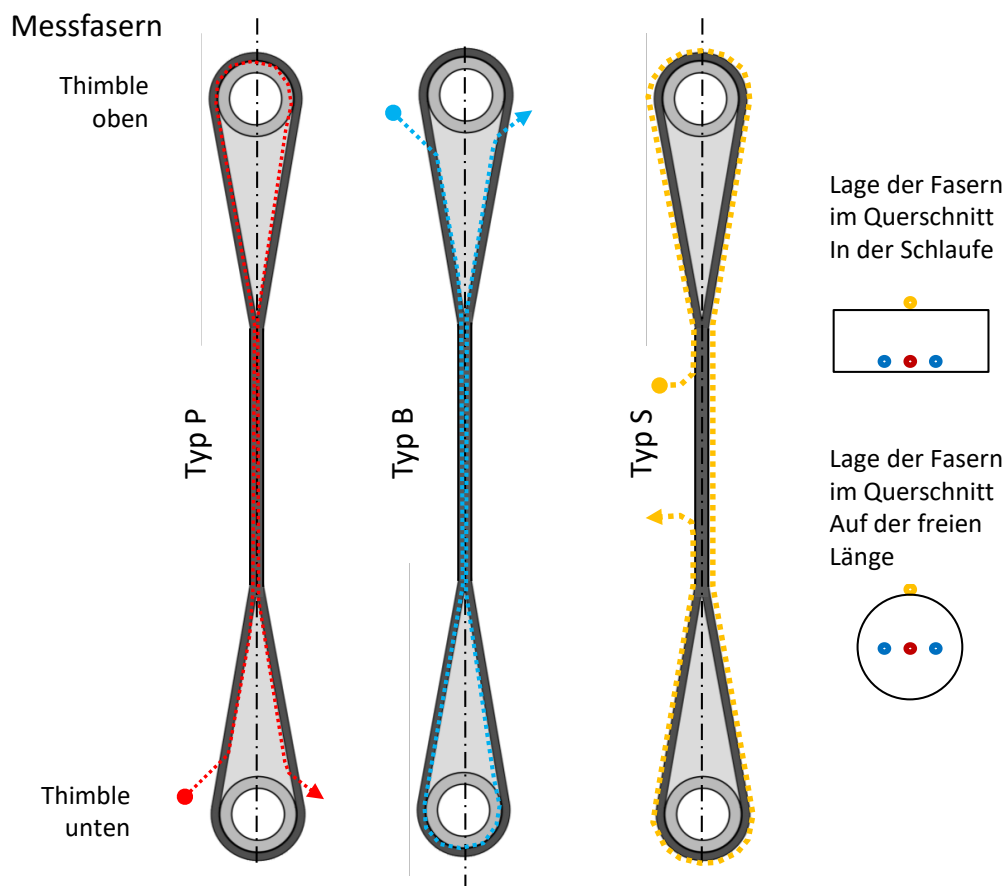


Abbildung 3-46 Verlauf der faseroptischen Sensoren und Lage der Fasern im Querschnitt an der Umlenkung [L224], Darstellung in Anlehnung an [L144].

Ein Ausschnitt des Messschriebs der P1-Acrylat-Faser des TK50-16 ist in Abbildung 3-48 dargestellt. Gut zu erkennen sind die beiden Abschnitte mit nahezu konstanten Dehnungswerten, welche der freien Länge entsprechen. Dazwischen liegt nahezu symmetrisch der Dehnungsverlauf im Bereich der Verankerung mit

zwei deutlichen Maxima im Bereich der Ablösepunkte und einem lokalen Minimum am Scheitelpunkt der Umlenkung, sowie zwei weiteren Minima im Bereich der Schlaufenverzweigung. Der zuvor beschriebene Einfluss der Querpressung auf die optische Sensorfaser ist im Bereich der Umlenkung insbesondere bei den Messungen mit polyimidbeschichteter Faser deutlich zu erkennen. [L144]

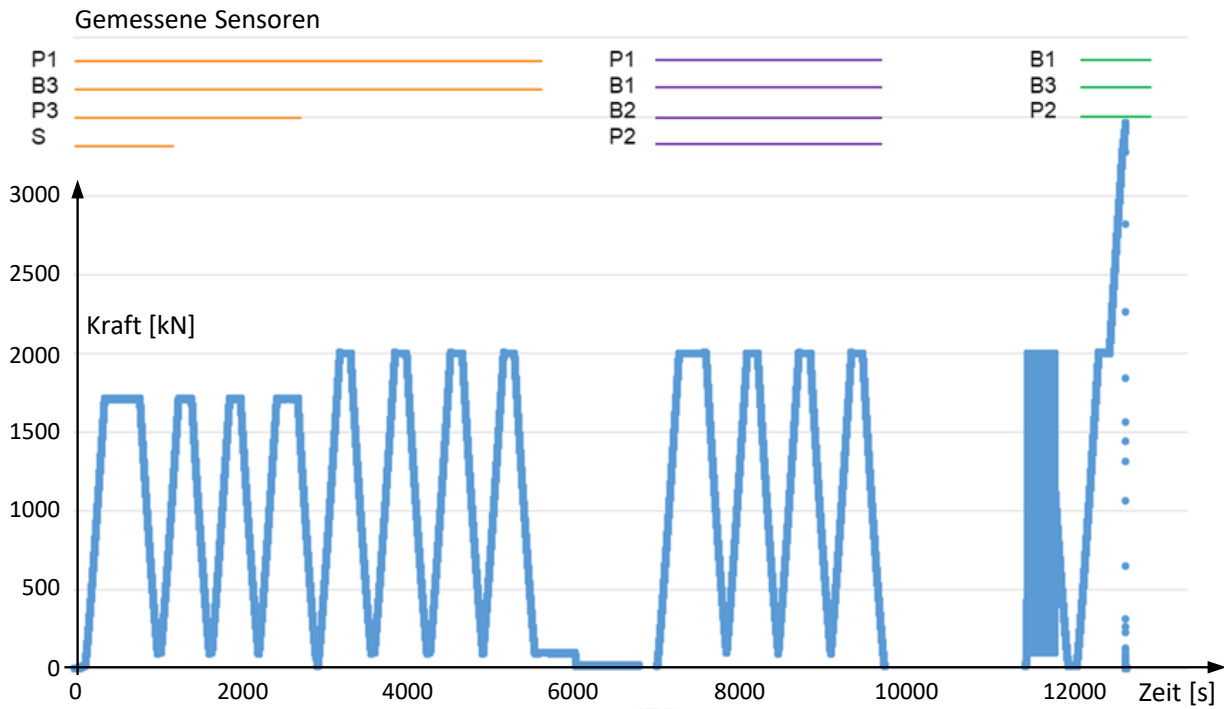


Abbildung 3-47 Versuchsverlauf FOS-Messung an TK50-16, [L144] mit Daten aus [L224] KIT, Empa.

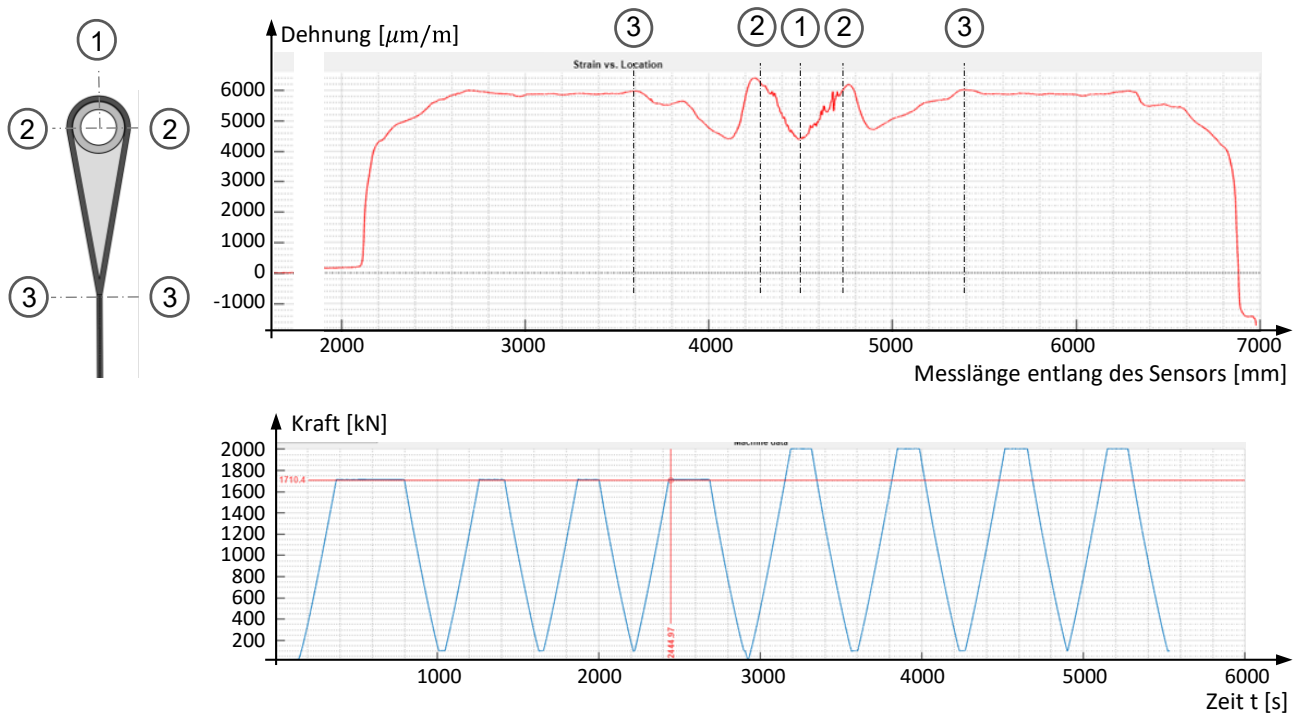


Abbildung 3-48 Auswertung des Dehnungsverlaufes entlang eines acrylatbeschichteten FOS (oben) für die Oberlast im vierten Lastzyklus (unten); Darstellung für Muster TK50-16, Messdaten aus [L224], Auswertung mit Software der Empa, Aufbereitung der Rohdaten aus [L144].

3.6.4 Untersuchung zur Abschätzung der Reibung zwischen Thimble und Schlaufe

Aus den Ergebnissen der FOS-Messungen im Bereich der Umlenkung am Thimble lässt sich über die Veränderung der Längsspannungen der Reibbeiwert μ zwischen Thimble und Schlaufe nach der Euler-Eytelwein Gleichung (Gl. 3-9) [L47] bestimmen.

$$N_1 = N_2 \cdot e^{\mu\alpha}; \quad N_1 > N_2 \quad (\text{Gl. 3-9})$$

Aus (Gl. 3-9) kann der Reibbeiwert aus dem Kraftabfall zwischen zwei Stellen mit den Kräften N_1 und N_2 , zwischen welchen ein Winkel α liegt, bestimmt werden, wobei $\varepsilon \sim N$ zugrunde gelegt wird.

$$\mu = \frac{\ln \frac{N_1}{N_2}}{\alpha} = \frac{\ln \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{\alpha} \quad N_1 > N_2 \quad (\text{Gl. 3-10})$$

3.6.4.1 Abschätzung auf Basis von Messungen aus [L196]

Testweise wurden bei Messungen in 2020 [L197] faseroptische Sensoren auf der Außenseite eines Schlaufenbereiches appliziert (Abbildung 3-49 rechts) und bei statischen Lastzyklen unter Verwendung eines OBR-Messsystems gemessen. In Abbildung 3-49 links sind die Dehnungsverläufe aller gemessenen Lastzyklen gemeinsam aufgetragen.

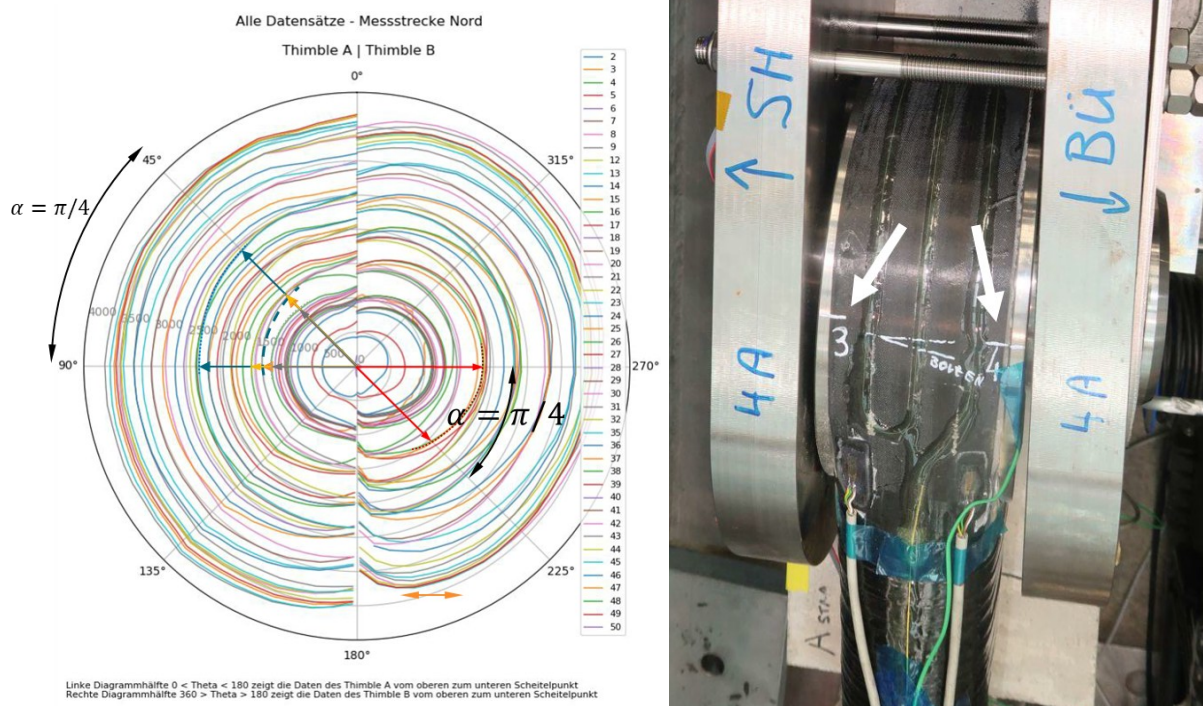


Abbildung 3-49 Messschrieb einer faseroptischen (FOS) Messung (OBR) an einem TK50 (links), faseroptischer Sensor auf der Außenseite des Schlaufenquerschnitts (rechts), [L51].

Ein Anhaltswert für die Reibung in der Gleitfuge kann aus der Steigung der Dehnungsverläufe abgeleitet werden. Die Messergebnisse nahe 0° und 180° sind aufgrund der gewählten Applizierung der Messfaser nicht verwertbar. Aus den Dehnungsgradienten über $\alpha = \frac{\pi}{4}$ lassen sich erste Anhaltswerte für den

Reibungskoeffizienten in der Größenordnung von $\mu = \frac{\ln \frac{2,05}{1,96}}{\frac{\pi}{4}} = 0,05$ bis $\mu = \frac{\ln \frac{2,42}{2,02}}{\frac{\pi}{4}} = 0,23$ bestimmen, wobei

der Verlauf der Zugspannungen über die Dicke des Querschnitts vernachlässigt wird. Die Messreihe war nicht für die Bestimmung der Reibungskoeffizienten konzipiert. Die Führung der Sensoren reichte nicht über den Ablösepunkt hinaus. Ferner ist davon auszugehen, dass die Messungen jeweils in einer Haltephase erzeugt wurden. Damit ist unklar, ob sich dabei teilweise eine Reibungsumkehr einstellen konnte. Die unteren Grenzwerte sind somit kritisch zu hinterfragen. Es kann ferner nicht sichergestellt werden, dass die gewählte Applikation der Faser auf der Außenseite die Dehnungen des tragenden Faserbündels zuverlässig erfasst. Die Studie kann daher lediglich als erster Anhaltswert dienen.

3.6.4.2 Abschätzung auf Basis von Messungen aus [L224][L196]

In Abbildung 3-50 ist der Messschrieb von FOS-Messungen der Dehnungen im Inneren des Laminatquerschnitts aus der in 3.6.3 vorgestellten Messreihe dargestellt [L144][L224]. Wegen fehlender absoluter Bezugsgrößen entlang der Messfaser im Dehnungsmessschrieb der FOS-Messungen wird der jeweils steilste Gradient durch eine Gerade aufgenommen und in beide Richtungen verlängert. Der Referenzwinkel α wird durch den Winkel zwischen Faserruhepunkt und Ablösepunkt beschrieben. Ein Messschrieb mit einem alternativen Sensor mit Acrylatbeschichtung ist in Abbildung 3-51 dargestellt und entsprechend ausgewertet. Die vergleichsweise dicke Acrylatbeschichtung glättet lokale Spannungsspitzen. Das Ergebnis eines Gradienten über mehrere cm Messstrecke wird davon jedoch kaum beeinträchtigt.

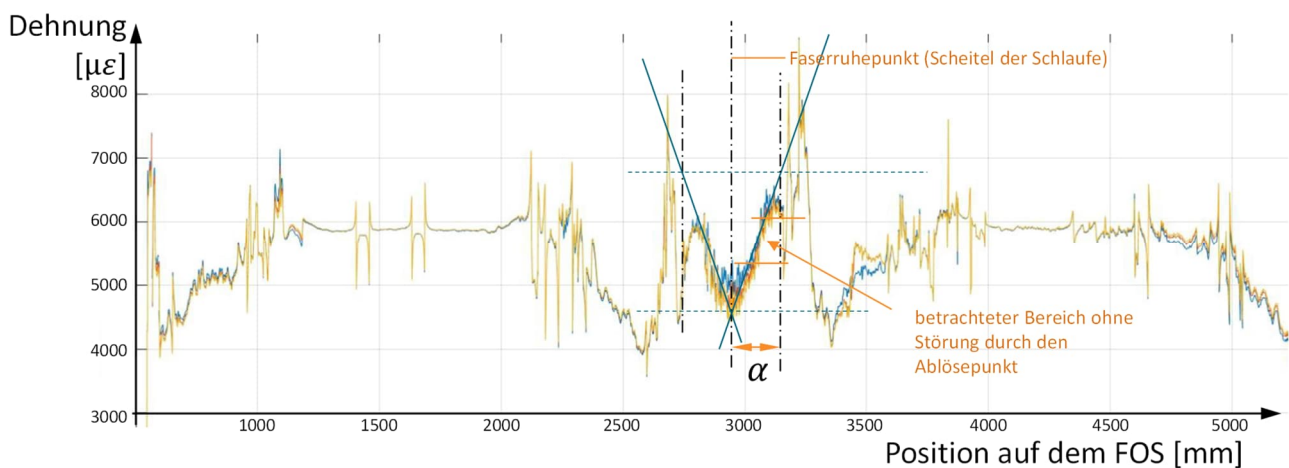


Abbildung 3-50 Messschrieb FOS-Messung (Messsystem ODISI) an einem TK50, faseroptischer Sensor mit Polyimidbeschichtung einlamiert an der Innenseite des Schlaufenquerschnitts [L224].

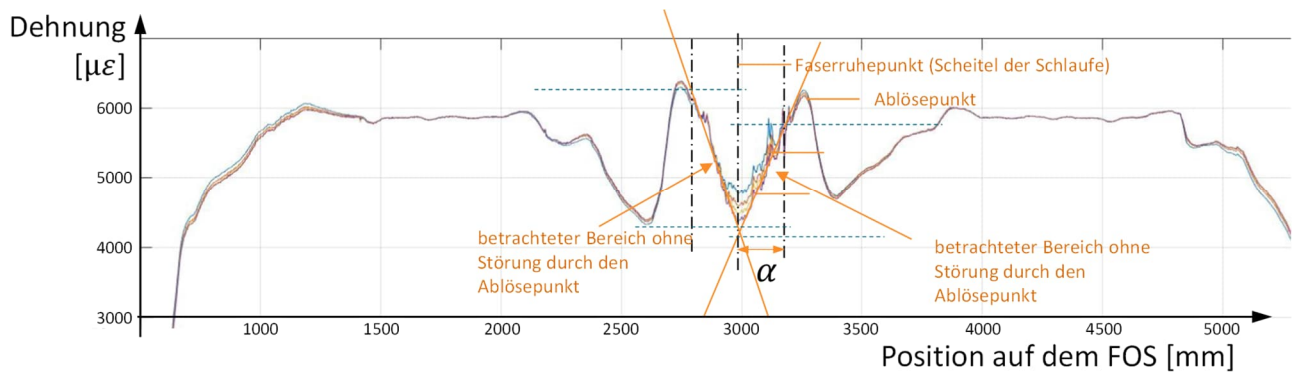


Abbildung 3-51 Messschrieb FOS-Messung (Messsystem ODISI) an einem TK50, faseroptischer Sensor mit Acrylatbeschichtung einlamiert an der Innenseite des Schlaufenquerschnitts [L224].

Aus den bislang grafisch ausgewerteten Messergebnissen der FOS an der Innenseite der Schlaufe (Abbildung 3-50 und Abbildung 3-51) können Reibbeiwerte zwischen $\mu = 0,18$ und $\mu = 0,22$ ermittelt werden. Es ist hierbei zu beachten, dass der Spannungsverlauf an der hier gemessenen Innenseite nicht proportional zum mittleren Kraftverlauf in der Schlaufe ist. Die ermittelten Werte stellen damit tendenziell einen oberen Grenzwert dar.

3.6.4.3 Auswertung nach [L144]

Durch Mittelung der Messwerte zusammengehörender Messungen am Innenrand und am Außenrand kann näherungsweise der Kraftverlauf in der Schlaufe bestimmt werden. Eine exemplarische Auswertung unter Berücksichtigung der Kompensation der Messsignale ist in Anhang B.1.2 dargestellt.

Eine systematische Auswertung mit Berücksichtigung der Messwertkompensation wird in [L144] durchgeführt. Hierbei wird zusätzlich der Verlauf des Reibbeiwertes im Zuge mehrerer Belastungszyklen jeweils für die konsistenten Messwerte eines Lastzustands bestimmt und örtlich zwischen unterschiedlichen Bereichen entlang der Umlenkung differenziert. In Abbildung 3-52 ist ein Verlauf des so bestimmten Reibungskoeffizienten über 4 Lastzyklen dargestellt. Hierbei ist zu beobachten, dass ein Nulldurchgang des Reibungskoeffizienten mit dem Übergang der Belastungsphasen im Bereich der Lastumkehr an der betrachteten Stelle zusammenfällt (Erläuterung zu den Belastungsphasen vgl. 4.6.3). Ferner zeigt sich von Zyklus zu Zyklus eine Veränderung der Maximalwerte des Reibungskoeffizienten. In weiteren Auswertungen werden diese Phänomene ebenfalls beobachtet. Maximalwerte der Reibbeiwerte liegen mehrheitlich unter 20 %. Einzelne Werte liegen auch darüber.

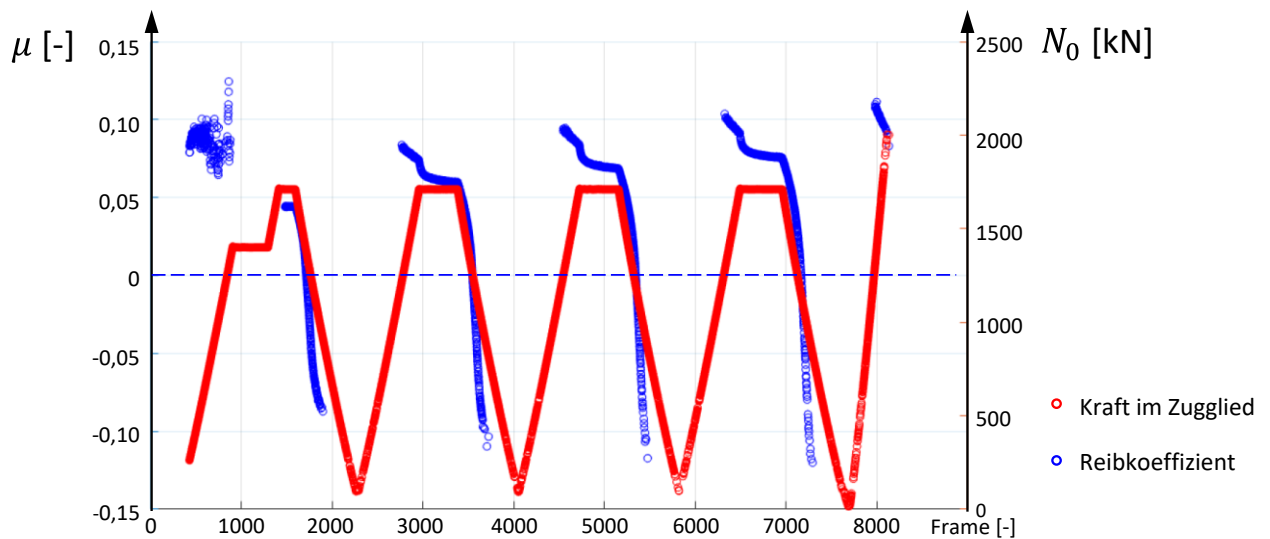


Abbildung 3-52 Auswertung des Reibungskoeffizienten aus dem Dekrement des gemittelten Kraftverlaufes in der Umlenkung für Muster TK50-16. Auswertung aus [L144] mit Daten aus [L224].

Aus den bislang gewonnenen Erkenntnissen lassen sich folgende Rückschlüsse ziehen.

- Der Reibungskoeffizient in der Gleitfuge ist keine Konstante.
- Der beobachtete Maximalwert des Reibungskoeffizienten variiert von Zyklus zu Zyklus.
- Im Verlauf der Erstbelastungszyklen ist eine Zunahme des Reibungskoeffizienten zu beobachten.

Für die weiteren Betrachtungen wird ein oberer Erwartungswert von $\mu = 0,20$ bzw. ein oberer Grenzwert von $\mu = 0,25$ herangezogen. Ein unterer Grenzwert wird i. d. R. nicht benötigt, kann jedoch in der Größenordnung von $\mu = 0,05$ bis $0,10$ angenommen werden.

Die Frage nach der Reibung zwischen Schlaufe und Thimble kann auf Basis der bislang vorliegenden Ergebnisse zuverlässig abgeschätzt, aber nicht final geklärt werden. Die vorliegenden Messungen wurden an neuen Carbonstrangschlaufen ohne Vornutzung durchgeführt. Es ist wahrscheinlich, dass sich der Reibbeiwert im Zuge der Nutzung verändert. Durch mechanischen Abrieb der in Kontakt mit der Titanoberfläche stehenden Matrixanteile ist tendenziell eine Verminderung des Reibbeiwertes zu erwarten. Bei Wärmeentwicklung aus höherfrequenter Beanspruchung sind aber auch Umwandlungsprozesse der betreffenden Matrixanteile zu erwarten, welche den Reibbeiwert partiell oder dauerhaft erhöhen können. Im Zuge weiterer Auswertungen sollte die Entwicklung des Reibbeiwertes unter Gebrauchsbedingungen betrachtet werden und im Vergleich mit den in den vorliegenden Ermüdungsversuchen beobachteten Phänomenen eingeordnet werden.

4 Werkstoffeigenschaften und Bauteilkennwerte – Ermittlung, Messung und Methode zur Qualitätskontrolle

4.1 Einführung

In diesem Kapitel werden die Kenngrößen der Fasern (vgl. 4.2) und der Matrix (vgl. 4.3) eingeführt, welche zur Beschreibung der Materialeigenschaften des UD Verbundwerkstoffs erforderlich sind. Die wesentlichen Kenngrößen und deren Variationskoeffizienten werden für einen Faserwerkstoff exemplarisch anhand der Daten aus Abnahmeprüfzeugnissen ermittelt (vgl. Anhang B.1.1). Die rechnerisch erzielbaren Materialeigenschaften eines idealen, fehlerlosen UD Laminats können damit bestimmt (vgl. 4.4) und als Referenzwerte für Messungen der tatsächlich erreichten Eigenschaften im UD Laminat (vgl. 0) herangezogen werden. Effekte, welche die Bauteilsteifigkeit im Bereich der Schlaufenverankerung beeinflussen, werden in 4.6 diskutiert. In 4.6.5 wird ein vereinheitlichtes Verfahren für die Durchführung und Auswertung von Steifigkeitsmessungen an Strangschlaufen vorgeschlagen. Ein Abgleich zwischen berechneten und gemessenen Bauteilsteifigkeiten für die freie Länge und im Bereich der Schlaufenverankerung kann Rückschlüsse auf die Bauteilqualität ermöglichen (vgl. 4.7).

In 4.4.5 wird das nichtlineare Steifigkeitsverhalten näher betrachtet. Anhand einer exemplarischen Auswertung der Last-Verformungsbeziehung im UD Laminat auf der freien Länge wird das dehnungsabhängige Steifigkeitsverhalten von C-Fasern und UD C-Laminat erläutert und mit Literaturquellen abgeglichen. Die faserparallele Steifigkeit einzelner Filamente steigt mit zunehmender Zugspannung zwischen dem unbelasteten Zustand und dem oberen Gebrauchslastniveau um rund 12 % an. Dieses Verhalten wird auch im UD Laminat beobachtet. Für eine Vergleichbarkeit von Steifigkeitsmessungen sind daher vereinheitlichte Lastniveaus erforderlich (vgl. Verfahren nach ISO 11566 [N23], Methode A, respektive EN ISO 10618:2004 [N24], Methode B) oder es wird eine Methode herangezogen, bei welcher die Steifigkeit als Verlaufsfunktion des Tangentenmoduls gemessen und ausgewertet wird. Als Referenzwert kann die Fasersteifigkeit analytisch als Funktion der Spannung hergeleitet werden. Die Fasersteifigkeit im unbelasteten Zustand wird als initialer Elastizitätsmodul E_0 bezeichnet.

Für den Bereich der Schlaufenverankerung können unter Berücksichtigung der Schlaufenverzweigung, der Umlenkung, lokal auftretender Querpressung und von Reibung an der Umlenkung Erwartungswerte für die axiale Bauteilsteifigkeit hergeleitet werden (4.6.1 und 4.6.2). Einflüsse aus Reibung an der Umlenkung führen zu einem Hystereseeffekt, welcher insbesondere bei der Beurteilung von Messergebnissen zu beachten ist (4.6.3). Unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Erkenntnisse zum lastabhängigen Elastizitätsmodul und zu den Effekten an der Schlaufenumlenkung können für das gesamte Zugglied Erwartungswerte für die Bauteilsteifigkeit bestimmt werden (4.6.6).

In 4.7 werden die Besonderheiten bei der Messung der Bauteilsteifigkeit diskutiert, Hinweise für die Durchführung und Auswertung von Messungen der Steifigkeitsmoduln gegeben und Erwartungs- und Grenzwerte für eine Einstufung von Messungen bestimmt.

Die tatsächlich im Bauteil erreichte faserparallele Steifigkeit $E_{||}$ kann von der rechnerisch möglichen, idealen unidirektionalen Steifigkeit $E_{||,cal}$ abweichen (vgl. 2.1.8). In [L76] wird die These vertreten, dass ein Vergleich mit den tatsächlich im Bauteil erzielten Eigenschaften Aufschlüsse über die Herstellqualität geben kann. Auf Grundlage dieser Hypothese wird in 4.8.2 ein universeller Ansatz zur Einstufung der UD Laminatqualität

vorgestellt und in 4.8.3 durch einen Ansatz für den Verankerungsbereich ergänzt. In einer Gegenüberstellung wird die Zuverlässigkeit der vorgeschlagenen Prüfkriterien hinterfragt (4.8.4) und ein verbesserter Indikator vorgeschlagen, welcher die gemessene Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge und im Bereich der Verankerung gleichzeitig einbezieht und in 4.8.5 als Parameter zur Einstufung der Bauteilqualität vorgeschlagen wird. Steifigkeitsmessungen können als zerstörungsfreie Prüfmethode und als Methode zur Qualitätssicherung oder als Abnahmeprüfkriterium herangezogen werden und es ist anzunehmen, dass das Potential der Methode im Zuge der vorgestellten Ergebnisse noch nicht ausgeschöpft ist.

4.2 Eigenschaften der Carbonfasern

Für Carbonstrangschlaufen im Brückenbau werden PAN-basierte HT- oder UTS-Fasern (vgl. 2.1.4) verwendet. Für die Bestimmung der mechanischen Kenngrößen Zugfestigkeit, Elastizitätsmodul (Zugmodul), Bruchdehnung, Faserdurchmesser und Dichte stehen standardisierte Prüfverfahren zur Verfügung, wobei zwischen Prüfverfahren am trockenen Garn bzw. am Einzelfilament und Prüfungen am unidirektionalen Laminat unterschieden wird. ISO 11566 [N23] regelt die Prüfung von Zugfestigkeit, Zugmodul und Bruchdehnung an der trockenen Einzelfaser. Die rechnerische Zugfestigkeit der Faser ohne Imperfektion kann aus einer Vielzahl von Versuchen an Einzelfilamenten mit unterschiedlichen Probenlängen für eine Probenlänge gegen Null extrapoliert werden (vgl. 2.1.6). Alternativ werden in ISO 10618 [N24] Prüfverfahren für mit Reaktionsharz imprägnierte und anschließend ausgehärtete UD Laminatproben geregelt. Eine Auswertung der Fasereigenschaften aus Prüfzeugnissen für die in [L224] verwendeten UTS Fasern als gepoolte Daten ist in B.1.1 dargestellt und hier exemplarisch zusammengefasst und zusammen mit dem zugehörigen Variationskoeffizient (VC) angegeben.

Elastizitätsmodul der Fasern in Längsrichtung	$E_{f,\parallel} = 250 \text{ GPa}, VC_{E_{f,1}} = 1,32 \%$
Mittlere Zugfestigkeit der Fasern in Längsrichtung	$f_{uf,\parallel} = 5043 \text{ MPa}, VC_{f_u} = 3,34 \%$
Mittlere Bruchdehnung der Fasern in Längsrichtung	$\varepsilon_{uf,1} = 1,90 \%, VC_{\varepsilon_{uf,1}} = 3,28 \%$

Weitere mechanische Eigenschaften sind nicht ohne weiteres direkt messbar und werden im Rahmen der standardisierten Versuche zur Produktionsüberwachung nicht erfasst. Zum Elastizitätsmodul $E_{f,2}$ quer zu Faserrichtung finden sich in den klassischen Standardwerken für HT-Fasern Werte zwischen 15 GPa [L46] und 28 GPa [L178]. In neueren Studien [L43][L136][L213] werden unter Verwendung direkter Messmethoden Werte ermittelt, die tendenziell tiefer liegen. Eine direkte Vergleichbarkeit ist aufgrund der unterschiedlichen untersuchten Fasern und der unterschiedlichen Testmethoden nicht gegeben. Für die betrachtete UTS Faser liegen keine Messwerte vor. In [L134] wird für eine HT-Faser mit vergleichbaren Eigenschaften $E_{f,2}$ von 16 GPa ermittelt.

Elastizitätsmodul der Fasern in Querrichtung	$E_{f,\perp} = 15 \text{ GPa}$ für HT-Fasern [L46]
Schubmodul der Fasern	$G_{f,12} = 9 \text{ GPa}$ für HT-Fasern nach [L46]
Querkontraktionszahl	$\nu_{f,21} = 0,27; \nu_{f,22} = 0,20$ [L213][L46]
	$\nu_{f,12} = 0,016$

4.3 Eigenschaften der Matrix

Erläuterungen zu unterschiedlichen Matrixsystemen und der Funktionsweise sind in 2.1.5 zusammengefasst. In diesem Abschnitt werden deren relevante mechanische Eigenschaften exemplarisch für eine EP-Matrix vorgestellt. Nach dem Aushärten liegt ein homogenes Werkstoffverhalten vor. Die mechanischen

Eigenschaften werden üblicherweise an Biegeproben in Übereinstimmung mit ISO 178 [N33] ausgewertet, wobei in [L64] empfohlen wird, für die Versuchsdurchführung statt dem Dreipunkt-Biegeversuch einen Vierpunkt-Biegeversuch in Anlehnung an ASTM D7264/D7264M-21 [N34] zu verwenden. Für das in [L224] verwendete Harzsystem ergeben sich folgende Eigenschaften:

Biegezugfestigkeit der Matrix (bei 23 °C)	$f_{u,m,b} = 130 - 140 \text{ MPa}$
Bruchdehnung der Matrix (bei 23 °C)	$\varepsilon_{u,m} = 6 - 8 \%$
Biegemodul (bei 23 °C)	$E_{M,b} = 2800 - 2900 \text{ MPa}$
Glasübergangstemperatur	$T_g = 135 \text{ °C}$
Dichte	$\rho_M = 1,2 \text{ g/cm}^3$

Die zentrische Zugfestigkeit $f_{u,M,t}$ liegt etwas unter der Biegezugfestigkeit. Für weitere Betrachtungen werden folgende Werte zugrunde gelegt:

Zentrische Zugfestigkeit der Matrix	$f_{u,m,t} = 120 \text{ MPa}$
Elastizitätsmodul	$E_m = 2200 \text{ MPa}$
Querkontraktionszahl	$\nu_m = 0,40 \text{ [L46]}$
Schubmodul	$G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} = 786 \text{ MPa}$

Die mechanischen Eigenschaften der Matrix sind temperaturabhängig. Die Festigkeit der Matrix nimmt mit steigender Temperatur ab. Bei Temperaturen nahe der Glasübergangstemperatur T_g tritt ein deutlicher Abfall der Steifigkeit und Festigkeit auf. Bei tiefen Temperaturen fällt die Bruchdehnung ab. In Abhängigkeit von der Einsatztemperatur können die bei Raumtemperatur angegebenen mechanischen Eigenschaften abgemindert werden. Ein Verfahren zur Berücksichtigung des Temperatureinflusses sowie weiterer Einflüsse aus Feuchtigkeit und Alterung der Matrix wird in [N15] beschrieben. [L64]

Das Verhältnis der Bruchdehnung der Matrix bezogen auf die Bruchdehnung der Faser $\frac{\varepsilon_{u,m}}{\varepsilon_{uf,1}} = \frac{7}{1,9} = 3,7$ wird als Kriterium für eine ausreichende Duktilität der Matrix herangezogen. Bei Werten deutlich über 1 gilt sie nach [L52] als ausreichend duktil um ein faserdominantes UD Laminatverhalten zu gewährleisten.

4.4 Mechanische Eigenschaften des UD Verbundwerkstoffes

4.4.1 Linearisierte Grundelastizitätsgrößen eines UD Laminates

Zur Beschreibung der mechanischen Eigenschaften wird das komplexe mehrdimensionale Spannungsfeld in der Mikrostruktur durch ein anisotropes Kontinuumsmodell mit makromechanisch verschmierten Eigenschaften idealisiert. Im Fall der Schlaufe ist ein dreidimensionales Spannungsfeld zu betrachten. Hierbei wird auf Ansätze aus der zweidimensionalen klassischen Laminattheorie (CLT) zurückgegriffen, welche entsprechend für die dritte Dimension erweitert werden (vgl. Abbildung 4-1). Ausführliche Herleitungen der CLT zur Beschreibung der mechanischen Eigenschaften eines Verbundwerkstoffes werden in Standardwerken [L52][L178] oder Arbeiten wie bspw. [L83] beschrieben. Nachfolgend sind die für die weitere Betrachtung verwendeten Grundlagen zusammengefasst.

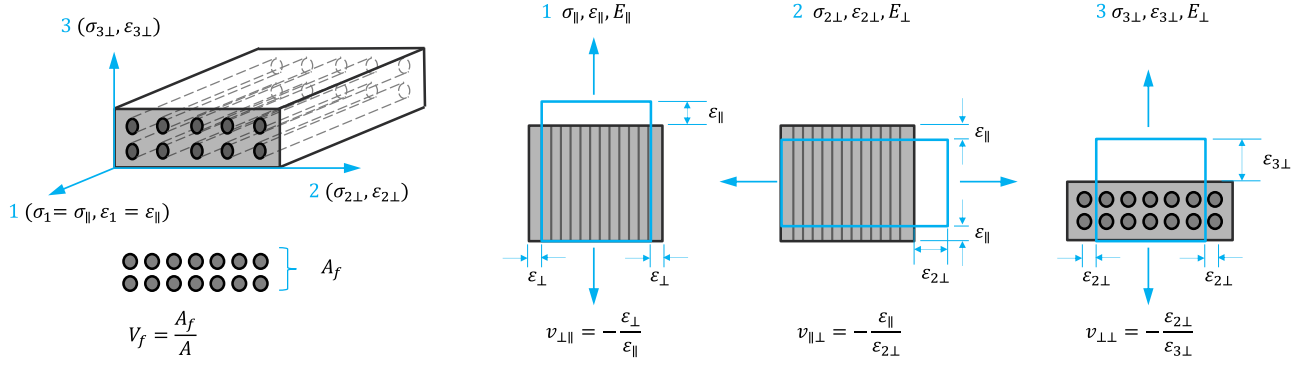


Abbildung 4-1 Von links nach rechts: Bezeichnungen des Koordinatensystems und des Flächenanteils der akkumulierten Faserquerschnitte sowie der Spannungs-, Dehnungs- und Steifigkeitskenn-größen in den drei Raumrichtungen für ein UD Laminat. Darstellung in Anlehnung an [L64].

Für die Dehnungen ϵ_1 in Faserrichtung und die Dehnungen ϵ_2 rechtwinklig zur Faser, in Dickenrichtung des Laminatquerschnitts, können in Abhängigkeit von den Spannungen σ_1, σ_2 und σ_3 die Beziehungen nach (Gl. 4-1) und (Gl. 4-2) verwendet werden [L64].

$$\epsilon_1 = \epsilon_{\parallel} = \frac{\sigma_1}{E_{\parallel}} - v_{\perp\parallel} \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{E_{\perp}} \tag{Gl. 4-1}$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_{2\perp} = \frac{\sigma_{2\perp}}{E_{\perp}} - v_{\perp\perp} \frac{\sigma_{3\perp}}{E_{\perp}} - v_{\perp\parallel} \frac{\sigma_1}{E_{\parallel}} \tag{Gl. 4-2}$$

Die Eigenschaften des Verbundwerkstoffes können aus dem Anteil des Faserquerschnitts am Gesamtquerschnitt respektive dem Faservolumengehalt $V_f = \frac{A_f}{A}$ und den Eigenschaften der Verbundpartner ermittelt werden. Im Fall der aus prepreg tapes hergestellten Strangschlaufen müsste man anstelle des Faservolumengehaltes V_f korrekterweise vom Harzgehalt $(1 - V_f)$ als unbekannte Größe sprechen, da der Faseranteil am Querschnitt fertigungsbedingt aus der Anzahl der verarbeiteten Rovings bekannt ist.

4.4.2 Linearisierte Elastizitätsmoduln, Querkontraktionszahlen und Schubmoduln

Für den Elastizitätsmodul E_{\parallel} in Faserrichtung folgt in Abhängigkeit vom Faservolumengehalt V_f nach der Mischungsregel [L178].

$$E_{\parallel} = E_{f,1} V_f + E_m(1 - V_f) \tag{Gl. 4-3}$$

Die Querdehnzahl $v_{\perp\parallel}$ (Querdehnung ϵ_{\perp} rechtwinklig zur Faserrichtung infolge einer Längsspannung σ_{\parallel} in Faserlängsrichtung) kann nach (Gl. 4-4) bestimmt werden [L178].

$$v_{21} = v_{\perp\parallel} = v_{f,\perp\parallel} V_f + v_m(1 - V_f) \tag{Gl. 4-4}$$

Für den Elastizitätsmodul E_{\perp} rechtwinklig zur Faserrichtung wird in [L178] zunächst eine analytische Beziehung als Hintereinanderschaltung von Federn aus Harz- und Matrixbereichen vorgeschlagen. Für

steigende Fasergehalte über 20 % zeigt sich eine zunehmende Abweichung zwischen experimentell bestimmten und errechneten Moduln, weswegen die Verwendung einer halbempirisch bestimmten Gleichung nach [L154] vorgeschlagen wird:

$$E_{\perp} = \frac{\hat{E}_m (1 + 0,85 V_f^2)}{V_f \frac{E_m}{E_{f,2}} + (1 - V_f)^{1,25}} \quad \text{mit} \quad \hat{E}_m = \frac{E_m}{1 - \nu_m^2} \quad (\text{Gl. 4-5})$$

Die Querdehnzahl $\nu_{\parallel\perp}$ (Querdehnung ε_{\parallel} in Faserrichtung infolge einer Längsspannung σ_{\perp} rechtwinklig zur Faserlängsrichtung) folgt aus [L178]. Hinweis: (Gl. 4-5) und (Gl. 4-6) sind in [L46] fehlerhaft wiedergegeben.

$$\nu_{12} = \nu_{\parallel\perp} = \nu_{\perp\parallel} \frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}} \quad (\text{Gl. 4-6})$$

Für die Querdehnzahl $\nu_{\perp\perp}$ (Querdehnung $\varepsilon_{\perp 2}$ quer zur Faserrichtung infolge einer Längsspannung $\sigma_{\perp 3}$ rechtwinklig zur Faserlängsrichtung) kann nach [L178] bestimmt werden zu

$$\nu_{23} = \nu_{\perp\perp} = \nu_{f,22} V_f + (1 - V_f) \nu_m \left[\frac{1 + \nu_m - \nu_{\perp\parallel} \frac{E_m}{E_{\parallel}}}{1 - \nu_m^2 + \nu_m \nu_{\perp\parallel} \frac{E_m}{E_{\parallel}}} \right] \quad (\text{Gl. 4-7})$$

Auch für den Schubmodul $G_{\perp\parallel}$ kann analog zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls E_{\perp} zunächst eine Reihenschaltung von Federn angenommen werden. Eine bessere Übereinstimmung mit gemessenen Werten ergibt sich für die halbempirische Beziehung nach [L53], welche in (Gl. 4-8) in der gleichen Schreibweise wie (Gl. 4-5) gezeigt wird.

$$G_{\perp\parallel} = \frac{G_m (1 + 0,4 V_f^2)}{V_f \frac{G_m}{G_{f\perp\parallel}} + (1 - V_f)^{1,45}} \quad (\text{Gl. 4-8})$$

In Tabelle 4-1 sind linearisierte Grundelastizitätsgrößen für den exemplarisch vorgestellten Verbundwerkstoff für einen Faservolumengehalt von $V_f = 61,4\%$ zusammengefasst.

Tabelle 4-1 Linearisierte Grundelastizitätsgrößen für den Verbundwerkstoff auf Basis der zuvor exemplarisch gewählten Materialkenngrößen für Faser und Matrix

E-Modul im Verbund, faserparallel	E_{\parallel}	154,4	[GPa]
E-Modul im Verbund, quer zur Faser	E_{\perp}	8,8	[GPa]
Schubmodul im Verbund, quer zur Faser	$G_{\perp\parallel}$	2,96	[GPa]
Querkontraktionszahl	$\nu_{\perp\parallel}$	0,320	[-]
	$\nu_{\parallel\perp}$	0,018	[-]
	$\nu_{\perp\perp}$	0,379	[-]

4.4.3 Bruchkriterien und Festigkeit

Als Bruchkriterium für die ertragbare Spannung in Faserlängsrichtung σ_1^{fr} bei Faserbruch kann das Kriterium nach Puck [L156][L158] unter Berücksichtigung der Beanspruchungen quer zur Faser herangezogen und um Einflüsse aus Eigen- und Zwangsspannungen σ_E erweitert werden.

$$\frac{\sigma_1^{fr} + \sigma_{E\parallel}}{R_{\parallel}^+} - \left[v_{\perp\parallel} + v_{f\perp\parallel} \frac{E_{\parallel}}{E_{f,1}} m_{\sigma f} \right] \frac{(\sigma_{2\perp} + \sigma_{3\perp} + \sigma_{E\perp})}{R_{\parallel}^+} \leq 1 \quad (\text{Gl. 4-9})$$

Zur Frage, inwiefern Schubbeanspruchungen τ_{12} die faserparallele Tragfähigkeit auf Zug R_{\parallel}^+ beeinflussen, zeigen Versuchsergebnisse aus [L128] für Schubbeanspruchungen $\tau_{12} < 0,5 R_{\perp\parallel}$ keine wesentliche Interaktion, was durch neuere Erkenntnisse [L92] gestützt wird. $R_{\perp\parallel}$ ist hierbei die Schubtragfähigkeit des Laminates für τ_{12} .

Für $\sigma_1^{fr} \geq 0,7 R_{\parallel}^+$ kann die Interaktion zwischen Faserlängsspannung und den ertragbaren Quer- und Schubspannungen für eine Betrachtung von Zwischenfaserbrüchen durch die Begrenzung der maximalen Ausnutzung auf den Wert f_E nach (Gl. 4-10) berücksichtigt werden [L155].

$$f_E^2 + \frac{1}{0,12} \left(\frac{\sigma_{2\perp}}{R_{\parallel}^+} - 0,7 \right) = 1 \quad (\text{Gl. 4-10})$$

Als Bruchkriterien für Zwischenfaserbruch liegen bspw. Bruchkurven nach Puck vor [L178].

Modus A: Zwischenfaserbruch primär infolge Querzug

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp\parallel}^+}{R_{\perp\parallel}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp\parallel}^+} \right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \cdot \frac{\sigma_2}{R_{\perp\parallel}} \leq f_E \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (\text{Gl. 4-11})$$

Modus B: Zwischenfaserbruch aus Schub in Interaktion mit Querdruck

$$\left(\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\parallel}^- \cdot \sigma_2}{R_{\perp\parallel}} \right)^2} + \frac{p_{\perp\parallel}^- \cdot \sigma_2}{R_{\perp\parallel}} \right) \leq f_E \quad \sigma_2 < 0, \quad 0 \leq \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{21}} \right| \leq \frac{R_{\perp\perp}^A}{|\tau_{21c}|} \quad (\text{Gl. 4-12})$$

Modus C: Zwischenfaserbruch aus Querdruck in Interaktion mit Schub

$$\left[\left(\frac{\tau_{21}}{2 \cdot (1 + p_{\perp\perp}^-) \cdot R_{\perp\parallel}} \right)^2 + \frac{\sigma_2}{R_{\perp\parallel}} \right] \cdot \frac{R_{\perp\perp}^-}{-\sigma_2} \leq f_E \quad \sigma_2 < 0, \quad 0 \leq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{|\tau_{21,c}|}{R_{\perp\perp}^A} \quad (\text{Gl. 4-13})$$

Die Neigungsparameter können nach [L178] gewählt werden.

$$p_{\perp\parallel}^+ = 0,35, \quad p_{\perp\parallel}^- = 0,30, \quad p_{\perp\perp}^+ = 0,27, \quad p_{\perp\perp}^- = 0,27 \quad (\text{Gl. 4-14})$$

Für die Bestimmung der Ausnutzung der Laminattragfähigkeit sind die Lastanteile aus Zwang und aus externer Last ggf. unterschiedlich zu wichten. Hierfür wird in der Literatur auch der Begriff des Streckungsfaktors verwendet, welcher nur auf diejenigen Anteile des zusammengesetzten Spannungsvektors angewandt wird, die durch die einwirkenden Lasten tatsächlich bis zum Erreichen der Tragfähigkeit anwachsen. [L178]

Die Bedingungen für Zwischenfaserbruch können durch eine gekrümmte Hüllfläche in den drei Dimensionen σ_2 , τ_{21} und σ_1 dargestellt werden (vgl. Abbildung 4-2), die Bedingung für Faserbruch als Ebene rechtwinklig zur σ_1 -Achse.

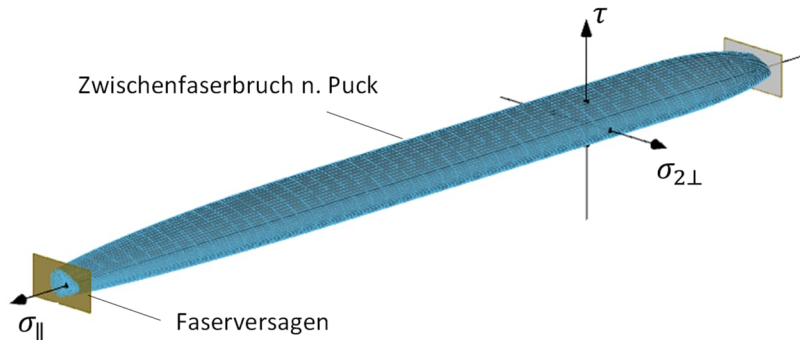


Abbildung 4-2 Visualisierung der Bruchbedingung nach Puck [B6].

4.4.4 Wärmeausdehnungskoeffizient

HT-Fasern weisen aufgrund der hohen molekularen Orientierung einen negativen thermischen Ausdehnungskoeffizienten in Längsrichtung auf. In Faserlängsrichtung dominieren die kovalenten Bindungen den Molekülaufbau, welche sehr viel fester sind als die quer dazu orientierten Nebenvalenzen. Unter Wärmeinfluss werden die Makromoleküle zum Schwingen angeregt. Durch die hohe Orientierung der Makromoleküle sind die Schwingungen quer zur Faserachse deutlich größer als jene in Längsrichtung. Ähnlich wie bei einer schwingenden Saite werden zusätzliche Zugkräfte in Längsrichtung ausgeübt, was zu einer Verkürzung der Faser führt. Mit steigender Temperatur vergrößert sich die Amplitude der Querschwingungen und damit die Kontraktion der Faser (Entropieeffekt), wobei sich der Durchmesser der Faser gleichzeitig vergrößert. [L46]

Als Wärmeausdehnungskoeffizienten einer HT-Faser folgen nach [N15] in Längsrichtung $\alpha_{T,f\parallel} = -0,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und in Querrichtung $\alpha_{T,f\perp} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Für Epoxidharze werden in der Literatur [N15] [L178] Werte zwischen $\alpha_{T,m} = 50$ bis $200 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ angegeben. Aufgrund des geringen Elastizitätsmoduls des Harzes ist der Einfluss auf die Laminateneigenschaften gering. Gleichzeitig ergeben sich im Laminat aufgrund der unterschiedlichen Eigenschaften zusätzliche Eigenspannungen in Längsrichtung. Die Wärmeausdehnungskoeffizienten für ein UD Laminat können nach [N15] wie folgt bestimmt werden:

$$\alpha_{T\parallel} = \frac{V_f \alpha_{T,f\parallel} E_{f\parallel} + (1 - V_f) \alpha_{T,m} E_m}{E_{\parallel}} \quad (\text{Gl. 4-15})$$

$$\alpha_{T\perp} = (1 + \nu_{f,21}) \alpha_{T,f\perp} V_f + (1 + \nu_m) (1 - V_f) \alpha_{T,m} - \alpha_{T\parallel} \cdot \nu_{\parallel\perp} \quad (\text{Gl. 4-16})$$

Aus den unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten ergeben sich bei Temperatureinwirkungen Eigenspannungen, welche in Längsrichtung zu einer zusätzlichen Faserlängsspannung führen und bei teilweise behinderter Querdehnung zusätzlich zu Druckspannungen in Querrichtung führen können, woraus sich ebenfalls sekundäre Längszugspannungen ergeben [L64].

4.4.5 Nichtlineare Last-Steifigkeitsbeziehung bei Carbonfasern und UD C-Laminat

Aus den Last-Verformungskurven der in 3.2 beschriebenen Bauteilversuche lässt sich für die faserparallele Beanspruchung auf der freien Länge eine nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung erkennen (Abbildung 4-4).

Physikalisch nichtlineares Spannungs-Verzerrungsverhalten wird bei UD Carbonlaminaten in der Literatur im Zusammenhang mit Beanspruchung auf Schub oder quer zur Faserrichtung thematisiert, während auf das nichtlineare Last-Verformungsverhalten für faserparallele Zugbeanspruchung in mehreren Standardwerken (z. B. [L46][L52][L178]) nicht explizit eingegangen wird. Unter der Annahme kleiner Verformungen wird in der Regel ein linear-elastisches Werkstoffverhalten angenommen. Diese Vereinfachung ist für viele Gebrauchslastzustände ausreichend. Für Beanspruchungen mit einem großen Lastspektrum kann eine Berücksichtigung des Effektes erforderlich sein. Für eine Beurteilung der Laminatqualität auf Grundlage von Last-Verformungsmessungen ist die Berücksichtigung des Effektes notwendig.

In Abbildung 4-3 ist exemplarisch eine Auswertung des Tangentenmoduls $E_{T,Af}^{12\%-45\%}$ bezogen auf den Faserquerschnitt für bezogene Lastniveaus zwischen 12 % und 45 % der Bruchlast dargestellt und durch eine Regressionsgerade genähert. Für die Auswertung wurde jeweils der Tangentenmodul aus einer linearen Regression der Messwerte nahe dem Referenzwert ausgewertet. Es zeigt sich eine vom Lastniveau abhängige Steifigkeit, welche im Bereich zwischen 10 % und 40 % der Bruchlast um rund 10 % ansteigt.

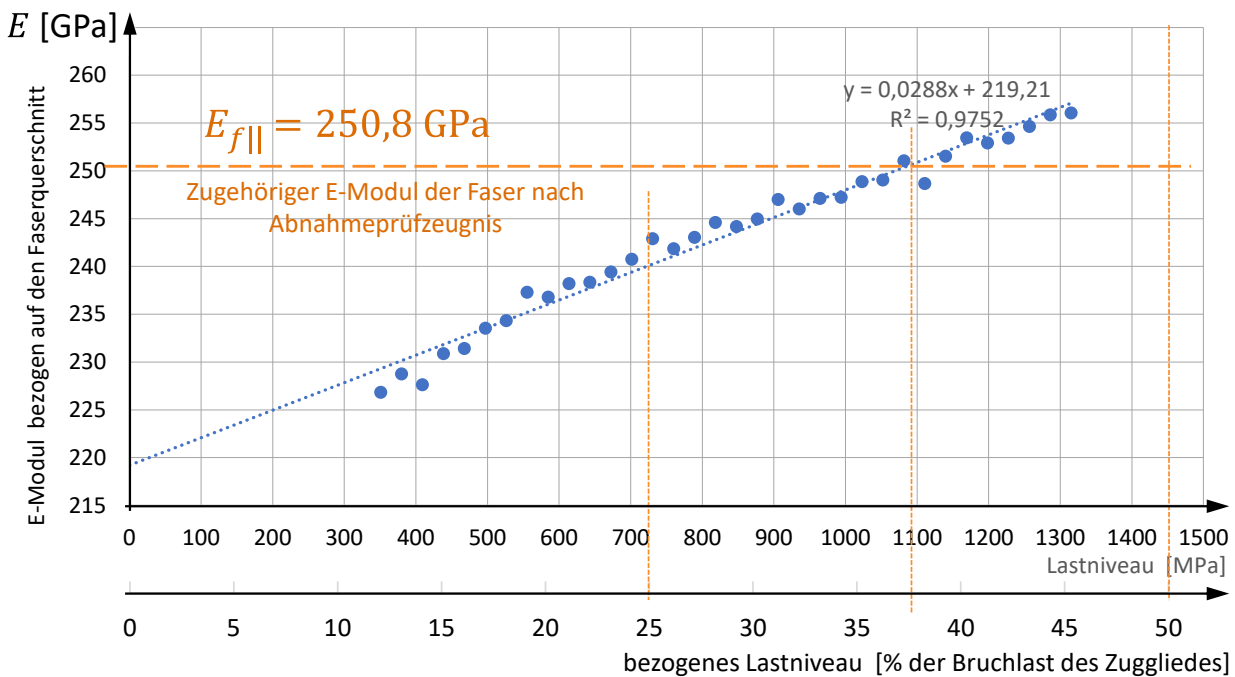


Abbildung 4-3 Auswertung des Tangentenmoduls $E_{T,Af}^{12\%-45\%}$ auf der freien Länge für Laststufen zwischen 12 % und 45 % der Bruchlast für Probekörper TK50-1W im 4. Lastzyklus im Entlastungspfad unter Verwendung der Ergebnisse aus [L224] und [L143].

Auf den ersten Blick erscheinen die Messergebnisse bei hohem Lastniveau als unplausibel, weil sie in der Gegenüberstellung mit dem im Abnahmeprüfzeugnis ausgewiesenen E-Modul der verwendeten Faser eine höhere Steifigkeit zeigen. Nach ISO 11566 [N23], Methode A, respektive EN ISO 10618:2004 [N24], Methode B, erfolgt die Ermittlung des E-Moduls an Einzelfilamenten als Sekantenmodul zwischen den beiden Lastniveaus 400 mN/tex und 800 mN/tex, welche sich nach Umrechnung auf das bezogene Lastniveau (vgl. Anhang D.1) als 25 % und 50 % der Bruchlast des Zuggliedes ausdrücken lassen. Die beiden Lastniveaus sind

in Abbildung 4-3 hervorgehoben. Betrachtet man den Tangentenmodul mittig zwischen diesen beiden Lastniveaus bei 1090 MPa Faserspannung, respektive bei 37,5 % der Bruchlast, zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen dem E-Modul der Faser nach Abnahmeprüfzeugnis und den Versuchsergebnissen der freien Länge. Das Verhalten konnte durch Auswertung weiterer Last-Verformungskurven auch an unterschiedlichen Hängergeometrien nachvollzogen und bestätigt werden.

Das Phänomen der Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungsbeziehung wurde 1968 von Curtis et al. [L33] als „nicht-Hooksches“ Verhalten bei der Untersuchung von HT- und HM-Carbonfasern mit Ultraschallmessungen beschrieben, wobei bereichsweise ein linearer Zusammenhang zwischen der Last und dem Elastizitätsmodul beobachtet wurde. Es wurde ferner festgestellt, dass der Effekt ohne Hysterese auftrat und reversibel war. Der Effekt wurde auf die Umorientierung von Kristalliten in der graphitischen Faserstruktur zurückgeführt. Hughes [L89] leitet aus Untersuchungen an Einzelfilamenten, Faserbündeln und UD Laminaten für eine Vielzahl unterschiedlicher Carbonfasern eine lineare Beziehung zwischen E-Modul und Dehnung für den gesamten Belastungsbereich auf Zug her und schlägt für eine ingenieurmäßige Berücksichtigung des Verhaltens eine empirische Beziehung nach (Gl. 4-17) vor. Stecenco et al. [L190] zeigen, dass diese annähernd lineare Beziehung auch für den Belastungsbereich auf Druck gilt und sowohl bei Fasern wie auch im Laminatverbund auftritt.

Ausgehend davon kann der initiale Elastizitätsmodul E_0 im Zustand ohne äußere Last als Extrapolation der Regressionsgeraden des lastabhängigen E-Moduls für den Nulldurchgang festgelegt (vgl. Abbildung 4-4) und der E-Modul für jeden anderen Dehnungszustand über (Gl. 4-17) ermittelt werden [L89]. Der Faktor f bestimmt dabei die vom Fasertyp abhängige Steigung der nichtlinearen Steifigkeitsbeziehung [L89].

$$E_\varepsilon = E_0(1 + f \cdot \varepsilon) \quad (\text{Gl. 4-17})$$

Ergebnisse von Stecenco und Stevanovi [L190] bestätigen, dass es sich bei Zug und Druck um dasselbe Verhalten handelt und sich der gleiche initiale E-Modul E_0 ergibt, unabhängig davon, ob man die Versuche auf Druck oder auf Zug auswertet. Shioya et al. [L182] führen die Änderung der Spannungs-Dehnungsbeziehung auf eine Veränderung der Ausrichtung der Kristallite zurück und finden Belege für eine mehraxiale Interaktion der Kristallstrukturen. Meek und Penumadu [L117] stellen einen Zusammenhang zwischen messbaren Mikrostrukturparametern wie der Größe, Art und Ausrichtung der kristallinen Bereiche, dem Porenvolumen und den erwartbaren Fasereigenschaften her. Hinsichtlich der kontrovers diskutierten Frage, inwieweit es sich bei dem beobachteten Phänomen bei UD Laminaten um die Ausrichtung der steifigkeitsbestimmenden Graphenebenen in der Mikrostruktur der Faser handelt oder ob eine initiale Welligkeit der Fasern bei der Verarbeitung zum UD Laminat eine Rolle spielt, kommen Keryvin et al. [L101] zum Ergebnis, dass beide Effekte zum nichtlinearen Verhalten beitragen, wobei das intrinsisch nichtlineare Verhalten der Carbonmikrostruktur im Inneren der einzelnen Faser deutlich dominiert (> 90 %) und der Einfluss des Matrixsystems vernachlässigbar ist.

Die Messwerte der Spannungs-Dehnungslinie für die in Abbildung 4-3 ausgewerteten Tangentenmoduln sind in Abbildung 4-4 dargestellt. Der Anstieg des E-Moduls bei zunehmender Spannung zeigt sich in einem leicht ansteigenden gekrümmten Verlauf der Spannungs-Dehnungslinie, welcher mit guter Übereinstimmung durch ein Polynom zweiten Grades genähert werden kann:

$$\sigma_{(\varepsilon)} = 3420000 \varepsilon^2 + 220260 \varepsilon + 0,029 \quad (\text{Gl. 4-18})$$

Aus der Ableitung $\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$ dieser Ausgleichsfunktion erhält man den Verlauf des E-Moduls über die Dehnung ε in der Schreibweise nach (Gl. 4-17) mit einem Ruhe-E-Modul E_0 von 220 GPa und einer Steigung von $f \cdot E_0 = 6840$ GPa bzw. $f = 31,05$ für die Messreihe in Abbildung 4-3.

$$E_\varepsilon = E_0(1 + f \cdot \varepsilon) \quad \text{mit } E_0 = 220 \text{ GPa, } f = 31,05 \text{ (für das Beispiel in Abbildung 4-3)} \quad \text{(Gl. 4-19)}$$

In der Literatur werden für ähnliche HT-Fasern initiale Elastizitätsmoduln E_0 von 200 – 230 GPa beschrieben [L40][L95][L96], welche mit den vorliegenden Messungen gut übereinstimmen. Für die Steigungen $f \cdot E_0$ finden sich in der Literatur mehrheitlich Werte unter 6000 GPa.

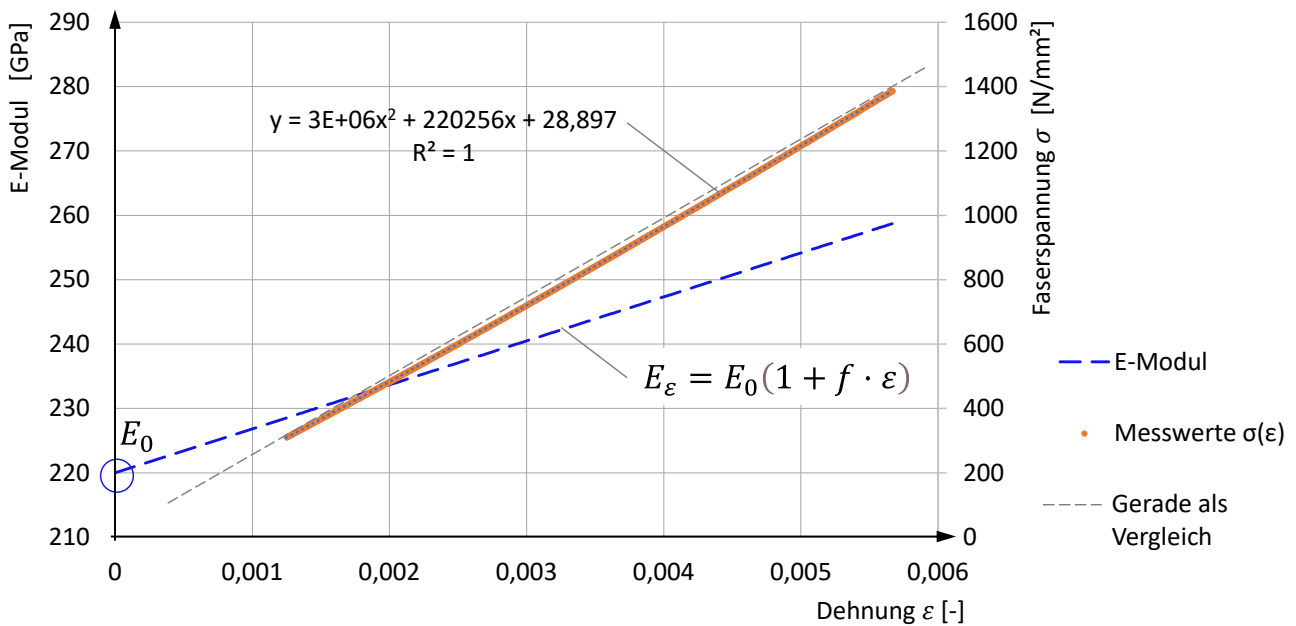


Abbildung 4-4 Messschrieb der Spannungs-Dehnungskurve auf der freien Länge für Probekörper TK50-1W im vierten Lastzyklus/Entlastungspfad [L224] mit Näherungsfunktion als Polynom zweiten Grades und dem hieraus abgeleiteten Verlauf des E-Moduls.

In [L95] wird für Versuche an Einzelfilamenten eine lineare Beziehung zwischen dem Ruhe-E-Modul E_0 und der Steigung $f \cdot E_0$ beobachtet, welche für PAN-basierte Fasern auf eine fundamentale Korrelation zwischen der Prozesstruktur und der Ausbildung und Orientierung der Mikro-Graphitstrukturen hindeutet. Kant und Penumadu schlagen auf dieser Grundlage ein konstitutives universelles Modell für den Elastizitätsmodul von PAN-Fasern vor [L95]:

$$E_\varepsilon = E_0 + (29,4 \cdot E_0 - 1010) \cdot \varepsilon \quad \text{(Gl. 4-20)}$$

4.4.6 Ansatz für die Fasersteifigkeit in Abhängigkeit von der Faserlängsspannung

Die vorliegende (Gl. 4-19) beschreibt den nichtlinearen E-Modul in Abhängigkeit von der Dehnung ε . Für die praktische Anwendbarkeit wird eine Funktion des E-Moduls in Abhängigkeit von der Spannung σ gesucht. Hierfür kann (Gl. 4-19) mit $\varepsilon = \frac{\sigma}{E_\varepsilon}$ umgestellt werden zu (Gl. 4-21) und man erhält eine leicht unterlineare Beziehung für den E-Modul als Funktion der Faserspannung (vgl. rote Kurve in Abbildung 4-5). Die Herleitung ist in Anhang D.2 beschrieben. Für die Messwerte aus Abbildung 4-4 können $E_0 = 220$ GPa und $f_\sigma = 31,36$

bestimmt werden. Als Mittelwertfunktion zur Beschreibung der spannungsabhängigen Fasereigenschaften kann $f_\sigma = 25,5$ ermittelt werden, wobei $E_\sigma(\sigma = 1090) = 250$ GPa und $E_0 = 225$ GPa zugrunde gelegt werden (vgl. Anhang D.2).

$$E_\sigma = \frac{1}{2} \left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 E_0 f_\sigma \sigma} \right) \quad \text{mit } E_0 = 225 \text{ GPa, } f_\sigma = 25,5 \quad (\text{Gl. 4-21})$$

$$\text{mit } E_\sigma(\sigma = 1090) = \frac{1}{2} \left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 f_\sigma E_0 \sigma} \right) = 250 \text{ GPa folgt } f_\sigma = 25,5$$

Analog aber weniger elegant lässt sich auch das von Kant und Penumadu vorgeschlagene konstitutive universelle Modell für den Elastizitätsmodul von PAN-Fasern [L95] (Gl. 4-20) umformen und als Funktion der Faserlängsspannung σ ausdrücken (Herleitung vgl. Anhang D.3).

$$E_\sigma = \frac{1}{2} \left(E_0 + 0,447214 \sqrt{5 E_0^2 - 20200 \sigma + 588 E_0 \cdot \sigma} \right) \quad (\text{Gl. 4-22})$$

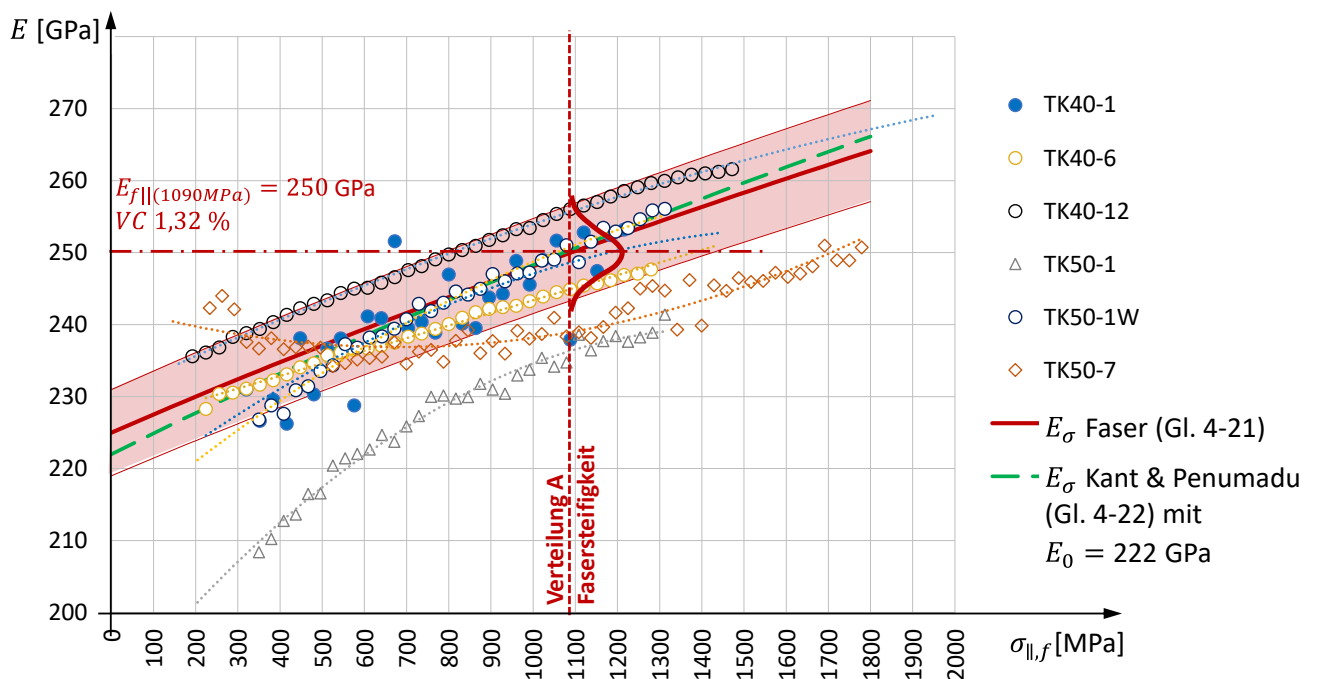


Abbildung 4-5 Verlauf des auf den Faserquerschnitt bezogenen, auf der freien Länge gemessenen Tangentenmoduls $E_{T,Af}$ im vierten Entlastungszyklus für verschiedene Probekörper in Gegenüberstellung mit den Erwartungswerten des E-Moduls der Einzelfilamente von $E_{f,||}$ nach (Gl. 4-21) und (Gl. 4-22). Verwendung der Ergebnisse aus [L224] und [L143].

Die erhaltene (Gl. 4-22) zeigt im Vergleich zu (Gl. 4-21) einen sehr ähnlichen, leicht unterlinearen Verlauf des Elastizitätsmoduls bei ansteigender Faserspannung (grün gestrichelt in Abbildung 4-5). Die ermittelte Beziehung für den lastabhängigen E-Modul der Fasern nach (Gl. 4-21) zeigt damit eine gute Übereinstimmung mit anderen Untersuchungen und wird nachfolgend als Grundlage für die Bestimmung von Erwartungswerten für die Bauteilsteifigkeiten und deren jeweilige Anteile auf der freien Länge und im Bereich der Verankerung herangezogen. Aus Abnahmeprüfzeugnissen ist die Verteilung der Fasersteifigkeit für den Bereich zwischen 400 mN/tex und 800 mN/tex als Variationskoeffizient des Sekantenmoduls bekannt und als

Verteilung A in Abbildung 4-5 dargestellt. Unter der Annahme eines über den Belastungsbereich konstanten Variationskoeffizienten $VC = 1,32\%$ ist in Abbildung 4-5 das Streuband $E_{\sigma} \cdot (1 \pm 2 \cdot VC)$ für die Steifigkeit der Carbonfasern in Rot hervorgehoben. In 0 werden Messungen an Probekörpern im Vergleich zu diesem Erwartungsbereich diskutiert.

4.5 Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge

4.5.1 Ansatz für den Erwartungswert der Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge

In Abbildung 4-5 sind exemplarisch die aus den gemessenen Spannungs-Dehnungskurven direkt abgeleiteten Tangentenmoduln $E_{T,Af}$ für den vierten Entlastungspfad einiger Prüfmuster aus [L224] dargestellt. Der Steifigkeitsanteil der Matrix wird bei der Auswertung von Messungen am Bauteil in Anlehnung an [N24] vernachlässigt und die am Bauteil gemessene Steifigkeit allein auf den Faserquerschnitt bezogen. Die Ergebnisse der zuvor in Abbildung 4-4 gezeigten Messreihe sind ebenfalls enthalten. Jeder Datenpunkt entspricht einer Auswertung des Tangentenmoduls $E_{T,Af}^{i\%-(i+1)\%}$ durch lineare Regression der Messwerte in einer Schrittweite von 1 % der Bruchlast und bildet damit in guter Näherung den Verlauf des Tangentenmoduls über der Faserspannung direkt aus der Messreihe des Last-Verformungsdiagramms ab. Die Verläufe der Messpunkte der Tangentenmoduln zeigen in der Regel ebenfalls einen leicht gekrümmten Trend mit abnehmender Steigung für eine zunehmende Faserspannung $\sigma_{\parallel,f}$ vergleichbar mit den Verläufen der (Gl. 4-22) und (Gl. 4-21). Mehrere Ergebnisse aus den Bauteilmessungen liegen weitgehend im Streuband des Faserelastizitätsmoduls $E_{f,\parallel}$, während andere einen geringeren E-Modul bezogen auf die Faserquerschnittsfläche $E_{T,Af}$ zeigen. Einzelne Messpunkte liegen oberhalb der 95%-Fraktile von $E_{f,\parallel}$. Es ist physikalisch unmöglich, dass die auf den akkumulierten Faserquerschnitt bezogene Steifigkeit des Faseranteils in einem UD Laminat über dem Mittelwert der auf den Faserquerschnitt bezogenen Steifigkeiten der einzelnen Filamente $E_{f,\parallel}$, aus der das Laminat besteht, zu liegen kommt. Faserchargen mit einem E-Modul oberhalb des hervorgehobenen Grenzwertes $E_{\sigma} \cdot (1 + 2 \cdot VC)$ sind dagegen statistisch möglich. Das Messergebnis TK40-12 deutet beispielsweise auf eine überdurchschnittliche Fasersteifigkeit hin. Einzelne nach oben ausreißende Messpunkte sind eher als Unschärfen in der Messung und Auswertung zu interpretieren. Messwertverläufe deutlich oberhalb der 95%-Fraktile von $E_{f,\parallel}$ sind nicht plausibel und ggf. zu hinterfragen. Abweichungen von einer idealen lastparallelen Faserorientierung können jedoch zu einer Reduktion der Bauteilsteifigkeit im Vergleich zur akkumulierten Fasersteifigkeit führen. Die Messwertverläufe der TK50-1 und TK50-7 deuten auf ein solches Verhalten hin.

4.5.2 Abgrenzung von Effekten aus der Herstellung des UD Laminates

Für den Erwartungswert des auf den Faserquerschnitt bezogenen Bauteilsteifigkeitsmoduls (E_{BTSf}) ergibt sich folgende Hypothese: Sofern für die einzelnen Fasern ein Verhalten entsprechend (Gl. 4-21) zugrunde gelegt werden kann, sind Abweichungen von $E_{f,\parallel}$ bei der Messung des Bauteilverhaltens auf der freien Länge auf Einflüsse durch die Herstellung zurückzuführen. Diese können zu einer Verminderung des E_{BTSf} führen (Welligkeit, unregelmäßiger Faserverlauf, Tordieren des Querschnitts), aber nicht zu dessen Vergrößerung. Der Verlauf des Mittelwertes des E_{BTSf} muss unterhalb (Gl. 4-21) liegen. Die Streubreite nach oben sollte sich mit der oberen Fraktile von $E_{f,\parallel}$ decken. Die Breite des Streubandes wird nach unten hin über das Streuband von $E_{f,\parallel}$ hinausreichen.

Für die Bestimmung der Verlaufsfunktion des E_{BTSf} und dessen Streubandes werden die Steifigkeitsauswertungen aus [L224] herangezogen, wobei im ersten Schritt alle vorliegenden Versuchsdaten und in einem

zweiten Schritt nur die Ergebnisse der Probekörper verwendet wurden, welche im Traglastversuch über 95 % des Chargenmittelwertes der Bruchlast erreicht haben.

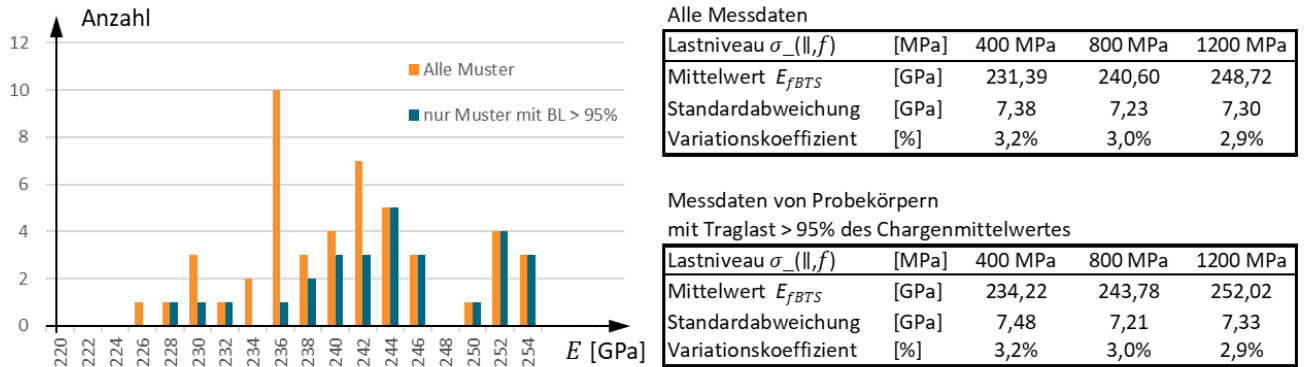


Abbildung 4-6 Verteilung des auf den Faserquerschnitt bezogenen Bauteilsteifigkeitsmoduls E_{BTSf} für das Lastniveau 400 MPa Faserspannung (links) sowie Auswertung für 400 MPa, 800 MPa und 1200 MPa Faserspannung (rechts). Gegenüberstellung aller Ergebnisse mit den Ergebnissen der Probekörper, welche >95 % des Chargenmittelwertes der Traglast erreicht haben; Werte aus [L224].

In Abbildung 4-6 ist exemplarisch die Verteilung gemessener Tangentenmoduln bei einer Faserspannung von 400 MPa dargestellt. Werden Ergebnisse von Probekörpern, welche eine Traglast von maximal 95 % des Chargenmittelwertes erreicht haben, nicht berücksichtigt, verschiebt sich der Mittelwert des E_{BTSf} nach oben und die Streubreite wird reduziert. Die Mittelwerte dieses E_{BTSf} nach Abbildung 4-6 unten rechts werden als Stützstellen für die Bestimmung einer Näherungsgleichung der Form analog (Gl. 4-21) herangezogen. Als Mittelwertfunktion für den Erwartungswert des E_{BTSf} erhält man (Gl. 4-23). Die Herleitung ist in Anhang D.4. dargestellt.

$$E_{\sigma} = \frac{1}{2} \left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 E_0 f_{\sigma} \sigma} \right) \quad \text{mit } E_0 = 224 \text{ GPa}, f_{\sigma} = 25,0 \quad (\text{Gl. 4-23})$$

In Abbildung 4-7 ist die Funktion für den E_{BTSf} nach (Gl. 4-23) in Blau beidseitig mit einem Streuband der konstanten Breite $E_0 \cdot 2 \cdot VC$ mit $VC = 2,1 \%$ dargestellt. Es ist jedoch anzunehmen, dass es sich bei der Verteilung nicht um eine symmetrische Normalverteilung handelt. Für eine Beschreibung eines Erwartungsbereiches ist dieser Ansatz ausreichend und kann auf Basis einer größeren Datengrundlage verfeinert werden. Der obere Rand des Streubandes kommt nahe des oberen Randes des Streubandes der Fasersteifigkeit zu liegen. Durch die Verarbeitung der Faser zum UD Laminat sinkt die Steifigkeit geringfügig. Die Mittelwertfunktion des E_{BTSf} und der untere Rand des Streubandes liegen für den Laminatquerschnitt entsprechend unter den Werten der Faser.

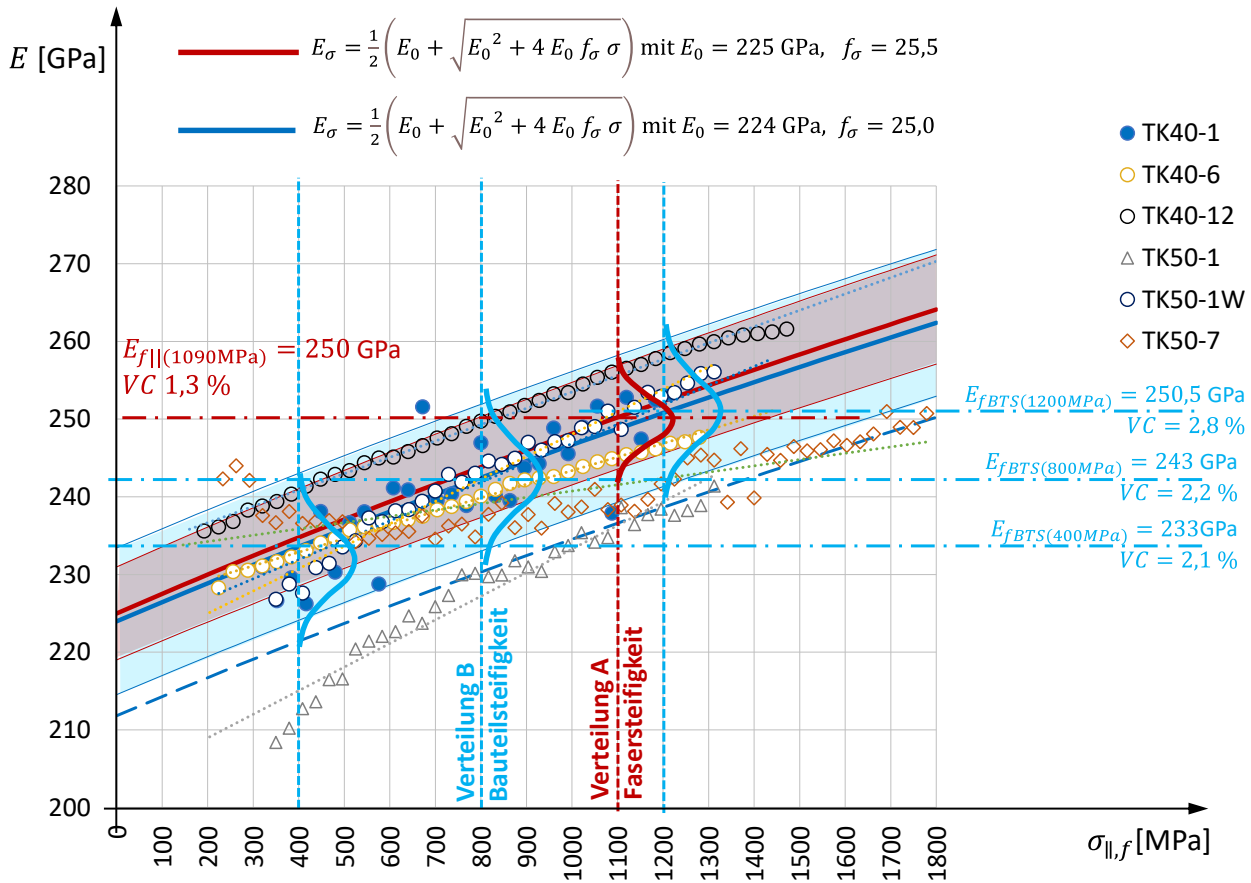


Abbildung 4-7 Verlauf der Messwerte des Tangentenmoduls $E_{T,Af}$ im vierten Entlastungszyklus für verschiedene Probekörper in Gegenüberstellung mit den Erwartungswerten für den Faser-E-Modul $E_{f,||}$ nach (Gl. 4-21) und für den E_{BTSf} nach (Gl. 4-23); Werte aus [L224][L143].

Aus Abbildung 4-6 wird ersichtlich, dass die Wahrscheinlichkeit für eine hohe Traglast im Bruchversuch mit abnehmender Bauteilsteifigkeit geringer wird. Maßgebend für die erzielbare Traglast einer Strangschleufe ist jedoch der Verankerungsbereich der Schleufe. Hieraus kann der Schluss gezogen werden, dass es einen möglichen, aber nicht zwingenden Zusammenhang zwischen der Gleichmäßigkeit der Faserorientierung auf der freien Länge und im Bereich der Schleufe gibt. Ein direkter und hinreichender Zusammenhang zwischen einer reduzierten Steifigkeit auf der freien Länge und einer verminderten Traglast besteht im Falle der Strangschleufe nicht. Eine Festlegung für einen unteren Grenzwert des E_{BTSf} ist vor diesem Hintergrund abzuwägen. Ein Vorschlag für einen unteren Grenzwert mit $VC = 2,7 \%$ ist als blaue gestrichelte Kurve zusätzlich in Abbildung 4-7 dargestellt. Neben einem unteren Grenzwert des E_{BTSf} kann der Verlauf der Messwerte Aufschluss über Unregelmäßigkeiten geben. Dieser Ansatz wird in 4.8.2 diskutiert.

Mit der gleichen Herangehensweise wird in 4.6.4 für den Schlaufenbereich eine Gegenüberstellung des rechnerisch erwarteten zum tatsächlich gemessenen E_{BTSf} diskutiert mit dem Ziel, hieraus Anhaltspunkte für eine zerstörungsfreie Beurteilung der Schleufe abzuleiten. Dafür werden nachfolgend zunächst Effekte diskutiert, welche die Bauteilsteifigkeit im Bereich der Schlaufenverankerung beeinflussen.

4.6 Bauteilkennwerte der Strangschlaufe

4.6.1 Einführung zur längenabhängigen Bauteilsteifigkeit

Abbildung 4-8 zeigt eine Prinzipskizze der Strangschlaufe mit den verwendeten Bezeichnungen. Die Schlaufenverankerung weist im Vergleich zur freien Länge eine abweichende Steifigkeit bezogen auf die Bauteillänge auf. Die Bauteilsteifigkeit (BTS) $c_{0,Pin-Pin}$ eines gesamten Carbonzuggliedes kann nach (Gl. 4-24) als Reihenschaltung von Federn idealisiert werden (Abbildung 4-9) und variiert abhängig von der Länge des Zuggliedes [L74].

$$\frac{1}{c_{0,Pin-Pin}} = \frac{1}{c_{1, \text{Freie Länge}}} + \frac{1}{c_{2, \text{Verankerung}}} \quad (\text{Gl. 4-24})$$

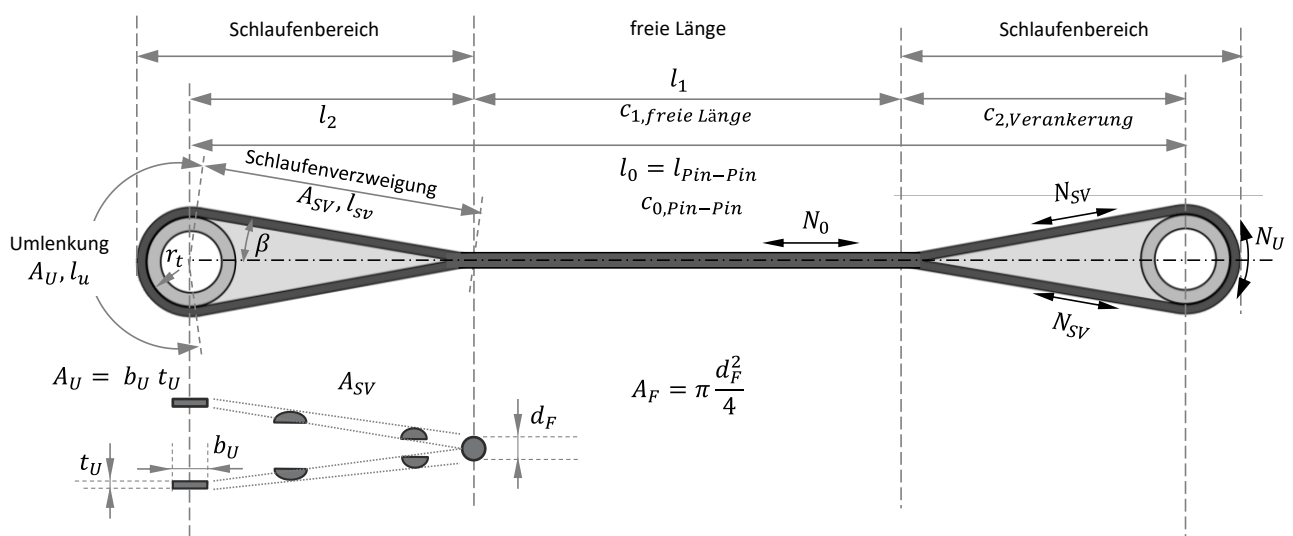


Abbildung 4-8 Bezeichnungen bei einer Strangschlaufe, teilweise in Anlehnung an [L80] und [L62].

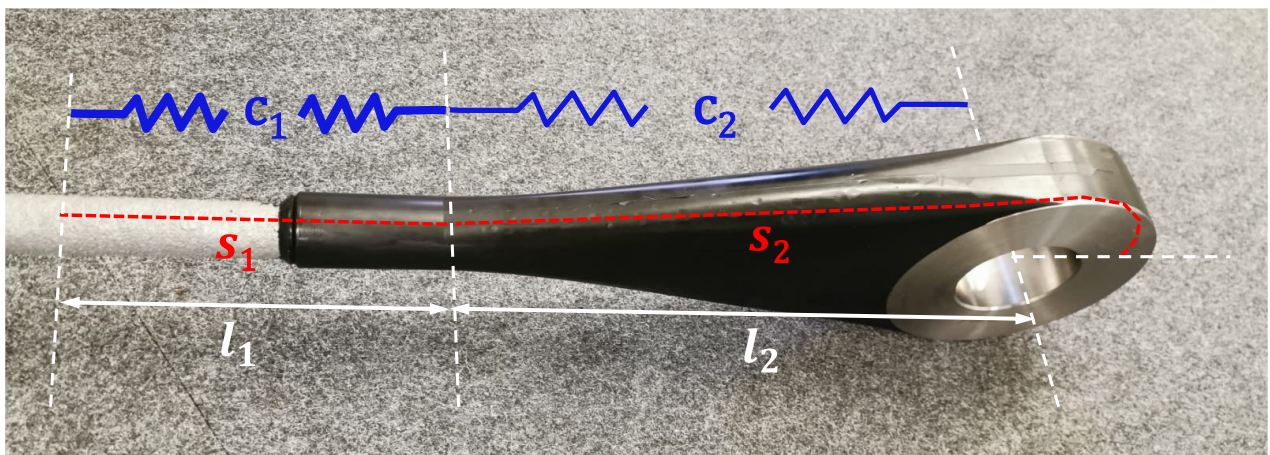


Abbildung 4-9 Längenabhängige Bauteilsteifigkeit – Idealisierung als Reihenschaltung [L74].

Im Bereich der freien Länge des Zuggliedes entspricht die Länge der Faser s_1 nahezu der geometrischen Länge l_1 . Folglich kann nahezu die rechnerisch mögliche Steifigkeit des UD Laminates erzielt werden (vgl. 4.5.2). Fertigungsbedingte Welligkeiten der Fasern, schraubenlinienförmige Abweichungen des Faserverlaufes von

der idealen geraden Bauteilachse und weitere ähnliche Effekte können hier zu einem Verhältnis $\frac{l_1}{s_1} < 1$ führen. Der Steifigkeitsverhältnisfaktor χ_1 in (Gl. 4-25) berücksichtigt diesen Effekt.

$$c_{1, \text{Freie Länge}} = \chi_1 \frac{E_{\parallel} A_F}{l_1} = \chi_1 \frac{E_{f\parallel} A_{f,F} + E_m A_{m,F}}{l_1} = \chi_{FL} \frac{E_{f\parallel} A_{f,F}}{l_1} \quad (\text{Gl. 4-25})$$

Die Anzahl der Fasern im Querschnitt ist herstellungsbedingt aus der Faserquerschnittsfläche der verwendeten Rovings und der Anzahl der verarbeiteten Faserlagen bekannt und kann daher für die Bestimmung des Faserquerschnitts auf der freien Länge $A_{f,F}$ herangezogen werden. Eine Ermittlung auf Basis der Messung des Faservolumengehaltes ist weniger genau und wird bei Bauteilen im Nasswickelverfahren aus prepreg tape in der Regel lediglich als Qualitätskontrolle eingesetzt. Der Anteil der Steifigkeit der Matrix $E_m A_{m,F}$ liegt in der Regel bei $< 1\%$ der Steifigkeit des UD Laminats. Vereinfachend kann dieser durch eine Anpassung des Faktors χ_{1FL} berücksichtigt werden, wodurch sich (Gl. 4-25) auf die Kenngröße $E_{f\parallel} A_{f,F}$ aus dem Produkt des Faser-E-Moduls und des akkumulierten Faserquerschnitts reduzieren lässt. Eine hohe Fertigungsqualität des unidirektionalen CFRP-Laminats kann über eine Messung der Bauteilsteifigkeit auf freier Länge im Abgleich mit der unidirektionalen Fasersteifigkeit erkannt werden (vgl. 4.5.1) und dient als Mindestanforderung für den in diesem Dokument beschriebenen Bemessungsansatz. Der Steifigkeitsverhältnisfaktor χ_{FL} berücksichtigt einerseits den Unterschied zwischen der akkumulierten Fasersteifigkeit und der tatsächlich erzielten Steifigkeit im UD Laminat (vgl. 4.5.2) und andererseits den zusätzlichen Steifigkeitsanteil der Matrix im Laminatquerschnitt. Diese zwei Effekte heben sich i. d. R. nahezu auf, sodass für die Bestimmung von Rechenwerten für die BTS $\chi_{FL} = 1,0$ angenommen werden kann.

Im Schlaufenbereich ergibt sich durch die Aufspreizung und Umlenkung der Carbonfasern an der Verankerung eine geringere axiale Steifigkeit $c_{2, \text{Verankerung}}$ bezogen auf die geometrische Länge l_2 der Schlaufe. Stark vereinfacht kann die axiale Steifigkeit $c_{2, \text{Verankerung}}$ über das Verhältnis der Länge der gedehnten Faser zur geometrischen Länge nachvollzogen werden (Abbildung 4-9). Im Schlaufenbereich liegt konstruktionsbedingt ein Verhältnis $\frac{l_2}{s_2} \approx 0,75$ vor. Die experimentell bestimmte Steifigkeit der Schlaufenverankerung bezogen auf die Distanz l_2 von der Bolzenachse bis zum Beginn der freien Länge (vgl. Abbildung 4-25) liegt zwischen rund 67 % und 78 % der idealen Steifigkeit des Faserquerschnitts auf der freien Länge $E_{f\parallel} A_{f,F}$, welche zur Normierung der bezogenen Bauteilsteifigkeiten herangezogen wird. Durch die reduzierte Steifigkeit des Schlaufenanschlusses im Vergleich zur freien Länge wird die Steifigkeit kurzer Zugglieder um etwa 10 % reduziert.

Vor dem Hintergrund einer Einordnung der erzielbaren Ergebnisgenauigkeit bei der Herleitung der erwarteten Schlaufensteifigkeit ist zu erwähnen, dass der Querschnitt A_{SV} im Bereich der Schlaufenverzweigung fertigungsbedingt nicht konstant ist. Ferner ist der genaue Verlauf der Faserstränge am Übergang von der Umlenkung in die Schlaufenverzweigung und am Übergang zwischen dem Schlaufenbereich und der freien Länge in Abbildung 4-8 vereinfacht dargestellt, weswegen geeignete Annahmen getroffen werden müssen.

Eine Näherungsformel für die Ersatzfedersteifigkeit im Schlaufenbereich verwendet der Verfasser in [L72]. Nach diesem Ansatz lässt sich die Ersatzfedersteifigkeit aus den nachfolgend erläuterten Verformungsanteilen herleiten, wobei die axiale Steifigkeit $c_{2, \text{Verankerung}}$ durch drei in Reihe wirkende Federanteile beschrieben wird.

$$\frac{1}{c_{2, \text{Verankerung}}} = \frac{1}{c_{2,sv}} + \frac{1}{c_{2,u\parallel}} + \frac{1}{c_{2,u\perp}} \quad (\text{Gl. 4-26})$$

$$\text{mit } c_{2,sv} = \frac{2 E_{\parallel} A_{SV} \cos \beta}{l_2} \quad \dots \text{ Steifigkeitsanteil der Schlaufenverzweigung} \quad (\text{Gl. 4-27})$$

$$c_{2,u\parallel} = \frac{2 E_{\parallel} A_U}{\left(r_t + \frac{t_U}{2}\right) \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} \quad \dots \text{ Steifigkeitsanteil aus der Umlenkung} \quad (\text{Gl. 4-28})$$

$$c_{2,u\perp} = \frac{4 E_{\perp} r_t b_u}{\frac{3}{4} t_U \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)} \quad \dots \text{ Kompression der Schlaufe in der Umlenkung} \quad (\text{Gl. 4-29})$$

quer zur Faser

$$\text{mit } c_{2,u\perp} = \frac{N_0}{\Delta_{l2}}$$

$$\Delta_{l2} = \cos \beta \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \Delta_{rU}$$

$$\Delta_{rU} \approx \varepsilon_{r\perp} \cdot \frac{t_U}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma_{rU}}{E_{\perp}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{N_0}{2 \cos \beta r_t b_u E_{\perp}}$$

Die Änderung des Spreizwinkels β durch die lastbedingte Dehnung der Faserstränge im Schlaufenbereich und die Abminderung der Schlaufenkraft in der Umlenkung infolge Reibung werden hierbei vernachlässigt. Die laterale Verschiebung der Schwerachse der Schlaufe im Bereich der Umlenkung infolge radialer Querpressung wird vereinfacht berücksichtigt, wobei der Kraftverlauf in der Schlaufe als konstant angenommen wird.

Ein Ansatz, welcher zusätzlich die Abnahme der Schlaufenkraft durch Reibung μ an der Umlenkung und die Faserlängsdehnung durch Querdruck bzw. Faserquerdehnung infolge Faserlängszug an der Umlenkung berücksichtigt, wird von Hanswille in [L62] beschrieben. Die Abnahme der Kraft, welche sich aus Reibung im Bereich der Umlenkung einstellt, wird dabei durch den Ansatz einer um den Faktor κ abgeminderten mittleren Kraft in der Umlenkung genähert [L62]. Der Steifigkeitsanteil kann in der zuvor gewählten Schreibweise nach (Gl. 4-30) beschrieben werden.

$$c_{2,u\parallel} = \frac{2}{\kappa \left(r_t + \frac{t_U}{2}\right) \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \left(\frac{1}{E_{\parallel} A_U} + \frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp} r_t b_u}\right)} \quad (\text{Gl. 4-30})$$

$$\text{mit } \kappa = \left[1 - \frac{\mu \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{2}\right] \quad (\text{Gl. 4-31})$$

Nach [L62] kann auch der Effekt aus der Kompression der Schlaufe in der Umlenkung unter Berücksichtigung der abnehmenden Kraft berücksichtigt werden, wobei eine um den Faktor κ abgeminderte mittlere Kraft in der Umlenkung und die zusätzliche Querkontraktion des Laminates infolge der Faserlängsdehnung berücksichtigt werden. Nach [L62] wird die Einführung eines zusätzlichen Elementes Δ_{rD} vorgeschlagen, um den Effekt der elastischen Verformung einer Zwischenlage der Dicke t_D abzubilden. Dieser kann vereinfachend als elastische Dehnung einer kompressiblen Schicht der Dicke t_D und mit E-Modul $E_{\perp D}$ nach (Gl. 4-32) angesetzt werden. In (Gl. 4-33) werden beide Ansätze als Steifigkeitsanteil berücksichtigt.

$$\Delta_{rD} = \frac{N_0 t_D}{2 \cos \beta E_{\perp D} r_t b_u} \quad (\text{Gl. 4-32})$$

$$c_{2,u\perp} = \frac{\cos^2 \beta}{\kappa \left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) \left[\frac{3 t_U \kappa}{16 E_{\perp} r_t b_u} + \nu_{\parallel\perp} \frac{t_U}{4 E_{\parallel} A_U} + \frac{t_D}{2 E_{\perp D} r_t b_u}\right]} \quad (\text{Gl. 4-33})$$

Vorgenannte Formeln nach [L72] und [L62] basieren auf einer linearisierten Annahme für die Laminatsteifigkeit und sind für eine Näherung der Bauteileigenschaften in einem gewissen Lastbereich ausreichend. Werden Fasersteifigkeiten nach EN ISO 10618:2004 [N24], Methode B, herangezogen, wird die Bauteilsteifigkeit bei rund 37,5 % der Bruchlast ermittelt (vgl. 4.4.5). Dieser Ansatz bildet das Bauteilverhalten für einen üblichen oberen Gebrauchslastbereich in guter Näherung ab. Für Lasten deutlich über diesem Niveau wird die Bauteilsteifigkeit unterschätzt, für Lasten deutlich darunter, wie sie beispielsweise im Zuge von Montagezuständen auftreten, überschätzt dieser Ansatz die Bauteilsteifigkeit. Werden genaue Kräfte in diesen Zuständen benötigt, ist eine Berücksichtigung der nichtlinearen axialen Steifigkeit angeraten. Dafür, sowie für genauere Erwartungswerte von Last-Verformungskurven (vgl. Anhang A), kann der nachfolgend hergeleitete erweiterte Ansatz herangezogen werden.

4.6.2 Weiterführende Betrachtungen zur Steifigkeit der Schlaufenverankerung

Eine verfeinerte Betrachtung zur Steifigkeit des Verankerungsbereiches berücksichtigt zusätzlich zu den bereits beschriebenen Effekten die lastabhängige Steifigkeit des UD Laminates (vgl. 4.4.5), Einflüsse aus dem Querschnittsübergang im Bereich der Schlaufenverzweigung sowie einen Ansatz für den Unterschied zwischen dem rechnerisch idealen UD Laminatverhalten und dem tatsächlichen Bauteilverhalten. Zusätzlich werden bisher vernachlässigte Effekte aus der Faserumlenkung im Bereich zum Übergang auf die freie Länge untersucht.

Die Vorgehensweise erfolgt analog zum bisherigen Ansatz, wobei die aus den verschiedenen Effekten herrührenden Steifigkeitsanteile des Schlaufenbereiches einzeln ermittelt und anschließend zu einer Gesamtsteifigkeit assembliert werden. Auf eine vollständige Darstellung der Herleitung wird zugunsten der Übersichtlichkeit verzichtet und stattdessen der Ansatz erläutert. Die Herleitung ist in Anhang B.3 enthalten.

Der Einfluss der Querkontraktion der Schlaufe im Bereich der Umlenkung wird nach (Gl. 4-33) berücksichtigt. Für den Einfluss aus Längsdehnung der Schlaufe in der Umlenkung wird in (Gl. 4-30) der lastabhängige E-Modul $E_{\parallel}(\sigma_{\parallel})$ nach (Gl. 4-21) eingesetzt und der Unterschied zwischen Belastung und Entlastung berücksichtigt. Aus Reibung ergibt sich für die Schlauffennormalkraft im Bereich der Schlaufenumlenkung jeweils ein Gradient, wobei die Kraft im Belastungszyklus zum Faserruhepunkt durch Reibung verringert wird, während im Entlastungszyklus der Effekt aus Reibung zu einer größeren Kraft am Faserruhepunkt im Vergleich zum Schlaufenschenkel führt (vgl. Abbildung 4-10).

In (Gl. 4-35) wird die Schlaufenkraft im Bereich der Umlenkung in Anlehnung an das Vorgehen in [L62] gemittelt. Durch die Einführung von k_{κ} kann zwischen dem Einfluss auf den Belastungspfad und den Entlastungspfad differenziert werden.

$$c_{2,u\parallel} = \frac{2}{\kappa \left(r_t + \frac{t_U}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) \left(\frac{1}{E_{\parallel}(\sigma_{\parallel}) A_U} + \frac{v_{\parallel\perp}}{E_{\perp} r_t b_u} \right)} \quad (\text{Gl. 4-34})$$

$$\text{mit } \kappa = \left[1 - k_{\kappa} \frac{\mu \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)}{2} \right] \quad (\text{Gl. 4-35})$$

$k_{\kappa} = 1$ im Belastungspfad bzw. $k_{\kappa} = -1$ im Entlastungspfad

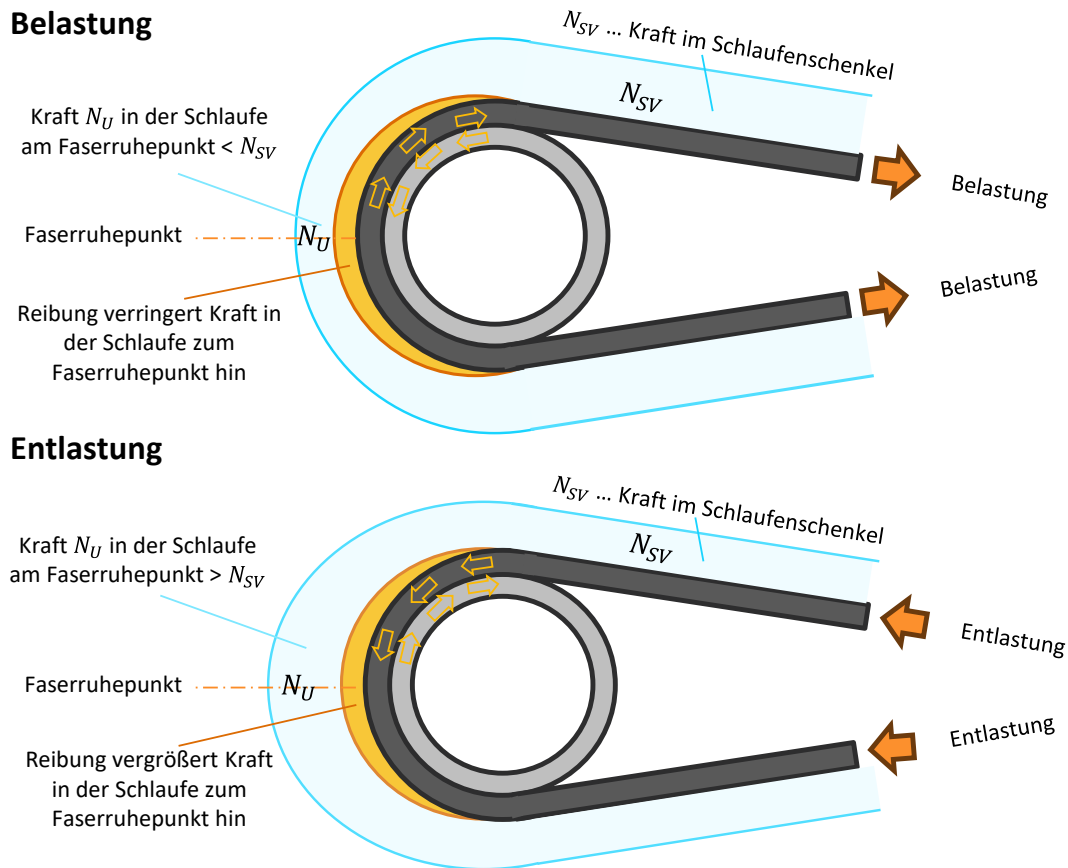


Abbildung 4-10 Nachlaufende Dehnung des Schlaufenbereiches: infolge Reibung zwischen Thimble und Schlaufe erfährt der Schlaufenbereich am Faserruhepunkt eine verzögerte Beanspruchung sowohl bei der Belastung wie auch bei der Entlastung, welche sich als Hysterese in der Kennlinie zeigt.

Für den Bereich der Schlaufenverzweigung wird (Gl. 4-27) erweitert, der nichtlineare E-Modul $E_{\parallel}(\sigma_{\parallel})$ nach (Gl. 4-21) eingesetzt und in Analogie zum Vorgehen in (Gl. 4-25) ein Abminderungsfaktor χ_2 eingeführt, welcher die partielle Aktivierung der rechnerischen vollen Querschnittssteifigkeit berücksichtigt. Für den Schlaufenbereich zeigt sich, dass χ_2 deutlich lastabhängig reagiert und somit als Funktion der vorliegenden Spannung gewählt wird.

$$c_{2,sv} = \chi_2(\sigma_{\parallel}) \frac{E_{\parallel}(\sigma_{\parallel,sv}) \cdot V_f \cdot A_{FL} \cdot k_{A_{sv}} \cdot \cos \beta}{l_2} \quad \dots \text{Steifigkeitsanteil aus Schlaufenverzweigung} \quad (\text{Gl. 4-36})$$

mit $E_{\parallel}(\sigma_{\parallel,sv})$... lastabhängiger E-Modul nach (Gl. 4-21)
 $A_{FL} \cdot k_{A_{sv}}$... Ansatz für A_{sv}
 $\chi_2(\sigma_{\parallel})$... lastabhängiger Ansatz für die Querschnittsaktivierung

Durch die Dehnung des umgelenkten Schlaufenbereiches und der Schenkel der Schlaufenverzweigung ergibt sich eine Änderung des Spreizwinkels β (vgl. Abbildung 4-11). Damit ändern sich die geometrischen Randbedingungen für die in den Schlaufenschenkeln und in der Umlenkung wirkenden Kräfte und deren Steifigkeitsanteile. Der Einfluss dieser Effekte nach Th. II. O. kann über eine iterative Lösung der Gleichungen (Gl. 4-33), (Gl. 4-34) und (Gl. 4-36) berücksichtigt werden (vgl. Anhang B.3). Durch die Verkleinerung des Spreizwinkels vergrößert sich der Steifigkeitsanteil $c_{2,sv}$ geringfügig. Gleichzeitig nimmt die Kraft in den Schlaufenschenkeln und in der Umlenkung geringfügig ab. Der Einfluss ist i. d. R. vernachlässigbar klein.

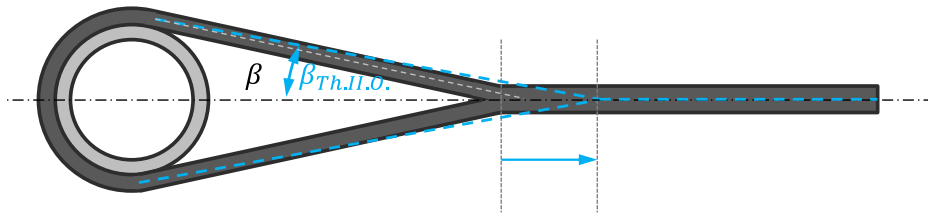


Abbildung 4-11 Änderung des Spreizwinkels β durch Dehnung der Schlaufenschenkel.

Am Übergang zur freien Länge erfolgt eine Faserumlenkung von den zwei Schenkeln der Schlaufenverzweigung zum gemeinsamen Rundquerschnitt. Eine Faserumlenkung schließt in diesem Bereich die Spreizkräfte kurz. Der Mechanismus kann entsprechend Abbildung 4-12 als elastische Bettung idealisiert werden.

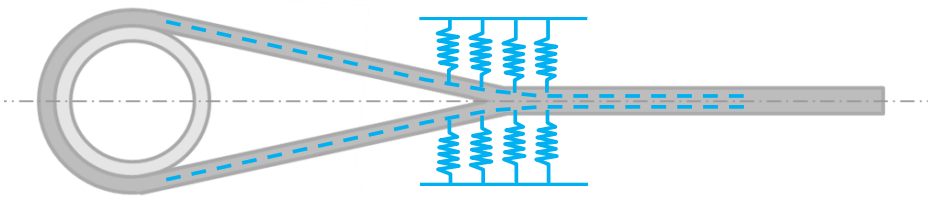


Abbildung 4-12 Kurzschluss der Umlenkkräfte am Übergang der Schlaufenschenkel zur freien Länge.

Aus einer Kraftzunahme im Zugschankel folgt eine Zunahme der Kraft und der Dehnung in der Faserumlenkung, was zu einer Änderung des Spreizwinkels führt. Der Einfluss auf die Steifigkeit der Verankerung ist in Abbildung 4-13 den weiteren Einflüssen gegenübergestellt und kann als vernachlässigbar klein eingestuft werden, sodass auf eine Darstellung der Herleitung verzichtet und auf Anhang B.3 verwiesen wird.

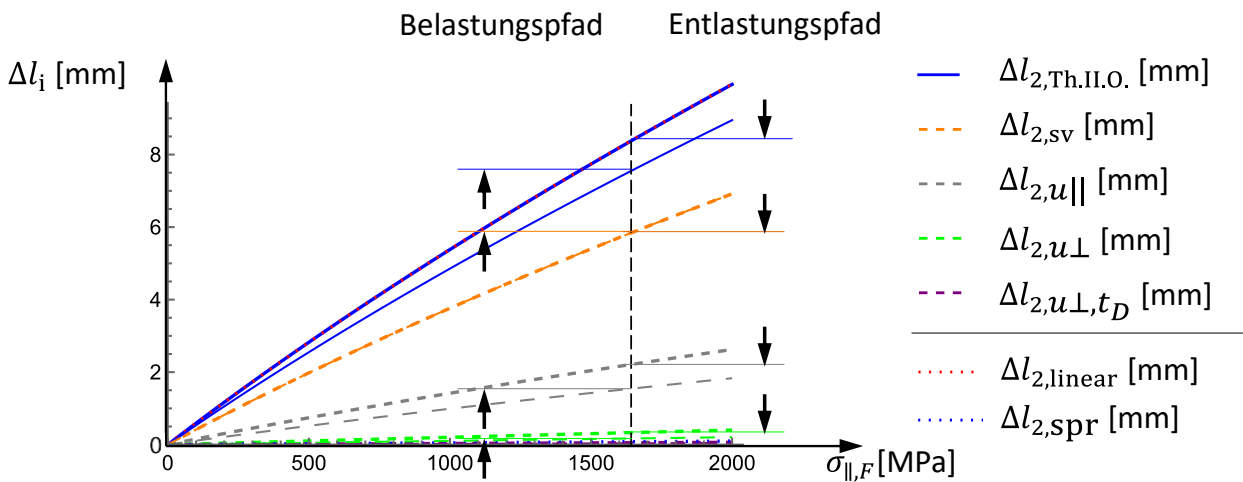


Abbildung 4-13 Längenänderung des Verankerungsbereiches $\Delta l_{2,i} = \frac{N_0}{c_{2,i}} = \frac{A_F \cdot \sigma_{\parallel,F}}{c_{2,i}}$ in Abhängigkeit von der Spannung $\sigma_{\parallel,F}$ auf der freien Länge am Beispiel eines TK50 mit Unterscheidung der Einflüsse aus Reibung für den Belastungs- und den Entlastungspfad eines Versuches.

Unter Verwendung der Laminatparameter aus 4.4.2 sind in Abbildung 4-13 die Anteile der Schlaufenverlängerung $\Delta l_{2,i} = \frac{N_0}{c_{2,i}} = \frac{\sigma_{\parallel,F}}{A_F \cdot c_{2,i}}$ aus den zuvor erläuterten Steifigkeitsanteilen $c_{2,i}$ exemplarisch für die Geometrie der Schlaufe eines TK50 über der einwirkenden Spannung auf der freien Länge dargestellt. Die Längenänderung der Schlaufenschenkel $\Delta l_{2,sv}$ liefert den maßgebenden Beitrag und ist von der

Belastungsrichtung und der Reibung in der Gleitfuge unabhängig. Der zweitgrößte Anteil geht auf die Dehnung des umgelenkten Schlaufenbereiches $\Delta l_{2,u||}$ zurück und zeigt eine Abhängigkeit von der Belastungsrichtung und der Reibung an der Umlenkung, welche in Abbildung 4-13 mit 20 % angenommen wurde. Der Dehnungsanteil aus Querkontraktion des umgelenkten Schlaufenbereiches $\Delta l_{2,u\perp}$ liefert einen nachrangigen Beitrag zur gesamten Schlaufennachgiebigkeit – ist jedoch ebenfalls von der Belastungsrichtung und der Reibung abhängig. Die weiteren Effekte aus der Spreizung der Kragenwicklung $\Delta l_{2,spr}$ und der Kompression einer Zwischenschicht im Bereich der Gleitfuge $\Delta l_{2,u\perp,t_D}$ können i. d. R. vernachlässigt werden. Auch der Effekt aus Th. II. O. nach Abbildung 4-11 ist in der Gegenüberstellung der Gesamtdehnung $\Delta l_{2,Th.II.O.}$ mit einer linear ermittelten Gesamtdehnung $\Delta l_{2,linear}$ kaum wahrnehmbar und kann i. d. R. vernachlässigt werden. Dagegen ist der Einfluss des lastabhängigen E-Moduls am gekrümmten Verlauf der Funktionen für die maßgebenden Dehnungsanteile in Abhängigkeit vom Lastniveau deutlich erkennbar.

Die Steifigkeit einer Schlaufe $c_{2,Verankerung}$ kann nach (Gl. 4-26) mit (Gl. 4-36),(Gl. 4-34) und (Gl. 4-21) bestimmt und als ideeller Steifigkeitsmodul der Verankerung $E_V = \frac{c_{2,Verankerung} \cdot l_2}{A_{f,F}}$ bezogen auf den Faserquerschnitt der freien Länge ausgedrückt werden oder als auf die Steifigkeit des Faserquerschnitts auf der freien Länge bezogene Steifigkeit der Verankerung \bar{E}_V nach (Gl. 4-37).

$$\bar{E}_V = \frac{c_{2,Verankerung} \cdot l_2}{E_{f||} A_{f,F}} \quad (\text{Gl. 4-37})$$

4.6.3 Verlauf der Bauteilsteifigkeit über den Lastzyklus

Aus den bisherigen Betrachtungen wurde erkennbar, dass sich die Schlaufenverankerung bei Belastung steifer verhält als bei Entlastung, wobei vereinfachend davon ausgegangen wurde, dass in der Gleitfuge vollständige Gleitreibung entsprechend der Belastungsrichtung vorliegt. Für ein vollständiges Verständnis sind zusätzlich die Zustände bei Lastumkehr zu betrachten.

In Abbildung 4-14 links ist ein schematischer Verlauf einer Last-Dehnungs-Kurve in vier Phasen dargestellt. In Phase 2 liegt der bereits bekannte Zustand im Belastungspfad mit weitgehender Gleitreibung in der Kontaktfuge zwischen Schlaufe und Thimble vor. Nach der Lastumkehr bei Oberlast liegt kurzzeitig ein Zustand mit vollständiger Haftreibung in der Gleitfuge vor. Als oberer Grenzwert der Schlaufensteifigkeit in diesem Zustand kann vereinfachend die Annahme einer vollen Einspannung der Schlaufenschenkel am Ablösepunkt herangezogen werden ($\Delta l_{2,u} = \frac{N_0}{c_{2,i}} = 0$), womit die Schlaufensteifigkeit vorübergehend rund 30 % größer wird. Bei zunehmender Änderung der Normalkraft bildet sich in Phase 3 sukzessive wieder der zuvor diskutierte Zustand mit Gleitreibung in der Kontaktfuge auf dem Niveau des Entlastungspfad aus, welcher sich in Phase 4 bis zum Erreichen der Unterlast fortsetzt. Analog gibt es auch nach der Lastumkehr auf Unterlastniveau eine initiale Phase 1 mit höherer Steifigkeit, welche jedoch im Vergleich zu dem beobachteten Verhalten in Phase 3 deutlich weniger ausgeprägt ist. Dies wird auf den Zusammenhang zwischen dem Lastniveau und der dazu proportional geringeren Haftreibung zurückgeführt. Die Änderung der Steifigkeit in den Phasen 2 und 4 geht im Wesentlichen auf die lastabhängige Steifigkeit der Carbonfaser zurück und wird zudem durch die ebenfalls lastabhängigen Einflüsse der Gleitreibung beeinflusst, während in den Phasen 1 und 3 zusätzlich die Verschiebung des Punktes vom Übergang zwischen Gleit- und Haftreibung entlang der Umlenkung zum Tragen kommt.

Das beschriebene Verhalten lässt sich anhand der Messschriebe faseroptischer Messungen in Abbildung 4-15 bestätigen, wenn man den Dehnungsverlauf an verschiedenen Stellen entlang der Innenkante der Schlaufe gleichzeitig betrachtet. Gut erkennbar sind die verzögerte Reaktion der Dehnungen am Faserruhepunkt

(grüne Linie) und im Bereich der Umlenkung (violett) in Phase 3 sowie der Übergang zu einem Verhalten näherungsweise proportional zu den Messungen im Schlaufenschenkel (gelb, orange und blau) für die Phasen 2 und 4.

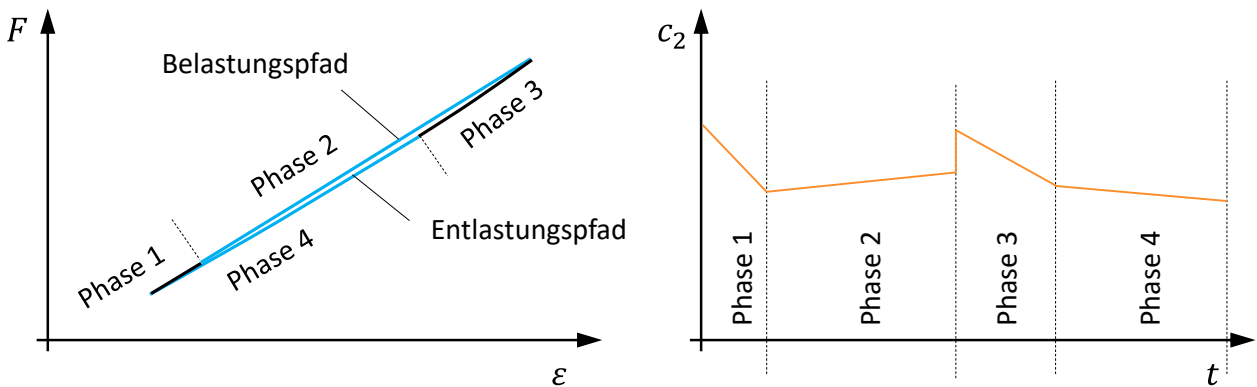


Abbildung 4-14 Schematische Darstellung einer Hysteresekurve im Last-Dehnungs-Diagramm einer Messung der Bauteilsteifigkeit (links) mit vier Phasen, für welche der Verlauf der Schlaufensteifigkeit (rechts) schematisch dargestellt ist.

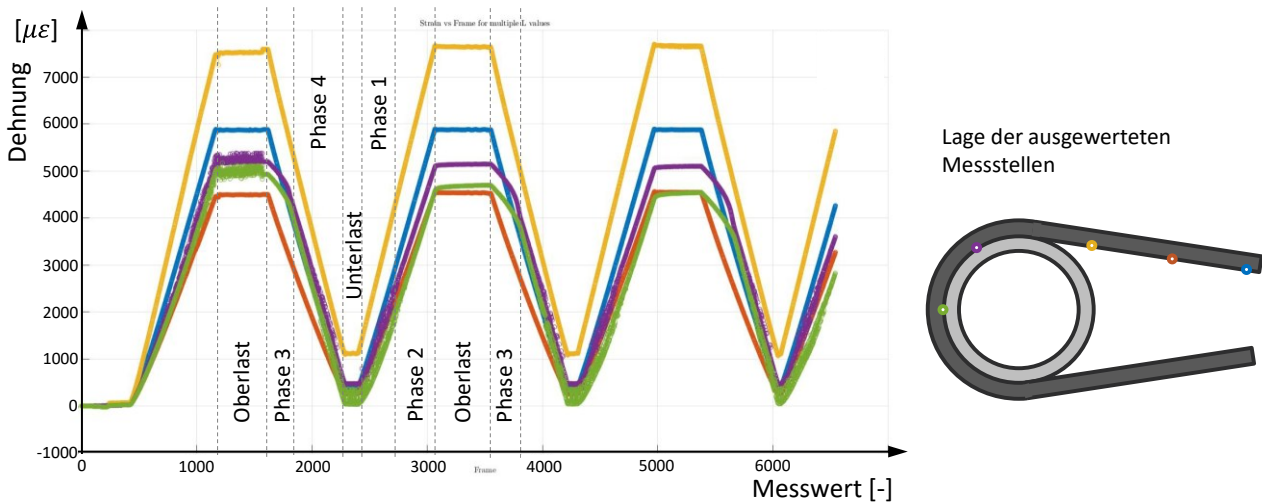


Abbildung 4-15 Messschrieb einer faseroptischen Dehnungsmessung für drei Lastzyklen [L224] für einen Sensor an der Innenseite des Schlaufenquerschnitts, ausgewertet am Faserruhepunkt, im Bereich der Umlenkung am Schlaufenschenkel und auf der freien Länge (Auswertung der Messdaten aus [L144]).

In Abbildung 4-16 ist zusätzlich gut erkennbar, dass sich der Übergang von Gleit- zu Haftreibung in der Phase 3 vom Ablösepunkt her zeitlich versetzt in Richtung Faserruhepunkt fortpflanzt, bis sich am Übergang zu Phase 4 an allen Messstellen ein nahezu proportionales Verhalten der Dehnungsverläufe einstellt. Die Tatsache, dass auch für die Messstellen am Faserruhepunkt und in dessen unmittelbarer Umgebung bereits zu Beginn der Phase 3 eine Dehnungsänderung gemessen wird, während dort zunächst von Haftreibung auszugehen ist, wird darauf zurückgeführt, dass der Sensor nicht direkt an der Gleitfuge einlaminiert ist, sondern in ca. 0,5 mm Abstand im Querschnittsinneren angeordnet wurde und somit auch Dehnungsänderungen aus Schubverformungen erfasst. Aus faseroptischen Messungen abgeleitete Spannungs-Dehnungs-Kurven für punktuelle Messstellen auf der freien Länge und am Faserruhepunkt in Abbildung 4-17 zeigen deutlich den ausgeprägten Hystereseeffekt an der Schlaufe im Vergleich zum elastischen Verhalten auf der freien Länge.

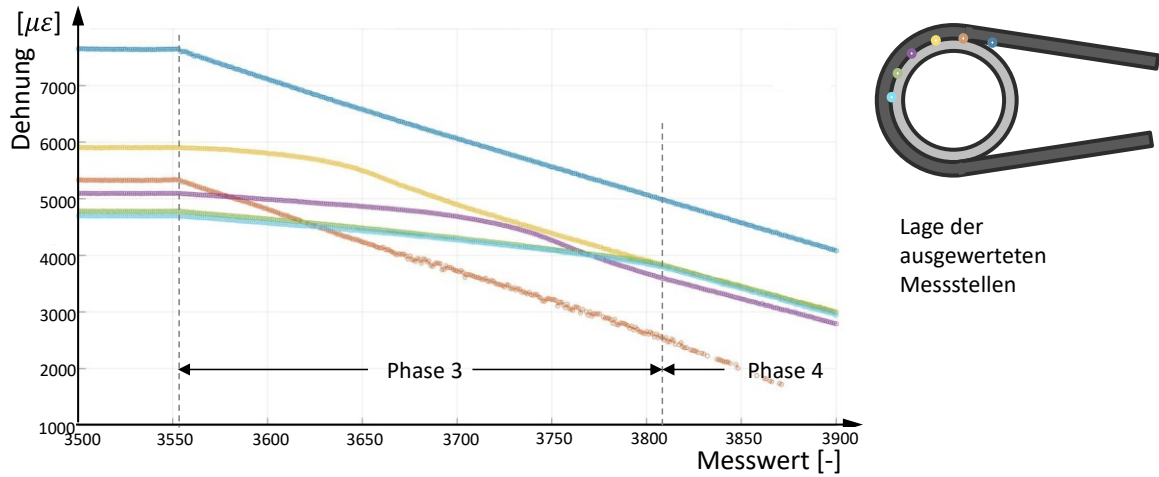


Abbildung 4-16 Messschrieb einer faseroptischen Dehnungsmessung [L224] für einen Sensor an der Innenseite des Schlaufenquerschnitts, ausgewertet an verschiedenen Stellen entlang der Schlaufenumlenkung. Ausschnitt einer Messung in der Phase 3 (Auswertung aus [L144]).

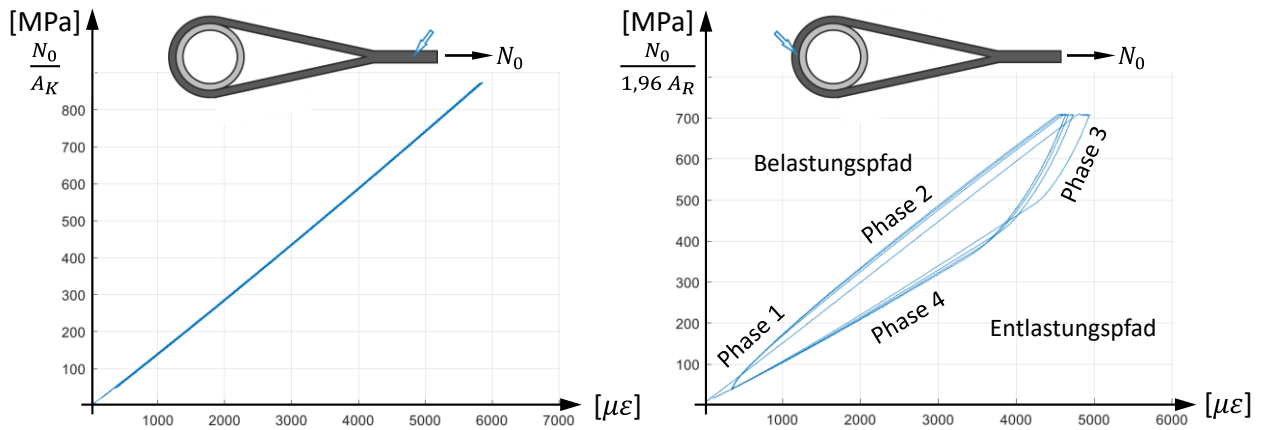


Abbildung 4-17 Spannungs-Dehnungs-Kurven aus der Auswertung faseroptischer Dehnungsmessungen [L224], links für die freie Länge, rechts für den Faserruhepunkt der Schlaufe (Auswertung aus [L144]).

4.6.4 Rechnerisch mögliche und effektiv gemessene Schlaufensteifigkeit

Unter der Annahme einer idealen Ausrichtung aller Fasern im Bereich der Schlaufenverankerung in Belastungsrichtung kann ein rechnerisch idealer lastabhängiger bezogener Steifigkeitsmodul der Schlaufenverankerung (E_V analog zum E_{BTSf}) bestimmt werden (Funktion E_V für $\chi_2(\sigma_{\parallel}) = 1$, dargestellt als schwarze Kurve in Abbildung 4-18). Im Vergleich mit den aus Bauteilmessungen ermittelten lastabhängigen Tangentenmoduln der bezogenen Lagersteifigkeit wird erkennbar, dass die tatsächlich vorhandene Steifigkeit der Verankerung unterhalb der rechnerisch ermittelten liegt und sich mit zunehmender Last gegen den idealen Rechenwert annähert. Vereinfacht kann dies so erklärt werden, dass sich bei zunehmender Last auch Fasern mit einer nicht idealen Ausrichtung oder initialen Welligkeit durch Streckung zunehmend am Lastabtrag beteiligen. Dieses Verhalten kann durch einen lastabhängigen Ansatz für die Querschnittsaktivierung $\chi_2(\sigma_{\parallel})$ in (Gl. 4-36) berücksichtigt werden. Eine empirische Näherungsgleichung für das beobachtete Verhalten wird in (Gl. 4-38) angegeben.

$$\chi_2(\sigma_{\parallel}) = \frac{0,60 + \frac{\sigma_{\parallel}}{300}}{1,00 + \frac{\sigma_{\parallel}}{315}}, \quad \sigma_{\parallel} \text{ in [MPa]} \tag{Gl. 4-38}$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Erwartungswert für E_V nach 4.6.2 vom Reibungskoeffizienten in der Gleitfuge abhängt. Dem Ansatz nach (Gl. 4-38) liegt ein Erwartungswert für den bezogenen Modul der Schlaufensteifigkeit im Entlastungspfad für einen Gleitreibungskoeffizienten von $\mu = 0,10$ zugrunde.

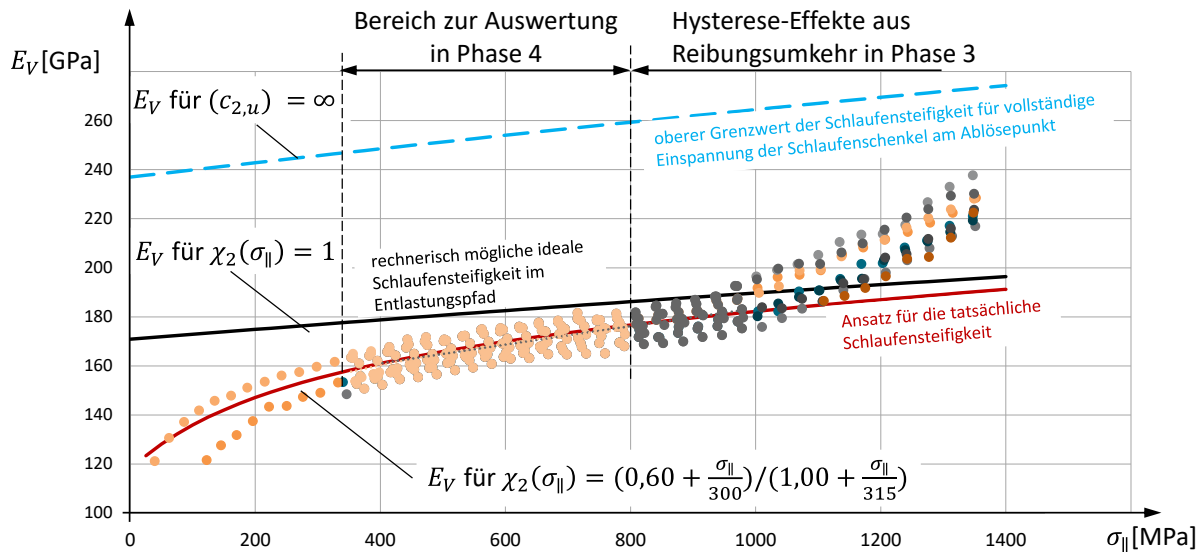


Abbildung 4-18 Tangentenmodul für den Schlaufenbereich als lastabhängiger, auf den Faserquerschnitt der freien Länge bezogener Steifigkeitsmodul E_V ; Gegenüberstellung des rechnerischen E_V unter Annahme einer idealen Anordnung aller Fasern und einer empirischen Näherungsgleichung für das tatsächlich beobachtete Verhalten von E_V .

Abbildung 4-18 zeigt eine Auswertung des Tangentenmoduls im Bereich der Schlaufenverankerung E_V an acht Probekörpern TK50, welcher im vierten Entlastungszyklus gemessen wurde. Anhand der Messwerte kann oberhalb von ca. 1000 MPa Faserspannung ein Anstieg der errechneten Steifigkeiten beobachtet werden, welcher jedoch auf die Hysteresse-Effekte im Zusammenhang mit der Reibungsumkehr an der Gleitfuge zwischen Thimble und Schlaufe zurückzuführen ist (vgl. Effekte der Phase 3 nach Abbildung 4-14). Die Messung des Entlastungszyklus beginnt in einem Zustand, bei welchem einerseits in der gesamten Gleitfuge Haftreibung wirkt und gleichzeitig eine vom Ablösepunkt zum Faserruhepunkt hin abnehmende Normalkraft vorliegt ($k_k = 1$). Vereinfacht kann als oberer Grenzwert der Schlaufensteifigkeit in diesem Zustand eine Einspannung der beiden Schlaufenschenkel am Ablösepunkt zugrunde gelegt werden (vgl. $E_V(c_{2,u} = \infty)$ als oberer Grenzwert Blau gestrichelt in Abbildung 4-18). Im Zuge der fortschreitenden Entlastung der Schlaufe wird sukzessive die Haftreibung zwischen Schlaufe und Thimble überwunden und es stellt sich in der Schlaufenumlenkung ein umgekehrter Gradient der Schlaufennormalkraft ein, wobei die Normalkraft am Faserruhepunkt größer ist als diejenige am Ablösepunkt ($k_k = -1$). Der in Abbildung 4-18 gekennzeichnete Bereich zur Auswertung beschreibt diesen nahezu konstanten Zustand weitgehender Gleitreibung bei Entlastung nach vollständiger Reibungsumkehr, welcher für eine vergleichende Betrachtung des Tangentenmoduls herangezogen werden kann (Phase 4 nach Abbildung 4-14). Unterhalb von 350 MPa Faserspannung auf der freien Länge liegen teilweise unvollständige Messreihen vor und es kann ein Abfall der errechneten Tangentenmoduln beobachtet werden. Auf Faserebene kann eine zunehmende Streckung bei zunehmender Last zur Aktivierung ursprünglich leicht welliger Fasern führen. Analog dazu ist davon auszugehen, dass auch für den gesamten Querschnitt im Schlaufenverzweigungsbereich eine Steigerung der Last dazu führt, dass sich die Querschnittsachse zunehmend der idealen lastparallelen Achse angleicht und sich ursprüngliche Abweichungen von dieser Form axial ausrichten. Die Bauteilsteifigkeit nähert sich dabei asymptotisch dem Rechenwert an, welcher für eine ideale Faserausrichtung bestimmt wird.

Der erläuterte Ansatz erlaubt die Bestimmung von lastabhängigen Erwartungswerten für die Schlaufensteifigkeit für den Belastungs- und Entlastungspfad als Referenz für die Auswertung von Last-Verformungs-Messungen am Bauteil.

4.6.5 Erwartungswert für Tangentenmodul im Bereich der Verankerung

Bei der Bestimmung von (Gl. 4-38) zur Beschreibung des beobachteten Schlaufenverhaltens in Abbildung 4-18 wurden zunächst alle vorliegenden Messwerte E_V herangezogen. Analog zum Vorgehen in 4.5.2 werden in einem zweiten Schritt nur die Messwerte von Mustern der Geometrie TK50 herangezogen, welche im Bruchversuch eine Traglast von mindestens 95 % des Chargenmittelwertes erreicht haben und nicht aus Charge 1 stammen (vgl. Tabelle 4-2 c). Es werden jeweils die Ergebnisse der Auswertung des vierten Entlastungszyklus verglichen.

Tabelle 4-2 Tangentenmoduln der Schlaufenverankerung TK50, statistische Auswertung

a) Tangentenmodul Verankerungsbereich, Messwerte				b) Statistische Auswertung aller Messdaten TK50			
Muster	$F_{Ru,i}/F_{Ru,m}$	E_V		Lastniveau $\sigma_{(ll,f)}$	[MPa]	400 MPa	800 MPa
		bei 400 MPa	bei 800 MPa				
	[-]	[GPa]	[GPa]		[GPa]		
TK50-1	0,90	168,10	182,00	Mittelwert E_V		159,71	176,06
TK50-2	0,98	167,00	181,90	Standardabweichung		5,12	4,73
TK50-3	1,00	165,60	178,60	Variationskoeffizient		3,21 %	2,68 %
TK50-4	0,90	166,20	183,90	c) Muster mit Traglast > 95 % des Chargenmittelwertes, ohne Charge 1			
TK50-5	1,00	165,70	180,20	Lastniveau $\sigma_{(ll,f)}$		400 MPa	800 MPa
TK50-6	0,95	162,40	177,20	Mittelwert E_V		156,97	173,69
TK50-1W	0,99	156,90	172,80	Standardabweichung		3,01	2,86
TK50-2W	1,00	152,60	168,80	Variationskoeffizient		1,92 %	1,65 %
TK50-3W	1,03	156,30	176,50	d) Verteilung für $\sigma = 400$ MPa			
TK50-4W	1,02	156,40	171,40				
TK50-5W	0,98	162,70	176,10				
TK50-6W	0,99	157,90	174,20				
TK50-16 FOS	0,00	156,00	176,00				
TK50-17 FOS	0,00	163,00	184,00				
TK50-18 FOS	0,00	156,60	177,30				

Anhand der statistischen Auswertung von Messwerten E_V wird eine Verschiebung des Mittelwertes zwischen Tabelle 4-2 b) und c) ersichtlich. In der grafischen Darstellung Tabelle 4-2 d) zeigt sich, dass die Wahrscheinlichkeit für eine niedrige Traglast mit steigendem Tangentenmodul in der Verankerung zunimmt. Auf einem Lastniveau von 400 MPa Faserspannung ist der Unterschied gut zu erkennen, ebenso bei 800 MPa Faserspannung, wobei der Unterschied für ein zunehmendes Lastniveau tendenziell abnimmt. Als Referenz für ein Einstufungsmerkmal wird die Mittelwertfunktion für den Erwartungswert des lastabhängigen Tangentenmoduls E_V anhand der statistischen Auswertung aus Tabelle 4-2 c) durch Anpassung der Ansatzfunktion (Gl. 4-38) neu kalibriert. Hierzu werden die Mittelwerte bei 400 MPa und 800 MPa Faserspannung nach Tabelle 4-2 als Stützstellen herangezogen. Für die Muster mit $\frac{F_{Ru,i}}{F_{Ru,m}} > 0,95$ ergeben sich mit (Gl. 4-39) Erwartungswerte für den Verlauf des Tangentenmoduls nach Abbildung 4-19.

$$\chi_2(\sigma_{ll}) = \frac{0,56 + \frac{\sigma_{ll}}{300}}{1,00 + \frac{\sigma_{ll}}{311}}, \quad \sigma_{ll} \text{ in [MPa]} \tag{Gl. 4-39}$$

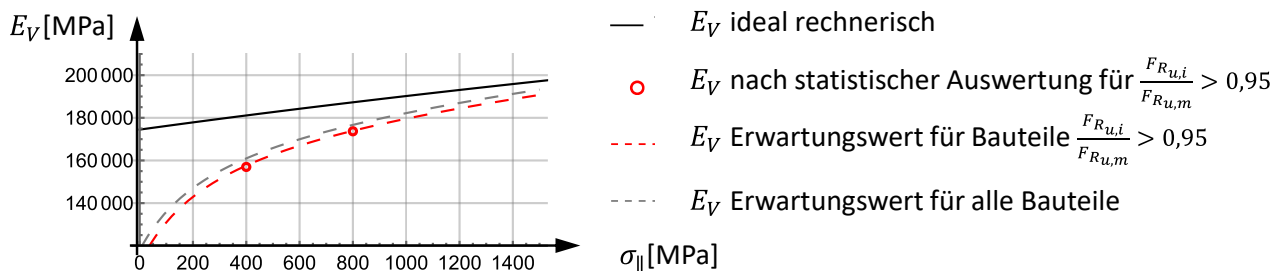


Abbildung 4-19 Erwartungswerte für den Tangentenmodul der Verankerung im vierten Entlastungszyklus

4.6.6 Längenabhängige und lastabhängige Bauteilsteifigkeit

Nachfolgend sind die zuvor erläuterten Zusammenhänge zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit in Abhängigkeit von der Bauteillänge und unter Berücksichtigung des lastabhängigen E-Moduls der C-Fasern zusammengefasst.

$$c_{0,Pin-Pin} = \left[\frac{1}{c_{1, Freie\ Länge}} + \frac{2}{c_{2, Verankerung}} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{c_{1, Freie\ Länge}} + \frac{2}{c_{2,sv}} + \frac{2}{c_{2,u\parallel}} + \frac{2}{c_{2,u\perp}} \right]^{-1} \quad (Gl. 4-40)$$

mit $c_{1, Freie\ Länge} = \chi_{1f} \frac{E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel}) A_{f,F} + E_m A_{m,F}}{l_1} = \chi_{1f} \frac{E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel}) A_{f,F}}{l_1}$ (Gl. 4-41)

- mit $E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel})$... lastabhängiger E-Modul der Faser nach (Gl. 4-21)
- $\sigma_{f\parallel}$... Faserspannung auf der freien Länge
- χ_{1f} ... Steifigkeitsverhältnisfaktor, für Tragwerksanalyse $\chi_{1f} = 1,0$

$$c_{2,sv} = \chi_2(\sigma_{\parallel}) \frac{E_{f\parallel}(\sigma_{\parallel,sv}) \cdot V_f \cdot A_{FL} \cdot k_{A_{sv}} \cdot \cos \beta}{l_2} \quad \dots \text{Dehnung der Schlaufenverzweigung} \quad (Gl. 4-42)$$

- mit $E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel,sv})$... lastabhängiger E-Modul der Faser nach (Gl. 4-21)
- $\sigma_{f\parallel,sv} = \sigma_{f\parallel} / (2 k_{A_{sv}} \cos \beta)$... Faserspannung im Schlaufenschenkel
- $A_{FL} \cdot k_{A_{sv}}$... Ansatz für A_{sv}
- $\chi_2(\sigma_{\parallel})$... lastabhängiger Ansatz für die Querschnittsaktivierung (Gl. 4-39)

$$c_{2,u\parallel} = \frac{2}{\kappa \left(r_t + \frac{t_U}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) \left(\frac{1}{E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel,U}) \cdot V_f \cdot A_U} + \frac{v_{\parallel\perp}}{E_{\perp} r_t b_u} \right)} \quad \dots \text{Dehnung Schlaufenumlenkung} \quad (Gl. 4-43)$$

- mit $E_{f\parallel}(\sigma_{f\parallel,U})$... lastabhängiger E-Modul der Faser nach (Gl. 4-21)
- $\sigma_{f\parallel,U} = \kappa \cdot \sigma_{f\parallel} / (2 \cdot \cos \beta) \cdot A_{FL} / A_U$... Faserspannung im Schlaufenschenkel

$$c_{2,u\perp} = \frac{\cos^2 \beta}{\kappa \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right) \left[\frac{3 t_U \kappa}{16 E_{\perp} r_t b_u} + v_{\perp\parallel} \frac{t_U}{4 E_{\parallel} A_U} + \frac{t_D}{2 E_{\perp D} r_t b_u} \right]} \quad \dots \text{Kompression Schlaufe quer zur Faser} \quad (Gl. 4-44)$$

$$\kappa = \left[1 - k_{\kappa} \frac{\mu \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)}{2} \right] \quad \begin{matrix} k_{\kappa} = 1 \text{ im Belastungspfad} \\ k_{\kappa} = -1 \text{ im Entlastungspfad} \\ k_{\kappa} = 0 \text{ zur Bestimmung von Kenngrößen für die Tragwerksanalyse} \end{matrix} \quad (Gl. 4-45)$$

- l_1 ... Länge freie Länge (Abbildung 4-8)
- l_2 ... Länge Verankerung (Abbildung 4-8)
- $A_{f,F}$... akkumulierte Faserquerschnittsfläche auf der freien Länge
- A_{FL} ... Laminatquerschnitt freie Länge
- A_U ... Laminatquerschnitt Schlaufenumlenkung
- V_f ... Faservolumengehalt
- E_{\perp} ... E-Modul des Laminates quer zur Faser
- E_{\parallel} ... E-Modul des Laminates parallel zur Faser
- $v_{\parallel\perp}$... Querkontraktionszahl
- β ... Spreizwinkel (Abbildung 4-8)
- r_t ... Radius der Umlenkung (Innenradius an der Gleitfläche)
- b_u ... Breite der Schlaufe in der Umlenkung
- t_U ... Dicke des Schlaufenquerschnitts in der Umlenkung
- t_D ... Schichtdicke einer Zwischenlage
- $E_{\perp D}$... E-Modul einer Zwischenlage
- μ ... Reibzahl in der Gleitfuge der Schlaufenumlenkung

Die Effekte nach Th. II. O. durch die Veränderung des Spreizwinkels aus Dehnung der Schlaufenschenkel, Dehnung der Schlaufenumlenkung und Querkontraktion der Schlaufenumlenkung sowie aus Spreizung der Umlenkung am Übergang zur freien Länge sind in (Gl. 4-40) nicht aufgeführt, da sie i. d. R. vernachlässigbar sind (vgl. Anhang B.3).

Nach (Gl. 4-40) können Erwartungswerte für die Bauteilsteifigkeit oder Anteile daraus für die Verankerung für die Phase 2 im Belastungspfad und die Phase 4 im Entlastungspfad (vgl. 4.6.3) bestimmt werden.

Für baupraktische Anwendungen ist eine Differenzierung zwischen Belastungs- und Entlastungsverhalten i. d. R. nicht erforderlich, da das Hystereseverhalten nur sekundär ausgeprägt ist (vgl. Abbildung 4-22) und mit zunehmender Bauteillänge weniger ins Gewicht fällt. Es wird empfohlen, für die Ermittlung von Bauteilsteifigkeiten als Kenngrößen für eine Tragwerksanalyse $k_{\kappa} = 0$ anzusetzen.

Nach (Gl. 4-40) kann die Bauteilsteifigkeit für unterschiedliche Bauteilgeometrien bestimmt werden. In Abbildung 4-20 ist exemplarisch der auf die Laminatquerschnittsfläche auf der freien Länge bezogene Modul der Bauteilsteifigkeit $E_{BT}(l_{Pin-Pin}, N_0) = c_{0,Pin-Pin}(l_{Pin-Pin}, N_0) \cdot \frac{l_{Pin-Pin}}{A_{FL}}$ für die Zugglied geometrie TK50 für Bauteillängen zwischen 2,4 m und 25 m in einem Lastbereich bis 2000 kN als Kenngrößen für eine Tragwerksanalyse dargestellt.

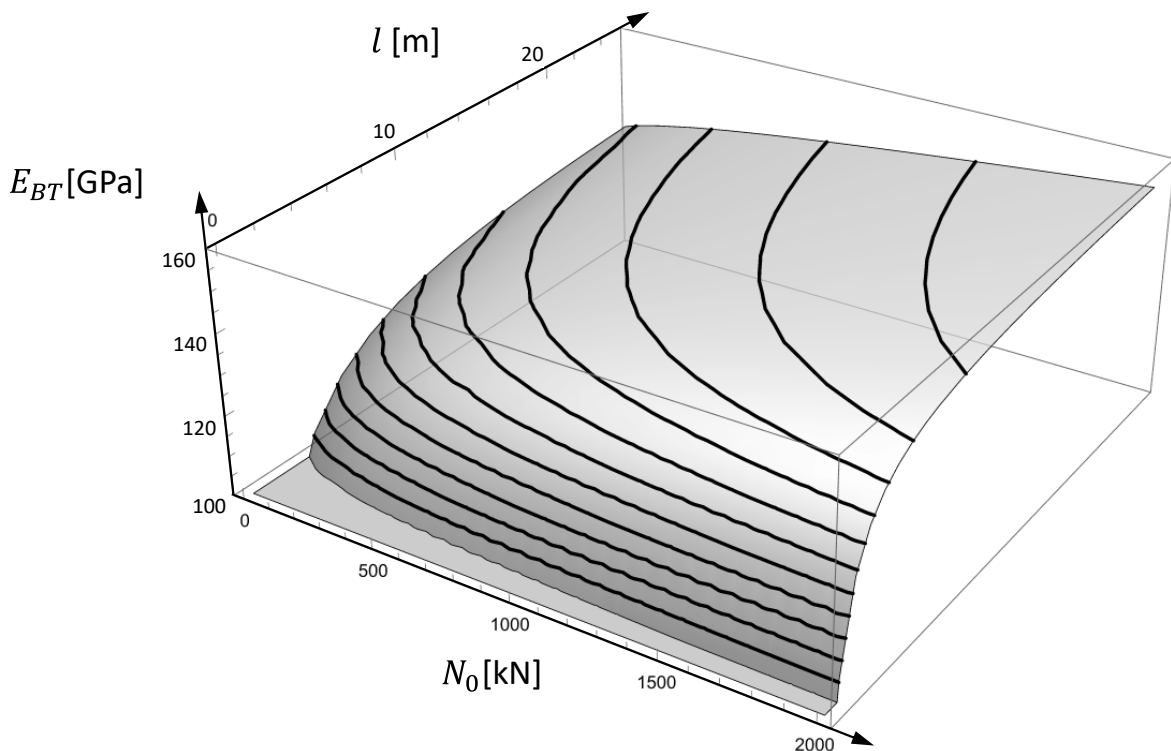


Abbildung 4-20 Auf den Laminatquerschnitt der freien Länge bezogener Modul der Bauteilsteifigkeit E_{BT} nach (Gl. 4-40) für die Zugglied geometrie TK50 für Bauteillängen l bis 25 m in einem Lastbereich für Zugkräfte N_0 bis 2000 kN; Höhenlinien in Schrittweiten von $\Delta E_{BT} = 5$ GPa

Die Abhängigkeit von der Bauteillänge ist für Zugglieder der Bauform TK50 mit Längen unter 10 m deutlich ausgeprägt und sollte bei der Tragwerksidealisierung i. d. R. berücksichtigt werden. Die Abhängigkeit vom Lastniveau ist weniger stark ausgeprägt und kann ggf. für einen gewissen Bereich linearisiert werden. Festlegungen dazu sind projektspezifisch in Abhängigkeit vom relevanten Belastungsspektrum und der Sensitivität der Tragwerksantwort auf Schwankungen der Bauteilsteifigkeit zu treffen.

4.7 Verfahren zur Messung der Bauteilsteifigkeit

4.7.1 Anlehnung an bestehende Regelungen

Einheitliche Regelungen für die Durchführung von Zugversuchen an Faserverbundwerkstoffen sollen die Zuverlässigkeit und Vergleichbarkeit der Ergebnisse sicherstellen. Die Bestimmung der Eigenschaften einzelner Filamente wird in ISO 11566 [N23] behandelt, während EN ISO 10618:2004 [N24] und DIN EN 2561 [N25] Regelungen zur Bestimmung des Verhaltens von harzprägnierten unidirektionalen Carbonlaminatproben und [N30] ein Vorgehen für nichtmetallische Bewehrung enthalten. Ein Überblick über entsprechende Regelwerke aus dem US-amerikanischen [N26][N27] und kanadischen Raum [N28] wird in [L143] gegeben. Neben der Festlegung von zulässigen Toleranzklassen für das eingesetzte Laborgerät und Festlegungen zu den Laborbedingungen hinsichtlich der Temperatur und der relativen Luftfeuchte sind die Festlegungen zu Prüfgeschwindigkeit, Lastniveau und Auswertungsmethode für die Qualität und Vergleichbarkeit der Ergebnisse relevant. Kriterien zur Einstufung ungültiger Versuchsergebnisse werden teilweise zusätzlich festgelegt.

Wesentliche Unterschiede zwischen den Regelwerken und teilweise auch innerhalb der Regelwerke für verschiedene Auswertungsmethoden betreffen die Bestimmung des linearisierten Anstiegs der Spannungs-Dehnungs-Beziehung als Sekantenmodul oder Tangentenmodul sowie den hierfür herangezogenen Bereich von Messwerten. In älteren Regelwerken ist die Festlegung von zwei Spannungs- bzw. Dehnungswerten üblich, zwischen welchen ein Sekantenmodul ausgewertet wird, während in ASTM D7205 (2021) [N26] die Verwendung der linearen Regression festgelegt ist. Statt Dehnungsgrenzen werden auch relative, auf die Bruchlast bezogene Belastungsniveaus (z. B. [N25]) oder absolute Beanspruchungsniveaus (z. B. [N24], Verfahren B) festgelegt. Analog zum Vorgehen nach EN ISO 10618:2004 [N24] kann der Einfluss der Matrix bei der Auswertung vernachlässigt werden.

Regelungen, welche die Besonderheiten der Strangschlaufe abdecken, liegen bislang nicht vor. In den nachfolgenden Abschnitten werden Hinweise zur Messung und Auswertung der Bauteilsteifigkeit von Strangschlaufen diskutiert. Die Ergebnisse sind in Anhang A als Empfehlung zur Durchführung von Zugversuchen und zur Auswertung des Elastizitätsmoduls von Carbonstrangschlaufen zusammengefasst.

4.7.2 Besonderheiten bei der Messung der Bauteilsteifigkeit von Strangschlaufen

Differenzierung der Bauteileigenschaften zwischen Verankerung und freier Länge

Für eine Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Bauteillängen ist bei der Messung der Bauteilsteifigkeit eine Differenzierung des Verhaltens zwischen der freien Länge und den Verankerungen erforderlich. Abbildung 4-21 zeigt zwei Möglichkeiten für eine geeignete Instrumentierung für die Messung der Dehnwege.

Beim **Verfahren A** werden die Dehnungen auf der freien Länge und zwischen den beiden Bolzenachsen erfasst. Verfahren A eignet sich für kurze Laborproben. Das Ergebnis einer Steifigkeitsmessung mit manueller Aufzeichnung der Bauteildehnungen bei ausgewählten Laststufen nach Verfahren A ist in Abbildung 4-22 dargestellt. Die Dehnungen auf der freien Länge (links) sowie zwischen den beiden Bolzenachsen (rechts) werden unabhängig voneinander ermittelt. Aus der Differenz der beiden Messungen kann auf das Verhalten der Verankerung geschlossen werden (vgl. 4.6.1). Alternativ kann die Messung nach **Verfahren B** mit jeweils paarweise angeordneten Wegaufnehmern erfolgen, welche gegen eine am Lastabtrag der Prüfmaschine nicht beteiligte, unverschiebbliche gemeinsame Messbasis (Referenzboden) messen. Für lange Zugglieder ist die Rückrechnung der Effekte an der Schlaufenumlenkung aus der Differenz der Messung Pin-Pin und der

freien Länge nach Verfahren A mit einer kurzen Messlänge ggf. ungenau. Zudem können die Effekte an der Schlaufenumlenkung bei Verfahren B für beide Schlaufen isoliert betrachtet werden.

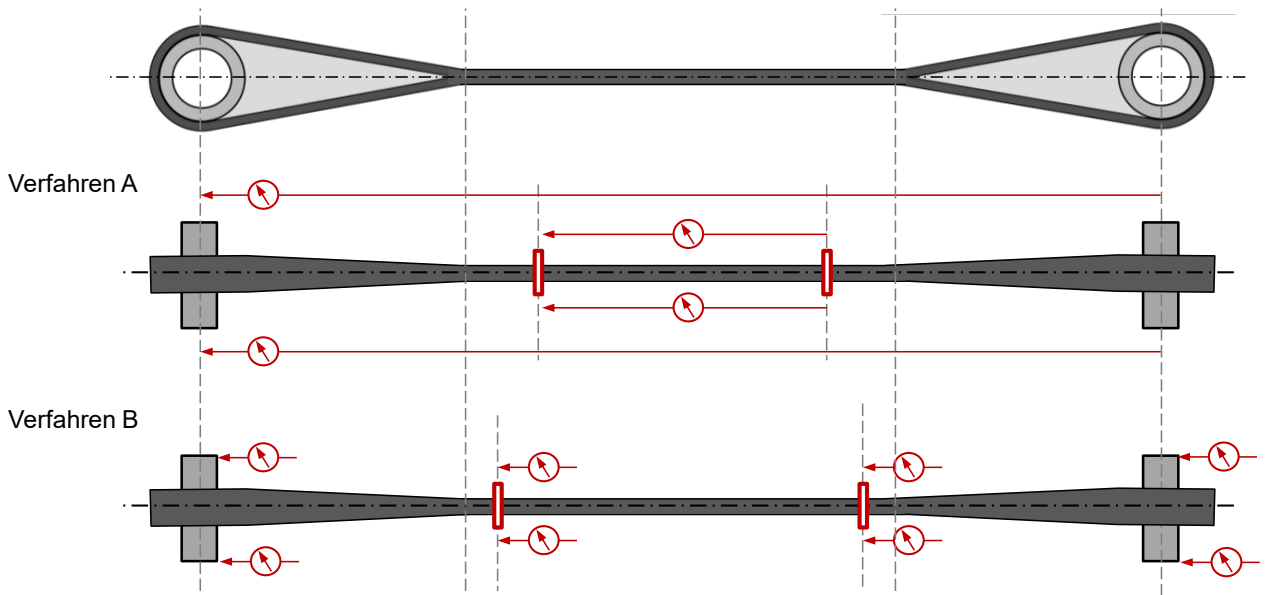


Abbildung 4-21 Instrumentierung beim Zugversuch zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit

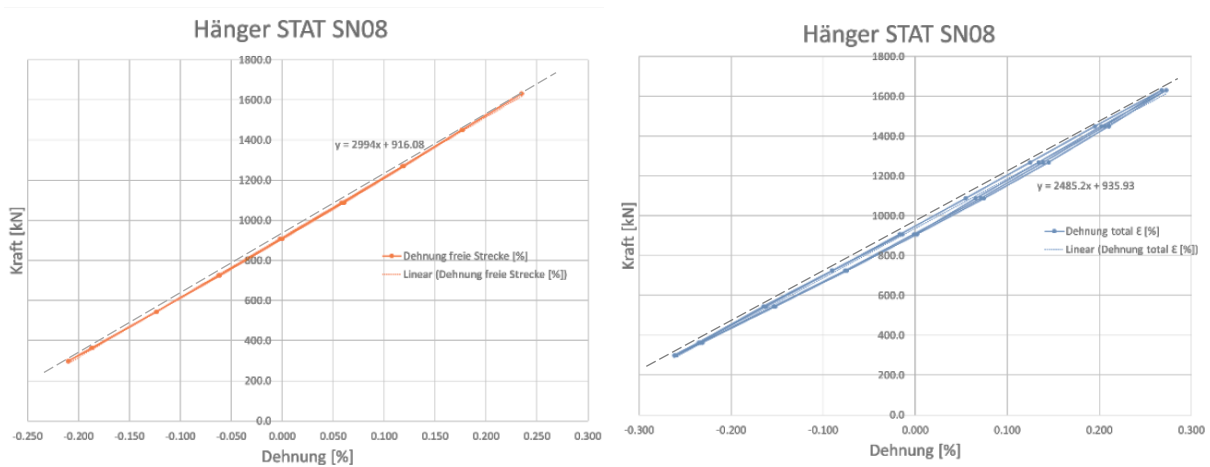


Abbildung 4-22 Last-Verformungs-Kurven auf freier Strecke (links) und für das gesamte Bauteil (Länge Pin-Pin 2,4 m) samt den Schlaufenverankerungen (rechts); Bauteilmessungen mit manueller Aufzeichnung der Messwerte auf ausgewählten Lastniveaus aus 2020 [L59]

Unterscheidung von Hysterese und irreversiblen Dehnungen der Erstbelastung

Die Last-Verformungs-Kurven auf der freien Strecke zeigen in Abbildung 4-23 ein nahezu ideal-elastisches Materialverhalten, während die Kennlinien am gesamten Bauteil (Pin-Pin = A1-B1 und A2-B2) eine Hysterese aufweisen. Dieses Verhalten wurde bereits bei früheren Bauteilmessungen beobachtet (Abbildung 4-22) und auf Reibungseffekte im Umlenkungsbereich zwischen Schlaufe und Thimble zurückgeführt, konnte aber aufgrund der geringen Messwertdichte der manuellen Aufzeichnungen damals nicht näher betrachtet werden.

Das verzögerte Auftreten der Dehnung im Bereich der Schlaufenverankerung kann bei den Messungen im Rahmen von NeZuCa [L224] gut beobachtet werden (Abbildung 4-23) und bestätigt die These der nachlaufenden Dehnung durch Reibungseffekte im Schlaufenbereich bei Lastumkehr (vgl. 4.6.3 und Abbildung 4-10).

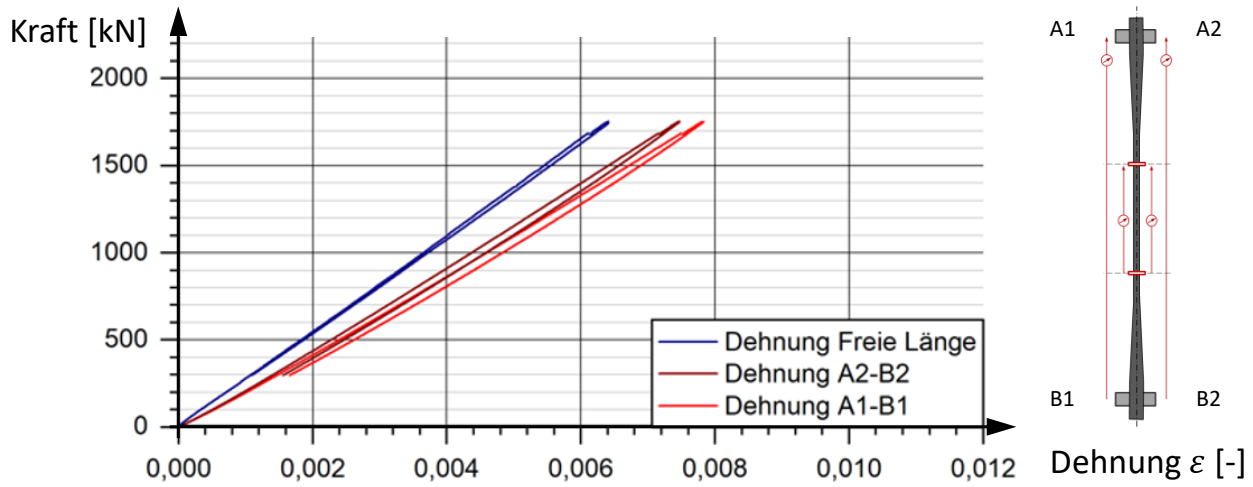


Abbildung 4-23 Kraft-Dehnungs-Messschrieb auf freier Länge (blau) und für das gesamte Bauteil Pin-Pin (rot) aus Messungen mit kontinuierlicher Aufzeichnung an Prüfmustern TK40 im ersten Be- und Entlastungszyklus [L224].

In Abbildung 4-23 ist zudem auch für die Messung auf der freien Länge (blau) ein Unterschied der Messwerte zwischen dem Belastungs- und dem Entlastungspfad zu erkennen. Hierbei handelt es sich jedoch um irreversible Dehnungen bei Erstbelastung, welche bspw. an dem deutlich erkennbaren Versatz im Messschrieb auf dem Belastungspfad bei ca. 1700 kN Last zu erkennen sind (vgl. auch Abbildung 3-8). Irreversible Dehnungen können jeweils auf dem Belastungspfad beobachtet werden, wenn erstmalig ein höheres Lastniveau erreicht wird (rot gestrichelt hervorgehoben in Abbildung 4-24). In den nachfolgenden Lastzyklen mit gleicher Oberlast können diese Effekte nicht beobachtet werden. Um Erstbelastungseffekte bei der Auswertung der Bauteileigenschaften auszuschließen, werden die Messergebnisse des vierten Lastzyklus auf dem Entlastungspfad herangezogen.

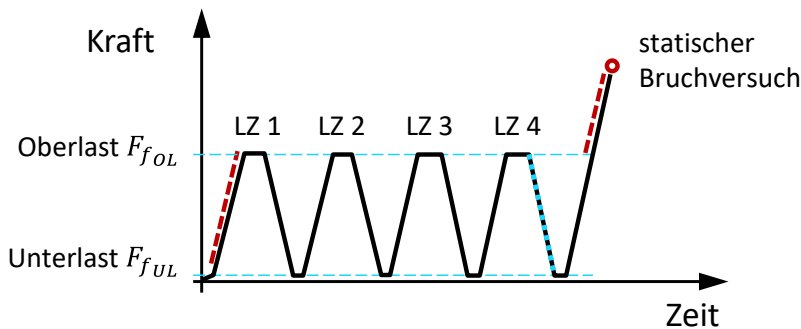


Abbildung 4-24 Kraft-Zeit-Diagramm für einen typischen Versuchsablauf; Empfehlung zur Auswertung der Messergebnisse der Bauteilsteifigkeit im vierten Entlastungspfad.

Festlegung der Ober- und Unterlast für die statischen Lastzyklen

In Prüfzeugnissen von Faserwerkstoffen wird zur Bestimmung des Faser-E-Moduls häufig das Verfahren B nach EN ISO 10618:2004 [N24] zugrunde gelegt. Es ist daher naheliegend, auch bei der Bestimmung der Bauteilsteifigkeit absolute Beanspruchungsniveaus heranzuziehen, womit sich in Abhängigkeit von der

längenbezogenen Masse (Einheit tex) absolute Spannungsniveaus $\sigma_{\parallel,f}$ bezogen auf den Faserquerschnitt A_f ergeben.

Bei der Festlegung der Oberlast für die statischen Lastzyklen (vgl. Abbildung 4-24) ist zu berücksichtigen, dass das Beanspruchungsniveau für die freie Länge festgelegt wird, während die Traglast von der Verankerung bestimmt wird. Aus diesem Grund werden in (Gl. 4-46) zusätzliche Grenzen in Bezug auf die Bruchlast des Zugliedes vorgeschlagen (vgl. A.4.3).

$$\text{Unterlast } F_{f_{UL}} = \max \{ \text{Faserspannung } \sigma_{\parallel,f} = 100 \text{ MPa; } 4 \% \text{ der Bruchlast des Zugliedes} \} \quad (\text{Gl. 4-46})$$

$$\text{Oberlast } F_{f_{OL}} = \min \{ \text{Faserspannung } \sigma_{\parallel,f} = 1600 \text{ MPa; } 60 \% \text{ der Bruchlast des Zugliedes} \}$$

Kompensation von Biegeeffekten

In Abbildung 4-23 ist ein Unterschied der Messungen der beiden gegenüberliegend angeordneten Wegsensoren für die Messung Pin-Pin erkennbar, welcher auf Biegeeffekte zurückzuführen ist. Aus dieser Beobachtung lässt sich schließen, dass einerseits große Sorgfalt anzuwenden ist, um die Lasteinleitung und ggf. verbleibende Spalte zwischen Lasteinleitungslaschen symmetrisch auszurichten und andererseits in jedem Fall eine paarweise gegenüberliegende Messung der Dehnungen zur Mittelwertbildung erfolgen soll. Dies gilt auch für die Messungen auf der freien Länge.

4.7.3 Auswertung des Tangentenmoduls

Zur Auswertung des lastabhängigen Moduls der Bauteilsteifigkeit stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung. Methode 1 kann verwendet werden, wenn eine geringe Datendichte der Last-Verformungs-Kurve (bspw. bei manueller Ablesung) vorliegt. Methode 2 ist für eine kontinuierliche automatisierte Aufzeichnung der Last-Verformungs-Kurven mit einer höheren Datendichte geeignet und als Standardvariante empfohlen. Ist aus früheren Messungen lediglich ein Sekantenmodul und das Lastniveau der verwendeten Stützstellen bekannt, kann nach Methode 3 näherungsweise ein Tangentenmodul für ein bestimmtes Lastniveau ermittelt werden.

Methode 1

Für die Messwerte im Spannungs-Dehnungs-Diagramm kann eine Näherungsfunktion für den nichtlinearen Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach dem Format $\sigma(\varepsilon) = a \varepsilon^2 + b \varepsilon + c$ ermittelt werden. Das Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion ist zu überprüfen. Der initiale E-Modul auf der freien Länge E_0 kann durch Ableitung dieser Ausgleichsfunktion $E_\varepsilon = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$ ermittelt und in der Schreibweise $E_\varepsilon = E_0(1 + f \cdot \varepsilon)$ dargestellt werden, wobei die Werte E_0 und $f \cdot E_0$ angegeben werden. Damit kann der lastabhängige E-Modul nach (Gl. 4-47) für die Faserspannung σ_i ausgewertet werden. Methode 1 kann auch auf Basis einer geringen Datendichte (vgl. manuelle Messungen Abbildung 4-22) genutzt werden. Durch die Wahl der Ansatzfunktion wird der Verlauf des Tangentenmoduls in Abhängigkeit von der Faserdehnung als linear vorausgesetzt. Weitere Erkenntnisse aus der tatsächlich gemessenen Veränderung des Tangentenmoduls bei unterschiedlichem Lastniveau können mit dieser Methode nicht gewonnen werden.

$$E_T^{\sigma_i} = \frac{1}{2} \left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 E_0 f_\sigma \sigma_i} \right) \quad (\text{Gl. 4-47})$$

Method 2

Der Tangentenmodul $E_{T,Af}^{\sigma_U - \sigma_O}$ kann näherungsweise durch lineare Regression der Messwerte in einem Bereich $\sigma_U = \sigma_{\parallel,f_0}$ bis $\sigma_O = \sigma_{\parallel,f_j}$ des Spannungs-Dehnungs-Graphen mit der Ansatzfunktion $\sigma_{\parallel,f} = E \cdot \varepsilon$ bzw. nach (Gl. 4-48) bestimmt werden. Eine Herleitung dazu ist in [L143] beschrieben.

$$E_{T,Af}^{\sigma_U - \sigma_O} = \frac{\sum_{i=0}^j (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}) (\sigma_{\parallel,f_i} - \bar{\sigma}_{\parallel,f})}{\sum_{n=0}^j (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad \text{mit } \bar{\sigma}_{\parallel,f}, \bar{\varepsilon} \quad \dots \text{ Mittelwerte} \quad (\text{Gl. 4-48})$$

Über die Indizierung wird die Bestimmung durch lineare Regression und der Bezug zum ausgewerteten Messbereich kenntlich gemacht. Eine Auswertung im Bereich $\sigma_U = 680 \text{ MPa}$ bis $\sigma_O = 1500 \text{ MPa}$ wird bspw. als $E_{T,Af}^{680-1500}$ bezeichnet und kann näherungsweise als Tangentenmodul bei $\sigma = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_U + \sigma_O) = 1090 \text{ MPa}$, bzw. $E_{T,Af}^{1090}$ herangezogen werden. Bei ausreichender Datenlage kann der Tangentenmodul abschnittsweise für den gesamten gemessenen Lastbereich ausgewertet werden, womit die Veränderung des Tangentenmoduls über der Faserspannung aufgetragen werden kann. Die Schrittweite für die Auswertung muss auf die Anzahl und die Messtoleranz der zugrundeliegenden Messwerte abgestimmt werden. Die erzeugten Messpunkte im Steifigkeitsmodul-Faserspannung-Diagramm können für weitere Auswertungen der Verlaufsfunktion herangezogen werden und für eine Beurteilung nach objektiven Kriterien bereichsweise durch eine Näherungsfunktion $E_T^\sigma = a \sigma^2 + b \sigma + c$ ausgedrückt werden. Dieser Ansatz wird in 4.7 zur Beschreibung von Qualitätskriterien verwendet.

Method 3

Aus früheren Messungen stehen teilweise keine ausreichenden Messdaten zur Verfügung, um eine der beiden vorgenannten Methoden anzuwenden. Steht bspw. lediglich ein Sekantenmodul $E_S^{\sigma_U - \sigma_O}$ zur Verfügung und sind die beiden Lastniveaus $\sigma_U - \sigma_O$ der herangezogenen Stützstellen bekannt, kann der lastabhängige Tangentenmodul $E_T^{\sigma_i}$ für ein beliebiges Lastniveau σ_i nach (Gl. 4-49) abgeschätzt werden.

$$E_T^{\sigma_i} = E_S^{\sigma_U - \sigma_O} \cdot \frac{\left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 E_0 f_\sigma \sigma_i} \right)}{\left(E_0 + \sqrt{E_0^2 + 4 E_0 f_\sigma \cdot \frac{1}{2}(\sigma_U + \sigma_O)} \right)} \quad (\text{Gl. 4-49})$$

mit E_0, f_σ nach (Gl. 4-21), sofern für die betrachtete Faser keine spezifischen Werte bekannt sind

Rückrechnung auf den Modul der Verankerung

Der Modul der Verankerung E_V wird durch Rückrechnung zwischen dem Verhalten auf der freien Länge E_{FL} und dem Verhalten der Messung zwischen den beiden Bolzenachsen E_{BT} nach (Gl. 4-50) bestimmt.

$$E_V = \frac{E_{FL} \cdot E_{BT} \cdot 2 \cdot l_{\text{Schlaufe}}}{E_{FL} \cdot l_{BT} - E_{BT} \cdot l_{\text{freie Länge}}} \quad (\text{Gl. 4-50})$$

Unabhängig von der Positionierung der Wegaufnehmer auf der freien Länge sollte die Bestimmung der Bauteilsteifigkeit des Lagers jeweils nur auf die Länge der Verankerung l_2 bezogen werden. Daher soll das beschriebene Vorgehen auch bei einer Instrumentierung nach Abbildung 4-21 Verfahren B angewandt werden, um vergleichbare Ergebnisse zwischen den Verfahren A und B zu gewährleisten.

4.7.4 Zur Vergleichbarkeit von Messergebnissen

Um Bauteilsteifigkeiten von Strangschlaufen mit unterschiedlichen Parametern wie Geometrie, Länge, Durchmesser und verwendete Faser miteinander vergleichbar zu machen, ist eine Differenzierung der Eigenschaften der Verankerung und der freien Länge und zusätzlich eine Normierung der Steifigkeitsmoduln bezogen auf die Fasereigenschaften der verarbeiteten Faser erforderlich.

Im Zuge der Auswertungen in [L224] wurde erkannt, dass der Einfluss der lastabhängigen Fasersteifigkeit berücksichtigt werden muss, weswegen die Ergebnisse in [L143] auf vereinheitlichten Lastniveaus von 12,5 % bis 38 % bezogen auf die Bruchlast des Chargenmittelwertes ausgewertet wurden. Solche Ergebnisse werden in dieser Arbeit als $E_{T,Af}^{12,5\%-38\%}$ bezeichnet. Eine Auswertung im Beanspruchungsbereich zwischen 5 % der Bruchlast und 15 % der Bruchlast wird als Anfangsmodul $E_{T,Af}^{5\%-15\%}$ bezeichnet. Nachteilig an diesem Vorgehen ist einerseits, dass die Bruchlast von geometrischen Randbedingungen im Bereich der Verankerung abhängt und sich damit für das gleiche Lastniveau in % der Bruchlast für unterschiedliche Zuggliedgeometrien oder auch Fertigungschargen unterschiedliche absolute Spannungsniveaus bezogen auf die freie Länge ergeben. Andererseits liegen nicht für alle auszuwertenden Muster ausreichend Versuchsergebnisse von Traglastversuchen vor, um den Chargenmittelwert der Bruchlast mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen. Zudem kann dieses Verfahren für Bauteile ohne bekannte Bruchlast nicht herangezogen werden. Deshalb wird in dieser Arbeit eine Auswertung bezogen auf absolute Beanspruchungsniveaus der Faserspannung auf der freien Länge angewandt und empfohlen.

Als Vergleichsgröße werden dimensionslose Verhältnissfaktoren der Bauteilsteifigkeit bezogen auf die rechnerisch akkumulierte ideale Fasersteifigkeit des Querschnitts der freien Länge $c_{f,F}$ eingeführt. Die ins Verhältnis gesetzten Steifigkeitsmoduln in (Gl. 4-51) – (Gl. 4-53) beziehen sich dabei jeweils auf die gleiche absolute Faserspannung $\sigma_{\parallel,f}$, wodurch der Einfluss des ausgewerteten Belastungsniveaus kompensiert wird. Gleichbedeutend kann der jeweilige gemessene Tangentenmodul der Bauteilsteifigkeit $E_{T,Af}^{\sigma_{\parallel,f}}$ bei einer Faserspannung von $\sigma_{\parallel,f}$ auf den Faser-E-Modul $E_{f\parallel}^{\sigma_{\parallel,f}}$ nach (Gl. 4-21) bei gleicher Faserspannung $\sigma_{\parallel,f}$ bezogen werden.

$$c_{1, \text{Freie Länge}} = \chi_{FL} \frac{E_{f\parallel} \cdot A_{f,F}}{l_1} \rightarrow \chi_{FL} = \frac{c_{1, \text{Freie Länge}}}{c_{f,F}} = \frac{E_{T,Af,FL}^{\sigma_{\parallel,f}}}{E_{f\parallel}^{\sigma_{\parallel,f}}} \quad (\text{Gl. 4-51})$$

$$c_{2, \text{Verankerung}} = \chi_V \frac{E_{f\parallel} \cdot A_{f,F}}{l_2} \rightarrow \chi_V = \frac{c_{2, \text{Verankerung}}}{c_{f,F}} = \frac{E_{T,Af,V}^{\sigma_{\parallel,f}}}{E_{f\parallel}^{\sigma_{\parallel,f}}} \quad (\text{Gl. 4-52})$$

$$c_{0, \text{Pin-Pin}} = \chi_{BT} \frac{E_{f\parallel} \cdot A_{f,F}}{l} \rightarrow \chi_{BT} = \frac{c_{0, \text{Pin-Pin}}}{c_{f,F}} = \frac{E_{BT}^{\sigma_{\parallel,f}}}{V_f \cdot E_{f\parallel}^{\sigma_{\parallel,f}}} \quad (\text{Gl. 4-53})$$

mit $E_{f\parallel}^{\sigma_{\parallel,f}}$ nach (Gl. 4-21)

Hinweis: χ_{BT} ist nicht längenunabhängig und daher nur zum Vergleich der Eigenschaften des Zugglieds innerhalb einer Mustercharge gleicher Länge geeignet.

4.7.5 Erwartungswerte für die linearisierte Bauteilsteifigkeit

Aus einer Gegenüberstellung der Messwerte der Bauteilsteifigkeiten können Erwartungswerte und Grenzwerte abgeleitet werden. In Abbildung 4-25 sind dimensionslose Verhältnissfaktoren der Bauteilsteifigkeit nach (Gl. 4-51) – (Gl. 4-53) für 37 Muster der Bauform TK50 aus 10 Fertigungschargen aus den Jahren 2020 bis 2024 vergleichend gegenübergestellt. Einige Versuchsergebnisse sind durch einen Kasten hervorgehoben. Hierbei handelt es sich um Ergebnisse, deren Mess- und Auswertemethode von der hier beschriebenen abweicht, welche mit einer planmäßig oder unplanmäßig abweichenden Herstellmethode oder einer anderen Faser hergestellt wurden. Diese Ergebnisse werden bei der Bestimmung der statistischen Grenzen der Erwartungsbereiche nicht berücksichtigt.

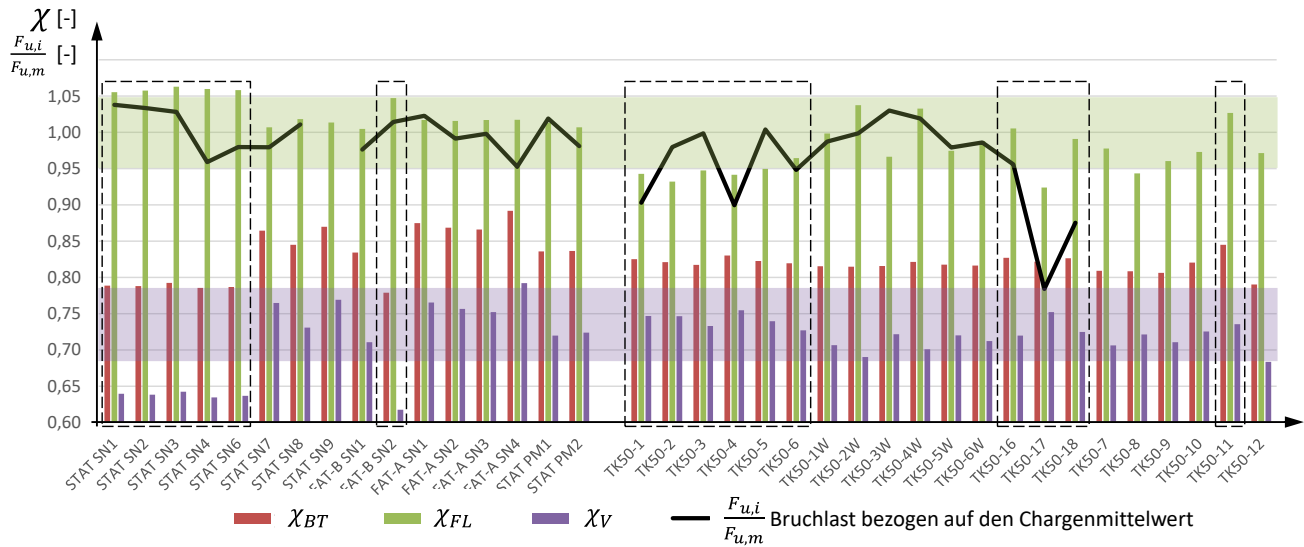


Abbildung 4-25 Dimensionslose Verhältnissfaktoren der Bauteilsteifigkeit bezogen auf die rechnerisch akkumulierte ideale Fasersteifigkeit des Querschnitts der freien Länge für Zugglieder TK50 aus 10 Fertigungschargen aus den Jahren 2020 bis 2024.

Hinweise zu Abbildung 4-25: abweichende Messmethode für Muster STAT SN1 bis STAT SN6 und FAT-B-SN2; Muster TK50-16 bis TK50-18: abweichender Fertigungsprozess mit einlamierten FOS Sensoren; TK50-1 bis TK50-6: Unregelmäßigkeit im Herstellprozess; TK50-11 mit anderer Faser hergestellt; Für Muster STAT SN9 (Rückstellprobe) und TK50-7 bis TK50-12 (Ermüdungsversuche) wurde im Anschluss an die Messung der BTS kein Bruchversuch durchgeführt, (Quellen der Messwerte STAT SN1 bis STAT PM2 [L59], TK50 [L224]).

Für χ_{FL} (χ_V) ergibt sich ein Mittelwert von 1,00 (0,73) mit einem Variationskoeffizient von $VC = 2,6 \%$ ($VC = 3,9 \%$), woraus sich unter Ansatz einer Streubreite von 1,5 VC der Erwartungsbereich nach (Gl. 4-54) und (Gl. 4-55) festlegen lässt (Auswertung in Anhang B.2.1).

$$0,96 \leq \chi_{FL} \leq 1,04 \tag{Gl. 4-54}$$

$$0,69 \leq \chi_V \leq 0,77 \tag{Gl. 4-55}$$

4.8 Ansatz für die Beurteilung der Bauteilqualität anhand von Steifigkeitsmessungen

4.8.1 Bedeutung und Zielsetzung

Die Bauteilqualität entsteht im Zuge der Fertigung (vgl. 2.1.8) und wird durch eine Vielzahl an Parametern beeinflusst, welche zu einem wesentlichen Anteil Know-how des Herstellers enthalten. Eine engmaschige Überwachung aller relevanten Prozessschritte zur Qualitätssicherung ist Teil der Eigenüberwachung, als Mittel der Fremdüberwachung und Abnahmeprüfung jedoch ungeeignet. Stattdessen wird eine Festlegung von Performancekriterien vorgeschlagen, welche wesentliche, unabhängig prüfbare Leistungsmerkmale der Zugglieder enthält. Bislang werden Traglastversuche und Ermüdungsversuche hierfür herangezogen. In beiden Fällen handelt es sich um zerstörende Versuche, sodass eine Übertragbarkeit der Ergebnisse zugrunde gelegt werden muss. Zerstörungsfreie Prüfmethode, welche eine Aussage zur erwartbaren Traglast erlauben, stehen bislang nicht zu Verfügung.

Bei der Analyse der Messwerte für TK50-1 bis TK50-6 (vgl. Abbildung 4-25) konnte festgestellt werden, dass eine reduzierte bezogene Steifigkeit auf freier Länge vorliegt. Dies korreliert mit einer signifikanten Reduktion des Mittelwertes der erreichten Traglasten dieser Fertigungscharge und einer vergrößerten Streuung der Versuchsergebnisse innerhalb dieser Charge (vgl. 3.3.4), welche auf eine Unregelmäßigkeit im Herstellprozess zurückgeführt werden konnte. Auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse wurde vermutet, dass die am Bauteil gemessene Steifigkeit Erkenntnisse zur erwartbaren Traglast bietet. Der Einfluss lokaler Faserfehlorientierung wird bspw. in [L178] hinsichtlich des Einflusses auf die faserparallele Druckfestigkeit diskutiert. Es wird vermutet, dass ein entsprechender Zusammenhang auch bei Zugbeanspruchung vorliegt.

Im Falle der Strangschleife ist die Verankerung maßgebend für die erreichbare Traglast. Trotzdem lassen sich auf Grundlage der Messung der Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge Rückschlüsse auf die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer reduzierten Traglast der Schlaufenverankerung ziehen. Aus diesem Grund wird in 4.8.2 ein universeller Ansatz zur Einstufung der UD Laminatqualität vorgestellt. Es wird vermutet, dass der am Bauteil gemessene lastabhängige Verlauf des Tangentenmoduls der Schlaufenverankerung weitere Erkenntnisse bietet. In 4.8.3 werden Einstufungskriterien für die Messergebnisse des Moduls im Verankerungsbereich diskutiert. Eine gemeinsame Betrachtung der Ergebnisse führt zu einem Kriterium, welches die gemessene Bauteilsteifigkeit auf der freien Länge und der Verankerung gleichzeitig einbezieht und in 4.8.5 neben den Grenzwerten zur Steifigkeit aus 4.7.5 und dem initialen E-Modul auf der freien Länge als Parameter zur Einstufung der Bauteilqualität vorgeschlagen wird.

Die vorgestellten Ergebnisse zeigen das Potential zum Einsatz von Steifigkeitsmessungen als zerstörungsfreie Prüfmethode. Es besteht das Potential, dieses Vorgehen als Methode zur Qualitätssicherung oder als Abnahmeprüfkriterium weiterzuentwickeln. Es ist jedoch anzunehmen, dass die Möglichkeiten im Zuge der hier vorgestellten Untersuchungen noch nicht ausgeschöpft sind.

4.8.2 Ansatz zur Einstufung der UD Laminatqualität

Aus den Betrachtungen in 4.5.2 ist bekannt, dass die Bauteilsteifigkeit im UD Laminat geringfügig niedriger ausfällt, als aus der Akkumulation der Fasersteifigkeiten rechnerisch zu erwarten wäre, und damit im blauen Streuband nach Abbildung 4-7 zu liegen kommt. Darüber hinaus ist davon auszugehen, dass der Verlauf der Messwerte der Tangentenmoduln aus einer Bauteilmessung prinzipiell eine Ähnlichkeit mit der Funktion der lastabhängigen Fasersteifigkeit aufweist und näherungsweise parallel dazu mit abnehmender Steigung verläuft. Zeigt sich in der Messung ein abweichendes Verhalten, liegt ein unplanmäßiger Einfluss aus der Fertigung nahe. Nachfolgend wird ein entsprechendes Prüfkriterium als Qualitätskontrolle diskutiert.

In Abbildung 4-26 sind zwei typische Messwertverläufe (TK40-12 und TK50-1W, ausgefüllte Symbole) sowie zwei auffällige Messwertverläufe (TK50-1 und TK50-7) in dem zuvor beschriebenen Diagramm dargestellt und durch polynomische Ausgleichsfunktionen genähert. Die Aussagekraft der aus den Messwerten direkt ermittelten Tangentenmoduln hängt mit der Qualität und Auflösung der aufgezeichneten Messdaten zusammen. Eine geringe Auflösung oder der Einsatz ungeeigneter Messtechnik können zu einem weniger aussagekräftigen Ergebnis führen (vgl. z. B. Werte des TK40-1 in Abbildung 4-5). In Anhang A.5 werden deswegen Mindestanforderungen für die Aufzeichnung der Messreihen gegeben.

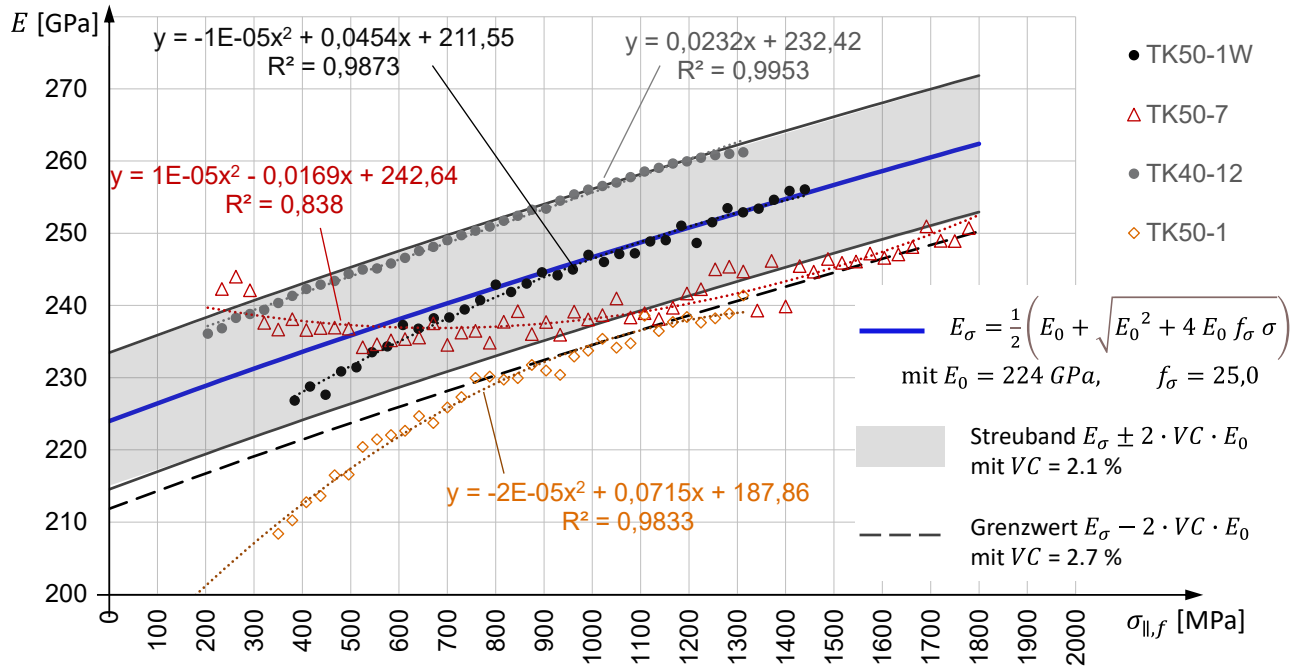


Abbildung 4-26 Verlauf des gemessenen Tangentenmoduls auf der freien Länge im vierten Entlastungszyklus für verschiedene Probekörper, ausgewertet in Schritten von 1 % der Bruchlast, genähert mit einer Polynomregressionsfunktion, in Gegenüberstellung mit den Erwartungswerten nach (Gl. 4-21) (Verwendung der Ergebnisse aus [L224] und [L143]).

Ein typischer Verlauf des Tangentenmoduls des UD Laminates bei einer Auswertung der Last-Verformungs-Kurve kann durch folgende Merkmale beschrieben werden:

- initialer E-Modul E_0 im Bereich $224 \text{ GPa} \pm 12 \text{ GPa}$,
- stetiger Verlauf mit leicht abnehmender Steigung,
- Verlauf im Streuband, welches durch (Gl. 4-23)+ $2 \cdot VC \cdot E_0$ mit $VC = 2,1 \%$ als obere Grenze und (Gl. 4-23)- $2 \cdot VC \cdot E_0$ mit $VC = 2,7 \%$ als untere Grenze beschrieben wird.

Zwei der in Abbildung 4-26 dargestellten Messreihen zeigen deutlich atypische Merkmale: Für TK50-1 zeigt sich im Bereich unterhalb 600 MPa Faserspannung ein auffälliger Abfall des Tangentenmoduls. In [L143] wurde auf Basis einer Auswertung eines durch lineare Regression gemittelten Elastizitätsmoduls $E_{T,Af}^{5\%-15\%}$ für den Bereich zwischen 5 % und 12 % der Bruchlast (sog. Anfangsmodul) untersucht, ob damit Rückschlüsse auf die Laminatqualität möglich sind. Dieses Kriterium schlägt im Fall des TK50-1 (und weiteren Prüfkörpern) an. Für TK50-7 zeigt sich nach dem Kriterium des Anfangsmoduls kein auffälliges Verhalten – in der Betrachtung des über der Faserspannung aufgetragenen Tangentenmoduls ist jedoch ein auffälliger Verlauf mit deutlich atypischer Charakteristik und bereichsweise abnehmender Steifigkeit bei zunehmender Last erkennbar. Auch in diesem Fall ist der Bereich unterhalb 600 MPa Faserspannung aufschlussreich. Beide Versuche stammen aus der gleichen Fertigungscharge, für welche eine Unregelmäßigkeit angenommen

werden kann. Auf Grundlage dieser Beobachtung liegt die Vermutung nahe, dass eine Betrachtung des Verlaufes des Tangentenmoduls im Lastzyklus mehr über die Qualität des Laminates aussagt als das in [L143] untersuchte Kriterium des Anfangsmoduls $E_{T,Af}^{5\%-15\%}$.

Zur Beurteilung können Ausgleichsfunktionen für den Verlauf des Tangentenmoduls in der Form eines Polynoms zweiten Grades $E_{\sigma} = a \cdot \sigma^2 + b \cdot \sigma + c$ herangezogen werden. Die Datenreihe kann als unauffällig eingestuft werden, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- K1) Der Verlauf der gemessenen Tangentenmoduln liegt im erwarteten Streuband,
- K2) Die zweite Ableitung der Polynomregressionsfunktion ist negativ oder Null, wenn die Steigung der Ausgleichsfunktion mit ansteigender Faserspannung leicht abnimmt ($a \leq 0$),
- K3) Das Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion zeigt, ob im ausgewerteten Messintervall eine ausreichende Datenqualität bzw. ein stetiger Verlauf vorliegt ($R^2 > 0,95$),
- K4) Der extrapolierte initiale E-Modul $E_{\sigma=0}$ liegt im erwarteten Streuband ($212 \text{ GPa} < c < 234 \text{ GPa}$).

Auf Grundlage der beschriebenen Kriterien K1) bis K4) kann eine objektive Einstufung der gewonnenen Messdaten erfolgen. Eine visuelle Auswertung der Ergebnisverläufe kann weitere Erkenntnisse liefern.

Der Ansatz ist für unidirektionale Carbonlaminare universell übertragbar und nicht auf den Anwendungsfall der Strangschlaufe beschränkt.

4.8.3 Ansatz zur Einstufung der Bauteilqualität im Bereich der Schlaufenverankerung

Mit dem gleichen Ansatz können die Bauteilmessungen im Bereich der Verankerung auf Grundlage des in 4.6.5 bestimmten Erwartungsbereiches für die Verlaufsfunktion des Tangentenmoduls E_V betrachtet werden.

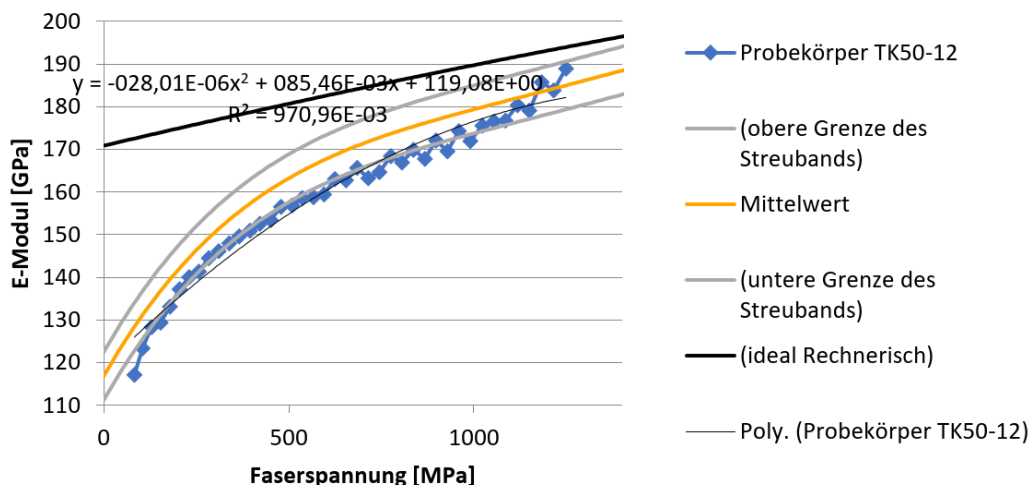


Abbildung 4-27 Verlauf des gemessenen Tangentenmoduls auf der freien Länge im vierten Entlastungszyklus für TK50-12, ausgewertet in Schritten von 1 % der Bruchlast, genähert mit einer Polynomregressionsfunktion, in Gegenüberstellung mit den Erwartungswerten nach (Gl. 4-40); Verwendung der Ergebnisse aus [L224].

Die Mittelwertfunktion $E_{V,Cal}^{\sigma_{||,f}}$ wird nach (Gl. 4-40) unter Betrachtung des Schlaufenanteiles gebildet. Werden zu einer Beurteilung ebenfalls Ausgleichsfunktionen für den Verlauf des Tangentenmoduls in der Form eines

Polynoms zweiten Grades $E_\sigma = a \cdot \sigma^2 + b \cdot \sigma + c$ herangezogen, lassen sich weitere drei Kriterien formulieren:

- K5) Der Verlauf der gemessenen Tangentenmoduln im Schlaufenbereich liegt im erwarteten Streuband,
- K6) Die zweite Ableitung der Polynomregressionsfunktion ist negativ oder Null, wenn die Steigung der Ausgleichsfunktion mit ansteigender Faserspannung leicht abnimmt ($a \leq 0$),
- K7) Das Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion zeigt, ob im ausgewerteten Messintervall eine ausreichende Datenqualität bzw. ein stetiger Verlauf vorliegt ($R^2 > 0,95$).

4.8.4 Rückschlüsse aus der vergleichenden Betrachtung

In Tabelle 4-3 ist der Zusammenhang zwischen den vorgeschlagenen Kriterien und der erzielten Traglast zusammengefasst. Eine Unterschreitung von $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}} = 0,95$ wird in allen 10 Fällen durch mindestens ein Kriterium angezeigt.

Um die Korrelation der quantitativen Kriterien mit dem Bruchlastniveau grafisch besser erkennbar zu machen, sind die Spalten 2, 7, 11, 12 und 13 mit einer Farbschattierung dargestellt, wobei in Spalten 2, 7, 11 und 13 niedrige Werte und in Spalte 12 hohe Werte rot dargestellt werden. Qualitative Kriterien werden zum leichteren Verständnis grün gefärbt, wenn das Kriterium eingehalten ist.

Mit den vorliegenden Kriterien liegen objektive Indikatoren vor, wenngleich die Vielzahl an Kriterien unübersichtlich ist und für die Kriterien K1), K2), K5) und K6) eine hohe Anzahl falsch-negativer Anzeigen zu sehen ist. Das bedeutet, dass eines der Kriterien nicht erfüllt ist, obwohl die Traglast kein niedriges Ergebnis zeigt. Ein zuverlässigeres Kriterium ist daher wünschenswert.

Hinweise zu Tabelle 4-3 (gegenüberliegende Seite):

- Spalte 2: Bruchlast bezogen auf den Chargenmittelwert
- Spalte 3: Kriterium K1), ob der Verlauf des Tangentenmoduls auf der freien Länge im erwarteten Streuband verläuft
- Spalte 4: Kriterium K2), ob der Verlauf des Tangentenmoduls auf der freien Länge eine abnehmende Steigung aufweist
- Spalte 5: Kriterium K3), zur Überprüfung der Datenqualität der zugrundeliegenden Messwerte des Tangentenmoduls auf der freien Länge
- Spalte 6: Initialmodul $E_{0,Af}$ auf der freien Länge
- Spalte 7: dimensionsloser Steifigkeitsverhältnisfaktor der freien Länge bezogen auf die Fasersteifigkeit
- Spalte 8: Kriterium K5), ob der Verlauf des Tangentenmoduls für die Verankerung im erwarteten Streuband verläuft
- Spalte 9: Kriterium K6), ob der Verlauf des Tangentenmoduls für die Verankerung eine abnehmende Steigung aufweist
- Spalte 10: Kriterium K7), zur Überprüfung der Datenqualität der zugrundeliegenden Messwerte des Tangentenmoduls für die Verankerung
- Spalte 11: dimensionsloser Steifigkeitsverhältnisfaktor der Verankerung bezogen auf die Fasersteifigkeit
- Spalte 12: dimensionsloser Steifigkeitsverhältnisfaktor der Verankerung bezogen auf die rechnerisch erwartbare Bauteilsteifigkeit der Schlaufe
- Spalte 13: Kriterium K8), als Verhältniswert der dimensionslosen Steifigkeitsverhältnisfaktoren $\frac{\chi_{FL}}{\chi_{V,cal}}$

Tabelle 4-3 Zusammenfassung einer Auswertung nach dem Ansatz zur Einstufung der Laminatqualität

Auswertung statische Versuche												
Muster	Bruchlast	Betrachtung der freien Länge					Betrachtung der Schlaufe					K8
Nr.	F_{ui}/F_{um}	K1 Verlauf des Tangentenmoduls im Streuband?	K2 Verlauf des Tangentenmoduls mit abnehmender Steigung?	K3 Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion $R^2 > 0,95?$	K4 Initialmodul - freie Länge	χ_{FL}	K5 Verlauf des Tangentenmoduls im Streuband?	K6 Verlauf des Tangentenmoduls mit abnehmender Steigung?	K7 Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion $R^2 > 0,95?$	χ_V	$\chi_{V,Cal}$	$\chi_{FL}/\chi_{V,Cal}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
STAT SN1	1,04					1,056				0,640	0,879	1,20
STAT SN2	1,03					1,058				0,638	0,877	1,21
STAT SN3	1,03					1,063				0,642	0,882	1,20
STAT SN4	0,96					1,060				0,634	0,872	1,22
STAT SN6	0,98					1,058				0,637	0,875	1,21
STAT SN7	0,98					1,007				0,765	1,051	0,96
STAT SN8	1,01					1,018				0,731	1,004	1,01
FAT-B SN1	0,98					1,005				0,711	0,976	1,03
FAT-B SN2	1,01					1,047				0,617	0,848	1,23
FAT-A SN1	1,02					1,017				0,765	1,052	0,97
FAT-A SN2	0,99					1,016				0,757	1,039	0,98
FAT-A SN3	1,00					1,017				0,752	1,033	0,98
FAT-A SN4	0,95					1,017				0,792	1,088	0,93
STAT PM1	1,02					1,013				0,720	0,989	1,02
STAT PM2	0,98					1,007				0,724	0,994	1,01
TK50-1	0,90	Nein	Ja	Ja	192	0,909	Nein	Nein	Ja	0,747	1,047	0,87
TK50-2	0,98	Nein	Ja	Ja	200	0,914	Nein	Ja	Ja	0,746	1,046	0,87
TK50-3	1,00	Nein	Ja	Nein	204	0,946	Ja	Ja	Ja	0,733	1,027	0,92
TK50-4	0,90	Nein	Ja	Ja	215	0,948	Nein	Ja	Ja	0,755	1,057	0,90
TK50-5	1,00	Nein	Ja	Ja	210	0,949	Nein	Nein	Ja	0,739	1,036	0,92
TK50-6	0,95	Ja	Nein	Nein	217	0,966	Ja	Ja	Ja	0,727	1,019	0,95
TK50-1W	0,99	Ja	Ja	Ja	212	0,975	Ja	Ja	Ja	0,706	0,994	0,98
TK50-2W	1,00	Ja	Ja	Ja	232	1,037	Ja	Ja	Ja	0,690	0,971	1,07
TK50-3W	1,03	Ja	Ja	Ja	219	0,969	Nein	Ja	Ja	0,722	1,015	0,96
TK50-4W	1,02	Ja	Ja	Ja	215	1,010	Ja	Ja	Ja	0,701	0,986	1,02
TK50-5W	0,98	Ja	Ja	Ja	214	0,966	Ja	Ja	Ja	0,720	1,013	0,95
TK50-6W	0,99	Ja	Nein	Ja	233	1,005	Ja	Ja	Ja	0,712	1,002	1,00
TK50-16	0,96	Ja	Ja	Ja	230	1,015	Ja	Ja	Ja	0,720	1,012	1,00
TK50-17	0,78	Nein	Nein	Ja	215	0,938	Nein	Ja	Ja	0,752	1,058	0,89
TK50-18	0,88	Ja	Nein	Ja	224	0,986	Nein	Ja	Ja	0,725	1,019	0,97
TK50-7		Ja	Nein	Nein		1,005	Ja	Ja	Ja	0,706	0,990	1,02
TK50-8		Nein	Ja	Ja		0,929	Ja	Ja	Ja	0,721	1,011	0,92
TK50-9		Ja	Ja	Ja		0,944	Ja	Ja	Ja	0,711	0,999	0,94
TK50-10		Ja	Ja	Ja		0,965	Ja	Ja	Ja	0,725	1,020	0,95
TK50-12		Ja	Ja	Ja		0,967	Ja	Ja	Ja	0,684	0,961	1,01
TK40-1	0,98	Ja	Ja	Nein	218	0,989				0,751	1,052	0,94
TK40-3	0,99	Ja	Nein	Nein	229	1,021	Ja	Ja	Ja	0,734	1,029	0,99
TK20-1	0,96	Ja	Ja	Ja	217	0,984	Ja	Ja	Ja	0,714	1,001	0,98
TK20-2	1,11	Ja	Ja	Ja	210	0,970	Ja	Ja	Ja	0,716	1,003	0,97
TK20-3	0,96	Ja	Ja	Ja	218	0,997	Ja	Ja	Ja	0,719	1,008	0,99
TK20-4	0,94	Ja	Nein	Nein	233	0,999				0,743	1,042	0,96
TK20-5	1,03	Ja	Ja	Nein	122	1,009	Ja	Ja	Ja	0,724	1,015	0,99
TK20-27	0,88	Ja	Ja	Nein	190	1,003	Ja	Ja	Ja	0,722	1,012	0,99
TK20-28	0,85	Ja	Nein	Nein	202	1,024	Ja	Ja	Nein	0,726	1,018	1,01
TK20-29	0,93	Ja	Nein	Nein	233	0,999				0,770	1,079	0,93
TK20-30	0,92	Ja	Nein	Nein	228	0,978	Nein	Ja	Nein	0,741	1,039	0,94

4.8.5 Vorschlag für ein Einstufungskriterium

In der Betrachtung der Ergebnisse fällt eine Korrelation der dimensionslosen Steifigkeitsparameter der freien Länge χ_{FL} und dem Kehrwert des Parameters der Verankerung $\frac{1}{\chi_V}$ mit $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}}$ auf. Es wird daher untersucht, ob sich aus dem Verhältniswert der beiden Parameter eine bessere Aussage erzielen lässt. Für eine quantitativ bessere Aussagekraft wird statt dem auf den Faser-E-Modul bezogenen Faktor χ_V nach (Gl. 4-52) der Erwartungswert des lastabhängigen Tangentenmoduls nach $\chi_{V,cal}$ nach (Gl. 4-56) als Bezugsgröße herangezogen.

$$\chi_{V,cal} = \frac{c_V}{c_{V,cal}} = \frac{E_{T,Af,V}^{\sigma_{||,f}}}{E_{V,Cal}^{\sigma_{||,f}}} \tag{Gl. 4-56}$$

Als weiteres Kriterium K8) wird der Verhältniswert $\frac{\chi_{FL}}{\chi_{V,cal}}$ untersucht. Der Zusammenhang zwischen dem Kriterium K8) und $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}}$ ist in Abbildung 4-28 gezeigt. Die Anzahl falsch-negativer Aussagen ist stark reduziert. In drei Fällen wird eine Unterschreitung der Traglast nicht vorhergesagt, hierbei handelt es sich um ein Muster TK50, bei welchem im Zuge der Herstellung faseroptische Sensoren einlaminiert wurden, sowie zwei Muster TK20, für welche eine insgesamt größere Streubreite der Traglasten beobachtet wird.

In der Mehrzahl der Fälle zeigt K8) eine quantitative Korrelation mit dem erreichbaren Traglastniveau.

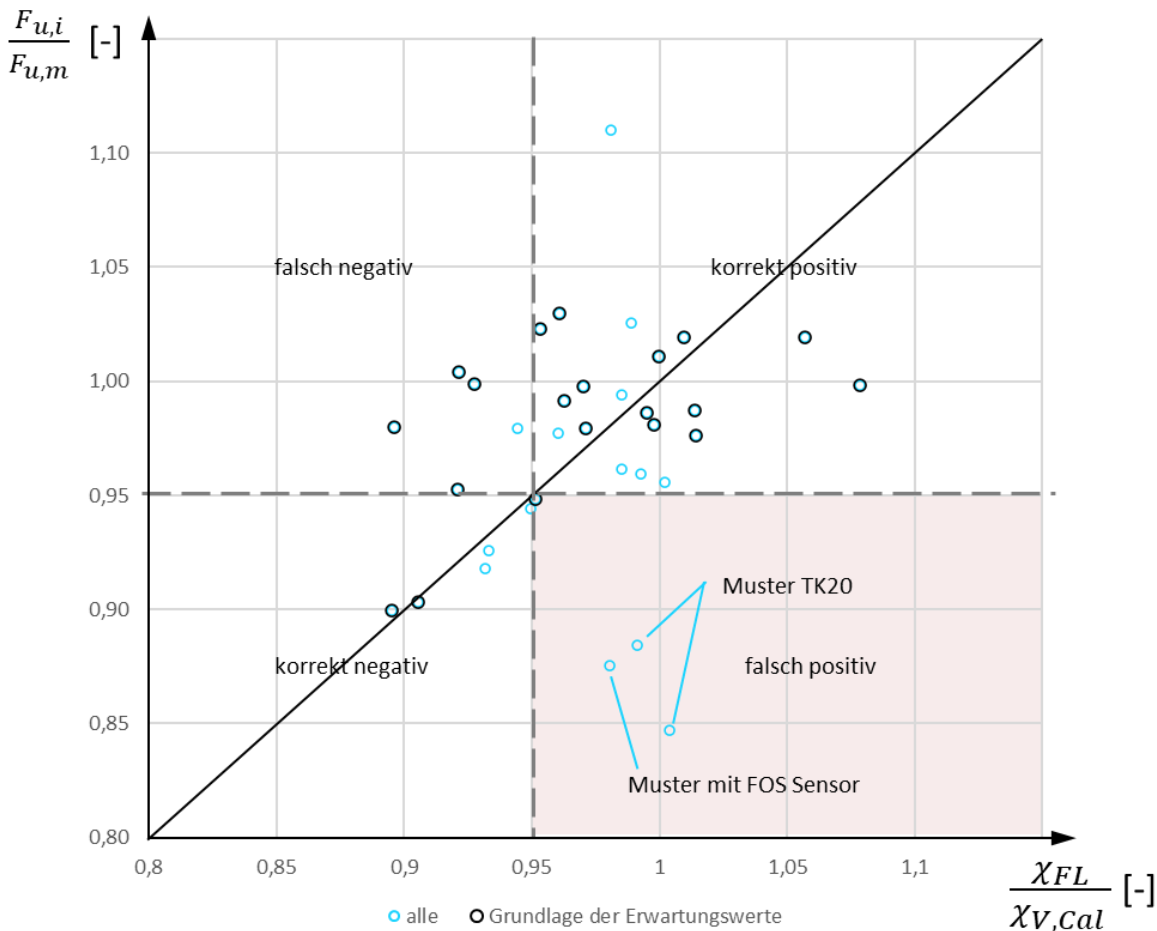


Abbildung 4-28 Korrelation des Bewertungskriteriums $\chi_{V,cal}$ mit dem erreichten Traglastniveau $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}}$

In Tabelle 4-3 wird das Kriterium K8) auch für Ergebnisse aus früheren Bauteilmessungen ausgewertet, für welche die Bestimmung von K1) bis K7) aufgrund der Datenlage nicht möglich ist. Auch hier ist eine gewisse Korrelation des Kriteriums K8) mit den erzielten Bruchlasten zu erkennen.

Das vorgestellte Kriterium K8 berücksichtigt bei weitem nicht alle Faktoren, welche die Traglast beeinflussen, lässt sich aber stark vereinfacht auf ein physikalisch nachvollziehbares Grundprinzip reduzieren: Wenn Teile des Laminatquerschnitts nicht ideal ausgerichtete Faserachsen enthalten und sich bei niedrigem Lastniveau (noch) nicht am Lastabtrag beteiligen ($\chi_{FL} < 1,0$), ist auch im Bereich der Schlaufenumlenkung eine bereichsweise ungleiche Beanspruchung der Querschnittsanteile naheliegend. Wenn gleichzeitig im Bereich der Schlaufenverankerung initial eine vergleichsweise hohe Steifigkeit beobachtet wird ($\chi_{V,cal} > 1,0$), kann es darauf hindeuten, dass höher beanspruchte Querschnittsbereiche bereits eine hohe Faserausrichtung aufweisen. Somit ist bei weiterer Laststeigerung von einem früheren Versagen auszugehen, als wenn die maßgebenden Querschnittsbereiche in der Schlaufe initial weniger steif sind ($\chi_{V,cal} < 1,0$) und damit andere Querschnittsteile zu einem höheren Anteil am Lastabtrag beteiligt werden. Die Wahrscheinlichkeit für eine niedrige Traglast sinkt daher mit wachsendem Indikator $K8 = \frac{\chi_{FL}}{\chi_{V,cal}}$.

Für eine Einstufung der Wahrscheinlichkeit einer Traglastunterschreitung wird vorgeschlagen die Bauteilsteifigkeiten anhand der (Gl. 4-57) und (Gl. 4-58) für ein Referenzlastniveau von $\sigma_{\parallel,f} = 800$ MPa, sowie die Kriterien K4) nach (Gl. 4-59) und K8) nach (Gl. 4-60) zu überprüfen.

$$0,95 \leq \chi_{FL} \leq 1,05 \tag{Gl. 4-57}$$

$$0,67 \leq \chi_V \leq 0,78 \tag{Gl. 4-58}$$

$$212 \leq E_0 \leq 234 \tag{Gl. 4-59}$$

$$K8 = \frac{\chi_{FL}}{\chi_{V,cal}} \geq 0,95 \tag{Gl. 4-60}$$

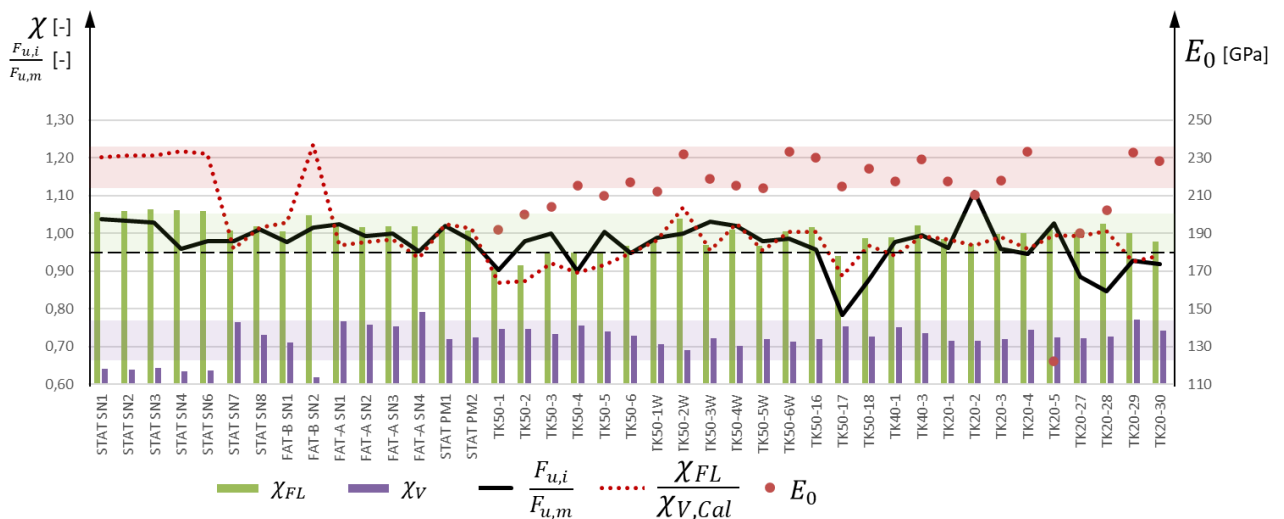


Abbildung 4-29 Gegenüberstellung der vorgeschlagenen Bewertungskriterien mit dem erreichten Traglastniveau $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}}$.

In Abbildung 4-29 sind die erreichten Traglastniveaus $\frac{F_{u,i}}{F_{u,m}}$ und die vorgeschlagenen Bewertungskriterien χ_{FL} , χ_V , $\frac{\chi_{FL}}{\chi_{V,cal}}$ und E_0 sowie deren zulässige Bereiche für die vorhandenen Versuchsdatensätze dargestellt.

Die Zuverlässigkeit der Methode sollte für die Geometrien TK40 und ggf. andere Geometrien durch weitere Untersuchungen bestätigt werden, da hierzu bislang noch nicht ausreichende Versuchsdaten vorliegen.

Diese zerstörungsfreie Prüfmethode wird als Teil eines Verfahrens zur Durchführung und Auswertung von Zugversuchen für Carbonstrangschlaufen vorgeschlagen, um bspw. aus einer Mustercharge eine Auswahl an Proben zu identifizieren, welche im Anschluss zerstörend geprüft werden sollen.

Empfehlungen für die Durchführung und Auswertung der erläuterten Versuche sind in Anhang A enthalten.

5 Erweiterter Bemessungsansatz für die Betriebsfestigkeit

5.1 Einführung

5.1.1 Überblick

In diesem Kapitel wird auf Grundlage der in Kapitel 3 vorgestellten Bauteilversuche eine Ermüdungsversagensfunktion abgeleitet und unter Berücksichtigung von Einflüssen aus Anschlussimperfektionen (vgl. Abschnitt 5.4) und winderregten Bauteilschwingungen (vgl. Kapitel 6) ein Betriebsfestigkeitsnachweis vorgeschlagen.

Mechanismen und Einflüsse, welche das Ermüdungsversagen beeinflussen, können den Bereichen Art der Belastung, Geometrie, Materialeigenschaften, Herstellung und Einsatzumgebung zugeordnet werden. Bekannte Einflussfaktoren werden in 5.1.2 tabellarisch zusammengefasst und qualitativ hinsichtlich der Größe des jeweiligen Einflusses eingeordnet. Soweit vorhanden, werden Quellen und Grundlagen für eine Einschätzung benannt. Im Rahmen eines Bemessungsansatzes können die Effekte direkt oder indirekt durch quantitative oder qualitative Kriterien berücksichtigt werden. Die Herleitung einer Methode für die quantitative Berücksichtigung der wesentlichen Einflussgrößen bildet den Schwerpunkt weiterer Abschnitte dieses Kapitels. Historische und aktuelle Ansätze zur Beschreibung von Ermüdungsversagensfunktionen werden in 5.1.3 vorgestellt. Grundlagen zum Stand des Wissens und der Forschung über das Ermüdungsverhalten vom CFRP (vgl. 2.2.5) werden in 5.1.4 für unidirektionale Carbonlamine vertieft.

Für die Ermittlung einer $S-N$ -Kurve für UD Carbonstrangschlaufen wird stufenweise vorgegangen. Zunächst wird eine linearisierte $S-N$ -Kurve mit einfachlogarithmischer Ansatzfunktion auf Grundlage von Versuchen mit $R = 0,1$ ermittelt. In 5.2 werden die vorhandenen Versuchsergebnisse erläutert, auf deren Grundlage eine Funktion für den Mittelwert der ertragbaren Lastzyklen (LZ) und den charakteristischen Wert des Ermüdungswiderstandes bestimmt wird. Um Ergebnisse unterschiedlicher Versuchsrandbedingungen miteinander zu vergleichen, wird auf eine Normierung der Oberlast relativ zum Mittelwert der statischen Kurzzeitfestigkeit (bezogene Oberlast) zurückgegriffen [L129][L8] (vgl. Abbildung 5-1). Es wird diskutiert, inwieweit sich unterschiedliche Versagensbilder und Abbruchkriterien verschiedener Versuche auf das Ergebnis auswirken und inwieweit die Neigung der Ermüdungsversagensfunktion und die Breite des Streubandes mit Werten aus der Literatur übereinstimmen.

Durch die Herleitung quantitativer Beziehungen für den Einfluss von Fehlwinkeln (5.4) und unterschiedlichen Spannungsverhältnissen (5.3) besteht die Möglichkeit, die Ergebnisse von Versuchen mit unterschiedlichen Randbedingungen in schädigungsäquivalente Versuchsergebnisse für $R = 0,1$ und ohne Imperfektionen am Anschluss umzurechnen (vgl. 0) und gemeinsam zu betrachten. Zum Einfluss des Verhältnisses zwischen Unter- und Oberlast (Spannungsverhältnis R) werden in 5.3 einerseits die zur Verfügung stehenden Versuchsergebnisse betrachtet und andererseits analytische Überlegungen angestellt. Sowohl die Ergebnisse aus Ermüdungsversuchen (5.3.5.2) wie auch Schallemissionsmessungen während einer zyklischen Belastung (3.5.7) bestätigen eine deutliche Oberlastabhängigkeit, welche sich auch anhand analytischer Betrachtungen der Belastungs- und Verformungszustände während eines Lastzyklus erläutern lässt (5.3.6). Zwei Rechenansätze werden vorgeschlagen, wobei der erste dazu bestimmt ist, die schadensäquivalente Lastzyklenzahl für unterschiedliche R -Werte im Parameterraum der Bauteilversuche zwischen 10^5 und 10^7 LZ möglichst mittelwerttreu umzurechnen. Damit können Versuche mit unterschiedlichem Spannungsverhältnis gemeinsam ausgewertet werden. Für Lastwechselzahlen über 10^8 überschätzt dieser Ansatz den Einfluss. Der

zweite Ansatz ist dazu bestimmt, auch für hohe Lastzyklenzahlen, wie sie bspw. bei wirbelerregten Schwingungen auftreten können, eine konservative Näherung für den Einfluss des R -Wertes zu gewährleisten, und wird für einen Bemessungsansatz vorgeschlagen.

Der Einfluss aus Winkelabweichungen und Verformungen am Anschluss kann auf Basis der Herleitung in 5.4.7 durch eine Vergrößerung der Oberlast berücksichtigt werden (vgl. 5.4). Bei der Bestimmung von Schädigungsäquivalenzfaktoren ist zwischen ständigen eingepprägten Schiefstellungen und veränderlichen wiederkehrenden Winkeländerungen durch lastinduzierte Bauteilverformungen zu unterscheiden, um den jeweiligen Fall in einen schädigungsäquivalenten Belastungszustand für das ideal zentrisch belastete Zugglied zu überführen.

Die Datengrundlage enthält zahlreiche Durchläufer mit hohen LZ-Zahlen, welche bis dahin unberücksichtigt bleiben. Die durch schädigungsäquivalente Umrechnung vergrößerte Datengrundlage wird daher in einem weiteren Schritt zur Herleitung eines Weibull- $S-N$ -Modells verwendet, womit nach dem Verfahren von Toasa und Ummenhofer [L200] eine Betrachtung der Ergebnisse von Durchläufern erfolgen kann (vgl. 5.8). Das Ergebnis der gemeinsamen Auswertung unter Einbeziehung von Versuchsergebnissen mit unterschiedlichen R -Werten und Anschlussschiefstellungen und der zusätzlichen Berücksichtigung der Ergebnisse von Durchläufern wird in 5.9 den Ergebnissen der Versuche mit $R = 0,1$ gegenübergestellt und für die Festlegung des charakteristischen Ermüdungswiderstandes berücksichtigt.

Die Ergebnisse der gemeinsamen Auswertung der Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$, $R > 0,1$ und der Durchläufer werden zur Festlegung eines verbreiterten Streubandes bei der Bestimmung einer Bemessungsfunktion für den charakteristischen Ermüdungswiderstand herangezogen. In 5.10 wird der Teilsicherheitsbeiwert für eine Bemessungsfunktion des Ermüdungswiderstandes bestimmt. Ein Vorschlag für den Betriebsfestigkeitsnachweis wird in 5.12 vorgestellt, wobei auf die in 5.11 diskutierte Vorgehensweise zur Schädigungsakkumulation zurückgegriffen wird.

5.1.2 Wesentliche Einflussfaktoren auf die Betriebsfestigkeit

Schadensmechanismen und Faktoren, welche das Ermüdungsversagen beeinflussen, stellen auch bei bewährten Konstruktionen aus Stahl oder Beton ein komplexes mehrdimensionales Problem dar, welches bislang nur durch vereinfachende und abstrahierende Betrachtungen beschrieben werden kann, wobei wesentliche Einflussfaktoren entweder explizit quantitativ in ein Bemessungskonzept einfließen oder implizit durch den Bemessungsansatz oder dessen Anwendungsgrenzen berücksichtigt werden [L44].

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit werden in [L44][L3] einzelne Faktoren mit Einfluss auf das Ermüdungsverhalten von geschweißten Stahlbauteilen aufgeführt. Sie können den Kategorien Art der Beanspruchung, Bauteilgeometrie, Materialeigenschaft, Bearbeitungsqualität, Oberflächengüte sowie Umwelteinflüsse zugeordnet werden. Einige der zu den erwähnten Faktoren gehörenden Aspekte, wie beispielsweise die chemische Zusammensetzung unterschiedlicher Stahllegierungen, die Härte, das Kristallgefüge, unterschiedliche Schweißprozesse oder beispielsweise die Belastungsgeschichte, werden durch das eingeführte Bemessungskonzept nach EN 1993-1-9 [N4] implizit mit abgedeckt. Andere Faktoren, wie beispielsweise Umgebungsbedingungen mit starker Korrosivität, werden im Bemessungskonzept nach [N4] nicht berücksichtigt. Obwohl hinsichtlich der Fertigung von geschweißten Stahlkonstruktionen einheitliche Qualitätsstandards eingeführt sind, können Versuchsergebnisse an Mustern des gleichen Konstruktionsdetails aus unterschiedlichen Fertigungsbetrieben voneinander abweichen [L34].

Mehrere und verschiedene Faktoren beeinflussen die Lebensdauer von Carbonstrangschlaufen bei nicht-ruhender Beanspruchung. Eine Übersicht über bekannte Einflussfaktoren gibt Tabelle 5-1 und beinhaltet eine vereinfachte Einordnung hinsichtlich Größe des Einflusses, der Quellen und Grundlagen für diese

Einschätzung sowie Hinweise, inwieweit und ggf. wie der Einfluss in dem nachfolgend beschriebenen Bemessungsansatz berücksichtigt wird.

Tabelle 5-1 Einflussgrößen auf die Betriebsfestigkeit von Carbonstrangschlaufen

Einflussgröße	Bedeutung	Grundlage	Berücksichtigung
Belastung			
Oberlastniveau	groß	[L62], Versuche [L224]	Bemessungsansatz, primäre Eingangsgröße
Schwingbreite	mäßig/gering	Versuche [L224]	Eingangsgröße (R)
Lastzyklenzahl	linear	[L205]	Bemessungsansatz
Eigenspannungen	gering	[L62][L72]	implizit über Versuchsergebnisse
Reihenfolgeeffekt	gering	Versuche [L224]	Grenzwert für ermüdungswirksame Einwirkungen
Belastungsgeschwindigkeit	gering	-	-
Belastungsfrequenz	groß	[L224][L124][L7]	Lastkollektiv, Anwendungsgebiet
Rotationen und Verkippungen am Anschluss	groß	analytische Betrachtungen (5.4)	Bemessungsansatz, Schädigungsäquivalenzfaktoren
Geometrie			
r/t -Verhältnis der Schlaufe	groß	analytische Betrachtungen, [L62], NOL-Versuche [L224]	über Traglastmodell, Anwendungsgrenzen
Detailausbildung der Schlaufe	mäßig	Erfahrung des Herstellers	Anwendungsgrenzen
Größeneffekt	mäßig	analytische Betrachtungen, Versuche [L224]	Anwendungsgrenzen
Anschlussimperfectionen	ggf. groß	analytische Betrachtungen (5.4), [L62], Versuche [L224]	Bemessungsansatz, Schädigungsäquivalenzfaktoren
Materialeigenschaften			
Faserfestigkeit	groß	Literatur, Versuchswerte	Bemessungsansatz
Fasersteifigkeit	groß	Literatur [L66]	Anwendungsgrenzen
Harzeigenschaften	groß	Literatur [L52]	Performancekriterien
Laminatkomposition (Wahl der Kombination aus Fasern und Harz)	mäßig/groß	Erfahrungswerte des Herstellers, Versuchswerte	Performancekriterien, Anwendungsgrenzen
Harzgehalt (bei bekanntem Faservolumen)	gering	Erfahrungswerte des Herstellers, Literatur [L62]	Anwendungsgrenzen
Reibung zwischen Schlaufe und Thimble	mäßig	Versuche [L224][L124][L7]	Anwendungsgrenzen

Einflussgröße	Bedeutung	Grundlage	Berücksichtigung
Herstellung			
Parallelität der Fasern	mäßig/groß	Erfahrungswerte des Herstellers, Analyse der Bauteilsteifigkeit nach 4.8	Performancekriterien
Konsolidation	ungeklärt		Performancekriterien
Vernetzung	ungeklärt		Performancekriterien
Manuelle Arbeitsschritte	mäßig/groß		Performancekriterien
Umwelteinflüsse			
Korrosive Atmosphäre	gering	-	-
Feuchtigkeit	gering	Literatur [N14][L66][L62]	Bemessungsansatz
Temperatur	gering/groß	Literatur [N14][L62]	Bemessungsansatz, Anwendungsgrenzen
UV-Strahlung	mäßig	Literatur [N14]	Bemessungsansatz

Der Einfluss der Belastung wird vorrangig durch die Höhe der Oberlast $F_{f_{OL}}$ bestimmt. Der Einfluss der Schwingbreite bzw. des Spannungsverhältnisses $R = F_{f_{UL}}/F_{f_{OL}}$ ist nachrangig. Für geringe Schwingbreiten respektive große Werte für das Spannungsverhältnis $R > 0,5$ ist eine Berücksichtigung des Einflusses sinnvoll, um den Schädigungsbeitrag eines Lastwechsels oder Lastkollektivs nicht zu überschätzen.

Der Einfluss von herstellungsbedingten Eigenspannungen ist in den zugrundeliegenden Versuchsergebnissen für die Herleitung der Ermüdungsfestigkeitsfunktion enthalten. Zusätzliche Eigenspannungen aus Temperatur- und Feuchtigkeitseinflüssen sind bspw. im Traglastansatz nach [L64] berücksichtigt. Über zusätzliche Einflüsse auf den Ermüdungswiderstand liegen keine Erkenntnisse vor. Der Einfluss von Reihenfolgeeffekten wurde exemplarisch in [L224] untersucht und in 5.11 durch eine Obergrenze für ermüdungswirksame Einwirkungen berücksichtigt. Die bislang vorliegenden Versuchsergebnisse werden in 3.5.6 diskutiert. Der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit wird vernachlässigt. Für Lastkollektive mit hoher Frequenz und hohen Schwingbreiten in ununterbrochener Abfolge ist eine Erwärmung des Zuggliedes zu berücksichtigen. Dies ist i. d. R. durch die Art des Lastkollektivs beim Einsatz im Brückenbau ausgeschlossen, aber ggf. im Zusammenhang mit Laborversuchen oder anderen Anwendungen relevant. Der Anwendungsbereich ist auf die Bauteilgeometrien der zugrundeliegenden Versuchskörper begrenzt. Der Einfluss lokaler Spannungskonzentrationen aus Imperfektionen, Schiefstellungen und Verformungen wird quantitativ im Nachweisformat berücksichtigt.

Die Faserfestigkeit geht quantitativ in den Bemessungsansatz für die statische Traglast ein. Für die Harzeigenschaften sind Mindestanforderungen zu erfüllen [L64]. Die Wahl der Laminatkombination aus Harz und Faser sowie der Harzgehalt obliegen dem Hersteller. Der Reibungsbeiwert zwischen Schlaufe und Thimble geht als Kenngröße in analytische Betrachtungen ein. Durch die Mindestanforderungen für die Traglast und die mechanischen Bauteilkennwerte werden nachteilige Effekte aus Abweichungen von der Laminatqualität ausgeschlossen. Gleiches gilt für die Qualitätskriterien bei der Herstellung (Parallelität der Fasern, Konsolidation, Vernetzung und manuelle Arbeitsqualität). Relevante Umwelteinflüsse werden durch Abminderungsfaktoren im Bemessungsansatz berücksichtigt.

5.1.3 Ansätze für die Beschreibung einer Ermüdungsversagensfunktion

Für die Beschreibung von Ermüdungsversagensfunktionen ($S-N$ -Kurven) sind lineare oder nichtlineare Ansätze in einfachlogarithmischen oder doppeltlogarithmischen Diagrammen bekannt. Es handelt sich dabei um Geraden im halblogarithmischen (Wöhler 1870) oder doppeltlogarithmischen (Basquin 1910) Koordinatensystem, um Kurven mit asymptotischem Übergang in eine Dauerfestigkeit (Stromeyer 1914,

Palmgren 1924, Castillo 1985) oder um Kurven mit einem S-förmigen Verlauf, die sowohl den Übergang in eine Dauerfestigkeit wie auch in eine Kurzzeitfestigkeit darstellen (Weibull 1949, Stüssi 1955, Bastenaire 1963). Die Höhe der Beanspruchung (bei Metallen i. d. R. die Schwingbreite, bei CFRP die Oberspannung) wird dabei über der ertragbaren Lastzyklenzahl (LZ) aufgetragen. Historisch bedingt wird häufig die unabhängige Variable (Lastniveau oder Schwingbreite) auf der Ordinate und die abhängige Variable (Anzahl der Lastwechsel) auf der Abszisse abgetragen. [L61][L191][L139]

Die Ansatzfunktionen können drei Gruppen zugeordnet werden. Zur ersten Gruppe zählen Modelle, welche das Ermüdungsverhalten im Bereich der Zeitfestigkeit beschreiben. Ansatzfunktionen dieser ersten Gruppe eignen sich auch für Werkstoffe, bei welchen keine ausgeprägte Dauerfestigkeit beobachtet wird. Ansatzfunktionen, welche den Übergang vom Zeitfestigkeitsbereich zum Verhalten bei sehr hohen Lastzyklenzahlen berücksichtigen, werden der zweiten Gruppe zugeordnet. Hierin sind auch jene Modelle einzuschließen, welche einen asymptotischen Übergang in eine Dauerfestigkeit beinhalten. Die Frage nach der Existenz einer Dauerfestigkeit wird im wissenschaftlichen Diskurs nach wie vor diskutiert [L108]. Die letzte Gruppe beinhaltet Modelle, welche den gesamten Bereich des Low Cycle Fatigue (LCF), High Cycle Fatigue (HCF) und Very High Cycle Fatigue (VHCF) abdecken. [L191]

Ermüdungsversagensfunktionen für Stahlerzeugnisse werden bis heute in Regelwerken wie dem Eurocode 3 [N5] oder des International Institute of Welding (IIW) [L34] nach dem Ansatz von Basquin aus dem Jahr 1910 als lineare oder bilineare Regressionsgeraden dargestellt, welche im Bereich zwischen $5 \cdot 10^6$ und 10^7 mit einem Knick in eine Horizontale (Dauerfestigkeit) oder sehr flach geneigte Gerade übergehen. Es ist unbestritten, dass es sich hierbei um eine praktische Vereinfachung handelt und es liegen zahlreiche Ansätze für S - N -Kurven vor, welche einen kontinuierlichen Übergang zu einem Verhalten bei sehr hohen Lastwechselzahlen beschreiben, wie beispielsweise nach Castillo und Canteli [L21], Pasqual und Meeker [L147], Leonetti et al. [L109], Strzelecki [L192] oder Lassen et al. [L108]. In [L191] werden einige dieser Ansätze vergleichend gegenübergestellt. Ein weiterer Kritikpunkt betrifft die lineare Regression. Diese Methode ist nicht dafür geeignet, Ergebnisse von Versuchen, welche kein Versagen erreichen (Durchläufer), bei der Auswertung zu berücksichtigen [L34]. Versuchsergebnisse am oberen Rand des Untersuchungskorridors besitzen für eine Extrapolation des weiteren Verlaufes der S - N -Versagensfunktion für den Bereich höherer Lastzyklenzahlen eine wichtige Aussagekraft. Toasa und Ummenhofer weisen darauf hin, dass es sich hierbei meist um die teuersten und aufwändigsten Versuche handelt und eine Vernachlässigung der beobachteten Durchläufer die Auswertung deutlich beeinflusst [L200]. Ansätze, die Ergebnisse von Durchläufern mit statistischen Methoden zu berücksichtigen, werden in [L137][L147][L168] beschrieben und durch Toasa [L198][L200][L201] auf Basis des Ansatzes von Castillo et al. [L21] weiterverfolgt. Diesem Ansatz liegt eine Weibullverteilung $W(B, C, a, b, c)$ mit drei Parametern und zwei zusätzlichen Formparametern zugrunde.

5.1.4 Ermüdungsfestigkeit von UD CFRP bei Zugschwellbeanspruchung

5.1.4.1 Wesentliche Charakteristika

Aus Ermüdungsversuchen an unidirektionalen CFRP-Laminaten aus den 1980er Jahren [L66] sind wesentliche Charakteristika bekannt: Die Ermüdungsversagensfunktion lässt sich im einfachlogarithmischen S - $\log(N)$ -Diagramm als Gerade approximieren, wobei S_{max} die auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit (Bruchlast) bezogene Oberlast ist und N für die Anzahl ertragbarer Lastzyklen (LZ) steht. Die Steigung m ist flacher als bei metallischen Werkstoffen und vom verwendeten Fasertyp abhängig. Für hochmodulige (HM) C-Fasern sind Versuche bekannt, bei welchen die Ermüdungsfestigkeiten bis 10^6 LZ vorwiegend im Streuband der statischen Versuche liegen [L9][L145]. Für Fasern mittlerer Steifigkeit im Bereich zwischen 200 GPa und 400 GPa (die meisten gebräuchlichen Fasern HT, UT, IM, IT liegen in diesem Bereich – vgl. 2.1.4) konnte ein linearer Zusammenhang zwischen der Steigung der Ermüdungsversagensfunktion als Gerade im S - $\log(N)$ -

Diagramm und dem E-Modul der Fasern beobachtet werden [L193], wobei die Steigung mit abnehmendem E-Modul zunimmt. Mandell [L115] versuchte zu zeigen, dass sich das Ermüdungsverhalten von unterschiedlichen faserverstärkten Kunststoffen mit einer einfachen linearen Beziehung zwischen der Faserfestigkeit und der Steigung im einfachlogarithmischen $S\text{-log}(N)$ -Diagramm beschreiben lässt.

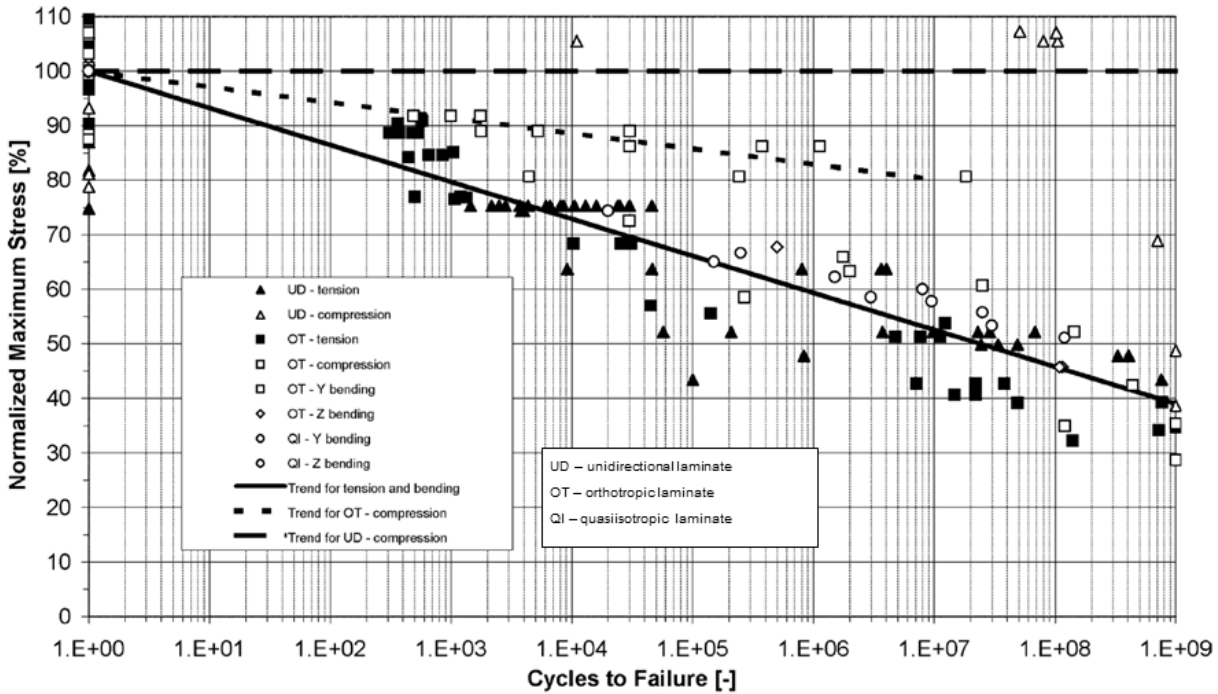


Abbildung 5-1 Beispiel einer Ermüdungsversagensfunktion ($S\text{-}N$ -Kurve) mit Ergebnissen für UD CFRP-Lamellenproben aus [L129]; normalisierte Darstellung der Oberlast in Prozent bezogen auf die mittlere statische Kurzzeitfestigkeit.

Der Gedanke, dass das Ermüdungsversagen von Faser-Polymer-Verbundwerkstoffen durch eine fortschreitende Degradation der lastabtragenden Fasern bestimmt wird, ist zunächst nachvollziehbar. Von Jones [L94] wird allerdings beobachtet, dass sich bei Laminaten mit gleicher Matrix und gleichem Aufbau bei unterschiedlichen Fasertypen (Kohlefaser, Kevlar, Glas) die Ermüdungsfestigkeit oberhalb von 10^7 LZ auf dem gleichen Dehnungsniveau einstellt. Talreja leitet in [L66] auf dieser Erkenntnis aufbauend ein Versagensmodell auf Grundlage ermüdungswirksamer Dehnungen her, welches in 5.1.4.6 erläutert wird. Aufgrund ihrer Steifigkeit besteht für Carbonfasern ein kontinuierlicher Übergang zwischen dem faserdominierten Versagen bei hohen Oberlasten und dem matrixdominierten Langzeitermüdungsversagen unterhalb von ca. 1 % Dehnung bei Oberlast, weshalb über den gesamten Bereich bis 10^7 LZ eine stetige Versagensfunktion als gesichert angesehen werden kann.

5.1.4.2 Einordnung der vorliegenden Versuche an UD CFRP Strangschlaufen

In Abbildung 5-2 sind die Ergebnisse der aus der Literatur vorliegenden Kleinprobenversuche an CFRP-Strangschlaufen [L7][L8][L195] den in 3.5 vorgestellten Ergebnissen aus Versuchen an realmaßstäblichen Prüfkörpern gegenübergestellt. Zusätzlich sind die Ergebnisse von Ermüdungsversuchen an Lamellenproben aus [L129] als offenes Kreuzsymbol dargestellt. Es ist festzustellen, dass die Versuchsergebnisse von realmaßstäblichen Strangschlaufenmustern verglichen mit den Kleinproben im Mittel eine um rund eine Dekade höhere erwartbare Lastzyklenzahl aufweisen, jedoch nicht die Ermüdungsfestigkeit erreicht wird, welche an Lamellenproben ermittelt wurde. Diese Beobachtung deckt sich mit den beobachteten Versagensmustern aus [L224] wonach auch für das Ermüdungsversagen das Verhalten im Bereich der Schlaufenverankerung maßgebend wird.

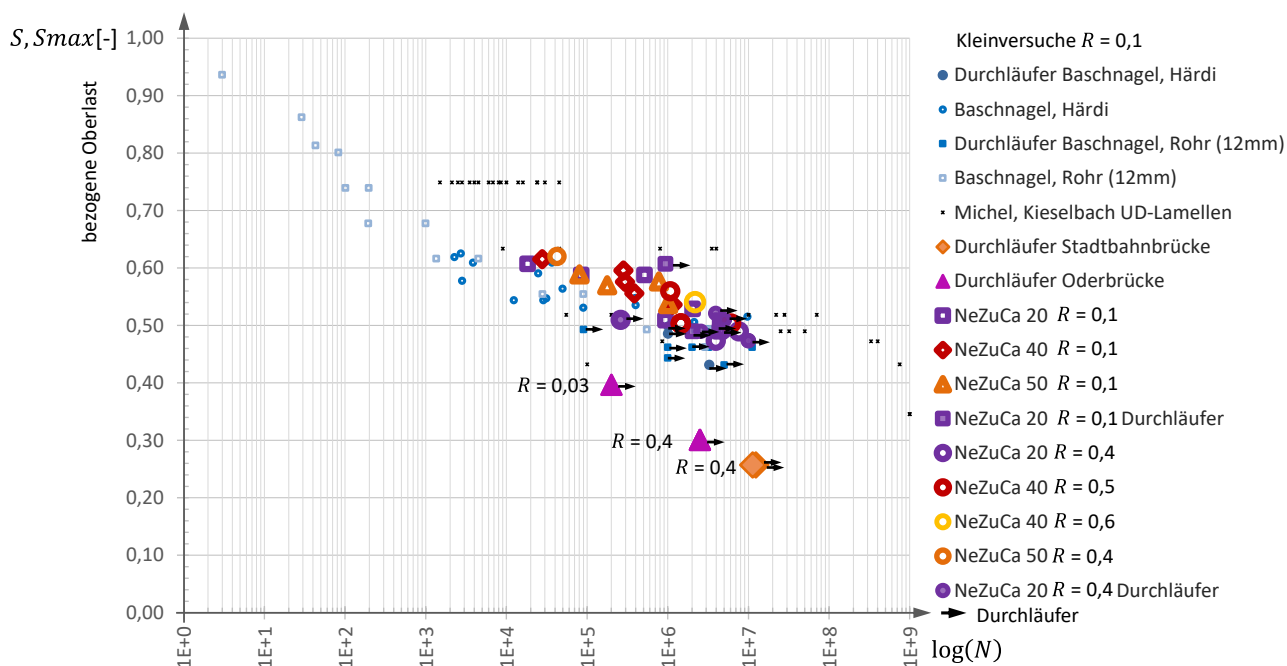


Abbildung 5-2 S - $\log(N)$ -Diagramm mit Versuchsergebnissen mit Spannungsverhältnis $R = 0,1$ v. UD CFRP-Strangschlaufen aus Kleinprobenversuchen (Terrasi et al. [L195], Basznagel & Rohr [L7], Basznagel & Härdi [L8]), Bauteilversuchen (Stadtbahnbrücke [L124] Oderbrücke [L197], Verbundforschungsvorhaben NeZuCa [L224]) und UD CFRP-Lamellen (Michel et al. [L129]).

5.1.4.3 Schnittpunkt mit der Ordinatenachse

In der Literatur finden sich S - N -Kurven, welche auf der Ordinatenachse durch den Mittelwert der statischen Kurzzeitfestigkeit (statische Traglast) geführt werden [L129] (vgl. Abbildung 5-1) oder mit einer aus den Versuchsergebnissen abgeleiteten Steigung bestimmt werden und dann – verlängert man diese S - N -Funktion für eine Zyklenzahl gegen $N \rightarrow 1$ – die Ordinate im Bereich zwischen 75 % und 95 % der statischen Kurzzeitfestigkeit schneiden (vgl. Abbildung 5-3) [L205][L63].

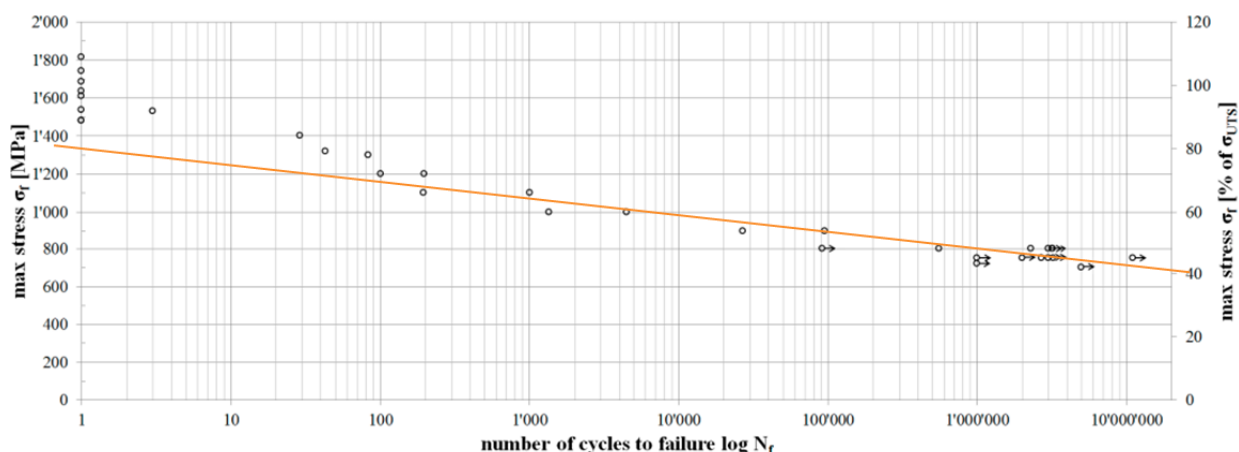


Abbildung 5-3 Zusammenfassung der Ermüdungsversuche an 12 mm breiten Schlaufenproben, entnommen aus [L7] und ergänzt durch eine Trendlinie der Versuchsergebnisse für $N > 10^3$ LZ.

Hinsichtlich der Frage, ob statische bzw. quasistatische Versuchsergebnisse als Stützstellen einer $S\text{-log}(N)$ -Kurve bei $N = 0$ Lastzyklen für die Auswertung herangezogen werden sollen, finden sich Hinweise in der Literatur [L205], dass damit die Steigung der $S\text{-}N$ -Kurve verzerrt werden kann. Nijssen [L139] empfiehlt, das Verhalten unter statischer Belastung und das Ermüdungsverhalten als unabhängig zu betrachten und verweist dabei auch auf die Diskussion, ob die statischen Versuche ggf. bei 0,25 Lastzyklen (Zug) oder 0,75 Lastzyklen (Druck) einzuordnen wären. Meist werden quasistatische Versuche zudem mit einer deutlich geringeren Belastungsgeschwindigkeit im Vergleich zu den Ermüdungsversuchen durchgeführt, was aber tendenziell eher zu niedrigeren statischen Bruchlasten führt.

Für Ermüdungsversuche an Kleinschlaufenproben [L7] liegen Ergebnisse in allen LZ-Bereichen bis 10^7 LZ vor (vgl. Abbildung 5-3). Hieran lässt sich eine flachere Neigung der $S\text{-}N$ -Kurve oberhalb 10^3 LZ erkennen, welche – verlängert man diese bis zur Ordinatenachse – diese unterhalb des Mittelwertes der statischen Tragfähigkeit schneidet. Ein entsprechendes Verhalten lässt sich in der nachfolgend hergeleiteten $S\text{-}N$ -Kurve ebenfalls erkennen (vgl. Abbildung 5-68) wenn auch deutlich weniger ausgeprägt.

5.1.4.4 Extrapolation für Lastwechselzahlen oberhalb des durch Versuche untersuchten Bereiches

Eine Vorhersage des Ermüdungsverhaltens für Lastzyklenzahlen oberhalb des experimentell betrachteten Bereiches durch inhärente Extrapolation der zugrunde gelegten Ermüdungsversagensfunktion wird stark von der Wahl der $S\text{-}N$ -Versagensfunktion beeinflusst [L205]. In [L205] werden verschiedene Ansatzfunktionen im Kontext einer Extrapolation gegenübergestellt, wobei eine Gerade im $S\text{-log}(N)$ -Diagramm im Vergleich mit anderen beschriebenen Ansätzen die niedrigsten Prognosewerte für große Lastwechselzahlen zeigt.

Experimentelle Ergebnisse an UD C-Laminaten unter reiner Zugschwellbeanspruchung liegen bis 10^9 LZ vor [L129] (vgl. Abbildung 5-1 und Abbildung 5-2). Steigende Anforderungen aus der Anwendung (Luftfahrt, Hochgeschwindigkeits-Eisenbahnverkehr, höhere Drehzahlen und Laufzeiten etc.) und die Beobachtung, dass bei Verbundwerkstoffen auch oberhalb 10^7 LZ keine Dauerfestigkeit als gesichert angenommen werden kann [L129], veranlassten ab den 1970er Jahren verstärkte Forschung dazu (Stichworte Very High Cycle Fatigue – VHCF, Ultra High Cycle Fatigue – UHCF, Gigacycle [L38]), mit einem Trend, aufwändige und stark von den Versuchsrandbedingungen abhängige hochfrequente Ermüdungsversuche durch analytische Simulationsverfahren zu ersetzen. Hier liegt das Augenmerk vor allem in der Beschreibung des Verbund- und Matrixverhaltens.

In Bezug auf die Mechanismen oberhalb von 10^9 LZ gibt es z. T. widersprüchliche Aussagen in der Literatur (vgl. 2.2.5). Nach Talreja [L54] lässt sich ein Grenzwert für ermüdungswirksame Dehnungen benennen, unterhalb dessen sich Matrix-dominierte Schädigungsmechanismen erkennen lassen, welche sehr langsam fortschreiten oder bei noch geringeren Dehnungen möglicherweise ganz zum Stillstand kommen, woraus sich sehr hohe Lastzyklenzahlen bis zum Bruch ergeben. Aus Michel et al. [L129] sind Ergebnisse an UD Laminat-Flachproben unter Zugbeanspruchung bis 10^9 LZ bekannt. Eine Tendenz zu einer flacheren Neigung der Ermüdungsversagensfunktion für höhere Lastwechselzahlen ist hier (noch) nicht erkennbar.

Versuche an Strangschlaufen liegen bis 10^7 LZ vor [L7] und lassen eine Tendenz zu einer flacheren Neigung der $S\text{-}N$ -Kurve für höhere LZ erkennen (vgl. Abbildung 5-3). Anhaltspunkte für Mechanismen, die für das Ermüdungsverhalten unidirektionaler C-Laminat unter Zugschwellbeanspruchung eine Vergrößerung der Steigung für Lastwechselzahlen oberhalb 10^9 LZ zur Folge haben könnten, sind nicht bekannt. Eine Gerade im $S\text{-log}(N)$ -Diagramm als Ermüdungsversagensfunktion wird anhand der Literatur hinsichtlich einer Extrapolation für große Lastwechselzahlen als konservativer Ansatz eingestuft.

5.1.4.5 Einfluss des Spannungsverhältnisses R

Ermüdungsversuche an C-Lamellen [L98] und profilierten Carbon-Bewehrungsstäben unter Zugschwellbelastung [L207] zeigen einen deutlichen Einfluss des Spannungsverhältnisses $R = S_{min} / S_{max}$ (R -Wert) auf die Ermüdungsfestigkeit (vgl. Abbildung 5-4 links). Mit zunehmendem Spannungsverhältnis R verlaufen die S - N -Kurven flacher, der Steigungsexponent m wird größer. Ein ähnliches Verhalten ist auch für S - N -Kurven für druckschwellbeanspruchten Beton bekannt (vgl. Abbildung 5-4 rechts) [N18][N29].

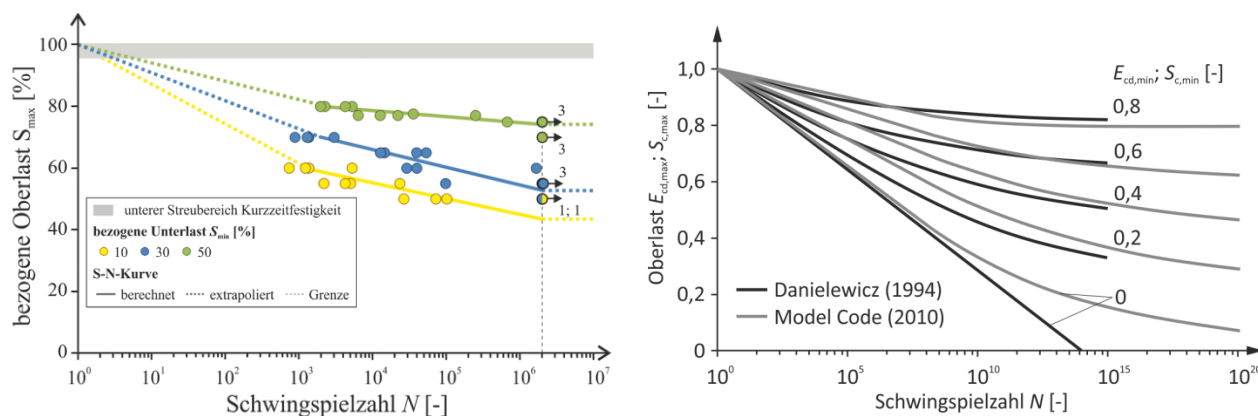


Abbildung 5-4 S - N -Funktionen in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses $R = S_{min,i} / S_{max,i}$ (R -Wert) aus Ermüdungsversuchen unter Zugschwellbeanspruchung an profilierten Carbonstäben (links, Abbildung aus [L207]) und für druckschwellbeanspruchten Beton (rechts, Abbildung aus [L206]).

Inwieweit eine Übertragbarkeit der Erkenntnisse auf den Schlaufenanschluss gerechtfertigt ist, soll anhand der Betrachtung zugrundeliegender Schädigungsmechanismen diskutiert werden. Hierzu wird der Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse abgeschätzt. Eine Einführung in die gewählte Darstellung nach Haigh erfolgt in 5.3.5.2.

5.1.4.6 Einfluss der Ermüdungsbeanspruchung auf die Restfestigkeit und Steifigkeit

In Schädigungsmodellen kann der Verlauf der statischen Kurzzeitfestigkeit nach ermüdungswirksamer Vorbelastung über die Lebensdauer als Restfestigkeit angegeben werden. Der Schädigungsfortschritt ist vom Lastniveau abhängig [L66][L113]. Im ersten Drittel der Lebenserwartung werden auch Traglasten oberhalb der statischen Kurzzeitfestigkeit beobachtet [L66][L172][L206][L224], welche auf einen gewissen Trainiereffekt durch irreversible Umlagerungen im Matrixverbund hindeuten können. Restfestigkeitskurven enden jeweils auf dem Schnittpunkt der Ermüdungsversagensfunktion mit der jeweiligen Laststufe. Ein Verfahren zur Beschreibung von Restfestigkeitskurven von Adam et al. [L1] bedarf der jeweiligen Kalibrierung für das vorliegende Bauteil, Laminat und die dazugehörigen inneren Beanspruchungszustände. Llobet et al. beschreiben ein steifigkeitsbasiertes Ermüdungsschädigungsmodell auf Basis des Zusammenhanges zwischen der schädigungsbedingten Abnahme der Steifigkeit und der Abnahme der Resttragfähigkeit [L113], womit eine zusammenhängende Aussage zur Restlebensdauer wie auch zur Resttragfähigkeit gegeben werden kann.

Der Zusammenhang zwischen der verbleibenden Steifigkeit $E_1^{(N)}$ und der Restfestigkeit $F_u^{(N)}$ nach N Lastzyklen [L113] geht indirekt auch aus älteren Literaturquellen hervor, wenn man die Aussagen zur Steigung der S - $\log(N)$ -Versagensfunktion (vgl. 2.2.5) für verschiedene C-Laminat mit den Beobachtungen zur Steifigkeitsabnahme vergleicht: Im Gegensatz zu quasiisotropen C-Laminaten, bei welchen im Laufe der letzten Dekade der Lebensdauer eine Steifigkeitsabnahme von rund 20 % beobachtet werden kann [L46], zeigen unidirektionale C-Laminat speziell bei hochmoduligen Fasern bis zum Ermüdungsversagen nur eine geringe Abnahme der Steifigkeit $E_1^{(N)}$ nach N Lastzyklen [L66].

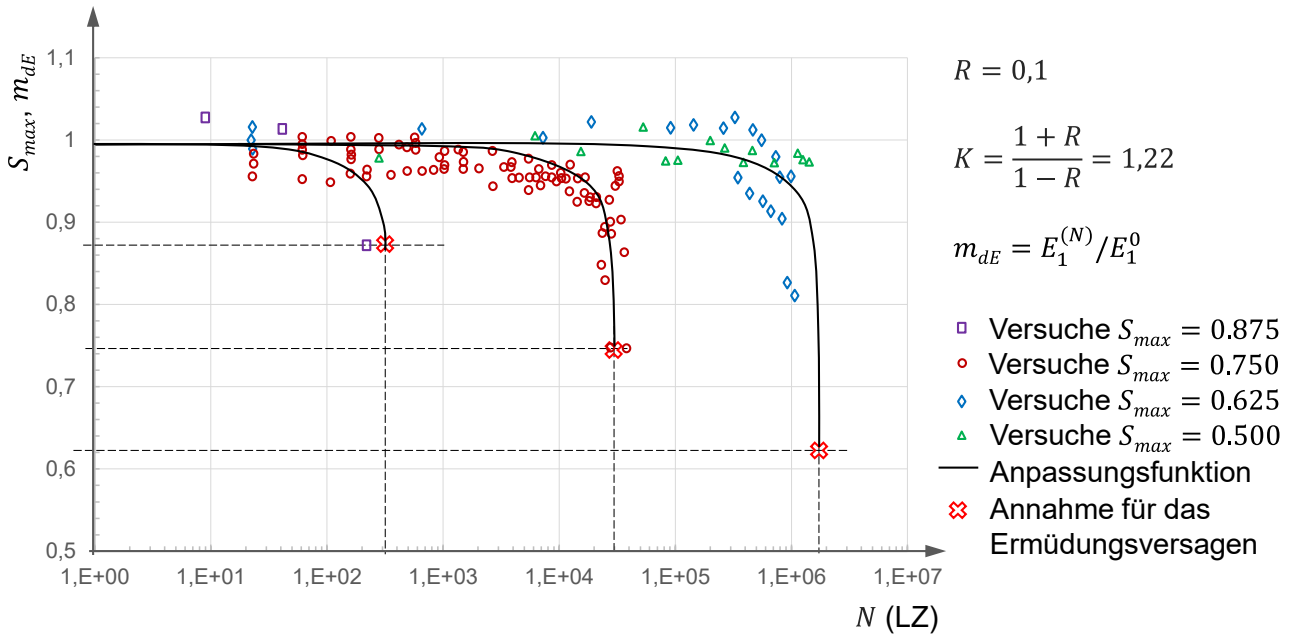


Abbildung 5-5 Schädigungsmodell, Integritätsfunktionen für $m_{dE}(N)$ nach Lobet et al. [L113] für unidirektionale Carbonlamellen mit Epoxydharzmatrix unter Zugschwellbeanspruchung bei $R = 0,1$ und unterschiedlicher Oberlast. Grafik nach Ergebnissen aus [L113].

Die graduelle Steifigkeitsabnahme $m_{dE} = \frac{E_1^{(N)}}{E_1^0}$ kann als Parameter für den Schädigungsfortschritt herangezogen werden (vgl. Abbildung 5-5), wobei E_1^0 die Steifigkeit vor Belastungsbeginn ist [L113]. Häufig kann eine geringe initiale Steigerung der Steifigkeit (und auch der Festigkeit) im ersten Drittel der erwartbaren LZ-Zahl beobachtet werden, was beispielsweise auf das lastparallele Ausrichten einzelner Faserstränge in einer visko-elastischen Matrix zurückgeführt wird [L66]. In Übereinstimmung findet sich in der Literatur die Hypothese, dass sich die Bruchdehnung ϵ_u durch Ermüdungsbeanspruchung nicht verändert [L113]. Hieraus kann als Versagenskriterium für die Dehnung nach ermüdungswirksamer Belastung $\epsilon_1^{(N)} = \frac{S_{max}}{E_1^{(N)} \cdot A}$ die Bedingung $\epsilon_1^{(N)} \leq \epsilon_u$ umgeformt werden zu $S_{max} \leq m_{dE}(N)$ [L113].

Im Fall der Strangschleufe liegt für den Bereich der Schlaufenaufspreizung und der Umlenkung ein variabler Dehnungsverlauf entlang der Faser vor (vgl. Abbildung 3-48). Es ist daher davon auszugehen, dass auch der Schädigungsfortschritt und die damit verbundene Abnahme der Steifigkeit bereichsweise unterschiedlich voranschreiten. Als Messgrößen aus Ermüdungsversuchen stehen aber nur Steifigkeitswerte für das gesamte Bauteil zur Verfügung. Eine direkte Anwendbarkeit dieses Ansatzes für den Fall der Strangschleufe ist daher nicht gegeben.

5.2 Versuchsgestützte Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$

5.2.1 Datengrundlage

5.2.1.1 Versuchsergebnisse $R = 0,1$

Experimentelle Ergebnisse für die Auswertung einer Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$ liegen von 16 Ermüdungsversuchen an 3 unterschiedlichen Probengrößen aus 5 Fertigungschargen vor (vgl. 3.5) und sind in Tabelle 5-2 zusammengefasst. In Spalte 4 wird das in 4.8.5 vorgeschlagene Einstufungskriterium ausgewertet, anhand dessen für die Muster TK50-8, TK40-7 und TK40-15 eine höhere Wahrscheinlichkeit für eine unterdurchschnittliche statische Traglast vorliegt. In Spalte 5 wird die erreichte Zyklenzahl ausgegeben. Zwei Versuche (TK20-10 und TK20-14) wurden nach $2 \cdot 10^6$ bzw. $9 \cdot 10^5$ LZ abgebrochen (Durchläufer). In Spalte 9 wird die mittlere Bruchlast angegeben, welche zur Ermittlung des bezogenen Oberlastniveaus S_{max} herangezogen wird und aus den in Spalte 8 benannten Bruchlastversuchen gebildet wurde (vgl. 3.3.5). In Spalte 12 wird das maßgebende Abbruchkriterium für den Versuchsabbruch angegeben. Anhand der im Anschluss ermittelten Resttragfähigkeit (vgl. 3.5.4) darf für die Probekörper TK50-8 und TK40-7 von einer zusätzlichen Restlebensdauer ausgegangen werden. Nach (Gl. 3-8) kann für TK50-8 (TK40-7) ein Restlaufzeitfaktor von 1,24 (1,10) abgeschätzt werden.

Tabelle 5-2 Ermüdungsversuche Strangschlaufen $R = 0,1$

Typ	Muster	Charge	K8 [-]	$N(N_i)^1$ [-]	$F_{fol.}$ [kN]	$F_{fll.}$ [kN]	Referenz für $F_{R_{u,m}}$	$F_{R_{u,m}}$ [kN]	S_{max} [-]	$\log(N)$ [-]	Abbruch- Kriterium
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
TK50	TK50-7	1	0,988	80160	2133	213	TK50-1W bis TK50-6W	3621,4	0,59	4,904	Bruch
	TK50-8	1	0,933	176928	2064	206			0,57	5,248	Dehngrenze
	TK50-9	3	0,961	773514	2088	209			0,58	5,888	Bruch
	TK50-10	4	0,954	1006640	1945	195			0,54	6,003	Bruch
TK40	TK40-7	1	0,928	27667	1538	154	TK40-1 bis TK40-3	2499,3	0,62	4,442	Dehngrenze
	TK40-8	1	0,944	294480	1439	144			0,58	5,469	Dehngrenze
	TK40-4	1	0,971	384248	1389	139			0,56	5,585	Kraftabfall
	TK40-5	1	0,964	1142539	1339	134			0,54	6,058	Bruch
	TK40-15	1	0,934	281589	1488	149			0,60	5,450	Dehngrenze
TK20	TK20-6	1	0,990	49951	411	41,1	TK20-1 bis TK20-5 und TK20-15	671,1	0,61	4,699	Bruch
	TK20-7	1	1,028	18335	398	39,8			0,59	4,263	Bruch
	TK20-8	1	²⁾	84800	398	39,8			0,59	4,928	Bruch
	TK20-9	1	0,976	515507	358	35,8			0,53	5,712	Bruch
	TK20-10	1	1,006	(2038326)	331	33,1			0,49	Durchläufer	
	TK20-11	1	1,017	4419867	345	34,5			0,51	6,498	Thimble ³⁾
TK20-14	1	0,956	(938871)	411	41,1	0,61	Durchläufer				

¹⁾ N ... Lastzyklenzahl bis zum Bruch / Versagen
 (N_i) ... Lastzyklenzahl eines Durchläufers

²⁾ Es liegen keine ausreichend zuverlässigen Messdaten vor

³⁾ Es liegt ein Ermüdungsriss im Thimble Typ B vor

Nachfolgend werden Effekte diskutiert, welche sich hinsichtlich einer gemeinsamen Auswertung der Versuchsdaten unterschiedlicher Mustergrößen und Fertigungschargen ergeben.

5.2.1.2 Unterschiedliche Größen der Prüfmuster

Zur gemeinsamen Auswertung der Ermüdungsversuche unterschiedlicher Bauteilgeometrien bzw. Größen der Probekörper wird die Oberlast $F_{f_{OL}}$ jeweils in Bezug zum Mittelwert der statischen Kurzzeitfestigkeit $F_{R_{u,m}}$ normiert als bezogene Oberlast oder relatives Oberlastniveau $S_{max} = F_{f_{OL}}/F_{R_{u,m}}$ dargestellt (Spalte 10).

5.2.1.3 Unterschiedliche Fertigungschargen

Hinsichtlich der Auswertung von Ergebnissen aus unterschiedlichen Fertigungschargen konnte in 3.3.4 gezeigt werden, dass eine chargenabhängige Verschiebung des Mittelwertes der statischen Traglasten im Zusammenhang mit Abweichungen im Fertigungsprozess auftreten kann, die bei planmäßiger Fertigung jedoch in vernachlässigbarer Größenordnung liegt. In 4.8.5 wurde ein Kriterium vorgeschlagen, um die Wahrscheinlichkeit einer Unterschreitung der mittleren Bruchlast zu bestimmen. Werden für eine Fertigungscharge für das Kriterium K8 mehrheitlich Werte unter 0,95 und in einzelnen Fällen deutlich darunter bestimmt, kann dies auf Unregelmäßigkeiten im Fertigungsprozess hindeuten. In Spalte 4 wird das in 4.8.5 vorgeschlagene Einstufungskriterium ausgewertet, anhand dessen für die Muster TK50-8, TK40-7, TK40-8 und TK40-15 eine höhere Wahrscheinlichkeit für eine unterdurchschnittliche statische Traglast vorliegt.

In Fertigungscharge 1 der TK50-Probekörper wurde das Kriterium mehrheitlich und teils deutlich unterschritten. Für diese Charge zeigte sich ein verringerter Mittelwert und eine deutlich größere Streubreite der Bruchlasten. Dies konnte im Nachgang auf einen Prozessfehler bei der Herstellung dieser Fertigungscharge, bedingt durch Umbaumaßnahmen an einer Maschine, zurückgeführt werden. Nachfolgend wird überprüft, inwieweit sich die Ermüdungsfestigkeitsfunktion bei Ausschluss der beiden Ergebnisse TK50-7 und TK50-8 verändert (vgl. 5.2.4.1). Aus den Traglastversuchen der TK40-Serie ist keine Unregelmäßigkeit ersichtlich.

Die Fertigung der Kleinmuster der Serie TK20 erfolgt in einem manuell unterstützten Ablegeprozess, während die TK40 und TK50 maschinell abgelegt werden. Die Streuung der statischen Kurzzeitfestigkeit der TK20 weist einen Variationskoeffizient von 8,1 % auf. Im Vergleich zu allen Serien der TK40 und TK50 mit Variationskoeffizienten zwischen 0,8 % und 3,2 % zeigen die TK20 ein klar abweichendes Verhalten, was mutmaßlich auch auf das händisch unterstützte Fertigungsverfahren zurückzuführen ist (vgl. 3.3.4). Auffällig ist zudem eine deutliche Abweichung der Mittelwerte unterschiedlicher Fertigungschargen der TK20. Auch bei einer Betrachtung der Ergebnisse der Ermüdungsversuche ist bei den TK20 eine signifikant größere Streuung zu beobachten. Im Zuge der Auswertung wird zunächst lediglich auf die Ergebnisse der TK40 und TK50 zurückgegriffen. Eine Auswertung der TK20 und eine gemeinsame Auswertung werden anschließend diskutiert wie auch eine Auswertung unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Ermüdungsversuchen mit abweichendem R -Wert und/oder zusätzlicher Schiefstellung des Bolzens. Diese Ergebnisse werden zu einer gemeinsamen Betrachtung in schadensäquivalente Ergebnisse ohne Schiefstellung und mit $R = 0,1$ umgerechnet.

5.2.1.4 Unschärfe bei der Normierung relativ zur statischen Traglast

Aus den Fertigungschargen 2, 3 und 4 der TK50 stehen 6 statische Versuche für die Ermittlung der mittleren statischen Traglast zur Verfügung (vgl. 3.3.5). Für TK40 kann auf 3, für TK20 auf 9 statische Versuche aus derselben Charge zurückgegriffen werden. Die maximale Abweichung des Mittelwertes D_m einer Stichprobe der Größe n vom Mittelwert der Grundgesamtheit kann mithilfe des Standardfehlers des Mittelwertes $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ermittelt werden, sofern die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit bekannt ist. Anderenfalls kann diese über die Standardabweichung der Stichprobe s geschätzt werden zu $\sigma_{m,n} = \frac{s}{\sqrt{n}}$. Mit

einer Standardabweichung von 2,6 % (vgl. Tabelle 3-1) ergibt sich ein Standardfehler des Mittelwertes bei einer Stichprobengröße von $n = 3$ (5) zu $\sigma_m = 2,0$ % (1,6 %). Der Einfluss eines Mittelwertfehlers bei der Normierung der Ergebnisse zur gemeinsamen Auswertung kann den Ordinatenwert der Ermüdungsversagensfunktion und deren Steigung beeinflussen. Dieser Effekt wird durch ein zusätzliches Sicherheitselement im Bemessungsansatz berücksichtigt.

5.2.1.5 Einfluss der Reibwärme auf die Lastzyklenzahlen

In [L66] wird ein Verfahren zur rechnerischen Kompensation von Temperatureinflüssen im Ermüdungsversuch beschrieben. Das Ergebnis eines Ermüdungsversuches wird im S - N -Diagramm anhand der gemessenen Bauteiltemperatur mit einem vertikalen Versatz neu eingeordnet, wobei S in Bezug auf eine Funktion der Laminatzugfestigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt wird. Das Verfahren ist prinzipiell nachvollziehbar, kommt aber für den vorliegenden Fall nicht in Frage, weil ein Gradient der Bauteiltemperatur im Querschnitt vorliegt, die Temperatur im Laminat nur näherungsweise bekannt ist und an der Stelle des jeweiligen Versagens nicht unbedingt erfasst wurde. Zudem liegt die erforderliche Beziehung der Laminatfestigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur für das verwendete Laminat nicht vor. Es darf davon ausgegangen werden, dass die experimentell ermittelten LZ nach Tabelle 3-4 unter den maximal erreichbaren Betriebsfestigkeitslebensdauern unter Ausschluss von Reibwärmeeffekten liegen. Anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse aus TK50-10 und TK40-7 (Anhang C.1) lässt sich durch die Frequenzkontrolle eine Verlängerung der Versuchslaufzeit in der Größenordnung zwischen 20 % bis 30 % erkennen. Der Einfluss auf die Ergebnisse im S - N -Diagramm wird damit als hinnehmbar angesehen.

5.2.2 Mittlere Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$

Die Auswertung der Versuche zur Ermittlung der Ermüdungsfestigkeit erfolgt nach DIN EN 1990, Anhang D [N1]. Zunächst wird eine mittlere S - N -Versagensfunktion (Ermüdungsfestigkeitskurve für 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit) für die normierte Ermüdungsfestigkeit ermittelt. Anschließend wird der charakteristische Wert der normierten Ermüdungsfestigkeit für die Bezugslastzyklenzahl $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ bestimmt.

Widerstandsmodell

Als Widerstandsmodell wird eine S - N -Versagensfunktion (Ermüdungsfestigkeitskurve) im einfachlogarithmischen Maßstab nach (Gl. 5-1) verwendet [L139][L205]. Der Ansatz liegt auch [L62] zugrunde. Die Schreibweise in (Gl. 5-1) folgt [L34] und wird an das Format des Model Code [N18] angelehnt. Der Parameter a beschreibt dabei den Schnittpunkt der S - N -Versagensfunktion mit der Abszisse bei $S = 0$. Der Parameter m beschreibt die inverse Neigung der S - N -Versagensfunktion (vgl. Abbildung 2-13).

$$\log(N_i) = a - m \cdot S_{max} \quad (\text{Gl. 5-1})$$

Eine Möglichkeit, die unbekanntenen Parameter a und m aus der Stichprobe zu schätzen, ist die lineare Regression. Unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung für die Stichprobe ist eine Schätzung mit der Methode der kleinsten Quadrate möglich.

$$-m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (\text{Gl. 5-2})$$

$$a = \frac{1}{n} \sum x_i + m \cdot \frac{1}{n} \sum y_i \quad (\text{Gl. 5-3})$$

$$\text{mit } x_i = \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} \text{ und } y_i = \log N_i \quad (\text{Gl. 5-4})$$

$$\text{mit Varianz} \quad s_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \quad \text{und} \quad s_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2 \quad (\text{Gl. 5-5})$$

$$\text{mit Kovarianz} \quad s_{xy} = \sum x_i \cdot y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \cdot \sum y_i \quad (\text{Gl. 5-6})$$

$$\Rightarrow S_{max} = \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} = + \frac{a}{m} - \frac{1}{m} \log(N_i) \quad \Rightarrow \quad a = \log(N_i) + m \cdot S_{max} \quad (\text{Gl. 5-7})$$

Mittlere Ermüdungsversagensfunktion

Als mittlere S - N -Versagensfunktion (Überlebenswahrscheinlichkeit 50 %) aus den Ergebnissen der TK50 und TK40 erhält man (Gl. 5-8).

$$N_i = 10^{(a-m \cdot S_{max})} \quad \text{mit} \quad a = 15,1 \quad \text{und} \quad m = 16,9 \quad (\text{Gl. 5-8})$$

5.2.3 Charakteristische Ermüdungsversagensfunktion für $R = 0,1$

Im ersten Schritt werden Ermüdungsversuche der TK40 und TK50 mit $R = 0,1$ ausgewertet. Für die Auswertung im Rahmen dieser Arbeit wird in Übereinstimmung mit DIN EN 1990 [N1] angenommen, dass die Grundgesamtheit der hier betrachteten Konstruktionsdetails hinsichtlich der Ermüdungsfestigkeit einer logarithmischen Normalverteilung folgt.

Eine entsprechende Verteilungsfunktion lässt sich mithilfe der Standardabweichung s sowie eines Mittelwertes bestimmen. Als Mittelwert wird die mithilfe der linearen Regression geschätzte mittlere S - N -Versagensfunktion (Gl. 5-8) angesetzt.

Die resultierende Standardabweichung s_n kann mit (Gl. 5-9) bestimmt werden und wird zur Veranschaulichung mit (Gl. 5-10) überprüft [L34].

Der Freiheitsgrad ermittelt sich aus der Anzahl der zur Verfügung stehenden Versuche n abzüglich der Anzahl der Parameter, die aus der Stichprobe geschätzt werden. Werden sowohl a als auch m aus der Stichprobe geschätzt, ist der Freiheitsgrad mit $(n - 2)$ anzusetzen.

$$s_n = \sqrt{\frac{s_{yy} + m \cdot s_{xy}}{n-2}} = 0,305 \quad (\text{Gl. 5-9})$$

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum \left[\log N_i - \left(a - m \cdot \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} \right) \right]^2}{n-2}} = 0,305 \text{ (Probe)} \quad (\text{Gl. 5-10})$$

Der Ansatz einer logarithmischen Normalverteilung lässt sich bei ausreichender Anzahl an Daten verifizieren. Im vorliegenden Fall mit 9 bzw. 14 Datenpunkten ist eine Überprüfung nur qualitativ möglich. Hierzu wurden die Messwerte einheitlich auf ein bezogenes Lastniveau umgerechnet, auf welchem die mittlere Überlebenswahrscheinlichkeit $N = 2 \cdot 10^6$ Lastwechsel beträgt. Die Verteilung ist in Abbildung 5-6 dargestellt.

Zur Ermittlung der charakteristischen Ermüdungsfestigkeitsfunktion mit 95 % Überlebenswahrscheinlichkeit wird die Streuung um den Mittelwert bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ unter Zugrundelegung einer zentralen Student-t-Verteilung betrachtet. [L148][L62]

$$\log(N_{c,k}) = \log(N_c) - t(\alpha) s_n \sqrt{f} \tag{Gl. 5-11}$$

$$f = 1 + \frac{1}{n} \frac{(x_c - x_{mean})^2}{S_{xx}} \tag{Gl. 5-12}$$

$$x_c = R_{f,m}(N_c) \tag{Gl. 5-13}$$

Die t-Verteilung berücksichtigt, dass die Stichprobe einer normalverteilten Grundgesamtheit t-verteilt ist. Die t-Werte hängen vom Signifikanzniveau α bzw. dem Vertrauensintervall $(1 - \alpha)$ und der Stichprobengröße n ab [L34].

Werte für den Fraktilefaktor k_n sind im Angang D des Eurocode 0 [N1] für eine Normalverteilung vertafelt. Werte k_n für eine Studen-t-Verteilung [L148] für $(n - 1)$ Freiheitsgraden und für ein Vertrauensintervall von 95 % sind in Tabelle 5-3 dargestellt. Werte für den Fraktilefaktor k_n bei $(n - 2)$ Freiheitsgraden und für ein Vertrauensintervall von 95 % sind nach (Gl. 5-14) in Tabelle 5-4 ermittelt.

Tabelle 5-3 Fraktilefaktor k_n für eine Studen-t-Verteilung für $(n - 1)$ Freiheitsgrade, $(1 - \alpha) = 95\%$

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$t_{(1-\alpha),(n-1)}$	2,920	2,353	2,132	2,015	1,943	1,895	1,860	1,833	1,812	1,796	1,782	1,771	1,761	1,753	1,746	1,74	1,734	1,729
$kn_{(1-\alpha),(n-1)}$	3,37	2,63	2,34	2,18	2,08	2,01	1,96	1,92	1,89	1,87	1,85	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77

$$k_n = t_{1-\alpha,n-2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \tag{Gl. 5-14}$$

Tabelle 5-4 Fraktilefaktor k_n für eine Studen-t-Verteilung für $(n - 2)$ Freiheitsgrade, $(1 - \alpha) = 95\%$

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$t_{(1-\alpha),(n-2)}$	2,92	2,353	2,132	2,015	1,943	1,895	1,86	1,833	1,812	1,796	1,782	1,771	1,761	1,753	1,746	1,740	1,734
$kn_{(1-\alpha),(n-2)}$	3,26	2,58	2,30	2,15	2,06	2,00	1,95	1,91	1,89	1,86	1,84	1,83	1,82	1,80	1,79	1,79	1,78

Der charakteristische Wert der Ermüdungsfestigkeit bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ ergibt sich damit zu:

$$\frac{R_{f,k}}{R_{u,m}} = \frac{R_{f,m}(N_c)}{R_{u,m}} + \frac{t(\alpha)S_N\sqrt{f}}{m} \tag{Gl. 5-15}$$

Der Korrekturterm bewirkt dabei einen vertikalen Versatz der $S-N$ -Versagensfunktion um 0,0349.

Nach [L34] kann die Ermittlung des charakteristischen Wertes nach (Gl. 5-16) erfolgen (Plausibilitätsprüfung):

$$\log N_{c,k} = \log N_c - k_{(1-\alpha),p,n} \cdot s_n \tag{Gl. 5-16}$$

$$\frac{k_{(1-\alpha),p,n} \cdot s_n}{m} = 0,0359 \tag{Gl. 5-17}$$

Hieraus ergeben sich die nachfolgend gezeigten Funktionen für den Mittelwert der Ermüdungsversagensfunktion und die Randfunktionen des Streubandes bei 95 % und bei 5 % Überlebenswahrscheinlichkeit.

Charakteristischer Wert (95 % Überlebenswahrscheinlichkeit):

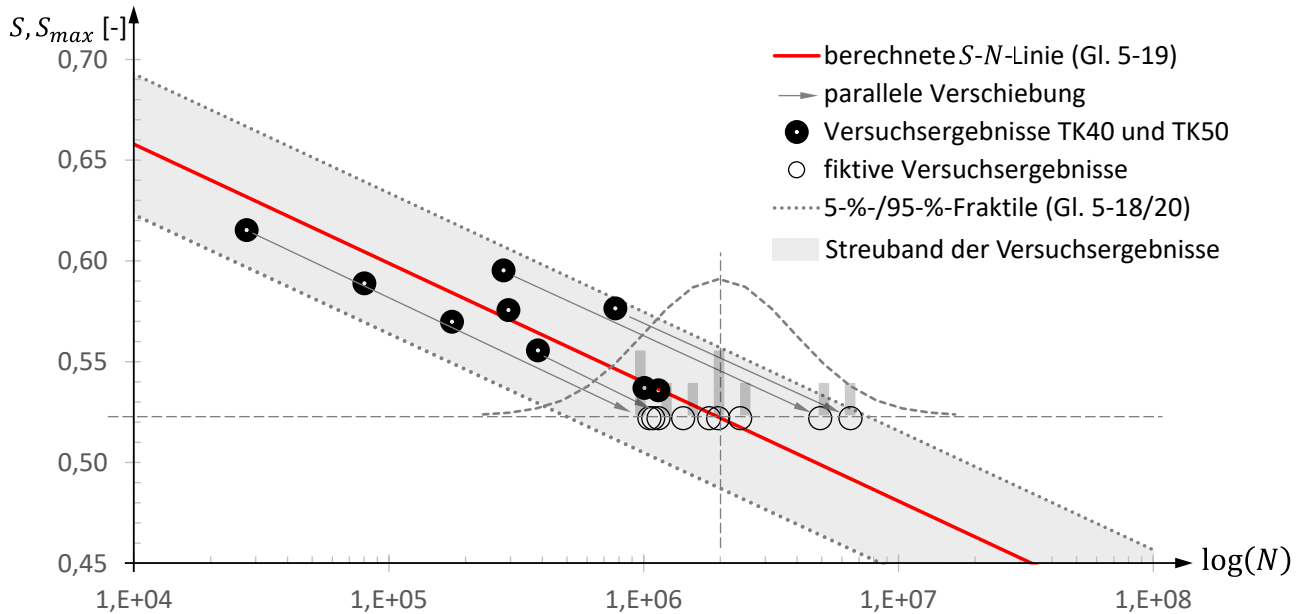
$$\frac{R_{fat,k}(N)}{R_{um}} = 0,859 - 0,059 \log(N_{Ri}) \tag{Gl. 5-18}$$

Mittelwert (50 % Überlebenswahrscheinlichkeit):

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = 0,894 - 0,059 \log(N_{Ri}) \tag{Gl. 5-19}$$

Obere Begrenzung des Streubandes (5 % Überlebenswahrscheinlichkeit):

$$\frac{R_{fat,k}(N)}{R_{um}} = 0,929 - 0,059 \log(N_{Ri}) \tag{Gl. 5-20}$$



$$m_R = \log(N_{Rm}) = 6,30 \quad \dots \text{Mittelwert von } \log(N_R)$$

$$\sigma_{\log(N_R)} = 0,285 \quad \dots \text{Standardabweichung von } \log(N_R)$$

$$V_{\log(N_R)} = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,045 \quad \dots \text{Variationskoeffizient von } \log(N_R)$$

Abbildung 5-6 Mittelwert der *S-N*-Versagensfunktion aus TK40 und TK50; Verteilungsfunktion der auf einen gemeinsamen Lasthorizont verschobenen Versuchsergebnisse und charakteristische *S-N*-Versagensfunktion für 95 % Überlebenswahrscheinlichkeit sowie obere Grenze des Streubandes bei 5 % Überlebenswahrscheinlichkeit.

In Abbildung 5-6 sind das Ergebnis der Regressionsanalyse, die mittlere *S-N*-Versagensfunktion (Gl. 5-19), die Verteilungsfunktion der Versuchsergebnisse sowie die charakteristische *S-N*-Versagensfunktion (Gl. 5-18) zusammengefasst. Um die Verteilung der Versuchsergebnisse zu erfassen, werden die Versuchsergebnisse parallel zur *S-N*-Versagensfunktion auf einen fiktiven Lasthorizont verschoben, dessen Höhe frei wählbar ist. Hier wurde der Lasthorizont so gewählt, dass er die *S-N*-Linie (Gl. 5-19) bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ schneidet. Durchläufer wurden nicht berücksichtigt.

5.2.4 Diskussion der Ergebnisse vor dem Hintergrund der Datengrundlage

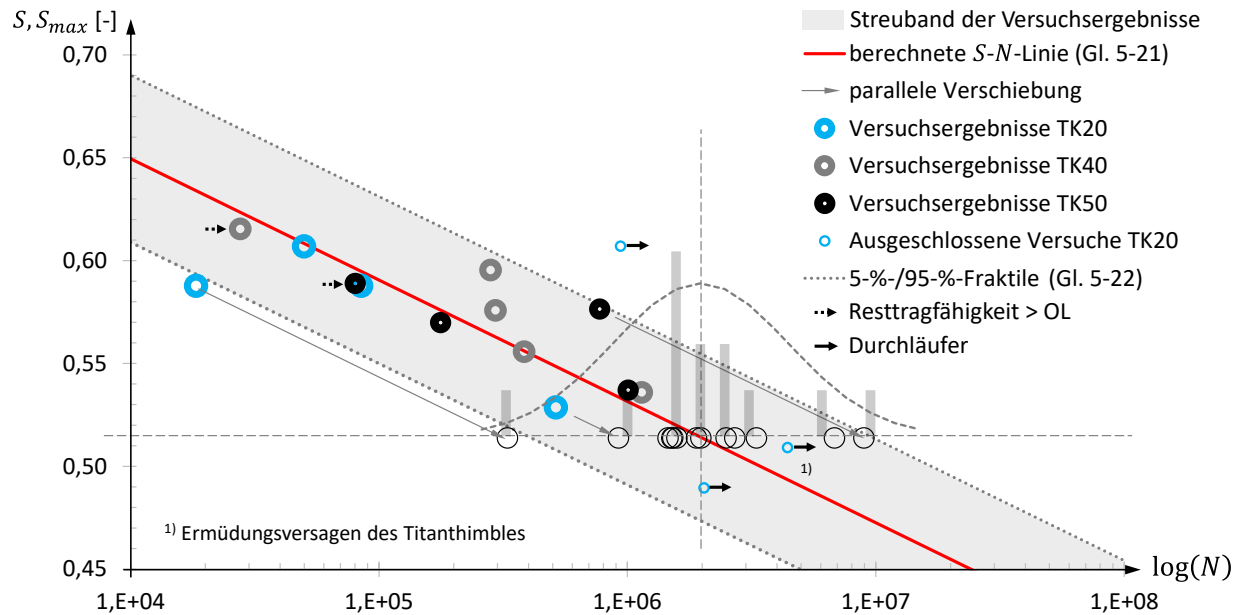
5.2.4.1 Gemeinsame Auswertung TK40, TK50 mit TK20

In Abbildung 5-7 wird das Ergebnis einer gemeinsamen Auswertung der Versuchsergebnisse TK50, TK40 und TK20 dargestellt. Der Mittelwert der *S-N*-Versagensfunktion bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ bleibt nahezu unverändert, ebenso die Steigung mit $m = -16,95$. Der Stützwert der *S-N*-Versagensfunktion bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ kann

damit als bestätigt angesehen werden. Die Breite des Streubandes wird im Vergleich zu Abbildung 5-6 jedoch vergrößert. Für die mittlere S - N -Versagensfunktion folgt (Gl. 5-21), die Grenzlinien des Streubandes beschreibt (Gl. 5-22).

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = 0,886 - 0,059 \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-21})$$

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = 0,886 \pm 0,04062 - 0,059 \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-22})$$



$$m_R = \log(N_{Rm}) = 6,30 \quad \dots \text{Mittelwert von } \log(N_R)$$

$$\sigma_{\log(N_R)} = 0,362 \quad \dots \text{Standardabweichung von } \log(N_R)$$

$$V_{\log(N_R)} = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,057 \quad \dots \text{Variationskoeffizient von } \log(N_R)$$

$$m = 17,0 \quad \dots \text{Steigung der } S\text{-}N\text{-Versagensfunktion}$$

Abbildung 5-7 Mittelwert der S - N -Versagensfunktion bei gemeinsamer Auswertung für TK50, TK40 und TK20 (in blau); Verteilungsfunktion der auf einen fiktiven Lashorizont verschobenen Versuchsergebnisse und charakteristische S - N -Versagensfunktion für 95 % Überlebenswahrscheinlichkeit (ÜW) sowie obere Grenze des Streubandes bei 5 % ÜW.

Die größere Streuung der Ergebnisse der kleineren Probekörper ist auch bei den Bruchlasten zu beobachten (Tabelle 3-1). Es ist nicht abschließend zu klären, ob dies auf einen Maßstabeffekt zurückzuführen ist oder ob der Unterschied der Streuung ganz oder teilweise aus dem Unterschied zwischen maschinell und manuell unterstütztem Ablegeverfahren resultiert. Für die Bestimmung der Steigung der S - N -Versagensfunktion wird auf die Ergebnisse aus 5.2.3 zurückgegriffen. Für die Bestimmung der Streubreite werden die Ergebnisse der TK20 in die Auswertung einbezogen.

5.2.4.2 Prüfung Ausschluss Charge 1

Eine Überprüfung, inwieweit sich die Funktion bei Ausschluss der Ergebnisse der Probekörper aus Charge 1 verändert, ergibt eine steilere Steigung der Versagensfunktion nach (Gl. 5-23). Der Stützwert der $S-N$ -Versagensfunktion bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ bleibt weiterhin unverändert. Die Standardabweichung verändert sich unwesentlich.

$$N_{Ri} = 10^{\left(a-m \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}}\right)} \quad \text{mit} \quad a = 14,7 \quad \text{und} \quad m = 16,0 \quad (\text{Gl. 5-23})$$

Die Funktion unter Ausschluss der Ergebnisse aus Charge 1 ist damit im für die Bemessung relevanten Bereich für $\frac{F_{f,OL}}{F_{Ro}} < 0,5$ konservativ. Für die Wahl der Steigung der $S-N$ -Versagensfunktion wird der Einfluss berücksichtigt.

5.2.4.3 Einfluss der Versuchsabbruchkriterien

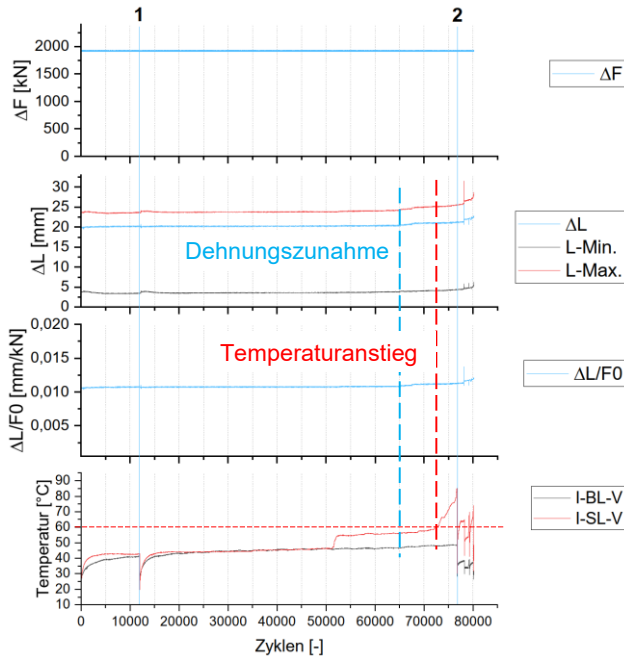
Einheitliche Abbruchkriterien für die Ermüdungsversuche lagen zu Beginn der Versuchsserie noch nicht vor, da erst im Laufe der Durchführung der Versuche anhand der Beobachtungen eine Formulierung von Abbruchkriterien möglich wurde (vgl. 3.5.2).

In Abbildung 5-8 sind exemplarisch die versuchsbegleitenden Messungen für vier unterschiedliche Ermüdungsversuche dargestellt, welche nachfolgend diskutiert werden.

Die Aufzeichnung für den Probekörper TK50-7 zeigt einen typischen Verlauf. Im letzten Drittel der Lebensdauer ist eine Dehnungszunahme zu beobachten, welche auf eine fortschreitende Schädigung zurückzuführen ist. Häufig wird ein sprunghafter deutlich wahrnehmbarer Temperaturanstieg nahe der Stelle beobachtet, an welcher später das Versagen auftritt (vgl. 3.5.2.3). Durch eine Reduktion der Prüffrequenz können die auftretenden Temperaturen wieder gesenkt und kurzfristig auf niedrigerem Niveau stabilisiert werden. Der Einfluss dieser Reduktion der Prüffrequenz auf eine Erhöhung der ertragbaren Lastzyklenzahl ist allerdings nicht stark ausgeprägt. Die Versuche, bei welchen eine mehrstufige Prüffrequenzkontrolle durchgeführt wurde, zeigen im Vergleich zu den übrigen Versuchen keine signifikant höheren LZ (vgl. Abbildung 5-9).

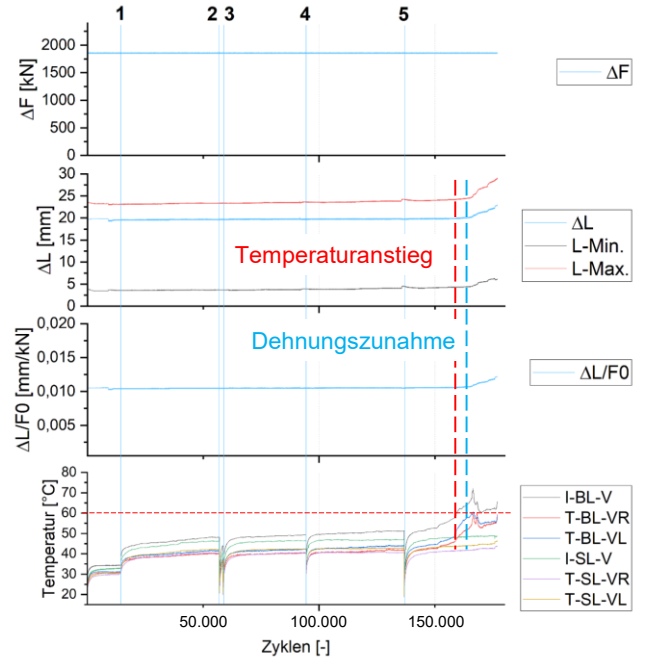
Die Aufzeichnung für den Probekörper TK50-8 zeigt exemplarisch einen Verlauf, bei welchem der Temperaturanstieg zwar deutlich, aber weniger sprunghaft auftritt und sich eine Dehnungszunahme erst nach dem Temperaturanstieg erkennen lässt. Nachdem der Versuch zuvor über eine lange Laufzeit hinweg stabil im unauffälligen Temperaturbereich lief, ist der deutlich erkennbare Temperaturanstieg in jedem Fall mit einer Schädigung in Zusammenhang zu sehen. Es ist jedoch auch möglich, dass der Temperaturanstieg ursächlich durch einen Schaden an der Gleitschicht ausgelöst wird. Im vorliegenden Fall wurde die Prüffrequenz beim Erreichen einer Temperatur von 60 °C nicht herabgesetzt. Es ist daher nicht auszuschließen, dass Wärme aus Reibung (Reibwärme) die nachfolgend beobachtete Schädigung initial ausgelöst oder zumindest beschleunigt hat. Es konnte in anderen Versuchen gezeigt werden, dass ein Absenken der Prüffrequenz die Temperaturen nochmals für eine gewisse Zeit unterhalb 60 °C stabilisiert und ggf. eine Verlängerung der Restlaufzeit bewirkt. Versuche, bei welchen die Temperaturgrenze von 60 °C deutlich überschritten wurde, bevor eine Schädigung durch Dehnungszunahme erkennbar war, sind in nachfolgender Abbildung 5-9 hervorgehoben.

TK 50-7



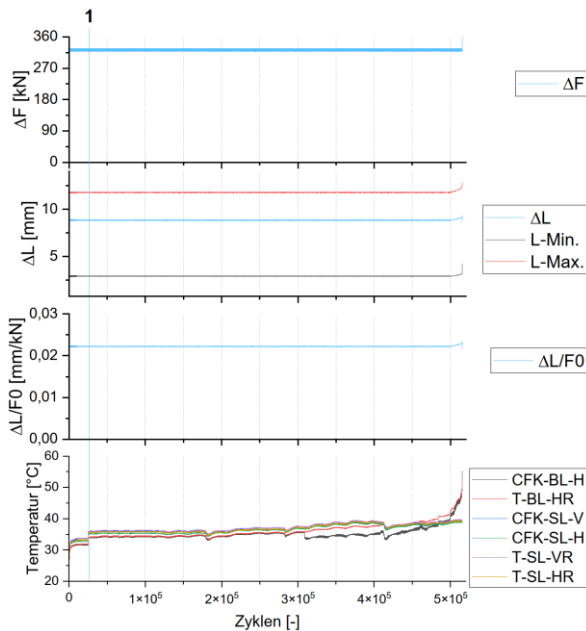
Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,25 Hz
1	12.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz
2	77.000	Absenkung der Prüffrequenz auf 0,1 Hz aufgrund starker Temperaturentwicklung

TK 50-8



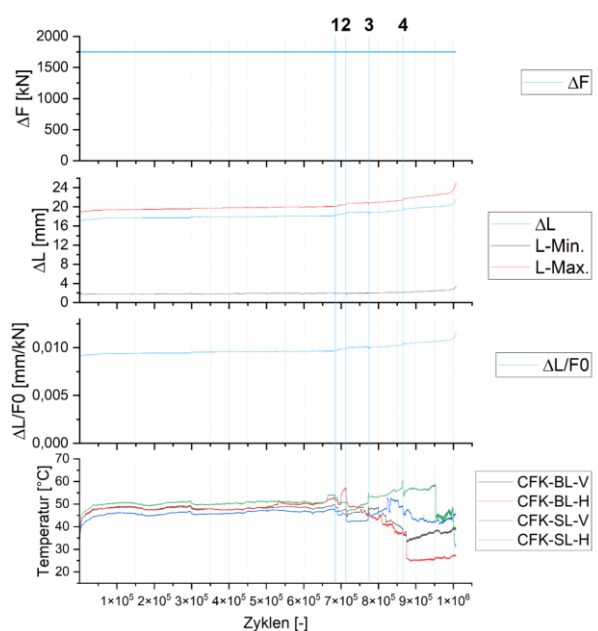
Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,15 Hz
1	14.000	Erhöhung Prüffrequenz auf 0,25 Hz
2	58.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
3	59.500	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
4	94.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)
5	138.000	Stopp und Neustart mit 0,25 Hz (Ausfall Regelung)

TK 20-9



Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,2 Hz
1	25.264	Erhöhung Prüffrequenz auf 0,3 Hz

TK 50-10



Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,35 Hz
1	690.000	Beginn Absenkung Prüffrequenz sukzessive auf 0,3 Hz im Punkt 2
2	708.000	Prüffrequenz 0,3 Hz
3	774.000	Beginn Absenkung Prüffrequenz sukzessive auf 0,24 Hz im Punkt 4
4	860.000	Prüffrequenz 0,24 Hz

Abbildung 5-8 Verlaufprotokolle Ermüdungsversuche TK50-7 (oben links) und TK50-8 (oben rechts), TK20-9 (unten links) und TK50-10 (unten rechts) [L224].

Anhand des Verlaufes der aufgezeichneten Werte für den Probekörper TK50-10 ist exemplarisch erkennbar, dass ein konsequentes Herabsetzen der Prüffrequenz zur Stabilisierung der auftretenden Temperaturen die Laufzeit um rund 20 % verlängert. Es ist daher davon auszugehen, dass Versuche, welche ohne Herabsetzen der Prüffrequenz beim Erreichen einer Temperaturgrenze bis zum Versagen durchgeführt wurden, eine geringere ertragbare Lastzyklenzahl aufweisen. Nachdem dieses Phänomen erst im Zuge der Messkampagne erkannt wurde, liegen Versuche vor, welche mit unterschiedlichem Verfahren hinsichtlich einer Frequenzkontrolle zum Versuchsende durchgeführt wurden. Der Einfluss hieraus auf die Ermüdungsversagensfunktion wird im Zuge der Festlegung der Bemessungs-Versagensfunktion durch ein Sicherheitselement berücksichtigt.

Die Aufzeichnungen für den Probekörper TK20-9 zeigen einen deutlich erkennbaren Temperaturanstieg parallel zur Dehnungszunahme, jedoch ohne Überschreitung einer Temperaturgrenze von 60 °C bis zum Bruch. Visuelle Untersuchungen der Gleitschicht zeigten lokal Spuren von Abnutzung. Reibwärme als primäre Schadensursache kann ausgeschlossen werden. In diesem Fall ist das Auftreten der Wärmeentwicklung mit hoher Wahrscheinlichkeit direkt auf Schädigungsmechanismen im Laminat zurückzuführen.

Bei allen Ermüdungsversuchen trat im Zusammenhang mit dem Versagen eine erkennbare Zunahme der Temperaturen im Bereich der Schlaufe auf – mit einer Ausnahme: Beim Probekörper TL20-11 wurde ein Versagen mit Ermüdungsbruch des Thimble beobachtet. Aufgrund des unauffälligen Temperaturverlaufes im Vorfeld des Versagens liegt die Annahme nahe, dass der Ermüdungsbruch des Thimble ursächlich für das Versagen dieses Prüfkörpers war. Bei den Probekörpern TK50-7 und TK50-8 wurden ebenfalls Ermüdungsrisse im Thimble auf der Seite mit der Kugel beobachtet. Es ist jedoch unwahrscheinlich, dass diese Ermüdungsrisse die Lebensdauer maßgeblich beeinflusst haben.

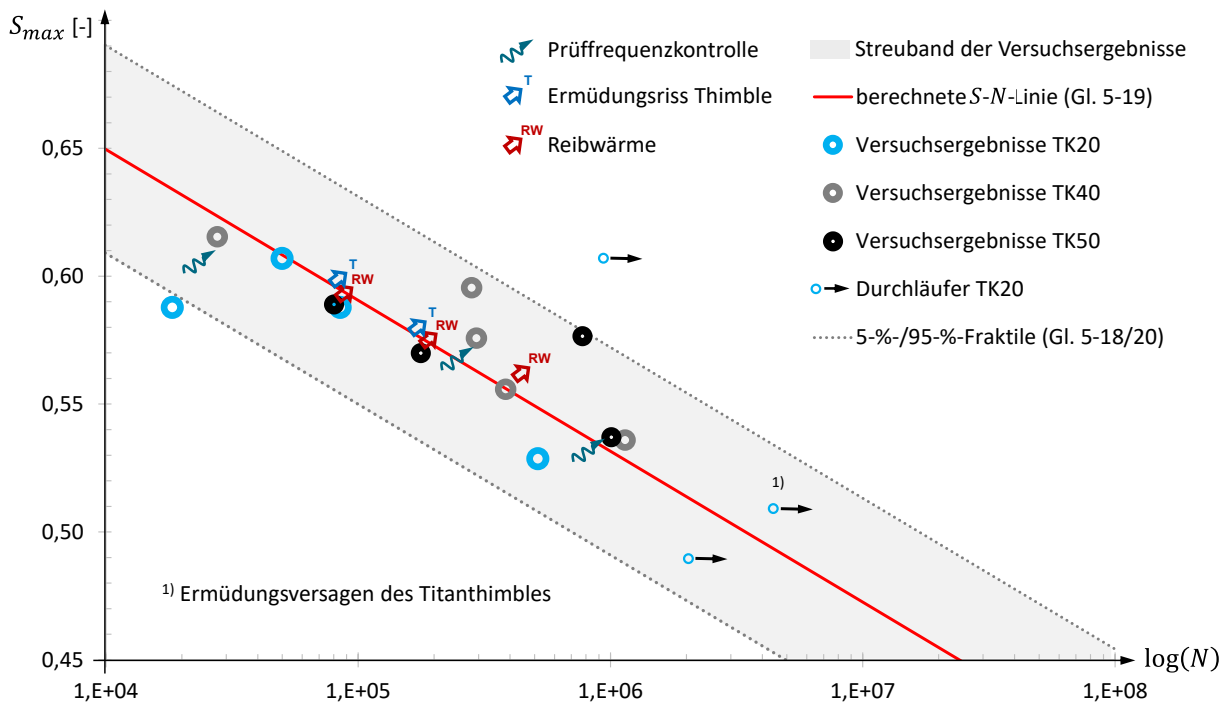


Abbildung 5-9 Übersicht zum Einfluss der Frequenzkontrolle

Anhand der Betrachtungen ist davon auszugehen, dass das Fehlen einheitlicher Kriterien zum Vorgehen beim Erreichen von Temperaturgrenzen tendenziell zu einer Vergrößerung des Streubandes der Versuchsergebnisse führt. Aus der Übersicht der Versuchsergebnisse in Abbildung 5-9 ist jedoch kein systematischer Zusammenhang für kurze Laufzeiten bei Indikation von Reibwärme bzw. längerer Laufzeiten bei systematischer Anpassung der Prüffrequenz zur Kontrolle der Bauteiltemperaturen zu erkennen. Es liegt

daher nahe, dass die zusätzliche Streuung aus dem uneinheitlichen Vorgehen zum Versuchsende die Streubreite der ertragbaren Lastzyklenzahlen nicht maßgeblich beeinflusst.

Exemplarisch wird untersucht, welchen Einfluss es hätte, wenn alle Versuche mit einem Oberlastniveau von größer oder gleich 0,58 eine 30 % längere Laufzeit aufweisen würden. Damit wird ein sehr ungünstiger Extremfall abgedeckt, welcher zu einer steileren Neigung der $S-N$ -Funktion führt. Die mittlere $S-N$ -Kurve (50 % Überlebenswahrscheinlichkeit) für angenommene längere Versuchslaufzeiten für 8 Versuche mit dem höchsten Oberlastniveau kann mit (Gl. 5-24) beschrieben werden:

$$\frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = 0,927 - 0,066 \log(N_{Ri}) \quad (a = 14,1 ; m = 15,2) \quad (\text{Gl. 5-24})$$

Die hieraus gewonnene mittlere $S-N$ -Kurve nach (Gl. 5-24) liegt für ein Oberlastniveau unter 0,5 unterhalb der mittleren Versagensfunktion der Versuchsergebnisse (vgl. Abbildung 5-68). Insbesondere im für die Bemessung relevanten Bereich führt diese Überlegung zu einer Verkürzung der rechnerischen Lebensdauer. Die gewählte Bemessungsgleichung der $S-N$ -Versagensfunktion nach 5.9.1.1 auf Basis einer erweiterten Datengrundlage zeigt einen sehr ähnlichen Verlauf und deckt eine entsprechende Unschärfe mit ab.

5.2.4.4 Neigung der $S-N$ -Kurve

Ehrenstein [L46] bezeichnet CFRP als den bei „dynamischer Überlastung hochüberlegenen faserverstärkten Kunststoff“. Als verallgemeinerte Definition für die dynamische Festigkeit nennt er den Abfall der Festigkeit, den ein Laminat nach 10^8 Lastwechseln im Vergleich zu 10^4 Lastwechseln aufweist. Für CFRP gibt Ehrenstein einen typischen Wert von $\sigma_{10^8}/\sigma_{10^4} = 0,83$ an. Michel et al. [L129] ermitteln für CFRP-Laminatproben auf Basis einer thermoplastischen Matrix unter Zug und Biegung einen Verhältniswert von $\frac{\sigma_{10^8}}{\sigma_{10^4}} = \frac{S(N=10^8)}{S(N=10^4)} = 0,46/0,73 = 0,63$ was einer Neigung der $S-N$ -Funktion von $m = 15$ entspricht.

Für EP-basierte C-Lamine wird im Verhältnis eine flachere Neigung der $S-N$ -Versagensfunktion erwartet als für Lamine auf thermoplastischer Matrixbasis.

Aus (Gl. 5-19) ergibt sich für die ermittelte $S-N$ -Kurve das Verhältnis

$$\frac{\sigma_{10^8}}{\sigma_{10^4}} = \frac{S(N=10^8)}{S(N=10^4)} = \frac{0,42}{0,66} = 0,64 \quad m = 17 \quad (\text{Gl. 5-25})$$

Die gewonnenen Ergebnisse liegen damit im Erwartungsbereich der Fachliteratur.

Der Schnittpunkt der $S-N$ -Funktion mit der Ordinatenachse liegt bei $\frac{a}{m} = \frac{15,1}{16,9} = 0,89$, was im Erwartungsbereich nach 5.1.4.3 liegt.

5.2.4.5 Breite des Streubandes

Die Breite des ermittelten Streubandes auf einem Lasthorizont zwischen (Gl. 5-18) und (Gl. 5-20) ergibt sich zu

$$k_{(1-\alpha),p,n} \cdot S_n \cdot 2 = 1,18 \quad \rightarrow 10^{1,18} = 15,2 \quad (\text{Gl. 5-26})$$

etwas über einer Dekade und liegt damit im Erwartungsbereich bisheriger vergleichbarer Versuche [L8][L195].

5.3 Einfluss des Spannungsverhältnisses R

5.3.1 Beanspruchungen am Ablösepunkt

Zur Erläuterung der Prozesse im Laufe eines Lastzyklus wird ein Teilvolumen des Laminates am Bereich der maximalen Beanspruchung direkt vor dem Ablösepunkt an der Kontaktfläche zum Thimble betrachtet (Abbildung 5-10).

Als Zustand (1) wird der Zustand bei Oberlast F_{fOL} bezeichnet. In diesem Zustand wirken die zur Oberlast zugehörige faserparallele Zugspannung σ_x und gleichzeitig die von der Faserlängsspannung abhängige Druckspannung σ_y quer zur Faser.

Eine Reduktion der einwirkenden Last (vgl. Zustände (2) und (3)) bewirkt zunächst den Aufbau eines Schubfeldes τ_{xy} , welches an der Gleitfuge in der Nähe des Ablösepunktes ein Maximum aufweist und ins Bauteilinnere und in beide Längsrichtungen abnimmt. Sobald die Haftreibung überwunden wird, findet gleichzeitig eine Reduktion der faserparallelen Dehnung ε_x , der rechtwinklig dazu wirkenden Querdehnung ε_y und der Schubverzerrung γ_G statt. Ein Anteil der Dehnung parallel zur Faserrichtung und ein Teil der Stauchung quer zur Faserrichtung sowie ein Anteil der Schubspannung werden abgebaut.

Nach der Lastumkehr bei Unterlast erfolgt für das Schubfeld zunächst ein Nulldurchgang, bevor sich die Schubspannungen mit zunehmender Last wieder vergrößern. Für Längszug und Querdruck erfolgt die Vergrößerung proportional zur Normalkraft im Zugglied.

Der beschriebene Vorgang wird nachfolgend eingehender diskutiert. Eine Prinzipdarstellung für den Verlauf des Schubverzerrungswinkels während eines Lastzyklus ist in Abbildung 5-16 dargestellt.

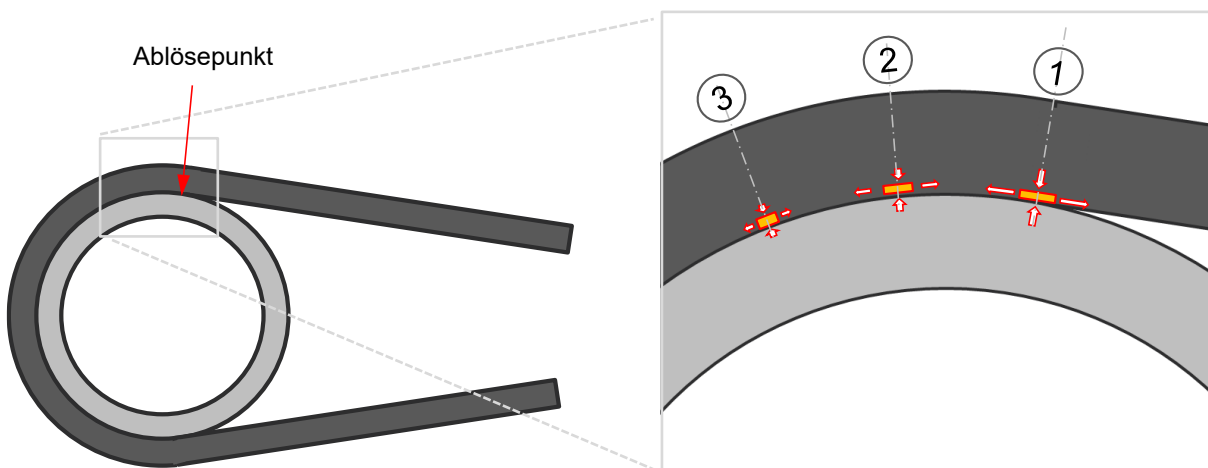


Abbildung 5-10 Schematische Darstellung zur Erläuterung der Belastungsgeschichte des maximal beanspruchten Bereiches am Ablösepunkt während eines Lastzyklus.

5.3.2 Schädigungsmechanismen

Beim Schlaufenanschluss wirken neben dem faserparallelen Zug (Modus A in Abbildung 5-11) weitere Mechanismen, welche teilweise überlagert und in wechselnder Beanspruchungsrichtung auftreten. In direktem Zusammenhang stehen der faserparallele Zug (Modus A) und die Querdruckbeanspruchung im Bereich der Umlenkung (Modus B). Durch die Haft- bzw. Gleitreibung zwischen der Schlaufe und dem Thimble wird am Innenrand der Schlaufe zusätzlich eine zwischen Belastungspfad und Entlastungspfad wechselnde

Scherverzerrung durch Schubbeanspruchungen überlagert (Modus C). Direkt neben dem Ablösepunkt liegt bei höherer Last ein gekrümmt ausgehärtetes Laminat vor, welches durch die faserparallele Beanspruchung in eine gerade Form gebogen bzw. gestreckt wird, wobei lokale Zugbeanspruchungen quer zur Faser auftreten (Modus D). Schließlich gibt es einen kleinen lokalen Bereich am Ablösepunkt, für welchen die Beanspruchung im Verlauf eines LZ zwischen den Modi B und D hin und her wechselt, wobei zusätzlich Modus C überlagert wird.

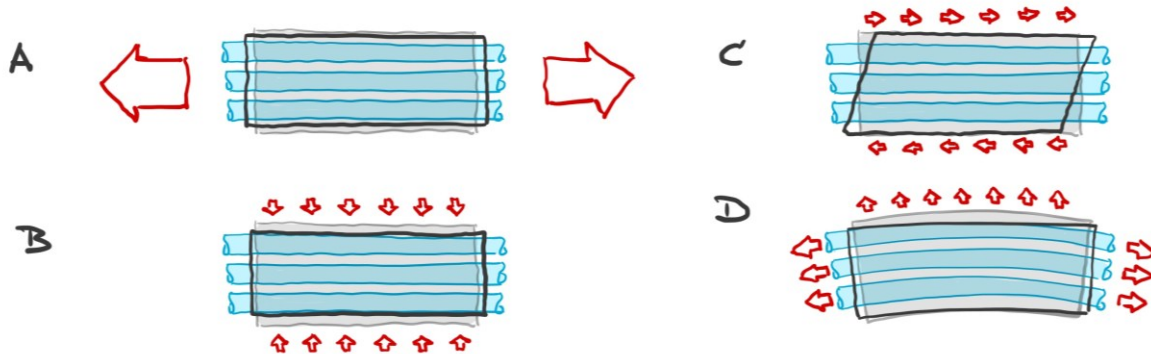


Abbildung 5-11 Prinzipskizzen der schadigungsrelevanten Verformungsmechanismen im Bereich der Schlaufenverankerung.

Zu den Schädigungsmechanismen bei unidirektional beanspruchtem Laminat (Modus A) liegen in der Literatur Untersuchungen vor, welche in 2.2.5 zusammengefasst sind und das Degradationsverhalten für den Zeitfestigkeitsbereich im Wesentlichen auf fortschreitende Schädigungen im Matrixverbund zurückführen [L54][L66]. Dabei ist eine Abhängigkeit zwischen dem Schädigungsfortschritt und der Dehnung bei Oberlast erkennbar. Es ist daher naheliegend, anzunehmen, dass das Schädigungsverhalten in den weiteren beschriebenen Modi ebenfalls im Zusammenhang mit den Dehnungszuständen der Matrix steht. In Modus A ist die Matrix rechnerisch nur zu einem sehr kleinen Teil am primären Lastabtrag beteiligt. In Gegensatz dazu ist die Matrix in den Modi B, C und D direkt für den Lastabtrag erforderlich.

Für eine Einschätzung, inwieweit ein Zusammenhang zwischen dem Dehnungszinkrement eines betrachteten Volumens und der Schwingbreite bzw. der Oberlast besteht, ist eine nähere Betrachtung des Modus C aufschlussreich. Die Höhe der Haftreibung steht in direktem Zusammenhang mit der Oberlast und ist nahezu unabhängig vom R -Wert. Der Mechanismus C tritt immer dann auf, wenn eine Laständerung vorliegt, bei welcher die Haftreibung lokal am Ablösepunkt überwunden wird (vgl. Abbildung 5-12).

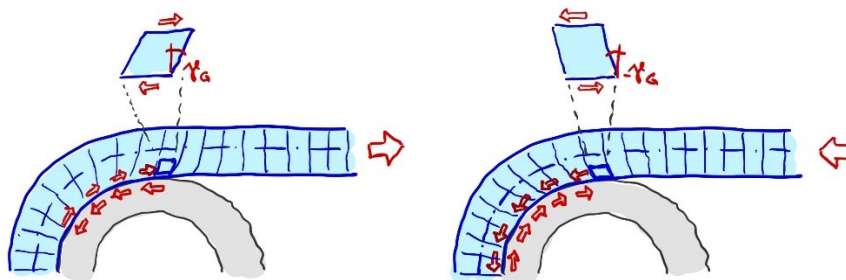


Abbildung 5-12 Prinzipskizzen der zwei maßgebenden Zustände für das Schubverzerrungszinkrement am Innenrand zur Gleitfluge in Modus C

Dieser Zustand wird als Initialisierungslastschwingbreite bezeichnet und in 5.3.4 näher betrachtet. Es ist gleichgültig, ob nach Überwinden der Haftreibung eine vollständige Entlastung erfolgt oder unmittelbar die Belastungsrichtung umgekehrt wird. Das Dehnungszinkrement ergibt sich zwischen den zwei Extrema der Schubverzerrung unmittelbar vor und nach dem Umkehrpunkt der Lastrichtung bei Oberlast (vgl. Abbildung 5-12). Der Schädigungsmechanismus C ist somit fast ausschließlich von der Oberlast und dem Reibungskoeffizienten abhängig.

5.3.3 Hypothese

Eine Übertragbarkeit des Verhaltens von unidirektional auf Zug beanspruchten Carbonlaminaten (vgl. 5.1.4.5) auf den Schlaufenanschluss ist aufgrund der unterschiedlichen maßgebenden Schädigungsmechanismen nicht direkt möglich. Es ist vielmehr davon auszugehen, dass der Schädigungsmechanismus C (vgl. Abbildung 5-11) einen signifikanten Beitrag zur Gesamtschädigung leistet und dass der Einfluss des R -Wertes auf die Schädigung daher insgesamt weniger ausgeprägt ist als bei vorwiegend unidirektional beanspruchtem C-Laminat wie beispielsweise in Abbildung 5-4 links. Der Schädigungsmechanismus C ist dabei inhärenter Bestandteil des als Reibermüdung (fretting-fatigue) bekannten Phänomens bei ermüdungswirksamen wiederkehrenden Gleitbewegungen an Grenzflächen, unabhängig davon, inwieweit an der Gleitfuge tatsächlich ein mechanischer Materialabtrag erfolgt. Veränderungen der Materialeigenschaften oder ein mechanischer Materialabtrag in der Gleitfuge können den Reibbeiwert im fortschreitenden Prozess beeinflussen und damit den Schädigungsbeitrag des Mechanismus C verändern.

5.3.4 Initialisierungslastschwingbreite für Modus C

In diesem Zusammenhang soll die Frage beleuchtet werden welcher Laständerung es bedarf, um, ausgehend von einem Zustand ohne Schubverzerrung im Querschnitt der Schlaufe, am Ablösepunkt die Haftreibung zu überwinden.

Die Länge L_{ref} zur Einleitung einer Differenzkraft ΔF bei einer vorhandenen Zugkraft F durch Reibung mit dem Reibungskoeffizienten μ auf einem Radius r_t (vgl. Abbildung 5-14) kann mit der Euler-Eytelwein-Gleichung [L47] (Gl. 5-27) bestimmt werden zu (Gl. 5-28) und durch eine linearisierte Form nach (Gl. 5-29) genähert werden. Die Gleichungen werden jeweils in eine dimensionslose Form für $\frac{\Delta F}{F} = \left(\frac{1}{R} - 1\right)$ und $\frac{L_{ref}}{r_t}$ umgeformt.

$$\frac{(\Delta F + F)}{F} = e^{\mu \frac{L_{ref}}{r_t}} \tag{Gl. 5-27}$$

$$L_{ref} = \frac{r_t \ln \left[\frac{(\Delta F + F)}{F} \right]}{\mu} \rightarrow \frac{L_{ref}}{r_t} = \frac{\ln \left[\frac{\Delta F}{F} + 1 \right]}{\mu} \tag{Gl. 5-28}$$

$$L_{ref} = \frac{2 r_t \Delta F}{(\Delta F + 2F) \mu} \rightarrow \frac{L_{ref}}{r_t} = \frac{2 \frac{\Delta F}{F}}{\left(\frac{\Delta F}{F} + 2\right) \mu} \tag{Gl. 5-29}$$

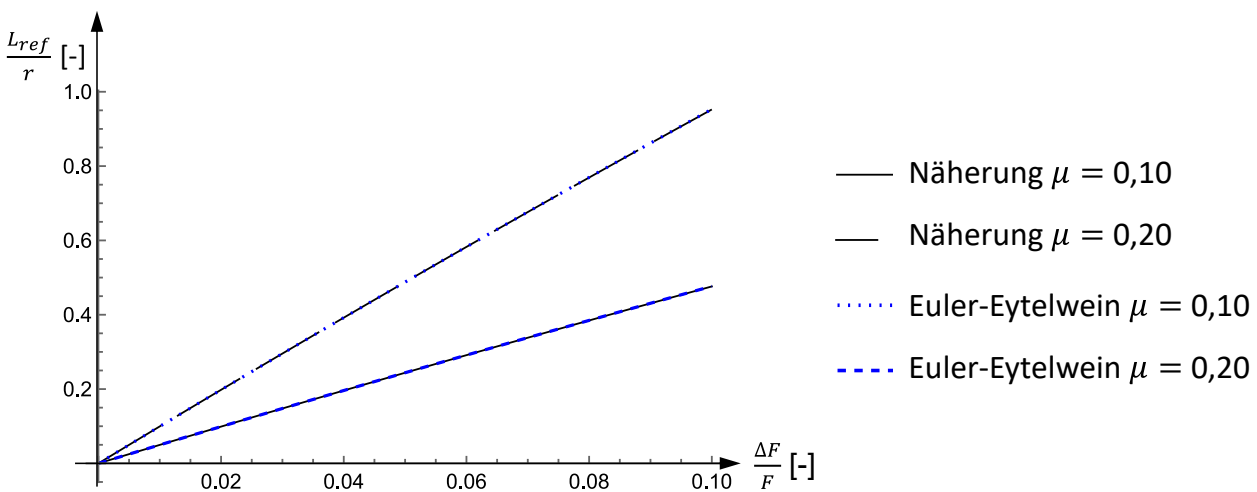


Abbildung 5-13 Bezogene Lasteinleitungslänge $\frac{L_{ref}}{r_t}$ für die Einleitung einer bezogenen Differenzkraft $\frac{\Delta F}{F}$; Gegenüberstellung der analytischen Lösung nach (Gl. 5-27) und einer linearisierten Lösung nach (Gl. 5-29).

Bei einer Kraft in der Schlaufe am Ablösepunkt von $(\Delta F + F)$ wirkt eine radiale Umlenkraft $(\Delta F + F)/r_t$, womit an dieser Stelle ein maximaler Schubwiderstand nach (Gl. 5-30) vorliegt. Auch diese Größe kann als einwirkende Kraft pro Querschnittsfläche $F/(b \cdot t)$ ausgedrückt werden, womit die Gleichung als Spannungsverhältnis dimensionslos dargestellt werden kann.

$$\tau_{R,max} = \frac{(\Delta F + F) \mu}{r_t b} \quad \rightarrow \quad \frac{\tau_{R,max}}{\frac{F}{b \cdot t}} = \frac{\left(1 + \frac{\Delta F}{F}\right) \mu}{\frac{r_t}{t}} \quad (\text{Gl. 5-30})$$

Für die Bestimmung der einwirkenden Kraft, bei welcher der Haftreibungswiderstand an der Gleitfuge nach (Gl. 5-30) erreicht wird, ist eine Berücksichtigung der Schubweichheit des Querschnittes erforderlich. Das Abklingverhalten der Schubspannung in Bauteildickenrichtung ist einerseits vom Verhältnis des Schubmoduls zum Elastizitätsmodul $\frac{G}{E}$ abhängig und wird zudem von den geometrischen Randbedingungen der Bauteildicke t und dem Umlenkradius r_t beeinflusst. Eine analytische geschlossene Lösung liegt hierfür gegenwärtig nicht vor.

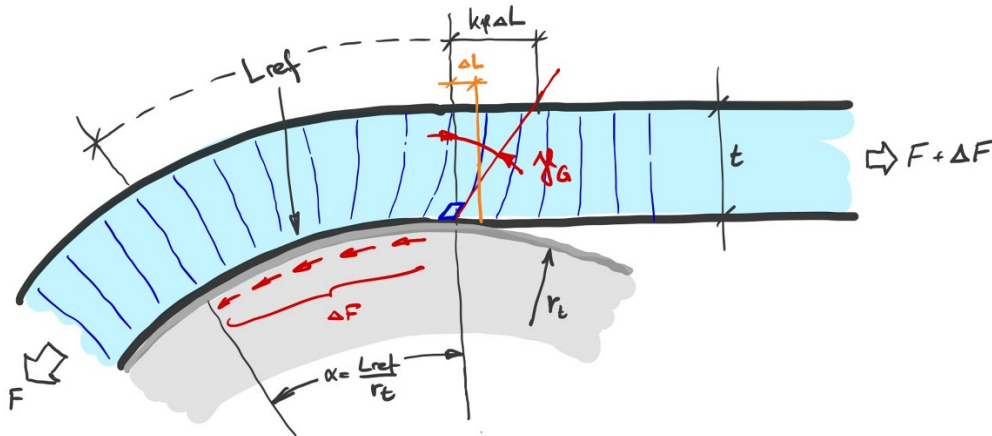


Abbildung 5-14 Prinzipische Skizze für das Abklingverhalten der Schubverzerrung in Bauteildickenrichtung.

In Abbildung 5-14 ist das Abklingverhalten der Schubverzerrung in Bauteildicken- und Längsrichtung schematisch dargestellt. Als Näherungslösung wird der maßgebende Schubverzerrungswinkel am Ablösepunkt γ_G aus der Bauteildehnung ΔL über die halbe Einleitungslänge $k_L \cdot L_{ref}$ nach (Gl. 5-29) und einen Vergrößerungsfaktor k_γ für das Abklingverhalten der Schubverzerrung nach (Gl. 5-33) geschätzt und durch Vergleichsrechnungen an einem FEM-Detailmodell plausibilisiert (vgl. Anhang F).

$$\Delta L(\Delta F) = k_L \frac{\Delta F \cdot L_{ref}}{E \cdot b \cdot t} = k_L \frac{2 \cdot \Delta F \frac{\Delta F}{F} r_t}{E \cdot \mu \left(\frac{\Delta F}{F} + 2\right) b \cdot t} \quad \text{mit } k_L = 0,5 \quad (\text{Gl. 5-31})$$

$$\gamma_G(\Delta F) = k_\gamma \frac{\Delta L}{t} = k_\gamma \cdot k_L \frac{\Delta F \cdot L_{ref}}{E \cdot b \cdot t^2} = k_L \cdot k_\gamma \frac{1}{E} \cdot \frac{2 \cdot \Delta F \frac{\Delta F}{F} \cdot r_t}{\mu \left(\frac{\Delta F}{F} + 2\right) b \cdot t} \quad \text{mit } k_\gamma = 6,0 \quad (\text{Gl. 5-32})$$

$$\tau(\Delta F) = \gamma_G \cdot G = k_L \cdot k_\gamma \cdot \frac{G}{E} \cdot \frac{2 \cdot \Delta F \frac{\Delta F}{F} \cdot r_t}{\mu \left(\frac{\Delta F}{F} + 2\right) b \cdot t} \quad \rightarrow \quad \frac{\tau(\Delta F)}{\frac{F}{b \cdot t}} = k_L \cdot k_\gamma \cdot \frac{G}{E} \cdot \frac{2 \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 r_t}{\mu \left(\frac{\Delta F}{F} + 2\right) t} \quad (\text{Gl. 5-33})$$

Aus einer Gegenüberstellung der Funktionen für den Haftreibungswiderstand nach (Gl. 5-30) und für die Schubbeanspruchung nach (Gl. 5-33) in Abbildung 5-15 kann der Zustand beim Überwinden der Haftreibung am Ablösepunkt bestimmt werden. Die Ergebnisse zeigen eine starke Abhängigkeit vom Reibungskoeffizienten und eine nachrangige Abhängigkeit von der Bauteilgeometrie.

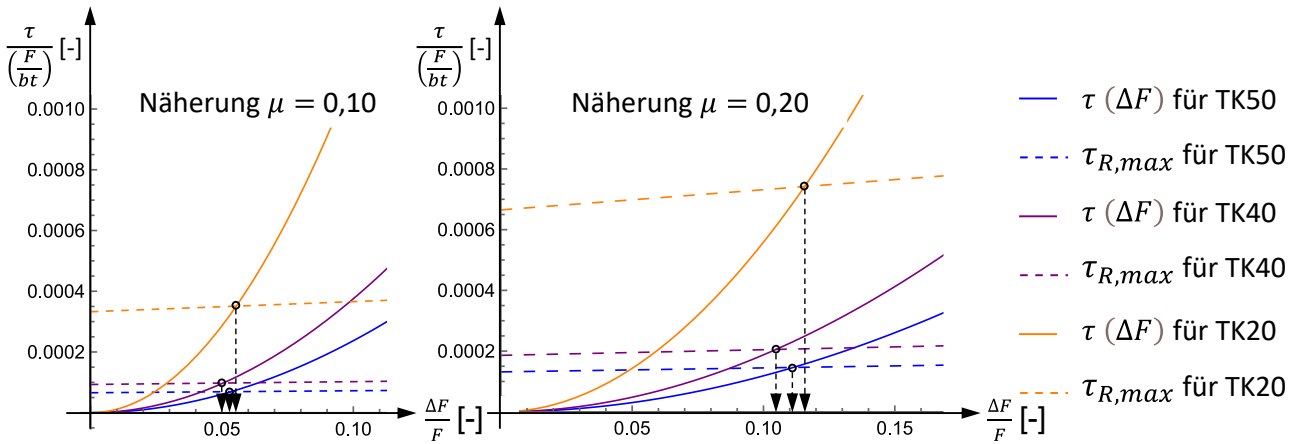


Abbildung 5-15 Zusatzbeanspruchung ΔF bezogen auf das vorhandene Lastniveau F bei Erreichen der Haftreibung am Ablösepunkt.

Mit (Gl. 5-34) kann die Initialisierungslastschwingbreite und das dazugehörige Grenzspannungsverhältnis R_{ini} bestimmt werden. Es besteht genau genommen ein Unterschied, ob man von einer bestimmten Laststufe ausgehend eine Steigerung der Zugkraft (Oberlast $\rightarrow (\Delta F + F)$, Unterlast $\rightarrow F$) oder eine Reduktion der Zugkraft (Oberlast $\rightarrow F$, Unterlast $\rightarrow (F - \Delta F)$) betrachtet, bis am Ablösepunkt der Zustand von Haftreibung in Gleitreibung übergeht. Die maximale schädigungswirksame Schwingbreite für den Schubverzerrungswinkel γ_G ergibt sich aus einer Kombination dieser beiden Fälle, wenn ausgehend von einer Mittellast F sowohl bei Lastzunahme, als auch bei Lastabnahme gerade die Haftreibung erreicht wird, und kann durch den Ansatz nach (Gl. 5-34) (Oberlast $\rightarrow (F + \Delta F)$, Unterlast $\rightarrow (F - \Delta F)$) genähert werden.

$$\frac{2 \Delta F}{F} = \frac{(1-R)}{(1+R)} \rightarrow R = \frac{1 - \frac{\Delta F}{F}}{1 + \frac{\Delta F}{F}} \tag{Gl. 5-34}$$

$$R_{ini}(\mu = 0,2) = \frac{1-0,105}{1+0,105} = 0,81 \tag{Gl. 5-35}$$

$$R_{ini}(\mu = 0,1) = \frac{1-0,05}{1+0,05} = 0,90 \tag{Gl. 5-36}$$

Die Veränderung des Schubverzerrungswinkels γ_G im Verlauf eines Lastzyklus für den maßgebenden Bereich am Ablösepunkt ist in Abbildung 5-16 für verschiedene Schwingbreiten (R -Werte) der Zuggliednormalkraft N_0 skizziert. Sofern die Initialisierungslastschwingbreite überschritten wird ($R < R_{ini}$), ist die Schwingbreite des Scherverzerrungswinkels γ_G unabhängig von der Schwingbreite der Normalkraft des Zuggliedes immer dieselbe und wird lediglich von der Höhe der Oberlast und dem Reibungskoeffizienten bestimmt. Der obere Grenzwert $\gamma_{G,max}$ kann aus (Gl. 5-33) mit (Gl. 5-30) abgeschätzt werden. Für $R > R_{ini}$ wird die Haftreibung während des Lastzyklus nicht überwunden und der Scherverzerrungswinkel γ_G folgt linear dem Verlauf der Zuggliednormalkraft.

Ausgehend von der Lastschwingbreite bei R_{ini} , bei welcher der maximale Scherverzerrungswinkel auftritt, kann ein Schwellenwert für eine Berücksichtigung als schädigungsrelevanter Lastwechsel zur Hälfte dieser Schwingbreite festgelegt werden. Die kleinste Schwingbreite, welche bei einer Schädigungsakkumulationsbetrachtung mit berücksichtigt werden soll, kann damit zu $R_{D,lim} = 1 - (1 - R_{ini})/2$ gewählt werden.

$$R_{D,lim}(\mu = 0,2) = 0,90 \tag{Gl. 5-37}$$

$$R_{D,lim}(\mu = 0,1) = 0,95 \tag{Gl. 5-38}$$

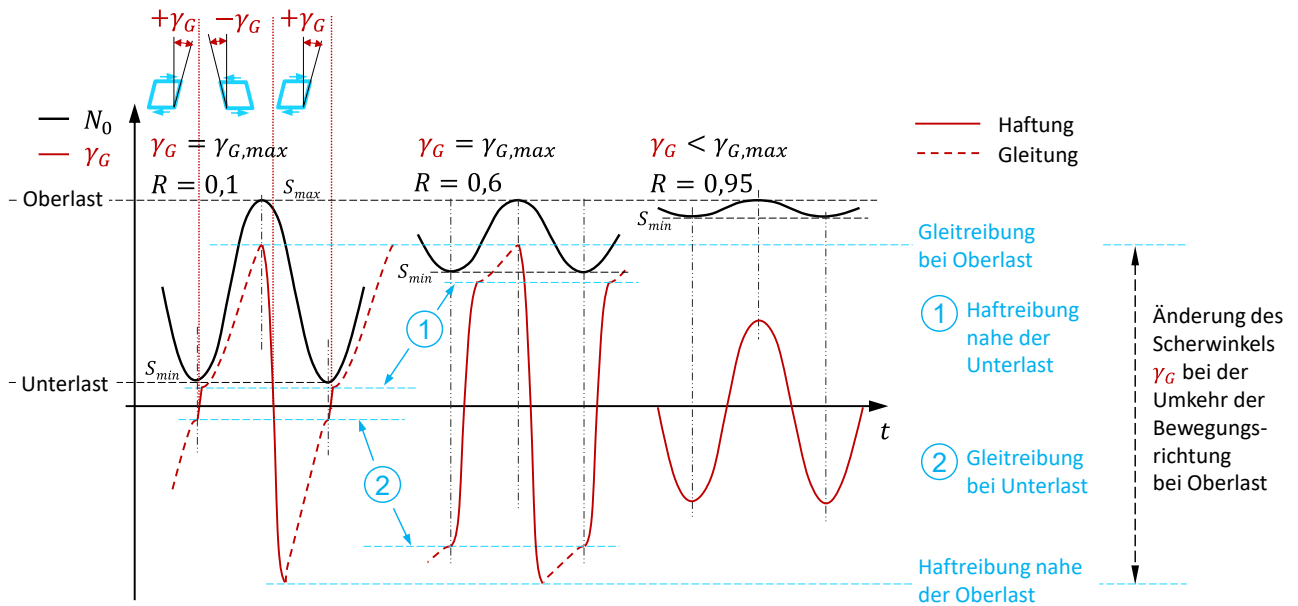


Abbildung 5-16 Veränderung des Scherverzerrungswinkels γ_G am Ablösepunkt im Verlauf eines Lastzyklus mit Phasen der Haftreibung und der Gleitreibung zwischen Schlaufe und Thimble, dargestellt für unterschiedliche Spannungsverhältnisse R .

Es ist festzuhalten, dass ein Zusammenhang besteht zwischen dem maximal möglichen Schubverzerrungswinkel beim oberen Grenzwert des Reibungskoeffizienten und der Initialisierungsschwingbreite. Bei kleinerer Reibung ergibt sich ein kleinerer maximaler Schubverzerrungswinkel, welcher wiederum bereits bei einer kleineren Schwingbreite (größerem R_{ini}) auftritt. Der Reibungskoeffizient weist eine große Streubreite auf (vgl. 3.6.4.3) und trägt dadurch zur Breite des Streubandes der S - N -Versagensfunktion bei (vgl. 5.2.4.5). Eine genaue Abgrenzung der Reibungsbeiwerte, welche den Versuchswerten zugrunde liegen, ist nicht möglich. Untersuchungen zum Schädigungsverhalten bei entsprechend kleinen Schwingbreiten liegen bislang nicht vor. Für die Festlegung eines Schwellenwertes $R_{D,lim}$ wird daher von einem unteren Mittelwert $\mu = 0,1$ ausgegangen.

Für die Zustände bei Gleitreibung (gestrichelt dargestellt in Abbildung 5-16) wird vermutet, dass sich aus einer Abfolge von kurzzeitigen Gleit- und Haftreibungsphasen (Slip-Stick-Effekt) ggf. weitere kleinere Versätze im Verlauf des Scherverzerrungswinkels über der Zeit einstellen. Die Amplituden dieser Versätze sind ggf. verhältnismäßig klein, könnten aber bei einer hohen Frequenz in der Abfolge der Slip-Stick-Zustände ebenfalls einen Einfluss auf das Schädigungsverhalten haben.

5.3.5 Auswertung experimenteller Ergebnisse

5.3.5.1 Vorhandene Datengrundlage

Systematische Versuchsreihen zur Untersuchung des Einflusses des R -Wertes auf die Ermüdungsfestigkeit von UD CFRP-Strangschlaufen liegen bislang nicht vor. In [L8] werden für zwei Strangschlaufen Versuchsergebnisse für $R = 0,42$ angegeben, bei denen es sich um die in [L124] beschriebenen Durchläufer handelt.

Im Rahmen des Versuchsprogrammes des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa mussten aufgrund technischer Zwänge bei der Durchführung langlaufender Ermüdungsversuche mit Pulsatoren [L224] unterschiedliche R -Werte zur Begrenzung der Wärmeentwicklung bei höherer Prüffrequenz gewählt werden (vgl. 3.5.4). Aus diesem Grund liegen einige Versuchswerte mit unterschiedlichen R -Werten vor, welche für eine erste Untersuchung des Einflusses herangezogen werden können. Bei einigen dieser nachfolgend

gelisteten Versuche ist ein Reibwärmeeinfluss als Ursache für ein vorzeitiges Versagen nicht auszuschließen. Einige Versuchsmuster wurden auf einer Seite mit einem teilbaren Thimble (Kausche Typ C) ausgestattet, um eine zerstörungsfreie Inspektion der Gleitfuge zwischen Schlaufe und Thimble zu ermöglichen. Anhand der visuellen Inspektion der Kontaktflächen der beiden Thimble-Hälften nach Ermüdungsbelastung wurde erkennbar, dass die Schraubenvorspannkraft, mit welcher die beiden Hälften gegeneinander vorgespannt wurden, nicht immer ausreichte, um die Fuge in allen Lastzuständen vollständig zu überdrücken. Es ist daher davon auszugehen, dass geringfügige Querverformungen im Umlenkbereich der Schlaufe stattfinden konnten. Damit wird die Behinderung der Querdehnung durch die seitlichen Stützflächen nicht vollständig gewährleistet. Dies kann die erreichbare LZ-Zahl herabsetzen.

Tabelle 5-5 Ermüdungsversuche Strangschlaufen $R > 0,1$

Auswertung Ermüdungsversuche													
Muster	Charge	Kauschen	LZ	Abbruchkriterium	Resttragf. $F_u(N)$	$F_u(N) / F_{Ru,m}$	Schiefstellung	Reibwärme	Oberlast F_{fOL}	Unterlast F_{fUL}	Referenz $F_{Ru,m}$	$R = F_{fUL} / F_{fOL}$	$S_{max} = F_{fOL} / F_{Ru,m}$
			N_i		[kN]	[%]	[mrad]		[kN]	[kN]	[kN]		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
FAT-A SN1	Lot 2	A A	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3720	102 %	-	-	-	-	-	0,4	0,30
FAT-A SN2		A A	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3605	99 %	20	-	1100	440	3658,4	0,4	0,30
FAT-A SN3		A A	2'500'000	Durchläufer (LZ)	3629	99 %	-	-	-	-	-	0,4	0,30
FAT-A SN4		A A	2'230'000	Durchläufer (LZ)	3465	95 %	-	-	-	-	-	0,4	0,30
TK50-11	6	A B	1'323	Bruch Kragen	-	-	-	-	2245	898	-	0,4	0,62
TK50-12		A B	42'325	Bruch Kragen	-	-	-	-	2245	898	3621,4	0,4	0,62
TK40-6	3	A B	2'183'287	Dehngrenze	-	-	0--3 (Wippe)	TÜ	1350	810	-	0,6	0,54
TK40-9	1	C B	1'069'061	Bruch	-	-	30--27 (Wippe)	TÜ	1240	620	-	0,5	0,50
TK40-10		C B	6'111'091	Dehngrenze	1440	58 %	0--3 (Wippe)	-	1240	620	-	0,5	0,50
TK40-11	4	C B	1'444'836	Dehngrenze	n. best.	-	0--3 (Wippe)	-	1240	620	2499,3	0,5	0,50
TK40-12	5	A B	59'462	Lastabfall -> RT	1942	78 %	0--3 (Wippe)	-	1240	620	-	0,5	0,50
TK40-14	2	C B	1'457'637	Dehngrenze	n. best.	-	0--3 (Wippe)	-	1240	496	-	0,4	0,50
TK40-19	7	A A	1'452'855	Dehngrenze	1240	50 %	0--3 (Wippe)	-	1240	620	-	0,5	0,50
TK20-16	3	A B	259'703	(Tandemversuch)	695	103 %	-	-	345	138	-	0,4	0,51
TK20-17		C B	259'703	Bruch	-	-	-	-	345	138	-	0,4	0,51
TK20-18		A B	5'000'000	Durchläufer (LZ)	677	100 %	-	-	345	138	-	0,4	0,51
TK20-19		A B	5'000'000	Durchläufer (LZ)	669	99 %	-	-	345	138	-	0,4	0,51
TK20-20	1	C B	3'924'800	Bruch	-	-	20	-	321	129	-	0,4	0,47
TK20-21		C B	3'924'800	(Tandem)	611	90 %	20	-	321	129	677,1	0,4	0,47
TK20-22	2	C B	10'000'000	Durchläufer (LZ)	695	103 %	-	-	321	129	-	0,4	0,47
TK20-23		C B	10'000'000	Durchläufer (LZ)	695	103 %	-	-	321	129	-	0,4	0,47
TK20-24	3	C B	7'584'000	Bruch	-	-	-	-	332	133	-	0,4	0,49
TK20-25		C B	5'000'000	Durchläufer (LZ)	707	104 %	-	-	332	133	-	0,4	0,49
TK20-26		A B	2'584'000	(Tandem)	630	93 %	-	-	332	133	-	0,4	0,49

Hinweise: TK50-11: Probekörper mit anderer Faser (T700)

TK20-17: ungewöhnliches Versagensbild, teilweise Auszug der Schlaufe

TK50-12: ungewöhnliches Versagensbild durch Versagen am Kragen

TK40-12: starker Lastabfall, Resttragfähigkeit über Oberlast, Durchläufer mit geringer Restlebenserwartung

Die mit Tabelle 5-5 vorliegende Datenbasis ist für eine umfassende Untersuchung des Einflusses des R -Wertes nicht ausreichend, erlaubt aber die Herleitung eines Vorschlages für eine analytische Beziehung zur Bestimmung einer schädigungsäquivalenten Oberlast.

5.3.5.2 Zur Darstellung der Linien gleicher Lebenserwartung im Haigh-Diagramm

Die von Haigh [L66] vorgeschlagene Darstellung von Ermüdungsversagensfunktionen für unterschiedliche R -Werte eignet sich, um das Ermüdungsfestigkeitsverhalten für Belastungsarten zwischen reiner Zugschwellbeanspruchung über Zug-Druck-Wechselbeanspruchung bis zur reinen Druckschwellbeanspruchung in einem kontinuierlichen Diagramm darstellen zu können (Abbildung 5-17). Üblicherweise werden dabei die Ergebnisse von Ermüdungsversagensfunktionen für unterschiedliche R -Werte aufgetragen und durch Linien

gleicher Lebenserwartung (gleiche Anzahl rechnerisch ertragbarer LZ bei gleicher Ausfallwahrscheinlichkeit) verbunden. Damit kann auch für Belastungen mit anderem R -Wert, für welche keine Versuchsergebnisse vorliegen, eine Prognose für die erwartbare LZ-Zahl bis zum Ermüdungsversagen abgeleitet werden. In der Literatur finden sich verschiedene Darstellungen hierfür unter der Bezeichnung Zeitfestigkeitsschaubild oder Constant-Life-Diagramm (CLD).

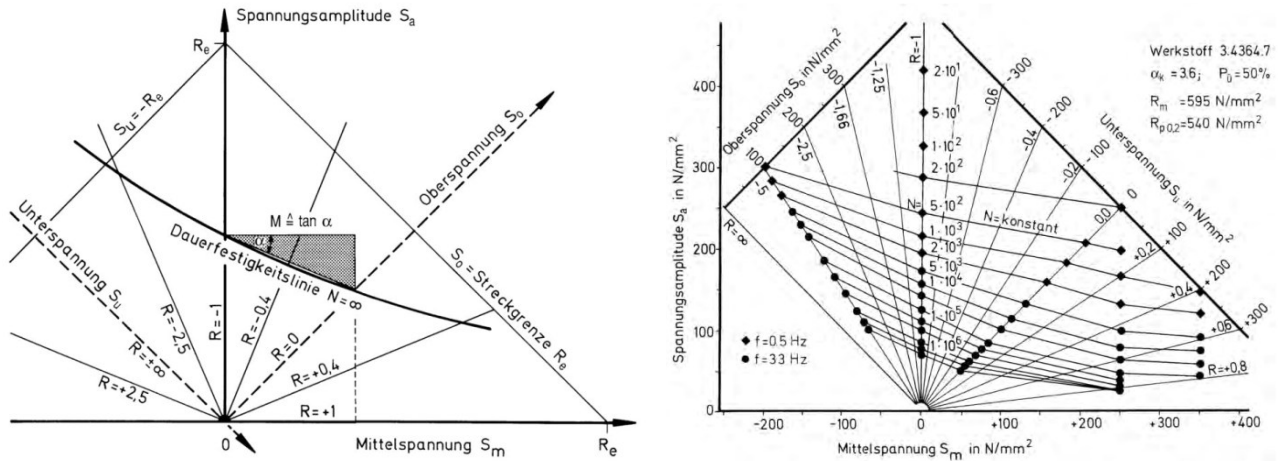


Abbildung 5-17 Dauerfestigkeitsschaubild (links) und Zeitfestigkeitsschaubild mit Linien gleicher Lebenserwartung (rechts) nach Haigh aus [L61] für metallische Werkstoffe.

Durch Drehung des Koordinatensystems um 45° kann in der Darstellung nach Haigh jeder Datenpunkt gleichzeitig hinsichtlich der Verhältnisse Spannungsamplitude/Mittelspannung wie auch Oberspannung/Unterspannung abgelesen werden.

5.3.5.3 Ansätze zum Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung

In der Regel liegen Versuchsergebnisse bzw. $S-N$ -Kurven für ausgewählte Spannungsverhältnisse vor, welche in der Darstellung nach Haigh in einem Constant-Life-Diagramm dargestellt werden können. Zwischen den aus Versuchen bekannten $S-N$ -Kurven ist eine Interpolation für weitere Spannungsverhältnisse üblich, wobei lineare und nichtlineare Funktionen für die Bestimmung sogenannter Linien gleicher Lebenserwartung bekannt sind [L139][L205]. Ein Vergleich verschiedener Ansätze für die Beschreibung des Verlaufes der Linien gleicher Lebenserwartung aus [L205] ist in Abbildung 5-18 wiedergegeben. Er zeigt die große Bandbreite an Ansatzfunktionen und verdeutlicht das Erfordernis zur Wahl und Validierung eines jeweils geeigneten Ansatzes. Es besteht allerdings auch ein großer Unterschied hinsichtlich der Anzahl an Versuchsdaten, welche den jeweiligen Ansätzen zugrunde gelegt werden bzw. experimentell bereitzustellen sind.

Der Unterschied zwischen dem Kurvenverlauf der Auswertung nach Harris (Abbildung 5-18 c)) und einem abschnittsweise linearen Ansatz (Abbildung 5-18 b)) wird nachfolgend für die Strangschleife näher betrachtet.

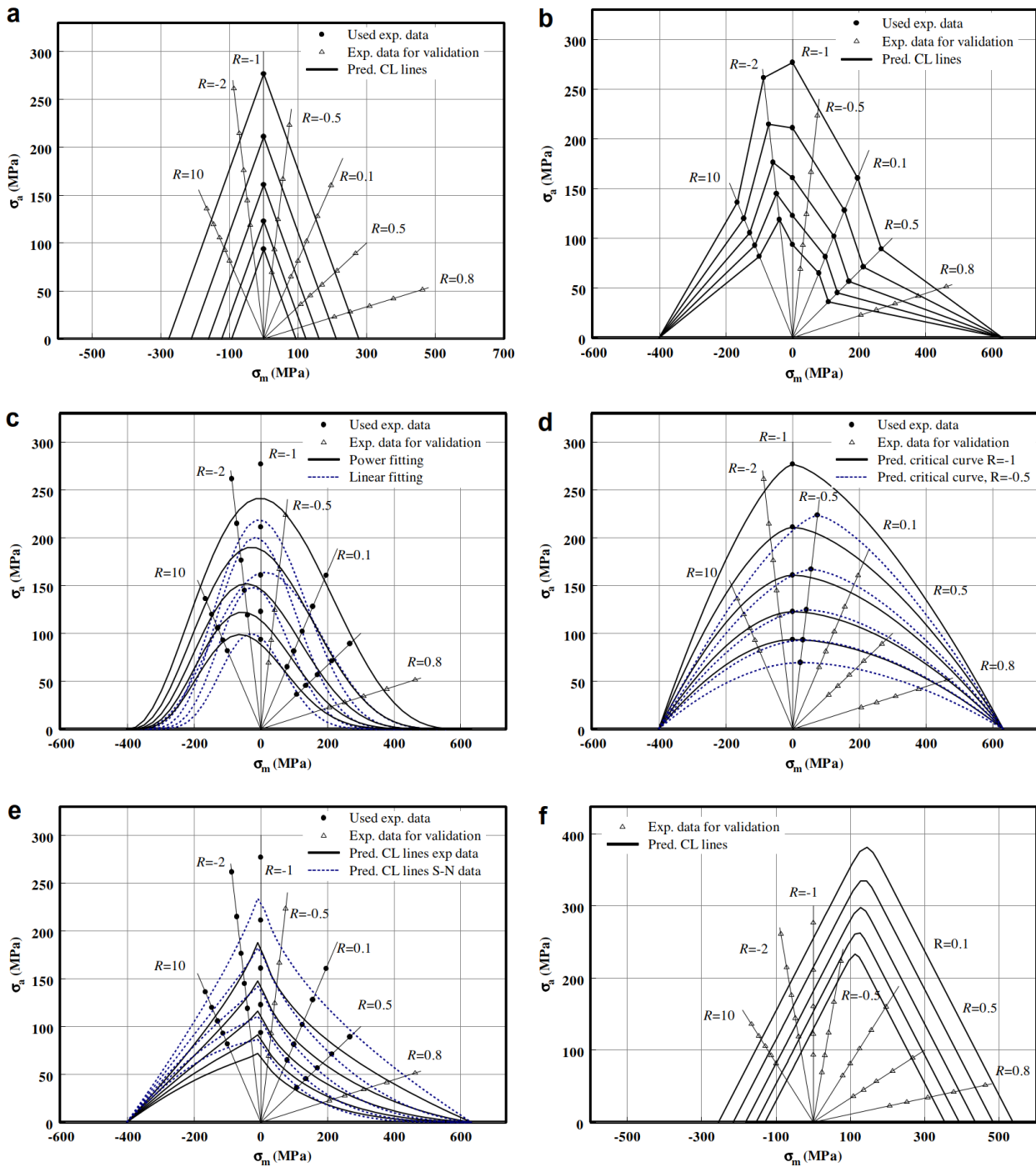


Abbildung 5-18 Dauerfestigkeitsschaubilder für Lastzyklenzahlen von $10^3 - 10^7$ für multidirektionales GFRP, ausgewertet nach unterschiedlichen Verfahren [L205], a) linear, b) abschnittsweise linear, c) Harris [L205][L66], d) Kawai, e) Boerstra, f) Kassapoglou.

5.3.5.4 Betrachtung vorliegender Versuchsergebnisse im Haigh Diagramm

Im vorliegenden Fall der Carbonstrangschleife ist konstruktiv bedingt nur der Zugschwellbereich $S_{min} > 0$ von Bedeutung. Ferner liegt nur für $R = 0,1$ eine Datengrundlage vor, um eine durchgängige Ermüdungsfestigkeitsfunktion mit 50 % Ausfallwahrscheinlichkeit zu bestimmen. Eine Darstellung von einzelnen Versuchsergebnissen im Haigh-Diagramm ist unüblich. Trotzdem eignet sich eine Betrachtung der vorliegenden Ergebnisse im Haigh-Diagramm, um den Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung abzuschätzen.

Bei den in Abbildung 5-19 dargestellten Ergebnissen für $R = 0,1$ handelt es sich um den Mittelwert der Ermüdungsfestigkeit auf Basis der $S-N$ -Versagensfunktion nach (Gl. 5-19). Die weiteren Einträge bei $R = 0,4$ bis $R = 0,6$ sind Ergebnisse einzelner Ermüdungsversuche aus Tabelle 5-5 und daher mit einer Streuung behaftet. Trotzdem zeigt sich bei gemeinsamer Betrachtung der einzelnen Versuchswerte eine übereinstimmende Tendenz für die Neigung M der Linien gleicher Lebenserwartung zwischen $R = 0,1$ und $R = 0,4$.

Ergebnisse der Versuche für $R > 0,1$ (vgl. Tabelle 5-5) werden in Abbildung 5-19 jeweils als Datenpaar angezeigt. Zusätzlich zum Ergebnis des jeweiligen Versuches ($R > 0,1$) wird der korrespondierende Datenpunkt für die gleiche erwartbare LZ-Zahl für $R = 0,1$ nach (Gl. 5-19) ermittelt und wiedergegeben, wobei die beiden korrespondierenden Ergebnisse mit einer gestrichelten Linie verbunden werden. Durchläufer sind mit ausgefülltem Symbol dargestellt. Zur besseren Lesbarkeit ist in Abbildung 5-20 der relevante Teil des Haigh-Schaubildes aus Abbildung 5-19 im Ausschnitt dargestellt.

In [L64] wird für Carbonstrangschlaufen ein abschnittsweise linearer Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung zwischen den bekannten Stützstellen aus der $S-N$ -Versagensfunktion für $R = 0,1$ und einem angenommenen Schnittpunkt mit der Abszisse ($S_a = 0$) bei einer Mittellast von ($S_m = 1$) vorausgesetzt (blaue Linie in Abbildung 5-19). Während aus den Versuchsergebnissen eine vergleichbare Lebenserwartung für die Beanspruchungen aus $S_{max} = 0,5$ mit $R = 0,1$ und $S_{max} = 0,55$ mit $R = 0,6$ abzulesen ist (Stellen (1) und (2) in Abbildung 5-19), wird nach abschnittsweise linearer Interpolation gemäß [L64] eine gleiche Lebenserwartung für eine Beanspruchung aus $S_{max} = 0,67$ mit $R = 0,6$ prognostiziert (Stellen (1) und (3) in Abbildung 5-19), womit die erwartete Lastzyklenzahl ggf. deutlich überschätzt wird. Anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse wird der Ansatz nach [L64] in Frage gestellt.

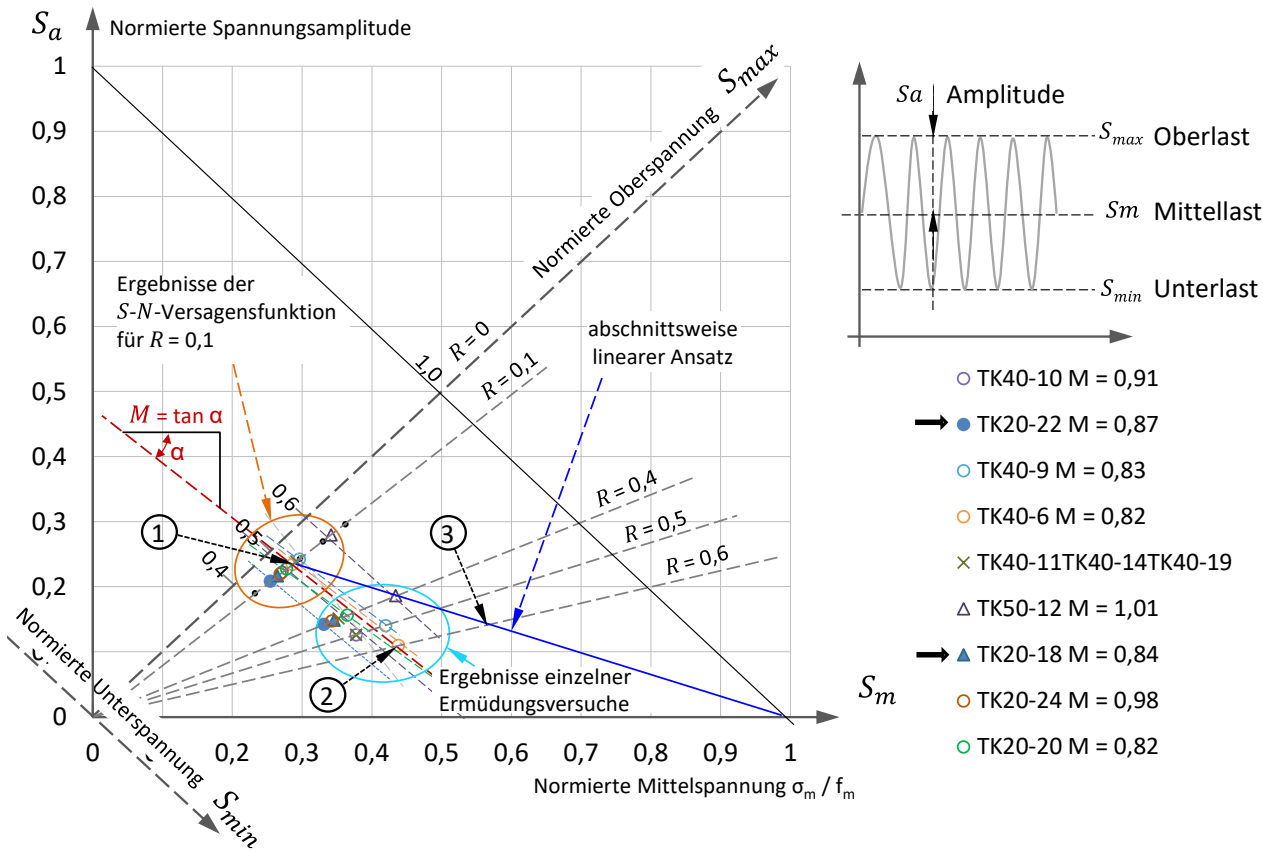


Abbildung 5-19 Darstellung der Ermüdungsergebnisse aus [L224] im normierten Haigh-Diagramm in Gegenüberstellung eines abschnittsweise linearen Ansatzes nach [L64].

5.3.5.5 Diskussion der vorliegenden Versuchsergebnisse für $R > 0,1$

Bei TK20-22 handelt es sich um das Ergebnis eines Ermüdungsversuches im Tandemprüfstand mit TK20-23 für $R = 0,4$. Beide Prüfmuster zeigten nach dem Erreichen von 10 Mio. LZ bei der Inaugenscheinahme der Gleitflächen zwischen Schlaufe und Thimble Anzeichen für einen Schädigungsbeginn. Bei der Prüfung der Resttragfähigkeit wurde noch keine Schädigung festgestellt. Das Ergebnis der beiden Durchläufer wird für die nachfolgende Betrachtung als einzelnes Ergebnis mit einem geschätzten Restlaufzeitfaktor von 2,0 gewertet. Mit den Ergebnissen der TK20-18 und TK20-19 wird analog verfahren. Bei TK40-10 wurde die Frequenz im Laufe des Versuches erhöht. Infolgedessen wurde eine steigende Wärmeentwicklung festgestellt. Ein reibwärmebedingtes frühzeitiges Versagen kann bei diesem Versuch nicht ausgeschlossen werden, auch wenn das für eine entsprechende Einstufung festgelegte Kriterium in diesem Fall nicht erreicht wurde. Eine um ein Vielfaches längere Laufzeit bei geringerer Frequenz ist jedoch unwahrscheinlich (vgl. 3.5.3.4). Der Versuch an TK40-9 wurde mit einer planmäßigen Bolzenschiefstellung durchgeführt. Das dargestellte Oberlastniveau wurde nach dem Verfahren in 5.4 rechnerisch auf einen Fall ohne Bolzenschiefstellung umgerechnet. Für $R = 0,6$ liegt ein gültiger Versuch vor (TK40-6). Für die Versuche TK40-11, TK40-14, TK40-19 sowie TK50-12 ergeben sich Werte $M > 1,0$, was darauf hindeutet, dass bei diesen Versuchen ein frühzeitiges Versagen vorliegt. Ergebnisse der Versuche TK40-12 (frühzeitiger Lastabfall, aber Resttragfähigkeit über Oberlast) und TK20-17 (ungewöhnliches Versagensbild) werden bei der Auswertung nicht berücksichtigt.

Die Versuchsdatenbasis beruht auf wenigen Einzelergebnissen, welche jedoch eine übereinstimmende Tendenz zeigen. Eine planmäßige Versuchsreihe zur Untersuchung dieses Effektes wurde als Teil weiterführender Untersuchungen vorgeschlagen [L224].

5.3.5.6 Vereinfachte Ermüdungsversagensfunktion für $R > 0,1$

Die Ermüdungsfestigkeit bei UD Carbonstrangschlaufen wird maßgeblich von der Oberspannung beeinflusst. Ein Einfluss der Unterspannung (bzw. der Schwingbreite) ist jedoch vorhanden und soll in einem erweiterten Ansatz für die Ermüdungsfestigkeitsfunktion berücksichtigt werden.

Betrachtet man für mehrere Ergebnisse der Versuche für $R > 0,1$ aus Tabelle 5-5 den korrespondierenden Datenpunkt mit gleicher erwartbarer LZ-Zahl für $R = 0,1$, kann jeweils die Neigung M der Linien gleicher Lebenserwartung für den betreffenden Bereich abgeschätzt werden. Diese wird auch als Mittelspannungsempfindlichkeit $M = \tan \alpha$ bezeichnet. Für $M \ll 1$ ist die Schädigung weitgehend von der Spannungsamplitude abhängig (vgl. Abbildung 5-17). Werte von M nahe 1,0 stehen für eine ausgeprägte Mittel- bzw. Oberspannungsabhängigkeit.

Eine Auswertung der Mittelspannungsempfindlichkeit M zeigt für normierte Oberspannungen S_{max} von 0,4 bis 0,6 im Bereich zwischen $R = 0$ und $R = 0,4$ eine Steigung der Linien gleicher Lebenserwartung M zwischen 0,62 und 1,34. Eine Mittelwertbildung über alle Ergebnisse ($M = 0,95$) erscheint auf Basis der kleinen Versuchscharge mit deutlichen Ausreißern in beide Richtungen nicht zielführend. Stattdessen wird der Median bestimmt ($M = 0,87$) und ausgehend davon ein Mittelwert aller Versuchsergebnisse gebildet, welche vom Median weniger als 20 % abweichen. Diese Steigung $M = 0,86$ kann am unteren Ende des Ergebnisraumes bei $S_{max} = 0,45$ als Ausgangswert für die Abschätzung des Verlaufes der Linien gleicher Lebenserwartung herangezogen werden (vgl. Abbildung 5-20), welche im einfachsten Fall als Parallele mit der konstanten Steigung M beschrieben werden.

Für $R > 0,5$ ist der Ansatz einer konstanten Steigung M für die Linien gleicher Lebenserwartung konservativ, ebenso für normierte Oberspannungen $S_{max} < 0,5$. Hieraus kann als konservative Näherung ein Ansatz mit linearisierten parallelen Linien gleicher Lebenserwartung mit konstanter Steigung M abgeleitet werden:

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{\tan(\alpha)} = \frac{1}{0,86} = 1,16 \quad (\text{Gl. 5-39})$$

Damit kann folgende vereinfachte modifizierte Ermüdungsversagensfunktion formuliert werden:

$$\log(N_{Ri}) = a - m \frac{F_{f_{OL}}}{F_{R_{u,m}}} \left(1 + \tan \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \right] (R - R_0) \right) = a - m \cdot S_{max} \left(1 + \frac{\left(\frac{1}{M} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{M} + 1 \right)} (R - R_0) \right) \quad (\text{Gl. 5-40})$$

mit $R_0 = 0,1$ für die zugrundeliegende S - N -Versagensfunktion.

5.3.5.7 Vorschlag für ein Constant-Life-Diagramm

Die Annahme paralleler Linien gleicher Lebenserwartung im Constant-Life-Diagramm (CLD) ist für steigende Spannungsverhältnisse $R > 0,5$ zunehmend konservativ und unplausibel. Ungeachtet dessen werden auch in anderen Anwendungsfällen für eine Lebensdauerprognose linearisierte Ansatzfunktionen mit abschnittsweise konstanter Steigung und parallelem Verlauf herangezogen [L205] (vgl. Abbildung 5-18). Physikalisch besteht jedoch das Erfordernis, dass diese Linien die Abszisse dort schneiden, wo die charakteristischen Ermüdungsversagensfunktionen für unterschiedliche R -Werte die Ordinate im S - N -Diagramm schneiden (vgl. Abbildung 5-68). Dies ist im Bereich zwischen $S_{max} = 0,8$ und $S_{max} = 1,0$ zu vermuten.

Für den tatsächlichen Verlauf der CLD-Kurven liegen damit drei bekannte Randbedingungen vor: Ausgehend von der zuvor ermittelten Steigung der CLD-Kurven für $R < 0,4$ und dem Schnittpunkt der CLD-Kurven mit der Ordinatenachse zwischen $S_m = 0,8$ und $S_m = 1,0$ ist von einem gekrümmten Verlauf auszugehen. Eine gekrümmte Kurvenform mit asymptotischer Annäherung an die Ordinatenachse wird beispielsweise auch von Harris vorgeschlagen [L205][L66]. Für die Steigung der Linien gleicher Lebenserwartung bei $R = 0,1$ darf angenommen werden, dass M mit steigender Oberspannung ebenfalls steigt. Ein naheliegender Verlauf ist in Abbildung 5-20 dargestellt.

Der Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung kann durch ein Polynom dritten Grades nach (Gl. 5-41) beschrieben werden. Zur Bestimmung der vier Kurvenparameter stehen die drei genannten Randbedingungen zur Verfügung. Eine Vierte kann durch die Festlegung der Steigung am Schnittpunkt mit der Ordinatenachse gewählt werden. Eine asymptotische Annäherung der CLD-Kurven an die Ordinate $S_a = 0$ kann als konservative Annahme angesehen werden. Werte unter $R = 0$ sind konstruktionsbedingt nicht möglich. Aus diesem Grund enden die Linien gleicher Lebenserwartung an der Winkelhalbierenden im Haigh-Diagramm.

Die in Abbildung 5-20 gezeigten CLD-Kurven wurden mit nachfolgender Beziehung ausgehend von einer mittleren Steigung $M = 0,86$ für $S_{max} = 0,45$ ermittelt. Die vollständige Herleitung der CLD-Kurven aus Abbildung 5-20 ist in Anhang G beigefügt.

$$S_{max}(S_{min}) = a S_{min}^3 + b S_{min}^2 + c S_{min} + d \quad (\text{Gl. 5-41})$$

$$(1) \frac{\partial(S_{max})}{\partial(S_{min})}(S_{min} = 0,1 S_{max}) = (1/M - 1) M + (0,45 - S_{max})/4$$

$$(2) S_{max}(S_{min} = 0,1 S_{max}) = +a/m - 1/m \cdot \text{Log}_{10}[N]$$

$$(3) \frac{\partial(S_{max})}{\partial(S_{min})}(S_{min} = 0,8 \dots 1,0) = 1$$

$$(4) S_{max}(S_{min} = 0,8 \dots 1,0) = S_{min}$$

Der Vorschlag des Constant-Life-Diagramms in Abbildung 5-20 zeigt im Bereich zwischen $0,1 < R < 0,5$ und zwischen $S_{max} = 0,5$ und $0,65$ eine gute Übereinstimmung mit den bislang vorliegenden Versuchsergebnissen. Der weitere Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung sowie die konsequente Ergänzung weiterer CLD-Linien für LZ-Zahlen bis 10^{10} folgt plausiblen Annahmen, welche nach gegenwärtigem Kenntnisstand konservativ getroffen wurden, sollten aber durch weitere Untersuchungen validiert werden.

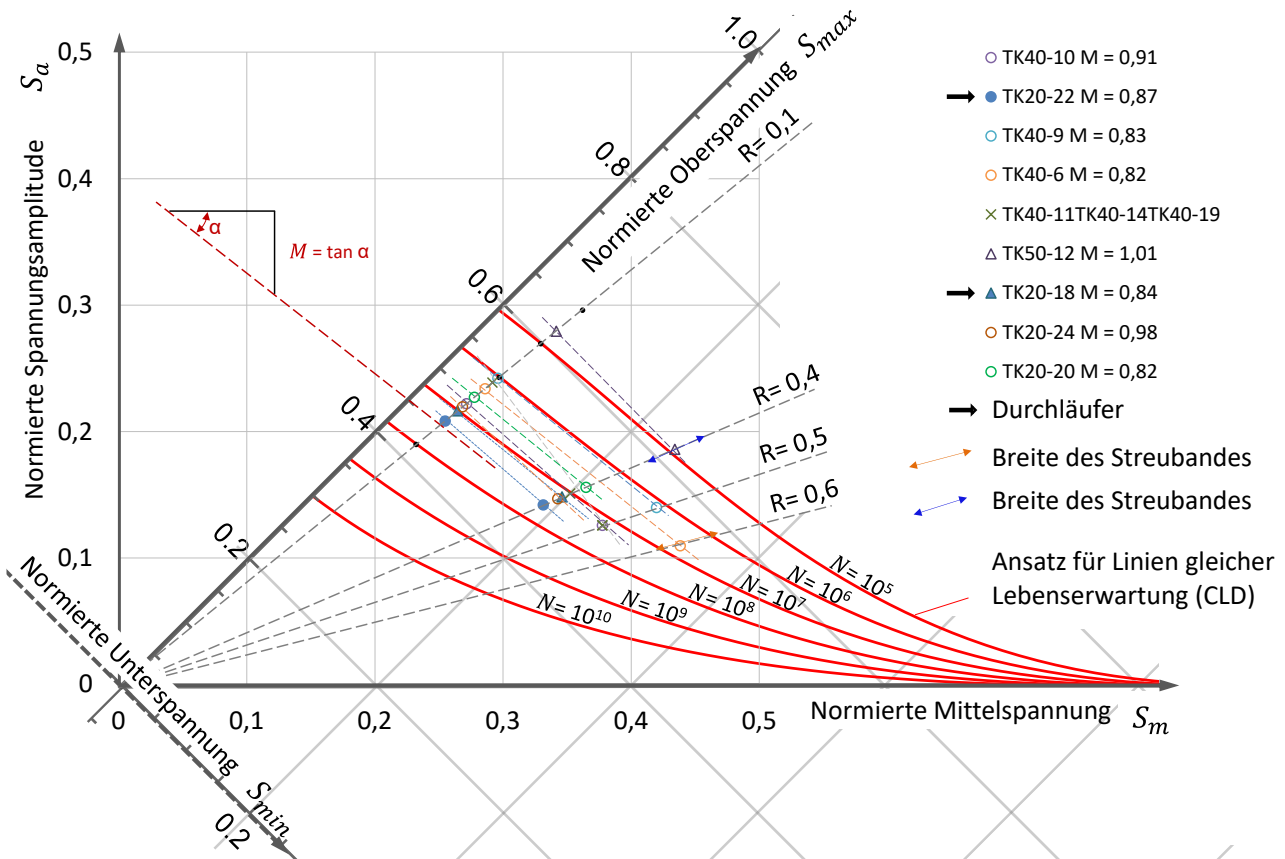


Abbildung 5-20 Constant-Life-Diagramm (CLD) mit einem Ansatz für Linien gleicher Lebenserwartung als Ausschnittdarstellung des relevanten Bereiches $S_{min} > 0$ und $S_a > 0$ im Haigh-Diagramm.

5.3.5.8 Aus dem CLD abgeleitete Ermüdungsversagensfunktionen für $R > 0,1$

Aus den Schnittpunkten der gewonnenen CLD-Linien mit den Ursprungsgeraden für verschiedene R -Werte können die bezogenen Oberlasten $S_{max}(N, R)$ für unterschiedliche LZ-Zahlen ermittelt und als S - N -Versagensfunktionen für unterschiedliche R -Werte aufgetragen werden (vgl. Abbildung 5-21).

Die erhaltenen Ermüdungsversagensfunktionen weisen zwei Besonderheiten auf. Die Funktionen für $R < 0,5$ liegen sehr nahe bei der ursprünglichen Funktion für $R = 0,1$ und weisen erst für höhere R -Werte eine signifikante Erhöhung der erwartbaren LZ bei gleichem Oberlastniveau S_{max} auf. Damit wird die starke Oberlastabhängigkeit der Ermüdungsversagensfunktionen für $R > 0,1$ deutlich. Ferner zeigt der Verlauf der Funktionen zwischen 10^6 LZ und 10^9 LZ eine Krümmung nach unten. Andere in der Literatur beschriebene, vom R -Wert abhängige S - N -Kurven (vgl. Abbildung 5-3, [L207]) zeigen tendenziell eine Krümmung nach oben für steigende LZ-Zahlen, wenngleich auch für C-Lamellen in [L98] ein ähnlicher Kurvenverlauf anhand von experimentellen Ergebnissen gezeigt wird. Einerseits ist dieses Verhalten durch den gewählten Krümmungsverlauf der Linien gleicher Lebenserwartung im CLD begründet. Andererseits stützen auch analytische Überlegungen den Ansatz, dass der Verlauf der S - N -Kurven für $R > 0,1$ im Bereich hoher Lastwechselzahlen durch eine Parallelverschiebung der Geraden im halblogarithmischen S - N -Diagramm genähert werden kann (vgl. 5.3.6).

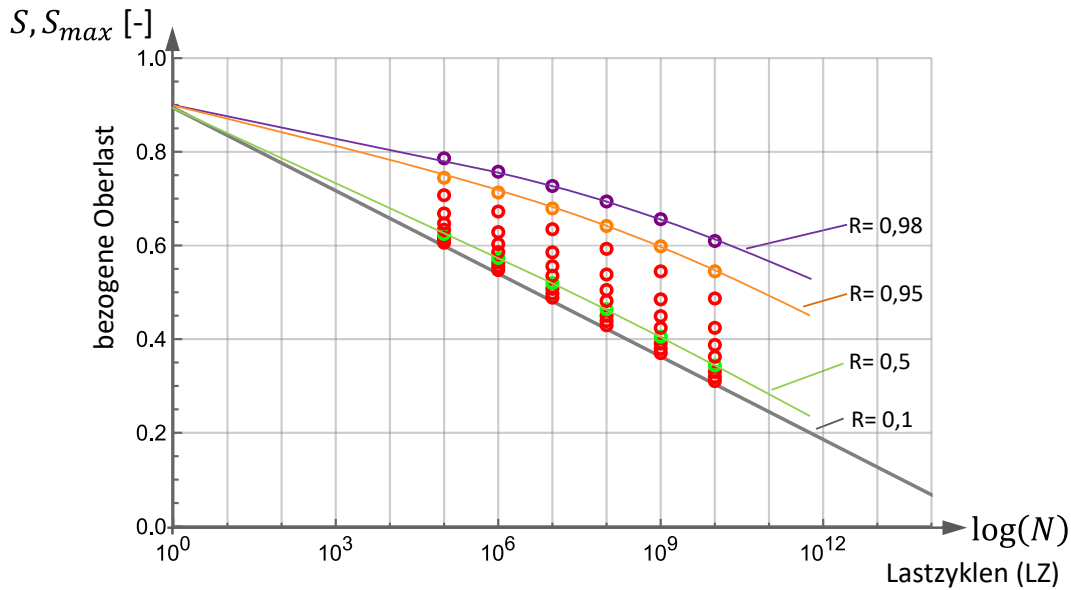


Abbildung 5-21 Aus dem Constant-Life-Diagramm in Abbildung 5-20 abgeleitete S - $\log(N)$ -Versagensfunktionen für beliebige R -Werte.

Im Bereich bis ca. 10^7 LZ kann der Verlauf der S - N -Funktionen gut durch eine Gerade im S - $\log(N)$ -Diagramm genähert werden (vgl. Abbildung 5-22), welche einen gemeinsamen Schnittpunkt mit der S - N -Versagensfunktion für $R = 0,1$ und der Abszisse hat. Der weitere Verlauf für LZ-Zahlen über 10^9 wird in Abbildung 5-25 als Gerade parallel zur S - N -Kurve für $R = 0,1$ (Masterkurve) dargestellt. Experimentelle Untersuchungen, welche den Verlauf in diesem Bereich belegen, liegen nicht vor. Eine Annäherung an die Masterkurve für steigende LZ-Zahlen ist physikalisch nicht nachvollziehbar. Ein zunehmend flacherer Verlauf für kleine R -Werte ist wahrscheinlich. Für eine Festlegung einer Steigung flacher als m fehlen jedoch die Grundlagen, sodass die parallele Fortsetzung der Funktion als konservative Näherung herangezogen werden kann.

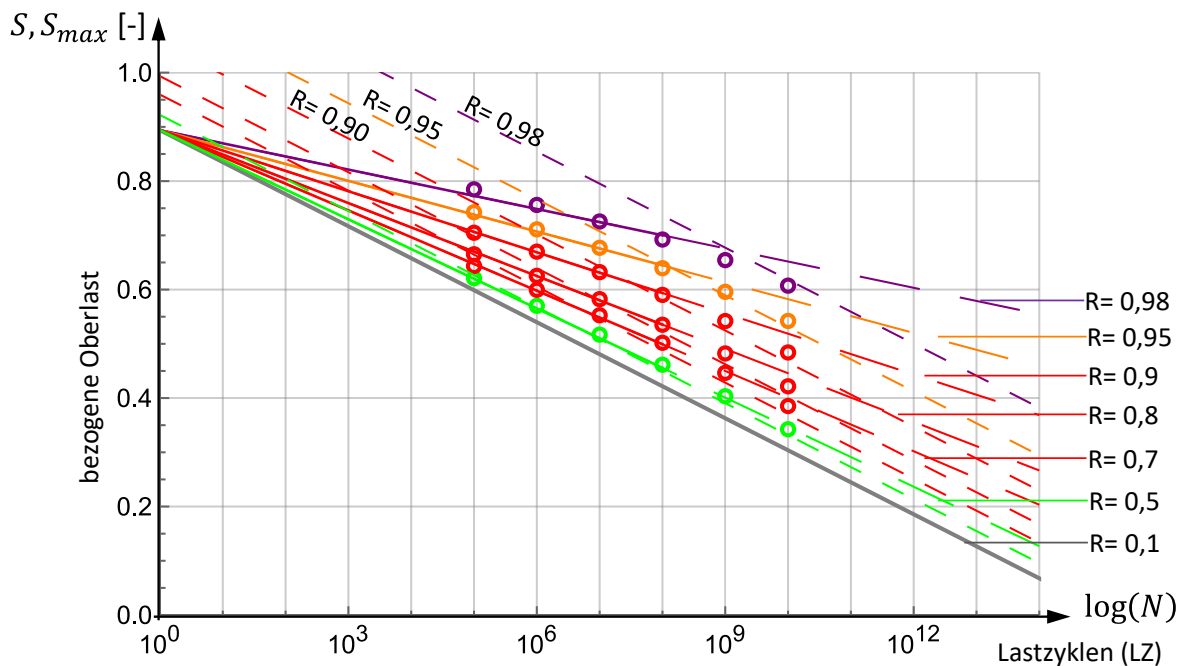


Abbildung 5-22 Linearisierte S - $\log(N)$ -Versagensfunktionen für beliebige R -Werte für den Bereich $N < 10^8$ LZ.

Die in Abbildung 5-22 gezeigten $S\text{-log}(N)$ -Versagensfunktionen können nach (Gl. 5-42) formuliert werden. Diese wird nachfolgend dazu herangezogen, um für Versuchsergebnisse mit $R \neq 0,1$ und LZ-Zahlen bis 10^8 die schadensäquivalente LZ-Zahl für $R = 0,1$ zu bestimmen, womit eine gemeinsame Betrachtung von Versuchsergebnissen mit unterschiedlichem R -Wert möglich wird (vgl. 5.4.1). Für a und m wird auf (Gl. 5-8) zurückgegriffen.

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = \frac{a}{m} - \frac{(1-R^w)^v}{m} \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-42})$$

$$a = 14,128; \quad m = 14,872; \quad w = 2,1; \quad v = 0,28$$

5.3.6 Analytische Überlegungen zum Einfluss des R -Wertes unter Annahme einer Schädigungsäquivalenz in Relation zur Formänderungsarbeit

Für die nachfolgende Betrachtung wird eine Erweiterung von (Gl. 5-1) zur Berücksichtigung des Spannungsverhältnisses R vorgeschlagen.

$$\log(N_{Ri}) = a - m \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} + \log\left[1/((1-R) \cdot (1+R))^{eR}\right] \quad (\text{Gl. 5-43})$$

Dem Ansatz liegt die Hypothese zugrunde, dass sich die Schädigung D für große Lastwechselzahlen und bezogene Lastniveaus $S_{max} < 0,6$ proportional zu einer Potenz des Inkrementes der Formänderungsenergie ψ^F im Matrixanteil des Laminates verhält. Das Inkrement der Formänderungsenergie $\psi^F = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \cdot \sigma_{ij}$ im Verlauf eines Lastzyklus verhält sich proportional zur Formänderungsarbeit W^F und kann durch (Gl. 5-44) beschrieben werden, wobei ε_{ij} der Verzerrungstensor und σ_{ij} der zugehörige Spannungstensor in der Matrix am betrachteten maßgebenden Punkt ist.

$$W^F = \int_V \psi^F \cdot dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \cdot \sigma_{ij} \cdot dV \rightarrow \Delta\psi^F = 2 \left[\frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \cdot \sigma_{ij} \right]_{\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}(F_{fUL})}^{\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}(F_{fOL})} \quad (\text{Gl. 5-44})$$

Ausgehend vom Oberlastniveau kann ein Lastzyklus durch einen Gleitweg u am Ablösepunkt beschrieben werden, wobei Effekte aus Reibung in der Gleitfuge bei dieser Festlegung nicht betrachtet werden (vgl. Abbildung 5-23). Unter der vereinfachenden Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen dem Verzerrungstensor ε_{ij} , dem zugehörigen Spannungstensor σ_{ij} und der faserparallelen Dehnung $\varepsilon_{11}(1-u)$ und der einwirkenden Kraft kann (Gl. 5-44) zu einer Proportionalitätsbedingung nach (Gl. 5-45) umgeformt werden.

$$\Delta\psi^F \sim \left[\frac{2}{2} (1-u) \cdot (1-u) \right]_{u=(1-R)}^{u=0} \quad (\text{Gl. 5-45})$$

$$\text{mit } \varepsilon_{ij} \sim \sigma_{ij} \sim (1-u) \\ u_{OL} = 0 \quad \text{und} \quad u_{UL} = (1-R)$$

$$\Delta\psi^F \sim (1-R) \cdot (1+R) = (1-R^2) \quad (\text{Gl. 5-46})$$

$$D_{eq} \sim [(1-R) \cdot (1+R)]^{eR} \quad (\text{Gl. 5-47})$$

Der Zusammenhang zwischen dem R -Wert und dem Inkrement der Formänderungsenergiedichte nach (Gl. 5-46) kann anschaulich in Abbildung 5-23 nachvollzogen werden. Das Inkrement der Formänderungsenergiedichte im Verlauf eines Lastzyklus wird hier als Rechteck mit den Seitenlängen $(1 - R)$ und $(1 + R)$ dargestellt. Die Bezeichnungen der Zustände bei Oberlast (1) und Unterlast (2) und (3) nehmen Bezug auf die Darstellung in Abbildung 5-10. Ausgehend von einem Zustand bei Oberlast wird das betrachtete Volumenelement im Laufe eines Lastzyklus vom Zustand (1) bei Oberlast in den Zustand (2) oder (3) bei Unterlast überführt und wieder zurück. Als Bezugsgröße auf der Ordinate wird ein kumulierter Gleitweg u des Laminates am Ablösepunkt unter Vernachlässigung von Reibungseffekten herangezogen. Der Gleitweg u wird vereinfachend proportional zur Änderung der einwirkenden Kraft, zur Änderung der Spannungen $\Delta\sigma_{ij}$ und zur Änderung der Verzerrung $\Delta\varepsilon_{ij}$ im betrachteten Volumen angenommen, wengleich diese Proportionalität für $\varepsilon_{12} = \gamma_G$ nicht vorliegt (vgl. 5.3.4). Die zugehörige Formänderungsenergiedichte ist proportional zum Produkt des Verzerrungstensors mit dem jeweiligen zugehörigen Spannungstensor.

Es wird ersichtlich, dass die Änderung der Formänderungsenergiedichte zwischen den Zuständen (1) und (3) verglichen mit der Änderung der Formänderungsenergiedichte zwischen den Zuständen (1) und (2) nicht proportional zum R -Wert ist. Auch bei Lastwechseln mit geringer Amplitude, ausgehend von der gleichen Oberlast, wird bereits ein überproportional großer Teil der Formänderungsarbeit geleistet. Der Unterschied beispielsweise zwischen $R = 0$ und $R = 0,2$ ist dagegen vernachlässigbar klein. Es liegt damit eine weitere Erklärung für die deutliche Oberlastabhängigkeit vor.

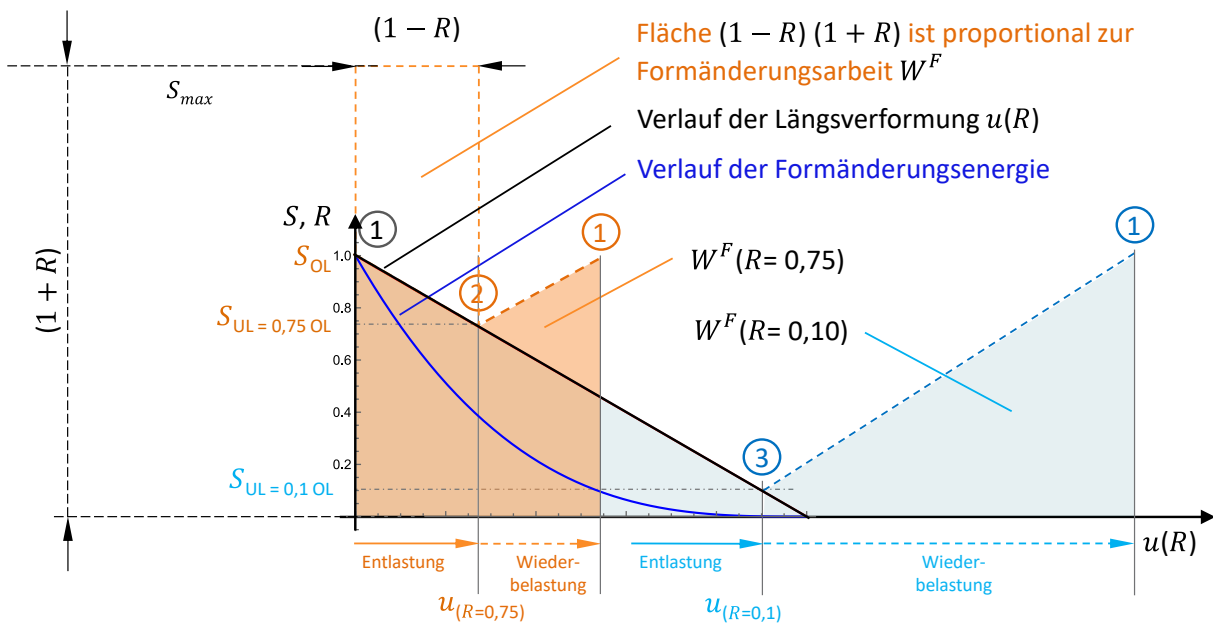


Abbildung 5-23 Grafische Erläuterung zur Änderung der Formänderungsenergiedichte für zwei unterschiedliche Schwingbreiten mit $R = 0,75$ und $R = 0,1$. Die Bezeichnungen der Zustände (1) bis (3) beziehen sich auf Abbildung 5-10.

Effekte aus dem Wechsel von Querdruck durch die radiale Umlenkraft im Bereich des Kontaktes mit dem Thimble und Querzug infolge der Normalkraftbeanspruchung des initial gekrümmt konsolidierten Laminates im Bereich direkt neben dem Ablösepunkt werden in dieser Betrachtung vernachlässigt (vgl. Modus D in Abbildung 5-11). Es ist jedoch anzunehmen, dass diese Effekte zusätzlich zur Schädigung beitragen.

5.3.7 Vergleichende Diskussion der Ansätze

In Abbildung 5-24 werden die verschiedenen Ansätze für R -Wert-abhängige S - N -Versagensfunktionen vergleichend gegenübergestellt. Der Einfluss auf die Zahl der ertragbaren LZ kann durch den Faktor k_{N_i} beschrieben werden, welcher die ertragbare LZ-Zahl $N_{i(R_i)}$ für ein Spannungsverhältnis R_i zu einer

ertragbaren LZ-Zahl $N_{i(R=0,1)}$ für ein Spannungsverhältnis $R = 0,1$ ins Verhältnis setzt. Der Verhältniswert entspricht der rechnerischen Vergrößerung der Lebenserwartung in Abhängigkeit vom R -Wert (Abszisse) und ist auf der Ordinatenachse rechts neben dem Schaubild abgetragen. Für einen R -Wert von 0,5 ergibt sich rechnerisch eine Verlängerung der Lebensdauer um einen Faktor 1,78 bis 3,30 im Vergleich zu einer Ermüdungsbeanspruchung mit der gleichen Oberlast und $R = 0,1$. Es ist zu bemerken, dass diese Vergrößerung der ertragbaren LZ in der Kernweite des Streubandes der Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ liegt. Im Bereich zwischen $R = 0,1$ und $R = 0,5$ ist kein signifikanter Unterschied der verschiedenen Ansätze zu beobachten, für größere R -Werte gehen die Funktionen jedoch weit auseinander und es werden teilweise sehr hohe Faktoren k_{N_i} ermittelt, die außerhalb des Diagrammausschnittes liegen, aber anhand der Datentabelle unter dem Schaubild nachvollzogen werden können. Zur Veranschaulichung ist die in 5.3.6 diskutierte Formänderungsarbeit W^F und die daraus abgeleitete Schädigung D in Abhängigkeit vom R -Wert auf der Ordinatenachse links neben dem Schaubild abgetragen.

Eine Näherung des Einflusses unterschiedlicher R -Werte auf die ertragbare LZ-Zahl durch parallele Linien gleicher Lebenserwartung mit konstanter Steigung M im CLD wurde in (Gl. 5-40) hergeleitet und bildet den Effekt im Bereich zwischen $R = 0,1$ und $R = 0,4$ für LZ-Zahlen zwischen 10^5 und 10^7 in guter Übereinstimmung mit den vorliegenden Versuchsergebnissen ab. Die Funktion (blau gepunktet in Abbildung 5-24) unterschätzt den Effekt für größere R -Werte.

Mit (Gl. 5-48) steht eine einfache empirisch bestimmte Näherungslösung zur Verfügung, welche jedoch für $R > 0,5$ wieder konservative Ergebnisse für die erreichbaren LZ-Zahlen liefert.

$$N_{Ri} = (1 + (2,4 \cdot R)^{3,6}) \cdot 10^{[a - m \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}}]} \tag{Gl. 5-48}$$

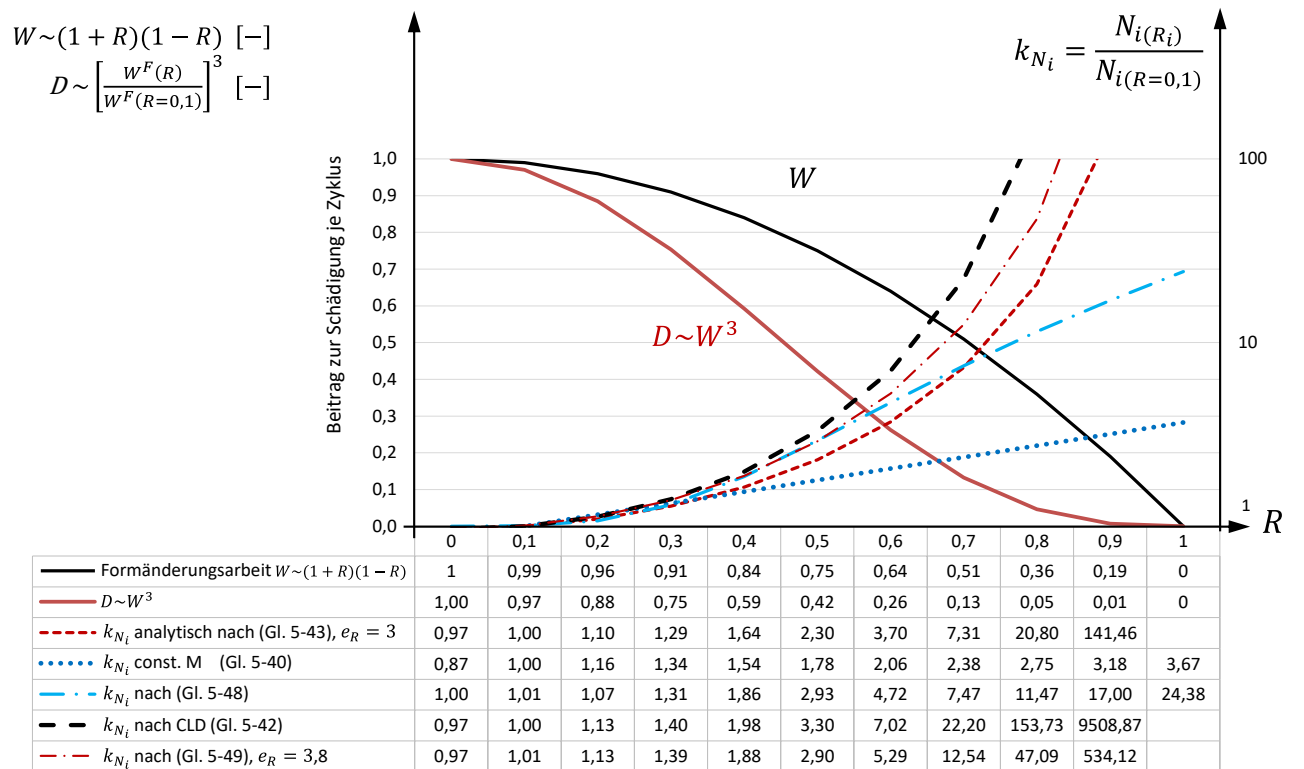


Abbildung 5-24 Gegenüberstellung der Ansätze zur Berücksichtigung der Reduktion der Schädigung pro Lastzyklus bzw. zur Vergrößerung der ertragbaren LZ-Zahl für $R > 0,1$ und für einen Lasthorizont von $S_{max} = 0,5$.

Ein Ansatz für die Quantifizierung des Einflusses für größere R -Werte wurde auf Basis der CLD-Linien in (Gl. 5-42) hergeleitet (Schwarz gestrichelt). Diese Funktion zeigt vom Verlauf her in Abhängigkeit des R -Wertes eine gute Übereinstimmung mit der auf analytischer Basis hergeleiteten (Gl. 5-43), welche in Rot gestrichelt dargestellt ist. Beide Ansätze wurden auf Grundlage von Annahmen unabhängig voneinander hergeleitet, wobei (Gl. 5-42) aus einer Geradenschar mit einem gemeinsamen Schnittpunkt auf der Ordinatenachse und (Gl. 5-43) aus einer Schar paralleler Geraden im S - $\log(N)$ -Diagramm besteht. Während (Gl. 5-42) für LZ-Zahlen bis 10^8 geeignet ist, kann (Gl. 5-49) auch für größere LZ-Zahlen verwendet werden. Durch eine Anpassung des Exponenten in (Gl. 5-43) kann eine gute Übereinstimmung der beiden Funktionen im Bereich zwischen 10^6 und 10^8 LZ erzielt werden und man erhält (Gl. 5-49). Gemeinsam decken diese beiden Ansätze als Grenzwertfunktion den gesamten Parameterbereich ab (vgl. Abbildung 5-25) und können zur Bildung einer bilinearen R -Wert-abhängigen S - $\log(N)$ -Versagensfunktion verwendet werden, um die in Abbildung 5-21 gezeigte nichtlineare CLD-Beziehung mit einfachen Funktionen abzubilden.

Die Ansätze sind für eine Ermittlung des Wertes für 50 % Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt und sollten durch geeignete weiterführende Untersuchungen bestätigt werden. Die bislang vorliegenden Versuchsergebnisse liegen mit R -Werten zwischen 0,4 und 0,6 in einem Bereich, in welchem sich die Vergrößerungsfaktoren k_{N_i} noch nicht stark unterscheiden. Für weitere Untersuchungen wird daher eine systematische Versuchsreihe mit R -Werten zwischen 0,7 und 0,95 vorgeschlagen.

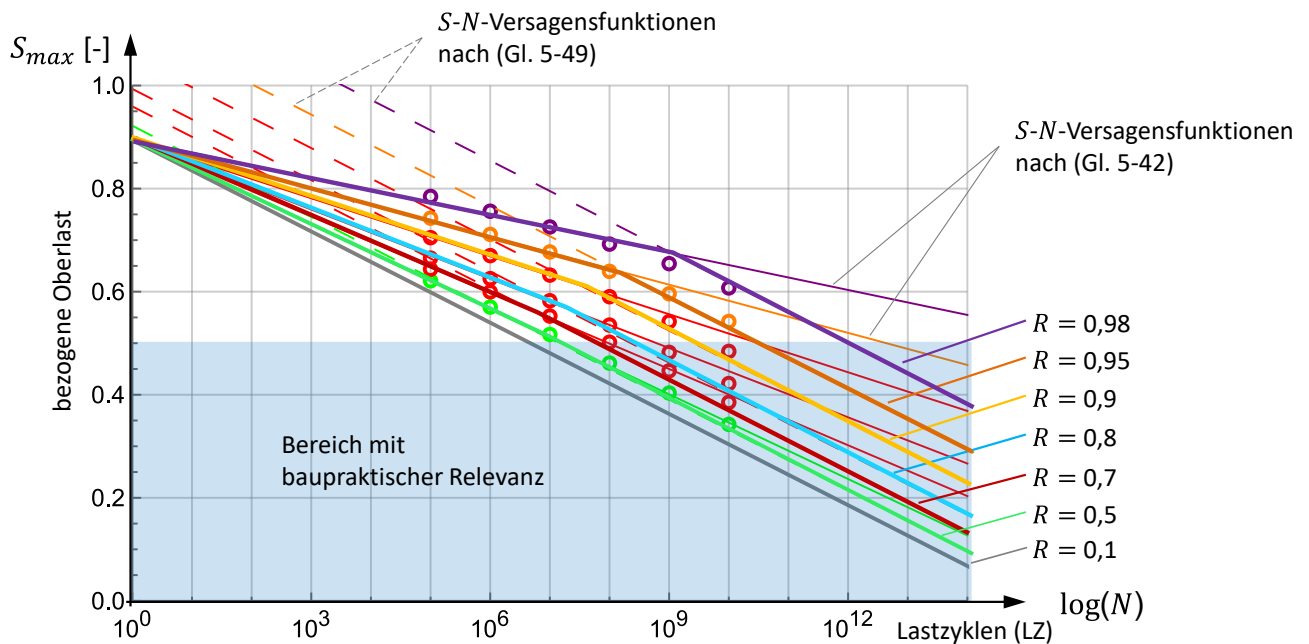


Abbildung 5-25 Bilineare S - $\log(N)$ -Versagensfunktion in Abhängigkeit des R -Wertes zur Bestimmung ertragbarer LZ-Zahlen für den gesamten Parameterbereich in Gegenüberstellung der aus dem CLD abgeleiteten Stützstellen der Linien gleicher Lebenserwartung als Kreismarker.

5.3.8 Vorgeschlagener Bemessungsansatz für $R > 0,1$

Für einen einfachen linearisierten Bemessungsansatz ist (Gl. 5-42) ungeeignet, da für LZ-Zahlen $N > 10^7$ ggf. unsichere Werte ermittelt werden. Für die meisten Anwendungen sind bezogene Oberlasten zu berücksichtigen, welche unter $S_{max} \leq 0,6$ liegen (vgl. Abbildung 5-25). In diesem Bereich eignet sich (Gl. 5-43) zur Beschreibung einer Bemessungsgleichung (Gl. 5-49), welche nachfolgend für das Nachweiskonzept vorgeschlagen wird.

$$\log(N_{Ri}) = a - m \cdot S_{max} + \log\left[\left((1 - R) \cdot (1 + R)\right)^{-e_R}\right]; \quad S_{max} = \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} \leq 0,6 \quad (\text{Gl. 5-49})$$

mit $e_R = 3,8$... Anpassungsfaktor
 a, m ... Kurvenparameter der S - N -Versagensfunktion

Umgestellt nach S_{max} folgt (Gl. 5-50):

$$S_{max} = \frac{a}{m} - \frac{1}{m} \cdot \left[\log[N_{Ri} \cdot ((1 - R) \cdot (1 + R))^{e_R}] \right] \leq 0,6 \quad (\text{Gl. 5-50})$$

Für die Verwendung als Bemessungsgleichung sind die Kurvenparameter a und m entsprechend der Bemessungsfunktion (vgl. 5.10) zu verwenden. Für eine möglichst mittelwerttreue Umrechnung von Versuchsergebnissen werden die Parameter aus (Gl. 5-8) verwendet.

5.4 Einfluss aus Bolzenschiefstellung und Verformungen am Anschluss aus der Schlaufenebene

5.4.1 These und Ansatz

Zunächst wurde angenommen, dass sich der Einfluss aus Schiefstellungen am Anschluss auf die Ermüdungsfestigkeit in gleichem Maße auswirkt wie auf die statische Traglast. Dem Nachweiskonzept in [L62] liegt diese Annahme zugrunde. Entsprechend wird in [L62] ein lastunabhängiger Korrekturfaktor zur Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen bestimmt, welcher sowohl für den statischen Nachweis als auch für den Betriebsfestigkeitsnachweis herangezogen wird.

Anhand der Herleitung in 5.4.3 wird ersichtlich, dass die Größe der Auswirkung von Anschlussimperfektionen maßgeblich oberlastabhängig ist, bei niedrigerem bezogenen Lastniveau einen größeren relativen Einfluss aufweist und nachrangig auch vom R -Wert beeinflusst wird. Aus den durchgeführten Versuchen mit Bolzenschiefstellung (TK20-20, TK20-21 und TK40-9 in Tabelle 5-5) wurde erkennbar, dass der Einfluss von Anschlussimperfektionen auf die Ermüdungsfestigkeit deutlich größer ist als ursprünglich vermutet. Es wird vorgeschlagen, diesen Einfluss im Falle der Ermüdungsfestigkeit über eine Erhöhung auf der Lastseite auf ein sog. schadensäquivalentes Oberlastniveau zu berücksichtigen. Die starke Oberlastabhängigkeit des Ermüdungswiderstandes und der stark nichtlineare Anstieg der Spannungsüberhöhungsfaktoren der Randfaserbelastung infolge Bolzenschiefstellung bei abnehmender Normalkraft (vgl. 5.4.7) führen dazu, dass auf niedrigem Lastniveau (Gebrauchslast) ein erheblicher Einfluss zu berücksichtigen ist. Eine lastunabhängige Abminderung auf Widerstandsseite gemäß [L62] unterschätzt den Einfluss ggf. deutlich. Aufgrund der Relevanz dieser Erkenntnis wurde das Grundprinzip des in diesem Abschnitt näher beschriebenen Vorgehens zur Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen beim Betriebsfestigkeitsnachweis einem begrenzten Personenkreis vorab erläutert und in einem aktuellen Gutachten [L64] mit Verweis auf die Urheberschaft des Autors bereits aufgegriffen.

Als schadensäquivalentes Oberlastniveau wird ein Lastniveau bezeichnet, welches bei ideal axialer Normalkraftbeanspruchung N_{eq} (Laborbedingungen) eine äquivalente ermüdungswirksame Randfaserbelastung erzeugt, wie im Referenzzustand mit geringerer Normalkraft und zusätzlichem Einfluss von Imperfektionen (vgl. Abbildung 5-26).

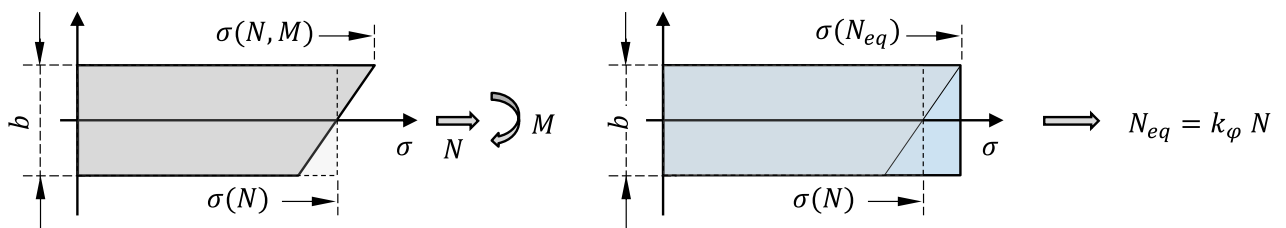
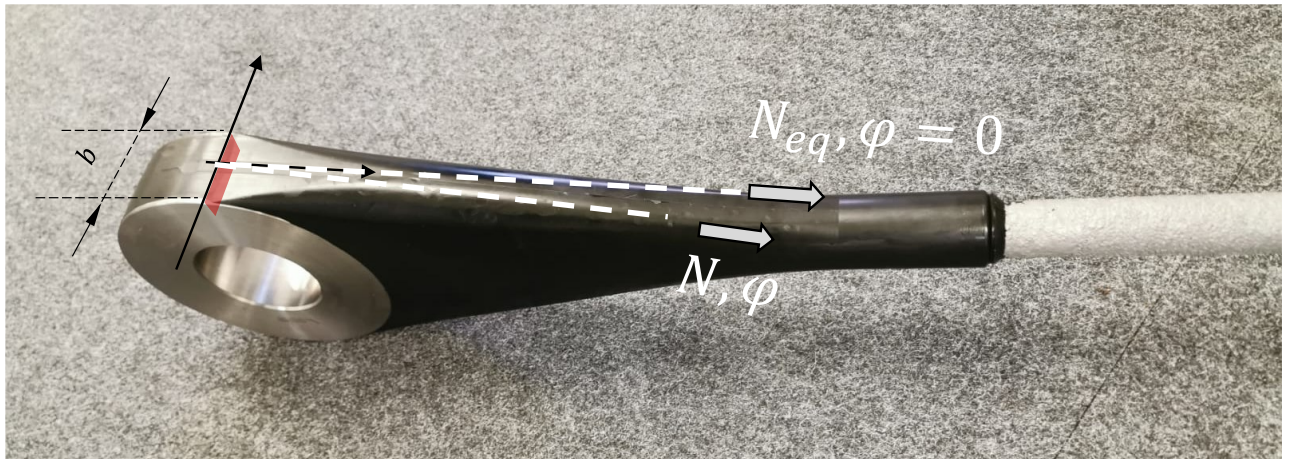


Abbildung 5-26 Ansatz für eine schädigungsäquivalente Randfaserbelastung für die Berücksichtigung des Einflusses von Imperfektionen im Ermüdungsnachweis.

5.4.2 Herangehensweise

Eine Schiefstellung φ_A des Bolzens oder des Anschlusses der Schlaufe aus der Schlaufenebene (OP – out-of-plane) führt zu einer einseitigen Vergrößerung der faserparallelen Zugspannung am Ablösepunkt (Stelle 1 in Abbildung 5-27) und damit auch zu einer Vergrößerung des radialen Querdruckes rechtwinklig zur Faser entlang der Faserumlenkung am Thimble. In [L62] wird ein vereinfachter linearisierter Ansatz für die statische Traglast in Abhängigkeit von der Schiefstellung der Schlaufe aus der Ebene verwendet und in [L64] durch einen vereinfachten Ansatz für die Abhängigkeit von der Normalkraft ergänzt, wobei Einflüsse aus der Bauteillänge auf der sicheren Seite liegend vereinheitlicht werden.

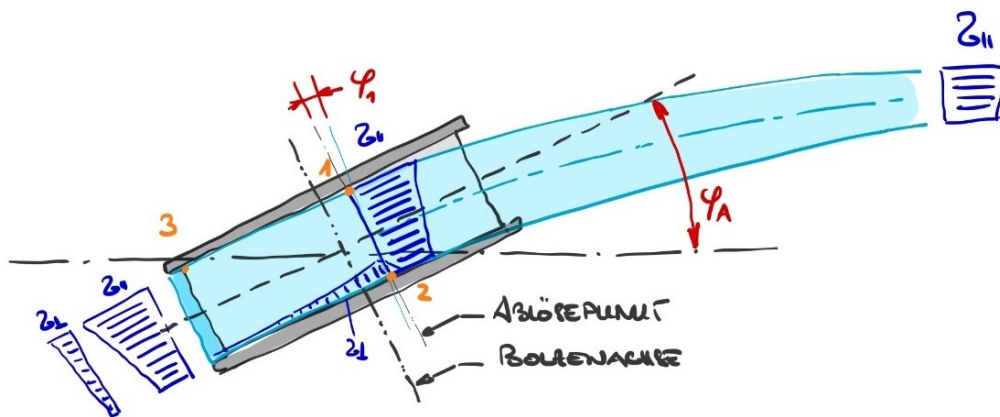


Abbildung 5-27 Prinzipskizze der Zusatzbeanspruchungen bei Schiefstellung OP aus der Schlaufenebene.

Nachfolgend wird eine allgemeine Lösung für unterschiedliche Bauteilgeometrien für die lastabhängigen Zusatzbeanspruchungen aus Bolzenschiefstellung unter Berücksichtigung der Effekte nach geometrisch nichtlinearer Theorie hergeleitet. Für die Einflüsse des veränderlichen Querschnitts im Bereich der

Schlaufenverzweigung wird eine Näherungsgleichung zur Bestimmung der effektiven Länge in Abhängigkeit von der Normalkraft vorgeschlagen und anhand von Versuchsergebnissen validiert. Neben dem Einfluss der Bauteillänge werden zusätzlich der Effekt einer teilelastischen Einspannung der Schlaufe an der Umlenkung in Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis der Einwirkung berücksichtigt sowie der Einfluss der Schubweichheit des Querschnitts untersucht.

Der Einfluss des veränderlichen Querschnitts im Bereich der Schlaufenverzweigung konnte bisher nur näherungsweise durch numerische Untersuchungen approximiert werden, da der Querschnittsverlauf geometrisch nicht eindeutig definiert ist. Nachfolgend wird eine analytische Beziehung formuliert, welche auf Grundlage der beiden bekannten Querschnitte am Ablösepunkt und auf der freien Länge das Verhalten des Verankerungsbereiches in Abhängigkeit von der Normalkraft beschreibt. Mit Messungen am Bauteil wird der nachfolgend hergeleitete Ansatz überprüft.

Die nachfolgend erläuterten Untersuchungen lassen folgende Schlussfolgerungen zu: Der Einfluss der Bauteillänge ist für kurze Bauteile, wie sie zu Versuchszwecken hergestellt werden, relevant, kann aber für längere Bauteile vereinheitlicht werden. Die elastische Einspannung der Schlaufe an der Umlenkung führt bereits am Ablösepunkt zu einer graduell unterschiedlichen Dehnung der Fasern, welche als Verkippung φ_1 des Laminatquerschnitts am Ablösepunkt bezeichnet wird und zu einer Reduktion des Momentes am Ablösepunkt führt. Dieser Mechanismus setzt eine Überwindung der Haftreibung zwischen Schlaufe und Thimble voraus, wie er bei großen Schwingbreiten zu beobachten ist. Bei kleinen Schwingbreiten oder auch bei Verformungen aus Bauteilschwingung ohne Änderung der Zugnormalkraft nähert sich das Verhalten einer starren Einspannung der Schlaufe am Ablösepunkt. Der Einfluss der Schubweichheit des Querschnitts ist für das hier untersuchte Carbonlaminat vernachlässigbar. Der E-Modul der Carbonfaser kann für die nachfolgende Betrachtung in guter Näherung als konstant angenommen werden. Für Betrachtungen auf Gebrauchslastniveau (Ermüdungsnachweis) ist der steigende Einfluss des Zusatzmomentes infolge Schiefstellung bei geringem Lastniveau durch den Effekt aus Theorie II. Ordnung von Bedeutung. Eine einheitliche Festlegung für einen Abminderungsfaktor der Beanspruchbarkeit bei Schiefstellung auf Traglastniveau nach [L62] liegt bei niedrigem Lastniveau auf der unsicheren Seite. Um die Spannungsüberhöhung aus Schiefstellung auf niedrigerem Lastniveau beispielsweise im Ermüdungsnachweis abdecken zu können, wird ein lastabhängiger Korrekturfaktor zur Bestimmung des schädigungsäquivalenten Oberlastniveaus benötigt und hergeleitet.

Es kann prinzipiell zwischen zwei Beanspruchungsmustern unterschieden werden, welche in gewisser Überlagerung auftreten können. Der Einfluss einer konstanten Bolzen- oder auch Anschlussschiefstellung bei veränderlicher Normalkraft kann durch einen Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung in Bezug zu einem ideal axial beanspruchten Anschluss behandelt werden und wird nachfolgend in 5.4.3 diskutiert. Eine Winkeländerung an der Verankerung bei gleichbleibender Last, wie sie durch Verformungen des Anschlussbauteils oder bei Schwingungen eines Zuggliedes bei entsprechender Amplitude auftreten kann, führt ebenfalls zu Zusatzbeanspruchungen am Anschluss. Winkeländerungen am Anschluss als Folge von Rotationen des Tragwerksteils, an welchem das Zugglied verankert ist, können wie Bolzenschiefstellung, jedoch unter Annahme einer vollen Einspannung des Schlaufenquerschnitts am Ablösepunkt behandelt werden (analog zu $R = 1$, vgl. 5.4.3). Winkeländerungen durch Schwingungen des Zuggliedes werden in 6.4.5 gesondert betrachtet.

5.4.3 Analytischer Ansatz für den schubweichen Zugstab nach Theorie II. O. mit Endverdrehung

5.4.3.1 Begriff der effektiven Länge

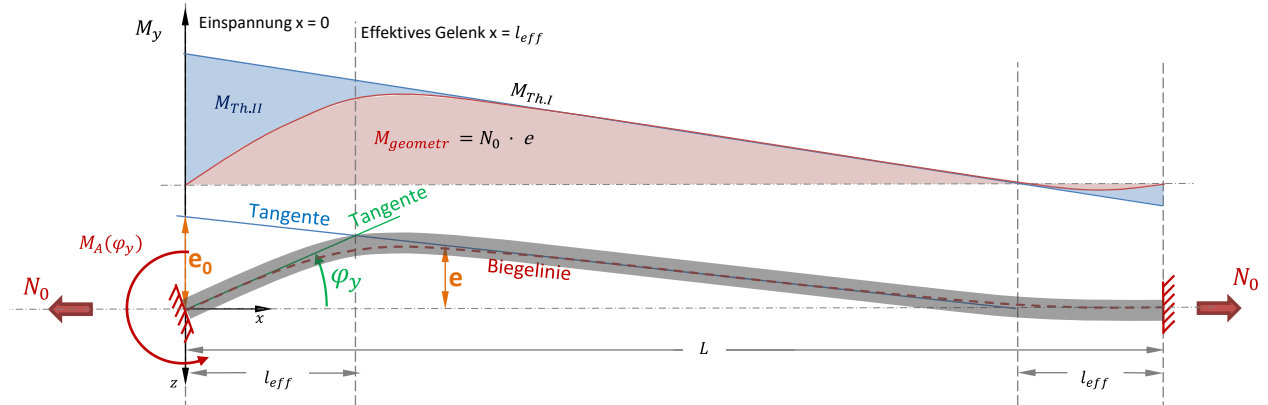


Abbildung 5-28 Effektive Länge am Beispiel eines beidseitig eingespannten Zugstabes unter Einwirkung der Zugkraft N_0 und einer eingepprägten Endverdrehung φ_y .

Durch die Einführung des Begriffes der effektiven Länge l_{eff} kann das von der Einspannstelle exponentiell abklingende Biegemoment nach Th. II. O. $M_{Th,II}$ anschaulich und kompakt dargestellt werden [L60]. Verbindet man die Tangente eines um den Winkel φ_y verdrehten Stabendes eines beidseitig eingespannten Zugstabes mit der Tangente an der freien Länge desselben, so liegt der Schnittpunkt im Abstand der effektiven Länge, gemessen von der Einspannstelle (vgl. $x = l_{eff}$ in Abbildung 5-28). Fügt man gedanklich ein Gelenk an dieser Stelle in ein Ersatzstabmodell aus den beiden Tangentenabschnitten ein, so erhält man an der Einspannstelle dasselbe Biegemoment. Dieses klingt in einem Bereich von etwa der zweifachen effektiven Länge ab, sodass auf der freien Länge nahezu kein Biegemoment mehr im Stabquerschnitt vorliegt. In Abbildung 5-28 ist zudem erkennbar, dass das Biegemoment an der Einspannstelle $x = 0$ zunächst als Biegemoment $M_y = M_{Th,II}$ ausschließlich im Stab vorliegt und dann in Richtung zur freien Länge in einen Biegeanteil $M_{Th,II}$ im Stab und einen geometrischen Biegeanteil $M_{geometr}$ aus der exzentrischen Lage der Stabachse bezogen auf die Sehne zwischen den Stabenden aufgeteilt wird.

Während die effektive Länge ohne Bezug zu einer bestimmten Bildungsvorschrift mit l_{eff} bezeichnet wird, werden nachfolgend verschiedene Ansätze für die Effektive Länge durch L_{eff} und $L_{eff,G}$ unterschieden. Zur Betrachtung lokaler Biegeeffekte am eingespannten Ende biegesteifer schlanker Zugglieder hat sich die effektive Länge L_{eff} nach (Gl. 5-51) als mechanisches Bezugsmaß für das Verhalten im Bereich von Einspannstellen etabliert, wobei von einem unendlich langen Stab ausgegangen wird [L60].

$$L_{eff} = \frac{L}{\tilde{\xi}} = \sqrt{\frac{EI}{N_0}} \quad (\text{Gl. 5-51})$$

$$\frac{1}{\tilde{\xi}} = \frac{L_{eff}}{L} \quad (\text{Gl. 5-52})$$

5.4.3.2 Effektive Länge für den schubweichen Biegestab nach Th. II. O.

Auf Basis der Herleitung einer Steifigkeitsmatrix für den schubweichen Biegestab nach Th. II. O. nach Krenn [L106] und Ebentheuer [L45] kann das Biegemoment infolge einer Endverdrehung φ_y am ideal eingespannten, mit N_0 auf Zug vorgespannten Biegestab mit konstantem Querschnitt beschrieben werden:

$$M_{A(T.II.O)}(\varphi_y, N_0, E, G, L, A, I_y) = \varphi_y \frac{EI_y}{L} \cdot \frac{\tilde{\varepsilon} \left(1 + \tilde{\varepsilon} \tilde{\gamma} + e^{\frac{2\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\gamma}}} (-1 + \tilde{\varepsilon} \tilde{\gamma}) \right)}{(-1 + e^{\tilde{\varepsilon}/\tilde{\gamma}}) \tilde{\gamma} (2 + \tilde{\varepsilon} \tilde{\gamma} + e^{\tilde{\varepsilon}/\tilde{\gamma}} (-2 + \tilde{\varepsilon} \tilde{\gamma}))} \tag{Gl. 5-53}$$

mit $\tilde{\varepsilon}^2 = \frac{N_0 L^2}{E \cdot I_y}$... Stabkennzahl

mit $\tilde{\gamma}^2 = 1 + \frac{N_0}{G \cdot A}$... Stabkennzahl

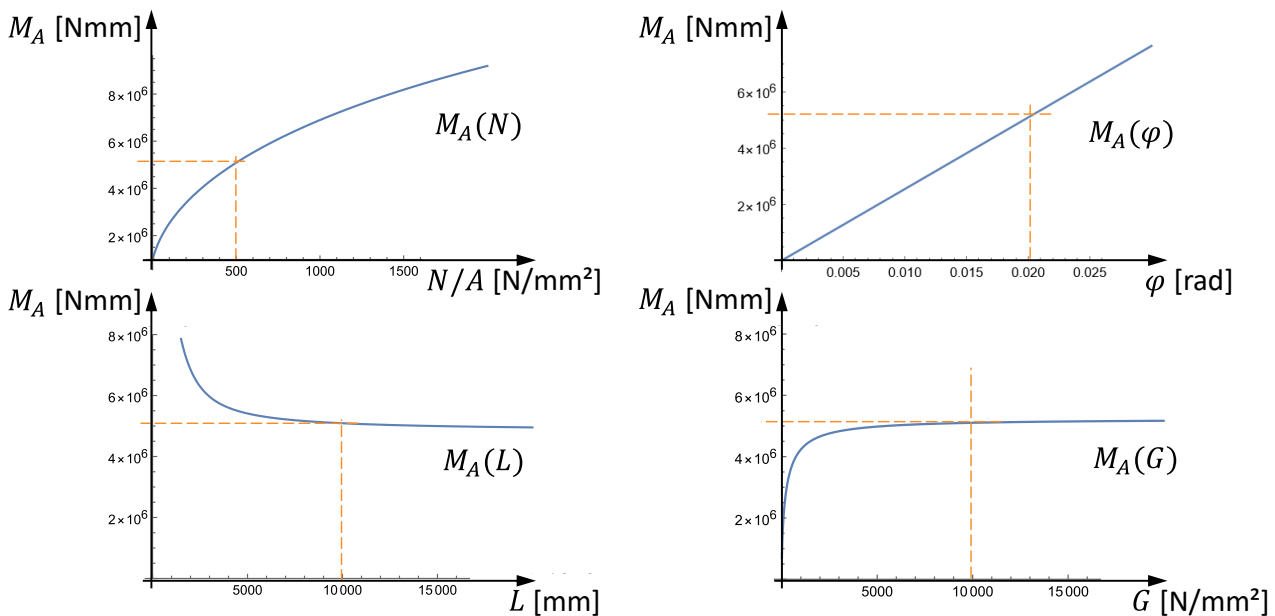


Abbildung 5-29 Abhängigkeit des Einspannmomentes $M_A(\varphi_y, N_0, E, G, L, A, I)$ von der Normalkraft N_0 (links oben), der Endverdrehung φ_A (rechts oben), der Stablänge L (links unten) und dem Schubmodul G (rechts unten); variierte Größen in Orange: $\frac{N}{A} = 500$ N/mm², $\varphi_y = 20$ mrad, $L = 10$ m, $G = 10000$ N/mm², feste Größen: $E = 155$ N/mm², $A = 1000$ mm², $I_y = 795050$ mm⁴.

In Abbildung 5-29 ist erkennbar, dass das Einspannmoment M_A infolge einer Verdrehung φ_A linear zu dieser ansteigt. Es besteht dagegen ein nichtlinearer Zusammenhang zur Normalkraft im Zugstab N_0 , zur Stablänge L und zur Schubsteifigkeit G . Abhängigkeiten vom E -Modul und vom Trägheitsmoment I_y sind nahezu linear.

Die Abhängigkeit des Einspannmomentes eines unidirektionalen Faserverbundwerkstoffes von der Schubsteifigkeit G lässt sich am Beispiel des „eingetrockneten Pinsels“ erläutern (vgl. Abbildung 5-30): Die Verformung an der Einspannung eines unendlich langen Zugstabes aus einem unidirektionalen Verbundwerkstoff (Biegesteifigkeit der Fasern vernachlässigbar) hängt von der Schubsteifigkeit G des Verbundes ab. Für den Fall einer sehr kleinen Schubsteifigkeit wird das Verformungsverhalten von einer Schubverzerrung des Querschnitts geprägt. Die Biegung an der Einspannung wird bei geringerer Schubsteifigkeit kleiner – das ist u. a. an einer kleineren Exzentrizität e_0 der Tangente zum Querschnittsmittelpunkt an der Einspannung zu

erkennen. Im Gegenzug klingen die Biegeeffekte bei großem Schubmodul schneller ab (in einem Bereich von ca. $2 - 3 L_{eff}$), bei kleinem Schubmodul strahlen diese weiter zur freien Länge hin aus, was anhand des Dargestellten Verzerrungszustandes ersichtlich wird.

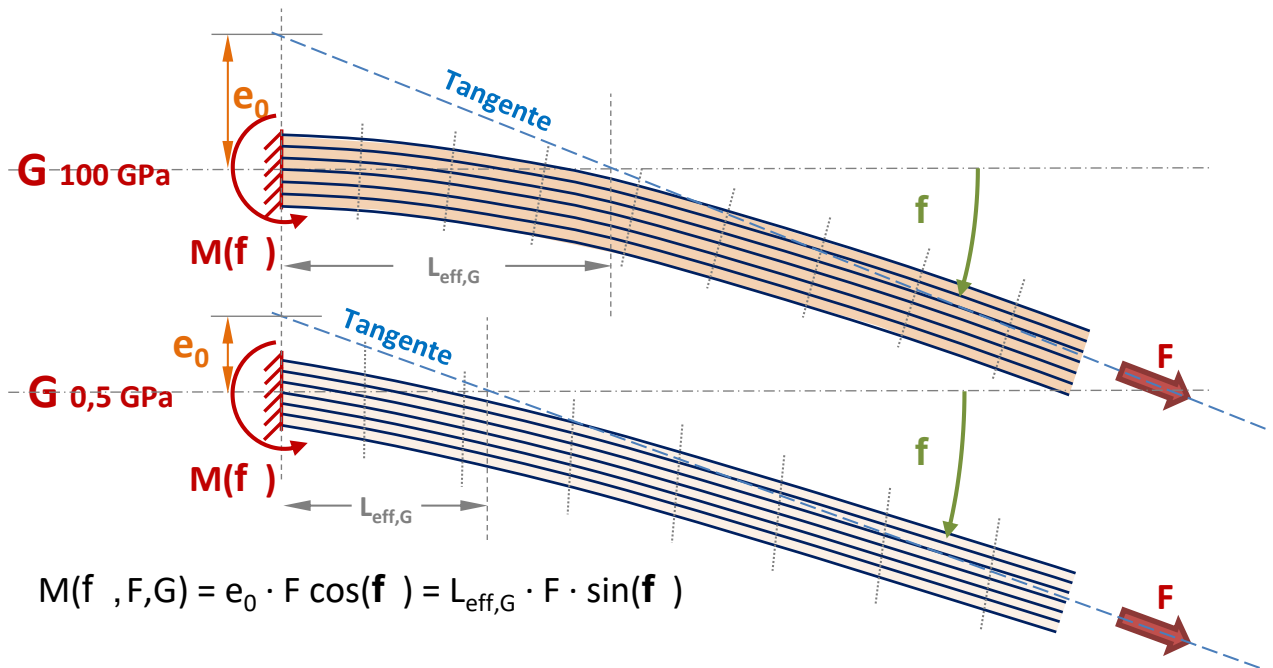


Abbildung 5-30 Effektive Länge unter Berücksichtigung der Schubsteifigkeit G für einen unidirektionalen Verbundquerschnitt mit unterschiedlicher Schubsteifigkeit; Darstellung maßstäblich.

In Anlehnung an die aus der Literatur bekannte effektive Länge L_{eff} nach (Gl. 5-51) [L60] wird für die Betrachtung am Zugstab nach Th. II. O. mit schubweichem Querschnitt mit (Gl. 5-54) die Formulierung nach (Gl. 5-55) vorgeschlagen und als Näherung für den Schnittpunkt der Tangente auf der freien Länge mit der Tangente an der Einspannung eines Zugstabes herangezogen. Die Formulierung $\tilde{\xi}\tilde{\gamma}$ nach (Gl. 5-55) wird auch als Ansatz für die Lösung der Differentialgleichung für den schubweichen Druckstab nach [L152] herangezogen.

$$\tilde{\xi}\tilde{\gamma} \frac{x}{L} = \frac{x}{L_{eff,G}} \tag{Gl. 5-54}$$

$$L_{eff,G} = \frac{L}{\tilde{\xi}\tilde{\gamma}} = L \cdot \left[\frac{EI}{\left(1 + \frac{N_0}{GA}\right) N_0 L^2} \right]^{0,5} = \left[\frac{EI}{N_0 + \frac{N_0^2}{GA}} \right]^{0,5} \tag{Gl. 5-55}$$

Ein Vergleich der exakten rechnerischen Lösung des Tangentenschnittpunktes mit (Gl. 5-55) in Abbildung 5-31 zeigt eine ausreichende Übereinstimmung für eine Länge $L > 12 L_{eff,G}$ für einen Schubmodul von $G = 100000 \text{ N/mm}^2$ bzw. $L > 16 L_{eff,G}$ für einen Schubmodul von $G = 1000 \text{ N/mm}^2$. Es kann zudem festgestellt werden, dass die Näherungslösung nach (Gl. 5-55) die tatsächliche effektive Länge für kürzere Stäbe überschätzt. In diesem Fall kommt es zu einer Überlagerung der Einflüsse aus den beiden Einspannungen. Die Annahme jeweils unabhängig abklingender Effekte an den beiden Enden ist dann nicht mehr zutreffend und es stellt sich zunehmend eine Abweichung zwischen der geometrischen effektiven Länge nach (Gl. 5-55) und der Lage des tatsächlichen Tangentenschnittpunktes ein. Ein Rechenbeispiel zur Veranschaulichung des Einflusses des Schubmoduls ist in Anhang K.1 beigefügt.

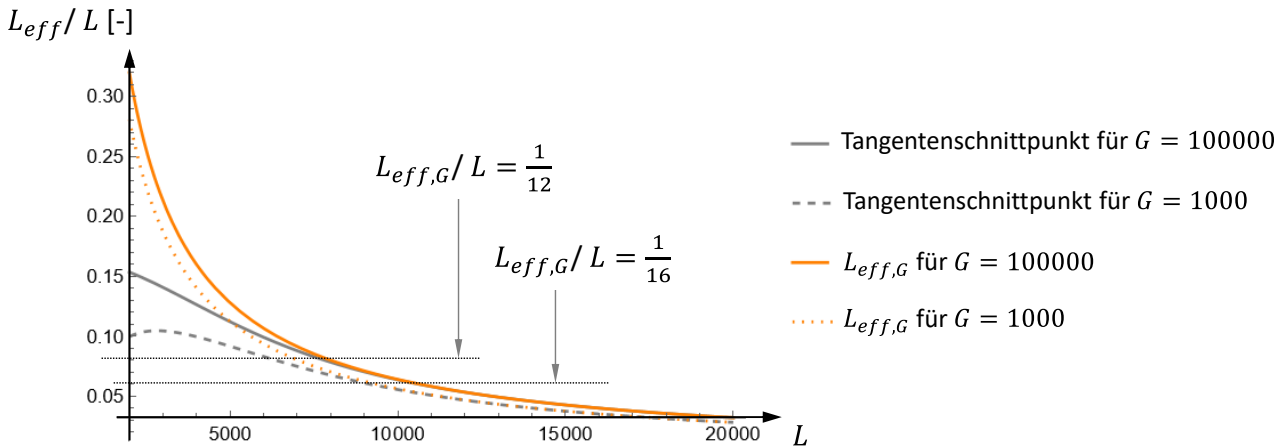


Abbildung 5-31 Vergleich der effektiven Länge $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55) mit der exakten rechnerischen Lösung für den Tangentenschnittpunkt für $E = 155000 \text{ N/mm}^2$, $A = 1000 \text{ mm}^2$, $I_y = 795050$, $N = 300000 \text{ mm}^4$.

5.4.3.3 Näherungslösung für den endlichen Zugstab mit konstantem Querschnitt

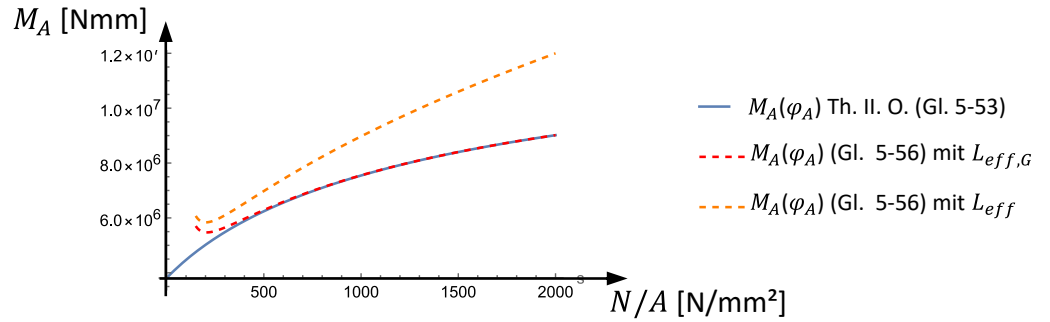
Infolge der Schiefstellung des Bolzens an einem Ende des Bauteils folgt für sehr kurze Bauteillängen auch eine Zusatzbeanspruchung am gegenüberliegenden Ende. Da es sich in der praktischen Anwendung häufig um Elementlängen handelt, für welche die Voraussetzung $L > 12 L_{eff,G}$ nicht gegeben ist, muss der Einfluss des gegenüberliegenden Endes berücksichtigt werden. Für das Moment M_A infolge Endverdrehung φ_A unter Berücksichtigung des Längeneinflusses lässt sich aus den Längenverhältnissen der jeweiligen effektiven Längen an beiden Enden folgende Beziehung ableiten (Bezeichnungen gemäß Abbildung 5-28):

durch $\frac{e_0}{(L - l_{eff})} = \frac{e_1}{(L - 2 \cdot l_{eff})}$ und $e_1 = \varphi_A \cdot l_{eff}$ folgt

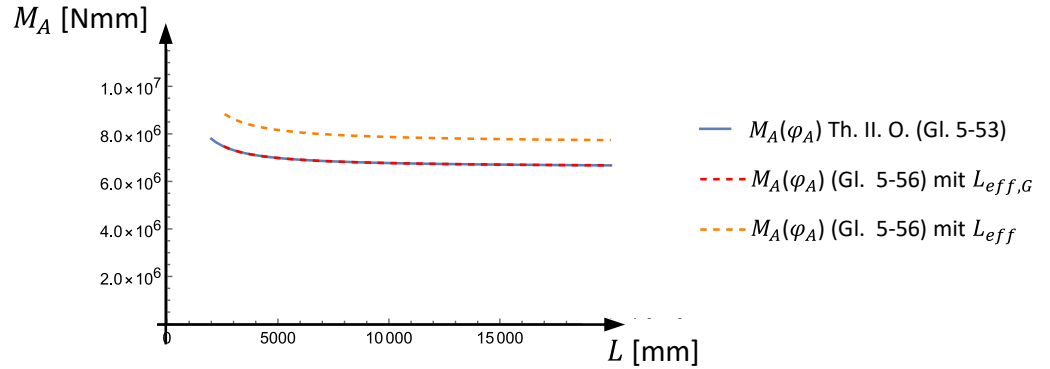
$$\begin{aligned}
 M_{A(T.H.O.)}(\varphi_A, N_0, L) &= N_0 \cdot e_0 = N_0 \cdot \varphi_A \cdot l_{eff} \cdot \frac{(L - l_{eff})}{(L - 2 \cdot l_{eff})} \\
 &= N_0 \cdot e_1 \cdot \left(1 + \frac{l_{eff}}{(L - 2 \cdot l_{eff})} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Gl. 5-56}$$

Nachfolgend wird das aus der Näherungslösung (Gl. 5-56) ermittelte Moment der analytischen Lösung des schubweichen Zugstabes nach (Gl. 5-53) gegenübergestellt (Abbildung 5-32). Hierbei wird ersichtlich, dass sich unter Verwendung der geometrischen effektiven Länge unter Berücksichtigung des Schubmoduls nach (Gl. 5-55) eine ausreichend gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung ergibt, wohingegen die klassisch bekannte effektive Länge nach (Gl. 5-51) zu einer Überschätzung des Momentes M_A führt. Für kleine Normalkräfte weicht (Gl. 5-55) von der analytischen Lösung ab.

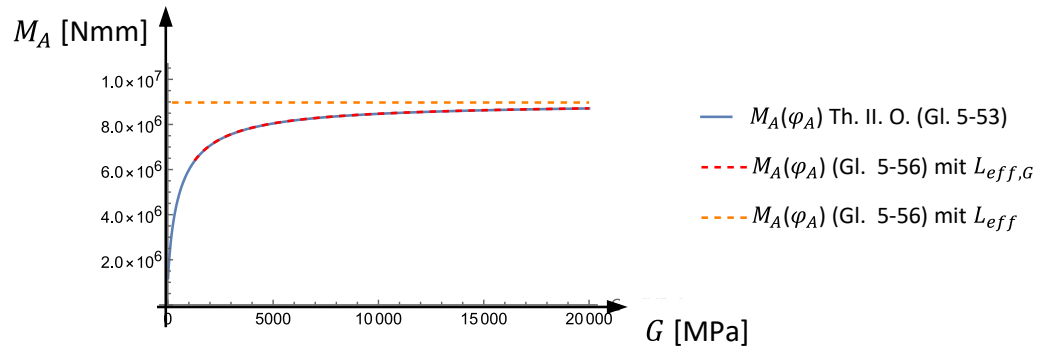
Variation
Normalkraft N



Variation
Länge L



Variation
Schubmodul G



Variation
E-Modul E

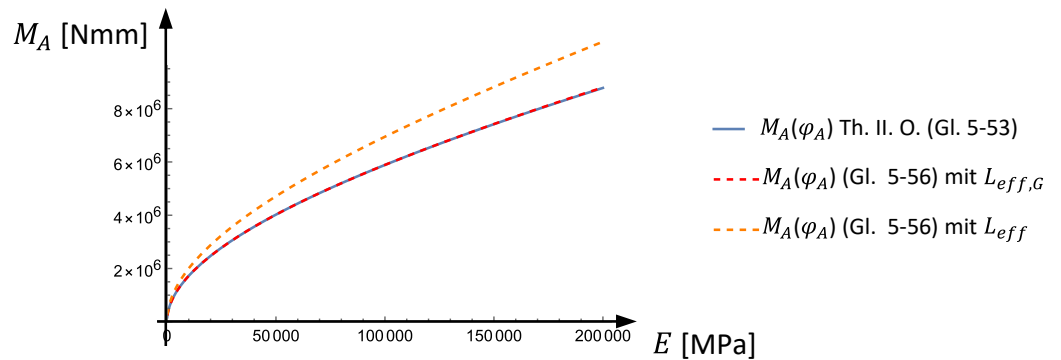


Abbildung 5-32 Gegenüberstellung der Ergebnisse für das Einspannmoment M_A aus einer Endverdrehung nach der analytischen Lösung (Gl. 5-53) in Blau sowie der Näherungslösung nach (Gl. 5-56) unter Verwendung der effektiven Länge $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55) in Rot, (Gl. 5-51) in Orange.

5.4.4 Übertragung auf den Anwendungsfall der Strangschlaufe mit veränderlichem Querschnitt im Bereich der Verankerung

In den vorherigen grundlegenden Betrachtungen wurde jeweils davon ausgegangen, dass ein über die Stablänge konstanter Querschnitt vorliegt. Im Bereich des Kragens der Strangschlaufenverankerung findet ein Übergang zwischen einem zweiteiligen Rechteckquerschnitt im Bereich des Ablösepunktes und dem Rundquerschnitt auf freier Länge statt. Die Querschnittswerte sind dabei auf der freien Länge (Rundquerschnitt) und an der Umlenkung bis in etwa zum Ablösepunkt (Rechteckquerschnitt) bekannt – im Bereich dazwischen kann der Querschnitt geometrisch nicht exakt beschrieben werden. Eine analytische Herleitung einer Lösung auf Grundlage mechanischer Ansatzfunktionen für einen veränderlichen Querschnitt ist deshalb ebenfalls als Näherung zu betrachten.

In Abbildung 5-33 ist schematisch der Verformungsverlauf eines Zuggliedes bei erzwungener Rotation φ_y an einer Einspannung und gleichzeitiger Wirkung einer Normalkraft N_0 dargestellt. Der Verlauf der Biegemomente über die Bauteillänge kann durch einen elastischen Biegeanteil M_{el} (Biegespannung im Bauteil – dargestellt in Blau) und einen geometrischen Anteil $M_{geometr}$ (Normalkraft im Bauteil mit einer Exzentrizität e zur Wirklinie durch die Mitte der Einspannung – dargestellt in Rot) beschrieben werden. Das Moment auf Höhe des Ablösepunktes $M_{y(x_A)}$ wird vom elastischen Biegeanteil dominiert und kann durch das Moment an der Einspannung $M_{y(x=0)}$ genähert oder durch (Gl. 5-57) beschrieben werden.

$$M_{(x_A)} = M_{(x=0)} \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}}\right) \tag{Gl. 5-57}$$

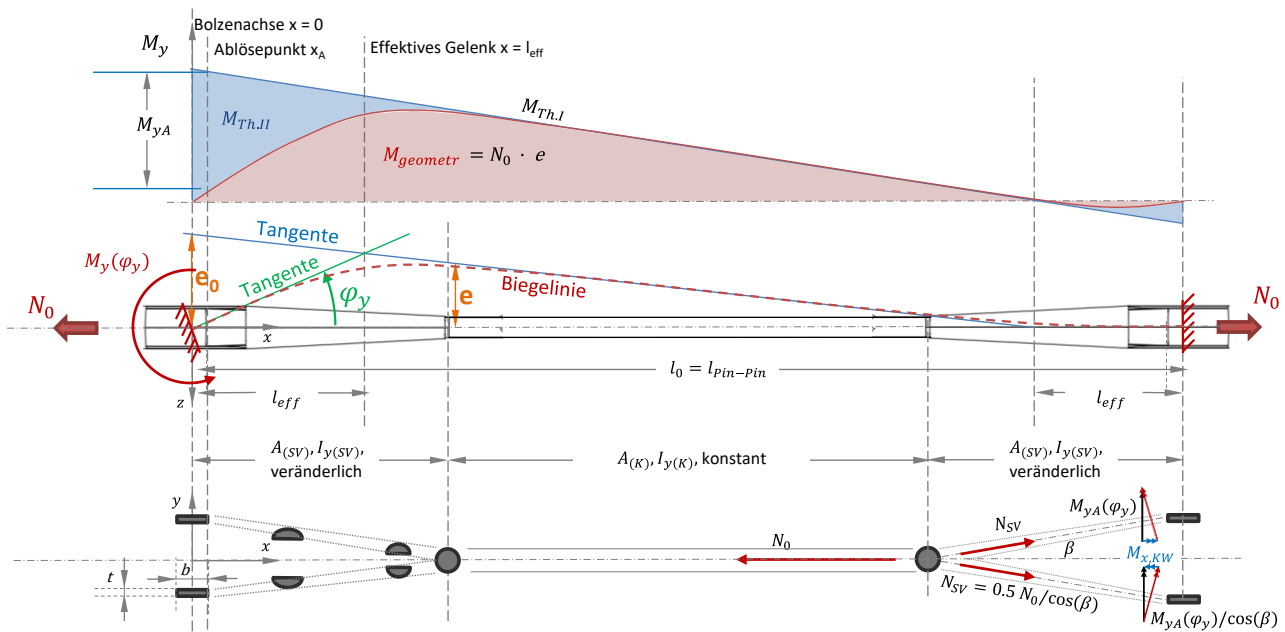


Abbildung 5-33 Moment am Anschluss $M_{y(\varphi_y)}$ infolge einseitiger Endverdrehung φ_y unter Berücksichtigung der Längenverhältnisse bei einem kurzen Zugstab; Skizze des veränderlichen Querschnittsverlaufs im Bereich der Schlaufenverzweigung und Grundlage der Herleitung von (Gl. 5-69).

Im Bereich der Umlenkung liegt ein zweiteiliger Rechteckquerschnitt mit größerem Trägheitsmoment $I_{y(A)}$ verglichen mit dem Rundquerschnitt auf der freien Länge $I_{y(K)}$ vor. Die effektive Länge der Strangschlaufe unter Berücksichtigung des veränderlichen Querschnitts in der Schlaufenverzweigung muss zwischen den beiden Grenzwerten liegen, welche sich für die beiden Querschnitte ergeben.

In Abbildung 5-34 wird die effektive Länge $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55) für die beiden bekannten Querschnitte am Ablösepunkt und auf der freien Länge exemplarisch für die Geometrie des TK50 in Abhängigkeit der Normalkraft N_0 dargestellt und den Ergebnissen aus Bauteilversuchen (vgl. 3.4) gegenübergestellt. Für die im Versuch gemessenen Momente M_{yA} an der Einspannung aus einer Bolzenschiefstellung φ_A bei gleichzeitig wirkender Normalkraft N_0 wurde die effektive Länge nach (Gl. 5-56) ausgewertet.

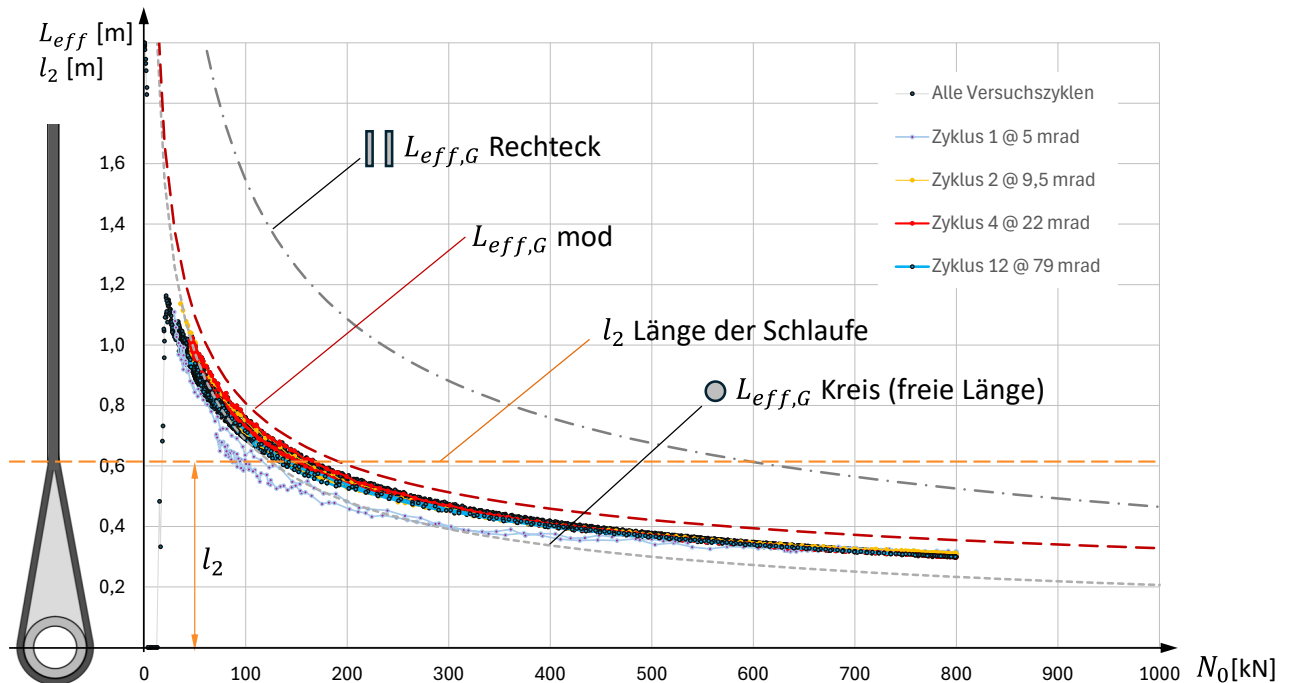


Abbildung 5-34 Gegenüberstellung der effektiven Länge für den Querschnitt am Ablösepunkt und auf der freien Länge $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55), dem Vorschlag einer effektiven Länge $L_{eff,G(mod)}$ nach (Gl. 5-59) sowie der aus Bauteilversuchen (vgl. 3.4) bestimmten effektiven Länge nach (Gl. 5-56); dargestellt für Geometrie TK50, Versuchsergebnisse aus [L82].

Anhand der Versuchsergebnisse der Biegesteifigkeit der Verankerung [L82] kann das Bauteilverhalten in Abbildung 5-34 anschaulich nachvollzogen werden. Dazu wird das im Versuch beobachtete Verhalten, ausgedrückt durch die effektive Länge nach (Gl. 5-56) in Bezug zu den analytisch bekannten Grenzwertzuständen des Kreis- bzw. Rechteckquerschnitts nach (Gl. 5-55) betrachtet. Für geringe Normalkräfte N_0 ergeben sich unter Ansatz des zweiteiligen Rechteckquerschnitts am Ablösepunkt effektive Längen $L_{eff,G(A)}$, welche deutlich über die Länge l_2 der Schlaufenspreizung hinausreichen. Die tatsächliche effektive Länge wird dann durch das Verhalten des nachgiebigeren Kreisquerschnitts auf der freien Länge dominiert. Mit steigender Normalkraft N_0 verkürzt sich die effektive Länge und das Verhalten wird zunehmend vom Rechteckquerschnitt am Ablösepunkt dominiert.

Eine lineare Übergangsfunktion ist als gestrichelte Funktion in Blau in Abbildung 5-35 dargestellt und zeigt eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen aus 3.4 im Bereich für $N_0/A_{(K)} < 400$ MPa. Für eine gegen die Bruchlast steigende Zugkraft übersteigt diese Ansatzfunktion die durch $L_{eff,G(A)}$ vorgegebene obere Grenzkurve, womit das Biegemoment aus einer Bolzenschiefstellung überschätzt wird. Eine Übergangsfunktion, welche für eine zunehmende Normalkraft N_0 asymptotisch gegen $L_{eff,G(A)}$ konvergiert, ist in Abbildung 5-35 als gepunktete Kurve in Blau dargestellt. Dieser Ansatz unterschätzt jedoch die effektive Länge im Bereich für geringe Normalkräfte. Beide Bereiche werden durch eine Übergangsfunktion nach (Gl. 5-58) bzw. in der allgemeinen Schreibweise nach (Gl. 5-59) zutreffend abgebildet, welche in Abbildung 5-34 als Rot gestrichelte Funktion dargestellt ist und für die weitere Betrachtung als Näherungslösung herangezogen wird. Eine gute Übereinstimmung mit den vorliegenden experimentellen Ergebnissen und analytischen Untersuchungen für die Bauform TK50 wird in 5.4.6 gezeigt.

Für andere Bauformen ist ein ähnliches Verhalten naheliegend, die Beiwerte u und v sollten jedoch durch experimentelle oder analytische Untersuchungen bestätigt oder ggf. angepasst werden.

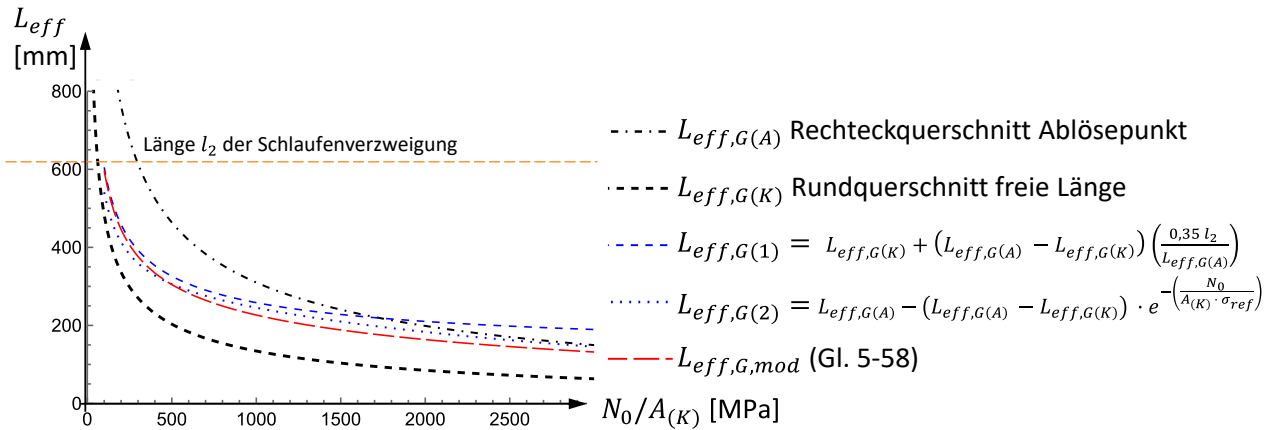


Abbildung 5-35 Gegenüberstellung verschiedener Übergangsfunktionen zwischen der effektiven Länge $L_{eff,G(K)}$ des Kreisquerschnitts und $L_{eff,G(A)}$ des Rechteckquerschnitts am Ablösepunkt.

$$L_{eff,G(mod)} = L_{eff,G(A)} - (L_{eff,G(A)} - L_{eff,G(K)}) \cdot e^{-\left(\frac{l_2 \cdot v}{L_{eff,G(K)}}\right)} \tag{Gl. 5-58}$$

$$L_{eff,G(mod)} = L_{eff,G(A)} - (L_{eff,G(A)} - L_{eff,G(K)}) \cdot \left(u \cdot e^{-\left(\frac{l_2 \cdot v}{L_{eff,G(K)}}\right)} + (1 - u) \cdot e^{-\left(\frac{N_0}{A_{(K)} \cdot \sigma_{ref}}\right)} \right) \tag{Gl. 5-59}$$

- mit $L_{eff,G(K)}$... $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55) für den Kreisquerschnitt freie Länge
- $L_{eff,G(A)}$... $L_{eff,G}$ nach (Gl. 5-55) für den zweiteiligen Rechteckquerschnitt am Ablösepunkt (A)
- l_2 ... Länge der Schlaufenverzweigung
- $u = 1,0$... Faktor zur Gewichtung zwischen den beiden Abklingfunktionen
- $v = 0,16$... Beiwert zur Anpassung bei abweichender Länge der Schlaufenverzweigung
- $\sigma_{ref} = 1 \text{ GPa}$... Referenzspannung für eine dimensionslose Form der Gleichung

Für geringe Normalkräfte N_0 werden in den Bauteilversuchen effektive Längen unterhalb der durch den Kreisquerschnitt vorgegebenen Grenzlinie gemessen (vgl. experimentelle Ergebnisse in Abbildung 5-34 unterhalb der Kurve $L_{eff,G(K)}$). Dieser Widerspruch zu den bekannten mechanischen Grenzen kann im Zusammenhang mit der elastischen Einspannung des Schlaufenquerschnitts am Ablösepunkt erklärt werden und wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

5.4.5 Einfluss der Einspannung am Ablösepunkt

Hinsichtlich der Art der Einspannung am Ablösepunkt ist eine Unterscheidung zweier Grenzfälle hilfreich: Für kleine Schwingbreiten ($R \rightarrow 1$) oder beispielsweise bei Schwingungen des Zuggliedes (N_0 konstant) kann vereinfachend davon ausgegangen werden, dass am Ablösepunkt die Haftreibung nicht überwunden wird und dadurch näherungsweise eine volle Einspannung des Schlaufenquerschnitts vorliegt (vgl. Fall A in Abbildung 5-36). Effekte in Dickenrichtung des flachen Laminatquerschnitts führen auch in diesem Fall zu einer gewissen Elastizität der Einspannung (vgl. Untersuchungen zur Initialisierungslastschwingbreite in 5.3.4), können aber hier vernachlässigt werden. Für größere Schwingbreiten wird die Haftreibung am Ablösepunkt überwunden. Je nach Lastamplitude erfolgt in einem größeren oder kleineren Bereich der

Faserumlenkung ein Wechsel von Haftreibung zu Gleitreibung. Dadurch erfolgt in einem entsprechenden Bereich der Umlenkung eine Relativverschiebung zwischen Thimble und Schlaufe. Vereinfachend wird in dieser Betrachtung ein Ebenbleiben des Querschnitts zugrunde gelegt. Für den Fall einer Bolzenschiefstellung in Kombination mit einer Änderung der Normalkraft kann sich durch unterschiedliche Längsdehnungen der Randfasern des Querschnitts bereits am Ablösepunkt eine gewisse Rotation φ_1 des Querschnitts ergeben (vgl. Fall B in Abbildung 5-36). Damit wirkt dieser „mobilisierte“ Bereich der Umlenkung wie eine elastische Einspannung. Aufgrund der Reibungseffekte im Bereich der Umlenkung ist die Steifigkeit der Einspannung von der Reibzahl, der Schwingbreite und der Belastungsreihenfolge abhängig und daher nur schwer exakt bestimmbar. Gleichzeitig sollte dieser Effekt insbesondere bei der Interpretation von Versuchsergebnissen nicht vernachlässigt werden.

Fall A – Volleinspannung am Ablösepunkt

Fall B – elastische Einspannung

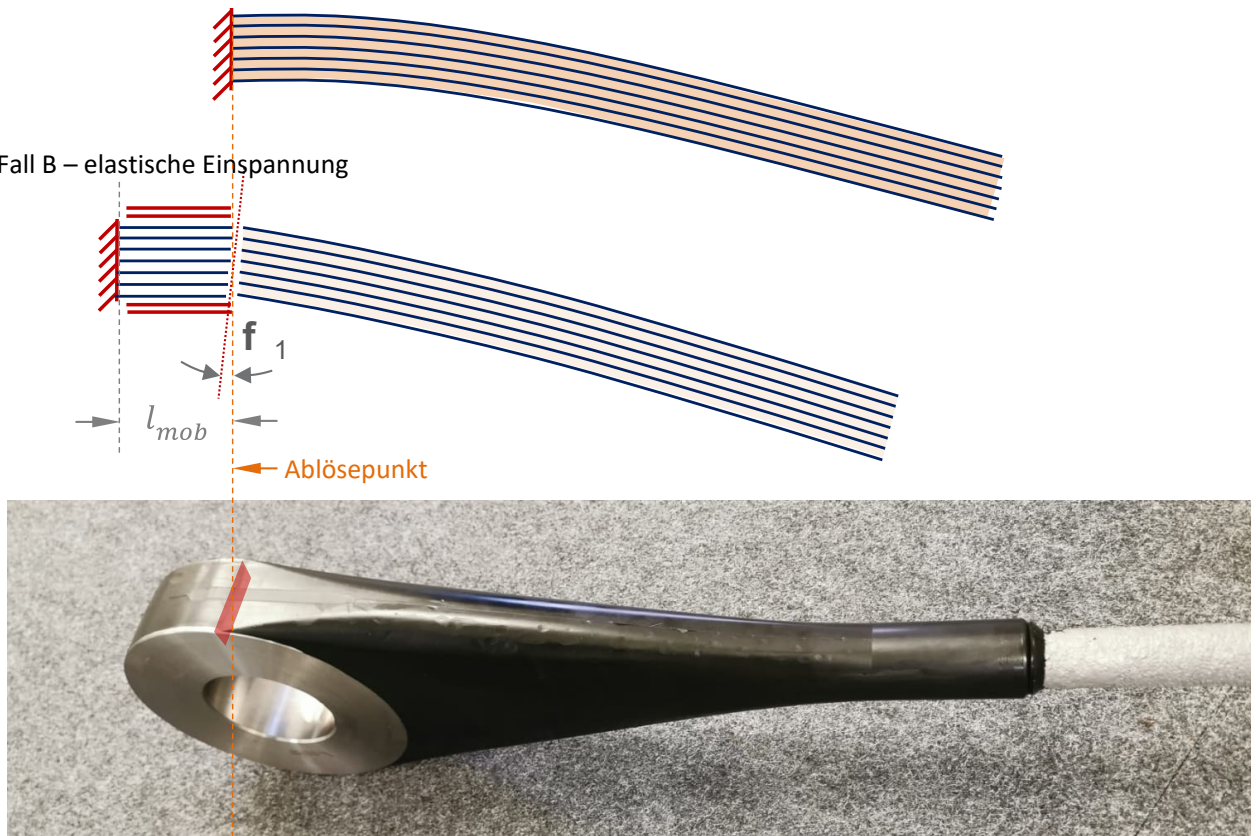


Abbildung 5-36 Überlegungen zur Art der Einspannung am Ablösepunkt.

Vereinfachend wird die Länge des mobilisierten Bereiches $l_{mob} = \alpha_{mob} \cdot r_t$ als diejenige Länge angenommen, welche zur Einleitung der Kraft bei einem Lastzyklus $\Delta F = F(1 - R)$ über Reibung benötigt wird, wenn diese durch die Umlenkraft $\frac{F}{r_t}$ mit der Reibzahl μ eingeleitet wird. Die sukzessive Abnahme der Umlenkraft infolge Reibung kann nach der Euler-Eytelwein-Gleichung [L47] mit $u(\alpha) = \frac{1}{r_t} F e^{-\mu\alpha}$ berücksichtigt werden, womit die Länge des Bereiches, in welchem die Gleitreibung μ mobilisiert wird, aus (Gl. 5-60) zu (Gl. 5-61) bestimmt wird.

$$\int_0^{\alpha_{mob}} u(\alpha) \cdot \mu \cdot r_t = F(1 - R) \rightarrow \alpha_{mob} = \frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{1}{R}\right) \quad (\text{Gl. 5-60})$$

$$l_{mob} = \alpha_{mob} \cdot r_t = \frac{r_t}{\mu} \ln\left(\frac{1}{R}\right) \quad (\text{Gl. 5-61})$$

Unter Annahme einer linearen Abnahme der Kraft in der Umlenkung infolge Reibung kann (Gl. 5-61) vereinfacht werden:

$$\frac{F(1+R)}{2 r_t} \mu \cdot l_{mob} = F(1 - R) \rightarrow l_{mob} = \frac{2(1-R)}{(1+R)} \cdot \frac{r_t}{\mu} \leq \frac{l_u}{2} \tag{Gl. 5-62}$$

- mit r_t ... Innenradius Thimble
- μ ... Reibzahl
- $l_u = r_t (\pi + 2\beta)$... Länge des Umlenkbereiches

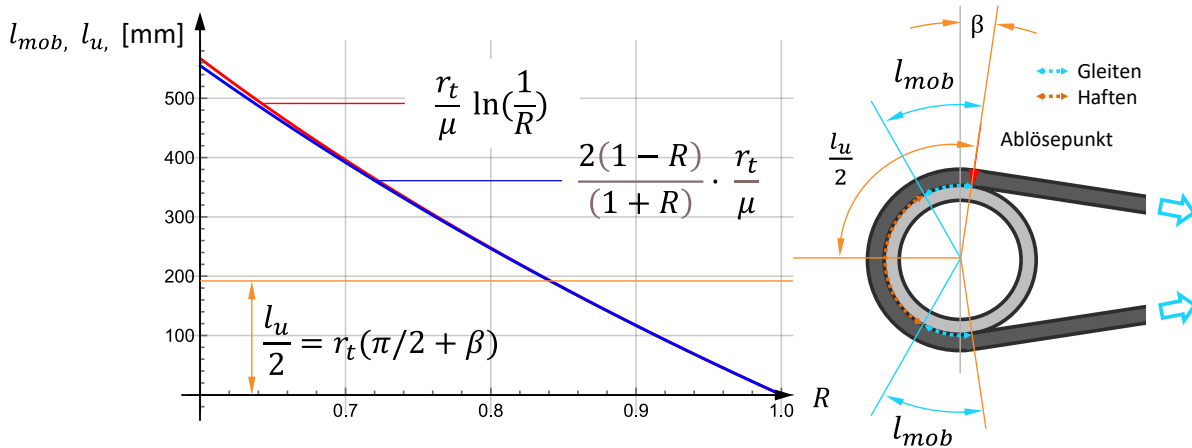


Abbildung 5-37 Mobilisierte Länge l_{mob} für unterschiedliche R -Werte und maximaler Grenzwert $\frac{l_u}{2}$ dargestellt für TK50 und $\mu = 0,10$; analytische Lösung (Gl. 5-61) und Näherungslösung (Gl. 5-62).

Es hängt vom Reibungskoeffizienten μ ab, bei welchem Spannungsverhältnis R für die gesamte Schlaufenumlenkung rechnerisch der Zustand Gleiten ermittelt werden kann.

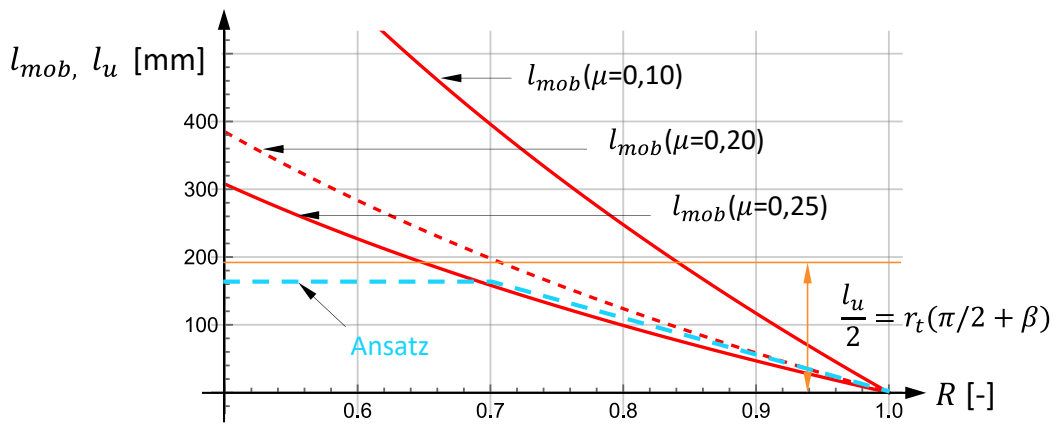


Abbildung 5-38 Mobilisierte Länge l_{mob} für unterschiedliche R -Werte in Abhängigkeit von der Reibzahl μ für TK50, analytische Lösung (Gl. 5-61).

Aus (Gl. 5-62) folgt als Grenzwert für die Mobilisierung des gesamten Umlenkbereiches:

$$\frac{2(1-R)}{(\pi+2\beta)(1+R)} \leq \mu \quad \text{bzw.} \quad R \leq R_{mob} = \frac{4-2\beta\mu-\mu\pi}{4+2\beta\mu+\mu\pi} \tag{Gl. 5-63}$$

In Abbildung 5-39 ist der Grenzwert $R_{mob}(\mu)$ in Abhängigkeit des Reibbeiwertes nach (Gl. 5-63) dargestellt. Für R -Werte oberhalb des Grenzwertes R_{mob} kann die Laständerung über Reibung zwischen Schlaufe und

Thimble abgetragen werden. Der Übergang von Haft- zur Gleitreibung erfolgt nur auf einem Teil der Umlenklänge. Somit verhält sich die Einspannung steifer bis hin zur vollen Einspannung am Ablösepunkt für $R \rightarrow 1$. Für R -Werte unterhalb des Grenzwertes kann von einer Mobilisierung der Gleitreibung entlang der Umlenkung ausgegangen werden. Es kann $l_{mob} \rightarrow 0,5 \cdot l_u$ angenommen werden. In der Realität verbleibt ein gewisser Bereich beidseitig des Faserruhepunktes am Scheitel des Thimble in Haftreibung, was auf Schubverformungen über die Schlaufendicke zurückzuführen ist. Dies wird durch Einführung eines Faktors k_{mob} in (Gl. 5-64) berücksichtigt.

$$l_{mob} = \frac{2(1-R)}{(1+R)} \cdot \frac{r_t}{\mu} \leq k_{mob} \cdot \frac{l_u}{2} = k_{mob} \cdot \frac{1}{2} \cdot r_{thimble} (\pi + 2\beta), \quad k_{mob} = 0,8 \quad (\text{Gl. 5-64})$$

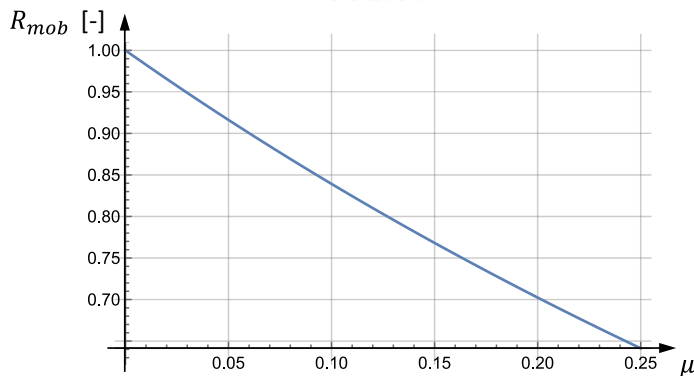


Abbildung 5-39 Grenzwert $R_{mob}(\mu)$ für $\beta = 0,18$ in Abhängigkeit der Reibung zwischen Thimble und Schlaufe, unterhalb dessen von einer Mobilisierung der gesamten Schlaufe ausgegangen werden kann.

Für die Bestimmung der Zusatzbeanspruchung infolge Bolzenschiefstellung wird ein oberer Erwartungswert für den Reibbeiwert herangezogen, welcher in 3.6.4 auf Basis der vorliegenden Versuchsergebnisse plausibilisiert wurde. Für Reibbeiwerte $\mu \leq 0,20$ kann davon ausgegangen werden, dass für Beanspruchungen, welche einem Spannungsverhältnis von $R \leq 0,7$ entsprechen, die Gleitreibung in der Schlaufenumlenkung maximal mobilisiert wird. Für kleinere Amplituden $0,7 \leq R \leq 1,0$ kann die Zunahme der Steifigkeit der Einspannung am Ablösepunkt linear interpoliert werden. Für den Zusammenhang zwischen dem Einspannmoment M_y des Schlaufenquerschnitts am Ablösepunkt und dem Austrittswinkel φ_1 durch die elastische Mobilisierung auf einer Länge l_{mob} gilt:

$$M_y(\varphi_1) = \varphi_1 \frac{E \cdot I_y}{k_{el} \cdot l_{mob}} \quad k_{el} = 0,6 \quad (\text{Gl. 5-65})$$

Der Faktor k_{el} berücksichtigt, dass sich die zusätzliche elastische Dehnung entlang der Länge l_{mob} durch Reibungskräfte sukzessive abbaut. Die mittlere Dehnung der Randfaser kann daher näherungsweise durch eine unbehinderte elastische Dehnung auf einer Länge $k_{el} \cdot l_{mob}$ genähert werden.

Aus (Gl. 5-56) gilt für die Beziehung zwischen dem Moment M_y und dem Einspannwinkel φ_2

$$M_{y(T.H.O)}(\varphi_2, N_0, L) = N_0 \cdot \varphi_2 \cdot L_{eff,G} \cdot \frac{(L - L_{eff,G})}{(L - 2 \cdot L_{eff,G})} \quad (\text{Gl. 5-66})$$

Durch $\varphi_A = \varphi_1 + \varphi_2$ erhält man in Abhängigkeit des R -Wertes und der Reibzahl μ

$$M_{y(T.H.O)}(\varphi_A, N_0, L) = \varphi_A \cdot \frac{\xi}{\left(1 + \frac{k_{el} \cdot l_{mob} \xi}{E \cdot I_y(A)}\right)} \quad (\text{Gl. 5-67})$$

mit $\xi = N_0 \cdot L_{eff,G} \cdot \frac{(L - L_{eff,G})}{(L - 2 \cdot L_{eff,G})}$

5.4.6 Gegenüberstellung analytischer und experimenteller Ergebnisse

In Abbildung 5-40 wird die hergeleitete Funktion nach (Gl. 5-56) in der Literatur beschriebenen Ansatzfunktionen, Ergebnissen aus FE-Analysen und Ergebnissen von Bauteilversuchen der Bauform TK50 gegenübergestellt.

(1) In [L63] wird eine Näherungsfunktion (Gl. 5-68) für das Moment $M_{y(\varphi_y)}$ nach Th. II. O. in Anlehnung an numerische Untersuchungen an einem Stabmodell unter Annahme eines linear abnehmenden, abschnittsweise konstanten Trägheitsmoments $I_{y(sv)}$ beschrieben. Es wird von einer Einspannung des Schlaufenquerschnitts am Ablösepunkt ausgegangen.

$$M_{y(\varphi_y)} = k \varphi_y \sqrt{N_0 EI_{y(A)}} \quad k = 0,9 \text{ für } L > 4 \text{ m} \quad \text{(Gl. 5-68)}$$

(2) Ergebnisse einer Berechnung an einem räumlichen FE-Modell der Schlaufenverankerung unter Berücksichtigung des Gleitens der Schlaufe auf dem Thimble wurden in [L72] ausgewertet.

(3) Untersuchungen an einem Stabmodell mit einem Ansatz für die Berücksichtigung der Schubweichheit des Laminats werden in [L64] beschrieben. Dem Stabmodell liegt eine lineare Abnahme des Biege widerstandes zwischen dem Ablösepunkt und der freien Länge zugrunde.

(4) Ansatz nach (Gl. 5-56) mit $L_{eff,G(mod)}$ nach (Gl. 5-59).

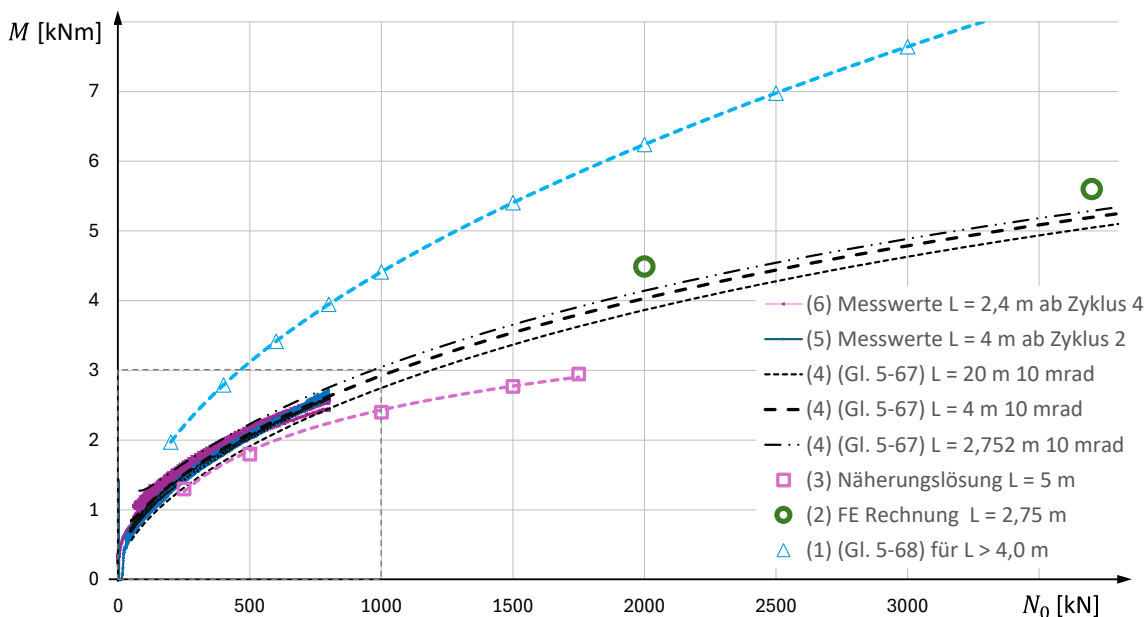


Abbildung 5-40 Gegenüberstellung der (Gl. 5-56) mit Näherungsfunktionen und Rechenergebnissen für TK50 am Ersatz-Stabmodell aus [L62], FE-Ergebnissen am räumlichen Modell aus [L72], Untersuchungen an einem Stabmodell mit einem Ansatz für die Berücksichtigung der Schubweichheit des Laminats [L64] sowie Versuchsergebnissen aus [L82]; vereinheitlichte Darstellung für 10 mrad.

Es wird ersichtlich, dass die Näherungsfunktion (1) die Biegung aus einer Bolzenschiefstellung überschätzt. Die Ergebnisse der räumlichen FE-Analyse (2) wurden für Laststufen erstellt, welche in den vorliegenden Bauteilversuchen nicht erreicht werden konnten. Eine Extrapolation der Kurvenverläufe der Versuchsergebnisse (5) und (6) deutet darauf hin, dass (2) das Verhalten in guter Näherung abbildet, wobei die Steifigkeit im idealen 3D-Rechenmodell tendenziell zwischen 5 % und 10 % überschätzt wird. Ein vergleichbares Verhalten kann auch in der Gegenüberstellung der rechnerischen und der gemessenen Schlaufensteifigkeit in 4.6.4 beobachtet werden. Die Untersuchungen (3) zeigen für niedrige Normalkräfte einen ähnlichen Verlauf der Funktion, wenngleich die Einflüsse aus Biegung im Vergleich zu den Ergebnissen der

Bauteilmessungen unterschätzt werden. Für steigende Normalkräfte ist eine größer werdende Divergenz der Ergebnisse zu beobachten. Es wird ersichtlich, dass der Ansatz einer linear veränderlichen Biegesteifigkeit zwischen Ablösepunkt und freier Länge die Steifigkeit im Anschlussbereich unterschätzt. In der Ausschnittsdarstellung Abbildung 5-41 ist zu erkennen, dass die vorgeschlagene Funktion (4) die im Bauteilversuch gemessenen Ergebnisse in guter Näherung abbildet, wobei die Lösungen für unterschiedliche Bauteillängen den jeweiligen Versuchsergebnissen zugeordnet werden müssen.

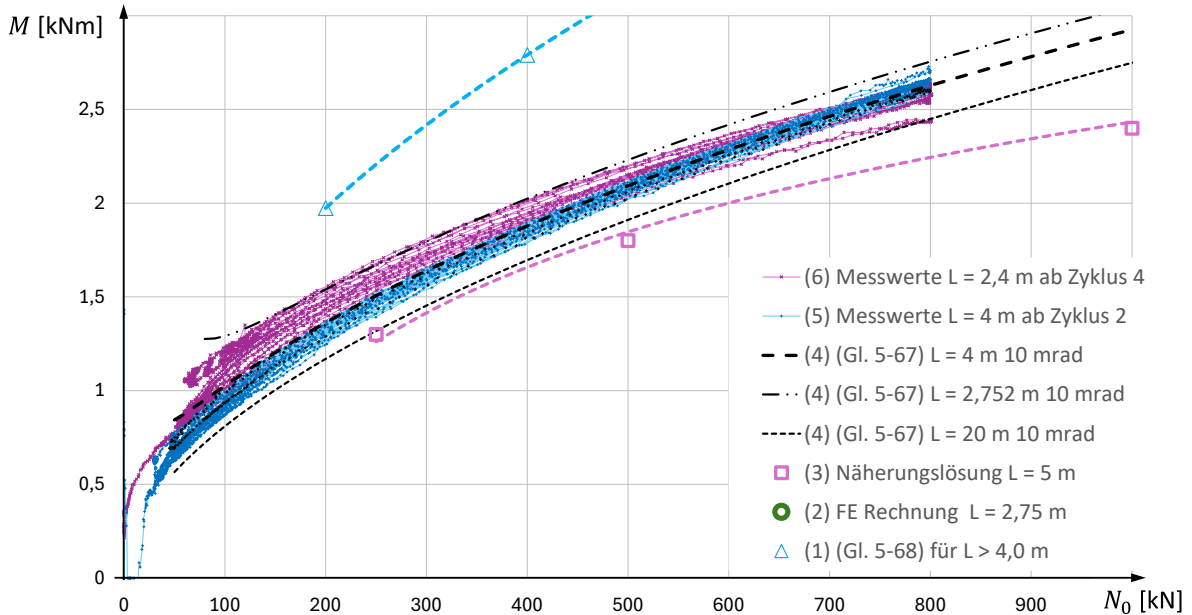


Abbildung 5-41 Ausschnittsdarstellung aus Abbildung 5-40.

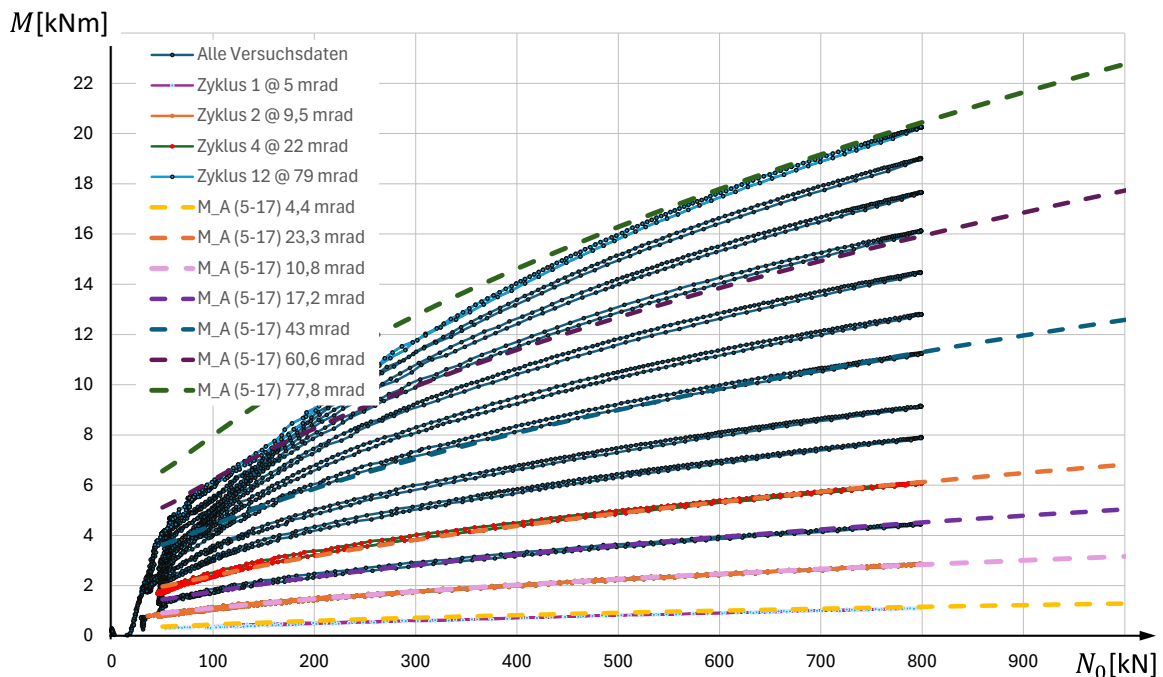


Abbildung 5-42 Direkte Gegenüberstellung der Ergebnisse nach (Gl. 5-56) mit Versuchsergebnissen eines Biegeversuches eines TK50 mit Schiefstellung der Verankerung zwischen 5 mrad und 77 mrad und Normalkräften zwischen 50 kN und 800 kN an einem Muster mit 4 m Länge [L82]; Angaben der Bolzenschiefstellung in der Legende sind nur ungefähre Werte, da die Schiefstellung im Verlauf eines Belastungszyklus nicht konstant bleibt (vgl. 3.4.2).

Mit Vorlage weiterer Versuchsdaten aus einem Biegeversuch an einem Muster TK40 aus [L132] konnte überprüft werden, dass die zuvor hergeleiteten Beziehungen für die effektive Länge nach (Gl. 5-58) auch für die Bauform TK40 zutreffen, und keine Anpassung der allgemeinen Form der Gleichung nach (Gl. 5-59) erforderlich ist.

5.4.7 Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt der CFRP-Strangschlaufe bei Bolzenschiefstellung

5.4.7.1 Allgemeine Näherungsgleichung

(Gl. 5-67) kann umgestellt und als Spannungserhöhungsfaktor k_{φ_y} infolge der Verdrehung φ_y bezogen auf die Nennspannung im Querschnitt bei der Last N_0 ausgedrückt werden.

$$k_{\varphi_y} = 1 + \frac{M_y(\varphi_y) \cdot \frac{z}{\cos(\beta)}}{I_{y(A)} \frac{N_0}{\cos(\beta) \cdot A(A)}} \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}}\right) = 1 + \frac{\varphi_y z \xi \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}}\right)}{I_{y(A)} \left(1 + \frac{k_{el} \cdot l_{mob}}{E I_{y(A)}} \xi\right) \frac{N_0}{A(A)}} \tag{Gl. 5-69}$$

mit $\xi = N_0 \cdot L_{eff,G(mod)} \cdot \frac{(l_0 - L_{eff,G(mod)})}{(l_0 - 2 \cdot L_{eff,G(mod)})}$

$L_{eff,G(mod)}$... kalibrierte effektive Länge nach (Gl. 5-59)

$$L_{eff,G(A)} \text{ bzw. } (K) = \left(\frac{E I_{y(A)} \text{ bzw. } (K)}{N_0 \left(1 + \frac{N_0}{A(A) G}\right)} \right)^{0,5} \text{ ... geometrische effektive Länge (G)}$$

$x_A = r_{thimble} \cdot \sin(\beta)$... Lage des Ablösepunktes

φ_y ... Rotation [rad]

z ... Abstand der maßgebenden Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts

$$z = \frac{b}{2} \text{ für das elastische Widerstandsmoment}$$

N_0 ... Kraft im Zugglied

l_0 ... Länge Pin-Pin

$I_{y(A)}$... Trägheitsmoment am Ablösepunkt

$I_{y(K)}$... Trägheitsmoment des Kreisquerschnitts auf freier Länge

$A(A)$... Querschnittsfläche am Ablösepunkt ($2 \cdot t \cdot b$)

k_{el} ... Faktor der unbehinderten Dehnlänge bezogen auf l_{mob}

$$l_{mob} = \frac{2(1-R)}{(1+R)} \cdot \frac{r_t}{\mu} \leq \frac{k_{mob} l_u}{2} = k_{mob} \cdot \frac{1}{2} \cdot r_t (\pi + 2\beta), \quad k_{mob} = 0,8 \tag{nach (Gl. 5-64)}$$

R ... relatives Spannungsverhältnis des zugehörigen Belastungszyklus

r_t ... Umlenkradius am Thimble

μ ... Reibzahl Thimble – Schlaufe

l_u ... Länge des Umlenkbereiches

β ... Spreizwinkel zwischen Schlaufenschenkel und Achse

Für die Betrachtung im Gebrauchslastniveau wird von einem vollständigen Laminatverbund ausgegangen. Es wird das elastische Widerstandsmoment angesetzt und vorausgesetzt, dass aus der Überlagerung von Normalkraft und Moment am Ablösepunkt keine Druckspannungen auftreten. Für große eingeprägte Verdrehungen φ_y in Kombination mit sehr kleinen Normalkräften N_0 ist diese Bedingung ggf. nicht erfüllt. Im Bruchzustand sind Matrixrisse parallel zur Faser möglich, welche zu einer teilweisen Umlagerung führen können, daher ist (Gl. 5-69) für eine genaue Betrachtung des Bruchzustandes nicht geeignet. Vereinfachend kann (Gl. 5-69) unter Annahme eines plastischen Widerstandsmoments ausgewertet werden. Aus den bisher vorliegenden Versuchsergebnissen (vgl. 3.3.3) ist jedoch anzunehmen, dass die Umlagerungen durch Matrixlängsrisse einen noch weitreichenderen Effekt haben. Im Versuchsbericht zum Ermüdungsversuch TK40-9 mit schief stehendem Bolzen [L132] werden in der Beschreibung des Versagensbildes Matrixlängsrisse angeführt. Eine weitere Datengrundlage für eine vertiefende Analyse liegt bislang nicht vor.

5.4.7.2 Diskussion des Ergebnisses

In nachfolgender Abbildung 5-43 sind die Grenzkurven der Spannungsüberhöhungsfaktoren nach (Gl. 5-69) für die Bauteilgeometrien TK50, TK40 und TK20 ausgewertet. Der obere Grenzwert ergibt sich für die jeweils kürzeste Bauteillänge bei voller Einspannung, die untere ergibt sich für eine große Bauteillänge bei elastischer Einspannung. Für eine gemeinsame Betrachtung der unterschiedlichen Bauteilgeometrien sind die Kurven in Abhängigkeit des Lastniveaus $\frac{N_0}{A_K}$ ausgewertet.

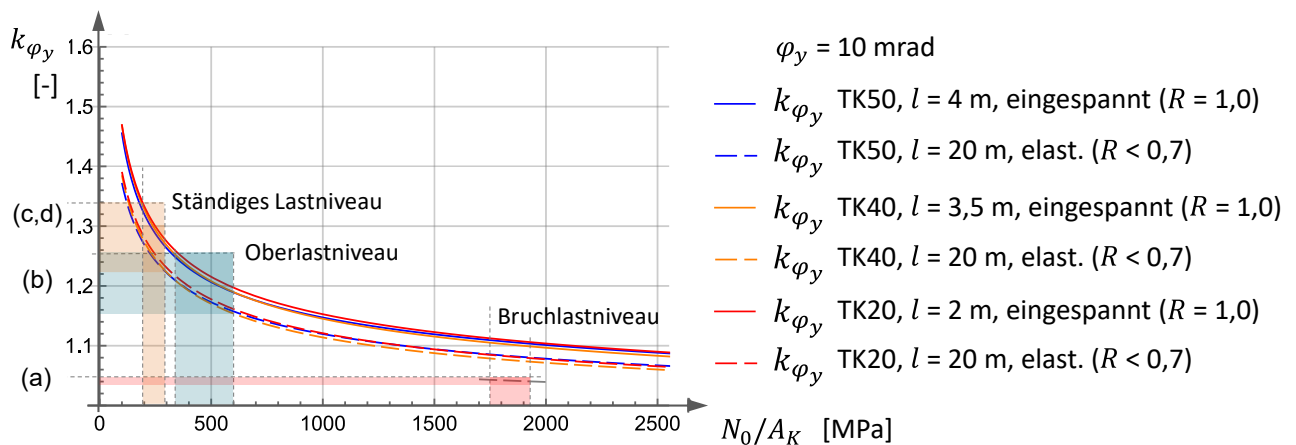


Abbildung 5-43 Spannungsfaktoren k_{φ_y} nach (Gl. 5-69) für $\varphi_y = 10$ mrad in Abhängigkeit des Lastniveaus $\frac{N_0}{A_K}$, ausgewertet für starre und für elastische Einspannung jeweils für TK20, TK40 und TK50; Auswertung für die jeweils kürzeste empfohlene Bauteillänge, (durchgezogene Linien) sowie für 20 m (gestrichelt).

Das Ergebnis wird nachfolgend exemplarisch für drei bekannte Fälle diskutiert (Bezeichnungen gemäß Abbildung 5-43).

(a) Bruchlastniveau

Die Spannungsüberhöhung infolge Bolzenschiefstellung von 10 mrad im statischen Bruchversuch (für TK50, $R < 0,8$ bei einer Nennspannung auf der freien Länge von 1780 MPa) kann rechnerisch zu $k_{\varphi_y} = 1,04$ bestimmt werden. Die Auswirkungen einer Bolzenschiefstellung von 10 mrad auf die statische Traglast sind gering und liegen im Streuband der statischen Versuche.

Bislang liegen statische Versuche mit 20 mrad Schiefstellung [L171] und Versuche mit 30 mrad Schiefstellung [L224] vor. Aus diesen Versuchen lässt sich für Schiefstellungen bis 30 mrad keine signifikante Reduktion der Traglast erkennen (3.3.3). Der vorgeschlagene Spannungsüberhöhungsfaktor unter Annahme eines intakten

Laminatquerschnittes ergibt für 30 mrad Schiefstellung $k_{\varphi_y}(\varphi_y = 0,030; R < 0,7) = 1,1$ und ist damit im Vergleich zu den vorliegenden Ergebnissen konservativ.

Eine systematische Versuchsreihe, welche größere Schiefstellungen beinhaltet, sowie Messungen zur Biegesteifigkeit des Anschlussbereiches bei Normalkräften nahe der Bruchlast und Untersuchungen auf Laminatrisse an Mustern, welche nahezu die Bruchlast erfahren haben, können hier weiteren Aufschluss geben.

(b) Ermüdungswirksamer Einfluss bei großen Schwingbreiten ($R < 0,7$)

Der Einfluss wird exemplarisch an den Versuchsergebnissen des Versuches TK40-9 diskutiert. Der Spannungsüberhöhungsfaktor bei einer Bolzenschiefstellung von 26 mrad bei 1240 kN Oberlast im Ermüdungsversuch mit $R = 0,4$ bei einer Oberspannung auf der freien Länge von 986 MPa liegt bei $k_{\varphi_y} = 1,31$. Diese Beanspruchung auf einem bezogenen Lastniveau von $\frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} = 1240/2499 = 0,50$ entspricht näherungsweise einem Ermüdungsversuch ohne Schiefstellung bei erhöhtem Oberlastniveau von $\frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} \cdot k_{\varphi_y} = 0,5 \cdot 1,29 = 0,65$. Bei einer Neigung der $S-N$ -Kurve von $m = -17$ führt das zu einer Verkürzung der Lebensdauer von $-17 \cdot (0,64 - 0,5) = -2,4$ Dekaden (Faktor 1/240) und wirkt sich daher erheblich auf das Ergebnis im Ermüdungsversuch aus. Es ist hieran ersichtlich, dass der stark ansteigende Ast der Funktion der Spannungsüberhöhungsfaktoren bei kleiner werdendem Lastniveau im Hinblick auf die Auswirkungen im Ermüdungsnachweis nicht vernachlässigt werden sollte. Betrachtet man den Versuch im Vergleich zur $S-N$ -Kurve für Versuche ohne Schiefstellung, kann die mittlere erwartbare LZ-Zahl bei einem bezogenen Lastniveau von $\frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} = 0,5$ zu 6,5 Mio. LZ bestimmt werden. Der Probekörper erreichte 1,07 Mio. LZ und damit eine um den Faktor $6,5/1,07 = 4,5$ geringere LZ-Zahl. Das entspricht 0,65 Dekaden im $S\text{-}\log(N)$ -Diagramm. Anhand der vorliegenden Ermüdungsversuche mit Bolzenschiefstellung kann der starke Einfluss bestätigt werden, wenngleich der aus der Überhöhung der Randfaserbelastung rechnerisch ermittelte Einfluss deutlich größer ausfällt. In diesem Zusammenhang wird auf die Diskussion des Einflusses permanenter Schiefstellungen in 5.4.8 verwiesen. Die Interaktion der Normalkraft und Momente, welche (Gl. 5-69) zugrunde liegt, konnten anhand der Bauteilversuche aus 3.4 für die Bauform TK50 für einen Belastungsbereich bis ca. $\frac{1}{4}$ der Bruchlast bestätigt werden. Der Bereich häufig auftretender Oberlasten wird damit abgedeckt.

(c) Ermüdungswirksamer Einfluss auf niedrigem Lastniveau

Für Ermüdungsbeanspruchungen auf niedrigem Lastniveau sind höhere Spannungsüberhöhungsfaktoren anzusetzen, insbesondere wenn die Haftreibung am Thimble bei kleiner Schwingbreite nicht oder nur teilweise überwunden wird ($R > 0,7$).

(d) Ermüdungswirksamer Einfluss bei kleinen Schwingbreiten oder Schwingungen

Ähnliche Randbedingungen wie in Fall (c) liegen auch bei Winkeländerungen an der Verankerung ohne nennenswerten Lastwechsel vor ($R = 1$), welche z. B. durch eine Verformung des Tragwerks oder bei Schwingung des Zuggliedes auftreten. Bauteilschwingungen werden in 6.4.5 betrachtet. Analog sollte Volleinspannung bzw. $R = 1$ angenommen werden, sofern bei konstanter Normalkraft eine wiederkehrende Änderung des Winkels an der Einspannstelle betrachtet werden soll.

5.4.7.3 Übertragbarkeit auf andere Bauteilgeometrien

Aus Abbildung 5-43 wird ersichtlich, dass sich die Abminderungsfunktionen der betrachteten drei Hängergeometrien unter Berücksichtigung der jeweiligen Abmessungen des Querschnitts am Ablösepunkt und der

Geometrie des Schlaufenbereiches wenig unterscheiden, sofern die gleiche Funktion für die effektive Länge $L_{eff,G(mod)}$ nach (Gl. 5-59) angesetzt wird. Der Ansatz wurde an Bauteilmessungen für TK50 überprüft und sollte für andere Bauformen ebenfalls bestätigt werden.

5.4.7.4 Einfluss des lastabhängigen E-Moduls

Der Spannungsüberhöhungsfaktor nach (Gl. 5-69) kann auch unter Ansatz des lastabhängigen E-Moduls nach (Gl. 4-21) ausgewertet werden. Der Einfluss wird exemplarisch in Abbildung 5-44 für ein 4 m langes Muster TK50 gezeigt. Bei niedrigem Lastniveau führt der reduzierte E-Modul auch zu einem etwas geringeren Einspannmoment. Dies zeigt sich in einem geringfügig kleineren Spannungsüberhöhungsfaktor für ein niedriges Lastniveau. Der Einfluss ist von untergeordneter Bedeutung und wurde bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse mit Bauteilversuchen in 5.4.6 ebenfalls nicht in Ansatz gebracht. Auf eine Berücksichtigung kann in der Regel verzichtet werden.

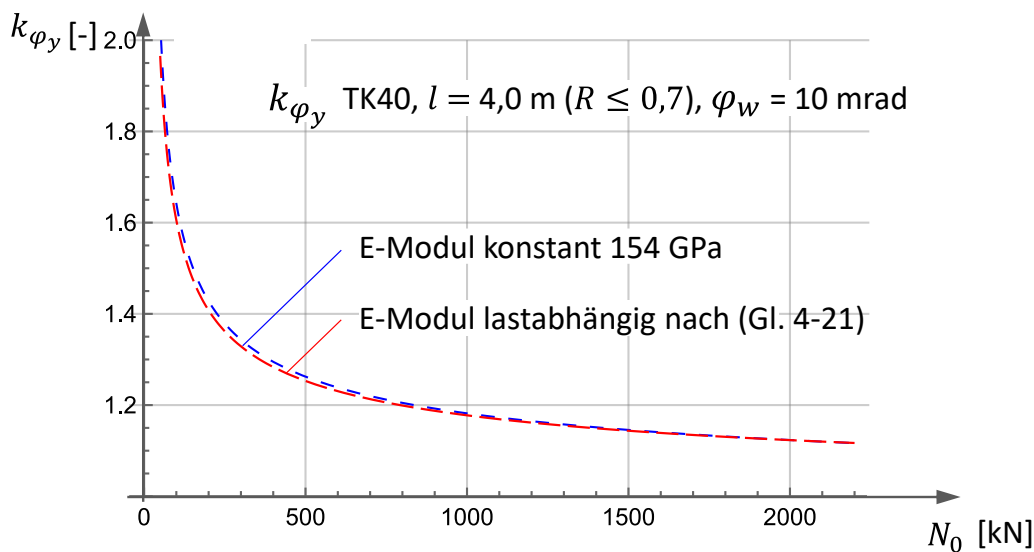


Abbildung 5-44 Auswertung des Überhöhungsfaktors für die Randfaserbelastung für TK50 mit 4 m Bauteillänge unter Ansatz eines konstanten E-Moduls in Blau und unter Berücksichtigung des lastabhängigen E-Moduls nach Gl. (Gl. 4-21) in Rot.

5.4.8 Langzeiteinwirkung permanenter Anschlussimperfectionen aus der Ebene

Bei der Inaugenscheinnahme des Probekörpers TK20-21 nach 3,9 Mio. LZ mit einer Bolzenschiefstellung von 20 mrad an der oberen Kausche Typ A wurde nach dem Ausbau des Musters eine bleibende Schiefstellung des Thimbles beobachtet, welche näherungsweise der eingprägten Bolzenschiefstellung im Versuch entsprach. Das gleiche Verhalten konnte auch an den vier Mustern in den Versuchen FAT-A [L171] beobachtet werden, welche nach 2,5 Mio. LZ bei einer Bolzenschiefstellung von 20 mrad ausgebaut wurden. Eine Vermessung des verbleibenden Winkels ist jedoch nicht dokumentiert. Bei keinem dieser Muster konnte im anschließenden Resttragfähigkeitsversuch eine Abminderung der Bruchlast festgestellt werden. Diese Beobachtung deutet darauf hin, dass bei lange anhaltender Beanspruchung ein Abbau von faserparallelen Schubspannungen im Matrixverbund erfolgt, was auf Kriechprozesse in der Matrix zurückgeführt werden kann (vgl. 2.2.6).

Den zuvor hergeleiteten Spannungsüberhöhungsfaktoren liegt ein elastisches Materialverhalten zugrunde, welches bei kurzzeitiger Einwirkung angenommen werden kann. Umlagerungen aus Kriechprozessen der Matrix führen bei langzeitiger Einwirkung zu einem Abbau von Schubspannungsspitzen und zu einer Vergleichmäßigung der Schubspannungen in der Matrix, was oft durch eine Erhöhung von Spannungsanteilen in den Fasern begleitet wird. Vor dem Hintergrund des matrixdominierten Schädigungsverhaltens im

Zeitfestigkeitsbereich (vgl. 2.2.5 [L54][L66]) ist eine Erhöhung von Zugspannungen in den Fasern von untergeordneter Bedeutung, während sich ein Abbau von Spannungen in der Matrix deutlich retardierend auf das Degradationsverhalten auswirkt.

Vor diesem Hintergrund decken sich die Beobachtungen bleibender Umlagerungsprozesse bei permanenter Bolzenschiefstellung mit der Feststellung, dass die in 5.4.7.2 auf Basis der Randspannungsüberhöhungsfaktoren rechnerisch ermittelte Verkürzung der erwarteten Lebensdauer die im Versuch beobachtete Lebensdauer unterschätzt. Für eine möglichst mittelwerttreue Umrechnung von Versuchsergebnissen sollte dieser Effekt berücksichtigt werden und es erscheint plausibel, auch bei der Bestimmung der maßgebenden Schiefstellungen für einen Ermüdungsnachweis eine Abminderung für permanent vorhandene Fehlwinkel zu berücksichtigen.

Eine Einschätzung kann aufgrund der sehr begrenzten Datenlage am ehesten durch eine Betrachtung der beiden Versuche TK40-9 (30 mrad Schiefstellung, $R = 0,5$) und TK20-20 (20 mrad Schiefstellung, $R = 0,4$) im Vergleich mit dem Streuband der Versuchsergebnisse ohne Schiefstellung für $R = 0,1$ erfolgen. Abbildung 5-45 zeigt die Ergebnisse einer Umrechnung der beiden Ermüdungsversuche mit Bolzenschiefstellung in schädigungsäquivalente Versuchsergebnisse ohne Bolzenschiefstellung unter Annahme unterschiedlicher Gewichtungsfaktoren für den permanenten Bolzenschiefstellungswinkel. Es ist hierbei zu berücksichtigen, dass diese Versuche auch mit einem abweichenden Spannungsverhältnis R durchgeführt wurden. Die Umrechnung erfolgt daher zweistufig, wobei zunächst das korrigierte Ober- und Unterlastniveau bestimmt wird, woraus sich ein korrigierter R -Wert ergibt, welcher dann für eine Umrechnung der LZ-Zahl verwendet wird.

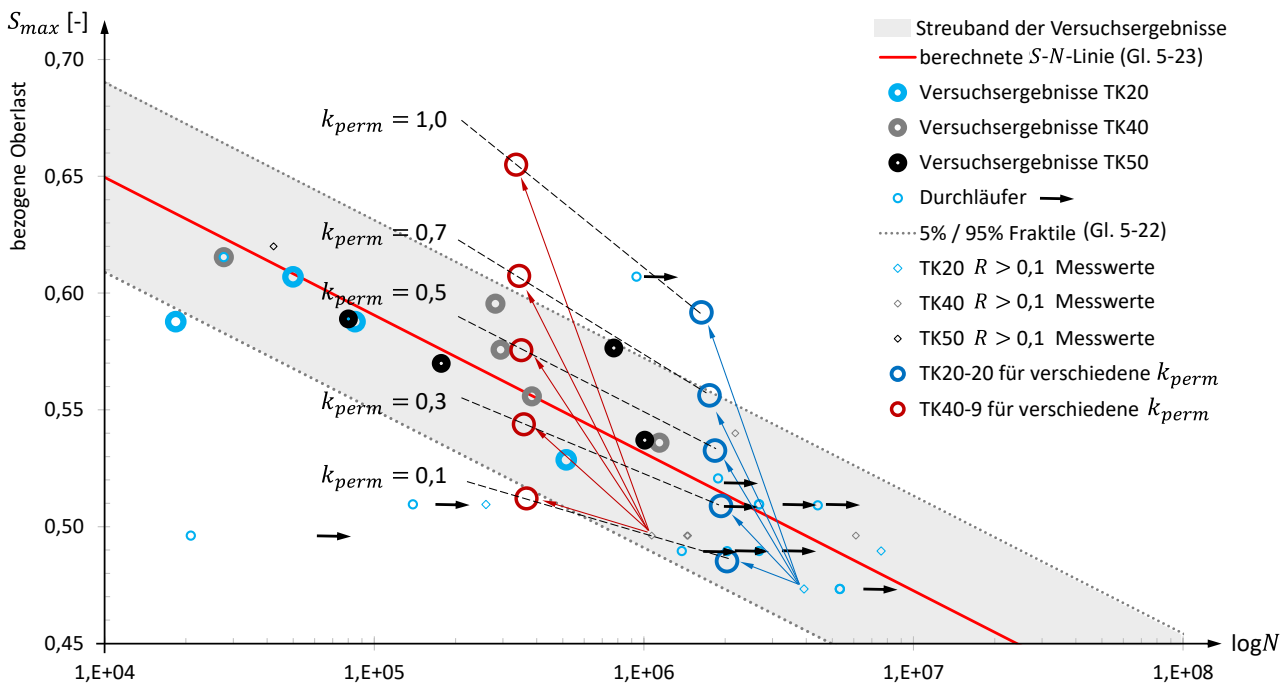


Abbildung 5-45 Umrechnung der Versuchsergebnisse mit Bolzenschiefstellung – vergleichende Betrachtung der Ergebnisse einer Umrechnung mit unterschiedlichem Gewichtungsfaktor k_{perm} mit dem Streuband der Versuche ohne Bolzenschiefstellung für $R = 0,1$.

Es zeigt sich übereinstimmend für beide Versuchsergebnisse, dass eine Gewichtung des permanenten Anteils der Bolzenschiefstellung mit einem Abminderungsfaktor in der Größenordnung von $k_{perm} = 0,4$ am ehesten zu einer schädigungsäquivalenten Umrechnung führt, wobei der umgerechnete Wert auf der 50sten Perzentile der $S-N$ -Kurve nach (Gl. 5-21) zu liegen kommt. Für eine gemeinsame Betrachtung aller Versuchsergebnisse (vgl. 5.7) wird dieser Faktor zur Umrechnung herangezogen. Aufgrund der großen

Streubreite und der geringen Anzahl an zur Verfügung stehenden Daten ist jedoch zu berücksichtigen, dass die umgerechneten Ergebnisse für Werte von $k_{perm} = 0,15$ bis $0,70$ im Streuband der Versuchsergebnisse ohne Schiefstellung für $R = 0,1$ zu liegen kommen. Für die Bestimmung maßgebender Einwirkungen für einen Betriebsfestigkeitsnachweis wird vorläufig ein Faktor $k_{perm,d} = 0,70$ vorgeschlagen, welcher im Zuge von weiteren Untersuchungen bestätigt oder ggf. weniger konservativ festgelegt werden sollte.

5.4.9 Permanente und veränderliche Anschlussimperfectionen

Für die Ermittlung maßgebender Anschlussimperfectionen sind **eingeprägte unplanmäßige Schiefstellungen** (Fertigungstoleranzen, Schweißverzug, Winkeltoleranzen beim Herstellen der Anschlussbohrungen, Montagetoleranzen der beiden Anschlusspunkte relativ zueinander, Montagetoleranzen aus der Fügegeometrie und der Fügesequenz sowie aus den Montageverfahren, Spiel aus Montagetoleranzen, Abweichungen des tatsächlichen Verformungsverhaltens von der rechnerisch ermittelten spannungslosen Werkstattform etc.), **eingeprägte planmäßige Schiefstellungen** (Verformungen des Tragwerkes im Zuge der Montagesequenz aus Kriechen und Schwinden, Werkstattform, Vorspannzustände) wie auch **Verformungen infolge veränderlicher Lasten** aus Tragwerksverformungen aufgrund von Verkehrslasten, Temperaturbeanspruchungen oder der Auslenkung der Zugglieder beispielsweise infolge Eisbehang oder aus Bauteilschwingungen zu berücksichtigen.

Je nach Anwendungsfall können pauschale konservative Annahmen getroffen werden oder es sind Fehlwinkel lastfallabhängig zu ermitteln und als weitere zugehörige Kenngrößen $\{S_{max,i}; S_{min,i}; \varphi_{OL,i}; \varphi_{UL,i}\}$ zugeordnet weiter zu berücksichtigen. Dabei ist zwischen eingepprägten, permanenten Schiefstellungen φ_{perm} und lastabhängigen, veränderlichen Schiefstellungen φ_Q zu differenzieren (vgl. Abbildung 5-46).

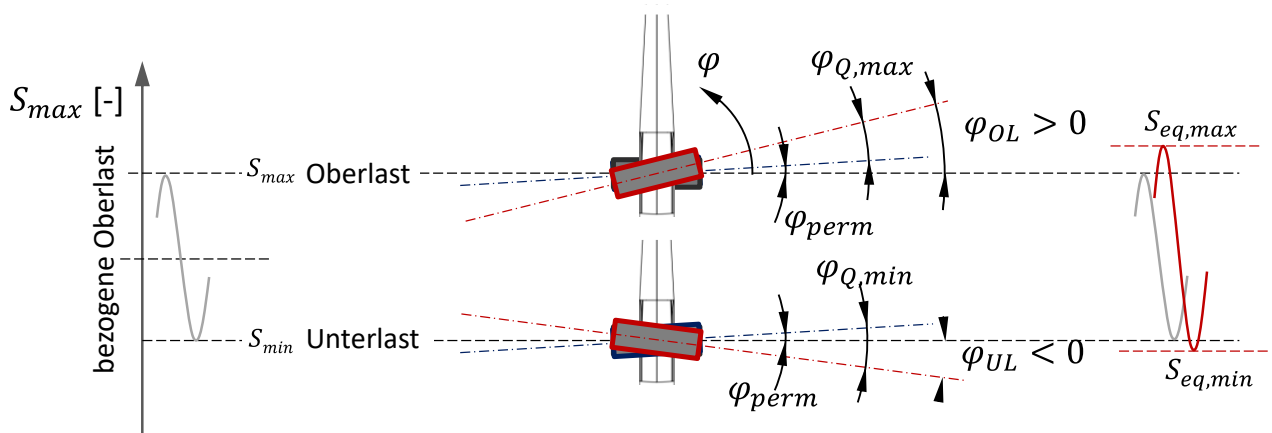


Abbildung 5-46 Bestimmung der maßgebenden Schiefstellung am Anschluss φ_{OL} bei Oberlast und φ_{UL} bei Unterlast zur Ermittlung der schadensäquivalenten Ober- und Unterlast $S_{eq,max}$ und $S_{eq,min}$.

Ist der veränderliche Anteil φ_Q der Schiefstellung größer als der permanente Anteil φ_{perm} , ergeben sich maßgebende Schiefstellungen mit unterschiedlichem Vorzeichen bei OL und UL, wobei die maßgebende Schiefstellung bei Oberlast bei der Bestimmung der Schadensäquivalenzfaktoren nach (Gl. 5-69) bzw. (Gl. 5-71) oder (Gl. 5-73) stets positiv anzusetzen ist. Ein negativer Wert für die Schiefstellung φ_{UL} bei Unterlast führt zu einer Abminderung der schadensäquivalenten Unterlast und damit zu einer Vergrößerung der Schwingbreite und ist ggf. zu berücksichtigen. Zeitlich veränderliche, lastunabhängige Winkeländerungen, wie sie beispielsweise durch Kriechverformungen über die Nutzungsdauer entstehen, können als permanente Schiefstellungen behandelt werden, wobei dann Fallunterscheidungen für die Zustände zum Beginn und zum Ende der Nutzungsdauer zu berücksichtigen sind. Vereinfachend können diese auch den veränderlichen, lastabhängigen Einwirkungen zugeschlagen werden.

Die für den Betriebsfestigkeitsnachweis maßgebenden Schiefstellungen können damit nach (Gl. 5-70) bestimmt werden.

$$\varphi_{y,f,eq} = k_{perm} \cdot \varphi_{y,perm} + \varphi_{y,Q} \tag{Gl. 5-70}$$

- mit $\varphi_{y,perm}$... permanenter Anteil der Bolzenschiefstellung
- k_{perm} ... Gewichtungsfaktor für den ermüdungswirksamen Einfluss für einen Betriebsfestigkeitsnachweis $k_{perm,d} = 0,7$
für eine schädigungsäquivalente Umrechnung $k_{perm} = 0,4$
- $\varphi_{y,Q}$... veränderlicher Anteil der Bolzenschiefstellung
 $\varphi_{y,Q}$ ist entweder mit zu $\varphi_{y,perm}$ konsistentem Vorzeichen anzusetzen oder als Maximalwert

5.4.10 Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren für die Randfaserbelastung für Bolzenschiefstellung und Bauteilrotationen aus der Ebene (OP)

(Gl. 5-69) ist für eine einfache Anwendung im Bemessungsalltag ungeeignet. Für die jeweilige Geometrie der Schlaufenverankerung können auf Basis von (Gl. 5-69) Überhöhungsfaktoren für die Randfaserbelastung abgeleitet und als vereinfachte Funktionen dargestellt werden. Für eine baupraktische Anwendung wird der Überhöhungsfaktor in Abhängigkeit von der Normalkraft N_0 dargestellt.

5.4.10.1 Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren TK50 (OP)

In Abbildung 5-47 sind als oberer Grenzwert Spannungsüberhöhungsfaktoren k_{φ_y} nach (Gl. 5-69) für TK50 mit einer Länge von $l > 4$ m dargestellt (Kurven in Blau) und einer vorgeschlagenen Näherungsfunktion (Gl. 5-71) gegenübergestellt (Kurven in Rot). Die Abhängigkeit vom R -Wert wird durch die Näherungsfunktion berücksichtigt, die Längenabhängigkeit wird vernachlässigt. Für lange Zugglieder liegt die Näherungsfunktion für niedrige Laststufen konservativ. Dies ist anhand der zusätzlich dargestellten Funktion für ein 20 m langes Zugglied (Kurve in Grau) ersichtlich. Für kürzere Längen $l < 4$ m ergeben sich höhere Faktoren k_{φ_y} .

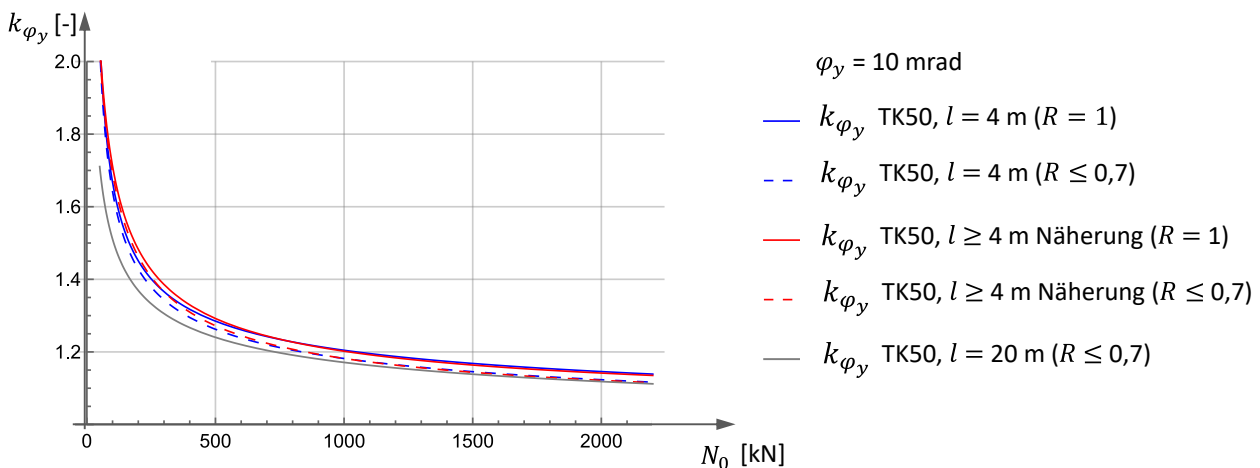


Abbildung 5-47 Überhöhungsfaktoren k_{φ_y} in Abhängigkeit von der Normalkraft N_0 für TK50 nach (Gl. 5-69) sowie nach einer vereinfachten Näherungsfunktion nach (Gl. 5-71) für $\varphi_y = 10$ mrad.

Für Bauteillängen $l > 4$ m kann im Lastbereich der Oberlast zwischen $100 \text{ kN} < N_0 < 2200 \text{ kN}$ vereinfachend die Näherungsfunktion nach (Gl. 5-71) für die Bestimmung des Spannungsüberhöhungsfaktors verwendet werden.

$$k_{\varphi_y(TK50,L>4m)} = 1 + \varphi_y a (k_{R,\varphi} + N_0^{-b}), \quad \varphi_y \text{ in [mrad]}, N_0 \text{ in [kN]} \quad (\text{Gl. 5-71})$$

mit $a = 1,0$
 $b = 0,58$

$$k_{R,\varphi} = 0 \quad \text{für } R \leq 0,7$$

$$k_{R,\varphi} = 0,002 \cdot \frac{(R-0,7)}{0,3} \quad \text{für } 0,7 < R \leq 1$$

Als Abminderungsfaktor für die statische Traglast kann (Gl. 5-69) vereinfachend unter Ansatz eines plastischen Widerstandsmomentes auf Bruchlastniveau ausgewertet werden.

$$\frac{F_{R_u,d}(\varphi_y)}{F_{R_u,d}(\varphi_y=0)} = 1 / k_{\varphi_y} \quad (\text{Gl. 5-72})$$

$$k_{\varphi_y(TK50,L>4m,ULS)} = 1 + 0,004 \varphi_y \quad \varphi_y \text{ in [mrad]}$$

Die in [L62] bauteilspezifisch für TK50 festgelegte Abminderungsregel für die statische Traglast kann damit bestätigt und geringfügig gelockert werden.

5.4.10.2 Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren TK40 (OP)

Anhand von (Gl. 5-69) unter Ansatz von $L_{eff,G(mod)}$ nach (Gl. 5-59) können für die Bauform TK40 analog Spannungsüberhöhungsfaktoren hergeleitet werden.

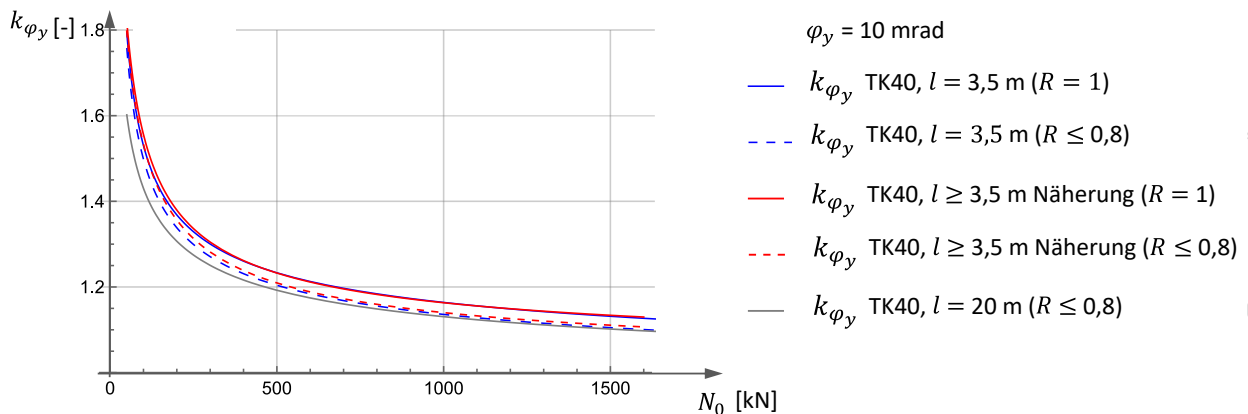


Abbildung 5-48 Überhöhungsfaktoren k_{φ_y} in Abhängigkeit von der Normalkraft N_0 für TK40 nach (Gl. 5-69) sowie nach einer vereinfachten Näherungsfunktion nach (Gl. 5-74) für $\varphi_y = 10$ mrad.

Für Bauteillängen $l > 3,5$ m kann im Lastbereich der Oberlast zwischen $100 \text{ kN} < N_0 < 1600 \text{ kN}$ vereinfachend die Näherungsfunktion nach (Gl. 5-73) für die Bestimmung des Spannungsüberhöhungsfaktors verwendet werden.

$$k_{\varphi_y(TK50,L>4m)} = 1 + \varphi_y a (k_{R,\varphi} + N_0^{-b}), \quad \varphi_y \text{ in [mrad]}, N_0 \text{ in [kN]} \tag{Gl. 5-73}$$

mit $a = 0,77$
 $b = 0,58$

$$k_{R,\varphi} = 0 \quad \text{für } R \leq 0,7$$

$$k_{R,\varphi} = 0.003 \cdot \frac{(R-0,7)}{0,3} \quad \text{für } 0,7 < R \leq 1$$

Als Abminderungsfaktor für die statische Traglast kann (Gl. 5-69) auf Bruchlastniveau ausgewertet werden.

$$\frac{F_{R,u,d}(\varphi_y)}{F_{R,u,d}(\varphi_y=0)} = 1 / k_{\varphi_y} \tag{Gl. 5-74}$$

$$k_{\varphi_y(TK40,L>4m,ULS)} = 1 + 0,004 \varphi_y \quad \varphi_y \text{ in [mrad]}$$

Der Abminderungsfaktor für die statische Traglast kann somit für beide Bauteilgeometrien TK50 und TK40 gleich festgelegt werden.

Auf eine Darstellung der bauteilspezifischen Überhöhungsfaktoren für TK20 wird verzichtet, da eine baupraktische Anwendung dieser als Versuchsmuster konzipierten Bauteilgeometrie unwahrscheinlich ist.

5.4.11 Bauteilspezifische Überhöhungsfaktoren für die Randfaserbelastung bei windinduzierten Schwingungen aus der Schlaufenebenen (OP)

Zur Herleitung des Einspannmomentes bei Bauteilschwingungen wird auf die ergänzenden Betrachtungen in 6.4.5 verwiesen. Für den Ermüdungsnachweis bei windinduzierten Schwingungen können Überhöhungsfaktoren nach (Gl. 6-31) bestimmt werden. Für die Bauteilgeometrien TK50, TK40 und TK20 sind diese in Abbildung 5-49 für einen Winkel an der Einspannung $\varphi_{y,w} = 5 \text{ mrad}$ dargestellt.

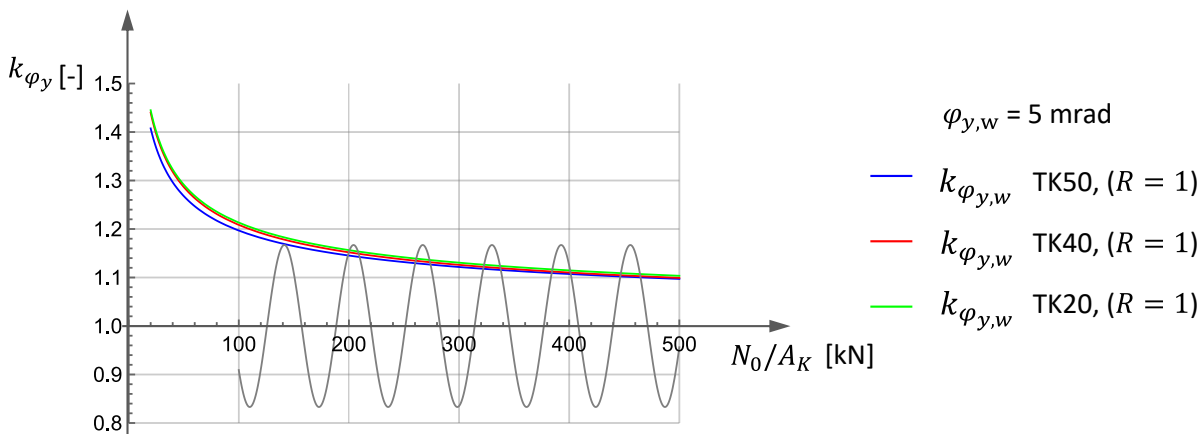


Abbildung 5-49 Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt $k_{\varphi_{y,w}}$ infolge windinduzierter Schwingungen mit $\varphi_{y,w} = 5 \text{ mrad}$ gemäß 6.4.2.2, aufgetragen über das Lastniveau $\frac{N_0}{A_{(K)}}$ bezogen auf den Kreisquerschnitt auf freier Länge.

Ein vereinfachtes Nachweisformat auf Basis einer statischen Ersatzlast wird in 6.4.2.3 vorgestellt. Für dieses Nachweisformat können Spannungsüberhöhungsfaktoren direkt in Abhängigkeit von der Normalkraft und

der Höhe der Ersatzlast unabhängig von der Bauteillänge bestimmt werden. In Abbildung 6-27 sind exemplarisch Überhöhungsfaktoren nach (Gl. 6-32) für eine Einheits-Ersatzlast von $q_{w,i} = 1 \text{ kN/m}$ dargestellt.

5.5 Einfluss aus Rotation um die Bolzenachse

Die Zusatzbeanspruchungen aus Rotationen um die Bolzenachse sind aus verschiedenen Gründen oft geringer als im Fall von Schiefstellungen der Bolzenachse. Durch die Bolzenverbindung besteht i. d. R. die Möglichkeit, zum Zeitpunkt der Montage der Zugglieder eine Anschlussituation ohne Momente um die Bolzenachse zu gewährleisten. Bei längeren Zuggliedern ist hierfür ggf. der Einfluss aus Durchhang während des Vorspannens durch geeignete Maßnahmen zu kompensieren (vgl. auch [L62]). Permanente Einflüsse aus Fertigungstoleranzen der Anschlussbauteile können damit bis zum Zeitpunkt der Montage kompensiert werden und beschränken sich auf Verformungen, welche nach der Montage der Zugglieder durch weitere Bauwerksverformungen (Kriechen, Schwinden, weitere Ausbaulasten etc.) hinzukommen. Bei den bisher ausgeführten Bauwerken wurde die Anordnung der Bolzenachse aus konstruktiven Gründen gewählt. Bauwerksverformungen aus Verkehrslasten, welche zu Rotationen um die Bolzenachse führen, sind bei diesen Anwendungen im Vergleich zu den Rotationen rechtwinklig zur Bolzenachse geringer. Die Beschaffenheit der Schlaufe führt schließlich für Rotationen um die Bolzenachse durch die beiden rechteckigen Teilquerschnitte am Ablösepunkt zu einem anderen Verhältnis zwischen auftretendem Moment und Widerstandsmoment, woraus geringere Zusatzspannungen bei gleicher Rotation hervorgehen.

Eine vertiefte Betrachtung der Einflüsse aus Rotationen um die Bolzenachse ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Hierzu liegen gegenwärtig auch keine neueren Erkenntnisse oder Versuchsergebnisse vor und es wird auf den in [L64] beschriebenen Ansatz zur Bestimmung der Zusatzbeanspruchung aus Bolzenrotation verwiesen.

5.6 Schädigungsäquivalente Ober- und Unterlasten

Der ungünstige Einfluss aus Schiefstellungen am Anschluss aus der Ebene (OP – Bolzenschiefstellung) oder in der Ebene (IP – Bolzenrotation) wird durch eine Anpassung des Ober- und Unterlastniveaus mit einem Faktor k_φ berücksichtigt, womit der Nachweis auf einem schadensäquivalenten Oberlastniveau $S_{eq,max}$ und mit einem schädigungsäquivalenten Unterspannungsverhältnis R_{eq} entsprechend einer Beanspruchung ohne Schiefstellungen und Verformungen am Anschluss geführt wird. Sofern der unveränderliche Anteil der Schiefstellung bei Oberlast und Unterlast dominiert ($\varphi_{perm} \gg \varphi_Q$), kann auf eine Bestimmung der schädigungsäquivalenten Unterlast $S_{eq,min}$ und auf eine Anpassung des R -Wertes verzichtet werden.

$$S_{eq,max} = k_{\varphi_{OL}} \cdot S_{max} \quad (\text{Gl. 5-75})$$

$$S_{eq,min} = k_{\varphi_{UL}} \cdot S_{min} \quad (\text{Gl. 5-76})$$

$$R_{eq} = \frac{S_{eq,min}}{S_{eq,max}} \quad (\text{Gl. 5-77})$$

Die Bestimmung der Schadensäquivalenzfaktoren k_φ erfolgt getrennt für die Effekte aus der Ebene (OP – Bolzenschiefstellung) und in der Ebene (IP – Bolzenrotation) und wird nach (Gl. 5-78) überlagert.

$$k_{\varphi} = k_{\varphi_y,OP} \cdot k_{\varphi_z,IP} \quad (\text{Gl. 5-78})$$

mit $k_{\varphi_y,OP}$... Überhöhungsfaktor für Bolzenschiefstellung nach Kap. 5.4.8

$k_{\varphi_z,IP}$... Überhöhungsfaktor für Bolzenrotation vgl. Kap. 5.5

Für Lastwechsel aus wirbelerregter Schwingung ist eine Differenzierung der Schwingungsrichtung IP bzw. OP in der Regel nicht sinnvoll. Es wird vorgeschlagen, hier den Überhöhungsfaktor aus der Ebene zu verwenden.

$$k_{\varphi} = k_{\varphi_y,OP} \quad \dots \text{Überhöhungsfaktor Auslenkung aus der Ebene (OP) nach Kap. 5.4.10} \quad (\text{Gl. 5-79})$$

5.7 Gemeinsame Betrachtung der Versuchsergebnisse mit unterschiedlichem Spannungsverhältnis R und Bolzenschiefstellung

Schädigungsäquivalente Umrechnung der Versuchsergebnisse

Mit den zuvor eingeführten Beziehungen für den Einfluss des R -Wertes (vgl. 5.3) und einer Schiefstellung des Anschlusses (vgl. 5.4) können Versuchsergebnisse von Ermüdungsversuchen mit unterschiedlichen Parametern (vgl. Tabelle 5-5) jeweils in schädigungsäquivalente Ergebnisse für $R = 0,1$ und ohne Schiefstellung umgerechnet und gemeinsam betrachtet werden (vgl. Abbildung 5-50). Dies kann am Beispiel des Versuches TK40-9 erläutert werden.

Der Einfluss der Bolzenschiefstellung wird zunächst durch eine Ermittlung schädigungsäquivalenter Ober- und Unterlasten berücksichtigt.

$$S_{eq,max} = k_{\varphi_{OL}} \cdot S_{max} = 1,128 \cdot 0,5 = 0,56 \quad (\text{Gl. 5-80})$$

$$k_{\varphi_{yOL}} = 1 + 0,77 \varphi_{OL,f,eq} N^{-0,58} = 1,128 \quad ; \quad \varphi_{OL,f,eq} = 0,4 \cdot 27 \text{ mrad} \quad (\text{Gl. 5-81})$$

$$S_{eq,min} = k_{\varphi_{UL}} \cdot S_{max} = 1,222 \cdot 0,25 = 0,30 \quad (\text{Gl. 5-82})$$

$$k_{\varphi_{yUL}} = 1 + 0,77 \varphi_{UL,f,eq} N^{-0,58} = 1,222 \quad ; \quad \varphi_{yUL,f,eq} = 0,4 \cdot 30 \text{ mrad} \quad (\text{Gl. 5-83})$$

$$R_{eq} = \frac{S_{eq,min}}{S_{eq,max}} = 0,54 \quad (\text{Gl. 5-84})$$

Anschließend wird mit (Gl. 5-49) der Einfluss des R -Wertes auf die LZ-Zahl bestimmt.

$$N_{R=0,1}/N_{Ri} = \frac{((1-R_0) \cdot (1+R_0))^{3,8}}{((1-R_i) \cdot (1+R_i))^{3,8}} = 0,28 ; \quad R_i = 0,54 ; \quad R_0 = 0,1 \quad (\text{Gl. 5-85})$$

Das Ergebnis TK40-9, $S_{max} = 0,50$, $R = 0,50$, $\varphi_{OL} = 26$ mrad, $\varphi_{UL} = 30$ mrad, $N = 1'069'061$ LZ kann somit zu TK40-9-equivalent, $S_{eq,max} = 0,56$, $R = 0,1$, $\varphi_{OL} = 0$, $\varphi_{UL} = 0$, $N = 296'890$ LZ umgerechnet werden.

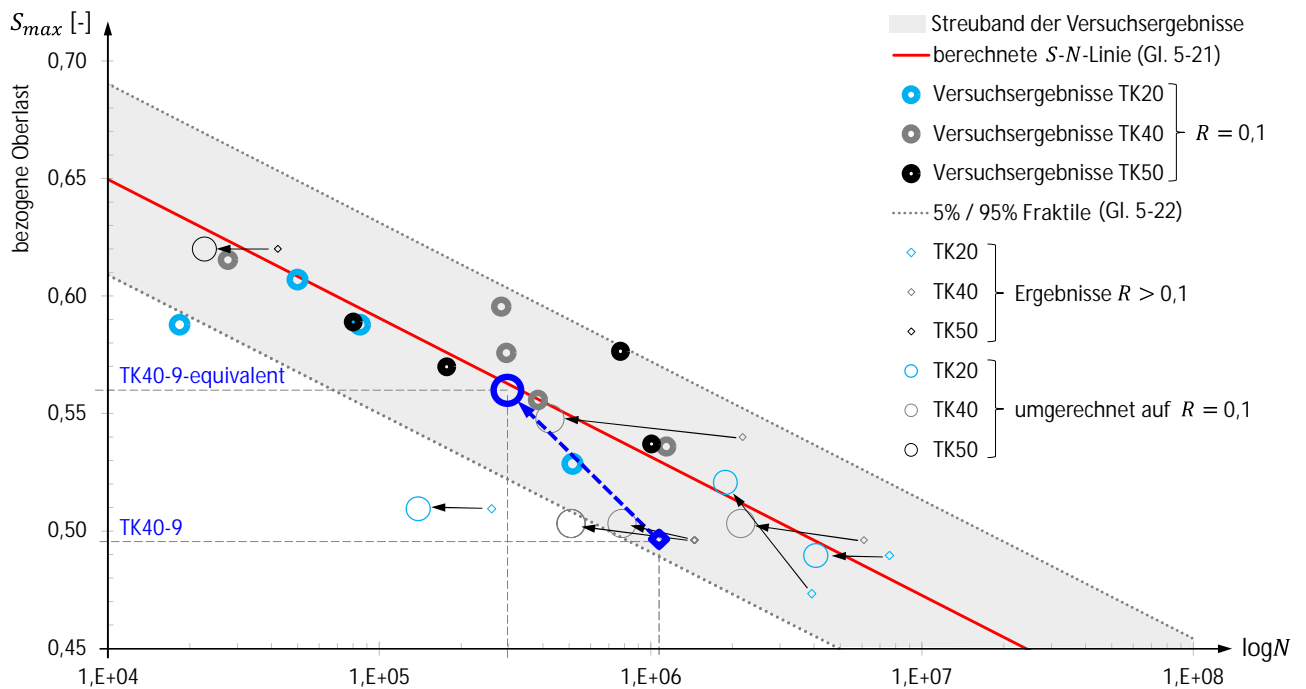


Abbildung 5-50 Gegenüberstellung der ursprünglichen Versuchsergebnisse der Versuche mit $R > 0,1$ (Rauten) und der auf $R = 0,1$ ohne Schiefstellung umgerechneten Versuchswerte (Kreise, dünn) mit den Versuchsergebnissen mit $R = 0,1$ und dem zugehörigen Streuband.

In Abbildung 5-50 ist zusätzlich zu den umgerechneten Versuchsergebnissen das Streuband der Versuchsauswertung der Versuche für $R = 0,1$ dargestellt. Die Versuchsergebnisse nach der jeweiligen Umrechnung fügen sich weitgehend in das zuvor ermittelte Streuband ein. Das Ergebnis des TK20-17 ist als Ausreißer erkennbar.

Die Bestimmung der schädigungsäquivalenten Oberlasten und LZ-Zahlen ist in Tabelle 5-6 zusammengefasst. Hierbei werden auch die Durchläufer mit eingeschlossen, welche in der Übersicht in Abbildung 5-51 als umgerechnete Ergebnisse mit dargestellt sind.

Hinweise zu Tabelle 5-6 (folgende Seite):

Spalte 9 und 10: Bolzenschiefstellung bei Oberlast und bei Unterlast

Spalte 11 und 12: Schädigungsäquivalenzfaktoren nach (Gl. 5-69) mit (Gl. 5-70)

Spalte 13 und 14: Rechnerisch ermitteltes schädigungsäquivalentes Lastniveau für $\varphi = 0$ (vgl. 5.4)

Spalte 15: Rechnerisch ermitteltes schädigungsäquivalentes Spannungsverhältnis R_{eq} für $\varphi = 0$

Spalte 16: Faktor $N_{R=0,1}/N_{Ri}$ für die Lastzyklenzahl bezogen auf $R = 0,1$

Spalte 17: Rechnerisch ermittelte schädigungsäquivalente Lastzyklenzahl für $R = 0,1$

Tabelle 5-6 Ermüdungsversuche Strangschlaufen $R > 0,1$ umgerechnet auf $R = 0,1$

Auswertung Ermüdungsversuche																
Muster	Charge	LZ	Abbruchkriterium	$F_u(N) / F_{Ru,m}$	Reibwärme	$R = F_{f_{UL}} / F_{f_{OL}}$	$S_{max} = F_{f_{OL}} / F_{Ru,m}$	f_{yOL}	f_{yUL}	$k_{f_{OL}}$	$k_{f_{UL}}$	$S_{eq,max}$	$S_{eq,min}$	R_{eq}	$N_{R=0,1}$	$N_{R=0,1}$
		N_i		[%]											---	
		[-]													N_{Ri}	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
FAT-B SN1	Lot 2	200'000	Durchläufer (LZ)	97%	-	0,03	0,40								1,04	208'816
FAT-B SN2	Lot 2	200'000	Durchläufer (LZ)	101%	-	0,03	0,40								1,04	208'816
FAT-A SN1	Lot 2	2'500'000	Durchläufer (LZ)	102%	-	0,4	0,3								0,34	853'093
FAT-A SN2		2'500'000	Durchläufer (LZ)	99%	-	0,4	0,3								0,34	853'093
FAT-A SN3		2'500'000	Durchläufer (LZ)	99%	-	0,4	0,3								0,34	853'093
FAT-A SN4		2'230'000	Durchläufer (LZ)	95%	-	0,4	0,3								0,34	760'959
TK50-11	6	1'323	Bruch Kragen			0,4	0,6								0,54	709
TK50-12		42'325	Bruch Kragen			0,4	0,6								0,54	22'670
TK40-6	3	2'183'287	Dehngrenze		TÜ	0,6	0,5	3	2	1,01	1,01	0,55	0,33	0,60	0,19	424'718
TK40-9	1	1'069'061	Bruch		TÜ	0,5	0,5	27	30	1,13	1,22	0,56	0,30	0,54	0,28	296'890
TK40-10		6'111'091	Dehngrenze	58%		0,5	0,5	3	2	1,01	1,01	0,50	0,25	0,50	0,35	2'145'432
TK40-11	4	1'444'836	Dehngrenze			0,5	0,5	3	2	1,01	1,01	0,50	0,25	0,50	0,35	507'241
TK40-12	5	59'462	Lastabfall -> RT	78%		0,5	0,5	3	2	1,01	1,01	0,50	0,25	0,50	0,35	20'875
TK40-14	2	1'457'637	Dehngrenze			0,4	0,5	3	2	1,01	1,01	0,50	0,20	0,40	0,54	782'700
TK40-19	7	1'452'855	Dehngrenze	50%		0,5	0,5	3	2	1,01	1,01	0,50	0,25	0,50	0,35	510'056
TK20-16	3	259'703	(Tandemversuch)	103%		0,4	0,5								0,54	139'099
TK20-17		259'703	Bruch			0,4	0,5								0,54	139'099
TK20-18		5'000'000	Durchläufer (LZ)	100%		0,4	0,5								0,54	2'678'043
TK20-19		5'000'000	Durchläufer (LZ)	99%		0,4	0,5								0,54	2'678'043
TK20-20	1	3'924'800	Bruch			0,4	0,5	20	20	1,10	1,18	0,52	0,22	0,43	0,48	1'885'267
TK20-21		3'924'800	(Tandem)	90%		0,4	0,5	20	20	1,10	1,18	0,52	0,22	0,43	0,48	1'885'267
TK20-22	2	10'000'000	Durchläufer (LZ)	103%		0,4	0,5								0,53	5'337'943
TK20-23		10'000'000	Durchläufer (LZ)	103%		0,4	0,5								0,53	5'337'943
TK20-24		7'584'000	Bruch			0,4	0,5								0,54	4'062'056
TK20-25	3	5'000'000	Durchläufer (LZ)	104%		0,4	0,5								0,54	2'678'043
TK20-26		2'584'000	(Tandem)	93%		0,4	0,5								0,54	1'384'013

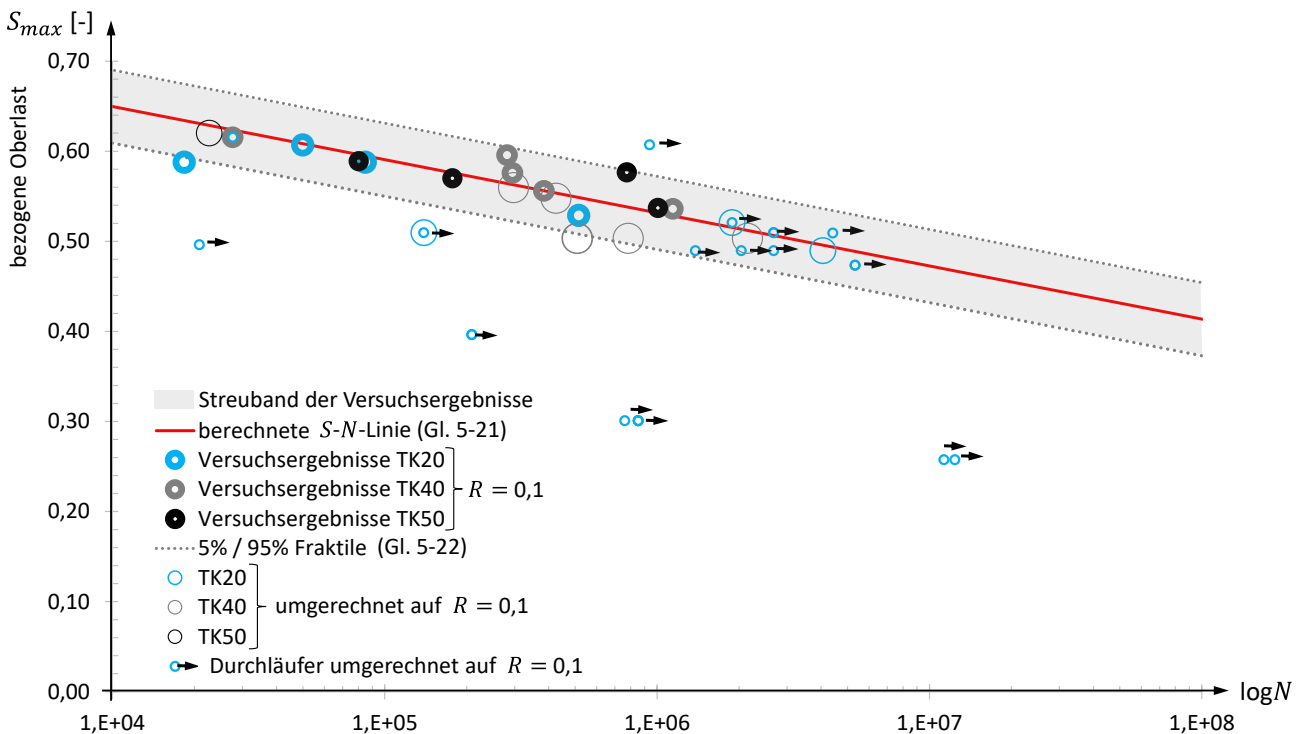


Abbildung 5-51 Übersicht aller Versuchsergebnisse nach Umrechnung auf ein schädigungsäquivalentes Niveau für $R > 0,1$ und ohne Bolzenschiefstellung.

5.8 Einbeziehung der Durchläufer

5.8.1 Herangehensweise

Der in [L201] beschriebene Ansatz zur Berücksichtigung der Ergebnisse von Durchläufern basiert auf dem Vorschlag von Castillo et al. [L21] zur Beschreibung von S - N -Versagensfunktionen, welchen eine Weibullverteilung $W(a, b, c)$ mit drei Parametern und zwei zusätzlichen Formparametern (B, C) zugrunde liegt. Um diesen Ansatz mit der vorhandenen Datengrundlage verwenden zu können, werden zunächst S - N -Versagensfunktionen auf Basis einer Weibullverteilung für die Versuche ohne Durchläufer benötigt. Dazu müssen die Formparameter (B, C) und die Parameter der Verteilungsfunktion $W(a, b, c)$ bestimmt werden, sodass die Auftretenswahrscheinlichkeit p eines Versagens in Abhängigkeit vom Lastniveau S und der LZ-Zahl N bestimmt werden kann.

Auf die Besonderheiten einer $W(a, b, c)$ -Verteilung wird in 5.8.2 eingegangen. Die Herleitung von S - N -Versagensfunktionen auf Basis der Formparameter (B, C) und einer $W(a, b, c)$ -Verteilung, und die Prognose für das Versagen eines Durchläufers wird zunächst in 5.8.5 anhand eines veröffentlichten Datensatzes nachvollzogen und diskutiert und anschließend mit den vorliegenden Versuchsdaten in 5.8.7 untersucht.

5.8.2 Zur Weibullverteilung mit drei Parametern

Zur Beschreibung der Lebenserwartung bei Abnutzungs-, Ermüdungs- und Verschleißprozessen wird häufig eine Weibullverteilung [L209] mit zwei Parametern $W(b, c)$ herangezogen (vgl. Abbildung 5-52 Mitte und rechts). Die zugehörige kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ beginnt bei Belastungsbeginn monoton anzusteigen und nähert sich schließlich asymptotisch dem Niveau 1. Die anfängliche Zunahme der Verteilungsfunktion und die Breite der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion werden über den Skalenparameter b und den Formparameter c bestimmt.

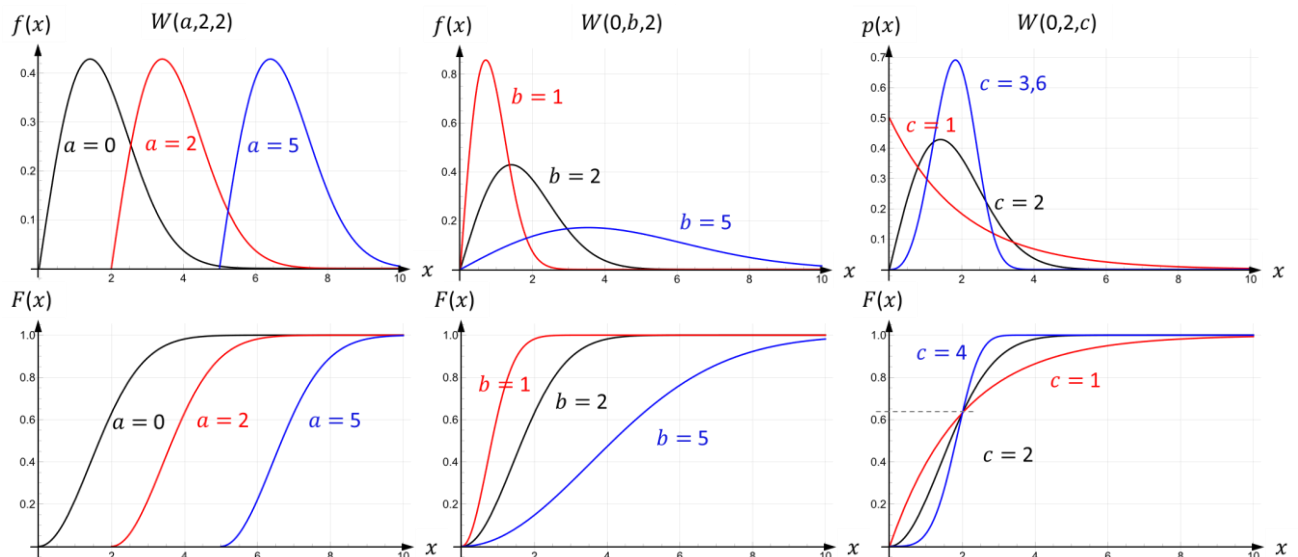


Abbildung 5-52 Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion $f(x)$ (probability density function – PDF) und kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ (cumulative distribution function – CDF) einer $W(a, b, c)$ -Verteilung, bei Variation des Schwellenparameters a (links), des Skalenparameters b (Mitte) und des Formparameters c (rechts).

Wenn zu Belastungsbeginn weniger Schadensereignisse eintreten, als nach der $W(b, c)$ -Verteilung zu erwarten wäre, kann mit einer Weibullverteilung mit drei Parametern eine bessere Übereinstimmung mit Versuchswerten erzielt werden. Der dritte sog. Schwellenparameter a stellt dabei eine Untergrenze dar,

unterhalb derer kein Versagen auftreten kann (vgl. Abbildung 5-52 unten links). Die Verteilungsfunktion wird um diesen Schwellenparameter nach rechts verschoben. Der Ansatz wird vielfach angewandt, wenngleich kritisiert wird, dass eine – wenn auch sehr kleine – Wahrscheinlichkeit für frühzeitiges Versagen durch diesen Ansatz prinzipiell nicht abgebildet werden kann. [L162]

Die Weibullverteilung ist für unsymmetrische Verteilungen geeignet, kann aber für $c = 3,6$ näherungsweise auch eine symmetrische Normalverteilung abbilden (vgl. Abbildung 5-52 rechts).

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion $f(x|a, b, c)$ (PDF) wird nach (Gl. 5-86), die kumulative Verteilungsfunktion $F(x)$ (CDF) nach (Gl. 5-87) beschrieben.

$$f(x|a, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b} \right)^{c-1} \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right], \quad x \geq a \quad (\text{Gl. 5-86})$$

$$F(x|a, b, c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right], \quad x \geq a \quad (\text{Gl. 5-87})$$

mit $a \in \mathbb{R}$... Schwellenparameter
 $b > 0$... Skalenparameter
 $c > 0$... Formparameter

Es gibt verschiedene Methoden zur Bestimmung der Parameter einer Weibullverteilung, von welchen in [L198] die wahrscheinlichkeitsgewichtete Momentenmethode (probability weighted moments – PWM) und die Maximum-Likelihood-Methode (maximum likelihood function method – MLE) erläutert und angewandt werden. Eine allgemeine Form der wahrscheinlichkeitsgewichteten Momente speziell für eine $W(a, b, c)$ -Verteilung wird von Toasa und Ummenhofer in [L199] hergeleitet und nachfolgend verwendet.

Der Formparameter c kann aus (Gl. 5-88) ermittelt werden, welche mit numerischen Methoden gelöst werden soll.

$$\frac{3M_2 - M_0}{2M_1 - M_0} = \frac{3^{-\frac{1}{c}} - 1}{2^{-\frac{1}{c}} - 1} \quad (\text{Gl. 5-88})$$

Der Skalenparameter b kann mit (Gl. 5-89) und der Schwellenparameter a mit (Gl. 5-90) bestimmt werden, wobei $\Gamma_c = \Gamma \left(1 + \frac{1}{c} \right)$ die Gamma-Funktion nach (Gl. 5-91) ist.

$$b = \frac{2M_1 - M_0}{\left(2^{-\frac{1}{c}} - 1 \right) \Gamma_c} \quad (\text{Gl. 5-89})$$

$$a = M_0 - b\Gamma_c \quad (\text{Gl. 5-90})$$

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\text{Gl. 5-91})$$

Zur Lösung der (Gl. 5-88) – (Gl. 5-90) werden die Werte der PWM M_0, M_1 und M_2 benötigt, wofür deren Schätzwerte herangezogen werden. Die Schätzwerte der ersten der PWM können aus in aufsteigender Reihenfolge geordneten Versuchsdaten $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ nach (Gl. 5-92) – (Gl. 5-94) bestimmt werden [L160].

$$\widehat{M}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{Gl. 5-92})$$

$$\widehat{M}_1 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)x_i \quad (\text{Gl. 5-93})$$

$$\widehat{M}_2 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n-2} (n-i)(n-i-1)x_i \quad (\text{Gl. 5-94})$$

5.8.3 Weibull-S-N-Modell für Versagensfunktionen nach Castillo-Canteli

Das probabilistische S - N -Weibullmodell nach Castillo-Canteli [L21] definiert die S - N -Kurven als Linien gleicher Versagenswahrscheinlichkeit p für eine Weibullverteilung der Variable $x_i = (\log N - B)(\log \Delta\sigma - C)$, welche als hyperbolische Perzentilkurven nach (Gl. 5-95) im S - N -Diagramm dargestellt werden können (vgl. Abbildung 5-53). Die Kompatibilitätsbedingung $p(N, \Delta\sigma) = p(\Delta\sigma, N)$ wird damit eingehalten (vgl. Abbildung 5-54).

$$p(N, \Delta\sigma | a, b, c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{(\log N - B)(\log \Delta\sigma - C) - a}{b} \right)^c \right], \quad (\text{Gl. 5-95})$$

$$(\log N - B)(\log \Delta\sigma - C) \geq a$$

S - N -Kurven nach dem Weibullmodell von Castillo-Canteli nähern sich für $N \rightarrow \infty$ asymptotisch einem Dauerfestigkeits-Schwellenwert $\Delta\sigma(\infty) = C$ und für $\Delta\sigma \rightarrow \infty$ einem Schwellenwert für die LZ-Zahl N , welcher als Geometrieparameter B in (Gl. 5-95) eingeht. Das Modell ist daher für eine Beschreibung des Verhaltens im LCF-Bereich prinzipiell nicht geeignet, sofern in diesem Bereich eine Gegenkrümmung der S - N -Linien zu erwarten ist.

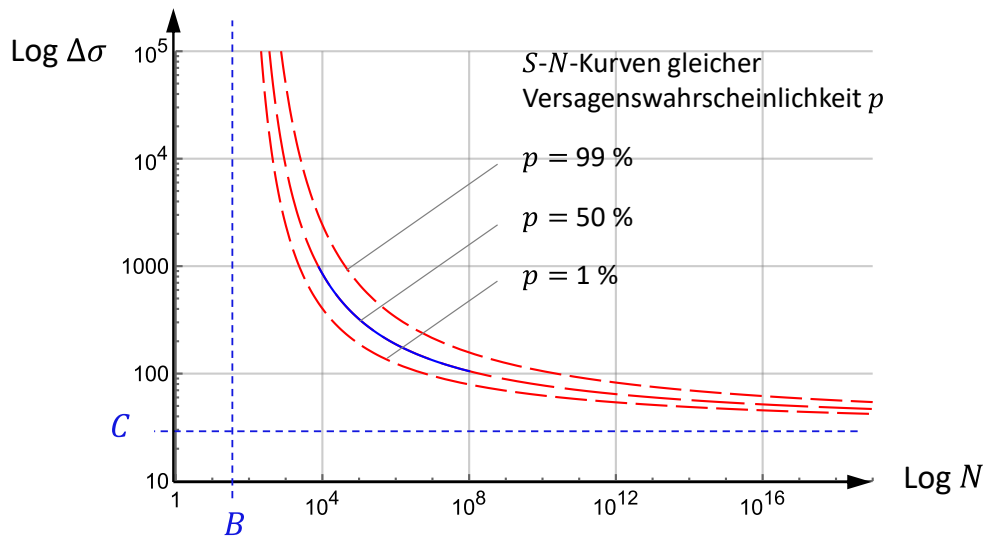


Abbildung 5-53 S - N -Kurven als Linien gleicher Versagenswahrscheinlichkeit p für eine Weibullverteilung der Variable $x_i = (\log N - B)(\log \Delta\sigma - C)$.

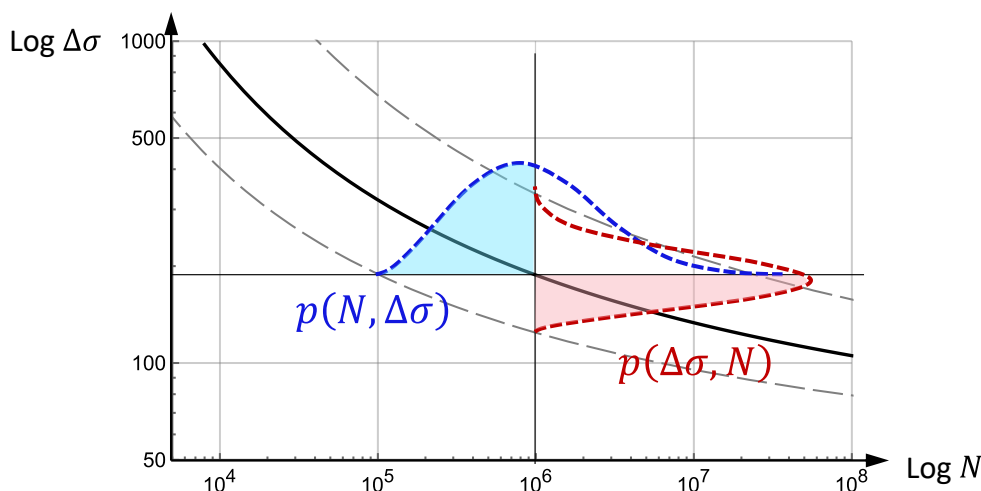


Abbildung 5-54 Ausschnittsdarstellung der S - N -Kurven aus Abbildung 5-53; für jeden Punkt im S - N -Feld gilt die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung in beide Koordinatenrichtungen.

Das $S-N$ -Weibullmodell nach Castillo-Canteli bietet damit ein Class-II-Ermüdungsversagensmodell mit stetigem Verlauf der $S-N$ -Kurven und einem probabilistischen Ansatz, welcher es erlaubt, die Versagenswahrscheinlichkeit jedes Punktes in der $S-N$ -Domäne zu bestimmen.

Folgende Grenzen des Modells sind festzuhalten [L198]: Das Modell basiert auf der weakest link theory, und setzt daher voraus, dass sich die Lebenserwartungen verschiedener Bereiche einer Komponente nicht gegenseitig beeinflussen. Die zugrunde gelegte $W(a, b, c)$ -Verteilung setzt voraus, dass es einen Bereich in der $S-N$ -Domäne gibt, in welchem kein Versagen vorkommen kann. Ferner wird die Existenz eines Schwellenwertes der Dauerfestigkeit und der Zyklenzahl in Form von Geometrieparametern (B, C) zugrunde gelegt. Für die Betrachtung des Übergangs in den LCF-Bereich kann keine Gegenkrümmung der $S-N$ -Funktion abgebildet werden. Der Ansatz wurde von Canteli et al. mittlerweile dahingehend fortgeschrieben [L20], was für die Betrachtung des vorliegenden Anwendungsfalls aber nicht von Bedeutung ist.

5.8.4 Bestimmung der Geometrieparameter (B, C)

Aus einer vorhandenen Versuchsdatengrundlage mit korrespondierenden Wertepaaren der Form $\{\{\Delta\sigma_1, N_1\}, \{\Delta\sigma_2, N_2\}, \dots, \{\Delta\sigma_n, N_n\}\}$ müssen die Geometrieparameter (B, C) und der Mittelwert μ der $W(a, b, c)$ -Verteilung bestimmt werden. Die Regressionsbedingung für die LZ-Zahl N_i in Abhängigkeit von der Schwingbreite $\Delta\sigma_i$ führt zu (Gl. 5-96) [L198].

$$E(\log N_i | \log \Delta\sigma_i - C) = B + \frac{\mu}{\log \Delta\sigma_i - C} \quad (\text{Gl. 5-96})$$

$$\mu = \frac{1}{l_i} \sum_{n=1}^{l_i} x_i = \frac{1}{l_i} \sum_{n=1}^{l_i} (\log N_i - B)(\log \Delta\sigma_i - C) = a + b\Gamma_c \quad (\text{Gl. 5-97})$$

Für die Bestimmung der Geometrieparameter (B, C) und des Mittelwertes μ ist das nichtlineare Optimierungsproblem nach (Gl. 5-98) zu lösen [L20].

$$\min_{B, C, \mu \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \left(\log N_i - B - \frac{\mu}{\log \Delta\sigma_i - C} \right)^2 \quad (\text{Gl. 5-98})$$

Um Konvergenzprobleme bei der Lösung des Minimalwertproblems (Gl. 5-98) zu vermeiden, schlagen Castillo et al. vor, auf drei unterschiedlichen Niveaus von $\Delta\sigma$ mit ausreichend Versuchsdaten zunächst drei Stützstellen für die Lösung von (Gl. 5-98) zu bilden und diese ggf. als Startwerte zu verwenden. Sofern die Mittelwerte $\log N_{j,i}$ der Verteilungen auf den drei Lastniveaus $\Delta\sigma_j$ mit der Regressionskurve nach (Gl. 5-96) übereinstimmen, können die Startwerte für B, C und μ durch Lösung des Gleichungssystems (Gl. 5-99) bestimmt werden.

$$\mu_j = \frac{1}{l_j} \sum_{i=1}^{l_j} \log N_{j,i} = B + \frac{\mu}{\log \Delta\sigma_i - C}, j = 1, 2, 3 \quad (\text{Gl. 5-99})$$

(Gl. 5-99) besitzt eine explizite Lösung nach (Gl. 5-100) – (Gl. 5-102), wobei $S_i = \log \Delta\sigma_i$ ist.

$$B = \frac{\mu_1[\mu_2(-S_1 + S_2) + \mu_3(S_1 - S_3)] + \mu_2\mu_3(-S_2 + S_3)}{\mu_3(S_1 - S_2) + \mu_1(S_2 - S_3) + \mu_2(-S_1 + S_3)} \quad (\text{Gl. 5-100})$$

$$C = \frac{\mu_1 S_1 (S_2 - S_3) + \mu_3 S_3 (S_1 - S_2) + \mu_2 S_2 (-S_1 + S_3)}{\mu_3 (S_1 - S_2) + \mu_1 (S_2 - S_3) + \mu_2 (-S_1 + S_3)} \quad (\text{Gl. 5-101})$$

$$\mu = - \frac{(\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)(S_1 - S_2)(S_1 - S_3)(S_2 - S_3)}{[\mu_3 (S_1 - S_2) + \mu_1 (S_2 - S_3) + \mu_2 (-S_1 + S_3)]^2} \quad (\text{Gl. 5-102})$$

5.8.5 Bestimmung der Parameter für ein Weibull-S-N-Modell für Versagensfunktionen nach Castillo-Canteli anhand eines veröffentlichten Datensatzes

Das beschriebene Verfahren wird zunächst anhand eines veröffentlichten Datensatzes von Ermüdungsversuchen der Stahlinger Brücke aus [L200] nachvollzogen und diskutiert. Der Datensatz an Ermüdungsversuchen der Form $\{\{\Delta\sigma_1, N_1\}, \{\Delta\sigma_2, N_2\}, \dots, \{\Delta\sigma_n, N_n\}\}$ und die Ergebnisse der Analyse sind in Abbildung 5-55 dargestellt, die Datengrundlage und die Berechnungen sind in Anhang H dokumentiert und werden nachfolgend zusammengefasst.

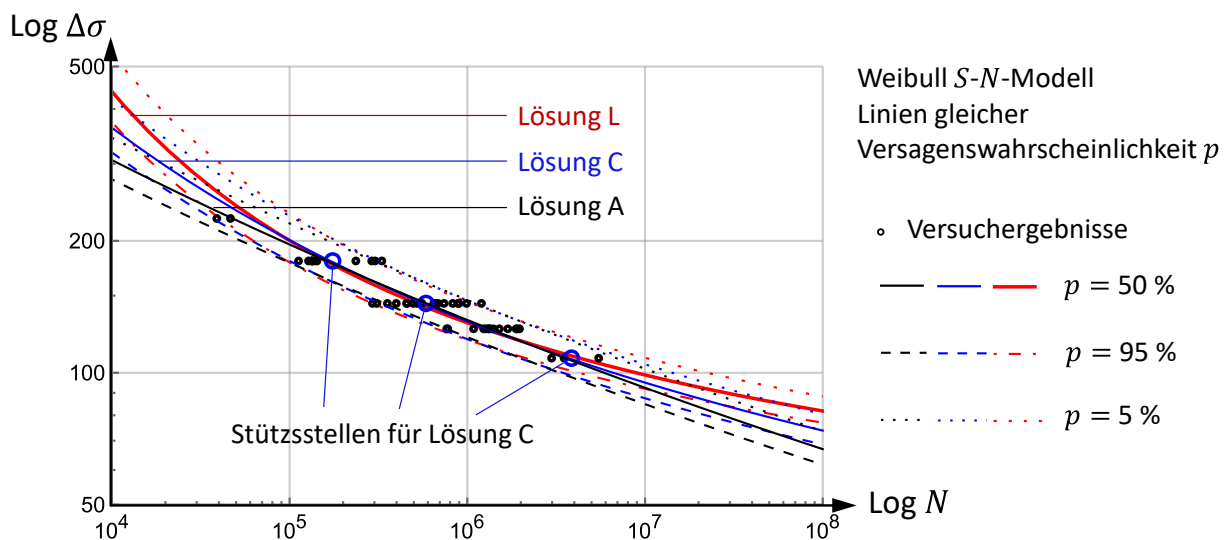


Abbildung 5-55 Weibull-S-N-Modell für Ermüdungsversuche aus [L200], Nachrechnung und Vergleich mit der Lösung in der Literatur.

Eine direkte Bestimmung der Geometrieparameter (B, C) und des Mittelwertes μ auf Basis des nichtlinearen Optimierungsproblems nach (Gl. 5-98) ohne die Festlegung weiterer Randbedingungen ist unter Verwendung der Software Mathematica Version 13.2 konvergent (vgl. Anhang H) und führt zu einer Lösung A des Minimalwertproblems mit negativen Geometrieparametern B, C und einem Restbetrag des Optimalitätskriteriums von r_o nach (Gl. 5-103).

$$r_{o,A}(B = -29,562; C = -2,182; \mu = 306,89) = \min_{B,C,\mu \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \left(\log N_i - B - \frac{\mu}{\log \Delta \sigma_i - C} \right)^2 \quad (\text{Gl. 5-103})$$

$$= 5,917$$

Hieraus lassen sich mit (Gl. 5-88) – (Gl. 5-94) die Parameter für das Weibull-S-N-Modell bestimmen (vgl. Lösung A in Tabelle 5-7).

Wird der Zielparameterraum auf positive Werte für B und C eingeschränkt, wird Lösung B ermittelt.

Im nächsten Schritt erfolgt eine Bestimmung von Startwerten für B, C und μ nach (Gl. 5-99) ff. zur Überprüfung, ob das Minimalwertproblem ggf. lokale Minima aufweist. Die Startwerte für drei unterschiedliche Niveaus von $\Delta\sigma$ sind als Lösung C in Tabelle 5-7 gezeigt. Auch unter Verwendung dieser Startwerte, wie auch unter Verwendung der in der Literatur als Lösung angegebenen Werte, konvergiert das nichtlineare Minimalwertproblem nach (Gl. 5-98) zur bereits zuvor ermittelten Lösung A. Werden die geschätzten Startwerte für die Bestimmung der Weibullparameter verwendet, erhält man Lösung C.

Eine Nachrechnung des Restbetrages mit den in der Literatur angegebenen Parametern $B = 3,53; C = 3,37$ ergibt

$$r_{o,L}(B = 3,53; C = 3,37; \mu = 15,5) = \min_{B,C,\mu \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \left(\log N_i - B - \frac{\mu}{\log \Delta \sigma_i - C} \right)^2 = 6,394 \quad (\text{Gl. 5-104})$$

und liegt damit über den beiden zuvor ermittelten Restbeträgen. Das Ergebnis wird als Lösung L bezeichnet.

Tabelle 5-7 Geometrieparameter und Weibullparameter

Lösung		Restbetrag r_W	Geometrieparameter			Weibullparameter		
			B	C	μ	a	b	c
1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	Direkte Lösung	$r_{o,A} = 5,917$	-29,562	-2,182	306,89	300,42	7,268	2,705
B	Direkte Lösung $B, C > 0$	$r_{o,B} = 6,121$	0	2,784				
C	Startwerte nach (Gl. 5-88)	$r_{o,C} = 6,088$	-2,729	2,239	43,67	41,12	2,878	2,689
D	Startwerte nach L	$r_{o,D} = 5,917$	-29,562	-2,182	306,89	300,42	7,268	2,705
L	Lösung in der Literatur	$r_{W,L} = 6,394$	3,53	3,37	29,07	14,07	1,63	2,47

Die Ergebnisse der Auswertung sind in Abbildung 5-55 der Lösung aus der Literatur gegenübergestellt. Im Bereich der Versuchsdaten verlaufen die ermittelten $S-N$ -Linien weitgehend übereinstimmend. Es wird jedoch ersichtlich, dass die Bestimmung der Geometrieparameter sensitiv reagiert und den Kurvenverlauf der ermittelten Verteilungsfunktion außerhalb des Bereiches der Versuchsdaten stark beeinflusst. Auch der Skalenparameter wird durch die Wahl der Geometrieparameter deutlich beeinflusst, während der Formparameter weniger sensitiv reagiert. Auf Anfrage wird die Existenz der Lösung B durch Toasa bestätigt, welche man durch Einschränkung des Zielparameterraumes auf positive Werte für B und C erhält. Aufgrund der Ergebnisse wird erkennbar, dass Lösungen existieren, welche das Optimalitätskriterium nach (Gl. 5-98) besser befriedigen als die in der Literatur gezeigte Lösung L, und dass hinsichtlich des Verfahrens zur Bestimmung und ggf. Validierung der Geometrieparameter und der Frage, ob bzw. wann der Parameterraum für B und C auf positive Werte zu beschränken ist, weiterer Klärungsbedarf besteht.

5.8.6 Berücksichtigung von Durchläufern und Tandemversuchen nach [L200]

Das nachfolgend erläuterte Vorgehen für die Berücksichtigung von Durchläufern erfolgt nach dem Vorschlag in [L200]. Dieses Verfahren erlaubt zudem eine probabilistisch begründete Wichtung von Versuchsergebnissen mehrerer Durchläufer auf gleichem Lastniveau und gleicher LZ-Zahl. Ein Durchläufer eines Ermüdungsversuches ist ein Ergebnis der Form $\{\Delta\sigma, N_l\}$, bei welchem N_l die Anzahl der erreichten LZ beim Abbruch des Versuches ist, wobei die LZ-Zahl N , bei welcher ein Versagen eintreten würde, unbekannt ist. Der Schätzwert für die LZ-Zahl beim Versagen $E(N) = N_{ro}$ muss im Intervall $[N_l, \infty[= \{N_{ro} \in \mathbb{R} | N_{ro} \geq N_l\}$ liegen. Mit einer bereits erreichten LZ-Zahl von N_l ergibt sich für die Zufallsvariable x für das Versagen ein unterer Grenzwert von

$$x_l = (\log N_l - B)(\log \Delta \sigma - C) \quad (\text{Gl. 5-105})$$

und damit eine linksseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion. Die kumulative Verteilungsfunktion für das Schadensereignis für $x > x_l$ kann damit nach (Gl. 5-106) zu (Gl. 5-107) bestimmt werden.

$$F_{LT}(x > x_l) = \int_{x_l}^x \frac{f(t)}{1 - F(t)} dt = P(X \geq x_l) \quad (\text{Gl. 5-106})$$

$$F_{LT}(x|a, b, c, x_l) = 1 - \exp \left[+ \left(\frac{x_l - a}{b} \right)^c - \left(\frac{x - a}{b} \right)^c \right], \quad a \leq x_l \leq x < \infty \quad (\text{Gl. 5-107})$$

Der Erwartungswert der r -ten Ordnungsstatistik einer Stichprobe der Größe q aus einer gleichförmigen Verteilung ergibt sich zu $r/(q + 1)$. Damit können aus (Gl. 5-105) und (Gl. 5-107) die Schätzwerte für x bestimmt werden:

$$x = a + b \left[\left(\frac{x_l - a}{b} \right)^c - \text{Log} \left(1 - \frac{r}{q+1} \right) \right]^{\frac{1}{c}}, \quad r = 1, 2, \dots, q \quad (\text{Gl. 5-108})$$

Hierbei ist q die Anzahl von Durchläufern mit identischem Belastungsniveau $\Delta\sigma$ und identischer Anzahl LZ N_l bei Abbruch des Versuches. Der Erwartungswert für die LZ-Zahl ergibt sich dann nach (Gl. 5-109).

$$E(N) = N_{ro} = \exp \left[\frac{x}{\log \Delta\sigma - c} + B \right] \quad (\text{Gl. 5-109})$$

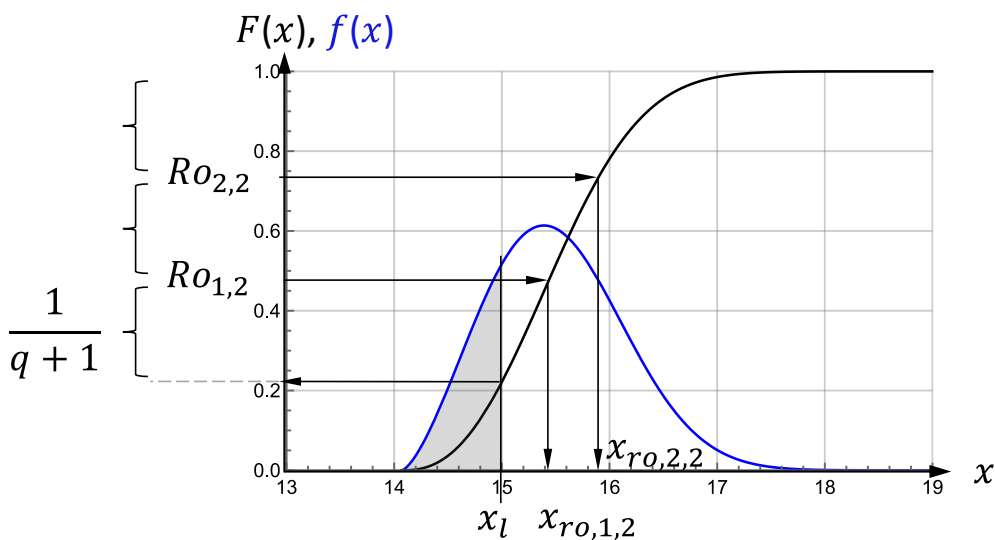


Abbildung 5-56 Schematische Darstellung der Ermittlung der Erwartungswerte $x_{ro,r,q}$ für zwei Versuche von $q = 2$ Durchläufern, welche auf gleichem Lastniveau bei der gleichen LZ-Zahl N_l abgebrochen wurden. Es wird die Verteilung der Lösung L aus Tabelle 5-7 zugrunde gelegt.

Anhand des in 5.8.5 bestimmten Weibull-S-N-Modells und eines in der Literatur dokumentierten Durchläufers sowie eines weiteren simulierten Durchläufers wird das Verfahren exemplarisch nachvollzogen.

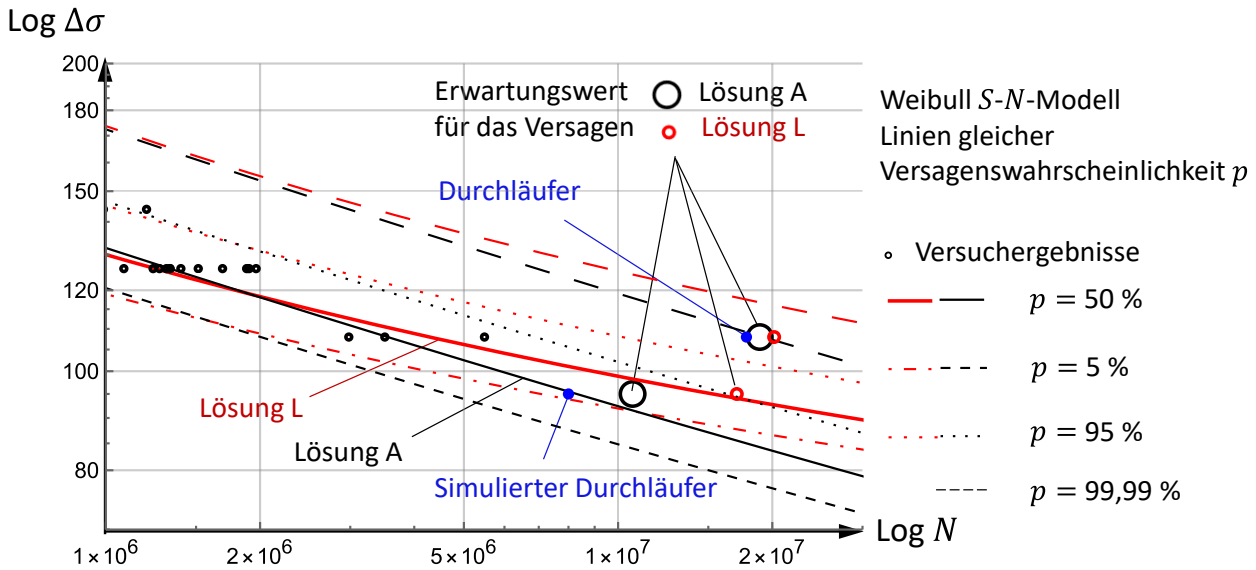


Abbildung 5-57 Weibull-S-N-Modell für Ermüdungsversuche aus [L200], Nachrechnung und Vergleich mit der Lösung in der Literatur.

Die beschriebene Methode führt zwangsläufig dazu, dass ein Versuch mit $x_i > a$, welcher – vereinfacht gesprochen – die erste Perzentile ohne Versagen überschritten hat und anschließend abgebrochen wird, mit einem Erwartungswert $E(N)$ oberhalb der 50-sten Perzentile berücksichtigt wird. Dieser Zusammenhang ist kritisch zu hinterfragen.

Die Bestimmung der Erwartungswerte für Durchläufer erfolgt auf Grundlage der Verteilungsfunktion der gültigen Versuche. In [L200] wird vorgeschlagen, anschließend auf Basis der Versuchswerte und der Erwartungswerte die Bestimmung der Geometrieparameter und der Weibullparameter zu wiederholen, womit eine Korrektur des Weibull-S-N-Modells erfolgt, welche zu einer flacheren Neigung im Bereich der berücksichtigten Durchläufer führt.

5.8.7 S-N-Kurven auf Basis einer Weibullverteilung mit drei Parametern

Für die Bestimmung der Parameter eines Weibull-S-N-Modells stehen 14 Versuchsergebnisse aus Tabelle 5-2 und zehn Ergebnisse aus Tabelle 5-6 zur Verfügung. Das Ergebnis TK20-14 wird als Positiv-Ausreißer eingestuft und nicht berücksichtigt. Weitere zehn Ergebnisse von Durchläufern sollen mit dem vorgestellten Verfahren zusätzlich berücksichtigt werden.

Satt dem Lösungsansatz aus [L200] wird eine Zufallsvariable $x_i = (\log N - B)(\log \bar{S} - C)$ zugrunde gelegt, wobei $\bar{S} = S \cdot 100$ [%] gewählt wird.

Eine direkte Bestimmung der Geometrieparameter (B, C) und des Mittelwertes μ auf Basis des nichtlinearen Optimierungsproblems nach (Gl. 5-98) ohne die Festlegung weiterer Randbedingungen ist unter Verwendung der Software Mathematica Version 13.2 konvergent (vgl. Anhang H) und führt zu einer Lösung des Minimalwertproblems mit Geometrieparametern B, C und einem Restbetrag des Optimalitätskriteriums von r_o nach (Gl. 5-110).

$$r_{o,E}(B = 17,13; C = 4,29; \mu = 1,15) = \min_{B,C,\mu \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n \left(\log N_i - B - \frac{\mu}{\log \bar{S}_i - C} \right)^2 = 18,0 \quad (\text{Gl. 5-110})$$

Hieraus lassen sich mit (Gl. 5-88) – (Gl. 5-94) die Parameter für das Weibull- $S-N$ -Modell bestimmen (vgl. Lösung E in Tabelle 5-8).

In Abbildung 5-58 ist die direkte Lösung E des Minimalwertproblems für die vorliegenden Ermüdungsversuche dargestellt. Die Linien gleicher Versagenswahrscheinlichkeit führen zu einer konvexen Form in der doppellogarithmischen Darstellung. Die durch die Geometrieparameter B und C bestimmten Asymptoten für die Linien gleicher Versagenswahrscheinlichkeit kommen rechts bzw. oberhalb der Kurvenschar zu liegen.

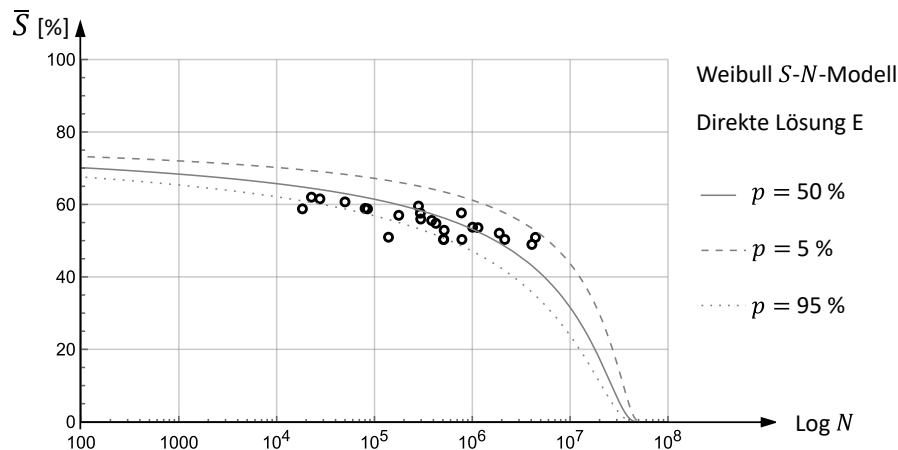


Abbildung 5-58 Direkte Lösung E für das Weibull- $S-N$ -Modell in der doppellogarithmischen Darstellung.

Das in [L200] bzw. 5.8.3 erläuterte Verfahren ist für Fälle konzipiert, bei denen die Lösung des Minimalwertproblems in der doppellogarithmischen Darstellung durch konkave $S-N$ -Kurven abgebildet wird. Durch die Invertierung der Lösung wird auch der Ansatz der Wahrscheinlichkeitsverteilung invertiert. Die 50ste Perzentile bleibt davon unberührt. Der Bereich, welcher durch eine $W(a, b, c)$ -Verteilung mit einer Wahrscheinlichkeit von Null belegt wird, kommt oberhalb der $S-N$ -Kurven zu liegen, was für die Betrachtung des Einflusses der Durchläufer nicht relevant ist. (Gl. 5-95) ist daher wie folgt anzupassen, woraus sich (Gl. 5-111) – (Gl. 5-113) ergeben.

$$p(N, \bar{S} | a, b, c) = \exp \left[- \left(\frac{(\log N - B)(\log \bar{S} - C) - a}{b} \right)^c \right], \quad (\log N - B)(\log \bar{S} - C) \geq a \quad (\text{Gl. 5-111})$$

$$\bar{S}(N, p | a, b, c) = \exp \left[\frac{a + b(-\log [p])^{\frac{1}{c}}}{\log N - B} + C \right] \quad (\text{Gl. 5-112})$$

$$N(\bar{S}, p | a, b, c) = \exp \left[\frac{a + b(-\log [p])^{\frac{1}{c}}}{\log \bar{S} - C} + B \right] \quad (\text{Gl. 5-113})$$

Im nächsten Schritt erfolgt eine Näherung der Geometrieparameter unter Verwendung von Stützstellen. Bei der Bestimmung der Stützstellen wird auf die Kenntnis des Verlaufes der $S-N$ -Kurve aus (Gl. 5-8) zurückgegriffen, da die Datengrundlage keine Lastniveaus mit ausreichend vielen Ergebnissen (Treppenstufenform) enthält. Unter Verwendung von drei Stützstellen für $N = \{10^4, 5 \cdot 10^5, 10^7\}$, welche in Abbildung 5-59 als blaue Kreise gezeigt sind, kann eine Lösung des Minimalwertproblems nach (Gl. 5-110) ermittelt werden, welche nach Bestimmung der zugehörigen Weibullparameter als Lösung F in Tabelle 5-8 gezeigt wird.

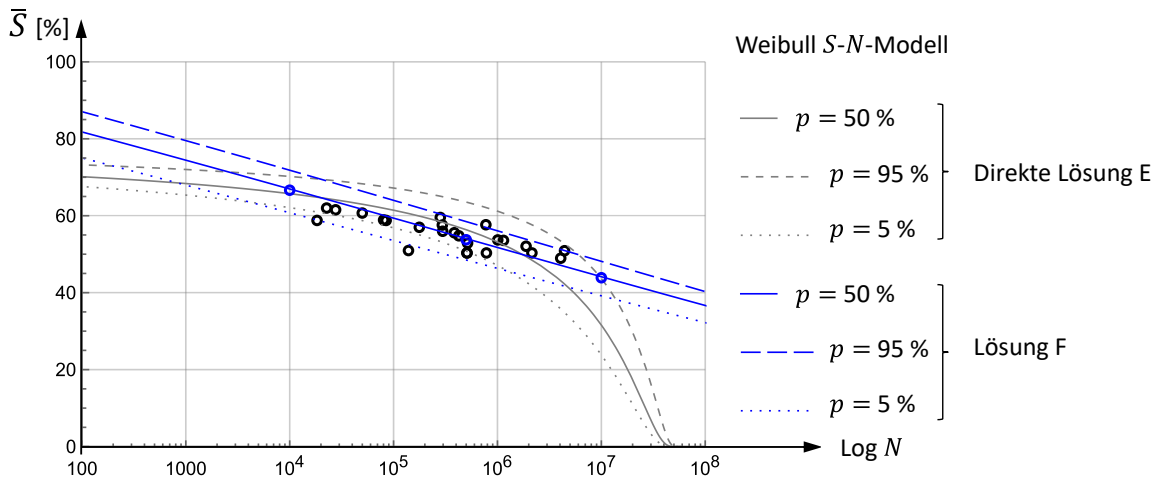


Abbildung 5-59 Stützstellen für Lösung F.

In einer weiteren Betrachtung werden drei Stützstellen $\{N; \bar{S}\} = \{10^0; 94\}, \{5 \cdot 10^5; 56,3\}, \{10^7; 47,6\}$ verwendet, wobei eine Stützstelle bei $N = 1$ herangezogen wird. Die Stützstellen und die Lösung des Minimalwertproblems nach (Gl. 5-110) sowie der zugehörigen Weibullparameter werden als Lösung G in Tabelle 5-8 und in Abbildung 5-60 in Gegenüberstellung mit den zuvor ermittelten Lösungen gezeigt. Es wird ersichtlich, dass sich die Lösungen F und G kaum unterscheiden.

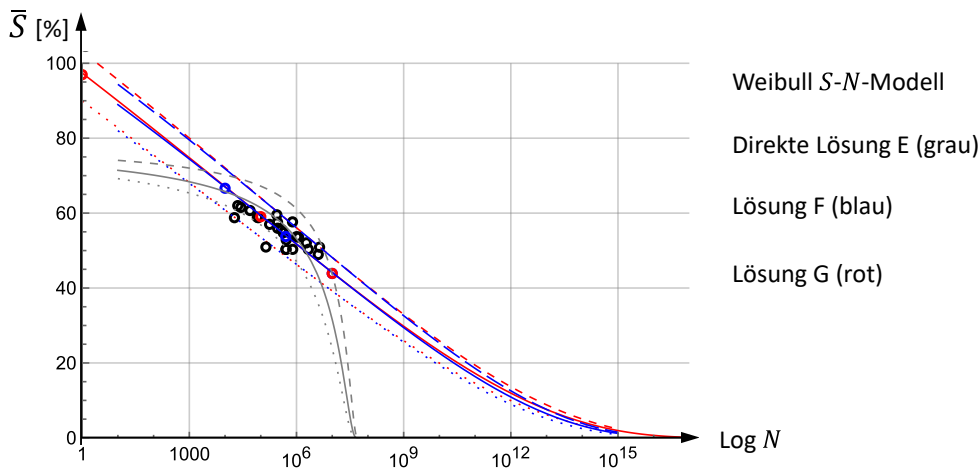


Abbildung 5-60 Gegenüberstellung der Lösungen E (direkte Lösung), F (drei Stützstellen im Bereich der Ergebnisse) und G (drei Stützstellen mit einer Stützstelle bei $N = 1$).

Tabelle 5-8 Geometrieparameter und Weibullparameter

Lösung		Restbetrag r_W	Geometrieparameter			Weibullparameter		
			B	C	μ	a	b	c
1	2	3	4	5	6	7	8	9
E	Direkte Lösung	$r_{o,E} = 18,0$	17,13	4,29	1,16	0,555	0,680	2,38
F	3 Stützstellen	$r_{o,F} = 19,6$	45,78	5,99	65,57	61,71	4,356	2,17
G	3 Stützstellen incl. $N = 1$	$r_{o,G} = 19,7$	48,61	6,17	77,6	73,40	4,784	2,19

Eine Darstellung der Lösung G im doppeltlogarithmischen Diagramm in Abbildung 5-61 zeigt nach wie vor eine konvexe Kurvengestalt, obwohl in der einfachlogarithmischen Darstellung (vgl. Abbildung 5-60) eine eher konkave Kurvenform vorliegt. Auch unter Verwendung der Lösung F, mit Stützstellen im durch die Versuchsergebnisse definierten Bereich, ergibt sich eine nahezu lineare Kurvenform über mehr als zehn

Dekaden auf der Achse der LZ-Zahl. Dies unterstützt die Hypothese, dass die S - N -Kurven für UD CFRP Strangschlaufen in guter Näherung durch eine Gerade im einfachlogarithmischen Maßstab abgebildet werden können.

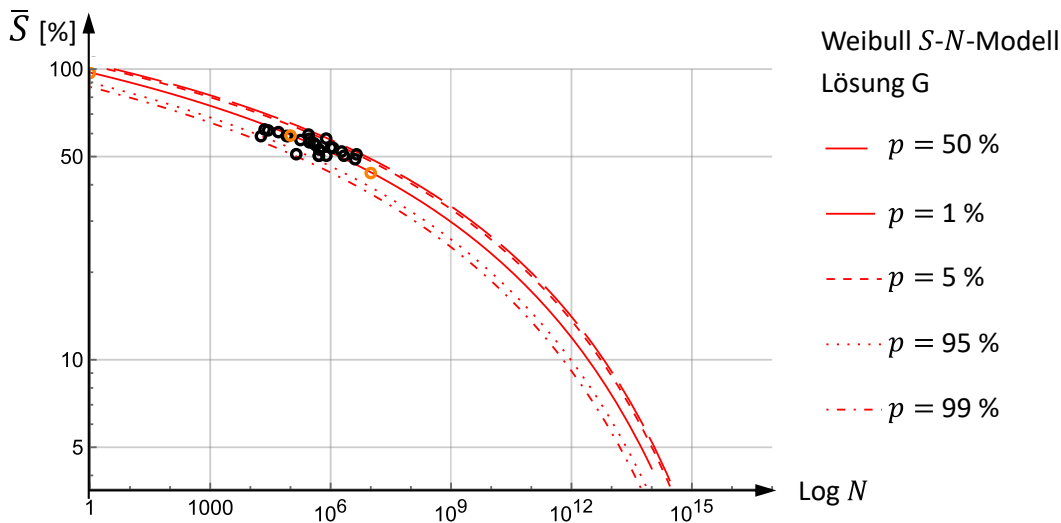


Abbildung 5-61 Darstellung der Lösung G (drei Stützstellen mit einer Stützstelle bei $N = 1$) im doppeltlogarithmischen Koordinatensystem.

Versuchsergebnisse mit großem Abstand zum Verlauf der 50sten Perzentile, sog. Ausreißer, beeinflussen den Kurvenverlauf deutlich, was auf die Gewichtung der Mittelwertabweichung mit der zweiten Potenz (Fehlerquadrat) in der Formulierung des Minimalwertproblems (Gl. 5-98) zurückgeht. In der Auswertung unter 5.8.10 wird das Ergebnis des TK20-10 daher nicht einbezogen. Rückschlüsse auf den weiteren Verlauf der S - N -Kurven, welche über den durch Versuche abgedeckten Bereich deutlich hinausgehen, sind mit dieser Methode nur dann zielführend, wenn die durch die Versuche abgedeckte Bandbreite ein Vielfaches der Streubreite auf einem Horizont eines bezogenen Lastniveaus ist. Diese Beobachtung deckt sich mit den Erkenntnissen, welche anhand eines anderen Datensatzes unter 5.8.5 diskutiert werden.

5.8.8 Ansatz für Erwartungswerte für Durchläufer

Für die Ermittlung der Erwartungswerte für die Durchläufer wird das Weibull S - N -Modell gemäß der Lösung F nach Tabelle 5-8 verwendet.

Die Wahrscheinlichkeitsperzentile $p(N_l)$ eines abgebrochenen Versuches kann nach (Gl. 5-114) bestimmt werden. Die Erwartungswerte $E(N)$ können nach (Gl. 5-116) bestimmt werden.

$$p(N_l, \bar{S} | a, b, c) = \exp \left[- \left(\frac{(\log N_l - B)(\log \bar{S} - C) - a}{b} \right)^c \right], \quad (\log N_l - B)(\log \bar{S} - C) \geq a \quad (\text{Gl. 5-114})$$

$$p_{r,o,r} = p(N_l) + (1 - p(N_l)) \cdot \frac{r}{q + 1}, \quad r = 1, 2, \dots, q \quad (\text{Gl. 5-115})$$

$$E(N) = N_{r,o,r} = \exp \left[\frac{a + b(-\log[p_{r,o,r}])^{\frac{1}{c}}}{\log \bar{S} - C} + B \right] \quad (\text{Gl. 5-116})$$

5.8.9 Iterative alternierende Lösung unter Berücksichtigung der Durchläufer

Nach dem Konzept in [L200] werden auf Grundlage der gemeinsamen Datengrundlage aus den ursprünglichen Versuchsergebnissen und den erhaltenen Prognosewerten der Durchläufer die Parameter für das Weibull $S-N$ -Modell erneut ermittelt. Die Datengrundlage besteht damit aus 32 Wertepaaren.

Eine direkte Bestimmung der Geometrieparameter (B, C) und des Mittelwertes μ auf Basis des nichtlinearen Optimierungsproblems nach (Gl. 5-98) ohne die Festlegung weiterer Randbedingungen ist unter Verwendung der Software Mathematica Version 13.2 konvergent und führt zu einer Lösung des Minimalwertproblems mit Geometrieparametern B, C und einem Restbetrag des Optimalitätskriteriums von r_0 entsprechend der Lösung H in Tabelle 5-9. Hieraus lassen sich mit (Gl. 5-88) – (Gl. 5-94) die Parameter für das $S-N$ Weibullmodell bestimmen (vgl. Lösung H in Tabelle 5-9). Auf die Verwendung von Stützstellen wird verzichtet. Das Ergebnis ist damit sowohl hinsichtlich der Neigung und des Verlaufes der $S-N$ -Kurven wie auch der Verteilungsfunktion vollständig aus den Versuchsergebnissen abgeleitet. Die Erwartungswerte der LZ-Zahlen für die Durchläufer nach Lösung H sind in Tabelle 5-11 gezeigt.

Das Verfahren soll iterativ wiederholt werden, bis eine Konvergenz der Lösungen für die Geometrieparameter und Weibullparameter erreicht wird. Die Ergebnisse von vier weiteren Iterationen sind in Tabelle 5-9 gezeigt. Es liegt kein Konvergenzverhalten vor. Stattdessen vergrößert sich das Inkrement zwischen den Lösungen sukzessive. Die Lösungsfindung des Minimalwertproblems ist zudem zunehmend von der Wahl der Startwerte abhängig und es können auch lokale Minima mit negativen Geometrieparametern gefunden werden. Betrachtet man den Verlauf der 50sten Perzentile der $S-N$ -Kurven zwischen der ersten und der sechsten Iteration in Abbildung 5-62, erkennt man eine deutliche Veränderung der Krümmung der $S-N$ -Kurvenschar, begleitet von immer weiter steigenden Erwartungswerten für die LZ-Zahlen der Durchläufer, welche sich zunehmend oberhalb der 50sten Perzentile verdichten. Beide Größen stehen in gegenseitiger Wechselwirkung. Im weiteren Iterationsverlauf nähert sich der Verlauf der 50sten Perzentilkurve einer Geraden im doppeltlogarithmischen Diagramm. Damit verschlechtert sich das Konvergenzverhalten des Minimalwertproblems nach (Gl. 5-98). Die Geometrieparameter B, C nehmen dann sehr große Werte an und können beim Krümmungswechsel in sehr große negative Werte umschlagen. Zudem ist eine asymmetrische Einschnürung des Streubandes zu erkennen.

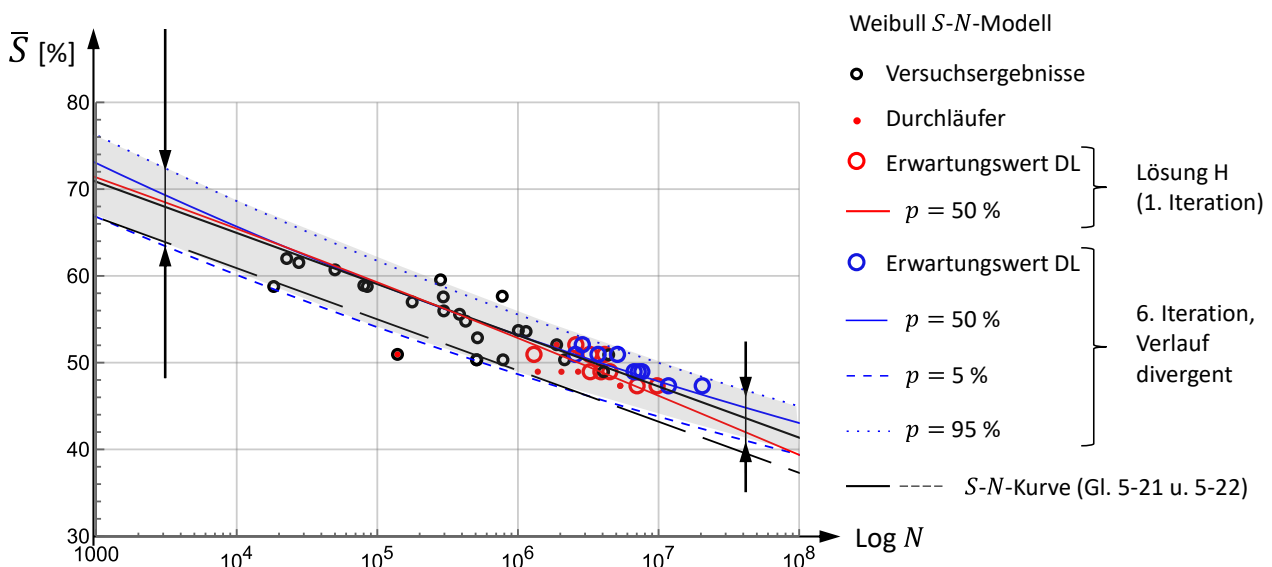


Abbildung 5-62 Ergebnisse der iterativen alternierende Lösung des Weibull-Minimalwertproblems und der probabilistischen Vorhersage für das Versagen für 9 Durchläufer (DL) ohne Konvergenz.

Nach Ansicht des Autors ist das Konvergenzverhalten ohne die Verwendung weiterer invariabler Stützstellen u. a. von der Anzahl und Verteilung der Ergebnisse der Durchläufer (Variablen) im Verhältnis zu den unveränderlichen Versuchsergebnissen abhängig. Wenn wie im vorliegenden Fall eine große Anzahl Variablen (9 Durchläufer auf 23 invariable Ergebnisse) vorliegt und diese an einem Rand des Ergebnisbereiches konzentriert auftreten, sind die Voraussetzungen für eine Konvergenz des Problems ungünstig, da eine Verschiebung der Ergebnisse der Durchläufer einen starken rekursiven Einfluss auf die Neigung und den Verlauf der 50sten Perzentile der Verteilung hat. Gleichzeitig widerspricht das Vorgehen einem probabilistischen Grundprinzip, wenn auf Grundlage einer gegebenen Eingangsgröße sowohl die wahrscheinliche LZ-Zahl für das Versagen des Durchläufers auf dem gleichen Lasthorizont wie auch ein Einfluss auf den Verlauf der Verteilungsfunktion abgeleitet wird. Aus diesem Grund sind weitere Eingangsgrößen einzubeziehen, welche die Wahrscheinlichkeitsverteilung nach oben hin abgrenzen. Eine Möglichkeit besteht darin, Durchläufer auf einem höheren Belastungshorizont bis zum Versagen weiter zu prüfen und anhand der jeweiligen erreichten LZ-Zahlen und zugehörigen Schädigungsanteile die Perzentile auf dem ursprünglichen Lasthorizont zu bestimmen. Im vorliegenden Fall liegen keine entsprechenden Ergebnisse vor, da die Prüfmuster im Anschluss an die Ermüdungsversuche auf Resttragfähigkeit geprüft wurden.

Tabelle 5-9 Geometrieparameter und Weibullparameter

Lösung		Restbetrag r_W	Geometrieparameter			Weibullparameter		
			B	C	μ	a	b	c
1	2	3	4	5	6	7	8	9
H	Direkte Lösung mit DL	$r_{o,H} = 17,30$	30,38	4,86	14,8	13,6	1,36	1,97
I	Direkte L. mit DL Iteration 2	$r_{o,I} = 17,59$	36,93	5,16	27,6	26,06	1,73	1,87
J	Direkte L. mit DL Iteration 3	$r_{o,J} = 17,94$	44,39	5,50	47,0	45,01	2,26	1,86
K	Direkte L. mit DL Iteration 4	$r_{o,K} = 18,25$	53,02	5,90	75,8	73,3	2,89	1,87

5.8.10 Eingrenzung für den Schätzwert für Durchläufer durch eine beidseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

Auch anhand von Resttragfähigkeiten kann eine Abschätzung der zu erwartenden Restlebensdauer erfolgen, welche als oberer Grenzwert für eine links- und rechtsseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion herangezogen werden kann. Das Prinzip ist in Abbildung 5-63 exemplarisch dargestellt. Für einen frühzeitig abgebrochenen Versuch, welcher anhand der Resttragfähigkeit bereits eine Schädigung aufweist, kann ein oberer Grenzwert x_{lim} bestimmt werden, welcher die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion rechtsseitig deutlich beschneidet. Dies führt zu einer deutlichen Korrektur des Schätzwertes der LZ-Zahl $x_{r_o,r,q}$ beim Versagen (vgl. Abbildung 5-63 links). Ein rechtsseitiger Grenzwert x_{lim} nahe $F(x) = 1$ wirkt sich dagegen kaum auf die Erwartungswerte $x_{r_o,r,q}$ aus (vgl. Abbildung 5-63 rechts). Für die Betrachtung von Tandemversuchen oder Mehrfachereignissen ist zusätzlich zu berücksichtigen, dass nun eine Abhängigkeit zwischen der Zählreihenfolge und dem auf das jeweilige Bauteil bezogenen Grenzwert besteht. Als $Ro_{1,q}$ ist das Muster zu betrachten, welches den geringeren Resttragfähigkeitsindex aufweist usw. (vgl. Abbildung 5-63 rechts).

Das Verfahren nach [L200] wird nachfolgend zur Berücksichtigung einer beidseitig abgeschnittenen Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion erweitert. Ein Durchläufer eines Ermüdungsversuches mit einem auf Basis der Resttragfähigkeit bestimmten oberen Grenzwert für die Restlebensdauer kann als Ergebnis der Form $\{S, N_l, N_{lim}\}$ bezeichnet werden, wobei N_l die Anzahl der erreichten LZ beim Abbruch des Versuches und N_{lim} ein oberer Grenzwert für die Restlebensdauer ist. Die LZ-Zahl N , bei welcher ein Versagen eintreten würde, ist unbekannt. Der Schätzwert für die LZ-Zahl beim Versagen $E(N) = N_{r_o}$ muss demnach im Intervall $[N_l, N_{lim}]$ liegen.

Für die Zufallsvariable x für das Versagen ergeben sich Grenzwerte nach (Gl. 5-124) und (Gl. 5-125)

$$x_l = (\log N_l - B)(\log \bar{S} - C) \tag{Gl. 5-117}$$

$$x_{lim} = (\log N_{lim} - B)(\log \bar{S} - C) \tag{Gl. 5-118}$$

und damit eine beidseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion.

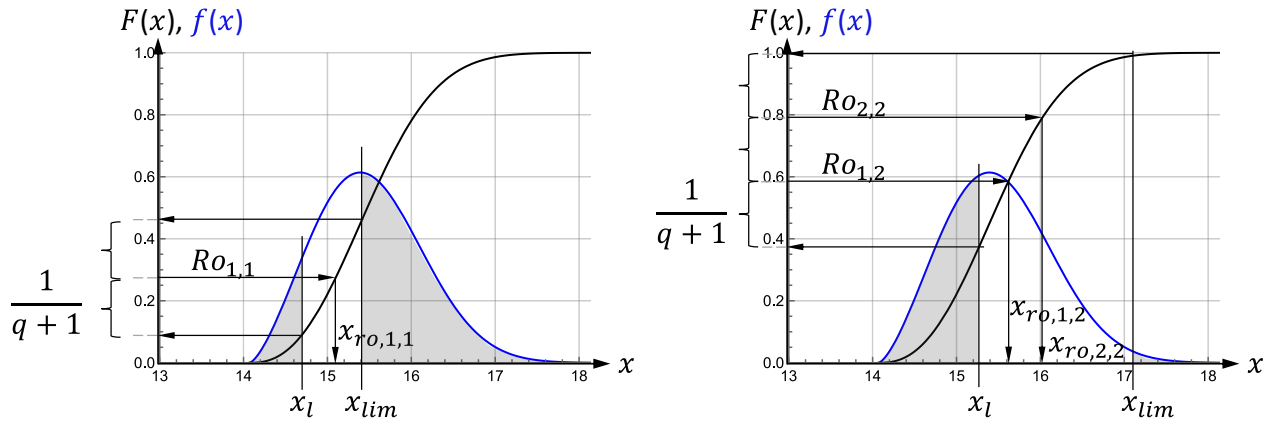


Abbildung 5-63 Schematische Darstellung der Ermittlung der Erwartungswerte $x_{ro,r,q}$ für eine links- und rechtsseitig abgeschnittene Wahrscheinlichkeitsverteilung; links: ein Durchläufer mit geringer Restlebensdauer; rechts: zwei Versuche von $q = 2$ Durchläufern, welche auf gleichem Lastniveau bei der gleichen LZ-Zahl N_l abgebrochen wurden.

Die kumulative Verteilungsfunktion für das Schadensereignis für $x_l < x < x_{lim}$ kann damit nach (Gl. 5-119) bestimmt werden zu (Gl. 5-120).

$$F_{LT}(x_l < x < x_{lim}) = \int_{x_l}^{x_{lim}} \frac{f(t)}{1 - F(t)} dt = P(x_l \leq X \leq x_{lim}) \tag{Gl. 5-119}$$

$$F_{LT}(x|a, b, c, x_l, x_{lim}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_l - a}{b} \right)^c - \left(\frac{x - a}{b} \right)^c - \left(\frac{x_{lim} - a}{b} \right)^c \right], \quad a \leq x_l \leq x < x_{lim} \tag{Gl. 5-120}$$

Der Erwartungswert der r -ten Ordnungsstatistik einer Stichprobe der Größe q aus einer gleichförmigen Verteilung ergibt sich zu $r/(q + 1)$. Damit können aus (Gl. 5-121) die Schätzwerte für x bestimmt werden:

$$x = a + b \left[-\text{Log} \left(P_{N_l} + \frac{(P_{N_{lim}} - P_{N_l}) r}{q+1} \right) \right]^{\frac{1}{c}}, \quad r = 1, 2, \dots, q \tag{Gl. 5-121}$$

mit $P_{N_l} = \exp - \left[\frac{x_l - a}{b} \right]^c, \quad P_{N_{lim}} = \exp - \left[\frac{x_{lim} - a}{b} \right]^c$

Hierbei ist q die Anzahl von Durchläufern mit identischem Belastungsniveau $\Delta\sigma$ und identischer Anzahl LZ N_l bei Abbruch des Versuches.

Für mehrere Versuche mit identischem x_l ist $x_{lim}(r = 1, q) < x_{lim}(r = 2, q) < \dots < x_{lim}(r = q, q)$ zu beachten.

Zur Festlegung des Grenzwertes wird der in (Gl. 3-8) vorgeschlagene Restlebensdauerfaktor herangezogen. Die Bestimmung des Grenzwertes erfolgt so, dass der Abstand zwischen x_l und x_{lim} dem k_{lim} -fachen Abstand zwischen x_l und dem anhand des Restlebensdauerfaktors geschätzten Wertes entspricht.

$$x_{lim} = (((k_N - 1) \cdot k_{lim}) + 1) \cdot x_l, \quad \text{mit } k_N \text{ nach (Gl. 3-8), } k_{lim} = 2 \quad (\text{Gl. 5-122})$$

Der Erwartungswert für die LZ-Zahl ergibt sich dann nach (Gl. 5-123).

$$E(N) = N_{r_0} = \exp \left[\frac{x}{\log \bar{s} - C} + B \right] \quad (\text{Gl. 5-123})$$

Eine direkte Bestimmung der Geometrieparameter (B, C) und des Mittelwertes μ auf Basis des nichtlinearen Optimierungsproblems nach (Gl. 5-98) ohne die Festlegung weiterer Randbedingungen ist unter Verwendung der Software Mathematica Version 13.2 konvergent und führt zu einer Lösung des Minimalwertproblems mit Geometrieparametern B, C und einem Restbetrag des Optimalitätskriteriums von r_0 entsprechend der Lösung L in Tabelle 5-9. Hieraus lassen sich mit (Gl. 5-88) – (Gl. 5-94) die Parameter für das S - N Weibullmodell bestimmen (vgl. Lösung L in Tabelle 5-10). Auf die Verwendung von Stützstellen wird verzichtet. Das Ergebnis ist damit sowohl hinsichtlich der Neigung und des Verlaufes der S - N -Kurven wie auch der Verteilungsfunktion vollständig aus den Versuchsergebnissen abgeleitet.

Durch Einführen der rechtsseitigen Begrenzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion wird die iterative Lösung des Systems zur Bestimmung der Geometrieparameter und Weibullparameter konvergent, was anhand der Ergebnisse aus vier Iterationen in Tabelle 5-10 nachvollzogen werden kann.

Tabelle 5-10 Geometrieparameter und Weibullparameter

Direkte Lösung mit Durchläufern (DL), Iterationsschritt		Restbetrag	Geometrieparameter			Weibullparameter			
		r_W	B	C	μ	a	b	c	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
L	1	$k_{lim} = 1$	$r_{o,L} = 19,65$	27,0	4,72	10,1	9,03	1,18	1,82
M	2		$r_{o,M} = 19,78$	28,52	4,80	12,3	11,20	1,27	1,79
N	3		$r_{o,N} = 19,92$	29,31	4,84	13,5	12,33	1,33	1,79
O	4		$r_{o,O} = 19,99$	29,66	4,85	14,1	12,87	1,37	1,80
P	4	$k_{lim} = 2$	$r_{o,P} = 18,80$	38,91	5,28	32,9	31,1	2,0	1,91
Q	5		$r_{o,Q} = 18,91$	40,53	5,35	37,1	35,1	2,2	1,92
R	6		$r_{o,R} = 18,90$	41,58	5,40	39,9	37,9	2,3	1,93
S	7		$r_{o,S} = 19,03$	42,23	5,43	41,7	39,7	2,3	1,94
T	8		$r_{o,T} = 19,05$	42,64	5,45	42,9	40,8	2,4	1,94
U	9		$r_{o,U} = 18,54$	34,06	5,05	21,9	20,4	1,65	1,90
V	10		$r_{o,V} = 18,68$	37,22	5,20	28,8	27,1	1,91	1,91
W	11		$r_{o,W} = 18,84$	39,41	5,30	34,2	32,3	2,09	1,92
X	12		$r_{o,X} = 18,94$	40,86	5,37	37,9	36,0	2,21	1,93
Y	13		$r_{o,Y} = 19,00$	41,79	5,41	40,5	38,4	2,29	1,93
Z	14	$r_{o,Z} = 19,03$	42,37	5,43	42,0	40,0	2,34	1,94	

Die Änderungen der ermittelten LZ-Zahlen sind bereits zwischen den Lösungen M und N vernachlässigbar, sodass auf weitere Iterationsschritte verzichtet wird. Die Ergebnisse der Lösung O wurden für eine rechtsseitigen Begrenzung bestimmt, welche dem einfachen Restlebensdauerfaktor entspricht (Lösungen L – O, $k_{lim} = 1$), was als konservative Betrachtung gewertet werden kann. Die probabilistisch bestimmten

Erwartungswerte liegen damit immer unterhalb des auf Basis der Resttragfähigkeiten bestimmten Restlebensdauerfaktors. Zusätzlich wird eine Lösung für den doppelten Abstand einer rechtsseitigen Begrenzung zum Ereignis beim Versuchsabbruch bestimmt (Lösungen P – W, $k_{lim} = 2$), was einem möglichst wahrscheinlichen Mittelwert entspricht. Das Konvergenzverhalten wird bei dieser weiter gefassten Grenze bereits wieder nahezu instabil und weist im Verlauf einen Rücksprung zwischen Lösung T und U auf, wenngleich die LZ-Zahlen kaum noch Veränderungen zeigen.

Tabelle 5-11 Erwartungswerte für die Lastzyklenzahlen beim Versagen für Durchläufer N_{ro} nach Lösung H, nach iterativer Lösung O ($k_{lim} = 1$) und Lösung Z ($k_{lim} = 2$) des Weibull $S-N$ -Modells

Muster	Ch.	$S_{eq,max}$	N_{eq}	\bar{S}	r	q	Lösung H N_{ro}	k_N (Gl. 3-8)	Lösung O N_{ro} $k_{lim} = 1$	Lösung Z N_{ro} $k_{lim} = 2$
1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10
TK20-10	Ch. 1	0,52	(2'038'326)	49	1	1	3'892'714	2,84	3'631'331	4'918'834
TK20-16	Ch. 3	0,54	(139'099)	51	1	1	1'299'864	3,37	342'336	639'940
TK20-18	Ch. 3	0,54	(2'678'043)	51	2	2	3'244'401	3,00	4'179'585	4'391'346
TK20-19	Ch. 3	0,54	(2'678'043)	51	1	2	4'131'380	2,85	3'300'709	3'375'537
TK20-21	Ch. 1	0,62	(1'885'267)	52	1	1	2'580'172	2,18	2'579'307	2'650'071
TK20-22	Ch. 2	0,50	(5'337'943)	47	1	2	7'033'929	3,33	7'451'118	8'295'087
TK20-23	Ch. 2	0,50	(5'337'943)	47	2	2	9'760'143	3,33	10'358'096	12'439'455
TK20-25	Ch. 3	0,52	(2'678'043)	49	1	1	4'501'911	3,63	4'883'521	5'505'902
TK20-26	Ch. 3	0,52	(1'384'013)	49	1	1	3'264'147	2,35	2'310'392	3'602'702

5.8.11 Erkenntnisse zur Verwendung des Weibull-S-N-Modells mit beidseitig abgeschnittener Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion bei Durchläufern

Im alternierenden Prozess zur Bestimmung der Weibullparameter und der Ermittlung der Prognosewerte für die Durchläufer konnte bei einer größeren Anzahl von Durchläufern, welche über den durch Versuchsergebnisse beschriebenen Bereich hinausreichen, ein instabiles Verhalten mit fortschreitender Konzentration der Prognosewerte über der 50sten Perzentilkurve beobachtet werden (vgl. 5.8.9). Durch die Verwendung eines oberen Grenzwertes für die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion kann ein konvergentes Lösungsverhalten erzielt und die Aussagekraft der Verteilungsfunktion und der Prognosewerte für Durchläufer (DL) insgesamt verbessert werden.

Die Verwendung eines oberen Grenzwertes für die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion bewirkt zudem eine deutliche Differenzierung der Prognosewerte für das erwartete Versagen der DL (Tabelle 5-11 und Abbildung 5-64). Das erwartete Verhalten in Abhängigkeit von den gemessenen Resttragfähigkeiten wird mit größerer Wahrscheinlichkeit zutreffend abgebildet als durch Lösung H (vgl. Abbildung 5-62). Das beobachtete Phänomen der Verdichtung der Erwartungswerte und die damit einhergehende asymmetrische Einschnürung der Streubreite sind deutlich weniger ausgeprägt (vgl. Pfeile in Abbildung 5-64 in Gegenüberstellung zu Abbildung 5-62).

Für einzelne Ergebnisse der Durchläufer mit einem breiten Prognoseintervall ergeben sich im Iterationsverlauf weitere Veränderungen der Prognosewerte, was an einem deutlichen Unterschied zwischen den roten Markern in Abbildung 5-65 (Lösung der 1. Iteration) und den blauen Markern (Lösung der 12. Iteration) zu erkennen ist. Für Ergebnisse mit niedriger erwarteter Restlebensdauer ergibt sich dagegen ein nahezu statischer Prognosewert mit geringer Veränderung im Iterationsverlauf.

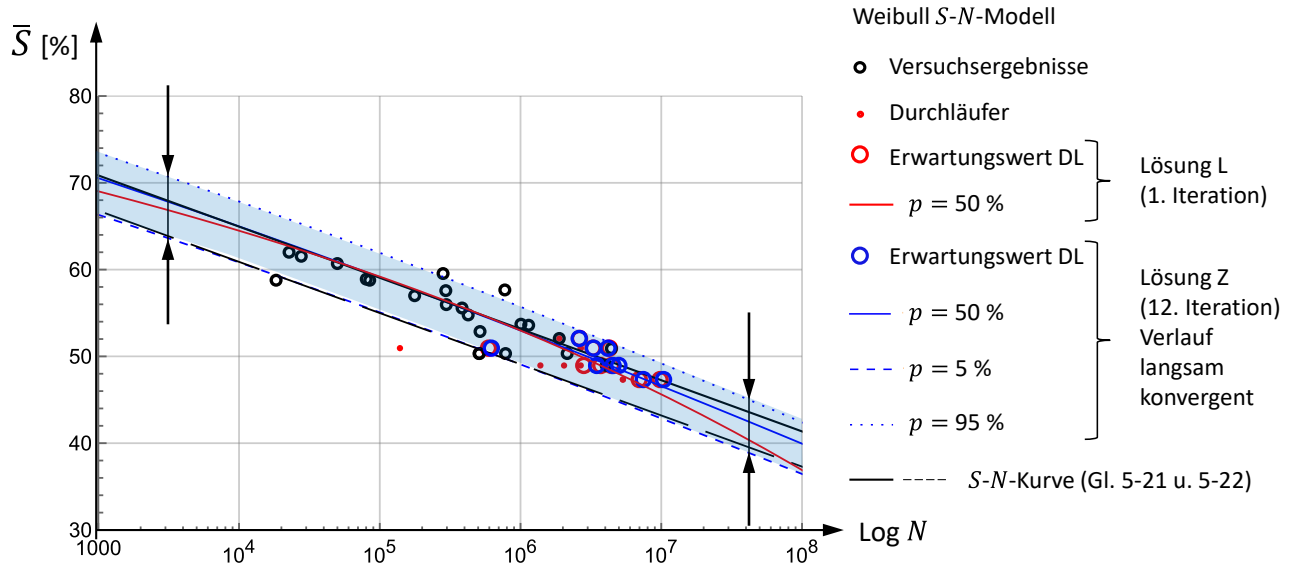


Abbildung 5-64 Ergebnisse der iterativen alternierenden Lösung des Weibull-Minimalwertproblems und der probabilistischen Vorhersage für das Eintreten des Versagens für 9 Durchläufer (DL); konvergentes Lösungsverhalten mit beidseitig abgeschrittener Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion; Vergleich mit der $S-N$ -Kurve nach (Gl. 5-21).

5.9 Gemeinsame Auswertung von Versuchsergebnissen und Durchläufern

Weibull- $S-N$ -Modell mit Durchläufern im Vergleich zur $S-N$ -Regressionsgeraden

Ergebnisse aus Ermüdungsversuchen mit $R > 0,1$ werden den schädigungsäquivalent umgerechneten Versuchsergebnissen der Versuche mit abweichendem R -Wert (Tabelle 5-5), mit Bolzenschiefstellung (Tabelle 5-5) und mit Prognosewerten für Durchläufer nach dem Weibull- $S-N$ -Modell (Tabelle 5-11, Lösung Z) gegenübergestellt.

Gezeigt werden in Abbildung 5-65 jeweils die Verläufe der 50-sten Perzentile, der sog. Mittelwertfunktion und das Streuband, welches durch die charakteristische Funktion bei einer Versagenswahrscheinlichkeit von 5 % nach unten und durch die 95ste Perzentile nach oben begrenzt wird.

Vor dem Hintergrund einer möglichst mittelwerttreuen Abbildung der Erwartungswerte der LZ-Zahlen für die betrachteten Durchläufer wird für eine gemeinsame Betrachtung auf die Lösung Z aus Tabelle 5-11 zurückgegriffen. Die Erwartungswerte für das Versagen der Durchläufer sind mit blauen Ringmarkern dargestellt. Die schädigungsäquivalent umgerechneten Ergebnisse der Versuche mit Bolzenschiefstellung und/oder $R > 0,1$ sind mit grauen Rauten und die Ergebnisse der Versuche mit $R = 0,1$ mit schwarzen Ringmarkern gekennzeichnet.

Nachfolgend wird erörtert, inwieweit die schädigungsäquivalent umgerechneten Versuchsergebnisse und die für Durchläufer prognostizierten Ergebnisse zusätzliche Erkenntnisse für die Festlegung eines Bemessungswiderstandes für die Betriebsfestigkeit liefern. Hierzu werden die Ergebnisse hinsichtlich der Lage, der Neigung und der Streubreite der $S-N$ -Versagensfunktionen diskutiert.

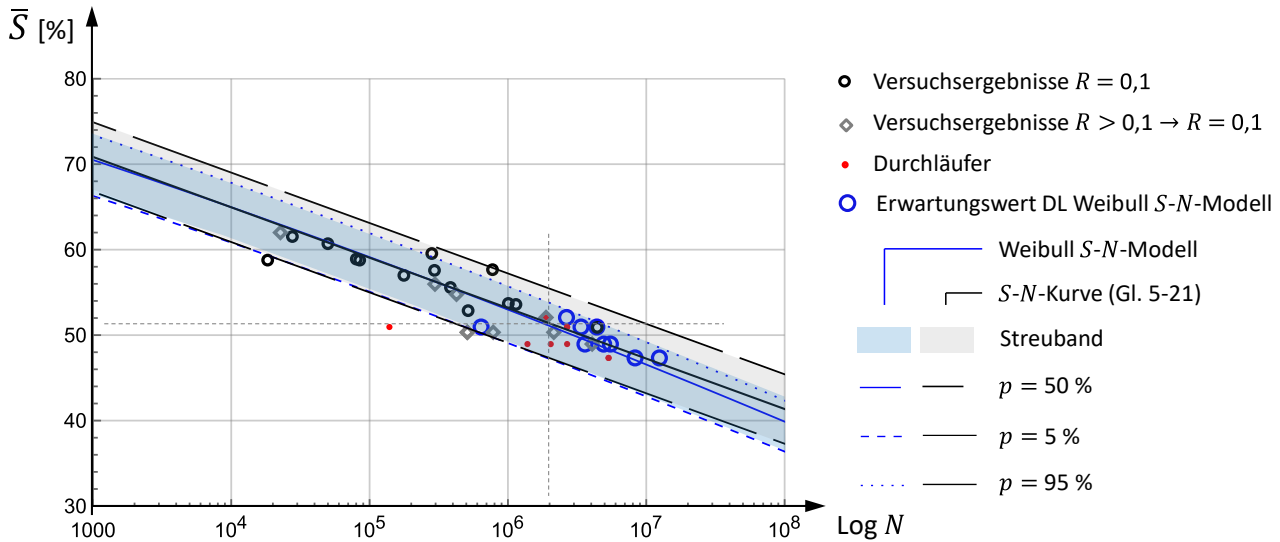


Abbildung 5-65 S-N-Versagensfunktion bei gemeinsamer Auswertung der Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ und $R > 0,1$ sowie Versuchen mit Bolzenschiefstellung, welche auf schädigungsäquivalente Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ ohne Schiefstellung umgerechnet wurden, und zusätzlich den Erwartungswerten für die Durchläufer nach dem Weibull S-N-Modell (Tabelle 5-11, Lösung Z).

Die Erwartungswerte für das Versagen der Durchläufer kommen insgesamt im zuvor bestimmten Streuband nach (Gl. 5-22) zu liegen, welches ausschließlich auf Grundlage der Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ bestimmt wurde. Den Prognosewerten für die Durchläufer liegen sowohl die Versuchsdaten mit $R = 0,1$ als auch die aus den Versuchen mit $R > 0,1$ umgerechneten Ergebnisse zugrunde. LZ-Zahlen beim Versuchsabbruch der DL wurden ebenfalls schädigungsäquivalent auf $R = 0,1$ umgerechnet, bevor ausgehend von diesen Werten der Erwartungswert für das Versagen bestimmt wurde. Eine gute Übereinstimmung des Mittelwertes ist daher gleichzeitig Voraussetzung wie auch Bestätigung für die Zuverlässigkeit des zuvor hergeleiteten Vorgehens zur schädigungsäquivalenten Umrechnung, ohne die eine gemeinsame Betrachtung der Ergebnisse bedeutungslos ist.

Lage der S-N-Versagensfunktion

Das ertragbare Lastniveau $\bar{S}_{max} = 51,3\%$ bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ entsprechend der Auswertung in 5.2.4 wird durch das Weibull S-N-Modell nach 5.8.10 durch einen Wert von $\bar{S}_{max} = 51,1\%$ bei $N_c = 2 \cdot 10^6$ im Wesentlichen bestätigt.

Neigung

Hinsichtlich der Neigung der S-N-Versagensfunktionen zeigt sich in Abbildung 5-65 eine gute Übereinstimmung.

Der weitere Verlauf der 50sten Perzentilkurve im Vergleich mit der S-N-Kurve nach (Gl. 5-21) kann in Abbildung 5-66 nachvollzogen werden. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung. In 5.8.7 wird erläutert, dass der Kurvenverlauf außerhalb des durch die Versuche abgedeckten Bereiches bereits auf einzelne Ausreißer sensitiv reagiert. Die Aussagekraft des Weibull S-N-Modells für einen Bereich weit außerhalb der durch die Versuchsergebnisse abgedeckten Bereiches ist daher beschränkt.

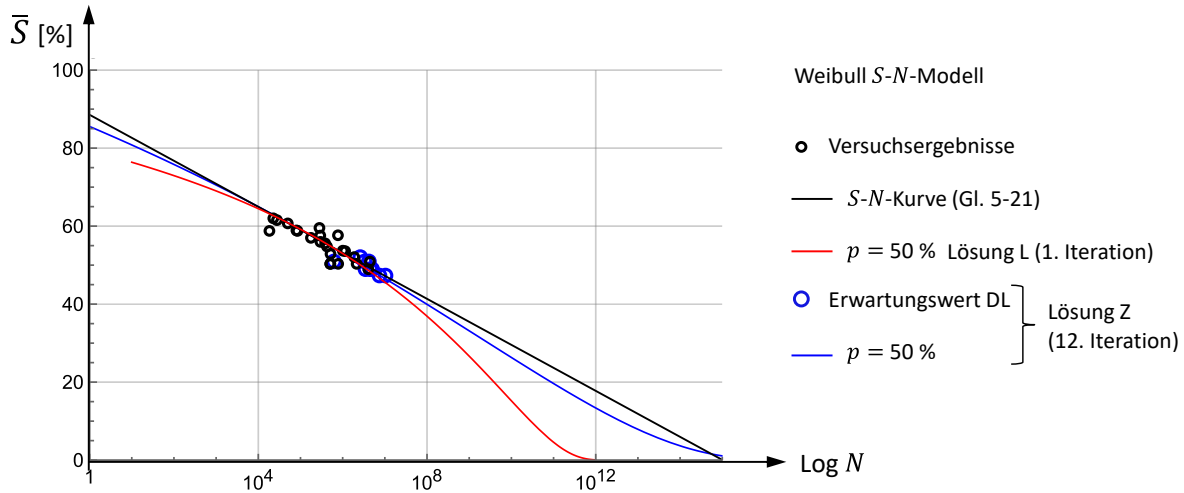


Abbildung 5-66 Verlauf der 50sten Perzentilcurve für das Weibull-S-N-Modell in Rot (Lösung L, erste Iteration) und Blau (Lösung Z, 12. Iteration) im Vergleich mit der S-N-Kurve nach (Gl. 5-21).

Streubreite

Während den in 5.2.3 bestimmten Funktionen für eine Überlebenswahrscheinlichkeit von 5 % und 95 % eine symmetrische Verteilungsfunktion mit parallelem Kurvenverlauf zur Mittelwertfunktion zugrunde liegt, wird mit dem Weibull-S-N-Modell eine asymmetrische Verteilungsfunktion mit variablem Verteilungsverlauf bestimmt. Die Breite des Streubandes kann entlang der S-N-Mittelwertfunktion variieren und der Abstand zur oberen und unteren Begrenzung des Streubandes unterschiedlich breit ausfallen, was im Vergleich der Streubänder in Abbildung 5-65 v. a. anhand der Verläufe der oberen Grenze des Streubandes gut zu erkennen ist.

Für die Bestimmung einer Bemessungsfunktion ist die untere Grenze des Streubandes von Interesse. Die fünfte Perzentilcurve unter Berücksichtigung der Prognosewerte für die Durchläufer nach dem Weibull-S-N-Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit (Gl. 5-22) sowohl in der Neigung wie auch hinsichtlich des Abstandes zwischen der 50sten und der fünften Perzentilcurve, welche im Bereich der Versuchsergebnisse nahezu deckungsgleich zu liegen kommen (vgl. Abbildung 5-65). Für das Weibull-S-N-Modell wird für LZ-Zahlen über $5 \cdot 10^5$ eine geringfügig größere Streubreite bestimmt.

Für ein allgemeines Bemessungsmodell der Betriebsfestigkeit kann eine vergrößerte Streubreite berücksichtigt werden. Hierzu werden (Gl. 5-125) für $N_c = 2 \cdot 10^6$ LZ und $p = 95\%$ für die Lösung Z ausgewertet und die in (Gl. 5-22) berücksichtigte Standardabweichung mit einem Vergrößerungsfaktor k_{s_n} beaufschlagt.

$$100 \cdot \left(0,886 - \frac{k_{(1-\alpha),p,n} \cdot S_n}{m} k_{s_n} - 0,059 \log(N_{Ri}) \right) = \exp \left[\frac{a+b(-\log [p])^{\frac{1}{c}}}{\log N - B} + C \right] \tag{Gl. 5-124}$$

$$\frac{k_{(1-\alpha),p,n} \cdot S_n}{m} k_{s_n} = 0,04156 \tag{Gl. 5-125}$$

mit $k_{(1-\alpha),p,n} = 1,77$
 $m = 17,0$

$\sigma_{\log(N)} = S_n \cdot k_{s_n} = 0,399$... Standardabweichung von $\log(N)$

$V_{\log(N)} = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,0633$... Variationskoeffizient von $\log(N)$

Als angepasste $S-N$ -Versagensfunktion für den charakteristischen Wert (95 % Überlebenswahrscheinlichkeit) folgt (Gl. 5-129).

$$S = 0,886 - 0,04156 - 0,059 \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-126})$$

5.9.1.1 $S\text{-log}(N)$ -Verteilung nach dem linearen Regressionsmodell auf Basis einer erweiterten Datengrundlage

Eine Überprüfung der Kurvenparameter und der Streubreite bei gemeinsamer Auswertung der Ergebnisse unter Einbeziehung der umgerechneten und prognostizierten Ergebnisse nach dem in 5.2.2 und 5.2.3 beschriebenen Regressionsverfahren ist in Abbildung 5-65 gezeigt. Dieser Auswertung liegen 33 Datensätze zugrunde. Mit enthalten ist das Ergebnis des zuvor ausgeschlossenen Ausreißers nach unten TK20-17. Ausgeschlossen wird der nach einem Lastabfall vorzeitig abgebrochene Versuch TK40-12, welcher anhand der vorhandenen Resttragfähigkeit trotzdem als Durchläufer einzustufen ist, das Ergebnis des TK20-14, welcher als Durchläufer die 95-ste Perzentile um fast den zehnfachen Wert überschritten hat und im Resttragfähigkeitsversuch immer noch einen Restlebensdauerfaktor von über 2 erzielte, sowie der Versuch an Prüfmuster TK50-11, welches mit einer anderen Faser hergestellt wurde.

Die $S-N$ -Versagensfunktion mit 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit kann durch (Gl. 5-127) ausgedrückt werden.

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = \frac{a}{m} - \frac{1}{m} \log(N_{Ri}); \quad (\text{Gl. 5-127})$$

mit $m = 15,4$; $a = 14,05$... Kurvenparameter der $S-N$ -Versagensfunktion

Die Funktion für den charakteristischen Wert (95 % Überlebenswahrscheinlichkeit) und die obere Grenze des Streubandes (5 % Überlebenswahrscheinlichkeit) kann analog zum Vorgehen in 5.2.3 bestimmt werden:

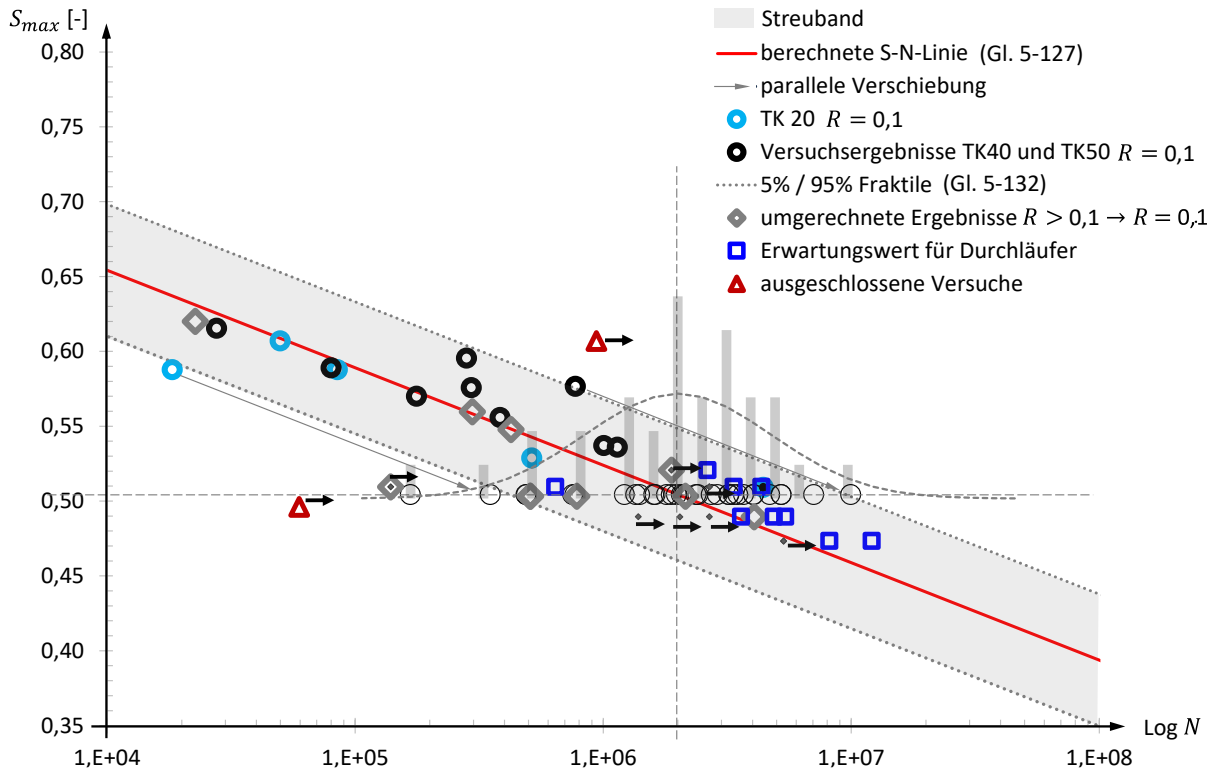
$$s_n = \sqrt{\frac{s_{yy} - m \cdot s_{xy}}{n-2}} = 0,391 \quad (\text{ohne TK20-17: } 0,034) \quad (\text{Gl. 5-128})$$

$$k_n = t_{1-\alpha, n-2} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = 1,77 \quad (\text{Gl. 5-129})$$

$$\log N_{c,k} = \log N_c - k_{(1-\alpha), p, n} \cdot s_n \quad (\text{Gl. 5-130})$$

$$\frac{k_{(1-\alpha), p, n} \cdot s_n}{m} = 0,044 \quad (\text{ohne TK20-17: } 0,037) \quad (\text{Gl. 5-131})$$

$$\frac{R_{fat,k}(N)}{R_{um}} = 0,894 \pm 0,044 - 0,0651 \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-132})$$



- $m_R = \log(N_{Rm}) = 6,30$... Mittelwert von $\log(N_R)$
- $S_{max(N_R=2 \cdot 10^6)} = 0,504$... Stützstelle der $S-N$ -Versagensfunktion bei $N_R = 2 \cdot 10^6$ LZ
- $\sigma_{\log(N_R)} = 0,384$... Standardabweichung von $\log(N_R)$
- $V_{\log(N_R)} = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,061$... Variationskoeffizient von $\log(N_R)$

Abbildung 5-67 $S-N$ -Versagensfunktion bei gemeinsamer Auswertung der Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ und $R > 0,1$ sowie Versuchen mit Bolzenschiefstellung, welche auf schädigungsäquivalente Versuchsergebnisse mit $R = 0,1$ ohne Schiefstellung umgerechnet wurden.

Mit Einbeziehung des schädigungsäquivalent umgerechneten Ergebnisses des Ausreißers TK20-17 (ungewöhnliches Versagensbild) wird die Streubreite um rund 20 % vergrößert, was einem vertikalen Versatz der Grenzkurve um $\Delta S_{max} = 1,7 \%$ entspricht. Gleichzeitig wird im Vergleich zu (Gl. 5-19) und (Gl. 5-21) eine steilere Steigung ermittelt.

5.9.1.2 Charakteristische Widerstandsfunktion

Um die Effekte bei Ausschluss einer Charge (0) und aufgrund uneinheitlicher Versuchsabbruchkriterien (5.2.4.3) zu berücksichtigen, sind bei der Festlegung einer charakteristischen Widerstandsfunktion weitere Sicherheiten einzubeziehen. Ausgehend von (Gl. 5-21) wird die charakteristische Widerstandsfunktion unter Berücksichtigung eines vergrößerten Streubandes mit $\frac{k_{(1-\alpha),p,n} \cdot S_n}{m} = 0,044$ nach (Gl. 5-131) mit $\alpha = 14,10$ und einer reduzierten Steigung $m = 15,2$ festgelegt.

$$S_{max} = \frac{R_{fat,m}(N)}{R_{um}} = \frac{\alpha}{m} - \frac{1}{m} \log(N_{Ri}); \tag{Gl. 5-133}$$

mit $m = 15,2$; $\alpha = 14,10$... Kurvenparameter der $S-N$ -Versagensfunktion

Man erhält (Gl. 5-133), welche sich kaum von (Gl. 5-127) unterscheidet (vgl. Abbildung 5-68 (C) und (D)).

5.10 Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit

5.10.1 Zusammenfassung

Nachfolgend wird die versuchsgestützt ermittelte Ermüdungsversagensfunktion ($S-N$ -Kurve) für die Berücksichtigung weiterer Effekte und Unsicherheiten erweitert. Die Schritte (A) bis (H) der Anpassung der $S-N$ -Kurve sind in Abbildung 5-68 zusammengefasst und werden im Nachgang zur Übersicht kurz erläutert.

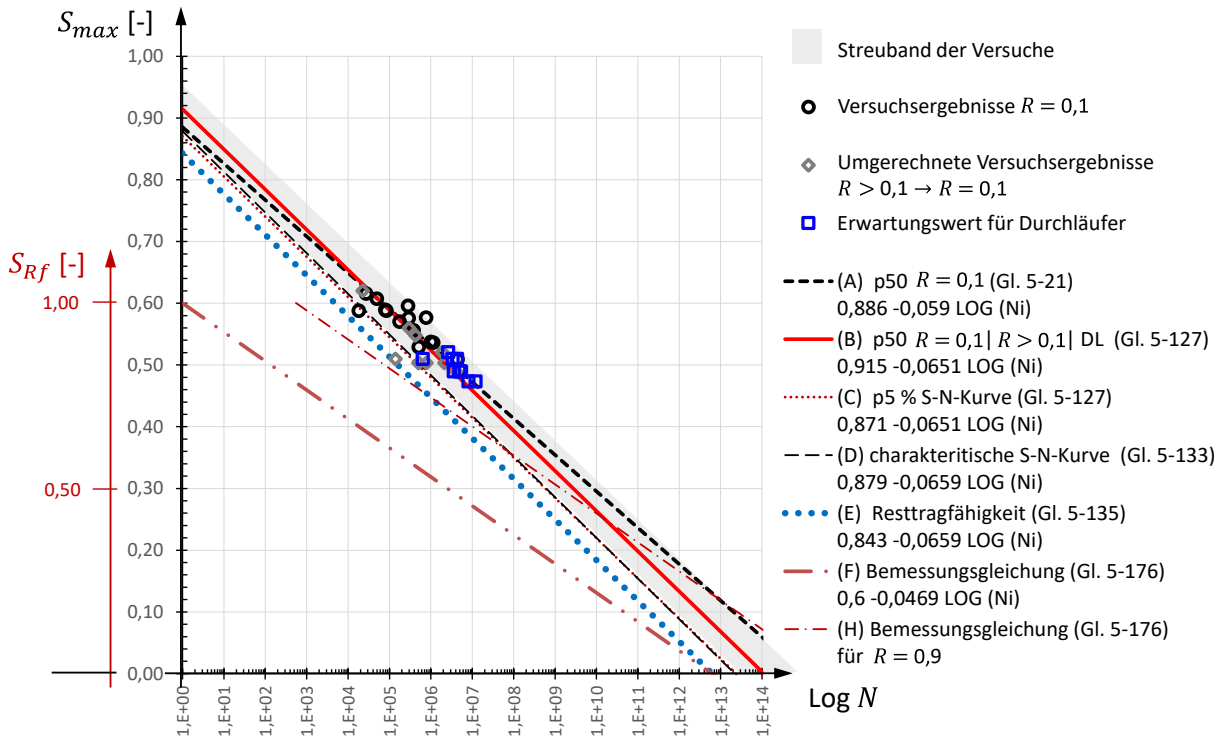


Abbildung 5-68 Übersicht zur Herleitung der Bemessungs- $S-N$ -Kurve auf Basis von Versuchsergebnissen.

- (A) Mittelwertfunktion auf Basis der Versuche mit $R = 0,1$ nach 5.2.3 (Gl. 5-21),
- (B) Mittelwertfunktion der insgesamt 33 gemeinsam ausgewerteten Versuche nach (Gl. 5-127),
- (C) Kurve mit 95 % Überlebenswahrscheinlichkeit auf Grundlage der Auswertung der gemeinsam ausgewerteten Daten nach (Gl. 5-132),
- (D) Charakteristische $S-N$ -Versagensfunktion nach 5.9.1.2 (Gl. 5-133) auf Grundlage von (Gl. 5-21) mit einem vergrößerten Streuband nach (Gl. 5-131) und einer steileren Steigung zur Berücksichtigung der Effekte nach 0, 5.2.4.3 und 5.2.1.4,
- (E) Berücksichtigung ausreichender Resttragfähigkeit bis zum Ende der Nutzungsdauer nach 5.10.2,
- (F) Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit (Gl. 5-176) mit Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{M,f}$ und der Abminderungsfaktoren η nach 5.10.3 und 5.10.4 für $R = 0,1$,
- (G) wie (F), ausgedrückt als Funktion in Bezug auf den Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit für $N = 1$ nach (Gl. 5-180) – in Abbildung 5-68 nicht separat dargestellt,
- (H) wie (F), ausgewertet für $R = 0,9$.

5.10.2 Entwicklung der Ermüdungsfestigkeit bis zum am Ende der Nutzungsdauer

Die in Abbildung 5-68 zusammengefassten Schritte der Anpassung der S - N -Kurve werden nachfolgend erläutert.

Ausgehend von der charakteristischen Widerstandsfunktion (D) in Abbildung 5-68 (Gl. 5-133) werden zur Berücksichtigung einer ausreichenden Resttragfähigkeit bis zum Ende der Nutzungsdauer nur 33 % der charakteristischen Lebensdauer als Nutzungszeitraum festgelegt. Der vertikale Versatz der so festgelegten Kurve für das Ende der Nutzungsdauer N_e in Relation (Gl. 5-133) ergibt sich aus dem Verhältnis des Nutzungszeitraumes zur charakteristischen Ermüdungsversagensfunktion $\frac{N_e}{N_i} = 0,33$ wie folgt:

$$1 - \log\left(\frac{N_e}{N_i} \cdot 10^a\right)/a = 0,037 \quad (\text{Gl. 5-134})$$

Hieraus ergibt sich die charakteristische Ermüdungsfestigkeit für das Ende der Nutzungsdauer $F_{Rf,k,Ne}(N)$ nach (Gl. 5-135).

$$\frac{F_{Rf,k,Ne}(N)}{R_{um}} = 0,843 - 0,0659 \log(N_{Ri}) \quad (\text{Gl. 5-135})$$

$$\log(N_{Ri}) = a - m \frac{F_{fOL}}{F_{R,u,m}} \quad \text{mit } a = 12,8 \quad m = 15,2 \quad (\text{Gl. 5-136})$$

5.10.3 Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{M,fat}$

5.10.3.1 Vorgehensweise

Zunächst wird die allgemeine Form der Grenzzustandsgleichung für den Bemessungspunkt für den Ansatz normalverteilter Variablen R und E betrachtet und exemplarisch für den Fall einer konstanten LZ-Zahl von 2 Mio. ausgewertet.

Im vorliegenden Fall ist der Ansatz der auftretenden bzw. ertragbaren LZ als log-normalverteilte Basisvariablen besser geeignet. Hierzu wird zunächst ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{mN,fat}$ für die ertragbare Anzahl von LZ hergeleitet. Hierbei wird ein über die S - N -Versagensfunktion konstanter Variationskoeffizient zugrunde gelegt. Anschließend erfolgt eine Umrechnung in einen Abminderungsfaktor für das schädigungsäquivalente Oberlastniveau, wodurch das gewohnte Nachweisformat mit Abminderung der Widerstandsseite auf Lastniveau erreicht wird.

Die Herleitung des Teilsicherheitsbeiwertes für den Ermüdungswiderstand erfolgt nach dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept (Level II-Methode) nach EN 1990 [N1] auf Basis des Nachweisformates nach (Gl. 5-137).

$$E_d = E_k \cdot \gamma_{F,fat} \leq R_d = \frac{R_k}{\gamma_{M,fat}} \quad (\text{Gl. 5-137})$$

E_k	... charakteristischer Wert der Einwirkung
$\gamma_{F,fat}$... Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkung
R_k	... charakteristischer Wert des Widerstandes
$\gamma_{M,fat} = \gamma_{m,fat} \cdot \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{R,sys}$... Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand
$\gamma_{m,fat}$... Unsicherheiten der Baustoffeigenschaften
γ_{Rd}	... Modellunsicherheit bei den Bauwerkswiderständen
$\gamma_{R,sys}$... Schadenstoleranz

5.10.3.2 Allgemeine Form der Grenzzustandsgleichung für den Bemessungspunkt

Die Einwirkung E bzw. die einwirkende LZ-Zahl N_E und der Widerstand R bzw. die ertragbare LZ-Zahl N_R werden als zufällig streuende und nicht korrelierte normalverteilte Größen angenommen, deren Verteilung durch die Mittelwerte m_E und m_R und die Standardabweichung σ_E und σ_R beschrieben werden. Es ergibt sich eine zweidimensionale Verteilungsdichte möglicher Korrelationen $\{E, R\}$ nach Abbildung 5-69.

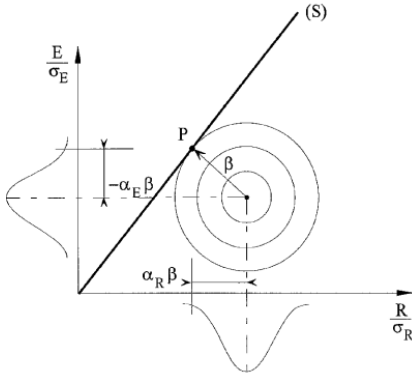


Abbildung 5-69 Bemessungspunkt und Zuverlässigkeitsindex β nach der Zuverlässigkeitsmethode Stufe II (FORM) für normalverteilte, nicht korrelierte Variablen aus [N1].

Der Versagenszustand wird durch die allgemeine Grenzzustandsfunktion beschrieben [N1]:

$$(S) \quad g = R - E = 0 \tag{Gl. 5-138}$$

Mit der Koordinatentransformation $\hat{R} = \frac{R - m_R}{\sigma_R}$ und $\hat{E} = \frac{E - m_E}{\sigma_E}$ erhält man die Grenzzustandsgleichung in der folgenden Form [L102][N1]:

$$\hat{R}\sigma_R + m_R - \hat{E}\sigma_E - m_E = 0 \quad | : \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \tag{Gl. 5-139}$$

$$\frac{\hat{R}\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} - \frac{\hat{E}\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} + \frac{m_R - m_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0 \tag{Gl. 5-140}$$

Aus (Gl. 5-140) folgt für die Koordinaten des Bemessungspunktes P (E^*, R^*) und den Sicherheitsindex β :

$$\hat{R}\alpha_R + \hat{E}\alpha_E + \beta = 0 \tag{Gl. 5-141}$$

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{Gl. 5-142}$$

$$\alpha_E = -\frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{Gl. 5-143}$$

$$\beta = \frac{m_R - m_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{Gl. 5-144}$$

Im ursprünglichen Koordinatensystem erhält man für den Bemessungspunkt

$$R^* = m_R - \alpha_R \beta \sigma_R \tag{Gl. 5-145}$$

$$E^* = m_E - \alpha_E \beta \sigma_E \tag{Gl. 5-146}$$

Zur Erfüllung der Bedingung (Gl. 5-145) bzw. (Gl. 5-146) mit (Gl. 5-137) ergeben sich

$$\gamma_R = \frac{R_k}{R^*} \quad \text{und} \quad \gamma_E = \frac{E^*}{E_k} \quad (\text{Gl. 5-147})$$

5.10.3.3 Teilsicherheitsbeiwert für normalverteilte Variablen (exemplarisch)

Die charakteristischen Fraktilwerte ergeben sich zu

$$R_k = m_R (1 - k_{nR} V_R) \quad \text{und} \quad E_k = m_E (1 + k_{nE} V_E) \quad (\text{Gl. 5-148})$$

Für γ_m nach (Gl. 5-147) folgt aus (Gl. 5-145) und (Gl. 5-148)

$$\gamma_R = \frac{(1 - k_{nR} V_R)}{(1 - \alpha_R \beta V_R)} \quad (\text{Gl. 5-149})$$

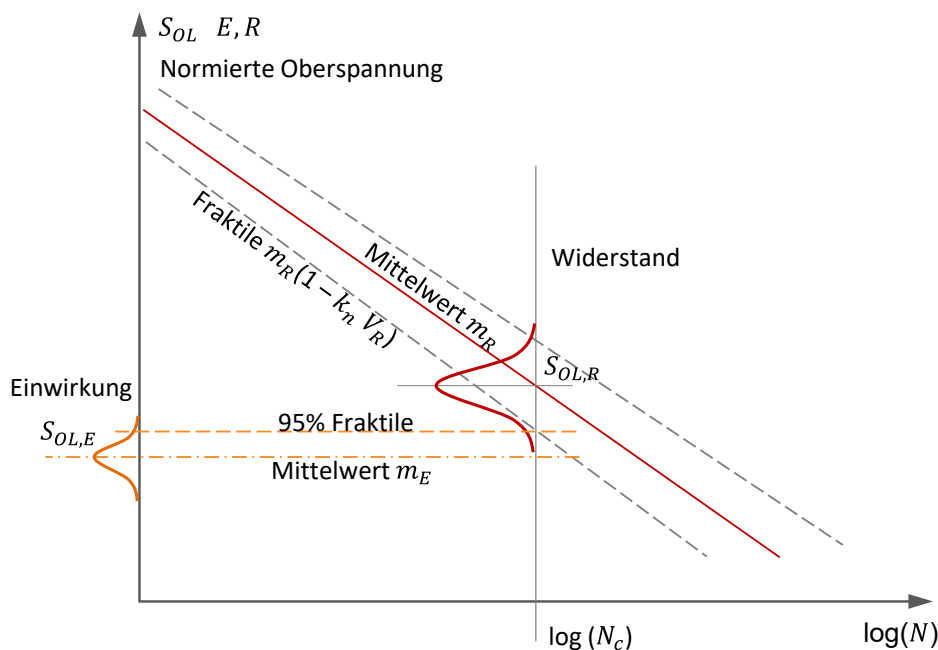


Abbildung 5-70 Basisvariablen $R = S_{OL,R}$ und $E = S_{OL,E}$ bei N_c Lastzyklen.

Als Basisvariablen werden die normierten Oberlastniveaus $R = \eta_{OL,R}$ und $E = \eta_{OL,E}$ bei $N_c = 2$ Mio. LZ betrachtet, welche durch Gaußsche Normalverteilungen beschrieben werden mit

$$m_R = \frac{R_{fat,k,m}(N_c=2mio)}{R_{um}} = 0,50 \quad \dots \text{Mittelwert von } S_{OL,R} \quad (\text{Gl. 5-150})$$

$$\sigma_R = 0,0254 \quad \dots \text{Standardabweichung von } S_{OL,R} \quad (\text{Gl. 5-151})$$

$$V_R = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,050 \quad \dots \text{Variationskoeffizient von } S_{OL,R} \quad (\text{Gl. 5-152})$$

Aus (Gl. 5-129) folgt $k_{nR} = 1,77$.

Die Verteilung auf der Einwirkungsseite wird nach [N1] mit $\alpha_E = -0,7$ berücksichtigt.

$$\frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0,7 \tag{Gl. 5-153}$$

$$\sigma_E = \sigma_R \sqrt{\frac{(-\alpha_E)^2}{1 - (-\alpha_E)^2}} = \sigma_R \sqrt{\frac{0,49}{0,51}} = 0,0249 \quad \dots \text{Standardabweichung von } S_{OL,E} \tag{Gl. 5-154}$$

Die Bedingung $0,16 < \frac{\sigma_E}{\sigma_R} < 7,6$ ist erfüllt. Nach (Gl. 5-142) folgt

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0,7141 \tag{Gl. 5-155}$$

Hieraus lässt sich γ_R nach (Gl. 5-147) für $\beta = 3,8$ (4,3) ermitteln zu

$$\gamma_R = \frac{(1 - k_{nR} V_R)}{(1 - \alpha_R \beta V_R)} = 1,054 \text{ (1,077)} \tag{Gl. 5-156}$$

5.10.3.4 Teilsicherheitsbeiwert für Log-normalverteilte Variablen

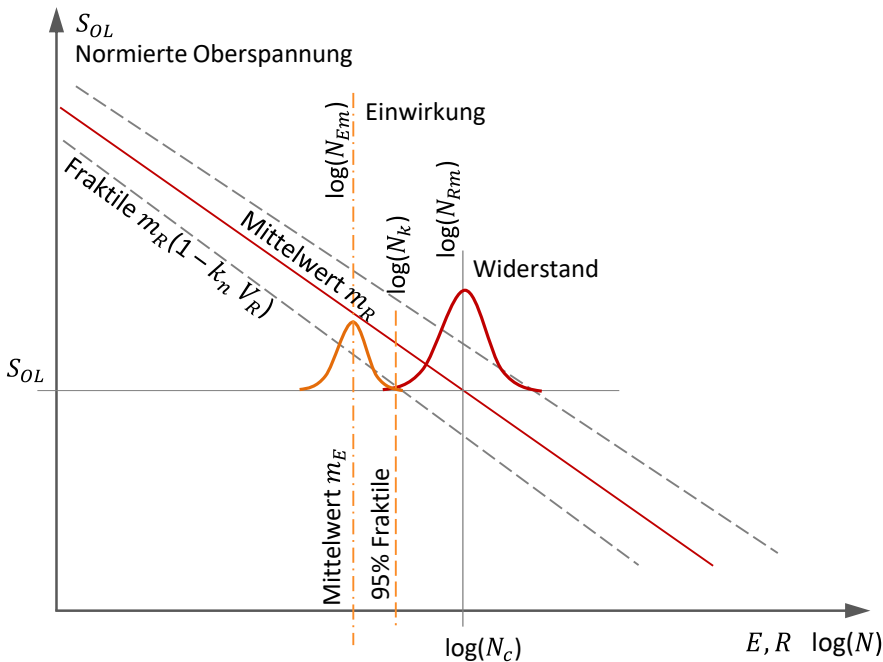


Abbildung 5-71 Basisvariablen $R = \log(N_R)$ und $E = \log(N_E)$ bei normiertem Oberlastniveau S_{OL}

Als Basisvariablen werden die Anzahl der LZ $R = \log(N_R)$ und $E = \log(N_E)$ bei normiertem Oberlastniveau $S_{OL} = 0,52$ betrachtet, welche durch Gaußsche Normalverteilungen beschrieben werden mit

$$m_R = \log(N_{Rm}) = 6,301 \quad \dots \text{Mittelwert von } \log(N_R) \tag{Gl. 5-157}$$

$$\sigma_{\log(N_R)} = 0,384 \quad \dots \text{Standardabweichung von } \log(N_R) \tag{Gl. 5-158}$$

$$V_{\log(N_R)} = \frac{\sigma_R}{m_R} = 0,061 \quad \dots \text{Variationskoeffizient von } \log(N_R) \tag{Gl. 5-159}$$

Aus (Gl. 5-129) folgt $k_{nR} = 1,78$.

Die Verteilung auf Einwirkungsseite wird nach [N1] mit $\alpha_E = -0,7$ berücksichtigt.

$$\frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0,7 \quad (\text{Gl. 5-160})$$

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{0,49 \sigma_R^2}{0,51}} = 0,377 \quad \dots \text{ Standardabweichung von } \log(N_E) \quad (\text{Gl. 5-161})$$

Die Bedingung $0,16 < \frac{\sigma_E}{\sigma_R} < 7,6$ ist erfüllt.

Nach (Gl. 5-142) folgt

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = 0,7141 \quad (\text{Gl. 5-162})$$

Die charakteristischen Fraktilwerte ergeben sich zu

$$\log(N_{Rk}) = \log(N_{Rm}) (1 - k_{nR} V_{\log(N_R)}) \quad (\text{Gl. 5-163})$$

Für γ_R nach (Gl. 5-147) folgt aus (Gl. 5-145) und (Gl. 5-163)

$$\log\left(\frac{N_{Rk}}{\gamma_{R,N}}\right) = \log(N_{Rm}) - \alpha_R \beta \sigma_{\log(N_R)} \quad (\text{Gl. 5-164})$$

$$\log(N_{Rm}) (1 - V_{\log(N_R)}) - \log(\gamma_{R,N}) = \log(N_{Rm}) - \alpha_R \beta \sigma_{\log(N_R)} \quad (\text{Gl. 5-165})$$

$$\log(\gamma_{R,N}) = \sigma_{\log(N_R)} (\alpha_R \beta - k_{nR}) \quad (\text{Gl. 5-166})$$

Hieraus lässt sich γ_{mN} , bezogen auf die Anzahl N ertragbarer LZ für $\beta = 4,3$ ermitteln zu

$$\log(\gamma_{R,N}) = 0,497 \quad \text{bzw. } \gamma_{R,N} = 3,144 \quad (\text{Gl. 5-167})$$

5.10.3.5 Umrechnung in einen Teilsicherheitsbeiwert für das Bemessungslastniveau

Für das Bemessungskonzept wird ein Teilsicherheitsbeiwert auf Seite des Lastniveaus der Einwirkung benötigt. Der ermittelte Teilsicherheitsbeiwert auf der Seite der ertragbaren Lastzyklen $\log(\gamma_{mN})$ führt zu einer Parallelverschiebung der S - N -Kurve. Diese wird einerseits durch eine Verschiebung des Nulldurchganges auf der Abszisse mit $a_{\gamma_m} = a - \log(\gamma_{R,N})$ und eine Faktorisierung der Stützstelle auf der Ordinate abgebildet. Hierfür wird ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{R,m}$ zur Faktorisierung des normierten Oberlastniveaus ermittelt.

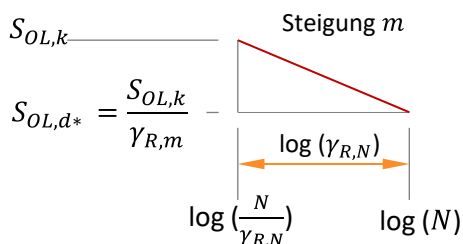


Abbildung 5-72 Umrechnung des Teilsicherheitsbeiwertes von der LZ-Zahl auf das bezogene Lastniveau

Bezogen auf die Stützstelle der charakteristischen S - N -Funktion nach (Gl. 5-135) mit $S_{OL,k(N=1)} = 0,879$ und $m = 15,2$ ergibt sich der Teilsicherheitsbeiwert γ_m nach (Gl. 5-168):

$$\gamma_{R,m} = \frac{S_{OL,k}}{S_{OL,k} - \left(\frac{\log(\gamma_{R,N})}{m}\right)} = 1,039 \quad \rightarrow \text{wähle } \gamma_{R,m} = 1,05 \quad (\text{Gl. 5-168})$$

$$a_{\gamma_m} = a - \log(\gamma_{R,N}) = a - 0,497 \quad (\text{Gl. 5-169})$$

5.10.3.6 Assemblierung des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{M,fat}$

Der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{M,fat}$ nach DIN EN 1990 [N1] berücksichtigt neben den Unsicherheiten der Baustoffeigenschaften und der Modellunsicherheit einen Ansatz hinsichtlich der Schadenstoleranz.

$$\gamma_{M,fat} = \gamma_{m,fat} \cdot \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{R,sys} \quad (\text{Gl. 5-170})$$

$\gamma_{m,fat}$... Teilsicherheitsbeiwert für Unsicherheiten der Baustoffeigenschaften

Hinweis: Die Festlegung des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_{m,fat} = 1,05$ (vgl. 5.10.3.5) setzt voraus, dass

- für die Herstellung der Zugglieder C-Fasern bezogen werden, welche von einem Hersteller stammen, welcher dieselbe Faser mit Zertifikat für den Einsatz in der Luftfahrt herstellt und die gelieferten Fasern nach den gleichen Überwachungsstandards herstellt und liefert,
- die Herstellung der Zugglieder nach einem für die Luftfahrt zulässigen und zertifizierten Herstellungs- und Überwachungsprozess erfolgt und
- die Randbedingungen und Mindestanforderungen zur Anwendung dieses Bemessungsansatzes eingehalten sind.

Falls beim Bezug der Fasern oder der Herstellung hiervon abgewichen wird, ist der Teilsicherheitsbeiwert gesondert festzulegen (vgl. [N14]).

$\gamma_{Rd} = 1,05$... Modellunsicherheit bei den Bauwerkswiderständen

$\gamma_{R,sys}$... Schadenstoleranz

In Abhängigkeit des Einsatzgebietes des Zugglieders ist projektspezifisch festzulegen, ob ein redundantes Tragverhalten auf Systemebene vorliegt und ein Ausfall eines Zugglieders tolerierbar ist ($\gamma_{R,sys} = 1,0$), oder ob eine ausreichende Sicherheit gegen Ermüdungsversagen ohne Vorankündigung erforderlich ist ($\gamma_{R,sys}$ zwischen 1,2 und 1,35).

Für die weiteren vergleichenden Betrachtungen wird $\gamma_{M,fat}$ unter Annahme einer überwachten qualifizierten Herstellung analog zu den in Kap. 3 beschriebenen Mustern und einem Einsatz der Zugglieder in einem Tragwerk, welches hinsichtlich des Ausfalls eines oder mehrerer Zugglieder ein robustes Systemtragverhalten aufweist, entsprechend (Gl. 5-171) angenommen.

$$\gamma_{M,fat} = \gamma_{m,fat} \cdot \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{R,sys} = 1,05 \cdot 1,05 \cdot 1,0 = 1,1 \quad \rightarrow \gamma_{M,fat} = 1,10 \quad (\text{Gl. 5-171})$$

5.10.4 Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit

Der Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit $F_{Rf,d}$ wird nach DIN EN 1990 [N1] 6.3.3 und in Anlehnung an das vorgeschlagene Verfahren nach [N14] 4.4.4 auf Basis des charakteristischen Widerstandes unter Berücksichtigung von Umrechnungs- und Abminderungsfaktoren sowie eines Teilsicherheitsbeiwerts γ_m für Abweichungen von Materialeigenschaften und einem Teilsicherheitsbeiwert γ_{Rd} zur Berücksichtigung von Modellunsicherheiten bestimmt. Einflüsse, die im Zuge der Ermittlung des charakteristischen Wertes nicht berücksichtigt sind, werden durch Abminderungsfaktoren η berücksichtigt.

$$F_{Rf,d}(N) = \eta \frac{F_{Rf,k,Ne}(N)}{\gamma_{M,fat}} \quad (\text{Gl. 5-172})$$

mit den Umrechnungs- und Abminderungsfaktoren

$$\eta = \eta_r \cdot \eta_c \quad (\text{Gl. 5-173})$$

η_r Umrechnungsfaktor zur Berücksichtigung von geometrischen und/oder konstruktiven Abweichungen des Schlaufenankers.

Sofern Schlaufenanker entsprechend der in Kap. 3 untersuchten Probekörper verwendet werden, darf mit $\eta_r = 1,0$ gerechnet werden.

Für geometrische Abweichungen, die Verwendung abweichender Materialpaarungen in der Gleitfuge oder andere konstruktive Abweichungen sind gesonderte Untersuchungen erforderlich. Ggf. ist zu untersuchen, ob entsprechende Änderungen auch die Neigung der $S-N$ -Kurve beeinflussen.

$$\eta_c = \eta_{ct} \cdot \eta_{cm} \quad (\text{Gl. 5-174})$$

η_{ct} Ein Abminderungsfaktor für die Veränderung von Materialeigenschaften infolge Temperatureinwirkung kann in Anlehnung an [N14] für faserdominante Materialeigenschaften in Abhängigkeit der Einsatztemperatur $T_s = 60^\circ\text{C}$ und der Glasübergangstemperatur der Matrix $T_g = 135^\circ\text{C}$ abgeschätzt werden zu

$$\eta_{ct} = \min \left\{ 1,0 - 0,25 \frac{T_s - 20}{T_g - 20} ; 1,0 \right\} = 0,91 \quad (\text{Gl. 5-175})$$

(Gl. 5-175) wurde für die Anwendung bei FRP mit Glas-, Carbon- oder Basaltfasern abgeleitet. Untersuchungen an CFRP-Schlaufenproben [L188] zeigen bei 60°C keine Abminderung der statischen Tragfähigkeit im Vergleich zum Verhalten bei Raumtemperatur und auch im Ermüdungsversuch keine relevante Reduktion der ertragbaren Anzahl an LZ.

Untersuchungen an CFRP UD Rundquerschnitten [L221] und Litzen [L218] zeigen bei 100°C eine Abminderung von rund 10 % bezüglich der statischen Traglast bei Raumtemperatur.

Auf dieser Grundlage wird ein Ansatz von $\eta_{ct} = 0,92$ vorgeschlagen, welcher in gleichzeitiger Kombination mit den übrigen Abminderungsfaktoren für den Ermüdungswiderstand als konservativ angesehen werden kann.

η_{cm} Ein Abminderungsfaktor für die Veränderung von Matrix- und Verbundeigenschaften infolge von Umwelteinflüssen (Degradationsfaktor) kann in Anlehnung an [N14] und [L62] festgelegt werden zu $\eta_{cm} = 0,85$.

Für den in der Zusammenfassung unter 5.10.1 mit (F) bezeichneten Schritt ergibt sich der Bemessungswert der Ermüdungsfestigkeit aus (Gl. 5-135) und (Gl. 5-172) zu

$$\frac{\eta}{\gamma_{M,fat}} \cdot \frac{F_{Rf,d}(N)}{F_{Ru,m}} = 0,60 - 0,0468 \log(N_{Ri}) \quad \text{bezogen auf } F_{Ru,m} \quad (\text{Gl. 5-176})$$

$$\log(N_{Ri}) = a - m \frac{F_{fOL}}{F_{Ru,m}} \quad a = 12,8; m = 21,35 \quad (\text{Gl. 5-177})$$

Die Ermüdungsfestigkeitsfunktionen (Gl. 5-136) bzw. (Gl. 5-176) beziehen sich auf den Mittelwert der statischen Tragfähigkeit $F_{Ru,m}$. Für ein Bemessungskonzept wird in Anlehnung an das Vorgehen nach Model Code 2010 [N18] ein Referenzwert der Betriebsfestigkeit $F_{Rf,k}$ eingeführt, welcher sich zweckmäßig auf die bekannte charakteristische statische Tragfähigkeit am Ende der Nutzungsdauer F_{Rk} bezieht und als Bezugsgröße für den Betriebsfestigkeitsnachweis herangezogen wird. Zur Bestimmung von F_{Rk} wird auf [L63] verwiesen.

$$F_{Rf,d}(N = 1) = \frac{\eta}{\gamma_{M,fat}} \cdot F_{Rf,k,Ne}(N = 1) = \frac{\eta}{\gamma_{M,fat}} \cdot k_f \cdot F_{Rk} \quad (\text{Gl. 5-178})$$

$$\text{mit } k_f = \frac{F_{Rf,k,Ne}(N=1)}{F_{Rk}} = \frac{0,84 \cdot F_{Ru,m}}{F_{Rk}}$$

In Anlehnung an das Vorgehen nach Model Code 2010 [N18] wird das auf den Bemessungswert bezogene Lastniveau S_{Rf} eingeführt. Durch Skalierung der Funktion auf den Bemessungswert $F_{Rf,d}$ wird $a = m$ und man erhält die ertragbare Lastzyklenzahl nach (Gl. 5-179) in dem aus [N18] bekannten Format.

$$N_{Rd,i} = 10^m [1 - S_{Rf,max}] \quad m = 12,8 \quad (\text{Gl. 5-179})$$

$$\text{mit } S_{Rf,max} = \frac{F_{fOL,i}}{F_{Rf,d}}$$

Die Bemessungsfunktion (Gl. 5-179) für die ertragbare Lastzyklenzahl wird zur Berücksichtigung des Unterlastniveaus durch den R -Wert nach 5.3.8 erweitert zu (Gl. 5-180) (vgl. Schritt (G) in der Zusammenfassung unter 5.10.1).

$$N_{Rd,i} = k_{R,N} \cdot 10^m [1 - S_{Rf,max}] \quad (\text{Gl. 5-180})$$

$$\text{mit } m = 12,8$$

$$k_{R,N} = \cdot ((1 - R_i) \cdot (1 + R_i))^{-3,8} \quad \text{nach 5.3.8 für } S_{Rf,max} < 0,6$$

$$R_i = \frac{F_{fUL,i}}{F_{fOL,i}} = \frac{S_{min,i}}{S_{max,i}} = \frac{S_{Rf,min}}{S_{Rf,max}}$$

$$S_{Rf,i} = \frac{F_{fi}}{F_{Rf,d}}$$

5.10.5 Diskussion der Bemessungs $S-N$ -Funktion

In Abbildung 5-73 wird die in den vorangehenden Abschnitten hergeleitete $S-N$ -Funktion einem Bemessungsansatz aus [L62] und den dafür zugrundeliegenden Versuchsergebnissen gegenübergestellt.

Für bisherige Pilotanwendungen wurde eine Ermüdungsversagensfunktion [L62] auf Basis von Kleinprobenversuchen [L7][L129] herangezogen. Diese Funktion ist unter Berücksichtigung eines Sicherheitselementes für die Alterung der Matrix mit der Bezeichnung (V) in Abbildung 5-73 der hergeleiteten Bemessungs- $S-N$ -Kurve (G) (Gl. 5-180) gegenübergestellt.

Die Kleinprobenversuche nach Baschnagel und Härdi [L7][L129], welche der Herleitung der Funktion (V) aus [L62] zugrunde liegen, wurden an offenen Schlaufen mit einem Umlenkwinkel von 180° und ohne Bündelung des Querschnitts auf freier Länge durchgeführt. Die Materialpaarung zwischen Schlaufe und Kausche bestand aus Titan-Carbon bzw. Carbon-Carbon ohne Zwischenlage. Die Umlenkung der Schlaufen erfolgte ohne seitliche Stützung des Schlaufenbandes. Es ist ersichtlich, dass diese konstruktiven Abweichungen die Ermüdungstragfähigkeit beeinflussen.

Einzelne Versuchsergebnisse an 1:1-Bauteilversuchen wurden nach Erreichen einer ausreichenden Lastzyklenzahl abgebrochen. Diese Versuche mit der Bezeichnung Durchläufer Stadtbahnbrücke und Durchläufer Oderbrücke in Abbildung 5-73 weisen eine LZ-Zahl auf, welche aus den Beanspruchungen des Schienenverkehrslastkollektives der jeweiligen Pilotanwendung abgeleitet wurde und in etwa beim Zehnfachen der Funktion (V) für $R = 0,1$ liegt.

Insbesondere für Anwendungen mit hoher Zyklenzahl (Straßenverkehr, Schienenverkehr mit sehr hohem Takt, wirbelerregte Schwingungen) kann die bisher verwendete Funktion (V) deutlich auf der sicheren Seite liegen bzw. nur unter Berücksichtigung weiterer Modifikationen zur Nachweisführung verwendet werden.

In [L63] wird eine Modifikation unter Ansatz des R -Wertes vorgeschlagen (Funktion (X) in Abbildung 5-73), welche für $R > 0,7$ zu Bemessungs-Widerstandswerten über der aus den Bauteilversuchen abgeleiteten $S-N$ -Funktion führt. Die Anwendung der Anpassungsfunktion [L63] (Gl. 5-182) ist nach [L63] bis $R_i \leq 0,8$ zulässig.

$$N_{R_i} = 10^{m_{R_i} \left[1 - \frac{F_{f_{max,i}}}{F_{R,k} / \gamma_{M,f}} \right]} \quad [\text{L63}] \text{ (Gl. 5-181)}$$

$$m_{R_i} = \frac{10}{\sqrt{1-R_i^2}} \quad \text{mit } R_i = \frac{F_{f_{min,i}}}{F_{f_{max,i}}} \quad \text{für } R_i \leq 0,8 \quad [\text{L63}] \text{ (Gl. 5-182)}$$

Der Anpassungsterm [L63] (Gl. 5-182) ist kritisch zu hinterfragen, da der Einfluss des R -Wertes damit nach aktuellem Kenntnisstand überschätzt wird (vgl. 5.3). In Kombination mit der konservativen Funktion (V) nach [L63] (Gl. 5-181) ist eine Überschätzung der ertragbaren LZ für Werte von $R \leq 0,7$ unwahrscheinlich. Für Werte $R > 0,7$ wird die Verwendung des vorgeschlagenen Anpassungsterms bis zur Vorlage weiterer Erkenntnisse zum Einfluss des R -Wertes nicht empfohlen.

Hierbei ist zu bemerken, dass auf Basis der aktuellen Datenlage zur Einschätzung des Ermüdungswiderstandes für $N > 10^9$ LZ keine Versuchsdaten zur Verfügung stehen (vgl. 5.1.4.2) und bislang ungeklärt ist, ob es auf niedrigem Dehnungsniveau ein Verhalten ähnlich der Dauerfestigkeit gibt oder nicht.

Zwischen dem Einfluss einer Anschlussschiefstellung und dem Oberlastniveau besteht ein nichtlinearer Zusammenhang (vgl. 5.4.7). Dieser kann mit einem linearen Korrekturterm nicht abgebildet werden und führt für niedrige Oberlastniveaus zu einer Unterschätzung des Einflusses. Mit dem in 5.4 beschriebenen Verfahren kann der Effekt lastabhängig berücksichtigt werden.

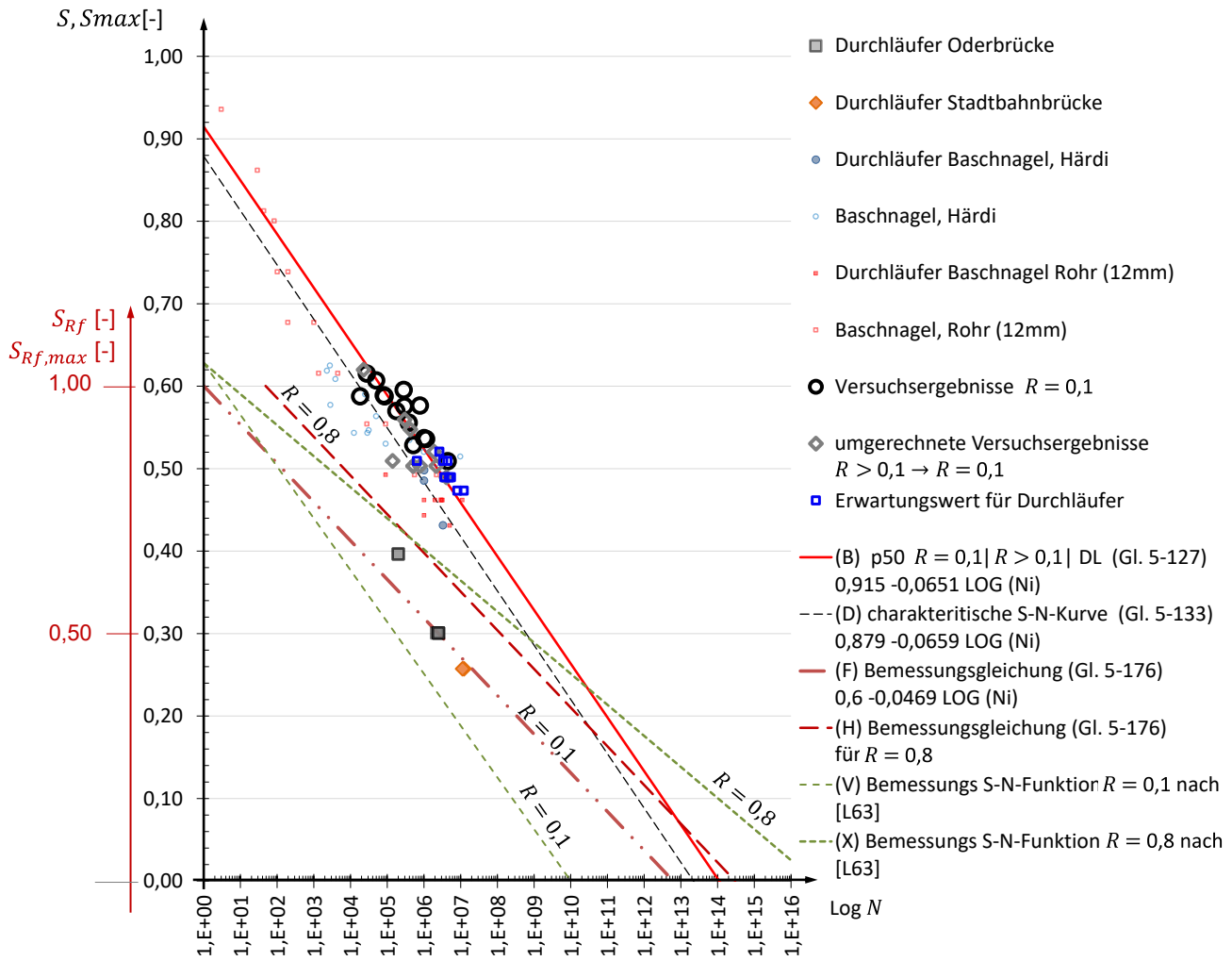


Abbildung 5-73 Übersicht über die Herleitung der Bemessungs- S - N -Kurve und Gegenüberstellung der zugrundeliegenden Versuchsergebnisse und der Kleinprobenversuche nach Baschnagel/ Härdi [L7][L129] und der bisher verwendeten S - N -Kurve mit Anpassung für den Einfluss des R -Wertes nach [L63], Bezeichnungen der Funktionen analog zu 5.10.1.

Aus den Ergebnissen der Ermüdungsversuche aus 5.2.1 lassen sich hinsichtlich der mittleren Ermüdungsversagensfunktion keine Unterschiede erkennen, welche auf Größenfaktoren zwischen den untersuchten Bauteilgeometrien hinweisen. Die ermittelte Ermüdungsversagensfunktion kann daher für alle untersuchten Bauformen TK50, TK40 und TK20 gleichermaßen herangezogen werden.

Im Gegensatz dazu zeigt sich ein starker größenabhängiger Einfluss für die Entwicklung von Reibwärme in der Gleitfuge, welcher auf den mit zunehmender Bauteilgröße anwachsenden Gleitweg des Laminates auf der Kausche am Ablösepunkt zurückzuführen ist. Hieraus folgt, dass die maximal mögliche Prüffrequenz zur Durchführung von Ermüdungsversuchen an realmaßstäblichen Prüfkörpern mit zunehmender Bauteilgröße abnimmt. Einschränkungen für baupraktische Anwendungen ergeben sich im Rahmen der betrachteten Anwendungsgebiete hieraus nicht.

Auffallend sind in diesem Kontext fünf Ergebnisse an TK40 für $R = 0,5$ bzw. $R = 0,4$, welche allesamt in der Nähe des unteren Randes innerhalb des Streubandes der Versuchsergebnisse zu liegen kommen. Es handelt sich dabei gleichzeitig um die Versuchsergebnisse mit den höchsten Lastwechselzahlen, welche für TK40 erreicht wurden. Höhere Lastwechselzahlen wurden in Versuchen an TK20 erreicht. Aufgrund der deutlichen Korrelation aller fünf Ergebnisse der TK40 ist davon auszugehen, dass es sich hierbei nicht um eine zufällige

Verteilung innerhalb des bekannten Streubandes handelt. Es wird vermutet, dass es sich dabei um Einflüsse handelt, welche auf die Prüffrequenz und die damit im Zusammenhang stehende Belastungsgeschwindigkeit zurückzuführen sind, welche für die betreffenden Versuche im Vergleich zu den Versuchen mit $R = 0,1$ deutlich höher lag. Weitere Untersuchungen zur Bestätigung dieser Vermutung werden empfohlen.

Mit der vorgestellten Bemessungs- $S-N$ -Funktion (F) (Gl. 5-176) liegt erstmals ein aus 1:1-Bauteilversuchen abgeleiteter Ansatz für Ermüdungsnachweise nach dem semiprobabilistischen Nachweisformat des Eurocode DIN EN 1990 [N1] für Carbonstrangschlaufen vor, welches ausgehend von einer Ermüdungsversagensfunktion für den zentrisch belasteten Fall mit einem Spannungsverhältnis $R = 0,1$ eine Anwendung für beliebige Spannungsverhältnisse und unter Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen erlaubt. Zusätzlich kann der Einfluss der Elastizität an der Einspannung des Schlaufenquerschnittes am Ablösepunkt in Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis berücksichtigt werden. Für niedrige bezogene Lastniveaus wird eine größere zulässige LZ-Zahl ermittelt. Es liegt mit der Funktion (H) (Gl. 5-176) ein auf Basis der bisherigen Versuchsergebnisse abgeleiteter Ansatz vor, welcher für R -Werte zwischen $R = 0$ und $R = 0,99$ verwendet werden kann. Für $R = 1$ kann der Widerstand für $R = 0,99$ herangezogen werden. Es steht hiermit darüber hinaus ein Ansatz zur Berücksichtigung von Schiefstellungen am Anschluss zur Verfügung, welcher die Einflüsse aus Theorie II. Ordnung abhängig vom jeweiligen Lastniveau berücksichtigt.

5.11 Schädigungsakkumulation

5.11.1 Begrifflichkeit und Herangehensweise

In der deutschen Normen- und Fachliteratur hat sich für den Ermüdungsnachweis unter Berücksichtigung unterschiedlicher Lastzyklen oder Lastkollektive der Begriff Schadensakkumulation etabliert. Cuntze [L31] weist darauf hin, dass es sich hierbei um eine kumulative Addition von Teilschädigungen unter veränderlicher Belastung handelt und schlägt daher vor, für das Konzept „ausreichender Sicherheit gegen Ermüdungsversagen ohne Vorankündigung“ den Begriff der Schädigungsakkumulation zu verwenden. Im Kontext des Nachweises der „Schadenstoleranz“, wenn bspw. bereits Schäden vorliegen und diese zu einem größeren Gesamtschaden anwachsen oder zusammenwachsen wird stattdessen der Begriff der Schadensakkumulation empfohlen.

Gegenwärtig stehen noch keine validierten Methoden zur Verfügung, welche den Grad einer Ermüdungsschädigung bei Carbonstrangschlaufen zuverlässig erkennen lassen. Als Bemessungskonzept auf Bauteilebene kommt daher nur der Nachweis „ausreichender Sicherheit gegen Ermüdungsversagen ohne Vorankündigung“ in Frage. Wird ein möglicher Ausfall von Zuggliedern auf Tragwerkssystemebene berücksichtigt, kann ein Konzept der Schadenstoleranz auf Systemebene verfolgt werden.

5.11.2 Schädigungsakkumulation

Der Betriebsfestigkeitsnachweis erfolgt auf Basis der linearen Akkumulationshypothese nach Palmgren-Miner [L66]. Diese beruht auf der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Anzahl auftretender Lastzyklen n_i eines spezifischen Lastniveaus $\{S_{max,i}; S_{min,i}\}$ und der dadurch verursachten anteiligen Schädigung D_i bezogen auf die maximal ertragbare Anzahl N_i für dieses Lastniveaus, bei welcher die Schädigungssumme $D_i = 1$ erreicht wird. Es wird ferner angenommen, dass sich die Schädigungsanteile unterschiedlicher Lastniveaus ohne gegenseitige Einflussnahme linear zu einer Gesamtschädigung $\sum D_i$ akkumulieren und die ertragbare Gesamtschädigung unterschiedlicher Arten und Anzahlen von Belastungszyklen jeweils bei $\sum D_i = 1,0$ erreicht wird. Reihenfolgeeffekte und nichtlineare Einflüsse werden hierbei vernachlässigt.

Dieses aus dem Stahlbau bekannte Vorgehen wird häufig auch für Faserverbundwerkstoffe angewandt [L205] und liegt auch dem Nachweiskonzept nach [L62][L63] zugrunde, obwohl bspw. das Auftreten weniger Lastzyklen mit sehr hoher Oberlast zu einer Verminderung der verbleibenden Betriebsfestigkeit führen kann. Die vorgeschlagene Bemessungs-S-N-Funktion berücksichtigt diesen Umstand durch eine Beschränkung der maximal zulässigen Oberlast auf $\frac{F_{fOL}}{F_{R_{u,m}}} = 0,60$. Andererseits liegen Beobachtungen vor, dass die Kurzzeitfestigkeit und auch die Ermüdungsfestigkeit auf höherem Lastniveau durch eine vorgelagerte Einwirkung einiger 10000 bis 1000000 Lastzyklen mit moderatem Lastniveau $S_{max} < 0,5$ teilweise günstig beeinflusst wird (vgl. 3.5.6 und [L113]). Dieser günstige Effekt wird insbesondere in der ersten Hälfte der Lebensdauer beobachtet, ist bislang aber noch nicht ausreichend erforscht und wird im Rahmen des vorgeschlagenen Nachweiskonzeptes ebenfalls nicht berücksichtigt. Die in 3.5.6 vorgestellten Untersuchungen im Mehrstufenkollektiv stützen die Annahme, dass der Ansatz einer linearen Schädigungsakkumulation für Carbonstrangschlaufen konservativ ist, sie sind aber aufgrund der großen Streubreite der Widerstandswerte der gewählten Prüfkörper nur bedingt belastbar.

Im Flugzeug- und Maschinenbau werden versuchsgestützte Korrekturfaktoren herangezogen, um Schadenssummen anwendungsspezifisch für eine bestimmte Betriebsbeanspruchung (Mehrstufenkollektive) anzupassen, wobei diese jeweils nur für den spezifischen Anwendungsfall Gültigkeit besitzen. Für Serienanwendungen werden spezifische Schädigungsmodelle entwickelt. [L64][L205]

Die Bestimmung der Schädigungsanteile erfolgt nach (Gl. 5-183), wobei die ertragbare Lastwechselzahl jeweils in Abhängigkeit vom schädigungsäquivalenten Oberlastniveau unter Berücksichtigung vorhandener Imperfektionen oder Bewegungen am Anschluss und dem zugehörigen schädigungsäquivalenten Spannungsverhältnis bestimmt wird (vgl. Abbildung 5-74) [L64]. Hinweise zum Zählverfahren werden in 5.12 gegeben.

$$D_{Ed} = \sum D_i = \sum_{i=1}^j \frac{n(S_{OL,i}; S_{UL,i})}{N(S_{OL,i}; S_{UL,i})} \tag{Gl. 5-183}$$

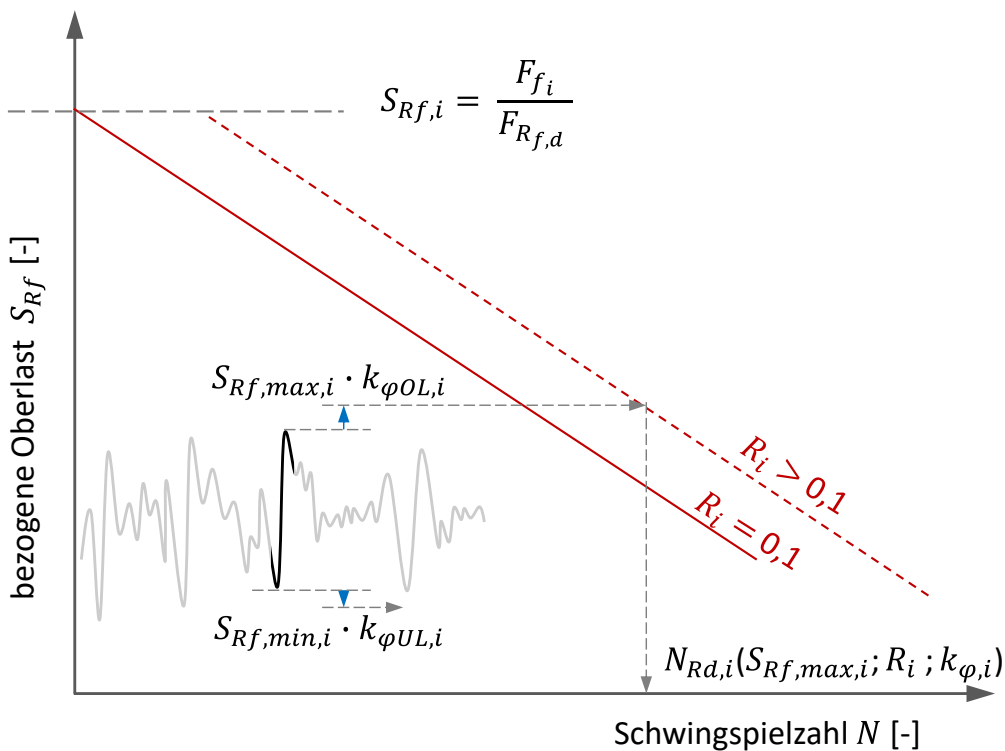


Abbildung 5-74 Prinzip zur Ermittlung der ertragbaren Schwingspielzahl für einen Lastzyklus.

5.11.3 Einfluss des Grundlastniveaus

Aufgrund der maßgebenden Oberlastabhängigkeit sind Begleiteinwirkungen, welche das Grundlastniveau erhöhen, bei der Ermittlung der Last-Zeit-Verläufe zu berücksichtigen [L62]. Als Grundlastniveau E_{0k} wird das quasiständige Lastniveau bezeichnet, welches der ermüdungswirksamen veränderlichen Einwirkung kontinuierlich überlagert wird. Das Grundlastniveau kann neben Eigengewicht und Vorspannung beispielsweise lange anhaltende Lastanteile aus klimatischen Einwirkungen, Kriechen und Schwinden o. Ä. enthalten. Ggf. sind projektspezifische Festlegungen zu treffen.

5.11.4 Einfluss kleiner Schwingbreiten

Mit dem Nachweisformat nach [L62][L63] werden Schwingbreiten kleiner 5 % bezogen auf das Grundlastniveau des Zuggliedes bei der Schädigungsakkumulation vernachlässigt. Dies mag vor dem Hintergrund des projektspezifisch eingegrenzten Anwendungsgebietes für die Festlegungen aus [L62][L63] mit vergleichsweise geringem Grundlastniveau der Zugglieder und in Kombination mit der dort festgelegten $S-N$ -Linie gerechtfertigt sein. Für einen allgemein verwendbaren Bemessungsansatz für in Abhängigkeit des jeweiligen Einsatzgebietes variierende Grundlastniveaus ist diese Festlegung ungeeignet. Stattdessen werden mit dem Bezugswert der Initialisierungsschwingbreite nach Kap. 5.3.4 vom Anwendungsfall unabhängige Grenzen eingeführt. Zur Frage nach dem Schädigungsbeitrag kleiner und kleinster Schwingbreiten werden weiterreichende Untersuchungen empfohlen.

Ein Sonderfall kleiner Schwingbreiten mit extrem hoher Lastzyklenzahl liegt bei winderregten Schwingungen schlanker Zugglieder vor. Ergänzende Untersuchungen dazu sind in 6.4 beschrieben. Messungen und Untersuchungen zum tatsächlichen Anregungsverhalten sind Gegenstand aktueller Untersuchungen.

5.12 Betriebsfestigkeitsnachweis

5.12.1 Herangehensweise

Das Nachweisformat für den Betriebsfestigkeitsnachweis bei Carbonstrangschlaufen gleicht dem Nachweisformat für andere Bauteile oder Werkstoffe mit einer ausgeprägten Oberlastabhängigkeit wie z. B. für Beton nach Model Code 2010 [N18] oder auch dem für Carbonbeton vorgeschlagenen Nachweisformat [L206]. Ausgehend vom Ermüdungsnachweis in [L62] wird das Nachweiskonzept im Rahmen dieser Arbeit in Anlehnung an die im Model Code 2010 verwendeten Bezeichnungen fortgeschrieben und erweitert.

5.12.2 Bemessungskonzept für Betriebsfestigkeit

Das vorgeschlagene Konzept ist für den Betriebsfestigkeitsnachweis für Zugschwellbeanspruchung für Carbonstrangschlaufen entsprechend der in Kap. 3 beschriebenen Bauart und Randbedingungen vorgesehen. Druckbeanspruchungen (auch vorübergehende) sind für diese Zugglieder auszuschließen. Ein Nachweis ausreichender Vorspannkraft zur Vermeidung von Druckkräften ist gesondert projektspezifisch festzulegen.

Der Betriebsfestigkeitsnachweis umfasst folgende Teilschritte:

- (1) Ermittlung der maßgebenden Last-Zeit-Verläufe,
- (2) Berücksichtigung oberlastwirksamer Einflüsse auf das quasiständige Grundlastniveau E_0 aus nichtzyklischen Anteilen der ständigen oder quasiständigen Einwirkungskombination $\rightarrow E_{0k}$,
- (3) Auswertung der Last-Zeit-Verläufe mittels Zählmethode $\rightarrow \{S_{max,i}; S_{min,i}; \varphi_i; R_i\}$,
- (4) Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen, Ermittlung schadensäquivalenter Ober- und Unterlastniveaus $\rightarrow \{S_{max,i} \cdot k_{\varphi OL}; S_{min,i} \cdot k_{\varphi UL}\}$,
- (5) Ermittlung der für den jeweilige Lastzyklus bzw. das jeweilige Lastkollektiv $\{S_{max,i} k_{\varphi OL}; R_i\}$ zugehörigen ertragbaren Anzahl LZ $\rightarrow N_i$,
- (6) Ermittlung des Schädigungsbeitrages $\rightarrow D_i$ und Schädigungsakkumulation $\rightarrow \sum D_i$.

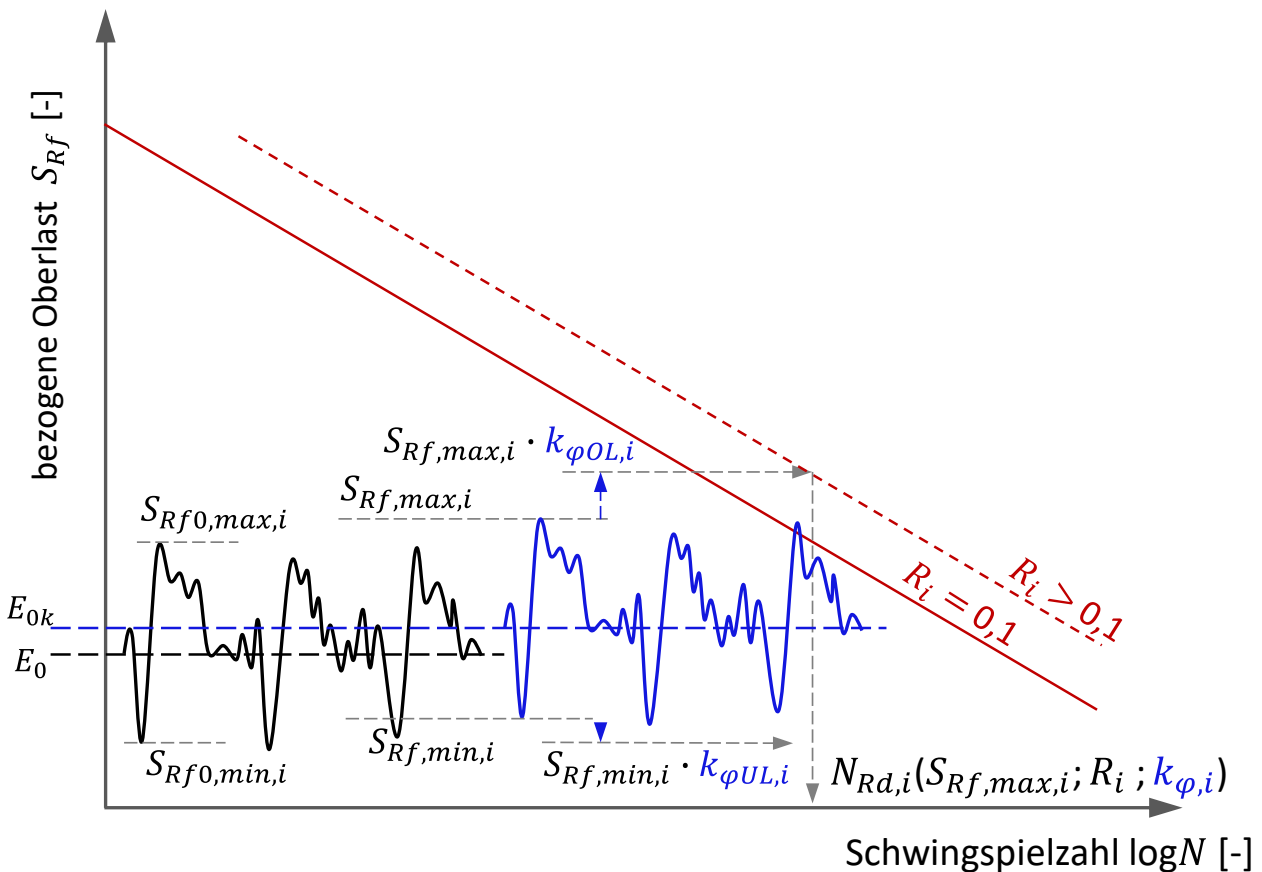


Abbildung 5-75 Betriebsfestigkeitsnachweis Vorgehensweise.

(1) Maßgebende Last-Zeit-Verläufe

Gegenwärtig stehen noch keine vereinfachten, mit dem Schädigungsäquivalenzverfahren (umgangssprachlich als Lamda-Verfahren bekannt) nach DIN EN 1993-2 [N9] harmonisierten Nachweisformate zur Verfügung. Für den Betriebsfestigkeitsnachweis sind daher maßgebende Last-Zeit-Verläufe zu ermitteln und auszuwerten. Die hierbei zu berücksichtigenden Lastmodelle sind projektspezifisch festzulegen. Für Eisenbahnbrücken können Lastmodelle auf Basis der Betriebslastenzüge nach DIN EN 1991-2 [N2] 6.9 und

Anhang D herangezogen werden [L62]. Für Straßenbrücken kann ein Ansatz über das Ermüdungslastmodell 4 erfolgen, wobei zusätzliche Ansätze für einen ermüdungswirksam wirkenden und einen grundlastwirksamen Verkehrslastanteil projektspezifisch festgelegt werden sollten, da LM 4 zur Ermittlung von Schwingbreiten aus der Überfahrt einzelner Fahrzeuge ohne Beachtung repräsentativer Oberlastniveaus hergeleitet wurde. Weitere Festlegungen hinsichtlich eines wachsenden Verkehrsaufkommens und des Auftretens von Schwerlastfahrzeugen auf mehreren Spuren in Parallelfahrt sind ggf. projektspezifisch angezeigt [L63]. Für andere Anwendungen sind geeignete Lastmodelle festzulegen.

Für zukünftige Anwendungen können vereinfachte Nachweisformate auf Basis von Grenzwertbetrachtungen hergeleitet werden.

(2) Berücksichtigung oberlastwirksamer Einflüsse

Für Anwendungen im Brückenbau sind Vorgaben in Bezug auf den Ansatz von Begleiteinwirkungen aus Kriechen und Schwinden und Temperatur, sofern sie das Grundlastniveau erhöhen, projektspezifisch festzulegen. Für Straßenbrücken wird zusätzlich der Ansatz für einen grundlastwirksamen Verkehrslastanteil empfohlen. Ein Ansatz für die Anpassung des Grundlastniveaus unter Berücksichtigung der nichtzyklischen Anteile aus der ständigen Einwirkungskombination nach DIN EN 1990 [N1] ist in [L62][L63] gegeben.

(3) Zählverfahren

Neben der am weitesten verbreiteten Rainflow-Methode wird das Range-Pair-Verfahren und das Range-Mean-Verfahren für die Anwendung bei starker Oberlastabhängigkeit eingesetzt, während sogenannte Einparameter-Zählverfahren ungeeignet sind, da entweder die Information zur Oberlast oder zur Schwingbreite verlorengeht [L205]. Der Vorteil des Range-Pair-Verfahrens liegt darin, dass eine Auswertung Zyklus für Zyklus möglich ist, was für die Anwendung bei Verfahren mit Restfestigkeitshypothese benötigt wird (berücksichtigt den Reihenfolgeeffekt). Der Einfluss großer, nicht zusammenhängend auftretender Lastwechsel geht bei diesem Verfahren jedoch verloren. Für den vorliegenden Fall wird daher das Rainflow-Verfahren verwendet, wobei zu jedem Zyklus beide zugehörigen Lastniveaus $\{S_{max,i}; S_{min,i}\}$ als zusammengehörige Größen weiterverarbeitet werden. Ggf. ist zusätzlich auch ein zugehöriger Schiefstellungswinkel als zugehörige Information zu bestimmen.

Lastzyklen, bei welchen die Initialisierungsschwingbreite nach Kap. 5.3.4 nicht erreicht wird, dürfen nach (Gl. 5-184) bei Zählverfahren ausgeschlossen werden.

$$\frac{S_{min,i}}{S_{max,i}} \geq 0,95 \quad (\text{Gl. 5-184})$$

(4) Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen

Für die Berücksichtigung der Effekte aus Verdrehungen der Anschlüsse werden die zur Ober- bzw. Unterlast zugehörigen Rotationen in der Form $\{\{S_{max,i}, \varphi_{y,max,i}, \varphi_{z,max,i}\}; \{S_{min,i}, \varphi_{y,min,i}, \varphi_{z,min,i}\}\}$ benötigt. Gegenwärtig stehen noch keine kommerziellen Softwarelösungen zur Verfügung, welche zugehörige Endrotationen an Zugelementen automatisch verarbeiten können. Meist können vereinfachend konservative Grenzwerte oder Umhüllende für die Anschlussverformungen verwendet werden. Der Einfluss aus Schiefstellungen und/oder Bewegungen der Anschlüsse wird nach 5.4 durch eine Bestimmung schädigungsäquivalenter Lastniveaus $S_{eq,max,i} = S_{max,i} k_{\varphi}$ sowie daraus resultierend einem schädigungsäquivalenten Spannungsverhältnis $R_{eq,i} = S_{eq,max,i}/S_{eq,min,i}$ nach (Gl. 5-75) – (Gl. 5-79) berücksichtigt.

(5) Ertragbare Anzahl Lastzyklen

Die Ermittlung der für den jeweilige Lastzyklus bzw. das jeweilige Lastkollektiv $\{S_{max,i}, k_\varphi; R_i\}$ zugehörigen ertragbaren Anzahl LZ $\rightarrow N_i$ erfolgt nach (Gl. 5-185).

$$N_{Rd,i} = k_{R,N} \cdot 10^m [1 - S_{Rf,max}] \quad (\text{Gl. 5-185})$$

mit $m = 12,8$

$$k_{R,N} = \left((1 - R_i) \cdot (1 + R_i) \right)^{-3,8} \text{ nach 5.3.8 für } S_{Rf,max} < 0,6$$

$$R_i = \frac{F_{fUL,i}}{F_{fOL,i}} = \frac{S_{min,i}}{S_{max,i}} = \frac{S_{Rf,min}}{S_{Rf,max}}$$

$$S_{Rf,i} = \frac{F_{fi}}{F_{Rf,d}}$$

(6) Schädigungsakkumulation

Für den Betriebsfestigkeitsnachweis sind die Schädigungsanteile nach (Gl. 5-183) zu bilden und zu akkumulieren.

$$D_{Ed} = \sum D_{Q_f} + \sum D_{Q_f+w} + \sum D_{w,E_{0,i}} + \sum D_{BZ} \leq 1,0 \quad (\text{Gl. 5-186})$$

$\sum D_{Q_f}$... Schädigung aus Verkehrslasten

$\sum D_{Q_f+w}$... Schädigung aus Verkehrslasten überlagert mit winderregten Schwingungen

$\sum D_{w,E_{0,i}}$... Schädigung aus winderregter Schwingung beim Lastniveau $E_{0,i}$

$\sum D_{BZ}$... Schädigungsanteile aus Bauzuständen oder Montagezuständen

Regeln zur Vereinfachung bei der Überlagerung von Wind und Verkehr können projektspezifisch festgelegt werden, wie bspw. in [L64].

6 Ergänzende Untersuchungen zur Dynamik

6.1 Einführung und Überblick

Das dynamische Verhalten schlanker Zugglieder kann einerseits genutzt werden, um indirekt die Normalkraft zu bestimmen. Andererseits können Schwingungen zu unerwünschten ermüdungswirksamen Zusatzbeanspruchungen der Zugglieder im Bereich der Verankerungen und der anschließenden Bauteile führen, wenn Anregungsmechanismen beispielsweise aus Wind oder Verkehr vorliegen. Aufgrund des geringen spezifischen Gewichtes von Zuggliedern aus Carbon ergeben sich im Vergleich zu Stahlzuggliedern bei gleicher Vorspannkraft höhere Eigenfrequenzen. Beim Einsatz als Hänger in Brücken wurden in den bisher umgesetzten beiden Anwendungsfällen [L72][L99] für Zugglieder mit Durchmessern von 32 mm und 50 mm bei Längen zwischen 1,5 m und 20 m Eigenfrequenzen in der ersten Eigenform und unter ständigen Lasten zwischen 10 Hz und 260 Hz erreicht [L72][L74].

Für eine zutreffende Bestimmung der Eigenfrequenzen ist insbesondere für kürzere Zugglieder der Einfluss der elastischen Einspannung an der Verankerung zu berücksichtigen. Ansätze zur Berechnung der Eigenfrequenzen aus der Literatur werden in Abschnitt 6.2.1 diskutiert und in Abschnitt 6.2.2 den am Bauwerk gemessenen Werten [L81] gegenübergestellt und durch einen Vorschlag in Abschnitt 6.2.4 ergänzt.

Aus Messungen des Beschleunigungsspektrums angeregter Hängerschwingungen unter Verwendung einfacher handelsüblicher Mobiltelefone kann die Hängernormalkraft zeitsparend und zuverlässig bestimmt werden (6.2.3), was durch Vergleichsmessungen bestätigt wird [L187][L104][L81].

Für die Strukturdämpfung können auf Grundlage von Messungen am Bauwerk Festlegungen getroffen werden (vgl. 6.2.4). In 6.4.1 wird anhand der Literatur das Auftreten von Regen-Wind-induzierten Schwingungen diskutiert.

Die für Stahlzugglieder formulierten Regeln hinsichtlich wirbelinduzierter Schwingungen nach DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] können aufgrund der von der Materialdichte abhängigen Massenträgheitskräfte für Carbonzugglieder nicht herangezogen werden. Stattdessen wird in 6.4.2 ein Nachweisformat in Anlehnung an DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] diskutiert und durch einen Vorschlag für ein vereinfachtes Nachweisverfahren ergänzt (6.4.2.3). Die Frage nach dem tatsächlichen Anregungsverhalten bei wirbelinduzierten Schwingungen ist Gegenstand aktueller Untersuchungen, sodass die hier diskutierten Ansätze nach Vorliegen weiterer Erkenntnisse fortzuschreiben sind, wobei auf die vorgeschlagenen Konzepte zurückgegriffen werden kann.

In 6.4.3 wird der Einfluss der Bildung von Klareis und Raueis an der Querschnittsoberfläche auf die dynamischen Eigenschaften und winderregte Schwingungen diskutiert.

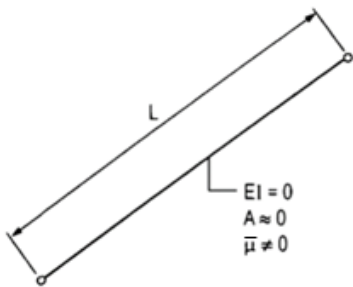
Für die Betrachtung der Beanspruchungen aus Schwingungen werden die Winkelabweichung (vgl. 6.4.4) und das hieraus resultierende Moment (6.4.5) an der Einspannung benötigt.

Für eine Betrachtung der Einflüsse aus winderregten Schwingungen im Zuge eines Betriebsfestigkeitsnachweises (5.12) ist eine Quantifizierung der Lastzyklenzahlen anhand der Auftretenswahrscheinlichkeit der betrachteten Windphänomene erforderlich. Das gegenwärtige Regelwerk dazu wird in 6.4.6 diskutiert, wobei für eine Anwendung bei Carbonzuggliedern Anpassungen für eine Fortschreibung empfohlen werden.

6.2 Eigenfrequenzen

6.2.1 Rechnerische Ansätze aus der Literatur

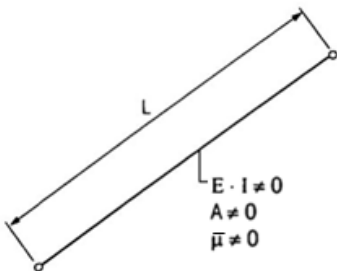
Für die Eigenfrequenz f einer idealen, frei schwingenden Saite mit vernachlässigbarer Biegesteifigkeit, konstanter Zugkraft und ohne Durchhang kann die Beziehung für die i -te Eigenform in Abhängigkeit von der Länge L und der Normalkraft N_0 angegeben werden [L151][L56]:



$$f_i = \frac{i}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{\mu}} \tag{Gl. 6-1}$$

Abbildung 6-1 Grenzfall nach (Gl. 6-1) für die schwingende, straff gespannte Saite mit konstanter Seilkraft ohne Durchhang. Abbildung aus [L55].

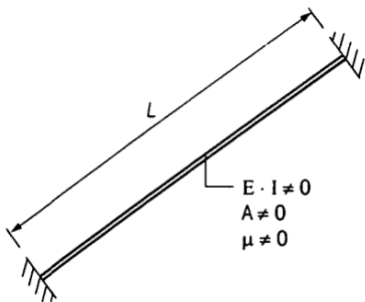
Unter Berücksichtigung der Biegesteifigkeit EI des Zugliedes bei gelenkiger Lagerung ergibt sich (Gl. 6-2), wobei die Lösung für große Zugkräfte bzw. kleine Biegesteifigkeiten gegen die Lösung (Gl. 6-1) konvergiert [L90].



$$f_{2,i} = \frac{i}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{\mu}} \cdot \left(\sqrt{1 + \left(\frac{i\pi}{L \cdot \sqrt{\frac{N_0}{EI}}} \right)^2} \right) \tag{Gl. 6-2}$$

Abbildung 6-2 Grenzfall nach (Gl. 6-2) für ein schwingendes, gespanntes biegeweiches Zugglied mit konstanter Kraft ohne Durchhang. Abbildung aus [L55].

Unter Last verhalten sich auch Bolzenanschlüsse, welche in der Theorie oft als Gelenk idealisiert werden, bis zur Überwindung der Reibung zwischen Bolzen und Bolzenloch wie eine elastische Einspannung. Für einen beidseitig eingespannten Stab mit einer wirksamen Zugkraft kann folgende Näherungslösung angewendet werden [L130]:



$$f_{3,i} = \frac{i}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{\mu}} \cdot \left(1 + \frac{2}{L \cdot \sqrt{\frac{N_0}{EI}}} + \frac{1}{\left(L \cdot \sqrt{\frac{N_0}{EI}} \right)^2} \cdot \left(4 + \frac{i^2 \pi^2}{2} \right) \right) \tag{Gl. 6-3}$$

Abbildung 6-3 Grenzfall nach (Gl. 6-3) für den biegesteif eingespannten Stab mit wirksamer Zugkraft nach der Balkentheorie. Abbildung aus [L55].

Carbonstrangschlaufen werden gegenwärtig mit Bolzenverbindungen verankert (vgl. Abbildung 6-4). Je nach Anschlusssituation kommen zusätzlich Koppelbleche zum Einsatz. Insbesondere bei kürzeren Zuggliedern dieser Art ist der Einfluss der Anschlussdetails auf das dynamische Verhalten nicht vernachlässigbar. Einerseits erfährt das Zugglied in Interaktion mit den Anschlussbauteilen eine elastische Einspannung, was zu einer Erhöhung der Eigenfrequenz verglichen mit einem gelenkig gelagerten Zugglied führt. Andererseits werden die Anschlussbauteile Teil des schwingenden Gesamtsystems und sind – wenn auch mit geringen Auslenkungen, so doch mit höheren Massenanteilen – an der Bewegung beteiligt. Das dynamische Verhalten des Zuggliedes kann daher nicht mehr losgelöst von der Anschlusskonstruktion betrachtet werden. Zusätzlich ändert sich der Querschnitt im Bereich der Aufweitung zur Schlaufe hin, was zu einer veränderlichen Biegesteifigkeit führt. Für Schwingungen in der Bogenebene (in-plane – IP) und aus der Bogenebene (out-of-plane – OP) ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen Steifigkeiten im Anschlussbereich, bezogen auf die Auslenkung in die jeweiligen Richtung, ein unterschiedliches dynamisches Verhalten, welches im Weiteren jeweils differenziert betrachtet werden muss.

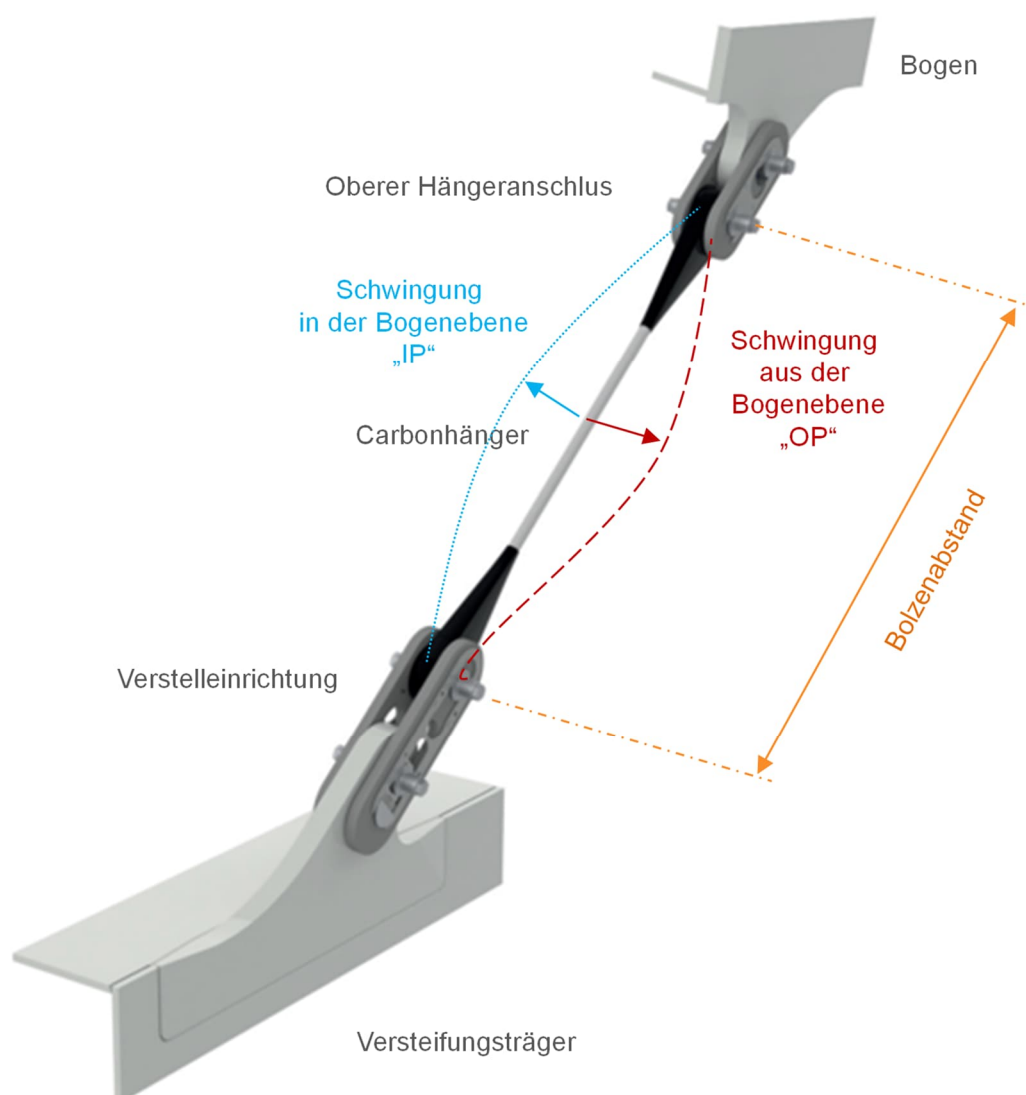


Abbildung 6-4 Carbonstrangschlaufe mit Verankerungsdetails am Beispiel der Oderbrücke Küstrin [L76]. Bezugsgröße für die Länge der Zugglieder ist der Bolzenabstand, definiert durch den Abstand der Bolzenachsen im Bolzenmittelpunkt $L_{Pin-Pin}$.

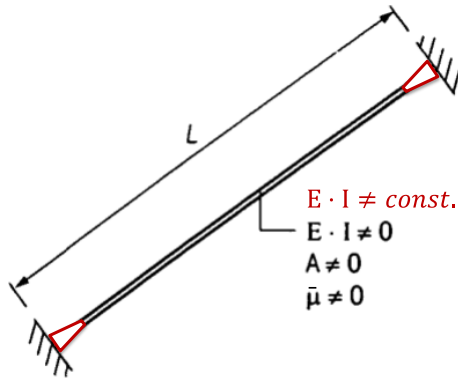


Abbildung 6-5 Prinzipskizze der vorliegenden Randbedingungen im Falle der Carbonstrangschleifen, ergänzt auf Grundlage der Skizzen aus [L55].

Eine exakte geschlossene Lösung zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens unter Berücksichtigung des Verankerungsdetails und der veränderlichen Biegesteifigkeit im Anschlussbereich (Abbildung 6-5) liegt bislang nicht vor. Für die Messung der Hängerkräfte kann eine empirische Kalibrierung vorgenannter Formeln auf Basis von Messungen am Bauwerk erfolgen (vgl. 6.2.3 [L86]). Für die Planungsphase ist jedoch ein Ansatz zur rechnerischen Ermittlung der Eigenfrequenzen erforderlich.

6.2.2 Vergleichende Betrachtung verschiedener bekannter Ansätze

Eine Gegenüberstellung der Ergebnisse verschiedener rechnerischer Ansätze mit am Bauwerk ermittelten Messwerten der Oderbrücke Küstrin [L76] ist in nachfolgenden Abbildungen dargestellt. Die verwendete Datengrundlage (Anhang I) umfasst 102 Datensätze aus drei Frequenzmessungen nach der Betonage des Überbaus und im Zuge der finalen Einstellung der Hängerkräfte [L81][L86]. Eine Messung und Auswertung der Eigenfrequenzen für die zweite und dritte Eigenform wurde nicht bei allen Messkampagnen durchgeführt. Messwerte oberhalb 50 Hz wurden nicht ausgewertet (vgl. 6.2.3). Für die Beurteilung der Korrelation bei der zweiten (dritten) Eigenform stehen daher nur 64 (58) Datensätze zur Verfügung.

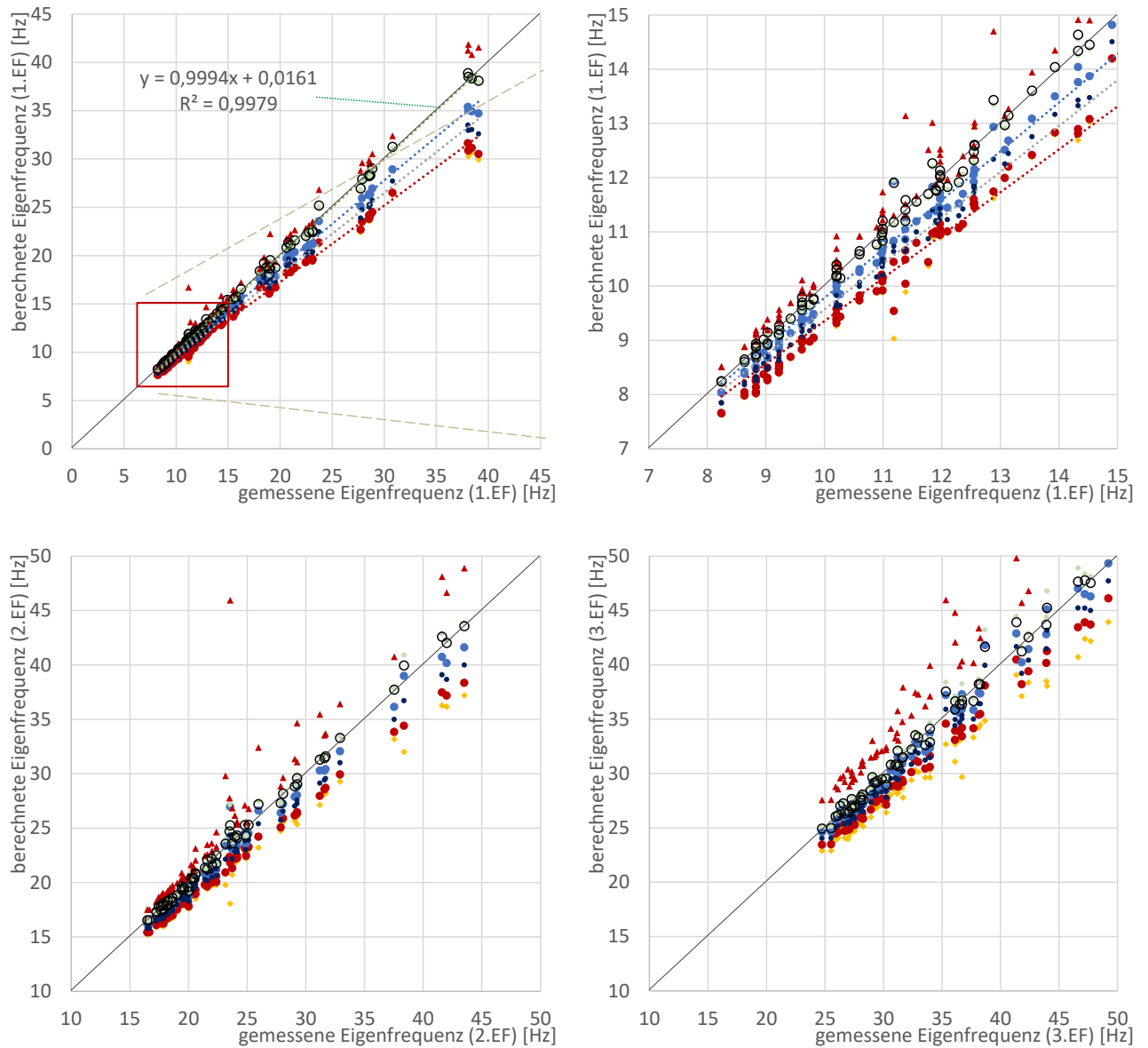
In Abbildung 6-6 und Abbildung 6-7 wird erkennbar, dass der Ansatz der idealen Saite nach (Gl. 6-1) unter Verwendung des Bolzenabstandes für die Länge $L = L_{Pin-Pin}$ die tatsächlichen Eigenfrequenzen sowohl aus der Ebene (OP) wie auch in der Ebene (IP) unterschätzt.

Für Schwingungen in der Hängerebene (IP) kann in erster Näherung (Gl. 6-3) verwendet werden, wobei insbesondere die Eigenfrequenzen bei kurzen Zuggliedern (höhere Eigenfrequenzen) unterschätzt werden (vgl. Abbildung 6-6). Als erste Näherung für die Schwingungen aus der Ebene (OP) kann der Mittelwert zwischen dem Ansatz für die ideal gelenkige und die voll eingespannte Lagerung eines biegeweichen Zuggliedes nach (Gl. 6-4) (vgl. Abbildung 6-7 und Abbildung 6-8) herangezogen werden.

$$f_{4,i} \approx \frac{f_{2,i} + f_{3,i}}{2} \quad \text{mit } L = L_{Pin-Pin} \quad \text{(Gl. 6-4)}$$

Aus Abbildung 6-7 und Abbildung 6-8 wird ersichtlich, dass die Verwendung von (Gl. 6-4) keine mittelwerttreue Abbildung der Eigenfrequenzen ergibt. Eine Anpassung der zugrundegelegten Länge L durch Abzug eines Korrekturterms ΔL als Ansatz zur Berücksichtigung der Steifigkeit der Schleifenverankerung ermöglicht eine Mittelwertkorrektur und ist exemplarisch für die betrachtete Messreihe aus [L81] in (Gl. 6-5) dargestellt.

$$f_{5,i} \approx \frac{f_{2,i} + f_{3,i}}{2} \quad \text{mit } L = L_{Pin-Pin} - \Delta L; \quad \Delta L = 0,8 \text{ m (IP) bzw. } 0,25 \text{ m (OP)} \quad \text{(Gl. 6-5)}$$



- ideale Saite (Gl. 6-1)
- gelenkig (Gl. 6-2)
- eingespannt (Gl. 6-3)
- Mittelwert gelenkig-eingespannt (Gl. 6-4)
- Mittelwert korrigiert (Gl. 6-5)
- Einspannung nach (Gl. 6-6)
- Vorschlag (Gl. 6-7)

Abbildung 6-6 Korrelation aus rechnerisch ermittelten und gemessenen Eigenfrequenzen der ersten bis zur dritten Eigenform für Schwingungen in der Hängerebene (IP) auf Basis der Ergebnisse aus [L81] (Anhang I). Oben: erste Eigenform (links) und vergrößerte Darstellung des Bereiches im roten Kasten (rechts), unten: zweite Eigenform (links) und dritte Eigenform (rechts).

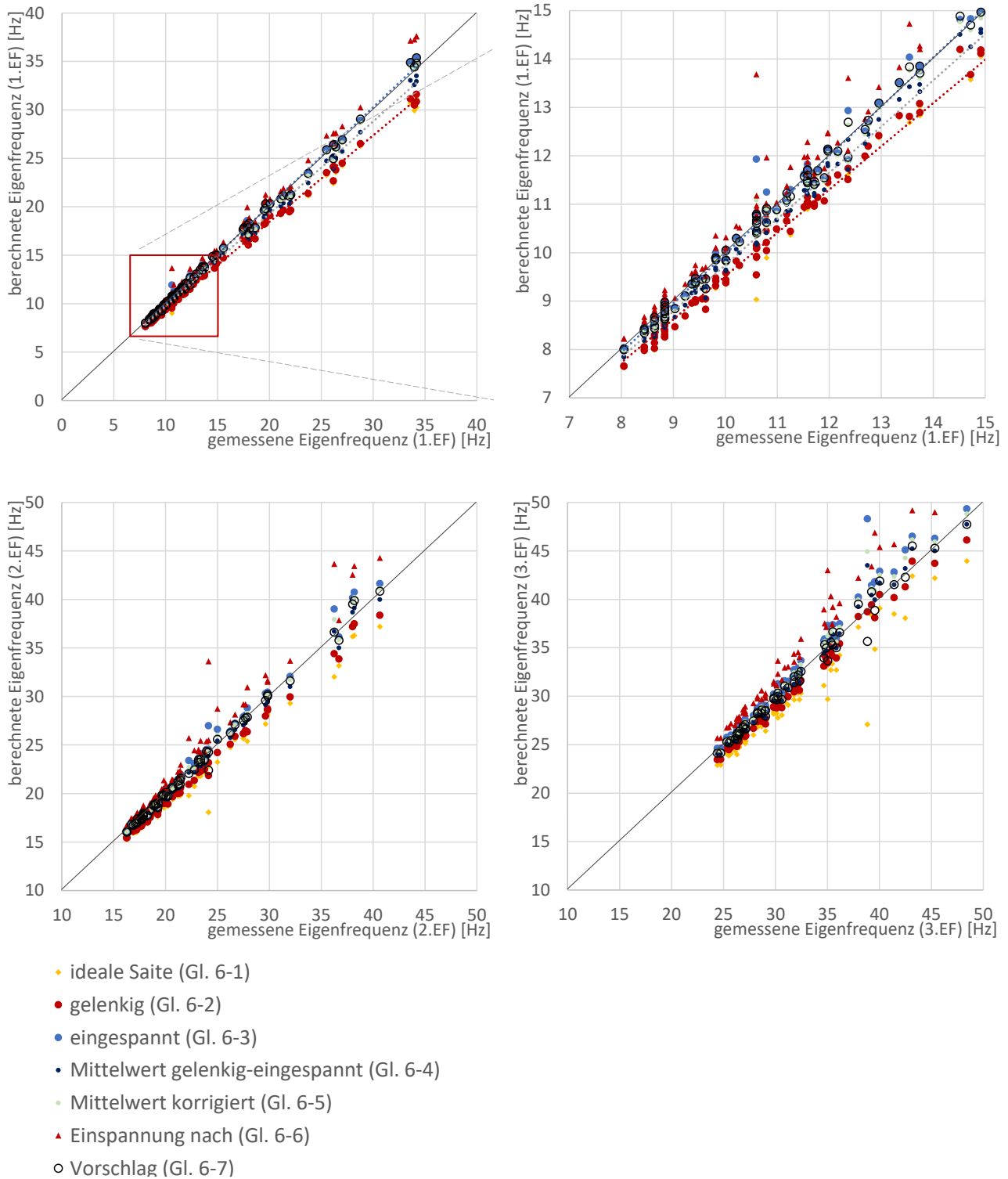


Abbildung 6-7 Korrelation aus rechnerisch ermittelten und gemessenen Eigenfrequenzen der ersten bis zur dritten Eigenform für Schwingungen aus der Hängerebene (OP) auf Basis der Ergebnisse aus [L81] (Anhang I). Oben: erste Eigenform (links) und vergrößerte Darstellung des Bereiches im roten Kasten (rechts), unten: zweite Eigenform (links) und dritte Eigenform (rechts).

Bei der Interpretation der Ergebnisse ist zu berücksichtigen, dass berechneten Werte für die Eigenfrequenz (auf Basis der zugehörigen gemessenen Normalkraft) eine gewisse Unschärfe enthalten, welche auf die

Messtoleranzen bei der Bestimmung der Normalkraft am Bauwerk zurückgehen. Hierauf wird im nachfolgenden Abschnitt 6.2.3 eingegangen.

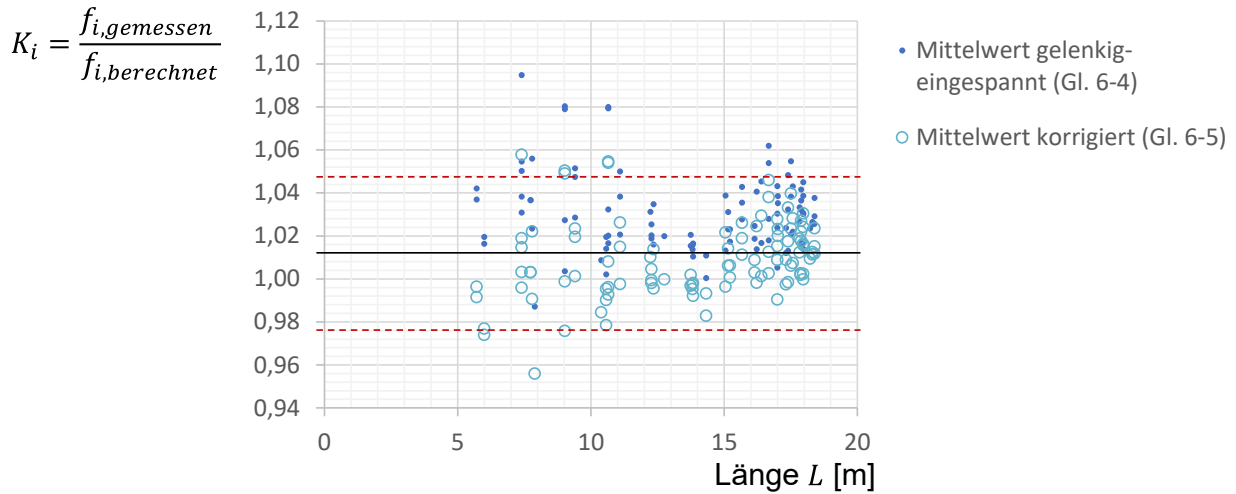


Abbildung 6-8 Verhältnis der gemessenen zur berechneten ersten Eigenfrequenz aus der Hängerebene (OP) auf Basis der Ergebnisse aus [L81] unter Verwendung von (Gl. 6-4) und mit Mittelwertkorrektur unter Verwendung von (Gl. 6-5) exemplarisch mit $\Delta L = 0,35$ m.

In [L64] wird ein Näherungsansatz zur Bestimmung der Eigenfrequenzen unter Berücksichtigung der Einspannung und des veränderlichen Steifigkeitsverlaufes vorgeschlagen, welcher auf einer Modifikation von (Gl. 6-3) beruht, wobei der Einfluss der nicht konstanten Steifigkeitsverteilung im Anschlussbereich durch den Beiwert k_E erfasst wird:

$$f_{6,i} = \frac{i}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{\mu}} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sqrt{k_E \frac{E_{\parallel} I}{Z L^2}} + \left(4 + \frac{i^2 \pi^2}{2} \right) \cdot k_E \frac{E_{\parallel} I}{Z L^2} \right) \quad \text{mit } k_{E,OP} = 2,0 \text{ und } k_{E,IP} = 4,0 \quad (\text{Gl. 6-6})$$

[L64]

In der Gegenüberstellung mit den gemessenen Werten in Abbildung 6-6 und Abbildung 6-7 wird ersichtlich, dass dieser Ansatz den Einfluss der Einspannung sowohl für die Schwingungen in der Ebene (IP) als auch aus der Ebene (OP) überschätzt. Für höhere Eigenformen ergeben sich größer werdende Abweichungen.

Eine Übersicht zur Mittelwertabweichung und zur Streubreite der Verhältniszerte $K_i = \frac{f_{i,gemessen}}{f_{i,berechnet}}$ für die beschriebenen Ansätze wird in Tabelle 6-1 gegeben. Hierbei und in Abbildung 6-6 und Abbildung 6-7 wird der später dann in 6.2.4 eingeführte Vorschlag (Gl. 6-7) zum Vergleich mit aufgeführt.

Tabelle 6-1 Gegenüberstellung der Mittelwertabweichung und der Streubreite für die verschiedenen analytischen Ansätze anhand einer Auswertung der Verhältniszerte K_i

Ansatz	Eigenformen in der Ebene (IP)						Eigenformen aus der Ebene (OP)					
	1. EF		2. EF		3. EF		1. EF		2. EF		3. EF	
$m = MW(K_i)$ $\sigma = STABW(K_i)$	<i>m</i>	σ [%]	<i>m</i>	σ [%]	<i>m</i>	σ [%]	<i>m</i>	σ [%]	<i>m</i>	σ [%]	<i>m</i>	σ [%]
ideale Saite (Gl. 6-1)	1,116	5,0%	1,109	3,7%	1,109	2,9%	1,070	2,9%	1,071	3,9%	1,076	5,5%
gelenkig (Gl. 6-2)	1,110	4,5%	1,087	2,0%	1,073	2,1%	1,064	2,4%	1,050	1,5%	1,035	1,8%
ingespannt (Gl. 6-3)	1,042	2,7%	1,025	2,6%	1,017	2,5%	0,999	2,2%	0,989	2,3%	0,978	3,1%
Mittelwert gelenkig-ingespannt (Gl. 6-4)	1,075	3,3%	1,055	2,0%	1,044	2,2%	1,030	1,8%	1,018	1,5%	1,006	2,4%
Mittelwert korrigiert (Gl. 6-5)	1,005	1,8%	0,996	2,5%	0,989	2,6%	1,010	1,8%	1,000	1,8%	0,989	2,6%
Einspannung nach (Gl. 6-6)	0,963	4,2%	0,922	6,9%	0,887	5,8%	0,968	3,3%	0,949	4,3%	0,927	5,6%
Vorschlag (Gl. 6-7)	1,000	1,8%	0,998	1,8%	1,000	2,2%	1,002	1,7%	1,005	1,7%	1,007	2,2%

6.2.3 Frequenzmessung zur Bestimmung der Normalkraft

Im Zuge der Montage des Hängernetzes der Netzwerkbogenbrücke Küstrin [L76] waren mehrfache Messungen der Hängerkräfte erforderlich. Hierfür und zum planmäßigen Vorspannen der Hänger kam eine Spann- und Messvorrichtung mit hydraulischen Pressen zum Einsatz. Über geeichte Kraftmessdosen, welche zusätzlich im Lastpfad integriert werden können, konnte die aktuelle Hängerkraft bestimmt werden (vgl. Abbildung 6-9). Die Handhabung dieser Einrichtung und deren Umbau von Hänger zu Hänger erfordert jedoch eine gewisse Zeit. Eine Interpretation der Messungen am Hängernetz ist zudem nur dann zuverlässig möglich, wenn die Bauwerkstemperatur während des Messzyklus bekannt und ausreichend konstant ist. Eine Messung des kompletten Hängernetzes unter Verwendung der Spannvorrichtungen ist daher nur bei bedecktem Himmel und konstanter Temperatur zielführend. Entsprechende Abhängigkeiten sind bauseits äußerst unbeliebt. Aus diesem Grund und zur Minimierung des erforderlichen Aufwandes wurde eine schnellere, einfache und ausreichend zuverlässige Methode zur Hängerkraftmessung benötigt.



Abbildung 6-9 Spann- und Messvorrichtung mit hydraulischen Pressen und kalibrierten Kraftmessdosen zum Messen der Hängerkräfte und zum Spannen der Hänger der Oderbrücke Küstrin [L86], links: Detailansicht der Anzeige der Kraftmessdose, rechts: Detailansicht Futter zum Spannen.

Die Bestimmung von Normalkräften an Zuggliedern durch die Messung und Auswertung des Frequenzspektrums aus einer angeregten Schwingung wird u. a. durch Caetano [L166] und Geier [L56] beschrieben und gehört zu bewährten Methoden der Messung und Überwachung von Bauwerken mit Zuggliedern. Die in 6.2.4 hergeleitete und zur weiteren Nutzung vorgeschlagene Formel stand zum Zeitpunkt der erforderlichen Messungen noch nicht zur Verfügung. Stattdessen konnte Holl [L86] auf Basis von baubegleitenden Messungen im Zuge der Hängermontage und nach der Herstellung der Verbundfahrbahnplatte der Oderbrücke Küstrin eine bauwerksbezogene empirische Anpassung der Ansätze aus 6.2.1 herleiten und zeigen, dass Messungen des Frequenzspektrums nach punktueller manueller Anregung mit den Beschleunigungssensoren handelsüblicher Smartphones [L81] im Vergleich zum Einsatz von qualifizierter Messtechnik [L104][L187] ausreichend genaue Ergebnisse erzielen, um damit die Hängernormalkraft zuverlässig zu bestimmen. Die Messungen der Hängerkräfte für die finalen Spannzyklen konnten mit einer Kombination aus parallel

durchgeführten Frequenzmessungen und der Verwendung der Spannvorrichtungen für wenige kurze Hänger witterungsunabhängig in einem kurzen Zeitfenster vor Sonnenaufgang erfolgen (Abbildung 6-10).



Abbildung 6-10 Messung des Frequenzspektrums mit dem Mobiltelefon an der Oderbrücke Küstrin [L86].

In Abbildung 6-11 ist die Korrelation zwischen der Messung mit Kraftmessdose im Lastpfad der Spannvorrichtung und der Auswertung der beschriebenen Frequenzmessung dargestellt. Es ist festzuhalten, dass die Messungen mit der Spann- und Messvorrichtung ebenfalls einer gewissen Streuung unterliegen. Die Messtoleranz der verwendeten hydraulischen Kraftmessdosen liegt bei $< 1\%$. Aus einer Labormessung unter Verwendung eines Vorläufers der in Abbildung 6-9 gezeigten Spann- und Messvorrichtung liegen aus vier Messzyklen Messdaten der Normalkraft sowohl von der Mess- und Spannvorrichtung wie auch von der Kraftmesszelle des Versuchsstandes vor [L77]. Die Unschärfe der an der Spann- und Messeinrichtung abgelesenen Kraft bei mehrmaligem Wiederholen des Versuches kann hieraus zu $0,5\%$ abgeschätzt werden. Weitere Unschärfen ergeben sich einerseits aus der manuellen Feststellung des Lastübergabepunktes zur Ableseung der Kraft und andererseits aus Effekten aus der Reibung an den Führungen der Spannstangen. Diese Streuungen lassen sich durch einen höheren Messaufwand (Messung durch Mittelung der Messwerte im Belastungspfad und im Entlastungspfad, mehrfache Messung und Mittelung, unabhängige Messung durch verschiedene Messteams) zumindest teilweise eliminieren. Zur Überprüfung des Einflusses der genannten Effekte wurden exemplarisch zusätzliche Messungen durchgeführt. Stichprobenartige Wiederholungsmessungen auf der Baustelle zeigen Abweichungen von unter 3% . Es ist daher anzunehmen, dass ein relevanter Anteil der beobachteten Streuung der Korrelationswerte aus Abbildung 6-6 und Abbildung 6-7 auf die hier beschriebenen Effekte zurückgeht. Es liegt allerdings keine hinreichende Anzahl von Prüfergebnissen vor, um die genannten Effekte ausreichend genau zu differenzieren und zu quantifizieren. In jedem Fall sollten Kraftmessungen unter Verwendung einer hydraulischen Spannvorrichtung nur durch geschultes Personal durchgeführt werden.

Auch bei der Messung des Frequenzspektrums mit einem angeklebtem Smartphone sind Fehler durch ungeeignete Ausrichtung oder Fixierung des verwendeten Smartphones oder aus einer Fehlinterpretation bei der Bestimmung der Eigenfrequenzen aus der Beschleunigungsmessung möglich. Durch den Smartphonehersteller wird die Abtastrate zur Auslesung der Daten des Accelerometers an der Softwareschnittstelle üblicherweise auf 100 Hz begrenzt, woraus sich eine maximal auflösbare Frequenz von 50 Hz ergibt (Nyquist-Shannon-Abtasttheorem) [L86]. Für höhere Eigenfrequenzen ist die Methode daher ungeeignet. Die Qualität der aus dem Beschleunigungsverlauf ermittelten Ergebnisse für das Frequenzspektrum hängt mit der Art der Anregung zusammen. Die beschriebene Messung kann nach einfacher Einweisung i. d. R. ohne vertiefte

Fachkenntnisse zuverlässig durchgeführt werden. Durch eine unmittelbare Auswertung und Wiederholung der Messungen, bis mehrere Messungen mit ausreichender Korrelation vorliegen, können Messfehler vom Anwender selbst unmittelbar erkannt und zuverlässig vermieden werden.

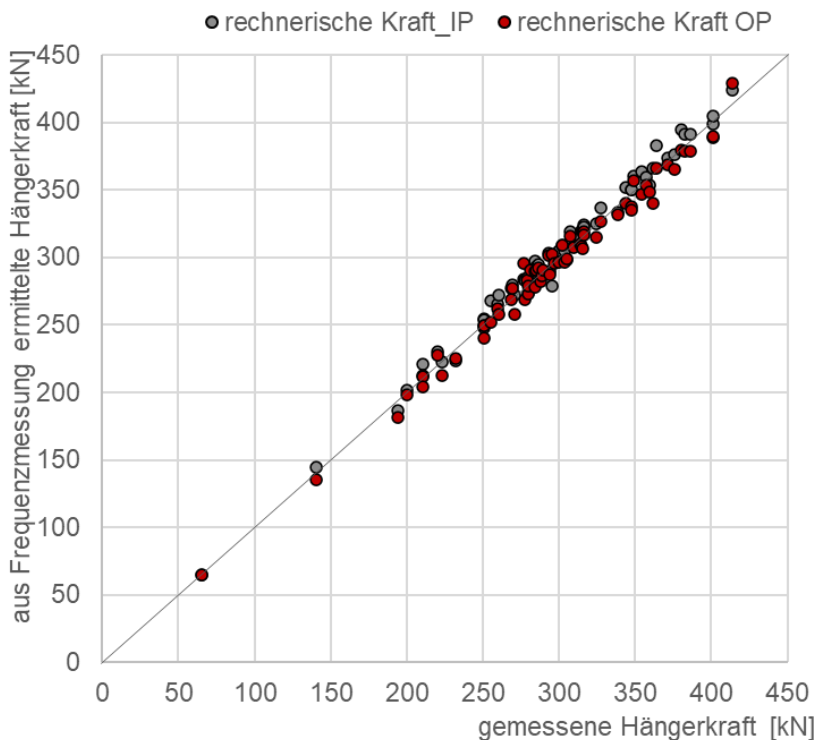


Abbildung 6-11 Korrelation der mit Spannvorrichtung (Abbildung 6-9) gemessenen und über die Frequenzmessung nach Holl [L86] bestimmten Hängernormalkräfte im Zuge der Montage der Oderbrücke Küstrin auf Basis der Ergebnisse aus [L81].

Die gewonnenen Erfahrungen zeigen, dass alternativ zu aufwändigen Messungen der Normalkraft mit einer hydraulischen Mess- und Spannvorrichtung eine Bestimmung der Normalkraft durch Messung und Auswertung des Beschleunigungsspektrums mit einem Smartphone möglich ist. Diese Methode erfordert einen deutlich geringeren zeitlichen und personellen Aufwand und bietet eine einfache Möglichkeit zur Erkennung und Vermeidung von Messfehlern. Nahezu unabhängig von der Sachkenntnis des Messpersonals können Ergebnisse mit geringerer Unschärfe erzielt werden als mit der Spann- und Messvorrichtung.

Eine weitere Verbesserung der Messqualität und Zuverlässigkeit kann durch die Auswertung auf Basis höherer Eigenfrequenzen nach [L55] erzielt werden. Damit kann die Anzahl der Wiederholungsmessungen zur Erkennung von Messfehlern reduziert werden oder ganz entfallen, wenn bei der Auswertung mehrerer Eigenformen sowohl IP als auch OP bereits aus einer Messung eine ausreichend gute Übereinstimmung aller Ergebnisse erzielt wird.

Für die hier berichtete empirische Kalibrierung und Validierung des Zusammenhangs zwischen Frequenz und Kraft wurden mehrere Messzyklen mit korrelierenden Werten der Kraft- und Frequenzmessung benötigt. Ein analytischer Ansatz kann den Aufwand in Zukunft nochmals reduzieren und die Korrelation der Ergebnisse verbessern. Ein Vorschlag dazu wird im nachfolgenden Kapitel 6.2.4 vorgestellt.

6.2.4 Vorschlag zur Berechnung der Eigenfrequenzen

Durch eine Anpassung von (Gl. 6-3) mit einem steifigkeits- und normalkraftabhängigen Anteil $k_E \cdot \frac{L_{eff}}{L}$ analog zu (Gl. 6-6) [L64] und einen konstanten, kraftunabhängigen Korrekturwert ΔL der Bezugslänge L kann eine bessere Übereinstimmung der rechnerisch bestimmten Werte mit dem tatsächlich beobachteten Verhalten erzielt werden. Eine Anpassung der Bezugslänge auch in den lastabhängigen Termen in der Form $k_E \cdot \frac{L_{eff}}{L-\Delta L}$ wäre formal naheliegend und wurde untersucht, führte aber nicht zu einer signifikanten Verbesserung der Übereinstimmung. Auf dieser Grundlage und unter Bezug auf die in 5.4.3 hergeleitete effektive Länge $L_{eff,G}$ unter Berücksichtigung des Schubmoduls G wird nachfolgende (Gl. 6-7) vorgeschlagen.

$$f_{7,i} = \frac{i}{2 \cdot (L - \Delta L)} \cdot \sqrt{\frac{N_0}{\mu}} \cdot \left(1 + 2 \cdot k_E \frac{L_{eff,G}}{L} + \left(4 + \frac{i^2 \pi^2}{2} \right) \cdot \left(k_E \frac{L_{eff,G}}{L} \right)^2 \right) \quad (\text{Gl. 6-7})$$

mit $L_{eff,G}$ für den Querschnitt auf der freien Länge nach (Gl. 5-55);

Für Schubmoduln $G > E_{II} / 20$ kann $L_{eff,G}$ durch $L_{eff} = \sqrt{\frac{EI}{N_0}}$ genähert werden.

Hinweis: Für Zugglieder der Bauart nach 3.2.1 mit Durchmesser $d = 50$ mm auf der freien Länge in Kombination mit der Verankerung nach Abbildung 6-4 können Korrekturwerte wie folgt gewählt werden:

$$\begin{aligned} k_{E,OP} &= 0,50 & \text{und} & & \Delta L_{OP} &= 0,40 \text{ m} \dots \text{für Schwingungen aus der Ebene (OP)} \\ k_{E,IP} &= 0,65 & \text{und} & & \Delta L_{IP} &= 0,80 \text{ m} \dots \text{für Schwingungen in der Ebene (IP)} \end{aligned}$$

Sowohl für die Eigenfrequenzen aus der Ebene (OP, vgl. Abbildung 6-6) wie auch in der Ebene (IP, vgl. Abbildung 6-7) ist eine gute Übereinstimmung zwischen der rechnerisch bestimmten ersten Eigenfrequenz nach (Gl. 6-7) und den Messwerten aus [L81] zu erkennen (Abbildung 6-12). Auch für die zweite und dritte Eigenfrequenz zeigt sich eine gute mittelwerttreue Übereinstimmung. Die Korrekturwerte k_E und ΔL wurden auf Basis der Messwerte empirisch bestimmt. Die Funktion ist für $N_0 = 0$ nicht definiert, nähert sich aber für $N_0 \rightarrow 0$ und große L der Lösung für den eingespannten Biegebalken (vgl. Anhang J.1).

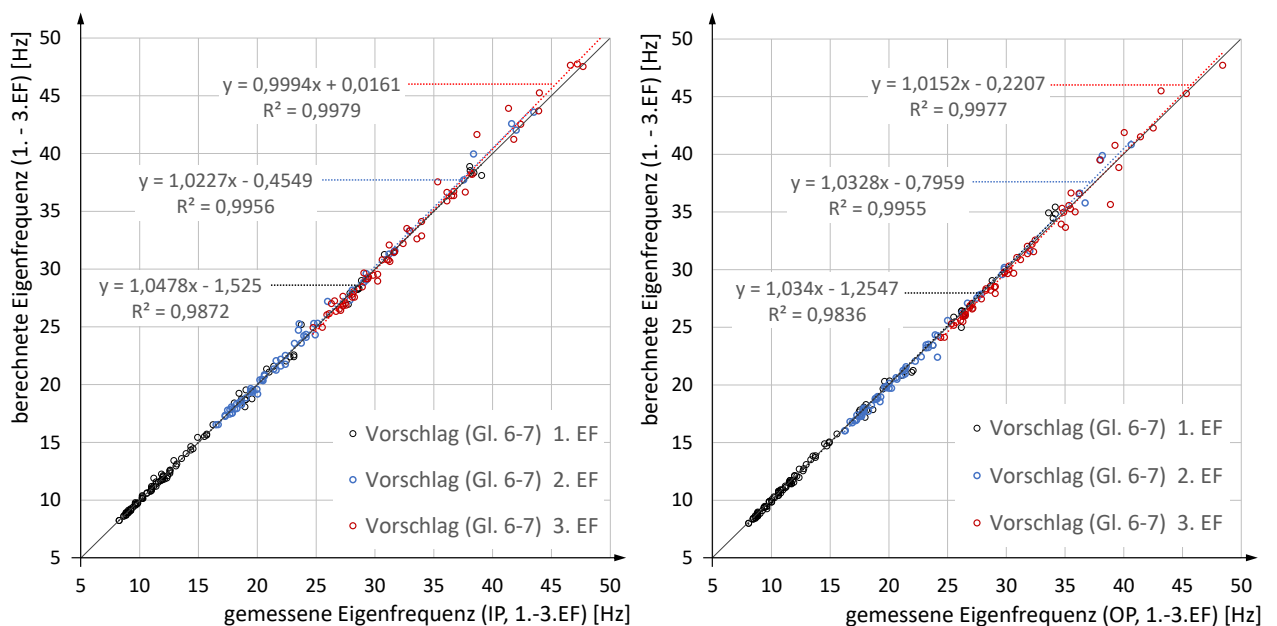


Abbildung 6-12 Korrelation der Rechenwerte nach (Gl. 6-7) mit gemessenen Werten der 1. – 3. Eigenfrequenz nach [L81]; links: in der Hängerebene (IP); rechts: aus der Hängerebene (OP).

6.3 Dämpfung

Von ersten exemplarischen Messungen des Ausschwingverhaltens an Carbonstrangschlaufen der Stadtbahnbrücke Stuttgart wird in [L74] berichtet. An einem Carbonzugglied mit 9,7 m Bolzenabstand und 32 mm Durchmesser wurde ein Dämpfungsmaß zwischen $D_s = 0,11 \%$ und $0,16 \%$ für eine Schwingung aus der Ebene (OP) und $D_s = 0,095 \%$ für eine Schwingung in der Ebene (IP) bestimmt.

Messungen am Hängernetz der Oderbrücke Küstrin [L104], welche durch Auswertung der Abklingkurven der Beschleunigungsverläufe von Hammerschlagversuchen gewonnen wurden, bieten erstmals eine breitere Datenbasis zur Bestimmung der vorhandenen Strukturdämpfung für Carbonstrangschlaufen. Abbildung 6-13 zeigt die große Bandbreite dieser Versuchsergebnisse. Die Messmatrix umfasst zwar eine große Anzahl von $2 \cdot 172$ Versuchsergebnissen, von denen jedoch eine erhebliche Anzahl nicht zuverlässig auswertbare Daten enthält. Zudem erlauben die Messungen jeweils nur eine vergleichsweise kurze Auswertedauer von einigen Sekunden. Es wird vermutet, dass die hohe Anzahl an nicht zuverlässig auswertbaren Datensätzen darauf und auf die in [L104] verwendete Art der Anregung durch Hammerschlag vom Brückendeck aus zurückzuführen ist. Diese Art der Anregung führt zu einem hohen Anteil an Oberschwingungen im Frequenzspektrum, während für die erste und zweite Eigenform teilweise kaum auswertbare Ergebnisse gewonnen werden können.

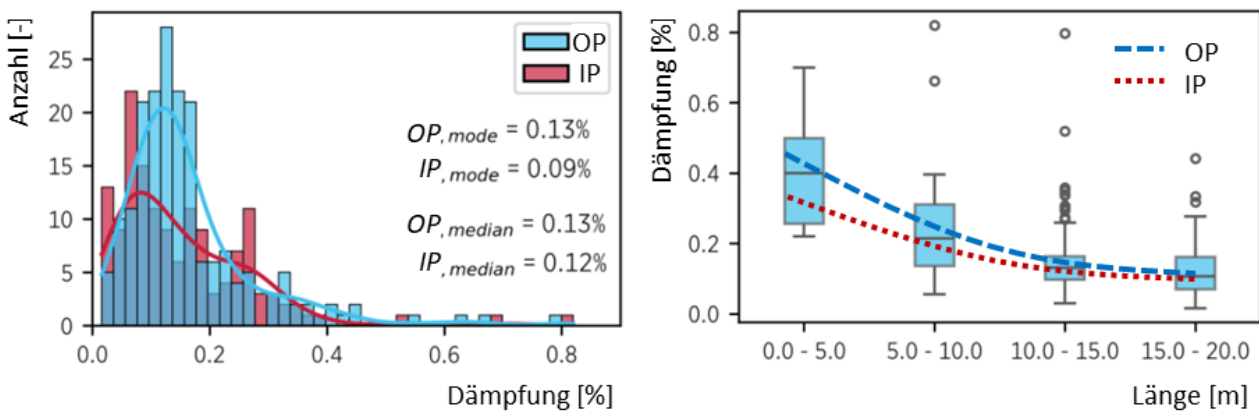


Abbildung 6-13 Dämpfungsmessungen durch Auswertung der Abklingkurven der Beschleunigungsverläufe von Hammerschlagversuchen am Hängernetz der Oderbrücke Küstrin [L104], ergänzt mit den in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen, links: Auswertung getrennt für eine Anregung aus der Hängerebene (OP) und in der Hängerebene (IP), rechts: Auswertung gruppiert für unterschiedliche Hängerlängen aus [L104], ergänzt mit schematischen Trendlinien für die Schwingungsrichtungen OP und IP.

In Abbildung 6-13 wird erkennbar, dass sich die Dämpfung für Schwingungen aus der Hängerebene (OP) und in der Hängerebene (IP) für kürzere Hänger deutlich unterscheidet und mit zunehmender Länge der Zugglieder angleicht. Gleichzeitig nimmt die Dämpfung mit zunehmender Länge ab und konvergiert gegen einen unteren Grenzwert. Beides deutet darauf hin, dass insbesondere bei kurzen Zuggliedern die konstruktive Ausbildung der Schlaufenverankerung einen wesentlichen Beitrag zur Bauteildämpfung leistet und sich dieser Beitrag entsprechend der geometrischen Ausbildung der Verankerung in die beiden Richtungen OP bzw. IP unterscheidet. Die innere Strukturdämpfung des Carbonvollquerschnitts ohne Einfluss der Verankerung bildet einen unteren Grenzwert, welcher für lange Zugglieder nahezu erreicht wird.

Der auf Grundlage der ersten exemplarischen Messungen in [L74] getroffene Rückschluss, dass die Empfehlungen in DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] für Stahlseile auch für Carbonstrangschlaufen bestätigt werden können, muss auf Grundlage der nun vorliegenden Messungen revidiert werden. Obwohl sich die Messwerte aus [L74] in die später gewonnenen Ergebnisse aus [L104] gut einfügen, muss insbesondere für

längere Carbonstrangschlaufen mit größerem Querschnitt von einer geringeren Dämpfung ausgegangen werden.

Weitere sechs Versuche wurden durch Anregung in Feldmitte durchgeführt [L104]. Vorgesehen war für alle sechs Versuche eine Anregung mit einem Spanngurt und plötzlicher Entlastung, womit größere Auslenkungen und längere Aufzeichnungszeiten des Abklingvorgangs erzielt werden können. Bei einer Platzierung des Spanngurtes in Feldmitte wird fast ausschließlich die erste Eigenform angeregt. Der Beschleunigungsverlauf eines mit Spanngurt angeregten Versuches ist in Abbildung 6-14 dargestellt. Aus logistischen Gründen wurden weitere Versuche teilweise mit Hammerschlag in Feldmitte durchgeführt.

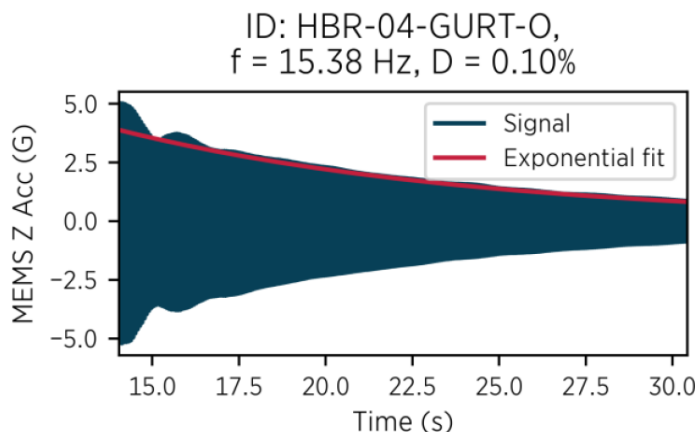


Abbildung 6-14 Exemplarischer Beschleunigungsverlauf eines Ausschwingversuches bei Anregung eines Hängers durch Entlastungsimpuls mit einem Spanngurt in Feldmitte [L104].

Aus den Messungen mit längerer Aufzeichnungsdauer und Anregung durch Entlastungsimpuls lässt sich ein unterer Wert der Dämpfung nach (Gl. 6-8) abschätzen.

$$D_s = D_{s,m} - 2 \cdot \sigma D_s = 0,026 \dots \text{Dämpfungsmaß, unterer Wert [\%]} \quad (\text{Gl. 6-8})$$

mit $D_{s,m} = 0,057$... Mittelwert aus drei Messungen OP (0,04; 0,06; 0,07)
 $\sigma D_s = 0,015$... Standardabweichung der drei Messungen

Der Zusammenhang zwischen Dämpfungsmaß D_s und logarithmischem Dämpfungsdekrement δ_s

$$D_s = \frac{\delta_s}{\sqrt{4\pi^2 + \delta_s^2}} \quad (\text{Gl. 6-9})$$

lässt sich für schwache Dämpfung in guter Näherung durch

$$D_s = \frac{\delta_s}{2\pi} \quad (\text{Gl. 6-10})$$

ausdrücken. Hiermit kann das logarithmische Dämpfungsdekrement bestimmt werden:

$$\delta_s = 2\pi D_s = 0,0016 \quad (\text{Gl. 6-11})$$

In [L64] wird anhand der Literatur [L2][L12][L13][L216] ein Erwartungsbereich für die Dämpfungseigenschaften unidirektionaler Carbonvollquerschnitte bestimmt. Diese hängen im Wesentlichen von der

Steifigkeit und den Dämpfungseigenschaften der Matrix, der Steifigkeit der Fasern, dem Fasergehalt und den Verbundeigenschaften ab. Zusätzlich kann eine Veränderung des Verhaltens der Matrix bei tiefen und hohen Temperaturen wie auch bei Belastungen mit höherer Frequenz beobachtet werden. Für Verlustfaktoren (Bestimmung im Zuge einer Dynamisch Mechanischen Analyse - DMA) der Matrix im Bereich von $\eta_m = 0,07$ bis $0,1$ wird in [L64] ein Erwartungsbereich für das logarithmische Dämpfungsdekrement ermittelt:

$$\delta_s = \pi \cdot \eta_{\parallel} = \pi \frac{1-V_f}{1-V_f+\frac{E_f}{E_m}V_f} \eta_m = \pi \cdot 0,0054 \eta_m = 0,0012 \text{ bis } 0,0017 \quad [\text{L64}] \quad (\text{Gl. 6-12})$$

Bis zur Vorlage weiterer Erkenntnisse wird vorgeschlagen, von einer Dämpfung nach (Gl. 6-13) auszugehen.

$$\delta_s = 0,0015 \text{ (} 0,0012 \text{)} \dots \text{ logarithmisches Dämpfungsdekrement (Grenzfall für tiefe Temperatur) (Gl. 6-13)}$$

Der vorgeschlagene Wert kann für kürzere oder auch dünnere Strangschlaufen mit einem günstigeren Verhältnis der Dämpfung der Verankerungsdetails zur schwingenden freien Länge konservativ sein. Auf Basis weiterer Untersuchungen könnte ein weniger konservativer unterer Grenzwert der Dämpfung für $L \rightarrow \infty$ (ohne Einfluss der Verankerungen) sowie eine Anpassung in Abhängigkeit von der Länge bestimmt werden. Es ist jedoch möglich, dass sich die Dämpfung des Verankerungsdetails beispielsweise durch Alterung der elastischen Vergussmasse am Anschluss mit der Zeit verändert.

6.4 Beanspruchung aus windinduzierten Schwingungen

6.4.1 Regen-Wind-induzierte Schwingungen

Das Auftreten von Regen-Wind-induzierten Schwingungen (RWIS) ist nach der Literatur bei turbulenzarmen Windverhältnissen mit Geschwindigkeiten von 5 m/s bis 30 m/s und Reynoldszahlen im unterkritischen und kritischen Bereich ($5 \cdot 10^4$ bis $3 \cdot 10^5$) möglich [L116][L149][L181], wobei Schwingungen bei zylindrischen Seilstrukturen mit Durchmessern zwischen 40 mm und 250 mm und glatter Oberfläche sowohl in Längs- als auch in Querrichtung des Windes mit Frequenzen bis 9 Hz beschrieben werden. Die Konstellation der Seilneigung und des Anströmwinkels beeinflusst das Auftreten bzw. die Intensität der Schwingung. Der Diskurs über eindeutige Grenzwerte, welche zum Ausschluss dieses Phänomens herangezogen werden können, ist noch nicht abgeschlossen. In [L217] werden neben der schwingenden Masse und der Dämpfung als wesentliche Einflussgrößen der Expositionswinkel und die Intensität des Regenfalls sowie die Windgeschwindigkeit benannt, sodass die Scrutonzahl Sc als alleiniges Kriterium nicht geeignet ist, die Auftretenswahrscheinlichkeit von RWIS zu bewerten. Seildurchmesser unter 65 mm [N20], Windturbulenz und anwachsende Strukturdämpfung verringern die beobachteten Auslenkungen bis zum gänzlichen Unterbinden des Phänomens. Eine vergrößerte Oberflächenrauigkeit, wie sie beispielsweise durch eine Beschichtung mit keramischer Körnung erzielt werden kann (vgl. Abbildung 6-15), vergrößert die Turbulenz in der Grenzschicht und verringert die Auftretenswahrscheinlichkeit von RWIS. Mit Eigenfrequenzen über 10 Hz und Seildurchmessern unter 65 mm sowie Reynoldszahlen im Bereich unter $2 \cdot 10^4$ für die ersten Eigenformen weisen die Carbonzugglieder mehrere Eigenschaften in Kombination auf, für welche das Auftreten von RWIS als unwahrscheinlich eingestuft werden kann.



Abbildung 6-15 Beschichtung mit keramischen Partikeln als Vandalismusschutz gegen einfache Klingenwerkzeuge am Beispiel der Stadtbahnbrücke Stuttgart [L74].

6.4.2 Wirbelerregte Querschwingungen

Die bekannteste windinduzierte Schwingungsanregung ist die Wirbelerregung von kreiszylindrischen Querschnitten durch laterale Druckschwankungen aus alternierend auftretenden Ablösewirbeln im Nachlauf umströmter Körper, der sog. Kármánschen Wirbelstraße. Die periodischen Strömungsinstabilitäten führen zu Schwingungen quer zur Anströmrichtung und werden ursächlich von der umströmten Struktur selbst hervorgerufen. Die Frequenz der Wirbelablösung ist eine Funktion der Strouhalzahl, der Windgeschwindigkeit und der Profilbreite. Die Strouhalzahl ist abhängig von der Profilform und der Reynoldszahl. Starke Schwingungen treten nur in einem begrenzten Windgeschwindigkeitsbereich auf, wenn die Frequenz der periodischen Wirbelablösung im Bereich der Eigenfrequenzen des umströmten Körpers liegt. Sie können jedoch durch eine periodische laterale Bewegung der Struktur verstärkt werden. Hierbei kann die zunächst fremderregte Resonanzschwingung in der Struktureigenfrequenz partiell durch Selbsterregung verstärkt werden, wodurch sog. Lock-in-Effekte den Frequenzbereich der Resonanzschwingung erweitern [L135].

In DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] wird für den Nachweis wirbelerregter Querschwingungen für Rundstahlhänger mit Durchmessern bis 160 mm ein Ersatzlastverfahren beschrieben. Die statische Ersatz-Quertriebslast und die Wirklänge wurden für diesen Nachweis auf eine auf 2 Mio. LZ bezogene schädigungsäquivalente Spannungsschwingbreite kalibriert. Deshalb und aufgrund der Tatsache, dass die wesentlichen Beanspruchungen nicht aus den relativ kleinen Quertriebskräften, sondern aus den Massenträgheitskräften der schwingenden Struktur resultieren [L146], kann der Nachweis für Zugglieder aus einem Material mit abweichender Dichte nicht verwendet werden. Vor diesem Hintergrund ist die in [L74] veröffentlichte Beispielrechnung vom Ansatz her nicht korrekt. Stattdessen wird für einen Ermüdungsnachweis im Zeitfestigkeitsbereich ein Nachweis auf Basis des Wirklängenmodells von Ruscheweyh [L164] analog zum Verfahren 1 zur Berechnung der Querschwingungsamplituden in DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] vorgeschlagen und in 6.4.2.2 diskutiert. Da dieses Verfahren mit erheblichem Rechenaufwand verbunden ist, wird in 6.4.2.3 ein vereinfachtes Nachweisformat mit Ansatz einer äquivalenten statischen Ersatz-Quertriebslast in Anlehnung an das Nachweisformat in DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] vorgeschlagen.

Außergewöhnliche Beobachtungen an schlanken Stahlschornsteinen mit seltenen, aber extremen Amplituden veranlassten Clobes et al. [L25] zum Vorschlag eines erweiterten Bemessungskonzeptes mit einem zusätzlichen „Nachweis der Ermüdung im Kurzzeitfestigkeitsbereich durch seltene, extrem große Querschwingungsamplituden“, welche im Zusammenhang mit seltenen turbulenzarmen Kaltwetterlagen auftreten. Grundlage für die Validierung der vorgestellten Verfahren sind im Wesentlichen Untersuchungen und Messungen im Zusammenhang mit wirbelerregten Querschwingungen von Schornsteinen. Ob das Verhalten der schlanken und leichten Carbonzugglieder sich mit den hieraus abgeleiteten Verfahren zutreffend beschreiben lässt, muss durch weitere Untersuchungen und Messungen bestätigt werden. Bis zur Vorlage entsprechender Erkenntnisse und auf Empfehlung von Hanswille [L65] wird in 6.4.2.4 ein zusätzlicher Nachweis im Kurzzeitfestigkeitsbereich vorgeschlagen.

6.4.2.1 Grundlegende bauteilspezifische Parameter für wirbelerregte Schwingungen

Carbonzugglieder weisen eine Reynoldszahl Re im unterkritischen Bereich auf, wodurch sich eine stabile Wirbelstraße mit alternierender Wirbelablösung ausbilden kann [L151]. Der Quertriebsbeiwert ($c_{lat,0}$ in [N20]) liegt auch für höhere Eigenformen in Hochlage (vgl. Abbildung 6-16).

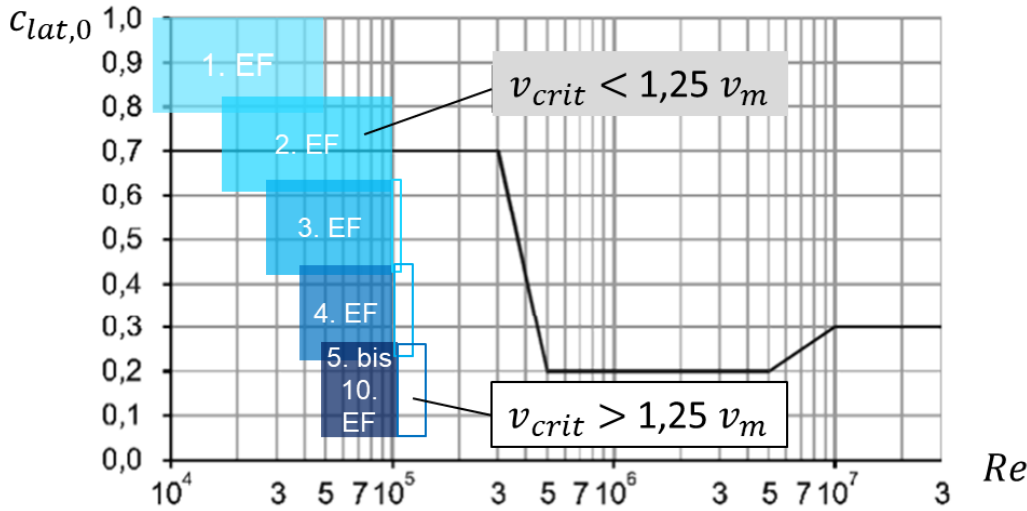


Abbildung 6-16 Quertriebsbeiwert $c_{lat,0}$ [N20] in Abhängigkeit der Reynoldszahlen für die erste und bis zur zehnten Eigenform für die Carbonzugglieder am Beispiel der Oderbrücke Küstrin [L72].

$$Re = \frac{b \cdot v_{crit}}{\nu} \quad \dots \text{Reynoldszahl} \quad \text{(Gl. 6-14)}$$

mit b ... äußerer Durchmesser des kreisförmigen Zylinders

v_{crit} ... kritische Windgeschwindigkeit

$\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$... kinematische Zähigkeit der Luft nach [N20] bei ca. 18 °C [L25]

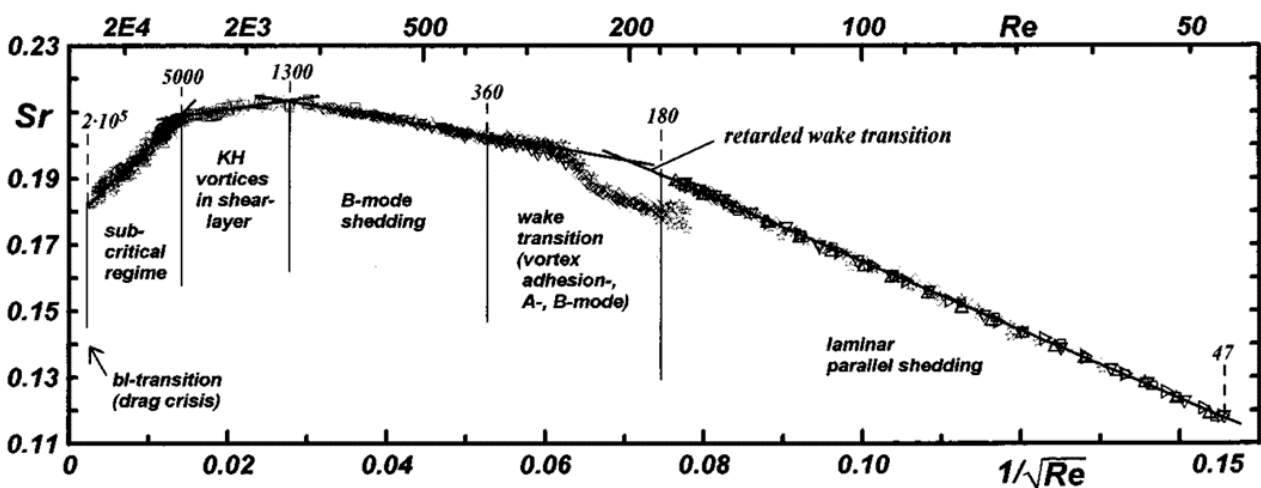


Abbildung 6-17 Strouhalzahl (hier als Sr benannt) vs. Reynoldszahl aus [L49].

Der Zusammenhang zwischen den Abmessungen eines umströmten Zylinders, der Windgeschwindigkeit und der Wirbelablösefrequenz wird durch die Strouhalzahl St beschrieben. Gemessene Werte streuen

insbesondere im unterkritischen Bereich [L49]. Auf Basis von Messungen an Bauwerken – auch an Brückenhängern – wurde festgestellt, dass die in DIN 4133:1991-11 [N22] festgelegte Strouhalzahl von $St = 0,20$ zu Berechnungsergebnissen führen kann, die nicht auf der sicheren Seite liegen [L165]. Im Eurocode [N20] und in DIN 1055-4 [N19] wurde 2005 die Strouhalzahl für die Berechnung mit $St = 0,18$ für alle Reynoldszahlen festgeschrieben. Eine kleinere Strouhalzahl führt zu einer größeren kritischen Windgeschwindigkeit und damit zu größeren rechnerischen Amplituden. Gleichzeitig sinkt die dazugehörige Auftretenswahrscheinlichkeit entsprechender Windverhältnisse und damit die rechnerische Lastzyklenzahl für eine Lebensdauerbetrachtung. Nach einer Studie von Clobes et al. [L25] ist für häufig auftretende wirbelerregte Querschwingungen $St = 0,18$ zutreffend, für seltene Bemessungssituationen wird $St = 0,16$ vorgeschlagen.

$$St = \frac{b \cdot f_i}{v_{crit,i}} \quad \dots \text{Strouhalzahl} \quad \text{[N20] (Gl. 6-15)}$$

Die Scrutonzahl (Massendämpfungsparameter) hängt von der Strukturdämpfung und dem Verhältnis der Masse des schwingenden Bauteils zur Masse der Luft ab. Sie kann für Querschnitte aus CFRP querschnittsunabhängig nach [N20] ermittelt werden:

$$Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_{i,e}}{\rho_L \cdot b^2} \quad \dots \text{Scrutonzahl} \quad \text{[N20] (Gl. 6-16)}$$

mit δ_s ... logarithmisches Dämpfungsdekrement
 $m_{i,e}$... äquivalente Masse je Längeneinheit
 ρ_L ... Dichte der Luft mit $1,25 \text{ kg/m}^3$
 b ... Bezugsbreite des Querschnitts an der Stelle der Wirbelerregung

$$Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_{i,e}}{\rho_L \cdot b^2} = 3,02 \quad \text{für } \delta_s = 0,0015 \text{ und } \rho_L = 1,25 \text{ kg/m}^3 \quad \text{(Gl. 6-17)}$$

6.4.2.2 Häufig auftretende Querschwingungsamplituden nach Verfahren 1 aus [N20]

Häufig auftretende Querschwingungsamplituden können auf Basis des Wirklängenmodells von Ruscheweyh [L164] analog zum Verfahren 1 zur Berechnung der Querschwingungsamplituden in DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] für unterschiedliche Massenbelegung (Materialdichte), beliebige schwingende Systeme und höhere Eigenformen betrachtet werden. In gewissem Maße berücksichtigt das Nachweisformat zudem einen Lock-in-Effekt durch eine iterative Ermittlung der Wirklänge L_j , welche mit wachsender Schwingwegamplitude ebenfalls bis zum Erreichen eines Grenzwertes vergrößert wird. Bei einem log. Dämpfungsdekrement von $\delta_s = 0,0015$ wird für die hier betrachtete häufige Situation i. d. R. der untere Grenzwert für die Wirklänge L_j maßgebend (kein ausgeprägter Lock-in-Effekt).

Die maximale Auslenkung $y_{F,max}$ kann unter Verwendung der (Gl. 6-18) ermittelt werden:

$$y_{F,max,i} = \frac{1}{St_i^2} \cdot \frac{1}{Sc} \cdot K \cdot K_{W,i} \cdot c_{lat,i} \quad \text{(Gl. 6-18)}$$

mit K ... Beiwert der Schwingungsform nach [N20]
 $K_{W,i}$... Wirklängenfaktor nach [N20]
 $c_{lat,i}$... aerodynamischer Erregerkraftbeiwert in Abhängigkeit vom Verhältnis der kritischen zur mittleren Windgeschwindigkeit nach [N11]

Hieraus kann der Winkel φ_w an der Einspannung (Abbildung 6-18) in guter Näherung mit (Gl. 6-19) bestimmt werden, wobei für höhere Eigenformen ($i > 1$) als Bezugslänge für die Ermittlung des Winkels die jeweilige Länge der Sehne l_i eines zugehörigen Schwingungsbauches herangezogen wird:

$$\varphi_{w,i} = \frac{y_{F,max,i} \cdot \pi}{l_i} \tag{Gl. 6-19}$$

mit $l_i = \frac{(l-2 \cdot l_{eff(N)})}{n_i}$... Länge der Sehne eines Schwingungsbauches

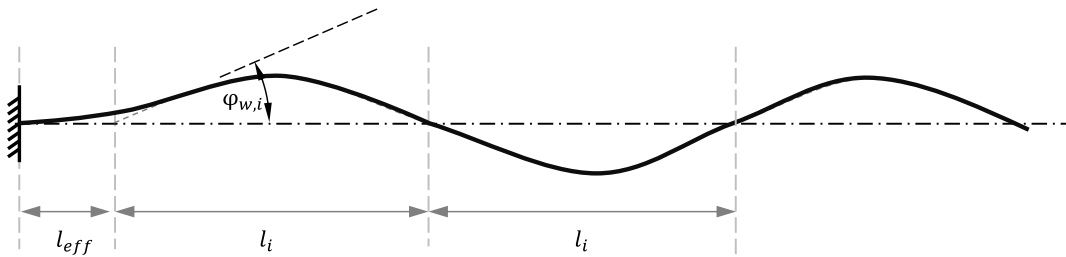


Abbildung 6-18 Winkel $\varphi_{w,i}$ an der Einspannung.

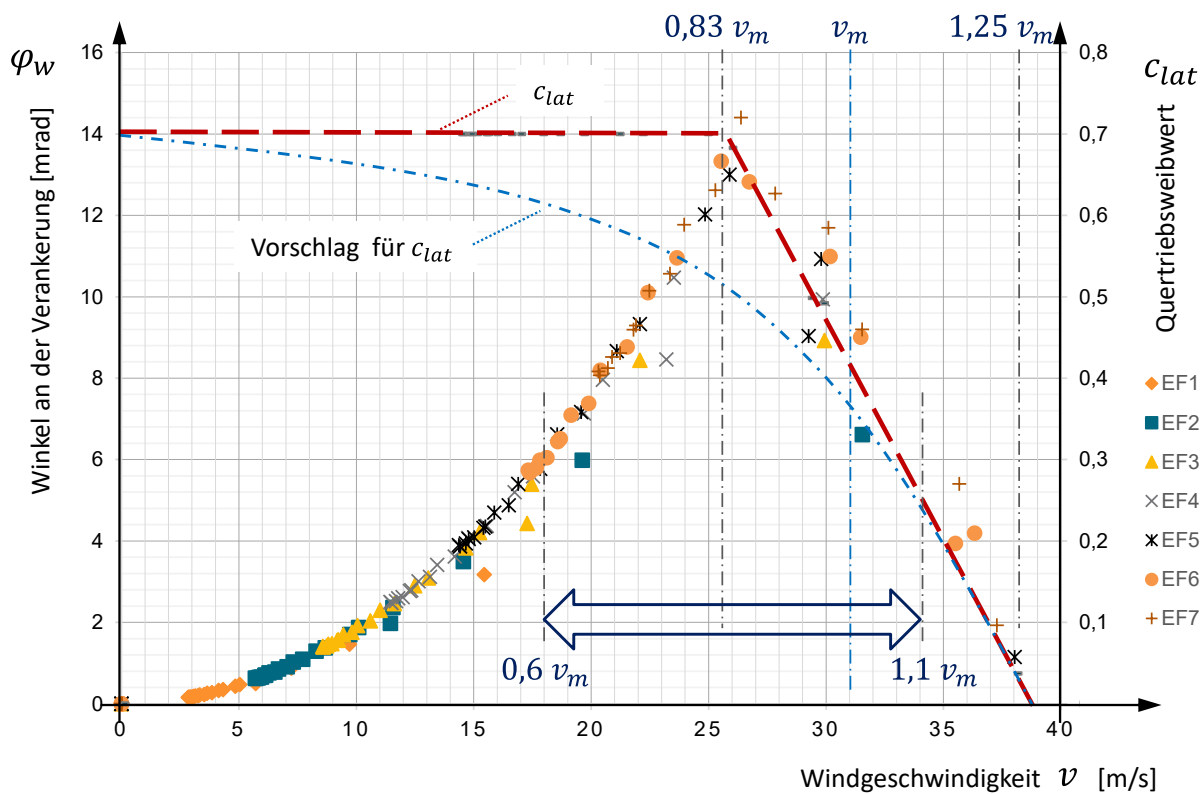


Abbildung 6-19 Nach DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] Verfahren 1 ermittelte Winkel φ_w an der Einspannung für die erste bis zur siebenten Eigenform für Hänger mit Durchmesser 50 mm mit einer Länge von 4 m bis 18,5 m (IP), ermittelt mit konstanter Strouhalzahl $St = 0,18$.

Ergebnisse einer exemplarischen Untersuchung rechnerisch auftretender Winkel an der Verankerung für das Hängernetz der Oderbrücke Küstrin sind in Abbildung 6-19 dargestellt. Mit zunehmender Windgeschwindigkeit nimmt die Auftretenswahrscheinlichkeit turbulenzarmer stationärer Windverhältnisse ab. Dies wird in DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] durch den aerodynamischen Erregerkraftbeiwert c_{lat} in Abhängigkeit vom Verhältnis der kritischen zur mittleren Windgeschwindigkeit vereinfachend in Form einer bilinearen

Grenzkurve abgebildet. Unter dieser Festlegung ergeben sich die maßgebenden maximalen rechnerischen Auslenkungen und Rotationswinkel an der Einspannung für Windgeschwindigkeiten v_m in einem Bereich nahe $v_{crit} = 0,83 v_m$. Es ist anzunehmen, dass mit steigenden Windgeschwindigkeiten eine Abnahme der Auftretenswahrscheinlichkeit turbulenzarmer Windverhältnisse einhergeht und sich ggf. auch die Dauer entsprechender stationärer Zustände verkürzt (blaue gestrichelte Linie als Prinzipdarstellung in Abbildung 6-19). Es ist daher zu hinterfragen, ob im Bereich nahe $v_{crit} = 0,83 v_m$ tatsächlich ein ausgeprägtes Maximum für die auftretenden Schwingwegamplituden zu erwarten ist. Stattdessen wird vermutet, dass die größten Schwingamplituden in einem breiteren Bereich zwischen $0,6 v_m$ und $1,1 v_m$ auftreten.

Im Zuge weiterer Untersuchungen sollte die Eignung des Verfahrens validiert werden. Ggf. sind Anpassungen hinsichtlich der Einführung von Grenzwerten und einer Verlaufsfunktion für den Wirklängenfaktor K_w sowie der Funktion für c_{lat} in Abhängigkeit von v_m zielführend, um das tatsächliche Verhalten noch besser abzubilden.

6.4.2.3 Vorschlag für ein vereinfachtes Ersatzlastverfahren

Die Anwendung des im vorangehenden Abschnitt beschriebenen Verfahrens 1 [N20] ist mit erheblichem Aufwand verbunden und erfordert eine iterative Lösung. Aus diesem Grund wird alternativ ein vereinfachtes Verfahren unter Verwendung einer statischen Ersatz-Quertriebslast in Anlehnung an das Vorgehen nach DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] vorgeschlagen.

Als statische Ersatz-Quertriebslast wird vorgeschlagen:

$$q_{w,i} = k_w \cdot d \cdot v_{crit,i}^2 \cdot c_{lat} \text{ [kN/m]} \quad \dots \text{ statische Ersatz-Quertriebslast} \quad (\text{Gl. 6-20})$$

mit $k_w = 0,4$... empirisch ermittelter Anpassungswert

d ... Durchmesser des Zugliedes in m

$v_{crit,i} = \frac{f_i \cdot d}{St}$ in m/s ... kritische Windgeschwindigkeit der jeweiligen Eigenform

f_i ... Eigenfrequenz [Hz] der jeweiligen Eigenform unter Berücksichtigung der charakteristischen Hängernormalkraft N_0 infolge Eigengewicht bzw. Eigengewicht und quasiständigen Begleiteinwirkungen

St ... Strouhalzahl ($St = 0,18$, vgl. 6.4.2.1)

c_{lat} ... aerodynamischer Erregerkraftbeiwert in Abhängigkeit vom Verhältnis der kritischen zur mittleren Windgeschwindigkeit $\frac{v_{crit,i}}{v_m}$ nach DIN EN 1991-1-4, Bild E.2 und Tab. E3 [N20].

Hinweis: die Bezugsgröße der mittleren Windgeschwindigkeit darf für Bogenbrücken mit weniger als 20 m Bogenstich vereinfachend für alle Eigenformen in Hängermitte bestimmt werden.

Die statische Ersatz-Quertriebslast $q_{w,i}$ ist auf einer Wirklänge von $L_{w,i} = 24 d$ in den Schwingungsmaxima der Eigenformen anzusetzen.

Es wird davon ausgegangen, dass oberhalb einer gewissen Windgeschwindigkeit mit weiterhin steigender Windgeschwindigkeit die Auftretenswahrscheinlichkeit für turbulenzarme stationäre Windverhältnisse abnimmt (vgl. 6.4.2.2), sodass es für die zunächst bei steigender Windgeschwindigkeit überproportional

anwachsenden Schwingwegamplituden einen retardierenden Effekt geben muss. Im Nachweisverfahren für Hänger aus Stahl nach DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] wird dieser durch einen Faktor $k_{F,i}$ „zur Berücksichtigung einer kontinuierlichen Abnahme der Erregerkraft bei steigender Eigenfrequenz“ berücksichtigt, welcher für Eigenfrequenzen oberhalb von 7 Hz eine stetige Abnahme bis auf Null bei einer Eigenfrequenz von 10 Hz und darüber annimmt. Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der kritischen Windgeschwindigkeit und der anregbaren Eigenfrequenz. Dennoch sollte richtigerweise von einer Abnahme der Erregerkraft bei steigender Windgeschwindigkeit gesprochen werden, da sich ansonsten der Rückschluss aufdrängt, das Phänomen wirbelerregter Querschwingungen wäre frequenzabhängig und könnte oberhalb des genannten Grenzwertes nicht auftreten. Auch wenn bislang keine Messungen zu wirbelerregten Schwingungen bei Eigenfrequenzen oberhalb 10 Hz veröffentlicht wurden, wird die Existenz eines solchen Grenzwertes bezweifelt. Ob eine Berücksichtigung von Schwingungen mit Eigenfrequenzen über 10 Hz im Zuge des Nachweises insbesondere der Anschlüsse vernachlässigt werden kann, sollte auch für das Nachweisformat nach DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] für Zugglieder aus Stahl hinterfragt werden.

Im Gegensatz zum Verfahren für Hänger aus Stahl nach DIN EN 1993-2/NA.F.3.2 [N9] wird im vorgeschlagenen Nachweisformat für Carbonstrangschlaufen zur Begrenzung des Phänomens bei zunehmender kritischer Windgeschwindigkeit auf die bereits bekannte vereinfachte Form des aerodynamischen Erregerkraftbeiwertes c_{lat} zurückgegriffen [N20], welche sich prinzipiell über nachvollziehbare Zusammenhänge auf der Einwirkungsseite begründen lässt. Sofern in Zukunft nähere Erkenntnisse vorliegen, welche eine genauere Beschreibung dieses Zusammenhanges erlauben (vgl. gestrichelte blaue Linie als Prinzipdarstellung in Abbildung 6-19), können diese auch in dem hier vorgeschlagenen Nachweisformat berücksichtigt werden.

Für den Winkel φ_w an der Einspannstelle eines Zuggliedes infolge einer auf der Länge L_w wirkenden statischen Ersatzlast kann in guter Näherung (Gl. 6-21) verwendet werden:

$$\varphi_w = \frac{q_{w,i} \cdot L_{w,i}}{2 N_0} \tag{Gl. 6-21}$$

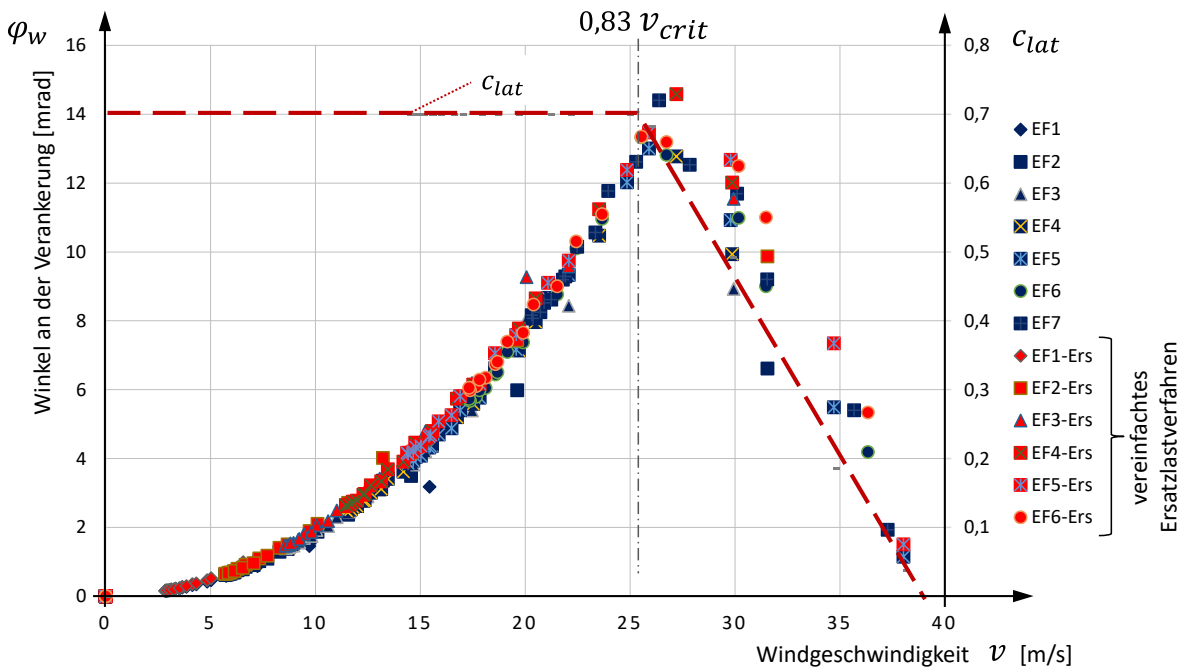


Abbildung 6-20 Gegenüberstellung der nach DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] Verfahren 1 ermittelten Winkel φ_w an der Einspannung für die erste bis zur siebenten Eigenform für die Schwingung in der Hängerebene (IP) (blau) mit den nach dem vorgeschlagenen vereinfachten Ersatzlastverfahren ermittelten Ergebnissen (rot).

Mit diesem Verfahren ermittelte Ergebnisse zeigen für geringe kritische Windgeschwindigkeiten eine gute Übereinstimmung mit den nach 6.4.2.2 ermittelten Werten (vgl. Abbildung 6-20). Die maßgebenden Schwingwegamplituden respektive Endtangentialwinkel im Bereich von Windgeschwindigkeiten nahe $0,83 v_{crit}$ werden mit dem vorgeschlagenen Verfahren unwesentlich überschätzt, wobei die Abweichung im Einzelfall deutlich schwankt. Dies liegt insbesondere daran, dass das vereinfachte Verfahren sog. Lock-in-Effekte (bewegungsinduzierte Vergrößerung der Wirklänge) nicht abbilden kann und daher über die Wahl des Beiwertes k_w so kalibriert wurde, dass die maximal auftretenden Schwingwegamplituden erfasst werden.

6.4.2.4 Seltene extreme Querschwingungsamplituden

Außergewöhnliche Beobachtungen extrem großer Querschwingungsamplituden an schlanken Stahlschornsteinen veranlassten Clobes et al. [L25] zum Vorschlag eines erweiterten Bemessungskonzeptes mit einem zusätzlichen Nachweis im Kurzzeitfestigkeitsbereich. Bei bestimmten seltenen Kaltwetterlagen können außergewöhnlich turbulenzarme Windverhältnisse auftreten, welche kurzzeitig zum Auftreten von Querschwingungsamplituden führen, die deutlich über die nach Verfahren 1 [N20] prognostizierten Werte hinausgehen. Bei den in [L25] erwähnten Stahlschornsteinen handelt es sich um Strukturen mit niedrigen Eigenfrequenzen. In Kombination mit einer geringen Auftretenswahrscheinlichkeit ergeben sich in der erwarteten Lebensdauer insgesamt nur geringe erwartbare LZ-Zahlen, sodass dieses Phänomen mit wenigen, aber ggf. hohen Schwingbreiten Effekte im Low-Cycle-Fatigue-Bereich hervorrufen kann. Für Bauteile mit höheren Eigenfrequenzen ist diese Einstufung zu hinterfragen, da bereits in kurzen Perioden erhebliche LZ-Zahlen anfallen können. Dies gilt auch für Carbonzugglieder.

Eine gemeinsame Berücksichtigung dieser Phänomene mit den häufig auftretenden wirbelerregten Querschwingungen erfolgt ansatzweise durch das Verfahren 2 nach [N20]. Hierbei wird jedoch der Zusammenhang zwischen der Schwingamplitude und der zu erwartenden Lastzyklenzahl verzerrt [L165]. Es ist davon auszugehen, dass es sich im Grunde nicht um unterschiedliche Phänomene handelt, sondern ein fließender Übergang analog zur abnehmenden Auftretenswahrscheinlichkeit außergewöhnlich turbulenzarmer Wetterlagen besteht, wobei zusätzlich standortbezogene Faktoren eine wesentliche Rolle spielen dürften. Für ein Nachweiskonzept erscheint es sinnvoll, eine Unterscheidung zwischen häufig und selten auftretenden Ereignissen zu treffen, um einen Zusammenhang mit der Auftretenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen.

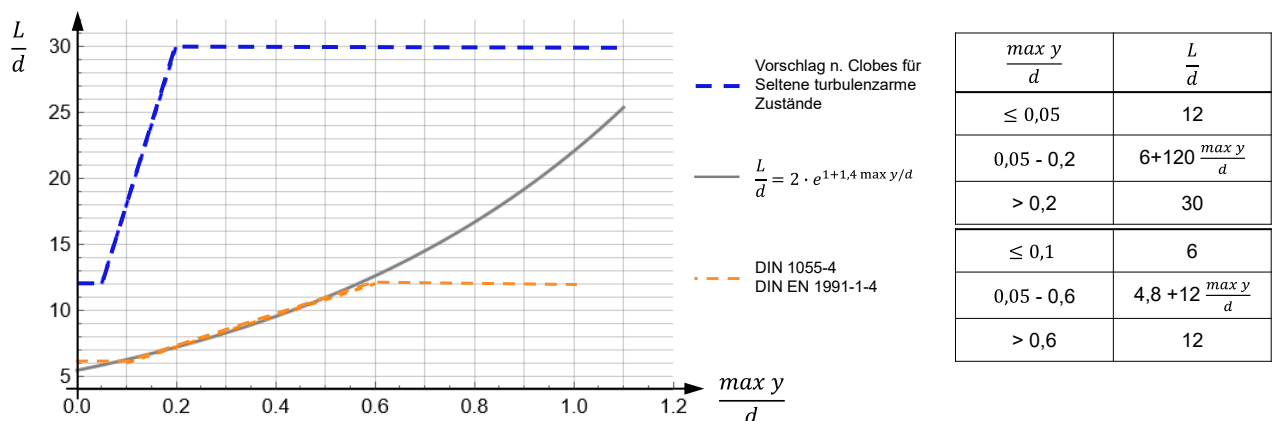


Abbildung 6-21 Angepasste Wirklänge nach Clobes et al. [L25] (blau) als Funktion der Schwingwegamplitude in Gegenüberstellung mit der Wirklänge nach DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 [N20] (orange) und der versuchsgestützten Beziehung nach Ruscheweyh [L164] (grau).

Zur Analyse entsprechender Ereignisse mit geringer Auftretenswahrscheinlichkeit schlagen Clobes et al. [L25] vor, für die Eingangswerte des Verfahrens 1 mögliche, ungünstige Grenzwerte gleichzeitig heranzuziehen: Die Vergrößerung der Luftdichte bei tiefen Temperaturen soll mit $\rho = 1,35 \text{ kg/m}^3$ und die kinematische Zähigkeit der Luft auf $1,15 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ vermindert angesetzt werden. Diese Werte entsprechen einer

Lufttemperatur von $-10\text{ }^\circ\text{C}$ und werden für eine Anwendung in Deutschland empfohlen. In [L165] werden mit Bezug auf eine kurz zuvor veröffentlichte Unterlage der gleichen Autoren [L24] abweichende Werte für eine Lufttemperatur von $-20\text{ }^\circ\text{C}$ zitiert. Im Einzelfall können standortbezogene Festlegungen getroffen werden. Für die Strouhalzahl wird ein unterer Grenzwert von $St = 0,16$ empfohlen [L25]. Es wird ferner vorgeschlagen, die Korrelationslänge für große Schwingwegamplituden $\frac{y}{d} > 0,2$ auf $\frac{L}{d} = 30$ zu erhöhen (Abbildung 6-21) und den Wirklängenfaktor K_W für die erste Eigenform vereinfachend auf $0,95$ festzulegen und diesen auch als Grenzwert für höhere Eigenformen heranzuziehen. Ruscheweyh [L165] weist darauf hin, dass es sich hierbei um den Vorschlag fiktiver Rechenwerte handelt und dass Wirklängenfaktoren K_W in dieser Größenordnung physikalisch nicht begründbar sind.

Für die Betrachtung von Oberschwingungen mit höherer Ordnungszahl ist eine Anpassung des maximalen Wirklängenfaktors angezeigt, da für lange schlanke Zugglieder häufig eine höhere Eigenform gefunden werden kann, für welche die nach Abbildung 6-21 maximal anzusetzende Wirklänge $L_{W,i}$ nahezu der Länge l_i der Sehne eines Schwingungsbauches der zugehörigen i -ten Eigenform entspricht (Abbildung 6-22). Eine Überlappung der Wirklängen ist physikalisch nicht möglich. Eine völlige Anordnung mit direkt aufeinanderfolgenden alternierend wirkenden Wirklängenbereichen führt zu maximalen Auslenkungen (Ergebnisse der vierten bis siebenten Eigenform in Abbildung 6-23), erscheint aber mit zunehmender Ordnungszahl der Eigenform unwahrscheinlicher.

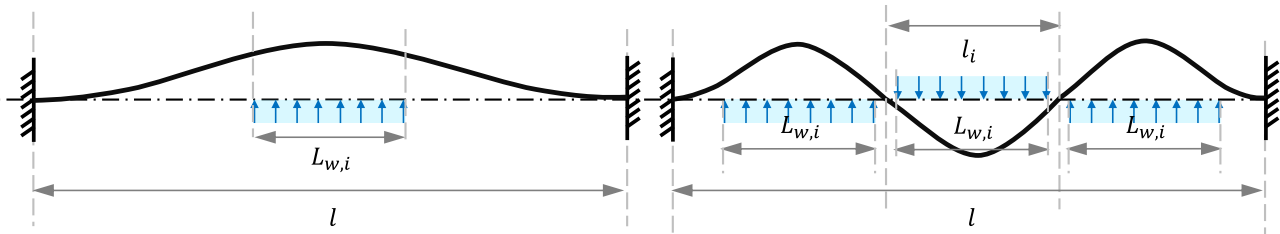


Abbildung 6-22 Wirklänge $L_{W,i}$ in Relation zur Länge l_i der Sehne eines Schwingungsbauches der zugehörigen i -ten Eigenform.

Es wird daher ein oberer Grenzwert für den Wirklängenfaktor $K_{W,i} < 0,8$ vorgeschlagen. Es kann vermutet werden, dass ein Grenzwert, welcher mit steigender Ordnungszahl der Eigenform abnimmt, eine weitere Differenzierung erlaubt und zu einer besseren Übereinstimmung mit gemessenen Werten führen kann. Eine Datengrundlage zur Überprüfung dieser Annahme liegt bislang nicht vor.

$$K_{W,i,max} = 1 - k_{KW} \cdot i \quad \dots \text{Annahme oberer Grenzwert für den Wirklängenfaktor} \quad (\text{Gl. 6-22})$$

mit $k_{KW} = 0,05$

Die maximale Auslenkung $y_{F,max}$ kann unter Verwendung von (Gl. 6-18) aus [N20] mit modifizierten Eingangsgrößen ermittelt werden:

$$y_{F,max,i} = \frac{1}{St_i^2} \cdot \frac{1}{Sc} \cdot K \cdot K_{W,i} \cdot c_{lat,i} \quad (\text{Gl. 6-23})$$

mit $St = 0,16$... Strouhalzahl, unterer Grenzwert (Gl. 6-24)

mit $Sc = \frac{2 \cdot \delta_s \cdot m_{l,e}}{\rho \cdot b^2}$... Scrutonzahl (Gl. 6-25)

mit $\delta_s = 0,0012$... logarithmisches Dämpfungsdekrement nach (Gl. 6-13)
 $\rho = 1,35 \text{ kg/m}^3$... Dichte der Luft bei tiefen Temperaturen (hier für $-10\text{ }^\circ\text{C}$)

$$Re = \frac{b \cdot v_{crit}}{\nu} \quad \dots \text{Reynoldszahl} \quad (\text{Gl. 6-26})$$

mit $\nu = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$... kinematische Zähigkeit bei Kaltwetterlage (hier für $-10 \text{ }^\circ\text{C}$)

$$K_{W,i} = \cos \left[\frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{L/d}{l/d} \right) \right] < 0,8 \dots \text{Wirklängenfaktor mit angepasstem oberem Grenzwert} \quad (\text{Gl. 6-27})$$

mit $L/d(y_{F,max})$... angepasste Wirklänge nach Abbildung 6-21

Der beschriebene Vorschlag in Anlehnung an Clobes et al. [L25] trägt dem Umstand Rechnung, dass auf Grundlage der vorliegenden Kenntnisse mit seltenen, aber möglichen, besonders turbulenzarmen Wetterlagen zu rechnen ist und die Sicherheit und Dauerhaftigkeit des Tragwerkes dadurch nicht signifikant beeinträchtigt werden darf. Da bislang keine statistisch begründeten Ansätze hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen Auftretenswahrscheinlichkeit und Intensität für selten auftretende Querschwingungen vorliegen, kann gegenwärtig keine allgemeine Einstufung hinsichtlich der Behandlung als „ermüdungswirksames Lastkollektiv“, als „seltener Bemessungslastfall“ oder als „außergewöhnlicher Lastfall“ getroffen werden. Diese ist im Einzelfall festzulegen.

Die Gegenüberstellung der Ergebnisse des Verfahrens für die häufige Situation nach 6.4.2.2 mit den Werten für die seltene Situation gemäß dem Vorschlag nach 6.4.2.4 (Abbildung 6-23) zeigt einen nahezu linearen Zusammenhang der bemessungsrelevanten Ergebnisse. Es wäre angesichts der zahlreichen zugrundeliegenden Annahmen zu diskutieren, ob eine einfache Faktorisierung der Ergebnisse für die häufige Situation nach 6.4.2.2 mit einem Faktor $k_{yF,rare} = 6,0$ mit geringem Aufwand Ergebnisse mit vergleichbarer Aussagekraft erzielen lässt. Ein Vorschlag für einen Ansatz zur Auftretenshäufigkeit wird in 6.4.6 gegeben.

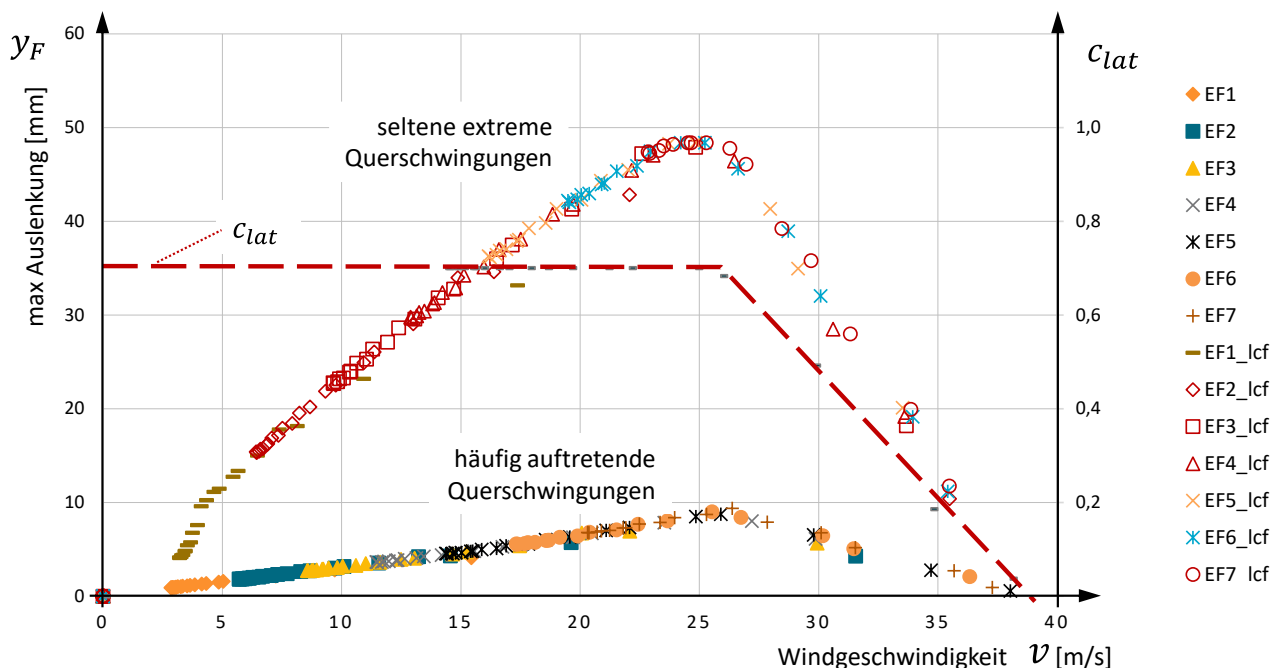


Abbildung 6-23 Exemplarische Gegenüberstellung der maximalen Schwingwegamplituden (OP) für die häufige Situation nach 6.4.2.2 mit den Werten für die seltene Situation gemäß Vorschlag nach 6.4.2.4 exemplarisch für die Schwingung aus der Hängerebene (OP).

6.4.3 Eisbehang

Standortbezogen ist zu prüfen, ob und ggf. mit welcher Art und Dicke einer Vereisung von Zuggliedern zu rechnen ist. Es werden zwei Szenarien unterschieden, welche hier als „Klareis“ (allseitiger Eismantel – Vereisungsklasse G nach DIN EN 1991-1-3/NA.F [N21]) und „Raueis“ (Raueisfahne – Vereisungsklasse R) bezeichnet werden. Die beiden Fälle unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Einflüsse und werden in den nachfolgenden beiden Kapiteln betrachtet.

6.4.3.1 Klareis

Bei Klareis kann von einer gleichförmigen, allseitig am Querschnitt anhaftenden Eisschicht ausgegangen werden. Dieser Zustand ist im Hinblick auf eine vergrößerte Windangriffsfläche und eine vergrößerte Masse im Kontext von wirbelinduzierten Schwingungen zu betrachten, wobei der Eisbehang auch einen bislang nicht quantifizierbaren Beitrag zur Strukturdämpfung leistet.

Eine allseitige Ummantelung eines Bauteils mit Klareis (gefrierende Nebellagen) oder Glatteis (gefrierender Regen) wird in DIN EN 1991-1-3/NA [N21] als Vereisungsklasse G beschrieben. Ein kompakter Eismantel beeinflusst das dynamische Verhalten zweifach. Die Zusatzmasse verringert die Eigenfrequenz und infolge des vergrößerten Seildurchmessers vergrößert sich die kritische Windgeschwindigkeit für das Auftreten von wirbelerregten Schwingungen und somit auch die zugehörige Schwingwegamplitude. Über den Einfluss des Eisbehanges auf die Dämpfung liegen keine belastbaren Kenntnisse vor.

Für eine Einordnung des Phänomens in Bezug auf die Bemessung von Carbonzuggliedern wird exemplarisch der Einfluss eines 2 cm dicken Eismantels am Beispiel der Zugglieder der Oderbrücke Küstrin diskutiert. Unter der Annahme, dass die Dämpfung unverändert bleibt, kann von maximalen Schwingamplituden ausgegangen werden, die zwischen dem 2- und 3-fachen im Vergleich mit der unter 6.4.2.2 beschriebenen häufigen Situation liegen. Aufgrund der höheren zugehörigen kritischen Windgeschwindigkeit treten diese maximalen Amplituden aber bei niedrigeren Eigenformen auf, sodass sich der zugehörige Winkel an der Einspannung nicht um das gleiche Maß vergrößert, sondern nur auf ca. das 1,5-fache anwächst. Das Phänomen turbulenzarmer Kaltwetterlagen wird in 6.4.2.4 diskutiert. Klareisbildung beschränkt sich auf Wetterlagen, bei welchen hohe Luftfeuchte oder Regen unmittelbar auf Bauteiloberflächen unter dem Gefrierpunkt trifft. Das gleichzeitige Auftreten turbulenzarmer Windverhältnisse ist jedoch zumindest in Bezug auf gefrierenden Nebel nicht auszuschließen. Eine Betrachtung mit dem Ansatz für die seltene turbulenzarme Situation nach 6.4.2.4 mit Eismantel führt rechnerisch zu Schwingwegamplituden bis zum Zweifachen des Durchmessers. Hierbei müssten allerdings turbulenzarme Windverhältnisse mit mittlerer Windgeschwindigkeit über 20 m/s vorliegen, durch welche in der Theorie Eigenformen im Frequenzbereich über 30 Hz angeregt werden. Es darf davon ausgegangen werden, dass sich ein Eismantel bei den entsprechend hohen Beschleunigungen in kurzer Zeit ablösen würde. Eine ermüdungsrelevante Zyklenzahl entsprechend hoher Schwingwegamplituden ist daher unwahrscheinlich. Um den Fall von Klareisbildung zu berücksichtigen, ist sicherzustellen, dass eine gewisse Zyklenzahl mit hohen Schwingwegamplituden schadlos überstanden werden kann.

6.4.3.2 Raueis

Im Falle von Raueis kann sich die Querschnittsform deutlich verändern, womit in diesem Fall auch das Auftreten von Galloping zu betrachten ist [N9]. Gleichzeitig ist das zusätzliche Gewicht bei Raueis im Vergleich zu Klareis deutlich geringer, wodurch die Verschiebung der Eigenfrequenz infolge Eisansatz deutlich geringer ausfällt als bei Klareis.

Bei entsprechenden Witterungsbedingungen kann die Bildung von kompakten Eisfahnen beobachtet werden, welche gegen die vorherrschende Windrichtung anwachsen. Durch Ansatz von Raueis kann sich die Querschnittsform dahingehend verändern, dass windinduziertes Galloping auftreten kann. Dieses

aerodynamische Phänomen wird in der Literatur im Zusammenhang mit Eisbildung an Hochspannungsleitungen ausführlich behandelt [L91][L163]. Über den Einfluss der zusätzlichen Strukturdämpfung liegen jedoch keine belastbaren Erkenntnisse vor. Im Gegensatz zu Klareis weist Raueis eine poröse Struktur mit einem hohen Luftporenanteil auf. Es ist daher davon auszugehen, dass die Strukturdämpfung eines leichten Zuggliedes durch den Ansatz einer Raueisfahne signifikant vergrößert wird.

Die Einsetzgeschwindigkeit für Galloping ist direkt und linear von der Strukturdämpfung abhängig. Der Einfluss der (unbekannten) Dämpfung auf die Einsetzgeschwindigkeit ist dabei so entscheidend, dass sich exemplarische Rechenbeispiele zur Veranschaulichung erübrigen. Geht man davon aus, dass die Dämpfung bei Raueis unverändert bleibt, werden Einsetzgeschwindigkeiten für Galloping von wenigen m/s ermittelt, die mit hoher Häufigkeit auftreten. Ab einer Dämpfung von ca. $D_s = 0,3\%$ liegt die Einsetzgeschwindigkeit oberhalb von 25 m/s und das Auftreten des Phänomens wird sehr unwahrscheinlich. Obwohl die Bandbreite möglicher Szenarien extrem weit und der Wissensstand gesicherter Erkenntnisse dazu sehr begrenzt sind, besteht aus der Sicht der praktischen Anwendbarkeit für Carbonzugglieder gegenwärtig kein Klärungsbedarf. Wie auch im Falle von Klareis ist für eine Beurteilung der Auswirkungen entscheidend, dass davon ausgegangen werden kann, dass sich entsprechende Eisfahnen im Frequenzbereich von 7 Hz und darüber aufgrund der hohen auftretenden Beschleunigungen bei anwachsenden Schwingwegamplituden in kurzer Zeit ablösen.

Das kurzzeitige Auftreten größerer Schwingwegamplituden darf wie auch im Fall von Klareis oder seltener Extremwetterlagen (vgl. 6.4.2.4) nicht zu einer Beeinträchtigung der Standsicherheit führen. Dies ist insbesondere auch für die Bemessung der Anschlussbauteile zu betrachten.

6.4.4 Winkel an der Einspannung aus linienförmiger Ersatzlast

Anders als bei einer einseitig eingepprägten Endverdrehung lässt sich das Moment M_y an der Einspannung bei einer Auslenkung auf der freien Länge ohne Abhängigkeit von der Bauteillänge beschreiben (vgl. Abbildung 6-25).

$$M_{y,(T.II.O)}(\varphi_w, N_0) = N_0 \cdot \varphi_w \cdot l_{eff} \quad (\text{Gl. 6-28})$$

Der maßgebende Winkel φ_w an der Einspannung des Zuggliedes kann entweder über das Verfahren nach 6.4.2.2 direkt ermittelt oder mit dem in 6.4.2.3 beschriebenen Ersatzlastverfahren bestimmt werden. Im zweiten Fall kann (Gl. 6-28) mit (Gl. 6-21) vereinfacht werden zu (Gl. 6-29):

$$M_{y,(T.II.O)}(\varphi_w, N_0) = \varphi_w \cdot N_0 \cdot l_{eff} = N_0 \cdot \frac{q_{w,i} \cdot L_{w,i}}{2 N_0} \cdot l_{eff} = \frac{q_{w,i} \cdot L_{w,i}}{2} \cdot l_{eff} \quad (\text{Gl. 6-29})$$

Die Zugkraft N_0 kann in dieser Gleichung gekürzt werden. Trotzdem wird der nichtlineare Einfluss der Zugkraft auf das Einspannmoment durch den Abstand des effektiven Gelenkes l_{eff} vom Bolzenmittelpunkt berücksichtigt.

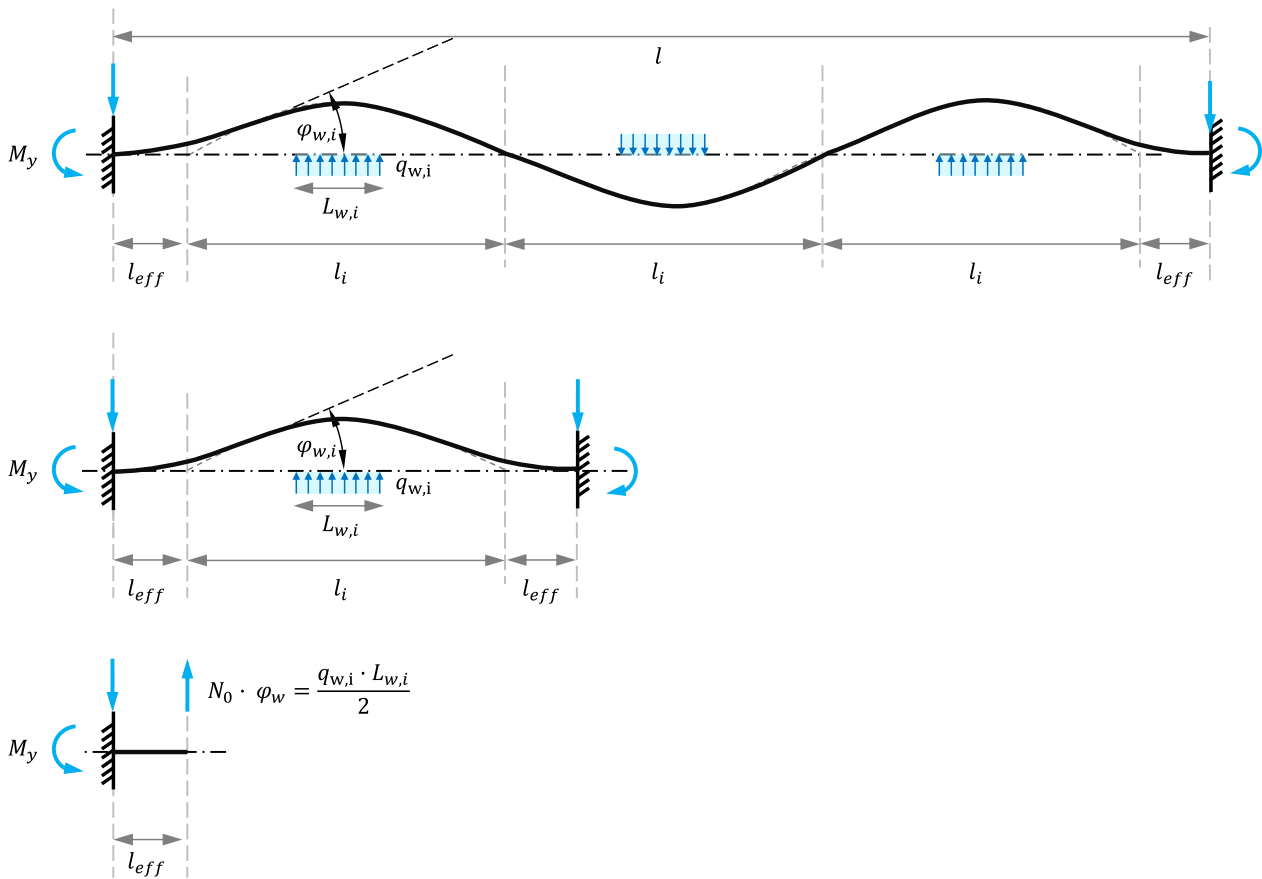


Abbildung 6-24 Einspannmoment $M_{y,(T.I.I.O)}(\varphi_w, N_0)$ infolge einer Auslenkung eines biegeweichen Zuggliedes durch eine bereichsweise linienförmige Ersatzlast $q_{w,i}$.

6.4.5 Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung

Anders als bei einer einseitig eingepprägten Endverdrehung lässt sich das Moment an der Einspannung bei einer Auslenkung auf der freien Länge ohne Abhängigkeit von der Bauteillänge beschreiben.

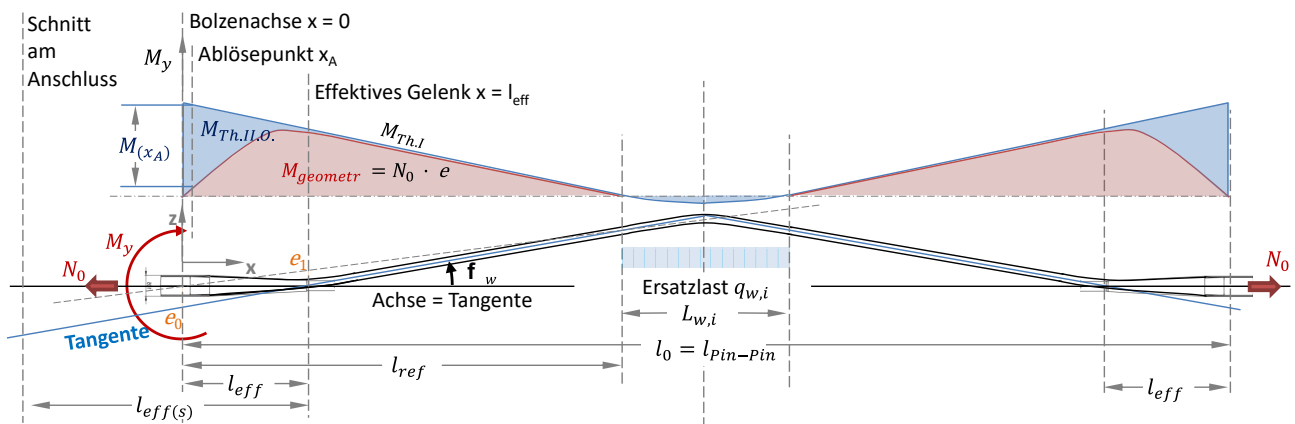


Abbildung 6-25 Moment $M_{y,(T.I.I.O)}(\varphi_w, N_0)$ infolge einer mittigen Auslenkung des Zuggliedes. Grafik in Anlehnung an [L74].

In Abbildung 6-25 ist schematisch der Verformungsverlauf eines Zuggliedes bei einer bereichswisen linienförmigen Ersatzlast in Feldmitte dargestellt. Der Verlauf der Biegemomente über die Bauteillänge kann

durch einen elastischen Biegeanteil (Biegespannung im Bauteil – dargestellt in blau) und einen geometrischen Anteil (Normalkraft im Bauteil mit einer Exzentrizität e zur Wirklinie durch die Mitte der Einspannung – dargestellt in rot) beschrieben werden. Das Moment auf Höhe des Ablösepunktes wird vom elastischen Biegeanteil dominiert und kann durch das Moment an der Einspannung $M_{(x=0)}$ genähert oder durch (Gl. 6-30) beschrieben werden.

$$M_{(x_A)} = M_{(x=0)} \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}} \right) \quad (\text{Gl. 6-30})$$

Der Spannungsüberhöhungsfaktor $k_{\varphi_y, w}$ am Ablösepunkt lässt sich analog zu 5.4.3 herleiten und in die Lösung der (Gl. 5-69) für den Fall $R = 1$ und $L \rightarrow \infty$ überführen:

$$k_{\varphi_y, w} = 1 + \frac{M_{y(\varphi_y)} \cdot \frac{z}{\cos(\beta)}}{I_{y(A)} \frac{N_0}{\cos(\beta) \cdot A_{(A)}}} \eta_A = 1 + \frac{M_{y(\varphi_y)} \cdot z \cdot A_{(A)}}{I_{y(A)} \cdot N_0} \eta_A = 1 + \frac{\varphi_w \cdot l_{eff} \cdot z \cdot A_{(A)}}{I_{y(A)}} \eta_A \quad (\text{Gl. 6-31})$$

mit $l_{eff} = L_{eff, G(mod)}$... kalibrierte effektive Länge nach (Gl. 5-59)

$$\eta_A = \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}} \right) \quad \dots \text{Anpassungsfaktor nach (Gl. 6-30)}$$

$x_A = r_{thimble} \cdot \sin(\beta)$... Lage des Ablösepunktes

φ_w ... Winkel [rad] infolge Auslenkung durch Ersatzlast $q_{w,i}$

z ... Abstand der maßgebenden Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts

N_0 ... Kraft im Zugglied

$I_{y(A)}$... Flächenträgheitsmoment am Ablösepunkt ($2 \cdot b \cdot h^3 / 12$)

$A_{(A)}$... Querschnittsfläche am Ablösepunkt ($2 \cdot b \cdot h$)

In nachfolgender Abbildung 6-26 wird (Gl. 6-31) exemplarisch für eine Zuggliedgeometrie TK50 ausgewertet.

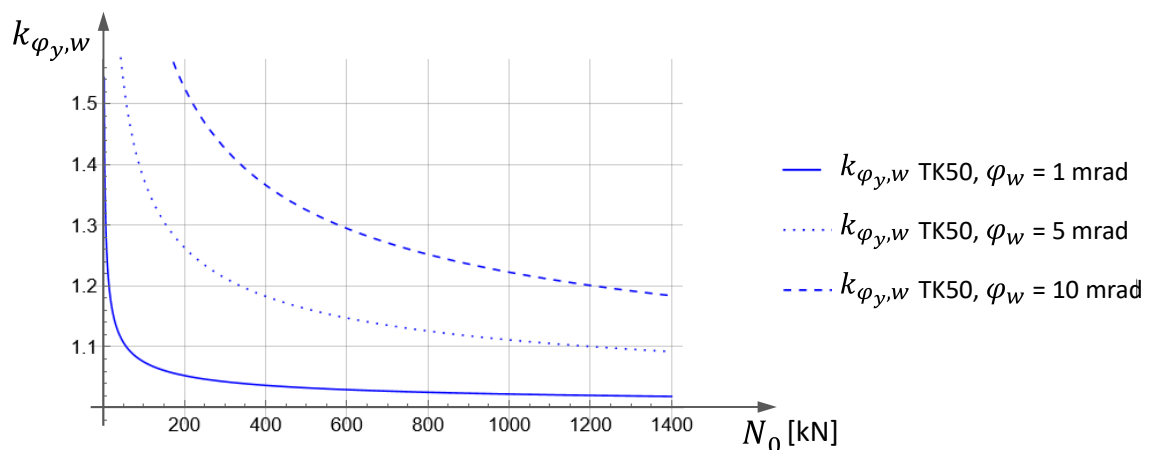


Abbildung 6-26 Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt $k_{\varphi_y, w}$ infolge einer Auslenkung φ_w durch Schwingung gemäß 6.4.2 für Zugglied Typ TK50 in Abhängigkeit von N_0 .

Für die Anwendung mit dem vereinfachten Ersatzlastverfahren nach 6.4.2.3 kann (Gl. 6-31) als Funktion der statischen Ersatzlast $q_{w,i}$ umgeschrieben werden zu:

$$k_{\varphi_{y,w}} = 1 + \frac{M_{y(\varphi_y)} \cdot z \cdot A_{(A)}}{I_{y(A)} \cdot N_0} \eta_A = 1 + q_{w,i} \frac{L_{w,i} \cdot l_{eff} \cdot z \cdot A_{(A)}}{2 I_{y(A)} \cdot N_0} \eta_A \tag{Gl. 6-32}$$

mit $l_{eff} = L_{eff,G(mod)}$... kalibrierte effektive Länge nach (Gl. 5-59)

$$\eta_A = \left(1 - \frac{x_A}{l_{eff}}\right) \quad \dots \text{Anpassungsfaktor nach (Gl. 6-30)}$$

$x_A = r_{thimble} \cdot \sin(\beta)$... Lage des Ablösepunktes

z ... Abstand der maßgebenden Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts

N_0 ... Kraft im Zugglied

$I_{y(A)}$... Flächenträgheitsmoment am Ablösepunkt ($2 \cdot b \cdot h^3 / 12$)

$A_{(A)}$... Querschnittsfläche am Ablösepunkt ($2 \cdot b \cdot h$)

$q_{w,i}$... statische Ersatzlast nach 6.4.2.3

$L_{w,i}$... Länge für Wirkung der statische Ersatzlast

(Gl. 6-32) lässt sich auch für höhere Eigenformen und die dazugehörigen Ersatzlasten verwenden.

In Abbildung 6-27 ist für die Geometrie des TK50 der Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt $k_{\varphi_{y,w}}$ nach (Gl. 6-32) über dem Lastniveau $\frac{N_0}{A_{(K)}}$ bezogen auf den Kreisquerschnitt auf freier Länge aufgetragen, welcher sich durch eine über die Wirklänge $L_{w,i} = 24 D$ gemäß 6.4.2.3 wirkende statische Einheits-Ersatzlast $w_{stat,i} = 1 \text{ kN/m}$ ergibt.

Exemplarisch ist in Abbildung 6-27 die Überhöhung der Randfaserbelastung für eine sinusförmige Schwingung bei einer Kraft N_0 im Zugglied gezeigt. Bei der Oberlast jedes Schwingenspieler ergibt sich lokal eine Randfaserbelastung, welche einer um den Faktor $k_{\varphi_{y,w}}$ höheren axialen Beanspruchung entspricht. Diese wird als schädigungsäquivalente Oberlast bezeichnet.

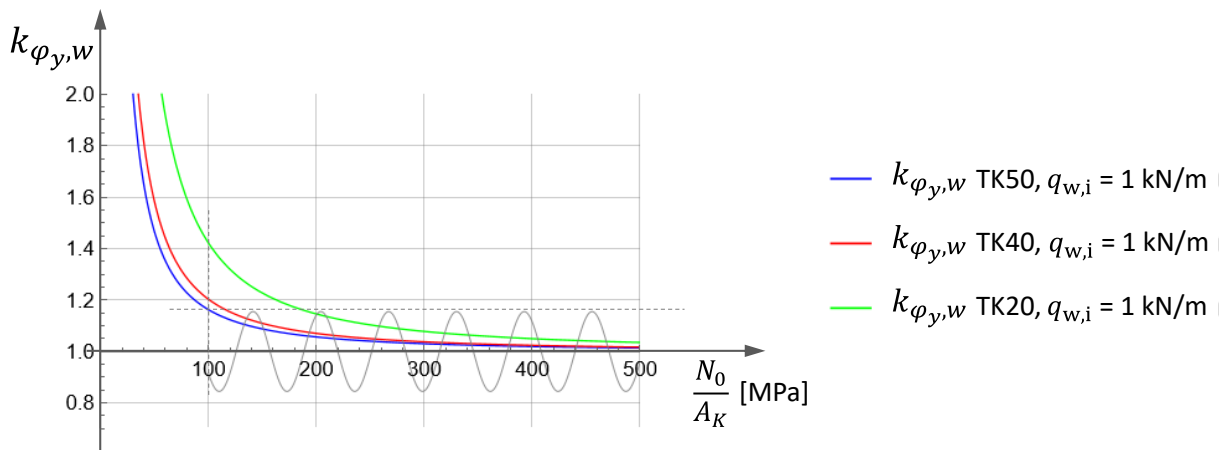


Abbildung 6-27 Überhöhungsfaktor für die Randfaserbelastung am Ablösepunkt $k_{\varphi_{y,w}}$ infolge Schwingung mit statischer Ersatzlast von $q_{w,i} = 1 \text{ kN/m}$ auf einer Wirklänge von $L_{w,i} = 24 D$ gemäß 6.4.2.3 für Probekörper Typ TK50, aufgetragen über das Lastniveau $\frac{N_0}{A_{(K)}}$ bezogen auf den Kreisquerschnitt auf freier Länge.

Die schädigungsäquivalente Oberlast einer Schwingung kann nach (Gl. 6-33) ermittelt werden:

$$N_{eq,OL} = k_{\varphi_{y(1)},w} \cdot N_0 \quad (\text{Gl. 6-33})$$

Exemplarisch wird für zwei Beispiele die schädigungsäquivalente Oberlast bestimmt:

$$k_{\varphi_{y(1)},w} (\text{TK50}; N_0 = 100 \text{ MPa} \cdot A_{(K)} = 196 \text{ kN}) = 1,162$$

→ schädigungsäquivalente Oberlast der Schwingung ist $1,162 \cdot N_0 = 228 \text{ kN}$

$$k_{\varphi_{y(1)},w} (\text{TK50}; N_0 = 200 \text{ MPa} \cdot A_{(K)} = 392 \text{ kN}) = 1,058$$

→ schädigungsäquivalente Oberlast der Schwingung ist $1,058 \cdot N_0 = 415 \text{ kN}$

Das Rechenbeispiel ist im Anhang K.2 beigefügt.

Mit höherer Normalkraft N_0 ergibt sich bei konstanter statischer Einheitsersatzlast eine relative Abnahme der zusätzlichen Randfaserbelastung. Dieser Zusammenhang ist aufgrund der Effekte aus Theorie II. Ordnung nichtlinear.

Der Zusammenhang zwischen dem Überhöhungsfaktor und der statischen Ersatzlast ist linear. Faktoren für andere statische Ersatzlasten $q_{w,i}$ können mit dem Wert nach Abbildung 6-27 skaliert werden.

Es ist gleichgültig, ob es sich um die erste oder eine höhere Eigenform handelt, respektive ob die statische Ersatzlast einmal mittig (erste Eigenform) oder mehrfach gegenläufig (höhere Eigenformen) wirkt, wobei jeweils der hälftige Anteil zweier benachbarter Ersatzlasten im Gleichgewicht steht (Abbildung 6-24). Auf den Anschluss wirkt in jedem Fall eine Hälfte der Resultierenden der aufgetragenen linienförmigen Ersatzlast in einem Schwingungsbauch.

Beanspruchungen für anschließende Bauteile können über einen beliebigen Nachweisschnitt x entsprechend (Gl. 6-30) ermittelt werden. Für einen maßgebenden Schnitt einer Anschlusslasche ($l_{eff(S)}$ in Abbildung 6-25) wird x negativ und der Anpassungsfaktor (Gl. 6-30) wird zum Vergrößerungsfaktor.

6.4.6 Auftretenswahrscheinlichkeit und Lastkollektive

Zur Bestimmung der Lastkollektive aus winderregten Schwingungen wird eine Häufigkeitsverteilung der auftretenden Windgeschwindigkeiten benötigt. DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2.6 [N20] legt eine Weibull-Verteilung der Form $p(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} \cdot e^{-\lambda t^\alpha}$ mit den Parametern $\lambda = 1$ und $\alpha = 2$ für die Wahrscheinlichkeitsdichte auftretender kritischer Windgeschwindigkeiten v zugrunde (Gl. 6-34) [L84][L146]. Der standortbezogene Bezugswert der Windgeschwindigkeit v_0 bestimmt dabei die Form der abklingenden Wahrscheinlichkeitsverteilung bei wachsender Windgeschwindigkeit und kann ggf. auf Basis einer ortsbezogenen Windstatistik anderweitig festgelegt werden.

$$p(v) = 2 \cdot \frac{v}{v_0^2} \cdot e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2} \quad (\text{Gl. 6-34})$$

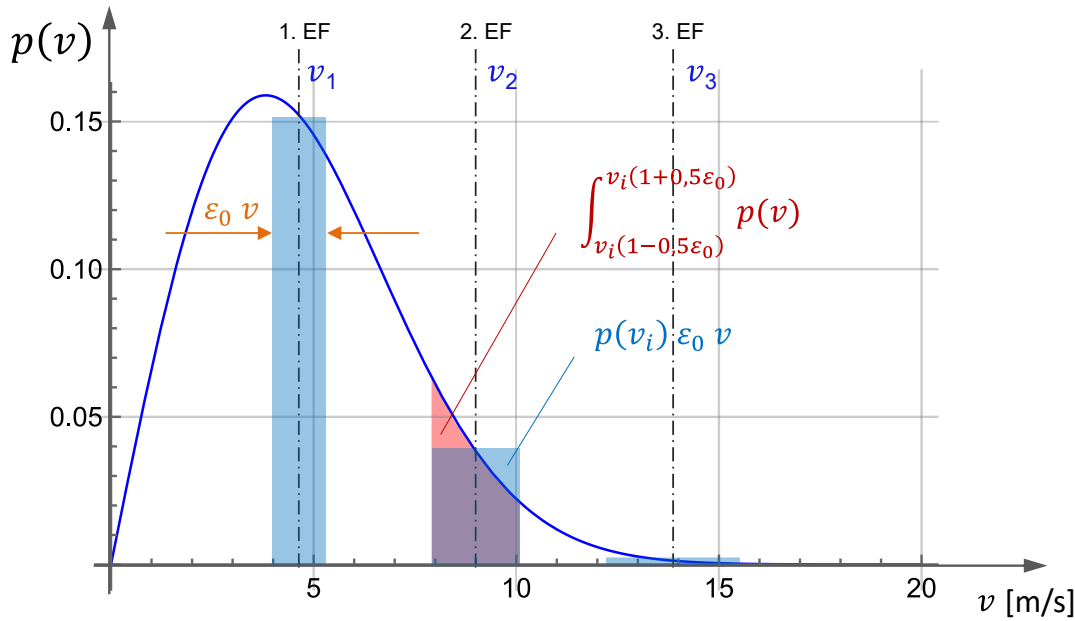


Abbildung 6-28 Verteilungsfunktion der Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten der kritischen Windgeschwindigkeit v_i für die Bestimmung der Auftretenshäufigkeiten für die Anregung der zugehörigen Eigenform.

Die Auftretenshäufigkeit $P(v_i)$ für wirbelerregte Schwingungen einer betrachteten Eigenform lässt sich über die Auswertung des Integrals der Wahrscheinlichkeitsdichte im Bereich der maßgebenden Bandbreite $\varepsilon \cdot v_i$ der kritischen Windgeschwindigkeit v_i bestimmen, für welche diese Eigenform angeregt werden kann. Die Lösung des Integrals (Gl. 6-35) wird in [N20] durch das Produkt aus der Auftretenswahrscheinlichkeit und der Bandbreite genähert [N20] (Gl. 6-36).

$$P(v_i) = \int_{v_i(1-0,5\varepsilon_0)}^{v_i(1+0,5\varepsilon_0)} 2 \cdot \frac{v}{v_0^2} \cdot e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2} = -2,71828 \frac{(2+\varepsilon_0)^2 \cdot v_i^2}{4 \cdot v_0^2} + 2,71828 \frac{\left(v_i - \frac{\varepsilon_0 \cdot v_i}{2}\right)^2}{v_0^2} \quad \text{(Gl. 6-35)}$$

$$P(v_i) \approx p(v_i) \cdot \varepsilon_0 \cdot v_i = 2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{v_i}{v_0}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{v_i}{v_0}\right)^2} \quad \text{[N20] (Gl. 6-36)}$$

Es besteht ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang zwischen dem Vergrößerungsfaktor der Resonanz-erregung $V = \pi/\delta$ und der Breite des Frequenzbandes, für welche die maximale Schwingwegamplitude zu berücksichtigen ist. Der Bandbreitenfaktor ε_0 berücksichtigt diesen Zusammenhang und kann nach [N20] Werte zwischen 0,1 und 0,3 annehmen. Die zu berücksichtigende Dämpfung für Carbonseile liegt deutlich unter den tiefsten Strukturdämpfungswerten nach Tab. F.2 [N20], für welche dieses Nachweisformat vorgeschlagen ist. Entsprechend liegt der Vergrößerungsfaktor der Resonanz-erregung mit 2000 vergleichsweise hoch. Vor diesem Hintergrund erscheint eine Begrenzung der Bandbreite durch eine Festlegung von $\varepsilon_0 = 0,15$ gerechtfertigt. Eine Validierung des vorgeschlagenen Ansatzes sollte durch die Auswertung von Messungen erfolgen.

Es ist ferner zu bemerken, dass eine Festlegung der maßgebenden Bandbreite als Vielfaches der jeweiligen kritischen Windgeschwindigkeit für höhere Eigenformen zu einer proportionalen Verbreiterung der Bandbreite führt. Dieser Zusammenhang sollte hinterfragt werden. Wenn fünf oder mehr Eigenformen im Bereich mit entsprechender Auftretenswahrscheinlichkeit zu betrachten sind, führt dieser Ansatz zu Überlappungen der Bereiche, für welche eine Schwingung in der jeweiligen Eigenform rechnerisch in Ansatz gebracht wird. Für Windgeschwindigkeiten in den Überlappungsbereichen wird rechnerisch gleichzeitig eine Schwingung in der i -ten wie auch in der $(i + 1)$ -ten Eigenform berücksichtigt, was phänomenologisch nicht begründbar ist und zu konservativen Ergebnissen führt.

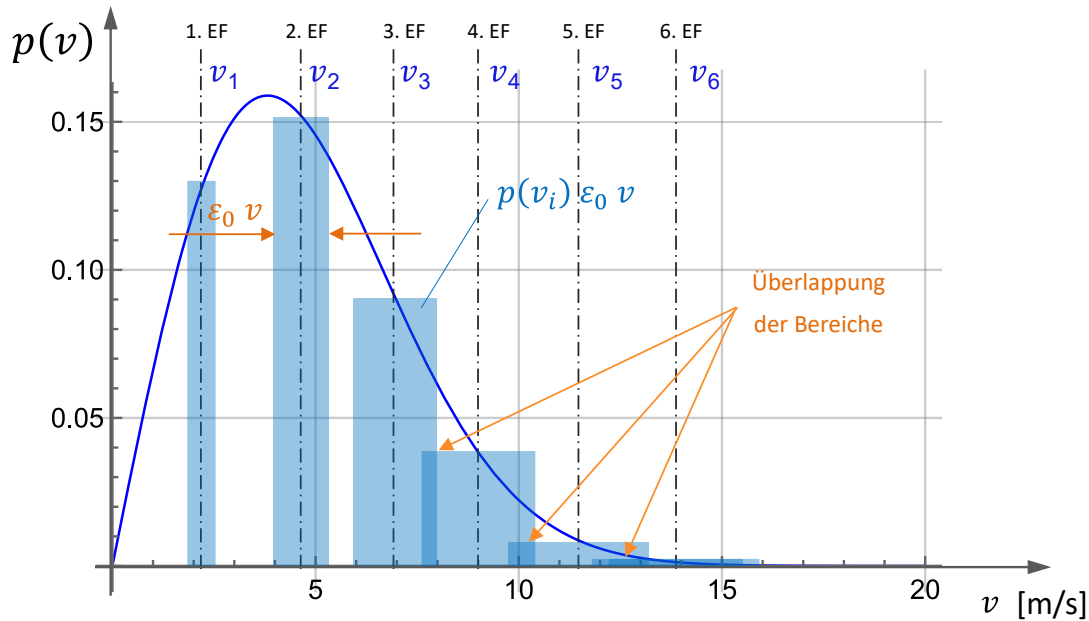


Abbildung 6-29 Überlappung der berücksichtigten Bereiche der kritischen Windgeschwindigkeiten $v_{i,crit}$ bei der Bestimmung der Auftretenshäufigkeiten der Anregung der zugehörigen Eigenform für sechs Eigenformen im Bereich einer Wahrscheinlichkeitsdichte von $p(v_i) > 0,001$.

Für eine Bewertung hinsichtlich der Betriebsfestigkeit ist ferner die Anzahl N_{LZ} der auftretenden LZ zu ermitteln. In [N20] E.1.5.2.6 wird hierfür eine Gleichung angegeben, welche nachfolgend in (Gl. 6-37) um einen Korrelationsbeiwert η_K ergänzt wird.

$$N_{LZ}(v_i) = 2 \cdot T \cdot f_i \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{v_i}{v_0}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{v_i}{v_0}\right)^2} \cdot \eta_K \quad (\text{Gl. 6-37})$$

mit T ... Entwurfslebensdauer

f_i ... Eigenfrequenz der betrachteten Eigenform [Hz]

Hinweis: Sofern die Anzahl der Verkehrslastereignisse gesucht wird, für welche mit dem gleichzeitigen Auftreten einer wirbelerregten Schwingung in der i -ten Eigenform zu rechnen ist, wird statt der Eigenfrequenz f_i die Anzahl der Verkehrslastereignisse pro Zeiteinheit eingesetzt.

ε_0 ... Bandbreitenfaktor, wird für Carbonseile zu 0,20 vorgeschlagen

v_i ... zur betrachteten Eigenform gehörende kritische Windgeschwindigkeit [m/s]

v_0 ... das $\sqrt{2}$ -Fache des häufigsten Wertes der Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Windgeschwindigkeit v [m/s]

Hinweis: v_0 kann mit 20 % der charakteristischen mittleren Windgeschwindigkeit in Höhe des Querschnitts, an dem Wirbelablösung auftritt, angenommen werden [N11].

η_K ... Korrelationsbeiwert

für Windereignisse ohne gleichzeitig auftretende weitere Einwirkungen $\eta_K = 1$

für Windereignisse, die gemeinsam mit Verkehrslasten auftreten $\eta_K = 1,5$

Der Korrelationsbeiwert ist $\eta_K = 1$, sofern die gesamte Lebensdauer des Bauwerkes in die Betrachtung eingeht (z. B. für die Ermittlung der Lastzyklen aus Wirbelerregung). Für den Fall, dass die Auftretenswahrscheinlichkeit nur in einer Teilmenge der Lebenszeit gesucht wird, kann η_K Werte über oder unter 1 annehmen. Standortspezifisch können die Auftretenswahrscheinlichkeiten für bestimmte Windverhältnisse tageszeitlich oder saisonal unterschiedlich verteilt sein. Wird beispielsweise die Auftretenswahrscheinlichkeit

für das gleichzeitige Auftreten von Windereignissen mit Verkehrslastereignissen gesucht (vgl. 5.12) und das Betriebsprogramm oder Verkehrsaufkommen weist einen ausgeprägt unterschiedlichen Tag-Nachtverlauf auf oder folgt einem stark unterschiedlichen Sommer-Winterfahrplan, so kann die Auftretenswahrscheinlichkeit für die Korrelation beider Ereignisse nicht mehr aus zwei unabhängig verteilten Größen gebildet werden. Um diesen Fall ohne weitreichende projekt- und standortbezogene Untersuchungen mit abzudecken, wird in nachfolgendem Beispiel vereinfachend davon ausgegangen, dass alle zu betrachtenden Verkehrslastereignisse in einem Zeitfenster von täglich 16 Stunden auftreten (8 Stunden Nachtpause) und sich alle maßgebenden Windlastereignisse in diesem Zeitfenster ereignen. Damit wird die Auftretenswahrscheinlichkeit von Windereignissen, welche gleichzeitig zu Verkehrslastereignissen auftreten, um den Faktor $\eta_K = 24/16$ erhöht.

In Abbildung 6-30 wird exemplarisch für einen Hänger der Oderrücke Küstrin das Lastkollektiv für die 1. – 10. Eigenform dargestellt. Es wird ersichtlich, dass die ersten drei Eigenformen rechnerisch relativ häufig angeregt werden. Mit steigender Windgeschwindigkeit v_i nimmt der Energieeintrag und damit auch der Winkel φ an der Einspannung bis zu einer Windgeschwindigkeit von $v_i = 0,83 v_m$ weiter zu, um danach sukzessive wieder abzunehmen (vgl. auch Abbildung 6-19). In der Theorie kann bei hoher Windgeschwindigkeit eine Anregung bis zur 10. Eigenform bei ca. 107 Hz erfolgen. Gleichzeitig nimmt aber die Auftretenswahrscheinlichkeit für diese Ereignisse stark ab. Für wirbelerregte Schwingungen in den ersten Eigenformen ergeben sich bis zu 10^{10} LZ, während für die neunte Oberschwingung noch 51000 LZ und für die zehnte Oberschwingung noch 900 LZ ermittelt werden. Beobachtungen müssen zeigen, ob und inwieweit diese theoretisch möglichen Phänomene tatsächlich auftreten. In 5.12 wird gezeigt, dass Carbonzugglieder wirbelerregte Schwingungen bei am Bauwerk üblichen Vorspannkräften i. d. R. schadlos ertragen können.

Für eine Betrachtung des Einflusses aus gleichzeitiger Wirkung von wirbelerregten Schwingungen und Verkehr wird der jeweilige Anteil der Verkehrereignisse gesucht, welcher gleichzeitig zu einer wirbelerregten Schwingung in der jeweiligen Eigenform zu erwarten ist. Aus der Summe der Häufigkeitsverteilungen für alle Eigenformen $\sum_i P(v_i)$ wird ersichtlich, dass im betrachteten Fall rechnerisch für 36 % der gesamten Lebensdauer Bedingungen für wirbelerregte Schwingungen vorliegen, welche sich anteilig auf die verschiedenen Eigenformen aufteilen (Abbildung 6-30). So ist beispielsweise für $14,4 \% \cdot \eta_K = 22 \%$ aller Verkehrslastereignisse gleichzeitig eine wirbelerregte Schwingung in der zweiten Eigenform zu erwarten. Der Effekt aus der Überlagerung winderregter Schwingungen mit Lastwechseln aus Verkehr ist bei der Bemessung zu berücksichtigen.

Eine Betrachtung aller Korrelationen aus wirbelerregten Schwingungen für bis zu zehn Oberschwingungen mit gleichzeitig auftretenden Verkehrereignissen führt zu unverhältnismäßigem Rechenaufwand. Es wird daher vorgeschlagen, diese Einflüsse im Rahmen von weiterführenden Parameterstudien zu bestimmen und hinsichtlich der Nachweisführung in zwei Stufen vorzugehen, welche durch entsprechende Randbedingungen abgegrenzt werden können. Einer ersten Stufe können alle Fälle zugeordnet werden, bei welcher die Schädigung durch winderregte Schwingungen unter einem Grenzwert bleibt. In diesem Fall kann der Einfluss in der Nachweisführung vernachlässigt werden, wenn für die Schadenssumme in 5.12.2 ein Grenzwert bspw. in Anlehnung an [L64] nicht überschritten wird. Für die übrigen Fälle können Schädigungsäquivalenzfaktoren zur Berücksichtigung des Einflusses hergeleitet werden. Hierzu bleibt zunächst abzuwarten, ob das zugrunde gelegte Anregungsverhalten durch experimentelle Ergebnisse bestätigt wird und in wieweit die theoretisch mögliche Anregung höherer Eigenschwingungsformen in der Praxis tatsächlich beobachtet werden kann. Anderenfalls sind weitere Vereinfachungen des Verfahrens denkbar.

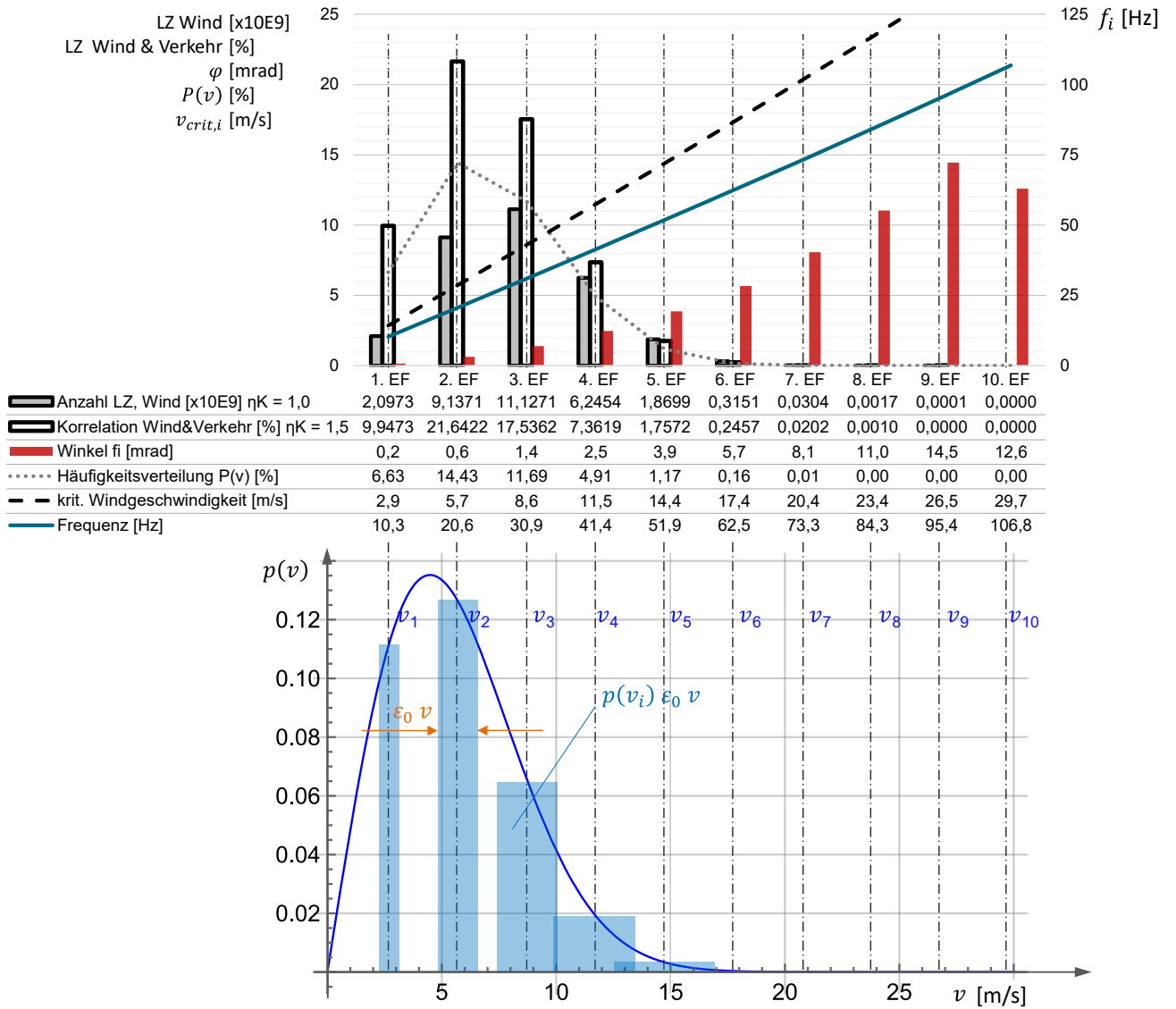


Abbildung 6-30 Lastkollektiv aus wirbelerregten Schwingungen für einen TK50 mit Länge $L = 18,4$ m.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassender Überblick

Das Potential, welches durch den Einsatz von Carbonzuggliedern für hoch beanspruchte Zugglieder bei nicht-ruhenden Verkehrslasten erschlossen werden kann, wurde durch frühere Publikationen des Autors [L68][L70][L74][L75][L76] und durch die beiden international gewürdigten Anwendungen im Brückenbau [L169][L170] erkennbar. Ein materialgerechter Einsatz von Carbonfaserverbundwerkstoffen setzt ein tieferes Verständnis für das Material- und Bauteilverhalten voraus und erfordert gleichzeitig eine Weiterentwicklung und Anpassung der Tragwerkslösungen. Als Grundlage für eine Fortschreibung von Bemessungs- und Anwendungsregeln werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit experimentelle und analytische Untersuchungen zum Ermüdungswiderstand sowie zum statischen und dynamischen Bauteilverhalten von Carbonstrangschlaufen vorgestellt.

In der Einleitung (Kapitel 1) dieser Arbeit wird die Motivation zur Bearbeitung offener Fragestellungen zum Ermüdungswiderstand von Carbonstrangschlaufen sowie zum längen- und lastabhängigen Bauteilverhalten, dem zugrunde liegenden Materialverhalten und dem dynamischen Verhalten im Kontext einer breiteren Anwendung von Zuggliedern aus Carbon im Brückenbau begründet. Die Projekterfahrung aus Pilotanwendungen, projektbezogene experimentelle Untersuchungen und Fachgutachten im Rahmen der für die Anwendung erforderlichen Verfahren zur Erlangung einer Zustimmung im Einzelfall bieten dabei eine besondere Voraussetzung für die Formulierung anwendungsrelevanter wissenschaftlicher Fragestellungen und werden zusammen mit den Ergebnissen aus einem vom Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz geförderten Verbundforschungsvorhaben (NeZuCa – Netzwerkbogen mit Zuggliedern aus Carbon; Förderkennzeichen 03LB3013A) und weiteren projektspezifischen Bauteilversuchen als Grundlagen für diese Arbeit herangezogen.

Eine Heranführung an Faserverbundwerkstoffe und die in dieser Arbeit näher betrachteten Carbonstrangschlaufen anhand der Literatur erfolgt in Kapitel 2 und kann durch folgende Kernaussagen zusammengefasst werden:

- Hochleistungswerkstoffe in Faserform zeichnen sich durch eine hohe Zugfestigkeit bei geringer Dichte aus, wobei die physikalisch möglichen Festigkeiten durch Imperfektionen im Herstellungsprozess nicht erreicht werden.
- Im Vergleich mit anderen Faserwerkstoffen aus Glas, Basalt oder Aramid zeigen Carbonfaserverbundwerkstoffe (CFRP) ein vorteilhaftes Verhalten hinsichtlich der Ermüdungsfestigkeit, der statischen Festigkeit, der Steifigkeit, dem Dauerstandverhalten und der Beständigkeit gegenüber Umwelt- und Witterungseinflüssen.
- Die mechanischen Eigenschaften von Carbonfasern sind stark anisotrop und werden durch die Orientierung der Graphenstrukturen im Herstellungsprozess bestimmt.
- Die Matrix spielt eine entscheidende Rolle beim Lastabtrag im unidirektionalen (UD) Verbundwerkstoff und ist zusammen mit dem Verbundverhalten an der Faseroberfläche maßgeblich für das Schädigungsverhalten bei Ermüdungsbeanspruchung verantwortlich.
- Der Werkstoff CFRP entsteht im Zuge des Herstellprozesses des jeweiligen Bauteils, daher sind die erzielbaren Werkstoffeigenschaften in einem Bauteil untrennbar mit der Detailausbildung und dem Herstellungsprozess verbunden und können von Bauteil zu Bauteil schwanken und auch innerhalb eines Bauteils bereichsweise unterschiedlich sein.

- Die Tragfähigkeit und Ermüdungsfestigkeit eines Carbonzuggliedes wird maßgeblich von der Detailausbildung der Verankerung bestimmt.
- Zur Bestimmung des Bauteilwiderstandes liegen zahlreiche Ansätze und Methoden vor, welche eine zuverlässige Dimensionierung für statische Lasten erlauben. Für die Auslegung hinsichtlich Betriebsfestigkeit wird neben analytischen und numerischen Ansätzen nach wie vor häufig auf Bauteilversuche zurückgegriffen.

Abschließend wird der Stand der Regelwerke für den Einsatz von Carbonzuggliedern im Brückenbau betrachtet, welcher sich gegenwärtig auf die Regelungen beschränkt, welche im Rahmen der Gutachterverfahren für die projektspezifischen Anwendungen im Einzelfall festgelegt wurden. In einem Vergleich mit dem Regelwerk für stählerne Zugglieder wird erkennbar, dass für den Einfluss von Anschlussschiefstellungen auf die Traglast und die Ermüdungsfestigkeit und damit im Zusammenhang stehende Fragestellungen, welche in dieser Arbeit betrachtet werden, für Zugstangen und Seile aus Stahl noch keine Festlegungen oder Berechnungsmethoden zur Verfügung stehen.

Ergebnisse aus projektspezifischen Bauteilversuchen und aus dem Forschungsverbundvorhaben NeZuCa wurden in Kapitel 3 zu einer gemeinsamen experimentellen Datenbasis zusammengefasst. Diese enthält Ergebnisse zu Bruchlasten, Bauteilsteifigkeiten und aus Ermüdungsversuchen und wird ergänzt durch Versuche zur Bestimmung der Bauteilbiegesteifigkeit im Verankerungsbereich, Schallemissionsmessungen und faseroptische Messungen der Dehnungsverläufe im Inneren und an der Oberfläche von realmaßstäblichen Prüfkörpern und Kleinproben. Ergänzend wird auf Maßnahmen zur Vereinheitlichung der Versuchsrandbedingungen eingegangen.

In Kapitel 4 werden mechanische Kennwerte zur Beschreibung des Materialverhaltens eingeführt und exemplarisch bestimmt, Einflüsse des intrinsischen nichtlinearen Materialverhaltens von Carbonfasern diskutiert und zusammen als Grundlage für die Bestimmung rechnerisch zu erwartender last- und längenabhängiger Bauteilsteifigkeiten herangezogen. Um eine Vergleichbarkeit von experimentellen Messungen der Bauteilsteifigkeit zu gewährleisten, wird ein vereinheitlichtes Verfahren vorgeschlagen. Aus einem Vergleich der rechnerisch zu erwartenden und der aus Bauteilmessungen bestimmten Steifigkeiten wird ein Ansatz zur Einstufung der Laminatqualität abgeleitet und für eine weitere Erprobung im Kontext der zerstörungsfreien Bauteilprüfung vorgeschlagen.

Als Basis für eine Fortschreibung des Bemessungskonzeptes für nicht-ruhende Lasten wird in Kapitel 5 eine versuchsgestützte Ermüdungsversagensfunktion abgeleitet und unter Berücksichtigung erforderlicher Sicherheitsbeiwerte und weiterer Einflussfaktoren als Bemessungsfunktion bestimmt. Auf Basis analytischer Betrachtungen im Abgleich mit den vorliegenden experimentellen Daten wurden Schädigungsäquivalenzfaktoren für Einflüsse aus Anschlussschiefstellungen und für unterschiedliche Spannungsverhältnisse hergeleitet. Ein erweitertes Weibull- $S-N$ -Modell wurde für die Berücksichtigung der Ergebnisse von Durchläufern herangezogen. Auf Basis einer gemeinsamen Betrachtung mit den schädigungsäquivalent umgerechneten Versuchsergebnissen wird eine Bemessungsfunktion für den Betriebsfestigkeitswiderstand bestimmt.

Ergänzende Betrachtungen zum last- und längenabhängigen dynamischen Bauteilverhalten werden in Kapitel 6 erläutert und bilden die Grundlage für eine Fortschreibung des Ansatzes zur Bestimmung der last- und längenabhängigen Eigenfrequenz unter Berücksichtigung der elastischen Einspannung der Zugglieder und deren Steifigkeitsgradient im Anschlussbereich. Schädigungsäquivalenzfaktoren für Bauteilschwingungen und Ansätze für die Fortschreibung eines Nachweisverfahrens für wirbelerregte Schwingungen liefern weitere Bausteine für ein allgemeines Konzept für den Betriebsfestigkeitsnachweis.

In den folgenden Abschnitten werden die Schwerpunkte des originären wissenschaftlichen Beitrages dieser Arbeit hervorgehoben (7.2), die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst (7.3) sowie weiterer Forschungsbedarf und weiterführende Fragestellungen aufgezeigt (7.4). Mit einer Einordnung zum gegenwärtigen Stand der Wissenschaft und Forschung und einem Ausblick hinsichtlich der Weiterentwicklung vereinfachter Bemessungs- und Anwendungsregeln in 7.5 wird ein Fazit zur vorliegenden Arbeit gezogen.

7.2 Wissenschaftlicher Beitrag

7.2.1 Ermüdungswiderstand von CFRP-Strangschlaufen

Auf der Grundlage einer experimentellen Datenbasis von Versuchsergebnissen an realmaßstäblichen Prüfkörpern wurde eine Ermüdungsversagensfunktion für CFRP-Strangschlaufen abgeleitet und für die Bestimmung des Bemessungswiderstandes für nicht-ruhende Beanspruchungen herangezogen. Für die Festlegung eines charakteristischen Wertes der Ermüdungsfestigkeit wurden zusätzlich Einflüsse aus den teilweise uneinheitlichen Versuchsabbruchkriterien und einer möglichen Unschärfe bei der Bestimmung des Chargenmittelwertes der statischen Tragfähigkeit berücksichtigt, welche für eine Einstufung des bezogenen Oberlastniveaus herangezogen werden müssen. Zusätzlich wurde untersucht, welchen Einfluss der Ausschluss einer Versuchscharge mit teilweise abweichenden Bauteileigenschaften hat.

Ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt in analytischen Betrachtungen zur schädigungsäquivalenten Berücksichtigung von permanenten Anschlussschiefstellungen, wiederkehrenden Anschlussverformungen oder Bauteilschwingungen sowie in der experimentellen Validierung der zugrunde gelegten analytisch hergeleiteten Beziehung für das Moment nach Th. II. O., welches sich an einer Einspannung bei einer Bolzenschiefstellung in Abhängigkeit von einer gleichzeitig wirkenden Normalkraft ergibt. Der Einfluss einer Bolzenschiefstellung am Anschluss wurde bislang im Rahmen von Kontrollversuchen [L197] ohne Differenzierung des spezifischen Einflusses mitbetrachtet und im projektspezifischen Bemessungsansatz nach [L62] über eine Analogiehypothese zwischen der statischen Traglast bei Bolzenschiefstellung und der Betriebsfestigkeit bei Bolzenschiefstellung berücksichtigt. Diese Analogiehypothese wurde jedoch durch die mittlerweile vorliegenden Versuchsergebnisse [L224] (vgl. Kapitel 3) widerlegt. Stattdessen sind die Einflüsse aus Schiefstellungen auf die Ermüdungsfestigkeit zutreffender durch eine schädigungsäquivalente Erhöhung der Oberlast zu beschreiben, wobei sich der Überhöhungsfaktor an der Spannungsüberhöhung der Randfaser aus dem Biegemoment nach Th. II. O. orientiert. Es zeigt sich ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der einwirkenden Normalkraft und dem schädigungsäquivalenten Spannungsüberhöhungsfaktor aus Bolzenschiefstellung, welcher für geringere Normalkräfte überlinear ansteigt. Der Einfluss ist daher im Bereich der Gebrauchslasten und der maßgebenden Lasten für den Ermüdungsnachweis deutlich höher als auf Bemessungslastniveau. Aufgrund der Relevanz dieser Erkenntnis wurde dieses Grundprinzip zur Berücksichtigung von Anschlussimperfektionen beim Betriebsfestigkeitsnachweis einem begrenzten Personenkreis vorab erläutert und in einem aktuellen Gutachten [L64] mit Verweis auf die Urheberschaft des Autors bereits aufgegriffen. Durch Einführung von Schädigungsäquivalenzfaktoren kann die Ermüdungsversagensfunktion, welche aus Versuchsdaten ohne Einfluss aus Anschlussschiefstellungen hergeleitet wurde, auch für diesen Fall herangezogen werden und Versuchsergebnisse mit Schiefstellung können in schädigungsäquivalente Ergebnisse ohne Schiefstellung umgerechnet werden. Aus den Betrachtungen geht zudem hervor, dass für permanente Schiefstellungen des Bolzens ein gewisser Trainiereffekt vorliegt und der Einfluss für diesen Anteil der Bolzenschiefstellung um vsl. 60 % abgemindert werden kann, während dies bei wechselnden Schiefstellungen, wiederkehrenden Verkippungen des Anschlussbauteils oder Bauteilschwingungen nicht der Fall ist. Zur Berücksichtigung des geometrisch nicht exakt beschreibbaren Verlaufes des Gradienten der Biegesteifigkeit im Bereich des Kragens der

Schlaufenverankerung wurde ein lastabhängiger Ansatz für eine effektive Länge unter Berücksichtigung der Schubweichheit des Laminatquerschnittes hergeleitet.

Ein weiterer Schwerpunkt betrifft den Ansatz zur schädigungsäquivalenten Einstufung unterschiedlicher Spannungsverhältnisse. Einem aktuellen Gutachten liegt der Ansatz zugrunde, dass sich die Anzahl der ertragbaren Lastzyklen für beliebige Spannungsverhältnisse aus einem abschnittsweise linearisierten Verlauf für die Linien gleicher Lebenserwartung durch Interpolation zwischen einer S - N -Kurve für $R = 0,1$ und der mittleren statischen Traglast ($S_{max} = 1,0$; $R = 1,0$) ermitteln lassen. Anhand der vorliegenden Versuchsergebnisse kann dieser Ansatz nicht bestätigt werden, da damit die ertragbare Lastzyklenzahl teilweise um ein Vielfaches überschätzt wird. Eine Erklärung hierfür findet sich in der Auseinandersetzung mit den zugrunde liegenden Schädigungsmechanismen und analytischen Betrachtungen zum Einfluss unterschiedlicher Schwingbreiten. Der Schädigungsanteil, welcher auf die Schubbeanspruchungen der Matrix beim zyklischen Gleiten mit Änderung der Bewegungsrichtung zurückgeht und begleitend zur Reibermüdung (fretting-fatigue) auftritt, wird von der Schwingbreite nahezu nicht beeinflusst und ist fast ausschließlich von der Oberlast und dem Reibungskoeffizient in der Gleitfuge abhängig. Auf Grundlage eines Ansatzes zum Verlauf der Linien gleicher Lebenserwartung im Constant-Life-Diagramm wurde in dieser Arbeit eine Bildungsvorschrift für S - N -Versagensfunktionen für beliebige Spannungsverhältnisse abgeleitet. Unter Annahme eines Zusammenhangs zwischen dem Inkrement der Formänderungsenergiedichte und dem Schädigungsbeitrag eines betrachteten Lastzyklus wurde eine analytische Beziehung für den Einfluss des Spannungsverhältnisses auf die ertragbare Lastzyklenzahl hergeleitet. Auf dieser Grundlage werden zwei Ansätze zur Berücksichtigung des Spannungsverhältnisses ermittelt, wobei der eine dazu geeignet ist, Versuchsergebnisse im Bereich zwischen 10^5 und 10^8 Lastzyklen möglichst mittelwertreu schädigungsäquivalent zu überführen, und der andere für eine konservative Einschätzung des Verhaltens für die Bemessung ($S_{max} < 0,6$) bestimmt ist.

Zur Einschätzung der Restlebensdauer bei Durchläufern wird in dieser Arbeit eine einfache Formel auf Grundlage der Resttragfähigkeit in Bezug zur Oberlast vorgeschlagen und angewandt.

Zur Einordnung des Schädigungsbeitrages kleiner und kleinster Schwingbreiten ($R \rightarrow 1$) wurden analytische Betrachtungen zu einer sog. Initialisierungsschwingbreite angestellt, ab welcher der Haftreibungswiderstand in der Gleitfuge überwunden wird. Auf dieser Grundlage wird ein unterer Grenzwert für die im Zuge der Schädigungsakkumulation zu berücksichtigende Schwingbreite begründet.

Auf Basis der Varianz aus den Versuchsergebnissen wurden anschließend Teilsicherheitsbeiwerte und Abminderungsfaktoren zur Berücksichtigung fortschreitender Degradation, sowie für Temperatur- und Umwelteinflüsse zur Festlegung einer Bemessungswiderstandsfunktion bestimmt.

Hinweis: Eine Bestimmung der mittleren Ermüdungsversagensfunktion ohne weiterführende Betrachtungen und ausschließlich für die Versuchsergebnisse, welche in 5.2.1 vorgestellt wurden, erfolgte während der Erstellung dieser Arbeit unabhängig durch einen Projektpartner innerhalb des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa [L224], wobei die in dieser Arbeit vorgestellte mittlere S - N -Kurve aus 5.2.2 bestätigt wird.

7.2.2 Erweiterung eines Weibull- S - N -Modells

Für die Ergebnisse von Durchläufern wurden anhand eines Weibull- S - N -Modells Prognosen für das jeweilige zu erwartende Ermüdungsversagen bestimmt. Dazu wurde das Verfahren nach Toasa und Ummenhofer erweitert, um S - N -Verlaufs-funktionen mit konvexer Gestalt im doppeltlogarithmischen Schaubild abbilden zu können. Die zugrunde liegenden Untersuchungen stellen einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Eine Erweiterung des Lösungsraumes für die Geometrieparameter B und C auf Werte oberhalb und rechts des Datenraumes der vorliegenden Ergebnisse führt zu einer Spiegelung der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion, womit der Weibullparameter α die Lage der hundertsten Perzentile nach oben abgrenzt

und somit der Parameterraum für Ausreißer nach unten nicht mehr begrenzt ist. Die in der Literatur geäußerte Kritik, dass mit einem Weibull- $S-N$ -Modell die Wahrscheinlichkeit eines sehr frühen Versagens nicht beschrieben werden kann, gilt für den hier herangezogenen gespiegelten Fall nicht. Stattdessen ist das gespiegelte Modell nicht mehr in der Lage, extreme Ausreißer nach oben zu beschreiben respektive zu berücksichtigen. Durch Einführung eines zusätzlichen oberen Grenzwertes für die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion, welcher auf Basis der experimentell bestimmten jeweiligen Resttragfähigkeit der Durchläufer bestimmt wurde, konnte eine verfahrensbedingte atypische Konzentration der Prognosewerte nahe der fünfzigsten Perzentile ausgeräumt werden, womit die Aussagekraft der Prognosewerte gesteigert und das Lösungsverhalten auch für eine große Anzahl von Durchläufern konvergent stabilisiert werden konnte.

7.2.3 Nichtlineares Bauteil- und Werkstoffverhalten

Kennwerte zur Beschreibung des Materialverhaltens von UD Carbonlaminat wurden in Kapitel 4 eingeführt und exemplarisch für einen Werkstoff anhand der Daten aus Abnahmeprüfzeugnissen bestimmt, wobei auf die Streuung wesentlicher Materialparameter eingegangen wurde. Anhand von Messungen der Bauteilsteifigkeit wurde das intrinsische nichtlineare Werkstoffverhalten von Carbonfasern erläutert und mit den Erkenntnissen aus der Literatur abgeglichen. Um die nichtlineare Steifigkeitsbeziehung im Zuge der weiteren Betrachtungen berücksichtigen zu können, wurde die dehnungsabhängige bekannte Funktion der Steifigkeit in eine spannungsabhängige Beziehung umgeformt, welche im Weiteren einer Bestimmung rechnerisch erwartbarer längen- und lastabhängiger Bauteilsteifigkeiten zugrunde gelegt wurde.

7.2.4 Ansatz zur Einstufung der Laminatqualität

Auf Basis der Verhältniswerte zwischen erwarteter und gemessener Steifigkeit für die freie Länge und den Schlaufenbereich konnte ein Zusammenhang mit den erreichten Bruchlasten erkannt werden, wenn gleichzeitig die Schlaufensteifigkeit überdurchschnittlich und die Steifigkeit auf der freien Länge unterdurchschnittlich ausfiel. Aus diesem Zusammenhang konnte ein einfacher Indikator hergeleitet werden, mithilfe dessen aus einer Versuchscharge anhand von zerstörungsfrei bestimmten Bauteilsteifigkeiten zukünftig diejenigen Bauteile ausgesondert werden können, welche mit größerer Wahrscheinlichkeit unterdurchschnittliche Bruchlasten erzielen. Diese können im Anschluss zerstörend geprüft werden. Mit dieser Methode kann die Anzahl erforderlicher zerstörender Prüfungen bei gleicher Aussagekraft zukünftig stark reduziert werden.

Anhand von Betrachtungen zum lastabhängigen Verlauf des Tangentenmoduls aus Bauteilmessungen im Vergleich zum rechnerisch erwarteten Verlauf konnten Auffälligkeiten identifiziert werden, welche auf Abweichungen im Herstellprozess zurückgeführt werden konnten. Auf dieser Grundlage wurde eine Methode zur Einstufung der erreichten Laminatqualität entwickelt und für eine weitere Erprobung im Kontext der zerstörungsfreien Bauteilprüfung vorgeschlagen.

7.2.5 Vereinheitlichtes Verfahren zur Bestimmung von Bauteilsteifigkeiten

Aufgrund des nichtlinearen Steifigkeitsverhaltens wird ein einheitliches Vorgehen für die Auswertung von Last-Verformungsmessungen erforderlich, um vergleichbare Ergebnisse zu erzielen. Ein Vorschlag auf Basis vereinheitlichter, auf die Bruchlast bezogener Lastniveaus führt bei unterschiedlichen Bauteilgeometrien zu unterschiedlichen relativen Niveaus der Faserspannung und kann zudem nicht angewandt werden, wenn der Mittelwert der Bruchlast nicht bereits bekannt ist. Angesichts der damit verbundenen Einschränkungen wurde dieser Ansatz im Rahmen der vorliegenden Arbeit fortgeschrieben, wobei auf ein flexibles Verfahren zur Bestimmung des Tangentenmoduls für ein vereinheitlichtes Niveau der Faserspannung zurückgegriffen wurde. Drei unterschiedliche Methoden wurden bereitgestellt um, je nachdem in welcher Form und

Auflösung die Messdaten aus Last-Verformungs-Messungen vorliegen, trotzdem vergleichbare Werte für die Bauteilsteifigkeit bestimmen zu können. Hinweise zur Durchführung und Auswertung von Messungen der Bauteilsteifigkeit wurden in einer Arbeitsanweisung im Anhang dieser Arbeit zusammengefasst.

7.2.6 Beiträge zu einem Bemessungskonzept für wirbelerregte Schwingungen

Die bislang für stählerne Zugglieder eingeführten Regeln zur Betrachtung wirbelerregter Schwingungsphänomene sind für Zugglieder aus Carbon nicht anwendbar. Langzeitmessungen zum Schwingungsverhalten an den Carbonhängern der Oderbrücke Küstrin sind Gegenstand aktuell laufender weiterführender Untersuchungen. Es ist anzunehmen, dass hieraus Erkenntnisse zu wesentlichen offenen Fragestellungen zum Anregungsverhalten in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit, der Turbulenzintensität und klimatischen Einflussfaktoren gewonnen werden können. Mit dem Beitrag in dieser Arbeit soll der erforderlichen weiteren Betrachtung nicht vorweggegriffen werden. Die vorgestellten Ansätze und Untersuchungen sind als Beitrag für eine weiterführende Fortschreibung der Methoden zur Beurteilung der Einflüsse aus wirbelerregten Schwingungen gedacht.

Eine möglichst zutreffende mathematische Beschreibung der last- und längenabhängigen Eigenfrequenz bildet die Grundlage aller Betrachtungen zu Schwingungsphänomenen und wurde im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt und anhand von Messungen am Bauwerk validiert. Durch Auswertung des Eigenfrequenzspektrums können auf dieser Grundlage auch die Zugkräfte von Carbonstrangschlaufen im eingebauten Zustand schnell und zuverlässig bestimmt werden.

Für eine Bestimmung der zu erwartenden Schwingungsamplituden wurde ein Nachweisformat in Anlehnung an DIN EN 1991-1-4 E.1.5.2 diskutiert und durch einen Vorschlag für ein vereinfachtes Nachweisverfahren ergänzt. Es wurde vorgeschlagen, den aerodynamischen Erregerkraftbeiwert als kontinuierlich abnehmende Funktion in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit neu festzulegen, um eine bessere Übereinstimmung mit den beobachteten maximalen Schwingungsamplituden zu erzielen, sowie Anpassungen an der zugrunde liegenden Wirklänge zu berücksichtigen. Zur Berücksichtigung seltener, außergewöhnlich turbulenzarmer Kaltwetterlagen wurde gezeigt, dass ggf. eine einfache Faktorisierung der Schwingungsamplituden herangezogen werden kann.

Für eine Betrachtung der Einflüsse aus winderregten Schwingungen im Zuge eines Betriebsfestigkeitsnachweises wurden unter Verwendung der zuvor hergeleiteten Beziehungen für die Einflüsse aus Anschlussschiefstellungen Spannungsüberhöhungsfaktoren in Abhängigkeit von der Schwingungsamplitude oder in Abhängigkeit von einer äquivalenten statischen Ersatzlast für die erste und beliebige weitere Eigenschwingungsformen bestimmt.

Aufgrund der hohen Eigenfrequenzen der leichten Carbonzugglieder werden bereits innerhalb kurzer Anregungsperioden sehr hohe Lastwechselzahlen erreicht. Eine realistische Einschätzung der Anregungszeiträume ist daher für die Bestimmung maßgebender Lastkollektive entscheidend. Im Rahmen dieser Arbeit wurde empfohlen, bisherige Regelungen nach DIN EN 1991-1-4 hinsichtlich der Festlegung des Bandbreitenfaktors fortzuschreiben. Anhand der geringen vorliegenden Dämpfung ist anzunehmen, dass der Bandbreitenfaktor für den Fall von Carbonseilen deutlich verkleinert werden sollte. Die Festlegung der Bandbreite als Vielfaches der jeweiligen kritischen Windgeschwindigkeit führt für höhere Eigenformen zu einer proportionalen Verbreiterung der zu berücksichtigenden Bandbreite und bei einer hohen Anzahl von zu berücksichtigenden höheren Eigenformen zu einer Überlappung der Bereiche, für welche eine Schwingung in der jeweiligen Eigenform rechnerisch in Ansatz gebracht wird. Dies ist phänomenologisch nicht begründbar und führt zu stark konservativen Lastkollektiven. Für eine Betrachtung zur Überlagerung von Verkehrslasten und wirbelerregten Schwingungen wurde zudem die Einführung eines Korrelationsbeiwertes vorgeschlagen, welcher unterschiedliche zeitliche Verteilungen von Verkehr und Wind berücksichtigt.

7.3 Wesentliche Ergebnisse

Wesentliche Ergebnisse dieser Arbeit werden nachfolgend zusammengefasst.

Der Ermüdungswiderstand von Carbonstrangschlaufen wurde bislang anhand von projektspezifischen Ermüdungsversuchen als „im Einzelfall ausreichend“ eingestuft, war aber bislang unbekannt. Anhand der in dieser Arbeit vorgestellten Versuchsergebnisse und der daraus abgeleiteten Ermüdungsversagensfunktion wird eine rund zehnfach höhere Ermüdungsfestigkeit ermittelt, als auf Grundlage der bislang vorliegenden Kleinprobenversuche zu erwarten war. Das Potential dieser Zugglieder konnte damit erstmals quantifiziert werden.

Erstmals wurden im Rahmen des Verbundforschungsvorhabens systematisch Ermüdungsversuche an realmaßstäblichen Prüfmustern bis zum Versagen durchgeführt. Dabei wurde das Erfordernis einheitlicher Versuchsabbruchkriterien ersichtlich. Auf Basis der Erkenntnisse aus den durchgeführten Versuchen wurde eine Empfehlung für Versuchsabbruchkriterien für zukünftige Versuche erstellt. Im Zusammenhang mit der Auswertung der Ermüdungsversuche wurde diskutiert, wie sich uneinheitliche Abbruchkriterien auf die Ergebnisse der Ermüdungsversagensfunktion auswirken. Bei der Festlegung des Bemessungswiderstandes der Betriebsfestigkeit wurde ein zusätzliches Sicherheitselement berücksichtigt. Darauf kann verzichtet werden, wenn von vornherein einheitliche Versuchsabbruchkriterien herangezogen werden. Für eine Einschätzung hinsichtlich der Schädigung ist bei Durchläufern und Bauteilen ohne eindeutiges Versagen jeweils eine Bestimmung der Resttragfähigkeit erforderlich. Nach Möglichkeit wird auch die Bestimmung der verbleibenden Bauteilsteifigkeit empfohlen.

In einem Vergleich von Lage und Verlauf der Funktion für eine Versagenswahrscheinlichkeit von 5 % zwischen einer linearen $S-N$ -Versagensfunktion (Regressionsgeraden) im S -Log(N)-Diagramm und einem Weibull- $S-N$ -Modell mit veränderlicher Neigung, asymmetrischer Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion und über den Funktionsverlauf veränderlichem Abstand der fünften Perzentilkurve zur Mittelwertfunktion zeigt sich im Bereich der Versuchsergebnisse eine gute Übereinstimmung.

Aus den Ergebnissen der Ermüdungsversuche aus 5.2.1 lassen sich hinsichtlich der mittleren Ermüdungsversagensfunktion keine Unterschiede erkennen, welche auf Größenfaktoren zwischen den untersuchten Bauteilgeometrien hindeuten. Im Gegensatz dazu zeigt sich ein starker größenabhängiger Einfluss für die Entwicklung von Reibwärme in der Gleitfuge, welcher auf den mit zunehmender Bauteilgröße anwachsenden Gleitweg des Laminates auf der Kausche am Ablösepunkt zurückzuführen ist. Hieraus folgt, dass die maximal mögliche Prüffrequenz zur Durchführung von Ermüdungsversuchen an realmaßstäblichen Prüfkörpern mit zunehmender Bauteilgröße abnimmt. Einschränkungen für baupraktische Anwendungen ergeben sich im Rahmen der betrachteten Anwendungsgebiete hieraus nicht.

Auf Grundlage der experimentellen Untersuchungen konnte der Rückschluss gezogen werden, dass der Einfluss einer Bolzenschiefstellung bis 30 mrad für die Bauform TK50 in Bezug auf die statische Tragfähigkeit vernachlässigt werden kann.

Der Einfluss einer Bolzenschiefstellung auf die Betriebsfestigkeit kann durch eine schädigungsäquivalente Erhöhung der Oberlast berücksichtigt werden, womit für den Nachweis ebenfalls die Ermüdungsversagensfunktion verwendet werden kann, welche aus Versuchsergebnissen ohne den Einfluss von Schiefstellungen bestimmt wurde. Für den permanenten Anteil der Schiefstellung eines Bolzens kann ein Trainiereffekt beobachtet werden, weshalb für diesen Anteil eine Abminderung des Einflusses vorgeschlagen wird.

Aus den Untersuchungen wird erkennbar, dass ein Zusammenhang zwischen der Schwingbreite und dem Spannungsüberhöhungsfaktor besteht, welcher auf Reibungseffekte in der Gleitfuge zurückzuführen ist und welcher bei der Bestimmung der Schädigungsäquivalenzfaktoren berücksichtigt wurde.

Mit Blick auf eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse vorliegender und zukünftiger Bauteilversuche wurden die Erkenntnisse hinsichtlich der Durchführung und Auswertung von statischen Versuchen an Carbonstrangschlaufen in einer Arbeitshilfe (Anhang A) zusammengefasst, wobei die erarbeiteten Methoden zur Bestimmung vergleichbarer Ergebnisse der Bauteilsteifigkeit unter Berücksichtigung des lastabhängigen Elastizitätsmoduls von Carbonfasern berücksichtigt wurden. Um eine Vergleichbarkeit von experimentellen Messungen der Bauteilsteifigkeit zu gewährleisten, wird ein vereinheitlichtes Verfahren vorgeschlagen, bei welchem die Ergebnisse als Tangentenmodul bei einem einheitlichen Faserspannungsniveau bestimmt werden, unabhängig davon, ob diese aus einer Regression von Messwerten direkt bestimmt oder auf Grundlage eines Sekantenmoduls ermittelt worden sind. Mit einbezogen wurde auch das Verfahren für die Bestimmung des lastabhängigen Verlaufes des Tangentenmoduls, welches dem Ansatz zur Beurteilung der Laminatqualität zugrunde liegt.

Auf Grundlage der aus den Versuchsergebnissen abgeleiteten Varianz wurde ein Teilsicherheitsbeiwert für den Betriebsfestigkeitsnachweis bestimmt und mit weiteren Anpassungs- und Abminderungsfaktoren für die Berücksichtigung von Umwelteinflüssen, Temperatur und einer fortschreitenden Degradation zu einem Bemessungskonzept zusammengefasst. Bei der Festlegung des charakteristischen Ermüdungswiderstandes wurden weitere Einflussfaktoren berücksichtigt, welche sich aus den teilweise uneinheitlichen Versuchsabbruchkriterien und möglichen Abweichungen bei der Bestimmung der bezogenen Lastniveaus ergeben haben.

Aus vergleichenden Betrachtungen der Versuchsergebnisse von Bauteilen aus unterschiedlichen Herstellungszeiträumen konnte für die Bauform TK50 gezeigt werden, dass die Varianz der Bauteileigenschaften zwischen den Herstellungsladungen bei einem planmäßigen Herstellungsverlauf vernachlässigbar ist. Für die zu Versuchszwecken hergestellte kleinere Bauform TK20 war dagegen eine deutliche chargenabhängige Varianz der Bauteileigenschaften zu beobachten, welche u. a. auch auf händisch unterstützte Prozessschritte bei der Herstellung dieser Kleinmuster zurückgeführt wurde.

Für die nichtlineare Interaktion zwischen einer Anschlussschiefstellung an der Einspannung eines Zuggliedes, der einwirkenden Normalkraft und dem Moment an der Einspannung wurde eine analytische Beziehung zur Berücksichtigung der Effekte aus Th. II. O. ermittelt, wobei ein Ansatz für die effektive Länge unter Berücksichtigung der Schubweichheit des Querschnittes herangezogen wurde, um das Bauteilverhalten im geometrisch nicht eindeutig beschreibbaren Bereich des Kragens an der Verankerung abzubilden. Der analytische Ansatz konnte anhand von Bauteilversuchen bestätigt werden.

Der Reibungskoeffizient zwischen der Schlaufenumlenkung und der Kausche beeinflusst das Verhalten an der Schlaufenverankerung. Für bisherige Betrachtungen wurde auf Annahmen zurückgegriffen. Aus den vorliegenden faseroptischen Untersuchungen konnten erstmals Rückschlüsse auf den tatsächlichen Reibungskoeffizienten in der Gleitfuge gezogen werden. Dabei wurde erkennbar, dass sich der Reibungsbeiwert im Verlauf mehrerer Lastzyklen verändert und möglicherweise auch eine Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit aufweist. Anhand der vorliegenden Ergebnisse konnte ein Erwartungsbereich für den Reibungsbeiwert eingegrenzt werden, woraus obere und untere Erwartungswerte für analytische Betrachtungen abgeleitet wurden.

Messungen der Hängerkraft durch Auswertung der Eigenfrequenzen können als Stand der Technik angesehen werden, wobei der längen- und lastabhängige Zusammenhang zwischen Eigenfrequenz und Normalkraft für Carbonzugglieder bislang aus empirischen Betrachtungen gewonnen wurde. Mit der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Beziehung zur Bestimmung der Eigenfrequenz steht ein analytischer Ansatz zur Verfügung, welcher durch Anpassung zweier empirischer Faktoren auf andere geometrische Randbedingungen angepasst werden kann.

Auch wenn sich die in dieser Arbeit betrachteten Ansätze konkret auf den Anwendungsfall der Carbonstrangschlaufe beziehen, sind grundlegende Prinzipien und die Erkenntnisse in Bezug auf das Materialverhalten auf Zugglieder anderer Bauformen aus Carbon übertragbar.

Die zugrunde liegenden Prinzipien zur Berücksichtigung des Einflusses aus Anschlussschiefstellungen können auch für den Nachweis stählerner Zugglieder sinngemäß übernommen werden.

7.4 Zukünftige Untersuchungen und weiterführende Fragestellungen

7.4.1 Weitere experimentelle Untersuchungen zum Trag-, Schädigungs- und Ermüdungsverhalten

Der Einfluss einer Schiefstellung am Anschluss auf das Ermüdungsverhalten kann nicht vernachlässigt werden, wenngleich erkennbar wurde, dass zwischen dem Einfluss einer permanenten Schiefstellung und zyklisch veränderlichen Schiefstellungen unterschieden werden kann. Hierzu wurde ein Abminderungsfaktor für permanente Schiefstellungen eingeführt. Die Quantifizierung dieses Abminderungsfaktors für permanente Schiefstellungen stützt sich bislang auf lediglich zwei Versuchsergebnisse, weswegen bis zu einer Verifizierung durch weitere Untersuchungen eine Abminderung von nur 30 % vorgeschlagen wird. Gegenwärtig führen strenge Toleranzvorgaben zur Gewährleistung geringer Schiefstellungen der Anschlusslaschen zu einem erheblichen Aufwand in der Herstellung und Fertigungsüberwachung. Die alternativ dazu erwogene Verwendung eines Kugelgelenkes im Anschluss zur Kompensation der Herstellungstoleranzen ist ebenfalls mit Aufwand verbunden und könnte sich durch Ansatz des Abminderungsfaktors ggf. erübrigen. Vor diesem Hintergrund wird eine Validierung des Abminderungsfaktors für permanente Schiefstellungen durch weitere Versuche dringend empfohlen. Darüber hinaus werden geeignete Versuche empfohlen, um den Einfluss aus wiederkehrender Änderung der Anschlussschiefstellung zu quantifizieren. Hierzu liegen bislang keine experimentellen Daten vor.

Auf Grundlage von analytischen Betrachtungen und einzelnen experimentellen Daten wurde ein Verfahren zur schädigungsäquivalenten Umrechnung für den Einfluss unterschiedlicher Spannungsverhältnisse abgeleitet. Aufgrund der geringen Anzahl zugrunde liegender experimenteller Ergebnisse wird eine Validierung des Ansatzes durch eine planmäßig dafür konzipierte Versuchsreihe empfohlen.

Auf Basis der bislang vorliegenden Betrachtungen wird der Einfluss von eingepprägten Anschlussrotationen um die Bolzenachse im Vergleich zu Verkippungen rechtwinklig zur Bolzenachse als weniger relevant eingestuft und durch konservative Abminderungsfaktoren berücksichtigt. Experimentelle Untersuchungen und analytische Betrachtungen zur lastabhängigen Normalkraft-Momenten-Interaktion nach Th. II. O. für eine genauere Quantifizierung der Einflüsse liegen bislang nicht vor.

Um das Vorhandensein von Größeneffekten auf die Steigung der Ermüdungsversagensfunktion für große Lastwechselzahlen ausschließen zu können, werden Ermüdungsversuche an TK50 mit niedriger Prüffrequenz im Lastbereich $S_{max} \leq 0,5$ empfohlen. In diesem Zusammenhang stellt sich die weiterführende Frage, ob eine beschleunigte Schädigung möglicherweise in direktem Zusammenhang mit der Belastungsgeschwindigkeit steht, und ob demnach der Schädigungsgradient mit der Änderung der Formänderungsenergiegedichte pro Zeiteinheit in Zusammenhang steht oder sich nur aus einer Akkumulation von Reibwärmeeffekten bei kontinuierlich hoher Belastungsgeschwindigkeit ergibt.

Weitere Erkenntnisse zur Schädigungsakkumulation mit unterschiedlichem Oberlastniveau und unterschiedlichem Spannungsverhältnis können anstelle von Versuchen mit Mehrstufen-Blocklastkollektiven durch Versuche mit Interferenzspektren-Kollektiven von asynchron gekoppelten Pulsatoren gewonnen werden.

Zum Schädigungsverhalten von UD Laminat unter faserparalleler Schubbeanspruchung mit zyklisch wechselnder Belastungsrichtung in Überlagerung mit Querdruck liegen bislang keine vertieften Erkenntnisse vor. Es ist zu vermuten, dass sich die Schädigungsmechanismen unter dieser Beanspruchung von den bislang bekannten unterscheiden, und es wird vorgeschlagen, diese im Rahmen weiterer Forschungsarbeiten mittels REM-Aufnahmen an unbelasteten und vorgeschädigten Laminatproben zu untersuchen.

Aktuellen Resttragfähigkeitsmodellen liegen Betrachtungen des Steifigkeitsabfalls zugrunde. Aufgrund des veränderlichen Dehnungszustandes im Bereich der Schlaufenverankerung kann der Steifigkeitsabfall in den maßgebenden Bauteilbereichen bislang nicht isoliert bestimmt werden, sondern liegt nur als gemittelte Größe für den gesamten Schlaufenbereich vor. Im Rahmen von weiterführenden Untersuchungen könnte ein Verfahren zur Bestimmung der zu erwartenden Restlebensdauer von Durchläufern dahingehend weiterentwickelt werden, dass der an der Schlaufe gemessene Steifigkeitsabfall für eine Beurteilung herangezogen werden kann. Begleitend sind faseroptische Messungen denkbar, anhand derer man den Steifigkeitsabfall in maßgebenden Bauteilbereichen verfolgen und mit den bekannten Methoden gegenüberstellend auswerten könnte.

Durch den Einsatz von im Bauteilquerschnitt einlaminieren faseroptischen Sensoren konnten erstmals experimentelle Erkenntnisse zum Dehnungszustand im Inneren der Schlaufe gewonnen werden. Anhand dieser Messdaten können Rückschlüsse auf den Reibungskoeffizienten zwischen Schlaufe und Kausche gezogen werden, welcher an verschiedenen Stellen im Bemessungsansatz zu berücksichtigen ist. Aus den Messdaten ist erkennbar, dass der Reibungskoeffizient eine variable Größe ist und mutmaßlich von mehreren Faktoren abhängt, wobei die Belastungsgeschwindigkeit, die Temperatur und die Abnutzung im Zuge der fortschreitenden zyklischen Beanspruchung eine Rolle spielen dürften. Je nach Lastniveau und Belastungsgeschwindigkeit spielen zudem polymere Umwandlungsprozesse eine Rolle. Weiterführende Untersuchungen dazu wären wünschenswert, wengleich zu bemerken ist, dass sich die betreffenden Prozesse auf dem gewählten hohen Prüflastniveau und bei der Belastungsgeschwindigkeit im Ermüdungsversuch deutlich von denjenigen unterscheiden können, welche unter normalen Gebrauchsbedingungen vorliegen. Messungen zur Entwicklung des Reibkoeffizienten unter Gebrauchslastbedingungen werden im Rahmen von weiterführenden Untersuchungen empfohlen.

Inwieweit ein Grenzwert von 30 mrad Bolzenschiefstellung ohne Abminderung der statischen Traglast auch für die anderen Bauformen herangezogen werden kann, ob ggf. auch größere Schiefstellungen ohne Reduktion aufgenommen werden können, und wie eine Bolzenschiefstellung oberhalb des Grenzwertes hinsichtlich einer Reduktion der statischen Traglast zu berücksichtigen ist, sollte anhand von weiterführenden Untersuchungen geklärt werden.

Alle bisher durchgeführten Ermüdungsversuche wurden mit großen Schwingbreiten durchgeführt, wobei jeweils eine Gleitbewegung der Schlaufe auf der Kausche mobilisiert wurde. Für den Fall sehr kleiner Schwingbreiten oder auch bei Bauteilschwingungen ohne Änderung der Normalkraft im Zugglied ist davon auszugehen, dass die Haftreibung nicht überwunden wird. Experimentelle Ergebnisse zum Schädigungsverhalten für sehr kleine Schwingbreiten oder für Bauteilschwingungen liegen bislang nicht vor. Es wird davon ausgegangen, dass das vorliegende Bemessungskonzept diesen Einfluss mit abdeckt. Dies sollte jedoch durch geeignete weiterführende Untersuchungen bestätigt werden.

7.4.2 Ableitung vereinfachter Bemessungsansätze

Die bisher zur Verfügung stehenden Methoden und Ansätze für die Auslegung von CFRP-Strangschlaufen sind eher wissenschaftlich und weniger baupraktisch und erfordern in der Handhabung ein sehr fundiertes Wissen. Die Weiterentwicklung zu vereinfachten Nachweismethoden, welche nach Möglichkeit in die Verfahren der bestehenden Regelwerke eingebunden werden, ist vor dem Hintergrund einer breiteren

Anwendbarkeit von großer Bedeutung und für eine Reduktion des im Zusammenhang stehenden Aufwandes in der Nachweisführung unerlässlich.

Es zeichnet sich ab, dass für den Anwendungsfall als Hänger bei einer durch Eisenbahnverkehr beanspruchten Netzbogenbrücke auf einen Betriebsfestigkeitsnachweis für die Carbonzugglieder verzichtet werden kann, wenn die maximale Zugkraft in der charakteristischen Einwirkungskombination $S_{max} = 0,3$ nicht übersteigt und gleichzeitig gewisse Grenzen für die ständigen und veränderlichen Schiefstellungen am Anschluss und für die Jahresgesamtonnage eingehalten werden. Darüber hinaus ist die Entwicklung eines Verfahrens in Analogie zum Vorgehen mit Schadensäquivalenzfaktoren denkbar (Lamda-Verfahren), wobei die maßgebenden Lasten aus dem Lastmodell LM71 nach DIN EN 1991-2 abgeleitet werden, sodass auf die Auswertung von Überfahrtsberechnungen verzichtet werden kann. Ein entsprechendes vereinfachtes Nachweiskonzept kann auf Basis weiterer Betrachtungen für unterschiedliche Randbedingungen und Tragsysteme entwickelt und validiert werden, womit die Auslegung und Nachweisführung für die Carbonzugglieder deutlich vereinfacht werden kann. Hierfür sind die Erkenntnisse aus der praktischen Anwendung von möglichst vielen unterschiedlichen Strukturen und Randbedingungen zu bündeln und auszuwerten und durch Parameterstudien zu ergänzen.

Für viele denkbaren Anwendungen liegen die ermüdungswirksamen Beanspruchungen für Zugglieder niedriger als bei Hängern von Netzbogenbrücken. Es darf daher prognostiziert werden, dass für viele Anwendungen in der Regel eine Prüfung einiger Anwendungsgrenzen genügt, um auf einen Betriebsfestigkeitsnachweis ganz verzichten zu können. Die Erarbeitung entsprechender vereinfachter Regeln ist daher ein wesentlicher nächster Schritt auf dem Weg zu einer geregelten Anwendung dieser Zugglieder.

Auch in Bezug auf winderregte Schwingungen besteht Grund zur Annahme, dass zukünftig ähnlich wie beim Ermüdungsnachweis Anwendungsgrenzen festgelegt werden können, innerhalb derer keine weiteren Untersuchungen erforderlich werden. Trotzdem sind hierfür zunächst genaue Kenntnisse zum Anregungsverhalten von Carbonzuggliedern in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit und der Turbulenzintensität erforderlich. Langzeitmessungen zum Schwingungsverhalten an den Carbonhängern der Oderbrücke sind Gegenstand aktuell laufender weiterführender Untersuchungen. Es ist anzunehmen, dass hieraus wesentliche Fragestellungen im Zusammenhang mit wirbelerregten Schwingungen beantwortet werden können und damit weitere Grundlagen für eine fundierte Bestimmung der Einflüsse vorliegen, welche als Voraussetzung für die Festlegung von vereinfachten Anwendungsregeln unerlässlich sind.

7.5 Ausblick

Die Wahl von Carbon für die Zugglieder der bislang ausgeführten Pilotprojekte (2.4.3) wurde aufgrund der guten Ermüdungseigenschaften des Werkstoffes getroffen. Die Komplexität des in dieser Arbeit vorgestellten Vorgehens für den Betriebsfestigkeitsnachweis und der große Aufwand, welcher damit in der praktischen Nachweisführung verbunden ist, mögen in diesem Kontext zunächst eine gewisse Irritation auslösen.

Zur Einordnung des gegenwärtigen Wissensstandes hinsichtlich des Ermüdungsnachweises von Carbonzuggliedern stelle man sich vor, zur Bemessung müsste man für den Betriebsfestigkeitsnachweis einer Schraube die Einwirkungen durch ein Rainflow-Auszählverfahren aus einer Kombination von neun verschiedenen, in unterschiedlicher Häufigkeit auftretenden Lastenzüge durch Überfahrtsberechnung bestimmen, zusätzlich Einflüsse aus permanenter und wiederkehrender Biegung am Schraubenkopf überlagern und den Widerstand in Abhängigkeit vom gewählten Werkstoff aus einem selbst angefertigten Smith-Diagramm herleiten, um anschließend die Gesamtschädigung mit der Miner-Regel zu bestimmen. Das Ergebnis dieser Untersuchung mag einer Bemessung mit den heute zur Verfügung stehenden Verfahren in nichts nachstehen, wenngleich der Aufwand unverhältnismäßig höher ist. An dieser Stelle sei zu bedenken, dass die Nachweisführung für ermüdungsbeanspruchte Strukturen aus Stahl bis heute mit einem gewissen Aufwand verbunden

ist, obwohl auf diesem Gebiet Jahrzehnte der Forschung und zahlreiche Untersuchungen durchgeführt wurden, sodass heute ein anerkanntes vereinfachtes Nachweisverfahren auf Basis von Schädigungsäquivalenzfaktoren (Lamda-Verfahren nach DIN EN 1991-2) genutzt werden kann. Ansätze für eine Berücksichtigung von Schiefstellungen und lastinduzierten Verformungen am Anschluss von Zuggliedern aus Stahl stehen trotzdem bis heute nicht in den Regelwerken für Ermüdungsnachweise zur Verfügung. In vielen Fällen fehlen auch für die statische Beanspruchbarkeit Grenzwerte für zulässige Anschlussschiefstellungen. Eine Voraussetzung für weitergehende Vereinfachungen ist die vertiefte Kenntnis der zugrunde liegenden Zusammenhänge.

Mit der vorliegenden Arbeit konnten die Grundlagen für eine Betriebsfestigkeitsanalyse von Carbonstrangschlaufen maßgeblich ergänzt und ein erweiterter Bemessungsansatz vorgeschlagen werden. In Zukunft ist davon auszugehen, dass für viele Anwendungen von Carbonzuggliedern ein vereinfachtes Nachweisverfahren herangezogen oder in Abhängigkeit von gewissen Anwendungsgrenzen ganz auf einen Betriebsfestigkeitsnachweis verzichtet werden kann.

Die gegenwärtige Erfahrung zeigt jedoch auch, dass ein wirtschaftlich sinnvoller und materialgerechter Einsatz von Carbonzuggliedern nur dann möglich ist, wenn die inhärenten Bauteileigenschaften, die hohe Zugfestigkeit und Ermüdungsfestigkeit und die vergleichsweise niedrige Bauteilsteifigkeit insgesamt und vorteilhaft im Zusammenwirken des gesamten Tragsystems genutzt werden. Das größte ökologische und wirtschaftliche Potential ergibt sich, wenn – wie im Fall der Oderbrücke Küstrin – durch den Einsatz von Carbonzuggliedern ein wesentlicher Anteil an Material in der Fahrbahnplatte und im Gesamttragwerk insgesamt eingespart werden kann. Der häufig diskutierte Ansatz einer steifigkeitsäquivalenten Substitution von stählernen Zuggliedern ist vor diesem Hintergrund als unzureichend einzustufen und verhindert gegenwärtig häufig die Nutzung des vorhandenen Potentials. Der erfolgreiche Einsatz von Carbonzuggliedern in Tragstrukturen verlangt im Rahmen der Tragwerksplanung ein tiefgreifendes Verständnis der Bauteil-Tragwerks-Interaktion und eine Bereitschaft dazu, mit größeren Verformungen und Flexibilitäten gewinnbringend umzugehen.

Literaturverzeichnis

Normen, Richtlinien und Regelwerke

- [N1] DIN EN 1990:2021-10 (2021). Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung (EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010). Berlin: Beuth.
- [N2] DIN EN 1991-2:2010 (2010). Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken. Normenausschuss Bauwesen (NABau).
- [N3] EN 1993-1-1:2005 + AC:2009 (2009). Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN.
- [N4] DIN EN 1993-1-9:2010 (2010). Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-9: Ermüdung. Berlin: Beuth.
- [N5] prEN 1993-1-9:2021 (E) (2021). Eurocode 3 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-9 Ermüdung. Draft.
- [N6] DIN EN 1993-1-10:2010 (2010). Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-10: Stahlsortenauswahl im Hinblick auf Bruchzähigkeit und Eigenschaften in Dickenrichtung. Berlin: Beuth.
- [N7] DIN EN 1993-1-11:2006 (2010). Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-11: Bemessung und Konstruktion von Tragwerken mit Zuggliedern aus Stahl. Berlin: Beuth.
- [N8] prEN 1993-1-11:2024 (2024). Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-11: Tension components. Version for CEN enquiry.
- [N9] DIN EN 1993-2/NA:2022-02 (2022). Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 2 Stahlbrücken. Nationaler Anhang. Berlin: Beuth.
- [N10] DIN 1073 (1969). Stählerne Straßenbrücken - Berechnungsgrundlagen. Berlin: DIN.
- [N11] DIN 18800-1:1990-11 (1990). Stahlbauten; Bemessung und Konstruktion. Berlin: DIN.
- [N12] DIN 18800-1:2008-11 (2008). Stahlbauten – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin: Beuth.
- [N13] DIN EN 12385-2:2002+A1:2008 (2008). Stahldrahtseile – Sicherheit – Teil 2: Begriffe Bezeichnung und Klassifizierung. Berlin: Beuth.
- [N14] CEN/TC 250/WG 4 (2020). Fibre reinforced polymer structures: N 2418. prENXXXXX. Design of fibre-polymer composite structures.
- [N15] CEN/TS 19101:2022. (2022). Design of Fibre-Polymer Composite Structures. European Committee for Standardization, CEN/TC 250, 2022.
- [N16] VDI Richtlinie 2014 Teil 3 (2006). Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund – Berechnungen. Berlin: Beuth.
- [N17] ISO 13003:2003-12 (2003). Fibre-Reinforced Plastics-Determination of Fatigue Properties under Cyclic Loading Conditions; International Organization for Standardization: Geneva, Switzerland.
- [N18] fib Model Code 2010 (2010). First complete draft, Volume 1. International Federation of Structural Concrete www.fib-international.org/publications/fib-bulletins/model-code-2010-first-complete-draft,-vol-1-pdf-detail.html
- [N19] DIN 1055-4:2005-3: (2005). Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 4: Windlasten. Berlin: Beuth.
- [N20] DIN EN 1991-1-4:2010-12 (2010.) Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten. Normenausschuss Bauwesen (NABau).
- [N21] DIN EN 1991-1-3/NA:2019-04 (2019). Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten, Nationaler Anhang. Normenausschuss Bauwesen (NABau).

- [N22] DIN 4133:1991-11 (1991). Schornsteine aus Stahl. Berlin: Beuth.
- [N23] ISO 11566:1996-8 (1996). Kohlenstofffasern – Bestimmung der Zugeigenschaften von Probekörpern aus Einzelfilamenten.
- [N24] DIN EN ISO 10618:2004-11 (2004). Kohlenstofffasern – Bestimmung des Zugverhaltens von harzprägnierten Garnen (ISO 10618:2004). Deutsche Fassung EN ISO 10618:2004.
- [N25] DIN EN 2561:1995-11 (1995). Luft- und Raumfahrt – Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe - Unidirektionale Laminat - Zugprüfung parallel zur Faserrichtung.
- [N26] ASTM D7205 (2021). Test Method for Tensile Properties of Fiber Reinforced Polymer Matrix Composite Bars. ASTM International.
- [N27] ASTM D3039 (2017). Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials.
- [N28] CAN CSA S806 March 2012 (2012). Design and construction of building structures with fibrereinforced polymers. 2012. ed. CSA Standard S806-12.
- [N29] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 439 (1994). Ermüdungsfestigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen mit Erläuterungen zu den Nachweisen gemäß CEB-FIP Model Code 1990. Berlin: Beuth.
- [N30] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (2024). Betonbauteile mit nichtmetallischer Bewehrung. Berlin: Beuth.
- [N31] European Assessment Document EAD 200001-00-0602 (2015). Prefabricated steel and stainless steel wire ropes with end connectors. EOTA. March 2015.
- [N32] ISO 527-1 (2012). Plastics – Determination of tensile properties – Part 1: General principles.
- [N33] DIN EN ISO 178 (2019). Kunststoffe - Bestimmung der Biegeeigenschaften.
- [N34] ASTM D7264/D7264M-21 (2021). Standard Test Method for Flexural Properties of Polymer Matrix Composite Materials.
- [N35] Europäische Technische Bewertung ETA-15/0917 (2019). Vorgefertigte Drahtseile aus Stahl und nichtrostendem Stahl mit Endverankerungen. Berlin: DIBt.
- [N36] Lot Testing Procedure (2023). Lot Testing for Tenax-E products. Quality Assessment Plan. Teijin Europe.

Literatur

- [L1] Adam, T.; Dickson, R. F.; Jones, C. J.; Reiter, H.; Harris, B. (1986). A power law fatigue damage model for fibre-reinforced plastic laminates. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 200(3), 155–166.
- [L2] Adams, R. D.; Fox, M. A. O.; Flood, R. J. L.; Friend, R. J.; Hewitt, R. L. (1969). The dynamic properties of unidirectional carbon and glass fiber reinforced plastics in torsion and flexure. Journal of Composite Materials, 3(4), 594–603.
- [L3] Albrecht, P.; Friedland, i. M. (1979). Fatigue-Limit Effect on Variable Amplitude Fatigue of Stiffeners. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, n°ST 12, December 1979.
- [L4] Alsheghri, A.; Alhammadi, A.; Drakonakis, V.; Doumanidis, H.; Barsoum, I.; Maalouf, M. (2025). Predicting mechanical properties of CFRP composites using data-driven models with comparative analysis. *PLoS one*, 20(4), e0319787.
- [L5] Annan, R.; Bechtold, M.; Friedrich, H.; Maljaars, J.; Misiak, T.; Paschen, M. (2020). Revision of EN 1993-1-11–fatigue design rules for tension components. Steel construction, 13(1), 61–75.
- [L6] Apitz, A.; Hückler, A.; Osman-Letelier, J. P.; Schlaich, M. (2023). Vorspannung. In: Curbach, M.; Hegger, J.; Schladitz, F.; Tietze, M.; Lieboldt, M. (Eds.). Handbuch Carbonbeton: Einsatz nichtmetallischer Bewehrung. John Wiley & Sons.

- [L7] Baschnagel, F.; Rohr, V.; Terrasi, G. P. (2016). Fretting Fatigue Behaviour of Pin-Loaded Thermoset Carbon-Fibre-Reinforced Polymer (CFRP) Straps. *Polymers* 2016, 8, 124. [doi:10.3390/polym8040124](https://doi.org/10.3390/polym8040124)
- [L8] Baschnagel, F.; Härdi, R.; Triantafyllidis, Z.; Meier, U.; Terrasi, G. P. (2018). Fatigue and durability of laminated carbon fibre reinforced polymer straps for bridge suspenders. *Polymers*, 10(2), 169.
- [L9] Beaumont, P. W. R.; Harris, B. (1972). The effect of environment on fatigue and crackpropagation in carbon-fibre reinforced epoxy resin. In *Proceedings of an International Conference on Carbon Fibres: Their Composites and Applications* (Plastics Institute, London), 283–291.
- [L10] Bergmeister, K. (2003). *Kohlenstofffasern im konstruktiven Ingenieurbau*. John Wiley & Sons.
- [L11] Berreth, N. (2024). *Numerische Untersuchungen zum lokalen Tragverhalten von Carbonzuggliedern im Bereich des Ablösepunktes [Master Thesis im Zuge - NeZuCa]*. Karlsruhe: KIT Stahl- und Leichtbau, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine (KIT).
- [L12] Berthelot, J. M.; Sefrani, Y. (2007). Longitudinal and transverse damping of unidirectional fibre composites. *Composite Structures*, 79(3), 423–431.
- [L13] Berthelot, J. M.; Assarar, M.; Sefrani, Y.; El Mahi, A. (2008). Damping analysis of composite materials and structures. *Composite Structures*, 85(3), 189–204.
- [L14] Boloux, A.; Bisby, L.; Ott, V.; Terrasi, G. P. (2024). The Performance of Prestressed Carbon Fibre Reinforced Polymer (CFRP) Bridge Tendons after 18 Years in Service. *Special Publication*, 360, 548–562.
- [L15] Brenner, C.; Haspel, L.; Unglaub, J.; Thiele, K. (2024). Data-driven design concept evaluation for full-locked coil ropes. *Steel Construction*, 17(2), 104–111.
- [L16] Brenner, C. (2021). *Bemessung von vollverschlossenen Spiralseilen*. Studienarbeit. TU Braunschweig.
- [L17] Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (2025). *Leichtbau* [online]. Berlin. <https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Dossier/leichtbau.html> [besucht am: 10.01.2025]
- [L18] Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz (2025) *Leichtbau* [online]. Berlin. [BMW - Leichtbau](#) [besucht am: 30.06.2025]
- [L19] Burtscher, S. (2005). Neue Keilverankerung zum Vorspannen von CFK-Zuglementen. In *Schriftenreihe der österreichischen Vereinigung für Beton-und Bautechnik* (pp. 19–24).
- [L20] Canteli, A. F.; Castillo, E.; Blasón, S.; Correia, J. A. F. O.; De Jesus, A. M. P. (2022). Generalization of the Weibull probabilistic compatible model to assess fatigue data into three domains: LCF, HCF and VHCF. *International Journal of Fatigue*, 159, 106771.
- [L21] Castillo, E.; Fernández-Canteli, A. (2009). *A unified statistical methodology for modeling fatigue damage*. Springer Science & Business Media.
- [L22] Christensen, R. M. (2007). A comprehensive theory of yielding and failure for isotropic materials. *ASME. J. Eng. Mater. Technol.* April 2007; 129(2): 173–181. <https://doi.org/10.1115/1.2712847>
- [L23] Christoffersen, J.; Hauge, L.; Bjerrum, J. (1999). Footbridge with carbon-fibre-reinforced polymers, Denmark. *Structural engineering international*, 9(4), 254–256.
- [L24] Clobes, M.; Willecke, A.; Peil, U. (2011). Vortex excitation of steel chimneys: Two ultimate limit states. In *Proceedings of the 13th International Conference on Wind Engineering, Amsterdam* (p. 159).
- [L25] Clobes, M.; Willecke, A.; Peil, U. (2012). Wirbelerregung von Stahlschornsteinen: zwei Grenzzustände der Tragfähigkeit und Vorschlag für die Bemessung. *Bauingenieur* 87, Fachteil Windtechnologie.
- [L26] Correia, J. R.; Keller, T.; Garrido, M.; Sá, M.; Firmo, J. P.; Shahid, M. A.; Machado, M. (2023). Mechanical properties of FRP materials at elevated temperature—definition of a temperature conversion factor for design in service conditions. *Construction and Building Materials*, 367, 130298.
- [L27] Correia, J. R.; Pacheco, J.; Sørensen, J. D.; Garrido, M.; Firmo, J. P.; Keller, T.; ... & Tromp, L. (2023). Design of fibre-polymer composite structures (CEN/TS 19101): basis of design and effects of temperature and moisture. In *11th International Conference on Fiber-Reinforced Polymer, FRP Composites in Civil Engineering, CICE 2023* (p. 129).

- [L28] Cranes & Access (2007). Carbon fibre pendants. Cranes Access 2007, Vol. 9, Issue 5, S. 62.
- [L29] Cuntze, R. G.; Freund, A. (2004). The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates. *Composites Science and Technology*, 64(3-4), 343–377.
- [L30] Cuntze, R. (2012). The predictive capability of failure mode concept-based strength conditions for laminates composed of unidirectional laminae under static triaxial stress states. *Journal of Composite Materials*, 46(19-20), 2563–2594.
- [L31] Cuntze, R. (2019). Fachbegriffe für Kompositbauteile – Technical terms for composite parts, *Glossar für Bauwesen und Maschinenbau – Glossary for civil- and mechanical engineering*, Wiesbaden: Springer, Viehweg, <https://doi.org/10.1007/978-3-658-25635-7>
- [L32] Curbach, M.; Hegger, J.; Schladitz, F.; Tietze, M.; Lieboldt, M. (Eds.). (2023). *Handbuch Carbonbeton: Einsatz nichtmetallischer Bewehrung*. John Wiley & Sons.
- [L33] Curtis, G. J.; Milne, J. M.; Reynolds, W. N. (1968). Non-Hookean behaviour of strong carbon fibres. *Nature*, 220(5171), 1024–1025.
- [L34] DASt Forschungsbericht IGF 19178N (2019). Neubewertung und Erweiterung des Kerbfallkatalogs nach Eurocode 3 für eine zukunftsfähige Auslegung hochbeanspruchter Stahlkonstruktionen. Düsseldorf: Deutscher Ausschuss für Stahlbau DASt. 4/2019
- [L35] Dawson, D. (2015). Yachtbuilding composites: Rigged for success. *CompositesWorld* 1, 60–65.
- [L36] Decker, T. (2007). Verfahren zur Ausbildung einer Verankerung eines länglichen Faserverbundteils. Patent. Faigle Kunststoffgesellschaft m.b.H. Veröffentlichungsnr: EP1820999A2.
- [L37] Dehn, F.; Holschemacher, K.; Tue, N. V. (Hrsg.) (2005). *Faserverbundwerkstoffe. Innovation im Bauwesen. Beiträge aus Praxis und Wissenschaft*. Berlin: Bauwerk 2005.
- [L38] Ding, J.; Cheng, L.; Chen, X.; Chen, C.; Liu, K. (2021). A review on ultra-high cycle fatigue of CFRP. *Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an. Composite Structures* 256 (2021) 113058. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113058>
- [L39] Dinkelaker, M. (2019). Untersuchungen zu quervorgespannten Fahrbahnplatten aus Carbonbeton für Netzwerkbogenbrücken [Diplomarbeit]. Dresden: Technische Universität Dresden.
- [L40] Djordjević, I. M.; Sekulić, D. R.; Mitrić, M. N.; Stevanović, M. M. (2010). Non-Hookean elastic behavior and crystallite orientation in carbon fibres. *Journal of composite materials*, 44(14), 1717–1727.
- [L41] Dong, L.; Feng, P.; Wang, Y. (2024). Application of Carbon Fibre Reinforced Polymer Cable in Extradosed Bridge. IABSE Symposium. Manchester. 10.2749/Manchester.2024.0724. [10.2749/manchester.2024.0724](https://doi.org/10.2749/manchester.2024.0724)
- [L42] Drebenstedt, K.; Kuhlmann, U.; Bartsch, H.; Feldmann, M.; Seyfried, B.; Ummenhofer, T. (2021). Neubewertung des Kerbfallkatalogs nach DIN EN 1993-1-9. *Stahlbaukalender 2021*.
- [L43] Duan, S.; Liu, F.; Pettersson, T.; Creighton, C.; Asp, L. E. (2020). Determination of transverse and shear moduli of single carbon fibres. *Carbon*, 158, 772–782.
- [L44] ECCS – European Convention for Constructional Steelwork (2018). *Background Information on Fatigue Design Rules – Statistical Evaluation*. 2nd Edition.
- [L45] Ebentheuer Barceló, J. (2023). Analytische Untersuchung der Spannungsverläufe von Carbonzuggliedern im Bereich der Strangschlaufenverankerung [Master Thesis - NeZuCa]. Karlsruhe: KIT Stahl- und Leichtbau, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine (KIT).
- [L46] Ehrenstein, G. W. (2006). *Faserverbund-Kunststoffe – Werkstoffe - Verarbeitung – Eigenschaften* (2. Auflage). München, Wien: Carl Hanser Verlag.
- [L47] Euler, L. (1769). *Remarques sur l'effet du frottement dans l'équilibre*. *Memoires de l'academie des sciences de Berlin*, 265–278.
- [L48] Fettke, M. (2017). Phänomen der wirbelerregten Querschwingungen bei Netzwerkbogenbrücken im Eisenbahnverkehr. *Stahlbau* 86, H. 12, S. 1063–1072.

- [L49] Fey, U.; König, M.; Eckelsmann, H. (1998). A new Strouhal-Reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range $47 < Re < 2 \cdot 10^5$. *Physics of Fluids* 10. <https://doi.org/10.1063/1.869675>
- [L50] Fiedler, B.; Hojo, M.; Ochiai, S.; Schulte, K.; Ando, M. (2001). Failure behavior of an epoxy matrix under different kinds of static loading. *Composites science and technology*, 61(11), 1615–1624.
- [L51] Fischli, F. (2020). Statische und zyklische Belastungsversuche eines Kohlenfaserzugglieds – Messbericht Faseroptische Messbegleitung eines statischen Belastungsversuches. Bericht N. 2020-S60-R01_2.0. Marmota AG. Messprotokoll, unveröffentlicht.
- [L52] Flemming, M.; Roth, S. (2013). Faserverbundbauweisen Eigenschaften: mechanische, konstruktive, thermische, elektrische, ökologische, wirtschaftliche Aspekte (Vol. 4). Springer-Verlag.
- [L53] Förster, R.; Knappe, W. (1971). Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Rißbildungsgrenze an zweischichtigen Wickelrohren aus Glasfaser/Kunststoff unter Innendruck. In *Kunststoffe* 61(8), 583–588.
- [L54] Gamstedt, E. K.; Talreja, R. (1999). Fatigue damage mechanisms in unidirectional carbon-fibre-reinforced plastics. *Journal of materials science* 34, 2535–2546.
- [L55] Geier, R. (2004). Systemidentifikation seilgestützter Tragwerke : die dynamische Strukturantwort von Schrägseilen [Dissertation, Technische Universität Wien]. <https://resolver.obvsg.at/urn:nbn:at:at-ubtuw:1-11644>
- [L56] Geier, R.; Petz, J. (2004). Kraftbestimmung in Schrägseilen durch dynamische Messung. *Beton- und Stahlbetonbau*, 99: 985–991. <https://doi.org/10.1002/best.200490285>
- [L57] Geim, A.; Novoselov, K. (2007). The rise of graphene. *Nature Mater* 6, 183–191. <https://doi.org/10.1038/nmat1849>
- [L58] Greiner, J. (2022). Untersuchung und Optimierung einer Hängerverankerung hinsichtlich Dauerhaftigkeit, Ökonomie und Ökologie bei Netzwerkbogenbrücken [Master Thesis]. Stuttgart: Universität Stuttgart, Institut für Konstruktion und Entwurf in Kooperation mit Materialprüfanstalt Universität Stuttgart (MPA).
- [L59] Gülzow, A.; Bemetz, V. (2020). Prüfbericht Steifigkeitsmessungen. Carbo-Link AG, Fehraltdorf. Messprotokoll, unveröffentlicht.
- [L60] Guggenberger, W. (2007). Stabilität, Studienbehelf LV Nr. 205.480 (2 VU). Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke, Technische Universität Graz.
- [L61] Haibach, E. (2006). Betriebsfestigkeit - Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. Springer, 3. Auflage.
- [L62] Hanswille, G. (2021). Stellungnahme im Rahmen der Erteilung einer ZiE für die Netzwerk-Bogenbrücke in Verbundbauweise mit Carbon-Hängern über die Oder bei Küstrin. DB Netz AG, I.NVR-O-A, Berlin. Gutachten, unveröffentlicht.
- [L63] Hanswille, G. (2023). Stellungnahme im Rahmen der Erteilung einer ZiE für eine Netzwerkbogenbrücke über den Main-Donau-Kanal im Zuge der A9 mit Zuggliedern aus einem Faserverbundwerkstoff mit Kohlenstofffasern. Die Autobahn GmbH des Bundes, Niederlassung Nordbayern. Gutachten, unveröffentlicht.
- [L64] Hanswille, G. (2024). Stellungnahme im Rahmen der Erteilung einer ZiE für den Netzwerkbogenzug über die Norderelbe in Hamburg im Zuge der U4-Grasbrook mit Zuggliedern aus einem Faserverbundwerkstoff mit Kohlenstofffasern. Hamburger Hochbahn AG, Vorabzug, unveröffentlicht.
- [L65] Hanswille, G. (09/2024). telefonischer Austausch zu möglichen Nachweisformaten für wirbelerregte Querschwingungen im Falle der Carbonzugglieder.
- [L66] Harris, B. [Ed.] (2003). *Fatigue in composites*. Cambridge: Woodhead Publishing Ltd.
- [L67] Haspel, L. (2017). SSB Stadtbahnbrücke U6 über A8 – Statikbericht. Dok. Nr. 170622_3050_sbp_STATIK-BERICHT_28_Kapitel_1 – Grundlagen und Dok. Nr. 170728_3050_sbp_STATIK-BERICHT_Kapitel_8 – Bemessung Hänger. Internes Dokument.
- [L68] Haspel, L. (2019). Netzwerkbogenbrücken mit Hängern aus Carbon. *Stahlbau* 88, H. 2, S. 153–159. <https://doi.org/10.1002/bate.202000114>
- [L69] Haspel, L.; Ambrasas, P. (2019). Studie zur Machbarkeit einer Carbon-Netzwerkbogenbrücke mit 130 m Spannweite. Stuttgart: sbp. Internes Dokument im Auftrag der DB Netz AG.

- [L70] Haspel, L. (2020). Bauen mit Zuggliedern aus Carbon. Keynote. Tagungsband zur 14. Fachtagung Baustatik – Baupraxis, S. 25–42. <https://elib.uni-stuttgart.de/handle/11682/10779>
- [L71] Haspel, L.; Fettke, M.; Schlaich, M.; Ummenhofer, T.; Lotze, D.; Hothan, S. (2020). Projektantrag zum Technologietransfer-Programm Leichtbau (TTP-LB) des Bundesministeriums für Wirtschaft und Energie – CO₂ Einsparung durch Ressourceneffizienz als Folge von Materialsubstitution bei hoch beanspruchten Zuggliedern im Brückenbau – Netzwerkbogenbrücken mit Zuggliedern aus Carbon [Projektantrag] Akronym: NeZuCa. Internes Dokument.
- [L72] Haspel, L. (2021). Statische Berechnungen und Untersuchungen zu bemessungsrelevanten Einflüssen für die Dimensionierung der Carbonzugglieder für die EÜ Oder bei Küstrin. Dok. Nr. 6078_082,850-AP-EBR-504-260-c.Statische Berechnung, Kapitel 8 – Hänger. Internes Dokument.
- [L73] Haspel, L.; Macaudiere, M. (2021). Statische Untersuchungen zum duktilen Gesamttragverhalten bei sprödem Bauteilverhalten der Hänger für die EÜ Oder bei Küstrin. Dok. Nr. 6078_082,850-AP-EBR-504-180-c.Statische Berechnung, Kapitel 4 - Untersuchung am Gesamtsystem. Internes Dokument.
- [L74] Haspel, L. (2022). Carbonnetzwerkbogen – Erfahrungen aus der Erstanwendung von Netzwerkhängern aus Carbon. Stahlbau 91, H.2, S. 84–94. <https://doi.org/10.1002/stab.202100073>
- [L75] Haspel, L. (2022). Innovative Netzwerkbogen – Leichtbau auch für schweren Schienenverkehr. Von der Stadtbahnbrücke in Stuttgart zur Oderbrücke. Tagungsband 22. Symposium Brückenbau in Leipzig. Verlagsgruppe Wiederspahn. [Tagungsbände – symposium-brueckenbau](#)
- [L76] Haspel, L. (2022). Zugglieder aus Faserverbundwerkstoff im Brückenbau - Besonderheiten beim Einsatz von Netzwerkhängern aus Carbon. Tagungsband zum 31. Dresdner Brückenbausymposium. Institut für Massivbau Technische Universität Dresden. [DBBS31.indb \(tu-dresden.de\)](#)
- [L77] Haspel, L.; Schellenberg, G. (2022). Versuchsprotokoll. Versuch Hängerausfall, Hängermontage und Kalibrierung Messmittel. sbp SE, im Auftrag der DB Netz AG, unveröffentlicht.
- [L78] Haspel, L. (2023). Seile aus Carbon – aktuelles aus Forschung und Entwicklung. Vortrag. Arbeitstagung des VPI. Baden-Baden. Handout, S. 77.
- [L79] Haspel, L.; Ambrasas, P.; Hornberger, L. (2024). Vershub der Oderbrücke Küstrin – Erkenntnisse zum Längsvershub von Netzwerkbogenbrücken. Stahlbau. <https://doi.org/10.1002/stab.202300086>
- [L80] Haspel, L.; Ebentheuer Barceló, J.; Krenn, B.; Oevermann, P.; Fettke, M.; Schneider, L.; Weidner, P.; Ruff, D. C.; Ummenhofer, T.; Birtel, V.; Castridis, S.; Lotze, D.; Abrishambaf, A.; Hückler, A.; Schlaich, M. (2023). Carbonzugglieder unter statischer und nicht-ruhender Beanspruchung – Erste Ergebnisse aus dem Verbundforschungsvorhaben NeZuCa. Stahlbau 92, H. 7, S. 437–452. <https://doi.org/10.1002/stab.202300032>
- [L81] Haspel, L.; Hornberger, L.; Ambrasas, P.; Holl, N. (2024). Messschriebe von Kraft- und Frequenzmessungen. sbp SE, im Auftrag der DB InfraGO AG, unveröffentlicht.
- [L82] Haspel, L.; Schellenberg, G.; Greiner, J. (2025) Versuch Anschlusssteifigkeit – Ersatzneubau BW404A. Prüfungsbericht. sbp se im Auftrag der Autobahn GmbH des Bundes NL Nordbayern.
- [L83] Havar, T. (2007). Beitrag zur Gestaltung und Auslegung von 3D-verstärkten Faserverbundschlaufen. [Dissertation]. Stuttgart: Institut für Flugzeugbau (Universität Stuttgart).
- [L84] Heinze, N. (2021). Die Weibull-Verteilung [Repository KITopen]. Karlsruhe: Institut für Stochastik. DOI: 10.5445/IR/1000137670
- [L85] Hobbacher, A. F. (2016) Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components - Second Edition - IIW document IIW-2259-15 ex XIII-2460-13/XV-1440-13. International Institute of Welding, Switzerland: Springer International Publishing.
- [L86] Holl, N. (2024). Untersuchungen zur Kraftbestimmung an Carbonhängern mittels Frequenzmessung und Modalanalyse [Bachelor Thesis]. Stuttgart: Hochschule für Technik Stuttgart (HFT Stuttgart).
- [L87] Hubert, W.; Hölscher, N.; Lupi, F. (2025) EÜ Oderbrücke Küstrin-Kietz – Kostrzyn: Schwingungsuntersuchungen an Carbonhängern der Netzwerkbogenbrücke. Sachstand der Untersuchungen und weiteres Vorgehen. Niemann Ingenieure im Auftrag der DB InfraGO. Internes Dokument.

- [L88] Hüther, J. J.; (2020). The Impact of Recycling on the Fibre and the Composite Properties of Carbon Fibre Reinforced Plastics. Karlsruhe: KIT Scientific Publishing. DOI: <https://doi.org/10.5445/KSP/1000098911>
- [L89] Hughes, J. D. H. (1986). Strength and modulus of current carbon fibres. *Carbon*, 24(5), 551-556.
- [L90] Irvine, H. M. (1981). *Cable Structures*. Cambridge, MA: The MIT Press. ISBN: 978-0262090195
- [L91] Jafari, M.; Sarkar, P. P. (2021). Buffeting and self-excited load measurements to evaluate ice and dry galloping of yawed power transmission lines. *Journal of Structural Engineering*, 147(11), 04021175.
- [L92] Jalalvand, M.; Fotouhi, M.; Wisnom, M. R. (2024). Effect of shear stresses on fibre direction tensile failure using a new simple and reliable test method with thin plies. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 182, 108155.
- [L93] Jötten, C. I. (2021). Analysis of network arch road bridges with CFRP hangers [Master Thesis]. Berlin: Institut für Bauingenieurwesen, Technische Universität Berlin.
- [L94] Jones, C. J. et al. (1984). The environmental fatigue behaviour of reinforced plastics, *Proc Roy Soc (Lond)*, A396, 315–338.
- [L95] Kant, M.; Penumadu, D. (2014). Dynamic mechanical characterization for nonlinear behavior of single carbon fibres. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 66, 201–208.
- [L96] Kant, M. E.; Crabtree, J. D.; Young, S.; Penumadu, D. (2020). Concept of limit stress for the tensile behavior of carbon fibre composite tows. *Composites Part B: Engineering*, 201, 108384.
- [L97] Karbhari, V. M. (1998). Use of composite materials in civil infrastructure in Japan. WTEC report. International Technology Research Institute, World Technology (WTEC) Division.
- [L98] Kawai, M.; Koizumi, M. (2007). Nonlinear constant fatigue life diagrams for carbon/epoxy laminates at room temperature. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 38(11), 2342–2353.
- [L99] Keil, A.; Haspel, L. (2021). Stadtbahnbrücke - Integrale Netzwerkbogenbrücke mit Hängern aus Carbon. *Bautechnik* 98, H. 2, S. 149–158. <https://doi.org/10.1002/bate.202000114>
- [L100] Kempe, O. (1995). The stabilization of the gothic roof bearing structure of the Church of Our Ladies in Meissen with CFRP-tension. *Techtextil-Symposium*, Frankfurt, Presentation No. 541.
- [L101] Keryvin, V.; Marchandise, A.; Grandidier, J. C. (2022). Non-linear elastic longitudinal behaviour of continuous carbon fibres/epoxy matrix composite laminae: Material or geometrical feature?. *Composites Part B: Engineering*, 247, 110329.
- [L102] Kindmann, R.; Hanswille, G. (1990). Magnetschnellbahn Transrapid, Betriebsfestigkeit des Stahlfahrweges, Bericht 9001, Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl für Stahlbau. Gutachten.
- [L103] Klasen, L. (1879) *Handbuch der Hochbau-Constructionen in Eisen und anderen Materialien, für Architekten, Ingenieure, Constructeure, Bau-Handwerker und technische Lehranstalten*. Mit 994 Holzschnitten und 20 lithographirten Tafeln. Leipzig. Wilhelm Engelmann.
- [L104] Koca, M.; Bracklow, F.; Jansen, A (2024). Messtechnische Kurzzeitüberwachung – Messbericht 02 – Hängerfrequenzmessungen. MKP GmbH, Weimar im Auftrag der DB InfraGO AG, unveröffentlicht.
- [L105] Korhikoski, S.; Brøndsted, P.; Sarlin, E.; Saarela, O. (2016). Influence of specimen type and reinforcement on measured tension–tension fatigue life of unidirectional GFRP laminates. *International Journal of Fatigue*, 85, 114–129.
- [L106] Krenn, B. (2023). Analytische Herleitung gekrümmter und gerader Balkenelemente unter Berücksichtigung der Anisotropie, der Schubweichheit, Kontaktbedingungen und Reibung. Unveröffentlicht.
- [L107] Kuihua, M.; Shengjiang, S.; Guoqing, J.; Yamin, S. (2017). Static and Dynamic Mechanical Properties of Long-Span Cable-Stayed Bridges Using CFRP Cables. *Advances in Civil Engineering*, 2017(1), 6198296.
- [L108] Lassen, T.; Darcis, P.; Recho, N. (2005). Fatigue Behavior of Welded Joints Part 1—Statistical Methods for Fatigue Life Prediction. *Welding journal*, 84(Suppl), 183–187.
- [L109] Leonetti, D.; Maljaars, J.; Snijder, H. B. (2017). Fitting fatigue test data with a novel SN curve using frequentist and Bayesian inference. *International Journal of Fatigue*, 105, 128–143.

- [L110] Lesellier, F. (2022). Dynamic Performance of Network Arch Bridges under High Speed Train Loads – The case of Carbon hangers behaviour [Master Thesis]. Paris: Ecole des Ponts ParisTech (ENPC).
- [L111] Liu, Y.; Zwingmann, B.; Schlaich, M. (2015). Carbon fiber reinforced polymer for cable structures—A review. *Polymers*, 7(10), 2078–2099.
- [L112] Liu, Y.; Gu, M.; Liu, X.; Tafsirojjaman, T. (2022). Life-cycle cost analysis of long-span CFRP cable-stayed bridges. *Polymers*, 14(9), 1740.
- [L113] Llobet, J.; Maimí, P.; Mayugo, J. A.; Essa, Y.; de la Escalera, F. M. (2017). A fatigue damage and residual strength model for unidirectional carbon/epoxy composites under on-axis tension-tension loadings. *International Journal of Fatigue*, 103, 508–515.
- [L114] Macaudiere, M. (2020). Design of Network Arch Bridge: Hangers for wide span [Master Thesis]. Paris: Ecole des Ponts ParisTech (ENPC).
- [L115] Mandell, J. F. (1982). Fatigue behaviour of fibre-resin composites, in *Developments in Reinforced Plastics 2* (ed. G Pritchard), (Applied Science Publishers, London), 67–108.
- [L116] Matsumoto, M. et Al. (1992). Rain-Wind induced vibration of cable stayed bridges. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*. Elsevier.
- [L117] Meek, N.; Penumadu, D. (2021). Nonlinear elastic response of pan based carbon fibre to tensile loading and relations to microstructure. *Carbon*, 178, 133–143.
- [L118] Meier, H.; Meier, U.; Brönnimann, R. (1996). Zwei CFK-Kabel für die Storchenbrücke. *Schweiz. Ing. Archit.* 1996, H. 114, S. 980–985
- [L119] Meier, U. (1987). Proposal for a carbon fibre reinforced composite bridge across the Strait of Gibraltar at its narrowest site. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Management and engineering manufacture*, 201(2), 73–78.
- [L120] Meier, U. (1987). Brückensanierungen mit Hochleistungs-Faserverbundwerkstoffen. *Material und Technik*, 15(4), 125–128.
- [L121] Meier, U. (1992). Carbon fibre-reinforced polymers: modern materials in bridge engineering. *Structural engineering international*, 2(1), 7–12.
- [L122] Meier, U. (2009). Haben kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe im Brückenbau eine Zukunft? J. Stritzke (Ed.) (pp. 191-208). Presented at the 19. Dresdner Brückenbausymposium. TU Dresden.
- [L123] Meier, U. (2017). Gutachterliche Stellungnahme zur Erlangung einer Zustimmung im Einzelfall (ZiE) für die Verwendung von Carbonstangen als Hänger bei der Netzwerkbogenbrücke über die A8 in Stuttgart beim zweiten Teilabschnitt des Stadtbahnprojekts Linie U6. Gutachten Nr. 5214'013'864-G. Dübendorf: EMPA. Gutachten, internes Dokument.
- [L124] Meier, U.; Winistörfer, A.; Haspel, L. (2021). World's First Large Bridge Fully Relying on Carbon Fibre Reinforced Polymer Hangers. In *SAMPE Journal*, 57(1) S. 22–30. [SAMPE_2020](#)
- [L125] Meier, U.; Winistörfer, A. (2024). Advancements in carbon fiber reinforced polymer tendons for structural rehabilitation. *Procedia Structural Integrity*, 64, 29–39.
- [L126] Mehrabi, A. B.; Tabatabai, H. (1998). Unified finite difference formulation for free vibration of cables. *Journal of Structural Engineering*, 124(11), 1313–1322.
- [L127] Meyer, J.; Geim, A.; Katsnelson, M. et al. (2007). The structure of suspended graphene sheets. *Nature* 446, 60–63. <https://doi.org/10.1038/nature05545>
- [L128] Michaeli, W.; Mannigel, M.; Preller, F. (2009). On the effect of shear stresses on the fibre failure behaviour in CFRP. *Composites science and technology*, 69(9), 1354–1357.
- [L129] Michel, S. A.; Kieselbach, R.; Martens, H. J. (2005). Fatigue strength of carbon fibre composites up to gigacycle regime. *International Journal of Fatigue* 28, S 261–270, 2006.
- [L130] Morse, P. M.; Ingard, K. U. (1986). *Theoretical Acoustics*. Princeton, NJ, USA : Princeton University Press.
- [L131] Motovalli, M.; Czaderski, C. (2020). Empa-Gutachten 5214'024'783, unveröffentlicht

- [L132] Motovalli, M.; Czaderski, C.; Lemcherreq, Y. (2025). Empa-Gutachten 5214'031'107, unveröffentlicht
- [L133] Mottram, J. T. (2024). Status and Future for the Structural Eurocode project Design of Fibre-Polymer Composite Structures. Warwick, UK.
- [L134] Mounier, D.; Poilâne, C.; Bûcher, C.; Picart, P. (2012, April). Evaluation of transverse elastic properties of fibers used in composite materials by laser resonant ultrasound spectroscopy. In *Acoustics 2012*.
- [L135] Nahrath, N. (2003). Modellierung Regen-Wind-induzierter Schwingungen [Dissertation]. Braunschweig: Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig (TU Braunschweig).
- [L136] Naito, K.; Tanaka, Y.; Yang, J. M. (2017). Transverse compressive properties of polyacrylonitrile (PAN)-based and pitch-based single carbon fibers. *Carbon*, 118, 168–183.
- [L137] Nelson, W. (1984). Fitting of fatigue curves with nonconstant standard deviation to data with runouts. *Journal of testing and evaluation*, 12(2), 69–77.
- [L138] Nguyen, M.C. (2024). Untersuchungen zum Einfluss von Querdruck und Biegung auf die Längszugfestigkeit von CFK-Schlaufen [Master Thesis - NeZuCa]. Berlin: Institut für Bauingenieurwesen, Technische Universität Berlin (TU Berlin).
- [L139] Nijssen, R. P. (2020). Phenomenological fatigue analysis and life modeling. In *Fatigue life prediction of composites and composite structures* (pp. 47–75). Woodhead Publishing.
- [L140] Nishi, Y.; Hosoi, A.; Kawada, H. (2024). Evaluation of matrix crack growth in interlaminar toughened quasi-isotropic carbon-fibre reinforced plastic laminates up to the very-high cycle regime by ultrasonic fatigue testing. *Composites Science and Technology*, 253, 110623.
- [L141] Noisternig, J. F. (2000). Carbon fibre composites as stay cables for bridges. *Applied Composite Materials*, 7(2), 139–150.
- [L142] Ortega, L. R. C.; López, J. R. (2011). New stress ribbon footbridge over Jucar river. In *Proceedings of the International Conference on Research in Construction: Structural Milestones of Architecture and Engineering*, Madrid, Spain (pp. 17–18).
- [L143] Ostwald, L. (2025). Untersuchung der Steifigkeit von Carbonstrangschlaufen [Studienarbeit - NeZuCa]. Dresden: Institut für Massivbau (TU Dresden).
- [L144] Ostwald, L. (2025). Untersuchungen zu faseroptischen Messungen in mehraxial beanspruchtem Carbonlaminat [Diplomarbeit - NeZuCa]. Dresden: Institut für Massivbau (TU Dresden).
- [L145] Owen, M. J.; Morris, S. (1972). in *Proceedings of an International Conference on Carbon Fibres: Their Composites and Applications* (Plastics Institute, London), 292–302.
- [L146] Peil, U. (2007). Windingenieurwesen und Tragwerksdynamik [Vorlesungsskript]. Braunschweig: Institut für Stahlbau TU Braunschweig.
- [L147] Pascual, F. G.; Meeker, W. Q. (1999). Estimating fatigue curves with the random fatigue-limit model. *Technometrics*, 41(4), 277–289.
- [L148] Meeker, W. Q.; Hahn, G. J.; Escobar, L. A. (2017). *Statistical intervals: a guide for practitioners and researchers*. John Wiley & Sons.
- [L149] Peil, U. and Steiln, O. (2007). Regen-Wind-induzierte Schwingungen – ein State-of-the-Art Report. *Stahlbau*, 76: 34–46. <https://doi.org/10.1002/stab.200710005>
- [L150] Pemberton, R.; Graham-Jones, J. (2016). Application of composite materials to yacht rigging. In *Marine Applications of Advanced Fibre-Reinforced Composites* (pp. 279–294). Woodhead Publishing.
- [L151] Petersen, C.; Werkle, H. (2017). *Dynamik der Baukonstruktionen. 2.; überarbeitete und aktualisierte Auflage*. Springer Vieweg. <https://doi.org/10.1007/978-3-8348-2109-6>
- [L152] Petersen, C. (1982). *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen: Elasto- und plasto-statische Berechnungsverfahren druckbeanspruchter Tragwerke: Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen*. Vieweg-Verlag.

- [L153] Pinho, S. T.; Darvizeh, R.; Robinson, P.; Schuecker, C.; Camanho, P. P. (2012). Material and structural response of polymer-matrix fibre-reinforced composites. *Journal of Composite Materials*, 46 (19–20), 2313–2341.
- [L154] Puck, A. (1967). Zur Beanspruchung und Verformung von GFK-Mehrschichtenverbund-Bauelementen. Teil 1. Grundlagen der Spannungs- und Verformungsanalyse. In *Kunststoffe* 57, 4, 284–93.
- [L155] Puck, A. (1996). Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten. Carl Hanser Verlag,
- [L156] Puck, A.; Deuschle, H. M. (2002). Progress in the puck failure theory for fibre reinforced composites: Analytical solutions for 3D-stress. *Compos. Sci. Technol*, 62, 371–378.
- [L157] Puck, A.; Schürmann, H. (2004). Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models. In *Failure criteria in fibre-reinforced-polymer composites* (pp. 832–876). Elsevier.
- [L158] Puck, A.; Deuschle, H. M. (2002). Progress in the puck failure theory for fibre reinforced composites: Analytical solutions for 3D-stress. *Compos. Sci. Technol*, 62, 371–378.
- [L159] Qi, L.; Bai, J.; Wu, H.; Xu, G.; Xiong, H.; Yang, Y. (2024). The first engineering application of 10MN CFRP cables in cable-stayed bridge in China. In *Structures* (Vol. 68, p. 107199).
- [L160] Rinne, H. (2008). *The Weibull distribution: a handbook*. Chapman and Hall/CRC.
- [L161] Rohwer, K. (2015). Predicting fibre composite damage and failure. *Journal of Composite Materials*, 49(21), 2673–2683.
- [L162] Rosemann, H. (2021). Die Weibull-Verteilung und das Problem garantierter Mindestlebensdauern. *Bearing World Journal* (2021).
- [L163] Rossi, A.; Jubayer, C.; Koss, H.; Arriaga, D.; Hangan, H. (2020). Combined effects of wind and atmospheric icing on overhead transmission lines. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 204, 104271.
- [L164] Ruscheweyh, H. (1987). Ein verfeinertes, praxisnahes Berechnungsverfahren wirbelerregter Schwingungen von schlanken Baukonstruktionen im Wind. Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen, Heft 20, 2. Aufl. Inst. für Mechanik, Univ. Innsbruck/Lausanne.
- [L165] Ruscheweyh, H. (2015). Vergleich der zwei Berechnungsverfahren für Querschwingungen im Eurocode EN 1991-1-4. *Deutsches Ingenieurblatt* 16-23.
- [L166] Sá Caetano, E. [Hrsg.] (2007). *Structural engineering documents. Bd. 9: Cable vibrations in cable stayed bridges*. Zürich: International Association for Bridge and Structural Engineering. ISBN 978-3-85748-115-4
- [L167] Sadeghi Marzaleh, A. (2015). *Seismic in-plane behavior of post-tensioned existing clay brick masonry walls* (Diss. ETH Zurich).
- [L168] Sarkani, S.; Mazzuchi, T. A.; Lewandowski, D.; Kihl, D. P. (2007). Runout analysis in fatigue investigation. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(18), 2971–2980.
- [L169] sbp SE (2024). Projekte – Stadtbahnbrücke. <https://www.sbp.de/projekt/stadtbahnbruecke/> [accessed on: 10 Dec. 2024]
- [L170] sbp SE (2024). Projekte – Oderbrücke Küstrin. <https://www.sbp.de/projekt/eisenbahnueberfuehrung-oder-bei-kuestrin/> [accessed on: 10 Dec. 2024]
- [L171] Schellenberg, G. (2020). Prüfungsbericht 903 8497 002 – Zugversuche an Carbon-Haltestangen. MPA Stuttgart. Prüfbericht im Auftrag der DB Netz AG, unveröffentlicht.
- [L172] Schellenberg, G. (2022). Prüfungsbericht 904 0874 000 – Zugversuche an Carbon-Haltestangen. MPA Stuttgart. Ergebnisdokumentation im Auftrag der DB Netz AG, unveröffentlicht.
- [L173] Schlaich, M.; Bleicher, A. (2007). Spannbandbrücke mit Kohlenstofffaser-Lamellen. *Bautechnik*, 84(5), 311–319.
- [L174] Schlaich, M.; Zwingmann, B.; Liu, Y. (2014). Zuelemente aus CFK und ihre Verankerungen. *Bautechnik* 89 H. 12, S. 841–850.
- [L175] Schlaich, M.; Haspel, L. (2019). Seilnetzfassade mit Seilen aus Faserverbundwerkstoff. EU Patent EP 3 856 993 B1, filed Oct. 24, 2019 and issued May 11, 2022.

- [L176] Schlaich, M.; Burghartz, A. K. (2020). Carbon-Seilnetzfassaden. *Bautechnik*, 97(5), 308–316.
- [L177] Schmidmeier, M. (2016). Zur Ermüdungssicherheit vollverschlossener Seile unter Biegung: Grundlagenuntersuchungen über den Einsatz von Seilen in Stabbogenbrücken (Diss. Technische Universität München).
- [L178] Schürmann, H. (2007). *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. Berlin: Springer Verlag.
- [L179] Schwengler, G. (2004). Device and Method for the Reinforcing of Support Structures. Patent. Stresshead AG. Veröffentlichungsnr: WO2004003316A1.
- [L180] Sena-Cruz, J.; Sá, M.; Correia, J. R.; Mottram, J. T.; Keller, T.; Pérez, M. G.; ... & Russo, S. (2023, June). DESIGN OF FIBRE-POLYMER COMPOSITE STRUCTURES (CEN/TS 19101): SERVICEABILITY LIMIT STATES AND CREEP RUPTURE. In 11th International Conference on Fiber-Reinforced Polymer, FRP Composites in Civil Engineering, CICE 2023. Zenodo.
- [L181] Seidel, C.; Dinkler, D. (2014). Untersuchung von Einflussparametern auf das Phänomen der Regen-Wind induzierten Schwingungen. *Proc. Appl. Math. Mech.*, 14: 309–310. <https://doi.org/10.1002/pamm.201410142>
- [L182] Shioya, M.; Hayakawa, E.; Takaku, A. (1996). Non-hookean stress-strain response and changes in crystallite orientation of carbon fibres. *Journal of materials science*, 31, 4521–4532.
- [L183] Sigloch, A. (2022). Fortschreibung des Bemessungskonzeptes für vollverschlossene Seile [Master Thesis]. Karlsruhe: KIT Stahl- und Leichtbau, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine (KIT).
- [L184] Skempton, A. W.; Johnson, H. R. (1997). The first iron frames. in: Sutherland, R. J. M. (Ed.) (1997). *Studies in the history of civil engineering*, v. 9. *Structural Iron 1750–1850*. Aldershot, Hampshire. Routledge.
- [L185] Slayter, G. (1962). Two-phase materials. *Scientific American*, 206(1), 124–135.
- [L186] Soden, P. D.; Kaddour, A. S.; Hinton, M. J. (2004). Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise. In *Failure criteria in fibre-reinforced-polymer composites* (pp. 1223–1251). Elsevier.
- [L187] Soto, M.; Koca, M.; (2023). Messtechnische Kurzzeitüberwachung – Messbericht 01 – Hängerfrequenzmessungen. MKP GmbH, Weimar im Auftrag der DB InfraGO AG, unveröffentlicht.
- [L188] Stankovic, D.; Bisby, L.A.; Triantafyllidis, Z.; Terrasi, G.P. (2021) Fretting Fatigue Performance of Unidirectional, Laminated Carbon Fibre Reinforced Polymer Straps at Elevated Service Temperature. *Polymers* 2021, 13, 3437. <https://doi.org/10.3390/polym13193437>
- [L189] Stancovic, D.; Bisby, L.; Terrasi, G (2021) Influence of Temperature on the Mechanical Performance of Unidirectional Carbon Fibre Reinforced Polymer Straps. *Materials* 2021, 14, 1903. <https://doi.org/10.3390/ma14081903>
- [L190] Stecenko, T. B.; Stevanovi, M. M. (1990). Variation of elastic moduli with strain in carbon/epoxy laminates. *Journal of composite materials*, 24(11), 1152–1158.
- [L191] Strzelecki, P. (2020). Accuracy of determined S-N curve for constructional steel by selected models. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 43(3), 550–557.
- [L192] Strzelecki, P. (2021). Determination of fatigue life for low probability of failure for different stress levels using 3-parameter Weibull distribution. *International Journal of Fatigue*, 145, 106080.
- [L193] Sturgeon, J. B. (1975). Fatigue testing of carbon-fibre-reinforced plastics, in *Proceedings of the 28th Annual Technical Conference of Reinforced Plastics/Composites Inst of SPI (Society for Plastics Industry, New York)*, paper 12B.
- [L194] Sun, S.; Mei, K.; Sun, Y.; Li, B.; Huang, H. (2020). Structural performance of super-long-span cable-stayed bridges with steel and CFRP hybrid cables. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 45, 3569–3579.
- [L195] Terrasi, G. P.; Baschnagel, F.; Gao, J.; Meier, U. (2016). Fatigue behaviour of laminated carbon fibre reinforced polymer straps for bridge suspenders. *ECCM17 - 17th European Conference on Composite Materials, Munich, Germany, 26-30th June 2016*.

- [L196] Terrasi, G.; Stutz, A.; Bemetz, V.; Gülzow, A. (2020). Empa-Gutachten 5214'024'821, unveröffentlicht.
- [L197] Terrasi, G.; Affolter, C.; Richner, P. (2020). Empa-Gutachten 5214'024'957, unveröffentlicht.
- [L198] Toasa Caiza, P. D. (2019). Consideration of runouts by the evaluation of fatigue experiments (Vol. 8). KIT Scientific Publishing.
- [L199] Toasa Caiza, P. D.; Ummenhofer, T. (2011). General probability weighted moments for the three-parameter Weibull Distribution and their application in S–N curves modelling. *International journal of fatigue*, 33(12), 1533–1538.
- [L200] Toasa Caiza, P. D.; Ummenhofer, T. (2018). Consideration of the runouts and their subsequent retests into SN curves modelling based on a three-parameter Weibull distribution. *International Journal of Fatigue*, 106, 70–80.
- [L201] Toasa Caiza, P. D.; Ummenhofer, T.; Correia, J. A.; De Jesus, A. (2020). Applying the Weibull and Stüssi methods that derive reliable Wöhler curves to historical German bridges. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 25(4), 04020029.
- [L202] Tsai, S. W.; Wu, E. M. (1971). A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of composite materials*, 5(1), 58-80.
- [L203] Ummenhofer, T.; Pasternak, H.; Feldmann, M. (2018). Einsatz von geklebten Kohlestoff-Faserverbundwerkstoffen zur Sanierung ermüdungsgeschädigter Stahlkonstruktionen. Final report IGF-Project, (19032).
- [L204] Van Paepegem, W.; Degrieck, J. (2002). A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fibre-reinforced composites. *International Journal of Fatigue*, 24(7), 747–762.
- [L205] Vassilopoulos, A. P. [Ed.] (2010). *Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures*. Cambridge: Woodhead Publishing Ltd. ISBN 978-1-84569-352-7.
- [L206] Wagner, J. (2021). Zum Tragverhalten von Carbonbeton unter Ermüdungsbeanspruchung [Dissertation]. Dresden: Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden.
- [L207] Wagner, J.; Curbach, M. (2021). Carbonstäbe im Bauwesen: Teil 4: Ermüdungsverhalten von Carbonstäben unter Zugschwellbelastung. *Beton- und Stahlbetonbau*, 116(8), 587–593.
- [L208] Wang, M.; He, M.; Liang, Z.; Wu, D.; Wang, Y.; Qing, X.; Wang, Y. (2023). Fatigue damage monitoring of composite laminates based on acoustic emission and digital image correlation techniques. *Composite Structures*, 321, 117239.
- [L209] Weibull, W. (1961). *Fatigue testing and analysis of results*. Oxford. Pergamon Press LTD.
- [L210] Winistoerfer, A. U. (1999). Development of non-laminated advanced composite straps for civil engineering applications (Diss. University of Warwick).
- [L211] Winistoerfer, A. U. (2003). Strangschlaufen als externe Spannglieder. CFK im Bauwesen – heute Realität! Festschrift zum 60. Geburtstag von Professor Urs Meier, 2003, S. 53–58
- [L212] Wilmes, H.; Kolesnikov, B. (2002). CFK/Titan, ein Hybridwerkstoff zur verbesserten Kopplung von Faserverbundstrukturen. *Intelligente Leichtbau Systeme 2002*, 1–8.
- [L213] Wong, S.; Pierlot, A. P.; Abbott, A. M.; Schutz, J. A. (2022). Direct Measurement of the Transverse Modulus of Carbon Fibres. *Experimental Mechanics*, 62(5), 769–778.
- [L214] Yang, Y.; Fahmy, M. F.; Guan, S.; Pan, Z.; Zhan, Y.; Zhao, T. (2020). Properties and applications of FRP cable on long-span cable-supported bridges: A review. *Composites Part B: Engineering*, 190, 107934.
- [L215] Yang, Y.; Wang, X.; Wu, Z. (2020). Long-span cable-stayed bridge with hybrid arrangement of FRP cables. *Composite Structures*, 237, 111966.
- [L216] Yim, J. H.; Gillespie Jr, J. W. (2000). Damping characteristics of 0 and 90 AS4/3501-6 unidirectional laminates including the transverse shear effect. *Composite structures*, 50(3), 217–225.
- [L217] Ying, C. et Al. (2022). A revised Scruton number on rain-wind-induced vibration of stay cables. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics* 230.

- [L218] Zerun, L. et Al. (2024). High-temperature axial tensile property and fire resisting performance of CFRP strand cable. *Construction and Building Materials* 421(2024) 135746, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.135746>
- [L219] Zhang, W.; Zhou, Z.; Zhang, B.; Zhao, S. (2015). A phenomenological fatigue life prediction model of glass fiber reinforced polymer composites. *Materials & Design (1980-2015)*, 66, 77–81.
- [L220] Zhao, J.; Mei, K.; Wu, J. (2020). Long-term mechanical properties of FRP tendon–anchor systems—A review. *Construction and Building Materials*, 230, 117017.
- [L221] Zhou, F. et Al. (2019). Effect of Temperature on Material Properties of Carbon Fibre Reinforced Polymer (CFRP) Tendons: Experiments and Model Assessment. *Materials* 2019, 12(7); <https://doi.org/10.3390/ma12071025>
- [L222] Zwingmann, B. (2017). Die Schlinge - eine Schlaufenverankerung aus wechselseitig übereinandergeschlagenen Carbonfasern für Zugglieder aus carbonfaserverstärktem Kunststoff. (Diss. Technische Universität Berlin).
- [L223] Guelzow, A. (2024). Innovative CFRP Pretension Cable installed in Swiss Bridge Construction. https://eur03.safelinks.protection.outlook.com/?url=https%3A%2F%2Fwww.linkedin.com%2Ffeed%2Fupdate%2Furn%3A%3Aactivity%3A7255151878466846723%3Futm_source%3Dshare%26utm_medium%3Dmember_ios&data=05%7C02%7C%7C7ad1582e1fb94605329508dd193b59e9%7Ce2052793a0f447d8a3a352c926e79df5%7C0%7C0%7C638694465238033697%7CUnknown%7CTWFpbGZsb3d8eyJFbXB0eU1hcGkiOnRydWUsIlYiOiIlwLjAuMDAwMCIslIAiOiJXaW4zMilslkFOljoiTWFpbGlldUljoyfQ%3D%3D%7C80000%7C%7C%7C&sdata=eq1fvWmN35s6dwzyHjb0Bb%2F887AwKb792IXb6n9UmME%3D&reserved=0 [accessed on: 10 Dec. 2024]
- [L224] Abschlussbericht zum Verbundforschungsvorhaben „Netzwerkbogenbrücken mit Zuggliedern aus Carbon“ - NeZuCa FKZ 03LB3013 (2025), sowie zugehörige Unterlagen, Messprotokolle und Messdaten. Noch unveröffentlicht.

Bildquellen

- [B1] Orth, F. (1992) Statische und dynamische Eigenschaften von Hochleistungsverbundwerkstoffen [Dissertation] Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Kunststofftechnik.
- [B2] Ermanni, P. (2004) Composites Technologien. Skript zur Vorlesung, ETH-Zürich.
- [B3] McGuire, C.; Vollerin B. (1990) Thermal Management of Space Structures, SAMPE European Chapter
- [B4] MPA Stuttgart, Veit Birtel (2023) REM Aufnahmen an Carbonfasern im Zuge des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa.
- [B5] MPA Stuttgart, Veit Birtel (2023) Schallemissionsmessungen während der Durchführung von Lastzyklen im Quasistatischen Versuch an Carbonstrangschlaufen im Zuge des Verbundforschungsvorhabens NeZuCa.
- [B6] ELAMX² (2025) Laminatberechnungsprogramm. Institut für Luft- und Raumfahrttechnik der Technischen Universität Dresden. [eLamX² — Professur für Luftfahrzeugtechnik — TU Dresden](http://www.elamx2.de)

Anhang

A	Zur Durchführung und Auswertung von Zugversuchen.....	297
B	Material- und Bauteilkennwerte	315
C	Ermüdungsversuche	345
D	Betrachtungen zur Auswertung der Last-Verformungskurve	351
E	Ergänzende Untersuchungen zur Bolzenschiefstellung.....	361
F	Vergleichsrechnungen zur Abschätzung des Abklingverhaltens der Schubspannungsspitze am Ablösepunkt.....	371
G	Herleitung der CLD-Funktion und Ableitung von S-N-Kurven für $R>0.1$	379
H	Weibull-S-N-Modell	397
I	Messungen der Eigenfrequenzen aus [L81] und [L86].....	421
J	Last- und längenabhängige dynamische Eigenschaften	425
K	Beispielhafte analytische Betrachtungen.....	431

A Zur Durchführung und Auswertung von Zugversuchen

Dieser Anhang enthält Empfehlungen zur Durchführung von Zugversuchen und zur Auswertung des Elastizitätsmoduls von Carbonstrangschlaufen (Zuggliedern aus unidirektionalem Carbonfaserverbundwerkstoff) für den Einsatz im Brückenbau.

Vorwort

Dieser Anhang wurde im Rahmen einer Studienarbeit durch Ostwald [L143] unter Betreuung durch Haspel in erster Form erstellt, wobei Anmerkungen aus dem Austausch mit Projektpartnern des Forschungsvorhabens NeZuCa eingearbeitet wurden. Die Unterlage wurde anschließend von Haspel unter Einbeziehung weiterer Erkenntnisse aus der vorliegenden Arbeit fortgeschrieben.

Grundlage für diese Empfehlungen sind die im Rahmen des vom BMWK geförderten Verbundforschungsvorhabens NeZuCa gewonnenen Erkenntnisse bei der Durchführung entsprechender Bauteilversuche sowie Erkenntnisse, welche im Rahmen der Auswertung der Versuchsergebnisse [L143] gewonnen und im Rahmen dieser Arbeit vertieft wurden.

A.1 Anwendungsbereich

Diese Empfehlungsrichtlinie liefert Informationen zum Versuchsaufbau und zur Durchführung von Zugversuchen an Strangschlaufen aus unidirektionalem Carbonfaserverbundwerkstoff (UD CFRP) für den Einsatz als Zugglieder im Brückenbau. Weiterhin wird eine Methode zur Auswertung und Bestimmung des E-Moduls beschrieben.

Die Empfehlungen gelten für Carbonstrangschlaufen, welche im Nasswickelverfahren aus vorimprägnierten sog. „Prepreg Tapes“ hergestellt werden. Im Schlaufenbereich werden die Faserstränge aufgespreizt und um eine Vollkausche umgelenkt. Auf der freien Länge verlaufen die Faserstränge parallel.

Für andere Einsatzzwecke, Geometrien oder Herstellungsverfahren können die Empfehlungen informativ berücksichtigt werden, sollten aber jeweils auf Anwendbarkeit überprüft werden.

A.2 Normative Verweise

Die Empfehlungen basieren auf den folgenden Dokumenten. Es gilt jeweils die letzte und somit aktuellste Ausgabe des aufgeführten Dokuments.

- [N37] DIN EN ISO 527-1 Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften. Teil 1, Allgemeine Grundsätze, 2019
- [N38] DIN EN ISO 527-5 Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften. Teil 5, Prüfbedingungen für unidirektional faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe, 2021
- [N39] ISO 11566 Kohlenstofffasern – Bestimmung der Zugeigenschaften von Probekörpern aus Einzelfilamenten, 1996
- [N40] DIN EN ISO 10618:2004-11 - Kohlenstofffasern - Bestimmung des Zugverhaltens von harzprägnierten Garnen (ISO 10618:2004); Deutsche Fassung EN ISO 10618:2004
- [N41] DIN EN 2561:1995-11 Luft- und Raumfahrt - Kohlenstofffaserverstärkte Kunststoffe - Unidirektionale Lamine - Zugprüfung parallel zur Faserrichtung, 1995
- [N42] DIN EN ISO 291 Kunststoffe - Normalklimate für Konditionierung und Prüfung, 2008

- [N43] DIN EN ISO 7500-1 Metallische Werkstoffe - Kalibrierung und Überprüfung von statischen einachsigen Prüfmaschinen - Teil 1: Zug- und Druckprüfmaschinen - Kalibrierung und Überprüfung der Kraftmesseinrichtung, 2018
- [N44] DIN EN ISO 9513 Metallische Werkstoffe - Kalibrierung von Längenänderungs-Messeinrichtungen für die Prüfung mit einachsiger Beanspruchung, 2013
- [N45] DIN EN ISO 6892-1 Metallische Werkstoffe - Zugversuch. Teil 1, Prüfverfahren bei Raumtemperatur, 2019

A.3 Bezeichnungen

(1) Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die folgenden Begriffe.

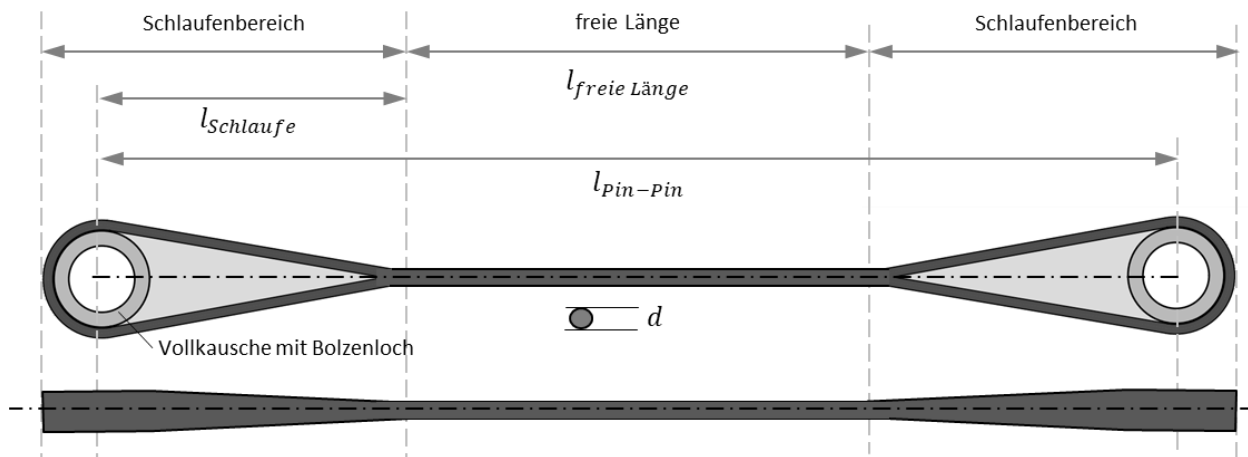


Abbildung A.1 Bezeichnungen.

Zugglied	Zugelement mit Verankerungen, bestehend aus einer Carbonstrangschlaufe mit zwei Vollkauschen mit Bolzenlöchern
Verankerung	Bauteil zur Übertragung von Zugkräften aus dem Zugelement in das Tragwerk, bestehend aus Vollkausche und Schlaufenbereich
Vollkausche	(engl. Thimble) mit Bolzenloch, Bauteil zur Umlenkung der lasttragenden Faserstränge des Zugelementes im Schlaufenbereich mit Bohrungen für den Anschluss durch eine Bolzenverbindung
Freie Länge	Bereich mit konstantem Kreisquerschnitt mit Durchmesser d der lastabtragenden Faserstränge des Zugelementes zwischen den Verankerungen
Schlaufenbereich	Spreizung und Umlenkung der lastabtragenden Faserstränge des Zugelementes im Bereich der Verankerung
Schlaufenverzweigung	Bereich, in welchem die lastabtragenden Faserstränge des Zugelementes aufgespreizt werden
Pin	Bolzen, bzw. Bolzenachse
Pin-Pin	Abstand der Bolzenachsen, entspricht der nominellen Länge des Zuggliedes

A.4 Versuchsaufbau und -durchführung

A.4.1 Anforderungen an den Probekörper

- (1) Der Probekörper soll – abgesehen von einer für die Prüfung geeigneten Länge – dem für den Einsatz vorgesehenen Typ entsprechen.
- (2) Der Versuch ist an einem vollständig hergestellten Probekörper, inklusive Verankerungen, durchzuführen. Beschichtungen der freien Länge und nicht tragende Überzüge im Schlaufenbereich dürfen bei der Herstellung der Probe entfallen.
- (3) Die mechanischen Eigenschaften von Faser und Matrix sind durch Materialprüfzeugnisse der jeweiligen Herstellchargen zu belegen und zu dokumentieren.
- (4) Die Länge des Probekörpers sollte so gewählt werden, dass zusätzlich zur Messlänge auf der freien Länge noch ein ausreichender Abstand zwischen der Messeinrichtung und dem Beginn des Schlaufenbereiches verbleibt (siehe A.4.2).

A.4.2 Anforderungen an den Versuchsaufbau

- (1) Der Verformungsmodul des Zuggliedes wird sowohl vom Verhalten auf der freien Länge wie auch vom Verhalten der Verankerungen beeinflusst. Der Verformungsmodul ist daher im Zuge von gleichzeitig durchgeführten Messungen sowohl für das gesamte Zugglied (Messung Pin-Pin) und für die freie Länge (Messung auf der freien Länge) zu bestimmen.
- (2) Die Prüfmaschine sollte DIN EN ISO 7500-1 entsprechen.
- (3) Dehnungsmessgeräte müssen den Anforderungen der Klasse 1 nach DIN EN ISO 9513 entsprechen.
- (4) Der Versuch soll bei Raumtemperatur durchgeführt werden.
- (5) Zur Messung der Dehnung von Bolzen zu Bolzen sollten zwei Wegaufnehmer jeweils an den Stirnflächen der Bolzen auf Höhe der Bolzenachse angeordnet werden (Pin-Pin-Messung). Messschiebe des Maschinenweges oder des Traversenweges sollten dokumentiert, aber für die Auswertung nicht verwendet werden.

Hintergrund: Einflüsse aus Imperfektionen und Biegung können durch die Verwendung von zwei Wegaufnehmern an beiden Bolzenenden und anschließender Mittelung der Ergebnisse kompensiert werden.

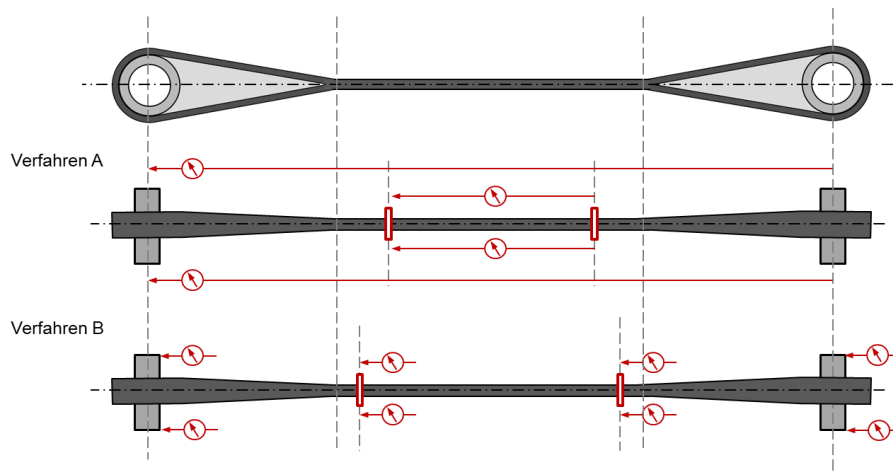


Abbildung A.2 Instrumentierung der Wegaufnehmer.

- (6) Zur Messung der Dehnung auf der freien Länge sollten mindestens zwei auf entgegengesetzten Seiten des Zugelementes angeordnete Wegaufnehmer mittig in der freien Länge verwendet werden. Die Dehnung des Zugelementes auf der freien Länge soll durch Messungen der Verlängerung über eine Länge von mindestens dem Zehnfachen des Durchmessers d auf der freien Länge erfolgen (Verfahren A). Eine Messlänge von mindestens 500 mm wird empfohlen. Ein Abstand der Messlänge zur Verankerung von mindestens $5 d$ sollte eingehalten werden und es sind mindestens zwei Messungen auf gegenüberliegender Seite des Zugelementes zu mitteln, um den Einfluss von Biegeeffekten auf die Messergebnisse zu minimieren.

Anmerkung: Insbesondere bei kurzen Messlängen und geringem Abstand zur Verankerung wird die Messung mit vier Wegaufnehmern empfohlen, welche um jeweils 90° versetzt um den Querschnitt des Zugelementes verteilt angeordnet werden, um einerseits Biegeeffekte auszumitteln und andererseits auch im Falle eines Ausfalls eines Wegaufnehmers auswertbare Ergebnisse zu erzielen. Dies ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn Einflüsse zwischen den Belastungszyklen untersucht werden sollen und daher Wiederholungsmessungen das gesuchte Ergebnis nicht reproduzieren können.

Alternativ kann die Messung nach Verfahren B mit jeweils paarweise angeordneten Wegaufnehmern erfolgen, welche gegen einen am Lastabtrag der Prüfmaschine nicht beteiligten unverschieblichen gemeinsamen Referenzboden messen. Für lange Zugglieder ist die Rückrechnung der Effekte an der Schlaufenumlenkung aus der Differenz der Messung Pin-Pin und der freien Länge nach Verfahren A mit einer kurzen Messlänge ggf. ungenau. Zudem können die Effekte der Schlaufenumlenkung bei Verfahren B für beide Schlaufen isoliert betrachtet werden.

Anmerkung: Der Prüfrahmen ist i. d. R. als Referenz zur Fixierung der Wegaufnehmer nicht geeignet, da er sich unter Last ebenfalls verformt.

- (7) Wenn der Zugversuch bis zum Bruch des Zugglieds gefahren werden soll, sollte die Messtechnik rechtzeitig entfernt werden.

Anmerkung: Beim Bruch ist mit explosionsartiger Splitterstreuung und Carbonstaub zu rechnen. Aufgrund des spröden Versagens beim Bruch ohne eindeutige Vorankündigung sollte eine geeignete Ummantelung des Probekörpers vorgesehen werden, um Verletzungsrisiken zu vermeiden.

A.4.3 Anforderungen an die Versuchsdurchführung

- (1) Die Prüfgeschwindigkeit ist mit 2 – 3 mm/min/m (0,2 – 0,3 % der Probenlänge) zu wählen. In nachfolgender Tabelle sind Prüfgeschwindigkeiten für unterschiedliche Probenlängen empfohlen:

Tabelle A.1: Prüfgeschwindigkeit

Länge des Zugglieds (Pin-Pin) [mm]	Geschwindigkeit [mm/min]
2000	5
2500	6
3000	7

- (2) Die Messfrequenz sollte mindestens 10 Hz betragen.
- (3) Die Messungen müssen so aufgezeichnet werden, dass die zeitliche Zugehörigkeit der aufgebrachten Last und der Ergebnisse unterschiedlicher Messsensoren gewährleistet bleibt. Die Messdaten sollten dafür synchron, kontinuierlich und digital aufgezeichnet werden.
- (4) Es sollten vier (4) Lastzyklen zwischen einem Unterlastniveau $F_{f_{UL}}$ und einem Oberlastniveau $F_{f_{OL}}$ durchgeführt werden. Jeweils nach Erreichen der Oberlast ist diese für 2 min zu halten. Ein Halten des Unterlastniveaus von min 15 Sekunden wird empfohlen.

Unterlast $F_{f_{UL}} = \min \{ \text{Faserspannung } 100 \text{ Mpa; } 4 \% \text{ der Bruchlast des Zuggliedes} \}$

Oberlast $F_{f_{OL}} = \min \{ \text{Faserspannung } 1600 \text{ Mpa; } 60 \% \text{ der Bruchlast des Zuggliedes} \}$

Sofern ein Versuch an einem Bauteil durchgeführt wird, welcher später noch für andere Versuche oder eine Nutzung vorgesehen ist, kann eine Begrenzung der Oberlast entsprechend der späteren Oberlast bzw. auf 40 % der Bruchlast sinnvoll sein.

- (5) Es ist ein Prüfprotokoll anzufertigen. Dieses sollte mindestens die folgenden Angaben enthalten:
- Ort, Datum und verantwortliche Person(en) des Versuchs
 - Verwendete Prüfmaschine und Wegsensoren inkl. Messlängen
 - Geometrie (Länge, Durchmesser, Geometrie der Verankerung etc.) des Probekörpers
 - Instrumentierung des Probekörpers mit Benennung und Lokalisierung der Sensoren
 - Anzahl der Lastzyklen inkl. Unterlast- und Oberlastniveau
 - Prüfgeschwindigkeit, Messfrequenz
 - Fasertyp, Nummer und Zertifikat der Fertigungscharge der Faser
 - Faserzertifikat mit Zugfestigkeit, E-Modul aus Zugversuch, Bruchdehnung, Feinheit (ohne Präparation), Dichte

- Graph der Kraft-Dehnungslinien
- Ermittelter E-Modul auf freier Länge, Pin-Pin und Verankerung
- Ermittelter Anfangsmodul auf freier Länge
- Ggf. Versagensart und -ort
- Ggf. Besonderheiten und Auffälligkeiten
- Fotografische Dokumentation des Versuchsaufbaus und des Probekörpers vor und nach dem Versuch

A.5 Bestimmung des E-Moduls

A.5.1 Auswertung der Versuchsergebnisse

- (1) Die Auswertung des E-Moduls der freien Länge $E_{T,Af,freie\ Länge}^{1090}$ und des auf den Faserquerschnitt der freien Länge bezogenen Bauteilsteifigkeitsmoduls $E_{T,Af,Pin-Pin}^{1090}$ soll erfolgen:
 - Im vierten (4.) Lastzyklus
 - Im Entlastungspfad
 - Im Bereich von 680 MPa bis 1500 MPa Faserspannung $\rightarrow E_{T,Af,freie\ Länge}^{1090}$
 - Im Bereich von 600 MPa bis 1400 MPa Faserspannung $\rightarrow E_{T,Af,freie\ Länge}^{1000}$
 - Mit linearer Regression nach Methode der kleinsten Fehlerquadrate
 - Getrennt für das gesamte Bauteil ($E_{Pin-Pin}$) und die freie Länge ($E_{freie\ Länge}$)
- (2) Der Anfangsmodul $E_{T,Af,freie\ Länge}^{250}$ kann wie folgt bestimmt werden:
 - Im vierten (4.) Lastzyklus
 - Im Entlastungspfad
 - Im Bereich von 100 MPa bis 400 MPa Faserspannung $\rightarrow E_{T,Af,freie\ Länge}^{250}$
 - Mit linearer Regression nach Methode der kleinsten Fehlerquadrate
 - Für die freie Länge
- (3) Aus den Messergebnissen im Spannungs-Dehnungs-Diagramm kann die Näherungsfunktion $\sigma_{(\varepsilon)} = a \varepsilon^2 + b \varepsilon + c$ ermittelt werden. Das Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion ist zu überprüfen.
 Der initiale E-Modul auf der freien Länge $E_{0(freie\ Länge)}$ kann durch Ableitung dieser Ausgleichsfunktion $E_{\varepsilon} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$ ermittelt werden und in der Schreibweise $E_{\varepsilon} = E_0(1 + f \cdot \varepsilon)$ dargestellt werden, wobei die Werte E_0 und $f \cdot E_0$ angegeben werden.
- (4) Als Referenzfläche für die Bestimmung des E-Moduls sollte die akkumulierte, aus dem zugehörigen Faserzertifikat ermittelte Faserquerschnittsfläche Af der verarbeiteten Rovings verwendet werden, da die Anzahl der Fasern im Querschnitt herstellungsbedingt bekannt ist.
- (5) Für die Ermittlung der Dehnung auf der freien Länge ist der gemessene Weg auf die Messlänge der freien Länge zu beziehen.

- (6) Für die Ermittlung der Pin-Pin-Dehnung ist der gemessene Weg auf den Abstand zwischen den beiden Bolzenachsen (Pin-Pin) zu beziehen.
- (7) Der bezogene E-Modul der Verankerung $E_{T,Verankerung}$ kann mit untenstehender Formel ermittelt werden.

$$E_{T,Verankerung} = \frac{E_{T,freie\ Länge} \cdot E_{T,Pin-Pin} \cdot 2 \cdot l_{Schlaufe}}{E_{T,freie\ Länge} \cdot l_{Pin-Pin} - E_{T,Pin-Pin} \cdot l_{freie\ Länge}} \quad (\text{Gl. A.5-1})$$

- (8) Für eine Vergleichbarkeit zwischen verschiedenen Probekörpern oder Chargen sollte der dimensionslose Verhältnisfaktor χ_{FL} (χ_V) des gemessenen Elastizitätsmoduls der freien Länge $E_{T,Af,freie\ Länge}^{\sigma_{ref}}$ (des Verankerungsbereiches $E_{T,Af,Verankerung}^{\sigma_{ref}}$) bezogen auf den Elastizitätsmodul der Faser $E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$ (gemessener E-Modul der Liefercharge nach DIN EN ISO 10618, Verfahren B, entsprechend Faserzertifikat) bestimmt werden.

$$\chi_{FL} = \frac{E_{T,Af,freie\ Länge}^{\sigma_{ref}}}{E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}} \quad \text{mit } \sigma_{ref} = 1090 \text{ MPa für } 600 \text{ mN/tex} \cdot 1817 \text{ tex/mm}^2 \quad (\text{Gl. A.5-2})$$

$$\chi_V = \frac{E_{T,Af,Verankerung}^{\sigma_{ref}}}{E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}} \quad \text{mit } \sigma_{ref} = 1090 \text{ MPa für } 600 \text{ mN/tex} \cdot 1817 \text{ tex/mm}^2 \quad (\text{Gl. A.5-3})$$

Das Referenzlastniveau von $\sigma_{ref} = 1090$ MPa gilt für eine Bestimmung des Faser-Elastizitätsmoduls nach EN ISO 10618, Verfahren B und eine Dichte von 1817 tex/mm^2 . Für Fasern mit abweichenden Eigenschaften ist das Referenzlastniveau anzupassen.

A.5.2 Allgemeiner Ansatz zur Bewertung der Ergebnisse für UD Laminat

- (1) Der ermittelte E-Modul von Steifigkeitsmessungen an unidirektionalem Carbonlaminat $E_{T,Af,UD}^{\sigma_{ref}}$ (auf der freien Länge) sollte innerhalb der nachfolgenden Grenzwerte liegen.

Tabelle A.4-2: Grenzwerte des auf den E-Modul der Faser bezogenen E-Moduls χ_{FL} des unidirektionalen Laminates.

Auf den E-Modul der Faser bezogene gemessene Bauteilkennwerte	Unterer Grenzwert	Oberer Grenzwert
Freie Länge $\chi_{FL} = E_{T,Af,UD}^{\sigma_{ref}} / E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$	0,96	1,04

Hinweis: Ein oberer Grenzwert von χ_{FL} über 1,00 ist möglich, weil auch der E-Modul der Faser $E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$ selbst einer Streuung unterliegt.

- (2) Der ermittelte Anfangsmodul auf der freien Länge $E_{T,Af,UD}^{250}$ bei einem Lastniveau von $\sigma_{ref} = 250$ MPa Faserspannung sollte, bezogen auf den E-Modul der Faser $E_{f,\parallel}^{1090}$, mindestens 0,88 betragen. Ein kleinerer Wert kann auf Abweichungen im Herstellprozess hindeuten.

Hinweis: Die Überprüfung dieses Kriteriums kann entfallen, wenn die nachfolgend beschriebene Überprüfung des Verlaufes des Tangentenmoduls durchgeführt wird.

- (3) Aus den Messergebnissen im Spannungs-Dehnungs-Diagramm, kann der Verlauf des Tangentenmoduls über der Spannung in Schrittweiten von 1 % der Bruchlast ausgewertet werden.

- (4) In Abbildung A.3 ist eine Auswertung für die Messwerte an unidirektionalem Carbinlaminat dargestellt, sowie der Erwartungsbereich. Die angegebenen Werte für den Erwartungsbereich gelten für Carbonfasern mit einer initialen Steifigkeit von $E_0 = 224$ GPa.

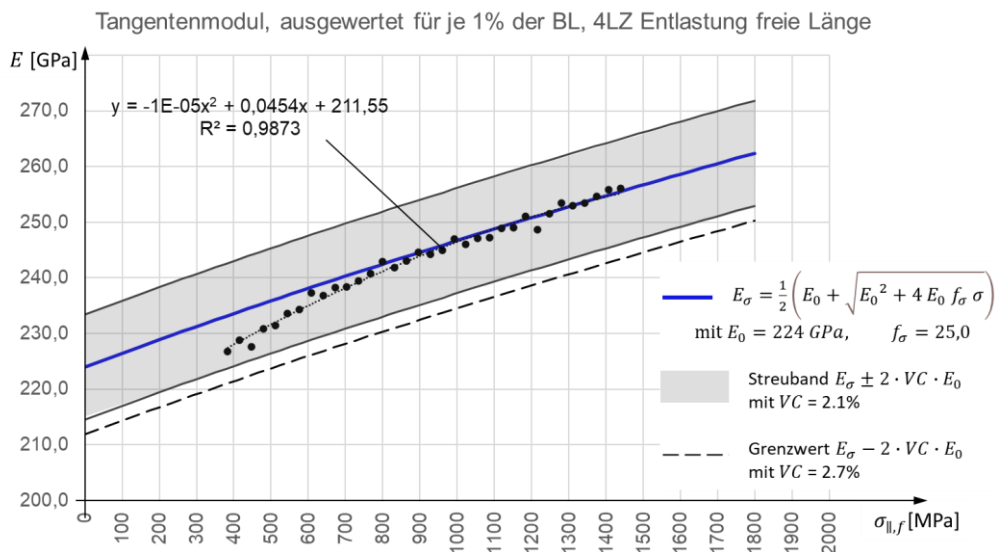


Abbildung A.3 Auswertung des Tangentenmoduls $E_{T,Af,UD}$ des unidirektionalen Laminates (bspw. auf der freien Länge).

(5) Zur Beurteilung des Verlaufes des Tangentenmoduls entsprechend Abbildung A.3 kann die polynomische Ausgleichsfunktion $E_{\sigma} = a \cdot \sigma^2 + b \cdot \sigma + c$ herangezogen werden. Das Versuchsergebnis kann als unauffällig eingestuft werden, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Der Verlauf der gemessenen Tangentenmoduln liegt im erwarteten Streuband
- Die zweite Ableitung der Polynomregressionsfunktion ist Negativ oder Null, wenn die Steigung der Ausgleichsfunktion mit ansteigender Faserspannung leicht abnimmt ($a \leq 0$).
- Der extrapolierte initiale E-Modul E_0 liegt im erwarteten Streuband (207 GPa $< a <$ 233 GPa).
- Das Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion zeigt, ob eine ausreichende Datenqualität bzw. ein ausreichend stetiger Verlauf vorliegt ($R^2 > 0,95$).

Anderenfalls sollte das Versuchsergebnis genauer hinterfragt werden.

Zur Kontrolle der Konsistenz der Messdaten kann die Auswertung des dritten Entlastungspfades zusätzlich gegenübergestellt werden.

A.5.3 Bewertung der Ergebnisse für Carbonstrangschlaufen

(1) Die auf die Fasersteifigkeit bezogene Steifigkeit der freien Länge χ_{FL} und der Verankerung χ_V , sowie das Bauteilbewertungskriterium $\chi_{FL} / \chi_{V,cal}$ sollte innerhalb der Grenzwerte nach Tabelle A.4-3 liegen.

Tabelle A.4-3: Grenzwerte für auf die Fasersteifigkeit bezogene Steifigkeit der freien Länge χ_{FL} und der Verankerung χ_V , sowie das Bauteilbewertungskriterium $\chi_{FL} / \chi_{V,cal}$

Auf den E-Modul der Faser bezogene gemessene Bauteilkennwerte	Unterer Grenzwert	Oberer Grenzwert
Freie Länge $\chi_{FL} = E_{T,Af,freie\ Länge}^{\sigma_{ref}} / E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$	0,96	1,04
Verankerung $\chi_V = E_{T,Af,Verankerung}^{\sigma_{ref}} / E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$	0,69	0,77
Bauteil $\chi_{FL} / \chi_{V,cal}$	0,95	-

Hinweis: Ein oberer Grenzwert von χ_{FL} über 1,00 ist möglich, weil auch der E-Modul der Faser $E_{f,\parallel}^{\sigma_{ref}}$ selbst einer Streuung unterliegt.

(2) Der ermittelte Anfangsmodul auf der freien Länge $E_{T,Af,freie\ Länge}^{250}$ sollte, bezogen auf den E-Modul der Faser $E_{f,\parallel}^{1090}$, mindestens 0,88 betragen. Ein kleinerer Wert kann auf Abweichungen im Herstellprozess hindeuten.

Hinweis: Die Überprüfung dieses Kriteriums kann entfallen, wenn die in A.5.2 beschriebene Überprüfung des Verlaufes des Tangentenmoduls durchgeführt wird.

(3) Für den Bereich der Schlaufenverankerung wird der gemessene bezogene E-Modul $E_{T,Af,Verankerung}^{\sigma_{ref}}$ zum rechnerischen Erwartungswert $E_{V,cal}^{\sigma_{ref}}$ ins Verhältnis gesetzt. Für die Auswertung wird $600\text{ MPa} \leq \sigma_{ref} \leq 1000\text{ MPa}$ empfohlen.

$$\chi_{V,Cal} = \frac{c_V}{c_{V,cal}} = \frac{E_{T,Af,Verankerung}^{\sigma_{\parallel,f}}}{E_{V,Cal}^{\sigma_{\parallel,f}}} \quad (\text{Gl. A.5-4})$$

- (4) Zur Bestimmung des Erwartungswertes der Bauteilsteifigkeit einer Verankerung $c_{V,cal}$ unter Berücksichtigung des lastabhängigen E-Moduls der C-Fasern kann (Gl. A.5-5) mit den Steifigkeitsanteilen aus (Gl. 4-40) verwendet werden.

$$c_{V,cal} = \left[\frac{1}{c_{2,sv}} + \frac{1}{c_{2,u\parallel}} + \frac{1}{c_{2,u\perp}} \right]^{-1} \quad (\text{Gl. A.5-5})$$

- (5) Für die Bauform TK50 können Erwartungswerte der auf den Faserquerschnitt der freien Länge bezogenen E-Moduln der Verankerung aus der rechnerischen Näherungslösung in Abbildung A.4 entnommen werden.

Für $\sigma_{ref} = 800 \text{ MPa}$ ($\sigma_{ref} = 400 \text{ MPa}$) kann direkt der aus Versuchswerten abgeleitete Wert von $E_{V,Cal}^{\sigma_{\parallel,f}=800\text{MPa}} = 174630 \text{ MPa}$ ($E_{V,Cal}^{\sigma_{\parallel,f}=400\text{MPa}} = 158200 \text{ MPa}$) herangezogen werden.

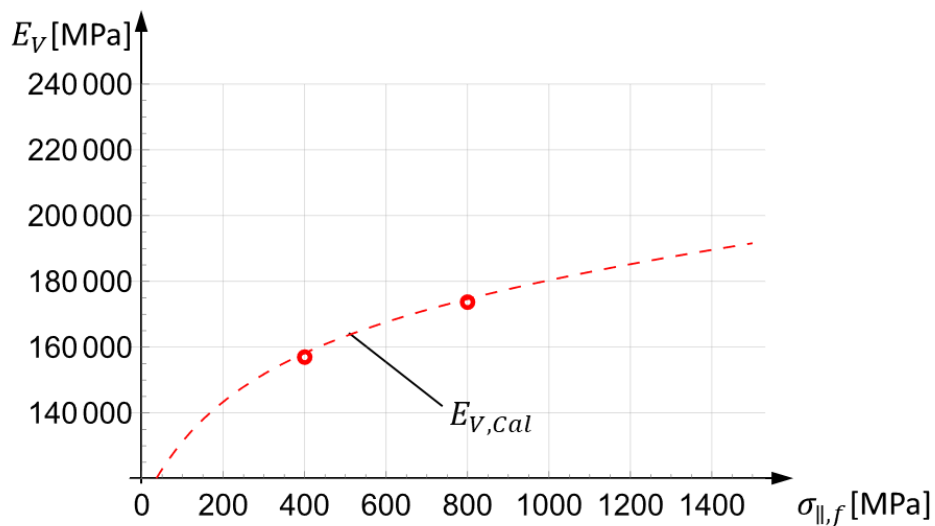


Abbildung A.4 Erwartungswerte des auf den Faserquerschnitt der freien Länge bezogenen Tangentenmoduls für den Verankerungsbereich $E_{T,Af,V}$ für die Bauform TK50.

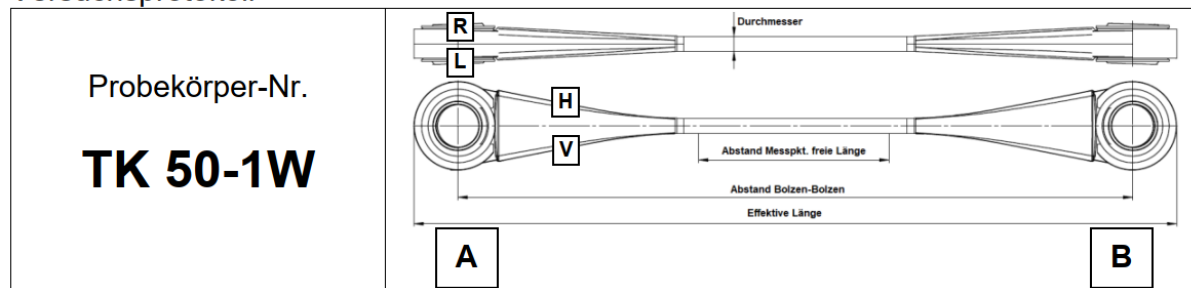
A.5.4 Versuchsdokumentation – Beispiel

Hinweis: Die Auswertung der statischen Lastzyklen, der Bauteilsteifigkeit und zum Verlauf der Tangentenmoduln für freie Länge und Verankerung wurde entsprechend der Empfehlung ergänzt und sind nicht Bestandteil des ursprünglichen Versuchsprotokolls.

Versuchsdatenblatt

Probekörper-Nr. TK 50-1W	Prüfer:	Weinhard	
	Datum:	21.08.2023	
	Prüfmaschine:	M14	
	Ort:	Karlsruhe	
Versuchsprogramm			
<input checked="" type="checkbox"/> Statische Lastzyklen 1 (Kennlinie bei Belastungsbeginn) <input type="checkbox"/> Ermüdungsversuch (EV) <input type="checkbox"/> bis Versagen <input type="checkbox"/> bis _____ Lastzyklen <input type="checkbox"/> MK <input type="checkbox"/> Statische Lastzyklen 2 <input type="checkbox"/> vor Bruchversuch / Resttragfähigkeit <input type="checkbox"/> EV n. ____ LW <input checked="" type="checkbox"/> Bruchversuch / Resttragfähigkeit			
<input checked="" type="checkbox"/> Statische - Lastzyklen:			
<input checked="" type="checkbox"/> Stat: – Lastzyklen 1 (Belastungsbeginn)			
LZ	F _{max, mean} [%]	Last [kN]	Zyklus
0	0	0	-
1	OL	1710	1
2	UL	382	-
3	OL	1710	2
4	UL	382	-
5	OL	1710	3
6	UL	382	-
7	OL	1710	4
8	UL	382	-
9	OL	2250	5
10	UL	382	-
11	OL	2250	6
12	UL	382	-
13	OL	2250	7
14	UL	382	-
15	OL	2250	8
16	0	0	-
Prüfgeschwindigkeit <u>5mm/min</u>			
<input checked="" type="checkbox"/> Schiefstellung <input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B (<u>30</u> mrad)			
<input checked="" type="checkbox"/> Bruchversuch / <input type="checkbox"/> Resttragfähigkeit			
<input checked="" type="checkbox"/> Prüfgeschwindigkeit <u>5 mm/min</u>		Bruchlast /	
<input checked="" type="checkbox"/> Schiefstellung <input checked="" type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B (<u>30</u> mrad)		Resttragfähigkeit	<u>3575,1</u> [kN]
Bemerkungen:			

Versuchsprotokoll



Aufbau

Bolzen A	Bolzen B	Anschluss A	Anschluss B	Fasertyp
<input checked="" type="checkbox"/> 1.4462	<input checked="" type="checkbox"/> 1.4462	<input type="checkbox"/> Starr	<input type="checkbox"/> Starr	<input checked="" type="checkbox"/> UTS Teijin (GER)
<input type="checkbox"/> 1.6582	<input type="checkbox"/> 1.6582	<input checked="" type="checkbox"/> Starr schief	<input type="checkbox"/> Starr schief	<input type="checkbox"/> UTS Teijin (JPA)
		<input type="checkbox"/> Beweglich	<input checked="" type="checkbox"/> Beweglich	<input type="checkbox"/> T700S Torayca
		<input type="checkbox"/> Futter zwischen Halbkugeln	<input type="checkbox"/> Futter zwischen Halbkugeln	
		<input type="checkbox"/> Teilbar	<input type="checkbox"/> Teilbar	

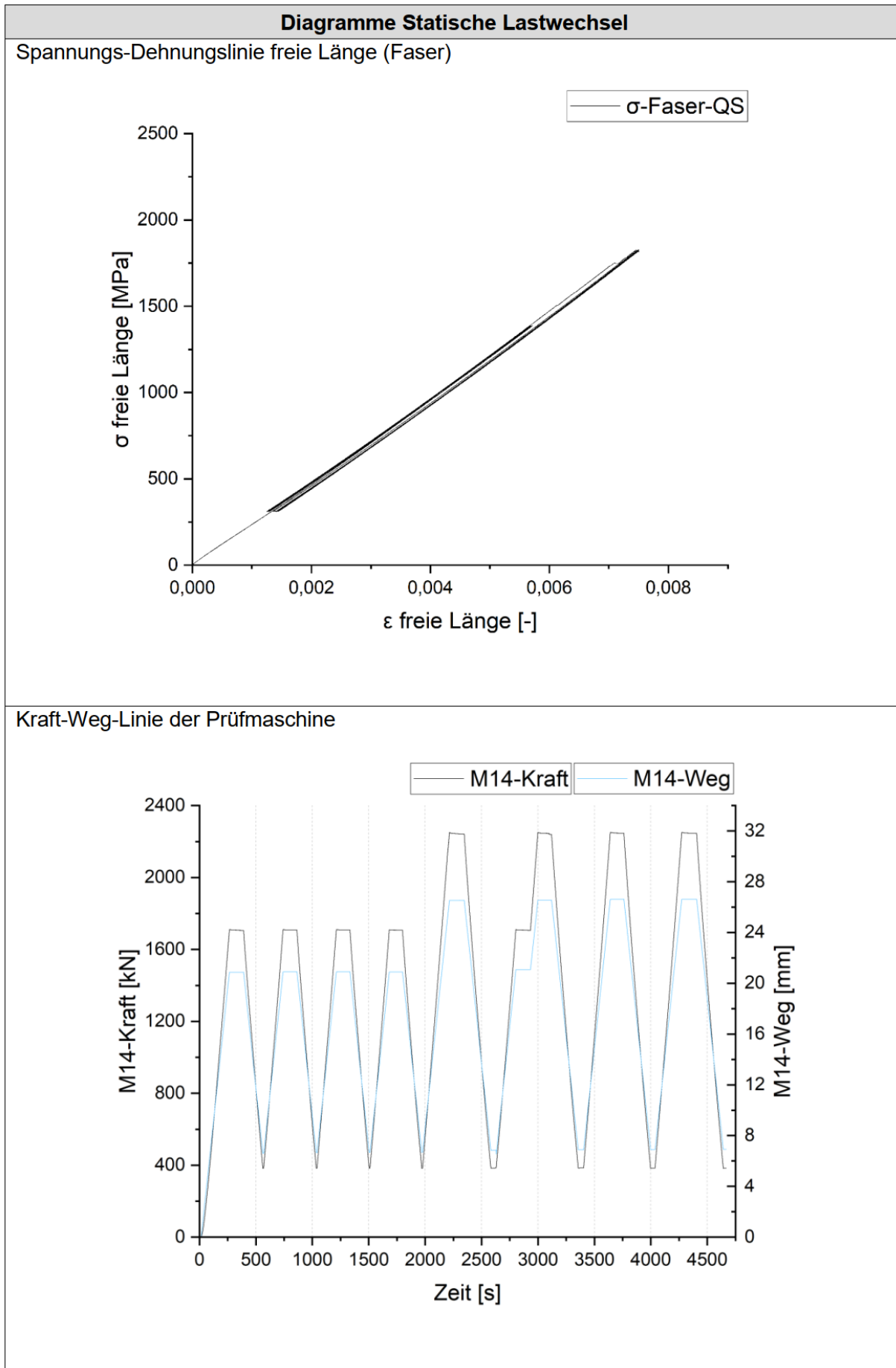
Geometrie vor Belastung

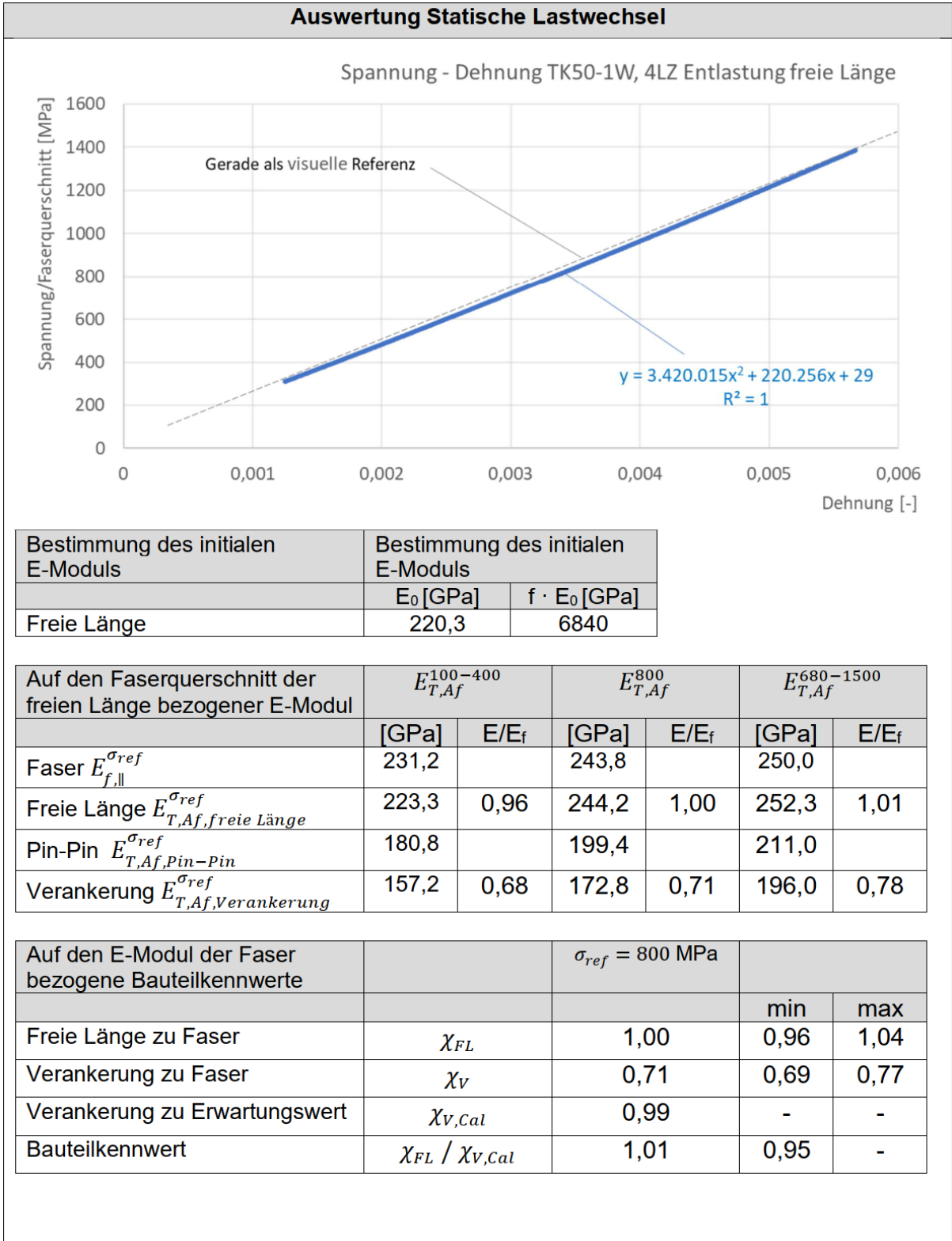
Durchmesser freie Länge (CL):	Abstand Pin-Pin (CL):	Durchmesser Bolzen:	Durchmesser Bohrung Thimble:	Durchmesser Bohrung Lasche:
	2303	130 a9	130 D9	132 H9

Sensorik / Aufgezeichnete Messdaten

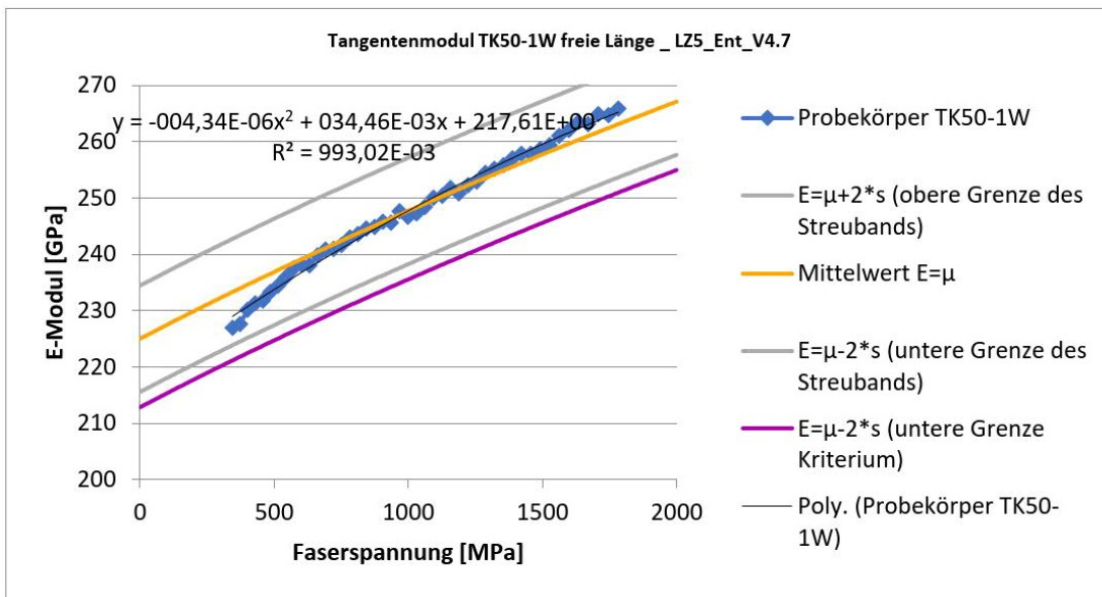
<input checked="" type="checkbox"/> Statische - Lastzyklen:	<input checked="" type="checkbox"/> Ermüdungsversuch
<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenkraft	<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenkraft
<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenweg	<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenweg
<input checked="" type="checkbox"/> Weg Pin-Pin <input checked="" type="checkbox"/> Seite 1 <input checked="" type="checkbox"/> Seite 2	<input type="checkbox"/> Weg Pin-Pin <input type="checkbox"/> Seite 1 <input type="checkbox"/> Seite 2
<input checked="" type="checkbox"/> Weg freie Länge <input checked="" type="checkbox"/> v <input type="checkbox"/> h <input type="checkbox"/> l <input type="checkbox"/> r Messlänge <u>500 mm</u>	<input type="checkbox"/> Temperatursensoren (<u> </u> Stk.) <input type="checkbox"/> Thimble Innen <input type="checkbox"/> A <input type="checkbox"/> B <input type="checkbox"/> Thimble Flanke A <input type="checkbox"/> vl <input type="checkbox"/> vr <input type="checkbox"/> hl <input type="checkbox"/> hr B <input type="checkbox"/> vl <input type="checkbox"/> vr <input type="checkbox"/> hl <input type="checkbox"/> hr <input type="checkbox"/> Schlaufe Oberfläche A <input type="checkbox"/> l <input type="checkbox"/> r B <input type="checkbox"/> l <input type="checkbox"/> r
<input type="checkbox"/> FOS	
<input type="checkbox"/> Sonstiges:	
<input checked="" type="checkbox"/> Bruchversuch nach stat. Zyklen	<input type="checkbox"/> Sonstiges:
<input type="checkbox"/> Resttragfähigkeit n. Ermüdungsversuch	
<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenkraft	
<input checked="" type="checkbox"/> Maschinenweg	
<input type="checkbox"/> FOS	
<input type="checkbox"/> Sonstiges:	

Versagen	
<input checked="" type="checkbox"/> Bruchversuch nach stat. Zyklen, erreichte Bruchlast:	_____ <u>3575,1</u> kN
<input type="checkbox"/> Ermüdungsversuch, erreichte Schwingspielzahl:	_____ LW
<input type="checkbox"/> Resttragfähigkeit n. Ermüdungsversuch, erreichte Bruchlast:	_____ kN
Lager A	Lager B
<input checked="" type="checkbox"/> Initialversagen (Zugbruch)	<input type="checkbox"/> Initialversagen (Zugbruch)
<input type="checkbox"/> Sekundärversagen (Rückstoßbruch)	<input checked="" type="checkbox"/> Sekundärversagen (Rückstoßbruch)
<input checked="" type="checkbox"/> Versagen am Ablösepunkt	<input type="checkbox"/> Versagen am Ablösepunkt
<input type="checkbox"/> Gleitschicht intakt	<input type="checkbox"/> Gleitschicht intakt
<input type="checkbox"/> Gleitschicht haftet am Thimble	<input type="checkbox"/> Gleitschicht haftet am Thimble
<input type="checkbox"/> Gleitschicht fehlt, Brandmarken auf Carbonschlaufe	<input type="checkbox"/> Gleitschicht fehlt, Brandmarken auf Carbonschlaufe
Bemerkung:	Bemerkung:
Fotodokumentation Versagensort:	



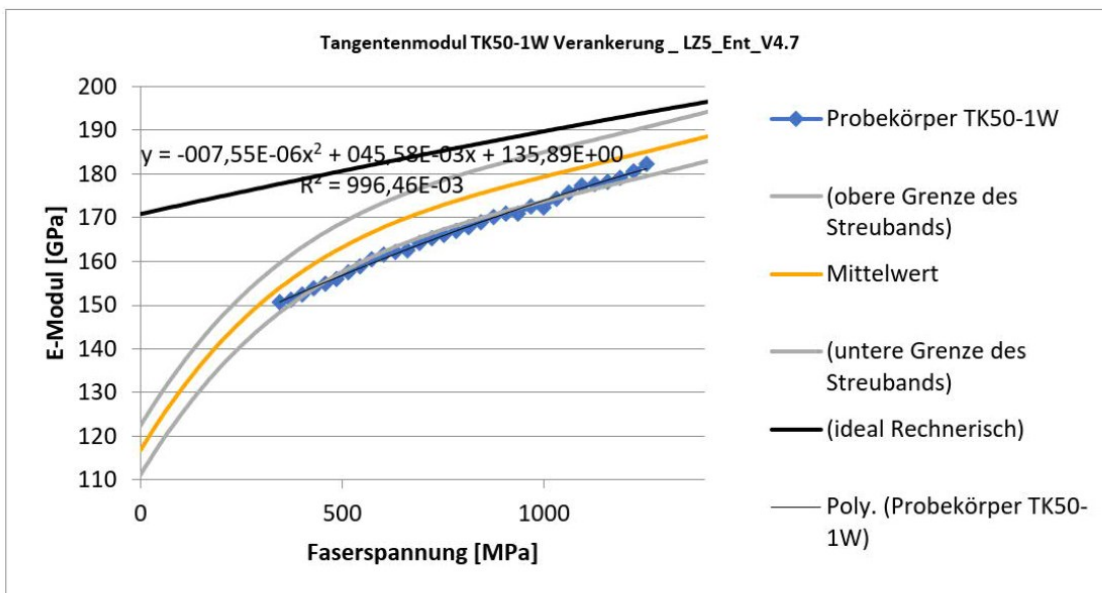


Auswertung Verlauf Tangentenmodul freie Länge

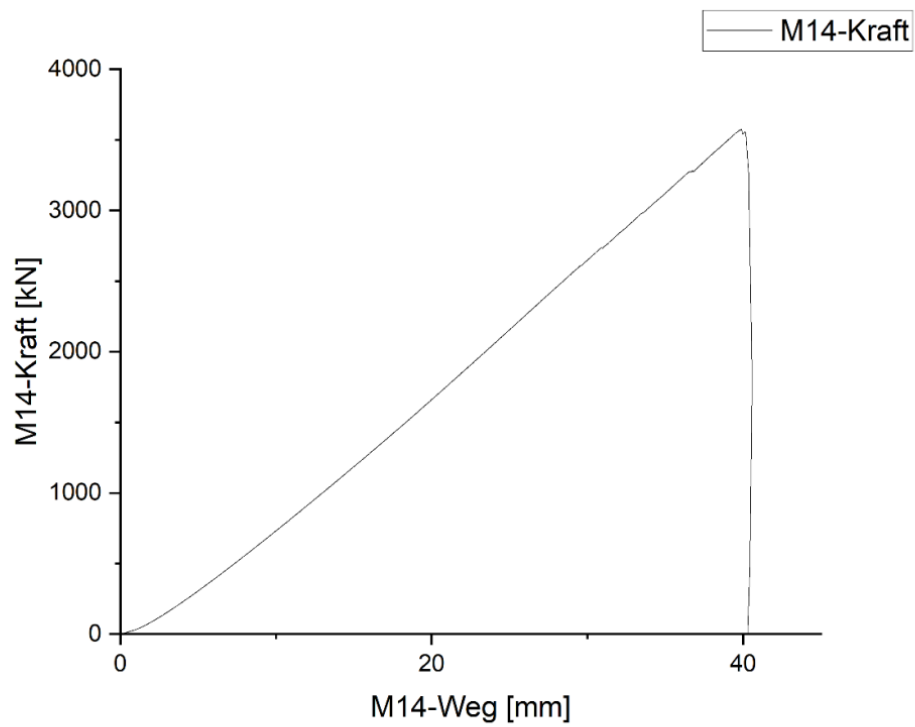


- Verlauf des Tangentenmoduls im erwarteten Streuband
- Verlauf des Tangentenmoduls mit abnehmender Steigung
- Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion $R^2 > 0,95$

Auswertung Verlauf Tangentenmodul Verankerung



- Verlauf des Tangentenmoduls im erwarteten Streuband
- Verlauf des Tangentenmoduls mit abnehmender Steigung
- Bestimmtheitsmaß der Ausgleichsfunktion $R^2 > 0,95$

Diagramme Bruchversuch / ResttragfähigkeitMaschinenkraft-Maschinenweg-Verlauf:**Anlagen**

B Material- und Bauteilkennwerte

B.1 Materialkenngrößen

B.1.1 Kenngrößen der Fasern

B.1.1.1 Variation des E-Moduls der Fasern

Verteilung des E-Moduls für Faser Typ Tenax UTS50 aus den Abnahmeprüfzeugnissen der Prüfmuster aus [L224]:

Mechanische Eigenschaften der Carbonfasern

Tenax UTS50

Lot	ni	E-Modul			Bruchdehnung			
		[Gpa]	SA	V.C. [%]	[%]	SA	V.C. [%]	
1	Mai 22	54	249,9	3,5	1,40%	1,91	0,055	2,90%
2	Dez 22	54	250,8	3,3	1,30%	1,88	0,066	3,50%
3	Mai 23	54	249,4	3,2	1,30%	1,92	0,052	2,70%
4	Dez 23	54	250,4	3,0	1,20%	1,88	0,064	3,40%
5								
6								
7								
8								
gepoolte Auswertung		$\sum ni$	Mittelwert [GPa]	SA gep. [GPa]	V.C. gep. [%]	Mittelwert [GPa]	SA gep. [GPa]	V.C. gep. [%]
		216	250,125	3,299	1,319%	1,8975	0,062	3,277%
Quantilwerte			E-Modul [GPa]			Bruchdehnung [GPa]		
		0,05	244,70	97,83%			1,80	94,61%
		0,95	255,55	102,17%			2,00	105,39%

gepoolte Standardabweichung SA gep.

$$s_{\text{gepoolt}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \cdot s_i^2 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2}{\sum_{i=1}^k n_i - 1}}$$

Dabei ist:

- s_i : Standardabweichung der Stichprobe i
- \bar{x}_i : Mittelwert der Stichprobe i
- n_i : Anzahl der Beobachtungen in Stichprobe i

Die erste Summe (mit s_i^2) ist die **Binnenstreuung**, die zweite (mit $(\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2$) ist die **Zwischenstreuung**.

Für die Ermittlung der gepoolten Standardabweichung aus den unterschiedlichen Faserüberwachungszertifikaten wird eine Stichprobengröße von 40 zugrunde gelegt (3 Samples a 6 Spulen alle 8 Stunden).

Die Überwachung der Fasereigenschaften erfolgt nach ISO 10618 Methode B: 400 and 800 mN/tex [N36].
Streuung des E-Moduls für Faser Typ Tenax UTS50 Nach Auswertung aus [L63]:

E-Modul der Faser in Faserlängsrichtung $E_{f,||} = 247.716 \text{ N/mm}^2$ mit $V_{\text{Effl}} = 1,15 \%$

Streuung des E-Moduls für Faser Typ Tenax UTS50 für Zeugnisse aus den Jahren 2017 – 2020 nach Auswertung aus [L63]:

Mechanische Eigenschaften der Carbonfasern									
E-Modul Faser		Tenax UTS50		V.C.	SA	ni	(ni-1)*s ²	ni(mi -mges)^2	(ni-1)
1	Feb 17	248	[GPa]	1,30%	3,224	54	550,89	5,70375	53
2	Mai 17	250	[GPa]	1,50%	3,750	54	745,31	291,90375	53
3	Jun 17	243	[GPa]	1,20%	2,916	54	450,66	1180,20375	53
4	Nov 18	245	[GPa]	1,00%	2,450	54	318,13	386,40375	53
5	Nov 18	251,3	[GPa]	1,40%	3,518	54	656,02	709,59375	53
6	Mai 19	250,1	[GPa]	1,30%	3,251	54	560,26	317,55375	53
7	Dez 19	249	[GPa]	1,50%	3,735	54	739,36	94,80375	53
8	Mrz 20	245	[GPa]	1,60%	3,920	54	814,42	386,40375	53
							4835,06	3372,57	424,00

$$s_{\text{gepoolt}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \cdot s_i^2 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2}{\sum_{i=1}^k n_i - 1}}$$

Dabei ist:

- s_i : Standardabweichung der Stichprobe i
- \bar{x}_i : Mittelwert der Stichprobe i
- n_i : Anzahl der Beobachtungen in Stichprobe i

Die erste Summe (mit s_i^2) ist die Binnenstreuung, die zweite (mit $(\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2$) ist die Zwischenstreuung.

Mittelwert	247,7 [GPa]	
s_gepoolt	4,40 [GPa]	gepoolte Standardabweichung
V.C.	1,78%	Variationskoeffizient
5% E_0,05	240,4 [GPa]	97%
95% E_0,95	254,9 [GPa]	103%

Für die Ermittlung der gepoolten Standardabweichung aus den unterschiedlichen Überwachungszertifikaten aus der Faserherstellung wird eine Stichprobengröße von 40 zugrunde gelegt (3 Samples a 6 Spulen alle 8 Stunden).

Die Überwachung der Fasereigenschaften erfolgt nach ISO 10618 Methode B: 400 and 800 mN/tex [N36].

B.1.1.2 Variation der Zugfestigkeit der Fasern

Verteilung der Zugfestigkeit für Faser Typ Tenax UTS50 aus den Abnahmeprüfzeugnissen der Prüfmuster aus [L224]:

Mechanische Eigenschaften der Carbonfasern

Tenax UTS50

Lot	ni	Zugfestigkeit			m*ni	(ni-1)*s ²	ni(mi - mges)^2	(ni-1)	
		[Mpa]	V.C. [%]	SA					
1	Mai 22	54	5075,5	3,10%	157,3	274077	1312069,75	57037,5	53
2	Dez 22	54	5013,6	3,40%	170,5	270734,4	1540043,78	46675,44	53
3	Mai 23	54	5081,4	2,90%	147,4	274395,6	1150902,76	79626,24	53
4	Dez 23	54	5001,5	3,60%	180,1	270081	1718230,47	93001,5	53
5									
6									
7									
8									
gepoolte Auswertung						1089288,00	5721246,76	276340,68	212,00
	$\sum ni$		Mittelwert	V.C. gep.	SA gep.				
			[MPa]	[%]	[MPa]				
	216		5043	3,335%	168,198				
Quantilwerte			Zugfestigkeit						
			[Mpa]						
	0,05		4766,34	94,51%					
	0,95		5319,66	105,49%					

gepoolte Standardabweichung SA gep.

$$s_{\text{gepoolt}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \cdot s_i^2 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2}{\sum_{i=1}^k n_i - 1}}$$

Dabei ist:

- s_i : Standardabweichung der Stichprobe i
- \bar{x}_i : Mittelwert der Stichprobe i
- n_i : Anzahl der Beobachtungen in Stichprobe i

Die erste Summe (mit s_i^2) ist die **Binnenstreuung**, die zweite (mit $(\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2$) ist die **Zwischenstreuung**.

Für die Ermittlung der gepoolten Standardabweichung aus den unterschiedlichen Überwachungszertifikaten aus der Faserherstellung wird eine Stichprobengröße von 40 zugrunde gelegt (3 Samples a 6 Spulen alle 8 Stunden).

Die Überwachung der Fasereigenschaften erfolgt nach ISO 10618 Methode B: 400 and 800 mN/tex [N36].

Streuung des E-Moduls für Faser Typ Tenax UTS50 Nach Auswertung aus [L63]:

$f_{u,f,m} = 5.082 \text{ N/mm}^2$ mit $V_{fu} = 2,68\%$

Verteilung der Zugfestigkeit für Faser Typ Tenax UTS50 aus [L72]:

Mechanische Eigenschaften der Carbonfasern								
Zugfestigkeit Faser	Tenax UTS50		V.C.	SA	ni	(ni-1)*s ²	ni(mi - mges)^2	(ni-1)
1	Feb 17	5128 [GPa]	1,30%	66,664	54	235536,71	119921,3438	53
2	Mai 17	4992 [GPa]	1,50%	74,880	54	297171,76	426533,3438	53
3	Jun 17	5010 [GPa]	1,20%	60,120	54	191563,96	271256,3438	53
4	Nov 18	5060 [GPa]	1,00%	50,600	54	135699,08	23531,34375	53
5	Nov 18	5217 [GPa]	1,40%	73,038	54	282731,12	1000620,844	53
6	Mai 19	5093 [GPa]	1,30%	66,209	54	232332,48	7938,84375	53
7	Dez 19	5069 [GPa]	1,50%	76,035	54	306410,02	7614,84375	53
8	Mrz 20	5078 [GPa]	1,60%	81,248	54	349865,59	446,34375	53
						2031310,73	1857863,25	424,00
Mittelwert	5080,875	[GPa]						
gepoolte Standardabweichung								
s_gepoolt	95,774	[GPa]						
Variationskoeffizient								
V.C.	1,885%							
$s_{\text{gepoolt}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) \cdot s_i^2 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2}{\sum_{i=1}^k n_i - 1}}$								
Dabei ist:								
<ul style="list-style-type: none"> • s_i: Standardabweichung der Stichprobe i • \bar{x}_i: Mittelwert der Stichprobe i • n_i: Anzahl der Beobachtungen in Stichprobe i 								
Die erste Summe (mit s_i^2) ist die Binnenstreuung , die zweite (mit $(\bar{x}_i - \bar{x}_{\text{gesamt}})^2$) ist die Zwischenstreuung .								
Quantilwerte								
0,05 E_0,05	4923,34	[GPa]	96,90%					
0,95 E_0,95	5238,41	[GPa]	103,10%					

Für die Ermittlung der gepoolten Standardabweichung aus den unterschiedlichen Überwachungszertifikaten aus der Faserherstellung wird eine Stichprobengröße von 54 zugrunde gelegt (3 Samples a 6 Spulen alle 8 Stunden).

Die Überwachung der Fasereigenschaften erfolgt nach ISO 10618 Methode B: 400 and 800 mN/tex [N36].

B.1.2 Lieferzertifikate der verwendeten Fasern


TEIJIN CARBON EUROPE GMBH

 Vitsstraße 2
 52525 Heinsberg • Germany
 Tel.: +49 2452 97705 0
 Fax: +49 2452 97705 3199

 Carbo-Link AG
 Udermülstrasse 25
 8320 FEHRALTORF
 SCHWEIZ

Datum: 29.09.2021

Konformitätserklärung / Abnahmeprüfzeugnis 3.1 / 202103278

(DIN EN 10204: 2005)

Tenax™-J UTS50 F24 24K 1600tex DCP

Betreff: Bestellung PO-03185

Auftrag: 355898

Lieferschein: 464688

Charge: 21051038_00060 Menge: 1440,00 kg

Lot - Nr. 181200910			
	Einheit	Mittelwert	C.V. (%)
Zugfestigkeit	MPa	5078,0	2,5
E-Modul aus Zugversuch	GPa	245,0	1,6
Bruchdehnung	%	2,07	2,5
Feinheit (ohne Präparation)	tex	1633,7	1,3
Präparationsmasseanteil	%	1,64	10,4
Kurzstabbiegefestigkeit (ILSF)	MPa	105,0	-
Dichte	g/ccm	1,81	-
Filamentdurchmesser	µm	6,9	-

Hiermit wird bescheinigt, dass alle aufgeführten Materialien geprüft/getestet wurden und, sofern nicht anders angegeben, in jeder Hinsicht den gegebenen Spezifikationen und Bestellanforderungen entsprechen.

 Teijin Carbon Europe GmbH
 Quality Management

Dr. A. Leuchter

Dieses Dokument wurde maschinell erstellt und ist ohne Unterschrift gültig

TEIJIN CARBON EUROPE GMBH
 P.O.: 9007 • 52523 Heinsberg • Germany
 sales@teijincarbon.com
 www.teijincarbon.com

Management
 Dr. Bernd Wohlmann (President) Wuppertal HRB 8055
 Jörg Friedrich VAT No.: DE 224776391

Bank Account
 MUFG Bank (Europe) N.V. Germany Branch
 SWIFT: BOTKDE33
 IBAN: DE45 3001 0700 0000 2137 88
 Account: 213788 • Bank Code: 300 107 00



TEIJIN CARBON EUROPE GMBH

Vitsstraße 2

52525 Heinsberg • Germany

Tel.: +49 2452 97705 0

Carbo-Link AG
Udemülistrasse 25
8320 FEHRALTORF
SCHWEIZ

Datum: 06.12.2023

Konformitätserklärung / Abnahmeprüfzeugnis 3.1 / 202302970

(DIN EN 10204: 2005)
gemäß Spezifikation 00970 - A

Tenax™-E UTS50 F24 24K 1600tex D

Betreff: Bestellung PO-02305

Auftrag: 361119

Lieferschein: 470796

Charge: 23230401_00060 Menge: 1440,00 kg

Lot - Nr. 230620410			
	Einheit	Mittelwert	C.V. (%)
Zugfestigkeit	MPa	5001,6	3,6
E-Modul aus Zugversuch	GPa	250,4	1,2
Bruchdehnung	%	1,88	3,4
Feinheit (ohne Präparation)	tex	1626,3	1,1
Präparationsmasseanteil	%	2,09	12,4
Kurzstabbiegefestigkeit (ILSF)	MPa	123,7	-
Dichte	g/ccm	1,81	-
Filamentdurchmesser	µm	7,0	-

Hiermit wird bescheinigt, dass alle aufgeführten Materialien geprüft/getestet wurden und, sofern nicht anders angegeben, in jeder Hinsicht den gegebenen Spezifikationen und Bestellanforderungen entsprechen.

Teijin Carbon Europe GmbH
Quality Management

Dr. A. Leuchter

Dieses Dokument wurde maschinell erstellt und ist ohne Unterschrift gültig

TEIJIN CARBON EUROPE GMBH
P.O.: 9007 • 52523 Heinsberg • Germany
sales@teijincarbon.com
www.teijincarbon.com

Management
Dr. Bernd Wohlmann (President)
Jörg Friedrich
Takaya Miyano
Wuppertal HRB 8055
VAT No.: DE 224776391

Bank Account
MUFG Bank (Europe) N.V. Germany Branch
SWIFT: BOTKDE33
IBAN: DE45 3001 0700 0000 2137 88
Account: 213788 • Bank Code: 300 107 00

TEIJIN

TEIJIN CARBON EUROPE GMBH
 Vitsstraße 2
 52525 Heinsberg - Germany
 Tel.: +49 2452 97705 0
 Fax: +49 2452 97705 3199

Carbo-Link AG
 Udermülistrasse 25
 8320 FEHRALTORF
 SCHWEIZ

Datum: 07.12.2022

Konformitätserklärung / Abnahmeprüfzeugnis 3.1 / 202203189

(DIN EN 10204: 2005)

Tenax™-E UTS50 F24 24K 1600tex D

Betreff: Bestellung PO-01726

Auftrag: 358760

Lieferschein: 468231

Charge: 22430417_00060 Menge: 1440,00 kg

Lot - Nr. 221020420

	Einheit	Mittelwert	C.V. (%)
Zugfestigkeit	MPa	5013,6	3,4
E-Modul aus Zugversuch	GPa	250,8	1,3
Bruchdehnung	%	1,88	3,5
Feinheit (ohne Präparation)	tex	1632,5	1,1
Präparationsmasseanteil	%	2,08	11,5
Kurzstabbiegefestigkeit (ILSF)	MPa	128,3	-
Dichte	g/ccm	1,81	-
Filamentdurchmesser	µm	7,0	-

Hiermit wird bescheinigt, dass alle aufgeführten Materialien geprüft/getestet wurden und, sofern nicht anders angegeben, in jeder Hinsicht den gegebenen Spezifikationen und Bestellanforderungen entsprechen.

Teijin Carbon Europe GmbH
 Quality Management

Dr. A. Leuchter

Dieses Dokument wurde maschinell erstellt und ist ohne Unterschrift gültig

TEIJIN CARBON EUROPE GMBH
 P.O.: 9007 • 52523 Heinsberg - Germany
 sales@tejincarbon.com
 www.tejincarbon.com

Management
 Dr. Bernd Wohlmann (President)
 Jörg Friedrich

Wuppertal HRB 8055
 VAT No.: DE 224776381

Bank Account
 MUFG Bank (Europe) N.V. Germany Branch
 SWIFT: BOTKDE33
 IBAN: DE45 3001 0700 0000 2137 88
 Account: 213788 • Bank Code: 300 107 00

TEIJIN**TEIJIN CARBON EUROPE GMBH**Vitsstraße 2
52525 Heinsberg • Germany
Tel.: +49 2452 97705 0
Fax: +49 2452 97705 3199Carbo-Link AG
Udermülistrasse 25
8320 FEHRALTORF
SCHWEIZ

Datum: 17.05.2023

Konformitätserklärung / Abnahmeprüfzeugnis 3.1 / 202301300

(DIN EN 10204: 2005)

Tenax™-E UTS50 F24 24K 1600tex D

Betreff: Bestellung PO-01994

Auftrag: 359676

Lieferschein: 469439

Charge: 23090401_00060 Menge: 1440,00 kg

Lot - Nr. 230320410

	Einheit	Mittelwert	C.V. (%)
Zugfestigkeit	MPa	5081,4	2,9
E-Modul aus Zugversuch	GPa	249,4	1,3
Bruchdehnung	%	1,92	2,7
Feinheit (ohne Präparation)	tex	1624,1	1,0
Präparationsmasseanteil	%	2,12	11,9
Kurzstabbiegefestigkeit (ILSF)	MPa	127,0	-
Dichte	g/ccm	1,81	-
Filamentdurchmesser	µm	7,0	-

Hiermit wird bescheinigt, dass alle aufgeführten Materialien geprüft/getestet wurden und, sofern nicht anders angegeben, in jeder Hinsicht den gegebenen Spezifikationen und Bestellanforderungen entsprechen.

Teijin Carbon Europe GmbH
Quality Management

Dr. A. Leuchter

Dieses Dokument wurde maschinell erstellt und ist ohne Unterschrift gültig

TEIJIN CARBON EUROPE GMBH
P.O.: 9007 • 52523 Heinsberg • Germany
sales@teijincarbon.com
www.teijincarbon.com

Management
Dr. Bernd Wohlmann (President)
Jörg Friedrich
Wuppertal HRB 8055
VAT No.: DE 224776391

Bank Account
MUFG Bank (Europe) N.V. Germany Branch
SWIFT: BOTKDE33
IBAN: DE45 3001 0700 0000 2137 88
Account: 213788 • Bank Code: 300 107 00

TORAY

Toray Carbon Fibers Europe

64150 ABIDOS

Fibres de Carbone
Carbon Fibers**TORAYCA**

MADE IN FRANCE

**DECLARATION DE CONFORMITE
STATEMENT OF CONFORMITY**

NF L 00.015C/EN10204 3.1

N° FC - 21 - 2737

Page : 1 / 1

Type de fibre : T700SC-12000-50C
Yarn typeTorsion : T0 (t/m)
Yarn twist**CARACTERISTIQUES MOYENNES DU LOT
LOT PROPERTIES**

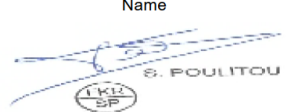
N° de lot	Traction	Module	Allongt	Masse	Masse	Ensimage	Poids	Nombre de
F5121J3	<i>Tensile strength</i>	<i>Tensile modulus</i>	<i>Elong.</i>	<i>volumique</i>	<i>linéique</i>	<i>Sizing</i>	<i>Weight</i>	<i>bobines</i>
Manuf. date	MPa	GPa	%	<i>Density</i>	<i>Yield</i>	%	Kg	<i>Number bobbins</i>
Sep 2021	(Kg/mm ²)	(T/mm ²)		(g /cm ³)	(g /10 ³ m)			
Moyenne	4949	237	2,09	1,80	807	1,0	2000,00	250
Average	(505)	(24,2)						

Observations :

Notes

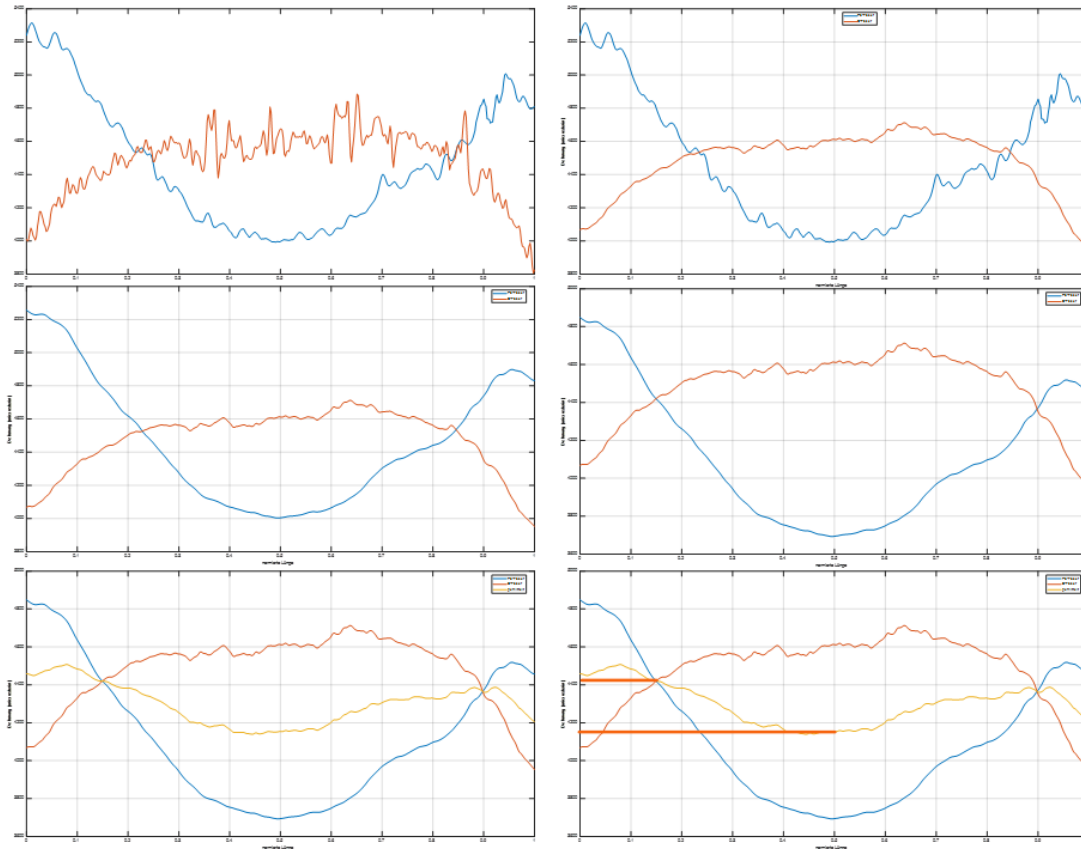
- Nous déclarons que la fourniture citée est conforme aux exigences du contrat et que, après vérifications et essais, elle répond en tout point, aux exigences spécifiées, aux normes et règlements applicables, sauf exceptions, réserves ou dérogations énumérées dans la présente déclaration de conformité.

- We hereby declare, barring exceptions, reservations, or exemptions listed in this statement of conformity, that the listed supplies comply with the contract requirements and that, after completion of testing and verification, they completely satisfy all specified requirements, and applicable standards and regulations.

Commande : PO- 03335	Les indications ci-dessus sont certifiées exactes.	Nom	Date
Order :		Name	
Client : CARBO-LINK AG	Responsable Qualité		10/11/2021
Customer :			
Lieu de livraison : FEHRALTDORF (CHE)	Contrôle officiel ou contrôle client.		
Delivery location :			

B.1.3 Bestimmung des Reibkoeffizienten zwischen Thimble und Schlaufe

Hintergrund zur Auswertung des Reibkoeffizienten aus einer FOS Messung [L144]:



Auf Grundlage der FOS-Messungen kann der Verlauf der Normalkraft im Bereich der Schlaufenumlenkung näherungsweise bestimmt werden. Über den Gradient der Schlaufennormalkraft kann der Reibungskoeffizient an der Umlenkung bestimmt werden. Der Effekt der Querpressung muss bei der Interpretation der Messergebnisse der innenliegenden FOS-Sensoren berücksichtigt werden. Hierzu muss ein Postprocessing der Rohdaten erfolgen. Dies ist in nachfolgender Abbildung (von links nach rechts, oben nach unten) dargestellt: Die unbearbeiteten Rohdaten (A) werden zunächst über einen gleitenden Mittelwert geglättet (B) – Surfacefaser, (C) – Pin-3-Faser. Anschließend wird jeder Datenpunkt der Innenfaser um einen Reduktionsfaktor abgemindert, um den Einfluss der Querpressung zu kompensieren (D). Der Faktor konnte aus den Lamellen-Kleinprobenversuchen ermittelt werden und ist abhängig von der auf den Probekörper applizierten Last. Aus Außenfaser und Innenfaser wird ein Mittelwert gebildet (F). Unter Verwendung der Euler-Eytelwein-Gleichung kann aus dieser Mittelkurve ein Reibungskoeffizient bestimmt werden (G).

B.2 Bauteilkennwerte für TK 50

B.2.1 Auswertung der Bauteilsteifigkeitsmessungen

Auswertung statische Versuche TK50												
Serie	Muster	Charge	E freie Länge bei 400 MPa	E freie Länge bei 800 MPa	X_FL (400)	X_FL(800)	E Lager bei 400 MPa	E Lager bei 800 MPa	X_L(400)	X_L(800)	E Pin-Pin bei 800 MPa	X_BT(800)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	STAT SN7	Lot1	231,6	240,6	1,007	1,007	176,0	182,7	0,765	0,765	206,5	0,864
	STAT SN8	Lot1	234,3	243,3	1,018	1,018	168,1	174,6	0,731	0,731	201,9	0,845
	STAT SN9	Lot1	233,2	242,2	1,014	1,014	177,0	183,8	0,769	0,769	207,8	0,870
	FAT-B SN1	Lot 2	231,2	240,1	1,005	1,005	163,5	169,8	0,711	0,711	199,3	0,834
	FAT-A SN1	Lot 2	234,0	243,0	1,017	1,017	176,1	182,9	0,765	0,765	209,1	0,875
	FAT-A SN2	Lot 2	233,7	242,7	1,016	1,016	174,1	180,8	0,757	0,757	207,5	0,868
	FAT-A SN3	Lot 2	234,0	243,0	1,017	1,017	173,0	179,7	0,752	0,752	206,9	0,866
	FAT-A SN4	Lot 2	234,1	243,1	1,017	1,017	182,3	189,3	0,792	0,792	213,1	0,892
	STAT PM1	Lot P	233,1	242,1	1,013	1,013	165,6	172,0	0,720	0,720	199,7	0,836
	STAT PM2	Lot P	231,6	240,6	1,007	1,007	166,5	172,9	0,724	0,724	199,9	0,836
	TK50-1W	Charge 3	229,6	244,2	0,975	0,998	156,9	172,8	0,666	0,706	199,4	0,815
	TK50-2W	Charge 3	244,3	253,8	1,037	1,038	152,6	168,8	0,648	0,690	199,3	0,815
	TK50-3W	Charge 4	228,3	236,4	0,969	0,967	156,3	176,5	0,664	0,722	199,5	0,816
	TK50-4W	Charge 2	237,9	252,6	1,010	1,033	156,4	171,4	0,664	0,701	200,9	0,821
	TK50-5W	Charge 2	227,4	238,4	0,966	0,975	162,7	176,1	0,691	0,720	200,0	0,818
	TK50-6W	Charge 2	236,6	241,7	1,005	0,988	157,9	174,2	0,670	0,712	199,7	0,816
	TK50-7	Charge 1	235,9	238,3	1,005	0,978	153,3	172,1	0,653	0,706	197,2	0,809
	TK50-8	Charge 1	217,9	229,9	0,929	0,943	161,3	175,8	0,687	0,721	197,0	0,808
	TK50-9	Charge 3	222,3	234,9	0,944	0,960	160,4	173,8	0,681	0,711	197,2	0,806
	TK50-10	Charge 4	227,3	238,0	0,965	0,973	160,7	177,4	0,682	0,725	200,7	0,821
	TK50-12	Charge 6	227,7	237,6	0,967	0,971	151,2	167,2	0,642	0,684	193,3	0,790
	Mittelwert		231,72	241,26	1,00	1,00	164,37	175,93	0,71	0,73	201,71	0,83
	Standardabweichung		5,5631475	5,2373895	0,028612	0,0255665	9,06321743	5,56296145	0,04617234	0,02843225	4,88482363	0,02784963
	Variationskoeffizient		2,40%	2,17%	2,87%	2,56%	5,51%	3,16%	6,54%	3,91%	2,42%	3,34%
	m+1,5s		240,1	249,1	1,04	1,04	178,0	184,3	0,78	0,77	209,0	0,88
	m-1,5s		223,4	233,4	0,95	0,96	150,8	167,6	0,64	0,69	194,4	0,79

von der statistischen Auswertung abgeschlossene Versuche												
Serie	Muster	Charge	E freie Länge bei 400 MPa	E freie Länge bei 800 MPa	χFL (400)	χFL (800)	E Lager bei 400 MPa	E Lager bei 800 MPa	χV (400)	χV (800)	E Pin-Pin bei 800 MPa	χBT (800)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	STAT SN1	Lot1	242,9	252,2	1,056	1,056	147,2	152,8	0,640	0,640	188,4	0,789
	STAT SN2	Lot1	243,3	252,7	1,058	1,058	146,8	152,5	0,638	0,638	188,2	0,788
	STAT SN3	Lot1	244,6	254,0	1,063	1,063	147,8	153,4	0,642	0,642	189,4	0,793
	STAT SN4	Lot1	243,9	253,3	1,060	1,060	145,9	151,6	0,634	0,634	187,7	0,785
	STAT SN5	Lot1										
	STAT SN6	Lot1	243,5	252,9	1,058	1,058	146,5	152,1	0,637	0,637	188,0	0,787
	FAT-B SN2	Lot 2	240,9	250,2	1,047	1,047	142,0	147,5	0,617	0,617	186,1	0,779
	TK50-1	Charge 1	213,2	229,8	0,909	0,943	168,1	182,0	0,716	0,747	201,1	0,825
	TK50-2	Charge 1	214,4	227,2	0,914	0,932	167,0	181,9	0,712	0,746	200,1	0,821
	TK50-3	Charge 1	222,0	230,9	0,946	0,947	165,6	178,6	0,706	0,733	199,2	0,817
	TK50-4	Charge 1	222,4	229,5	0,948	0,942	166,2	183,9	0,708	0,755	202,3	0,830
	TK50-5	Charge 1	222,7	231,5	0,949	0,950	165,7	180,2	0,706	0,739	200,5	0,823
	TK50-6	Charge 1	226,6	235,1	0,966	0,965	162,4	177,2	0,692	0,727	199,7	0,819
FOS	TK50-16	Charge 5	239,1	245,9	1,015	1,005	156,0	176,0	0,662	0,720	202,3	0,827
FOS	TK50-17	Charge 7	221,0	226,0	0,938	0,924	163,0	184,0	0,692	0,752	201,0	0,822
FOS	TK50-16	Charge 5	239,1	245,9	1,015	1,005	156,0	176,0	0,662	0,720	202,3	0,827
T700	TK50-11	Charge 6	229,2	237,3	1,030	1,027	153,7	170,0	0,691	0,736	195,3	0,845

B.3 Herleitung zur Schlaufensteifigkeit

B.3.1 Herleitung Anteile

lastabhängige Steifigkeit Schlaufe

Schlaufe Querpressung

Formel

$$\text{In}[2]= \mathbf{cQUE} = \mathbf{Ff1} / \mathbf{D1Querpara} \quad (* \text{ ok} *)$$

$$\text{Out}[2]= \frac{\mathbf{Ff1}}{\mathbf{D1Querpara}}$$

$$\text{In}[3]= \mathbf{D1Querpara} = \mathbf{D1Querp} / \mathbf{Cos}[\mathbf{Alpha0}] \quad (* \text{ok} - \text{hier Alpha nicht iterieren} *)$$

$$\text{Out}[3]= \mathbf{D1Querp} \text{ Sec}[\mathbf{Alpha0}]$$

$$\text{In}[4]= \mathbf{D1Querp} = \left(\frac{\mathbf{Pi}}{2} + \mathbf{Alpha0} \right) * \mathbf{DeltaR} \quad (* \text{ OK} *)$$

$$\text{Out}[4]= \mathbf{DeltaR} \left(\mathbf{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{In}[5]= \mathbf{DeltaR} = (\mathbf{epsradSig1} + \mathbf{epsradSig2}) * \mathbf{tu} / 2 \quad (* \text{ OK} *)$$

$$\text{Out}[5]= \frac{1}{2} (\mathbf{epsradSig1} + \mathbf{epsradSig2}) \mathbf{tu}$$

$$\text{In}[6]= \mathbf{epsradSig1} = \mathbf{nusenpar} * \mathbf{kappa} * \mathbf{Fum} / \mathbf{Emum} / \mathbf{Aum} \quad (* \text{check} *)$$

$$\text{Out}[6]= \frac{\mathbf{Fum} \mathbf{kappa} \mathbf{nusenpar}}{\mathbf{Aum} \mathbf{Emum}}$$

$$\text{In}[7]= \mathbf{epsradSig2} = 3 / 4 * \mathbf{sigmaRAd} / \mathbf{Emsen} * \mathbf{kappa} \quad (* \text{ OK} *)$$

$$\text{Out}[7]= \frac{3 \mathbf{kappa} \mathbf{sigmaRAd}}{4 \mathbf{Emsen}}$$

$$\text{In}[8]= \mathbf{sigmaRAd} = \mathbf{Fum} * \mathbf{kappa} / \mathbf{rt} / \mathbf{bu} \quad (* \text{ OK} *)$$

$$\text{Out}[8]= \frac{\mathbf{Fum} \mathbf{kappa}}{\mathbf{bu} \mathbf{rt}}$$

$$\text{In}[9]= \mathbf{DeltaR}$$

$$\text{Out}[9]= \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{Fum} \mathbf{kappa} \mathbf{nusenpar}}{\mathbf{Aum} \mathbf{Emum}} + \frac{3 \mathbf{Fum} \mathbf{kappa}^2}{4 \mathbf{bu} \mathbf{Emsen} \mathbf{rt}} \right) \mathbf{tu}$$

2 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

In[10]:= **DlQuerp**

Out[10]=
$$\frac{1}{2} \left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{Fum kappa nusenpar}}{\text{Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Fum kappa}^2}{4 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{tu}$$

In[11]:= **DlQuerpara**

Out[11]=
$$\frac{1}{2} \left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{Fum kappa nusenpar}}{\text{Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Fum kappa}^2}{4 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{tu Sec} [\text{Alpha}\theta]$$

In[12]:= **CTest = cQUE /. {Fum -> Ff1 / (2 * Cos [Alphasig])}**
[Kosinus]

Out[12]=
$$\frac{2 \text{ Ff1 Cos} [\text{Alpha}\theta]}{\left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \text{tu} \left(\frac{\text{Ff1 kappa nusenpar Sec} [\text{Alphasig}]}{2 \text{ Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Ff1 kappa}^2 \text{ Sec} [\text{Alphasig}]}{8 \text{ bu Emsen rt}} \right)}$$

In[13]:= **Test = (Cos [Alpha]) ^2 /**
[Kosinus]

$$\left(\text{kappa} \left(\frac{\text{Pi}}{2} + \text{Alpha} \right) \left(3 \text{ tu} * \text{kappa} / 16 / \text{Emsen} / \text{rt} / \text{bu} + \text{nusenpar} * \text{tu} / 4 / \text{Emum} / \text{Aum} \right) \right)$$

[Kreiszahl pi]

Out[13]=
$$\frac{\text{Cos} [\text{Alpha}]^2}{\text{kappa} \left(\text{Alpha} + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{nusenpar tu}}{4 \text{ Aum Emum}} + \frac{3 \text{ kappa tu}}{16 \text{ bu Emsen rt}} \right)}$$

In[14]:= **CTest = cQUE /. {Ff1 -> Fum * (2 * Cos [Alpha])}**
[Kosinus]

Out[14]=
$$\frac{4 \text{ Fum Cos} [\text{Alpha}] \text{Cos} [\text{Alpha}\theta]}{\left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{Fum kappa nusenpar}}{\text{Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Fum kappa}^2}{4 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{tu}}$$

In[15]:= **CTest / Test**

Out[15]=
$$\frac{4 \text{ Fum kappa} \left(\text{Alpha} + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{nusenpar tu}}{4 \text{ Aum Emum}} + \frac{3 \text{ kappa tu}}{16 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{Cos} [\text{Alpha}\theta] \text{Sec} [\text{Alpha}]}{\left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{Fum kappa nusenpar}}{\text{Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Fum kappa}^2}{4 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{tu}}$$

In[16]:= **Simplify [CTest / Test]**
[vereinfache]

Out[16]=
$$\frac{(2 \text{ Alpha} + \pi) \text{Cos} [\text{Alpha}\theta] \text{Sec} [\text{Alpha}]}{2 \text{ Alpha}\theta + \pi}$$

In[17]:= **cQUE**

Out[17]=
$$\frac{2 \text{ Ff1 Cos} [\text{Alpha}\theta]}{\left(\text{Alpha}\theta + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{\text{Fum kappa nusenpar}}{\text{Aum Emum}} + \frac{3 \text{ Fum kappa}^2}{4 \text{ bu Emsen rt}} \right) \text{tu}}$$

Schlaufe Umlenkung - OK

Formel

In[18]:= $cUml = Ff1 / Dlparum$
 Out[18]=
$$\frac{Ff1}{Dlparum}$$

In[19]:= $Dlparum = Dlum / \text{Cos}[AlphaSig]$
⏟_{Kosinus}
 Out[19]= $Dlum \text{Sec}[AlphaSig]$

In[20]:= **(*DL*)**

In[21]:= $Dlum = (Pi / 2 + Alpha0) * (rt + tu / 2) * epsparum$
⏟_{Kreiszahl π}
 Out[21]=
$$epsparum \left(Alpha0 + \frac{\pi}{2} \right) \left(rt + \frac{tu}{2} \right)$$

In[22]:= **(*Dehnung incl. Effekt aus Querverpressung*)**

In[23]:= $epsparum = Fum * kappa * (1 / (Emum * Aum) + nuparsen / (2 * rt * bu * Emsen))$
 Out[23]=
$$Fum \text{kappa} \left(\frac{1}{Aum \text{Emum}} + \frac{nuparsen}{2 \text{bu Emsen rt}} \right)$$

In[24]:= **(*Formel *)**

In[25]:= $cUml /. \{Ff1 \rightarrow Fum * (2 * \text{Cos}[Alpha])\} (*OK*)$
⏟_{Kosinus}
 Out[25]=
$$\frac{2 \text{Cos}[Alpha] \text{Cos}[AlphaSig]}{\text{kappa} \left(Alpha0 + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{1}{Aum \text{Emum}} + \frac{nuparsen}{2 \text{bu Emsen rt}} \right) \left(rt + \frac{tu}{2} \right)}$$

In[26]:= **(*Einfluss Reibung*)**

In[27]:= $lb = (Pi / 2 + Alpha0) * rt;$
⏟_{Kreiszahl π}

In[28]:= $kappa = 1 - kakappa * mue * lb / (2 * rt);$

In[29]:= **(*kakappa = -1 im Entlastungspfad, kakappa = 1 im Belastungspfad*)**

In[30]:= **(*Kraft am Beginn der Umlenkung*)**

In[31]:= $Fum = Ff1 / (2 * \text{Cos}[AlphaSig]);$
⏟_{Kosinus}

In[32]:= $cUml = Ff1 / Dlparum$
 Out[32]=
$$\frac{2 \text{Cos}[AlphaSig]^2}{\left(1 - \frac{1}{2} kakappa \text{mue} \left(Alpha0 + \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(Alpha0 + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{1}{Aum \text{Emum}} + \frac{nuparsen}{2 \text{bu Emsen rt}} \right) \left(rt + \frac{tu}{2} \right)}$$

4 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

In[33]:= **Dlparum**

Out[33]=

$$\frac{1}{2} Ff1 \left(1 - \frac{1}{2} \text{kakappa mue} \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \left(\frac{1}{\text{Aum Emum}} + \frac{\text{nuparsen}}{2 \text{ bu Emsen rt}} \right) \left(\text{rt} + \frac{\text{tu}}{2} \right) \text{Sec} [\text{Alphasig}]^2$$

Schlaufe Länge Schenkel - OK

Formel

In[34]:= **(*Dehnung*)**In[35]:= **epssch = Ff1 / Cos[Alphasig] / (Emsch * Asv) (* ok*)**

Out[35]=

$$\frac{Ff1 \text{Sec} [\text{Alphasig}]}{\text{Asv Emsch}}$$

In[36]:= **(*DL*)**In[36]:= **Dlparsch = Dlisch / Cos[Alphasig] / strfu (*ok*)**

Out[36]=

$$\frac{\text{Dlisch Sec} [\text{Alphasig}]}{\text{strfu}}$$

In[37]:= **Dlisch = 12 * Cos[Alphasig] * epssch (*ok*)**

Out[37]=

$$\frac{Ff1 12}{\text{Asv Emsch}}$$

In[38]:= **cSV = Ff1 / Dlparsch**

Out[38]=

$$\frac{\text{Asv Emsch strfu Cos} [\text{Alphasig}]}{12}$$

Schlaufe Querpressung Layer

In[39]:= **EmL = 2000**

Out[39]=

2000

Formel

In[40]:= **cQUEL = Ff1 / DIQuerpLpar**

Out[40]=

$$\frac{Ff1}{\text{DIQuerpLpar}}$$

In[41]:= **DlQuerlpar = DlQuerl / Cos [Alpha0]**
└Kosinus

Out[41]=
 DlQuerl Sec [Alpha0]

In[42]:= **DlQuerl = (Pi / 2 + Alpha0) * DeltaRL**
└Kreiszahl π

Out[42]=
 DeltaRL $\left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right)$

In[43]:= **DeltaRL = epsradL * tlay**

Out[43]=
 epsradL tlay

In[44]:= **epsradL = sigmaRad / Eml**

Out[44]=

$$\frac{\text{Ff1} \left(1 - \frac{1}{2} \text{kakappa mue} \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \right) \text{Sec} [\text{Alphasig}]}{4000 \text{ bu rt}}$$

In[45]:= **cQUEL /. {Ff1 → Fum * (2 * Cos [Alpha])} (*ok*)**
└Kosinus

Out[45]=

$$\frac{4000 \text{ bu rt} \text{Cos} [\text{Alpha0}] \text{Cos} [\text{Alphasig}]}{\left(1 - \frac{1}{2} \text{kakappa mue} \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \text{tlay}}$$

In[46]:= **cQUEL**

Out[46]=

$$\frac{4000 \text{ bu rt} \text{Cos} [\text{Alpha0}] \text{Cos} [\text{Alphasig}]}{\left(1 - \frac{1}{2} \text{kakappa mue} \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \right) \left(\text{Alpha0} + \frac{\pi}{2} \right) \text{tlay}}$$

Spreizung Schlaufenverzweigung (OK)

Formel

In[47]:= **DlSpr = Ff1 / cSpr / 2 * (Sin [Alpha]) ^ 2**
└Sinus

Out[47]=

$$\frac{\text{Ff1} \text{Sin} [\text{Alpha}]^2}{2 \text{cSpr}}$$

In[48]:= **cSpr = Em0 * 1000 * (3 * d^2 / 30) / (1.3 d)**

Out[48]=
 76.9231 d Em0

In[49]:= **cSprx = Ff1 / DlSpr**

Out[49]=
 153.846 d Em0 Csc [Alpha]^2

B.3.2 Kennwerte und Ansatzfunktionen lastabhängige Steifigkeit

6 | *NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb*

```
In[50]:= Sin[Alphastart1]
      Sinus
Out[50]= Sin[Alphastart1]
```

Kennwerte

Laminatparameter

```
In[51]:= Emsen = 7500;
In[52]:= nuparsen = 0.016;
          nusenpar = 0.32;
In[54]:= mue1 = 0.20;
```

Geometrie

```
In[55]:= Alpha0 = ArcSin[(rt + tu / 2) / l2eff];
          Arkussinus
In[56]:= l2eff = (12 - (2.7 * rt) * rt / 12);
In[57]:= Aum = bu * tu;
In[58]:= Asv = Af1 * kasv;
In[59]:= Af1 = Pi * d^2 / 4;
          Kreiszahl pi
In[60]:= Ff1 = sigf1 * Af1;
```

Geometrie spezifisch

```
In[61]:= bu50 = 88; tu50 = 13.7; d50 = 50; rThim50 = 111; l250 = 625;
In[62]:= bu40 = 64; tu40 = 11.2; d40 = 40; rThim40 = 96; l240 = 537;
In[63]:= bu20 = 32; tu20 = 6.2; d20 = 20; rThim20 = 48.5; l220 = 275;
In[64]:= (*check kasv*)
In[65]:= ksv = 1
Out[65]= 1
In[66]:= kasv50 = ksv * (1 + 0.5 * ((2 * Aum / Af1) - 1)) /. {bu -> bu50, tu -> tu50, d -> d50}
Out[66]= 1.11401
In[67]:= kasv40 = ksv * (1 + 0.5 * ((2 * Aum / Af1) - 1)) /. {bu -> bu40, tu -> tu40, d -> d40}
Out[67]= 1.07041
```

```

In[68]:= kasv20 = ksv * (1 + 0.5 * ((2 * Aum / Af1) - 1)) /. {bu -> bu20, tu -> tu20, d -> d20}
Out[68]=
1.13153

In[69]:= (*check l2eff*)
In[70]:= l2Eff50 = (12 - (2.7 * rThim) * rThim / 12) /. {12 -> 1250, rThim -> rThim50} // N
Out[70]=
571.773

In[71]:= l2Eff40 = (12 - (2.7 * rThim) * rThim / 12) /. {12 -> 1240, rThim -> rThim40} // N
Out[71]=
490.663

In[72]:= l2Eff20 = (12 - (2.7 * rThim) * rThim / 12) /. {12 -> 1220, rThim -> rThim20} // N
Out[72]=
251.905

```

Lastabhängige Steifigkeit Ef von sig

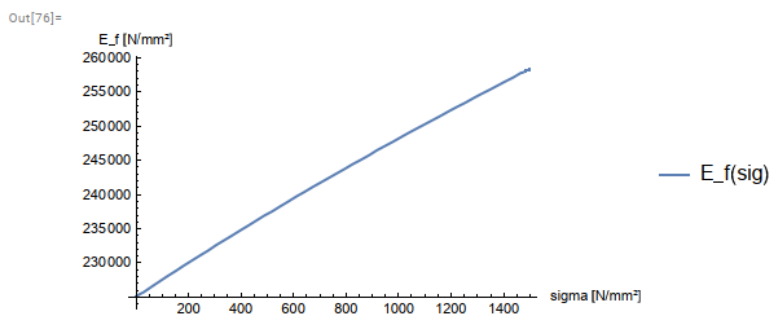
Lastabhängige Steifigkeit auf Faserebene

```

In[73]:= Efsig = 0.5 (Em0 + (Em0^2 + 4 * Em0 * fsig * sigi)^0.5) (*MPa*)
Out[73]=
0.5 (Em0 + (Em0^2 + 4 Em0 fsig sigi)^0.5)

In[74]:= fsig = 25.5;
In[75]:= Em0 = 225 000; (*MPa*)
In[76]:= plotEfsig = Plot[Efsig, {sigi, 0, 1500},
  PlotLegends -> {"E_f(sig)"}, AxesLabel -> {"sigma [N/mm^2]", "E_f [N/mm^2]"}]
  [Legenden der Graphik] [Achsenbeschriftungen] [numerischer Wert] [numerischer W

```



8 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

Lastabhängige Steifigkeit auf Laminebene

```
In[77]:= Emsig = Efsig * Vfgeh (*MPa*)
Out[77]= 0.5 (225 000 + (50 625 000 000 + 2.295 × 107 sigi)0.5) Vfgeh

In[78]:= plotEmsig = Plot[{Emsig /. {Efsig → Efsig, Vfgeh → 0.62}}, {sigi, 0, 1500},
    [stelle Funktion graphisch dar]
    PlotLegends → {"E(sig)"}, AxesLabel → {"sigma [N/mm2]", "E [N/mm2]"}]
    [_Legenden der Grap...[_Exponentia...[_Achsenbeschriftungen [_numerische...[_numerischer W

Out[78]=
```

Formel Einsetzen und Checken

Schlaufe Länge Schenkel - OK

```
In[79]:= cSV
Out[79]= 
$$\frac{d^2 \text{Emsch kasv } \pi \text{ strfu Cos [Alphasig]}}{4 \cdot 12}$$


In[80]:= Emsch = Emsig /. {sigi → (2 * Fum) / Asv}
Out[80]= 0.5 Vfgeh (225 000 + (50 625 000 000 +  $\frac{2.295 \times 10^7 \text{ sigf1 Sec [Alphasig]}}{\text{kasv}}$ )0.5)

In[81]:= cSV
Out[81]= 
$$\frac{1}{12} 0.392699 d^2 \text{ kasv strfu Vfgeh Cos [Alphasig]} \left( 225 000 + \left( 50 625 000 000 + \frac{2.295 \times 10^7 \text{ sigf1 Sec [Alphasig]}}{\text{kasv}} \right)^{0.5} \right)$$


In[82]:= Dlparsch
Out[82]= 
$$\frac{2.12 \text{ sigf1 Sec [Alphasig]}}{\text{kasv strfu Vfgeh (225 000 + (50 625 000 000 + } \frac{2.295 \times 10^7 \text{ sigf1 Sec [Alphasig]}}{\text{kasv}} \text{)}^{0.5})}$$

```

B.3.3 Assemblierung der Steifigkeitsanteile, allgemeine iterative Lösung

16 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

Schlaufe Gesamt Allg

Allgemeine iterative Lösung (nur Anteile Schlaufe, Umlenkung und Umlenkung Quer)

In[119]=

Dlgesa[Alphasig_] = (Dlparsch + Dlparum + DlQuerpara)

Out[119]=

$$\begin{aligned}
 & \frac{2.12 \operatorname{sigfl} \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{\operatorname{kasv} \operatorname{strfu} \operatorname{Vfgeh} \left(225000 + \left(50625000000 + \frac{2.295 \times 10^7 \operatorname{sigfl} \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{\operatorname{kasv}} \right)^{0.5} \right)} + \\
 & \frac{1}{8} d^2 \pi \operatorname{sigfl} \left(\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right] \right) \\
 & \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{kakappa} \operatorname{mue} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right] \right) \right) \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]^2 \\
 & \left(\frac{1.06667 \times 10^{-6}}{\operatorname{bu} \operatorname{rt}} + \frac{2.}{\operatorname{bu} \operatorname{tu} \operatorname{Vfgeh} \left(225000 + \left(50625000000 + \frac{9.01244 \times 10^6 d^2 \operatorname{sigfl} \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{\operatorname{bu} \operatorname{tu}} \right)^{0.5} \right)} \right) + \\
 & \frac{1}{2 \sqrt{1 - \frac{\left(\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2} \right)^2}{\left(12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12} \right)^2}}} \operatorname{tu} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right] \right) \\
 & \left(\frac{d^2 \pi \operatorname{sigfl} \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{kakappa} \operatorname{mue} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right] \right) \right)^2 \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{80000 \operatorname{bu} \operatorname{rt}} \right) + \\
 & \frac{0.251327 d^2 \operatorname{sigfl} \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{kakappa} \operatorname{mue} \left(\frac{\pi}{2} + \operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right] \right) \right) \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{\operatorname{bu} \operatorname{tu} \operatorname{Vfgeh} \left(225000 + \left(50625000000 + \frac{9.01244 \times 10^6 d^2 \operatorname{sigfl} \operatorname{Sec}[\operatorname{Alphasig}]}{\operatorname{bu} \operatorname{tu}} \right)^{0.5} \right)}
 \end{aligned}$$

In[120]=

Alsiga[Dl_] = ArcSin[(rt + tu / 2) / (12eff + Dl)]
Arkussinus

Out[120]=

$$\operatorname{ArcSin} \left[\frac{\operatorname{rt} + \frac{\operatorname{tu}}{2}}{\operatorname{Dl} + 12 - \frac{2.7 \operatorname{rt}^2}{12}} \right]$$

In[121]=

iterf = Dlgesa[Alsiga[Dlgesa[Alsiga[Dlgesa[Alsiga[Dlgesa[Alpha0]]]]]]];

B.3.4 Beispiel TK50

NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb | 17

Bsp TK50

direkte iterative Lösung (4 Iterationen) am Bsp. TK50

```
In[122]:=
iterf50Ent = iterf /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50,
    tu → tu50, kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, strfu → 1, kakappa → -1};

In[123]:=
iterf50Ent /. {sigfl → 1090}

Out[123]=
5.81026
```

Vergleichswert mit schrittweiser Iteration am Bsp. TK50

```
In[124]:=
(*Alphasig=ArcSin[rt/(l2+Dlges)]*)
[Arkussinus]
Dlgesa50[Alphasig_] =
(Dlparsch + Dlparum + DlQuerpara) /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50,
    tu → tu50, kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, strfu → 1, kakappa → -1}

Out[124]=

$$\frac{1809.8 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]}{225000 + \left(50625000000 + 2.06013 \times 10^7 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]\right)^{0.5} + 242351. \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]^2} + \left(1.092 \times 10^{-10} + \frac{0.00267569}{225000 + \left(50625000000 + 1.86887 \times 10^7 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]\right)^{0.5}}\right) + 12.4493 \left(0.0000139433 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}] + \frac{0.990082 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]}{225000 + \left(50625000000 + 1.86887 \times 10^7 \text{ sigfl Sec}[\text{Alphasig}]\right)^{0.5}}\right)$$

```

```
In[125]:=
Alphastart1

Out[125]=
0.207601

In[126]:=
Dl1 = Dlgesa50[Alphastart1] /. {sigfl → 1090}

Out[126]=
5.81331
```

18 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

```
In[127]:=
Alsiga50[D1_] = ArcSin[(rt + tu / 2) / (12eff + D1)] /. {d → d50, 12 → 1250,
rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62}
```

```
Out[127]=
ArcSin[ $\frac{117.85}{571.773 + D1}$ ]
```

```
In[128]:=
alsig501 = Alsiga50[D11] // N
```

```
Out[128]=
0.205482
```

```
In[129]:=
Dlgesa501 = Dlgesa50[alsig501] /. {sigf1 → 1090}
```

```
Out[129]=
5.81026
```

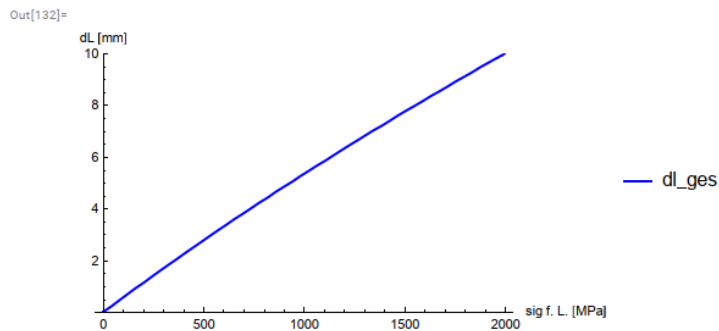
```
In[130]:=
alsig502 = Alsiga50[Dlgesa501]
```

```
Out[130]=
0.205483
```

Längenänderung DL TK50 - Ka-Kappa= -1 im Entlastungspfad

```
In[131]:=
iterf50Ent = iterf /. {d → d50, 12 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50,
tu → tu50, kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, strfu → 1, kakappa → -1};
```

```
In[132]:=
plotDLges500 = Plot[Evaluate@(iterf50Ent), {sigf1, 0, 2000},
PlotRange → {0, 10}, AxesLabel → {"sig f. L. [MPa]", "dL [mm]},
PlotLegends → {"dl_ges"}, PlotStyle → {Blue, Line}]
```



```

In[133]:= plotDLparSV500 = Plot[Evaluate@
  |stell...|werte aus
  (DlparSch /. {d → d50, l2 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50,
    mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, strfu → 1, kakappa → -1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"d1_SV"}, PlotStyle → {Orange, Dashed}];
  |Legenden der Graphik |Darstellungsstil |orange |gestrichelt

In[134]:= plotDLparUM500 =
  Plot[Evaluate@ (Dlparum /. {d → d50, l2 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50,
  |stell...|werte aus
    kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, kakappa → -1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"d1_UM"}, PlotStyle → {Gray, Dashed}];
  |Legenden der Graphik |Darstellungsstil |grau |gestrichelt

In[135]:= plotDLparQP500 =
  Plot[Evaluate@ (DlQuerpara /. {d → d50, l2 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50,
  |stell...|werte aus
    kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, kakappa → -1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"d1_Q-UM"}, PlotStyle → {Green, Dashed}];
  |Legenden der Graphik |Darstellungsstil |grün |gestrichelt

In[136]:= plotDLpQuerpl500 = Plot[Evaluate@
  |stell...|werte aus
  (DlQuerpl /. {d → d50, l2 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50,
    mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, tlay → 0.3, kakappa → -1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"d1_Q-Lay"}, PlotStyle → {Purple, Dashed}];
  |Legenden der Graphik |Darstellungsstil |lila |gestrichelt

In[137]:= plotDLspr500 = Plot[Evaluate@
  |stell...|werte aus
  (DlSpr /. {d → d50, l2 → 1250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50, mue →
    mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, Alpha → Alphastart1, kakappa → -1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"d1_Spr"}, PlotStyle → {Blue, Dotted}];
  |Legenden der Graphik |Darstellungsstil |blau |punktiert

In[138]:= plotDLgesA500 = Plot[Evaluate@ (Dlgesa50[Alphastart1]),
  |stell...|werte aus
  {sigf1, 0, 2000}, PlotStyle → {Red, Dotted}, PlotLegends → {"d1_ges_line"}];
  |Darstellungsstil |rot |punktiert |Legenden der Graphik

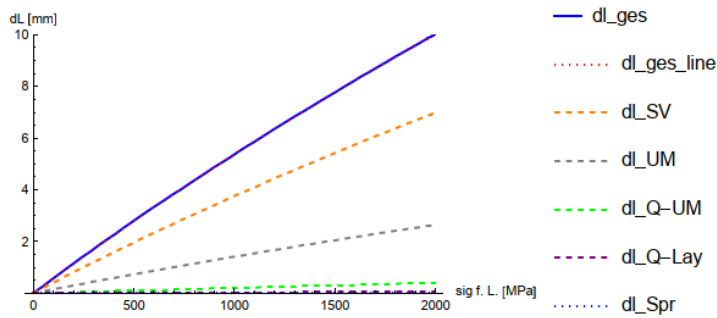
```

20 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

In[139]:=

```
pl = Show[plotDLges500, plotDLgesA500, plotDLparSV500,
  [zeige an
  plotDLparUM500, plotDLparQP500, plotDLpQuerpL500, plotDLSpr500]
```

Out[139]:=



Längenänderung DI TK50 - Ka-Kappa= +1 im Belastungspfad

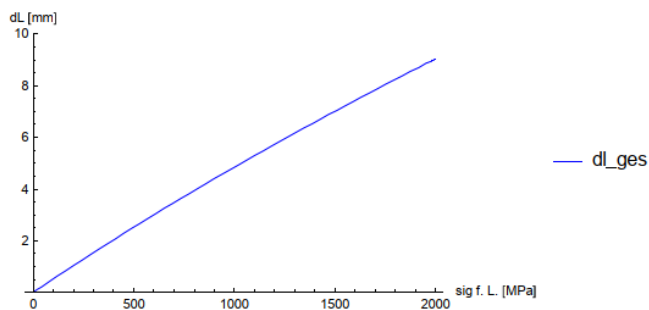
In[140]:=

```
iterf50Be = iterf /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50,
  tu → tu50, kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, strfu → 1, kakappa → +1};
```

In[141]:=

```
plotDLges500be = Plot[Evaluate@ (iterf50Be), {sigf1, 0, 2000},
  [stell... | werte aus
  PlotRange → {0, 10}, AxesLabel → {"sig f. L. [MPa]", "dL [mm]"},
  [Koordinatenbereich der G... | Achsenbeschriftungen
  PlotLegends → {"dl_ges"}, PlotStyle → {Blue, Line, Thickness[0.002]}]
  [Legenden der Graphik | Darstellungsstil | blau | Linie | Dicke
```

Out[141]:=



In[142]:=

```
plotDLparSV500be = Plot[Evaluate@
  [stell... | werte aus
  (Dlparsch /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50,
    mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, strfu → 1, kakappa → +1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"dl_SV"}, PlotStyle →
  [Legenden der Graphik | Darstellungsstil
  {Orange, Dashed, Thickness[0.002]}];
  [orange | gestrichelt | Dicke
```

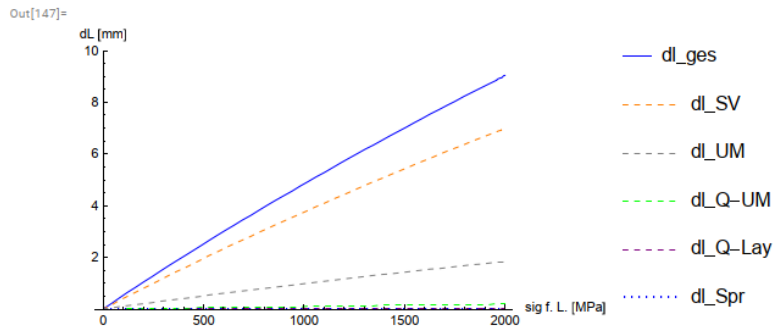
```
In[143]:=
plotDLparUM500be =
Plot[Evaluate@ (Dlparum /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50,
  kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, kakappa → +1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"dl_UM"}, PlotStyle →
  {Gray, Dashed, Thickness[0.002]};
```

```
In[144]:=
plotDLparQP500be =
Plot[Evaluate@ (DlQuerpara /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50,
  kasv → kasv50, mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, kakappa → +1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"dl_Q-UM"}, PlotStyle →
  {Green, Dashed, Thickness[0.002]};
```

```
In[145]:=
plotDLpQuerpl500be = Plot[Evaluate@
  (DlQuerpl /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50,
    mue → mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, tlay → 0.3, kakappa → +1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"dl_Q-Lay"}, PlotStyle →
  {Purple, Dashed, Thickness[0.002]};
```

```
In[146]:=
plotDLSpr500be = Plot[Evaluate@
  (DlSpr /. {d → d50, l2 → l250, rt → rThim50, bu → bu50, tu → tu50, kasv → kasv50, mue →
    mue1, Vfgeh → 0.62, Alphasig → Alphastart1, Alpha → Alphastart1, kakappa → +1}),
  {sigf1, 0, 2000}, PlotLegends → {"dl_Spr"}, PlotStyle → {Blue, Dotted};
```

```
In[147]:=
p1 = Show[plotDLges500be, plotDLparSV500be,
  plotDLparUM500be, plotDLparQP500be, plotDLpQuerpl500be, plotDLSpr500be]
```



22 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

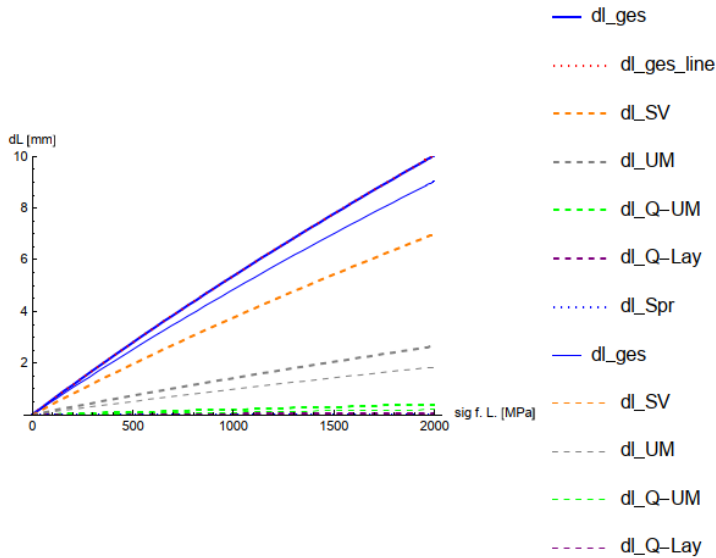
In[148]:=

```

p1 = Show[plotDLges500, plotDLgesA500, plotDLparSV500, plotDLparUM500,
  zeige an
  plotDLparQP500, plotDLpQuerpl500, plotDLSpr500, plotDLges500be,
  plotDLparSV500be, plotDLparUM500be, plotDLparQP500be, plotDLpQuerpl500be]

```

Out[148]:=



Näherungsfunktion für DL[sig] TK50

In[292]:=

```

iterf50 = iterf /. {d -> d50, l2 -> l250, rt -> rThim50, bu -> bu50,
  tu -> tu50, kasv -> kasv50, mue -> mue1, Vfgeh -> 0.62, strfu -> 1, kakappa -> 0};

```

In[293]:=

```
(*Definiere Funktion die genähert werden soll*)
```

In[294]:=

```
origFunc = iterf50;
```

In[295]:=

```

(*Erzeuge numerische Wertepaare für die Anpassung*)
data = Table[{sigf1, origFunc}, {sigf1, 10, 2000, 10}];
  Tabelle
(*Führe die nichtlineare Anpassung durch*)
fitParams = FindFit[data, a sigf1^2 + b sigf1 + c, {a, b, c}, sigf1]
  Ermittelte Anpassung
(*Visualisiere die Originalfunktion vs. Näherung*)
approxFunc[sigf1_] = a sigf1^2 + b sigf1 + c /. fitParams

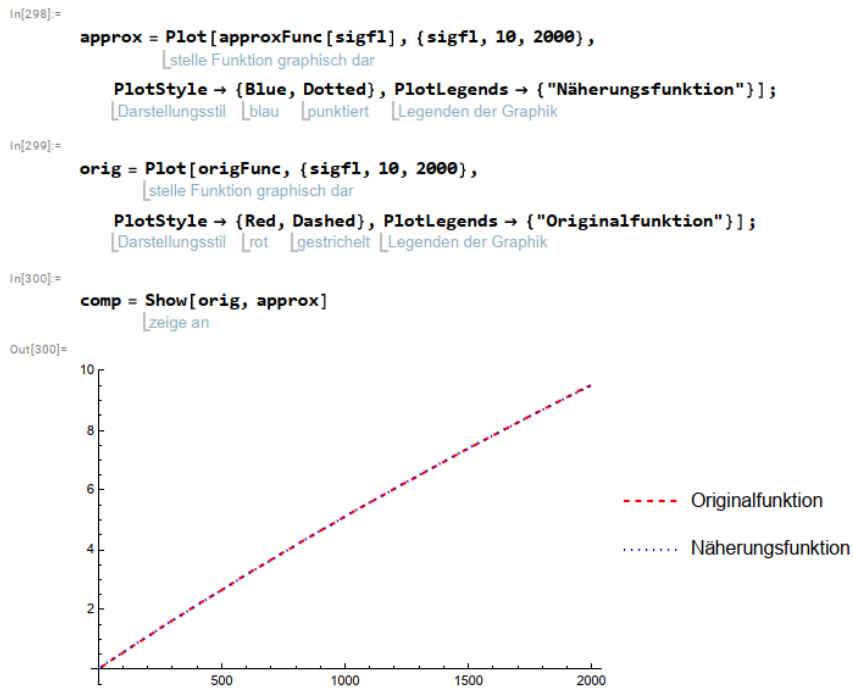
```

Out[296]:=

```
{a -> -3.37982 × 10-7, b -> 0.00541578, c -> 0.0230333}
```

Out[297]:=

```
0.0230333 + 0.00541578 sigf1 - 3.37982 × 10-7 sigf12
```



Längenänderung DL TK50 ---- bis zur Messmarke

```
In[301]=
EmsigF1 = Emsig /. {sigi → sigf1, Vfgeh → 0.62};
PosMM = 1000;

In[303]=
DLgesMM = iterf50 + (PosMM - 1250) * sigf1 / EmsigF1 /.
  {kasv → kasv50, d → d50, bu → bu50, tu → tu50, Vfgeh → 0.62};
```

24 | NEU_Schlaufe_nonl_ksv_250424.nb

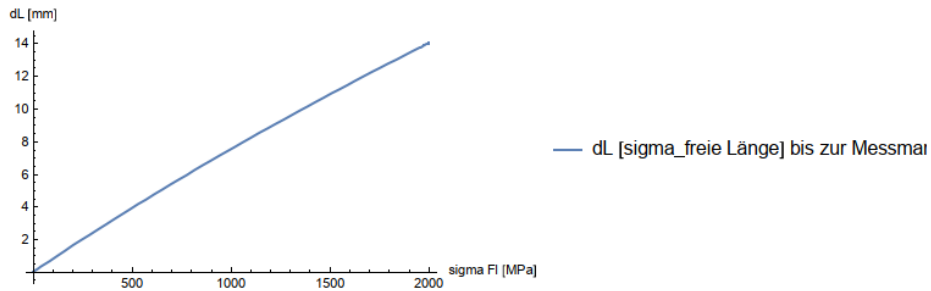
In[304]:=

```

plotDLgesMM50 =
  Plot[Evaluate@(DLgesMM), {sigf1, 0, 2000}, AxesLabel -> {"sigma F1 [MPa]", "dL [mm]"},
    [stell... [werte aus] [Achsenbeschriftungen]
    PlotLegends -> {"dL [sigma_freie Länge] bis zur Messmarke"}]
    [Legenden der Graphik]

```

Out[304]=



In[305]:=

```
DLgesMMN = DLgesMM /. {sigf1 -> 1000 * Ni / Af1};
```

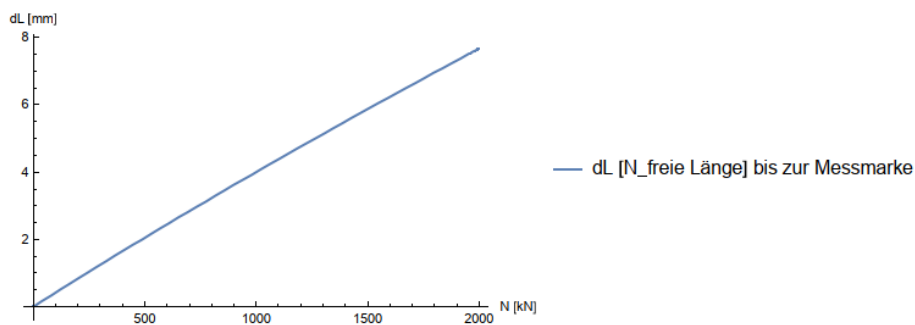
In[306]:=

```

plotDLgesMMN50 = Plot[Evaluate@(DLgesMMN /. {d -> d50}),
  [stell... [werte aus]
  {Ni, 0, 2000}, AxesLabel -> {"N [kN]", "dL [mm]"},
  [Achsenbeschrift... [numerischer Wert]
  PlotLegends -> {"dL [N_freie Länge] bis zur Messmarke"}]
  [Legenden der Graphik]

```

Out[306]=



Näherungsfunktion für DL[N] TK50 ---- Messmarke

In[307]:=

```
(*Definiere Funktion die genähert werden soll*)
```

In[308]:=

```
origFunc = DLgesMMN /. {d -> d50};
```

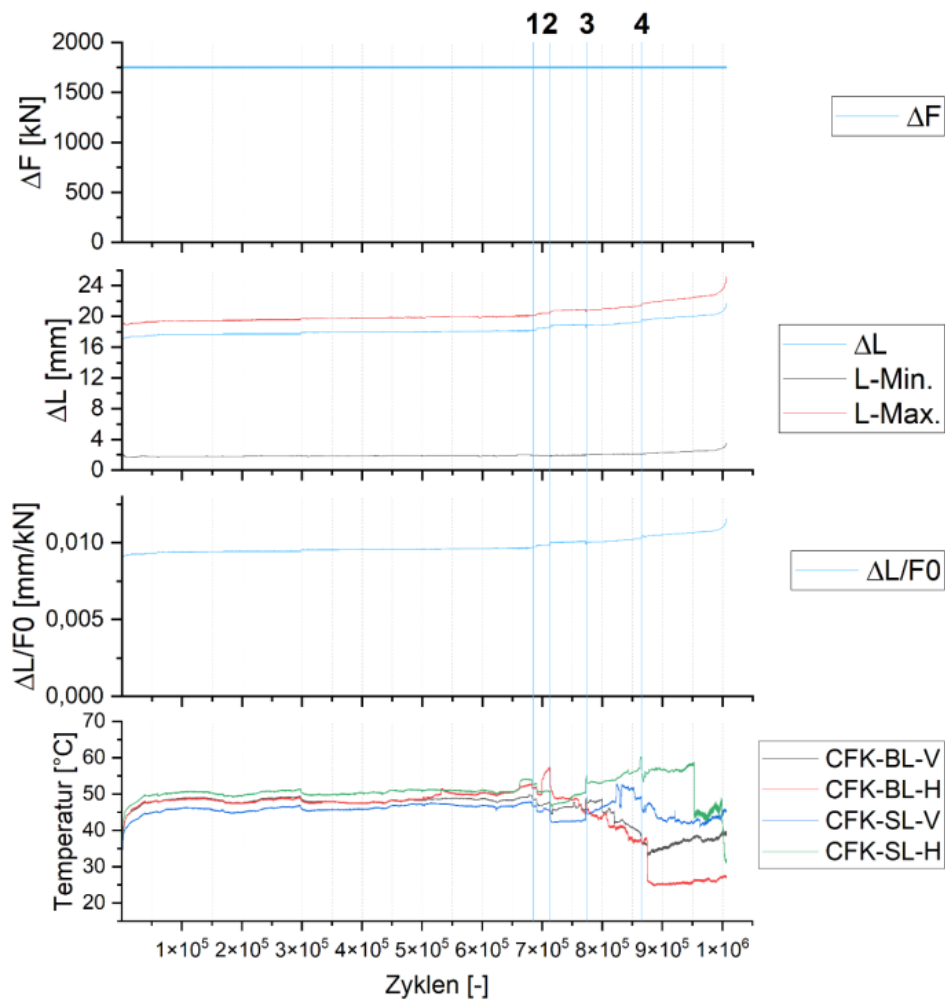
B.4 Herstdokumentation

Prüfmuster Ermüdungsversuche						
Muster	Charge	Kau- schen Typ	Schief- stellung Thimble [mrad]	Faser (Liefer- zertifikat)	Zugfestigkeit der Faser [MPa]	
1	2	3	4	5	6	
FAT-B SN1 Lot 2		A	A	keine	UTS50 JAP	5078 (202103278)
FAT-B SN2 Lot 2						
FAT-A SN1 Lot 2				20		
FAT-A SN2 Lot 2						
FAT-A SN3 Lot 2						
FAT-A SN4 Lot 2						
TK50-7	Charge 1	A	B	keine	UTS50 E (220420410)	5076
TK50-8	Charge 1					
TK50-9	Charge 3				UTS50 E (220420420)	5014
TK50-10	Charge 4					
TK50-12	Charge 6					
TK50-11	Charge 6				T700SC-12000-5	4949
TK40-7	Charge 1	A	B	keine	UTS50 E (220420410)	5076
TK40-8	Charge 1					
TK40-4	Charge 1					
TK40-5	Charge 1					
TK40-15	Charge 1					
TK40-9	Charge 1	C	B	30--27 (Wippe)		
TK40-10	Charge 1	C	B	0--3 (Wippe)		
TK40-6	Charge 3	A	B	0--3 (Wippe)	UTS50 E (230320410)	5081
TK40-11	Charge 4	C	B			
TK40-12	Charge 5	A	B			
TK40-14	Charge 2	C	B			
TK40-19	Charge 7	A	A			
TK20-6	Charge 1	A	B	keine	UTS50 E (220420410)	5076
TK20-7	Charge 1	A	B			
TK20-8	Charge 1	A	B			
TK20-9	Charge 1	A	B			
TK20-10	Charge 1	A	B			
TK20-11	Charge 1	A	B			
TK20-12	Charge 1	A	B			
TK20-13	Charge 1	A	B			
TK20-14	Charge 1	A	B			
TK20-16	Charge 3	A	B			
TK20-17	Charge 3	C	B			
TK20-18	Charge 3	A	B			
TK20-19	Charge 3	A	B			
TK20-20	Charge 1	C	B	20 mrad		
TK20-21	Charge 1	C	B			
TK20-22	Charge 2	C	B	keine		
TK20-23	Charge 2	C	B			
TK20-24	Charge 3	C	B			
TK20-25	Charge 3	C	B			
TK20-26	Charge 3	A	B			

C Ermüdungsversuche

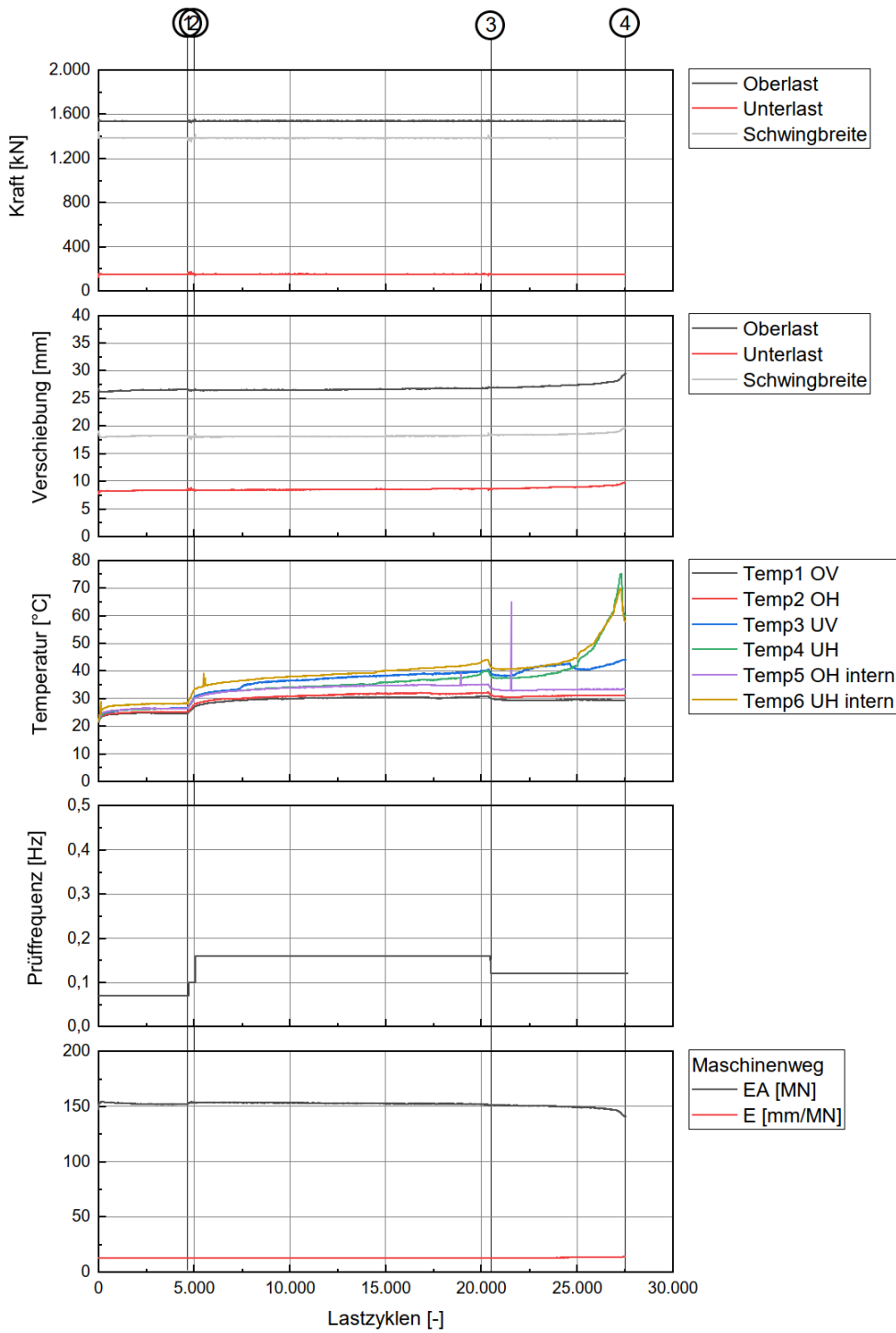
C.1 Unterlagen zu Betrachtungen zum Einfluss der Frequenzkontrolle – exemplarische Auswahl

TK50-10



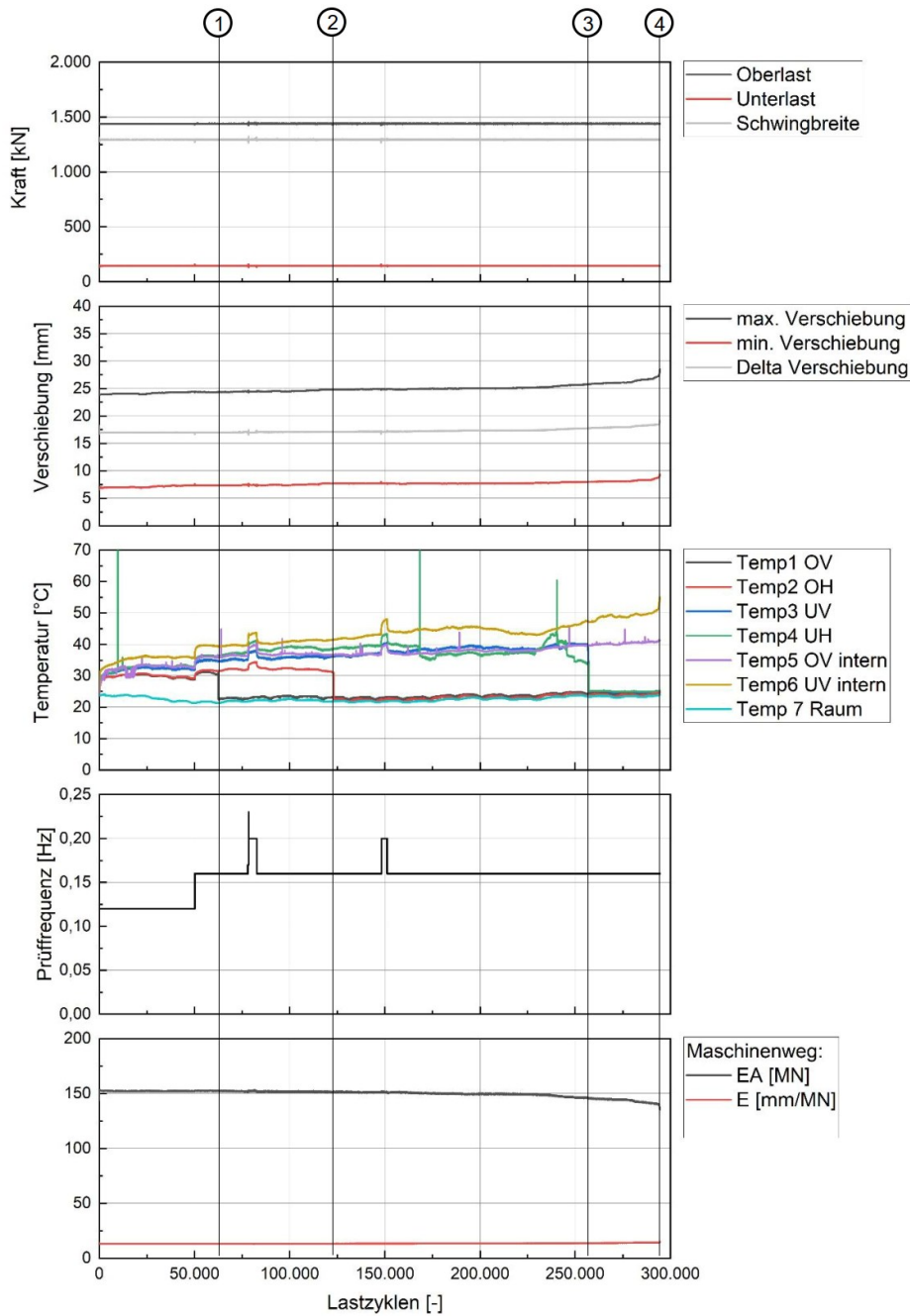
Ereignis	LW	Beschreibung
0	0	Versuchsstart mit Prüffrequenz von 0,35 Hz
1	690.000	Beginn Absenkung Prüffrequenz sukzessive auf 0,3 Hz im Punkt 2
2	708.000	Prüffrequenz 0,3 Hz
3	774.000	Beginn Absenkung Prüffrequenz sukzessive auf 0,24 Hz im Punkt 4
4	860.000	Prüffrequenz 0,24 Hz

TK40-7



Ereignis	LW	Beschreibung
1	4.700	Erhöhung Frequenz 0,07 Hz -> 0,1 Hz
2	5.050	Erhöhung Frequenz 0,1 Hz -> 0,16 Hz
3	20.449	Senkung Frequenz 0,16 Hz -> 0,12 Hz
4	27.668	Prüfmaschine in Grenze gefahren, unklar ob Versuch kaputt

TK40-8



Ereignis	LW	Beschreibung
1	ca. 67.000	Temp1 OV löst sich von Oberfläche
2	ca.122.000	Temp2 OH löst sich von Oberfläche
3	Ca.255.000	Temp3 und Temp 4 lösen sich von Oberfläche
4	294.480	Versuchende, Prüfkörper kaputt
5		
6		

C.2 Vereinfachter Ansatz zur Einschätzung der Reibwärmeleistung

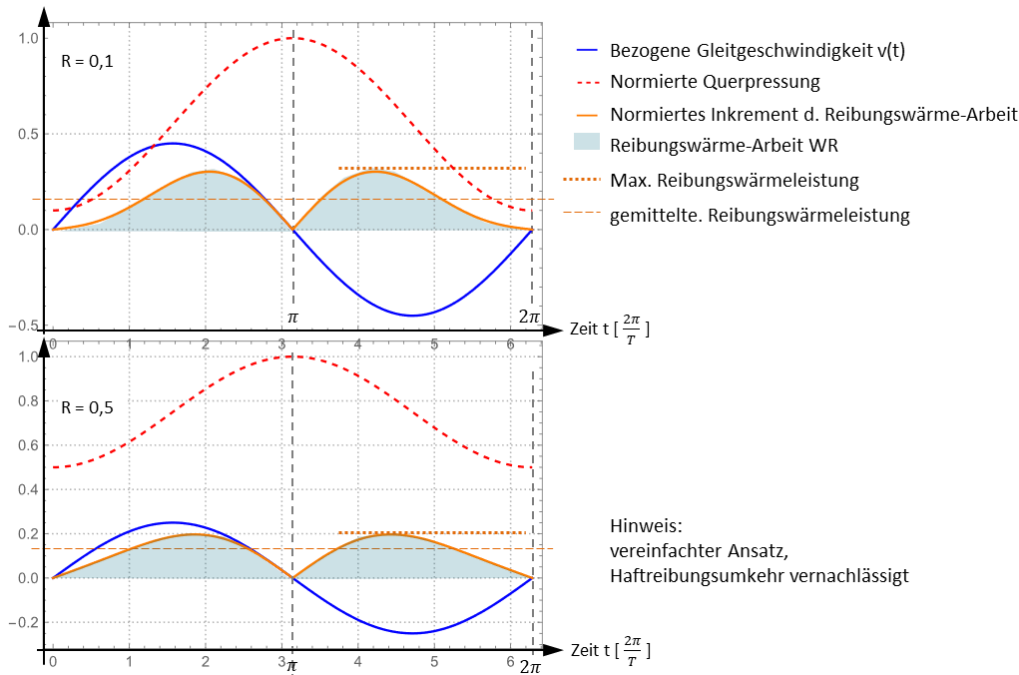


Abbildung 0-5 Zeitlicher Verlauf der radialen Querpressung, der Gleitgeschwindigkeit zwischen Schlaufe und Thimble und der Reibwärmeleistung.

Anhand des zeitlichen Verlaufes der Querpressung in der Gleitfuge $f_n(t)$ in Abhängigkeit der Querpressung bei Oberlast f_{no} und dem Verhältnis der Unterlast zur Oberlast $R = f_u / f_o$ kann durch Multiplikation mit dem inkrementellen Gleitweg $ds(t)$ aus der Gleitgeschwindigkeit $v(t)$ das Inkrement der Reibwärmearbeit $dWR(t)$ bestimmt werden.

$$f_n(t) = f_{no} + \frac{1}{2}(-f_{no} + f_{no} \cdot R) - \frac{1}{2}(f_{no} - f_{no} \cdot R) \cos\left[\frac{2\pi t}{T}\right] \quad (\text{Gl. C 1-6})$$

$$v(t) = v_{Max} \sin\left[\frac{2\pi t}{T}\right] = \frac{\pi s_{Max} \sin\left[\frac{2\pi t}{T}\right]}{T} \quad (\text{Gl. C 1-7})$$

$$v_{Max} = \frac{\pi s_{Max}}{T} \quad (\text{Gl. C 1-8})$$

s_{Max} ... elastischer Gleitweg zwischen Oberlast und Unterlast

$$dWR(t) = f_n(t) \cdot \mu \cdot ds = f_n(t) \cdot \mu \cdot v(t) dt \quad (\text{Gl. C 1-9})$$

$$dwR(t) = \frac{\mu \cdot \pi \cdot sMax \left(fno + \frac{1}{2}(-fno + fno \cdot R) - \frac{1}{2}(fno - fno \cdot R) \cos \left[\frac{2\pi t}{T} \right] \right) \sin \left[\frac{2\pi t}{T} \right]}{T} \quad (\text{Gl. C 1-10})$$

Die bei einem Lastwechsel erzeugte Reibwärme pro Fläche am Ablösepunkt kann durch Integration von $dwR(t)$ über eine Periodendauer T bestimmt werden zu

$$wR = \frac{1}{2} fno \mu (1 + R) sMax \quad [Nm/mm^2, J/mm^2] \quad (\text{Gl. C 1-11})$$

Unter Annahme eines Bereiches mit Haftreibung von 1/3 der Länge bis zum Ablösepunkt und einer linearen Zunahme des maximalen Gleitweges pro Lastwechsel für die jeweilige Stelle auf der Gleifläche bis zum maximalen Gleitweg am Ablösepunkt kann die Reib-Wärmearbeit pro Lastwechsel als Integration über die gleitende Fläche (Länge l_a vom Faserruhepunkt bis zum Ablösepunkt und Breite b der Schlaufe) ermittelt werden

$$WR = \frac{1}{2} wR \cdot \frac{2}{3} l_a \cdot b \quad [Nm, J] \quad (\text{Gl. C 1-12})$$

Hieraus ergibt sich die Reib-Wärmeleistung PR als Reibwärme-Arbeit pro Zeiteinheit T.

$$PR = \frac{WR}{T} \quad [W] \quad (\text{Gl. C 1-13})$$

Aus dieser vereinfachten Betrachtung lässt sich leicht erklären, dass erstens die maximale Reibwärmeleistung jeweils immer nur kurzzeitig auftritt und beispielsweise bei einem Verhältnis $R = 0,1$ etwas mehr als doppelt so hoch ist, wie die mittlere Reibwärmeleistung. Zweitens wird die maximale Reibwärme örtlich dort erzeugt, wo der Reibweg am größten ist: am Ablösepunkt. Zusätzlich spielt die Abnahme der Wärme vom Ort des Entstehens bis zum Ort des Messfühlers infolge räumlicher Ausbreitung und Ableitung in verschiedene Richtungen eine Rolle. Vereinfachend kann daraus geschlossen werden, dass die kurzzeitig örtlich auftretende Reibwärmeleistung mindestens vier- bis sechsmal so hoch sein muss, wie die örtlich und zeitlich gemittelte Wärmeleistung, welche von den Temperatursensoren erfasst werden kann. Wenn beispielsweise bei Raumtemperatur von 20 °C an einem Temperaturfühler auf der Seitenflanke des Thimbles 60 °C erfasst werden, ist es damit durchaus plausibel, dass am Ablösepunkt sehr kurzzeitig und lokal auftretende maximale Temperaturen von über 120 °C auftreten können.

Um einen Bezug zwischen unterschiedlich großen Strangschlaufen zu ermöglichen, kann die ermittelte Reibwärmeleistung durch die zum Wärmeabfluss zur Verfügung stehende Fläche geteilt werden. Als Referenzfläche werden vereinfachend die Seitenflächen des Thimbles und die Hälfte der Oberfläche der Schlaufe zwischen den Ablösepunkten herangezogen, wodurch die geringere Wärmeableitung durch das Laminat berücksichtigt wird.

Diese vereinfachende Betrachtung erhebt nicht den Anspruch, die Temperatur am Ort des Entstehens zuverlässig vorherzusagen, kann aber als vergleichendes Kriterium zur Einschätzung unterschiedlicher Versuchsrandbedingungen herangezogen werden, um insbesondere bei der Planung weiterer Versuche das Risiko des Reibwärmever sagens zu begrenzen.

D Betrachtungen zur Auswertung der Last-Verformungskurve

D.1 Lastniveaus für die Auswertung des E-Moduls nach ISO 11566 [N23]

Untere und obere Laststufe des Auswertungsbereiches für die Bestimmung des E-Moduls nach ISO 11566 [N23] Methode A respektive EN ISO 10618:2004 [N24] Methode B für einen Roving mit 1636 tex.

$$\sigma_1 = \frac{400 \text{ mN}}{\text{tex}} \cdot \frac{1636 \text{ tex}}{0.9 \text{ mm}^2} = 727 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{Gl. D 1-14})$$

$$\sigma_2 = \frac{800 \text{ mN}}{\text{tex}} \cdot \frac{1636 \text{ tex}}{0.9 \text{ mm}^2} = 1454 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{Gl. D 1-15})$$

Dies entspricht Laststufen von 14,2 % respektive 28,4 % der Zugfestigkeit der Faser von 5078 MPa. Der mit diesen beiden Stützstellen ermittelte E-Modul korrespondiert näherungsweise mit dem Tangentenmodul bei 1090 MPa.

Umgerechnet auf die bezogene Bruchlast eines Zuggliedes TK50 entspricht das Laststufen von 25 % bzw. 50 % der Bruchlast des Zuggliedes.

$$F_1 = \frac{400 \text{ mN}}{\text{tex}} \cdot \frac{1636 \text{ tex}}{0.9 \text{ mm}^2} \cdot 1233,3 \text{ mm}^2 = 897 \text{ kN} \approx 0,25 \cdot 3599 \text{ kN} \quad (\text{Gl. D 1-16})$$

$$F_2 = \frac{800 \text{ mN}}{\text{tex}} \cdot \frac{1636 \text{ tex}}{0.9 \text{ mm}^2} \cdot 1233,3 \text{ mm}^2 = 1794 \text{ kN} \approx 0,50 \cdot 3599 \text{ kN} \quad (\text{Gl. D 1-17})$$

D.2 Umstellung der Beziehung des E-Moduls in Abhängigkeit von der Dehnung zum E-Modul in Abhängigkeit von der Spannung

Umstellung der Beziehung E(eps) nach E(sigma)

```
In[2]:= sig = 3 420 000 * eps ^ 2 + 220 260 * eps + 0.029
```

```
Out[2]= 0.029 + 220 260 eps + 3 420 000 eps2
```

```
In[3]:= plotsig = Plot[{1 sig}, {eps, 0, 0.006},
```

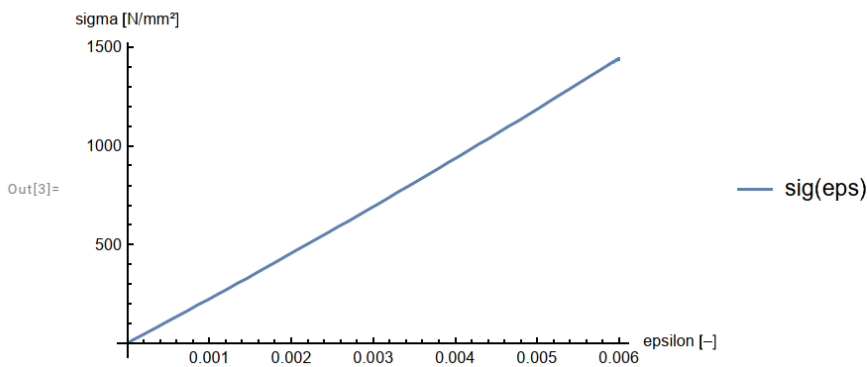
[\[stelle Funktion graphisch dar](#)

```
PlotLegends -> {"sig(eps)"}, AxesLabel -> {"epsilon [-]", "sigma [N/mm2]"}]
```

[\[Legenden der Graphik](#)

[\[Achsenbeschriftungen](#)

[\[numerischer W](#)



```
In[4]:= Em1 = D[sig, eps]
```

[\[leite ab](#)

```
Out[4]= 220 260 + 6 840 000 eps
```

```
In[17]:= plotEm1 = Plot[{Em1}, {eps, 0, 0.006},
```

[\[stelle Funktion graphisch dar](#)

```
PlotLegends -> {"E(eps)"}, AxesLabel -> {"epsilon [-]", "E [N/mm2]"}]
```

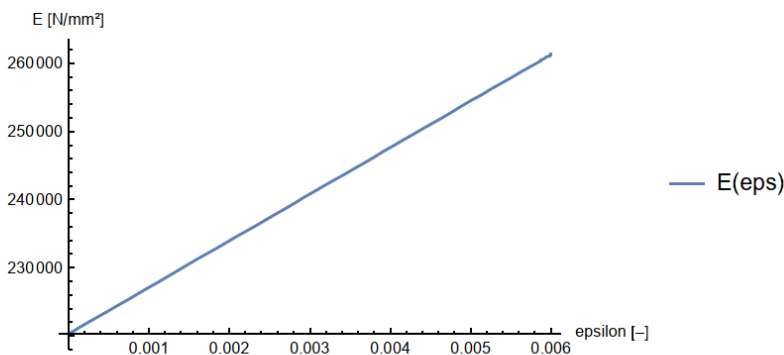
[\[Legenden der Grap...](#)

[\[Exponentia...](#)

[\[Achsenbeschriftungen](#)

[\[... \[numerischer W](#)

Out[17]=



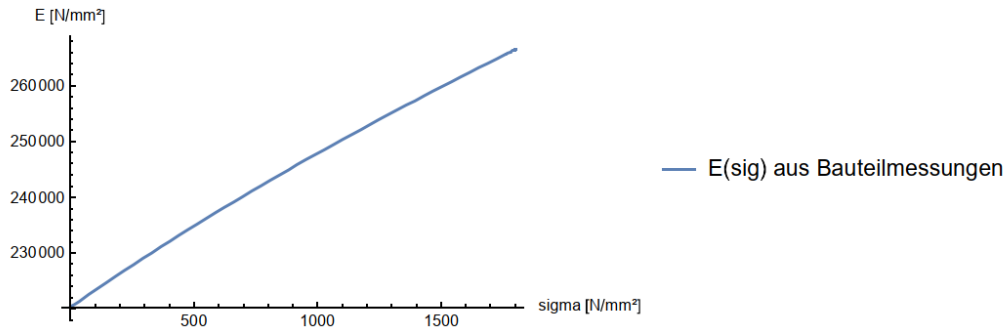
```
In[6]:= Solve[Em2 == 220 260 + 6 840 000 sig1 / Em2, Em2]
```

[\[löse](#)

```
Out[6]= {{Em2 -> 30 (3671 - sqrt(13 476 241 + 7600 sig1))}, {Em2 -> 30 (3671 + sqrt(13 476 241 + 7600 sig1))}}
```

```
In[*]:= plotEm2 = Plot[ $\left\{30 \left(3671 + \sqrt{13\,476\,241 + 7600 \text{ sig1}}\right)\right\}$ ,
    [stelle Funktion graphisch dar]
    {sig1, 0, 1800}, PlotLegends -> {"E(sig) aus Bauteilmessungen"},
    [Legenden der Graph... [Exponentialkonstante E]
    AxesLabel -> {"sigma [N/mm²]", "E [N/mm²]"}]
    [Achsenbeschriftungen [numerische... [numerischer Wert]
```

Out[*]=



In[1211]=

```
Evaluate@ $\left(30 \left(3671 + \sqrt{13\,476\,241 + 7600 \text{ sig1}}\right) /. \{sig1 \rightarrow 1090\}\right) // N$ 
    [werte aus [numerischer Wert]
```

Out[1211]=

250074.

Umstellen der allgemeinen Form

```
Solve[Em2 == Em0i * (1 + fac sig1 / Em2), Em2]
    [löse]
    (* Em0 + Em0 fac eps = Em0 + Em0 fac sig / Em2*)
```

Out[1214]=

```
 $\left\{\left\{Em2 \rightarrow \frac{1}{2} \left(Em0i - \sqrt{Em0i} \sqrt{Em0i + 4 \text{ fac sig1}}\right)\right\}, \left\{Em2 \rightarrow \frac{1}{2} \left(Em0i + \sqrt{Em0i} \sqrt{Em0i + 4 \text{ fac sig1}}\right)\right\}\right\}$ 
```

Bestimmen des Faktors fac_sigma für das Beispiel TK50 - 1 W

In[1215]=

```
Solve[ $\frac{1}{2} \left(220\,000 + \sqrt{220\,000^2 + 4 * 220\,000 * \text{fac} * 1090}\right) == 250\,074, \text{fac}] // N$ 
    [löse [numerischer Wert]
```

Out[1215]=

```
{{fac -> 31.3625}}
```

Bestimmen des Faktors fac_sigma für den Mittelwert der Fasereigenschaften mit 250GPa bei sig=1.090 GPa

In[1414]=

```
Solve[ $\frac{1}{2} \left(225 + \sqrt{225^2 + 4 * 225 * \text{fac} * 1.090}\right) == 250, \text{fac}] // N$ 
    [löse [numerischer Wert]
```

Out[1414]=

```
{{fac -> 25.4842}}
```

D.3 Umstellung der Beziehung nach Kant&Penumadu und Vergleich

Vergleich mit der Funktion nach Kant&Penumadu

```
In[*]:= (*Funktion nach Kant penumadu*)
```

```
In[*]:= eps1 = sig2 / Emk
```

```
Out[*]:=
```

$$\frac{\text{sig2}}{\text{Emk}}$$

```
In[*]:= Solve[0 == -Emk1^2 + Em21 * Emk1 + (29.4 * Em21 - 1010) * sig21, Emk1]
```

```
|löse
```

Solve: Solve was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result.

```
Out[*]:=
```

$$\left\{ \left\{ \text{Emk1} \rightarrow 0.5 \left(\text{Em21} - 0.447214 \sqrt{5. \text{Em21}^2 - 20200. \text{sig21} + 588. \text{Em21} \text{sig21}} \right) \right\}, \right. \\ \left. \left\{ \text{Emk1} \rightarrow 0.5 \left(\text{Em21} + 0.447214 \sqrt{5. \text{Em21}^2 - 20200. \text{sig21} + 588. \text{Em21} \text{sig21}} \right) \right\} \right\}$$

```
In[*]:= Emk1 = 0.5 (Em21 + 0.447214 sqrt(5. Em21^2 - 20200. sig21 + 588. Em21 sig21))
```

```
Out[*]:=
```

$$0.5 \left(\text{Em21} + 0.447214 \sqrt{5. \text{Em21}^2 - 20200. \text{sig21} + 588. \text{Em21} \text{sig21}} \right)$$

```
In[*]:= plotEmk = Plot[{Emk1} /. {Em21 -> 220000},
```

```
|stelle Funktion graphisch dar
```

```
{sig21, 0, 1800}, PlotLegends -> {"E(sig) nach Kant&Penumadu"},
```

```
|Legenden der Grap... |Exponentialkonstante E
```

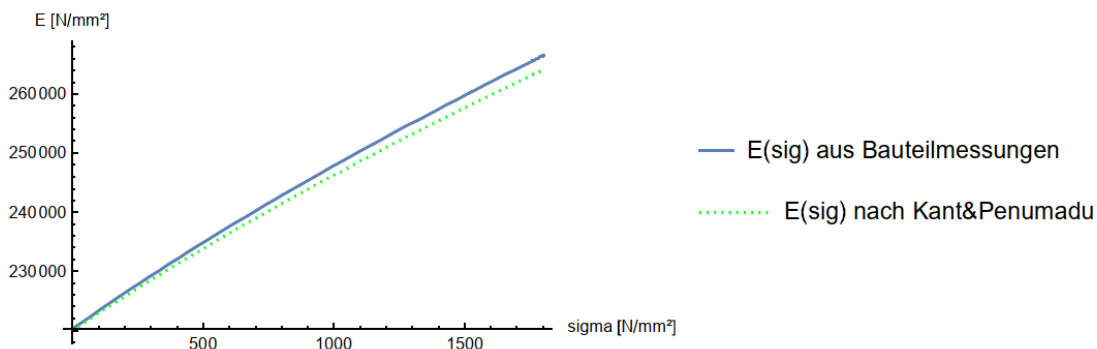
```
AxesLabel -> {"sigma [N/mm^2]", "E [N/mm^2]"}, PlotStyle -> {Green, Dashing[Tiny]}}
```

```
|Achsenbeschriftungen |numerische... |numerische... |Darstellungsstil |grün |Strichel... |sehr klein
```

```
In[*]:= Show[plotEm2, plotEmk]
```

```
|zeige an
```

```
Out[*]:=
```



D.4 Näherungsgleichung für die auf den Faserquerschnitt bezogene Bauteilsteifigkeit

Bestimmung des mittleren Verlaufes für E von sigma aus den Versuchswerten

Näherungsfunktion für die fBTS

```
(*Erzeuge numerische Wertepaare für die Anpassung*)
data = {{400, 233 330}, {800, 243 040}, {1200, 250 530}}
(*Führe die nichtlineare Anpassung durch*)
fitParams = FindFit[data, 0.5 * (E0 + (E0^2 + 4 * fa * E0 * sigfl) ^0.5), {fa, E0}, sigfl]
      [ermittle Anpassung]

(*Visualisiere die Originalfunktion vs.Näherung*)
approxFunc[sigfl_] = 1 / 2 * (E0 + (E0^2 + 4 * fa * E0 * sigfl) ^0.5) /. fitParams

Out[1425]=
{{400, 233 330}, {800, 243 040}, {1200, 250 530}}

Out[1426]=
{fa -> 25.0498, E0 -> 223 980.}

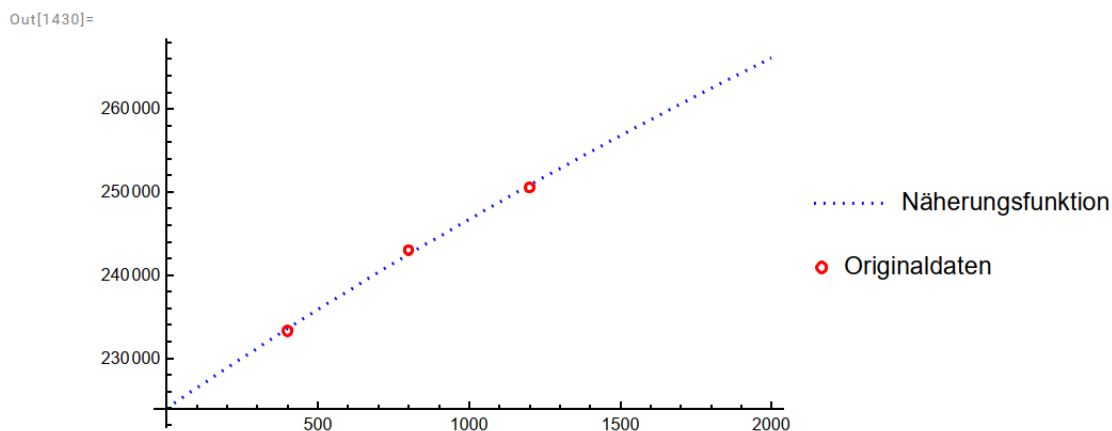
Out[1427]=

$$\frac{1}{2} \left( 223\,980. + \left( 5.01669 \times 10^{10} + 2.24426 \times 10^7 \text{sigfl} \right)^{0.5} \right)$$


In[1439]:=
approx = Plot[approxFunc[sigfl], {sigfl, 0, 2000},
      [stelle Funktion graphisch dar]
      PlotStyle -> {Blue, Dotted}, PlotLegends -> {"Näherungsfunktion"}];
      [Darstellungsstil [blau [punktirt [Legenden der Graphik]

In[1429]:=
orig = ListPlot[data[[ ; ; , {1, 2}]], PlotRange -> All,
      [listenbezogene Graphik [Koordinatenbereich [alle
      PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}, PlotLegends -> {"Originaldaten"}];
      [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis [Legenden der Graphik]

In[1430]:=
comp = Show[approx, orig]
      [zeige an]
```



D.5 Grenzwerte für die Auswertung

Grenzwerte

Zulässige Grenzen E1090freieLänge/E1090Faser

```
approxFunc [1090]
```

```
Out[352]=  
248 582.
```

```
In[358]:=  
Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[358]=  
250 014.
```

```
In[360]:=  
mw = approxFunc [1090] / Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[360]=  
0.99427
```

```
In[361]:=  
grOben = mw + 0.0256
```

```
Out[361]=  
1.01987
```

```
In[362]:=  
grUnten = mw - 0.027
```

```
Out[362]=  
0.96727
```

Zulässige Grenzen E1000freieLänge/E1090Faser

```
In[363]:=  
approxFunc [1000]
```

```
Out[363]=  
246 720.
```

```
In[364]:= Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[364]= 250 014.
```

```
In[367]:= mw = approxFunc[1000] / Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[367]= 0.986826
```

```
In[368]:= grOben = mw + 0.0256
```

```
Out[368]= 1.01243
```

```
In[369]:= grUnten = mw - 0.027
```

```
Out[369]= 0.959826
```

Zulässige Grenzen E800freieLänge/E1090Faser

```
In[370]:= approxFunc[800]
```

```
Out[370]= 242 490.
```

```
In[371]:= Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[371]= 250 014.
```

```
In[372]:= mw = approxFunc[800] / Efvsig /. {Em0i → 225 000, fac → 25.5, sig1 → 1090}
```

```
Out[372]= 0.969904
```

```
In[373]:= grOben = mw + 0.0256
```

```
Out[373]= 0.995504
```

```
In[374]:= grUnten = mw - 0.027
```

```
Out[374]= 0.942904
```

Zulässige Grenzen E250freieLänge/E1090Faser

```
In[375]:= approxFunc[250]
```

```
Out[375]= 230 076.
```

```
In[376]:= Efvsig /. {Em0i -> 225 000, fac -> 25.5, sig1 -> 1090}
```

```
Out[376]= 250 014.
```

```
In[377]:= mw = approxFunc [250] / Efvsig /. {Em0i -> 225 000, fac -> 25.5, sig1 -> 1090}
```

```
Out[377]= 0.920252
```

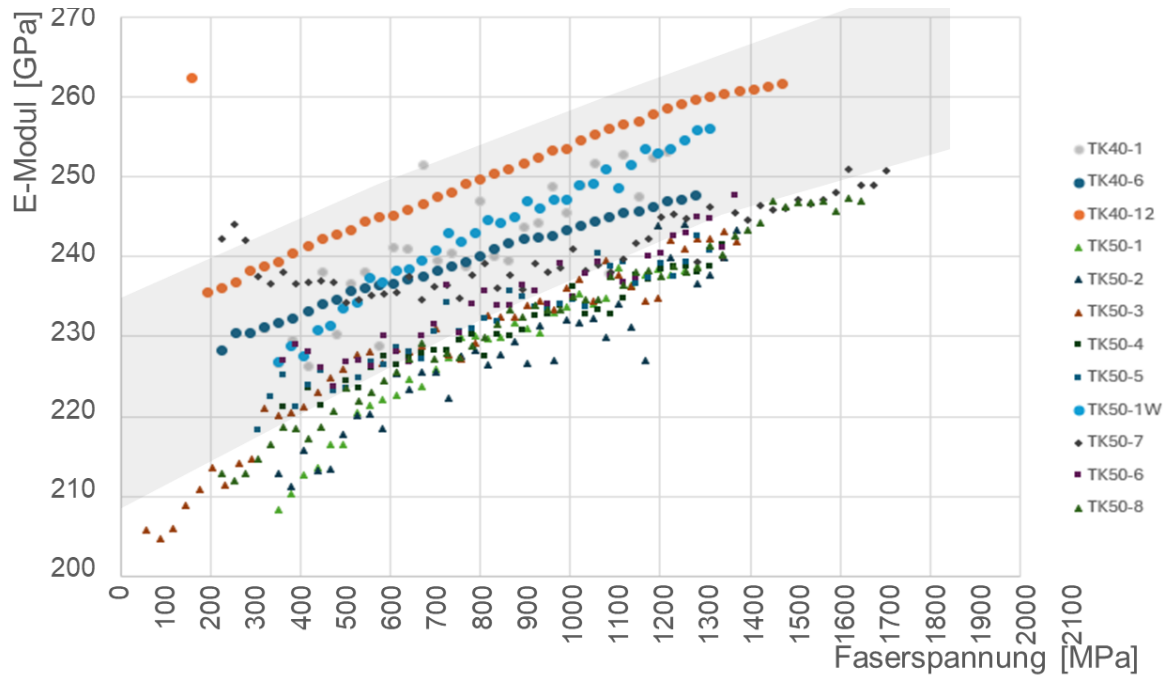
```
In[378]:= grOben = mw + 0.0256
```

```
Out[378]= 0.945852
```

```
In[379]:= grUnten = mw - 0.027
```

```
Out[379]= 0.893252
```

D.6 Vergleichende Betrachtung der Tangentenmoduln



E Ergänzende Untersuchungen zur Bolzenschiefstellung

E.1 Momentenverlauf und Verschiebungsverlauf des Biegebalkens nach TH.II. O unter Verwendung des Ansatzes nach [L106]

Momentenverlauf nach Th II. O. für beidseitig eingespannten Stab mit Verdrehung φ_A am Stabanfang und Normalkraft (Zug)

In[23]:= ? hnElem1

Out[23]=

```
Symbol
hnElem1[x,E,G,L,A,Iyy,N0] oder hnElem1[x,L,E,Iyy,eps,gams]:
Schnittgrößenverlaufsfunktionsmatrix; n(x)={M,Q} = Hn.uDach = Hn.{w_a,beta_a,w_e,beta_e}h
```

Momentenverlauf allgemeine Schreibweise

In[24]:= MTHIIvonFiA = (hnElem1[x, Em, Gm, L, A, Iyy, N0].{0, 1, 0, 0})[[1]]
 (* Einheitsmomentenlinie in Abhängigkeit vom Verdrehwinkel {M(x),Q(x)} = hrEmlem1.{wA,phiA,wE,phiE} *)

Out[24]=

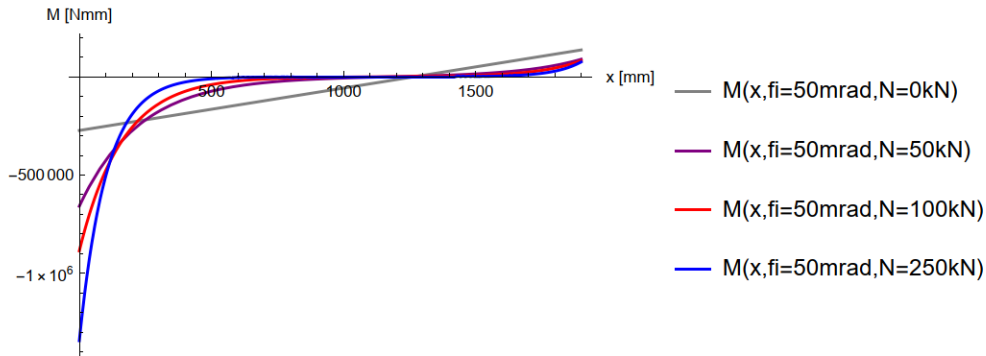
$$L \left(\begin{array}{c} e^{\frac{2\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} - \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{L \sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} x \\ \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \\ -1 + e^{\frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} \end{array} \right) \frac{1}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \left(\begin{array}{c} \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \\ 2 + \sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}} \sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}} + e^{\frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} \left(-2 + \sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}} \sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}} \right) \end{array} \right) +$$

$$L \left(\begin{array}{c} e^{\frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} - \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \\ \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \\ -1 + e^{\frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} \end{array} \right) \frac{1}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \left(\begin{array}{c} \frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}} \\ 2 + \sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}} \sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}} + e^{\frac{\sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}}}{\sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}}}} \left(-2 + \sqrt{\frac{L^2 N_0}{E m I_{yy}}} \sqrt{1+\frac{N_0}{A G m}} \right) \end{array} \right)$$


```
In[29]:= M0 = Plot[0.05 * MTHIIvonFiA1 /. {N0 -> 1}, {x, 0, 1900}, PlotRange -> All, PlotStyle -> Gray,
  [stelle Funktion graphisch dar [Koordinatenb... [alle [Darstellungsstil [grau
  PlotLegends -> {"M(x,fi=50mrad,N=0kN)"}, AxesLabel -> {"x [mm]", "M [Nmm]"}];
  [Legenden der Graphik [numerische... [Achsenbeschriftungen
```

```
In[30]:= Show[M0, M50, M100, M250]
  [zeige an
```

Out[30]=



Verschiebungsverlauf nach Th II. O. für beidseitig eingespannten Stab mit Verdrehung Fi_A am Stabanfang und Normalkraft (Zug)

```
In[31]:= ? huElem1
```

Out[31]=

```
Symbol
huElem1[x,E,G,L,A,Iyy,N0] oder huElem1[x,L,eps,gamsl]:
Verschiebungsgrößenverlaufsfunktionsmatrix; u(x)={w,beta}=Hu.uDach = Hu.{w_a,beta_a,w_e,beta_e}
```

Verschiebungsverlauf allgemeine Schreibweise

```
In[32]:= wTHIIvonFiA = (huElem1[x, Em, Gm, L, A, Iyy, N0] . {0, 0.05, 0, 0}) [[1]];
(* Einheitsmomentenlinie in Abhängigkeit vom Verdrehwinkel {w(x), fi(x)} =
hrEmlem1. {wA, phiA, wE, phiE} *)
```


Verschiebungsverlauf am Beispiel der Gewindestange mit Endverdrehung und Normalkraft

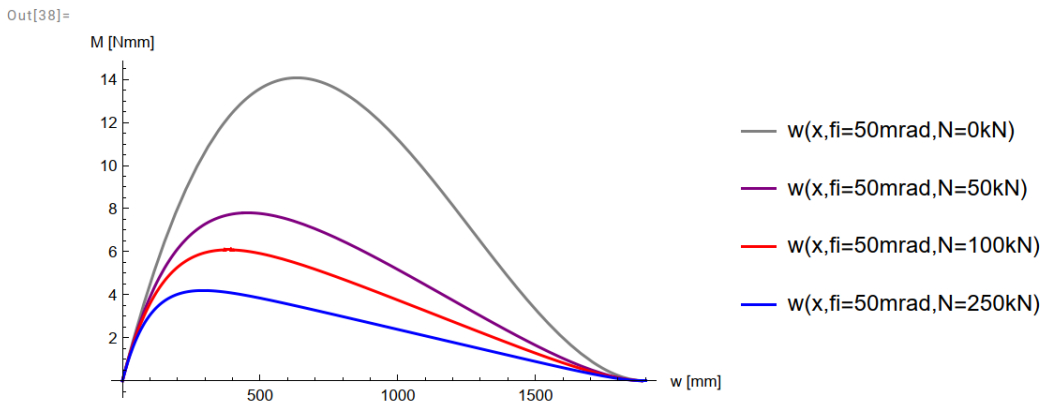
```
In[34]:= U250 =
  Plot[-wTHIIvonFiA1 /. {N0 -> 250000}, {x, 0, 1900}, PlotRange -> All, PlotStyle -> Blue,
  PlotLegends -> {"w(x, fi=50mrad, N=250kN)"}, AxesLabel -> {"w [mm]", "M [Nmm]"}];

In[35]:= U100 =
  Plot[-wTHIIvonFiA1 /. {N0 -> 100000}, {x, 0, 1900}, PlotRange -> All, PlotStyle -> Red,
  PlotLegends -> {"w(x, fi=50mrad, N=100kN)"}, AxesLabel -> {"w [mm]", "M [Nmm]"}];

In[36]:= U50 =
  Plot[-wTHIIvonFiA1 /. {N0 -> 50000}, {x, 0, 1900}, PlotRange -> All, PlotStyle -> Purple,
  PlotLegends -> {"w(x, fi=50mrad, N=50kN)"}, AxesLabel -> {"w [mm]", "M [Nmm]"}];

In[37]:= U0 = Plot[-wTHIIvonFiA1 /. {N0 -> 1}, {x, 0, 1900}, PlotRange -> All, PlotStyle -> Gray,
  PlotLegends -> {"w(x, fi=50mrad, N=0kN)"}, AxesLabel -> {"w [mm]", "M [Nmm]"}];
```

```
In[38]:= Show[U0, U50, U100, U250]
```



Vergrößerungsfaktor des Momentes an der Einspannung (x=0) relativ zum Moment an der Stelle x

Vergrößerungsfaktor Allgemeine Schreibweise

```
In[39]:= (* eps = Sqrt[L^2*No/EI]; gams1=Sqrt[1+No/AG] *)
```

```
In[40]:= MTHIIvonFiAtest =
  Simplify[MTHIIvonFiA /. {Iyy -> L^2 * N0 / (Em * eps^2), A -> N0 / (Gm * (gams1^2 - 1))},
  Vereinfache
  Assumptions -> eps > 0 && gams1 > 0]
  Annahmen
```

$$\text{Out[40]= } \frac{e^{-\frac{\text{eps} \cdot x}{\text{gams1} \cdot L} \left(e^{\frac{\text{eps}}{\text{gams1} \cdot L} - e^{\frac{\text{eps} \cdot (L+2 \cdot x)}{\text{gams1} \cdot L} + e^{\frac{2 \cdot \text{eps}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{eps} \cdot \text{gams1}) + e^{\frac{2 \cdot \text{eps} \cdot x}{\text{gams1} \cdot L} (1 + \text{eps} \cdot \text{gams1}) \right)} L \cdot N_0}{(-1 + e^{\frac{\text{eps}}{\text{gams1} \cdot L}}) \text{eps} \cdot \text{gams1} (2 + \text{eps} \cdot \text{gams1} + e^{\frac{\text{eps}}{\text{gams1} \cdot L}} (-2 + \text{eps} \cdot \text{gams1}))}$$

```
In[41]:= (*Vergrößerungsfaktor allgemein *)
```

```
In[42]:= MFactor = (Simplify[MTHIIvonFiAtest /. {x -> 0}] / Simplify[MTHIIvonFiAtest /. {x -> xdms}])
  Vereinfache Vereinfache
```

$$\text{Out[42]= } \frac{e^{\frac{\text{eps} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} \left(1 + \text{eps} \cdot \text{gams1} + e^{\frac{2 \cdot \text{eps}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{eps} \cdot \text{gams1}) \right)}{e^{\frac{\text{eps}}{\text{gams1} \cdot L} - e^{\frac{\text{eps} \cdot (L+2 \cdot \text{xdms})}{\text{gams1} \cdot L} + e^{\frac{2 \cdot \text{eps}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{eps} \cdot \text{gams1}) + e^{\frac{2 \cdot \text{eps} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} (1 + \text{eps} \cdot \text{gams1})}}$$

Vergrößerungsfaktor am Beispiel der Gewindestange

Vergrößerungsfaktor allgemeine Schreibweise

```
In[43]:= factest =
  e^{\frac{\text{epst} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} \left( 1 + \text{epst} \cdot \text{gams1} + e^{\frac{2 \cdot \text{epst}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{epst} \cdot \text{gams1}) \right)}
  e^{\frac{\text{epst}}{\text{gams1} \cdot L} - e^{\frac{\text{epst} \cdot (L+2 \cdot \text{xdms})}{\text{gams1} \cdot L} + e^{\frac{2 \cdot \text{epst}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{epst} \cdot \text{gams1}) + e^{\frac{2 \cdot \text{epst} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} (1 + \text{epst} \cdot \text{gams1})}
```

$$\text{Out[43]= } \frac{e^{\frac{\text{epst} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} \left(1 + \text{epst} \cdot \text{gams1} + e^{\frac{2 \cdot \text{epst}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{epst} \cdot \text{gams1}) \right)}{e^{\frac{\text{epst}}{\text{gams1} \cdot L} - e^{\frac{\text{epst} \cdot (L+2 \cdot \text{xdms})}{\text{gams1} \cdot L} + e^{\frac{2 \cdot \text{epst}}{\text{gams1}}} (-1 + \text{epst} \cdot \text{gams1}) + e^{\frac{2 \cdot \text{epst} \cdot \text{xdms}}{\text{gams1} \cdot L} (1 + \text{epst} \cdot \text{gams1})}}$$

Stabkennzahlen für die Gewindestangen

```
In[44]:= eps1 = Sqrt[L^2 * N0 / (Em * Iyy)] /.
  Quadratwurzel
  {Em -> 210000, Gm -> 80000, L -> 1900, A -> Pi * 22.4^2 / 4, Iyy -> Pi * 22.4^4 / 64}
  Kreiszahl pi Kreiszahl pi
```

$$\text{Out[44]= } 0.0372961 \sqrt{N_0}$$

```
In[45]:= gams1 = Sqrt[1 + N0 / (A * Gm)] /.
  Quadratwurzel
  {Em -> 210000, Gm -> 80000, L -> 1900, A -> Pi * 22.4^2 / 4, Iyy -> Pi * 22.4^4 / 64}
  Kreiszahl pi Kreiszahl pi
```

$$\text{Out[45]= } \sqrt{1 + 3.17193 \times 10^{-8} N_0}$$

Anwendung mit den Größen für die Gewindestangen

In[47]:= **factest** /. {xdms → 304, L → 1900}

Out[47]=

$$\frac{e^{\frac{4 \text{ epst}}{25 \text{ gamslt}}} \left(1 + \text{epst gamslt} + e^{\frac{2 \text{ epst}}{\text{gamslt}}} (-1 + \text{epst gamslt}) \right)}{e^{\frac{\text{epst}}{\text{gamslt}}} - e^{\frac{33 \text{ epst}}{25 \text{ gamslt}}} + e^{\frac{2 \text{ epst}}{\text{gamslt}}} (-1 + \text{epst gamslt}) + e^{\frac{8 \text{ epst}}{25 \text{ gamslt}}} (1 + \text{epst gamslt})}$$

In[48]:= **Faktortest** = **factest** /. {epst → eps1, gamslt → gamsl1, xdms → 304, L → 1900}

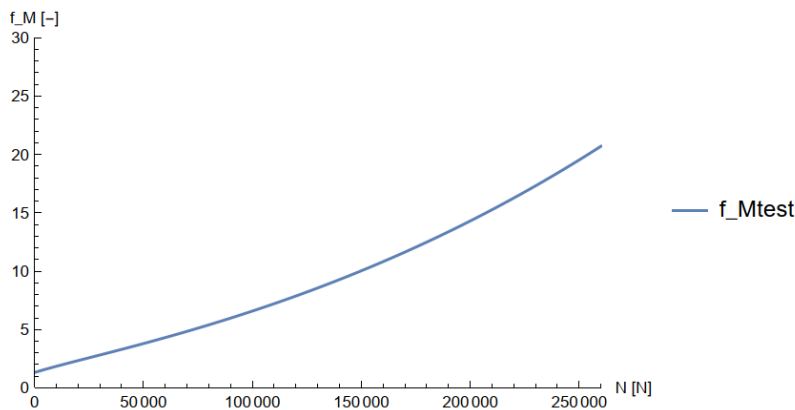
Out[48]=

$$\left(\frac{0.00596737 \sqrt{N0}}{e^{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} \left(1 + e^{\frac{0.0745921 \sqrt{N0}}{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} (-1 + 0.0372961 \sqrt{1 + 3.17193 \times 10^{-8} N0} \sqrt{N0}) \right) + \right. \\ \left. 0.0372961 \sqrt{1 + 3.17193 \times 10^{-8} N0} \sqrt{N0} \right) / \\ \left(\frac{0.0372961 \sqrt{N0}}{e^{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} - e^{\frac{0.0492308 \sqrt{N0}}{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} + e^{\frac{0.0745921 \sqrt{N0}}{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} (-1 + 0.0372961 \sqrt{1 + 3.17193 \times 10^{-8} N0} \sqrt{N0}) + \right. \\ \left. e^{\frac{0.0119347 \sqrt{N0}}{\sqrt{1.3.17193 \times 10^{-8} N0}}} (1 + 0.0372961 \sqrt{1 + 3.17193 \times 10^{-8} N0} \sqrt{N0}) \right)$$

In[160]:=

```
plotFaktortest = Plot[Faktortest], {N0, 0, 260000}, PlotRange → {{0, 260000}, {0, 30}},
    [Stelle Funktion graphisch dar] [Koordinatenbereich der Graphik]
PlotLegends → {"f_Mtest", "f_M"}, AxesLabel → {"N [N]", "f_M [-]"}
    [Legenden der Graphik] [Achsenbeschrift... [numerischer Wert]
```

Out[160]=



Näherungslösung für den spezifischen Fall durch Taylorreihenentwicklung

In[158]:=

```
faktorApp = Normal[Series[Faktortest, {N0, 100000, 4}]]
    [normal] [Reihe]
```

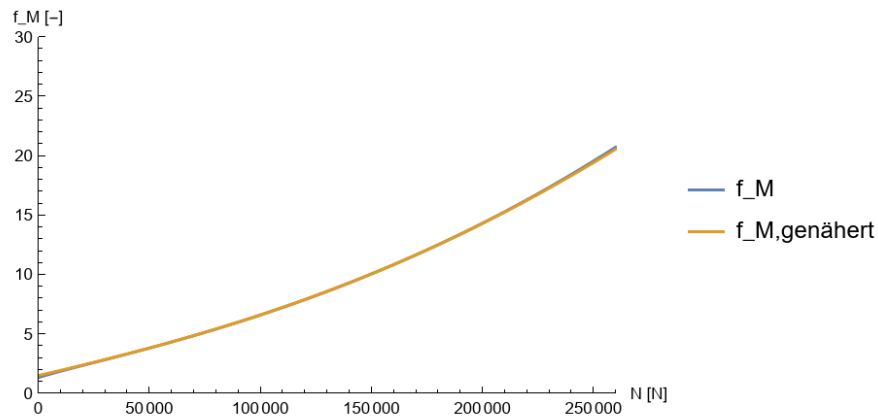
Out[158]=

$$6.58038 + 0.0000617843 (-100000 + N0) + 1.34328 \times 10^{-10} (-100000 + N0)^2 + \\ 2.18778 \times 10^{-16} (-100000 + N0)^3 - 4.20498 \times 10^{-22} (-100000 + N0)^4$$

In[161]:=

```
Plot[{Faktortest, faktorApp}, {N0, 0, 260000}, PlotRange -> {{0, 260000}, {0, 30}},  
[stelle Funktion graphisch dar [Koordinatenbereich der Graphik  
PlotLegends -> {"f_M", "f_M,genähert"}, AxesLabel -> {"N [N]", "f_M [-]"}]  
[Legenden der Graphik [Achsenbeschriftung... [numerischer Wert
```

Out[161]=



In[162]:=

```
Limit[Faktortest, N0 -> 0]  
[Grenzwert
```

Out[162]=

1.31576

```
Limit[Faktortest, N0 -> 50000]  
[Grenzwert
```

Out[139]=

3.79515

```
Limit[Faktortest, N0 -> 200000]  
[Grenzwert
```

Out[140]=

14.3001

E.2 Darstellung weitere Ergebnisse Biegeversuch

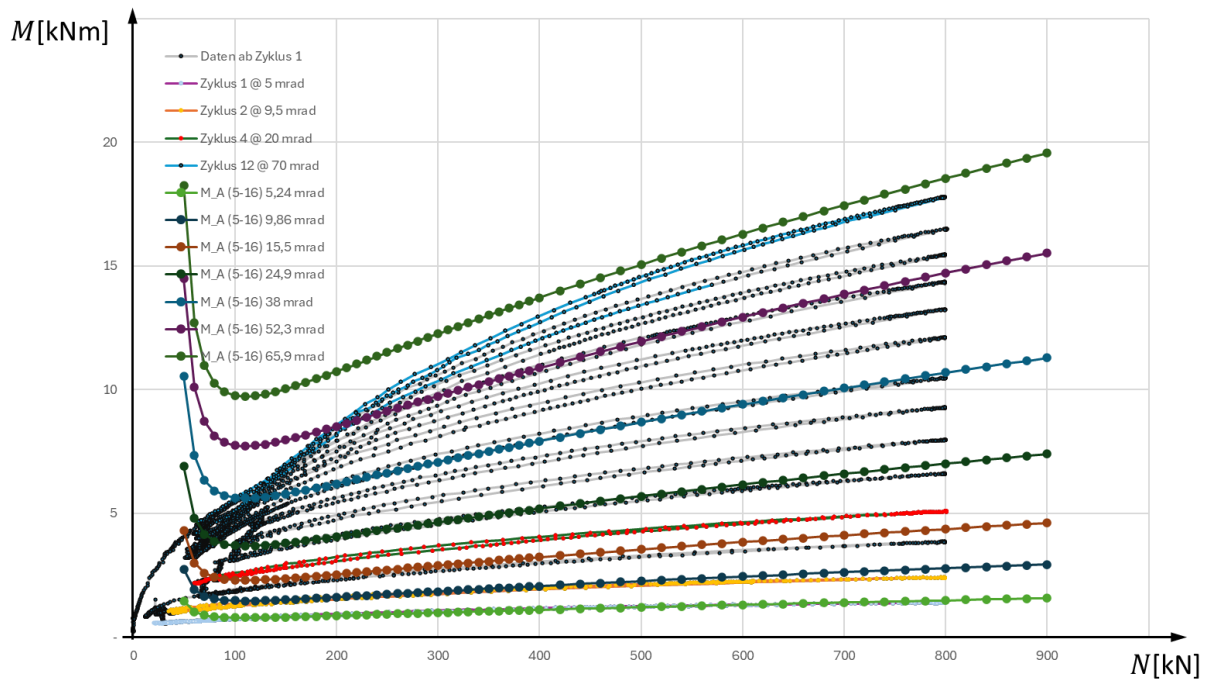
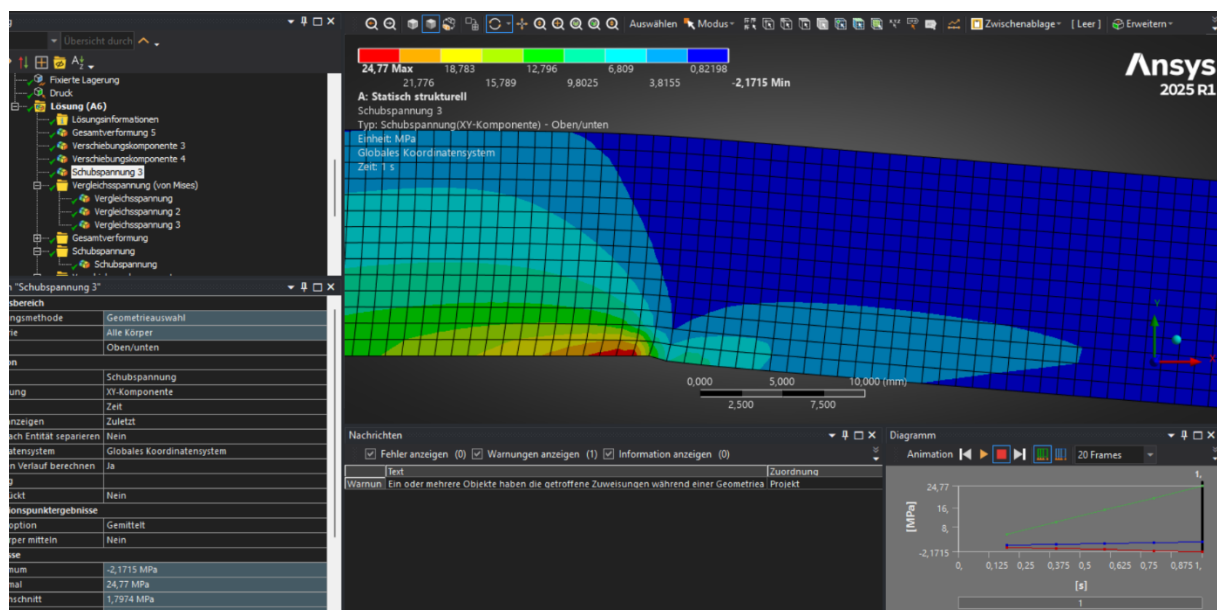
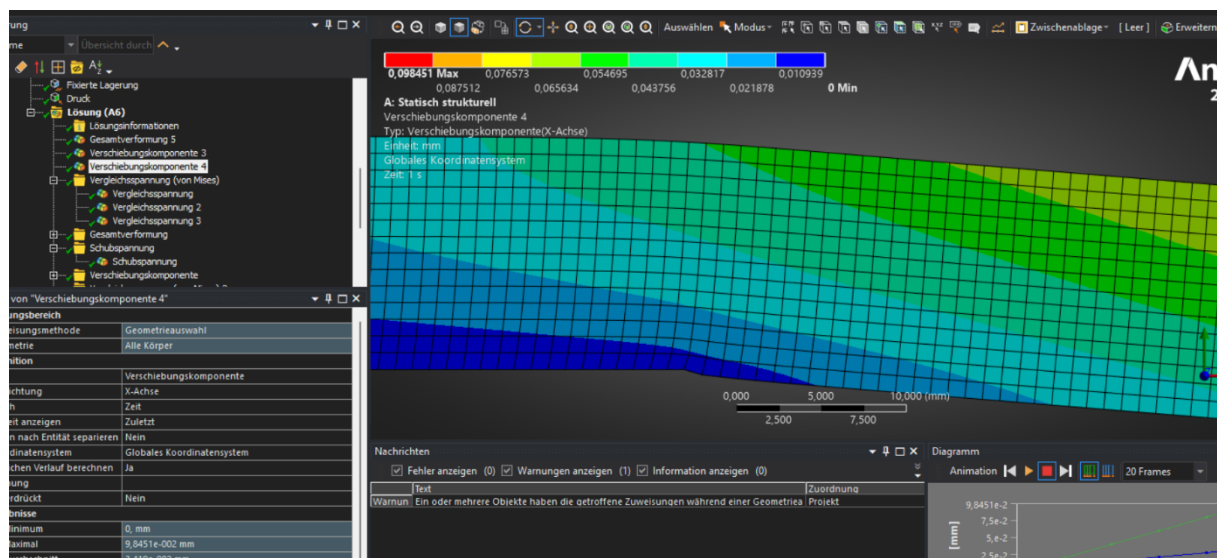


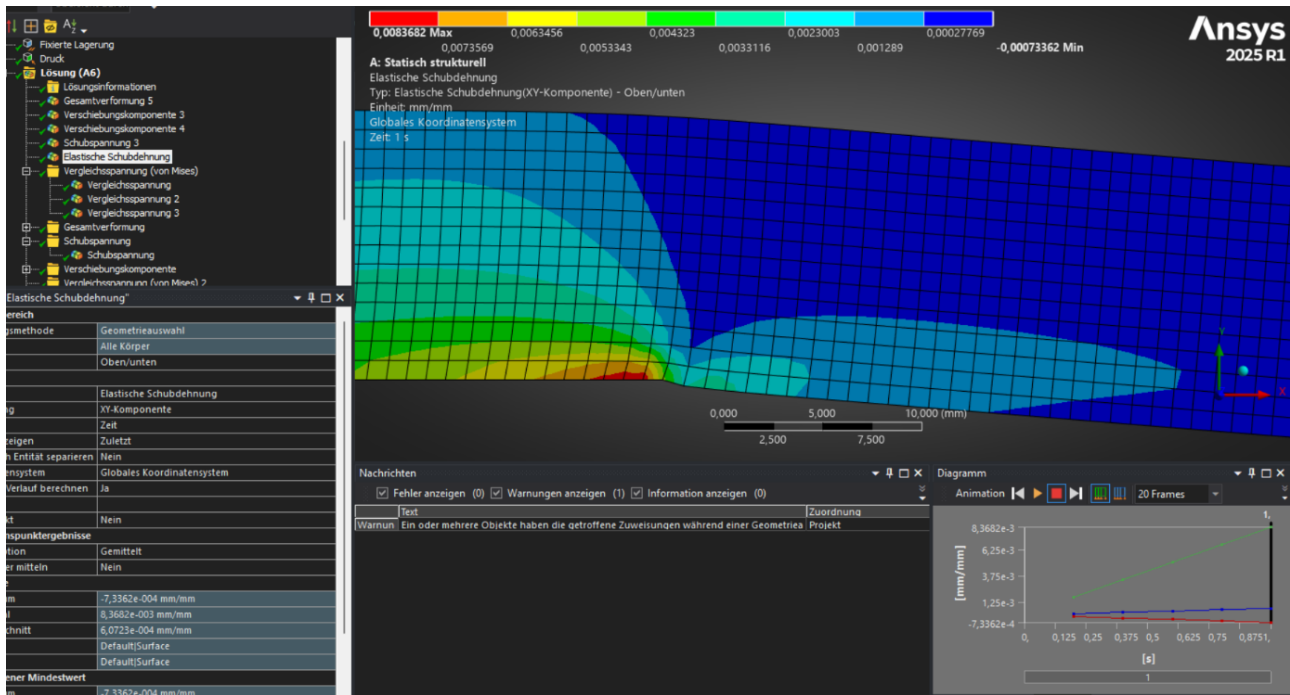
Abbildung 0-6 Direkte Gegenüberstellung der Ergebnisse nach (Gl. 5-56) mit Versuchsergebnissen eines Biegeversuches mit Schiefstellung der Verankerung zwischen 5 mrad und 66 mrad und Normalkräften zwischen 50 kN und 800 kN an einem Muster mit 2,4 m Länge [L82].

F Vergleichsrechnungen zur Abschätzung des Abklingverhaltens der Schubspannungsspitze am Ablösepunkt

F.1 Vergleichende FE-Analyse zum Schubspannungsverlauf am Ablösepunkt

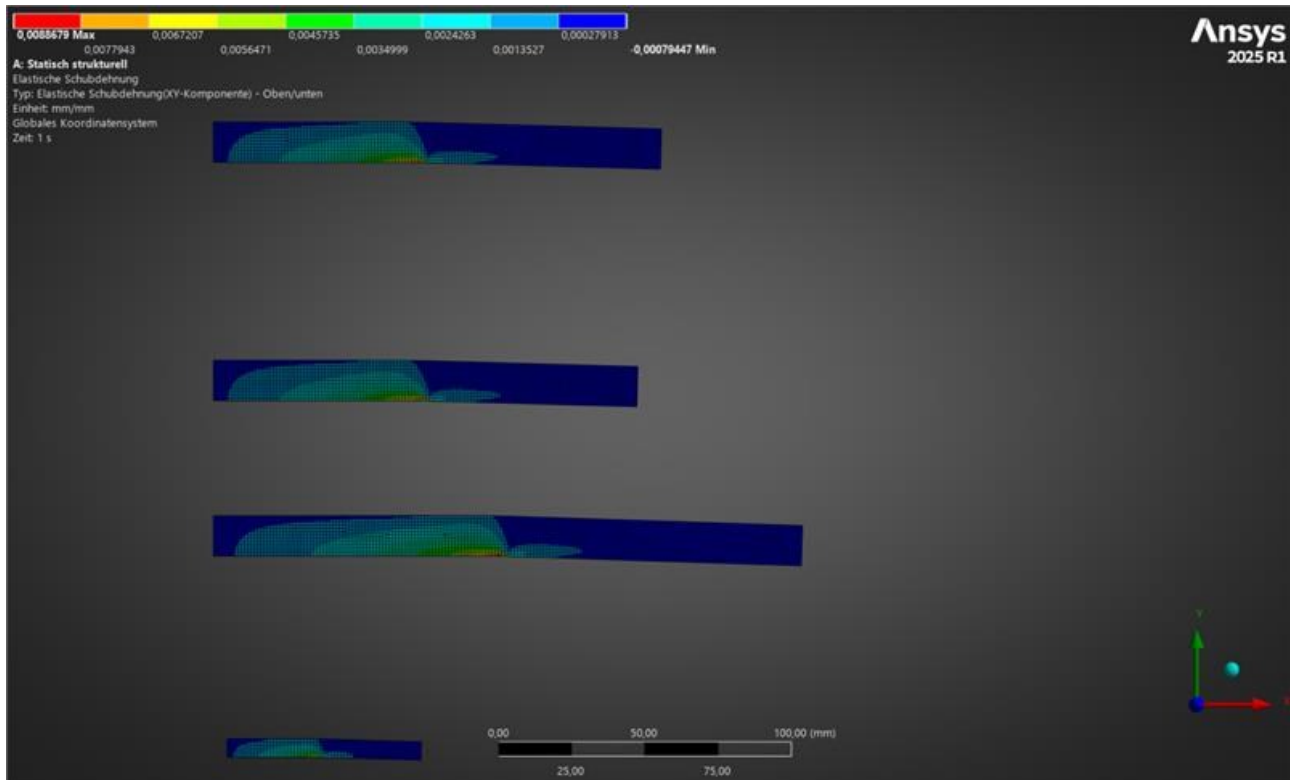
An einem FE-Detailmodell wird der Schubspannungsverlauf am Ablösepunkt zum Vergleich nachvollzogen.

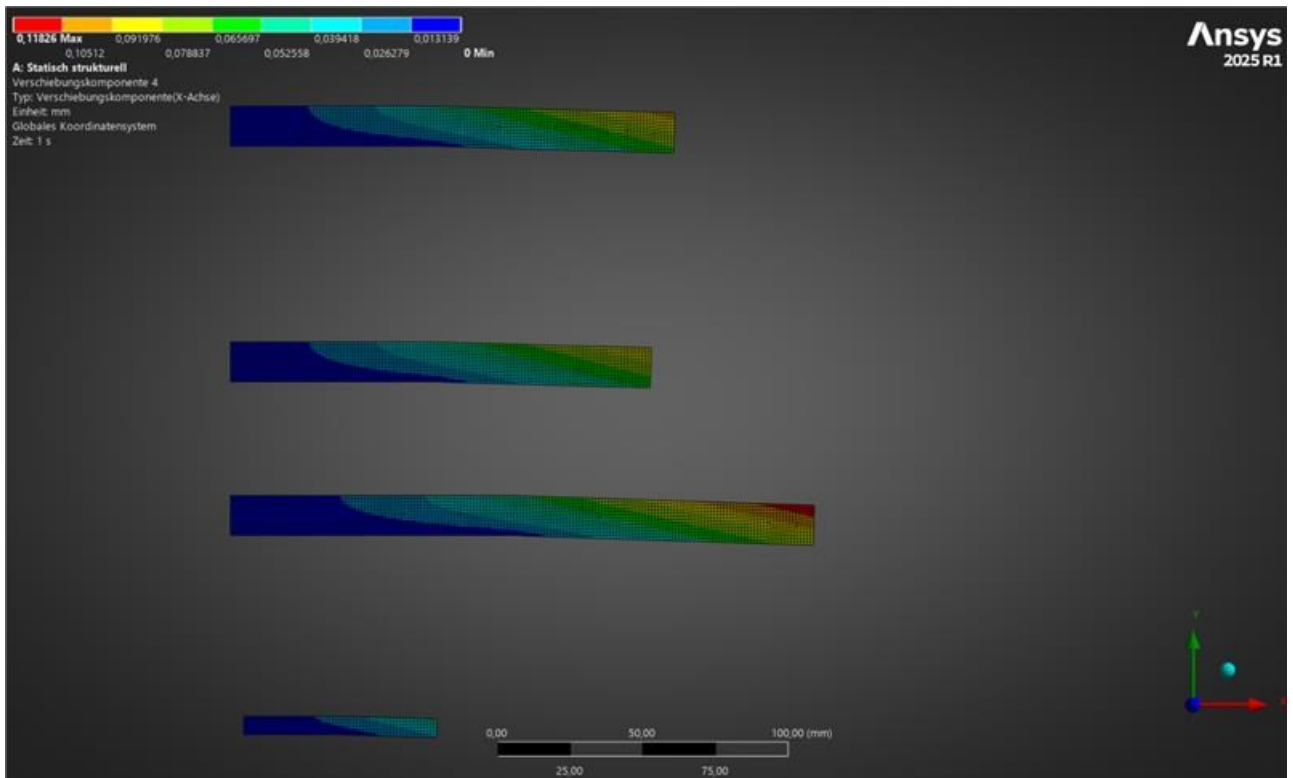




F.2 Parameterstudie zur Auswahl geeigneter Modellrandbedingungen

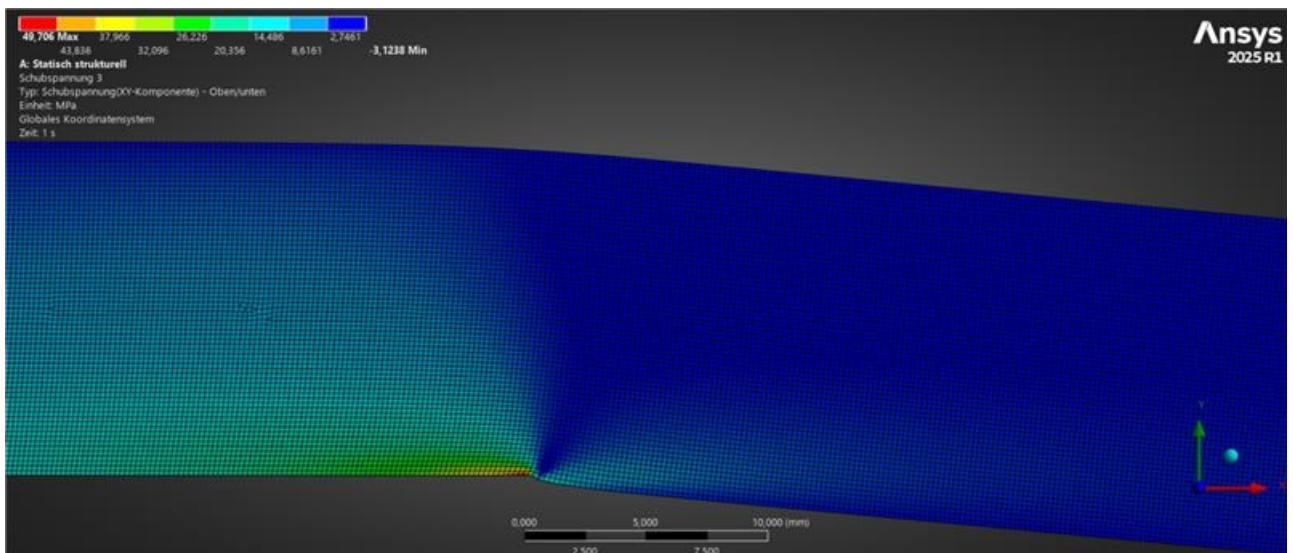
In der Betrachtung wird ein ebener Verzerrungszustand zugrunde gelegt. An unterschiedlichen Modellen wird der Einfluss der Modellgröße überprüft. Die Ausdehnung in Längsrichtung wird so gewählt, dass der Einfluss der Modellränder vernachlässigbar ist.

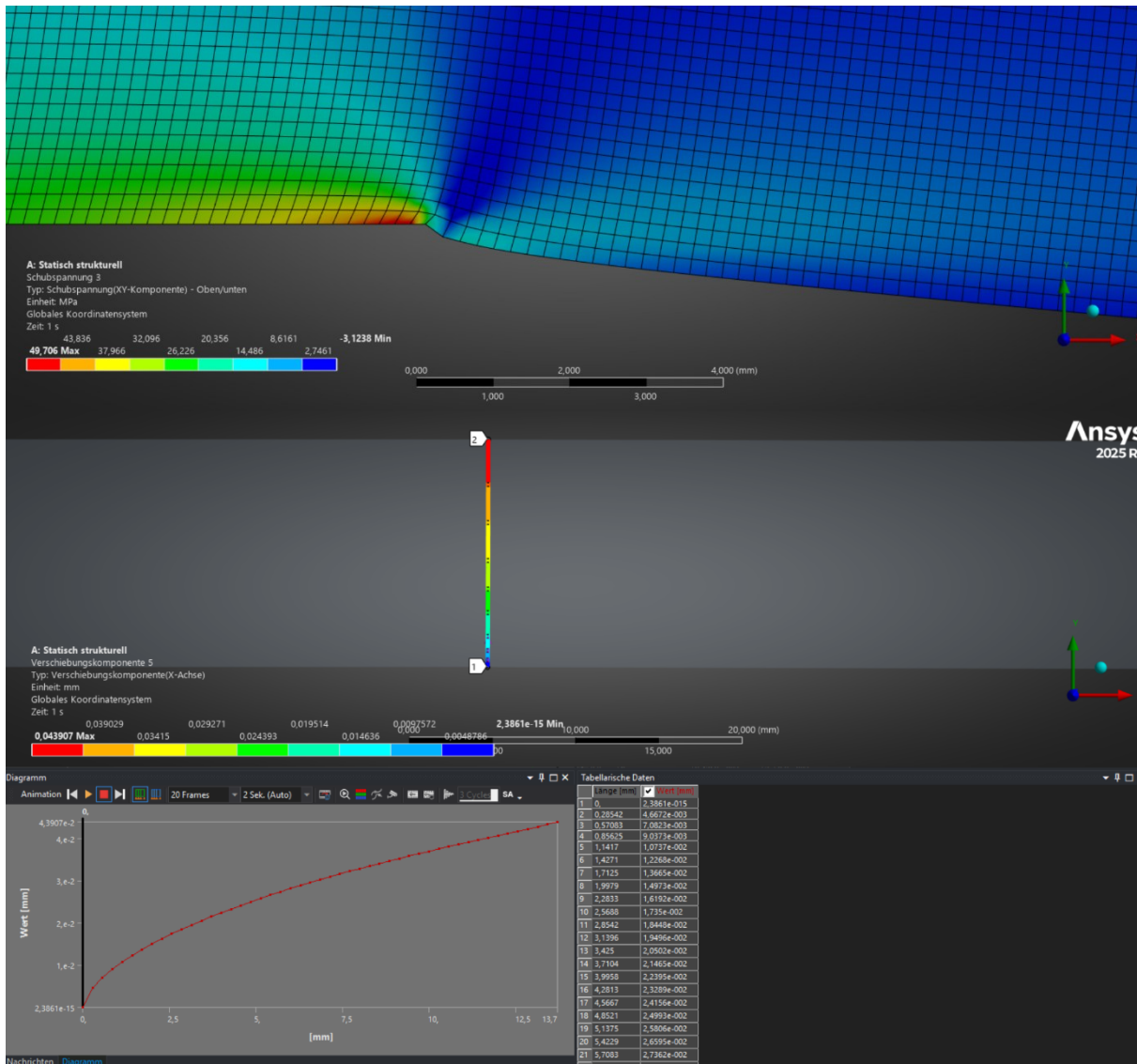




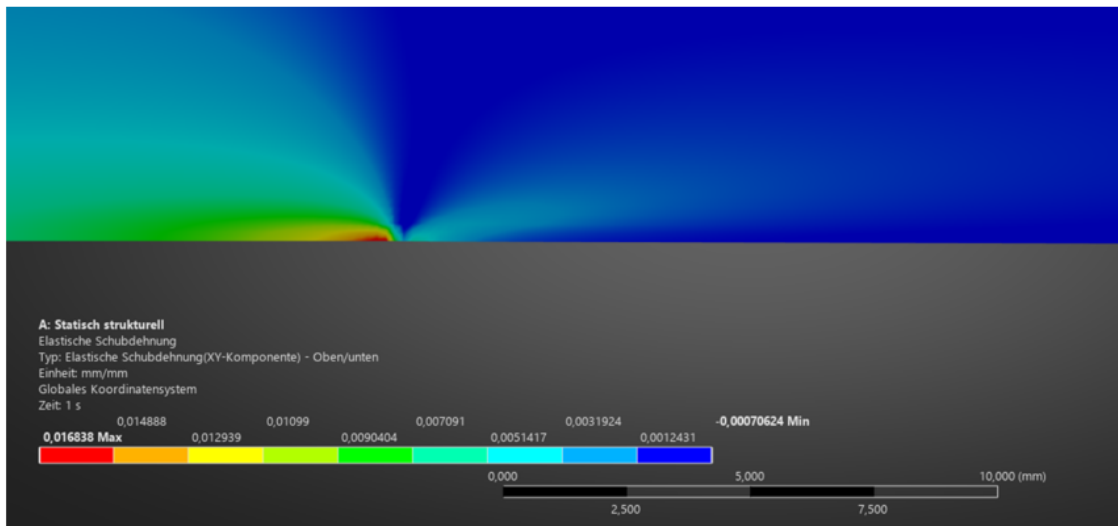
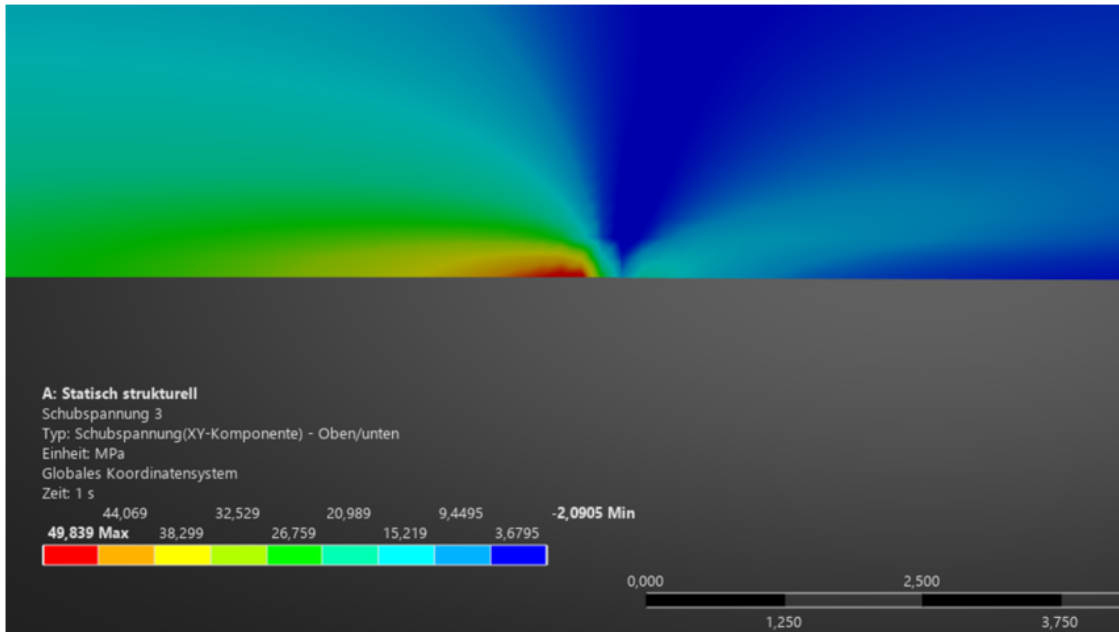
F.3 Betrachtung des Einflusses der Elementgrößen auf die Schubspannung am Singularitätspunkt

Als nächstes erfolgt eine Parameterstudie zur Wahl der Elementgröße.

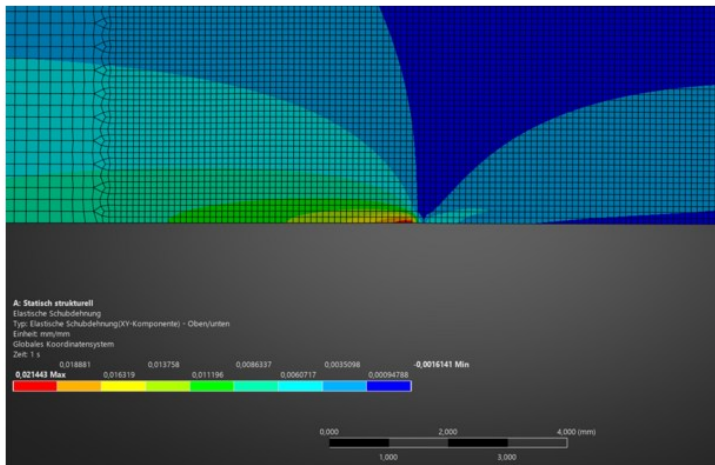
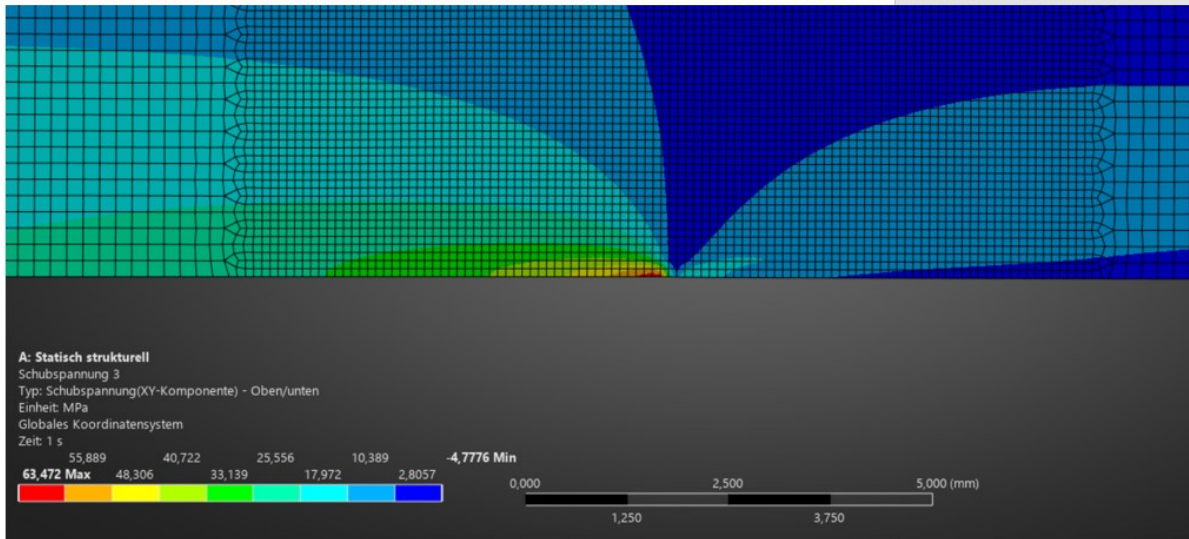




Elementlänge 0,18mm



Elementlänge 0,10mm



F.4 Verschiebungen in x-Richtung entlang eines vertikalen Pfades

Elementgröße 0,18



Elementgröße 0,10



F.5 Schätzung des Überhöhungsfaktors für den Schubverzerrungswinkel

Für die Abschätzung des Überhöhungsfaktors für den Schubverzerrungswinkel wird die Schubspannung am Singularitätspunkt in einer Schichttiefe von 0,2 mm über eine Länge von 0,2 mm gemittelt. Man erhält Schubspannungen zwischen 33 MPa und 41 MPa und zugehörige Schubverzerrungswinkel zwischen 0,011 und 0,014.

Mit einer mittleren Verschiebung $x = 0,033$ ergibt sich ein Überhöhungsfaktor zwischen $0,011 \cdot 13,7 / 0,033 = 0,15 / 0,33 = 4,6$ und $0,014 \cdot 13,7 / 0,033 = 0,15 / 0,33 = 5,9$

G Herleitung der CLD-Funktion und Ableitung von S-N-Kurven für $R > 0.1$

G.1 Ansatz für die Herleitung der Linien gleicher Lebenserwartung (CLD)

(0) Ref Fuction

```
In[486]:= plox = Plot[Evaluate@(y = x), {x, 0, 1},  
             [stell...] [werte aus]  
             PlotStyle -> {Gray, Line}, AspectRatio -> 1, GridLines -> Automatic];  
             [Darstellungsstil] [grau] [Linie] [Seitenverhältnis] [Gitternetzlinien] [automatisch]
```

(1) Stützstellen für $R=0.1$

```
In[487]:= aDm = 0.8939  
Out[487]= 0.8939  
  
In[488]:= m = 16.945  
Out[488]= 16.945  
  
In[1045]:= a = aDm * m  
Out[1045]= 15.1471  
  
In[489]:= SmaxRf01 = aDm - 1 / m * Log10[Nj]  
             [Logarithmus ;]  
Out[489]= 0.8939 - 0.0256297 Log[Nj]
```

(2) Haigh Function

In[4210]:=

$$y = a * x^3 + b * x^2 + c * x + d$$

Out[4210]=

$$d + c x + b x^2 + a x^3$$

In[4211]:=

$$dy = D[y, x]$$

|]eite ab

Out[4211]=

$$c + 2 b x + 3 a x^2$$

solve GLsys

In[4212]:=

(*Steigung*)**M = 0.86 (*Steigung gemittelt unter Ausschluss TK50-12 und TK40-11-14-19 und der beiden geringsten Werte *)**

Out[4213]=

0.86

In[4215]:=

$$\text{st0} = (1 / M - 1) * M$$

Out[4215]:=

0.14

$$\text{sti} = (0.45 - \text{Si}) / 4 + \text{st0} \quad (* \text{ Kurvenparameter für Steigung an der Linie } R=0,1*)$$

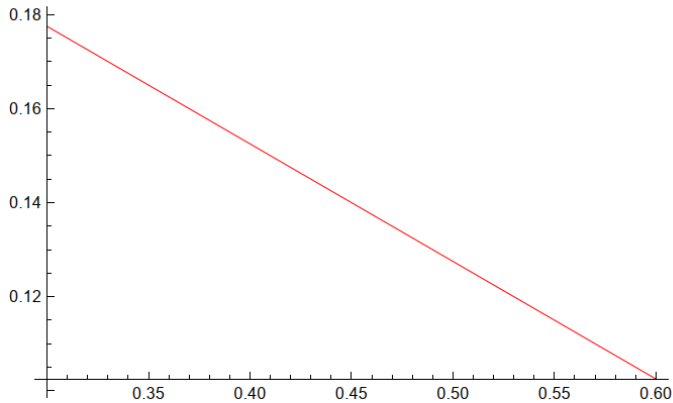
Out[4216]:=

$$0.14 + \frac{1}{4} (0.45 - \text{Si})$$

In[4217]:=

Plot[Evaluate@{sti}, {Si, 0.3, 0.6}, PlotStyle -> {Red, Line, Thickness[0.001]}]
 [stell... werte aus] [Darstellungsstil] [rot] [Linie] [Dicke]

Out[4217]:=



Stützstelle

In[4218]:=

$$\text{Xsti} = 1.0 - 0.4 / m * \text{LogNi}$$

Out[4218]:=

$$1. - 0.0236058 \text{LogNi}$$

Kurve logN=5 (smax=0.71)

In[4219]:=

$$\text{Ni} = 100000$$

Out[4219]:=

100000

In[4220]:=

$$\text{LogNj} = 5;$$

In[4221]:=

$$\text{Xst} = \text{Xsti} /. \{\text{LogNi} \rightarrow \text{LogNj}\}$$

Out[4221]:=

0.881971

In[4222]:=

$$\text{S1} = \text{SmaxRf01} /. \{\text{Nj} \rightarrow \text{Ni}\}$$

Out[4222]:=

0.598828

In[4223]:=

$$X1 = 0.1 * S1$$

Out[4223]:=

$$0.0598828$$

In[4224]:=

$$st = sti /. \{Si \rightarrow S1\}$$

Out[4224]:=

$$0.102793$$

In[4225]:=

(*Bedingungen*)

In[4226]:=

$$N1 = st; (*Steigung x0*)$$

$$N2 = 1; (*Steigung x1*)$$

$$N3 = S1; (*Wert bei x0*)$$

$$N4 = Xst (*Wert bei x1*)$$

Out[4229]:=

$$0.881971$$

In[4230]:=

(*Gleichungen*)

In[4231]:=

$$eq1 = N1 == dy /. \{x \rightarrow X1\}$$

Out[4231]:=

$$0.102793 == 0.0107578 a + 0.119766 b + c$$

In[4232]:=

$$eq2 = N2 == dy /. \{x \rightarrow Xst\}$$

Out[4232]:=

$$1 == 2.33362 a + 1.76394 b + c$$

In[4233]:=

$$eq3 = N3 == y /. \{x \rightarrow X1\}$$

Out[4233]:=

$$0.598828 == 0.000214736 a + 0.00358595 b + 0.0598828 c + d$$

In[4234]:=

$$eq4 = N4 == y /. \{x \rightarrow Xst\}$$

Out[4234]:=

$$0.881971 == 0.686061 a + 0.777873 b + 0.881971 c + d$$

In[4235]:=

$$0.8 == 0.8573749999999999` a + 0.9025` b + 0.8` c + d$$

Out[4235]:=

$$0.8 == 0.857375 a + 0.9025 b + 0.8 c + d$$

In[4236]:=

(*Gleichungssystem lösen*)

In[4237]:=

$$\text{solution} = \text{Solve}[\{eq1, eq2, eq3, eq4\}, \{a, b, c, d\}]$$

löse

Out[4237]:=

$$\{\{a \rightarrow 0.612512, b \rightarrow -0.319658, c \rightarrow 0.134488, d \rightarrow 0.591789\}\}$$

In[4238]:=

y5 = y /. solution

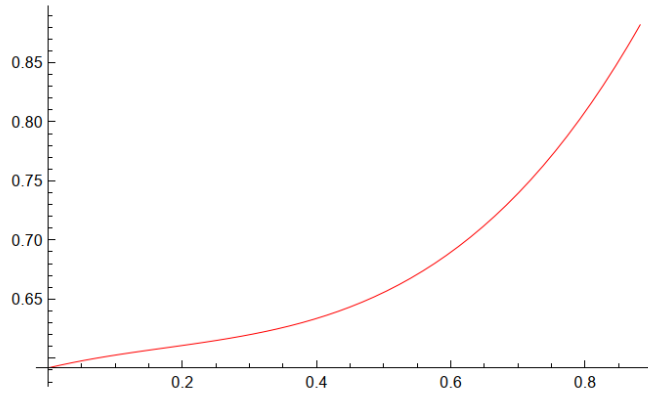
Out[4238]:=

 $\{0.591789 + 0.134488 x - 0.319658 x^2 + 0.612512 x^3\}$

In[4239]:=

plotsigN5 = Plot[Evaluate@ (y5), {x, 0, Xst}, PlotStyle -> {Red, Line, Thickness [0.001]}]
[stell... [werte aus] [Darstellungsstil] [rot] [Linie] [Dicke]

Out[4239]:=

**Kurve logN=6 (smax=0.65)**

In[4240]:=

Ni = 1 000 000

Out[4240]:=

1 000 000

In[4241]:=

LogNj = 6;

In[4242]:=

Xst = Xsti /. {LogNi -> LogNj}

Out[4242]:=

0.858365

In[4243]:=

S1 = SmaxRf01 /. {Nj -> Ni}

Out[4243]:=

0.539813

In[4244]:=

X1 = 0.1 * S1

Out[4244]:=

0.0539813

In[4245]:=

st = sti /. {Si -> S1}

Out[4245]:=

0.117547

In[4246]:=

(*Bedingungen*)

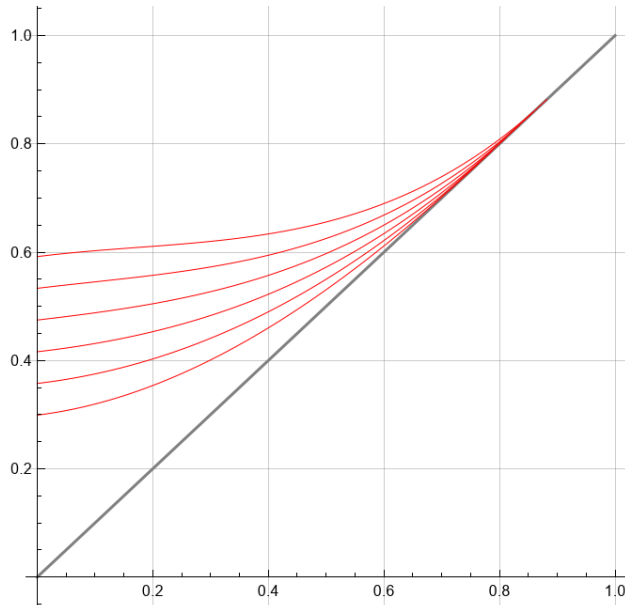
➔ Die Bestimmung der übrigen Kurven erfolgt analog.

Summary CLD

In[4453]:=

```
p1 = Show[pl0x, plotsigN5, plotsigN6, plotsigN7, plotsigN8, plotsigN9, plotsigN10 ]
      |_zeige an
```

Out[4453]=



In[4454]:=

G.2 Ermittlung der Schnittpunkte der Kurven gleicher Lebenserwartung mit den Strahlen für unterschiedliche R-Werte

(3) GetData for $R < 0.1$ by Intersection with CL Curves

R=0.2

In[735]:=

```
R = 0.2
```

Out[735]=

```
0.2
```

In[736]:=

```
yR = 1 / R * x
```

Out[736]=

```
5. x
```

In[737]:=

```
intersec = FindRoot[yR == y5, {x, 0}];
           |_ermittle Nullstelle
```

```
Ni = 10^5;
```

```
PointsR020 = Append[{}, {Ni, yR} /. intersec];
             |_hänge an
```

Out[739]=

```
{{100000, 0.604458}}
```

```

In[740]:=
intersec = FindRoot[yR == y6, {x, 0}];
           |ermittle Nullstelle
Ni = 10^6;
PointsR020 = Append[PointsR020, {Ni, yR} /. intersec]
           |hänge an
Out[742]=
{{100 000, 0.604458}, {1 000 000, 0.546215}}

In[743]:=
intersec = FindRoot[yR == y7, {x, 0}];
           |ermittle Nullstelle
Ni = 10^7;
PointsR020 = Append[PointsR020, {Ni, yR} /. intersec]
           |hänge an
Out[745]=
{{100 000, 0.604458}, {1 000 000, 0.546215}, {10 000 000, 0.487651}}

In[746]:=
intersec = FindRoot[yR == y8, {x, 0}];
           |ermittle Nullstelle
Ni = 10^8;
PointsR020 = Append[PointsR020, {Ni, yR} /. intersec]
           |hänge an
Out[748]=
{{100 000, 0.604458}, {1 000 000, 0.546215}, {10 000 000, 0.487651}, {100 000 000, 0.428766}}

In[749]:=
intersec = FindRoot[yR == y9, {x, 0}];
           |ermittle Nullstelle
Ni = 10^9;
PointsR020 = Append[PointsR020, {Ni, yR} /. intersec]
           |hänge an
Out[751]=
{{100 000, 0.604458}, {1 000 000, 0.546215},
 {10 000 000, 0.487651}, {100 000 000, 0.428766}, {1 000 000 000, 0.369565}}

In[752]:=
intersec = FindRoot[yR == y10, {x, 0}];
           |ermittle Nullstelle
Ni = 10^10;
PointsR020 = Append[PointsR020, {Ni, yR} /. intersec]
           |hänge an
Out[754]=
{{100 000, 0.604458}, {1 000 000, 0.546215}, {10 000 000, 0.487651},
 {100 000 000, 0.428766}, {1 000 000 000, 0.369565}, {10 000 000 000, 0.310058}}

```

R=0.3

```

In[755]:=
R = 0.3
Out[755]=
0.3

```

➔ Analog für weitere R-Werte

G.3 Bildung der S-N-Kurven für $R>0,1$

(4) S - N - Curves

In[936]:=

SmaxRf01

Out[936]=

 $0.8939 - 0.0256297 \text{ Log}[N_j]$

In[937]:=

SmaxRf01 /. {Nj → 1 000 000}

Out[937]=

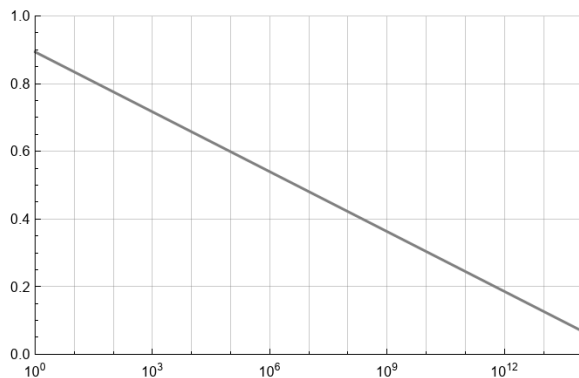
0.539813

In[938]:=

plotSmaxRf01 =

```
Plot[Evaluate@(SmaxRf01), {Nj, 1, 1 000 000 000 000 000 000}, PlotStyle → {Gray, Line},
  [stell... [werte aus [Darstellungsstil [grau [Linie
  ScalingFunctions → {"Log10", None}, PlotRange → {{1, 1 000 000 000 000 000}, {0, 1}},
  [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine [Koordinatenbereich der Graphik
  GridLines → {{1, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000, 10 000 000},
  [Gitternetzlinien
  100 000 000, 1 000 000 000, 10 000 000 000, 100 000 000 000, 1 000 000 000 000,
  10 000 000 000 000, 100 000 000 000 000, 1 000 000 000 000 000, 10 000 000 000 000 000,
  100 000 000 000 000 000, 1 000 000 000 000 000 000}, Automatic]}
  [automatisch
```

Out[938]=



In[939]:=

```
p1R02 = ListPlot[PointsR020, ScalingFunctions → {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers → {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis
```

In[940]:=

```
p1R03 = ListPlot[PointsR030, ScalingFunctions → {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers → {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis
```

In[941]:=

```
p1R04 = ListPlot[PointsR040, ScalingFunctions → {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers → {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis
```

In[942]:=

```
p1R05 = ListPlot[PointsR050, ScalingFunctions → {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers → {Graphics[{Green, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [grün [Kreis
```

```

In[943]:=
pLR06 = ListPlot[PointsR060, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis

In[944]:=
pLR07 = ListPlot[PointsR070, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis

In[945]:=
pLR08 = ListPlot[PointsR080, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis

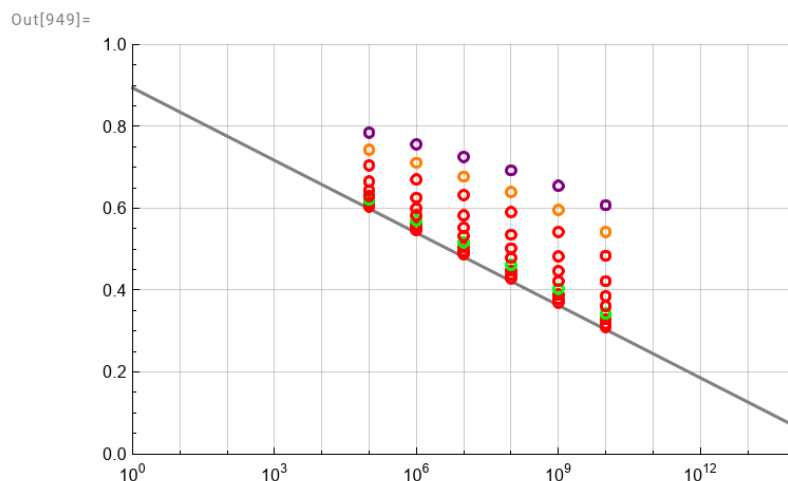
In[946]:=
pLR09 = ListPlot[PointsR090, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [rot [Kreis

In[947]:=
pLR095 = ListPlot[PointsR095, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Orange, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [orange [Kreis

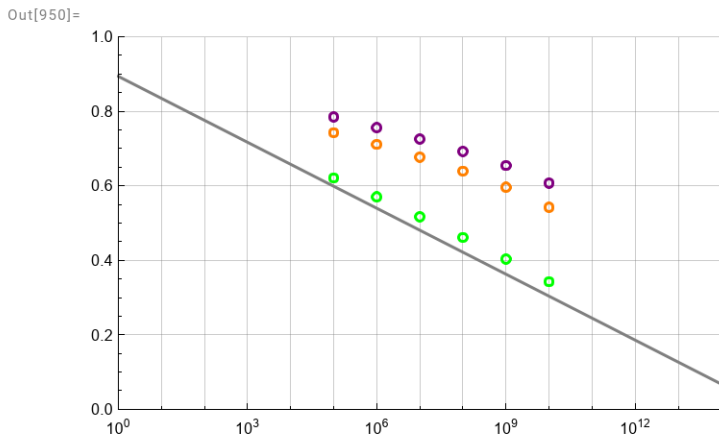
In[948]:=
pLR098 = ListPlot[PointsR098, ScalingFunctions -> {"Log10", None},
  [listenbezogene Graphik [Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine
  PlotMarkers -> {Graphics[{Purple, Circle[]}], 0.03}];
  [Markierungen in d... [Graphik [lila [Kreis

In[949]:=
pLSN = Show[plotsmaxRf01, pLR02, pLR03, pLR04,
  [zeige an
  pLR05, pLR06, pLR07, pLR08, pLR09, pLR095, pLR098] (**

```



```
In[950]:=
p1SN = Show[plotSmaxRf01, p1R05, p1R095, p1R098] (**)
      |_zeige an
```



(5) Linearisierte Ausgleichsfunktionen für $\log_{10}[N] < 7$ für eine schädigungsäquivalente Umrechnung von Versuchsergebnissen

Kalibrierte Steigung

```
In[1035]:=
```

aDm

```
Out[1035]=
```

0.8939

```
In[1036]:=
```

m

```
Out[1036]=
```

16.945

```
In[951]:=
```

SmaxRfRi = aDm - ((1 - Rj^w)^v) / m * Log10[Nj]
 |_Logarithmus :

```
Out[951]=
```

0.8939 - 0.0256297 (1 - Rj^w)^v Log [Nj]

```
In[952]:=
```

(*Bedingungen*)

Smax12R095 = 0.639411; (*Wert für R0.95 bei 10E8 100000000,0.6394115671047695` *)

Smax12R070 = 0.501923; (*Wert für R0.70 bei 10E8 {100000000,0.5019233094769686`} *)

```
In[955]:=
```

(*Gleichungen*)

```

In[1058]:=
eq1 = Smax12R098 == SmaxRfRi /. {Nj → 100000000, Rj → 0.95}
Out[1058]=
0.68 == 0.8939 - 0.472116 (1 - 0.95w)v

In[1059]:=
eq2 = Smax12R070 == SmaxRfRi /. {Nj → 100000000, Rj → 0.7}
Out[1059]=
0.501923 == 0.8939 - 0.472116 (1 - 0.7w)v

(* Gleichungssystem lösen → keine exakte Lösung möglich,
die beide Bedingungen erfüllt *)

In[1060]:=
solution = NSolve[{eq1, eq2}, {v, w}]
Out[1060]=
NSolve[
  {0.68 == 0.8939 - 0.472116 (1 - 0.95w)v, 0.501923 == 0.8939 - 0.472116 (1 - 0.7w)v}, {v, w}]

```

Kalibriert für gute Übereinstimmung bei $\log_{10}[N]=7$

```

In[1012]:=
v1 = 0.28
w1 = 2.1
Out[1012]=
0.28
Out[1013]=
2.1

In[1014]:=
plotSmaxRfRi098 =
Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.98, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
PlotStyle → {Purple, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];
In[1015]:=
plotSmaxRfRi095 =
Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.95, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
PlotStyle → {Orange, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];
In[1016]:=
plotSmaxRfRi090 =
Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.90, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
PlotStyle → {Red, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];
In[1017]:=
plotSmaxRfRi080 =
Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.80, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
PlotStyle → {Red, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];

```

In[1018]:=

```

plotSmaxRfRi070 =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.70, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
  PlotStyle → {Red, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];

```

In[1019]:=

```

plotSmaxRfRi060 =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.60, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
  PlotStyle → {Purple, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];

```

In[1020]:=

```

plotSmaxRfRi050 =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.50, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
  PlotStyle → {Green, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];

```

In[1021]:=

```

plotSmaxRfRi040 =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRi /. {Rj → 0.40, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
  PlotStyle → {Blue, Line, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];

```

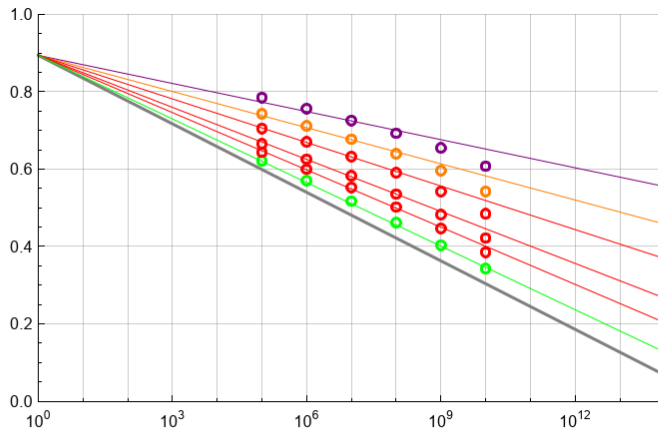
In[1022]:=

```

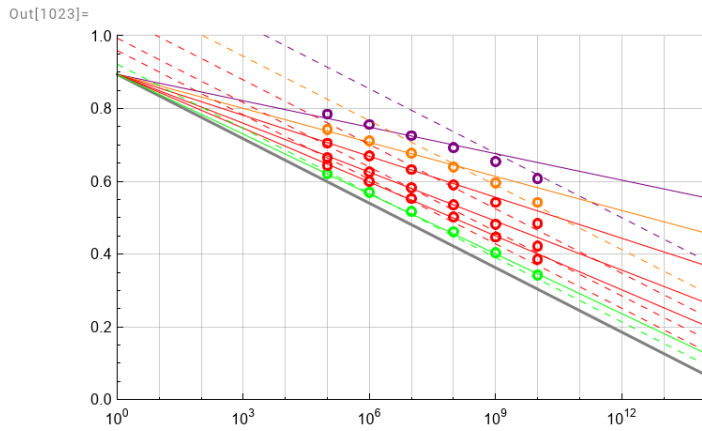
plSN = Show[plotSmaxRf01, plR05, plR07, plR08, plR09, plR095, plR098,
plotSmaxRfRi098, plotSmaxRfRi095, plotSmaxRfRi090, plotSmaxRfRi080,
plotSmaxRfRi070, plotSmaxRfRi050] (*plR02,plR03,plR05,plR06,*)

```

Out[1022]=



```
plSN = Show[plotSmaxRf01, plR05, plR07, plR08, plR09, plR095, plR098, plotSmaxRfRi098,
  |zeige an
  plotSmaxRfRi095, plotSmaxRfRi090, plotSmaxRfRi080, plotSmaxRfRi070, plotSmaxRfRi050,
  plotSmaxRfRi098p, plotSmaxRfRi095p, plotSmaxRfRi090p, plotSmaxRfRi080p,
  plotSmaxRfRi070p, plotSmaxRfRi050p] (*plR02,plR03,plR05,plR06,*)
```



G.4 Umrechnung auf andere R-Werte

In[976]:=

(*Faktor*)

In[1053]:=

kRi = (Neq) / (Neq /. {Rj → 0.1})

Out[1053]=

$10^{-\left(1-0.1^w\right)^{-v} (ai-mi S_j) + \left(1-R_j^w\right)^{-v} (ai-mi S_j)}$

In[1049]:=

kR = (Neq /. {v → 0.29, w → 2.1, Sj → 0.6}) / (Neq /. {Rj → 0.1, v → 0.29, w → 2.1, Sj → 0.6})

Out[1049]=

$10^{-1.00232 (ai-0.6 mi) + \frac{ai-0.6 mi}{(1-R_j^{2.1})^{0.29}}}$

In[978]:=

kR /. {Rj → 0.5}

Out[978]=

3.36526

Umrechnung auf andere R - Werte

In[1050]:=

a

Out[1050]=

15.1471

In[1051]:=

m

Out[1051]=

16.945

In[1029]:=

SmaxRfRi /. {Rj → 0.1, v → 0.29, w → 2.1, Nj → 1000000}

Out[1029]=

0.540631

In[1041]:=

Solve[Si == ai / mi - ((1 - Rj^w)^v) / mi * Log10[Nj], Nj]
[Löse [Logarithmus zur Basis

Out[1041]=

$$\left\{ \left\{ Nj \rightarrow 10^{(1-Rj^w)^{-v} (ai-mi Si)} \text{ if } -\pi < \text{Im} \left[(1-Rj^w)^{-v} (ai-mi Si) \right] \text{Log}[10] \leq \pi \right\} \right\}$$

In[1043]:=

Neq = 10^((1 - Rj^w)^(-v) * (ai - mi * Sj))

Out[1043]=

10^{(1-Rj^w)^{-v} (ai-mi Sj)}

In[1052]:=

test = Neq /. {Rj → 0.1, v → 0.29, w → 2.1, ai → a, mi → m, Sj → 0.50}

Out[1052]=

4.8988 × 10⁶

G.5 Kalibrierung der Ansatzfunktion aus analytischer Betrachtung

Ansatz einer parallelen Verschiebung für $\log_{10}[N] > 7$

```
In[979]:=
SmaxRfRipar = aDm - 1 / m * Log10[Nj * ((1 - Rj) (1 + Rj)) ^ 3.8]
           |
           |_Logarithmus zur Basis 10

Out[979]=
0.8939 - 0.0256297 Log[Nj ((1 - Rj) (1 + Rj)) ^ 3.8]

In[980]:=
plotSmaxRfRi098p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj -> 0.98, v -> v1, w -> w1}), {Nj, 1, 1000000000000000},
    |stell...|werte aus
    PlotStyle -> {Purple, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions -> {"Log10", None}];
    |Darstellungsstil |lila |gestrich...|Dicke |Skalierungsfunktionen |Logarit...|keine

In[981]:=
plotSmaxRfRi095p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj -> 0.95, v -> v1, w -> w1}), {Nj, 1, 1000000000000000},
    |stell...|werte aus
    PlotStyle -> {Orange, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions -> {"Log10", None}];
    |Darstellungsstil |orange |gestrich...|Dicke |Skalierungsfunktionen |Logarit...|keine

In[982]:=
plotSmaxRfRi090p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj -> 0.90, v -> v1, w -> w1}), {Nj, 1, 1000000000000000},
    |stell...|werte aus
    PlotStyle -> {Red, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions -> {"Log10", None}];
    |Darstellungsstil |rot |gestrich...|Dicke |Skalierungsfunktionen |Logarit...|keine

In[983]:=
plotSmaxRfRi080p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj -> 0.80, v -> v1, w -> w1}), {Nj, 1, 1000000000000000},
    |stell...|werte aus
    PlotStyle -> {Red, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions -> {"Log10", None}];
    |Darstellungsstil |rot |gestrich...|Dicke |Skalierungsfunktionen |Logarit...|keine
```

In[984]:=

```
plotsMaxRfRi070p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj → 0.70, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
    PlotStyle → {Red, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];
  Darstellungsstil Lrot Lgestrich· LDicke LSkalierungsfunktionen LLogarit· Lkeine
```

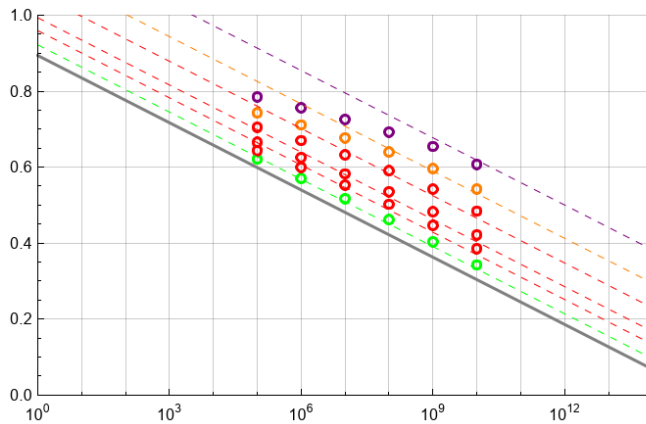
In[985]:=

```
plotsMaxRfRi050p =
  Plot[Evaluate@(SmaxRfRipar /. {Rj → 0.50, v → v1, w → w1}), {Nj, 1, 100000000000000},
    PlotStyle → {Green, Dashed, Thickness[0.001]}, ScalingFunctions → {"Log10", None}];
  Darstellungsstil Lgrün Lgestrich· LDicke LSkalierungsfunktionen LLogarit· Lkeine
```

In[986]:=

```
plSNpar = Show[plotsSmaxRf01, plR05, plR07, plR08, plR09,
  Lzeige an
  plR095, plR098, plotsSmaxRfRi098p, plotsSmaxRfRi095p, plotsSmaxRfRi090p,
  plotsSmaxRfRi080p, plotsSmaxRfRi070p, plotsSmaxRfRi050p] (**)
```

Out[986]:=



G.6 Vergleich mit Näherungsfunktion

Näherungsfunktion

In[1109]:=

```
NRivereinfacht = (1 + (c * Rj) ^ d) * 10^(ai + mi * Sj)
```

Out[1109]:=

$$10^{ai+mi Sj} (1 + (c Rj)^d)$$

In[1110]:=

```
c1 = 2.4;
```

```
d1 = 3.6;
```

In[1112]:=

```
NRivereinfacht /. {c → c1, d → d1, ai → a, mi → -m, Sj → 0.5, Rj → 0.4}
```

Out[1112]:=

$$8.80897 \times 10^6$$

In[1113]:=

Solve[Nk == NRivereinfacht, Sj]

[löse

Out[1113]=

$$\left\{ \left\{ \text{Sj} \rightarrow \frac{-\text{ai} + \frac{2 i \pi c_1}{\text{Log}[10]} + \frac{\text{Log}\left[\frac{\text{Nk}}{1 + (c \text{Rj})^d}\right]}{\text{Log}[10]}}{\text{mi}} \text{ if } c_1 \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$$

In[1114]:=

$$\text{SmaxRfRnn} = \frac{-\text{ai} + \frac{\text{Log}\left[\frac{\text{Nk}}{1 + (c \text{Rj})^d}\right]}{\text{Log}[10]}}{\text{mi}}$$

Out[1114]=

$$\frac{-\text{ai} + \frac{\text{Log}\left[\frac{\text{Nk}}{1 + (c \text{Rj})^d}\right]}{\text{Log}[10]}}{\text{mi}}$$

In[1115]:=

plotSmaxRfsimp98 =**Plot**[Evaluate@ (SmaxRfRnn /. {Rj → 0.98, c → c1, d → d1, ai → a, mi → -m}),

[stell...[werte aus

{Nk, 1, 100 000 000 000 000}, PlotStyle → {Purple, Dotted, Thickness[0.005]},

[Darstellungsstil [lila [punktiert [Dicke

ScalingFunctions → {"Log10", None}];

[Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine

In[1116]:=

plotSmaxRfsimp95 =**Plot**[Evaluate@ (SmaxRfRnn /. {Rj → 0.95, c → c1, d → d1, ai → a, mi → -m}),

[stell...[werte aus

{Nk, 1, 100 000 000 000 000}, PlotStyle → {Yellow, Dotted, Thickness[0.005]},

[Darstellungsstil [gelb [punktiert [Dicke

ScalingFunctions → {"Log10", None}];

[Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine

In[1117]:=

plotSmaxRfsimp70 =**Plot**[Evaluate@ (SmaxRfRnn /. {Rj → 0.70, c → c1, d → d1, ai → a, mi → -m}),

[stell...[werte aus

{Nk, 1, 100 000 000 000 000}, PlotStyle → {Red, Dotted, Thickness[0.005]},

[Darstellungsstil [rot [punktiert [Dicke

ScalingFunctions → {"Log10", None}];

[Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine

In[1118]:=

plotSmaxRfsimp50 =**Plot**[Evaluate@ (SmaxRfRnn /. {Rj → 0.50, c → c1, d → d1, ai → a, mi → -m}),

[stell...[werte aus

{Nk, 1, 100 000 000 000 000}, PlotStyle → {Green, Dotted, Thickness[0.005]},

[Darstellungsstil [grün [punktiert [Dicke

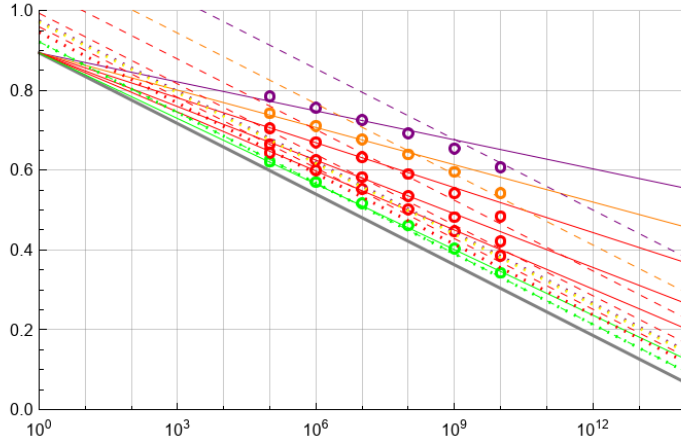
ScalingFunctions → {"Log10", None}];

[Skalierungsfunktionen [Logarit... [keine

In[1119]:=

```
plSN = Show[plotSmaxRf01, plR05, plR07, plR08, plR09, plR095, plR098, plotSmaxRfRi098,
  zeige an
  plotSmaxRfRi095, plotSmaxRfRi090, plotSmaxRfRi080, plotSmaxRfRi070, plotSmaxRfRi050
  plotSmaxRfRi098p, plotSmaxRfRi095p, plotSmaxRfRi090p, plotSmaxRfRi080p,
  plotSmaxRfRi070p, plotSmaxRfRi050p, plotSmaxRfsimp98, plotSmaxRfsimp95,
  plotSmaxRfsimp70, plotSmaxRfsimp50] (*plR02,plR03,plR05,plR06,*)
```

Out[1119]=



H Weibull-S-N-Modell

Hinweis: Nachfolgend werden wesentliche Auszüge aus dem Mathematica-Skript für die Bestimmung eines Weibull-S-N-Modell wiedergegeben. Auf die Wiedergabe der iterativen Prozesskette zur Bestimmung eines konvergenten Weibull-S-N-Modells unter Einbezug von Durchläufern wird verzichtet.

H.1 Vorbetrachtungen zur Weibull-Verteilung mit drei Parametern

$W(a,b,c)$, Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion PDF

```
In[*]:= fWeib = c / b * ((x - a) / b) ^ (c - 1) * Exp[- ((x - a) / b) ^ c]
```

Out[*]=

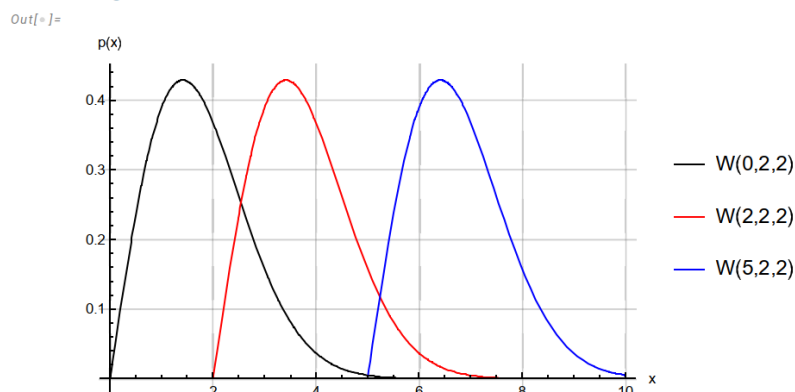
$$\frac{c e^{-\left(\frac{-a+x}{b}\right)^c} \left(\frac{-a+x}{b}\right)^{-1+c}}{b}$$

```
In[*]:= W022 = pltW = Plot[Evaluate@ (fWeib /. {a -> 0, b -> 2, c -> 2}), {x, 0, 10}, PlotRange -> All,
GridLines -> Automatic, PlotStyle -> {Black, Line, Thickness[0.004]},
PlotLegends -> {"W(0,2,2)"}, AxesLabel -> {"x", "p(x)"}];
```

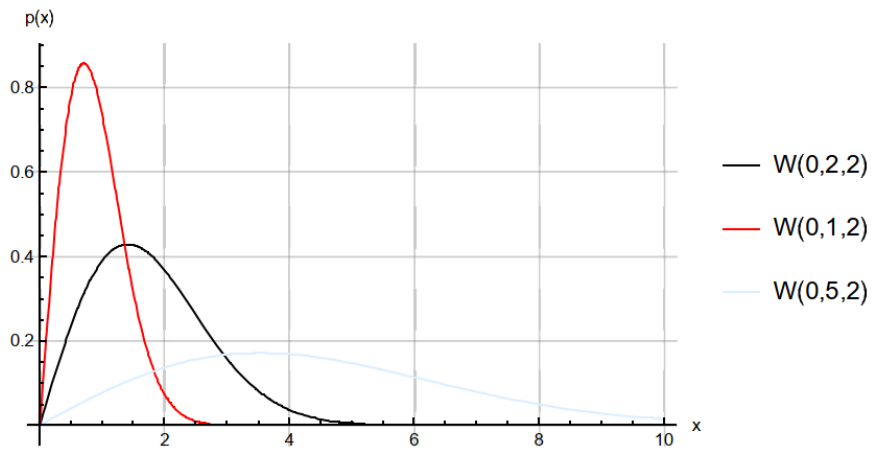
```
In[*]:= W222 = pltW = Plot[Evaluate@ (fWeib /. {a -> 2, b -> 2, c -> 2}), {x, 2, 10}, PlotRange -> All,
GridLines -> Automatic, PlotStyle -> {Red, Darker, Line, Thickness[0.004]},
PlotLegends -> {"W(2,2,2)"}, AxesLabel -> {"x", "p(x)"}];
```

```
In[*]:= W522 = pltW = Plot[Evaluate@ (fWeib /. {a -> 5, b -> 2, c -> 2}), {x, 5, 10}, PlotRange -> All,
GridLines -> Automatic, PlotStyle -> {Blue, Line, Thickness[0.004]},
PlotLegends -> {"W(5,2,2)"}, AxesLabel -> {"x", "p(x)"}];
```

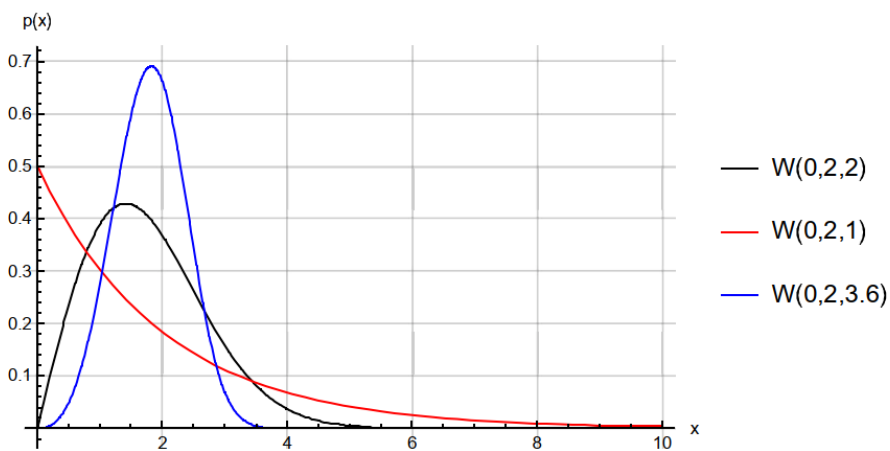
```
In[*]:= Show[W022, W222, W522]
```



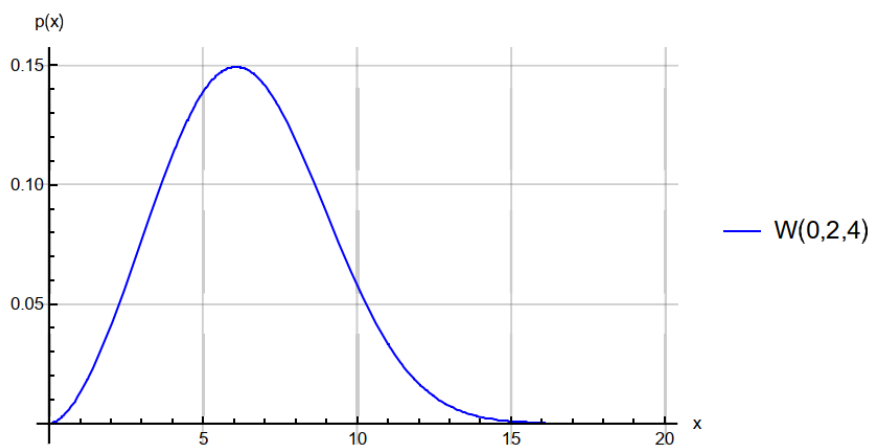
Out[]:=



Out[]:=



Out[]:=

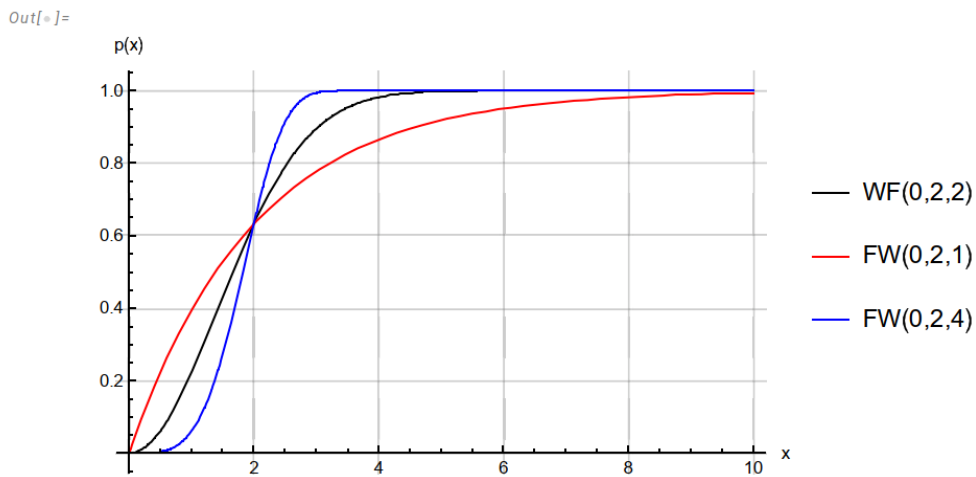
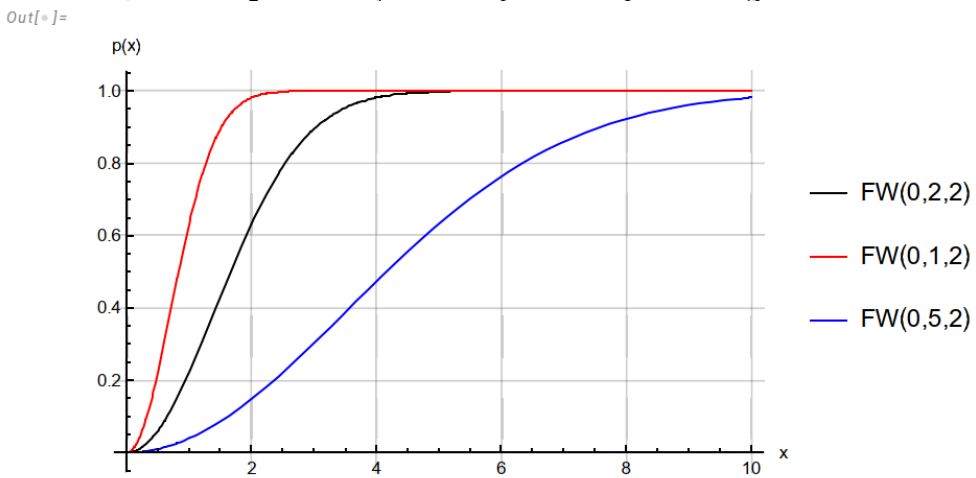
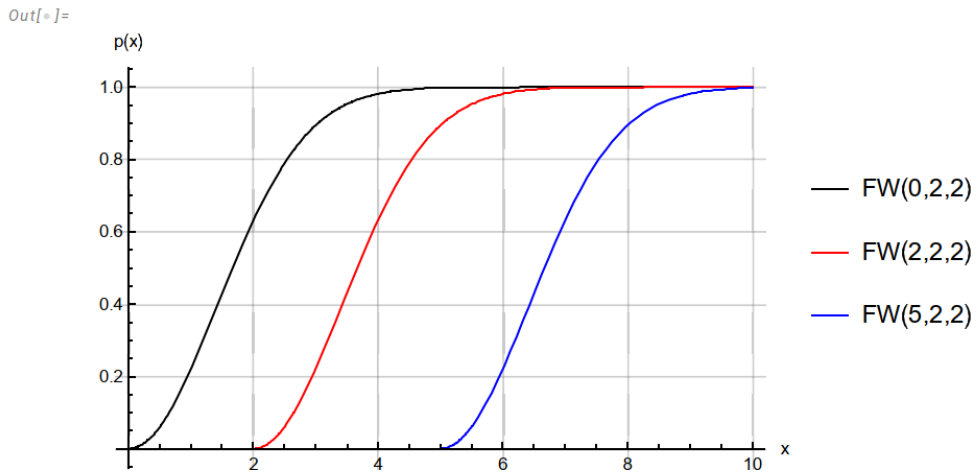


CDF (Cumulative Distribution Function)

In[]:= **Fweib** = 1 - Exp[- ((x - a) / b) ^ c]

Exponentialfunktion

$$1 - e^{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c}$$



H.2 Weibull-S-N-Modell

Wöhler - Curve based on Weibull distribution (log-log) as per Literature Toasa

In[*] := (* Diss Toasa Gl. 3.31*)

In[*]:= **SNWeib** = Exp [((-Log [1 - p]) ^ (1 / c) * b + a) / (Log [Ni] - vB) + vC]
[Exponen· [Logarithmus] [Logarithmus]

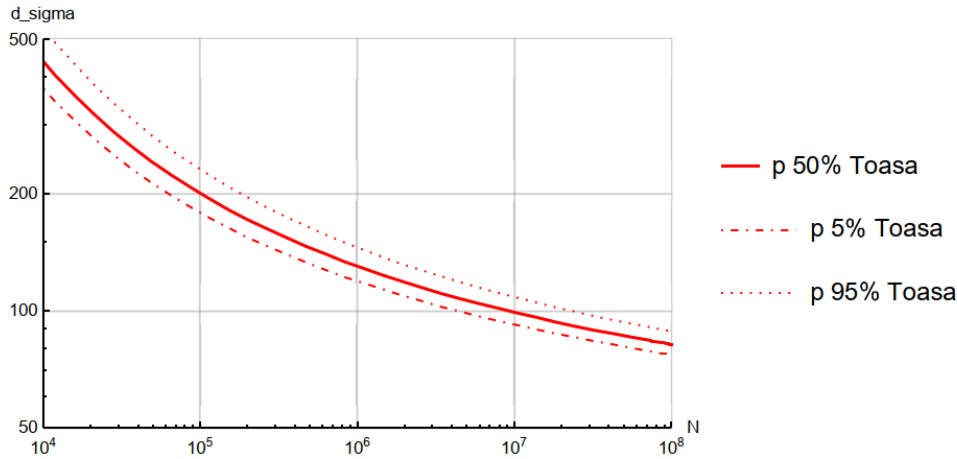
Out[*]=

$$e^{vC + \frac{a + b \cdot (-\log[1-p])^{\frac{1}{c}}}{-vB + \log[Ni]}}$$

In[*]:= **Show[pltsNW1, pltsNW105, pltsNW195]**

[zeige an]

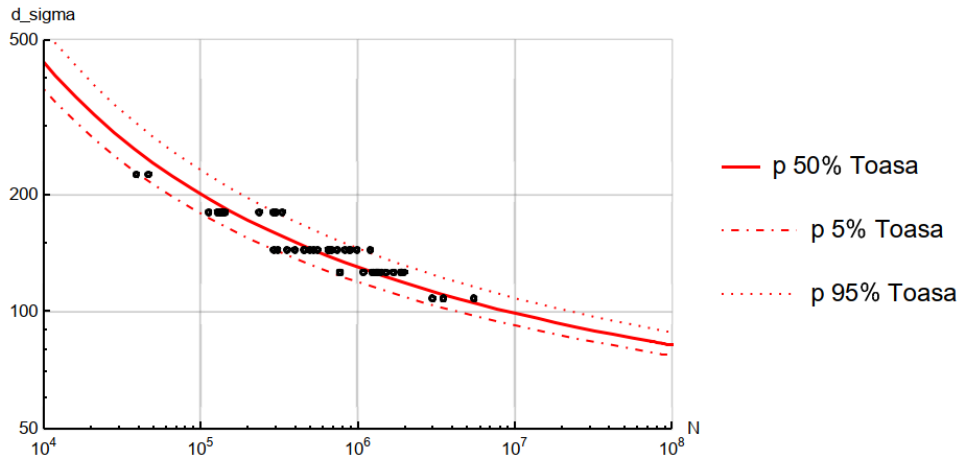
Out[*]=



H.3 Nachrechnung des Weibull-S-N-Modells anhand des veröffentlichten Datensatzes Stahlinger Brücke

In[*]:= **SNMatSt** = {{1, 225, 38927}, {2, 225, 46474}, {3, 180, 112302}, {4, 180, 138322},
 {5, 180, 142491}, {6, 180, 133710}, {7, 180, 127800}, {8, 180, 235782},
 {9, 180, 302732}, {10, 180, 133500}, {11, 180, 133840}, {12, 180, 289800},
 {13, 180, 330300}, {14, 144, 523200}, {15, 144, 398319}, {16, 144, 554726},
 {17, 144, 496652}, {18, 144, 647726}, {19, 144, 897183}, {20, 144, 885600},
 {21, 144, 1200640}, {22, 144, 661550}, {23, 144, 683264}, {24, 144, 739415},
 {25, 144, 827473}, {26, 144, 989000}, {27, 144, 456020}, {28, 144, 456480},
 {29, 144, 292680}, {30, 144, 309570}, {31, 144, 355100}, {32, 126, 1333748},
 {33, 126, 1904087}, {34, 126, 1964597}, {35, 126, 766126}, {36, 126, 1236622},
 {37, 126, 1514865}, {38, 126, 1272776}, {39, 126, 1313096}, {40, 126, 1689579},
 {41, 126, 1882968}, {42, 126, 775688}, {43, 126, 1084235}, {44, 126, 1334498},
 {45, 126, 1401002}, {46, 108, 2980233}, {47, 108, 3504216}, {48, 108, 5484220}}

Out[*]=



```
In[*]:= st1 = Log[SNMatSt[[All, 2]]];
           [Logarithmus [alle]
```

```
In[*]:= st2 = Log[SNMatSt[[All, 3]]];
           [Logarithmus [alle]
```

```
In[*]:= SNMatStE = Transpose[Append[Transpose[SNMatSt], st1]];
           [transponiere [hänge... [transponiere]
```

```
In[*]:= SNMatStF = Transpose[Append[Transpose[SNMatStE], st2]];
           [transponiere [hänge... [transponiere]
```

```
In[*]:= XiS = (logNi - vBS) * (logSi - vCS)
```

Out[*]=

```
(logNi - vBS) (logSi - vCS)
```

```
In[*]:= vectorXS = (#[[5]] - vBS) * (#[[4]] - vCS) & /@ SNMatStF
```

```
In[*]:= mXS = Mean[vectorXS = (#[[5]] - vBS) * (#[[4]] - vCS) & /@ SNMatStF]
           [arithmetisches Mittel]
```

S - N Weibull Model Stahinger Bridge

Geometrie - Parameter vB, vC

```
In[*]:= objective[vBS_, vCS_] :=
```

```
Total[(SNMatStF[[All, 5]] - vBS - Mean[vectorXS = (#[[5]] - vBS) * (#[[4]] - vCS) & /@ SNMatStF] /
           [Gesamtsumme [alle [arithmetisches Mittel]
           (SNMatStF[[All, 4]] - vCS) ) ^ 2]
           [alle]
```

```
In[*]:= sol = FindMinimum[objective[vBS, vCS], {{vBS, 3.6}, {vCS, 3.4}}, PrecisionGoal -> 20]
           [ermittle Minimum [Präzisionsziel]
```

Out[*]=

```
{5.91687, {vBS -> -29.562, vCS -> -2.18923}}
```

Prüfung des Minimums mit den Werten aus der Literatur

```

In[*]:= mXS /. {vBS → 3.53, vCS → 3.37}
Out[*]=
15.5028

In[*]:= checkmean = a + b * Gamma[(1 + 1 / c)] /. {a → 14.07, b → 1.63, c → 2.47}
      |Gammafunktion
Out[*]=
15.5158

In[*]:= objective[3.53, 3.37]
Out[*]=
6.39352

In[*]:= vectorXStest = (#[[5]] - vBS) * (#[[4]] - vCS) & /@ SNMatStF /. {vCS → vCStest, vBS → vBStest};
In[*]:= mXStest = mXS /. {vBS → 3.53, vCS → 3.37}
Out[*]=
15.5028

In[*]:= checkmin = Total[(SNMatStF[[All, 5]] - vBS - mXStest / (SNMatStF[[All, 4]] - vCS))^2] /.
      |Gesamtsumme |alle |alle
      {vBS → 3.53, vCS → 3.37}
Out[*]=
6.39352

```

Weibull - Parameter a,b,c (B,C Direkt)

```

In[*]:= vectorXS = (#[[5]] - vBS) * (#[[4]] - vCS) & /@ SNMatStF;
In[*]:= vectorXSi = vectorXS /. {vBS → vBSi, vCS → vCSi}
Out[*]=
{305.213, 306.561, 304.079, 305.618, 305.837, 305.367, 305.034, 309.555, 311.4, 305.356,
 305.375, 311.078, 312.043, 305.904, 303.952, 306.323, 305.531, 307.433, 309.765, 309.672,
 311.851, 307.584, 307.815, 308.38, 309.186, 310.462, 304.92, 304.927, 301.746, 302.147,
 303.129, 306.773, 309.274, 309.494, 302.878, 306.241, 307.667, 306.444, 306.663,
 308.434, 309.195, 302.965, 305.318, 306.777, 307.118, 305.566, 306.679, 309.757}

In[*]:= vectorXSSorted = Sort[vectorXSi]
      |sortiere

```

Find c (as per diss eq. 2.35)

```

In[*]:= M0q = 1 / nS * Total[vectorXSSorted]
          |Gesamtsumme
Out[*]=
306.885

In[*]:= M1q = 1 / (nS (nS - 1)) * Sum[(nS - i) * vectorXSSorted[[i]], {i, nS - 1}]
          |summiere
Out[*]=
152.712

In[*]:= (* M1q=1 / (n(n-1)) Sum[(i-1) * vectorX[[i]], {i, Length[vectorX]}] *)
          |summiere |Länge
In[*]:= M2q = 1 / (nS (nS - 1) (nS - 2)) * Sum[(nS - i) * (nS - i - 1) * vectorXSSorted[[i]], {i, nS - 2}]
          |summiere
Out[*]=
101.576

In[*]:= goal = (3 * M2q - M0q) / (2 * M1q - M0q)
Out[*]=
1.47659

In[*]:= FindRoot[(3 * M2q - M0q) / (2 * M1q - M0q) == (3^(-1 / c) - 1) / (2^(-1 / c) - 1), {c, 0.1}]
          |ermittle Nullstelle
Out[*]=
{c -> 2.70471}

```

```

In[*]:= glc0 = (3^(-1 / c) - 1) / (2^(-1 / c) - 1)
Out[*]=

$$\frac{-1 + 3^{-1/c}}{-1 + 2^{-1/c}}$$


```

Find b (Diss Eq. 2.36)

```

In[*]:= bi = (2 * M1q - M0q) / ((2^(-1 / c) - 1) * Gamma[1 + 1 / c]) /. {c -> ci}
          |Gammafunktion
Out[*]=
7.26781

```

Find a (Diss Eq. 2.37)

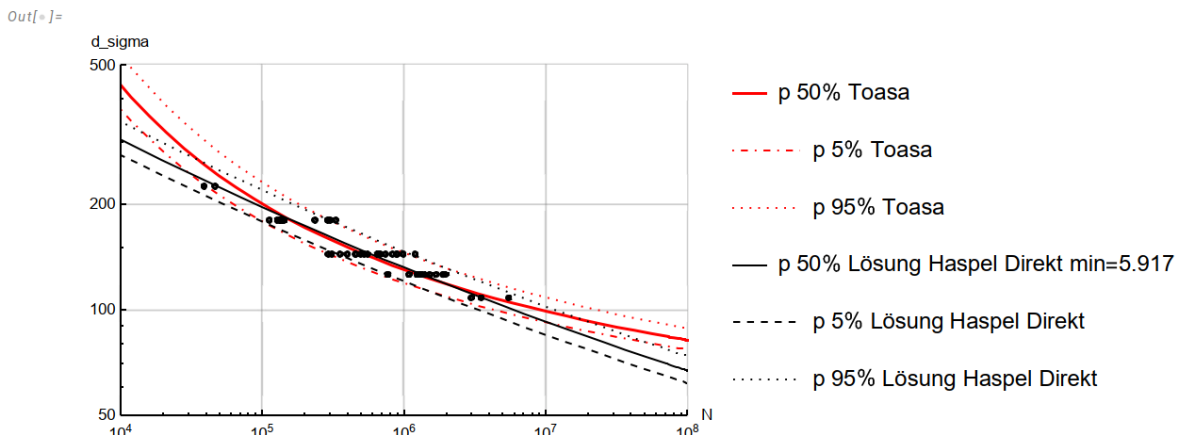
```

In[*]:= ai = M0q - b * Gamma[1 + 1 / c] /. {b -> bi, c -> ci}
          |Gammafunktion
Out[*]=
300.422

In[*]:= params = {vBSi, vCSi, ai, bi, ci}
Out[*]=
{-29.562, -2.18923, 300.422, 7.26781, 2.70471}

```

```
In[*]:= Show[pltsNW1, pltsNW105, pltsNW195, p1, p2, pltsNW2D50, pltsNW2D05, pltsNW2D95]
[zeige an]
```



Näherung Geometrieparameter nach Dissertation Toasa 3.36 bis 3.39

```
In[*]:= SNMat180 = SNMatStF[[3 ;; 13]];
```

```
In[*]:= SNMat144 = SNMatStF[[14 ;; 31]];
```

```
In[*]:= SNMat126 = SNMatStF[[46 ;; 48]];
```

```
In[*]:= S1 = Log[180] // N
[Logarithmus [N]]
```

```
Out[*]:=
5.19296
```

```
In[*]:= S2 = Log[144] // N
[Logarithmus [N]]
```

```
Out[*]:=
4.96981
```

```
In[*]:= S3 = Log[108] // N
[Logarithmus [N]]
```

```
Out[*]:=
4.68213
```

```
In[*]:= mue1 = 1 / Length[SNMat180] * Total[SNMat180[[All, 5]]] // N
[Länge [Gesamtsumme [alle [N]]]
```

```
Out[*]:=
12.0707
```

```
In[*]:= mue2 = 1 / Length[SNMat144] * Total[SNMat144[[All, 5]]] // N
[Länge [Gesamtsumme [alle [N]]]
```

```
Out[*]:=
13.2799
```

```
In[*]:= mue3 = 1 / Length[SNMat126] * Total[SNMat126[[All, 5]]] // N
[Länge [Gesamtsumme [alle [N]]]
```

```
Out[*]:=
15.1648
```

```
In[*]:= vBS1 = (mue1 (mue2 (-S1 + S2) + mue3 (S1 - S3)) + mue2 * mue3 (-S2 + S3)) /
           (mue3 (S1 - S2) + mue1 (S2 - S3) + mue2 (-S1 + S3)) // N
           |numerischer Wert
```

```
Out[*]=
-2.72866
```

```
In[*]:= vCS1 = (mue1 * S1 (S2 - S3) + mue3 * S3 (S1 - S2) + mue2 * S2 (-S1 + S3)) /
           (mue3 (S1 - S2) + mue1 (S2 - S3) + mue2 (-S1 + S3))
```

```
Out[*]=
2.23884
```

```
In[*]:= muetest = - ((mue1 - mue2) (mue1 - mue3) (mue2 - mue3) (S1 - S2) (S1 - S3) (S2 - S3)) /
                 (mue3 (-S1 + S2) + mue2 (S1 - S3) + mue1 (-S2 + S3)) ^ 2
```

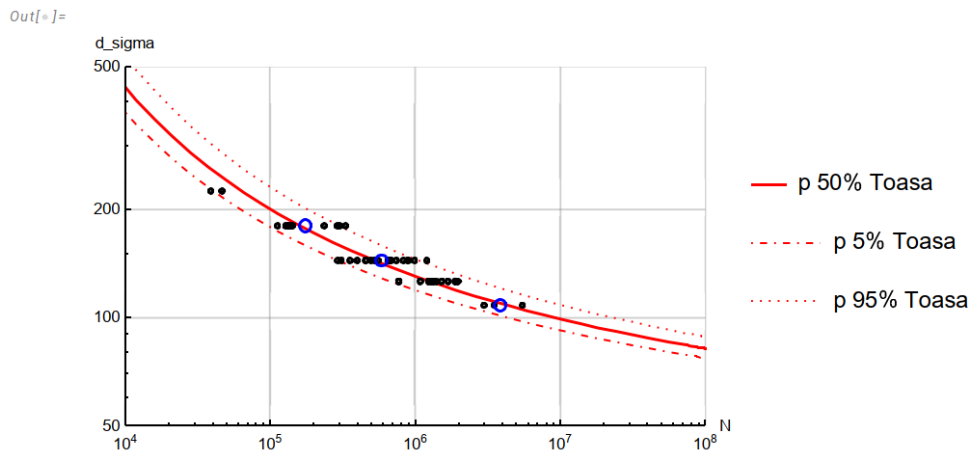
```
Out[*]=
43.7189
```

```
In[*]:= PTS = {{Exp[mue1], Exp[S1]}, {Exp[mue2], Exp[S2]}, {Exp[mue3], Exp[S3]}}
           |Exponentialf... |Exponentialf... |Exponentialf... |Exponentialf... |Exponentialf...
```

```
Out[*]=
{{174 670., 180.}, {585 303., 144.}, {3.85465 × 106, 108.}}
```

```
In[*]:= p2 = ListLogLogPlot[PTS[;;, {1, 2}], PlotRange -> {{1, 100 000 000}, {0, 300}},
           |listenbezogene doppelt logarithmische Darste... |Koordinatenbereich der Graphik
           PlotMarkers -> {Graphics[{Blue, Circle[]]}, 0.04];
           |Markierungen in d... |Graphik |blau |Kreis
```

```
In[*]:= Show[pltSNW1, pltSNW105, pltSNW195, p1, p2]
|zeige an
```



```
In[*]:= sol = Solve[{mue1 == vBS + mue / (S1 - vCS),
                   |löse
                   mue2 == vBS + mue / (S2 - vCS), mue3 == vBS + mue / (S3 - vCS)}, {vBS, vCS, mue}]
```

*** Solve: Solve was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result.

```
Out[*]=
{{vBS -> -2.72866, vCS -> 2.23884, mue -> 43.7189}}
```

Verwendung der errechneten Startwerte

```
In[*]:= objective[vBS_, vCS_] :=
  Total[ (SNMatStF[All, 5] - vBS - Mean[vectorXS = (#[5] - vBS) * (#[4] - vCS) & /@ SNMatStF] /
    [Gesamtsumme [alle [arithmetisches Mittel]
    (SNMatStF[All, 4] - vCS) ) ^2]
    [alle]
```

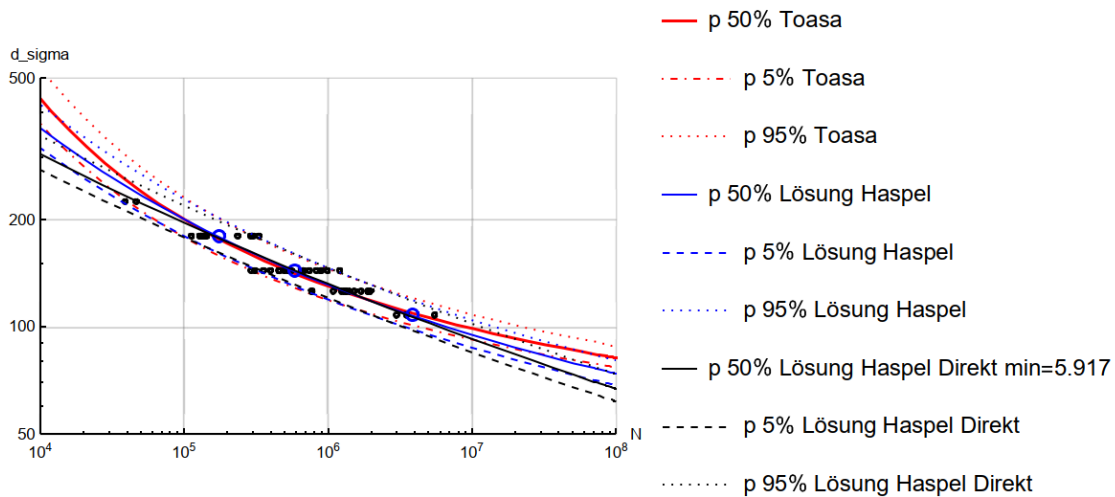
```
In[*]:= sol = FindMinimum[objective[vBS, vCS],
  [ermittle Minimum
  {{vBS, -2.72866}, {vCS, 2.238842318130047}}, PrecisionGoal -> 20]
  [Präzisionsziel]
```

```
Out[*]:= {5.91687, {vBS -> -29.562, vCS -> -2.18923}}
```

```
In[*]:= params = {vBSi, vCSi, ai, bi, ci}
```

```
Out[*]:= {{-2.72866}, {2.23884}, {{41.1234}}, {2.86771}, 2.68866}
```

```
Out[*]:=
```



H.4 Nachrechnung Prognose für Runout

Estimated Fatigue Life of Runouts Beispiel Artikel -> kann reproduziert werden

```

In[*]:= paramsE = {3.53, 3.37, 14.07, 1.63, 2.47}
Out[*]=
{3.53, 3.37, 14.07, 1.63, 2.47}

In[*]:= LE1[Nro_, Sro_, r_, q_] :=
Exp[(a + b (((Log[Nro] - vB) (Log[Sro] - vC) - a) / b) ^ c - Log[1 - (r / (q + 1))]) ^ (1 / c)) /
(Log[Sro] - vC) + vB] /. {vB -> paramsE[[1],
vC -> paramsE[[2], a -> paramsE[[3], b -> paramsE[[4], c -> paramsE[[5]]}

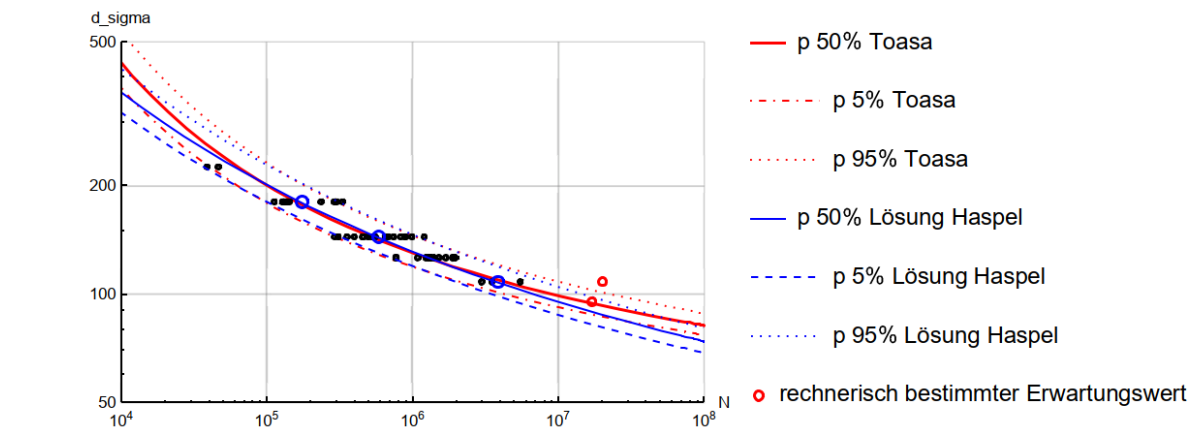
In[*]:= LE1[17 804 820, 108, 1, 1]
Out[*]=
2.01631 × 107

In[*]:= LE1[8 000 000, 95, 1, 1]
Out[*]=
1.70476 × 107

In[*]:= MRo = {{20 163 078, 108}, {1.704757524363468`*^7, 95}}
Out[*]=
{{20 163 078, 108}, {1.70476 × 107, 95}}

In[*]:= pro = ListLogLogPlot[MRo[;;, {1, 2}], PlotRange -> {{100 000, 100 000 000}, {70, 300}},
PlotMarkers -> {Graphics[{Red, Circle[]}], 0.03},
PlotLegends -> {"rechnerisch bestimmter Erwartungswert"},
GridLines -> Automatic, AxesLabel -> {"N", "d_sigma"}];
Out[*]=
Show[pltSNW1, pltSNW105, pltSNW195, p1, p2, pltSNW250, pltSNW205, pltSNW295, pro]

```



Estimated Fatigue Life of Runouts Beispiel Artikel - mit den Werten der Verteilung Haspel

```

In[*]:= paramsE = {-29.562006226143474, -2.1892330522007826,
300.42161318798105, 7.267808185939524, 2.704711243518199}

Out[*]:=
{-29.562, -2.18923, 300.422, 7.26781, 2.70471}

In[*]:= (*paramsE={-2.7286648288296367,2.2388423181300476,
41.1233757916964,2.8677065817940015,2.6886629672977507}*)

In[*]:= LE2[Nro_, Sro_, r_, q_] :=
Exp[(a + b (((Log[Nro] - vB) (Log[Sro] - vC) - a) / b) ^ c - Log[1 - (r / (q + 1))]) ^ (1 / c)) /
[Exponentialfunkt... [Logarithmus] [Logarithmus] [Logarithmus]
(Log[Sro] - vC) + vB] /. {vB -> paramsE[[1],
[Logarithmus]
vC -> paramsE[[2], a -> paramsE[[3], b -> paramsE[[4], c -> paramsE[[5]]}

In[*]:= MRoi = {{17 804 820, 108}, {8 000 000, 95}}

Out[*]:=
{{17 804 820, 108}, {8 000 000, 95}}

In[*]:= proi = ListLogLogPlot[MRoi[;;, {1, 2}], PlotRange -> {{1, 100 000 000}, {0, 300}},
[listenbezogene doppelt logarithmische Darstel... [Koordinatenbereich der Graphik]
PlotMarkers -> {Graphics[{Blue, Disk[]}], 0.025}, PlotLegends -> {"N1"}];
[Markierungen in d... [Graphik] [blau] [Kreisscheibe] [Legenden der Graphik]

In[*]:= LE2[17 804 820, 108, 1, 1]
Out[*]:=
1.89025 x 10^7

In[*]:= LE2[8 000 000, 95, 1, 1]
Out[*]:=
1.06734 x 10^7

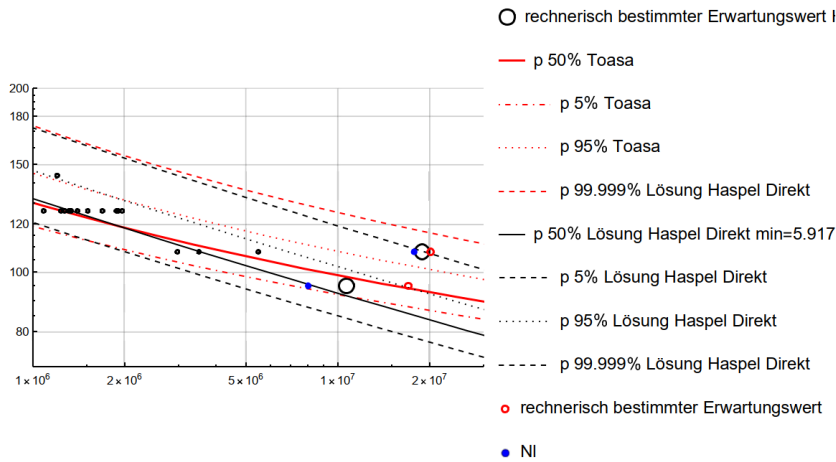
In[*]:= MRo = {{18 902 521, 108}, {1.0673356162613625`*^7, 95}}
Out[*]:=
{{18 902 521, 108}, {1.06734 x 10^7, 95}}

In[*]:= proh = ListLogLogPlot[MRo[;;, {1, 2}], PlotRange -> {{1000 000, 30000 000}, {70, 200}},
[listenbezogene doppelt logarithmische Darste... [Koordinatenbereich der Graphik]
PlotMarkers -> {Graphics[{Black, Circle[]}], 0.06}, PlotLegends ->
[Markierungen in d... [Graphik] [schwarz] [Kreis] [Legenden der Graphik]
{"rechnerisch bestimmter Erwartungswert Haspel"}, GridLines -> Automatic];
[Gitternetzlinien [automatisch]

In[*]:= Show[proh, pltsNW1, pltsNW105, pltsNW195, pltsNW199,
[zeige an]
p1, pltsNW2D50, pltsNW2D05, pltsNW2D95, pltsNW2D99, pro, proi]

Out[*]:=

```



H.5 Weibull-S-N-Modell für Carbonstrangschlaufen, Datensatz NeZuCa

H.5.1 Direkte Lösung

```

In[*]:= (* verwendete Daten *)

In[*]:= SNMat = Import["ACTUAL_AuswertungVersuche.xlsm", {"Data", 12, {8, 9, 10, 11, 13, 14, 15,
importiere
16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33}, {4, 7, 15}}]

Out[*]:=
{{TK50-7, 80160., 0.588993}, {TK50-8, 176928., 0.56994},
{TK50-9, 773514., 0.576567}, {TK50-10, 1.00664 × 106, 0.53708},
{TK40-7, 27667., 0.615372}, {TK40-8, 294480., 0.575761}, {TK40-4, 384248., 0.555756},
{TK40-5, 1.14254 × 106, 0.535907}, {TK40-15, 281589., 0.595452},
{TK20-6, 49951., 0.606974}, {TK20-7, 18335., 0.587775}, {TK20-8, 84800., 0.587775},
{TK20-9, 515507., 0.528652}, {TK20-11, 4.41987 × 106, 0.509072},
{TK20-20, 1.88527 × 106, 0.520653}, {TK20-24, 4.06206 × 106, 0.489566},
{TK40-6, 424718., 0.547776}, {TK40-9, 296890., 0.559645},
{TK40-10, 2.14543 × 106, 0.503283}, {TK40-11, 507241., 0.503283},
{TK40-14, 782700., 0.503283}, {TK40-19, 510056., 0.503283}, {TK50-12, 22669.6, 0.62}}

In[*]:= (* ReplacePart[%,1→Prepend[First[%],{"Sample","Ni","S","LogN"}]] *)
ersetze Teil stelle vor... erstes Element

In[*]:= s12 = Log[SNMat[[All, 2]]]
Logarithmus alle

In[*]:= SNMat10T1 = Transpose[Append[Transpose[SNMat], s12]];
transponiere hänge... transponiere

In[*]:= s10 = Log[SNMat[[All, 3]] * 100]
Logarithmus alle

In[*]:= SNMat10Ti = Transpose[Append[Transpose[SNMat10T1], s10]];
transponiere hänge... transponiere

In[*]:= s11 = SNMat[[All, 3]] * 100
alle

In[*]:= SNMat10T = Transpose[Append[Transpose[SNMat10Ti], s11]]
transponiere hänge... transponiere

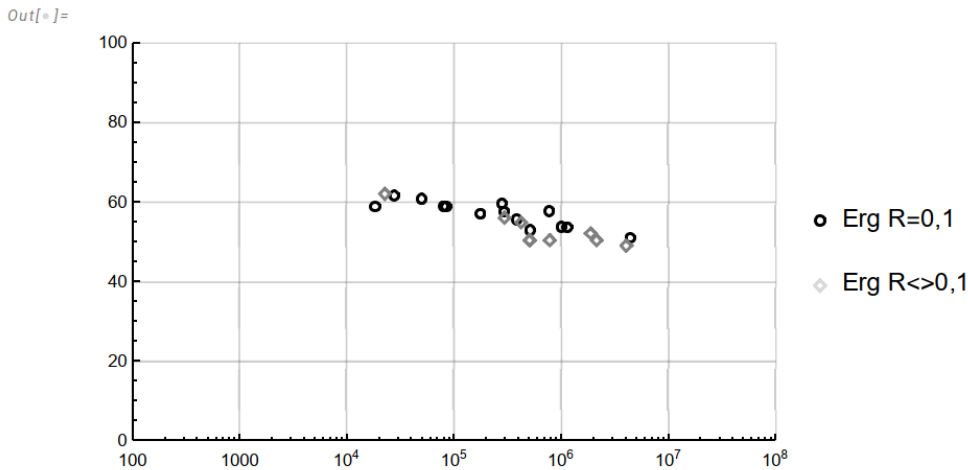
In[*]:= Xi = (logNi - vB) * (logSi - vC)

Out[*]:=
(logNi - vB) (logSi - vC)

In[*]:= vectorXn = (#[[4]] - vB) * (#[[5]] - vC) & /@ SNMat10T

In[*]:= mX = Mean[vectorXn]
arithmetisches Mittel

```



Geometrie - Parameter vB, vC ()

```
In[*]:= objectiveN[vB_, vC_] := Total[(SNMat10T[[All, 4]] - vB - mX / (SNMat10T[[All, 5]] - vC))^2];
```

```
In[*]:= (* soli=FindMinimum[{objectiveN[vB,vC], 150<vB<180, 12<vC<13},
  {{vB, 171.3}, {vC, 12.3}}, PrecisionGoal->20] *)
```

```
In[*]:= soli = FindMinimum[objectiveN[vB, vC], {{vB, 42}, {vC, 6}}, PrecisionGoal -> 20]
```

```
Out[*]= {13.3848, {vB -> 18.4284, vC -> 4.33327}}
```

```
In[*]:= objective0[vB_, vC_] :=
  Total[(SNMat10T[[All, 4]] - vB - Mean[vectorXn = (#[[4]] - vB) * (#[[5]] - vC) & /@ SNMat10T] /
    (SNMat10T[[All, 5]] - vC))^2];
```

```
In[*]:= soli = FindMinimum[objective0[vB, vC], {{vB, 18}, {vC, 8}}, PrecisionGoal -> 20]
```

```
Out[*]= {13.3848, {vB -> 18.4284, vC -> 4.33327}}
```

```
In[*]:= values = soli[[2]];
```

```
In[*]:= vBi = vB /. values
```

```
Out[*]= 18.4284
```

```
In[*]:= vCi = vC /. values
```

```
Out[*]= 4.33327
```

```
In[*]:= mX /. {vB -> vBi, vC -> vCi}
```

```
Out[*]= 1.74248
```

Find c (as per article EQ 15ff)

```

In[*]:= M0a = 1 / n * Total[vectorXSorted]
      |Gesamtsumme
Out[*]=
1.74248

In[*]:= M1a = 1 / (n (n - 1)) * Sum[(i - 1) * vectorXSorted[[i]], {i, n}]
      |summiere
Out[*]=
0.945978

In[*]:= (* M1q=1 / (n (n - 1)) Sum[(i - 1) * vectorX[[i]], {i, Length[vectorX]}] *)
      |summiere |Länge
In[*]:= M2a = 1 / (n (n - 1) (n - 2)) * Sum[(i - 1) * (i - 2) * vectorXSorted[[i]], {i, n}]
      |summiere
Out[*]=
0.656553

In[*]:= goal = (3 * M2a - M0a) / (2 * M1a - M0a)
Out[*]=
1.51983

In[*]:= sol = FindRoot[(3 * M2a - M0a) / (2 * M1a - M0a) ==
      |ermittle Nullstelle
      (2 - 3 * 2^(-1 / c) + 3^(-1 / c)) / (1 - 2^(-1 / c)), {c, 0.1}]
Out[*]=
{c -> 2.80625}

In[*]:= ci = c /. sol
Out[*]=
2.80625

In[*]:= glc = (2 - 3 * 2^(-1 / c) + 3^(-1 / c)) / (1 - 2^(-1 / c))
Out[*]=

$$\frac{2 - 3 \times 2^{-1/c} + 3^{-1/c}}{1 - 2^{-1/c}}$$


```

Find b (Diss Eq. 2.36)

```

In[*]:= bi = (2 * M1q - M0q) / ((2^(-1 / c) - 1) * Gamma[1 + 1 / c]) /. {c -> ci}
      |Gammafunktion
Out[*]=
0.766937

```

Find a (Diss Eq. 2.37)

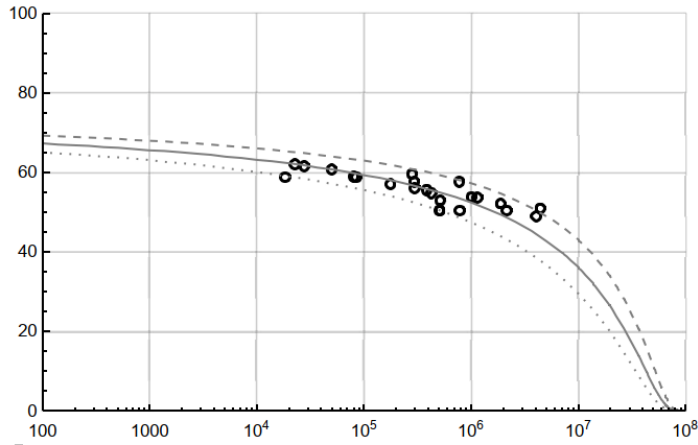
```

In[*]:= ai = M0q - b * Gamma[1 + 1 / c] /. {b -> bi, c -> ci}
      |Gammafunktion
Out[*]=
1.0595

In[*]:= params = {vBi, vCi, ai, bi, ci}
Out[*]=
{18.4284, 4.33327, 1.0595, 0.766937, 2.80625}

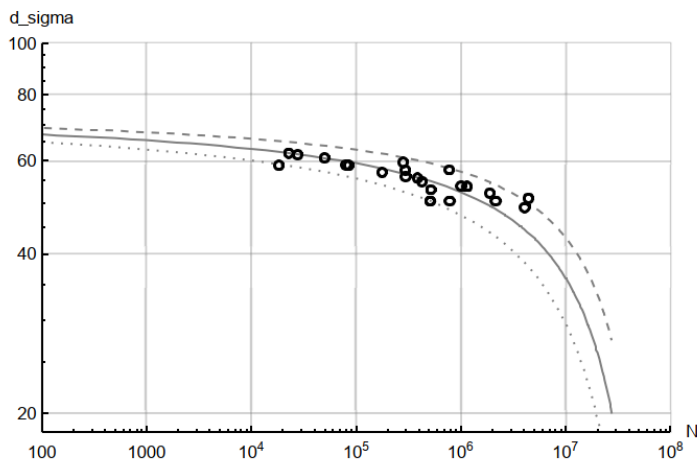
```

Out[]=



- p 50% Lösung direkt
- - - p 95% Lösung direkt
- p 5% Lösung direkt

Out[]=



- p 50% Lösung direkt
- - - p 5% Lösung direkt
- p 95% Lösung direkt

H.5.2 Näherung mit Stützstellen

Näherung Geometrieparameter nach Dissertation Toasa 3.36 bis 3.39 ---->
mit 3 Stützstellen

```

In[*]:= (*auf geschätzten Mittelwerten*)

In[*]:= S1 = 4.19921
Out[*]=
4.19921

In[*]:= S2 = 3.9844
Out[*]=
3.9844

In[*]:= S3 = 3.7816
Out[*]=
3.7816

In[*]:= mue1 = 9.2103
Out[*]=
9.2103

In[*]:= mue2 = 13.12236
Out[*]=
13.1224

In[*]:= mue3 = 16.118
Out[*]=
16.118

In[*]:= vBS1 = (mue1 (mue2 (-S1 + S2) + mue3 (S1 - S3)) + mue2 * mue3 (-S2 + S3)) /
              (mue3 (S1 - S2) + mue1 (S2 - S3) + mue2 (-S1 + S3)) // N
Out[*]=
45.777
[numerischer Wert]

In[*]:= vCS1 = (mue1 * S1 (S2 - S3) + mue3 * S3 (S1 - S2) + mue2 * S2 (-S1 + S3)) /
              (mue3 (S1 - S2) + mue1 (S2 - S3) + mue2 (-S1 + S3))
Out[*]=
5.99226

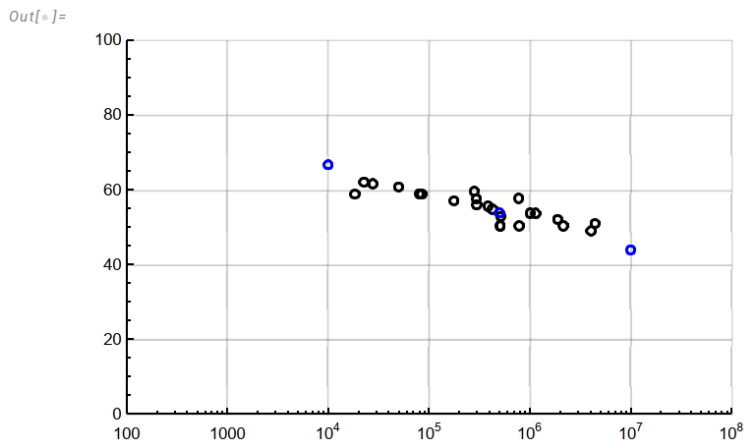
In[*]:= muetest = - ((mue1 - mue2) (mue1 - mue3) (mue2 - mue3) (S1 - S2) (S1 - S3) (S2 - S3)) /
                  (mue3 (-S1 + S2) + mue2 (S1 - S3) + mue1 (-S2 + S3)) ^ 2
Out[*]=
65.566

In[*]:= PTS = {{Exp[mue1], Exp[S1]}, {Exp[mue2], Exp[S2]}, {Exp[mue3], Exp[S3]}}
Out[*]=
{{9999.6, 66.6337}, {499998., 53.753}, {9.99904 × 106, 43.8862}}

In[*]:= p2 = ListLogLinearPlot[PTS[;;, {1, 2}], PlotRange -> {{1, 100000000}, {0, 300}},
PlotMarkers -> {Graphics[{Blue, Circle[]}], 0.03};
Out[*]=
[listenbezogene log-lineare Darstellung] [Koordinatenbereich der Graphik]
[Markierungen in d... Graphik] [blau] [Kreis]

```

In[*]:= Show[pc, p2]
 [zeige an]



In[*]:= sol = Solve[{mue1 == vBS + mue / (S1 - vCS),
 [löse]
 mue2 == vBS + mue / (S2 - vCS), mue3 == vBS + mue / (S3 - vCS)}, {vBS, vCS, mue}]

⚠ Solve: Solve was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result.

Out[*]=
 {{vBS → 45.777, vCS → 5.99226, mue → 65.566}}

In[*]:= vBi = vBS /. sol

Out[*]=
 {45.777}

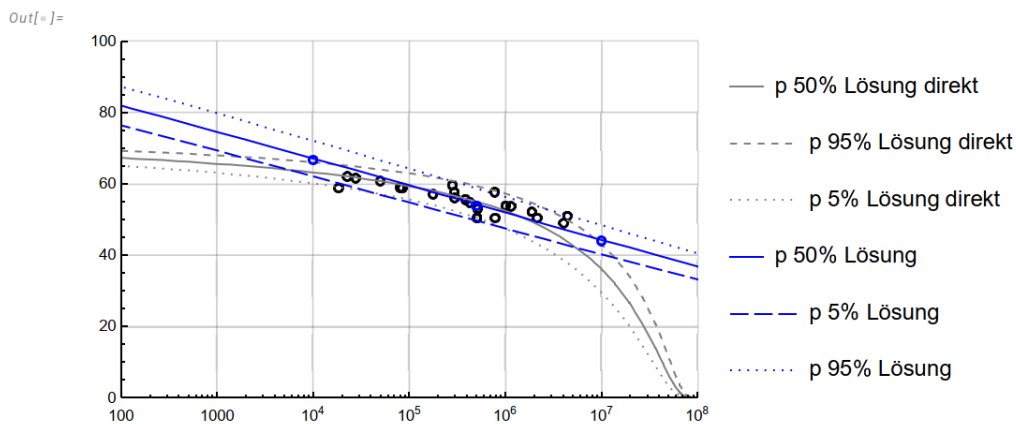
In[*]:= vCi = vCS /. sol

Out[*]=
 {5.99226}

Weibull - Parameter a,b,c

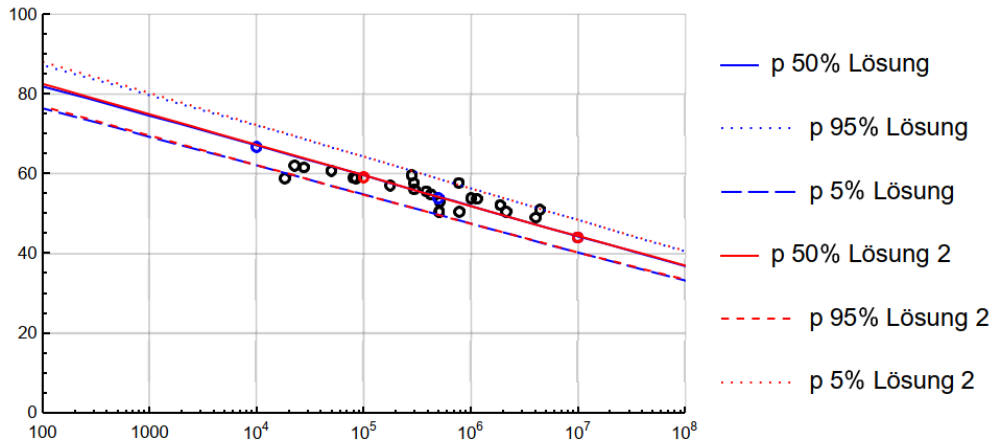
In[*]:= params = Flatten[{vBi, vCi, ai, bi, ci}]
 [ebne ein]

Out[*]=
 {45.777, 5.99226, 60.9152, 5.00302, 2.92315}

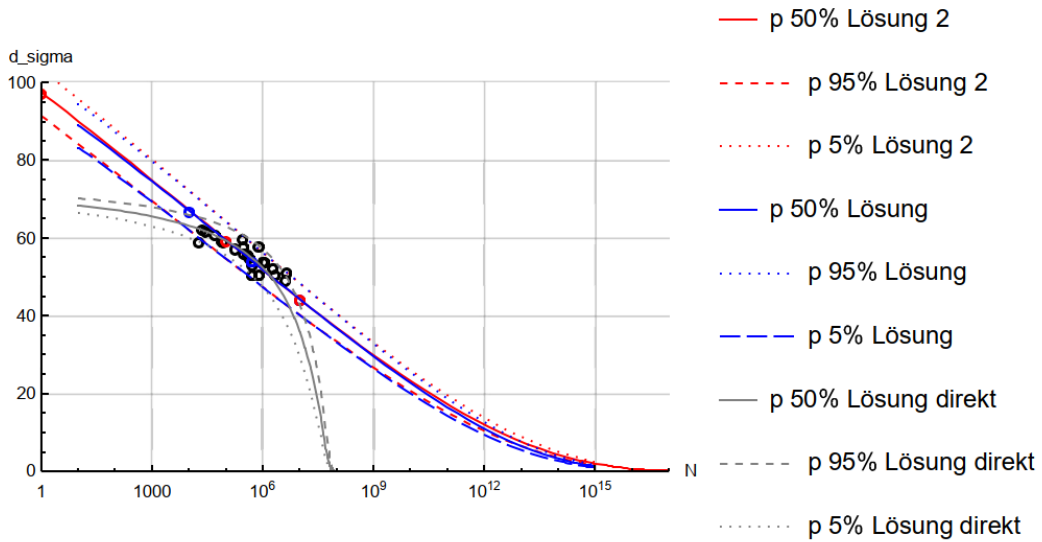


Näherung Geometrieparameter nach Dissertation Toasa 3.36 bis 3.39 mit anderen Stützstellen ---> 3 Stützstellen incl logN=0

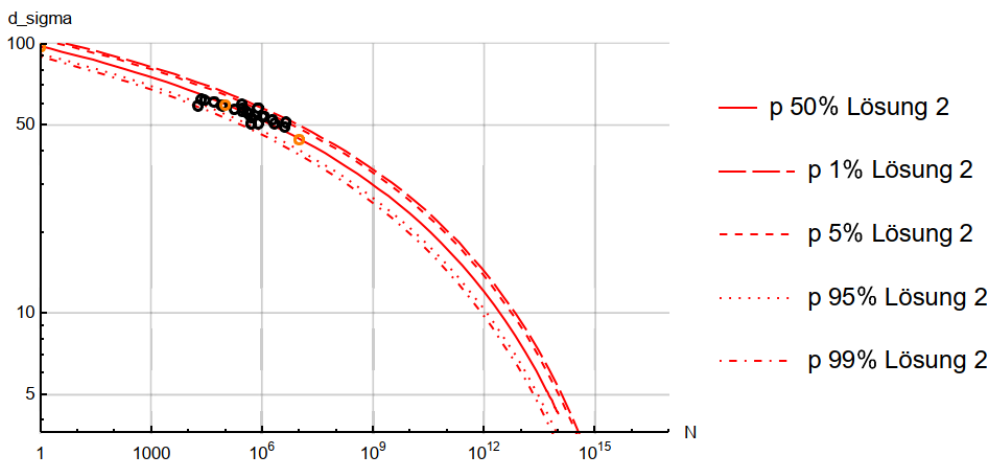
Out[*]=



Out[*]=



Out[*]=



H.6 Weibull-S-N-Modell für Konvexe Verteilungs-Funktion

Wahrscheinlichkeit für Konvexe Verteilungs-Funktion

In[*]:= (* Diss Toasa Gl. 3.31 – umgestellt p statt 1-p *)

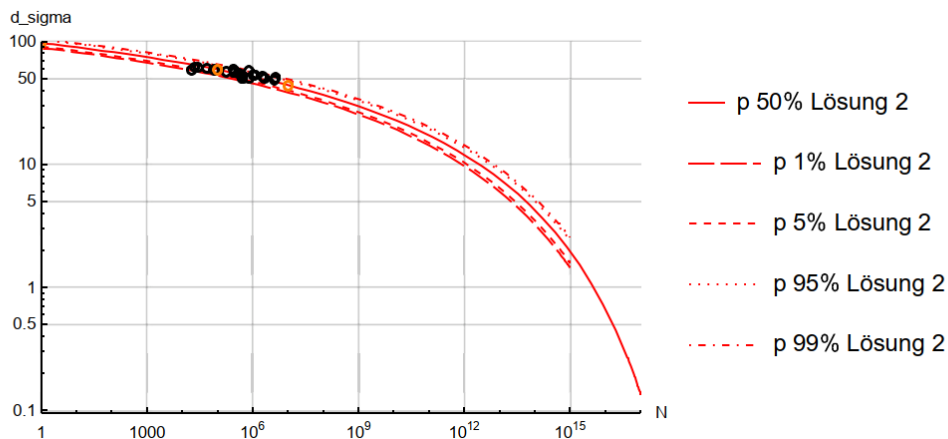
In[*]:= SNWeibCON = Exp[((-Log[p]) ^ (1 / c) * b + a) / (Log[Ni] - vB) + vC]

[Exponenten · [Logarithmus] [Logarithmus]

Out[*]=

$$e^{vC + \frac{a+b(-\log(p))^{1/c}}{-vB + \log[Ni]}}$$

Out[*]=



H.7 Ansatzfunktionen für Prognose für Runouts für Weibull-S-N-Modell mit konvexer Verteilungs-Funktion

Herleitung und Test der Formel

In[*]:= paramsE = {45.77697221076463`, 5.992264618025887`, 60.915194549324724`, 5.003019926230539`, 2.923147444196131`} (* aus Lösung F *)

Out[*]=

{45.777, 5.99226, 60.9152, 5.00302, 2.92315}

In[*]:= (* Wahrscheinlichkeitsperzentile eines abgebrochenen Versuches *)

In[*]:= pCON = Exp[- (((Log[Si] - vC) (Log[Nro] - vB) - a) / b) ^ c]

[Exponenten · [Logarithmus] [Logarithmus]

Out[*]=

$$e^{-\left(\frac{-a + (-vB + \log[Nro]) (-vC + \log[Si])}{b}\right)^c}$$

In[*]:= (* Erwartungswert E(N) für eine Wahrscheinlichkeit p bei einem Lastniveau Si *)

[· [numerischer Wert]

In[*]:= NvE = Exp[(a + b * (-Log[p]) ^ (1 / c)) / (Log[Si] - vC) + vB]

[Exponentialfunkt · [Logarithmus] [Logarithmus]

Out[*]=

$$e^{vB + \frac{a+b(-\log(p))^{1/c}}{-vC + \log[Si]}}$$

In[*]:= (* Erwartungswert für einen Runout*)

$$In[*]:= NvEro = \frac{\text{Exp}[(a + b * (-\text{Log}[pEro]) ^ (1 / c)) / (\text{Log}[Si] - vC) + vB]}{\text{Logarithmus}}$$

Out[*]=

$$e^{vB + \frac{a + b \left[\frac{-a (-vB \text{Log}[Nro]) (-vC \text{Log}[Si])^c}{1 - e^{-\frac{-a (-vB \text{Log}[Nro]) (-vC \text{Log}[Si])^c}{b}}} \right]^{\frac{1}{c}}}{-vC + \text{Log}[Si]}}$$

In[*]:= (* Wahrscheinlichkeitsperzentile für die Schätzung der Lebenserwartung für den r-ten aus q gleichen Runouts *)

$$In[*]:= pEro = pCON + (1 - pCON) * r / (q + 1)$$

Out[*]=

$$e^{-\left(\frac{-a + (-vB + \text{Log}[Nro]) (-vC + \text{Log}[Si])}{b}\right)^c} + \frac{\left(1 - e^{-\left(\frac{-a + (-vB + \text{Log}[Nro]) (-vC + \text{Log}[Si])}{b}\right)^c}\right)^r}{1 + q}$$

In[*]:= (* Formel für Erwartungswert*)

NvEro

Out[*]=

$$e^{vB + \frac{a + b \left[\frac{-a (-vB \text{Log}[Nro]) (-vC \text{Log}[Si])^c}{1 - e^{-\frac{-a (-vB \text{Log}[Nro]) (-vC \text{Log}[Si])^c}{b}}} \right]^{\frac{1}{c}}}{-vC + \text{Log}[Si]}}$$

H.8 Ansatzfunktionen weiterentwickelt für beidseitig begrenzte Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

Ansatzfunktionen für Prognose für Runouts für Weibull-S-N-Modell mit konvexer Vert.-Fkt. und beidseitig begrenzter Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion

Formel für links- und rechtsseitig begrenzte Wahrscheinlichkeitsverteilung - neue Formel Hasp

In[*]:= (* Wahrscheinlichkeitsperzentile eines abgebrochenen Versuches *)

$$In[*]:= pCON = \frac{\text{Exp}[-((\text{Log}[Si] - vC) (\text{Log}[Nro] - vB) - a) / b]^c}{\text{Logarithmus}}$$

Out[*]=

$$e^{-\left(\frac{-a + (-vB + \text{Log}[Nro]) (-vC + \text{Log}[Si])}{b}\right)^c}$$

In[*]:= (* Wahrscheinlichkeitsperzentile der rechtsseitigen Grenze ----- neu für rechte Seite *)

$$\ln[*] := \text{pLIM} = \text{Exp}[-((\text{Log}[\text{Si}] - \text{vC}) (\text{Log}[\text{kNLIM}] - \text{vB}) - a) / b]^c$$

Out[*]=

$$e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{kNLIM}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c}$$

In[*] := (* MAXimalwert der Weibullverteilung (wegen Spiegelung nach oben begrenzt) *)

$$\ln[*] := \text{NvLIM} = \text{Exp}[(a + b * (-\text{Log}[\text{0.9999}])^{(1/c)}) / (\text{Log}[\text{Si}] - \text{vC}) + \text{vB}]$$

Out[*]=

$$e^{\text{vB} + \frac{a + 0.000100005^{\frac{1}{c}} b}{-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}]}}$$

In[*] := (* Erwartungswert für einen Runout *)

$$\ln[*] := \text{NvEroLIM} = \text{Exp}[(a + b * (-\text{Log}[\text{pEroLIM}])^{(1/c)}) / (\text{Log}[\text{Si}] - \text{vC}) + \text{vB}]$$

Out[*]=

$$e^{\text{vB} + \frac{a + b \left[\frac{-\text{Log} \left[e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{kNLIM}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} - e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{Nro}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} \right]}{1 + q}}{-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}]}}$$

In[*] := (* Wahrscheinlichkeitsperzentile für die Schätzung der Lebenserwartung für den r ten aus q gleichen Runouts mit links- und rechtsseitig begrenzter Wahrscheinlichkeitsverteilung *)

$$\ln[*] := \text{pEroLIM} = \text{pCON} + (\text{pLIM} - \text{pCON}) * r / (q + 1)$$

Out[*]=

$$e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{Nro}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} + \frac{\left(e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{kNLIM}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} - e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{Nro}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} \right) r}{1 + q}$$

In[*] := (* Formel für Erwartungswert *)

NvEroLIM

Out[*]=

$$e^{\text{vB} + \frac{a + b \left[\frac{-\text{Log} \left[e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{kNLIM}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} - e^{-\left(\frac{-a + (-\text{vB} + \text{Log}[\text{Nro}])(-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}])}{b}\right)^c} \right]}{1 + q}}{-\text{vC} + \text{Log}[\text{Si}]}}$$

H.9 Prognosen für Runouts

Einlesen der Werte der Runouts

```
In[*]:= (* Faktor für Kn *)
      kna = 2
Out[*]=
      2

In[*]:= SNMatRO = Import["ACTUAL_AuswertungVersuche.xlsm",
      |importiere
      {"Data", 12, {34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42}, {4, 7, 15, 21, 22, 23}}]
Out[*]=
      {{TK20-10, 2.03833 × 106, 0.489492, 1., 1., 2.83701},
      {TK20-16, 139 099., 0.509503, 1., 1., 3.3663},
      {TK20-18, 2.67804 × 106, 0.509503, 2., 2., 3.00127},
      {TK20-19, 2.67804 × 106, 0.509503, 1., 2., 2.8518},
      {TK20-21, 1.88527 × 106, 0.520653, 1., 1., 2.18394},
      {TK20-22, 5.33794 × 106, 0.473321, 1., 2., 3.33413},
      {TK20-23, 5.33794 × 106, 0.473321, 2., 2., 3.32998},
      {TK20-25, 2.67804 × 106, 0.489566, 1., 1., 3.62688},
      {TK20-26, 1.38401 × 106, 0.489566, 1., 1., 2.35288}}
```

Bestimmen der Erwartungswerte

```
In[*]:= (* Bestimmung des Maximalwertes wegen begrenzter Verteilung*)
In[*]:= MatLIM = Flatten[NvLIM /. {Nro → SNMatRO[;;, {2}], Si → SNMatRO[;;, {3}] * 100,
      |ebne ein
      r → SNMatRO[;;, {4}], q → SNMatRO[;;, {5}], vB → paramsE[[1],
      vC → paramsE[[2]], a → paramsE[[3]], b → paramsE[[4]], c → paramsE[[5]]}]
Out[*]=
      {1.76852 × 107, 1.00476 × 107, 1.00476 × 107, 1.00476 × 107,
      7.3347 × 106, 2.79504 × 107, 2.79504 × 107, 1.76483 × 107, 1.76483 × 107}

In[*]:= MatKnNro = Flatten [((SNMatRO[;;, {2}] - 1) * kna + 1) * SNMatRO[;;, {6}]]
      |ebne ein
Out[*]=
      {1.15655 × 107, 936 495., 1.6075 × 107, 1.52745 × 107,
      8.23462 × 106, 3.55948 × 107, 3.55505 × 107, 1.94259 × 107, 6.51282 × 106}

In[*]:= MatLIM1 = MapThread[Min, {MatLIM, MatKnNro}]
      |wende auf ... |kleinstes Element
Out[*]=
      {1.15655 × 107, 936 495., 1.00476 × 107, 1.00476 × 107,
      7.3347 × 106, 2.79504 × 107, 2.79504 × 107, 1.76483 × 107, 6.51282 × 106}
```

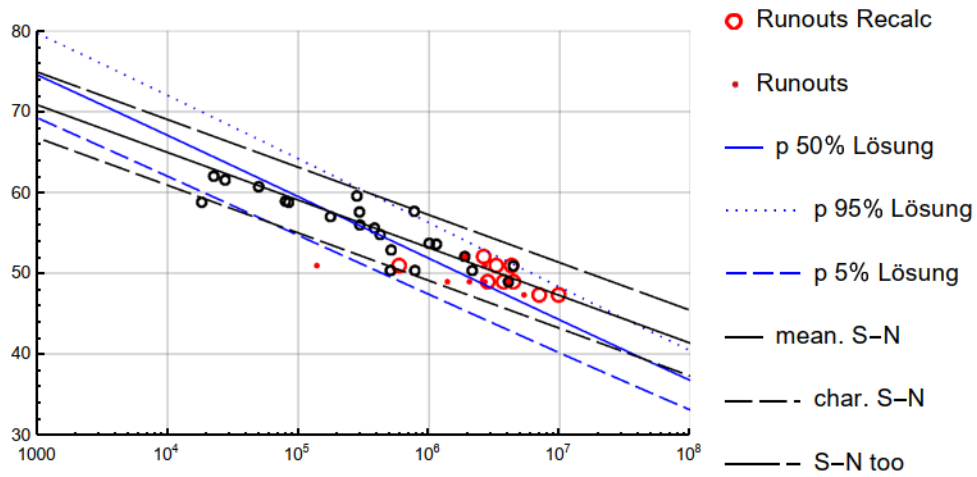
In[*]:= (*bestimmen der Erwartungs LZ*)

In[*]:= MatRO = NvEroLIM /. {Nro → SNMatRO[; ; , {2}], Si → SNMatRO[; ; , {3}] * 100,
 r → SNMatRO[; ; , {4}], q → SNMatRO[; ; , {5}], kNLIM → SNMatROM[; ; , {7}],
 vB → paramsE[[1]], vC → paramsE[[2]], a → paramsE[[3]], b → paramsE[[4]], c → paramsE[[5]]}

Out[*]=

{ {3.71879 × 10⁶}, {591 892.}, {4.28487 × 10⁶}, {3.27121 × 10⁶},
 {2.62485 × 10⁶}, {6.97442 × 10⁶}, {9.8108 × 10⁶}, {4.42188 × 10⁶}, {2.81477 × 10⁶}}

Out[*]=



I Messungen der Eigenfrequenzen aus [L81] und [L86]

I.1 Zusammenfassung der Messwerte

Messung Jan '24				Freq. IN PLANE			Freq. OUT-OF-PLANE		
Hanger		Länge - PP	Hängerkraft (KMD)	1	2	3	1	2	3
-		m	kN	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
432210	Messung Jan	7,892	65,26	11,19	23,55		10,60	24,14	38,86
432110	Messung Jan	10,574	140,56	11,38	23,16	36,70	10,79	22,24	35,03
412110	Messung Jan	10,574	193,77	12,89	25,97	38,66	12,36	24,99	39,57
440110	Messung Jan	7,790	199,80	19,03	38,37		17,86	36,24	
432010	Messung Jan	12,344	210,34	11,77	23,74	36,11	11,25	22,76	34,67
431910	Messung Jan	13,834	210,84	10,21	20,61	31,66	9,81	19,82	30,23
431710	Messung Jan	16,391	220,38	8,83	17,86	26,96	8,64	17,21	26,30
440210	Messung Jan	10,382	222,89	14,33	29,25	43,97	13,54	27,87	42,50
412010	Messung Jan	12,344	232,43	11,84	23,49	35,33	11,58	23,36	35,33
431410	Messung Jan	18,303	250,50	8,25	16,49	24,74	8,05	16,23	24,41
411410	Messung Jan	18,303	251,00	8,24	16,68	25,52	8,05	16,29	24,73
411910	Messung Jan	13,834	251,00	10,99	22,38	33,96	10,60	21,46	32,46
440810	Messung Jan	17,567	255,52	8,83	17,66	26,69	8,44	17,08	25,71
411110	Messung Jan	17,881	260,04	8,64	17,27	25,91	8,44	16,88	25,52
440710	Messung Jan	16,994	260,54	9,23	18,65	28,26	8,83	17,86	27,09
421810	Messung Jan	10,651	268,57	15,50	31,20	46,61	14,72	29,63	
420810	Messung Jan	17,567	269,07	9,03	18,06	27,28	8,83	17,67	26,50
420710	Messung Jan	16,994	270,58	9,23	18,65	28,20	8,83	17,86	27,09
430910	Messung Jan	16,672	276,60	9,62	20,02	30,23	9,62	19,24	29,05
411610	Messung Jan	17,313	277,61	9,23	18,45	28,07	8,83	17,86	26,89
421310	Messung Jan	17,008	279,11	9,42	19,04	28,92	9,23	18,52	27,88
411710	Messung Jan	16,391	279,61	9,62	19,43	29,05	9,42	19,04	28,66
431310	Messung Jan	18,391	279,61	8,64	17,27	26,11	8,44	16,69	25,32
411510	Messung Jan	17,967	281,12	8,83	17,67	27,54	8,83	17,67	26,50
420510	Messung Jan	15,048	284,13	10,99	22,38	33,96	10,60	21,39	32,32
431510	Messung Jan	17,967	284,13	8,83	17,86	26,30	8,64	17,27	26,30
441010	Messung Jan	17,963	284,63	9,03	18,26	27,48	8,83	17,67	26,50
411310	Messung Jan	18,391	286,14	8,83	17,86	27,09	8,64	17,27	26,11
420410	Messung Jan	13,744	288,15	11,97	23,95	36,12	11,52	23,16	35,86
431210	Messung Jan	18,220	288,65	8,83	17,47	27,28	8,64	17,47	26,30
421010	Messung Jan	17,963	289,15	8,96	17,80	26,56	8,83	17,67	26,50
431110	Messung Jan	17,881	293,17	9,23	18,65	28,07	9,03	18,26	27,15
420910	Messung Jan	17,862	294,17	9,03	18,25	27,28	8,83	17,80	26,89
441410	Messung Jan	16,214	295,18	10,21	20,22	30,62	10,01	20,22	30,62
430810	Messung Jan	15,662	296,68	10,60	21,59	31,21	10,27	20,68	31,21
431810	Messung Jan	15,213	300,20	10,99	21,59	32,97	10,60	21,20	31,79
441310	Messung Jan	17,008	302,20	9,82	19,96	30,23	9,62	19,30	29,06
411810	Messung Jan	15,213	303,71	10,99	21,98	32,71	10,60	21,39	32,19
420610	Messung Jan	16,137	305,22	10,21	20,61	31,60	10,01	20,02	30,23
410810	Messung Jan	15,662	307,22	10,89	21,99	33,57	10,60	21,20	31,80
431610	Messung Jan	17,313	309,73	9,62	19,43	29,45	9,42	18,84	28,27
441210	Messung Jan	17,507	314,25	9,62	19,43	29,38	9,35	18,84	28,26
410910	Messung Jan	16,672	314,75	10,21	20,42	31,15	9,82	19,76	29,84
440410	Messung Jan	13,744	315,76	12,56	24,80	38,15	11,97	24,14	36,18
431010	Messung Jan	17,391	316,26	9,81	19,63	29,84	9,55	19,04	28,99
440310	Messung Jan	12,230	316,26	14,33	29,05	43,91	13,74	27,48	41,42
421410	Messung Jan	16,214	324,29	10,60	21,40	32,39	10,21	20,61	30,89
441110	Messung Jan	17,823	327,30	9,75	19,63	29,25	9,42	18,97	28,66
430510	Messung Jan	11,088	338,85	16,23	32,91	49,21	15,57	32,00	48,42
421910	Messung Jan	9,019	343,87	21,00	41,61		19,63	38,17	

Messung Jan '24				Frequenz IN PLANE OSC			Frequenz OUT-OF-PLANE OSC		
Hanger		Länge - PP	Hängerkraft (KMD)	1	2	3	1	2	3
-		m	kN	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
411010	Messung Jan	17,391	347,38	10,21	20,41	31,01	9,81	19,63	29,83
430710	Messung Jan	14,322	347,89	12,56	25,12	38,27	11,97	23,94	35,51
421210	Messung Jan	17,507	348,89	10,27	20,48	31,27	10,01	20,02	30,10
430610	Messung Jan	12,745	353,91	14,53	29,25	41,35	13,74	27,68	40,04
421510	Messung Jan	15,148	357,42	11,97	24,15	36,51	11,58	23,36	34,88
440510	Messung Jan	15,048	359,43	11,97	24,14	36,70	11,58	23,16	34,74
441910	Messung Jan	9,019	361,44	21,39	43,50		19,63	40,63	
441510	Messung Jan	15,148	363,95	12,36	24,92	37,68	11,78	23,75	35,46
430410	Messung Jan	9,402	371,48	20,61	42,00		19,50	38,01	
421610	Messung Jan	13,815	375,50	13,54	27,87	41,80	12,95	26,23	37,97
422010	Messung Jan	7,396	380,52	27,87			25,51		
441710	Messung Jan	12,273	382,52	15,70	31,59	47,69	14,92	29,83	45,33
421710	Messung Jan	12,273	386,54	15,70	31,69	47,20	14,91	29,83	43,17
441610	Messung Jan	13,815	401,10	13,93	28,06	42,39	13,34	26,69	39,25
441810	Messung Jan	10,651	401,10	18,64	37,54		17,53	36,70	
442010	Messung Jan	7,396	413,65	28,85			27,02		

Messung 17.06.2024				Freq. IN PLANE			Freq. OUT-OF-PLANE		
Hanger		Länge - PP	Hängerkraft (KMD)	1	2	3	1	2	3
-		m	kN	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
410710	Messung 17.06.2024	14,322	529,11	14,91			14,52		
410910	Messung 17.06.2024	16,672	478,91	12,55			12,16		
411110	Messung 17.06.2024	17,881	426,70	10,98			10,79		
411310	Messung 17.06.2024	18,391	476,40	11,38			10,98		
412110	Messung 17.06.2024	10,574	416,66	18,44			18,04		
420110	Messung 17.06.2024	7,790	348,39	23,73			23,73		
420610	Messung 17.06.2024	16,137	495,98	13,14			12,75		
420710	Messung 17.06.2024	16,994	448,29	11,97			11,57		
420910	Messung 17.06.2024	17,862	476,40	11,57			11,18		
421010	Messung 17.06.2024	17,963	469,37	11,38			11,18		
421210	Messung 17.06.2024	17,507	520,07	12,55			12,36		
421710	Messung 17.06.2024	12,273	537,14	18,04			17,46		
422010	Messung 17.06.2024	7,396	485,43	30,79			28,78		
430810	Messung 17.06.2024	15,662	451,30	13,08			12,69		
430910	Messung 17.06.2024	16,672	435,74	12,30			11,91		
431010	Messung 17.06.2024	17,391	465,35	11,91			11,71		
431510	Messung 17.06.2024	17,967	450,80	11,18			10,79		
440710	Messung 17.06.2024	16,994	447,78	12,10			11,71		
441110	Messung 17.06.2024	17,823	492,96	11,90			11,58		
441810	Messung 17.06.2024	10,651	527,10	20,79			20,06		

Messung 03.07.2024				Freq. IN PLANE			Freq. OUT-OF-PLANE		
Hanger		Länge - PP	Hängerkraft (KMD)	1	2	3	1	2	3
-		m	kN	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
442010	Messung 03.07.2024	7,396	352,91	27,73			26,17		
441810	Messung 03.07.2024	10,651	371,98	18,94			17,97		
422110	Messung 03.07.2024	5,707	374,99	39,06			33,98		
442110	Messung 03.07.2024	5,707	384,03	38,08			34,18		
422010	Messung 03.07.2024	7,396	390,05	28,54			26,40		
421910	Messung 03.07.2024	9,019	391,56	23,10			21,94		
441910	Messung 03.07.2024	9,019	397,58	23,11			22,07		
421810	Messung 03.07.2024	10,651	402,10	19,54			18,64		
430410	Messung 03.07.2024	9,402	418,67	22,46			21,09		
410410	Messung 03.07.2024	9,402	433,23	22,78			21,36		
430210	Messung 03.07.2024	5,988	434,23	38,41			33,59		
430510	Messung 03.07.2024	11,088	437,24	18,94			18,10		
410510	Messung 03.07.2024	11,088	438,75	19,03			17,93		
430310	Messung 03.07.2024	7,733	439,75	28,64			26,17		
410310	Messung 03.07.2024	7,733	441,26	28,54			26,21		
410210	Messung 03.07.2024	5,988	447,78	38,05			34,17		

J Last- und längenabhängige dynamische Eigenschaften

J.1 Vergleich der vorgeschlagenen Formel mit der Lösung des eingespannten Biegebalkens ohne Normalkraft

Hangerfrequenz

Formel HASP

In[6]:= (* Formel allg *)

In[7]:= fha = (i / (2 * (L - DL))) * (Ni / mue) ^ (0.5) *
 (1 + 2 * ke * LeffG / L + (4 + i^2 * Pi^2 / 2) * (ke * LeffG / L) ^ 2)

Out[7]=
$$\frac{i \left(\frac{Ni}{mue} \right)^{0.5} \left(1 + \frac{2 ke LeffG}{L} + \frac{ke^2 LeffG^2 \left(4 + \frac{i^2 \pi^2}{2} \right)}{L^2} \right)}{2 (-DL + L)}$$

In[8]:= (* Näherung für LeffG *)

In[9]:= LeffG = (Em * Ii / Ni) ^ 0.5

Out[9]=
$$\left(\frac{Em Ii}{Ni} \right)^{0.5}$$

Vergleich mit Formel Biegebalken

(*Biegebalken*)

In[12]:= omega = i^2 * (Pi / L) ^ 2 * (Em * Ii / mue) ^ 0.5

Out[12]=
$$\frac{i^2 \left(\frac{Em Ii}{mue} \right)^{0.5} \pi^2}{L^2}$$

In[13]:= fbb = omega / 2 / Pi

Out[13]=
$$\frac{i^2 \left(\frac{Em Ii}{mue} \right)^{0.5} \pi}{2 L^2}$$

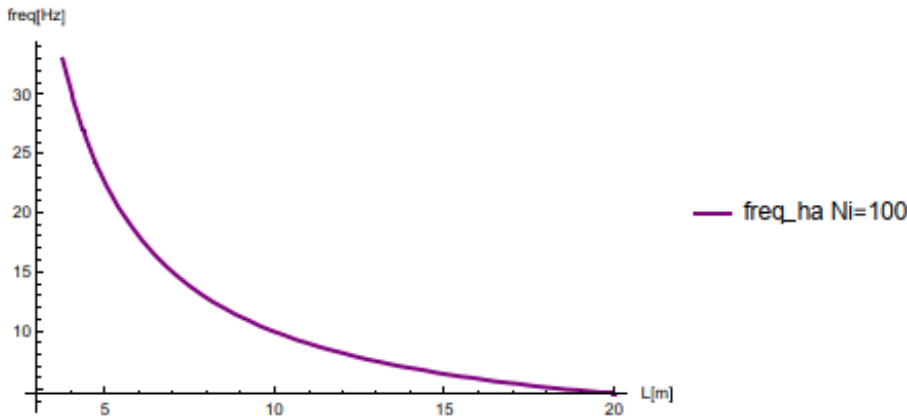
In[80]:= fbb /. {i -> 1, Em -> 155 000 000 000, Ii -> 3.07 * 10^(-7), mue -> 3.21}

Out[80]=
$$\frac{191.25}{L^2}$$

Vergleich mit der Lösung für den eingespannten Biegebalken

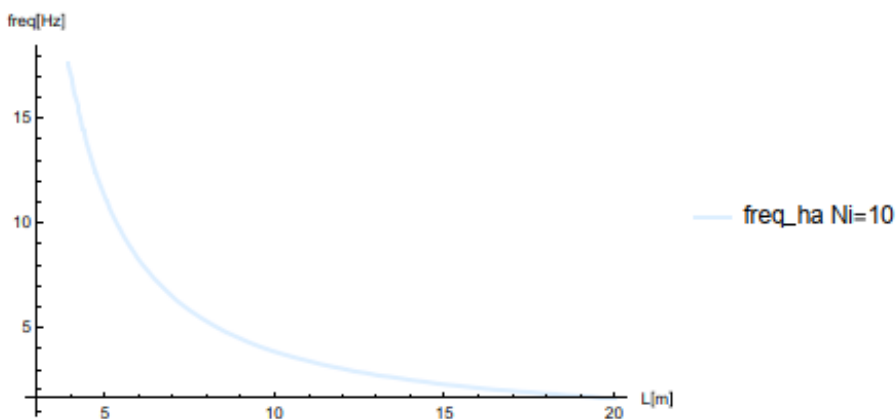
```
In[78]:= p2100 =
Plot[Evaluate@ (fha /. {i → 1, Em → 155 000 000 000, Ii → 3.068 * 10^(-7), mue → 3.212,
  ke → 0.5, DL → 0.400, Ni → 100 000}), {L, 3, 20}, PlotLegends → {"freq_ha Ni=100"},
  AxesLabel → {"L [m]", "freq [Hz]"}, PlotStyle → {Purple, Line}]
```

Out[78]=

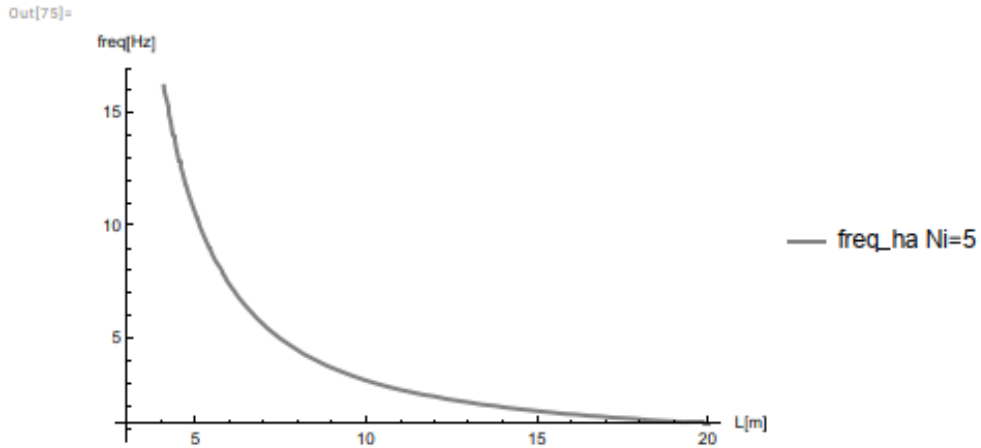


```
In[69]:= p210 =
Plot[Evaluate@ (fha /. {i → 1, Em → 155 000 000 000, Ii → 3.068 * 10^(-7), mue → 3.212,
  ke → 0.5, DL → 0.400, Ni → 10 000}), {L, 3, 20}, PlotLegends → {"freq_ha Ni=10"},
  AxesLabel → {"L [m]", "freq [Hz]"}, PlotStyle → {LightBlue, Line}]
```

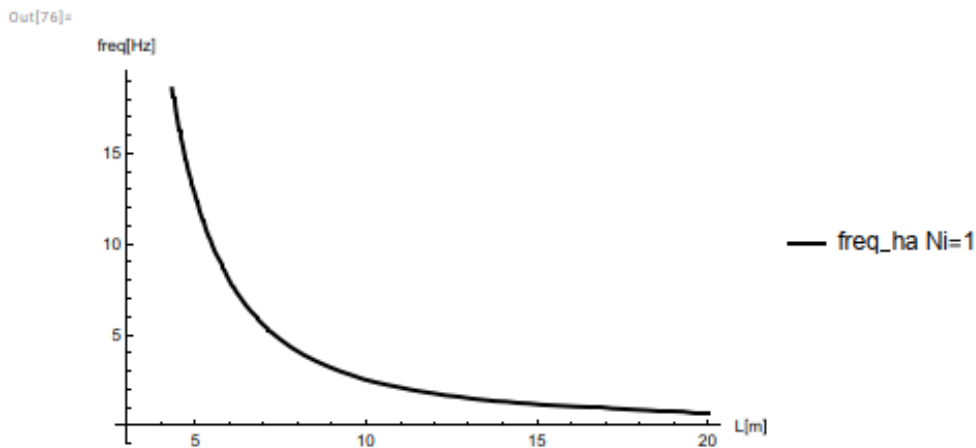
Out[69]=



```
In[75]:= p25 =
Plot[ Evaluate@ (fha /. {i -> 1, Em -> 155 000 000 000, Ii -> 3.068 * 10^(-7), mue -> 3.212,
[stell... [werte aus
ke -> 0.5, DL -> 0.400, Ni -> 5000}), {L, 3, 20}, PlotLegends -> {"freq_ha Ni=5"},
[Legenden der Graphik
AxesLabel -> {"L [m]", "freq[Hz]"}, PlotStyle -> {Gray, Line}
[Achsenbeschriftungen [Darstellungsstil [grau [Linie
```

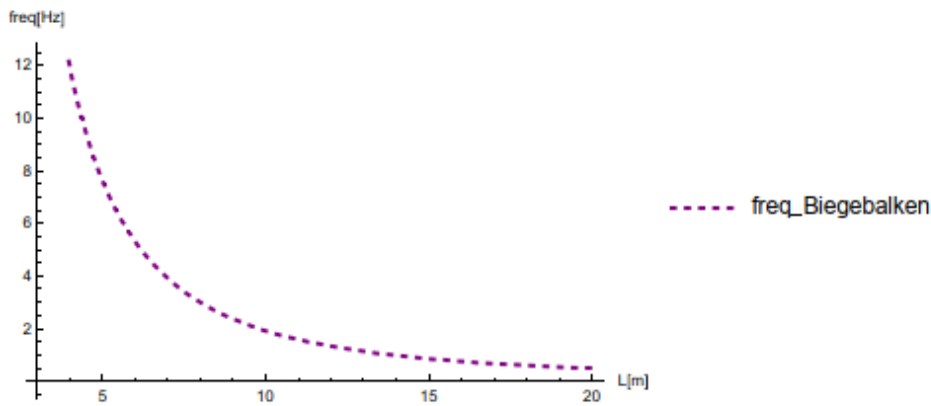


```
In[76]:= p21 =
Plot[ Evaluate@ (fha /. {i -> 1, Em -> 155 000 000 000, Ii -> 3.068 * 10^(-7), mue -> 3.212,
[stell... [werte aus
ke -> 0.5, DL -> 0.400, Ni -> 1000}), {L, 3, 20}, PlotLegends -> {"freq_ha Ni=1"},
[Legenden der Graphik
AxesLabel -> {"L [m]", "freq[Hz]"}, PlotStyle -> {Black, Line}
[Achsenbeschriftungen [Darstellungsstil [schwarz [Linie
```



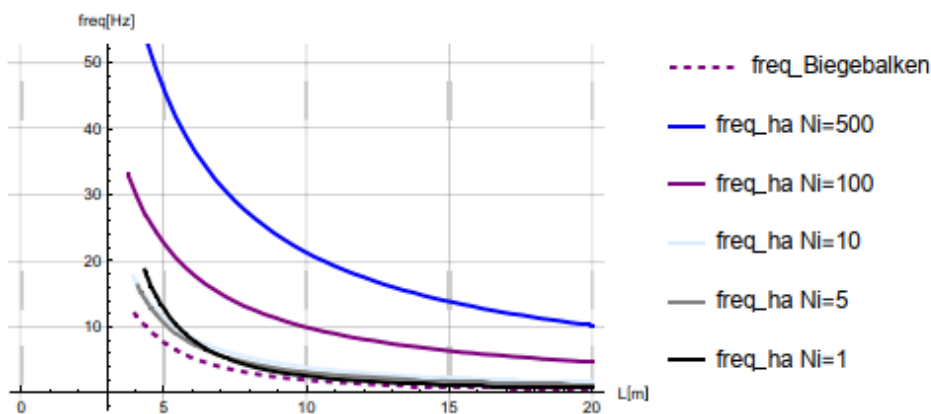
```
In[68]:= p1 = Plot[Evaluate@{fbb /. {i -> 1, Em -> 155 000 000 000, Ii -> 3.0768 * 10^(-7), mue -> 3.212}},  
  {L, 3, 20}, PlotLegends -> {"freq_Biegebalken"},  
  AxesLabel -> {"L [m]", "freq [Hz]"}, PlotStyle -> {Purple, Dashed}]
```

Out[68]=



```
In[79]:= Show[p1, p2500, p2100, p210, p25, p21,  
  PlotRange -> {{0, 20}, {0, 50}}, GridLines -> Automatic]
```

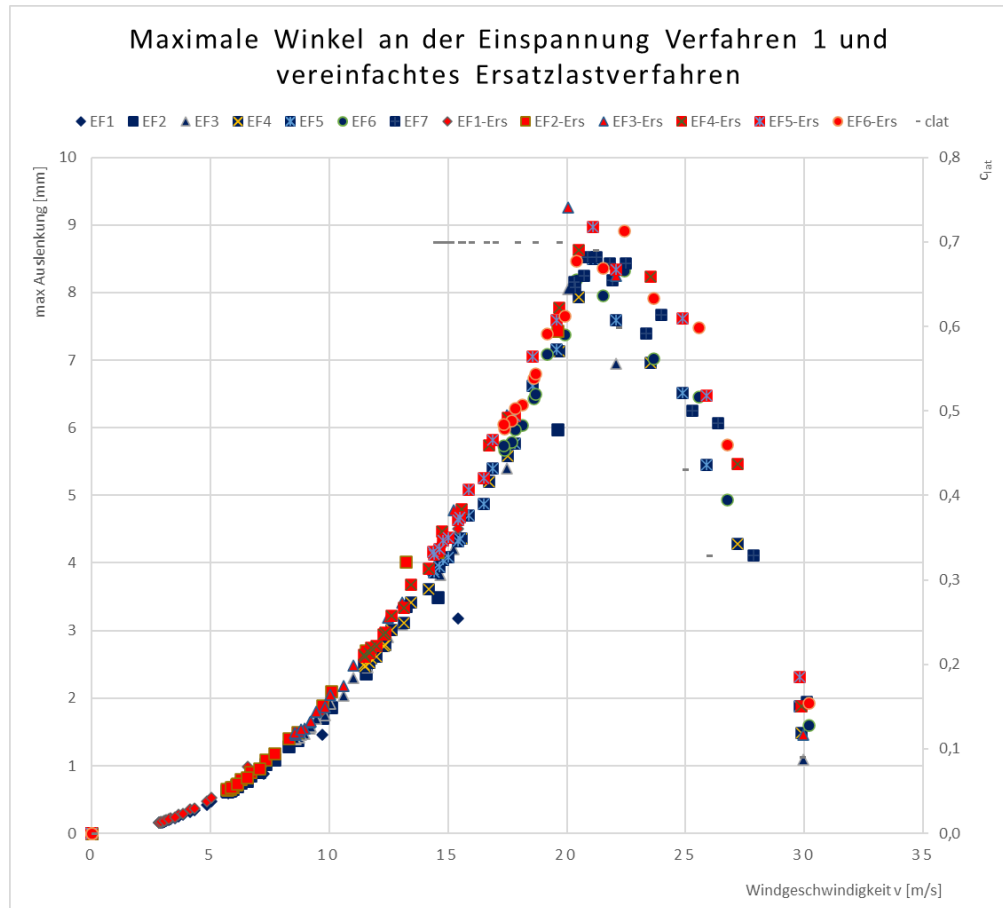
Out[79]=



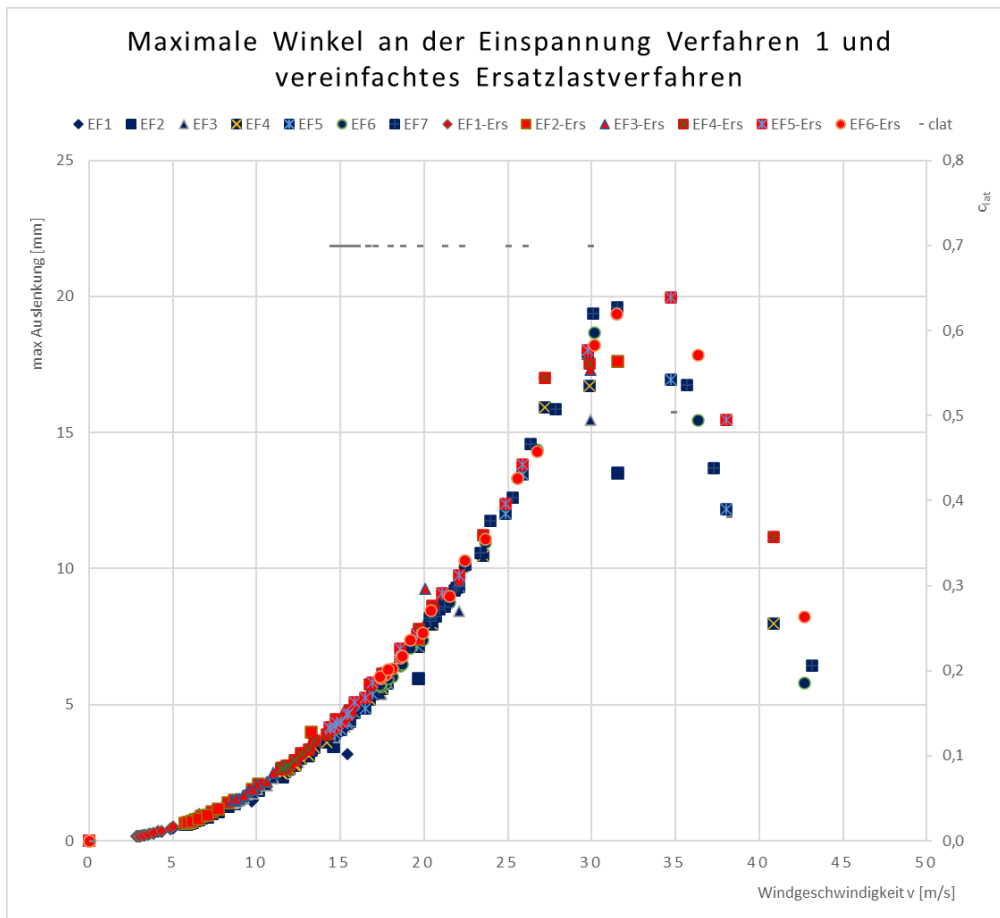
J.2 Vereinfachtes Verfahren

J.2.1 Prüfung der Korrelation für das vorgeschlagene Verfahren nach 6.4.2.3

(1) Korrelation der Ergebnisse für eine mittlere Windgeschwindigkeit von 20 m/s



(2) Korrelation der Ergebnisse für eine mittlere Windgeschwindigkeit von 30 m/s

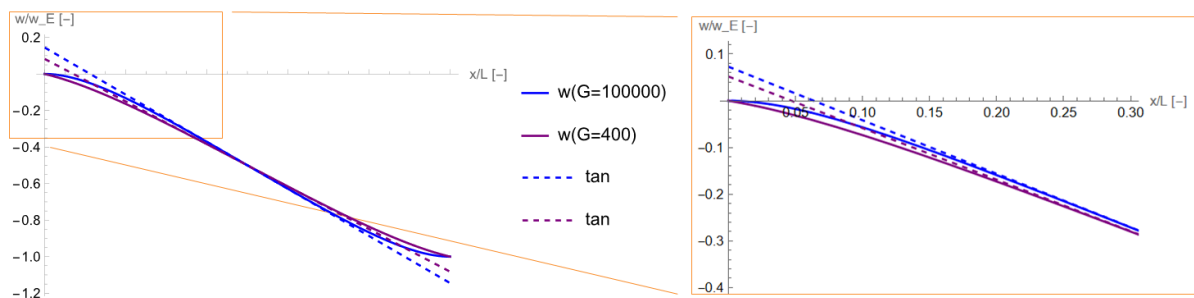


K Beispielhafte analytische Betrachtungen

K.1 Rechenbeispiel für die Veranschaulichung der Veränderung der effektiven Länge $L_{eff,G}$ in Abhängigkeit vom Schubmodul G

Nachfolgend dargestellt ist die Verformungsfigur eines biegeweichen Zugstabes der Länge L unter dem Einfluss einer Einheitsverschiebung $w=1$ am rechten Ende.

Als Tangente der freien Länge wird die Steigung der Verformungsfigur in der Feldmitte ausgewertet. Der Nulldurchgang dieser Tangente wird mit der rechnerisch nach (Gl. 5-55) ermittelten effektiven Länge gegenübergestellt.



Eingangswerte: $E = 155000$, $L = 10000$, $A = 1000$, $I_{yy} = 795050$, $N = 300000$

Näherung nach (Gl. 5-55)	Exakte rechnerische Lösung des Nulldurchgangs der Tangente
$L_{eff,G}(G = 400) = 0.048L = 485$	$0.047 L = 470$
$L_{eff,G}(G = 1000) = 0.056L = 562$	$0.055 L = 555$
$L_{eff,G}(G = 100'000) = 0.064L = 640$	$0.064 L = 636$

K.2 Rechenbeispiel Überhöhung der Randfaserbelastung bei Schwingung

Überhöhung Randfaserbelastung bei Schwingung $k_{fi}(w, stat)$

Gleichung $k_{fi}(w)$

$$\text{In[1]:= } k_{fiW} = 1 + M_{fiw} / (I_{yyR} / (h / 2)) / (N_0 / AR)$$

$$\text{Out[1]= } 1 + \frac{AR \cdot h \cdot M_{fiw}}{2 \cdot I_{yyR} \cdot N_0}$$

$$\text{In[2]:= } M_{fiw} = f_{iW} \cdot N_0 \cdot LeffS \cdot (1 - r_{Thim} \cdot \sin[\beta] / LeffS)$$

[Sinus]

$$\text{Out[2]= } f_{iW} \cdot LeffS \cdot N_0 \left(1 - \frac{r_{Thim} \cdot \sin[\beta]}{LeffS} \right)$$

$$\text{In[3]:= } f_{iW} = w \cdot L_w / 2 / N_0$$

$$\text{Out[3]= } \frac{L_w \cdot w}{2 \cdot N_0}$$

Gleichung $k_{fi}(fi)$

$$\text{In[4]:= } k_{fiFi} = 1 + M_{fiFi} / (I_{yyR} / (h / 2)) / (N_0 / AR)$$

$$\text{Out[4]= } 1 + \frac{AR \cdot h \cdot M_{fiFi}}{2 \cdot I_{yyR} \cdot N_0}$$

$$\text{In[5]:= } M_{fiFi} = f_{iFi} \cdot N_0 \cdot LeffS \cdot (1 - r_{Thim} \cdot \sin[\beta] / LeffS)$$

[Sinus]

$$\text{Out[5]= } f_{iFi} \cdot LeffS \cdot N_0 \left(1 - \frac{r_{Thim} \cdot \sin[\beta]}{LeffS} \right)$$

Effektive Länge

$$\text{In[6]:= } LeffS = LeffGOPK + (LeffGOPR - LeffGOPK) \cdot reff$$

$$\text{Out[6]= } LeffGOPK + (-LeffGOPK + LeffGOPR) \cdot reff$$

$$\text{In[7]:= } LeffGOPK = ((Em \cdot I_{yyK}) / (N_0 \cdot (1 + N_0 / (Gm \cdot AK))))^{0.5};$$

$$LeffGOPR = ((Em \cdot I_{yyR}) / (N_0 \cdot (1 + N_0 / (Gm \cdot AR))))^{0.5};$$

$$\text{In[9]:= } reff = 0.5; \quad (*faktor*)$$

Vorspannung N_0

$$\text{In[10]:= } N_0 = sigK \cdot AK;$$

Formel K-Fi

In[11]:= **kfiW**

Out[11]=

$$1 + \frac{1}{4 AK IyyR \text{sigK}}$$

$$AR h Lw \left(\left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(- \left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + \left(\frac{Em IyyR}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{AK \text{sigK}}{AR Gm}\right)} \right)^{0.5} \right) \right)$$

$$w \left(1 - \frac{rThim \text{Sin}[\text{beta}]}{\left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(- \left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + \left(\frac{Em IyyR}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{AK \text{sigK}}{AR Gm}\right)} \right)^{0.5} \right)} \right)$$

In[12]:= **kfiFi**

Out[12]=

$$1 + \frac{1}{2 IyyR}$$

$$AR fiFi h \left(\left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(- \left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + \left(\frac{Em IyyR}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{AK \text{sigK}}{AR Gm}\right)} \right)^{0.5} \right) \right)$$

$$\left(1 - \frac{rThim \text{Sin}[\text{beta}]}{\left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(- \left(\frac{Em IyyK}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{Gm}\right)} \right)^{0.5} + \left(\frac{Em IyyR}{AK \text{sigK} \left(1 + \frac{AK \text{sigK}}{AR Gm}\right)} \right)^{0.5} \right)} \right)$$

Geometrie

In[13]:= **d = 2 * r;**

Lw = 24 * d;

In[15]:= **AR = 2 * b * h;**

AK = Pi * r^2;

⌊Kreiszahl π

IyyR = 2 * b * h^3 / 12;

IyyK = Pi * r^4 / 4;

⌊Kreiszahl π

Eingangswerte

In[244]:=

Em1 = 155 000;

Gm1 = 9000;

In[246]:=

```

b1 = 14;
h1 = 88;
r1 = 25;
IyyR = 2 * b * h^3 / 12;
IyyK = Pi * r^4 / 4;

```

|Kreiszahl π

Beispielrechnung

In[26]:= **LeffGOPK**

Out[26]=

$$0.5 \left(\frac{Em r^2}{sigK \left(1 + \frac{sigK}{Gm} \right)} \right)^{0.5}$$

In[27]:= **LeffGOPK /. {r -> r1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100}**

Out[27]=

489.414

In[28]:= **LeffGOPR**

Out[28]=

$$0.230329 \left(\frac{b Em h^3}{r^2 sigK \left(1 + \frac{\pi r^2 sigK}{2 b Gm h} \right)} \right)^{0.5}$$

In[29]:= **LeffGOPR /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100}**

Out[29]=

1115.45

In[30]:= **LEffS**

Out[30]=

LEffS

In[31]:= **LEffS /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100}**

Out[31]=

802.431

In[32]:= **Mfiw**

Out[32]=

$$24 r \left(0.5 \left(\frac{E_m r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{G_m} \right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(-0.5 \left(\frac{E_m r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{G_m} \right)} \right)^{0.5} + 0.230329 \left(\frac{b E_m h^3}{r^2 \text{sigK} \left(1 + \frac{\pi r^2 \text{sigK}}{2 b G_m h} \right)} \right)^{0.5} \right) \right) w$$

$$\left(1 - \frac{rThim \text{Sin}[\text{beta}]}{0.5 \left(\frac{E_m r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{G_m} \right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(-0.5 \left(\frac{E_m r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{G_m} \right)} \right)^{0.5} + 0.230329 \left(\frac{b E_m h^3}{r^2 \text{sigK} \left(1 + \frac{\pi r^2 \text{sigK}}{2 b G_m h} \right)} \right)^{0.5} \right)} \right)$$

In[33]:= **Mfiw /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100, w -> 1, rThim -> 111, beta -> 0.2}**

Out[33]=

468 227.

In[34]:= **IyyR**

Out[34]=

$$\frac{b h^3}{6}$$

In[35]:= **IyyR /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100, w -> 1, rThim -> 111, beta -> 0.2} // N**

[\[numerischer Wert\]](#)

Out[35]=

1.5901 × 10⁶

In[36]:= **N0**

Out[36]=

$$\pi r^2 \text{sigK}$$

In[37]:= **N0 /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1, Gm -> Gm1, sigK -> 100, w -> 1, rThim -> 111, beta -> 0.2} // N**

[\[numerischer Wert\]](#)

Out[37]=

196 350.

In[38]:= **kfiW**

Out[38]=

$$1 + \frac{1}{h \pi r \text{sigK}} 144 \left(0.5 \left(\frac{\text{Em } r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{\text{Gm}} \right)} \right)^{0.5} + \right.$$

$$\left. 0.5 \left(-0.5 \left(\frac{\text{Em } r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{\text{Gm}} \right)} \right)^{0.5} + 0.230329 \left(\frac{b \text{Em } h^3}{r^2 \text{sigK} \left(1 + \frac{\pi r^2 \text{sigK}}{2 b \text{Gm } h} \right)} \right)^{0.5} \right) \right) w$$

$$\left(1 - \frac{r\text{Thim Sin}[\text{beta}]}{0.5 \left(\frac{\text{Em } r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{\text{Gm}} \right)} \right)^{0.5} + 0.5 \left(-0.5 \left(\frac{\text{Em } r^2}{\text{sigK} \left(1 + \frac{\text{sigK}}{\text{Gm}} \right)} \right)^{0.5} + 0.230329 \left(\frac{b \text{Em } h^3}{r^2 \text{sigK} \left(1 + \frac{\pi r^2 \text{sigK}}{2 b \text{Gm } h} \right)} \right)^{0.5} \right)} \right)$$

In[39]:= **kfiW /. {r -> r1, b -> b1, h -> h1, Em -> Em1,
Gm -> Gm1, sigK -> 100, w -> 1, rThim -> 111, beta -> 0.2}**

Out[39]=

1.16259

BERICHTE ZUM STAHL- UND LEICHTBAU (ISSN 2198-7912)

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Stahl- und Leichtbau
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Eine Übersicht der Berichte der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine ab dem Jahr 1963 finden Sie unter folgender URL: <http://stahl.vaka.kit.edu/berichte.php>

- Band 1 **OLIVER FLEISCHER**
Axial beanspruchte K-Knoten aus dünnwandigen Rechteckhohlprofilen.
ISBN 978-3-7315-0190-9
- Band 2 **THOMAS REINKE**
Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlmasten mit polygonalen Querschnitten.
ISBN 978-3-7315-0398-9
- Band 3 **ROBIN MARC PLUM**
Fatigue crack detection on structural steel members by using ultrasound excited thermography.
Erkennung von Ermüdungsrissen in Stahlbauteilen durch ultraschallangeregte Thermografie.
ISBN 978-3-7315-0417-7
- Band 4 **TIM ZINKE**
Nachhaltigkeit von Infrastrukturbauwerken – Ganzheitliche Bewertung von Autobahnbrücken
unter besonderer Berücksichtigung externer Effekte.
ISBN 978-3-7315-0509-9
- Band 5 **MAX JONAS SPANNAUS**
Bemessung von Erzeugnissen aus Stahlguss unter vorwiegend ruhender Beanspruchung.
ISBN 978-3-7315-0560-0
- Band 6 **MATTHIAS FRIEDRICH ALBIEZ**
Zur statischen Tragfähigkeit geklebter Kreishohlprofilverbindungen im Stahlbau.
ISBN 978-3-7315-0561-7
- Band 7 **ANDREAS LIPP**
Kreishohlprofil-X-Knoten aus nichtrostenden Stählen unter Axialbeanspruchung.
ISBN 978-3-7315-0569-3
- Band 8 **PAUL DARIO TOASA CAIZA**
Consideration of runouts by the evaluation of fatigue experiments.
ISBN 978-3-7315-0900-4
- Band 9 **JENNIFER C. HRABOWSKI**
Ermüdungsverhalten von Schweißverbindungen aus höchstfestem Stahl
im Kurzzeitfestigkeitsbereich.
ISBN 978-3-7315-0931-8

- Band 10 **STEFAN RACK**
Formadaptive Tensegrity-Strukturen – Ein Beitrag zur numerischen Simulation.
ISBN 978-3-7315-0574-7
- Band 11 **ACHIM STRUVE**
Analysis of a Rotatable Wind Turbine Tower by means of Aero-Servo-Elastic Load Simulations.
ISBN 978-3-7315-1045-1
- Band 12 **PHILIPP WEIDNER**
Zum Ermüdungsverhalten einseitig geschweißter Stumpfstöße von Kreishohlprofilen.
ISBN 978-3-7315-1017-8
- Band 13 **STEFANOS GKATZOGIANNIS**
Finite Element Simulation of Residual Stresses from Welding
and High Frequency Hammer Peening.
ISBN 978-3-7315-1066-6
- Band 14 **MARTIN DIRK BUES**
Ein Beitrag zur Auslegung tragender Klebverbindungen im Fassadenbau.
ISBN 978-3-7315-1122-9
- Band 15 **SVEN NAGEL**
Design of Cast Steel Components under Cyclic Loading.
ISBN 978-3-7315-1126-7
- Band 16 **YANN J. KASPER**
Auslegung von Verstärkungen ermüdungsgeschädigter Stahlbauteile
mit aufgeklebten Faserverbundwerkstoffen.
ISBN 978-3-7315-1307-0
- Band 17 **JANNIS DAMM**
Zum Dämpfungsverhalten viskoelastischer Klebverbindungen im Stahlbau.
ISBN 978-3-7315-1355-1
- Band 18 **BENJAMIN SEYFRIED**
Laserstrahl- und Laserstrahl-MSG-hybridgeschweißte Verbindungen
aus ultrahochfesten Feinkornbaustählen.
ISBN 978-3-7315-1457-2
- Band 19 **LORENZ HASPEL**
Zur Verwendung von CFRP für ermüdungsbeanspruchte Zugglieder im Brückenbau.
ISBN 978-3-7315-1483-1

Kohlefaserverbundwerkstoffe besitzen ein hohes Potenzial für hoch beanspruchte Zugglieder im Brückenbau unter nicht-ruhenden Verkehrslasten. Die Arbeit untersucht experimentell und analytisch den Ermüdungswiderstand sowie das statische und dynamische Verhalten von Carbonstrangschlaufen auf Basis umfangreicher realmaßstäblicher Bauteilversuche. Die Ergebnisse zeigen eine etwa zehnfach höhere Ermüdungslebensdauer gegenüber bisher bekannten Ergebnissen an kleinmaßstäblichen Proben und ermöglichen die Ableitung einer Ermüdungsversagensfunktion. Zur Berücksichtigung von Einflüssen aus Schiefstellungen am Anschluss und für variable Spannungsschwingbreiten werden Schädigungsäquivalenzfaktoren vorgestellt. Ergänzend werden einheitliche Verfahren zur Durchführung und Auswertung von Versuchen zur Bestimmung der Bauteilsteifigkeit vorgestellt und Prognoseparameter zur Identifikation unterdurchschnittlicher Laminatqualität sowie Ansätze zur Beurteilung von Bauteilschwingungen entwickelt. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden eine Grundlage für vereinfachte Bemessungs- und Anwendungsregeln und die Festlegung von Anwendungsgrenzen innerhalb derer ein Nachweis eines ausreichenden Ermüdungswiderstandes stark vereinfacht werden oder ganz entfallen kann.

