

Kennwerte für die Charakterisierung des Schwingungskomforts von PKW in der Fahrwerksentwicklung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

von der KIT-Fakultät für Maschinenbau
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

von

Markus Eisenbarth, M. Sc.

geb. in Memmingen

Tag der mündlichen Prüfung:

08. Dezember 2025

Hauptreferent:

Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. habil. Alexander Fidlin

Kurzfassung

Das Fahrwerk hat wesentlichen Einfluss auf das Schwingungsverhalten von Personenkraftwagen (PKW) und damit auf den Komforteindruck der Insassen. Zahlreiche Arbeiten haben sich damit befasst, wie der Gesamtkomforteindruck objektiv beschrieben werden kann. Subjektiv können typische Schwingungsphänomene allerdings voneinander unterschieden werden und dementsprechend werden verschiedene Kriterien in der Fahrwerksentwicklung unabhängig voneinander bewertet.

In dieser Arbeit werden relevante Schwingungsphänomene systematisch analysiert und Kennwerte definiert, die aus Messungen oder Simulationen mit dem Gesamtfahrzeug reproduzierbar und automatisiert ermittelt werden können. Ein Messkonzept und ein Prüfprogramm gewährleisten eine reproduzierbare Datenerfassung, während ein Gesamtfahrzeugmodell die Entwicklung und Bewertung der Kennwerte unterstützt.

Für periodische und regellose Anregungen werden Kennwerte abgeleitet, die sich in Frequenzbereich und Bewegungsrichtung unterscheiden. Die Berechnung aus realen Versuchsdaten erfolgt auf Basis spektraler Amplitudendichten. Die Untersuchungen zeigen außerdem, dass Prüfstandmessungen mit stehenden Rädern nicht repräsentativ sind und Methoden, die auf einer Linearisierung basieren, bei modernen Fahrwerksystemen an Grenzen stoßen. Für Einzelanregung wird ein Verfahren vorgestellt, das eine robuste Berechnung von Kennwerten für den Stoß und das Abklingverhalten im Zeitbereich ermöglicht. Die Robustheit der vorgeschlagenen Kennwerte wurde an über 20 Fahrzeugen nachgewiesen. Die Subjektiv-Objektiv-Korrelation bleibt Aufgabe zukünftiger Studien.

Abstract

The chassis has a significant influence on the vibration behaviour of passenger cars and thus on the occupants' comfort perception. Numerous studies have addressed how overall ride comfort can be objectively described. However, typical vibration phenomena can be subjectively distinguished and are therefore evaluated separately in chassis development.

This work systematically analyses relevant vibration phenomena and defines metrics that can be reproducibly and automatically derived from measurements or full-vehicle simulations. A dedicated measurement concept and test programme ensure reproducible data acquisition, while a full-vehicle model supports the development and evaluation of these metrics.

For periodic and random excitations, metrics are derived that differ in frequency range and motion direction. Their calculation from real test data is based on spectral amplitude densities. The investigations further show that four-post rig tests with non-rolling tyres are not representative of real driving conditions and that methods relying on linearisation reach their limits with modern suspension systems. For single excitations, a method is presented that enables robust calculation of metrics for impact and decay behaviour in the time domain. The robustness of the proposed metrics was validated on more than 20 vehicles. Establishing a correlation between the proposed metrics and subjective comfort perception remains a task for future research.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Personen meinen aufrichtigen Dank aussprechen, die zum Gelingen dieser Dissertation beigetragen und mich während meiner Promotionszeit unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Prof. Dr. rer. nat. Frank Gauterin, für die Möglichkeit zur Anfertigung dieser Arbeit, seine wissenschaftliche Betreuung sowie die zahlreichen wertvollen Anregungen und Diskussionen. Ebenso danke ich Prof. Dr.-Ing. Alexander Fidlin für die Übernahme des Koreferats und Prof. Dr.-Ing. Kai Furmans für den Vorsitz des Prüfungsausschusses.

Die vorliegende Dissertation entstand in Kooperation mit der Dr. Ing. h.c. F. Porsche AG. Für die fachliche Unterstützung, die konstruktive Zusammenarbeit und den stets offenen Austausch danke ich insbesondere Dr. Leonardo Pascali, Gauthier Boisdequin, Florian Strecker, Stefan Sabbath und Dr. Thomas Maulick.

Ein ganz besonderer Dank gilt Achim Winandi. Seine kontinuierliche Motivation, sein Vertrauen sowie seine wertvollen Anregungen haben diese Arbeit maßgeblich geprägt und wesentlich zu ihrem Erfolg beigetragen.

Meinen Eltern, meiner Schwester, meiner Frau und meinen Söhnen danke ich von Herzen für ihre stetige Unterstützung, ihr Verständnis und ihren Rückhalt während meiner Promotionszeit. Meiner Frau und meinen Söhnen gilt darüber hinaus besonderer Dank für den Freiraum, den sie mir zum Abschluss dieser Arbeit geschenkt haben.

Markus Eisenbarth im Dezember 2025

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	iii
Danksagung	v
Abkürzungen und Symbole	ix
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Zielsetzung	1
1.2 Gliederung der Arbeit	2
2 Grundlagen und Stand der Forschung	5
2.1 Signalverarbeitung	5
2.2 Objektive Bewertung Schwingungskomfort	12
3 Fahrzeugmodell für Schwingungsuntersuchungen	17
3.1 Grundlagen	17
3.2 Modellstruktur	21
3.3 Modellierung der Radaufhängung	24
3.4 Modellierung von Fahrwerkskomponenten	30
3.5 Bewegungsgleichungen	32
3.5.1 Prinzip von d’Alembert	32
3.5.2 Bewegungsgrößen des Referenzsystems	34
3.5.3 Beschreibung von Relativbewegungen	35
3.5.4 Bewegungsgrößen der Körper	37
3.5.5 Eingeprägte Kräfte und Momente	40
3.6 Umsetzung	42

3.7 Validierung	43
4 Erfassung des Schwingungsverhaltens	51
4.1 Verwendete Messtechnik	51
4.2 Sensorkalibrierung im Fahrzeug	52
4.3 Berechnung modaler Beschleunigungen	57
4.4 Prüfprogramm	62
4.4.1 Gesamtfahrzeugprüfstand	63
4.4.2 Prüfgelände	68
5 Bewertung des Schwingungsverhaltens	75
5.1 Begriffsdefinition	75
5.2 Objektive Kriterien für regellose Anregungen	77
5.2.1 Theoretische Herleitung von Kennwerten	77
5.2.2 Gesamtfahrzeugprüfstand	80
5.2.3 Typische Fahrbahnen	90
5.2.4 Anwendung und Bewertung der Methoden	106
5.3 Objektive Kriterien für Einzelanregung	114
5.4 Anwendung der Methodik auf Messdaten in der Fahrwerksentwicklung	124
6 Zusammenfassung	125
Abbildungsverzeichnis	127
Tabellenverzeichnis	131
Eigene Veröffentlichungen	133
Literaturverzeichnis	135

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen

BSI	British Standards Institution
DFT	Discrete Fourier Transform
DOF	Degree of Freedom
ENBW	Effective Noise Band Width
FFT	Fast Fourier Transform
GGE	Gewichteter Gleitender Effektivwert
Id	Identifikator
ISO	International Organization for Standardization
LS	Linear Spectrum
LSD	Linear Spectral Density
MKS	Mehrkörpersimulation
OTPA	Operational Transfer Path Analysis
PKW	Personenkraftwagen
PSD	Power Spectral Density
RMS	Root Mean Square

TF	Transferfunktion
VDI	Verein Deutscher Ingenieure

Konstanten

π	Kreiszahl Pi: 3,14159...
-------	--------------------------

Lateinische Symbole und Variablen

<i>a</i>	Beschleunigungsvektor
<i>ã</i>	Nichtlinearer Anteil des Beschleunigungsvektors
$\hat{A}_x$[m]	Amplitudenspektrum von x [n]
<i>b</i>	Spurweite
<i>b</i>	Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte
<i>e</i>	Vektor verallgemeinerter Geschwindigkeiten
<i>D</i>	Dämpfungsmatrix
<i>f</i>	Frequenz
f_S	Abtastfrequenz
<i>f</i>	Kraftvektor
F_c	Kraft in Richtung einer Fahrwerkskomponente
Δf	Frequenzauflösung
<i>g</i>	Erdbeschleunigung
<i>g</i>	Erdbeschleunigungsvektor

h	Fahrbahnunebenheitshöhe
j	imaginäre Einheit $j = \sqrt{-1}$
$\mathbf{J}_R$	Jacobi-Matrix der Rotation
$\mathbf{J}_T$	Jacobi-Matrix der Translation
k	diskreter Index
K	Koordinatensystem
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
l	diskreter Index
l	Radstand
L	Wellenlänge
L_c	Länge einer Fahrwerkskomponente
m	diskreter Index (Frequenz)
m	Masse
$\mathbf{M}$	Massenmatrix
MP	Mittler Pegel - gleitender Effektivwert nach 100 ms
$M_x[f_u, f_o]$	Relativer Effektivwert von $x[n]$ von $f_u - f_o$ Hertz
n	diskreter Index (Zeit)
$\mathbf{p}$	Positionsvektor
$\hat{P}_x[m]$	Periodogramm von $x[n]$
$\hat{P}_{x_w}[m]$	Periodogramm der gewichteten Teilfolge $x_w[l, k]$
$P2P$	Kennwert für die absolute Differenz von zwei Extremwerten
$\mathbf{q}$	Vektor verallgemeinerter Koordinaten

Q	Vektor der verallgemeinerten eingprägten Kräfte
r	Positionsvektor (Referenzposition)
R	Transformationsmatrix
<i>RP</i>	Restpegel - gleitender Effektivwert nach 200 ms
<i>s_x</i>	Standardabweichung von $x[n]$
<i>t</i>	Zeit
t	Momentenvektor
<i>t_S</i>	Abtastzeit
T	Transformationsmatrix
<i>TF</i>	Transferfunktion
v	Geschwindigkeitsvektor
<i>v_{Fzg}</i>	Fahrgeschwindigkeit
<i>w</i>	Welligkeit
<i>w[n]</i>	diskrete Fensterfunktion
w	Projektionswinkel
<i>x[n]</i>	diskretes Signal
<i>x_w[n]</i>	gewichteten Teilfolgen von $x[n]$
$\bar{x}$	Mittelwert von $x[n]$
$\tilde{x}$	Effektivwert von $x[n]$
<i>X[m]</i>	Fourier-Transformierte von $x[n]$
<i>X[*][m]</i>	komplex konjugierte zu $X[m]$

Griechische Symbole und Variablen

α	Winkelbeschleunigungsvektor
$\tilde{\alpha}$	Nichtlinearer Anteil des Winkelbeschleunigungsvektors
$\gamma_x[m]$	Geschätztes Amplitudenspektrum von $x[n]$
$\Gamma_x[m]$	Geschätzte Spektrale Amplitudendichte von $x[n]$
$\bar{\Gamma}_x[m]$	Gewichteter Mittelwert spektraler Amplitudendichten
ν	Überlappung in Prozent
θ	2. Kardan-Drehung, Nickwinkel
Θ	Trägheitstensor
κ	Vektornotation der Kardan-Drehungen
$\phi_x[m]$	Geschätztes Leistungsspektrum von $x[n]$
$\Phi_x[m]$	Geschätzte Spektrale Leistungsdichte von $x[n]$.
ϕ	3. Kardan-Drehung, Wankwinkel
ψ	1. Kardan-Drehung
ω	Kreisfrequenz
$\boldsymbol{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor
Ω	Wegkreisfrequenz

Operatoren und mathematische Symbole

$\lfloor \dots \rfloor$	Abrundungsfunktion
$\mathcal{F}\{\dots\}$	Operator der Fourier-Transformation

1 Einleitung

1.1 Motivation und Zielsetzung

Ein hohes Maß an Komfort ist eine zentrale Kundenanforderung an heutige Fahrzeuge. Fahrwerks- und Fahrwerksregelsysteme leisten dabei einen wesentlichen Beitrag, indem sie den Fahrzeugaufbau von der Fahrbahn isolieren und so Stöße und Schwingungen reduzieren, die das Komfortempfinden der Insassen negativ beeinflussen.

Bereits in konventionellen Fahrzeugen wird das Schwingungsverhalten eines Fahrzeugs durch eine Vielzahl von Fahrwerkskomponenten und deren Eigenschaften beeinflusst. Durch die zunehmende Verbreitung von Fahrwerksregelsystemen wird das Verhalten zusätzlich durch die Systemauslegung, die Algorithmen und deren Applikation geprägt. Das Ergebnis wird dementsprechend von vielen an der Entwicklung beteiligten Akteuren beeinflusst.

Kriterien, die das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs objektiv beschreiben, sind für die an der Entwicklung Beteiligten eine gemeinsame Orientierungshilfe bei der Entscheidungsfindung. Damit kann das Verhalten im Vergleich zum Wettbewerb eingeordnet, der Entwicklungsfortschritt objektiv begleitet und die Aussagekraft von Simulationen erhöht werden.

Bisherige Arbeiten konzentrieren sich überwiegend auf die Ableitung eines globalen Kennwerts für den Schwingungskomfort und stellen die Korrelation zur subjektiven Wahrnehmung in den Vordergrund. In der Fahrwerksentwicklung erfolgt die Bewertung allerdings wesentlich differenzierter.

Hier werden verschiedene Schwingungsphänomene, die sich aufgrund ihrer Frequenz, ihrer Wirkrichtung oder ihres Verlaufs voneinander unterscheiden lassen, getrennt betrachtet. Diese Differenzierung wurde bislang nur unzureichend adressiert.

Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, durch systemtheoretische Analysen relevante Schwingungsphänomene zu identifizieren und potenzielle Kennwerte zu entwickeln, die mit diesen Phänomenen in Zusammenhang stehen. Die Kennwerte sollen robust aus Versuchsdaten berechnet werden können, die sich mit geringem Aufwand erfassen lassen und als Grundlage für weiterführende Studien zur subjektiv-objektiven Korrelation dienen. Die Untersuchung der subjektiv-objektiv Korrelation selbst ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Dazu soll eine Methode bereitgestellt werden, die für jeden Kennwert genau definiert

- welche Versuche (real oder virtuell) erforderlich sind,
- welche Signale dabei erfasst werden müssen
- und wie diese auszuwerten sind.

1.2 Gliederung der Arbeit

Die Berechnung von Kennwerten aus zeitdiskreten Signalen stellt das wesentliche Ziel dieser Arbeit dar. Von besonderer Bedeutung sind dabei die Transformation in den Frequenzbereich und die spektrale Darstellung. Die erforderlichen Grundlagen der Signalverarbeitung werden in Kapitel 2 zusammengefasst. Des Weiteren wird in diesem Kapitel der Stand der Forschung zur objektiven Komfortbewertung vorgestellt.

In Kapitel 3 wird ein Modell entwickelt, welches die fühlbaren Schwingungsphänomene bis 30 Hertz abbilden kann. In den folgenden Kapiteln

wird durch Untersuchungen mit diesem Modell eine systematische Herleitung und Bewertung von potenziellen objektiven Kennwerten ermöglicht.

Kapitel 4 befasst sich mit der objektiven Erfassung des Schwingungsverhaltens. Hier wird zunächst beschrieben, welche Signale relevant sind und wie diese messtechnisch erfasst oder aus anderen Signalen berechnet werden können. Anschließend wird ein geeignetes Prüfprogramm für einen Gesamtfahrzeugprüfstand und verschiedene Strecken auf einem Prüfgelände hergeleitet.

In Kapitel 5 werden verschiedene Schwingungsphänomene vorgestellt, die in der Fahrwerksentwicklung relevant sind. Für periodische und regellose Schwingung wird zunächst hergeleitet, welche Beschleunigungen und Frequenzbereiche den verschiedenen Schwingungsphänomenen zugeordnet werden können. Anschließend werden drei Methoden vorgestellt, mit denen entsprechende Kriterien zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens ermittelt werden können. Schließlich werden die Methoden miteinander verglichen und in Bezug auf ihre Anwendbarkeit bewertet. Für das Schwingungsverhalten bei Einzelanregungen wird eine Methode vorgestellt, welche eine robuste Ermittlung von Kennwerten für die Phase der Anregung (Stoß) und für die Phase des Abklingens ermöglicht.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse und einen Ausblick auf weiterführende Untersuchungen ist in Kapitel 6 zu finden.

2 Grundlagen und Stand der Forschung

Dieses Kapitel gibt einen kompakten Überblick über die Grundlagen der Signalverarbeitung und den Stand der Forschung zur objektiven Bewertung des Schwingungskomforts.

2.1 Signalverarbeitung

In diesem Abschnitt werden die wesentlichen mathematischen Zusammenhänge beschrieben, die für diese Arbeit relevanten sind. Für ausführlichere Erläuterungen wird auf Standardwerke wie [Unb09] oder [Mey21] verwiesen.

Diskrete Signale aus realen oder virtuellen Versuchen bilden die Grundlage zur Berechnung objektiver Kennwerte. Ein kontinuierliches Signal $x(t)$ wird während eines Versuchs mit einer definierten Abtastrate alle t_S Sekunden aufgezeichnet. Dadurch liegt das Signal als Folge $x[n]$ zu N diskreten Zeitpunkten $t[n]$ vor.

$$t[n] = n \cdot t_S \quad \text{mit} \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.1)$$

Da in dieser Arbeit stets von diskreten Signalen auszugehen ist, wird bei der Erläuterung der Grundlagen ausschließlich auf die diskrete Form eingegangen.

Entsprechend des Abtasttheorems [Pel22, Sha49] muss bei der Abtastung (auch in der Simulation) sichergestellt werden, dass die höchste im abgetasteten Signal vorkommende Frequenz kleiner ist als die halbe Abtastfrequenz $f_s = 1/t_s$. Signalanteile mit höherer Frequenz lassen sich bei der Transformation in den Frequenzbereich nicht zuordnen und werden fälschlicherweise als niedrigere Frequenzen interpretiert. Dieser Effekt wird als Aliasing bezeichnet [Pel22] und kann durch Tiefpassfilterung mit einem sogenannten Anti-Aliasing-Filter vermieden werden.

Die spektrale Darstellung von Signalen spielt bei der Analyse von Schwingungen eine wesentliche Rolle. Die Transformation diskreter Signale vom Zeitbereich in den Frequenzbereich basiert auf der diskreten Fourier-Transformation (DFT) [Mey21]. Die Fourier-Transformation $\mathcal{F}\{x[n]\}$ des diskreten Signals $x[n]$ liefert über den Zusammenhang

$$\mathcal{F}\{x[n]\} = X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi}{N} n m} \quad \text{für } m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.2)$$

die komplexen Koeffizienten $X[m]$ für die diskreten Frequenzen $f[m]$. Die Frequenzauflösung Δf berechnet sich nach

$$\Delta f = \frac{1}{N t_s} = \frac{f_s}{N} \quad (2.3)$$

aus der Abtastrate t_s bzw. der Abtastfrequenz f_s und der Signallänge N . Damit können die diskreten Frequenzen $f[m]$ gemäß

$$f[m] = \begin{cases} m \Delta f & \text{falls } 0 \leq m \leq \lfloor N/2 \rfloor \\ (m - N) \Delta f & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.4)$$

angegeben werden. Folglich liefert die DFT die komplexen Koeffizienten für die diskreten Frequenzen im Intervall $[-f_s/2 + \Delta f/2, f_s/2 - \Delta f/2]$, falls N eine ungerade Zahl ist. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird vorausgesetzt, dass N eine gerade Zahl ist. Dann liefert die DFT das diskrete Spektrum im Intervall $[-f_s/2 + \Delta f, f_s/2]$.

Effiziente Algorithmen für die Berechnung der DFT werden als schnelle Fourier-Transformation (FFT, englisch: Fast Fourier Transform) bezeichnet. In dieser Arbeit werden die Routinen der FFTW-Bibliothek [FJ05] verwendet. Die Routinen können eine beliebige Anzahl von Abtastwerten N verarbeiten. Sie sind jedoch am effizientesten, wenn die Anzahl der Abtastwerte, dem Produkt aus kleinen Primfaktoren (2, 3, 5, 7) entspricht.

Aus der Fourier-Transformierten $X[m]$ lassen sich nun verschiedene spektrale Darstellungen ableiten. Für reelle Zahlen $x[n]$ gilt

$$X[m] = X^*[N - m] \quad \text{für} \quad 0 < m < N \quad (2.5)$$

Die Koeffizienten der negativen und positiven Frequenzen sind also jeweils konjugiert komplex. Deshalb werden in Spektren meist nur positive Frequenzen dargestellt. Die Koeffizienten der negativen Frequenzen werden in sogenannten *einseitigen Spektren* dadurch berücksichtigt, dass die entsprechenden positiven Frequenzen mit Faktor 2 dargestellt werden.

Das diskrete Amplitudenspektrum (LS, englisch: Linear Spectrum) eignet sich um die Amplituden eines periodischen Signals bei den diskreten Frequenzen $f[m]$ zu bestimmen. Das einseitige diskrete Amplitudenspektrum $\hat{A}_x[m]$ der Folge $x[n]$ ist über die Beziehung

$$\hat{A}_x[m] = \begin{cases} \frac{2}{N} |X[m]| & \text{falls } 0 < m < N/2 \\ \frac{1}{N} |X[m]| & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.6)$$

definiert. Da für die Betrachtungen in dieser Arbeit nur Frequenzen $f[m]$ im Bereich $0 < f[m] < f_s/2$ relevant sind, wird im weiteren Verlauf vorausgesetzt, dass $0 < m < N/2$ gilt und auf die Angabe der Fallunterscheidung verzichtet.

Für die Beschreibung stochastischer Signale wird häufig die spektrale Leistungsdichte (PSD, englisch: Power Spectral Density) verwendet. Sie beschreibt die Verteilung der Leistung auf die Frequenzanteile und kann mit

Hilfe des Periodogramms $\hat{P}_x[m]$ geschätzt werden. Die einseitige Darstellung ist wie folgt definiert.

$$\hat{P}_x[m] = \frac{2}{\Delta f N^2} |X[m]|^2 \quad (2.7)$$

Der Satz von Parseval besagt, dass die Energie eines Signals im Zeit- und Frequenzbereich gleich sind [Mey21]. Für diskrete Signale gilt:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} |X[m]|^2 \quad (2.8)$$

Der Effektivwert $\tilde{x}$ (RMS, englisch: Root Mean Square) des Signals $x[n]$ kann dementsprechend auch mit Hilfe des Periodogramms im Frequenzbereich ermittelt werden. Für einseitige Periodogramme gilt:

$$\tilde{x} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2} = \sqrt{\Delta f \sum_{m=0}^{N/2} \hat{P}_x[m]} \quad (2.9)$$

Da die Varianz des Periodogramms auch für $N \rightarrow \infty$ nicht verschwindet, stellt es keine konsistente Schätzung der spektralen Leistungsdichte dar [KK02]. Mit der Methode von Bartlett [Bar78] konnte die Periodogrammschätzung, durch Zerlegung in Teilabschnitte, jedoch in ein konsistentes Schätzverfahren überführt werden. Mit der Methode von Welch [Wel87] wurde die Varianz durch Überlappung der Abschnitte weiter reduziert und die Fensterfunktion zur Minimierung des Leck-Effekts eingeführt. Das Verfahren wird wie folgt angewendet.

Das Signal $x[n]$ wird in Teilfolgen $x[l, k]$ der Länge L zerlegt.

$$\begin{aligned} l &= 0, 1, \dots, L-1 \\ x[l, k] &= x[l + (1 - \nu)kL] & k &= 0, 1, \dots, K-1 \\ 0 &< \nu < 1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die Anzahl der Teilfolgen K hängt von der Überlappung ν , der Länge N des Signals und der Länge L der Teilfolgen ab.

$$K = \left\lfloor \frac{N/L - 1}{1 - \nu} \right\rfloor + 1 \quad (2.11)$$

Durch Multiplikation mit einer geeigneten Fensterfunktion $w[l]$ wird für jeden Abschnitt k eine gewichtete Teilfolge $x_w[l, k]$

$$x_w[l, k] = w[l] \cdot x[l, k] \quad (2.12)$$

und damit die Fourier Transformierte $X_w[m, k]$ berechnet. Die Multiplikation der Teilfolge $x[l, k]$ mit der Fensterfunktion $w[l]$ im Zeitbereich, entspricht der Faltung der Fourier Transformaten $X[m, k]$ und $W[m]$ im Frequenzbereich.

$$\mathcal{F}\{x[l, k] \cdot w[l]\} = X[m, k] * W[m] \quad (2.13)$$

Dementsprechend können die Teilfolgen auch zuerst in den Frequenzbereich transformiert und anschließend gewichtet werden.

Aus den Fourier Transformaten der gewichteten Teilfolgen werden nach Gleichung 2.7 für jeden Abschnitt die Periodogramme $\hat{P}_{x_w}[m, k]$ berechnet, deren Mittelwert nach

$$\Phi_x[m] = \frac{1}{\tilde{w}^2 K} \sum_{k=0}^{K-1} \hat{P}_{x_w}[m, k] \quad (2.14)$$

für die Schätzung der spektralen Leistungsdichte Φ_x verwendet wird. Durch die Normierung mit dem Effektivwert der Fensterfunktion $\tilde{w}$ ist die Schätzung asymptotisch erwartungstreu und damit konsistent [Wel87].

Die Wurzel der spektralen Leistungsdichte ergibt die Schätzung der spektralen Amplitudendichte Γ_x (LSD, english: Linear Spectral Density). Für die einseitige Darstellung ($0 < m < L/2$) gilt:

$$\Gamma_x[m] = \sqrt{2 \Phi_x[m]}. \quad (2.15)$$

Mit der effektiven Rauschbandbreite (ENBW, english: Effective Noise Band Width) kann die Schätzung des Leistungsspektrums $\phi_x[m]$ und des Amplitudenspektrums $\gamma_x[m]$ ermittelt werden [HRS02]. Der Zusammenhang lautet

$$\phi_x[m] = \text{ENBW} \cdot \Phi_x[m], \quad (2.16)$$

$$\gamma_x[m] = \sqrt{2\phi_x} = \sqrt{\text{ENBW}} \cdot \Gamma_x[m]. \quad (2.17)$$

Die ENBW ergibt sich aus dem Effektivwert der Fensterfunktion $\tilde{w}$, dem Mittelwert der Fensterfunktion $\bar{w}$ und der Frequenzauflösung Δf .

$$\text{ENBW} = \Delta f \left(\frac{\tilde{w}}{\bar{w}} \right) \quad (2.18)$$

Es gibt einige gängige Fensterfunktionen, die je nach Anwendungsfall geeignet sind [Har78]. In dieser Arbeit werden das Hann-Fenster und das Flat-Top-Fenster verwendet, welche die folgende Symmetrie aufweisen und damit periodisch sind.

$$w[l] = w[L - l] \quad \text{für} \quad 0 < l < L \quad (2.19)$$

Die Fourier Transformierte $W[m]$ ist reell und hat mit Ausnahme der wechselnden Polarität der Nebenmaxima (engl. Sidelobes) keinen Einfluss auf die Phasenlage. In Abbildung 2.1 sind die beiden Funktionen im Vergleich zu einem Rechteck-Fenster im Zeit- und Frequenzbereich dargestellt.

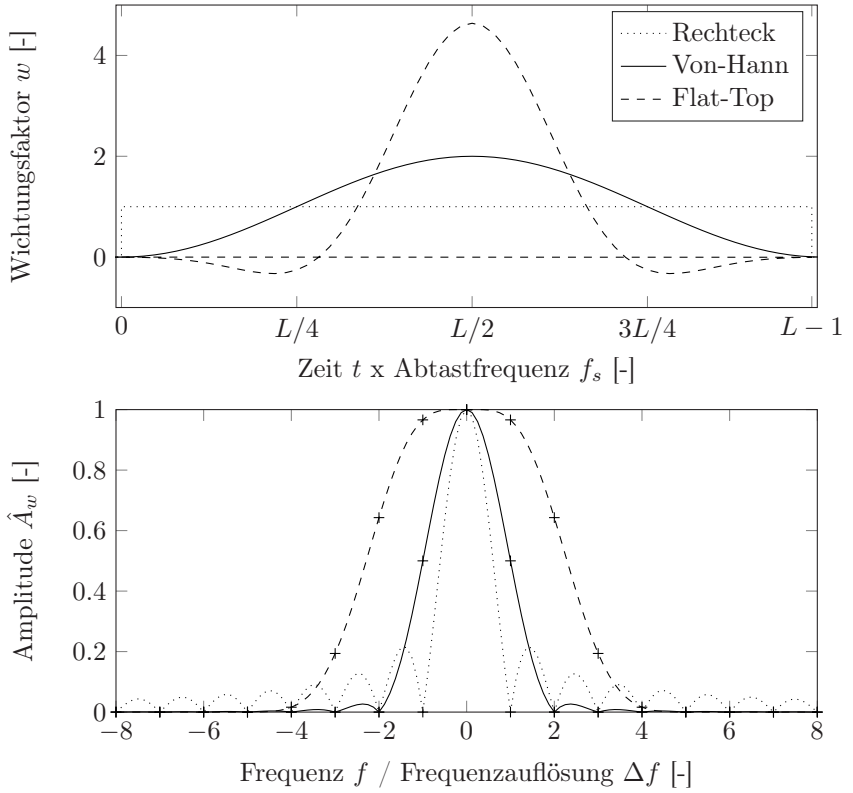


Abbildung 2.1: Vergleich der verwendeten Fensterfunktionen im Zeit- und Frequenzbereich

2.2 Objektive Bewertung Schwingungskomfort

Im alltäglichen Sprachgebrauch wird Komfort mit Bequemlichkeit und Annehmlichkeit assoziiert [DudoD]. In der Ergonomie wird zwischen Komfort und Diskomfort unterschieden. Dabei handelt es sich nicht um Gegensätze, sondern um unterschiedliche Dimensionen [ZHD96]. Die Dimension Komfort beschreibt ästhetische Aspekte, während die Dimension Diskomfort mit biomechanischen Faktoren in Verbindung gebracht wird [Bub03]. Das Komfortempfinden ist also das Resultat aus „Gefallen“ und „Nicht-Erleiden“ [Kno07]. Schwingungen zählen zu den Faktoren, die Diskomfort verursachen und die es zu vermeiden gilt, um den Komforteindruck zu verbessern. Im Kontext der Fahrwerksentwicklung beschreibt Schwingungskomfort also die Fähigkeit des Fahrzeugs Schwingungen zu minimieren.

Der Einfluss von Ganzkörper-Schwingungen auf die Wahrnehmung des Menschen ist für verschiedenste Anwendungsfälle relevant. Ein allgemeines Bewertungsverfahren wurde von der International Organization for Standardization (ISO) in der Norm ISO 2631-1:1978 [ISO78] veröffentlicht. Der Verein Deutscher Ingenieure (VDI) und die British Standards Institution (BSI) haben mit der VDI 2057:1987-05 [VDI87] und der BS 6841 [BS687] vergleichbare Verfahren veröffentlicht. Die ISO 2631 und die VDI 2057 wurden mehrfach überarbeitet und einander angenähert, so dass es zwischen den aktuellen Fassungen ISO 2631:1997 [ISO97] und VDI 2057:2017-08 [VDI17] nur noch wenig Abweichungen gibt.

Die Bewertungsverfahren basieren auf einer frequenzabhängigen Gewichtung von Beschleunigungen an ausgewählten Einleitungsstellen. Dazu wurden in Probandenversuchen Bewertungsfunktionen ermittelt, die beschreiben, wie stark die relative Wahrnehmung harmonischer Schwingungen bei

unterschiedlichen Frequenzen ist. Die ISO 2631 stellt für eine sitzende Person drei Bewertungsfunktionen bereit, die den translatorischen Beschleunigungen an den Einleitungsstellen Sitz, Rückenlehne und Fuß mit Gewichtungsfaktoren zugeordnet werden. Eine weitere Bewertungsfunktion berücksichtigt über drei Gewichtungsfaktoren den Einfluss der Winkelbeschleunigung am Sitz. Als Kenngröße für die Schwingstärke wird der Effektivwert der gewichteten Beschleunigung empfohlen. Bei gleichzeitiger Schwingungseinwirkung in mehreren Raumrichtungen und an mehreren Einleitungsstellen kann mit den entsprechenden Gewichtungsfaktoren eine Kenngröße für die Gesamtschwingstärke berechnet werden.

Die folgenden Veröffentlichungen thematisieren fahrzeugspezifische Bewertungsverfahren, die den Schwingungskomfort mit einem Kennwert beschreiben. RERICHA [Rer86] definiert 15 Einleitungsstellen zu denen auch das Lenkrad gehört. Aus den spektralen Leistungsdichten der Beschleunigungen werden frequenzgewichtete Komfortfaktoren berechnet. Als Kennwert wird die Norm eines Vektors aus allen Faktoren definiert. CUCUZ [Cuc92] entwickelt auf Basis der VDI 2057:1987-05 Bewertungsfunktionen für unregelmäßige Schwingungen und erweitert den VDI-Kennwert um einen Anteil, der Impulse berücksichtigt. HENNECKE [Hen95] erweitert den VDI-Kennwert um einen Instationaritätsfaktor, durch den größere Amplituden stärker berücksichtigt werden. KLINGNER [Kli96] erweitert das Verfahren von CUCUZ um weitere Einleitungsstellen und identifiziert zusätzliche Gewichtungsfaktoren um periodische und stochastische Schwingungen unterschiedlich stark berücksichtigen zu können [MK98]. In einer Studie [EBF⁺19] vergleicht ENDERS die Bewertungsverfahren der ISO 2631:1997 und der VDI 2057:2017-08 mit den eben genannten fahrzeugspezifischen Verfahren und kommt zu dem Ergebnisse, dass die Methodik der Normen am besten für die Bewertung des Schwingungskomforts geeignet ist. PERIARD [PK02] und KOSFLEDER [KP02] entwickeln eine Methode zur Berechnung globaler Bewegungsformen im Fahrbetrieb. Nach der Methodik der VDI 2057 ermittelt KOSFELDER Bewertungsfunktionen

für die Bewegungsformen und gibt damit einen Gesamtkennwert für den Schwingungskomfort an [Kos05].

Die Autoren der folgenden Veröffentlichungen beschreiben den Schwingungskomfort anhand von getrennt wahrnehmbaren Schwingungsphänomenen und stellen damit korrelierende Kennwerte vor.

LENNERT [Len09] verfolgt in ihrer Arbeit den Ansatz, den Schwingungskomfort in einzelne Komponenten zu unterteilen. Dazu werden in Probandenversuchen die vier sogenannten Wahrnehmungsdimensionen „Mensch-auf-Sitz“, „Stoß“, „höherfrequente Zitterigkeit“ und „Aufbauschwingverhalten“ ermittelt. Anschließend werden mit Hilfe von Korrelationsanalysen geeignete Kennwerte identifiziert. Die Dimension „Mensch-auf-Sitz“ korreliert mit dem Effektivwert der Vertikalbeschleunigung am Sitzkissen im Frequenzbereich von 3 bis 10 Hertz. Der Kennwert für die Dimension „Stoß“ basiert auf der nach VDI 2057:1987 [VDI87] bewerteten Vertikalbeschleunigung am Sitzkissen und wird durch den Effektivwert in der vierten Potenz im Frequenzbereich von 1 bis 30 Hertz berechnet. Die Dimension „höherfrequente Zitterigkeit“ korreliert mit den Effektivwerten der Beschleunigungen in X- und Z-Richtung an der Fahrersitzschiene und der Vertikalbeschleunigung am Lenkrad im Frequenzbereich von 11 bis 30 Hertz. Zusätzlich wird der Effektivwert der Vertikalbeschleunigung am Sitzkissen im Frequenzbereich von 1 bis 3 Hertz als Kennwert für die Dimension „Aufbauschwingverhalten“ vorgeschlagen. Für die Korrelation konnte allerdings keine experimenteller Nachweis erbracht werden.

JÖRISSEN [Jör12] differenziert in seiner Arbeit zwischen den Schwingungsphänomenen „Heben“, „Wanken“, „Werfen“ und „Stuckern“. Für jedes dieser Phänomene entwickelt er mit Hilfe von Probandenversuchen auf einem Schwingungsprüfstand lineare Regressionsmodelle. Als Bezugsgröße verwendet er die spektrale Leistungsdichte der Beschleunigungen an einem Referenzpunkt auf Brusthöhe des Fahrers. Für „Heben“ und „Wanken“ werden die entsprechenden Beschleunigungen im Frequenzbereich von 0.5 bis 4 Hertz berücksichtigt. „Werfen“ berücksichtigt die Querschleunigung im

Bereich von 1.5 bis 4 Hertz. „Stuckern“ basiert auf der Beschleunigung in X-, Y- und Z-Richtung im Frequenzbereich von 4 bis 50 Hertz. Zur Bewertung des Gesamt-Schwingungskomforts leitet er Faktoren her, die den Beitrag der einzelnen Kriterien zum Gesamteindruck beschreiben.

BULTHAUPT [Bul21] entwickelt in seiner Arbeit Kennwerte für Schwingungsphänomene, die in schweren Nutzfahrzeugen typisch sind. Durch Untersuchungen auf einem Ride-Simulator wurden die Frequenzbereiche ermittelt, die für die Wahrnehmung des jeweiligen Schwingungsphänomens relevant sind und Bewertungsfunktionen abgeleitet. Die Fahrzeugbewertung und Datenerfassung für die Entwicklung von Kennwerten erfolgte durch Versuchsfahrten. Dabei haben die Probanden die Wahrnehmung eines Schwingungsphänomens durch Betätigung eines Triggers markiert. Aus den bewerteten Beschleunigungen wurden verschiedene Kennwertverläufe berechnet, die mit den Trigger-Signalen verglichen wurden. Aus den Kennwertverläufen mit guter Übereinstimmung wurden skalare Werte berechnet, mit denen ein Regressionsmodell für das Schwingungsphänomen erstellt wurde.

In den folgenden Arbeiten werden Methoden zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens von Fahrzeugen vorgestellt. Die Korrelation zwischen Schwingungsverhalten und subjektivem Empfinden wird bewusst nicht weiter thematisiert.

ILIEV [Ili11] entwickelt in seiner Arbeit einen Ansatz zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens von Fahrzeugen anhand von 30 Modellparametern. Dazu wurde ein Verfahren entworfen, mit dem die Fahrbahnnunehbenheit und die Fahrzeugbeschleunigungen aufgezeichnet und synchronisiert werden kann. Aus einem linearen Fahrzeugmodell wurde eine analytische Übertragungsmatrix hergeleitet, die durch weitere Annahmen und Vereinfachungen auf eine Übertragungsfunktion für jeden Freiheitsgrad reduziert wurde. So ließen sich die Koeffizienten der Übertragungsfunktionen aus einer Messung identifizieren. Durch den Vergleich der gemessenen Aufbaubeschleunigungen mit den Aufbaubeschleunigungen, die sich

durch Simulation der Übertragungsfunktionen mit einer gemessenen Anregung ergeben, wurde bewertet, wie gut die Übertragungsfunktionen die Schwingungseigenschaften des Fahrzeugs abbilden. Als Gütekriterium wurde die Differenz der frequenzbewerteten Effektivwerte nach VDI 2057:2002-09 [VDI02] definiert. Auch wenn die Übertragungsfunktionen aus einer Messung identifiziert wurden, um damit die Aufbaubeschleunigungen von anderen Messungen zu simulieren, lag das Gütekriterium unter der ebenfalls in der VDI 2057 definierten Wahrnehmungsschwelle von 0.01 m/s^2 . Auch bei Untersuchungen an Fahrzeugen mit semiaktiven und aktiven Fahrwerkssystemen blieb das Gütekriterium unter dieser Wahrnehmungsschwelle. ILIEV kommt deshalb zu der Schlussfolgerung, dass trotz diverser nichtlinearer Eigenschaften eines Fahrzeugs eine Linearisierung möglich ist und der Schwingungskomfort mit Hilfe der Übertragungsfunktionen hinreichend genau beschrieben werden kann.

Auch SCHICKEDANZ [Sch13] präsentiert in seiner Arbeit eine Methode zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens mit Hilfe von Übertragungsfunktionen. Er zeigt auf, wie die Übertragungsmatrix zwischen den komfortrelevanten Beschleunigungen und den Fahrbahnhöhen durch stochastische Anregung der einzelnen Räder geschätzt werden kann. Da eine solche Einzelradanregung durch einen Fahrversuch nicht darstellbar ist, kann die Methode ohne Weiteres nur in der virtuellen Produktentwicklung angewendet werden. Mit einer validierten Mehrkörpersimulation (MKS)-Modell vergleicht er die Fahrzeugbeschleunigungen bei einer gleichzeitigen Anregung an allen Rädern mit den Fahrzeugbeschleunigungen, die aus der identifizierten Übertragungsmatrix berechnet werden. Die Abweichung wird als sehr gering bewertet. Mit unterschiedlichen Anregungsarten und Anregungsintensitäten untersucht er die Nichtlinearität des MKS-Modells. Bei Anregungen mit sehr kleinen Leistungen kommt es aufgrund von Reibungseffekten zu einer deutlichen Veränderung des Übertragungsverhaltens. Für Anregungen mit einer Leistung, die typisch für Fahrten auf üblichen Fahrbahnen sind, stellt er allerdings fest, dass sich das Modell näherungsweise wie ein lineares System verhält.

3 Fahrzeugmodell für Schwingungsuntersuchungen

Systemtheoretische Betrachtungen bilden in dieser Arbeit die Basis für die Definition und Bewertung von Kennwerte zur objektiven Beschreibung des Schwingungsverhaltens. Deshalb wurde ein vereinfachtes Modell entwickelt, welches typische fahrbahninduzierte Schwingungen eines Fahrzeugs im Frequenzbereich bis 30 Hertz abbilden kann. Das Modell ist dementsprechend auf stationäre Fahrzustände bei konstanter Geschwindigkeit ausgelegt und nicht für Quer- oder Längsdynamikmanövern vorgesehen. Wesentliche Ziele bei der Modellentwicklung waren eine variable Komplexität und die Möglichkeit Systemeigenschaften auf einer möglichst abstrakten Ebene zu beschreiben. Das Modell soll alle Eigenfrequenzen und Eigenmoden in diesem Frequenzbereich abbilden, damit das Modell einen Beitrag zur Interpretation von Messergebnissen leisten kann. Außerdem soll es für weiterführende Untersuchungen genutzt werden können, die in der Realität nicht möglich wären. Das Modell hat dementsprechend nicht den Anspruch, das Verhalten von realen Fahrzeugen mit derselben Genauigkeit wie ein komplexes MKS-Modell abbilden zu können. Für die Umsetzung wurde die Simulationsumgebung von Matlab/Simulink genutzt.

3.1 Grundlagen

Dieser Abschnitt erläutert die in diesem Kapitel verwendete Notation und gibt einen kompakten Überblick über wesentliche Grundlagen, die in den

folgenden Abschnitten angewendet werden. Für ausführlichere Beschreibungen und Herleitungen wird auf [SHB18] verwiesen.

Die Bewegung von Körpern im dreidimensionalen Raum lässt sich durch Vektoren beschreiben. Sie werden in dieser Arbeit durch fett gedruckte Kleinbuchstaben als solche gekennzeichnet. Numerisch lassen sich die Vektoren nur erfassen, wenn sie in einem Koordinatensystem dargestellt werden. Ein Koordinatensystem K_i besteht aus orthogonalen Achsen, die durch die Einheitsvektoren $\mathbf{x}_i$, $\mathbf{y}_i$ und $\mathbf{z}_i$ aufgespannt werden. Ein Vektor $\mathbf{v}$ wird im Koordinatensystem K_i dargestellt, in dem er durch Projektion auf die Einheitsvektoren in die Komponenten ${}^i v_x$, ${}^i v_y$ und ${}^i v_z$ zerlegt wird. Ein Exponent links oben kennzeichnet das Koordinatensystem, in dem der Vektor dargestellt wird.

$${}^i v_x = \mathbf{v} \cdot \mathbf{x}_i \qquad {}^i v_y = \mathbf{v} \cdot \mathbf{y}_i \qquad {}^i v_z = \mathbf{v} \cdot \mathbf{z}_i \qquad (3.1)$$

Der Index rechts unten gibt an auf welchen Körper bzw. auf welches Koordinatensystem sich eine Bewegungsgröße bezieht. So beschreibt der Vektor ${}^i \mathbf{a}_j$ beispielsweise die absolute Beschleunigung von K_j dargestellt in K_i . Relative Größen werden durch einen weiteren Index rechts unten gekennzeichnet. Beispielsweise beschreibt ${}^i \mathbf{a}_{jk}$ die relative Beschleunigung von K_k zu K_j dargestellt in K_i .

Wichtige Koordinatensysteme sind das Inertialsystem, das fahrzeugfeste Koordinatensystem und die körperfesten Koordinatensysteme.

- Das **Inertialsystem** K_I beschreibt ein ruhendes oder gleichförmig bewegtes Koordinatensystem, indem die Newtonschen Grundgesetze gelten [GHSW19].
- Das **fahrzeugfeste Koordinatensystem** K_V ist nach DIN ISO 8855 fest mit dem Fahrzeugaufbau verbunden [DIN11]. Der Ursprung befindet sich im Gesamtfahrzeugschwerpunkt, die x-Achse zeigt in Fahrtrichtung und die z-Achse zeigt nach oben. Das fahrzeugfeste

System eignet sich zur Beschreibung der Relativbewegungen von Subsystemen.

- Das **körperfeste Koordinatensystem** K_k hat seinen Ursprung im Schwerpunkt des Körpers k . Es dient zur Beschreibung der Lage eines Körpers. Außerdem bezieht sich der Trägheitstensor jedes Körpers auf sein eigenes Koordinatensystem.

Für die Beschreibung der Orientierung eines Koordinatensystems K_i zu einem Koordinatensystem K_j werden in dieser Arbeit ausschließlich Kardan-Winkel verwendet. Dabei entspricht ψ_{ji} dem Winkel der ersten Elementardrehung um die z-Achse, welche durch die Drehmatrix $\mathbf{T}_z(\psi_{ji})$ beschrieben wird.

$$\mathbf{T}_z(\psi_{ji}) = \begin{bmatrix} \cos \psi_{ji} & -\sin \psi_{ji} & 0 \\ \sin \psi_{ji} & \cos \psi_{ji} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Die zweite Elementardrehung um die gedrehte y-Achse ist abhängig vom Winkel θ_{ji} und wird durch die Drehmatrix $\mathbf{T}_y(\theta_{ji})$ beschrieben.

$$\mathbf{T}_y(\theta_{ji}) = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ji} & 0 & \sin \theta_{ji} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{ji} & 0 & \cos \theta_{ji} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Der Winkel φ_{ji} definiert die dritte Elementardrehung um die zweifach gedrehte x-Achse. Diese wird durch die Drehmatrix $\mathbf{T}_x(\varphi_{ji})$ beschrieben.

$$\mathbf{T}_x(\varphi_{ji}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{ji} & -\sin \varphi_{ji} \\ 0 & \sin \varphi_{ji} & \cos \varphi_{ji} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Für die Winkel der drei Elementardrehungen wird ebenfalls die Vektornotation $\boldsymbol{\kappa}_{ji}$ verwendet. Dies dient nur einer übersichtlicheren Darstellung und die üblichen Rechenregeln gelten nicht.

$$\boldsymbol{\kappa}_{ji} = \left\{ \begin{matrix} \varphi_{ji} & \theta_{ji} & \psi_{ji} \end{matrix} \right\}^T \quad (3.5)$$

Durch Multiplikation der Drehmatrizen der drei Elementardrehungen kann die Transformationsmatrix ${}^j\mathbf{T}_i$ berechnet werden. Diese beschreibt die Koordinatentransformation von K_i nach K_j .

$${}^j\mathbf{T}_i = \mathbf{T}_{\mathbf{z}}(\psi_{ji}) \mathbf{T}_{\mathbf{y}}(\theta_{ji}) \mathbf{T}_{\mathbf{x}}(\varphi_{ji}) \quad (3.6)$$

Die Transformationsmatrix ${}^j\mathbf{T}_i$ entspricht der Transponierten von ${}^i\mathbf{T}_j$. Außerdem sind die Inverse und die Transponierte einer Transformationsmatrix identisch. Des Weiteren entsprechen die einzelnen Spalten von ${}^i\mathbf{T}_j$ den Einheitsvektoren von K_i dargestellt in K_j . Folglich entsprechen die Zeilen den transponierten Einheitsvektoren von K_j dargestellt in K_i .

$${}^j\mathbf{T}_i = {}^i\mathbf{T}_j^T = \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{x}_i & {}^j\mathbf{y}_i & {}^j\mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{x}_j^T \\ {}^i\mathbf{y}_j^T \\ {}^i\mathbf{z}_j^T \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Die relative Winkelgeschwindigkeit zwischen K_i und K_j ergibt sich aus der Summe der drei Elementardrehungen, transformiert in ein gemeinsames Koordinatensystem. Für die Darstellung der relativen Winkelgeschwindigkeit in K_j gilt

$${}^j\boldsymbol{\omega}_{ji} = \mathbf{T}_{\mathbf{z}}(\psi_{ji}) \mathbf{T}_{\mathbf{y}}(\theta_{ji}) \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{ji} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{\mathbf{z}}(\psi_{ji}) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_{ji} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_{ji} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Daraus ergibt sich der Zusammenhang zwischen der relativen Winkelgeschwindigkeit ${}^j\boldsymbol{\omega}_{ji}$ und der zeitlichen Ableitung der Kardan-Winkel $\dot{\boldsymbol{\kappa}}_{ji}$ über die Transformationsmatrix ${}^j\mathbf{R}_{ji}$. Der Index links oben kennzeichnet das Koordinatensystem, in dem die Winkelgeschwindigkeit dargestellt wird.

$${}^j\boldsymbol{\omega}_{ji} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \psi_{ji} \cos \theta_{ji} & -\sin \psi_{ji} & 0 \\ \sin \psi_{ji} \cos \theta_{ji} & \cos \psi_{ji} & 0 \\ -\sin \theta_{ji} & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{{}^j\mathbf{R}_{ji}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{ji} \\ \dot{\theta}_{ji} \\ \dot{\psi}_{ji} \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{\kappa}}_{ji}} \quad (3.9)$$

Analog gilt für die relative Winkelgeschwindigkeit dargestellt in K_i

$${}^i\boldsymbol{\omega}_{ji} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{ji} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{\mathbf{x}}^T(\varphi_{ji}) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_{ji} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{\mathbf{x}}^T(\varphi_{ji}) \mathbf{T}_{\mathbf{y}}^T(\theta_{ji}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_{ji} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Dementsprechend ergibt sich der Zusammenhang zwischen der relativen Winkelgeschwindigkeit ${}^i\boldsymbol{\omega}_{ji}$ und der zeitlichen Ableitung der Kardan-Winkel $\dot{\boldsymbol{\kappa}}_{ji}$ über die Transformationsmatrix ${}^i\mathbf{R}_{ji}$.

$${}^i\boldsymbol{\omega}_{ji} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta_{ji} \\ 0 & \cos \varphi_{ji} & \cos \theta_{ji} \cos \varphi_{ji} \\ 0 & -\sin \varphi_{ji} & \cos \theta_{ji} \sin \varphi_{ji} \end{bmatrix}}_{{}^i\mathbf{R}_{ji}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{ji} \\ \dot{\theta}_{ji} \\ \dot{\psi}_{ji} \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{\kappa}}_{ji}} \quad (3.11)$$

3.2 Modellstruktur

Um die komfortrelevanten Schwingungsphänomene eines Fahrzeugs im Frequenzbereich bis 30 Hertz abbilden zu können, müssen alle Körper berücksichtigt werden, die aufgrund ihres Gewichts und der Lage der Eigenmoden

signifikanten Einfluss auf die Aufbaubeschleunigung in diesem Frequenzbereich haben. Entsprechend den Ergebnissen von ANGRICK [Ang18] sind der Fahrzeugaufbau, die Räder, das Aggregat (Motor und Getriebe), elastisch gelagerte Fahrschemel und das Differenzial zu berücksichtigen. Jedes Rad ist über ein Drehgelenk (Radlager) mit einem Radträger verbunden. Zusätzlich wird für jedes Rad ein Körper ohne Masse und Trägheit eingeführt. Diese werden in dieser Arbeit als virtuelle Radträger bezeichnet und dienen der Modellierung der Kinematik der Radaufhängung. Eine detaillierte Beschreibung erfolgt im folgenden Abschnitt. Eine Übersicht aller Körper gibt Tabelle 3.1. Des Weiteren wird in der Tabelle für jeden Körper ein numerischer Identifikator (Id) und ein Index definiert. Der Index gibt für jede Größe an, auf welchen Körper sie sich bezieht. Beispielsweise entspricht m_A der Masse und $\mathbf{v}_A$ dem Geschwindigkeitsvektor des Fahrzeugaufbaus. Der numerische Id wird zum Referenzieren der Körper bei der Umsetzung des Modell im Programmcode verwendet.

Mit Ausnahme der Räder werden bei der Modellierung für die 9 realen Körper alle 6 Freiheitsgrade berücksichtigt. Für die 4 Räder ist nur 1 Freiheitsgrad für die Rotation zwischen Rad und Radträger erforderlich. Daraus ergeben sich insgesamt $n_F = 9 \cdot 6 + 4 = 58$ Freiheitsgrade. Mit dem Vektor $\mathbf{q}$ aus 58 verallgemeinerten Koordinaten q_i kann die Lage aller Körper eindeutig beschreiben werden. Dabei wurden die Koordinaten wie folgt gewählt:

- 6 Elemente beschreiben die absolute Position und Orientierung des aufbaufesten Referenzsystems im Inertialsystem, dargestellt in K_I .
- 18 Elemente entsprechen den relativen Verschiebungen der Fahrschemel und des Motors zum Referenzsystem, dargestellt in K_V .
- 30 Elemente beschreiben die relativen Verschiebungen der Radträger und des Differenzials zu den Fahrschemeln, dargestellt im körperfesten Koordinatensystem der Fahrschemel K_F .

Tabelle 3.1: Übersicht der Indizes und Ids aller Körper des Konzeptmodells

Id	Körper	Index
0	Fahrzeugaufbau	A
1	Fahrschemel vorne	F_0
2	Fahrschemel hinten	F_1
3	Radträger vorne links	T_0
4	Radträger vorne rechts	T_1
5	Radträger hinten links	T_2
6	Radträger hinten rechts	T_3
7	Rad vorne links	R_0
8	Rad vorne rechts	R_1
9	Rad hinten links	R_2
10	Rad hinten rechts	R_3
11	Motor (inkl. Getriebe)	M
12	Differenzial	D
13	virtueller Radträger vorne links	K_0
14	virtueller Radträger vorne rechts	K_1
15	virtueller Radträger hinten links	K_2
16	virtueller Radträger hinten rechts	K_3

- 4 Elemente entsprechen den Rotationen der 4 Räder um die y-Achsen der Koordinatensysteme der Radträger $\mathbf{y}_T$.

Analog können die Geschwindigkeiten aller Körper mit dem Vektor $\mathbf{e}$ aus 58 verallgemeinerten Geschwindigkeiten e_i beschrieben werden. Diese müssen so gewählt werden, dass die Ableitungen der Koordinaten $\dot{\mathbf{q}}$ aus den Geschwindigkeiten $\mathbf{e}$ und den Koordinaten $\mathbf{q}$ selbst berechnet werden können. Deshalb werden die verallgemeinerten Geschwindigkeiten wie folgt gewählt:

- 6 Elemente beschreiben die absoluten Geschwindigkeiten des Referenzsystems, dargestellt in K_V .
- 18 Elemente entsprechen den relativen Geschwindigkeiten der Fahrschemel und des Motors zum Referenzsystem, dargestellt in K_V .
- 30 Elemente beschreiben die relativen Geschwindigkeiten der Radträger und des Differenzials zu den Fahrschemeln, dargestellt im körperfesten Koordinatensystem der Fahrschemel K_F .
- 4 Elemente entsprechen der Rotationsgeschwindigkeit der 4 Räder um die y-Achsen der Koordinatensysteme der Radträger y_T .

Eine detaillierte Übersicht aller verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten ist in Tabelle 3.2 zu finden. Des Weiteren werden in der Tabelle für die verschiedenen Bewegungsgrößen Symbole definiert und die Größen werden für die Umsetzung im Programmcode über einen Id den einzelnen Elementen der Vektoren $\mathbf{q}$ und $\mathbf{e}$ zugeordnet.

3.3 Modellierung der Radaufhängung

Die radführenden Lenker sind üblicherweise an einem elastisch gelagerten oder starr angebundenen Fahrschemel am Fahrzeugaufbau befestigt. Das Fahrzeugmodell hält an beiden Achsen einen Fahrschemel vor, in dessen Koordinatensystem die Relativbewegung der Radträger beschrieben wird. Durch eine starre Verbindung zwischen Fahrschemel und Fahrzeugaufbau kann auch eine starre Anbindung der Radaufhängung am Aufbau abgebildet werden. Dies ermöglicht einen allgemein gültigen Ansatz für die Modellierung der relevanten Eigenschaften der Radaufhängung. Dieser wird im folgenden Abschnitt zur Veranschaulichung zunächst in der Ebene beschrieben und anschließend für die Bewegung im Raum formuliert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird dabei auf die Angabe der Subindizes für Fahrschemel, virtuelle Radträger und Radträger verzichtet.

Tabelle 3.2: Festlegung der verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten

Beschreibung	Id	Symbol	
		q	e
Koordinaten / Geschwindigkeiten			
Absolute Position / Geschwindigkeit des Referenzsystems K_V	0-2	${}^I p_V$	${}^V v_V$
Kardanwinkel zwischen K_V und K_I / Absolute Winkelgeschwindigkeit von K_V	3-5	κ_{IV}	${}^V \omega_V$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen Fahrschemel vorne und K_V	6-8	dp_{F_0}	dv_{F_0}
Kardanwinkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Fahrschemel vorne und K_V	9-11	κ_{VF_0}	$d\omega_{F_0}$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen Fahrschemel hinten und K_V	12-14	dp_{F_1}	dv_{F_1}
Kardanwinkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Fahrschemel hinten und K_V	15-18	κ_{VF_1}	$d\omega_{F_1}$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen virtuellem Radträger und Fahrschemel	18-21	dz_{K_i}	$dv_{K_i,z}$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen Radträger und virtuellem Radträger	21-25	dx_{T_i}	$dv_{T_i,x}$
	26-29	dy_{T_i}	$dv_{T_i,y}$
Kardanwinkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Radträger und virtuellem Radträger	30-33	$\varphi_{K_i T_i}$	$d\omega_{T_i,x}$
	34-37	$\theta_{K_i T_i}$	$d\omega_{T_i,y}$
	38-41	$\psi_{K_i T_i}$	$d\omega_{T_i,z}$
Winkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Rad und Radträger um die y-Achse	42-45	$\theta_{T_i R_i}$	$d\omega_{R_i,y}$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen Motor und K_V	46-48	dp_M	dv_M
Kardanwinkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Motor und K_V	49-51	κ_{VM}	$d\omega_M$
Relative Verschiebung / Geschwindigkeit zwischen Differenzial und Fahrschemel	52-54	dp_D	dv_D
Kardanwinkel / relative Winkelgeschwindigkeit zwischen Differenzial und Fahrschemel	55-57	$\kappa_{F_h D}$	$d\omega_D$

Für den Index des Fahrschemels i und den Index des Radträgers j gilt der Zusammenhang $i = \lfloor j/2 \rfloor$.

Für die Modellierung der Radaufhängung wird angenommen, dass die Bewegung des Radträgers durch Addition der kinematischen und elastischen Verschiebungen abgebildet werden kann. Dazu werden zwischen den Radträgern und den Fahrschemeln Körper ohne Masse und Trägheit eingefügt, die in dieser Arbeit als virtuelle Radträger bezeichnet werden. So kann die Kinematik durch die Relativbewegung zwischen den virtuellen Radträgern und den Fahrschemeln und die Elastizität über die Relativbewegung zwischen den Radträgern und den virtuellen Radträgern beschrieben werden.

Ein virtueller Radträger bildet also die von der Einfederung abhängige Lage eines Radträgers ohne Einwirkung von Kräften ab. Dazu wird die relative Position des virtuellen Radträgers ${}^F\mathbf{p}_{FK}$ durch Funktionen der verallgemeinerten Koordinate dz_K beschrieben.

$$\begin{pmatrix} {}^F p_{FK,x} \\ {}^F p_{FK,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{FK,x} \\ r_{FK,z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dx_K(dz_K) \\ dz_K \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Dabei entspricht $\mathbf{r}_{FK}$ dem Ortsvektor zwischen virtuellem Radträger und Fahrschemel, wenn alle verallgemeinerten Koordinaten q_i gleich Null sind. dx_K ist eine differenzierbare Funktion, welche die Längsverschiebung des virtuellen Radträgers in Abhängigkeit der vertikalen Verschiebung dz_K beschreibt.

Die Elastizität der Radaufhängung wird durch eine visko-elastische Verbindung des Radträgers mit dem virtuellen Radträger abgebildet. Nur in vertikaler Richtung ist keine Relativbewegung möglich. Deshalb wird die relative Position zwischen Radträger und virtuellem Radträger ${}^F\mathbf{p}_{KT}$ in der Ebene ausschließlich durch die verallgemeinerte Koordinate dx_T beschrieben.

$$\begin{pmatrix} {}^F p_{KT,x} \\ {}^F p_{KT,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx_T \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

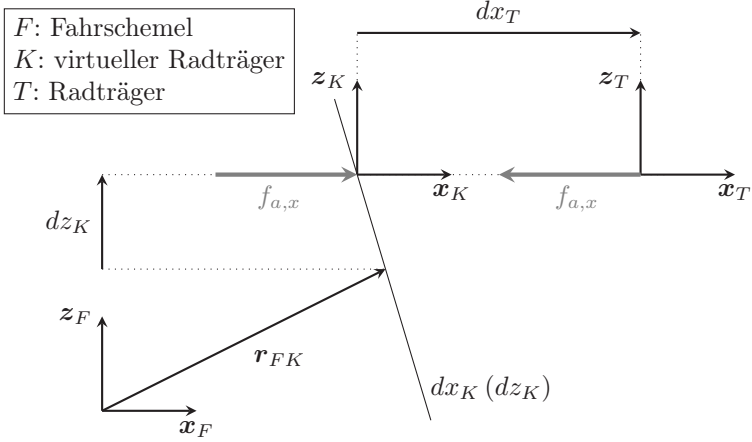


Abbildung 3.1: Modellierung Radaufhängung - Vereinfachte Darstellung in der Ebene

Abbildung 3.1 zeigt, wie die Positionen der körperfesten Koordinatensysteme des Fahrerschemels K_F , des virtuellen Radträgers K_K und des Radträgers K_T in der Ebene voneinander abhängen. Die visko-elastische Verbindung wird durch ein Kraftelement abgebildet, welches allgemein als Funktion der Verschiebung und der Relativgeschwindigkeit definiert ist. Bei zweidimensionaler Betrachtung besteht dieses Kraftelement also aus einer Längskraft $f_{a,x}$, die von der Längsverschiebung dx_T und deren Ableitung $d\dot{x}_T$ abhängig ist.

Die Zusammenhänge lassen sich einfach von der Ebene in den dreidimensionalen Raum übertragen. Die relative Position des Radträgers ${}^F\mathbf{p}_{FT}$ im Bezugssystem K_F kann durch

$${}^F\mathbf{p}_{FT} = \underbrace{\mathbf{r}_{FK} + \begin{pmatrix} dx_K(dz_K) \\ dy_K(dz_K) \\ dz_K \end{pmatrix}}_{{}^F\mathbf{dp}_K} + \underbrace{\begin{pmatrix} dx_T \\ dy_T \\ 0 \end{pmatrix}}_{{}^F\mathbf{dp}_T} \quad (3.14)$$

angegeben werden. Analog kann die Orientierung des Radträgers durch aufeinander folgende relative Orientierungen angegeben werden. Dabei sind die Kardan-Winkel zwischen Fahrschemel und virtuellem Radträger $\varphi_{FK}(dz_K)$, $\theta_{FK}(dz_K)$ und $\psi_{FK}(dz_K)$ als differenzierbare Funktionen der vertikalen Verschiebung dz_K definiert. Die Kardan-Winkel zwischen Radträger und virtuellem Radträger entsprechen den verallgemeinerten Koordinaten $d\varphi_T$, $d\theta_T$ und $d\psi_T$. Da es sich dabei um aufeinander folgende Elementar-Drehungen handelt, können die relativen Orientierungen nicht einfach addiert werden. Die Orientierung des Radträgers im Koordinatensystem des Fahrschemels K_F ergibt sich durch Multiplikation der Transformationsmatrizen aller Elementardrehungen und kann folglich über die Transformationsmatrix ${}^F\mathbf{T}_T$ beschrieben werden.

$${}^F\mathbf{T}_T = {}^F\mathbf{T}_K {}^K\mathbf{T}_T \quad (3.15)$$

Die relative Geschwindigkeit des Radträgers kann mit den verallgemeinerten Geschwindigkeiten $dv_{K,z}$, $dv_{T,x}$ und $dv_{T,y}$ wie folgt angegeben werden.

$${}^F\mathbf{v}_{FT} = \underbrace{\frac{\partial {}^F\mathbf{dp}_K}{\partial dz_K} dv_{K,z}}_{{}^F\mathbf{v}_{KT}} + \begin{pmatrix} dv_{T,x} \\ dv_{T,y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (3.9) kann die Winkelgeschwindigkeit des Radträgers in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten $dv_{K,z}$, $d\omega_{T,x}$, $d\omega_{T,y}$ und $d\omega_{T,z}$ beschrieben werden.

$${}^F\boldsymbol{\omega}_{FT} = \underbrace{{}^F\mathbf{R}_{FK} \frac{\partial \boldsymbol{\kappa}_{FK}}{\partial dz_K} dv_{K,z}}_{{}^F\boldsymbol{\omega}_{FK}} + \underbrace{\begin{pmatrix} d\omega_{T,x} \\ d\omega_{T,y} \\ d\omega_{T,z} \end{pmatrix}}_{{}^F\boldsymbol{\omega}_{KT}}. \quad (3.17)$$

Bei dreidimensionalen Betrachtung ist der Radträger über ein fünfdimensionales Kraftelement mit dem virtuellen Radträger verbunden. Es ist im Koordinatensystem des Fahrschemels definiert und generiert Kräfte in x- und y-Richtung ($f_{a,x}$ und $f_{a,y}$) sowie Momente in allen Raumrichtungen ($t_{a,x}$, $t_{a,y}$ und $t_{a,z}$). Die Komponenten des Kraftelements sind abhängig von den elastischen Verschiebungen und den Verschiebungs-Geschwindigkeiten. Damit alle Größen in einem einheitlichen Referenzsystem vorliegen, müssen aus den Kardan-Winkeln die rotatorischen Verschiebungen um die Achsen des Koordinatensystems des Fahrschemels berechnet werden. Für kleine Winkel kann die Rotation des Koordinatensystems K_i um die Achsen eines Koordinatensystems K_j aus den Einheitsvektoren der beiden Koordinatensysteme berechnet werden.

$$w_{ji,x} = \arctan \left(\frac{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{z}_j}{\mathbf{y}_i \cdot \mathbf{y}_j} \right) \quad (3.18)$$

$$w_{ji,y} = \arctan \left(\frac{\mathbf{z}_i \cdot \mathbf{x}_j}{\mathbf{z}_i \cdot \mathbf{z}_j} \right) \quad (3.19)$$

$$w_{ji,z} = \arctan \left(\frac{\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{y}_j}{\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j} \right) \quad (3.20)$$

Die relative Rotation zwischen Radträger und virtuellem Radträger $d\mathbf{w}_{T_{uv}}$ ergibt sich folglich aus der Differenz der Rotation der beiden Körper um das Koordinatensystem des Fahrschemels.

$$d\mathbf{w}_T = \mathbf{w}_{FT} - \mathbf{w}_{FK} \quad (3.21)$$

Allgemein sind die Komponenten des Kraftelements als Funktionen der translatorischen Verschiebungen (dx_T und dy_T), der rotatorischen Verschiebungen ($dw_{T,x}$, $dw_{T,y}$ und $dw_{T,z}$), der Relativgeschwindigkeiten ($dv_{T,x}$ und $dv_{T,y}$) und der relativen Winkelgeschwindigkeiten ($d\omega_{T,x}$, $d\omega_{T,y}$ und

$d\omega_{T,z})$ definiert. Bei linearer Betrachtung kann das Kraftelement über die Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ und die Dämpfungsmatrix $\mathbf{D}$ beschrieben werden.

$$\begin{bmatrix} f_{a,x} \\ f_{a,y} \\ t_{a,x} \\ t_{a,y} \\ t_{a,z} \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} dx_T \\ dy_T \\ dw_{T,x} \\ dw_{T,y} \\ dw_{T,z} \end{bmatrix} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} dv_{T,x} \\ dv_{T,y} \\ d\omega_{T,x} \\ d\omega_{T,y} \\ d\omega_{T,z} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.4 Modellierung von Fahrwerkskomponenten

Insbesondere der Stoßdämpfer weist stark nichtlineare Eigenschaften auf, die sich schlecht durch ein mehrdimensionales Kraftelement zwischen Radträger und Aufbau abstrahieren lassen. Für die Federungs- und Dämpfungskomponenten wurde deshalb ein allgemeiner Ansatz entwickelt, der eine Integration von Modellen einzelner Fahrwerkskomponenten in das abstrahierte Modell der Radaufhängung ermöglicht. Dazu wird die Länge einer Fahrwerkskomponente L_c als differenzierbare Funktion der fünf Verschiebungen zwischen Radträger und virtuellem Radträger und der vertikalen Verschiebung zwischen virtuellem Radträger und Fahrschemel beschrieben. Da die elastischen Verschiebungen klein sind, kann ein Polynom verwendet werden, welches nur die vertikale Verschiebung mit höherer Ordnung berücksichtigt.

$$\begin{aligned} L_c = & c_0 + c_1 dz_K + c_2 dx_T + c_3 dy_T \\ & + c_4 dw_{T,x} + c_5 dw_{T,y} + c_6 dw_{T,z} \\ & + (c_7 dz_K + c_8 dx_T + c_9 dy_T \\ & + c_{10} dw_{T,x} + c_{11} dw_{T,y} + c_{12} dw_{T,z}) dz_K \\ & + (c_{13} dz_K + c_{14} dx_T + c_{15} dy_T \\ & + c_{16} dw_{T,x} + c_{17} dw_{T,y} + c_{18} dw_{T,z}) dz_K^2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Dabei sind c_0 bis c_{18} die Polynomkoeffizienten. Einige Fahrwerkskomponenten-Modelle benötigen als Eingang auch die Ableitung der Längenänderung $\dot{L}_c$. Mit den partiellen Ableitungen der Länge nach den Verschiebungen, kann diese aus den Relativgeschwindigkeiten und den relativen Winkelgeschwindigkeiten berechnet werden.

$$\begin{aligned} \dot{L}_c = & \frac{\partial L_c}{\partial dz_K} dv_{K,z} + \frac{\partial L_c}{\partial dx_T} dv_{T,x} + \frac{\partial L_c}{\partial dy_T} dv_{T,y} \\ & + \frac{\partial L_c}{\partial dw_{T,x}} d\omega_{T,x} + \frac{\partial L_c}{\partial dw_{T,y}} d\omega_{T,y} + \frac{\partial L_c}{\partial dw_{T,z}} d\omega_{T,z} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Die partiellen Ableitungen beschreiben außerdem die Übersetzung der Fahrwerkskomponenten-Kraft F_c , welche in Richtung der Fahrwerkskomponente wirkt, auf die Kräfte $\mathbf{f}_c$ und Momente $\mathbf{t}_c$, die effektiv in der Radmitte wirken. Die Längs- und Querkkräfte sowie die Momente können direkt aus den partiellen Ableitungen und der Fahrwerkskomponenten-Kraft F_c berechnet werden.

$$\begin{bmatrix} f_{c,x} \\ f_{c,y} \\ t_{c,x} \\ t_{c,y} \\ t_{c,z} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial L_c / \partial dx_T \\ \partial L_c / \partial dy_T \\ \partial L_c / \partial dw_{T,x} \\ \partial L_c / \partial dw_{T,y} \\ \partial L_c / \partial dw_{T,z} \end{bmatrix} F_c \quad (3.25)$$

Durch die Kinematik bewegt sich die Radmitte abhängig von der vertikalen Verschiebung dz_K in alle Raumrichtungen. Die partielle Ableitung der Fahrwerkskomponenten-Länge L_c nach der vertikalen Verschiebung beinhaltet also auch die kinematischen Verschiebungen der anderen fünf Raumrichtungen. Dementsprechend, müssen die kinematischen Anteile für die Berechnung der vertikalen Kraft $f_{c,z}$ wieder abgezogen werden. Die kinematischen Anteile entsprechen den partiellen Ableitung der Relativgeschwindigkeit ${}^F\mathbf{v}_{FK}$ und der relativen Winkelgeschwindigkeit ${}^F\boldsymbol{\omega}_{FK}$ des virtuellen Radträgers nach der relativen vertikalen Geschwindigkeit

$dv_{K,z}$. Für die partiellen Ableitungen werden die Geschwindigkeiten verwendet, da die rotatorischen Verschiebungen nicht in einem einheitlichen Koordinaten-System definiert sind.

$$f_{c,z} = -\frac{\partial L_c}{\partial dz_K} F_c - \frac{\partial}{\partial dv_{K,z}} \begin{bmatrix} {}^F v_{FK,x} \\ {}^F v_{FK,y} \\ {}^F \omega_{FK,x} \\ {}^F \omega_{FK,y} \\ {}^F \omega_{FK,z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_{c,x} \\ f_{c,y} \\ t_{c,x} \\ t_{c,y} \\ t_{c,z} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Durch die Elastizität von Radaufhängungen führt eine Kraftänderung einer Fahrwerkskomponente auch bei konstanter Fahrschemel- und Radträgerposition zu einer Längenänderung der Fahrwerkskomponente. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, muss die eigentliche Fahrwerkskomponente mit einer Feder in Reihe geschaltet werden. Diese Feder kann als effektive Komponentenlager-Steifigkeit interpretiert werden, da sie die Elastizität der Radaufhängung und eines eventuell vorhandenen Komponentenlagers zusammenfasst. Die Länge L_c und deren Ableitung $\dot{L}_c$ entsprechen also der Anregung für den Verbund aus Fahrwerkskomponente und effektivem Komponentenlager.

3.5 Bewegungsgleichungen

3.5.1 Prinzip von d'Allembert

Basierend auf dem Prinzip von d'Allembert lassen sich die Bewegungsgleichungen, wie von SCHRAMM [SHB18] im Detail beschrieben wird, in der Form

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{b} = \mathbf{Q} \quad (3.27)$$

herleiten. Dabei entspricht $\mathbf{M}$ der verallgemeinerten Massenmatrix, $\mathbf{b}$ dem Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte, $\mathbf{Q}$ dem Vektor der verallgemeinerten eingepprägten Kräfte und $\dot{\mathbf{e}}$ der Ableitung des Vektors der verallgemeinerten Geschwindigkeiten. Die Definition der einzelnen Terme wird im folgenden Abschnitt im Detail beschrieben.

Für Fahrzeuge ist es zweckmäßig die Gleichungen in einem Koordinatensystem K_V aufzustellen, welches nach DIN ISO 8855 [DIN11] fest mit dem Fahrzeugaufbau verbunden ist. Alle nachfolgenden Größen beziehen sich auf dieses Koordinatensystem, sofern nicht explizit ein anderes Koordinatensystem angegeben wird. Für ein System aus n_K Körpern ist die Massenmatrix $\mathbf{M}$ nach

$$\mathbf{M} = \sum_{i=0}^{n_K-1} \mathbf{J}_{Ti}^T m_i \mathbf{J}_{Ti} + \mathbf{J}_{Ri}^T \Theta_i \mathbf{J}_{Ri} \quad (3.28)$$

definiert. Die Jacobi-Matrix der Translation $\mathbf{J}_{Ti}$ entspricht der partiellen Ableitungen der absoluten Geschwindigkeit $\mathbf{v}_i$ des i -ten Körpers nach den verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\mathbf{e}$.

$$\mathbf{J}_{Ti} = \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{e}} \quad (3.29)$$

Die Jacobi-Matrix der Rotation $\mathbf{J}_{Ri}$ entspricht der partiellen Ableitungen der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_i$ nach den verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\mathbf{e}$.

$$\mathbf{J}_{Ri} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial \mathbf{e}} \quad (3.30)$$

Der Vektor der verallgemeinerten eingepprägten Kräfte $\mathbf{Q}$ wird wie folgt berechnet.

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=0}^{n_K-1} \mathbf{J}_{Ti}^T \mathbf{f}_i + \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{t}_i \quad (3.31)$$

Dabei entspricht $\mathbf{f}_i$ der Summe aller eingprägten Kräfte und $\mathbf{t}_i$ der Summe aller eingprägten Momente, bezogen auf den Schwerpunkt des i -ten Körpers.

Für den Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte $\mathbf{b}$ gilt

$$\mathbf{b} = \sum_{i=0}^{n_K-1} \mathbf{J}_{Ti}^T \tilde{\mathbf{a}}_i m_i + \mathbf{J}_{Ri}^T (\Theta_i \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\Theta_i \boldsymbol{\omega}_i)) . \quad (3.32)$$

Der Term $\tilde{\mathbf{a}}_i$ entspricht, den Anteilen der Beschleunigung des i -ten Körpers, die sich nicht durch die Ableitung der verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{e}}$ beschrieben lassen.

$$\tilde{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{J}_{Ti} \dot{\mathbf{e}} \quad (3.33)$$

Entsprechend beschreibt der Term $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i$ die Anteile der Winkelbeschleunigung, die nicht von der Ableitung der verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{e}}$ abhängig sind.

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i = \boldsymbol{\alpha}_i - {}^V \mathbf{J}_{Ri} \dot{\mathbf{e}} . \quad (3.34)$$

3.5.2 Bewegungsgrößen des Referenzsystems

Um die Bewegungsgleichungen aufstellen zu können, müssen für jeden Körper i die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_i$, die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_i$, die Beschleunigung $\mathbf{a}_i$, die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_i$ sowie die eingprägten Kräfte $\mathbf{f}_i$ und Momente $\mathbf{t}_i$ im aufbaufesten Koordinatensystem K_V bekannt sein.

Die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_V$ und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_V$ des Referenzsystems selbst sind vollständig durch verallgemeinerten Geschwindigkeiten beschrieben. Die Beschleunigung des Referenzsystems $\mathbf{a}_V$ ergibt sich aus der Ableitung der Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{v}}_V$, der Geschwindigkeit $\mathbf{v}_V$ und der

Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_V$. Die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_V$ entspricht der Ableitung der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{\omega}}_V$. Es gilt:

$$\boldsymbol{a}_V = \dot{\boldsymbol{v}}_V + \boldsymbol{\omega}_V \times \boldsymbol{v}_V, \quad (3.35)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_V = \dot{\boldsymbol{\omega}}_V. \quad (3.36)$$

3.5.3 Beschreibung von Relativbewegungen

Die Bewegung aller Körper kann durch die Relativbewegung zum Referenzsystem oder dem Koordinatensystem eines anderen Körpers beschreiben werden. Für die Relativbewegung eines Koordinatensystems K_i zu einem Koordinatensystem K_j gelten die folgenden wesentlichen Beziehung [SHB18]. Die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_i$ und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_i$ von K_i ergeben sich aus der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_j$ und der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_j$ von K_j sowie der relativen Position $\boldsymbol{p}_{ji}$, der relativen Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_{ji}$ und der relativen Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{ji}$ zwischen K_i und K_j . Es gilt:

$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_j + \boldsymbol{p}_{ji} \boldsymbol{\omega}_j + \boldsymbol{v}_{ji}, \quad (3.37)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\omega}_j + \boldsymbol{\omega}_{ji}. \quad (3.38)$$

Mit den bereits genannten Größen kann die Beschleunigung $\boldsymbol{a}_i$ und die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_i$ von K_i aus der Beschleunigung $\boldsymbol{a}_j$ und der Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_j$ von K_j sowie der relativen Beschleunigung $\boldsymbol{a}_{ji}$ und der relativen Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_{ji}$ berechnet werden.

$$\boldsymbol{a}_i = \boldsymbol{a}_j + \boldsymbol{p}_{ji} \boldsymbol{\alpha}_j + \boldsymbol{\omega}_j \times (\boldsymbol{p}_{ji} \boldsymbol{\omega}_j + 2 \boldsymbol{v}_{ji}) + \boldsymbol{a}_{ji} \quad (3.39)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_j + \boldsymbol{\omega}_j \times \boldsymbol{\omega}_{ji} + \boldsymbol{\alpha}_{ji} \quad (3.40)$$

Durch partielle Ableitung der Gleichungen 3.37 und 3.38 nach $\boldsymbol{e}$ sowie mit Gleichungen 3.29 und 3.30 folgt, dass die Jacobi-Matrizen $\boldsymbol{J}_{Ti}$ und $\boldsymbol{J}_{Ri}$ aus

den Jacobi-Matrizen $\mathbf{J}_{Tj}$ und $\mathbf{J}_{Rj}$, sowie der partiellen Ableitung der relativen Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{ji}$ nach den verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\mathbf{e}$ berechnet werden können.

$$\mathbf{J}_{Ti} = \mathbf{J}_{Tj} + \mathbf{p}_{ji} \mathbf{J}_{Rj} + \frac{\partial \mathbf{v}_{ji}}{\partial \mathbf{e}} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{J}_{Ri} = \mathbf{J}_{Rj} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{ji}}{\partial \mathbf{e}} \quad (3.42)$$

Durch Einsetzen von 3.39 und 3.41 in 3.33 folgt für den nichtlinearen Anteil der Beschleunigung $\tilde{\mathbf{a}}_i$:

$$\tilde{\mathbf{a}}_i = \tilde{\mathbf{a}}_j + \mathbf{p}_{ji} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_j + \boldsymbol{\omega}_j \times (\mathbf{p}_{ji} \boldsymbol{\omega}_j + 2 \mathbf{v}_{ji}) + \underbrace{\mathbf{a}_{ji} - \frac{\partial \mathbf{v}_{ji}}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}}}_{\tilde{\mathbf{a}}_{ji}} \quad (3.43)$$

Der nichtlineare Anteil der Winkelbeschleunigung $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{ji}$ ergibt sich entsprechend durch Einsetzen von 3.40 und 3.42 in 3.34.

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_j + \boldsymbol{\omega}_j \times \boldsymbol{\omega}_{ji} + \underbrace{\boldsymbol{\alpha}_{ji} - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_{ji}}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}}}_{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{ji}} \quad (3.44)$$

Dabei sind $\tilde{\mathbf{a}}_{ji}$ und $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{ji}$ die nichtlinearen Anteile der relativen Beschleunigung $\tilde{\mathbf{a}}_{ji}$ und der relativen Winkelbeschleunigung $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{ji}$.

Um durch Anwendung der Gleichungen 3.37-3.44 alle für die Bewegungsgleichung erforderlichen Bewegungsgrößen ermitteln zu können, müssen für jeden Körper i nur das Bezugssystem K_j , die relative Position $\mathbf{p}_{ji}$, die relative Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{ji}$, die relative Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{ji}$, die relative Beschleunigung $\mathbf{a}_{ji}$ und die relative Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_{ji}$ definiert werden.

3.5.4 Bewegungsgrößen der Körper

Da der **Aufbau** fest mit dem Referenzsystem verbunden ist, entspricht die Position $\mathbf{p}_{VA}$ dem Ortsvektor $\mathbf{r}_A$. Die Geschwindigkeiten ($\mathbf{v}_{VA}$ und $\boldsymbol{\omega}_{VA}$) und die Beschleunigungen ($\mathbf{a}_{VA}$ und $\boldsymbol{\alpha}_{VA}$) sind Null.

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{VA} &= \mathbf{r}_A \\ \mathbf{v}_{VA} &= 0 & \boldsymbol{\omega}_{VA} &= 0 \\ \mathbf{a}_{VA} &= 0 & \boldsymbol{\alpha}_{VA} &= 0\end{aligned}$$

Die **Fahrschemel** sind starr oder elastisch mit dem Aufbau verbunden. Dementsprechend eignet sich das Referenzsystem K_V für die Definition der Relativbewegung. Die Position $\mathbf{p}_{VF}$ ergibt sich aus dem Ortsvektor $\mathbf{r}_F$ und der Verschiebung $d\mathbf{p}_F$. Die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{VF}$ und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{VF}$ werden durch verallgemeinerten Geschwindigkeiten ($d\mathbf{v}_F$ und $d\boldsymbol{\omega}_F$) beschrieben. Die Beschleunigung $\mathbf{a}_{VF}$ und die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_{VF}$ entsprechen den Ableitungen ($d\dot{\mathbf{v}}_F$ und $d\dot{\boldsymbol{\omega}}_F$).

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{VF} &= \mathbf{r}_F + d\mathbf{p}_F \\ \mathbf{v}_{VF} &= d\mathbf{v}_F & \boldsymbol{\omega}_{VF} &= d\boldsymbol{\omega}_F \\ \mathbf{a}_{VF} &= d\dot{\mathbf{v}}_F & \boldsymbol{\alpha}_{VF} &= d\dot{\boldsymbol{\omega}}_F\end{aligned}$$

Die **virtuellen Radträger** beschreiben die Kinematik der Radaufhängung. Da diese jeweils mit einem Fahrschemel verbunden ist, wird die Relativbewegung im Koordinatensystem des Fahrschemels K_F definiert. Eine einheitliche Darstellung der Bewegungsgrößen im Referenzsystem K_V erfolgt durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix ${}^V\mathbf{T}_F$. Die Position $\mathbf{p}_{FK}$ ergibt sich damit aus der Transformationsmatrix, der Verschiebung $d\mathbf{p}_K$ sowie den Ortsvektoren $\mathbf{r}_F$ und $\mathbf{r}_K$.

$$\mathbf{p}_{FK} = {}^V\mathbf{T}_F (\mathbf{r}_K - \mathbf{r}_F + d\mathbf{p}_K)$$

Da die Verschiebung $\mathbf{dp}_K$ und die Winkel κ_{FK} , wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, nur von der verallgemeinerten Koordinate dz_K abhängen, ergeben sich die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{FK}$ und die Winkelgeschwindigkeit ω_{FK} aus der Transformationsmatrix ${}^V\mathbf{T}_F$, den Ableitungen von Verschiebung und Winkel nach den verallgemeinerten Koordinaten und der verallgemeinerten Geschwindigkeit $dv_{K,z}$. Für die Berechnung der Winkelgeschwindigkeit ist zudem die Transformationsmatrix ${}^F\mathbf{R}_{FK}$ erforderlich.

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{FK} &= {}^V\mathbf{T}_F \frac{\partial \mathbf{dp}_K}{\partial dz_K} dv_{K,z} \\ \omega_{FK} &= {}^V\mathbf{T}_F {}^F\mathbf{R}_{FK} \frac{\partial \kappa_{FK}}{\partial dz_K} dv_{K,z}\end{aligned}$$

Für die Berechnung der Beschleunigung $\mathbf{a}_{FK}$ und der Winkelbeschleunigung α_{FK} ist außerdem die Ableitung der verallgemeinerten Geschwindigkeit $d\dot{v}_{K,z}$ und die zweite Ableitung von Verschiebung und Winkel nach der verallgemeinerten Koordinate dz_K erforderlich. Für die Winkelbeschleunigung wird zudem die Ableitung der Transformationsmatrix ${}^F\dot{\mathbf{R}}_{FK}$ benötigt.

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_{FK} &= {}^V\mathbf{T}_F \frac{\partial \mathbf{dp}_K}{\partial dz_K} d\dot{v}_{K,z} + \underbrace{{}^V\mathbf{T}_F \frac{\partial^2 \mathbf{dp}_K}{\partial dz_K^2} dv_{K,z}^2}_{\tilde{\mathbf{a}}_{FK}} \\ \alpha_{FK} &= {}^V\mathbf{T}_F {}^F\mathbf{R}_{FK} \frac{\partial \kappa_{FK}}{\partial dz_K} d\dot{v}_{K,z} \\ &\quad + \underbrace{{}^V\mathbf{T}_F {}^F\mathbf{R}_{FK} \frac{\partial^2 \kappa_{FK}}{\partial dz_K^2} dv_{K,z}^2 + {}^V\mathbf{T}_F {}^F\dot{\mathbf{R}}_{FK} \frac{\partial \kappa_{FK}}{\partial dz_K} dv_{K,z}}_{\tilde{\alpha}_{FK}}\end{aligned}$$

Da die relative Geschwindigkeit und die relative Winkelgeschwindigkeit des virtuellen Radträgers nicht nur von der verallgemeinerten Geschwindigkeit $dv_{K,z}$ sondern auch von der verallgemeinerten Koordinate dz_K abhängig sind, ergeben sich bei der relativen Beschleunigung und der relativen Winkelbeschleunigung die nichtlinearen Anteile $\tilde{\mathbf{a}}_{FK}$ und $\tilde{\alpha}_{FK}$.

Die **Radträger** sind elastisch mit den virtuellen Radträgern verbunden. Durch den Ansatz für die Modellierung der Radaufhängung, wird die Relativbewegung ebenfalls im Koordinatensystem des Fahrschemels beschreiben. Die Relativbewegung zwischen Radträger und Fahrschemel setzt sich also aus dem kinematischen und dem elastischen Anteil zusammen. Der elastische Anteil wird ausschließlich durch verallgemeinerte Koordinaten und Geschwindigkeiten beschrieben, die einer Darstellung der Bewegungsgrößen im Koordinatensystem des Fahrschemels entsprechen. In Abschnitt 3.3 wurden die Zusammenhänge für Position $\mathbf{p}_{FT}$, Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{FT}$ und Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{FT}$ im Koordinatensystem des Fahrschemels beschrieben (Gleichungen 3.14, 3.16 und 3.17). Die Darstellung im Referenzsystem K_V ergibt sich durch Multiplikation mit der Transformationsmatrix ${}^V\mathbf{T}_F$. Aus den Ableitungen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten ergeben sich analog die Beschleunigung $\mathbf{a}_{FT}$ und Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_{FT}$.

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{FT} &= \mathbf{p}_{FK} + {}^V\mathbf{T}_F d\mathbf{p}_T \\ \mathbf{v}_{FT} &= \mathbf{v}_{FK} + {}^V\mathbf{T}_F d\mathbf{v}_T & \boldsymbol{\omega}_{FT} &= \boldsymbol{\omega}_{FK} + {}^V\mathbf{T}_F d\boldsymbol{\omega}_T \\ \mathbf{a}_{FT} &= \mathbf{a}_{FK} + {}^V\mathbf{T}_F d\dot{\mathbf{v}}_T & \boldsymbol{\alpha}_{FT} &= \boldsymbol{\alpha}_{FK} + {}^V\mathbf{T}_F d\dot{\boldsymbol{\omega}}_T\end{aligned}$$

Da die **Räder** über die Radlager mit den Radträgern verbunden sind, wird die Bewegung relativ zum Radträger definiert. Das Lager lässt zwischen Rad und Radträger nur eine Rotation um die y-Achse des Radträgers zu. Die Rotationsgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{TR}$ ergibt sich aus dem Einheitsvektor der y-Achse $\mathbf{y}_T$ (dargestellt im Referenzsystem K_V) und der verallgemeinerten Geschwindigkeit $d\omega_{R,y}$. Die Winkelbeschleunigung ergibt sich analog aus der Ableitung $d\dot{\omega}_{R,y}$.

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{TR} &= 0 \\ \mathbf{v}_{TR} &= 0 & \boldsymbol{\omega}_{TR} &= \mathbf{y}_T d\omega_{R,y} \\ \mathbf{a}_{TR} &= 0 & \boldsymbol{\alpha}_{TR} &= \mathbf{y}_T d\dot{\omega}_{R,y}\end{aligned}$$

Der **Motor** ist über die Motorlager elastisch mit dem Aufbau verbunden. Dementsprechend eignet sich das Referenzsystem K_V für die Definition der Relativbewegung. Die Position $\mathbf{p}_{VM}$ ergibt sich aus dem Ortsvektor $\mathbf{r}_M$ und der Verschiebung $d\mathbf{p}_M$. Die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{VM}$ und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{VM}$ werden durch verallgemeinerten Geschwindigkeiten ($d\mathbf{v}_M$ und $d\boldsymbol{\omega}_M$) beschrieben. Die Beschleunigung entsprechen den Ableitungen ($d\dot{\mathbf{v}}_M$ und $d\dot{\boldsymbol{\omega}}_M$).

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{VM} &= \mathbf{r}_M + d\mathbf{p}_M \\ \mathbf{v}_{VM} &= d\mathbf{v}_M & \boldsymbol{\omega}_{VM} &= d\boldsymbol{\omega}_M \\ \mathbf{a}_{VM} &= d\dot{\mathbf{v}}_M & \boldsymbol{\alpha}_{VM} &= d\dot{\boldsymbol{\omega}}_M\end{aligned}$$

Das **Differential** ist an der Hinterachse elastisch mit dem Fahrschemel verbunden. Die Relativbewegung wird deshalb zum hinteren Fahrschemel definiert. Eine einheitliche Darstellung der Bewegungsgrößen im Referenzsystem K_V erfolgt durch Multiplikation mit der der Transformationsmatrix ${}^V\mathbf{T}_{F_1}$. Die Position $\mathbf{p}_{F_1D}$ ergibt sich damit aus den Ortsvektoren $\mathbf{r}_{F_1}$ und $\mathbf{r}_D$ sowie der Verschiebung $d\mathbf{p}_D$. Die Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{F_1D}$ und die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_{F_1D}$ ergeben sich aus der Transformationsmatrix und den verallgemeinerten Geschwindigkeiten ($d\mathbf{v}_D$ und $d\boldsymbol{\omega}_D$). Die Beschleunigungen ergeben sich entsprechend aus der Transformationsmatrix und den Ableitungen ($d\dot{\mathbf{v}}_D$ und $d\dot{\boldsymbol{\omega}}_D$).

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{F_1D} &= {}^V\mathbf{T}_{F_1} (\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_{F_1} + d\mathbf{p}_{F_1D}) \\ \mathbf{v}_{F_1D} &= {}^V\mathbf{T}_{F_1} d\mathbf{v}_D & \boldsymbol{\omega}_{F_1D} &= {}^V\mathbf{T}_{F_1} d\boldsymbol{\omega}_D \\ \mathbf{a}_{F_1D} &= {}^V\mathbf{T}_{F_1} d\dot{\mathbf{v}}_D & \boldsymbol{\alpha}_{F_1D} &= {}^V\mathbf{T}_{F_1} d\dot{\boldsymbol{\omega}}_D\end{aligned}$$

3.5.5 Eingeprägte Kräfte und Momente

Damit sind alle Bewegungsgrößen bekannt. Zur Vollständigkeit der Bewegungsgleichungen fehlen noch die eingepägten Kräfte $\mathbf{f}_i$ und Momente $\mathbf{t}_i$.

Diese ergeben sich aus der Summe aller Kraftelemente, die auf einen Körper wirken. Welche Kraftelemente definiert wurden und wie diese auf die verschiedenen Körper wirken, wird im Folgenden beschrieben.

Die **Gravitationskraft** $\mathbf{f}_{g,i}$ wirkt auf jeden Körper i und ergibt sich aus der Masse m_i , der Gravitationskonstanten g und dem Einheitsvektor von K_I .

$$\mathbf{f}_{g_i} = g \cdot m_i \cdot {}^V \mathbf{z}_I \quad (3.45)$$

Um eine Kompatibilität mit verschiedenen Reifenmodellen zu erreichen, wurde die Standardschnittstelle im TYDEX C Koordinatensystem K_C [OURB97] implementiert. Dementsprechend liegen die **Reifenkräfte** für jedes Rad i als resultierende Kraft- und Momentenvektoren ($\mathbf{f}_{r_i}$ und $\mathbf{t}_{r_i}$) vor, die in der Radmitte wirken und im TYDEX C Koordinatensystem definiert sind. Basierend auf den Ergebnissen von ANGRK [Ang18] kommt für die Untersuchungen in dieser Arbeit das MF SWIFT Modell [SBJ07, PB12] zum Einsatz.

Wie in Abschnitt 3.3 beschreiben, werden die **Achskräfte** durch ein fünfdimensionales Kraftelement beschrieben, welches zwischen Radträger und virtuellem Radträger wirkt. Der Kraftvektor $\mathbf{f}_{a_i}$ und Momentenvektor $\mathbf{t}_{a_i}$ sind im Koordinatensystem des Fahrschemels definiert, ergeben sich aus dem fünfdimensionalen Kraftelement und wirken an der Position des virtuellen Radträgers.

$$\mathbf{f}_{a_i} = \left\{ \begin{matrix} f_{a_i,x} & f_{a_i,y} & 0 \end{matrix} \right\}^T, \quad \mathbf{t}_{a_i} = \left\{ \begin{matrix} t_{a_i,x} & t_{a_i,y} & t_{a_i,z} \end{matrix} \right\}^T \quad (3.46)$$

Des Weiteren generieren die Lager der Radaufhängung auch Kräfte in vertikaler Richtung. Diese werden durch ein Kraftelement abgebildet, das allgemein als Funktion der relativen Verschiebung dz_K und der relativen Geschwindigkeit $dv_{K,z}$ definiert ist. Das Kraftelement wirkt zwischen Fahrschemel und virtuellem Radträger an der Position des virtuellen Radträgers und parallel zur z-Achse des Koordinatensystems vom Fahrschemel.

Damit lassen sich auch Reibungseffekte der Achse abbilden, die starken Einfluss auf das Übertragungsverhalten haben können [Sch13, APKW15].

Die **Kräfte der Fahrwerkskomponenten** werden entsprechend des in Abschnitt 3.4 vorgestellten Ansatz modelliert. Die Feder generiert einen Kraftvektor $\mathbf{f}_{fi}$ und einen Momentenvektor $\mathbf{t}_{fi}$, der Stoßdämpfer entsprechend $\mathbf{f}_{di}$ und $\mathbf{t}_{di}$. Die Vektoren sind im Koordinatensystem des Fahrschemels definiert und wirken in der Radmitte zwischen Radträger und Aufbau.

Der Stabilisator wird ebenfalls auf diese Weise modelliert. Analog zur Komponentenlänge und deren Ableitung, wird für den Stabilisator für die linke und rechte Seite ein Winkel bzw. eine Winkelgeschwindigkeit berechnet. Das Stabilisatormoment ergibt sich dann aus den Anteilen von beiden Seiten. Die Kraftvektoren $\mathbf{f}_{si}$ und die Momentenvektoren $\mathbf{t}_{si}$ sind ebenfalls im Koordinatensystem des Fahrschemels definiert und wirken in der Radmitte zwischen Radträger und Fahrschemel.

Die **Lagerkräfte** der Fahrschemel, des Motors und des Differenzials können auf abstrakte Art mit einem sechsdimensionalen Kraftelement oder mit einzelnen Gummi- und Hydrolagermodellen (vgl. [Ame14]) an den verschiedenen Lagerstellen berechnet werden. Als Schnittstelle zu den Lagermodellen dient die relative Verschiebung und die relative Geschwindigkeit des gelagerten Körpers i zum Bezugssystem K_j . Schnittstelle zum Fahrzeugmodell sind für jeden gelagerten Körper ein Kraftvektor $\mathbf{f}_i$ und ein Momentenvektor $\mathbf{t}_i$, die im Bezugssystem K_j definiert sind und in dessen Ursprung wirken.

3.6 Umsetzung

Die Umsetzung der Gleichungen aus dem vorherigen Abschnitt erfolgt in der Simulationsumgebung Matlab/Simulink. Abbildung 3.2 zeigt die grobe Struktur des Modells.

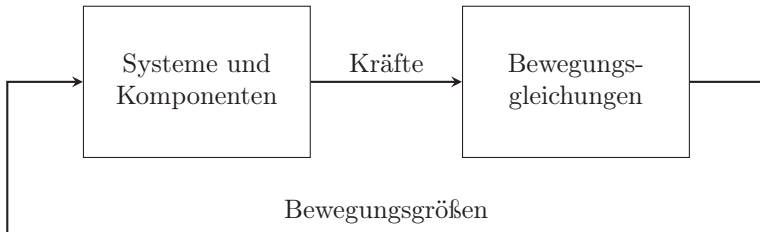


Abbildung 3.2: Grobe Modellstruktur in Matlab/Simulink

Für die Zustände ($\mathbf{q}$ und $\mathbf{e}$) muss eine Anfangsbedingung definiert werden. Daraus werden die Bewegungsgrößen berechnet, die als Eingang für die verschiedenen System- und Komponentenmodelle erforderlich sind. Diese Modelle sind entweder als S-Function oder als Blockdiagramm implementiert und liefern die Reifenkräfte, die Achskräfte, die Lagerkräfte und die Kräfte der Fahrwerkskomponenten.

Die Bewegungsgleichungen wurden in C-Code umgesetzt und als S-Function in das Modell integriert. Aus den Kräften und den aktuellen Zuständen wird durch Lösen von Gleichung 3.27 die Ableitung der verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{e}}$ berechnet. Die Ableitung der verallgemeinerten Koordinaten $\dot{\mathbf{q}}$ kann aus den aktuellen Zuständen berechnet werden. Durch numerische Integration können damit die Zustände des nächsten Zeitschritts berechnet werden.

Die numerische Integration erfolgt durch die Runge-Kutta Methode vierter Ordnung mit einer Zeitschrittweite von 0,5 ms.

3.7 Validierung

Damit ein Modell für weitere Untersuchungen genutzt werden kann, muss durch Validierung sichergestellt werden, dass es in der Lage ist, die jeweilige Fragestellung zu beantworten. Für das in dieser Arbeit vorgestellte Modell muss durch einen Vergleich einer Gesamtfahrzeug-Simulation mit

einer entsprechenden Messung also nachgewiesen werden, dass es die typischen Schwingungsphänomene qualitativ richtig abbildet. Da Abweichungen auf der Gesamtfahrzeug-Ebene nicht mehr den einzelnen Teilmodellen zugeordnet werden können, ist es ratsam zuerst die Funktionsfähigkeit der Teilmodelle zu überprüfen [Ada14].

Wie im vorherigen Abschnitt beschreiben, wurden für den Reifen und die Lager (Motor, Fahrschemel, etc.) Modelle nach dem Stand der Technik integriert, von denen hinreichend bekannt ist, welche Eigenschaften sie abbilden. Dass das Schwingverhalten von gängigen Mehrlenker-Achsen durch das in Abschnitt 3.3 vorgestellte Modell der Radaufhängung abgebildet werden kann, soll durch einen exemplarischen Vergleich mit einem komplexen Mehrkörper-Simulations-Modell einer Doppel-Querlenker-Vorderachse und einer Fünf-Lenker-Hinterachse verifiziert werden.

Die Modellierung und Parametrierung der Fahrwerkskomponenten wird dazu eins zu eins vom MKS-Modell übernommen. Federn und Stabilisatoren werden durch Kennlinien modelliert, die die resultierenden Kräfte in Abhängigkeit von der Einfederung beschreiben. Die Dämpfungskraft wird auf Grundlage nichtlinearer Kennlinien in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit des Dämpfers bestimmt. Durch die Reihenschaltung mit einem Federelement wird das dynamische Verhalten des Stützlagers modelliert. Die hydraulischen Lager am Motor und am Fahrschemel werden mithilfe des „Adams Car Hydromount“-Modells beschrieben.

Die Polynom-Koeffizienten für die virtuellen Radträger und die Fahrwerkskomponenten sowie die Steifigkeitsmatrizen der Achsen können aus einer statischen Achsprüfung ermittelt werden. Dabei werden mit einer Auflösung von fünf Millimetern über den gesamten Federweg jeweils ± 1 N in x- und y-Richtung und jeweils ± 1 Nm um die x-, y- und z-Achse aufgebracht.

Die Dämpfungsmatrix bildet die Dämpfungseigenschaften aller Lenkerlager ab. Masse und Trägheitsmomente des Radträgers bilden auch die Massen und Trägheitsmomente der Lenker ab. Deshalb können diese Parameter nicht direkt aus dem MKS-Modell abgeleitet werden, sondern müssen

durch dynamische Tests identifiziert werden. Dazu wurden die folgenden 6 Achsprüfungen definiert. Für jede Raumrichtung erfolgt eine harmonische Anregung der Radmitte mit einer exponentiell steigenden Anregungsfrequenz von 0.5 auf 30 Hz. Dabei ist das Rad in vertikaler Raumrichtungen über ein Feder-/Dämpferelement, welches stark vereinfacht den Reifen abbildet, mit einem Stempel verbunden. Die Anregung in vertikaler Richtung erfolgte durch die Verschiebung des Stempels mit einer konstanten Geschwindigkeitsamplitude von $\hat{v} = 100 \text{ mm/s}$. Die Anregung des Rads in X- und Y-Richtung erfolgt durch Kräfte mit einer Amplitude von $\hat{F} = 1000 \text{ N}$. Um die X-, Y- und Z-Achse erfolgt die Anregung durch ein Moment mit einer Amplitude von $\hat{M} = 200 \text{ Nm}$. Die Ermittlung der Parameter erfolgte mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens, welches den Effektivwert der Differenzen zwischen den Radträgerbeschleunigungen des MKS-Modells und den Radträgerbeschleunigungen des Konzept-Modells minimiert. Für die Dämpfungsmatrix wurde als Startwerte ein Tausendstel der Steifigkeitsmatrix verwendet. Für die Masse und Trägheit wurde als Startwert die Bedatung aus dem MKS-Modell übernommen.

Durch die Optimierung konnte für die 6 dynamischen Testfälle an beiden Achsen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Radträgerbeschleunigung des MKS-Modells erreicht werden. Abbildung 3.3 zeigt exemplarisch den Betrag der Übertragungsfunktionen zwischen Radträgerbeschleunigung und Stempelgeschwindigkeit. Die Übertragungsfunktionen wurden mit den Parametern aus Tabelle 5.1 berechnet.

Eine detaillierte Beschreibung der Methodik folgt in Unterabschnitte 5.2.2. Die Verläufe zeigen, dass bei dieser Achse in dem angeregten Frequenzbereich drei Eigenmoden liegen (bei 11, 15 und 21 Hz), die das Modell qualitativ richtig abbildet. Damit konnte schließlich nachgewiesen werden, dass das vorgestellte Modell mit der entsprechenden Parametrierung in der Lage ist die Schwingformen einer Mehrlenker-Achse abzubilden.

Für die Validierung auf Gesamtfahrzeug-Ebene stehen Daten von einem Fahrzeug zur Verfügung, dessen Schwingungsverhalten entsprechend der

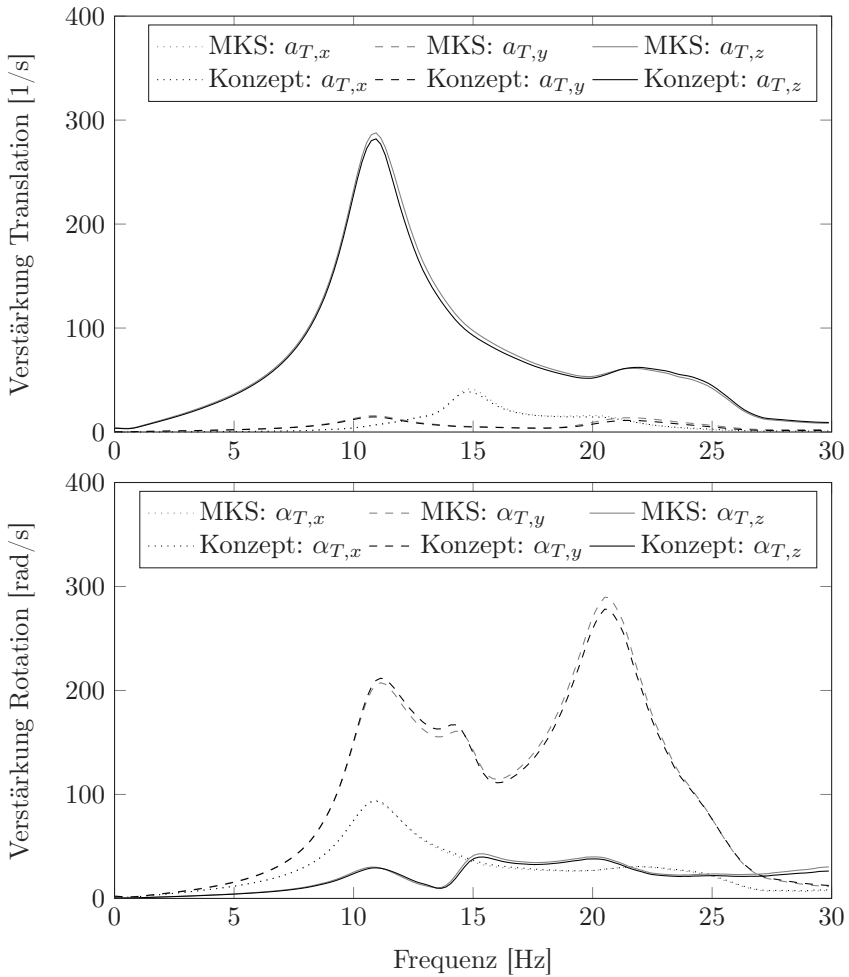


Abbildung 3.3: Verifikation Achsmodellierung - Vergleich der Radträgerbeschleunigungen bei einer dynamischen Achsprüfung mit den Ergebnissen eines MKS-Modells

in Kapitel 4 beschriebenen Vorgehensweise messtechnisch erfasst wurde. Das Fahrzeug war mit einem semiaktiven Dämpfungssystem ausgestattet, wurde aber auch mit konstantem Dämpferventilstrom vermessen. Diese Messung wurde für die Validierung verwendet.

Des Weiteren liegt für dieses Fahrzeug ein validiertes MKS-Modell vor. Dadurch konnte ein Großteil der Parameter aus dem MKS-Modells übernommen werden. Die Parameter der Radaufhängung, werden entsprechend des im vorherigen Abschnitt beschriebenen Prozesses aus demselben MKS-Modell identifiziert. Damit die Ergebnisse einfach verglichen werden können, wurde für jeden Sensor, der entsprechend Tabelle 4.1 im realen Fahrzeug verbaut war, ein virtueller Sensor im Konzeptmodell angelegt, dessen Beschleunigung sich nach Gleichung 3.39 aus der Führungsbewegung des Körpers berechnet, an dem der Sensor verbaut ist.

Für die Validierung des Verhaltens auf regelloser Anregung wurden Fahrten mit verschiedenen Geschwindigkeiten auf der Landstraße L1175 simuliert. Abbildung 3.4 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Simulation am Beispiel der Fahrt mit 50 km/h. Die Auswertung erfolgt mit den Parametern aus Tabelle 5.4. Eine detaillierte Beschreibung der Methodik folgt in Unterabschnitte 5.2.3.

Dargestellt sind die spektralen Amplitudendichten der Beschleunigungssensoren an der Fahrersitzschiene, dem Radträger vorne links und dem linken Motorlager. Bei Subsystemen wie Motor und Fahrschemel zeigen sich quantitativ teils signifikante Abweichungen zwischen Messung und Simulation. Dennoch stimmen die Anzahl und die Frequenz der Überhöhungen, welche durch die Eigenmoden, also die unterschiedlichen Schwingformen entstehen, qualitativ überein. Aufgrund dieser Übereinstimmung ist es zulässig das vorgestellte Modell für die Herleitung und Bewertung von Kriterien zur objektiven Charakterisierung des Schwingungsverhaltens bei regelloser Anregung zu verwenden.

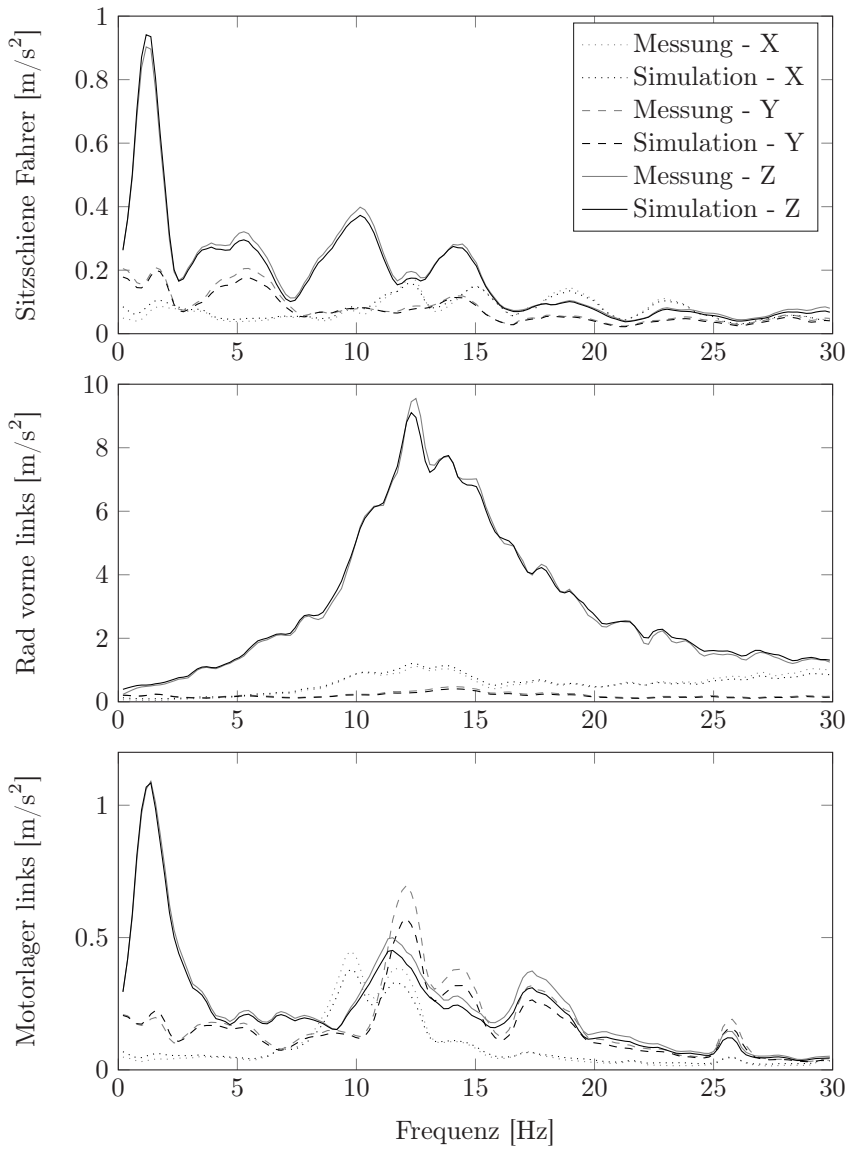


Abbildung 3.4: Validierung Fahrzeugmodell - Vergleich ausgewählter Beschleunigungen auf einer schlechte Landstraße mit den Ergebnissen einer Messung

Für die Validierung des Verhaltens auf Einzelhindernissen wurde die Fahrt über eine 30 Millimeter hohe positive Kante bei 30 km/h simuliert. Abbildung 3.5 zeigt den Vergleich zwischen Messung und Simulation am Beispiel der Überfahrt mit der Vorderachse. Auch für diesen Vergleich wurden exemplarisch die Beschleunigungen an der Fahrersitzschiene, dem Rad vorne links und dem Motorlager links dargestellt. Da es sich um eine gleichseitige Anregung handelt, wird nur die Längsbeschleunigung und die Vertikalbeschleunigung betrachtet. An der Sitzschiene und am Rad kann das Modell die Schwingung zufriedenstellend abbilden. Die Beschleunigung am Motor zeigt eine Schwingung, die in den Simulationsergebnissen nicht vorhanden ist. Diese konnte anhand der zweiten Ordnung der Motordrehzahl aber den motorerregten Schwingungen zugeordnet werden, welche in diesem Modell nicht berücksichtigt werden. Da die fahrbahninduzierten Schwingungsphänomene durch das Modell abgebildet werden, kann es auch für die Entwicklung von Kriterien zur objektiven Charakterisierung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen verwendet werden.

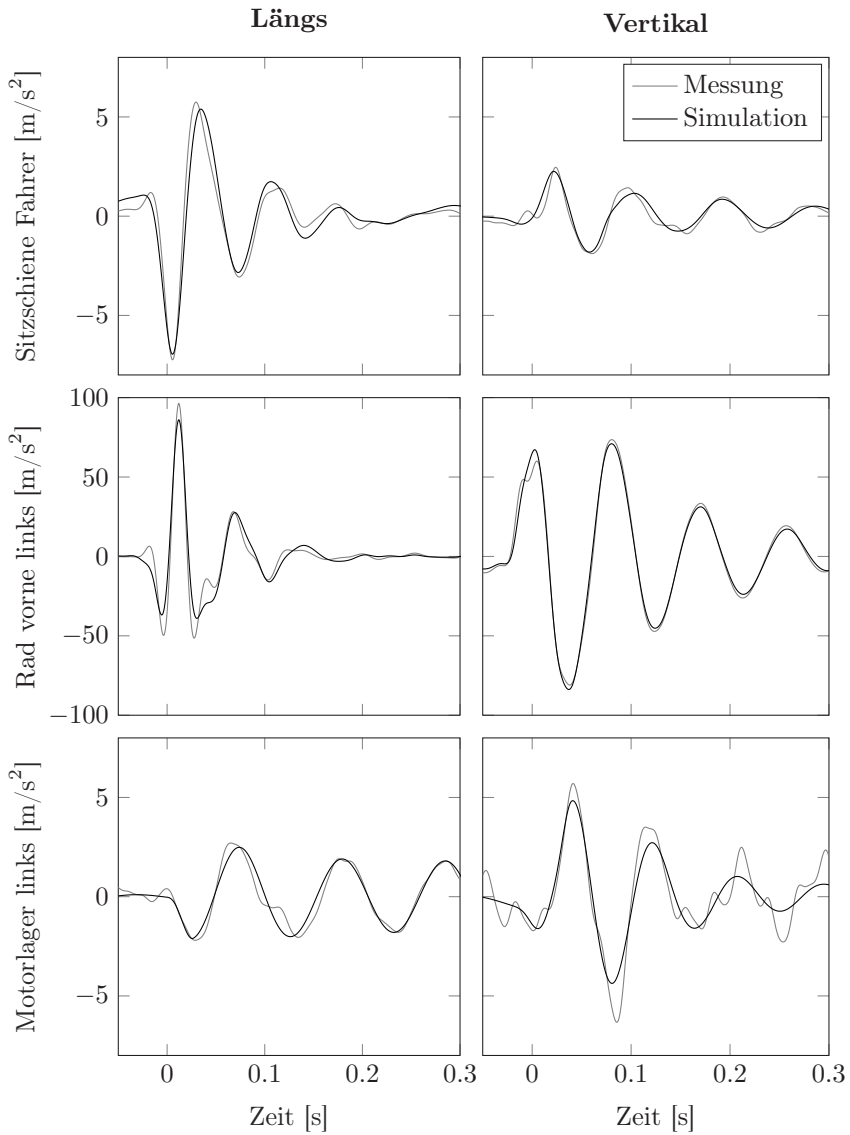


Abbildung 3.5: Validierung Fahrzeugmodell - Vergleich ausgewählter Beschleunigungen beim Überfahren einer positiven Kante mit den Ergebnissen einer Messung

4 Erfassung des Schwingungsverhaltens

Die reproduzierbare Erfassung vergleichbarer physikalischer Größen in Form von zeitdiskreten Signalen ist eine wesentliche Voraussetzung für eine objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens. Dieses Kapitel erläutert, was bei der messtechnischen Erfassung berücksichtigt werden muss, welche physikalischen Größen sich für die Charakterisierung eignen und mit welchen Prüfverfahren Reproduzierbarkeit gewährleistet werden kann.

4.1 Verwendete Messtechnik

Um im Versuch komfortrelevante Schwingungsphänomene im Frequenzbereich bis 30 Hertz erfassen und analysieren zu können, wird ein Minimalumfang an Messpositionen definiert, an denen die Beschleunigungen erfasst werden müssen (siehe Abbildung 4.1 und Tabelle 4.1). Dazu wurde die von Iliev [Ili11] vorgeschlagene Konfiguration leicht verändert. Anstelle von 4 Messstellen an der Fahrersitzschiene, wird die Beschleunigung an der Fahrer- und Beifahrersitzschiene außen erfasst. An den Lagerpositionen des Fahrschemels werden vier Messstellen hinzugefügt [1]. Auf eine Messstelle zwischen Sitz und Fahrer wird bewusst verzichtet, da das Übertragungsverhalten zwischen Fahrersitzschiene und Fahrer nicht vom Fahrwerk beeinflusst wird.

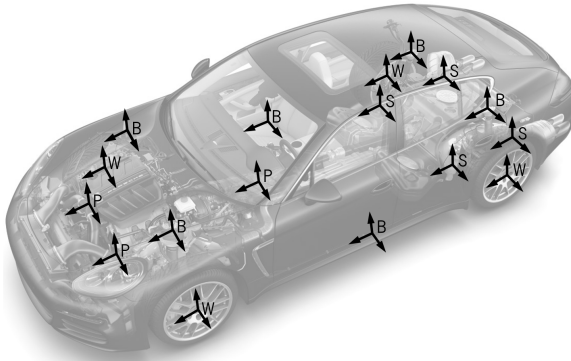


Abbildung 4.1: Positionen Beschleunigungsaufnehmer [1]

Zur Erfassung der Beschleunigungen kommen kapazitive Sensoren der Firma Kistler [Kis] zum Einsatz. Ein wichtiges Kriterium bei der Auswahl der Beschleunigungssensoren ist die Fähigkeit statische Beschleunigungen zu messen. Dies ist für die Methode zur Identifikation der Einbauorientierung erforderlich, die im folgenden Abschnitt vorgestellt wird. Aufgrund der unterschiedlich großen Beschleunigungen an den verschiedenen Messstellen kommen insgesamt zwei verschiedene Typen zum Einsatz. Der Typ „8396A010“ mit einem Messbereich von $\pm 10g$ und der Typ „8396A050“ mit einem Messbereich $\pm 50g$. Die Zuordnung zu den Messpositionen ist der Übersicht in Tabelle 4.1 zu entnehmen. Die Signale werden mit einer Abtastrate von $f_s = 2000$ Hz abgetastet. Als Anti-Aliasing Filter kommt ein Butterworth Filter zweiter Ordnung mit einer Eckfrequenz von 500 Hz zum Einsatz.

4.2 Sensorkalibrierung im Fahrzeug

Für eine präzise messtechnische Erfassung der Fahrzeugschwingungen spielt die Orientierung der Beschleunigungssensoren eine wichtige Rolle.

Tabelle 4.1: Übersicht der Messstellen zur Erfassung des Schwingungsverhaltens bei einem Fahrzeug mit Verbrennungsmotor und Fahrschemel

ID	Messposition	Signalname	Sensor
A1	Aufbau - Dom VL	$\mathbf{a}_{Avl}$	$\pm 10g$
A2	Aufbau - Dom VR	$\mathbf{a}_{Avr}$	
A3	Aufbau - Dom HL	$\mathbf{a}_{Ahl}$	
A4	Aufbau - Dom HR	$\mathbf{a}_{Ahr}$	
A5	Aufbau - Fahrer Sitzschiene	$\mathbf{a}_{Aml}$	
A6	Aufbau - Beifahrer Sitzschiene	$\mathbf{a}_{Amr}$	
R1	Radträger VL - nahe Radmitte	$\mathbf{a}_{Rvl}$	$\pm 50g$
R2	Radträger VR - nahe Radmitte	$\mathbf{a}_{Rvr}$	
R3	Radträger HL - nahe Radmitte	$\mathbf{a}_{Rhl}$	
R4	Radträger HR - nahe Radmitte	$\mathbf{a}_{Rhr}$	
M1	Aggregat - Motorlager L	$\mathbf{a}_{Ml}$	$\pm 10g$
M2	Aggregat - Motorlager R	$\mathbf{a}_{Mr}$	
M3	Aggregat - Getriebelager	$\mathbf{a}_{Mh}$	
F1	Fahrschemel - Lager VL	$\mathbf{a}_{Fvl}$	$\pm 50g$
F2	Fahrschemel - Lager VR	$\mathbf{a}_{Fvr}$	
F3	Fahrschemel - Lager HL	$\mathbf{a}_{Fhl}$	
F4	Fahrschemel - Lager HR	$\mathbf{a}_{Fhr}$	
H1	Prüfstand - Stempel VL	$\mathbf{a}_{Hvl}$	$\pm 50g$
H2	Prüfstand - Stempel VR	$\mathbf{a}_{Hvr}$	
H3	Prüfstand - Stempel HL	$\mathbf{a}_{Hhl}$	
H4	Prüfstand - Stempel HR	$\mathbf{a}_{Hhr}$	

Idealerweise werden die Beschleunigungen an allen Messpunkten in einem einheitlichen fahrzeugfesten Koordinatensystem gemessen. Da Fahrzeuge primär in vertikaler Richtung schwingen, führen bereits kleine Fehler bei der Orientierung der Sensoren zu überhöhten Pegeln in X- oder Y-Richtung. Eine einheitliche Orientierung der Sensoren beim Einbau ist jedoch nur mit unverhältnismäßig hohem Aufwand möglich. Deshalb wurde eine Methode entwickelt, mit der eine beliebige Einbauorientierung möglich ist. Die Transformation in ein einheitliches Koordinatensystem erfolgt bei der Auswertung der Messdaten.

Grundlage des Verfahrens ist die messtechnische Erfassung des Gravitationsvektors. Jeder Sensor erfasst diesen Vektor in seinem sensoreigenen Koordinatensystem. Nach einer Transformation in ein einheitliches fahrzeugfestes Koordinatensystem müssen jedoch alle Sensoren dieselben Werte messen. Auf einer horizontalen Fläche muss die im fahrzeugfesten Koordinatensystem gemessene Längs- und Querschleunigung gleich Null und die Vertikalbeschleunigung gleich $1g$ sein. Bei einer Rotation des Fahrzeugs um die y-Achse bleibt die gemessene Querschleunigung gleich Null. Das gleiche gilt für die gemessene Längsbeschleunigung bei einer Rotation des Fahrzeugs um die x-Achse. Misst man die Gravitationsvektoren aller Sensoren des aufgerüsteten Fahrzeugs in der Ebene, auf positiver und negativer Steigung, sowie mit positiver und negativer Querneigung können durch Optimierung die Transformationsmatrizen vom Sensor- ins Fahrzeugkoordinatensystem ermittelt werden.

Die Sensoren werden bei $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ kalibriert und erreichen im Fahrzeug je nach Einbauposition eine Temperatur von bis zu $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. Laut Datenblatt [Kis] haben die statischen Offsets der verwendeten Sensoren eine maximale Temperaturabhängigkeit von $20\text{ mg}/^{\circ}\text{C}$. Deshalb können die temperaturabhängigen Offsets nicht vernachlässigt werden und müssen bei der Ermittlung der Transformationsmatrizen berücksichtigt werden. Die gemessenen

Beschleunigungen ${}^S\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ setzen sich folglich aus dem Gravitationsvektor im Sensorkoordinatensystem ${}^S\mathbf{g} = [g_x \ g_y \ g_z]^T$ und dem Offsetvektor $\mathbf{o} = [o_x \ o_y \ o_z]^T$ zusammen. Es gilt

$${}^S\mathbf{a} = {}^S\mathbf{g} + \mathbf{o} \quad (4.1)$$

Unbekannt sind also die Komponenten des Offsetvektors $\mathbf{o}$, die drei elementaren Drehungen $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ r_3]^T$, welche die Orientierung des Sensors relativ zum Fahrzeugkoordinatensystem beschreiben, sowie der sich bei den Messungen einstellende Wankwinkel φ und Nickwinkel θ des Fahrzeugs. Fasst man die fünf Beschleunigungsvektoren zu einer Matrix

$$\mathbf{G}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{Eben} & \mathbf{a}_{+\theta} & \mathbf{a}_{-\theta} & \mathbf{a}_{+\varphi} & \mathbf{a}_{-\varphi} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

zusammen, erweitert den Offsetvektor entsprechend zu einer Matrix

$$\mathbf{G}_O = \mathbf{o} \cdot [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.3)$$

und berechnet in Abhängigkeit von Wankwinkel φ und Nickwinkel θ die zugehörige Matrix der Gravitationsvektoren im Fahrzeugkoordinatensystem

$$\mathbf{G}_V(\varphi, \theta) = \begin{bmatrix} 0 & -\sin\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\varphi & -\sin\varphi \\ 1 & \cos\theta & \cos\theta & \cos\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

lässt sich das Optimierungsproblem wie folgt definieren.

$$\min \| (\mathbf{G}_S - \mathbf{G}_O) - {}^S\mathbf{T}_V(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{G}_V(\varphi, \theta) \| \quad (4.5)$$

Wenn die Rotationsachsen der dritten und ersten Elementardrehung identisch sind, lassen sich die einzelnen Winkel nicht mehr eindeutig aus den

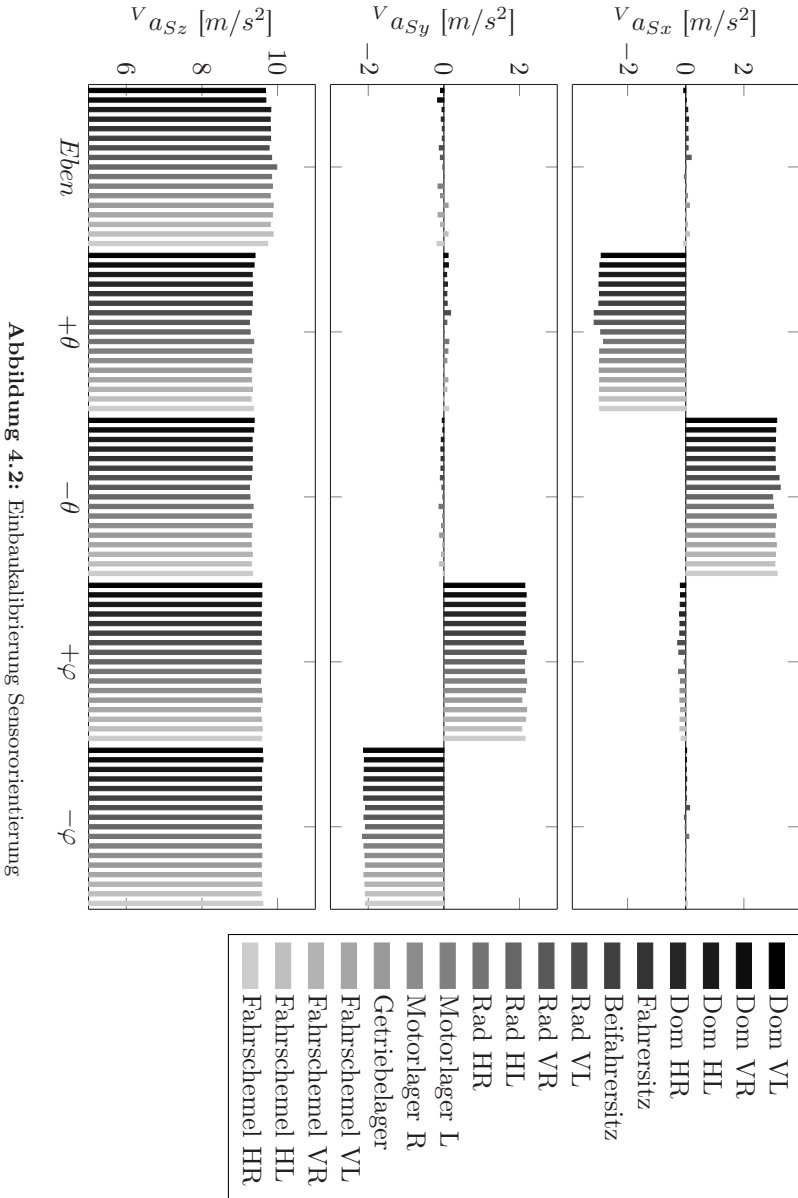


Abbildung 4.2: Einbalkkalibrierung Sensororientierung

Einheitsvektoren bestimmen. Je nach Einbauorientierung der Sensoren eignen sich für die Berechnung der Transformationsmatrizen daher unterschiedliche Drehreihenfolgen. Ist in der Ebene die Y- oder Z-Komponente des Gravitationsvektors im Sensorkoordinatensystem betragsmäßig am größten, eignen sich die Kardanwinkel mit der Drehreihenfolge z-y'-x". Ist die X-Komponente betragsmäßig am größten, sind die Eulerwinkel mit der Drehreihenfolge z-x'-z" geeignet.

Wurden alle Transformationsmatrizen und Offsets berechnet, können die gemessenen Beschleunigungen ${}^S\mathbf{a}$ korrigiert und in ein einheitliches fahrzeugfestes Koordinatensystem transformiert werden.

$${}^V\mathbf{a} = {}^S\mathbf{T}_V(\mathbf{r}) ({}^S\mathbf{a} - \mathbf{o}) \quad (4.6)$$

Abbildung 4.2 zeigt die Beschleunigungen der einzelnen Sensoren bei den Kalibrierungsmessungen nachdem die Offsets abgezogen und die Signale ins fahrzeugfeste Koordinatensystem transformiert wurden. Mit dem Verfahren und der daraus resultierenden Übersicht lässt sich die vollständige Funktionsfähigkeit des Messsystems absichern.

4.3 Berechnung modaler Beschleunigungen

Beschreibt man die Schwingung des Fahrzeugaufbaus und der Subsysteme mit Hilfe definierter Bewegungsformen, lässt sich die Information, die in den 51 Beschleunigungssignalen des Standard-Messaufbaus enthalten ist, stark komprimieren. Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz orientiert sich im Vergleich zu den globalen Bewegungsformen von PERIARD [PK02] und KOSEFELDER [KP02] stärker an den Größen der Starrkörpertheorie. Die Beschleunigung $\mathbf{a}_{S_i}$, die ein Sensor S_i auf einem Starrkörper K misst, ist abhängig von der translatorischen Beschleunigung $\mathbf{a}_K$, der rotatorischen

Beschleunigung α_K , der Winkelgeschwindigkeit ω_K und von der Position der Sensors r_{S_i} .

$$\mathbf{a}_{S_i} = \mathbf{a}_K + \alpha_K \times r_{S_i} + \omega_K \times (\omega_K \times r_{S_i}) \quad (4.7)$$

Der von den Winkelgeschwindigkeiten abhängige Anteil ist sehr gering und kann vernachlässigt werden. Die Position der Sensoren wird in einem Koordinatensystem beschrieben, welches seinen Ursprung in der Fahrzeugmitte ($Y = 0$) und an der X- und Z-Koordinate des H-Punkts hat. Dieser beschreibt die theoretische Position des Hüftgelenks [SAE09] und eignet sich daher als Bezugspunkt für die vom Insassen wahrgenommene Beschleunigung.

Aufgrund der Torsionselastizität kann der Fahrzeugaufbau im Frequenzbereich bis 30 Hertz sicherlich nicht als starr betrachtet werden. Um dies zu berücksichtigen wird angenommen, dass die Z-Beschleunigung $a_{S_i,z}$ einen zusätzlichen zur Torsionsbeschleunigung τ_K proportionalen Anteil enthält. Fasst man die zu berechnenden Zusatzsignale zu einem Vektor modaler Beschleunigungen

$$\mathbf{a}_K = \begin{bmatrix} a_{K,x} & a_{K,y} & a_{K,z} & \alpha_{K,x} & \alpha_{K,y} & \alpha_{K,z} & \tau_K \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

zusammen, ergibt sich für die drei Raumrichtungen eines Sensors in Matrixnotation der folgende Zusammenhang.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{S_i,x} \\ a_{S_i,y} \\ a_{S_i,z} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_{S_i}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_{S_i,z} & -r_{S_i,y} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -r_{S_i,z} & 0 & r_{S_i,x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_{S_i,y} & -r_{S_i,x} & 0 & r_{S_i,x} \cdot r_{S_i,y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_{S_i}} \mathbf{a}_K \quad (4.9)$$

Schließlich können alle Signale von Sensoren, die am selben Körper befestigt sind, zu einem Gleichungssystem in Matrixnotation zusammengefasst werden.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{S_1} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{S_n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_S} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{S_1} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{S_n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_S} \mathbf{a}_K \quad (4.10)$$

Gesucht wird also der Vektor modaler Beschleunigungen $\mathbf{a}_K$, welcher den Fehler zwischen gemessenen Werten $\mathbf{a}_S$ und der sich aus der Modellvorstellung ergebenden Werten $\mathbf{a}_M = \mathbf{H}_S \mathbf{a}_K$ minimiert. Um sicherzustellen, dass die Signale auch im Frequenzbereich bis 30 Hertz mit der am Fahrersitz wahrgenommen Beschleunigung übereinstimmen, werden die Signale der naheliegenden Sensoren an den Sitzschienen über eine diagonal besetzte Gewichtungsmatrix $\mathbf{W}_S$ stärker gewichtet. Wird als Gütemaß für die Abweichung das Fehlerquadrat verwendet, führt dies zu dem Minimierungsproblem

$$\min_{\mathbf{a}_K} \|\mathbf{W}_S (\mathbf{a}_S - \mathbf{H}_S \mathbf{a}_K)\|^2, \quad (4.11)$$

welches sich über die Normalen Gleichungen (vgl. [SK11]) lösen lässt. Für den modalen Beschleunigungsvektor folgt

$$\mathbf{a}_K = (\mathbf{H}_S^T \mathbf{W}_S^2 \mathbf{H}_S)^{-1} \mathbf{H}_S^T \mathbf{W}_S^2 \mathbf{a}_S \quad (4.12)$$

Auswertungen mit verschiedenen Gewichtungsfaktoren haben gezeigt, dass sich eine 10-fache Gewichtung der Sitzschienenbeschleunigung günstig auf die im Folgenden vorgestellten Abweichungen auswirkt. Dieser Wert wurde deshalb als Standard definiert. Anhand des modalen Fehlers $\mathbf{a}_F = \mathbf{a}_S - \mathbf{a}_M$ kann bewertet werden, inwieweit das Schwingungsverhalten mit Hilfe der modalen Beschleunigungen $\mathbf{a}_K$ bewertet werden kann. Dazu werden die gemessenen Beschleunigungen $\mathbf{a}_S$, die rückgerechneten Beschleunigungen

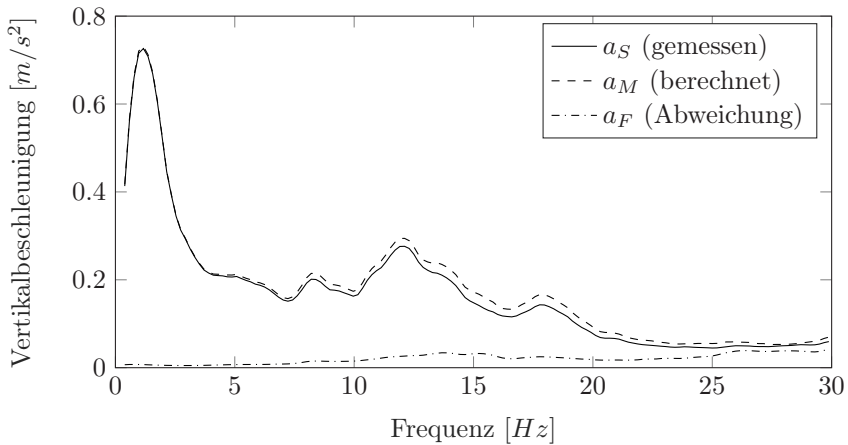


Abbildung 4.3: Abweichung zwischen der gemessenen und der modal berechneten Beschleunigung am Beispiel der Vertikalbeschleunigung am Federbeindom vorne rechts

$\mathbf{a}_M$ und die Differenz der beiden Beschleunigungen $\mathbf{a}_F$ in den Frequenzbereich transformiert.

Abbildung 4.3 zeigt das Ergebnis am Beispiel der Vertikalbeschleunigung des Federbeindoms vorne rechts. Im Bereich der Aufbaueigenfrequenz ist die Abweichung zwischen dem gemessenen und dem aus den Moden berechneten Signal äußerst gering. Mit zunehmender Frequenz steigt die Amplitude der Abweichung erwartungsgemäß an. Da bei der Abweichung auch die Phasenlage des gemessenen und des berechneten Signals berücksichtigt wird, ist die Amplitude des Spektrums der Abweichung größer als die Differenz der Spektren des gemessenen und berechneten Signals.

Um die Abweichung besser quantifizieren zu können, wird die Abweichung in Relation zum gemessenen Signal gesetzt und daraus die relative Abweichung berechnet. Abbildung 4.4 zeigt die relativen Fehler der Vertikalbeschleunigung der 6 aufbaufesten Sensoren. Bis zu einer Frequenz von 10 Hz ist der relative Fehler aller Signale kleiner als 9 %. Deshalb wird es

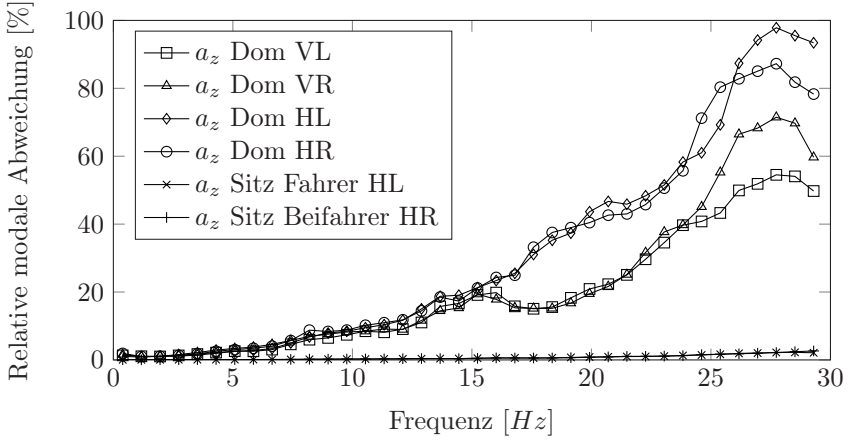


Abbildung 4.4: Relative modale Abweichung der Vertikalbeschleunigungen am Fahrgaufbau

als zulässig erachtet, Schwingungsphänomene in diesem Frequenzbereich über die modalen Beschleunigungen zu quantifizieren.

Durch die 10-fache Gewichtung ist die relative Abweichung für die Signale der Sensoren an den Sitzschienen bis zu einer Frequenz von 30 Hz kleiner als 2 %. Die translatorischen Komponenten des modalen Beschleunigungsvektors sind deshalb auch geeignet um Schwingungsphänomene bis 30 Hz zu beschreiben.

Schwingungsphänomene bei der Überfahrt von kurzweiligen Einzelhindernissen lassen sich am besten durch eine Auswertung der Signale im Zeitbereich charakterisieren. Abbildung 4.5 zeigt exemplarisch den Verlauf der gemessenen und berechneten Vertikalbeschleunigung an der Fahrersitzschiene, sowie deren Abweichung bei der Überfahrt einer positiven Kante mit der Vorderachse. Wie an diesem Beispiel zu sehen ist, sind die Abweichungen zwischen der gemessenen und der berechneten Beschleunigung an den Sitzschienen auch im Zeitbereich äußerst gering. Die Norm des Fehlers $a_F[n]$ beträgt nur 1,1 % der Norm des gemessenen Signals a_S . Anstelle der Beschleunigungen an den Sitzschienen kann die modale Beschleunigung

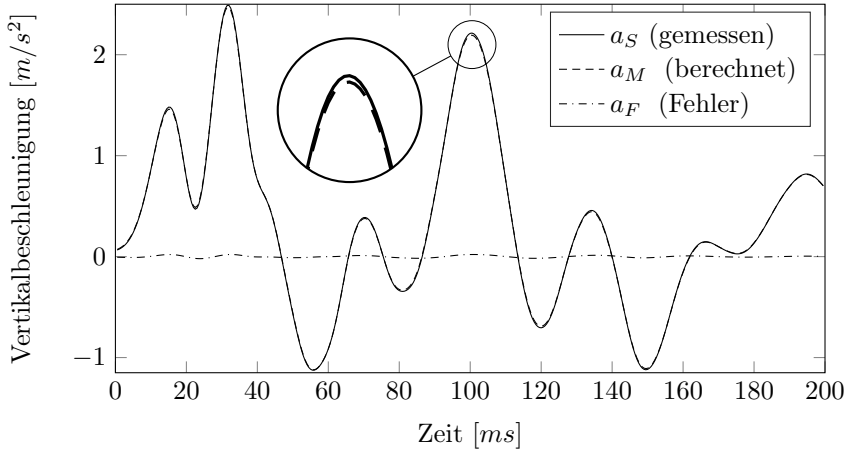


Abbildung 4.5: Vergleich zwischen gemessener und berechneter Vertikalbeschleunigung an der Fahrersitzschiene bei der Überfahrt einer Kante

folglich auch für die Bewertung von Schwingungsphänomenen im Zeitbereich verwendet werden.

4.4 Prüfprogramm

Für die Charakterisierung des Schwingungsverhaltens ist eine geeignete Anregung erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit stand ein Gesamtfahrzeugprüfstand und verschiedene Strecken auf einem Prüfgelände zur Verfügung. Im Folgenden werden Anforderungen an die Anregung beschrieben und geeignete Prüfprogramme vorgestellt.

4.4.1 Gesamtfahrzeugprüfstand

Aufgrund der Reproduzierbarkeit und der Unabhängigkeit von Umwelteinflüssen sind Prüfstände hilfreiche Werkzeuge zur objektiven Charakterisierung von Systemen. Für die Untersuchungen dieser Arbeit stand eine Vierstempel-Hydropulsanlage zur Verfügung. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass jedes Rad auf dem Teller eines in vertikaler Richtung hydraulisch ansteuerbaren Stempels steht. Aufgrund einer Überhöhung an den Tellerrändern, ist ein eingelegter Gang ausreichend um ein Wegrollen des Fahrzeugs zu verhindern. Um horizontale Verspannungen zu reduzieren, wird die Bremse für die Durchführung der Versuche gelöst.

Innerhalb der Grenzen durch die Aktordynamik lässt sich mit dem Prüfstand ein beliebiger Verlauf der Fahrbahnunebenheit simulieren. Das Fahrzeug wird dabei über den Reifen in vertikaler Richtung angeregt. Während reale Fahrbahnunebenheiten zuerst die Vorderachse und mit einem der Fahrgeschwindigkeit entsprechenden Zeitverzug die Hinterachse anregen, kann das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs auf dem Prüfstand mit Hilfe synthetischer Anregungen ermittelt werden. Ein Fahrzeug auf der Vierstempel-Anlage stellt ein System mit vier Eingängen dar. Eine in der Systemtheorie übliche Methode zur Charakterisierung des Übertragungsverhaltens ist die Erfassung der Systemreaktion im Verhältnis zur Anregung an jeweils einem Eingang. Durch die gleichzeitige Ansteuerung der vier Stempel lassen sich außerdem die Schwingformen des Aufbaus anregen, die sich den Bewegungsrichtungen Huben, Nicken und Wanken zuordnen lassen. Zusätzlich wird die Fahrzeugreaktion auf eine torsionale Anregung ermittelt. Die Anregungsfunktion $h(t)$ ist dabei für alle Anregungsarten identisch. Der Anregungsvektor $\mathbf{h}$ mit den Signalen der vier Stempel

$$\mathbf{h} = [h_{vl} \quad h_{vr} \quad h_{hl} \quad h_{hr}]^T \quad (4.13)$$

ergibt sich je nach Anregungsart durch Multiplikation mit -1, 0 oder +1. Tabelle 4.2 zeigt eine Übersicht der verwendeten Anregungsarten.

Tabelle 4.2: Anregungsarten Vierstempel-Hydropulsanlage

Anregungsart	Anregungsvektor
Vorne Links	$\mathbf{h} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \cdot h(t)$
Vorne Rechts	$\mathbf{h} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \cdot h(t)$
Hinten Links	$\mathbf{h} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \cdot h(t)$
Hinten Rechts	$\mathbf{h} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \cdot h(t)$
Heben	$\mathbf{h} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \cdot h(t)$
Nicken	$\mathbf{h} = [-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1]^T \cdot h(t)$
Wanken	$\mathbf{h} = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1]^T \cdot h(t)$
Torsion	$\mathbf{h} = [1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1]^T \cdot h(t)$

Experimentell lässt sich das Übertragungsverhalten eines Systems unter anderem durch harmonische Anregung mit verschiedenen Frequenzen ermitteln. Im eingeschwungenen Zustand lassen sich sowohl das Amplitudenverhältnis als auch die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal direkt im Zeitbereich analysieren. Um diesen stationären Zustand zu erreichen, muss die Anregung über eine ausreichend lange Dauer erfolgen. Eine exponentielle Steigerung der Anregungsfrequenz stellt eine besonders effiziente Methode dar, um dies für alle Frequenzen in einem bestimmten Frequenzbereich sicherzustellen [Rös12]. Für die Bewertung des Schwingungsverhaltens auf dem Prüfstand soll der Frequenzbereich von 0,5 bis 30 Hertz angeregt werden. Die erforderliche Dauer der Anregung für die Versuche dieser Arbeit wurde mit Hilfe eines linearen Zwei-Massen-Schwingers ermittelt. Dabei wurde die Anregungsdauer so lange gewählt, dass die Schwingungsamplitude mit der analytisch berechneten Übertragungsfunktion übereinstimmt. Für den gewünschten Frequenzbereich wurde dabei eine Dauer von 70 Sekunden festgelegt. ANGRICK kommt in seiner Dissertation [Ang18], die nach der Durchführung der Versuche für diese Arbeit

veröffentlicht wurde, auf eine ähnliche Anregungsdauer, indem er das Ergebnis einer exponentiellen Frequenzsteigerungen der Form

$$f(t) = f_0 e^{\frac{t}{p}} \quad (4.14)$$

für unterschiedliche Konstanten p mit dem Ergebnis einer stationären Anregung bei verschiedenen diskreten Frequenzstützstellen vergleicht. Für $p = 5$ ist die mittlere Abweichung dabei geringer als 6 Prozent. Für eine sehr gute Übereinstimmung wird $p > 20$ vorgeschlagen. Dies entspricht einer Dauer von 81.89 Sekunden für den gewünschten Frequenzbereich von 0,5 bis 30 Hz.

Da die Reifen nur Druckkräfte übertragen können, die Federwege begrenzt und die Dämpfungseigenschaften stark nichtlinear sind, spielt die Anregungsintensität für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens eine entscheidende Rolle. Die Anregungsamplitude auf dem Prüfstand muss daher mit der Anregung im realen Fahrbetrieb korrelieren.

Im Allgemeinen zeigen Straßen keine Regelmäßigkeit zwischen dem zurückgelegtem Weg x und der Fahrbahnhöhe $h(x)$. Bei Betrachtung eines unendlich langen Streckenabschnitts X könnte eine regellose Fahrbahnunebenheit über die von der Wegkreisfrequenz Ω abhängigen Spektrale Dichte

$$\Phi_h(\Omega) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{X} \left[\hat{h}(\Omega) \right]^2 \quad (4.15)$$

charakterisiert werden [Mit14]. Für die Auswertung realer Messungen bedeutet dies, dass der Zusammenhang nur für sehr lange Streckenabschnitte gilt.

Umfangreiche Vermessungen realer Fahrbahnen haben gezeigt, dass die Spektrale Dichte mit steigender Wegkreisfrequenz abnimmt. Der Zusammenhang zwischen Spektraler Dichte und Wegkreisfrequenz lässt sich näherungsweise durch die Gleichung

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0} \right]^{-w} \quad (4.16)$$

beschreiben [Bra69]. $\Phi_h(\Omega_0)$ entspricht dem Unebenheitsmaß bei der Bezugsfrequenz Ω_0 . Die sogenannte Welligkeit w beschreibt, wie stark die Spektrale Dichte mit der Frequenz abnimmt. Sie beträgt im Mittel 2. Gleichsetzen von (4.15) und (4.16) liefert für $w=2$ einen reziproken Zusammenhang zwischen Amplitudenspektrum $\hat{h}(\Omega)$ und Wegkreisfrequenz Ω .

$$\hat{h}(\Omega) = \sqrt{\frac{X}{4\pi} \Phi_h(\Omega_0)} \frac{\Omega_0}{\Omega} \quad (4.17)$$

Der Zusammenhang zwischen der Zeitkreisfrequenz ω und der Wegkreisfrequenz Ω ist durch die Fahrzeuggeschwindigkeit v_{Fzg} gegeben.

$$\omega = \Omega v_{Fzg} \quad (4.18)$$

Eingesetzt in Gleichung (4.17), folgt daraus das von der Zeitkreisfrequenz abhängige Amplitudenspektrum der Anregungshöhe.

$$\hat{h}(\omega) = \sqrt{\frac{X}{4\pi} \Phi_h(\Omega_0)} \frac{\Omega_0}{\omega} v_{Fzg} \quad (4.19)$$

Die Wegamplitude $\hat{h}$ nimmt also reziprok mit der Anregungsfrequenz ab. Damit ist die mittlere Geschwindigkeitsamplitude $\hat{\dot{h}} = \omega \hat{h}$ einer regellosen Fahrbahnanregung konstant. Die Anregungsintensität nimmt mit steigendem Unebenheitsmaß und steigender Fahrgeschwindigkeit gleichermaßen zu.

Die Anregung des Fahrzeugs auf der Straße kann auf dem Prüfstand folglich am besten über eine Anregung mit konstanter Amplitude der Stempelgeschwindigkeit abgebildet werden. Für die Anregung auf dem Prüfstand wird deshalb die folgende Anregungsfunktion definiert.

$$h(t) = \hat{h} \int \sin \left(2\pi f_0 p \left(e^{\frac{t}{p}} - 1 \right) \right) dt \quad (4.20)$$

Entsprechend der gewünschte Frequenzsteigerung ist

$$p = \frac{t_1}{\ln \left(\frac{f_1}{f_0} \right)} = \frac{70}{\ln \left(\frac{30}{0.5} \right)} = 17.1. \quad (4.21)$$

Da die Anregungsfunktion $h(t)$ für $t \rightarrow \infty$ nicht gegen Null konvergiert, wäre eine Anregung um eine horizontale Ebene nicht für alle Anregungsarten sichergestellt. Durch eine vorgelagerte halbe Kosinus-Schwingung, die Stetigkeit im Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf sicherstellt, wird diese Abweichung kompensiert.

Da die Anregungsintensität im realen Fahrbetrieb vom Unebenheitsmaß und der Fahrgeschwindigkeit abhängt, soll das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs auf dem Prüfstand ebenso bei verschiedenen Anregungsamplituden identifiziert werden. Als maximale Amplitude wird $\hat{h} = 100\text{mm/s}$ definiert. Für die Bewertung der Amplitudenabhängigkeit wird außerdem mit 25, 50 und 75 Prozent der maximalen Amplitude angeregt. Abbildung 4.6 zeigt den resultierenden Stempelweg am Beispiel der maximalen Amplitude von 100mm/s , sowie den Verlauf der Anregungsfrequenz.

Durch die kontinuierliche Frequenzsteigerung kann das Übertragungsverhalten bei jeder beliebigen Anregungsfrequenz im angeregten Frequenzbereich ausgewertet werden. Gleichzeitig wird durch die exponentielle Frequenzsteigerung sichergestellt, dass bei allen Frequenzen die gleichen Randbedingungen für einen eingeschwungenen Zustand gegeben sind. Trotzdem lassen sich mit dieser Anregung alle acht Anregungsarten mit

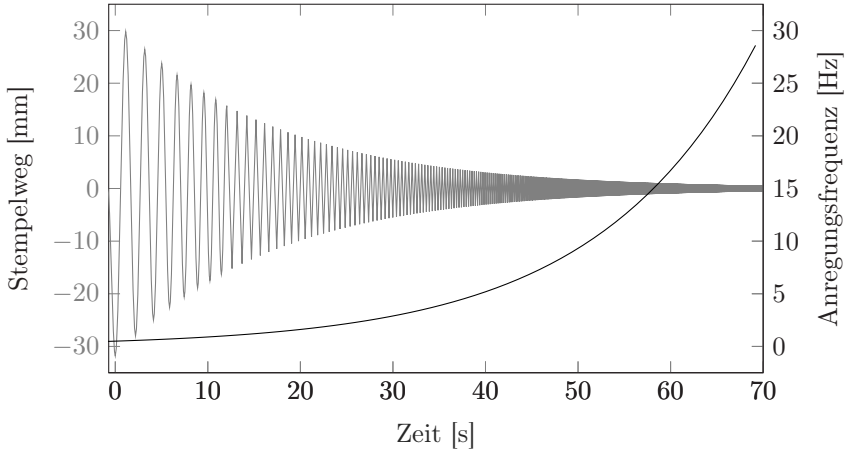


Abbildung 4.6: Anregungssignal Gesamtfahrzeugprüfstand - Stempelweg bei der maximalen Amplitude von 100 mm/s und Anregungsfrequenz

jeweils vier Amplituden in weniger als 35 Minuten abprüfen. Aufgrund begrenzt verfügbarer Prüfstandskapazitäten, spielt dies eine entscheidende Rolle.

4.4.2 Prüfgelände

Bei Messungen im Fahrzeug kann prinzipiell zwischen Einzelhindernissen und stochastischer Anregung unterschieden werden. Zu den Einzelhindernissen gehören z.B. Kanten, Kanaldeckel und Quertufen. Als stochastische Anregung eignen sich Fahrbahnen mit möglichst gleichmäßig abnehmender Anregungsamplitude über der Wegkreisfrequenz. Fahrbahnen, die eine oder mehrere dominante Wellenlänge aufweisen, sind ungeeignet, da diese abhängig von der Fahrgeschwindigkeit nur eine bzw. mehrere diskrete Frequenzen anregen.

Tabelle 4.3: Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand

Lauf	Kanaldeckel u. BAB	Kanten
1	30 km/h	30 km/h
2	30 km/h	30 km/h
3	40 km/h	20 km/h
4	50 km/h	20 km/h

Geeignete Fahrbahnabschnitte sind auf verschiedensten öffentlichen Straßen zu finden. Um die Vergleichbarkeit der Messergebnisse auch über längere Zeit hinweg sicherstellen zu können, sind spezielle Strecken auf Prüfgeländen für die objektive Bewertung der Schwingungseigenschaften im Fahrbetrieb unerlässlich.

Die Versuche dieser Arbeit wurden hauptsächlich auf dem Prüfgelände der Porsche AG in Weissach durchgeführt. Dort sind das Replikat der Landstraße L1175, zwei Rauasphaltstrecken sowie zwei Zustandstrecken mit synthetischen Anregungen und Einzelhindernissen vorhanden. Alle Fahrspuren haben eine Länge von ca. 870 Metern.

Für die Beurteilung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen sind mehrere Abschnitte, der sogenannten *Zustandsstrecke A*, des Prüfgeländes in Weissach geeignet. Auf den ersten 100 Metern befinden sich wechselseitig 4 verschiedene Kanaldeckel. Anschließend folgt ein Abschnitt einer Betonplatten-Autobahn. Die 52 Platten mit einer Länge von 7 Metern weisen an den Fugen einen in Fahrtrichtung negativen Versatz von 18 Millimetern auf. Am Ende der Strecke befinden sich außerdem 3 negative und 3 positive Kanten mit einer Kantenhöhe von 30 Millimetern und einem Abstand von 15 Metern. Als Prüfvorschrift wurde definiert, dass die Strecke 4 mal befahren wird. Die jeweiligen Fahrgeschwindigkeiten für die verschiedenen Abschnitte sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

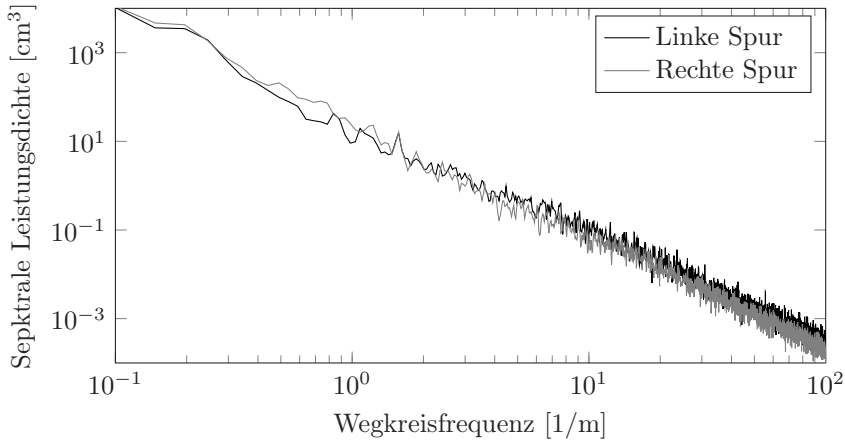


Abbildung 4.7: Spektrale Leistungsdichte der Fahrbahnnunebenheiten des Replikats der Landstraße L1175 auf dem Prüfgelände in Weissach

Sowohl auf den Rauasphaltstrecken als auch dem Replikat der schlechten Landstraße wird das Fahrzeug regellos angeregt. Die Rauasphaltstrecken zeichnen sich allerdings durch kleine kurzwellige Unebenheiten und eine poröse Oberflächenstruktur aus. Mangels kaum vorhandener langwelliger Unebenheiten, sind sie für eine breitbandige Anregung des Fahrzeugs folglich schlecht geeignet. Das Replikat der Landstraße hingegen weist eine breitbandige Anregung mit einer über der Wegkreisfrequenz relativ gleichmäßig abnehmenden Amplitude auf. Die Spektrale Leistungsdichte der linken und rechten Fahrspur ist in Bild 4.7 dargestellt. Aus den Spektren ergibt sich nach Gleichung 4.16 ein Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0 = 1)$ von $26,5 \text{ cm}^3$ für die linke Spur und $23,0 \text{ cm}^3$ für die rechte Spur. Die Welligkeit beträgt $w=2,45$ für die linke Spur und $w=2,52$ für die rechte Spur. Die Fahrbahn gehört nach ISO 8608:2016 [ISO16] noch zu der mittleren Klasse C. Damit sind die Anforderungen für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens durch stochastische Anregung erfüllt.

Bei Fahrzeugen mit ähnlicher Spurweite an Vorder- und Hinterachse unterscheidet sich die Anregung an beiden Achsen nur durch einen zeitlichen

Verzug. Dieser Umstand spielt bei der Definition des Prüfprogramms und der Auswertung der Messdaten eine besondere Rolle. Wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben, kann die linke und rechte Fahrspur einer Fahrbahn über die Fahrbahnhöhe $h_l(x)$ und $h_r(x)$ in Abhängigkeit des zurückgelegten Wegs x beschrieben werden. Die Transformation in eine gleichphasigen Anregung $h_{gl}(x)$ und eine gegenphasige Anregung $h_{ge}(x)$ erleichtert die folgenden Betrachtungen.

$$\begin{pmatrix} h_{gl}(x) \\ h_{ge}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_l(x) \\ h_r(x) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Durch die Verschiebung der Anregungen der Vorderachse $h_{v,gl/ge}$ um den Radstand l ergeben sich die Anregungen an der Hinterachse $h_{h,gl/ge}$ [Mit14].

$$h_{h,gl/ge}(x) = h_{v,gl/ge}(x - l) \quad (4.23)$$

Damit lassen sich entsprechend der Anregungsarten in Tabelle 4.2, die Hubanregung $h_{Huben}(x)$ und die Nickanregung $h_{Nicken}(x)$

$$\begin{pmatrix} h_{Huben}(x) \\ h_{Nicken}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_{gl}(x) \\ h_{gl}(x - l) \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

sowie die Wankanregung $h_{Wanken}(x)$ und die Torsionsanregung $h_{Torsion}(x)$

$$\begin{pmatrix} h_{Wanken}(x) \\ h_{Torsion}(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_{ge}(x) \\ h_{ge}(x - l) \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

berechnen. Der Vergleich von Gleichung (4.24) und (4.25) macht bereits deutlich, dass Hub- und Nickanregung sowie Wank- und Torsionsanregung über den Radstand gekoppelt sind. Beide Paarungen zeigen den selben vom Radstand abhängigen Effekt, der sich am Beispiel einer Fahrbahn mit einer

diskreten Wellenlänge L veranschaulichen lässt. Bei gleichphasiger Anregung lässt sich diese beispielsweise durch folgende Gleichung beschreiben.

$$h_{gl}(x) = \hat{h} \sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \quad (4.26)$$

Durch einsetzen von Gleichung (4.26) in Gleichung (4.24) kann das Amplitudenverhältnis zwischen Hubanregung bzw. Nickanregung und der Unebenheitshöhe ermittelt werden. Aufgrund der Analogie liefert der Ansatz für eine gegenphasige Anregung eingesetzt in Gleichung (4.25) das gleiche Ergebnis. Die daraus resultierenden Amplitudenverhältnisse für die Hub- und Wankanregung

$$\frac{\hat{h}_{Huben}}{\hat{h}_{gl}} = \frac{\hat{h}_{Wanken}}{\hat{h}_{ge}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 + \cos\left(2\pi \frac{l}{L}\right)\right)^2 + \sin\left(2\pi \frac{l}{L}\right)^2} \quad (4.27)$$

sowie für die Nick- und Torsionsanregung

$$\frac{\hat{h}_{Nicken}}{\hat{h}_{gl}} = \frac{\hat{h}_{Torsion}}{\hat{h}_{ge}} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\cos\left(2\pi \frac{l}{L}\right) - 1\right)^2 + \sin\left(2\pi \frac{l}{L}\right)^2}. \quad (4.28)$$

sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Sie weisen den typischen Verlauf eines Kammfilters auf [Sch13]. Der Zusammenhang zwischen Anregungsfrequenz f und Wellenlänge L ist analog zu Gleichung (4.18) über die Fahrgeschwindigkeit v_{Fzg} gegeben.

$$f = v_{Fzg}/L \quad (4.29)$$

Trotz breitbandiger Fahrbahnanregung, erfährt ein Fahrzeug bei Frequenzen, die dem ganzzahligen Vielfachen n des Verhältnisses aus Fahrgeschwindigkeit und Radstand entsprechen, ausschließlich eine Hub- und Wankanregung. Bei Frequenzen die dem $(n + 0.5)$ -fachen des Verhältnisses aus Fahrgeschwindigkeit und Radstand entsprechen, kommt es ausschließlich zu einer Nick- und Torsionsanregung. Um das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs charakterisieren zu können, müssen alle Schwingformen bei allen Frequenzen im relevanten Frequenzbereich angeregt werden. Dies kann

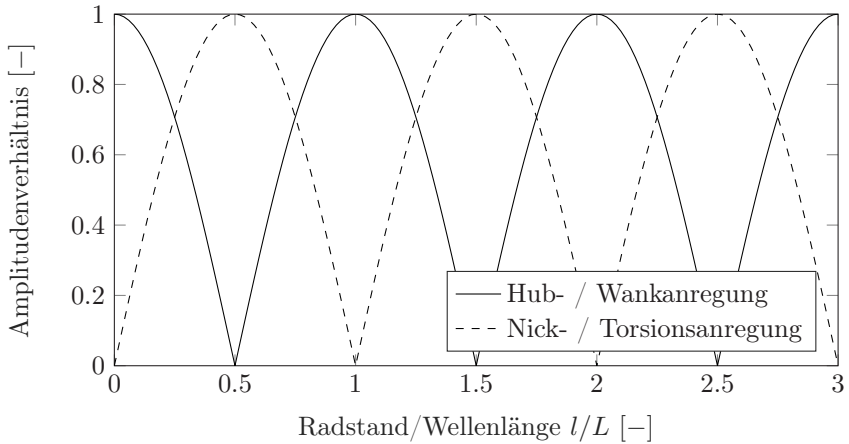


Abbildung 4.8: Relative Amplitude der Hub-, Wank-, Nick- und Torsionsanregung in Relation zur Unebenheitshöhe einer Fahrbahn mit diskreter Wellenlänge

sichergestellt werden, indem die Messung auf einer Fahrbahn mit verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten durchgeführt wird. Die Fahrgeschwindigkeiten sind dabei so zu wählen, dass alle Schwingformen des Fahrzeugs im gesamten relevanten Frequenzbereich angeregt werden [2]. Deshalb wurde für den im normalen Fahrbetrieb typischen Geschwindigkeitsbereich von 30 km/h bis 100 km/h eine schrittweise Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit von 10 km/h als Standard für Messungen des Schwingungsverhaltens auf Fahrbahnen mit unregelmäßiger Anregung definiert. Die Mittelwerte der daraus resultierenden frequenzabhängigen Amplitudenverhältnisse sind in Abbildung 4.9 dargestellt. Für eine vom Radstand unabhängige Darstellung wurde die x-Achse mit dem Radstand normiert. Die Skalierung der x-Achse entspricht also dem Frequenzbereich von 0 bis 30 Hz bei einem Radstand von $l = 3.0 \text{ m}$.

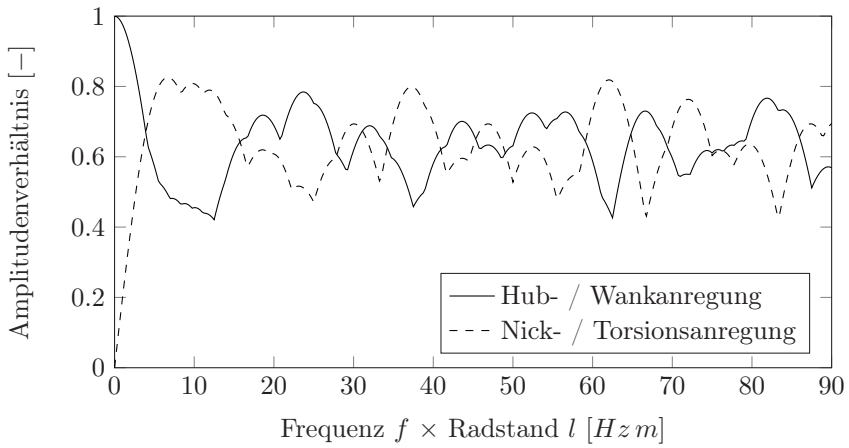


Abbildung 4.9: Mittlere Modale Anregungsverstärkung [2]

5 Bewertung des Schwingungsverhaltens

In diesem Kapitel werden die Schwingungsphänomene beschrieben, die für die Fahrwerksentwicklung relevant sind und potenzielle Kennwerte zur objektiven Charakterisierung der Phänomene hergeleitet. Für periodische und regellose Schwingungen werden verschiedene Ansätze vorgestellt und bewertet. Für das Schwingungsverhalten bei Einzelanregung wird ein einzelner Ansatz verfolgt.

5.1 Begriffsdefinition Schwingungsphänomene

In der Entwicklung wird der Schwingungskomfort anhand von differenzierbaren Schwingungsphänomenen bewertet. Da sich die Begrifflichkeiten in der Literatur [Zel18, SKE17] und bei den verschiedenen Herstellern unterscheiden, werden gängige Bewertungskriterien im Folgenden näher beschrieben.

Unter dem Überbegriff „Primary Ride“ werden Schwingungsphänomene im Bereich der Aufbaueigenfrequenzen zusammengefasst. In diesem Frequenzbereich können die Bewegungsrichtungen „Heben“ (Vertikal), „Wanken“ (Rotation um die x-Achse) und „Nicken“ (Rotation um die y-Achse) sehr gut voneinander unterschieden werden. Des Weiteren lassen sich die Aufbauschwingungen anhand der Frequenz oder des Schwingungsverlaufs einteilen. Auf normalen Fahrbahnen sind langwellige Einzelanregungen

beispielsweise sehr üblich. Dabei wird der Fahrzeugaufbau zu abklingenden Schwingungen bei den Eigenfrequenzen angeregt. Diese Schwingungen bei den Aufbaueigenfrequenzen können auch auf Fahrbahnen mit regelloser Anregung sehr differenziert wahrgenommen werden und werden in dieser Arbeit als „**Aufbaukontrolle**“ bezeichnet. Schwingungen bei allen anderen Frequenzen ergeben sich nur durch Zwangsanregung. Periodische Aufbauschwingungen bei Frequenzen, die signifikant über der Aufbaueigenfrequenz liegen oder die Aufbaureaktion während der Anregungsphase auf einem langwelligen Einzelhindernis werden mit dem Begriff „**Isolation**“ beschrieben.

Unter dem Überbegriff „Secondary Ride“ werden fühlbare Schwingungen in dem Frequenzbereich ab den Eigenfrequenzen von Motor und Rädern bis ungefähr 30 Hertz zusammengefasst. In diesem Frequenzbereich kann abhängig von der Anregung noch zwischen den translatorischen Schwingungsrichtung an den unterschiedlichen Einleitungsstellen differenziert werden. Die Dominanz von Schwingung bei einer oder mehreren diskreten Frequenzen ist auf die Subsystemschwingungen zurückzuführen und wird als „**Schütteln**“ bezeichnet. Häufig wird auch der Begriff „Stuckern“ im Zusammenhang mit Motorschwingungen und der Begriff „Prellen“ in Zusammenhang mit Radschwingungen verwendet.

In der Literatur wird der Übergang vom spürbaren in den hörbaren Bereich als Rauigkeit bezeichnet und ab 20 Hertz [SKE17] bzw. 30 Hertz [Rau03] definiert. Da in dieser Arbeit nur spürbare Schwingungen thematisiert werden und andere Begriffe wie Abrollen oder Zittern ebenfalls nicht eindeutig verwendet werden, wird der Begriff „**Rauigkeit**“ in dieser Arbeit für das Schwingungsverhalten oberhalb der Subsystemeigenfrequenzen verwendet.

Weitere Kriterien sind für die Bewertung des Schwingungsverhaltens auf kurzwelligen Einzelhindernissen wie Kanten oder Leisten üblich. Das Schwingungsverhalten beim Überfahren eines Einzelhindernisses wird als „Stoß“ bezeichnet. Die dominant spürbaren Schwingungen im Bereich der Subsystemeigenfrequenzen direkt im Anschluss als „Abklingen“. Während der Stoß an Vorder- und Hinterachse auch bei höheren Fahrgeschwindigkeit

getrennt wahrgenommen werden kann, ist das Abklingen nur bei Fahrgeschwindigkeiten bis maximal 50 km/h getrennt wahrnehmbar.

5.2 Objektive Kriterien für periodische und regellose Anregungen

Periodische und regellose Schwingungsphänomene beschreiben das Schwingungsverhalten in bestimmten Frequenzbereichen. Vor dem Hintergrund, dass sich das Fahrzeugverhalten – wie von ILIEV [Ili11] und SCHICKE-DANZ [Sch13] beschrieben – lokal linearisieren lässt, erscheint die Charakterisierung dieser Schwingungsphänomene mit Hilfe von Übertragungsfunktionen naheliegend. In diesem Abschnitt werden die Schwingungsphänomene gemäß ihrer Begriffsdefinition durch eine theoretische Betrachtung mit einem linearen Zwei-Massen-Schwinger unterschiedlichen Bereichen von Übertragungsfunktionen zugeordnet [1]. Anschließend werden verschiedene Methoden vorgestellt, wie entsprechende Kennwerte auf Basis von Versuchsergebnissen ermittelt werden können. Schließlich werden die Vor- und Nachteile verglichen und eine Methode empfohlen.

5.2.1 Theoretische Herleitung von Kennwerten

Wie in Abschnitt 5.1 beschrieben, kann bei niederfrequenten Aufbauschwingungen zwischen den Raumrichtungen *Heben*, *Nicken* und *Wanken* differenziert werden. Abbildung 5.1 zeigt das Übertragungsverhalten zwischen Aufbauposition und Unebenheitshöhe.

Bis zu der Grenzfrequenz f_{GA} ist die Übertragungsfunktion größer eins, darüber ist sie kleiner eins. Daraus lassen sich zwei Frequenzbereiche für die Beschreibung niederfrequenter Aufbauschwingungen ableiten. Unterhalb der Grenzfrequenz f_{GA} wird die Fahrbahnunebenheit durch die Federung verstärkt. Die Amplitude der Übertragungsfunktion beschreibt,

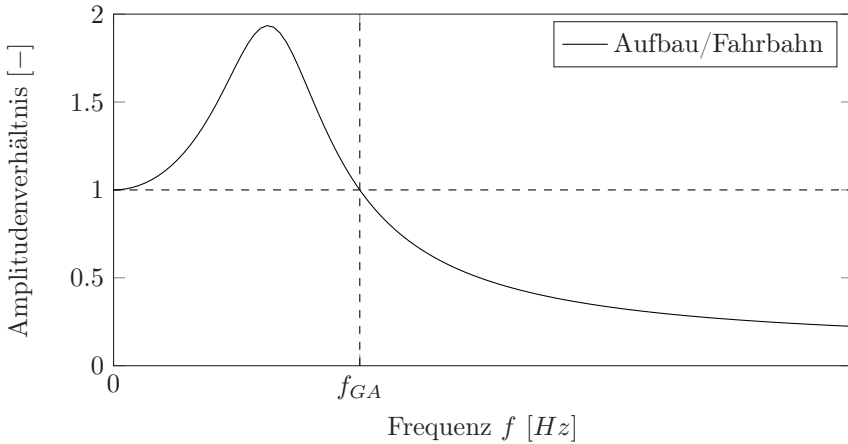


Abbildung 5.1: Ermittlung der Grenzfrequenz f_{GA} zwischen Aufbaukontrolle und Isolation

wie stark die entsprechende Eigenmode gedämpft wird. Entsprechend der Begriffsdefinition aus dem vorherigen Unterabschnitt lässt sich der Frequenzbereich bis zur Grenzfrequenz also dem Schwingungsphänomen „Aufbaukontrolle“ zuordnen. Als Kennwert für die Charakterisierung der Aufbaukontrolle sollen in dieser Arbeit der Maximalwert und in Anlehnung an [VDI17] der quadratische Mittelwert untersucht werden. Die Amplitude oberhalb der Grenzfrequenz f_{GA} beschreibt, wie gut der Fahrzeugaufbau durch die Federung von der Fahrbahn entkoppelt wird und kann gemäß der Begriffsdefinition dem Phänomen „Isolation“ zugeordnet werden. Dabei wird für die Kennwertbildung nur der quadratische Mittelwert weiterverfolgt.

Wie in Abschnitt 5.1 beschrieben, werden dominante Schwingungen im Bereich der Subsystemeigenfrequenzen differenziert wahrgenommen. Aus dem Fahrwerk werden diese Schwingungen hauptsächlich durch die vertikalen Schwingungen der Räder (Komplettrad und Radaufhängung) verursacht. Das Schwingungsverhalten eines Rads in vertikaler Richtung lässt

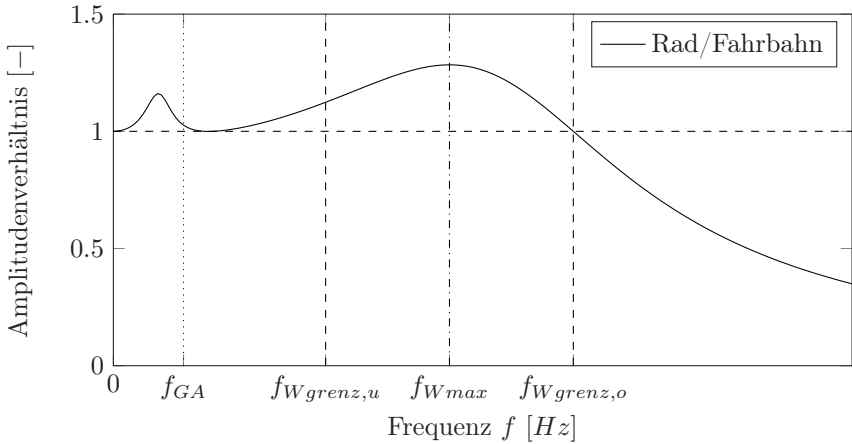


Abbildung 5.2: Frequenzbereich Schütteln [1]

sich bis 30 Hertz vereinfacht auch mit einem Zwei-Massen-Schwinger beschreiben. Abbildung 5.2 zeigt das Übertragungsverhalten zwischen Radposition und Unebenheitshöhe. Zur Einordnung des Frequenzbereiches in Relation zur Abbildung 5.1 ist die Grenzfrequenz f_{GA} durch eine gepunktete Linie markiert. Wie bei der Aufbauschwingung, ist die Amplitude der Radschwingung bis zu einer Grenzfrequenz $f_{Wgrenz,o}$ größer als die Amplitude der Fahrbahn. Vom Fahrwerk wird das Schwingungsverhalten über dieser Frequenz also vom Isolationsvermögen des Rads und dem Isolationsvermögen der Radaufhängung geprägt.

Aus der Begriffsdefinition lässt sich eine Zuordnung dieses Frequenzbereichs zum Phänomen „Rauigkeit“ ableiten. Für die Charakterisierung eignet sich entsprechend das Übertragungsverhalten von der Fahrbahn zur Sitzschiene. Für die Kennwertbildung, wird wieder der quadratische Mittelwerte im entsprechenden Frequenzbereich weiterverfolgt.

Die Schwingungen bei den Frequenzen f_{Wmax} , bei denen die Verstärkung der Räder am größten sind, können entsprechend der Begriffsdefinition eindeutig dem Phänomen „Schütteln“ zugeordnet werden. Aus der Grenzfrequenz $f_{Wgrenz,o}$ und der Frequenz des Maximums f_{Wmax} kann die untere Grenzfrequenz $f_{Wgrenz,u}$

$$f_{Wgrenz,u} = 2 f_{Wmax} - f_{Wgrenz,o} \quad (5.1)$$

für einen Bereich ermittelt werden, in dem die Verstärkung der Räder besonders ausgeprägt ist. Die Zuordnung des Phänomens „Schütteln“ wird auf diesen Frequenzbereich ausgeweitet. Auch hier eignet sich das Übertragungsverhalten zwischen Fahrbahn und Aufbau zur Charakterisierung und der quadratische Mittelwert im entsprechende Frequenzbereich für die Kennwertbildung.

5.2.2 Gesamtfahrzeugprüfstand

Für periodische Schwingungsphänomene eignet sich die Analyse der Beschleunigungen im Frequenzbereich. Da die native Abtastrate der Messung von $f'_s = 2000$ Hertz nicht erforderlich ist, um Schwingungen im Frequenzbereich bis 30 Hertz abzubilden, werden die Messdaten beim Einlesen mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 200$ Hertz neu abgetastet. Durch die Anwendung eines Band-Pass-Filters mit Eckfrequenzen von 0.5 und 50 Hertz, ist das Abtasttheorem bereits erfüllt. Da die ursprüngliche Abtastrate f'_s ein ganzzahliges Vielfaches der Ziel-Abtastrate f_s ist, kann ein neu abgetastetes Signal $x[k]$ deshalb einfach gemäß

$$x[k] = x' \left[n = k \frac{f'_s}{f_s} \right] \quad \text{für } k = 0, 1, \dots, \left\lfloor N \frac{f_s}{f'_s} \right\rfloor - 1 \quad (5.2)$$

aus dem ursprünglichen Signal $x'[n]$ der Länge N extrahiert werden. Dieser Schritt dient lediglich der Effizienz der Datenverarbeitung. Ohne relevante

Tabelle 5.1: FFT-Parameter für periodische Schwingungen

Parameter	Wert
Abtastrate der Messung in Hertz	200
Fensterbreite in Sekunden	5,12
Fensterbreite in Anzahl von Messwerten	1024
Fensterüberlappung in Prozent	90
Fenster- / Wichtungsfunktion	Flat-Top

Information zu verlieren, wird die Größe des Datensatzes und der Rechenaufwand für die Auswertung in diesem Fall um 90 Prozent reduziert.

Auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand wird die Fahrbahnunebenheit über die vier Stempel des Prüfstands vorgeben. Die Anregung wird an allen Stempeln über einen zusätzlichen Beschleunigungssensor je Stempel messtechnisch erfasst. Der dafür verwendete Sensortyp und die Bezeichnungen können ebenfalls Tabelle 4.1 entnommen werden. Dadurch lässt sich das Übertragungsverhalten zwischen Fahrzeugreaktion und Anregung einfach ermitteln. Durch die harmonische Anregung mit kontinuierlich steigender Frequenz lässt sich jedem Zeitpunkt einer Messung eine diskrete Anregungsfrequenz zuordnen. So kann bei der Berechnung des Übertragungsverhalten für jede Frequenzstützstelle nur der Abschnitt benutzt werden, bei dem das Fahrzeug auch mit dieser Frequenz angeregt wird. Sofern die Anregungsfrequenz, wie bei den hier vorliegenden Messdaten, nicht synchron mit den anderen Messkanälen aufgezeichnet wurde, kann die Anregungsfrequenz auch aus den Beschleunigungen der Stempel identifiziert werden. Dazu wird die Stempelbeschleunigung mit Hilfe der FFT in den Frequenzbereich transformiert. Dies erfolgt abschnittsweise, indem ein Auswertefenster über den Datensatz geschoben wird (vgl. Gleichung 2.12). Das Flat-Top-Fenster eignet sich aufgrund seiner Amplitudengenauigkeit als Fensterfunktion. Eine Übersicht aller verwendeten FFT-Parameter ist in Tabelle 5.1 zu finden. Daraus ergibt sich eine Matrix mit den komplexen Amplituden der FFT für jede diskrete Frequenz und jeden Abschnitt.

Der Betrag der komplexen Matrix ist in Abbildung 5.3 am Beispiel einer Messung dargestellt. Die Amplitude ist als Graustufe über der mittleren Zeit der Abschnitte und der Frequenz aufgetragen. Entsprechend der Skala rechts, entspricht weiß einer mittleren Stempelbeschleunigung von 0 m/s^2 und schwarz einer mittleren Stempelbeschleunigung von 2.5 m/s^2 . Über die Frequenz der maximalen Amplitude kann daraus die Anregungsfrequenz für jeden Abschnitt gefunden und damit die Parameter f_0 und p der Gleichung 4.14 für jede Messung identifiziert werden. Der Verlauf der identifizierten Anregungsfrequenz wurde als Linie in die Abbildung eingefügt. Die Abbildung zeigt außerdem, dass der Prüfstand das Sollprofil nicht ideal wiedergeben kann. Die 2. und 3. Ordnung, also Schwingungen mit der 2- und 3-fachen Frequenz der vorgegebenen Anregung, sind klar erkennbar, haben aber eine deutlich geringere Amplitude.

Bei der Berechnung des Übertragungsverhaltens des Fahrzeugs soll nur die Schwingungen mit der 1. Ordnung der Anregungsfrequenz berücksichtigt werden. Dazu werden die Beschleunigungen, die an den Stempeln und den verschiedenen Messpositionen des Fahrzeug gemessen werden, wieder abschnittsweise in den Frequenzbereich transformiert. Die Abschnitte werden

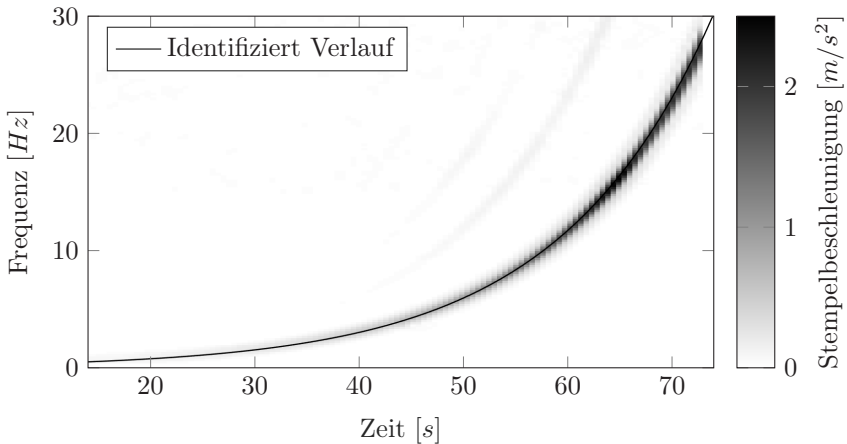


Abbildung 5.3: Identifikation der Anregungsfrequenz aus der Stempelbeschleunigung

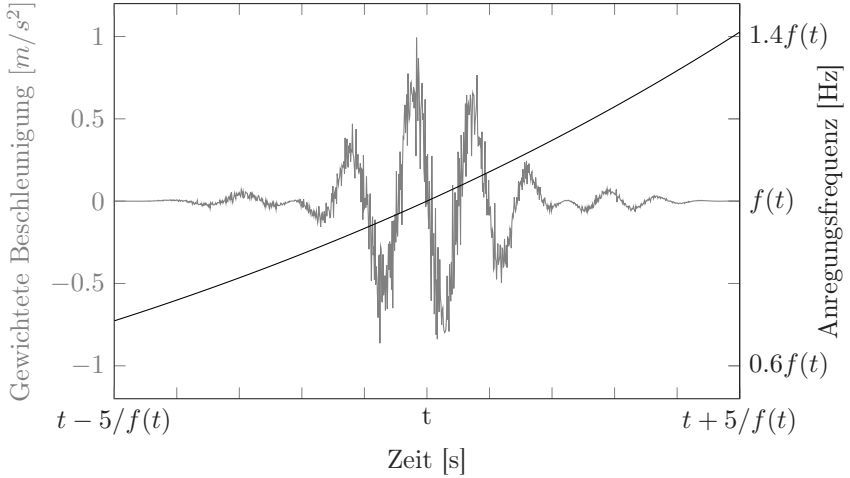


Abbildung 5.4: Gewichtete Stempelbeschleunigung und Frequenzverlauf innerhalb des Auswertefensters zur Berechnung des Übertragungsverhaltens

dabei so gewählt, dass die Änderung der Anregungsfrequenz in Relation zur mittleren Anregungsfrequenz konstant bleibt. Aufgrund der exponentiellen Frequenzsteigerung, muss die Breite des Auswertefensters folglich umgekehrt proportional mit steigender Anregungsfrequenz abnehmen. Für das Fenster wurde eine Breite von $T_{Fenster} = 10/f(t)$ Sekunden festgelegt. Abbildung 5.4 zeigt den resultierenden Frequenzverlauf innerhalb des Auswertefensters und die mit der Fensterfunktion gewichtete Stempelbeschleunigung. Um die zum Zeitpunkt t gehörige Frequenz $f(t)$ auszuwerten, wird also der Bereich $t \pm 5/f(t)$ Sekunden ausgewertet. Dadurch sind im Auswertefenster Frequenzen von 71% bis 141% der Anregungsfrequenz $f(t)$ enthalten. Allerdings wird die Mitte des Fensters und somit die Anregungsfrequenz $f(t)$ durch die Nutzung des Flat-Top-Fensters besonders stark gewichtet.

Tabelle 5.2: Berechnung der Pulserbeschleunigung in Abhängigkeit von der Anregungsart

Anregungsart	Pulserbeschleunigung
Vorne Links	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Vorne Rechts	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Hinten Links	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Hinten Rechts	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Heben	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} / 4 \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Nicken	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} / 4 \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Wanken	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} / 4 \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$
Torsion	$a_{Pulser} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} / 4 \cdot \mathbf{a}_{Stempel}$

Für die Transformation der Signale in den Frequenzbereich mit Hilfe des FFT-Algorithmus, soll die Länge des Fensters L einer geraden Zahl entsprechen (vgl. Abschnitt 2.1). Sie ergibt sich wie folgt durch Rundung:

$$L = 2 \cdot \left\lceil \frac{10}{2} \frac{f_s}{f(t)} \right\rceil \quad (5.3)$$

Das Produkt aus Anregungsfrequenzen $f(t)$ und Fensterbreite $T_{Fenster}$ ist deshalb nicht mehr exakt 10. Für Anregungsfrequenzen $f(t)$ bis 30 Hz und einer Abtastrate von $f_s = 200$ Hz liegt es zwischen 9,86 und 10,15.

Liegen die komplexen Amplituden der FFT für alle Frequenzstützstellen und Beschleunigungen vor, lässt sich durch Division der Fahrzeugbeschleunigungen durch die Pulserbeschleunigung das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs ermitteln. Die Pulserbeschleunigung a_{Pulser} ist abhängig von der Anregungsart und wird nach Tabelle 5.2 aus den vier Stempelbeschleunigungen $\mathbf{a}_{Stempel}$ berechnet.

$$\mathbf{a}_{Stempel} = \begin{bmatrix} a_{Hvl,z} & a_{Hvr,z} & a_{Hhl,z} & a_{Hhr,z} \end{bmatrix}^T \quad (5.4)$$

Für alle Anregungsarten wird das Übertragungsverhalten der Pulserbeschleunigung auf die modale Hub-, Nick- und Wankbeschleunigung des Aufbaus berechnet (vgl. Abschnitt 4.3). Zusätzlich wird an allen aktiven Stempeln das Übertragungsverhalten zwischen Stempelbeschleunigung und vertikaler Radbeschleunigung ausgewertet. Schließlich wird die Amplitude und die Phase der komplexen Übertragungsfunktionen über dem Frequenzvektor dargestellt. Abbildung 5.5 zeigt das Ergebnis der Auswertung einer Hubanregung mit einer Amplitude von $\dot{h} = 100 \text{ mm/s}$ am Beispiel der Übertragungsfunktionen zwischen der Hubbeschleunigung des Fahrzeugaufbaus und der Pulserbeschleunigung sowie zwischen der Vertikalbeschleunigung des Rads vorne links und der Stempelbeschleunigung vorne links.

Mit den so ermittelten Übertragungsfunktionen kann der in Abschnitt 5.2.1 hergeleitete Ansatz zur Berechnung von Kennwerten umgesetzt werden. Bei der Berechnung der Grenzfrequenzen muss berücksichtigt werden, dass das Übertragungsverhalten der Pulserbeschleunigung auf die Nick- und Wankbeschleunigung eine rotatorische Bewegung des Fahrzeugs im Verhältnis zu einer translatorischen Anregung beschreibt und die Einheit rad/m hat. Dadurch ist die stationäre Verstärkung (Amplitudenverhältnis bei 0 Hz) nicht eins, sondern ergibt sich aus den Fahrzeugdimensionen. Bei einer Nickanregung ist die stationäre Verstärkung $G_{\theta, \text{stat}}$ zwischen Nickbeschleunigung und Pulserbeschleunigung abhängig vom Radstand l .

$$G_{\theta, \text{stat}} = \frac{2}{l} \quad (5.5)$$

Analog ist die stationäre Verstärkung $G_{\varphi, \text{stat}}$ der Pulserbeschleunigung auf die Wankbeschleunigung bei einer Wankanregung abhängig von den Spurweiten der Vorderachse b_V und Hinterachse b_H . Bei handelsüblichen PKW, mit ähnlichen Spurweiten an beiden Achsen, kann der Mittelwert für die Berechnung der stationären Verstärkung genutzt werden.

$$G_{\varphi, \text{stat}} = \frac{2}{(b_V + b_H)/2} = \frac{4}{b_V + b_H} \quad (5.6)$$

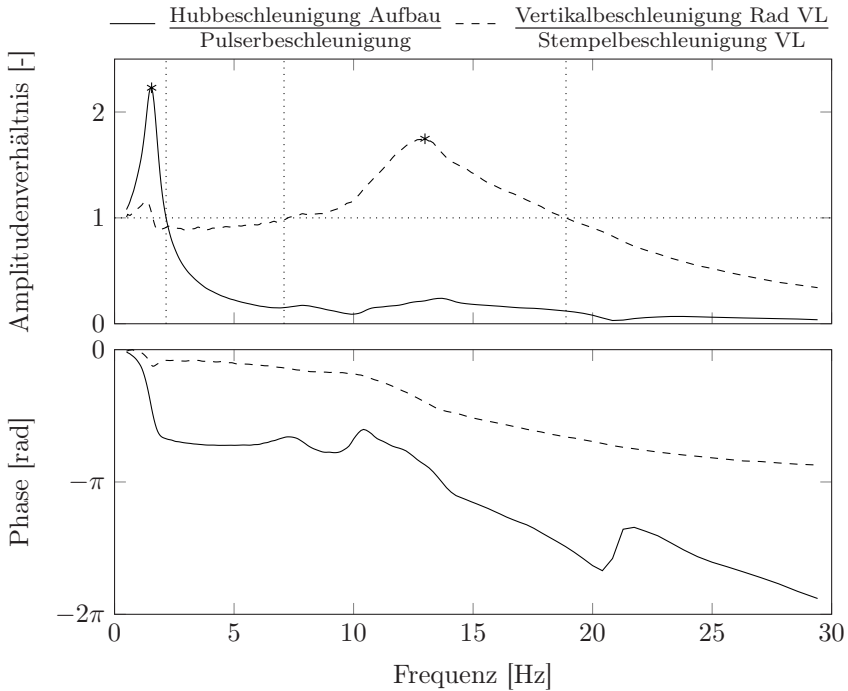


Abbildung 5.5: Übertragungsverhalten Hubbeschleunigung Aufbau / Pulserbeschleunigung und Vertikalbeschleunigung Rad vorne links / Stempelbeschleunigung vorne links

Die Grenzfrequenz zwischen Aufbaukontrolle und Isolation entspricht folglich der Frequenz, bei der das Amplitudenverhältnis wieder der stationären Verstärkung entspricht.

Aufgrund der Beschaffenheit von realen Fahrbahnen, wurde eine Prüfstandsanregung mit konstanter Geschwindigkeitsamplitude gewählt. Konsequenterweise soll für eine objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens auch das Übertragungsverhalten zwischen den Fahrzeugbeschleunigungen und der Pulsergeschwindigkeit verwendet werden. Dieses lässt sich einfach durch Integration der Pulsergebeschleunigung berechnen. Im Frequenzbereich erfolgt die Integration durch Division mit der

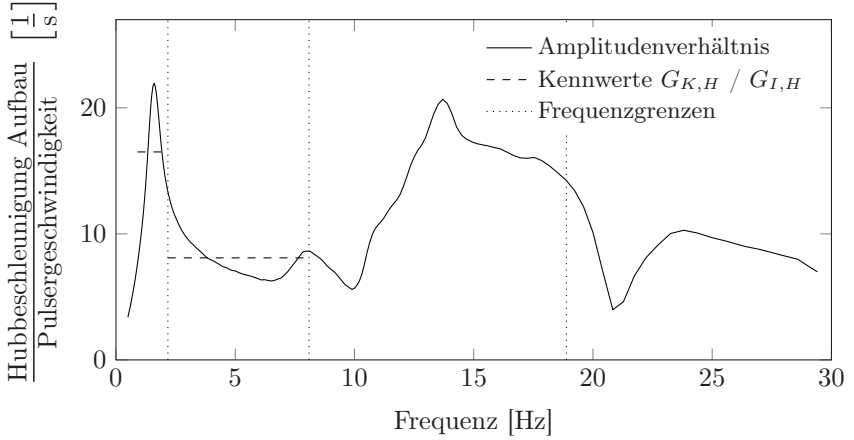


Abbildung 5.6: Amplitudenverhältnis Hubbeschleunigung Aufbau / Pulsergeschwindigkeit

komplexen Kreisfrequenz $j\omega$. Da die Anregung im Nenner steht, müssen die bereits ermittelten Übertragungsfunktionen lediglich mit der komplexen Kreisfrequenz multipliziert werden, um zum gewünschten Ergebnis zu kommen. Für das Amplitudenverhältnis bedeutet dies eine Multiplikation des Verlaufs mit der Frequenz. Für die Phase ergibt sich daraus eine Verschiebung um π rad. Abbildung 5.6 zeigt den Einfluss auf den Verlauf des Amplitudenverhältnisses am Beispiel des Übertragungsverhaltens der Hubbeschleunigung des Aufbaus aus Abbildung 5.5.

Schließlich lassen sich für die einzelnen Frequenzbereiche der Übertragungsfunktionen zwischen Fahrzeugbeschleunigung und Anregungsgeschwindigkeit objektive Kennwerte entsprechend Abschnitt 5.2.1 berechnen. Als Kennwert für die Aufbaukontrolle G_K wird aus den Übertragungsfunktionen der modalen Aufbaubewegung der quadratische Mittelwert im Frequenzbereich von 0.5 bis f_{GA} Hertz berechnet. Der quadratische Mittelwert im Frequenzbereich von f_{GA} bis $f_{Wgrenz,u}$ Hertz wird als Kennwert für die Isolation G_I definiert. Zusätzlich wird die Frequenz, bei der das

Maximum zu finden ist, als Indikator für die Eigenfrequenz f_E ermittelt. Exemplarisch sind die Kennwerte für die Aufbaukontrolle und das Isolationsvermögen in vertikaler Richtung als gestrichelte Linie im entsprechenden Frequenzbereich von Abbildung 5.6 dargestellt.

Für die Phänomene Schütteln und Rauigkeit kann auf dem Prüfstand nur die vertikale Komponente bewertet werden. Für die Berechnung von Kennwerten wird entsprechend die Übertragungsfunktion der Vertikalbeschleunigung des Aufbaus verwendet. Gemäß der Herleitung aus dem vorherigen Unterabschnitt wird dem Phänomen Schütteln der quadratische Mittelwert im Frequenzbereich von $f_{Wgrenz,u}$ bis $f_{Wgrenz,o}$ als Kennwert G_S zugeordnet. Dem Phänomen Rauigkeit wird entsprechend der quadratische Mittelwert im Frequenzbereich von $f_{Wgrenz,o}$ bis 30 Hertz als Kennwert G_R zugeordnet. Zusätzlich wird anhand der Übertragungsfunktion der Radbeschleunigung ein Kennwert als Indikator für die Eigenfrequenz f_E der Räder ermittelt. Er ergibt sich aus der Frequenz, bei der das Maximum zu finden ist. Alle Kennwerte im Bereich „Secondary Ride“ können auf dem Prüfstand getrennt für Vorder- und Hinterachse ermittelt werden. Abhängig vom zu bewertenden Kriterium, werden für die Berechnung der objektiven Kennwerte unterschiedliche Anregungen verwendet. Eine Übersicht aller objektiven Kennwerte und der entsprechenden Anregung befindet sich in Tabelle 5.3.

Mit der vorgestellten Methodik lässt sich das Übertragungsverhalten des Fahrzeugs auf dem Prüfstand charakterisieren und die im vorherigen Unterabschnitt hergeleiteten Kennwerte konnten mit Fahrzeugen verschiedener Segmente robust ermittelt werden. Allerdings kann der Prüfstand die Fahrt auf einer realen Fahrbahn nur begrenzt abbilden. Die folgenden Punkte können zu erheblichen Abweichungen zwischen dem Verhalten des Fahrzeugs auf der Straße und auf dem Prüfstand führen.

- *Keine Anregung in Längsrichtung:*

Auf dem Prüfstand kann nur der Anteil der Längs-Schwingungen

Tabelle 5.3: Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand

Kennwert	Abkürzung	Anregungsart
Aufbaukontrolle Heben	$G_{K,H}$	Heben
Aufbaukontrolle Nicken	$G_{K,N}$	Nicken
Aufbaukontrolle Wanken	$G_{K,W}$	Wanken
Isolation Heben	$G_{I,H}$	Heben
Isolation Nicken	$G_{I,N}$	Nicken
Isolation Wanken	$G_{I,W}$	Wanken
Eigenfrequenz Heben	$f_{E,H}$	Heben
Eigenfrequenz Nicken	$f_{E,N}$	Nicken
Eigenfrequenz Wanken	$f_{E,W}$	Wanken
Schütteln Vorderachse Vertikal	$G_{S,VA}$	Vorne Links / Rechts
Schütteln Hinterachse Vertikal	$G_{S,VA}$	Hinten Links / Rechts
Rauigkeit Vorderachse Vertikal	$G_{R,HA}$	Vorne Links / Rechts
Rauigkeit Hinterachse Vertikal	$G_{R,HA}$	Hinten Links / Rechts
Eigenfrequenz Vorderachse	$f_{E,VA}$	Vorne Links / Rechts
Eigenfrequenz Hinterachse	$f_{E,HA}$	Hinten Links / Rechts

bewertet werden, der sich aus der kinematisch Kopplung der Achsen ergibt.

- *Nicht rollendes Rad:*

Obwohl das Fahrzeug ausschließlich in vertikaler Richtung angeregt wird, bewegen sich die Radaufstandspunkte durch die Fahrzeugbewegung und die Achskinematik auch in Längs- und Querrichtung und generieren dabei Kräfte. Während die Reifeneigenschaften beim rollenden Rad mit einem Dämpfer vergleichbar sind, verhält sich der Reifen des stehenden Rads wie eine Feder. Dies wird bei der Bewertung der verschiedenen Methoden in Abschnitt 5.2.4 weiter untersucht.

- *Fehlende Eingangsgrößen für Regelsysteme:*

Bei den meisten Fahrwerksregelsystemen ist die Regelung von der Fahrgeschwindigkeit abhängig. Einige Systeme erfassen über Kameras die Fahrbahnbeschaffenheit oder passen ihre Regelung an Informationen an, die im Navigationssystem hinterlegt sind. Sind diese Signale auf dem Prüfstand nicht vorhanden, kann das Fahrzeug auf dem Prüfstand nicht bewertet werden.

5.2.3 Bewertung auf Fahrbahnen mit regelloser Anregung

Mit Messungen auf realen Fahrbahnen kann die Nutzung des Fahrzeugs durch den Kunden am besten abgebildet werden. Durch die realitätsgetreue Anregung werden alle Komponenten und Systeme in ihrem typischen Arbeitsbereich betrieben und die gemessene Fahrzeugreaktion spiegelt die Aufbaubeschleunigungen wieder, die im normalen Fahrbetrieb auf die Insassen wirkt. Durch die fahrbahnspezifische Anregung und den in Abschnitt 4.4.2 beschriebenen Einfluss des Radstands, liefert eine einzelne Messung mit einer konstanten Geschwindigkeit wenig Information über die Eigenschaften eines Fahrzeugs. Durch die Synthese mehrerer Einzelmessungen mit unterschiedlichen Fahrgeschwindigkeiten lässt sich das Schwingungsverhalten von Fahrzeugen allerdings objektiv charakterisieren und mit Hilfe von Kennwerten quantifizieren.

Die Messungen auf Fahrbahnen mit regelloser Anregung werden ebenfalls im Frequenzbereich analysiert und es werden nur Frequenzen bis 30 Hertz betrachtet. Dementsprechend werden die Messdaten, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, mit einer Frequenz von $f_s = 200$ Hertz neu abgetastet. Mit den Parametern aus Tabelle 5.4 werden analog der Methode von Welch für alle gemessenen Signale die Periodogramme der gewichteten Teilfolgen berechnet. Daraus lässt sich für jede einzelne Messung mit Gleichung (2.14) die Schätzung der Spektralen Leistungsdichte bestimmen. Da

Tabelle 5.4: FFT-Parameter für regellose Schwingungen

Parameter	Wert
Abtastrate in Hertz	200
Fensterbreite in Sekunden	5
Fensterbreite in Anzahl von Messwerten	1000
Fensterüberlappung in Prozent	66,7
Fenster- / Wichtungsfunktion	Hann

die Beschleunigungen über der Frequenz sehr ungleichmäßig verteilt sind, ist ein lineares Spektrum wie die spektrale Amplitudendichte besser für die Darstellung des ganzen Frequenzbereichs geeignet. Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8 zeigen die spektralen Amplitudendichten der Modal- und Sitzschienenbeschleunigung am Beispiel von Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 mit Fahrgeschwindigkeiten von 50, 70 und 90 km/h. Da im Fahrversuch nicht sichergestellt werden kann, dass der Fahrer immer dieselbe Fahrspur trifft, wurde durch Wiederholung der Messung überprüft, ob die Ergebnisse dennoch reproduzierbar sind. Die Wiederholung wurde mit einem anderen Fahrer circa zwei Wochen später durchgeführt. Die Ergebnisse der Wiederholung sind in Abbildung 5.7 und 5.8 in grau dargestellt. Wie man sehen kann, sind die Abweichungen sehr gering. Die Norm der Abweichung in Relation zur Norm des Mittelwerts beträgt bei allen dargestellten Messungen und Signalen im Durchschnitt 2,5 % und maximal 4,2 %. Die Reproduzierbarkeit ist also gegeben.

Mit den spektralen Amplitudendichten kann der Einfluss verschiedener Abstimmungen eines Fahrzeugs auf das Schwingungsverhalten bereits für jede Fahrgeschwindigkeit bewertet werden. Besonders die modalen Beschleunigungen zeigen jedoch sehr deutlich den erheblichen Einfluss des Radstands. Das in Abbildung 4.8 dargestellte Amplitudenverhältnis zwischen modaler Anregung und Unebenheitshöhe prägt den Verlauf maßgeblich. Die Messungen wurden mit einem Fahrzeug mit einem Radstand von $L = 2,95$ m

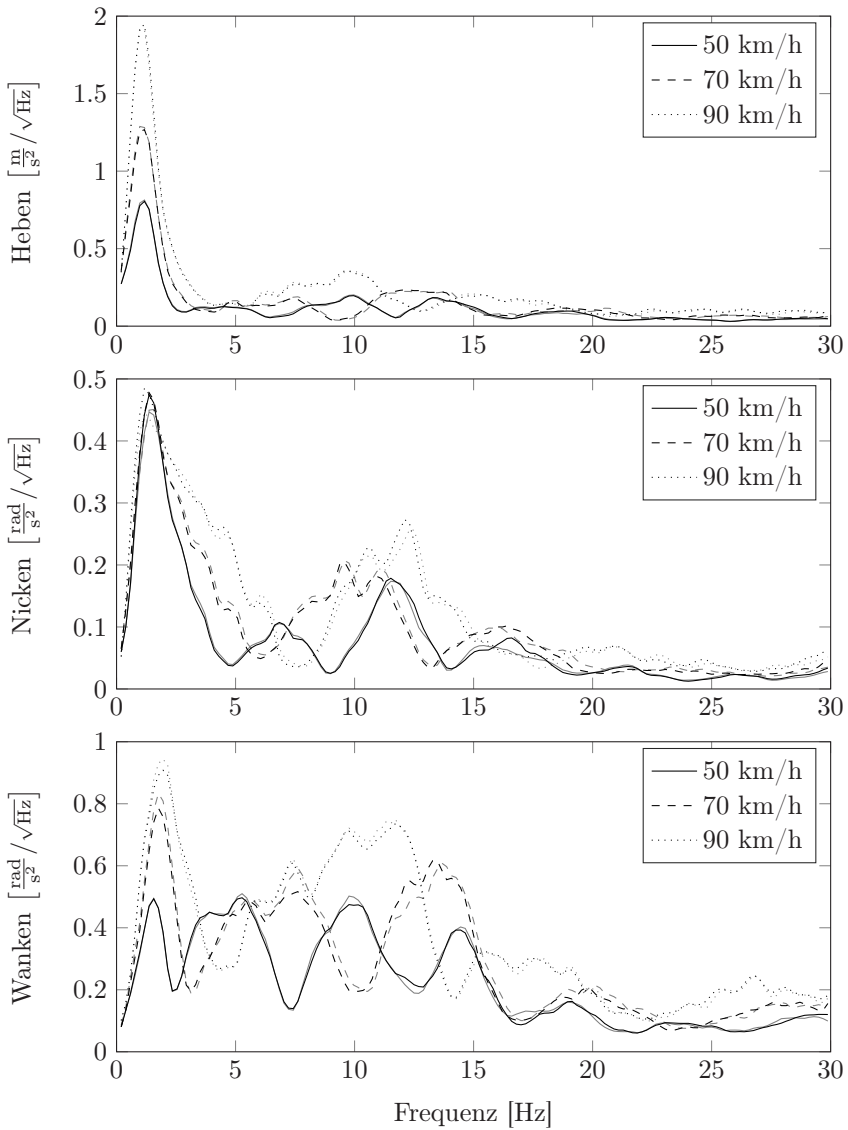


Abbildung 5.7: Spektrale Amplitudendichte der Modalbeschleunigungen Huben, Nicken und Wanken am Beispiel von Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 mit 50, 70 und 90 km/h

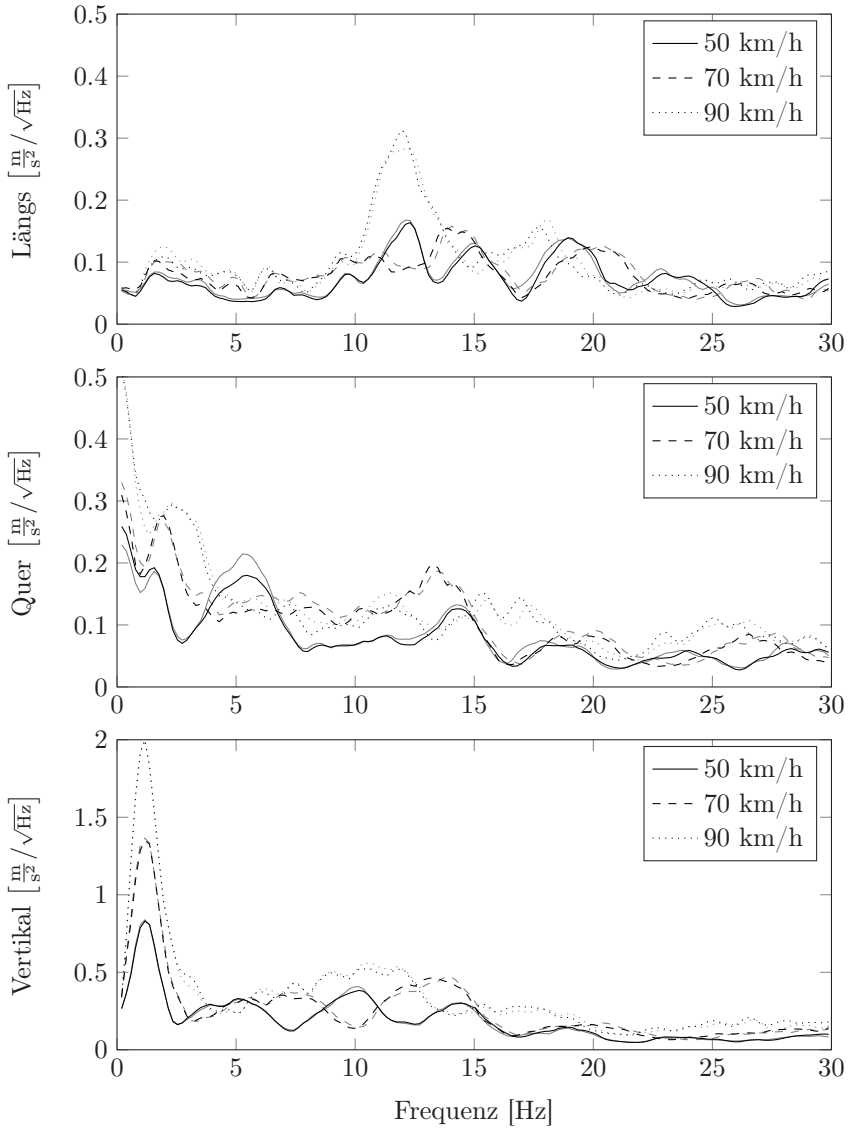


Abbildung 5.8: Spektrale Amplitudendichte der Längs-, Quer- und Vertikalbeschleunigung an der Fahrersitzschiene am Beispiel von Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 mit 50, 70 und 90 km/h

durchgeführt. Die Spektren der Hub- und Wankbeschleunigungen zeigen bei den Frequenzen

$$f = (0,5 + k) \frac{v_{Fzg}}{L} \quad \text{für } k = 0, 1, \dots \quad (5.7)$$

lokale Minima. Die Nickanregung ist bei diesen Frequenzen dafür maximal.

Umgekehrt zeigt die Nickbeschleunigung bei den Frequenzen

$$f = k \frac{v_{Fzg}}{L} \quad \text{für } k = 0, 1, \dots \quad (5.8)$$

Minima, während die Anregung in Hub- und Wankrichtung maximal ist. Die spektrale Amplitudendichte einer Messung mit konstanter Fahrgeschwindigkeit ist dementsprechend nicht geeignet, um das Schwingungsverhalten von Fahrzeugen mit unterschiedlichen Radständen objektiv zu vergleichen.

Mit Hilfe von Übertragungsfunktionen wäre ein solcher Vergleich möglich. Ansätze zur Ermittlung des Übertragungsverhaltens wurden bereits in den Arbeiten von ILIEV [Ili11] und SCHICKEDANZ [Sch13] vorgestellt. ILIEV nimmt dazu an, dass das Fahrzeug für jede Raumrichtung über einen Zwei-Massen-Schwinger abgebildet werden kann. SCHICKEDANZ schätzt das Übertragungsverhalten durch Einzelanregung der vier Räder. Beide kommen zu dem Schluss, dass das Schwingungsverhalten eines Fahrzeugs um einen Arbeitspunkt linearisiert und dementsprechend mit Hilfe von Übertragungsfunktionen charakterisiert werden kann. In beiden Fällen liegen die Fahrbahnunebenheitshöhen als Signale in den Mess- bzw. Simulationsdaten vor.

Die synchrone Erfassung der Fahrbahnunebenheit erhöht den messtechnischen Aufwand für eine objektive Schwingungskomfortbewertung um ein Vielfaches und stellt daher keine Option für die regelmäßige Bewertung des Schwingungsverhaltens im Entwicklungsbetrieb dar. Deshalb wird im Folgenden eine Methode vorgestellt, mit der das Übertragungsverhalten aus

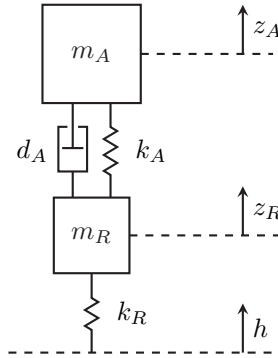


Abbildung 5.9: Schaubild Zwei-Massen-Schwinger

Datensätzen ermittelt werden kann, in denen die Fahrbahnunebenheitshöhen nicht als synchrone Signale vorliegen. Auch dieser Methode liegt die Annahme zu Grunde, dass sich das Schwingungsverhalten eines Fahrzeugs linearisieren lässt.

Mit Hilfe des Zwei-Massen-Schwingers aus Abbildung 5.9 kann das Konzept einfach erläutert werden. Die zugehörigen Bewegungsgleichungen lauten

$$m_A \ddot{z}_A = d_A (\dot{z}_R - \dot{z}_A) + k_A (z_R - z_A), \quad (5.9)$$

$$m_R \ddot{z}_R = d_A (\dot{z}_A - \dot{z}_R) + k_A (z_A - z_R) + k_R (h - z_R). \quad (5.10)$$

Dabei ist m_A die Aufbaumasse, m_R die Radmasse, z_A die Aufbauposition, z_R die Radposition, h die Höhe der Fahrbahn, d_A die Aufbaudämpfung, k_A die Aufbausteifigkeit und k_R die Reifensteifigkeit.

Die Aufbaubewegung ist also nicht direkt von der Höhe der Fahrbahn abhängig, sondern ergibt sich aus der Radbewegung und der Transferfunktion

(TF) zwischen Aufbau und Rad $TF_{A/R}$. Die Gesamt-Transferfunktion zwischen Fahrzeugaufbau und Fahrbahn $TF_{A/H}$ ergibt sich durch Multiplikation mit der Transferfunktion zwischen Rad und Fahrbahn $TF_{R/H}$.

$$\underbrace{\frac{\ddot{z}_A(j\omega)}{h(j\omega)}}_{TF_{A/H}} = \underbrace{\frac{\ddot{z}_A(j\omega)}{\ddot{z}_R(j\omega)}}_{TF_{A/R}} \underbrace{\frac{\ddot{z}_R(j\omega)}{h(j\omega)}}_{TF_{R/H}} \quad (5.11)$$

Durch die Unterteilung können die Teil-Transferfunktionen mit unterschiedlichen Verfahren geschätzt werden. Aus den komplexen Spektren der synchron erfassten Beschleunigungen von Aufbau und Rad kann das Übertragungsverhalten mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate inklusive Phaseninformation bestimmt werden. Für die nicht synchron vorliegende Radbeschleunigung und die Fahrbahnhöhe kann aus den Amplitudenspektren nur das Amplitudenverhältnis ermittelt werden. Während die Phaseninformation bei einem System mit einem Eingang keinen Mehrwert liefert, spielt sie beim Übertrag auf ein Gesamtfahrzeug eine entscheidende Rolle. Aus den Übertragungsfunktionen $TF_{A/R}$ und $TF_{R/H}$ des Zwei-Massen-Schwingers werden die Übertragungsmatrizen $\mathbf{TF}_{A/R}$ und $\mathbf{TF}_{R/H}$ beim Gesamtfahrzeug. Die relevanten Beschleunigungen des Aufbaus werden durch den Vektor $\mathbf{a}_A$ entsprechend Gleichung 4.8 beschrieben. Aufgrund der Symmetrie von Fahrzeugen, ist es zweckmäßig die vertikalen Radbeschleunigungen und die Fahrbahnhöhen entsprechend Gleichung 4.22 in gleichphasige und gegenphasige Größen umzurechnen. Für eine kompaktere Darstellung werden die resultierenden Beschleunigungen beider Achsen zu einem Vektor $\mathbf{r}$ und die resultierenden Fahrbahnhöhen zu einem Vektor $\mathbf{h}^*$ zusammengefasst.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} a_{Rv,gl} & a_{Rv,ge} & a_{Rh,gl} & a_{Rh,ge} \end{bmatrix}^T \quad (5.12)$$

$$\mathbf{h}^* = \begin{bmatrix} h_{v,gl} & h_{v,ge} & h_{h,gl} & h_{h,ge} \end{bmatrix}^T \quad (5.13)$$

Für die Übertragungsmatrizen ergibt sich damit folgender Zusammenhang.

$$\mathbf{a}_A(j\omega) = \mathbf{TF}_{A/R}(j\omega) \mathbf{r}(j\omega) \quad (5.14)$$

$$\mathbf{r}(j\omega) = \mathbf{TF}_{R/F}(j\omega) \mathbf{h}(j\omega) \quad (5.15)$$

Mit Hilfe der Operativen Transferpfad-Analyse (engl. Operational Transfer Path Analysis (OTPA)) lässt sich eine Übertragungsmatrix $\mathbf{TF}(j\omega)$ zwischen den Ausgängen $\mathbf{y}(j\omega)$ und den Eingängen $\mathbf{u}(j\omega)$ auch aus Betriebsdaten schätzen. Im Kontext eines Fahrzeugs versteht man darunter Messdaten, die während des normalen Fahrbetriebs erfasst werden können. Werden die Eingangsvektoren $\mathbf{u}_k(j\omega)$ und die Ausgangsvektoren $\mathbf{y}_k(j\omega)$ von K Messblöcken zu einer Eingangsmatrix $\mathbf{U}(j\omega)$ und einer Ausgangsmatrix $\mathbf{Y}(j\omega)$ zusammengefasst, kann die Gleichung

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(j\omega) & \cdots & \mathbf{y}_K(j\omega) \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}(j\omega)} = \mathbf{TF}(j\omega) \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(j\omega) & \cdots & \mathbf{u}_K(j\omega) \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}(j\omega)} \quad (5.16)$$

mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst und damit die Übertragungsmatrix $\mathbf{TF}(j\omega)$ geschätzt werden [KO10]. Voraussetzung ist, dass die Anzahl der linear unabhängigen Eingangsvektoren $\mathbf{u}_k(j\omega)$ gleich groß oder größer wie die Anzahl der Eingänge ist.

Entsprechend der Methode von Welch (vgl. Abschnitt 2.1), wird eine Messung bei der Schätzung der spektralen Leistungsdichte bereits in einzelne Messblöcke (Teilfolgen) aufgeteilt. Dabei wird für jede gewichtete Teilfolge $x^w[l, k]$ eines Signals $x[n]$ die diskrete Fourier-Transformation $X^w[m, k]$ berechnet. Für eine bessere Übersichtlichkeit wird im folgenden Abschnitt eine vereinfachte Notation eingeführt. X^m sei die Zeile m der Matrix $X^w[m, k]$, also die Koeffizienten der DFTs aller gewichteten Teilfolgen bei der diskreten Frequenz $f[m]$. Für jede diskrete Frequenzstützstelle m können die modalen Aufbaubeschleunigungen so zu einer Ausgangsmatrix $\mathbf{A}^m$ und die Radbeschleunigungen entsprechend zu einer Eingangsmatrix $\mathbf{R}^m$

zusammengefasst werden. Für die Beziehung zwischen Aufbau- und Radbeschleunigung gilt für jede diskrete Frequenzstützstelle m.

$$\mathbf{A}^m = \mathbf{T}\mathbf{F}_{A/R}^m \mathbf{R}^m + \Delta\mathbf{A}^m \quad (5.17)$$

Dabei entspricht das Residuum $\Delta\mathbf{A}^m$ dem Schätzfehler, also der Abweichung zwischen der gemessenen Aufbaubeschleunigungen $\mathbf{A}^m$ und dem Produkt der geschätzten Übertragungsmatrix $\mathbf{T}\mathbf{F}_{A/R}^m$ mit den gemessenen Radbeschleunigungen $\mathbf{R}^m$. Wie bereits in Abschnitt 4.4.2 und Abschnitt 5.2.3 thematisiert, unterscheiden sich die Anregungen an der Vorder- und Hinterachse bei konstanter Fahrgeschwindigkeit nur durch einen Zeitverzug. Im Frequenzbereich lässt sich der Zusammenhang mit der Übertragungsfunktion $TF_{Hh/Hv}^m$ angeben.

$$\begin{bmatrix} H_{h,gl}^m \\ H_{h,ge}^m \end{bmatrix} = \underbrace{\exp\left(-j 2\pi f[\text{m}] \frac{L}{v_{Fzg}}\right)}_{TF_{Hh/Hv}^m} \begin{bmatrix} H_{v,gl}^m \\ H_{v,ge}^m \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Folglich korrelieren auch die Radbeschleunigungen an Vorder- und Hinterachse stark und die Voraussetzung der OTPA sind dementsprechend nicht erfüllt. Aus einer Messung mit konstanter Fahrgeschwindigkeit kann die Übertragungsmatrix deshalb nicht ermittelt werden. Lineare Unabhängigkeit der Eingangsvektoren kann aber erreicht werden, indem die Messblöcke von mehreren Messungen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten zusammengesetzt werden. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass $TF_{Hh/Hv}^m$ eine periodische Funktion ist. Für eine Fahrgeschwindigkeit $v_{Fzg,1}$ und eine höhere Fahrgeschwindigkeit $v_{Fzg,2}$ ist $TF_{Hh/Hv}^m$ das erste Mal gleich, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{L}{v_{Fzg,1}} f[\text{m}] - 1 = \frac{L}{v_{Fzg,2}} f[\text{m}] \quad (5.19)$$

Durch Auflösen nach $f[\text{m}]$ und Umformen ergibt sich:

$$f[\text{m}] = \frac{v_{Fzg,1} \cdot v_{Fzg,2}}{L(v_{Fzg,2} - v_{Fzg,1})}. \quad (5.20)$$

Für zwei Fahrgeschwindigkeiten ist $TF_{Hh/Hv}^{\text{m}}$ bei ganzzahligen Vielfachen dieser Frequenz gleich. Damit $TF_{Hh/Hv}^{\text{m}}$ bei keiner Frequenz $f[\text{m}]$ für alle Fahrgeschwindigkeiten gleich ist, müssen mindestens drei Messungen mit geeigneten Fahrgeschwindigkeiten verwendet werden. Für alle Fahrzeuge mit einem Radstand von bis zu vier Metern, wird diese Bedingung zum Beispiel mit den Fahrgeschwindigkeiten 50, 70 und 90 km/h erfüllt. Bis 30 Hz ist $TF_{Hh/Hv}^{\text{m}}$ bei einem Radstand von 4 m nach Gleichung 5.20 für 50 und 70 km/h bei 12,2 und 24,3 Hz gleich und für 50 und 90 km/h bei 7,8, 15,6 und 23,4 Hz.

Schließlich kann die Übertragungsmatrix $\mathbf{TF}_{A/R}^{\text{m}}$ durch Minimierung des Residuums $\Delta \mathbf{A}^{\text{m}}$ in Gleichung (5.17) wie folgt geschätzt werden.

$$\mathbf{TF}_{A/R}^{\text{m}} = \mathbf{A}^{\text{m}} (\mathbf{R}^{\text{m}})^* (\mathbf{R}^{\text{m}} (\mathbf{R}^{\text{m}})^*)^{-1} \quad (5.21)$$

Dabei ist $(\mathbf{R}^{\text{m}})^*$ die adjungierte Matrix von $\mathbf{R}^{\text{m}}$. Mit dem Ergebnis können die berechneten Ausgänge $\mathbf{A}'^{\text{m}}$ und die Matrix der Residuen $\Delta \mathbf{A}^{\text{m}}$ berechnet werden.

$$\Delta \mathbf{A}^{\text{m}} = \mathbf{A}^{\text{m}} - \underbrace{\mathbf{TF}_{A/R}^{\text{m}} \cdot \mathbf{R}^{\text{m}}}_{\mathbf{A}'^{\text{m}}} \quad (5.22)$$

Die Anteile der Radträgerbeschleunigungen, die durch die Fahrbahnnähe an der jeweils anderen Achse entstehen sind bei konventionellen Fahrzeugen sehr gering. Aufgrund der Symmetrie von Fahrzeugen, erzeugt eine gleichphasige Anregung außerdem keine gegenphasige Radschwingung und eine gegenphasige Anregung umgekehrt keine gleichphasige Radschwingung. Dadurch wird eine Berechnung der Radschwingungen

möglich, die sich durch Anregung mit demselben Fahrbahnprofil aber entsprechend der Anregungsarten aus Tabelle 4.2 ergeben hätten. Die Vorgehensweise wird im Folgenden am Beispiel einer Hebe-Anregung vorgestellt. Die Radschwingungen $\mathbf{R}_{Heben}^m$, die sich bei einer reinen Hebe-Anregung ergeben würden, können gemäß

$$\mathbf{R}_{Heben}^m = \text{diag} \left(1, \quad 0, \quad 1/TF_{Hh/Hv}^m, \quad 0 \right) \mathbf{R}^m \quad (5.23)$$

aus den gemessenen Radschwingungen $\mathbf{R}^m$ und der Übertragungsfunktion zwischen Vorder- und Hinterachsanregung $TF_{Hh/Hv}^m$ geschätzt werden. Durch Multiplikation mit der Übertragungsmatrix $\mathbf{TF}_{A/R}^m$ folgt die Schätzung der Aufbaubeschleunigungen $\mathbf{A}_{Heben}^m$ bei einer reinen Hebe-Anregung.

$$\mathbf{A}_{Heben}^m = \mathbf{TF}_{A/R}^m \cdot \mathbf{R}_{Heben}^m \quad (5.24)$$

Damit lassen sich nach Gleichung 2.14 die spektralen Leistungsdichten der geschätzten Aufbaubeschleunigungen Φ_{a_i} , bei reiner Hebe-Anregung berechnen. Liegt die spektrale Leistungsdichte der gleichphasigen Fahrbahnanregung $\Phi_{h_{gl}}(\Omega)$ als Funktion der Wegkreisfrequenz Ω vor, kann diese mit Hilfe der Fahrgeschwindigkeit v_{Fzg} in den Frequenzbereich überführt werden.

$$\Phi_{h_{gl}}[\text{m}] = \frac{2\pi}{v_{Fzg}} \Phi_{h,gl}(\Omega) \quad \text{mit} \quad \Omega = \frac{2\pi}{v_{Fzg}} f [\text{m}] \quad (5.25)$$

Damit kann schließlich der Betrag der Übertragungsfunktionen zwischen Aufbaubeschleunigungen und Fahrbahnhöhe berechnet werden.

$$\left| TF_{a_i/h_{Heben}} \right| = \sqrt{\Phi_{a_i}/\Phi_{h_{gl}}} \quad (5.26)$$

Zur Verifikation der Methodik wurde das Fahrzeugmodell aus Kapitel 3 genutzt. Da die Methodik Linearität voraussetzt, wurde das Modell für die Verifikation so parametrisiert, dass Linearität gewährleistet ist. Entsprechend des Prüfprogramms aus Abschnitt 4.4.2 wurden damit acht Fahrten

auf der Landstraße L1175 mit den konstanten Geschwindigkeiten zwischen 30 und 100 km/h simuliert. Die Beschleunigungssignale des Aufbaus und der Radträger wurden wie beschrieben in den Frequenzbereich transformiert. Bei ersten Untersuchungen hat sich gezeigt, dass mit einer Verdopplung der Fensterlänge aus Tabelle 5.4 bessere Ergebnisse erzielt werden können. Für die Schätzung der Übertragungsmatrix zwischen Aufbau und Rad mit der OTPA wurde die FFT deshalb mit einer Fensterlänge von 2000 Messwerten angewendet. Mit der Übertragungsmatrix wurden schließlich die spektralen Leistungsdichten der Aufbaubeschleunigungen berechnet, die sich theoretisch bei den verschiedenen Anregungsarten (Huben, Nicken, etc.) ergeben würden. Aus dem linken und rechten Fahrbahnprofil wurden die von der Wegkreisfrequenz abhängigen spektralen Leistungsdichten für die gleich- und gegenphasige Anregung berechnet und gemäß Gleichung 5.25 für jede Fahrgeschwindigkeit in den Frequenzbereich überführt. Aus den spektralen Leistungsdichten der Aufbaubeschleunigungen und der Fahrbahnhöhe wurde entsprechend Gleichung 5.26 schließlich die Übertragungsfunktion berechnet und anschließend über alle Fahrgeschwindigkeiten gemittelt. In einer zweiten Simulationsreihe wurden alle vier Räder mit dem Mittelwert der linken und rechten Fahrspur angeregt und die spektrale Leistungsdichte der Fahrbahnhöhe wurde für jede Fahrgeschwindigkeit direkt aus dem resultierenden Signal im Zeitbereich bestimmt. So konnten die Transferfunktionen zwischen Aufbaubeschleunigung und Fahrbahn nach Gleichung 5.26 direkt berechnet werden.

Abbildung 5.10 zeigt für beide Varianten exemplarisch das Ergebnis der Längs-, Vertikal- und Nickbeschleunigung bei einer reinen Hebe-Anregung. Für die Darstellung der Amplitudenverhältnisse wurde wieder die Anregungsgeschwindigkeit als Bezugsgröße gewählt.

Die Norm der Abweichung zwischen OTPA und TF in Relation zur Norm der TF beträgt für die Vertikalbeschleunigung 1,1 %, für die Nickbeschleunigung 13,1 % und für die Längsbeschleunigung 3,0 %. Aus den verwendeten Betriebsdaten können mit der OTPA für ein vollständig lineares System also nicht alle Übertragungspfade korrekt geschätzt werden. Die

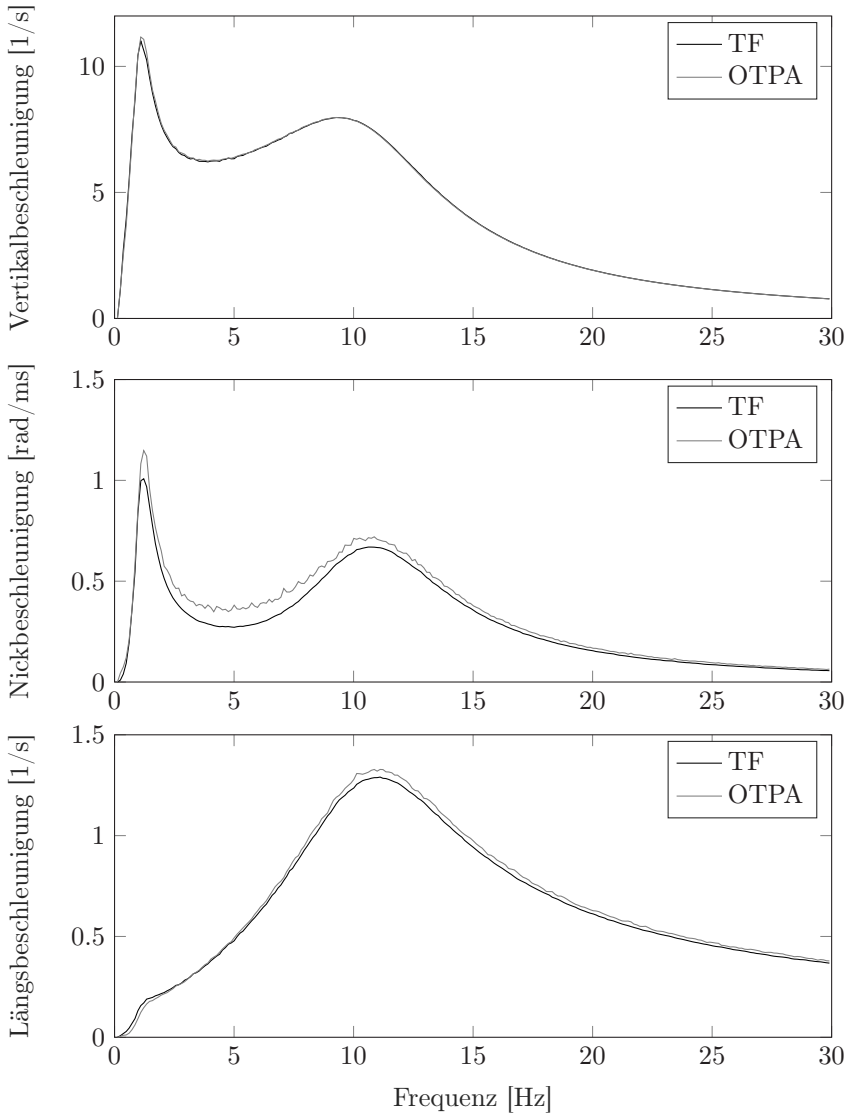


Abbildung 5.10: Verifikation der Methodik am Beispiel der Vertikal-, Nick- und Längs-Übertragungsfunktion bei einer Hebe-Anregung

Übertragungsfunktionen, die im vorherigen Abschnitt für die Berechnung von Kennwerten auf dem Prüfstand verwendet wurden, konnten allerdings mit einer sehr geringen Abweichung von weniger als 2 % ermittelt werden. Mit dieser Methode können die Kennwerte für Messungen auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand aus Tabelle 5.3 dementsprechend auch auf Messungen von Fahrten auf Fahrbahnen mit regelloser Anregung angewendet werden. Der Fehler bei der Schätzung des Übertragungsverhaltens steht durchaus im Verhältnis zu den Vereinfachungen, die der Methode zu Grunde liegen. Es darf also davon ausgegangen werden, dass die mathematischen Zusammenhänge korrekt für die Auswertung der Daten umgesetzt wurden.

Sofern mit einem klar definierten Prüfprogramm reproduzierbare Versuche auf Fahrbahnen eines Prüfgeländes durchgeführt werden können, ist eine Charakterisierung des Schwingungsverhaltens von Fahrzeugen auch möglich, ohne dass die Aufbaubeschleunigungen in Relation zur Unebenheit der Fahrbahn dargestellt werden. Dazu wird im Folgenden eine einfachere Methode als Alternative zur Ermittlung der Übertragungsmatrix vorgestellt.

Die Leistungsdichte einer Fahrbahn mit Welligkeit $w=2$ nimmt gemäß Gleichung 4.16 und Gleichung 5.25 linear mit der Fahrgeschwindigkeit zu. Durch Gewichtung der spektralen Leistungsdichten der Aufbaubeschleunigungen mit dem Kehrwert der Fahrgeschwindigkeit der einzelnen Messung, wird die Leistungsdichte der Anregung vereinfacht berücksichtigt. Nach der Gewichtung haben die Amplituden der einzelnen Messung eine ähnliche Größenordnung und dem Einfluss des Radstands kann durch Mittelwertbildung begegnet werden. Für ein Signal $x[n]$ berechnet sich die mittlere gewichtete spektrale Amplitudendichte $\bar{\Gamma}_x[m]$ bei den diskreten Frequenzstützstellen m aus den spektralen Leistungsdichten $\Phi_{x,k}[m]$ von K Messungen mit konstanter Fahrgeschwindigkeit $v_{Fzg,k}$.

$$\bar{\Gamma}_x[m] = \sqrt{\frac{2}{\sum_{k=1}^K 1/v_{Fzg,k}} \sum_{k=1}^K \frac{\Phi_{x,k}[m]}{v_{Fzg,k}}} \quad (5.27)$$

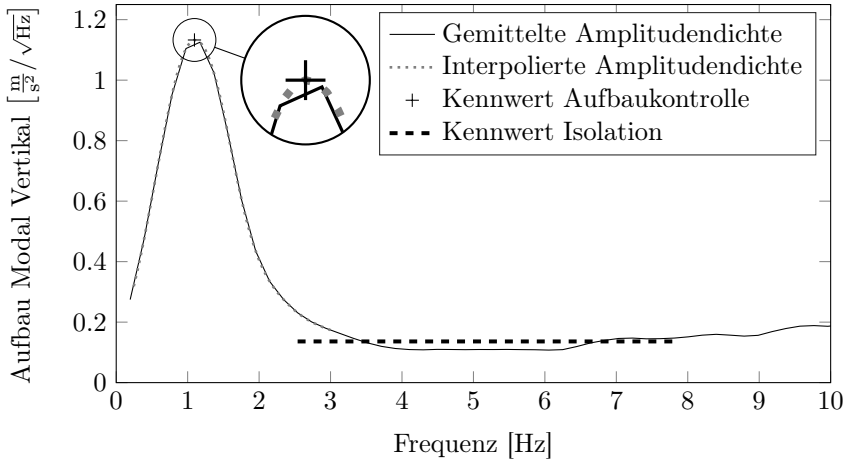


Abbildung 5.11: Objektive Kriterien für Aufbaukontrolle und Isolation basierend auf der gemittelte spektrale Amplitudendichte am Beispiel Vertikalbeschleunigung

Das Ergebnis ist eine spektrale Darstellung der Beschleunigungen, die der Übertragungsfunktion in ihrem Verlauf ähnlich ist. Da es bei dieser Darstellung keinen Bezug zur Fahrbahn gibt, können die Frequenzbereiche für Aufbaukontrolle und Isolation nicht aus den spektralen Amplitudendichten identifiziert werden. Darauf basierende Kennwerten können dementsprechend nur mit festen Frequenzgrenzen berechnet werden. Für die objektive Charakterisierung der Aufbaukontrolle kann die Amplitude des Maximums $\bar{\Gamma}_{x|\max}$ und die zugehörige Frequenz $f_{x|\max}$ der gemittelten spektralen Amplitudendichte verwendet werden. Durch die relativ schlechte Frequenzauflösung von $\Delta f = 0.2$ Hz werden Änderungen der Aufbaueigenfrequenzen in der diskreten Darstellung nicht direkt sichtbar. Mit Hilfe einer Spline-Interpolation, kann der Verlauf des Spektrums aus den benachbarten Stützstellen geschätzt und die Auflösung künstlich erhöht werden. Die Kennwerte zur Charakterisierung der Aufbaukontrolle werden auf gleiche Weise für die Vertikal-, Nick-, und Wankbeschleunigung ermittelt.

Die Kennwerte für alle weiteren Schwingungsphänomene basieren auf dem quadratischen Mittelwert der spektralen Amplitudendichte in einem definierten Frequenzbereich. Die Frequenzbereiche wurden entsprechend der Herleitung in Abschnitt 5.2.1 aus für PKWs üblichen Aufbau- und Radeigenfrequenz abgeleitet. Für das Intervall von der unteren Grenzfrequenz $f_u = f[m_u]$ bis zur oberen Grenzfrequenz $f_o = f[m_o]$ ist der Kennwert $M_x[f_u, f_o]$ für das Signal $x[n]$ wie folgt definiert.

$$M_x[f_u, f_o] = \sqrt{\frac{1}{m_o - m_u + 1} \sum_{m=m_u}^{m_o} \bar{\Gamma}_x[m]^2} \quad (5.28)$$

Damit besteht ein linearer Zusammenhang zwischen dem Kennwert $M_x[f_u, f_o]$ und dem Effektivwert $\tilde{x}[f_u, f_o]$ des Signals $x[n]$ im Frequenzbereich von f_u bis f_o Hertz. Entsprechend Gleichung 2.8 gilt

$$\tilde{x}[f_u, f_o] = \frac{f_o - f_u + \Delta f}{2} M_x[f_u, f_o]. \quad (5.29)$$

Der Kennwert ist damit konsistent mit allen in Abschnitt 2.2 vorgestellten Bewertungskriterien, die ebenfalls auf der Berechnung von Effektivwerten basieren. Für die Charakterisierung der Isolation wurde der Frequenzbereich von $f_u = 2.6$ Hz bis $f_o = 8$ Hz definiert. Die untere Grenzfrequenz liegt bis zu einer Aufbaueigenfrequenz von ca. 1,8 Hz im Isolationsbereich, also dem Frequenzbereich, für den die TF zwischen Aufbau und Fahrbahn kleiner 1 ist. Dies gilt für die meisten PKW. Nur wenige sehr sportlich abgestimmten Modelle haben höhere Aufbaueigenfrequenzen. Die obere Grenzfrequenz ergibt sich aus dem darüber angrenzenden Frequenzbereich, der im Folgenden beschrieben wird. Der Kennwert zur Charakterisierung der Isolation kann für die Vertikal-, Nick- und Wankbeschleunigung berechnet werden.

Die Schwingungsphänomene „Schütteln“ und „Rauigkeit“ werden auf Basis der drei translatorischen Beschleunigungen an der Fahrersitzschiene $\mathbf{a}_{Aml}$ bewertet. Für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens

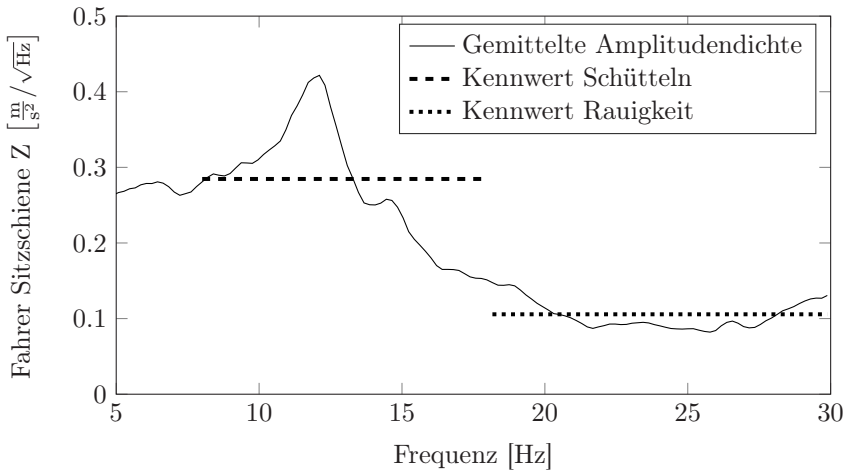


Abbildung 5.12: Objektive Kriterien für Solidität und Rauigkeit basierend auf der gemittelten spektralen Amplitudendichte am Beispiel der Vertikalbeschleunigung

im Frequenzbereich des Phänomens „Schütteln“ werden für jede Raumrichtung Kennwerte in den Grenzen von $f_u = 8.2$ Hz bis $f_o = 18$ Hz berechnet. Diese wurden entsprechend Abschnitt 2.2 aus einer für PKW typischen Resonanzfrequenz von 13 Hz abgeleitet. Aus der oberen Grenzfrequenz ergibt sich auch der darüber liegende Frequenzbereich. Die Kennwerte der drei Sitzschienenbeschleunigungen im Frequenzbereich von $f_u = 18.2$ Hz bis $f_o = 30$ Hz werden dem Schwingungsphänomen „Rauigkeit“ zugeordnet.

Alle Kennwerte, die auf Basis der gewichteten Amplitudenspektren berechnet werden können, sind in Tabelle 5.5 zusammengefasst.

5.2.4 Anwendung und Bewertung der Methoden

Um die vorgeschlagenen Methoden bewerten zu können, wurde das Prüfprogramm mit unterschiedlichen Fahrzeugen und in verschiedenen Konfigurationen auf dem Prüfstand und dem Prüfgelände durchgeführt. Die

Tabelle 5.5: Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf Basis gewichteter Einzelmessungen auf Fahrbahnen mit unregelmäßiger Anregung

Schwingungsphänomen	Kennwert
Aufbaukontrolle Heben	$\bar{\Gamma}_{a_{A,z}} \max$
Aufbaukontrolle Nicken	$\bar{\Gamma}_{\alpha_{A,y}} \max$
Aufbaukontrolle Wanken	$\bar{\Gamma}_{\alpha_{A,x}} \max$
Isolation Heben	$M_{a_{A,z}} [2.6, 8]$
Isolation Nicken	$M_{\alpha_{A,y}} [2.6, 8]$
Isolation Wanken	$M_{\alpha_{A,x}} [2.6, 8]$
Eigenfrequenz Heben	$f_{a_{A,z}, \max}$
Eigenfrequenz Nicken	$f_{\alpha_{A,y}, \max}$
Eigenfrequenz Wanken	$f_{\alpha_{A,x}, \max}$
Schütteln Längs	$M_{a_{Aml,x}} [8.2, 18]$
Schütteln Quer	$M_{a_{Aml,y}} [8.2, 18]$
Schütteln Vertikal	$M_{a_{Aml,z}} [8.2, 18]$
Rauigkeit Längs	$M_{a_{Aml,x}} [18.2, 30]$
Rauigkeit Quer	$M_{a_{Aml,y}} [18.2, 30]$
Rauigkeit Vertikal	$M_{a_{Aml,z}} [18.2, 30]$

so erzeugten Messdaten wurden, wie in den vorherigen Abschnitten beschrieben, ausgewertet. Die wesentlichen Erkenntnisse werden im Folgenden am Beispiel von Daten eines Fahrzeugs vorgestellt, welches mit einem semiaktiven Dämpfungssystem ausgestattet war und im Fahrprogramm für maximalen Komfort, sowie im Fahrprogramm für maximale Sportlichkeit vermessen wurde. Durch Vorgabe einer konstanten Fahrgeschwindigkeit von 100 km/h im Steuergerät des Dämpfungssystems, konnte das System auch für die Messungen auf dem Prüfstand aktiviert werden.

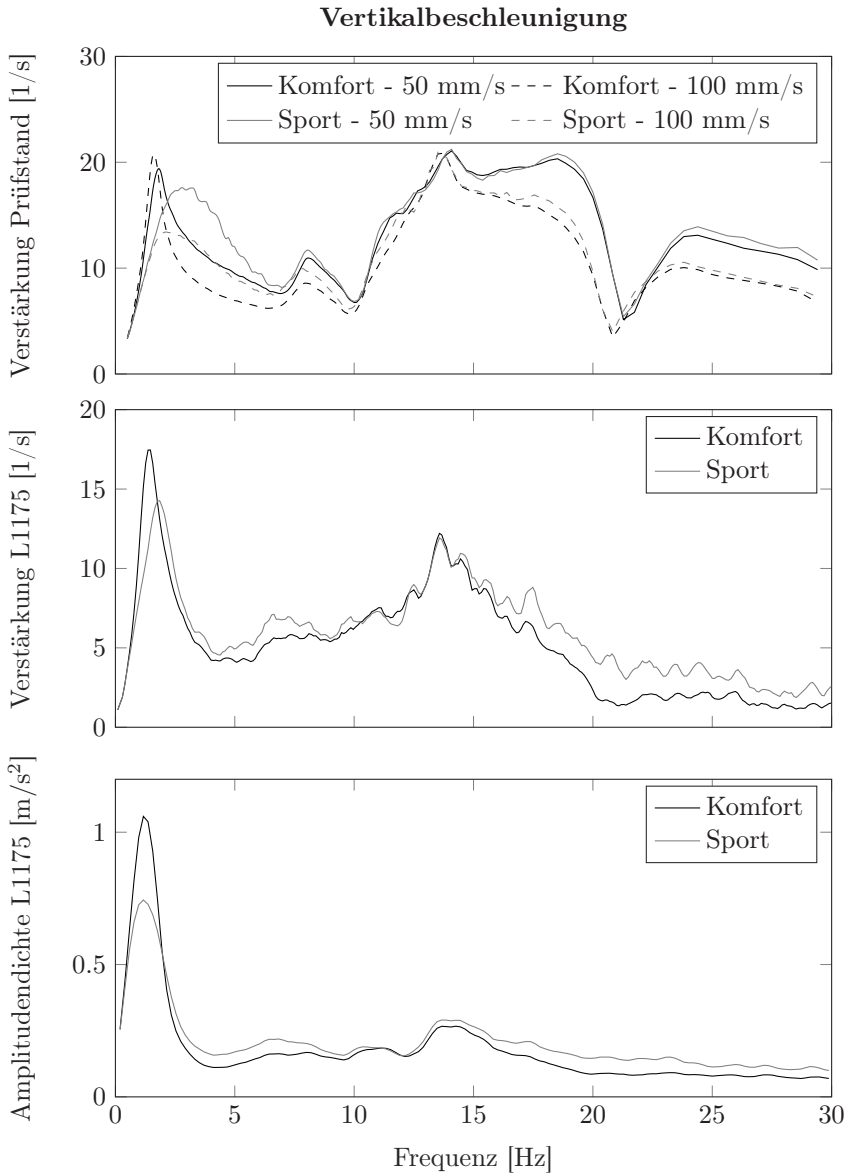


Abbildung 5.13: Vergleich der verschiedenen Methoden am Beispiel der Vertikalbeschleunigung

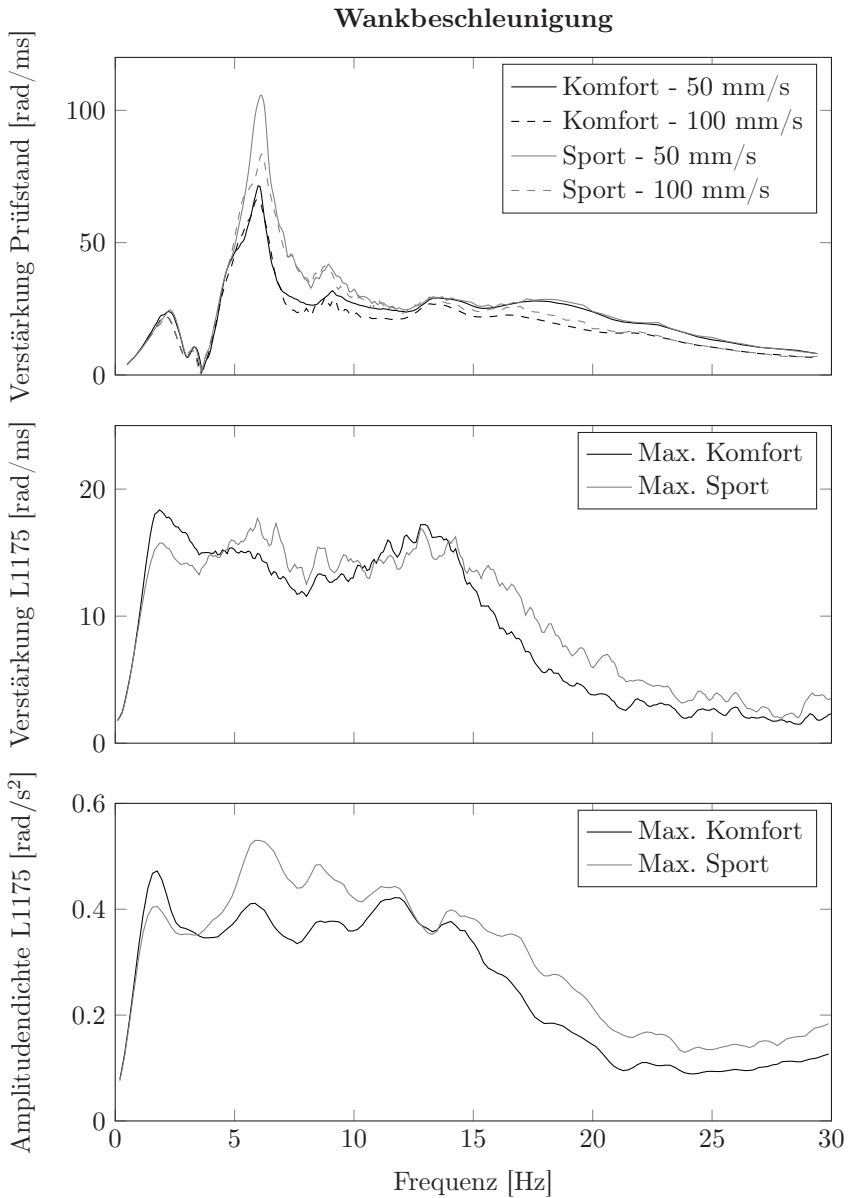


Abbildung 5.14: Vergleich der verschiedenen Methoden am Beispiel der Wankbeschleunigung

Die ermittelten Übertragungsfunktionen bzw. die spektralen Amplitudendichten sind in Abbildung 5.13 für die Vertikalbeschleunigung und in Abbildung 5.14 für die Wankbeschleunigung dargestellt. Die obere Grafik zeigt jeweils das Übertragungsverhalten, welches auf dem Prüfstand mit einer Anregungsgeschwindigkeit von 50 mm/s und einer Anregungsgeschwindigkeit von 100 mm/s ermittelt wurde. Die Grafik in der Mitte zeigt das Äquivalent, welches mit Hilfe der OTPA aus Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 ermittelt wurde. Das gewichtete Mittel der spektralen Amplitudendichten, welches ebenfalls aus den Messungen auf der Straße erzeugt wurde, ist in der unteren Grafik dargestellt.

Die beiden Abbildungen zeigen deutlich, dass sich die Ergebnisse auf dem Prüfstand deutlich von den Ergebnissen aus dem Fahrversuch unterscheiden. Insbesondere das Wankverhalten entspricht nicht den Erwartungen. Die maximale Amplitude wird nicht im Bereich der Wank-Eigenfrequenz, sondern bei circa 6 Hz erreicht. Ungefähr bei 3,5 Hz ist die Verstärkung außerdem quasi Null. Bei dieser Frequenz wankt das Fahrzeug also nicht, obwohl es durch den Prüfstand angeregt wird. In Abschnitt 5.2.2 wurde bereits erwähnt, was Ursachen für unterschiedliches Schwingungsverhalten eines Fahrzeugs auf diesem Prüfstand und realen Fahrbahnen sind. Da die Funktion der Fahrwerksregelsysteme in diesem Fall gewährleistet war, kommt von den genannten Punkten nur der Einfluss des „nicht rollenden Rades“ als Ursache in Frage.

Zur Bestätigung dieser Hypothese, wurde der Prüfstandsversuch mit dem in Kapitel 3 vorgestellten Modell simuliert. Um das stehende Rad abzubilden, wurde das Reifenmodell durch einfache Feder-Dämpfer-Elemente im Radaufstandspunkt ersetzt. Die Parameter für die Steifigkeiten und die vertikale Dämpfung wurden aus dem Reifenmodell übernommen. Für die Quer- und Längs-Dämpfung wurde dasselbe Verhältnis zur Steifigkeit wie für die vertikale Richtung angenommen. Zum Vergleich wurde anschließend wieder das SWIFT-Reifenmodell genutzt, um das Verhalten mit rollendem

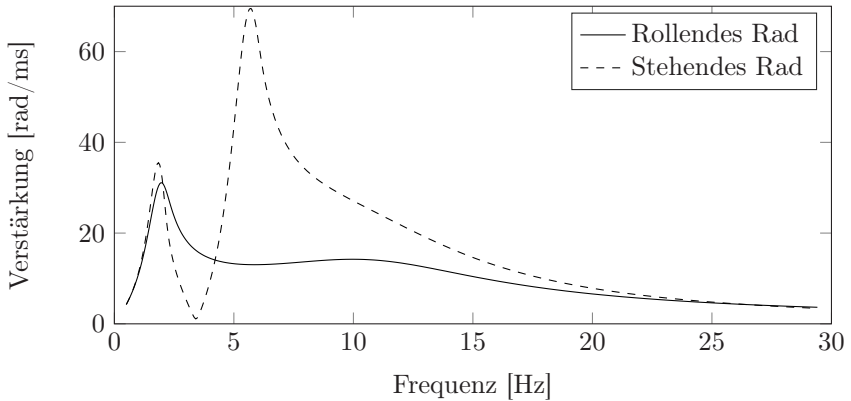


Abbildung 5.15: Simulation einer Wankanregung auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand mit stehendem und rollendem Rad

Rad zu simulieren. Als Fahrgeschwindigkeit wurden dafür 100 km/h gewählt. Die Auswertung der Simulationsergebnisse in Abbildung 5.15 beweist, dass eine einfache Modellierung der Reifensteifigkeiten ausreicht, um das untypische Wankverhalten auf dem Prüfstand abzubilden. Mit dieser Erkenntnis kann das stark unterschiedliche Verhalten auch erklärt werden. Da sich der Reifen bei rollendem Rad wie ein Dämpfer verhält und bei stehendem Rad wie eine Feder, ergeben sich andere Eigenmoden. Im Stand ergibt sich bei einer Eigenfrequenz von circa 6 Hz eine weitere schwach gedämpfte Eigenmode, bei der das Gesamtfahrzeug in Querrichtung und um die x-Achse gegen die Quersteifigkeit des Reifens schwingt. Der Verlauf der Verstärkung in Abbildung 5.15 zeigt dementsprechend die Überlagerung dieser Schwingform mit der ebenfalls vorhandenen Wankschwingung des Aufbaus gegen die Tragfedern.

Die für diese Arbeit zur Verfügung stehende Vierstempel-Hydropulsanlage ist für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens folglich nicht geeignet. MTS[®], der Hersteller dieses Prüfstands, bietet jedoch auch einen Flachbahnkomfortprüfstand an, der die selbe Anregung mit rollendem Rad ermöglicht. Unter der Voraussetzung, dass man die Funktion der

Fahrwerks-Regelsysteme gewährleisten kann, könnte die Fahrzeugreaktion auf eine rein vertikale Anregung mit einem solchen Prüfstand systematisch bewertet werden. Für die Ermittlung des Übertragungsverhaltens in Abhängigkeit der Anregungsamplitude gibt es nach den Erkenntnissen dieser Arbeit keine Alternative zu einem Gesamtfahrzeug-Prüfstand.

Obwohl mit den Ergebnisse auf dem hier verwendeten Prüfstand keine direkten Rückschlüsse auf das Verhalten des Fahrzeugs auf der Straße getroffen werden können, zeigt die Verstärkung der Vertikalbeschleunigung dennoch, wie ausgeprägt die Abhängigkeit von der Anregungsamplitude ist. Eine Halbierung der Anregungsamplitude erhöht die Verstärkung in den Frequenzbereichen zwischen der Aufbau- und Radeigenfrequenz und über der Radeigenfrequenz deutlich. Dies ist im wesentlichen auf die Reibung der Radaufhängung zurückzuführen [APKW15]. Mit geringer Anregungsamplitude erhöht sich der Anteil der Reibkraft an der Gesamtkraft und dadurch verschlechtert sich die Isolationswirkung. Das bedeutet, dass sich die Verstärkung auf der Landstraße des Prüfgeländes in ähnlicher Größenordnung ändert, wenn bei halber Fahrgeschwindigkeit auch die Anregungsamplitude näherungsweise halb so groß wird. Für beide vorgestellten Methoden zur Charakterisierung des Schwingungsverhaltens auf Fahrbahnen mit unregelmäßiger Anregung sind Messungen mit unterschiedlichen Fahrgeschwindigkeiten zwingend für die Ermittlung der Übertragungsfunktionen bzw. der gemittelten Amplitudendichten erforderlich. Auch die Übertragungsfunktionen beschreiben also nur das durchschnittliche Schwingungsverhalten des Fahrzeugs für die Fahrbahn und die Fahrgeschwindigkeiten, aus denen sie ermittelt wurden.

Außerdem fällt auf, dass der Unterschied zwischen den beiden Fahrprogrammen auf dem Prüfstand mit zunehmender Frequenz immer weiter abnimmt, während im Fahrversuch auch über der Radeigenfrequenz ein deutlicher Unterschied ermittelt wurde. Dieser Unterschied kann mit der Funktionsweise des semiaktiven Dämpfungssystems erklärt werden: Wie bei den meisten semiaktiven Dämpfungssystemen basiert der Algorithmus

auf dem Sky-Hook-Prinzip [EKYN94]. Dabei werden die Geschwindigkeiten des Aufbaus geschätzt und daraus Sollkräfte berechnet, die der Bewegung entgegen wirken. Die Regelventile der Dämpfer werden dann so angesteuert, dass die Dämpferkräfte den Sollkräften bestmöglich entsprechen. Bei der harmonischen Anregung auf dem Prüfstand, schwingt das Fahrzeug zu jedem Zeitpunkt nur mit einer diskreten Frequenz. Mit steigenden Frequenzen werden die Aufbaugeschwindigkeiten und dementsprechend auch die Sollkräfte immer kleiner. Dies führt dazu, dass sich der Ventilstrom mit steigender Frequenz dem Werte annähert, welcher der minimalen Dämpferkennung entspricht. Auf der Fahrbahn L1175 des Prüfgeländes wird das Fahrzeug hingegen breitbandig angeregt. Auch hier ergeben sich die Sollkräfte aus den Aufbaugeschwindigkeiten, die im Bereich der Aufbau-eigenfrequenzen am größten sind. Die Kräfte, die von den Dämpfern gestellt werden können hängen allerdings von den Dämpfergeschwindigkeiten ab, deren Amplituden bis über den Radeigenfrequenzbereich hinaus eine ähnliche Größenordnung haben. Selbst für den idealen Fall ohne Systemdynamik kann die Dämpferkraft nur der Sollkraft entsprechen, wenn die Dämpfergeschwindigkeit das passende Vorzeichen hat und das ist bei breitbandiger Anregung nur zu ungefähr 50 Prozent der Fall. Auch bei semiaktiven Dämpfungssystemen geht eine Verbesserung der Aufbaukontrolle bei breitbandiger Anregung mit einer Verschlechterung von Isolation und Rauigkeit einher.

Am Beispiel des semiaktiven Dämpfungssystems wird deutlich, dass moderne Fahrwerksysteme stark nichtlineares Verhalten verursachen können. Bei der elektromechanischen aktiven Wankstabilisierung kommt eine Regelstrategie zum Einsatz, bei der die Ansteuerung des Aktors an der Hinterachse direkt von den Bewegungsgrößen der Voraderachse abhängt [3]. Für Fahrzeuge mit diesem System kann nicht mehr angenommen werden, dass die vertikalen Radbeschleunigungen einer Achse nicht von denen der anderen Achse beeinflusst werden. Die Berechnung der theoretischen Radbeschleunigung bei einer reinen Wankanregung analog Gleichung 5.24 ist

damit nicht mehr zulässig und eine daraus berechnete Übertragungsfunktion verliert ihre Aussagekraft.

Vergleicht man die Verstärkungen, die im Fahrversuch ermittelt wurden, mit den gemittelten Amplitudendichten, stellt man fest, dass der Einfluss des Fahrprogramms in beiden Darstellungen mit derselben Tendenz wiedergegeben wird. Während für die Berechnung der Übertragungsfunktion bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein müssen, damit das Ergebnis belastbar ist, fasst die gewichtete gemittelte Amplitudendichte das Schwingungsverhalten verschiedener Einzelmessungen zuverlässig zusammen. Die Risiken bei der Verwendung der Übertragungsfunktionen bezüglich Belastbarkeit überwiegen also die Vorteile der üblichen Form zur Quantifizierung des Übertragungsverhaltens. Für die Charakterisierung moderner Fahrwerks- und Fahrwerksregelsysteme, wird entsprechend die Verwendung der Kriterien basierend auf der Methode der gemittelten Amplitudendichten empfohlen.

5.3 Objektive Kriterien für Einzelanregung

Für die Analyse des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen eignet sich die Darstellung im Zeitbereich. Da die Frequenzen der wahrnehmbaren Schwingungen deutlich über den Aufbaueigenfrequenzen liegen, werden die Beschleunigungen für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen mit einem Bandpass (5. Ordnung) mit den Eckfrequenzen 5 und 50 Hz gefiltert. Die Abtastrate von $f_s = 2000$ Hz wird beibehalten.

Die Überfahrt von Einzelhindernissen wird im Fahrzeug im ersten Moment als Stoß und im weiteren Verlauf als abklingende periodische Schwingung wahrgenommen. Bei Fahrgeschwindigkeiten bis maximal 50 km/h sind beide Schwingungsphänomene für jede Achse separat spürbar.

Um eine Vergleichbarkeit zwischen verschiedenen Messungen zu gewährleisten, werden die Signale zunächst auf den Zeitpunkt synchronisiert, an dem die jeweilige Achse das Hindernis überfährt. Der Zeitpunkt kann unabhängig von der Art des Hindernisses aus der vertikalen Radträgerbeschleunigung identifiziert werden. Dazu wird die Radträgerbeschleunigung durch eine zusätzliche Filterung mit einem 20 Hz Tiefpass (5. Ordnung) im Wesentlichen auf die Schwingform der vertikalen Radeigenfrequenz reduziert. Diese liegt bei handelsüblichen PKW im Bereich zwischen 10 und 20 Hz. Empirische Versuche haben gezeigt, dass der erste Extremwert der gefilterten Beschleunigung $a_{R,z}$, welcher 30 % des absoluten Maximums überschreitet, für die Synchronisierung geeignet ist. Über die Vorzeichenänderung der Steigung können die Indizes der Extremwerte n_{Ext} mit der folgenden Gleichung gefunden werden.

$$n_{Ext} = n[sgn(a_{R,z}[n+1] - a_{R,z}[n]) \neq sgn(a_{R,z}[n] - a_{R,z}[n-1])] \quad (5.30)$$

Abbildung 5.16 zeigt den Verlauf der unfilterten und der gefilterten vertikalen Radträgerbeschleunigung beim Überfahren einer positiven Kante, sowie die identifizierten Extremwerte. Für alle im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen war der Extremwert, der über folgende Bedingung ermittelt wurde, für die Synchronisierung geeignet.

$$|a_z[n_{Ext}]| > 0.3 \max(|a_z[n]|) \quad (5.31)$$

Aus dem Vorzeichen dieses Extremwerts kann außerdem abgeleitet werden, ob es sich um ein positives oder ein negatives Hindernis handelt. Die Synchronisierung wird für die Vorder- und Hinterachse separat durchgeführt.

Bei seitengleichen Hindernissen eignen sich die modale Längs- und Vertikalbeschleunigung für die Berechnung objektiver Kennwerte. Sie entsprechen aufgrund der zehnfachen Gewichtung der Sensoren an den Sitzschienen nahezu dem Mittelwert der beiden Sensoren. Die im Folgenden vorgestellten Kennwerte können für die Detailanalyse des Schwingungsverhaltens allerdings auch für jede andere Messposition berechnet werden.

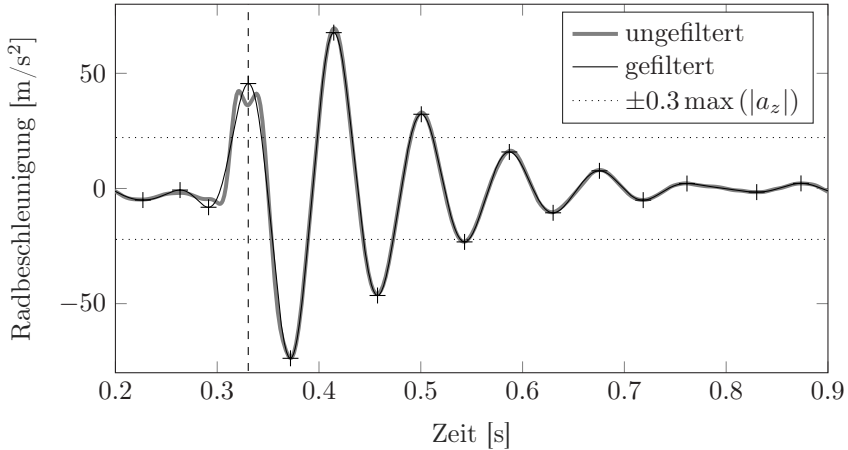


Abbildung 5.16: Identifikation des Zeitpunkts der Überfahrt einer positiven Kante aus der vertikalen Radträgerbeschleunigung

Für die im Prüfprogramm (vgl. Tabelle 4.3) definierten Fahrgeschwindigkeiten ist der Verzug zwischen Vorder- und Hinterachsenanregung groß genug, dass die Schwingung der Vorderachse bereits stark abgeklungen ist, wenn die Hinterachse das Hindernis trifft. Deshalb können die objektiven Kennwerten für den Stoß und das Abklingverhalten für beide Achsen mit derselben Methode ermittelt werden.

Für die Längs- und Vertikalbeschleunigung können die gleichen Kennwerte berechnet werden. Der Beschleunigungsverlauf lässt sich in zwei Abschnitte unterteilen: Der erste Abschnitt charakterisiert den Stoß und der zweite das Abklingverhalten. Das erste Schwingspiel ist charakteristisch für den Stoß. Dieses lässt sich aufgrund von hochfrequenten Beschleunigungsanteilen jedoch nicht immer ohne weiteres anhand von Extremwerten oder Nulldurchgängen identifizieren. Abbildung 5.17 zeigt exemplarisch die vertikale Beschleunigung und die Extremwerte gemäß Gleichung (5.30) bei der Überfahrt einer positiven Kante mit der Vorderachse. Dazu wurde die Messung, wie oben beschrieben, über die Radträgerbeschleunigung auf den Zeitpunkt der Anregung synchronisiert und in einem Intervall von

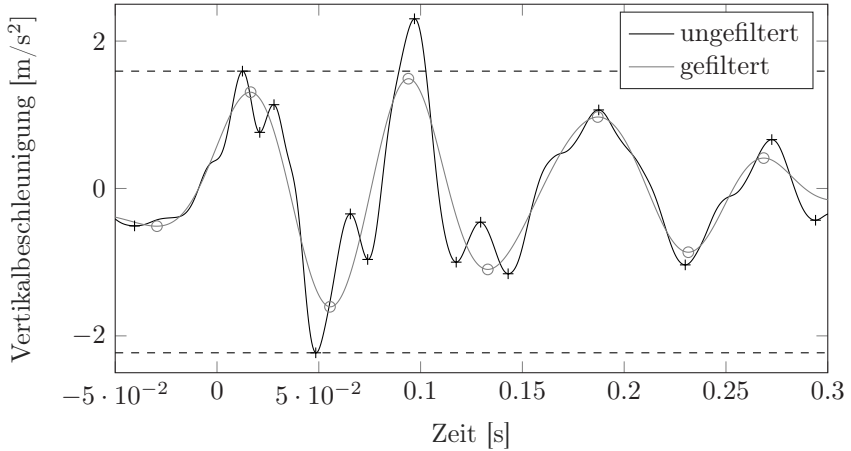


Abbildung 5.17: Ermittlung der für den Stoß relevanten Extremwerte der Vertikalbeschleunigung bei der Überfahrt einer positiven Kante

$t = -0.05$ s bis $t = 0.3$ s dargestellt. Die typische Schwingung mit der Raideigenfrequenz, die in diesem Fall bei 11 Hz liegt, wird von einer Schwingung mit deutlich geringerer Amplitude und einer Frequenz von 39 Hz überlagert. Durch Auswertung verschiedener Messungen hat sich gezeigt, dass die Beschleunigungsspitzen aufgrund der hochfrequenten Anteile nicht robust identifiziert werden können. Werden die Aufbaubaubeschleunigungen ebenfalls mit einem 20 Hz Tiefpass gefiltert, ist eine robuste Identifikation möglich. Allerdings werden die Beschleunigungsspitzen, die den Stoß beschreiben, dadurch auch signifikant reduziert. Deshalb wird die gefilterte Beschleunigung nur als Hilfsgröße benutzt, um den Kennwert für den Stoß aus dem ungefilterten Signal zu berechnen und um die Abschnitte für Stoß und Abklingverhalten zu ermitteln.

Anhand der ersten zwei Extremwerte des gefilterten Signals lassen sich die Positionen der Extremwerte des ungefilterten Signals ermitteln, die für den Stoß relevant sind. Ist der Extremwert des gefilterten Signals positiv, ist das Maximum des ungefilterten Signals relevant. Ist der Extremwert des

gefilterten Signals negativ, ist das Minimum des ungefilterten Signals relevant. Die daraus resultierenden relevanten Extremwerte des ungefilterten Signals sind in Abbildung 5.17 durch horizontale Linien markiert. Die absolute Differenz der identifizierten Extremwerte wird als *Peak2Peak* (*P2P*) bezeichnet und als geeigneter Kennwert für die objektive Charakterisierung des Stoßes betrachtet, da sie die initiale Beschleunigungsänderung nach der Kantenüberfahrt sehr gut beschreibt und mit der vorgestellten Methode robust ermittelt werden kann.

Das Abklingverhalten wird anhand der Schwingungen nach dem Stoß beurteilt. Der Anfang des Abschnitts, der für das Abklingverhalten relevant ist, kann robust über den zweiten Extremwert des gefilterten Signals identifiziert werden. Theoretisch endet der Abschnitt, sobald die Beschleunigung wieder das Niveau vor der Anregung erreicht hat. An der Vorderachse endet der Abschnitt allerdings spätestens, sobald die Hinterachse das Hindernis trifft.

Als Beurteilungsmaßstab für das Abklingverhalten eignet sich der gleitende Effektivwert als zeitlich veränderliche Beurteilungsgröße [VDI17]. Für ein Signal $x[n]$ der Länge N wird der gleitende Effektivwert $\tilde{x}_{t=t_S L}[k]$ bei einer Fensterbreite von L Punkten bzw. $t = t_S L$ Sekunden wie folgt berechnet.

$$\tilde{x}_{t=t_S L}[k] = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{n=k-L/2}^{k+L/2-1} x[n]^2} \quad \text{für } k = L/2, \dots, N - L/2 \quad (5.32)$$

Am Beispiel einer exponentiell abklingenden harmonischen Schwingung in Abbildung 5.18 wird deutlich, dass der Verlauf stark vom Verhältnis aus Fensterbreite und Schwingungsfrequenz abhängt. Die Exponentialfunktion $\hat{x} = \exp(-\delta t)$ beschreibt das tatsächliche Abklingverhalten der Schwingung. Das Verhältnis aus Amplitude $\hat{x}$ und Effektivwert $\tilde{x}$ beträgt bei harmonischen Schwingungen $\hat{x}/\tilde{x} = \sqrt{2}$. Durch Multiplikation mit der Wurzel aus zwei kann der gleitende Effektivwert als Kenngröße für das Abklingverhalten anhand der Abweichung von der Exponentialfunktion bewertet

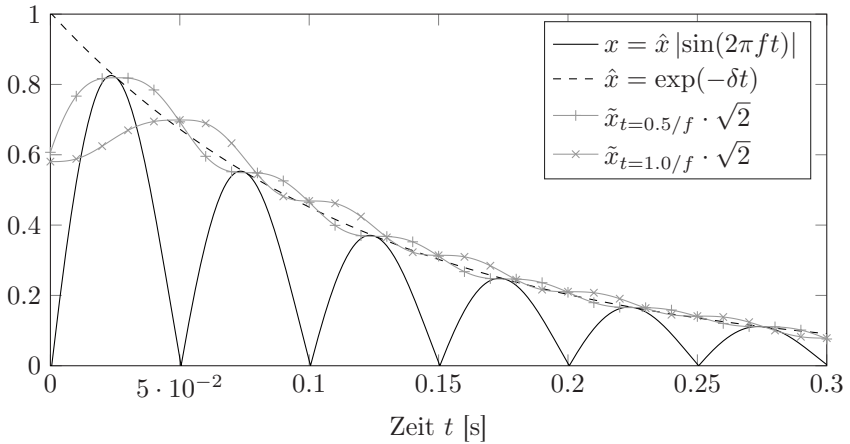


Abbildung 5.18: Beschreibung des Abklingverhaltens einer harmonischen Schwingung durch gleitende Effektivwerte ohne Fensterfunktion

werden. Die geringste Varianz ergibt sich, wenn die Fensterbreite ein Vielfaches der halben Periodendauer ist. Der Effektivwert weist dann einen stufenförmigen Verlauf auf, dessen Steigung Null wird, wenn die Fenstergrenzen auf die Nulldurchgänge des Signals x fallen. Als Kenngrößen für das Abklingverhalten sind zum Beispiel die Amplitude nach einer definierten Zeit oder die Zeit bis ein definierter Schwellwert unterschritten wird geeignet. Würde man dies Größen anhand eines einfach gleitenden Effektivwerts berechnen, wäre die Abhängigkeit von der Abklingkonstante δ zum einen stark nichtlinear und zum anderen auch stark sensitiv gegenüber der Schwingungsfrequenz f . In dieser Form ist der gleitende Effektivwert also nicht geeignet um robuste Kennwerte daraus abzuleiten.

Die Schwankungen des Effektivwerts um die tatsächliche Amplitude sind auf zwei Ursachen zurück zu führen. Ist die Fensterbreite ein Vielfaches der halben Periodendauer, entspricht der gleitende Effektivwert einer Schwingung mit konstanter Amplitude dem tatsächlichen Effektivwerte. Bei abklingenden Schwingungen fällt der Effektivwert stark, wenn die Fenstergrenzen auf die Extremwerte fallen. Denn wird das Fenster um einen Index

verschoben, ändert sich nur der erste und der letzte Wert. Dementsprechend ändert sich der Effektivwert nicht, wenn die Fenstergrenzen auf die Nulldurchgänge fallen. Entspricht die Fensterbreite nicht dem Vielfachen einer halben Periodendauer, entspricht der nach Gleichung 5.32 berechnete Wert nicht dem tatsächlichen Effektivwert. Dementsprechend schwankt der gleitende Effektivwert auch, wenn er auf Schwingungen mit konstanter Amplitude angewendet wird.

Die Gewichtung mit einer Fensterfunktion w kann die Schwankung des gleitenden Effektivwerts deutlich reduzieren. Werden die Werte an den Fenstergrenze durch Multiplikation mit der Fensterfunktion zu Null, ist es nicht entscheidend, ob das ungewichtete Signal an den Fenstergrenzen einen Extremwert oder einen Nulldurchgang aufweist. Der gewichtete gleitende Effektivwert (GGE) $\tilde{x}_{t=t_s L}^w$ wird gemäß

$$\tilde{x}_{t_s L}^w[n] = \frac{1}{\bar{w}} \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=0}^L \left(w[l] \cdot x \left[n + l - \frac{L}{2} \right] \right)^2} \quad \text{für } n = \frac{L}{2}, \dots, N - 1 - \frac{L}{2} \quad (5.33)$$

berechnet. Das Hann-Fenster hat sich im Rahmen dieser Arbeit als besonders geeignet erweisen. Damit bildet der GGE den Amplitudenverlauf abklingender Schwingungen ab einer Fensterbreite von $t = 1,5/f$ sehr gut ab. Die erforderliche Fensterbreite ist also von der geringsten Subsystem-Eigenfrequenz abhängig. Deshalb wurde die Bewertung des Abklingvorgangs nach Einzelhindernissen eine Fensterbreite von $t = 0,2$ s definiert. Damit kann der GGE das Abklingverhalten von Schwingungen ab 7,5 Hz und dementsprechend das Abklingverhalten von Schwingungen bei der Aggregat- und Radeigenfrequenzen beschreiben.

Abbildung 5.19 zeigt den resultierenden Verlauf des GGE am Beispiel der Messung, die im vorherigen Abschnitt zur Erläuterung der Kennwerte für den Stoß verwendet wurde. Die vertikalen Linien entsprechen den Grenzen des Abschnitts, der für die Charakterisierung des Abklingverhaltens genutzt wird. Als primärer Kennwert wird der GGE 100 Millisekunden nach

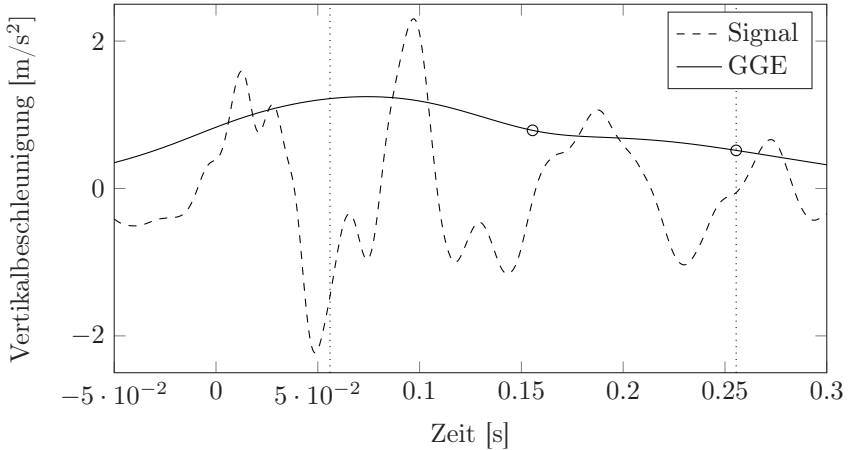


Abbildung 5.19: Kennwerte für die Bewertung des Abklingverhaltens am Beispiel der Überfahrt einer positiven Kante

Beginn des Abklingvorgangs definiert. Hier deckt sich das Fenster des GGE mit dem Abschnitt des Abklingvorgangs und dementsprechend beschreibt der Kennwert den mittleren Pegel. Für den Kennwert wird die Bezeichnung *MittlererPegel* (*MP*) festgelegt. Als sekundärer Kennwert wird der GGE 200 Millisekunden nach Beginn des Abklingvorgangs, also am Ende des Abschnitts definiert. Der Wert beschreibt also den Restpegel. Für diesen Kennwert wird entsprechend die Bezeichnung *RestPegel* (*RP*) festgelegt. In Abbildung 5.19 sind die Kennwerte durch kreisförmige Markierungen hervorgehoben.

Bei Messungen unter realen Bedingungen lässt sich eine gewisse Streuung der Ergebnisse bei mehrfacher Wiederholung eines Manövers nicht vermeiden. Deshalb müssen die Messungen auf Einzelhindernissen zwingend mehrfach durchgeführt werden und die Kennwerte aus allen Messungen gemittelt werden. Durch die Synchronisierung der Messung auf das Hindernis, können zur Visualisierung auch die gemessenen Beschleunigungen

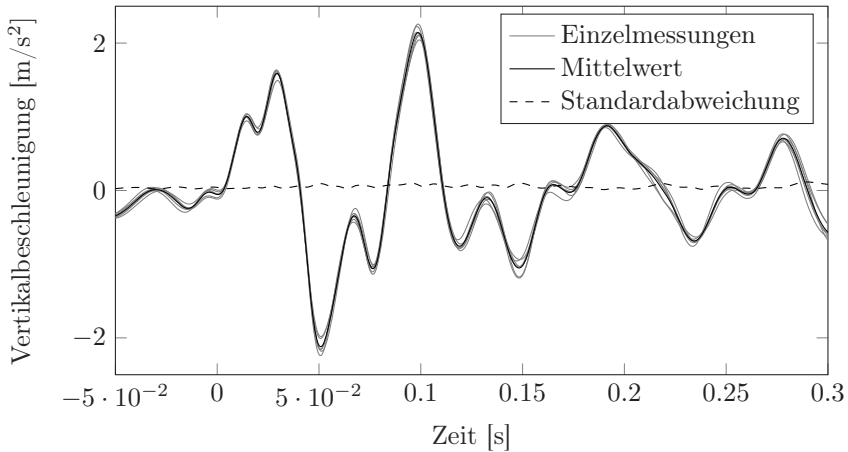


Abbildung 5.20: Synthese aus Einzelmessungen am Beispiel der Überfahrt einer positiven Kante

und die daraus ermittelten GGEs gemittelt werden. Die so generierte Synthese aus den Einzelergebnissen ermöglicht eine kompakte Form der Darstellung. Um die Streuung von K Messergebnissen eines Signals $x[n]$ zu bewerten, wird die Standardabweichung s_x gemäß der Definition

$$s_x[n] = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (x[n, k] - \bar{x}[n])^2} \quad (5.34)$$

für jeden Messpunkt n berechnet. In Abbildung 5.20 ist der Verlauf der modalen Vertikal-Beschleunigung von sechs Einzelmessungen, die gemittelte Beschleunigung und die Standardabweichung dargestellt. Die Abbildung verdeutlicht, dass eine Einzelmessung trotz hoher Reproduzierbarkeit nicht ausreichend sein kann, um geringe Unterschiede zwischen verschiedenen Fahrwerksabstimmungen aufzulösen.

Die Streuung der Kennwerte für die Bewertung des Stoßes und des Abklingverhaltens wird mit Hilfe des empirischen Variationskoeffizienten v

Tabelle 5.6: Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen

Schwingungsphänomen	Kennwert
Stoß Vorderachse Längs	$P2P_{v,x}$
Stoß Hinterachse Längs	$P2P_{h,x}$
Stoß Vorderachse Vertikal	$P2P_{v,z}$
Stoß Hinterachse Vertikal	$P2P_{h,z}$
Abklingpegel Vorderachse Längs	$MP_{v,x}$
Abklingpegel Hinterachse Längs	$MP_{h,x}$
Abklingpegel Vorderachse Vertikal	$MP_{v,z}$
Abklingpegel Hinterachse Vertikal	$MP_{h,z}$
Restpegel Vorderachse Längs	$RP_{v,x}$
Restpegel Hinterachse Längs	$RP_{h,x}$
Restpegel Vorderachse Vertikal	$RP_{v,z}$
Restpegel Hinterachse Vertikal	$RP_{h,z}$

bewertet. Er beschreibt die relative Streuung und berechnet sich für einen Kennwert x gemäß

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \quad (5.35)$$

aus dem Quotienten der Standardabweichung s_x und dem Mittelwert $\bar{x}$. Damit lässt sich die Streuung verschiedener Kenngrößen miteinander vergleichen. Anhand der Variationskoeffizienten kann damit überprüft werden, ob eine Messreihe unter konstanten Randbedingungen durchgeführt wurde. Als Schwellwert wurde eine Variationskoeffizient von 5 % definiert. Eine Messreihe aus mindestens 5 Einzelmessungen ist nur dann gültig, wenn dieser Schwellwert von keinem Kennwert überschritten wird. Tabelle 5.6 liefert eine Übersicht aller Kennwerte für die objektive Charakterisierung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen.

5.4 Anwendung der Methodik auf Messdaten in der Fahrwerksentwicklung

Im Rahmen dieser Studie wurden Messdaten von über 20 Fahrzeugen analysiert. Dazu gehörten Modelle der Porsche AG, die in verschiedenen Varianten vermessen wurden, um unterschiedliche Abstimmungen zu bewerten, sowie Modelle in unterschiedlichen Entwicklungsstadien, um den Fortschritt der Entwicklung zu verfolgen. Zusätzlich wurden Fahrzeuge von Wettbewerbern einbezogen.

Das Spektrum der Fahrzeugkategorien erstreckt sich vom Supersportwagen McLaren MP4-12C bis zur Komfortlimousine Bentley Flying Spur. Ebenso wurden verschiedenste Antriebskonzepte abgedeckt. Die Verbrennungsmotoren sind als Front-, Mittel- und Heckmotor mit Heck- oder Allradantrieb vertreten. Die Fahrzeuge mit Elektroantrieb hatten an beiden Achsen jeweils einen Motor.

Mit der vorgestellten Methode konnten die Kennwerte für alle vermessenen Fahrzeuge robust und dementsprechend automatisiert aus den Messdaten ermittelt werden. Dabei konnten teils signifikante Unterschiede zwischen den Fahrzeugen festgestellt werden, die wertvolle Hinweise auf Entwicklungspotentiale lieferten. Ebenso konnten mit der Methode objektive Zielwerte für künftige Fahrzeugmodelle abgeleitet werden.

Da die zugrunde liegenden Daten mit vergleichsweise geringem Aufwand auch während eines Probandenversuchs erfasst werden können, eignen sich die vorgestellten Kennwerte für eine systematische Analyse des Zusammenhangs zur subjektiven Wahrnehmung im Rahmen einer großen Probandenstudie. Zukünftige Arbeiten sollten im Rahmen einer solchen Studie sowohl den Zusammenhang zwischen den entwickelten Kennwerten und den zugrunde liegenden Schwingungsphänomenen als auch den Einfluss der einzelnen Phänomene auf den absoluten Komforteindruck untersuchen, um die Aussagekraft und Relevanz der Kennwerte für die Fahrwerksentwicklung gezielt zu validieren..

6 Zusammenfassung

Die Arbeit stellt eine durchgängige Methodik zur robusten Berechnung potenzieller Kennwerte für Schwingungsphänomene mit Relevanz für die Fahrwerksentwicklung bereit. Für eine einfache und zugleich robuste Erfassung realer Versuchsdaten wurden ein Messkonzept und ein Prüfprogramm entwickelt. Ein Gesamtfahrzeugmodell, das die relevanten Schwingungsphänomene bis 30 Hz abbildet, diente als Werkzeug zur Interpretation von Messergebnissen sowie zur Entwicklung und Bewertung der Kennwerte.

Zur Charakterisierung periodischer und regelloser Schwingungen wurden in einer systemtheoretischen Betrachtung theoretische Kennwerte abgeleitet, die sich in Frequenzbereich und Bewegungsrichtung unterscheiden. Für die Berechnung der entsprechenden Kennwerte aus Versuchsdaten wurden verschiedene Methoden angewendet, verglichen und bewertet. Eine robuste Berechnung der Kennwerte konnte auf Basis der spektralen Amplitudendichte mehrerer Messungen erreicht werden. Die Annahme, dass sich das Schwingungsverhalten auch bei modernen Fahrwerksystemen linearisieren lässt und Übertragungsfunktionen für die objektive Bewertung geeignet sind, wurde am Beispiel eines semiaktiven Dämpfungssystems und eines aktiven Wankstabilisierungssystems widerlegt. Der Vergleich von Prüfstandsmessungen mit Fahrversuchen zeigte zudem, dass weit verbreitete Prüfstandsmessungen mit stehenden Rädern nicht repräsentativ für das Schwingungsverhalten im realen Fahrbetrieb sind.

Für Einzelhindernisse wurde eine Methode vorgestellt, die mithilfe einer hilfswise gefilterten Extremwertsuche eine robuste und automatisierbare Berechnung des etablierten Peak-to-Peak-Werts für den Stoß ermöglicht,

ohne dass hochfrequente Anteile ausgeblendet werden müssen. Für das Abklingen der Schwingung wird der gewichtete gleitende Effektivwert eingeführt, aus dem während des Abklingvorgangs ein mittlerer Pegel und ein Restpegel als skalare Kennwerte berechnet werden können.

In Summe konnte ein umfangreicher Kennwertkatalog bereitgestellt werden, in dem für jeden Kennwert aufgrund systemtheoretischer Überlegungen ein Zusammenhang zu einem relevanten Schwingungsphänomen besteht. Zudem ist für jeden Kennwert definiert, welche Versuche erforderlich sind, welche Signale erfasst werden müssen und wie diese auszuwerten sind. Die Anwendbarkeit und Robustheit der Kennwerte wurde an mehr als 20 Fahrzeugen unterschiedlicher Kategorien belegt.

Ein direkter empirischer Nachweis der Subjektiv–Objektiv-Korrelation war nicht Gegenstand der Arbeit. Hier könnten zukünftige Arbeiten anknüpfen. Die Herausforderungen für eine Probandenstudie liegen in der realistischen und reproduzierbaren Erlebbarkeit der Schwingungen sowie in einer hinreichenden Anzahl von Probanden, die in der Lage sind, die Schwingungsphänomene zuzuordnen. Neben der Korrelation der einzelnen Kennwerte mit der subjektiven Wahrnehmung, könnte zudem untersucht werden, wie die Kriterien im Sinne einer Gesamtbeurteilung gewichtet werden.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Vergleich der verwendeten Fensterfunktionen im Zeit- und Frequenzbereich	11
3.1	Modellierung Radaufhängung - Vereinfachte Darstellung in der Ebene	27
3.2	Grobe Modellstruktur in Matlab/Simulink	43
3.3	Verifikation Achsmodellierung - Vergleich der Radträgerbeschleunigungen bei einer dynamischen Achsprüfung mit den Ergebnissen eines MKS-Modells	46
3.4	Validierung Fahrzeugmodell - Vergleich ausgewählter Beschleunigungen auf einer schlechte Landstraße mit den Ergebnissen einer Messung	48
3.5	Validierung Fahrzeugmodell - Vergleich ausgewählter Beschleunigungen beim Überfahren einer positiven Kante mit den Ergebnissen einer Messung	50
4.1	Positionen Beschleunigungsaufnehmer [1]	52
4.2	Einbaukalibrierung Sensororientierung	56
4.3	Abweichung zwischen der gemessenen und der modal berechneten Beschleunigung am Beispiel der Vertikalbeschleunigung am Federbeindom vorne rechts	60
4.4	Relative modale Abweichung der Vertikalbeschleunigungen am Fahrzeugaufbau	61
4.5	Vergleich zwischen gemessener und berechneter Vertikalbeschleunigung an der Fahrersitzschiene bei der Überfahrt einer Kante	62
4.6	Anregungssignal Gesamtfahrzeugprüfstand - Stempelweg bei der maximalen Amplitude von 100 <i>mm/s</i> und Anregungsfrequenz	68

4.7	Spektrale Leistungsdichte der Fahrbahnunebenheiten des Replikats der Landstraße L1175 auf dem Prüfgelände in Weissach	70
4.8	Relative Amplitude der Hub-, Wank-, Nick- und Torsionsanregung in Relation zur Unebenheitshöhe einer Fahrbahn mit diskreter Wellenlänge	73
4.9	Mittlere Modale Anregungsverstärkung [2]	74
5.1	Ermittlung der Grenzfrequenz f_{GA} zwischen Aufbaukontrolle und Isolation	78
5.2	Frequenzbereich Schütteln [1]	79
5.3	Identifikation der Anregungsfrequenz aus der Stempelbeschleunigung	82
5.4	Gewichtete Stempelbeschleunigung und Frequenzverlauf innerhalb des Auswertefensters zur Berechnung des Übertragungsverhaltens	83
5.5	Übertragungsverhalten Hubbeschleunigung Aufbau / Puls- serbeschleunigung und Vertikalbeschleunigung Rad vorne links / Stempelbeschleunigung vorne links	86
5.6	Amplitudenverhältnis Hubbeschleunigung Aufbau / Puls- ergeschwindigkeit	87
5.7	Spektrale Amplitudendichte der Modalbeschleunigungen Huben, Nicken und Wanken am Beispiel von Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 mit 50, 70 und 90 km/h	92
5.8	Spektrale Amplitudendichte der Längs-, Quer- und Vertikalbeschleunigung an der Fahrersitzschiene am Beispiel von Messungen auf dem Replikat der Landstraße L1175 mit 50, 70 und 90 km/h	93
5.9	Schaubild Zwei-Massen-Schwinger	95
5.10	Verifikation der Methodik am Beispiel der Vertikal-, Nick- und Längs-Übertragungsfunktion bei einer Hebe-Anregung . . .	102
5.11	Objektive Kriterien für Aufbaukontrolle und Isolation ba- sierend auf der gemittelte spektrale Amplitudendichte am Beispiel Vertikalbeschleunigung	104
5.12	Objektive Kriterien für Solidität und Rauigkeit basierend auf der gemittelten spektralen Amplitudendichte am Bei- spiel der Vertikalbeschleunigung	106

5.13	Vergleich der verschiedenen Methoden am Beispiel der Vertikalbeschleunigung	108
5.14	Vergleich der verschiedenen Methoden am Beispiel der Wankbeschleunigung	109
5.15	Simulation einer Wankanregung auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand mit stehendem und rollendem Rad	111
5.16	Identifikation des Zeitpunkts der Überfahrt einer positiven Kante aus der vertikalen Radträgerbeschleunigung	116
5.17	Ermittlung der für den Stoß relevanten Extremwerte der Vertikalbeschleunigung bei der Überfahrt einer positiven Kante	117
5.18	Beschreibung des Abklingverhaltens einer harmonischen Schwingung durch gleitende Effektivwerte ohne Fensterfunktion	119
5.19	Kennwerte für die Bewertung des Abklingverhaltens am Beispiel der Überfahrt einer positiven Kante	121
5.20	Synthese aus Einzelmessungen am Beispiel der Überfahrt einer positiven Kante	122

Tabellenverzeichnis

3.1	Übersicht der Indizes und Ids aller Körper des Konzeptmodells . . .	23
3.2	Festlegung der verallgemeinerten Koordinaten und Geschwindigkeiten	25
4.1	Übersicht der Messstellen zur Erfassung des Schwingungsverhaltens bei einem Fahrzeug mit Verbrennungsmotor und Fahrschemel	53
4.2	Anregungsarten Vierstempel-Hydropulsanlage	64
4.3	Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand	69
5.1	FFT-Parameter für periodische Schwingungen	81
5.2	Berechnung der Pulserbeschleunigung in Abhängigkeit von der Anregungsart	84
5.3	Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf dem Gesamtfahrzeugprüfstand	89
5.4	FFT-Parameter für regellose Schwingungen	91
5.5	Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf Basis gewichteter Einzelmessungen auf Fahrbahnen mit unregelmäßiger Anregung	107
5.6	Übersicht von Kennwerten für die objektive Bewertung des Schwingungsverhaltens auf Einzelhindernissen	123

Eigene Veröffentlichungen

- [1] M Eisenbarth, G Boisdequin, and F Gauterin. Consistent assessment of chassis relevant ride comfort on roads and test rigs. In *14th Stuttgart International Symposium*, volume 2, pages 41–53, 2014.
- [2] T Henn, M Eisenbarth, and D Schramm. Model-based calibration of an adaptive shock absorber by objective comfort criterions. In *24th Aachen Colloquium Automobile and Engine Technology*, volume 1, pages 807–818, 2015.
- [3] I Illg, A Freuer, M Eisenbarth, G Nareyko, and T Koch. Control strategy for electromechanical active roll stabilization. In *18. Internationales Stuttgarter Symposium*, pages 363–375. Springer, 2018.
- [4] C Zauner, M Eisenbarth, G Boisdequin, T Maulick, M Plöchl, and J Edelmann. Simulation-based identification of excitation spectra for a dynamic suspension test rig. In *17. Internationales Stuttgarter Symposium*, pages 1231–1246. Springer, 2017.

Literaturverzeichnis

- [Ada14] *Kapitel Modellbildung.* In: ADAMSKI, Dirk: *Simulation in der Fahrwerktechnik: Einführung in die Erstellung von Komponenten- und Gesamtfahrzeugmodellen.* Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014. – ISBN 978–3–658–06536–2, 23–40
- [Ame14] AMELUNXEN, Hendrik: *Fahrdynamikmodelle für Echtzeitsimulationen im komfortrelevanten Frequenzbereich,* Universität Paderborn, Diss., 2014
- [Ang18] ANGRICK, Christian: *Subsystemmethodik für die Auslegung des niederfrequenten Schwingungskomforts von PKW,* Technische Universität Dresden, Diss., 2018
- [APKW15] ANGRICK, Christian ; PROKOP, Günther ; KNAUER, Peter ; WAGNER, Andreas: Improved prediction of ride comfort characteristics by considering suspension friction in the automotive development process. In: *6th International Munich Chassis Symposium 2015* Springer, 2015, S. 377–403
- [Bar78] BARTLETT, Maurice S.: *An introduction to stochastic processes with special reference to methods and applications.* 3. ed. Cambridge [u.a.] : Cambridge University Press, 1978. – ISBN 0521215854
- [Bra69] BRAUN, Horst: *Untersuchungen von Fahrbahnunebenheiten und Anwendungen der Ergebnisse,* Technische Universität Braunschweig, Diss., 1969

- [BS687] BRITISH STANDARDS INSTITUTION: Guide to measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock. 1987 (BS 6841:1987). – Standard
- [Bub03] BUBB, Heiner: Komfort und Diskomfort: Definition und Überblick. In: *Ergonomie aktuell* Ausgabe 004 (2003), S. 5–8
- [Bul21] BULTHAUPT, Nils: *Objektivierung des Schwingungskomforts schwerer Nutzfahrzeuge*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2021
- [Cuc92] CUCUZ, Stojan: *Schwingempfindung von Pkw-Insassen: Auswirkung von stochastischen Unebenheiten und Einzelhindernissen der realen Fahrbahn*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1992
- [DIN11] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: Straßenfahrzeuge - Fahrzeugdynamik und Fahrverhalten - Begriffe. Version: Dezember 2011. <https://www.iso.org/standard/51180.html>. Geneva, CH, Dezember 2011 (ISO 8855:2011). – Standard
- [DudoD] *Komfort, der*. Dudenredaktion. <https://www.duden.de/node/81251/revision/1009651>, o.D.. – aufgerufen am: 17.09.2022
- [EBF⁺19] ENDERS, Erik ; BURKHARD, Georg ; FENT, Felix ; LIENKAMP, Markus ; SCHRAMM, Dieter: Objectification methods for ride comfort. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 83 (2019), Dec, Nr. 4, 885-898. <https://doi.org/10.1007/s10010-019-00361-6>. – ISSN 1434–0860
- [EKYN94] EMURA, Junichi ; KAKIZAKI, Shinobu ; YAMAOKA, Fumiya ; NAKAMURA, Michiya: Development of the semi-active suspension system based on the sky-hook damper theory. In: *SAE transactions* (1994), S. 1110–1119

- [FJ05] FRIGO, Matteo ; JOHNSON, Steven G.: The Design and Implementation of FFTW3. In: *Proceedings of the IEEE* 93 (2005), Nr. 2, S. 216–231. – Special issue on “Program Generation, Optimization, and Platform Adaptation”
- [GHSW19] GROSS, Dietmar ; HAUGER, Werner ; SCHRÖDER, Jörg ; WALL, Wolfgang A.: *Technische Mechanik 3 : Kinetik*. 14. Auflage. Berlin : Springer Vieweg, [2019] (Springer eBooks). – ISBN 978-3-662-59551-0
- [Har78] HARRIS, Fredric J.: On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. In: *Proceedings of the IEEE* 66 (1978), Nr. 1, S. 51–83
- [Hen95] HENNECKE, Dieter: *Zur Bewertung des Schwingungskomforts von PKW bei instationären Anregungen*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1995
- [HRS02] HEINZEL, Gerhard ; RÜDIGER, Albrecht ; SCHILLING, Roland: Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows / Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik. Version: 2002. <https://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0013-5579-7>. 2002. – Forschungspapier
- [Ili11] ILIEV, Vladimir: *Systemansatz zur anregungsunabhängigen Charakterisierung des Schwingungskomforts eines Fahrzeugs*, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2011
- [ISO78] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration. Version: Januar 1978. <https://www.iso.org/standard/7608.html>. Geneva, CH, Januar 1978 (ISO 2631:1978). – Standard

- [ISO97] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part 1: General requirements. Version: Mai 1997. <https://www.iso.org/standard/7608.html>. Geneva, CH, Mai 1997 (ISO 2631-1:1997). – Standard
- [ISO16] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: Mechanical vibration - Road surface profiles - Reporting of measured data. Version: November 2016. <https://www.iso.org/standard/71202.html>. Geneva, CH, November 2016 (ISO 8608:2016). – Standard
- [Jör12] JÖRISSEN, Bastian: *Objektivierung der menschlichen Schwingungswahrnehmung unter Einfluss realer Fahrbahnanregungen*, Universität Duisburg-Essen, Diss., 2012
- [Kis] KISTLER: *K-Beam Accelerometer*, https://kistlercdn.celum.cloud/SAPCommerce_Download_original/003-325a.pdf. – aufgerufen am: 17.09.2022
- [KK02] KAMMEYER, Karl-Dirk ; KROSCHER, Kristian ; BOSS, Dieter (Hrsg.): *Digitale Signalverarbeitung : Filterung und Spektralanalyse mit MATLAB-Übungen ; mit 35 Tabellen*. 5., durchges. und erg. Aufl. Stuttgart : Teubner, 2002 (Teubner-Lehrbuch). – ISBN 3519461226
- [Kli96] KLINGNER, Burkhard: *Einfluss der Motorlagerung auf Schwingungskomfort und Geräuschanregung im Kraftfahrzeug*, Technische Universität Braunschweig, Diss., 1996
- [Kno07] KNOLL, Christian M.: *Einfluss des visuellen Urteils auf den physisch erlebten Komfort am Beispiel von Sitzen*., Technische Universität München, Diss., 2007
- [KO10] KLERK, Dennis de ; OSSIPOV, Alexander: Operational transfer path analysis: Theory, guidelines and tire noise application.

- In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 24 (2010), Nr. 7, 1950 - 1962. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.05.009>. – ISSN 0888-3270. – Special Issue: ISMA 2010
- [Kos05] KOSFELDER, Markus: Die Objektivierung des Schwingungskomforts von Kraftfahrzeugen auf der Grundlage globaler Bewegungsformen. In: *14. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik*, 2005
- [KP02] KOSFELDER, Markus ; PÉRIAR, Frédéric: Ein modalanalytischer Ansatz zur Bestimmung der globalen Bewegungsformen von Kraftfahrzeugen. Teil II: Verifikation und Anwendungen. In: *Fortschritte der Akustik* 28 (2002), S. 174–175
- [Len09] LENNERT, Simone: *Zur Objektivierung von Schwingungskomfort in Personenkraftwagen-Untersuchung der Wahrnehmungsdimensionen*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 2009
- [Mey21] MEYER, Martin: *Signalverarbeitung: Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. 9., korrigierte Auflage. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2021. – ISBN 978-3-658-32801-6
- [Mit14] MITSCHKE, Manfred ; WALLENTOWITZ, Henning (Hrsg.): *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. 5., überarb. u. erg. Aufl. 2014. Wiesbaden : Springer Vieweg, 2014. – ISBN 978-365-80506-8-9
- [MK98] MITSCHKE, Manfred ; KLINGNER, Burkhard: Schwingungskomfort im Kraftfahrzeug. In: *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift* 100 (1998), Jan, Nr. 1, 18-24. <https://doi.org/10.1007/BF03221476>. – ISSN 2192-8800
- [OURB97] OOSTEN, J.J.M. v. ; UNRAU, H.-J. ; RIEDEL, A. ; BAKKER, E.: TYDEX workshop: Standardisation of data exchange in

- tyre testing and tyre modelling. In: *Vehicle System Dynamics* 27 (1997), Nr. S1, S. 272–288
- [PB12] PACEJKA, Hans B. ; BESSELINK, Igo: *Tire and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2012. – ISBN 9781483299709
- [Pel22] *Kapitel Sampling*. In: PELGROM, Marcel J. M.: *Analog-to-Digital Conversion*. Cham : Springer International Publishing, 2022. – ISBN 978-3-030-90808-9, 317–380
- [PK02] PÉRIAR, Frédéric ; KOSFELDER, Markus: Ein modalanalytischer Ansatz zur Bestimmung der globalen Bewegungsformen von Kraftfahrzeugen. Teil I: Methode. In: *Fortschritte der Akustik* 28 (2002), S. 172–173
- [Rau03] RAUH, Jochen: Virtual Development of Ride and Handling Characteristics for Advanced Passenger Cars. In: *Vehicle System Dynamics* 40 (2003), Nr. 1-3, 135-155. <https://doi.org/10.1076/vesd.40.1.135.15876>
- [Rer86] RERICHA, Ivan: Methoden zur objektiven Bewertung des Fahrkomforts. In: *Automobil-Industrie* 2 (1986), Nr. 86, S. 175–182
- [Rös12] RÖSKI, Karsten: *Eine Methode zur simulationsbasierten Grundausslegung von PKW-Fahrwerken mit Vertiefung der Betrachtungen zum Fahrkomfort*, Technische Universität München, Diss., 2012
- [SAE09] SAE INTERNATIONAL: *Motor Vehicle Dimensions*, nov 2009. https://doi.org/10.4271/J1100_200911
- [SBJ07] SCHMEITZ, A. J. C. ; BESSELINK, I. J. M. ; JANSEN, S. T. H.: TNO MF-SWIFT. In: *Vehicle System Dynamics* 45 (2007), Nr. sup1, 121-137. <https://doi.org/10.1080/00423110701725208>

- [Sch13] SCHICKEDANZ, Christian J.: *Zum Übertragungsverhalten nichtlinearer Mehreingangssysteme und dessen Anwendung zur Entwicklung des automobilen Fahrkomforts durch Simulation*, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Diss., 2013
- [Sha49] SHANNON, Claude E.: Communication in the presence of noise. In: *Proceedings of the IRE* 37 (1949), Nr. 1, S. 10–21
- [SHB18] SCHRAMM, Dieter ; HILLER, Manfred ; BARDINI, Roberto: *Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen*. 3. Aufl. 2018. Berlin, Heidelberg : Springer Vieweg, 2018. – ISBN 978–3–662–54481–5
- [SK11] *Kapitel* Ausgleichsprobleme, Methode der kleinsten Quadrate. In: SCHWARZ, Hans R. ; KÖCKLER, Norbert: *Numerische Mathematik*. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2011, S. 274–306
- [SKE17] *Kapitel* Fahrkomfort. In: SAUER, Wolfgang ; KRAMER, Klaus ; ERSOY, Metin: *Fahrwerkhandbuch: Grundlagen – Fahrdynamik – Fahrverhalten – Komponenten – Elektronische Systeme – Fahrerassistenz – Autonomes Fahren – Perspektiven*. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017. – ISBN 978–3–658–15468–4, 207–243
- [Unb09] UNBEHAUEN, Rolf: *Systemtheorie 1: Allgemeine Grundlagen, Signale und lineare Systeme im Zeit- und Frequenzbereich*. Walter de Gruyter, 2009
- [VDI87] VDI VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE E.V.: Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen. Düsseldorf, Mai 1987 (VDI 2057:1987-05). – Standard
- [VDI02] VDI VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE E.V.: Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen. Düsseldorf, September 2002 (VDI 2057:2002-09). – Standard

- [VDI17] VDI VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE E.V.: Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen. Düsseldorf, August 2017 (VDI 2057:2017-08). – Standard
- [Wel87] WELCH, Peter D.: The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms. In: *Transaction on Audi and Electroacoustics* 15 (1987), Nr. 2
- [Zel18] *Kapitel* Schwingungsphänomene im Kraftfahrzeug. In: ZELLER, Peter: *Handbuch Fahrzeugakustik: Grundlagen, Auslegung, Berechnung, Versuch*. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018. – ISBN 978-3-658-18520-6, 89–158
- [ZHD96] ZHANG, Luian ; HELANDER, Martin G. ; DRURY, Colin G.: Identifying factors of comfort and discomfort in sitting. In: *Human factors* 38 (1996), Nr. 3, S. 377–389