

Simulation der Strömung in der menschlichen Aorta

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau
der Universität Karlsruhe (TH)
vorgelegte

Dissertation

von

Lukas Zürcher

aus Karlsruhe

Datum der mündlichen Prüfung:
22.07. 2003

Hauptreferent: Professor Dr.-Ing. H. Oertel
Korreferenten: Professor Dr.-Ing. D. Liepsch
Professor Dr.-Ing. U. Müller

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungslehre an der Universität Karlsruhe (TH). Ich möchte Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Oertel an dieser Stelle für die Ermöglichung zur Durchführung dieser Arbeit im Rahmen meiner Aktivitäten am Institut und die Übernahme des Hauptreferates danken. Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Müller und Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Liepsch gilt mein Dank für ihr freundliches Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des Korreferates.

Besonderer Dank gilt meinen Kollegen Roland Keber und Stephan Meyer, für die vielen fruchtbaren Diskussionen rund um die Strömungsmechanik. Unseren Hiwis, im besonderen Paul Bettinger danke ich für Unterstützung bei den Programmierungen rund um diese Arbeit. Bei Frau Heinrichs von der Universitätsklinik Freiburg bedanke ich mich für die gute Zusammenarbeit.

Der grösste Dank gilt meiner Familie und meiner Partnerin Anne, die mich während der ganzen Zeit stets unterstützt und bestärkt haben.

Karlsruhe im Juni 2003

Lukas Zürcher

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	1
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 KARlsruhe Heart MOdel	2
1.3 Stand der Forschung	4
1.3.1 Historisches	4
1.3.2 Aktuelle Forschung	4
2 Theoretische Grundlagen	7
2.1 Anatomie und Physionomie	7
2.1.1 Herz	7
2.1.2 Blutkreislauf	8
2.1.3 Die Aortenklappe	12
2.1.4 Eigenschaften von Blut	14
2.2 Strömungsmechanik	15
2.2.1 Modellierung von Blut	15
2.2.2 Grundgleichungen	16
2.2.3 Randbedingungen	18
2.2.4 Anfangsbedingungen	19
2.2.5 Strömung im Blutkreislauf	20
2.3 Grundlagen der Strukturmechanik	21
2.4 Strömungs-Struktur-Kopplung	24
2.4.1 Lösungsmöglichkeiten	24
2.4.2 Partitioniertes Lösen von Mehrfeldproblemen	25

3	Software	28
3.1	Star-CD	28
3.1.1	Zeitdiskretisierung	29
3.1.2	Raumdiskretisierung	29
3.1.3	Abschließende FV-Gleichungen	31
3.1.4	Der PISO-Algorithmus	32
3.1.5	Lösungsalgorithmus	33
3.1.6	Abbruchkriterium	34
3.1.7	Randbedingungen	35
3.1.8	Bewegte Netze	37
3.2	Permas	38
3.2.1	Kinematische Randbedingungen	38
3.2.2	Lasten	38
3.2.3	Elementbibliothek	39
3.2.4	Kopplung zur CFD	39
3.3	MpCCI	40
3.3.1	Definition der Grenzfläche	40
4	Verifikation	43
4.1	Strömungssimulation	43
4.2	Strömungs–Strukturkopplung	44
4.2.1	Elastisches Rohr	45
4.2.2	Elastische Modellaorta	45
4.2.3	Simulation Aortenbogenexperiment	50
4.2.4	Ergebnisse	51
5	Ergebnisse	54
5.1	Aortenbogen	54
5.1.1	Vergleich elastische Aorta – unelastische Aorta	55
5.2	Fall 3	62
5.2.1	Vergleich Fall 2 und Fall 3	73
5.3	Aortenklappe	76

6 Zusammenfassung und Ausblick	87
Literaturverzeichnis	89
Abbildungsverzeichnis	94

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

In den westlichen Industriestaaten sind Erkrankungen des Herz-Kreislaufsystems die häufigste Todesursache. Im Jahr 2000 starben in der Bundesrepublik allein ca. 400.000 Menschen an den Folgen von Krankheiten des Kreislaufsystems [47]. Eine wichtige Rolle spielen dabei Erkrankungen der Herzklappen. Diese können zu mangelnder Öffnung (Stenose) oder Undichtigkeiten (Insuffizienz) führen. Öffnet sich eine Klappe nicht vollständig, staut sich dahinter das Blut, und das Herz wird überlastet. Ist eine Klappe undicht, fließt bei jedem Zusammenziehen des Herzmuskels aus der Kammer Blut zurück in den Vorhof oder aus der Aorta in die linke Herzkammer. Dieses pendelnde Blut belastet das Herz stark. Leichtere Störungen der Klappenfunktion werden vom Herzen ausgeglichen. Schwerere Fälle werden mit Medikamenten oder operativ behandelt. Chirurgische Eingriffe wegen Herzklappenfehlern ist die zweit häufigste Operation am offenen Herzen.

Diese Arbeit stellt im Rahmen des **K**Arlsruhe **H**eart **M**Odel (KAHMO) einen Beitrag zum besseren Verständnis der Ursachen und Wirkung der komplexen Zusammenhänge im Kreislaufsystem des Menschen dar. Mit numerischen Simulationen eines Aortenbogenmodells sollen Vorhersagemöglichkeiten für den Diagnostiker und den Chirurgen geschaffen werden. Für die Simulationen kommen die Softwarepakete *STAR-CD*[©] und *PERMAS*[©] zum Einsatz, die durch eine Bibliothek von Routinen miteinander gekoppelt werden. Das so zusammengestellte Softwarepaket wird für Berechnungen des passiv bewegten Teils von KAHMO verwendet.

1.2 KARlsruhe Heart MOdel

Seit 1999 wird am Institut für Strömungslehre der Universität Karlsruhe (TH) das **KARlsruher Heart MOdel** entwickelt. In enger Zusammenarbeit mit der Medizin entsteht dabei ein mathematisch, virtuelles Modell des menschlichen Herzens.

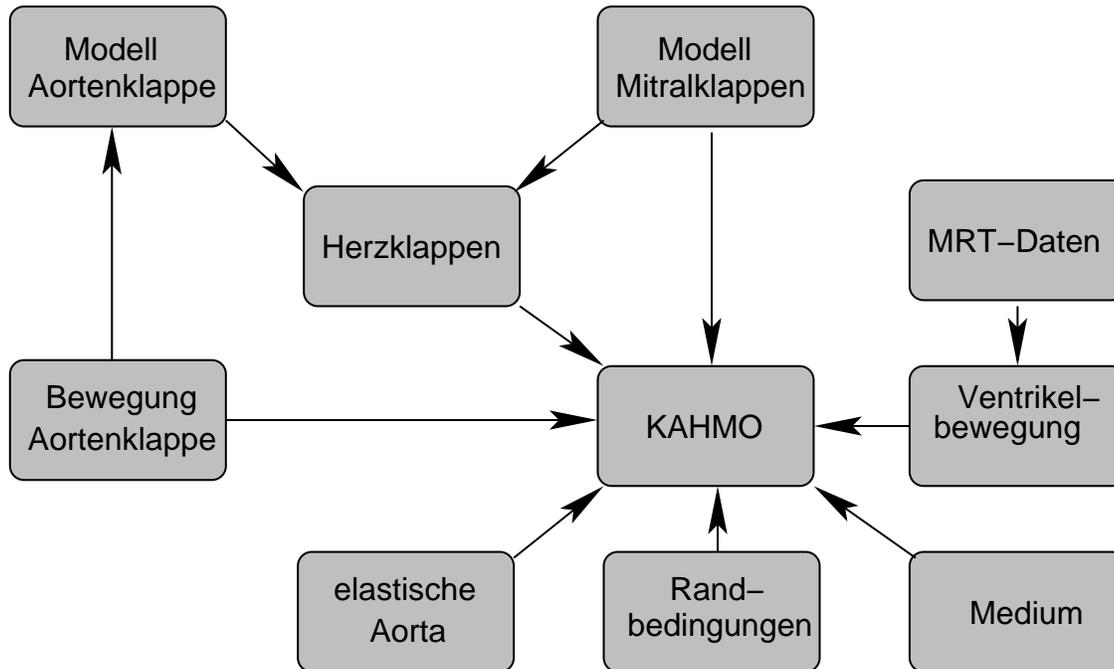


Abbildung 1.1: Struktogramm des **KARlsruher Heart MOdel**.

Als erstes Forschungsgebiet wurde hierfür das linke Ventrikel des menschlichen Herzens gewählt. Dieses muss die meiste Arbeit im Kreislauf verrichten. Vom linken Ventrikel aus wird sauerstoffreiches Blut aus der Lunge weiter in den Körperkreislauf gefördert. Dieser repräsentiert aus strömungsmechanischer Sicht eine Kombination aus kapazitiven Volumenreservoirs und Widerständen. Dadurch ist die geleistete Druckarbeit im linken Ventrikel deutlich höher als im rechten, von dem aus das venöse Blut lediglich in den kleineren Lungenkreislauf gefördert wird.

Erkrankungen am Herzen und seinen Klappen sind deshalb besonders im linken Ventrikel von Bedeutung. Dort führen Fehlfunktionen der Klappen oder des Herzmuskels schnell zur Verschlechterung der Kreislauftsituation eines Patienten. Die Anatomie und Physiologie wird in Kapitel 2.1 beschrieben.

Die Funktionsweise des Herzens beruht auf der zyklischen, elektrodynamischen Erregung und der daraus resultierenden Muskelkontraktion. Dadurch kann im linken Ventrikel ausreichend Druck für die Blutförderung in den Körperkreislauf erzeugt

werden. Die Strömungsrichtung wird dabei durch die zwei Herzklappen gesteuert, welche nur durch die Druckdifferenzen in Vorhof, Ventrikel und Aorta öffnen und schließen. Die stromab folgende *Aorta ascendens* ist das größte Blutgefäß im Körper und stellt mit ihrer elastischen Deformation durch den Druck ein bedeutendes Volumenreservoir im Körperkreislauf dar. Hieraus resultiert die Einteilung von KAHMO in einen aktiven und in einen passiven Teil. Im aktiven Teil wird die Strömung durch Muskelkontraktion und –relaxation quasiaktiv gefördert. Die numerische Berechnung des aktiven Teils vernachlässigt daher die Wechselwirkung zwischen Blutströmung und Herzmuskel und gibt die Bewegung des Ventrikels aktiv vor. Die Herzklappen und die Aorta besitzen keine oder nur sehr wenig muskuläre Aktivität und werden ausschließlich durch ihre Interaktion mit der Strömung bewegt und deformiert. Die Bewegung kann daher nicht vorgeschrieben werden, sondern muss durch geeignete Kopplung mit Strukturberechnungen ermittelt werden. Eingehende Beschreibungen der Modelle finden sich in Kapitel 2.4 und 2.3. In Abbildung 1.2 ist die Unterscheidung von aktivem (rot) und passivem (blau) Teil des KAHMO dargestellt.

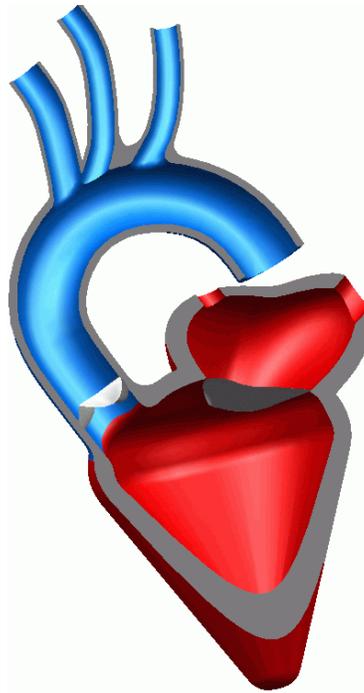


Abbildung 1.2: Einteilung des aktiven (rot) und passiven (blau) Teils von KAHMO

1.3 Stand der Forschung

1.3.1 Historisches

Die Phänomene der Blutströmung in vivo ist schon lange in den Fokus der Naturwissenschaft und Medizin gerückt. *Galen* (129 - 199 n.Chr.), auch bekannt als *Galenos von Pergamon* entwickelte die Säftelehre, nach der alle Krankheiten durch ein Ungleichgewicht der vier Säfte Blut, Schleim, schwarze Galle und gelbe Galle erklärt werden. Aus dieser Theorie wurde der Aderlass als Therapie gegen einen "Blutüberschuss" entwickelt. *W. Harvey* (1578 - 1657) entdeckte den großen Blutkreislauf. Schon 1616 erläuterte er in seinen Vorlesungen die Funktion des Herzens und beschrieb, wie es das Blut im Kreislauf befördert. Seine Erkenntnisse erwarb er durch geschickte Sektionen und sorgfältige Beobachtungen der Herz- und Blutbewegungen einer großen Zahl lebender Versuchstiere. In der Neuzeit wurde die For-

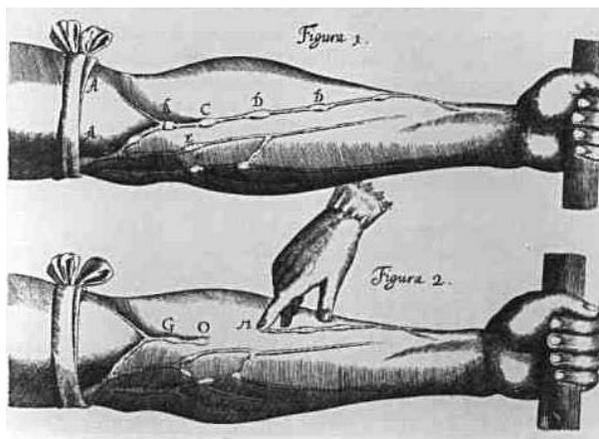


Abbildung 1.3: Harvey zeigte an einem abgebundenen Arm, dass venöses Blut stets in Richtung des Herzens fließt und erbrachte damit den Beweis für den Kreislauf des Blutes.

schung über die Strömungsverhältnisse in Blutgefäßen intensiviert und eine wichtige Grundlagen für die heutige Medizin gelegt. *Womersley* veröffentlichte 1957 seine Arbeit über die Fortpflanzung des Druckpulses in elastischen Röhren [50]. Er zeigte damit analytische Lösungsansätze, die auch für anatomisch vereinfachte Modelle von Blutgefäßen gültig sind.

1.3.2 Aktuelle Forschung

Untersuchungen von Blutströmungen sind in verschiedenen Arbeiten eingehend behandelt. *Peskin* und *McQueen* [40][39] erstellten mit der *Immersed Boundary Method*

und auf Grundlage von Anatomiedaten von Tieren eine numerische Simulation eines Herzens. Dabei werden die inkompressiblen Navier–Stokes–Gleichungen mittels FVM und zentralen Differenzen auf einem äquidistanten Rechnernetz gelöst und mit einbeschriebenen Fasern in Wechselwirkung gebracht. Die Lösung gibt einen ersten Eindruck der Durchströmung von Ventrikel und Aorta, muss aber wegen der Reduktion der Strukturmechanik auf Faserfilamente Abstriche machen.

Strömungssimulationen von künstlichen Herzklappen werden verschiedentlich durchgeführt. Insbesondere in direkter Zusammenarbeit mit verschiedenen Partnern aus der prothetischen Industrie sind numerische Berechnungen unternommen worden. *Trowbridge* [48] hat mehrere Arten von mechanische Herzklappen vermessen und mit dem kommerziellen Softwarepaket *ANSYS* untersucht.

In *Hirth* [19] wird das Strömungsverhalten einer Zweiflügelklappe in *vitro* untersucht und mit PIV-Messungen verglichen. Für die Strömungs–Strukturinteraktion wird eine Momentenbilanz um die Klappenflügel gebildet und Klappenbewegung berechnet.

Bei *Lai* [24] wird eine Zweiflügelklappe simuliert, um die Geschwindigkeitsverhältnisse bei der Schließung zu untersuchen. Dabei wird besonderes Augenmerk auf die Spitzengeschwindigkeiten gelegt, welche für die *Haemolyse* (Zerstörung roter Blutkörperchen) verantwortlich ist. Innerhalb des EU-geförderten Projektes *Blood-Sim* sind Fluid–Struktur–gekoppelte Simulationen von Zweiflügelklappen durchgeführt worden.

Pemrose [37] hat für diese Simulationen den Strömungscode *CFX-5* und das Strukturberechnungsprogramm *ANSYS* mit *MpCCI* gekoppelt. Die Ergebnisse zeigen einen guten Ansatz für die Simulation hoch–dynamischer Klappenbewegungen.

Grande [18] verwendet reale Geometriedaten, um eine Struktursimulation einer Aortenklappe durchzuführen. Bei diesen Berechnungen wurde das Strömungsfeld nicht gelöst. Trotzdem gibt die Arbeit Aufschlüsse über Deformationsverhalten, Materialeigenschaften und Spannungen in einer Aortenklappe.

DeHart [11],[12] zeigt Ergebnisse einer Fluid–Strukturinteraktion einer faserverstärkten generischen Aortenklappe. Die Berechnungen nutzen für die Strömungssimulation und die Struktursimulation die Finite–Elemente–Methode. Dabei ist das Integrationsgebiet auf ein symmetrisches Sechstel von Aortenklappe und Aortenwurzel reduziert. Für die Berechnung der Klappenbewegung wird dabei eine Eulerische Darstellung benutzt. Diese wird durch eine arbitrary-Lagrangian-Eulerian (ALE) [14] Methode mit der Strömungsmechanik gekoppelt.

Bei *Makhijani* [30] werden mit zweidimensionalen Shellelementen ein Klappenausschnitt für eine strukturmechanische Berechnung modelliert. Durch eine indirekte Kopplung mit einer Strömungsberechnung werden die Funktion einer künstlichen, bioprothetischen Herzklappe nachvollzogen. Die Ergebnisse zeigen insbesondere die Einsetzbarkeit der Methode für die weitere Entwicklung von Herzklappen.

Berechnungen von Blutgefäßen mittels fluid–struktur–gekoppelten Verfahren behandelt *Zhao* [51]. Dort werden verschiedene Halsschlagaderverzweigungen untersucht und die Veränderungen in der Wandschubspannung aufgezeigt. Dafür wurde bei dieser Arbeit eine Kopplung des Strömungssolvers *CFX-4* und des Strukturprogramms *ABAQUS* ausgeführt.

Bei *Qiu* [41] wird eine Coronararterie pulsierend durchströmt. Die Dean–Zahlen und Re–Zahlen liegen deutlich unter denen einer Aortenbogendurchströmung, sodass sich andere Strömungsstrukturen im Gefäß einstellen. Die Ergebnisse zeigen aber ein radiales Auswandern des Arterienbogens während eines Pulszyklus, wie es bei der Fluid–Struktur–Kopplung zu erwarten ist.

Die Effekte der Wandschubspannung in großen Gefäßen wird bei *Shipkowitz* [46] untersucht. Dabei werden die Sekundärströmungen in der absteigenden Aorta und den angrenzenden Abgängen betrachtet und deren Einfluss auf die Wandschubspannungsverteilung.

Bei *Lauprecht* [25] wird die aufsteigende Aorta mittels Magnet–Resonanz–Tomografie (MRT) geometrisch vermessen und mit einem Finite–Elemente–Verfahren numerisch berechnet. Dabei wird die Wandbewegung aus den MRT–Aufzeichnungen entnommen und der Aorta aktiv vorgegeben.

Numerische Simulationen von Blutströmungen im Aortenbogen finden sich ferner bei *Fujioka* [16]. Bei der Arbeit wurden Geometrieinformationen aus MRT (Magnet Resonanz Tomographie) verarbeitet, aus denen ein vereinfachtes Aortenbogenmodell generiert wurden.

Eine Ähnliche Vorgehensweise findet sich bei der Arbeit von *Jin* [22]. Durch verbesserte MRI-Datenerfassung werden hier die Wandbewegung als Randbedingung einer dreidimensionalen Strömungsberechnung aufgeprägt. In den Ergebnissen lassen sich bereits gut die Bildung der Sekundärströmung erkennen.

Die Arbeiten von *Meyer* [31] und *Baumgart* [4] haben die Strömung im menschlichen Aortenbogen numerisch und experimentell behandelt. Die vorliegende Arbeit baut auf den Ergebnissen dieser Veröffentlichungen auf und erweitert die numerischen Simulationen um ein Modell zur Wandbewegung.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Anatomie und Physionomie

2.1.1 Herz

Das Herz ist ein Hohlmuskel, der etwa die Größe einer Faust hat und an die 300 Gramm wiegt. Es schlägt 100.000 Mal pro Tag und 3 Milliarden Mal im Laufe eines achtzigjährigen Lebens und nimmt somit im Kreislaufsystem eine zentrale Rolle ein. Zwei Drittel des schräg liegenden Muskels ragen in den linken Brustraum hinein, ein Drittel in den rechten. Eine Scheidewand trennt das Herz in zwei Hälften.

Die rechte Hälfte enthält das venöse, sauerstoffarme Blut, während sich in der linken Hälfte das sauerstoffreiche, arterielle Blut befindet. Jede der beiden Hälften ist noch einmal in einen Vorhof und eine Herzkammer unterteilt. Die insgesamt vier Herzkammern haben muskulöse Wände, die in einem rhythmischen Wechsel von Kontraktion (Systole) und Erschlaffung (Diastole) das Blut weiterpumpen. Die Wände der linken Herzkammer sind aufgrund der höheren Anforderung dicker als die der rechten.

Die Richtung des Blutstroms wird hierbei durch ein Klappensystem gesteuert, welches zwischen den Vorhöfen und Kammern (Segelklappen) sowie den Kammern und Arterien (Taschenklappen) liegt. Erstgenannte Atrioventrikular-Klappen (AV-Klappen) (Mitral-Klappe am linken Herzen, Trikuspidal-Klappe am rechten Herzen) dienen zur Abdichtung der Ventrikel gegen die Vorhöfe während der Kontraktionsphase. Die Aorten- beziehungsweise Pulmonalklappen verhindern den Rückstrom von Blut in die Kammern während der Erschlaffungsphase.

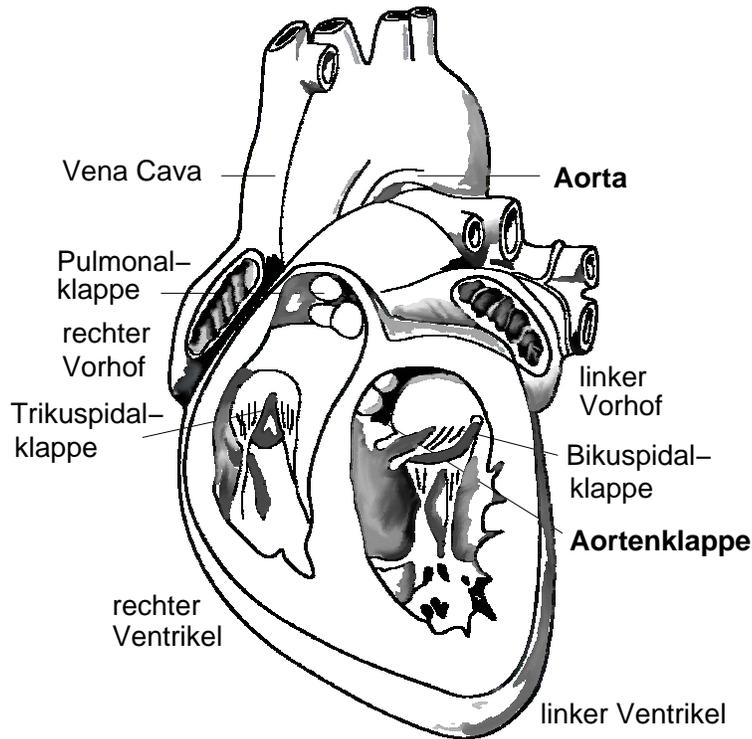


Abbildung 2.1: Anatomie des Herzens

2.1.2 Blutkreislauf

Zum besseren Verständnis der vorliegenden Arbeit sollen grundlegende anatomische und physiologische Eigenschaften des menschlichen Herz-Kreislaufsystems beschrieben werden. Eine Prinzipskizze des menschlichen Blutkreislaufs ist in Abbildung 2.2 gezeigt. Das Herz pumpt in jeder Minute etwa 5ℓ Blut in den Kreislauf. Die Pumpleistung kann sich bei körperlicher Belastung auf 20 bis 30ℓ pro Minute erhöhen. Der Gesamtkreislauf sichert den Gasaustausch zwischen dem Stoffwechsel im menschlichen Gewebe und der Luft der Atmosphäre. Der Körperkreislauf beginnt mit der Aorta, die sich in große Arterien aufzweigt. In den Kapillaren gibt das Blut einen Teil seines Sauerstoffs ab und nimmt Kohlendioxid auf. Aus den Kapillaren fließt das Blut in die Körpervenen, über die es wieder dem Herzen zugeführt wird. Dort wird das Blut in den Lungenkreislauf gepumpt, der sich aus Lungenarterien, -kapillaren und -venen zusammensetzt. In den Lungenkapillaren gibt das Blut einen Teil seines Kohlendioxids ab und nimmt soviel Sauerstoff auf, wie es vorher an das Körpergewebe abgegeben hat [7][32].

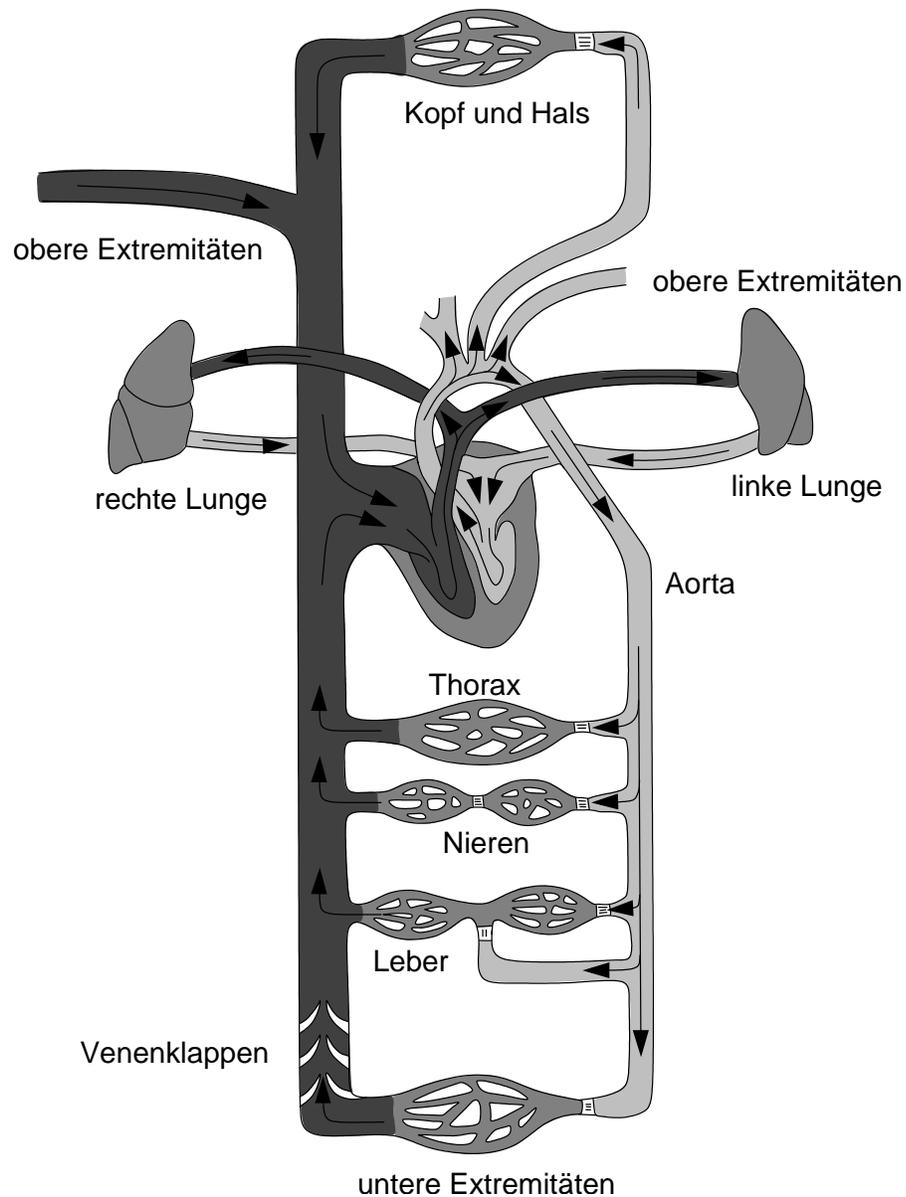


Abbildung 2.2: Blutkreislauf des menschlichen Körpers

Die Arterien verzweigen sich auf dem Weg durch den Körper zu immer kleineren und feineren Gefäßen. Die größte Arterie (Aorta) hat einen inneren Durchmesser von etwa 20mm . Die feinsten Arterien (Arteriolen), die das Blut in die Kapillaren leiten, erreichen einen Durchmesser in der Größenordnung von 10^{-5}m . Der mittlere Blutdruck beträgt etwa 133 mbar beim Verlassen des linken Ventrikels. Dieser fällt auf 13 mbar bis zur Rückkehr in den rechten Ventrikel ab. Aufgrund der elastischen

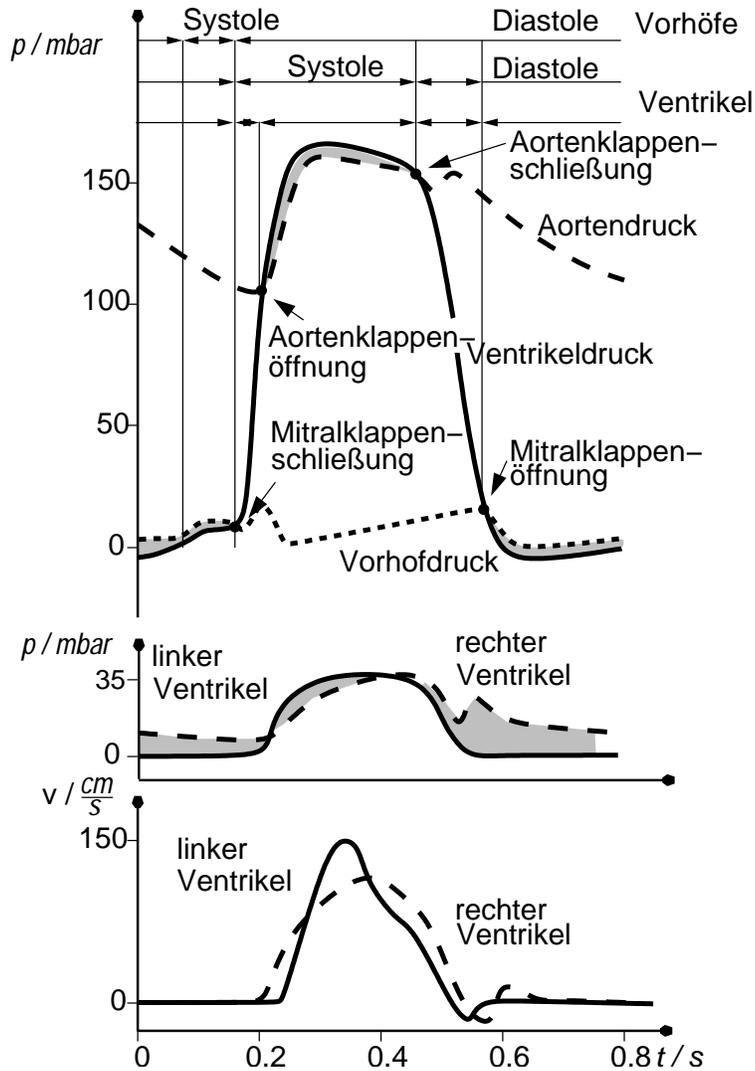


Abbildung 2.3: Druckverlauf in der Aorta, im linken Ventrikel und Vorhof während eines Herzzyklus.

Eigenschaften der Aorta pulsiert der Druck zwischen 160 und 240 $mbar$ um den Mittelwert. In den großen Arterien nimmt die Amplitude der Pulsation aufgrund der Wellenreflexionen zunächst zu, um im Bereich der Arteriolen über eine Strecke von wenigen Millimetern drastisch bis auf einen mittleren Wert von 40 $mbar$ abzufallen. In den Kapillaren und Venolen setzt sich der Druckabfall flacher fort. Schließlich bleibt für den Blutrücktransport in den rechten Ventrikel ein Druck von 13 $mbar$ übrig. In den großen Venen und der Vena Cava ist keine Pulsation und nur ein geringes Druckgefälle. Gleichzeitig treten Druckwellen auf, die durch die Pulsation des rechten Ventrikels entstehen und entgegen der Strömungsrichtung des Blutes laufen.

Bemerkenswert gering ist der systolische Druck in den Pulmonalarterien von etwa 20 *mbar*. Für die Überwindung des Strömungswiderstandes in den Lungengefäßen wird lediglich ein Druckgefälle von 13 bis 7 *mbar* benötigt. Damit verbleiben 13 bis 7 *mbar* Fülldruck für den linken Ventrikel.

Die Aorta und großen Arterien wirken aufgrund ihrer Elastizität als ein Volumenreservoir. Dadurch wird der Beschleunigungsanteil des Blutpulses verringert und ein höheres Druckniveau während der Diastole und Systole beibehalten. Der Ausfluss in die Arterienverzweigungen gleichmäßiger. Die Wellenform der Druck- und

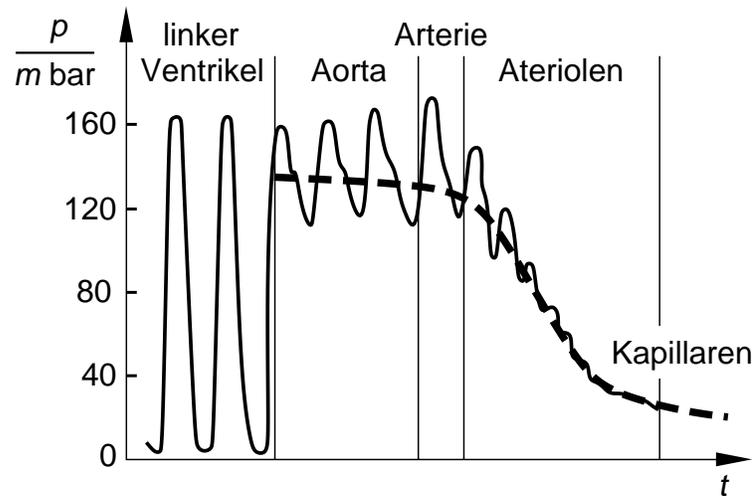


Abbildung 2.4: Druckverlauf im Arterienkreislauf

Geschwindigkeitspulse in den Arterienverzweigungen ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Zwischen jedem Druckpuls kontrahieren die Arterien um etwa 5% und halten damit den Bluttransport aufrecht. In den großen Arterien tritt kurzfristig eine Rückströmung ein. Der Nulldurchgang der Strömungsgeschwindigkeit erfolgt beim Schließen der Aortenklappen. Die Amplitude des Strömungspulses nimmt mit zunehmender Arterienverzweigung ab und die Pulsbreite wächst, während sich eine geringere Rückströmung einstellt. Die Fortbewegung des Druckpulses durch die Arterienverzweigungen ist zunächst mit einer Zunahme der Rückamplitude verbunden, die zum einen durch die Arterienverzweigungen und zum anderen durch die Abnahme der Elastizität der Arterienwände verursacht werden. Das Strömungsprofil in den verzweigten Arterien wird gleichförmiger.

Die Struktur einer Arterie ändert sich mit der Funktion, die sie ausführt. Alle Arterienwände lassen aber drei Schichten erkennen: innen die Intima, in der Mitte die Media und außen die Adventitia. Die Innenwand der Intima (Endothel) besteht aus einem geschlossenen Mosaik flacher Zellen, das die Höhlung der Arterien

wie eine Tapete auskleidet. Diese Schicht ist gegen Scherkräfte, wie sie das fließende Blut ausübt, sehr widerstandsfähig. Das Endothel bildet Substanzen, welche die Adhäsion und Aggregation von Thrombozyten hemmen, damit Thrombusbildungen verhindert werden. Die Media ist hauptsächlich für die Festigkeit und Elastizität der Wand verantwortlich. Sie setzt sich vor allem aus Elastin und glatten Muskelzellen zusammen, deren Anteile jedoch mit dem Arterientyp wechseln. Im allgemein ist das elastische Gewebe stark in den herznahen Arterien entwickelt. Peripherwärts nimmt die Zahl der glatten Muskeln in der Gefäßwand kontinuierlich zu, das elastische Material ab. Die Adventitia, die äußerste Schicht der Arterien, besteht vor allem aus Kollagen, einem Protein des Bindegewebes. Da die Adventitia kaum Elastizität und nur wenig glatte Muskelzellen besitzt, fehlen ihr auch die dynamischen Eigenschaften der Media. Sie trägt aber viel zur statischen Festigkeit der Arterienwand bei.

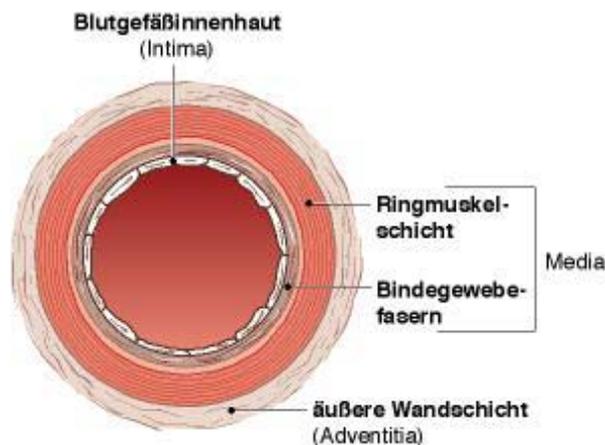


Abbildung 2.5: Struktureller Aufbau einer Arterienwand

2.1.3 Die Aortenklappe

Die Aortenklappe trennt das linke Ventrikel vom Körperkreislauf. Ihre Aufgabe ist den Rückfluß des Blutes aus dem Kreislauf in den linken Ventrikel zu verhindern.

Die Aortenklappe besteht aus drei halbmondförmigen Bindegewebstaschen. Wegen des hohen Drucks, dem die Aortenklappe während der Kontraktionsphase ausgesetzt ist, sind die Klappentaschen wesentlich stabiler gebaut als die Segel der Mitralklappe.

Im geöffneten Zustand legen sich die Taschen der Aortenklappe trotz des hohen Aortendrucks nicht an die Aortenwand an. Die Spitzen der Taschen werden umströmt und bilden zwischen Klappentasche und Aortenwand ein Rückströmgebiet, dessen

Gegendruck das Ausbeulen der Taschen und das Anlegen verhindert. Abbildung 2.6 zeigt die Anatomie einer Aortenklappe.

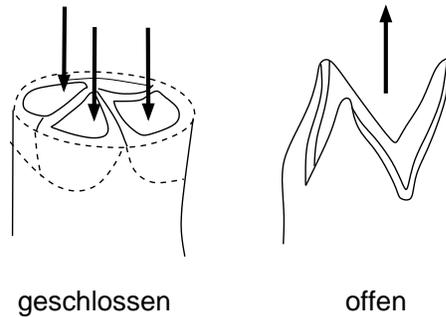


Abbildung 2.6: Anatomie der Aortenklappe in geschlossenem und geöffnetem Zustand.

2.1.3.1 Formen der Aortenklappenerkrankung

Die Aortenklappe kann aufgrund von Alterung oder auch von Geburt an verschiedene pathologische Veränderungen aufweisen. Aus strömungsmechanischer Sicht sind hier zwei Effekte von Bedeutung:

Insuffizienz

Bei einer Insuffizienz schließt die Herzklappe nicht vollständig ab, was dazu führt, dass Blut nach Klappenschluss noch aus der Schlagader wieder zurück in die Herzkammer fließen kann. Beim nächsten Pumpvorgang muss diese Menge Blut zusätzlich zur eigentlich vorgesehenen Menge gepumpt werden. Dieses wiederholt sich kontinuierlich: Ständig fließt ein Teil des gepumpten Blutes zwischen Aorta und Herzkammer hin und her. Dieses Blut wird Pendelblut genannt.

Es muss mehr Blut gepumpt werden als für den Körper eigentlich benötigt wird. Der Herzmuskel kompensiert dies in Form von Vergrößerung und Gewebeerweiterung des betroffenen Herzabschnittes (*exzentrische Hypertrophie*). Natürliche Anpassungen gelingen erfahrungsgemäß nur für einen gewissen Zeitraum. Danach schafft der Herzmuskel es nicht mehr, die benötigte Blutmenge zusätzlich zum Pendelblut zu transportieren. Es besteht die Gefahr, dass der Herzmuskel schließlich erlahmt und sich Anstauungen von Blut und anderen Körperflüssigkeiten z.B. in der Lunge bilden (*Ödeme*). Weitere Konsequenzen für den Betroffenen sind starker Leistungsabfall, rasches Ermüden und Atemnot bei Belastung. Vorhofflimmern oder Herzrasen können erste Anzeichen einer Klappeninsuffizienz sein.

Stenose

Eine der häufigsten Herzklappenerkrankungen ist die Aortenstenose. Sie wird verursacht u.a. durch rheumatische oder bakterielle Endokarditis (Entzündung der Herzinnenhaut). In seltenen Fällen ist sie auch angeboren und oft mit anderen Herzfehlbildungen verbunden. Durch Verwachsungen oder Verkalkungen (*Sklerose*) der Segelklappen (*Kommissuren*) wird die Klappenöffnungsfläche eingeengt. Es ergibt sich eine systolische Druckerhöhung in der linken Herzkammer. Der Druckunterschied zwischen Ventrikel und der Aorta kann dabei erheblich sein. Das Schlagvolumen des Herzens nimmt ab und führt zu einer ansteigenden Linksherzinsuffizienz. Bei einer Stenose der Herzklappen steigt demnach die Druckbelastung für das Herz und es kommt zu einer Linksherzinsuffizienz.

2.1.4 Eigenschaften von Blut

Das Blut besteht aus dem *Blutplasma* und den darin suspendierten roten Blutkörperchen (*Erythrozyten*), weißen Blutkörperchen (*Leukozythen*) und den Blutplättchen (*Thrombozythen*). Das Blutplasma ist das Trägerfluid, das zu 90% aus Wasser, den Proteinen, Antikörpern und Fibrinogenen besteht. Das Blut hat die Aufgabe die Versorgung und Entsorgung der Körperzellen mit Nährstoffen, Atemgasen, Mineralien, Fermenten, Hormonen, Stoffwechselprodukten, Schlackestoffen, Wasser und Wärme sicherzustellen. Es dient als Transportsystem für die Blutkörperchen, die die Immunreaktionen des Körpers und die Sicherung des Kreislaufsystems gegen Verletzungen garantieren. Das mittlere Blutvolumen beträgt beim Mann etwa fünf Liter und bei der Frau vier Liter. Davon verteilen sich 84% im großen Körperkreislauf im Wesentlichen in den Venen, nur 9% im Lungenkreislauf und 7% im Herzen. Die Einflußfaktoren auf das Fließverhalten von Blut sind in erster Linie

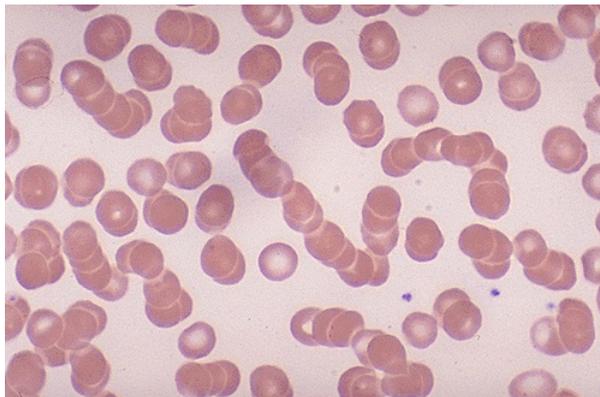


Abbildung 2.7: Erythrozyten in aggregiertem Zustand.

die Viskosität des Plasmas und die Konzentration und Interaktion der gelösten Partikel. Der Hauptanteil der Partikel sind die roten Blutkörperchen (Erythrozyten), deren volumetrischer Anteil am Blut bei ca. 40 bis 45% liegt. In der Hauptsache sind die Interaktionen zwischen den Erythrozyten die Ursache für das Nicht-Newtonsche Verhalten. Rote Blutkörperchen sind elastisch deformierbare Körper mit bikonkaver Form und einem Durchmesser von ca. $7\mu m$. Bei großen Scherraten liegen die Erythrozyten als einzelne Partikel vor und werden durch die Scherungen deformiert. Sinkt die Scherrate unter $\dot{\gamma} < 10s^{-1}$, aggregieren die Blutkörperchen zu sogenannten Geldrollen (Abbildung 2.7). Sinkt die Scherrate weiter, unter den Wert von $\dot{\gamma} < 1s^{-1}$, bilden die Blutkörperchen dreidimensionale Strukturen. Mit dem Grad der Aggregation steigt die Viskosität. Bei steigenden Scherraten lösen sich die Konglomerate auf und die Viskosität sinkt wieder. In großen Gefäßen kann die Scherrate als $\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial r}$ geschrieben werden.

Während das Aufbrechen der Geldrollen-Strukturen innerhalb von Sekundenbruchteilen geschieht, benötigt in menschlichem Blut die Aggregation bis zur Ausbildung der Strukturen ca. $10s$. Der Puls des Kreislaufs liegt bei etwa $1/10$ dieser Zeit. In großen Gefäßen besteht daher keine Geldrollenbildung [45].

2.2 Strömungsmechanik

2.2.1 Modellierung von Blut

Wie bereits in Kapitel 2.1.4 erläutert, handelt es sich bei Blut um eine Suspension aus newtonischem Blutplasma und den mit transportierten Erythrozyten. Demzufolge beschreiben Blutströmungen eine Mehrphasenströmung ohne Übergang zwischen den Phasen. Um Blutströmungen numerisch zu behandeln, wird anstatt einer Mehrphasenströmung Blut als Nicht-Newtonsches Medium modelliert. Die Fließkurve wird dafür mit Modellgleichungen formuliert und experimentellen Werten angepasst. Dabei können Effekte des Shear Thinning berücksichtigt werden. Die Fließgrenze von Blut kann für Strömungen in großen Gefäßen vernachlässigt werden, da eine Aggregation erst nach gewisser Zeit einsetzt (vgl. Kapitel 2.1.4). Damit kann ein solches Modell in den Grundgleichungen (2.2.2) Verwendung finden. Ein verbreitetes Modell für Nicht-Newtonsche Medien ist das Cross-Modell. Es modelliert eine Funktion für die molekulare Viskosität in Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit und verschiedener Parameter. Dieses Modell existiert in mehreren Varianten. Die vierparametrische Variante formuliert die Viskosität mit:

$$\mu_{eff}(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + (K \cdot \dot{\gamma})^m} \quad (2.1)$$

Darin bezeichnet μ_{eff} die modellierte effektive Viskosität, μ_{∞} eine Grenzviskosität für hohe $\dot{\gamma}$ und μ_0 für kleine Werte von $\dot{\gamma}$. Werte für $\mu_{eff}, \mu_{\infty}, \lambda, a$ und b können aus

Experimenten wie z.B. aus *Liepsch* [28] entnommen werden. Für kleine und große Schergeschwindigkeiten nähert sich das Verhalten dem eines Newtonschen Mediums. Die dreiparametrische Variante entspricht der Vierparametrischen mit $m = 1$:

$$\mu_{eff}(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1} + (K \cdot \dot{\gamma}) \quad . \quad (2.2)$$

Um die lange Aggregationsphase von Blut zu berücksichtigen lautet die modifizierte vierparametrische Formulierung nach Perktold [38]:

$$\mu_{eff}(\dot{\gamma}) = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \frac{1}{(1 + (\lambda \dot{\gamma}^b)^a)} \quad . \quad (2.3)$$

Im allgemeinen, dreidimensionalen Fall kann die Schergeschwindigkeit nicht wie im eindimensionalen Fall aus Geschwindigkeitsableitung hergeleitet werden. Die entscheidende Größe ist die zweite Invariante des Spannungstensors I_2 [17]. Diese lautet

$$I_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 V_{ij}^2 \quad \text{mit} \quad (2.4)$$

$$V_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad . \quad (2.5)$$

Die Schergeschwindigkeit ist quadratisch enthalten, die Viskositätsfunktion lässt sich in diesem Fall auch in Abhängigkeit von I_2 ausdrücken. Tatsächlich ist für stationäre Scherströmungen [29]

$$I_2 = \frac{1}{4} \dot{\gamma}^2 \quad . \quad (2.6)$$

2.2.2 Grundgleichungen

Differentielle Form

In den meisten technisch und in der Natur relevanten strömungsmechanischen Vorgängen können Fluide als Kontinuum angesehen werden. Sie unterliegen den Erhaltungssätzen für Masse, Impuls und Energie, welche aus den mechanischen und thermodynamischen Gesetzen der Kontinuumsmechanik (siehe z.B. Oertel [33]) oder aus gaskinetischen Betrachtungsweisen [2] abgeleitet werden können. Beide Vorgehensweisen führen auf ein System partieller Differentialgleichungen in Abhängigkeit des Ortes $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ und der Zeit t . Unter Vernachlässigung von äußeren Wärmequellen und Berücksichtigung von Kraftfeldern lauten sie in koordinatenunabhängiger Vektorschreibweise :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\vec{v}) &= 0 \quad \text{Massenerhaltung} \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) &= \vec{k} - \nabla p + \mu \cdot \Delta \vec{v} \quad \text{Impulserhaltung} \quad (2.7)\end{aligned}$$

Erhaltungsform

Für die numerische Berechnung ist es sinnvoll die Gleichungen in Erhaltungsform zu formulieren. Dabei werden in den Grundgleichungen die Erhaltungsgrößen Masse, Impuls und Energie als Divergenz dargestellt. Zusätzlich werden dimensionslose Größen eingeführt. Für die Entdimensionierung einer pulsierenden Strömung werden eine charakteristische Länge D , eine Bezugsgeschwindigkeit U und die Pulsfrequenz $2\pi f$ herangezogen[34][32]:

$$x^* = \frac{x}{D}, \quad u^* = \frac{u}{U}, \quad t^* = t \cdot 2\pi f, \quad p^* = \frac{P}{\rho \cdot U}.$$

Die dimensionslosen Navier–Stokes–Gleichungen für die pulsierende Strömung eines inkompressiblen, nicht-Newtonschen Fluides lauten in Erhaltungsform:

$$\frac{Wo^2}{Re_D} \frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + (\vec{u}^* \cdot \Delta) \vec{u}^* = -\Delta p^* + \frac{1}{Re_D} \nabla \vec{u}^* \quad (2.8)$$

Da das Differenzialgleichungssystem 2.8 an einem raumfesten Kontrollvolumen hergeleitet wird, wird diese Form als Erhaltungsform oder konservative Form bezeichnet.

Dimensionslose Kennzahlen

Für die Charakterisierung und Klassifizierung der inkompressiblen, instationären Strömung in Blutgefäßen können verschiedene dimensionslose Kennzahlen herangezogen werden. Hierfür wird in den dimensionslosen Grundgleichungen in Erhaltungsform bereits die Reynolds–Zahl eingeführt. Sie trifft eine Aussage über das Verhältnis der Trägheitskräfte zu Reibungskräften in der Strömung. Bei konstanter Reynolds–Zahl sind geometrisch ähnliche Strömungen zu erwarten.

$$Re_D = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu_{eff}}$$

Im vorliegenden Fall einer Aortendurchströmung werden der Durchmesser D der Aortenwurzel und μ mit einer mittleren effektiven, volumengemittelten Viskosität μ_{eff} gesetzt. Diese wird aus der volumengemittelten effektiven Viskosität $\tilde{\mu}_{eff}$ und der Zeit eines Zyklusses T bestimmt. Geschwindigkeit U kann bei der pulsierenden Strömung mit der mittleren Geschwindigkeit der Systole festgelegt werden. Alle Größen sind dabei zeitlich gemittelt eingesetzt.

Um die instationären Strömungscharakteristika zu erfassen wird zusätzlich zur Reynolds-Zahl die Womersley-Zahl eingeführt. Sie wird durch das Verhältnis der instationären Beschleunigungskräfte zu Reibungskräften gebildet.

$$W_o = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_{eff}}{\rho}} \cdot \frac{D}{2}$$

Darin ist ω die Kreisfrequenz der Pulsation

Eine weitere wichtige Kennzahl, welche für die Durchströmung der Aortenbogens von Bedeutung ist, ist die Dean-Zahl. Sie repräsentiert das Verhältnis zwischen der Zentrifugalkraft, die durch die Krümmung hervorgerufen wird, und der Trägheit der Strömung.

$$De = Re_D \sqrt{\frac{r}{R}}$$

Dabei sind r der Radius des Rohres und R der Radius der Krümmung.

2.2.3 Randbedingungen

Um ein System partieller Differenzialgleichungen vollständig zu lösen, bedarf es der Definition von Randbedingungen an den Grenzen des Integrationsgebietes. Differenzialgleichungen und Randbedingungen zusammengenommen wird als Randwertproblem bezeichnet. Es werden zwei Typen von Randbedingungen unterschieden:

- **Dirichlet-Bedingungen**

Dabei werden an den Grenzen feste Werte für die Strömungsgrößen vorgegeben.

- **Neumann-Bedingungen**

An den Grenzen des Integrationsgebietes werden Gradienten der Strömungsgrößen in Richtung des Normalenvektors \vec{n} vorgegeben.

Für die Strömungssimulation im Aortenbogen werden Einlass-, Druck- und Wandrandbedingungen definiert. Dabei handelt es sich bei allen um Dirichlet-Bedingungen. Für die Wand wird die Haftbedingung vorausgesetzt, dabei wird die

Geschwindigkeit an den Grenzen des Integrationsgebietes gleich der Geschwindigkeit an der Wand gesetzt.

$$\vec{u} = \vec{u}_{wand} \quad (2.9)$$

An den Einlassrändern wird die zeitabhängige Geschwindigkeitsverteilung vorgegeben. Mit konstanter Dichte für inkompressible Strömungen ergibt sich eine Massenstromverteilung.

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_{Einlass}(\vec{x}, t) \quad . \quad (2.10)$$

Für die Ausströmränder des Integrationsgebietes werden Dirichlet-Druckrandbedingungen vorgegeben, um den periphere Widerstand des Kreislaufsystems wiederzugeben. Da in den Erhaltungsgleichungen inkompressibler Strömungen der Druck lediglich als Gradient auftritt, ist das absolute Druckniveau beliebig. Um das Druckniveau den realen Werten anzupassen, wird der Druck an einem beliebigen Punkt des Kontrollraums festgelegt.

Am Beispiel der Aortendurchströmung sollen die Lage und Funktion, der in dieser Arbeit verwendeten Randbedingungen, gezeigt werden. In Abbildung 2.2.3 sind für den Einstromrand in der aufsteigenden Aorta die Einlassrandbedingung gemäß 2.10 verwendet und die bereits Beschriebenen Druckrandbedingungen für die Ausströmränder. An der Wand gilt die Haftbedingung. Für die einzelnen Berechnungen werden die numerischen Modelle in den jeweiligen Kapiteln nochmals detailliert erläutert.

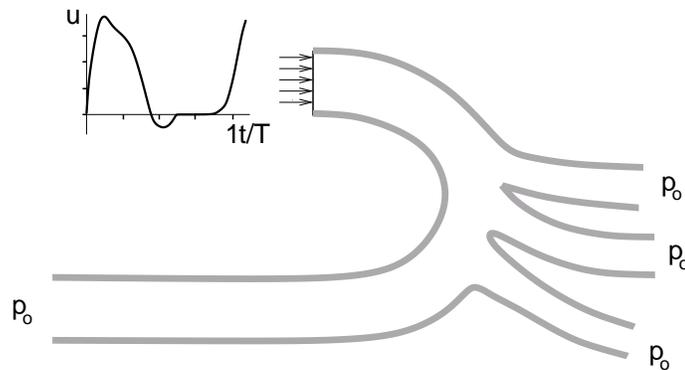


Abbildung 2.8: Beispiel für die Anwendung der strömungsmechanischen Randbedingungen für die Aortendurchströmung.

2.2.4 Anfangsbedingungen

Zur Lösung der gegebenen Differentialgleichung sind neben den oben beschriebenen Randbedingungen Anfangsbedingungen vorzugeben. Genauer sind für al-

le abhängigen Variablen, die Werte zum Zeitpunkt $t = 0$ bzw. der nullten Iteration festzulegen. Diese Werte sollten im Zusammenhang mit dem gegebenen Strömungsproblem stehen und speziell von der Massenerhaltung möglichst wenig abweichen. Vorgegeben werden

$$\vec{v}(\vec{x}, 0) \quad p(\vec{x}, 0)$$

beziehungsweise

$$\vec{v}^0(\vec{x}) \quad p^0(\vec{x}) \quad .$$

Zudem spielt dabei der gewählte Lösungsalgorithmus eine Rolle, für welche numerisch berechneten Größen Anfangsbedingungen benötigt werden.

2.2.5 Strömung im Blutkreislauf

Die Reynolds-Zahlen der Blutströmung in den Arterien liegen zwischen 100 bis mehreren tausend [32]. Der Strömungspuls des Herzens verursacht in den kleineren Arterien eine periodische, laminare Strömung und in den größeren Arterien eine transitionelle Strömung. Der Übergang zur turbulenten Arterienströmung wird dabei von temporären Wendepunktprofilen eingeleitet. Diese treten bei der instationären Rückströmung in der Nähe der Arterienwand während der Relaxationsphase des Herzens auf. Je kleiner die Arterienverzweigungen werden umso geringer macht sich die pulsierende Strömung bemerkbar.

In den gekrümmten Arterien und insbesondere in der Aorta bilden sich aufgrund der Zentrifugalkraft Sekundärströmungen aus. Dabei entsteht eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu den Stromlinien, die eine Zirkulationsströmung in Richtung Außenwand verursacht. Diese wirkt stabilisierend auf den Transitionsprozess. Die kritische Reynolds-Zahl des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofils wächst von 2300 für das gerade Rohr auf bis zu 6000 des gekrümmten Rohres an. Die Peak-Reynolds-Zahlen stellen sich beim gesunden Menschen so ein, dass die Sekundärströmung in der Krümmung des Aortenkanals unter stationären Bedingungen das Einsetzen der Turbulenz verhindern. In Wirklichkeit erfolgt die beschriebene instationäre transitionelle Strömung in der wandnahen Grenzschicht während der Verzögerungsphase des Pumpzyklus. Die dabei auftretenden Instabilitäten werden jedoch nach kurzer Zeit durch die zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsprofils gedämpft.

Die Blutströmung, die das Herz verlässt, wird in bis zu 30 Verzweigungen unterteilt bis hin zur Mikrozirkulation von mehreren hundert Millionen kleinen, individuellen Strömungen in Adern mit einigen hundert Mikrometer Durchmesser, bzw. in Kapillaren von weniger als 10 Mikrometer Durchmesser.

Die Einlaufströmung im geraden Rohr des Durchmessers D beträgt etwa $(0.03Re_D) \cdot D$. Daraus ergibt sich, dass der größte Teil der Arterien nach den Verzweigungen

durch Einlaufströmungen charakterisiert sind und sich damit keine gemittelte Poiseulle Strömung einstellt. Betrachtet man den großen Bogen der Aorta in Abbildung 2.2, so kann man aufgrund der Einlaufströmung trotz der großen Krümmung keine ausgebildete Sekundärströmung erwarten.

Der Druckpuls des Herzens erzeugt eine Arterienerweiterung von etwa 2%. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckwelle in den viskoelastischen Arterienwänden ist etwa fünf mal größer als die maximale Blutgeschwindigkeit. Die Vernachlässigung der Elastizität würde eine unendliche Ausbreitungsgeschwindigkeit zur Folge haben, die bei einem Faktor fünf der Ausbreitungsgeschwindigkeit für Abschätzungen genutzt werden kann.

2.3 Grundlagen der Strukturmechanik

Verschiebungen und Verzerrungen eines Körpers werden in einem raumfesten Koordinatensystem x, y, z beschrieben. Ein materieller Punkt befindet sich vor einer Verschiebung oder Verzerrung an einem Ort \vec{r} mit den Koordinaten x, y, z , dann ist der Verschiebungsvektor $\vec{u} = \vec{u}(x_1, x_2, x_3)$, bzw. $\vec{u}(\vec{r})$. Die von x, y, z abhängigen Komponenten von \vec{u} seien u, v, w [10]. In Abbildung 2.9 sind $\vec{u}(\vec{r})$ und $\vec{u}(\vec{r} + \Delta\vec{r})$

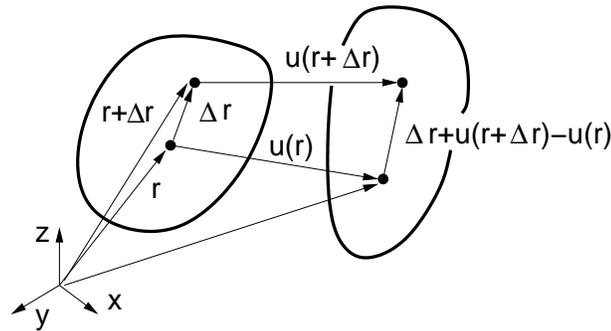


Abbildung 2.9: Verschiebung und Verzerrung zweier materieller Punkte

die Verschiebung zweier materieller Punkte eines Körpers. Sie sind das Resultat einer beliebig großen Starrkörperverschiebung und einer beliebig großen Deformation. Auf die Differenz der Abstandsquadrate der Punkte in ihren Anfangs- und Endlage hat nur die Deformation einen Einfluss:

$$[\Delta\vec{r} + \vec{u}(\vec{r} + \Delta\vec{r})]^2 - \vec{u}(\vec{r})^2 - (\Delta\vec{r})^2. \quad (2.11)$$

Mit einer Taylorentwicklung, dem Grenzübergang von $\Delta\vec{r}$ nach $d\vec{r}$ und einer Zerlegung der Vektoren im kartesischen x, y, z -System ergibt sich für die Differenz aus

Gleichung 2.11 der Ausdruck $2d\mathbf{r}^T \varepsilon d\mathbf{r}$. Darin ist ε eine symmetrische Matrix in der Form:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\mathbf{F} + \mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{F}^T) \quad (2.12)$$

ε ist die Komponentenmatrix des Eulerschen Deformations- oder Verzerrungsvektors im Punkt (x, y, z) . Das nichtlineare Glied $\mathbf{F}\mathbf{F}^T$ in Gleichung 2.12 ist vernachlässigbar, wenn die Deformation klein, die Starrkörperdrehung gleich Null und die Starrkörperverschiebung beliebig groß ist. Für diesen Fall kann ε ausgedrückt werden als:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{yz} &= \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} & \gamma_{zx} &= \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned}$$

ε_x , ε_y und ε_z sind die Dehnungen und γ_{xy}, γ_{yz} und γ_{zx} sind die Scherungen des Körpers im betrachteten Punkt. Scherung und Dehnung werden Verzerrung genannt, ε beschreibt daher den Verzerrungszustand vollständig.

Die sechs Verzerrungen aus 2.13 werden durch stetige Funktionen der drei Unabhängigen x, y, z ausgedrückt und müssen deshalb sechs Kompatibilitätsbedingungen erfüllen, zwei davon lauten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} &= 0, \\ -2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die weiteren ergeben sich durch zyklisches Ersetzen von (x, y, z) .

Zur vollständigen Beschreibung des Zustandes eines elastischen Körpers, wird zum Verzerrungszustand der Spannungszustand ergänzt. Dieser wird durch den Spannungstensor in einem materiellen Punkt beschrieben. Aus Gleichgewichtsgründen im Punkt ist der Tensor symmetrisch:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Der Tensor 2.15 beschreibt den Spannungszustand im Körper vollständig.

Für die lineare Elastizitätstheorie müssen Spannungs- und Verzerrungszustand miteinander in Bezug gebracht werden, sodass die bei der Erzeugung eines Verzerrungszustandes nötige Arbeit nur vom Verzerrungszustand selbst abhängig ist und nicht von der Art seines Zustandekommens. Für isotrope Materialien gilt:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\sigma_i - \nu(\sigma_j + \sigma_k)}{E} + \alpha\Delta T, \quad \gamma_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{G} \quad \text{mit } i, j, k = x, y, z \text{ verschieden.} \quad (2.16)$$

Für Fragestellungen ohne Temperaturgradienten wird das hintere Glied der Gleichung 2.16 gleich Null. Aufgelöst nach der Spannung lautet Gleichung 2.16 dann:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_i + \frac{\nu}{1-2\nu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \right], \quad \text{mit } i, j, k = x, y, z, \quad (2.17)$$

$$\tau_{ij} = G\gamma_{ij}, \quad \text{mit } i, j = x, y, z; \quad i \neq j$$

Dabei sind G , E und ν Materialkonstanten. G ist das Schubmodul und E das Elastizitätsmodul. Sie haben die Dimension einer Spannung. ν ist die dimensionslose Querkontraktionszahl, und liegt zwischen $0 \leq \nu \leq \frac{1}{2}$. Sie sind durch folgende Beziehung miteinander verknüpft:

$$E = 2(1 + \nu G). \quad (2.18)$$

Für die Berechnung mit numerischen Methoden ist es oft sinnvoll die Grundgleichungen nach der Verschiebung oder den Spannungen aufzulösen. Mit der Gleichgewichtsbedingung

$$\sigma_{ij,i} + f_i = 0 \quad (2.19)$$

und Einführen der *Laméschen* Konstanten $\mu = G$ und $\lambda = \frac{\nu\mu}{\frac{1}{2}-\nu}$ ergibt sich:

$$(\lambda + \mu) u_{j,ji} + \mu u_{i,jj} + f_i = 0 \quad (2.20)$$

Sie werden auch *Naviersche* oder *Lamésche Gleichungen* genannt. Damit ist das Problem auf drei Gleichungen für die Verschiebungen reduziert. Die Differentialgleichungen sind dafür von höherer Ordnung.

In der Anwendung der Elastizitätstheorie auf lebendes Gewebe zeigen sich verschieden Einschränkungen. Insbesondere für die Spannungen und Verzerrungen im Herzen ist eine Linearisierung, wie sie für Gleichung 2.11 durchgeführt wurde, nicht gerechtfertigt. Die Anwendung einer linearisierten Theorie auf die elastische Aortendefomation ist in bestimmten Bereichen mit linearem Stoffgesetz legitim (vgl. 4.2.2).

2.4 Strömungs-Struktur-Kopplung

Mehrfeldprobleme existieren in vielen Bereichen der Naturwissenschaften. Darunter kann zwischen volumengekoppelten und oberflächengekoppelten Problemen unterschieden werden.

Bei *volumengekoppelten* Problemen handelt es sich um Systeme, die sich teilweise oder ganz im Raum überschneiden. Beispiele für volumengekoppelte Fragestellungen sind Strömungen in porösen Medien oder die Thermomechanik.

Im Falle von *oberflächengekoppelten* Systemen findet die Interaktion zwischen den Systemen über eine gemeinsame Grenzfläche statt. Die Felder überlappen sich dabei kaum oder gar nicht. Die Interaktion wird über Randbedingungen durchgeführt. Zu dieser Art von gekoppelten Systemen gehört die Fluid–Struktur–Interaktion.

2.4.1 Lösungsmöglichkeiten

Für die numerische Behandlung gekoppelter Fragestellungen existieren verschiedene Ansätze [15] [49]. In einer Übersicht sollen kurz die einzelnen Möglichkeiten vorgestellt werden.

Oberflächengekoppelte Fragestellungen können auf drei verschiedene Weisen behandelt werden.

- Bei **simultaner** Simulation wird das gekoppelte Problem mit allen physikalischen Voraussetzungen in einen simultanen, bzw. monolithischen Ansatz formuliert. Bei diesem Ansatz werden alle Abhängigkeiten über beide Lösungsvektoren der Systeme berücksichtigt.
- Eine weitere Möglichkeit ist das Lösen mittels **Elimination** eines Feldes des gekoppelten Problems und Einsetzen in das verbleibende Feld. Die Probleme sind dabei auf einfache und lineare Fragestellungen begrenzt. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass sich durch dieses Verfahren erhebliche numerische Nachteile ergeben können [35].
- Das **partitionierte** Lösen des Mehrfeldproblems ist eine weitere Möglichkeit gekoppelte Systeme zu simulieren. Dabei werden die Felder getrennt voneinander numerisch behandelt und isoliert gelöst. Die Interaktion wird durch den Austausch geeigneter Lastgrößen durchgeführt. Bei der Kommunikation zwischen den Feldern werden Verfahren mit Prediktor-, Synchronisations- und Substitutionsschritten eingesetzt.

Abbildung 2.10 zeigt grafisch die drei verschiedenen Möglichkeiten.

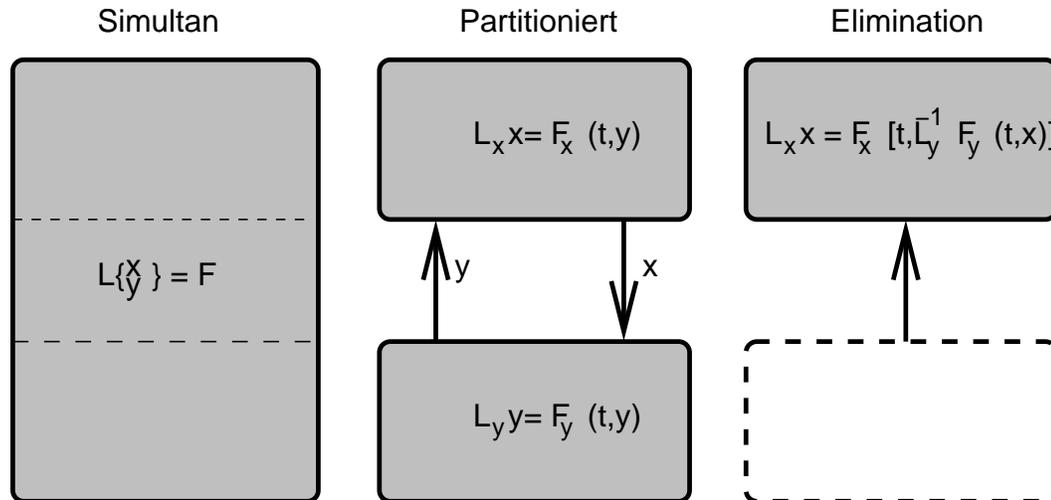


Abbildung 2.10: Lösungsmöglichkeiten für gekoppelte Probleme

2.4.2 Partitioniertes Lösen von Mehrfeldproblemen

Eine oft verwendete Methode zum Berechnen von Strömungs-Struktur-Simulationen ist das Lösen mit einem partitionierten Ansatz. Die Vorteile dieser Methode liegen in der Möglichkeit für die einzelnen Felder verifizierte Strömungs- bzw. Struktursolver einzusetzen. Desweiteren bietet ein partitionierter Ansatz, die Möglichkeit für die verschiedenen Felder unterschiedliche Diskretisierungsverfahren anzuwenden. Grundsätzlich können zwei Gruppen unterschieden werden:

- schwach gekoppelte Verfahren
- stark gekoppelte Verfahren

In Abbildung 2.11 sind schematisch die Unterschiede zwischen einer starken und einer schwachen Kopplung gezeigt.

Schwach gekoppelte Verfahren

Dieses Verfahren baut auf einem klassischen gestaffelten Ansatz auf. Die einzelnen Felder werden dabei sequenziell und getrennt voneinander gelöst. Nach jeder erfolgten Einzellösung werden die erforderlichen Informationen an das andere Feld übergeben. Dieses schreitet dann mit dem nächsten Zeitschritt fort. Deshalb kann ein Verfahren mit einfacher Kopplung nie eine Gleichgewichtslage erreichen. Das Mehrfeldproblem kann daher nur innerhalb gewisser Genauigkeiten gelöst werden.

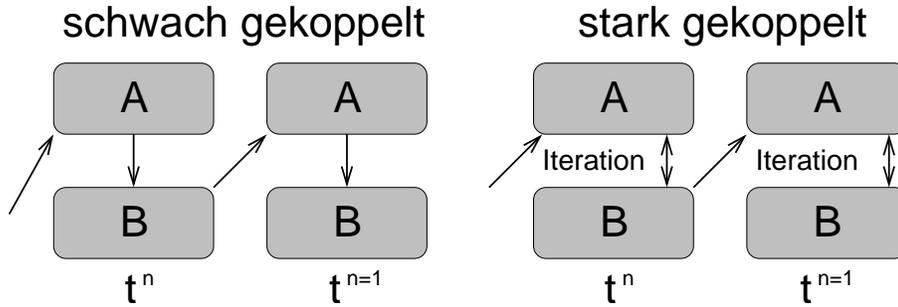


Abbildung 2.11: Unterscheidung zwischen schwachen und starken partitionierten Verfahrenen.

Stark gekoppelte Verfahren

Stark gekoppelte partitionierte Verfahren erreichen am Ende jeden Zeitschritts ein Gleichgewicht der Mehrfeldfragestellung. Dies wird bei starken Kopplungen durch eine Iteration zwischen den Feldern zu jedem Zeitschritt erreicht. Eine ausiterierte Lösung eines stark gekoppelten Verfahrens entspricht einer Lösung, welche durch simultane Verfahren erreicht wurde.

2.4.2.1 Randbedingungen

Durch das partitionierte Koppeln verschiedener Felder entstehen zwischen den einzelnen Berechnungsdomänen Randbedingungen, die entsprechend gehandhabt werden müssen. Für die inkompressiblen Navier–Stokes–Gleichungen (Gleichung 2.8) gelten an der Grenzfläche zur Strukturberechnung die Haftbedingung der Wand. Dabei muss an der Grenzfläche Γ die Bewegung der Wand berücksichtigt werden:

$$\vec{u} = \dot{\vec{d}}, \quad \dot{\vec{d}} \cdot \vec{n} = \vec{u}_N \cdot \vec{n} \quad (2.21)$$

\vec{u} ist die Fluidgeschwindigkeit, $\dot{\vec{d}}$ die Deformationsgeschwindigkeit der Struktur, \vec{n} die Wandnormale und \vec{u}_N die Netzgeschwindigkeit. Mit dem zweiten Ausdruck in Gleichung 2.21 wird die Konsistenz der Grenzfläche aufrechterhalten.

2.4.2.2 Lasttransfer

In direktem Zusammenhang mit den Randbedingungen stehen der Last- und Bewegungstransfer zwischen den einzelnen Feldern. Dabei werden Last- und Bewegungsgrößen mit geeigneten Interpolationsverfahren übertragen. In Kapitel 3.3 sind die

verwendeten Verfahren beschrieben. Die Lastgröße ergibt sich aus der Betrachtung des Cauchyschen Spannungstensors für newtonsche Fluide:

$$\sigma = 2\mu\mathbf{D}(\vec{u}) - p\mathbf{I} \quad (2.22)$$

Demnach setzt sich die Spannung am Interface aus einem Druckanteil und einen Reibungsanteil zusammen. Im Vergleich zu den herrschenden Drücken sind die Anteile durch Reibung sehr klein. Für die Kopplung wird daher ausschließlich auf den Druck des Fluids zurückgegriffen.

Kapitel 3

Software

3.1 Star-CD

Für die Berechnung der inkompressiblen Navier–Stokes–Gleichungen (Gleichung 2.8) wurde das Programmpaket *STAR-CD*[©] verwendet. *STAR-CD*[©] wird von Computational Dynamics London vertrieben und umfasst neben dem Strömungssolver auch den Pre- und Postprozessor *ProSTAR*.

Die in Kapitel 2.2.2 angeschriebenen Erhaltungsgleichungen 2.8 werden in *STAR-CD*[©] mit der Finite–Volumen–Methode räumlich diskretisiert. Dazu wird das Rechengebiet zunächst in Kontrollvolumen unterteilt. Die Erhaltungsgleichungen werden über die einzelnen Zellen bzw. deren Oberflächen integriert. Abschließend wird eine Approximation der abhängigen Variablen im Mittelpunkt der Zellen (*cell-centered*) vorgenommen.

Die Erhaltungsgleichungen werden in allgemeiner vektorieller Schreibweise als

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + (\operatorname{div} \rho\vec{u}_r - \Gamma_\Phi \operatorname{grad} \Phi) = S_\Phi \quad (3.1)$$

geschrieben, wobei Φ für eine der abhängigen Variablen $u, v, w, k, \varepsilon, T$, usw. und \vec{u}_r für die Relativgeschwindigkeit der Strömung zu einer lokalen Netzgeschwindigkeit steht. Γ_Φ sind die entsprechenden Diffusionskoeffizienten und S_Φ die Quellterme in den Ausgangsgleichungen.

Integration der Gleichung 3.1 liefert:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_V (\rho\Phi) dV + \oint_A (\rho\vec{u}_r\Phi - \Gamma_\Phi \operatorname{grad} \Phi) d\vec{S} = \oint_V S_\Phi dV \quad (3.2)$$

mit dem Oberflächenvektor \vec{S} des Kontrollvolumens V . Für eine Zelle des Rechenetzes mit dem Volumen V_p und den Seitenflächen $S_j, j = 1, \dots, n$ kann 3.2 auch

in folgender Form geschrieben werden :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \oint_{V_p} (\rho\Phi) dv}_{T_1} + \underbrace{\sum_j \oint_{S_j} (\rho \vec{u}_r \Phi - \Gamma_\Phi \text{grad } \Phi) d\vec{S}}_{T_2} = \underbrace{\oint_{V_p} S_\Phi dV}_{T_3} \quad (3.3)$$

3.1.1 Zeitdiskretisierung

Die Terme in Gleichung 3.3 werden nun separat approximiert.

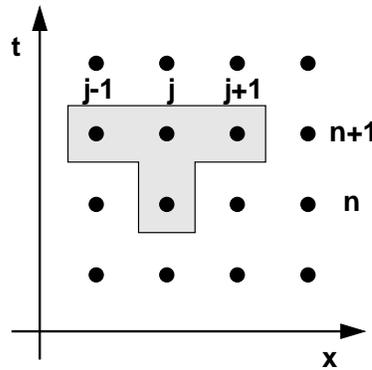


Abbildung 3.1: Molekül der Zeitdiskretisierung

Der instationäre Term T_1 wird zu

$$T_1 \sim \frac{(\rho\Phi V)_p^n - (\rho\Phi V)_p^{n-1}}{\Delta t}, \quad (3.4)$$

die Indizes n und $n - 1$ stehen für den neuen und den alten Zeitschritt mit der Differenz Δt . Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen wurden mit einer voll impliziten Zeitdiskretisierung durchgeführt. Dabei werden alle Werte der Flüsse über ein Zeitintervall aus den Werten des neuen Zeitschritts berechnet. Das zugehörige Molekül der Zeitdiskretisierung im eindimensionalen Fall ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

3.1.2 Raumdiskretisierung

Der Term T_2 wird in die konvektiven Flüsse K_j und die dissipativen Flüsse D_j aufgespalten, die dann als Mittelwerte auf den Zellflächen S_j bestimmt werden :

$$T_2 \sim \sum_j \left(\overline{\rho \vec{u}_r \Phi \cdot \vec{S}} \right)_j - \sum_j \left(\overline{\Gamma_{\Phi} \text{grad } \Phi \cdot \vec{S}} \right) \equiv \sum_j K_j - \sum_j D_j \quad . \quad (3.5)$$

Die dissipativen Terme D_j werden mit flächenzentrierten Ausdrücken approximiert :

$$D_j \sim \Gamma_{\Phi,j} \left[f_j^l (\Phi_N - \Phi_P) + \left\{ \text{grad } \Phi \cdot \vec{S} - f_j^l \text{grad } \Phi \vec{d}_{PN} \right\}_j \right] \quad . \quad (3.6)$$

Darin sind f_j^l geometrische Faktoren, \vec{d}_{PN} der Abstandsvektor benachbarter Zellmittelpunkte (siehe Abb. 3.2) und $\Gamma_{\Phi,j}$ der auf die Fläche S_j interpolierte Diffusionskoeffizient.

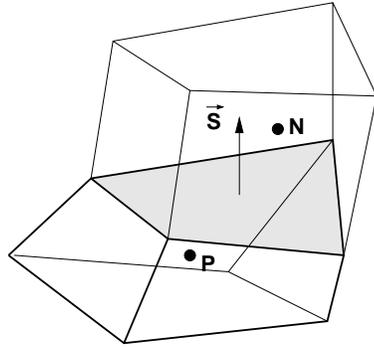


Abbildung 3.2: Benachbarte Zellen mit Zellzentren P und N

Die Diskretisierung der konvektiven Flüsse ist aufgrund ihrer Nichtlinearität deutlich kritischer und erfordert einen höheren numerischen Aufwand. *STAR-CD*[®] bietet eine Reihe von Diskretisierungsschemata vom Upwind-Verfahren 1. Ordnung über zentrale Differenzen bis zu Verfahren 3. Ordnung (Gamma, QUICK). Die Simulationen in dieser Arbeit werden mit dem MARS-Verfahren diskretisiert.

3.1.2.1 MARS-Verfahren

Das MARS-Verfahren (*Monotone Advection and Reconstruction Scheme*) ist ein Verfahren zweiter Ordnung. Es besteht aus zwei Schritten :

1. Reconstruction

Mit Hilfe eines *Total Variation Diminishing* Schemas wird ein Feld monotoner Gradienten berechnet, das zusammen mit den Zellwerten eine räumliche Diskretisierung zweiter Ordnung gewährleistet.

2. Advection

Die Flüsse über die Zelloberflächen werden für alle advektiv transportierten Größen anhand eines monotonen und beschränkten Advektions-Schemas aus den im ersten Schritt berechneten Größen rekonstruiert.

Die verwendeten Diskretisierungsverfahren produzieren wenig numerische Diffusion, können jedoch dispersiv wirken.

Der 3. Term T_3 der Gleichung 3.3 stellt im allgemeinen Quellen oder Senken der transportierten Größe dar. Zusätzliche Flüsse werden ebenfalls über diesen Term implementiert. Die Formulierung des Terms ist von der Art der Quellterms abhängig. Flüsse und andere Gradienten enthaltene Terme werden ähnlich wie die Terme K_j und D_j approximiert, während Größen ohne Gradienten aus den zellzentrierten Größen berechnet werden. Allgemein kann das Ergebnis in quasi-linearer Form wie folgt formuliert werden.

$$T_3 = s_1 - s_2 \Phi_P \quad (3.7)$$

3.1.3 Abschließende FV-Gleichungen

Durch Einsetzen der formulierten Gleichungen 3.4, 3.5, 3.6 und 3.7 in Gleichung 3.3 und mit der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{(\rho V)^n - (\rho V)^0}{\delta t} + \sum F_j^{n+1} = 0 \quad (3.8)$$

ergibt sich die endgültige Form der diskreten Finite Volumen Gleichungen. In kompakter Schreibweise ergibt dies:

$$A_P \Phi_P^n = \sum_m A_m \Phi_m^n + s_1 + B_P \Phi_P^0 \quad (3.9)$$

- A_m stellt die konvektiven und/oder dissipativen Effekte dar
- die Summation beinhaltet alle Nachbarzellen entsprechend der Raumdiskretisierung
- $B_P = (\rho V)^0 / \delta t$
- $A_P = \sum_m A_m + s - 2 + B_P$

Für jede Zelle wird eine Gleichung 3.9 formuliert und entsprechend den Anforderungen modifiziert (z.B.: Implementierung der Randbedingungen). Dieser Satz an Gleichungen wird für jede der Variablen formuliert, sodass *Anzahl Zellen* \times *Variablen* zu lösen sind.

3.1.4 Der PISO-Algorithmus

Aus den Grundgleichungen 2.8 folgt für $\rho = \textit{konstant}$ die Entkoppelung der Kontinuitätsgleichung und der Impulserhaltung. Deshalb ist es notwendig bei der Behandlung inkompressibler Strömung eine weitere Gleichung zur Berechnung des Druckfeldes einzuführen. Der PISO-Algorithmus ist ein nicht-iteratives Verfahren zur Berechnung implizit-diskretisierter, instationärer Strömungen. Vergleiche des PISO-Algorithmus mit iterativen Methoden sind im Einzelnen in [6] beschrieben. Die Impulsgleichung wird aus der Transportgleichung 3.9 extrahiert und wie folgt formuliert.

$$A_P u_{i,P}^n = H(u_{i,m}^n) + B_P^0 u_{i,P}^0 + s_1 + D_P(p_{N+}^n - p_{N-}^n) \quad (3.10)$$

mit

$$H(u_{i,m}) = \sum_m A_m u_{i,m} \quad (3.11)$$

Der letzte Term in Gleichung 3.10 ist die Finite-Volumen Approximation des Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial x_i}$, D_P ist ein geometrischer Koeffizient.

Die Kontinuitätsgleichung wird formuliert als:

$$B_P^n - B_P^0 + \sum_j (\rho^n u_j^n S_j) = 0 \quad (3.12)$$

wobei u_j die Geschwindigkeiten normal zu den Zelloberflächen und S_j die zugehörigen Oberflächen darstellen. Die Bezeichnungen der Zellen sind in Abbildung 3.3 dargestellt.

Die Geschwindigkeiten der Oberflächen werden durch die Knotengeschwindigkeiten und durch die benachbarten Drücke beschrieben. Die Erhaltung der Masse wird durch die Geschwindigkeiten der Oberflächen u_j^n gewährleistet, sie werden aus diesem Grund auch als *massenerhaltende Geschwindigkeiten* bezeichnet.

Eine Impulsgleichung für die Zelloberflächen wird formuliert als

$$\overline{A_P} u_j^n = \overline{H}(u_{i,m}^n) + \overline{B_P^0} u_{i,P}^0 + \overline{s_1} + \overline{D_P}(p_P^n - p_{N+}^n) \quad (3.13)$$

wobei die überstrichenen Größen eine Mittelung über die Koeffizienten der Knotenwerte in den diskretisierten Impulsgleichungen darstellen.

Diese Formulierung führt nach Einsetzen der Gleichung 3.13 in die Kontinuitätsgleichung 3.12 zu der zuvor angesprochenen Druckgleichung. Dies ist aufgrund der Entkoppelung der Impulserhaltung und der Kontinuität bei inkompressiblen Strömungen notwendig.

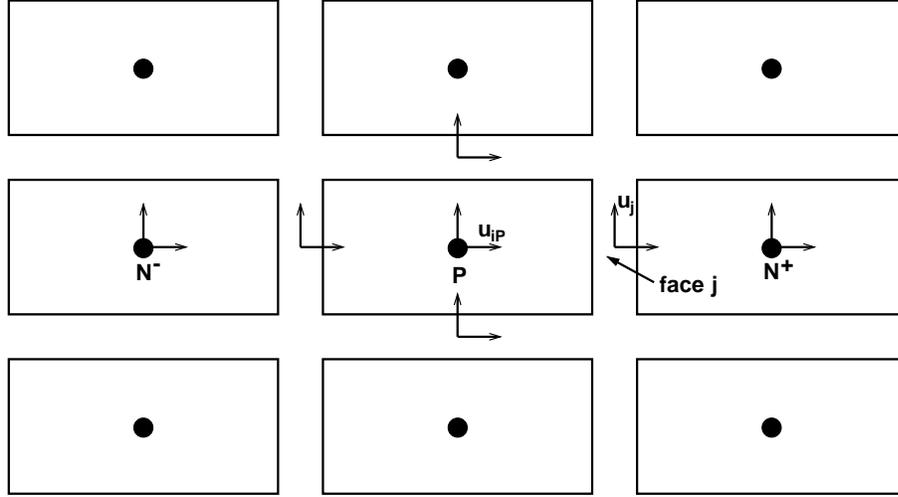


Abbildung 3.3: Bezeichnungen der PISO-Implementierung auf einem kartesischen Netz

$$A_P p_P^n = \sum_m A_m p_m^n + s_1 \quad (3.14)$$

Der Quellterm s_1 ist unter anderem eine Funktion der Knotengeschwindigkeiten u_i^n .

3.1.5 Lösungsalgorithmus

Ausgehend von den Initialisierungsgrößen Φ^0 wird mittels des PISO-Algorithmus die Lösung für einen Zeitschritt δt in folgender Reihenfolge errechnet:

1. Prediktor Schritt

Die Gleichungen 3.10 werden für alle Zellen und Variablen formuliert und in nachstehender Form für das vorläufige Geschwindigkeitsfeld der Knoten $u_i^{(1)}$ berechnet.

$$A_P u_{i,P}^{(1)} = H(u_{i,m}^{(1)}) + B_P^0 u_P^0 + s_1 + D_P (p_{N^+}^{(0)} - p_{N^-}^{(0)}) \quad (3.15)$$

$p^{(0)}$ entspricht dem Druckfeld zum Beginn des Zeitschritts. Nach iterativer Lösung dieser Gleichung werden die vorläufigen Oberflächengeschwindigkeiten $u_j^{(1)}$ aus Gleichung 3.13 berechnet, wobei u_i^n und p^n durch $u_i^{(1)}$ bzw p^0 ersetzt wird.

2. Erster Korrektur Schritt

Die Impulsgleichungen 3.10 werden formuliert als

$$A_P u_{i,P}^{(2)} = H(u_{i,m}^{(1)}) + B_P^0 u_P^0 + s_1 + D_P(p_{N+}^{(1)} - p_{N-}^{(1)}) \quad (3.16)$$

Durch Ersetzen der Größen u_i^n und p^n durch $u_i^{(2)}$ bzw. $p^{(1)}$ in Gleichung 3.13 ergibt sich die Gleichung der Impulserhaltung für die Zelloberflächen. Hieraus ergibt sich die Druckgleichung zu:

$$A_P p_P^{(1)} = \sum_m A_m p_m^{(1)} + s_1 \quad (3.17)$$

wobei der Quellterm s_1 eine Funktion der Knotengeschwindigkeiten $u_i^{(1)}$ und u_i^0 ist. Die iterative Berechnung des Druckes $p^{(1)}$ aus der Gleichung 3.17 erfolgt nach Berechnung der Größen $u_i^{(2)}$ aus Gleichungen 3.16 und der wie beschrieben modifizierten Impulsgleichung für die Zelloberflächen 3.13.

3. Zusätzliche Korrektur Schritte

Die zusätzlichen Korrekturschritte werden äquivalent zum ersten Korrekturschritt durchgeführt, unter Verwendung folgender Gleichungen.

$$A_P u_{i,P}^{(q+1)} = H(u_{i,m}^{(q)}) + B_P^0 u_P^0 + s_1 + D_P(p_{N+}^{(q)} - p_{N-}^{(q)}) \quad (3.18)$$

$$A_P p_P^{(q)} = \sum_m A_m p_m^{(q)} + s_1 \quad (3.19)$$

Die Indizes $q = 1, 2, \dots$ stellen die Korrekturschritte dar. Die Koeffizienten A_p bleiben über die Korrekturschritte konstant. Die Genauigkeit der Approximation der Lösungsgrößen u^n und p^n der ursprünglichen Gleichungen durch die Größen $u^{(q+1)}$ $p^{(q)}$ wird durch eine Erhöhung der Anzahl der Korrekturschritte verbessert.

Nach Beendigung der notwendigen Korrekturschritte, welche sich aus dem Abbruchkriterium ergeben, wird die Lösung als Startlösung für den nächsten Zeitschritt verwendet, und die Lösungssequenz beginnt bei Schritt 1.

3.1.6 Abbruchkriterium

Aufgrund der Tatsache, dass der “splitting Error” des PISO-Algorithmus [20] von der Ordnung δt^2 ist und damit eine Grössenordnung kleiner als der Fehler durch

die Zeitdiskretisierung ist [21], wurden in der ursprünglichen Version des PISO-Algorithmuses [20] nur 2 Korrekturschritte vorgesehen. Die Implementierung in *STAR-CD*[©] ist zur Erhöhung der Genauigkeit des Algorithmus mit einer variablen Anzahl von Korrekturschritten realisiert. Die Anzahl der benötigten Schritte wird mittels einer internen Abschätzung des “splitting Errors” bestimmt.

Die dem Benutzer zur Beurteilung des Konvergenzverhaltens zur Verfügung gestellte Information ist die “Global Rate of Change” C_{Φ}^k , die wie folgt definiert ist:

$$C_{\Phi}^k = \sum (|B_P^n \Phi_P^n| - |B_P^0 \Phi_P^0|) \quad (3.20)$$

k stellt die Anzahl der berechneten Zeitschritte dar, die Summation wird über alle Zellen durchgeführt. Dargestellt werden die Änderungen der Masse, des Impulses, der Energie, etc.. Im Falle der Darstellung des Verlaufs der Massenerhaltung wird C_{Φ}^k aus der Summe über $(|B_P^n| - |B_P^0|)$ berechnet. Weitere Informationen siehe [9] und [8]

3.1.7 Randbedingungen

STAR-CD[©] bietet eine Reihe von implementierten Randbedingungen zur Behandlung einer Vielzahl strömungsmechanischer Fragestellungen. Die implementierten Randbedingungen sind in der entsprechenden Literatur [9] und [8] beschrieben. An dieser Stelle werden nur die im Rahmen des KAHMO-Projektes eingesetzten Randbedingungen vorgestellt. Diese sind im Einzelnen die Einlass-, Auslass- und Druckrandbedingungen.

3.1.7.1 Einlass-Randbedingung

Bei bekanntem Massenstrom findet die “Inlet”-Randbedingung Anwendung. Bei dieser Art von Randbedingung wird der Massenstrom am Einlass durch den Benutzer vorgegeben. Im Falle des in diesem Projekt behandelten inkompressiblen Mediums muss die Verteilung aller Variablen, außer des Druckes, in den Zellzentren bekannt sein. Die Flüsse werden direkt aus diesen Größen berechnet. Der Druck wird aus dem Inneren des Rechengebietes extrapoliert.

3.1.7.2 Auslass-Randbedingung

Die Auslass-Randbedingung findet an Stellen Anwendung, an denen die Strömungsrichtung aus dem Rechengebiet zeigt, ansonsten aber keine Information über die Strömung vorliegt. Die Berechnung der Randbedingung erfolgt in zwei Schritten :

1. Die Verteilung der Variablen am Auslass werden aus den Werten stromauf extrapoliert unter der Annahme, dass die Gradienten der Stromlinien in ihrem Schnittpunkt mit der Ebene des Auslasses gleich Null sind. Hierbei ist zu bemerken, dass
 - die Randbedingung an einer Stelle anzubringen ist, an der die Annahme der Nullgradienten gerechtfertigt ist. Sie sollte daher in möglichst großer Entfernung zu Vorgängen, welche hohe Gradienten produzieren, positioniert sein.
 - die Größenordnung der Geschwindigkeiten am Auslass aufgrund dieser Extrapolation nicht fixiert werden.
2. Die Beträge der Geschwindigkeiten am Auslass werden aus der Kontinuitätsgleichung berechnet.

Druckrandbedingungen

Über die in *STAR-CD*[©] implementierten Druckrandbedingung gibt der Benutzer die Druckverteilung am Ein- bzw. Auslass vor. Die Berechnung der Geschwindigkeiten hängt von der Strömungsrichtung der Randbedingung ab.

- Strömt das Fluid aus dem Berechnungsfeld heraus, werden die anderen Lösungsgrößen aus den Größen stromauf extrapoliert.
- Strömt das Fluid in das Berechnungsfeld hinein, werden die anderen Lösungsgrößen direkt aus den angegebenen Werten der Randbedingung berechnet.

Druckwiderstand

In *STAR-CD*[©] können Elemente zur Erzeugung eines Druckwiderstandes eingebracht werden. Der Druckwiderstand wird auf den Zelloberflächen definiert:

$$\Delta p = -\rho (\alpha |v_n| + \beta) v_n \quad (3.21)$$

v_n ist die Geschwindigkeit normal zur Oberfläche, α und β [m/s] sind Koeffizienten. Die Implementierung dieser Randbedingung setzt voraus, dass die Richtung der Geschwindigkeit sich über die Randbedingung nicht ändert. Durch verändern der Koeffizienten α und β kann der Widerstand verändert werden.

3.1.8 Bewegte Netze

Netzbewegungen durch Translation, Rotation und Verzerrung können durch Vorgabe von zeitlich abhängigen Knotenpositionen einzelner Zellen oder des gesamten Netzes realisieren werden. Durch die Formulierung einer zusätzlichen Gleichung, dem sogenannten “space conservation law” [13], wird eine Beziehung zwischen der Änderung des Zellvolumens und dem lokalen Koordinatensystems hergestellt. Wie in Kapitel 3.1.4 bereits erläutert, wird zur Kopplung des Druckfeldes mit dem Geschwindigkeitsfeld eine Impulsgleichung für die Oberflächen der Zellen formuliert. Dies führt zu Gleichung 3.14, durch die über den Quellterm s_1 die Massenerhaltung über die “massenerhaltenden Geschwindigkeiten” und die Knotengeschwindigkeiten mit dem Druckfeld gekoppelt werden.

3.2 Permas

Für den strukturmechanischen Teil der Simulationen wurde das Programmpaket *PERMAS*[©] verwendet. *PERMAS*[©] wird von der Firma INTES entwickelt und vertrieben. Es ist ein allgemein einsetzbares Softwaresystem für die Lösung komplexer Berechnungsaufgaben mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM). Die FEM arbeitet für die räumliche Diskretisierung mit Formfunktionen für die jeweiligen Größen. Diese werden mit den Funktionswerten in den Elementknoten gewichtet. Für eine detaillierte Einführung in die FEM sei auf [34], [3] und [23] verwiesen.

PERMAS[©] ermöglicht Steifigkeitsuntersuchungen, Festigkeitsberechnungen, Ermittlungen von Eigenschwingungen, Simulationen des dynamischen Verhaltens im Zeit- oder Frequenzbereich und Ermittlung von thermischen und elektromagnetischen Feldern. Dadurch kann *PERMAS*[©] verschiedene Struktureigenschaften ermitteln. Es können Verformungsverhalten, Spannungsverteilung, Materialbeanspruchungen oder Zeitverhalten bei dynamischen Beanspruchungen berechnet werden.

Die Strukturberechnungen innerhalb der Fluid-Struktur-Interaktion, wie sie in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommen, beruhen auf dem linearen Elastostatik-Modul von *PERMAS*[©].

3.2.1 Kinematische Randbedingungen

Für die Vorgabe und Bestimmung der Randwertproblems müssen verschiedene Bedingungen für die Berechnung gesetzt werden, dazu gehören die kinematischen Randbedingungen

- unterdrückte Freiheitsgrade
- vorgeschriebene Verschiebungen
- lineare Zwangsbedingungen

3.2.2 Lasten

Das Programmpaket unterstützt verschieden Lastarten, die auf unterschiedliche Weise im System appliziert werden können.

- globale Lasten
 - Trägheitslasten
 - quasistatische Beschleunigung

- Knotenlasten
 - Punktlasten
 - verteilte Lasten
 - vorgeschriebene Verschiebung
 - Temperaturlasten
 - Kontaktparameter
- Elementlasten
 - verteilte Lasten

Für die Simulationen innerhalb der Fluid–Struktur–Interaktion werden insbesondere verteilte Knotenlasten benutzt. Diese werden über die Kopplung, wie sie in Kapitel 2.4 beschrieben ist, aus der Strömungsberechnung übertragen.

3.2.3 Elementbibliothek

Für die Strukturberechnung stehen innerhalb von *PERMAS*[©] eine Vielzahl von Elementklassen zur Verfügung. Dazu gehören u.a:

- Volumenelemente
- Stab– und Membranelemente
- Balkenelemente
- Platten und Schalen

Für diese Arbeit wurden Schalen– und Volumenelemente benutzt. Dabei ist die Art der Ansatzfunktion abhängig vom physikalischen Feld, welches gelöst werden soll. Bei einem tetraederförmiges Volumenelement ist dies im Fall der Elastostatik eine lineare Ansatzfunktion erster Ordnung für die Verzerrung.

3.2.4 Kopplung zur CFD

Für die Durchführung gekoppelter Fluid–Struktur–Interaktionen ist in *PERMAS*[©] eine Schnittstelle implementiert, welche die Kopplungsbibliothek *MpC-CI* unterstützt. Über die Schnittstelle kann der Krafttensor aus der CFD als Knotenlast übernommen werden und ein Verschiebungsvektor an die Strömungssimulation zurückgegeben werden.

3.3 MpCCI

Die Kopplung des Strömungssolvers *STAR-CD*[©] und der Struktursoftware *PERMAS*[©] wurde mit der Kopplungsbibliothek *MpCCI* durchgeführt. Diese ist im Rahmen eines Forschungsprojektes von der Fraunhofergesellschaft für Algorithmen und wissenschaftliches Rechnen in Zusammenarbeit mit Industriepartnern entwickelt worden. Das Programmpaket wurde speziell darauf ausgerichtet, kommerzielle Simulationswerkzeuge miteinander zu koppeln. Dabei kommt ein partitioniertes Verfahren zum Einsatz, wie es in Kapitel 2.4 beschrieben ist. Dabei baut *MpCCI* auf der allgemein verfügbaren Parallelisierungsbibliothek *mpich* auf, und erweitert deren Funktionsumfang [1].

Voraussetzung für die Nutzung der Software sind vorhandene Schnittstellen der einzelnen Codes zu *MpCCI*. Für diesen Zweck sind alle Schnittstellendefinitionen offengelegt, sodass universitäre und kommerzielle Softwareentwickler diesen Standard in ihre Pakete einbinden können. *MpCCI* arbeitet netzbasiert, d.h. dass die Definition des Interfaces auf Basis der Berechnungsdomänen geschieht. Größen, die durch *MpCCI* ausgetauscht werden sollen, können jede beliebige Variable der einzelnen Solver sein. Dies erstreckt sich z.B. über Geschwindigkeiten, Temperatur, Zeitschrittweiten, Kräfte und Verschiebungen.

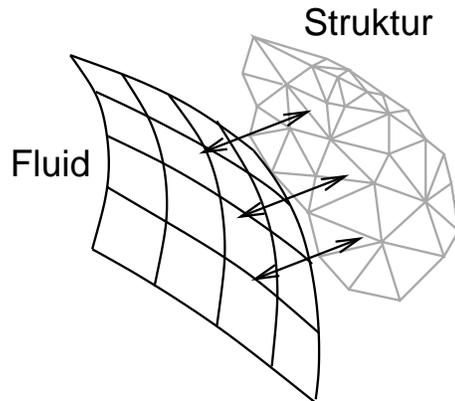


Abbildung 3.4: Austausch verschiedener Größen mittels *MpCCI* über non-matching Grids.

3.3.1 Definition der Grenzfläche

Für das Beschreiben der Grenzflächen zwischen den einzelnen Solvern bestehen zwei grundsätzliche Methoden:

- **matching-Grids**

Die räumliche Diskretisierung zwischen den Feldern ist konsistent und setzt sich über die Grenzflächen fort. Zu jedem Netzknoten auf der Grenzfläche des Solvers **A** existiert ein Pendant des Solvers **B**

- **non-matching Grids**

Die räumliche Diskretisierung der einzelnen Feldlöser ist unterschiedlich. Die Interfacefläche muss über geometrische Suchalgorithmen gefunden werden.

Für diese Arbeit werden ausschließlich non-matching Grids an der Grenzfläche benutzt. Der Grund liegt in den verschiedenen Lösungsverfahren der einzelnen Solver. Während *STAR-CD*[®] mit dem Finite-Volumen-Verfahren arbeitet, kommt bei *PERMAS*[®] ein Finite-Elemente-Verfahren zum Einsatz. Eine wichtige Voraussetzung für ein erfolgreiches Koppeln auf Netz-Basis ist ein effizienter Algorithmus zur automatischen Suche von Nachbarschaften. Der Nutzer definiert dafür die interagierenden Grenzflächen in den einzelnen Feldern. In Abbildung 3.4 ist dies schematisch dargestellt.

Die Definition der Nachbarschaftsliste geschieht vor der eigentlichen gekoppelten Simulation. Für diesen Zweck wird ein Bucket-Algorithmus verwendet. Das grundsätzliche Prinzip beruht auf der Definition von Bounding-Boxes $B = \{b_1, \dots, b_m\}$ um die Punkte $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ der Grenzfläche. Danach werden alle Paare $\{p_i, b_i\}$ berechnet, sodass gilt $p_i \subset b_i$. Der Bucket-Algorithmus ist in *Ahrem et al.* [1] detailliert beschrieben.

Da ein Netzknoten des Solvers **A** im Fall von non-matching grids nie genau auf den Elementflächen des Solvers **B** liegt, muss des weiteren eine Beziehung zwischen

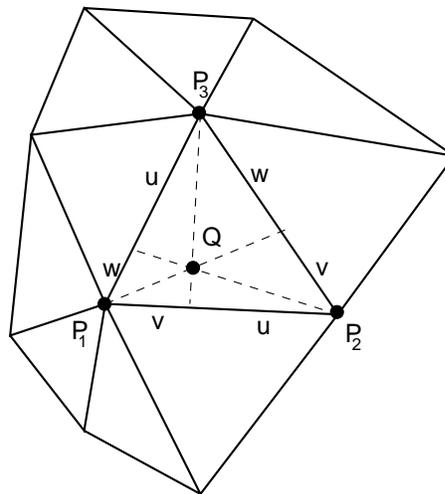


Abbildung 3.5: Lokales Koordinatensystem im Dreieckselement

Knotenpunkten und Elementflächen hergestellt werden. Dafür stellt *MpCCI* verschiedenen Möglichkeiten der Projektion zur Verfügung. Die Projektion eines Punktes P_A im Abstand α auf ein Dreieckselement mit dem Normalenvektor \vec{n} und den lokalen Koordinaten x_l und y_l ergibt damit:

$$P = x_1 A + x_2 B + (1 - x_l - y_l) C + \alpha \vec{n} \quad (3.22)$$

Für Viereckselemente wird in ähnlicher Weise verfahren. Dafür wird das Element zuerst in vier Dreieckselemente unterteilt, und der Punkt P auf die Ebenen der Dreieckselemente projiziert. Danach wird das Dreieck ausgewählt, für das $|u| + |v| + |1 - u - v|$ am kleinsten wird.

Die Interpolation findet für die verschiedenen Lastgrößen auf unterschiedliche Weise statt. Nach der Projektion der Knoten des Solvers **A** auf die Interfacefläche, wird anhand eines lokalen Koordinatensystems die Lastgröße auf die Knoten des Solvers **B** interpoliert und gewichtet.

$$Q = u \cdot P_1 + v \cdot P_2 + w \cdot P_3 \quad (3.23)$$

In Abbildung 3.5 ist dies für ein Dreieckselement mit baryzentrischen Koordinaten schematisch gezeigt.

Kapitel 4

Verifikation

Für die in Kapitel 3 beschriebenen Softwarepakete wurden verschiedene Verifikationsrechnungen durchgeführt.

4.1 Strömungssimulation

Die Verifikation der Strömungssoftware gehört seit langem zu den Kernkompetenzen des Instituts für Strömungslehre der Universität Karlsruhe. Die Verifikationsstrategie für die Aortenströmung soll an dieser Stelle kurz beschrieben werden. Eine genauere Beschreibung der Verifikation für diese Strömungsklasse ist in [31] zu finden.

Pulsierende Rohrströmung

Durch den Vergleich der analytischen Lösung mit der numerisch berechneten Lösung können Zeitgenauigkeit und die Periodizität überprüft werden. In Tabelle 4.1 sind die relevanten Simulationsparameter gezeigt. Um Einlaufeffekte in der numerischen

D [m]	μ [kg/ms]	ρ [kg/m ³]	\bar{u} [m/s]	Re_D	u_{\max} [m/s]	Re_{\max}	T [s]	Wo
0.02	$3.18 \cdot 10^{-3}$	1281	0.124	1000	0.248	2000	0.347	27

Tabelle 4.1: Physikalische Parameter pulsierende Rohrströmung

Lösung zu vermeiden, wird am Einlass ein ausgebildetes, pulsierendes Profil vorgegeben. Die Einströmung erfüllt so bereits die Haftbedingung an der Wand und das

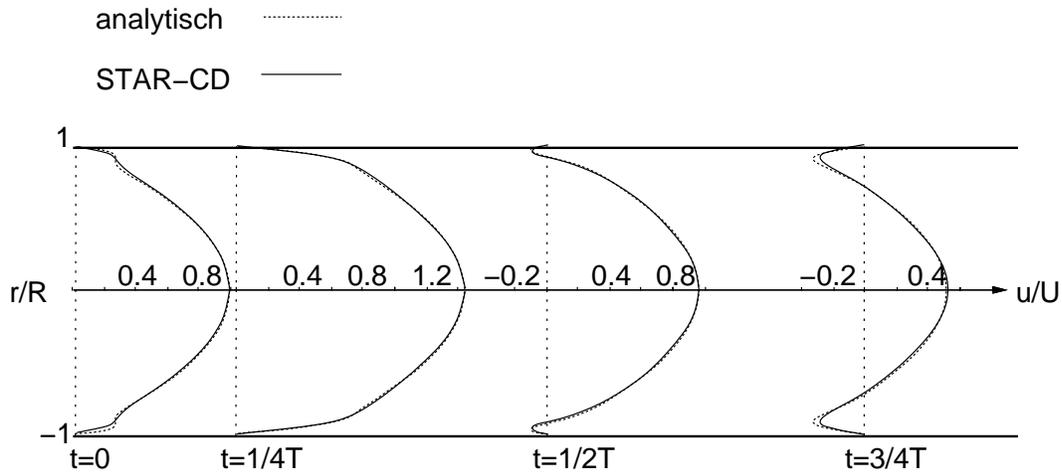


Abbildung 4.1: Vergleich der numerisch berechneten pulsierenden Rohrströmung mit der analytischen Lösung [31] [5]

parabolische Profil einer laminaren Rohrströmung. Die Pulsation der Einlassrandbedingung wird um eine laminare Grundströmung vorgegeben, sodass gilt:

$$u(r, t) = \bar{u} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) (1 + \sin(\omega t)) \quad . \quad (4.1)$$

Die Simulationen wurden mit dem impliziten Euler Verfahren und dem PISO Algorithmus durchgeführt, wie sie in Kapitel 3.1 beschrieben sind. Die Ergebnisse zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen der numerischen Berechnung und der analytischen Lösung. Die Periode wurde in der Simulation mit 30 Zeitschritten gerechnet, sodass bei gegebenen Parametern und einer Courant-Zahl der Größenordnung $O(1)$ eine ausreichende Auflösung der Periode gegeben ist.

4.2 Strömungs–Strukturkopplung

Für den Einsatz gekoppelter Methoden wurden weitere, auf den Anwendungsfall zugeschnittene, Verifikationsrechnungen durchgeführt.

- **Elastisches Rohr**

Ein elastisches Rohrstück aus Silikongummi wird durch Innendruck dilatiert und mit analytischen Werten verglichen.

- **Pulsierende Strömung in einer Modellaorta**

Um die Berechnungsmethoden für einen Anwendungsfall verifizieren zu

können, wurden die experimentellen Untersuchungen aus [4] mit der numerischen Simulation verglichen.

4.2.1 Elastisches Rohr

Um die in Kapitel 2.4 vorgestellten Verfahren zu verifizieren, wurden Simulationen eines elastischen Rohrstücks durchgeführt. Dieses wurde mit einem Innendruck durch die Strömungsberechnung beaufschlagt. Als sensitive Vergleichsgröße wurde die Dehnung in radialer Richtung des Rohres bei verschiedenen Innendrücken und Wandstärken untersucht. Für ein elastisches Rohr mit Anfangsradius r , Wandstärke h und dem Endradius R unter Belastung gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta D}{D} &= \varepsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \nu \sigma_l) = \frac{1}{E} \cdot p \cdot \frac{r}{h} \left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \\ \frac{r}{h} &= \left[\frac{R}{r} - 1 \right] \frac{E}{\left(1 - \frac{\nu}{2}\right) \cdot p} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Dabei bezeichnen die Indizes t und l die Tangential- bzw. Longitudinalrichtung und $\frac{\Delta D}{D}$ die Dehnung. Für die Verifikation wurde ein Rohr aus *Wacker SilGel 601* [4] gewählt. Dies entspricht dem Material der Modellaorta, die in den Experimenten vermessen wurde (vgl. Kapitel 4.2.2.1). Die Ergebnisse der gekoppelten Berechnun-

R [m]	E [N/m ³]	ν	ρ [kg/m ³]	μ [kg/ms]
0.2	$1.9 \cdot 10^6$	0.49	1000	$1.81 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 4.2: Parameter für die gekoppelte Simulation eines elastischen Rohres mit Innendruckbelastung.

gen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und analytischer Lösung. Unabhängig vom gewählten Druck haben die Simulationen die Erwartungen erfüllt. Für die Variation der Wandstärke ergab sich ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung von Simulation und Analytik. Eine Abweichung zwischen den Ergebnissen war lediglich bei größeren Wandstärken bzw. kleinen Werten für r/h zu erkennen. An dieser Stelle ist die analytische Lösung für elastische, dünne Rohre nicht mehr gültig.

4.2.2 Elastische Modellaorta

4.2.2.1 Versuchsanlage

Für eine Verifikation der instationären Aortendurchströmung wurden Geschwindigkeitsmessungen mit einem elastischen Aortenmodell herangezogen. Diese wurden

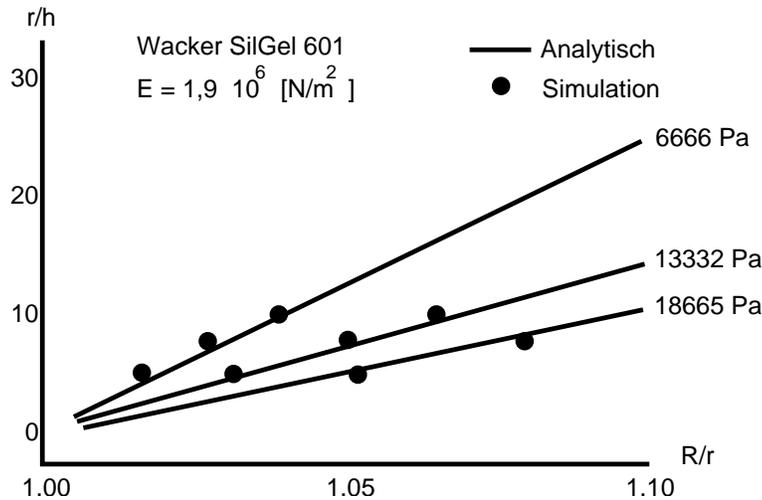


Abbildung 4.2: Radienverhältnisse für ein elastisches Rohr bei verschiedenen Wandstärken und Innendrücken.

in Fluidlabor der Fachhochschule München durchgeführt. Für eine detaillierte Beschreibung des Experimentes und der Modellerstellung sei auf [4] und [27] verwiesen.

In Abbildung 4.3 ist der schematische Aufbau der Versuchsanlage gezeigt. Dabei kam eine speziell entwickelte Kolbenpumpe zum Einsatz, welche durch Mikroprozessorsteuerung und Hydraulikantrieb gesteuert wird. Mit der Pumpe können Volumen-Zeit-Profile von $1 - 3Hz$ gefahren werden. Dabei können beliebige Hub-Zeit-Verläufe programmiert werden. Durch Verdrängen einer inkompressiblen Hydraulikflüssigkeit wird der gewählte Zeit-Volumen-Verlauf direkt auf die elastische Außenwand eines künstlichen Ventrikels übertragen. Zur Regelung der Strömungsrichtung wurde eine Einscheiben-Klappe zwischen Ventrikel und Aortenmodell montiert. Nach einer kurzen Einlaufstrecke ist die Silikonaorta mit einem Adapter montiert.

Im Aortenmodell werden LDA-Messungen für stationäre und pulsierende Strömungen durchgeführt. Dafür soll ein transparentes Messmedium verwendet werden, welches den selben Brechungsindex wie die Modellaorta besitzt. Daraus resultiert eine Skalierung verschiedener versuchsrelevanter Größen gemäß den Gesetzmäßigkeiten der Ähnlichkeitsmechanik. Als relevante dimensionslose Kennzahlen kommen hier die mittlere Reynolds-Zahl und die Womersley-Zahl zur Geltung. Für den realen Blutkreislauf ergibt sich die Reynolds-Zahl in der Aorta ascendens ($D = 0.022m$) zu $\bar{Re} = 1350$. Darin sind der Volumenstrom durch den Kreislauf $\dot{V} = 314 \text{ l/h}$ und eine mittlere Viskosität von $\mu_{eff} = 3.6 \text{ mPas}$ enthalten [44]. Die Womersley-Zahl für einen Puls von 66 1/min ist dann $Wo = 20$.

Als Messmedium wurde eine Kalzium-Chlorid-Lösung eingesetzt mit einem Brechungsindex von $n = 1.413$, einer Dichte $\rho = 1281 \text{ kg/m}^3$ und einer Visko-

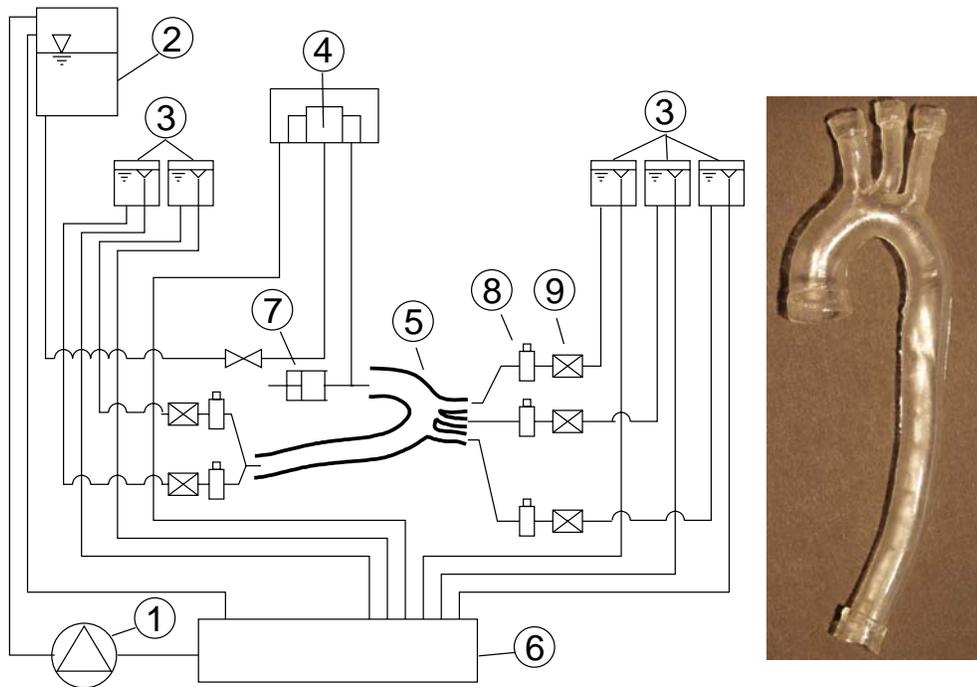


Abbildung 4.3: Systematischer Aufbau der Versuchsanlage (*links*) für die experimentelle Untersuchung der Strömung im elastischen Aortenbogenmodell (*rechts*). (1) Pumpe, (2) Hochbehälter (3) Regulierbehälter, (4) Überlaufbehälter, (5) Aortenmodell, (6) Vorratsgefäß, (7) Herzpumpe, (8) Compliances, (9) Schlauchventile [4].

sität von $\mu = 3.18 \text{ mPas}$. Aus diesen Vorgaben resultiert für die Messungen im Strömungskreislauf ein Volumenstrom von $\dot{V} = 226 \text{ l/h}$.

4.2.2.2 Aortenmodell

Das Aortenmodell, wie in Abbildung 4.3 gezeigt, wurde durch Ausguss eines Aortenpräperates hergestellt. Es handelte sich um die Aorta einer 24 Jahre alten Frau ohne pathologische Auffälligkeiten. Um eine größtmögliche Maßstabstreue und gute Abbildungsgenauigkeit der Feinstrukturen zu erhalten, wurde der Ausguss in seiner anatomischen Umgebung, d.h. in der Leiche, vorgenommen. Durch verschiedene Abformstufen und Ergänzungen für die spätere Montage in der Anlage (Abb. 4.3) entsteht eine Silikonnachbildung des Aortenpräperates. Für die Materialauswahl waren verschiedene Kriterien von Bedeutung.

- **Abformgenauigkeit**

Um die bereits erwähnte gute Detail- und Maßstabstreue zu erhalten müssen

Anforderungen an das Fließverhalten und die Aushärtezeit bzw. Vernetzungszeit gestellt werden.

- **Transparenz**

Die Strömung im Aortenmodell soll mit LDA gemessen werden. Dies bedarf einer bestmöglichen Transparenz des verwendeten Materials. Kieselsäure, welche oft zur Erhöhung der Elastizität von Kautschukmaterialien verwendet wird, trübt das Material ein.

Die Materialauswahl fiel daher auf einen Silikonkautschuk. Die Eigenschaften sind in Tabelle 4.3 aufgeführt. Der Silikonkautschuk hat isotrope Materialeigenschaften

E [N/m^2]	Querkontraktionszahl ν	ρ_S [kg/m^3]	Brechungsindex n
$1.9 \cdot 10^6$	0.49	970	1.413

Tabelle 4.3: Materialeigenschaften von *Wacker SilGel601* [4].

für welche das *Hook'sche Gesetz* (gl.2.16) Gültigkeit hat. Das reale Aortenpräparat besitzt hingegen ein nicht-lineares Stoffgesetz. Um das Dehnungsverhalten des Aortenpräparates zu untersuchen, wurden Compliance-Messungen einzelner Segmente des Präparats durchgeführt. Dabei wurde deutlich, dass bei einem systolisch-diastolischen Druck von $120mmHg - 80mmHg$ ($\Delta p = 5333Pa$) die Dehnung des Aortenpräparates gut durch ein lineares Stoffgesetz ersetzt werden kann. In Abbildung 4.4 ist gezeigt, welche Segmente nach der Abformung vermessen wurden.

4.2.2.3 LDA-Messungen

In der beschriebenen Versuchsanlage wurden Messungen mit einem Laser Doppler Anemometer (LDA) in verschiedenen Schnitten durchgeführt. Die Laser Doppler Anemometrie ist ein berührungsfreies Messverfahren, mit welchem durch Tracerpartikel und Lasertechnik Geschwindigkeiten ermittelt werden können. Das Messprinzip beruht dabei auf der Auswertung einer Streulichtfrequenz, die beim Durchgang der Partikel durch eine Interferenzgitter emittiert wird. Das Interferenzgitter wird durch die Kreuzung zweier kohärenter Laserstrahlen erzeugt. Die Tracerpartikel sollten sich daher *schlupffrei* mit der Strömung bewegen, was eine möglichst geringe Masse nach sich zieht. Gleichzeitig darf ihre Größe ein bestimmtes Maß nicht unterschreiten, um eine optimale Intensität des Streulichtes zu erhalten. Gemessen wurde mit einem Argon-Ion Zweifarben-Laser (blau $\lambda = 488 nm$, grün $\lambda = 514.5 nm$). Für die pulsierende Strömung im Kreislauf wurde phasenaufgelöst gemessen und gemittelt. Die Abbildung 4.5 zeigt die Schnitte, in denen zeitaufgelöste Strömungsprofile

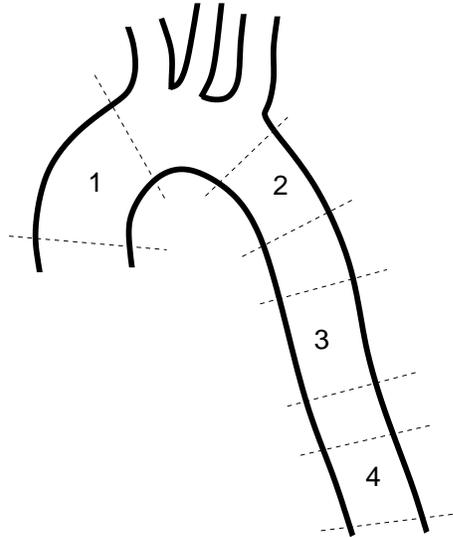


Abbildung 4.4: Segmente des Aortenbogenpräparats, die nach der Abformung einer Compliance-Messung unterzogen wurden.

aufgenommen wurden. Für den Vergleich mit der Simulation wurde eine mittlere Linie im Schnitt *II* gewählt.

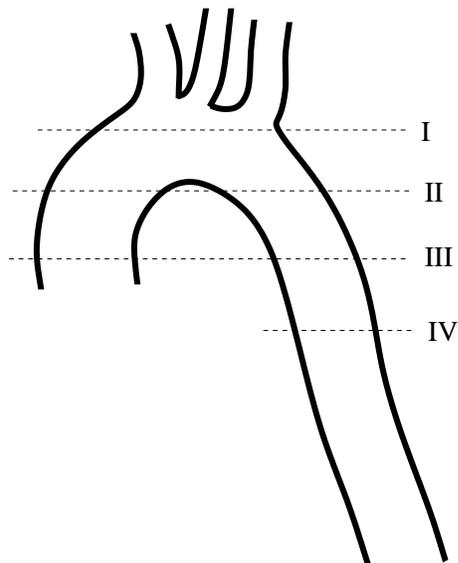


Abbildung 4.5: Messebenen der LDA-Messungen am Aortenmodell.

4.2.3 Simulation Aortenbogenexperiment

Für die numerische Simulation des elastischen Aortenbogens wurden die selben physikalischen Parameter, wie für das Experiment gewählt. Die vorgegebene Pulsfrequenz beträgt $f = 1.184s^{-1}$, dies entspricht einer Periode von $T = 0.84s$. Die Womersleyzahl der pulsierenden Strömung ergibt sich damit zu $Wo = 20$. Als Medium wird Kalzium-Chlorid-Lösung verwendet. Alle physikalischen Parameter sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst.

μ [kg/ms]	ρ [kg/m ³]	u_{\max} [m/s]	T [s]	Wo
$3.18 \cdot 10^{-3}$	1281	0.271	0.84	20

Tabelle 4.4: Physikalische Parameter pulsierende Strömung im Aortenbogen

Die Wandstärkenverteilung des Aortenmodells wurde der aus dem Experiment angepasst. Bereiche über die keine Informationen vorlagen wurden linear interpoliert. Für die einzelnen Sektionen des Modells ergaben sich damit die in Tabelle 4.5 dargestellten Radius-Wandstärkeverhältnisse .

Sektion I	Sektion II	Sektion III	Sektion IV
14.7	14.3	11.3	9.7

Tabelle 4.5: Radius-Wandstärkeverhältnisse r/h der einzelnen Sektion, wie sie in Abbildung 4.4 aufgeteilt sind.

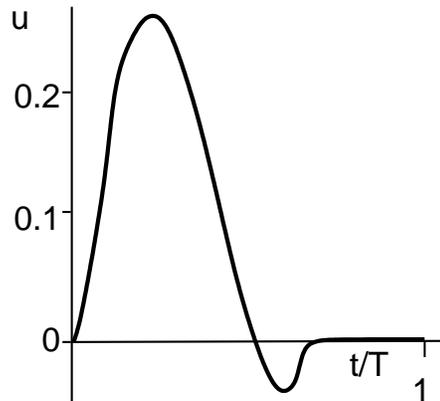


Abbildung 4.6: Einlassrandbedingung pulsierende Strömung im Aortenbogen

Als strömungsmechanische Randbedingungen werden am Einlass eine zeitabhängige mittlere Geschwindigkeit vorgegeben. Diese ist den experimentellen Ergebnissen ent-

nommen und in Abbildung 4.6 dargestellt. Am Auslassrand des Integrationsgebietes wird ein konstanter peripherer Druck vorgegeben. Um den mittelbaren Widerstand des Körperkreislaufs wiedergeben zu können, wurden stromab des Aortenbogenmodells geschwindigkeitsabhängige Druckwiderstände eingebracht (vgl. Kapitel 3.1). Diese wurden so eingestellt, dass sich in der Aorta die erforderliche Druckdifferenz von 12000Pa (90mmHg) einstellte. Im Unterschied zum Experiment wurde die Druckdifferenz auf die vorliegende spannungsfreie Anfangsgeometrie aufgeprägt, was zu einem kleineren Anfangsvolumen des numerischen Modells führt.

In der Versuchsanlage (Kap. 4.2.2.1) war die Modellaorta an ihren Ein- und Abgängen mit Plexiglasrohren stufenlos verbunden. Für die Strukturmechanik bedeutet dies, dass die Bewegungsfreiheit an diesen Rändern vollständig eingeschränkt ist. Als Randbedingung der strukturellen Simulation wurde daher an den Einspannstellen alle Freiheitsgrade unterdrückt. In Abbildung 4.7 ist das numerische Modell gezeigt.

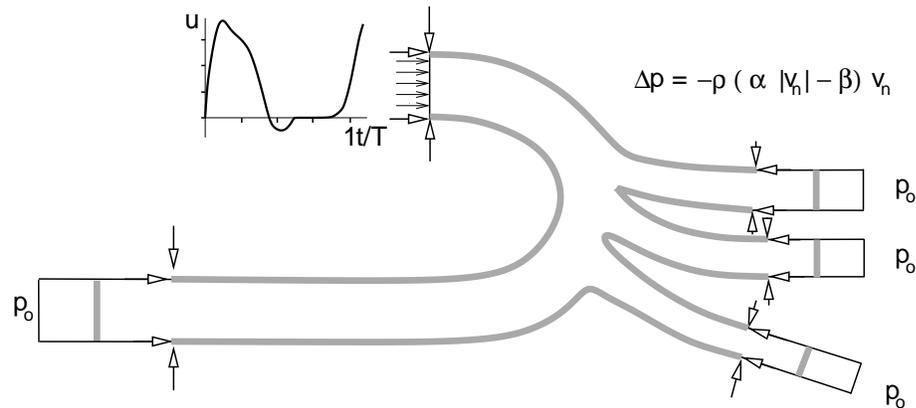


Abbildung 4.7: Numerisches Modell mit Position der Randbedingungen und Druckwiderstände.

4.2.4 Ergebnisse

Die Ergebnisse aus der Simulation wurden mit denen des Experimentes verglichen. Als Vergleichsgröße wurde die X-Komponente in der Zentrumslinie des Geschwindigkeitsfeldes direkt vor und hinter der Krümmung des Aortenbogen gewählt (vgl. Abbildung 4.4). In Abbildung 4.8 sind die Geschwindigkeitsprofile im Mittelschnitt der Aorta gezeigt. Die Profile sind dabei mit der Maximalgeschwindigkeit \hat{U} normiert. Zusätzlich ist die Fehlertoleranz gestrichelt eingezeichnet. Der Fehler setzt sich dabei aus einem Übertragungstoleranz der Messergebnisse, dem Messfehler und dem numerischen Fehler zusammen. Der Ablesefehler stellt dabei den grössten An-

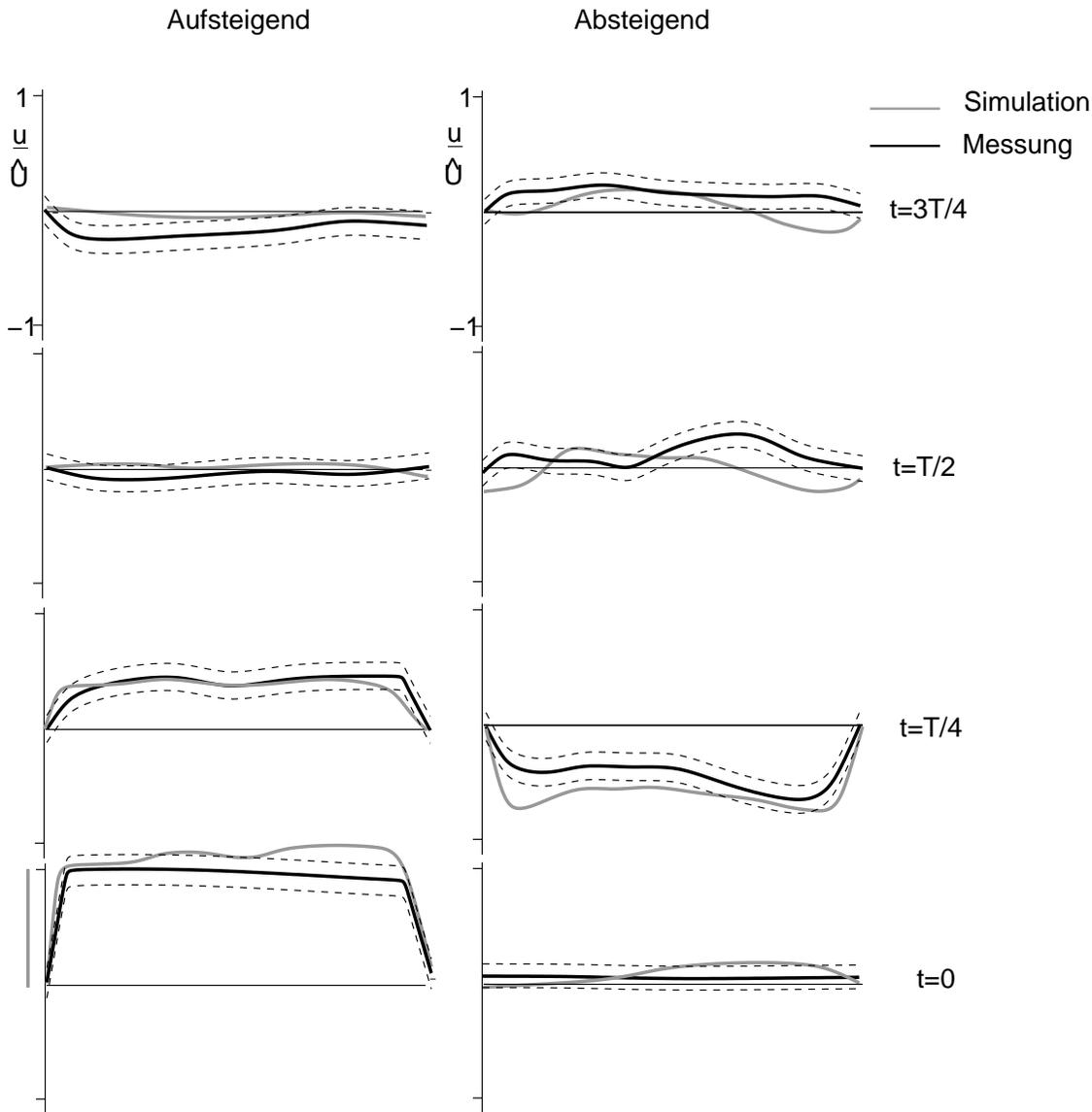


Abbildung 4.8: Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messungen aus der Mo-dellaorta in der Zentrumslinie des Schnittes *IV* der LDA-Messungen.

teil dar. Mit etwa 10% des Geschwindigkeitsmaximums hat er entscheidenden Ein-fluss. Der Messfehler liegt für die Zeitlich getriggerten LDA-Messungen für lamina-re Strömungen bei 1% und somit eine Größenordnung kleiner als der Ablesefehler. Auswertung des mittleren Residuenfehlers für die transiente Strömung ergibt eine Wert von $< 2\%$ für den numerischen Fehler. Die Fehlerschätzung basiert dabei auf der Unausgeglichenheit zwischen Flächeninterpolation und Volumenintegration.

Insbesondere während der Systole besteht eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung. Für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = T/4$ zeigen die Profile in des Aufsteigenden Aorta nur geringe Abweichungen. Für die Absteigende Aorta liegen die Ergebniss für die ersten Zeitpunkte $t = 0$ und $t = T/4$ ebenfalls in guter Übereinstimmung. Unterschiede zwischen der Messung und der Simulation treten in der aufsteigenden und absteigenden Aorta für $t = T/2$ auf. Zu diesem Zeitpunkt hat die Diastole eingesetzt, und die Strömung in der Aorta wird verzögert. Bei der Messung liegt in der aufsteigenden Aorta eine gleichmäßige, leichte Rückströmung vor, welche bei $t = 3/4T$ ebenfalls besteht. In der Simulation sinkt die Geschwindigkeit zu diesen Zeitpunkten auf ein Minimum, bleibt aber noch im Positiven. Die Gründe für die Abweichungen können auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden. Einerseits werden beim Experiment an den Auslaßrändern eine Kombination aus Schlauchventilen und Hochbehältern gewählt. Die dadurch entstandene Kapazität des Kreislaufes kann zum jetzigen Zeitpunkt in der Simulation noch nicht berücksichtigt werden. Stattdessen sind geschwindigkeitsabhängige Druckwiderstände vor die Auslaßrandbedingungen geschalte, welche die Bedingungen in der Messungen nicht exakt nachbilden können. Für weiterführende Simulationen, sollte deshalb ein vereinfachtes Kreislaufwiderstandsmodell in die Berechnung einfließen, welches auf Basis einer eindimensionalen Formulierung die integralen Kapazitäten und Widerstände des Systems bestimmt. Durch eine Verkettung eines solchen Modells mit dem aktiven Teil des KaHMo Projektes und der Weiterführung zum passiven Teil von KaHMo entstünde so ein komplettes Kreislaufmodell.

Kapitel 5

Ergebnisse

5.1 Aortenbogen

Nach der Verifikation der Fluid-Struktur-Interaktion für die Simulation im Aortenbogen, wurden eine Reihe von Berechnungen mit verschiedenen strömungsmechanischen und strukturmechanischen Randbedingungen durchgeführt. Allen gemeinsam ist das numerische Modell, wie es in Kapitel 4 in Abbildung 4.2.3 bereits gezeigt ist. Im ganzen wurden drei verschiedenen Aortendurchströmungen berechnet und die Ergebnisse ausgewertet:

- **Fall 1**
Aortenmodell mit fester Wand und den Randbedingungen des Verifikationsfalls.
- **Fall 2**
Aortenmodell mit elastischer Wand aus Silikonkautschuk und den Randbedingungen aus dem Verifikationsbeispiel.
- **Fall 3**
Aorta mit realer Wandstärkenverteilung und einer Einlassrandbedingung aus Literaturwerten [36].

In den Gesamtansichten des Aortenbogens sind die dreidimensionalen Geschwindigkeitsprofile in mehreren Schnitten visualisiert. Die Geschwindigkeitsprofile sind dabei mit der maximalen Einlassgeschwindigkeit U_{max} normalisiert. Zusätzlich sind für die einzelnen Zeitpunkte die Stromlinien berechnet worden.

In den weiteren Darstellungen wird die mit τ^* normalisierte Wandschubspannung und die normalisierte Druckverteilung auf der Wand gezeigt. Diese sind Indikatoren für Bereiche, die einer hohen Belastung unterliegen und damit anfälliger für

Gefäßschädigungen wie z.B. Arteriosklerose sind (vgl. Kapitel 2.1.2). τ^* ist dabei definiert als:

$$\tau^* = \frac{\mu_{eff} \cdot \bar{U}}{D} \quad (5.1)$$

Darin ist D der Durchmesser der Aorta am Eintritt, μ_{eff} die mittlere, effektive Viskosität und \bar{U} die mittlere Geschwindigkeit am Eintritt. Die Druckverteilung wurde mit der systolischen–diastolischen Druckdifferenz Δp normalisiert.

In den zweidimensionalen Schnitten, normal zur Strömungsrichtung, sind die Sekundärströmungen mit Stromlinien der projizierten Geschwindigkeiten in der Ebene gezeigt. Anhand dieser Darstellungen können Änderungen der Strömungsstruktur über den Pulszyklus gut erkannt werden. Die Orientierung der Schnitte ist so gewählt, dass die Oberseite der Bilder zum Außenradius der Aortenkrümmung gerichtet ist. Die Blickrichtung ist entgegen der Hauptströmungsrichtung. In Abbildung 5.1 sind die ausgewerteten Schnitte gekennzeichnet.

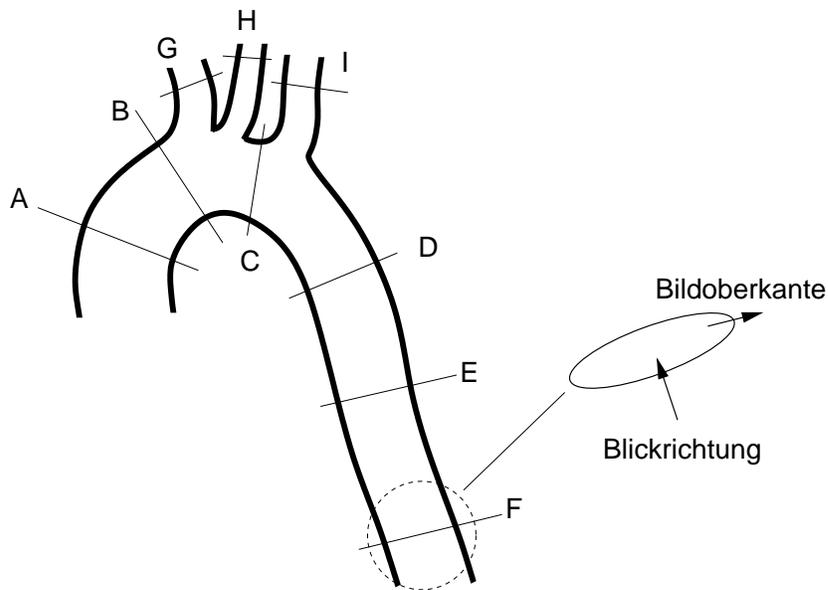


Abbildung 5.1: Bezeichnung, Lage und Orientierung der ausgewerteten Schnitte

5.1.1 Vergleich elastische Aorta – unelastische Aorta

Am Institut für Strömungslehre der Universität Karlsruhe sind bereits verschiedene Arbeiten auf dem Gebiet der Aortenbogendurchströmung durchgeführt worden. Alle Arbeiten haben bisher die Aorta als feststehende Geometrie mit nicht–flexiblen

Wänden angenommen. Die vorliegende Arbeit liefert mit der Inbezugnahme der Elastizität der Aorta einen wichtigen Fortschritt auf diesem Gebiet. Um den Einfluss der Fluid-Struktur-Kopplung auf die Lösung der Aortenströmung zu verdeutlichen, wurden vergleichende Simulationen eines rigiden und eines elastischen Aortenbogenmodells durchgeführt. Alle Randbedingungen entsprechen denen des Verifikationsfalls und wurden bei der elastischen und der steifen Aorta angewendet.

Für die elastische Aorta sind in Abbildung 5.2 der Volumen- und Druckverlauf über der Zeit aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass zwischen Druck und Volumen eine Phasenverschiebung besteht. Diese ist auf den Kopplungsalgorithmus zurückzuführen. Da die Übertragung der Lastgrößen zu bestimmten Austauschiterationen stattfindet, verzögert sich die Deformation des Aortenbogens gegenüber der Druckkurve.

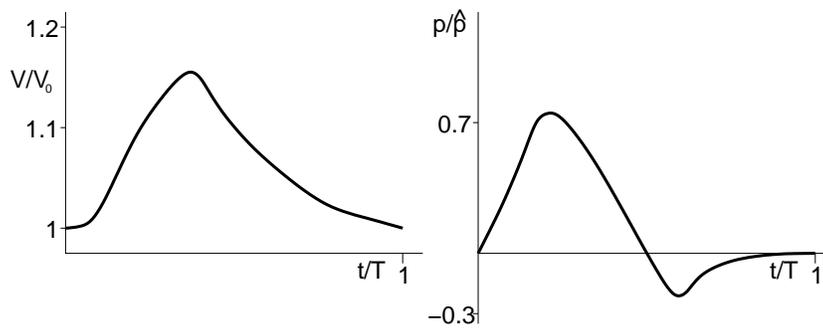


Abbildung 5.2: Volumen- und Druckverlauf für die elastische Aorta über der Zeit

In den Abbildungen 5.3 bis 5.5 sind die dreidimensionalen Geschwindigkeitsprofile für die statische und die elastische Aortensimulation verglichen. Über den gesamten Zyklus sind die Geschwindigkeiten in den gezeigten Schnitten bei statischer und elastischer Aorta sehr ähnlich. In der aufsteigenden Aorta, in den Schnitten A und B, sind dabei kaum Unterschiede festzustellen. Eine Unterscheidung zwischen der statischen und der elastischen Aorta lässt sich bei der Betrachtung der Profile im absteigenden Ast beobachten. Zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$ ist in der absteigenden Aorta eine geringere maximale Geschwindigkeit zu erkennen. In der Diastole bewirkt die Elastizität ein deutlichere Strömungsaktivität in der absteigenden Aorta. Durch das Zusammenziehen der Gefäßwände, entsteht in der elastischen Aorta bei Schnitt F ein Geschwindigkeitsprofil mit Rückströmbereich. Dieses zeigt die Effekte der Compliance des Arteriensystems, welches den Weitertransport des Blutes während der Diastole gewährleistet.

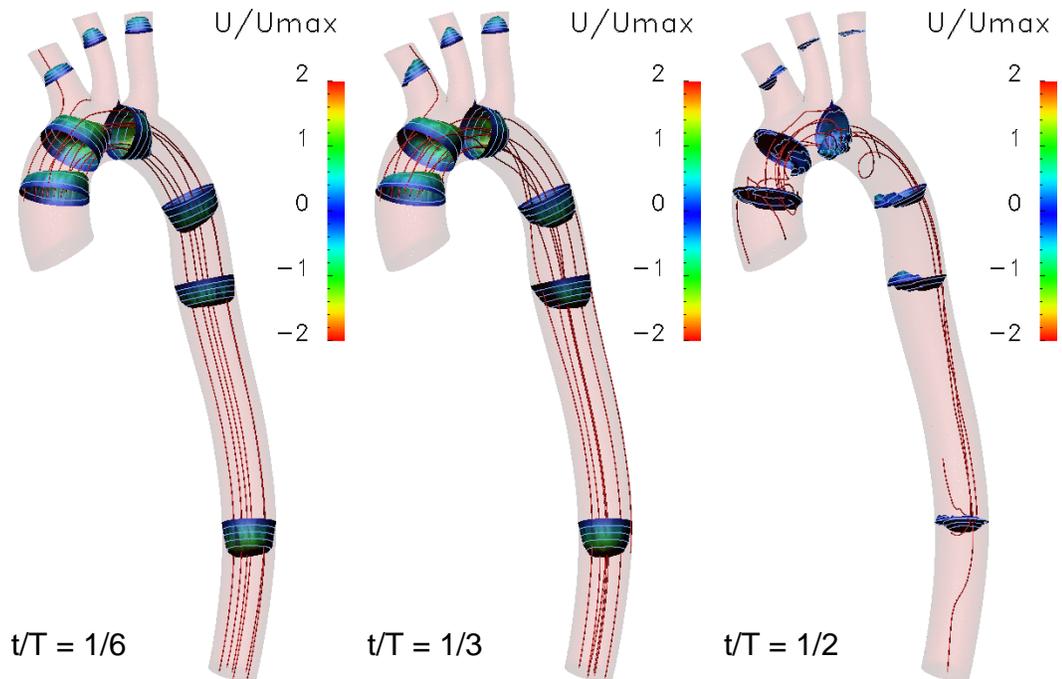


Abbildung 5.3: Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der starren Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.

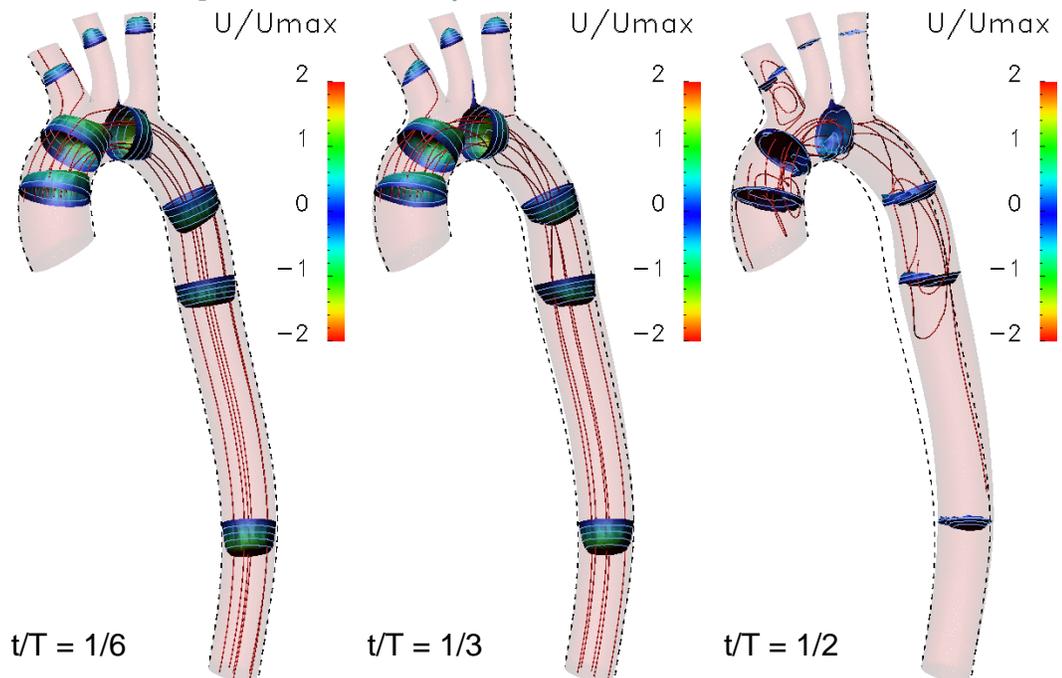


Abbildung 5.4: Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der elastischen Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.

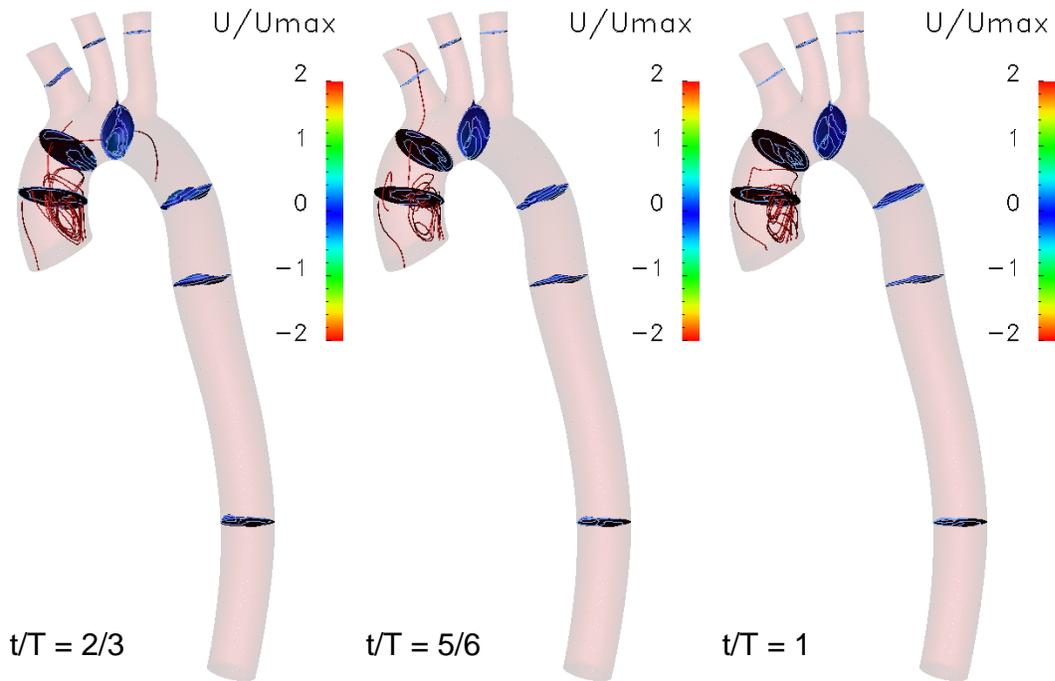


Abbildung 5.5: Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der starren Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.

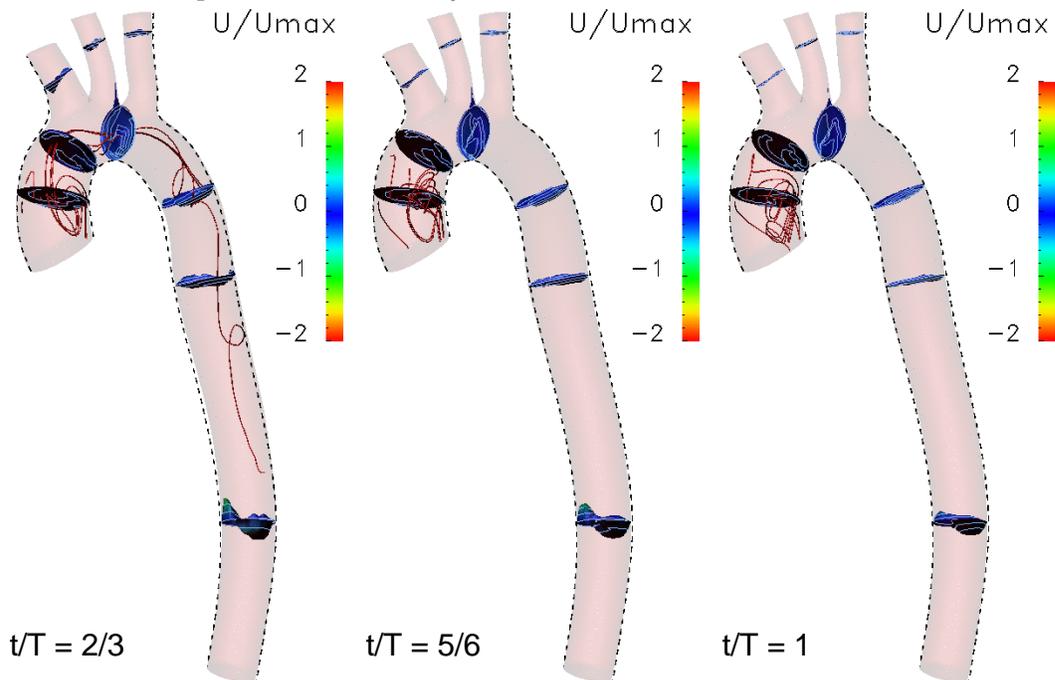


Abbildung 5.6: Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der elastischen Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.

Deutlicher wird der Unterschied bei der Auswertung der Sekundärströmung in den Schnitten der absteigenden Aorta. Durch Analyse der Singularitäten im zweidimensionalen Geschwindigkeitsfeld können die Unterschiede zwischen den Ergebnissen gut demonstriert werden. In den Abbildungen 5.7 bis 5.10 sind die Stromlinien in den Schnitten der absteigenden Aorta gezeigt. Wie in den dreidimensionalen Geschwindigkeitsprofilen zeigt sich auch hier, dass in der systolischen Phase die Unterschiede nur gering sind. Erste Unterschiede sind im Schnitt D zum Zeitpunkt $t/T = 1/2$ zu erkennen. Dabei entsteht in der starren Aorta eine Wirbelkonfiguration mit einem freien Sattel, zwei Halbsätteln und weist im Vergleich zur flexiblen Aorta eine komplexere Struktur auf. Zum selben Zeitpunkt besteht hier eine stabile Zweiwirbel-Konfiguration mit zwei Halbsätteln. Die Unterschiede setzen sich zu den folgenden Zeitpunkten fort. Für die starre Aorta stellen sich vier Wirbel mit einem freien Sattel und vier Halbsätteln auf der Wand ein, die zum Zeitpunkt $t/T = 5/6$ wieder verschwinden. In der elastischen Aorta weist die Struktur der Sekundärströmung eine weitaus größere Konstanz auf. Die Aorta streckt sich aufgrund ihrer Flexibilität unter dem Trägheitseinfluss der Strömung und stabilisiert die Struktur der Sekundärströmung deutlich. Leichte Tendenzen zur Ausbildung eines weiteren Wirbels zum Zeitpunkt $t/T = 5/6$ sind zu erkennen, die Struktur bildet sich aber nicht vollständig aus. In den Darstellungen im Schnitt E können die gewonnenen Erkenntnisse weiter verfolgt werden. Bis zu einer Zeit von $t/T = 1/2$ sind nur geringe Differenzen auszumachen. Deutlich wird hingegen die starke Ausweichbewegung der Aorta zu diesem Zeitpunkt, die sie durch den Blutpuls erfährt. Die flexible Aorta erhöht den Krümmungsradius und reduziert damit die Dean-Zahl. Dieser Effekt beeinflusst die Sekundärströmung im Aortenbogen zu den folgenden Zeitpunkten. Bei $t/T = 2/3$ liegen bereits unterschiedliche Strömungsstrukturen vor. Während bei der starren Aorta ein freier Sattelpunkt in der Strömung entsteht, bildet sich im elastischen Fall eine stabilere Zweiwirbel-Konfiguration aus. Im weiteren Verlauf des Pulses bleibt in der starren Aorta der freie Sattelpunkt bestehen und lässt den zum Zeitpunkt $t/T = 2/3$ noch nicht aufgelösten Fokus oberhalb des freien Sattels in Erscheinung treten. In Verbindung mit diesem Fokus kann zu den Zeiten $t/T = 2/3$ und $t/T = 1$ ein weiterer Halbsattel erkannt werden. Der zu $t/T = 1/2$ entstandene Fokus im rechten Teil der Darstellungen (Hinterseite der Aorta) wandert im Verlauf der Simulationen an die Innenseite der Aortenbogenkrümmung.

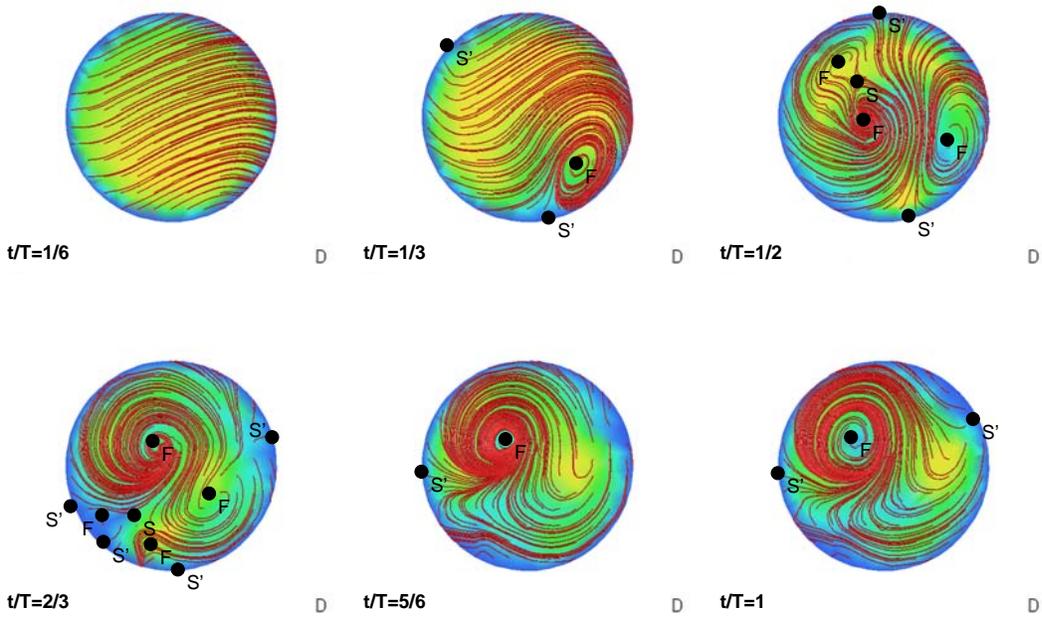


Abbildung 5.7: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt D der starren Aorta.

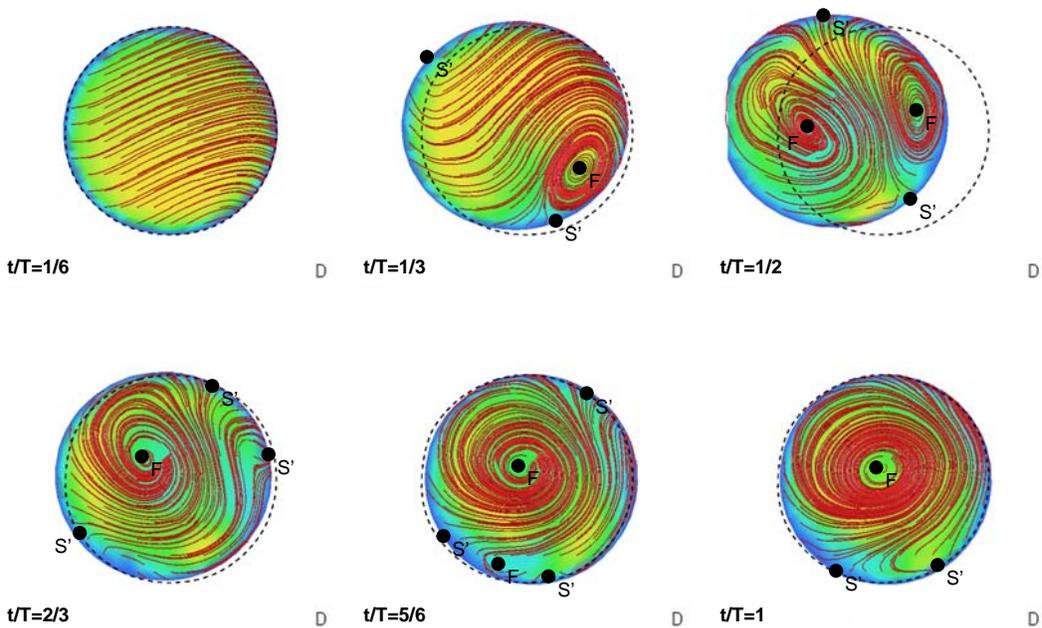


Abbildung 5.8: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt D der elastischen Aorta.

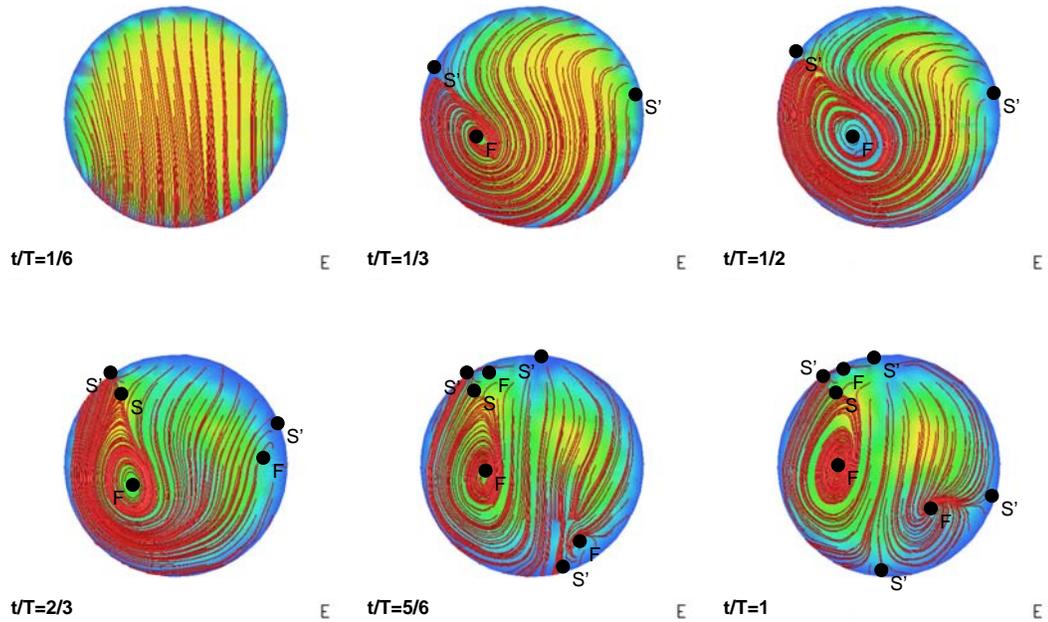


Abbildung 5.9: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E der starren Aorta.

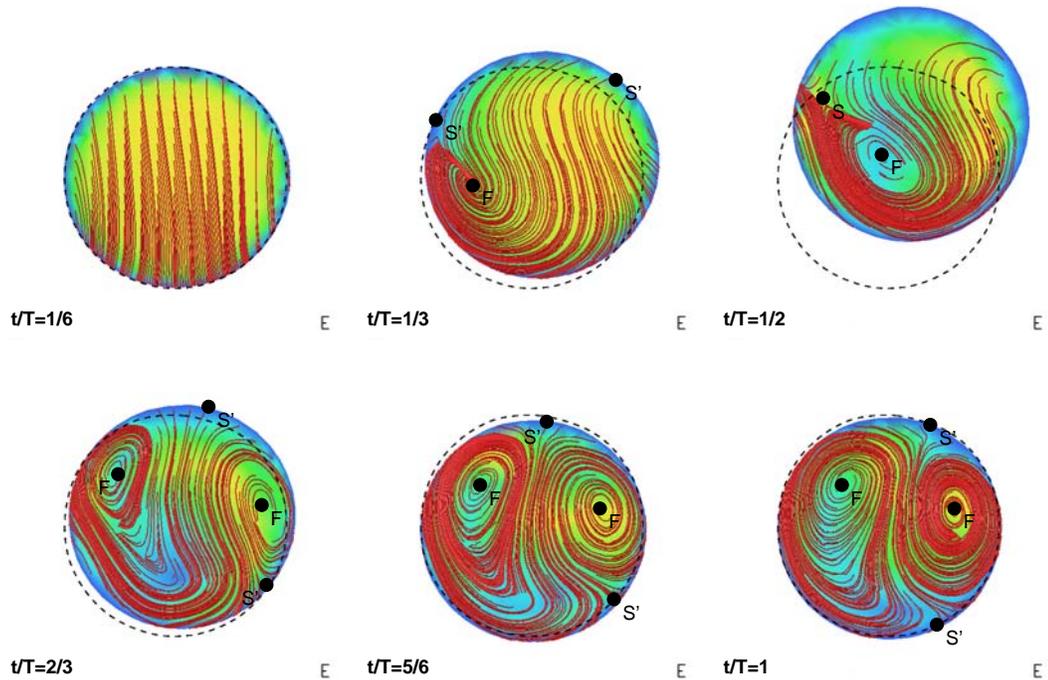


Abbildung 5.10: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E der elastischen Aorta.

In Abbildung 5.1.1 ist für die gekoppelte und die starre Aortensimulation das Verhältnis von sekundärer zu primärer Strömungsgeschwindigkeit für einen Zeitpunkt gezeigt. Im zeitlichen Verlauf wächst das Verhältnis an und erreicht kurz vor Wiedereinsetzen der Diastolen ein Maximum von 0.9. Dies rührt nicht von hohen Sekundärströmungsgeschwindigkeiten her, sondern liegt an der nahezu erliegenden Hauptströmungsgeschwindigkeit.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die flexible Aorta, im Vergleich zu einer Starren, die Strömungsstrukturen positiv beeinflusst. Durch die Eigenbewegung der Aortenwände, werden die Sekundärströmungsstrukturen stabilisiert und die Anzahl der auftretenden Singularitäten minimiert.

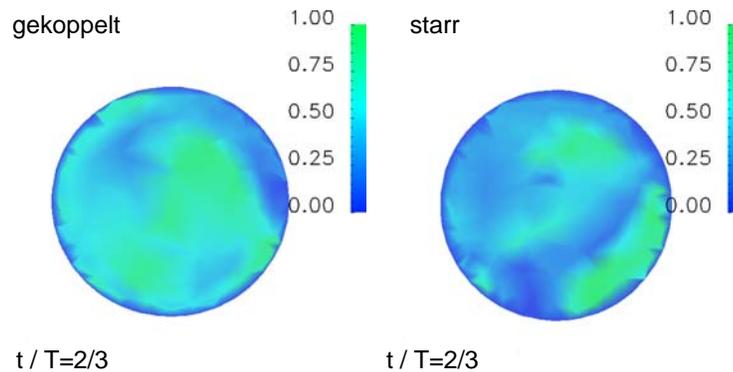


Abbildung 5.11: Verhältnis von Sekundärströmung zu Primärströmung der elastischen und der starren Aorta zum Zeitpunkt $t/T = 2/3$

5.2 Fall 3

Für eine Pulskurve aus der Literatur [36] wurden Simulationen einer elastischen Aorta durchgeführt. Unterschied zu der Berechnung in Fall 1 sind:

- Reale Materialeigenschaften
- Variierende Materialeigenschaften für die verschiedenen Sektionen des Bogens
- Fluideigenschaften für Blut
- Nicht-newtonsche Eigenschaften für Blut
- Reale Einlass-Randbedingung

	Sektion I	Sektion II	Sektion III	Sektion IV
Radius–Wandstärkeverhältniss	36	34	25	23
E-Modul [N/mm^2]	1.20	1.19	1.16	1.26

Tabelle 5.1: Wandstärke und Materialeigenschaften der einzelnen Sektionen, wie sie in Abbildung 4.4 aufgeteilt sind.

Die realen Wandstärkenverteilungen und die Materialeigenschaften des Aortenpräparates betragen: Die Druckwiderstände wurden so angepasst, dass der Spitzendruck in der Aorta dem eines gesunden menschlichen Kreislaufs entspricht. In Abbildung 5.12 ist die Einlassrandbedingung grafisch aufgetragen. Um die Nicht-Newton'schen Stoffeigenschaften von Blut zu berücksichtigen, wurde das Cross-Modell (vgl. Kap. 2.2.1) mit den in Tabelle 5.2 aufgeführten Parametern verwendet.

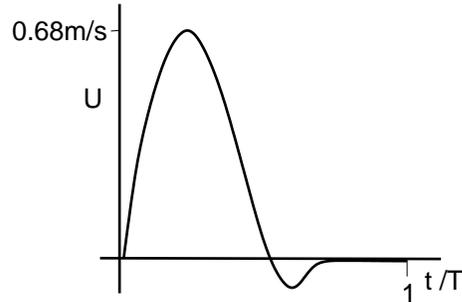


Abbildung 5.12: Einlassrandbedingung für die Simulationen im Fall 3

μ_0 [kg/ms]	μ_∞ [kg/ms]	ρ [kg/m^3]	Δp [Pa]	u_{\max} [m/s]	T [s]	Wo
0.01315	0.003	1008	5333	0.68	0.9091	10.6

Tabelle 5.2: Physikalische Parameter für den Fall 3

In Abbildung 5.13 ist das Geschwindigkeitsfeld für mehrere Zeitpunkte eines Zyklus dargestellt. Zu Anfang der Systole erreicht die Strömung schnell ihr Maximum und weist bereits bei $t/T = 1/3$ eine deutliche Deformation auf. Die Strömungsprofile stellen sich erwartungsgemäß mit einem Maximum an der Innenseite der Krümmung für die Schnitt A, B und C ein. Nach dem Durchlaufen des gesamten Krümmungsbereiches verlagert sich das Maximum an die Außenseite des Aortenbogens. Die Stromlinien zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$ deuten bereits auf die

Sekundärströmung im Aortenbogen hin. Zur Zeit $t/T = 1/2$ ist der Punkt der maximalen Verzögerung der Strömung durchschritten. Geschwindigkeitsprofile flachen ab und die Stromlinien zeigen eine erste Rückströmung im Schnitt A. Zum Zeitpunkt $t/T = 5/6$ ist die Aorta fast vollständig in ihre Ausgangslage zurückgekehrt.

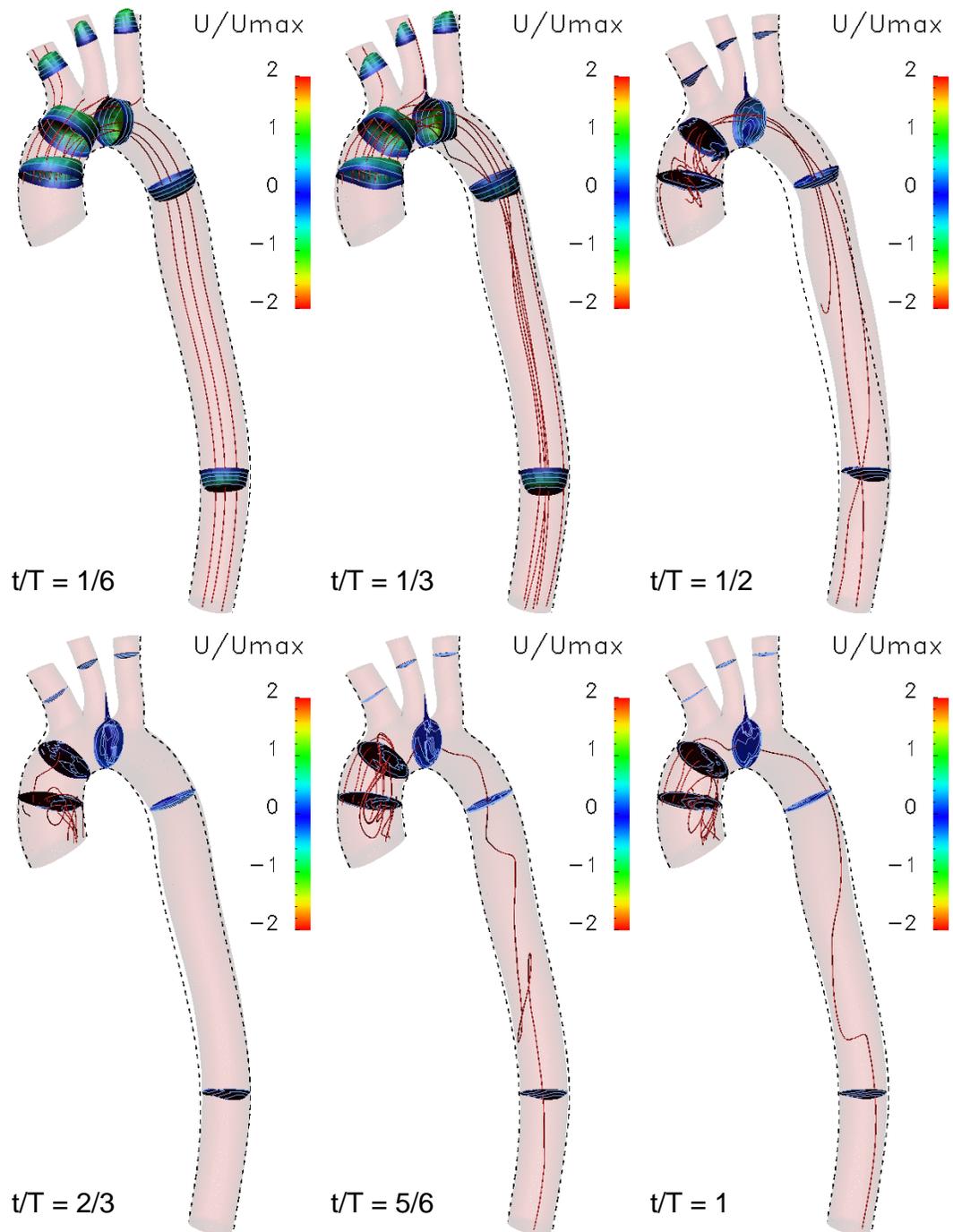


Abbildung 5.13: Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus

In Abbildung 5.14 sind die Sekundärströmungen in den Schnitten A und E gezeigt. Für den Schnitt A kann die starke Deformation über die Zeit durch den Druckpuls beobachtet werden. Dabei ist anzumerken, dass die Beulverformung der Aorta in diesem Bereich durch die nahe liegende Struktur-Randbedingung verursacht wird. Diese ist in der Realität nicht vorhanden, da an dieser Stelle die Aortenwurzel ansetzt. Die Singularitäten in diesem Schnitt zeigen während der Systole eindeutig die Effekte einer Krümmerströmung, die aufgrund der Zentrifugalkraft zwei Wirbel mit zwei Halbsätteln ausbildet. Diese Struktur bleibt auch bis in die Diastole bestehen. Trotz der bereits eingesetzten Verzögerung der Strömung trägt die Compliance der Aorta offensichtlich zu einer Stabilisierung der Struktur bei. Zum Zeitpunkt $t/T = 5/6$ bricht die Struktur endgültig auf. Die Hauptströmungsgeschwindigkeiten sind nahe Null und die Deformation der Aorta entspricht wieder der Ausgangsposition. Die Stromlinienbilder nach dem Durchlaufen der Krümmung sind im Schnitt E dargestellt. Zu Beginn der Systole besteht noch keine ausgeprägte Sekundärströmung, sodass erst bei $t/T = 1/3$ die ersten Strukturen zu erkennen sind. Zum Zeitpunkt $t/T = 1/2$ ist die bereits beschriebene radiale Ausweichbewegung der Aorta zu beobachten. Dabei erscheint kurzzeitig eine Dreiwirbel-Konfiguration, die zur Zeit $t/T = 2/3$ bereits wieder in stabile Doppelwirbel mit zwei Halbsätteln zerfällt. Diese Doppelwirbelstruktur bleibt für den Rest des Zyklus bestehen.

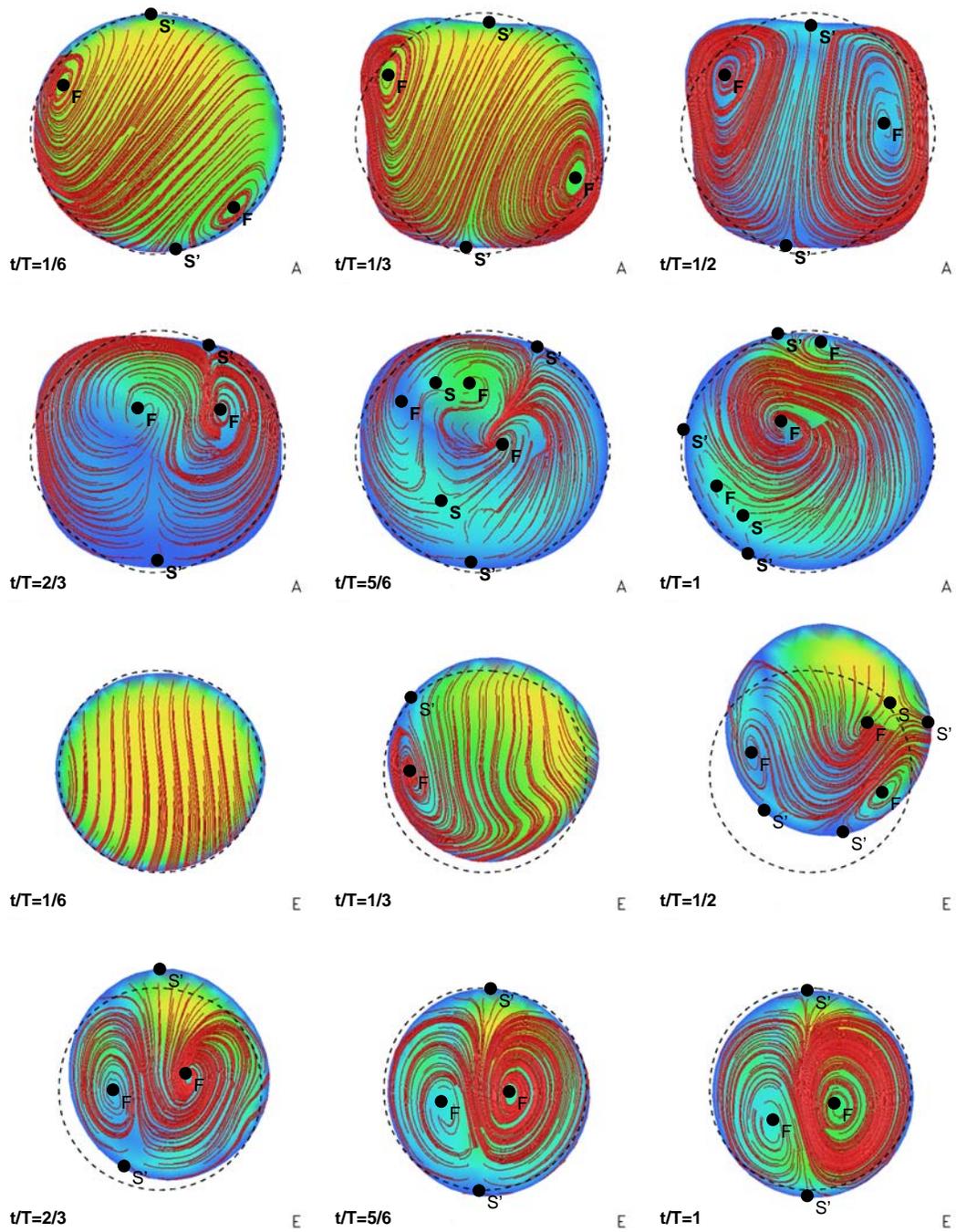


Abbildung 5.14: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren in den Schnitten A und E

In Abbildung 5.15 sind die normalisierten Wandschubspannungen für die pulsierende Durchströmung der Aorta gezeigt. Darin ist deutlich die Geschwindigkeitsüberhöhung an der Bogen-Innenseite zu erkennen, die während der Systole ein Maximum der Wandschubspannung verursacht. Sie wird zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$ am größten. Aus diesen Schubspannungsmaxima können in der Realität Schädigungen des Gewebes resultieren. Bei andauernder Belastung fördert dies eine Arteriosklerose. Während der Diastole verlagern sich die Maxima der Wandschubspannungen in den absteigenden Ast der Aorta. Da ab $t/T = 1/2$ die Hauptgeschwindigkeiten sehr klein sind (vgl. Abb. 5.13) kann an der Verteilung der Wandschubspannung sehr gut die Lage eines der beiden Halbsättel erkannt werden. Das vertikal durchgängige Minimum der Wandschubspannung kennzeichnet die Position der Halbsattellinie auf der Aortenwand.

In Abbildung 5.16 ist die Druckverteilung auf die Wand des Aortenbogens farblich gekennzeichnet. Zu Beginn der Systole ist der eintretende Druckpuls deutlich zu erkennen und erreicht nach kurzem schon das Maximum für den gesamten Zyklus. Es stellt sich ein deutliches Druckgefälle ein. Die Strömung wird beschleunigt und erzeugt zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$ hohe Drücke an den Abgängen des Aortenbogens. Die bereits lokalisierten hohen Wandschubspannungen können auch hier anhand des niedrigen Drucks am Innenradius der Krümmung erkannt werden. Zur Zeit $t/T = 1/2$ ist die Systole beendet, im Eintritt stellt sich ein geringer Druck ein, welcher für die Verzögerung der Blutströmung sorgt.

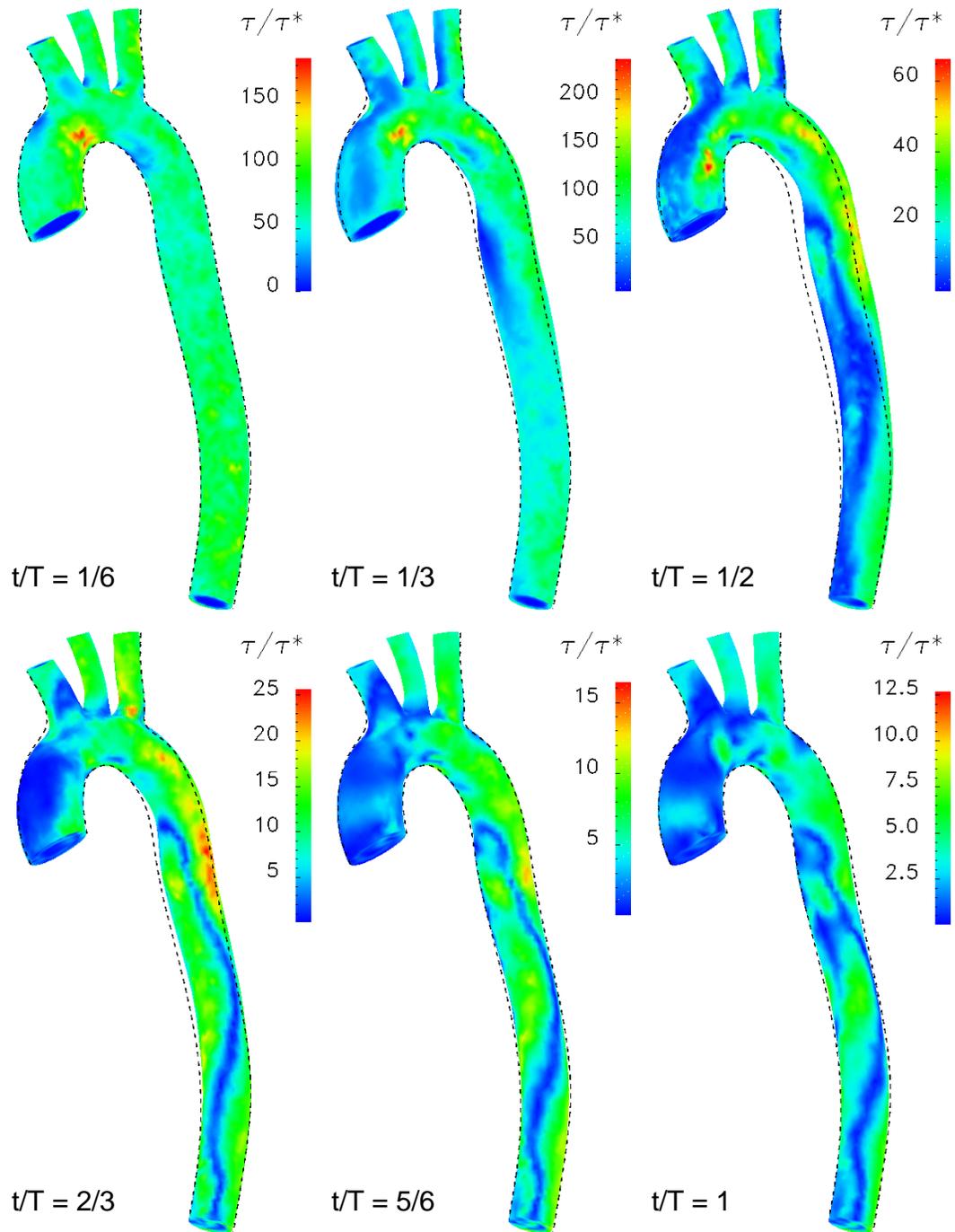


Abbildung 5.15: Verteilung der normalisierten Wandschubspannung im realen Aortenbogen

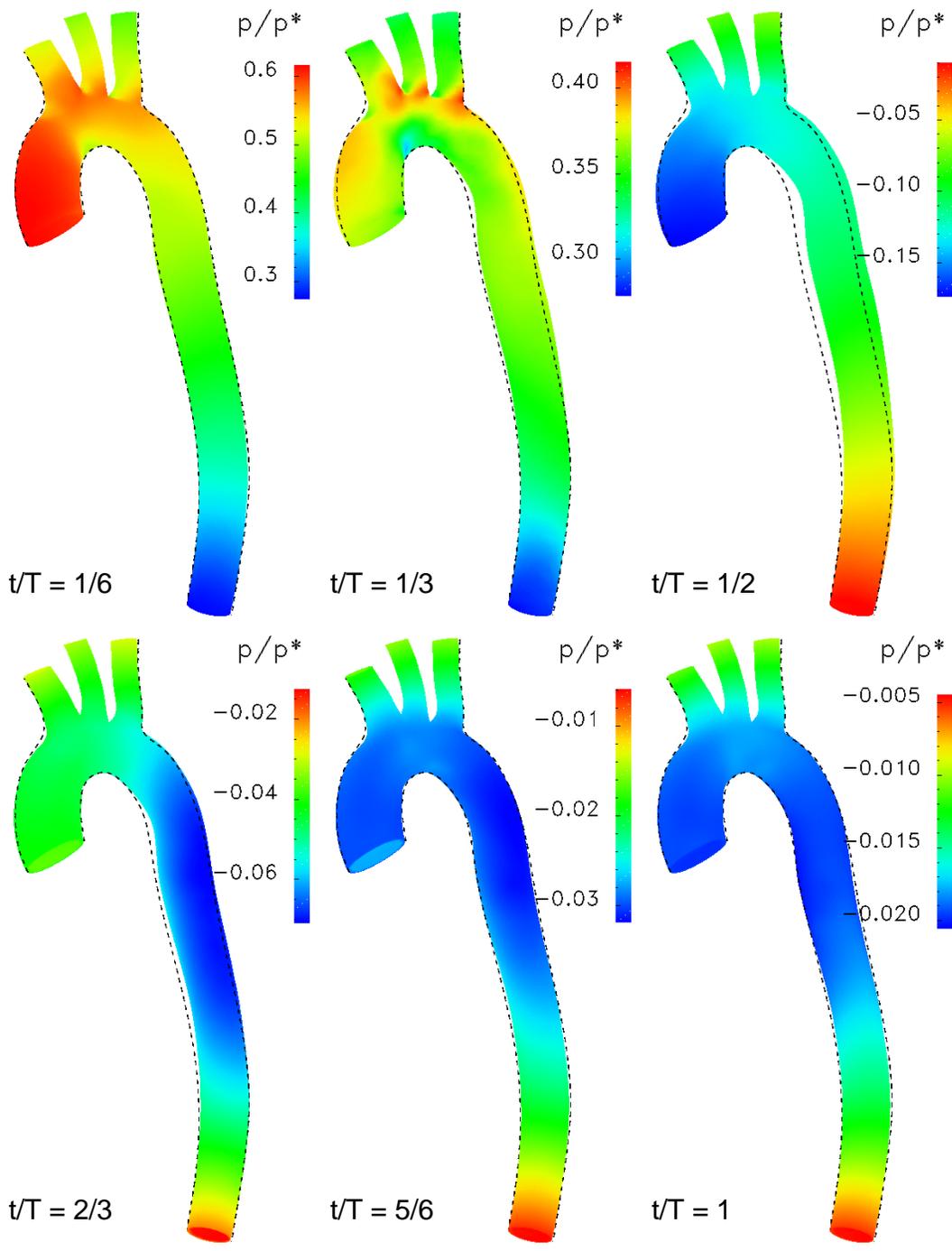


Abbildung 5.16: Druckverteilung auf der Aortenwand.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse für die elastischen Aortenbogensimulationen einen deutlichen Fortschritt gegenüber Berechnungen mit starren Geometrien. Durch die Streckung des Bogens unter Druckbeanspruchung entstehen im flexiblen Aortenbogen andere Strömungsstrukturen, wie sie bei Simulationen in starren Geometrien gefunden werden. Die Strömungsstrukturen besitzen höhere Konstanz und werden durch die Kompensation der flexiblen Wände stabilisiert. Sekundärströmungen, die in ihrer Struktur bis zu vier Foki aufweisen, treten bei der elastischen Aorta nahezu nicht in Erscheinung. Die Analyse der Wandschubspannungs- und Druckverteilung können der Medizin einen guten Eindruck über Bereiche mit erhöhtem Schädigungsrisiko für die Gefäßwände geben. Die Ergebnisse decken sich dabei mit der Erfahrung aus der Medizin [43]. In Abbildung 5.17 ist die Strömungsstruktur und die Ablösebereiche skizziert. Zusätzlich sind Bereiche, welche einem erhöhten Schädigungsrisiko unterliegen rot markiert.

Durch die andauernde Rezirkulation in den blauen Bereichen, können Ablagerungen in den Gefäßen aufwachsen. Durch zunehmende Verengung des Strömungsquerschnittes und die damit verbundenen geänderten Strömungsverhältnisse, können Bereich mit hohen Wandschubspannungen vermehrt und intensiver auftreten. Dies führt im Allgemeinen zur Schädigung der Gefäßinnenwand (*Arteriosklerose*). Aus medizinischer Sicht ist daher die Ablagerungsneigung in den Blutgefäßen möglichst gering zu halten.

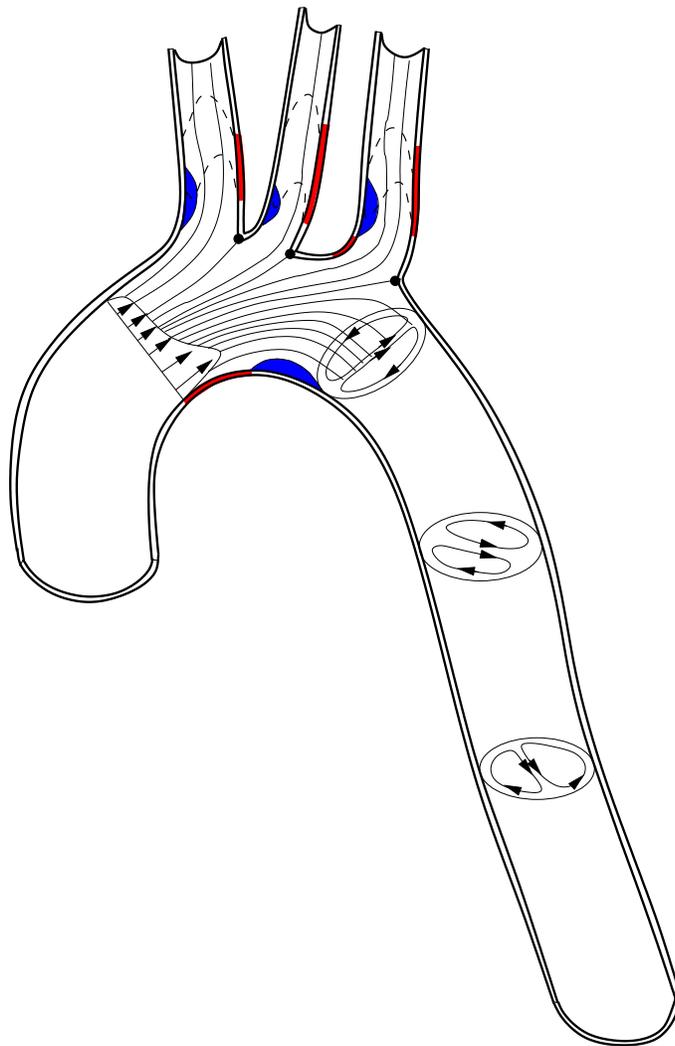


Abbildung 5.17: Skizze der Strömungsstruktur zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$. Stromlinien, Geschwindigkeitsprofile, Ablösegebiete (*blau*) und Bereiche mit erhöhtem Schädigungsrisiko (*rot*).

5.2.1 Vergleich Fall 2 und Fall 3

Wie bereits in Kapitel 5.2 erläutert, unterscheiden sich die Simulationen für den Fall 3, elastische Silikonaorta, von denen für Fall 3, elastische Realaorta. Trotzdem soll ein quantitativer Vergleich zwischen den Fällen durchgeführt werden, um neben der qualitativen Aussage auch Tendenzen der Übereinstimmung und Diskrepanz herauszustellen. In Abbildung 5.18 sind die Quotienten aus den normierten Sekundärströmungsgeschwindigkeiten dargestellt:

$$\left(\frac{U}{U_{max}} \right)_{Fall3} : \left(\frac{U}{U_{max}} \right)_{Fall2} \quad (5.2)$$

Zu Anfang des Zyklus sind sehr gute Übereinstimmungen zu erkennen. Für die Zeitpunkte $t/T = 1/6$ und $t/T = 1/3$ liegt das Quotient der beiden Lösungen nahe 1.0. Unterschiede stellen ab $t/T = 1/2$ ein und verstärken sich gegen Ende des Zyklus. Diese Zeitspanne wird von der Verzögerung und Rezirkulation der Hauptströmungen dominiert. Als eine Ursache dafür ist der deutliche Unterschied der Einlassrandbedingungen für beide Fälle zu nennen. Der Vergleich der Womersley-Zahlen zeigt, dass für den Fall 2 eine wesentlich höhere Womersley-Zahl angesetzt ist, als für den Fall 3. Für den Fall 2 liegt diese bei $Wo = 20$, für den Fall 3 bei $Wo = 10,6$. Die entstehenden Strömungsstrukturen für den Fall 2 und 3 variieren daher deutlich und zeigen sich besonders während der Diastole des Herzzyklus. In den Abbildungen 5.19 und 5.20 sind die Unterschiede besonders zum Zeitpunkt $t/T = 2/3$ zu erkennen, wo sich die Lage und Intensität der einzelnen Foki deutlich unterscheiden.

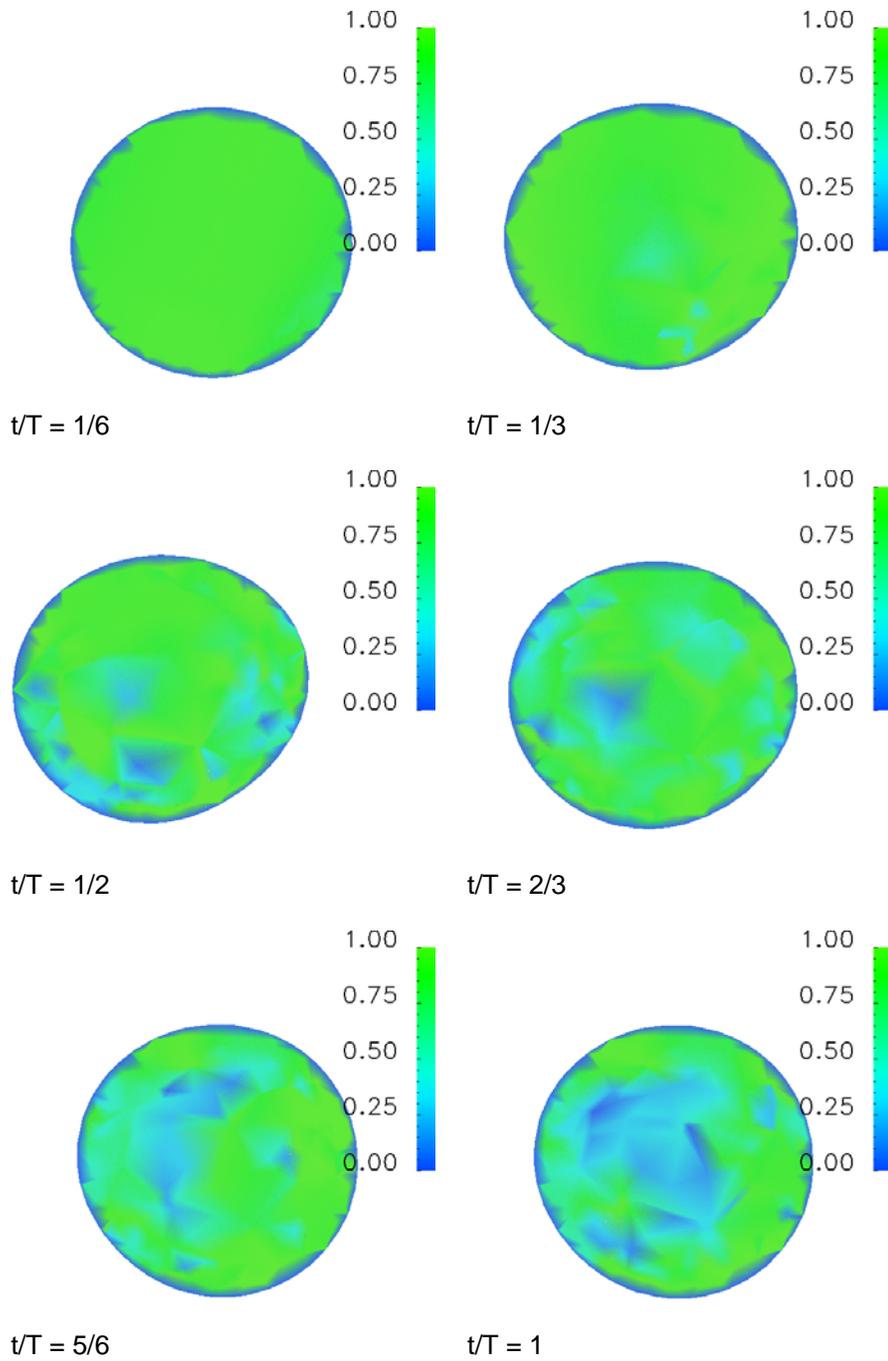


Abbildung 5.18: Verhältnis der normierten Sekundärgeschwindigkeiten von Fall3 und Fall2.

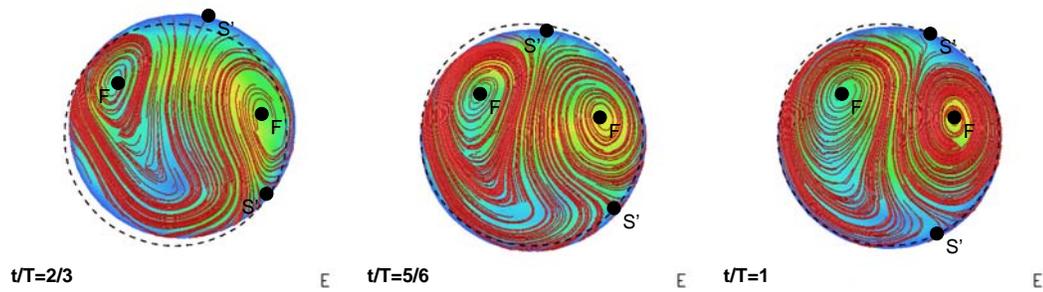


Abbildung 5.19: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E des Fall2.

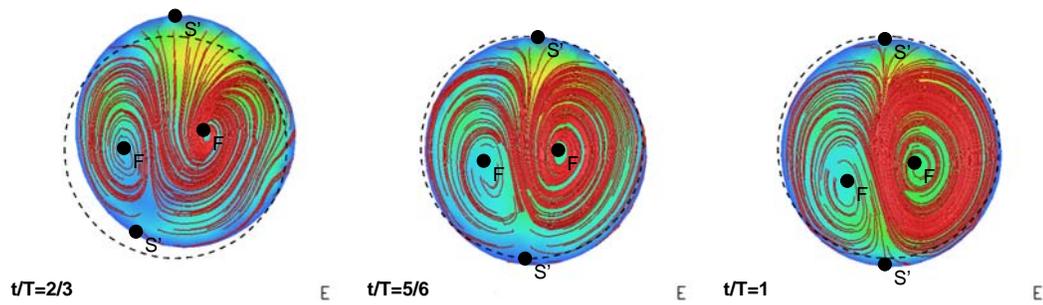


Abbildung 5.20: Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E des Fall3.

5.3 Aortenklappe

In einem weiteren Schritt werden die Kopplungsmethoden, wie sie für den Aortenbogen zum Einsatz kommen, für die Berechnung einer natürlichen Aortenklappe verwendet. Ziel ist es, den natürlichen Öffnungs- und Schließungsprozess nachzubilden. Die Grundgeometrie wird dafür aus Literaturinformationen rekonstruiert und mit Echokardiografiedaten einer realen Herzklappe angepasst. Die Aufnahmen aus der Echokardiografie sind entlang der Kurzachse der Herzklappe aufgezeichnet und liegen als parallele Ebenenschnitte vor, der Abstand zwischen den Ebenen beträgt 3mm . Bei der Rekonstruktion können so grundlegende geometrische Einflussfaktoren wie Höhe, Durchmesser und Winkellage der Klappe berücksichtigt werden. In Abbildung 5.21 sind ausgewählte Schnitte und die angepasste CAD-Geometrie gezeigt. Zusätzlich werden parallel Geschwindigkeitsmessungen vor und hinter der

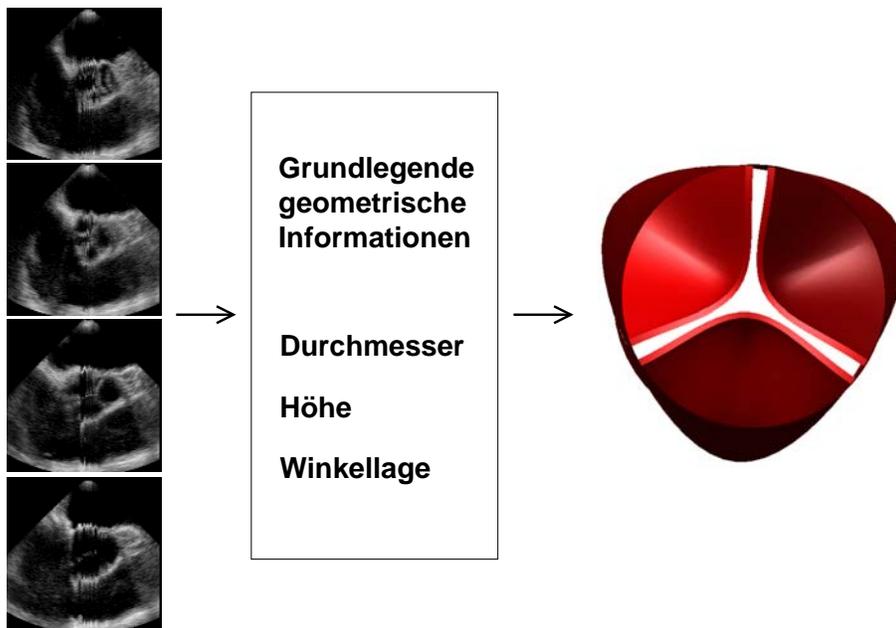


Abbildung 5.21: *Links:* Echokardiografische Aufnahmen, die zur Anpassung der Klappengeometrie herangezogen werden (Universitätsklinik Freiburg) *Rechts:* CAD-Geometrie.

Aortenklappe mittels gepulstem Dopplersignal aufgenommen. Dafür wird ein Messpunkt in der Zentrumslinie der Aortenklappe gewählt und die Hauptgeschwindigkeitskomponente über der Zeit aufgezeichnet. Damit lassen sich die Einlassrandbedingung der numerischen Simulation anpassen. In Abbildung 5.23 ist eine solche Kurve für die Aortenklappendurchströmung gezeigt. Sie soll helfen, die Simulation an die realen Begebenheiten anzupassen.

Diese Vorgehensweise kann auch für die geometrische Definition eines Modell einer stenotischen Aortenklappe angewendet werden. die Vorgehensweise ist dabei identisch. Besondere Aufmerksamkeit fordert die Festlegung der einzelnen Phasen des Pulszyklus. Durch die stark verminderte Beweglichkeit der einzelnen Klappencusps ist der Öffnungsquerschnitt einer stenotischen Klappe geringer als, der einer gesunden Aorteklappe. Es bedarf einer fachmännischen Beurteilung, um die richtigen Phasen im Datensatz zu finden. In Abbildung 5.22 sind die extrahierten Bildinformationen für eine gesunde und eine stenotische Klappe gegenübergestellt. Beide Klappen werden direkt zum Zeitpunkt des Öffnens gezeigt. Diese können dann wie in Abbildung 5.21 gezeigt in CAD-Modell überführt werden. Beim Vergleich der Ge-

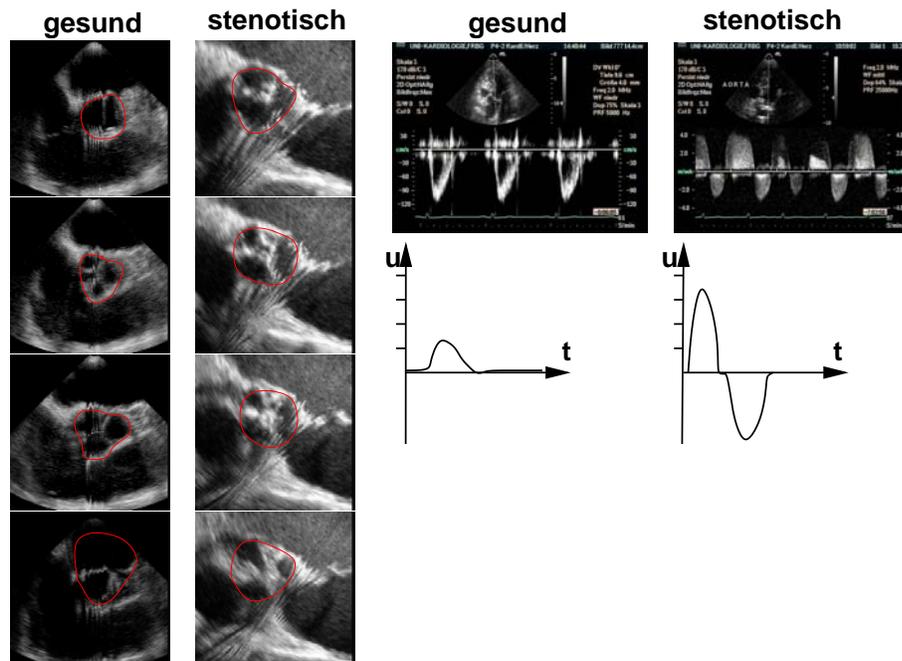


Abbildung 5.22: Echokardiografische Aufnahmen für eine gesunde und eine stenotische Herzklappe (Universitätsklinik Freiburg).

schwindigkeitsmessungen sind deutlich die Effekte der stenotischen Erkrankung der Herzklappe zu erkennen. Während bei der gesunden Klappe maximale Geschwindigkeiten von unter 1.2m/s auftreten, liegen die Geschwindigkeitsmaxima bei der stenotischen Klappe dreimal höher, bei ca 3.6m/s . Zusätzlich weist die stenotische Klappe eine Insuffizienz auf, welche zu einem jetartigen Rückströmen in das linke Ventrikel führt.

Aus der gewonnenen Geometrie der Aortenklappe wird ein numerisches Modell erstellt, welches für die Strömungs–Strukturkopplung eingesetzt wird. Dabei muss auf verschiedene Unzulänglichkeiten der Softwarepakete Rücksicht genommen wer-

den. Insbesondere auf der Seite der Strömungssimulation müssen hier Kompromisse getroffen werden. Für die Durchführung einer CFD-Simulation werden die Grundgleichungen mit der Finiten-Volumen-Methode diskretisiert (Kap. 3.1). Damit die Klappe komplett schließen kann, müssen Möglichkeiten zur topologischen Änderung des Berechnungsnetzes vorhanden sein. Diese sind zwar im Softwarepaket *STAR-CD*[©] vorhanden, können aber auf Grenzflächen der Fluid-Struktur-Interaktion nicht angewendet werden. Aus diesem Grund kann die Herzklappe nicht komplett geschlossen werden. Für eine dennoch korrekte Simulation der Strömungsverhältnisse durch die Aortenklappe, werden Druckwiderstandselemente in den verbleibenden Öffnungsbereich einbeschrieben. Diese können für den Zeitraum des vollständigen Schließens so erhöht werden, dass eine Rückströmung aus der Aorta vermieden wird. Für die Diskretisierung der Klappengeometrie werden verschiedenen Methoden angewendet.

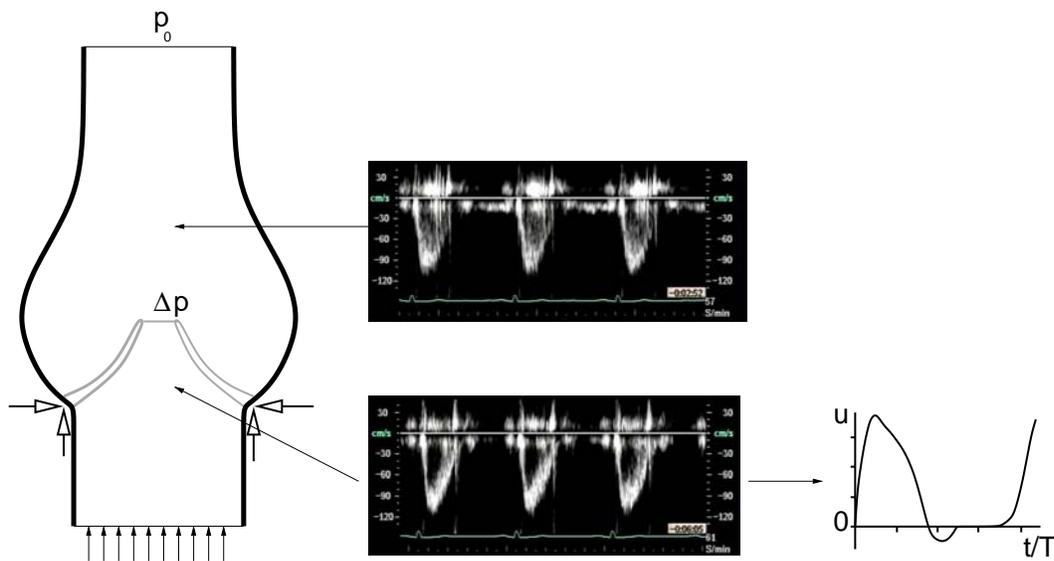


Abbildung 5.23: Numerisches Modell zur Aortenklappenberechnung mit zeitabhängiger Einlassrandbedingung, Druckwiderstandselementen in der Klappeöffnungsfläche und Druckrandbedingungen am Auslass. Für die Strukturberechnung werden die Klappensegel an der Aortenwurzel fixiert.

- **Netz 1**

Eine unstrukturierte Methode, welche bereits bei der Aortenbogendurchströmung zum Einsatz kam. Die Vernetzung des Fluidraumes und der Struktur wird vollständig aus Tetraedern beschrieben, auf denen die jeweiligen Grundgleichungen gelöst werden.

- **Netz 2**

Eine unstrukturierte Methode aus Tetraederelementen mit prismatischen Sublayern. Tetraedische Diskretisierung der Strukturdomäne.

- **Netz 3**

Ein Hexaedernetz für die Strömungsdomäne, verbunden mit vereinzelt Prismenzellen an der Klappenspitze und der Innenkannte des Klappensegels. Für die Strukturdomäne werden verschiedene Vernetzungen benutzt. Sowohl ein Netz mit Tetraedern, wie auch eine Vernetzung aus einer Kombination von Hexaeder- und Prismenzellen.

In Abbildung 5.24 sind die verschiedenen Netze gezeigt. Für alle drei Varianten werden Möglichkeiten für die Netzbewegung des Fluidnetzes geprüft. Das Netz ist bereits für die Anpassung an das vorhandene Aortenmodell aufgearbeitet.

Damit die Netzbewegung geeignet für eine Simulation der Aortenklappe ist, müssen verschiedene Kriterien erfüllt werden. Dabei muss stets die Anzahl der Zellen und Knoten erhalten und die Zuordnungen der Zellliste unverändert bleiben.

- Die Finiten-Volumen des Netzes dürfen zu keinem Zeitpunkt der Simulation negatives Volumen besitzen. Durch die starke Deformation der Aortenklappe werden daher große Anforderungen an die Knoten- und Zellverteilung im Inneren des Fluidnetzes gestellt.
- Zusätzlich muss das Fluidnetz, trotz großer Verzerrung, eine ausreichende Qualität der Netzelemente gewährleisten. Elemente, die während der Netzbewegung zu sehr verzerrt werden, stellen wegen ihrer extremen Innenwinkel und Aspektverhältnisse für die Simulation mit der FVM große Probleme dar. Die Flüsse der Transportgrößen werden für diese Elemente nicht mehr mit ausreichender Genauigkeit gelöst. Die Berechnung kann dann instabil werden und divergieren. Zusätzlich geben stark verzerrte Elemente an der Interfacefläche falsche Druckwerte als Lastgröße an die Strukturmechanik weiter, sodass sich auch auf der strukturmechanischen Seite der Simulation Stabilitätsprobleme einstellen.
- Alle Zellen, die im offenen Zustand im Querschnitt der Klappe existieren, müssen bei geschlossener Klappe auf eine minimale Größe gestaucht werden.

Die aufgelisteten Kriterien stellen eine besondere Herausforderung an die Netzbewegung dar, da sie sich in vielerlei Hinsicht gegenseitig behindern. Durch die extreme Stauchung der Zellen in der verbleibenden Öffnungsfläche der Klappe, entstehen große Aspektverhältnisse, sodass die Zellen in Hauptströmungsrichtung zu groß sind. Umgekehrt ist bei guten Seitenverhältnissen im geschlossenen Zustand der Klappe, die Netzqualität im geöffneten Zustand nicht ausreichend.

Aus der strukturmechanischen Berechnungen resultieren die Knotenbewegungen an der Grenzfläche der Fluid–Struktur–Interaktion. Die Knoten im Inneren des Netzes müssen dann mit Stützsplines und Gleitebenen so unter Kontrolle gehalten werden, dass bei jeder möglichen Form der Bewegung die oben angeführten Kriterien erfüllt werden. Aufgrund ihres unstrukturierten Charakters, ist dies bei Netzen

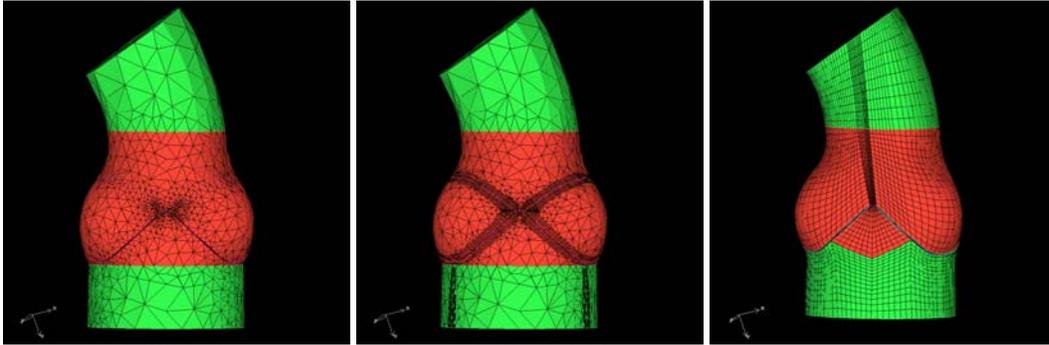


Abbildung 5.24: Verschiedene Netze des Fluidraumes, die auf Ihre Möglichkeiten zur Netzdynamik untersucht werden.

mit Tetraederelementen nur begrenzt möglich. Trotz dem Einbringen verschiedener Zwangsbedingungen und Gleitebenen für die Knotenpositionen können hier keine zufriedenstellenden Ergebnisse für die Flexibilität des Netzes erzielt werden. Die selben Probleme treten bei der Verwendung des hybriden Netzes auf. Zwar kann in der wandnahen Schicht die Deformation der Klappe kontrollierter an das Netz weitergegeben werden, Verzerrungen in der Tetraederstrukturen können aber nicht vermieden werden. In den meisten Fällen entstehen bei Simulationen mit diesen Netzen negative Volumina, die die Strömungssimulation zum Abbrechen zwingt.

Die beste Kontrolle über die Knotenpositionen kann bei Hexaedernetzen erzielt werden, da hier die Netzstruktur über geordnete Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Knoten verfügt. Um schnelle und effektive Änderungen an der Netztopologie und den Gleitebenen durchführen zu können, wird für Arbeitszwecke das Modell auf ein Drittel einer Klappe reduziert. Für ein Hexaedernetz liegt eine topologische Symmetrie für die Herzklappenstruktur vor, die erarbeitete Netztopologie kann für die Berechnungen einer vollständigen Klappe vervielfältigt werden. In Abbildung 5.25 ist die reduzierte Geometrie und die Klappe mit einbeschriebenen Gleitebenen dargestellt. Nach Optimierung der Gleitebenenpositionen wurden mit dem Klappenmodell verschiedene Simulationen durchgeführt. Die Netztopologie zeigte dabei eine gute Anpassungsfähigkeit an die komplexe Klappenbewegung. Bei einem gleichmäßigen Öffnungsprozess kann das Netz im Rahmen der benötigten Qualitätsmerkmale mit der Klappe verzerrt werden. In Abbildung 5.26 sind Stromlinien durch die Aortenklappe zum Zeitpunkt $t/T = 0.05$ gezeigt. Die schnelle Durch-

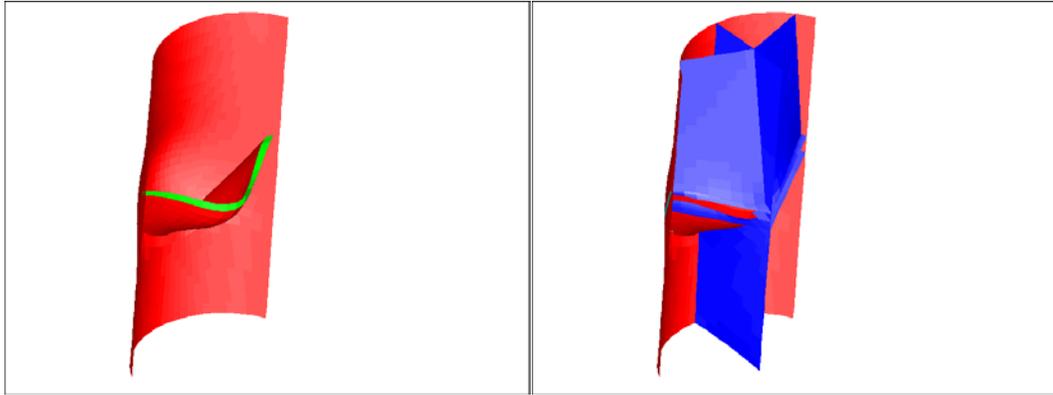


Abbildung 5.25: *Links:* Reduziertes Klappenmodell *Rechts:* Klappenengeometrie mit einbeschriebenen Gleitebenen für die Netzbewegung

strömung durch die leicht geöffnete Klappe ist an den gelben Stromlinien gut zu erkennen. Mit den roten Stromlinien wird das Rezirkulationsgebiet hinter der Klappe, im Bulbus der Aortenwurzel verdeutlicht. Im weiteren Verlauf der Berechnungen

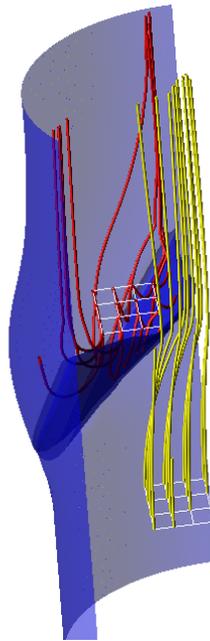


Abbildung 5.26: Stromlinien durch die Aortenklappe zum Zeitpunkt $t/T = 0.05$.

treten unphysikalische Verformungen der Klappe auf. Dabei zeigte die Aortenklappe eine zumeist asymmetrische Verformung. Das verschobene Auswandern der Klappe

pengeometrie führt schließlich zu einem Abbruch der Strömungssimulation aufgrund negativer Zellvolumen. Um die Ursache für das unphysikalische Verhalten der Klappe zu erklären, wurden verschiedene Parameter variiert.

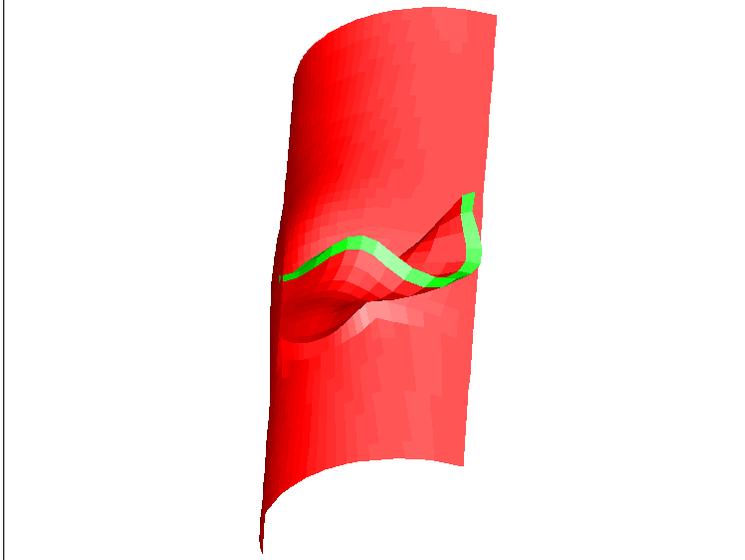


Abbildung 5.27: Asymmetrisch deformierte Klappe nach einer gekoppelten Simulation

- Variation der Materialeigenschaften der Klappe.
- Veränderung der Materialverteilung in der Klappe.
- Geometrische Variationen der Dickenverteilungen der Klappe.
- Verschiedene Diskretisierungsmethoden für die Strukturberechnung.
- Verschieden Netzauflösungen für die Klappenberechnung.

Die Grafik in Abbildung 5.28 zeigt das Verhalten der Klappensimulation bei Variation der isotropen Materialeigenschaften. Dabei zeigt sich, dass auch bei einer Steigerung des E-Moduls um das sechsfache der Simulationsabbruch nicht vermeiden lässt.

In Abbildung 5.27 ist eine solche deformierte Klappe gezeigt. Zusätzlich zeigt Abbildung 5.29 die reale Bewegung der Klappe, wie sie aus Ultraschallaufnahmen rekonstruiert werden kann. Im unteren Teil ist die projizierte Klappenöffnungsfläche für den Öffnungsprozess gezeigt. Dabei ist die Symmetrie in der Bewegung gut zu erkennen. Verformungen wie sie aus Abbildung 5.27 ersichtlich sind sind anatomisch

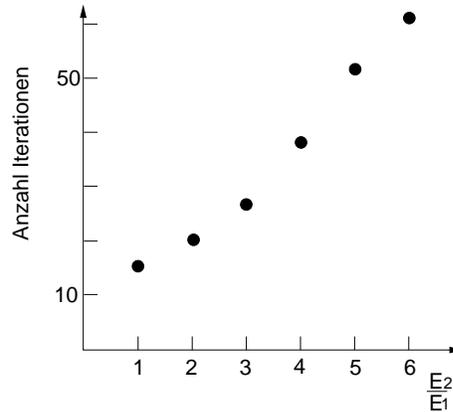


Abbildung 5.28: Anzahl Iterationen, welche bis zum Abbruch der Simulation durchlaufen werden, bei Variation des E-Moduls.

nicht zu erklären. Gründe für die vorliegende Art der asymmetrischen Verformung kann verschiedene Ursachen haben. Dabei kann nach numerischen und physikalischen Gründen unterschieden werden.

Das hier verwendete Kopplungsverfahren beruht auf der Staggered Grid Methode (vgl. Kap. 2.4). Die aufgetretenen Probleme können daher aus der numerischen Instabilität der Kopplung herrühren. Durch Variation der Schrittweiten zwischen den Kopplungszeitpunkten und der Verwendung von Dämpfungsfaktoren für die Kopplung, kann dieser Grund für die fehlerhafte Berechnung der Aortenklappe ausgeschlossen werden. Die Schrittweiten für die Kopplungsiterationen wurden dabei von 2 – 10 geprüft. Zusätzlich wurden Simulationen mit Relaxationsfaktoren für die Kopplung von 0.001 bis 0.5 durchgeführt. Alle Berechnungen haben die selben Instabilitätsmerkmale und berechnen die falsche Deformation der Aortenklappe. Ein Abklingen der Verformung ist nicht zu beobachten.

Auf strömungsmechanischer Seite können Scherschichtinstabilitäten, die hinter der Klappenkante entstehen, auf die Grenzfläche einwirken und so die Asymmetrie in der Klappenverformung hervorrufen. Als eine Möglichkeit ist hier die Kelvin-Helmholtz-Instabilität zu nennen. Um diese ausschließen zu können, wurden gekoppelte Simulationen bei Strömungsgeschwindigkeiten von 0 m/s durchgeführt und lediglich ein Druckgradient auf Klappen Unter- und Oberseite aufgeprägt. Dabei werden ebenfalls die in Abbildung 5.27 gezeigte Deformationen der Klappe beobachtet. Eine strömungsmechanische Instabilität lässt sich somit ausschließen.

Eine Begründung für die unerwünschte Deformation des Klappenmodells kann damit nur noch in der strukturmechanischen Berechnung liegen. Das einzelne Segel einer Klappe hat im Vergleich zur lateralen Größe eine nur sehr geringe Dicke. Bei Betrachtung der Ausgangslage des Segels und des Belastungsfalls durch die

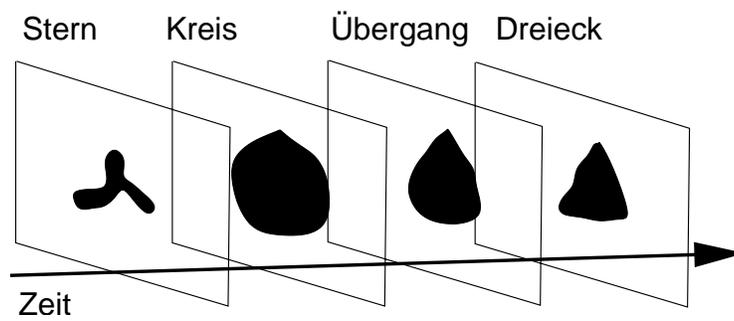
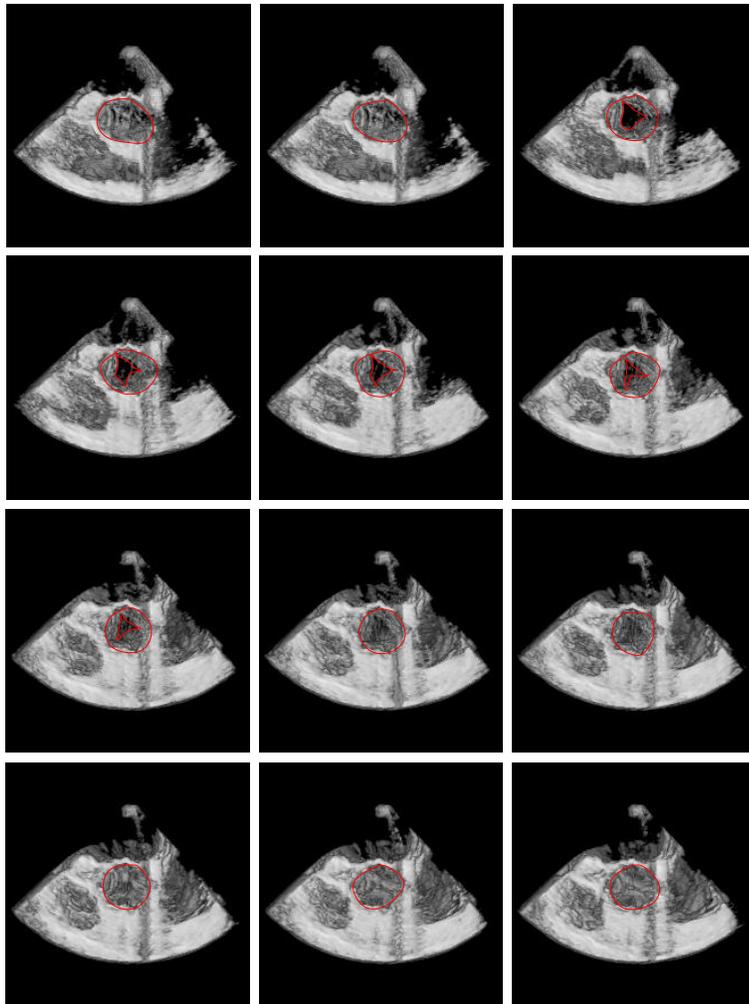


Abbildung 5.29: Zeitliche Folge von rekonstruierten 3D-Echokardiografien und skizzierte Klappenöffnung (*Universitätsklinikum Freiburg*).

Zuströmung von unten zeigt sich, dass die mechanisch Struktur der Klappe für den Öffnungsprozess unter Druckbelastung steht. Für zweidimensionale Strukturen unter Druckbelastung kann es in der Mechanik zu Beulinstabilitäten kommen. Lösungspotential für die angesprochen Problematik liegt daher in der Optimierung

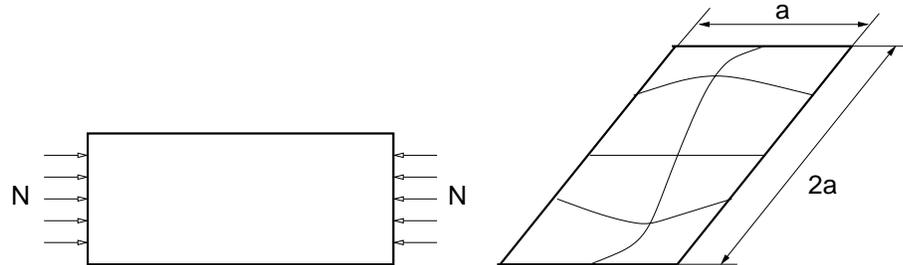


Abbildung 5.30: Ausbeulen einer ebenen Struktur unter Druckbelastung.

der Strukturberechnung. Als einen ersten Ansatzpunkt sollte dafür der strukturelle Aufbau der Aortenklappe verbessert und der Realität weiter angepasst werden. Die einzelnen Segel der Klappe sind durch ein Fasergebilde stabilisiert. Dieses ist in mehreren Lagen aufgebaut und besitzt ein nicht-lineares Materialverhalten. In Abbildung 5.31 ist ein Präparat eines Segels der Aortenklappe gezeigt. Der Faserverlauf innerhalb der Klappe ist dabei gut zu erkennen. Um diese Faserverstärkung

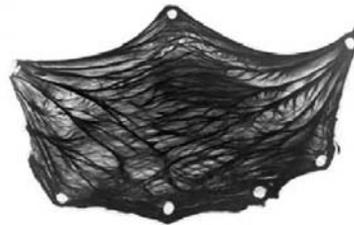


Abbildung 5.31: Faserverlauf in der natürlichen Herzklappe [42].

berücksichtigen zu können, muss für die Strukturberechnung eine korrekte Faser-
verteilung in das Klappenmodell einbeschrieben werden. Desweiteren ergibt sich
neben der Anisotropie auch ein nicht-lineares Verhalten des Klappenmaterials. In
Abbildung 5.32 ist qualitativ die Spannungs-Dehnungskurve für die radiale und die
tangentielle Richtung eines Klappensegels aufgetragen.

Für das weitere Fortschreiten des Projektes wird der Vorteil eines partitionierten, ge-
koppelten Lösungsverfahrens deutlich. Durch den Einsatz eines alternativen Struk-
tursolvers können die oben aufgeführten Punkte in die Berechnung mit einfließen.
Voraussetzung ist, dass geeignete Schnittstellen zu *MpCCI* vorhanden sind.

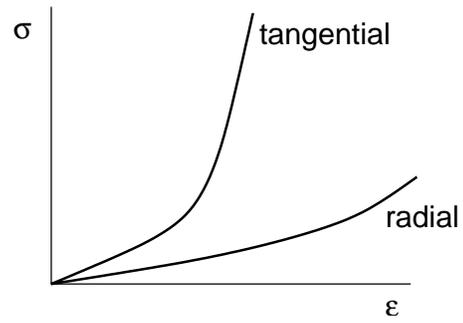


Abbildung 5.32: Spannungs–Dehnungs–Charakteristik für eine Herzklappe [26].

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die Blutströmung in den herznahen Arterien des menschlichen Blutkreislaufs sind für die Diagnose und die Einführung neuer chirurgischer Arbeitsweisen von großer Bedeutung. Die Kenntnis über Druckverteilungen und Wandschubspannungen in der Aorta geben der Medizin einen wichtigen Hinweis auf Bereiche der Gefäßinnenwand, die einem höheren Risiko der Schädigung unterliegen. Um Diagnoseverfahren und chirurgische Eingriffsmethoden zu optimieren, wird am Institut für Strömungslehre der Universität Karlsruhe das **Karlsruhe Heart Model (KaHMo)** entwickelt. Dabei werden die strömungsmechanischen Eigenschaften der linken Herzhälfte untersucht und bewertet.

Mit Methoden der Fluid–Struktur–Interaktion, werden numerische Simulationen der Strömung im Aortenbogen durchgeführt. Auf der strömungsmechanischen Seite kommt dafür das Softwarepaket *STAR-CD*[©] zum Einsatz. Dabei wird das Nicht–Newton'sche Verhalten von Blut berücksichtigt. Die strukturmechanische Seite wird mit dem Struktursolver *PERMAS*[©] berechnet. Auf Grundlage der linearen Elastostatik werden Lastgrößen aus der Strömungsmechanik dazu benutzt, die Deformation der elastischen Struktur zu berechnen. Im Gegenzug werden die geometrischen Verzerrungen aus der Strukturmechanik als Netzbewegung an das Fluid zurückgegeben. Wobei die Kopplung mit *MpCCI* stattfindet.

Vergleichende Simulationen zwischen einer statischen und einer elastischen Aorta zeigen die Bedeutung der Elastizität und Flexibilität der Aorta für die Blutströmung. Insbesondere in der Ausbildung der Sekundärströmung haben sich deutliche Unterschiede gezeigt. Die Aorta wandert durch den Einfluss der Trägheit der Strömung radial aus und erhöht kurzzeitig den Krümmungsradius des Aortenbogens. Als positiver Effekt ist dabei zu erkennen, dass die Sekundärwirbelbildung reduziert wird und das Blut dadurch verlustärmer strömen kann.

In einer weiteren Simulation wird das entwickelte Modell für die Simulation einer realen Aorta verwendet. Die Auswertung der Wandschubspannungen und Druck-

verteilungen auf der Wand zeigen die kritischen Stellen für eine Gefäßschädigung. Durch diese Berechnungen können der Medizin Ursachen für Kalkablagerung und Arteriosklerose (Entzündung der Gefäßwand) gegeben werden. Während bei großen Wandschubspannungen die Gefahr einer Arteriosklerose hoch ist, bilden sich Thromben an Stellen beständig geringer Wandschubspannung. Hier besteht die Gefahr, dass Ablagerungen ohne Hindernis entstehen können.

Für das Fortführen des KaHMo-Projektes werden die Simulationsmethoden auf ihre Einsetzbarkeit bei der Berechnung der Strömung durch die gesunde Aortenklappe untersucht. Die Geometrie wird dafür aus der Literatur entnommen und mit echokardiografischen Daten an einen realen Fall angepasst. Die exakte Funktion der Klappe kann dabei nicht aufgelöst werden, vielmehr wird eine Möglichkeit aufgezeigt, in welchen Bereichen die weitere Entwicklung und Forschung ihre Schwerpunkte setzen sollte. Eine besondere Herausforderung stellt die Netzbewegung dar. Durch ihr hohes Maß an Beweglichkeit fordert die Aortenklappe ein flexibles Netz, welches ohne Neuvernetzung während der Laufzeit der vollen Deformation folgt. Durch das Einbringen verschiedener Stützsplines und Gleitebenen, die die Topologie des Netzes aufrecht erhalten, konnte ein hohes Maß an Flexibilität erreicht werden. Die Simulationen mit dieser Vernetzung haben aber gezeigt, dass die strukturmechanischen Berechnungsmethoden nicht für die Wiedergabe der Aortenklappendeformation geeignet sind. Vielmehr müssen hier nichtlineare Berechnungsmethoden herangezogen werden, die für große Deformationen Bestand haben und geeignet initialisiert werden können.

Literaturverzeichnis

- [1] AHREM, R., M.G. HACKENBERG, U. KARABECK, P. POST, R. REDLER und J. ROGGENBUCK: *Mesch-based parallel Code Coupling Interface, Specification of MpCCI 1.2*, 2001.
- [2] ANDERSON, D.A.: *Hypersonic and high Temperature Gas Dynamics*. McGraw-Hill, Series in Aeronautic and Aerospace Engineering, 1989.
- [3] BATHE, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer-Verlag Berlin, 1990.
- [4] BAUMGART, R.: *Strömungsuntersuchungen in einem menschlichen Aortenbogenmodell mittels Laser-Doppler-Anemometrie*. Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1986.
- [5] BOHNING, R.: *Pulsierende laminare Rohrströmung*. Bericht 01/01 des Instituts für Strömungslehre der Universität Karlsruhe, 2001.
- [6] CARETTO, L.S., A.D. GOSMAN, S.V. PATANKAR und D.B. SPALDING: *Two Calculation Procedures for steady, three-dimensional Flows with Recirculation*. Proceedings of third International Conference Numerical Methods in Fluid Dynamics, 1972.
- [7] CARO, C.G., T.J. PEDLEY und W.A. SEED: *The Mechanism of the Circulation*. Oxford University Press, 1978.
- [8] COMPUTATIONAL-DYNAMICS: *STAR-CD Manual*. Computational Dynamics, London, 2001.
- [9] COMPUTATIONAL-DYNAMICS: *STAR-CD Methodology*. Computational Dynamics, London, 2001.
- [10] CZICHOS, H. (Herausgeber): *Hütte, Die Grundlage der Ingenieurwissenschaften*. Springer-Verlag Berlin, 1989.
- [11] DE HART, J., F.T.P. BAAIJENS, G.W.M. PETERS und P.J.G. SCHREURS: *A computational fluid-structure interaction analysis of a fiber-reinforced stentless aortic valve*. Journal of Biomechanics, 36(5):699–712, 2003.

- [12] DE HART, J., F.T.P. BAAIJENS, G.W.M. PETERS und P.J.G. SCHREURS: *A three-dimensional computational analysis of fluid-structure interaction in the aortic valve*. Journal of Biomechanics, 36(1):103–112, 2003.
- [13] DEMIRDZIC, I. und M. PERIC: *Space conservation law in finite volume calculations of fluid flow*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, 8:1037–1050, 1988.
- [14] DONEA, J., S. GIULIANI und J.P. HALLEUX: *An arbitrary-Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 33:689–723, 1982.
- [15] FELIPPA, C.A., K.C. PARK und C. FARHAT: *Partitioned Analysis of Coupled Mechanical Systems*. In: ONATE, E. und S. IDELSOHN (Herausgeber): *Computational Mechanics*. CIMNE, 1998.
- [16] FUJIOKA, H. und K. TANISHITA: *Numerical Analysis of blood flow in non-planar aortic arch model*. In: *Proceedings Bioengineering Conference*, Band 50, Seiten 505–504. ASME, 2001.
- [17] FUNG, Y.C.: *Biodynamics Circulation*. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [18] GRANDE, K.J., R.P. COCHRAN, P.G. REINHALL und K.S. KUNZELMAN: *Stress Variation in the Human Aortic Root and Valve: The Role of Anatomic Asymmetry*. Journal of Biomechanical Engineering, 26:534–545, 1998.
- [19] HOLBEIN, J., J. BORTH, F. HIRTH und G. METZEN: *Simulation of a Butterfly Valve Motion with Transient Fluid Structure Interaction*. In: *Proceedings of 6th STAR-CD user Group Meeting*, 1997.
- [20] ISSA, R.I.: *Solution of the implicitly discretized Fluid Flow Equations by Operator-Splitting*. Journal of Computational Physics, 62:40–65, 1985.
- [21] ISSA, R.I., A.D. GOSMAN und A.P. WATKINS: *The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme*. Journal of Computational Physics, 62:66–82, 1986.
- [22] JIN, S., J. OSHINSKI und D.P. GIDDENS: *Effects of Wall Motion and Compliance on Flow Patterns in the ascending Aorta*. Journal of Biomechanical Engineering, 125:347–354, 2003.
- [23] KLEIN, B.: *Grundlagen und Anwendungen der Finiten-Elemente-Methode*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1997.

- [24] LAI, Y.G., K.B. CHANDRAN und J. LEMMON: *A numerical simulation of mechanical heart valve closure fluid dynamics*. Journal of Biomechanics, 35(7):881–892, 2002.
- [25] LEUPRECHT, A., K. KARL PERKTOLD, S. KOZERKE und P. BOESIGER: *Combined CFD and MRI study of blood flow in a human ascending aorta model*. Biorheology, 39:225–229, 2002.
- [26] LI, J., X.Y. LUO und Z.B. KUANG: *A nonlienar anisotropic model for porcine aortic heart valves*. Journal of Biomechanics, 2001.
- [27] LIEPSCH, D., S. MORAVEC und R. BAUMGART: *Some Flow Visualisation and Laser-Doppler-Velocity Measurements in a True-to-Scale Elastic Model of a Human Aortic Arch – a New Model Technique*. Biorheology, 29:563–580, 1992.
- [28] LIEPSCH, D., G. THURSTON und M. LEE: *Studies of fluids simulation blood-like rheological properties and application in models of arterial branches*. Biorheology, 28:39–52, 1991.
- [29] MACOSKO, C.: *Rheology: principles, measurements and applications*. VHC, 1994.
- [30] MAKHIJANI, V.B., H.Q. YANG, P.J. DIONNE und M.J. THUBRIKAR: *Three-dimensional coupled fluid-structure simulation of pericardial bioprosthetic aortic valve function*. ASAIO Journal, 43(5):387–392, 1997.
- [31] MEYER, S.: *Numerische Simulation im menschlichen Aortenbogen*. Doktorarbeit, Universität Karlsruhe, 2002.
- [32] OERTEL, H. (Herausgeber): *Prandtl-Führer durch die Strömungslehre*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 11 Auflage, 2002.
- [33] OERTEL, H.: *Strömungsmechanik*. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2 Auflage, 2002.
- [34] OERTEL, H. und E. LAURIEN: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer, Berlin, New York, Heidelberg, 2 Auflage, 2003.
- [35] PARK, K.C. und C.A. FELIPPA: *Computational Methods for Transient Analysis*, Kapitel Partitioned Analysis of Coupled Systems, Seiten 157–219. Elsevier Science Publischer, 1983.
- [36] PEDLEY, T.J.: *The Fluid Mechanics of Large Blood Vessel*. Cambridge, University Press., 1980.
- [37] PENROSE, J.M.T., D.R. HOSE, C.J. STAPLES, HAMILL I.S., I.P. JONES und D. SWEENEY: *Fluid-Structure Interactions: Coupling of CFD and FE*. In: *18. CAD-FEM Users' Meeting*, 2000.

- [38] PERKTOLD, K., M. RESCH und H. FLORIAN: *Pulsatile non-Newtonian flow characteristics in a three dimensional human carotid bifurcation model*. Journal of Biomechanical Engineering, 13:464–476, 1991.
- [39] PESKIN, C.S.: *The immersed boundary method*. Acta Numerica, 11:479–517, 2002.
- [40] PESKIN, C.S. und D.M. MCQUEEN: *Heart simulation by an Immersed Boundary Method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity*. In: AREF, H. und J.W. PHILLIPS (Herausgeber): *Mechanics for a New Millennium, Proceedings of the International Conference on Theoretical and Applied Mechanics*. ICTAM, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [41] QIU, Y. und J.M. TARBELL: *Numerical Simulation of Pulsatile Flow in a Compliant Curved Tube Model of Coronary Artery*. Journal of Biomechanical Engineering, 122:77–85, 2000.
- [42] SAUREN, A.A.H.H.: *The mechanical behaviour of the aortic valve*. Doktorarbeit, Eindhoven University of Technology, 1981.
- [43] SCHILLER, W.: *Persönliche Kommunikation*.
- [44] SCHÜMMER, P.: *Zur Darstellung der Durchflußcharakteristik viskoelastischer Flüssigkeiten in Rohrleitungen*. Chem. Ing. Techn, 41, 1969.
- [45] SHARP, M.K., G.B. THURSTON und M.E. MOORE: *The effect of blood viscoelasticity on pulsatile flow in stationary and axially moving tubes*. Biorhology, 33:185–208, 1996.
- [46] SHIPKOWITZ, T., V.G.J. RODGERS, L.F. FRAZIN und K.B. CHANDRAN: *Numerical study on the effect of secondary flow in the human aorta on local shear stresses in abdominal aortic branches*. Journal of Biomechanics, 33(6):717–728, 2000.
- [47] STATISTISCHES-BUNDESAMT: *Statistisches Jahrbuch 2002*. 2002.
- [48] TROWBRIDGE, E.A., J.M.T. PENROSE, D.R. HOSE und M.M. BLACK: *The Virtual Reality of Heart Valve Design*. Virtual Reality in Society, Engineering and Science, 1995.
- [49] WALL, W.A.: *Fluid-Struktur-Interaktion mit stabilisierten Finiten Elementen*. Doktorarbeit, Universität Stuttgart, 1999.
- [50] WOMERSLEY, J.R.: *An Elastic Tube Theory of Pulse Transmission and Oscillatory Flow in Mammalian Arteries*. Technischer Bericht 56–614, Aeronautical Research Laboratory, January 1957.

- [51] ZHAO, S.Z., B. ARIFF, Q. LONG, A.D. HUGHES, S.A. THOM, A.V. STANTON und X.Y XU: *Inter-individual variations in wall shear stress and mechanical stress distributions at the carotid artery bifurcation of healthy humans*. Journal of Biomechanics, 35:1367–1377, 2002.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Struktogramm des K Arlsruher H eart M Odel.	2
1.2	Einteilung des aktiven (rot) und passiven (blau) Teils von KAHMO	3
1.3	Harvey zeigte an einem abgebundenen Arm, dass venöses Blut stets in Richtung des Herzens fließt und erbrachte damit den Beweis für den Kreislauf des Blutes.	4
2.1	Anatomie des Herzens	8
2.2	Blutkreislauf des menschlichen Körpers	9
2.3	Druckverlauf in der Aorta, im linken Ventrikel und Vorhof während eines Herzzyklus.	10
2.4	Druckverlauf im Arterienkreislauf	11
2.5	Struktureller Aufbau einer Arterienwand	12
2.6	Anatomie der Aortenklappe in geschlossenem und geöffnetem Zustand.	13
2.7	Erythrozyten in aggregiertem Zustand.	14
2.8	Beispiel für die Anwendung der strömungsmechanischen Randbedingungen für die Aortendurchströmung.	19
2.9	Verschiebung und Verzerrung zweier materieller Punkte	21
2.10	Lösungsmöglichkeiten für gekoppelte Probleme	25
2.11	Unterscheidung zwischen schwachen und starken partitionierten Verfahren.	26
3.1	Molekül der Zeitdiskretisierung	29
3.2	Benachbarte Zellen mit Zellzentren P und N	30
3.3	Bezeichnungen der PISO-Implementierung auf einem kartesischen Netz	33
3.4	Austausch verschiedener Größen mittels $MpCCI$ über non-matching Grids.	40

3.5	Lokales Koordinatensystem im Dreieckselement	41
4.1	Vergleich der numerisch berechneten pulsierenden Rohrströmung mit der analytischen Lösung [31] [5]	44
4.2	Radienverhältnisse für ein elastisches Rohr bei verschiedenen Wandstärken und Innendrücken.	46
4.3	Systematischer Aufbau der Versuchsanlage (<i>links</i>) für die experimentelle Untersuchung der Strömung im elastischen Aortenbogenmodell (<i>rechts</i>). (1) Pumpe, (2) Hochbehälter (3) Regulierbehälter, (4) Überlaufbehälter, (5) Aortenmodell, (6) Vorratsgefäß, (7) Herzpumpe, (8) Compliances, (9) Schlauchventile [4].	47
4.4	Segmente des Aortenbogenpräparats, die nach der Abformung einer Compliance-Messung unterzogen wurden.	49
4.5	Messebenen der LDA-Messungen am Aortenmodell.	49
4.6	Einlassrandbedingung pulsierende Strömung im Aortenbogen	50
4.7	Numerisches Modell mit Position der Randbedingungen und Druckwiderstände.	51
4.8	Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messungen aus der Modellaorta in der Zentrumslinie des Schnittes <i>IV</i> der LDA-Messungen. .	52
5.1	Bezeichnung, Lage und Orientierung der ausgewerteten Schnitte . .	55
5.2	Volumen- und Druckverlauf für die elastische Aorta über der Zeit .	56
5.3	Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der starren Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.	57
5.4	Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der elastischen Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.	57
5.5	Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der starren Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.	58
5.6	Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien in der elastischen Aorta für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus.	58
5.7	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt D der starren Aorta.	60
5.8	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt D der elastischen Aorta.	60
5.9	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E der starren Aorta.	61

5.10	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E der elastischen Aorta.	61
5.11	Verhältnis von Sekundärströmung zu Primärströmung der elastischen und der starren Aorta zum Zeitpunkt $t/T = 2/3$	62
5.12	Einlassrandbedingung für die Simulationen im Fall 3	63
5.13	Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien für verschiedene Zeitpunkte eines Pulszyklus	65
5.14	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren in den Schnitten A und E	67
5.15	Verteilung der normalisierten Wandschubspannung im realen Aortenbogen	69
5.16	Druckverteilung auf der Aortenwand.	70
5.17	Skizze der Strömungsstruktur zum Zeitpunkt $t/T = 1/3$. Stromlinien, Geschwindigkeitsprofile, Ablösegebiete (<i>blau</i>) und Bereiche mit erhöhtem Schädigungsrisiko (<i>rot</i>).	72
5.18	Verhältnis der normierten Sekundärgeschwindigkeiten von Fall3 und Fall2.	74
5.19	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E des Fall2.	75
5.20	Stromlinien der projizierten Geschwindigkeitsvektoren und singuläre Punkte im Schnitt E des Fall3.	75
5.21	<i>Links</i> : Echokardiografische Aufnahmen, die zur Anpassung der Klappenengeometrie herangezogen werden (Universitätsklinik Freiburg) <i>Rechts</i> : CAD-Geometrie.	76
5.22	Echokardiografische Aufnahmen für eine gesunde und eine stenotische Herzklappe (Universitätsklinik Freiburg).	77
5.23	Numerisches Modell zur Aortenklappenberechnung mit zeitabhängiger Einlassrandbedingung, Druckwiderstandselementen in der Klappenöffnungsfläche und Druckrandbedingungen am Auslass. Für die Strukturberechnung werden die Klappensegel an der Aortenwurzel fixiert.	78
5.24	Verschiedene Netze des Fluidraumes, die auf Ihre Möglichkeiten zur Netzdynamik untersucht werden.	80
5.25	<i>Links</i> : Reduziertes Klappenmodell <i>Rechts</i> : Klappenengeometrie mit eingezeichneten Gleitebenen für die Netzbewegung	81
5.26	Stromlinien durch die Aortenklappe zum Zeitpunkt $t/T = 0.05$. . .	81

5.27	Asymmetrisch deformierte Klappe nach einer gekoppelten Simulation	82
5.28	Anzahl Iterationen, welche bis zum Abbruch der Simulation durchlaufen werden, bei Variation des E-Moduls.	83
5.29	Zeitliche Folge von rekonstruierten 3D-Echokardiografien und skizzierte Klappenöffnung (<i>Universitätsklinikum Freiburg</i>).	84
5.30	Ausbeulen einer ebenen Struktur unter Druckbelastung.	85
5.31	Faserverlauf in der natürlichen Herzklappe [42].	85
5.32	Spannungs–Dehnungs–Charakteristik für eine Herzklappe [26].	86