

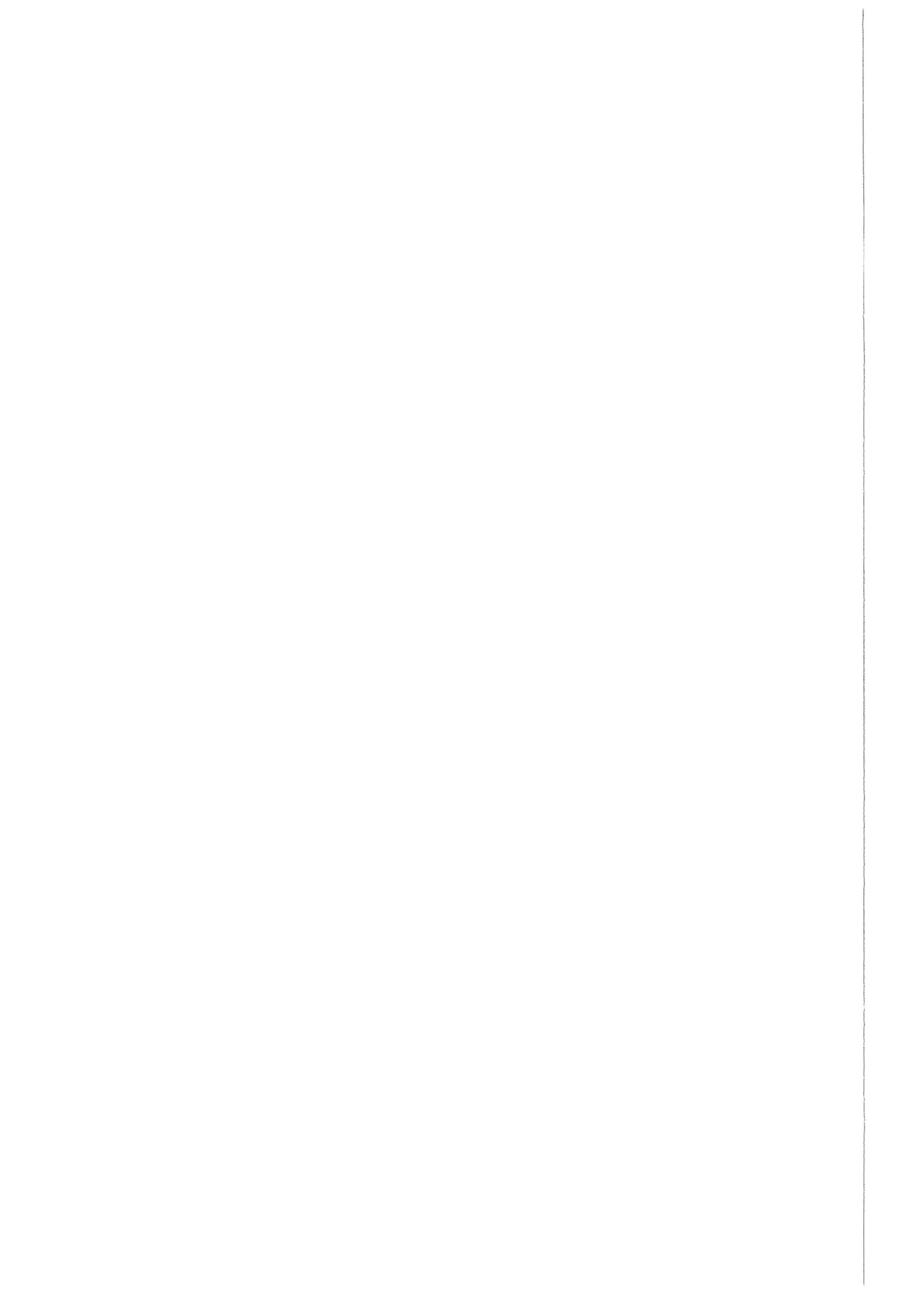
Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6276

**Untersuchung der
Faseranordnung natürlicher
Faserverbunde und Übertragung
der Ergebnisse auf technische
Bauteile mit Hilfe der
Finite-Elemente-Methode**

J. D. Reuschel
Institut für Materialforschung

April 1999



Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6276

Untersuchung der Faseranordnung natürlicher Faserverbunde und Übertragung der Ergebnisse auf technische Bauteile mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode*

Jens Dietmar Reuschel

Institut für Materialforschung

*Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)
genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
1999

Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe

Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)

ISSN 0947-8620

Untersuchung der Faseranordnung natürlicher Faserverbunde und Übertragung der Ergebnisse auf technische Bauteile mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode

Zusammenfassung

Am Beispiel des Baumes wurden numerische Untersuchungen natürlicher Faserwerkstoffe im submikroskopischen, mikroskopischen und makroskopischen Bereich durchgeführt. Bei den Untersuchungen der Holzzellen konnte anhand der Simulation mehrschichtiger Zellwände mit helikaler Fibrillenordnung gezeigt werden, daß es der Holzzelle allein durch die Wahl der Fibrillenwinkel möglich ist, Zugspannungen in Druckspannungen (und vice versa) umzuwandeln. Durch die Variation der Materialeigenschaften ergab sich, daß es innendruckbelasteten Reaktionsholzzellen unter konstantem Fibrillenwinkel der Sekundärwandschicht Zwei (S2) möglich ist, axiale Expansion bzw. Kompression zu realisieren und so den Aufrichtmechanismus (negativer Geotropismus) zu unterstützen. Desweiteren wurden radiale Agglomerationen in der S2 untersucht und gezeigt, daß diese einen günstigen Einfluß auf die Mechanik der Zellmechanik ausüben.

Es wurde das Programm CAIO_{II} (Computer Aided Internal Optimisation) entwickelt, welches dem Ausrichten der größten Materialsteifigkeit eines orthotropen Materials in Richtung der Hauptspannungstrajektorien dient. Mit diesem Optimierungsprogramm, welches auf der FEM basiert, ist es möglich, durch kraftflußgerechtes Orientieren der Materialachsen die Schub- und Normalspannungen dreidimensionaler Strukturen zu minimieren. Anhand von Simulationsrechnungen wurde gezeigt, daß Faseranordnungen im Baum sowohl im mikroskopischen, als auch im makroskopischen Bereich durch CAIO_{II} nachvollzogen werden können.

Es wurden ferner technische Faserverbunde nach den Ergebnissen von CAIO_{II} hergestellt und in Zugversuchen geprüft. Dabei zeigte sich ein verändertes Versagensverhalten gegenüber nichtoptimierten Proben sowie eine signifikant höhere Festigkeit.

Investigation of the Fiber Arrangement of Natural Composite Materials and Transfer of the Results to Technical Components Using the Finite Element Method

Abstract

Using the tree as an example, natural composite materials have been investigated numerically in the submicroscopic, microscopic and macroscopic ranges. Simulation of multi-layered cell walls with a helical fibril arrangement allows to demonstrate that by an adequate choice of the fibril angles alone the wood cell is enabled to convert tensile stresses into compressive stresses. By varying the material properties, it is found out that the reaction wood cells which are exposed to the internal pressure are expanded or compressed axially under a constant fibril angle of the secondary wall (S2). As a result, negative geotropism is promoted. Furthermore, radial agglomerations in the S2 are studied and found to exert a favorable influence on cell mechanics.

The CAIO_{II} (Computer-aided Internal Optimization) program has been developed for orienting the largest stiffnesses of an orthotropic material along the principle stress trajectories. This FEM-based optimization program allows to minimize the shear and normal stresses of three-dimensional structures by orienting the material axes along the force flow. It is demonstrated by simulation calculations that fiber arrangements in the tree can be reproduced by CAIO_{II} in both the microscopic and the macroscopic range.

Based on the CAIO results obtained, technical composite materials have been produced. In tensile tests, these materials exhibit a changed failure behavior as compared to that of non-optimized specimens and a significantly increased strength.

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	4
2.1	Aufbau und Mechanik von Bäumen	4
2.1.1	Aufbau des Holzes	4
2.1.2	Mechanik von Bäumen	6
2.1.3	Aufbau der Holzzellen	8
2.1.4	Mechanik von Holzzellen	15
2.2	Technische Faserverbundwerkstoffe	20
2.2.1	Aufbau von Faserverbundwerkstoffen	20
2.2.1.1	Eigenschaften von Faserwerkstoffen	20
2.2.1.2	Eigenschaften von Matrixwerkstoffen	22
2.2.2	Natürliche Faser- und Matrixwerkstoffe in der Technik	23
2.2.3	Herstellung und Einsatz von Faserverbundwerkstoffen	23
2.2.4	Ermittlung von Werkstoffkennwerten bei Faserverbundwerkstoffen	24
2.3	Elastizitätstheorie und Finite-Elemente-Methode	28
2.3.1	Elastizitätstheorie	28
2.3.2	Finite Elemente Methode (FEM)	29
2.4	Kraftflußgerechtes Konstruieren	32
2.4.1	Historische Entwicklung	32
2.4.2	CAIO (Computer Aided Internal Optimization)	34
3	Mikroskopische und numerische Untersuchungen von Holzzellen	35
3.1	Mikroskopische Untersuchungen von Holzzellen	35
3.2	Numerische Lösung für den transversal isotropen Zylinder	41
3.3	Numerische Untersuchungen von Holzzellen	45
3.3.1	Modellierung einer Holzzelle	46
3.3.2	Einschichtiges Zellmodell mit isotropem Material	48
3.3.3	Einschichtiges Zellmodell mit transversalisotropem Material	50
3.3.4	Variation der Materialkonstanten bei axialer Belastung	53
3.3.5	Transversalisotropes Dreischichtmodell einer Holzzelle	55
3.3.5.1	Normalholz unter axialer Zug- bzw. Drucklast	56
3.3.5.2	Reaktionsholz unter Innendruckbelastung	60
3.3.5.3	Radiale Fibrillenagglomerationen	66
3.3.5.4	Betrachtung der Euler'schen Knicklasten	69

4	Ergebnisse der Entwicklung und Anwendung von CAIO _{II}	71
4.1	Grundlagen von CAIO _{II}	71
4.1.1	Ermittlung der Hauptspannungen und Hauptrichtungen	71
4.1.2	Reduktion der Schubspannungen	73
4.1.3	Ablauf von CAIO _{II} -Optimierungen	75
4.1.4	Darstellung der Ergebnisse	76
4.1.5	Konvertierung der Ergebnisse	78
4.2	Anwendung von CAIO _{II}	80
4.2.1	Zweidimensionale Beispiele	80
4.2.2	Lokale Steifigkeitsvariation	84
4.2.3	Dreidimensionale Beispiele	86
4.3	CAIO _{II} -Berechnungen an natürlichen Kraftträgern	90
4.3.1	Simulation mikroskopischer Faserverläufe	90
4.3.1.1	Simulation der Holzfasern	90
4.3.1.2	Simulation der Holzstrahlen	96
4.3.1.3	Simulation des Jahresringarrangementes	100
4.3.2	Makroskopische Faserverbunde	102
4.3.2.1	Faserarrangement von umrankten Stützgehölzen	102
4.3.2.2	Faserarrangement einer Astanbindung eines Harfenbaumes	107
4.3.2.3	Simulation dreidimensionaler Faserverläufe von Bäumen	116
5	Technische Umsetzung von CAIO _{II} an Zugproben	118
5.1	Faser-Sticktechnik	118
5.2	Matrizentechnik	123
6	Zusammenfassung	130
7	Literatur	134
8	Anhang	144
8.1	Anhang A: Verwendete Größen	144
8.2	Anhang B: Abkürzungsverzeichnis	144
8.3	Anhang C: Gleichungen	145
8.4	Anhang D: Beispielinput des Zellberechnungsprogrammes	147

1 Einleitung

Bäume bereichern nicht nur die Natur und die von Menschen angelegten Parks, Gärten, Dörfer und Städte. Seit jeher gehören Bäume zu den wichtigsten Rohstofflieferanten des Menschen. Ihr Holz wird als Baumaterial, Brennstoff, als Grundstoff für Papier und für viele andere Zwecke verwendet. Dabei werden die Eigenschaften des Holzes bezüglich der Verarbeitung und Lagerung seit Jahrzehnten intensiv untersucht. Lange Zeit wurde der Tatsache keine Beachtung geschenkt, daß gerade der lebende Baum ein Meisterwerk der Mechanik ist und häufig jahrhundertlang äußeren Belastungen und wechselnden Umweltbedingungen trotzt. Während die meisten technischen Konstruktionen unserer Zeit Lebensdauerzyklen von maximal einigen Jahrzehnten anstreben, wird als Höchstalter für Bäume, z. B. für Eichen, ein Höchstalter von etwa 800 Jahren genannt; japanische Hinoki-Scheinzypressen können ein Alter von über 6000 Jahren erreichen. Dabei ist ein Baum ständig der Witterung, Angriffen von Pilzen, Insekten, Kräften und Momenten ausgesetzt. Bäume wie der australische Rieseneukalyptus oder der amerikanische Mammutbaum erreichen Höhen von bis zu 150 m, bei einem Stammumfang von bis zu 12 m. Es ist für einen Menschen kaum vorstellbar, welche Kräfte bei Sturmböen durch den Stamm und das Wurzelwerk eines solchen Baumes in den Boden abgeleitet werden müssen.

Die mechanischen Eigenschaften der Bäume werden am Institut für Materialforschung II des Forschungszentrums Karlsruhe seit Jahren systematisch erforscht. Die dabei gewonnenen Erkenntnisse über die Optimierungsstrategien der Bäume wurden in Computerprogramme wie CAO (Computer Aided Optimization) und SKO (Soft Kill Option) (Mattheck, 1990, 1997) umgesetzt, denen allgemein ein großes Interesse entgegengebracht wird und die in zukunftsorientierten Bereichen der Industrie eingesetzt werden (Deussen, 1996). Durch diese Methoden ist biomechanischer Leichtbau auch für technische Anwendungen umsetzbar. Der Einsatz dieser Methoden wurde dadurch erleichtert, daß zur Herstellung optimierter Bauteile die konventionelle Fertigungstechnik eingesetzt werden konnte und keine oder nur sehr geringe Investitionen von der Seiten der Hersteller aufzubringen waren.

Während mit den genannten Computermethoden die von der Natur abgeschauten Optimierungsmechanismen mit Hilfe der FEM in die Technik übertragen werden konnten, wurde die innere Struktur des Baumes, der Faseraufbau, nicht berücksichtigt. Kriechbaum (1994) simulierte mit Hilfe des für zweidimensionale Geometrien entwickelten Computerprogrammes CAIO (Computer Aided Internal Optimization) den Faserverlauf von Stammfaserbündeln um eine Astanbindung und zeigte, daß bei dem tatsächlichen Arrangement der Faserbündel eine Schubspannungsminimierung auftritt. Zipse (1997) vermutete bei radialen Strukturen von Holzstrahlen, daß auch diese auf Schubspannungsreduktion hin optimiert seien und riet weitergehende Studien an.

Auch bei der CAIO-Methode wurde und wird eine Umsetzung in technische Bauteile und eine industrielle Anwendung angestrebt. Der Herstellung von Prototypen mit individuellem Arrangement von Einzelfasern liegt jedoch bis heute eine Fertigungstechnologie zugrunde, die für eine Massenproduktion noch nicht ausgereift ist. Ferner sind technische Bauteile in den wenigsten Fällen auf zweidimensionale Geometrien beschränkt, so daß die nicht ausgereifte Herstellungstechnologie und die oben genannte Einschränkung des CAIO-Programmes auf zwei Dimensionen das Interesse von Seiten der Industrie kaum zu wecken imstande waren.

Über die innere Optimierung des Holzes besteht auch heute noch ein sehr großes Wissensdefizit. Selbst in neuerer materialkundlicher Literatur, wie in dem von Askeland (1994) in der Universitätsstadt Boston erschienenen Werk „SCIENCE AND ENGINEERING OF MATERIALS“, wird das Faserarrangement des Holzes als unidirektional beschrieben.

Es sollte daher geklärt werden, ob die Optimierung des Faserarrangementes nur global im Falle der Astanbindung zu finden ist oder ob bei komplexen Lastfällen und Randbedingungen eine Optimierung der Holzfaserbündel ebenfalls stattfindet. Die Optimierung der inneren Struktur des Baumes sollte auch im mikroskopischen Bereich untersucht werden, um zu ergründen, ob das Arrangement der einzelnen Holzfasern und der Holzstrahlen mit Hilfe von CAIO simuliert werden kann. Aus einem positiven Ergebnis ließe sich dann ableiten, daß die genannte Optimierungsstrategie in verschiedenen Bereichen und Dimensionen des Baumes, in Form einer Selbstiteration der Natur, wiedergefunden werden kann.

Zur Realisierung des Vorhabens war es notwendig, CAIO für eine dreidimensionale Anwendung auf einer vektoriellen Basis neu zu entwickeln. Aufgrund der Neuentwicklung von CAIO und der Erweiterung auf dreidimensionale Geometrien, soll es durch die vorliegende Arbeit ermöglicht werden, natürliche Faserverläufe zu simulieren und gleichzeitig den Spannungszustand zu visualisieren. Es sollen mit CAIO_{II} optimierte Prototypen aus Faserverbundwerkstoffen hergestellt werden, die im Zugversuch bezüglich ihres Versagensverhaltens und der Festigkeit zu untersuchen sind.

Die lokale Festigkeitsanpassung (Albrecht, 1995; Zipse, 1997), die optimierte Gestalt des Baumes und auch der Aufrichtmechanismus des Reaktionsholzes (Mattheck, 1992,1997) müssen in den mechanischen Eigenschaften der Holzzellen, die ihrerseits einen submikroskopischen Faserverbundwerkstoff darstellen, ihren Ursprung haben. Daher wird in dieser Arbeit eine numerische Untersuchung der mechanischen Eigenschaften und Wirkprinzipien der Holzzellen vorgenommen. Eine dreidimensionale, zylindrische Zelle, die aus drei Zellwandschichten besteht, soll in Abhängigkeit der auf sie einwirkenden Last, mit Hilfe von Parameterstudien bezüglich der Fibrillenwinkel und der Materialeigenschaften, analysiert werden.

Insgesamt wird das Arrangement der Fasern in verschiedenen Bereichen und Dimensionen der Bäume sowie die Anordnung der Fibrillen der Holzzellen im Hinblick auf eine mechanische Lastanpassung untersucht und nach einer technischen Umsetzung der gewonnenen Ergebnisse gestrebt.

Aufbau der Arbeit

Zunächst wird im zweiten Kapitel auf den Aufbau und die Mechanik der Bäume eingegangen. Optimierungsmechanismen werden vorgestellt und der Aufbau des natürlichen Faserverbundwerkstoffes Holz und der Holzzellen beschrieben. Nachfolgend wird auf die Grundlagen der technischen Faserverbundwerkstoffe eingegangen. Bezüglich der in dieser Arbeit Anwendung findenden numerischen Methoden werden die Grundlagen der Elastizitätstheorie, der Anwendung von Matrizenmethoden und der FEM insoweit erläutert, wie es zum Verständnis der Arbeit notwendig ist. Durch einen Rückblick in die Entwicklung trajektoriengerechten Konstruierens und eine kurze Vorstellung der CAIO-Methode (Kriechbaum, 1994) wird das Kapitel abgeschlossen.

Im dritten Kapitel werden, nachdem an mikroskopischen Schnitten der Aufbau und die Materialverteilung von Holzzellen erläutert wird, anhand einer dreidimensionalen numerischen Analyse, mit Hilfe von Parameterstudien mechanische Eigenschaften der Holzzellen untersucht. Dabei werden verschiedene Lastfälle und Randbedingungen der Zellen berücksichtigt, wie sie im Baum auftreten. Es wird sowohl auf Reaktionsholz, als auch auf radiale Agglomerationen, wie sie in jüngeren Untersuchungen nachgewiesen wurden, eingegangen.

Im vierten Kapitel wird auf die Entwicklung des neuen Programmes zur Berechnung dreidimensionaler Faserverläufe, CAIO_{II}, eingegangen und der theoretische Hintergrund beschrieben. Durch die Berechnung zwei- und dreidimensionaler Strukturen wird das Konvergenzverhalten der Methode sowie die mechanischen Vorteile, die aus der Anwendung der Methode resultieren, erläutert. Es folgen Beschreibungen von neuentwickelten Meßmethoden für Faserwinkel an Stämmen und Ästen sowie Simulationsrechnungen, die aufzeigen sollen, ob und inwieweit eine Übereinstimmung der mit CAIO_{II} berechneten Materialanordnung und der natürlichen Strukturen in verschiedenen Dimensionen des Baumes und in verschiedenen mechanischen Sonderfällen gegeben ist.

Im fünften Kapitel wird die Herstellung von Faserverbundwerkstoff-Prototypen beschrieben, deren Faserarrangement mit Hilfe von CAIO_{II} optimiert wurde. Es wird auf die Zugversuche eingegangen und der Versagensablauf während der Zugversuche beschrieben.

Die Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit folgt im sechsten Kapitel.

2 Grundlagen

2.1 Aufbau und Mechanik von Bäumen

Ein Baum besteht aus dem oberirdischen Stamm mitsamt Ästen und Zweigen, dem Blattwerk und dem Wurzelwerk. Jeder dieser Bestandteile des Baumes hat spezifische biologische und mechanische Aufgaben wahrzunehmen. Das Blattwerk dient u.a. der Energieaufnahme, der Regulierung des Energiehaushaltes und der Umwandlung von Energie in Stärke. Da die Blätter in der Regel großflächig sind, weisen sie eine flexible Anbindung zu den Ästen auf, um dem Wind nur einen geringen Widerstand zu leisten. Die Wurzeln sind für die Aufnahme von Wasser und gelösten Mineralien zuständig und müssen zudem alle Kräfte, die der Stamm, die Äste und das Blattwerk aufnehmen, in den Boden ableiten. Sie sind biologisch und mechanisch optimal dafür ausgelegt (Bruder, 1998).

2.1.1 Aufbau des Holzes

Der Stamm (Hauptspieß) dient als mechanisches Tragwerk, als lebender Nährstoffspeicher und als Transportsystem für Wasser und Nährstoffe. Er richtet sich nach Möglichkeit stets senkrecht von der Erdoberfläche weg (negativer Geotropismus), während die Wurzeln in Schwerkraftrichtung wachsen (positiver Geotropismus). Das primäre Bestreben des oberirdischen Teiles des Baumes ist es, möglichst viel Licht zur Photosynthese einzufangen (Phototropismus). Der Wipfeltrieb hat eine dominierende Wirkung auf die tiefer liegenden Äste, wodurch es bei diesen nicht zu einer senkrechten Wuchsform kommt (Apicaldominanz) (Abb. 2.1). Die Seitenäste werden, außer bei besonderen Wuchsformen, wie z. B. dem Harfenbaum, am vollständigen Aufrichten gehindert.

Als Holz bezeichnet man das Dauergewebe von Stämmen, Ästen und Wurzeln der Bäume. Es kann seinerseits in drei Abschnitte unterteilt werden, in Splintholz, Kernholz und Rinde (Abb. 2.1). Das Splintholz besteht zum überwiegenden Teil aus lebenden Zellen, die neben der Stützwirkung die Aufgabe der Wasserspeicherung und Nährstoffleitung innehaben, während das Kernholz aus physiologisch toten Zellen besteht, die in erster Linie eine mechanische Stützwirkung erfüllen.

Die Rinde, die in Bast und Borke unterteilt wird, schützt die Wachstumsschicht des Baumes, das Kambium, vor äußerlichen Einflüssen, wie Hitze, Kälte sowie vor chemischen und mechanischen Angriffen (Abb. 2.2). Das Kambium ist eine in der Tiefe wenige Zellen umfassende Schicht, die den Baum wie eine Haut überzieht und vom Frühjahr bis in den Herbst Zellen radial nach außen (Phloem) und innen (Xylem) abteilt und somit für das Wachstum des Baumes verantwortlich ist. Das Holz ist in Form von Jahresringen aufgebaut. Jeder Jahresring seinerseits kann in Frühholz und Spätholz unterteilt werden. Die Zellen des Frühholzes sind großlumig, d. h. sie weisen einen großen Innendurchmesser auf und dienen in erster Linie der Wasser- und Nährstoffversorgung in der Wachstumsperiode des Baumes im Frühjahr. Die Spätholzzellen, die im Spätsommer gebildet werden, sind dickwandiger, steifer und somit auf das Tragen äußerer Lasten hin optimiert.

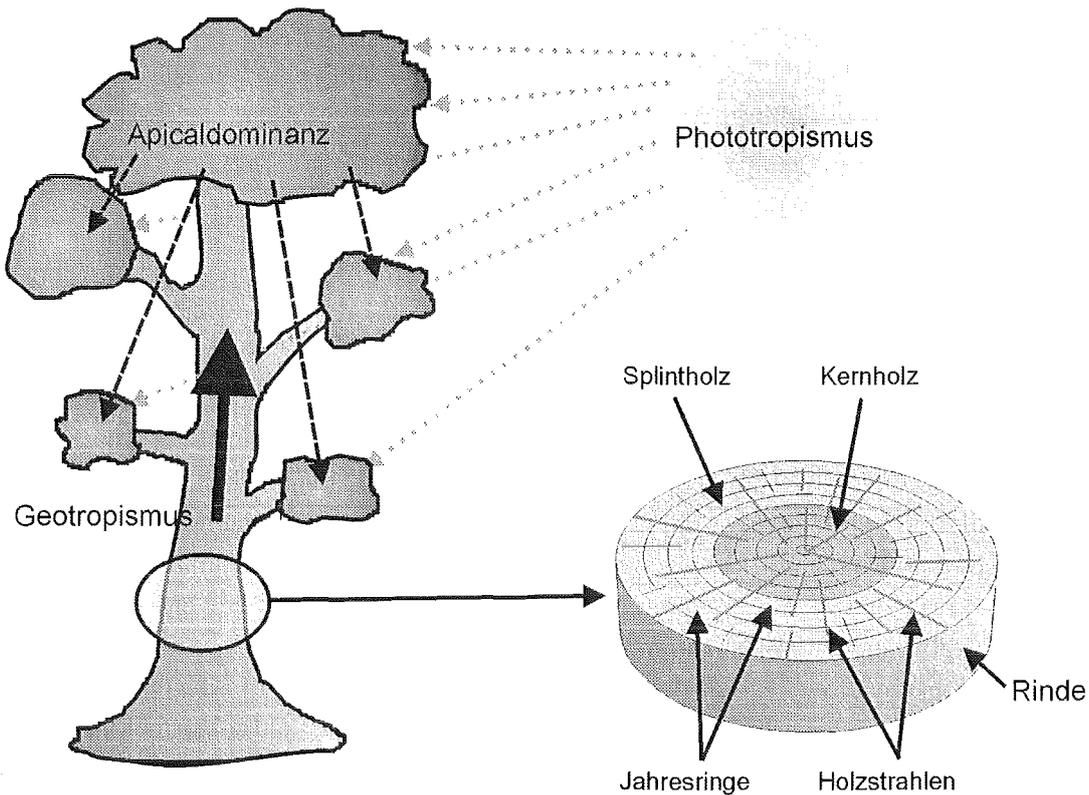


Abb. 2.1: Schematischer Aufbau eines mitteleuropäischen Laub- oder Nadelbaumes.

Der Zellaufbau innerhalb der Jahresringe kann in Abhängigkeit der Baumart verschiedene Formen annehmen. Man unterteilt ringporiges, halbringporiges und zerstreutporiges Holz. Ringporiges Holz zeichnet sich durch stark unterschiedliche Zellwanddicken und -durchmesser zwischen Frühholz (weitleumig) und Spätholz (englumig) aus. Während halbringporiges Holz eine Übergangsform darstellt, ist beim zerstreutporigen Holz ein optischer Unterschied zwischen Früh- und Spätholz nur schwer auszumachen.

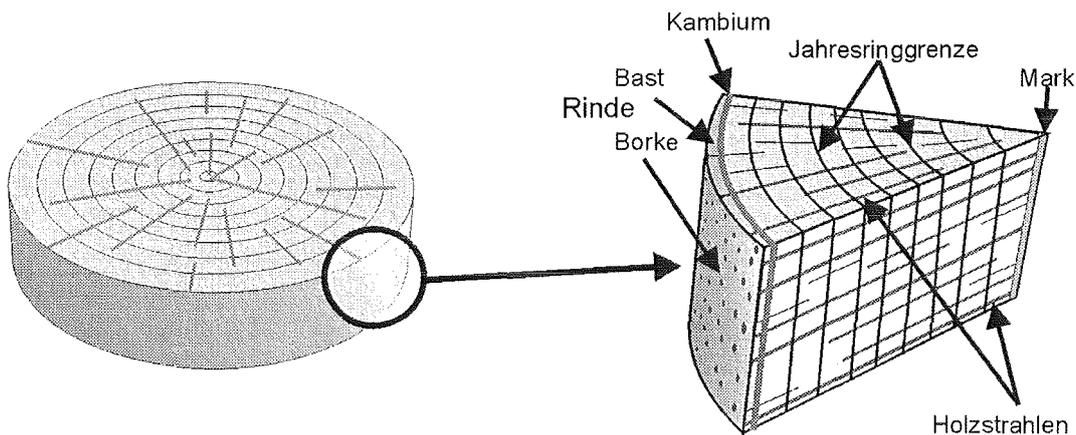


Abb. 2.2: Makroskopischer Aufbau des Holzes.

Radial im Holz liegen die Holzstrahlen, die eine Verbolzung der Jahresringe bewirken und die Aufgabe des Nährstofftransportes zwischen den Jahresringen innehaben (Mattheck et al., 1994; Mattheck und Schwarze, 1994). Das Wachstum des Baumes lässt sich in Primärwachstum in axialer Stammrichtung und Sekundärwachstum in radialer Richtung unterteilen. Das

Primärwachstum, d. h. das Längenwachstum, ist wesentlich stärker, als das sekundäre Dickenwachstum. Im Zentrum des Baumes ist das Mark, welches nur in den ersten Jahren Bedeutung für die Lebensfunktionen des Baumes hat (Abb. 2.2).

2.1.2 Mechanik von Bäumen

Ein Baum paßt seine Gestalt Zeit seines Lebens sowohl den biologischen Erfordernissen, als auch den mechanischen Umgebungsbedingungen an. Der Stamm mit den Ästen und dem Blattwerk ist wechselnden Belastungen ausgesetzt: Windlast und Schneelast, aber auch dauerhaften Änderungen des Lastkollektives, z. B. durch das Fällen von Nachbarbäumen oder den Bau von Gebäuden in der nächsten Umgebung. Der Baum ist in allen Teilen entsprechend der zu tragenden Last konstruiert und bestrebt, weder über-, noch unterbelastete Bereiche zuzulassen. Mattheck (1997) formulierte das Axiom der konstanten Spannung, nach welchem die natürlichen Kraftträger für die Spannungen auf der Oberfläche durch adaptives, lokal verstärktes Wachstum eine homogene Verteilung anstreben. Eine ähnliche Erkenntnis hatte bereits vor über 100 Jahren Metzger (1893), der die Aussage traf, daß die Verjüngung des Stammes vom Grund bis zur Krone bei Biegebelastung zu einem homogenen, konstanten Verlauf der Spannung auf der Baumoberfläche führe. Mattheck konnte nachweisen, daß Astanbindungen bei Bäumen nahezu kerbspannungsfrei gestaltet sind und daß Fremdkörper jeglicher Art zur Verringerung der Herz'schen Flächenpressung vom Baum bis zur Wiederherstellung einer konstanten Oberflächenspannung umwallt werden.

Alle Größen die das biologische oder mechanische Gleichgewicht stören, führen zu einer Reaktion des Baumes in Form einer intelligenten Steuerung des Wachstums. Der Mechanismus des negativen Geotropismus führt dazu, daß schiefstehende Bäume sich entgegen der Schwerkraft aufrichten und nach einer Reduzierung des Hebelarmes streben, der durch die ursprüngliche Auslenkung aus dem Lot entstand. Auch bei Pilzbefall, der Bildung von Faulhöhlen oder Wundverletzungen müssen sich die Bäume den Umgebungsbedingungen anpassen, um die Optimalgestalt zu erhalten. Dies kann durch Bildung von Wulsten, Wundholz oder Reaktionsholz geschehen. Bei Verletzungen der Stammoberfläche reagiert der Baum durch adaptives Wachstum in einer Form, die den Kraftfluß wieder herstellt und gleichzeitig die Kerbspannungen reduziert. Albrecht (1995) und Zipse (1997) zeigten, daß sich das Holz des Baumes den lokalen Gegebenheiten innerhalb des Stammes in der Holzqualität anpaßt. Sie konnten zwischen den richtungsabhängigen Festigkeiten Korrelationen messen und stellten fest, daß Bäume in der Lage sind, lokale Festigkeitsanpassungen vorzunehmen, wenn es die äußeren Bedingungen erfordern.

Die Holzstrahlen bewirken mechanisch den Zusammenhalt der Jahresringe. Sie verhindern ein Abgleiten der einzelnen Jahresringe durch Schubspannungen und erhöhen die Biegesteifigkeit des Baumes. Die Spindelform der Holzstrahlen führt dazu, daß die Kerbspannungen zwischen den Fasern sehr viel niedriger liegen, als dies bei kreisförmigen Holzstrahlen der Fall wäre. Durch die geringere Auslenkung der Holzstrahlen trägt diese Geometrie außerdem zur Sicherheit gegen Ausknicken bei. Nach Mattheck und Schwarze (1994) führt die Materialanordnung steiferen Materials an den äußeren Enden der Spindelform zu einer höheren Biegesteifigkeit im Baum.

Zudem treten im Bauminneren Eigenspannungen in Erscheinung, die erheblichen Einfluß auf die Festigkeit haben. Auf der Oberfläche generiert der Baum Längszugspannungen, die die Gefahr des Faserknickens auf der Druckseite der Biegung mindern, da zunächst diese Zugspannungen überwunden werden müssen, bis Faserknicken einsetzen kann (Archer, 1986). Die Gefahr des Faserknickens führt bei Holz zu einer Zug/Druckfestigkeitsrelation in der Größenordnung von 2:1. In tangentialer Richtung wirken Druckeigenspannungen, durch welche die Fasern gegeneinandergedrückt werden und somit auch am Ausknicken, insbesondere an den radial verlaufenden Holzstrahlen, gehindert werden.

Die Umwandlung von Druckspannungen in Zugspannungen durch komplexe Eigenspannungen ist eine wichtige Strategie des Baumes um die Gefahr des Versagens weit vor Erreichen der Festigkeitsgrenze durch Knick- oder Beulversagen zu reduzieren. In der Natur sind deshalb häufiger Zug- als Druckstrukturen anzutreffen (Gordon, 1989).

Bei Druckbelastung der Holzfasern besteht grundsätzlich die Gefahr des Ausknickens der Fasern quer zur Faserlängsrichtung. Die Gefahr des Bruches der Fibrillen besteht nach Frey-Wyssling (1952) nicht. Die Holzfasern versagen im Holzverbund nicht einzeln sondern in sogenannten Knickbändern. Sie entstehen am Ort der höchsten Druckbelastung, der bei einer biegebelasteten Struktur an der Oberfläche liegt. Nach Gordon (1989) ist die Holzstruktur so relativ versagenssicher. Ein spontanes, lokales Versagen ist aufgrund der gegenseitigen Stützwirkung der Holzfasern somit unwahrscheinlich.

Die Festigkeit des Holzes ist vom Zustand des Holzes abhängig. Da Lignin und Hemicellulose schwellfähig sind und ihre Eigenschaften in Abhängigkeit der relativen Feuchtigkeit ändern, ist die Feuchtigkeitsabhängigkeit des Holzes besonders hoch. Klauditz und Stolley (1955) konnten an getrocknetem Pappelholz eine doppelt so hohe Festigkeit messen, wie an grünem Holz. Auch vom Ort der Messung hängt die Festigkeit in großem Maße ab (Albrecht, 1995; Zipse, 1997; Götz, 1997). Im Spätholz von Douglasien stellte Schniewind und Barrett (1969) einen dreimal so hohen Wert fest, wie im Frühholz. Festigkeitswerte des Holzes sind daher nur unter Berücksichtigung der Meßmethodik bzw. der Laborbedingungen aussagekräftig. So ist zwischen der technischen Festigkeit (lufttrockenes Holz), der biologischen Festigkeit (gesättigt feuchtes Holz) und der Festigkeit des lebenden Holzes (mit Wachstumsspannungen) zu unterscheiden (Klauditz, 1952).

Die Festigkeiten einiger Spezies, die das anisotrope Verhalten der Hölzer verdeutlichen, sind in Tabelle 2.1 aufgeführt:

Spezies	Zugfestigkeit		Druckfestigkeit	
	longitudinal	radial	longitudinal	radial
	[MPa]	% der longitudinalen. Zugfestigkeit.	% der longitudinalen. Zugfestigkeit.	% der longitudinalen. Zugfestigkeit..
Ahorn	108	7	50	9
Eiche	78	8	55	7
Zeder	46	5	91	14
Tanne	78	3	48	5
Kiefer	73	3	45	4
Fichte	59	4	65	7
Buche	86	8	58	8
Ulme	121	4	32	4

Tabelle 2.1: Festigkeit und Festigkeitsrelationen verschiedener Hölzer (12% rel. Feuchte), nach Askeland (1994).

2.1.3 Aufbau der Holzzellen

Holz besteht zu über 99% aus den drei Elementen Kohlenstoff (50%), Sauerstoff (43%) und Wasserstoff (6%). Aus diesen Grundelementen sind alle chemischen Verbindungen in unterschiedlicher Zusammensetzung aufgebaut. Die wesentlichen Strukturen, aus denen sich Holz zusammensetzt, die Zellen, weisen eine molekulare Zusammensetzung aus Cellulose (bis zu 50%), Hemicellulose (bis zu 35%) und Lignin (bis zu 35%) sowie geringe Anteile anderer Stoffe (Harze, Fette, etc.) auf (Wagenführ, 1989).

Das Hydrolyseprodukt der Cellulose, die Glucose, ist ein wichtiges Kohlenhydrat und entsteht bei der Assimilation von Kohlendioxid und Wasser unter der Einwirkung von Sonnenenergie. Die Cellulose selbst ist ein Polysaccharid. Eine Cellulosemolekülkette ist aus etwa 2000 Glucosemolekülen zusammengesetzt. Aus mechanischer Sicht ist die bemerkenswerteste Eigenschaft der Cellulose ihre große Festigkeit und Steifigkeit. Der Elastizitätsmodul reiner Cellulose ist etwa halb so groß wie der von Stahl. Zellulose weist kein Schwellvermögen unter der Einwirkung von Wasser auf. Lignin hingegen hat ein großes Schwellvermögen (Cave, 1978). Lignin weist eine amorphe Struktur aus Mischpolymerisaten des Phenylpropans auf und wird von Wagenführ (1989) als „Verholzungstoff“ bezeichnet. Es ist in der Lage in kleinste interfibrilläre Räume hineinzuwachsen und die Zellwand dadurch druckfester zu machen. Die Hemicellulosen, die aus Kohlenhydraten bestehen, umlagern die Cellulosemikrofibrillen und stützen diese ab (Kerr und Goring, 1975). Zusammen mit dem Lignin bilden sie eine Matrix, die zwischen den Mikrofibrillen eingelagert ist. Pektine findet man hauptsächlich in der Mittellamelle. Ihre Aufgabe wird darin gesehen, die Zellen miteinander zu verbinden und damit eine optimale Übertragung von Lasten zu gewährleisten (Wagenführ, 1989).

Die genaue Aufteilung der Stoffe innerhalb der Zellwandschichten wurde intensiv von Ruel et al. (1978) und Fengel (1984) untersucht. Sie stellten graphische Modelle zur Veranschaulichung auf. Demnach sind die Cellulosefibrillen in Hemicellulose eingebettet und diese wiederum von einer Ligninmatrix umgeben.

Beim inneren Aufbau des Baumes gibt es entscheidende Unterschiede zwischen Laub- und Nadelbäumen. Während die Nadelbäume grundsätzlich nur aus den zwei Zelltypen Tracheiden und Parenchymzellen bestehen, weisen die Laubbäume eine differenziertere Zellstruktur auf, in der zusätzlich noch Gefäßzellen bzw. Tracheen und Libriformfasern auftreten (Wagenführ, 1989). Bereits mit dem bloßen Auge sind im Holz Holzfasern, Holzstrahlen und Gefäßzellen zu unterscheiden (Abb. 2.3).

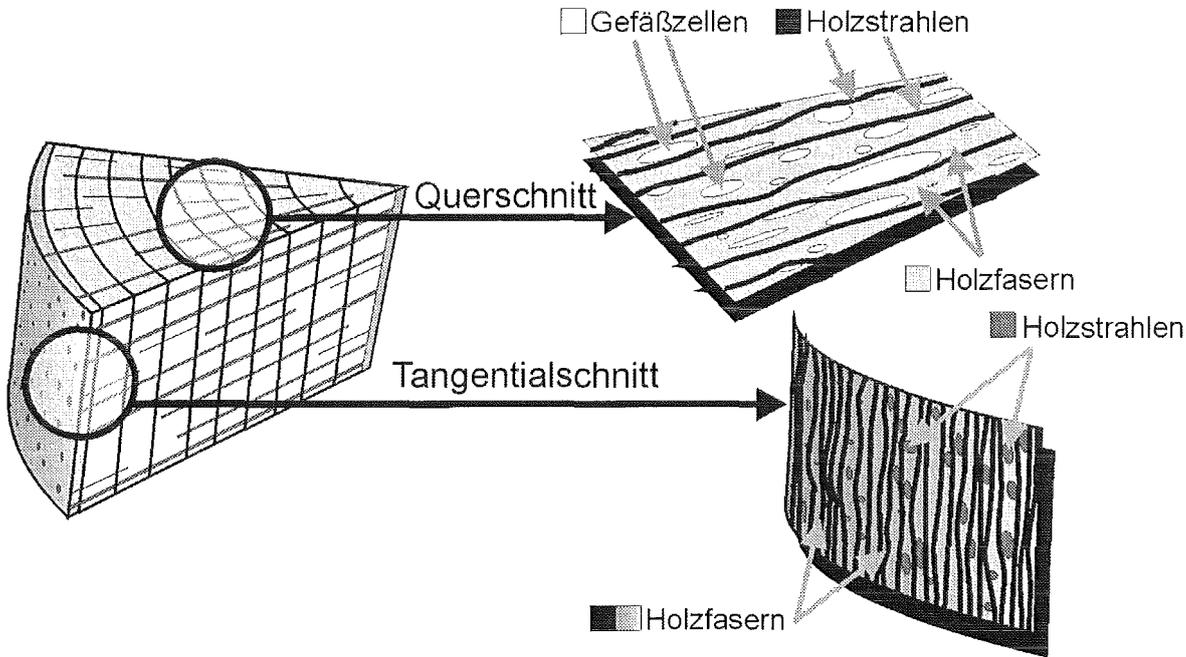


Abb. 2.3: Makroskopischer Aufbau des Holzes.

Die dünnwandigen Frühholztracheiden und die Holzstrahltracheiden nehmen beim Nadelbaum die Funktion des Transportes von Wasser und Nährstoffen wahr; die dickwandigen Spätholztracheiden sind für die Festigung des Gewebes verantwortlich (Abb. 2.4). Parenchymzellen dienen dem Speichern von Nährstoffen. Der Anteil der Tracheiden an der Gesamtmasse des Holzes beträgt 90-95 vol.%, die Holzstrahlen sind mit bis zu 10 vol.% vorhanden. Die Tracheidenlänge liegt bei Fichten im Mittel bei 4 mm, der Zelldurchmesser im Frühholz zwischen 35 und 45 μm (Wagenführ, 1989). Die Durchmesser der Zellen können sich zwischen Früh- und Spätholz im Verhältnis 10:1 verhalten (Dinwoodie, 1981; Kollmann, 1982; Braun, 1992).

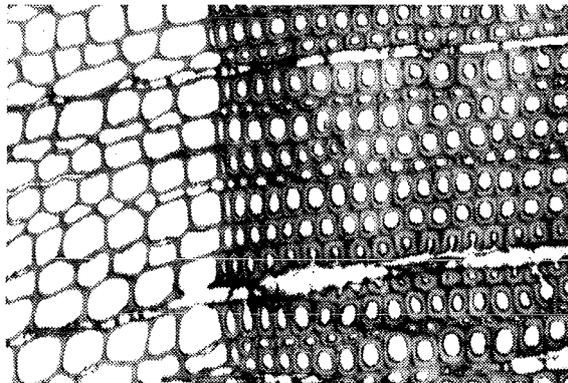


Abb. 2.4: Mikroskopischer Querschnitt des Holzes. Auf der linken Seite liegen die Frühholzzellen, auf der rechten Seite die Spätholzzellen.

Bei Laubbäumen übernehmen Parenchymzellen ebenfalls die Aufgabe der Speicherung von Nährstoffen, während Librifasern und Fasertracheiden (40-70 vol.%) als Festigungsgewebe dienen. Der Transport des Wassers und der Nährstoffe wird von Gefäßzellen (Tracheen, 10-40 vol.%) übernommen. Holzstrahlen sind mit bis zu 25 vol.% in Laubbäumen vertreten. Die mittlere Faserlänge liegt bei einheimischen Laubbäumen in der Größenordnung von 2-7 mm, der Zelldurchmesser 30-50 μm (Ilvessalo-Pfäffli, 1995). Die Fasertracheiden und Librifasern sind im Normalholz und im zugbelasteten Holz zumeist leicht eckig (vier bis sechseckig), im druckbelasteten Holz überwiegend kreisförmig. Die Wanddicke beträgt zwischen 3 μm und 6 μm (Wagenführ, 1989).

Die Zelle setzt sich aus mehreren Zellwänden zusammen. Nach der kambialen Teilung wird eine Mittellamelle zwischen den Zellen gebildet, ihr folgt die Primärwand. Der Primärwand folgt die Sekundärwand, die ihrerseits in die drei Schichten, S1, S2 und S3 unterteilt wird.

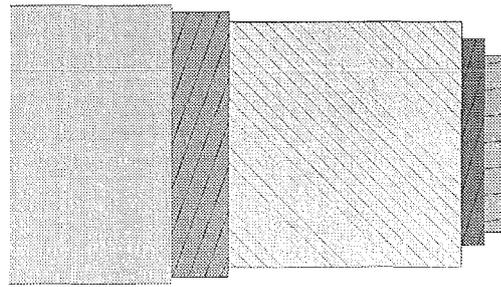
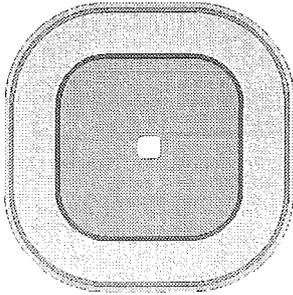
Die Mittellamelle wird nach der Zellteilung als Trennwand zwischen Tochter- und Mutterzelle aufgebaut. Sie entspricht aus mechanischer Sicht einer Matrix, die die Fasern voneinander trennt. Während ihrer Entstehung beginnt bereits die Bildung der Primärwand der neuen Zelle. Beide Schichten nehmen nur einen sehr geringen Prozentsatz der gesamten Zellwand ein. Die Mittellamelle, die auch als Kittsubstanz oder Interzellularschicht bezeichnet wird, ist homogen und isotrop. Sie besteht aus Pektin und Lignin und wird von Wagenführ (1989) als „Ultra-Klebstoff“ bezeichnet.

Die Primärwand entsteht als elastische Hülle und besteht zunächst nur aus Cellulose. Sie lignifiziert später, wobei auch Hemizellulose und Pektin eingelagert werden. Die Primärwand weist eine Textur auf, mit einer quer zur Zellachse liegenden Hauptfibrillenrichtung. Die Mikrofibrillen nehmen lediglich 7-15% des Volumens der Primärwand ein und sind durchflochten und überkreuzt (Frey-Wyssling, 1959). Der Einfluß der Primärwand und der Mittellamelle auf die mechanischen Eigenschaften der Zelle sind nach Bodig und Jayne (1982) zu vernachlässigen.

Die Sekundärwand zeigt einen mikroskopisch erkennbaren Schichtaufbau. Sie besteht zu 90% aus Zellulosefibrillen, die nach heutigen Erkenntnissen weitgehend in einer Paralleltextrur angeordnet sind. Zwischen den 70-80 nm großen Lagen aus Mikrofibrillen ist eine amorphe Matrixschicht eingelagert.

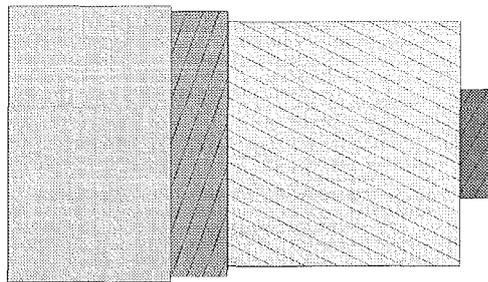
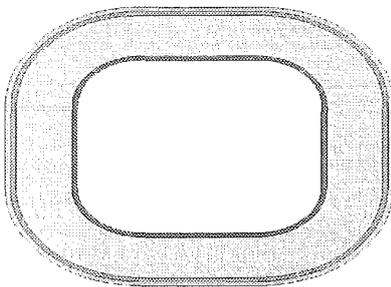
Die Geometrie und die Struktur der Holzzellen, aus denen das Stützgewebe des Baumes besteht, ist schematisch in Abb. 2.5 im Querschnitt und in der Seitendarstellung abgebildet. Während druckbelastete Normalholzzellen und Druckholzzellen in der Regel eher rund sind, sind Zugholzzellen und zugbelastete Normalholzzellen vorwiegend in einer eckigeren Form zu finden. Die mittleren Fibrillenwinkel in den Zellwandschichten sind ebenfalls in Abb. 2.5 angegeben. Die Druckholzzellen weisen in der Regel keine S3-Schicht auf, während Zugholzzellen einen G-Layer aufweisen, der im folgenden noch beschrieben wird und innerhalb der S3 oder bei Abwesenheit einer S3, innerhalb der S2, liegen kann.

Zugholzzelle



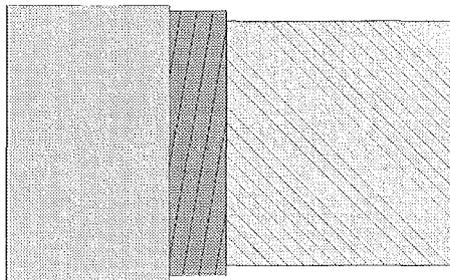
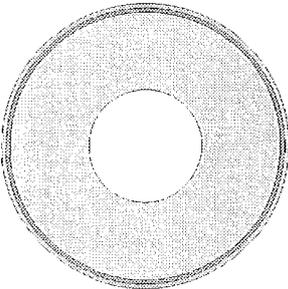
45° 40-45° 70° 5°
 M+P S1 S2 S3 G-Layer

Normalholzzelle



70-90° 20-30° 70-90°
 M+P S1 S2 S3

Druckholzzelle



80-90° 40-45°
 M+P S1 S2

Abb. 2.5: Schematische Darstellung des submikroskopischen Aufbaus von Zugholzzellen, Normalholzzellen und Druckholzzellen. Angabe mittlerer Fibrillenwinkelbereiche nach Tabelle 2.2.

Die S1-Schicht hat nach heutiger Auffassung eine helikale Orientierung und beträgt in ihrer Dicke etwa 5-10% der Sekundärwand (etwa 0,1-0,35 μm). In der Literatur sind sowohl Aussagen über eine eindeutige Windungsrichtung der Fibrillen (Liese, 1970, Wardrop und Dadswell, 1957; Dunning, 1968), als auch bezüglich einer wechselnden Links- und Rechtshelix zu finden (Meier, 1955, Stemsrud, 1956). Sell und Zimmermann (1993, 1994) berichten von einer eindeutigen Vorzugsorientierung mit einem geringen Neigungswinkel gegenüber der Zellachse (Abb. 2.7, S.18).

Den größten Volumenanteil der Zellwand nimmt die S2-Schicht ein (ca. 80-90% der Wandstärke; 1-10 μm). Die S2-Schicht weist einen lamellaren, sperrholzartigen Aufbau auf und besteht aus parallel ausgerichteten, dicht gepackten Mikrofibrillen, die helikal angeordnet sind (Stone et al., 1971; Wagenführ, 1989).

Die S3-Schicht (5-10%), die im Druckholz in der Regel nicht vorkommt, weist ebenfalls eine helikale Orientierung auf. Meier (1955) beobachtete an der inneren Sekundärwand S3 die Bildung eines Plasmaschlauches, der die Mikrofibrillen für die Sekundärwand ausbildet.

Beim Zugholz bildet sich an der Innenseite der Zellwand der sogenannte G-Layer aus, eine unverholzte, gelatinöse Schicht aus fast reiner Zellulose, die in der Lage ist, durch Wassereinlagerung zu schwellen. Der G-Layer tritt an der zum Zellumen weisenden Oberfläche der S2 auf und weist nach innen einen wellenförmigen Rand auf. Im Elektronenmikroskop weist der G-Layer parallele Cellulosefibrillen auf, die zufällig verteilt und im Mittel parallel zur Zellachse orientiert sind. Er kann, muß aber nicht, das ganze Zellumen ausfüllen (Mia, 1968; Bodig und Jayne, 1982). Nach Wagenführ (1989) kann die G-Schicht auch direkt auf die S1- oder die S3-Schicht folgen. Der G-Layer ist nicht fest mit der S2-Schicht verbunden. So gelang es z. B. Norberg & Mayer (1966) diese Schicht durch einfaches Schütteln aus dem Zellverbund zu lösen.

Die Verteilung der Bestandteile der Zelle ist in Abb. 2.6 wiedergegeben. In der Mittellamelle und der Primärwand ist der höchste Ligninanteil der Normalholzzelle mit bis zu 70% Lignin. Innerhalb der S1 nimmt dieser Wert auf bis zu 20% ab. In der S2 und S3 liegt er zwischen 15% und 20%. Der Celluloseanteil ist mit rund 70% in der Mitte der S2 am höchsten und nimmt zur S1 und S3 hin ab. Der Hemicelluloseanteil steigt von 20% in der Mittellamelle und Primärwand auf bis zu 40% in der S3.

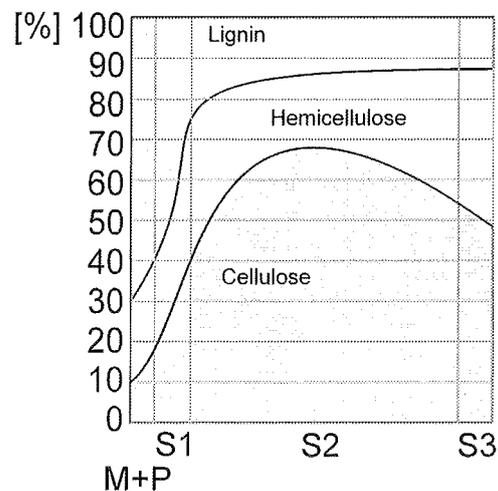


Abb. 2.6: Verteilung der chemischen Zusammensetzung innerhalb der Zellwand nach Panshin und De Zeeuw (1980).

Mit dem Alter des Baumes sinken im Durchschnitt auch die Fibrillenwinkel der Zellwände (Donaldson, 1992). Für Fibrillenwinkel der S2 im ersten Jahresring konnte Donaldson 25° messen, im 15. Jahresring jedoch nur noch 15° . Je älter ein Jahresring also in Bezug auf die Gesamtlebenszeit des Baumes ist, desto steifer ist er demnach in axialer Richtung. Der Baum wäre somit in seinem inneren axial weicher, als außen. Ein Einfluß auf die Festigkeit konnte durch Messungen mit dem Fractometer jedoch bislang nicht festgestellt werden. Fujisaki (1985) und Donaldsson (1992) beobachteten, daß mit sinkender Meßhöhe der Fibrillenwinkel steigt. So

betrug dieser 25° in Augenhöhe und 50° in 30m Höhe. Die größte Steifigkeit ist daher im Stammfuß auf der Außenseite zu vermuten. Nach Cave (1978), Koponen und Absetz (1993) sowie Cave und Walker (1994) sinkt der axiale E-Modul durch einen steigenden Fibrillenwinkel deutlich ab. Nach dem Hook'schen Gesetz müssen daher bei konstanter Last mit sinkender Höhe am Baum die axialen Dehnungen abnehmen, der Baum wird biegesteifer.

In der Literatur über den Aufbau der Zellwand wird im allgemeinen nicht zwischen einer linksläufigen und einer rechtsläufigen helikalen Anordnung der Mikrofibrillen zur Zellachse unterschieden. Da in der Literatur für die verschiedenen Holzarten, aufgrund unterschiedlicher Meßmethoden und Entnahmestellen am Baum, stark variierende Angaben der Fibrillenwinkel der Sekundärwandschicht S1, S2 und S3 gemacht werden, ist eine Übersicht dieser Werte, unterteilt in Druckholz, Zugholz und Normalholz, in Tabelle 2.2 dargestellt.

Literaturquelle	Zelle	Fibrillenwinkel		
		S1	S2	S3
Archer (1987,1989)	Druckholz	k. A.	41-47°	-
Jaccard und Frey (1927)	Druckholz	k. A.	47-48°	-
Mark und Gillis (1970)	Druckholz	80°	40°	-
Münch (1938)	Druckholz	90°	45°	-
Pillow und Luxford (1937)	Druckholz	k. A.	47°	-
Jaccard und Frey (1927)	Zugholz	k. A.	40-42°	k. A.
Münch (1938)	Zugholz	45°	45°	k. A.
Mark und Gillis (1970)	Frühholz	k. A.	40°	70°
Cave und Walker (1994)	Frühholz	k. A.	12-40°	k. A.
Mark und Gillis (1970)	Frühholz	80°	40°	70°
Mark und Gillis (1970)	Spätholz	80°	10-25°	70°
Schniewind und Barrett (1969)	Frühholz	k. A.	33-47°	k. A.
Schniewind und Barrett (1969)	Spätholz	k. A.	18-22°	k. A.
Dadswell und Wardrop (1955)	Normalholz	75°	20°	70-90°
Donaldson (1992)	Normalholz	90°	5-28°	70°
Jaccard und Frey (1927)	Normalholz	k. A.	17-40°	k. A.
Kataoka et al. (1992)*	Normalholz	92-138°	14-38°	103°
Kataoka et al. (1992)*	Normalholz	92-156°	4°	103-107°
Kataoka et al. (1992)*	Normalholz	23-84°	6-38°	31-85°
Meylan (1974)	Normalholz	k. A.	20-40°	k. A.
Pillow und Luxford (1937)	Normalholz	k. A.	10-20°	k. A.
Schniewind und Barrett (1969)	Normalholz	80°	20-36°	30-64°
Tang (1972)	Normalholz	80°	36°	64°
Wagenführ (1989)	Normalholz	50-70°	10-30°	60-90°

* Der Windungssinn der Helix wurde bei der Angabe der Fibrillenwinkel berücksichtigt.

Tabelle 2.2: Fibrillenwinkel der Sekundärwandschichten S1, S2 und S3 bezüglich der Zellachse, unter Angabe der Literaturstellen.

Die Tabelle verdeutlicht die große Schwankungsbreite, die bei Messung der Fibrillenwinkel der einzelnen Zellwandschichten festzustellen ist. Nach Kataoka et al. (1992) besteht zumindest teilweise ein näherungsweise stetiger Übergang der Fibrillenwinkel der drei Sekundärwandschichten.

In den letzten Jahrzehnten sind von verschiedenen Autoren Materialkonstanten der Zellbestandteile Cellulose, Hemicellulose und Lignin bzw. der Zelle als Gesamtstruktur gemessen und zum Teil berechnet worden. Dabei sind die Ergebnisse für die einzelnen Zellwandbestandteile teilweise sehr gut übereinstimmend, bei anderen Werkstoffkonstanten treten jedoch deutliche Abweichungen der Werte auf. Diese betragen beim Elastizitätsmodul bei Cellulose nur wenige Prozente, während die Angaben der Schubmoduli um den Faktor Fünf schwanken. Eine Übersicht der Literaturstellen mit den entsprechenden Werten ist in Tabelle 2.3 aufgeführt:

Literaturquelle	Baustoff	E_l (MPa)	E_r, E_t (MPa)	G_{rt} (MPa)	ν_{rt}	ν_{zr}, ν_{zt}
Bodig und Jayne (1982)	Cellulose	132400	27170	4410	0.10	0.02
Cave (1978)	Cellulose	136000	-	-	-	-
Dietrich (1995)	Cellulose	132400	27200	22050	0.30	0.02
Koponen et al. (1989)	Cellulose	137000	27200	14000	-	-
Mark und Gillis (1970)	Cellulose	137000	27700	4490	0.10	0.02
Mark und Gillis (1970)	53.1% Cellulose	73700	4010	1397	0.22	0.01
Mark und Gillis (1970)	10.1% Cellulose	15670	2250	856	0.28	0.04
Cousins (1978) (feuchteabhängig)	Hemicellulose	10-1000	-	-	-	-
Mark und Gillis (1970)	Lignin	2040	2040	875	0.30	0.30
Cave (1978)	Lignin	7000	-	-	-	-
Cousins (1976) (feuchteabhängig)	Lignin	3500- 7000	3500- 7000	1500- 2000	-	-
Bodig und Jayne (1982)	Lignin	1230	1230	770	0.30	0.30
Koponen et al. (1991)	Holzzelle	12800	900	1000	0.40	0.03
Oghama et al. (1977)	Holzzelle	72300	3934	1354	0.19	0.01
Tang (1972)	Holzzelle	30000- 170000	4000- 14000	420- 1760	0.1- 0.3	0.004 -0.03
Wimmer und Lucas (1981)	Sekundär- wandschicht 2	15000	-	-	-	-
Wimmer und Lucas (1981)	Primärwand (Intercellulare)	7000	-	-	-	-

Tabelle 2.3: Materialkonstanten der Zellbestandteile nach verschiedenen Literaturstellen.

Aus dem Zellwandfeinbau lassen sich nach Wagenführ (1989) physikalische und mechanische Eigenschaften ableiten, die auch Rückschlüsse über das Verhalten der Zelle im Zellverband erlauben. Die Untersuchungen der Feinstruktur der Zelle können mit dem Licht-, Rasterelektronen- oder Transmissionselektronenmikroskop durchgeführt werden. Desweiteren stehen auch röntgenographische Methoden zur Verfügung.

2.1.4 Mechanik von Holzzellen

Die Literaturstudie bezüglich der Zellmechanik verdeutlicht, daß bis zum heutigen Tage sehr konträre Meinungen und Ergebnisse über viele Eigenschaften der Holzzellen vorliegen. Auch durch umfassende Arbeiten konnten einige der elementaren Mechanismen der Zellkonstruktion bisher nicht entschlüsselt werden. Die Aufführung der Literaturstellen bedeutet in diesem Zusammenhang keine Wertung oder Anerkennung, sondern dient der Verdeutlichung der vorherrschenden unterschiedlichen Positionen bezüglich der Mechanik der Holzzellen.

Als erster studierte Münch (1938) eingehend die mechanischen Eigenschaften der Holzzellen und erkannte die Relevanz der komplexen mehrschichtigen schraubigen Struktur der Zellwände. Ohne die mathematischen Voraussetzungen moderner Computersysteme zu haben, entwickelte er eine Theorie, in der er mittels einfacher Vergleiche und Abstraktionen mögliche Optimierungsstrategien der Holzzellen prognostizierte. Er maß die Steigung der Fibrillen in Bezug auf die Zellachse am Lichtmikroskop unter dem Einfluß polarisierten Lichts und verglich diese mit einer optimalen Zelle aus Ingenieurssicht. Druckholzzellen sollten demnach kurz, extrem englumig, dickwandig, fest mit den Nachbarzellen verwachsen und keinesfalls spiralförmig angeordnet sein. Seine lichtmikroskopischen Untersuchungen führten ihn jedoch zu der Erkenntnis, daß diese Zellen tatsächlich nicht wesentlich kürzer sind, als Zugholzzellen, mit einem Verhältnis von Zelllänge zu Zelldurchmesser von fast 100:1. Er fand eine nahezu zylindrische Form und eine schwächere Verkittung mit den Nachbarzellen, als bei Zugholzzellen. Ferner bestehen die Zellen aus tausenden von Filamenten, die in einer helikalen Form um das Zellumen angeordnet sind. Münch wies darauf hin, daß die Zellstruktur erst auf den zweiten Blick perfekt auf die gestellten Aufgaben angepasst ist. Als grundsätzliches Wirkungsprinzip des schraubigen Baues der Zellwände nannte Münch die Umwandlung von „*Längskräften in Querkräfte und von Querkräften in Längskräfte*“ (Münch, 1938).

Bislang wurde in Analysen der mechanischen Eigenschaften der Holzzelle die Querschnittsgeometrie als kreisförmiges oder rechteckiges Rohr betrachtet, welches aus einer Wandschicht besteht und isotrope Materialeigenschaften aufweist (Bodig und Jayne, 1982). Die spezifischen Eigenschaften der tatsächlichen Zellstruktur wurden zumeist nicht berücksichtigt. Auf der anderen Seite wurden Berechnungen an Zellwandabschnitten unter Berücksichtigung des mehrschichtigen Aufbaus der Zellwand durchgeführt, ohne jedoch die zylindrische Form der Zelle zu berücksichtigen (Mark, 1967; Schniewind und Barrett, 1969; Mark und Gillis, 1970). Diese Modelle wurden entwickelt, um maßgebliche Einflußfaktoren auf die Zellmechanik herauszufinden. Charakteristiken, die als nicht signifikant oder nur in zweiter Instanz als wichtig betrachtet wurden, sind dabei zumeist vernachlässigt worden. Gerade in der Fähigkeit des Abstrahierens liegt, so Bodig und Jayne (1982), die Möglichkeit, die wesentlichen Einflußfaktoren zu isolieren und zu bestimmen.

Sowohl die Berücksichtigung der spiralförmigen oder helikalen Anordnung (Helix, griech: Windung, Spirale), als auch der Zellwandstruktur, sind für eine fortschrittliche, mechanische Analyse der Holzzelle notwendig. Fobo (1986) stellte bei seiner Literaturstudie über mechanische Analysen der Holzzelle fest: „*Dreidimensionale Modelle, die auf die helixförmige Struktur der Tracheide eingehen, sind uns aus der Literatur nicht bekannt*“. In der Tat berücksichtigen neuere Untersuchungen, wie die von Innes (1994), zwar den dreischichtigen Aufbau und die Orthotropie der Holzzelle, beschränken sich aber bei der Definition der Fibrillenwinkel ausschließlich auf 0° oder 90° Steigungswinkel und vernachlässigen wiederum den strukturellen Zellaufbau.

In Bezug auf den Wirkmechanismus von Druckholzzellen stellten Jaccard und Frey-Wyssling (1934) und Jaccard (1934) fest, daß der osmotische Druck ein entscheidender Faktor bei der Aufrichtung eines Stammes sein müsse. Im Druckholzbereich fanden sie einen höheren Druck als auf der Zugseite.

Frey-Wyssling (1952) schätzte die zum Aufrichten eines Astes notwendigen Druck auf 50 kg/cm² (4.9 MPa), den möglichen osmotischen Druck auf 20 kg/cm² (1.96 MPa). Münch (1938) vertrat die Auffassung, daß in der Zelle ein Druck von bis zu 30 MPa zum Aufrichten von Baumstämmen notwendig sei, doch durch Osmose nur ein Druck von bis zu 1,35 MPa zu entwickeln ist. Durch Intusszeptionswachstum, also durch die Einlagerung von schwellfähigen Stoffteilchen, ist nach Münch dieser Druck dennoch erreichbar. Münch (1938) wies darauf hin, daß hoher Innendruck in einer Zelle zu einer zylindrischen Form derselben führt. Da gerade Druckholzzellen eine konzentrische Form aufweisen, schloß er, daß dort ein hoher Innendruck wirke.

Onaka (1949) vertrat die Auffassung, daß die Druckspannungen, die vom Reaktionsholz der Nadelbäume ausgehen, gerade durch den hohen Ligninanteil begründet sind. Barber und Meylan (1964) sowie Boyd (1973a) nannten die Lignifizierung der Zelle als Ursache für die axialen Ausdehnungskräfte, wobei ein Fibrillenwinkel von mehr als 40° notwendig sei, um positive, axiale Dehnungen zu erzeugen. Diese Kräfte seien fünf mal stärker, als die Druckspannungen im Normalholz. Meylan (1974) führte numerische Berechnungen mit dem Ergebnis durch, daß bereits Fibrillenwinkel von 25° dazu in der Lage seien, axialen Druck auszuüben und fand bei Untersuchungen auf der Oberseite des Holzkörpers grundsätzlich niedrigere Fibrillenwinkel (26°) als auf der Unterseite (37°). Meylan (1981) schloß daraus, daß der Fibrillenwinkel alleine der entscheidende Faktor der Aufbiegung von Stämmen und Ästen durch Druckholz ist.

Das bei weitem umfangreichste Werk über Druckholz stammt von Timell (1986). Auf rund 2000 Seiten, die Timell dem Druckholz und seinen Eigenschaften widmet, schließt er, daß es bis heute umstritten ist, wie der Mechanismus der axialen Verlängerung der Druckholzzelle funktioniert. Timell (1986) betrachtete den spiraligen Bau der Zelle, wie ihn Münch (1938) als erster mechanisch beschrieb. Der innere Druck der etwa um 45° zur Zellachse geneigten S₂, die dadurch axial weniger steif, als eine achsenparallel ausgerichtete Zellwand ist, wird durch die flachere Windung der S₁ aufgefangen und in Längskräfte umgewandelt. Das im Druckholz stark vertretene Lignin weist nach Timell hervorragende plastische Eigenschaften im grünen Holz auf und erhöht die Druckfestigkeit. Er lehnte es dennoch ab, den Fibrillenwinkel als Einflußparameter zu betrachten. Ebenso vertrat er die Auffassung, daß der Turgordruck keine entscheidende Rolle bei der axialen Expansion des Druckholzes spiele. Er favorisierte die Ansicht, daß das Schwellen des Lignins den dehnungsgenerierenden Mechanismus darstelle. Timell (1986) erwähnte, daß von vielen Holzforschern, die im Holzbau tätig sind, das Druckholz als mechanisch nicht optimal für den Baum angesehen wird, hob jedoch hervor, daß das, was für den Holzbauer nicht optimal ist, für den vitalen Baum sehr wohl günstige Eigenschaften beinhalten kann.

Bamber (1987) ging davon aus, daß die Druckholzzellen allein durch einen hohen Turgorinnen- druck eine Längsausdehnung erfahren. Die parallel ausgerichteten Mikrofibrillen richten sich durch den Innendruck in Längsrichtung aus. Die Zellen werden durch Lignin ausgesteift. Bei Absterben der Zelle schwindet der Innendruck, die Aussteifung verhindert jedoch ein Zusammen- sacken der Zelle. Bamber stützte seine Hypothese auf die Tatsache, daß Druckholzzellen die ligninreichsten Zellen sind, während Zugholzzellen den geringsten Ligninanteil aufweisen.

Die umfangreichsten Berechnungen stellten (Mark, 1965, 1967; Mark und Gillis, 1970), bzw. Schniewind und Barrett (1969) an, die über mehrere Jahre einen Disput bezüglich der mechanischen Randbedingungen bei der Analyse der Zelle führten. Als Maß für die Richtigkeit der Berechnungen wurden die aus einer konstanten Belastung der Zelle resultierenden Spannungen in der Zellwand herangezogen. Da vorausgesetzt wurde, daß die Zelle ein mechanisches Optimum anstrebt, wurde ein Minimum an Normal- bzw. Schubspannungen als Ziel der Optimierung gewählt.

Schniewind und Barrett (1969) erweiterten das Modell eines als gerade idealisierten Wandabschnittes einer Zelle, welches ein vielschichtiges (multi-layer) System berücksichtigte. Als Lastbedingung wurde eine axiale Belastung angenommen und eine Schubbehinderung zwischen den Nachbarzellen eingeführt. Ohne diese Einspannung, die die relative Verdrehung zwischen zwei Zellen verhindert, würde nach Schniewind und Barrett (1969) eine Zelle um mehr als eine volle Drehung tordieren. Da dies im Inneren der Holzstruktur nicht möglich ist, sahen sie dies als Beweis der Richtigkeit ihrer Randbedingung an. Bei Betrachtung einzelner Spannungskomponenten wiesen Schniewind und Barrett darauf hin, daß durch den Druck parallel zu den Mikrofibrillen eine Instabilität entstehe, die ein versagensauslösender Faktor in der Zellmechanik sein könne. Bei Betrachtung mehrachsiger Spannungszustände führte das modifizierte Modell zu der Aussage, daß das Versagen grundsätzlich von der Zellmatrix ausgehe, wenn die Zug- und Druckfestigkeit der Fibrillen gleich hoch ist. Das Modell berücksichtigte den spiraligen, helikalen Aufbau der Zelle jedoch in keiner Form und setzte bei der Beurteilung des Versagensmechanismus anhand von Faustformeln berechnete Festigkeitswerte für die einzelnen Wandschichten ein. Es wurde ein Versagen in der S2 vorausgesagt.

Dinwoodie (1981), Kisser und Frenzel (1952) und Frey-Wyssling (1938) gaben ein lokales Knicken der S2-Schicht als versagensauslösend an. Münch (1938) beschrieb die Wirkung der S1-Wandschicht, die einen großen Fibrillenwinkel gegenüber der S2 aufweist, als geeignet, die Eulersche Knicklast zu erhöhen.

Archer (1987, 1989) traf quantitative Aussagen über die Wachstumsspannungen in Bäumen und gab Übergangswinkel von axialer Zellexpansion zu Zellkompression an. Aufbauend auf den Modellen von Münch (1938), Boyd (1972, 1973a, 1973b) und Okuyama et al. (1981, 1983) erweiterte er diese um eine radiale Fixierung. Er gab für eine einschichtige Zelle Übergangswerte von axialer Zellexpansion zu Zellkompression bei Fibrillenwinkeln zwischen $30,94^\circ$ und $38,0^\circ$ an und ging dabei von einem konzentrischen, anisotropen Kreiszyylinder aus.

Cave und Walker (1994) untersuchten den Einfluß des Fibrillenwinkels auf die Eigenschaften der Zellwand und trafen die Aussage, daß der Fibrillenwinkel der S2-Wand, neben der Dichte, der wesentliche Einflußfaktor für die mechanischen Eigenschaften der Holzzelle sei. Sie schlossen in ihre Betrachtungen jedoch weder den Einfluß der S1- noch der S3-Schicht ein und basierten die Arbeit auf Messungen der Fibrillenwinkel von verschiedenen Holzzellen.

Sell und Zimmermann (1993, 1994) sowie Zimmermann und Sell (1994) beschrieben eine radiale Struktur in der S2. Durch Feldemissions-REM-Aufnahmen wurde von ihnen die fibrilläre Struktur von Bruchflächen untersucht. Es konnten in vielen Fällen radiale Strukturen in Nadelhölzern in Früh- und Spätholzzellen gefunden werden. Die Strukturen wurden als Agglomerationen bezeichnet und wiesen eine Größe von 0.02 bis 0.1 μm auf. Die Erkenntnisse der Untersuchung faßten sie

als sandwichartigen Aufbau der Zellwand zusammen, bei der die S1 und die S3 die Beplankung darstellen und die S2 der Kern ist, dessen Fibrillen quer zur Zellachse in radialen Agglomerationen angeordnet ist. Frühere Modelle gingen davon aus, daß eine tangentielle Struktur der Fibrillen der S2 besteht. In Bezug auf die Beulsicherheit der Zelle ist eine radiale Steifigkeit nach Booker (1995, 1996) sehr günstig. Dieses neue Zellmodell widersprach den Untersuchungen von Kerr und Goring (1975, 1977), die durch Trocknungsversuche zu zeigen versuchten, daß radiale Strukturen nicht existieren können. Doch auch Larson et al. (1995) wiesen die Existenz der radialen Strukturen nach und mutmaßten, daß Hemicellulose und Lignin diese Stege bildeten. Schwarze und Engels (1998) wiesen ebenfalls die Existenz von radialen Agglomerationen nach, widerlegten aber die Theorie von Larson et al. (1995) mit Hilfe von Pilzkulturen, die Lignin aus der Zelle entfernten. Sie zeigten, daß die radialen Agglomerationen, die sich von der S1 bis zur S3 erstreckten, zumindest teilweise aus Cellulosestegen bestehen. Ein durch Sell und Zimmermann (1993, 1994) in Bezug auf radiale Agglomerationen modifiziertes Zellwandmodell von Coté (1965) ist in Abb. 2.7 dargestellt.

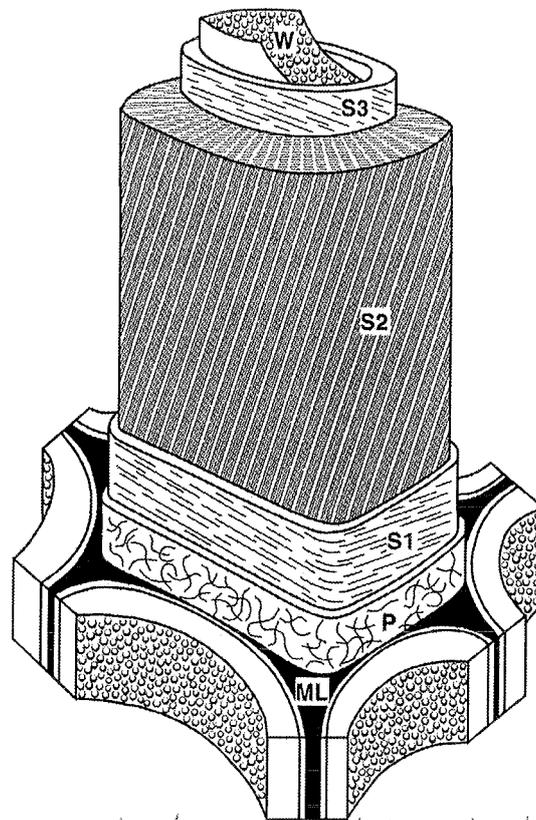


Abb. 2.7: Modifiziertes Zellwandmodell nach Sell und Zimmermann (1994).

W=Warzenschicht, $S_{1,2,3}$ =Sekundärwandschicht, P=Primärwand, ML=Mittellamelle.

Booker (1995, 1996) beschreibt die Funktionen der einzelnen Sekundärwandschichten aufgrund einfacher mechanischer Betrachtungen. Die S3-Schicht weist einen großen Winkel zur Zellachse auf. Dies steift nach Booker die Wand gegen Zellkollabieren aus und sichert den Wassertransport vom Boden in die Krone ohne Zellkollaps. Desweiteren vergrößert nach Booker die S3 die Sicherheit gegen Reißausweitung durch den stark unterschiedlichen Winkel zur S2. Die S2 wird als bis zu 40 mal dicker als die anderen Wandschichten angegeben. Als Grund dafür, daß der Fibrillenwinkel von der Zellachse abweicht, gibt Booker an, daß dadurch das Reißwachstum durch die

Wand erschwert würde. Eine stark abstrahierte mathematische Beziehung, die diese Aussage stützen soll, wird von Booker (1996) angegeben. Der dreidimensionale Aufbau der Zelle und die geometrische Form (rechteckig oder zylindrisch) wird von der Gleichung, die Booker aufstellte, jedoch nicht berücksichtigt. Die S1 wirkt nach Booker wie die Umwallung eines Gartenschlauches und verhindert so, daß der Zellradius zu stark zunimmt. Die Vibrationen, die durch die Windbelastung in den Stamm induziert werden, werden durch die Zellstruktur absorbiert. Insbesondere die Mittellamelle spielt nach Booker hierbei eine große Rolle. Die Anwesenheit einer S3 erhöht nach Booker die Steifigkeit der Zelle um den Faktor 2,5. Alle Schichten zusammen haben die Aufgabe, Beulen und Knicken zu verhindern und Vibrationen zu dämpfen (Booker, 1993, 1994, 1996).

Aus der Literaturstudie können die folgenden Punkte zusammengefaßt werden:

- Die Zellwand ist mehrschichtig und weist in jeder Zellwand individuelle Eigenschaften auf. Sowohl der Fibrillenwinkel, als auch die Materialeigenschaften variieren sehr stark. Bei den Messungen wurde der Ort der Probenentnahme bisher stets vernachlässigt.
- Die Eigenschaften der Einzelzelle sind maßgebend für die Eigenschaften des Zellverbundes. Aus dem Zellwandfeinbau lassen sich physikalische und mechanische Eigenschaften ableiten, die Rückschlüsse über das Verhalten der Zelle im Zellverbund erlauben.
- Die Zelle muß verschiedene Lastfälle ertragen und weist für jeden spezifischen Lastfall ein spezielles Design auf. Zug-, Druck- und Normalholz weisen einen unterschiedlichen Aufbau auf.
- Der Aufrichtmechanismus des Reaktionsholzes ist nicht hinreichend geklärt. Es bestehen verschiedene Theorien, die sich teilweise gegenseitig nicht ausschließen sondern möglicherweise erst in der Summation der Wirkungen zu einem Optimum führen.
- Es bestehen radiale Agglomerationen oder Stege in den Zellwänden einiger Spezies. Über die Aufgaben dieser Stege liegen bis heute nur Mutmaßungen vor.
- Die existierenden Modelle zur numerischen Berechnung von Spannungen und Dehnungen in der Zelle sind meist durch Ansätze gerader Wandabschnitte realisiert worden, die Eigenschaften einer zylindrischen Struktur sind auf diese Weise nicht berücksichtigt worden.
- Eine Untersuchung der Zelle mit Hilfe einer dreidimensionalen Analyse von Holzzellen, unter Berücksichtigung der Fibrillenwinkel und der orthotropen bzw. transversalisotropen Materialeigenschaften in jeder Wandschicht, ist aus der Literatur nicht bekannt.
- Die besonderen Eigenschaften des zylindrischen Baus der Zelle, der helikale Aufbau der Zellwände unter dem Einfluß der verschiedenen Lastfälle Zug, Druck und Innendruck sind bislang nicht untersucht worden.

2.2 Technische Faserverbundwerkstoffe

Neben den in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten natürlichen Faserverbunden gibt es technische Faserverbundwerkstoffe, die von Ingenieuren entworfen und berechnet werden.

Die Vorteile der Faserverbundwerkstoffe gegenüber klassischen Ingenieurwerkstoffen bestehen darin, daß mit ihnen Leichtbaustrukturen verwirklicht werden können. Flemming (1997a-e) nannte als Vorteile ein Einsparungspotential von bis zu 66% des Gewichts gegenüber klassischen Werkstoffen, eine in weiten Bereichen einstellbare spezifische Steifigkeit und eine hohe spezifische Festigkeit. Die Möglichkeit einer integralen Bauweise erweitert die Vorteile der Faserverbundwerkstoffe (Moser, 1992; Nowack, 1997). Zudem besteht die Möglichkeit, die Fasern des Verbundes kraftflußgerecht zu orientieren, was weitere Gewichts- und damit Energie- und Kosteneinsparungen ermöglicht. Die Nachteile der Faserverbundwerkstoffe liegen jedoch im höheren Aufwand für Qualitätssicherung und Konstruktion sowie der komplizierteren Verfahrenstechnik (Schemme et al., 1997). Nach Ziegelmann (1997) ist seit 1992 aufgrund dieser Problematik eine Stagnation des Faserverbundmarktes in Deutschland eingetreten. Einsatzgebiete der Faserverbundwerkstoffe sind in erster Linie Maschinenbau, Luft- und Raumfahrt, Schiffbau, Verkehrstechnik und Medizintechnik.

2.2.1 Aufbau von Faserverbundwerkstoffen

Als technische Faserverbundwerkstoffe werden diejenigen Werkstoffe bezeichnet, bei denen Fasern in einer Matrix eingebettet sind. Sie sind daher grundsätzlich zwei- oder mehrphasig. Bei statistisch regellos orientierten Fasern kann, obwohl es sich um heterogene Werkstoffe handelt, wie bei homogenen Werkstoffen, von einem isotropen Werkstoffverhalten ausgegangen werden (Moser, 1992). Bei gerichteten Fasern oder nicht regellos verteilten Fasern muß der genaue Aufbau des Verbundwerkstoffes betrachtet werden, um einen mathematischen Ansatz zu finden.

2.2.1.1 Eigenschaften von Faserwerkstoffen

Die Fasern bilden die strukturgebende Verstärkung der Faserverbundwerkstoffe. In der technischen Anwendung werden heute Kohlenstoff-, Aramid-, Glas- und Borfäden intensiv eingesetzt. Neben diesen existiert eine Vielzahl weiterer Faserwerkstoffe. Es gibt die Fasern in kurzer, langer und endloser Form. Die Verstärkung ist umso wirksamer, desto weniger die Fasern unterbrochen sind und je genauer sie in Richtung der Hauptspannungstrajektorien ausgerichtet sind. Dennoch tritt auch bei kurzen Fasern eine Verstärkung ein. Kurzfasern weisen eine Länge zwischen bis 1,5 mm auf. Sie müssen eine Mindestlänge aufweisen, um Schubspannungen übertragen zu können (Moser, 1992).

Der Elementarfaserdurchmesser beträgt, je nach Werkstoff, 0,1-30 μm . Die Elementarfasern werden auch als Filament bezeichnet und unverdreht zu mehreren tausend gebündelt als Roving, oder verdreht als Garn geliefert, das einen Durchmesser bis zu einigen Millimetern haben kann. Der Grund für den geringen Durchmesser der Elementarfasern ist die hohe Festigkeit, die durch die geringere Fehlergröße, die maximal den Durchmesser einer Elementarfaser betragen kann.

Kohlestofffasern sind die am häufigsten eingesetzten Verstärkungsfasern, die sehr günstige mechanische Eigenschaften sowie eine hohe thermische Stabilität aufweisen (Tabelle 2.4). Man unterscheidet:

- hochfeste Kohlefasern (HT - High Tensile)
- hochsteife Kohlefasern (HM - High Modulus)
- intermediate-Modul-Kohlefasern (IM - Intermediate Modulus)
- Hochmodul/Hochfestigkeits-Kohlefasern (HMS - High Modulus/Strength)

Physikalische Eigenschaft	Einheit	Hochfest HT	Interme- diat IM	Hochsteif HM	Hochsteif/ Hochfest HMS
Dichte	Mg/m ³	1,7-1,75	1,8	1,8-1,9	1,85
Zugfestigkeit	GPa	2,5-3,2	1,8-2,1	1,4-3,2	3,6
Zugmodul	GPa	210-250	230-280	390-550	550
Druckfestigkeit	GPa	25	42	15	18
Faserdurch- messer	µm	7-9	7-10	6,5-9,0	5
Temp.-Ausdehn. koeffizient	K ⁻¹	10x10 ⁻⁶ in Faserrichtung -1x10 ⁻⁶ bis -4x10 ⁻⁶ quer zur Faserrichtung			

Tabelle 2.4: Physikalische und mechanische Kennwerte von verschiedenen Standard-Kohlenstoff-faser-Typen. (Flemming, 1995).

Bei Glasfasern unterscheidet man ebenfalls verschiedene Typen, die für spezielle Anwendungen entwickelt wurden (Moser, 1992):

- A-Glas - entspricht in der Qualität etwa dem Fensterglas.
- E-Glas - für den Einsatz in der Elektrotechnik entwickelt, heute Standard, E-Modul etwa 70 GPa, Zugfestigkeit Roving 2.4 GPa, Zugfestigkeit Filament 3.4 GPa.
- D-Glas - Elektronikgebiet.
- S-(Europa) und R-Glas (USA) für hohe Zugfestigkeiten.

Einige physikalische und mechanische Kennwerte für Glasfasern sind in Tabelle 2.5 zusammengestellt.

Physikalische Eigenschaft	Einheit	A-Glas	E-Glas	S-Glas
Dichte	Mg/m ³	2,5	2,6	2,5
Zugfestigkeit, Ursprung	GPa	3,1	3,4	4,6
Zugfestigkeit, Roving	GPa	2,7	2,4	3,9
Zugmodul	GPa	73	73	85
Faserdurch- messer	µm	6-15	6-15	6-15
Temp.-Ausdehnungskoeff.	K ⁻¹	4x10 ⁻⁶ bis 8x10 ⁻⁶		

Tabelle 2.5: Physikalische und mechanische Kennwerte von verschiedenen Standard-Glasfaser-Typen (Moser, 1992).

Auch bei Bor und Aramidfasern gibt es jeweils verschiedene Typen die für spezielle Anwendungen entwickelt wurden. Die Verbreitung dieser Werkstoffe ist jedoch im Vergleich zu Kohlenstoff- und Glasfasern sehr gering.

Auch Naturfasern wie Flachs, Bambus, Sisal oder Jute werden aufgrund ihrer natürlichen Eigenschaften heute intensiv erforscht. Die heute zur technischen Weiterverarbeitung produzierte Menge steht jedoch noch in keiner Relation zu den künstlich hergestellten Faserwerkstoffen und den klassischen Ingenieurwerkstoffen (Tabelle 2.6).

Werkstoff	Weltproduktion (Mio. Tonnen, 1994)
Holz	17500
Stahl	7000
Aluminium	120
Bambus	100
Faserverbunde (chemisch)	40
Jute	20
Flachs	8
Sisal	4

Tabelle 2.6: Produktionsmengen von Werkstoffen (Bolton, 1996; Flemming und Zogg, 1997).

2.2.1.2 Eigenschaften von Matrixwerkstoffen

Die formgebende Matrix gibt den Fasern Halt und behindert Relativbewegungen. Die Aufgaben der Matrix bestehen im Einzelnen darin, die Fasern geometrisch untereinander zu trennen um bei wechselnder Last die Reibwirkung zwischen den Fasern zu unterbinden (Schulte, 1992). Die Fasern sollen zudem von der Umgebung getrennt werden, um Schlagbeanspruchung, Temperaturschwankungen, Feuchtigkeitseinflüsse und den Einfluß aggressiver Medien abzumildern. Ferner kann ein Ausknicken der Fasern bei Druckbelastung nur durch den Einsatz der Matrix verhindert werden. Die Verbindung zwischen Matrix und Faser kann durch einen Haftvermittler (Finish) verbessert werden. Ferner wird dadurch auch die Feuchtigkeitsempfindlichkeit des Verbundes reduziert.

Als Matrixmaterialien werden in erster Linie Kunststoffe, Duromere und Thermoplaste, verwendet. Thermoplaste kommen bei höheren Temperaturen zum Einsatz. Dies sind z. B. Polyimid, Polyethersulfone, Polycarbonate und Polyetheretherketone. Diese Werkstoffe weisen einen E-Modul in der Größenordnung von 2-4 GPa und eine Zugfestigkeit von 70-180 MPa auf. Ferner sind die Eigenschaften in Bezug auf Schlagfestigkeit, Chemikalienresistenz und Verarbeitungseigenschaften günstig. Nachteile sind der noch hohe Preis für thermoplastische Prepregs und die relativ hohen Verarbeitungstemperaturen (Technica, 1997, 1998). Duromere sind Harze, die im ausgehärteten Zustand unlöslich werden, z. B. Phenolharze, Epoxidharze oder Polyesterharze. Sie weisen einen E-Modul von 3-6 GPa und eine Zugfestigkeit von 30-100 MPa auf (Moser, 1992)

2.2.2 Natürliche Faser- und Matrixwerkstoffe in der Technik

Natürliche Faserverbunde können aus verschiedensten Bastfasern von Pflanzen, wie Flachs, Hanf, Ramie, Nessel, Hanf, Jute bzw. aus den Blattfasern Sisal oder Caroá bestehen. Diese Fasern können kostengünstig hergestellt werden und erreichen Zugfestigkeiten von 500 bis 780 MPa, der Elastizitätsmodul liegt zwischen 18 und 90 GPa (Mieck et al., 1997). Heute werden sie zumeist mit technischen Matrixwerkstoffen zu einem Faserverbundwerkstoff verarbeitet.

Kommerziell werden heute einige biologisch abbaubare Polymerwerkstoffe angeboten, die kompostierbar sind. Insbesondere im Fastfoodbereich, bei Bio-Müllsäcken und im Agrarbereich werden diese Materialien bislang eingesetzt. Die Herstellung geschieht durch chemische Synthese, Biosynthese oder aus Biopolymeren. Die Anwendung als Matrixwerkstoff ist bislang jedoch noch im Entwicklungsstadium. Untersucht werden in diesem Zusammenhang Cellulose, Stärke, Polyhydroxybutyrat und Polyvinylalkohole (Seliger, 1996).

Mit der Hybridvliestechnik können Halbzeuge aus natürlichen Faser- und Matrixwerkstoffen hergestellt werden. Dabei werden feinentholzte Fasern mit der Matrix über Mischaggregate zusammengebracht, wodurch ein Hybridvlies entsteht. Diese ist ein verpreßbares Halbzeug. Durch diese Technik könnte ein Weg zum biologisch abbaubaren Faserverbund eröffnet sein (Mieck et al., 1997). Industriell wird bereits die Matrix Bioceta aus Cellulosediacetat hergestellt. Die Zugfestigkeit dieser Verbunde beträgt zwischen 50 und 60 MPa, der E-Modul liegt zwischen 8 und 12 GPa. Das Optimum liegt bei 50-60% Faseranteil. Anwendungen könnten diese Werkstoffe hauptsächlich im Innenraum von Automobilen, z. B. im Bereich der Türinnenverkleidung, der Kofferaumabdeckung oder des (Auto-) Himmels finden. Dort etabliert sind heute bei fast allen deutschen Autoherstellern Verbunde aus Naturfasern mit einer Matrix aus Polypropylen, z. B. der Werkstoff Kenboard der Firma R+S Stanztechnik, Offenbach. Dieser Werkstoff kann zwar biologisch nicht abgebaut werden, jedoch durch einen Zerkleinerungsprozeß für eine Wiederverwertung als Werkstoff minderer Qualität verwendet werden (Spengler, 1998). Recyclingverfahren für Faserverbundwerkstoffe setzen heute bei einer mechanischen und anschließenden chemischen Werkstoffwiederverwertung an. Man unterscheidet dabei getrenntes und gemeinsames Recycling von Faser und Matrixwerkstoff (Flemming und Zogg, 1997).

2.2.3 Herstellung und Einsatz von Faserverbundwerkstoffen

Gängige Herstellungsverfahren für Faserverbundwerkstoffe sind Handlaminieren, Faserspritzen, Rotationsverfahren, Autoklavverfahren, Pressen, Wickeln, Tapelegeverfahren, Pultrusieren und Sticken. Ein Überblick ist in (Moser, 1992) gegeben.

Neue Impulse sind im Bereich der Herstellung komplexer Faserverbundbauteile durch neue Technologien zu erwarten. Seit einigen Jahren findet verstärkt im Bereich der Textiltechnik eine Weiterentwicklung und Anpassung auf die Bedürfnisse der modernen Hochleistungswerkstoffe statt. Bislang konnten komplexe Faserverläufe nur durch Handarbeit gefertigt werden, ein Verfahren, daß sich nur bei Einzelstücken oder Kleinserien rentiert. Daher wurden Web- Flecht- Strick- und Nähmaschinen für Faserverbundwerkstoffe entwickelt.

In Projektarbeiten wurden von verschiedenen Instituten und Industrieunternehmen Maschinen zum räumlichen Weben von Fasern entwickelt. Dadurch ist es möglich nicht nur Fasern in einer Ebene zu verweben, sondern zwischen verschiedenen Lagen von x-y-Fasersystemen in

Dickenrichtung Fasern einzuweben und so ein x-y-z-System zu erhalten. Diese x-y-z-Fasersysteme können die Schadenstoleranz von Bauteilen signifikant verbessern und die Gefahr der Delamination von einzelnen Laminatschichten reduzieren (Brandt und Drechsler, 1996). Insbesondere bei impulsartiger Schlagbeanspruchung konnte hierbei eine deutliche Verbesserung des mechanischen Verhaltens von Bauteilen erreicht werden. Nachteil der z-Fäden ist es, daß der Volumenanteil der Fasern in der Hauptebene des Bauteiles reduziert und die Festigkeit in der hauptsächlich Kraftflußrichtung verringert wird (Linsmeier, 1996).

Nach Flemming (1997g) sind Fügetechniken wie Nieten, Bolzen oder Schrauben bei Faserverbunden, mechanisch nicht von wesentlichem Nachteil. Die Kraftflußstörung sei nicht relevant, da die Verbindungselemente gewissermaßen die Fasern der dritten Richtung darstellen und den Verbund gegen Delamination schützen. Ein weiterer Vorteil sei die Lösbarkeit der Verbindungen. Dennoch erwähnt Flemming, daß beim Einsatz von Nieten im Flugzeugbau bis heute häufig von „Angstnieten“ gesprochen wird, da mit anderen Verbindungstechniken nur unzureichende Erfahrungen vorliegen und daher aus Vorbehalten auf diese Technik zurückgegriffen wird. In Kooperationsgesprächen mit Vertretern der Faserverarbeitenden Industrie hingegen wurden die Nachteile dieser Fügetechniken unumwunden eingestanden, die zu einer stark verminderten Tragfähigkeit von Bauteilen führen können (Mattheck und Reuschel, Mattheck et al. 1998).

Modernste Flugzeugkonstruktionen werden in steigendem Maße aus Faserverbundwerkstoffen hergestellt, wobei Einzelteile mit Hilfe von multiaxialen CNC-gesteuerten Verlegesystemen hergestellt werden können. Ein siebenachsiges CNC-gesteuertes Verlegesystem für harzgetränkte Faserbündel wird zum Beispiel bei der Fertigung modernster Kipprotorflugzeuge verwendet (Guillerd, 1997). Hinsichtlich Tragfunktion und Crashverhalten sind Faserverbundwerkstoffe, insbesondere 3D-Geflechte nach Kuch (1996) durchaus auch für die Automobilbranche geeignet. Textile Faserverbundstrukturen sollen insbesondere in Bereichen eingesetzt werden, in denen Kurz- und Wirrfaserverstärkungen nicht ausreichend sind. Absatzmengen von bis zu 50000 t pro Jahr werden erwartet Kuch (1996).

2.2.4 Ermittlung von Werkstoffkennwerten bei Faserverbundwerkstoffen

Alle für die Bauteilbemessung wesentlichen Kennwerte von Faserverbundwerkstoffen sind abhängig von der Faser-Matrix-Kombination, der Schichtzahl und -dicke, der Faserorientierung und äußeren Einflüssen. Für jeden neu gestalteten Faserverbundwerkstoffe sind die Werkstoffkennwerte daher neu zu ermitteln. Für Berechnungen werden häufig folgende Vereinfachungen getroffen (Herrmann et al., 1992):

- Berücksichtigung kleiner Verformungen.
- Linear-elastisches Materialverhalten.
- Voraussetzung einer konstanten Scheiben- und Plattendicke.

Der Einsatz laminarer, gerichteter, anisotroper Werkstoffmodelle in FE-Programmen ist durch eine größere Datenmenge als bei isotropen Modellen gekennzeichnet, da alle betrachteten Größen pro Einzelschicht benötigt werden. Auch die zur numerischen Analyse notwendigen Materialkenngrößen sind nicht im gleichen Maße verfügbar, wie bei klassischen Werkstoffen, da sie z. B. vom Faservolumenanteil und der Haftung von Faser und Matrix, abhängen (Maier, 1992).

Zumeist werden bei der technischen Anwendung Laminat eingesetzt. Dies sind mehrschichtige Faserverbundwerkstoffe, in denen einzelne Lagen übereinandergeschichtet und verklebt werden (Abb. 2.8). In der Praxis werden bei Laminatstrukturen unidirektionale Schichten in Lagen von 0° , $\pm 45^\circ$ und 90° verwendet. Diese können nach herkömmlicher Auffassung näherungsweise in Kraftflußrichtung orientiert werden, indem geeignete Winkelkonstellationen im Laminat verwirklicht werden (Moser, 1992; Fine und Springer, 1997).

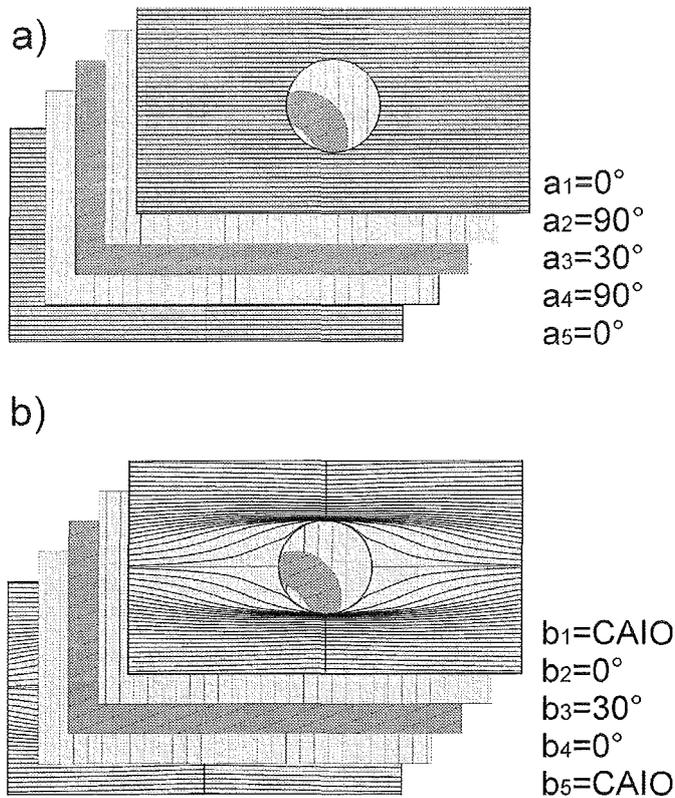


Abb. 2.8: Aufbau eines Faserverbund-Laminates: a) unidirektionaler Laminatverbund, b) Verbund mit optimierten Deckschichten.

Das Verständnis der Interaktion der Verbundkomponenten ist für die Berechnung der Steifigkeit des Verbundes notwendig. Die bekannte Mischungsregel beschränkt sich auf eine zweidimensionale Betrachtung einer unidirektionalen Schicht mit gleichmäßigen Abständen zwischen den Fasern. Bei Belastung in Faserrichtung wird Parallelschaltung, d. h. gleiche Dehnung von Faser und Matrix, angenommen.

Aufgrund unterschiedlicher Elastizitätsmoduli von Faser und Matrix stellen sich bei einer Reihenschaltung gleiche Spannungen, aber unterschiedliche Dehnungen der zwei Materialien ein. Die Faser dehnt sich aufgrund des hohen Moduls kaum aus, so daß fast ausschließlich die Matrix gedehnt wird. Um eine hohe Bruchfestigkeit zu erreichen sollte daher die Matrix immer eine wesentlich höhere Bruchdehnung aufweisen, als der Faserwerkstoff.

Bei Belastung senkrecht zur Faserrichtung wird Reihenschaltung, d. h. gleiche Spannung in Matrix und Fasern, angenommen. Es ergeben sich folgende Gleichungen (Moser, 1992):

$$E_1 = \varphi E_{F1} + (1 - \varphi)E_M \quad (2.1)$$

$$E_2 = \frac{E_M E_{F2}}{\varphi E_M + (1 - \varphi)E_{F2}} \quad (2.2)$$

$$G_{12} = \frac{G_F G_M}{G_M + (1 - \varphi)G_F} \quad (2.3)$$

$$\nu_{12} = \varphi \nu_F + (1 - \varphi)\nu_M \quad (2.4)$$

φ =Faseranteil, Index: F=Faser, M=Matrix, 1=Faserlängsrichtung, 2=Querrichtung.

Es zeigt sich eine Abhängigkeit der Elastizitätsmoduli E_1, E_2 und des Schubmoduls G_{12} vom Faservolumengehalt. Die Berechnungen von E_1 und ν_{12} stimmen in der Regel gut mit Messungen überein, während sich beim Modul quer zur Faserrichtung und beim Schubmodul häufig nur unbefriedigende Ergebnisse zeigen (Feldermann, 1990). Eine allgemeinere Mischungsregel mit äquivalenten, mikrostrukturellen Transformationen wird von Fan und Tsakirooulos (1994) angegeben.

Bei der Herstellung technischer Faserverbundwerkstoffe entstehen häufig erhebliche Eigenspannungen. Die Festigkeit der Bauteile wird dadurch zumeist reduziert. Durch Einsatz gezielter Eigenspannungen mit invertiertem Vorzeichen lassen sich herstellungsbedingte Eigenspannungen kompensieren. Mögliche Verfahren, zum Einbringen von Eigenspannungen in Faserverbundwerkstoffe sind mechanische Vorspannungen, die während des Aushärtens der Bauteile, bei thermischen Verfahren vor dem Abkühlen oder während des Wickelns von Zylindern eingebracht werden (Schürmann, 1984; Scharr, 1992; Scharr und Funck, 1994). Diese Verfahren werden bei der Herstellung von Druckzylindern seit langer Zeit eingesetzt.

In seiner umfassenden Darstellung heute als gültig angesehener Festigkeitshypothesen für Faser-Matrix-Laminate betont Puck (1996) die außerordentliche Schwierigkeit, das Versagen vielschichtiger Laminate mathematisch zu erfassen, da sich sukzessive Bruchvorgänge abspielen, die sich zudem gegenseitig beeinflussen. Die heutigen Berechnungsgrundlagen gelten grundsätzlich nur für unidirektionale Fasern oder Lamine unterschiedlich orientierter unidirektionaler Prepregs (vorgefertigte Fasermatten). Das Erfassen der durch die Anwendung von CAIO (Kriechbaum, 1994) gewonnenen Faserstrukturen, die insbesondere in dem für Bruchvorgänge relevanten Bereich von Spannungskonzentrationen eine nicht-unidirektionale Struktur aufweisen, ist somit kaum möglich.

Die Fasern des Baumes sind durch eine Mittellamelle miteinander verbunden, der nach Wagenführ (1989) die Aufgabe einer Kittsubstanz zukommt und entspricht dem Matrixanteil technischer Bauteile. Sie macht im Frühholz der Fichte nur etwa 3,8 % des Zellwandvolumens aus. Kein technisches Bauteil kann bis heute mit einem Faservolumenanteil von 96% hergestellt werden. Der Anteil der Fasern in der Matrix ist bei technischen Bauteilen begrenzt. Höhere Faseranteile als 70% sind aufgrund der unzureichenden Durchtränkung der Fasern mit Matrixmaterial heute in der Praxis kaum zu erreichen (Münch, 1992). Grundsätzlich ist es schwierig, Bruchkriterien des technischen Bereiches, die durch Versuche nur bis zu einem Faservolumenanteil von maximal 70% verifiziert sind, auf natürliche Kraftträger anzuwenden. Selbst im technischen Bereich stellt sich nach Puck (1996) die heutige Situation der Festigkeits- und Bruchanalyse von Laminaten als höchst unbefriedigend dar.

Die Menge aller ertragbaren Spannungszustände wird durch den von der Bruchfläche umschlossenen Raum verkörpert. Die von Mises-Vergleichsspannung beschreibt durch eine Funktion einen entsprechenden Körper, der den Fließbeginn bei metallischen Werkstoffen kennzeichnet. Bei Faserverbunden müssen nach Puck (1996) mindestens zwei unabhängige Bruchkriterien Anwendung finden. Eines für den Faserbruch und eines für den Zwischenfaserbruch (oder Matrixbruch), da sowohl die Auswirkungen als auch die zu treffenden Gegenmaßnahmen bei beiden Brucharten individuell sind. Puck leitete für Faserverbundwerkstoffe Bedingungen her, in der Faser- und Matrixbruch unterschieden werden können (Puck, 1996, Seite 60-71).

Die einhüllende Versagensfläche, die durch die dort angegebenen Gleichungen beschrieben wird, stellt einen rotationssymmetrischen Ellipsoid dar, dessen abgeschnittenes Ende den Bereich Versagen der Matrix vom Bereich des Faserversagens abtrennt. Aus diesem Grunde bezeichnet man die Versagensfläche auch als „Bruch-Zigarre“ (Abb. 2.9). Die Bruch-Zigarre ist im Bereich der Querspannungen und Schubspannungen zusammengestaucht, während der Körper auf der Achse der Spannungen in Faserrichtung gestreckt ist (Puck, 1996, Maier, 1992).

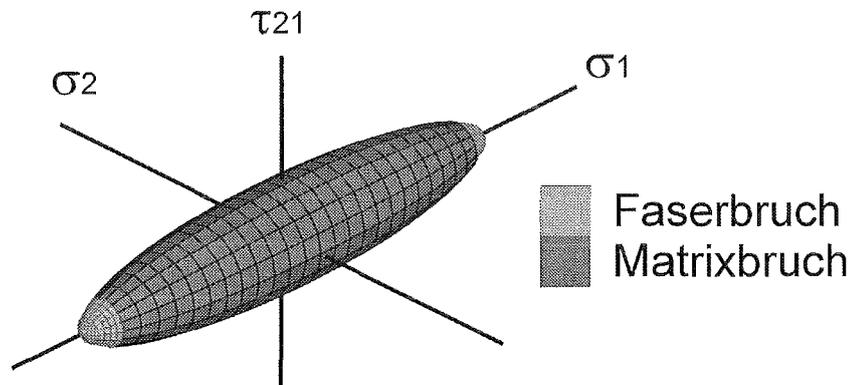


Abb. 2.9: Grafische Darstellung der experimentell abgeleiteten Versagenshypothese nach Puck (1996). Die Gestalt der Bruchfläche wird auch als „Zigarre“ bezeichnet.

Puck (1996) beschreibt ferner Versuchsergebnisse, die darauf hinweisen, daß die faserparallele Druckfestigkeit stark herabgesetzt wird, wenn Fasern bei einer Druckbelastung zusätzlich Schubspannungen erfahren.

Der Sicherheitsbeiwert eines Bauteiles ist definiert als $n = \sigma_F / \sigma_v$, wobei σ_F eine versagensrelevante Größe in der Dimension einer Spannung darstellt und σ_v eine Vergleichsspannung. Bezieht man sich auf die im Flugzeugbau, in dem verstärkt mit Faserverbundwerkstoffen gearbeitet wird, wird häufig die Sicherheitsgrenze $m = n - 1$ verwendet (m : margin of safety; Gere und Timoshenko, 1990). Man erhält so die prozentual verbleibende Sicherheit des Bauteiles. Sinkt dieser Wert auf Null, versagt das Bauteil.

2.3 Elastizitätstheorie und Finite-Elemente-Methode

2.3.1 Elastizitätstheorie

Folgende Bedingungen gelten als Voraussetzung für die im Zusammenhang mit dieser Arbeit durchgeführten numerischen Analysen (Knaust, 1989):

- Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Verformung.
- Die auftretenden Verformungen sind klein, deshalb können die Belastungen am unverformten Körper angesetzt werden.
- Die Beanspruchungen erfolgen quasi-statisch.
- Der Körper befindet sich im isothermen Zustand.

Die Beanspruchung, die auf einen solchen Körper wirkt, kann in Komponenten in Richtung der Koordinatenachsen zerlegt werden. Jede der neun Spannungen kann neun Verzerrungen bewirken. Damit ergeben sich 81 Koeffizienten in den Spannungs-Verzerrungsbeziehungen. Wegen des Gleichgewichts der Kräfte am Volumenelement sind die einander zugeordneten Schubspannungen gleich.

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad \text{mit } i, j = \{x, y, z\} \quad (2.7)$$

Damit reduziert sich die Koeffizientenanzahl auf 36. Aus Energiebetrachtungen bzw. Gleichheit der Formänderungsarbeit ergeben sich 21 unabhängige Koeffizienten; die Elastizitätsmatrix wird symmetrisch zur Hauptdiagonalen.

$$C_{ij} = C_{ji} \quad \text{bzw.} \quad S_{ij} = S_{ji} \quad (2.8)$$

In Matrixschreibweise lautet das erweiterte Hook'sche Gesetz für den anisotropen Körper:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{Symm} & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Im Falle von drei zueinander normal stehenden Ebenen elastischer Symmetrie spricht man von einem orthotropen Körper, dessen Spannungs-Dehnungs-Beziehung durch insgesamt 9 unabhängige Konstanten beschrieben werden kann. Makroskopisch kann Holz als ein solcher Körper betrachtet werden. Der Tensor für orthotropes Material lautet:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ \text{Symm} & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

Eine besondere Orthotropie weisen unidirektionale (UD)-Schichten auf. Infolge der Gleichwertigkeit der Eigenschaften in y - und z -Richtung reduzieren sich die unabhängigen Koeffizienten auf fünf. Werkstoffe, für die dies zutrifft, werden transversalisotrop genannt. Ein isotroper Werkstoff, ist ein Sonderfall der Anisotropie. In unendlich vielen Symmetrieebenen hat der Werkstoff in jede Richtung dieselben elastischen Eigenschaften. Die Koeffizienten lassen sich hierbei aus zwei unabhängigen Stoffkonstanten berechnen.

Die bisherigen Beziehungen können auch in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} \quad \text{wobei } [C] = [S]^{-1} \quad (2.11)$$

$[S]$ ist hierbei die Nachgiebigkeitsmatrix und $[C]$ die Steifigkeitsmatrix.

Für den orthotropen, den transversal isotropen und den isotropen Fall können die C_{ij} -Koeffizienten mit Hilfe der experimentell bestimmbar Ingenieurskonstanten E_{ii} , G_{ij} und ν_{ij} bestimmt werden. Ylinen (1956) kommt zu dem Schluß, daß auch für Holz die Ingenieurskonstanten Geltung haben und bei numerischen Berechnungen eingesetzt werden dürfen.

Bisher wurde der allgemeine räumliche Spannungszustand betrachtet. Ein Sonderfall dieses Zustandes ist der ebene Spannungszustand. Charakteristisch für diesen Zustand ist, daß $\sigma_z = 0$ und $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ sind. In den meisten Fällen decken sich die Richtungen der äußeren Belastung nicht mit dem natürlichen Koordinatensystem der unidirektionalen Schichten.

Die Transformation der Spannungs- bzw. Dehnungswerte kann graphisch mit dem Mohr'schen Spannungs- bzw. Dehnungskreis durchgeführt werden (Kapitel 4.1.2). Beim Mohr'schen Spannungs- bzw. Dehnungskreis wird der Mittelpunkt des Kreises, der auf der Abszisse liegt, im σ - τ -Diagramm durch den Mittelwert der Spannungen σ_x und σ_y festgelegt. In den Schnittpunkten des Kreises mit der Abszisse nehmen die Normalspannungen Extremwerte an und werden als Hauptnormalspannungen bezeichnet. Die Schubspannungen werden auf der Ordinate aufgetragen. Es kann ein Winkel α definiert werden, der den Winkel angibt, um den eine betrachtete Schnittebene von der Schnittebene der Hauptschubspannungen gedreht ist (Abb. 4.1). Wie aus dem Spannungskreis zu ersehen ist, sind bei Drehung des x - y - Koordinatensystems um den Winkel α , in das sogenannte Hauptspannungssystem, keine Schubspannungen vorhanden. Dies ist insbesondere bei Faserverbundwerkstoffen von großer Bedeutung, wie bereits in Kapitel 2.2.4 gezeigt wurde. Eine vollständige Diskussion der Zusammenhänge des Mohr'schen Spannungs- und Dehnungskreises findet man in Gere und Timoshenko (1994).

2.3.2 Finite Elemente Methode (FEM)

Als Ausgangspunkt für die Anwendung der FEM in der Kontinuumsmechanik können die sogenannten Matrixmethoden der Elastostatik zur Berechnung komplizierter Konstruktionen angesehen werden (Hahn, 1975). Diese haben sich aus der Notwendigkeit entwickelt, Lösungen für statisch unbestimmte n -dimensionale Tragwerke zu finden, da diese sich nicht mehr mit den Gleichgewichtsbedingungen lösen lassen. Dazu wird das Gesamttragwerk als eine Anordnung endlich vieler Balken oder Stäbe betrachtet, die in endlich vielen wirklichen oder virtuellen Knotenpunkten zusammenhängen. Die Kopplung der einzelnen Teile erfolgt derart, daß die Verschiebung eines einzelnen Knotens für alle angrenzenden Elemente gilt. Die Verschiebung ist also von Fachwerkstab zu Fachwerkstab stetig, die Kompatibilität ist damit erfüllt. Mit den bekannten Verformungseigenschaften der einzelnen Teile lassen sich nun endlich viele

Gleichungen aufstellen, die zur besseren Verarbeitung mit Computern in Matrixschreibweise dargestellt werden. Allgemein erhält man eine Steifigkeitsbeziehung in der Form

$$\{F\} = [K] \times \{d\} \text{ oder } \begin{Bmatrix} F_a \\ F_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_a \\ d_b \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Hierbei sind F_a die äußeren Kräfte und F_b die unbekanntenen Reaktionskräfte, K ist die Steifigkeitsmatrix, d_b sind die bekannten äußeren Verschiebungen und d_a die unbekanntenen Knotenverschiebungen. Um die rechte Form von Gleichung 2.12 zu erhalten, muß die Steifigkeitsmatrix entsprechend umgeordnet werden. Durch Multiplikation der ersten Zeile der Steifigkeitsmatrix mit dem Verschiebungsvektor und Auflösen nach den unbekanntenen Knotenverschiebungen d_a erhält man

$$\{d_a\} = [K_{aa}]^{-1} (\{F_a\} - [K_{ab}] \times \{d_b\}) \quad (2.13)$$

Die unbekanntenen Reaktionskräfte erhält man durch ausmultiplizieren der zweiten Zeile von (Gl. 2.12).

Die FEM unterscheidet sich von den Matrizenmethoden in der Elastostatik dadurch, daß zur näherungsweise Darstellung eines elastischen Kontinuums ebene oder räumliche Elemente geeigneter Größe und Gestalt eingeführt werden. Dadurch läßt sich eine breite Palette von Problemen mit verschiedenen Lastfällen und Beanspruchungen, wie z.B. Zug, Druck, Biegung, Temperatureinfluß oder Vorspannung, berücksichtigen. Es läßt sich auch jedes beliebige Kontinuum darstellen. Dies hängt nur von der Wahl der Elemente ab. Die Wahl der Elemente und ihre Anzahl ist außerdem sehr wichtig für die Genauigkeit des Verfahrens. Besonders im Bereich großer Spannungsgradienten muß die Elementdichte überproportional groß gewählt werden um eine hohe Genauigkeit zu erlangen.

Bei der FEM ist der Ausgangspunkt ein Variationsprinzip und das Prinzip der virtuellen Arbeit. Beim Prinzip der virtuellen Verschiebungen wird die Arbeit berechnet, die eine Statikgruppe an einer virtuellen Kinematikgruppe leistet. Die Statikgruppe erfüllt dabei die Gleichgewichtsbedingungen unter Berücksichtigung der geometrischen oder wesentlichen Randbedingungen, die Kinematikgruppe erfüllt die Deformationsgleichungen und vorhandene kinematische Randbedingungen. Es ergibt sich ein Funktional als eine Funktion der verallgemeinerten Knotenverschiebungen $\Pi(d)$. Π setzt sich dabei aus den Beiträgen virtueller Arbeit der einzelnen Elemente zusammen (Bathe, 1990). Die Forderung nach dem Minimum der potentiellen Energie

$$\frac{\partial \Pi\{d\}}{\partial \{d\}} = 0 \quad (2.14)$$

liefert die Gleichung für die Bestimmung der Verschiebungsgrößen d . In Matrixschreibweise ergeben sich die allgemeinen Verschiebungsgrößen zu

$$\{d\} = [K]^{-1} \times \{F\} \quad (2.15)$$

Aus den verallgemeinerten Verschiebungsgrößen lassen sich nun mittels der Formfunktionen die Knotenverschiebungen u der einzelnen Elemente berechnen. Die Formfunktionen ergeben sich aus der Forderung nach einer stetigen Verschiebung innerhalb des Elementes und aus der Kompatibilität. Bei einfachen Elementen sind sie linear, sie können aber auch höhere Ordnungen annehmen. Damit die Idealisierung durch Finite Elemente eine brauchbare Darstellung des wirklichen Kontinuums ergibt, soll sich jedes Element möglichst in der gleichen Weise verformen, wie sich der entsprechende Bereich des berechneten Körpers verformen würde. Deshalb kommt dem Verschiebungsansatz und der Formfunktion eine große Bedeutung zu. Sind die Knotenverschiebungen bekannt, so lassen sich die Spannungen leicht ermitteln.

Bei der FEM muß beachtet werden, daß die Gleichgewichtsbedingungen durch die Anwendung des Prinzips des Minimums der potentiellen Energie nur im Mittel erfüllt sind. Deshalb kann sich durch die Wahl und Anzahl der Elemente das Ergebnis stark verändern. Es ist daher zu empfehlen, die Größenordnungen der Ergebnisse anhand von einfachen Modellen zu überprüfen.

2.4 Kraftflußgerechtes Konstruieren

2.4.1 Historische Entwicklung

Die theoretischen Grundlagen der Gewichtseinsparung durch optimale Ausrichtung von Materialeigenschaften in den Kraftfluß wurden bereits von Michell und Melbourne (1904) erkannt. Erste praktische Ansätze zu diesem Thema wurden von Cooper (1972) verfolgt. Er untersuchte die Wirkung einer trajektoriengerechten Verstärkung auf eine auf Zug beanspruchte Lochplatte aus Faserverbundwerkstoff und definierte dieses Faserarrangement als eine Verstärkung, bei der die Materialachsen in jedem Strukturpunkt in Abhängigkeit der Hauptspannungstrajektorien orientiert sind, so daß bei gegebener Masse und gegebenen Randbedingungen die Steifigkeit der Struktur maximal ist. Von Cooper (1972) wurden experimentelle Untersuchungen an Lochplatten aus Faserverbundwerkstoff durchgeführt, die zu dem Ergebnis führten, daß die relative Steifigkeit, gegenüber einer Platte ohne Loch, bei unidirektionaler Fasernanordnung 79% und bei trajektoriengerecht verlegten Fasern 84% betrug. Die relative Festigkeit lag bei parallelem Faserarrangement bei 28% und bei optimierter Fasernanordnung bei 50% der ungeschädigten Platte.

An Kevlar und Graphitproben wurde von Chang et al. (1987) ein Festigkeitsvergleich an verschiedenen Lochplatten aus Faserverbundwerkstoffen (Kohlenstofffasern und Kevlar) durchgeführt. Dabei wurden zwei Herstellungsvarianten gewählt. Zum einen Lamine mit durchgebohrtem Loch, zum anderen Proben mit einem Loch, welches durch Einbringen eines Stahlkonus in die Probe erzeugt wurde (modelliertes Loch). Es wurden verschiedene Lamine hergestellt, z. B. $[0^\circ]_{2s}$, $[0^\circ/45^\circ]_{2s}$, $[45^\circ/0^\circ]_{2s}$ ([Winkel der Schichten]_{Schichtanzahl}) sowie Probentypen mit unterschiedlichem Lochdurchmesser. Der Querschnitt der Proben wurde durch die Einbringung des Loches um 12 bis 37% geschwächt. Die Ergebnisse ergaben, daß die Zugfestigkeit der nicht durchbohrten Proben um bis zu 38% über denen der durchbohrten Proben lag. Das Auftreten der ersten Risse trat bei den durchgebohrten Proben stets deutlich vor den optimierten Proben auf. Die Festigkeitssteigerung wurde auf den erhöhten Faservolumenanteil und den kontinuierlichen Verlauf der Fasern zurückgeführt.

Hyer (1988) und Hyer und Charette (1991) untersuchten ebenfalls die Wirkung trajektoriengerecht orientierter Fasern an Lochplatten. Sie verifizierten ihre Ergebnisse jedoch nicht durch die Herstellung von Proben, sondern stützten sich auf einen FEM-basierten Stromlinienansatz. Die Berechnungen führten zu dem Ergebnis, daß die optimierte Lochplatte gegenüber der nicht optimierten eine Festigkeitssteigerung des Faktors zwei erreicht. Die Vorhersage des Versagensortes ergab, daß die nicht optimierten Proben ein Schubversagen am Lochrand erleiden, während die optimierten Proben in der Höhe des Kerbgrundes, jedoch nicht am Rande, durch Querkraftversagen versagen. Dies ergaben auch Zugversuche von Kriechbaum (1994).

Lin und Lee (1992) untersuchten ebenfalls die Festigkeit durchgebohrter Lochplatten im Vergleich mit Fasern, die durch einem Stahlkonus ausgelenkt und nachfolgend mit einer Matrix ausgesteift wurden (Abb. 2.15).

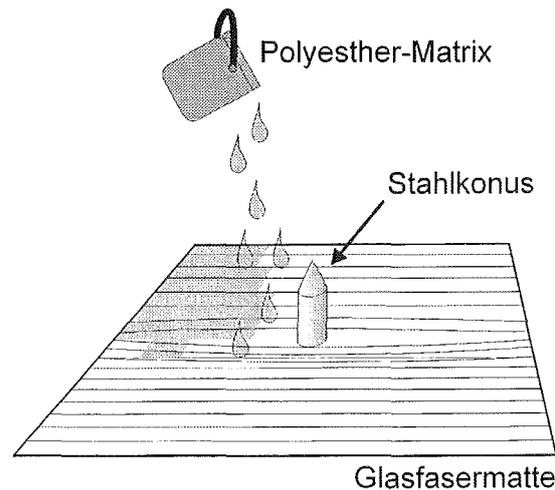


Abb. 2.15: Herstellung von optimierten Prototypen durch Einbringung eines Stahlkonus in eine Glasfasermatte nach Lin und Lee (1992).

Bei Zugversuchen an Lochplatten mit einer Querschnittsschwächung von 10 bis 40% wurde durch das Auslenken der Fasern, gegenüber dem Durchbohren der Platte, ein Festigkeitsgewinn von 28 bis 77% erreicht. Durch die Einbringung eines Konus in eine reine Faserstruktur wird der Kraftfluß der fertigen Probe jedoch nur näherungsweise nachvollzogen, da bei der Auslenkung der Fasern der Einfluß der Matrix nicht berücksichtigt wird. So erklärt sich die geradlinige Form der Fasern im Lochbereich. Lin und Lee (1992) simulierten ferner das Verhalten der Lochplatte durch das Anwenden der Stromlinientheorie und erkannten, daß eine Übereinstimmung des Faserverlaufes der Hergestellten Proben und der Berechnungen im matrixreichen Gebiet ober- und unterhalb des Loches nicht gegeben war. Die maximalen Normalspannungen wurden mit der FEM berechnet. Die Spannungsüberhöhung gegenüber der Nennspannung betrug im Kerbgrund bei durchtrennten Fasern 4,1, bei umgelenkten Fasern 3,9. Die Querdruckkräfte oberhalb und unterhalb des Loches lagen hingegen bei umgelenkten Fasern um rund 40% höher als bei durchtrennten Fasern. Der Betrag der Querspannungen lag jedoch sehr viel niedriger als bei den Spannungen im Kerbgrund, so daß kein Einfluß auf die globale Festigkeit der Probe vorlag.

Eine Erweiterung des Modelles wurde von Lin und Yang (1993) mit der Berechnung einer zirkulationsfreien Strömung (uniform flow-method) und mit einem erweiterten Stromlinienmodell (panel-method) vorgenommen, um die Simulation der umgelenkten Fasern zu verbessern. Als Maß für die Qualität der Berechnung wurde ein optischer Vergleich mit den Prototypen (Abb. 4.1) vorgenommen. Die „uniform-flow-method“, die von Lin und Lee (1992) angewandt wurde, wurde im Bereich hoher Matrixkonzentration als nicht hinreichend befunden, während bei der „panel-method“ auch in diesen Bereichen eine gute Übereinstimmung gefunden wurde. Die Wirkung jeglicher Querkräfte und der Querkontraktion in einem realen Faserverbund blieb bei der Einbringung des Konus in die unidirektional gestreckten Faserbündel auch hier unberücksichtigt.

Bei Gesprächen mit potentiellen Industriepartnern wurde deutlich, daß dort ein wirkliches kraftflußorientiertes Konstruieren noch nicht eingeführt ist (Mattheck und Reuschel, 1997, Mattheck et al. 1998). So wurde häufig eine Methode angegeben, die Moser (1992) in seinem verbreiteten Werk „Faser-Kunststoff-Verbund“ beschrieb: Er schlug als kraftflußgerechte Konstruktion die Verwendung von Laminatwerkstoffen mit parallelfaserverstärkten Einzelschichten unterschiedlicher Orientierung vor. Dies entspricht jedoch keinesfalls dem Sinne

hauptspannungstrajektorien gerechter Konstruktion, wie anhand der bereits vorgestellten Untersuchungen deutlich wurde.

Platts et. al. (1995), Jones und Platts (1996) und Makiyama und Platts (1996) benannten ebenfalls die Natur als Vorbild in Bezug auf optimale Faserverbunde. Sie beschrieben die Vorteile ohne praktische Ansätze zur Realisierung zu geben. Sie wiesen auf die bereits von Mattheck (1990, 1995) beschriebene Tatsache hin, daß durch einen Mechanismus des aktiven Erkennens von Spannungen oder Dehnungen die Natur sowohl in der Lage ist, Material kraftflußgerecht lokal anzulagern, als auch optimal zu orientieren. Die Fasern werden dabei so verteilt, daß sie die Last optimal aufnehmen, wobei ein Fasernetzwerk entsteht, welches keine Matrix benötigt. Die Matrix dient lediglich dazu, die Fasern zu verkitten.

2.4.2 CAIO (Computer Aided Internal Optimization)

Am Forschungszentrum Karlsruhe wurde von Kriechbaum (1994) das FEM-gestützte Computerprogramm CAIO entwickelt, welches für zweidimensionale Bauteile die Richtung des größten Elastizitätsmoduls in Richtung der Hauptspannungstrajektorien ausrichtet. Die Grundidee wurde dabei der Natur abgeschaut und anhand einer Rechnung das Arrangement der Stammfasern eines Baumes um eine Astanbindung nachvollzogen. Das Verfahren beruht auf dem folgenden schrittweisen Vorgehen:

1. Erzeugung einer Finite-Elemente-Struktur des interessierenden Bauteiles. Definition eines Ausgangs-Arrangementes für die Orthotropieachsen des Materials (Bei einfachen Modellen unidirektionale Ausrichtung in Richtung des Kraftflusses)
2. Durchführung einer Finite-Elemente-Analyse um die Spannungsverteilung zu ermitteln.
3. Berechnung von Drehwinkeln aus den Hauptnormalspannungsrichtungen eines jeden Elementes mit Hilfe des CAIO-Moduls. Mit Hilfe der Ergebnisse der Finite-Elemente-Analyse werden für jedes Element der Struktur die Drehwinkel berechnet und einer Datei ausgegeben.
4. Editieren einer Musterdatei, in die die Neuberechneten Orientierungen eingearbeitet werden.
5. Erstellen einer neuen Inputdatei für die zweite (i-ten) Spannungsanalyse mit der FEM.
6. Editieren der Inputdatei für den nächsten Berechnungsdurchgang mit CAIO.

(Optional grafische Darstellung der Orthotropieeigenschaften mit den Daten der Winkeldatei. Darstellung der Orthotropiedaten als Faserverläufe in der Struktur)

7. Erneute Finite-Elemente-Analyse mit den aufbereiteten Ergebnissen aus der Winkeldatei. Anhand der Neuberechneten Spannungsverteilung ist die Reduktion der Schubspannungen in Relation zur vorhergehenden Finite-Elemente-Analyse zu gewinnen. Bei befriedigender Reduktion der maximalen Schubspannungen kann die Optimierung an dieser Stelle beendet werden. Im anderen Falle kann der Benutzer die Prozedur bei Schritt 3 fortführen und weitere Iterationen durchführen.

Weitergehende Informationen sind der Arbeit von Kriechbaum (1994) zu entnehmen.

3 Mikroskopische und numerische Untersuchungen von Holzzellen

3.1 Mikroskopische Untersuchungen von Holzzellen

Als Grundlage zur mechanischen Analyse der Holzzelle wurden mikroskopische Untersuchungen an Querschnittsflächen von Bohrkernen aus schiefen Bäumen durchgeführt. An verschiedenen Spezies wurden in unterschiedlichen Höhen sowohl auf der Zug- als auch auf der Druckseite mit dem Zuwachsbohrer Bohrkern vom Durchmesser 5 mm entnommen. Diese wurden mit Hilfe eines Mikrotoms in 2-5 μm dicke Scheiben geschnitten. Es wurden Färbungen an den Präparaten vorgenommen, die Hinweise über den Lignin- und Celluloseanteil geben sollten. Die Ligninfärbung (rot) wurde mit Safranin, die Cellulosefärbung (blau) mit Astrablau erreicht¹. Die so präparierten Schnitte wurden unter dem Mikroskop vergrößert und photographiert.

In Abb. 3.1 sind Photographien einiger der untersuchten schiefen Bäume gezeigt. Festigkeitsuntersuchungen bezüglich radialer und tangentialer Biege- und Druckfestigkeit stark gekrümmter Buchen zeigten, daß Bäume dazu in der Lage sind, die lokale Festigkeit der mittleren äußeren Belastung anzupassen und daß Korrelationen zwischen den einzelnen Festigkeiten bestehen (Zipse, 1997).

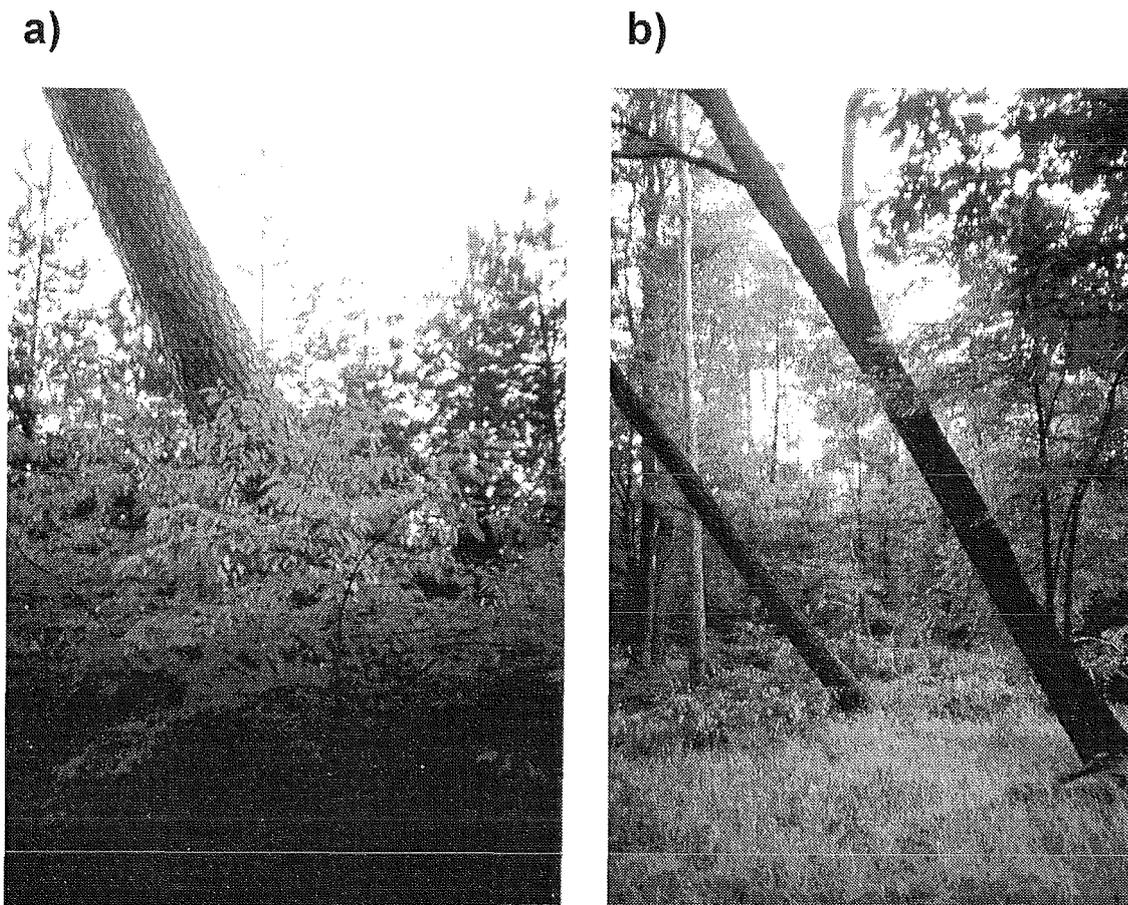
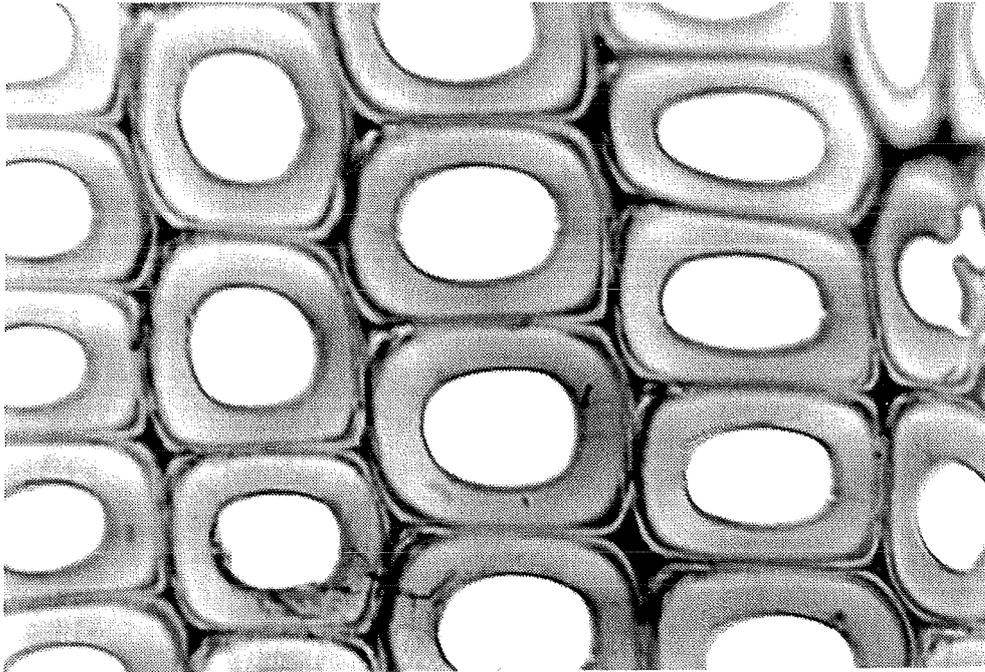


Abb. 3.1: a) Schiefstehende Kiefer, b) schiefstehende Robinen.

¹ Einige der Präparate wurden freundlicherweise durch Herrn Dr. F. W. M. R. Schwarze, vom Institut für Forstbotanik, der Universität Freiburg, hergestellt.

In Abb. 3.2 sind mikroskopische Aufnahmen von Holzzellen der in Abb. 3.1 a) gezeigten, schiefstehenden Kiefer dargestellt. Auf der Druckseite wird die abgerundete Form der Zellen deutlich, auf der Zugseite nehmen die Zellen eine deutlich eckigere Form an. Die Zellwanddicke der Sekundärwand ist bei beiden Schnitten etwa gleich groß. Die drei Schichten S1, S2 und S3, aus denen sich die Sekundärwand zusammensetzt, können visuell unterschieden werden. Die S1 und die S3 treten in Abb. 3.2 als einhüllende Linien der S2 in Erscheinung. Die Mittellamelle, die sich zwischen den Zellen befindet, ist als dunkle Fläche zu erkennen.

a)



b)

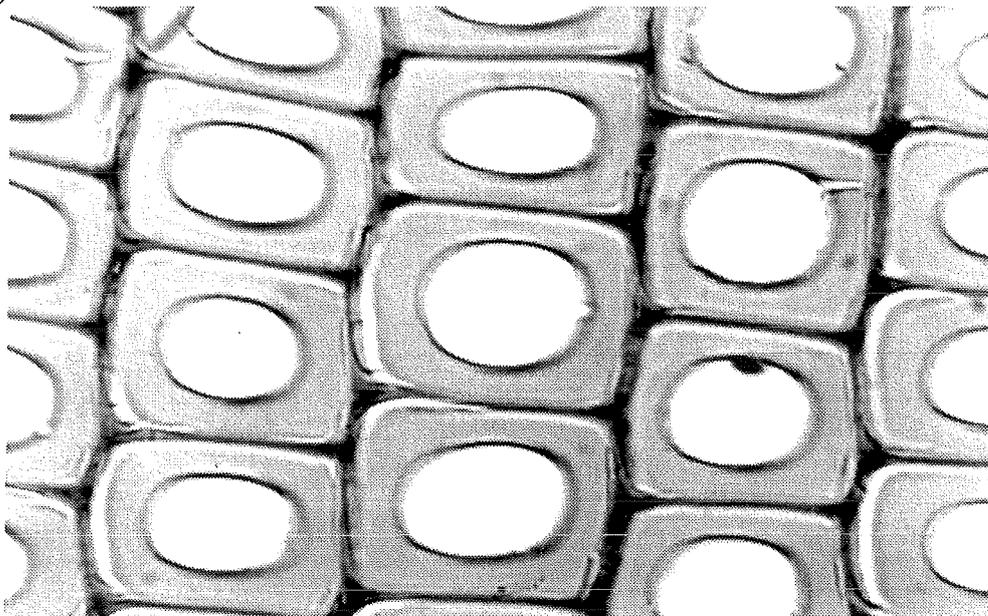


Abb. 3.2: Mikroskopische Aufnahmen des Querschnittes von Holzzellen a) aus dem druckbelasteten Stammbereich, b) aus dem zugbelasteten Stammbereich (Kiefer, Aufnahme in 40-facher Vergrößerung).

Die Geometrie des Frühholzes weist eine viel weitlumigere Struktur, als die des Spätholzes auf (Abb. 3.3). Mit Hilfe des Computerprogrammes Photopaint (Corel-Coorp., 1998) wurde an mikroskopischen Querschnitten der Anteil der Zellwand in Relation zur Gesamtquerschnittsfläche der Zellen bestimmt. Dazu wurden die Originalbilder zunächst in Graustufen umgewandelt und nachfolgend per Histogramm ausgewertet. Der Anteil des Zellwandquerschnittes beträgt bei der untersuchten Kiefer im Mittel im Frühholz rund 40%, im Spätholz rund 84%. Daraus resultiert bei gleichen Materialkonstanten der Zellwände eine größere Steifigkeit und Festigkeit der Spätholzzellen.

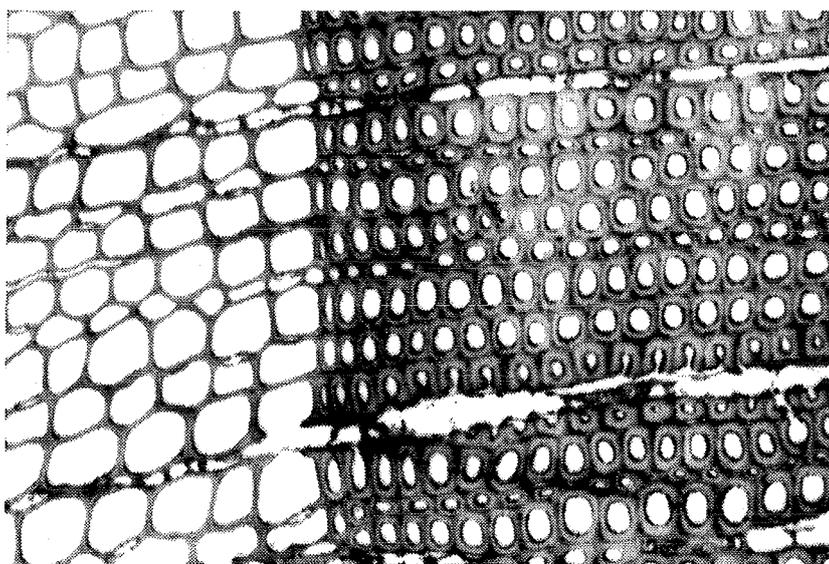


Abb. 3.3: Die Geometrie und Zellwanddicke ändert sich von Frühholz (linke Seite) zu Spätholz (rechte Seite) sehr stark (Kiefer, Aufnahme in 20-facher Vergrößerung).

In Abb. 3.4 ist eine schematische Darstellung der Materialverteilung eines schiefstehenden Baumes gegeben. An einer Buche wurden entsprechend der Markierungen in Abb. 3.4 Bohrkern entnommen. Ein gesättigter Farbton kennzeichnet einen überproportionalen Anteil eines Stoffes, bedeutet jedoch nicht, daß ausschließlich dieser Stoff vorliegt.

In Abb. 3.5 und 3.6 sind acht lichtmikroskopische Aufnahmen von Querschnitten einer schiefstehenden Buche, gemäß der Markierungen in Abb. 3.4, mit 14- bis 20-facher Vergrößerung abgebildet². Dabei zeigen die Bilder 3.5 a-d Zugholz, die Bilder 3.6 a-d Druckholz. Die Blaufärbung (helle Grautöne) durch Astrablau weist auf einen hohen Zelluloseanteil, die Rotfärbung (dunkle Grautöne) durch Safranin auf einen hohen Ligninanteil der Zellwand hin. Im Zugbereich des Holzes, in Abb. 3.5 a-d, ist eine zunehmende Einfärbung des Spätholzes durch Astrablau von oben nach unten zu erkennen. Dies entspricht einem steigenden Anteil an Cellulose. Im Bereich der größten Krümmung nimmt die Zellwand im Spätholz die intensivste Blautönung ein. Im Frühholz überwiegt die Rötffärbung, die auf einen erhöhten Ligninanteil hinweist, nahezu unabhängig vom Ort. Im Druckbereich des Holzes, in Abb. 3.6 a-d, ist eine weitgehend gleichbleibend intensive Rotfärbung, also ein sehr hoher Ligninanteil festzustellen, wobei die Jahresringbreite ebenfalls auch von oben nach unten zunimmt. Quantitative Aussagen können mit dieser Art der Färbung nicht getroffen werden.

² Die lichtmikroskopischen Aufnahmen wurden freundlicherweise von den Herren Dr. K.-H. Weber und K. Götz, Forschungszentrum Karlsruhe, zur Verfügung gestellt.

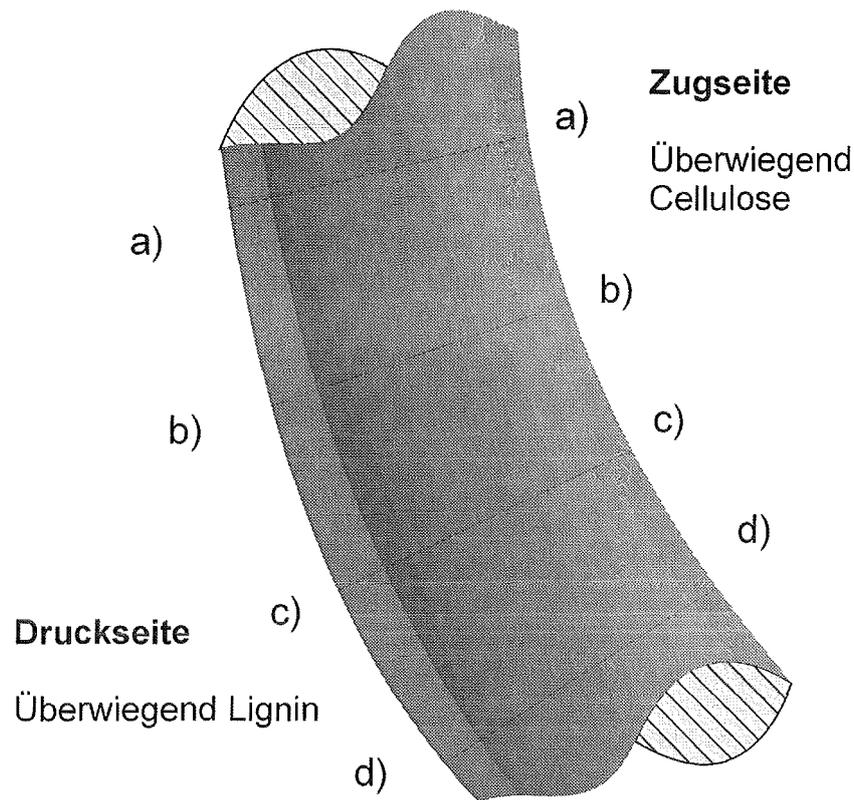


Abb. 3.4: Schematische Darstellung der Verteilung von Lignin und Cellulose in einem schiefen Baumstamm, a)-d) Entnahmestellen von Bohrkernen aus den Zug- und Druckholz: a) 3m, b) 1.5m, c) 1.0m, d) 0.5m über dem Grund.

Wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, wird das Lignin zwischen den Cellulosefibrillen eingelagert und dient unter anderem der Erhöhung der Druckfestigkeit. Dies wird erreicht, obwohl Lignin einen deutlich niedrigeren Elastizitätsmodul als Cellulose aufweist. Daher wird ein Zusammenhang dieser Druckfestigkeitserhöhung mit den spezifischen Eigenschaften des Faserverbundwerkstoffes Holz, der hauptsächlich aus den Stoffen Cellulose, Hemicellulose und Lignin besteht, vermutet. Über Einfluß des Lignins auf den Schubmodul des Faserverbundes konnten in der einschlägigen Literatur keine quantitativen Aussagen gefunden werden. Anzunehmen ist, daß die Verklebung der Cellulosefibrillen durch Lignin, welche die Druckfestigkeit nachweislich erhöht, dies nicht zuletzt durch die Behinderung der Relativbewegung der Fibrillen erreicht. Nimmt man gedanklich ein verdrehtes Hanfseil und belastet dies auf Druck, so knickt dieses sofort seitlich aus, da eine große Relativbewegung zwischen den Fasern möglich ist. Verklebt man die Fasern dieses Seiles jedoch untereinander mit einem Klebstoff, der seinerseits einen wesentlich niedrigeren Elastizitätsmodul als die Fasern haben kann, so ist die Relativbewegung stark behindert und das Seil verhält sich wesentlich stabiler. Die Verklebung nimmt Schubspannungen zwischen den Fasern auf. Dies kann als eine Erhöhung des Schubmoduls interpretiert werden. Die überproportionale Anlagerung von Cellulose im Zugholz führt zu einer optimalen Ausnutzung der Eigenschaften der Cellulosefibrillen, da diese eine sehr hohe Zugfestigkeit aufweisen.

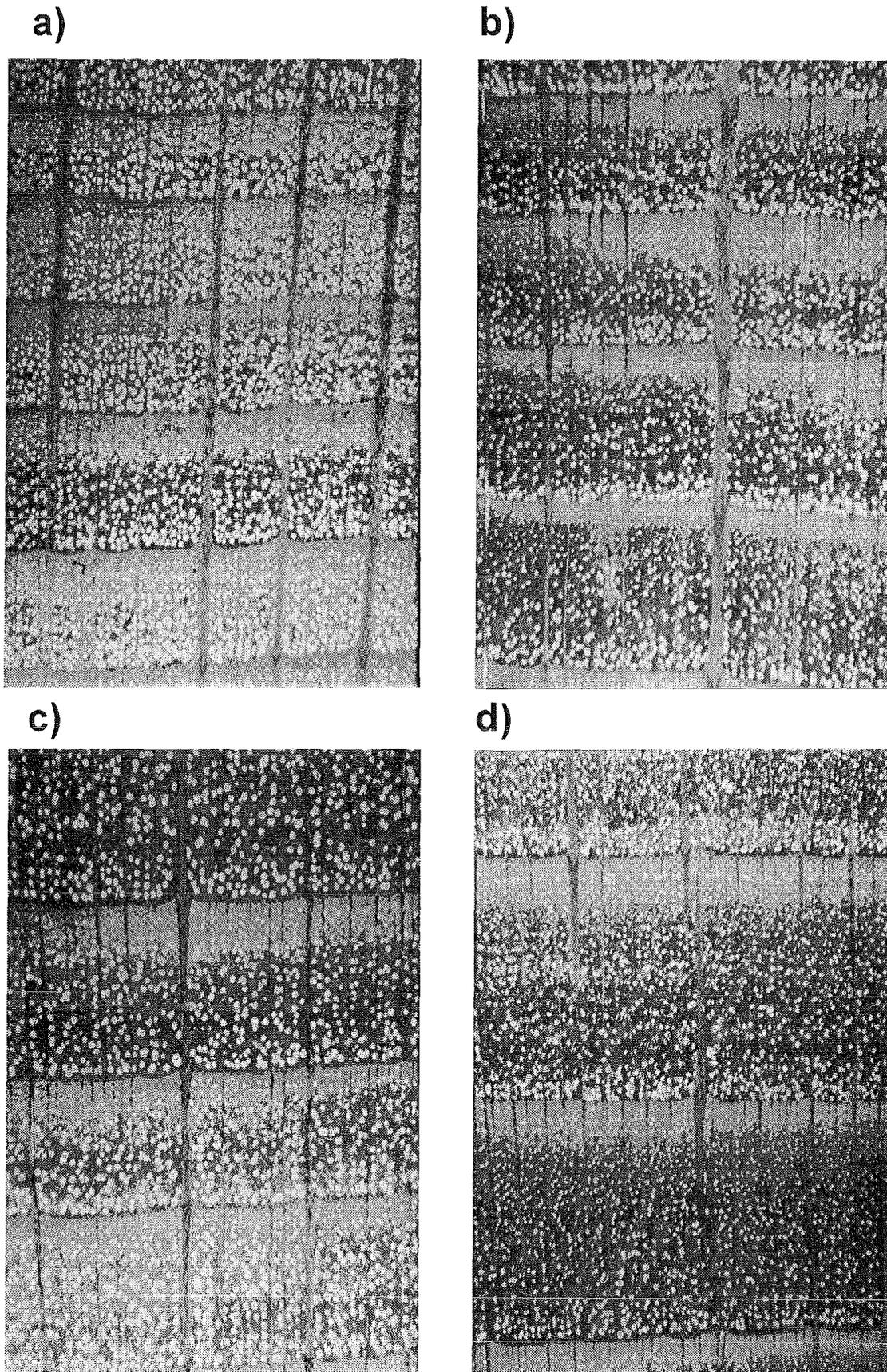


Abb. 3.5: Mikroskopische Schnitte von der Zugseite einer schiefen Buche. Die Proben wurden aus verschiedenen Höhen des schiefstehenden Stammes entnommen (siehe Abb. 3.4). (Mikroskopische Schnitte und Photographien: Dr. K.-H. Weber, K. Götz).

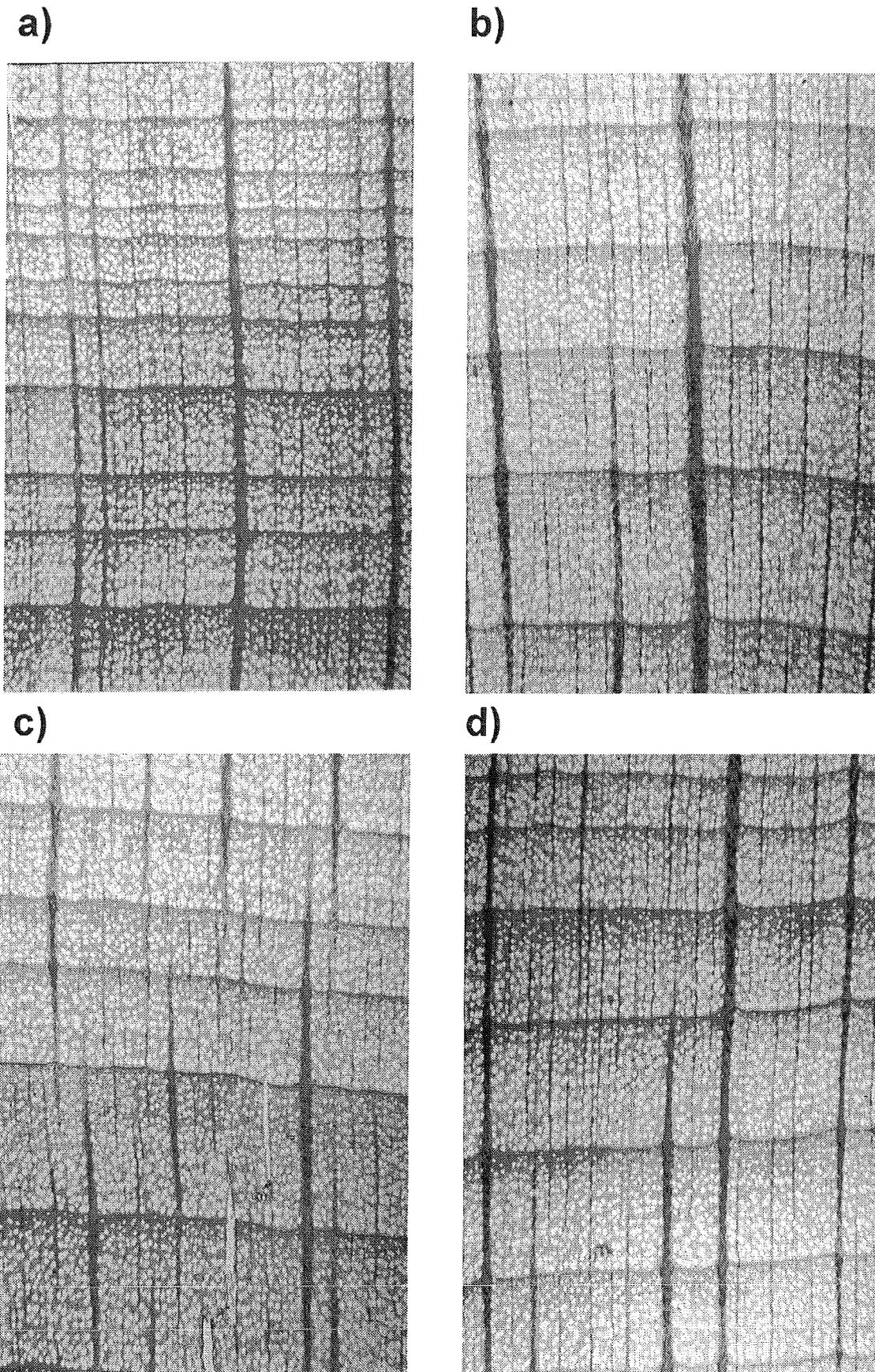


Abb. 3.6: Mikroskopische Schnitte von der Druckseite einer schiefen Buche. Die Proben wurden aus verschiedenen Höhen des schiefstehenden Stammes entnommen (siehe Abb. 3.4). (Mikroskopische Schnitte und Photographien Dr. K.-H. Weber, K. Götz)

3.2 Numerische Lösung für den transversal isotropen Zylinder

In der Literatur, die sich mit der mechanischen Analyse der Holzzelle befaßt, konnte kein dreidimensionaler mathematischer Ansatz mit den geforderten Randbedingungen der Berücksichtigung der helikalen Steigung einer jeden Zellwandschicht, verschiedener Belastungsmodi (Zug, Druck, Innendruck) und transversalisotropen Materialeigenschaften gefunden werden. Daher wurde im Rahmen einer Diplomarbeit (Schatz, 1998) eine Literaturrecherche bezüglich einer ähnlich gelagerten Aufgabenstellung durchgeführt. Nach intensiver Suche konnte ein Modell gefunden werden, welches sich auf das vorliegende Problem anpassen ließ. Die Motivation zur Entwicklung dieses Lösungsverfahrens resultierte aus der Problematik, daß mechanische Verhalten eines von einem Geflecht aus Kunststoffisolatoren umwickelten Metallkabels unter verschiedenen Lastbedingungen zu beschreiben. Die Isolatoren sind dabei mehrschichtig in helikalen Wicklungen übereinandergelegt. Für diesen mehrschichtigen, rotationssymmetrischen Zylinder aus transversalisotropem Material leiteten Blouin und Cardou (1989) einen mathematischen Ansatz her, der es erlaubt, Spannungen und Verschiebungen für die axialsymmetrischen Lastfälle axialer Zug, axialer Druck, Torsion um die Längsachse und Innen- bzw. Außendruck zu berechnen.

Das Modell nimmt folgende Einschränkungen in Anspruch:

- Es wird von einem (unendlich) langen Zylinder ausgegangen.
- Es treten rein elastische Deformationen auf.
- Schubspannungen treten nur in tangential-longitudinaler Richtung auf.
- Es tritt keine Verwölbung des Zellquerschnittes in Längsrichtung auf.
- Die Wandschichten sind fest miteinander verbunden.

Die Holzzelle kann näherungsweise ebenfalls als kreissymmetrischer, mehrschichtiger Zylinder aus transversalisotropem Material angesehen werden. Die verschiedenen Zylinderschichten sind miteinander fest verbunden und können in axial-tangentialer Richtung Schubspannungen aufnehmen.

Die Grundgleichung der Spannungs-Dehnungsbeziehungen für einen solchen Körper, die als Hook'sches Gesetz bezeichnet wird, lautet:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (3.1)$$

Die Spannungen werden mit σ bezeichnet, die Dehnungen mit ε und die Elastizitätskonstanten mit C . Für ein isotropes Material kann das Elastizitätsgesetz mit Hilfe der Lamé'schen Konstanten λ und μ in Form einer konstitutiven Gleichung ausgedrückt werden:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.2)$$

In dieser Gleichung steht δ als Kroneckersymbol mit der Bedeutung $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$. Nach Verma und Rana (1983) gilt für einen transversalisotropen Werkstoff mit linear-elastischem Werkstoffverhalten die konstitutive Gleichung:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu_T \varepsilon_{ij} + a(n_k n_i \varepsilon_{kl} \delta_{ij} + n_i n_j \varepsilon_{kk}) + 2(\mu_L - \mu_T)(n_i n_k \varepsilon_{kj} + n_j n_k \varepsilon_{ki}) + \beta n_i n_j n_k n_l \varepsilon_{kl} \quad (3.3)$$

mit n als Einheitsvektor der Materialrichtung und $\alpha, \beta, \mu_L, \mu_T, \lambda$ als Materialparameter mit der Einheit einer Spannung. Diese fünf unbekannt Materialparameter lassen sich durch die Elastizitätskonstanten eines transversalisotropen Materials ausdrücken (Anhang C).

Unter axialsymmetrischer Last können nach Verma und Rana (1983) folgende Verschiebungsansätze im zylindrischen Koordinatensystem definiert werden:

$$u_r = u = Ur - r \quad (\text{Radialverschiebung}) \quad (3.4)$$

$$u_t = v = \phi zr \quad (\text{Tangentialverschiebung}) \quad (3.5)$$

$$u_l = w = \varepsilon z \quad (\text{Axialverschiebung}) \quad (3.6)$$

Dabei bewegt sich ein Punkt von (r, ψ, z) nach $(Ur, \psi + \phi z, \omega z)$. U ist eine dimensionslose Funktion von r , ϕ der Verdrehungswinkel pro Längeneinheit und ε die axiale Dehnung. Die Verschiebungen und Verzerrungen, die durch Differenzieren aus Gl. 3.4-3.6 gewonnen werden, lauten nach Blouin und Cardou (1989):

$$\varepsilon_r = U - 1 + \frac{dU}{dr} r \quad (\text{radiale Dehnung}) \quad (3.7)$$

$$\varepsilon_t = U - 1 \quad (\text{tangente Dehnung}) \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_l = \varepsilon \quad (\text{axiale Dehnung}) \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{tl} = \frac{1}{2} \phi r \quad (\text{tangential-longitudinale Verzerrung}) \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{rl}, \varepsilon_{rt} = 0 \quad (\text{radial-longitudinale/tangente Verzerrung}) \quad (3.11)$$

Im Folgenden wird die axiale Dehnung mit ε bezeichnet. Die Dehnungen und Verzerrungen erfüllen alle Kompatibilitätsbedingungen. Das Gleichgewicht aller Kräfte am Volumen ist erfüllt, wenn gilt:

$$\int_A t_i dA + \int_V f_i dV = 0 \quad (3.12)$$

Dabei beschreibt t_i Oberflächenkräfte und f_i Volumenkräfte. Die Randbedingungen für den Hohlzylinder, daß die Radialspannung an der Innenseite gleich dem Innendruck und die radiale Spannung an der freien Oberfläche der Außenseite gleich Null sein muß, werden eingehalten. Durch die Anwendung der Cauchy'schen Formel und des Gauß'schen Satzes erhält man aus (Gl. 3.12):

$$t_{ji, j} + f_i = 0 \quad (3.13)$$

Die Spannungen berechnet man durch Einsetzen von Gl. 3.3 und Gl. 3.7-3.11 in Gl. 3.12. Es ist nach einigen Umformungen möglich, die Gleichgewichtsbedingung des beschriebenen Systems in einer einzigen Gleichung auszudrücken (Blouin und Cardou, 1989):

$$r^2 \frac{d^2 U}{dr^2} + 3r \frac{dU}{dr} + U \frac{C_{11} - C_{22}}{C_{11}} + \phi r \frac{2C_{14} - C_{24}}{C_{11}} + \omega \frac{C_{13} - C_{23}}{C_{11}} + \frac{C_{22} + C_{23} - C_{11} - C_{13}}{C_{11}} = 0 \quad (3.14)$$

C_{ij} sind Einträge der Steifigkeitsmatrix und somit indirekt aus den Elastizitätskonstanten zu berechnen (Anhang C), ferner gilt $\omega = \varepsilon + 1$, ϕ ist wiederum die Verdrehung pro Längeneinheit. Blouin und Cardou (1989) geben als eine allgemeine Lösung von Gl. 3.14 an:

$$U = q_1 r^{k_1} + q_2 r^{k_2} + a\phi r + b\varepsilon + 1 \quad (3.15)$$

Die Spannungen im Zylinder folgen aus :

$$\sigma_{11} = q_1 C_1 r^{k_1} + q_2 D_1 r^{k_2} + E_1 \phi r + F_1 \varepsilon \quad (3.16)$$

$$\sigma_{22} = q_1 C_2 r^{k_1} + q_2 D_2 r^{k_2} + E_2 \phi r + F_2 \varepsilon \quad (3.17)$$

$$\sigma_{33} = q_1 C_3 r^{k_1} + q_2 D_3 r^{k_2} + E_3 \phi r + F_3 \varepsilon \quad (3.18)$$

$$\tau_{23} = q_1 C_4 r^{k_1} + q_2 D_4 r^{k_2} + E_4 \phi r + F_4 \varepsilon \quad (3.19)$$

$$\tau_{12}, \tau_{13} = 0 \quad (3.20)$$

q_1 und q_2 sind Parameter, ϕ ist die Verdrehung des Zylinders, ε die axiale Dehnung, die Koeffizienten C_i , D_i , E_i , F_i und k_1 , k_2 können durch Einträge der Steifigkeitsmatrix C_{ij} bestimmt werden (Anhang C). Unterteilt man die Zellwand in n konzentrische Zylinder, so erhält man aus Gl. 3.15 insgesamt $2n+1$ Gleichungen, die sich in Matrixform folgendermaßen ausdrücken lassen:

$$[M]\{q\} = \phi\{X'\} + \omega\{W'\} + \{Y'\} \quad (3.21)$$

Der Übergang der Verschiebungen zwischen den Zylindern ist stetig. Innerhalb einer Zellwand weisen die Spannungen ebenfalls einen stetigen Verlauf auf. Diese Randbedingungen werden im Zylinderinneren eingesetzt. Die Randbedingungen am Innen- bzw. Außenradius lauten:

$$[M] = \begin{Bmatrix} C_1 r_i^{k_1} & D_1 r_i^{k_2} \\ C_1 r_a^{k_1} & D_1 r_a^{k_2} \end{Bmatrix}$$

$$\{X'\}^T = \begin{Bmatrix} -E_1 r_i & -E_1 r_a \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\{W'\}^T = \begin{Bmatrix} -F_1 & F_1 \end{Bmatrix}$$

$$\{Y'\}^T = \begin{Bmatrix} F_1 - p_i & F_1 - p_a \end{Bmatrix}$$

Durch Multiplizieren von Gl. 3.21 mit $[M^{-1}]$ erhält man die Beziehung:

$$\{q\} = \phi\{X\} + \omega\{W\} + \{Y\} \quad (3.23)$$

Es fehlen zur Lösung des Gleichungssystems nur noch ϕ und ω , wobei gilt $\omega - 1 = \varepsilon$. Diese Größen lassen sich mit Hilfe des Kräfte- und Momentengleichgewichts am Zylinder ermitteln:

$$N = \sum_{i=0}^n 2\pi \int_{r_{i-1}}^{r_i} \sigma_{33,i} r \, dr \quad (3.24)$$

$$M = \sum_{i=0}^n 2\pi \int_{r_{i-1}}^{r_i} \sigma_{23,i} r^2 \, dr \quad (3.25)$$

Durch Einsetzen von Gl. 3.18 und Gl. 3.19 in Gl. 3.24 bzw. Gl. 3.25 erhält man:

$$N = \omega N_1 + \phi N_2 + N_3 \quad (3.26)$$

$$M = \omega M_1 + \phi M_2 + M_3 \quad (3.27)$$

aus Gl. 3.26 und Gl. 3.27 folgt:

$$\phi = \frac{N_1(M-M_3)-M_1(N-N_3)}{(N_1M_2-M_1N_2)} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon = \frac{M-\phi M_2-M_3}{M_1} - 1 \quad (3.29)$$

Die Kräfte und Momente lassen sich durch Integrieren von Gl. 3.24 und Gl. 3.25 berechnen (Anhang C). Da nun alle Größen bekannt sind, lassen sich die Spannungen σ_{ij} aus Gl. 3.16-3.20 berechnen. Um die Spannungen auch im lokalen Koordinatensystem zu erhalten, müssen die Spannungswerte transformiert werden (Gross et al., 1995):

$$\sigma_{\xi} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos(2\varphi) + \tau_{12}\sin(2\varphi) \quad (3.30)$$

$$\sigma_{\eta} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos(2\varphi) - \tau_{12}\sin(2\varphi) \quad (3.31)$$

$$\tau_{\xi\eta} = -\frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{12})\cos(2\varphi) + \tau_{12}\sin(2\varphi) \quad (3.32)$$

Die aufgeführten Gleichungssysteme wurden in einem Computerprogramm in der Programmiersprache Fortran 90 umgesetzt und auf die Anforderungen zur Berechnung der Holzzelle angepaßt. Das Programm ermöglicht es, die Zellwand über den Radius in nahezu beliebig viele Abschnitte zu unterteilen und so den Spannungsverlauf sehr genau zu bestimmen. Das Programm wurde im Rahmen einer Diplomarbeit (Schatz, 1998) entwickelt und für eine Zelle ausgelegt, die aus drei Schichten besteht, mit der Möglichkeit, jeder Einzelschicht einen beliebigen Spiralwinkel zuzuweisen. Es wurde mit einer Einteilung von 40 Berechnungspunkten über dem Radius der Zelle gerechnet. Das Modell wurde nachfolgend dahingehend erweitert, spezifisches transversalisotropes Material in jeder Einzelschicht zu definieren und automatisierte Parameterstudien durchzuführen, bei denen zwei Parameter über ihren gesamten Geltungsbereich variiert werden und eine automatische Datenkonvertierung in ein zweidimensionales FE-Format generiert wird. Ein Beispielinput ist in Anhang D aufgeführt. Eingabedaten sind:

- Geometrie (Radien der Zellwandschichten)
- Materialkonstanten (E-Moduli, Schubmodul und Querkontraktionszahlen je Zellwandschicht)
- Fibrillenwinkel je Zellwandschicht
- Belastung der Zelle (Zug, Druck, Innendruck, Außendruck, Torsion)
- Randbedingungen (radiale Fixierung oder Zwangsverschiebung)
- Berechnungsparameter bezüglich der Optimierung
(Fixierung einzelner Fibrillenwinkel, Angabe, ob Berechnung bei einer fixen Winkelkonstellation durchgeführt werden (Ausgabe der Daten über dem Zellwandradius) oder eine ein- bzw. zweiparametrische Analyse mit automatischer Datenkonvertierung durchgeführt werden soll.

3.3 Numerische Untersuchungen von Holzzellen

In dieser Arbeit wurde ein theoretischer Ansatz für die Berechnung einer dreischichtigen Zelle verfolgt, welcher die dreischichtige Sekundärwand einer konzentrischen Zelle mit unterschiedlichen Spiralwinkeln der Fibrillen der S1-, S2- und S3-Schicht berücksichtigt. Die Grundlagen des Modelles wurden in Kapitel 3.2 vorgestellt. Durch die Anwendung des Fortranprogrammes reduziert sich der zeitliche Aufwand für Berechnung und Auswertung gegenüber der FEM um mehrere Größenordnungen. Dennoch wurden auch mit der FEM Analysen durchgeführt, da nur dadurch einige Randbedingungen berücksichtigt und Zelleigenschaften umgesetzt werden konnten.

Ziel der Untersuchungen war es, unter der Voraussetzung verschiedener Optimierungskriterien durch die Betrachtung der Spannungen und Dehnungen einer Holzzelle sowie aus einfachen Stabilitätsbetrachtungen, Aussagen über ein optimales Fibrillenarrangement bezüglich unterschiedlicher Lastfälle zu definieren.

Als Optimierungskriterien bei konstanter Last und variierenden Fibrillenwinkeln bzw. Materialeigenschaften wurde nach Münch (1938), Mark und Gillis (1970) sowie Booker (1995, 1996) definiert, daß (siehe auch Abb. 3.7):

- bei axialer Zugbelastung die Fibrillen aller Zellwandschichten in ihrer Längsrichtung auf Zug beansprucht werden, da dies für Fasern der optimale Lastfall ist.
- bei axialer Zugbelastung die Fibrillen aller Zellwandschichten quer zur Faserrichtung auf Druck beansprucht werden, um eine Trennung der Fibrillen voneinander zu erschweren.
- bei axialer Druckbeanspruchung die Fibrillen der inneren und äußeren Zellwandschichten der Sekundärwand, die S1 und S3, auf Zug beansprucht werden. Auf diese Weise können die in der S2 auftretenden Druckspannungen in der Beplankung der Zellwand aufgenommen werden. Die hohe Zugfestigkeit der Fibrillen wird so in der S1 und der S3 optimal ausgenutzt.
- bei axialer Druckbeanspruchung die Fibrillen aller Zellwandschichten Querdruck erfahren (siehe Querfasern mit axialer Zugbelastung)
- bei innendruckbelasteten Zug- bzw. Druckholzzellen, deren Aufgabe primär in einer axialen Längenänderung zum Aufrichten des Stammes oder von Ästen besteht, wurde ferner vorausgesetzt, daß die axiale Längenänderung ein Maximum erreicht und die Zelle somit ein Höchstmaß an Effizienz beim Aufrichtvorgang aufweist. (siehe Kap. 2.1.3)

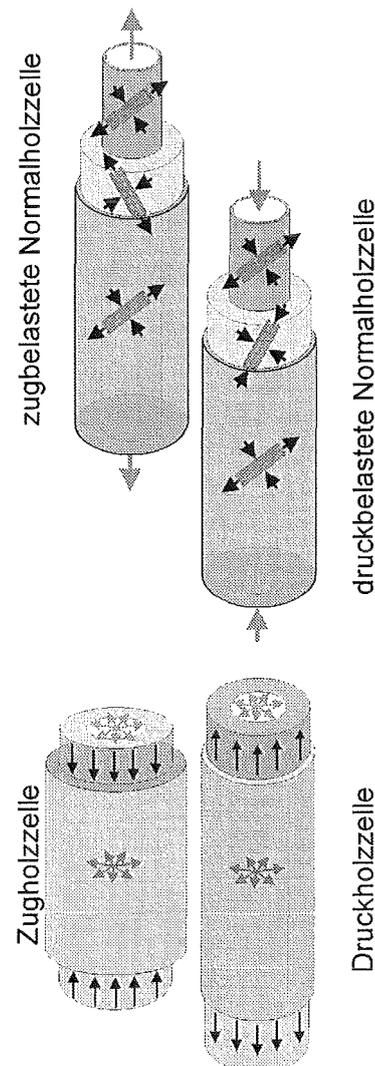


Abb. 3.7: Optimierungskriterien in Abhängigkeit der Belastung.

3.3.1 Modellierung einer Holzzelle

Das Modell geht von linear-elastischem Materialverhalten aus und vernachlässigt die Schubspannungen in radial-tangentialer Richtung sowie in radial-axialer Richtung. Anhand vergleichender Berechnungen mit dem FE-Programm ABAQUS (Hibbitt et al., 1998), konnte sichergestellt werden, daß diese Spannungen tatsächlich vernachlässigbar sind und mehrere Größenordnungen unter den typischen Spannungen liegen. Ebene Querschnitte bleiben auch bei Belastung eben, d. h. die axiale Dehnung ist über den Radius konstant (Innes, 1994). Es wird ferner von einem langen konzentrischen Zylinder ausgegangen, bei dem keine Abhängigkeit der betrachteten Größen vom Ort entlang der Achse besteht. Die Länge einer Holzzelle beträgt tatsächlich mehr als das 50- bis 100-fache des Durchmessers (Münch, 1938; Wagenführ, 1989; Innes, 1994). Die Spannungen können daher zu Recht longitudinal als unabhängig vom Ort angesehen werden. Daraus resultiert, daß Längeneffekte in Bezug auf die Spannungen vernachlässigt werden können und eine homogene Spannung über die Zelllänge angenommen werden darf.

Für die Materialkonstanten wurde die von Mark und Gillis (1970) berechneten Werte für eine Holzzelle herangezogen (Kapitel 2.1.3). Für die Zellgeometrie wurde ein mittleres Maß einer Normalholzzelle gewählt (Sell et al., 1996; Schatz, 1998). Der Innenradius der Zelle beträgt $9.6 \mu\text{m}$, der Außenradius $15,0 \mu\text{m}$. Die S2-Wand weist, soweit nicht anders angegeben, eine Dicke von $4,5 \mu\text{m}$ auf, die S1 und S3 jeweils $1/10$ dieses Wertes. Als Last wurde ein axialer Längszug, Längsdruck oder Innendruck in Höhe von 1000 N/mm^2 definiert. Dieser Betrag führt bei allen Modellen zu geringen Deformationen, welche eine Voraussetzung für das verwendete linear-elastische Modell sind. Die FEM wurde dort eingesetzt, wo das Zellberechnungsprogramm die erforderlichen Randbedingungen nicht erfüllen konnte (tangentiale Einspannung der Zylinderaußenseite, Einbringen radialer Verstärkungsstrukturen, Betrachtung der Zelle als geschlossener Druckbehälter) sowie zur Verifikation der Ergebnisse.

Auf eine axiale Einspannung des FE-Modelles konnte aus Symmetriegründen verzichtet werden, da bei axialen Lasten sowohl die Oberseite, als auch die Unterseite des Modelles belastet wurde und somit in axialer Richtung Gleichgewicht herrschte (Abb. 3.7). Auch bei Innendruck konnte auf eine fixe Einspannung verzichtet werden. Im Falle geringfügiger, resultierender Kraftkomponenten in radialer Richtung wurde eine extrem weiche Feder mit dem Modell verbunden, so daß der Anteil der radialen Verschiebungen aufgrund der nicht vorhandenen festen Einspannung verschwindet.

In Abb. 3.8 ist das FE-Modell abgebildet. Im Folgenden wird die Farbgebung dieses Modelles beibehalten, d.h. die S1 wird, wie schon in Abb. 3.7, in der grafischen Darstellung mit einem dunklen Grauton gekennzeichnet, die S2 mit einem hellgrauen Ton, die S3 mit einem ebenfalls dunklen Grauton. Auf diese Weise soll dem nicht in der Materie vertieften Leser der Einstieg in die komplizierte Materie erleichtert werden.

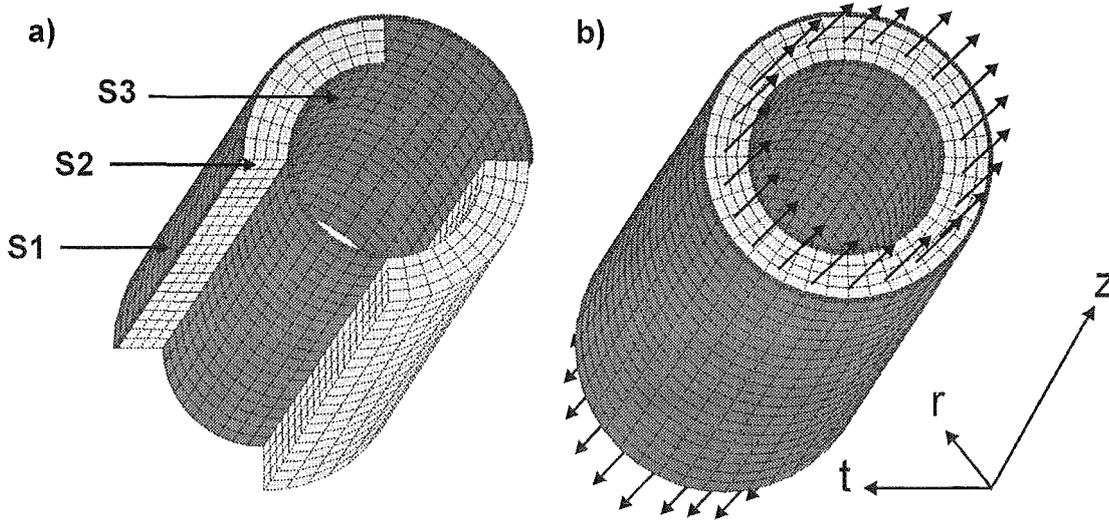


Abb. 3.8: Finite-Elemente-Modell der Holzzelle mit dreischichtigem Aufbau der Zellwand. a) Bezeichnung der Wandschichten, b) axiale Belastung und Koordinatensystem.

Die betrachteten Größen im globalen Koordinatensystem (Zylinderkoordinatensystem) wurden mit dem Buchstabenindex $\{r,t,z\}$ versehen, die Größen des lokalen Koordinatensystems (helikales Koordinatensystem) wurden mit Ziffern indiziert $\{1,2,3\}$ (Abb. 3.9). Spannungen werden gemäß der Definition des Spannungstensors mit einer Doppelindizierung versehen $\{11,12,\dots,33\}$. Der Winkel α beschreibt den Winkel zwischen der Fibrillenlängsrichtung und der Zellachse. Er wird von der Zellachse aus gemessen und beträgt parallel zur Zellachse 0° (Abb. 3.9).

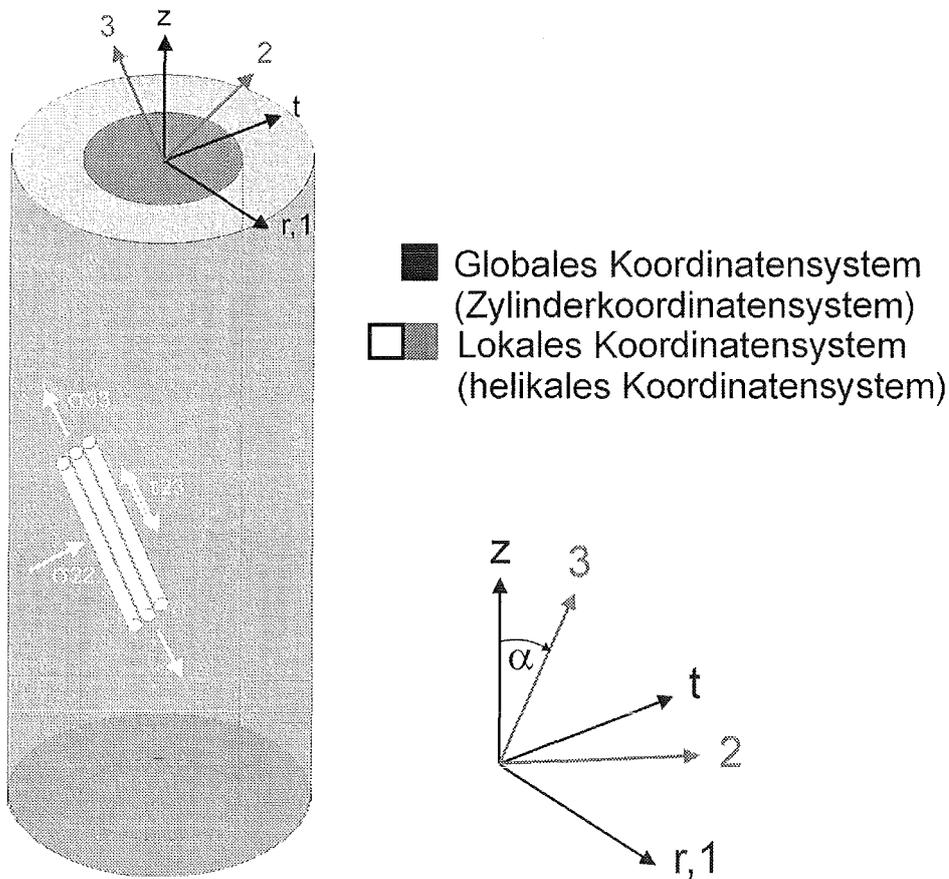


Abb. 3.9: Schematische Darstellung des Zellmodells und der verwendeten Koordinatensysteme.

Um ein Verständnis für die grundlegenden Eigenschaften der Holzzelle zu erarbeiten, wurden bei der Analyse zunächst vereinfachende Annahmen getroffen. Als erster Schritt wurde eine isotrope Zelle mit nur einer Wandschicht betrachtet. Im zweiten Schritt der Analyse wurde dem Zellmodell transversalisotropes Material zugewiesen, nachfolgend eine Zelle mit drei Wandschichten und transversalisotropem Material betrachtet.

3.3.2 Einschichtiges Zellmodell mit isotropem Material

Als Materialwerte für die Simulation der isotropen Holzzelle wurden der E-Modul und die Querkontraktionszahl für eine aus Fibrillen bestehende Zelle, nach Mark und Gillis (1970) (Tabelle 2.3), gewählt: $E=137.0$ GPa, $\nu=0.3$.

Der Schubmodul ergibt sich aus:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Die analytische Lösung für die axiale Verformung ε_z ergibt sich bei axialer Zugbelastung aus:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)] \quad | \quad \sigma_x = 0, \sigma_y = 0 \quad (\text{einachsiger Spannungszustand})$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{1000}{137000} = 0,007299$$

Die rechnerische Lösung mit Hilfe der FEM führt exakt auf das gleiche Ergebnis. Die Querkontraktion bewirkt dabei eine Verringerung der Wandstärke. Die innere und die äußere Zellwand verschieben sich radial in Richtung des Zellmittelpunktes. Es treten dabei lediglich axiale Zugspannungen auf. Folglich herrscht ein einachsiger Spannungszustand. Der Verlauf der Schubspannungen des isotropen Körpers in beliebigen Schnittebenen ist in Abb. 3.10 dargestellt. Die Schnittebenen werden dabei als äquivalente Fibrillenrichtungen eines orthotropen Körpers betrachtet. Die maximalen Schubspannungen treten in der Schnittebene von 45° zur Zellachse der isotropen Zelle auf.

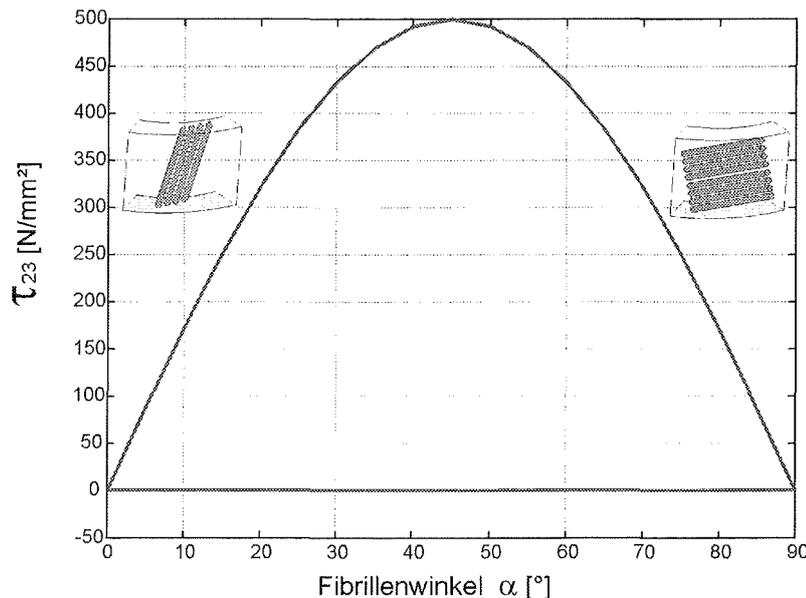


Abb. 3.10: Schubspannungen in der Zellwand in Abhängigkeit der Schnittebene, deren Richtung dem Fibrillenwinkel entspricht.

Bei Belastung mit axialem Druck kehren sich die Spannungen und Dehnungen im Vorzeichen um. Die Beträge aller Größen bleiben gleich. Die Wanddicke der Holzzelle nimmt entsprechend zu und die Zelle wird axial verkürzt.

Bei Innendruck dehnt sich die Zelle radial aus. Zur Verifikation der Ergebnisse des Zellberechnungsprogrammes und des FE-Modelles werden diese mit der analytischen Lösung für einen isotropen Hohlzylinder unter Innendruck verglichen:

$$\sigma_r = p_i \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(\frac{r_a^2}{r^2} - 1 \right)$$

$$\sigma_t = p_i \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left(\frac{r_a^2}{r^2} + 1 \right)$$

Ist der Zylinder geschlossen, treten zudem axiale Spannungen von folgender Größe auf:

$$\sigma_z = p_i \frac{r_i^2}{r_a^2 - r_i^2}$$

Als Lösung für den Zylinder ergibt sich in Tabelle 3.1 mit $r_i=9,6 \mu\text{m}$, $r_a=15 \mu\text{m}$, $p_i=1000 \text{ N/mm}^2$:

Spannung	$\sigma_{r,innen}$ N/mm ²	$\sigma_{r,aussen}$ N/mm ²	$\sigma_{t,innen}$ N/mm ²	$\sigma_{t,aussen}$ N/mm ²	σ_z N/mm ²
Analytische Lösung	-1.000	0,0	2.387	1.387	693
Zellberechnung	-1.000	0,2	2.387	1.387	- *
FEM-Lösung**	-961	-2,6	2.354	1.387	678

* nicht berechnet (das Modell geht von einer an den Stirnflächen offenen Zelle aus)

** Werte an den Integrationspunkten

Tabelle 3.1: Analytische und numerische Lösung für einen Hohlzylinder unter Innendruck.

Die analytischen Ergebnisse stimmen fast exakt mit denen des Zellberechnungsprogrammes und sehr gut mit der FE-Analyse überein. Bei Innendruck herrschen sowohl am Innen-, als auch am Außenrand des Zylinders Zugspannungen. Die radialen Spannungen entsprechen definitionsgemäß auf der Innenseite des Zylinders dem Innendruck und sind auf der freien Oberfläche der Außenseite gleich Null. Weitere Verifikationsbeispiele sind in der Diplomarbeit von Schatz (1998) aufgeführt.

Es kann für den Fall der isotropen Zelle zusammengefaßt werden, daß eine Optimierung von Spannungen oder Deformationen auf ein bestimmtes Ziel hin nur über die Wahl der Materialkonstanten möglich ist und ein Mechanismus der Fibrillenwinkel, der eine Optimierung erlaubt, nicht vorhanden ist.

3.3.3 Einschichtiges Zellmodell mit transversalisotropem Material

Als Materialkonstanten wurden für diese Studie nach Mark und Gillis (1970) die Werte einer Zelle mit 51% Celluloseanteil gewählt (Tabelle 2.3).

In Abb. 3.11 ist der Einfluß der Fibrillenordnung auf die tangentialen und radialen Spannungen erläutert. Der Elastizitätsmodul der Fibrillen ist in Längsrichtung wesentlich höher, als in Querrichtung (Verhältnis $\approx 1:20$). Betrachtet wird zunächst das Verhalten bei axialer Zugbelastung unter Berücksichtigung der definierten Fibrillenwinkel.

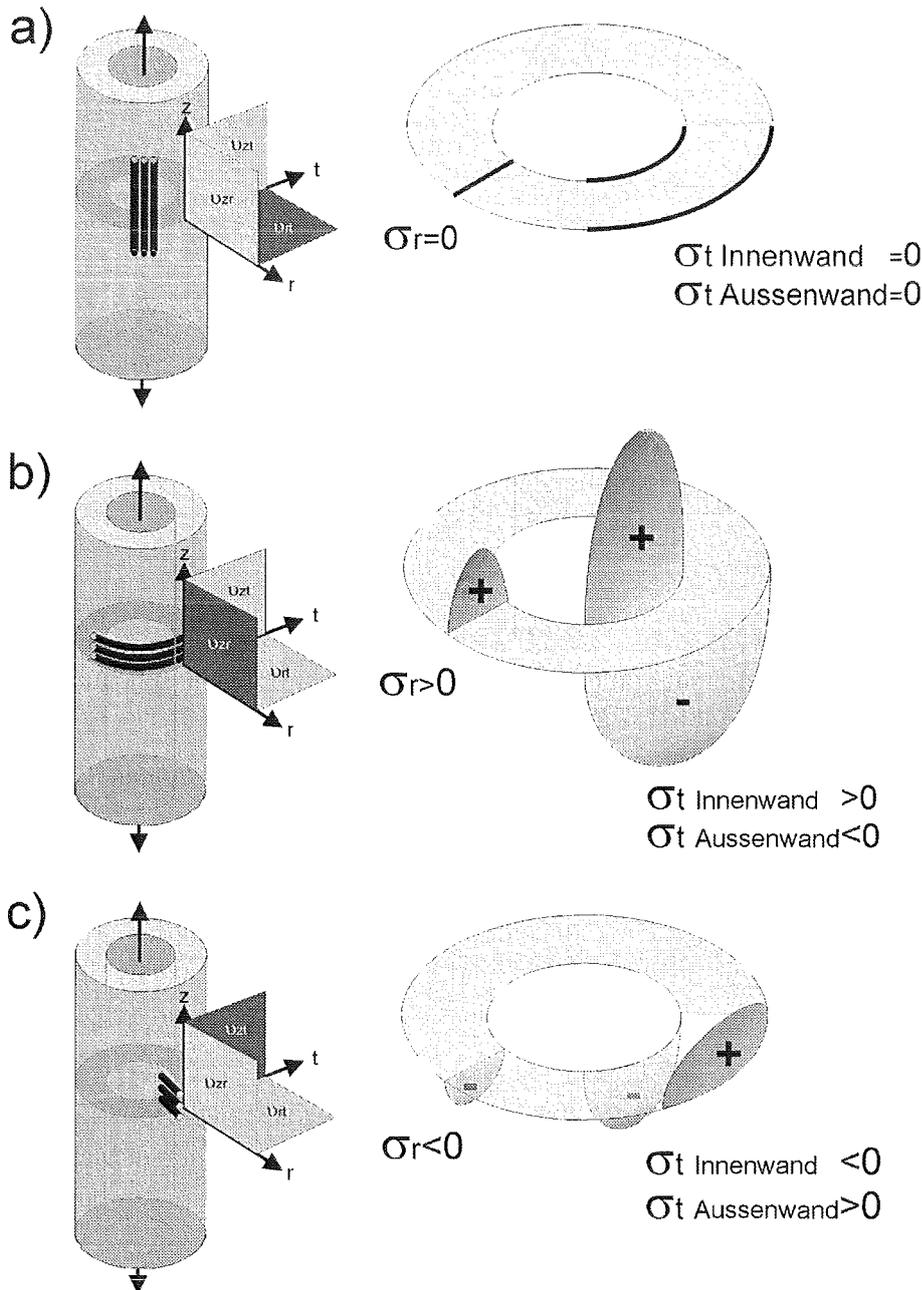


Abb. 3.11: Entstehung von Radial- und Tangentialspannungen bei einer transversalisotropen, axial zugbelasteten Zelle: a) Längsausrichtung der Fibrillen, b) Querverwicklung der Fibrillen, c) radiale Ausrichtung der Fibrillen. Die eingefärbten Ebenen im Koordinatensystem zeigen jeweils einen konstanten Wert der Querkontraktionszahlen an.

Bei einem Fibrillenwinkel von 0° und Zugbeanspruchung ergibt sich ein ähnliches Bild wie beim isotropen Zylinder, es herrscht ebenfalls ein einachsiger Spannungszustand. Die radiale Verschiebung der Wände hingegen und damit auch die Abnahme der Wandstärke weicht von der im isotropen Falle ab, da die Querkontraktionszahlen und die E-Moduli in den verschiedenen Richtungen unterschiedliche Beträge aufweisen. Bei der Indizierung der Querkontraktionszahlen in Abb. 3.11 bezieht sich der erste Index auf die Lastrichtung, der zweite Index bezeichnet die Richtung der Kontraktion (Ylinen, 1956).

Bei axialer Anordnung der Fibrillen treten weder radiale, noch tangential Spannungskomponenten auf (Abb. 3.11 a). Bei einer Drehung des Fibrillenwinkels auf 90° (Querwicklung der Fibrillen) ergibt sich hingegen ein anderes Bild (Abb. 3.11 b). Durch die große Steifigkeit in tangentialer Richtung lassen sich die Fibrillen nur geringfügig radial nach innen verschieben. Die Zylinderaußenwand verschiebt sich dabei nach innen, wodurch lokale Druckspannungen entstehen. Die Innenwand wird nach außen verschoben, was lokale Zugspannungen mit sich bringt (Abb. 3.12).

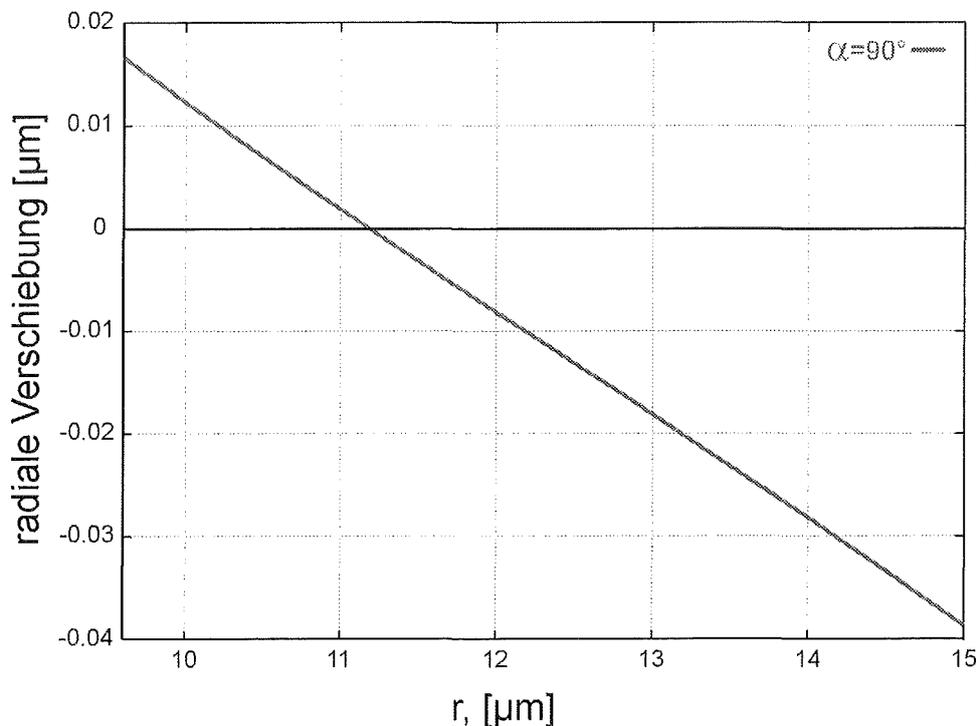


Abb. 3.12: Radialverschiebung der Zellwand bei Querwicklung.

Es kommt zu einer stärkeren Reduktion der Wandstärke und zu radialen Zugspannungen in der Wand. Dies ist in Abhängigkeit der Materialkonstanten in Abb. 3.13 gezeigt. Bei isotropem oder orthotropem Material mit einheitlicher Querkontraktionszahl kommt es bei 90° Fibrillen­neigung zu keinerlei Radialspannungen, ebensowenig zu tangentialen Druckspannungen. Eine weitere Analyse zeigte, daß der Schubmodul bei konstanter Querkontraktionszahl keinen Einfluß auf die Radialspannungen bei einem Fibrillenwinkel von 90° ausübt. Daraus läßt sich ableiten, daß es bei 90° Fibrillen­neigung allein durch die unterschiedlichen Querkontraktionszahlen zu radialen Spannungen mit einem parabolischen Verlauf kommt (Abb. 3.13) und die Poisson-Zahl bei den gegebenen Randbedingungen somit einen nicht vernachlässigbaren Einfluß auf die radialen Spannungen ausübt.

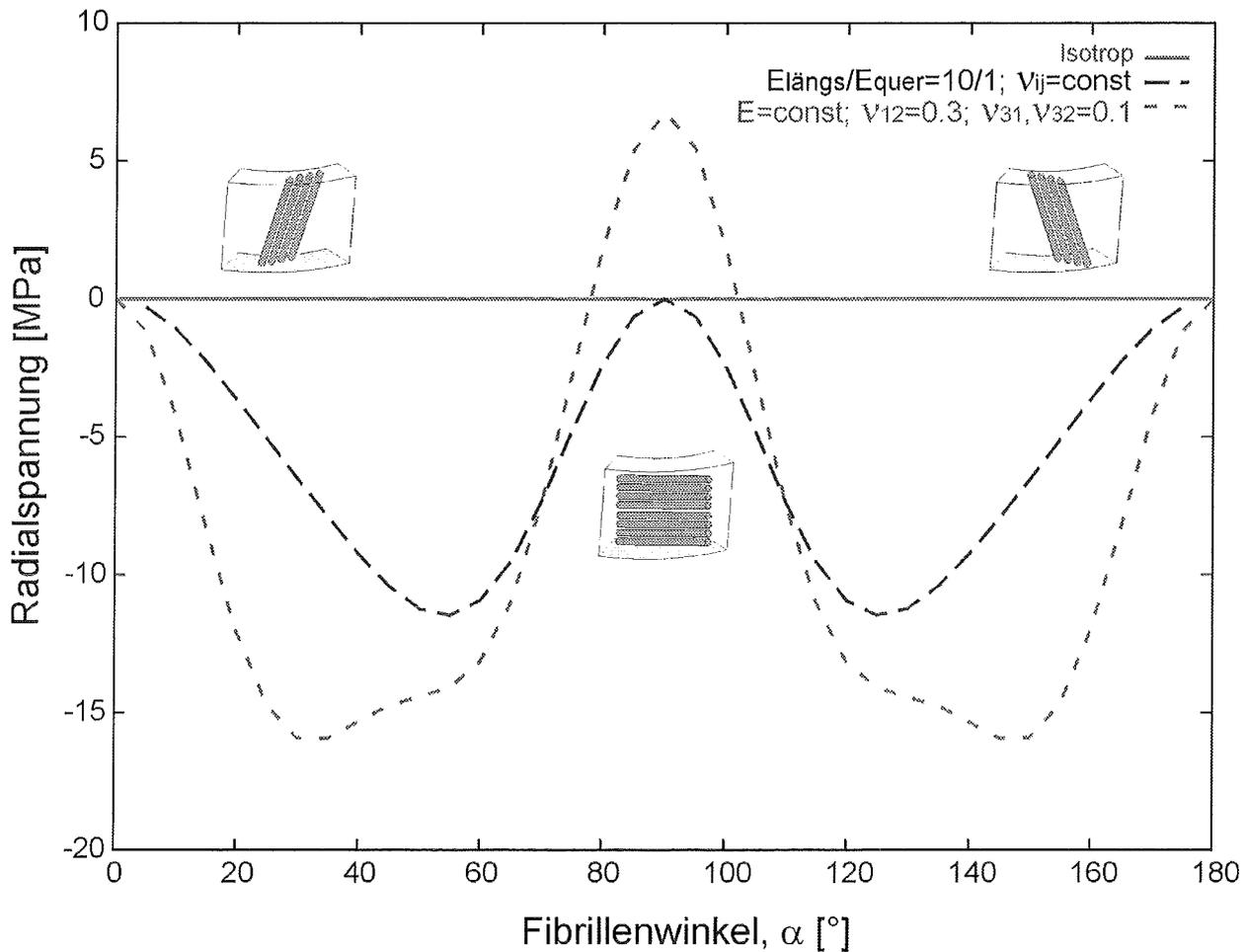


Abb. 3.13: Radialspannungen in der Mitte der Holzzelle bei verschiedenen Materialien und axialer Zugbelastung.

Eine rein radiale Fibrillenordnung (Abb. 3.11 c) tritt bei Holzzellen nicht auf. Nachgewiesen sind von Sell und Zimmermann (1993, 1994) sowie Schwarze (1998) jedoch radiale Agglomerationen, die in Holzzellen auftreten. Bei einer fiktiven, rein radialen Ausrichtung aller Fibrillen führt die große Längssteifigkeit zu einer relativ geringen Änderung der Wandstärke der Zelle. Auf der Innenseite der Zellwand treten durch die relativ großen radialen Verschiebungen Druckspannungen auf, auf der Außenseite wirken Zugspannungen. In radialer Richtung hat dies Druckspannungen zur Folge. Die Vorzeichen der radialen und tangentialen Spannungen sind in Bezug auf die Querausrichtung der Fibrillen (Abb. 3.11 b) umgedreht. Der Betrag dieser Spannungen ist niedriger als bei tangentialer Fibrillenausrichtung.

Der Einfluß von radialen Agglomerationen, die nach Sell und Zimmermann (1994) eine radiale Versteifung bedeuten, führt bei axialer Belastung und Geltung des Superpositionprinzipes dazu, daß die radialen und tangentialen Spannungen reduziert werden.

Die Beaufschlagung der Zelle mit Innendruck führt, in Bezug auf die Fibrillenwinkel, zu Radial- und Tangentialspannungen, bei denen das Vorzeichen der Spannungen unabhängig von der Fibrillenausrichtung ist. Es herrschen sowohl am Innen-, als auch am Außenrand des Zylinders tangentiale Zugspannungen. Die radialen Spannungen entsprechen, unabhängig von der Materialanordnung, auf der Innenseite des Zylinders dem Innendruck und sind auf der freien Oberfläche der Außenseite gleich Null (Abb. 3.14).

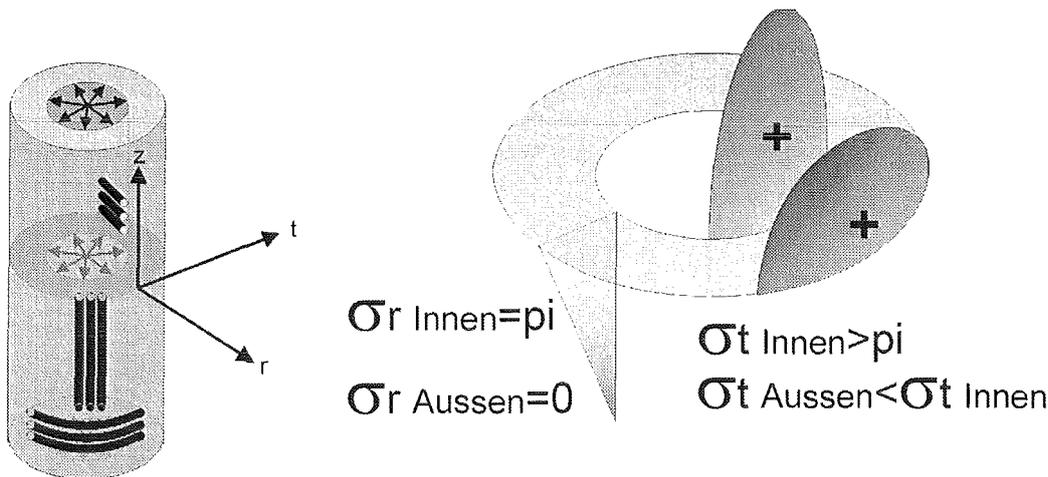


Abb. 3.14: Entstehung von Radial- und Tangentialspannungen bei einer transversalisotropen, innendruckbelasteten Zelle. Der Einfluß der Fibrillenneigung spiegelt sich lediglich in den Beträgen der Spannungen wieder.

3.3.4 Variation der Materialkonstanten bei axialer Belastung

Der Einfluß der Materialkonstanten wurde für eine transversalisotrope einschichtige Zelle untersucht. Dazu wurden Parameterstudien bezüglich des Elastizitätsmoduls, des Schubmoduls und der Querkontraktionszahl durchgeführt um Rückschlüsse auf das Zellverhalten bei variierenden Materialeigenschaften, die nach Tabelle 2.3 in einem weiten Bereich streuen, zu ziehen.

- Variation des Elastizitätsmoduls
Durch eine Verringerung der Elastizitätsmoduli verliert die Zelle an Steifigkeit. Die Spannungsverhältnisse ändern sich rein quantitativ. Bei Änderung alleine des Längs-Elastizitätsmoduls kommt es durch Vergrößerung der Differenz zwischen beiden Elastizitätsmoduli in Längs-/Querrichtung zu einem ausgeprägteren transversalisotropen Verhalten der Zelle, d. h. die Spannungen und Dehnungen variieren in Abhängigkeit des Fibrillenwinkels stärker.
- Variation des Schubmoduls
Die Reduktion des Schubmoduls im Bereich der in der Literatur genannten Werte führt bei Zugbelastung zu deutlichen Änderungen der axialen Dehnungen und der Verdrehung der Zelle. Die axiale Dehnung der Zelle steigt, wie in Abb. 3.15 zu erkennen ist, mit fallendem Schubmodul. Die Verdrehung der Zelle bei einem Fibrillenwinkel $\varphi \neq \{0, 90^\circ\}$ nimmt zu. Es existiert ein Übergangsbereich bezüglich des Betrages des Schubmoduls, bei dessen Unterschreitung die axiale Dehnung nicht mehr für 90° maximal ist, sondern ein Maximum im Bereich von 45° auftritt.
Die Reduktion des Schubmoduls entspricht einer Abnahme des aussteifenden Ligninanteils in der Zellwand (Kapitel 3.1) und zeigt, daß ein hoher Ligninanteil die axiale Kompression und Verdrehung der Zelle behindert und die axiale Ausdehnung hemmt. Dem entgegengerichtet ist das Verhalten einer Zelle mit wenig Lignin, da hier die Fibrillen weniger stark miteinander verkittet sind und ein Abgleiten begünstigt wird. Durch das Abgleiten der Fibrillen ist eine größere Verdrehung der Zellwand, verbunden mit einer stärkeren axialen Dehnung, möglich.

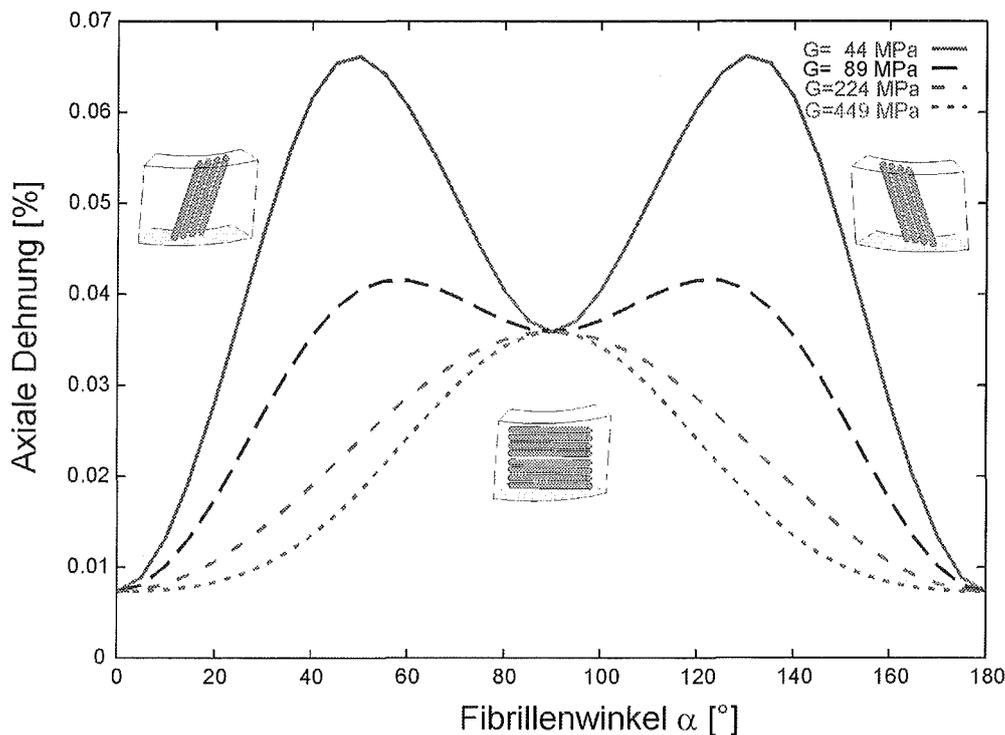


Abb. 3.15: Änderung der axialen Dehnung bei Variation des Schubmoduls bei Zugbelastung der Zelle.

- Variation der Querkontraktionszahl

Die Querkontraktionszahlen sind nach den Literaturwerten die durch das Zellulose/Ligninverhältnis am wenigsten stark variierenden Materialkonstanten (Tabelle 2.3). Die Relation der Querkontraktionszahlen beeinflusst wie zuvor beschrieben die radialen und tangentialen Spannungen. Bei einer Fibrillenneigung von 90° treten bei einheitlichen Querkontraktionszahlen keine Radial- und Tangentialspannungen auf.

Die Querkontraktionszahl in der zur Fibrillenachse senkrechten Ebene ist, nach Mark und Gillis (1970), wesentlich größer als die der beiden anderen Ebenen. Zum Verständnis der mechanischen Bedeutung der Querkontraktionszahlen kann die Betrachtung der Volumenänderung eines Werkstoffes in Abhängigkeit der Querkontraktionszahl dienen. Das Vorzeichen der Volumenänderung läßt sich durch die Dilatation (Volumenänderung) in Abhängigkeit der Querkontraktionszahl und der vorherrschenden Belastung vorhersagen. Für Zugbelastung gilt, daß eine Volumenabnahme bei einer Querkontraktionszahl größer als 0,5 auftritt. Dies ist prinzipiell nur bei nicht-isotropen Werkstoffen möglich und tritt nicht gleichzeitig in allen drei Raumrichtungen auf. Volumenzunahme tritt bei einer Querkontraktionszahl kleiner als 0,5 auf. Ein Wert von exakt 0,5 entspricht einem inkompressiblen Medium.

Die Fibrillen der Holzzelle weisen in der orthogonal zur Fibrillenlängsrichtung liegenden Ebene nach Mark und Gillis (1970) eine Querkontraktionszahl von 0,1-0,4 auf. In den Ebenen parallel zur Fibrillenlängsrichtung hingegen beträgt diese nur 0,01-0,04. Die Volumenzunahme ist in dieser Richtung, orthogonal zur Faserachse, wesentlich größer als in Faserrichtung.

Auf die Variation der Materialkonstanten des transversalisotropen Zylinders bei Innendruck wird im Kapitel über das Reaktionsholz eingegangen.

Durch das gezielte Beeinflussen von radial und Tangentialspannungen durch die Neigung des Fibrillenwinkels können unterschiedliche Spannungszustände in der Zelle verwirklicht werden. Radiale Agglomerationen begünstigen bei Zugrundelegung des Superpositionsprinzips der Spannungen, nach Abb. 3.11 b) und c), den Spannungsabbau in tangentialer und radialer Richtung. Die Beeinflussung des E-Moduls hat nur quantitative Auswirkungen. Die Variation des Schubmoduls beeinflusst die axiale Verkürzung sowie die Verdrehung der Zelle qualitativ und quantitativ sehr stark. Durch die Querkontraktionszahl können insbesondere die radialen Spannungen beeinflusst werden.

Mit diesen Erkenntnissen soll nun die Analyse der mehrschichtigen Holzzelle durchgeführt werden. Da die Verhältnisse des dreischichtigen Modelles keineswegs so durchschaubar und einfach wie bei der einschichtigen Zelle sind, ist das erarbeitete Basiswissen um die Wirkungsweise der helikalen Fibrillenwicklung und der Wirkung der Materialkonstanten auf das Verhalten der Zellwand notwendig.

Im Folgenden wird auf die wesentlichen mechanisch zu unterscheidenden Zelltypen eingegangen. Zunächst wird das Normalholz analysiert, welches primär axial auf Zug und Druck belastet wird (Münch, 1938). Daran anschließend folgt die Untersuchung des Reaktionsholzes, sowohl des Zugholzes der Laubbäume als auch des Druckholzes der Nadelbäume. Abschließend werden die radialen Agglomerationen betrachtet sowie eine qualitative Abschätzung der relativen Sicherheit der Zelle gegen Knicken durchgeführt.

3.3.5 Transversalisotropes Dreischichtmodell einer Holzzelle

Die Spannungs- und Dehnungsverhältnisse, die sich bei der Betrachtung des einschichtigen Zellmodelles ergeben, führen bei der Erweiterung auf ein Dreischichtmodell der sekundären Zellwand zu komplexen Zusammenhängen, da bei der Beschreibung aller Spannungs- und Dehnungsgrößen sowohl

a) das zugrundeliegende Bezugskordinatensystem

- lokal: helikales Koordinatensystem auf Fibrillenachse bezogen
- global: zylindrisches Koordinatensystem auf Zellachse bezogen

und b) die Schicht

- S1: äußere Schicht der Sekundärwand
- S2: mittlere Schicht der Sekundärwand
- S3: innere Schicht der Sekundärwand

berücksichtigt werden müssen. Die grafische Auftragung von Spannungen/Dehnungen über dem Zellradius ist, wie in Abb. 3.17 gezeigt wird, nicht als Spannungsverlauf zu verstehen, da die unterschiedlichem Fibrillenwinkel dazu führen, daß die Spannungen der einzelnen Zellwandschichten in unterschiedlichen Richtungen wirken. Zunächst wurden Parameterstudien durchgeführt, bei denen die Fibrillenwinkel der S1 und S3 jeweils den gleichen Betrag innehatten, und die S2 einen davon abweichenden Fibrillenwinkel aufwies, was nach Tabelle 2.2 für die Normalholzzelle näherungsweise zulässig ist.

3.3.5.1 Normalholz unter axialer Zug- bzw. Drucklast

Als Normalholz wird das Holz bezeichnet, welches sich im geraden oder schiefen Stamm befindet, je nach Windlast im Mittel zug- bzw. druckbelastet wird und kein Reaktionsholz darstellt. Die Struktur der Normalholzzelle ist daher immer ein Kompromiß zwischen Druckoptimierung und Zugoptimierung.

In Abb. 3.16 ist der Spannungsverlauf der Radialspannungen bei Variation des Fibrillenwinkels der S1 und S3 bei axialer Zugbelastung dargestellt. Mit steigendem S2-Winkel wachsen die Beträge der Radialspannungen. Die Maxima liegen bei einem S2-Winkel größer als 15° bei S1/S3-Winkeln von 60° bis 70° . Die Minima liegen bei S1/S3-Winkeln von 120 bis 140° . Geht man von der Annahme Münchs (1938, 1940) aus, daß der radiale Druck auf die Holzfaser die gleiche Wirkung hat, wie der Tugordruck auf die Parenchymzelle, daß die Fasern druck-, biege- und knickfester werden, so ist die Konstruktion der Zelle bei reiner Axiallast, mit einem flachen S2-Winkel und einem S1- und S3-Winkel von 110 bis 160° , als mechanisch günstig zu betrachten. Ferner nehmen auch die tangentialen Spannungen bei diesem Winkel ein Minimum ein. Die unterschiedlichen Fibrillenwinkel führen also dazu, daß bei verschiedenen Winkelkonstellationen nicht nur eine Reduktion von Zugspannungen quer zu den Fibrillen möglich ist, sondern daß sogar eine Umwandlung von Zug- in Druckspannungen möglich ist.

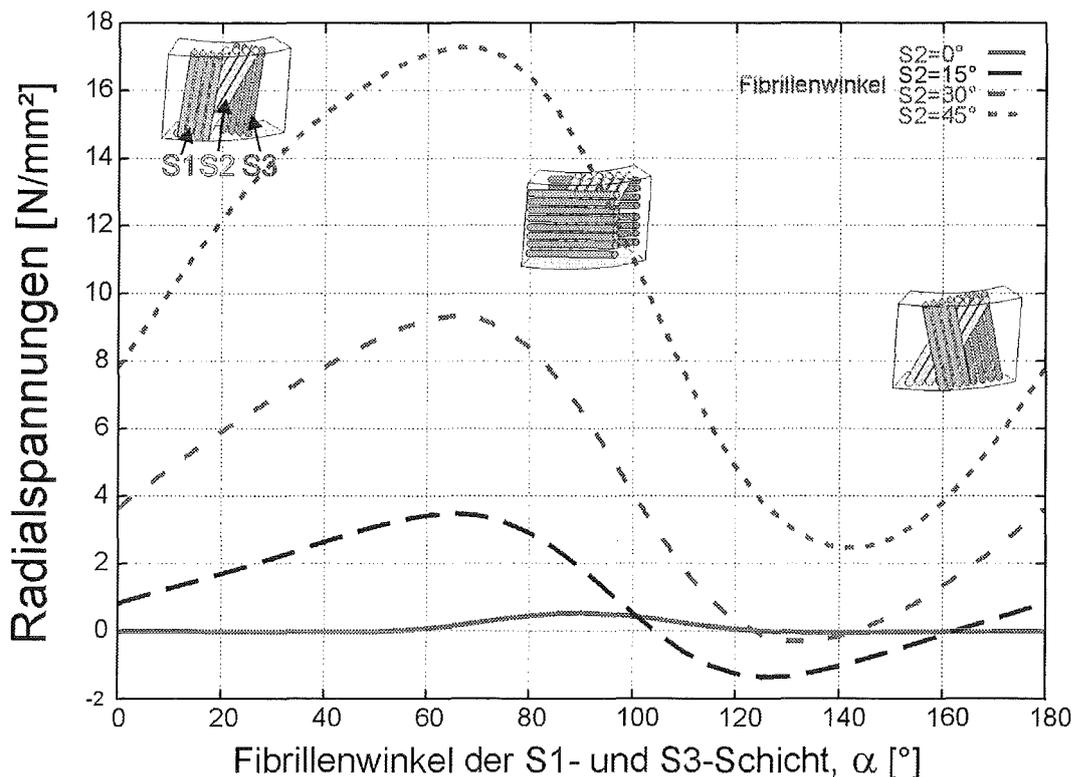


Abb. 3.16: Radialspannungen in der Mitte der Sekundärwandschicht bei Zugbelastung. Variation der Fibrillenwinkel der S1- und S3-Schicht. Der Winkel der S2-Schicht ist innerhalb einer Kurve konstant.

Das Holz im Baum muß, wie bereits in Kapitel 2.1.2 beschrieben wurde, je nach Lage im Stamm, verschiedene mechanische Aufgaben erfüllen. So ist klar, daß für die Zelle kein globales Optimierungsziel existiert, sondern daß jeweils lokal differenziert werden muß, welche Lasten im betrachteten Bereich vorherrschen.

Lastet anstatt einer axialen Zugbelastung eine axiale Drucklast auf der Zelle, so dreht sich, wie bei der einschichtigen Zelle, das Vorzeichen der Spannungen und Dehnungen um. Da die Ergebnisse, wie in Abb. 3.16 zu entnehmen ist, nicht symmetrisch in Bezug auf die Fibrillenwinkel sind, ergibt sich, daß ein Optimum der Fibrillenwinkel bei Druckbelastung in anderen Winkelbereichen als bei Zugbelastung liegen kann.

In Abb. 3.16 kann, mit gedanklicher Invertierung des Vorzeichens der Spannungen, durch eine Orientierung der $S1/S3=60-80^\circ$ erreicht werden, daß radiale Druckspannungen entstehen, wobei ein Winkel von $S2=45^\circ$ ein Maximum an radialen Druckspannungen bringt.

Für einen $S2$ -Fibrillenwinkel von 30° ist in Abb. 3.17 eine zweiparametrische Studie bezüglich der $S1$ - und $S3$ -Fibrillenwinkel bei axialer Druckbelastung visualisiert. Dargestellt sind die σ_{11} -Spannungen in der $S1$, die gemäß Abb. 3.7, um die Eigenschaften der Fibrillen optimal ausnützen zu können, Zugspannungen sein müssen.

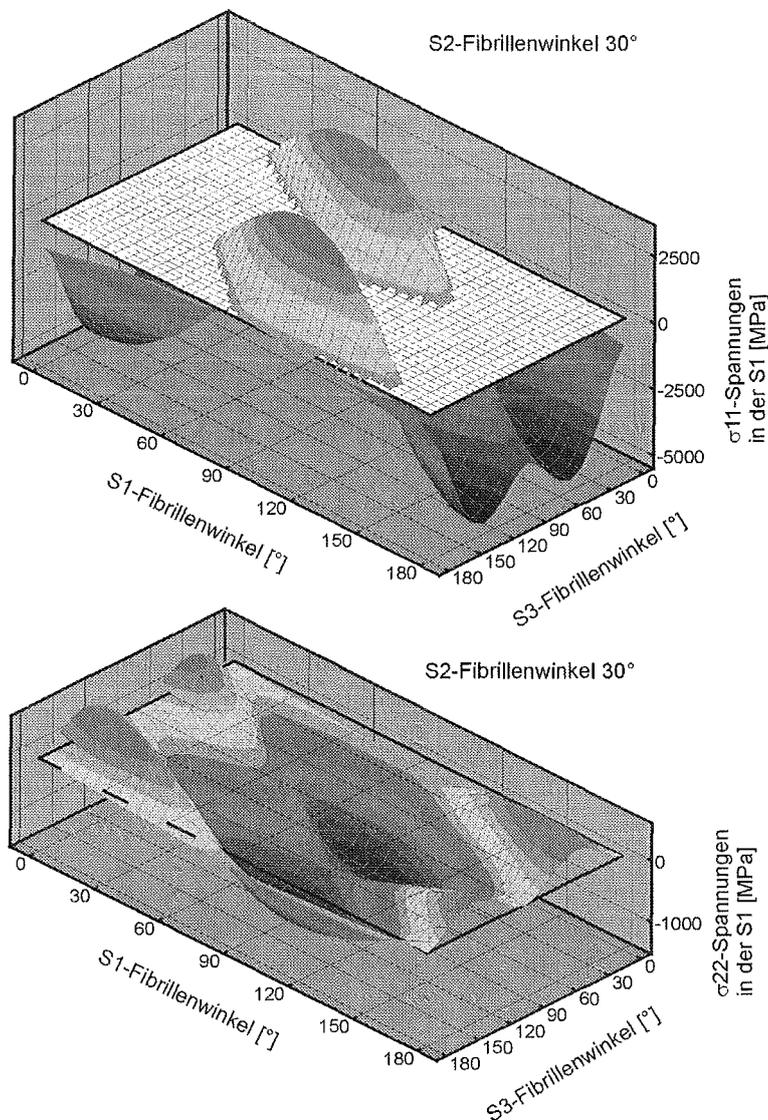


Abb. 3.17: Parameterstudie der Fibrillenwinkel $S1$ und $S3$ bei axialer Druckbelastung und einem $S2$ -Fibrillenwinkel von 30° . Dargestellt sind die Spannungen in der Mitte der $S1$.

- a) σ_{11} -Spannungen in Fibrillenlängsrichtung,
- b) σ_{22} -Spannungen senkrecht zu den Fibrillen.

Die Fibrillen sollten dabei tangential zusammengepreßt werden, um ein Trennen der Fibrillen zu verhindern. Hohe Spannungen in der S1 sind im Bereich von 70°-100° zu finden (Abb. 3.17 a). Die S3-Fibrillenwinkel liegen dabei zwischen 20°-80° (110°-170°). Tangentiale Druckspannungen treten bei S1-Fibrillenwinkeln von 45°-135° und S3-Fibrillenwinkeln von 0°-180° auf (Abb. 3.17 b). Aus den Ergebnisdaten konnten optimale Winkelbereiche definiert werden (Tabelle 3.2).

Wandschicht	Fibrillenwinkel der zugoptimierten Zelle (Berechnung)	Fibrillenwinkel der Normalholzzelle (Literatur*)	Fibrillenwinkel der druckoptimierten Zelle (Berechnung)
S1	-20 bis -70° 110 bis 160°	80 bis 90°	70° bis 110°
S2	15 bis 30°	10 bis 40°	15 bis 45°
S3	-20 bis -70° 110 bis 160°	30 bis 70°	20° bis 80°

* Der Windungssinn der Helix wurde bei der Angabe der Fibrillenwinkel nicht berücksichtigt (s. Tabelle 2.2).

Tabelle 3.2: Vergleich der berechneten Werte mit Literaturwerten der Fibrillen­neigung.

Die Normalholzzelle darf, wie erwähnt, nicht auf einen Lastfall hin optimiert sein. Sie muß vielmehr in der Lage sein sowohl bei Zug, als auch bei Druck ein stabiles Verhalten zu zeigen. Die berechneten Werte für die optimalen Fibrillenwinkel Zug/Druck müssen folglich Ober- bzw. Untergrenzen für hauptsächlich axial belastete Zellen sein. Der Vergleich der gewonnenen Werte für günstige Fibrillenwinkel mit den an realen Zellen gemessenen Werten aus der Literatur zeigt, daß diese tatsächlich im Bereich zwischen axial zug- und druckoptimierten Zellen liegen und bei der Wechselbeanspruchung zu einer scheinbar idealen Kombination führen (Tabelle 3.2).

Die Ergebnisse sollen zum Abschluß dieses Abschnittes zusammenfassend für eine zug- bzw. druckspannungsoptimierte Zelle in einem Diagramm bezüglich einer spezifischen Winkelkonstellation über dem Zellradius dargestellt werden (Abb. 3.17 u. 3.18).

Für eine Optimierung bezüglich einer im Mittel wirkenden axialen Zugbelastung wurden mittlere Werte der Fibrillenwinkel aus Tabelle 3.2 herangezogen. Die Konstellation mit gegenläufig geneigten Fibrillen in den verschiedenen Zellwandschichten führt dazu, daß die Fibrillen in allen Schichten in ihrer Längsrichtung Zugspannungen erfahren (Abb. 3.17). Die tangentialen Spannungen σ_2 weisen über die gesamte Zellwand Druckspannungen auf, ebenso die radialen Spannungen, deren Betrag sehr gering ist. Alle Optimierungsbedingungen für die zugoptimierte Zelle sind somit erfüllt.

Die Spannungsverteilung einer auf Druckbelastung optimierten Zelle ist in Abb. 3.18 abgebildet. Bei der gewählten mittleren Winkelkonstellation nach Tabelle 3.2 sind die Beplankungen der starken S2-Zellwandschicht, die S1 und die S3 in Fibrillenrichtung auf Zug belastet. In Querrichtung bestehen auch hier Druckspannungen, die die Fibrillen zusammenpressen. Die Radialspannungen sind auch hier minimal. Die Optimierungsbedingungen für die druckoptimierte Zelle sind ebenfalls erfüllt.

Da es mit Ausnahme der Arbeit von Kataoka et al. (1992) keine Untersuchungen gefunden werden konnten, die den Windungssinn gemessener Fibrillenwinkel berücksichtigen, kann eine Aussage über tatsächliche Winkelkonstellationen unter Berücksichtigung des Windungssinnes in Zellwänden nicht getroffen werden. Das Hauptproblem der bisherigen Messungen in Bezug auf

die Ergebnisse dieser Arbeit ist, daß die mittlere Belastung der Zellen und der Ort der Probenentnahme am Baum bislang nie Berücksichtigung fanden.

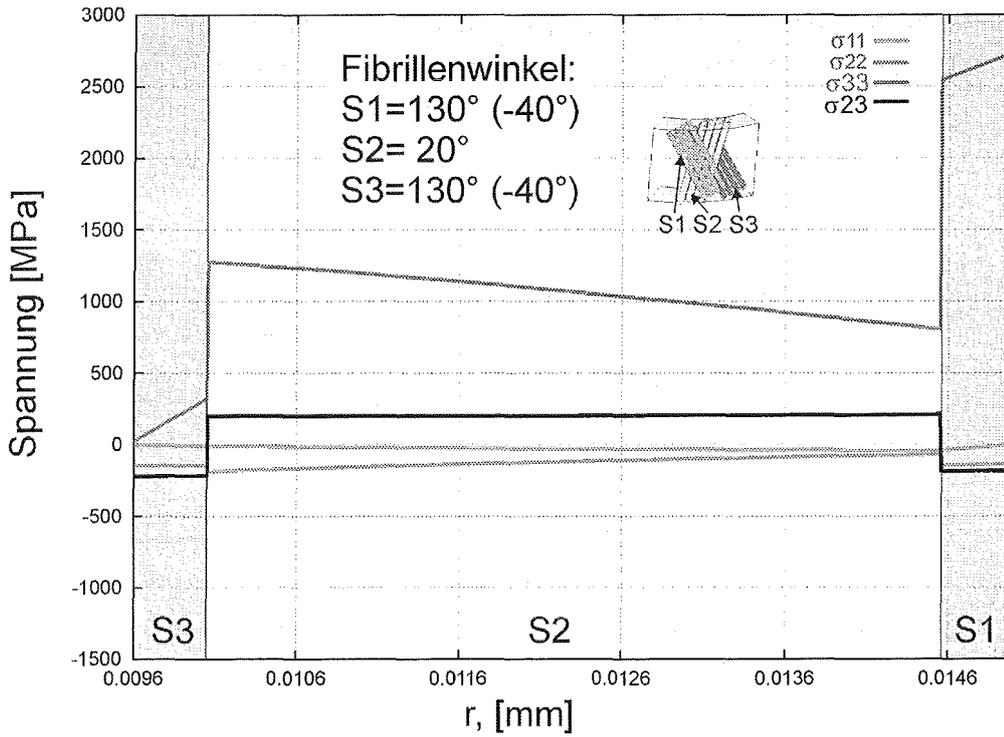


Abb. 3.18: Spannungen einer für axialen Zug optimierten Zelle über dem Zellradius. Bezeichnung der Spannungen gemäß Abb. 3.2.

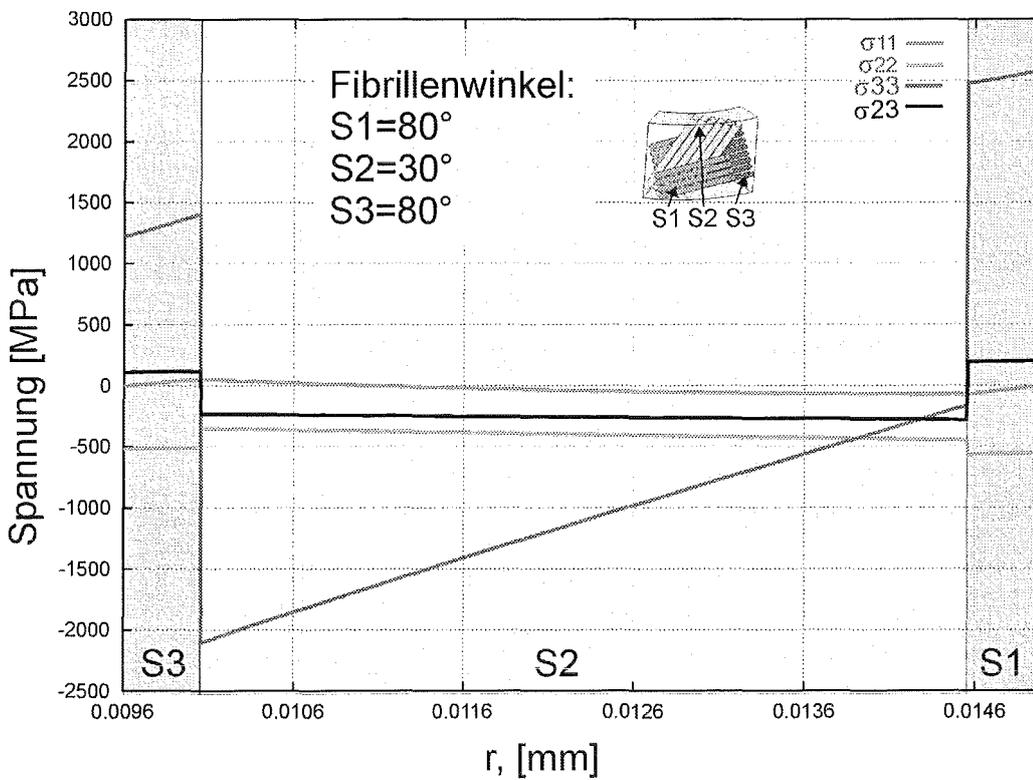


Abb. 3.19: Spannungen einer für axialen Druck optimierten Zelle über dem Zellradius. Bezeichnung der Spannungen gemäß Abb. 3.2.

3.3.5.2 Reaktionsholz unter Innendruckbelastung

Die Bildung von Reaktionsholz erlaubt es dem Baum, den Stamm oder Äste nach Eintreten einer Schiefelage wieder entgegen der Schwerkraft aufzurichten, um so die Momenteneinleitung zu minimieren (Kapitel 2.1.2). Bei Nadelbäumen bildet sich auf der konvexen Stammseite Druckholz, welches durch eine Verlängerung der Holzzellen zu einem Aufrichtmechanismus führt, während sich bei Laubbäumen Zugholz auf der konkaven Stammseite bildet, welches entsprechend einem Zugseil die Holzzellen verkürzt, um so ein Aufrichten zu erreichen. Bei wachsendem Stammdurchmesser sind enorme Kräfte notwendig, um dies zu bewerkstelligen.

Die Wirkung des Schubmoduls auf die Eigenschaften der einschichtigen Zelle läßt sich durch ein mechanisches Ersatzmodell besser verstehen. Die Fasern werden als miteinander verklebt betrachtet und liegen parallel in einem beliebigen Winkel zur Zellachse. Je weicher der Kleber zwischen den Fasern ist, desto leichter gleiten die Fasern aneinander ab, entsprechend einem niedrigen Schubmodul. Durch das Abgleiten der Fasern können sich die Fasern gegenüber der Zellachse leichter verdrehen, wodurch eine größere axiale Kompression der Zelle in axialer Richtung zustandekommt. Die axiale Längenänderung ändert sich sehr stark, wenn statt der einschichtigen eine dreischichtige Zelle betrachtet wird und die Winkel der S1 und S3-Schicht gegenüber der S2-Schicht variiert werden. Die komplexen Interaktionen der Werkstoffkonstanten und der Fibrillenwinkel in den drei Zellwandschichten können nicht durch einfache Betrachtungsweisen nachvollzogen werden.

Das Druckholz hat in der Regel keine S3-Schicht. Dafür ist die Wandschicht S1 in einigen Veröffentlichungen als etwa doppelt so dick wie bei der Normalholzzelle angegeben (Münch 1940, Meylan 1974). Druckholz hat die Aufgabe den Stamm oder Äste durch axiale Dehnung der Reaktionsholzzellen aufzurichten. Der Mechanismus, der die Aufrichtung bewirkt, ist noch nicht eindeutig geklärt. Es ist wahrscheinlich, daß ein Zusammenwirken verschiedener Mechanismen zutrifft. In der Literatur werden als Aufrichtmechanismen in erster Linie eine axiale Schwellung innerhalb der Zellwand und eine axiale Längenänderung durch Innendruckbeaufschlagung genannt (Kapitel 3.1.4). In dieser Arbeit soll die Wirkung des Innendruckes unter Berücksichtigung des Fibrillenwinkels qualitativ untersucht werden.

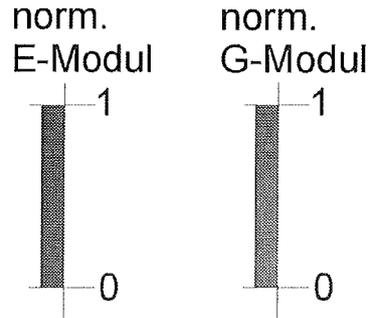
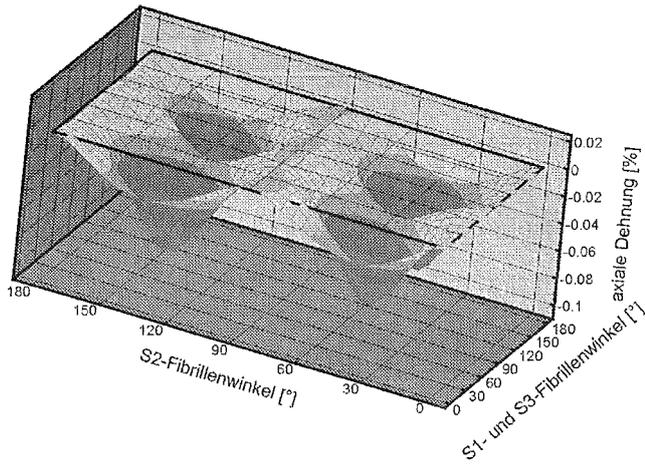
Parameterstudien wurden durchgeführt, um Aufschluß darüber zu erhalten, ob es mit Hilfe des idealisierten Zellmodells möglich ist, einen Mechanismus zu finden, der eine axiale Ausdehnung der Zelle begünstigt oder überhaupt ermöglicht. Als Parameter wurden die Fibrillenwinkel gewählt. Zunächst wurde mit den Standardwerten für eine (Normal-) Holzzelle gerechnet (Abb. 3.20 a). Dabei kam es im Rahmen aller möglichen Winkelkonstellationen zwischen 0° und 180° nicht zu einer Verlängerung der Zelle.

Die Druckholzzelle weist gegenüber allen anderen Zelltypen einen höheren Anteil an Lignin auf (Abb. 3.5, 3.6). Der Elastizitätsmodul von Lignin liegt wesentlich niedriger als der von Zellulose (Mark und Gillis, 1970; Koponen, 1989). Aus diesem Grunde darf angenommen werden, daß die Druckholzzelle aufgrund des niedrigeren Celluloseanteils einen niedrigeren E-Modul in Fibrillenlängsrichtung aufweist, als jede andere Zelle.

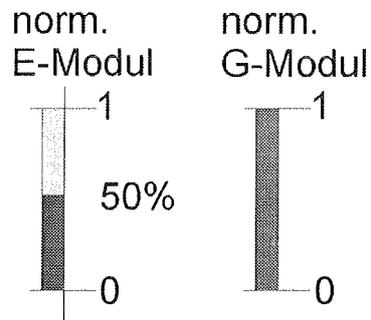
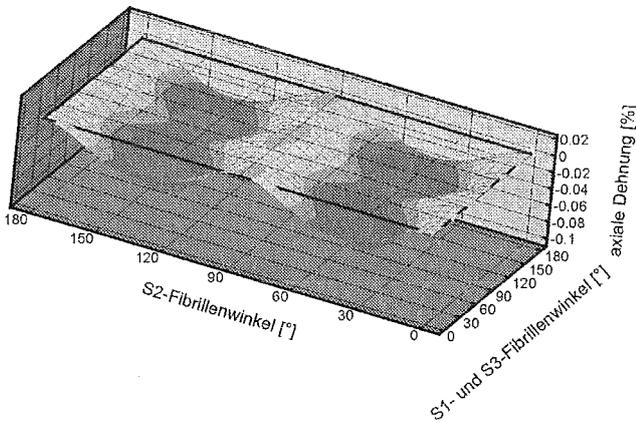
Berechnungen mit reduziertem Elastizitätsmodul zeigen, daß die Reduktion des E-Moduls dazu führt, daß die axiale Verkürzung der Zelle bei konstantem Innendruck abnimmt. Eine Reduktion des Elastizitätsmoduls auf 50% des Ursprungswertes führt zu einer Abnahme der Zellverkürzung um 3%, eine Reduktion um 80% auf eine Abnahme von 17% in Bezug auf das Referenzmodell. Dieser Maximalwert trat bei 45°/135° Fibrillenwinkel in beiden Wandschichten auf. Eine Zellverlängerung kann durch alleinige Reduktion des Elastizitätsmoduls nicht erreicht werden (Abb. 3.20 b,c). Die geringste Zellverkürzung tritt bei einem S2-Fibrillenwinkel von 90° auf.

Es darf angenommen werden, daß die Zellfaserkonstruktion einer Zug- oder Normalholzzelle, die mit einem niedrigen Anteil an Lignin ausgestattet ist, einen relativ niedrigen Schubmodul aufweist. Betrachtet man beispielsweise ein Stück Holz, welches von Braunfäule befallen ist und in dem das Lignin abgebaut ist, so ist dies sehr biegsam und flexibel. Untersucht man jedoch von Weißfäule befallenes Holz, bei dem die Zellulose abgebaut wurde, so findet man mit den übriggebliebenen Lignin eine extrem spröde Substanz vor. Das die Zelle aussteifende und verspröde Lignin, welches in hoher Konzentration in den Druckholzzellen auftritt, behindert die Zellulosefibrillen an Relativbewegungen und führt zu einem stark erhöhten Schubmodul in der Zelle. Wie in Kapitel 4.5.2 noch gezeigt wird, ist die Schubfestigkeit im druckbelasteten Bereich der Astanbindung von Harfenbäumen signifikant höher, als in anderen Stammereichen.

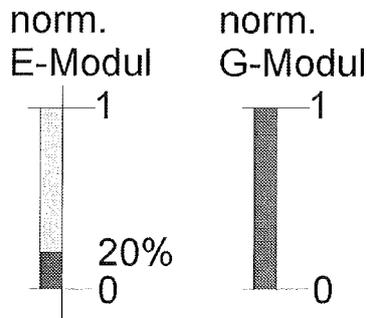
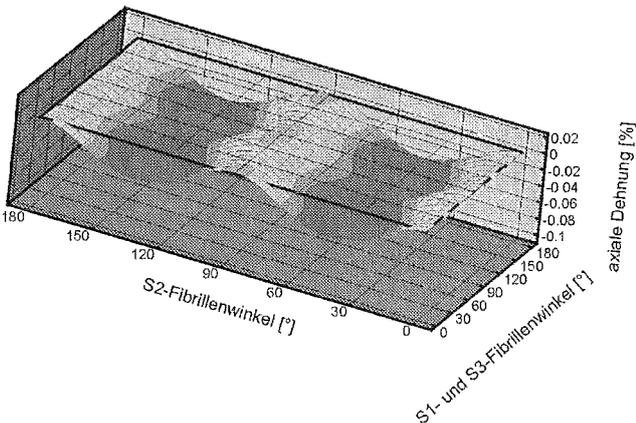
Parameterstudien mit erhöhtem Schubmodul zeigen, daß die Zelle sich bei Innendruck tatsächlich verlängert. Eine Verdopplung des Schubmoduls führt jedoch nur zu einer Verlängerung der Zelle von weniger als 0,2 %. Die Verfünffachung des Schubmoduls führt zu einer Verlängerung der Zelle um 2%. Die Variation der Schubmoduls alleine führt ebenfalls zu keinen befriedigenden Ergebnissen, da die erreichte axiale Dehnung viel zu gering ist. Zudem liegt der Fibrillenwinkel der S2 bei dem die Maximalwerte auftreten, bei 90° und es besteht kein Zusammenhang mit gemessenen Winkeln realer Zellen (Abb. 3.21 a, b).



rel. Max. Ausdehnung: 0
rel. Max. Verkürzung : 1



rel. Max. Ausdehnung: 0
rel. Max. Verkürzung : 0,97



rel. Max. Ausdehnung: 0
rel. Max. Verkürzung : 0,83

Abb. 3.20: Abhängigkeit der axialen Dehnungen bei Zellinnendruck vom Elastizitätsmodul und dem Schubmodul. Eine positive axiale Dehnung kann durch Reduktion des Elastizitätsmoduls nicht erreicht werden. Die relativen Dehnungen sind auf Abb. 3.20 a) bezogen.

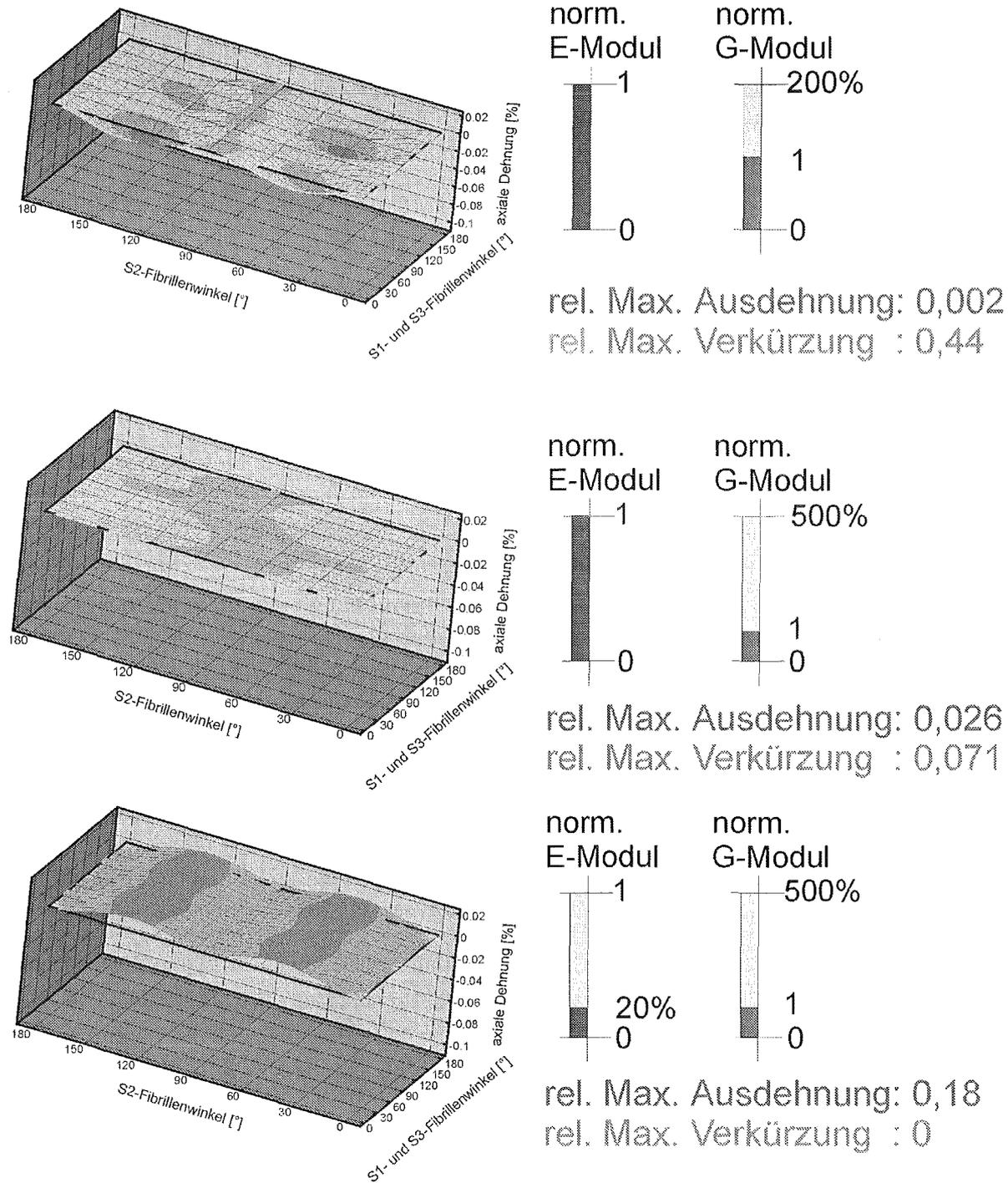


Abb. 3.21: Abhängigkeit der axialen Dehnungen bei Zellinnendruck vom Elastizitätsmodul und dem Schubmodul. Die Erhöhung des Schubmoduls führt zu einer geringfügigen positiven axialen Dehnung der Zelle. Die Reduktion des Elastizitätsmoduls in Verbindung mit der Erhöhung des Schubmoduls führt zu einer deutlichen axialen Expansion. Die relativen Dehnungen sind auf Abb. 3.20 a) bezogen.

Es wurde eine Rechnung durchgeführt, die beide Eigenschaften, die dem Lignin zugesprochen werden, d. h. die Reduktion des Elastizitätsmoduls, als auch die Erhöhung des Schubmoduls, berücksichtigt. Als Ergebnis zeigte sich, daß ein Mechanismus existiert, der bei gleicher Bauweise der Zelle sowohl zu axialer Zellexpansion als auch zur Zellkompression führen kann, wenn nur das Zellwandmaterial, d. h. der Elastizitätsmodul und der Schubmodul, variiert wird.

Die relative axiale Dehnung betrug bei dieser Rechnung 18% in Bezug auf die Verkürzung des Referenzmodelles und trat bei einem S2-Fibrillenwinkel von 45° oder 135° und einem unabhängigen S1-Fibrillenwinkel auf. Diese Winkelkonstellation entspricht der an realen Zellen gefundenen (Pillow und Luxford, 1937; Münch, 1938; Mark und Gillis, 1970). Die Einführung einer S3-Wandschicht zeigte bei Konstanz der Gesamtwanddicke und Betrachtung axialer Dehnungen weder bei der wenig lignifizierten (Abb. 3.20 a), noch bei der stark lignifizierten Zelle (Abb. 3.21 c) zu Änderungen der Maximalwerte.

Die hier berechnete Verkürzung der Zelle ist alleine auf die Zellstruktur im Zusammenhang mit den Materialeigenschaften zurückzuführen. Da die Zelle in allen bisherigen Berechnungen als offen betrachtet wird, kommt der Anteil des Innendruckes, der die Stirnflächen belastet und zur axialen Dehnung der Zelle führt, nicht zum Tragen. Die Zelle kann daher diesen Anteil als zusätzliche Kraft zur Längsexpansion der Zelle und somit zum Aufrichten des Stammes nutzen. Eine FE-Analyse, die unter Vorgabe der Fibrillenwinkeln durchgeführt wurde, die das Optimum darstellen (45° bzw. 135°), führte zur gleichen Relation der axialen Dehnungen wie bei dem Zellberechnungsprogramm. Zur Abschätzung des Anteils der Dehnungen, die bei Wirken eines Innendruckes auf die Stirnflächen auftreten, wurde ein FE-Modell erstellt, welches einen geschlossenen Zylinder darstellte, alle anderen Bedingungen waren identisch mit denen der Parameterstudie, die mit dem Zellberechnungsprogramm durchgeführt wurde. Die axialen Längsdehnungen weisen hierbei einen Wert auf, der 2,45 mal so hoch lag, wie bei der offenen Druckholzzelle. Der Anteil des in Abb. 3.21 c) gezeigten Mechanismus an der axialen Gesamtdehnung beträgt bei den gegebenen Randbedingungen über 40% und deutet die Wirksamkeit dieses Mechanismus an.

Mit einer Finite-Elemente-Analyse wurde desweiteren untersucht, inwieweit dieses Ergebnis von der Randbedingung abhängig ist, daß die Zelle sich verdrehen kann. Im Zellverbund sind die Zellen durch die Mittellamelle miteinander verkittet und je zwei Nachbarzellen heben ihre Verdrehungen näherungsweise gegeneinander auf (Booker, 1996). Als zusätzliche Randbedingung wurde daher auf der Zylinderaußenseite eine Einspannung in tangentialer Richtung vorgegeben. Die Außenseite des Zylinders kann sich dadurch nicht mehr verdrehen. Die Analyse mit 45° Fibrillenwinkeln (offener Zylinder) kam bei schubsteifem Material (Abb. 3.21 c) auf eine Längsausdehnung, welche mit der ohne diese Randbedingung nahezu übereinstimmte. Bei der schubweichen Zelle (Abb. 6.19 a) führte diese Anti-Torsionseinspannung dazu, daß die Zelle sogar eine 10% höhere axiale Verlängerung aufwies, was dieser potentiellen Druckholzzelle weitere Vorteile verschafft. Insgesamt kann durch den hier beschriebenen Mechanismus also ein nicht unerheblicher Anteil zur gesamten Zellverlängerung beigetragen werden.

Da Zugholz eine Kontraktion der Holzzellen voraussetzt, sollte durch die Fibrillenordnung dieses Typs von Reaktionsholz, welches bei Laubbäumen auftritt, gewährleistet sein, daß ein Maximum der Verkürzung erreicht werden kann. Wie bereits in Kapitel 2.1.3 beschrieben wurde, besteht die Zugholzzelle hauptsächlich aus Cellulose. Die axiale Verkürzung der Zelle ist, wie in Abb. 3.19 a) gezeigt, für einen S2-Winkel von 45° am größten und bleibt durch die Verhinderung der Zellverdrehung an der Zylinderaußenseite durch die Nachbarzellen nahezu konstant.

Die Variation der S1- und S3-Fibrillenwinkel (Abb. 3.22) weist darauf hin, daß der S1-Fibrillenwinkel der Zugholzzelle für eine optimale Zellverkürzung zwischen 30° und 70° liegen sollte. Die nur selten im Zugholz vorhandene S3 (Wardrop und Dadswell, 1957; Wagenführ, 1989) zeigt bei einem Winkel von 45° optimale Werte für die axiale Verkürzung. Dies ist auf der einen Seite gleichzusetzen mit einem Fehlen der S3, da bei der gegebenen Konstellation sowohl der Fibrillenwinkel, als auch die Materialeigenschaften mit denen der S2 übereinstimmen. Man kann daher im optimalen Bereich einfach von einer um den Betrag der S3 verdickten S2 ausgehen. Betrachtet man auf der anderen Seite die S3 in Abb. 3.22 im Bereich von 0° , so ist dies eine Näherungslösung für eine Zugholzzelle mit einem dünnen G-Layer, der fest mit der S2 verbunden ist. Eine axiale Zellverkürzung ist bei den vorgegebenen Randbedingungen dann nicht mehr möglich. Tatsächlich konnte aber festgestellt werden, daß der G-Layer, der einen Winkel von nahezu 0° aufweist (Fobo, 1986), nicht fest mit der S2 verbunden und teilweise bereits durch schütteln herauszulösen ist (Norberg und Maier, 1966). Die Schwellfähigkeit dieser Zelluloseschicht besteht vorzugsweise in radialer Richtung (Fobo, 1986; Dietrich, 1995). Dies ist aus Sicht der Zugholzzelle eine geniale Eigenschaft, denn eine FE-Analyse zeigte, daß die Verkürzung einer geschlossenen Zugholzzelle (Druckzylinder) bei Wirken eines Innendruckes auf $1/3$ des Wertes der offenen Zelle sinkt. Wirkt dieser Innendruck beispielsweise in Form einer Schwellung des G-Layers vorzugsweise radial auf die Innenwand, wird der Verkürzungsmechanismus der Zugholzzelle kaum beeinträchtigt.

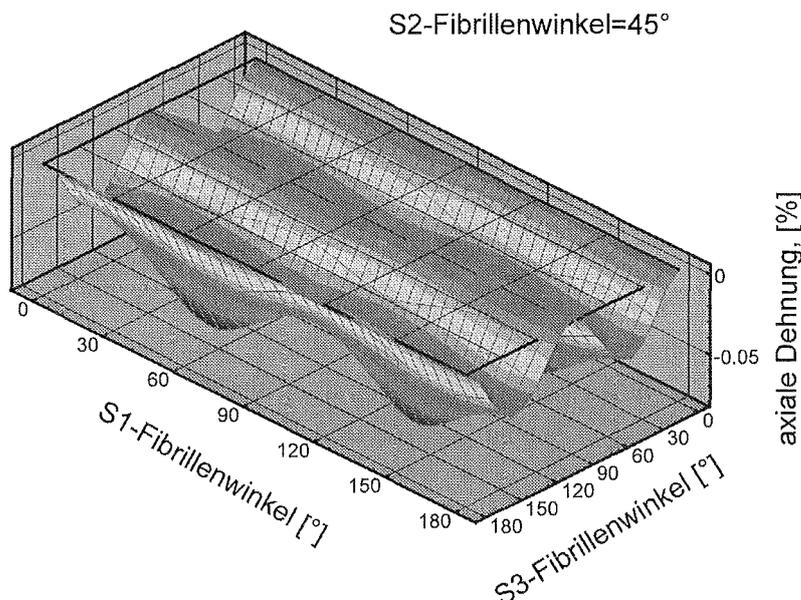


Abb. 3.22: Axiale Dehnung der Zugholzzelle bei einem S2-Fibrillenwinkel von 45° und variierendem S1- und S3-Fibrillenwinkel.

3.3.5.3 Radiale Fibrillenagglomerationen

Wie in Kapitel 2.1.3 beschrieben, wurden in Zellwänden mit Hilfe verschiedener Methoden radiale Agglomerationen nachgewiesen. Diese haben zwangsläufig Einfluß auf das mechanische Verhalten der Zelle. Diese Agglomerationen sollten in einer numerischen Simulation untersucht werden. Die Modellierung der Agglomerationen oder Stege konnte mit dem FE-Programm ABAQUS (1998), durchgeführt werden. Mit Hilfe von sogenannte „Rebars“, das sind stegartige Verstärkungsstrukturen, die in die Finiten Elemente eingefügt werden, konnte dies erreicht werden (Abb. 3.23). Diese werden bei Volumenelementen bezüglich ihrer Anzahl pro Element, ihrem Querschnitt, der Lage im Element und den Materialeigenschaften definiert (Diplomarbeit Schatz, 1998). Die Agglomerationen wurden symmetrisch um den Umfang der Zelle, jedoch, gemäß Kapitel 2.1.4, ausschließlich in der S2 eingefügt. Für das FE-Zellmodell wurden diese Rebars, die additiv in die Steifigkeitsmatrix der Elemente eingehen, mit unterschiedlicher Dichte definiert. Es wurde eine Normalholzzelle mit der Winkelkonstellation $S1=70^\circ$, $S2=30^\circ$, $S3=130^\circ$ unter einer axialen Zuglast definiert.

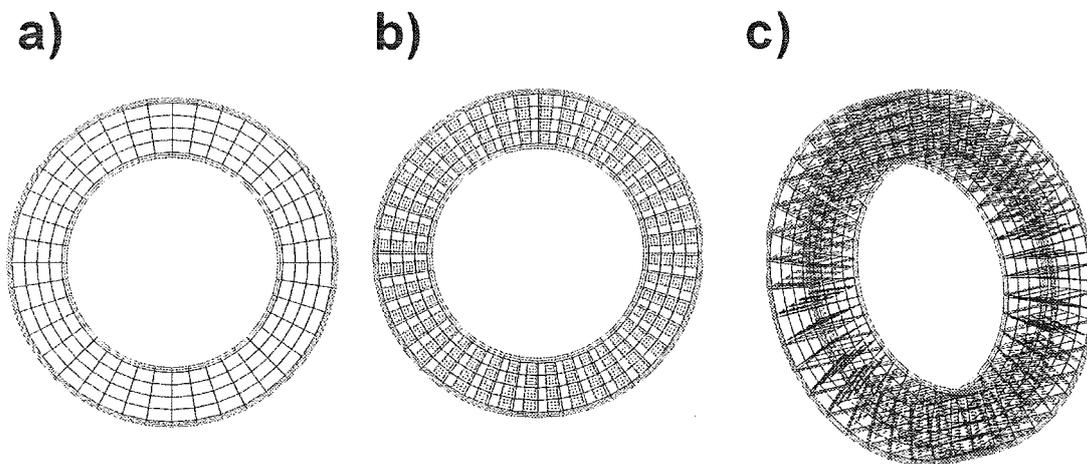


Abb. 3.23: a) FE-Modell der Holzzelle ohne radiale Agglomerationen, b,c) FE-Modell mit radialen Agglomerationen in der S2 (S2 hier schwarz dargestellt). Die schwarzen Strukturen stellen die im gleichen Winkel wie die Fibrillen der S2 ausgerichteten Agglomerationen dar.

In Abb. 3.24 ist die Spannungsverteilung in der Zellwand und einem variierenden Anteil radialer Agglomerationen aufgetragen. Dabei wurden die Materialeigenschaften der Agglomerationen so definiert, daß die als isotrop angenommenen Agglomerationen den gleichen E-Modul wie in Fibrillenlängsrichtung aufweisen. Alle Spannungsponenten werden mit zunehmendem Anteil an radialen Agglomerationen reduziert. Auch bei Definition eines weicheren Materials üben die Stege einen, wenn auch geringeren, positiven Einfluß auf den Spannungszustand aus. Die Umwandlung von axialen Druck- in Zugspannungen sowie von tangentialen Zug- in Druckspannungen wird durch steife radiale Agglomerationen eher begünstigt als durch weiche Stege.

Bei Innendruckbelastung führt die Einführung der Agglomerationen zu einem geringfügigen Abfall der Radialspannungen in der Mitte der Zellwand (Abb. 3.25). Die freien Oberflächen sind von der Einführung der Agglomerationen nicht beeinflusst. Die Spannungen σ_{22} steigen tangential zur Fibrillenachse leicht an und können durchaus aus dem Bereich der Druck- in den Bereich der Zugspannungen umgewandelt werden. In Fibrillenlängsrichtung sinken die Spannungen in der S1

mit steigendem Anteil an Agglomerationen ab, während in der S2 und S3 eine Zunahme der Spannungen zu beobachten ist. Eine positive Beeinflussung der Zellwandeigenschaften ist, entgegen der Belastung mit axialer Zuglast, nicht zu beobachten.

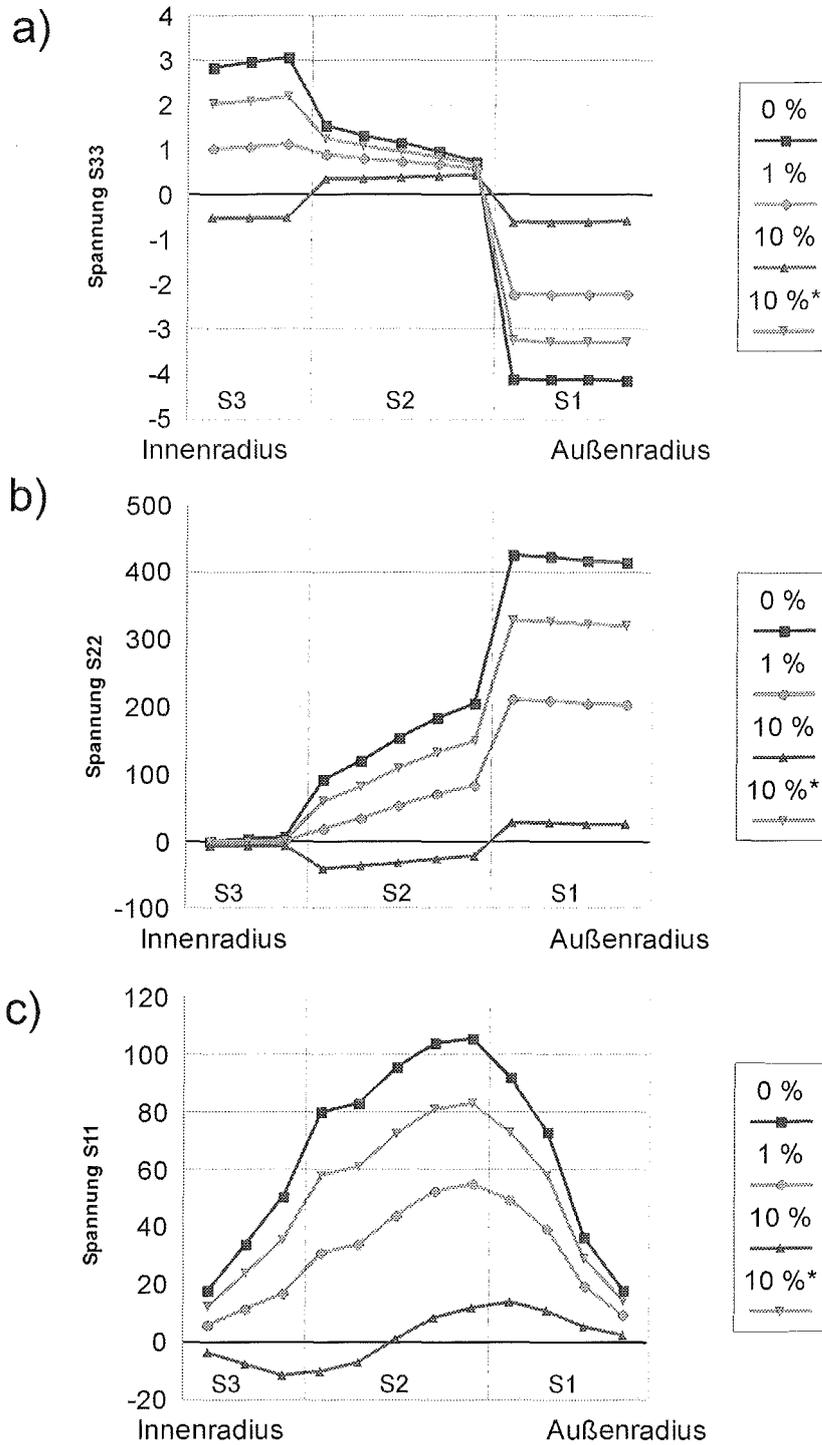


Abb. 3.24: Auswirkung eines unterschiedlichen Anteils an Radialstegen auf die Spannungen in der Zellwand bei axialer Zugbelastung. Die Prozentangaben beziehen sich auf den Volumenanteil der Radialstege am Gesamtvolumen der Zellwand.

a) σ_{33} -Spannungen, b) σ_{22} -Spannungen, c) σ_{11} -Spannungen.

(* Material: E-Modul von reinem Lignin).

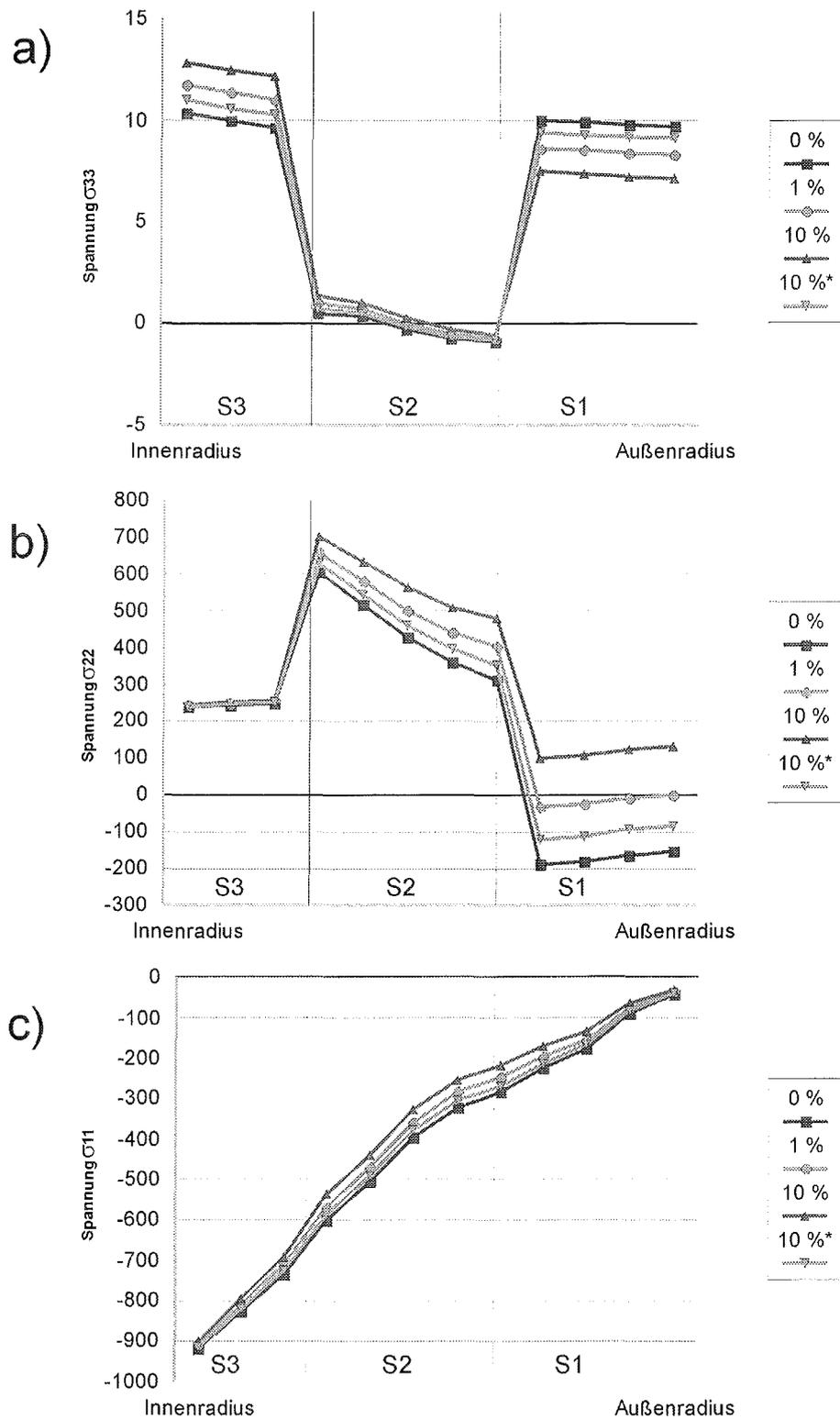


Abb. 3.25: Auswirkung eines unterschiedlichen Anteils an Radialstege auf die Spannungen in der Zellwand bei Innendruckbelastung. Die Stege weisen in radialer Richtung den axialen E-Modul der Fibrillen in der S2 auf. Die Prozentzahlen beziehen sich auf den Volumenanteil der Radialstege am Gesamtvolumen der Zellwand.

a) σ_{33} -Spannungen, b) σ_{22} -Spannungen, c) σ_{11} -Spannungen.

(* Material: E-Modul von reinem Lignin).

3.3.5.4 Betrachtung der Euler'schen Knicklasten

Die Beul- und Knicksicherheit der einzelnen Zelle ist ein wichtiger Faktor, der die Druckfestigkeit der Holzfasern begrenzt. Beim Aufbau des Holzes aus Millionen von Holzzellen, mit verschiedenen bekannten Mechanismen der Energiedissipation zur Verhinderung der Rißausbreitung (Booker, 1996) und den in Kapitel 2.1.2 genannten Optimierungsstrategien, ist auch im Bereich der Stabilität der Zelle davon auszugehen, daß hier im Laufe der Evolution ein Optimum erreicht wurde. Eine einzelne, isolierte Zelle, mit einer Längen/Durchmesser-Relation von bis zu 100:1 wäre nicht in der Lage, der Gravitation zu widerstehen ohne zu knicken. Im Verbund hält sie den stärksten Stürmen stand und erfüllt gleichzeitig eine Vielzahl an biologischen Aufgaben.

Mit einfachen Mitteln soll eine Abschätzung der stabilisierenden Mechanismen der Zelle durch die Betrachtung der Euler'schen Knicklast erfolgen. Es wird bei der Diskussion der Ergebnisse von der Annahme ausgegangen, daß die Struktur einer Zelle, die im isolierten Falle eine größere Knicklast als eine andere aufweist, auch im Zellverbund zu einer höheren Sicherheit führt. Es wird eine rein qualitative Aussage angestrebt.

Die Grundgleichung zur Berechnung der Knicklast lautet (Schnell et al., 1989):

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 EI}{f l^2}$$

E=Elastizitätsmodul, I=Flächenträgheitsmoment, l=Stablänge, f=Faktor des Euler-Falles. Da der Faktor f linear eingeht, geht er in eine Betrachtung der relativen Knicklast nicht ein. Für die Berechnungen wurde der Euler-Fall I, mit f=0.25, angenommen. Das Flächenträgheitsmoment beträgt für einen Hohlzylinder (Beitz und Küttner, 1987):

$$I = \frac{\pi}{4} (r_a^4 - r_i^4)$$

mit r_a Außenradius der Zylinders, r_i Innenradius des Zylinders (hier $r_i=9.6 \mu\text{m}$, $r_a=15 \mu\text{m}$). Es wurden bei der Berechnung die geometrischen Daten der Zelle aus Kapitel 3.2.1 eingesetzt. Zur Verifikation der numerischen Ergebnisse des FE-Programmes ABAQUS wurden vergleichende analytische Rechnungen, mit dem in Kapitel 3.4.1 definierten Modell, durchgeführt (Tabelle. 3.3). Mit steigender Stablänge stimmen die numerische und die analytische Lösungen stärker überein. Die Berechnungen wurden daher mit einer Zelllänge von 0.75 mm durchgeführt.

Stablänge	Kritische Last (analytische Lösung)	Kritische Last (ABAQUS)	Abweichung von der analytischen Lösung
$l = 0, 10 \text{ mm}$	$F_{krit}^I = 1, 1186 \text{ N}$	$F_{krit}^I = 0, 9780 \text{ N}$	17,54%
$l = 0, 75 \text{ mm}$	$F_{krit}^I = 4, 47 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	$F_{krit}^I = 4, 27 \cdot 10^{-4} \text{ N}$	4,56%

Tabelle 3.3: Vergleich der berechneten Knicklängen der analytischen mit der numerischen Lösung durch ABAQUS.

Es wurde eine einschichtige Zelle mit dem Material einer Normalholzzelle und einer Reaktionsholzzelle (druckoptimiert; im Folgenden auch als Druckholzzelle bezeichnet) betrachtet und der Fibrillenwinkel von 0° bis 90° variiert.

Das Material der Zelle spielt eine außerordentlich große Rolle. So fällt die Knicklast bei dem Material der Normalholzzelle mit steigendem Fibrillenwinkel überproportional ab, während der Abfall bei dem für die Druckholzzelle gewonnenen Material geringer ausfällt (Abb. 3.26). Die Normalholzzelle ist weniger gefährdet bezüglich einem Ausknicken, als die auf Druckbelastung optimierte Reaktionsholzzelle. Im Bereich der Fibrillenwinkel der S2 von 45° weist die Druckholzzelle eine um 80% höhere Sicherheit gegen Ausknicken auf, also einen signifikanten höheren Wert, als die Normalholzzelle.

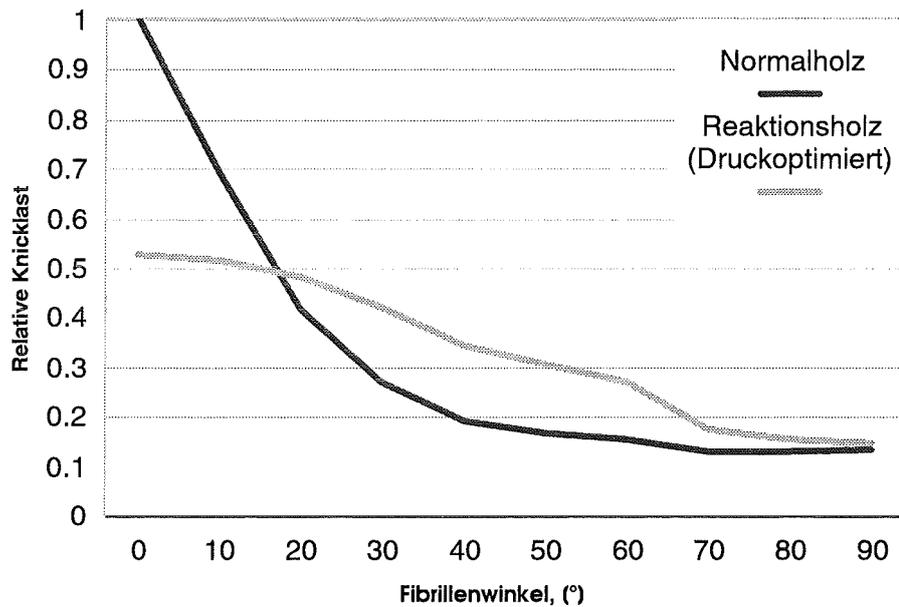


Abb. 3.26: Relative Euler-Knicklasten der Holzzelle.

Die Einführung von radialen Agglomerationen zeigt eine weitere Verbesserung der relativen Knicklast der Zelle. Ein Anteil von 1% radialer Fibrillenagglomerationen führt zu einer um 1,02% höheren Euler-Knicklast. Bei einem Anteil von 10% Radialstegen erreicht man eine um 17% erhöhte Knicklast. Es liegt daher ein eindeutiger Trend zu einer größeren Stabilität der Zelle vor.

4 Ergebnisse der Entwicklung und Anwendung von CAIO_{II}

4.1 Grundlagen von CAIO_{II}

Neben den im vorangegangenen Kapitel diskutierten Eigenschaften der Holzzellen sollte die Faserstruktur des Baumes sowohl im zweidimensionalen, als auch im dreidimensionalen Bereich untersucht werden. Dazu war es notwendig, eine Erweiterung von CAIO (Kriechbaum, 1994) für dreidimensionale Strukturen zu entwickeln. Die Anwendung des Programmes sollte mit wenigen manuellen Benutzereingaben möglich sein. Daher wurde von der vorhandenen Lösung (Kriechbaum, 1994), die eine Verwendung von Musterdateien und eine manuelle Editierung verschiedener Inputdateien zwischen den einzelnen Optimierungsschritten beinhaltet, abgesehen (Kapitel 2.3). Da es nicht möglich, bzw. zweckmäßig erschien, die Verwendung von Drehwinkeln im dreidimensionalen Raum beizubehalten und eine Abfragetechnik trigonometrischer Funktionen zu programmieren, wurde ein vektorieller Ansatz gewählt. Ferner sollte die Ablaufgeschwindigkeit von CAIO erhöht werden, da die Berechnungen bisher einige Minuten in Anspruch nehmen konnten. In diesem Zuge wurde auch die Darstellung der Ergebnisse neu konzipiert, da das vorhergehende Konzept (OLOT, Kriechbaum, 1994) nur eingeschränkte grafische Fähigkeiten aufwies und nicht die Möglichkeit der numerischen Datenausgabe der Koordinaten für die Fasern bot, was für die Portierung der Ergebnisse in CNC-Code, zur automatisierten Fertigung optimierter Strukturen, unabdingbar ist.

Das im Rahmen dieser Arbeit auf einem vektoriellen Ansatz neu entwickelte Programm wird im Folgenden, um Verwechslungen zu vermeiden, als CAIO_{II} bezeichnet. Zunächst wird auf den theoretischen Hintergrund, der CAIO_{II} zugrundeliegt, eingegangen, bevor die Anwendung von CAIO_{II} näher erläutert wird. Anschließend werden mikroskopische und makroskopische Faserverläufe von Bäumen mit Hilfe von CAIO_{II} untersucht.

4.1.1 Ermittlung der Hauptspannungen und Hauptrichtungen

Die Hauptnormalspannungen einer belasteten Struktur, deren korrespondierende Richtungen den Verlauf des Kraftflusses anzeigen, werden elementweise aus den Normal- und Schubspannungen berechnet. Für den allgemeinen dreidimensionalen Fall sind alle Spannungskomponenten durch den Spannungstensor definiert:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

σ_{ii} = Normalspannungen, σ_{ij} = Schubspannungen.

Der Spannungsvektor läßt sich bei gegebenem Spannungstensor als

$$t_i = \sigma_{ji} n_j \quad (4.2)$$

darstellen, mit t_i als beliebigem Spannungsvektor und n_j als Normalenvektor. Da für das Hauptrichtungssystem zugleich $t_i = \sigma n_i$ (σ = Hauptspannung) gilt, läßt sich dies kurz zusammenfassen als:

$$\sigma_{ij} n_j - \sigma n_i = 0 \quad (4.3)$$

Durch Anwendung der Beziehung $n_i = \delta_{ij} n_j$ ($\delta = \text{Kroneckersymbol}$), erhält man die Cauchy'sche Formel (Gross et al., 1995):

$$\begin{aligned}(\sigma_{11} - \sigma)n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 &= 0 \\ \sigma_{12}n_1 + (\sigma_{22} - \sigma)n_2 + \sigma_{23}n_3 &= 0 \\ \sigma_{31}n_1 + \sigma_{12}n_2 + (\sigma_{33} - \sigma)n_3 &= 0\end{aligned}\tag{4.4}$$

$\sigma_{ii} = \text{Normalspannungen}$, $\sigma_{ij} = \text{Schubspannungen}$, $n_i = \text{Richtungsvektoren}$

Ferner gilt als Normierungsbedingung für die Richtungsvektoren n_1 , n_2 , n_3 :

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1\tag{4.5}$$

Als Kubische Lösung von (4.4) erhält man:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0\tag{4.6}$$

Wobei die I_i die Invarianten darstellen. Aus Gl. 4.6 können die drei Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ errechnet werden. Die Hauptspannungen, die formal korrekt als Hauptnormalspannungen bezeichnet werden, und die korrespondierenden Hauptrichtungen, werden von ABAQUS (Hibbitt et al., 1998) berechnet und pro Element ausgegeben. Die Ausgabe erfolgt jedoch nicht in sortierter Form. Die Sortierung nach der Größe der Spannung wird durch CAIO_{II} vorgenommen. Die Optimierung besteht darin, der lokalen Materialrichtung, d. h. der Richtung des größten oder kleinsten Elastizitätsmoduls eines Elementes, die entsprechende Hauptspannungsrichtung zuzuweisen. Die Zuweisung der Orthotropieachsen des Materials zu den Hauptspannungsrichtungen erfolgt durch CAIO_{II}. Dem höchsten Elastizitätsmodul wird bei Zugbelastung (Druckbelastung) die Hauptspannungsrichtung zugewiesen, die zur höchsten (niedrigsten) Hauptspannung gehört. Entsprechend sind die Zuweisungen für die anderen Hauptspannungen definiert.

Die vom FE-Programm gelieferten Hauptspannungsrichtungen, die elementbezogen in einem lokalen, auf die aktuellen Materialachsen bezogenen Koordinatensystem ausgegeben werden, müssen transformiert werden. Dies liegt daran, daß die von CAIO_{II} berechneten Materialachsen in einem globalen Koordinatensystem vorzuliegen haben, da die neuberechneten Orientierungen der Materialrichtungen dem FE-Programm (ABAQUS) in einem globalen Koordinatensystem übergeben werden müssen. Die Transformationsbeziehung lautet:

$$A' = V \cdot A \text{ oder ausgeschrieben: } \begin{pmatrix} A'_x \\ A'_y \\ A'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}\tag{4.7}$$

wobei gilt: $A = V^T \cdot A'$

$A = \text{Vektor im lokalen Koordinatensystem}$, $A' = \text{Vektor im globalen Koordinatensystem}$,
 $V = \text{Matrix des lokalen Koordinatensystems}$, $V^T = \text{transponierte Matrix}$.

Durch die Umsetzung der beschriebenen Beziehungen und Gleichungen in ein FORTRAN-Programm (CAIO_{II}), können die Materialrichtungen einer Struktur in drei Dimensionen entlang der Hauptspannungsrichtungen ausgerichtet werden.

4.1.2 Reduktion der Schubspannungen

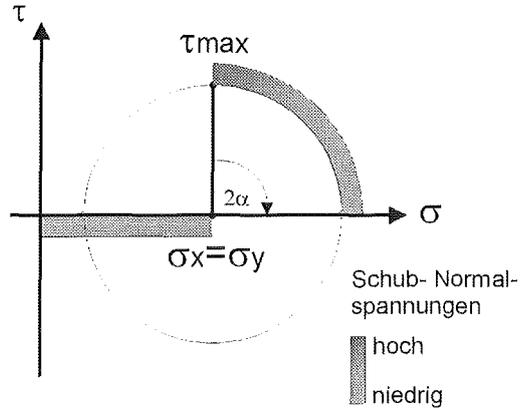
Die Ausrichtung der lokalen Materialachsen eines jeden Elementes in die Hauptspannungsrichtung und die damit in Verbindung stehende Schubspannungsreduktion ist anschaulich im Mohr'schen Spannungskreis darzustellen (Abb. 4.1).

a) Hauptschubspannungen

$$\sigma_x = \sigma_y$$

$$\tau_{xy} = \tau_{\max}$$

$$\alpha = 45^\circ$$



b)

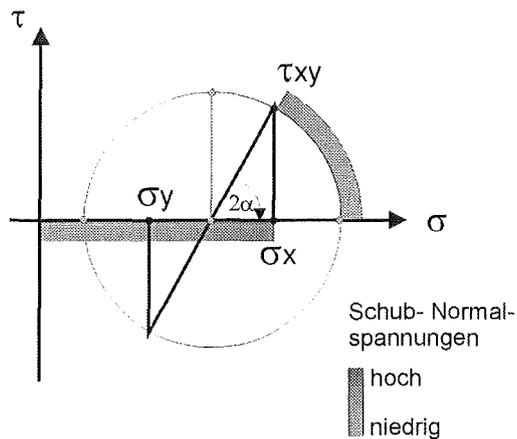
Allgemeine Schubspannungen

(Zustand vor der Optimierung mit CAIO_{II})

$$\sigma_x < \sigma_1 \quad \sigma_y > \sigma_2$$

$$\tau_{xy} = f(\sigma_x, \sigma_y)$$

$$0^\circ < \alpha < 45^\circ$$



c) Keine Schubspannungen

(Zustand nach der Optimierung mit CAIO_{II})

$$\sigma_x = \sigma_1 \quad \sigma_y = \sigma_2$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\alpha = 0^\circ$$

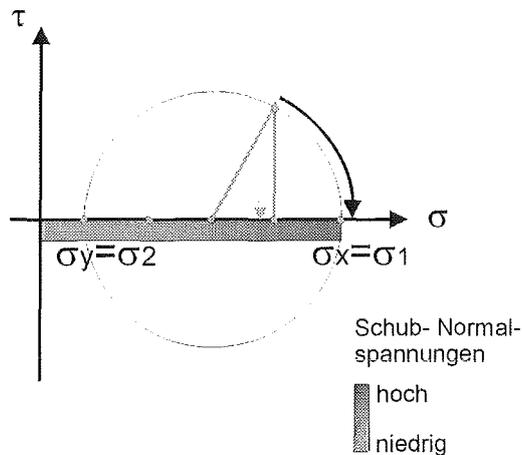


Abb. 4.1: Reduktion der Schubspannungen. Darstellung der Zusammenhänge für den zweidimensionalen Spannungszustand im Mohr'schen Spannungskreis. a) Hauptschubspannungen, b) mittlere Schubspannungen, c) reine Normalspannungen.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in Abb. 4.1 nur die zum Verständnis notwendigen Größen eingezeichnet. Winkel werden in der Grafik auf den Bereich von 0-90° beschränkt. In Abb. 4.1 a) ist der Spannungszustand maximaler Schubspannungen in einem Materialpunkt dargestellt. Für eine vollständige Definition aller Zusammenhänge des Mohr'schen Spannungskreises siehe Gere und Timoshenko (1997). Die Hauptschubspannungen bestehen in einem Winkel von 45° zu den Hauptnormalspannungen (Beitz und Küttner, 1987). Der Betrag der höchsten Normalspannungen nimmt bei diesem Spannungszustand einen minimalen Wert ein. In Abb. 4.1 b) ist ein typischer Spannungszustand im Bereich zwischen den maximalen und minimalen Schubspannungen abgebildet. Die größte Normalspannung, hier σ_x , ist nun größer als im Falle des Wirkens der maximalen Schubspannungen. Die Schubspannungen sinken mit fallendem Winkel α zur Abszisse hin ab. Abb. 4.1 c) verdeutlicht den Spannungszustand, in dem keinerlei Schubspannungen wirken. Der Winkel α , und somit auch der Betrag der Schubspannungen, hat nun den Wert Null eingenommen. Die Normalspannungen erreichen ein Maximum und werden als Hauptnormalspannungen bezeichnet. Durch die Änderung der Orientierung aller Materialachsen der Strukturelemente und durch die Rückkoppelung der einzelnen Elemente untereinander, entstehen nach der Optimierung erneut Schubspannungen. Diese haben jedoch einen wesentlich niedrigeren Betrag als zuvor, so daß eine deutliche Reduktion der Schubspannungen erreicht wird.

Es kann über die Anzahl der Iterationsschritte der Optimierung zu einer Reduktion der Schubspannungen kommen, die einen asymptotischen Verlauf hat und dabei einen von null verschiedenen Wert anstrebt. Dies liegt zum einen an numerischen Problemen, die bei der FEM im Bereich von unterproportionaler numerischer Werte ($\lesssim 1/100$ einer typischen Spannung) auftreten können. Zum anderen treten in Bereichen, in denen keine eindeutige Kraftflußrichtung vorliegt, starke Richtungsänderungen der Orthotropieachsen auf, die nach jedem neuen Optimierungszyklus Schubspannungen niedrigen Betrages erzeugen. Nach der Optimierung wirken dennoch nahezu reine Normalspannungen.

4.1.3 Ablauf von CAIO_{II}-Optimierungen

Es bestehen zwei mögliche Vorgehensweisen bei der Anwendung von CAIO_{II}:

a) Manuelle Durchführung der Optimierung

1. Erzeugung einer Finite-Elemente-Struktur des interessierenden Bauteiles.
2. Definition eines Ausgangsarrangementes für die Orthotropieachsen des Materials (Bei 2D- und einfachen 3D-Modellen unidirektionale Ausrichtung in Richtung des Kraftflusses)
3. Durchführung einer Finite-Elemente-Analyse um die Spannungsverteilung zu ermitteln.
4. Die Berechnung der optimierten Materialrichtungen erfolgt durch CAIO_{II}. Die Ergebnisse der FE-Spannungsanalyse werden von CAIO_{II} eingelesen und daraus die neue Orientierung der Materialachsen berechnet. Als Ergebnis erhält man ein auf die Elemente bezogenes Vektorfeld als Eingabedaten für die nachfolgende FE-Rechnung sowie optional ein auf die Elementknoten gemitteltetes Vektorfeld für die Weiterbearbeitung der Daten.
5. Das Ergebnis der CAIO_{II}-Berechnung, eine dem Kraftfluß angepaßte, lokale Materialrichtung für jedes Element, wird als Basis für eine weitere FE-Analyse genommen. Das Einlesen der CAIO_{II}-Ergebnisse erfolgt direkt aus ABAQUS. Das Ergebnis dieser Analyse zeigt den neuen Spannungszustand an.

Bis zum Erreichen einer zufriedenstellenden Reduktion der Schubspannungen kann die alternierende Durchführung von CAIO_{II}-Berechnung und FE-Analyse (Schritte 4-5) fortgesetzt werden, wobei eine Iteration einen CAIO_{II}-Lauf und eine FE-Analyse umfaßt. Ergebnis ist ein für das Postprocessing aufbereitetes Vektorfeld, welches wahlweise auf die Elemente oder auf die Knoten der Struktur ausgegeben werden kann.

b) Automatisierte Durchführung der Optimierung

- Der gesamte iterative Ablauf kann vom Benutzer auch durch den Aufruf eines Jobnetzes gestartet werden. Es wird vor dem Start festgelegt, wieviele Iterationen durchgeführt werden sollen. Der alternierende Ablauf von FE-Analyse und CAIO_{II} geschieht automatisch. Die gewünschten Ergebnisse können zwischengespeichert werden und stehen dem Benutzer nach Ablauf der Optimierung zur Verfügung. Es ist auch möglich, ab einer beliebigen vorhandenen Iteration weiterzurechnen, d. h. dieser Iteration weitere folgen zu lassen, ohne wieder bei der ersten Iteration zu beginnen zu müssen.

Bei Modellen von 30000 Elementen benötigt CAIO_{II} auf einer RS-6000-Workstation pro Iteration nur eine Rechenzeit von etwa 7 Sekunden, was gegenüber der bisherigen CAIO-Routine und der Dauer einer FE-Berechnung zu vernachlässigen ist.

Der Ablauf eines Optimierungszyklus mit CAIO_{II} ist in Abb. 4.2 schematisch veranschaulicht.

Flußdiagramm CAIO_{II} (Computer Aided Internal Optimization)

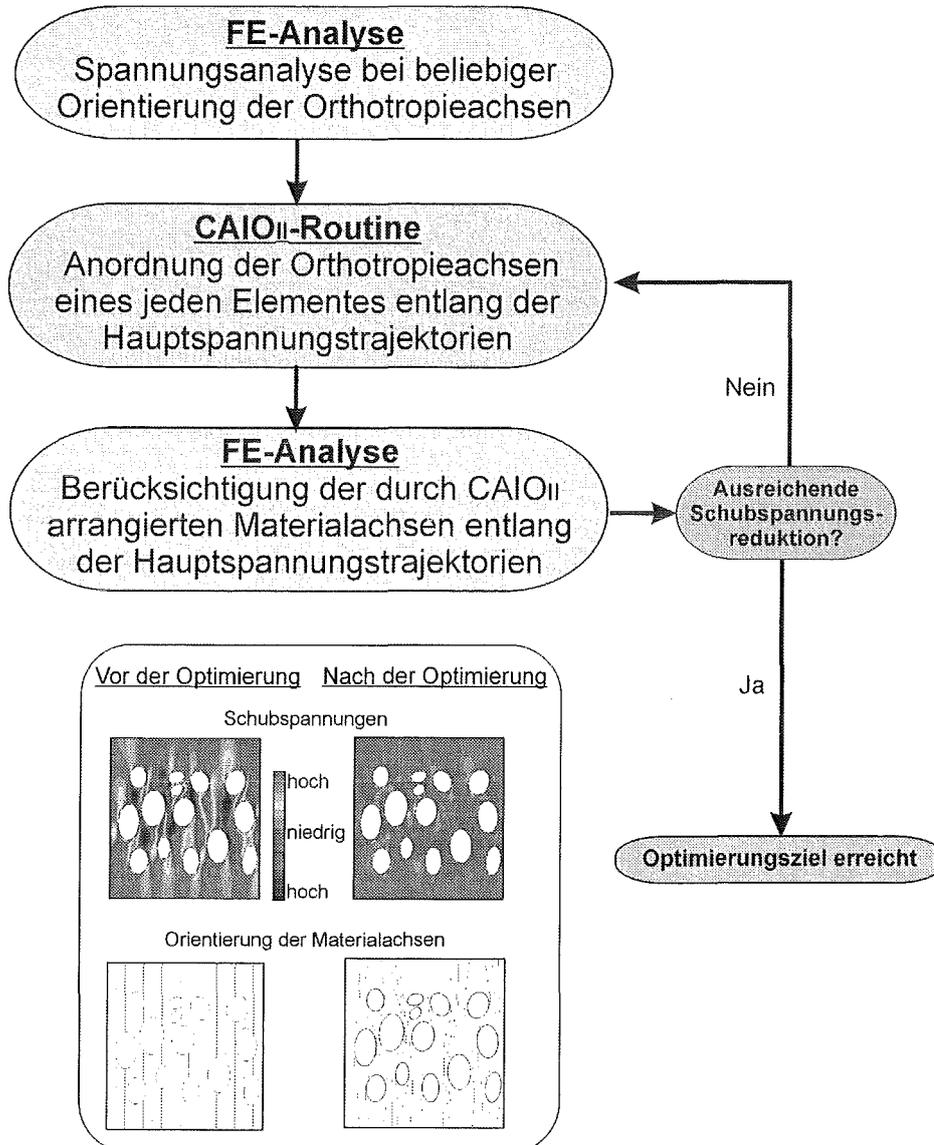


Abb. 4.2: Ablauf einer Optimierung mit CAIO_{II}.

4.1.4 Darstellung der Ergebnisse

Die Darstellung der Ergebnisse wurde über eine graphische Auswertung der Hauptspannungstrajektorien erreicht. Der Verlauf der Hauptspannungstrajektorien muß von der Geometrie der Finiten Elemente unabhängig sein. Die Diskretisierung des FE-Netzes spielt jedoch eine bedeutende Rolle. Besonders im Bereich großer Spannungsgradienten, also z. B. im Kerbgrund einer Lochplatte, ist eine feine Vernetzung wichtig, da ansonsten die Richtungsänderungen der Hauptspannungstrajektorien nur unzureichend aufgelöst werden können. Für die grafische Aufbereitung der Ergebnisse wurde das Post-Processing-Programm TECPLOT7.0/7.5 (Amtec, 1997) ausgewählt. Die Darstellung der Hauptspannungstrajektorien erfolgt in diesem Programm interaktiv durch die Wahl von Startpunkten, von denen aus der Verlauf der Hauptspannungstrajektorien durch die Struktur berechnet und dargestellt wird. Es wurden im Rah-

men dieser Arbeit FORTRAN-Programme erstellt, mit denen Startpunkte, für beliebige Kreiszylinder, Ellipsen und Geraden, äquidistant berechnet und für TECPLOT7.0/7.5 aufbereitet werden. Auf die (ungenaue) interaktive, manuelle Wahl der Startkoordinaten konnte so verzichtet werden.

Die Definition der Hauptspannungsrichtungen kann zu Komplikationen bei der grafischen Darstellung der Hauptspannungstrajektorien führen. Durch die quadratische Form der Normierung der Richtungsvektoren in Gl. 4.8 sind diese nicht eindeutig definiert und beschreiben keine Richtung, sondern nur eine Achse. Nach Pestel und Wittenburg (1981) ist das nicht determinierte Vorzeichen durch die quadratische Form von Gl. 4.8 bei analytischen Untersuchungen nicht relevant. Ein Hauptspannungsvektor kann folglich in zwei entgegengesetzte Richtungen weisen, ohne daß dies die Ergebnisse der Spannungsanalyse beeinflusst.

In Abb. 4.3 ist die Problematik grafisch verdeutlicht. Die Vektoren im rechten Teil des Bildes, in dem keine Faserlinien verlaufen, weisen in entgegengesetzte Richtung des Vektorfeldes des linken Bildbereiches. Dies hat zwar keinen Einfluß auf den Betrag der Spannungen und Dehnungen der FE-Analyse, jedoch auf die Darstellung der Faserlinien. An dem Ort, an dem die Vektorköpfe aufeinanderweisen, entsteht eine fehlerhafte Anzeige. Die Linien in Abb. 4.3 enden daher genau an diesem Ort. Richtet man durch eine Subroutine, die während der FE-Analyse abläuft und von dieser aufgerufen wird, die Hauptachsen auf ihrer Achse in eine definierte Richtung aus, so werden die Faserlinien korrekt angezeigt (Abb. 4.4). Alle Vektoren, die einen Winkel größer als $\pm 90^\circ$ zu einem definierten Referenzvektor aufweisen, werden auf ihrer Achse umgedreht. Da die Vektoren im Postprocessing auf den Knoten benötigt werden, ist zu beachten, daß sogar Nullvektoren entstehen können, wenn die Vektoren benachbarter Elemente sich bei der Mittelung, die automatisch durch das FE-Programm vorgenommen wird, in Betrag und Richtung aufheben. Daher wird die Ausrichtung vor der Mittelung durch das FE-Programm (ABAQUS) vorgenommen.

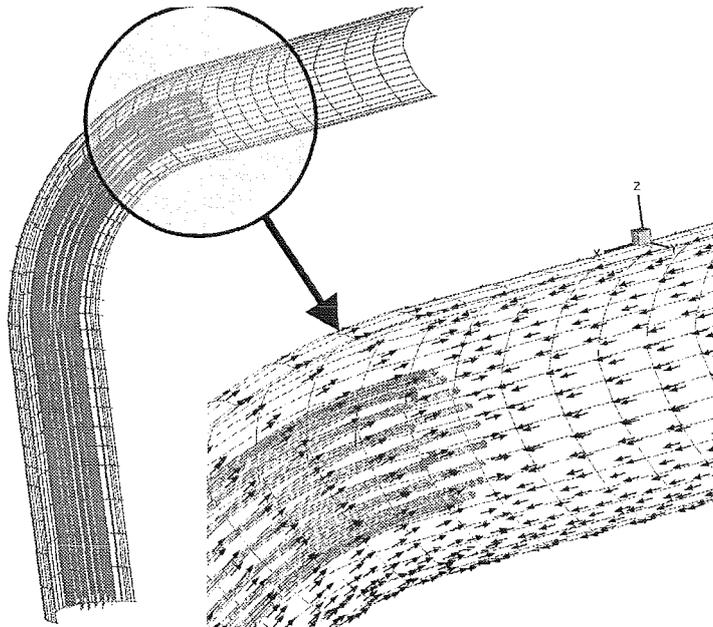


Abb. 4.3: Möglicher Fehler bei der Vektorausrichtung: Die Faserlinien enden an den in die entgegengesetzte Richtung weisenden Vektoren.

Die Umkehrung der in Abb. 4.3 als fehlerhaft ausgerichtet definierten Vektoren löst das Darstellungsproblem, ohne die Ergebnisse der FE-Analyse quantitativ zu beeinflussen (Abb. 4.4). Die Vektorausrichtung kann für jedes Elementset getrennt definiert werden. So ist das Vektorfeld auch bei komplexen Geometrien den lokalen Bedingungen anzupassen.

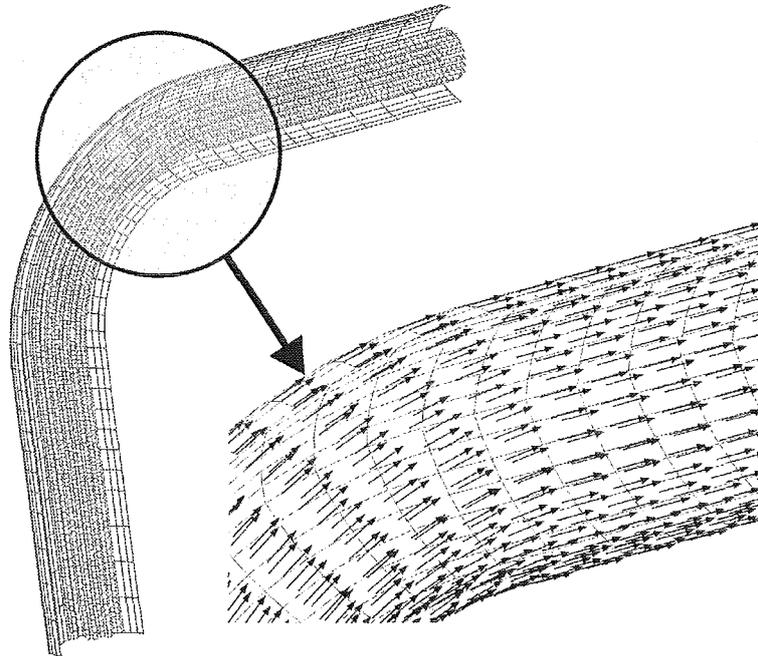


Abb. 4.4: Korrigierte Ausrichtung der Vektoren aus Abb. 4.4. (Zur besseren Verdeutlichung der Vektoren wurde in der Vergrößerung bewußt auf die Darstellung der Faserlinien verzichtet).

4.1.5 Konvertierung der Ergebnisse

Um die Möglichkeiten der automatisierten Technik für die Herstellung von Prototypen zu nutzen wurden zwei Datenkonverter entwickelt. Der erste Konverter³ wandelt die Ergebnisse der CAIO_{II}-Optimierung in das Datenformat des Postprozessors TECPLOT (Schäfer und Reuschel, 1997). Das zweite Programm⁴ konvertiert die Koordinatentripel der Trajektorien, die in nahezu beliebiger Genauigkeit vom Postprozessor ausgegeben werden, in ein CNC-Format (Schäfer, 1998). Auf diese Weise ist es möglich, auf einer CNC-fähigen Maschine Prototypen zu fertigen und so für technische Anwendungen von CAIO_{II} die Möglichkeiten des CAM (Computer Aided Manufacturing) zu erschließen. Der gesamte Ablauf einer CAIO-Optimierung ist in Abb. 4.5 dargestellt.

³ Das Programm wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Jürgen Schäfer, Forschungszentrum Karlsruhe, entwickelt.

⁴ Dieses Programm wurde freundlicherweise von Herrn Jürgen Schäfer, Forschungszentrum Karlsruhe, entwickelt.

CAM (Computer Aided Manufacturing) mit CAIO_{II} (Computer Aided Internal Optimisation)

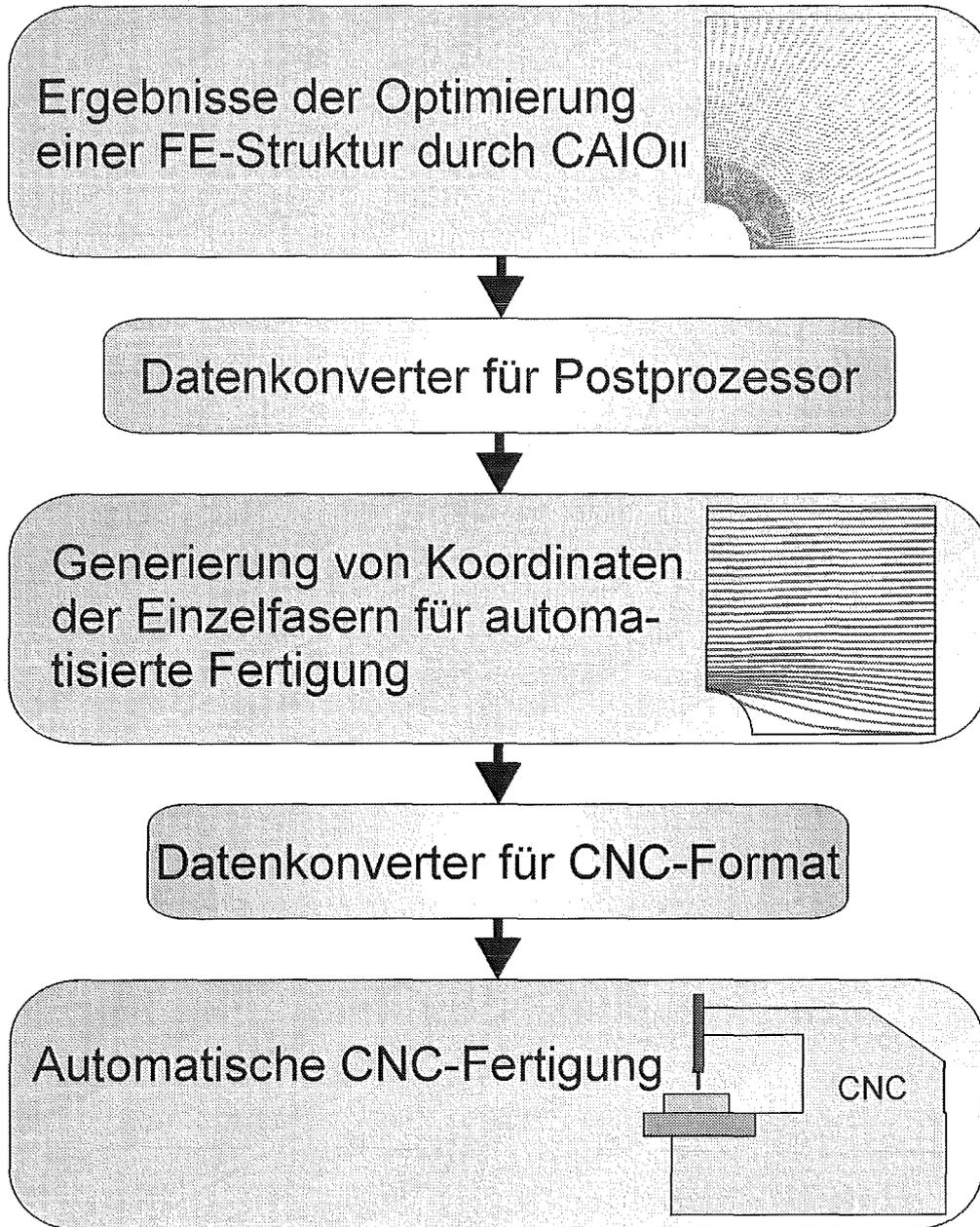


Abb. 4.5: Datentransfer von der Optimierung durch CAIO_{II} bis zur CNC-Fertigung.

4.2 Anwendung von CAIO_{II}

Ziel ist es, anhand von exemplarischen Rechnungen den Einfluß der CAIO_{II}-Optimierung auf den Spannungszustand einer Struktur zu erläutern und das Konvergenzverhalten der Methode zu beschreiben. Außerdem wird die Anwendung von CAIO_{II} auf dreidimensionale Modelle vorgestellt. Die Berechnungen dienen gleichermaßen der Verifikation.

4.2.1 Zweidimensionale Beispiele

Am Beispiel einer auf Zug belasteten Lochplatte sollen die in Kapitel 4.1 über CAIO_{II} getroffenen Aussagen verifiziert und die Auswirkung der Optimierung auf den Spannungszustand einer Struktur studiert werden. Bei der FE-Analyse wurde, aufgrund der Symmetriebedingungen, mit einem Viertel der Struktur gerechnet (Abb. 4.6). Um den Einfluß der Probenbreite auf die Spannungen im Kerbgrund vernachlässigen zu können, wurde ein Verhältnis von halber Plattenbreite zu Lochradius von 5:1 gewählt. Für die Lochplatte wurde orthotropes Materialverhalten angenommen. Als Materialkonstanten wurden, in Bezug auf die Thematik der Arbeit, durchschnittliche Werte mitteleuropäischer Hölzer gewählt (Wood Handbook, 1985; Lavers, 1989):

$$E_x = 10000 \text{ MPa}, E_y = 1000 \text{ MPa}, G = 800 \text{ MPa}, \nu = 0.3$$

Der größte E-Modul liegt in Richtung der in Abb. 4.7 c) dargestellten Linien. Nachfolgend wurde eine Optimierung mit Hilfe von CAIO_{II} durchgeführt. Den Vergleich der Schubspannungsverteilung und des korrespondierenden Materialarrangementes vor und nach der Optimierung ist in Abb. 4.7 dargestellt.

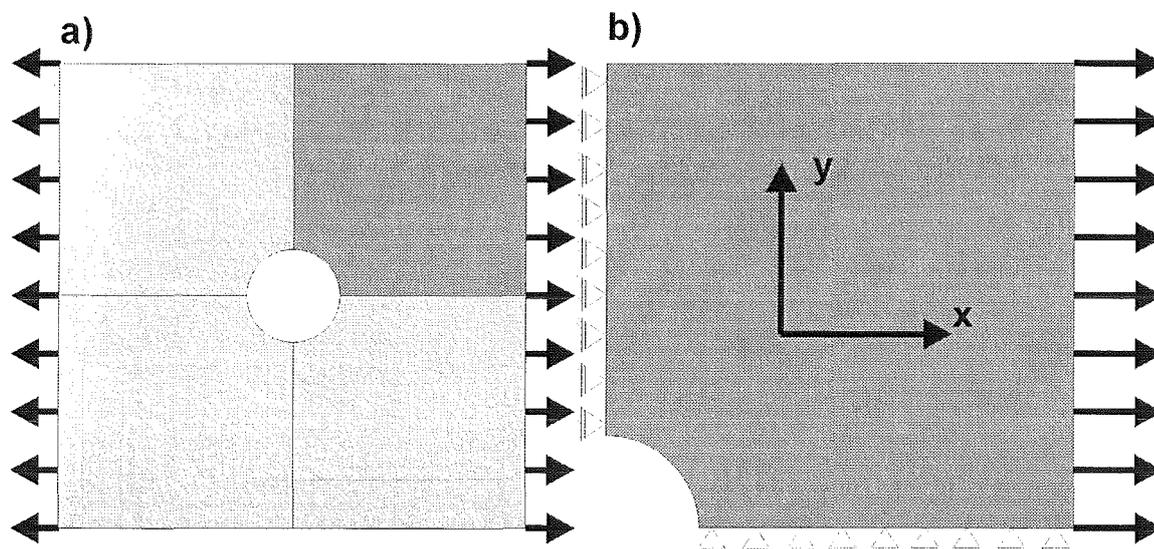


Abb. 4.6: a) Symmetriebedingungen und b) Randbedingungen der zugbelasteten Lochplatte.

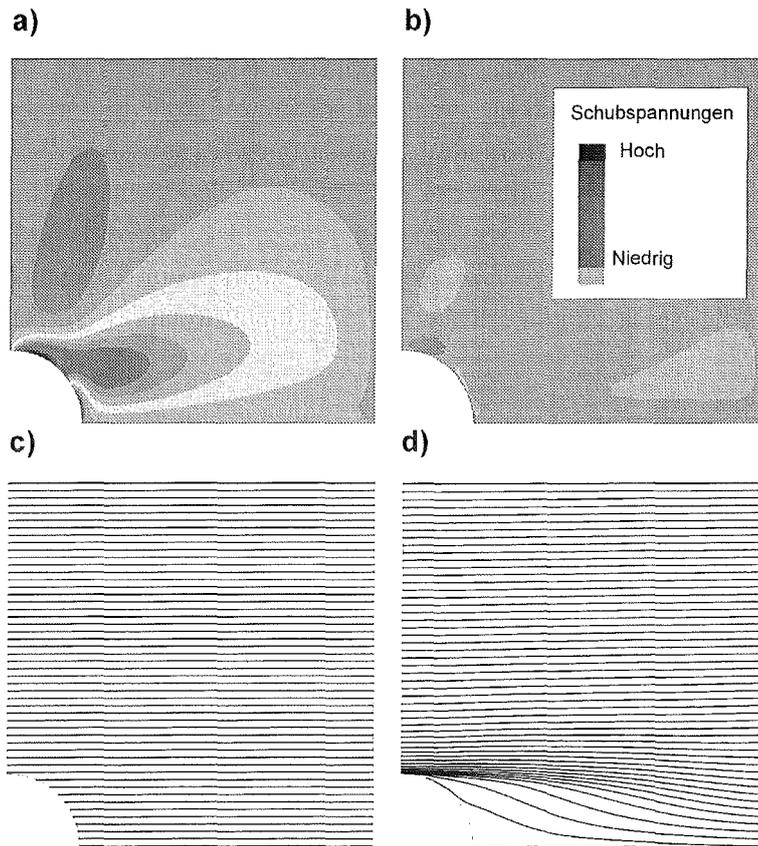


Abb. 4.7: Lochplatte unter Zugbelastung,

a) Schubspannungsverteilung vor, b) nach der Optimierung von CAIO_{II},
 c) Faseranordnung vor, d) nach der Optimierung mit CAIO_{II}.

Die Schubspannungen weisen in der Spannungsanalyse im Bereich des Kerbgrundes ein Maximum auf (Abb. 4.7 a). Der Maximalwert Normalspannungen tritt im Kerbgrund auf. Der Ort der Maximalwerte bleibt auch nach der Optimierung derselbe, die Beträge liegen jedoch deutlich niedriger (Abb. 4.7 b). Bereits nach dem ersten Optimierungszyklus sind die maximalen Schubspannungen um einen Betrag von mehr als 75% reduziert. Das gesamte Schubspannungsniveau ist durch die Reduktion weitestgehend homogenisiert (Abb. 4.7 b).

Das Materialarrangement ist vor der Optimierung unidirektional in horizontaler Richtung definiert (Abb. 4.7 c). Nach der Optimierung entspricht die Ausrichtung der Materialachsen dem Verlauf der Hauptspannungstrajektorien. Bei der Darstellung werden die Linien von einem Startpunkt aus berechnet. Werden die Startpunkte in äquidistantem Abstand in einem Bereich homogener Spannung definiert, führt dies im Falle der optimierten Struktur im Bereich des Kerbgrundes zu einer Konzentration der Fasern, da der Kraftfluß in diesem Bereich umgelenkt wird (Abb. 4.7 d). Eine äquidistante Faserdichte im Bereich des Kerbgrundes hingegen wäre höchst irreführend, da gerade im Bereich großer Spannungsgradienten eine konstante Faserdichte aufträte und im Bereich homogener Spannungen eine Schwankung der Faserdichte zur Folge hätte. Daher wurde bei allen Darstellungen darauf geachtet, die Startpunkte der Fasern in einem Bereich homogener Spannungen zu wählen.

Um das Konvergenzverhalten von CAIO_{II} zu ermitteln, wurde eine Optimierung der Lochplatte in 20 Optimierungszyklen durchgeführt. Dabei wurden die Beträge der Schubspannungen

und der größten Hauptnormalspannungen aufgezeichnet. Ferner wurde das Verhältnis zwischen dem Längs- und dem Quer-Elastizitätsmodul im Bereich von 1:2 bis 1:20 und der Schubmodul im Bereich von 1:5- 5:1 variiert um den Einfluß dieser Materialparameter auf die Schub- und Normalspannungsreduktion durch CAIO_{II} festzustellen (Abb. 4.8, Abb. 4.9). Die Rechengeschwindigkeit von CAIO_{II}, die bei CAIO bis zu einigen Minuten betrug, beträgt bei Modellen mit 20.000 Knoten weniger als 10 Sekunden, so daß der zeitliche Einfluß der Optimierungsroutine in Bezug auf die Rechenzeit der FEM-Analyse zur Spannungsanalyse zu vernachlässigen ist. Hierbei spielt es keine Rolle, ob zweidimensional oder dreidimensional optimiert wird.

In Abb. 4.8 sind die Schubspannungen über der Anzahl der Optimierungszyklen aufgetragen. Nach einer Iteration beträgt die Reduktion bereits mindestens 70%, nach 4 Zyklen rund 90% und nach 20 Zyklen mindestens 96%. Dabei liegen die Ausgangsschubspannungen eines Materials mit einem hohen Steifigkeitsunterschied der Längs/Quer-Elastizitätsmoduli niedriger, als die eines Materials mit nur geringem Steifigkeitsunterschied.

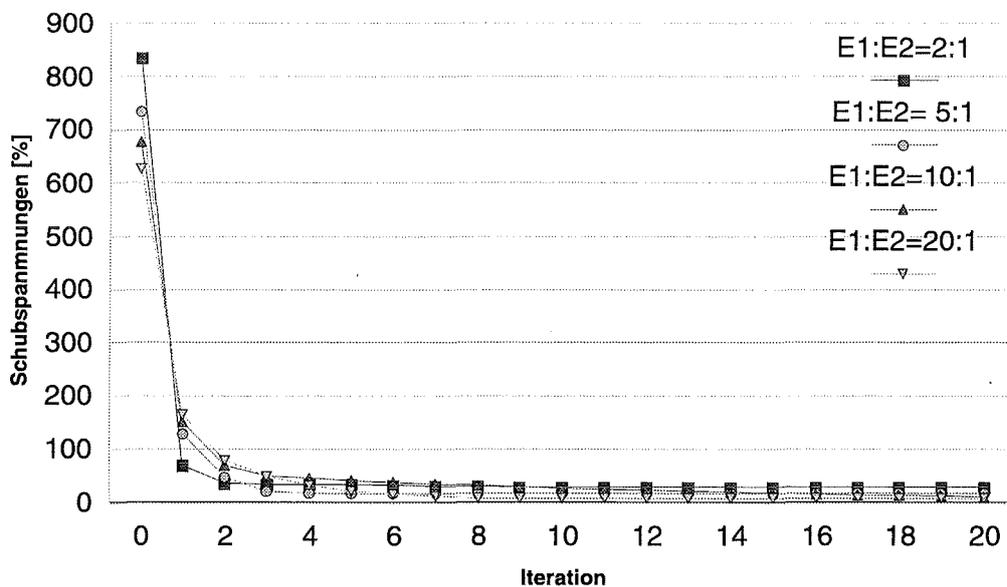


Abb. 4.8: Konvergenzverhalten von CAIO, Reduktion der Schubspannungen in Abhängigkeit der Steifigkeit $E_{Längs}=E1$, $E_{Quer}=E2$.

Umgekehrt verhält es sich bei Betrachtung der Hauptnormalspannungen. Die maximalen Hauptnormalspannungen sind um so höher, je ausgeprägter die Steifigkeitsunterschiede in den Materialrichtungen sind. Während bei einer isotropen Lochplatte der Kerbspannungsfaktor drei beträgt, liegt dieser Wert bei einem Material mit einer E-Modul-Relation längs/quer=20/1 bereits fast bei 10 (Abb. 4.9). Dies wird sowohl qualitativ als auch quantitativ durch Untersuchungen von Konish und Whitney (1975) bestätigt, die bei einer E-Modul-Relation Längs/quer=1:15 einen Kerbspannungsfaktor von 7 ermittelten.

Durch die Optimierung mit CAIO_{II} kann die Kerbspannungswirkung jedoch signifikant verringert werden, wie die Spannungsanalysen beweisen (Abb. 4.9). Der Betrag der Spannungsüberhöhung hängt bei Faserverbundwerkstoffen außer von der Kerbgeometrie auch stark vom Schubmodul ab (Abb. 4.10).

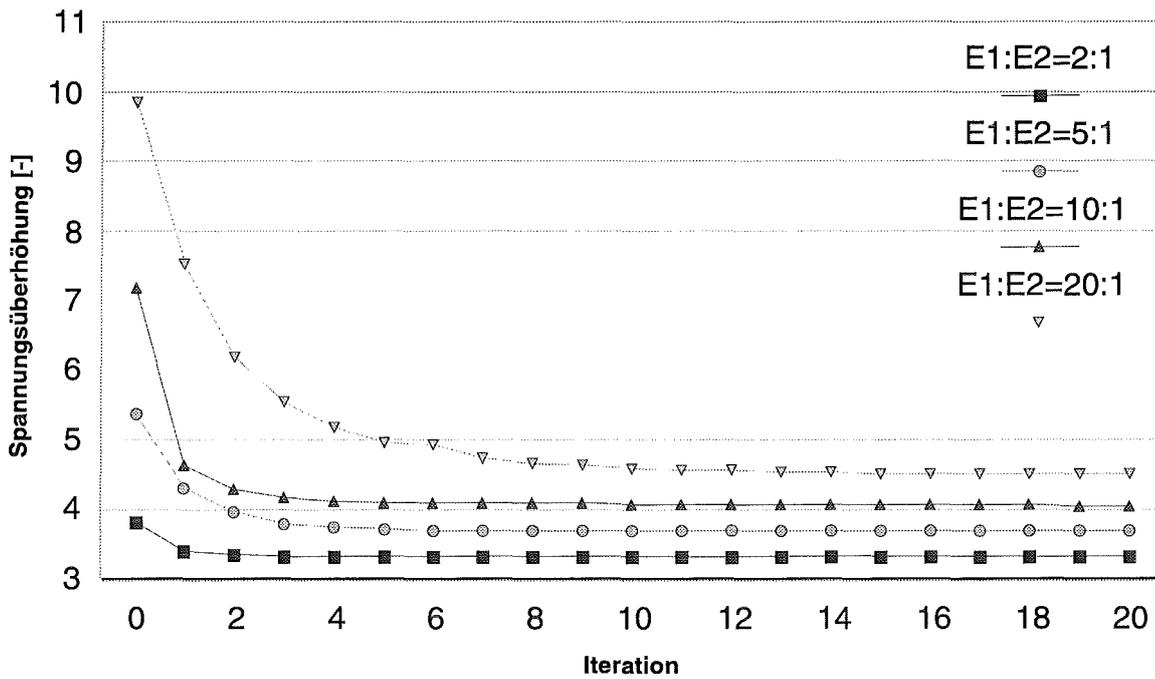


Abb. 4.9: Konvergenzverhalten von CAIO_{II}, Reduktion des Kerbspannungsfaktors in Abhängigkeit der Steifigkeit $E_{Längs}=E1, E_{Quer}=E2$.

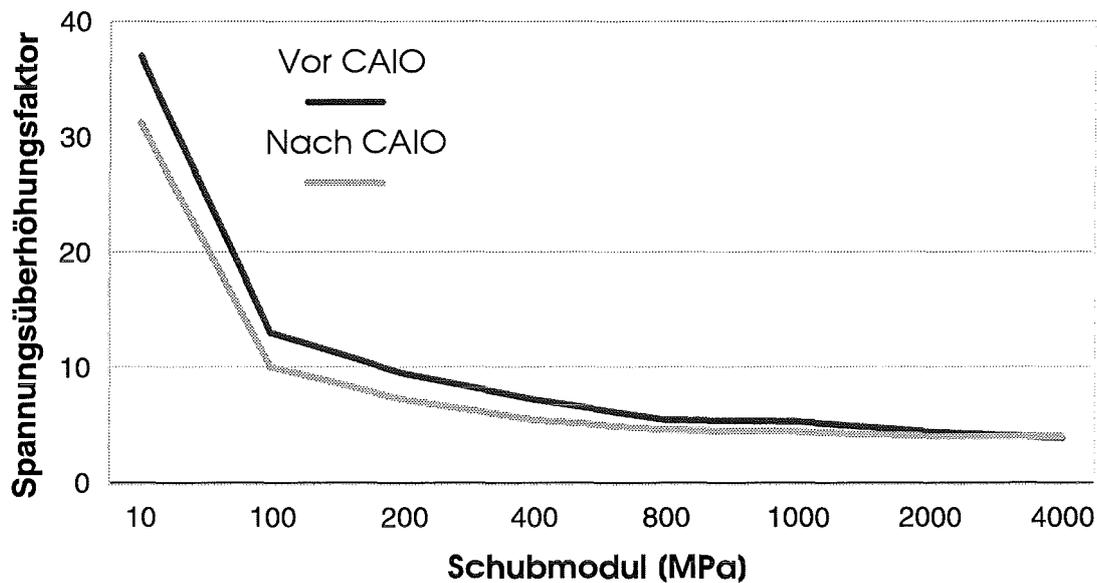


Abb. 4.10: Einfluß des Schubmoduls auf die Spannungsüberhöhung im Kerbgrund bei einem E-Modulverhältnis von $E_{Längs}=10000 \text{ MPa}/E_{Quer}=1000 \text{ MPa}$.

Wie die Parameterstudien zeigen ist der Spannungszustand eines orthotropen Werkstoffes nicht nur sehr empfindlich im Hinblick auf die Größe und Relation der E-Moduli, sondern auch im Hinblick auf die Schubmoduli. Durch die Anwendung von CAIO_{II} ist jedoch unabhängig vom Materialverhalten stets eine deutliche Reduktion der maximalen Schubspannungen und eine Verringerung der Hauptnormalspannungen zu erreichen.

Der größte Anteil der Schubspannungen ist in der Regel nach dem ersten Optimierungszyklus mit CAIO_{II} bereits eliminiert. Dies spiegelt sich auch in der grafischen Darstellung der Hauptspannungstrajektorien wieder. Mit steigender Anzahl von Iterationen ändert sich der Verlauf der Hauptspannungstrajektorien, ebenso wie der Spannungszustand, kaum noch (Abb. 4.11).

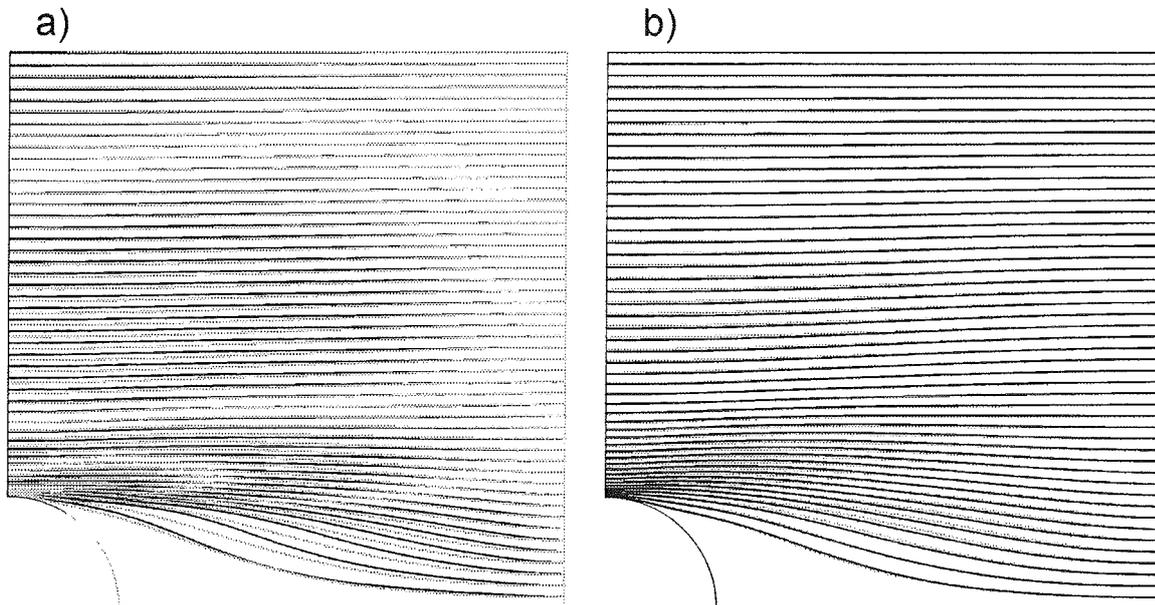


Abb. 4.11: Materialrichtungen der Lochplatte:

a) Erste Iteration CAIO_{II} (Schwarz) und fünfte Iteration (Grau).

b) Fünfte Iteration CAIO_{II} (Schwarz) und zehnte Iteration (Grau).

4.2.2 Lokale Steifigkeitsvariation

Während beim Baum die Faserdichte als konstant angesehen werden darf, variiert diese bei technischen Konstruktionen, insbesondere bei CAIO_{II}-Optimierungen, wie sie z. B. in Abb. 4.11 dargestellt ist und es kommt durchaus zu Schwankungen der Faserdichte.

Zur Berücksichtigung von variablen Faserdichten wurde in CAIO_{II} eine Option für die Variation der Materialkonstanten in Abhängigkeit einer frei wählbaren Variable implementiert. Ohne diese Option besteht keine Möglichkeit den Einfluß, der Faserdichte im FEM-Modell zu berücksichtigen.

Durch die Angabe von Materialeigenschaften in Abhängigkeit einer Feldvariablen kann eine beliebige Anzahl von Zuständen eines Materials definiert werden. Bei der Modellierung eines Prototyps kann auf diese Weise der Steifigkeitsunterschied von Bereichen hoher Faserdichte und Bereichen niedriger Faserdichte berücksichtigt werden. Mit Hilfe von Mischungsregeln ist es möglich, bei Kenntnis der Materialkennwerte der Fasern und der Matrix, Vorhersagen über die Materialeigenschaften beliebiger Mischungsverhältnisse zu treffen (Kapitel 2.2.4). Da bei äquidistanten Startpunkten der Fasern in einem Bereich homogener Spannungen die Faserdichte dem Spannungsgradienten proportional ist, kann auf diese Weise eine höhere Faserdichte einem steiferen Material gleichgesetzt werden.

Wird ein Material im Bereich höherer Spannungen steifer, so zieht dieser Bereich durch die erhöhte Steifigkeit noch höhere Spannungen auf sich (Abb. 4.12). Diese Definition gilt beispielsweise für technische Faserverbundwerkstoffe, die nach Maßgabe von CAIO_{II} gefertigt werden, da hier eine höhere Faserdichte und somit ein größerer Faseranteil in Bereichen höherer Steifigkeit besteht. Umgekehrt verhält sich ein Werkstoff, der einer Spannungserhöhung mit einer geringeren Steifigkeit entgegnet. Höhere Spannungen werden dann durch größere Dehnungen ausgeglichen, so daß die Spannungen eine wesentlich homogenere Verteilung erlangen. Auch in diesen Fällen sind die Maxima der Normal- und Schubspannungen durch Anwendung von CAIO_{II} deutlich reduziert.

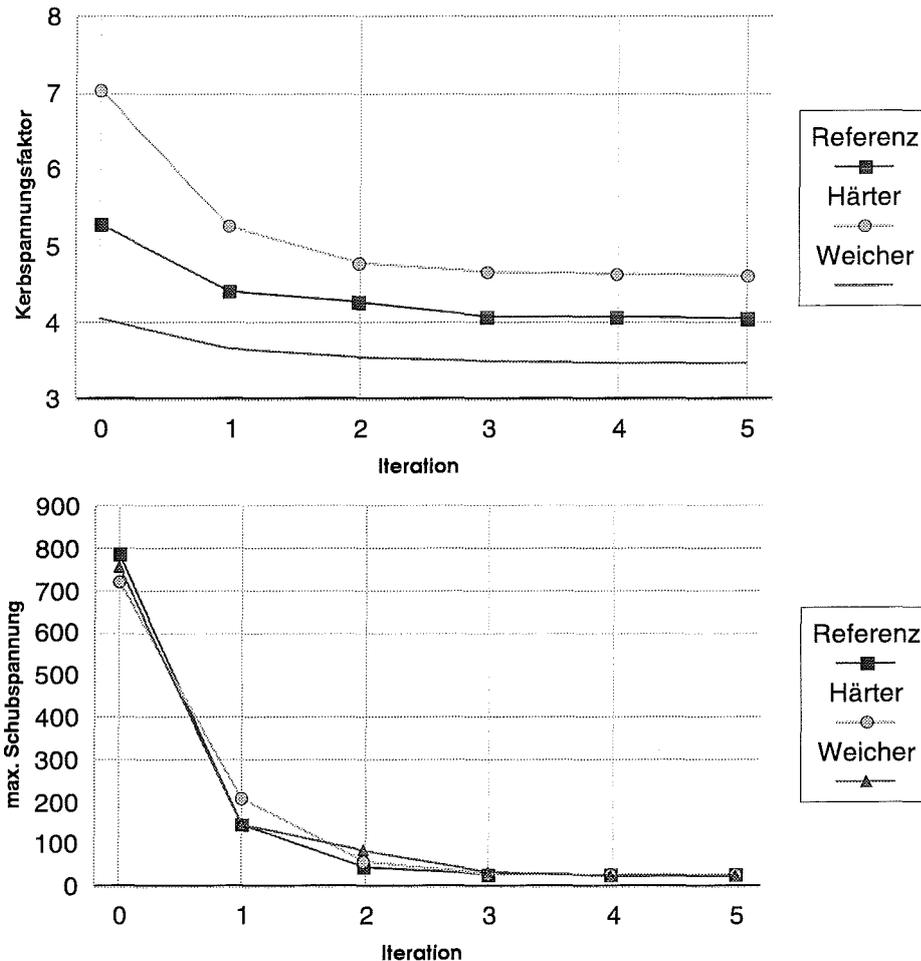


Abb. 4.12: Reduktion der Normalspannungen und der Schubspannungen bei lokaler, linearer Variation des größten E -Moduls in Abhängigkeit der Hauptnormalspannung.

4.2.3 Dreidimensionale Beispiele

Der Schwerpunkt der Entwicklung der CAIO_{II}-Routine lag in der dreidimensionalen Berechnung der optimal arrangierten, lokalen Orthotropieachsen. Die Visualisierung konnte mit Hilfe eines Konverters durch das Postprocessingprogramm TECPLOT (Amtec, 1998) durchgeführt werden (Schäfer und Reuschel, 1997). Die FE-Modelle waren mit dem Programm FEMGEN (Femview, 1998) zu generieren, welches sehr eingeschränkte 3D-Fähigkeiten aufweist. Es wurden verschiedene Modelle generiert und simuliert, die im Folgenden kurz dargestellt werden.

Das optimale Arrangement der Fasern einer unter Zugspannung stehenden Struktur aus einem Faserverbundwerkstoff ist eine Ausrichtung der Fasern in axialer Richtung. Zu diesem Ergebnis führt auch die Anwendung von CAIO_{II} auf einen Vollzylinder unter axialer Zugbelastung (Abb. 4.13 a). Bei einer Torsionsbelastung der gleichen Struktur verlaufen die Hauptspannungstrajektorien in einem 45°-Winkel zur Stabachse, was sich durch die Optimierung mit CAIO_{II} ebenfalls nachvollziehen läßt (Abb. 4.13 b).

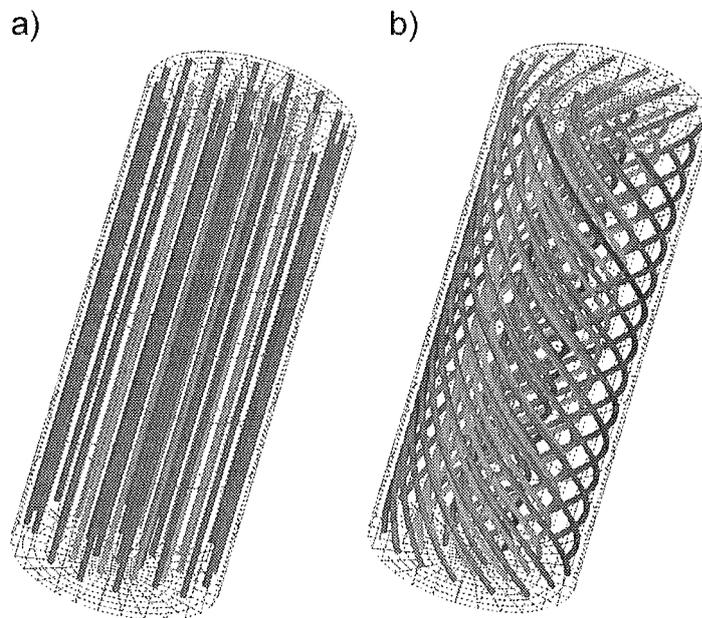


Abb. 4.13: *Hauptspannungstrajektorien eines zugbelasteten Vollzylinders, b) Hauptspannungstrajektorien eines torsionsbelasteten Vollzylinders.*

Komplizierter wird die Vorhersage des Kraftflusses bei einem Kraftträger, der einen 90°-Winkel aufweist. Ein solcher wurde mit verschiedenen Belastungsarten simuliert (Abb. 4.14). Bei Randbedingungen und einer Belastung der Stirnfläche des Trägers gemäß Abb. 4.14 a) und b), muß der Kraftfluß die Krümmung des Bauteiles durchlaufen um am anderen Ende der Struktur abgeleitet werden zu können. Die Hauptspannungstrajektorien verlaufen bei Betrachtung des Falles in Abb. 4.14 a) von der Krafteinleitungsstelle zunächst parallel entlang des Rohres, treffen im Bereich der Krümmung des Rohres zusammen und enden im Bereich der Einspannung in einem Punkt (Abb. 4.15). Die maximale Schubspannung wurde in dieser 3D-Optimierung in der ersten Iteration um 20% reduziert, die maximale Hauptspannung, die am Ort des 'Zusammentreffens' der Hauptspannungstrajektorien auftritt, um 3%.

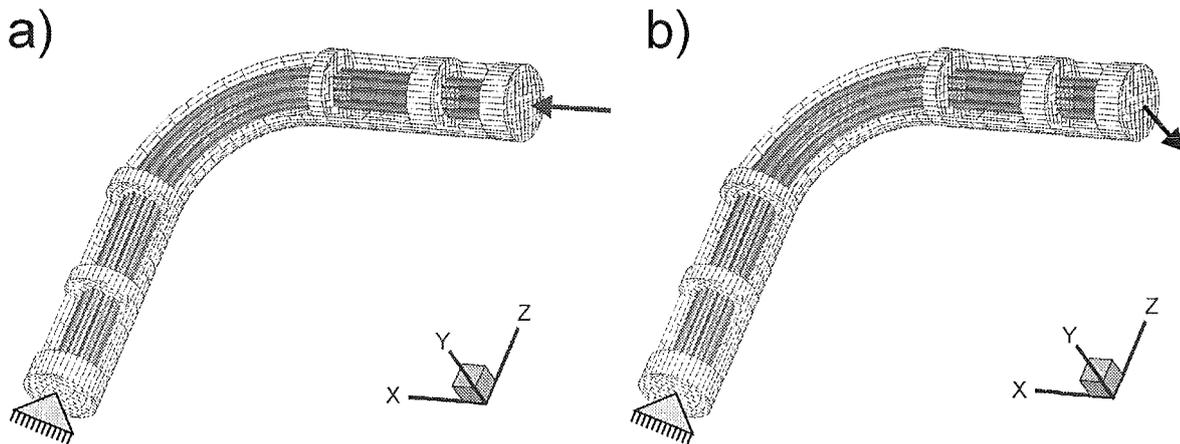


Abb. 4.14: Randbedingungen für die Analyse eines Winkelträgers. Die Fasern zeigen die Richtung des größten E-Moduls an, der bei orthotropem Material der Faserlängsrichtung entspricht.

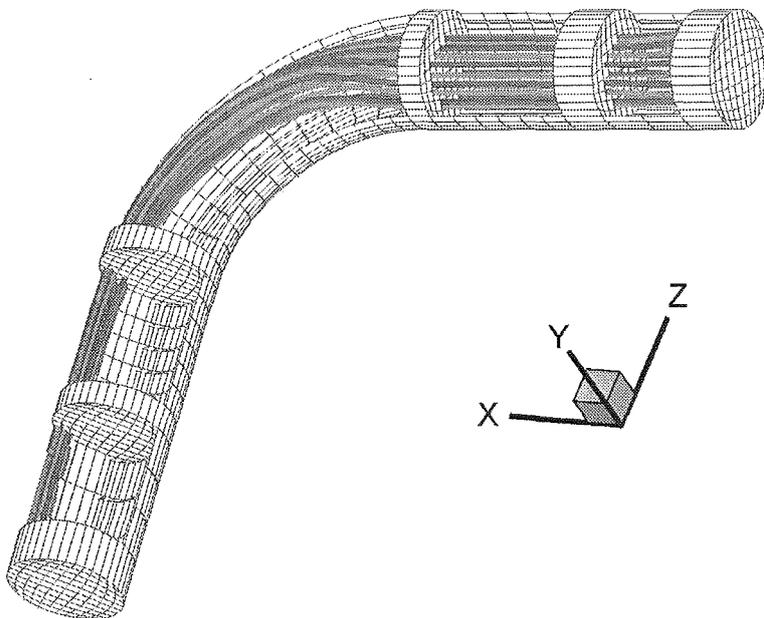


Abb. 4.15: Hauptspannungstrajektorien des gemäß Abb. 4.14 a) belasteten Zylinders.

Bei Belastung der Struktur mit einer Querkraft gemäß (Abb. 4.14 b), verlaufen die Hauptspannungstrajektorien zunächst aus dem biegespannungsdominierten Gebiet der Druckspannungen hinaus in den Bereich der Zugspannungen, um sich im Krümmungsbereich in Form von helikalen Windungen zu arrangieren (Abb. 4.16). Dies stimmt mit der Betrachtung des torsionsbelasteten Stabes in Abb. 4.13 b) überein. Es ergab sich nach der ersten Iteration eine Reduktion der maximalen Schubspannung um 20% und der maximalen Hauptspannung um 26%.

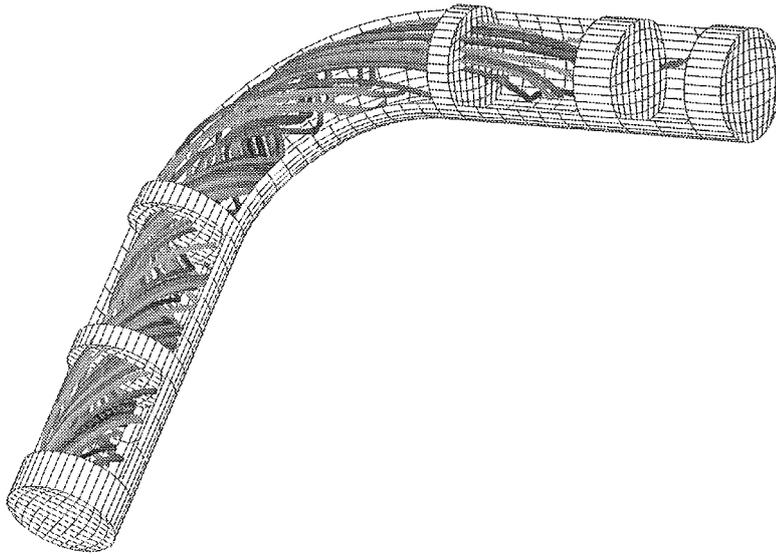


Abb. 4.16: Hauptspannungstrajektorien des gemäß Abb. 4.15 b) belasteten Zylinders.

Schließlich wurde ein Modell eines Hohlzylinders generiert, der eine konische Aussparung aufweist (Abb. 4.17). Die Hauptspannungstrajektorien können sowohl im Inneren der Struktur, als auch auf der Mantelfläche der Struktur dargestellt werden. Bei axialer Zugbelastung werden, wie im Falle der zweidimensionalen Lochplatte, die Fasern im optimierten Falle in weichen Kurven um die geometrische Diskontinuität herumgelenkt. Es wurden 15 Iterationen der CAIO_{II}-Optimierung durchgeführt. Nach der 15. Iteration waren die maximalen Schubspannungen um 92% reduziert (Reuschel et al. 1997b).

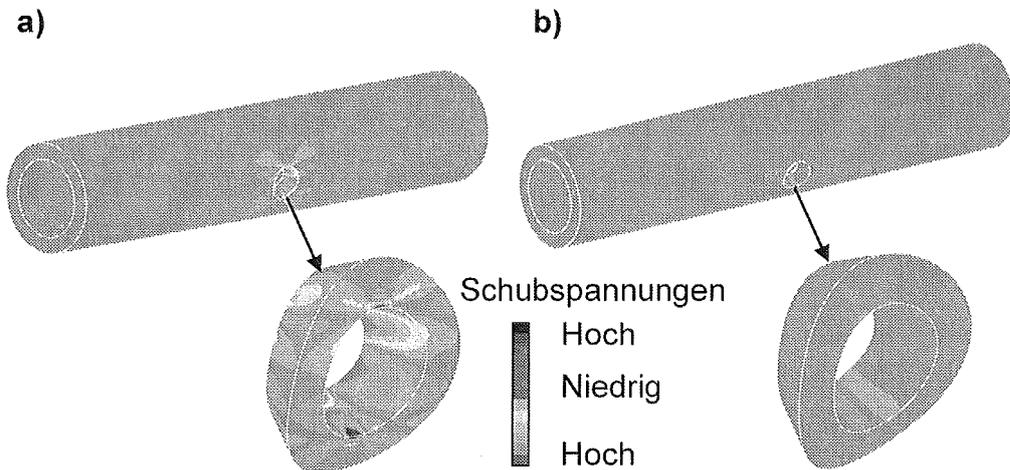


Abb. 4.17: Schubspannungsverteilung eines auf axialen Zug belasteten Hohlzylinder mit konischem Loch.

Das Faserarrangement entspricht in seiner Gestalt dem der zweidimensionalen Lochplatte und weist eine äquivalente Form des Faserarrangementes auf (Abb. 4.18). Die Darstellung des Fasern über dem FE-Netz wurde gewählt, da die Faserlinien ohne Netz keinerlei Aussagekraft besitzen.

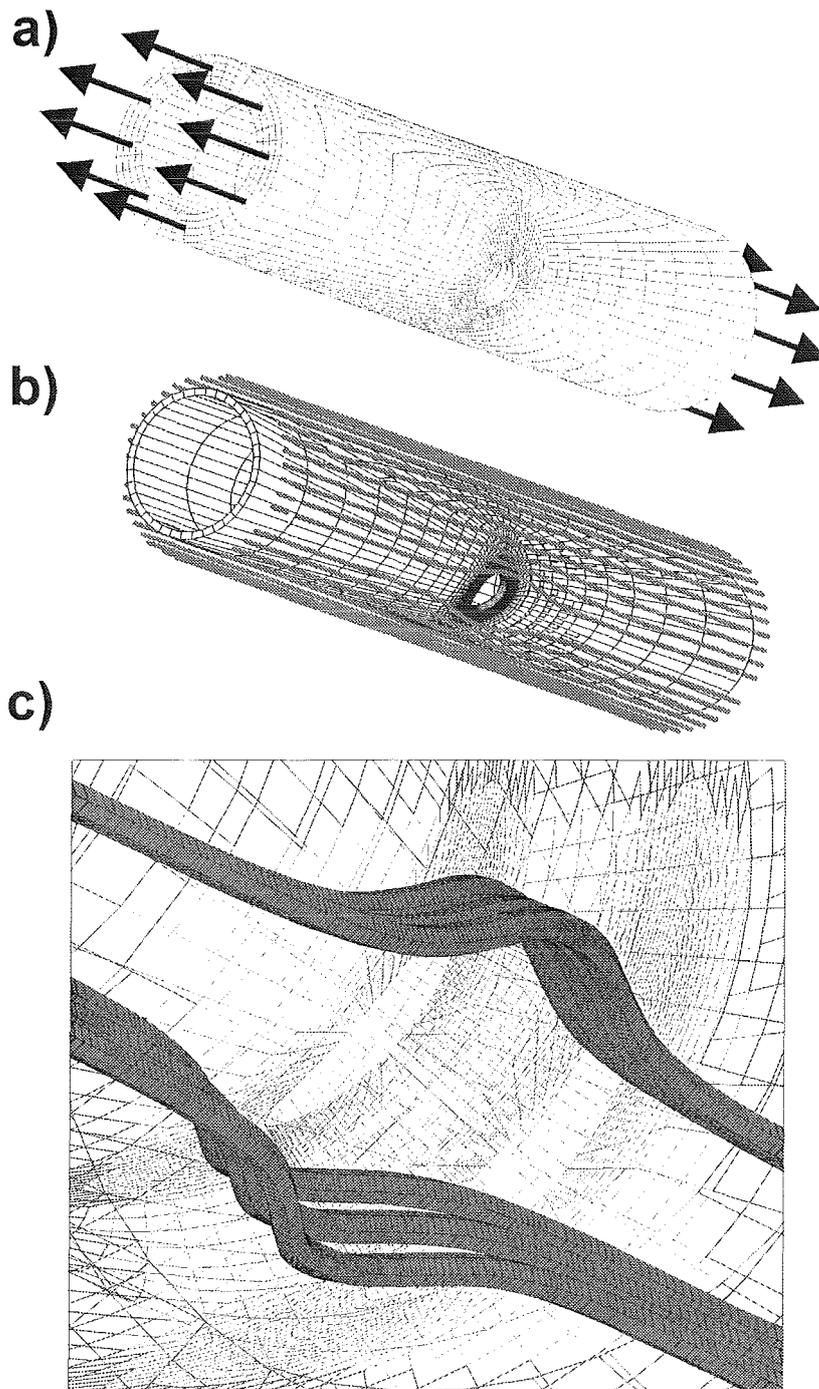


Abb. 4.18: Hohlzylinder mit konischem Loch bei axialer Zugbelastung.

- a) Randbedingungen des Volumenmodelles,
- b) Faserarrangement auf der äußeren Mantelfläche des Zylinders,
- c) Darstellung des Faserarrangementes im Lochbereich über den Zylinderradius.

4.3 CAIO_{II}-Berechnungen an natürlichen Kraftträgern

4.3.1 Simulation mikroskopischer Faserverläufe

In diesem Kapitel soll überprüft werden, ob und inwieweit Bäume das Arrangement ihrer Fasern nicht nur im makroskopischen, sondern auch im mikroskopischen Bereich nach mechanischen Gesichtspunkten auslegen. Es stellte sich die Frage, ob die nachgewiesene Orientierung der Holzfaserbündel in Kraftflußrichtung im makroskopischen Bereich (Kriechbaum, 1994), auch eine Entsprechung beim Arrangement der Holzfaser und Holzstrahlen im mikroskopischen Bereich findet. Dabei wurde die geometrische Übereinstimmung der Faserverläufe mit den Hauptspannungstrajektorien, die den Weg des Kraftflusses beschreiben und die Auswirkung des Faserarrangementes auf den Spannungszustand untersucht. Dafür wurden verschiedene mikroskopische Quer- und Tangentialschnitte von unterschiedlichen Baumspesies ausgewählt. Zu diesem Thema wurde im Rahmen der Promotion eine Diplomarbeit vergeben (Olschewski, 1997).

4.3.1.1 Simulation der Holzfasern

Zunächst wurde anhand eines Tangentialschnittes einer Feldulme überprüft, inwiefern die Anordnung von Holzfasern eines Baumes, im mikroskopischen Bereich, dem Kraftfluß entspricht.

Die mechanische Aufgabe der Holzfasern, die sich zwischen Kambium und Mark befinden, ist es, die Last des Stammes und der Krone zu aufnehmen und alle in den Stamm eingeleiteten Kräfte in den Wurzelbereich abzuleiten. Die Holzstrahlen wirken, wie in Kapitel 2.1.1 erläutert, als radiale Verbolzungen und erhöhen dabei die Gefahr der Rißbildung in der tangentialen Ebene (Abb. 4.19). Als Referenzmodell wurde ein unidirektional ausgerichtetes Faserarrangement mit der größten Steifigkeit in axialer Richtung definiert.

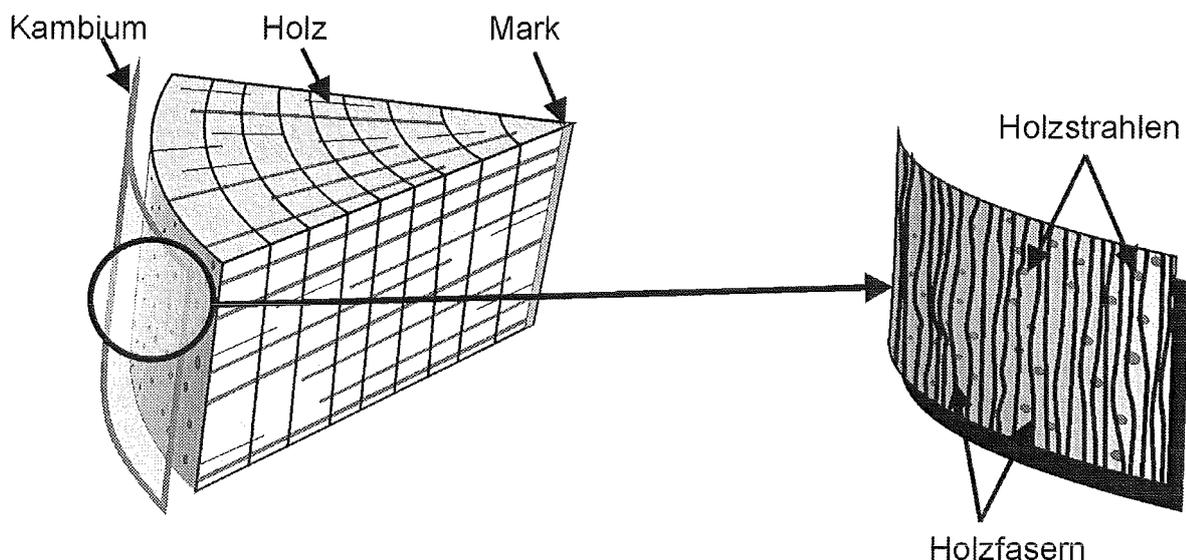


Abb. 4.19: Anordnung der Holzfasern und Holzstrahlen in einem Tangentialschnitt durch den Stamm.

Als Gegenstand der Untersuchung wurde die mikroskopische Vergrößerung eines Tangential-schnittes einer Feldulme (*Ulmus campestris* L.) ausgewählt, der eine mittlere Holzstrahldichte und Größe aufwies.

Wie Kollmann (1982) zeigte, bestehen auf der Oberseite von Pflanzen mit ausgeprägtem Längenwachstum Zugeigenspannungen, die den durch Windlast entstehenden Biegebelastungen und den damit verbundenen Druckspannungen entgegenwirken. Folglich wurde von einer Zugbelastung der Holzfasern in axialer Richtung ausgegangen (Abb. 4.20). Aufgrund der geometrischen Ausdehnung des umgebenden Materials wird die Querkontraktion der Zellstruktur behindert, daher wurde eine seitliche Einspannung vorgegeben.

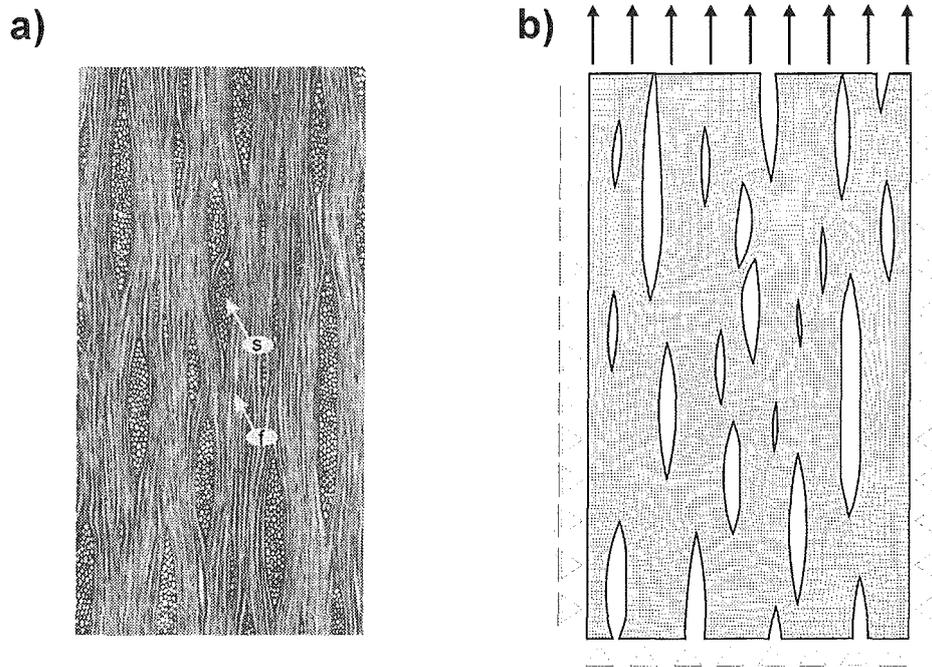


Abb. 4.20: a) Mikroskopische Aufnahme einer Feldulme (*Ulmus campestris* L.) bei 40-facher Vergrößerung (nach Schweingruber, 1990), s =Holzstrahl; f =Holzfaser, b) FE-Modell, Belastung und Randbedingungen.

Der Kontakt zwischen Holzstrahlen und Holzfasern konnte aufgrund der Komplexität der Geometrie (Die genaue Modellierung der Holzstrahlen erforderte rund 20000 Finite Elemente) und Konvergenzproblemen, die aufgrund der zahlreichen Kontaktpaare in der Finite-Elemente-Analyse auftreten, nicht berücksichtigt werden. Da der Kontakt zwischen Holzstrahl und Holzfaser, unter Zugrundelegung kleiner Deformationen als gegeben angesehen werden kann, wurden die Holzstrahlen zunächst als mit den Fasern fest verbunden modelliert.

Aufgrund der nicht bekannten Steifigkeitsrelation von Holzstrahl und Holzfaser, insbesondere während der Phase der Ausdifferenzierung der Zellen, wurde eine Parameterstudie durchgeführt, bei der das E-Modul-Verhältnis $E_{\text{Holzstrahl}}/E_{\text{Faser}}$ von 1:500 bis 5:1 variiert wurde. Das Material des Querschnittes der Holzstrahlen wurde dabei als isotrop, das der Holzfasern als orthotrop definiert. Die Materialwerte sind in Tabelle 4.1 aufgeführt.

Modell	E-Modul, [MPa]*			Querkontraktionszahl*			Schubmodul*		
	E _l	E _r	E _t	v _{rt}	v _{tl}	v _{rl}	G _{rt}	G _{tl}	G _{rl}
Holzfasern	9.400	1.000	530	38	4	5	200	580	800
Holzstrahlen**	9.400	9.400	9.400	38	38	38	3.405	3.405	3.405

* Die Indizes bedeuten: l=Längsrichtung, r=radiale Richtung, t=tangentiale Richtung.

** bei einem E-Modul-Verhältnis von E_{Holzstrahl}/E_{Faser} von 1:1.

Tabelle 4.1: Materialkonstanten für die Feldulme (*Ulmus campestris* L.), nach (Lavers, 1983; Wood Handbook, 1987).

Für jedes der in Tabelle 4.2 angegebenen Steifigkeitsverhältnisse von E_{Holzstrahl}/E_{Faser} wurde eine FE-Analyse mit einer CAIO_{II}-Optimierung durchgeführt. Dabei zeigt sich, daß die Schubspannungen um so niedriger liegen, je weniger stark die Orthotropie ausgeprägt ist. Bei einem E-Modul-Verhältnis von E_{Holzstrahl}/E_{Faser} von 1:1 traten aufgrund des einachsigen Spannungszustandes keine Schubspannungen auf.

Verhältnis von E _{Holzstrahl} /E _{Holzfasern}	max. normierte Schubspannung Unidirektional	max. normierte Schubspannung nach CAIO (1. Iteration)	Reduktion der Schubspannung [%]
1/500	100	50	50 %
1/200	85	34	60 %
1/100	71	21	70 %
1/50	57	14	75 %
1/20	41	7	83 %
1/10	30	5	83 %
1/5	20	3	85 %
1/2	9	1	89 %
1/1	0	0	-
2/1	9	2	78 %
3/1	14	4	71 %
5/1	20	6	70 %

Tabelle 4.2: Normierte Schubspannungswerte der Holzfasern der Parameterstudie bezüglich der E-Moduli von Holzstrahl und Faser.

Die Hauptspannungen konnten durch die Optimierung ebenfalls reduziert werden. Der Betrag der maximalen Hauptspannung sank bei den Spannungsanalysen nach der ersten Iteration CAIO_{II} um bis zu 8%.

Das bei der Betrachtung im Vordergrund stehende Arrangement der Holzfasern bzw. die Ausrichtung der Orthotropieachsen entlang der Hauptspannungstrajektorien, zeigt je nach Steifigkeitsrelation zwischen Holzfasern und Holzstrahl unterschiedliches Verhalten. Je weicher die Holzfasern definiert werden, desto stärker laufen die Hauptspannungstrajektorien auf die Holzstrahlen zu und stützen sich im übertragenen Sinne darauf ab (Abb. 4.21 a). Bei einer einheitlichen Steifigkeit der Materialien verlaufen die Hauptspannungstrajektorien geradlinig durch das Material (Abb. 4.21 b). Mit zunehmend steiferer Modellierung der Holzfasern verlaufen die Hauptspannungstrajektorien weitgehend um die Holzstrahlen herum (Abb. 4.21 c).

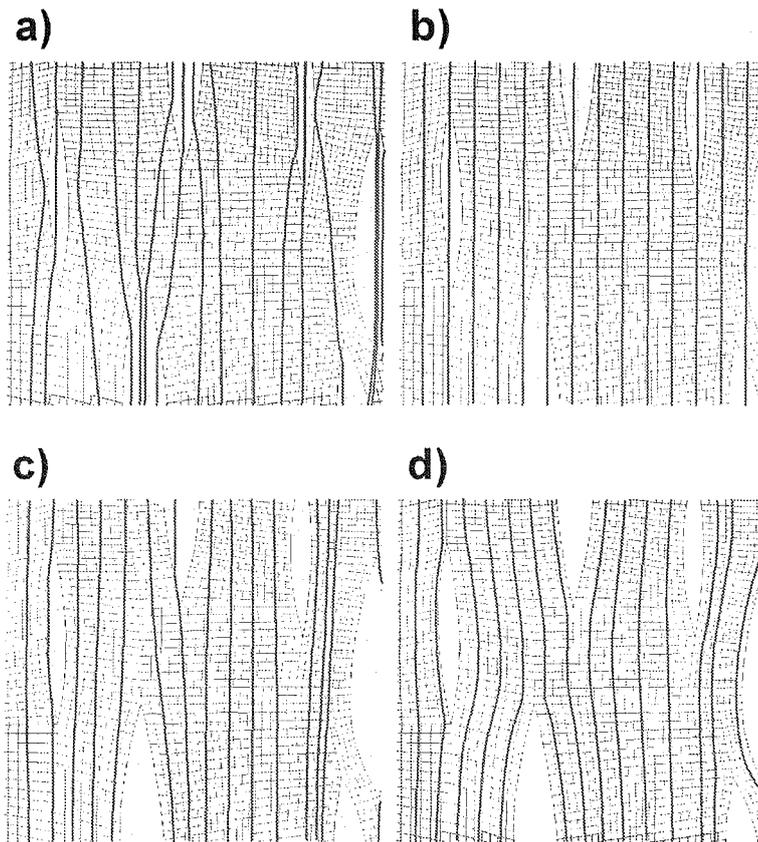


Abb. 4.21: Verlauf der Hauptspannungstrajektorien in Abhängigkeit der Steifigkeitsrelation von Holzfasern und Holzstrahlen: Relation $E_{\text{Holzstrahl}/\text{Holzfaser}}$ a) 100:1, b) 1:1, c) 1:100 d) Holzstrahlen als Aussparungen.

Da keine Kontaktmodellierung vorgenommen werden konnte und somit keine geometrische Trennung der Elemente besteht, verlaufen die Hauptspannungstrajektorien in den Abb. 4.21 a-c) zumindest teilweise durch die Holzstrahlen hindurch. Bei Betrachtung der Hauptspannungstrajektorien als Richtungen in die die Holzfasern vorzugsweise ausgerichtet sind, würde dies zur Folge haben, daß die Holzfasern an den Holzstrahlen enden. Wie in Kapitel 2.4.2 beschrieben wurde hat die Unterbrechung der Fasern, insbesondere an einer geometrischen Störung, fatale Folgen für die Festigkeit des Faserverbundes. Die weitere Analyse beschränkt sich daher auf die Betrachtung des Verlaufes der Hauptspannungstrajektorien außerhalb der Holzstrahlen.

Um ein Modell zu erzeugen, in welchem die Holzstrahlen zwangsläufig nicht durch die Holzfasern verlaufen, wurden in einem weiteren Modell die Holzstrahlen als Aussparungen definiert (Abb. 4.21 d). Da die Faserbildung beim Baum vor der Verholzung der Zellen stattfindet, durch die diese erst zu ihrer vollen Tragfähigkeit finden, ist anzunehmen, daß die Steifigkeit der Holzstrahlen während der Bildung der Holzfasern mechanisch keine tragende Rolle spielt. Durch die FE-Simulation und Optimierung dieses Modelles konnte festgestellt werden, daß das Faserarrangement nahezu exakt dem Verlauf der Hauptspannungstrajektorien entspricht (Abb. 4.21 d).

Hohe Schubspannungen konnten bei unidirektionalem Faserarrangement insbesondere an den Spitzen der Holzstrahlen sowie zwischen den einzelnen Holzstrahlen festgestellt werden

(Abb. 4.22 a). Nach der Optimierung sind nicht nur die maximalen Schubspannungen abgebaut, sondern es ist ein homogenes und sehr niedriges Schubspannungsniveau zu erkennen (Abb. 4.22 b).

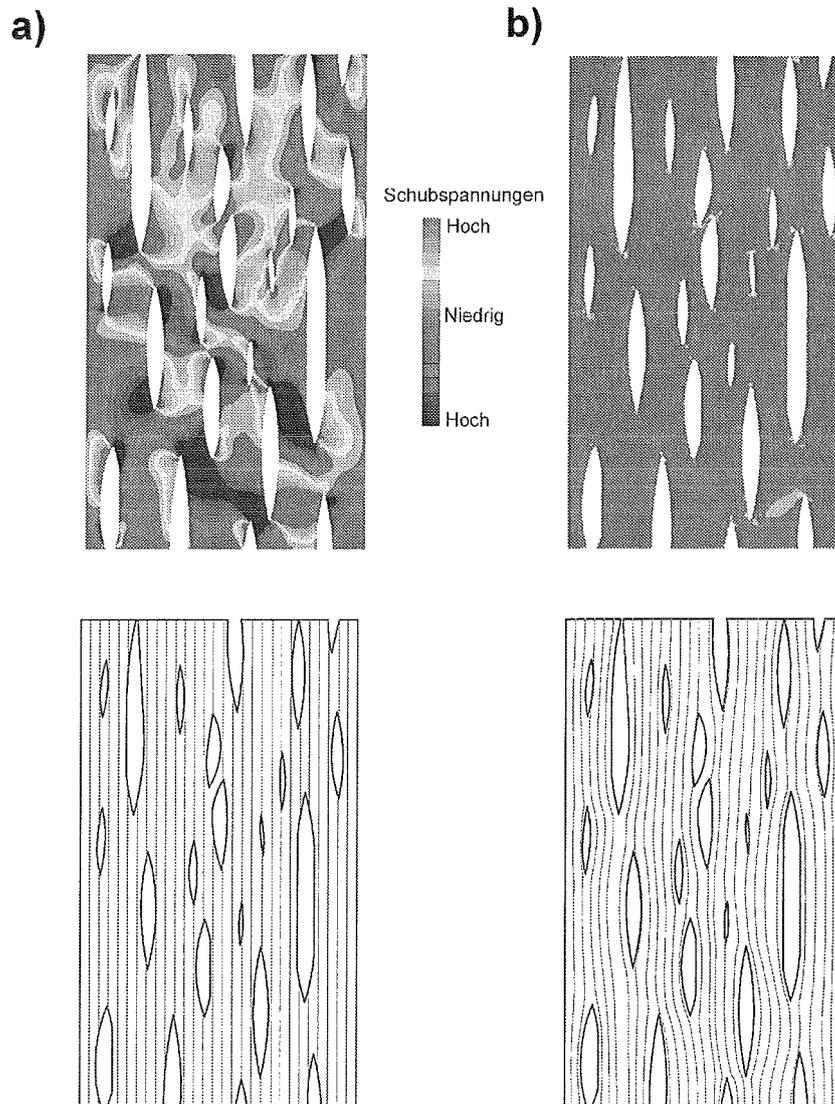


Abb. 4.22: FE-Modell einer Feldulme: a) Schubspannungen und unidirektionales Faserarrangement, b) Schubspannungsverteilung und Faserarrangement bei Anwendung von CAIO_{II}

Ein Vergleich des Faserarrangementes des mikroskopischen Schnittes in Abb. 4.20 a) und den in Abb. 4.22 b) gezeigten Faseranordnungen zeigt eine nahezu exakte Übereinstimmung der mit CAIO_{II} berechneten Faserverläufe mit dem Originalbild. Eine Überlagerung beider Grafiken ist in Abb. 4.23 dargestellt.

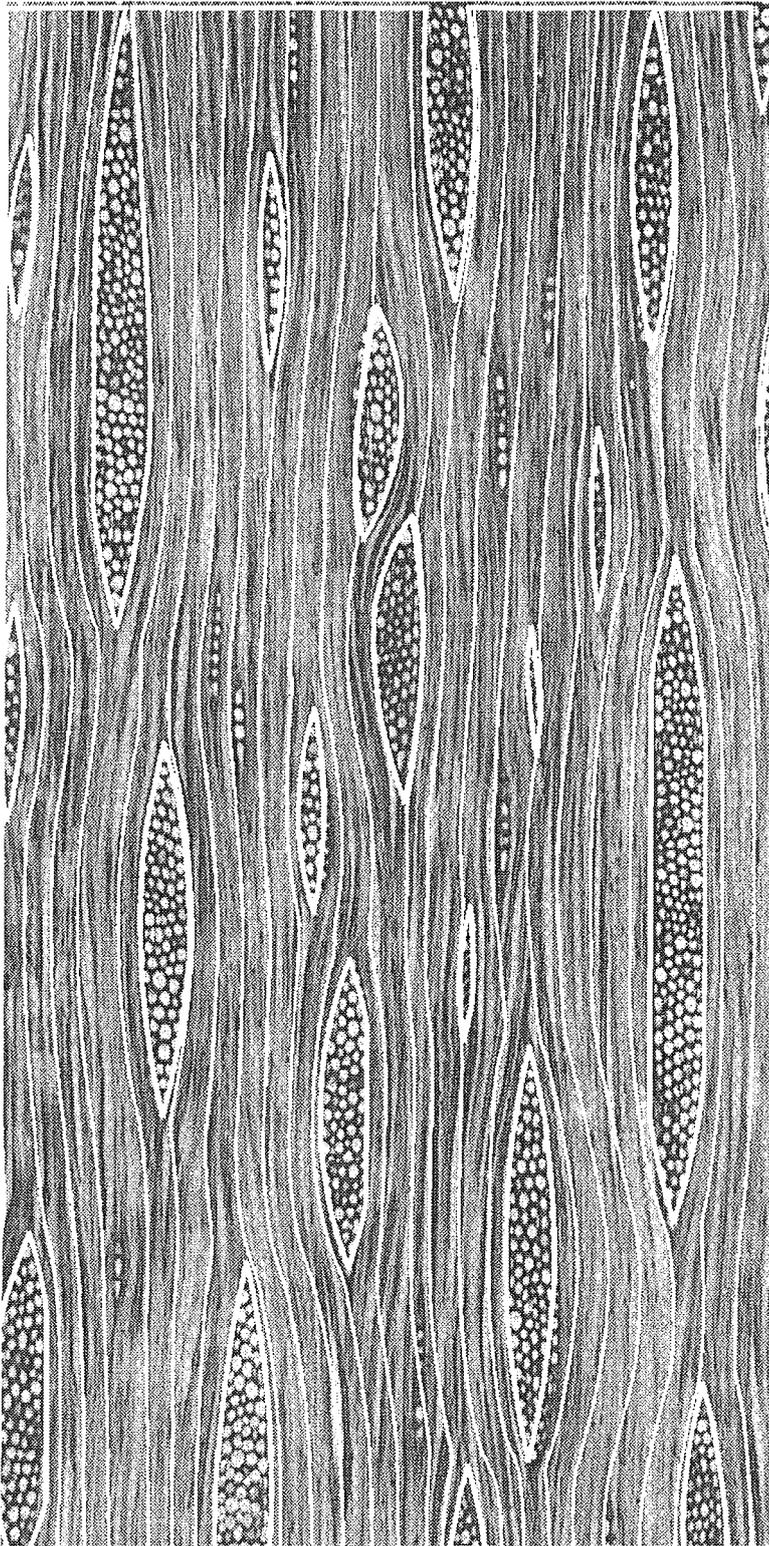


Abb. 4.23: Überlagerung des mikroskopischen Schnittes aus Abb. 4. 20 a) mit dem durch CAIO_{II} berechneten Arrangement der Holzfasern.

Abweichungen des Faserverlaufes treten nur in Bereichen auf, in denen Holzstrahlen einreihig sind und aufgrund der Dimensionierung der Finiten Elemente und der damit im Zusammenhang stehenden Begrenzung der Elementzahl, vernachlässigt wurden.

4.3.1.2 Simulation der Holzstrahlen

Holzstrahlen haben mechanisch die Aufgabe, die Jahresringe untereinander zu verbinden und ein Abscheren durch Schubkräfte, die im Bauminneren bei Biegebelastung entstehen, zu verhindern. Aus technischer Sicht kann der Baumstamm als ein Laminat auf vielen übereinandergesteckten Zylindern gesehen werden. Die Holzstrahlen verbinden diese Zylinder radial untereinander.

Bei Betrachtung der Holzstrahlen im Querschnitt einer Baumscheibe wird der vom Mark des Baumes her sternförmige Verlauf deutlich (Abb. 4.24). Die Holzstrahlen verlaufen bei mikroskopischer Betrachtung nicht in einer geradlinigen Form. Vielmehr werden sie um geometrische Störungen, wie z. B. Gefäßzellen, herumgelenkt. Das Arrangement dieser Faserumlenkung deutet bei einer optischen Untersuchung auf eine Ausrichtung in Kraftflußrichtung hin, wie sie bereits bei den Längsfasern des Baumes beobachtet werden konnte. Diese Annahme sollte ebenfalls durch Anwenden von CAIO_{II} verifiziert werden.

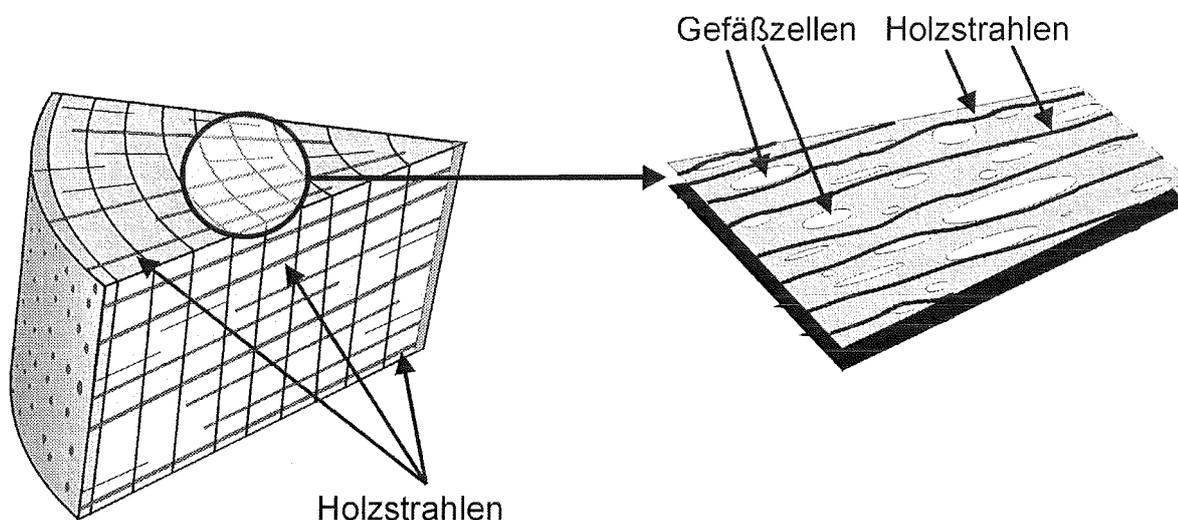


Abb. 4.24: Verlauf der Holzstrahlen um Gefäßzellen im Stammquerschnitt.

Um das Arrangement der Holzstrahlen zu analysieren, wurden Schnitte an mikroskopischen Proben untersucht und Berechnungen mit der FEM, unter Anwendung von CAIO_{II}, durchgeführt. Es wurde der Querschnitt einer Bergulme (*Ulmus montana* W.) und der Querschnitt einer Edelkastanie (*Kastanea sativa* M.) ausgewählt, bei denen die Gefäßzellen im Bereich des Schnittes aufgrund ihrer Größe und Vielzahl einen Einfluß auf den Verlauf der Holzstrahlen nehmen konnten (Schweingruber, 1990). Die Geometrien wurden vergrößerten, fotografierten mikroskopischen Aufnahmen abgenommen und mit Ellipsen und Kreisabschnitten modelliert.

Bei den Modellen wurden Gefäßzellen, deren Durchmesser einen Grenzwert von 5% der Fläche der größten Tracheide unterschritt unter der Annahme vernachlässigt, daß von diesen kein wesentlicher Einfluß auf die Spannungen und somit den Verlauf der Holzstrahlen ausgeht. Die Berechnungen wurden unter Zugrundelegung linear-elastischen Materialverhaltens und, aufgrund der großen axialen Ausdehnung des Baumes, dem ebenen Dehnungszustand durchgeführt. Bei der Wahl der Belastung der Holzstrahlen wurde konsequenterweise von der gefährlichsten Konstellation für den Baum ausgegangen. Dies sind radiale Zugspannungen, die

im Bereich gekrümmter Strukturen auftreten und bei Faserverbundwerkstoffen zur Delamination der Jahresringe führen können. Bei Holzstrukturen aus verschiedenen Bereichen des Stammes und der Äste konnte von Mattheck und Burkhard (1991) nachgewiesen werden, daß der Mechanismus des Unglücksbalkens radiale Zugspannungen induziert, die zur Delamination der Jahresringe und zur Bildung von Rissen führen können. Die radialen Zugspannungen entsprechen im modellierten Querschnitt Längszugspannungen. Es wurde ein homogenes Material außerhalb der Gefäßzellen angenommen, da die Modellierung der Holzstrahlen zwischen den Holzfasern zum einen den Faserverlauf durch die Steifigkeitsunterschiede vorgegeben hätte und zum anderen eine Modellierung mit der FEM aufgrund der Diskretisierungsproblematik nicht möglich gewesen wäre. Die großlumigen Gefäßzellen wurden als Löcher elliptischer Form definiert. Die verwendeten Elastizitätskonstanten für die FE-Analyse der Bergulme und der Edelkastanie sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

Modell	E-Modul, [MPa]*			Querkontraktionszahl			Schubmodul ¹		
	E _l	E _r	E _t	v _{rt}	v _{tl}	v _{rl}	G _{rt}	G _{tl}	G _{rl}
Edelkastanie	7.200	763	403	38	0,4	5	151	446	612
Bergulme	9.400	1.000	530	0,38	4	5	200	580	800

* Die Indizes bedeuten: l=Längsrichtung, r=radiale Richtung, t=tangentiale Richtung.

Tabelle 4.3: Materialkonstanten für die Bergulme (*Ulmus montana* W.) und die Edelkastanie (*Castanea Sativa* M.), nach (Lavers, 1983; Wood Handbook, 1987).

Die mikroskopischen Aufnahmen sind in Abb. 4.25 a) und Abb. 4.26 a) abgebildet. In Abb. 4.25 b) und Abb. 4.26 b) sind die Randbedingungen für die Spannungsanalyse der auf Zug belasteten Struktur angegeben. Aufgrund der geometrischen Ausdehnung des umgebenden Materials, wird die Querkontraktion der Zellstruktur behindert, daher wurde eine seitliche Einspannung vorgegeben und der ebene Deformationszustand angenommen.

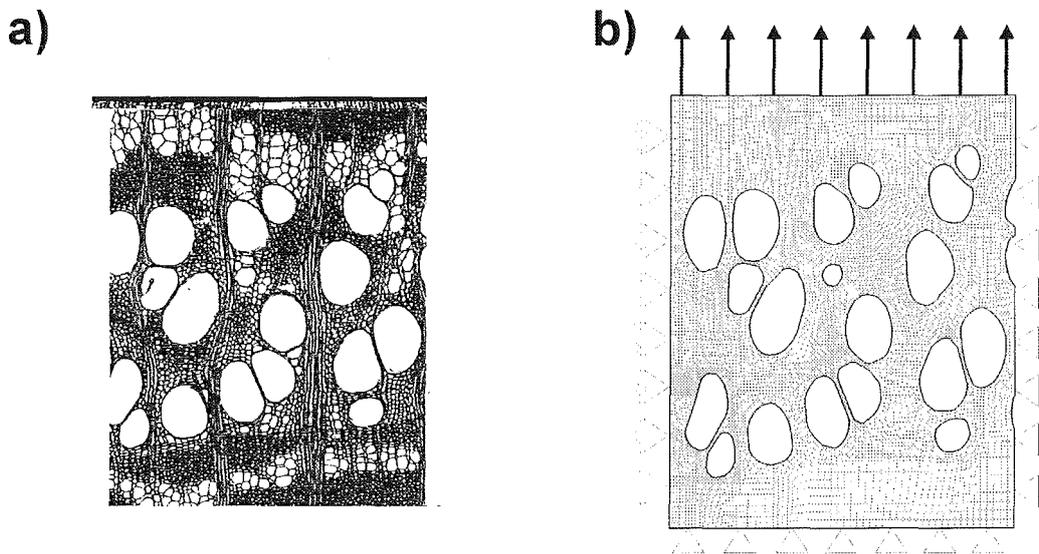


Abb. 4.25: a) Mikroskopischer Querschnitt einer Bergulme (*Ulmus Montana* W.) bei 40-facher Vergrößerung (Schweingruber, 1990), b) Einspannung und Belastung des Modelles.

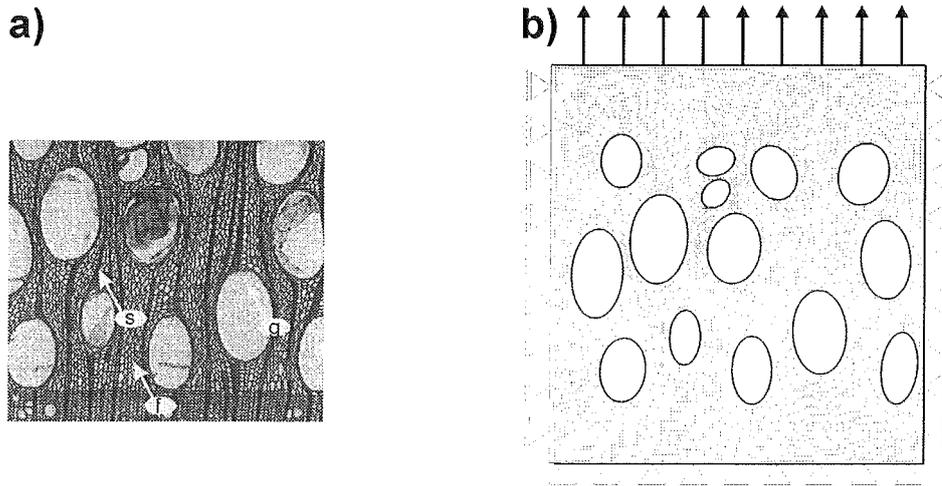


Abb. 4.26: a) Mikroskopischer Querschnitt einer Edelkastanie (*Castanea Sativa M.*) bei 40-facher Vergrößerung (nach Schweingruber, 1990), darin s =Längsschnitt eines Holzstrahles, g =Querschnitt einer Gefäßzelle, f =Querschnitt einer Holzfaser.
b) Einspannung und Belastung des Modelles.

Die Spannungsanalyse zeigt auf, daß zwischen den einzelnen Gefäßzellen (bzw. Ellipsen im Modell) die Schubspannungen bei unidirektionaler Materialausrichtung Maximalwerte annehmen (Abb. 4.27 a, Abb. 4.28 a). Durch die CAIO_{II}-Optimierung sinkt das gesamte Schubspannungsniveau auf sehr niedrige Werte unterhalb von 10% der Ausgangswerte (Abb. 4.27 b, Abb. 4.28 b). Die Hauptnormalspannungen sanken nach dem ersten Optimierungszyklus um 1%.

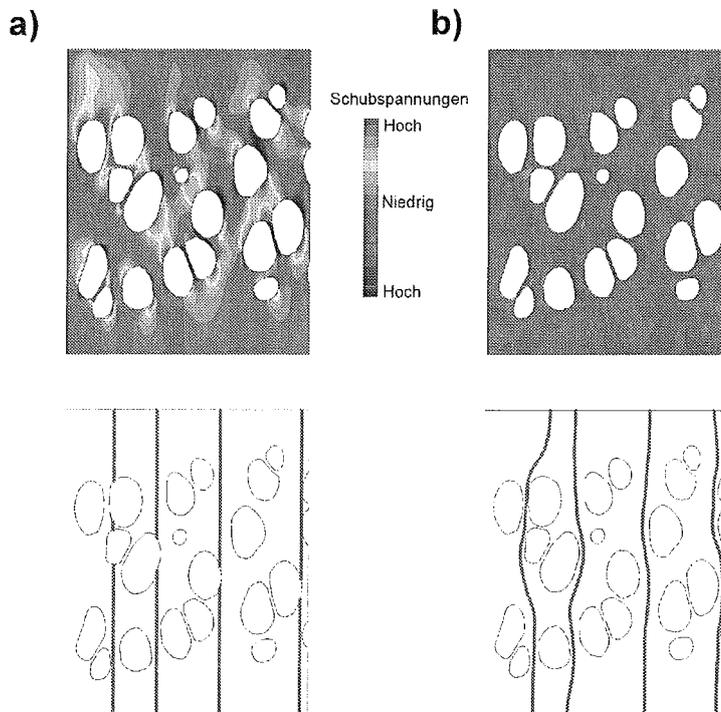


Abb. 4.27: Tangentialschnitt der Feldulme, Schubspannungsverteilung (oben) und simulierter Holzstrahlverlauf (unten) a) Spannungsanalyse vor der Optimierung, b) nach der Optimierung mit CAIO_{II}.

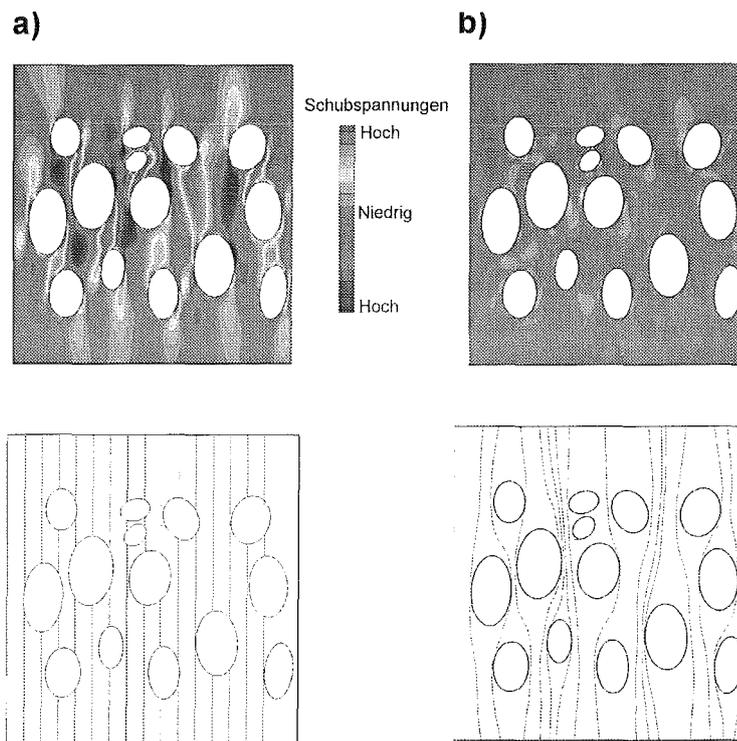


Abb. 4.28: Tangentialschnitt der Edelkastanie, Schubspannungsverteilung (oben) und simulierter Holzstrahlverlauf (unten) a) Spannungsanalyse vor der Optimierung, b) nach der Optimierung mit CAIO_{II}.

Mit Hilfe der Darstellung der Hauptspannungstrajektorien kann das Ergebnis der FE-Berechnungen visualisiert werden. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung der berechneten Kraftflußlinien mit dem Verlauf der Holzstrahlen. Eine Überlagerung der mikroskopischen Schnitte mit den Verläufen der Hauptspannungstrajektorien ist in Abb. 4.29 gezeigt.

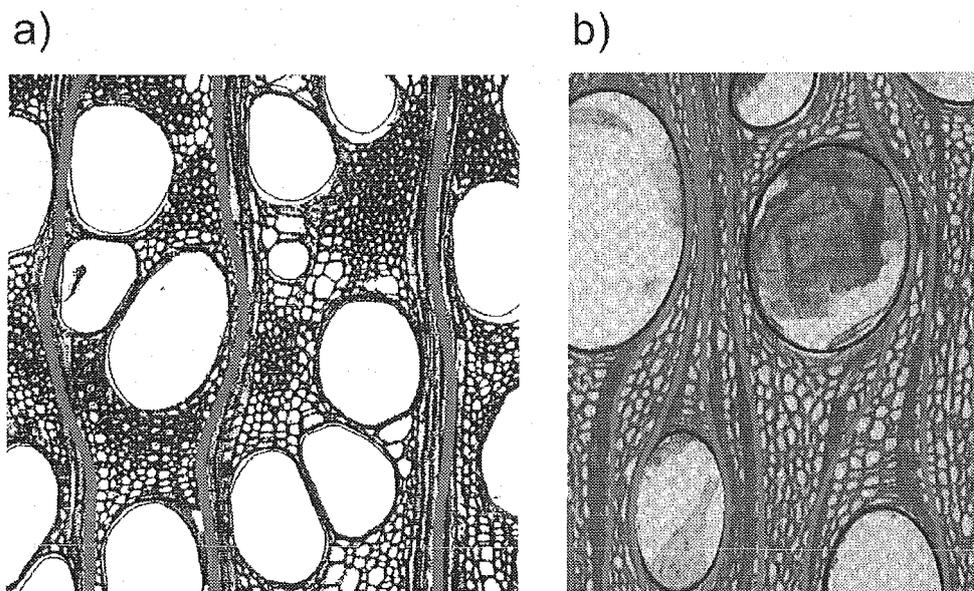


Abb. 4.29: Überlagerung von Ausschnitten der mikroskopischen Schnitte und berechneten Hauptspannungstrajektorien durch CAIO_{II}: a) Bergulme (*Ulmus montana* W.), b) Edelkastanie (*Castanea Sativa* M.).

Bei der Betrachtung des geometrischen Verlaufes der Holzfasern und Holzstrahlen ist darauf hinzuweisen, daß dieser nicht ausschließlich mechanisch zu erklären ist, da die Holzstrahlen neben den mechanischen Aufgaben biologische Pflichten zu erfüllen haben. So transportieren und lagern sie z. B. Wasser und gelöste Nährstoffe. Im Falle der Holzstrahlen erfordert dies eine großflächige Verbindung zwischen den Holzstrahlen und den Gefäßzellen. Eine große Kontaktfläche begünstigt den Austausch von Stoffen. Daher schmiegen sich die realen Holzstrahlen im Bereich der Gefäßzellen enger an diese, um den Stoffaustausch optimal durchführen zu können. Dieser biologische Einfluß kann durch eine CAIO_{II}-Optimierung nicht erfaßt werden. Die Ungenauigkeit beschränkt sich jedoch auf den unmittelbaren, lokalen Bereich um die Gefäßzellen und hat, wie Abb. 4.29 verdeutlicht, keine Auswirkung auf den globalen Verlauf der Holzstrahlen.

4.3.1.3 Simulation des Jahresringarrangementes

Weiterhin wurde das Arrangement der Jahresringe oberhalb einer Astanbindung untersucht. Dazu wurden von einem gefällten Baum (Kiefer, *Pinus Silvestris*) Querschnitte gesägt und das Jahresringarrangement studiert. Für die FE-Analyse wurde, aufgrund des großen Stammbereiches, der betrachtet wurde, näherungsweise isotropes Material zugrundegelegt. Dies wurde in vorangegangenen Arbeiten als zulässig nachgewiesen (Zipse 1997, Albrecht 1995). Die Verbindung zwischen Ast und Stamm wurde nach dem Astanbindungsmodell von Shigo (1990) so definiert, daß die Astschwänzchen, die nach unten in den Stamm einwachsen und nach oben keine durchgehenden Fasern bilden, auf der Unterseite des Astes fest mit dem Stamm verbunden sind, während zwischen Astoberseite und Stamm eine geschlossen definierte Kontaktfläche angenommen wurde (Abb. 4.30).

In einer FE-Analyse wurden die Hauptspannungstrajektorien für axiale Druckbelastung simuliert. Auch diese Simulationen ergaben, ohne daß erneut auf die Spannungsverteilung eingegangen werden soll, daß die berechneten Hauptspannungstrajektorien im äußeren Stammbereich, d. h. in den „aktuellen“ Jahresringen, mit dem Arrangement der Jahresringe übereinstimmen.

Störungen des Kraftflusses begegnet der Baum mit verstärktem kambialen Wachstum, wodurch Wülste, Rippen und Abschiedskrägen entstehen können (Mattheck und Breloer 1994). Diese führen zu einer Homogenisierung der Spannungen auf der Baumoberfläche (Mattheck, 1997). Wie das Beispiel in Abb. 4.31 zeigt, kann auch durch das Arrangement der Jahresringe ein optimal gestaltetes Arrangement in Bezug auf minimale Schubspannungen zwischen den einzelnen Jahresringen erreicht werden. Dies ist allein aus dem Grunde bereits sinnvoll, da die Jahresringe grundsätzlich der Gefahr der Delamination durch hohe Schubspannungen ausgesetzt sind.



Abb. 4.30: Photographie eines Tangentialschnittes einer Kiefer (*Pinus Silvestris*).

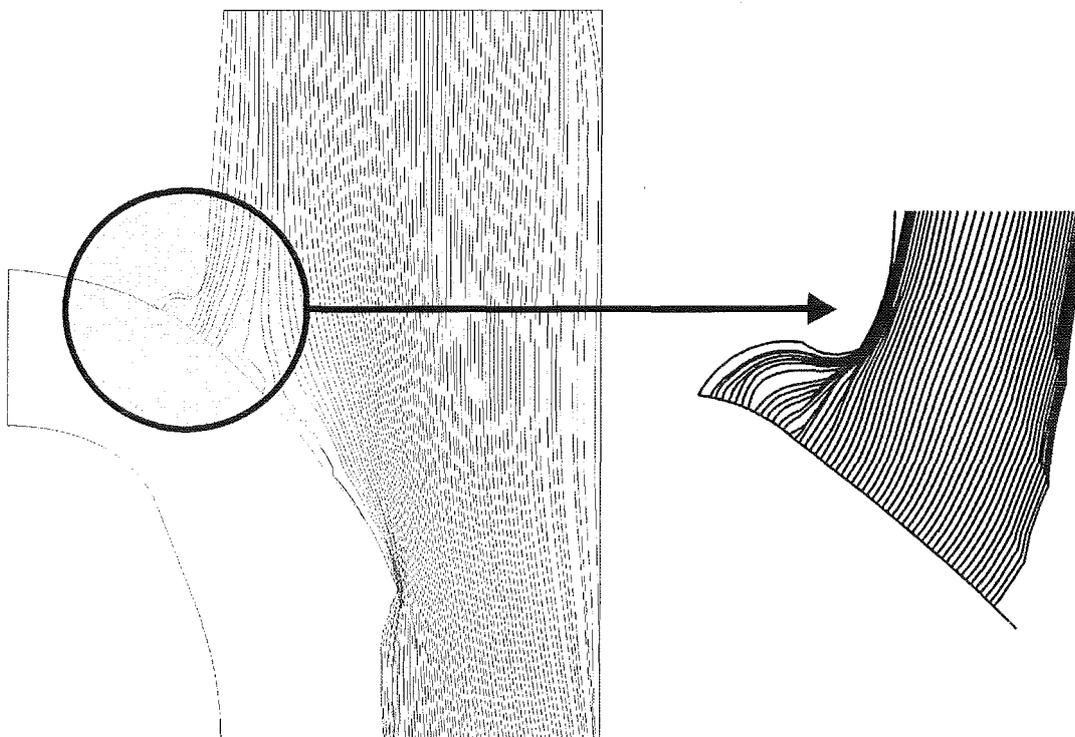


Abb. 4.31: a) Querschnitt einer Kiefer (*Pinus Silvestris*), b) durch CAIO_{II} berechneter Verlauf des Kraftflusses oberhalb der Astanbindung.

4.3.2 Makroskopische Faserverbunde

4.3.2.1 Faserarrangement von umrankten Stützgehölzen

Es wurden Faseranordnungen an verschiedenen Bereichen des Baumes untersucht, um zu klären, inwieweit die Faseranordnung eines Baumes sich im Falle äußerer Zwangsbedingungen den mechanischen Erfordernissen anpaßt. Daher wurde die Untersuchung einer Würgepflanze vorgenommen, die eine mechanische und geometrisch einschneidende Wirkung auf einen Ast ausübte (Abb. 4.32). Althaus (1996) klassifizierte biologische Schädwirkungen, die an berankten Gehölzen beobachtet werden können. Während die biologischen Schädigungsformen bereits intensiv untersucht wurden, sind bezüglich der mechanischen Aspekte der Gehölzberankung und der damit verbundenen Beeinträchtigung der Stabilität bzw. des Einflusses der Würgepflanze auf die Faseranordnung des Wirtsbaumes keinerlei Untersuchungen bekannt.

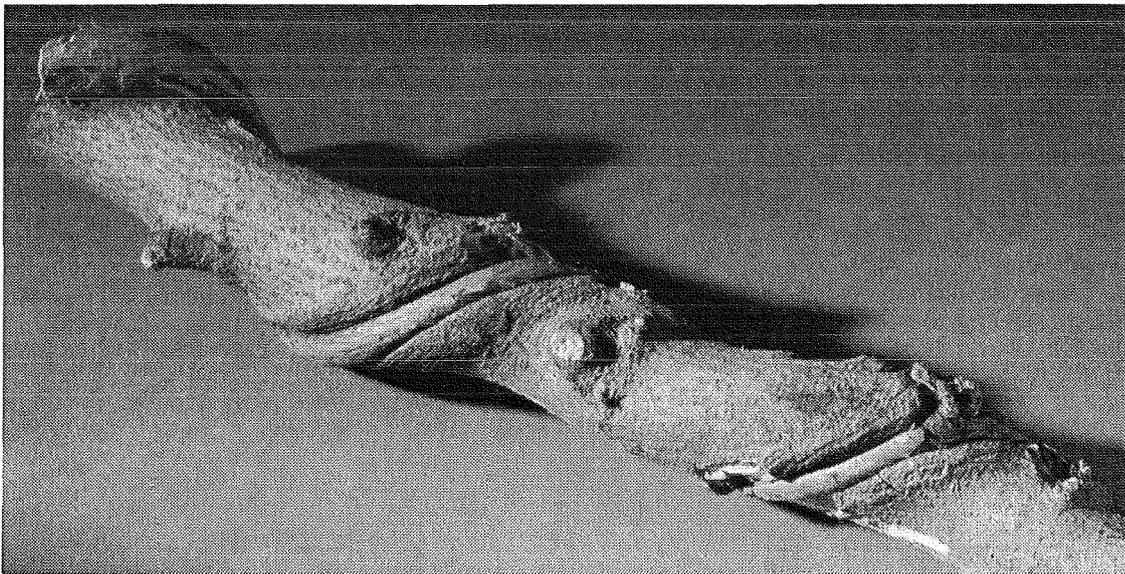


Abb. 4.32: Astabschnitt eines Spitz-Ahorn, umrankt von Immergrünem Geißblatt.

Nicht alle Kletterpflanzen haben würgende Eigenschaften. Bei Efeu, Geißblatt oder Schlingknöterich sind diese jedoch nach Althaus (1996) festzustellen. Diese Pflanzen können insbesondere bei jungen Stützgehölzen tief in die Rinde einwachsen. Die Frage die dabei beantwortet werden soll ist, inwieweit die Holzfasern auf diese geometrische Störung reagieren und wie der Baum sich an diese Zusatzbelastung anpaßt. Es wurden Untersuchungen an einem Seitenast eines Spitz-Ahorns durchgeführt, welcher von Immergrünem Geißblatt umschlungen wurde. Zunächst mußte eine Methode entwickelt werden, um die Winkel der Holzfasern in Bezug auf eine definierte Achse zu vermessen.

An verschiedenen Stellen des Astes wurden Bohrkerne mit einem Durchmesser von 5 mm entnommen. Es wurden sowohl in umschlungenen, als auch in nicht umschlungenen Bereichen Bohrkerne gezogen (Abb. 4.33). Diese wurden vor der Entnahme mit Eichmarkierungen parallel zur Stammachse versehen, um die ursprüngliche Orientierung im Astabschnitt zu dokumentieren. Die Bohrkerne wurden anschließend in jeweils 2 mm dicke Inkremente zerschnitten (Abb. 4.34).

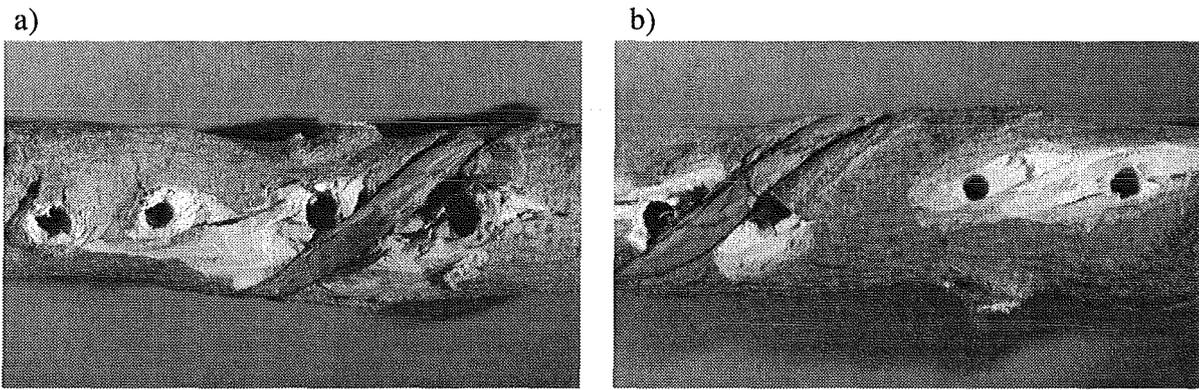


Abb. 4.33: a) Stellen der Bohrkernentnahme auf der Vorderseite und b) der Rückseite der Probe.

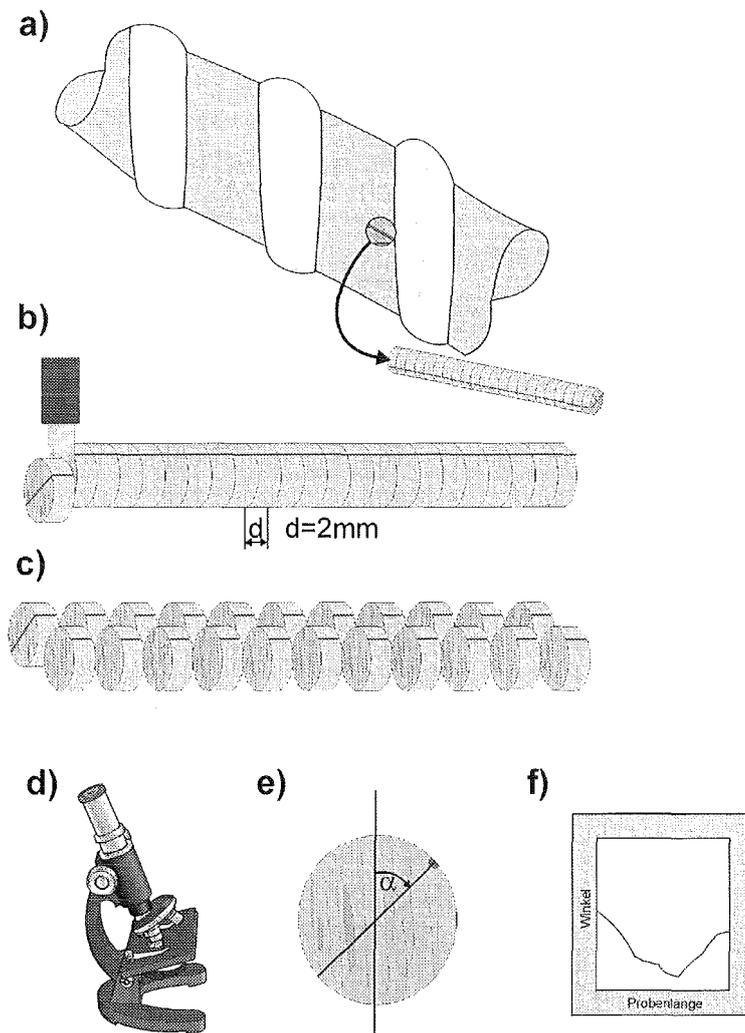


Abb. 4.34: Methodik zur Bestimmung der lokalen Faserwinkel: a) Achsenmarkierung, Bohrkernentnahme, b) zerteilen des Bohrkernes, c) Zerteilter Bohrkern, d) Mikroskopieren und photographieren der Bohrkern, e) Ausmessen der Abweichung des Fibrillenwinkels von der definierten Achse, f) Auftragung der Meßwerte im Diagramm.

Die Querschnitte eines jeden Inkrementes wurden unter dem Lichtmikroskop so ausgerichtet, daß der Eichstrich in eine definierte Richtung wies. Es wurde jeweils eine Photographie erstellt. Auf den Photographien wurde der relative Winkel zwischen den Holzfasern und der durch den Eichstrich markierten Stammachse bei jedem Inkrement an drei Stellen ausgemessen. Der Variationskoeffizient lag bei den einzelnen Messungen unter 5%. In Abb. 4.35 sind die gemittelten Winkel aller Messungen über der Länge der Bohrkernne aufgetragen (Reuschel et al. 1997).

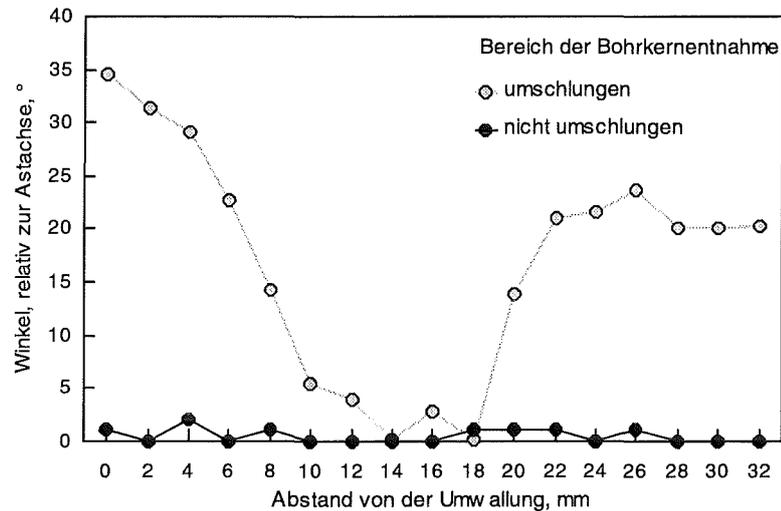


Abb. 4.35: Darstellung der Faserwinkel des Astabschnittes eines Spitz-Ahorn (*Acer platanoides*) relativ zur Astachse.

Es wird deutlich, daß die Orientierung der Fasern im nicht umschlungenen Bereich des Spitz-Ahorns über der gesamten Bohrkernlänge konstant ist. Die Fasern des umschlungenen Bereiches hingegen weisen im Inneren des Astes (einige Jahre vor dem Umschlungenwerden) ebenfalls eine achsenparallele Ausrichtung auf, während die Abweichung von der Astachse in den jüngeren Jahresringen stark zunimmt. In den jüngsten Jahresringen paßt sie sich dem Umschlingwinkel der Würgepflanze von 45° deutlich an. In den jüngsten Bereichen des Astes, direkt am Kambium, wies eine optische Prüfung auf einen Winkel von 45° hin. Es konnte eine Übereinstimmung mit dem Beginn des würgenden Effektes und der Auslenkung der Fasern gefunden werden. Im Bereich der Umwallung (Bohrungen rechts in Abb. 4.33 a) beträgt die maximale Faserauslenkung der jüngsten Jahresringe 35° , während sie im umwallungsfernen Bereich (Bohrungen rechts in Abb. 4.33 b) nur etwa 20° beträgt.

Um den kraftflußgerechten Faserverlauf zu berechnen, wurde ein dreidimensionales FE-Modell der Kontaktpaarung Ast/Schlingpflanze erstellt. Es wurden sowohl die Zugeigenspannungen auf der Astoberfläche, als auch die Kontaktbedingung zwischen Ast und Windepflanze berücksichtigt. Die Fasern wurden durch orthotropes Material in beiden Kontaktpartnern idealisiert und im modellierten Ast unidirektional in Richtung der Zylinderachse gelegt. Die Druckspannungen, die durch das Wachstum der äußeren kambialen Schicht des Baumes und der Schlingpflanze in beiden Kontaktpartnern induziert werden, sind durch thermisches Aufheizen des Astes in radialer Richtung verwirklicht worden. Bei der Generierung des Modelles wurden die Symmetriebedingungen ausgenutzt und mit einer Viertelstruktur gearbeitet.

Die Berechnungen ergaben, daß sich unter den gegebenen Voraussetzungen eine Hertz'sche Flächenpressung zwischen den Kontaktpartnern ergibt, die zu deutlichen Spannungsüberhöhungen im Bereich des Kontaktes führte. Durch eine Kraftflußanalyse mit Hilfe von CAIO konnten die Hauptspannungstrajektorien berechnet werden. Es zeigte sich, daß die optimale Faseranordnung der Schlingpflanze in der axialen Richtung des Zylinders liegt und keine Störung des Kraftflusses von der Umschlingung ausgeht (Abb. 4.36).

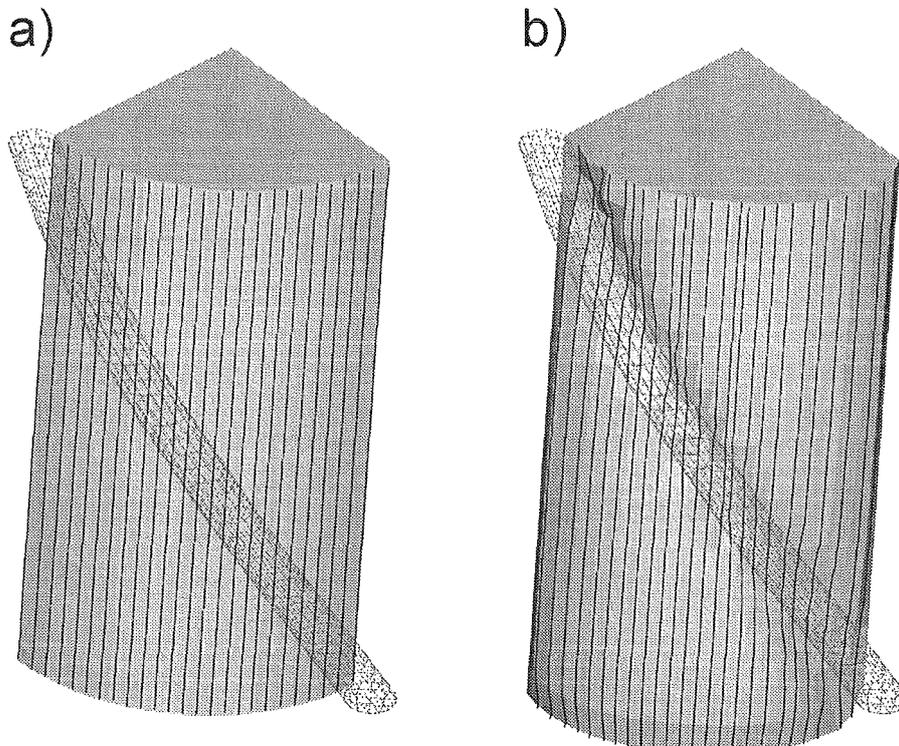


Abb. 4.36: a) Undeformierte Struktur vor der Belastung durch axialen Zug und radiale Ausdehnung. b) Optimale Faseranordnung der Astfasern der deformierten Struktur nach Anwendung von CAIO_{II}.

Bei Pflanzen kann eine Vernachlässigung der mechanischen Aspekte beobachtet werden, wenn das Überleben gefährdet ist, wie z. B. bei extrem langen Ästen, die auf der Suche nach dem lebensnotwendigen Licht keinerlei Rücksicht mehr auf die Minimierung des Biegemomentes nehmen (Mattheck und Breloer, 1994). Man darf nach den vorliegenden Erkenntnissen auch im Falle der Strangulierung eines jungen Astes oder Baumes, wie in Abb. 4.33 gezeigt, davon ausgehen, daß die Faserorientierung auf der Oberfläche global nicht optimal arrangiert ist.

Es stellte sich die weitergehende Frage, wie sich der Baum auf die besondere Belastung durch die Würgepflanze einstellt. Insbesondere Äste die eine schiefe Lage innehaben und auf die ein großes Moment wirkt, sind durch die nicht kraftflußgerechten Fasern vom Abknicken bedroht. Im stammnahen Bereich der untersuchten Probe war praktisch keine Einschnürung vorhanden, die Einwuchstiefe des Immergrünen Geißblattes betrug 0%. Im stammfernen Bereich der Probe betrug die Einwuchstiefe fast 100%, d. h. in wenigen Jahren wäre die Windepflanze dort völlig umwallt gewesen.

Es wurde eine Kerbwirkungsanalyse der einwachsenden Würgepflanze durchgeführt, bei der davon ausgegangen wurde, daß der Durchmesser der Windepflanze konstant bleibt. Ein zweidimensionales Modell des Astes sollte Aufklärung über die Änderung der Kerbwirkung durch das Einwuchsverhalten geben. Die gefährlichste Wirkung der Kerbe tritt bei einer Aufbiegung derselben auf, weshalb diese Belastungsform in der Rechnung angenommen wurde. Ferner wurde nur der Bereich des Astes modelliert, in dem die Spannungskonzentrationen zu erwarten waren.

Die normierte Verteilung der Misesspannungen für verschiedene Einwuchstiefen ist in Abb. 4.37 dargestellt. Es wird deutlich, daß bereits ein geringes Einwachsen von 5% des Durchmessers der Schlingpflanze zu einer Spannungsüberhöhung vom Faktor 2.3 führten. Mit weiterem Einwachsen steigt der Kerbfaktor bis auf über 6 an (Reuschel et al., 1997a). Der Betrag des Kerbfaktors hängt von der Geometrie ab und gilt quantitativ nur für dieses spezielle Modell.

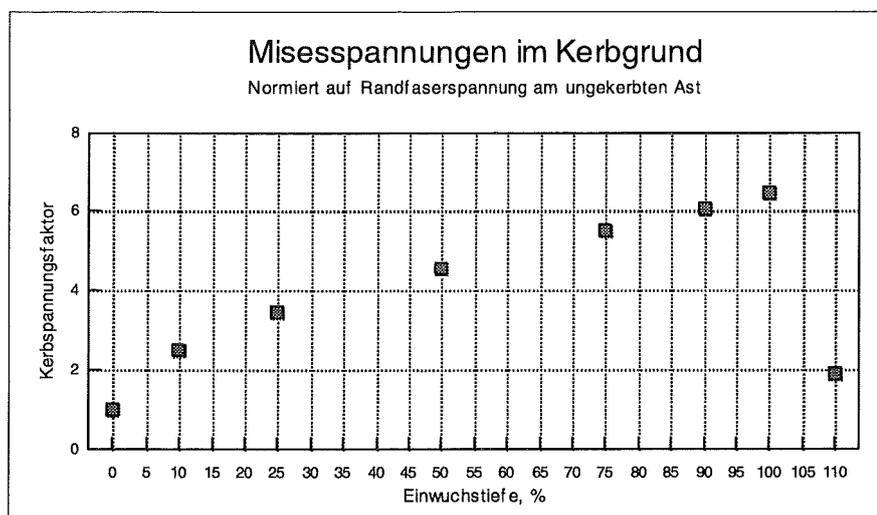


Abb. 4.37: Kerbfaktoren in Abhängigkeit der Einwuchstiefe der Windepflanze am Beispiel des FE-Modelles.

Zu dem Zeitpunkt, in dem die ersten Fasern die Windepflanze gänzlich umschließen, sinkt die Kerbwirkung abrupt auf den Faktor 2 ab. Die Tragfähigkeit nimmt mit einsetzender Einschnürung zunächst überproportional ab, durchwandert einen weitestgehend linearen Bereich und sinkt, unter Voraussetzung der Proportionalität zum Kerbspannungsfaktor, auf 1/6 ab. Stabilisierung tritt erst mit der ersten Schicht Fasern ein, die die Windepflanze einschließen.

Die beobachtete Reaktion des Baumes, das verstärkte lokale Dickenwachstum, führt im Falle der Würgepflanze zum Erfolg, da die Kerbspannungen durch das vollständige Einwachsen der Windepflanze nahezu eliminiert werden können. Die Faserorientierung kann aufgrund der biologischen Zwänge, der Strangulierung des Saftflusses, nicht dem Kraftfluß entsprechen. Biologische Zwänge führen im Falle der Strangulierung dazu, daß der Baum auf die kraftflußgerechte Anordnung der Fasern verzichten muß, da die Versorgung des Baumes bzw. Astes mit Wasser und Nährstoffen durch die Würgepflanze gefährdet ist.

4.3.2.2 Faserarrangement einer Astanbindung eines Harfenbaumes

Das Ziel dieser Untersuchung war es, festzustellen, wie der Baum den Faserverbund bei Harfenbäumen im Bereich der Astanbindungen angelegt hat und wie er auf die Besonderheit der Belastung in diesem Bereich mechanisch reagiert.

Als Harfenbaum bezeichnet man die Wuchsform eines Baumes, bei der der Stamm im unteren Bereich nahezu horizontal verläuft und von dort Starkäste vertikal nach oben wachsen. Diese erscheinen auf dem im weiteren Verlauf gekrümmten Stamm, wie die Saiten einer Harfe. Am häufigsten sind solche Bäume in Auwäldern anzutreffen, in denen es oft zu Überschwemmungen kommt, wodurch der Boden durchgeweicht wird und einzelne Stämme herabsinken. Auch Schneelast kann hierfür eine Ursache sein. Die besondere Wuchsform bedingt Belastungen des Stammes, die sich deutlich von denen vertikal stehender Stämme abhebt. Durch den sehr langen, einseitigen Hebelarm der Äste wirkt ein überproportional großes Biege- und Torsionsmoment auf den Stamm. Es soll geklärt werden, auf welche Weise ein Baum sich auf die besondere Geometrie und Belastung einstellt, welche Maßnahmen er zur Festigung und Stabilisierung seines Stammes ergreift.

Es wurden Harfenbäume in den Rheinauen bei Karlsruhe untersucht. Als Spezies wurde die Silberweide (*Salix alba*) ausgewählt, da diese Baumart dort häufiger in der genannten Wuchsform zu finden ist. Von besonderem Interesse waren die Astanbindungen der Starkäste im unteren Stammbereich (Abb. 4.38).



Abb. 4.38: Silberweide (*Salix alba*) in der Wuchsform eines Harfenbaumes in den Rheinauen.

Ein unfälschbares Zeugnis für die Belastungsgeschichte eines Baumes sind seine Jahresringe und auch die Anordnung der Holzfasern innerhalb der Jahresringe (Mattheck, 1992, 1996, Mattheck und Kubler, 1995). Daher wurde bei Silberweiden im Bereich einer Astanbindung lokal die Rinde mit Hilfe eines Locheisens (Durchmesser 10 mm) entfernt, um die Holzfasern freizulegen. Die Holzfasern zeigten sich in einer, auf die Stammachse bezogen, asymmetrischen Form, die sonst für Astanbindungen untypisch ist (Kriechbaum, 1994). Abb. 4.39 zeigt die Faseranordnung eines untersuchten Harfenbaumes im Bereich eines Starkastes. Zur Verdeutlichung ist in der Skizze in Abb. 4.40 die Orientierung der Faserstränge dargestellt.



Abb. 4.39: Astanbindung am Harfenbaum.

Die Faserbündel des Stammes waren auf der windabgewandten Seite des Astes wesentlich stärker ausgebildet. Die Hauptwindrichtung und somit die Hauptlastrichtung für den Ast ist in Abb. 4.40 eingezeichnet. Durch die Belastung des Astes wird ein Biegemoment in den Stamm eingeleitet, der hierdurch lokal tordiert (verdreht) wird.

In (Kriechbaum et al., 1992, Olschewski, 1997) wurde gezeigt, daß der Baum bei Nichtvorliegen biologischer Zwänge, seine Fasern kraftflußgerecht verlegt. Es lag die Vermutung nahe, daß hier ebenfalls ein mechanischer Zusammenhang besteht. Im Folgenden wurden hierzu Simulationen unter Verwendung der FEM und CAIO durchgeführt.

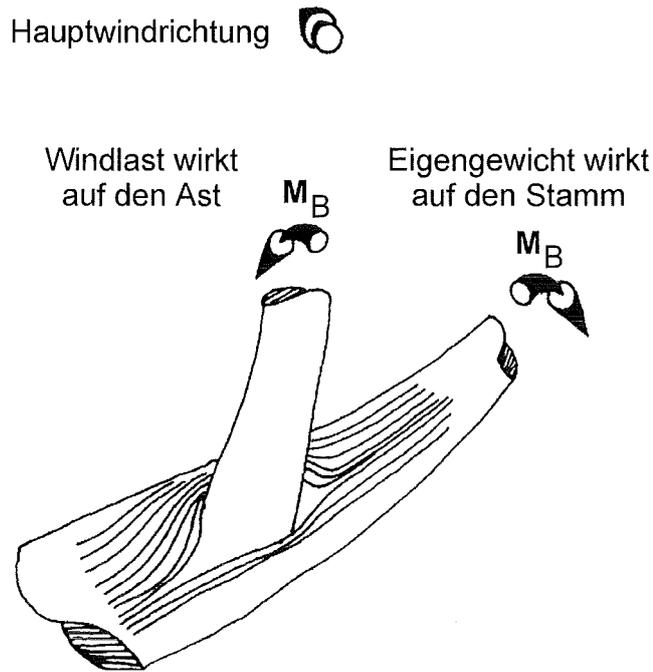


Abb. 4.40: Skizze der Astanbindung aus Abb. 4.39. Blick von vorne auf die Astanbindung. Deutlich sind die von rechts unten nach links oben verlaufenden Faserstränge zu erkennen.

Das Abtragen von Schichten der Jahresringe zeigte eine unterschiedliche Orientierung der Fasern in jüngeren und älteren Jahresringen. Durch die Änderung des Kraftflusses können im Lauf der Jahre Winkeländerungen zwischen den Fasern älterer und jüngerer Jahresringe auftreten, da die mittlere Last, die der Baum erfährt, aus einer anderen Richtung wirken, einen anderen Betrag annehmen und somit einen veränderten Kraftfluß nach sich ziehen kann. Dies konnte bereits bei der Untersuchung der von Würgepflanzen umrankten Bäume festgestellt werden.

Um mehr über die mechanischen Eigenschaften des Astanbindungsbereiches zu erfahren, wurde eine Feldstudie durchgeführt, bei der der Fraktometer III eingesetzt wurde. Zunächst wurden mit dem Zuwachsbohrer Bohrkern aus verschiedenen Bereichen der Bäume entnommen (Abb. 4.41) und mit dem Fraktometer III die radialen Schubfestigkeiten des Holzes gemessen.

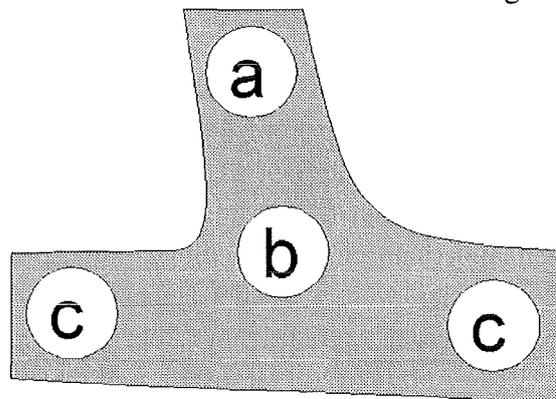


Abb. 4.41: Bereiche der Bohrkernentnahme: a) oberhalb der Astanbindung, b) im Bereich der Astanbindung, c) ungestörter Bereich.

Die Vorgehensweise bei den Messungen ist ausführlich in (Götz, 1997) beschrieben. Die ermittelten Schubfestigkeiten wurden statistisch ausgewertet. Dabei stellte sich heraus, daß im Bereich der Anbindung des Astes die Schubfestigkeit um mehr als 30% höher lag als in den ungestörten Stammbereichen (Tabelle 4.4). Götz (1997) untersuchte die Schubfestigkeiten verschiedener Laub- und Nadelhölzer, wobei in ungestörten Stammbereichen eine weitgehend konstante Schubfestigkeit für die einzelnen Spezies ermittelt wurde.

Da die Astanbindung den höchstbelasteten Bereich des Harfenbaumes darstellt, ist das Meßergebnis lokaler Schubfestigkeitserhöhung mechanisch sinnvoll. Bereits in (Albrecht, 1995; Zipse, 1997) wurde gezeigt, daß Bäume dazu in der Lage sind, ihre Holzqualität der Belastung entsprechend zu regulieren. Aus mechanischer Sicht kann über den Astanbindungsbereich festgehalten werden, daß die Fasern von Ast und Stamm in unterschiedlichen Winkeln zueinander stehen und somit verwoben sind, so daß beim Abscheren des Holzes dieses aufgespleißt werden muß, was eine Erhöhung der Bruchenergie zur Folge hat. Da im Astbereich oberhalb der Anbindung, d. h. in einem Bereich unidirektionaler Faseranordnung, eine erhöhte Schubfestigkeit gleichen Betrages wie in der Astanbindung gemessen werden konnte, kann nicht davon ausgegangen werden, daß eine höhere Festigkeit allein durch die Verwebung von Astschwänzchen und Stammfasern zustandekommt, sondern daß auch der Baum über Mechanismen verfügt, die einen Einfluß auf die Materialqualität ausüben können.

Messung der Schubfestigkeit	Im Bereich der Anbindung	Im Ast (oberhalb der Anbindung)	Im Stamm (ungestörter Bereich)
Mittelwert [MPa]	13.3	13.7	10.0
Standardabweichung [MPa]	2.08	1.82	1.81
Variationskoeffizient [%]	21.05	13.28	18.10
Anzahl der Meßwerte	144	85	140

Tabelle 4.4: Meßwerte der Schubfestigkeit an Silberweide (*Salix alba*) (s. Abb. 4.41).

Um die Ergebnisse der Untersuchung der Faserverläufe zu verifizieren, wurde eine FEM-Parameterstudie durchgeführt. Unter Zuhilfenahme des Programmes CAIO wurde ein zweidimensionales, vereinfachtes Modell des Astanbindungsbereiches modelliert. Ziel der Simulation war es, die Faserverläufe um den Ast herum zu bestimmen und mit der visuellen Untersuchung zu vergleichen.

In Abb. 4.42 ist der Weg der Abstraktion des 3D-Problems auf ein 2D-Problem beschrieben. Der jahringweise Aufbau des Stammes ist in Abb. 4.42 a) verdeutlicht, der Ast ist vereinfacht, ohne Jahresringe, dargestellt. Durch das Moment M_B werden die einzelnen Jahresringe untereinander durch Schubspannungen belastet (Abb. 4.42 b), die in erster Linie durch die Holzstrahlen aufgefangen werden. Innerhalb eines Jahresringes kann die Wirkung des Momentes M_B durch eine Querkraft F_Q idealisiert werden, da der Hebelarm des Momentes in Relation zur Dicke eines Jahresringes vernachlässigt werden kann (Abb. 4.42 c). Die Drehung dieses vereinfachten Modelles um 90° ist in Abb. 4.42 d) dargestellt und bildet die Basis für die FE-Analyse. Für die Berechnungen wurde der ebene Spannungszustand angenommen, da jeweils der jüngste, oberste Jahresring betrachtet wurde. Da die Astfasern und die Stammfasern als getrennt zu betrachten sind, d. h. der Ast und der Stamm haben ihre „eigenen“ Fasern, besteht

Kontakt zwischen beiden Partnern. Die Kontaktoberflächen dürfen sich jedoch in der linear-statischen Rechnung, unter Voraussetzung kleiner Verschiebungen, nicht lösen, da dies bedeuten würde, daß Ast- und Stammfasern delaminieren. Zwischen Stamm und Ast wurde daher eine geschlossene Kontaktfläche definiert.

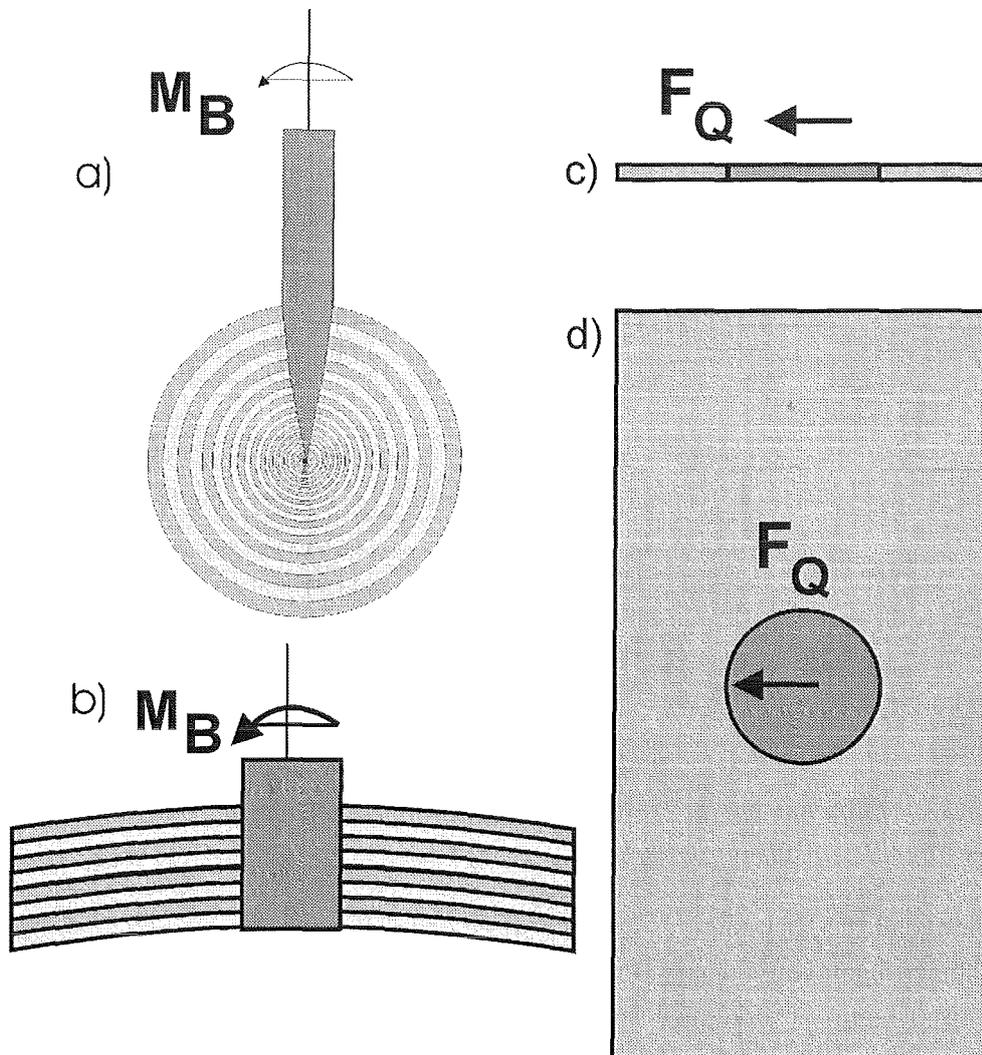


Abb. 4.42: Mechanische Vereinfachung der Biegemomenteinleitung.

- a) Einleitung des Biegemomentes senkrecht zur Stammachse.
- b) Vergrößerter Ausschnitt der äußeren Jahresringe von a).
- c) Betrachtung des jüngsten Jahresringes. Das Moment M_B bewirkt im Jahresring, der als Ebene angenähert wird, näherungsweise in Form der Querkraft F_Q .
- d) Um 90° gedrehtes Modell von Ausschnitt c), welches als Grundlage für die FE-Berechnungen dient.

Als angreifende Last wurde gemäß Abb. 4.40 eine Zuglast in Längsrichtung des Stammes und zusätzlich eine Kraft quer zur Stammachse durch den Ast definiert.

Der Einfluß der Windrichtung auf den Faserverlauf ist durch Drehen des Kraftvektors (Abb. 4.43 a), der am Ast angreift, zu simulieren. Eine Studie mit dem Angriffswinkel der Querkraft als Parameter wurde durchgeführt. Abb. 4.43 b-h) zeigt die Faserverläufe bei Zugbelastung des Stammes mit überlagerter Querkraft in einem Winkelbereich von 0° bis 90°.

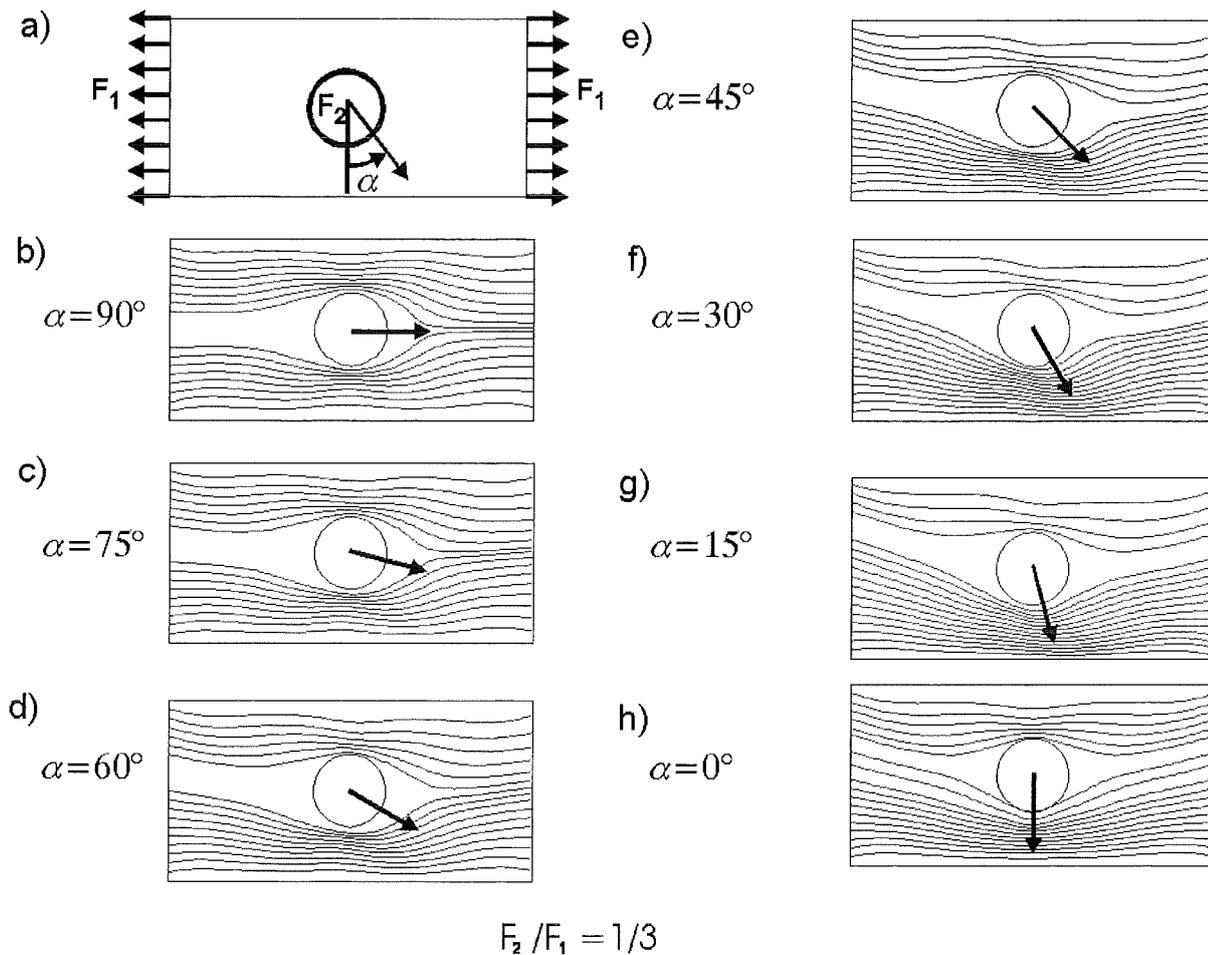


Abb. 4.43: Faserverläufe bei Zug in Längsrichtung mit überlagerter Querkraft und Änderung des Angriffswinkels der Querkraft.

Es wird deutlich, daß die Richtung des Lastangriffs für die Faserorientierung eine große Rolle spielt. Winkeländerungen von kleinem Betrag ($\leq 15^\circ$) bewirken Veränderungen, die auf den ersten Blick optisch kaum zu erkennen sind. Bei großen Winkeländerungen ($\geq 30^\circ$) hingegen zeigt sich, daß der Kraftfluß, und damit auch der optimale Faserverlauf, einen deutlich veränderten Verlauf annimmt (Reuschel und Mattheck, 1998a).

Die Windrichtung des Baumes, der für die FE-Studie als Vorbild diente war Süden. Aufgrund der Ergebnisse wurde eine Parameterstudie mit einer Belastung durch die Querkraft von 90° zum Stamm, ohne weitere Variation des Lastwinkels, durchgeführt. Es sollte untersucht werden, welchen Einfluß die Querkraft bei gegebenem Winkel hat. Um den Einfluß der Querkraft auf den Faserverlauf zu analysieren, wurde eine weitere Parameterstudie durchgeführt. Als Parameter wurde die Querkraft ausgewählt, da die Zuglast in Längsrichtung des Stammes, die durch das Eigengewicht entsteht, als konstant angesehen werden kann. In Abb. 4.44 a-f) sind als Ergebnis der Studie die Faserverläufe dargestellt. Die Belastungsrichtung entspricht der in Abb. 4.43 a) eingezeichneten.

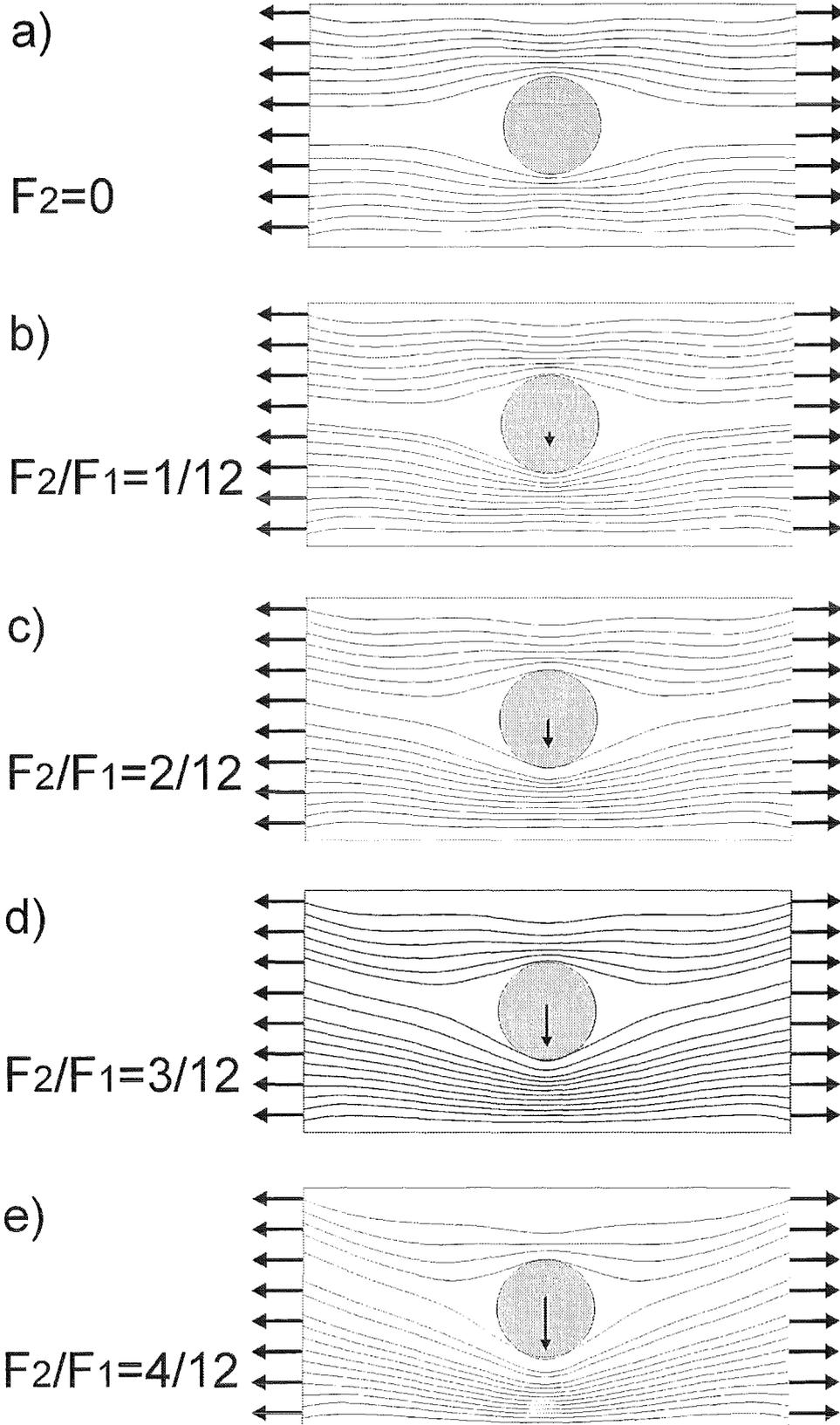


Abb. 4.44: Variation des Betrages der Querkraft in Relation zum Längszug.
 Belastung des Modelles wie in Abb. 4.43 a) eingezeichnet.
 a) keine Querkraft bei konstanter horizontaler Zugspannung.
 b-e) wachsende Querkraft bei konstanter horizontaler Zugspannung.

Es zeigte sich, daß je stärker die Querkraft wirkt, desto stärker auch die Fasern von der ursprünglich symmetrischen Form (Abb. 4.44 a) ausgelenkt werden. Während bei einer Querkraft von einem Zwölftel der Zuglast kaum Veränderungen im Faserverlauf zu erkennen sind, werden die Fasern mit weiter steigender Kraft immer stärker ausgelenkt. Die Faserdichte ist proportional dem Spannungsgradienten. Auf der Druckseite darf die Gurtung durch die Holzfasern aufgrund der niedrigeren Belastung schwächer, als auf der Zugseite sein. Die Fasern sind von der linken Seite ausgehend dargestellt, mit der Bedingung, daß Fasern, die am Ast enden, eliminiert werden (Reuschel und Mattheck, 1998a). Der Baum setzt dies nicht durch eine variable Faserdichte um, sondern durch lokale Variation der Holzfestigkeiten.

Je stärker die Fasern durch die Querkraft umorientiert werden, desto mehr Faserstränge bilden sich auf der Druckseite dieser Kraft. In dieser Anordnung wirken die Fasern wie Zugseile, d. h. sie sind auf den spezifisch optimalen Lastfall für Fasern (reinen Zug) angepaßt.

Der Vergleich zwischen einer nichtoptimierten Struktur und einer Struktur, die kraftflußgerecht arrangiert ist, kann als Maßstab für die Qualität der Optimierung dienen. In Abb. 4.45 ist ein Vergleich zwischen diesen Berechnungen dargestellt. Es wurde jeweils eine FE-Spannungsanalyse mit und ohne Kraftflußorientierung durch CAIO sowie mit und ohne Querkrafteinwirkung durchgeführt.

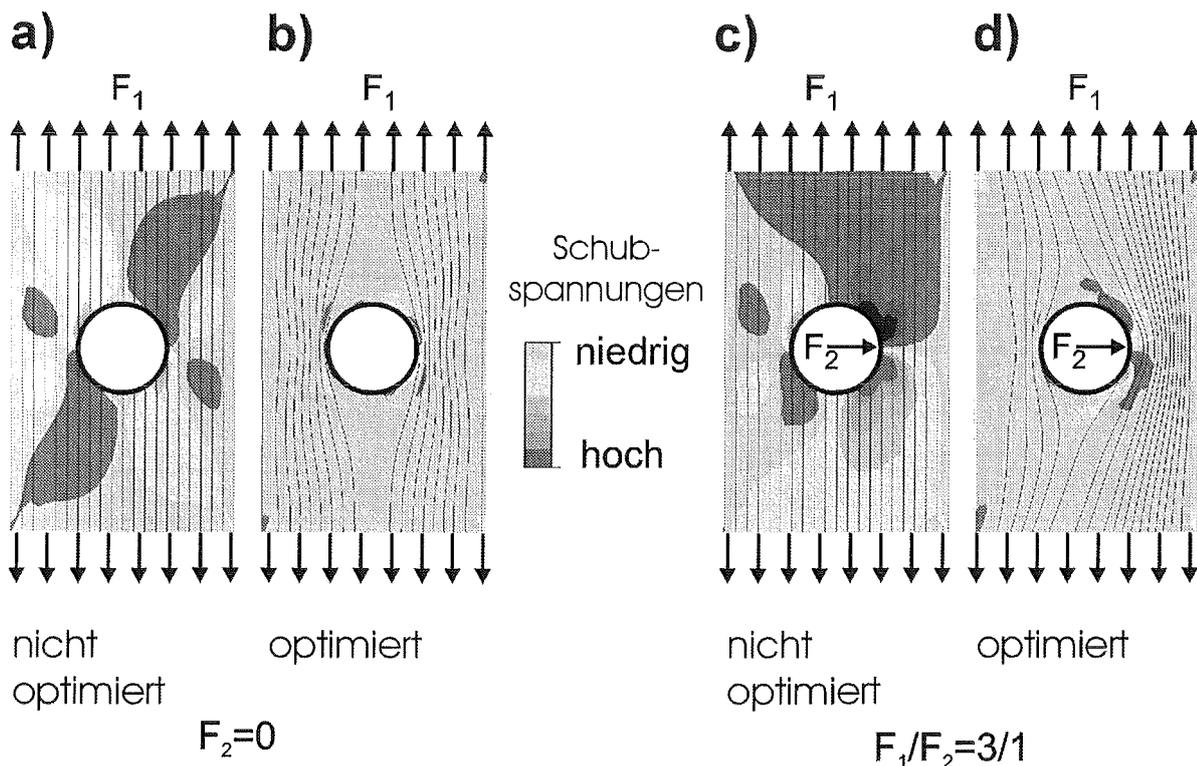


Abb. 4.45: Schubspannungsverteilung und Faserverläufe vor bzw. nach der Optimierung.

- Reine Zugbelastung des Stammes, unidirektionales Faserarrangement
- Reine Zugbelastung des Stammes, optimiertes Faserarrangement
- Zugbelastung des Stammes und Einleitung einer Querkraft durch den Ast, unidirektionales Faserarrangement
- Zugbelastung des Stammes und Einleitung einer Querkraft durch den Ast, optimiertes Faserarrangement

Die dunklen Bereiche in Abb. 4.45) stellen hohe Schubspannungen dar, die zur Faserdelamination und somit zum Versagen des Baumes führen können. Durch die Optimierung des Faserlaufes, dargestellt in Abb. 4.45 b), konnten die Schubspannungen in einer Iteration um 72% reduziert werden. Die weitgehend homogenen Schubspannungen werden allein durch das Umlenken der Fasern um den Ast erreicht.

In Abb. 4.45 c) sind die Schubspannungen einer Rechnung mit unidirektionaler Materialverteilung unter Einwirkung einer Querkraft dargestellt. Die Analyse zeigt, daß ein nicht lastgerecht angeordnetes orthotropes Material, d. h. ein Material, bei dem die Orthotropieachsen nicht in Kraftflußrichtung orientiert sind, sehr hohe Schubspannungen bewirkt. Es treten hohe Schubspannungen im Bereich um die Astanbindung auf. Dieser Nachteil tritt jedoch beim Baum nicht tatsächlich in Erscheinung, da dieser seine Fasern kraftflußgerecht um den Ast herumlegt. Dies ist in Abb. 4.45 d) verdeutlicht. Die Schubspannungen sinken durch die Optimierung nach einer Iteration um 65%. Die Schubspannungen sind bei Wirken der Querkraft ($F_1/F_2=3/1$) etwa doppelt so hoch, die Hauptnormalspannungen haben einen 25% höheren Betrag, als bei der Rechnung ohne Berücksichtigung einer Querkraft.

Die Übereinstimmung der Faserorientierung des Harfenbaumes mit den unter Berücksichtigung der Querkräfte durchgeführten Berechnungen zeigt, daß bei komplexen Beanspruchungskollektiven der Baum dennoch in der Lage ist, ein für das zeitliche Mittel optimales, kraftflußgerechtes Faserarrangement zu bilden.

4.3.2.3 Simulation dreidimensionaler Faserverläufe von Bäumen

In diesem Kapitel soll ein Vergleich zwischen CAIO_{II}-optimierten Strukturen und dreidimensional ausgebildeten Faserverläufen an Bäumen angestellt werden. Da eine angepasste Modellierung von 3D-Strukturen mit dem Preprozessor FEMGEN (Femview, 1998) nicht möglich war, wird auf die 3D-Berechnungen aus Kapitel 4.2.3 zurückgegriffen (Reuschel und Mattheck, 1998b).

Das einfachste Beispiel des Faserarrangementes, die Astanbindung, ist in Abb. 4.46 verdeutlicht. Die Fasern werden vom Baum in Form einer Spindel um das Loch herumgeführt. Dies kann sowohl zweidimensional, als auch dreidimensional mit CAIO_{II} simuliert werden (Abb. 4.46, 4.47).

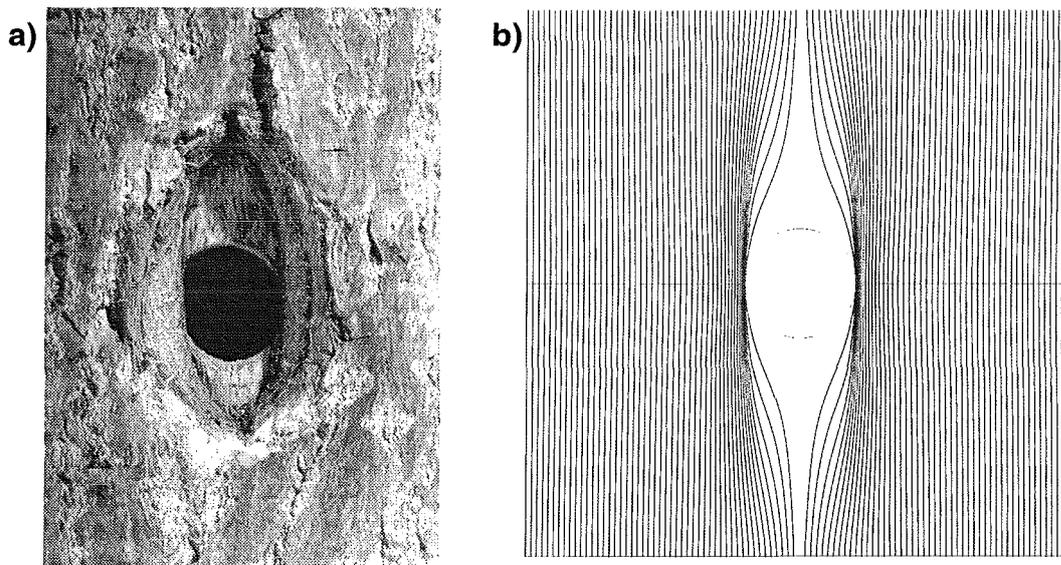


Abb. 4.46: Zweidimensionales Beispiel einer Astanbindung a) Faserverlauf einer natürlichen Struktur, b) mit CAIO_{II} berechneter Faserverlauf.

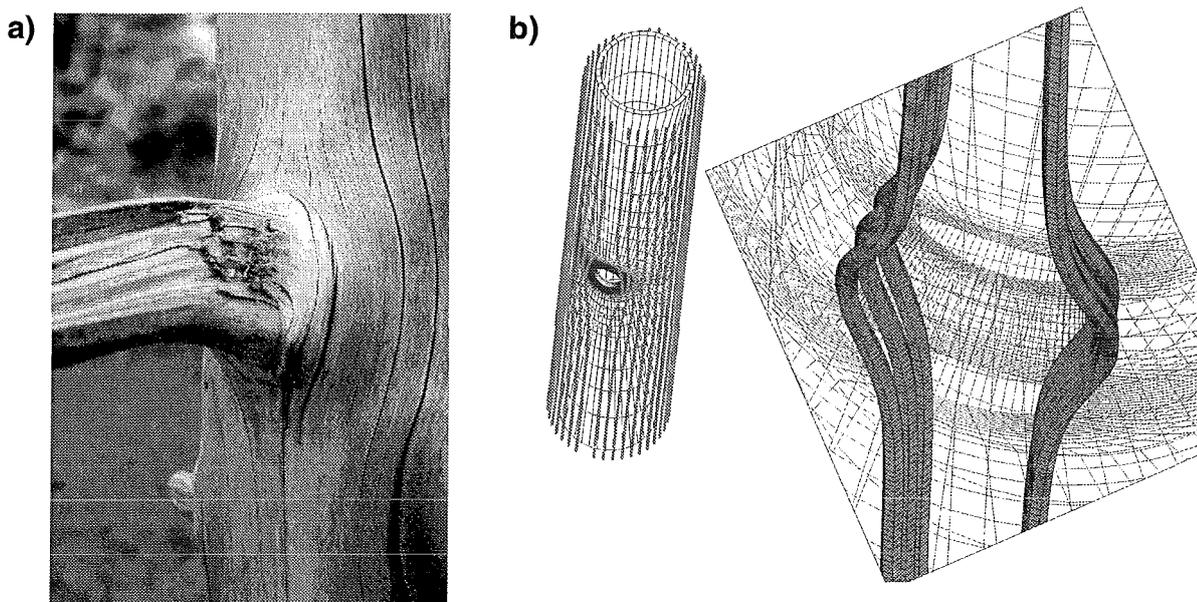


Abb. 4.47: Dreidimensionales Faserarrangement a) an einem natürlichen Kraftträger, b) FE-Simulation mit Hilfe von CAIO_{II} (vgl. Abb. 4.18).

Auch kompliziertere Faserverläufe können mit CAIO_{II} simuliert werden. Häufiger in der Natur anzutreffen, sind Bäume, bei denen eine eindeutige Torsionsbelastung an einem Ast vorzufinden ist. Die Fasern richten sich bei einer solchen Belastung spiralförmig an. Auch an Stämmen kann diese Wuchsform gefunden werden, wobei bei diesen auch ein genetischer Einfluß zum Ausbildung des spiralförmigen Wachstums führen kann (Harris, 1989).

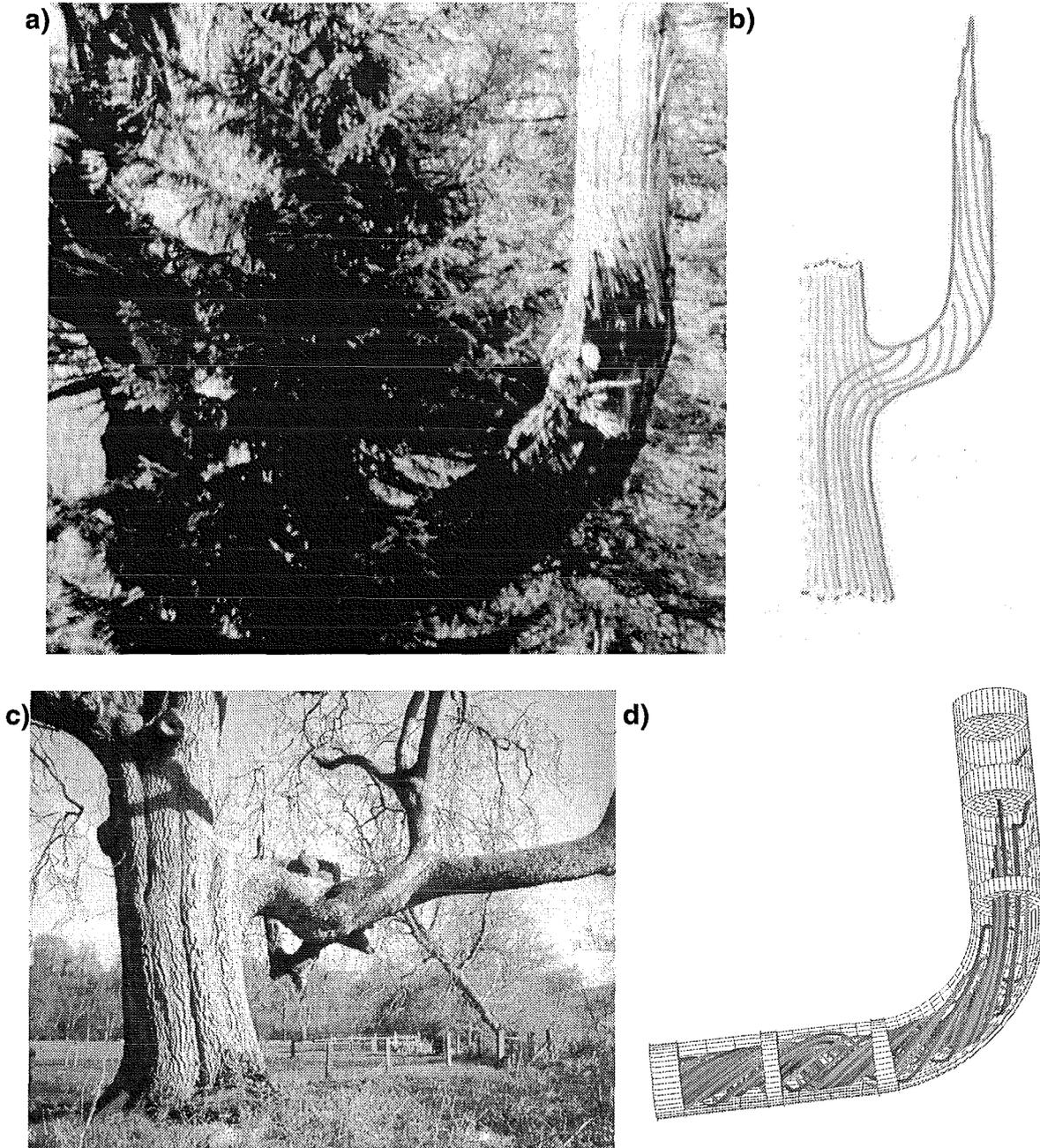


Abb. 4.48: Torsionsbelastete Astanbindung: a) Torsionsbelastung eines horizontalen Astabschnittes durch den vertikal aufstrebenden Teil des Astes. b) Handskizze des Faserarrangementes von a). c) Torsionsbelastung eines Astes durch einen aufstrebenden Seitenast. d) Vereinfachtes, mit CAIO_{II} optimiertes Modell einer Torsionsbelastung (Belastung: Kraft in Richtung des Blattes).

5 Technische Umsetzung von CAIO_{II} an Zugproben

5.1 Faser-Sticktechnik

Die technische Umsetzung der Optimierungsstrategien des Faserverbundaspektes des Baumes ist eine vorrangige Aufgabe, da bis heute in der industriellen Anwendung Unsicherheit über eine optimale Auslegung von Bauteilen herrscht. Der Leichtbau, der mit Faserverbunden erreichbar ist, führt in der Praxis häufig zu einer nur geringfügig leichteren Struktur, da durch die nicht kraftflußgerechte Auslegung der Fasern ein wesentlich massiverer Verbund verwendet wird, als dies notwendig ist. Ein Großteil des Potentials wird dadurch verschenkt.

Ziel der Erforschung von Optimierungsstrategien der Natur ist es, diese für technische Innovationen zu nutzen. Dabei müssen die neugewonnenen Methoden nicht nur besser als konventionelle Verfahrensweisen sein, sondern auch kostengünstig. Die Übertragung der CAO-Methode und der SKO-Methode in die praktische Anwendung, war von großem und schnellem Erfolg gekrönt, da die Herstellung der optimierten Strukturen mit konventionellen Maschinen, nahezu ohne zusätzliche Investitionen durchzuführen war. Bei der Realisierung von Faserverbunden nach CAIO existiert keine technische Infrastruktur, die den sofortigen Einsatz erlauben würde. Die Fertigungstechnik bezüglich kraftflußgerechter Konstruktionen ist noch in der ersten Phase der Entwicklung. Zur Verwirklichung von Prototypen wurde intensiv nach einem Hersteller gesucht, der eine optimale Legegenauigkeit von Einzelrovings bei einer genauen Reproduzierbarkeit anbieten konnte. Es wurde ein deutscher Hersteller gefunden, der in der Lage war, folgende Bedingungen zu erfüllen:

- freies Verlegen einzelner Rovings oder Faserbündel in der Ebene (gegebenenfalls auch für räumliche Strukturen).
- reproduzierbare Qualität des geometrischen Verlaufes der einzelnen Rovings.
- Fertigung und Lieferung der Faserverbundstrukturen als zur Prüfung bereiter Prototyp.

Am Institut für Polymerforschung Dresden e. V. wurde eine Faser-Stick-Technik entwickelt, bei der mittels einer modifizierten Stickmaschine der Textilindustrie, Rovings in nahezu beliebigem geometrischem Verlauf, auch mehrlagig, auf einen Untergrund aufgebracht werden können (Gliesche, 1989; Gliesche et al., 1995; Gliesche und Feltin, 1996) (Abb. 5.1). Diese Technik ist nach Kenntnisstand des Autors bislang einzigartig in Deutschland.

Das Ziel der Herstellung der Prototypen war neben dem Nachweis, daß derartige Strukturen mit heutiger Technik herstellbar sind, zu zeigen, daß durch die Anwendung von CAIO auf komplexe Strukturen, nicht nur ein Festigkeitsgewinn erzielt werden kann, sondern daß der Einsatz der Methode auch zu einem veränderten Versagensverhalten der Prototypen führt. Die erste Prototypenserie wurde als Auftrag an das Institut für Polymerforschung Dresden e. V. vergeben. Mittels der Faser-Stick-Technik wurden dort Proben gefertigt, die nachfolgend im Zugversuch zerstört wurden. Bei der Fertigung wird ein aus Verstärkungsfasern bestehender Roving auf ein Grundmaterial aufgenäht (Abb. 5.1).

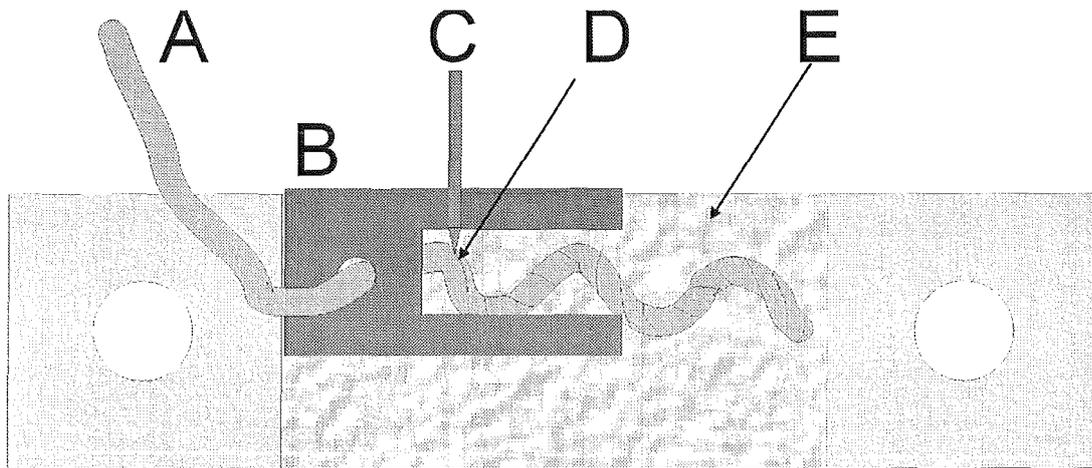


Abb. 5.1: Aufstickung des Rovings auf einen Stickgrund. A: Roving, B: Niederhalter, C) Nähfaden, D: Nähfaden, E: Stickgrund.

Der Roving kann aus chemisch hergestellten oder natürlichen Rovings bestehen. Die mit einzelnen Glasfasern auf dem Stickgrund befestigte Faserstruktur wird mit Epoxidharz oder einem anderen Duro- oder Thermoplast ausgegossen und mittels Vakuumtechnik in die gewünschte Kontur gebracht. Nach Herstellerangaben haben die Nähfäden oder Bindefäden, die aus Polyester bestehen, dabei keinen signifikanten Einfluß auf das mechanische Verhalten der mit der Methode produzierten Bauteile.

Als Geometrie wurde die in Kapitel 4.3.1.2 vorgestellte Querschnittsstruktur einer Edelkastanie herangezogen, da diese Geometrie einen nicht-trivialen Faserverlauf aufweist und gleichzeitig als Beispiel eines natürlichen Faserarrangementes dienen kann (Abb. 5.2). Die Entwicklung der Proben und die Durchführung der Zugversuche wurde im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt (Olschewski, 1997).

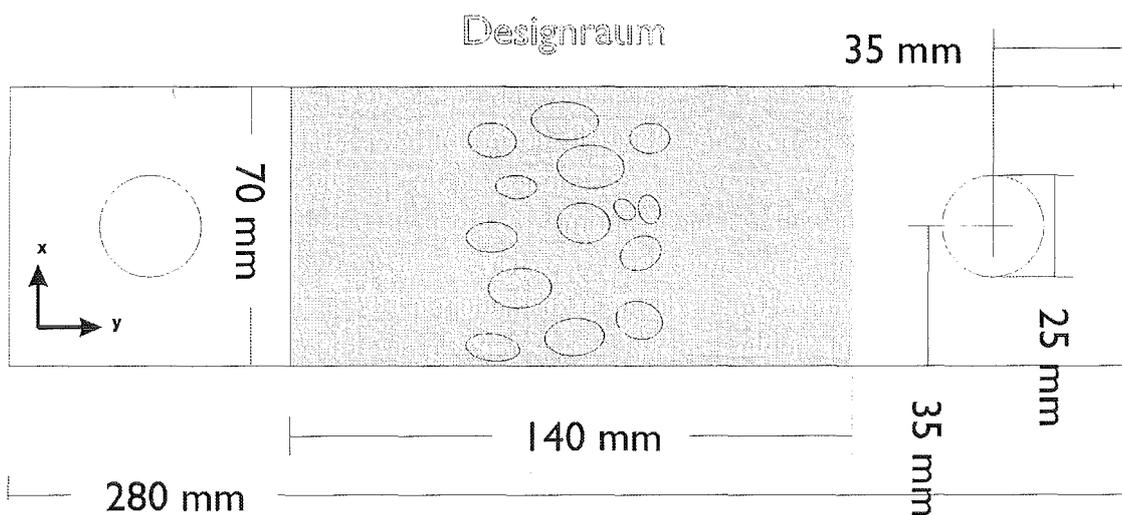


Abb. 5.2: Geometrie und Abmessungen der Prototypen.

Der Designraum wurde um einen Bereich erweitert, der der Homogenisierung der Spannungen dienen sollte. Als Material wurden Kohlenstoffasern mit einer Epoxidharzmatrix gewählt (Tabelle 5.1). Ein Faseranteil für die Gesamtprobe kann nicht angegeben werden, da der Faser/Matrixanteil durch die nicht linear verlegten Rovings lokal stark schwankte. Als Mittelwert wurde vom Hersteller ein Faservolumenanteil von 55% angegeben.

Material	E-Modul, längs (GPa)	E-Modul, quer (GPa)	Schubmodul (GPa)	Querkontraktionszahl längs/quer	Querkontraktionszahl quer/längs	Werte für Fasergehalt von (Vol.-%)
Kohlenstoff mit Epoxid-Matrix	125	73	67	28	1	55
Kohlenstoffroving: Tenax HTA 5331, 2 mm breiter Roving aus 12000 Filamenten.						
Nähfaden: Serafil 200/2 Polyester						
Matrix: Epoxid (EP)-Harz Pütapox VE 3966						

Tabelle 5.1: Materialwerte der Zugproben.

Durch eine FE-Analyse wurde sichergestellt, daß die Spannungskonzentrationen im Bereich des Designraumes und der Krafteinleitung keinen Einfluß aufeinander auswirken. Hierfür reicht nach dem Prinzip von St. Venant eine relativ geringe Strecke. Die Krafteinleitung wurde über Bolzen vorgenommen, die im oberen und unteren Teil der Proben eingesetzt wurden (Abb. 5.2).

Die Übergabe der Ergebnisse der CAIO-Optimierung an den Hersteller wurde durch einen Ausdruck vorgenommen. Die Resultate wurden im DIN-A1-Format auf Papier ausgedruckt, von wo aus die zukünftigen Faserbahnen vom Hersteller abgenommen und in die Maschine eingespeist wurden.

Es wurden Serien von je vier Proben hergestellt (Abb. 5.3). Zwei Serien wurden mit der gleichen Anzahl Rovings, wie sie im Querschnitt in Form von Holzstrahlen zu finden waren, gefertigt. Eine Variante davon wurde mit CAIO_{II} optimiert, eine zweite wies ein unidirektionales Faserarrangement auf. Ein weiterer nicht optimierter Probentyp wurde mit dem gleichen Faservolumenanteil, wie dem der optimierten Probe, hergestellt. Es wurden 18 Rovings verlegt. Die höhere Anzahl an Rovings kommt dadurch zustande, daß die nicht optimierten Proben mit 15 Rovings durch das Durchbohren einen geringeren Faservolumenanteil als die optimierte Probe aufwiesen.

Ferner wurden Serien mit der doppelten Anzahl von Rovings hergestellt, um einen Faserverbund zu erhalten, der durch die größere Faserdichte näher an technischen Anwendungen liegt (optimiert 30 Rovings/ nicht optimiert 30/35 Rovings).

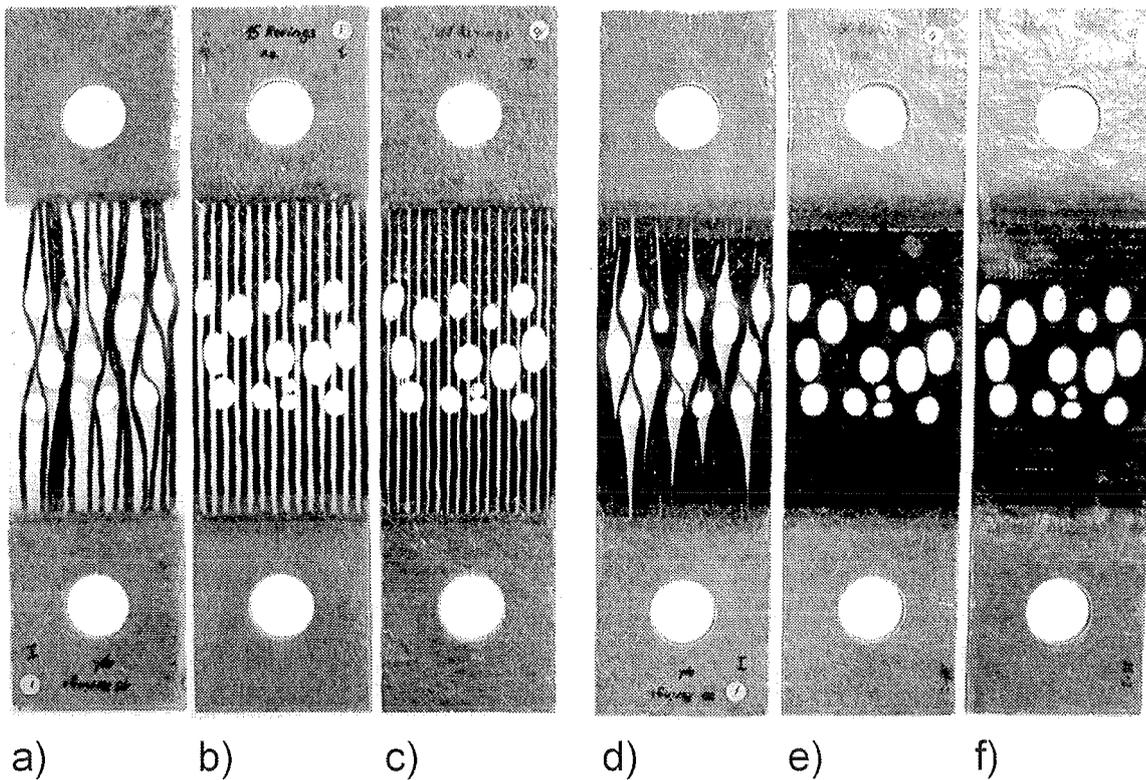


Abb. 5.3: Varianten der durch die Sticktechnologie hergestellten Prototypen. a) Optimiert 15 Rovings, b) nicht optimiert 15 Rovings, c) nicht optimiert 18 Rovings, d) optimiert 30 Rovings, e) nicht optimiert 30 Rovings, f) nicht optimiert, 35 Rovings.

Die Prototypen wurden auf einer Instron, Modell 1185, bei einer Vorschubgeschwindigkeit von 1 mm/min weggesteuert und bis zum Versagen belastet.

Aufgrund von Qualitätsmängeln, wie Vorbiegung der Proben, Ungenauigkeiten an den gefrästen Löchern, Aufwölbung der optimierten Proben an den Ellipsenrändern und weiteren Fertigungseinflüssen, die ausführlich von Olschewski (1997) beschrieben wurden, konnten bei der Auswertung nur tendenzielle Aussagen bezüglich der Festigkeiten der Prototypen getroffen werden. Es wurde festgestellt, daß die Festigkeit der Proben mit 15 optimierten Rovings etwa doppelt so hoch wie die der nicht-optimierten Proben war. Die Zugfestigkeit der optimierten Proben mit 30 Rovings lag etwa dreimal so hoch wie die der nicht optimierten Proben. Bei den optimierten Proben mit 15 Rovings war die Zugfestigkeit etwa doppelt so hoch wie bei den nicht optimierten Proben. Die nicht optimierten Proben wiesen eine nahezu konstante Festigkeit, unabhängig von der Anzahl der Rovings, auf (Tabelle 5.2).

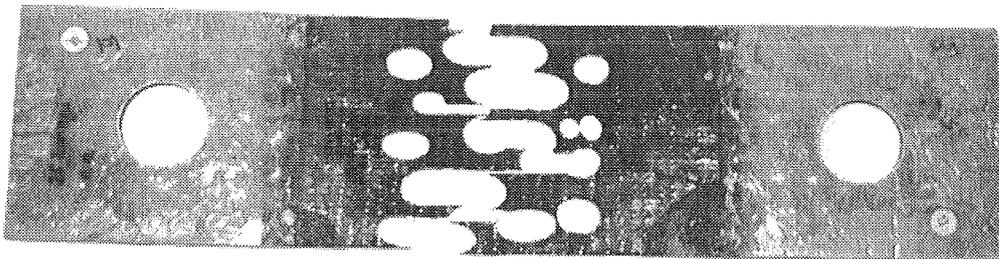
Variante (s. Abb. 5.3)	a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\overline{R_m}$ [MPa]	249	133	117	349	129	136
$\overline{R_{p0,2}}$ [MPa]	237	90	110	317	115	121

Tabelle 5.2: Festigkeiten der Zugproben.

Während den Versuchen wurde eine Videokamera vor der Maschine plziert, die auf den Designraum der Proben ausgerichtet war. Zusätzlich wurden zwei Beleuchtungseinheiten so eingerichtet, daß indirektes Licht die Proben von hinten erhellte. So konnte der Versagensablauf auf einem Videoband festgehalten und nachfolgend auf dem Monitor in Einzelbildschritten analysiert werden.

Die Videoaufnahmen zeigten deutlich, daß das Versagen der nicht optimierten Proben sukzessive auftrat. Zunächst bildeten sich etwa ab einer Last, die der halben Zugfestigkeit entsprach, an den Stellen der höchsten Schubspannungen Schubrisse, die tangential an den Löchern im Designraum in vertikaler Richtung verliefen (Abb. 5.4a). Dabei konnte ein geringfügiger Abfall der Kraft festgestellt werden (Abb. 5.5 a). Schließlich versagten die Proben im Designraum durch Überschreiten der Festigkeit der Rovings. Bei den optimierten Proben zeigte sich hingegen ein anderer Schadensverlauf. Die Proben versagten spontan, d. h. innerhalb der Aufnahmezeit der Videokamera von 1/25 Sekunde (Abb. 5.4 b). Es kam zu einem plötzlichen Zerreißen der Probe im schwächsten Querschnitt (Abb. 5.5 b). Die Kraft-Dehnungsdiagramme stimmten mit den Betrachtungen der Videoaufnahmen überein, so daß sichergestellt war, daß ein Schubversagen bei den optimierten Proben nicht auftrat, bei den nicht optimierten Proben durch das Schubversagen das sukzessive Versagen in Gang gesetzt wurde.

a)



b)

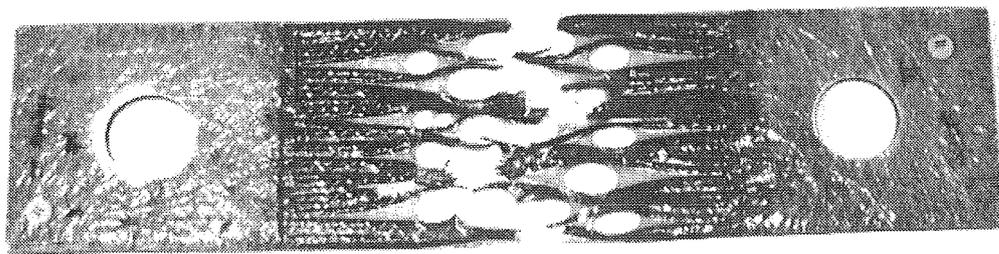


Abb. 5.4: a) Typisches Versagensbild einer nicht optimierten Probe,
b) Typisches Versagensbild einer optimierten Probe.

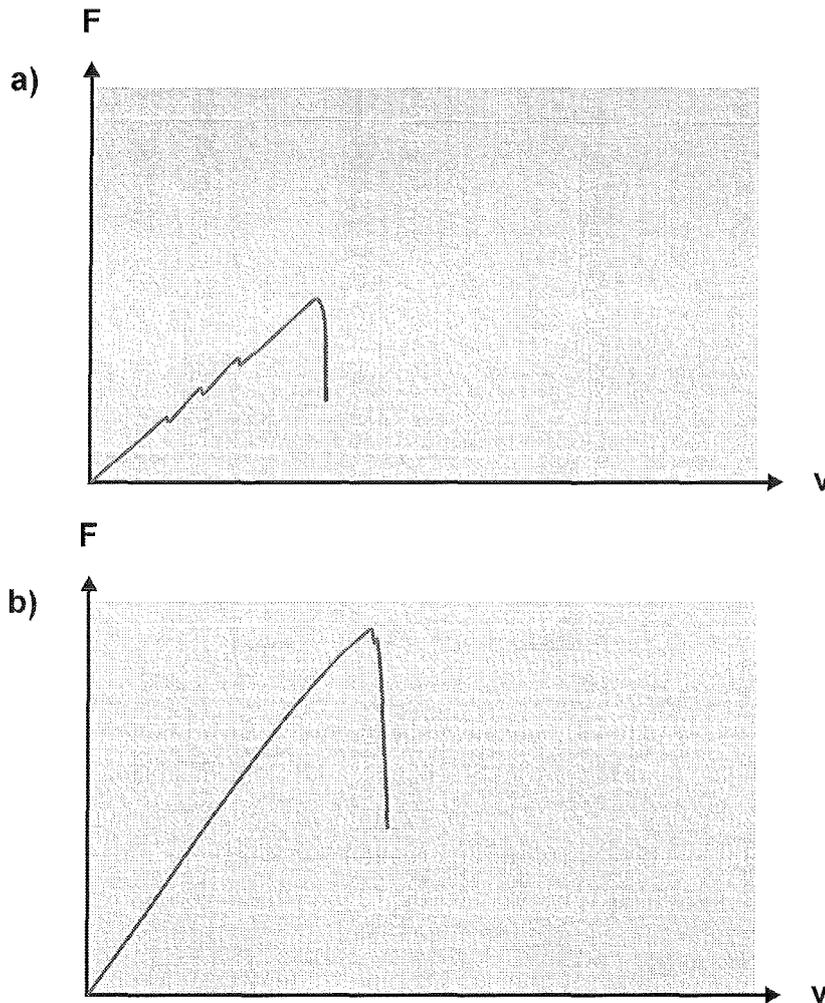


Abb. 5.5: Schematischer Verlauf einer typischen Kraft-Dehnungskurve der Proben: a) nicht-optimierte Probe, b) optimierte Probe.

5.2 Matrizentechnik

Als weiterer Schritt zu einer automatischen Fertigungstechnik wurde eine Matrizenmethode entwickelt. Der Grundgedanke war hierbei, die Schnittstellen des Computers zu nutzen, um die Fasergeometrie computergestützt in eine Matrize einzubringen. Dadurch ist eine optimale Reproduzierbarkeit des Arrangementes der Fasern und eine CAM-gerechte (Computer Aided Manufacturing) Datenverarbeitung gegeben.

Möglich wurde die Entwicklung der Matrizenmethode durch ein Erweiterungsmodul für CAIO_{II}, die es erlaubt, die Koordinaten der mit TECPLOT gezeichneten Hauptspannungstrajektorien in CNC-Koordinaten zu konvertieren (Kapitel 4.1.5). Mit den CNC-Daten aus der CAIO_{II}-Analyse wurden aus Aluminiumblöcken Matrizen gefertigt, in dem eine Fräsmaschine die Bahnen für die Rovings herausfräste (Abb. 5.6). In die entstandenen Nuten konnten die Rovings eingelegt und mittels Epoxidharz auf einer Matte fixiert werden. Da die Form der Nuten konisch gewählt wurde, war die Herausnahme der Rovings leicht möglich. Die Fertigung sowie die Fertigungstechnologie wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Kremer (Kremer, 1998) durchgeführt.

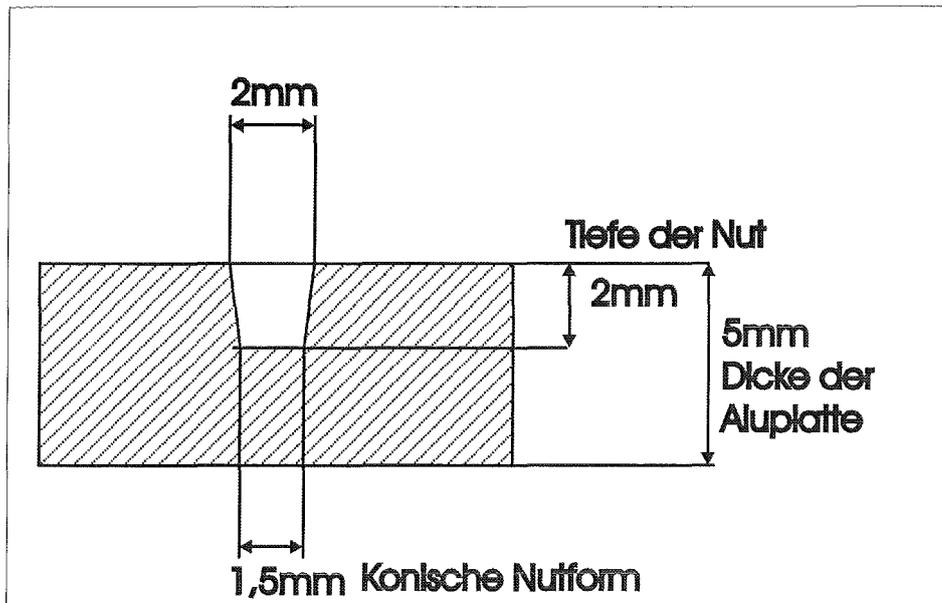


Abb. 5.6: Geometrie der in Aluminiumplatten gefrästen Nuten.

Als Geometrie wurde eine Lochplatte ausgewählt, die in ihrer Mitte zwei Kreislöcher aufweist, deren Durchmesser zusammen 57% der Probengesamtbreite ausmacht (Abb. 5.7). In diese Kreislöcher wurden während der Zugversuche Metallkerne eingesetzt, um eine größere Kerbwirkung zu erreichen und so eine Struktur zu erhalten, bei der den Kreislöchern eine konstruktive Aufgabe zukommt. Keine Kreiskerbe wird in einen Faserverbundwerkstoff eingebracht, wenn diese keinen mechanischen Sinn zu erfüllen hat. Zum anderen sollte der Einfluß der Optimierung in Bezug auf eine unidirektionale Faseranordnung bei Wirken von Kontaktspannungen überprüft werden. Es wurde aufgrund der FEM-Berechnungen eine niedrigere Herz'sche Flächenpressung bei den optimierten Proben erwartet, was einen Einfluß auf die Festigkeit haben sollte.

Die Probenlänge wurde so gewählt, daß die Spannungen über dem Querschnitt zwischen Einspannung und Designraum homogenisiert waren. Als Material wurde ein Epoxidharz/Glasfaser-Verbund ausgewählt. Die Materialkennwerte, die aus den Datenblättern des Herstellers errechnet bzw. aufgrund unzureichender Informationen abgeschätzt wurden, sind in Tabelle 5.3 aufgeführt. Die Faserverläufe der optimierten und der nicht optimierten Prototypen sind in Abb. 5.8 dargestellt. Die Hauptspannungstrajektorien wurden zunächst für die Gesamtstruktur berechnet, bei der Fertigung jedoch nur im Designraum berücksichtigt. Die Faserlinien wurden nach der Maßgabe definiert, daß sie sich am engsten Punkt gerade berühren dürfen (Abb. 5.9). Nach diesen Ergebnissen wurden die Matrizen hergestellt (Abb. 5.9).

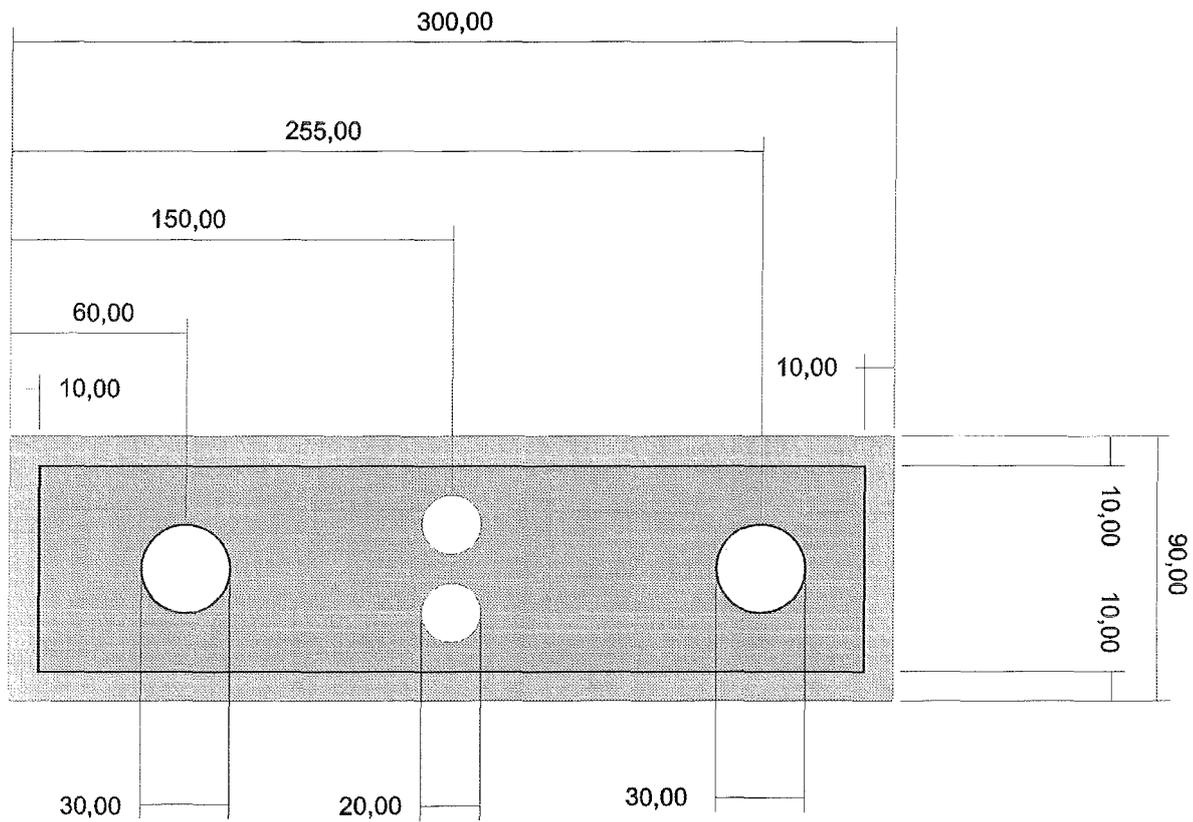


Abb. 5.7: Geometrische Abmessungen der Prototypen (Alle Angaben in mm).

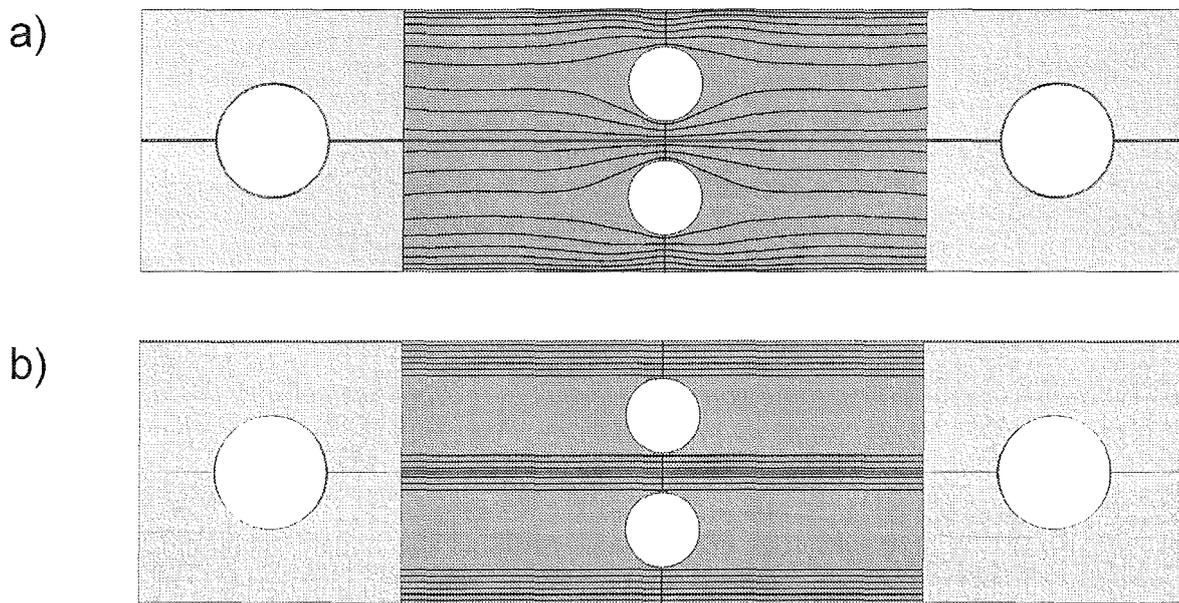


Abb. 5.8: Geometrie der Probestypen und des Designraumes, in dem optimiert wurde (blau).

Material	E-Modul, längs (GPa)	E-Modul, quer (GPa)	Schubmodul (GPa)	Querkontraktionszahl längs/quer	Querkontraktionszahl quer/längs
Glasfaser/EP-Harz	21	-*	-*	0,3	-*
Glasfaserroving: Vertrotex Textilglasroving EC14 2400 P185					
Matrix: Epoxid (EP)-Harz Scheufler Harz Nr. 285, Härter Nr. 286					
* vom Hersteller konnten teilweise keine Angaben gemacht werden. Aufgrund der inhomogenen Materialverteilung innerhalb der Proben wurde auf eine Abschätzung verzichtet.					

Tabelle 5.3: Materialwerte der Prototypen.

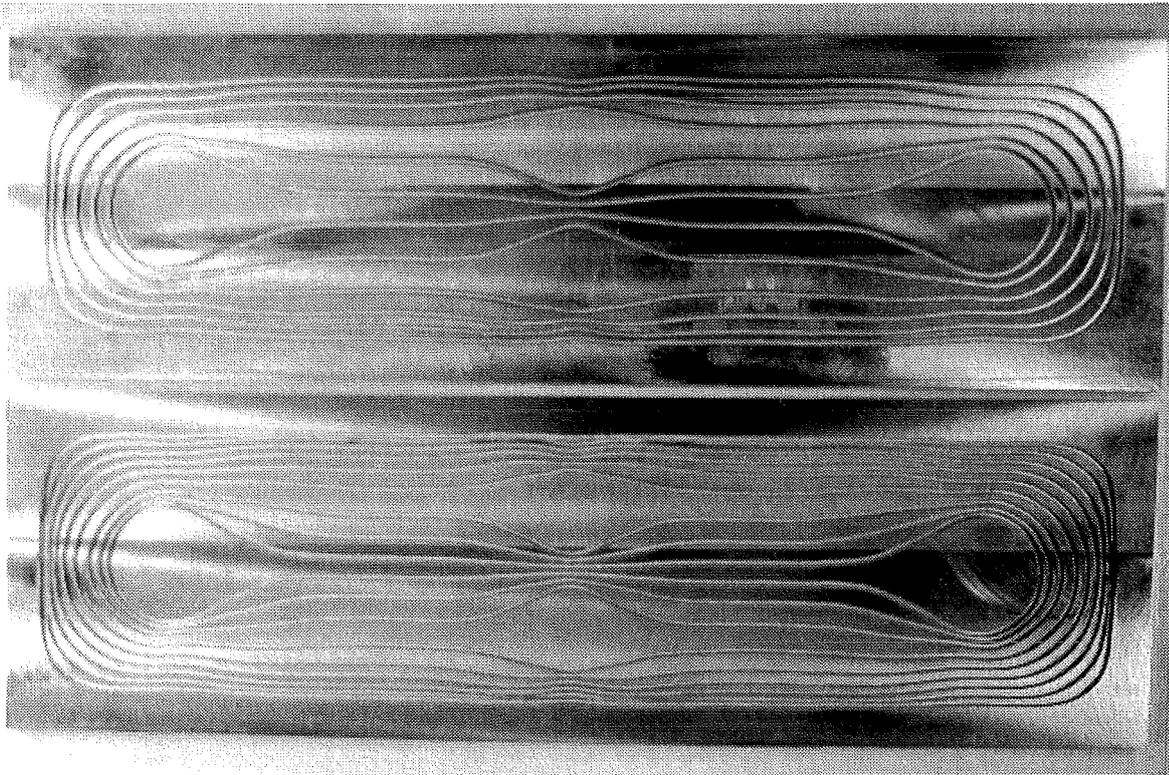


Abb. 5.9: Matrizen zur Herstellung von Faserverbundwerkstoff-Proben. In die Nuten werden die Faserbündel plziert und auf einem flexiblen Untergrund fixiert, bevor sie wieder entnommen werden.

In Abb. 5.10 a) ist eine der Matrize entnommene Struktur abgebildet. Rechts im Bild liegen die Rovings auf einem Untergrund, einer um 90° zur Kraftflußrichtung orientierten Glasfaser-matte, die nur durch schwache Kettfäden zusammengehalten wird und in Lastrichtung quasi keine Festigkeit aufweist. Auf dem linken Bild, einer noch nicht eingeharzten Probe, sind die Bolzen zu erkennen, die die Löcher während des Zugversuches ausfüllen. Die Löcher für die Bolzen wurden mit Metallringen verstärkt, um eine bessere Kraftübertragung zu erreichen. In Abb. 5.10 b) ist die Aufspießung der Rovings außerhalb des Designraumes dargestellt. Dies wurde vorgenommen, um die Schubfläche der Rovings mit den auf beiden Seiten der Probe flächig aufgebrachtten seitlichen Manschetten (Abb. 5.10 c) zu vergrößern.

Bei der Herstellung der Proben ohne Aufspleißen der Rovings konnte die Schubübertragung nicht gewährleistet werden und das Versagen trat außerhalb des Designraumes auf.

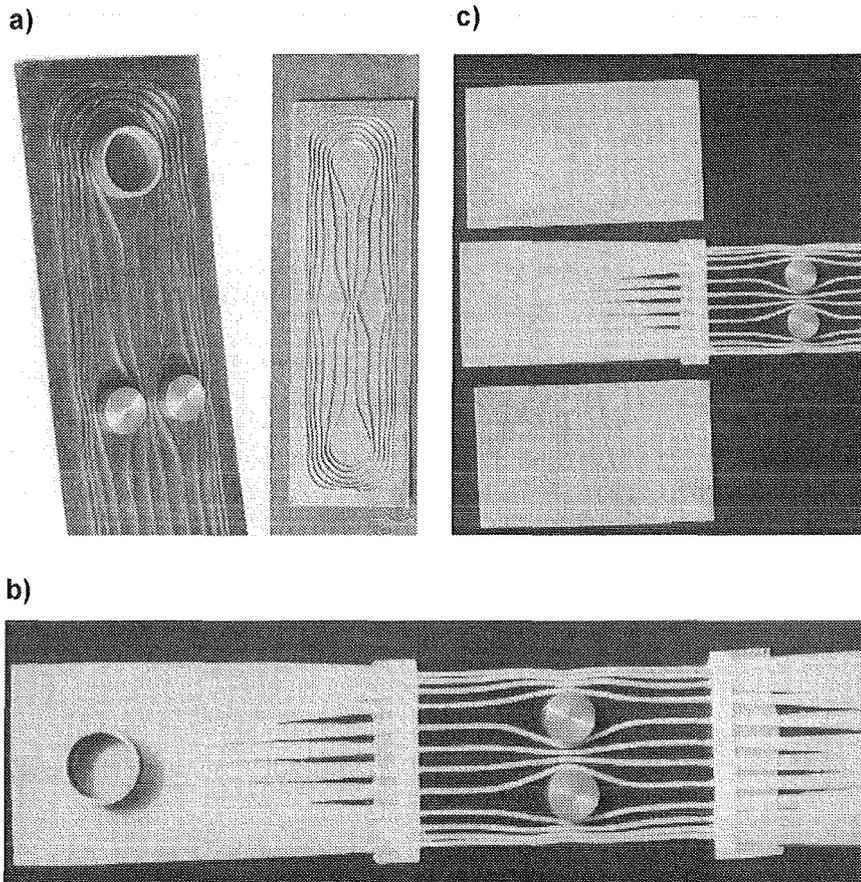


Abb. 5.10: a) Aus Matrize entnommene Faserbündel (links mit, Metallkernen und Einspannungverstärkung), b) außerhalb des Designraumes auseinandergedrückte Faserstränge für eine gute Schubübertragung, c) Stabilisierungsmanschetten für den Einspannbereich, die von oben und unten auf die Rovings geklebt wurden.

Es wurden zunächst Probenserien mit verschiedenen Werkstoffpaarungen hergestellt, bis eine ausreichende Erfahrung vorlag, unter welchen Bedingungen das Versagen der Proben nicht an der Einspannung, sondern im Bereich des Designraumes stattfand. Es wurden aufgrund der beschränkten Zeit und des hohen Arbeitsaufwandes, der in der Phase der Herstellung von Faserrovings in der Matrize, Einharzung und Fertigstellung der Proben bestand, nur jeweils ein bis zwei Prototypen hergestellt. Die letztgenannten Arbeitsschritte fanden in Handarbeit statt (Kremer, 1998).

Die Festigkeit der nicht-optimierten Proben mit durchtrennten Fasern betrug, bezogen auf den schwächsten Querschnitt im Designraum, rund 112 MPa. Bei den Proben mit unidirektionalem Faserarrangement die Schädigung zunächst über Schubrisse sukzessive ein. Dies ist leicht nachzuvollziehen, betrachtet man die Bruchzigarre in Abb. 2.14. Die Versagensfläche ist bezüglich Schubversagen auf der Achse der Schubspannungen stark zusammengestaucht, daher ist der Faserverbund empfindlich gegenüber Schub. Zudem ist der Betrag der maximalen Schubspannungen des nicht optimierten Bauteils sehr hoch (Abb. 5.11). Beide Effekte zusammen führen zum sukzessiven Schubversagen (Abb. 5.12 a).

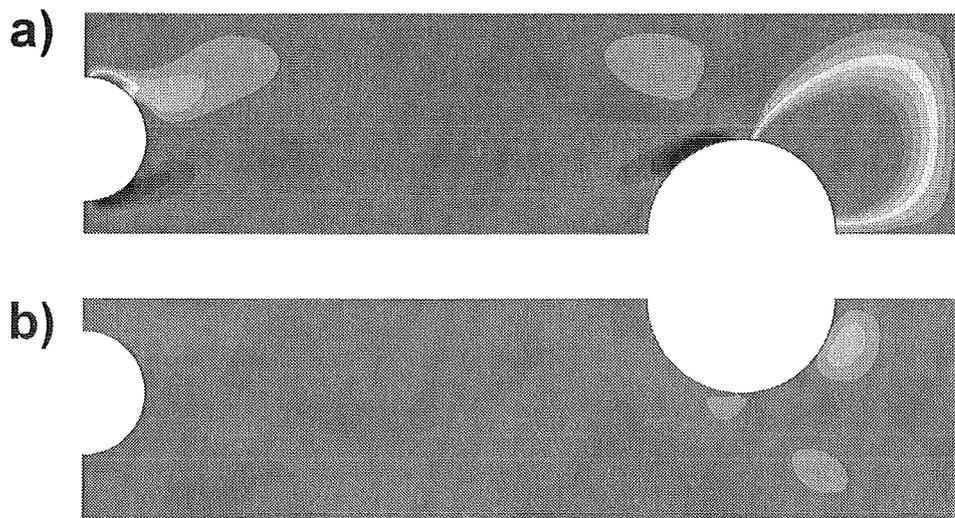


Abb. 5.11: Schubspannungsverteilung der Struktur a) bei unidirektionalem Faserarrangement, b) bei mit CAIO_{II} optimiertem Faserarrangement. Versagensrelevant sind nur die Schubspannungen im Designraum (im Bild links).

Bei den zwei optimierten Proben konnte eine Festigkeit von rund 337 MPa gemessen werden, ein Wert der etwa dreimal so hoch ist, wie bei den nicht optimierten Probe. Dabei setzte das Versagen am Rande des Designraumes, im Bereich des schwächsten Querschnittes ein (Abb. 5.12 b). Es setzte, ebenso wie bei den durch Faser-Sticktechnik hergestellten optimierten Proben, ein spontanes Versagen aufgrund der Überschreitung der Festigkeit der Fasern ein (Abb. 5.13).

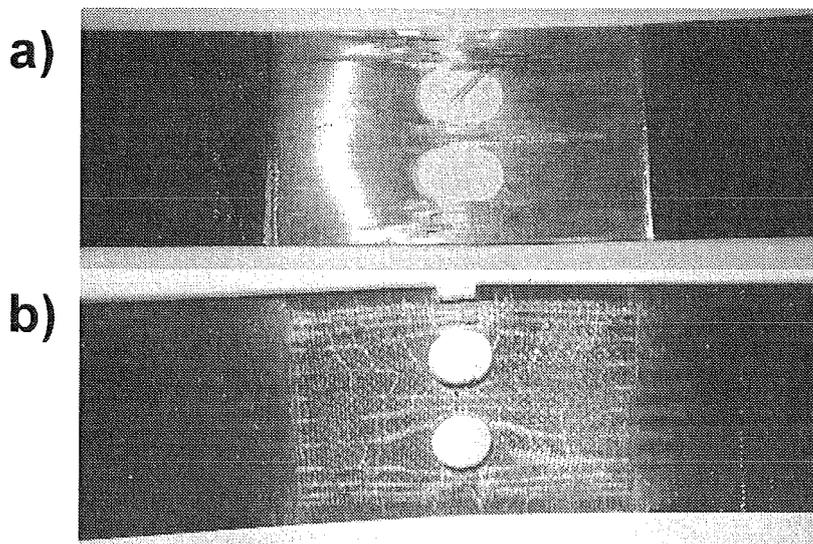


Abb. 5.12: a) Versagensbild einer nicht optimierten Probe, b) Versagensbild einer optimierten Probe.

Auch hier hilft das stark abstrahierte Modell der Bruchzigarre, den Versagensmechanismus zu verstehen. Durch die Ausnutzung der guten Zugeigenschaften der Fasern, die durch eine Streckung der Bruchzigarre auf der Faserparallelen Achse gekennzeichnet sind, ist die deutlich höhere Festigkeit der optimierten Proben erklärbar.

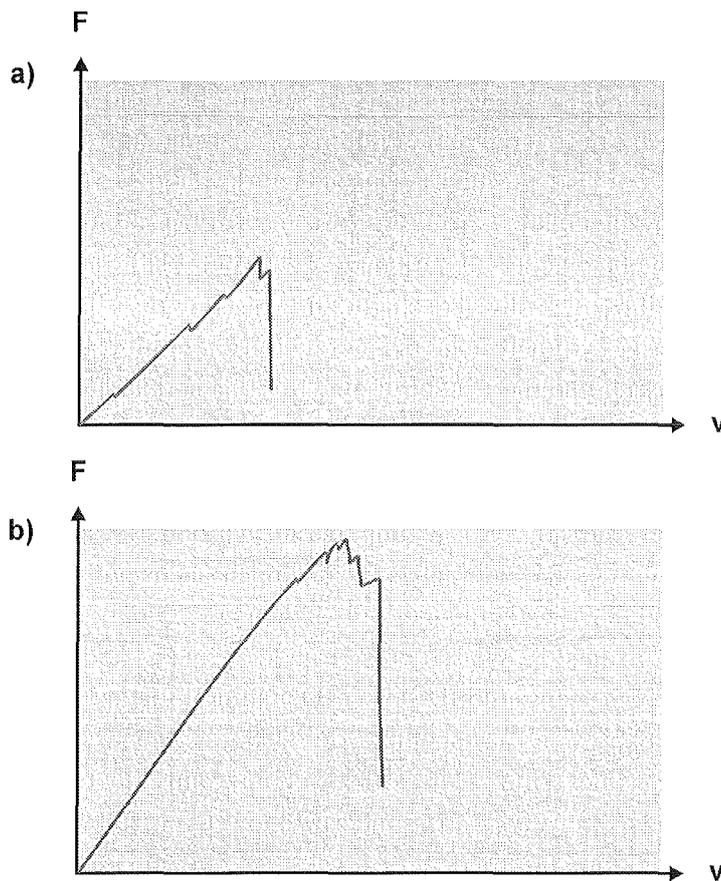


Abb. 5.13: Schematischer Verlauf einer typischen Kraft-Dehnungskurve der Proben: a) nicht-optimierte Probe, b) optimierte Probe.

In der Natur, insbesondere bei den Bäumen besteht ein Bestreben nach einer homogenen Spannungsverteilung vor. Die Sicherheitsbeiwerte sollen möglichst an allen Stellen gleicher Überlebensrelevanz gleich hoch sein (Mattheck, 1998). Beispielsweise sollen sie in weiten Bereichen des Stammes konstant sein, grundsätzlich im Stamm aber höher als in den Ästen, da der Verlust eines Astes den Baum zwar schwächt aber nicht prinzipiell seine Existenz gefährdet. Insofern findet auch beim Baum ein sukzessives Versagen ein.

Das Vorbild der Natur kann zu besseren Konstruktionen führen, wenn Bauteilgruppen aus CAIO_{II}-optimierten Faserverbundwerkstoffen mit gleicher Sicherheitsgrenze m gefertigt werden. Die in den letzten Jahren so oft erwähnten Smart-Structures, also Strukturen, in denen Sensoren Informationen über Spannungs- Dehnungs- oder andere versagensrelevanten Größen liefern, könnten dem Kambium der Bäume gleich im Bauteil stetig Messungen vornehmen und in geeigneter Form Hinweise z. B. auf eine Vorschädigung, auf die Lastspielzahl, die das Bauteil ertragen hat oder auf das Überschreiten eines Grenzwertes hinweisen. Da bei Ingenieurkonstruktionen die prädestinierten Orte des Versagens zumeist bekannt und auf wenige Punkte beschränkt sind, könnte in Zukunft mit Hilfe von Sensoren eine Leichtbaustruktur mit konstanter Sicherheitsgrenze m verwirklicht werden. Gespräche mit potentiellen Industriepartnern zeigten die großen Defizite bei der Umsetzung von Leichtbaudesign auf und lassen zugleich das große Interesse an neuen Verfahren erkennen (Mattheck und Reuschel, 1997; Mattheck et al., 1998).

6 Zusammenfassung

Eine Untersuchung der Mechanik der Holzzellen wurde durchgeführt. Ein numerischer, aus der Literatur bekannter Ansatz zur Berechnung von mehrschichtigen, transversalisotropen Zylindern mit helikaler Orientierung der Materialachsen, wurde für die Anwendung auf die Sekundärwand von Holzzellen angepaßt und in ein Fortran-90-Programm umgesetzt. Das Programm berücksichtigt den mehrschichtigen Aufbau der Zelle und läßt die Eingabe der Materialdaten und Fibrillenwinkel für jede Zellwandschicht zu. Mit Hilfe des Programmes ist es möglich, ein- und zweiparametrische Studien über den gesamten Definitionsbereich der Parameter automatisiert ablaufen zu lassen und die Daten für eine 3D-Flächendarstellung aufzubereiten.

Ausgehend von einem einschichtigen Modell der Sekundärwand der Holzzelle, wurden grundsätzliche Eigenschaften des Systems einer transversalisotropen, helikal gewickelten Zelle unter axialer Belastung und unter Innendruckbelastung herausgearbeitet. Es zeigte sich, daß die Auslenkung der Fibrillen aus der Zylinderachse zu einem dreiachsigen Spannungszustand in der Zellwand führt. Während der Elastizitätsmodul lediglich einen quantitativen Einfluß auf die Spannungen und Dehnungen ausübt, weist der Betrag des Schubmoduls einen qualitativen Einfluß auf die Verdrehung der Zelle und die axiale Dehnung auf. Es konnte eine Abhängigkeit des Fibrillenwinkels der maximalen Dehnung von der Höhe des Schubmoduls festgestellt werden. Bei Überschreitung eines Grenzwertes des Schubmoduls findet die maximale axiale Dehnung der Zelle nicht mehr bei 90° statt, sondern tendiert mit fallendem Schubmodul zu 45° . Die maximale axiale Dehnung nimmt dabei zu.

Anhand des dreischichtigen Modelles der Sekundärwand einer Holzzelle, wurde gezeigt, daß das Arrangement der Fibrillenwinkel, bei axialer Druckbelastung der Zelle, die Umwandlung von Druck- in Zugspannungen ermöglicht. In Parameterstudien wurden Winkelkonstellationen ermittelt, bei denen die Fibrillen in den äußeren Zellwandschichten der Sekundärwand in ihrer Längsrichtung auf Zug belastet sind und orthogonal dazu unter Querdruck stehen. Auch bei axialer Zugbelastung wurden Winkelbereiche ermittelt, bei denen Querdruckspannungen die Fibrillen aneinanderpressen und ein Lösen der einzelnen Fibrillen quer zu ihrer Achse verhindern. Der Vergleich der Winkelbereiche optimierter, axial belasteter Zellen mit Meßwerten aus der Literatur machte deutlich, daß die berechneten Winkelbereiche für druckbelastete und zugbelastete Zellen Grenzwerte darstellen, da typische Winkelkonstellationen der einzelnen Zellwandschichten der Sekundärwand, die der Literatur entnommen wurden, in fast allen Fällen im Bereich zwischen den beiden Grenzwerten lagen. Aufgrund der Wechselbelastung, der ein Baum ausgesetzt ist, stellt die Normalholzzelle notwendigerweise einen Kompromiß dar, der zwischen einer reinen Druck- und Zugoptimierung liegt.

Bei der Untersuchung des Reaktionsholzes, welches dem Aufrichten eines Stammes oder Astes aus einer Schräglage dient, konnte ein Mechanismus der mehrschichtigen Sekundärwand der Zellen festgestellt werden, der in Abhängigkeit des Fibrillenwinkels der Zelle und der Materialkennwerte bei Zugholz eine axiale Verkürzung und bei Druckholz eine axiale Verlängerung der Zelle bewirkt. Dabei stimmten die errechneten Fibrillenwinkel mit den in der Literatur genannten Winkeln überein. Bei einem Material mit erhöhtem Elastizitätsmodul und erniedrigtem Schubmodul, was einem hohen Celluloseanteil in der Zelle entspricht, tritt bei einem Fibrillenwinkel der Sekundärwandschicht Zwei, von 45° , eine maximale Verkürzung ein. Bei

einem reduzierten Elastizitätsmodul und einem erhöhten Schubmodul, was einem höheren Ligninanteil entspricht, tritt bei dem gleichen Winkel der Sekundärwandschicht Zwei, von 45° , eine maximale Verlängerung der Zelle ein. Das unterschiedliche Vorzeichen der axialen Dehnung, bei gleichen Randbedingungen, konnte auf die Materialeigenschaften zurückgeführt werden.

Der Einfluß radialer Fibrillenagglomerationen wurde mit Hilfe eines FE-Modelles untersucht. Dabei konnte festgestellt werden, daß bei primär axial belasteten Zellen ein positiver Effekt der Reduktion von Spannungen zu beobachten ist. Ein Teil der Belastung wird von den Agglomerationen aufgenommen und führt so zur Entlastung der Reststruktur. Steifere Agglomerationen führen gegenüber weicheren Agglomerationen zu überproportional niedrigeren Spannungen. Bei reiner Innendruckbelastung konnte ein positiver Effekt der radialen Agglomerationen nicht nachgewiesen werden. Schließlich wurde eine qualitative Abschätzung der relativen Knicklasten vorgenommen, die zu der Aussage führte, daß radiale Agglomerationen tendenziell dazu führen, daß die Zelle in der Lage ist, höhere Knicklasten zu ertragen. Druckholzzellen weisen bei einem Fibrillenwinkel von 45° eine deutlich größere Sicherheit gegen Ausknicken auf, als Zugholzzellen. Von der Tendenz her gelten die Aussagen der einzeln betrachteten Zellen auch für den Zellverbund.

Für die mikroskopische und makroskopische Untersuchung der Faseranordnung natürlicher Kraftträger, wurden mit Hilfe der FEM Simulationen berechnet. Hierzu sollte das Optimierungsprogramm CAIO eingesetzt werden.

Um die Faseranordnungen simulieren zu können, wurde eine vollständig neue Version von CAIO auf vektororientierter Basis entwickelt, da die vorhandene Lösung erhebliche Einschränkungen aufwies. Es wurde ein Programm geschrieben, welches in der Lage ist, den Kraftfluß in dreidimensionalen Bauteilen zu bestimmen, lokale Steifigkeitsunterschiede zu berücksichtigen und die Materialachsen lokal, gemäß ihrer Steifigkeit, optimal anzuordnen. Eine elementare Erweiterung ist ferner die Konvertierung der Daten einzelner Fasern in ein CNC-Format, wodurch ein CAM-naher Einsatz von CAIO möglich ist. Das neue Programm wird in der vorliegenden Arbeit, zur Abgrenzung der bereits vorhandenen Lösung von Kriechbaum (1994), mit CAIO_{II} bezeichnet.

Anhand von Berechnungen an zweidimensionalen Beispielen konnte gezeigt werden, daß durch die Anwendung von CAIO_{II} nicht nur das Schubspannungsniveau, sondern auch die maximalen Hauptspannungen reduziert werden können. Dabei wird eine rasche Konvergenz erzielt. Meist können die maximalen Schubspannungen in zwei bis drei Iterationen um über 90% reduziert werden. Der Algorithmus wurde ferner dahingehend optimiert, daß der Ablauf von CAIO_{II} auch bei FE-Modellen von über 30000 Elementen nur wenige Sekunden benötigt und in Relation zur Dauer einer FE-Berechnung zu vernachlässigen ist.

Faserverläufe aus dem mikroskopischen Bereich des Baumes wurden mit CAIO_{II} simuliert. Sowohl das Arrangement von Holzfasern, die um die Holzstrahlen herumgelegt sind, als auch das der Holzstrahlen, die ihrerseits die Gefäßzellen tangieren, konnte nachvollzogen werden. Es zeigte sich, daß bei einer Anordnung der lokalen Materialachsen, wie sie in den mikroskopischen Schnitten zu erkennen waren, minimale Schubspannungen in der tangentialen Ebene und im Querschnitt vorliegen. Auch die Schichtung der Jahresringe wurde in Querschnitten von Astanbindungen untersucht. In den jüngeren Jahresringen konnten Jahrringschichten als in Kraftflußrichtung optimal geschichtet nachgewiesen werden. Die Simulation mit CAIO_{II} führte auch hier zu einer Übereinstimmung.

Die Untersuchung von Gehölzberankungen an Stützgehölzen zeigte hingegen auf, daß bei Vorliegen biologischer Zwänge die mechanische Optimierung der Faseranordnung unterdrückt wird. Die Notwendigkeit, den Saftfluß entlang des Astes zu gewährleisten, führte zu einer spiralförmigen Anordnung der Fasern entlang der Astachse. Es zeigte sich, daß der Baum auf die würgenden Eigenschaften der Kletterpflanze mit einem adaptiven Wachstum, gemäß dem Axiom der konstanten Spannung, reagiert und bestrebt ist, seinerseits die Pflanze zu umwallen. Im Laufe des Umwallungsprozesses treten hohe Kerbspannungen in der Gehölzberankung auf, die die Tragfähigkeit der umrankten Pflanze herabsetzen. Die Analyse mit Hilfe der FEM zeigte, daß die Kerbwirkung erst abgebaut wird, wenn eine erste Deckschicht von Fasern die Kletterpflanze überdeckt und einschließt.

Die Faseranordnung von Harfenbäumen wurde insbesondere im Bereich der Krafteinleitung der senkrecht nach oben wachsenden Äste untersucht. In Übereinstimmung mit dem realem Faserarrangement zeigte die CAIO_{II}-Berechnung, daß sich in Abhängigkeit der Kraftangriffsrichtung stärkere Faserbündel des Stammes auf der Druckseite, der durch Windlast eingebrachten Last, bilden. Auch bei dieser Sonderform des Wachstums von Bäumen liegt, im zeitlichen Mittel, ein optimales, kraftflußgerechtes Faserarrangement vor. Im Bereich der Astanbindung konnte ferner mit dem Fractometer III eine erhöhte Schubfestigkeit zwischen den Fasern gemessen werden.

Anhand von Beispielen natürlicher Faserstrukturen von Bäumen wurden, im Rahmen der Möglichkeiten zur Verfügung stehenden FE-Netzgenerators, entsprechende Modelle dreidimensional erstellt und das Faserarrangement simuliert. Dabei konnte eine gute Übereinstimmung zwischen natürlichen und berechnetem Arrangement beobachtet werden.

Es zeigte sich, daß der Baum beim Arrangement seiner Fasern sowohl im mikroskopischen, als auch im makroskopischen Bereich mit einem Minimum an Optimierungsstrategien auskommt und stets bestrebt ist, nicht nur, gemäß dem Axiom der konstanten Spannung, das Normalspannungsniveau im zeitlichen Mittel gleichmäßig niedrig zu halten, sondern auch die Schubspannungen in allen Bereichen des Stammes zu reduzieren bemüht ist.

Da die Simulation der Faserverläufe der Natur mit Hilfe von CAIO_{II} nicht zum Selbstzweck dienen sollen, sondern die Entwicklung von CAIO_{II} ein Schritt zur industriellen Anwendung der Optimierung von Faserverbunden sein soll, wurden praktische Ansätze zur Realisierung dieses Vorhabens verfolgt. Es wurden zwei unterschiedliche Serien von technischen Prototypen berechnet, hergestellt und im Zugversuch zerstört.

In beiden Fällen wurden Lochplattgeometrien als Struktur gewählt und ein Vergleich von CAIO_{II}-optimierten Prototypen, mit Proben unidirektionalen Faserarrangementes angestellt. Bei der erste Probenserie, die durch Faser-Sticktechnik gefertigt wurde, wurden Kohlenstofffasern und Epoxidharz als Werkstoffe verwendet. Bei der zweiten Probenserie, die mittels der Matrizenmethode hergestellt wurde, kamen Glasfasern und Epoxidharz zum Einsatz.

Der Versagensablauf der nicht optimierten Proben stimmte ebenso wie das spontane Versagen der optimierten Proben qualitativ bei beiden Serien überein. Ein Einfluß der verwendeten Materialien auf den Versagensablauf konnte daher ausgeschlossen werden. Die nicht optimierten Proben versagten sukzessive über die Bildung von Schubrisen an den Lochrändern und wiesen eine Festigkeit auf, die in Abhängigkeit der Werkstoffe, der Probengeometrie und der Faserdichte zwischen 30% und 50% der optimierten Proben betrug.

Die Ergebnisse der Arbeit machen deutlich, daß der Baum in allen Dimensionen seiner Struktur in der Lage ist, sein Faserarrangement nach mechanischen Gesichtspunkten zu optimieren, um Schubspannungen und Normalspannungen zu reduzieren bzw. durch Erzeugung axialer Dehnungen sich selbst aus einer Schräglage wieder aufzurichten. Die Adaption dieses Optimierungsmechanismus auf technische Bauteile, beispielsweise auf Schalenstrukturen aus der Flugzeugindustrie, könnte es in Zukunft ermöglichen, den Leichtbau, der in der Natur seit Millionen von Jahren praktiziert wird, auch für Ingenieurskonstruktionen zu nutzen.

7 Literatur

- [1] ALBRECHT W. (1995) Untersuchung der Spannungssteuerung radialer Festigkeitsverteilung in Bäumen. Wissenschaftliche Berichte FZKA 5634, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [2] ALTHAUS C. (1996) Gehölzberankung - schön und manchmal gefährlich. Gartenpraxis 11, S. 19-23.
- [3] AMTEC ENGINEERING (1998) User's Manual of TECPLOT 7.0-7.5.
- [4] ARCHER R. R. (1979) On the distribution of growth stresses (Part 3). Wood Sci. Technol. 21: S. 67-78, Springer Verlag, Berlin.
- [5] ARCHER R. R. (1981) On the distribution of growth stresses (Part 4). Wood Sci. Technol. 21: S. 201-209, Springer Verlag, Berlin.
- [6] ARCHER R. R. (1985) On the distribution of growth stresses (Part 5). Wood Sci. Technol. 21: S. 259-276, Springer Verlag, Berlin.
- [7] ARCHER R. R. (1986) Growth stresses and strains in trees, Springer Verlag, New York.
- [8] ARCHER R. R. (1987) On the origin of growth stresses in trees (Part 1). Wood Sci. Technol. 21: S. 139-154, Springer Verlag, Berlin.
- [9] ARCHER R. R. (1989) On the origin of growth stresses in trees (Part 2). Wood Sci. Technol. 23: S. 311-322, Springer Verlag, Berlin.
- [10] ASKELAND D. R. (1994) The science and engineering of materials, 3rd edition, PWS Publishing Company, Boston, USA.
- [11] BAMBER R. K. (1987) The origin of growth stresses: A rebuttal. IAWA Bulletin 8, S. 80-84.
- [12] BARBER N. F., MEYLAN B. A. (1964) The anisotropic shrinkage of wood. Holzforschung 18, S. 146-156.
- [13] BATHE, K.-J. (1990) Finite Elemente Methoden, Springer Verlag, Heidelberg.
- [14] BEITZ W., KÜTTNER K.-H. (1987) Dubbel - Handbuch für den Maschinenbau. 16. Auflage Springer Verlag, Berlin.
- [15] BLOUIN F., CARDOU A. (1989) A study of helically reinforced cylinders under axial symmetric loads and application to strand mathematical modeling. Int. J. of solid structures Vol. 25, S. 189-200.
- [16] BODIG J., JAYNE B. A. (1982) Mechanics of wood and wood composites. Van Nostrand Reinhold company.
- [17] BOLTON J. (1996) Plant derived composites and the future importance of nonwood or annually harvested fibre cops. Commonwealth Forestry Review 75(2) S. 78-81.
- [18] BOOKER R. E. (1993) The importance of the S3 cell wall layer in collapse prevention and wood hardness. 25th. Forest Products Research Conf. S. 15.-18.

-
- [19] BOOKER R. E. (1994) Internal checking and collapse - which comes first? Proc. of the 4th IUFRO Drying Conf. Rotorua, New Zealand, 9-13. August, S. 133-140.
- [20] BOOKER R. E. (1995) The reason for the microfibrill orientations in the cell wall of trees. Proc. of the IAWA Conference, S. B1-11.
- [21] BOOKER R. E. (1996) The reason for the microfibrill orientations in the cell wall of trees. Recent advances in wood anatomy, New Zealand, S. 273-282.
- [22] BOYD J. D. (1972) Tree growth stresses Part V. Wood Sci. Technol. 6: S. 251-262.
- [23] BOYD J. D. (1973a) Compression wood force generation and functional mechanics. New Zealand J. of Forest Sci. 3: S. 240-258.
- [24] BOYD J. D. (1973b) Helical fissures in compression wood cells. Causative factors and mechanics of development Wood Sci. Technol. 7: S. 92-111.
- [25] BRANDT J., DRECHSLER K. (1996) Dreidimensionale Faserverbundwerkstoffe. Spektrum der Wissenschaft 2/1996, S. 91-94.
- [26] BRAUN H. J. (1992) Bau und Leben der Bäume. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [27] BRUDER G. (1998) Finite-Elemente Simulationen und Festigkeitsanalysen von Wurzelverankerungen. Wissenschaftliche Berichte FZKA 6206, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [28] CAVE I. D. (1978) Modelling misture-related mechanical properties of wood, Part II: Computation of properties of a model of wood and comparison with experimental data Wood Science and Technology Vol. 12, S. 127-139.
- [29] CAVE I. D., WALKER J. C. F. (1994) Stiffness of wood in fast-grown plantation softwoods: Influence of microfibril angle. Forest Products Journal, Vol. 44, S. 43-48.
- [30] CHANG L.-W., YAU S.-S., CHOU T.-W. (1987) Notched strength of woven fabric composites with moduled in holes. Composites, Vol. 18, S. 233-241.
- [31] COOPER A. A. G. (1972) Trajectorial fiber reinforcement of composite structures Dissertation at the Washington University, St. Louis, Missouri, USA.
- [32] COREL COOPERATION (1998) Benutzerhandbuch Corel Photo-Paint 8 und Corel Draw 8.
- [33] Coté W. A. (1965) Cellular Ultrastructure of woody plants. Syracuse Univ. Press. New York.
- [34] COUSINS W. J. (1976) Elastic Modulus of lignin as related to moisture content. Wood Sci. and Technol. Vol. 10 (1976) S. 9-17.
- [35] COUSINS W. J. (1978) Young's Modulus of Hemicellulose as related to misture content. Wood Sci. and Technol. Vol. 12, S. 161-167.
- [36] COWDERY D. R., PRESTON, R. D. (1965) The mechanical properties of plant cell walls: Helical structure and youngs modulus of picea sitchensis (airdried xylem) Cellular ultrastructure of woody plants, Syracuse Univ. Press, New York.
- [37] DADSWELL H. E., WARDROP A. B. (1955) The structure and properties of tension wood Holzforschung, Band 9 (4), S. 97-104.

-
- [38] DEUSSEN, N. (1996) Lehrmeister Baum, GEO 4/1986, Gruner + Jahr Verlag, Hamburg. S. 44-71.
- [39] DIETRICH F. (1995) Wie der grüne Baum tangentielle Zugbelastungen bewältigt. Wissenschaftliche Berichte FZKA 5685, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [40] DINWOODIE J. M. (1981) Timber ist nature and behaviour. Van Nostrand Reinhold Co. Ltd. New York, USA.
- [41] DONALDSON L. A. (1992) Within- and between tree variation in microfibril angle in pinus radiata. New Zealand Journal of Forestry Science 22(1), S. 77-86.
- [42] DUNNING C. E. (1968) Cell-wall morphology of longleaf pine latewood. Wood Science and Technol., Vol. 1, No. 2. S. 65-76.
- [43] FELDERMANN J. (1990) Einsatz der adaptiven FE-Netzverfeinerung zur Berechnung und Optimierung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [44] FEMVIEW (1998) FEMGEN/FEMVIEW4.2, Femview Ltd., Leicester, UK.
- [45] FENGEL D. (1984) Models of the internal cell wall structure. Wood Chemistry Ultrastructure Reactions, de Gruyter, New York.
- [46] FINE A. S., SPRINGER G. S. (1997) Design of composite laminates for strength, weight and manufacturability. J. Comp. Mat., Vol 31, S. 2330-2389
- [47] FLEMMING M., ZIEGMANN G., ROTH S. (1995) Faserverbundbauweisen: Fasern und Matrices. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- [48] FLEMMING M. ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997a) Potential der klassischen Konstruktionswerkstoffe noch lange nicht ausgeschöpft. Verbundwerkstoffe (103), S. 30-31.
- [49] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997b) Anisotrope Eigenschaften bestimmen das Anwendungspotential von Verbundwerkstoffen. Verbundwerkstoffe (103), S. 36-37.
- [50] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997c) Fasern und Matrix-Systeme lassen sich nicht beliebig kombinieren. Verbundwerkstoffe (103), S. 42-43.
- [51] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997d) Haftung zwischen Fasern und Matrix für Festigkeit von Bauteilen entscheidend. Verbundwerkstoffe (103), S. 102-104.
- [52] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997e) Querkzugfestigkeit charakterisiert Qualität von multidirektionalen Laminaten. Verbundwerkstoffe (103), S. 52-53.
- [53] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997f) Gewichtseinsparung bis 66% gegenüber Stahlkonstruktionen möglich. Verbundwerkstoffe (103), S. 64-66.
- [54] FLEMMING M., ROTH S. ; ZIEGMANN G. (1997g) Vorbehalte gegen Fügetechniken haben sich in der Praxis nicht bestätigt. Verbundwerkstoffe (103), S. 54-55.
- [55] FLEMMING, M.; ZOGG, M. (1997) Recycling von faserverstärkten Kunststoffen. Konstruktion 49, S. 21-25.
- [56] FOBO W. (1986) Zum Tragverhalten der Bäume. Konzepte SFB 230, Heft 11, Februar 1986 der DFG.

-
- [57] FREY-WYSSLING A. (1938) Die mikroskopische Holzstruktur bei technischer Überbeanspruchung. Schweiz. Verband für Materialprüfung in der Technik, Bericht Nr. 36, Zürich, S. 23-32.
- [58] FREY-WYSSLING A. (1952) Wachstumsleitungen des pflanzlichen Zytoplasmas. Berichte der Schweizer Botanischen Gesellschaft 62: S. 583-591.
- [59] FREY-WYSSLING A. (1959) Die pflanzliche Zellwand. Springer-Verlag, Berlin.
- [60] GERE J. M., TIMOSHENKO S. P. (1997) Mechanics of Materials, 4th Edition, PWS Publishing Company, Boston, USA.
- [61] GLIESCHE K. (1989) Beitrag zum Steifeverhalten von Verbundstrukturen aus kohlenstoffverstärkten Polymeren. Dissertation, Universität Dresden.
- [62] GLIESCHE K., FELTIN D. (1995) Beanspruchungsgerechte Textilkonstruktionen für Composite-Bauteile. Technische Textilien 38, S. 209-211
- [63] GLIESCHE K., ROTHE H., FELTIN D. (1996) Technische Gestricke als kraftflußgerechte Textilkonstruktionen für Faserverbund-Bauteile. Konstruktion 48, S. 114-118.
- [64] GÖTZ K. (1997) Scherfestigkeitsuntersuchungen an grünen Bäumen mit dem Fractometer III. Diplomarbeit an der Universität Karlsruhe.
- [65] GORDON J. E. (1989) Strukturen unter Stress. Spektrum der Wissenschaft-Verlag, Heidelberg.
- [66] GROSS D., HAUGER W., SCHNELL W., WRIGGERS P. (1995) Technische Mechanik, Band 4, Hydromechanik, Elemente der höheren Mechanik, Numerische Methoden. Springer Verlag, Berlin.
- [67] GUILLERD A. (1997) Sieben-Achsen- Legesystem. Kunststoffe 87 (7), S. 875-877.
- [68] HARRIS J. M. (1989) Spiral Grain and wave phenomena in wood formation, Springer Verlag, Berlin.
- [69] HEARLE J. W. S. (1963) The finite structure of fibers and crystalline polymers. J. App. Polymer. Sci. 7, S. 1207-1223.
- [70] HERRMANN A. S., HANSELKA H., HABEN W. (1992) Faserverbundwerkstoffe am Rechner komponieren. Kunststoffe 82, S. 6-9.
- [71] HIBBITT, KARLSSON, SORENSEN (1997) Abaqus User Manual, Version 5.7, Pawtucket, Rhode Island, USA.
- [72] HYER M. W. (1988) Innovative design of composite structures; further studies in the use of a curvilinear fibre format to improve structural efficiency. College of Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [73] HYER M. W.; CHARETTE R. F. (1991) Use of curvilinear fibre format in composite structure design. AIAA Journal, Vol.29, No 6., S. 1011-1015.
- [74] ILVESSALO-PFÄFFLI M. (1995) Fiber Atlas. Springer Verlag, Berlin.
- [75] INNES T. C. (1995) Stress model of wood fibre in relation to collapse. Wood Science and Technol. 29, S. 363-376.

-
- [76] JACCARD P. (1934) Über Versuche zur Bestimmung des Zellsaftkonzentration in der Kambialzone bei exzentrischem Dickenwachstum II. Jahrb. Wiss. Bot. Ges. 48: S. 491-537.
- [77] JACCARD P., FREY A. (1927) Einfluß von mechanischen Beanspruchungen auf die Micellarstruktur, Verholzung und Lebensdauer der Zug- und Druckholzelemente beim Dickenwachstum der Bäume. Jahrb. Wiss. Bot. Ges. 41, S. 844-866.
- [78] JACCARD P., FREY-WISSLING A. (1934) Über Versuche zur Bestimmung des Zellsaftkonzentration in der Kambialzone bei exzentrischem Dickenwachstum I. Jahrb. Wiss. Bot. Ges. 48: S. 491-537.
- [79] JONES S. E., PLATTS M. J. (1996) Using internal fibre geometry to improve performance on pin-loaded holes in composite materials. App. Comp. Mat. 3, S. 117-134.
- [80] KATAOKA Y., SAIKI H., FUJITA M. (1992) Arrangement and superimposition of cellulose microfibrils in the secondary walls of coniferous tracheids. Mokuzaigakkaishi Vol.38, No.4, S. 327-335.
- [81] KERR A. J., GORING D. A. I. (1975) The ultrastructural arrangement of the wood cell wall. Cellulose Chem. Technol. 9, S. 563-573.
- [82] KERR A. J., GORING D. A. I. (1977) Lamellation of Hemicellulose in the fiber wall of birch wood. Wood Science Technol., Vol. 9, S. 136-139.
- [83] KISSER J., FRENZEL H. (1952) Makroskopische und mikroskopische Strukturveränderung bei Biegebeanspruchung von Holz. Holz als Roh- und Werkstoff, 10 (11) S. 415-421.
- [84] KLAUDITZ W. (1952) Zur biologisch-mechanischen Wirkung des Lignins im Stammholz der Nadel- und Laubhölzer. Holzforschung 6 (3), S. 70-82.
- [85] KLAUDITZ W., STOLLEY I. (1955) Über die biologisch-mechanischen und technischen Eigenschaften des Zugholzes. Holzforschung, Band 9 (9), S. 5-10.
- [86] KNAUST, U. (1989) Zur Analyse und Optimierung von Faserverbund-Leichtbauteilen. Fortschrittsberichte VDI Reihe20, Nr.11, VDI Verlag, Düsseldorf.
- [87] KOLLMANN F. (1982) Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer Verlag, Berlin.
- [88] KONISHI H. J., WHITNEY (1975) J. M., Approximate stress in an orthotropic plate containing a circular hole, J. Comp. Mat, Vol. 9, S. 157-166.
- [89] KOPONEN S., TORATTI T., KANVERA P. (1989) Modelling longitudinal elastic and shrinkage properties of wood. Wood Sci. Technol. 23: S. 55-63.
- [90] KOPONEN S., TORATTI T., KANVERA P. (1991) Modelling elastic and shrinkage properties of wood based on cell structure. Wood Sci. Technol. 25: S. 25-32.
- [91] KOPONEN S., ABSETZ I. (1993) Investigations of wood structure and behaviour under different wood plasticity and damage. University of Limerick, Ireland, April 1-4.
- [92] KRIECHBAUM R., SCHÄFER J., MATTHECK C. (1992) CAIO (Computer Aided Internal Optimization): A powerful method to optimize fibre arrangements in composite materials. 1st Europ. Conference of Smart Structures and Mat. , Glasgow, Sess.8.

-
- [93] KRIECHBAUM R. (1994) Ein Verfahren zur Optimierung der Faserverläufe in Verbundwerkstoffen durch Minimierung der Schubspannungen nach Vorbildern der Natur. Bericht KfK 5406, Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [94] KREMER, S. (1998) Entwicklung einer Fertigungstechnik für CAIO-optimierte Faserverbundproben sowie manuelle Herstellung verschiedener Prototypen nach Vorgabe von CAIO. Kooperation mit dem Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.
- [95] KUCH I. (1996) Technische Anforderungen der Automobilindustrie an textile Bauelemente. Kettenwirk-Praxis. S. 53-60.
- [96] LARSON M. J., WINANDY J. E., GREEN F. (1995) A proposed model of the tracheid cell wall of southern yellow pine having an inherent structure in the S2 layer. Material und Organismen (29), Heft 3, S. 197-210.
- [97] LAVERS G. M. (1983) The strength properties of timber Building research establishment Report, 3rd Edition, Her Majesty's Stationery Office, London.
- [98] LEIPHOLZ, H. (1968) Einführung in die Elastizitätstheorie. G. Braun Karlsruhe.
- [99] LIESE W. (1970) Handbuch der Mikroskopie Bd V, Teil 1. Frankfurt, Umschau.
- [100] LIN H. J., LEE Y. J. (1992) Strength of composite laminates with continuous fiber around a circular hole. Composite Structures 21, S. 155-162.
- [101] LIN H. J., YANG S. H. (1993) Modelling and analysis of composite laminates with continuous fibre around a circular hole. J. of Comp. Mat., Vol. 27, S. 513-524.
- [102] LINSMEIER, J. (1996) Anwendung technischer Textilien. Spektrum der Wissenschaft 2/1996, S. 88-90.
- [103] MAKIYAMA, A. M., PLATTS, M. J. (1996) Topology design of composite components of minimum weight. App. Comp. Mat. 3, S. 29-41.
- [104] MARK R. E. (1965) Tensile stress analysis of the cell wall of coniferous tracheids. Cellular ultrastructure of woody plants, Syracuse Univ. Press, Syracuse, New York.
- [105] MARK R. E. (1967) Cell wall mechanics of tracheids. Syracuse Univ. Press, Syracuse, New York.
- [106] MARK R. E., GILLIS P. P. (1970) New Models in cell-wall mechanics. Wood and Fiber (2), S. 79-95.
- [107] MATTHECK C. (1990) C. Engineering components grow like trees. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 21, S. 141-168.
- [108] MATTHECK C. (1992) Die Baumgestalt als Autobiographie. 2. Auflage, Thalacker-Verlag, Braunschweig.
- [109] MATTHECK, C. (1997) Design in der Natur - Der Baum als Lehrmeister. 3. Auflage, Rombach Verlag, Freiburg.
- [110] MATTHECK C., ALBRECHT W., DIETRICH F., KRIECHBAUM R. (1994) Die Biomechanik der Holzstrahlen. Allgemeine Forst und Jagdzeitung, 8, S. 143-147.

-
- [111] MATTHECK C., BRELOER H. (1994) Handbuch der Schadenskunde von Bäumen. Rombach Verlag, Freiburg, 2. Auflage.
- [112] MATTHECK C., BURKHARD, S. (1991) Der Unglücksbalken - Biomechanik eines inneren Versagensmechanismus von Bäumen. Allg. Forst und Jagdzeitung, 5, S. 170-174.
- [113] MATTHECK C., KUBLER H. (1995) Wood - the internal optimization of trees. Springer Verlag, Berlin.
- [114] MATTHECK C., REUSCHEL D. (1997) Kooperationsgespräche mit Industriepartnern.
- [115] MATTHECK C., REUSCHEL D., GÖTZ K. (1998) Kooperationsgespräche mit Industriepartnern.
- [116] MATTHECK C., SCHWARZE F. W. M. R. (1994) Die Holzstrahlen als getarnte I-Balken in einem mechanischen Ersatzmodell für Holz. Allg. Forst und Jagdzeitung, 10/11, S. 197-201.
- [117] MAIER M. (1992) Computergestützte Methoden zur Berechnung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen, Praxis-Forum BASF, S. 190-217.
- [118] MEIER H. (1955) Über den Zellwandabbau durch Holzmorschungspilze und die submikroskopische Struktur von Fichtentracheiden und Birkenholzfäsern. Holz als Roh- und Werkstoff 13, S. 323-338.
- [119] MICHELL A. G. M., MELBOURNE M. C. E. (1904) The limits of economy of material in frame-structures. Phil. Mag., Vol.8, S. 589-597.
- [120] METZGER C. (1983) Der Wind als maßgeblicher Faktor für das Wachstum der Bäume. Mündener Forstliche Hefte, Drittes Heft, Julius Springer Verlag, Berlin.
- [121] MEYLAN B. A. (1974) Compression wood force generation. New Zealand J. For. Sci. (4), S. 116-118.
- [122] MEYLAN B. A. (1981) Reaction wood in pseudowintera colorata - a vessel-less dicotyledon. Wood Sci. Technol. 14, S. 81-92.
- [123] MIA A. J. (1968) Organisation of tension wood fibres with special reference to the gelatinous layer in populus tremuloides. Wood Science Technol., Vol.1, 1968, S. 105-115.
- [124] MIECK K.-P., REUSSMANN T., KNOBELSDORF C. (1997) Textile Halbzeuge für biologisch abbaubare Faserverbunde. Kunststoffberater 5 (42), S. 29-35.
- [125] MOSER (1992) Faser / Kunststoffverbund. VDI-Verlag Düsseldorf.
- [126] MÜNCH E. (1938) Statik und Dynamik des schraubigen Baus der Zellwand. Flora 32, Jena, S. 357-424.
- [127] MÜNCH E. (1940) Weitere Untersuchungen über Druckholz und Zugholz. Flora 34, Jena, S. 45-57.
- [128] NORBERG P. H., MEIER H. (1966) Physikal and chemical properties of the gelatinous layer in tension wood fibers of aspen. Holzforschung 20, S. 174-178.

-
- [129] NOWACK, H. (1997) Skriptum zur Vorlesung an der Universität Duisburg, Fachbereich Maschinenbau/Werkstofftechnik.
- [130] OGHAMA T., MASUDA M., YAMADA T. (1977) Stress distribution within cell wall of wood subjected to tensile force in transverse direction. *Journal of Soc. Mat. Sci., Japan* 26, S. 433-438.
- [131] OKUYAMA T., SASAKI Y., KITAKA Y. (1981) The seasonal change in growth stress in the tree trunk. *Mokuzai Gakkaishi* 27, S. 350-355.
- [132] OKUYAMA T., KAWAI A., KIKATA Y. (1983) Growth stresses and uneven gravitational stimulus in trees containing reaction wood. *Mokuzai Gakkaishi* 29, S. 190-196.
- [133] OLSCHIEWSKI H. (1997) Optimierung der Werkstofforientierung von Bauteilen nach dem Vorbild des Faserverlaufes in Bäumen. Diplomarbeit an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [134] ONAKA F. (1949) Studies on compression and tension wood. *Mokuzai Kenkyo, Wood Res. Inst. Kyoto Univ.* 1, S. 88; *Transl. For. Prod. Lab. Canada* 93, S. 99-105.
- [135] PANSHIN A. J., DE ZEEUW C. (1980) *Textbook of Wood Technology. Fourth Edition.*, New York, McGraw Hill.
- [136] PESTEL, E., WITTENBURG, J. (1981) *Technische Mechanik. Band 2, Festigkeitslehre*, Wissenschaftsverlag, Zürich.
- [137] PILLOW M. Y., LUXFORD R. F. (1937) Structure, occurrence and properties of compression wood. *U. S. Dept. of Agriculture., Technol. Bulletin* Nr. 546.
- [138] PLATTS M. J., MAKIYAMA A. M., JONES S. E. (1995) Optimum Fibre Distribution in composite components 4th Int. conference on automated composites. S. 71-77.
- [139] PUCK, A. (1996) *Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten*. Carl Hanser Verlag, München.
- [140] REUSCHEL D., MATTHECK C., ALTHAUS C. (1997) Die mechanische Wirkung von Gehölzberankungen an Stützgehölzen, 3. VTA-Spezialseminar 'Messen und Beurteilen am Baum', Karlsruhe, April 23-24, 1997, Tagungsband
- [141] REUSCHEL D., MATTHECK C., TESCHNER M. (1997) Determination of optimal fibre arrangement of complex two or three dimensional geometries. Hernandez, S. [Hrsg.], *Computer aided optimum design of structures*, Proc. of the 5th Conf. Roma, Italy, September 8-10, 1997. Southampton: Computational Mechanics Publ., 1997 S.13-20.
- [142] REUSCHEL D., MATTHECK C. (1997) Der lastgesteuerte Faserverbund nach dem Vorbild der Natur. 24. FEM-Kongreß Baden Baden, 17.-18. November 1997, Tagungsband S. 463-477, Enningerloh: Streckhardt, Kongreßorganisation, 1997
- [143] REUSCHEL D., MATTHECK C. (1998a) Die Mechanik des Harfenbaumes im Bereich der Astanbindung. 4. VTA-Spezialseminar, 4. VTA-Spezialseminar 'Messen und Beurteilen am Baum', Karlsruhe, März 24-25, 1998, Tagungsband.
- [144] REUSCHEL D., MATTHECK C. (1998b) Three dimensional fiber optimisation with computer aided internal optimisation (CAIO), *Multidisciplinary Design and Optimisation*, London, Royal Aeronautical Society, 23.-24. October 1998,.

-
- [145] RUEL K., BARNOUD F., GORING D. A. I. (1978) Lamellation in the S2 layer of softwood tracheids as demonstrated by scanning transmission microscopy. *Wood. Sci. Technol.*, 12, S. 287-291.
- [146] SCHÄFER J. (1998) Fortran-Programm; Konverter von CAIO_{II}-Ergebnissen in CNC-Format, Forschungszentrum Karlsruhe.
- [147] SCHÄFER J., REUSCHEL D. (1997) Fortran-Programm; Konverter von CAIO_{II}-Ergebnissen in TECPLOT7.0/7.5-Format, Forschungszentrum Karlsruhe.
- [148] SCHARR G. (1992) Vor- und Eigenspannungen in Faser-Kunststoff-Verbunden. *Kunststoffe* 82, S. 1131-1135.
- [149] SCHARR G., FUNCK R. (1994) Optimieren des Berstdruckes faserverstärkter Kunststoffbehälter durch Beeinflussung des Eigenspannungszustandes. *Meßtechn. Briefe* 30 (1).
- [150] SCHATZ H. (1998) Numerische Untersuchung der Mechanik der Holzzelle unter besonderer Berücksichtigung der Fibrillenwinkel der sekundären Zellwand. Diplomarbeit an der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH).
- [151] SCHEMME M., AVONDET M.A., EHRENSTEIN G. (1997) Faserverbund-Kunststoffe charakterisieren. *Materialprüfung* 39 (3) S. 59-66.
- [152] SCHNELL W., GROSS D., HAUGER W. (1989) Technische Mechanik, Band II, Elastostatik. 6. Auflage, Springer Verlag, Berlin.
- [153] SCHNIEWIND, A. P. (1966) Über Unterschiede in der Zugfestigkeit von Früh- und Spätholztracheiden. *Holz als Roh- und Werkstoff* 24, 10, S. 502-505.
- [154] SCHNIEWIND A. P., BARRETT J. D. (1969) Cell wall model with complete shear restraint. *Wood Fibre*, Nr. 1, S. 205-214.
- [155] SCHULTE K. (1992) Aktuelle Entwicklungen auf dem Gebiet der Verbundwerkstoffe VDI-Bericht 9651.
- [156] SCHURMANN H. (1984) Gezielt eingebrachte Eigenspannungen erhöhen die Belastbarkeit von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden. *Kunststoffe* 74, S. 520-526
- [157] SCHWARZE F. W. M. R., ENGELS J. (1998) Cavity Formation and the exposure of peculiar structures in the secondary wall (S2) of tracheids and fibres by wood degrading basidiomycetes. *Holzforschung* 52, S. 117-123.
- [158] SCHWEINGRUBER F. H. (1990) Anatomie europäischer Hölzer. Verlag Paul Haupt, Stuttgart, 1990.
- [159] SELIGER U. (1996) Biologisch abbaubar. *Plastverarbeiter* 47, 1, S. 62-67.
- [160] SELL J., ZIMMERMANN T. (1993) Das Gefüge der Zellwandschicht S2 EMPA. *Forschungs und Arbeitsberichte*, Bericht 115/28.
- [161] SELL J., ZIMMERMANN T. (1994) Radial fibril agglomerations of the S2 on traverse-fracture surfaces of tracheids of tension-loaded spruce and white fir. *Holz als Roh- und Werkstoff* 51, S. 384-402.
- [162] SELL J., MATTHECK C., REUSCHEL D. (1996) Besprechung im Forschungszentrum Karlsruhe.

-
- [163] SHIGO A. L. (1990) Die neue Baumbiologie, Verlag Bernhard Thalacker, Braunschweig.
- [164] SPENGLER E. M. (1998) Naturfaserverstärkte Composites. Tagungsband der 3. Fachtagung Thermoformen, 25.-26.11.98, Würzburg. S. C1-C42.
- [165] STEMSRUD F. (1956) Litt om fiberens oppbygging hos grom, edelgran of furu. Norsk Skogindustrie, Oslo 10, S. 123-137.
- [166] STONE J. E., SCALLAN A. M., AHLGREEN P. A. V. (1971) The ultrastructural distribution of lignin in tracheid cell walls. Tappi, Vol.54, No.9. S.100-111.
- [167] TANG R. C. (1972) Three-dimensional analysis of elastic behavior of wood fibre. Wood Fibre Nr. 3, S. 210-219.
- [168] TECHNICA (1997) Auf Hochleistung getrimmte Faserverbunde, Technische Zeitung Ruppertswil 24/97, S. 26-30.
- [169] TECHNICA (1998) Auf Hochleistung getrimmte Faserverbunde, Technische Zeitung Ruppertswil 1+2/98, S. 24-27.
- [170] TIMELL T. E. (1986) Compression wood in Gymnospermes, College of Environmental Science and Forestry, Syracuse, New York
- [171] VERMA, R. D. S, RANA, O. H. (1983) Rotation of a circular cylindrical tube reinforced by fibres lying along helices. Mechanics of materials 2, S. 353-359.
- [172] WAGENFÜHR R. (1989) Anatomie des Holzes. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 4. Auflage.
- [173] WARDROP A. B., DADSWELL H. E. (1957) Variations in the cell wall organisation of tracheids and fibers. Holzforschung, Heft 11, Bd. 5, S. 33-41.
- [174] WIMMER R., LUCAS B. N. (1997) Comparing mechanical properties of secondary wall and cell corner middle lamella in spruce wood. IAWA Journal, Vol 18, S. 77-88.
- [175] WOOD HANDBOOK (1987) Wood as an engineering material. Agricultural Handbook No. 72, U. S. Department of Agriculture, Forest Service.
- [176] YLINEN A. (1956) Über den Einfluß des Spätholzanteils und der Rohwichte auf die Elastizitätsmoduln , die poisson'schen Konstanten und die Schubmoduln bei Holz mit ausgeprägtem Jahrringbau. Wissenschaftliche Forschung, Heft Nr. 9, Technische Hochschule Helsinki, Finnland.
- [177] ZIEGELMANN G. (1997) Faserverbunde im Schienenfahrzeugbau, Kunststoffe (9), S. 1142-1147.
- [178] ZIEGENSPECK H. (1951) Der submikroskopische Bau des Holzes im Vergleich mit den Fasern im allgemeinen. Handbuch der Mikroskopie in der Technik, Umschau Verlag, Frankfurt am Main.
- [179] ZIMMERMANN T., SELL J. (1994) Rasterelektronenmikroskopische Untersuchungen an Zugbruchflächen von Fichtenholz. Holz als Roh- und Werkstoff 52, S. 223-229.
- [180] ZIPSE A. (1997) Untersuchungen zur lastgerechten Festigkeitsverteilung in Bäumen. Wissenschaftliche Berichte FZKA 5878, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH.

8 Anhang

8.1 Anhang A: Verwendete Größen

a, b	Konstanten
A	lokales Koordinatensystem
A'	globales Koordinatensystem
C	Steifigkeitsmatrix
C_{ij}	Komponente der Steifigkeitsmatrix
$C_i - F_i$	Konstanten
E_i	Elastizitätsmodul
G_i	Schubmodul
k_1, k_2	Konstanten
M	Momente
n_i	normierter Normalenvektor
N	Kräfte
p_i	Innendruck
p_a	Außendruck
r_i	Innenradius
r_a	Außenradius
S	Nachgiebigkeitsmatrix
t_{ij}	allgemeiner Spannungstensor
U_i	Verschiebungen (dimensionslos)
V	Matrix
V^T	transponierte Matrix
X, Y, Z	Konstanten (Randbedingungen)
α	Winkel / Konstante
β	Konstante
ε_i	Dehnungen
ε	axiale Dehnung
δ_{ij}	Kroneckersymbol
ϕ	Verdrehung
λ	Lamé'sche Konstante
μ_i	Lamé'sche Konstante
σ_{ij}	Spannungen (Normal und Schubspannungen)
σ_i	Hauptnormalspannungen
τ_{ij}	Schubspannungen
ν_{ij}	Querkontraktionszahl
ω	Konstante proportional zur axialen Dehnung

8.2 Anhang B: Abkürzungsverzeichnis

CAIO	Computer Aided Internal Optimization (winkelbasierte 2D-Version)
CAIO _{II}	Computer Aided Internal Optimization (vektorbasierte 3D-Version mit CNC-Schnittstelle)
SKO	Soft Kill Option
CAO	Computer Aided Optimization
FEM	Finite-Elemente-Methode
S1, S2, S3	Äußere, mittlere und innere Schicht der Sekundärwand der Holzzelle

8.3 Anhang C: Gleichungen

Zusammenhang der **Materialkonstanten** mit den **Ingenieurkonstanten** des transversalisotropen Materials; der Index L steht für die longitudinale Richtung, der Index T für die Querrichtung:

$$\begin{aligned}\mu_L &= G_L \\ \mu_T &= G_T = \frac{E_T}{2(\nu_T+1)} \\ \lambda &= E_T \frac{\left(\frac{E_T}{E_L} \nu_T + \nu_L^2\right)}{(\nu_T+1)\gamma} \\ a &= \frac{E_T \left[\nu_L(\nu_T - \nu_L + 1) - \frac{E_T}{E_L} \nu_T\right]}{(\nu_T+1)\gamma} \\ \beta &= E_T \frac{1-\nu_T}{\gamma} - 4G_L + 2G_T - 2a - \lambda \\ \gamma &= \frac{E_T}{E_L} (1 - \nu_T) - 2\nu_L^2\end{aligned}$$

Steifigkeitsmatrix für transversalisotropes Material (mit $c = \cos(\theta)$ und $s = \sin(\theta)$ und θ als helikalem Steigungswinkel):

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu_T & \lambda + as^2 & \lambda + ac^2 & [a]sc & 0 & 0 \\ \lambda + 2\mu_T + 2s^2[a + 2(\mu_L - \mu_T)] + \beta s^4 & \lambda + a + \beta s^2 c^2 & [a + 2(\mu_L - \mu_T) + \beta s^2]sc & 0 & 0 \\ \left[\begin{array}{c} \lambda + 2\mu_T + 2c^2 \cdot \\ [a + 2(\mu_L - \mu_T)] + \\ \beta c^4 \end{array} \right] & [a + 2(\mu_L - \mu_T) + \beta c^2]sc & 0 & 0 \\ \mu_L + \beta s^2 c^2 & 0 & 0 \\ \text{Symm} & \mu_T s^2 + \mu_L c^2 & (\mu_L - \mu_T)sc \\ & \mu_L s^2 + \mu_T c^2 & \end{bmatrix}$$

Die **Koeffizienten** C_i - F_i sowie k_1 , k_2 , a , b werden aus der Steifigkeitsmatrix bestimmt:

$$\begin{aligned}C_i &= C_{1i}(k_1 + 1) + C_{2i} \\ D_i &= C_{1i}(k_2 + 1) + C_{2i} \\ E_i &= C_{4i} + a(2C_{1i} + C_{2i}) \\ F_i &= C_{3i} + b(C_{1i} + C_{2i}) \\ k_1 &= -1 + \sqrt{\frac{C_{22}}{C_{11}}} \\ k_2 &= -1 - \sqrt{\frac{C_{22}}{C_{11}}} \\ a &= \frac{C_{24} - 2C_{14}}{4C_{11} - C_{22}} \\ b &= \frac{C_{23} - C_{13}}{C_{11} - C_{22}}\end{aligned}$$

Das **Kräftegleichgewicht** errechnet sich aus:

$$N_1 = 2\pi \left[W_1 C_3 \frac{r_a^{k_1+2} - r_i^{k_1+2}}{k_1 + 2} + W_2 D_3 \frac{r_a^{k_2+2} - r_i^{k_2+2}}{k_2 + 2} + F_3 \frac{r_a^2 - r_i^2}{2} \right]$$

$$N_2 = 2\pi \left[X_1 C_3 \frac{r_a^{k_1+2} - r_i^{k_1+2}}{k_1 + 2} + X_2 D_3 \frac{r_a^{k_2+2} - r_i^{k_2+2}}{k_2 + 2} + E_3 \frac{r_a^3 - r_i^3}{3} \right]$$

$$N_3 = 2\pi \left[Y_1 C_3 \frac{r_a^{k_1+2} - r_i^{k_1+2}}{k_1 + 2} + Y_2 D_3 \frac{r_a^{k_2+2} - r_i^{k_2+2}}{k_2 + 2} - F_3 \frac{r_a^2 - r_i^2}{2} \right]$$

Das **Momentengleichgewicht** errechnet sich aus:

$$M_1 = 2\pi \left[W_1 C_4 \frac{r_a^{k_1+3} - r_i^{k_1+3}}{k_1 + 3} + W_2 D_4 \frac{r_a^{k_2+3} - r_i^{k_2+3}}{k_2 + 3} + F_4 \frac{r_a^3 - r_i^3}{3} \right]$$

$$M_2 = 2\pi \left[X_1 C_4 \frac{r_a^{k_1+3} - r_i^{k_1+3}}{k_1 + 3} + X_2 D_4 \frac{r_a^{k_2+3} - r_i^{k_2+3}}{k_2 + 3} + E_4 \frac{r_a^4 - r_i^4}{4} \right]$$

$$M_3 = 2\pi \left[Y_1 C_4 \frac{r_a^{k_1+3} - r_i^{k_1+3}}{k_1 + 3} + Y_2 D_4 \frac{r_a^{k_2+3} - r_i^{k_2+3}}{k_2 + 3} - F_4 \frac{r_a^3 - r_i^3}{3} \right]$$

8.4 Anhang D: Beispielinput des Zellberechnungsprogrammes

```

true      S  Schalter: True=180°-Studie
9.60E3     RI  Innenradius des Zylinders
15.00E3    RA  Aussenradius des Zylinders
10.50E3    R1  Innenradius der S2
14.55E3    R3  Aussenradius der S2
04.01E3    E1R radial/tangentialer Elastizitätsmodul der S1
15.7E3     E1L longitudinaler Elastizitätsmodul der S1
07.00E3    G   Schubmodul der S1
0.22       vt  Querkontraktionszahl der S1
0.01       vl  Querkontraktionszahl der S1
04.01E3    E1R radial/tangentialer Elastizitätsmodul der S2
15.7E3     E1L longitudinaler Elastizitätsmodul der S2
07.00E3    G   Schubmodul der S1
0.22       vt  Querkontraktionszahl der S2
0.01       vl  Querkontraktionszahl der S2
04.01E3    E1R radial/tangentialer Elastizitätsmodul der S3
15.7E3     E1L longitudinaler Elastizitätsmodul der S3
07.00E3    G   Schubmodul der S1
0.22       vt  Querkontraktionszahl der S3
0.01       vl  Querkontraktionszahl der S3
30.0       P(1) Steigungswinkel der S1
30.0       P(2) Steigungswinkel der S2
30.0       P(3) Steigungswinkel der S3
40      n  Anzahl der Stützpunkte
1000.     PIN  Innendruck
0000.     PEX  Aussendruck
0000.     FORCE Kraft (ZUG>0, Druck<0)
0000.     MOMENT Moment
false   uaus Aussenradius fix
0.     UA  Aussenradiuszwangsverschiebung
false   S1fix "true"=Keine Variation des S1Winkels
true    S2fix "true"=Keine Variation des S2Winkels
true    S3fix "true"=Keine Variation des S3Winkels

```