Optimierungsstrategien für faseroptische Rotationssensoren: Einfluss der spektralen Eigenschaften der Lichtquelle

Optimierungsstrategien für faseroptische Rotationssensoren: Einfluss der spektralen Eigenschaften der Lichtquelle

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Fridericiana Karlsruhe

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Phys. Christian Seidel

aus Alfeld (Leine)

Tag der mündlichen Prüfung: Hauptreferent: Korreferent: 13. Juli 2004 Prof. Dr.-Ing. Gert F. Trommer Prof. Dr. rer. nat. Michael Siegel

Karlsruhe 2004

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Theoretische Elektrotechnik und Systemoptimierung der Universität Karlsruhe.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Gert F. Trommer danke ich herzlich für die Ermöglichung und Förderung dieser Arbeit, für ergiebige Diskussionen und wertvolle Anmerkungen sowie für die Übernahme des Hauptreferats.

Bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. Michael Siegel bedanke ich mich für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats.

Mein Dank gilt ebenfalls den Mitarbeitern des Instituts für die besonders herzliche und motivierende Arbeitsatmosphäre. Ebenso danke ich meinen Diplomanden, Projekt- und Studienarbeitern, die wichtige Beiträge geliefert haben.

Ich danke auch meinen Eltern, die mir diesen Weg ermöglicht haben, und meiner Schwester, die mich immer wieder ermuntert hat.

Ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Verena für ihre Geduld und liebevolle Unterstützung.

Karlsruhe, im Juli 2004

Christian Seidel

Inhalt

1	Einl	eitung			1
	1.1	Anford	derungen u	Ind Einsatzbereiche	1
	1.2	Optisc	he Rotatio	nssensoren	4
	1.3	Ziele d	ler Arbeit		5
2	Gru	ndlager	1		8
	2.1	Sagnad	c-Effekt .		8
	2.2	Resona	ante optisc	he Rotationssensoren	11
		2.2.1	Laserkre	isel	11
		2.2.2	Resonant	te faseroptische Rotationssensoren	12
		2.2.3	Brillouin	-Ring-Laserkreisel	12
	2.3	Interfe	rometrisch	ne faseroptische Rotationssensoren	13
		2.3.1	Sagnac-H	Phasendifferenz	13
			2.3.1.1	Dynamischer Bereich	14
			2.3.1.2	Phasen-Bias	15
			2.3.1.3	Wellenlänge	16
		2.3.2	Fehlerter	me	16
			2.3.2.1	Theoretische Empfindlichkeit: Schrotrauschen	16
			2.3.2.2	Rauschen	17
			2.3.2.3	Bias	18
			2.3.2.4	Allan Variance	19
			2.3.2.5	Skalenfaktor	20

			2.3.2.6	Bandbreite	21
			2.3.2.7	Kennlinie	21
		2.3.3	Einfluss	der Lichtquelle	22
		2.3.4	Aufbau		23
			2.3.4.1	Aufbau ohne Freistrahl-Optik	23
			2.3.4.2	Reziproke Konfiguration	24
			2.3.4.3	Verluste	25
		2.3.5	Modulat	ion	26
			2.3.5.1	Prinzip der Rechteck-Modulation	27
			2.3.5.2	Prinzip der Sinus-Modulation	27
			2.3.5.3	Realisierung mit integriert-optischem Modulator .	32
		2.3.6	Open-Lo	oop- und Closed-Loop-Konfiguration	34
			2.3.6.1	Closed-Loop-Verfahren	34
			2.3.6.2	Open-Loop-Verfahren	35
-	~				
3	Cha	rakteris	sierung ui	nd Integration der Komponenten	36
	3.1	<u> </u>			
		Geräte	und Mess	verfahren	36
		Gerâte 3.1.1	und Mess Automat	isierung der Messungen	36 36
		Gerâte 3.1.1 3.1.2	und Mess Automat Tempera	isierung der Messungen	36 36 37
		Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3	und Mess Automat Tempera Charakte	avertahren	36 36 37 39
		Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	und Mess Automat Tempera Charakte Optimier	iverfahren	36 36 37 39 39
		Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	und Mess Automat Tempera Charakte Optimier 3.1.4.1	isierung der Messungen	36 36 37 39 39 39
		Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	und Mess Automat Tempera Charakte Optimien 3.1.4.1 3.1.4.2	isierung der Messungen	36 36 37 39 39 39 41
		Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4	und Mess Automat Tempera Charakte Optimier 3.1.4.1 3.1.4.2 3.1.4.3	isierung der Messungen turstabilisierung turstabilisierung erisierung von Lichtquellen rung des Spleißens Mechanischer Aufbau der Faser Spleißgerät Spleiße	 36 36 37 39 39 39 41 41
	3.2	Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 Erbium	und Mess Automat Tempera Charakte Optimien 3.1.4.1 3.1.4.2 3.1.4.3 n-dotierte	isierung der Messungen turstabilisierung turstabilisierung erisierung von Lichtquellen rung des Spleißens Mechanischer Aufbau der Faser Spleißgerät Spleiße Faser-Lichtquelle	36 36 37 39 39 39 41 41 41
	3.2	Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 Erbium 3.2.1	und Mess Automat Tempera Charakte Optimien 3.1.4.1 3.1.4.2 3.1.4.3 n-dotierte Grundlag	isierung der Messungen turstabilisierung turstabilisierung erisierung von Lichtquellen rung des Spleißens Mechanischer Aufbau der Faser Spleißgerät Spleiße Faser-Lichtquelle	 36 36 37 39 39 41 41 43 43
	3.2	Gerâte 3.1.1 3.1.2 3.1.3 3.1.4 Erbiun 3.2.1	und Mess Automat Tempera Charakte Optimien 3.1.4.1 3.1.4.2 3.1.4.3 n-dotierte Grundlag 3.2.1.1	isierung der Messungen turstabilisierung turstabilisierung erisierung von Lichtquellen rung des Spleißens Mechanischer Aufbau der Faser Spleißgerät Spleiße Faser-Lichtquelle gen Pump-Wellenlänge	 36 36 37 39 39 39 41 41 43 43 45

4

		3.2.1.3 Modellierung
	3.2.2	Experimenteller Aufbau
	3.2.3	Ergebnisse
	3.2.4	Einsatz als EDFA
	3.2.5	Fazit
3.3	Spektr	le Eigenschaften der verwendeten Lichtquellen
	3.3.1	Superlumineszenz-Diode
	3.3.2	Multimode-Laserdiode
	3.3.3	Monomode-Laserdiode
	3.3.4	Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle
3.4	Integra	ion des faseroptischen Rotationssensors
	3.4.1	Optischer Teil
		3.4.1.1 Isolator
		3.4.1.2 IOC
		3.4.1.3 Spule
		3.4.1.4 Lyot-Depolarisator
		3.4.1.5 Detektor
	3.4.2	Elektronik und Software
		3.4.2.1 Verstärker
		3.4.2.2 AD-DA-Wandler
		3.4.2.3 Modulation
		3.4.2.4 Steuerungssoftware
	3.4.3	Charakterisierung des Sensors
		3.4.3.1 Biasfehler und Rauschen
		3.4.3.2 Nordsuche
Sim	ulations	verkzeug zur Modellierung 60
<u>уш</u>	Intorfo	$\frac{1}{1}$
4.1	merie	ער

	4.1.1	Monochr	comatisches Licht	70
	4.1.2	Partiell k	cohärentes Licht	72
		4.1.2.1	Mittelfrequenz und spektrale Breite	72
		4.1.2.2	Grad der Kohärenz	73
	4.1.3	Zerlegun	g des Grades der Kohärenz	74
		4.1.3.1	Symmetrisches Spektrum	74
		4.1.3.2	Unsymmetrisches Spektrum	75
		4.1.3.3	Berücksichtigung von Dispersion	75
		4.1.3.4	Allgemeiner Fall	76
	4.1.4	Beispiel	Gauß-Quelle	76
4.2	Existie	rende Mo	dellierungsverfahren	78
	4.2.1	Jones-Fo	ormalismus	78
	4.2.2	Jones-Fo	rmalismus mit Integration über das Spektrum	80
	4.2.3	Kohärenz	z-Matrizen	81
	4.2.4	Stokes-P	arameter und Müller-Matrizen	82
4.3	KoPol-	Verfahren		84
	4.3.1	Interferen	nz mehrerer Wellen	85
	4.3.2	Darstellu	Ing der Feld-Anteile	85
	4.3.3	Darstellu	ing und Intensität des Feldes	86
	4.3.4	Polarisat	ionsmoden	87
	4.3.5	Wirkung	optischer Komponenten	87
		4.3.5.1	Mehrere Komponenten	88
		4.3.5.2	Drehung von Komponenten	88
	4.3.6	Rechena	ufwand	89
	4.3.7	Polarisat	ionseigenschaften	89
		4.3.7.1	Stokes-Parameter	89
		4.3.7.2	Grad der Polarisation	91
		4.3.7.3	Unpolarisiertes Licht	92

4.4	Integri	ertes Simu	lationswerkzeug	94
	4.4.1	Impleme	ntierung	94
		4.4.1.1	Simulationsablauf	94
		4.4.1.2	Modulation	95
		4.4.1.3	Parameter-Abhängigkeiten	96
		4.4.1.4	Sonstige Eigenschaften	96
	4.4.2	Kohärenz	zeigenschaften der Lichtquellen	96
		4.4.2.1	Superlumineszenz-Diode	97
		4.4.2.2	Multimode-Laserdiode	98
		4.4.2.3	Monomode-Laserdiode	100
		4.4.2.4	Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle EDFS	100
4.5	Model	l des faser	optischen Rotationssensors	100
	4.5.1	Ideales F	OG	101
	4.5.2	Nichtidea	ales FOG	103
4.6	Open-l	Loop-Antw	vort bei geringer Kohärenz	104
	4.6.1	Herleitur	ng des Einflusses der Kohärenz	104
	4.6.2	Korrektu	rschemata	107
4.7	Bias-F	ehler im F	OG	109
	4.7.1	Lyot-Dep	polarisator	110
		4.7.1.1	Modellierung	111
		4.7.1.2	Ergebnisse	114
	4.7.2	Reflexion	nen im IOC	116
	4.7.3	Rotation	sraten-Fehler durch gleiche optische Wege	117
		4.7.3.1	Einfluss der Ausrichtung der Komponenten	118
		4.7.3.2	Temperaturabhängigkeit	119
		4.7.3.3	Abhängigkeit von der Depolarisator-Länge	120
	4.7.4	Experime	entelle Ergebnisse	122
	4.7.5	Fazit		124

5	Best	immun	g nichtline	earer Fehlerterme	125
	5.1	Model	lierung dei	r nichtlinearen Effekte	127
		5.1.1	Grundlag	gen	127
			5.1.1.1	Nichtlineare Polarisation in den Maxwellglei- chungen	127
			5.1.1.2	Vereinfachung durch eindimensionale Wellenaus- breitung	129
			5.1.1.3	Diskrete spektrale Zerlegung	130
			5.1.1.4	Slowly Varying Amplitude Approximation	131
			5.1.1.5	Phase-Matching	131
			5.1.1.6	Definition der nichtlinearen Brechzahl	132
		5.1.2	Frequenz	komponenten im FOG	132
		5.1.3	Näherung	g der nichtlinearen Brechzahl	134
		5.1.4	Spektrale	er Formfaktor	135
			5.1.4.1	Monochromatisches Licht	137
			5.1.4.2	Zwei- und N-Linien-Spektrum	137
			5.1.4.3	Linien-Spektrum mit gaußförmiger Einhüllender .	138
			5.1.4.4	Kontinuierliches Spektrum	138
		5.1.5	Auswirk	ung auf die Rotationsrate	139
	5.2	Messu	ngen		139
		5.2.1	Experime	enteller Aufbau	139
			5.2.1.1	Messprinzip	140
			5.2.1.2	Ablauf der Messungen	142
		5.2.2	Messerge	bnisse	143
			5.2.2.1	Monomode-Laserdiode	143
			5.2.2.2	Multimode-Laserdiode	146
			5.2.2.3	Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle	147
			5.2.2.4	Superlumineszenz-Diode	148

	5.3	Analyse	149	
		5.3.1 Relativer Vergleich der Lichtquellen	149	
		5.3.2 Direkte Berechnung der Prognose	150	
		5.3.3 Einfluss der Kohärenzlänge	151	
	5.4	Fazit	153	
6	Zusa	ammenfassung und Ausblick	155	
A	Part	iell kohärentes Licht	157	
	A.1	Definition der spektralen Leistungsdichte	157	
	A.2	Herleitung des komplexen Grades der Kohärenz	158	
B	Ausl	oreitung elektromagnetischer Wellen in Fasern	159	
	B .1	Monomode-Faser	160	
	B.2	Effektive Kernfläche	160	
С	Mod	lellierung der EDFS	162	
D	Nich	tlineare Fehlerterme: Rechnung im Zeitbereich	166	
Li	teratu	ır	171	
Ei	Eigene Veröffentlichungen 18			

Symbolverzeichnis

Verwendete Abkürzungen

AD	Analog-Digital
ARW	Angle Random Walk
ASE	Amplified Spontaneous Emission
DA	Digital-Analog
DFB-LD	Distributed Feedback Laser Diode
EDFS	Erbium Doped Fiber Source
EDFA	Erbium Doped Fiber Amplifier
DTG	Dynamically Tuned Gyroscope
FOG	Fiber Optic Gyroscope
GPS	Global Positioning System
FP-LD	Fabry-Perot Laser Diode
IMU	Inertial Measurement Unit
INS	Inertial Navigation System
LD	Laser Diode
LED	Light Emitting Diode
LRT	Low Reflection Terminator
MEMS	Micro Electro-Mechanical System
MFD	Mode Field Diameter
NL	nichtlinear
OSA	Optical Spectrum Analyzer
PVG	Piezo Vibrating Gyroscope
PM	Polarization Maintaining
RLG	Ring Laser Gyroscope
SPM	Self Phase Modulation
SLD	Superluminescent Diode
VOA	Variable Optical Attenuator
XPM	Cross Phase Modulation

Lateinische Buchstaben

A	Amplitude
a	Amplitudenänderung
$A_{\rm S}$	Fläche im Sagnac-Skalenfaktor
$A_{\rm eff}$	effektive Kernfläche der Faser
B	magnetische Induktion
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$C_{\rm SS}$	Spektraler Formfaktor
C_1 bis C_4	Frequenzabhängige Übertragungsfaktoren
\mathbf{C}	Operator einer optischen Komponente
D	Durchmesser der Faserspule
D_j^{T}	relativer Temperaturkoeffizienten der Größe j
D	dielektrische Verschiebung
e	Eulersche Zahl
E	skalares elektrisches Feld
${oldsymbol E}$	elektrisches Feld
f	Feldanteil
F	Feld
$oldsymbol{F}$	Feld-Vektor
$f_{ m bw}$	Bandbreite
$f_{ m p}$	Eigenfrequenz der Spule
$f_{ m mod}$	Modulationsfrequenz
h bzw. \hbar	Planck-Konstante
H_1 bis H_4	14. Harmonische
H	magnetische Feldstärke
Ι	Lichtintensität
i,j,m	Zählvariable
j	$\sqrt{-1}$
J_i	Besselfunktion 1. Gattung <i>i</i> -ter Ordnung
j	Stromdichte
$oldsymbol{J}_{\mathrm{V}}$	Jones-Vektor
J	Kohärenz-Matrix
\mathbf{T}_{M}	Jones-Matrix
k	Wellenzahl

l	Länge
Δl	Längendifferenz
L	Länge der Faserspule
$l_{\rm coh}$	Kohärenzlänge
n	Brechzahl
Δn	Brechzahl-Differenz
n_2	nichtlinearer Brechzahl-Koeffizient bzgl. des elektrischen Felds
n_2^I	nichtlinearer Brechzahl-Koeffizient bzgl. der Intensität
$n_{ m p,u,l}$	Besetzungsdichten
N	Anzahl
N_{D}	Dotierungsanzahldichte
p	spektrale Leistungsdichte
$p_{ m c}$	zentrierte spektrale Leistungsdichte
$p_{ m cs}$	symmetrischer Anteil von $p_{\rm c}$
$p_{ m ca}$	antisymmetrischer Anteil von $p_{\rm c}$
P	Lichtleistung
$P_{\rm D}$	Lichtleistung am Detektor
P_{Q}	Lichtleistung der Lichtquelle
P_0	Lichtleistung in der Spule
P	Polarisation (eines Materials)
$oldsymbol{P}_{ m NL}$	Nichtlinearer Anteil der Polarisation
R	Radius
$\mathbf{R}_{ heta}$	Operator für Rotationen
S	Skalenfaktor
old S	Stokes-Vektor
s_0 bis s_3	Stokes-Parameter
t	Zeit
T	Temperatur
v	Geschwindigkeit
V	V-Parameter einer Faser
W	Übergangswahrscheinlichkeit
R_{C}	Coupling Ratio - Teilungsverhältnis eines Kopplers
x, y, z	kartesische Koordinatenachsen

Griechische Buchstaben

α	relative Asymmetrie
eta	Propagationskonstante
$\chi_{ m L}$	Lineare elektrische Suszeptibilität
$\chi^{(3)}$	Nichtlineare elektrische Suszeptibilität dritter Ordnung
	bzgl. x-Richtung
ε_0	Dielektrizitätszahl des Vakuums
ε	Dielektrizitätszahl
$\varepsilon_{ m r}$	relative Dielektrizitätszahl
ϕ	Phase, Phasendifferenz
$\Delta \phi$	Phasendifferenz
$\phi_{ m S}$	Sagnac-Phase
$\phi_{ m MI}$	Modulationsindex
$\phi_{ m B}$	Phasen-Bias
Φ	Feldverteilung
γ	Komplexer Grad der Kohärenz
$\gamma_{ m c}$	zentrierter komplexer Grad der Kohärenz
$\gamma_{ m cs}$	symmetrischer Anteil von $\gamma_{ m c}$
$\gamma_{ m ca}$	antisymmetrischer Anteil von $\gamma_{ m c}$
Γ	Autokorrelationsfunktion
η	Quanteneffizienz
λ	Wellenlänge des Lichts
$\overline{\lambda}$	Mittelwellenlänge
$\Delta\lambda$	Spektrale Breite als Wellenlänge
μ_0	Magnetische Permeabilität des Vakuums
μ	Magnetische Permeabilität
$\mu_{ m r}$	relative magnetische Permeabilität
ν	Frequenz des Lichts
Π	Grad der Polarisation
θ	Drehwinkel
ho	Raumladungsdichte
(ho, arphi)	Polarkoordinaten
σ	Standard-Abweichung
σ^2	Varianz

$\sigma(u)$	Wirkungsquerschnitt
0 (V)	Pauli-Spin-Matrix
0	
au	Laufzeit, Laufzeit-Differenz
$ au_{\phi}$	Laufzeit bei der Phasengeschwindigkeit
$ au_{ m g}$	Laufzeit bei der Gruppengeschwindigkeit
$ au_{ m S}$	Sagnac-Laufzeitdifferenz
$ au_{ m coh}$	Kohärenzzeit
$ au_{ m L}$	Laufzeit des Signals durch die Spule
$ au_{ m sp}$	Lebensdauer der spontanen Emission
$ au_{ m p,u}$	Lebensdauern des Pump- und Laserniveaus
ω	Kreisfrequenz des Lichts
$\overline{\omega}$	Mittelfrequenz
$\Delta \omega$	Spektrale Breite als Kreisfrequenz
$\delta \omega$	Abstand spektraler Linien
Ω	Rotationsrate
Ω_{π}	Rotationsrate für eine Sagnac-Phase von π
$\Omega_{ m NL}$	Rotationsraten-Fehler durch nichtlineare Effekte
ξ	Dotierungsprofil

Kapitel 1

Einleitung

Der faseroptische Rotationssensor ist ein Inertialsensor. Inertiale Messsysteme werden zur Navigation, Regelung und Führung von bewegten Objekten wie Luft-, Wasser-, Land- und Raumfahrzeugen eingesetzt.

Bei der inertialen Navigation wird aus dem bekannten Anfangszustand die Position, die Geschwindigkeit und die Lage durch Integration der Messdaten über die Zeit bestimmt. Für die Navigation in drei Dimensionen ist dazu die Kenntnis von je drei orthogonalen Linearbeschleunigungen und Rotationsraten notwendig. Während zur Detektion von Linearbeschleunigungen Beschleunigungsmesser verwendet werden, werden Drehraten mittels Rotationssensoren, oder auch Kreisel genannt, erfasst. Der faseroptische Rotationssensor (*Fiber Optic Gyroscope* - FOG) ist nur ein Vertreter dieser Gruppe. Grundsätzlich ist die Navigation mit einem Inertialnavigationssystem (INS) völlig autonom durchführbar, d.h. eine beabsichtigte oder unbeabsichtigte Störung von außen ist nicht möglich. INS liefern jedoch nur kurzzeitgenaue Positionsbestimmungen, da Messfehler aufgrund der Integration mit der Zeit anwachsen. Abhilfe schafft hier eine Stützung durch externe Referenzen, die eine absolute Positionsbestimmung erlauben. Bestes Beispiel dafür sind die Positions- und Geschwindigkeitsdaten des Satelliten-Navigationssystems Global Positioning System (GPS)[1].

1.1 Anforderungen und Einsatzbereiche

Die Güte der Inertialsensoren bestimmt somit, wie lange ohne externe Informationen mit ausreichender Genauigkeit navigiert werden kann. Die Messfehler, hier werden nur die der Rotationssensoren betrachtet, werden durch die Größen Bias, Skalenfaktor-Fehler und *Angle Random Walk* (ARW) spezifiziert. Der Bias gibt den Nullpunktsfehler und dessen Drift an. Der ARW ist eine Maßzahl für das Messrauschen. Die schnelle Erfassung großer Dynamik wird hauptsächlich durch das Rauschen begrenzt, während für längere Navigation ohne Stützung die Biasund Skalenfaktor-Schwankungen ausschlaggebend sind.

Obwohl jede Applikation mit den damit verbundenen Trajektorien ihre spezielle Anforderung bestimmt, werden die Anwendungen üblicherweise in drei Güteklassen eingeteilt[2]:

- Navigation Grade Hier findet die Navigation ausschließlich mit Inertialsensoren statt. In der Luftfahrt, in der Sicherheit die höchste Priorität besitzt, ist es Vorschrift, dass völlig bordautonom navigiert werden kann, da externe Informationen nicht verlässlich genug sind. Dieser Bereich stellt die höchsten Anforderungen, insbesondere ist eine hohe Langzeit-Stabilität erforderlich. Eine Bias-Drift von 0.01 % h und deutlich darunter ist notwendig. Das Rauschen bzw. der ARW muss kleiner als 0.001 % h sein und Skalenfaktor-Fehler sollten weniger als 10 ppm betragen. Diese Zahlen stellen aber nur eine Obergrenze dar, denn einige Anwendungen erfordern bis zu 2 Größenordnungen kleinere Werte. Beispielsweise werden für die Untersee-Navigation, bei der keine Stützung durch GPS möglich ist, 0.0001 % h sein[3, 4]. Im Luft- und Raumfahrt-Bereich stellt auch der dynamische Bereich eine kritische Größe dar. Die größten zu messenden Drehraten können einige 100 % betragen, so dass sich der Dynamikbereich über bis zu acht Größenordnungen erstrecken muss.
- **Tactical Grade** Typische Einsatzgebiete von Tactical Grade IMUs sind die Lageregelung, z.B. von Satelliten, und die Führung von Lenkflugkörpern, die nur für kurze Flüge vorgesehen sind. Weiterhin können sie für Navigationssysteme ausreichend sein, die durch Satelliten-Navigation gestützt werden. Die Anforderungen sind hier etwa einen Faktor 10-100 geringer als für den Navigation Grade.
- **Rate Grade** Hier handelt es sich um Sensoren mit einer Bias-Drift größer als 100 °/h und relativ großem Rauschen, anknüpfend an den Tactical Grade. Ein Beispiel für eine Anwendung ist die Steuerung von Smart Ammunition, bei deren Ein-

satz sehr große Beschleunigungen auftreten können, was sehr robuste und beschleunigungsunabhängige Sensoren erfordert. Ein weiteres Einsatzgebiet ist die Navigation im Automobil-Bereich. Hier erfolgt die Navigation vorwiegend mit GPS und mit dem Wissen, dass sich Kraftfahrzeuge hauptsächlich auf in Karten verzeichneten Straßen bewegen (Map Matching). Rate Grade Sensoren werden auch zur Stabilisierung von Geschützen, Kameras o.ä. eingesetzt.

Daneben existieren noch weitere Anwendungsbereiche mit sehr speziellen Anforderungen, beispielsweise befasst man sich in der Grundlagenforschung mit der hochgenauen Vermessung der Präzessions- und Nutationsbewegungen der Erdachse. Weitere Bedingungen, wie Vibrationen, extreme Beschleunigungen, der zur Verfügung stehende Raum, der Temperaturbereich, das Gewicht und die Leistungsaufnahme, müssen in Betracht gezogen werden.

Alle Anforderungsbereiche wurden durch mechanische Kreisel abgedeckt, die auf der Drehimpuls-Erhaltung einer rotierenden Masse basieren. Ausgenutzt wird diese Technik seit der Mitte des letzten Jahrhunderts. Aufgrund des eingeschränkten dynamischen Bereichs der Sensoren und beschränkter Rechnerleistung war für den Navigation Grade eine kardanisch aufgehängte, im Raum stabilisierte Plattform erforderlich. Diese Sensorsysteme haben einen hohen Entwicklungsstand erreicht, sie sind jedoch prinzipbedingt verschleißanfällig und erfordern kurze Wartungsintervalle.

Der Navigation Grade ist zur Zeit den sehr teuren Laserkreiseln (*Ring Laser Gyros-cope* - RLG) vorbehalten. Die Bezeichnung "Kreisel" für inertiale Rotationssensoren im Allgemeinen wurde beibehalten, auch wenn diese keine rotierende Masse mehr verwenden. Neue Flugzeugtypen werden zu Navigationszwecken mit diesen technisch ausgereiften Sensoren ausgestattet. Der sehr große dynamische Bereich erlaubt eine kostensparende körperfeste Installation (Strapdown-System). Zur Erreichung einer großen Genauigkeit müssen die RLGs zur Vermeidung des Lock-In-Effekts einen mechanischen *Dither* verwenden, wodurch ihre Robustheit reduziert wird.

Für den Bereich niedriger Anforderungen, den Rate Grade, werden seit einigen Jahren neben den piezovibrierenden (PVG) Kreiseln zunehmend mikromechanische Drehraten-Sensoren (MEMS) eingesetzt. Diese Sensoren verwenden die Eigenschaft, dass eine schwingende Masse bei Rotation ihre Schwingungsebene verändert. MEMS sind die kostengünstigste Alternative, allerdings kann ihre große Abhängigkeit von Linearbeschleunigungen ihrem Einsatz entgegenstehen. Für den Tactical Grade waren lange Zeit die mechanisch arbeitenden dynamisch abgestimmten Kreisel (DTG) die einzige Alternative. RLG sind häufig zu teuer, während die vibrierenden bzw. mikromechanischen Kreisel die Anforderungen nicht erfüllen.

Faseroptische Rotationssensoren sind aufgrund ihrer theoretisch großen Empfindlichkeit und ihres Aufbaus, der völlig ohne bewegliche Teile auskommt, prinzipiell für alle Anforderungsbereiche geeignet. Sie sind sehr robust und praktisch wartungsfrei. Der Dynamikbereich ist ebenso groß wie der der RLGs, und der zur Verfügung stehende Messbereich kann leicht den Erfordernissen angepasst werden.

FOGs sind im Tactical Grade mittlerweile der am häufigsten eingesetzte Sensortyp. Sie werden in Flugzeugen in einem zweiten System, neben einem INS mit Laserkreiseln, zur Lageregelung und als Backup-System verwendet. Für diesen Bereich wird versucht, die Kosten zu optimieren, beispielsweise durch eine Senkung der Ausschussrate in der Produktion, was durch ein optimiertes Design erreicht werden könnte. Im Rate Grade können sie jedoch meist mit den einfacheren und günstigeren MEMS nicht konkurrieren, wobei hier allerdings ihre geringe Sensitivität für Linearbeschleunigungen für spezifische Anwendungen von Vorteil sein kann. Dieser Bereich soll durch FOGs mit Low-Cost-Komponenten und vereinfachter Technik abgedeckt werden.

Die Erreichung des Navigation Grade ist das Ziel der derzeitigen Forschung und Entwicklung, die von der theoretisch sehr großen Genauigkeit des faseroptischen Rotationssensors angetrieben wird. FOGs mit entsprechenden Spezifikationen wurden auch schon demonstriert[5, 6], allerdings handelte es sich dabei um Prototypen, die nicht in Serie produziert worden sind.

1.2 Optische Rotationssensoren

Der Erfassung einer Drehung mittels Licht liegt der Sagnac-Effekt zugrunde. Sagnac hat 1913 erstmals demonstriert, dass Licht, das in entgegengesetzten Richtungen eine rotierende Fläche umläuft, eine Phasenverschiebung erfährt[7]. Sagnacs Aufbau war allerdings weit entfernt von einem einsetzbaren Gerät zur Messung von Drehraten. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit muss die Fläche, die umlaufen wird, vergrößert werden. 1925 konnten Michelson und Gale zwar die Erdrotation messen, allerdings hatte ihr Interferometer einen Umfang von 2 km[8].

Erst die Erfindung des Lasers ermöglichte neue Sensoren mit geometrischen Ausmaßen und mechanischer Stabilität, die eine praktische Nutzung erlaubten. Zunächst wurde 1962 das Prinzip des Laserkreisels demonstriert[9]. Diese Sensoren verstärken das Licht in einer ringförmigen, geschlossenen Kavität. Dabei wird die Fläche, die den Sagnac-Effekt ausmacht, durch vielfache Umläufe vergrößert. Innerhalb von nur zwei Jahrzehnten haben diese Sensoren einen außergewöhnlich hohen Entwicklungsstand erreicht.

Faseroptische Rotationssensoren steigern den Sagnac-Effekt durch Verwendung einer langen Faserspule. Die Phasendifferenz wird interferometrisch erfasst. 1976 wurde der erste Prinzipnachweis durchgeführt[10], was der Beginn einer noch immer andauernden Forschungs- und Entwicklungsarbeit gewesen ist. Diese führte zum *Minimum Reciprocal Configuration* genannten Aufbau[11], der sich bewährt hat und als Ausgangspunkt weiterer Optimierungen verwendet wurde und wird.

Der Aufbau des faseroptischen Rotationssensor kann in einen optischen, einen elektronischen und einen Algorithmik/Software-Bereich unterteilt werden. Der optische Teil umfasst Strahlteiler, Polarisatoren und die Faserspule. Weiterhin werden die Lichtquelle, der Detektor und der Phasenmodulator als optische Komponenten betrachtet, die von der Elektronik angesteuert und ausgelesen werden. Bei der Elektronik handelt es sich um Signalprozessoren, AD- und DA-Wandler, Verstärker, Temperaturregelung, Stromversorgung usw. Spezielle Algorithmen zur optischen Modulation des Signals und dessen Auswertung erhöhen die Empfindlichkeit bei kleinen Drehraten, den dynamischen Bereich und die Stabilität.

1.3 Ziele der Arbeit

Die Anforderungen des Navigation Grade können nur erreicht werden, wenn auch Ursachen von Bias- und Skalenfaktor-Schwankungen berücksichtigt und vermieden werden, die für die anderen Gütebereiche vernachlässigbar waren. Das Rauschen konnte in der Vergangenheit durch Optimierung der Elektronik und Signalauswertung unter die entsprechenden Grenzen reduziert werden, aber eine Erhöhung der Bias-Stabilität erforderte weitere Untersuchungen des optischen Teils des Sensors. Im Rahmen dieser Arbeit sollte der Einfluss der spektralen Eigenschaften der Lichtquelle im Mittelpunkt stehen.

Die Lichtquelle ist eine leistungsbestimmende Komponente des Sensors. Die theo-

retische Empfindlichkeit ist durch die optische Ausgangsleistung bestimmt. Die Stabilität des Skalenfaktors wird direkt durch die der Mittelwellenlänge bedingt. Weiterhin ist eine große spektrale Breite und ein möglichst glattes Spektrum notwendig, um die Kohärenz und somit die Interferenzfähigkeit von Störungen zu reduzieren. Stand der Technik ist die Verwendung einer wenig kohärenten Halbleiter-Superlumineszenz-Diode. Diese zeigt jedoch meist eine zu geringe Ausgangsleistung und eine große Temperaturabhängigkeit, weshalb eine Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle (*Erbium Doped Fiber Source -* EDFS) die potenziell geeignetere Alternative darstellt. Diese Lichtquelle muss aus verschiedenen Komponenten, wie einer Pump-Laserdiode und der Erbium-Faser, integriert werden.

Die Analyse und der Entwurf des optisch speziellen Aufbaus des FOGs ist mit den herkömmlichen Verfahren, die zur Modellierung der Propagation des Lichts in der Faser angewendet werden können, nicht befriedigend möglich. Hier war es notwendig, ein Verfahren zu entwickeln, das sowohl die Kohärenz- als auch die Polarisationseigenschaften des Lichts berücksichtigt. Die Kohärenz ist eng mit dem Spektrum der Lichtquelle verknüpft, so dass dieses auch hier wieder eine zentrale Rolle spielt. Eine vollständige quantitative Modellierung sollte Aufschluss über mögliche Fehlerquellen geben.

Optische nichtlineare Effekte in der Faser können in hochgenauen faseroptischen Rotationssensoren ebenfalls eine Bias-Fehlerquelle darstellen. Der spezielle Aufbau mit den entgegengesetzt umlaufenden Lichtwellen verursacht Kopplungen, die in anderen Systemen nicht auftreten. Die theoretischen Zusammenhänge sind schon lange Gegenstand einer Diskussion in der Literatur. Der Einfluss der spektralen Eigenschaften war nicht geklärt, da keine Messungen mit nicht-monochromatischen Lichtquellen existierten. Im Rahmen dieser Arbeit sollte eine Klarstellung erfolgen, in welcher Größenordnung Effekte auftreten und welche Anforderungen an die spektralen Eigenschaften der Lichtquelle gestellt werden müssen, um die Fehlerterme ausreichend zu reduzieren oder zu vermeiden.

Die vorliegende Arbeit ist in vier Hauptteile gegliedert.

Kapitel 2 enthält eine Herleitung des Sagnac-Effekts und ein Überblick über die Funktionsprinzipien der verschiedenen optischen Rotationssensoren. Es folgen die Grundlagen faseroptischer Rotationssensoren und eine Diskussion der Fehlerterme und technischer Ausführungen.

Die verwendeten Messaufbauten und die optischen und elektronischen Komponen-

ten werden in Kapitel 3 vorgestellt. Dazu gehört die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle. Der experimentell realisierte faseroptische Rotationssensor wird beschrieben und charakterisiert.

Kapitel 4 beginnt mit einer mathematischen Beschreibung von partiell kohärentem Licht. Die existierenden Verfahren zur Modellierung der Propagation von Licht werden erläutert. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Verfahren und das darauf basierende Simulationswerkzeug ermöglichten eine Analyse des Designs, die zur Identifizierung einer bisher nicht beschriebenen Ursache von signifikanten Rotationsraten-Fehler führte. Diese Fehlerquelle wird beschrieben und die experimentellen Ergebnisse dargestellt.

In Kapitel 5 werden die Grundlagen nichtlinearer Effekte in Fasern und speziell im faseroptischen Rotationssensor erläutert. Die Messungen mit verschiedenen Lichtquellen und ein Abgleich der Ergebnisse mit den beiden gängigen theoretischen Ansätzen wird durchgeführt.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Sagnac-Effekt

Grundlage der inertialen Messung von Rotationsraten mit optischem Mitteln ist der Sagnac-Effekt, welcher ein relativistischer Laufzeit-Effekt ist.

Wenn zwei Lichtstrahlen in entgegengesetzter Richtung um eine Fläche umlaufen, die relativ zu einem Inertialsystem rotiert, erfahren sie eine Laufzeit-Differenz. Franz Harreß war der erste, der Versuche zur Ausbreitung von Licht in Ring-Interferometern durchgeführt hat[12]. Allerdings führte er die Beobachtungen auf einen Mitnahme-Effekt des Lichts im Medium zurück und interpretierte seine Ergebnisse falsch. Daher hat sich der Name Sagnac-Effekt, welcher nach Georges Sagnac benannt ist, durchgesetzt, der mit seinem Aufbau Rotationsraten maß[7, 13].

Eine vollständige Herleitung des Sagnac-Effekts müsste innerhalb des Rahmens der allgemeinen Relativitätstheorie angestellt werden[14, 15], da es sich bei rotierenden Bezugssystemen um beschleunigte Systeme handelt. Im Folgenden wird eine Herleitung gezeigt, welche als Näherung die spezielle Relativitätstheorie verwendet[16]. Vereinfachend wird der Lichtweg als kreisförmig mit Radius R angenommen, siehe Abb. 2.1. Dann ist der Lichtweg immer parallel zur Rotationsbewegung des führenden Mediums. Der Vorgang soll von einem im Mittelpunkt des Kreises ruhenden Beobachter betrachtet werden. Infinitesimal betrachtet benötigt das Licht für den Weg $Rd\phi$ entlang der Führung die Zeit

$$dt = \frac{Rd\phi}{v}$$
(2.1)

bei der effektiven Signalgeschwindigkeit v. Diese unterscheidet sich für die beiden Richtungen. Sie wird zusammengesetzt aus der Signalgeschwindigkeit im Medium,



Abbildung 2.1: Ring-Interferometer in Ruhe und bei Rotation. Links, in Ruhe, ist der Weg für die beiden entgegengesetzt umlaufenden Wellen gleich. Rechts gilt $\Omega < 0$, d.h. es findet eine Drehung im Uhrzeigersinn statt. Der Weg vom Eingang zum Ausgang ist entsprechend der Drehung während der Umlaufzeit für die im Uhrzeigersinn umlaufende Welle länger und für die entgegengesetzt umlaufende kürzer geworden.

die in das Bezugssystem des Beobachters transformiert wird, und der Bewegung des Ringes mit der Rotationsgeschwindigkeit ΩR ,

$$v_{\pm} = u_{\pm} \mp \Omega R. \tag{2.2}$$

Dabei bezeichnet + den mathematisch positiven Umlaufsinn, d.h. entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn, und – entsprechend im Uhrzeigersinn. Somit kann die infinitesimale Laufzeit aus

$$dt_{\pm} = \frac{Rd\phi}{u_{\pm} \mp \Omega R} \tag{2.3}$$

und die Laufzeit-Differenz aus

$$d\tau = dt_{+} - dt_{-} = \frac{Rd\phi}{u_{+} - \Omega R} - \frac{Rd\phi}{u_{-} + \Omega R}$$
(2.4)

berechnet werden. Wenn das Licht im Medium und in dessen System mit der Geschwindigkeit w propagiert, wird in der speziellen Relativitätstheorie die Geschwindigkeit für einen sich dazu parallel mit der Geschwindigkeit ΩR bewegenden Beobachter mit

$$u_{\pm} = \frac{w \mp \Omega R}{1 \mp \frac{w \Omega R}{c_0^2}} \tag{2.5}$$

erhalten[17]. Die Geschwindigkeit w hängt über $w = c_0/n$ von der Brechzahl des Mediums ab und somit möglicherweise von der Temperatur. Für eine Vakuum-Lichtwelle $w = c_0$ ergibt sich wie erwartet

$$u_{\pm} = c_0, \tag{2.6}$$

da die Lichtgeschwindigkeit in allen Systemen gleich groß ist.

Für beliebiges w ergibt sich nach einigen Umformungen, aber ohne Näherungen,

$$d\tau = \frac{2(\Omega R)(Rd\phi)}{c_0^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega R}{c_0}\right)^2}$$
(2.7)

und mit der Näherung $\frac{\Omega R}{c_0} \ll 1$, die für realistische Drehraten immer erfüllt ist,

$$\mathrm{d}\tau = \frac{2(\Omega R)(R\mathrm{d}\phi)}{c_0^2}.$$
(2.8)

Für einen kompletten Umlauf ergibt sich

$$\tau_{\rm S} = \frac{2(\Omega R)(2\pi R)}{c_0^2}.$$
(2.9)

Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Signalgeschwindigkeit im Medium und damit auch unabhängig von der Brechzahl. Der Sagnac-Effekt wird nicht durch die Eigenschaften des verwendeten Wellenleiters beeinflusst. Es handelt sich um einen rein relativistischen Effekt.

Weiterhin wurde nachgewiesen, dass diese Laufzeit-Differenz von der Kontur der Signalführung und vom Drehzentrum[14, 16] unabhängig ist. Auch Linearbeschleunigungen zeigen keinen Einfluss auf den Sagnac-Effekt, der damit die optimale Basis für eine genaue Rotationsraten-Bestimmung ist.

Glg. (2.10) kann allgemeiner als

$$\tau_{\rm S} = \frac{4A_{\rm S}}{c_0^2} \Omega \tag{2.10}$$

geschrieben werden. Der Sagnac-Effekt ist proportional der vom Lichtweg umschlossenen Fläche.

Die Sensor-Typen, die diesen Effekt nutzen, können in zwei Klassen eingeteilt werden: Die resonanten und die interferometrischen optischen Rotationssensoren. Die resonanten Ausführungen werden kurz vorgestellt. Diese Arbeit befasst sich ansonsten nur mit den interferometrischen Sensoren.

2.2 **Resonante optische Rotationssensoren**

Hauptvertreter sind die Laserkreisel (*Ring Laser Gyroscope* - RLG), welche sich kommerziell durchgesetzt haben. Resonante faseroptische Rotationssensoren sind zur Zeit Gegenstand der Forschung.

2.2.1 Laserkreisel

Ein Laserkreisel[9, 18, 19] besteht aus einer ringförmig geschlossenen Kavität, welche ein lichtverstärkendes Medium beinhaltet. Das Licht wird durch Spiegel im Kreis umgelenkt. Die ersten Versuche zur Drehraten-Bestimmung wurden 1962 durchgeführt[9], früher als an faseroptischen Rotationssensoren. RLG sind zur Zeit die präzisesten Rotationssensoren. Kommerzielle Sensoren mit Genauigkeiten besser als 10^{-4} °/h sind verfügbar[20].

Es muss eine ganzzahlige Anzahl m von Schwingungen in die Kavität der Umlauflänge l passen[21], d.h.

$$\nu_{\pm} = \frac{mc_0}{l_{\pm}},\tag{2.11}$$

mit der Licht-Frequenz ν , \pm wie oben für die beiden Umlaufrichtungen. Wenn sich die Wege unterscheiden, gibt es bei gleicher Schwingungsanzahl in der Kavität eine Frequenz-Verschiebung

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta l}{l} \tag{2.12}$$

mit den Mittelwerten ν und *l*. Mit der Laufzeit-Differenz des Sagnac-Effekts Glg. (2.10) ergibt sich

$$\Delta \nu = \frac{4A_{\rm S}}{\lambda l} \Omega. \tag{2.13}$$

Diese Frequenz kann als Beat an aus der Kavität ausgekoppeltem Licht gemessen werden. Sie ist sehr klein, typisch 10 Hz bei der Erddrehrate und typischen Ring-Laser-Abmessungen, und kann daher einfach gemessen werden. Sie stellt bei der oft verwendeten Laser-Wellenlänge $\lambda = 633$ nm aber nur etwa 2×10^{-14} der verwendeten Trägerfrequenz dar. Die optischen Wege müssen bis zu diesem Grad stabil gehalten werden.

Ein Problem der RLGs ist die Frequenz-Synchronisation (*Lock-In*-Effekt)[22]. Bei kleinen Drehraten und damit kleinen Weglängen-Differenzen im Resonator kommt es aufgrund der Rückstreuung an den Spiegeln zur Kopplung, so dass beide Signale

mit gleicher Frequenz oszillieren und kein Ausgangssignal messbar ist. Zu messende Rotationen liegen aber durchaus in diesem Lock-In-Band. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu umgehen, bietet sich, indem man das RLG in Vibration außerhalb des Lock-In-Bandes versetzt (*Mechanical Dither*). Allerdings handelt es sich dabei um eine komplexe Technologie mit verschleißanfälligen mechanischen Teilen.

2.2.2 Resonante faseroptische Rotationssensoren

Ähnlich wie beim Ring Laser Gyroscope laufen beim *Resonant Fiber Optic Gyroscope* (RFOG) zwei Lichtwellen entgegengesetzt in einer Kavität um, allerdings ist der Laser als Lichtquelle außerhalb der Kavität positioniert[23–25]. Die Abstimmung der Frequenzen des Lichts mit der Eigenfrequenz der Kavität in die jeweilige Richtung geschieht durch Frequenz-Schieber für beide Wellen. Im Aufbau, der nur faseroptische Komponenten verwendet[26], ist die Kavität eine geschlossene Faserspule. Die Güte der Kavität entspricht in etwa der Anzahl der Umläufe des Lichts, mit der die Faserlänge bzgl. des Sagnac-Effekts multipliziert wird. Dies ermöglicht eine kürzere Spulenlänge als beim interferometrischen faseroptischen Rotationssensor von nur 5 - 10 m. Um den Effekt nutzen zu können, muss ein Laser mit sehr großer Kohärenzlänge verwendet werden, der viele zusätzliche Probleme bereitet, die beim interferometrischen faseroptischen Rotationssensor vermieden werden können. RFOGs sind bisher noch nicht zur Serienreife gebracht worden.

2.2.3 Brillouin-Ring-Laserkreisel

Erst seit 1989 wird die Entwicklung von *Brillouin Ring Laser Gyroscopes* betrieben, welche auf *stimulierter Brillouin-Streuung* (SBS) basieren[27, 28]. SBS ist ein nichtlinearer Effekt in Fasern, welcher *Stokes*-Licht rücklaufend zum einfallenden Licht, das mit einer angeregten akustischen Welle mischt, erzeugt. Die Frequenz des Stokes-Lichts ist um die Frequenz der akustischen Welle nach unten verschoben. In einer Ring-Kavität kann dieses Licht zu selbstverstärkenden Schwingungen wie beim Laser führen. Am Ausgang kann direkt der Beat zwischen den beiden entgegengesetzt umlaufenden Stokes-Wellen gemessen werden. Wie beim RFOG wird nur eine kurze Spule benötigt. Ein Problem ist auch hier eine instabile Laser-Schwingung[28]. Die Brillouin-Ring-Laser-Gyroscopes sind momentan noch exotische Vertreter der Drehraten-Sensoren, die nicht kommerziell hergestellt werden.

2.3 Interferometrische faseroptische Rotationssensoren

Der faseroptische Rotationssensor wurde bereits 1967 patentiert[29]. 1976 standen dann Halbleiter-Laser und -Detektoren und ausreichend transparente optische Faser zur Verfügung, um den ersten faseroptischen Rotationssensor zu realisieren[10], siehe auch Abb. 2.2. Das Licht eines Lasers wurde an einem halbdurchlässigen Spiegel in zwei Strahlen aufgeteilt, die dann in die Faserspule eingekoppelt wurden. Nach Durchlaufen der Spule wurden sie an dem Spiegel zum Teil auf einen Schirm abgelenkt, wo das Interferenz-Muster beobachtet wurde. Es handelte sich mit einer Spulenlänge von nur 10 m um einen Prinzip-Nachweis. Ein Jahr später wurde ein Sensor mit 950 m Spulenlänge verwirklicht[30] und zeigte das Potenzial der FOGs. In den nächsten Jahren wurde viel theoretische und experimentelle Grundlagenforschung unternommen, die zu einem verbesserten Design führte[31–39].



Abbildung 2.2: Original-Abbildungen aus der ersten Veröffentlichung zum faseroptischen Rotationssensor[10]. Beobachtet wurde die Veränderung der Interferenz-Ringe (*Fringes*) auf einem Schirm, siehe rechts, unter Drehung.

2.3.1 Sagnac-Phasendifferenz

Die umlaufende Fläche, die die Laufzeit-Differenz durch den Sagnac-Effekt aus Glg. (2.10) bestimmt, wird beim faseroptischen Rotationssensor durch den Einsatz einer Spule vergrößert. Jede Windung entspricht einmal der Grundfläche. Wenn der Durchmesser D = 2R und die Spulenlänge $L = N\pi D$ mit der Windungszahl N

verwendet werden, ist die Sagnac-Laufzeit-Differenz

$$\tau = \frac{LD}{c_0^2}\Omega.$$
 (2.14)

Bei der geographischen Breite von Karlsruhe (49°) entspricht die vertikale Rotationsrate der Erddrehung

$$\frac{360^{\circ}}{24\,\mathrm{h}}\sin(49^{\circ}) = 11.3\,^{\circ}/\mathrm{h} = 5.5 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad/s}.$$

Typische Daten eines faseroptischen Rotationssensors sind eine Spulenlänge von $L = 500 \,\mathrm{m}$ und ein Spulendurchmesser von $D = 10 \,\mathrm{cm}$. Daraus resultiert eine Laufzeit-Differenz von $3 \times 10^{-20} \,\mathrm{s}$, die zu klein ist, um sie direkt messen zu können. Selbst bei der relativ hohen Frequenz des verwendeten Lichts von $1.22 \times 10^{15} \,\mathrm{s}^{-1}$ bzw. der entsprechenden Wellenlänge von $1550 \,\mathrm{nm}$ beträgt die Phasendifferenz nur $3.8 \times 10^{-5} \,\mathrm{rad}$.

Diese Sagnac-Phasendifferenz, allgemeiner

$$\phi_{\rm S} = \frac{2\pi LD}{\lambda c_0} \Omega, \qquad (2.15)$$

kann aber mit noch um mehr als 2 Größenordnungen höherer Genauigkeit und Stabilität mit FOGs interferometrisch gemessen werden. Der Vorfaktor vor der Drehrate wird als Skalenfaktor dieses FOGs bezeichnet.

Die Interferenz der beiden umlaufenden Wellen führt in Abhängigkeit der Phasendifferenz zu der Antwort-Funktion des FOGs

$$I = I_0 (1 + \cos(\phi_{\rm S})).$$
(2.16)

Eine Herleitung und genauere Erläuterungen befinden sich in Kap. 4. Die Funktion ist in Abb. 2.3 dargestellt.

2.3.1.1 Dynamischer Bereich

Durch die Periodizität der Antwort-Funktion des FOG kann nur in dem eingeschränkten Intervall $[-\Omega_{\pi}, \Omega_{\pi}]$ aus der Intensität die entsprechende Drehrate eindeutig bestimmt werden. Dies ist der Bereich der Antwort-Funktion vom Maximum bei null bis jeweils zum ersten Minimum bei $\phi_{\rm S} = \pi$,

$$\Omega_{\pi} = \frac{\lambda c_0}{2LD}.\tag{2.17}$$



Abbildung 2.3: Ideale Antwort-Funktion des faseroptischen Rotationssensors.

Im Beispiel oben ergibt sich $\Omega_{\pi} = 16700^{\circ}/\text{s} \approx 10^{6}^{\circ}/\text{h}$. Als untere Grenze soll zunächst die minimal bestimmbare Phase 1 µrad betragen, die einer Drehrate von $\Omega_{\mu} = 0.3^{\circ}/\text{h}$ entspricht. Der dynamische Bereich umfasst etwa 65 dB. Durch komplexe Signalauswertungsverfahren kann der Bereich auf mehrere Perioden der Antwort-Funktion ausgedehnt werden.

Durch Veränderung der Spulenlänge und des Spulendurchmessers kann die Spanne der messbaren Drehraten in einem weiten Bereich variiert werden. Diese Flexibilität ist ein großer Vorteil der FOGs, da die Spule leicht ausgetauscht werden kann, ohne dass an dem restlichen Design etwas verändert werden muss.

2.3.1.2 Phasen-Bias

Der Cosinus als Antwort-Funktion wirft das Problem der Empfindlichkeit bei kleinen Drehraten auf. Die Steigung des Cosinus im Nullpunkt ist null und somit auch die Empfindlichkeit. Um dieses Problem zu umgehen, wird eine zusätzliche Phasendifferenz zwischen den beiden Strahlen erzeugt, d.h. es wird ein *Phasen-Bias* eingefügt. Dies geschieht meist durch aufwändige Modulations- und Signalauswertungsverfahren, die in Abschnitt 2.3.5 beschrieben werden. Die ideale Bias-Phase ist $\frac{\pi}{2}$, welche den Cosinus bzgl. der Sagnac-Phase in einen Sinus transformiert, der um null die größte Steigung aufweist. Die Bias-Punkte sind in Abb. 2.3 mit eingezeichnet.

2.3.1.3 Wellenlänge

Grundsätzlich eignen sich alle Wellenlängen in den Transparenz-Fenstern der verfügbaren Fasern zur Verwendung, wie z.B. 850 nm, 1060 nm, 1300 nm oder 1550 nm. Die unterschiedliche Dämpfung innerhalb dieser Fenster spielt keine Rolle, da die Spulenlänge relativ kurz ist. In radioaktiver Strahlung trübt sich die Faser für kleinere Wellenlängen ein, so dass dann die Verwendung von Wellenlängen größer als 1200 nm notwendig wird[40–43].

Gewählt wurde für diese Arbeit die Wellenlänge von $\lambda = 1550$ nm. Ein Grund dafür ist die Möglichkeit, eine Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle zu verwenden, deren Emissionsmaximum in etwa bei dieser Wellenlänge liegt, siehe Abschnitt 3.2. Ein weiterer Grund ist die gute Verfügbarkeit sowie die relativ geringen Kosten von optischen Komponenten wie der Faser selbst, Kopplern, Isolatoren, Polarisatoren, usw. aufgrund der vorwiegenden Verwendung dieser Wellenlänge in der optischen Kommunikationstechnologie.

2.3.2 Fehlerterme

2.3.2.1 Theoretische Empfindlichkeit: Schrotrauschen

Die Empfindlichkeit des Sensors ist durch nicht vermeidbare Rauschprozesse begrenzt. Eine prinzipielle Grenze ist das Schrotrauschen, welches sich durch die spezielle Statistik der Photonen ergibt. Wenn die geführte Lichtwelle als Strom von Photonen betrachtet wird, die auf dem Detektor gezählt werden, verhalten sie sich statistisch wie ein Ensemble von unkorrelierten diskreten Partikeln und gehorchen einer Poisson-Verteilung[44]. Daher ist die Varianz des Flusses der Photonen \dot{N}

$$\sigma_{\dot{N}}^2 = 2\dot{N}\Delta f_{\rm bw}.$$
(2.18)

 $f_{\rm bw}$ ist die Bandbreite des Zählens, d.h. die inverse Dauer, die der Detektor integriert. Die Photonen besitzen die Energie $\hbar\omega = hc_0/\lambda$ mit der Planck-Konstanten h bzw. \hbar . Die optische Leistung ist damit

$$P = \dot{N} \frac{hc_0}{\lambda} \tag{2.19}$$

und die Standardabweichung

$$\frac{\sigma_P}{\sqrt{f_{\rm bw}}} = \sqrt{\frac{2hc_0}{\lambda}}\sqrt{P}.$$
(2.20)
Ein Photo-Detektor (PD) erzeugt im Idealfall ein Elektron-Loch-Paar pro Photon. Allerdings hat ein realer Detektor eine Quanteneffizienz $\eta = \dot{N}_{\rm e}/\dot{N} < 1$. Sie ist aber größer als 0.9 für die bei dieser Wellenlänge verwendeten InGaAs-Detektoren. Damit wird die Standardabweichung vergrößert,

$$\frac{\sigma_{\rm PD}}{\sqrt{f_{\rm bw}}} = \sqrt{\frac{2hc_0}{\lambda\eta}}\sqrt{P}.$$
(2.21)

Bei einem mit Bias betriebenem FOG entspricht die relative Standardabweichung direkt der dem Rauschen äquivalenten und somit minimal messbaren Phase,

$$\frac{\sigma_{\Delta\phi}}{\sqrt{f_{\rm bw}}} = \sqrt{\frac{2hc_0}{\lambda\eta}} \frac{1}{\sqrt{P}}.$$
(2.22)

Die Gesamtdämpfung eines FOG entspricht etwa 20 dB. Von einer 1 mW Lichtquelle kommen folglich ca. $P = 10 \,\mu\text{W}$ am Detektor an. Für dieses Beispiel ist die Standardabweichung

$$\frac{\sigma_{\Delta\phi}}{\sqrt{f_{\rm bw}}} = 0.2\,\mu{\rm rad}/\sqrt{{\rm Hz}}.$$

Bei einem FOG mit einem Skalenfaktor wie oben entspricht das in der Drehrate und somit dem Angle Random Walk

$$\frac{\sigma_{\Omega}}{\sqrt{f_{\rm bw}}} = 0.06\,^{\circ}/\mathrm{h}/\sqrt{\mathrm{Hz}} = 0.001\,^{\circ}/\sqrt{\mathrm{h}}$$

Das Schrotrauschen sinkt somit mit der reziproken Wurzel der Lichtleistung und kann durch mehr Leistung reduziert werden.

2.3.2.2 Rauschen

Das Rauschen wird verstärkt durch kohärente Streuung in Rückwärtsrichtung, verursacht durch Rayleigh-Streuung des Lichts am Material der Faser[45, 46], welche durch breitbandige Lichtquellen reduziert wird[47]. Die Elektronik, d.h. Verstärker, AD- und DA-Wandler, usw. addiert noch weiteres Rauschen, welches bis zu einem gewissen Grad auch mit der Größe der Signale kleiner wird. Auch das Rauschen der Lichtquelle spielt eine Rolle[48], was entsprechende Anforderungen an die Lichtquelle stellt.

Für die Performance eines FOG bzgl. des Rauschens wird oft der Angle Random Walk-Koeffizient, kurz ARW, angegeben. Dieser ist äquivalent zur Standardabweichung des Rauschens der Drehrate pro Wurzel der Bandbreite, als Einheit wird aber

 $^{\circ}/\sqrt{h}$ verwendet. Die Umrechnung ist $1^{\circ}/h/\sqrt{Hz} = 1/60^{\circ}/\sqrt{h}$. Diese Charakterisierung des Rauschens über einen Koeffizienten, der nur noch von der Bandbreite abhängt, macht nur bei einem reinen weißen Rauschen Sinn. Der Vorteil ist, dass das Rauschen, welches sich bei Einbindung in ein System mit vorgegebener Integrationszeit ergibt, direkt berechnet werden kann. Diese Abhängigkeit ist beim FOG in einem weiten Zeitbereich gegeben, aber z.B. nicht bei mechanischen Kreiseln, deren Rauschen Linien im Frequenz-Spektrum aufweist.

2.3.2.3 Bias

Das Rauschen aus dem vorhergehenden Abschnitt soll als *mittelwertfrei* verstanden werden, d.h. nach unendlich langer Integrationszeit ist der Wert gleich null, wenn keine anderen Signale anliegen. Faseroptische Rotationssensoren zeigen aber nicht nur Rauschen als Fehlerquelle. Selbst wenn keine Drehrate angelegt wird, kann ein Wert ungleich null gemessen werden. Dieser Offset wird als *Bias* bezeichnet. Die Ursachen für den Bias sind vielfältig. Die Kontrolle des Polarisationszustands kann Probleme bereiten[49, 50], die aber bei aktuellen FOGs durch das Design mit Polarisator und polarisationserhaltender Faser weitestgehend vermieden werden[51–56]. Auch Temperatur-Gradienten und -Transienten in der Spule sind von Bedeutung. Diese Zusammenhänge werden als Shupe-Effekt bezeichnet[57]. Spezielle Verfahren, die Spule zu wickeln, z.B. die Quadrupol-Wicklung[58], vermeiden die Fehler[59], so dass eine Adressierung im Rahmen dieser Arbeit nicht notwendig ist. Weitere Gründe für einen Bias können Empfindlichkeit für Magnetfelder (Faraday Effekt)[60–62] oder kohärente Reflexionen, siehe Abschnitt 4.7, sein. Kap. 5 befasst sich mit Bias, der durch nichtlineare Effekte in der Faser hervorgerufen wird.

Der Bias an sich ist kein größeres Problem für ein Navigationssystem: Die Filter erkennen Offsets und nehmen sie in die Positionsschätzungen mit auf[63]. Problematisch ist, dass dieser Bias häufig mit Umgebungsparametern und der Zeit schwankt und dann nicht mehr einwandfrei geschätzt werden kann. Der Wert kann auch von einem Anschalten des Geräts bis zum nächsten variieren. Diese Schwankung oder Drift muss vom Rauschen unterschieden werden, siehe Abb. 2.4. FOGs kennen normalerweise keinen konstanten Bias, dessen Schwankung nur einen kleinen Teil des Wertes selbst ausmacht. Die Bias-Werte sind mehr oder weniger statistisch in einem symmetrischen Band um null verteilt. Oft wird die Größe des 1σ -Bandes einfach als Bias bezeichnet.



Zeit

Abbildung 2.4: Beispiel-Messung zur Unterscheidung von Rauschen und Drift.

2.3.2.4 Allan Variance

Um Prozesse wie das Rauschen und die Bias-Drift zu unterscheiden, eignet sich die Allan Variance[64–66], die ursprünglich zur Untersuchung der Frequenz-Stabilität von Oszillatoren entworfen wurde. Nur stationäre und keine dynamischen Prozesse können damit charakterisiert werden. Es findet eine Untersuchung auf verschiedenen Zeitskalen statt.

Die Rotationsrate Ω soll in $N_{\Delta t}$ festen Zeitabständen Δt bekannt sein, $\Omega_i = \Omega(i\Delta t)$. Die Allan Variance soll für das Intervall $\tau = m\Delta t$ berechnet werden. Der Mittelwert des k-ten Intervalls von $N_m = N_{\Delta t}/m$ ist

$$\overline{\Omega}_j(\tau) = \frac{1}{m} \sum_{i=j\,m}^{(j+1)m} \Omega_i.$$
(2.23)

Die Allan Variance ist definiert als der Ensemble-Durchschnitt

$$\sigma^{2}(\tau) = \frac{1}{2} \left\langle \left(\overline{\Omega}_{j+1} - \overline{\Omega}_{j} \right)^{2} \right\rangle$$
(2.24)

und kann mit

$$\sigma^{2}(\tau) = \frac{1}{2(N_{m}-1)} \sum_{j=1}^{N_{m}-1} \left(\overline{\Omega}_{j+1} - \overline{\Omega}_{j}\right)^{2}$$
(2.25)

abgeschätzt werden.

Durch die Mittelung über unterschiedlich lange Intervalle können verschiedene Rauschprozesse identifiziert werden. Meist wird die Wurzel aus der Allan Variance $\sigma(\tau)$ in einem doppelt-logarithmischen Graphen aufgetragen. Im Falle des FOGs drücken sich die verschiedenen Rausch-Anteile durch unterschiedliche Steigungen der Kurve aus, siehe Abb. 2.5. Alle Rauschprozesse sind in [67] beschrieben. Zur



Abbildung 2.5: Allan Variance in doppelt-logarithmischem Maßstab und Identifizierung der einzelnen Rausch-Anteile. Das Minimum entspricht der Bias-Drift. Für größere Zeiten läuft das Signal weg.

Charakterisierung eines FOGs werden hauptsächlich der Angle Random Walk und der Bias verwendet. Die Allan-Variance-Parameter können durch einen Fit der Allan-Variance mit der Funktion

$$\sigma^{2}(\tau) = \frac{3Q^{2}}{\tau^{2}} + \frac{N^{2}}{\tau} + B^{2}\frac{2}{\pi}\ln(2) + \frac{K^{2}\tau}{3} + \frac{R^{2}\tau^{2}}{2}$$
(2.26)

erhalten werden. B ist der Bias und N der ARW-Koeffizient. Weiterhin ist Q eine Maßzahl für das Quantisierungsrauschen, K für den Rate Random Walk und R für die lineare Drift (*Rate Ramp*).

2.3.2.5 Skalenfaktor

Einen weiteren Fehler-Beitrag kann der Skalenfaktor liefern. Im Idealfall ist die Steigung der gemessen Drehrate über der realen Drehrate gleich eins. Diese Steigung kann für einen realen Sensor trotz Kalibration von eins abweichen. In einem Navigationssystem ist es möglich, auch Skalenfaktoren mit zu bestimmen[63], allerdings sind diese schlecht beobachtbar. Weiterhin ist dieser Skalenfaktor ebenso wie der Bias Schwankungen mit Umgebungsparametern und zudem mit der Drehrate unterworfen. Die Schwankung z.B. mit der Temperatur resultiert hauptsächlich aus Schwankungen des oben definierten Skalenfaktors zur Berechnung der Drehrate aus der Phase. Dabei ist der Einfluss der Mittelwellenlänge von großer Bedeutung, da sie in erster Ordnung erscheint. Diese konstant zu halten rechtfertigt die Untersuchungen der Eignung von Lichtquellen. Aber auch andere Faktoren spielen eine Rolle: In den Phasen-Drehraten-Skalenfaktor geht neben der Mittelwellenlänge die Geometrie der Spule ein, die unter sich ändernden Umgebungsparametern variieren kann.

2.3.2.6 Bandbreite

Die Bandbreite eines FOGs ist theoretisch sehr hoch. Das Rotationsraten-Signal wird über die Laufzeit durch die Spule bei der Gruppengeschwindigkeit $\tau_{\rm L}$ gemittelt. Dies entspricht der minimalen Antwort-Zeit, die bei einer 500 m-Spule etwa 2.5 μ s beträgt. Damit ergibt sich eine Bandbreite von maximal 400 kHz. Allerdings kostet die Signalverarbeitung Zeit, trotzdem sind Update-Raten von mehreren kHz möglich, um auch hochdynamische Bewegungen erfassen zu können.

2.3.2.7 Kennlinie

Die reale Antwortfunktion eines faseroptischen Rotationssensors wird durch die Gleichung

$$\Omega_{\rm M}(\Omega) = \Omega_B + (1 + S + S_{\rm NL}(\Omega)) \Omega + \Omega_{\rm Noise}$$
(2.27)

beschrieben. Darin ist Ω die angelegte Drehrate, Ω_M die gemessene Drehrate, Ω_B der Bias. Der Skalenfaktor wird durch einen konstanten Term S, der unabhängig von der Drehrate ist, und einen nichtlinearen Term $S_{NL}(\Omega)$ beschrieben. Ω_{Noise} ist das Rauschen, das weiter oben betrachtet wurde.

Der Bias Ω_B führt dazu, dass die Kennlinie nicht mehr durch den Ursprung verläuft. Die Skalenfaktor-Abweichung S ändert die Steigung der Kurve. Diese Effekte sind in Abb. 2.6 an der Ausgleichsgeraden zu erkennen. Rauschen wird dabei nicht berücksichtigt. Die Schwankungen der beiden Größen können nur in möglichen Bereichen ausgedrückt werden, meist werden 1σ -Bänder angegeben. Die mögliche Bias-Drift ist am Bereich um null zwischen den gestrichelten Linien zu erkennen. Der nichtlineare Anteil des Skalenfaktors $S_{\rm NL}(\Omega)$ führt zu den gezeigten Abwei-



Abbildung 2.6: Auswirkungen des Skalenfaktor-Fehlers und des Bias und deren Schwankungen. Rauschen ist nicht dargestellt. Die reale Kurve ist nur ein Beispiel und kann bei anderen Umgebungsparametern einen unterschiedlichen Verlauf aufweisen.

chungen von der Ausgleichsgeraden. Der wahrscheinlichste Bereich des Messergebnisses ist durch eine maximale und minimale Steigung charakterisiert.

Anhand der Größen Bias, Skalenfaktor und Rauschen lassen sich die faseroptischen Rotationssensoren in die in der Einleitung definierten Anforderungsbereiche einteilen.

2.3.3 Einfluss der Lichtquelle

Die Lichtquelle hat einen sehr großen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des faseroptischen Rotationssensors. Die Anforderungen, die an sie gestellt werden, betreffen vier Bereiche.

Leistung Das Rauschen skaliert mit der reziproken Wurzel der Lichtleistung, welche am Detektor ankommt, siehe Unterabschnitt 2.3.2.1. Demnach sollte die Leistung möglichst groß sein. Wie das Beispiel zeigte, sollte die Leistung, welche von der Lichtquelle in die Faser eingebracht wird, deutlich größer als 1 mW sein.

- Kohärenz Nur kohärente Fehlersignale können zu Störungen führen, z.B. bei der Rayleigh-Rückstreuung. Diese Fehlerquellen können durch eine geringe Kohärenz der Lichtquelle, d.h. eine kleine Kohärenzlänge, vermieden werden[68]. Da der faseroptische Rotationssensor ohnehin um das Maximum der Kohärenzfunktion herum arbeitet, wird das zu messende Signal nur wenig beeinflusst. Für eine kleine Kohärenzlänge muss das Spektrum eine möglichst große spektrale Breite aufweisen und kontinuierlich sein. Eine sehr gute Lichtquelle besitzt eine spektrale Breite von etwa 10 nm und damit eine Kohärenzlänge von $20 \,\mu$ m.
- Stabilität Der Skalenfaktor des faseroptischen Rotationssensors hängt direkt von der Mittelwellenlänge ab, daher muss diese die entsprechenden Stabilitätskriterien erfüllen, z.B. geringere Abweichung als 5 ppm in einem Temperatur-Bereich von -10 bis +50 °C für den Navigation Grade. Die Mittelwellenlänge ist häufig deutlich von der Temperatur abhängig, wodurch eine Temperatur-Regelung erforderlich wird.
- **Polarisation** Um unnötige Verluste am Polarisator zu vermeiden, ist ein möglichst geringer Grad der Polarisation optimal.

Die vier Bereiche werden in dieser Arbeit noch genauer betrachtet und die Vor- und Nachteile verschiedener Lichtquellen aufgezeigt.

2.3.4 Aufbau

2.3.4.1 Aufbau ohne Freistrahl-Optik

Heutzutage besteht eine sehr gute Verfügbarkeit von faseroptischen Komponenten wie Kopplern (Strahlteiler und -vereiniger), die komplett aus Fasern bestehen, Detektoren und Lichtquellen mit Faseranschlüssen (*Pigtails*) und faserkonfektionierten integriert-optischen Strukturen, so dass es nicht mehr notwendig ist, auf diskrete Optik mit Spiegeln und Linsen zurückzugreifen. Für die experimentellen Aufbauten wurden ausschließlich solche Komponenten verwendet, die durch Spleißen miteinander verbunden wurden.

Vorteilhaft an der Faseroptik ist, dass das Licht räumlich geführt wird, was die

Krümmung der Fasern bis zu einem gewissen Radius ohne nennenswerte Verluste erlaubt, wodurch die geometrischen Ausmaße des Aufbaus reduziert werden.

2.3.4.2 Reziproke Konfiguration

Bei einem interferometrischen Sensor ist es wichtig, dass sich die Wege von Referenzsignal und Messsignal nur um die zu messende Phase unterscheiden. Beim faseroptischen Rotationssensor entspricht das der Phasendifferenz der beiden entgegengesetzt umlaufenden Wellen, da jeder Strahl die Referenz des anderen ist. Dafür müssen die beiden Wege *umgekehrt identisch* sein, was mit *reziprok* bezeichnet wird. Als Beispiel soll der einfache Aufbau aus Abb. 2.2 dienen. Die Wege für den im Uhrzeigersinn und entgegengesetzt umlaufenden Strahl scheinen gleich zu sein: Das Licht wird am Spiegel getrennt, durchläuft die Spule und wird am Spiegel wieder vereinigt. Die restlichen Wege sind gleich. Bei genauerer Betrachtung sind aber Unterschiede festzustellen. Die im Uhrzeigersinn umlaufende Welle wird zweimal am Spiegel reflektiert, und die entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn umlaufende Welle wird zweimal transmittiert. Da Reflexion und Transmission bei einem realen Spiegel nicht identisch sind, kann dadurch eine Phasenverschiebung entstehen, die im Ausgangssignal als Drehrate interpretiert werden muss.

Dasselbe Problem existiert auch, wenn nur Faser-Koppler verwendet werden. Ein Koppler besteht aus zwei Fasern, deren Kerne im Kopplungsbereich nahe zusammengebracht werden, so dass das Feld der Welle überkoppeln kann[69–71]. Daher gibt es hier eine transmittierte Welle und eine übergekoppelte Welle.

Um dieses Problem zu vermeiden, wird ein zweiter Strahlteiler vor dem Spulen-Strahlteiler eingefügt, der das zurückkommende Licht teilweise auf den Detektor umlenkt[30]. In dem Aufbau nur mit Faser wird ein zweiter Koppler eingefügt, siehe Abb. 2.7. Vom Spulenkoppler wird der Eingang auch als Ausgang verwendet, der als reziproker Port bezeichnet wird. Damit wird jede der beiden Wellen im Spulenkoppler einmal übergekoppelt und einmal transmittiert.

Ein weitere Ursache für nicht-reziproke Phasendifferenzen kann die Ausbreitung in verschiedenen Moden in der Faser sein. Multimode-Fasern zeigen Moden-Dispersion, d.h. die Moden haben unterschiedliche Geschwindigkeiten. Das entspricht unterschiedlichen optischen Wegen und damit einer Phasendifferenz.

Zur Reduktion dieses Fehlers wird hier ausschließlich Monomode-Faser (*Single Mode*) verwendet, in der, zumindest idealerweise, nur ein Mode ausbreitungsfähig ist,



Abbildung 2.7: Nutzung des reziproken Ausgangs des Spulenkopplers.

wie in Anhang B kurz erläutert wird. Allerdings werden auch in dieser Faser noch zwei Polarisationsmoden geführt, die in idealer Monomode-Faser entartet sind, in realer jedoch nicht. Als Modenfilter vor der Spule muss dann ein Polarisator zum Einsatz kommen. Aber auch diesen kann doppelt übergekoppeltes Licht passieren, so dass in der Spule *polarisationserhaltende Faser* verwendet wird, die Überkoppeln vermindert.

Genauere Erläuterungen sind in Abschnitt 4.5 zu finden.

2.3.4.3 Verluste

Auch im Idealfall ohne Dämpfung entstehen allein durch den Aufbau des faseroptischen Rotationssensors wie in Abb. 2.7 Verluste an Lichtleistung. Am ersten Koppler geht die Hälfte des Lichts in den nicht genutzten Ausgang. Dieser muss möglichst reflexionslos terminiert werden, um zusätzliches Rauschen auf dem Detektor durch reflektierte Intensität zu vermeiden. Der zweite Koppler erzeugt zumindest im Idealfall keine Verluste durch die Aufspaltung, sehr wohl aber beim Zurücklaufen: Wieder geht eine Hälfte des Lichts in dem offenen Ausgang verloren. Auch im ersten Koppler geht auf dem Rückweg die Hälfte der Leistung verloren, sie wird in die Lichtquelle zurückgeleitet. Meist benötigt diese einen Isolator, um nicht von diesem Licht beeinflusst zu werden, welches in der Intensität moduliert ist. Insgesamt wird damit die Leistung auf 1/8 reduziert. Weiterhin geht bei unpolarisiertem Licht nochmals die Hälfte der Leistung am Polarisator verloren. Im realen Aufbau zeigen alle Komponenten Einfügeverluste und Dämpfung.

Die Summe der Intensitäten des nicht genutzten Ausgangs am Spulenkoppler, unabhängig davon, ob der reziproke oder nicht-reziproke Port verwendet wird, und des anderen ergibt zusammen immer die Summe der Intensität der beiden umlaufenden Strahlen. Wenn an einem der beiden Ausgänge aufgrund der Interferenz die volle Intensität anliegt, ist an dem anderen das Signal null. Dies resultiert aus einer relativen Phasenverschiebung von 180°, die transmittierter und übergekoppelter Strahl im Koppler erfahren.

2.3.5 Modulation

Die geringe Empfindlichkeit bei kleinen Drehraten aufgrund der Cosinus-Antwort-Funktion und Intensitätsschwankungen aufgrund von Änderungen der Umgebungsparameter, hauptsächlich der Temperatur, machen ein Modulationsverfahren notwendig[35].

Wie oben beschrieben, Glg. (2.16), ist die Antwort-Funktion ein angehobener Cosinus. Um maximale Empfindlichkeit bei kleinen Drehraten zu erhalten, muss zusätzlich zur zu messenden Phasendifferenz $\Delta \phi$ eine Phasenverschiebung $\phi_{\rm B}$ zwischen den beiden entgegengesetzt umlaufenden Wellen erzeugt werden. Dann wird die Funktion zu

$$I = I_0 (1 + \cos(\Delta \phi + \phi_{\rm B})).$$
 (2.28)

Die Genauigkeit dieses Phasen-Bias bestimmt auch die Genauigkeit des Sensors, d.h. er muss deutlich stabiler sein als die theoretische Empfindlichkeit, um die Güte nicht negativ zu beeinflussen.

Daher wird ein reziproker Modulator verwendet, der die Phase beider Teilwellen gleich zeitlich moduliert. Da er sich aber am Eingang der Spule befindet, geschieht dies für die interferierenden Strahlen um die Laufzeit $\tau_{\rm L}$ durch die Spule zeitversetzt, weil einer der beiden Strahlen die Spule bereits durchlaufen hat, der andere aber noch nicht. Dies führt zu einer zeitlich variablen Phasendifferenz[35]. Eine Modulation am Phasenmodulator, die zur Zeit t die Phasendifferenz $\phi_{\rm mod}$ zwischen den beiden Wellen, die momentan im IOC sind, erzeugt, liefert die Phasendifferenz

$$\Delta\phi_{\rm mod}(t) = \phi_{\rm mod}(t) - \phi_{\rm mod}(t - \tau_{\rm L}) \tag{2.29}$$

zwischen den interferierenden Wellen und der faseroptische Rotationssensor liefert

die Intensität

$$I(t) = I_0 \left(1 + \cos(\Delta \phi + \Delta \phi_{\text{mod}}(t)) \right).$$
(2.30)

2.3.5.1 Prinzip der Rechteck-Modulation

Die theoretisch einfachste Art der Modulation ist die Rechteck-Modulation. Für jeweils eine Halbperiode der Dauer τ_L , der die *Eigenfrequenz (proper frequency)* der Spule

$$f_{\rm p} = \frac{1}{2\tau_{\rm L}} \tag{2.31}$$

entspricht, wird die Phase $\phi_{\text{mod}} = \pm \phi_{\text{B}}/2$ erzeugt. Somit nimmt der Phasenunterschied nur die Werte $\Delta \phi_{\text{mod}} = \pm \phi_{\text{B}}$ an. Während der zwei Halbperioden sind die Intensitäten

$$I(\Delta\phi, 1. \text{ Halbperiode}) = I_0 \left(1 + \cos(\Delta\phi + \phi_B)\right)$$
(2.32a)

$$I(\Delta\phi, 2. \text{ Halbperiode}) = I_0 \left(1 + \cos(\Delta\phi - \phi_B)\right)$$
(2.32b)

und somit die Differenz zwischen den beiden Intensitäten

$$\Delta I(\Delta \phi) = I_0 \left(\cos(\Delta \phi + \phi_{\rm B}) - \cos(\Delta \phi - \phi_{\rm B}) \right), \qquad (2.33)$$

oder unter Benutzung von trigonometrischen Identitäten[72]

$$\Delta I(\Delta \phi) = 2I_0 \sin(\phi_{\rm B}) \sin(\Delta \phi). \tag{2.34}$$

Demodulieren bei der Eigenfrequenz liefert direkt den Sinus der Sagnac-Phase und somit maximale Empfindlichkeit. Dieses Verfahren entspricht einer *Synchronous Detection*, weil die Detektion des Signals bei der Frequenz eines Referenz-Signals stattfindet, welches in diesem Fall auch zur Erzeugung dient. Das Signal ist für $\phi_{\rm B} = \frac{\pi}{2}$ maximal. Die Phasen $\phi_{\rm mod}$ müssen nicht symmetrisch zu null sein, um dieses Ergebnis zu liefern.

Unerwünschte Signale treten auf, wenn die Modulationsfrequenz nicht genau der Eigenfrequenz oder das Tastverhältnis nicht genau 50% entspricht[11]. Daher ist die Rechteck-Modulation technisch schwieriger als die Sinus-Modulation, siehe nächster Unterabschnitt, zu handhaben. Meist wird die Rechteck-Modulation beim Closed-Loop-Verfahren eingesetzt, siehe Unterabschnitt 2.3.6.

2.3.5.2 **Prinzip der Sinus-Modulation**

Eine weitere Möglichkeit ist die Modulation mit einem Sinus-förmigen Signal. Es wird die Phase des Lichts am Phasenmodulator (co)sinus-förmig moduliert

$$\phi_{\text{mod}}(t) = \phi_{\text{mod},0} \cos(2\pi f_{\text{mod}}t). \tag{2.35}$$

Damit ist die relative Phase am Ausgang der Faserspule

$$\Delta\phi_{\rm mod}(t) = \phi_{\rm mod,0} \cos(2\pi f_{\rm mod}t) - \phi_{\rm mod,0} \cos(2\pi f_{\rm mod}(t-\tau_{\rm L})), \qquad (2.36)$$

bzw. umgeformt[72]

$$\Delta\phi_{\rm mod}\left(t\right) = 2\phi_{\rm mod,0}\sin\left(\pi f_{\rm mod}\tau_{\rm L}\right)\sin\left(2\pi f_{\rm mod}\left(t-\frac{\tau_{\rm L}}{2}\right)\right)$$
$$= 2\phi_{\rm mod,0}\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\sin\left(2\pi f_{\rm mod}t-\frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right).$$
(2.37)

Der Übersichtlichkeit halber wird nun $\phi_{\text{MI}} = 2\phi_{\text{mod},0} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{\text{mod}}}{f_{\text{p}}}\right)$ geschrieben. ϕ_{MI} wird als Modulationsindex bezeichnet. Das Signal wird nach Glg. (2.30) zu

$$I(t) = I_0 \left[1 + \cos\left(\Delta\phi + \phi_{\rm MI}\sin\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right) \right) \right].$$
(2.38)

Umgeformt bedeutet dies

$$I(t) = I_0 \left[1 + \cos(\Delta\phi) \cos\left(\phi_{\rm MI} \sin\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2} \frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\right) - \sin(\Delta\phi) \sin\left(\phi_{\rm MI} \sin\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2} \frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\right) \right].$$
(2.39)

Mit den Fourier-Entwicklungen[72]

$$\cos(x\sin s) = J_0(x) + 2\sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(x)\cos(2ms)$$
 (2.40a)

$$\sin(x\sin s) = 2\sum_{m=1}^{\infty} J_{2m-1}(x)\sin((2m-1)s)$$
(2.40b)

gilt dann

$$I(t) = I_0 \left[1 + \cos(\Delta\phi) \cdot \left\{ J_0(\phi_{\rm MI}) + 2\sum_{m=1}^{\infty} J_{2m}(\phi_{\rm MI}) \cos\left(2m\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\right) \right\} - \sin(\Delta\phi) \cdot \left\{ 2\sum_{m=1}^{\infty} J_{2m-1}(\phi_{\rm MI}) \sin\left((2m-1)\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\right) \right\} \right].$$
(2.41)

Die J_m sind die Bessel-Funktionen erster Gattung *n*-ter Ordnung. Die geraden Harmonischen sind weiter dem Cosinus der zu messenden Phasenverschiebung proportional, während die ungeraden Harmonischen dem Sinus proportional sind. Die *Harmonischen* sind die Oberwellen der Grundfrequenz, hier f_{mod} , wobei die 1. Harmonische der Grundfrequenz entspricht. Das Modulationsschema mit der Erzeugung der 1. Harmonischen bei einer vorhanden Drehrate ist in Abb. 2.8 illustriert.

Die Amplitude der Phase sollte so eingestellt werden, dass die Antwort maximal wird. Bei Demodulation bei der Grundfrequenz muss $J_1(\phi_{\rm MI})$ maximal werden. Das Maximum liegt bei $\phi_{\rm MI}^{\rm opt} \approx 1.85$, der Wert an dieser Stelle ist ≈ 0.58 . Folglich muss der Modulationsindex

$$\phi_{\rm MI} = 2\phi_{\rm mod,0} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right),\tag{2.42}$$

s.o., entsprechend angepasst werden, bei dem die Modulationsfrequenz und der Phasenhub variiert werden können. Zu einer gegebenen Modulationsfrequenz $f_{\rm mod}$ existiert eine Phasenamplitude $\phi_{\rm mod,0}$, so dass der Modulationsindex den Optimalwert annimmt. Andererseits ergibt sich, dass zu einer gegebenen Phasenamplitude das zu messende Signal, die Grundfrequenz, maximal wird, wenn die Modulationsfrequenz einer der *ungeraden* Harmonischen entspricht. Es verschwindet bei den *geraden* Harmonischen. Wenn die Modulation kein reiner Sinus bei $f_{\rm mod}$ mehr ist, folgt aus den anderen Frequenzen ein Anteil in der Demodulation bei der Grundfrequenz auch ohne anliegende Drehrate und somit ein Bias. Dieser Anteil könnte sich mit der Zeit ändern. Er könnte z.B. durch eine nichtlineare Verstärkungskette für das Modulationssignal oder durch Amplitudenmodulation im Phasenmodulator erzeugt werden. Daher ist es sinnvoll, mit einer Modulation bei der Eigenfrequenz, $f_{\rm mod} = f_{\rm p}$, zu arbeiten, da dann höhere, gerade Harmonische, die durch Nichtlinearitäten entstanden sind, herausgefiltert werden[73]. Bei der Eigenfrequenz wird der Modulationsindex zu

$$\phi_{\rm MI} = 2\phi_{\rm mod,0}.\tag{2.43}$$

Die optimale Amplitude der Phasenverschiebung $\phi_{\text{mod},0}$ für $\phi_{\text{MI}} \approx 1.85$ ist bei $f_{\text{mod}} = f_{\text{p}}$ gleich $\phi_{\text{mod},0}^{\text{opt}} = 0.925$.

Das Signal bei der Grundfrequenz $f_{\rm mod}$ ist somit

$$I(f_{\text{mod}}) = -2C_1 I_0 \sin(\phi_S) J_1 \left(2\phi_{\text{mod},0} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_{\text{mod}}}{f_p}\right) \right)$$
(2.44)



Abbildung 2.8: Modulation im faseroptischen Rotationssensor. Oben ist das Signal ohne und unten mit angelegter Rotationsrate gezeigt. Unten links ist jeweils die Phasendifferenz über der Zeit dargestellt. Eine Drehrate hebt die Modulationsphase an. Darüber ist der überstrichene Bereich in der Antwort-Funktion zu sehen, der sich mit Phasendifferenz vom symmetrischen Fall ohne Drehrate verschiebt. Rechts ist jeweils das Ausgangssignal zu sehen. Ohne Drehrate besteht es nur aus der 2. Harmonischen und höheren geraden Harmonischen. Bei Drehung entsteht eine 1. Harmonische im Signal, welche proportional dem Sinus der angelegten Phasendifferenz ist.

bzw., wenn die Modulationsfrequenz gleich der Eigenfrequenz ist,

$$I(f_{\rm p}) = -2C_1 I_0 \sin(\phi_S) J_1(2\phi_{\rm mod,0}).$$
(2.45)

Dabei sind im Übertragungsfaktor C_1 verschiedene Faktoren zusammengeführt, z.B. frequenzabhängige Verstärkung. Die Signale bei den ersten vier Harmonischen sind in Tab. 2.1 aufgeführt. Dabei ist ϕ_{MI} der Modulationsindex wie oben. Es können ver-

Frequenz		Amplitude
DC	$H_0 =$	$C_0 I_0 (1 + \cos(\phi_S) \mathbf{J}_0 (\phi_{\mathrm{MI}}))$
$f_{\rm mod}$	$H_1 =$	$-2C_1I_0\sin(\phi_S)\mathbf{J}_1\left(\phi_{\mathrm{MI}}\right)$
$2f_{\rm mod}$	$H_2 =$	$2C_2I_0\cos(\phi_S)\mathbf{J}_2\left(\phi_{\mathrm{MI}}\right)$
$3f_{\rm mod}$	$H_3 =$	$-2C_3I_0\sin(\phi_S)\mathbf{J}_3\left(\phi_{\mathrm{MI}}\right)$
$4f_{\rm mod}$	$H_4 =$	$2C_4 I_0 \cos(\phi_S) \mathbf{J}_4 \left(\phi_{\mathrm{MI}}\right)$

Tabelle 2.1: Intensitäten der ersten vier Harmonischen bei Modulation und Demodulation mit f_{mod} bzw. f_{p} . Die C_i stellen frequenzabhängige Übertragungsfaktoren dar.

schiedene Auswertungsschemata angewendet werden. Bei allen wird zunächst davon ausgegangen, dass die Amplituden alle demselben Übertragungsfaktor proportional sind, d.h. $C_i = C, i = 0, ..., 4$. Sonst müssen die Gleichungen entsprechend erweitert werden.

1. *Nur die 1. Harmonische -* Die Phasenverschiebung berechnet sich nur aus der 1. Harmonischen nach

$$\Delta \phi = -\arcsin\left(\frac{H_1}{2CI_0 J_1(\phi_{\rm MI})}\right). \tag{2.46}$$

Unsicherheitsfaktoren sind somit die Intensität I_0 , der Übertragungsfaktor und der Modulationsindex ϕ_{MI} . Der Faktor $2CI_0J_1(\phi_{\text{MI}})$ kann durch Kalibration bestimmt werden. Er ist aber Schwankungen durch Änderung der Umgebungsparameter unterworfen.

2. 1. und 2. Harmonische - Es gilt

$$\Delta \phi = -\arctan\left(\frac{H_1 J_2(\phi_{\rm MI})}{H_2 J_1(\phi_{\rm MI})}\right). \tag{2.47}$$

Dadurch wird das Ergebnis unabhängig von der Intensität der Lichtquelle[74].

3. 1. und 2. Harmonische, 4. zur Korrektur - Wie bei Position 2 wird die Drehrate aus der 1. und 2. Harmonischen gewonnen. Zusätzlich wird, um einen konstanten

Skalenfaktor zu erhalten, das Verhältnis

$$\frac{H_2}{H_4} = \frac{J_2(\phi_{\rm MI})}{J_4(\phi_{\rm MI})}$$
(2.48)

konstant gehalten, indem die Amplitude am Phasenmodulator kontrolliert wird[75].

4. Alle 4 Harmonischen - Durch Benutzung der Identität[72]

$$\frac{2m}{x}J_m(x) = J_{m-1}(x) + J_{m+1}(x)$$
(2.49)

für Bessel-Funktionen für m = 2 und m = 3 können durch Multiplikation mit $2CI_0 \sin(\Delta \phi)$ bzw. $2CI_0 \cos(\Delta \phi)$ die Gleichungen

$$H_1 + H_3 = \frac{4H_2}{\phi_{\rm MI}} \tan(\phi_s)$$
 (2.50a)

$$H_2 + H_4 = \frac{6H_3}{\phi_{\rm MI}} \frac{1}{\tan(\phi_s)}$$
(2.50b)

abgeleitet werden. Durcheinander dividiert fällt ϕ_{MI} heraus, und die Phasenverschiebung kann *unabhängig von* ϕ_{MI} *und* CI_0 bestimmt werden:

$$\Delta \phi = \arctan \sqrt{\frac{3}{2} \frac{H_3(H_1 + H_3)}{H_2(H_2 + H_4)}}.$$
(2.51)

Vorteilhaft an der Sinus-Modulation ist die einfache Implementierung, auch in digitaler Weise. Auch diese Art der Signalauswertung entspricht der Synchronous-Detection-Methode. Dieses Verfahren ist sehr gut für Open-Loop-Geräte geeignet, da viel Information über den Zustand des Sensors geliefert wird, und wurde für den experimentellen Aufbau verwendet.

2.3.5.3 Realisierung mit integriert-optischem Modulator

Stand der Technik ist die Verwendung eines integriert-optischen Chips (*Integrated Optics Circuit* - IOC)[11, 76], der mehrere Aufgaben erfüllt. Er dient als Koppler zum Aufteilen und Vereinigen der Wellen, die durch die Spule laufen, als Polarisator und als Phasenmodulator. In Abb. 2.9 ist das Layout zu erkennen. Als Basis dient ein Lithium-Niobat-Substrat (LiNbO₃), in das durch Protonen-Austausch[77] Brechzahlunterschiede eingebracht werden, welche die Wellenleiter definieren. Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu: Der Kopplungsbereich beansprucht den größten Teil des Chips, da der Winkel sehr klein sein muss, um die Verluste klein zu halten. Im Gegensatz zum anderen Verfahren zur Erzeugung der Wellenleiter, der Titan-Eindiffusion, wird beim Protonen-Austauschen nur einer der beiden Polarisationsmoden durch das Material geführt, während der andere in das Substrat gestreut wird. Dadurch wird die Polarisationsextinktion sehr groß, womit der IOC als sehr guter Polarisator dient. Weiterhin ist das Material *elektrooptisch*, d.h. durch Anlegen eines elektrischen Feldes kann der Brechungsindex verändert werden. Dazu dienen die Elektroden, die in Abb. 2.9 zu sehen sind. Es wird eine Spannung über die beiden Wellenleiter angelegt, die entgegengesetzt gleich groß ist, d.h. es wird eine Elektrode gemeinsam genutzt. Dadurch kann die relative Phasendifferenz pro angelegter Spannung erhöht werden. Der IOC wird mit einer elektrischen Spannung von wenigen Volt angesteuert. Ein großer Vorteil gegenüber früher verwendeten Piezo-elektrischen Phasenmodulatoren ist die sehr hohe Bandbreite von einigen GHz. Intensitätsmodulatoren auf derselben Basis werden in der optischen Nachrichtentechnik verwendet.



Abbildung 2.9: Aufbau des faseroptischen Rotationssensors mit integriert-optischem Chip. LRT bezeichnet einen reflexionsarmen Abschluss.

Die Kanten des IOC, an denen die Faser-Pigtails angebracht werden, sind abgeschrägt, um Reflexionen zu vermeiden. Die damit zusammenhängende Problematik wird in Abschnitt 4.7 besprochen.

Die Konfiguration, die den reziproken Ausgang des Spulenkopplers, einen Polarisator und einen Phasenmodulator verwendet, wird als *Minimum Reciprocal Configuration* bezeichnet[11].

2.3.6 Open-Loop- und Closed-Loop-Konfiguration

Bezüglich der Signalauswertung gibt es grundsätzlich zwei Verfahren: Das Open-Loop- und das Closed-Loop-Verfahren. Beim faseroptischen Rotationssensor bedeutet Open-Loop, dass die Rotationsrate eine Phasenverschiebung erzeugt, die interferometrisch gemessen wird. Closed-Loop dagegen bezeichnet das Verfahren, dass durch Erzeugen einer Phase am Phasenmodulator entgegengesetzt der zu messenden Phase die tatsächliche Phase zu null geregelt wird. Das zu messende Signal entspricht dann der negativen zusätzlich angelegten Phase.

2.3.6.1 Closed-Loop-Verfahren

Das Closed-Loop-Verfahren wird bei hochgenauen kommerziellen FOGs verwendet[78]. Als Basis dient die Rechteck-Modulation, welche in Unterabschnitt 2.3.5.1 beschrieben wurde. Eine analoge Implementierung ist möglich[79, 80], durchgesetzt hat sich aber der voll-digitale Ansatz[81], welcher viele Vorteile mit sich bringt.

Der Closed-Loop-Betrieb hat den Vorteil, dass der dynamische Bereich nicht mehr durch die Doppeldeutigkeit der Antwort-Funktion sondern durch die maximal erzeugbare Phase am Phasenmodulator begrenzt ist und dadurch größer wird[82]. Weiterhin ist positiv, dass die Kohärenz der Lichtquelle keine Rolle bzgl. der Auswertung spielt, da immer derselbe Wert der Antwort-Funktion gemessen wird, im Gegensatz zum Open-Loop-Verfahren. Damit hängt zusammen, dass immer dieselbe optische Leistung auf den Detektor fällt, dessen dynamischer Bereich bezüglich der Intensität klein sein darf. Dadurch können auch die analoge und digitale Elektronik spezieller auf die Größe der zu verstärkenden und verarbeitenden Signale angepasst werden. Skalenfaktor-Fehler werden somit reduziert.

Die Implementierung ist komplex und erfordert digitale Signalprozessoren (DSP) oder applikationsspezifische integrierte Schaltkreise (ASIC), jeweils mit Echtzeit-

Fähigkeit in hoher Bandbreite. Die genaue Kontrolle der Übereinstimmung von Modulationsfrequenz und Eigenfrequenz der Spule ist aufwändig.

2.3.6.2 Open-Loop-Verfahren

Das Open-Loop-Verfahren war das erste zur Signal-Aufarbeitung mittels Phasenmodulator verwendete Verfahren[35]. Meist liegt das Modulationsschema der Sinus-Modulation zugrunde. Es wird direkt angewendet: Ein Funktionsgenerator erzeugt eine Sinus-förmige Spannung, welche am Phasenmodulator in eine Phase übersetzt wird. Die Grundfrequenz und ggf. höhere Harmonische werden aus dem Detektor-Signal extrahiert.

Im Gegensatz zum Closed-Loop-Verfahren gibt es keine *kritischen* Parameter wie die Bestimmung der Eigenfrequenz. Es gibt zwar einen optimalen Wert der Parameter Modulationsfrequenz und Phasenamplitude, allerdings ist die Degradierung des Signals in einem einfach einzuhaltenden Bereich vernachlässigbar gering. Die Fixierung des Modulationsindex erfordert nur eine langsame Regelschleife, da dieser keine große Dynamik aufweist.

Es kann auch mit nicht allzu aufwändiger, aber teilweise kostenintensiver Elektronik wie einem Funktionsgenerator und einem Lock-In-Verstärker implementiert werden. Für kommerzielle Sensoren ist das Verfahren nur bedingt geeignet, da stabile analoge Elektronik teuer ist. Wenn ohnehin digitale Verarbeitung, die einen DSP oder ASIC einschließt, vorgenommen wird, ist das Closed-Loop-Verfahren das Mittel der Wahl. Zu Untersuchungszwecken ist allerdings ein digitales Open-Loop-Verfahren geeigneter, da ein nicht echtzeitfähiger PC mit leicht verfügbaren AD- und DA-Wandlern verwendet werden kann. Wenn AD- und DA-Wandler mit derselben Uhr getaktet werden, erübrigt sich ein Lock-In-Verstärker, da die Synchronous Detection direkt ausgeführt werden kann. Diese Methode wurde in den experimentellen Aufbauten verwendet und ist in Abschnitt 3.4.2 detailliert beschrieben.

Die im Allgemeinen verwendeten Lichtquellen besitzen nur eine begrenzte Kohärenz, deren Einfluss beim Open-Loop-Verfahren berücksichtigt werden muss. Eine Analyse befindet sich in Unterabschnitt 4.6.

Kapitel 3

Charakterisierung und Integration der Komponenten

3.1 Geräte und Messverfahren

3.1.1 Automatisierung der Messungen

Das Rauschen der Messwerte und deren Abhängigkeit von der Temperatur erforderte Messaufbauten, die lange, stabile Messungen ermöglichten. Der Angle Random Walk des hier aufgebauten Sensors betrug im Idealfall $0.015^{\circ}/\sqrt{h} = 0.9^{\circ}/h/\sqrt{Hz}$. Um die Rotationsrate mit einem statistischen Fehler kleiner als z.B. 0.1 %, wie für einige Messungen notwendig, festzustellen, musste die Mittelungsdauer je Messwert mindestens 80s betragen. Messungen in Abhängigkeit verschiedener Parameter nahmen somit viele Stunden in Anspruch. Oft wurde eine konstante Temperatur benötigt, um entsprechende Abhängigkeiten auszuschalten. Dies erforderte eine automatische Regelung und Parameter-Einstellung. Die verwendeten Steuergeräte wiesen eine PC-Schnittstelle auf oder waren direkt als PC-Einsteckkarte ausgeführt. Zur Ansteuerung wurde die Programmierungsumgebung LabVIEW eingesetzt. Da die Messungen die Leistung der Rechner voll ausgenutzt haben, wurden mehrere, per Internet-Protokoll TCP kommunizierende PCs verwendet. Auf einem Rechner lief die Drehraten-Erfassung und Lichtquellen-Steuerung, während ein zweiter die Temperatur-Regelung und -Messung übernahm. Die Regelung und die Messung mussten synchronisiert werden, wie weiter unten erläutert wird. Ein Hauptprogramm steuerte sämtliche Geräte, die an verschiedene Rechner angeschlossen waren, an, übernahm die Synchronisation, speicherte und verarbeitete die Daten.

3.1.2 Temperaturstabilisierung

Zur Temperaturkontrolle stand ein Temperaturprüfschrank zur Verfügung. Dieser bot zwar die Möglichkeit, eine konstante Temperatur im Innenraum zu halten, aber zwei Gründe sprachen gegen die Verwendung dieser Funktion: Erstens war die Stabilisierung der Temperatur aufgrund einer deutlichen Abhängigkeit von der Außentemperatur unzureichend. Somit war eine bessere Regelung notwendig. Zweitens erforderte die Temperaturkontrolle, dass die gesamte Zeit der Lüfter und der Kompressor für die Kühlung laufen, was zu starken Vibrationen führte, welche der faseroptische Rotationssensor zum Teil als Drehraten maß. Daher wurde folgendes Schema implementiert: Sobald die gewünschte Temperatur erreicht war, wurde der Temperaturprüfschrank komplett abgeschaltet und eine kurze Messung durchgeführt. An-



Abbildung 3.1: Bereiche der Temperaturmessung. Im Inneren des Prüfschranks ist die zusätzliche Kammer zu erkennen, innerhalb derer sich der Messaufbau befand.

schließend wurde kontrolliert, ob die Temperatur noch innerhalb des gewünschten Intervalls lag. Die einzustellende Temperatur musste deutlich über der Raumtemperatur liegen, da die Kühlung mehr Zeit benötigte als das Erwärmen und zudem der Kompressor verwendet wurde, der einige Zeit nachlief und so die Totzeit verlängerte. Zur weiteren Entkopplung des Prüfguts von der Außentemperatur wurde dieses in einer weiteren Kammer im Inneren des Prüfschranks verstaut, siehe Abb. 3.1, welche den Luftaustausch mit dem äußeren Prüfraum minimierte. Der Temperatursensor des Prüfschranks hatte eine Auflösung von $0.1 \,^{\circ}$ C, die aber ausreichend zur Regelung war, wie der Verlauf der Temperatur am Aufbau (Prüfgut) in Abb. 3.2 verdeutlicht. Die Temperatur im Prüfgut-Raum, gemessen an der Faserspule des Rotationssensors, war in einem Intervall von etwa $0.03 \,^{\circ}$ C konstant. Die Temperaturmessung wurde an mehreren Punkten mit einer Auflösung von etwa $0.01 \,^{\circ}$ C bei einer Mittelung von 10 Messungen mit einer Bandbreite von 1 Hz vorgenommen.



Abbildung 3.2: Beispiel der Temperatur-Stabilisierung anhand einer Messung über 30 Stunden. Der stärker variierende Verlauf der Temperatur außerhalb der zusätzlichen Kammer, aber innerhalb des Prüfraums verdeutlicht die erreichte Verbesserung. Die Temperatur an der Faserspule schwankte weniger als 0.02 °C bei einer Außentemperatur-Variation von mehr als 3 °C.

3.1.3 Charakterisierung von Lichtquellen

Die Spektren der verwendeten und aufgebauten Lichtquellen wurden mit einem optischen Spektrum-Analysator untersucht. Die maximale Auflösung betrug 0.01 nm, welche ausreichend war, um kontinuierliche Spektren aufzulösen. Allerdings reichte sie nicht aus, um die Linienbreite von Laserlinien zu bestimmen, da diese einige Größenordnungen schmaler sind. Die Strom-Versorgung und Temperaturregelung geschah mittels PC-ansteuerbarer Geräte, so dass Messungen mit variierendem Versorgungsstrom und Temperatur automatisiert durchgeführt werden konnten. Die Halbleiter-Lichtquellen beinhalteten einen Thermistor zur Temperatur-Messung und ein Peltier-Element zur Regelung, um die Temperatur und damit die Ausgangsleistung und das Spektrum konstant zu halten.

Für die experimentelle Bestimmung des Grads der Polarisation wurde die Transmission durch einen fasergekoppelten Polarisator bei kompletter Drehung der Eingangsfaser relativ zu einer Monomode-Faser gemessen. Verschiedene Polarisationszustände wurden durch Verändern der Lage der verbindenden Monomode-Fasern eingestellt. Aus dem Verhältnis von minimaler zu maximaler Intensität hinter dem Polarisator ließ sich der Grad der Polarisation berechnen. Der Messfehler ergab sich aus Schwankungen der Intensität während der Messung, z.B. aufgrund von Temperaturänderungen und variierenden Biegeverlusten und wurde zu 10 % des Ergebnisses abgeschätzt.

3.1.4 Optimierung des Spleißens

3.1.4.1 Mechanischer Aufbau der Faser

Eine Faser (*Fibre* oder *Fiber*) ist aus drei Bereichen aufgebaut: Dem Kern (*Core*), dem Mantel(*Cladding*) und einer Umhüllung(*Coating*), siehe Abb. 3.3. Der Mantel besteht bei den verwendeten Fasern aus reinem Quarzglas SiO_2 , während der Kern mit GeO₂ dotiert ist. Die Umhüllung besteht aus einem Acrylat.

Für die verwendete Monomode-Faser mit einer Cut-Off-Wellenlänge von 1250 nm, siehe dazu auch Anhang B, betrug der Durchmesser des Kerns $9 \,\mu\text{m}$, der des Mantels 125 μm und der der Umhüllung 250 μm . Für die Spule wurde polarisationserhaltende (*Polarization Maintaining* - PM) Faser mit dem kleineren Durchmesser des Mantels von 80 μm und der Umhüllung von 175 μm verwendet. Das entspricht dem Stand



Abbildung 3.3: Links: Prinzipieller Aufbau einer Faser im Querschnitt. Rechts: Querschnitt der Faser ohne Umhüllung, aufgenommen mit der CCD-Kamera des Spleißgeräts.

der Technik, da diese aufgrund kleinerer Biegeverluste mit einem kleineren Radius auf eine Spule gewickelt werden kann. Die Erhaltung des Polarisationszustands basiert auf unterschiedlichen Brechzahlen in den beiden Polarisationsrichtungen, die durch zug- und druckerzeugende Bereiche in der Faser um den Kern herum realisiert werden, siehe Abb. 3.4.



Abbildung 3.4: Querschnitt der für die Spule verwendeten polarisationserhaltenden Faser. Die Art der Faser wird aufgrund ihres Querschnitts als *Bow-Tie*-Faser bezeichnet.

3.1.4.2 Spleißgerät

Die faseroptischen Komponenten wurden direkt durch Spleißen der Fasern verbunden. Das verwendete Spleißgerät ermöglichte die Entfernung der Umhüllung (der Vorgang wird mit *Stripping* bezeichnet), das gerade Brechen der Faser (*Cleaving*), das Spleißen (*Splicing*) und das Anbringen eines neuen Acrylat-Schutzes (*Recoating*).

- **Stripping** Die erwärmte Faser wird durch zwei leicht versetzte Schneiden gezogen, deren Abstand etwa dem Durchmesser des Mantels entspricht, wobei die Umhüllung abgezogen wird.
- **Cleaving** Die Faser wird auf Spannung gehalten und von einem Exzenter-Rad leicht angeritzt, wodurch sie an dieser Stelle senkrecht reißt.
- Splicing Die Fasern müssen sehr genau zueinander ausgerichtet werden. In dem verwendeten Spleißgerät werden die beiden zu spleißenden Fasern von in drei Dimensionen verschiebbaren Halteblöcken gehalten. Mit einer CCD-Kamera werden die beiden Faserenden aus zwei zueinander senkrechten Blickwinkeln beobachtet und sukzessive in zwei Richtungen am Mantel-Rand ausgerichtet. Wenn die vorgegebene Ausrichtungsgenauigkeit erreicht ist, werden die Enden nahe zusammengebracht, über eine Glühwendel gefahren und erhitzt.Während der Erhitzung werden die Fasern leicht zusammengeschoben und verschmelzen. Eine optische Kontrolle des Kernversatzes schätzt die zu erwartende Dämpfung des Spleißes.
- **Recoating** Die Faser wird dünn mit einem flüssigen Acrylat umgeben, das in UV-Licht ausgehärtet wird.

3.1.4.3 Spleiße

Die Parameter für das Spleißen sind speziell für jede Art von Faser einzustellen. Die wichtigsten Größen sind die Spleiß-Temperatur und -Dauer. Lange Messreihen waren zur Bestimmung erforderlich, gerade auch für die Verbindungen von zwei unterschiedlichen Fasern. Abb. 3.5 zeigt einige Aufnahmen der CCD-Kamera des Spleißgeräts, die die Problematik erläutern sollen. Diese Bilder zeigen:

1. Ausgerichtete Fasern. Zu sehen ist nur noch der gestrippte und gecleavte Teil, d.h. der Kern und das Mantel. Der Kern ist aufgrund von Brechung vergrößert zu sehen. Der Mantel-Durchmesser betrug $125 \,\mu m$.



Abbildung 3.5: Aufnahmen der CCD-Kamera des Spleißgeräts. Erläuterung im Text.

- 2. Sehr guter Spleiß. Im Übergangsbereich ist keine Naht und kein Versatz zu sehen. Die Dämpfung war kleiner als 0.02 dB.
- 3. Schlechter Spleiß. Die Fasern wurden zu kalt zusammengeschoben und wichen einander aus, wie in dem markierten Bereich zu sehen ist.
- 4. Schlechter Spleiß. Die Temperatur war so groß, dass die Faser zu stark geschmolzen wurde.

3.2 Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle

Eine Lichtquelle, die potenziell die Anforderungen für den Einsatz in einem faseroptischen Rotationssensor erfüllt, ist eine Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle (*Erbium Doped Fiber Source - EDFS*). Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine EDFS modelliert, aufgebaut und als Lichtquelle im faseroptischen Rotationssensor verwendet.

3.2.1 Grundlagen

Eine EDFS ist eine Lichtquelle, die aufgrund von verstärkter spontaner Emission (*Amplified Spontaneous Emission* - ASE) in der Erbium-dotierten Faser spektral breites Licht mit großer Leistung produziert[83]. Die Emission des Signals findet breitbandig um 1530 nm statt. Die Anregung (*Pumpen*) geschieht durch Licht mit einer Wellenlänge um 980 nm, das mittels einer Halbleiter-Laserdiode erzeugt wird.

Die physikalischen Vorgänge werden anhand des in Abb. 3.6 dargestellten Termschemas von Erbium in einer Glasmatrix erläutert[84]. Ausgangspunkt ist ein Erbium-Ion im Grundzustand ${}^{4}I_{\frac{15}{2}}$. Durch *induzierte Absorption* eines Pump-Photons mit der Energie $h\nu_{\rm P}$, die der Differenz der Energie des Pumpniveaus und des Grundzustands entspricht, geht das Ion in das Pumpniveau ${}^{4}I_{\frac{11}{2}}$ über. Von diesem Zustand, der nur eine kurze Lebensdauer von $7\,\mu s$ besitzt, geht das Ion strahlungslos in das obere Laserniveau ${}^{4}I_{\frac{13}{2}}$ über. Die Energie wird dabei an das umgebene Glas abgegeben. Dieser Zustand besitzt eine große Lebensdauer von $10 \,\mathrm{ms}$ und wird als *metastabil* bezeichnet. Es gibt zwei Möglichkeiten des Übergangs in den Grundzustand: spontane und stimulierte Emission. Die spontane Emission findet immer statt. Mit der der Lebensdauer entsprechenden Wahrscheinlichkeit emittiert das Ion ein Photon mit der Signal-Energie und nimmt wieder den Grundzustand ein. Die Richtung dieses Photons ist zufällig. Nur ein gewisser Anteil wird in der Faser geführt, wobei die beiden Richtungen gleich wahrscheinlich sind. Auch die Energie ist nicht genau festgelegt. Durch den Stark-Effekt sind die Zustände aufgespalten, so dass eine breite Emission möglich ist. Induzierte Emission findet statt, wenn ein bereits vorhandenes Photon auf ein angeregtes Ion im oberen Laserzustand einwirkt. Beim Übergang in den Grundzustand wird ein weiteres Photon kohärent zum ersten mit gleicher Phase und Richtung emittiert.

Dies führt zur verstärkten spontanen Emission: In der Faser entstehen durch sponta-



Abbildung 3.6: Termschema eines Er³⁺-Ions in Glas

ne Emission Signal-Photonen, die durch stimulierte Emission verstärkt werden. Damit die Verstärkung möglich ist, muss die *Besetzungsinversion* erreicht werden, d.h. mehr Ionen müssen sich im angeregten Zustand als im Grundzustand befinden. Ansonsten werden mehr Signal-Photonen absorbiert als emittiert. Der spektrale Verlauf ergibt sich aus den Wirkungsquerschnitten für Absorption und Emission.

In Erbium-dotierten Faser-Verstärkern (*Erbium Doped Fiber Amplifier* - EDFA) ist die ASE ein Effekt, der das Rauschen erhöht, und ist somit unerwünscht. Dort sollen nur die ankommenden Signal-Photonen durch induzierte Emission verstärkt werden. Wenn die Endflächen der Faser verspiegelt sind, handelt es sich um einen Faser-Laser[85]. Dann werden sich nur wenige Frequenzen innerhalb der Verstärkungsbandbreite ausbilden.

Hier war aber ausdrücklich das breite Spektrum der spontanen Emission gefragt, so dass möglichst geringe Reflexionen in die Erbium-Faser zurück stattfinden sollten.

3.2.1.1 Pump-Wellenlänge

Wie aus dem Termschema ersichtlich ist, könnten auch andere Pump-Wellenlängen als 980 nm verwendet werden. Allerdings findet bei allen kleineren Wellenlängen Absorption aus dem oberen Laserniveau statt (*Excited State Absorption* - ESA), bei der ein Pumpphoton für die Signalverstärkung verloren geht. Bei 980 nm kann nur Pump-ESA stattfinden, d.h. ESA vom Pumpniveau. Da dieser Zustand aber aufgrund der kleinen Lebensdauer nur wenig besetzt ist, ist die Wahrscheinlichkeit gering. Pump-ESA führt zu einer Emission im sichtbaren Bereich bei 545 nm, so dass die Faser bei starkem Pumpen grün leuchtet. Eine Alternative ist das Pumpen bei 1480 nm. Bei dieser Wellenlänge sind aber keine leistungsstarken Pump-Laserdioden verfügbar[83], so dass hier die Pump-Wellenlänge von 980 nm verwendet wurde.

3.2.1.2 Konfigurationen

Die Lichtquelle kann in verschiedenen Konfigurationen ausgeführt werden. Aufgrund der größten Stabilität des Ausgangssignals wurde hier die Untersuchung auf die Single-Pass-Backward- und die Single-Pass-Forward-Konfiguration beschränkt[86], siehe Abb. 3.7. Zur Trennung und Vereinigung des Pumplichts bei 980 nm und des Signallichts bei 1530 nm in zwei verschiedene Fasern wurde ein Wellenlängen-selektiver Koppler (*Wavelength Division Multiplexer* - WDM) verwendet. Vorteilhaft gegenüber einem normalen Koppler ist, dass das gesamte Pumplicht in der Erbium-Faser und das gesamte Signal am Backward-Ausgang zur Verfügung steht. Im Idealfall wird keine Leistung in den offenen Ausgang eingekoppelt.



Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau einer EDFS. Am Forward- oder Backward-Ausgang folgt der faseroptische Rotationssensor.

3.2.1.3 Modellierung

Die Modellierung orientierte sich an der in [87] durchgeführten Vorgehensweise und ist in Anhang C ausführlicher gezeigt. Die Modellierung ermöglichte, die optimale Konfiguration der Parameter wie der Erbium-Faserlänge für die hier verwendete Erbium-Faser zu erhalten. Weiterhin konnte durch einen Vergleich von Simulation und Experiment auf eventuelle Problemstellen im Aufbau wie z.B. Reflexionen geschlossen werden. Einige Parameter in der Modellierung waren nur ungenau bekannt, z.B. die effektive Fläche der Pump- und Signalwelle. Diese unbekannten Größen wurden an das Experiment angepasst.

Zur Lösung der nichtlinearen, gekoppelten Differentialgleichungen wurde ein Programm zur numerischen Simulation entwickelt, das in C implementiert wurde. Es fand die numerische Bibliothek der *Numerical Algorithms Group*[88] Anwendung, die fertige Routinen zur Lösung der Differentialgleichung bereitstellt.

3.2.2 Experimenteller Aufbau

Aufgebaut wurde die Lichtquelle im Prinzip wie in Abb. 3.7 dargestellt. Das jeweils offene Ende, d.h. bei Messung des Backward-Signals der Forward-Ausgang, wurde mittels eines *Low Reflection Terminators* (LRT) abgeschlossen. Jegliche Reflexionen mussten vermieden werden. Daher wurde am Ausgang ein Isolator verwendet. Weiterhin wurden die Spleiß-Prozesse auf minimale Reflexionen optimiert. Kritisch waren dabei besonders die Spleiße zwischen verschiedenen Fasern, wie der Erbium-Faser und der Faser des WDM, da diese Fasern einen unterschiedlichen Kerndurchmesser aufwiesen.

Die Spektren wurden mittels des optischen Spektrum-Analysators aufgenommen. Leistungen wurden direkt mit einer Photodiode gemessen. Die wesentlichen spektralen Größen waren die in Unterabschnitt 4.1.2.1 definierten Größen Mittelwellenlänge und spektrale Breite, wobei sich die Mittelwellenlänge möglichst wenig mit den Parametern ändern sollte und die spektrale Breite für eine geringe Kohärenz möglichst groß sein sollte.

Als Pump-Laserdiode wurde eine InGaAs/GaAlAs-Multi-Quantum-Well-Laserdiode eingesetzt, die bei einem Versorgungsstrom von 300 mA etwa 100 mW Leistung bei 977 nm lieferte. Zur Stabilisierung der Wellenlänge befand sich im Pigtail ein *Fiber Bragg Grating* (FBG), welches als externer Reflektor wirkte. Die Diode wurde temperaturstabilisiert betrieben.

Die Fasern des WDM und die Erbium-Faser sind Monomode-Fasern sowohl bei 1550 nm als auch bei 980 nm.

Die Wellenlänge der Pump-Laserdiode und die Eigenschaften der Erbium-Faser waren festgelegt. Die veränderlichen Parameter waren die Pump-Leistung und die Länge der Erbium-Faser.

3.2.3 Ergebnisse

Im Folgenden werden die experimentellen Ergebnisse diskutiert und mit den durch die Simulation erhaltenen Abhängigkeiten verglichen.

Für eine feste Pump-Leistung von 100 mW und eine Länge der Erbium-Faser von 14.8 m ergab sich am Backward-Ausgang das in Abb. 3.8 dargestellte Spektrum. Es ist ein typisches Beispiel für ASE-Licht einer EDFS: Ein breiter Peak bei 1531 nm und zwischen 1540 nm und 1560 nm eine zweite "Schulter". Die spektrale Leistungsdichte im Maximum ist einen Faktor 5 größer als in der Schulter. Ähnlich verlaufen



Abbildung 3.8: Spektrale Leistungsdichte der EDFS im Backward-Ausgang.

auch die Wirkungsquerschnitte, die im Anhang C in Abb. C.1 für die verwendete Faser dargestellt sind. Eine Veränderung der Parameter beeinflusste hauptsächlich die relative Höhe des Teils bei größeren Wellenlängen. Experiment und Simulation stimmen im Peak gut überein, nur in der rechten Schulter unterscheiden sich die Werte. Dies ist auf zu ungenau bekannte Verläufe der Wirkungsquerschnitte zurückzuführen. Die Mittelwellenlänge betrug 1534 nm und die Leistung 16 mW. Im Forward-Ausgang war bei dieser großen Länge der Faser kein Signal mehr vorhanden, siehe auch Abb. 3.10. In Abb. 3.9 ist das Forward-Spektrum einer 5.7 m langen Faser abgebildet. Im Ausschnitt sind die beim Forward-Signal typischen Ripples zu erkennen, die aus Reflexionen zurück in die Erbium-Faser resultieren. Dieser Effekt verschiebt die Leistung mehr zu den Wellenlängen mit der ohnehin schon größeren spektralen Leistungsdichte, so dass die spektrale Breite reduziert wird.



Abbildung 3.9: Spektrale Leistungsdichte der EDFS im Forward-Ausgang.

Für kurze Faserlängen wird in der gesamten Faser Besetzungsinversion erreicht, so dass mit zunehmender Länge in Forward- und Backward-Richtung mehr Photonen verstärkt werden können, was sich in der anfangs nahezu linear mit der Länge ansteigenden Leistung ausdrückt, siehe Abb. 3.10. Für Faserlängen größer als 5.5 m überwiegt aber weiter Richtung Forward-Ausgang die Absorption von Signal-Photonen, da mehr Ionen im Grundzustand sind. Die Backward-Leistung wird dagegen mit zunehmender Faserlänge größer, weil die Photonen der spontanen Emission vom Forward-Ausgang in Backward-Richtung angeregte Ionen über eine größere Strecke sehen. Durch diesen Effekt wird die Forward-Leistung weiter reduziert. Ab einer Länge von etwa 15 m tritt ein Sättigungseffekt ein. Weit entfernt vom Backward-Ausgang ist dann weder Pump- noch Signal-Leistung vorhanden. Aufgrund des ge-



Abbildung 3.10: Leistung im Backward- und Forward-Ausgang in Abhängigkeit der Länge der Erbium-Faser. Die Pump-Leistung betrug 100 mW.

genüber Reflexionen empfindlicheren Forward-Signals und der potentiell größeren Leistung wird nur noch das Backward-Signal betrachtet.

Mit zunehmender Länge der Faser wird die rechte Schulter im Spektrum stärker ausgeprägt. Das schlägt sich sowohl in der zu größeren Werten wandernden Mittelwellenlänge als auch in der größer werdenden spektralen Breite nieder, siehe Abb. 3.11. Für größere Längen sind die durch die Modellierung erhaltenen Werte durchweg zu groß, die Tendenzen werden aber richtig wiedergegeben.

Die Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge ergibt sich hauptsächlich aus der der Pump-Laserdiode und der Längenänderung der Erbium-Faser. Die Eigenschaften des Erbiums in der Faser sind weitestgehend unabhängig von der Temperatur[84].



Abbildung 3.11: Variation der Mittelwellenlänge und spektralen Breite über der Länge der Erbium-Faser für das Backward-Signal.

Die Abhängigkeit der Mittelwellenlänge von der Wellenlänge der Pump-Laserdiode liegt bei der Wellenlänge der verwendeten Lichtquelle nah am Minimum. Weiterhin wurde die Laserdiode temperaturstabilisiert betrieben, so dass die verbleibenden Variationen gering ausfielen. Zumindest für größere Faserlängen ist die Abhängigkeit von der Faserlänge und damit über die Längenausdehnung von der Temperatur nur gering. Insgesamt bleibt damit die berechnete Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge kleiner als 1 ppm/°C. Tatsächlich ergab auch eine lineare Interpolation der Messung einen Wert von 0.9 ppm/°C. Die Werte streuten etwas um die Ausgleichsgerade, siehe Abb. 3.12. Aufwändigere Aufbauten und Konfigurationen haben eine noch deutlich geringere Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge und größere spektrale Breiten gezeigt[89–91]. Für die hier vorgesehenen Zwecke



Abbildung 3.12: Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge.

reichte die EDFS wie beschrieben aus.

Die Vorgänge in der Faser sind prinzipiell vollständig rotationssymmetrisch. Die Information über die ursprüngliche Polarisation eines Pump-Photons ist ab dem Moment der Absorption verloren. Die spontane Emission geschieht gleichverteilt über alle Polarisationszustände. Dadurch ergibt sich als großer Vorteil einer EDFS, dass das Licht unpolarisiert ist. Experimentell lag der Grad der Polarisation unterhalb der Messgrenze von ca. 0.5 %.

3.2.4 Einsatz als EDFA

Der Aufbau der EDFS eignet sich auch als Licht-Verstärker, d.h. als EDFA, wenn einer der Ausgänge als Eingang für das Signal verwendet wird. Dann findet in der Faser hauptsächlich induzierte Emission statt. Um in der gesamten Faser Besetzungsinversion zu erreichen, muss deren Länge entsprechend kurz sein.

Für die Experimente zu den nichtlinearen Effekten wurde der Aufbau als EDFA eingesetzt. Am Forward-Ausgang wurde das Licht der unten beschriebenen Multimode-Laserdiode angelegt, um es zu verstärken. Vorteilhaft war, dass ohne Signal, d.h. bei ausgeschalteter Laserdiode, derselbe Aufbau als EDFS verwendet werden konnte. Somit konnte das FOG ohne Änderungen am Aufbau sowohl mit der Multimode-Laserdiode als auch mit der EDFS betrieben werden.

Dieser EDFA eignete sich nicht zur Verstärkung der Superlumineszenz-Diode, da der Überlapp zwischen deren Spektrum und dem Verstärkungsspektrum zu klein war.

3.2.5 Fazit

Die durch eine Halbleiter-Laserdiode gepumpte Erbium-dotierte Faser stellt eine spektral breite Lichtquelle mit hoher Ausgangsleistung dar, die die Anforderungen für einen Einsatz im faseroptischen Rotationssensor weitgehend erfüllt. Alle Tendenzen der Simulationen konnten durch die Experimente bestätigt werden. Experimentell hat sich die Backward-Konfiguration als stabiler erwiesen.

Die erreichte spektrale Breite betrug bis zu 7 nm bei einer Leistung von 16 mW in der Monomode-Faser. Die Mittelwellenlänge von 1534 nm änderte sich weniger als $1 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$ mit der Temperatur.

3.3 Spektrale Eigenschaften der verwendeten Lichtquellen

In diesem Abschnitt werden die spektralen Charakteristika der verwendeten Lichtquellen beschrieben. Die theoretischen Grundlagen werden zum Teil erst in Kap. 4 erläutert, in dem auch auf die Kohärenzeigenschaften der hier vorgestellten Lichtquellen eingegangen wird.

3.3.1 Superlumineszenz-Diode

Eine Superlumineszenz-Diode (*Superluminescent Diode* - SLD) bietet im faseroptischen Rotationssensor gegenüber Laserdioden (*Laser Diode* - LD) den Vorteil der geringen Kohärenz bei gleichzeitig gut in die Faser einkoppelbarer Leistung und gegenüber Leuchtdioden (*Light Emitting Diode* - LED) deutlich mehr optische Leistung[92]. Als Funktionsprinzip liegt ebenso wie bei der EDFS die verstärkte spontane Emission ASE zugrunde[93]. Die Diode ist wie eine Halbleiter-Laserdiode auf-
gebaut, nur sind die Endflächen nicht reflexiv. In dem Chip entstehen durch spontane Emission Photonen, die bei einem Durchlauf bis zur Endfläche durch stimulierte Emission verstärkt werden. Die Breite des Spektrums ergibt sich aus dem Überlapp der Übergangswahrscheinlichkeit der spontanen Emission mit der Verstärkungsbandbreite.

Die verwendete SLD, wie auch die anderen Halbleiter-Dioden, bestanden aus einem InGaAsP/InP-Halbleiter, welcher bei einer Mittelwellenlänge von 1545 nm emittiert[94]. Das Spektrum ist in Abb. 3.13 dargestellt. Die spektrale Breite betrug etwa 17.5 nm. Um die maximale Lichtleistung in der Faser von $1.3 \,\mathrm{mW}$ zu erzeugen, wurde ein Pumpstrom von 180 mA benötigt. In der Abbildung ist der Bereich des Maximums vergrößert dargestellt, in dem die Ripples zu sehen sind, welche weniger als 2 % bzw. 0.1 dB betrugen. Die Periode der Ripples betrug etwa 0.6 nm. Das Spektrum wies noch eine feinere Struktur mit einer Periode von 0.01 nm auf. Diese Größen haben Einfluss auf die Kohärenzeigenschaften, wie später zu sehen sein wird.



Abbildung 3.13: Spektrum der Superlumineszenz-Diode und vergrößerter Ausschnitt des Maximums. Deutlich sind die Ripples zu erkennen. Der zweite Ausschnitt ist eine weitere Vergrößerung, die zeigt, dass das Spektrum eine noch feinere Struktur besitzt.



Abbildung 3.14: Verlauf der Mittelwellenlänge und der Ausgangsleistung der SLD über der Temperatur. Die durchgezogenen Linien sind Regressionsgeraden.

Ein großer Nachteil der SLDs für FOGs ist die große Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge. Die Messung für die verwendete SLD ist in Abb. 3.14 dargestellt. Dazu wurde bei normaler Umgebungstemperatur die Temperatur des Kontrollelements verändert. Die Variation der Mittelwellenlänge, welche näherungsweise linear über der Temperatur war, betrug $350 \text{ ppm}/^{\circ}$ C, bezogen auf die Mittelwellenlänge bei $20 \,^{\circ}$ C. Um die Mittelwellenlänge auf weniger als 5 ppm zu stabilisieren, müssten die Temperaturschwankungen der SLD kleiner als $1/70 \,^{\circ}$ C sein.

Diese Stabilität der Temperatur wird nicht erreicht, wie die Änderung der Mittelwellenlänge der temperaturstabilisierten SLD über der Umgebungstemperatur zeigt. Das Ergebnis ist Abb. 3.15 dargestellt. Trotz der Regelung betrug der Temperaturkoeffizient immer noch 11.1 ppm/°C, was auf eine in etwa lineare Änderung am Chip von 1.3 °C über die 40 °C Umgebungstemperatur-Änderung schließen lässt. Ursache ist ein grundsätzliches Problem der Halbleiter-Quellen. Die Regelung ist zwar wesentlich genauer, aber die Temperatur am Thermistor entspricht nicht der am Chip.

Auch die Ausgangsleistung ist stark temperaturabhängig, wie ebenfalls in Abb. 3.14 zu sehen ist. Die Leistung variiert mit $7 \%/^{\circ}$ C. Die bei einer temperaturstabilisierten SLD geringe Leistungsänderung spielt im FOG keine Rolle. Gleiches gilt für die



Abbildung 3.15: Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge der temperaturgeregelten SLD.

Variation der spektralen Breite von $0.6 \%/^{\circ}$ C.

Die SLD reagiert äußerst empfindlich auf in die Lichtquelle zurückgekoppeltes Licht, was bei einem FOG prinzipbedingt in hohem Maße vorkommt: Das gleiche Licht, welches auf den Detektor fällt, kommt auch an der Lichtquelle an. Daher wird ein Isolator benötigt, der das Licht nur in einer Richtung, von der Lichtquelle weg, passieren lässt[95]. Ohne Isolator wird die Lichtquelle instabil, und die Rückkopplung kann zu einer Intensitätsmodulation führen.

Für die SLD hat sich ein Grad der Polarisation von $45\,\%$ ergeben.

SLDs sind in Tactical Grade FOGs aufgrund ihrer ausreichenden Leistung und der großen spektralen Breite die Lichtquelle der Wahl. Für hochgenaue FOGs, d.h. den Navigation Grade, ist die SLD als Lichtquelle aufgrund der großen Temperaturabhängigkeit der Mittelwellenlänge auch im temperaturstabilisierten Betrieb nicht geeignet.

3.3.2 Multimode-Laserdiode

Bei der Multimode-Laserdiode sind im Gegensatz zur SLD die Endflächen des Halbleiters verspiegelt, so dass eine Fabry-Perot-Kavität entsteht, die eine Laser-Schwingung ermöglicht[96,97]. Mögliche Frequenzen sind durch die Kavität vorgegeben: Es muss immer eine ganzzahlige Anzahl von Wellenlängen der optischen Länge der Kavität entsprechen. Allerdings liegen bei typischen Laserdioden mehrere mögliche Linien innerhalb der Verstärkungsbandbreite, was zu der Bezeichnung Multimode-Laserdiode führt. Die Breite der einzelnen Linien wird durch die Güte der Kavität bestimmt. Das Spektrum der verwendeten Fabry-Perot-Laserdiode (FP-LD) ist in Abb. 3.16 dargestellt. Die Auflösung des optischen Spektrum-Analysators hat nicht ausgereicht, die reale Linienbreite der Laserlinien wiederzugeben. Es wurde nur die Auflösung des OSA gemessen. Im Spektrum befanden sich viele Linien, von denen aber nur 8 eine nennenswerte Leistung, größer als 5% des Maximums, besaßen. Die Verteilung der Leistung auf die Linien und deren Wellenlänge hat sich als von der Temperatur abhängig gezeigt. Aufgrund der dispersiven Kavität sind die Frequenzen nicht äquidistant. Die Gesamtleistung betrug 1.5 mW.



Abbildung 3.16: Spektrum der Fabry-Perot-Laserdiode in logarithmischem Maßstab.

Zur Erzeugung wurde ein Pumpstrom von 52 mA benötigt. Die Linienbreite betrug nach Hersteller-Spezifikation etwa 25 - 250 MHz. Zum Vergleich: Dies entspricht 4×10^{-5} bis $4 \times 10^{-4} \text{ nm}$. Integral betrachtet wanderte die Mittelwellenlänge nur etwa

 $20 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$. Auch diese Diode benötigte einen Isolator, um von den Vorgängen im faseroptischen Rotationssensor entkoppelt zu sein. Der Grad der Polarisation betrug mindestens 95 %.

Fabry-Perot-Laserdioden sind günstiger in der Beschaffung, da es einfacher ist, die Endflächen des Chips definiert zu verspiegeln, als für eine SLD die Reflexionen zu beseitigen. Aufgrund der großen Kohärenz eignen sie sich nicht für den Einsatz in hochgenauen faseroptischen Rotationssensoren.

Für die Experimente zu den nichtlinearen Effekten wurde die FP-LD mit dem EDFA eingesetzt. Bei weitestgehend unverändertem Spektrum konnte eine Leistung von mehr als $10 \,\mathrm{mW}$ erreicht werden. Erst $50 \,\mathrm{dB}$ unterhalb der Leistung der Peaks war ein Unterschied zwischen verstärktem und unverstärktem Spektrum auszumachen.

3.3.3 Monomode-Laserdiode

Stand der Technik in der optischen Kommunikation ist die Verwendung von Distributed Feedback Strained Layer Multiple Quantum Well (DFB-SLMQW)[98,99] -



Abbildung 3.17: Spektrale Leistungsdichte der DFB-LD.

Laserdioden, abgekürzt DFB-LD. Hier bedeutet Monomode, dass das Spektrum aus nur einer Linie besteht. Diese Laserdioden weisen eine sehr geringe Linienbreite, bei der vorliegenden Diode 2.5 MHz, und eine große Ausgangsleistung auf, hier 10 mW bei einem Versorgungsstrom von 80 mA. Das Spektrum ist in Abb. 3.17 dargestellt, wobei die Linienbreite der Auflösung des OSA entspricht. Eine wichtige Spezifikation ist das *Side Mode Suppression Ratio* (SMSR), welches angibt, wie stark die nächsten Moden um die Hauptlinie unterdrückt sind. Wie auch in der Abbildung zu erkennen ist, betrug das SMSR bei der verwendeten DFB-LD mehr als 50 dB. Das Licht ist fast vollständig linear polarisiert: Bei einer Drehung des Polarisators ergab sich im Minimum eine nahezu komplette Dämpfung des Lichts. Lichtquellen wie diese Laserdiode werden nicht für faseroptische Rotationssensoren verwendet, da die sehr große Kohärenz Ursache für viele Fehlerterme ist.

3.3.4 Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle

Die EDFS wurde in der Backward-Konfiguration mit einer Erbium-Faserlänge von 14.8 m und einer Pump-Leistung von 100 mW eingesetzt. Die spektrale Leistungs-



Abbildung 3.18: Spektrum der EDFS in der verwendeten Konfiguration.

dichte ist nochmals in Abb. 3.18 dargestellt. Zusätzlich ist ein Ausschnitt um das Maximum vergrößert. Es sind nur minimale Ripples zu erkennen. Die Ausgangsleistung betrug 16 mW, die spektrale Breite 7 nm. Der Grad der Polarisation wurde zu etwa 1 % bestimmt, was ein sehr geringer Wert ist. Dies hat den Vorteil, dass bei Verwendung einer EDFS im faseroptischen Rotationssensor kein Lyot-Depolarisator notwendig ist, wie in Unterabschnitt 4.7.1 erläutert wird.

3.4 Integration des faseroptischen Rotationssensors

Die Konfiguration des aufgebauten faseroptischen Rotationssensors, die in Abb. 3.19 dargestellt ist, entspricht der *Minimum Reciprocal Configuration* in der Realisierung mit IOC.



Abbildung 3.19: Schematischer Aufbau des faseroptischen Rotationssensors.

3.4.1 Optischer Teil

Als Lichtquellen wurden die vorgestellten Halbleiter-Dioden und die Erbiumdotierte Faser-Lichtquelle eingesetzt.

Die Spule bestand aus polarisationserhaltender Faser, ansonsten wurden Monomode-Fasern eingesetzt. Auch der Koppler bestand ausschließlich aus Monomode-Faser. Der offene Ausgang wird mit einem Terminator mit Reflexionsdämpfung größer als $60 \,\mathrm{dB}$ abgeschlossen.

Die gesamte optische Dämpfung betrug etwa 22 dB.

3.4.1.1 Isolator

Um eine Rückkopplung des Lichts, welches aus der Spule zurückkommt und nach der Interferenz in der Intensität moduliert ist, in die Lichtquelle zu vermeiden, wurde direkt hinter dieser ein fasergekoppelter Isolator eingefügt. Diese optische Komponente lässt das Licht in einer Richtung nahezu ungedämpft passieren, während die andere Richtung stark gedämpft wird, beim verwendeten Isolator um -50 dB. Dazu wird der nichtreziproke Faraday-Effekt ausgenutzt, bei dem die Polarisationsrichtung des Lichts in einem Magnetfeld gedreht wird[100].

3.4.1.2 IOC

Der integriert-optische Chip ist eine Anfertigung der Universität Jena. Der Eingang bestand aus 125 μ m-Faser, während die Ausgänge als 80 μ m-Faser ausgelegt waren. Alle Pigtails waren polarisationserhaltend. Der Spleiß am Eingang, an dem ein Übergang von Monomode- zu polarisationserhaltender Faser stattfand, wurde zur Polarisationskontrolle genutzt: Da die Polarisation des Lichts in der kurzen Monomode-Faser weitgehend unbeeinflusst von einer Drehung blieb[101], konnte die polarisationserhaltende Faser relativ zur Polarisation des Lichts gedreht werden. So wurde die Hauptachse der Polarisationsellipse des ankommenden Lichts zum Polarisator ausgerichtet. Die Vorder- und Rückseite des IOC-Substrats sind abgeschrägt, um Reflexionen zu minimieren. Der Winkel betrug 6.6° im Substrat. Da sich die Brechzahlen vom LiNbO₃ des IOC und vom Quarzglas der Faser unterscheiden, muss die Faser laut dem Brechungsgesetz von Snellius im Winkel von 10° abgeschrägt sein, um optimale Kopplung zu erreichen. Die Polarisationsextinktion betrug laut Herstellerangabe mehr als 50 dB. Für eine Phasenverschiebung von π rad musste eine Spannung von 4.7 V angelegt werden. Die Dämpfung betrug 4.1 dB.

3.4.1.3 Spule

Die Spule bestand aus polarisationserhaltender 80 μ m-Bow-Tie-Faser, siehe oben. Da keine Untersuchungen zu Temperatur-Gradienten und -Transienten unternommen werden sollten, und somit keine besondere Art der Wicklung notwendig war, wurde diese direkt auf eine Trommel mit einem Durchmesser von D = 15 cm gewickelt. Die Länge betrug L = 460 m. Die Laufzeit des Lichts durch die Spule betrug $\tau_{\rm L} = nL/c_0 \approx 2.2 \,\mu$ s bei einem Brechungsindex von n = 1.45. Folglich war die Eigenfrequenz nach Glg. (2.31) $f_{\rm p} = 225$ kHz.

3.4.1.4 Lyot-Depolarisator

Es wurde ein Lyot-Depolarisator verwendet, der den effektiven Grad der Polarisation der Lichtquelle verringerte. Der Depolarisator bestand aus zwei Stücken polarisationserhaltender Faser, die 45° relativ zueinander verdreht gespleißt wurden. Die Wirkungsweise wird in Unterabschnitt 4.7.1 ausführlich betrachtet. Als Faser wurde Panda-Faser verwendet, siehe den Querschnitt in Abb. 3.20, die denselben Mantel-Durchmesser aufwies wie die normale Monomode-Faser. Die Doppelbrechung, ausgedrückt durch den Unterschied in der Brechzahl zwischen den beiden Polarisationsrichtungen, betrug $\Delta n_{\rm PM} = 5.2 \times 10^{-5}$.



Abbildung 3.20: Querschnitt der für den Depolarisator verwendeten PM-Faser. In der Mitte ist der Kern zu erkennen. Links und rechts davon befinden sich die zug- und druckerzeugenden Elemente.

3.4.1.5 Detektor

Als Detektor diente eine fasergekoppelte InGaAs-PIN-Photodiode. Diese erzeugt aus dem ankommenden Licht einen Photostrom mit einem Konversionsfaktor von 0.85 A/W. Die Bandbreite der Photodiode war wesentlich größer als die der nachfolgenden Verstärker. Am offenen Ausgang des Lichtquellen-Kopplers wurde zeitweise eine weitere Photodiode verwendet, um den Leistungsverlauf der Lichtquelle und eventuelle Rückkopplungen durch das modulierte Licht zu beobachten.

3.4.2 Elektronik und Software

3.4.2.1 Verstärker

Der Photostrom des Detektors wurde durch einen analogen Transimpedanz-Verstärker verstärkt und in eine Spannung umgewandelt. Wichtig war dabei eine sinnvolle Verstärkung, geringes Rauschen und eine angemessene Bandbreite. Die Bandbreite sollte deutlich größer sein als die höchste zu messende Frequenz, welche bei dem verwendeten Modulationsschema die vierfache Eigenfrequenz der Spule war und damit bei etwa 900 kHz lag. Der Verstärker besaß eine Bandbreite von 5 MHz und eine feste Verstärkung von insgesamt 10^4 V/W . Damit führte eine am Detektor ankommende Licht-Leistung von $100 \,\mu\text{W}$ zu einer Spannung von 1 V.

Für Messungen mit geringerer Leistung stand ein zweiter Verstärker mit einstellbarer Verstärkung zur Verfügung. Allerdings betrug dessen Bandbreite nur 500 kHz, so dass frequenzabhängige Verstärkungsfaktoren auftraten.

3.4.2.2 AD-DA-Wandler

Zur Signalerzeugung und -erfassung kam eine PC-Einsteckkarte mit AD- und DA-Wandlern zum Einsatz. Vorteilhaft an dieser Lösung war, dass für AD und DA-Wandler dieselbe Uhr verwendet wurde, wodurch Erzeugung und Erfassung synchron stattfanden. Auf der Karte befand sich weiterhin ein Speicher für eine gewisse Anzahl Messungen, der während der Erfassung gefüllt und anschließend in den PC ausgelesen wurde. Das zu erzeugende Signal wurde ebenfalls im Speicher der Karte abgelegt. Die maximale Eingangsspannung der AD-Wandler betrug 1 V bei 50Ω , die Auflösung 12 Bit. Aufgenommen wurde die Spannung des Verstärkers des Haupt-Detektors und der Monitor-Photodiode.

Der DA-Wandler erzeugte Spannungen bis zu 2 V am IOC mit sehr großem Eingangswiderstand, die Auflösung betrug 14 Bit. Ein zweiter Ausgang des DA-Wandlers wurde zur schnellen Ansteuerung des variablen Abschwächers verwendet.

Die maximale Taktrate betrug $10\,\mathrm{MHz}.$

3.4.2.3 Modulation

Für den experimentellen Aufbau wurde ein digitales Open-Loop-Verfahren verwendet, da das technisch aufwändigere Closed-Loop-Verfahren keine Vorteile mit sich gebracht hätte. Die Hauptvorteile des Closed-Loop-Verfahrens, d.h. des erweiterten dynamischen Bereichs und des stabileren Skalenfaktors, sind für die Messungen nicht relevant, da die Bestimmung von sehr kleinen und konstanten Drehraten gefordert war. Desweiteren kann beim Open-Loop-Verfahren mit Sinus-Modulation über die Harmonischen mehr Information über den Zustand des Sensors erhalten werden.

3.4.2.4 Steuerungssoftware

Der Sinus zur Modulation wurde in eine feste Anzahl an zeitlich äquidistanten Punkten zerlegt, die eine ganzzahlige Potenz von zwei sein musste. Das Signal ist in Abb. 3.21 dargestellt. Darin ist auch das Ausgangssignal zu erkennen, das zu densel-



Abbildung 3.21: Signal vom DA-Wandler (oben) und vom AD-Wandler (unten) bei 16 Punkten pro Periode. Das Ausgangssignal nahm bei einer Drehrate von $\Omega = 2^{\circ}/s$ diese Form an. Die erste Harmonische ist deutlich zu erkennen.

ben Zeitpunkten aufgenommen wurde. Die Phase des Ausgangssignals relativ zum Eingangssignal ist von der Laufzeit des Lichts bis zum IOC abhängig.

Der Datenspeicher fasste 65536 Punkte, d.h. 4096 Perioden. Bei einer Eigenfrequenz von $f_p = 225$ kHz ist die entsprechende Taktrate 3.6 MHz. Eine Messung dauerte somit 18 ms. Aufgrund der folgenden Totzeit zum Auslesen und Verarbeiten waren keine hochdynamischen Messungen mit dem Sensor möglich. Um eine totzeitfreie Messung zu realisieren, hätte ein Digital Signal Processor (DSP) verwendet werden müssen. Dies war aber nicht das Ziel, da wenig dynamische Schwankungen der Drehrate gemessen werden sollten.

Die Amplituden der Harmonischen für die Auswertung wurden durch eine *Fast Fourier Transform* (FFT) für jede Periode erhalten und anschließend gemittelt. Eine diskrete Fouriertransformation nur bei den vier benötigten Frequenzen hat keinen Zeitvorteil erbracht.

Durch die synchrone Erfassung liegen die Harmonischen bei genau einer Frequenz im Spektrum. Zur Erfassung auch der vierten Harmonischen werden mindestens 16 Punkte benötigt. Eine durch eine optische Phase hervorgerufene erste Harmonische weist immer eine elektrische Phase von $\pi/2$ relativ zur zweiten Harmonischen auf. Dies ermöglicht auch die Identifizierung eventueller elektronischer Offsets.

Aus den Harmonischen wurde nach mehreren Auswertungsschemata parallel die entsprechende Drehrate berechnet. Mittelung über eine bestimmbare Anzahl von Messungen war möglich, um das Rauschen zu reduzieren.

Die Implementierung fand in C++ mit Windows-Oberfläche statt. Alle Parameter waren über die Benutzer-Oberfläche zugänglich. Das Signal konnte grafisch ausgegeben werden. Alle Daten wurden für andere Programme lesbar zur späteren Auswertung aufgezeichnet. Das Programm war an das System zur Automatisierung der Messungen, siehe Unterabschnitt 3.1.1, angeschlossen.

3.4.3 Charakterisierung des Sensors

Ein Foto des Aufbaus ist in Abb. 3.22 zu sehen. Die wichtigsten Komponenten sind markiert. Die Verwendung einer eng gewickelten und vergossenen Spule und von fixierten Fasern wie in kommerziellen Sensoren war für die ausgeführten Messungen nicht notwendig, da die Einflüsse der freiliegenden Spule kleiner waren als die zu messenden Effekte. Weiterhin traten aufgrund langsamer Temperaturänderungen keine Gradienten auf.

Der Skalenfaktor des Sensors betrug $4.5 \,\mu rad/(^{\circ}/h)$, wie aus der in Abb. 3.23 dargestellten Kalibrationsmessung auf einem Drehtisch hervorgeht. Daraus ergibt sich bei dem hier verwendeten Signalauswertungsverfahren ein Bereich zur eindeutigen Bestimmung der Drehrate von $\pm \Omega_{\pi}/2 = \pm 345000 \,^{\circ}/h = 95 \,^{\circ}/s$. Aufgrund des verwendeten Modulationsschemas ist nur der halbe Bereich von $\pm \Omega_{\pi}$ verfügbar.

3.4.3.1 Biasfehler und Rauschen

Die wichtigsten Merkmale eines faseroptischen Rotationssensors sind der Rauschkoeffizient ARW, die Bias-Schwankungen und der dynamische Bereich.

In Abb. 3.24 ist eine Messung des Rotationsraten-Signals bei auf 1°C konstanter Temperatur während der Messung dargestellt. Der Sensor wurde mit der senkrechten Erddrehrate in Karlsruhe von 11.3°/h kalibriert, daher entspricht der Mittelwert genau diesem Wert. Ändern der Orientierung der sensitiven Achse um 180° liefert als Mittelwert -11.3°/h, d.h. es ist im Rahmen der statistischen Fehler kein Bias vorhanden.

Bei einer Dauer der Durchschnittsbildung pro Messpunkt von 3.3 min ist hauptsächlich das Rauschen zu erkennen. Die Empfindlichkeit des Sensors war so groß, dass der Rotationsanteil von Gebäudevibrationen zeitweise größer als das Rauschen war. Die weiße Kurve ist ein gleitender Mittelwert der Messung mit 3.3 min-Mittelungsdauer über je 32 Messwerte. Es sind leichte Schwankungen mit verschie-



Abbildung 3.22: Foto des aufgebauten faseroptischen Rotationssensors. Die Spule hat einen Durchmesser von ca. 15 cm.



Abbildung 3.23: Kalibrationsmessung des Sensors mit kurzer Integrationsdauer je Messpunkt.

denen Periodendauern zu erkennen. Hier ist eine Trennung zwischen Schwankung und Rauschen schwierig.

Dabei hilft die in Unterabschnitt 2.3.2.4 beschriebene Allan Variance, die für diese Messung in Abb. 3.25 aufgetragen ist. Bis zu einer Integrationszeit von 10 h verlaufen die Werte auf einer Geraden mit der Steigung 1/2 in der doppelt-logarithmischen Darstellung, was das Merkmal des weißen Rauschens im Signal ist. Der Wert für $\tau = 1 \text{ s}$ ist gleich dem ARW-Koeffizient, der in diesem Fall $0.90 \text{ °/h}/\sqrt{\text{Hz}} = 0.015 \text{ °/}\sqrt{\text{h}}$ betrug. Aus dem Wert im Minimum konnte auf Bias-Schwankungen von 0.007 °/h geschlossen werden. Dieser Wert wurde nach ca. 10 h erreicht. Eine längere Integration hat keinen genaueren Wert geliefert, weil die Schwankungen dann größer als der statistische Fehler wurden. Im Temperaturbereich von 1 °C bis 40 °C betrugen die Bias-Schwankungen bis zu 0.05 °/h bei langsamen, quasistationären Temperaturveränderungen, die praktisch keine Transienten und Gradienten in der Spule hervorgerufen haben.

Das Rauschen wurde hauptsächlich durch die Elektronik produziert. Der Einfluss des Schrotrauschens zeigte sich erst bei sehr geringen Lichtleistungen. Für die Durchführung der Experimente war der Einfluss des Rauschens aber nicht wesentlich, da keine dynamischen Messungen vorgenommen wurden.



Abbildung 3.24: Messung der konstanten Erddrehrate.



Abbildung 3.25: Allan Variance der Messung.

Wenn die Bias-Schwankungen als minimal messbare Drehrate interpretiert werden, betrug der dynamische Bereich des Sensors 77 dB.

3.4.3.2 Nordsuche

Zur Demonstration der Genauigkeit des Sensors wurde eine einfache *Nordsuche* durchgeführt. Die für Rotationsraten sensitive Achse wurde anfangs parallel zur Erdoberfläche in die geschätzte Nordrichtung ausgerichtet und von seiner Ausgangsposition in 45°-Schritten um insgesamt 360° gedreht. Das maximale Signal wurde für die reale Nord-Süd-Ausrichtung erhalten. Bei Ost-West-Ausrichtung wurde keine Rotationsrate gemessen. Das Ergebnis einer Messung mit 8 Messpunkten ist in Abb. 3.26 dargestellt. Es wurde der erwartete Cosinus erhalten, in Karlsruhe mit der Amplitude $15^{\circ}/h \cos(49^{\circ}) = 9.84^{\circ}/h$. Die reale Nordrichtung wurde aus diesem Experiment zu 3.0° östlich der anfangs geschätzten bestimmt.



Abbildung 3.26: Ergebnis der Nordsuche. Die Kürzel bezeichnen die geschätzte Himmelsrichtung.

Kapitel 4

Simulationswerkzeug zur Modellierung

In interferometrischen optischen Sensoren wird das Licht auf zwei Wege aufgespalten. Meist dient der eine Weg als Referenz, während Phase und Intensität des Lichts in dem anderen Weg durch die Messung beeinflusst werden. Bei der anschließenden Überlagerung kann aus der Phase zwischen den beiden Wellen und der resultierenden Intensität Information gewonnen werden.

Bei einem Teil dieser Sensoren ist der Bereich, in dem die Phasendifferenz liegen kann, auf eine oder zumindest wenige Perioden beschränkt. Dies ist der Fall, wenn es sich um ein abgestimmtes Interferometer handelt, d.h. die Wege, die beide Wellen nehmen, sind optisch nahezu gleich lang. Dann darf die Lichtquelle eine geringe Kohärenz aufweisen, was den Vorteil hat, dass unerwünschte Lichtwellen, welche durch Störungen hervorgerufen werden, nicht mehr interferenzfähig mit dem Referenzsignal sind und somit die Messgröße nicht beeinflussen. Für eine kleine Kohärenz muss die Lichtquelle eine große spektrale Breite aufweisen.

In faseroptischen Sensoren werden meist Monomode-Fasern eingesetzt. Das Licht kann sich nur in einer Raumrichtung ausbreiten, zusätzlich wird die Anzahl der möglichen Ausbreitungsmoden auf zwei orthogonale Polarisationsmoden eingeschränkt. Viele optische Komponenten wirken unterschiedlich auf die beiden Polarisationsrichtungen.

In faseroptischen Rotationssensoren, in denen ebenfalls eine wenig kohärente Lichtquelle verwendet wird, sind beide Signalwege jeweils die Referenz für den anderen Weg. Ohne Rotation sind sie idealerweise reziprok, d.h. sie besitzen genau dieselbe optische Weglänge. Die Verschiebung bei Rotation bleibt immer innerhalb der ersten Periode und ist somit sehr klein. Durch die große Länge der Spule können Störungen aber große Wegunterschiede zeigen. Für die Modellierung derartiger Systeme spielt somit die Kohärenz die entscheidende Rolle. Da viele verschiedene Wegunterschiede auftreten, muss im einzelnen untersucht werden, welche Anteile mit welchen anderen Anteilen interferenzfähig sind. Bereits existierende Modellierungsverfahren können zwar auf wenig kohärente Lichtquellen erweitert werden, zeigen aber numerische Probleme. Aus diesem Grund wurde ein neues Modellierungsverfahren entworfen, welches in einem Simulationswerkzeug implementiert wurde.

4.1 Interferenz

Die Information über die Drehrate ist in faseroptischen Rotationssensoren in der Phasendifferenz der beiden entgegengesetzt umlaufenden Teilstrahlen enthalten, auf welche durch deren Interferenz rückgeschlossen werden kann. Im Folgenden werden die Grundlagen der Interferenz betrachtet, die die Basis zur Simulation von interferometrischen Sensoren wie dem FOG bilden. Der Abschnitt dient auch der eindeutigen Definition der Schreibweise und der verwendeten Größen.

4.1.1 Monochromatisches Licht

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge wird zunächst der Idealfall monochromatischen Lichts behandelt. Zwei monochromatische, gleich linear polarisierte Lichtwellen mit der Kreisfrequenz ω können im Zeitbereich durch die elektrischen Felder

$$E_1(t) = \frac{1}{2} \left(E_{01} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega t} + E_{01}^* \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega t} \right) \tag{4.1a}$$

$$E_2(t) = \frac{1}{2} \left(E_{02} \,\mathbf{e}^{\mathbf{j}\,\omega t} + E_{02}^* \,\mathbf{e}^{-\mathbf{j}\,\omega t} \right) \tag{4.1b}$$

beschrieben werden. Für zeitlich konstante Amplituden sind die Felder periodisch.

Ein Detektor misst Leistungen, d.h. die Lichtenergie, die pro Zeiteinheit in seinem aktiven Bereich absorbiert wird. Eng verknüpft damit ist die Intensität, die Leistung pro Fläche. In einer Faser sind beide Begriffe äquivalent, da sich das Leistungsprofil über den Faserquerschnitt während der Propagation nicht ändert. In Anhang B.2 wird entsprechend eine effektive Fläche definiert. Hier werden die Intensitäten betrachtet, welche proportional dem zeitlich gemittelten quadratischen Betrag des elektrischen Feldes sind[100],

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left\langle |E(t)|^2 \right\rangle_t.$$
(4.2)

Die zeitliche Mittelung geschieht über die der Bandbreite des Detektors entsprechenden Zeit, welche bei optischen Wellen immer viele Perioden umfasst. Für die beiden Wellen oben ergibt sich daher die Intensität

$$I_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} |E_{0i}|^2, \ i = 1, 2.$$
(4.3)

Wenn die beiden Wellen aus Glg. (4.1) zur Interferenz gebracht werden, addieren sich die elektrischen Felder, und es ergibt sich die Intensität

$$I_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left\langle |E_1(t) + E_2(t)|^2 \right\rangle_t$$

= $\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left[\frac{1}{2} \left(|E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + E_{01}E_{02}^* + E_{01}^*E_{02} \right) + \frac{1}{4} \left\langle \left(E_{01}^2 e^{j2\omega t} + E_{02}^2 e^{j2\omega t} + E_{01}^{*2} e^{-j2\omega t} + E_{02}^{*2} e^{-j2\omega t} + 2E_{01}E_{02} e^{j2\omega t} + 2E_{01}^*E_{02}^* e^{-j2\omega t} \right) \right\rangle_t \right].$ (4.4)

Das zeitliche Mittel $<>_t$ aller zeitabhängigen Terme ist null. Somit wird an einem Detektor das Signal

$$I_{12} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left(|E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + E_{01}E_{02}^* + E_{01}^*E_{02} \right)$$
(4.5)

gemessen. Wenn die Amplituden in einen Betrag und eine Phase zerlegt werden, $E_{0i} = |E_{0i}| e^{j\phi_i}, i = 1, 2$, wird daraus

$$I_{12} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left(|E_{01}|^2 + |E_{02}|^2 + 2|E_{01}||E_{02}|\cos(\phi_1 - \phi_2) \right)$$

= $I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2).$ (4.6)

Wenn die zwei Felder keine Phasenverschiebung haben, wird die maximale Intensität

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \tag{4.7}$$

gemessen. Bei einer Phasendifferenz von π oder ganzzahligem Vielfachen davon wird die Intensität minimal

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$
(4.8)

Die am Detektor gemessene Intensität lässt sich dann in Abhängigkeit einer Phasendifferenz $\Delta \phi$ schreiben als

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi) = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos(\Delta\phi). \quad (4.9)$$

Bei einem vollständig reziproken Aufbau wie dem des idealen faseroptischen Rotationssensors ist der Lichtweg der beiden interferierenden Teilstrahlen und damit deren Intensität gleich. Der nichtreziproke Sagnac-Effekt liefert nur eine Phasenverschiebung. Dann ist die Intensität der beiden Teilstrahlen gleich, $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}$, und $I_{min} = 0$ und $I_{max} = 2I_0$. Die Intensität wird zu

$$I_{12} = I_0 (1 + \cos(\Delta \phi)).$$
(4.10)

Die Phasendifferenz kann z.B. durch den Sagnac-Effekt aufgrund einer Drehrate entstehen. Ein Laufzeitunterschied zwischen den interferierenden Wellen ist äquivalent einer Phase

$$\Delta \phi = \omega \tau. \tag{4.11}$$

4.1.2 Partiell kohärentes Licht

Monochromatisches Licht ist nur ein mathematisches Ideal. Das Licht realer Quellen ist immer aus mehreren Frequenzen zusammengesetzt. Das gilt für thermisch erzeugtes Licht, aber auch für Laserlicht, denn jede spektrale Linie hat immer eine endliche Breite. Im Folgenden soll partiell kohärentes und somit reales Licht betrachtet werden. Die räumliche Kohärenz ist für Licht in Monomode-Fasern immer gegeben, es muss nur die eingeschränkte zeitliche Kohärenz berücksichtigt werden. Es werden ausschließlich stationäre Lichtwellen betrachtet.

Zur mathematischen Beschreibung von nicht monochromatischem Licht wird eine über der Frequenz kontinuierliche Amplituden- und Phasenverteilung des elektrischen Feldes verwendet, wie in Anhang A.1 kurz erläutert wird. Die hier wichtigen Eigenschaften des Lichts können über die spektrale Leistungsdichte $p(\omega)$ ausgedrückt werden, welche proportional der Intensität des Lichts bei der betrachteten Frequenz ist.

4.1.2.1 Mittelfrequenz und spektrale Breite

Um breitbandige Lichtquellen mit kontinuierlichem Spektrum grob charakterisieren zu können, werden die Mittelfrequenz und die spektrale Breite verwendet. Die Mittelfrequenz ist gleich dem ersten Moment der quadratischen spektralen Leistungsdichte[102],

$$\overline{\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \omega p^2(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} p^2(\omega) d\omega}.$$
(4.12)

Das Quadrat der spektralen Breite entspricht der Varianz der normierten quadratischen spektralen Leistungsdichte,

$$(\Delta\omega)^{2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \overline{\omega})^{2} p^{2}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} p^{2}(\omega) d\omega},$$
(4.13)

welche nur für breitbandige Lichtquellen mit quasi kontinuierlichem Spektrum sinnvoll ist, aber teilweise auch für Lichtquellen mit mehreren einzelnen spektralen Linien angegeben wird. Für eine einzelne spektrale Linie, z.B. eines Lasers, wird der Begriff der Linienbreite verwendet.

4.1.2.2 Grad der Kohärenz

In faseroptischen Sensoren geschieht die Interferenz zwischen Lichtwellen, die aus derselben Lichtquelle stammen, aber Wegunterschiede erfahren haben. Somit bleibt die spektrale Leistungsdichte nahezu unverändert. Bei spektraler Betrachtung findet Interferenz nach Glg. (4.6) bei jeder einzelnen Frequenz statt, und die beobachtete Intensität ist die Überlagerung dieser Vorgänge. Da sich für eine Wegdifferenz bei verschiedenen Frequenzen verschiedene Laufzeit-Differenzen ergeben, ist die Phase des Cosinusterms jeweils unterschiedlich. Das führt bei größeren Wegunterschieden zu einer Abnahme des Kontrastes der Interferenz. Die Integration von Glg. (4.6) über alle Frequenzen liefert

$$I_{12}(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2 \text{Re}} \{\gamma(\tau)\}.$$
(4.14)

Darin ist $\gamma(\tau)$ der *komplexe Grad der Kohärenz*, welcher die normierte Fourier-Transformierte der spektralen Leistungsdichte ist,

$$\gamma(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega) e^{-j\omega\tau} d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega) d\omega}.$$
(4.15)

Eine Herleitung dieser Zusammenhänge befindet sich im Anhang A.2. Da die spektrale Leistungsdichte eine reelle Funktion ist, ist der komplexe Grad der Kohärenz symmetrisch, $\gamma(-\tau) = \gamma^*(\tau)$ und somit Im $\{\gamma(0)\} = 0$, und die Normierung sorgt dafür, dass Re $\{\gamma(0)\} = 1$ gilt. Der größte Wert wird für $\tau = 0$ erreicht. Entsprechend zur spektralen Breite kann eine Kohärenzzeit definiert werden,

$$\tau_{\rm coh}^2 = \frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \tau^2 |\gamma(\tau)|^2 d\tau}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\gamma(\tau)|^2 d\tau}.$$
(4.16)

Aufgrund des Zusammenhangs der spektralen Leistungsdichte und des Grades der Kohärenz Glg. (4.15) gilt für die spektrale Breite und die Kohärenzzeit die Relation

$$\Delta \omega \tau_{\rm coh} \ge \frac{1}{2},\tag{4.17}$$

das Gleichheitszeichen gilt für Licht mit gaußförmiger spektraler Leistungsdichte.

4.1.3 Zerlegung des Grades der Kohärenz

Die numerische Berechnung der Intensitäten erfordert eine Kenntnis des Realteils des Grades der Kohärenz, siehe Glg. (4.14). Die numerische Berechnung kann problematisch sein, weil es sich um eine mit großer Frequenz oszillierende Funktion handelt. Zur Vereinfachung kann von der Funktion der schnell oszillierende Teil separiert werden. Dazu wird die Definition einer um $\overline{\omega}$ zentrierten spektralen Leistungsdichte

$$p_{\rm c}(\omega') = p(\overline{\omega} + \omega') \tag{4.18}$$

benötigt, mit der man den Grad der Kohärenz auch schreiben kann als

$$\gamma(\tau) = e^{-j\overline{\omega}\tau} \frac{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_{\rm c}(\omega')e^{-j\omega'\tau} \mathrm{d}\omega'}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_{\rm c}(\omega') \mathrm{d}\omega'} = e^{-j\overline{\omega}\tau} \gamma_{\rm c}(\tau)$$
(4.19)

mit dem zentrierten Grad der Kohärenz $\gamma_{\rm c}(\tau)$.

4.1.3.1 Symmetrisches Spektrum

Für ein symmetrisches Spektrum ist $p_c(\omega')$ eine um $\omega' = 0$ symmetrische reelle Funktion, somit sind auch dessen Fouriertransformierte und $\gamma_c(\tau)$ gerade und reell. Dann entspricht $\gamma_{\rm c}(\tau) = |\gamma(\tau)|$ und der Realteil kann in

$$\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau)\right\} = |\gamma(\tau)|\cos(\overline{\omega}\tau) \tag{4.20}$$

zerlegt werden. Vorteilhaft ist, dass der Betrag $|\gamma(\tau)|$ für Lichtquellen mit kontinuierlichem Spektrum auch eine kontinuierliche, glatte Funktion ist, welche numerisch leicht beherrschbar ist. Der schnell oszillierende Teil kann berechnet werden, sobald die Laufzeitdifferenz τ bekannt ist.

Monochromatisches Licht ist ein Spezialfall für ein symmetrisches Spektrum. Der Betrag des Grades der Kohärenz ist immer eins, und in Glg. (4.20) verbleibt nur noch der Cosinus-Term wie in Glg. (4.6).

4.1.3.2 Unsymmetrisches Spektrum

Reale Lichtquellen weisen ein unsymmetrisches Spektrum auf. Für diese Fälle kann die zentrierte spektrale Leistungsdichte in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil zerlegt werden,

$$p_{\rm c}(\omega) = p_{\rm cs}(\omega) + p_{\rm ca}(\omega) \tag{4.21}$$

worin die beiden Funktionen nach

$$p_{\rm cs}(\omega) = p_{\rm cs}(-\omega) = \frac{p_{\rm c}(\omega) + p_{\rm c}(-\omega)}{2}$$
(4.22a)

$$p_{\rm ca}(\omega) = -p_{\rm ca}(-\omega) = \frac{p_{\rm c}(\omega) - p_{\rm c}(-\omega)}{2}$$
(4.22b)

berechnet werden. Dadurch erhält man mit der Normierung auf den symmetrischen Teil einen symmetrischen Grad der Kohärenz $\gamma_{cs}(\tau)$ und einen antisymmetrischen Grad der Kohärenz $\gamma_{ca}(\tau)$. Insgesamt wird dann der Realteil des Grades der Kohärenz

$$\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau)\right\} = \gamma_{\rm cs}(\tau)\cos(\overline{\omega}\tau) + \gamma_{\rm ca}(\tau)\sin(\overline{\omega}\tau). \tag{4.23}$$

Diese Funktion ist wieder symmetrisch um $\tau = 0$.

4.1.3.3 Berücksichtigung von Dispersion

Einige Medien weisen eine nicht zu vernachlässigende Dispersion auf. Es ist möglich, Dispersion erster Ordnung

$$n(\lambda) \approx n(\overline{\lambda}) + \left. \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} \right|_{\lambda = \overline{\lambda}} (\lambda - \overline{\lambda})$$
 (4.24)

mit in die Berechnung einzubeziehen. Ähnlich wie im nicht-dispersiven Fall folgt für den Realteil des Grades der Kohärenz für ein symmetrisches Spektrum[103]

$$\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau)\right\} = |\gamma(\tau_{g})|\cos(\overline{\omega}\tau_{\phi}). \tag{4.25}$$

Der Interferenz-Term $\cos(\overline{\omega}\tau_{\phi})$ ist praktisch unverändert zum nicht-dispersiven Fall: τ_{ϕ} ist die Laufzeit bei der Phasen-Geschwindigkeit der Welle. Der Betrag des Grades der Kohärenz muss in diesem Fall aber bei der Laufzeit bei der Gruppen-Geschwindigkeit τ_{g} berechnet werden. Durch die Dispersion ändert sich nur der Betrag des Grades der Kohärenz und somit der Kontrast der Interferenz.

4.1.3.4 Allgemeiner Fall

Im allgemeinen Fall, d.h. es liegt ein unsymmetrisches Spektrum vor und die Dispersion muss berücksichtigt werden, ist die Zerlegung

$$\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau)\right\} = \gamma_{\rm cs}(\tau_{\rm g})\cos(\overline{\omega}\tau_{\phi}) + \gamma_{\rm ca}(\tau_{\rm g})\sin(\overline{\omega}\tau_{\phi}) \tag{4.26}$$

möglich. Dadurch kann der Grad der Kohärenz jedes beliebigen Spektrums in die mehr oder weniger glatten Kohärenzfunktionen und den schnell oszillierenden Teil zerlegt werden.

4.1.4 Beispiel Gauß-Quelle

Die spektrale Leistungsdichte einer Lichtquelle mit gaußförmigem Spektrum mit der spektralen Breite $\Delta \omega$ und der mittleren Frequenz $\overline{\omega}$ ist

$$p(\omega) = \frac{I_0}{2\sqrt{\pi}\Delta\omega} \exp\left(-\frac{(\omega - \overline{\omega})^2}{4\Delta\omega^2}\right),\tag{4.27}$$

hier mit der Normierung auf die Gesamtintensität

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega) \mathrm{d}\omega = I_0. \tag{4.28}$$

In Abb. 4.1 ist die spektrale Leistungsdichte dargestellt. Es wurde eine Mittelwellenlänge von $\overline{\lambda} = 1.55 \,\mu\text{m}$ gewählt, welche einer Kreisfrequenz $\overline{\omega} = 1.215 \times 10^{15} \,\text{s}^{-1}$ entspricht. Die spektrale Breite beträgt $\Delta \lambda = 20 \,\text{nm}$ bzw. $\Delta \omega = 1.57 \times 10^{13} \,\text{s}^{-1}$. Meist sind die Größenordnungen im Wellenlängenbereich geläufiger, allerdings ist das Spektrum nicht symmetrisch. Daher ist die Skala in der Abbildung nicht linear.



Abbildung 4.1: Gauß-förmige spektrale Leistungsdichte über der Wellenlänge. Die Wellenlängen-Skala ist nicht linear, sondern reziprok, da die spektrale Leistungsdichte nur im Frequenz-Bereich eine symmetrische Gaußfunktion ist. Die Skalen rechts und oben geben den Betrag des Grades der Kohärenz über der Laufzeit an, der denselben Verlauf wie die spektrale Leistungsdichte aufweist.

Für diese einfache Funktion kann der komplexe Grad der Kohärenz analytisch direkt durch Fouriertransformation nach Glg. (4.15) mit der Variablentransformation $\omega' = \omega - \overline{\omega}$ und mit Glg. (4.28)

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Delta\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(\omega-\overline{\omega})^2}{4\Delta\omega^2}\right) e^{-j\omega\tau} d\omega$$
$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi}\Delta\omega} e^{-j\overline{\omega}\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\omega'^2}{4\Delta\omega^2}\right) e^{-j\omega'\tau} d\omega' \qquad (4.29)$$
$$= e^{-j\overline{\omega}\tau} e^{-\Delta\omega^2\tau^2}$$
$$= e^{-j\overline{\omega}\tau} \exp\left(-\frac{\tau^2}{4\tau_{\rm coh}^2}\right)$$

berechnet werden, wobei mit Glg. (4.16) verifiziert werden kann, dass

$$\tau_{\rm coh} = \frac{1}{2\Delta\omega} \tag{4.30}$$

gilt. Die zentrierte spektrale Leistungsdichte, siehe Glg. (4.18), ist in Glg. (4.29)

abzulesen,

$$p_c(\omega') = \frac{I_0}{2\sqrt{\pi}\Delta\omega} \exp\left(-\frac{{\omega'}^2}{4\Delta\omega^2}\right).$$
(4.31)

Damit ergibt sich der zentrierte Grad der Kohärenz

$$\gamma_{\rm c}(\tau) = |\gamma(\tau)| = \mathrm{e}^{-\Delta\omega^2\tau^2},\tag{4.32}$$

der reell und symmetrisch ist. Es gilt insgesamt

$$\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau)\right\} = \operatorname{Re}\left\{\left.\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\overline{\omega}\tau}\mathrm{e}^{-\Delta\omega^{2}\tau^{2}}\right\} = |\gamma(\tau)|\cos(\overline{\omega}\tau). \tag{4.33}$$

Auch der Betrag des Grades der Kohärenz ist in Abb. 4.1 eingetragen. Es ist ebenfalls eine Gauß-Funktion, die aber zentriert ist. Es ergibt sich eine Kohärenzzeit von $\tau_{\rm coh} = 3.2 \times 10^{-14}$ s, was einer Kohärenzlänge von $l_{\rm coh} = 9.6 \,\mu{\rm m}$ entspricht.

4.2 Existierende Modellierungsverfahren

Die bereits existierenden Verfahren zur Modellierung der Propagation von Licht, sowie deren Vor- und Nachteile und Eignung werden im Folgenden beschrieben. Räumlich kohärente Propagation in nur eine Raumrichtung, wie es in einer Faser der Fall ist, wird dabei vorausgesetzt.

4.2.1 Jones-Formalismus

Der Jones-Formalismus[104–114] wird oft zur Modellierung von faseroptischen Systemen und Sensoren verwendet. Er stellt eine einfache Methode zur analytischen und numerischen Simulation des Verhaltens von Licht dar. Allerdings behandelt der Jones-Formalismus nur vollständig polarisiertes Licht und kann folglich teilweise polarisiertes oder unpolarisiertes Licht nicht berücksichtigen. Weiterhin kann nur vollständig monochromatisches Licht betrachtet werden.

Ein *Jones-Vektor* setzt sich aus zwei Komponenten in einem System, dessen Basis aus zwei orthogonalen, linearen Polarisationsvektoren besteht, zusammen,

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{V}} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_x| \ \mathrm{e}^{\mathrm{j} \phi_x} \\ |E_y| \ \mathrm{e}^{\mathrm{j} \phi_y} \end{pmatrix}.$$
(4.34)

Die Einträge sind somit eine komplexe Amplitude je Polarisationsrichtung, wie die der Felder in Glg. (4.1). Die Phase des Lichts entspricht der Phase der komplexen

Amplitude. Daraus ist direkt ersichtlich, dass nur die Phase modulo 2π , und nicht die volle Phase, berücksichtigt wird. Für monochromatisches Licht ist das auch nicht notwendig, da in die Berechnung der Intensität nach Glg. (4.6) nur der Cosinus der Phasendifferenz eingeht. Die absolute Phasendifferenz wird nicht benötigt, da der Grad der Kohärenz immer eins ist. Diese Berechnung ist äquivalent zu

$$I(\mathbf{J}_{\rm V}) \propto \mathbf{J}_{\rm V} \mathbf{J}_{\rm V}^* = |E_x|^2 + |E_y|^2.$$
 (4.35)

Die Wirkung von Komponenten wird im Jones-Formalismus durch eine komplexe 2×2 -Matrix beschrieben, deren Einträge die Amplituden- und Phasenänderung beinhalten,

$$\mathbf{T}_{\mathrm{M}} = \begin{pmatrix} T_{x} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{y} \end{pmatrix}.$$
(4.36)

Diese Matrix wird als Jones-Matrix bezeichnet. Die komplexe Phase der Einträge entspricht den Laufzeit-Änderungen bei der betrachteten Frequenz ω wie in Glg. (4.11) und der Betrag direkt den Änderungen der Amplituden. Die Beträge $|T_x|$ und $|T_y|$ geben somit die Umverteilung der Amplituden des Lichts je Polarisationsrichtung an. $|T_{yx}|$ ist der aus der y-Polarisationsrichtung in die x-Richtung übergekoppelte Anteil, für $|T_{xy}|$ gilt entsprechendes.

Der resultierende Jones-Vektor hinter der optischen Komponente wird durch die einfache Vektor-Matrix-Multiplikation

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{V}}' = \mathbf{T}_{\mathrm{M}} \boldsymbol{J}_{\mathrm{V}} \tag{4.37}$$

erhalten. Die Übertragungsfunktion eines Systems wird unabhängig vom Eingangssignal durch Matrix-Multiplikation erhalten,

$$\mathbf{T}_{\mathrm{M,tot}} = \prod_{i=1}^{N} \mathbf{T}_{\mathrm{M},i}.$$
(4.38)

Die Methoden der Vektor- und Matrix-Rechnung sind anwendbar.

Die Vereinigung von zwei Feldern geschieht durch die Addition der beteiligten Jones-Vektoren, d.h. die Interferenz wird direkt durch diese Operation berechnet, da dies zumindest bzgl. der Intensität der Addition des elektrischen Feldes entspricht.

Vorteil des Jones-Formalismus ist die kohärente Addition aller Signale, wodurch Interferenzen berechnet werden können. Bei der gewünschten Art der Modellierung ist die Berücksichtigung von ausschließlich monochromatischem und vollständig polarisiertem Licht allerdings ein großer Nachteil. Es werden Interferenzen berechnet, die aufgrund der endlichen Kohärenzlänge der realen Lichtquellen nicht auftreten würden.

4.2.2 Jones-Formalismus mit Integration über das Spektrum

Um die spektralen Eigenschaften der Lichtquelle mit in die Rechnung einzubeziehen, kann der resultierende Jones-Vektor bei allen Frequenzen $J_V(\omega)$ berechnet werden. Anschließend wird das Ergebnis mit der spektralen Leistungsdichte skaliert, und es wird über das Spektrum integriert. Für die Intensität gilt dann

$$I \propto \int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega) I(\boldsymbol{J}_{\mathrm{V}}(\omega)) \mathrm{d}\omega.$$
(4.39)

Für alle in dem Jones-Vektor auftretenden, frequenzabhängigen Phasendifferenzen muss das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega) \cos(\Delta \phi(\omega)) \mathrm{d}\omega$$
(4.40)

berechnet werden. Auch ohne Dispersion hängt die Phasendifferenz über

$$\Delta\phi(\omega) = \omega\Delta\tau = \omega\frac{n\Delta l}{c_0} \tag{4.41}$$

von der Frequenz ab. Darin ist Δl die Wegdifferenz und n der Brechungsindex.

Die numerische Berechnung dieses Integrals erfordert die Kenntnis von $p(\omega)$ an genügend Stützstellen. Um eine Abschätzung zu erhalten, wird angenommen, dass ein Frequenzintervall von $8\Delta\omega$ um $\overline{\omega}$ ausreicht, um alle Frequenzen mit Beitrag zum Spektrum zu erfassen. Um bei numerische Integration die Nyquist-Bedingung zu erfüllen, d.h. in diesem Fall mehr als zwei Stützstellen in einer Periode des Cosinus für ein bestimmtes τ zu haben, muss für die Anzahl der Stützstellen

$$N_{\omega} > \frac{8}{\pi} \Delta \omega \tau \tag{4.42}$$

gewährleistet sein. In Wellenlängen und Wegdifferenzen ausgedrückt ist diese Bedingung äquivalent zu

$$N_{\omega} > 16 \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \frac{n \Delta l}{\lambda}.$$
(4.43)

Wenn zu wenig Stützstellen im Frequenzbereich verwendet werden, können Artefakte in der Intensitätsberechnung auftreten, und zwar hauptsächlich für große Laufzeitunterschiede, bei denen keine Interferenz mehr stattfinden sollte. Zur Veranschaulichung wird die Anzahl der benötigten Stützstellen für realistische Größen berechnet. Eine typische Lichtquelle arbeitet bei $\overline{\lambda} = 1.55 \,\mu\text{m}$, das entspricht einer Kreisfrequenz $\overline{\omega} = 1.215 \times 10^{15} \,\text{s}^{-1}$. Die spektrale Breite soll $\Delta \lambda = 20 \,\text{nm}$ bzw. $\Delta \omega = 1.57 \times 10^{13} \,\text{s}^{-1}$ betragen. Typische Weglängen-Differenzen im faseroptischen Rotationssensor zwischen Hauptsignal und Störungen wie Reflexionen liegen in der Größenordnung $\Delta l = 500 \,\text{m}$ bei einem Brechungsindex von n = 1.45. Für dieses Beispiel sollte nach Glg. (4.42) $N_{\omega} \gtrsim 10^8$ gelten, um keine numerischen Fehler zu erhalten. Es muss nicht nur die Integration über 100 Millionen Frequenzen ausgeführt werden, auch die Jones-Vektoren müssen für jede Frequenz berechnet werden. Die Rechenzeit kann dann für aufwändige Systeme mit aktuellen PCs mehrere Tage in Anspruch nehmen.

Die Integration über das Spektrum wird im Anschluss an die Propagationsberechnung ausgeführt. Weil die Phasendifferenzen nur modulo 2π und nicht vollständig bekannt sind, können die Einhüllende und der oszillierende Anteil nicht separiert werden, wie oben beschrieben.

4.2.3 Kohärenz-Matrizen

Die Kohärenz-Matrizen (*Coherence Matrices*, teilweise auch *Polarization Matrices* genannt)[44, 102, 115] sind ein gut geeignetes Instrument, um den Polarisationszustand zu charakterisieren, und somit um polarisiertes und unpolarisiertes Licht zu modellieren. Das Licht wird durch eine Matrix

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} < E_x E_x^* > & < E_x E_y^* > \\ < E_y E_x^* > & < E_y E_y^* > \end{bmatrix}$$
(4.44)

repräsentiert. Für die Korrelation zwischen den beiden Polarisationsrichtungen muss die *quasi-monochromatische* Näherung Anwendung finden können, in der die auftretenden Laufzeit- bzw. Phasendifferenzen nur klein gegen die Kohärenzzeit sein dürfen.

Die Spur der Matrix gibt die Intensität an,

$$\operatorname{tr} \mathbf{J} = J_{xx} + J_{yy} = \langle E_x E_x^* \rangle + \langle E_y E_y^* \rangle, \qquad (4.45)$$

und die Elemente außerhalb der Diagonalen $J_{xy} = J_{yx}^*$ die Korrelation zwischen den beiden Polarisationsrichtungen, was deren gegenseitiger Kohärenz entspricht. Die Matrix ist hermitesch. Für unpolarisiertes Licht gilt $J_{xy} = J_{yx}^* = 0$ und $J_{xx} = J_{yy}$. Für vollständig polarisiertes Licht ist die Korrelation perfekt. Es gilt dann $|J_{xy}| = \sqrt{J_{xx}J_{yy}}$ und somit mit der Hermitezität

$$\det \mathbf{J} = J_{xx}J_{yy} - J_{xy}J_{yx} = 0. \tag{4.46}$$

Die Transmission durch optische Elemente wird mit den Jones-Matrizen beschrieben[116], siehe auch oben. Die Kohärenz-Matrix nach Passieren eines Elements mit der Jones-Matrix T lautet

$$\mathbf{J}' = \mathbf{T}^{\dagger} \mathbf{J} \mathbf{T}, \tag{4.47}$$

wobei † die Hermitesch Adjungierte bezeichnet. Für N kaskadierte Elemente gilt

$$\mathbf{J}' = (\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_N)^{\dagger} \mathbf{J} (\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_N) = \mathbf{T}_1^{\dagger} \mathbf{T}_2^{\dagger} \dots \mathbf{T}_N^{\dagger} \mathbf{J} \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_N.$$
(4.48)

Aus diesen Gleichungen folgt ein für die Modellierung ungünstiger Zusammenhang: Für die Determinante der resultierenden Matrix gilt mit dem Determinantensatz

$$\det \mathbf{J}' = \det \mathbf{T}^{\dagger} \det \mathbf{J} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{J} \left(\det \mathbf{T}\right)^2.$$
(4.49)

Da für die Kohärenz-Matrix von vollständig polarisiertem Licht nach Glg. (4.46) $\det J = 0$ gilt, muss dies auch für alle daraus resultierenden Matrizen J' gelten. Damit gibt es innerhalb dieses Formalismus kein Element, was durch Transmission zu Depolarisierung führen kann. Somit kann z.B. ein Lyot-Depolarisator ohne eine weitere Berücksichtigung der Kohärenz durch Integration über das Spektrum nicht modelliert werden.

Die Kohärenz-Matrizen sind als Erweiterung des Jones-Formalismus anzusehen, wie auch aus der Verwendung der Jones-Matrizen in Glg. (4.47) deutlich wird. Zusätzlich zum Jones-Formalismus kann auch unpolarisiertes Licht berücksichtigt werden, was den Einsatzbereich erweitert. Um partiell kohärentes Licht mit einzubeziehen, muss allerdings ebenso wie beim Jones-Formalismus über das Spektrum integriert werden, was zu denselben Problemen wie oben beschrieben führt.

4.2.4 Stokes-Parameter und Müller-Matrizen

Die Stokes-Parameter[102, 112–114, 117] eignen sich ebenso wie die Kohärenz-Matrizen zur Beschreibung des Polarisationszustands. Die vier Parameter s_0 , s_1 , s_2 , s_3 werden zu einem Vektor zusammengefasst

$$\boldsymbol{S} = (s_0, s_1, s_2, s_3), \tag{4.50}$$

allerdings dürfen zwei Stokes-Vektoren nicht addiert werden. Der Parameter s_0 beschreibt die Gesamtintensität, s_1 die Differenz der Intensitäten in den beiden Polarisationsrichtungen, s_2 ist ein Maß für lineare Polarisation unter 45° und s_3 für zirkulare Polarisation. Die Stokes-Parameter hängen direkt mit den Einträgen der Kohärenz-Matrizen über

$$s_0 = J_{xx} + J_{yy}, s_1 = J_{xx} - J_{yy}, s_2 = J_{xy} + J_{yx}, s_3 = \mathbf{j}(J_{yx} - J_{xy})$$
(4.51)

zusammen. Es können die Pauli-Spin-Matrizen

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & j \\ -j & 0 \end{bmatrix}$$
(4.52)

und die Einheitsmatrix

$$\boldsymbol{\sigma}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.53}$$

für die Berechnung der Stokes-Parameter aus den Kohärenz-Matrizen verwendet werden,

$$s_i = \text{tr} (\mathbf{J}\boldsymbol{\sigma}_i), \qquad i = 0, 1, 2, 3$$
 (4.54)

und andersherum

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{3} s_i \boldsymbol{\sigma}_i, \qquad (4.55)$$

was die Zusammenhänge weiter verdeutlicht.

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion werden 4×4 -Matrizen, die Mueller-Matrizen, verwendet,

$$s'_{i} = \sum_{j=0}^{3} M_{ij} s_{j} \tag{4.56}$$

mit den Einträgen der Mueller-Matrix

$$M_{ij} = \frac{1}{2} \operatorname{tr} \left(\mathbf{T} \boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{T}^{\dagger} \boldsymbol{\sigma}_j \right).$$
(4.57)

T ist wieder die Jones-Matrix von oben. Es sind aber auch allgemeinere Mueller-Matrizen möglich, die nicht durch Jones-Matrizen dargestellt werden können.

Der Formalismus der Stokes-Parameter mit den Mueller-Matrizen umfasst auch depolarisierende Elemente. Allerdings werden nur Intensitäten betrachtet, und es kann somit keine phasenrichtige Addition von Feldern stattfinden, wodurch eine Modellierung des FOGs nicht möglich ist. Die Stokes-Parameter werden aufgrund ihrer Anschaulichkeit hier aber zur Beschreibung der Polarisationseigenschaften verwendet, siehe Unterabschnitt 4.3.7.

4.3 KoPol-Verfahren

Keines der herkömmlichen, oben vorgestellten Verfahren befähigt befriedigend zur Modellierung faseroptischer Rotationssensoren und allgemein interferometrischer Systeme bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Kohärenz- und Polarisationseigenschaften. Die Methode, die Kohärenz-Matrizen über das Spektrum zu integrieren, kommt dem gewünschten Ziel sehr nahe, zeigt aber das Problem der numerischen Instabilitäten und des hohen Rechenaufwands.

Daher wurde ein Verfahren entwickelt, das die verminderte Kohärenz (*Ko*) des Lichts als Basis verwendet. Zusätzlich wird der Polarisationszustand (*Pol*) mit in die Berechnung aufgenommen, was zur Abkürzung KoPol-Verfahren führt. Das Verfahren liefert Einsicht in die physikalischen Abläufe, da viel Information über den Weg des Lichts durch das zu modellierende System gesammelt wird. Die Auswertung ist nur numerisch sinnvoll, allerdings werden numerische Fehler minimiert bzw. vermieden.

Der zu simulierende Sensor wird in Komponenten zerlegt, deren optische Eigenschaften mit wenigen Parametern beschrieben werden können. Beispielsweise benötigt man für eine Strecke Monomode-Faser nur den Brechungsindex und die Länge. Umgebungsparameter wie die Temperatur beeinflussen dann nur noch diese beiden Parameter.

Die Lichtwellen legen verschiedene Wege durch das System zurück. Das Licht wird aufgespalten und vereinigt oder teilweise reflektiert und dann wieder mit dem Licht auf dem Hauptausbreitungspfad kombiniert. Beobachtet wird die Intensität aber nur an einem oder mehreren Detektoren, d.h alle relevanten Wege vereinigen sich wieder auf einem oder wenigen Wegen. Dort wird dann die Interferenz betrachtet.

In dem hier vorgestellten Verfahren wird das Licht durch mehrere Feld-Anteile dargestellt, im Gegensatz zu anderen Verfahren, bei denen meist das Licht durch einen Vektor o.ä. beschrieben wird. Ein Welle besteht aus vielen Teilwellen, die jeweils für sich kohärent sind. Die Überlagerung, und damit die Berücksichtigung der Kohärenz, geschieht erst an dem Ort, an dem die Intensität berechnet wird.

4.3.1 Interferenz mehrerer Wellen

Entsprechend zu Glg. (4.14) wird bei der Interferenz mehrerer Wellen die Gesamtintensität zu

$$I = I_{1} + I_{2} + \ldots + I_{N} + 2\sqrt{I_{1}I_{2}}\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{12})\right\} + \ldots + 2\sqrt{I_{1}I_{N}}\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{1N})\right\} + 2\sqrt{I_{2}I_{N}}\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{2N})\right\} + \ldots + 2\sqrt{I_{N-1}I_{N}}\operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{N-1N})\right\}.$$
(4.58)

Die Teilwellen können unterschiedliche Wege zurückgelegt haben und an verschiedenen Stellen vereinigt worden sein. Glg. (4.58) ergibt sich nur aus der Addition der elektrischen Felder am betrachteten Ort. Für die Berechnung der Intensität werden die Amplituden der Felder und alle paarweisen Laufzeit-Differenzen benötigt.

4.3.2 Darstellung der Feld-Anteile

Eine Teilwelle wird beschrieben durch eine Amplitude und eine Laufzeit

$$f = \begin{bmatrix} A \\ \tau \end{bmatrix}. \tag{4.59}$$

Die zur Berechnung der Intensität benötigten Informationen sind darin vorhanden. Die Intensität einer einzelnen Welle berechnet sich aus der Amplitude nach

$$I_f = A^2. (4.60)$$

Die Schreibweise vereinfacht die Gleichungen. Um das elektrische Feld zu erhalten, müssen die Konstanten gemäß Glg. (4.3) verwendet werden. Die Laufzeit der Felder bezieht sich immer auf denselben Ort. Sinnvollerweise sollte das der Ort sein, ab dem die Modellierung beginnt, somit z.B. die Lichtquelle. Betrachtet werden aber nur die Laufzeitunterschiede. Wie in Unterabschnitt 4.1.3 beschrieben wurde, benötigt man für die Berechnung des Realteils des Grades der Kohärenz und damit der Intensität bei Vorhandensein von Dispersion zwei verschiedene Laufzeiten τ_g und τ_{ϕ} . Um die Gleichungen übersichtlicher zu gestalten, wird darauf verzichtet, immer beide Laufzeiten anzuschreiben. Die Laufzeit τ ist somit eine verkürzte Schreibweise für die beiden benötigten Laufzeiten, $\tau = (\tau_g, \tau_{\phi})$. Es wird mehr Information als in einer Komponente eines Jones-Vektors behalten, da der resultierende Laufzeitunterschied absolut bekannt ist, und nicht nur die entsprechende, allerdings auf eine Periode reduzierte Phase. Während der Propagation erfährt eine Welle eine Laufzeit-Änderung, was im Folgenden als Addition einer Laufzeit-Differenz $\Delta \tau$ bezeichnet wird,

$$f' = \begin{bmatrix} A' \\ \tau' \end{bmatrix} = f + \Delta \tau = \begin{bmatrix} A \\ \tau + \Delta \tau \end{bmatrix}.$$
 (4.61)

Die Größe $\Delta \tau$ ergibt sich aus dem Brechungsindex und dem zurückgelegten, geometrischen Weg. Eine Änderung der Amplitude, z.B. durch Dämpfung, wird durch die Multiplikation mit einem Faktor *a* gekennzeichnet,

$$f' = \begin{bmatrix} A' \\ \tau' \end{bmatrix} = af = \begin{bmatrix} aA \\ \tau \end{bmatrix}.$$
 (4.62)

4.3.3 Darstellung und Intensität des Feldes

Es werden alle Informationen über die Feld-Anteile bis zur Intensitätsberechnung beibehalten. An einer Stelle, an der zwei Feld-Anteile kombiniert werden, entsteht somit ein Feld

$$F = f_1 + f_2 = \langle f_1, f_2 \rangle \equiv \left\langle \begin{bmatrix} A_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A_2 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right\rangle.$$
(4.63)

Im Allgemeinen besteht ein Feld aus mehreren Anteilen $f_i, i = 0, ..., N$

$$F = \langle f_1, f_2, \dots, f_N \rangle . \tag{4.64}$$

Werden zwei Felder addiert, werden in dem neuen Feld alle Feldanteile kombiniert,

$$F_{a} + F_{b} = \langle f_{a1}, f_{a2}, \dots, f_{aN} \rangle + \langle f_{b1}, f_{b2}, \dots, f_{bN} \rangle$$

= $\langle f_{a1}, f_{b1}, f_{a2}, f_{b2}, \dots, f_{aN}, f_{bN} \rangle$. (4.65)

Es wird somit auch hier mehr Information als im Jones-Formalismus behalten, weil die Feldanteile nicht gleich zu einem resultieren Feld verarbeitet werden. Um den Rechenaufwand zu reduzieren, werden Anteile mit gleicher Laufzeit zusammengefasst,

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ \tau \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_2 \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 + A_2 \\ \tau \end{bmatrix}.$$
 (4.66)

Äquivalent zu Glg. (4.58) kann die Intensität über die Summe

$$I_F = \sum_{i,j=1}^{N} A_i A_j \operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_i - \tau_j) \right\}$$
(4.67)

berechnet werden. Dabei wurde $\gamma(0) = 1$ und die Symmetrie von $\gamma(\tau)$ verwendet. Die endgültige Berechnung geschieht demnach erst an dem Ort im Modell, an dem die resultierende Intensität interessiert, d.h. im allgemeinen am Detektor.

4.3.4 Polarisationsmoden

Die bisherigen Betrachtungen haben sich auf nur eine Polarisationsrichtung beschränkt. Als Basis zur Beschreibung der Polarisation werden senkrecht aufeinander stehende lineare Polarisationsmoden verwendet. Da die beiden linearen Moden orthogonal sind und somit unabhängig in der Faser propagieren, kann die Schreibweise

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle f_{x1}, f_{x2}, \dots, f_{xN_x} \rangle \\ \langle f_{y1}, f_{y2}, \dots, f_{yN_y} \rangle \end{pmatrix}$$
(4.68)

verwendet werden. Die Intensität ist aufgrund der Orthogonalität die Summe der beiden einzelnen Intensitäten,

$$I = I(F_x) + I(F_y) \equiv I_x + I_y.$$
(4.69)

4.3.5 Wirkung optischer Komponenten

In diesem Modell kann die Wirkung einer optischen Komponente durch acht bzw. zwölf Parameter beschrieben werden. Vier werden benötigt für eventuell auftretende Amplituden-Änderungen und vier für Laufzeit-Änderungen. Es wird immer die absolute Laufzeit-Änderung betrachtet, und nicht, wie beim Jones-Formalismus, nur ein Teil, der eine Phase modulo 2π entspricht. Bei dispersiven Vorgängen werden weitere vier Laufzeit-Änderungen benötigt.

Die Veränderung der Amplituden der beiden Felder in den zwei Polarisationsrichtungen, hervorgerufen durch Dämpfung etc., wird durch die Parameter a_x und a_y beschrieben. Zusätzlich kann ein Übersprechen des Feldes der einen Polarisationsrichtung in die andere stattfinden. Dieser Vorgang wird als Kreuzkopplung bezeichnet. Der Anteil, welcher durch Kreuzkopplung aus der x-Richtung in die y-Richtung überführt wird, wird mit a_{xy} bezeichnet, der von y nach x mit a_{yx} .

In doppelbrechenden Medien können die Laufzeitdifferenzen für die beiden Polarisationsrichtungen verschieden sein, was durch die beiden Laufzeiten τ_x und τ_y berücksichtigt wird. Theoretisch ist es möglich, dass kreuzgekoppelte Anteile eine unterschiedliche Laufzeit- oder Phasendifferenz erfahren. Diesem Umstand wird durch die dementsprechenden Größen τ_{yx} und τ_{xy} Rechnung getragen.

Demnach kann die Wirkung einer Komponente, die durch den Operator C beschrieben wird, durch

$$\boldsymbol{F'} = \mathbf{C}(\boldsymbol{F}) = \begin{pmatrix} (a_x F_x + \tau_x) + (a_{yx} F_y + \tau_{yx}) \\ (a_y F_y + \tau_y) + (a_{xy} F_x + \tau_{xy}) \end{pmatrix}$$
(4.70)

dargestellt werden, wobei F' das Ausgangs- und F das Eingangsfeld ist.

Die beschriebenen Einzel-Operationen sind nicht vollständig kommutativ. Die Reihenfolge der Berechnung wird durch Klammerung festgelegt. Es können nur diskrete und keine kontinuierlichen Veränderungen der optischen Eigenschaften berücksichtigt werden.

4.3.5.1 Mehrere Komponenten

Die Berechnung des Einflusses mehrerer Komponenten C_i , i = 1, ..., N hintereinander geschieht durch sukzessive Berechnung der Wirkung einer einzelnen Komponente,

$$\mathbf{F'} = \mathbf{C}_N \left(\dots \left(\mathbf{C}_2 \left(\mathbf{C}_1 (\mathbf{F}) \right) \right) \dots \right).$$
(4.71)

Es muss das Feld hinter jeder Komponente berechnet werden, und es kann keine Übertragungsfunktion unabhängig vom Eingang berechnet werden.

4.3.5.2 Drehung von Komponenten

Die oben dargestellten Parameter der Wirkung sollen zutreffen, wenn die Hauptachsen der Komponenten zu den verwendeten Polarisationsrichtungen ausgerichtet sind. Dies ist nur ein Spezialfall, denn im Allgemeinen werden die optischen Komponenten gegenüber diesem ausgezeichneten Koordinatensystem gedreht sein.

Um dies zu berücksichtigen, wird das Feld in das Hauptachsensystem der betrachteten Komponente transformiert. Dann wird die Wirkung dieser berechnet und anschließend wird das Feld wieder zurückgedreht. Der Operator \mathbf{R}_{θ} für eine Drehung um den Winkel θ hat die Parameter $a_x = a_y = \cos(\theta)$ und $a_{yx} = -a_{xy} = \sin(\theta)$, und alle Laufzeitänderungen sind null. Demnach wird die Wirkung einer gedrehten Komponente durch

$$\boldsymbol{F'} = \boldsymbol{R}_{\theta} \left(\boldsymbol{C} \left(\boldsymbol{R}_{-\theta} \left(\boldsymbol{F} \right) \right) \right)$$
(4.72)

berechnet.
4.3.6 Rechenaufwand

Bereits an dieser Stelle kann eine Betrachtung des Rechenaufwands angestellt werden. Aus Glg. (4.70) geht hervor, dass sich an einer Komponente, die Kreuzkopplung bewirkt, die Anzahl der Feldanteile je Polarisationsrichtung verdoppelt. Dieser Vorgang findet auch bei gedrehten doppelbrechenden Elementen statt. Nach $N_{\rm KK}$ derartigen Komponenten hat sich die Anzahl der Feldanteile um den Faktor $2^{N_{\rm KK}}$ erhöht. Am meisten Rechenzeit benötigt die Berechnung der Intensität, da jeder Feldanteil mit jedem anderen Feldanteil kombiniert werden muss, siehe die Doppelsumme in Glg. (4.67). Somit sind $2^{2N_{\rm KK}}$ Interferenz-Berechnungen notwendig. Deren Anzahl wächst demnach exponentiell mit der Anzahl der Komponenten, die die Polarisation von einer in die andere Polarisationsrichtung überkoppeln. Dies beschränkt die Anzahl derartiger optischer Elemente im Modell.

4.3.7 Polarisationseigenschaften

Das KoPol-Verfahren bietet die Möglichkeit, unpolarisiertes Licht zu beschreiben, im Gegensatz zum Jones-Formalismus, der nur vollständig polarisiertes Licht behandelt. Zur Beschreibung der Polarisationseigenschaften werden die Stokes-Parameter und der Grad der Polarisation verwendet.

4.3.7.1 Stokes-Parameter

Aus der Darstellung der Felder lassen sich die Stokes-Parameter ableiten, welche bei der Beschreibung und Interpretation des Polarisationszustands von Feldern[135] nützlich sind. Da die Stokes-Parameter aber keine Phasen-Information beinhalten, enthalten sie im Allgemeinen weniger Information als die Felder des KoPol-Formalismus. Folglich können die Felder aus den Stokes-Parametern nicht eindeutig wieder zurückerhalten werden.

Aus einem Feld wie in Glg. (4.68)

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle f_{x1}, f_{x2}, \dots, f_{xN_x} \rangle \\ \langle f_{y1}, f_{y2}, \dots, f_{yN_y} \rangle \end{pmatrix}$$
(4.73)

kann die Intensität durch

$$I = I_x + I_x \tag{4.74}$$

mit (Glg. (4.67))

$$I_{x} = \sum_{i,j=1}^{N_{x}} A_{x,i} A_{x,j} \operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_{x,i} - \tau_{x,j}) \right\}$$
(4.75a)

$$I_{y} = \sum_{i,j=1}^{N_{y}} A_{y,i} A_{y,j} \operatorname{Re} \{ \gamma(\tau_{y,i} - \tau_{y,j}) \}$$
(4.75b)

berechnet werden.

Im Folgenden werden für dieses Feld die Stokes-Parameter s_0 , s_1 , s_2 , s_3 berechnet. Der Parameter s_0 gibt die Gesamtintensität an und ist somit

$$s_0 = I = I_x + I_y. (4.76)$$

 s_1 ist der Unterschied in der Intensität in den beiden Polarisationsmoden

$$s_1 = I_x - I_y \tag{4.77}$$

und beschreibt die Tendenz, mit der das Licht in x-Richtung ($s_1 > 0$) bzw. y-Richtung ($s_1 < 0$) polarisiert ist.

Der Parameter s_2 kann berechnet werden, indem man die Differenz der Intensitäten berechnet, die hinter einem Polarisator beobachtet werden, der um 45° und 135° relativ zur *x*-Richtung gedreht ist.

Hinter einem Polarisator, der um 45° gedreht ist, wird aus dem Feld Glg. (4.73)

$$\boldsymbol{F_{45^\circ}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} F_x - F_y \\ F_y - F_x \end{pmatrix}$$
(4.78)

und bei 135°

$$\boldsymbol{F_{135^\circ}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} F_x + F_y \\ F_y + F_x \end{pmatrix}.$$
(4.79)

Eine Analyse zeigt, dass z.B. die Intensität des Feldes $F_x - F_y$ entsprechend Glg. (4.67) aus der Interferenz der einzelnen Feldanteile durch

$$I(F_x - F_y) = I_x + I_y - 2\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} A_{xi} A_{yj} \operatorname{Re} \{\gamma(\tau_{x,i} - \tau_{y,j})\}$$
(4.80)

berechnet werden kann. Entsprechendes gilt für die anderen in Glg. (4.78) und Glg. (4.79) erscheinenden Terme. Somit ergibt sich

$$s_2 = \frac{1}{4}(I(F_x - F_y) + I(F_y - F_x) - 2I(F_x + F_y)), \qquad (4.81)$$

und es verbleibt nur noch

$$s_2 = 2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} A_{xi} A_{yj} \operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_{x,i} - \tau_{y,j}) \right\}.$$
(4.82)

Der Parameter s_2 beschreibt die gegenseitige Interferenz-Fähigkeit der linearen Anteile der beiden Polarisationsmoden und damit den linearen Anteil unter 45° .

Der Parameter s_3 wird ebenso wie s_2 durch die Differenz der Intensitäten hinter Polarisatoren unter 45° und 135° berechnet. Allerdings wird hierbei das Feld in der *y*-Richtung um 90° phasenverschoben. Wie auch aus Glg. (4.26) ersichtlich ist, muss in Glg. (4.82) der Realteil von γ durch den Imaginärteil ersetzt werden, weil zu jeder Phasendifferenz 90° addiert werden. Somit ergibt sich

$$s_3 = 2 \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} A_{xi} A_{yj} \operatorname{Im} \left\{ \gamma(\tau_{x,i} - \tau_{y,j}) \right\}.$$
(4.83)

 s_3 ist der Anteil an zirkularer Polarisation, und zwar ist s_3 positiv für rechtsdrehendes Licht.

4.3.7.2 Grad der Polarisation

Die Polarisation von Licht wird durch den Grad der Polarisation[102]

$$\Pi = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0} \tag{4.84}$$

charakterisiert. Zwei Spezialfälle davon betreffen unpolarisiertes Licht, für das $s_1 = s_2 = s_3 = 0$ und somit $\Pi = 0$ gilt, und vollständig polarisiertes Licht mit $s_0 = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$ und $\Pi = 1$.

Der Grad der Polarisation eines Feldes des KoPol-Verfahrens wie in Glg. (4.73) lautet

$$\Pi = \frac{\sqrt{\left(I_x - I_y\right)^2 + 4\left(\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} A_{xi} A_{yj} \left|\gamma(\tau_{x,i} - \tau_{y,j})\right|\right)^2}}{I_x + I_y}.$$
(4.85)

Depolarisation ergibt sich somit, wenn die beiden Polarisationsrichtungen relative Phasenverschiebungen erhalten und wieder gemischt werden, was z.B. im Lyot-Depolarisator der Fall ist, siehe Abschnitt 4.7.

4.3.7.3 Unpolarisiertes Licht

Es ist hilfreich, wenn ein gewisser Grad der Polarisation eingestellt werden kann, z.B. der einer Lichtquelle am Beginn einer Simulation. Benötigt werden drei Feldanteile und zwei Laufzeiten, um jede bzgl. ihrer Stokes-Parameter beliebige Ausgangspolarisation zu synthetisieren. Das Feld in *y*-Richtung enthält nur einen Anteil

$$f_{y1} = \begin{bmatrix} \sqrt{I_1} \\ \tau_i \end{bmatrix}, \tag{4.86}$$

mit dem Index i für *initial*. Die entsprechende Phase $\phi_i = \overline{\omega}\tau_i$ beschreibt die Art der Polarisation: linear ($\phi_i = 0$), zirkular ($\phi_i = \pm \frac{\pi}{2}$) oder elliptisch. Die Amplitude $\sqrt{I_1}$ wird durch die Normierung bestimmt.

In *x*-Richtung müssen zwei Feld-Anteile vorhanden sein, ein Anteil für den unpolarisierten Teil (up)

$$f_{x1} = \begin{bmatrix} \sqrt{I_1} \\ \tau_{\rm up} \end{bmatrix}$$
(4.87)

und ein Anteil für den polarisierten Teil (p)

$$f_{x2} = \begin{bmatrix} \sqrt{I_{\rm p}} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{4.88}$$

dessen Amplitude den Grad der Polarisation bestimmt. Die Laufzeit τ_{up} muss so viel größer als jede während der Simulation auftretende Laufzeit gewählt werden, dass die minimale Laufzeitdifferenz immer noch groß gegen die Kohärenzzeit τ_{coh} ist. Wie sich zeigen wird, darf die Amplitude von f_{x1} gleich der von f_{y1} sein.

Mit den Feldanteilen wie oben ergeben sich die Intensitäten

$$I_x = I_1 + I_p + \sqrt{I_1 I_p} \operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_{up}) \right\}$$
(4.89)

und

$$I_y = I_1. \tag{4.90}$$

Folglich ist das Quadrat des Grads der Polarisation

$$\Pi^{2} = \frac{\left(I_{\rm p} + \sqrt{I_{\rm 1}I_{\rm p}} \operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{\rm up})\right\}\right)^{2} + 4\left(I_{\rm 1}\left|\gamma(\tau_{\rm up})\right| + \sqrt{I_{\rm 1}I_{\rm p}}\left|\gamma(\tau_{\rm i})\right|\right)^{2}}{\left(2I_{\rm 1} + I_{\rm p} + \sqrt{I_{\rm 1}I_{\rm p}} \operatorname{Re}\left\{\gamma(\tau_{\rm up})\right\}\right)^{2}}.$$
 (4.91)

Da laut Voraussetzung $\tau_{up} \gg \tau_{coh}$ ist, gilt Re $\{\gamma(\tau_{up})\} \approx 0$. Desweiteren, da zur Einstellung eines beliebigen Polarisationszustands $-\frac{\pi}{2} < \phi_i \leq \frac{\pi}{2}$ genügt, gilt $\tau_i \ll$

 $\tau_{\rm coh}$ und somit $|\gamma(\tau_{\rm i})|\approx 1.$ Die Gleichung vereinfacht sich somit zu

$$\Pi^2 = \frac{I_{\rm p}^2 + 4I_1I_{\rm p}}{\left(2I_1 + I_{\rm p}\right)^2}.$$
(4.92)

Damit ergibt sich die Lösung in Abhängigkeit des Grads der Polarisation

$$I_{\rm p} = \left(\frac{2}{\sqrt{1-\Pi^2}} - 2\right) I_1. \tag{4.93}$$

Aufgrund der Bedingung, dass die Gesamtintensität gleich der Größe I_0 sein soll, muss

$$I_1 = \frac{\sqrt{1 - \Pi^2}}{2} I_0 \tag{4.94}$$

und

$$I_{\rm p} = \left(1 - \sqrt{1 - \Pi^2}\right) I_0 \tag{4.95}$$

gelten. Das Ergebnis ist in Abb. 4.2 dargestellt.



Abbildung 4.2: Amplituden der verschiedenen Anteile in Abhängigkeit vom Grad der Polarisation für eine Gesamtintensität $I_0 = 1$.

4.4 Integriertes Simulationswerkzeug

Das KoPol-Verfahren wurde in einem umfassenden Simulationswerkzeug implementiert, welches im Folgenden beschrieben wird. Es wurde ein generisches Simulationstool entwickelt: Jedes räumlich kohärente (faser-)optische System kann modelliert werden. Die einzige Einschränkung ist, dass die Wirkungen auf das Licht diskret geschehen. Von dem zu simulierenden System wird ein Modell erstellt, welches aus den einzelnen Komponenten besteht, die verknüpft werden. Somit können ein Lyot-Depolarisator oder ein Scanning Michelson Interferometer ebenso modelliert werden wie ein faseroptischer Rotationssensor.

4.4.1 Implementierung

Als Programmier-Sprache wurde C++ gewählt. Im Vergleich zu Umgebungen wie MatLab sind deutlich schnellere Abläufe gewährleistet. Das Programm ist objektorientiert und modular aufgebaut. Die Steuerung geschieht durch Skript-Dateien, in denen alle Angaben zur Modellierung gemacht werden.

4.4.1.1 Simulationsablauf

Als Eingangsgröße wird das Feld direkt durch seine Feldanteile des KoPol-Verfahrens oder durch seinen Polarisationszustand und seine Intensität angegeben.

Zunächst werden die möglichen Propagationspfade durch das System vom Programm identifiziert. Dazu wird das System in Wegstücke aufgeteilt. An Verzweigungspunkten, wie einem Koppler, folgen zwei Wegstücke. Somit entsteht hier ein zusätzlicher Pfad. Die Wegstücke hinter Vereinigungspunkten sind dieselben für die beteiligten, vereinigten Pfade, siehe Abb. 4.3. Im faseroptischen Rotationssensor lau-



Abbildung 4.3: Illustration der Modellierung. Links sind die Wege im System dargestellt, rechts die diesen entsprechenden, in der Simulation verwendeten Wege.

fen aufgrund der speziellen Anordnung die Wellen durch dasselbe Teilstück, z.B.

die Spule, in entgegengesetzter Richtung. Berücksichtigt wird, dass sich die Eigenschaften der beiden Richtungen unterscheiden, wenn nicht-reziproke Effekte, wie der Sagnac-Effekt, simuliert werden. Auch Schleifen, die z.B. durch Reflexion des Lichts an beiden Eingängen der Spule hervorgerufen werden können, werden bis zu einer gewissen Iterationstiefe modelliert. Da es sich aber meist um kleine Störungen handelt, kann schon die zweite Ordnung, in dem Beispiel die Reflexion der Reflexion, vernachlässigt werden.

Das zu simulierende System wird in seine diskreten Komponenten zerlegt. Im Skript werden nur die Art der Komponente, wie Faser, Polarisator, usw., und die relevanten Größen, wie Länge, Brechzahl, usw., angegeben. Daraus werden mit einer je nach Art der Komponente speziellen Funktion die Parameter, die die Wirkung beschreiben, d.h. Dämpfung, Polarisationskopplung und Laufzeitänderungen berechnet.

Für jeden möglichen Pfad wird die Wirkung dieser Komponenten auf das Feld sukzessive vom Startort der Simulation aus berechnet. Anschließend werden alle Felder der Pfade, die alle an demselben Ort enden sollen, aufsummiert und die resultierende Intensität berechnet. Die Interferenz jedes Feldanteils mit jedem anderen kann einzeln angegeben werden. Zusätzlich zu dieser Information wird den Feldanteilen der Pfad zugeordnet, den er durchlaufen hat. Somit kann festgestellt werden, welche Anteile eine Rolle spielen, und welche nicht mehr interferenzfähig sind.

4.4.1.2 Modulation

Für die faseroptischen Rotationssensoren, aber auch für andere Sensoren, spielt die Modulation eine wichtige Rolle. Durch die Modulation kann z.B. der Einfluss von Intensitätsänderungen auf das Rotationsraten-Signal vermieden werden.

Die Modellierung geschieht zeitdiskret und, bezüglich des Einflusses auf das Licht, quasistationär.

Für die Modulation bestimmt der Zeitpunkt, an dem das Licht den Phasenmodulator passiert, mit welcher Phase moduliert wird. Es muss die Laufzeit des Lichts vom Phasenmodulator bis zum Detektor bestimmt werden, da die Interferenz aller gleichzeitig dort ankommenden Wellen aus allen Pfaden berechnet werden soll. Oft befinden sich in einem Weg zumindest zwei Phasenmodulatoren. Zu äquidistanten Zeitpunkten wird die zu der Zeit, als das Licht am Phasenmodulator gewesen ist, erzeugte Phase berechnet und als entsprechende Laufzeitänderung der Komponente verwendet. Auf das Ausgangssignal wird dann das Auswertungsschema angewendet. Mehrere Schemata können parallel getestet werden. Der Einfluss der Modulationsfrequenz, z.B. bei Abweichungen von der Eigenfrequenz, und der Phasenamplitude der Modulation kann simuliert werden.

Implementiert sind Sinus- und Rechteck-Modulation. Desweiteren ist es möglich, den Einfluss der AD- und DA-Wandler zu erfassen, indem abhängig von der Bit-Anzahl die Stufen des Modulations- und Ausgangssignals berechnet werden.

4.4.1.3 Parameter-Abhängigkeiten

Bei einer Simulation interessiert die Abhängigkeit von einem oder mehreren Parametern, z.B. von der Länge der Spule, der Kohärenzlänge, usw.. Für jeden Parameter kann ein Bereich schrittweise durchlaufen werden. Das Ergebnis wird direkt ausgewertet.

Ein wichtiger Parameter ist die Temperatur. Die Abhängigkeit der weiteren Größen von der Temperatur ist jeweils durch eine Funktion implementiert, z.B. die lineare Abhängigkeit der Brechzahl. Beim Durchlaufen der Temperatur werden die jeweils gültigen Größen wie Länge und Brechzahl berechnet. Aus diesen werden die resultierenden Kopplungskoeffizienten und Laufzeit-Differenzen abgeleitet.

4.4.1.4 Sonstige Eigenschaften

Für das Licht am Ein- und Ausgang können die Stokes-Parameter und somit der Grad der Polarisation berechnet werden. Zur Veranschaulichung kann die Polarisationsellipse angezeigt werden.

Zu Vergleichszwecken wurde auch eine spektrale Berechnung über den Jones-Formalismus implementiert. Es werden praktisch dieselben Parameter benötigt.

Rauschen kann zum Eingangssignal, zur Modulation und zum Ausgangssignal addiert werden, um den Einfluss abzuschätzen. Spezielle Auswertungen mit statistischen Methoden sind möglich.

4.4.2 Kohärenzeigenschaften der Lichtquellen

Zur Berechnung der resultierenden Intensität bei der Interferenz ist die Kenntnis des komplexen Grades der Kohärenz, einfacher der Kohärenzfunktion, in Abhängigkeit der Laufzeit-Differenz notwendig.

Im einfachsten Fall der Gauß-Lichtquelle wird die Kohärenzfunktion direkt berech-

net. Der einzige Parameter ist die Kohärenzlänge, die sich aus der spektralen Breite ergibt.

Um die Kohärenzfunktion für reale Spektren zu erhalten, muss die Fouriertransformierte der spektralen Leistungsdichte berechnet werden. Dazu muss das Spektrum zunächst um das erste Moment der Funktion zentriert und in den symmetrischen und antisymmetrischen Teil zerlegt werden. Die Berechnung der Werte zwischen den vorhandenen Stützstellen geschieht durch Spline-Interpolation[118, 119]. Dadurch erhält jedes beliebige Spektrum ein äquidistantes Frequenz-Raster, auch wenn es zunächst z.B. im Wellenlängen-Bereich vorliegt.

Mit dem geraden und ungeraden Teil der nun äquidistanten spektralen Leistungsdichte wird eine *Fast Fourier Transform* (FFT)[120] durchgeführt, wodurch die benötigten Funktionen $\gamma_{cs}(\tau)$ und $\gamma_{ca}(\tau)$ an den entsprechenden Stützstellen erhalten werden. Dazwischen liegende Werte werden wieder durch Interpolation berechnet, wobei zunächst die Auflösung im Zeitbereich durch Erweiterung des Spektrums mit Nullen erreicht werden kann. Die spektrale Auflösung definiert die größte Stützstelle im Zeitbereich und sollte daher so groß sein, dass die Kohärenzfunktion auf nahezu null abfällt. Für größere Laufzeit-Differenzen wird angenommen, dass die Kohärenz null ist. Je größer die Auflösung und der Wellenlängen-Bereich der spektralen Daten der Lichtquelle, umso genauer kann die Kohärenzfunktion berechnet werden. Wenn es nicht auf die Details der Kohärenzfunktion ankommt, kann für schnellere Rechnungen das Spektrum durch einen Gauß-Puls angenähert werden.

4.4.2.1 Superlumineszenz-Diode

Wie das breite, nahezu gaußförmige Spektrum der SLD, Abb. 3.13, vermuten lässt, ist der Betrag des komplexen Grades der Kohärenz hauptsächlich eine schmale Gauß-Funktion, siehe die Vergrößerung in Abb. 4.4. Die spektrale Breite von $\Delta\lambda = 17.5$ nm entspricht bei einem Gauß-Puls einer Kohärenzzeit von 3.6×10^{-14} s und einer Kohärenzlänge von $11 \,\mu\text{m}$. Die Kohärenzfunktion weist aber noch Nebenmaxima auf, von denen das mit dem größten Beitrag in der Vergrößerung deutlicher zu erkennen ist. Es liegt bei $\tau_{\text{NM}} = 1.33 \times 10^{-11}$ s. Das entspricht im Frequenz-Bereich einer Schwingung mit der Periode $\delta\omega_{\text{NM}} = 2\pi/\tau_{\text{NM}} = 4.7 \times 10^{11} \,\text{s}^{-1}$ und somit im Wellenlängen-Bereich $\delta\lambda_{\text{NM}} = \delta\omega_{\text{NM}}\overline{\lambda}/\overline{\omega} = 0.6$ nm. Ripples mit dieser Periode wurden auch im Spektrum beobachtet. Diese Laufzeit-Differenz ist äquivalent zu einem optischen Weg von 4 mm, was im FOG zu unerwünschten Interferenzen führen kann. Die weiteren Nebenmaxima sind im Spektrum nicht auffällig, nur die

feinere Struktur des Spektrums mit $0.01\,\rm nm$ ergibt ein relativ starkes Nebenmaximum bei $8\times10^{-10}\,\rm s.$ Insgesamt erhöhen die Nebenmaxima und die Abweichung des



Abbildung 4.4: Betrag des komplexen Grades der Kohärenz. Der Bereich des Maximums ist vergrößert dargestellt.

Verlaufs des Spektrums von einer Gauß-Funktion die Kohärenzlänge auf den integralen Wert von $38 \,\mu\text{m}$. Dieser hat aber nur eine untergeordnete Bedeutung, da für die Simulationen die direkt berechnete Kohärenzfunktion verwendet wurde.

In die Kohärenzlänge passen etwa 25 Perioden des Lichts. Wenn der Realteil des komplexen Grads der Kohärenz nicht zerlegt werden könnte, müsste diese schnell oszillierende Funktion numerisch nachvollzogen werden. Durch die Zerlegung ist die Berechnung der Einhüllenden ausreichend, welche dann mit dem Cosinus- bzw. Sinus der entsprechenden Phase multipliziert wird.

4.4.2.2 Multimode-Laserdiode

Die Linienbreite der Fabry-Perot-Laserdiode lag mit 25 - 250 MHz bzw. weniger als 0.4 pm unterhalb der minimalen Auflösung des Spektrum-Analysators von 10 pm und konnte somit nicht ausgemessen werden. Das Spektrum, welches sich ergab, konnte aber synthetisiert werden, indem die Position der Peaks im Spektrum und de-

ren relative Größe vermessen wurde. Dann wurde an diesen Stellen ein Gauß-Peak mit der spezifizierten Linienbreite angenommen. Auf diese Art und Weise wurde die in Abb. 4.5 dargestellte Kohärenzfunktion berechnet. Die Einhüllende, die mit



Abbildung 4.5: Prinzipielle Kohärenzfunktion der Fabry-Perot-Laserdiode mit vergrößertem Ausschnitt des Maximums. Die gestrichelte Linie, die der Einhüllenden entspricht, ist die Kohärenzfunktion einer Lichtquelle mit nur einer Linie und derselben Linienbreite.

in dem Graphen dargestellt ist, ergibt sich allein aus der Linienbreite. Die Funktion wurde aus einem einzelnen Gauß-Peak berechnet. Mit der realen Linienbreite wäre in dem dargestellten Bereich die Abnahme der Einhüllenden zu klein, um es zu erkennen. Daher wurde zur Veranschaulichung eine größere Linienbreite gewählt. Die Linienstruktur, d.h. die Lage und Leistung der einzelnen Peaks, definiert den Verlauf allein innerhalb der Einhüllenden.

Die Kohärenzlänge ist praktisch mit der einer einzelnen Linie identisch, auch die Wirkungen der Lichtquelle im Sensor entsprechen praktisch der einer Monomode-Laserdiode, da auch die Abnahme der Kohärenz-Funktion zwischen den Peaks nur etwa 60% betrug[121].

Die vom Hersteller spezifizierte Linienbreite von 25 - 250 MHz entspricht einer Kohärenzlänge von 0.6-6 m. Der spektrale Abstand der einzelnen Linien von 1.2 nm

definiert den Abstand der Linien in der Kohärenzfunktion von 7×10^{-12} s. Die Breite der Linien ist durch die integrale spektrale Breite gegeben.

In den Simulationen wurde meistens eine Gauß-Funktion mit der spezifizierten Linienbreite als Spektrum angenommen, und die feinere Struktur der Kohärenzfunktion wird außer acht gelassen. Andernfalls, da der Abstand der Linien relativ zur realen Linienbreite sehr groß ist, sind sehr viele Frequenz-Stützstellen zur Berechnung der Kohärenzfunktion notwendig. Um dies zu beschleunigen, ist die Kohärenzfunktion direkt als interpolierbare Tabelle für das Programm verfügbar.

4.4.2.3 Monomode-Laserdiode

Wie Abb. 3.17 zeigt, bestand das Spektrum hauptsächlich aus der zentralen Linie, alle anderen waren mit mehr als $50 \, dB$ unterdrückt. Die Linienbreite betrug laut Hersteller-Spezifikation maximal $2.5 \, MHz$, was nicht vom Spektrum-Analysator aufgelöst werden konnte. Dementsprechend betrug die Kohärenzlänge $60 \, m$. Das Spektrum wurde durch einen Gauß-Puls mit dieser Breite und Kohärenzlänge simuliert.

4.4.2.4 Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle EDFS

Es werden die Kohärenz-Eigenschaften der in Unterabschnitt 3.3.4 beschriebenen Konfiguration betrachtet. Im Vergleich zur SLD ist die größere Kohärenz an dem breiteren Peak zu erkennen, siehe Abb. 4.6. Im Gegensatz zur Kohärenzfunktion der SLD wies die der EDFS keine größeren Nebenmaxima auf, da die Lichtquelle deutlich weniger Ripples zeigte. Die Kohärenzlänge betrug bei dieser Konfiguration $110 \,\mu\text{m}$.

4.5 Modell des faseroptischen Rotationssensors

In diesem Abschnitt wird das den Simulationen zugrunde liegende Modell schrittweise aufgebaut. Zunächst wird ein idealer Sensor ohne Störungen besprochen und anschließend wird erläutert, was in einer realitätsnahen Repräsentation berücksichtigt werden muss. Wie auch im experimentellen Aufbau wird hier ein Open-Loop-Sensor mit Sinus-Modulation behandelt. Weiterhin wird die Verwendung eines IOC und einer polarisationserhaltenden Spule vorausgesetzt.



Abbildung 4.6: Kohärenzfunktion der EDFS.

4.5.1 Ideales FOG

Das ideale FOG kann durch wenige Komponenten beschrieben werden. Das Licht nimmt nur zwei Wege durch den Sensor, und zwar auf den beiden Umlaufrichtungen durch die Spule. Das entspricht dem oberen und unteren Weg in Abb. 4.7, die sich hinter dem IOC wieder verbinden. Der Übersichtlichkeit und der Erweiterbarkeit wegen werden die Komponenten teilweise in Subkomponenten weiter zerlegt. Das



Abbildung 4.7: Blockdiagramm des idealen faseroptischen Rotationssensors. Erläuterung der Symbole im Text.

Licht kommt aus der Lichtquelle L. Es soll zunächst unpolarisiert sein. Die Faser-Verbindungen F1-F3 zwischen den Komponenten müssen berücksichtigt werden, da deren Längen die Phase der zweiten Harmonischen im Ausgangssignal relativ zum Modulationssignal bestimmen. Im Idealfall zeigen sie keine Dämpfung. Im Koppler K gibt es zwei mögliche Wege: Die Transmission Kt und die Kopplung in den zweiten Ausgang Kk. Das Teilungsverhältnis soll 50 % betragen. Willkürlich wurde der Ausgang Kk als der terminierte Weg (0) angenommen.

Es schließt sich der IOC an, der in einzelne Abschnitte unterteilt wurde. Die Komponenten W bezeichnen die Wellenleiter im Substrat, die neben der Länge durch zwei unterschiedliche Brechzahlen beschrieben werden. Das Material ist polarisierend, da die Polarisationsrichtung mit der geringen Ausbreitungsgeschwindigkeit, und somit der größeren Brechzahl, nicht vom Wellenleiter geführt und somit stark gedämpft wird. Im KoPol-Verfahren können aber nur diskrete Elemente berücksichtigt werden. Daher besitzt der Polarisator P1 die Polarisationsextinktion des IOC bis zum Y-Verzweigungspunkt. An diesem teilen sich die beiden Wege mit dem Teilungsverhältnis von idealerweise 50 %, welches in Y+ und Y- berücksichtigt wird. Durch den Phasenmodulator PM+ bzw. PM- erhalten die beiden Lichtwellen entgegengesetzt gleich große Phasendifferenzen, welche aber zeitabhängig sind. Der Modulationsindex erhält den idealen Wert, der die 1. Harmonische im Ausgangssignal maximiert, siehe Unterabschnitt 2.3.5.2.

Es folgt der Polarisator, der für beide Umlaufrichtungen als gleich angenommen wird. Im Idealfall ist die Polarisationsextinktion von P1 und P2 gleich 0. Im realen Sensor ist dies nicht der Fall, was zu Störungen führen kann, die unterschiedlich vor und hinter dem Verzweigungspunkt sein können, weshalb eine Unterteilung notwendig ist. Durch den Schrägschliff des IOC unterscheiden sich die folgenden Wellenleiter-Längen W1 und W2.

Die Spule wird in zwei gleichlange Teilstücke SP1 und SP2 unterteilt. In der Mitte wird durch S+/- der nichtreziproke Einfluss des Sagnac-Effekts berücksichtigt, welches wieder diskretisiert geschieht.

Ab der Mitte der Spule wird der gesamte Ablauf des jeweils anderen Lichtwegs bis zum ersten Koppler rückwärts durchlaufen. Es treten keine nichtreziproken Elemente auf, so dass die Wirkungen bis auf die des Phasenmodulators dieselben sind wie auf dem Hinweg. Allerdings sind die Felder verändert, und auch die Reihenfolge ist wichtig, da die Operationen teilweise nicht kommutativ sind, was hauptsächlich Drehungen betrifft. Da keine nichtreziproken Dämpfungen auftreten, sind die Intensitäten beider Lichtwellen bei der Vereinigung im Y-Koppler des IOC gleich. Hier wird nur ein Ausgang berücksichtigt, obwohl ein zweiter Ausgang besteht, bei dem das Licht als Strahlung in die Umgebung abgegeben wird.

Im Lichtquellen-Koppler wird der andere Ausgang Kk verwendet, der im Detektor D endet. Der Ausgang zur Lichtquelle wird in der Simulation als terminiert betrachtet.

Im idealen FOG treten Verluste nur durch die nicht verwendeten Ausgänge der Koppler auf, und zwar zweimal im Lichtquellen-Koppler und einmal auf dem Rückweg im IOC bei der Vereinigung, so dass die Leistung, wenn die Interferenz nicht berücksichtigt wird, auf 1/8 reduziert wird. Bei Verwendung einer idealerweise unpolarisierten Lichtquelle geht am Polarisator wieder eine Hälfte der ursprünglichen Intensität verloren, so dass die gesamte Dämpfung 1/16 bzw. 12 dB beträgt.

Die einzige nichtreziproke Phase, die zwischen den beiden Umlaufrichtungen auftritt, resultiert aus dem Sagnac-Effekt. Die Antwortfunktion des idealen faseroptischen Rotationssensors lautet daher

$$I(\phi_{\rm S}) = I_0 \left(1 + \text{Re} \left\{ \gamma(\tau_{\rm S}) \right\} \right).$$
(4.96)

 $\tau_{\rm S} = \phi_{\rm S}/\overline{\omega}$ ist die der Sagnac-Phase $\phi_{\rm S}$ entsprechende Laufzeit. Für eine vollständig kohärente Lichtquelle gilt Re { $\gamma(\tau_{\rm S})$ } = $\cos(\Delta\phi_{\rm S})$. Der Wert von I_0 entspricht 1/16 der Intensität der Lichtquelle.

4.5.2 Nichtideales FOG

Im realen Aufbau muss berücksichtigt werden, dass die Lichtquelle kein vollständig unpolarisiertes, sondern zu einem gewissen Grad polarisiertes Licht liefert. Da weiterhin die Monomode-Faser F1 eine temperaturabhängige Restdoppelbrechung aufweist, kann dies zu einer Änderung der Ausrichtung der Polarisationsellipse relativ zum Polarisator und damit zu einer Signalabschwächung führen, was das Verhältnis vom Signal zum Rauschen verschlechtert. Daher wird meist direkt hinter der Lichtquelle L ein Lyot-Depolarisator eingefügt.

Das Teilungsverhältnis des Kopplers und des IOC ist einer Toleranz bis zu 10% unterworfen, was im Resultat zu einer weiteren Abschwächung führt. Weiterhin führen alle Spleiße zu einer geringen Dämpfung von bis zu 0.1 dB. Die Dämpfung der Spulen-Faser beträgt etwa 0.4 dB/km, so dass hier nur weitere 0.2 dB berücksichtigt werden müssen. Die größte zusätzliche Dämpfung von 4-5 dB tritt im IOC auf. Realistisch ist eine Gesamtdämpfung von 22 dB, so dass noch 0.4% der ursprünglichen Lichtleistung am Detektor ankommen.

Die Polarisationsextinktion eines realen Polarisators P1 und P2 ist endlich, aber beträgt für einen Protonen-ausgetauschten IOC mindestens 50 dB. In der Faser findet Kreuzkopplung der Polarisationsmoden statt. Wenn dies allerdings in der Spule auftritt, werden beide in die zwei Umlaufrichtungen laufenden übergekoppelten Anteile am Polarisator stark gedämpft, so dass sie nur noch mit maximal -100 dB beitragen[136]. Doppelt übergekoppelte Anteile spielen meist auch keine Rolle, da sie nicht interferenzfähig oder durch die doppelte Kopplung zu schwach sind. Folglich reduzieren alle diese Effekte zwar die Intensität, führen aber nicht zu Rotationsraten-Fehlern.

Weiterhin müssen Reflexionen an Materialübergängen und Fehlstellen, z.B. Spleißen, berücksichtigt werden. Beispielsweise sind aus diesem Grund die beiden Pigtails, die den IOC mit der Spule verbinden, verschieden lang, um hier Interferenzen zu vermeiden. Abschnitt 4.7 befasst sich mit Reflexionen im IOC.

4.6 Open-Loop-Antwort bei geringer Kohärenz

Die nicht vollständige Kohärenz der Lichtquelle führt in der Antwortfunktion des faseroptischen Rotationssensors zu einer Abnahme der Amplitude des Cosinus mit zunehmender Phase. Die Einhüllende entspricht der Kohärenzfunktion der Lichtquelle. Dieser Einfluss muss bei der Signalauswertung berücksichtigt werden, wenn der Sensor hohe Skalenfaktor-Anforderungen erfüllen soll. Die Auswirkungen beim verwendeten Sinus-Modulation-Open-Loop-Verfahren werden untersucht und Korrekturschemata aufgezeigt. Die Simulationen wurden mit dem oben beschriebenen Simulationswerkzeug durchgeführt.

4.6.1 Herleitung des Einflusses der Kohärenz

Zur Vereinfachung wird von einer symmetrischen Gauß-Quelle ausgegangen, so dass die Antwortfunktion des FOG nach Glg. (4.96) und Glg. (4.20) die Form

$$I(\tau) = I_0 \left(1 + |\gamma(\tau)| \cos(\overline{\omega}\tau) \right) \tag{4.97}$$

annimmt. τ entspricht der Laufzeit-Differenz, die durch nichtreziproke Effekte wie den Sagnac-Effekt und durch die Modulation verursacht wird. Etwaige Störungen, die nur zu einer nichtreziproken Phase führen, beeinflussen die Änderungen durch die nicht vollständige Kohärenz nicht. Der Betrag des Grads der Kohärenz ist für die angenommene Gauß-Quelle

$$|\gamma(\tau)| = \exp\left(-(\Delta\omega\tau)^2\right). \tag{4.98}$$

Die Laufzeit-Differenz kann in einen statischen Anteil τ_{stat} und den oszillierenden Modulationsanteil τ_{mod} zerlegt werden,

$$\tau = \tau_{\rm stat} + \tau_{\rm mod} = \frac{\phi_{\rm S}}{\overline{\omega}} + \frac{\phi_{\rm MI}}{\overline{\omega}} \sin\left(2\pi f_{\rm mod}t - \frac{\pi}{2}\frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right).$$
(4.99)

Der Betrag des Grades der Kohärenz wird durch eine Taylor-Reihenentwicklung, die nach dem ersten Glied abgebrochen wird, um den zeitlich konstanten Teil $|\gamma(\tau_{\text{stat}})|$ angenähert,

$$\begin{aligned} |\gamma(\tau)| &\approx |\gamma(\tau_{\text{stat}})| + \frac{\mathbf{d} |\gamma(\tau)|}{\mathbf{d}(\tau^2)} \Big|_{\tau^2 = \tau_{\text{stat}}^2} \left(\tau_{\text{mod}}^2 - \tau_{\text{stat}}^2 \right) \\ &= |\gamma(\tau_{\text{stat}})| \left[1 - (\Delta \omega)^2 \left(2\tau_{\text{stat}} \tau_{\text{mod}} + \tau_{\text{mod}}^2 \right) \right]. \end{aligned}$$
(4.100)

Die Rückkehr zur Schreibweise mit der Phase

$$\left(\Delta\omega\tau\right)^2 = \left(\frac{\Delta\omega}{\overline{\omega}}\right)^2 \phi^2 \tag{4.101}$$

verdeutlicht die Berechtigung der Näherung, da die Phase maximal etwa $\frac{\pi}{2}+1.84$ wird, und

$$\frac{\Delta\omega}{\overline{\omega}} \ll 1 \tag{4.102}$$

gilt.

Der Term τ_{mod} ist bei der Grundfrequenz f_{mod} moduliert. Dies führt zur Modulation der Kohärenzfunktion,

$$\begin{aligned} |\gamma(\tau)| &\approx |\gamma(\tau_{\rm stat})| \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega^2}{\overline{\omega}^2} \phi_{\rm MI}^2 \right. \\ &\left. - \frac{\Delta \omega^2}{\overline{\omega}^2} 2\phi_{\rm S} \phi_{\rm MI} \sin\left(2\pi f_{\rm mod} t - \frac{\pi}{2} \frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right) \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega^2}{\overline{\omega}^2} \phi_{\rm MI}^2 \cos\left(2\left(2\pi f_{\rm mod} t - \frac{\pi}{2} \frac{f_{\rm mod}}{f_{\rm p}}\right)\right)\right]. \end{aligned}$$
(4.103)

Die in Unterabschnitt 2.3.5.2 erhaltenen Besselfunktionen-Entwicklungen müssen bei begrenzter Kohärenz komplett mit $|\gamma(\tau)|$ bzw. mit dessen Näherung multipliziert

werden. Danach können wieder die einzelnen Harmonischen extrahiert werden. Die frequenzabhängigen Faktoren, siehe Tab. 2.1, die nicht aus der Kohärenz resultieren, werden als gleich angenommen und mit C bezeichnet. Für die Grundfrequenz ergibt sich

$$I(f_{\rm mod}) = -2J_1(\phi_{\rm MI}) |\gamma(\tau_{\rm stat})| CI_0 K_1 [\sin(\phi_{\rm S}) + L_1 \phi_{\rm S} \cos(\phi_{\rm S})]$$
(4.104)

mit den Koeffizienten

$$K_{1} = \frac{-2J_{1}(\phi_{\rm MI}) + \frac{1}{2}\frac{\Delta\omega^{2}}{\overline{\omega}^{2}}\phi_{\rm MI}^{2} [3J_{1}(\phi_{\rm MI}) - J_{3}(\phi_{\rm MI})]}{-2J_{1}(\phi_{\rm MI})},$$
(4.105a)

$$L_{1} = \frac{2\frac{\Delta\omega^{2}}{\overline{\omega}^{2}}\phi_{\rm MI} \left[J_{2}(\phi_{\rm MI}) - J_{0}(\phi_{\rm MI}) \right]}{-2J_{1}(\phi_{\rm MI})K_{1}}.$$
(4.105b)

Der $\phi_{\rm S}$ -abhängige Teil kann genähert werden durch

$$\sin(\phi_{\rm S}) + L_1 \phi_{\rm S} \cos(\phi_{\rm S}) = \sqrt{1 + L_1^2 \phi_{\rm S}^2 \sin(\phi_{\rm S} + \arctan(L_1 \phi_{\rm S}))} \\\approx \sin\left((1 + L_1)\phi_{\rm S}\right), \tag{4.106}$$

da mit derselben Abschätzung wie oben $L_1\phi \ll 1$ und somit $\arctan(L_1\phi_S) \approx L_1\phi_S$ gilt. Das zeigt, dass sich zusätzlich zur Veränderung der Größe der Harmonischen durch $|\gamma(\tau_{\text{stat}})| K_1$ auch der *optische Skalenfaktor* ändern kann. Allerdings wird meist mit optimalen Modulationsindex ϕ_{MI} moduliert, der die erste Besselfunktion $J_1(\phi_{\text{MI}})$ maximiert. Mit den Identitäten[102]

$$\frac{2m}{x}J_m(x) = J_{m-1}(x) + J_{m+1}(x)$$
(4.107)

und

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^{m}\mathrm{J}_{m}(x)\right) = x^{m}\mathrm{J}_{m-1}(x) \tag{4.108}$$

lässt sich für $x \neq 0$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \mathbf{J}_m(x) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{J}_{m-1}(x) - \mathbf{J}_{m+1}(x) \right)$$
(4.109)

ableiten. Da der Modulationsindex so gewählt wird, dass $J_1(\phi_{MI})$ im Maximum ist, ist die Ableitung an dieser Stelle null. Damit ist aber auch $J_2(\phi_{MI}) - J_0(\phi_{MI}) = 0$ und die Änderung des optischen Skalenfaktors verschwindet, $L_1 = 0$. Auch wenn nicht genau im Maximum gearbeitet wird, ist der Term vernachlässigbar klein.

Für die zweite Harmonische ergibt sich entsprechend

$$I(2f_{\rm mod}) = 2J_2(\phi_{\rm MI}) |\gamma(\tau_{\rm stat})| CI_0 K_2 [\cos(\phi_{\rm S}) + L_2 \phi_{\rm S} \sin(\phi_{\rm S})]$$
(4.110)

mit den Koeffizienten

$$K_{2} = \frac{2J_{2}(\phi_{\rm MI}) - \frac{1}{2}\frac{\Delta\omega^{2}}{\overline{\omega}^{2}}\phi_{\rm MI}^{2} \left[2J_{2}(\phi_{\rm MI}) - J_{0}(\phi_{\rm MI}) - J_{4}(\phi_{\rm MI})\right]}{2J_{2}(\phi_{\rm MI})}$$
(4.111a)

$$L_{2} = \frac{2\frac{\Delta\omega^{2}}{\overline{\omega}^{2}}\phi_{\rm MI} \left[J_{3}(\phi_{\rm MI}) - J_{1}(\phi_{\rm MI}) \right]}{2J_{2}(\phi_{\rm MI})K_{2}}$$
(4.111b)

und ähnliche Zusammenhänge für die höheren Harmonischen.

In Abb. 4.8 ist das Ergebnis einer Simulation mit dem Simulationswerkzeug dargestellt. Aufgetragen ist die Abweichung der gemessen Drehrate von der angelegten Drehrate. Die Auswertung fand allein aus dem Verhältnis der ersten zur zweiten Harmonischen bei optimalem Modulationsindex statt, siehe die Position 2 auf S. 31. Dadurch entfällt die Abhängigkeit von der Intensität und dem multiplikativen Teil der Kohärenzfunktion $|\gamma(\tau_{stat})|$. Die Lichtquelle entspricht in der spektralen Breite etwa der Superlumineszenz-Diode, ist aber eine Gauß-Quelle. Der Bereich der Abweichungen beträgt 560 ppm, was für die meisten Anwendungen deutlich zu groß ist.

4.6.2 Korrekturschemata

Eine geringe Verbesserung des Ergebnisses lässt sich erzielen, wenn die Faktoren K_1 und K_2 berücksichtigt werden, allerdings nur auf 360 ppm, siehe Abb. 4.8. Wenn beim optimalen Modulationsindex gearbeitet wird, ist $L_1 = 0$ und aus dem Verhältnis der Amplituden der zweiten und ersten Harmonischen ergibt sich

$$\frac{\cos(\phi_{\rm S}) + L_2 \phi_{\rm S} \sin(\phi_{\rm S})}{\sin(\phi_{\rm S})} = \frac{I(2f_{\rm mod})}{I(f_{\rm mod})} \frac{J_1(\phi_{\rm MI})K_1}{J_2(\phi_{\rm MI})K_2}.$$
(4.112)

Nun kann für $L_2 = 0$ zunächst ein recht genaues Ergebnis ϕ'_S erhalten werden. Damit kann dann mit L_2 ein korrigiertes Ergebnis

$$\phi_{\rm S} = \arctan\left(\left[\frac{I(2f_{\rm mod})}{I(f_{\rm mod})}\frac{{\rm J}_1(\phi_{\rm MI})K_1}{{\rm J}_2(\phi_{\rm MI})K_2} + L_2\phi_{\rm S}'\right]^{-1}\right)$$
(4.113)

berechnet werden. Dies reduziert die Fehler auf weniger als 1 ppm, solange im Maximum der ersten Besselfunktion gearbeitet wird, siehe ebenfalls Abb. 4.8.

Wenn der Modulationsindex nicht mehr dem optimalen Wert entspricht, wird der Fehler bis zu 200 ppm groß, wie an der durchgezogenen Linie in Abb. 4.9 zu sehen ist. Der Modulationsindex ist gleich dem halben optimalen Modulationsindex.



Abbildung 4.8: Simulationsergebnisse bzgl. des Einflusses der Kohärenz, bei optimalem Modulationsindex. Die Korrektur unter Berücksichtigung der Faktoren K_1 und K_2 verbessert das Ergebnis nur bei kleinen Drehraten, bei Hinzunahme des Drehraten-abhängigen Terms durch L_2 ist der Fehler praktisch null.

Dann kann zur weiteren Korrektur die genäherte Funktion aus Glg. (4.106) um die bekannte Lösung $\phi'_{\rm S}$ aus Glg. (4.113) linearisiert werden zu

$$\sin((1+L_1)\phi_{\rm S}) = \sin((1+L_1)(\phi_{\rm S}'+\Delta\phi_{\rm S})) \approx \sin((1+L_1)(\phi_{\rm S}')) + \cos((1+L_1)(\phi_{\rm S}'))(1+L_1)\Delta\phi_{\rm S},$$
(4.114)

entsprechend für den Term in der zweiten Harmonischen. Mit dieser weiteren Korrektur $\Delta \phi$ reduziert sich der Fehler auf weniger als 1 ppm, siehe die gestrichelte Linie in Abb. 4.9. Die Koeffizienten werden durch Kalibration bestimmt.

Eine Korrektur zur Berechnung der Phase nach dem Schema, bei dem alle vier Harmonischen verwendet werden, siehe die Position 4 auf S. 31, ist zwar möglich, aber nicht sinnvoll. Der große Vorteil dieses Schemas, dass die Phase unabhängig vom Modulationsindex erhalten werden kann, trifft nicht mehr zu, da für die Korrektur der Modulationsindex ohnehin bekannt sein muss.

Auch für ein nicht gaußförmiges Spektrum wie das der Superlumineszenz-Diode lässt sich eine Reduktion der Abweichungen erzielen. Ohne Korrektur beträgt der



Abbildung 4.9: Simulationsergebnisse bei nicht optimalem Modulationsindex, auch mit dem Spektrum der Superlumineszenz-Diode (SLD) berechnet.

Fehler ebenso wie bei der Gauß-Quelle 560 ppm. Mit dem vollständigen Korrekturschema werden die Fehler auf 18 ppm reduziert.

Die Kohärenz-Eigenschaften der Lichtquelle sind somit bei der Signalauswertung in Open-Loop-FOGs eine Fehlerquelle, die durch das vorgeschlagene, leicht zu implementierende Korrekturschema vermieden werden kann. Die Abweichungen der gemessenen Drehrate von der realen Drehrate werden von bis zu 560 ppm auf weniger als 20 ppm reduziert.

4.7 Bias-Fehler im FOG

Im Folgenden wird eine mit Hilfe des Simulationswerkzeugs gefundene Ursache für Rotationsraten-Fehler in FOGs mit Lyot-Depolarisator und IOC beschrieben.

4.7.1 Lyot-Depolarisator

Halbleiter-Lichtquellen, auch die häufig in FOGs eingesetzten SLDs, zeigen aufgrund ihrer Geometrie eine großen Grad der Polarisation, in dem Fall der hier verwendeten SLD von 45 %. In der Standard-Konfiguration wird meist eine polarisationserhaltende Faser für die Spule verwendet. Der Teil vor dem IOC besteht aber nur aus einfacher Monomode-Faser, um die Verwendung eines kostenintensiven polarisationserhaltenden Kopplers zu umgehen. Diese Monomode-Faser weist eine Restdoppelbrechung auf, die temperaturabhängig ist. Daher ändert sich die Ausrichtung der Polarisationsellipse relativ zum Polarisator mit der Temperatur, was zu einer Verringerung des nutzbaren Signals führt. Je nach Länge der Monomode-Faser und deren Temperaturabhängigkeit kann die Leistung den gesamten Bereich durchlaufen, d.h. es kann eine Drehung der Polarisation um mehr als 180° stattfinden. Im Prinzip ist die Rotationsraten-Bestimmung aufgrund der Modulation unabhängig von der absoluten Leistung, allerdings kann sich die Performance des Sensors verändern.

Daher wird ein Lyot-Depolarisator[122–124] direkt hinter der Lichtquelle verwendet, siehe Abb. 4.10, der den effektiven Grad der Polarisation reduzieren kann. Eine Reduktion des Grads der Polarisation auf unter 5 % ist ausreichend für diese Zwecke. Das Licht ist am Ausgang nicht unpolarisiert, sondern wird als depolarisiert bezeichnet, da eine systematische und keine statistische Entpolarisierung stattfindet.



Abbildung 4.10: Schema eines FOGs mit Lyot-Depolarisator. Der Bereich mit Monomode-Fasern ist markiert, die anderen Fasern sind polarisationserhaltend.

Die prinzipielle Wirkungsweise basiert auf der Nutzung von Doppelbrechung. Für faseroptische Sensoren wird eine doppelbrechende, d.h. polarisationserhaltende Faser verwendet. Die Polarisationsellipse des zu depolarisierenden Lichts wird in die beiden Hauptachsen der Faser mit einem Winkel von 45° eingekoppelt. Nach

Durchlaufen der Faser weisen die vorher korrelierten Anteile in den beiden Hauptachsen eine Phasendifferenz auf. Wenn diese Phasendifferenz größer als die der Kohärenzlänge entsprechende Phase ist, können die beiden Anteile, wenn sie wieder gemischt werden, nicht mehr interferieren. Folglich ist das Licht depolarisiert.

Da meist die Ausrichtung der Polarisationsellipse unbekannt ist, wird der Lyot-Depolarisator aus zwei Faser-Stücken zusammengesetzt, deren Hauptachsen im 45° -Winkel gegeneinander verdreht sind. Damit ist gewährleistet, dass das Licht in jedem Fall auf die beiden Hauptachsen aufgeteilt wird.

4.7.1.1 Modellierung

Im Folgenden wird eine Modellierung des Lyot-Depolarisators mit Hilfe des KoPol-Verfahrens durchgeführt[137, 139]. Die Längen der beiden Teilstücke des Lyot-Depolarisators werden mit l_1 und l_2 bezeichnet, siehe Abb. 4.10, die Summe als $l_{Lyot} = l_1 + l_2$.

Der Licht am Eingang soll vollständig polarisiert sein. Dann kann jeder mögliche Polarisationszustand durch ein Feld

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle f_{x0} \rangle \\ \langle f_{y0} \rangle \end{pmatrix}$$
(4.115)

mit den Einträgen

$$f_{x0} = \begin{bmatrix} A_x \\ \tau_{0x} \end{bmatrix}, \qquad f_{y0} = \begin{bmatrix} A_y \\ \tau_{0y} \end{bmatrix}$$
(4.116)

beschrieben werden. Die Differenz $\Delta \tau_0 = \tau_{0x} - \tau_{0y}$ bestimmt die Art der Polarisation, linear, zirkular oder allgemein elliptisch. $\Delta \tau_0$ muss klein gegen die Kohärenzzeit sein, damit das Licht überhaupt vollständig polarisiert sein kann. Eine entsprechende Phase kleiner als 2π reicht zur Beschreibung aus.

Wie in Unterabschnitt 4.3.5 beschrieben wurde, wird die Wirkung einer optischen Komponente durch zwölf Parameter erfasst. Die Hauptachsen der Faser sollen parallel zu der x- und y-Richtung ausgerichtet sein. Die Dämpfung ist in etwa die gleiche für beide Polarisationsrichtungen,

$$a_{1x} = a_{1y} = a, (4.117)$$

und wird vernachlässigt, a = 1. Die Laufzeiten, die für das Durchlaufen in den beiden Polarisationsrichtungen benötigt wird, unterscheiden sich

$$\tau_{1x/y} = \left(n_{\rm PM} \mp \frac{\Delta n_{\rm PM}}{2}\right) \frac{l_1}{c_0}.$$
(4.118)

Darin ist $n_{\rm PM}$ die mittlere Brechzahl der PM-Faser und $\Delta n_{\rm PM}$ der Brechzahlunterschied zwischen den beiden Polarisationsrichtungen, wobei die *x*-Achse als diejenige mit der größeren Geschwindigkeit definiert wurde. Diese absoluten Laufzeitdifferenzen werden zu den Laufzeiten im Eingangsfeld addiert. Die Dispersion ist in etwa gleich für beide Polarisationsrichtungen und braucht daher nicht adressiert zu werden, d.h. die vier entsprechenden Laufzeiten sind gleich denen ohne Dispersion. Solange keine Kopplung der beiden Polarisationsmoden stattfindet, gilt

$$a_{1yx} = a_{1xy} = 0. (4.119)$$

Auch alle weiteren Laufzeiten in den zwölf Parametern sind null.

Somit wird aus den Feldern aus Glg. (4.116) nach Passieren dieser Faser

$$f_{x1} = \begin{bmatrix} A_x \\ \tau_{0x} + \tau_{1x} \end{bmatrix}, f_{y1} = \begin{bmatrix} A_y \\ \tau_{0y} + \tau_{1y} \end{bmatrix}.$$
 (4.120)

Zur Modellierung des 45° -Winkels wird das Licht um 45° in das Hauptachsen-System des zweiten Faserstücks gedreht und anschließend wieder zurücktransformiert in das System am Eingang. Die Parameter für die Rotation sind dieselben wie die Einträge einer 2×2-Rotationsmatrix

$$a_{45x} = a_{45y} = a_{45yx} = -a_{45xy} = 1/\sqrt{2}$$
(4.121)

wobei $\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ) = 1/\sqrt{2}$ verwendet wurde. Folglich ist das komplette Feld nach der ersten Rotation

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} \langle 1/\sqrt{2}f_{x1}, 1/\sqrt{2}f_{y1} \rangle \\ \langle -1/\sqrt{2}f_{x1}, 1/\sqrt{2}f_{y1} \rangle \end{pmatrix}.$$
 (4.122)

Die Laufzeiten im zweiten Stück Faser werden als τ_{2x} und τ_{2y} bezeichnet. Sie entsprechen denen aus Glg. (4.118) mit der Länge l_2 statt l_1 . Das resultierende Feld, nach der Rückrotation in das Hauptachsen-System des Eingangs und der ersten Faser, besteht dann aus vier Feldanteilen in jeder Polarisationsrichtung, in der *x*-Richtung

$$F_{x} = \left\langle \begin{bmatrix} A_{x}/2 \\ \tau_{0x} + \tau_{1x} + \tau_{2x} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A_{y}/2 \\ \tau_{0y} + \tau_{1y} + \tau_{2x} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} A_{x}/2 \\ \tau_{0x} + \tau_{1x} + \tau_{2y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -A_{y}/2 \\ \tau_{0y} + \tau_{1y} + \tau_{2y} \end{bmatrix} \right\rangle$$
(4.123)

und vergleichbar in der *y*-Richtung. Für die spätere Berechnung der Rotationsraten-Fehler wird hier vermerkt, dass die entsprechenden optischen Wegdifferenzen relativ zum kürzesten optischen Weg durch den Lyot-Depolarisator $L_1 = \Delta n_{\text{PM}} l_1$, $L_2 = \Delta n_{\text{PM}} l_2$ und $L_{12} = \Delta n_{\text{PM}} (l_1 + l_2)$ betragen.

Der verbleibende Grad der Polarisation hinter dem Depolarisator ist ein Maß für die maximale Signal-Abschwächung am Polarisator. Zu dessen Berechnung werden die Stokes-Parameter benötigt, die für das Feld aus Glg. (4.123)

$$s_0 = A_x^2 + A_y^2 \tag{4.124a}$$

$$s_{1} = (A_{x}^{2} - A_{y}^{2})\operatorname{Re}\left\{\gamma(\Delta\tau_{2})\right\} - A_{x}A_{y}\left(\operatorname{Re}\left\{\gamma(\Delta\tau_{0} + \Delta\tau_{1} + \Delta\tau_{2})\right\} - \operatorname{Re}\left\{\gamma(\Delta\tau_{0} + \Delta\tau_{1} - \Delta\tau_{2})\right\}\right)$$
(4.124b)

$$s_2 = 2A_x A_y \operatorname{Re}\left\{\gamma(\Delta \tau_0 + \Delta \tau_1)\right\}$$
(4.124c)

$$s_{3} = -(A_{x}^{2} - A_{y}^{2})\operatorname{Im}\left\{\gamma(\Delta\tau_{2})\right\} - A_{x}A_{y}\left(\operatorname{Im}\left\{\gamma(\Delta\tau_{0} + \Delta\tau_{1} + \Delta\tau_{2})\right\} - \operatorname{Im}\left\{\gamma(\Delta\tau_{0} + \Delta\tau_{1} - \Delta\tau_{2})\right\}\right)$$
(4.124d)

mit

$$\Delta \tau_i = \tau_{ix} - \tau_{iy} = -\frac{\Delta n_{\rm PM}}{c_0} l_i, \ i = 0, 1, 2$$
(4.125)

sind.

Aus diesen Gleichungen ergibt sich sofort, dass, wenn die Laufzeitunterschiede $\Delta \tau_1$ und $\Delta \tau_2$ und die Differenz $\Delta \tau_1 - \Delta \tau_2$ groß gegen die Kohärenzzeit τ_{coh} sind, die Stokes-Parameter s_1 bis s_3 verschwinden und folglich auch der Grad der Polarisation zu null wird, was durch den Lyot-Depolarisator erreicht werden soll.

Genauer betrachtet, wenn $\Delta \tau_0$ vernachlässigbar ist, treten wegen des Depolarisators die Laufzeitdifferenzen $\Delta \tau_2$, $\Delta \tau_1 + \Delta \tau_2$ und $\Delta \tau_1 - \Delta \tau_2$ auf. Um den depolarisierenden Effekt aufgrund der Differenz $\Delta \tau_1 - \Delta \tau_2$ nicht wieder unnötig zu reduzieren, sollte das zweite Faserstück mindestens doppelt so lang wie das erste sein.

Die optimale Depolarisation wird erzielt, wenn die Polarisation des ankommenden Lichts parallel zu einer der beiden Hauptachsen ausgerichtet ist, (o.B.d.A. $A_y = 0$, $\tau_0 = 0$). Das erste Faserstück hat dann keinen Einfluss mehr auf das Ergebnis und der Grad der Polarisation ist einfach

$$\Pi(0^{\circ}) = |\gamma(\tau_2)|, \qquad (4.126)$$

d.h. er entspricht direkt der Kohärenzfunktion von der im zweiten Teilstück erzielten Laufzeitdifferenz.

Die größte Restpolarisation verbleibt, wenn das Licht 45° relativ zu den Hauptachsen des ersten Faserstücks ausgerichtet ist ($A_y = A_x$). Der Grad der Polarisation zeigt dann ein komplexeres Verhalten,

$$\Pi(45^{\circ}) = \left(\operatorname{Re} \left\{ \gamma(\Delta \tau_1) \right\}^2 + \frac{1}{4} \left(\left| \gamma(\tau_1 + \tau_2) \right|^2 + \left| \gamma(\tau_1 - \tau_2) \right|^2 - 2(\operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_1 + \tau_2) \right\} \operatorname{Re} \left\{ \gamma(\tau_1 - \tau_2) \right\} - \operatorname{Im} \left\{ \gamma(\tau_1 + \tau_2) \right\} \operatorname{Im} \left\{ \gamma(\tau_1 - \tau_2) \right\} \right) \right)^{1/2} \right)^{1/2}.$$
(4.127)

Das Licht wird durch den Lyot-Depolarisator nur scheinbar unpolarisiert, d.h. die Stokes-Parameter und das Verhalten entsprechen dem unpolarisierten Lichts. Allerdings ist die Information über den Polarisationszustand am Eingang nicht verloren, sondern wird in den jeweiligen Laufzeitunterschieden der Feldanteile weiter getragen. Diese Laufzeitunterschiede können während der Propagation durch den Sensor wieder aufgehoben werden. Eine Vorrichtung, die das Licht wirklich unpolarisiert, müsste eine zufällige Komponente aufweisen, mit der die Polarisation verändert wird.

4.7.1.2 Ergebnisse

Für die Simulation wurde das Spektrum der Superlumineszenz-Diode verwendet. Die polarisationserhaltende Faser wies eine Doppelbrechung von $\Delta n_{\rm PM} = 5.2 \times 10^{-5}$ auf. Das zweite Faserstück war doppelt so lang wie das erste, $l_2 = 2l_1$. Der resultierende Grad der Polarisation ist in Abb. 4.11 dargestellt. Um den Polarisationsgrad auf etwa 5 % zu reduzieren, muss der Lyot-Depolarisator eine Gesamtlänge von mindestens 2.1 m besitzen. Die hier wirkende effektive Kohärenzlänge der SLD, siehe Unterabschnitt 4.4.2.1, von $l_{\rm coh} = 11 \,\mu$ m entspricht einer Faserlänge von 21 cm, so dass die der Kohärenzlänge entsprechende Länge mit dem Faktor 10 als Gesamt-Depolarisatorlänge verwendet werden muss. Die benötige Länge skaliert linear mit der Kohärenzlänge. Für die Monomode-Laserdiode mit $l_{\rm coh} = 30$ m müsste die Depolarisator-Länge folglich theoretisch mehr als 5000 km betragen, was praktisch nicht zu realisieren ist.

Die Genauigkeit, mit der der 45°-Winkel zwischen den zwei Teilen des Depolarisators eingehalten wird, bestimmt mit das Ergebnis. Auch für sehr große Längen bleibt eine Restpolarisation zurück, und zwar beträgt der resultierende Grad der Polarisation $|\sin(2\Delta\theta_{45^\circ})|$, worin $\Delta\theta_{45^\circ}$ die Abweichung vom Idealwinkel von 45° bezeichnet.



Abbildung 4.11: Grad der Polarisation hinter dem Lyot-Depolarisator. Die Legende zeigt den Winkel des linear polarisierten Lichts am Eingang relativ zu den Hauptachsen des ersten Faserstücks.

Eine Messung der maximalen und minimalen Intensität, die sich bei Transmission durch einen Polarisator unter Veränderung des Einkoppelungswinkels ergab, hat für den Grad der Polarisation mit Depolarisatoren der Länge 2 m und 7 m unter verschiedenen Bedingungen bzgl. der Orientierung der Komponenten zueinander einen maximalen Wert von 0.7 % ergeben, der für beide Längen gleich war. Diese Restpolarisation ergab sich hauptsächlich aus der Abweichung des Winkels zwischen den beiden Teilen des Lyot-Depolarisators vom Idealwert von 45° . Das Ergebnis lässt auf eine Fehlausrichtung von unter 1° schließen. Ein genaueres Ausrichten der Fasern vor dem Spleißen war nicht möglich, da sich die Querschnitte von verschiedenen Faserstücken leicht unterscheiden.

Insgesamt wurde eine Depolarisation auf 1.6% des initialen Wertes erreicht, was die Anforderungen zur Stabilisierung der Leistung im FOG übertrifft.

4.7.2 Reflexionen im IOC

Die effektive Brechzahl der geführten Polarisationsrichtung des IOC von $n_{\rm IOC}$ = 2.14 unterscheidet sich stark von der der Faser mit etwa $n_{\rm F} = 1.45$. Daraus resultieren bei einer ebenen Verbindung Fresnel-Reflexionen von etwa 4% an der Vorderund Rückseite des IOC. Die Reflexionen an der Rückseite im oberen und unteren Weg besitzen im Prinzip keine Wegdifferenz, wenn von der Fertigungsungenauigkeit abgesehen wird, und sind voll interferenzfähig. Weiterhin treten sie erst hinter den Elektroden zur Modulation auf, so dass sie mit der Modulationsfrequenz direkt moduliert werden, und zwar so, dass im Ausgangssignal eine erste Harmonische mit der gleichen elektrischen Phase, wie sie durch eine Drehrate hervorgerufen wird, entsteht. Es muss zudem berücksichtigt werden, dass diese Reflexionen nochmals nach Durchlaufen der Spule am Übergang Faser-IOC auftreten. Im schlechtesten Fall, wenn die Fertigungsungenauigkeit, eine Gleichspannung am Modulator oder eine sonstige Unsymmetrie zur konstruktiven Interferenz zwischen der oben und der unten reflektierten Welle führen, ist die resultierende Phase so groß wie Anteil der Reflexionen, d.h. bei 4 % Reflexionen beträgt im ungünstigsten Fall die Phase $\phi_{\rm R}=0.04$. Der hier aufgebaute faseroptische Rotationssensor besaß einen Skalenfaktor von etwa $4.5 \,\mu \text{rad}/(^{\circ}/\text{h})$. Für diesen Wert folgt ein maximaler Drehraten-Fehler von ungefähr $9000^{\circ}/h = 2.5^{\circ}/s$. Durch die Modulation und Dämpfungen in der Spule sind die Auswirkungen der Reflexionen auf die Drehrate noch um ca. 10% größer. Eine elektronische Kompensation ist wegen der Temperaturabhängigkeit schwierig.

Stand der Technik zur Reduktion dieser Reflexionen ist ein Schrägschliff der Vorderund Rückseite des IOC, so dass das Substrat parallelogrammförmig wird. Da sich die Brechzahl von IOC und Faser unterscheiden, müssen diese nach dem Brechungsgesetz von Snellius, in diesem Fall

$$\frac{n_{\rm IOC}}{n_{\rm F}} = \frac{\sin(\alpha_{\rm IOC})}{\sin(\alpha_{\rm F})},\tag{4.128}$$

mit einem gewissen Winkel zueinander verbunden werden, siehe Abb. 4.12.

Durch die Abschrägung wird der Überlapp zwischen reflektiertem Feld und dem Wellenleiter bzw. der Faser kleiner, so dass weniger Leistung wieder eingekoppelt werden kann. Für einen Winkel von $\alpha_{IOC} = 6.6^{\circ}$ und folglich $\alpha_{F} = 10^{\circ}$ beträgt der berechnete Überlapp laut Hersteller nur noch -45 dB. Mit den Fresnel-Reflexionen von -14 dB ergibt sich somit eine theoretische Rückflussdämpfung von -59 dB.



Abbildung 4.12: Spulenseitige Kante des IOC mit den zwei Ausgängen.

Für den verwendeten IOC mit einem Substrat-Winkel von $\alpha_{IOC} = 6.6^{\circ}$ und einem Abstand der beiden Wellenleiter von $l_{sep} = 250 \,\mu\text{m}$ ist der obere Weg in Abb. 4.12 um die Strecke $l_{IOC} = l_{sep} \tan(\alpha_{IOC}) = 28.9 \,\mu\text{m}$ länger. Die reflektierte Welle durchläuft diesen Weg aber doppelt und die Brechzahl muss berücksichtigt werden, daher ergibt sich eine optische Wegdifferenz von $L_{IOC} = 2n_{IOC}l_{IOC} = 123.8 \,\mu\text{m}$.

Eine Verlängerung dieser Länge ist technologisch nicht möglich, da die ohnehin schon starke Dämpfung weiter erhöht wird. Dies hat zum einen den Grund, dass eine Vergrößerung des Winkels zu größeren Kopplungsverlusten führt. Andererseits wird die Dämpfung im Y-Verzweigungsbereich bei einem größeren Abstand der Lichtwellenleiter erhöht.

Für die SLD und die EDFS war die Strecke größer als die Kohärenzlänge, wodurch die Auswirkungen der Reflexionen weiter verringert wurden.

4.7.3 Rotationsraten-Fehler durch gleiche optische Wege

Wenn im FOG mit Lyot-Depolarisator und abgeschrägtem IOC die optische Wegdifferenz zwischen den verbleibenden Reflexionen an der Rückseite des IOC in etwa einer optischen Wegdifferenz, die im Lyot-Depolarisator erhalten wird, entspricht, kann wie im Fall ohne Schrägschliff wieder eine modulierte Phasendifferenz auftreten. Diese Phase ist von einer Sagnac-Phase ununterscheidbar und führt folglich zu einem Rotationsraten-Fehler. Durch die Temperaturabhängigkeit der beteiligten Komponenten variiert der Fehler mit der Temperatur, was eine Kompensation erschwert. Diese potentielle Fehlerquelle muss beim Entwurf eines FOG berücksichtigt werden, wurde aber bisher in der Literatur nicht beschrieben.

Mit den obigen Definitionen der optischen Wege lautet die Bedingung für das Auftreten der Fehler[138]

$$|L_{\rm IOC} - L_i| \lesssim l_{\rm coh} , \qquad i = 1, 2, 12$$
 (4.129)

und näherungsweise wird dies im modulierten FOG, zunächst ohne Dämpfung, als die Phase $\phi_{\rm R} \approx R$ interpretiert, worin R den Reflexionskoeffizienten darstellt. Dabei wird vollständig linear polarisiertes Licht angenommen. Bei dem verwendeten IOC betrug die optische Wegdifferenz der Reflexionen $L_{IOC} = 123.8 \,\mu\text{m}$. Wenn z.B. das kürzere Stück des Depolarisators der Auslöser der Bias-Fehler sein soll, treten die Fehler auf, wenn die Länge bei einer Brechzahldifferenz von $\Delta n_{\rm PM} = 5.2 \times 10^{-5}$ etwa $l_1 = 2.4 \,\mathrm{m}$ und folglich die Gesamtlänge des Lyot-Depolarisators mindestens $l_{\rm Lvot} = 7.2 \,{\rm m}$ beträgt. Bei einer Interferenz mit den summierten Wegdifferenzen L_{12} beträgt die Gesamtlänge $l_{\rm Lyot} = 2.4\,{
m m}$. Diese Längen liegen in einem Bereich, der auch aufgrund der Depolarisationseigenschaften gewählt werden würde. Mit dem Skalenfaktor des FOG ergibt sich in den Simulationen für Reflexionen von $R = -43 \,\mathrm{dB}$, zu diesem Wert siehe die experimentellen Ergebnisse, ein maximaler Rotationsraten- Fehler von 12 °/h. Der maximale Fehler tritt aufgrund der Modulation z.B. für $L_{IOC} = L_1 \pm \lambda/4$ auf, verschwindet aber für genau $L_{IOC} = L_1$. Die Abhängigkeit entspricht dem oszillierenden Term Re $\{\gamma(\tau)\}$. Auch der Grad der Polarisation der Lichtquelle zeigt einen Einfluss, und zwar steigt der maximale Fehler linear mit dem Grad der Polarisation von null bis zum Fehler für linear polarisiertes Licht an.

4.7.3.1 Einfluss der Ausrichtung der Komponenten

Die Größe des Drehraten-Fehlers hängt weiterhin ab von der Orientierung der Polarisationsellipse der Lichtquelle relativ zu den Hauptachsen der ersten Faser des Depolarisators sowie der der zweiten Faser relativ zum IOC. Wenn z.B. die Länge des ersten Faserstück die Fehler bedingt, d.h. $L_{IOC} \approx L_1$, aber das linear polarisierte Licht der Lichtquelle gerade parallel zu den Hauptachsen ausgerichtet ist, treten keine Feldanteile mit der L_1 entsprechenden Wegdifferenz und folglich auch keine Rotationsraten-Fehler auf. Der Winkel relativ zum IOC und somit zum Polarisator bestimmt, wie die Anteile aus den beiden Polarisationsrichtungen nochmals gemischt werden. Die Abhängigkeiten sind in Tab. 4.1 aufgeführt. Der zusätzliche Term $\arctan(2)$ für $L_{IOC} \approx L_1$ ergibt sich aus der Addition der Felder am Polarisator. Für $L_{IOC} \approx L_{12}$ ergibt sich eine Sinus-Abhängigkeit vom doppelten Winkel der Polarisationsellipse relativ zu den Hauptachsen des ersten Lyot-Faserstücks θ_{Lyot} . Der Winkel bestimmt auch die Abhängigkeit der Fehler vom zweiten Winkel. Diese Winkel sind im realen Aufbau wegen der temperatur- und geometrieabhängi-

Wegdifferenz	Amplitudenabhängigkeit
$L_{\rm IOC} \approx L_1$	$\sin(2\theta_{\rm Lyot})\cos(2(\theta_{\rm IOC}-\theta_{\rm Lyot})-\arctan(2))$
$L_{\rm IOC} \approx L_2$	$\cos(2\theta_{\rm Lyot})\cos(2(\theta_{\rm IOC}-\theta_{\rm Lyot}))$
$L_{\rm IOC} \approx L_{12}$	$\sin(2\theta_{\mathrm{Lyot}})\cos(2(\theta_{\mathrm{IOC}}- heta_{\mathrm{Lyot}}))$

Tabelle 4.1: Abhängigkeit der maximalen Amplitude vom Winkel des ankommenden Lichts relativ zum Depolarisator θ_{Lyot} und des Depolarisators relativ zum IOC θ_{IOC} .

gen Restdoppelbrechung der Monomode-Faser aber nicht einstellbar oder bestimmbar. Daher ist der hier angegebene maximale Rotationsraten-Fehler der Fehler, der sich im ungünstigsten Fall ergibt, je nach Betrachtung bezüglich der Ausrichtung oder der effektiven Differenz der Weglängenunterschiede.

4.7.3.2 Temperaturabhängigkeit

Die Temperaturabhängigkeit der Rotationsraten-Fehler ergibt sich aus der der Differenz

$$\Delta L = L_{\rm IOC} - L_i \tag{4.130}$$

und ist

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}T} = (D_{n_{\mathrm{IOC}}}^{\mathrm{T}} + D_{l_{\mathrm{IOC}}}^{\mathrm{T}})n_{\mathrm{IOC}}l_{\mathrm{IOC}} - (D_{\Delta n_{\mathrm{PM}}}^{\mathrm{T}} + D_{l_{i}}^{\mathrm{T}})\Delta n_{\mathrm{PM}}l_{i}$$
(4.131)

mit den relativen Temperaturkoeffizienten der Größe j

$$D_j^{\mathrm{T}} = \frac{1}{j} \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}T}.$$
(4.132)

Damit die Interferenzen auftreten, muss $L_{IOC} = n_{IOC}l_{IOC} \approx \Delta n_{PM}l_i$ gelten. Somit ergibt sich eine Periode in der Temperatur von

$$\Delta T_{2\pi} \approx \frac{1}{D_{n_{\rm IOC}}^{\rm T} + D_{l_{\rm IOC}}^{\rm T} - D_{\Delta n_{\rm PM}}^{\rm T} - D_{l_i}^{\rm T}} \frac{\lambda}{L_{\rm IOC}}.$$
(4.133)

Die Werte sind nur teilweise aus Herstellerangaben direkt bekannt, andere mussten abgeschätzt werden, so dass die berechnete Periode zwischen 1 °C und 5 °C lag. Den größten Anteil trägt die Temperaturabhängigkeit der Brechzahldifferenz in der PM-Faser bei. Verwendet für die weitere Berechnung wurden Werte, die zu dem aus Experimenten erhaltenen Wert von $\Delta T_{2\pi} = 1.25$ °C führen.

In Abb. 4.13 ist die simulierte Temperaturabhängigkeit dargestellt. Es zeigt sich eine periodische Abhängigkeit, deren maximale Amplitude von der verwendeten Lyot-Depolarisatorlänge abhängt. Im Prinzip ist der Verlauf des Realteils des Grades der Kohärenz zu sehen. Die maximale Amplitude tritt bei etwa 25 °C auf, d.h. bei etwa dieser Temperatur ist die Differenz der optischen Weglängendifferenzen gerade $\lambda/4$. Zu beiden Seiten davon fällt die Amplitude entsprechend dem Grad der Kohärenz ab.

Dies ist nur der ungünstigste Fall bezüglich der Ausrichtung: Im Experiment ändert sich durch die Temperaturabhängigkeit der Restdoppelbrechung der zum Teil sehr langen Monomode-Fasern auch die Orientierung der Komponenten zueinander, so dass das Maximum nicht erreicht werden muss, und die Abnahme zu den Seiten stärker ausfällt. Auch die Periode in der Temperatur kann schwanken und neue Perioden können erscheinen. Durch die temperaturabhängige Rotation des Lichts in der Monomode-Faser[101] kann das Abfallen der Amplitude stärker als der Kohärenzlänge entsprechend sein. Zwei Beispiele sind in Abb. 4.13 dargestellt, bei denen nur jeweils einer der beiden Effekte simuliert wurde.

4.7.3.3 Abhängigkeit von der Depolarisator-Länge

Abb. 4.14 zeigt die Abhängigkeit der Fehler von der Länge des Depolarisators. Dargestellt ist die Amplitude der Schwankungen über der Temperatur wieder bei ungünstigster Ausrichtung der Komponenten zueinander, wobei davon ausgegangen wurde, dass die Änderungen der optischen Wege im betrachteten Temperaturbereich klein sind. Experimentell kann der beobachtete Fehler durchaus weit darunter liegen, wenn eine andere Orientierung der Komponenten zueinander vorliegt. Die Kurve ist im wesentlichen aus drei Maxima zusammengesetzt, bei denen L_{IOC} von links nach rechts gerade so groß wie L_{12} , L_2 und L_1 ist. Der Verlauf der einzelnen Peaks entspricht dem der Kohärenzfunktion.

Insgesamt ergibt sich der allgemeine Zusammenhang für die Länge des Lyot-



Abbildung 4.13: Temperaturabhängigkeit der Rotationsrate für eine Lyot-Depolarisator-Länge von 2.4 m. Oben ist nur der Lyot-Depolarisator berücksichtigt, unten zusätzlich Restdoppelbrechung der Monomode-Faser und Rotationen der Polarisation.

Depolarisators

$$l_{\rm Lyot} \gtrsim 3 \frac{L_{\rm IOC} + 10 l_{\rm coh}}{\Delta n_{\rm PM}},$$
(4.134)

um die Fehler auf das Minimum zu reduzieren.



Abbildung 4.14: Abhängigkeit der Rotationsrate von der Länge des Lyot-Depolarisators bei ungünstigster Ausrichtung der beteiligten Komponenten zueinander.

4.7.4 Experimentelle Ergebnisse

In den vorhandenen Aufbau wurden Lyot-Depolarisatoren verschiedener Länge eingefügt. Es wurden Messungen der Rotationsrate über der Temperatur durchgeführt. Aufgrund der unvermeidlichen Verwendung der Monomode-Faser und der damit zusammenhängenden, oben beschriebenen Effekte konnte die Orientierung der Komponenten zueinander weder festgestellt noch konstant gehalten werden.

Es haben sich verschiedenen Verläufe ähnlich den aus Simulationen erhaltenen Kurven in Abb. 4.13 ergeben. In Abb. 4.15 ist eine Messung dargestellt, während der die Orientierung nahezu konstant geblieben ist. Die Länge des Depolarisators wurde mit 2.4 m so gewählt, dass die Weglängendifferenz der Reflexionen im IOC dem Weglängenunterschied im ersten Faserstück entsprachen.

Der Verlauf entspricht dem der Simulation, auch die Abnahme in der Amplitude der Fehler korreliert mit der Kohärenzlänge. Das Ergebnis ohne Lyot-Depolarisator



Abbildung 4.15: Gemessene Bias-Schwankungen mit und ohne Lyot-Depolarisator über der Temperatur. Die Simulation ergibt vergleichbare Werte.

unter gleichen Bedingungen zeigt, dass die Effekte in dieser Größenordnung nur mit Depolarisator auftreten. Bei der Messung ohne Depolarisator sind keine periodischen Schwankungen zu erkennen.

Weitere Messungen haben Rotationsraten-Fehler mit einer Amplitude bis zu $18 \,^{\circ}/h$ gezeigt, wobei wie in der Simulation die größten Amplituden für die Längen $2.4 \,\mathrm{m}$, $3.6 \,\mathrm{m}$ und $7.2 \,\mathrm{m}$ auftraten. Die direkt daraus abgeleitete Mindestgröße der Reflexionen für linear polarisiertes Licht beträgt $-41 \,\mathrm{dB}$. Allerdings wies die SLD nur einen Grad der Polarisation von 0.45 auf, so dass die Reflexionen tatsächlich mindestens $-37.5 \,\mathrm{dB}$ betragen haben. Dieser Wert ist deutlich größer als der vom Hersteller berechnete Wert von $-59 \,\mathrm{dB}$, der zu Fehlern in der Drehrate von maximal nur $0.15 \,^{\circ}/h$ führen würde. Auch der Hersteller des IOC konnte keinen Grund für diese großen Reflexionen angeben, vermutet wurde ein Einfluss des Klebers und der Genauigkeit der Ausrichtung der Faser relativ zu den Wellenleitern des IOC.

4.7.5 Fazit

Die Analyse des Standard-Designs des faseroptischen Rotationssensors mit dem Simulationswerkzeug führte zur Identifizierung einer bisher in der Literatur nicht beschriebenen Ursache von Rotationsraten-Fehlern. Im Lyot-Depolarisator können Wegdifferenzen auftreten, die dem Weglängenunterschied zwischen Reflexionen, die am Übergang vom IOC zur Faser erfolgen, entsprechen. Daraus resultiert eine modulierte Phasendifferenz im Ausgangssignal, die nicht von einer Sagnac-Phase unterscheidbar ist und sich somit als Drehraten-Fehler auswirkt.

Im hier aufgebauten faseroptischen Rotationssensor sind für Depolarisator-Längen von $1 - 12 \,\mathrm{m}$ Rotationsraten-Fehler von bis zu $18 \,^{\circ}$ /h aufgetreten, die ohne Lyot-Depolarisator unter $0.02 \,^{\circ}$ /h lagen. Für die Reduktion des Grads der Polarisation auf unter $5 \,^{\circ}$ musste die Länge $2 \,\mathrm{m}$ betragen. Daher ist eine kürzere Länge nicht möglich, folglich ist, um die Fehler auf das Minimum von $0.02 \,^{\circ}$ /h zu reduzieren, eine Länge von $12 \,\mathrm{m}$ erforderlich.

Mit Glg. (4.134) ist allgemein die Mindestlänge des Depolarisators definiert, ab der die Fehler auf das Minimum reduziert werden. Die Größe der Fehler, auch die des Restfehlers, skaliert mit dem Reflexionsanteil.

In kommerziellen faseroptischen Rotationssensoren ist die Verwendung eines Lyot-Depolarisators und eines IOCs Stand der Technik, so dass auch in diesen Sensoren die hier beschriebene signifikante Fehlerquelle auftreten kann und beim Design berücksichtigt werden muss. Hierzu eignet sich das entwickelte Simulationswerkzeug, dessen Anwendbarkeit sich für die Modellierung von faseroptischen Rotationssensoren bestätigt hat. Der Einfluss der Kohärenz, die eine wesentliche Rolle spielt, kann voll erfasst werden. Effekte der Modulation werden berücksichtigt. Erst die Möglichkeit der Modellierung der Polarisations- und Temperaturabhängigkeit ermöglicht die vollständige, quantitative Simulation.
Kapitel 5

Bestimmung nichtlinearer Fehlerterme

Nichtlineare Effekte, teilweise auch vereinfachend als *Kerr-Effekt* bezeichnet, können eine wesentliche Quelle für Rotationsraten-Fehler sein. Durch unsymmetrische Leistungsverteilung in den beiden Umlaufrichtungen im faseroptischen Rotationssensor können sich die Wellen selbst und, durch den speziellen Aufbau bedingt, gegenseitig in der Phase modulieren. Dabei spielen die Eigenschaften der Lichtquelle eine wesentliche Rolle.

Wenn zunächst nur der monochromatische Fall betrachtet wird, können die Auswirkungen der nichtlinearen Kopplungen in der Faser unter gewissen Bedingungen, auf die unten näher eingegangen wird, auf eine Differenz der effektiven Brechzahl im Medium zwischen den Umlaufrichtungen reduziert werden, welche von der vorhandenen Intensität abhängt[125],

$$\Delta n = -n_2^{\rm I} (I^+ - I^-). \tag{5.1}$$

 $n_2^{\rm I}$ ist der *nichtlineare Brechzahlkoeffizient*, eine Materialkonstante, die weiter unten definiert wird, und I^+ bzw. I^- die in der positiven bzw. negativen Umlaufrichtung vorhandene Leistung. Die Gleichung wird im Folgenden noch als Spezialfall der allgemeinen Modellierung erhalten. Der nichtlineare Effekt bewirkt somit eine Änderung der effektiven Brechzahl in der Faserspule, die unterschiedlich für die beiden Umlaufrichtungen ist und daher zu einer Phasenverschiebung führt. Aus dieser Gleichung wird bereits deutlich, dass der Effekt nur bei einer Unsymmetrie zwischen den beiden Intensitäten auftreten kann. Diese kann z.B. durch ein nichtideales Teilungsverhältnis des IOC hervorgerufen werden.

Beim Durchlaufen der Spule der Länge L führt der Brechzahlunterschied zu einer

Phasendifferenz

$$\phi_{\rm NL} = \frac{2\pi\Delta nL}{\lambda},\tag{5.2}$$

die nicht von einer Sagnac-Phase zu unterscheiden ist und folglich, versehen mit dem Skalenfaktor des Sensors, einer Rotationsrate

$$\Omega_{\rm NL} = \frac{\lambda c_0}{2\pi LD} \phi_{\rm NL} = -\frac{n_2^1 c_0}{D} (I^+ - I^-)$$
(5.3)

entspricht. Bemerkenswert ist, dass diese Größe unabhängig von der Wellenlänge ist. Weiterhin, da sowohl die nichtlineare Phase als auch die Sagnac-Phase proportional zur Spulenlänge sind, ist die entsprechende Drehrate unabhängig von dieser.

Die Gleichung ermöglicht eine erste Abschätzung des Effekts. Wenn die Asymmetrie zwischen den entgegengesetzt umlaufenden Intensitäten durch einen unsymmetrischen Koppler mit dem Teilungsverhältnis (*Coupling Ratio*) $R_{\rm C} = 49\%$ gegeben ist, beträgt die Differenz in der Intensität zwischen den beiden Umlaufrichtungen 2% der aufzuteilenden Intensität I_0 . Die Fehlerterme könnten zwar mittels eines verbesserten Teilungsverhältnisses des IOC reduziert werden, allerdings zeigen kommerzielle IOCs eine Fertigungstoleranz von bis zu 10%.

Zunächst die Berechnung der Phasendifferenz nach Glg. (5.48): Die mittlere Wellenlänge soll $\overline{\lambda} = 1550 \,\mathrm{nm}$ betragen, die Spulenlänge $L = 500 \,\mathrm{m}$ und der nichtlineare Brechzahl-Koeffizient $n_2^{\mathrm{I}} = 2.6 \times 10^{-20} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{W}$ [126]. Die über den Faserquerschnitt gemittelte Intensität berechnet sich aus der Leistung in der Spule und der in Anhang B.2 definierten effektiven Kernfläche $I_0 = P_0/A_{\mathrm{eff}}$. Für die Lichtquelle sind $P = 5 \,\mathrm{mW}$ Ausgangsleistung realistisch. In der Spule sind dann insgesamt noch etwa $P_0 = 1 \,\mathrm{mW}$ vorhanden. Die effektive Kernfläche beträgt $A_{\mathrm{eff}} = 5 \times 10^{-11} \,\mathrm{m}^2$ für die verwendete 80 μ m-PM-Faser.

Insgesamt ergibt sich eine Phasendifferenz von $\phi_{\rm NL} = 20 \,\mu \text{rad}$. Mit einem Spulendurchmesser von $D = 5 \,\text{cm}$ erhält man einen Rotationsraten-Fehler von $\Omega_{\rm NL} = 12.8 \,^{\circ}/\text{h}$, das entspricht je Leistungsdifferenz in der Spule

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = 0.64\,(^{\circ}/\mathrm{h})/\mu\mathrm{W}.$$

Ein FOG mit diesen Spezifikationen sollte allerdings Drehraten mit einem Fehler deutlich kleiner als 1 °/h, eher 0.01 °/h, messen können. Es ergibt sich somit selbst für einen IOC, dessen Teilungsverhältnis nur 2 % vom Ideal abweicht, ein deutlich größerer Rotationsraten-Fehler.

Bei diesen Berechnungen wurde aber der Einfluss der Eigenschaften der Lichtquelle nicht berücksichtigt, da von vollständig monochromatischem Licht ausgegangen wurde. Hier werden zwei teilweise widersprüchliche Theorien diskutiert.

Auf der einen Seite wird die Auffassung vertreten, dass die Kohärenzlänge der Lichtquelle die nichtlinearen Effekte direkt skaliert[127]. Der nichtlineare Effekt tritt nur auf, wenn sich die gegenläufigen Wellen gegenseitig beeinflussen. Daher wird davon ausgegangen, dass dies nur dort möglich ist, wo die Wellen auch interferenzfähig sind. Dies sind sie in der Spule nur in deren Mitte, da hier beide Wellen dieselbe Weglänge zurückgelegt haben. Die nichtlineare Brechzahldifferenz sollte um diesen Ort nur auf der Kohärenzlänge auftreten, was den Effekt für eine partiell kohärente Lichtquelle um etwa den Faktor $2l_{\rm coh}/L$ reduzieren sollte.

Die andere Theorie geht direkt von den spektralen Eigenschaften, und nicht den Kohärenzeigenschaften, aus[128]. Das Spektrum wird in einzelne spektrale Linien aufgeteilt, deren jeweilige nichtlineare Phasendifferenz getrennt berechnet wird. Anschließend wird die resultierende Phasendifferenz abgeleitet. Die Anzahl der Linien und deren relative Stärke bestimmt dann die Reduktion der nichtlinearen Effekte relativ zu denen mit einer monochromatischen Lichtquelle.

Hier wird konsequent der Ansatz über die spektralen Eigenschaften der Lichtquelle, d.h. über die Linienstruktur, verfolgt und weiterentwickelt. Die Experimente liefern die von dieser Theorie prognostizierten Werte.

5.1 Modellierung der nichtlinearen Effekte

5.1.1 Grundlagen

Zunächst werden einige allgemeine Betrachtungen und Definitionen durchgeführt, die die physikalischen Grundlagen der nichtlinearen Effekte betreffen.

5.1.1.1 Nichtlineare Polarisation in den Maxwellgleichungen

Für die Herleitung der nichtlinearen Effekte wird von den Maxwellgleichungen[102]

$$\nabla \boldsymbol{D} = \boldsymbol{\rho} \tag{5.4a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{5.4b}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$
(5.4c)

$$\nabla \boldsymbol{B} = 0 \tag{5.4d}$$

ausgegangen. Die dielektrische Verschiebungsdichte wird definiert durch

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P},\tag{5.5}$$

worin P die Polarisation darstellt. Dies gilt bei lokaler und momentaner Abhängigkeit der Polarisation vom elektrischen Feld, was in verlustfreien Medien (Leitfähigkeit $\sigma = 0$) ohne eingeprägte Ströme (Stromdichte j = 0) erfüllt ist. Unter Benutzung der Vektoridentität

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E}$$
(5.6)

und dem Zusammenhang

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} \tag{5.7}$$

für unmagnetische Medien lässt sich die magnetische Feldstärke aus den Gleichungen eliminieren. Dies führt auf

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} - \nabla (\nabla \boldsymbol{E}) = \mu_{0} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \boldsymbol{H})$$
$$= \mu_{0} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} (\varepsilon_{0} \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}).$$
(5.8)

Die Polarisation wird aufgeteilt in einen linearen und einen nichtlinearen Anteil[129]

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{NL}} = \varepsilon_0 \chi_{\mathrm{L}} \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_{\mathrm{NL}}, \qquad (5.9)$$

wobei die Tensor-Struktur der dielektrischen Suszeptibilität nicht berücksichtigt wurde. Mit $\nabla E \approx 0$ und der linearen Dielektrizitätszahl $\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_L)$ folgt die Differentialgleichung

$$\Delta \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}_{\rm NL}}{\partial t^2}.$$
(5.10)

Die nichtlinearen Effekte in der Faser werden als kleine Störungen der gesamten induzierten Polarisation betrachtet. Daher kann in einer Stufenindex-Faser, in der die lineare Dielektrizität ε stufenweise konstant ist, von

$$\nabla \boldsymbol{D} \approx \varepsilon \nabla \boldsymbol{E} \tag{5.11}$$

ausgegangen werden, wobei schon $\nabla P_{\rm NL} \approx 0$ verwendet wurde. In der Faser existieren keine Ladungen, so dass die Divergenz von D und folglich die Divergenz von E verschwinden.

Komponentenweise setzt sich die nichtlineare Polarisation wie folgt zusammen:

$$(P_{\rm NL})_{i} = \varepsilon_{0} \left(\chi_{ijk}^{(2)} E_{j} E_{k} + \chi_{ijkl}^{(3)} E_{j} E_{k} E_{l} + \dots \right)$$

mit $i, j, k, l = x, y, z$ (5.12)

wobei die Einsteinsche Summenkonvention vorausgesetzt wurde, nach der über in einem Produkt doppelt auftretende Indizes summiert wird. Die für Effekte zweiter Ordnung verantwortliche Suszeptibilität $\chi^{(2)}$ ist nur in nicht inversionssymmetrischen Medien von Null verschieden und spielt folglich in der Quarzglas-Faser keine Rolle. Der Suszeptibilitäts-Tensor $\chi^{(3)}$ ist aber in allen Materialien ungleich Null.

Die hier berücksichtigte nichtlineare Polarisation ist somit nur die Polarisation in der dritten Potenz der elektrischen Feldstärke

$$(P_{\rm NL})_i = \varepsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l \qquad , \text{mit } i, j, k, l = x, y, z.$$

$$(5.13)$$

Ein Teilaspekt dieser Polarisation, die von der dritten Potenz der elektrischen Feldstärke abhängt, wird als *Kerr-Effekt* bezeichnet. Dabei gibt es den klassischen Kerr-Effekt, bei dem zwei der Felder zeitlich konstant sind und, wie hier betrachtet, den *optischen Kerr-Effekt*, bei dem die Nichtlinearität durch die Felder einer optischen Welle hervorgerufen wird.

Durch die Näherung des verlustfreien Mediums ist der Suszeptibilitäts-Tensor $\chi_{ijkl}^{(3)}$ unabhängig von der Frequenz des elektrischen Feldes. Dies ist erfüllt, solange die auftretenden Frequenzen weit genug von Resonanzen entfernt sind. Wie im Unterabschnitt 5.1.1.4 zu sehen sein wird, spielen im Falle eines Rotationssensors nur die Anteile innerhalb des Spektrums der verwendeten Lichtquelle eine Rolle.

5.1.1.2 Vereinfachung durch eindimensionale Wellenausbreitung

Die Gleichungen lassen sich weiter vereinfachen, wenn nur linear polarisiertes Licht angenommen wird, das sich als ebene transversal-elektromagnetische Welle ausbreitet. Die nichtlinearen Effekte werden hier in einer polarisationserhaltenden Spule des faseroptischen Rotationssensors betrachtet, so dass das Licht nahezu vollständig polarisiert ist. Auch wenn die zweite Polarisationsrichtung auftritt, ist die Kopplung nur gering. Die Felder in einer Faser sind bis auf einen vernachlässigbar kleinen Anteil des elektromagnetischen Feldes in Ausbreitungsrichtung transversal. Es sollen nur elektrische Felder, die aus optischen Wellen resultieren, vorhanden sein.

Die Ausbreitungsrichtung sei die z-Richtung, der Vektor der elektrischen Feldstärke

zeige in x-Richtung

$$\boldsymbol{E} = E(z,t)\boldsymbol{e}_x. \tag{5.14}$$

Damit ist die Polarisation nur noch gegeben durch

$$\boldsymbol{P}_{\rm NL} = \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} (\boldsymbol{E} \boldsymbol{e}_x)^3 \boldsymbol{e}_x$$
(5.15)

oder skalar

$$P_{\rm NL}(z,t) = \varepsilon_0 \chi_{xxxx}^{(3)} E(z,t)^3.$$
 (5.16)

Im Folgenden wird statt $\chi^{(3)}_{xxxx}$ nur noch $\chi^{(3)}$ geschrieben. Im eindimensionalen Fall vereinfacht sich auch die Differentialgleichung Glg. (5.10) zu

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}(z,t) = \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{\rm NL}(z,t)}{\partial t^2}.$$
(5.17)

5.1.1.3 Diskrete spektrale Zerlegung

Das elektrische Feld einer monochromatischen Welle am Ort z zur Zeit t kann durch

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \left(E_0(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega t - \beta z)} + E_0^*(z) \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\omega t - \beta z)} \right)$$
(5.18)

dargestellt werden, wobei * die komplexe Konjugation bezeichnet. ω ist die Frequenz und β die Propagationskonstante bzw. die Wellenzahl. Die Welle soll stationär sein, d.h. ihre Amplitude soll nur vom Ort und nicht mehr von der Zeit abhängen.

Zur Betrachtung der nichtlinearen Effekte wird eine polychromatische Welle durch diskrete Frequenzanteile beschrieben, um Kopplungen zwischen verschiedenen Frequenzen zu berücksichtigen. Die Welle soll aus N diskreten Frequenzanteilen zusammengesetzt sein, so dass das elektrische Feld der Welle durch

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} E_m(z,t) = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} E_{0m}(z) e^{j(\omega_m t - \beta_m z)}$$
(5.19)

beschrieben werden kann. Mit den Definitionen $E_0 = 0$, $\omega_{-m} = -\omega_m$, $\beta_{-m} = -\beta_m$ und $E_{0-m} = E_{0m}^*$ stellen die Anteile für negatives m gerade das komplex Konjugierte des Anteils für positives m dar. Somit ist das Feld reell. Die Polarisation wird dann nach Glg. (5.16) zu

$$P_{\rm NL}(z,t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \frac{1}{8} \left(\sum_{m=-N}^{N} E_{0m}(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_m t - \beta_m z)} \right)^3.$$
(5.20)

Die einzelnen Terme in der Differentialgleichung, Glg. (5.17), sind

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} \left(-\beta_m^2 E_{0m}(z) - 2j\beta_m \frac{\mathrm{d}E_{0m}(z)}{\mathrm{d}z} + \frac{\mathrm{d}^2 E_{0m}(z)}{\mathrm{d}z^2} \right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_m t - \beta_m z)},$$
(5.21a)

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} \left(-w_m^2 E_{0m}(z) \right) e^{j(\omega_m t - \beta_m z)},$$
(5.21b)

$$\frac{\partial^2 P_{\rm NL}(z,t)}{\partial t^2} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \frac{1}{8} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\sum_{m=-N}^N E_{0m}(z) e^{\mathbf{j}(\omega_m t - \beta_m z)} \right)^3.$$
(5.21c)

5.1.1.4 Slowly Varying Amplitude Approximation

Es wird die *Slowly Varying Amplitude Approximation (SVAA)*[103, 130] angewandt, d.h. es wird angenommen, dass

$$\left|\frac{\mathrm{d}^2 E_{0m}(z)}{\mathrm{d}z^2}\right| \ll \left|\beta_m \frac{\mathrm{d}E_{0m}(z)}{\mathrm{d}z}\right| \tag{5.22}$$

gilt. Diese Näherung ist meist gut erfüllt, wenn nur die nichtlinearen Effekte betrachtet werden, da diese nur eine kleine Störung darstellen und somit die Amplituden nur gering beeinflussen. Im Fall des FOG kommt hinzu, dass die hauptsächliche Änderung die Phase betrifft, und der Betrag sich nur gering ändert. Folglich ist der linke Term in Glg. (5.22) vernachlässigbar. Damit wird die Differentialgleichung Glg. (5.17) unter Berücksichtigung von Glg. (5.21) und von $\beta_i = \sqrt{\mu_0 \varepsilon} \omega_i$ zu

$$\frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} \beta_m \frac{\mathrm{d}E_{0m}(z)}{\mathrm{d}z} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_m t - \beta_m z)} = \mu_0 \varepsilon_0 \chi^{(3)} \frac{j}{16} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\sum_{m=-N}^{N} E_{0m}(z) \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_m t - \beta_m z)} \right)^3.$$
(5.23)

5.1.1.5 Phase-Matching

Um die Gleichung zu lösen, müssen die einzelnen Summanden zueinander zugeordnet werden. Auf der linken Seite ist jeder Phasenfaktor $e^{j(\omega_m t - \beta_m z)}$ genau einmal vertreten. Dieser Phasenfaktor kann sich auf der rechten Seite durch verschiedene Kombinationen ergeben. Nur dann, wenn die Phasenfaktoren eines Summanden auf der linken und auf der rechten Seite übereinstimmen, hat die nichtlineare Polarisation einen Einfluss auf diese Komponente m, d.h. die *Phase-Matching*-Bedingung[130] muss erfüllt sein. Der Einfluss einer anderen Komponente ist schon nach einer kurzen Wegstrecke und einer entsprechenden Phase $\Delta\beta z$ vernachlässigbar klein[129]. Dies wird auch deutlich, wenn man berücksichtigt, dass es sich um einen Vier-Phononen-Prozess handelt. Zusätzlich zur Energie-Erhaltung ($\Delta\omega = 0$) muss auch die Impulserhaltung ($\sum \beta = 0$) erfüllt sein.

5.1.1.6 Definition der nichtlinearen Brechzahl

Die Bedingung des Phase-Matchings bedeutet zunächst, dass zur Auswirkung auf eine Feldkomponente nur der Anteil der nichtlinearen Polarisation beiträgt, dessen Frequenz und Wellenzahl gleich sind. Glg. (5.17) wird dann mit $P_{\text{NL},m} = \varepsilon_0 \chi_{\text{NL},m} E_m$ zur Wellengleichung für die einzelne Komponente

$$\frac{\partial^2 E_m}{\partial z^2}(z,t) = \mu_0(\varepsilon + \varepsilon_0 \chi_{\text{NL},m}) \frac{\partial^2 E_m(z,t)}{\partial t^2},$$
(5.24)

wobei das $\chi_{\text{NL},m}$ durch die Anteile der Summe in Glg. (5.21c) gegeben ist, die mit der Komponente E_m mitlaufen. $\chi_{\text{NL},m}$ hängt noch von den anderen beteiligten Feldern ab. Es ergibt sich eine *nichtlineare Brechzahl* (mit $n_0 = \sqrt{\varepsilon}/\sqrt{\varepsilon_0}$)

$$n_m = \sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r,tot},m}} = \sqrt{n_0^2 + \chi_{\mathrm{NL},m}} \approx n_0 + \frac{\chi_{\mathrm{NL},m}}{2n_0}.$$
 (5.25)

Diese Näherung ist solange sinnvoll, wie die Amplituden der einzelnen Komponenten nicht stark verändert werden und nur mitlaufende Mischterme auftreten, die proportional zu E_m sind.

Der nichtlineare Effekt 3. Ordnung kann dann zur weiteren Vereinfachung durch die nichtlinearen Brechzahl-Koeffizienten n_2 bzw. n_2^{I} beschrieben werden[131], die über

$$n = n_0 + n_2 |E|^2$$
 bzw. $n = n_0 + n_2^{\rm I} I$ (5.26)

definiert sind. *I* ist die Intensität. Für mehrere Frequenzen ergibt sich für jede Frequenzkomponente eine andere zu berücksichtigende Intensität, die wiederum von der speziellen Anordnung abhängt. Für den Fall des faseroptischen Rotationssensors werden unten die entsprechenden Ableitungen vorgestellt.

5.1.2 Frequenzkomponenten im FOG

Der spezielle Aufbau des faseroptischen Rotationssensors liefert auch für die nichtlinearen Effekte eine spezielle Situation. Aufgrund der entgegengesetzt umlaufenden, aber kohärenten Lichtwellen tritt zwischen diesen eine starke Kopplung auf. Das elektrische Feld des Lichts in der Spule kann ebenso wie oben in seine Frequenzkomponenten zerlegt werden. Die Mitte der Spule wird als der Ort z = 0 definiert. Das links umlaufende Licht läuft in positiver z-Richtung um (Index +), das rechts umlaufende in negativer z-Richtung. Für jede einzelne Frequenzkomponente an einem Ort z zur Zeit t gilt:

$$E_m(z,t) = \frac{1}{2} \left(E_{0m}^+(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_m t - \beta_m z)} + E_{0m}^-(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_m t + \beta_m z)} \right).$$
(5.27)

Dabei wurde angenommen, dass entgegengesetzt laufende Komponenten gleiche Zeitabhängigkeit und gleiche Ausbreitungskonstanten besitzen, deren Vorzeichen sich aber durch das unterschiedliche Vorzeichen von z unterscheiden. Wieder ist $E_{-m} = E_m^*$ wie in Glg. (5.19).

Das gesamte elektrische Feld ist die Summe aller einzelnen Frequenzkomponenten:

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} E_m = \frac{1}{2} \sum_{m=-N}^{N} \left(E_{0m}^+(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_m t - \beta_m z)} + E_{0m}^-(z) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_m t + \beta_m z)} \right).$$
(5.28)

Die dritte Potenz der Summe auf der rechten Seite der Differentialgleichung Glg. (5.23), für den Fall der gegenläufigen Wellen ausgewertet, liefert

$$\left(\sum_{m=-N}^{N} \left(E_{0m}^{+}(z) \mathbf{e}^{-\mathbf{j}\beta_{m}z} + E_{0m}^{-}(z) e^{+\mathbf{j}\beta_{m}z} \right) \mathbf{e}^{\mathbf{j}\omega_{m}t} \right)^{3} = \sum_{p\,q\,r} \left(E_{0p}^{+} E_{0q}^{+} E_{0r}^{+} \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\beta_{p}+\beta_{q}+\beta_{r})z} + 3E_{0p}^{+} E_{0q}^{-} \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\beta_{p}+\beta_{q}-\beta_{r})z} \right) + 3E_{0p}^{+} E_{0q}^{-} E_{0r}^{-} \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(\beta_{p}-\beta_{q}-\beta_{r})z} + E_{0p}^{-} E_{0q}^{-} E_{0r}^{-} \mathbf{e}^{-\mathbf{j}(-\beta_{p}-\beta_{q}-\beta_{r})z} \right) \mathbf{e}^{\mathbf{j}(\omega_{p}+\omega_{q}+\omega_{r})t}.$$
(5.29)

Es muss über alle p, q, r = -N, ..., N summiert werden. Wegen der Energie-Erhaltung und der Phase-Matching-Bedingung muss, damit eine Beeinflussung der Komponente E_m durch die nichtlineare Polarisation stattfindet, der Phasenfaktor übereinstimmen. Folglich muss für die Frequenzen in der Summe

$$\omega_p + \omega_q + \omega_r = \omega_m \tag{5.30}$$

gelten. Die Summe bzw. die Differenz der Ausbreitungskonstanten im Exponenten muss die betrachtete Ausbreitungskonstante β_m ergeben.

5.1.3 Näherung der nichtlinearen Brechzahl

Viele Lichtquellen weisen eine zufällige Verteilung der Phase der einzelnen Frequenz-Komponenten auf[128], was bedeutet, dass keine Kopplung der Phase der einzelnen Frequenzen untereinander besteht. Damit ist auch keine nichtlineare Kopplung von verschiedenen Frequenzen möglich.

Im Fall des FOG muss dann eine der drei Komponenten der betrachteten Frequenz entsprechen, d.h. z.B. r = m. Die anderen beiden koppelnden Wellen können eine andere Frequenz besitzen, aber da bereits $\omega_r = \omega_m$ gilt, muss auf jeden Fall $\omega_q = -\omega_p$ erfüllt sein. Die Propagationskonstanten sind entsprechend $\beta_r = \beta_m$ und folglich $\beta_p = -\beta_q$. Somit ist die Frequenz-Komponente q die zu p komplex Konjugierte, und das Produkt ergibt den Betrag der Amplitude.

Als Resultat verbleibt für die nichtlineare Polarisation für den Anteil E_m^{\pm} nur noch

$$P_{NL,m}^{\pm} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} \varepsilon_0 \left(2 \sum_{j=1}^N \left(\left| E_{0j}^+ \right|^2 + \left| E_{0j}^- \right|^2 \right) - \left| E_{0m}^\pm \right|^2 \right) E_m^{\pm}.$$
 (5.31)

Es wird nur noch von 1 bis N summiert. Der Anteil für p = -q = r = m muss abgezogen werden, da er sonst in der Summe doppelt auftauchen würde. Der Faktor 3 resultiert aus der Summenbildung, der Faktor $\frac{1}{4}$ aus der komplexen Schreibweise. Die Polarisation zu E_m ist wieder reell. Um diese zu erhalten, muss der Anteil, der mit $E_{0m}^{\pm}(z)e^{j(\omega_m t \pm \beta_m z)}$ mitläuft, mit dem dazu konjugiert Komplexen zusammengefasst werden. Die Polarisation ist dem elektrischen Feld selbst proportional, wodurch sich nur die Phase des Feldes verändert, aber nicht der Betrag der einzelnen Amplituden. Es findet kein Energie-Austausch zwischen den Wellen statt, d.h. die spektrale Leistungsdichte bleibt unverändert.

Der Koeffizient kann mit dem nichtlinearen Brechzahl-Koeffizienten identifiziert werden,

$$n_2 = \frac{3}{8} \frac{1}{n_0} \chi^{(3)},\tag{5.32}$$

wobei der Vorfaktor wie in Glg. (5.25) entsteht.

Die resultierende Gleichung kann mit der Intensität je Frequenz-Komponente nach Glg. (4.2)

$$I_m^{\pm} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left| E_m^{\pm} \right|^2 \tag{5.33}$$

und der Gesamtintensität je Umlaufrichtung

$$I^{\pm} = \sum_{j=1}^{N} I_m^{\pm}$$
(5.34)

umgeschrieben werden zu

$$P_{NL,m}^{\pm} = \varepsilon_0 \chi_{NL,m}^{\pm} E_m^{\pm} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \chi^{(3)} \varepsilon_0 \left(2I^{\pm} - I_m^{\pm} + 2I^{\mp} \right) E_m^{\pm}, \tag{5.35}$$

wie auch in [128] zu finden ist. Damit ergibt sich eine Brechzahl mit nichtlinearem Anteil bei ω_m je Richtung

$$n_m^{\pm} = n_0 + \frac{\chi_{\text{NL},m}^{\pm}}{2n_0} = n_0 + \frac{1}{n_0^2} \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \chi^{(3)} \left(2I^{\pm} - I_m^{\pm} + 2I^{\mp} \right)$$
(5.36)

bzw.

$$n_m^{\pm} = n_0 + n_2^{\rm I} \left(2I^{\pm} - I_m^{\pm} + 2I^{\mp} \right).$$
(5.37)

Die Gleichung wird kurz für monochromatisches Licht mit $I_m^{\pm} = I^{\pm}$ diskutiert. Es ergibt sich

$$n^{\pm} = n_0 + n_2^{\rm I} \left(I^{\pm} + 2I^{\mp} \right).$$
(5.38)

Der Einfluss der mit der betrachteten Welle laufenden Intensität wird als *Self Phase Modulation* (SPM) bezeichnet, der durch Kopplung mit anderem Licht als *Cross Phase Modulation* (XPM). Im vorliegenden Fall ist die XPM doppelt so groß wie die SPM, was im Resultat zu den Fehlern führt.

5.1.4 Spektraler Formfaktor

Im faseroptischen Rotationssensor interessiert hauptsächlich der durch die nichtlinearen Effekte erzeugte Phasenfehler bzw. Rotationsraten-Fehler. Aus Glg. (5.37) ergibt sich eine Brechzahl-Differenz bei der betrachteten Frequenz zwischen den beiden umlaufenden Wellen von

$$\Delta n_m = n_m^+ - n_m^- = -n_2^{\rm I} \left(I_m^+ - I_m^- \right), \qquad (5.39)$$

durch die sich bei Durchlaufen der Spule mit der Länge L eine nichtlineare Phasendifferenz

$$\phi_{\mathrm{NL},m} = \frac{\Delta n_m \omega_m L}{c_0} \tag{5.40}$$

aufbaut.

Bei der Signalauswertung durch Synchronous Detection, siehe Unterabschnitt 2.3.5.2, entspricht die gemessene Phase dem intensitätsgewichteten Mittel der Phase bei den einzelnen Frequenzen, im diskreten Fall

$$\phi = \sum_{m=1}^{N} I_m \phi_m \bigg/ \sum_{m=1}^{N} I_m.$$
(5.41)

Die Brechzahl-Differenz wird mit der *relativen Asymmetrie* α_m umgeschrieben zu

$$\Delta n_m = -n_2^1 \alpha_m I_m. \tag{5.42}$$

 I_m bezeichnet die Lichtintensität, die beide Lichtwellen bei der Frequenz ω_m hätten, wenn keine Differenz bestehen würde. Damit definiert α_m gerade den relativen Unterschied in der Intensität. Für $\alpha_m = 0$ ist keine Intensitätsdifferenz vorhanden. Für $\alpha_m = 1$ ist die gesamte Intensität in der positiv umlaufenden Welle, für $\alpha_m = -1$ entsprechend in der negativ umlaufenden. Allerdings bedeutet $|\alpha_m| = 1$, dass eine Richtung komplett gedämpft wird. Die zweite Richtung durchläuft aber hinter der Spule denselben Weg, so dass auch diese Welle dann komplett gedämpft werden würde, so dass keine Intensität mehr zurückkommt, so dass $-1 < \alpha_m < 1$ gelten muss. Die relative Asymmetrie eignet sich sehr gut für die Beschreibung der durchgeführten Experimente.

Da die Differenz in den beiden Richtungen meist durch Dämpfung geschieht, die für alle Frequenzen zumindest annähernd gleich ist, wird

$$\alpha_m = \alpha, \qquad \forall m, m = 1, \dots, N \tag{5.43}$$

vorausgesetzt.

Somit kann die resultierende nichtlineare Phasendifferenz als

$$\phi_{\rm NL} = -\frac{n_2^{\rm I}L}{c_0} \alpha \left(\sum_{m=1}^N \omega_m I_m^2 \middle/ \sum_{m=1}^N I_m \right)$$
(5.44)

geschrieben werden. Die Summe im Nenner stellt gerade die Gesamtintensität dar,

$$I_0 = \sum_{m=1}^N I_m.$$
 (5.45)

Im Fall der diskretisierten Frequenzen wird die Mittelfrequenz entsprechend zu Glg. (4.12) durch

$$\overline{\omega} = \sum_{m=1}^{N} \omega_m I_m^2 / \sum_{m=1}^{N} I_m^2$$
(5.46)

berechnet. Die Intensität ist proportional zur spektralen Leistungsdichte bei der betrachteten Frequenz. Mit der Definition des *spektralen Formfaktors*[140]

$$C_{\rm SS} = \sum_{m=1}^{N} \frac{\omega_m}{\overline{\omega}} \frac{I_m^2}{I_0^2} = \sum_{m=1}^{N} \frac{I_m^2}{I_0^2}$$
(5.47)

kann die nichtlineare Phasendifferenz vereinfacht durch

$$\phi_{\rm NL} = -\frac{Ln_2^1}{c_0} \alpha C_{\rm SS} \overline{\omega} I_0 \tag{5.48}$$

ausgedrückt werden.

Diese Herleitungen erlauben die direkte Modellierung der nichtlinearen Effekte für alle Lichtquellen, deren Spektrum eine Linienstruktur aufweist. Die Linien müssen eine zufällige Phasenverteilung aufweisen oder dürfen nicht äquidistant über der Frequenz angeordnet sein, so dass keine Kopplung der verschiedenen Frequenzen möglich ist. Mit Glg. (5.48) kann für ein gegebenes Spektrum die zu erwartende nichtlineare Phase berechnet werden.

5.1.4.1 Monochromatisches Licht

Das Licht von Monomode-Laserdioden kann in sehr guter Näherung bzgl. der nichtlinearen Effekte als monochromatisch betrachtet werden. Der Formfaktor wird $C_{SS} = 1$, da N = 1 und $I_1 = I_0$ gilt. Die mittlere Frequenz ist gleich der einen vorhandenen Frequenz, $\overline{\omega} = \omega$. Die nichtlineare Phasendifferenz ist dann

$$\phi_{\rm NL} = -\frac{Ln_2^{\rm I}}{c_0} \alpha \omega I_0. \tag{5.49}$$

Diese spektrale Eigenschaft führt zur maximalen Phasendifferenz. Jedes andere Spektrum ruft einen kleineren Effekt hervor.

5.1.4.2 Zwei- und *N*-Linien-Spektrum

Zur Veranschaulichung soll das Spektrum aus zwei Linien mit gleicher Intensität $I_1 = I_2 = I_0/2$ bestehen. Die Mittelfrequenz ist dann das arithmetische Mittel der beiden Frequenzen, $\overline{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2$. Der spektrale Formfaktor wird halbiert im

Gegensatz zum monochromatischen Fall und wird folglich $C_{SS} = 1/2$. Mit gleicher Mittelfrequenz und bei sonst gleichen Bedingungen ist dann auch der nichtlineare Effekt halbiert.

Für N Linien gleicher Intensität wird der spektrale Formfaktor $C_{SS} = 1/N$, so dass die nichtlinearen Effekte für viele Linien verschwinden.

5.1.4.3 Linien-Spektrum mit gaußförmiger Einhüllender

Das Spektrum soll aus mehreren äquidistanten Linien bestehen, deren Intensität von der Mittelfrequenz gaußförmig abfällt. Mit einem Abstand der Linien $\delta \omega$ ergibt sich für den spektralen Formfaktor

$$C_{\rm SS} = \frac{1 + 2\sum_{m=1}^{N} \left(\exp\left(-\frac{m^2\delta\omega^2}{4\Delta\omega^2}\right)\right)^2}{\left(1 + 2\sum_{m=1}^{N} \exp\left(-\frac{m^2\delta\omega^2}{4\Delta\omega^2}\right)\right)^2}.$$
(5.50)

Wenn die Linien sehr dicht liegen, d.h. $\delta \omega \ll \Delta \omega$, kann $N \to \infty$ angenommen werden und die Summe durch das Integral angenähert werden. Eine Auswertung zeigt

$$C_{\rm SS} = \frac{\delta\omega}{2\Delta\omega} \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{\delta\omega}{2\Delta\omega}}{\left(\sqrt{\pi} - \frac{\delta\omega}{2\Delta\omega}\right)^2}.$$
(5.51)

Die Anzahl der Linien innerhalb der spektralen Breite bestimmt somit den spektralen Formfaktor. Für viele Linien innerhalb der Breite der Gauß-Funktion wird die Schrittweite $\delta \omega$ beliebig klein, so dass die nichtlineare Phase auch in diesem Fall null wird.

5.1.4.4 Kontinuierliches Spektrum

Die vorherigen Abschnitte haben gezeigt, dass eine Kompensation der nichtlinearen Effekte sich durch eine Lichtquelle mit möglichst vielen Linien im Spektrum erreichen lässt. Ein kontinuierliches Spektrum muss in Linien zerlegt werden, wobei als Linienbreite die intrinsische Linienbreite[128] verwendet wird, welche sich aus der Lebensdauer der spontanen Emission τ_{sp} ergibt. Effektiv ist der spektrale Formfaktor durch das Verhältnis der intrinsischen Linienbreite zur spektralen Breite gegeben,

$$C_{\rm SS} = \frac{1}{\Delta \omega \tau_{\rm sp}}.$$
(5.52)

Die Lebensdauer der spontanen Emission ist in Superlumineszenz-Dioden und in EDFS so groß, dass der nichtlineare Fehler vernachlässigbar klein wird.

In der Literatur wurde eine alternative Berechnung im Zeitbereich vorgeschlagen, die in Anhang D zu finden ist. Dort wird die Äquivalenz mit den hier durchgeführten Berechnungen gezeigt. Die Rechnung im Frequenzbereich liefert allerdings detailliertere Resultate und kommt mit weniger Annahmen aus.

5.1.5 Auswirkung auf die Rotationsrate

In der Einführung wurde bereits aus der nichtlinearen Phasendifferenz der entsprechende Rotationsraten-Fehler berechnet. Wenn aber nun keine monochromatische Lichtquelle mehr verwendet wird, muss die mittlere Wellenlänge im Skalenfaktor verwendet werden. Da sich diese aber ebenso aus der Überlagerung der einzelnen Wellenlängen im Spektrum ergibt, entspricht die mittlere Wellenlänge im Skalenfaktor gerade der Mittelfrequenz in der nichtlinearen Phasendifferenz. Daher ergibt sich der Rotationsraten-Fehler

$$\Omega_{\rm NL} = \frac{\overline{\lambda}c_0}{2\pi LD} \phi_{\rm NL} = -\frac{n_2^{\rm I}c_0}{D} \alpha C_{\rm SS} I_0 \tag{5.53}$$

wiederum unabhängig von der Länge der Spule und der Mittelfrequenz.

Das in dem Beispiel in der Einführung angenommene Teilungsverhältnis von $R_{\rm C} = 49\%$ ergibt eine relative Asymmetrie von

$$\alpha = \frac{2(1 - 2R_{\rm C})}{1 + |1 - 2R_{\rm C}|} = 0.04, \tag{5.54}$$

da der Weg mit der höheren Intensität als Referenz für die Berechnung dient. Allerdings ist der zu berücksichtigende Wert der Leistung nur noch halb so groß, weil die maximale Differenz für $\alpha = \pm 1$ nur der maximalen Leistung in einer Umlaufrichtung entspricht. Somit ergeben sich bis auf den jetzt auftretenden spektralen Formfaktor dieselben Fehler wie oben angegeben.

5.2 Messungen

5.2.1 Experimenteller Aufbau

Wenn am faseroptischen Rotationssensor eine Drehrate anliegt, ist bei Vorhandensein von nichtlinearen Fehler-Termen die Rotationsrate mit Glg. (5.53) und der Leistung gegeben durch

$$\Omega = \Omega_{\rm L} + \Omega_{\rm NL} = \Omega_{\rm L} - \frac{n_2^{\rm I} c_0}{D A_{\rm eff}} \alpha C_{\rm SS} P_0.$$
(5.55)

Im Prinzip reicht somit für eine Lichtquelle die Messung der Drehrate aus, um die Gleichung zu überprüfen. Allerdings muss dazu der lineare Anteil ohne nichtlineare Effekte bestimmt werden. Desweiteren ist die Einstellung einer definierten relativen Asymmetrie sehr schwierig.

Daher wurde in den Aufbau ein variables optisches Dämpfungsglied (Variable Optical Attenuator - VOA) und in der Spule eine Möglichkeit, eine Asymmetrie in der Leistung herzustellen, eingefügt, siehe Abb. 5.1. Der VOA ist notwendig, da



Abbildung 5.1: Aufbau zur Bestimmung der nichtlinearen Effekte. VOA (*Variable Optical Attenuator*) bezeichnet ein fasergekoppeltes variables Dämpfungsglied, welches über eine Spannung angesteuert wird. Teilweise wurde der Erbium-dotierte-Faser-Verstärker (EDFA) eingesetzt.

er eine sehr schnelle Reduzierung der Leistung garantiert, ohne das Spektrum zu beeinträchtigen, wie es im Fall der direkten Änderung des Versorgungsstroms der Lichtquelle der Fall wäre.

5.2.1.1 Messprinzip

Der variable Abschwächer (VOA) ermöglicht die Reduzierung der Leistung in der Spule, wodurch für eine gegebene Asymmetrie der nichtlineare Effekt reduziert wird. Die Leistung der Lichtquelle wird als P_Q bezeichnet. Die Abschwächung bis in die Spule kann durch das Produkt $a_h a_{VOA}$ beschrieben werden, wobei a_h eine konstante Dämpfung auf dem Hinweg zur Spule und a_{VOA} den variablen Anteil durch den VOA darstellt. Damit ist die Leistung in der Spule $P_0 = a_h a_{VOA} P_Q$. Der Anteil a_{VOA} kann von eins bis nahezu null geregelt werden. Durch Wickeln der Faser um einen kleinen Zylinder an einem Eingang der Spule wird eine relative Asymmetrie α eingestellt. Damit kommt die Leistung

$$P_{\rm D}(\alpha) = a_{\rm r}(1 - |\alpha|)P_0 = a_{\rm r}(1 - |\alpha|)a_{\rm h}a_{\rm VOA}P_{\rm Q}$$
(5.56)

am Detektor an. a_r ist die Dämpfung auf dem Rückweg von der Spule zum Detektor. Diese kann sich von a_h wegen des Polarisators und des Kopplers unterscheiden. Während der Messung wird a_{VOA} sukzessive von null bis eins durchgestimmt. Die für $a_{VOA} = 1$ zurückkommende Leistung wird als $P_{D,max}(\alpha)$ bezeichnet. Ohne Dämpfung in der Spule, $\alpha = 0$, erhält man $P_{D,0} = P_{D,max}(0)$.

Ohne durch Trennen der Fasern direkt die Leistungen in den beiden Umlaufrichtungen zu messen, kann die Asymmetrie nicht genau bestimmt werden, da keine Referenz besteht, weil bereits ohne zusätzliche Dämpfung eine Unsymmetrie, z.B. durch den IOC, vorhanden sein kann. Selbst eine Bestimmung der Dämpfung relativ zum Ausgangszustand beim Wickeln ist schwierig, da diese bei geöffnetem Temperaturprüfschrank durchgeführt werden muss und somit bei anderer Temperatur als die Messung selbst. Ein wiederholtes Trennen der Fasern zur Messung der Dämpfung bedeutet aber auch immer eine Veränderung des Aufbaus, da die Spleiße selbst unterschiedliche Dämpfungen aufweisen können. Dies sollte auf jeden Fall vermieden werden und die Bedingungen möglichst konstant gehalten werden. Die relative Asymmetrie kann durch

$$\alpha = \operatorname{sign}(\alpha) \left(1 - \frac{P_{\mathrm{D,max}}}{P_{\mathrm{D,0}}} \right)$$
(5.57)

ausgedrückt werden. Das Vorzeichen kann aus der Messung erhalten werden. Der Term in der Klammer ist immer positiv.

Der nichtlineare Term in der Rotationsrate ist proportional der Leistung, so dass eine Auftragung von Ω über $P_{\rm D}(\alpha)$ eine Gerade mit Achsenabschnitt $\Omega_{\rm L}$ und der Steigung

$$m(P_{\rm D,max}) = -\frac{n_2^{\rm I} c_0}{DA_{\rm eff} a_{\rm r}} C_{\rm SS} \text{sign}(\alpha) \left(\frac{P_{\rm D,0}}{P_{\rm D,max}} - 1\right)$$
(5.58)

liefert. Die Steigung entspricht der zu bestimmenden nichtlinearen Rotationsrate je Leistungsdifferenz in der Spule.

Bis jetzt wurde das Problem der unbekannten Asymmetrie nur auf die unbekannte Größe $P_{D,max}$ übertragen. Daher wurde für mehrere willkürlich eingestellte Werte von α bzw. dementsprechend $P_{D,max}$ die Steigung bestimmt. Dieser Wert multipliziert mit $P_{D,max}$ ergibt

$$m(P_{\rm D,max})P_{\rm D,max} = \frac{n_2^{\rm I}c_0}{DA_{\rm eff}a_{\rm r}}C_{\rm SS} \text{sign}(\alpha)\left(P_{\rm D,max} - P_{\rm D,0}\right),\tag{5.59}$$

d.h. die Auftragung dieser Größe über $P_{D,max}$ liefert eine Gerade, deren Achsenabschnitt $P_{D,0}$ und deren Steigung

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = \frac{n_2^{\mathrm{I}} c_0}{DA_{\mathrm{eff}} a_{\mathrm{r}}} C_{\mathrm{SS}}$$
(5.60)

der effektiven Größe der nichtlinearen Rotationsrate über der Leistungsdifferenz in der Spule ΔP_0 entspricht.

5.2.1.2 Ablauf der Messungen

Die Messungen wurden in dem Temperaturprüfschrank, wie in Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben, durchgeführt.

Um die Effekte der verbleibenden Temperaturschwankungen zu reduzieren, wurden die Messungen für die verschiedenen Leistungen möglichst schnell hintereinander vorgenommen. Anschließend wurde über die Messungen für eine Einstellung gemittelt, was das Rauschen reduzierte. Weiterhin sind die Störungen durch die Temperaturschwankungen linear, so dass sie sich herausmitteln ließen. Als Unterschied zwischen den verschiedenen Leistungen verblieben nur die nichtlinearen Effekte. Dabei wurde davon ausgegangen, dass die Temperatur zumindest während eines Durchlaufs der Leistung konstant blieb.

In Abb. 5.2 ist die Kennlinie des VOA im verwendeten Bereich dargestellt. Es handelte sich um einen mikromechanischen VOA, bei dem durch Anlegen einer Spannung ein Spiegel gedreht wird, dessen Ausrichtung den Anteil des Lichts bestimmt, der in die Ausgangsfaser gekoppelt wird.

Eine Messung der Drehrate bei der jeweils eingestellten Intensität dauerte insgesamt etwa 0.2 s, wobei nur 18 ms Daten aufgenommen wurden. Der Rest wird für die Datenauslesung und -verarbeitung benötigt. Diese Zeit wurde für das Einstellen des VOA verwendet. Um erstens die Sprünge des VOA nicht zu groß zu machen und zweitens eine Kontrollmöglichkeit zu haben, wurde die Kennlinie doppelt durchlaufen, vom größten zum kleinsten Wert und zurück, in der Abbildung z.B. mit insgesamt 32 Punkten, von denen je 2 übereinander liegen. Ein Einfluss der Temperatur hätte sich in einer Abweichung zwischen den beiden Richtungen bemerkbar gemacht, siehe die Messergebnisse.



Abbildung 5.2: Kennlinie des VOA. Die Punkte geben an, bei welchen Einstellungen gemessen wurde.

5.2.2 Messergebnisse

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der Messungen vorgestellt, die mit den verschiedenen Lichtquellen durchgeführt worden sind. Zur Berechnung der Leistungen und Rotationsraten war die Kenntnis einiger Größen notwendig, die aber nur ungenau bestimmt werden konnten bzw. bekannt waren. Die Fehler, die bei den Messergebnissen mit angegeben werden, sind die statistischen Fehler (95%-Konfidenzintervalle), welche sich aus der Messung ergeben haben. Die Fehler durch die ungenauen Größen werden in die Auswertung miteinbezogen und dort genauer behandelt.

5.2.2.1 Monomode-Laserdiode

Da die Monomode-Laserdiode (DFB-LD) praktisch monochromatisch war, siehe Abb. 3.17, sollte sie den größtmöglichen nichtlinearen Effekt hervorrufen. Die große Kohärenz sorgte aber für Probleme durch interferenzfähige Polarisationsüberkopplungen.

In Abb. 5.3 ist das Ergebnis einer Messung für eine Einstellung der relativen Asymmetrie aufgetragen. Variabel war die Dämpfung am VOA. Die Messung nahm etwa 48 h in Anspruch. Deutlich zu erkennen ist die erwartete lineare Abhängigkeit der



Abbildung 5.3: Messung der Rotationsrate über der Leistungsdifferenz bei fester relativer Asymmetrie. Die Leistungsdifferenz lies sich aus der zurückkommenden Leistung berechnen. Jeder Messpunkt ist die Mittelung von etwa 10000 Werten. Ohne nichtlineare Effekte wäre die Steigung null.

Rotationsrate von der Leistung und folglich der Leistungsdifferenz in der Spule. Bei kleinen Werten der Leistung ist ein Abknicken der Rotationsrate nach oben zu sehen. Dies resultierte aus einem elektronischen Offset in der Messung der ersten Harmonischen durch Übersprechen auf der AD-DA-Wandlerkarte. Dieser Effekt trat nur bei kleinsten optischen Leistungen auf und konnte zudem mitbestimmt werden. Da die Rotationsrate aus dem Verhältnis der ersten zur zweiten Harmonischen gewonnen wurde und die zweite Harmonische proportional der Leistung war, erschien eine zusätzliche Abhängigkeit zu der konstanten und der nichtlinearen Drehrate, die zu einer prinzipiellen Gleichung

$$\Omega(P) = \Omega_{\rm L} + \frac{\mathrm{d}\Omega_{\rm NL}}{\mathrm{d}P}P + \frac{C_{\rm el}}{P}$$
(5.61)

führte. Folglich dominierte bei kleinen Leistungen die 1/P - Abhängigkeit. Alle drei Anteile wurden durch eine nichtlineare Kurvenanpassung eindeutig erhalten.

Der statistische Fehler stieg bei abnehmender Leistung nur wenig an, da das Rauschen im betrachteten Bereich hauptsächlich aus optischen Effekten resultierte. Aufgrund der großen Kohärenzlänge waren Störsignale, die sonst nur zur Intensität addiert worden wären, interferenzfähig, so z.B. Rayleigh-Rückstreuung und die in Abschnitt 4.7 beschriebenen Reflexionen, allerdings hier ohne Lyot-Depolarisator. Weiterhin konnten die Reflexionen an der Endseite des IOC mit den noch größeren Reflexionen im Y-Kopplungsbereich interferieren. Auch das mehrfache Überkoppeln des Lichts zwischen den Polarisationsrichtungen spielte eine Rolle. Durch die Überlagerung verschiedener Anteile wiesen diese Interferenzen eine praktisch statistische Temperaturabhängigkeit auf, so dass die Effekte zumindest teilweise nur zum Rauschen beigetragen haben. Die Temperaturabhängigkeit machte sich aber auch in den Unterschieden zwischen den Messwerten bei gleicher Dämpfung bemerkbar. Unter Umständen war die Temperatur beim Absenken der Intensität immer um denselben Betrag verschoben wie beim wieder Erhöhen wenige Sekunden später. In Abb. 5.3 ist dieser Effekt zu erkennen, der insgesamt aber klein war. Die Kurven für absinkende und ansteigende Intensität verliefen fast gleich, folglich wurde ausschließlich die Leistungsabhängigkeit vermessen.

Für jede weitere Messung wurde jeweils nur die relative Asymmetrie verändert, indem die Faser weiter um den Zylinder gewickelt wurde. Dies wurde an beiden Eingängen in die Spule vorgenommen, so dass Messwerte für positive und negative Leistungsdifferenzen existieren. Die relative Asymmetrie betrug im Maximum etwa



Abbildung 5.4: Messergebnis der DFB-LD mit Ausgleichsgerade. Auf der oberen Skala ist die entsprechende relative Asymmetrie aufgetragen.

 $95\,\%$, d.h. es waren nur noch $5\,\%$ der maximal möglichen Leistung in der gedämpften Richtung.

Das Ergebnis ist in Abb. 5.4 dargestellt und entspricht dem erwarteten Verlauf. Die lineare Abhängigkeit war deutlich vorhanden. Fast alle Messwerte liegen innerhalb ihres Fehlerbereichs auf der gewichteten Ausgleichsgeraden. Der Ausreißer trat bei einer geringen zurückkommenden Leistung auf, bei dem Fehler durch den elektronischen Offset einen größeren Einfluss haben.

Die nichtlineare Phasenverschiebung je Leistungsdifferenz betrug

$$\frac{\mathrm{d}\phi_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = (1.520 \pm 0.146)\,\mu\mathrm{rad}/\mu\mathrm{W}$$

bzw. die nichtlineare Rotationsraten-Fehler je Leistungsdifferenz

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = (0.334 \pm 0.032) \,(^{\circ}/\mathrm{h})/\mu\mathrm{W}.$$

Alle Ergebnisse sind nochmals in Abschnitt 5.3 zusammengefasst.

5.2.2.2 Multimode-Laserdiode

Die FP-LD wurde durch den EDFA verstärkt verwendet, um mit der DFB-LD vergleichbare Leistungen zu erzielen, siehe auch Unterabschnitt 3.2.4. Aufgrund der



Abbildung 5.5: Messergebnis der FP-LD. Zu beachten ist der kleinere Bereich des Drehraten-Fehlers.

geringeren Kohärenz war hier das Rauschen reduziert. Die Ergebnisse der Messung sind Abb. 5.5 dargestellt. Insgesamt hat sich

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = (0.065 \pm 0.006) \,(^{\circ}/\mathrm{h})/\mu\mathrm{W}$$

ergeben, wobei sich das geringere Rauschen in einem geringen Gesamtfehler niederschlug.

Der spektrale Formfaktor nach Glg. (5.47) kann direkt aus dem Linienspektrum Abb. 3.16 berechnet werden. Das Ergebnis ist in Tab. 5.2 eingetragen.

5.2.2.3 Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle

Als EDFS wurde das Signal des zur Verstärkung der FP-LD eingesetzten EDFA ohne Eingangssignal verwendet. Es entsprach wegen der geringeren Länge der Erbium-Faser nicht dem optimalem EDFS-Signal bzgl. Leistung und spektraler Breite. Da aber der Aufbau nicht verändert werden musste, um anschließend an eine Messung mit der FP-LD direkt eine Messung mit der EDFS durchzuführen, wurden die Nachteile der größeren Kohärenzlänge und geringeren Leistung von etwa 7 mW in Kauf genommen. Vorteilhaft ist, dass die Messung vollständig vergleichbar mit der entsprechenden Messung der FP-LD ist. Durch die geringere Ausgangsleistung war auch die maximal erreichbare Leistungsdifferenz in der Spule geringer, siehe



Abbildung 5.6: Messergebnis der EDFS.

Abb. 5.6. Es ist innerhalb der Fehlermargen keine nichtlineare Abhängigkeit zu erkennen,

$$rac{{
m d}\Omega_{
m NL}}{{
m d}\Delta P_0} = (-0.009\pm 0.010)\,(^{\circ}\!/{
m h})/\mu{
m W}.$$

Die Punkte erscheinen zufällig verteilt. Die Nulllinie liegt innerhalb von allen Konfidenzintervallen.

Der spektrale Formfaktor wird für diese kontinuierliche Lichtquelle mit Glg. (5.52) berechnet. Die Lebensdauer der spontanen Emission ist in der Erbium-Faser mit $\tau_{\rm sp} \approx 10 \,\mathrm{ms}$, siehe Abschnitt 3.2, besonders groß, so dass sich zumindest rechnerisch ein sehr kleiner Formfaktor $C_{\rm SS} \approx 2 \times 10^{-10}$ ergibt, siehe auch Tab. 5.2.

5.2.2.4 Superlumineszenz-Diode

Die Verwendung des EDFA für die SLD ist nicht möglich, da die spektrale Breite der SLD wesentlich größer als der Verstärkungsbereich des EDFA ist. Daher musste mit der geringen Leistung von nur etwa 1.6 mW vorlieb genommen werden, was die maximal mögliche Leistungsdifferenz auf $31 \mu \text{W}$ reduziert, siehe Abb. 5.7, im Gegensatz zu $240 \mu \text{W}$ bei der FP-LD. Auch hier ist bei Berücksichtigung des stati-



Abbildung 5.7: Messergebnis der SLD. Der dargestellte Bereich ist nochmals verringert.

stischen Fehlers keine nichtlineare Abhängigkeit erkennbar,

$$\frac{\mathrm{d}\Omega_{\rm NL}}{\mathrm{d}\Delta P_0} = (-0.008 \pm 0.017) \,(^{\circ}/\mathrm{h})/\mu\mathrm{W}.$$

Die Lebensdauer der spontanen Emission ist wesentlich kleiner als bei der EDFS und wird mit $\tau_{sp} \approx 3 \text{ ns}$ bzw. der entsprechenden intrinsischen Linienbreite von 300 MHz abgeschätzt[128]. Daraus ergibt sich ein immer noch sehr kleiner spektraler Form-faktor von $C_{SS} \approx 2 \times 10^{-5}$.

5.3 Analyse

Wie erwartet tritt mit der monochromatischen DFB-LD der größte Rotationsraten-Fehler durch nichtlineare Effekte auf. Für die Lichtquellen mit kontinuierlichem Spektrum ist kein Effekt zu beobachten. Alle Ergebnisse sind nochmals in Tab. 5.1 zusammengefasst.

Lichtquelle	Nichtlineare Phase	Rotationsraten-Fehler	Prognose	Prognose
	je Leistungsdifferenz	je Leistungsdifferenz	mit Formfaktor	direkt
	$\mu \mathrm{rad}/\mu \mathrm{W}$	$(^{\circ}/\mathrm{h})/\mathrm{\mu W}$	$(^{\circ}/\mathrm{h})/\mathrm{\mu W}$	$(^{\circ}/h)/\mu W$
DFB-LD	1.520 ± 0.146	0.334 ± 0.032	-	0.256 ± 0.086
FP-LD	0.296 ± 0.027	0.065 ± 0.006	0.082 ± 0.008	0.062 ± 0.021
EDFS	-0.041 ± 0.045	-0.009 ± 0.010	$< 10^{-10}$	$< 10^{-10}$
SLD	-0.036 ± 0.077	-0.008 ± 0.017	$< 10^{-5}$	$< 10^{-5}$

Tabelle 5.1: Ergebnisse und Prognosen. Die Messung mit der DFB-LD dient als Referenz für die Prognose mit Formfaktor.

5.3.1 Relativer Vergleich der Lichtquellen

Da sich die DFB-LD und die FP-LD bzgl. der Berechnung des nichtlinearen Effekts nur durch den spektralen Formfaktor unterscheiden, kann direkt aus dem Ergebnis für die DFB-LD die Gleichung überprüft werden, indem der nichtlineare Fehler der DFB-LD mit dem spektralen Formfaktor der anderen Lichtquellen multipliziert wird. Eventuelle Fehler durch ungenaue Kenntnis der Größen treten in diesem relativen Vergleich nicht auf. Das Ergebnis ist in Tab. 5.1 in der Spalte "Prognose mit Formfaktor" aufgeführt und in Abb. 5.8 illustriert. Der Bereich der Messung und



Abbildung 5.8: Messergebnisse und Prognose mit den Formfaktoren berechnet. Die Bereiche für die EDFS und SLD sind Bänder um null, die der Übersichtlichkeit halber nicht mit eingezeichnet worden sind.

der der Prognose überlappen sich, so dass der Zusammenhang bzgl. des Formfaktors bestätigt wird.

Für die EDFS und die SLD mit dem kontinuierlichen Spektrum ist der spektrale Formfaktor so klein, dass das erwartete Ergebnis der Nulllinie entspricht. Diese liegt innerhalb der Fehlergrenzen der Ergebnisse mit den beiden Lichtquellen.

Die Ergebnisse zeigen, dass der spektrale Formfaktor den hergeleiteten Einfluss besitzt.

5.3.2 Direkte Berechnung der Prognose

Die Fehler durch nichtlineare Effekte können auch unabhängig für die verschiedenen Lichtquellen aus Glg. (5.60) berechnet werden, wenn die einzelnen Größen bekannt sind. Die spektralen Formfaktoren der Lichtquellen sind in Tab. 5.2 aufgeführt. Die anderen Parameter können teilweise nur relativ ungenau bestimmt werden. Da deren Fehler nicht statistischer Natur sind, werden die relativen Fehler direkt zum Gesamt-

	Leistung	Linien-	Spektrale	Kohärenz-	Spektraler
		breite	Breite	länge	Formfaktor
	$P_{\rm Q}$ in mW	in MHz	$\Delta\lambda$ in nm	$l_{ m coh}$ in m	$C_{\rm SS}$
DFB-LD	10.0	2.5	3×10^{-6}	60	$\simeq 1$
FP-LD	12.0	25 - 250	1.4	0.6 - 6	0.245
EDFS	7.0	0.0001	2.4	$1.5 imes 10^{-4}$	2×10^{-10}
SLD	1.6	300	17.5	$3.8 imes 10^{-5}$	2×10^{-5}

Tabelle 5.2: Für die nichtlinearen Effekte relevante Daten der Lichtquellen. Die Mittelwellenlänge ist ungefähr gleich (< 2%) für alle Lichtquellen. Für die EDFS und die SLD ist die intrinsische Linienbreite angegeben.

fehler der Prognose aufaddiert.

Für den nichtlinearen Brechzahlkoeffizienten sind in der Literatur abweichende Werte zu finden[103, 131, 132]. Verwendet wird der Wert $n_2^{\rm I} = 2.6 \times 10^{-20} \,\mathrm{m^2 W^{-1}}$ mit einem Fehler von 10 %. Auch die effektive Kernfläche der verwendeten 80 μ m-PM-Faser kann nur mit einem Fehler von 10 % angegeben werden. Sie beträgt $A_{\rm eff} = 4.2 \times 10^{-11} \,\mathrm{m^2}$. Der Spulendurchmesser beträgt $D = 15 \,\mathrm{cm} \pm 5$ %. Die Dämpfung auf dem Rückweg von der Spule zum Detektor wurde vermessen und zu $a_{\rm r} = 0.075\pm5$ % bestimmt. Damit ergeben sich die ebenfalls in Tab. 5.1 angegebenen Prognosen. Diese sind für die DFB-LD und die FP-LD in Abb. 5.9 zusammen mit der Messung dargestellt. Die Messungen liegen innerhalb der abgeschätzten Bereiche. Die Messung der DFB-LD liefert einen Wert an der oberen Grenze der Prognose. Die Prognosen für die EDFS und die SLD sind wieder nahe null. Alle Prognosen werden durch die Messungen innerhalb der Fehlergrenzen bestätigt.

5.3.3 Einfluss der Kohärenzlänge

In der Literatur wurde ausgesagt, dass die nichtlinearen Effekte eine Abhängigkeit von der Kohärenzlänge zeigen sollen[127], da das nichtlineare Brechzahl-Gitter nur über die Kohärenzlänge in der Mitte der Spule Kontrast aufweist. Dadurch wird der Effekt nur entlang der doppelten Kohärenzlänge und nicht über die gesamte Spulenlänge aufintegriert, was für die Laserdioden zu einer Reduktion des nichtlinearen Fehlers im Vergleich zu der hier verwendeten Berechnung führen würde.

Bei einer Abhängigkeit von der Kohärenzlänge würde sich der Rotationsraten-Fehler

$$\left(\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{NL}}}{\mathrm{d}\Delta P_0}\right)_{\mathrm{coh}} = \frac{n_2^1 c_0}{DA_{\mathrm{eff}} a_{\mathrm{r}}} \frac{2l_{\mathrm{coh}}}{L}$$
(5.62)



Abbildung 5.9: Messung, Prognose und Prognose mit Kohärenzlänge für die DFB-LD (oben) und die FP-LD (unten).

ergeben.

Unabhängig von der Theorie werden für die spektral sehr breiten Lichtquellen, d.h. die EDFS und die SLD, immer sehr geringe Werte prognostiziert, die unterhalb der Messgrenze liegen. Daher können für diese Lichtquellen aus den Messungen keine Rückschlüsse gezogen werden, sehr wohl aber für die Laserdioden. Die entsprechenden Prognosen wurden mit in die Graphen in Abb. 5.9 eingetragen. Da die hier verwendete Berechnung bereits durch die gemessenen Werte bestätigt werden, sind die Werte unter Berücksichtigung der Kohärenzlänge deutlich zu klein. Das zeigt sich bei der DFB-LD, bei der die Messung bereits an der oberen Grenze der Prognose liegt. Die Kohärenzlänge beträgt maximal 60 m, was die nichtlinearen Effekte bei einer Spulenlänge von 460 m auf etwa ein Drittel reduzieren müsste, d.h. es müsste sich eine deutliche Auswirkung ergeben. Dieser Einfluss ist nicht zu erkennen. Für die FP-LD wurde zur Berechnung die Obergrenze von $l_{\rm coh} = 6$ m verwendet. Es zeigt sich dasselbe Ergebnis: Obwohl die Kohärenzlänge noch geringer war, lieferten die Messungen keine derartige Abhängigkeit.

Auch der direkte Vergleich der Ergebnisse für die beiden Laserdioden führt zu derselben Schlussfolgerung. Die geringere Kohärenzlänge der FP-LD würde die Größe der nichtlinearen Effekte, die für die DFB-LD erhalten wurde, auf 1/10 reduzieren. Beobachtet wurde aber eine Reduktion auf 1/4, die exakt durch den spektralen Formfaktor erklärt wird.

Ein Einfluss der Kohärenzlänge kann somit ausgeschlossen werden.

5.4 Fazit

Die Anwendbarkeit der hier beschriebenen Vorgehensweise, die zu erwartenden Rotationsraten-Fehler durch nichtlineare Kopplungen in der Faser über die spektralen Eigenschaften zu beschreiben, wurde durch die experimentellen Ergebnisse sehr gut bestätigt. Dafür wurden erstmals Messungen mit nicht-monochromatischen Lichtquellen wie der Multimode-Laserdiode, der Erbium-dotierten Faser-Lichtquelle und der Superlumineszenz-Diode durchgeführt. Es wurde für alle Messungen derselbe Aufbau verwendet, wodurch ausschließlich der Einfluss der Lichtquelle zum Tragen kam.

Dadurch konnte eine in der Literatur seit langem andauernde Diskussion, welche Ei-

genschaften der Lichtquelle die nichtlinearen Effekte beeinflussen, beendet werden. Die Ergebnisse beweisen, dass die Kohärenzlänge keinen Einfluss zeigt. Dagegen wurde die hier durchgeführte Berechnung auf der Grundlage der Linienstruktur der Lichtquelle durch die Messungen ausgezeichnet bestätigt.

Die Resultate zeigen, dass zur Vermeidung der Rotationsraten-Fehler durch nichtlineare Effekte bei gegebenem Teilungsverhältnis des IOC die Lichtquelle ein Spektrum mit vielen Linien mit möglichst gleicher Intensität besitzen muss.

Im faseroptischen Rotationssensor wird wegen kohärenter Streuung und anderer Effekte ohnehin eine Lichtquelle mit geringer Kohärenz verwendet, so dass eine Monomode-Laserdiode, die den für monochromatisches Licht erwarteten und damit größten nichtlinearen Effekt hervorruft, nicht eingesetzt wird. Als Alternative wurde eine Multimode-Laserdiode in Betracht gezogen, die auch den Vorteil geringer Kosten mit sich bringt. Dadurch werden Rotationsraten-Fehler im günstigen Fall auf etwa 0.1 °/h reduziert, was für viele Einsatzzwecke allerdings nicht akzeptabel ist. Eine Lichtquelle dieser Art sollte folglich nicht verwendet werden.

Im Falle eines kontinuierlichen Spektrums muss das Verhältnis von spektraler Breite zu intrinsischer Linienbreite möglichst groß sein. Eine Superlumineszenz-Diode weist diese Eigenschaft auf. Es werden Rotationsraten-Fehler von maximal 0.0005 °/h erwartet, so dass zumindest bezüglich der nichtlinearen Effekte für den größten Teil der Anwendungen diese technologisch einfache Lösung ausreicht. Eine weitere Reduktion der Fehler um den Faktor 10^{-5} wird mit einer Erbium-dotierten Faser-Lichtquelle erreicht, was ein weiteres Argument für den Einsatz einer EDFS im hochgenauen Bereich ist.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Mit dieser Arbeit wurde ein Beitrag zur Optimierung von faseroptischen Rotationssensoren geliefert. Die Modellierung und experimentelle Analyse des faseroptischen Rotationssensors lieferte Verbesserungsansätze, die eine Bias-Drift vermeiden oder reduzieren können, wobei ein Schwerpunkt auf den Einfluss der Lichtquelle gelegt wurde.

Der aufgebaute faseroptische Rotationssensor, der einer Realisierung der *Minimum Reciprocal Configuration* mit integriert-optischem Chip und polarisationserhaltender Spule entsprach, ermöglichte experimentelle Untersuchungen der Ursachen von Bias-Schwankungen. Als Lichtquelle diente neben Halbleiter-Lichtquellen eine Erbium-dotierte Faser-Lichtquelle, die im Rahmen dieser Arbeit modelliert, aufgebaut und untersucht wurde.

Erst die große in der Faser zur Verfügung stehende Leistung einer EDFS reduziert das Schrotrauschen und somit die theoretische Empfindlichkeit auf Werte innerhalb der Anforderungen des Navigation Grade. Die große Stabilität der Mittelwellenlänge über der Temperatur führt zur geforderten Skalenfaktor-Stabilität. Auch nichtlineare Effekte werden aufgrund der sehr großen intrinsischen Linienbreite nahezu vollständig unterdrückt. Die Untersuchungen führten somit zu dem Ergebnis, dass eine EDFS die optimale Lichtquelle für einen hochgenauen faseroptischen Rotationssensor darstellt.

Es wurde eine leistungsstarke Methode zur quantitativen Modellierung faseroptischer Rotationssensoren, und allgemein interferometrischer faseroptischer Systeme, entwickelt. Das neue Verfahren ermöglicht Kohärenz- und Polarisationseigenschaften des Lichts in vollem Umfang zu berücksichtigen. Es konnte seine Überlegenheit gegenüber den herkömmlichen Formalismen in der Modellierung von Systemen, in denen große optische Wegdifferenzen auftreten, beweisen. Die Ergebnisse vermitteln Einsicht in die physikalischen Zusammenhänge, die von anderen Verfahren nicht geboten wird. Die spektralen Eigenschaften realer Lichtquellen werden über die Kohärenzfunktion erfasst. Dieses Verfahren wurde in einem umfassenden Simulationswerkzeug implementiert, das erlaubt, alle auftretenden Signale, Störungen und Interferenzen zwischen diesen zu berechnen. Die für technische Anwendungen wichtige Phasenmodulation und die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Komponenten werden mit in die Simulation einbezogen.

Mit Hilfe des Simulationswerkzeugs wurde der Einfluss der begrenzten Kohärenz auf die Signalauswertung bei einem Open-Loop-Sensor mit Sinus-Modulation untersucht und es wurde gezeigt, dass Skalenfaktor-Fehler resultieren, die durch das vorgestellte, leicht zu implementierende Korrekturschema weitgehend vermieden werden können.

Das Simulationswerkzeug ermöglichte weiterhin die Identifizierung einer bisher unbekannten Ursache von Rotationsraten-Fehlern, die in FOGs mit Lyot-Depolarisator und IOC auftreten können. Die Ergebnisse der Simulation wurden durch experimentelle Resultate bestätigt. Die zur vollständigen Vermeidung der aus dieser Fehlerquelle resultierenden Bias-Drift benötigte Depolarisator-Länge wurde allgemein abgeleitet.

In Zukunft bietet sich mit dem Simulationswerkzeug die Möglichkeit, das Design von bereits in Serie produzierten FOGs zu überprüfen. Die Rotationsraten-Fehler aufgrund der beschriebenen Ursache können durch eine Anpassung der Länge des Lyot-Depolarisators auf ein Minimum reduziert werden. Der Anteil der Reflexionen anderer IOCs sollte vermessen und, falls notwendig und möglich, reduziert werden, da diese modulierten Störsignale mit der kurzen Wegdifferenz immer eine potenzielle Fehlerquelle darstellen.

Die experimentelle Bestimmung nichtlinearer Fehlerterme im speziellen Aufbau des faseroptischen Rotationssensors wurde erstmals mit verschiedenen, auch nichtmonochromatischen Lichtquellen durchgeführt. Die Ergebnisse entsprachen den aus der Modellierung erwarteten Werten, was den Ansatz bestätigte, dass die Linienstruktur der Lichtquelle die entscheidende Größe ist. Gleichzeitig konnte widerlegt werden, dass die Kohärenzlänge einen direkten Einfluss besitzt, wodurch eine seit langem andauernde Diskussion in der Literatur beendet werden konnte.

Anhang A

Partiell kohärentes Licht

A.1 Definition der spektralen Leistungsdichte

Aus dem allgemeinen zeitabhängigen elektrischen Feld einer Welle E(t) an einem Ort können durch Fouriertransformation die spektralen Komponenten

$$s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) \,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega t} \mathrm{d}t \tag{A.1}$$

erhalten werden[102]. Entsprechend ist das Feld die Summe über alle harmonischen Komponenten mit Berücksichtigung der Phase und der Amplitude

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega t} \mathrm{d}\omega. \tag{A.2}$$

Die spektralen Komponenten sind im allgemeinen komplex. Da das Feld reell ist, gilt

$$s(-\omega) = s^*(\omega), \tag{A.3}$$

wobei * die komplexe Konjugation bezeichnet, und somit

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} \left(s(\omega) \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega t} + s^{*}(\omega) \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega t} \right) \mathrm{d}\omega. \tag{A.4}$$

Die spektrale Leistungsdichte des elektrischen Feldes wird durch

$$p(\omega) = |s(\omega)|^2 \tag{A.5}$$

erhalten.

A.2 Herleitung des komplexen Grades der Kohärenz

Wenn zwei Felder interferieren, die aus einer Quelle stammen, aber eine Laufzeitdifferenz τ besitzen und unterschiedliche Abschwächungen c_1 und c_2 erfahren haben, ergibt sich die Intensität nach Glg. (4.2) zu

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left\langle |c_1 E(t) + c_2 E(t-\tau)|^2 \right\rangle_t$$
(A.6)

mit den Intensitäten der Einzelwellen $I_1 = c_1^2 I_0$ und $I_2 = c_2^2 I_0$ und der ursprünglichen Intensität I_0 .

Mit der Autokorrelationsfunktion (Grenzwertbetrachtung für stationäre Felder)

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)E^*(t-\tau)dt$$
 (A.7)

kann die Gleichung der Intensität umgeformt werden zu

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left[(c_1^2 + c_2^2) \Gamma(0) + c_1 c_2 (\Gamma(\tau) + \Gamma^*(\tau)) \right]$$

= $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} \left[(c_1^2 + c_2^2) \Gamma(0) + 2c_1 c_2 \operatorname{Re} \{ \Gamma(\tau) \} \right]$ (A.8)

Die Autokorrelationsfunktion hängt über

$$\Gamma(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(\omega) \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega\tau} \mathrm{d}\omega \qquad \text{bzw.} \qquad p(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) \, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,\omega t} \mathrm{d}\tau \qquad (A.9)$$

mit der spektralen Leistungsdichte zusammen. Dieser Zusammenhang wird als Wiener-Khintchine-Theorem bezeichnet. Es gilt weiterhin

$$\Gamma(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt = 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} I_0.$$
(A.10)

Die normierte Autokorrelationsfunktion liefert den komplexen Grad der Kohärenz

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)}.\tag{A.11}$$

Somit wird die Intensität nach der Interferenz zu

$$I(\tau) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} \{\gamma(\tau)\}.$$
 (A.12)

Anhang B

Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Fasern

Eine Stufenindex-Faser besteht aus einem zylindrischen Kern (*Core*), der von einem Mantel (*Cladding*) umgeben ist, siehe Abb. 3.3. Die Brechzahl des Mantels n_2 muss kleiner als die des Kerns n_1 sein[71].

Aufgrund der Randbedingungen am Übergang Kern-Mantel gibt es nur eine diskrete Anzahl an Eigenlösungen der Differentialgleichung der Ausbreitung, die in der Faser geführt werden. Diese Lösungen werden als Moden bezeichnet.

Jeder Mode hat eine spezifische Verteilung des elektrischen und magnetischen Feldes in der Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Diese Verteilung reicht weit bis in den Mantel hinein, strebt aber gegen null für einen großen Abstand vom Zentrum.

Jedem Mode kann über seine Ausbreitungskonstante eine effektive Brechzahl $n_2 < n_{\text{eff}} < n_1$ zugeordnet werden. Diese unterschiedlichen Brechzahlen entsprechen unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten.

Es gibt in der Faser transversal-elektrische (TE), transversal-magnetische (TM) und Hybridmoden EH und HE. TE-Moden zum Beispiel haben im Gegensatz zu den TEM-Moden der freien Ausbreitung eine Komponente des magnetischen Feldes in Ausbreitungsrichtung. Entsprechendes gilt für TM-Moden. Die Hybridmoden haben Komponenten des elektrischen und des magnetischen Feldes in Ausbreitungsrichtung. Normalerweise ist allerdings der Brechzahlunterschied zwischen n_2 und n_1 so klein (0.2 %-1 %), dass die Anteile in Ausbreitungsrichtung vernachlässigbar sind. Die Moden werden dann als linear polarisiert (LP) bezeichnet und sind praktisch transversal.

B.1 Monomode-Faser

Zur Beschreibung von Fasern wird der V-Parameter verwendet, der gemäß

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{B.1}$$

definiert ist. *a* ist der Radius des Kerns mit der Brechzahl n_1 und λ die Vakuum-Wellenlänge.

Wenn für diesen Parameter 0 < V < 2.405 gilt, ist die Stufenindex-Faser im Monomode-Bereich, d.h. nur der fundamentale Mode wird geführt. Der Wert 2.405 ist die erste Nullstelle der Besselfunktion 0. Ordnung J₀. Dieser Zusammenhang erlaubt die Definition der Cut-Off-Wellenlänge über

$$V(\lambda_{\rm co}) = \frac{2\pi a}{\lambda_{\rm co}} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2.405$$
(B.2)

mit dem Ergebnis

$$\lambda_{\rm co} = 2.6a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$
 (B.3)

Für Wellenlängen $\lambda > \lambda_{co}$ ist die Faser im Monomode-Regime. Für kleinere Wellenlängen kann Multimode-Propagation stattfinden.

B.2 Effektive Kernfläche

Vorausgesetzt wird die Ausbreitung des Lichts in der Faser in z-Richtung. Ein Ort im Querschnitt wird durch Polarkoordinaten (ρ, φ) beschrieben.

Uber die Leistung und die Intensität mit dem Zusammenhang

$$P = \int I(\rho, \varphi) dA \tag{B.4}$$

kann eine effektive Fläche definiert werden,

$$A_{\rm eff} = \frac{P^2}{\int I^2(\rho,\varphi) dA} \tag{B.5}$$

bzw. mit der Verteilung über den Faserquerschnitt $e(\rho, \varphi)$

$$A_{\rm eff} = \frac{\left(\int \int e^2(\rho,\varphi)\rho d\rho d\varphi\right)^2}{\left(\int \int e^4(\rho,\varphi)\rho d\rho d\varphi\right)}.$$
 (B.6)
Das entspricht der gemittelten Intensität

$$I = PA_{\text{eff}}.$$
 (B.7)

Die exakten Ergebnisse der Wellengleichung in der Faser beinhalten aufgrund der Zylindersymmetrie Besselfunktionen. Der fundamentale Mode in einer Monomode-Faser kann aber gut mit einer gaußförmigen Verteilung angenähert werden, d.h. für

$$E(\rho, \varphi, z, t) = E_0 e(\rho, \varphi) e^{j(\omega t - \beta z)}$$
(B.8)

gilt die Näherung

$$e(\rho,\varphi) = e(\rho) = e^{-\rho^2/R_{\rm MF}^2}$$
(B.9)

mit dem Modenfeldradius $R_{\rm MF}$. Meist wird der Modenfelddurchmesser (*Mode Field Diameter* - MFD) verwendet, $D_{\rm MF} = 2R_{\rm MF}$. Somit ist bei $\rho = R_{\rm MF}$ das Feld auf 1/e bzw. die Intensität auf 1/e² abgefallen.

Für diesen Mode ergibt sich die effektive Fläche des Faserkerns zu

$$A_{\rm eff} = \frac{\pi}{4} D_{\rm MF}^2. \tag{B.10}$$

Anhang C

Modellierung der EDFS

Übergangswahrscheinlichkeiten

Die Übergangswahrscheinlichkeiten für die Übergänge vom Grundzustand (lower l) sind zum Pumpniveau (p)

$$W_{\rm pa}(\rho,\varphi,z,\nu) = \Phi_{\rm p}(\rho,\varphi)\sigma_{\rm pa}(\nu)\frac{P_{\rm p}(z,\nu)}{h\nu}, \qquad (C.1)$$

$$W_{\rm pe}(\rho,\varphi,z,\nu) = \Phi_{\rm p}(\rho,\varphi)\sigma_{\rm pe}(\nu)\frac{P_{\rm p}(z,\nu)}{h\nu}, \qquad (C.2)$$

und zum Laserniveau (upper - u)

$$W_{\rm sa}(\rho,\varphi,z,\nu) = \Phi_{\rm s}(\rho,\varphi)\sigma_{\rm sa}(\nu)\frac{P_{\rm s}(z,\nu)}{h\nu}, \qquad (C.3)$$

$$W_{\rm se}(\rho,\varphi,z,\nu) = \Phi_{\rm s}(\rho,\varphi)\sigma_{\rm se}(\nu)\frac{P_{\rm s}(z,\nu)}{h\nu}.$$
 (C.4)

Alle weiteren Übergänge wie Excited State Absorption aus dem Pumpniveau werden vernachlässigt. Der Index p bezeichnet auch die Pumpwelle, s die Signalwelle, e Emission und a Absorption. ν ist die betrachtete Frequenz des Lichts und P die Leistung. $\sigma(\nu)$ bezeichnet den Wirkungsquerschnitt bei der betreffenden Frequenz. Diese Größe ist eine Materialkonstante. $\Phi(\rho, \varphi)$ sind die Feldverteilungen über den Faserquerschnitt, die durch effektive Flächen, siehe Anhang B.2, angenähert werden,

$$\Phi_{\rm p} = 1/A_{\rm p}, \tag{C.5}$$

$$\Phi_{\rm s} = 1/A_{\rm s}. \tag{C.6}$$

Besetzungsdichten

Bei Betrachtung der möglichen Übergänge ergibt sich für die Änderungen der Besetzungsdichten mit der Zeit

$$\frac{dn_{\rm l}}{dt} = W_{\rm pe}n_{\rm p} + W_{\rm se}n_{\rm u} + \frac{n_{\rm u}}{\tau_{\rm u}} - W_{\rm pa}n_{\rm l} - W_{\rm sa}n_{\rm l}$$
(C.7)

$$\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{u}}}{\mathrm{d}t} = W_{\mathrm{sa}}n_{\mathrm{l}} + \frac{n_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{p}}} - W_{\mathrm{se}}n_{\mathrm{u}} - \frac{n_{\mathrm{u}}}{\tau_{\mathrm{u}}}$$
(C.8)

$$\frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = W_{\mathrm{pa}}n_{\mathrm{l}} - W_{\mathrm{pe}}n_{\mathrm{p}} - \frac{n_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{p}}}$$
(C.9)

$$N_{\rm D}\xi = n_{\rm u} + n_{\rm l} + n_{\rm p}.$$
 (C.10)

Hierbei wurde auf das Anschreiben der Ortsabhängigkeit verzichtet. τ_u ist die Lebensdauer des Laserniveaus und τ_p die des Pumpzustands. N_D ist die Dotierungsanzahldichte. $\xi(\rho)$ ist das Dotierungsprofil des Erbiums im Kern der Faser, welches als homogen bis zum Radius R_{ξ} angenommen wird,

$$\xi(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \le R_{\xi}, \\ 0 & \rho > R_{\xi}. \end{cases}$$
(C.11)

Daraus ergibt sich die Dotierungsfläche

$$A_{\xi} = \pi R_{\xi}^2. \tag{C.12}$$

Die letzte Gleichung Glg. (C.10) beschreibt den Umstand, dass alle $N_D\xi$ Ionen einen der Zustände einnehmen müssen.

Es wird der stationäre Zustand modelliert, d.h. alle Zeitableitungen sind null. Daraus ergeben sich die Besetzungsdichten der Zustände

$$n_{\rm p} = \frac{W_{\rm pa}(W_{\rm se} + \frac{1}{\tau_{\rm u}})}{Y} N_{\rm D} \xi$$
 (C.13)

$$n_{\rm l} = \frac{(W_{\rm pe} + \frac{1}{\tau_{\rm p}})(W_{\rm se} + \frac{1}{\tau_{\rm u}})}{V} N_{\rm D}\xi$$
(C.14)

$$n_{\rm u} = N_{\rm D}\xi - n_{\rm l} - n_{\rm p}$$
 (C.15)

mit der Abkürzung

$$Y = (W_{\rm pa} + W_{\rm sa} + W_{\rm se} + \frac{1}{\tau_{\rm u}})(W_{\rm pe} + \frac{1}{\tau_{\rm p}}) - W_{\rm pa}(W_{\rm pe} - W_{\rm se} - \frac{1}{\tau_{\rm u}}).$$

Differentialgleichungen der Leistungen

Aus der Tatsache, dass jede Zustandsänderung der Erzeugung oder Vernichtung eines Photons entspricht, ergibt sich für die Pumpleistung

$$\frac{dP_{\rm p}(z,\nu)}{dz} = P_{\rm p}(z,\nu)\frac{A_{\xi}}{A_{\rm p}}(\sigma_{\rm pe}(\nu)n_{\rm p}(z) - \sigma_{\rm pa}(\nu)n_{\rm l}(z))$$
(C.16)

und für die Signalleistung in Forward- (+) und Backward-Richtung (-)

$$\frac{\mathrm{d}P_{\rm s}^{\pm}(z,\nu)}{\mathrm{d}z} = \pm P_{\rm s}^{\pm}(z,\nu)\frac{A_{\xi}}{A_{\rm s}}(\sigma_{\rm se}(\nu)n_{\rm u}(z) - \sigma_{\rm sa}(\nu)n_{\rm l}(z))$$
(C.17)

$$\pm \frac{A_{\xi}}{A_{\rm s}} \sigma_{\rm se}(\nu) n_{\rm u}(z) 2h\nu \Delta\nu.$$
 (C.18)

Der letzte Term in der zweiten Gleichung berücksichtigt die spontane Emission. $\Delta \nu$ ist der Frequenz-Bereich, in den Emission stattfinden kann. Aufgrund der sehr kurzen Lebensdauer im Pumpzustand τ_p wird die Besetzung dieses Zustands n_p zu null angenommen. Das bedeutet auch, dass keine Emission vom Pumpzustand mit $\sigma_{pe}(\nu)$ stattfindet.

Randbedingungen

Ohne Reflexionen lauten die Randbedingungen bei einer Faser von z = 0 bis z = L, die bei z = 0 mit der Leistung P_{p0} gepumpt wird,

$$P_{\rm p}(0) = P_{\rm p0},$$
 (C.19)

$$P_{\rm s}^+(0) = 0, \qquad (C.20)$$

$$P_{\rm s}^{-}(L) = 0. \tag{C.21}$$

Das Ergebnis für $P_s^+(L)$ stellt die Forward-Ausgangsleistung dar. $P_s^-(0)$ ist die Backward-Ausgangsleistung.

Wirkungsquerschnitte



Abbildung C.1: Wirkungsquerschnitte der verwendeten Erbium-Faser, angegeben als Dämpfung bzw. Verstärkung je Längeneinheit, oben bei der Pump-Wellenlänge, unten bei der Signal-Wellenlänge.

Anhang D

Nichtlineare Fehlerterme: Rechnung im Zeitbereich

Zu Beginn der Untersuchungen der nichtlinearen Effekte im faseroptischen Rotationssensor wurde die temporäre Statistik der Lichtquelle als Einflussgröße behandelt[133]. Die daraus erhaltenen theoretischen Ergebnisse werden mit den in Kap. 5 abgeleiteten Resultaten verglichen.

Ausgehend von Glg. (5.38) erhält man eine Störung der Ausbreitungskonstanten[133] am Ort z zur Zeit t

$$\beta^{\pm}(z,t) = k n_2^I \left(I^{\pm}(z,t) + 2I^{\mp}(z,t) \right).$$
 (D.1)

 $k = \omega/c_0$ ist die Vakuum-Wellenzahl. Es wird angenommen, dass die Wellen zur Zeit t in die Faserspule eintreten. Die Intensitäten der Wellen werden geschrieben als

$$I^{+}(z,t) = I^{+}\left(0, t - \frac{z}{c_{\rm S}}\right) = c_{+}I_{0}\left(t - \frac{z}{c_{\rm S}}\right),$$
 (D.2a)

$$I^{-}(z,t) = I^{-}\left(L, t - \frac{L-z}{c_{\rm S}}\right) = c_{-}I_{0}\left(t - \frac{L-z}{c_{\rm S}}\right).$$
 (D.2b)

Beide Wellen sind bis auf einen konstanten Faktor (durch den Koppler, zusätzliche Abschwächer o.ä.) gleich der Intensität der Lichtquelle. c_S ist die Geschwindigkeit des Signals. Dabei wird angenommen, dass die Phasengeschwindigkeit gleich der Gruppengeschwindigkeit ist, d.h. Dispersion wird nicht berücksichtigt. Die Phasenunterschiede am Ausgang der Faserspule sind die über den Weg aus der Vergangenheit aufintegrierten Wellenzahlunterschiede.

$$\phi_{\rm NL}^{+}(t) = \int_{0}^{L} \beta^{+} \left(z, t - \frac{L - z}{c_{\rm S}} \right) \mathrm{d}z, \qquad (D.3a)$$

$$\phi_{\rm NL}^{-}(t) = \int_{0}^{L} \beta^{-}\left(z, t - \frac{z}{c_{\rm S}}\right) \mathrm{d}z. \tag{D.3b}$$

Ineinander Einsetzen liefert

$$\begin{split} \phi_{\rm NL}^{+}(t) &= kn_2^I \int_0^L \left[c_+ I_0 \left(t - \frac{L}{c_{\rm S}} \right) + 2c_- I_0 \left(t - \frac{2L}{c_{\rm S}} - \frac{2z}{c_{\rm S}} \right) \right] dz \\ &= kn_2^I \left[Lc_+ I_0 \left(t - \tau_{\rm L} \right) + 2 \int_0^L c_- I_0 \left(t - 2\tau_{\rm L} - \frac{2z}{c_{\rm S}} \right) dz \right], \end{split} \tag{D.4a}$$
$$\phi_{\rm NL}^{-}(t) &= kn_2^I \int_0^L \left[c_- I_0 \left(t - \frac{L}{c_{\rm S}} \right) + 2c_+ I_0 \left(t - \frac{2z}{c_{\rm S}} \right) \right] dz \\ &= kn_2^I \left[Lc_- I_0 \left(t - \tau_{\rm L} \right) + 2 \int_0^L I^+ \left(t - \frac{2z}{c_{\rm S}} \right) dz \right]. \end{aligned} \tag{D.4b}$$

Jeweils der erste Integrand ist konstant in z. $\tau_{\rm L} = \frac{L}{c_{\rm S}}$ ist wieder die Laufzeit des Signals durch die Spule. Im nächsten Schritt werden die Integrationsvariablen durch $t' = t - 2\tau_{\rm L} - \frac{2z}{c_{\rm S}}$ bzw. $t' = t - \frac{2z}{c_{\rm S}}$ ersetzt. Die Integrationsgrenzen werden entsprechend transformiert.

$$\phi_{\rm NL}^{+}(t) = kLn_2^{I} \left[c_+ I_0 \left(t - \tau_{\rm L} \right) + \frac{1}{\tau_{\rm L}} \int_{t-2\tau_{\rm L}}^t c_- I_0 \left(t' \right) dt' \right], \qquad (D.5a)$$

$$\phi_{\rm NL}^{-}(t) = kLn_2^{I} \left[c_{-}I_0 \left(t - \tau_{\rm L} \right) + \frac{1}{\tau_{\rm L}} \int_{t-2\tau_{\rm L}}^{t} c_{+}I_0 \left(t' \right) dt' \right].$$
(D.5b)

Die momentane Differenz der Phasenunterschiede ist somit

$$\phi_{\rm NL}(t) = \phi_{\rm NL}^{+}(t) - \phi_{\rm NL}^{-}(t)$$

= $kLn_{2}^{I}(c_{+} - c_{-}) \left[I_{0}(t - \tau_{\rm L}) - \frac{1}{\tau_{\rm L}} \int_{t-2\tau_{\rm L}}^{t} I_{0}(t') dt' \right].$ (D.6)

Wenn die zeitliche Variation der Frequenz stationär gegenüber $2\tau_L$ ist oder aber periodisch mit der Periode $2\tau_L$ wird das Integral in Glg. (D.6) unabhängig von der Zeit. Es entspricht dann mit dem Faktor $\frac{1}{\tau_{L}}$ dem zweifachen Zeitmittel von I_{0} ,

$$\frac{1}{\tau_{\rm L}} \int_{t-2\tau_{\rm L}}^{t} I_0(t') \, \mathrm{d}t' = 2 \langle I_0(t) \rangle_{2\tau_{\rm L}}. \tag{D.7}$$

Um die gemessene Phasendifferenz zu erhalten, wird davon ausgegangen, dass das Detektionssystem ein Signal proportional dem intensitätsgewichteten Zeitmittel liefert. Die zeitlichen Änderungen der Intensität sollen schneller als die Bandbreite des Detektionssystems mit der Periodendauer T sein, so dass

$$\phi_{\rm NL} = \frac{\langle \phi_{\rm NL}(t) I_0(t-\tau_{\rm L}) \rangle_T}{\langle I_0(t) \rangle_T}$$

= $k L n_2^I(c_+ - c_-) \left[\frac{\langle I_0^2(t) \rangle_T - 2 \langle I_0(t) \rangle_T \langle I_0(t) \rangle_{2\tau_{\rm L}}}{\langle I_0(t) \rangle_T} \right]$ (D.8)

folgt. Die Zeitmittelwerte sind unter der Voraussetzung, dass die Änderungen schnell gegen beide Mittelungsdauern sind, gleich.

Somit ist die Phasendifferenz im Zeitbereich

$$\phi_{\rm NL} = k L n_2^I (c_+ - c_-) \left[\frac{\langle I^2(t) \rangle - 2 \langle I(t) \rangle^2}{\langle I(t) \rangle} \right].$$
(D.9)

Für die Intensität der Lichtquelle wurde jetzt I(t) statt $I_0(t)$ geschrieben. Mit den Definitionen der relativen Asymmetrie und der Verwendung der Frequenz ergibt sich

$$\phi_{\rm NL} = \frac{Ln_2^I}{c_0} \alpha \omega \left[\frac{\langle I^2(t) \rangle - 2\langle I(t) \rangle^2}{\langle I(t) \rangle} \right].$$
(D.10)

Im Folgenden wird für verschiedene zeitliche Intensitätsverläufe I(t) die nichtlineare Phasendifferenz berechnet und mit der durch die Modellierung im Spektralbereich erhaltenen Phasendifferenz verglichen.

Konstante Intensität

Bei konstanter Intensität einer monochromatischen Laser-Lichtquelle gilt

$$I(t) = I_0. \tag{D.11}$$

Damit gilt für die Phasendifferenz

$$\phi_{\rm NL} = -\frac{Ln_2^I}{c_0} \alpha \omega I_0, \qquad (D.12)$$

welches dasselbe Ergebnis wie bei der Rechnung im Frequenzbereich mit nur einer Frequenz ist.

Multimode-Lichtquelle

Für eine Multimode-Laserdiode liefert die Rechnung im Zeitbereich[134] für eine dispersive Kavität oder zufällige Phasenverteilung, die resultierende Phasendifferenz

$$\phi_{\rm NL} = -\frac{Ln_2^I}{c_0} \alpha \omega I_0 \sum_{m=0}^N \frac{I_m^2}{I_0^2},$$
 (D.13)

und somit dasselbe Ergebnis wie bei Rechnung im Frequenzbereich. Die Ableitung der Gleichung ist schwer nachvollziehbar, zudem ist die Frequenz in Glg. (D.13) unbestimmt. Die Berechnung im Frequenzbereich liefert hier mehr physikalische Einsicht.

Polarisierte thermische Lichtquelle

Hierzu muss I(t) ein stochastischer Prozess und sowohl stationär als auch ergodisch sein[134]. Zeitliche Mittelwerte ($\langle I(t) \rangle$) sind dann gleich den Ensemble-Mittelwerten (\overline{I}). In Glg. (D.10) kann somit auch

$$\langle I^2(t)\rangle - 2\langle I(t)\rangle^2 = \overline{I^2} - 2\overline{I}^2 = \sigma_I^2 - \overline{I}^2$$
 (D.14)

geschrieben werden, was zeigt, dass für jede Lichtquelle, deren Standardabweichung σ_I gleich dem Mittelwert \overline{I} ist, die nichtlinearen Fehler verschwinden.

Eine LED oder SLD weist näherungsweise diese Eigenschaften auf[134]. Aufgrund des Rauschens der unkorrelierten Photonen ist die Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung der Intensität exponentiell

$$p(I) = \frac{1}{\overline{I}} \exp\left(-\frac{I}{\overline{I}}\right) \tag{D.15}$$

für $I \ge 0, 0$ sonst. Das *i*-te Moment einer solchen Verteilung ist durch

$$\overline{I^{i}} = \int_{0}^{\infty} p(I)I^{i} dI = \int_{0}^{\infty} \frac{I^{i}}{\overline{I}} \exp\left(-\frac{I}{\overline{I}}\right) dI$$
(D.16)

gegeben. In Glg. (D.9) wird das zweite und erste Moment benötigt. Aus dem zweiten

Moment erhält man aber durch partielle Integration

$$\overline{I^{2}} = \int_{0}^{\infty} \frac{I^{2}}{\overline{I}} \exp\left(-\frac{I}{\overline{I}}\right) dI$$
$$= -\int_{0}^{\infty} 2I \left(-\exp\left(-\frac{I}{\overline{I}}\right)\right) dI - \left[I^{2} \exp\left(-\frac{I}{\overline{I}}\right)\right]_{0}^{\infty}$$
(D.17)
$$= 2\overline{I}^{2}$$

und somit verschwindet die nichtlineare Phasendifferenz, was sich auch ergibt, wenn das Ergebnis für eine Multimode-Lichtquelle verwendet wird und das Spektrum wie in Unterabschnitt 5.1.4.4 in Linien zerlegt wird. Es wurde aber nicht geklärt, wie streng die Bedingung der Stationarität und Ergodizität erfüllt sein müssen. Folglich kann z.B. kein Unterschied zwischen der EDFS und der SLD ausgemacht werden.

Literatur

- B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegg und J. Collins, *GPS Theory and Prac*tice, Springer, New York, 5. Aufl. (2001).
- [2] K. Hotate, Future Evolution of Fiber Optic Gyros, in *Fiber Optic Gyros: 20th Anniversary Conference*, Bd. 2837 von *SPIE Proceedings*, S. 33–45 (1996).
- [3] M. S. Bielas und W. L. Taylor, Progress in Interferometric Fiber Optic Gyroscopes for Space Inertial Reference Units, in *Fiber Optic and Laser Sensor XI*, Bd. 2070 von *SPIE Proceedings*, S. 132–141 (1993).
- [4] R. Cordova, R. A. Patterson, E. L. Goldner und D. Rozelle, Interferometric Fiber Optic Gyroscope with Inertial Navigation Performance over Extended Dynamic Environments, in *Fiber Optic and Laser Sensor XI*, Bd. 2070 von *SPIE Proceedings*, S. 164–180 (1993).
- [5] Y. Hayakawa und A. Kurokawa, Fiber Optic Gyro Productization at Mitsubishi Precision Co., Ltd., in *Fiber Optic Gyros: 15th Anniversary Conference*, Bd. 1581 von *SPIE Proceedings*, S. 30 (1991).
- [6] R. Y. Liu, T. F. El-Wailly und R. C. Dankwort, Test Results of Honeywell's First-Generation, High-Performance Interferometric Fiber-Optic Gyroscope, in *Fiber Optic Gyros: 15th Anniversary Conference*, Bd. 1581 von *SPIE Proceedings*, S. 262 (1991).
- [7] G. Sagnac, L'éther lumineux démontré par l'éffet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 95, 708–710 (1913).
- [8] A. A. Michelson und H. G. Gale, The Effect of the Earth's Rotation Rate on the Velocity of Light, *Astrophysical Journal* 61, 140–145 (1925).

- [9] A. H. Rosenthal, Regenerative Circulatory Multiple-Beam Interferometry for the Study of Light-Propagation Effects, *Journal of the Optical Society of America* 52(10), 1143–1148 (1963).
- [10] V. Vali und R. W. Shorthill, Fiber Ring Interferometer, *Applied Optics* 15(5), 1099–1100 (1976).
- [11] H. C. Lefevre, Fundamentals of the Interferometric Fiber Optic Gyroscope, in Fiber Optic Gyros: 20th Anniversary Conference, Bd. 2837 von SPIE Proceedings, S. 2–17 (1996).
- [12] F. Harreß, Die Geschwindigkeit des Lichtes in bewegten Körpern, Dissertation, Jena (1911).
- [13] G. Sagnac, Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* 95, 1410–1413 (1913).
- [14] E. J. Post, Sagnac Effect, Reviews of Modern Physics 39(2), 475–493 (1967).
- [15] V. Vali, R. W. Shorthill und M. F. Berg, Fresnel-Fizeau Effect in a Rotating Optical Fiber Ring Interferometer, *Applied Optics* 16(10), 2605–2607 (1977).
- [16] R. Rodloff, Physical Background and Technical Realization, in *Optical Gyros and their Application*, Bd. AGARDograph 339, S. 2–1–2–16, NATO Research and Technology Organization (1999).
- [17] A. Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik 17(4), 891–921 (1905).
- [18] W. M. Macek und D. T. M. Davis, Rotation Rate Sensing with Traveling-Wave Ring Lasers, *Applied Physics Letters* 2, 67–70 (1963).
- [19] E. J. McCartney, The Ring Laser Inertial Sensor, *Journal of The Institute of Navigation* 13(3), 260–269 (1966).
- [20] F. Aronowitz, Fundamentals of the Ring Laser Gyro, in *Optical Gyros and their Application*, Bd. AGARDograph 339, S. 3–1–3–45, NATO Research and Technology Organization (1999).

- [21] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich und M. O. Scully, The Ring Laser Gyro, *Reviews of Modern Physics* 57, 61– 104 (1985).
- [22] F. Aronowitz und R. J. Collins, Lock-In and Intensity-Phase Interaction in the Ring Laser, *Journal of Applied Physics* 41(1), 130–141 (1970).
- [23] S. Ezekiel und S. R. Balsamo, Passive Ring Resonator Laser Gyroscope, Applied Physics Letters 30(9), 478–480 (1977).
- [24] D. M. Shupe, Fiber Resonator Gyroscope: Sensitivity and Thermal Nonreciprocity, *Applied Optics* 20(2), 286–289 (1981).
- [25] R. E. Meyer, S. Ezekiel, D. W. Stowe und V. J. Tekippe, Passive Fiber-Optic Ring Resonator for Rotation Sensing, *Optics Letters* 8(12), 644–646 (1983).
- [26] L. F. Stokes, M. Chodorow und H. J. Shaw, All-Single-Mode Fiber Resonator, Optics Letters 7(6), 288–290 (1982).
- [27] F. Zarinetchi, S. P. Smith und S. Ezekiel, Stimulated Brillouin Fiber-Optic Laser Gyroscope, *Optics Letters* 16(4), 229–231 (1991).
- [28] Y. Tanaka und K. Hotate, Analysis of Fiber Brillouin Ring Laser Composed of Single-Polarization Single-Mode Fiber, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 15(5), 838–844 (1997).
- [29] G. Pircher und G. Hepner, Perfectionnements aux dispositifs du type gyromètre interféromètrique à laser (1967), Französisches Patent 1.563.720.
- [30] V. Vali und R. W. Shorthill, Ring Interferometer 950 Meters Long, Applied Optics 16(2), 290–291 (1977).
- [31] J. L. Davis und S. Ezekiel, Techniques for Shot-Noise-Limited Inertial Rotation Measurement Using a Multiturn Fiber Sagnac Interferometer, in *Laser Inertial Rotation Sensors*, Bd. 157 von SPIE Proceedings, S. 131–136 (1978).
- [32] G. Pircher, M. Lacombat und H. C. Lefèvre, Preliminary Results Obtained with a Fiber Optic Rotating Sensor, in *Laser Inertial Rotation Sensors*, Bd. 157 von SPIE Proceedings, S. 212–217 (1978).

- [33] D. E. Thompson, D. B. Anderson, S. K. Yao und B. R. Youmans, Sagnac Fiber-Ring Interferometer Gyro with Electronic Phase Sensing Using a (GaAl)As Laser, *Applied Physics Letters* 33(11), 940–941 (1978).
- [34] R. F. Cahill und E. Udd, Phase-Nulling Fiber-Optic Laser Gyro, *Optics Letters* 4(3), 93–95 (1979).
- [35] R. Ulrich, Fiber-Optic Rotation Sensing with Low Drift, *Optics Letters* 5, 173– 175 (1980).
- [36] H. J. Arditty und H. C. Lefèvre, Sagnac Effect in Fiber Gyroscopes, *Optics Letters* 6(8), 401–403 (1981).
- [37] J. L. Davies und S. Ezekiel, Closed-Loop, Low-Noise Fiber-Optic Rotation Sensor, *Optics Letters* 6(10), 505–507 (1981).
- [38] R. B. Smith, Fiber Optic Gyroscopes 1991: A Bibliography of Published Literature, in *Fiber Optic Gyros: 15th Anniversary Conference*, Bd. 1581 von *SPIE Proceedings*, S. 464 (1991).
- [39] E. Udd, H. Lefèvre und K. Hotate, Hg., *Fiber-Optic Gyros: 20th Anniversary Conference*, Bd. 2837 von *SPIE Proceedings* (1996).
- [40] M. N. Ott, Radiation Effects Data on Commercially Available Optical Fiber: Database Summary, in *Radiation Effects Data Workshop*, S. 24–31, IEEE (2002).
- [41] M. Van Uffelen, F. Berghmans, B. Brichard, F. Vos, M. Decréton, A. Nowodzinkski, J.-C. Lecompte, F. Le Nevé und P. Jucker, Long-Term Prediction of Radiation Induced Losses in Single Mode Optical Fibers Exposed to Gamma Rays Using a Pragmatic Approach, in *Nuclear and Space Radiation Effects Conference*, Bd. 1791 von *IEEE Proceedings*, S. 80–83 (2000).
- [42] E. J. Friebele, M. E. Gingerich und D. L. Griscom, Survivability of Optical Fibers in Space, in *Optical Materials Reliability and Testing: Benign and Ad*verse Environment, Bd. 1791 von SPIE Proceedings, S. 177–188 (1992).
- [43] N. J. Frigo, A Comparison of the Radiation Vulnerabilities of Ring Resonator and Interferometric Fiber Optic Gyroscopes, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 7(12), 2009–2012 (1989).

- [44] L. Mandel und E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press (1995).
- [45] C. C. Cutler, S. A. Newton und H. J. Shaw, Limitation of Rotation Sensing by Scattering, *Optics Letters* 5(11), 488–490 (1980).
- [46] K. Takada, Calculation of Rayleigh Backscattering Noise in Fiber-Optic Gyroscopes, *Journal of the Optical Society of America* A2(6), 872–877 (1985).
- [47] W. K. Burns und R. P. Moeller, Measurement of Polarization Mode Dispersion in High-Birefringence Fibers, *Optics Letters* 8(3), 195–197 (1983).
- [48] W. K. Burns, R. P. Moeller und A. Dandridge, Excess Noise in Fiber Gyroscope Sources, *IEEE Photonics Technology Letters* 2(8), 606–608 (1990).
- [49] R. Ulrich und M. Johnson, Fiber-ring Interferometer: Polarization Analysis, Optics Letters 4(5), 152–154 (1979).
- [50] E. C. Kintner, Polarization Control in Optical-Fiber Gyroscopes, *Optics Let*ters 6(3), 154–156 (1981).
- [51] R. Ulrich, Polarization and Depolarization in the Fiber-Optic Gyroscope, in MIT Conference Proceedings on Fiber-Optic Rotation Sensors, S. 52–77, Springer-Verlag (1982).
- [52] G. A. Pavlath und H. J. Shaw, Birefringence and Polarization Effects in Fiber Gyroscopes, *Applied Optics* 21(10), 1752–1757 (1982).
- [53] W. K. Burns und R. P. Moeller, Polarizer Requirements for Fiber Gyroscopes with High-Birefringence Fiber and Broad-Band Sources, *IEEE Journal of Lightwave Technology* LT-2(4), 430–435 (1984).
- [54] R. J. Fredricks und R. Ulrich, Phase Error Bounds of Fibre Gyro with Imperfect Polariser/Depolariser, *Electronics Letters* 20(8), 330–332 (1984).
- [55] W. K. Burns, Phase Error Bounds of Fiber Gyro with Polarization-Holding Fiber, *IEEE Journal of Lightwave Technology* LT-4(1), 8–14 (1986).
- [56] S. L. A. Carrara, B. Y. Kim und H. J. Shaw, Bias Drift Reduction in Polarization-Maintaining Fiber Gyroscope, *Optics Letters* 12(3), 214–216 (1987).

- [57] D. M. Shupe, Thermally Induced Nonreciprocity in the Fiber-Optic Interferometer, *Applied Optics* 19(5), 654–655 (1980).
- [58] N. J. Frigo, Compensation of Linear Sources of Nonreciprocity in Sagnac Interferometers, in *Fiber Optic and Laser Sensors*, S. 268–271, SPIE (1983).
- [59] R. B. Dyott, Reduction of the Shupe Effect in Fibre Optic Gyros; the Random-Wound Coil, *Electronics Letters* 32(23), 2177–2178 (1996).
- [60] K. Böhm, K. Petermann und E. Weidel, Sensitivity of a Fiber-Optic Gyroscope to Environmental Magnetic Fields, *Optics Letters* 7(4), 180–182 (1982).
- [61] K. Hotate und K. Tabe, Drift of an Optical Fiber Gyroscope Caused by the Faraday Effect: Influence of the Earth's Magnetic Field, *Applied Optics* 25(7), 1086–1092 (1986).
- [62] K. Hotate und K. Tabe, Drift of an Optical Fiber Gyroscope Caused by the Faraday Effect: Experiment, *IEEE Journal of Lightwave Technology* LT-5(7), 997–1001 (1987).
- [63] M. S. Grewal, V. D. Henderson und R. S. Miyasako, Application of Kalman Filtering to the Calibration and Alignment of Inertial Navigation Systems, *IE-EE Transactions on Automatic Control* 36(1), 3–13 (1991).
- [64] D. W. Allan, Statistics of Atomic Frequency Standards, Proceedings of the IEEE 54(2), 221–230 (1966).
- [65] J. A. Barnes, Atomic Timekeeping and the Statistics of Precision Signal Generators, *Proceedings of the IEEE* 54(2), 207–220 (1966).
- [66] E. Masry, Flicker Noise and the Estimation of the Allan Variance, *IEEE Transactions on Information Theory* 37(4), 1173–1177 (1991).
- [67] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros (1997).
- [68] W. K. Burns, C.-L. Chen und R. P. Moeller, Fiber-Optic Gyroscopes with Broad-Band Sources, *IEEE Journal of Lightwave Technology* LT-1(1), 98–105 (1983).
- [69] R. A. Bergh, G. Kotler und H. J. Shaw, Single-Mode Fiber Optic Directional Coupler, *Electronics Letters* 16, 260–261 (1980).

- [70] G. Schöner, E. Klement, G. Schiffner und N. Doukbias, Novel Method for Making Single-Mode Fiber Access Couplers, *Electronics Letters* 18, 566–568 (1982).
- [71] B. Culshaw und J. Dakin, Hg., Principles and Components, Bd. 1 von Optical Fiber Sensors, Artech House, Boston (1988).
- [72] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, 19. Aufl. (1980).
- [73] R. A. Bergh, H. C. Lefèvre und H. J. Shaw, All-Single-Mode Fiber-Optic Gyroscope, *Optics Letters* 6(4), 198–200 (1981).
- [74] K. Böhm und K. Petermann, Signal Processing Schemes for the Fiber-Optic Gyroscope, in *Fiber Optic Gyros*, Bd. 719 von *SPIE Proceedings*, S. 36–44 (1986).
- [75] E. Kiesel, Impact of Modulation-Induced Signal Instabilities on Fiber Gyro Performance, in *Fiber Optic and Laser Sensors V*, Bd. 838 von *SPIE Proceedings*, S. 129–139 (1987).
- [76] B. Szafraniec, C. Laskoskie, D. Ang und J. Blake, High Performance Ti-Indiffused LiNbO3 Multi-Function Chip for Use in Fiber Optic Gyros, in *Fiber Optic Gyros: 15th Anniversary Conference*, Bd. 1581 von SPIE Proceedings, S. 393 (1991).
- [77] U. Grusemann, Untersuchungen zu einem temperaturkompensierten Wellenlängensensor auf der Basis protonenausgetauschter Wellenleiter in Lithium-Niobat, Dissertation, TU Ilmenau (2002).
- [78] H. C. Lefèvre, Application of the Sagnac Effect in the Interferometric Fiber-Optic Gyroscope, in *Optical Gyros and their Application*, Bd. AGARDograph 339, S. 7–1–7–29, NATO Research and Technology Organization (1999).
- [79] B. Y. Kim und H. J. Shaw, Gated Phase-Modulation Approach to Fiber-Optic Gyroscope with Linearized Scale Factor, *Optics Letters* 9(8), 375–377 (1984).
- [80] A. Ebberg und G. Schiffner, Closed-Loop Fiber-Optic Gyroscope with a Sawtooth Phase-Modulated Feedback, *Optics Letters* 10(6), 300–302 (1985).

- [81] H. J. Arditty, P. Graindorge, H. C. Lefèvre, P. Martin, J. Morisse und P. Simonpiétri, Fiber-Optic Gyroscope with All-Digital Processing, in *Optical Fiber Sensors*, Bd. 44 von *Proceedings in Physics*, S. 131–136, Springer-Verlag (1989).
- [82] H. C. Lefèvre, P. Martin, J. Morisse, P. Simonpiétri, P. Vivenot und H. J. Arditty, High Dynamic Range Fiber Gyro with All-Digital Processing, in *Fiber Optic and Laser Sensors VIII*, Bd. 1367 von *SPIE Proceedings*, S. 72–80 (1990).
- [83] P. F. Wysocki, M. J. F. Digonnet und B. Y. Kim, Spectral Characteristics of High-Power 1.5 μm Broad-Band Superluminescent Fiber Sources, *IEEE Photonics Technology Letters* 2(3), 178–180 (1990).
- [84] S. Sudo, *Optical Fiber Amplifiers Materials, Devices and Applications*, Artech House, Boston, MA (1997).
- [85] G. J. Cowle, L. Reekie, P. R. Morkel und D. N. Payne, Narrow Linewidth Fibre Laser Sources, in *Fiber Laser Sources and Amplifiers II*, Bd. 1373 von *SPIE Proceedings*, S. 54–65 (1990).
- [86] P. F. Wysocki, M. J. F. Digonnet, B. Y. Kim und H. J. Shaw, Characteristics of Erbium-Doped Superfluorescent Fiber Sources for Interferometric Sensor Applications, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 12(3), 550–567 (1994).
- [87] P. F. Wysocki, *Broadband Erbium-Doped Fiber Sources for the Fiber-Optic Gyroscope*, Dissertation, Stanford University (1992).
- [88] The Numerical Algorithms Group Ltd., NAG C Library Mark 6, Oxford, UK (2000).
- [89] T. P. Gaiffe, P. Simonpietri, J. Morisse, N. Cerre, E. M. Taufflieb und H. C. Lefèvre, Wavelength Stabilization of An Erbium-Doped Fiber Source With A Fiber Bragg Grating For High-Accuracy Fog, in *Fiber Optic Gyros: 20th Anniversary Conference*, Bd. 2837 von SPIE Proceedings, S. 375–380 (1996).
- [90] R. P. Moeller und H. J. Patrick, LPG Wavelength Compensated, Polarised, Amplified, Reduced RIN, Broadband Fibre Optic Source for Precision Fibre Optic Gyroscopes, *Electronics Letters* 37(1), 14–15 (2001).

- [91] P. Z. Zatta und D. C. Hall, Ultra-High-Stability Two-Stage Superfluorescent Fibre Sources for Fibre Optic Gyroscopes, *Electronics Letters* 38(9), 406–408 (2002).
- [92] K. Böhm, P. Marten, K. Petermann, E. Weidel und P. Ulrich, Low-Drift Fibre Gyro Using a Superluminescent Diode, *Electronics Letters* 17(10), 352–353 (1981).
- [93] L. Tien-Pei, C. Burrus und B. Miller, A Stripe-Geometry Double-Heterostructure Amplified-Spontaneous-Emission (Superluminescent) Diode, *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-9(8), 820–828 (1973).
- [94] T. R. Chen, Y. H. Zhuang, Y. J. Xu, A. Yariv und N. S. Kwong, 1.5 μ m In-GaAsP/InP Buried Crescent Superluminescent Diode on a p-InP Substrate, *Applied Physics Letters* 56(25), 2502–2503 (1990).
- [95] K. Shiraishi, T. Chuzenji und S. Kawakami, Polarization-Independent in-Line Optical Isolator with Lens-Free Configuration, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 10(12), 1839–1842 (1992).
- [96] H. Minden, P-N Junction Electroluminescence and Diode Lasers, *IEEE Transactions on Parts, Materials and Packaging* 1(2), 40–47 (1965).
- [97] I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy und S. Sumski, Junction Lasers Which Operate Continuously at Room Temperature, *Applied Physics Letters* 17(3), 109–111 (1970).
- [98] N. Holonyak, R. Kolbas, R. Dupuis und P. Dapkus, Quantum-Well Heterostructure Lasers, *IEEE Journal of Quantum Electronics* 16(2), 170–186 (1980).
- [99] D. Nichols und P. Bhattacharya, Differential Gain in InP-based Strained Layer Multiple Quantum Well Lasers, *Applied Physics Letters* 61(18), 2129–2131 (1992).
- [100] Hecht, Optics, Addison-Wesley, 3. Aufl. (1998).
- [101] R. Ulrich und A. Simon, Polarization Optics of Twisted Single-Moded Fibers, *Applied Optics* 18(13), 2241–2251 (1979).
- [102] M. Born und E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon, Oxford (1987).

- [103] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, London, 3. Aufl. (2001).
- [104] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: I. Description and Discussion of the Calculus, *Journal of the Optical Society of America* 31, 488–493 (1941).
- [105] H. Hurwitz und R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: II. Proof of Three General Equivalence Theorems, *Journal of the Optical Society of America* 31, 488–493 (1941).
- [106] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: III. The Sohncke Theory of Optical Activity, *Journal of the Optical Society of America* 31, 500–503 (1941).
- [107] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: IV., *Journal* of the Optical Society of America 32, 486–493 (1942).
- [108] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: V. A More General Formulation, and Description of Another Calculus, *Journal of the Optical Society of America* 37, 107–110 (1947).
- [109] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: VI. Experimental Determination of the Matrix, *Journal of the Optical Society of America* 37, 110–112 (1947).
- [110] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: VII. Properties of the N-Matrices, *Journal of the Optical Society of America* 38, 671–685 (1948).
- [111] R. C. Jones, New Calculus for the Treatment of Optical Systems: VIII. Electromagnetic Theory, *Journal of the Optical Society of America* 46, 126–131 (1956).
- [112] W. A. Shurcliff, *Polarized Light*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts (1962).
- [113] W. A. Shurcliff und S. S. Ballard, *Polarized Light*, Van Nostrand, Princeton, New Jersey (1964).
- [114] S. Huard, Polarization of Light, John Wiley & Sons (1997).

- [115] E. Wolf, Coherence Properties of Partially Polarized Electromagnetic Radiation, *Il Nuovo Cimento* 13(6), 1165–1181 (1959).
- [116] G. B. Parrent und P. Roman, On the Matrix Formulation of the Theory of Partial Polarization in Terms of Observables, *Il Nuovo Cimento* 15(3), 370– 388 (1960).
- [117] G. G. Stokes, Transactions of the Cambridge Philosophical Society 9, 399– 416 (1852).
- [118] A. H. Ahlberg, E. N. Nilson und J. L. Walsh, *The Theory of Splines and Their Applications*, Academic Press, New York (1967).
- [119] T. N. E. Greville, *Theory and Applications of Spline Functions*, Academic Press, New York (1969).
- [120] E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1974).
- [121] A. Dandridge, Zero Path-Length Difference in Fiber-Optic Interferometers, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 1(3), 514–516 (1983).
- [122] R. Ulrich, Polarization and Depolarization in the Fiber-Optic Gyroscope, in MIT Conference Proceedings on Fiber-Optic Rotation Sensors, S. 52–77 (1982).
- [123] K. Böhm, K. Petermann und E. Weidel, Performance of Lyot Depolarizers with Birefringent Single-Mode Fibers, *IEEE Journal of Lightwave Technology* LT-1(1), 71–74 (1983).
- [124] B. Szafraniec und G. A. Sanders, Theory of Polarization Evolution in Interferometric Fiber-Optic Depolarized Gyros, *IEEE Journal of Lightwave Technology* 17(4), 579–590 (1999).
- [125] A. E. Kaplan und P. Meytre, Enhancement of the Sagnac Effect Due to Nonlinearly Induced Nonreciprocity, *Optics Letters* 6(12), 590–592 (1981).
- [126] K. S. Kim, W. A. Reed, R. H. Stolen und K. W. Quoi, Measurement of the Nonlinear Index of Silica-Core and Dispersion-Shifted Fibers, *Optics Letters* 19(4), 257–259 (1994).
- [127] H. C. Lefèvre, The Fiber-Optic Gyroscope, Artech House, Boston (1993).

- [128] N. J. Frigo, H. F. Taylor, L. Goldberg, J. F. Weller und S. C. Rashleigh, Optical Kerr Effect in Fiber Gyroscopes: Effects of Nonmonochromatic Sources, *Optics Letters* 8(2), 119–121 (1983).
- [129] A. Yariv, Quantum Electronics, John Wiley & Sons, 3. Aufl. (1988).
- [130] E. G. Sauter, Nonlinear Optics, John Wiley & Sons (1996).
- [131] J. Meier, Stabile Interferometrie des Nichtlinearen Brechzahlkoeffizienten von Quarzglasfasern der Optischen Nachrichtentechnik, Bd. 443 von Fortschrittsberichte VDI, Reihe 8 (1995).
- [132] J. H. Marburger und R. Shockley, Direct Interferometric Measurements of the Nonlinear Refractive Index Coefficient n₂ in Laser Materials, *Applied Physics Letters* 25(12), 728–730 (1974).
- [133] R. A. Bergh, H. C. Lefèvre und H. J. Shaw, Compensation of the Optical Kerr Effect in Fiber-Optic Gyroscopes, *Optics Letters* 7(6), 282–284 (1982).
- [134] R. A. Bergh, B. Culshaw, C. C. Cutler, H. C. Lefèvre und H. J. Shaw, Source Statistics and the Kerr Effect in Fiber-Optic Gyroscopes, *Optics Letters* 7(11), 563–565 (1982).

Eigene Veröffentlichungen

- [135] C. Seidel und G. F. Trommer, Simulation Tool for Fiber-Optic Systems with Partially Coherent Light, in *Proceedings of the IASTED International Conference on Modelling, Simulation, and Optimization*, S. 290–295 (2003).
- [136] C. Seidel und G. F. Trommer, Tool for Modelling Interferometric Fiber-Optic Gyroscopes with Broadband Light Sources, in *Proceedings of the 16th International Conference on Optical Fiber Sensors*, S. 328–331, IEICE (2003).
- [137] C. Seidel und G. F. Trommer, Modelling of Bias Errors in Fibre-Optic Gyroscopes with Advanced Simulation Tool, *Electronics Letters* 40(3), 166–167 (2004).
- [138] C. Seidel und G. F. Trommer, Modeling of Bias Errors in Fiber-Optic Gyroscopes with New Simulation Tool, in *Photonics Europe*, Bd. 5451 von SPIE *Proceedings* (2004).
- [139] C. Seidel und G. F. Trommer, Modelling of Fiber-Optic Gyroscopes with Low Coherence Light Sources, *International Journal of Modelling and Simulation*, zur Veröffentlichung akzeptiert (2005).
- [140] C. Seidel und G. F. Trommer, Measurement of Nonlinear Effects in Fiber-Optic Gyroscopes with Different Light Sources, in 2nd European Workshop on Optical Fiber Sensors, Bd. 5502 von SPIE Proceedings, S. 346–349 (2004).

Lebenslauf

Christian Seidel geboren am 26.11.1973 in Alfeld (Leine)

Schulbildung

1980 - 1986	Grundschule und Orientierungsstufe Gronau (Leine)
1986 - 1993	Gymnasium Alfeld (Leine)
Mai 1993	Schulabschluss: Abitur

Grundwehrdienst

1993 - 1994	Instandsetzung vor	n Funkgeräten
-------------	--------------------	---------------

Studium

Oktober 1994	Studium der Physik,
bis Juli 1996	Georg-August-Universität Göttingen
Juli 1996	Diplomvorprüfung
Oktober 1996 bis November 1999	Studium der Physik, Diplomarbeit, Technische Universität München
November 1999	Diplomhauptprüfung Abschluss: Diplom-Physiker

Berufstätigkeit

seit Februar 2000	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für
	Theoretische Elektrotechnik und Systemoptimierung
	an der Universität Karlsruhe (TH)