

Forschungszentrum Karlsruhe
in der Helmholtz-Gemeinschaft
Wissenschaftliche Berichte
FZKA 6791

**Metallische Doppelinselstrukturen
mit hohen Tunnelleitwerten**

Bernhard Limbach

Institut für Festkörperphysik

Von der Fakultät für Physik der Universität
Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe
2002

Impressum der Print-Ausgabe:

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

ISSN 0947-8620

Metallische Doppelinselstrukturen mit hohen Tunnelleitwerten

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden experimentelle Untersuchungen von Einzelladungseffekten in metallischen Doppelinselstrukturen durchgeführt. Für die Herstellung der Proben wurde ein doppeltes Schattenbedampfungsverfahren angewendet, das es ermöglicht, die Eigenschaften der mittleren und der äußeren Tunnelkontakte unabhängig voneinander zu wählen. Da die Kenntnis der Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte wichtig für die Auswertung war, wurden zwei der Proben mit einem besonderen Layout hergestellt, mit dem die Kontaktleitwerte direkt bestimmt werden konnten.

An den Proben wurden in einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten Messungen des Linear-Response-Leitwerts in Abhängigkeit von der Temperatur und von den Transport- und Gate-Spannungen durchgeführt.

Ziel war, den Einfluss von Tunnelprozessen höherer Ordnung, die in der einfachen sequentiellen Beschreibung der sogenannten orthodoxen Theorie nicht berücksichtigt werden, zu studieren. Dazu wurden Proben untersucht, die Kontakte mit Tunnelleitwerten in der Nähe des Quantenleitwerts besitzen.

Bei tiefen Temperaturen konnten deutliche Abweichungen vom sequentiellen Modell in Form eines logarithmischen Abfalls des Maximalleitwerts mit sinkender Temperatur nachgewiesen werden, wie er von der Störungstheorie zweiter Ordnung vorhergesagt wird. Mit Hilfe der Messungen konnte die Probenenergie, die die Kopplung zwischen den Inseln charakterisiert, als Skala für die Temperaturabhängigkeit der Korrektur identifiziert werden.

Strong tunneling in metallic double island structures

Abstract

In this work single charge tunneling effects in double island structures have been studied experimentally. The samples were produced using a twofold shadow evaporation technique which allows to choose the parameters of the tunnel junctions independently for the middle and the outer junctions. As the knowledge of the conductance of each junction is essential for comparison with theory, two of the samples were produced with a special layout which allows the direct determination of the junction conductances.

The samples were investigated in a $^3\text{He}/^4\text{He}$ -dilution refrigerator by measuring the linear response conductance through the system in dependence of temperature and the bias- and gate voltages.

The objective was to study the influence of higher order tunneling events which are not accounted for in the simple sequential model of the so called orthodox theory. For this purpose samples with junction conductances near the conductance quantum were investigated.

At low temperatures significant deviations from the sequential model could be demonstrated. They manifest in a logarithmic decrease of the maximum conductance with decreasing temperature, as it is predicted by second order perturbation theory. The scale for the temperature dependence of the logarithmic correction could be deduced from the measurements and shows up to be the energy parameter which characterizes the coupling between the two islands.

Inhalt

1. Einleitung	3
2. Theorie	5
2.1. Grundlagen	5
2.1.1. Orthodoxe Theorie	7
2.1.2. Über die orthodoxe Theorie hinaus	8
2.2. Das Doppelsystem	9
2.2.1. Elektrostatische Betrachtungen	10
2.2.2. Die Ladungsenergie des Systems	13
2.2.3. Stabilitätsdiagramm	14
2.2.4. Mastergleichung	20
2.2.5. Hochtemperaturlimes	22
3. Probenherstellung	25
3.1. Prinzip der Schattenbedampfung	25
3.2. Probenlayout	27
3.3. Aufdampfanlage	28
3.4. Die einzelnen Schritte der Probenherstellung	30
3.4.1. Herstellung der Maske	30
3.4.2. Erzeugung der Strukturen	32
3.4.3. Entfernen der Lackmaske	33
3.4.4. Test bei Raumtemperatur	33
3.4.5. Kontaktpads	33
3.5. Ergebnisse der Probenherstellung	33
4. Experiment	37
4.1. Messtechnik	37
4.2. Messprinzip	38
4.3. Bestimmung der Probenparameter	38
4.3.1. Analyse der Kennlinien	38
4.3.2. Analyse der gateabhängigen Messungen	40
4.3.3. Analyse der Hochtemperaturmessungen	42
4.4. Auswertung der Messungen des Linear-Response-Leitwerts	44
5. Ergebnisse	47
5.1. Probe 1	47

5.2. Probe 2	51
5.3. Probe 3	53
5.4. Diskussion	53
6. Zusammenfassung	57
A. Sinkender Maximalleitwert bei steigender Temperatur	59
B. Ladungsenergie einer Reihe von Tunnelkontakten	65

1. Einleitung

In der vorliegenden Arbeit werden die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen von Einzelladungseffekten in metallischen Doppelinselstrukturen präsentiert.

Die Einzelladungseffekte beruhen auf der Quantisierung der elektrischen Ladung und können in Systemen mit nanoskaligen Abmessungen beobachtet werden, wenn der Ladungstransport durch quantenmechanisches Tunneln erfolgt.

Das prominenteste System, das auf der Grundlage von Einzelladungseffekten funktioniert, ist der *Einzelelektronentransistor*. Er besteht aus zwei Tunnelkontakten, die eine *Insel-Elektrode* von den Zuleitungen abtrennen. Um Ladung durch das System zu transferieren, muss sie zunächst von einer Zuleitung auf die Insel gebracht werden, bevor sie über die andere Zuleitung abtransportiert werden kann. Dabei wird die Insel zwischenzeitlich mit mindestens einer Elementarladung aufgeladen, weil beim Tunneln nur ganze Ladungsträger transferiert werden können. Wegen der nanoskaligen Abmessungen ist die Kapazität der Insel¹ so klein, dass die Ladungsenergie einer einzelnen zusätzlichen Elementarladung auf dieser Kapazität groß im Vergleich zur thermischen Energie² ist. Solange keine großen Transportspannungen angelegt werden, findet das Tunneln nicht statt und der Transport und damit der makroskopische Strom ist unterdrückt. Dies wird als *Coulomb-Blockade* bezeichnet. Mit einer zusätzlichen Gateelektrode kann das elektrische Potential der Insel und mit ihm der Transport durch den Transistor beeinflusst werden. Der Transistor ist der Grundbaustein für eine ganze Klasse von Systemen, die die *Einzelladungselektronik* begründen.

Wenn die Leitwerte der Tunnelkontakte sehr viel kleiner als das Leitwertquantum $G_K = e^2/h$ sind, liefert die von Averin und Likharev (1991) für das Einzelladungstunneln entwickelte Störungstheorie erster Ordnung, die als *orthodoxe Theorie* bezeichnet wird, eine sehr gute Beschreibung der Effekte.

Bei einigen Anwendungen ist diese Bedingung jedoch nicht erfüllt, z. B. wenn höhere Ströme oder in supraleitenden Anwendungen höhere Josephson-Energien erreicht werden sollen. Um diese Systeme vollständig zu beschreiben, müssen Tunnelprozesse höherer Ordnung berücksichtigt werden. Dadurch wird die Theorie sehr schnell sehr komplex. Eine quantitative Verifikation der weiterführenden Theorien erfordert auch bei den Experimenten große Sorgfalt und wurde von Joyez et al. (1997), Chouvaev et al. (1999) und Wallisser et al. (2002) für den Einzelelektronentransistor durchgeführt.

In dieser Arbeit wurde in ähnlichen Experimenten ein komplizierteres System untersucht, das aus drei Tunnelkontakten und zwei Inseln mit jeweils einer Gateelektrode besteht und

¹ Die Kapazität der Insel wird hauptsächlich durch die beiden Tunnelkontakte bestimmt.

² Je nach Strukturgröße müssen die Experimente bei tiefen Temperaturen durchgeführt werden, um Einzelladungseffekte beobachten zu können.

1. Einleitung

das in Kapitel 2 im Detail vorgestellt wird. Der Schwerpunkt lag auf Messungen des *Linear-Response-Leitwerts* (Leitwert bei Transportspannung gleich Null) in Abhängigkeit von der Temperatur, wobei in dieser Arbeit ausschließlich die normalleitenden Eigenschaften untersucht wurden.

In Kapitel 3 wird beschrieben, wie die Proben in den Einrichtungen des Instituts für Festkörperphysik (IFP) und des Instituts für Mikrostrukturtechnik (IMT) des Forschungszentrums Karlsruhe aus nanostrukturiertem Aluminium hergestellt wurden.

Die experimentellen Details werden in Kapitel 4 besprochen. Dort werden die Art und Durchführung der Messungen, die Auswertemethoden und die Bestimmung der Probenparameter beschrieben. Für die Bestimmung der Probenparameter wurden Rechnungen auf der Grundlage einer Veröffentlichung von Göppert und Grabert (2000) durchgeführt, die im Anhang B dargestellt sind.

Schließlich werden in Kapitel 5 die Messungen an drei verschiedenen Proben präsentiert, mit der orthodoxen Theorie verglichen und die Ergebnisse diskutiert.

2. Theorie

In diesem Kapitel werden zunächst die Grundlagen der Einzelladungselektronik vorgestellt. Da inzwischen diverse Bücher und Übersichtsartikel dazu existieren, werden hier nur die wichtigsten Begriffe eingeführt und die Besonderheiten und Näherungen beschrieben, die für den zweiten Teil des Kapitels wichtig sind. Dort wird das in dieser Arbeit experimentell untersuchte Doppelinselelement im Detail besprochen. Für eine umfassende Einführung sei insbesondere auf Grabert und Devoret (1992) und Averin und Likharev (1991) verwiesen.

2.1. Grundlagen

Die wichtigsten Elemente der Einzelladungselektronik sind kleine Tunnelkontakte, die durch ihre Kapazität C und ihren *Tunnelleitwert* G_T charakterisiert werden. Das Tunneln eines Elektrons ist mit einer Umladung der Kapazität C verbunden, für die die Ladungsenergie

$$E_C = \frac{e^2}{2C} \quad (2.1)$$

aufgewendet werden muss. Steht diese Energie nicht zur Verfügung, ist das Tunneln und damit der Transport durch den Kontakt unterdrückt. Dies wird als *Coulomb-Blockade* bezeichnet.

Bei einer Kennlinienmessung, bei der der Strom in Abhängigkeit von der Transportspannung V_{sd} gemessen wird, führt der Effekt zu einem nichtlinearen Verhalten, das sich in einer Reduktion bis hin zur vollständigen Blockade des Stroms in der Nähe von $V_{sd} = 0$ äußert. Bei hohen Transportspannungen (oder wenn die Bedingungen für die Coulomb-Blockade nicht erfüllt sind, siehe unten), ist die Kennlinie linear¹, wobei die Steigung durch G_T angegeben wird.

Um den Effekt in seiner vollen Ausprägung beobachten zu können, muss E_C deutlich größer sein als die thermische Anregung:

$$E_C \gg k_B T. \quad (2.2)$$

Selbst bei Temperaturen im Millikelvinbereich sind Tunnelkontakte mit nanoskaligen Abmessungen notwendig, um diese Bedingung zu erfüllen.

Auch die elektromagnetische Umgebung des Kontaktes ist sehr wichtig: Wenn der Kontakt z. B. über Zuleitungen mit verschwindender Impedanz an eine ideale Spannungsquelle angeschlossen ist, dann ist der Kontakt mit einer unendlich großen Kapazität parallel geschaltet. In diesem Fall muss die Kontaktkapazität C in (2.1) durch die effektive Kapazität $C_{\text{eff}} = \infty$ ersetzt werden. Damit verschwindet E_C und es treten keine Coulomb-Blockade-Effekte auf.

¹ Dies gilt nicht streng, siehe Abschnitt 2.1.2.

Im Gegensatz dazu entkoppeln hochohmige Zuleitungen mit Widerständen $R \gg R_K = h/e^2$ den Kontakt auf einer für das Tunnelereignis relevanten Zeitskala von der Spannungsquelle, so dass E_C tatsächlich alleine durch die Kapazität des Kontaktes bestimmt wird und eine Blockade beobachtet werden kann (Cleland et al., 1990, 1992; Joyez et al., 1998; Farhangfar et al., 1998).

Es besteht auch die Möglichkeit, einen weiteren Tunnelkontakt in Serie mit dem ersten zu schalten. Während des Tunnelns an einem Kontakt wird die Impedanz der einen Zuleitung durch die Kapazität des anderen Kontaktes dominiert. In diesem Fall wird der Kapazität C des Tunnelkontaktes eine Reihenschaltung aus der Spannungsquelle und der anderen Kapazität C' parallel geschaltet, womit die effektive Kapazität des Kontaktes wegen $(1/\infty + 1/C')^{-1} = C'$ die Summe $C + C'$ ergibt. Damit reduziert sich die aufzuwendende Ladungsenergie etwas, aber sie verschwindet nicht, und es können auch bei niederohmigen Zuleitungen Coulomb-Blockade-Effekte beobachtet werden.

Die Reihenschaltung der Kontakte hat außerdem die Konsequenz, dass zwischen den Kontakten ein Leiterstück von den Zuleitungen abgetrennt wird. Das elektrische Potential dieser *Insel* kann durch kapazitive Kopplung von außen verändert und damit das Tunneln an den Kontakten beeinflusst werden. Dies kann genutzt werden, um den Transport durch das System mittels einer Gateelektrode zu steuern, und ermöglicht die Verwendung im Sinne einer *Einzelladungselektronik*. Das System aus einer Insel mit zwei Kontakten und einer Gateelektrode wird deshalb *Einzelelektronentransistor* genannt. Wegen der winzigen Kapazitäten sind nur kleinste Ladungsverschiebungen in der Nähe der Insel nötig, um den Transport durch das System messbar zu beeinflussen. Deshalb kann der Einzelelektronentransistor als Elektrometer verwendet werden und stellt sogar das empfindlichste Elektrometer dar, das heutzutage bekannt ist (Lafarge et al., 1991; Schoelkopf et al., 1998). Die hohe Sensitivität hat allerdings auch zur Folge, dass geringfügige Fluktuationen im Ladungshintergrund, z. B. durch Elektreneinfangprozesse im Substrat, die Messungen empfindlich stören können.

Bei der experimentellen Realisierung muss im Zusammenhang mit den Zuleitungsimpedanzen die Winzigkeit der Strukturen beachtet werden, denn im Vergleich zu den Tunnelkontakten haben allein die makroskopischen Zuleitungen sehr große Kapazitäten. Sie stellen damit nahezu ideale Spannungsquellen dar, unabhängig davon, wie der Anschluss an die Messgeräte realisiert ist. Die entscheidenden Umgebungseigenschaften werden durch die mikroskopischen Zuleitungen, die sich in unmittelbarer Umgebung des Kontaktes befinden, bestimmt. Deren Widerstände sind normalerweise so klein, dass an einem einzelnen Tunnelkontakt keine Coulomb-Blockade beobachtet wird, auch wenn er eine sehr kleine Kapazität hat. Cleland et al. (1990, 1992), Joyez et al. (1998) und Farhangfar et al. (1998) mussten besondere Maßnahmen ergreifen, um auch am Einzelkontakt eine Coulomb-Blockade beobachten zu können: Sie ersetzten Teile der Zuleitungen in unmittelbarer Nähe ihrer Tunnelkontakte durch hochohmige NiCr- oder Cr-Filme.

Die meisten Experimente werden an Systemen aus mehr als einem Tunnelkontakt durchgeführt. Dabei reicht normalerweise für die Erklärung der Messergebnisse die einfache Näherung, dass alle Zuleitungen vernachlässigbare Widerstände haben und die daran angeschlossenen Spannungsquellen als ideal angesehen werden.

Alternativ lässt sich diese Näherung durch das Verhältnis zweier Zeitskalen formulieren: Eine ist die für das Tunnelereignis relevante Dauer, die durch die Unschärferelation und die

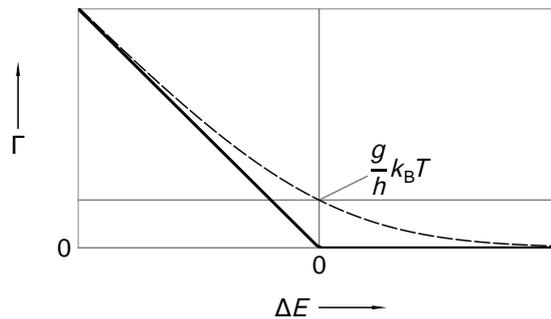


Abbildung 2.1. Tunnelrate in Abhängigkeit von der elektrostatistischen Energieänderung, die mit einem Tunnelereignis verbunden ist. Bei $T = 0$ (durchgezogene Linie) findet das Tunneln nur statt, wenn aus der elektrostatistischen Energieänderung Energie gewonnen werden kann, also für $\Delta E < 0$. Bei erhöhten Temperaturen (gestrichelte Linie) steht den Elektronen Energie aus thermischen Anregungen zur Verfügung. Damit können auch Tunnelereignisse ausgelöst werden, bei denen $\Delta E > 0$ ist.

Ladungsenergie, die aufgewendet werden muss, gegeben ist: $\tau_c = \hbar/E_C$. Sie kann so verstanden werden, dass innerhalb dieser Zeit entschieden wird, ob das Elektron tunnelt. Die andere, τ_{eq} , beschreibt, wie schnell der Ladungsausgleich im gesamten System stattfindet, und wird durch die Umgebungsimpedanzen bestimmt. Die Näherung vernachlässigbarer Zuleitungswiderstände bedeutet in dieser Formulierung, dass $\tau_c \gg \tau_{eq}$ ist und das Elektron nur die durch die Umgebungskapazitäten reduzierte Ladungsenergie aufwenden muss.

Es gibt noch eine weitere wichtige Zeitskala, die durch die Lebensdauer τ_z der Zustände mit fester Ladungszahl auf den Elektroden gegeben ist. Die Lebensdauer wird durch die Tunnelleitwerte der Kontakte bestimmt. Je größer die Leitwerte werden, umso kürzer werden die Lebensdauern. Wenn $\tau_z \gg \tau_c$ ist, können die Ladungszustände als Eigenzustände für die störungstheoretische Beschreibung verwendet werden, bei der das Tunneln als kleine Störung behandelt wird und die Übergänge zwischen den Ladungszuständen ermöglicht.

2.1.1. Orthodoxe Theorie

Aus der Störungstheorie erster Ordnung wurde von Averin und Likharev (1991) die *orthodoxe Theorie* des Einzelladungstunnelns entwickelt. Sie liefert eine gute Beschreibung der Einzelladungssysteme, wenn die Tunnelleitwerte der Kontakte die Bedingung

$$G_T \ll G_K \quad (2.3)$$

erfüllen, wobei $G_K = e^2/h$ das Leitwertquantum ist². Das wichtigste Ergebnis, dessen Herleitung bei Ingold und Nazarov (1992) sehr ausführlich beschrieben ist, ist der Ausdruck für die Tunnelrate Γ an einem Kontakt:

$$\Gamma = \frac{g}{h} \frac{\Delta E}{e^{\beta \Delta E} - 1}, \quad (2.4)$$

² Weil das Leitwertquantum die wichtige Skala für die Leitwerte darstellt, werden die Tunnelleitwerte der Kontakte in dieser Arbeit oft als dimensionslose Größe $g = G_T/G_K$ angegeben, für die Bedingung (2.3) dann $g \ll 1$ lautet.

wobei ΔE die elektrostatische Energiebilanz beschreibt, die mit dem speziellen Tunnelereignis verbunden ist ($\beta = 1/(k_B T)$). In der hier angegebenen Form ist die Annahme enthalten, dass die Umgebung des Tunnelkontaktes durch eine einfache Näherung in der Energiebilanz berücksichtigt werden kann, wie es in den Grenzfällen verschwindender oder hochohmiger Impedanz im vorigen Abschnitt diskutiert wurde. Außerdem gilt (2.4) nur, wenn die Tunnelmatrixelemente als konstant angesehen werden können und sich mit den Zustandsdichten in dem konstanten Vorfaktor g , dem Tunnelleitwert des Kontaktes, zusammenfassen lassen. Dies ist bei metallischen Systemen mit Abmessungen, wie sie in dieser Arbeit untersucht wurden, erfüllt, solange nur kleine Transportspannungen angelegt werden.

In Abbildung 2.1 ist die Rate in Abhängigkeit von der Energieänderung ΔE aufgetragen. Bei sehr tiefen Temperaturen verschwindet die Rate nahezu, solange $\Delta E > 0$ ist, also Energie für das Tunneln aufgewendet werden muss, während sie für $\Delta E < 0$ linear mit der gewonnenen Energie ansteigt. Durch thermische Anregung können auch Tunnelprozesse ausgelöst werden, die eine ungünstige Energiebilanz haben. Dies führt bei endlichen Temperaturen zu einer Verrundung des Übergangs bei $\Delta E = 0$ und damit zur Reduzierung oder Aufhebung der Coulomb-Blockade.

Mit diesen Raten lässt sich der Transport durch beliebige Systeme von Tunnelkontakten berechnen, wobei zum Teil auf numerische Methoden wie z. B. Monte-Carlo-Simulationen zurückgegriffen werden muss.

2.1.2. Über die orthodoxe Theorie hinaus

Natürlich beschreibt die orthodoxe Theorie wegen der vielen Vereinfachungen nicht alle Einzelladungseffekte vollständig. Bei hohen Spannungen bricht z. B. die Näherung zusammen, dass die Impedanz der Zuleitungen vernachlässigbar wäre, denn die Tunnelzeit τ_c wird durch die hohen potentiellen Energiedifferenzen so verkürzt, dass der Ladungsausgleich mit der Umgebung nicht mehr stattfinden kann (Wahlgren et al., 1998). Zusätzlich macht sich die Beschaffenheit der Tunnelbarrieren bemerkbar, weshalb die Tunnelmatrixelemente in (2.4) nicht mehr als konstant angenommen werden können. Dies gilt auch für makroskopische Tunnelkontakte und äußert sich in einem nichtlinearen Verlauf der Kennlinie (z. B. Simmons, 1963b,a; Wolf, 1985), während in der orthodoxen Theorie ein lineares Verhalten bei hohen Transportspannungen angenommen wird.

Außerdem müssen für eine genaue Beschreibung Tunnelprozesse höherer Ordnungen berücksichtigt werden. Sie werden insbesondere dann wichtig, wenn Bedingung (2.3) nicht mehr erfüllt ist, denn in diesem Fall stellt das Tunneln eine so große Störung dar, dass die Beschränkung auf die erste Ordnung in der Störungstheorie nicht mehr ausreicht, um die Effekte vollständig zu beschreiben. Die wichtigsten Abweichungen von der orthodoxen Beschreibung treten dort auf, wo das Tunneln nach dem sequentiellen Modell blockiert oder deutlich unterdrückt ist, das heißt bei niedrigen Temperaturen und kleinen Transportspannungen. Zunächst lassen sich die wichtigsten Korrekturen mit Prozessen zweiter Ordnung beschreiben (Averin und Nazarov, 1992; König et al., 1998), aber für Kontakte mit $g \gg 1$ müssen weitere Ordnungen berücksichtigt oder nicht-störungstheoretische Methoden verwendet werden (Schoeller und Schön, 1994; König et al., 1995; König und Schoeller, 1998; Schön und Zaikin, 1990;

Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 2000).

Die meisten Rechnungen hierzu wurden exemplarisch für die Einzelelektronenbox³ oder den Einzelelektronentransistor durchgeführt. Experimentell konnten die verschiedenen Methoden und ihre Gültigkeitsbereiche am Einzelelektronentransistor von Joyez et al. (1997), Chouvaev et al. (1999) und Wallisser et al. (2002) verifiziert werden.

Pohjola et al. (1999) stellten Rechnungen für das Doppelinselsystem, also eine serielle Anordnung von drei Tunnelkontakten, vor und betrachteten verschiedene Konfigurationen von Tunnelleitwerten, bei denen das Verhältnis des mittleren Kontaktes zu den äußeren Kontakten variiert wurde. Ähnliche Konfigurationen wurden von Matveev et al. (1996) und Golden und Halperin (1996) untersucht, allerdings wurde das Augenmerk hier auf Quantenpunktsysteme, bei denen zusätzlich zu den Ladungseffekten auch Quantentrogeffekte auftreten, und die von Waugh et al. (1995, 1996) an diesen Systemen durchgeführten Experimente gerichtet.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Experimente wurden an metallischen Doppelinselsystemen durchgeführt, wobei die Messungen in ähnlicher Weise wie die von Joyez et al. (1997) und Wallisser et al. (2002) darauf ausgerichtet waren, die Korrekturen zur orthodoxen Theorie im Regime mittlerer bis hoher Tunnelleitwerte quantitativ zu verifizieren. Für die Bestimmung der Probenparameter wurden die Messungen zunächst im Rahmen der orthodoxen Theorie analysiert, um danach die Abweichungen identifizieren zu können.

2.2. Das Doppelinselsystem

In diesem Teil des Kapitels werden die grundlegenden Eigenschaften des Doppelinselsystems besprochen und die wichtigsten Größen eingeführt, die zur Auswertung der Messungen benötigt werden. Der Beschreibung liegen einige Näherungen zugrunde, die zum Teil schon in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellt wurden und an dieser Stelle noch einmal aufgelistet sind. Insbesondere beschränkt sich die Beschreibung auf das sequentielle Tunnelmodell der orthodoxen Theorie.

- Es werden nur Tunnelereignisse erster Ordnung berücksichtigt.
- Sämtliche Zuleitungsimpedanzen sind vernachlässigbar.
- Die äußeren Potentiale werden von idealen Spannungsquellen angelegt.
- Zwischen den Tunnelereignissen stellt sich ein elektrostatisches Gleichgewicht ein, wobei alle Tunnelkontakte als Kondensatoren behandelt werden.
- Es werden nur metallische Systeme betrachtet, deren Abmessungen so groß sind, dass die Zustandsdichten in der Nähe der Fermienergie als kontinuierlich und als konstant behandelt werden können.

³ Eine Einzelelektronenbox besteht aus einer Insel mit einer Gateelektrode und nur einem Tunnelkontakt. Mit der Gateelektrode kann die Ladung der Insel wie beim Transistor in Schritten der Elementarladung erhöht werden. Im Gegensatz zum Transistor ist aber keine Transportmessung durch das System möglich.

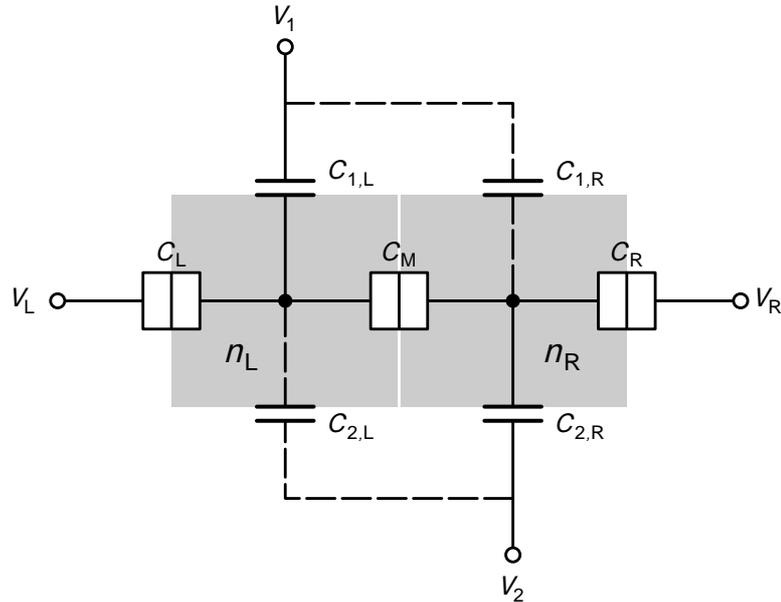


Abbildung 2.2. Ersatzschaltbild für das Doppelinselelement. Mit den gestrichelten Linien wird angedeutet, dass $C_{1,R}$ und $C_{2,L}$ Streukapazitäten sind.

- Die Systeme befinden sich im normalleitenden Zustand⁴.
- Die Selbstaufheizung durch Dissipation beim Transport und schlechte Kopplung des elektronischen an das Phononensystem (Kautz et al., 1993) wird hier nicht betrachtet.

In Abbildung 2.2 ist das Ersatzschaltbild des untersuchten Systems skizziert. Für die elektrostatische Bestimmung der Potentialverhältnisse werden die Tunnelkontakte als Kapazitäten (C_L , C_M und C_R) behandelt. Über die Spannungsquellen V_L und V_R kann eine Transportspannung (*Source-Drain-Spannung*) $V_{sd} = V_R - V_L$ angelegt werden. Die beiden Gateelektroden werden über die Spannungsquellen V_1 und V_2 angesteuert und beeinflussen über die Kapazitäten $C_{1,L}$, $C_{2,R}$ und die im Experiment nicht zu vermeidenden Streukapazitäten $C_{1,R}$ und $C_{2,L}$ die elektrischen Potentiale U_L und U_R der Inseln.

2.2.1. Elektrostatische Betrachtungen

Die Inselladungen Q_L und Q_R setzen sich aus den Ladungen auf den an die jeweilige Insel angrenzenden Kapazitäten zusammen:

$$Q_L = C_L(U_L - V_L) + C_{1,L}(U_L - V_1) + C_{2,L}(U_L - V_2) + C_M(U_L - U_R)$$

$$Q_R = C_R(U_R - V_R) + C_{1,R}(U_R - V_1) + C_{2,R}(U_R - V_2) + C_M(U_R - U_L).$$

⁴ Im Experiment wird die Supraleitung des Aluminiums bei den tiefen Temperaturen durch Anlegen eines magnetischen Feldes unterdrückt.

Die Terme lassen sich durch Einführung der Gesamtkapazitäten der beiden Inseln $C_{\Sigma,L} = C_L + C_{1,L} + C_{2,L} + C_M$, $C_{\Sigma,R} = C_R + C_{1,R} + C_{2,R} + C_M$ und der dimensionslosen „Gateladungen“

$$\begin{aligned} n_{x,L} &= (C_L V_L + C_{1,L} V_1 + C_{2,L} V_2)/e \\ n_{x,R} &= (C_R V_R + C_{1,R} V_1 + C_{2,R} V_2)/e \end{aligned} \quad (2.5)$$

geeignet schreiben:

$$\begin{aligned} Q_L &= C_{\Sigma,L} U_L - e n_{x,L} - C_M U_R \\ Q_R &= C_{\Sigma,R} U_R - e n_{x,R} - C_M U_L. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Durch den Übergang von den Gatespannungen V_1 und V_2 zu den für das System natürlichen Variablen $n_{x,L}$ und $n_{x,R}$ lassen sich alle äußeren Einflüsse auf die Inselpotentiale zusammenfassen und das System reduziert sich für alle weitere Betrachtungen auf eine Reihenschaltung aus drei Tunnelkontakten mit den Kapazitäten $C'_L = C_L + C_{1,L} + C_{2,L}$, $C'_R = C_R + C_{1,R} + C_{2,R}$ und C_M .

Für die Inselpotentiale ergibt sich aus (2.6):

$$\begin{aligned} e^2 U_L &= 2E_{C,L} (Q_L + e n_{x,L}) + E_{\text{koppl}} (Q_R + e n_{x,R}) \\ e^2 U_R &= 2E_{C,R} (Q_R + e n_{x,R}) + E_{\text{koppl}} (Q_L + e n_{x,L}), \end{aligned} \quad (2.7)$$

wobei die folgenden Energieskalen eingeführt wurden, deren Bedeutung später klar wird:

$$E_{C,L} = \frac{e^2 C_{\Sigma,R}}{2(C_{\Sigma,L} C_{\Sigma,R} - C_M^2)} \quad (2.8)$$

$$E_{C,R} = \frac{e^2 C_{\Sigma,L}}{2(C_{\Sigma,L} C_{\Sigma,R} - C_M^2)}$$

$$E_{\text{koppl}} = \frac{e^2 C_M}{C_{\Sigma,L} C_{\Sigma,R} - C_M^2}. \quad (2.9)$$

Ohne Tunneln wären die Inselladungen wegen der Ladungserhaltung immer konstant. Über die Tunnelkontakte kann jedoch die Ladung auf den Inseln geändert werden. Da dies durch das Tunneln von Elektronen mit der festen Ladung $-e$ geschieht, ist die Ladung einer Insel zwischen den Tunnelereignissen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung: $Q_L = e n_L$, $Q_R = e n_R$.

Beim Tunneln verliert (oder gewinnt) ein Elektron die Energie, die zum Transport seiner Ladung gegen die Potentialdifferenz zwischen Zuleitung und Insel benötigt wird. Das Tunneln eines Elektrons von der linken Insel auf die linke Zuleitung, also der Übergang von $Q_L = e n_L$ nach $Q_L = e(n_L + 1)$ bei konstantem $Q_R = e n_R$, führt zu der Energieänderung

$$\begin{aligned} \Delta E_L^{n_L \rightarrow n_L+1} &= \int_{e n_L}^{e(n_L+1)} [U_L - V_L] dQ_L \\ &= 2E_{C,L} \left(\frac{1}{2} + n_L + n_{x,L} \right) + E_{\text{koppl}} (n_R + n_{x,R}) - e V_L \\ &= E_{C,L} + e(U_L(n_L, n_R) - V_L). \end{aligned} \quad (2.10)$$

2. Theorie

Wenn $\Delta E_L^{n_L \rightarrow n_L+1}$ kleiner als Null ist, ist das Tunneln eines Elektrons von der Insel über den linken Kontakt begünstigt. Im anderen Fall ist dieser Prozess unterdrückt und findet nur durch thermische Aktivierung bei endlichen Temperaturen statt. Genau wie in (2.10) ergibt sich für das Tunneln eines Elektrons über den linken Kontakt auf die linke Insel:

$$\begin{aligned} \Delta E_L^{n_L \rightarrow n_L-1} &= \int_{e n_L}^{e(n_L-1)} [U_L - V_L] dQ_L \\ &= E_{C,L} - e(U_L(n_L, n_R) - V_L). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Der konstante erste Summand in (2.10) und (2.11) ist die Ladungsenergie $E_{C,L}$, die unabhängig vom Ausgangszustand für jedes Tunneln am linken Kontakt aufgewendet werden muss. Nach Umformung der Kombination von Kapazitäten in (2.8)

$$\frac{C_{\Sigma,R}}{C_{\Sigma,L}C_{\Sigma,R} - C_M^2} = \frac{C'_R + C_M}{C'_L C'_R + C'_L C_M + C'_R C_M} = \left(C'_L + \frac{C'_R C_M}{C'_R + C_M} \right)^{-1}$$

ist zu erkennen, dass dies der Kehrwert einer Parallelschaltung der linken Kontaktkapazität C'_L mit einer Reihenschaltung aus den beiden anderen Kapazitäten C'_R und C_M ist. Dies ist die *effektive Kapazität* des linken Kontaktes, die das Elektron beim Tunneln „sieht“.

Die gleiche Herleitung kann analog für die anderen beiden Kontakte durchgeführt werden, so dass sich mit den effektiven Kapazitäten

$$C_j^{\text{eff}} = C'_j + \left(\sum_{l \neq j} \frac{1}{C'_l} \right)^{-1} \quad j \in \{L, M, R\}, \quad C'_M = C_M \quad (2.12)$$

die Ladungsenergien der Kontakte

$$E_{C,j} = \frac{e^2}{2C_j^{\text{eff}}} \quad (2.13)$$

ergeben (siehe auch Anhang B). Die Energieänderungen für das Tunneln am mittleren und rechten Kontakt ergeben sich wie in (2.10):

$$\begin{aligned} \Delta E_R^{n_R \rightarrow n_R+1} &= E_{C,R} + e(U_R(n_L, n_R) - V_R) \\ \Delta E_M^{n_L \rightarrow n_L-1} &= E_{C,M} + e(U_R(n_L, n_R) - U_L(n_L, n_R)). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Dabei gilt für die in (2.9) eingeführte Größe $E_{\text{koppl}} = E_{C,L} + E_{C,R} - E_{C,M}$.

Mit der Kenntnis der mit den Tunnelereignissen verbundenen Energieänderungen lässt sich das System vollständig im Rahmen der orthodoxen Theorie berechnen. Dies wird in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, zuvor soll hier jedoch die Ladungsenergie des Systems eingeführt und das Stabilitätsdiagramm diskutiert werden.

2.2.2. Die Ladungsenergie des Systems

Das Tunneln eines Elektrons über den Mittelkontakt führt zu einer Änderung beider Inseln, z. B. $n_L \rightarrow n_L - 1$ und $n_R \rightarrow n_R + 1$. Die gleiche Änderung lässt sich durch sukzessives Tunneln eines Elektrons auf die linke Insel von der linken Zuleitung und eines Elektrons von der rechten Insel zur rechten Zuleitung erreichen. Die Summe der Energieänderungen der Tunnelereignisse im zweiten Fall ist allerdings nicht gleich der Energieänderung, die sich beim Tunneln über den mittleren Tunnelkontakt ergibt. Wie aus (2.11) und (2.14) leicht zu entnehmen ist, unterscheiden sich die beiden Fälle gerade um

$$\begin{aligned} E_{C,L} - e(U_L(n_L, n_R) - V_L) + E_{C,R} + e(U_R(n_L - 1, n_R) - V_R) \\ - (E_{C,M} + e(U_R(n_L, n_R) - U_R(n_L, n_R))) \\ = E_{C,L} + E_{C,R} - E_{C,M} - E_{\text{koppl}} + e(V_L - V_R) \\ = e(V_L - V_R). \end{aligned}$$

Der Unterschied besteht in der Arbeit, die im Fall des Tunnelns an den äußeren Kontakten von den beiden Spannungsquellen V_L und V_R verrichtet wird, wenn ein Elektron von der rechten Zuleitung abgeführt und ein Elektron der linken Zuleitung zugeführt wird.

Dennoch lässt sich eine *Ladungsenergie* für das Gesamtsystem angeben, mit der die Energieänderungen aller Tunnelereignisse bestimmt werden können, indem jeweils die Ladungsenergien der durch das Tunnelereignis verbundenen Zustände verglichen werden. Im Nichtgleichgewichtsfall, wenn eine endliche Transportspannung V_{sd} anliegt, muss die von den Spannungsquellen verrichtete Arbeit dabei zusätzlich berücksichtigt werden.

Die Ladungsenergie des Systems im Zustand (n_L, n_R) entspricht der Arbeit, die benötigt wird, um die Ladungen en_L und en_R bei gegebenen äußeren Spannungen gegen die jeweiligen Potentiale U_L und U_R auf die Inseln zu bringen:

$$E_{\text{ch}} = \int_{-en_{x,L}}^{en_L} U_L(Q_R = -en_{x,R}) dQ_L + \int_{-en_{x,R}}^{en_R} U_R(Q_L = en_L) dQ_R.$$

Hier werden nacheinander zuerst die linke und dann die rechte Insel aufgeladen. Die Integration beginnt mit den Inseln, bei denen die beiden Inselpotentiale gerade genau Null sind. Damit wird der Nullpunkt der Ladungsenergie so festgelegt, dass der Absolutwert der Ladungsenergie die maximale Arbeit darstellt, die das System leisten kann, wenn es sich entlädt. Die Integration ergibt die Ladungsenergie des Systems

$$E_{\text{ch}} = E_{C,L}(n_L + n_{x,L})^2 + E_{C,R}(n_R + n_{x,R})^2 + E_{\text{koppl}}(n_L + n_{x,L})(n_R + n_{x,R}), \quad (2.15)$$

die bei Pohjola et al. (1999) angegeben ist⁵.

⁵ Der letzte Term in (2.15) beschreibt die Kopplung zwischen den beiden Inseln. Bei Pohjola et al. (1999) wird der Vorfaktor dieses Terms mit E_{CM} bezeichnet. Um jedoch eine Verwechslung mit der Ladungsenergie $E_{C,M}$ des mittleren Kontaktes zu vermeiden, wird in dieser Arbeit die Bezeichnung E_{koppl} für den Vorfaktor des Kopplungsterms verwendet.

Die Energieänderungen für ein Tunnelereignis lassen sich hiermit folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned}
 \Delta E_{\text{L}}^{n_{\text{L}} \rightarrow n_{\text{L}}+1} &= E_{\text{ch}}(n_{\text{L}} + 1, n_{\text{R}}) - E_{\text{ch}}(n_{\text{L}}, n_{\text{R}}) - eV_{\text{L}} \\
 \Delta E_{\text{L}}^{n_{\text{L}} \rightarrow n_{\text{L}}-1} &= E_{\text{ch}}(n_{\text{L}} - 1, n_{\text{R}}) - E_{\text{ch}}(n_{\text{L}}, n_{\text{R}}) + eV_{\text{L}} \\
 \Delta E_{\text{R}}^{n_{\text{R}} \rightarrow n_{\text{R}}+1} &= E_{\text{ch}}(n_{\text{L}}, n_{\text{R}} + 1) - E_{\text{ch}}(n_{\text{L}}, n_{\text{R}}) - eV_{\text{R}} \\
 \Delta E_{\text{M}}^{n_{\text{L}} \rightarrow n_{\text{L}}-1, n_{\text{R}} \rightarrow n_{\text{R}}+1} &= E_{\text{ch}}(n_{\text{L}} - 1, n_{\text{R}} + 1) - E_{\text{ch}}(n_{\text{L}}, n_{\text{R}}) \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Bei den Formeln für das Tunneln an den äußeren Kontakten wird die Arbeit der Spannungsquellen berücksichtigt, die für den Ab- oder Hintransport der Ladung vom Erdreservoir zum Kontakt geleistet wird.

2.2.3. Stabilitätsdiagramm

Um die wichtigsten Eigenschaften des Systems zu verstehen, hilft es, eine Stabilitätsbetrachtung im dreidimensionalen Parameterraum des Systems zu machen, der durch die beiden dimensionslosen „Gateladungen“ $n_{x,\text{L}}$ und $n_{x,\text{R}}$ und die Transportspannung V_{sd} aufgespannt wird⁶. Für die Stabilitätsbetrachtung genügt es, sich auf den Sonderfall $T = 0$ zu beschränken. Das Tunneln eines Elektrons ist dann nur erlaubt, wenn die mit dem Tunnelereignis verbundene Energieänderung negativ ist. Für eine Stabilitätsbetrachtung ist deshalb genau der Grenzfall, also wenn $\Delta E = 0$ ist, von Bedeutung. Die Bedingung $\Delta E = 0$ stellt für jedes Tunnelereignis eine Ebene im Parameterraum des Systems dar und je nachdem, auf welcher Seite der Ebene sich das System im Parameterraum befindet, findet das Tunnelereignis statt oder nicht.

Ein Tunnelereignis ist, abgesehen von dem Kontakt, an dem es stattfindet, und der Richtung, in welche das Elektron transferiert wird, auch durch seinen Ausgangszustand $(n_{\text{L}}, n_{\text{R}})$ indiziert. Da die Energieänderungen nach (2.10) die gleiche Abhängigkeit von den diskreten Zustandszahlen n_{L} und n_{R} wie von den $n_{x,\text{L}}$ und $n_{x,\text{R}}$ haben, stellen die Grenzebenen für alle Tunnelereignisse am gleichen Kontakt und in der gleichen Richtung eine in $n_{x,\text{L}}$ - und $n_{x,\text{R}}$ -Richtung periodische Ebenenschar mit der Periode 1 in beide Richtungen dar. Dabei ist jedem Ausgangszustand $(n_{\text{L}}, n_{\text{R}})$ genau eine dieser Ebenen zugeordnet.

Bei konstanter Transportspannung ergibt sich ein zweidimensionales Stabilitätsdiagramm, wobei die Grenze $\Delta E = 0$ für ein Tunnelereignis durch eine Linie repräsentiert wird, die sich aus dem Schnitt der Grenzebene im dreidimensionalen Parameterraum mit der Ebene konstanter Transportspannung ergibt. In Abbildung 2.3 a) ist der Ausschnitt eines solchen Stabilitätsdiagramms für den Spezialfall $V_{\text{sd}} = 0$ dargestellt. Die fetten Linien sind die Grenzlinien für die sechs Tunnelereignisse mit dem Ausgangszustand $(0, 0)$. Die dünnen Linien sind die Grenzlinien für andere Ausgangszustände. Für Parameter außerhalb des schattierten Bereichs (z. B. Punkt A) ist die Tunnelenergie für mindestens eins der Tunnelereignisse, mit denen $(0, 0)$ verlassen werden kann, negativ. Das bedeutet, dass der Zustand hier nicht stabil ist, denn der Zustand wird durch das erlaubte Tunnelereignis verlassen. Nach dem Tunneln werden die

⁶ Eine ähnliche Betrachtung findet sich bei van der Wiel et al. (2002).

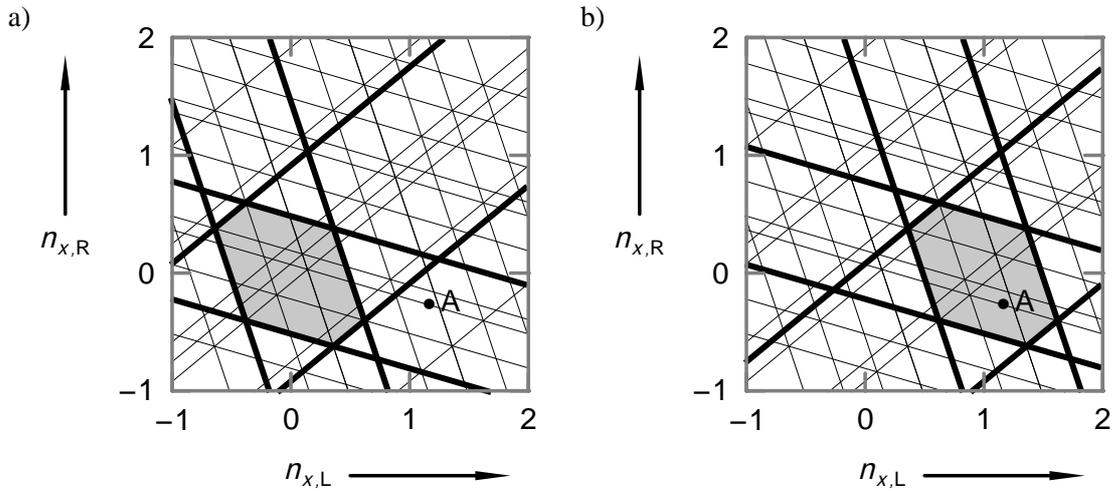


Abbildung 2.3. Grenzfunktionen bei $V_{sd} = 0$ für das Tunneln aus verschiedenen Ausgangszuständen. In a) sind die Grenzfunktionen für den Ausgangszustand $(0, 0)$, in b) die für $(-1, 0)$ fett dargestellt. Im schattierten Parameterbereich muss Energie aufgewendet werden, um den Ausgangszustand zu verlassen, deshalb ist der Zustand in diesem Bereich stabil.

Grenzfunktionen des neuen Zustandes $(-1, 0)$ (nachdem in diesem Fall ein Elektron von der linken Zuleitung auf die linke Insel getunnelt ist) wichtig, was in Abbildung 2.3 b) dargestellt ist. Für den neuen Zustand liegt Punkt A jetzt im schattierten Bereich, was bedeutet, dass für alle Tunnelereignisse, mit denen der Zustand verlassen werden könnte, die Tunnelenergie positiv ist, sie also bei $T = 0$ nicht eintreten werden. Deshalb ist $(-1, 0)$ der stabile Zustand des Systems an der Parameter-Position A. Durch Variation der Parameter kann der schattierte Bereich verlassen werden und das System in einen anderen stabilen Zustand übergehen. Bei endlicher Temperatur werden die scharfen Grenzen aufgeweicht und aus bei $T = 0$ verbotenen werden exponentiell unterdrückte Zustände.

Durch Zusammensetzen der Stabilitätsbereiche aller Zustände ergibt sich das in Abbildung 2.4 a) für den Sonderfall $V_{sd} = 0$ dargestellte Wabenmuster, wobei innerhalb einer Wabe jeweils der stabile Zustand eingetragen ist. Auf den Grenzfunktionen sind die zwei und an den Eckpunkten die drei benachbarten Zustände entartet (*Tripelpunkte*). Wie aus dem Stabilitätsdiagramm zu erkennen ist, verhält sich das System periodisch in den „Gateladungen“. Dies schlägt sich in sämtlichen Eigenschaften des Systems nieder.

Um ein Elektron durch das System zu bewegen, müssen nacheinander drei Zustände durchlaufen werden, z. B. durch Tunneln eines Elektrons von links auf die linke Insel $(n_L, n_R) \rightarrow (n_L - 1, n_R)$, danach Transfer von der linken zur rechten Insel $(n_L - 1, n_R) \rightarrow (n_L, n_R - 1)$ und schließlich Verlassen des Systems über den rechten Kontakt $(n_L, n_R - 1) \rightarrow (n_L, n_R)$. Das bedeutet, dass das System bei $T = 0$ und $V_{sd} = 0$ nur an den Tripelpunkten einen endlichen Leitwert hat, denn überall sonst ist wenigstens einer der zum vollständigen Transfer eines Elektrons benötigten Zustände Coulomb-blockiert.

Durch Anlegen einer kleinen Transportspannung verschieben sich die Grenzfunktionen so, dass sich die Grenzfunktionen für das Tunneln an den äußeren Kontakten nicht im selben Punkt schnei-

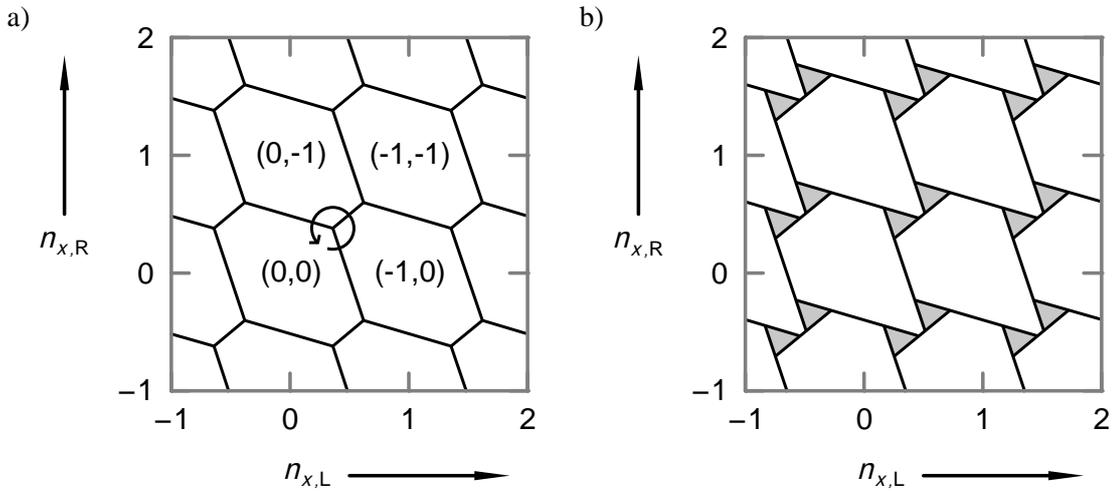


Abbildung 2.4. Stabilitätsdiagramm: a) ohne Transportspannung. An den Tripelpunkten sind drei Ladungszustände des Systems entartet. Um ein Elektron durch das System zu bewegen (z. B. von links nach rechts), müssen drei Zustände nacheinander angenommen werden (Pfeil). b) Bei kleiner Transportspannung gibt es in den schattierten Bereichen keinen stabilen Zustand und es fließt ein Strom.

den wie mit der Grenzlinie für das Tunneln am mittleren Kontakt. Dadurch entsteht um den ehemaligen Entartungspunkt ein dreieckiger Bereich (siehe Abbildung 2.4 b, schattiert dargestellt), wo keiner der Zustände stabil ist. Vielmehr durchläuft das System in diesem Bereich ständig nacheinander die drei benachbarten Zustände und ermöglicht so einen Strom durch das System. Der Umlaufsinn und damit die Richtung des Stroms wird dabei durch die Richtung der Transportspannung vorgegeben. Dies ist eine Folge der in Abschnitt 2.2.2 gemachten Feststellung, dass die Energieänderung, die mit einem Tunnelereignis am Mittelkontakt verbunden ist, nicht gleich der Energieänderung ist, die sich ergibt, wenn derselbe Übergang durch zwei sukzessive Tunnelereignisse an den äußeren Kontakten realisiert wird, sondern sich um einen Term unterscheidet, der proportional zur Transportspannung ist. Ohne Transportspannung ist der Zustand mit der niedrigsten Ladungsenergie stabil oder hat bei endlichen Temperaturen die größte Besetzungswahrscheinlichkeit. Wenn aber eine Transportspannung anliegt, muss dies nicht mehr erfüllt sein.

Mit wachsender Transportspannung werden die dreieckigen Bereiche größer, bis bei einer Schwellspannung, der Coulomb-Blockade-Spannung $V_{cb} = (E_{C,L} + E_{C,R} + E_{C,M})/e$, die stabilen Bereiche verschwunden sind.

Der Strom in einem der dreieckigen Transportbereiche ist eine statistische Größe, deren Mittelwert sich aus den Tunnelraten und Besetzungswahrscheinlichkeiten der beteiligten Zustände ergibt (siehe Abschnitt 2.2.4). Eine Möglichkeit, Ladungsträger auf eine kontrolliertere Weise durch das System zu befördern, besteht darin, die drei für den Transfer eines Elektrons notwendigen Zustände nacheinander mit Hilfe der Gateelektroden anzufahren. Lässt man die beiden Gates mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ periodisch um einen geeigneten Arbeitspunkt oszillieren, wie es in Abbildung 2.4 a) durch den gewundenen Pfeil angedeutet ist, wird im Idealfall genau ein Elektron pro Periode durch das System transferiert, ohne dass eine end-

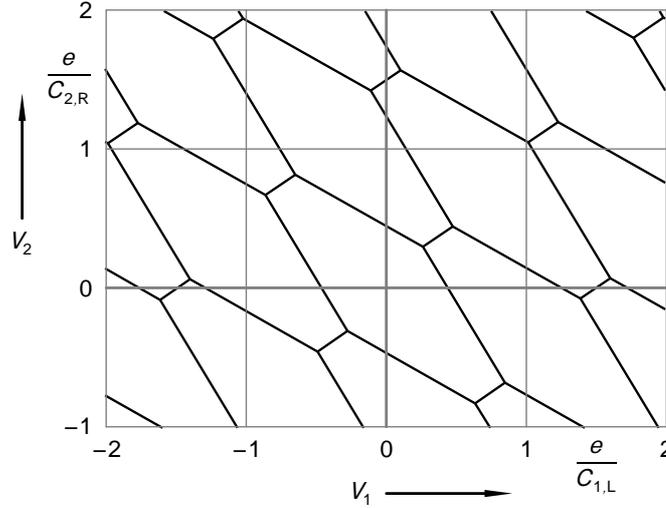


Abbildung 2.5. Stabilitätsdiagramm in Abhängigkeit von den Gatespannungen. Die Streukapazitäten führen zu einer Verzerrung des Gitters gegenüber Abbildung 2.4 a).

liche Transportspannung anliegen muss, weshalb das System auch als Einzelektronenpumpe bezeichnet wird⁷ (Esteve, 1992). In dieser Arbeit wurde das System jedoch nicht als Pumpe betrieben, sondern es wurde der Gleichstromleitwert im Bereich der linearen Antwort untersucht.

Im Stabilitätsdiagramm sind die meisten Informationen über die Kapazitäten des Systems enthalten. Die Größen $n_{x,L}$ und $n_{x,R}$ sind im Experiment allerdings nicht direkt zugänglich. Stattdessen wird der Parameterraum über die Gatespannungen V_1 und V_2 abgetastet. Da mit den Gatespannungen nach (2.5) beide „Gateladungen“ beeinflusst werden, sobald Streukapazitäten vorhanden sind, ergibt sich in Abhängigkeit von den Gatespannungen ein verzerrtes Stabilitätsdiagramm (siehe Abbildung 2.5). Mit dem Wissen, dass jeder Blockadebereich einem Ladungszustand zuzuordnen ist und dass sich benachbarte Ladungszustände genau um eine Elementarladung unterscheiden, kann aber die Transformation zu den natürlichen Variablen $n_{x,L}$ und $n_{x,R}$ durchgeführt werden. Aus der Koordinatentransformation

$$\begin{pmatrix} n_{x,L} \\ n_{x,R} \end{pmatrix} = \frac{1}{e} \begin{pmatrix} C_{1,L} & C_{2,L} \\ C_{1,R} & C_{2,R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \frac{e}{C_{1,L}C_{2,R} - C_{2,L}C_{1,R}} \begin{pmatrix} C_{2,R} & -C_{2,L} \\ -C_{1,R} & C_{1,L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{x,L} \\ n_{x,R} \end{pmatrix},$$

bei der das verzerrte Gitter aus Abbildung 2.5 in ein Gitter mit quadratischer Einheitszelle wie in Abbildung 2.4a) übergeführt wird, lassen sich alle Gatekapazitäten $C_{1,L}$, $C_{2,R}$, $C_{1,R}$ und $C_{2,L}$ bestimmen.

⁷ Nach diesem Prinzip arbeiten die Systeme, mit denen versucht wird, einen Stromstandard zu realisieren (z. B. Lotkhov et al., 2001).

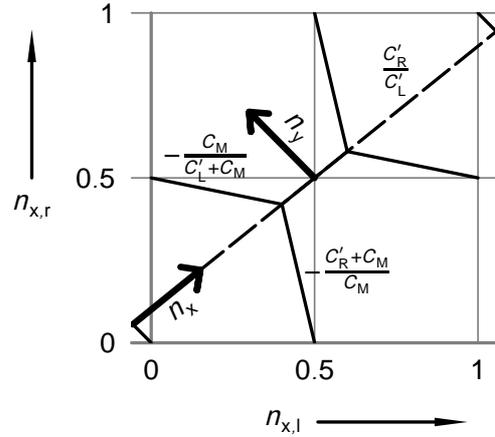


Abbildung 2.6. Einheitszelle des Stabilitätsdiagramms. Die Steigungen $dn_{x,R}/dn_{x,L}$ der Grenzlinien hängen von den Größenverhältnissen der Kontaktkapazitäten ab. Mit den neuen Koordinaten n_x und n_y lassen sich die Aufladung des Doppelsystems und der Ladungstransfer zwischen den Inseln getrennt parametrisieren.

Nach dieser Transformation können aus der Einheitszelle Informationen über die Kapazitäten der Tunnelkontakte gewonnen werden. In Abbildung 2.6 ist eine Einheitszelle vergrößert dargestellt. Der Tripelpunkt ist der bei $V_{sd} = 0$ gemeinsame Schnittpunkt der Grenzlinien. Aus (2.10) ergibt sich die Steigung der Grenzlinie für alle Tunnelereignisse am linken Kontakt

$$\left. \frac{dn_{x,R}}{dn_{x,L}} \right|_{\Delta E_L=0} = -\frac{2E_{C,L}}{E_{\text{koppl}}} = -\frac{C'_R + C_M}{C_M}.$$

Für die anderen beiden Grenzlinien gilt analog

$$\begin{aligned} \left. \frac{dn_{x,R}}{dn_{x,L}} \right|_{\Delta E_R=0} &= -\frac{E_{\text{koppl}}}{2E_{C,R}} = -\frac{C_M}{C'_L + C_M} \\ \left. \frac{dn_{x,R}}{dn_{x,L}} \right|_{\Delta E_M=0} &= \frac{2E_{C,L} - E_{\text{koppl}}}{2E_{C,R} - E_{\text{koppl}}} = \frac{C'_R}{C'_L}. \end{aligned}$$

Aus der im Experiment gefundenen Position der Tripelpunkte lassen sich die Größen C'_L , C'_R und C_M allerdings nur bis auf einen gemeinsamen Faktor bestimmen. Alle Doppelsysteme mit den gleichen Verhältnissen dieser Größen haben das gleiche Stabilitätsdiagramm bei $V_{sd} = 0$. Für die Absolutwerte der Kontaktkapazitäten wird der gemeinsamen Skalierungsfaktor benötigt, der z. B. aus der Analyse der Transportspannungsabhängigkeit, der dritten Dimension des Parameterraums, bestimmt werden kann. Er lässt sich aber auch über temperaturabhängige Messungen finden und es hat sich herausgestellt, dass diese Methode, die in Abschnitt 2.2.5 erklärt ist, genauere Ergebnisse liefert.

Die Rolle der Kopplungskapazität C_M lässt sich durch Betrachtung der Grenzfälle verstehen. Ohne Kopplung ($C_M = 0$) sind die Grenzlinien für das Tunneln am linken Kontakt senkrecht, die für den rechten Kontakt waagrecht und die für den mittleren Kontakt haben die Länge Null, sind also nicht mehr da. Das bedeutet, dass sich die „Gateladungen“ und die Ladungszustände

unabhängig von der jeweils anderen Insel ändern lassen. Theoretisch ist das Tunneln über den mittleren Tunnelkontakt nicht verboten, aber es findet nicht statt, da die Tunnelenergie ΔE_M überall größer ist als mindestens eine der Tunnelenergien an den äußeren Kontakten. Damit sind die beiden Inseln vollständig entkoppelt.

Im anderen Grenzfall ($C_M \gg C'_L, C'_R$) fallen die Grenzlinien für das Tunneln am linken und am rechten Kontakt aufeinander und die Grenzlinien für das Tunneln am mittleren Kontakt verschwinden. Das Stabilitätsdiagramm besteht dann aus Streifen, die von links oben nach rechts unten verlaufen. Dies lässt sich verstehen, wenn man berücksichtigt, dass in diesem Fall $E_{C,L} = E_{C,R} = E_{\text{koppl}}/2$ gilt und damit die beiden Inseln nach (2.7) auf gleichem Potential sind und $E_{C,M} = 0$ wird. Das bedeutet, dass ΔE_M überall gleich Null ist und für das System unwichtig ist, wie sich die Gesamtladung $e(n_L + n_R)$ auf den beiden Inseln verteilt. Werden die Gates parallel verfahren ($n_{x,R} = n_{x,L}$), ändert sich die Gesamtladung in Schritten von e , werden sie antiparallel gefahren ($n_{x,R} = -n_{x,L}$), verteilen sich die Elektronen auf der Doppelinsel zwar unterschiedlich auf die Gatekapazitäten, aber auf die Eigenschaften des Systems hat das keinen Einfluss. Das System hat effektiv nur eine Insel und verhält sich wie ein Einzelelektronentransistor mit zwei Gateelektroden.

Für die hier schon in Worten gemachte Unterscheidung von zwei Fragestellungen – wie koppelt das System an die Umgebung, also wie reagiert das System auf den Versuch, Elektronen von den Zuleitungen auf die Doppelinsel zu bringen, und was passiert zwischen den beiden Inseln – ist eine mögliche Asymmetrie der äußeren Kontakten ohne Bedeutung. Dies ist daran zu erkennen, dass sich verschiedene Systeme durch eine weitere geeignete Koordinatentransformation so aufeinander abbilden lassen, dass nur noch zwischen der Kopplung der beiden Inseln aneinander und der Kopplung des Doppelinselsystems an die Umgebung unterschieden werden muss, ohne dass sich im Verhalten niederschlägt, wie sich die Kopplung nach außen auf die beiden äußeren Kontakte verteilt.

Die Transformation gilt nur innerhalb einer Einheitszelle, wie sie in Abbildung 2.6 gezeigt ist, aber wegen der Periodizität genügt es, sich auf eine Einheitszelle zu beschränken, nachdem die Gatekapazitäten bestimmt wurden. In Abbildung 2.6 sind die neuen Koordinaten eingetragen. Mit n_x ist die Kontrollvariable für die Gesamtladung der Doppelinsel und mit n_y die Kontrollvariable für die Umladung zwischen den Inseln bezeichnet. Für alle n_x mit konstanten n_y ist die Umladungswahrscheinlichkeit zwischen den beiden Inseln gleich groß, deshalb ist n_x parallel zu den Linien mit konstanter Tunnelenergie ΔE_M für das Tunneln am mittleren Kontakt. Mit der Wahl des Nullpunkts beim Zustand (n_L, n_R) lautet die Transformation:

$$\begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{2E_{C,L}-E_{\text{koppl}}}{E_{C,M}} & \frac{2E_{C,R}-E_{\text{koppl}}}{E_{C,M}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_{x,L} + n_L \\ n_{x,R} + n_R \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E_{C,L}-E_{C,R}}{2E_{C,M}} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{pmatrix} n_{x,L} + n_L \\ n_{x,R} + n_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2E_{C,R}-E_{\text{koppl}}}{E_{C,M}} & -1 \\ \frac{2E_{C,L}-E_{\text{koppl}}}{E_{C,M}} & 1 \end{pmatrix} + \frac{E_{C,L}-E_{C,R}}{2E_{C,M}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Die Ladungsenergie des Gesamtsystems (2.15) für den Zustand (n_L, n_R) in Abhängigkeit

von den neuen Variablen lautet:

$$E_{\text{ch}} = 4E_{C,x}n_x^2 + E_{C,M} \left(n_y + \frac{E_{C,R} - E_{C,L}}{2E_{C,M}} \right)^2. \quad (2.19)$$

Die Ladungsenergie zerfällt in zwei Teile: Der eine beschreibt die Aufladung der Doppelinsel gegenüber der Umgebung und der andere den Transfer der Elektronen zwischen den Inseln. Die Energieskala

$$E_{C,x} = \frac{4E_{C,L}E_{C,R} - E_{\text{koppl}}^2}{4E_{C,M}} = \frac{e^2}{2} \frac{1}{C'_L + C'_R}, \quad (2.20)$$

die in (2.19) eingeführt wurde, ist unabhängig vom mittleren Kontakt, so dass bei Variation von n_x die Struktur der Doppelinsel keinen Einfluss hat. Für ein symmetrisches System mit $E_{C,L} = E_{C,R}$ entsprechen n_x und $E_{C,x}$ den bei Pohjola et al. (1999) definierten Größen n_x und E_C .

2.2.4. Mastergleichung

Für eine Beschreibung, die über die Stabilitätsbetrachtungen des vorhergehenden Abschnitts hinaus geht und die Transporteigenschaften quantitativ liefert, eignet sich der Ansatz einer Mastergleichung (siehe z. B. Reif, 1985). Sie lässt sich mit den Tunnelraten, die für alle Tunnelereignisse aus den zugehörigen Energieänderungen berechnet werden kann, aufstellen und beschreibt die zeitliche Entwicklung der Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände als System von gekoppelten Gleichungen. Die Lösung liefert die Besetzungswahrscheinlichkeiten $p(n_L, n_R)$, mit denen dann die Messgrößen berechnet werden können.

Für die Betrachtung im Rahmen der orthodoxen Theorie werden nur Übergänge zwischen Zuständen berücksichtigt, die durch ein einzelnes Tunnelereignis ermöglicht werden. Für das hier beschriebene System aus drei seriell angeordneten Tunnelkontakten mit jeweils zwei Tunnelrichtungen müssen deshalb für jeden Zustand sechs mögliche Tunnelereignisse, mit denen der Zustand verlassen werden kann, und entsprechend sechs mögliche Tunnelereignisse, um den Zustand von einem benachbarten zu erreichen, erfasst werden. Da mit jedem der zwölf Tunnelereignisse ein anderer Zustandsübergang verknüpft ist, tauchen in der Mastergleichung

zwölf Übergangsraten auf, die jeweils durch genau eine Tunnelrate repräsentiert werden:

$$\begin{aligned}
 \dot{p}(n_L, n_R) = & p(n_L - 1, n_R) \Gamma_L^{(n_L-1, n_R) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & + p(n_L + 1, n_R) \Gamma_L^{(n_L+1, n_R) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & + p(n_L, n_R - 1) \Gamma_R^{(n_L, n_R-1) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & + p(n_L, n_R + 1) \Gamma_R^{(n_L, n_R+1) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & + p(n_L - 1, n_R + 1) \Gamma_M^{(n_L-1, n_R+1) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & + p(n_L + 1, n_R - 1) \Gamma_M^{(n_L+1, n_R-1) \rightarrow (n_L, n_R)} \\
 & - p(n_L, n_R) \left(\Gamma_L^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L-1, n_R)} + \Gamma_L^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L+1, n_R)} \right. \\
 & \quad + \Gamma_R^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L, n_R-1)} + \Gamma_R^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L, n_R+1)} \\
 & \quad \left. + \Gamma_M^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L-1, n_R+1)} + \Gamma_M^{(n_L, n_R) \rightarrow (n_L+1, n_R-1)} \right).
 \end{aligned}$$

Die Rate für das Tunnelereignis $(n_L, n_R) \rightarrow (n'_L, n'_R)$ am Kontakt j mit der Energieänderung $\Delta E = \Delta E_j^{(n_L, n_R) \rightarrow (n'_L, n'_R)}$ beträgt in der Näherung, die in Abschnitt 2.1.1 beschrieben ist:

$$\Gamma_j^{(n_L, n_R) \rightarrow (n'_L, n'_R)} = \frac{g_j}{h} \frac{\Delta E}{e^{\beta \Delta E} - 1}. \quad (2.21)$$

Da in dieser Arbeit nur Messungen im Gleichstromlimes durchgeführt wurden, ist hier die stationäre Lösung der Mastergleichung gesucht, also die Lösung, für die alle $\dot{p}(n_L, n_R) = 0$ sind. Wegen der zweidimensionalen Parametrisierung der Zustände gilt bei endlicher Transportspannung nicht, wie z. B. beim Einzelelektronentransistor, das detaillierte Gleichgewicht für das Hin- und Rücktunneln zwischen zwei benachbarten Zuständen, denn das System kann auch mit einem Kreisprozess, wie er zum Transport eines Elektrons durchlaufen wird, über andere Zustände wieder in den Ausgangszustand zurückkehren.

Liegt dagegen keine Transportspannung an, werden die Besetzungswahrscheinlichkeiten alleine durch die Ladungsenergie des Gesamtsystems bestimmt. In diesem Fall sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten über einen Boltzmann-Faktor mit der Ladungsenergie des Systems im jeweiligen Zustand verknüpft:

$$p(n_L, n_R) \propto e^{-\beta E_{\text{ch}}(n_L, n_R)}. \quad (2.22)$$

Diese Verteilung kann als Ansatz verwendet werden, um ein numerisches Relaxationsverfahren zu initialisieren, mit dem die stationären Besetzungswahrscheinlichkeiten bei endlichen Transportspannungen bestimmt werden können.

Sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten bekannt, lässt sich der Strom durch das System ausrechnen, indem der Ladungstransport an einem der Kontakte gemittelt wird, z. B.:

$$I = e \sum_{n_L, n_R} p(n_L, n_R) \left(\Gamma_L^{n_L \rightarrow n_L+1} - \Gamma_L^{n_L \rightarrow n_L-1} \right). \quad (2.23)$$

Die in Kapitel 5 gezeigten Theoriekurven sind mit dieser Methode berechnet worden.

Aus der Analyse der Besetzungswahrscheinlichkeiten ergibt sich, dass auch bei moderaten Temperaturen und Transportspannungen nur relativ wenige Ladungszustände mit relevanter Wahrscheinlichkeit besetzt werden. Wenn nur eine begrenzte Anzahl von Zuständen berücksichtigt wird, ist eine analytische Lösung der Mastergleichung möglich. Dazu muss der Nullraum einer Matrix, deren Dimension gleich der Anzahl der berücksichtigten Zustände ist, gefunden werden. Bei tiefen Temperaturen und kleinen Transportspannungen, wenn nur in der Nähe der Tripelpunkte Transport möglich ist, lässt sich das System auf die vier Zustände beschränken, die das Paar von Tripelpunkten in Abbildung 2.6 umgeben. In diesem Fall lässt sich die Lösung mit herkömmlicher Computeralgebra-Software auf einem handelsüblichen Personal Computer berechnen. Schon hier sind die Ausdrücke sehr lang, denn jede der vier Besetzungswahrscheinlichkeiten besteht aus acht Summanden, die jeweils das Produkt von drei verschiedenen Übergangsraten sind, und einem gemeinsamen Normierungsfaktor, der aus der Summe der vier Wahrscheinlichkeiten besteht. Da sich die Terme nicht geeignet zusammenfassen lassen, wird hier darauf verzichtet, die Terme explizit anzugeben.

Das Verfahren ist sehr viel schneller als das Relaxationsverfahren und kann bis zu einer Temperatur von etwa $T = 0,1 E_C/k_B$ verwendet werden, bis zu der die Vierzustandsnäherung gerechtfertigt ist (E_C siehe unten).

2.2.5. Hochtemperaturlimes

Bei höheren Temperaturen wird die Coulomb-Blockade durch thermische Fluktuationen aufgehoben und die Einzelelektroneneffekte werden verwaschen. Mit steigender Temperatur kann das System immer mehr Ladungszustände annehmen, so dass sich die Inselpotentiale aus der Mittelung über eine steigende Anzahl von Zuständen ergeben. Dabei geht zunächst die Möglichkeit verloren, das System über die Gateelektroden zu modulieren. Dennoch bleibt die Unterdrückung des Stroms bei niedrigen Transportspannungen bis zu recht hohen Temperaturen messbar, denn nach wie vor muss beim Tunneln eines Elektrons die Ladungsenergie des Kontaktes aufgewendet werden. Für hohe Temperaturen nähert sich der Leitwert des Systems asymptotisch dem Wert G_0 , der sich aus der Reihenschaltung der drei Tunnelleitwerte G_T^j ergibt. Pekola et al. (1994) haben gezeigt, dass in diesem Regime die Form der Kennlinien für Reihenschaltungen oder Felder von kleinen Tunnelkontakten nicht von den Systemgrößen abhängt und sie deshalb als Primärthermometer verwendet werden können. Die Temperatur lässt sich dabei aus der Halbwertsbreite der Leitwertunterdrückung in Abhängigkeit von der Transportspannung bestimmen⁸.

Die Unterdrückung des Leitwerts bei $V_{sd} = 0$ lässt sich für hohe Temperaturen als Entwicklung nach der inversen Temperatur $\beta = 1/k_B T$ schreiben:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{1}{3} E_C \beta + \mathcal{O}(\beta^2). \quad (2.24)$$

Der lineare Koeffizient ist die *charakteristische Ladungsenergie* des Systems. Sie setzt sich aus den Ladungsenergien der einzelnen Tunnelkontakte (2.13) zusammen, wobei das Gewicht

⁸ Siehe z. B. Farhangfar et al. (1997) als Übersichtsartikel.

jedes Kontaktes durch seinen Tunnelleitwert modifiziert wird:

$$E_C = G_0 \sum_{j=1}^N \frac{E_{C,j}}{G_T^j}. \quad (2.25)$$

N ist die Anzahl der Tunnelkontakte und $G_0 = 1/(\sum 1/G_T^j)$ der *asymptotische* oder *Hochtemperaturleitwert* des Systems.

Die Ergebnisse der verschiedenen Theorien unterscheiden sich erst ab der zweiten Ordnung in β (siehe Anhang B), so dass für alle Regime von Tunnelleitwerten ein Verhalten nach (2.24) erwartet wird.

3. Probenherstellung

Um Einzelladungseffekte studieren zu können, muss nach (2.2) die Kapazität der Tunnelkontakte so klein sein, dass die Ladungsenergie einer Elementarladung groß gegen die durch die Temperatur vorgegebene Energie $k_B T$ ist. Mit dem uns zur Verfügung stehenden $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten können Temperaturen bis 26 mK erreicht werden, so dass Kontakte mit Kapazitäten unter 1 fF hergestellt werden müssen. Mit der zusätzlichen Bedingung, dass die Barriere des Kontaktes so dünn ist, dass Tunneln möglich ist, lassen sich die Anforderungen an die Größe des Kontaktes über die einfache Formel eines Plattenkondensators abschätzen und es ergibt sich, dass die Kontaktfläche kleiner als $100 \text{ nm} \times 100 \text{ nm}$ sein muss.

Die in dieser Arbeit verwendeten Proben bestehen aus metallischen Strukturen, die auf einem oxidierten Siliziumsubstrat aufgebracht sind. Zur Erzeugung der Strukturen wird das Metall thermisch verdampft und durch eine nanostrukturierte Lackmaske auf das Substrat abgeschieden. Die kleinen Tunnelkontakte werden nach dem Prinzip der Schattenbedampfung (Niemeyer, 1974; Fulton und Dolan, 1987) durch kleine Überlappflächen zweier durch eine dünne Isolatorschicht getrennter Metallschichten realisiert. Durch Verwendung von Aluminium als Elektrodenmaterial lässt sich die als Tunnelbarriere dienende Isolatorschicht sehr leicht aus Aluminiumoxid herstellen.

Um die Einzelladungseffekte insbesondere im Tieftemperaturbereich mit hoher Auflösung studieren zu können wird versucht, die Kapazitäten zu minimieren. Gleichzeitig sollen Kontakte mit unterschiedlichen Tunnelleitwerten untersucht werden. Da die Barrierendicke exponentiell in den Tunnelleitwert, aber nur linear in die Kapazität eingeht, während die Überlappfläche beide Größen linear beeinflusst, bietet sich an, die Flächen so klein wie möglich herzustellen und den Leitwert über die Dicke der Isolatorschicht zu variieren.

Im Folgenden wird zunächst das Prinzip der Schattenbedampfung erläutert und das verwendete Maskenlayout vorgestellt. Danach werden die Anlage, in der die Schattenbedampfung durchgeführt wird, und die einzelnen Schritte der Probenherstellung im Detail beschrieben.

3.1. Prinzip der Schattenbedampfung

Grundlage für die Schattenbedampfung ist, dass die Strukturierungsmaske vom Substrat durch einen kleinen Abstand getrennt ist, so dass die Maske unterdampft werden kann, wenn der Einfallswinkel des Verdampfungsmaterials nicht senkrecht ist. Die Maske wird so strukturiert, dass an einer Stelle, an der ein Tunnelkontakt entstehen soll, eine kleine Brücke stehen bleibt, die die Zuleitungsstrukturen trennt.

In einem ersten Verdampfungsschritt wird eine dünne Metallschicht aufgedampft. Das Substrat trägt danach einen einfachen Metallfilm, der genau der Struktur der Maske entspricht.

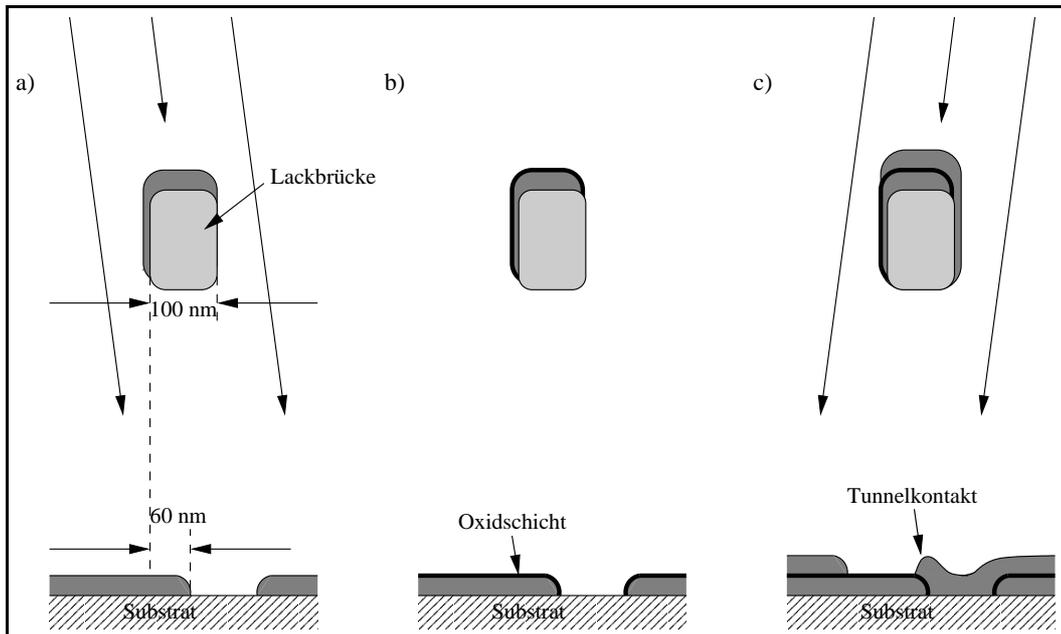


Abbildung 3.1. Prinzip der Schattenbedampfung mit den bei uns verwendeten Maßen: a) erste Aluminiumschicht, b) Oxidationsschritt, c) zweite Aluminiumschicht unter anderem Winkel.

Im Schatten der kleinen Brücke weist der Film auf dem Substrat eine Unterbrechung auf (Abb. 3.1). Danach wird eine dünne isolierende Schicht auf die Oberfläche des Metalls aufgebracht, die bei Aluminium sehr einfach und zuverlässig durch kontrollierte Oxidation erzeugt werden kann. Schließlich wird eine zweite Metallschicht unter einem veränderten Einfallswinkel aufgedampft. Dies führt dazu, dass der zweite Film gegenüber dem ersten verschoben ist. Der Winkel wird so gewählt, dass unter der Brücke eine winzige Überlappung der beiden Metallfilme entsteht. Die Überlappung stellt die einzige Verbindung zwischen den Metallschichten auf der linken und auf der rechten Seite in Abbildung 3.1 dar und bildet wegen der dazwischenliegenden dünnen isolierenden Schicht einen Tunnelkontakt¹.

Durch die Strukturierung einer schmalen Spitze in der Maske (Abb. 3.2) entsteht eine sehr kleine Überlappfläche, die die gewünschten Eigenschaften eines Tunnelkontaktes mit niedriger Kapazität hat. Mit der beschriebenen Technik und dem verwendeten Design der Maske lassen sich Überlappflächen von minimal 30 nm × 30 nm realisieren (Abb. 3.3), was zu Kapazitäten der Größenordnung 100 aF führt.

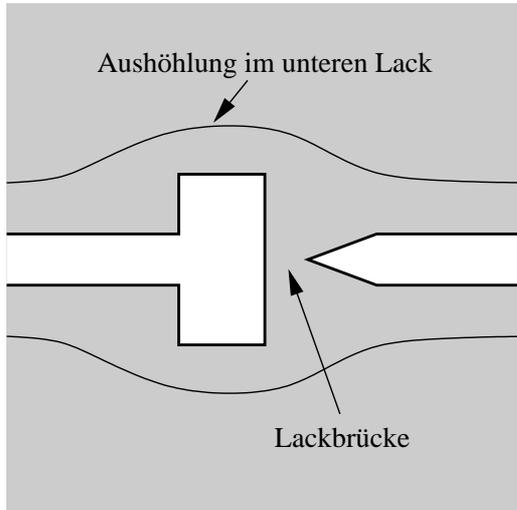


Abbildung 3.2. Vom Elektronenstrahlschreiber in den Lack geschriebene Maske für einen Tunnelkontakt. Der Abstand zwischen Spitze und Gegenstück, der zu der für die Schattenbedampfung benötigten Lackbrücke führt, wird mit 100 nm strukturiert.

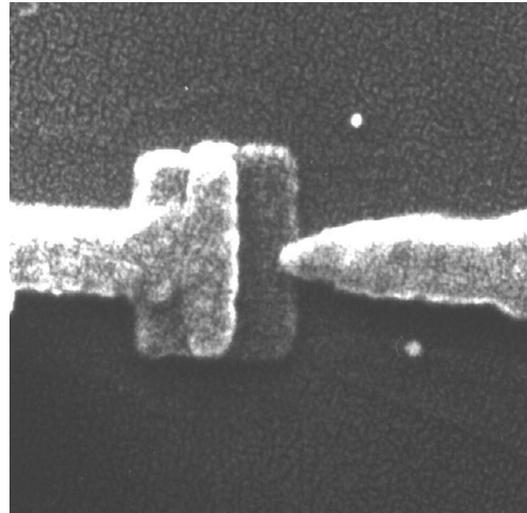


Abbildung 3.3. Elektronenmikroskop-Aufnahme eines fertigen Tunnelkontaktes. Das Bild zeigt zwei wie die Lackmaske geformte Aluminiumschichten, die so gegeneinander verschoben sind, dass sich in der Mitte eine kleine Überlappung bildet. (P. Pfundstein, Universität Karlsruhe, Labor für Elektronenmikroskopie, 1997).

3.2. Probenlayout

Die Strukturierung der Maske erfolgt nach einem vorgegebenen Probenlayout. Das Layout sieht neben den Tunnelkontakten und den mikroskopischen Leiterbahnen, die zusammen die eigentlichen Proben darstellen, auch die makroskopischen Zuleitungen und Kontaktpads vor, über die die Proben an die Messgeräte angeschlossen werden. In Abbildung 3.4 ist das Layout für einen Probenchip dargestellt. Die Größe des Chips wird durch den Probenraum des Mischkryostaten beschränkt, der einen Durchmesser von etwa 12 mm hat. Es sind 24 Kontaktpads vorgesehen, wobei der Probenhalter der Messstange so gebaut ist, dass bis zu 13 Zuleitungen gleichzeitig angeschlossen werden können. Durch Drehen der Probe um 180° können die anderen Kontaktpads erreicht werden. Da normalerweise weniger als 13 Zuleitungen für eine Probe benötigt werden, können mehrere Proben auf einem Chip untergebracht werden. Sie stehen nach dem Einbau in den Kryostaten gleichzeitig zur Messung zur Verfügung.

Ausgehend von den Kontaktpads laufen die Zuleitungen bei den jeweiligen Proben in der Mitte des Chips zusammen. Der innere Bereich ist in Abbildung 3.4 vergrößert dargestellt. In der größten Vergrößerung ist das Design des einzelnen Tunnelkontaktes aus Abbildung 3.2 wiederzuerkennen. Bei dem hier gezeigten Layout (siehe auch Abbildung 3.5) ist für die bei-

¹ Da bei den Zuleitungen die obere und die untere Metallschicht über ihre gesamte Fläche aufeinander liegen, ist die Trennung durch die zwischen ihnen liegende dünne Oxidschicht vernachlässigbar, so dass sie eine einfache Zuleitung bilden.

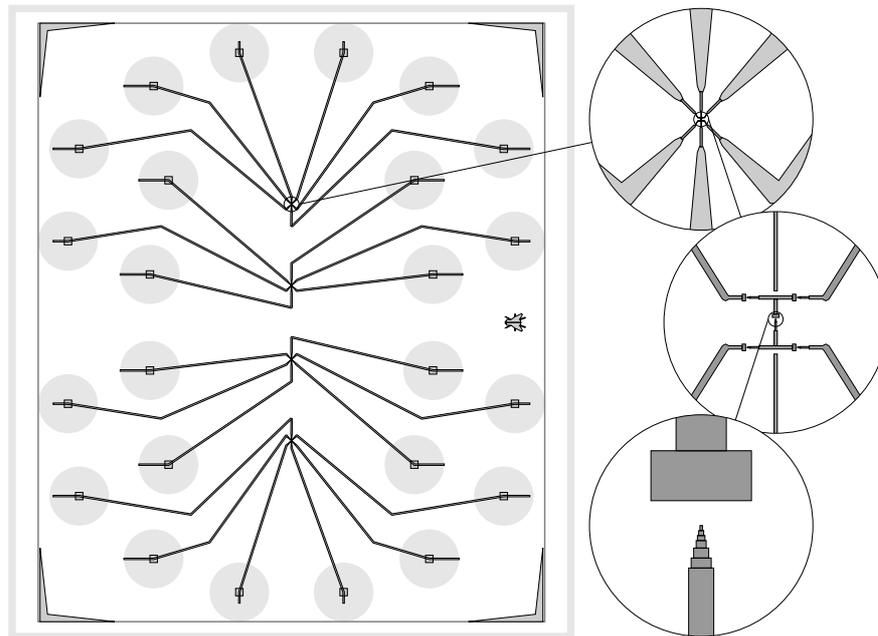


Abbildung 3.4. Layout eines Probenchips. Die äußeren Abmessungen betragen 7 mm × 8 mm. Mit den hellen Kreisen sind die Positionen der Kontaktpads gekennzeichnet, die in einem separaten Schritt aufgedampft werden. Die Ausschnitte sind jeweils um einen Faktor 15 vergrößert und zeigen das Gesamtsystem mit den beiden T-förmigen Inseln (siehe auch Abbildung 3.5) und schließlich einen einzelnen Tunnelkontakt (in diesem Fall den Mittelkontakt).

den Inseln jeweils ein zusätzlicher Tunnelkontakt vorgesehen. Damit ist es möglich, über die verschiedenen möglichen Strompfade die Tunnelleitwerte der Tunnelkontakte einzeln zu bestimmen. Wenn der Transport durch das Doppelinselsystem gemessen werden soll, werden die beiden Anschlusskontakte einer Insel parallel geschaltet.

Bei der ersten in dieser Arbeit gemessenen Probe (Probe 1) wurde ein älteres Layout verwendet, das in Abbildung 3.6 gezeigt ist. Abgesehen von den deutlich kleineren Abmessungen der Gesamtprobe sind hier keine zusätzlichen Tunnelkontakte an die Inseln strukturiert. Deshalb konnte bei dieser Probe nur der Gesamtleitwert der drei Kontakte in Serie gemessen werden.

Der mittlere Tunnelkontakt, der die beiden Inseln verbindet, ist in beiden Layouts um 90° gedreht. Damit ist es möglich, den mittleren Kontakt in einem zusätzlichen Herstellungsschritt, der eine zweite Oxidation und eine dritte Metallisierung beinhaltet, getrennt von den äußeren Kontakten herzustellen und damit die Parameter des mittleren unabhängig von denen der äußeren Kontakte zu kontrollieren.

3.3. Aufdampfanlage

Zur Herstellung der metallischen Strukturen steht eine Hochvakuum-Anlage zur Verfügung, die bei Limbach (1998) im Detail beschrieben ist. Die Anlage besteht aus einer sehr klei-

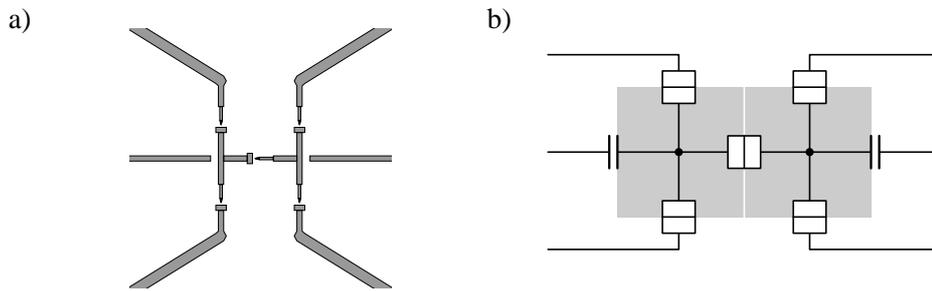


Abbildung 3.5. a) Neues Layout, das bei Probe 2 und 3 verwendet wurde. Der Ausschnitt ist $10\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ groß. b) Ersatzschaltbild für dieses Layout (ohne Streukapazitäten). Da die Inseln hier über jeweils zwei Tunnelkontakte an die Umgebung angeschlossen sind, ist es möglich, die Leitwerte der einzelnen Kontakte direkt zu bestimmen. Die von links und von rechts in die Nähe der Inseln geführten Leiterbahnen dienen als Gateelektroden.

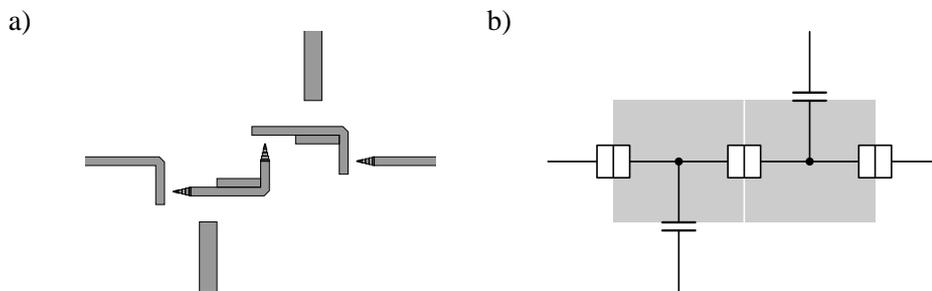


Abbildung 3.6. a) Älteres Layout, mit dem Probe 1 hergestellt wurde. Der Ausschnitt ist $4\ \mu\text{m} \times 3\ \mu\text{m}$ groß. b) Ersatzschaltbild für dieses Layout (ohne Streukapazitäten). Da das System hier tatsächlich nur aus drei Tunnelkontakten besteht, ist es nicht möglich, die Leitwerte der einzelnen Kontakte direkt zu bestimmen. Die von oben und von unten in die Nähe der Inseln geführten Leiterbahnen dienen als Gateelektroden.

nen Prozesskammer (Volumen ca. 5 Liter), die mit einer Turbomolekularpumpe in kurzer Zeit evakuiert werden kann. Das Evakuieren der Kammer von 1 mbar Sauerstoffdruck auf einen Druck, der zum Aufdampfen der zweiten Aluminiumschicht ausreicht, erfolgt in etwa 4 Minuten. Im Gegensatz zu den in vielen anderen Gruppen verwendeten großen UHV-Anlagen ist es deshalb hier möglich, die Metallisierung und den Oxidationsschritt in ein und derselben Prozesskammer durchzuführen. Dies führt zu einer wesentlichen Vereinfachung des Aufbaus, da kein Schleusensystem benötigt wird, um die Probe zwischen verschiedenen Kammern hin- und her zu transferieren. Die Metallisierung erfolgt mittels thermischer Verdampfung. Als Quellen dienen elektrisch geheizte Wolfram-Drähte zum Verdampfen von Aluminium und Schiffchen aus dünnem Tantalblech zum Verdampfen von Kupfer. Ein kardanisch aufgehängter Probenhalter ermöglicht eine beliebige Orientierung der Probe zu den Quellen bis zu Winkeln von 25° .

Zur Messung der Dicke der entstandenen Schichten dient ein Quarzplättchen, das piezoelektrisch zum Schwingen angeregt wird. Die Schwingfrequenz wird mit einem Frequenzzähler gemessen. Durch das Bedampfen mit Metall oder durch die Adsorption von Sauerstoffmolekülen beim Oxidationsschritt erhöht sich die Masse des Quarzes, wodurch seine Schwingfrequenz vermindert wird. Aus dieser Frequenzänderung kann die Massenbelegung und

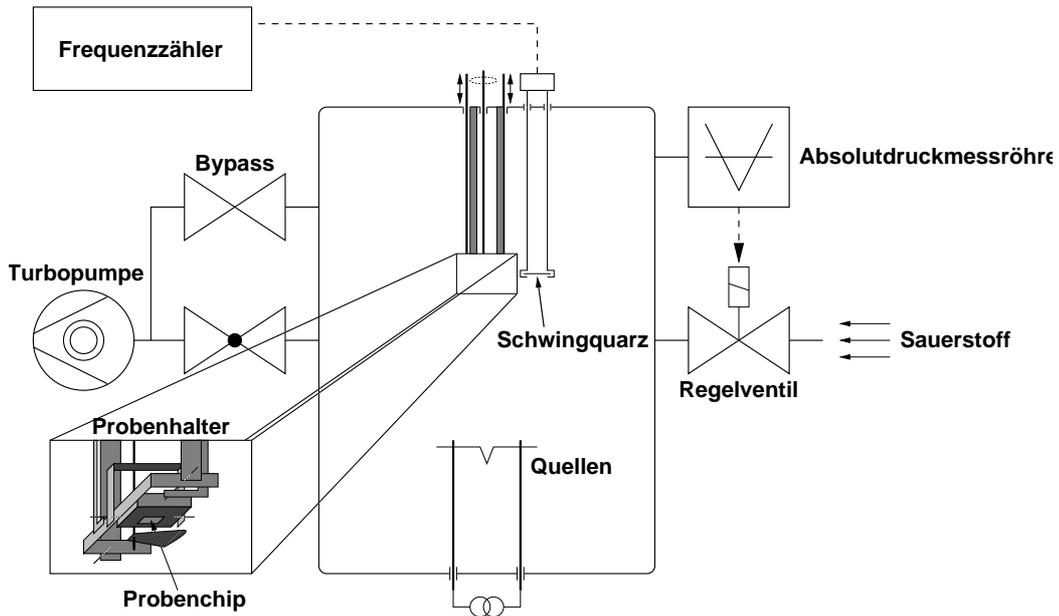


Abbildung 3.7. Schema des Hochvakuumaufdampfers zur Probenherstellung

damit die Schichtdicke auf der Probe bestimmt werden.

Die bei Limbach (1998) beschriebene Sauerstoffversorgung wurde durch eine Reinstgasanlage ersetzt, bei der das Prozessgas über Edelstahlleitungen und zwei Reinstgasdruckminderer direkt an das Gasdosierventil herangeführt wird, das mit einem speziell angefertigten Proportional-Integral-Differential-Verstärker geregelt werden kann. Für die Druckmessung im Bereich zwischen $2 \cdot 10^{-4}$ mbar bis 2 mbar, der für den Oxidationsschritt relevant ist, steht eine kapazitive Absolutdruckmessröhre zur Verfügung.

3.4. Die einzelnen Schritte der Probenherstellung

3.4.1. Herstellung der Maske

Zur Herstellung der Maske wird auf das Substrat eine Lackschicht aufgetragen, in die mit einem Elektronenstrahlschreiber das Muster der herzustellenden Strukturen geschrieben wird. Danach werden die belichteten Bereiche mit Hilfe eines Lösungsmittels herausgetrennt, so dass eine Maske übrig bleibt, die das Substrat bedeckt und die Bereiche freilässt, die mit dem Elektronenstrahl beschrieben wurden.

Die Lackschicht besteht aus zwei verschiedenen Lagen. Das Material der unteren Lage ist so gewählt, dass es beim Entwicklungsprozess vom Lösungsmittel viel stärker herausgelöst wird als das Material der oberen Lage. Dadurch entsteht eine Maske in der oberen Lackschicht, die sehr genau dem geschriebenen Muster entspricht und die mit einem großen Unterschnitt von der unteren Lackschicht getragen wird (siehe Abb. 3.8). An besonders schmalen, nicht

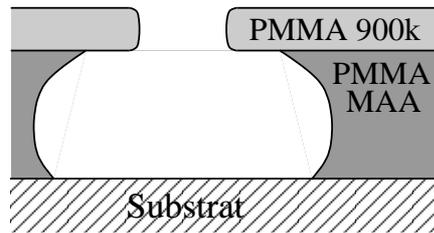


Abbildung 3.8. Unterschnitt im unteren Lack nach der Entwicklung

belichteten Stellen entstehen dabei die freitragenden Brücken, die für die Schattenbedampfung benötigt werden.

Die Herstellung der Lackmaske erfolgt größtenteils in den Einrichtungen des Instituts für Mikrostrukturtechnik (IMT) des Forschungszentrums Karlsruhe. Im Reinraum werden die Lackschichten aus PMMA (Polymethylmethacrylat, *Plexiglas*) auf thermisch oxidierte 4 Zoll-Siliziumwafer aufgebracht. Dazu werden die Lacke auf den Wafer aufgeschleudert, wobei die Schichtdicken durch den Feststoffgehalt der PMMA-Lösung und die Parameter des Schleuderprogramms kontrolliert werden. Nach jedem Belackungsschritt wird in einem Ofen ein Tempersschritt durchgeführt, bei dem die Lösungsmittelreste ausgasen und die Lacke gehärtet werden.

Für die untere Lackschicht mit einer Dicke von 450 nm wurde ein Material mit relativ kurzen Molekülketten (PMMA/MAA-Kopolymer, gelöst in Ethyllactat mit 11 % Feststoffanteil) verwendet. Die obere Lackschicht mit 140 nm Dicke wurde aus einem Material mit langen Molekülketten (PMMA mit Molekülgewicht 950 kg/mol, gelöst in Anisol mit 2 % Feststoffanteil) hergestellt.

Beim Beschreiben mit dem Elektronenstrahl werden die Molekülketten des PMMA aufgebrochen. Der untere Lack ist erheblich empfindlicher als der obere, so dass schon die vom Substrat zurückgestreuten Elektronen für die Belichtung des unteren Lackes ausreichen. Damit wird der untere Lack in einem breiteren als dem vom Elektronenstrahl abgetasteten Bereich für den Entwicklungsschritt löslich gemacht.

Der Elektronenstrahlschreiber am IMT ist für die Bearbeitung großer Wafer ausgelegt und kann nur mit 4-Zoll-Wafern bestückt werden. Deshalb werden bei einem Belichtungsschritt 36 Proben gleichzeitig geschrieben. Vor dem nächsten Schritt werden die 7 mm × 8 mm großen Probenchips (siehe Abschnitt 3.2) aus dem Wafer getrennt und einzeln bearbeitet.

Die Entwicklung erfolgt in mit Isopropanol verdünntem Methylisobutylketon (Verhältnis 3:1). Das Lösungsmittel löst die bei der Belichtung mit dem Elektronenstrahl aufgebrochenen Molekülketten aus den Lackschichten heraus. Da der untere Lack in einem breiteren Bereich als der obere Lack belichtet wurde und mit seinen leichten Molekülen von vorneherein etwas löslicher ist, entsteht der gewünschte Unterschnitt. Zur Neutralisation wird der Probenchip in Isopropanol geschwenkt und danach die Flüssigkeit abgeschleudert.

3.4.2. Erzeugung der Strukturen

Als erste Metallschicht wird eine Aluminiumschicht von typischerweise 25–30 nm Dicke aufgedampft. Dabei wird eine möglichst hohe Aufdampftrate angestrebt, weil sich in früheren Experimenten (Limbach, 1998) herausgestellt hat, dass die Oberflächen der mit höheren Raten aufgedampften Aluminiumschichten glatter sind und damit zuverlässigere Tunnelkontakte hergestellt werden können. Gute Ergebnisse werden mit Aufdampfraten erzielt, die auf dem Probenchip zu einem Schichtwachstum von knapp 1 nm/s führen. Noch höhere Raten lassen sich kaum noch kontrollieren und führen zu einer starken Erwärmung von Oberflächen in der Prozesskammer und damit zu einer Kontamination des Vakuums.

Unmittelbar nach der Metallisierung wird der Oxidationsschritt eingeleitet, indem Sauerstoff in die Prozesskammer eingelassen wird. Die Dicke der entstehenden Oxidschicht lässt sich über den Sauerstoffdruck beeinflussen, der in dieser Aufdampfanlage zwischen 0,005 mbar und 2 mbar kontrolliert eingestellt werden kann. Für die untersten Druckbereiche wird statt reinem Sauerstoff ein Gasgemisch aus Sauerstoff und Argon (10 Vol. % Sauerstoff) verwendet. Die Oxidschichtdicke wird dann durch den um den Faktor 10 reduzierten Sauerstoffpartialdruck bestimmt, während der Gaseinlassprozess durch den höheren Gesamtdruck besser regelbar ist.

Für Sauerstoffdrücke über $5 \cdot 10^{-2}$ mbar wird die Turbopumpe abgeschottet und danach die Prozesskammer mit Sauerstoff bis zum gewünschten Druck geflutet. Nach der gewünschten Oxidationszeit wird die Kammer wieder evakuiert. Bei niedrigeren Drücken bleibt die Turbopumpe während des Sauerstoffeinlasses über den Bypass weiterhin an der Prozesskammer angeschlossen. Das Regelventil sorgt dafür, dass der Druck in der Prozesskammer konstant gehalten wird. Der eigentliche Einlassprozess wird in beiden Fällen manuell geregelt, da auf diese Weise die mit dem Einschwingvorgang einer automatischen Regelung verbundene Sollwertüberschreitung vermieden werden kann.

Die Dicke der Oxidschicht kann auch bedingt über die Dauer der Oxidation beeinflusst werden. Allerdings findet der größte Teil des Schichtwachstums in den ersten Sekunden, also noch während des Einlassprozesses statt. Außerdem hat sich herausgestellt, dass bei zu kurzen Oxidationszeiten die Kontakte fehlerhaft waren. Deshalb wurden alle Proben mit 5 Minuten Oxidationszeit hergestellt und die Barrierendicken allein über den Sauerstoffdruck gesteuert.

Nach der Oxidation wird die Prozesskammer wieder evakuiert, was 3–5 Minuten in Anspruch nimmt. Sobald ein Druck von etwa 10^{-7} mbar erreicht ist, wird die nächste Metallschicht unter einem anderen Winkel aufgedampft. Bei den Proben, die in dieser Arbeit gemessen wurden, wurde die zweite Metallschicht ebenfalls aus Aluminium hergestellt (Dicke 28 nm bzw. 40 nm) und danach ein weiterer Oxidationsschritt und eine dritte Metallisierung unter einem dritten Winkel durchgeführt, um die mittleren Kontakte der Doppelinselsysteme unabhängig von den äußeren Kontakten herzustellen. Für die dritte Metallschicht (Dicke ca. 20 nm) wurde Kupfer verwendet, weil es bei früheren Experimenten Probleme gab, die Aluminiumschichten direkt zu kontaktieren².

² Bei Proben, bei denen die oberste Metallschicht aus Aluminium bestand (z. B. die für Wallisser (2002) hergestellten Proben), musste in einem zusätzlichen Aufdampfschritt, bevor die Probe beim Ausbau der Atmosphäre ausgesetzt wurde, eine dünne Kupferschicht (typischerweise 10 nm) über die äußeren Bereiche der Probe aufgebracht werden, um die Proben zuverlässig kontaktieren zu können.

3.4.3. Entfernen der Lackmaske

Nach der Herstellung der Strukturen wird die Lackmaske im *Lift-Off*-Schritt wieder entfernt. Als Lösungsmittel wird hochreines Aceton verwendet, in das der Probenchip etwa 30 min eingelegt wird. Dabei wird das Plexiglas der Maske aufgelöst und die zuvor auf der Lackmaske liegenden Metallschichten weggeschwemmt. Der Unterschnitt in der unteren Lackschicht gewährleistet, dass die auf dem Substrat liegenden Strukturen von den Metallschichten auf der Maske getrennt sind und beim *Lift-Off* nicht versehentlich mit abgerissen werden. Anschließend wird die Probe trockengeschleudert.

3.4.4. Test bei Raumtemperatur

Direkt nach der Herstellung wird überprüft, ob die Tunnelkontakte intakt sind. Dazu werden die Zuleitungen unter einer Lupe mit Nadeln kontaktiert und die Proben in Vierpunktanordnung mit einem Messstrom von ca. 150 nA vermessen. Dieser Test bei Raumtemperatur ist möglich, weil als Substrat thermisch oxidierte Siliziumwafer verwendet werden, deren Oberfläche auch bei Raumtemperatur isolierend ist.

3.4.5. Kontaktpads

Die Kontaktierung für die Messung im Kryostaten erfolgt über Federkontaktstifte, die auf den Probenchip gepresst werden. Dafür werden auf dem Chip in einem zusätzlichen Aufdampfschritt mit Hilfe einer Edelstahlmaske Kontaktpads mit 0,8 mm Durchmesser an den in Abbildung 3.4 markierten Stellen über die Zuleitungen gedampft³.

3.5. Ergebnisse der Probenherstellung

Mit der in diesem Kapitel beschriebenen Methode wurden zahlreiche Einzelelektronentransistoren, gekoppelte Einzelelektronentransistoren und die in dieser Arbeit vorgestellten Doppelinselsysteme hergestellt. Dabei konnten Tunnelkontakte mit Kapazitäten zwischen 40 aF und 300 aF und Leitwerten zwischen $0,02 G_K$ und $5 G_K$ realisiert werden, was die Durchführung von verschiedenartigen Experimenten über einen breiten Parameterbereich ermöglicht hat (z. B. Wallisser, 2002).

In den Abbildungen 3.9 bis 3.11 sind mit einem Rasterelektronenmikroskop (REM) aufgenommene Bilder der in der Arbeit untersuchten Proben gezeigt. Die drei gegeneinander verschobenen Metallschichten sind sehr gut zu erkennen, wobei das im letzten Schritt aufgedampfte Kupfer heller erscheint, weil es eine höhere Ladungszahl als das Aluminium besitzt.

Bei den Aufnahmen mit der stärksten Vergrößerung (Abbildung 3.11) ist insbesondere beim Kupfer eine starke Körnung der Metallschichten zu erkennen. Das kann daher kommen, dass die Probe nach den Messungen zwei Monate bei Raumtemperatur gelagert wurde, bevor die

³ Die Kontaktpads werden nicht in die lithographisch hergestellte Lackmaske integriert, weil die Belichtung der großen Flächen zu viel Schreibzeit des Elektronenstrahlschreibers in Anspruch nehmen würde.

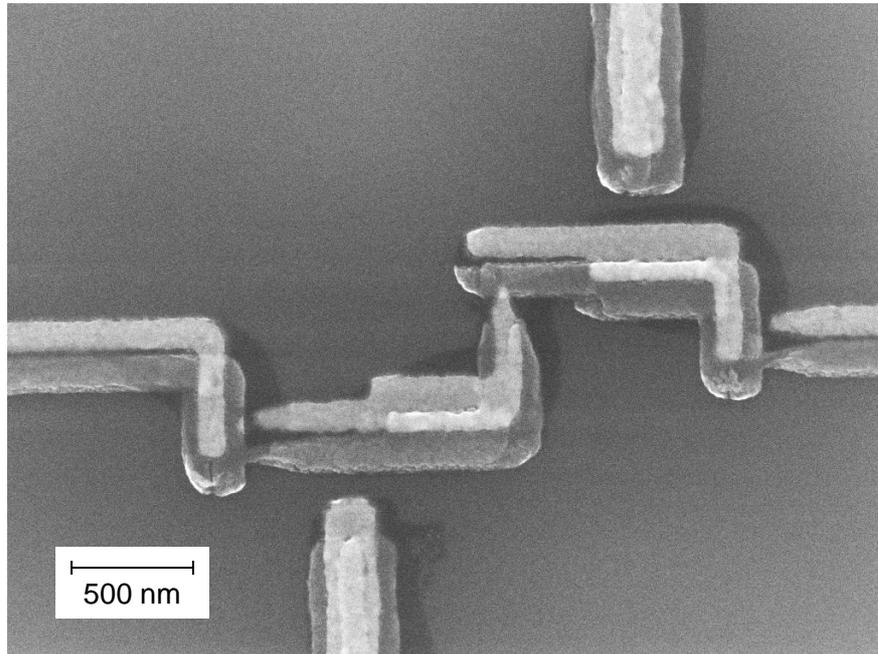


Abbildung 3.9. Rasterelektronenmikroskopaufnahme von Probe 1. Die drei gegeneinander verschobenen Metallschichten sind klar zu erkennen. Die helle Schicht ist das Kupfer, das im letzten Metallisierungsschritt aufgedampft wurde, um die Spitze des mittleren Tunnelkontaktes herzustellen. Das Bild wurde am Institut für Nanotechnologie (INT) des Forschungszentrums Karlsruhe aufgenommen.

Aufnahmen mit dem REM gemacht wurden. Das Aluminium ist durch seine Oxidschicht besser vor weiterer Korrosion geschützt als das Kupfer. Dies würde erklären, warum die Kupferschicht am stärksten betroffen ist. Aber auch die Kanten der Aluminiumschichten wirken rauher und unregelmäßiger als bei der Probe, die in Abbildung 3.3 gezeigt ist und etwa vier Jahre vorher hergestellt und aufgenommen worden war.

Allgemein trat bei neueren Proben das Problem auf, dass die Spitzen der Tunnelkontakte unter dem Elektronenmikroskop schlechter ausgeformt und unregelmäßiger wirkten als bei älteren Proben. Dies machte sich auch in einer stärkeren Streuung der Kenngrößen der Tunnelkontakte auf einem Probenchip bemerkbar, obwohl diese ja alle im gleichen Arbeitsschritt hergestellt werden. Da in den Protokollen der Herstellungsschritte keine signifikanten Unterschiede zwischen den Proben zu erkennen sind, muss sich ein Parameter verändert haben, der in den Protokollen nicht erfasst ist. Einiges deutet darauf hin, dass die Probleme bei der Herstellung der Lackmaske zu suchen sind.

Das Problem ließ sich nicht allein durch Variation in den Parametern der nasschemischen Schritte, die am IFP durchgeführt werden, beseitigen. Wahrscheinlich ist eine neue Abstimmung mit den Belichtungsparametern des Elektronenstrahlschreibers notwendig. Dies wird mit einer Verlagerung der Elektronenstrahlolithographie an das Institut für Nanotechnologie verbunden werden, weil das Gerät dort direkt zugänglich und besser für die hier vorgestellte Anwendung ausgelegt ist als die große Maschine am IMT.

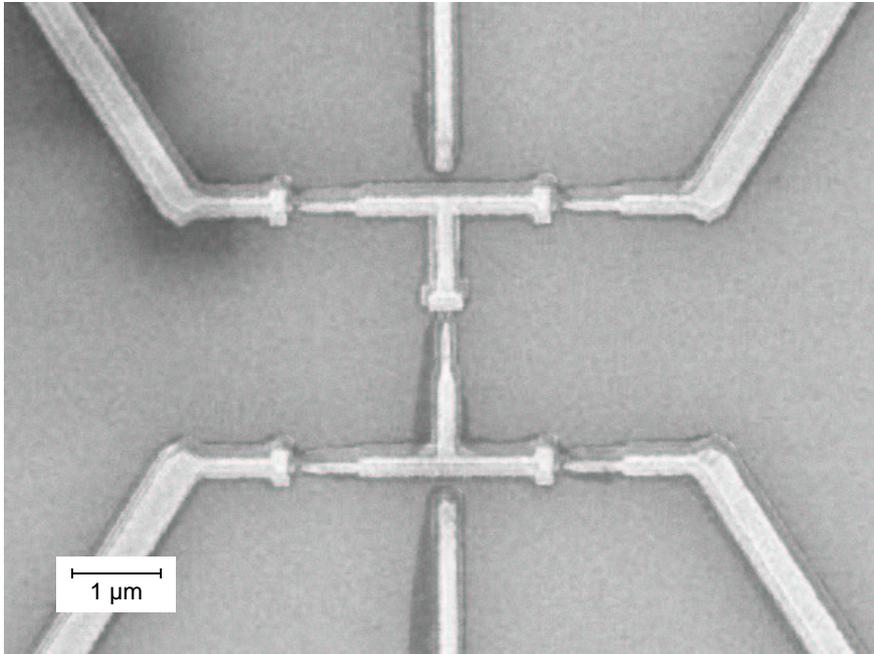


Abbildung 3.10. Rasterelektronenmikroskopaufnahme von Probe 2. Bei dieser Probe wurden zuerst die Spitzen hergestellt und danach die Gegenelektroden darübergedampft. Deshalb ist das Kupfer (hell) hier in die andere Richtung verschoben als bei Probe 1 in Abbildung 3.9. Das Bild wurde am INT aufgenommen.

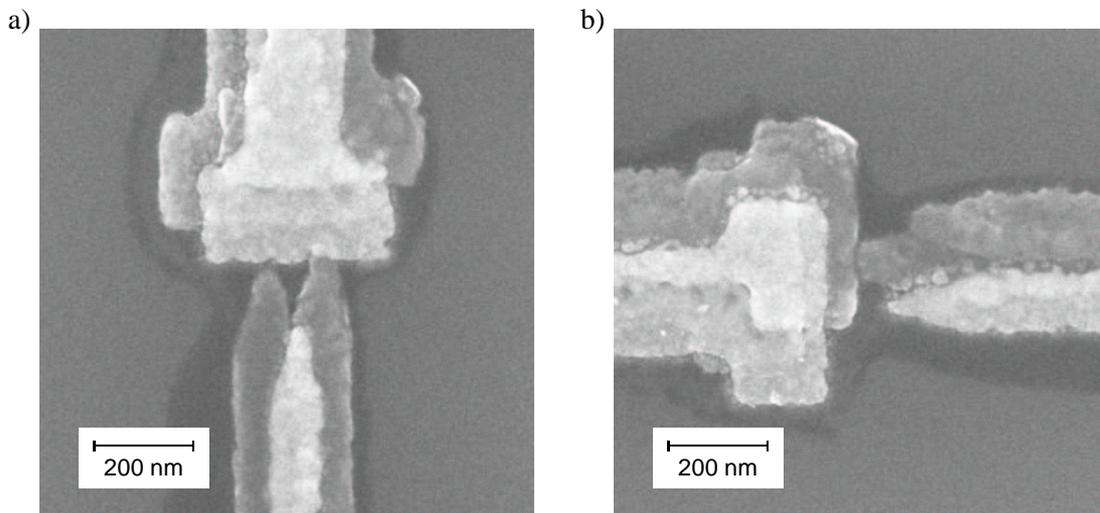


Abbildung 3.11. Rasterelektronenmikroskopaufnahme des mittleren und eines äußeren Kontaktes von Probe 2. Die Bilder wurden am INT aufgenommen.

4. Experiment

Die Messungen wurden im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten des IFP durchgeführt. Der gesamte Messaufbau wurde im Wesentlichen von Wallisser (2002) übernommen. Für eine detaillierte Beschreibung sei an diese Arbeit verwiesen. Hier werden nur die wichtigsten Daten des Messaufbaus zusammengefasst.

4.1. Messtechnik

Im Kryostaten können tiefste Temperaturen von 26 mK erreicht werden. Mit Hilfe einer rechnergesteuerten Temperaturregelung sind temperaturabhängige Messungen bis ca. 15 K möglich. Für Messungen über 1 K wird der Kryostat als Verdampfungskühler betrieben. Dazu wird die Mischung größtenteils aus dem Kryostaten abgepumpt und nur mit einer kleinen Restmenge weitergearbeitet. Für die Messungen ist zu beachten, dass die Thermalisierungszeiten in diesem Bereich sehr lang sind.

Beim gesamten Aufbau wurde besonderer Wert auf konsequente Schirmung und ein durchdachtes Erdungskonzept gelegt, um das Einkoppeln von Störsignalen so weit wie möglich zu reduzieren.

Die Proben werden in einer geschlossenen Probenkammer, die als Faraday'scher Käfig dient, untergebracht. Es stehen 13 Messleitungen zur Verfügung, die über Hochfrequenzfilter aus 1 m langen Miniaturkoaxialkabeln, die sich vollständig in der Mischkammer befinden, in die Probenkammer geführt werden. Die Filter dämpfen Frequenzen von über 20 GHz mit über 200 dB und erfüllen damit die von Vion et al. (1995) berechneten Anforderungen, die benötigt werden, um unerwünschtes Photonen-induziertes Tunneln hinreichend zu unterdrücken.

Am Kopf des Kryostaten befindet sich ein geschirmtes Gehäuse, in dem die Signale der Spannungsquelle über Spannungsteiler heruntergeteilt und über Π -Filter in den Kryostaten eingeführt werden. Außerdem ist hier eine speziell angefertigte Verstärkerschaltung für das Messsignal untergebracht, die eine Strom-Spannungs-Wandlung mit einem Verstärkungsfaktor von 10^8 V/A bei einer Auflösung von etwa 50 fA und einer Bandbreite von ca. 20 Hz durchführt.

Die Verbindungsleitungen zur Spannungsquelle und zu den Messgeräten bestehen aus doppelt geschirmten Kabeln mit miteinander verdrehten Innenleitern.

Wallisser (2002) konnte zeigen, dass mit diesem Messaufbau eine für die Experimente an Einzelladungssystemen wichtige effektive Temperatur des elektronischen Systems von unter 30 mK erreicht werden kann. Dies wird auch durch die Messungen in dieser Arbeit bestätigt, bei denen bis zu den tiefsten Temperaturen von 26 mK kein Sättigungsverhalten, das auf eine erhöhte elektronische Temperatur hinweisen würde, zu beobachten war.

4.2. Messprinzip

Es wurden Zweipunkt-Strommessungen in Abhängigkeit von der angelegten Transportspannung oder bei konstanter Transportspannung in Abhängigkeit von den beiden Gatespannungen durchgeführt. Der Transportspannung wurde ein Wechsellspannungssignal aufmoduliert, so dass über einen Lock-In-Verstärker zusätzlich der differentielle Leitwert gemessen werden konnte. Die Frequenz der AC-Messung war durch die Bandbreite der Verstärkerschaltung auf unter 20 Hz beschränkt. Im Vergleich zu den typischen Zeitskalen der Einzelladungssysteme ist dies extrem langsam, so dass alle Messergebnisse den Grenzwert $\omega \rightarrow 0$ wiedergeben.

Da in dieser Arbeit nur die normalleitenden Eigenschaften des Doppelinselsystems untersucht werden sollten, wurden alle hier vorgestellten Messungen bei einem Magnetfeld von 1 Tesla durchgeführt, um die Supraleitung des Aluminiums zu unterdrücken.

Das Hauptaugenmerk lag auf der Messung des Leitwerts im Linear-Response-Bereich, also bei verschwindender Transportspannung. Bei diesen Messungen wurde die Gleichstrommessung dazu genutzt, die Kompensation von Offsetspannungen in der Messelektronik zu kontrollieren und zu regeln. Zusätzlich wurde die hohe Sensitivität der Gleichstrommessung auf Spannungsfluktuationen (siehe Wallisser, 2002) ausgenutzt, um zu überwachen, dass kein großes Störsignal die Messergebnisse verfälscht.

Um sicherzustellen, dass tatsächlich der Linear-Response-Leitwert gemessen wurde, wurde die Amplitude der AC-Anregungsspannung so klein wie möglich gewählt, aber groß genug, dass noch eine zufriedenstellende Messauflösung erreicht werden konnte. Eine Abschätzung über die in Abschnitt 2.2.4 vorgestellte Vierzustandsnäherung ergab für alle Proben, dass die Amplitude klein genug war, wenn berücksichtigt wird, dass die Lock-In-Messung unempfindlich auf einen quadratischen Anteil in der Antwort des Systems, der die nächste Ordnung der Abweichung vom linearen Anteil darstellt, ist.

Die Widerstände der Messleitungen zwischen Verstärkerschaltung und Probenchip von jeweils 244 Ω zusammen mit den Zuleitungen auf dem Chip mit jeweils etwa $100 \pm 50 \Omega$ sind klein im Vergleich zu den Widerständen $>100 \text{ k}\Omega$ der für diese Arbeit gemessenen Proben und werden deshalb im Weiteren vernachlässigt.

4.3. Bestimmung der Probenparameter

Im Folgenden wird erläutert, wie die Parameter der Proben bestimmt und die Messungen ausgewertet wurden. Die Ergebnisse der Parameterbestimmung sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

4.3.1. Analyse der Kennlinien

Die orthodoxe Theorie sagt für hohe Transportspannungen eine asymptotische Näherung der Kennlinie an eine lineare Strom-Spannungs-Abhängigkeit mit dem Hochtemperaturleitwert der Probe als Steigung voraus. Die Asymptote ist um eine Schwellspannung verschoben, die der Ladungsenergie entspricht, die aufgewendet werden muss, um ein Elektron durch das System

	Einheit	Probe 1	Probe 2	Probe 3
C_L	aF	125	181	244
C_M	aF	75	173	43
C_R	aF	125	236	242
$C_{1,L}$	aF	31,6	50,5	50,9
$C_{2,R}$	aF	28,6	58,6	53,6
$C_{2,L}$	aF	15,0	21,5	18,5
$C_{1,R}$	aF	11,9	18,0	18,6
g_L		0,44	0,52 $\begin{cases} 0,32 \\ 0,20 \end{cases}$	0,73 $\begin{cases} 0,51 \\ 0,22 \end{cases}$
g_M		0,044	1,32	0,026
g_R		0,44	0,83 $\begin{cases} 0,72 \\ 0,11 \end{cases}$	0,57 $\begin{cases} 0,16 \\ 0,41 \end{cases}$
G_0	μS	1,42	10,0	0,95
E_C/k_B	K	5,6	2,5	4,5
E_{koppl}/k_B	K	2,6	1,8	0,64

Tabelle 4.1. Parameter der in dieser Arbeit untersuchten Proben. Die Tunnelleitwerte der Einzelkontakte sind dimensionslos angegeben ($g_i = G_i/G_K$). Bei Probe 1 wurden sie indirekt bestimmt, da sie nicht direkt gemessen werden konnten (siehe Text).

zu bewegen. Beim Doppelsystem in niederohmiger Umgebung ist diese Energie die Summe der Ladungsenergien der drei Kontakte, so dass sich die als Coulomb-Blockade-Spannung bezeichnete Schwellspannung zu

$$V_{\text{cb}} = (E_{C,L} + E_{C,R} + E_{C,M})/e$$

ergibt. Deshalb werden üblicherweise Kennlinienmessungen verwendet, um den Hochtemperaturleitwert aus der Steigung und die Ladungsenergien aus der Verschiebung der Asymptote bei hohen Spannungen zu bestimmen.

Die Annäherung an die Asymptote vollzieht sich über einen großen Spannungsbereich. Bei dem Versuch, eine Asymptote anzupassen, ergeben sich je nach Intervall, in dem die Anpassung vorgenommen wird, andere Tangenten, deren Steigungen sich relativ zueinander zwar nicht mehr wesentlich unterscheiden, aber deren Achsenabschnitte sich deutlich verschieben. Für den Leitwert bedeutet dies nur noch eine kleine Korrektur, aber die Ladungsenergiebestimmung wird so mit einem sehr großen Fehler behaftet, wenn nicht bis zu ausreichend hohen Spannungen gemessen wird.

Allerdings bricht bei hohen Spannungen die orthodoxe Beschreibung zusammen. Wegen der hohen potentiellen Energiedifferenzen werden die Tunnelzeiten τ_c (siehe Abschnitt 2.1) derart verkürzt, dass die Näherung der vernachlässigbaren Impedanz der Zuleitungen nicht mehr erfüllt ist und deshalb mit steigender Spannung ein langsamer Übergang zu einer anderen Coulomb-Blockade-Spannung zu erwarten ist (Wahlgren et al., 1995). Außerdem verläuft eine Tunnelkennlinie aufgrund der endlichen Barrierenhöhe nicht wirklich linear (z. B. Simmons, 1963b,a; Wolf, 1985). Die nichtlinearen Anteile gewinnen bei hohen Transportspannungen

zunehmend an Gewicht und führen zu falschen Werten, wenn unter Annahme eines linearen Verhaltens eine Tangente bei hohen Spannungen angepasst wird¹.

Im Experiment wird deshalb auch bei den höchsten angelegten Transportspannungen eine leichte Krümmung der Kennlinien beobachtet. In den meisten Fällen ist diese aber so gering, dass mit den aus der Steigung der Tangenten bei hohen Spannungen gewonnenen Leitwerten eine konsistente Beschreibung des Gesamtsystems gelingt (siehe auch Wallisser, 2002). Dies trifft auch auf die Proben 2 und 3 der in dieser Arbeit untersuchten Proben zu. Bei Probe 1 ist der aus den Kennlinien bestimmte asymptotische Leitwert allerdings größer als der Wert, mit dem sich die übrigen Messungen an der Probe konsistent beschreiben lassen (siehe unten).

Eine gute Kontrolle und alternative Möglichkeit, den asymptotischen Leitwert und die Ladungsenergien zu bestimmen, stellt die Untersuchung des Hochtemperaturverhaltens des Leitwerts bei verschwindender Transportspannung dar. Es wird in Abschnitt 4.3.3 ausführlich beschrieben und liefert insbesondere für die Ladungsenergien genauere Ergebnisse als die Bestimmung aus den Kennlinien.

Aus den Messungen eines Doppelinselsystems lässt sich nur der Leitwert der Serienschaltung der drei Tunnelkontakte, nicht aber der eines einzelnen Kontaktes bestimmen. Deshalb wurden die neueren Proben (Probe 2 und 3) mit einem zusätzlichen Tunnelkontakt mit eigener Zuleitung an jeder der beiden Inseln versehen (siehe Kapitel 3). Durch Messungen in sechs verschiedenen Anschlusskonfigurationen konnten die Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte bestimmt werden. Für die eigentlichen Messungen, bei denen die Eigenschaften des Doppelinselsystems studiert werden sollten, wurden die beiden äußeren Kontakte einer Insel parallel geschaltet und stellten somit gemeinsam den linken bzw. den rechten Tunnelkontakt des Doppelinselsystems dar. Da die temperaturabhängigen Messungen sehr viel Zeit in Anspruch nehmen und das Wechseln der Anschlüsse jedesmal die Gefahr der Zerstörung der Probe mit sich bringt, wurden diese Messungen nur in der Doppelinselkonfiguration durchgeführt. Die Leitwerte der Einzelkontakte wurden aus den transportspannungsabhängigen Messungen bei der tiefsten Temperatur bestimmt.

Probe 1 besteht nur aus drei Tunnelkontakten in Reihe. Eine Messung der Leitwerte der einzelnen Kontakte war hier nicht direkt möglich. Über die temperaturabhängige Verschiebung der Leitwertmaxima in den gateabhängigen Messungen des Gesamtsystems konnten jedoch mit Hilfe der Rechnungen nach der orthodoxen Theorie und unter der Annahme, dass die beiden äußeren Kontakte gleich sind, die einzelnen Tunnelleitwerte abgeschätzt werden (siehe Abschnitt 5.1).

4.3.2. Analyse der gateabhängigen Messungen

Zur Bestimmung der Gatekapazitäten wurde die Periodizität der gateabhängigen Messungen analysiert. Dazu wurden Felder von Messungen in Abhängigkeit von den beiden Gatespannungen bei konstanter Transportspannung aufgenommen (Abbildung 4.1).

¹ Bei stark ausgeprägter Coulomb-Blockade, also insbesondere mit zunehmender Zahl in Reihe geschalteter Kontakte, können der Spannungsbereich, bei dem diese Effekte wichtig werden, und die Reichweite der Einzelelektroneneffekte ineinander greifen, so dass es noch schwieriger wird, die Effekte zu trennen.

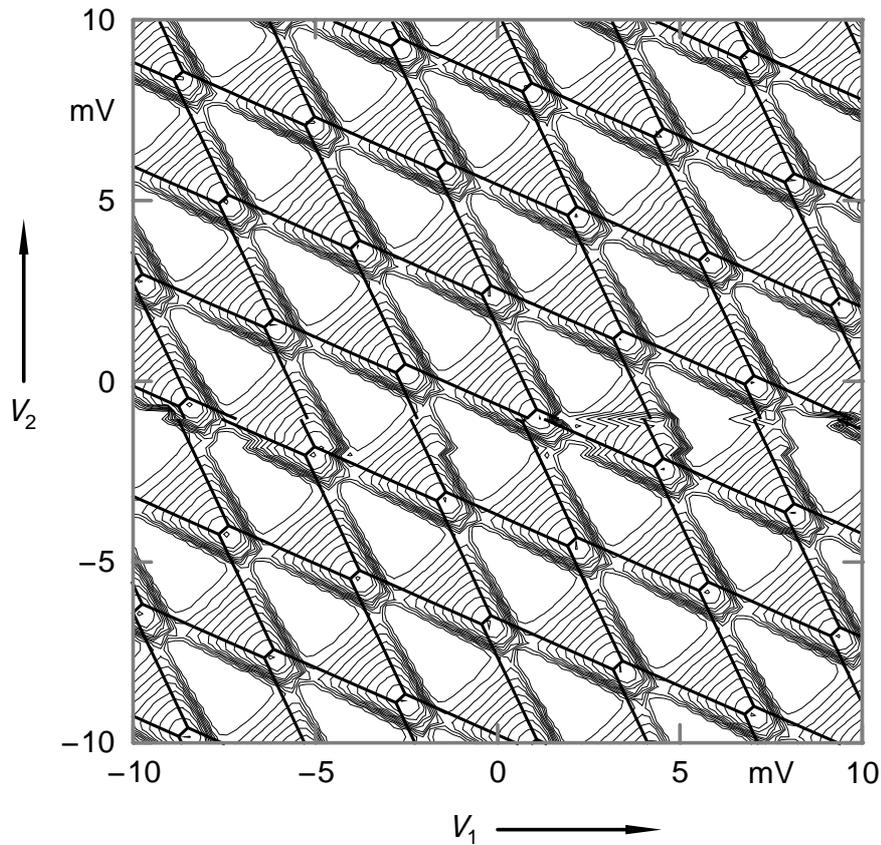


Abbildung 4.1. Messung des Stroms zur Bestimmung der Gatekapazitäten am Beispiel von Probe 3. Die Messung wurde „zeilenweise“ von $V_2 = -10$ mV bis $V_2 = 10$ mV aufgenommen. Um Sprünge im Ladungshintergrund (wie z. B. hier bei $V_2 \approx -1$ mV) identifizieren zu können, wurde die Transportspannung so gewählt, dass die Coulomb-Blockade in weiten Bereichen aufgehoben ist. Die Konturlinien beschreiben den Strom in Schritten von 20 pA bis maximal 220 pA. In den weißen dreieckigen Bereichen ist der Strom noch blockiert und steigt dann zu den Tripelpunkten hin an. Bei so hohen Strömen lassen sich bei dieser Probe die beiden Peaks einer Einheitszelle nicht mehr trennen (was aber für die Bestimmung der Gate-Kapazitäten unerheblich ist).

Bei den Tripelpunkten des Stabilitätsdiagramms werden Strom- oder Leitwertmaxima gemessen. Die beiden Tripelpunkte, die in der Einheitszelle in Abbildung 2.6 gezeigt sind, liegen recht nahe beieinander und die Leitwertunterdrückung zwischen diesen beiden Punkten ist nicht so stark ausgeprägt wie in den anderen Bereichen, weshalb die beiden als Paar in den Messungen erscheinen. Aus der Periodizität dieser Paare lassen sich die Gatekapazitäten einfach und mit hoher Genauigkeit bestimmen.

Die Periodizität ist unabhängig von Transportspannung und Temperatur, aber bei tiefsten Temperaturen und kleinen, aber endlichen Transportspannungen lassen sich Potentialsprünge durch fluktuierende Hintergrundladungen am besten identifizieren und aus der Auswertung ausschließen.

Für die Auswertung mussten die Koordinaten der Maxima bestimmt werden. Aufgrund des

Messrauschens oder der begrenzten Punktdichte stimmen diese nicht einfach mit den Positionen der Messpunkte überein, die in ihrer Umgebung gerade den höchsten Leitwert oder Strom haben. Deshalb wurde ein automatisiertes Verfahren angewendet, bei dem die lokalen Maxima einer zweidimensionalen Messung identifiziert werden und in der Umgebung jedes lokalen Maximums eine mit dem Messwert gewichtete Mittelung über die Koordinaten der Messpunkte durchgeführt wird.

Um die Größenverhältnisse der Kontaktkapazitäten zu bestimmen, wurde der Abstand und die relative Position der beiden Maxima einzelner Paare analysiert. Da die Position eines Leitwertmaximums innerhalb der Einheitszelle mit steigender Temperatur und Transportspannung von der Position des Tripelpunktes abweichen kann, wurden für die Bestimmung der Kontaktkapazitäten nur die Linear-Response-Messungen bei den tiefsten Temperaturen ausgewertet.

4.3.3. Analyse der Hochtemperaturmessungen

Die Kapazitäten der Tunnelkontakte ergeben sich aus dem Stabilitätsdiagramm nur bis auf einen gemeinsamen Faktor x ($C'_L = xc'_L$, $C'_R = xc'_R$ und $C_M = xc_M$). Der Faktor lässt sich aus der charakteristische Ladungsenergie bestimmen, wenn die Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte bekannt sind:

$$x = \frac{e^2}{2EC} \frac{c'_L g_L (g_M + g_R) + c'_R g_R (g_L + g_M) + c_M g_M (g_L + g_R)}{(c'_L c'_R + c'_L c_M + c'_R c_M)(g_L g_R + g_L g_M + g_R g_M)}.$$

Für die Bestimmung der charakteristischen Ladungsenergie bietet sich der Verlauf des Linear-Response-Leitwerts bei hohen Temperaturen in Abhängigkeit von der Temperatur an, für den verschiedene Theorien (siehe Anhang B) das gleiche asymptotische Verhalten vorhersagen und der nicht von zusätzlichen Effekten bei hohen Transportspannungen beeinflusst wird.

Der Linear-Response-Leitwert wurde während des Aufwärmens und Abkühlens zu den höchsten im Kryostaten erreichbaren Temperaturen von etwa 15 K gemessen. Wegen der langen Thermalisierungszeiten ist ein deutliches Nachlaufen der Leitwertmessung hinter der Temperaturmessung zu beobachten, deshalb wurden bei verschiedenen Temperaturen Pausen eingelegt, bis der Leitwert sich nicht mehr änderte, und zusätzlich Kennlinien aufgenommen. Damit konnte auch überprüft werden, ob sich die Offsetspannungen in der Messelektronik mit der Temperatur so stark geändert hatten, dass die Transportspannung angepasst werden musste. Die Halbwertsbreite der Leitwertunterdrückung ist in diesem Bereich aber so groß, dass hier kleine Änderungen keinen messbaren Einfluss hatten. Die Gatespannungen spielen im Übrigen bei diesen Temperaturen keine Rolle mehr, da das System hier keine gateabhängige Modulation mehr aufweist.

Für die Auswertung wurden die Messwerte über der inversen Temperatur aufgetragen und ein Polynom zweiter Ordnung angepasst (Abbildung 4.2):

$$G = G_0 + \frac{b}{T} + \frac{c}{T^2}.$$

Der Achsenabschnitt wird durch den asymptotischen Leitwert des Systems gegeben. Hier kann der aus den Messungen bei hohen Transportspannungen bestimmte Wert eingetragen werden,

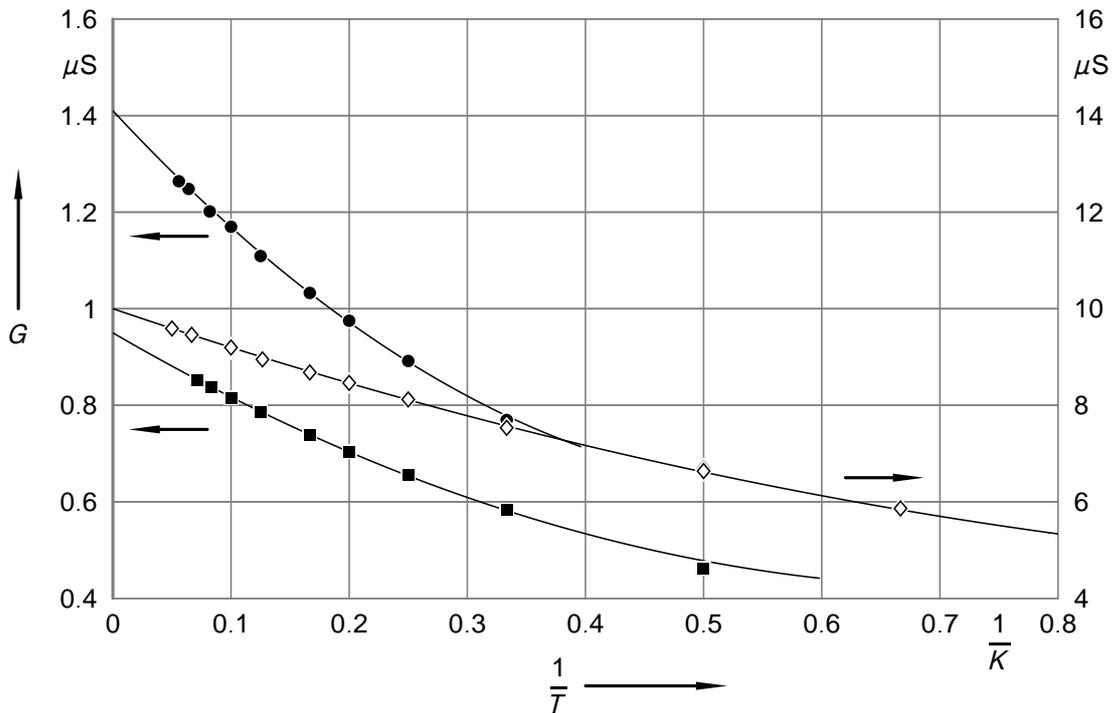


Abbildung 4.2. Hochtemperatur-Verlauf des Linear-Response-Leitwert für Probe 1 (●), Probe 2 (◇, rechte Skala) und Probe 3 (■) mit den quadratischen Fits (durchgezogene Linien), aus denen die Parameter G_0 und E_C bestimmt wurden.

um die Anzahl der freien Fitparameter zu reduzieren, oder der Fit benutzt werden, um den Leitwert des Systems zu bestimmen. Bei den Proben 2 und 3 stimmen die über beide Methoden bestimmten Leitwerte überein, während sich die Werte bei Probe 1 etwas mehr als 2% unterscheiden, obwohl die Ungenauigkeiten der jeweiligen Methode deutlich unter 1% liegen. Da bei den Messungen bei hohen Transportspannungen zusätzliche Effekte die Auswertung verfälschen können, wurde für die weitere Analyse der aus der Hochtemperaturmessung bestimmte Leitwert verwendet. Dies erscheint zusätzlich dadurch gerechtfertigt, dass die Rechnungen nach der orthodoxen Theorie mit diesem Parameter eine konsistentere Beschreibung liefern.

Der lineare Koeffizient enthält nach (2.24) die charakteristische Ladungsenergie:

$$b = \frac{G_0 E_C}{3k_B}.$$

Die Bestimmung der Ladungsenergie gelingt nur bis auf etwa 10% genau, da schon Variationen von unter 1% im Leitwert-Parameter einen starken Einfluss auf die Koeffizienten höherer Ordnung des Fits haben².

² Diese Empfindlichkeit auf den Leitwert-Parameter ist auch bei der von Wallisser (2002) und Farhangfar et al.

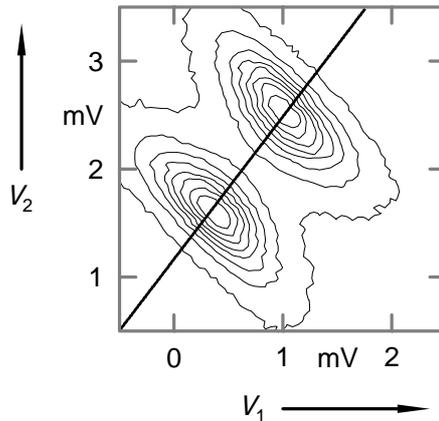


Abbildung 4.3. Messung des Linear-Response-Leitwerts von Probe 1 bei 150 mK. Die Konturlinien geben den Leitwert an (0,01 μS , 0,05 μS , danach in Schritten von 0,05 μS bis 0,4 μS). Die durchgezogene Linie entspricht dem Schnitt, der in Abbildung 5.1 im nächsten Kapitel dargestellt ist (in reduzierten Variablen: $n_x = 0,12 \dots 0,84$, $n_y = 0$).

Der quadratische Koeffizient c wurde als Fitparameter offen gelassen. Er konnte nicht auf Null gesetzt werden, weil bis zu den hier erreichten Temperaturen der quadratische Anteil in den Messungen zwar klein, aber deutlich sichtbar ist. In Anhang B wird ein recht komplizierter Ausdruck für den quadratischen Koeffizienten angegeben, aber da die Korrektheit dieses Ausdrucks zum einen nicht ganz gesichert ist, zum anderen die Genauigkeit der Messdaten dafür nicht ausreicht, wurde das Wissen über den quadratischen Koeffizienten nicht in die Fitprozedur integriert. Stattdessen wurde der Ausdruck im Nachhinein mit den gefundenen Probenparametern ausgerechnet und mit dem gefundenen quadratischen Koeffizienten verglichen. In allen drei Fällen liegt der berechnete Wert um etwa 50% über dem gemessenen Wert, aber die Größenordnung stimmt überein.

4.4. Auswertung der Messungen des Linear-Response-Leitwerts

Nach den Messungen, die zur Bestimmung der Probenparameter benötigt wurden, wurde das Verhalten des Linear-Response-Leitwerts bei verschiedenen Temperaturen studiert. Insbesondere bei tiefen Temperaturen ist der Transport hier über einen großen Parameterbereich blockiert und die Leitwertmaxima stellen sehr scharfe Peaks dar. Um sie vernünftig auflösen zu können, muss mit hoher Punktdichte gemessen werden. Gleichzeitig muss ein Peakpaar möglichst schnell vermessen werden, um die Wahrscheinlichkeit eines Potentialsprungs durch fluk-

(2001) angewendeten Auswertemethode vorhanden, die auf der gleichen theoretischen Vorhersage beruht. Die Messdaten werden dort nur in einer anderen Weise aufgetragen. Dazu ist die Kenntnis des asymptotischen Leitwerts aus anderen Messungen notwendig und er kann nicht als Fitparameter verwendet werden. Eine kleine Variation des Leitwerts führt aber natürlich auch dort zu deutlich anderen Ergebnissen für die Ladungsenergie.

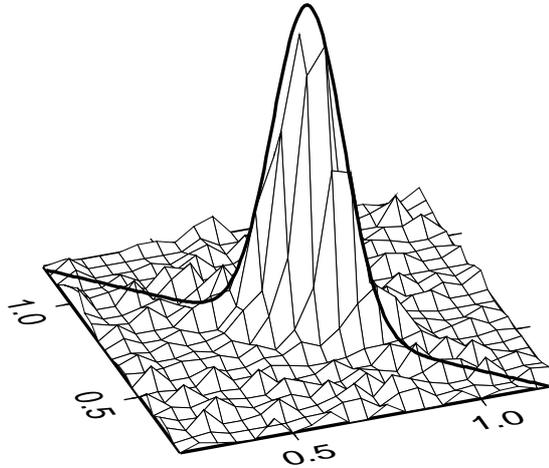


Abbildung 4.4. Linear-Response-Leitwert von Probe 2 bei 26 mK. Wegen der geringen Punktdichte wurde die Messung mit einer zweidimensionalen Gaußglocke angepasst. Die durchgezogene Linie stellt einen Schnitt in n_y -Richtung durch den Fit dar. Der Maximalleitwert der Messung beträgt $2,1 \mu\text{S}$, während der Fit das Maximum zu $2,4 \mu\text{S}$ extrapoliert. Die Gatespannungen sind in mV angegeben.

tuierende Hintergrundladungen während der Messung zu minimieren. Wegen der Periodizität reicht es zwar aus, die Messungen auf ein Paar zu beschränken und es ist auch nicht nötig, den Parameterbereich einer gesamten Einheitszelle abzutasten, da der Leitwert nur in einem kleinen Ausschnitt daraus von Null verschieden ist. Dennoch konnte der interessante Bereich nicht mit beliebig hoher Punktdichte untersucht werden, weil es aufgrund der nicht zu vermeidenden Fluktuationen des Hintergrundpotentials schwierig war, ein Peakpaar genau zu „treffen“. Dies hatte zur Folge, dass insbesondere bei den tiefsten Temperaturen von 26 mK die Maxima nur aus etwa 10–20 Messpunkten bestehen.

Für die Auswertung wurden die Messungen in den Koordinaten n_x und n_y , die in Abschnitt 2.2.3 eingeführt worden sind, analysiert. Insbesondere die Höhe und die Position der Leitwertmaxima war dabei von Interesse. Um das Messrauschen zu reduzieren und den Einfluss der Punktdichte zu eliminieren, wurden die Messdaten entlang der Geraden mit $n_y = 0$ mit Hilfe einer bikubischen Interpolation, einem zweidimensionalen Spline, angepasst (Abbildung 4.3).

Bei den 26 mK-Messungen mit nur wenigen Punkten pro Peak wurden die Maxima durch zweidimensionale Gaussglocken angepasst und so der Maximalwert und die Position bestimmt (Abbildung 4.4).

Bei höheren Temperaturen werden die Maxima schnell breiter. Die Punktdichte reicht dann aus, um die Höhe der Maxima direkt aus den Messdaten, die mit einem Gaussfilter vom Rauschen befreit wurden, zu entnehmen.

5. Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Messungen des Linear-Response-Leitwerts an drei verschiedenen Doppelsystemen präsentiert und diskutiert.

5.1. Probe 1

In Abbildung 5.1 ist der Leitwert als Schnitt durch ein Peakpaar für verschiedene Temperaturen über der reduzierten Variablen n_x bei $n_y = 0$ aufgetragen. Die Messungen sind symmetrisch um $n_x = 0,5$ und zeigen die mit steigender Temperatur einhergehende Aufhebung der Coulomb-Blockade. Für den Vergleich mit der Theorie wurde die Höhe und die Position des Leitwertmaximums aus den Messungen extrahiert. Zusätzlich wurde das absolute Leitwertminimum (in der Nähe von $n_x = 0$) und der Leitwert zwischen den beiden Leitwertmaxima bei $n_x = 0,5$ analysiert. Die Werte sind in den Abbildungen 5.2 und 5.3 über der mit der charakteristischen Ladungsenergie normierten Temperatur aufgetragen. In diesen Abbildungen sind auch die Vorhersagen der orthodoxen Theorie eingezeichnet.

Bei hohen Temperaturen stimmt die theoretische Kurve sehr gut mit den Messungen überein. Dies ist nicht überraschend, da in diesem Regime auch die umfassenderen Theorien das gleiche asymptotische Verhalten wie die orthodoxe Theorie vorhersagen und deshalb die wichtigen Parameter Gesamtleitwert $G_0 = 1,42 \mu\text{S} = 0,0367 \cdot G_K$ und charakteristische Ladungsenergie $E_C = 5,6 k_B\text{K}$, die in die Rechnungen einfließen, aus den Hochtemperaturmessungen bestimmt wurden.

Bei tiefen Temperaturen sagt die orthodoxe Theorie für die entsprechenden Probenparameter einen temperaturunabhängigen Maximalleitwert von $0,38 \cdot G_0$ voraus, während in den Messungen ein deutlicher logarithmischer Abfall des Maximalleitwerts mit sinkender Temperatur zu beobachten ist. Ein derartiges logarithmisches Verhalten wird von der weiterführenden Theorie (Pohjola et al., 1999), die Tunnelprozesse höherer Ordnung berücksichtigt, als erste Korrektur zur orthodoxen Beschreibung angegeben. Die Temperaturskala des logarithmischen Verhaltens wird durch die Kopplungsenergie E_{koppl} gegeben (siehe auch Abschnitt 5.4). In Abbildung 5.2 ist mit der dünnen durchgezogenen Linie eine entsprechende Erweiterung der orthodoxen Kurven dargestellt:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{G_{\text{orthodox}}}{G_0} + a \ln \left(\frac{k_B T}{E_{\text{koppl}}} \right). \quad (5.1)$$

Mit dieser Korrektur lassen sich die Messungen bei tiefen Temperaturen sehr gut beschreiben, wobei sich aus der Anpassung ein Vorfaktor von $a = 0,032$ ergibt.

Im Übergangsbereich bei $k_B T = 0,1 \dots 0,5 E_C$ sind deutliche Abweichungen zu erkennen. In diesem Bereich ist die theoretische Beschreibung am aufwendigsten, da hier nicht die Verein-

5. Ergebnisse

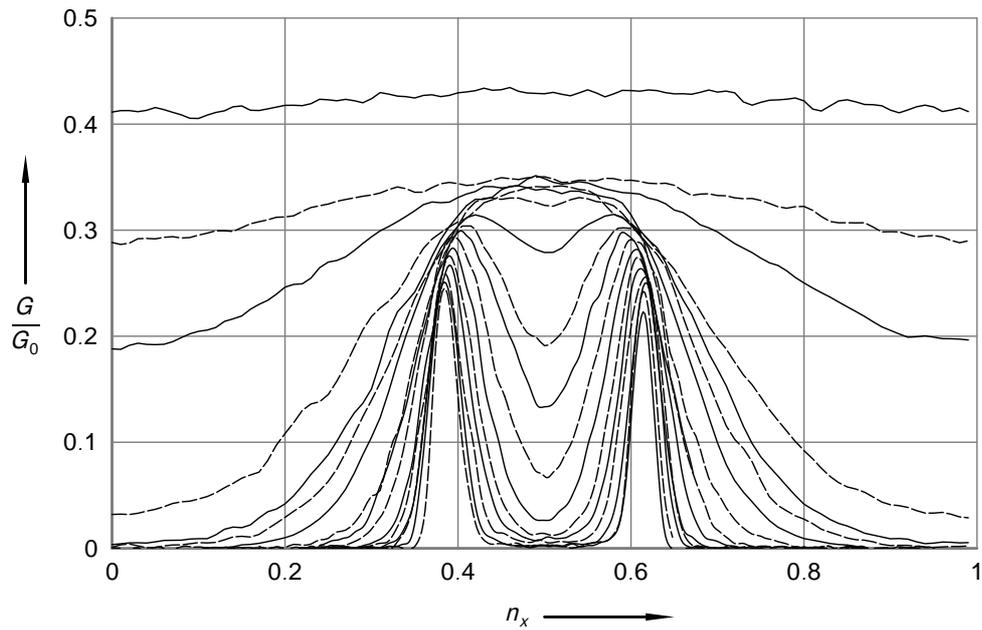


Abbildung 5.1. Linear-Response-Leitwert von Probe 1 als Schnitt durch ein Paar von Leitwertmaxima für verschiedene Temperaturen von 26 mK ($= 0,0047 E_C/k_B$, unterste Kurve; die Kurve beginnt erst bei $n_x \approx 0,5$) bis 2 K ($= 0,36 E_C/k_B$, oberste Kurve).

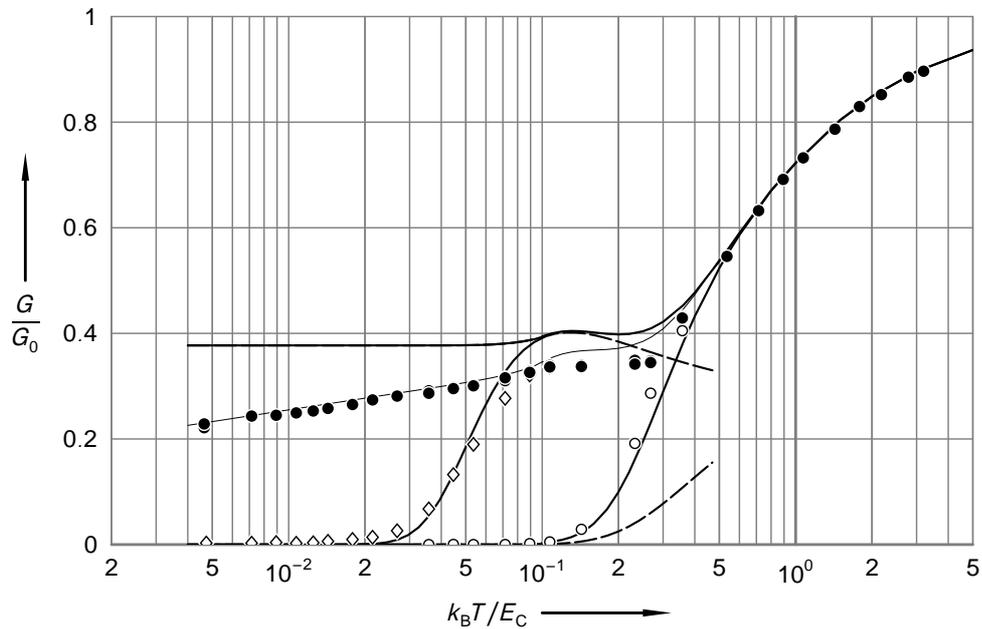


Abbildung 5.2. Temperaturabhängiger Verlauf des Leitwerts von Probe 1 am Maximum (●), Minimum (○) und bei $n_x = 0,5$ (◇). Die fetten durchgezogenen Linien wurden mit der orthodoxen Theorie berechnet, die gestrichelten Linien zeigen das Ergebnis der Vierzustandsnäherung an, die für höhere Temperaturen nicht mehr ausreichend ist, und für die dünne durchgezogene Linie wurde die orthodoxe Kurve bei tiefen Temperaturen mit einem zusätzlichen logarithmischen Anteil versehen (siehe Text).

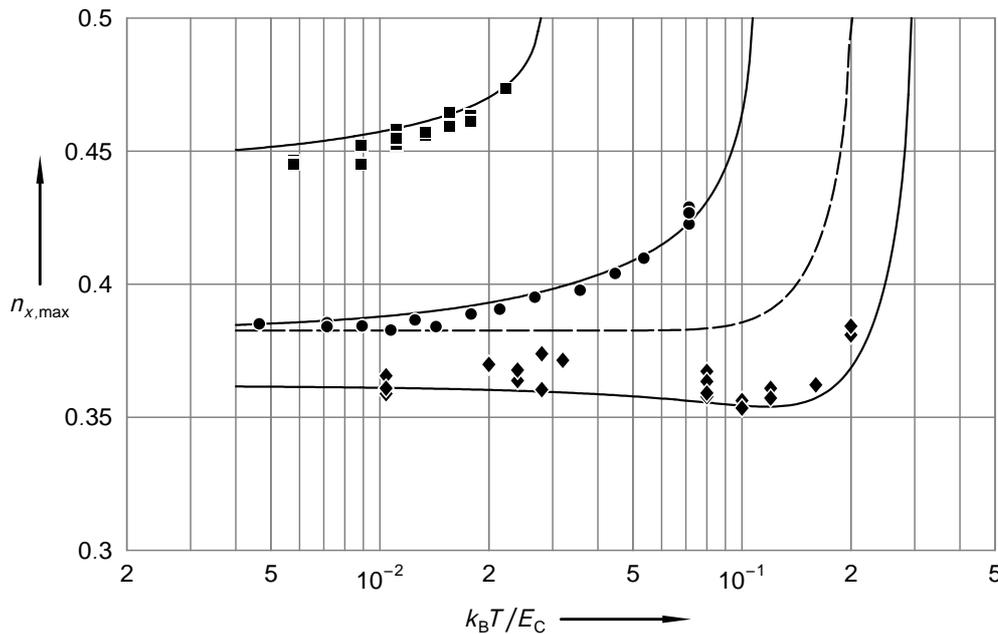


Abbildung 5.3. Temperaturabhängigkeit der Position des Leitwertmaximums bei Probe 1 (●), Probe 2 (◆) und Probe 3 (■). Die durchgezogenen Linien wurden mit der orthodoxen Theorie und den jeweiligen Probenparametern berechnet. Bei Probe 1 wurde diese Auftragung verwendet, um das Verhältnis der Tunnelleitwerte der drei Tunnelkontakte zu bestimmen. Die gestrichelte Linie stellt die Theorie für Probe 1 dar, wenn die Leitwerte aller Kontakte gleich angenommen werden.

fachungen gemacht werden können, die mit den Grenzwertbetrachtungen $T \rightarrow 0$ oder $T \rightarrow \infty$ verbunden sind. Eine vollständige Beschreibung muss sowohl Tunnelprozesse höherer Ordnung als auch die Beteiligung zusätzlicher Zustände berücksichtigen. Sie könnte z. B. durch Quanten-Monte-Carlo-Rechnungen geliefert werden, mit denen bei Wallisser et al. (2002) eine hervorragende Beschreibung der Messungen am Einzelelektronentransistor gelang.

Da bei Probe 1 die Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte nicht direkt zugänglich waren, wurde die Temperaturabhängigkeit der Position des Leitwertmaximums dazu verwendet, die Leitwerte der Kontakte zu bestimmen. In Abbildung 5.3 ist mit der gestrichelten Linie dargestellt, wie sich die Position des Maximums bei Probe 1 unter der einfachsten Annahme, dass alle drei Tunnelleitwerte identisch sind, mit der Temperatur verändern würde. Der gemessene Verlauf deutet aber stark darauf hin, dass bei dieser Probe, wie auch bei Probe 3, der Leitwert des mittleren Kontaktes deutlich niedriger ist als die der äußeren Kontakte. Da die äußeren Kontakte gleichzeitig hergestellt wurden, während der mittlere Kontakt in einem getrennten Herstellungsschritt entstand, können die Leitwerte der äußeren Kontakte als gleich angenommen werden. Dies wird auch durch die Messergebnisse an den anderen Proben gestützt, wo sich die Leitwerte der äußeren Kontakte im Vergleich zum mittleren Kontakt kaum unterscheiden. Eine gute Beschreibung der Messung lässt sich erreichen, wenn der Leitwert des mittleren Kontaktes auf etwa ein Zehntel des Leitwerts eines äußeren Kontaktes gesetzt wird, und ist in Abbildung 5.3 mit der durchgezogenen Linie eingezeichnet. Damit lassen sich die Leitwer-

5. Ergebnisse

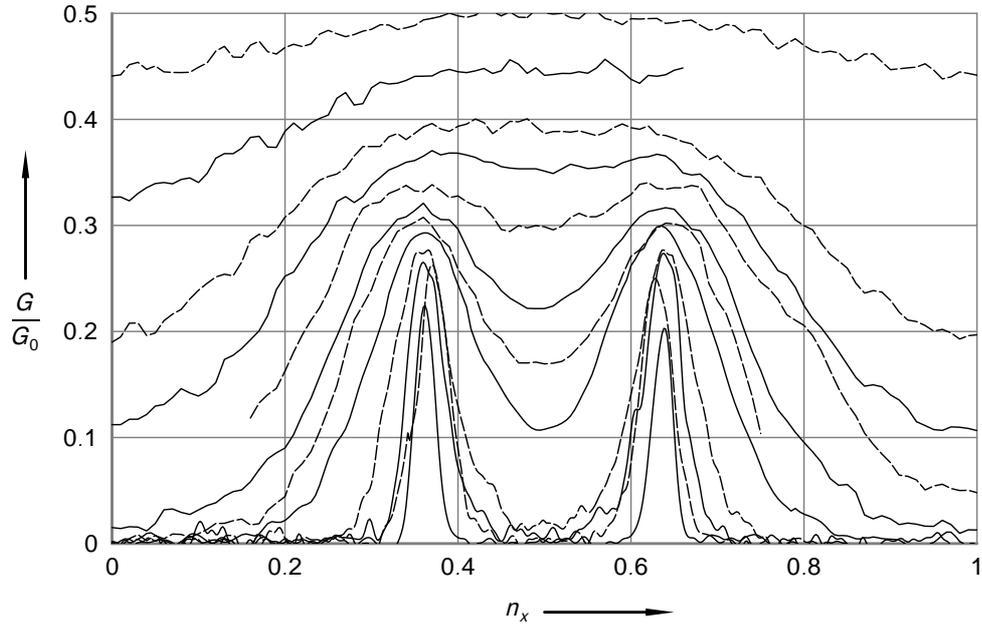


Abbildung 5.4. Linear-Response-Leitwert von Probe 2 als Schnitt durch ein Paar von Leitwertmaxima für verschiedene Temperaturen von 27 mK ($= 0,011E_C/k_B$, unterste Kurve) bis 1,1 K ($= 0,44E_C/k_B$, oberste Kurve).

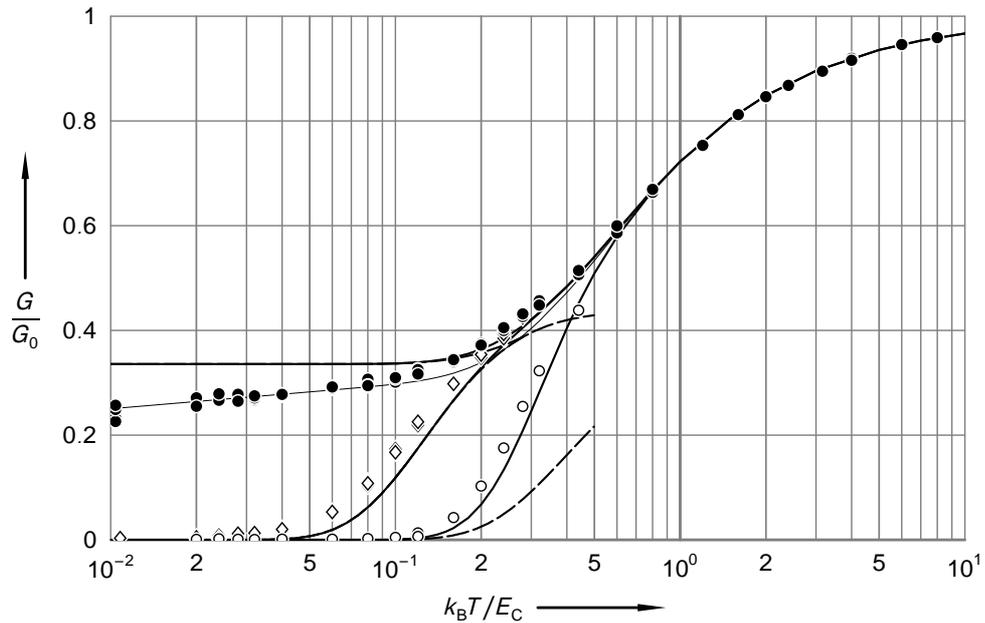


Abbildung 5.5. Temperaturabhängiger Verlauf des Leitwerts von Probe 2 am Maximum (●), Minimum (○) und bei $n_x = 0,5$ (◇). Die fetten durchgezogenen Linien wurden mit der orthodoxen Theorie berechnet, die gestrichelten Linien zeigen das Ergebnis der Vierzustandsnäherung an, die für höhere Temperaturen nicht mehr ausreichend ist, und für die dünne durchgezogene Linie wurde die orthodoxe Kurve bei tiefen Temperaturen mit einem zusätzlichen logarithmischen Anteil versehen (siehe Text).

te der Kontakte aus dem asymptotischen Leitwert der Gesamtprobe bestimmen. Mit diesen Parametern wurden alle Theoriekurven für Probe 1 berechnet.

5.2. Probe 2

Bei Probe 2 konnten die Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte wegen des speziellen Layouts direkt bestimmt werden. Der Leitwert des mittleren Kontaktes ist bei dieser Probe größer als die der äußeren Kontakte. Dies führt dazu, dass sich die Position des Maximums im Gegensatz zu den anderen Proben mit steigender Temperatur zunächst von $n_x = 0,5$ entfernt (Abbildung 5.3), bevor die beiden Maxima des Doppelpicks vollständig miteinander verschmelzen.

In den Abbildungen 5.4 und 5.5 ist deutlich zu erkennen, dass das Rauschen bei den Messungen von Probe 2 stärker als bei den anderen Proben war. Zusätzlich zeigen die zum Teil unvollständigen Kurven in Abbildung 5.4, dass bei dieser Probe oftmals ein Leitwertmaximum nicht vollständig gemessen werden konnte, bevor durch Hintergrundladungen ein Potentialsprung verursacht wurde. Dies kann daran liegen, dass bei dieser Probe der asymptotische Leitwert mit $G_0 = 10,0 \mu\text{S} = 0,258 \cdot G_K$ fast eine Größenordnung größer als bei den anderen Proben ist. Auch Wallisser (2002) konnte beim Einzelelektronentransistor beobachten, dass die Messungen an Proben mit höheren Leitwerten unruhiger waren. Eine mögliche Erklärung ist, dass die größeren Ströme bei Proben mit höheren Leitwerten zusätzliche Ladungsfluktuationen in der Umgebung der Struktur auslösen.

Ansonsten gilt auch hier, dass die Messungen für hohe Temperaturen sehr gut durch die orthodoxe Theorie beschrieben werden und bei tiefen Temperaturen ein logarithmisches Verhalten zu beobachten ist. Die in Abbildung 5.5 eingezeichnete dünne Linie wurde durch die Addition eines logarithmischen Zusatzterms wie in (5.1) mit einem Vorfaktor von $a = 0,02$ erzeugt und liefert wieder eine sehr gute Beschreibung der Messergebnisse.

Bei den Minima unterschätzt die orthodoxe Theorie den Leitwert, was darauf hindeutet, dass Prozesse höherer Ordnung den Transport durch die Probe ermöglichen, wo er durch das sequentielle Modell der orthodoxen Theorie unterdrückt ist.

Nach den Messungen bei hohen Temperaturen hatten sich die Parameter der Probe leicht verändert. Es lässt sich nicht vollständig ausschließen, dass sich die Veränderung im Verlauf der Hochtemperaturmessungen vollzog. Dies würde zu Verfälschungen in den wichtigen Parametern Gesamtleitwert G_0 und charakteristische Ladungsenergie E_C führen und damit die Skalierung der Messdaten bei tiefen Temperaturen verändern. Es ist allerdings anzunehmen, dass die Veränderungen erst hervorgerufen wurde, als die Anschlüsse gewechselt wurden, um eine andere Probe zu vermessen, denn beim Stecken der Anschlussleitungen können relativ hohe Spannungsstöße entstehen. Deshalb wurden in dieser Arbeit nur die Messungen bis zu diesem Wechsel ausgewertet und es ist anzunehmen, dass der gegenüber der orthodoxen Theorie erhöhte Leitwert in den Minima echt ist. Dies wird auch durch die Messungen am Einzelelektronentransistor (Wallisser et al., 2002) unterstützt, wo ebenfalls Erhöhungen des Leitwerts am Minimum gegenüber der orthodoxen Theorie beobachtet und durch Monte-Carlo-Simulationen korrekt beschrieben wurden.

5. Ergebnisse

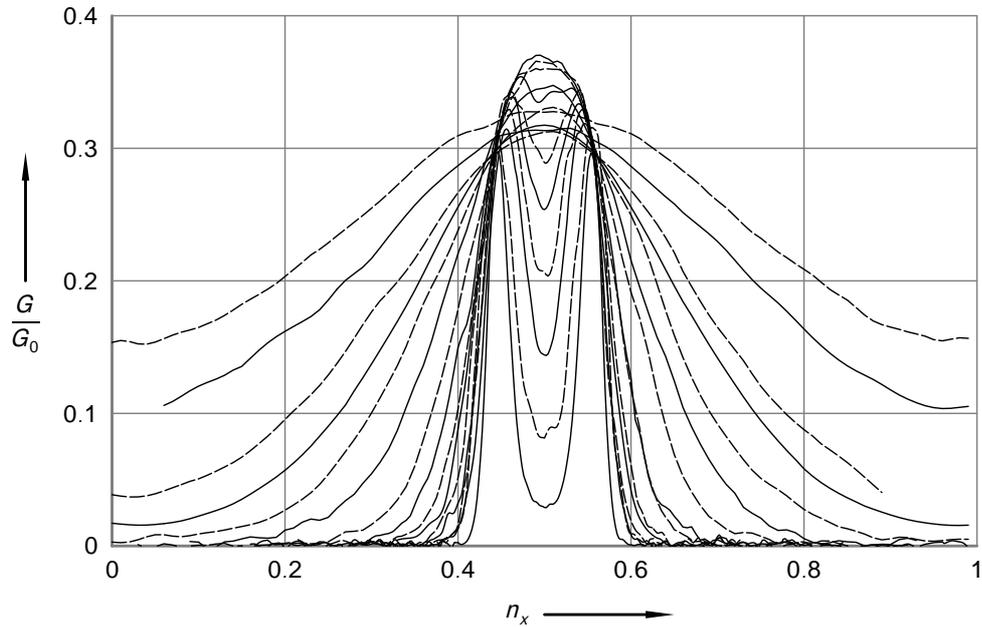


Abbildung 5.6. Linear-Response-Leitwert von Probe 3 als Schnitt durch ein Paar von Leitwertmaxima für verschiedene Temperaturen von 26 mK ($= 0,0058E_C/k_B$, unterste Kurve) bis 1 K ($= 0,22E_C/k_B$, oberste Kurve).

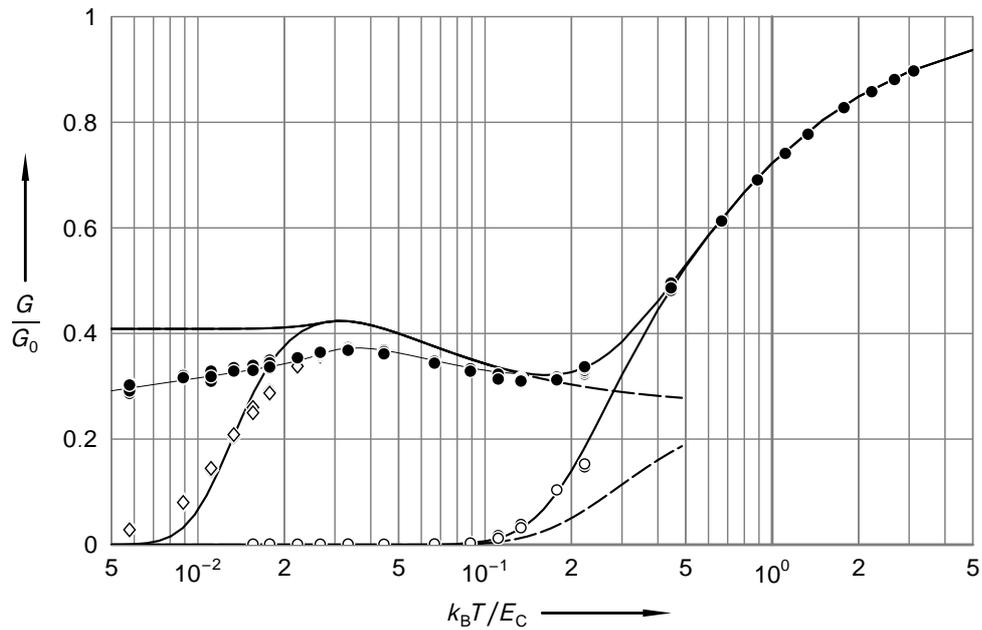


Abbildung 5.7. Temperaturabhängiger Verlauf des Leitwerts von Probe 3 am Maximum (●), Minimum (○) und bei $n_x = 0,5$ (◇). Die fetten durchgezogenen Linien wurden mit der orthodoxen Theorie berechnet, die gestrichelten Linien zeigen das Ergebnis der Vierzustandsnäherung an, die für höhere Temperaturen nicht mehr ausreichend ist, und für die dünne durchgezogene Linie wurde die orthodoxe Kurve bei tiefen Temperaturen mit einem zusätzlichen logarithmischen Anteil versehen (siehe Text).

5.3. Probe 3

Bei Probe 3 gelangen die ausführlichsten und genauesten Messungen der drei Proben. Auch hier konnten die Leitwerte der einzelnen Kontakte direkt bestimmt werden. Der Leitwert des mittleren Kontaktes ist bei dieser Probe um mehr als den Faktor 20 kleiner als die der äußeren Kontakte. Der Gesamtleitwert beträgt $G_0 = 0,95 \mu\text{S} = 0,0245 \cdot G_K$.

In den Abbildungen 5.6 und 5.7 sind die Ergebnisse der Messungen und der Auswertung dargestellt. Das auffälligste Merkmal dieser Probe ist der Bereich, in dem der Maximalleitwert mit steigender Temperatur wieder kleiner wird. Im Gegensatz zu dem logarithmischen Anstieg, der wie bei den anderen Proben bei tiefsten Temperaturen zu beobachten ist, wird dieses Verhalten vollständig durch die orthodoxe Theorie wiedergegeben¹ Insbesondere nach der Erweiterung um den logarithmischen Term nach (5.1) mit einem Vorfaktor von $a = 0,035$ wird eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen erreicht.

5.4. Diskussion

In den Messungen werden zwei verschiedene Temperaturskalen sichtbar. Die erste wird durch E_{koppl}/k_B gegeben und bestimmt die Temperatur, bei der zusätzlich zu den drei Zuständen, die für den Transfer eines Elektrons mindestens notwendig sind, der vierte Zustand, der an die Einheitszelle um das Tripelpunktpaar angrenzt, thermisch besetzt wird. Dies geht einher mit der Aufhebung der Blockade am Punkt $n_x = 0,5$ und leitet das Verschmelzen der beiden Leitwertmaxima zu einem gemeinsamen Maximum ein.

Die zweite Skala wird durch das Verhältnis der charakteristischen Ladungsenergie E_C zu k_B gegeben und gibt an, ab welcher Temperatur andere Zustände als die vier, die um das Tripelpunktpaar angeordnet sind, thermisch besetzt werden und zum Transport beitragen können. Das führt zunächst bei etwa $k_B T = 0,1 E_C$ zur Aufhebung der Coulomb-Blockade auch am absoluten Minimum und zu einer allgemeinen Erhöhung des Leitwerts. Schließlich geht das System bei etwa $k_B T = 0,6 E_C$ in den Hochtemperaturbereich über, wo der Leitwert nicht mehr durch die Gatespannungen moduliert werden kann. Wie in den Abbildungen 5.2, 5.5 und 5.7 an den gestrichenen Linien zu erkennen ist, versagt in diesem Bereich natürlich auch die Vierzustandsnäherung.

Im Stabilitätsdiagramm (Abbildung 2.4 a)) kann jedem Punkt im Parameterraum ein (stabiler) Zustand zugeordnet werden, der bei $T = 0$ als einziger besetzt ist. Durch Erhöhung der Temperatur können andere Zustände thermisch besetzt werden, wobei die Temperatur das Maß dafür ist, wie weit die Stabilitätszone des thermisch besetzten Zustandes vom aktuellen Punkt im Parameterraum entfernt sein kann. Aus dem oben beschriebenen Skalenverhalten der Temperatur geht hervor, dass die charakteristische Ladungsenergie E_C bestimmt, ab welcher Temperatur der thermische Besetzungsbereich im Stabilitätsdiagramm die Größe einer Einheitszelle erreicht.

¹ Es ist dennoch ein bemerkenswertes Verhalten, von dem nach unserem Wissen zum ersten Mal in dieser Arbeit berichtet wird.

Die Kopplungsenergie E_{koppl} schlägt sich im Abstand der Tripelpunkte innerhalb der Einheitszelle (Abbildung 2.6) nieder. Entsprechend bedeutet ein kleiner Abstand im Verhältnis zu der Größe der Einheitszelle, dass das Verschmelzen der beiden Leitwertmaxima bei deutlich tieferen Temperaturen als die Besetzung zusätzlicher Zustände stattfindet. Dies ist bei Probe 3 der Fall, deren E_{koppl} um den Faktor sieben kleiner ist als ihr E_C . Im Gegensatz dazu sind die beiden Energien bei Probe 2 fast gleich groß, so dass sich die beiden Übergänge über den gleichen Temperaturbereich hin vollziehen und sich kaum voneinander unterscheiden lassen.

Hinzu kommt, dass das Verhältnis der Kontaktleitwerte den von E_{koppl} bestimmten Übergang bei Probe 3 deutlich hervorheben: Da der mittlere Kontakt einen viel kleineren Tunnelleitwert als die äußeren Kontakte hat, nähern sich die Leitwertmaxima schneller an, als wenn die Leitwerte alle gleich wären (siehe Abbildung 5.3). Dadurch wird der gesamte Übergang zu tieferen Temperaturen verschoben. Außerdem nimmt bei dieser Kontaktkonfiguration der maximale Leitwert, der allein durch die vier Zustände der Einheitszelle getragen wird, nach dem Übergang mit steigender Temperatur ab (siehe gestrichene Linie in Abbildung 5.7). Dieses Verhalten ist bemerkenswert und wurde bisher auch noch nicht beobachtet, wird aber von der orthodoxen Theorie vollständig wiedergegeben (siehe dazu Anhang A). Erst wenn weitere Zustände zum Transport beitragen, steigt der maximale Leitwert mit der Temperatur wieder an.

Probe 1 ist ähnlich wie Probe 3, aber da E_C hier nur etwa doppelt so groß wie E_{koppl} ist und der Unterschied zwischen den Tunnelleitwerten nicht so ausgeprägt ist wie bei Probe 3, überschneiden sich die beiden Übergänge und es ist nur ein kleiner Temperaturbereich zu erkennen, wo der Maximalleitwert mit steigender Temperatur konstant bleibt.

Die Eigenschaften, die bis hierher beschrieben wurden, werden durch die orthodoxe Theorie sehr gut wiedergegeben, nicht jedoch das logarithmische Verhalten, das bei allen Proben bei tiefen Temperaturen beobachtet wird. Ein solches Verhalten wird auch beim Einzelelektronentransistor beobachtet (Joyez et al., 1997; Wallisser et al., 2002) und ist eine Folge von Tunnelprozessen höherer Ordnung (Schoeller und Schön, 1994; König et al., 1998). Die Temperaturabhängigkeit der Korrektur wird dort durch die Ladungsenergie des Einzelelektronentransistors bestimmt, die die einzige wichtige Energieskala in diesem System darstellt. Beim Doppelinselsystem gibt es dagegen verschiedene derartige Energieskalen: E_C , E_{koppl} und die Ladungsenergien der Kontakte $E_{C,j}$. Da Pohjola et al. (1999) nur für den Sonderfall, dass alle Kontakte und damit auch alle relevanten Energieskalen gleich sind, einen geschlossenen Ausdruck für die Korrektur angeben und in ihren Formeln nur noch das Symbol für E_{koppl} verwenden, ist zunächst nicht klar, welche Größe das Temperaturverhalten des logarithmischen Verlaufs bestimmt. Aus der bei allen drei Proben guten Beschreibung der Messungen mit (5.1) geht hervor, dass die Temperaturabhängigkeit der logarithmischen Korrektur durch die Kopplungsenergie E_{koppl} gegeben ist.

Der Vorfaktor a ist bei allen Proben in der gleichen Größenordnung, wobei zu beachten ist, dass in der Definition von a in (5.1) der asymptotische Gesamtleitwert der Probe als Normierungsfaktor enthalten ist. Betrachtet man nur den Gesamtleitwert, so müssten sich die Proben 1 und 3, deren Leitwerte fast zwei Größenordnungen kleiner als das Leitwertquantum sind, nach (2.3) sehr gut durch die orthodoxe Theorie beschreiben lassen. Allerdings ist allen Proben gemeinsam, dass die größten Leitwerte unter den einzelnen Tunnelkontakten in der Nähe des

Leitwertquantums liegen und deshalb durchaus bei allen Proben ähnlich deutliche Abweichungen von der orthodoxen Theorie durch Tunnelprozesse höherer Ordnung zu erwarten sind. Dies steht auch in Übereinstimmung mit den Messungen am Einzelelektronentransistor (Joyez et al., 1997; Wallisser et al., 2002). Dort wird die Stärke der Korrektur durch den Paralleleitwert der Tunnelkontakte, der durch den Kontakt mit dem höchsten Leitwert dominiert wird, bestimmt.

Dass die Messungen der Leitwertminima bei Probe 2 die stärksten Abweichungen von der orthodoxen Theorie aufweisen, erscheint dennoch plausibel, weil Probe 2 den höchsten Gesamtleitwert der in dieser Arbeit untersuchten Proben hat und damit insgesamt am stärksten von den Bedingungen für die orthodoxe Theorie abweicht.

Bei Pohjola et al. (1999) wird auch ein Einfluss der Prozesse höherer Ordnung auf die Position des Leitwertmaximums vorhergesagt. Ein derartiger Einfluss ließe sich aus den hier vorgestellten Messungen extrahieren, wenn er, ähnlich wie bei der Höhe des Maximalleitwerts, zu einer anderen Temperaturabhängigkeit der Position als der durch die orthodoxe Theorie vorhergesagten führen würde. Dies scheint allerdings nicht der Fall zu sein, da die orthodoxe Theorie bei allen Proben eine gute Beschreibung liefert (bei den Proben 2 und 3 ohne Anpassung von Parametern; siehe Abbildung 5.3). Der Einfluss ist entweder zu klein oder kann durch eine Renormierung der Kontaktkapazitäten berücksichtigt werden. Eine solche Renormierung fließt bei der Bestimmung der Probenparameter aus dem Stabilitätsdiagramm automatisch in die Größen ein und kann nicht abgetrennt werden. Damit erscheint auch die Methode gerechtfertigt, die Leitwerte der einzelnen Kontakte bei Probe 1 über die orthodoxe Theorie aus der Temperaturabhängigkeit der Maximumsposition zu bestimmen.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden experimentelle Untersuchungen von Einzelladungseffekten in metallischen Doppelinselstrukturen durchgeführt. Die Proben wurden in den Einrichtungen des Instituts für Festkörperphysik (IFP) und des Instituts für Mikrostrukturtechnik (IMT) des Forschungszentrums Karlsruhe aus nanostrukturiertem Aluminium hergestellt. Dabei wurde ein doppeltes Schattenbedampfungsverfahren angewendet, mit dem es möglich ist, die Eigenschaften der mittleren und der äußeren Tunnelkontakte unabhängig voneinander zu wählen.

An den Proben wurden elektrische Transportmessungen in Abhängigkeit von der Temperatur und von verschiedenen Spannungsparametern im $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten des IFP durchgeführt. Der Schwerpunkt lag dabei auf den Messungen des differentiellen Leitwerts im Linear-Response-Regime, also bei kleinen Transportspannungen. Mit Hilfe der Lock-In Technik bei sehr niedrigen Frequenzen konnte der Leitwert im Gleichstromlimit mit hoher Präzision gemessen werden.

Ziel der Messungen war, den Einfluss von Tunnelprozessen höherer Ordnung, die in der einfachen Beschreibung der orthodoxen Theorie des Einzelelektronentunnelns nicht berücksichtigt werden, auf den elektrischen Transport durch das System nachzuweisen und zu studieren.

Dazu wurden Proben untersucht, die Kontakte mit Tunnelleitwerten in der Nähe des Quantenleitwerts G_K besaßen. Bei tiefen Temperaturen konnten deutliche Abweichungen von der orthodoxen Theorie in Form einer logarithmischen Temperaturabhängigkeit des maximalen Linear-Response-Leitwerts nachgewiesen werden, wie sie von der Theorie (Pohjola et al., 1999) als erste Korrektur zum orthodoxen Modell vorhergesagt werden.

Das logarithmische Verhalten wurde bei allen Proben mit im Vergleich zum Gesamtleitwert ähnlicher Stärke beobachtet, was darauf zurückzuführen ist, dass bei allen Proben der jeweils größte Leitwert unter den einzelnen Tunnelkontakten in der Nähe des Leitwertquantums liegt. Dies steht in Übereinstimmung mit Messungen am Einzelelektronentransistor (Joyez et al., 1997; Wallisser et al., 2002), bei denen sich ein vergleichbares logarithmisches Verhalten beobachten lässt. Die Stärke der Korrektur wird dort durch den Parallelleitwert der Tunnelkontakte, der durch den Kontakt mit dem höchsten Leitwert dominiert wird, bestimmt.

Ein wichtiger Unterschied des Doppelinselsystem zum Transistor ist, dass die Kopplung der Inseln untereinander unabhängig von der Kopplung an die Umgebung variiert werden kann. Deshalb gibt es beim Doppelinselsystem im Gegensatz zum Transistor mehrere charakteristische Energien. Mit Hilfe der Messungen konnte die Probenenergie, die die Kopplung zwischen den Inseln charakterisiert, als Skala für die Temperaturabhängigkeit der logarithmischen Korrektur identifiziert werden.

Für die Auswertung war die Kenntnis der Tunnelleitwerte der einzelnen Kontakte einer Probe wichtig. Deshalb wurden zwei der Proben mit einem besonderen Layout so hergestellt, dass die Kontaktleitwerte direkt bestimmt werden konnten. Mit Hilfe der Ergebnisse dieser Proben

und dem Vergleich mit der orthodoxen Theorie konnten auch bei der dritten Probe, bei der eine direkte Messung nicht möglich war, die Kontaktleitwerte abgeschätzt werden.

Anhang A.

Sinkender Maximalleitwert bei steigender Temperatur

Das Phänomen des mit steigender Temperatur sinkenden Maximalleitwerts, das bei Probe 3 beobachtet wird, lässt sich im Rahmen der Vierzustandsnäherung des orthodoxen Modells verstehen. Da es auftritt, nachdem die beiden Leitwertmaxima ineinandergelaufen sind, reicht es, sich bei der Betrachtung auf den Punkt im Parameterraum bei $n_x = 0,5$ zu beschränken. Dieser Punkt entspricht den „Gateladungen“ $n_{x,L} = 0,5$ und $n_{x,R} = 0,5$ und zeichnet sich durch eine hohe Symmetrie zwischen den Zuständen $(0, 0)$ und $(-1, -1)$, die im Folgenden als *gerade* Zustände bezeichnet werden, und den Zuständen $(-1, 0)$ und $(0, -1)$, entsprechend als *ungerade* bezeichnet, aus.

Da der Leitwert im Liner-Response-Bereich betrachtet wird, müssen nur in der Transportspannung lineare Abweichungen von den Gleichgewichtsbesetzungen und -raten, die bei $V_{sd} = 0$ herrschen, berechnet werden. Die normierten Besetzungswahrscheinlichkeiten im Gleichgewicht können mit (2.22) berechnet werden:

$$p_{gl}(n_L, n_R) = \frac{e^{-\beta E_{ch}(n_L, n_R)}}{\sum_{i,j} e^{-\beta E_{ch}(i,j)}} \quad \text{mit } i, j \in \{0, -1\}.$$

Die Ladungsenergie (2.15) des Systems am Punkt $(n_{x,L}, n_{x,R}) = (0,5, 0,5)$ in den vier beteiligten Zuständen ist:

$$\begin{aligned} E_{ch}(0, 0) &= E_{ch}(-1, -1) = \frac{1}{4} (E_{C,L} + E_{C,R} + E_{koppel}) \\ E_{ch}(-1, 0) &= E_{ch}(0, -1) = \frac{1}{4} (E_{C,L} + E_{C,R} - E_{koppel}). \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die beiden Besetzungen, die jeweils für die geraden bzw. ungeraden Zustände identisch sind und die im Folgenden mit

$$\begin{aligned} p_0 &= p_{gl}(0, 0) = p_{gl}(-1, -1) = \frac{1}{2 (e^{\beta E_{koppel}/2} + 1)} \\ p_1 &= p_{gl}(-1, 0) = p_{gl}(0, -1) = \frac{1}{2 (e^{-\beta E_{koppel}/2} + 1)} \end{aligned}$$

abgekürzt werden.

Die Tunnelraten werden nach (2.21) durch die mit dem Tunnelereignis einhergehende Energieänderung bestimmt. Für das Tunneln am mittleren Kontakt ist sie nach (2.16) unabhängig

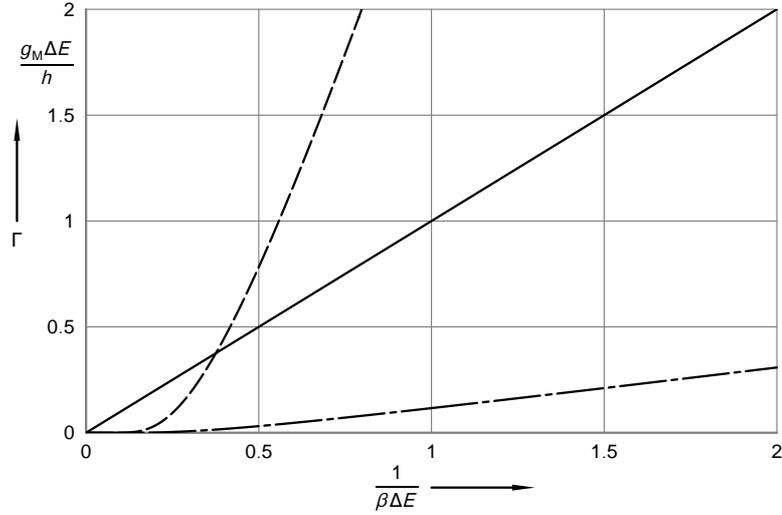


Abbildung A.1. Vergleich der Rate Γ_M (durchgezogene Linie) mit Γ_+ für die zwei Fälle $g_M \gg g_a$ (strichpunktier-
te Linie) und $g_M \ll g_a$ (gestrichene Linie).

von der Transportspannung, und bei $(n_{x,L}, n_{x,R}) = (0,5, 0,5)$ ist ΔE immer null. Damit ergibt sich für die Tunnelrate am mittleren Kontakt in beide Richtungen:

$$\Gamma_M = \frac{g_M}{h\beta}.$$

Für die Raten an den äußeren Kontakten muss zwischen den Tunnelereignissen unterschieden werden, bei denen Energie gewonnen wird und denen, für die Energie aufgewendet werden muss. Nach (2.16) sind alle Übergänge von den geraden zu den ungeraden Zuständen mit einem Energiegewinn von $\Delta E = E_{\text{koppl}}/2$ verbunden, der gleichen Größe wie bei den Gleichgewichtsbesetzungen. Entsprechend muss bei den umgekehrten Tunnelereignissen ΔE aufgewendet werden. Um die Beschreibung einfach zu halten, wird angenommen, dass die Tunnelleitwerte der beiden äußeren Kontakte gleich sind. Ohne Transportspannung finden sich dann die Raten

$$\Gamma_+ = \Gamma(\Delta E) = \frac{g_a}{h} \frac{\Delta E}{e^{\beta\Delta E} - 1} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{g_a}{h\beta} - \frac{g_a\Delta E}{2h}$$

für alle Übergänge von ungeraden zu geraden Zuständen und

$$\Gamma_- = \Gamma(-\Delta E) = \frac{g_a}{h} \frac{-\Delta E}{e^{-\beta\Delta E} - 1} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{g_a}{h\beta} + \frac{g_a\Delta E}{2h}$$

für alle Übergänge von geraden zu ungeraden Zuständen. Bei hohen Temperaturen sind auch diese beiden Raten linear in der Temperatur.

Für die Bestimmung des Leitwerts wird der Einfluss einer kleinen Transportspannung, die symmetrisch an das System angelegt wird ($V_{sd}/2 = -V_L = V_R$), auf den Strom durch das System analysiert. Der Strom entspricht dem Nettotransport von Elektronen an einem Kontakt,

z. B. am linken Kontakt, hier nochmal allgemein geschrieben:

$$I = -e \left(p(0,0) \Gamma(-\Delta E - eV_L) + p(0,-1) \Gamma(\Delta E - eV_L) - p(-1,-1) \Gamma(-\Delta E + eV_L) - p(-1,0) \Gamma(\Delta E + eV_L) \right). \quad (\text{A.1})$$

Die Linearisierung der Raten bezüglich der Transportspannung führt auf:

$$\begin{aligned} \Gamma(-\Delta E - eV_L) &= \Gamma_- - \gamma_- V_L \\ \Gamma(\Delta E - eV_L) &= \Gamma_+ - \gamma_+ V_L \\ \Gamma(\Delta E + eV_L) &= \Gamma_+ + \gamma_+ V_L \\ \Gamma(-\Delta E + eV_L) &= \Gamma_- + \gamma_- V_L \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \gamma_- &= \left. \frac{d\Gamma(-\Delta E + eV_L)}{dV_L} \right|_{V_L=0} = \frac{e\Gamma_-}{\Delta E} \left(\frac{h\beta\Gamma_+}{g_a} - 1 \right) \\ \gamma_+ &= \left. \frac{d\Gamma(\Delta E + eV_L)}{dV_L} \right|_{V_L=0} = \frac{e\Gamma_+}{\Delta E} \left(1 - \frac{h\beta\Gamma_-}{g_a} \right). \end{aligned}$$

Da die Tunnelrate am mittleren Kontakt unabhängig von der Transportspannung ist, aber aus Erhaltungsgründen auch am mittleren Kontakt der gleiche Strom fließen muss, führt der Transport zu einer kleinen Übervölkerung der Zustandes $(-1, 0)$ und einer kleinen Entvölkerung des Zustandes $(0, -1)$, die nicht vernachlässigt werden dürfen:

$$\begin{aligned} I &= -e(p(-1,0)\Gamma_M - p(0,-1)\Gamma_M) \\ &= -e((p_1 + \Delta p)\Gamma_M - (p_1 - \Delta p)\Gamma_M) \\ &= -e2\Delta p\Gamma_M \\ \Rightarrow \Delta p &= \frac{I}{-e2\Gamma_M}. \end{aligned}$$

Damit kann der Strom aus (A.1) berechnet werden:

$$\begin{aligned} I &= -e \left(p_0(\Gamma_- - \gamma_- V_L) + (p_1 - \Delta p)(\Gamma_+ - \gamma_+ V_L) - p_0(\Gamma_- + \gamma_- V_L) - (p_1 + \Delta p)(\Gamma_+ + \gamma_+ V_L) \right) \\ \Rightarrow I \left(1 + \frac{\Gamma_+}{\Gamma_M} \right) &= -e(p_0\gamma_- + p_1\gamma_+)V_L. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Die rechte Seite von (A.2) beschreibt den Strom, der fließt, wenn die Besetzungswahrscheinlichkeiten genau dem Gleichgewicht entsprechen und der Nettotransport in eine Richtung sich allein durch die Spannungsabhängigkeit der Raten ergibt. Da nur die Raten an den äußeren Kontakten spannungsabhängig sind, ist die rechte Seite unabhängig vom Leitwert des mittleren Kontaktes. Dieser geht jedoch in den Korrekturfaktor auf der linken Seite ein, der auf die Über- bzw. Entvölkerung der ungeraden Zustände zurückzuführen ist.

Unter Berücksichtigung folgender Beziehungen zwischen den Gleichgewichtsgrößen:

$$\Gamma_- = e^{\beta\Delta E}\Gamma_+ \quad ; \quad p_1 = e^{\beta\Delta E}p_0$$

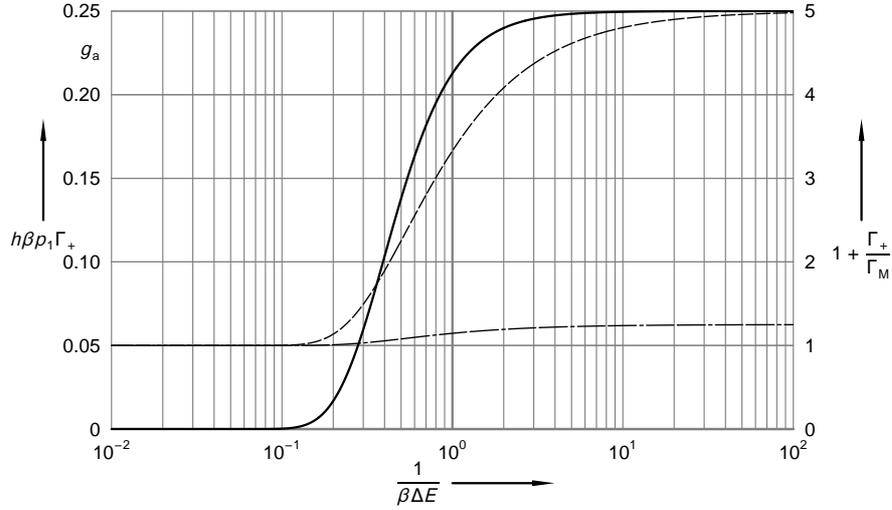


Abbildung A.2. Leitwert des Systems, der sich allein aus der Spannungsabhängigkeit der Raten an den äußeren Kontakten bei Gleichgewichtsbesetzung ergibt (durchgezogene Linie, linke Skala). Der Korrekturfaktor (rechte Skala), der durch die Abweichung von den Gleichgewichtsbesetzungen der ungeraden Zustände entsteht, hängt vom Verhältnis zwischen dem Leitwert des mittleren Kontaktes und dem Leitwert der äußeren Kontakte ab. Für $g_M = 4g_a$ (strichpunktierte Linie) ist er fast konstant. Für $g_M = 0,25g_a$ (gestrichene Linie) wird er bei hohen Temperaturen sehr groß, nähert sich aber langsamer an den asymptotischen Grenzwert als der Gleichgewichtsleitwert.

und nach Division durch V_{sd} und Normierung auf das Leitwertquantum ergibt sich für den Leitwert des Systems:

$$G = \frac{h\beta p_1 \Gamma_+}{1 + \frac{\Gamma_+}{\Gamma_M}}. \quad (\text{A.3})$$

In Abbildung A.2 ist der Leitwert ohne den Nenner aufgetragen, also der Leitwert, der sich aus der rechten Seite von (A.2) ergibt. Der Korrekturfaktor ist in der gleichen Abbildung für verschiedene Verhältnisse der Kontaktleitwerte eingezeichnet. Im Fall $g_M \gg g_a$ ist der Korrekturfaktor immer ≈ 1 und der Leitwert des Systems wird im Wesentlichen durch die Spannungsabhängigkeit der Raten an den äußeren Kontakten bestimmt, während der Leitwert des mittleren Kontaktes keinen Einfluss hat:

$$G \Big|_{g_M \gg g_a} = h\beta p_1 \Gamma_+ \xrightarrow{T \rightarrow \infty} g_a \left(\frac{1}{4} - \frac{(\beta \Delta E)^2}{24} + \dots \right). \quad (\text{A.4})$$

Ist dagegen der Leitwert des mittleren Kontaktes kleiner oder in der gleichen Größenordnung wie die der äußeren Kontakte, wird der Korrekturfaktor wichtig und führt zu einem Übergang zwischen einem Bereich bei tiefen Temperaturen, wo der Transport durch das Tunneln an den äußeren Kontakten bestimmt wird, und einem Bereich bei hohen Temperaturen, wo der endliche Leitwert des mittleren Kontaktes den Transport durch das Doppelinselsystem beschränkt.

Wegen der unterschiedlichen Temperaturabhängigkeit von (A.4) und dem Korrekturfaktor

$$1 + \frac{\Gamma_+}{\Gamma_M} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} 1 + \frac{g_a}{g_M} \left(1 - \frac{\beta \Delta E}{2} + \dots \right),$$

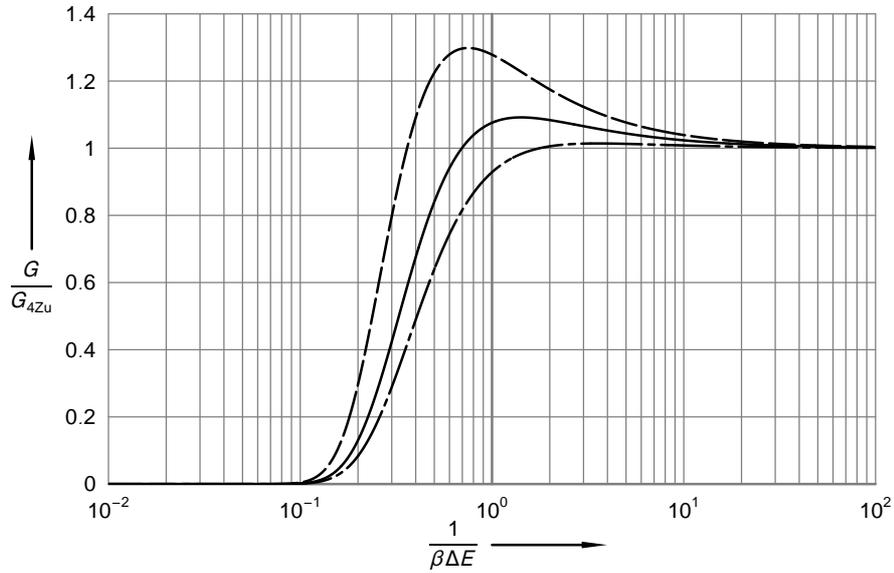


Abbildung A.3. Leitwert des Systems bei $n_x = 0,5$ in der Vierzustandsnäherung für $g_M = g_a$ (durchgezogene Linie), $g_M = 4g_a$ (strichpunktierte Linie) und $g_M = 0,25g_a$ (gestrichene Linie).

beginnt der Übergangsbereich mit einem starken Anstieg des Leitwerts, bei dem das System versucht, den Grenzwert $g_a/4$ zu erreichen. Wegen der stark ansteigenden Ladungsfluktuationen an den äußeren Kontakten kann jedoch die Abweichung von den Gleichgewichtsbesetzungen der ungeraden Zustände, die für den Nettotransport durch den mittleren Kontakt benötigt wird, nicht aufrechterhalten werden. Der Leitwert des Systems nimmt nach Durchlaufen eines Maximums mit steigender Temperatur wieder ab und nähert sich seinem asymptotischen Grenzwert

$$G_{4Zu} = \frac{1}{4} \frac{g_a g_M}{g_a + g_M}.$$

In Abbildung A.3 ist der Leitwert, nach (A.3) berechnet und normiert auf den asymptotischen Grenzwert G_{4Zu} , für die verschiedenen Kombinationen von Kontaktleitwerten aus Abbildung A.2 aufgetragen. Die Kurven sind deckungsgleich mit den Ergebnissen der analytischen Vierzustandsrechnung.

Anhang B.

Ladungsenergie einer Reihe von Tunnelkontakten

Der Leitwert einer Reihenschaltung von kleinen Tunnelkontakten ist aufgrund von Ladungseffekten temperaturabhängig. Für ausreichend hohe Temperaturen lässt sich die Abweichung vom asymptotischen Leitwert als Störung mit Entwicklungsparameter $\beta = 1/k_B T$ beschreiben. Für kleine Tunnelleitwerte lässt sich der theoretische Verlauf über einen Mastergleichungsansatz herleiten (z. B. Pekola et al., 1994; Hirvi et al., 1995; Farhangfar et al., 1997). Für beliebige Tunnelleitwerte wurden z. B. von Golubev et al. (1997) und Göppert und Grabert (1998) semi-klassische Rechnungen für den einzelnen Kontakt in ohmscher Umgebung, den Einzelelektronentransistor und für Reihenschaltungen aus identischen Kontakten durchgeführt. Bei Göppert und Grabert (2000) ist zusätzlich der Ansatz für eine Reihenschaltung aus individuellen Kontakten angegeben, die explizite Berechnung wurde allerdings wieder nur für die Sonderfälle Einzelkontakt, Transistor und Reihenschaltung identischer Kontakte durchgeführt.

Da bei den hier untersuchten Proben die Annahme, dass alle Kontakte gleich sind, nicht erfüllt ist, wird hier ein allgemeinerer Ausdruck hergeleitet.

Nach Formel (84) bei Göppert und Grabert (2000) ergibt sich der frequenzabhängige Leitwert G_{AE} (*Array with Environment*) einer Serienschaltung von N Tunnelkontakten, die über eine äußere Impedanz $1/Y(\omega)$ an die Messgeräte angeschlossen ist, zu

$$G_{AE}(\omega) = \left[\frac{1}{Y(\omega)} + \sum_{j=1}^N \frac{1}{G_{\text{eff}}^j(\omega)} \right]^{-1}, \quad (\text{B.1})$$

wobei die $G_{\text{eff}}^j(\omega)$ die Leitwerte der einzelnen Kontakte bezeichnen. Für die weitere Herleitung kann der Umgebungsterm $1/Y(\omega)$ vernachlässigt werden, da er bei den durchgeführten Experimenten klein gegen den rechten Term in (B.1) war.

Es müssen also die effektiven Leitwerte $G_{\text{eff}}^j(\omega)$ der individuellen Tunnelkontakte bestimmt werden, für die nach Formel (60) bei Göppert und Grabert (2000) gilt:

$$G_{\text{eff}}^j(\omega) = G_T^j [1 - U^j(\omega)] - i\omega C_j \quad (\text{B.2})$$

mit dem Tunnelleitwert G_T^j und dem Quantenkorrekturfaktor

$$U^j(\omega) = \frac{2}{i\omega} \sum_{n=1}^{\infty} v_n \left[\frac{1}{\lambda^{(j)}(v_n - i\omega)} - \frac{1}{\lambda^{(j)}(v_n)} \right], \quad (\text{B.3})$$

bei dem schon die von Göppert und Grabert (2000) in Abschnitt 4.2 vorgeschlagenen Ersetzungen gemacht wurden:

$$\lambda^{(j)}(\nu_n) = \frac{\hbar^2 \beta}{e^2} \bar{\nu} \hat{G}'_j(\nu_n) \quad (\text{B.4})$$

mit

$$\hat{G}'_j(\nu_n) = \hat{G}_j^0(\nu_n) + \left[\frac{1}{\hat{Y}(\bar{\nu})} + \sum_{l \neq j}^N \frac{1}{\hat{G}_l^0(\nu_n)} \right]^{-1}. \quad (\text{B.5})$$

($\nu_n = 2\pi n/\hbar\beta$ sind die Matsubara-Frequenzen. Mit einem Dach sind wie bei Göppert und Grabert (2000) laplacetransformierte Größen und durch einen Überstrich die dort definierte analytische Fortsetzung des Absolutbetrages gekennzeichnet.)

Auch hier kann der Umgebungsterm $1/\hat{Y}(\bar{\nu})$ gegenüber dem zweiten Term in eckigen Klammern vernachlässigt werden. Die $\hat{G}_l^0(\nu_n)$ beschreiben den Tunnelkontakt l als Parallelschaltung einer Kapazität C_l mit einem ohmschen Widerstand mit dem Leitwert G_T^l :

$$\hat{G}_l^0(\nu_n) = G_T^l + C_l \bar{\nu}. \quad (\text{B.6})$$

Da die Matsubara-Frequenzen ν_n proportional zur Temperatur sind, lässt sich für hohe Temperaturen der Ausdruck (B.5) nach $1/\bar{\nu}$ entwickeln:

$$\hat{G}'_j(\nu_n) = G_T^j + C_j \bar{\nu} + \frac{\sum_{l \neq j}^N \frac{G_T^l}{C_l}}{\left(\sum_{l \neq j}^N \frac{1}{C_l} \right)^2} + \frac{1}{\sum_{l \neq j}^N \frac{1}{C_l}} \bar{\nu} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\bar{\nu}}\right). \quad (\text{B.7})$$

Fasst man die konstanten und die linearen Terme zusammen, so nimmt (B.7) die gleiche Form an wie die Formel (B.6) eines einzelnen Kontaktes mit der effektiven Kapazität

$$C_j^{\text{eff}} = C_j + \left(\sum_{l \neq j}^N \frac{1}{C_l} \right)^{-1}, \quad (\text{B.8})$$

der sich in einer „ohmschen“ Umgebung mit dem Leitwert

$$Y_j^{\text{eff}} = \frac{\sum_{l \neq j}^N \frac{G_T^l}{C_l}}{\left(\sum_{l \neq j}^N \frac{1}{C_l} \right)^2} \quad (\text{B.9})$$

befindet. Die effektive Kapazität entspricht der Parallelschaltung der Kontaktkapazität C_j mit der Serienkapazität der anderen Kontakte. Der Leitwert der ohmschen Umgebung reduziert

sich bei identischen Kontakten auf den Serienleitwert der übrigen Kontakte, aber im allgemeinen ist der Ausdruck offensichtlich komplizierter.

Mit Hilfe dieser effektiven Größen kann das Problem nun auf den Einzelkontakt in einer ohmschen Umgebung reduziert werden, für den die Lösung bei Göppert und Grabert (2000) explizit angegeben ist. Der Gleichstromleitwert des einzelnen Kontaktes ergibt sich demnach zu

$$\frac{G_j^*(\omega = 0)}{G_T^j} = 1 - \frac{1}{3} E_{C,j} \beta + \mathcal{O}(\beta^2), \quad (\text{B.10})$$

wobei $E_{C,j} = e^2/2C_j^{\text{eff}}$ die Ladungsenergie des Kontaktes ist, die in Kapitel 2, Formel (2.13), eingeführt wurde. Zu beachten ist, dass die kapazitiven Terme in (B.7) die Terme der niedrigsten Ordnung in $1/\gamma$ sind. Deshalb taucht in der einfachen Betrachtung bis zur ersten Ordnung in β der Umgebungsterm Y_j^{eff} nicht auf.

Der Leitwert des Gesamtsystems setzt sich aus der Serienschaltung aller Tunnelkontakte zusammen. Durch Entwickeln von $G = (\sum 1/G_j^*(\omega = 0))^{-1}$ und mit dem asymptotischen Leitwert $G_0 = (\sum 1/G_T^j)^{-1}$ des Gesamtsystems ergibt sich:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{1}{3} \left(G_0 \sum_{j=1}^N \frac{E_{C,j}}{G_T^j} \right) \beta + \dots \quad (\text{B.11})$$

Dieser Ausdruck stimmt mit der aus dem Mastergleichungsansatz für kleine Tunnelleitwerte hergeleiteten Form (Hirvi et al., 1995) überein. Der lineare Koeffizient enthält die charakteristische Ladungsenergie des Gesamtsystems

$$E_C = G_0 \sum_{j=1}^N \frac{E_{C,j}}{G_T^j}. \quad (\text{B.12})$$

Die Entwicklung kann auf die zweite Ordnung in β ausgedehnt werden. Dazu wird (B.10) um den Term zweiter Ordnung erweitert:

$$\frac{G_j^*(\omega = 0)}{G_T^j} = 1 - \frac{1}{3} E_{C,j} \beta + A_j \beta^2 + \mathcal{O}(\beta^3).$$

Der Gesamtleitwert des Systems ergibt sich entsprechend (B.11) zu

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{1}{3} E_C \beta + \left[\frac{E_C^2}{9} - G_0 \sum_{j=1}^N \frac{1}{G_T^j} \left(\frac{E_{C,j}^2}{9} - A_j \right) \right] \beta^2 + \dots \quad (\text{B.13})$$

Göppert (2002) weist darauf hin, dass die klassische Darstellung der quantenmechanischen Tunnelkontakte als lineare Elemente aus Widerstand und Kapazität eigentlich nur für die Berechnung von linearen Abweichungen vom klassischen Limes gerechtfertigt ist. Andererseits deutet eine selbstkonsistente harmonische Approximation (Göppert, 2002; Joyez et al., 1998) darauf hin, dass diese Betrachtung auch für höhere Ordnungen richtige Ergebnisse liefert.

Aus der bei Göppert und Grabert (2000) angegebenen Lösung für den Einzelkontakt im Grenzfall starken Tunnelns ergibt sich der quadratische Koeffizient A_j eines Einzelkontakts zu

$$A_j = \frac{3\zeta(3)}{2\pi^4} g_j^{\text{eff}} E_{C,j}^2, \quad (\text{B.14})$$

wobei

$$g_j^{\text{eff}} = \frac{G_T^j + Y_j^{\text{eff}}}{G_K} \quad (\text{B.15})$$

der dimensionslose Paralleleitwert des Kontaktes mit seiner Umgebung ist. A_j ist sehr klein, solange G_T^j nicht deutlich größer als der Quantenleitwert G_K ist. Aus Termen höherer Ordnung (Göppert, 2002) fließt aber in den quadratischen Koeffizient ein zusätzlicher, von den Leitwerten unabhängiger Summand ein, der auch aus Rechnungen mit dem Mastergleichungsansatz für den Grenzfall kleiner Tunnelleitwerte hervorgeht (Farhangfar et al., 1997) und bei mittleren oder kleinen Leitwerten nicht gegen (B.14) vernachlässigt werden kann. Dieser Term ist in der Literatur nur in den Gesamtausdrücken für die Sonderfälle des Einzelelektronentransistors (Golubev et al., 1997; Göppert und Grabert, 2000) und des eindimensionalen homogenen Feldes (Farhangfar et al., 2001) angegeben und führt dort zu einem Anteil des quadratischen Koeffizienten von $E_C^2/15$ im Gesamtleitwert.

Diese Sonderfälle zeichnen sich dadurch aus, dass bei ihnen alle Kontakte die gleiche Ladungsenergie $E_{C,j}$ besitzen und damit $E_C = E_{C,j}$ gilt, ohne dass eine Gewichtung durch die einzelnen Leitwerte eingeht. Deshalb ist nicht klar, wie sich dieser Summand auf die einzelnen Kontakte verteilt. Eine mögliche Annahme ist, dass jeder Kontakt mit einem quadratischen Koeffizienten

$$A_j = \left(\frac{3\zeta(3)}{2\pi^4} g_j^{\text{eff}} + \frac{1}{15} \right) E_{C,j}^2 \quad (\text{B.16})$$

beiträgt. Damit stimmt das Ergebnis für die Sonderfälle mit den Rechnungen von Göppert und Grabert (2000) und Golubev et al. (1997) für den Einzelelektronentransistor bzw. Farhangfar et al. (2001) für das eindimensionale homogene Feld überein.

Literaturverzeichnis

- [Averin und Likharev 1991] AVERIN, D. V. ; LIKHAREV, K. K.: Single electronics: a correlated transfer of single electrons and Cooper pairs in systems of small tunnel junctions. In: ALTSHULER, B. L. (Hrsg.) ; LEE, P. A. (Hrsg.) ; WEBB, R. A. (Hrsg.): *Mesoscopic Phenomena in Solids*. Niederlande : Elsevier Science Publishers B. V., 1991, S. 173–271
- [Averin und Nazarov 1992] AVERIN, D.V. ; NAZAROV, Yu. V.: *Macroscopic Quantum Tunneling of Charge and Co-Tunneling*. Kapitel 6. Siehe (Grabert und Devoret, 1992)
- [Chouvaev et al. 1999] CHOUVAEV, D. ; KUZMIN, L. S. ; GOLUBEV, D. S. ; ZAIKIN, A. D.: Strong tunneling and Coulomb blockade in a single-electron transistor. In: *Phys. Rev. B* 59 (1999), Nr. 16, S. 10599–10602
- [Cleland et al. 1990] CLELAND, A. N. ; SCHMIDT, J. M. ; CLARKE, J.: Charge fluctuations in small-capacitance junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990), Nr. 13, S. 1565–1568
- [Cleland et al. 1992] CLELAND, A. N. ; SCHMIDT, J. M. ; CLARKE, John: Influence of the environment on the Coulomb blockade in submicrometer normal-metal tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 45 (1992), Nr. 6, S. 2950–2960
- [Esteve 1992] ESTEVE, D.: *Transferring Electrons One By One*. Kapitel 3. Siehe (Grabert und Devoret, 1992)
- [Farhangfar et al. 1997] FARHANGFAR, Sh. ; HIRVI, K. P. ; KAUPPINEN, J. P. ; PEKOLA, J. P. ; TOPPARI, J. J.: One Dimensional Arrays and Solitary Tunnel Junctions in the Weak Coulomb Blockade Regime: CBT Thermometry. In: *J. Low. Temp. Phys.* 108 (1997), Nr. 1–2, S. 191–215
- [Farhangfar et al. 2001] FARHANGFAR, Sh. ; POIKOLAINEN, R. S. ; PEKOLA, J. P. ; GOLUBEV, D. S. ; ZAIKIN, A. D.: Coulomb blockade in one-dimensional arrays of high-conductance tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 63 (2001), S. 075309
- [Farhangfar et al. 1998] FARHANGFAR, Sh. ; TOPPARI, J. J. ; PASHKIN, Yu. A. ; MANNINEN, A. J.: Experiments on tunneling in small normal-metal junctions influenced by dissipative environment: Critical comparison to the theories of quantum fluctuations. In: *Europhys. Lett.* 43 (1998), Nr. 1, S. 59–64
- [Fulton und Dolan 1987] FULTON, T. A. ; DOLAN, G. J.: Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), S. 109–112

- [Golden und Halperin 1996] GOLDEN, John M. ; HALPERIN, Bertrand I.: Relation between barrier conductance and Coulomb blockade peak splitting for tunnel-coupled quantum dots. In: *Phys. Rev. B* 53 (1996), Nr. 7, S. 3893–3900
- [Golubev et al. 1997] GOLUBEV, D. S. ; KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd ; ZAIKIN, A. D.: Strong electron tunneling through mesoscopic metallic grains. In: *Phys. Rev. B* 56 (1997), Nr. 24, S. 15782–15792
- [Göppert 2002] GÖPPERT, Georg: 2002. – Private Mitteilung
- [Göppert und Grabert 2000] GÖPPERT, Georg ; GRABERT, Herbert: Single Electron Tunneling at Large Conductance: The Semiclassical Approach. In: *Eur. Phys. J. B* 16 (2000), Nr. 4, S. 687–706
- [Göppert und Grabert 1998] GÖPPERT, Georg ; GRABERT, Hermann: High-temperature conductance of the single-electron transistor. In: *Phys. Rev. B* 58 (1998), Nr. 16, S. R10155–R10158
- [Grabert und Devoret 1992] GRABERT, Hermann (Hrsg.) ; DEVORET, Michel H. (Hrsg.): *Single Charge Tunneling — Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*. New York : Plenum Press, 1992 (NATO ASI series. Series B, Physics Vol. 294). – ISBN 0-306-44229-9
- [Hirvi et al. 1995] HIRVI, K. P. ; KAUPPINEN, J. P. ; KOROTKOV, A. N. ; PAALANEN, M. A. ; PEKOLA, J. P.: Arrays of normal metal tunnel junctions in weak Coulomb blockade regime. In: *Appl. Phys. Lett.* 67 (1995), Nr. 14, S. 2096–2098
- [Ingold und Nazarov 1992] INGOLD, Gert-Ludwig ; NAZAROV, Yu. V.: *Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions*. Kapitel 2. Siehe (Grabert und Devoret, 1992)
- [Joyez et al. 1997] JOYEZ, P. ; BOUCHIAT, V. ; ESTEVE, D. ; URBINA, C. ; DEVORET, M. H.: Strong tunneling in the single electron transistor. In: *Phys. Rev. Lett.* 79 (1997), Nr. 7, S. 1349–1352
- [Joyez et al. 1998] JOYEZ, P. ; ESTEVE, D. ; DEVORET, M. H.: How is the Coulomb Blockade Suppressed in High-Conductance Tunnel Junctions? In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), Nr. 9, S. 1956–1959
- [Kautz et al. 1993] KAUTZ, R. L. ; ZIMMERLI, G. ; MARTINIS, John M.: Self-heating in the Coulomb-blockade electrometer. In: *J. Appl. Phys.* 73 (1993), Nr. 5, S. 2386–2396
- [König et al. 1995] KÖNIG, J. ; SCHOELLER, H. ; SCHÖN, G.: Resonant Tunneling and Coulomb Oscillations. In: *Europhys. Lett.* 31 (1995), Nr. 1, S. 31–36
- [König und Schoeller 1998] KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert: Strong tunneling in the Single-Electron Box. In: *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), Nr. 16, S. 3511–3514

- [König et al. 1998] KÖNIG, Jürgen ; SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Cotunneling at Resonance for the Single-Electron Transistor. In: *Phys. Rev. B* 58 (1998), Nr. 12, S. 7882–7892
- [Lafarge et al. 1991] LAFARGE, P. ; POTHIER, H. ; WILLIAMS, E. R. ; ESTEVE, D. ; URBINA, C. ; DEVORET, M. H.: Direct observation of macroscopic charge quantization. In: *Z. Phys. B - Condensed Matter* 85 (1991), S. 327–332
- [Limbach 1998] LIMBACH, Bernhard: *Untersuchung von Einzelelektronentransistoren auf der Basis von nanostrukturiertem Aluminium*, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 1998
- [Lotkhov et al. 2001] LOTKHOV, S. V. ; BOGOSLOVSKY, S. A. ; ZORIN, A. B. ; NIEMEYER, J.: Operation of a three-junction single-electron pump with on-chip resistors. In: *Appl. Phys. Lett.* 78 (2001), Nr. 7, S. 946–948
- [Matveev et al. 1996] MATVEEV, K. A. ; GLAZMAN, L. I. ; BARANGER, H. U.: Tunneling spectroscopy of quantum charge fluctuations in the Coulomb blockade. In: *Phys. Rev. B* 53 (1996), Nr. 3, S. 1034–1037
- [Niemeyer 1974] NIEMEYER, Jürgen: Eine einfache Methode zur Herstellung kleiner Josephson-Elemente. In: *PTB-Mitteilungen* 84 (1974), Nr. 4, S. 251
- [Pekola et al. 1994] PEKOLA, J. K. ; HIRVI, K. P. ; PAALANEN, M. A.: Thermometry by arrays of tunnel junctions. In: *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994), S. 2903–2906
- [Pohjola et al. 1999] POHJOLA, T. ; KÖNIG, J. ; SCHOELLER, H. ; SCHÖN, G.: Strong tunneling in double-island structures. In: *Phys. Rev. B* 59 (1999), Nr. 11, S. 7579–7589
- [Reif 1985] REIF, Frederick: *Statistische Physik und Theorie der Wärme*. 2. Auflage. Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 1985. – ISBN 3-11-010264-1
- [Schoelkopf et al. 1998] SCHOELKOPF, R. J. ; WAHLGREN, P. ; KOZHEVNIKOV, A. A. ; DELSING, P. ; PROBER, D. E.: The Radio-Frequency Single-Electron Transistor (RF-SET): A Fast and Ultrasensitive Electrometer. In: *Science* 280 (1998), S. 1238–1242
- [Schoeller und Schön 1994] SCHOELLER, Herbert ; SCHÖN, Gerd: Mesoscopic quantum transport: Resonant tunneling in the presence of a strong Coulomb interaction. In: *Phys. Rev. B* 50 (1994), Nr. 24, S. 18436–18452
- [Schön und Zaikin 1990] SCHÖN, G. ; ZAIKIN, A. D.: Quantum coherent effects, phase transitions, and the dissipative dynamics of ultrasmall junctions. In: *Physics Reports* 198 (1990), S. 238–412
- [Simmons 1963a] SIMMONS, J. G.: Generalized Formula for the Electric Tunnel Effect between Similar Electrodes Separated by a Thin Insulating Film. In: *J. Appl. Phys.* 34 (1963), Nr. 6, S. 1793–1803

- [Simmons 1963b] SIMMONS, J. G.: Low-Voltage Current-Voltage Relationship of Tunnel Junctions. In: *J. Appl. Phys.* 34 (1963), S. 238–239
- [Vion et al. 1995] VION, D. ; ORFILA, P. F. ; JOYEZ, P. ; ESTEVE, D. ; DEVORET, M. H.: Miniature electrical filters for single electron devices. In: *J. Appl. Phys.* 77 (1995), Nr. 6, S. 2519–2524
- [Wahlgren et al. 1998] WAHLGREN, P. ; DELSING, P. ; CLAESON, T. ; HAVILAND, D. B.: Effect of the electromagnetic environment on Coulomb blockade devices: Model, experiments, and method of analysis. In: *Phys. Rev. B* 57 (1998), Nr. 4, S. 2375–2381
- [Wahlgren et al. 1995] WAHLGREN, P. ; DELSING, P. ; HAVILAND, D. B.: Crossover from global to local rule for the Coulomb blockade in small tunnel junctions. In: *Phys. Rev. B* 52 (1995), Nr. 4, S. R2293–R2296
- [Wallisser et al. 2002] WALLISSER, C. ; LIMBACH, B. ; STEIN, P. vom ; SCHÄFER, R. ; THEIS, C. ; GÖPPERT, G. ; GRABERT, H.: Conductance of the single-electron transistor: A comparison of experimental data with Monte Carlo calculations. In: *Phys. Rev. B* 66 (2002), S. 125314
- [Wallisser 2002] WALLISSER, Christoph: Einzelelektronentransistoren im Regime kleiner Widerstände / Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Festkörperphysik. Karlsruhe : Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 2002 (FZKA 6712). – Forschungsbericht. – 124 S. – URL <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA6712.pdf>. zugl.: Universität Karlsruhe, Dissertation, 2002. – ISSN 0947-8620
- [Waugh et al. 1996] WAUGH, F. R. ; BERRY, M. J. ; CROUCH, C. H. ; LIVERMORE, C. ; MAR, D. J. ; WESTERVELT, R. M.: Measuring interactions between tunnel-coupled quantum dots. In: *Phys. Rev. B* 53 (1996), Nr. 3, S. 1413–1420
- [Waugh et al. 1995] WAUGH, F. R. ; BERRY, M. J. ; MAR, D. J. ; WESTERVELT, R. M. ; CAMPMAN, K. L. ; GOSSARD, A. C.: Single-Electron Charging in Double and Triple Quantum Dots with Tunable Coupling. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), Nr. 4, S. 705–708
- [van der Wiel et al. 2002] WIEL, W. G. van der ; FRANCESCHI, S. D. ; ELZERMAN, J. M. ; KOUWENHOVEN, L. P. ; FUJISAWA, T. ; TARUCHA, S.: *Electron transport through double quantum dots*. 2002. – Preprint arXiv:cond-mat/0205350
- [Wolf 1985] WOLF, E. L.: *Principles of Electron Tunneling Spectroscopy*. New York : Oxford University Press, 1985 (International series of monographs on physics no. 71). – ISBN 0-19-506154-3