

Erstellung eines Rechenverfahrens zur Ermittlung von Festigkeitskennwerten von Mehrschichtplatten

von

H. J. Blaß und P. Fellmoser

Diese Arbeit wurde gefördert durch die
Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V. mit Mitteln des
Deutschen Institutes für Bautechnik (DIBt) in Berlin.

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine
Abteilung Ingenieurholzbau
Universität Fridericiana Karlsruhe
Univ.-Professor Dr.-Ing. H. J. Blaß

2002

Vorwort

Mehrschichtplatten bestehen aus mehreren kreuzweise miteinander verklebten Lagen aus Nadelholz. Sie werden als tragende und aussteifende Bepunktungen sowie für alle Ausführungen, bei denen der Einsatz von Baufurniersperrholz (BFU) nach DIN 1052 erlaubt ist, eingesetzt.

Im Gegensatz zu Baufurniersperrholz, für das Steifigkeitskennwerte und zulässige Spannungen in Normen angegeben sind, werden Mehrschichtplatten aus Nadelholz über allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen geregelt. Die in den Zulassungen festgelegten Rechenwerte wurden direkt aus Versuchen an Platten abgeleitet. Ein einheitliches Rechenverfahren, mit dem aus dem Plattenaufbau und den Steifigkeits- bzw. Festigkeitseigenschaften der einzelnen Lagen auf die Eigenschaften der gesamten Platte geschlossen werden kann, wurde bisher nicht verwendet. Ziel dieser Arbeit ist es, ein Rechenverfahren zu entwickeln, mit dem alle für den planenden Ingenieur notwendigen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte der gesamten Platte in Abhängigkeit vom Plattenaufbau und der Beanspruchung bestimmt werden können.

Das Forschungsvorhaben entstand im Auftrag der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung (DGfH) mit finanzieller Unterstützung des Deutschen Institutes für Bautechnik (DIBt) in Berlin.

Die umfangreichen Untersuchungen wurden von Herrn Dipl.-Ing. Peter Fellmoser, der auch den Forschungsbericht erstellte, betreut und durchgeführt. Für die Vorbereitung der Prüfkörper und die Messungen waren die Mitarbeiter der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, insbesondere Johann Lafferthorn und Michael Deeg, verantwortlich. Bei der Auswertung und graphischen Darstellung der Ergebnisse haben die wissenschaftlichen Hilfskräfte des Lehrstuhls für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen gewissenhaft mitgewirkt.

Allen Beteiligten ist für die Mitarbeit zu danken.

Hans Joachim Blaß

Inhaltsverzeichnis

1	Problemstellung – Zielsetzung	1
1.1	Ausgangssituation	1
1.2	Forschungsziel	1
2	Berechnung von Mehrschichtplatten mit der Verbundtheorie	3
2.1	Grundlagen	3
2.2	Herleitung der modifizierten Aufbaufaktoren für Mehrschichtplatten	5
2.3	Ermittlung von Basiswerten für Mehrschichtplatten	11
3	Einfluss des Rollschubmoduls	16
3.1	Theoretische Untersuchungen	16
3.2	Messverfahren zur Bestimmung des Rollschubmoduls	19
4	Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren	29
4.1	Grundlagen des Schubanalogieverfahrens	29
4.2	Anwendung des Schubanalogieverfahrens zur Berechnung von Mehrschichtplatten	34
4.2.1	Ermittlung des wirksamen Biege-Elastizitätsmoduls $e_f E_m$	35
4.2.2	Ermittlung der Biege- und Schubspannungen	40
4.2.3	Ermittlung des wirksamen Schubmoduls $e_f G$	42
4.2.4	Verfeinertes Schubanalogieverfahren	44
4.3	Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit ANSYS	49
5	Berechnungsvorschlag	51
6	Auswertung von Prüfberichten	52
6.1	Schubmodul und Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene	52
6.2	Schubmodul und Scherfestigkeit in Plattenebene	54
6.3	Zugfestigkeit in Plattenebene	57
7	Zusammenfassung	61
8	Literatur	63

1 Problemstellung – Zielsetzung

1.1 Ausgangssituation

Mehrschichtplatten (MSP) bestehen aus mehreren kreuzweise miteinander verklebten Lagen aus Nadelholz. Die Orientierung der 4 - 13 mm dicken Decklagen entspricht im allgemeinen der primären Tragrichtung der Mehrschichtplatte. Der Aufbau der drei- oder fünfschichtigen Platten, die je nach Ausführung 13 - 80 mm dick sind, ist symmetrisch zur Mittellage. Die Plattendicke sowie auch die elastomechanischen Eigenschaften von Mehrschichtplatten können durch Variieren der Deck- und Mittellage verändert werden. Die Dicke der einzelnen Lagen ist bei Mehrschichtplatten im Gegensatz zu Baufurniersperrholz (BFU) deutlich größer. In Anlage A sind Mehrschichtplatten verschiedener Hersteller und deren Aufbauten aufgelistet.

Mehrschichtplatten werden als mittragende und aussteifende Beplankung für die Herstellung von Holztafeln (Wand-, Decken- und Dachtafeln) für Holzhäuser in Tafelbauart entsprechend DIN 1052-3 sowie für alle Ausführungen, bei denen der Einsatz von Baufurniersperrholz nach DIN 1052-1 bis -3 erlaubt ist, eingesetzt. Nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen für Mehrschichtplatten müssen mindestens 90% der Bretter mindestens der Sortierklasse S10 nach DIN 4074-1 entsprechen. Die übrigen Bretter müssen mindestens der Sortierklasse S7 entsprechen. Die Schwind- und Quellmaße dieser Platten sind in Plattenebene aufgrund der orthogonalen Verklebung der einzelnen Lagen gegenüber Vollholz stark reduziert.

Im Gegensatz zu Baufurniersperrholz sind die Bestimmungen für die Berechnung von Mehrschichtplatten durch allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen geregelt. Die angegebenen typengebundenen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte, mit denen die Berechnung erfolgt, sind dabei als Ersatzkennwerte für einen fiktiven, homogenen Plattenquerschnitt zu verstehen.

1.2 Forschungsziel

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wird das Tragverhalten von Mehrschichtplatten untersucht und ein Verfahren zur wirklichkeitsnahen Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Mehrschichtplatten erarbeitet. Die dabei ermittelten Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte sollen zur Berechnung von

Mehrschichtplatten in Abhängigkeit des Plattenaufbaus und der Beanspruchungsrichtung dienen.

Bei der Berechnung der kreuzweise verklebten Mehrschichtplatten werden die Steifigkeitsanteile der Querlagen berücksichtigt. Das Biegeverhalten bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene wird in diesen Schichten maßgebend von dem dort auftretenden Rollschub bestimmt.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden zunächst Versuche zur Ermittlung des Rollschubmoduls durchgeführt. Mit den Erkenntnissen über die Größe des Rollschubmoduls wurde das Tragverhalten von Mehrschichtplatten untersucht. Zusätzlich wurden bereits durchgeführte Versuche bzw. Prüfzeugnisse verschiedener Hersteller von Mehrschichtplatten ausgewertet. Basierend auf den Ergebnissen dieser Untersuchungen wurde ein Vorschlag für die Berechnung von Mehrschichtplatten ausgearbeitet.

2 Berechnung von Mehrschichtplatten mit der Verbundtheorie

2.1 Grundlagen

Zum besseren Verständnis der folgenden Untersuchungen werden in Bild 1 die verschiedenen Beanspruchungsarten dargestellt. Grundsätzlich wird beim Tragverhalten von Mehrschichtplatten unterschieden zwischen der Beanspruchung als Platte (Biegung rechtwinklig zur Plattenebene) und als Scheibe (Beanspruchung in Plattenebene). Die elastomechanischen Eigenschaften sind zudem abhängig vom Winkel zwischen der Richtung der inneren Schnittgrößen bzw. der Spannungen und der Faserrichtung der Decklagen.

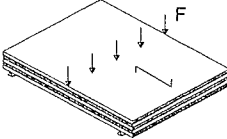
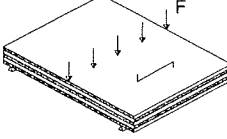
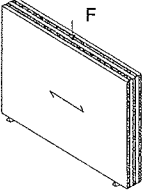
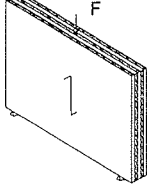
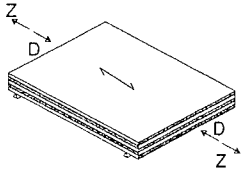
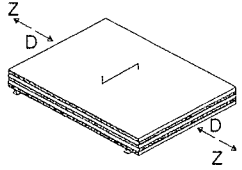
	parallel zu Faserrichtung der Decklagen	rechtwinklig zu Faserrichtung der Decklagen
Biegung rechtwinklig zur Plattenebene		
Biegung in Plattenebene		
Druck und Zug in Plattenebene		

Bild 1: Beanspruchungsarten

Unter den möglichen Beanspruchungsarten ist besonders das Tragverhalten der Platten bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene in Abhängigkeit vom Plattenaufbau von Bedeutung. Deshalb konzentrieren sich die Untersuchungen vor allem auf die Ermittlung der Biegesteifigkeit und Biegefestigkeit bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen.

Ein geeignetes Verfahren zur Berechnung von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie beruht auf Basiswerten der Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte der einzelnen Lagen und Aufbau faktoren. Die Basiswerte berücksichtigen die Materialfestigkeit bzw. -steifigkeit parallel zur Faserrichtung, die Aufbau faktoren den Platten aufbau.

Ausgangspunkt der Untersuchungen ist das Berechnungsverfahren für Baufurniersperrholz aus Buche (BFU-BU) [4]. Dabei wird für den aus Schichten unterschiedlicher Steifigkeit und Festigkeit zusammengesetzten Plattenquerschnitt eine Ersatzsteifigkeit und eine Ersatzfestigkeit zugrunde gelegt. Unter der Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte kann somit der Plattenquerschnitt als homogener Vollquerschnitt berechnet werden.

Zur Ermittlung der wirksamen mechanischen Kennwerte dienen Aufbau faktoren. Diese dimensionslosen Parameter berücksichtigen beim Berechnungsverfahren für Baufurniersperrholz nur die Steifigkeit und die Festigkeit der Querschnittsanteile, die parallel zur Faserrichtung belastet werden. Die Steifigkeitsanteile der rechtwinklig zur Faserrichtung belasteten Lagen werden nicht berücksichtigt.

Der Aufbau faktor γ (Gleichung (2)) wird zur Berechnung der Biegefestigkeit und des Elastizitätsmoduls von BFU-BU bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen eingesetzt. Die wirksame Biegesteifigkeit wird nach folgender Gleichung berechnet:

$$ef EI = \gamma \cdot EI_{\text{Voll}} \quad (1)$$

Bei der Berechnung des Aufbau faktors γ wird nur der Anteil der Lagen parallel zur Faserrichtung der Decklagen am Flächenmoment 2. Grades des vollen Plattenquerschnitts mit m Lagen berücksichtigt [4]:

$$\gamma_m = \frac{a_m^3 - a_{m-2}^3 + a_{m-4}^3 - \dots \pm a_1^3}{a_m^3} \quad (2)$$

Der Aufbau faktor δ (Gleichung (3)) wird zur Berechnung der Biegefestigkeit und des Elastizitätsmoduls von BFU-BU bei Biegung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen eingesetzt. Ebenso wird δ auch bei Zug- und Druckbeanspruchung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen zur Berechnung der Zug- bzw. Druckfestigkeit angewendet. Berücksichtigt wird nur der Anteil der Lagen parallel zur Faserrichtung der Decklagen am vollen Plattenquerschnitt mit m Lagen [4].

$$\delta_m = \frac{a_m - a_{m-2} + a_{m-4} - \dots \pm a_1}{a_m} \quad (3)$$

Der Aufbaufaktor α (Gleichung (4)) berücksichtigt bei der Berechnung der Biegefestigkeit von BFU-BU bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen, dass die äußere Lage nicht bis zum Versagen mitträgt. Der Faktor α beschreibt das Verhältnis der Lagendickensumme zur Gesamtplattendicke bei m Lagen [4].

$$\alpha_m = \frac{a_{m-2}}{a_m} \quad (4)$$

Zur Veranschaulichung der Aufbaufaktoren bzw. der Bezeichnung der Lagen wird in Bild 2 der Plattenaufbau von Sperrholz dargestellt.

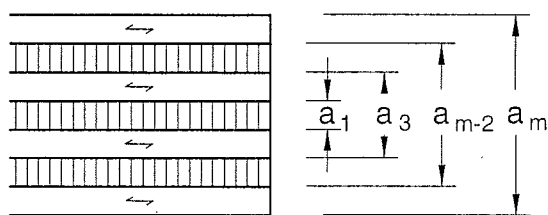


Bild 2: Aufbau von Sperrholz

Zur Bestimmung der Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften von Baufurniersperrholz bei Beanspruchung rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen wird der Aufbaufaktor γ durch $(1 - \gamma)$ bzw. δ durch $(1 - \delta)$ ersetzt. Mit Hilfe dieser Aufbaufaktoren und festgelegten Mindestbasiswerten (vgl. [4]) können die Werte der elastomechanischen Eigenschaften von Baufurniersperrholz aus Buche in Abhängigkeit des Plattenaufbaus und der Belastungsrichtung bestimmt werden.

2.2 Herleitung der modifizierten Aufbaufaktoren für Mehrschichtplatten

Bei der Anwendung des in Kapitel 2.1 beschriebenen Berechnungsverfahrens für Baufurniersperrholz aus Buche werden die Steifigkeitsanteile der rechtwinklig zur Faserrichtung belasteten Lagen nicht berücksichtigt. Die Anwendung dieser Aufbaufaktoren ohne Berücksichtigung der Steifigkeitsanteile der Querlagen führt jedoch bei der Berechnung von Mehrschichtplatten vor allem bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen zu falschen Ergebnissen. Bei der Berechnung von Mehrschichtplatten können diese

Steifigkeitsanteile nicht mehr vernachlässigt werden. Deshalb werden die zur Berechnung von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie benötigten Aufbaufaktoren modifiziert: die Steifigkeitsanteile sowohl der parallel zur Faserrichtung belasteten Lagen als auch der rechtwinklig zur Faserrichtung belasteten Lagen werden berücksichtigt. Das Verhältnis der Elastizitätsmoduln bei Beanspruchung parallel (E_0) und rechtwinklig (E_{90}) zur Faserrichtung wird mit einem für Nadelholz typischen Wert von $E_0 / E_{90} = 30$ gewählt. Die zur Berechnung der Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften benötigten modifizierten Aufbaufaktoren können anhand der mechanischen Eigenschaften der Mehrschichtplatten bzw. der einzelnen Lagen hergeleitet werden.

Die Herleitung des Aufbaufaktors $\gamma_{m,0}$ erfolgt am Beispiel einer Fünfschichtplatte (Bild 3), die auf Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen beansprucht wird. Der Aufbaufaktor $\gamma_{m,0}$ wird zur Berechnung der Biegefestigkeit und des Elastizitätsmoduls bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen eingesetzt.

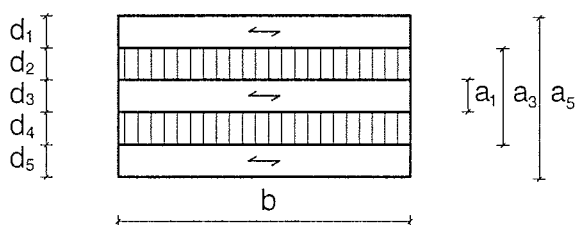


Bild 3: Fünfschichtplatte bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen

Die Biegesteifigkeit der gesamten Platte setzt sich aus der Summe der Biegesteifigkeiten der einzelnen Lagen zusammen:

$$\begin{aligned}
 E_{m,0} \cdot I &= \sum E_i \cdot I_i & (5) \\
 &= E_0 \cdot \left[\frac{b \cdot d_3^3}{12} + \frac{2 \cdot b \cdot d_1^3}{12} + \left(\left(\frac{d_3}{2} + d_2 + \frac{d_1}{2} \right)^2 \cdot b \cdot d_1 \right) \cdot 2 \right] + \\
 &E_{90} \cdot \left[\frac{2 \cdot b \cdot d_2^3}{12} + \left(\left(\frac{d_2}{2} + \frac{d_3}{2} \right)^2 \cdot b \cdot d_2 \right) \cdot 2 \right]
 \end{aligned}$$

Mit

$$b = 1 \quad (6)$$

$$2 \cdot d_1 = a_5 - a_3 \quad (7)$$

$$2 \cdot d_2 = a_3 - a_1 \quad (8)$$

$$d_3 = a_1 \quad (9)$$

ergibt sich aus Gleichung (5):

$$E_{m,0} \cdot I = E_0 \cdot \left(\frac{a_5^3}{12} - \frac{a_3^3}{12} + \frac{a_1^3}{12} \right) + E_{90} \cdot \left[\frac{\left(\frac{a_3 - a_1}{2} \right)^3}{6} + \left(\left(\frac{a_3 - a_1}{4} + \frac{a_1}{2} \right)^2 \cdot \frac{a_3 - a_1}{2} \right) \cdot 2 \right] \quad (10)$$

Das Flächenmoment 2. Grades der gesamten Platte wird mit Hilfe der Gleichungen (6) bis (9) zu:

$$I = I_{\text{ges}} = \frac{b \cdot (2 \cdot d_1 + 2 \cdot d_2 + d_3)^3}{12} = \frac{a_5^3}{12} \quad (11)$$

Gleichung (11) eingesetzt in Gleichung (10):

$$\frac{E_{m,0}}{E_0} = \frac{a_5^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_3^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1^3}{a_5^3} = \gamma_{5,0} \quad (12)$$

Somit gilt allgemein für Mehrschichtplatten mit m Lagen:

$$\gamma_{m,0} = \frac{a_m^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2}^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4}^3 - \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1^3}{a_m^3} \quad (13)$$

Die Herleitung des modifizierten Aufbaufaktors $\gamma_{m,90}$ erfolgt analog der Herleitung des Aufbaufaktors $\gamma_{m,0}$ an einer Fünfschichtplatte, die auf Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen beansprucht wird. Dabei wird der Anteil aller Lagen am Flächenmoment 2. Grades des vollen Plattenquerschnitts berücksichtigt. Der Aufbaufaktor $\gamma_{m,90}$ wird zur Berechnung der Biegefestigkeit und des Elastizitätsmoduls bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene

und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen angewendet. Somit gilt allgemein für Mehrschichtplatten mit m Lagen:

$$\gamma_{m,90} = \frac{\frac{E_{90}}{E_0} \cdot a_m^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2}^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4}^3 + \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1^3}{a_m^3} \quad (14)$$

Die Herleitung des modifizierten Aufbaufaktors $\delta_{m,0}$ erfolgt an einer Fünfschichtplatte, die auf Biegung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen beansprucht wird (Bild 4). Der Aufbaufaktor $\delta_{m,0}$ wird sowohl zur Berechnung der Biegefestigkeit und des Elastizitätsmoduls bei Beanspruchung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen angewendet als auch zur Berechnung von Zug- und Druckfestigkeit bei Beanspruchung parallel zur Faserrichtung der Decklagen.

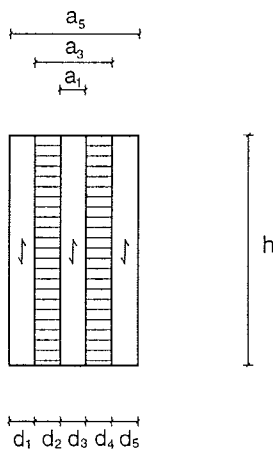


Bild 4: Fünfschichtplatte bei Beanspruchung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen

Zur Herleitung des Aufbaufaktors $\delta_{m,0}$ wird der gleiche Ansatz verwendet wie bei der Herleitung des Aufbaufaktors $\gamma_{m,0}$. Anstelle der Breite b wird hier die Höhe h eingesetzt. Somit gilt allgemein für Mehrschichtplatten mit m Lagen:

$$\delta_{m,0} = \frac{a_m - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4} - \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1}{a_m} \quad (15)$$

Der Aufbaufaktor $\delta_{m,90}$ wird zur Berechnung der Festigkeit und des Elastizitätsmoduls bei Biege-, Zug- und Druckbeanspruchung in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen angewendet. Die Herleitung des modifizierten

Aufbaufaktors $\delta_{m,90}$ erfolgt analog der Herleitung des Aufbaufaktors $\delta_{m,0}$ an einer Fünfschichtplatte, deren Beanspruchung in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen ist. Somit gilt allgemein für Mehrschichtplatten mit m Lagen:

$$\delta_{m,90} = \frac{\left(\frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_m + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2} - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4} + \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1}{a_m} \quad (16)$$

Tabelle 1 enthält eine Zusammenstellung der Aufbaufaktoren aus dem Berechnungsverfahren für Baufurniersperrholz und der modifizierten Aufbaufaktoren für Mehrschichtplatten. In Tabelle 2 und Tabelle 3 ist das Berechnungsverfahren zur Ermittlung von Steifigkeits- und Festigkeitskennwerten von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie schematisch dargestellt.

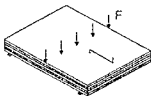
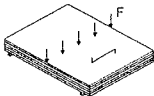
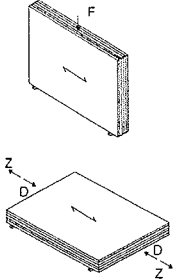
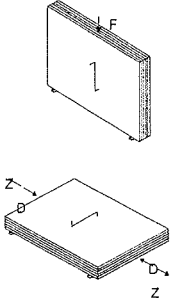
	einfache Aufbaufaktoren	modifizierte Aufbaufaktoren
	$\frac{a_m^3 - a_{m-2}^3 + a_{m-4}^3 - \dots \pm a_1^3}{a_m^3}$	$\frac{a_m^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2}^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4}^3 - \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1^3}{a_m^3}$
	$\frac{a_{m-2}^3 - a_{m-4}^3 + \dots \pm a_1^3}{a_m^3}$	$\frac{\frac{E_{90}}{E_0} \cdot a_m^3 + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2}^3 - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4}^3 + \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1^3}{a_m^3}$
	$\frac{a_m - a_{m-2} + a_{m-4} - \dots \pm a_1}{a_m}$	$\frac{a_m - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2} + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4} - \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1}{a_m}$
	$\frac{a_{m-2} - a_{m-4} + \dots \pm a_1}{a_m}$	$\frac{\left(\frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_m + \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-2} - \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_{m-4} + \dots \pm \left(1 - \frac{E_{90}}{E_0}\right) \cdot a_1}{a_m}$

Tabelle 1: modifizierte Aufbaufaktoren für Mehrschichtplatten

Art der Beanspruchung	zur Faserrichtung der Decklagen	Festigkeitskennwert	allgemeine Berechnungsformel
Plattenbeanspruchung			
Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	parallel	$f_{m,0}$	$BW \cdot \gamma_{m,0}$
	rechtwinklig	$f_{m,90}$	$BW \cdot \gamma_{m,90} / \alpha_m$
Scheibenbeanspruchung			
Biegung in Plattenebene	parallel	$f_{m,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$f_{m,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$
Zug in Plattenebene	parallel	$f_{t,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$f_{t,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$
Druck in Plattenebene	parallel	$f_{c,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$f_{c,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$

Tabelle 2: Ermittlung der Festigkeitskennwerte von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie mit Basiswerten und modifizierten Aufbauaktoren

Art der Beanspruchung	zur Faserrichtung der Decklagen	Steifigkeitskennwert	allgemeine Berechnungsformel
Plattenbeanspruchung			
Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	parallel	$E_{m,0}$	$BW \cdot \gamma_{m,0}$
	rechtwinklig	$E_{m,90}$	$BW \cdot \gamma_{m,90}$
Scheibenbeanspruchung			
Biegung in Plattenebene	parallel	$E_{m,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$E_{m,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$
Zug in Plattenebene	parallel	$E_{t,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$E_{t,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$
Druck in Plattenebene	parallel	$E_{c,0}$	$BW \cdot \delta_{m,0}$
	rechtwinklig	$E_{c,90}$	$BW \cdot \delta_{m,90}$

Tabelle 3: Ermittlung der Steifigkeitskennwerte von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie mit modifizierten Aufbauaktoren und Basiswerten

Die Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte von Mehrschichtplatten können mit Hilfe der oben hergeleiteten modifizierten Aufbaufaktoren und Basiswerte nach der Verbundtheorie berechnet werden. Die Aufbaufaktoren berücksichtigen dabei den Plattenaufbau, die Basiswerte (BW) die Materialfestigkeit bzw. -steifigkeit parallel zur Faserrichtung. Im Gegensatz zu dem Berechnungsverfahren für Baufurniersperrholz aus Buche sind für Mehrschichtplatten noch keine Basiswerte zur Ermittlung von Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte bekannt. Deshalb wurden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens Basiswerte für Mehrschichtplatten ermittelt.

2.3 Ermittlung von Basiswerten für Mehrschichtplatten

Für die Ermittlung von Basiswerten für Mehrschichtplatten wurden 22 Prüfberichte mit 64 verschiedenen Typen von Mehrschichtplatten unterschiedlicher Hersteller ausgewertet. Insgesamt standen 190 Einzelwerte zur Verfügung. Dabei wurden für jede Mehrschichtplatte die Basiswerte so gewählt, dass der nach Tabelle 2 berechnete Festigkeitskennwert (bzw. der nach Tabelle 3 berechnete Steifigkeitskennwert) mit der Festigkeit (bzw. Steifigkeit) aus dem jeweiligen Prüfbericht übereinstimmt. Für die Ermittlung der Basiswerte für Mehrschichtplatten wurde ein Verhältnis von $E_0 / E_{90} = 30$ zur Berechnung der modifizierten Aufbaufaktoren gewählt.

Bild 5 bis Bild 8 beinhalten die Basiswerte von Mehrschichtplatten für Biegebeanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene (für die graphische Darstellung der Basiswerte wurden nur die Mittelwerte der Steifigkeiten bzw. Festigkeiten für jeden Plattentyp aus den Prüfberichten berücksichtigt). Der Aufbau der untersuchten Mehrschichtplatten kann Anlage B entnommen werden. Die Auswirkung durch die Berücksichtigung der Steifigkeitsanteile der rechtwinklig zur Faserrichtung belasteten Lagen bei der Berechnung der modifizierten Aufbaufaktoren wird besonders bei Belastung rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen deutlich: die Streuung der Basiswerte wird erheblich reduziert.

Bei den Basiswerten für die Biegefestigkeit bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen ist bemerkenswert, dass die Basiswerte mit zunehmendem Anteil der Querlagen sinken. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Biegespannungen in den Decklagen bei zunehmenden Anteil an Querlagen abnehmen und die Spannungsverteilung „völliger“ wird.

In Anlage B sind die Diagramme aus der Ermittlung der Basiswerte für Festigkeiten bzw. Steifigkeiten von Mehrschichtplatten für alle Beanspruchungsarten (Biegung rechtwinklig zur Plattenebene, Biegung in Plattenebene, Zug bzw. Druck in Plattenebene) zusammengefasst.

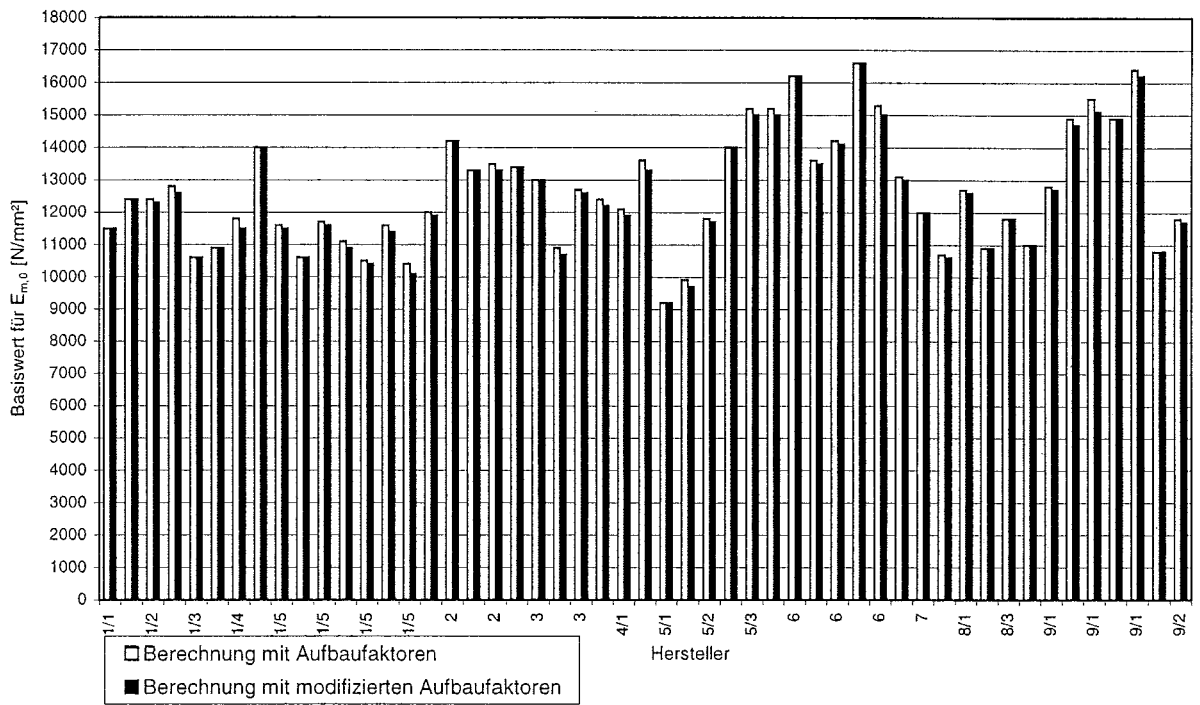


Bild 5: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen

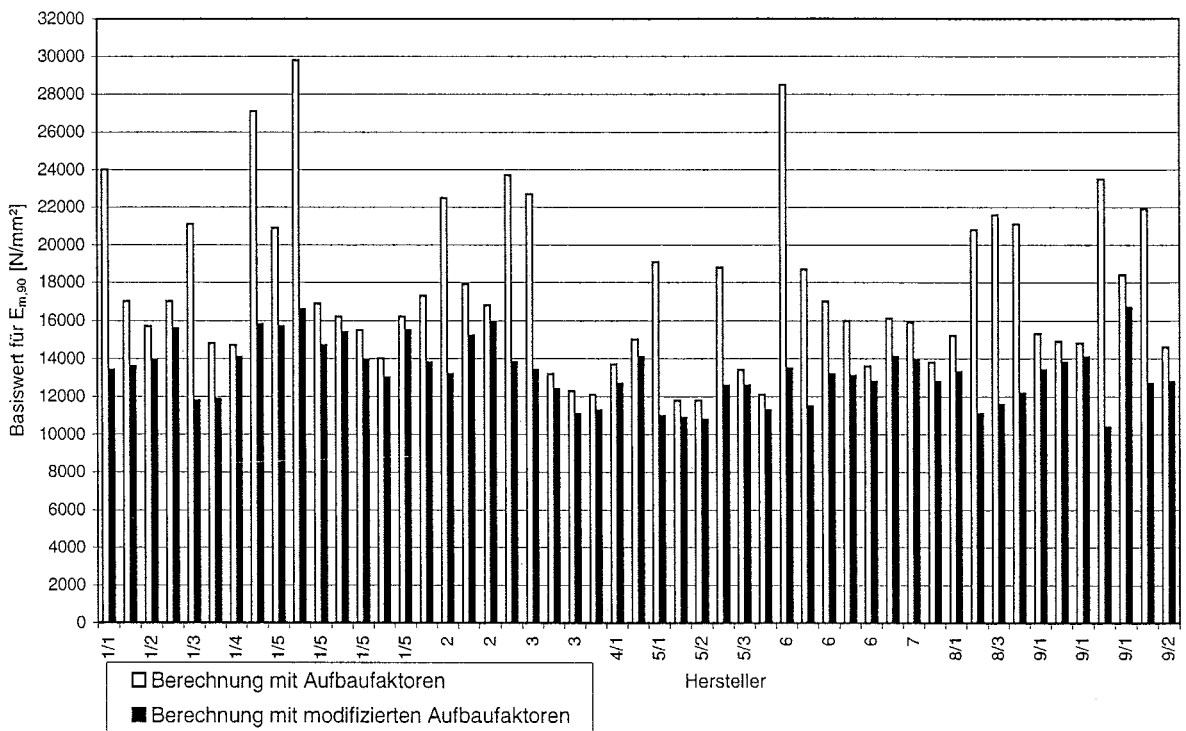


Bild 6: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

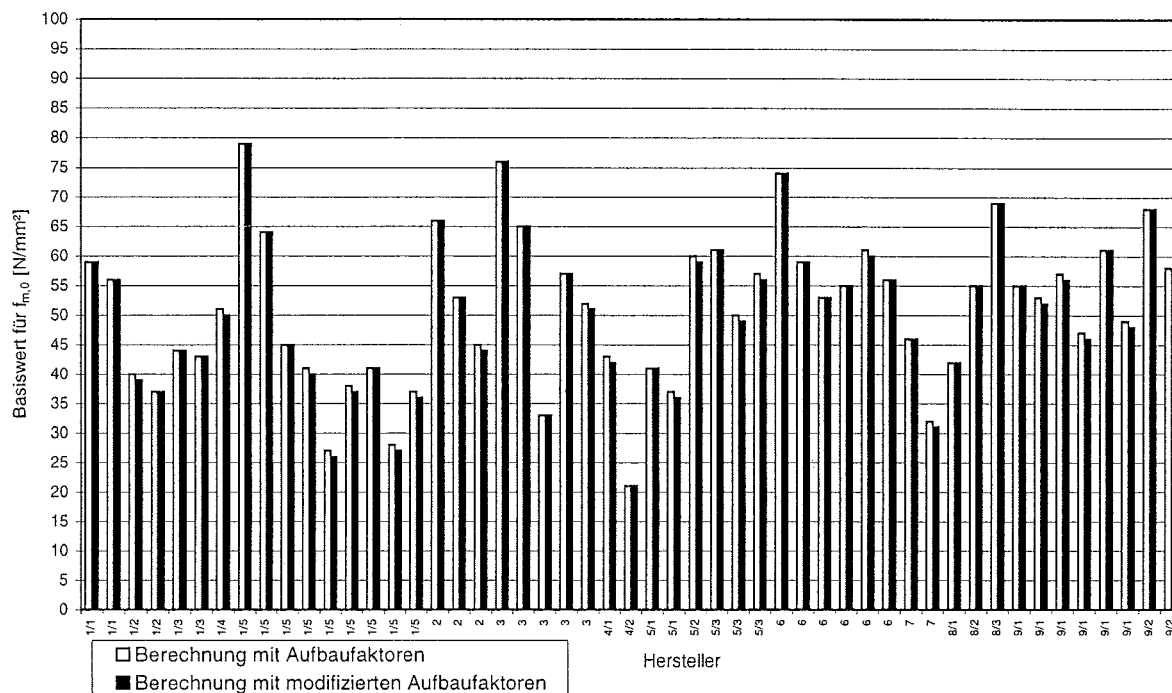


Bild 7: Basiswerte für Festigkeit bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen

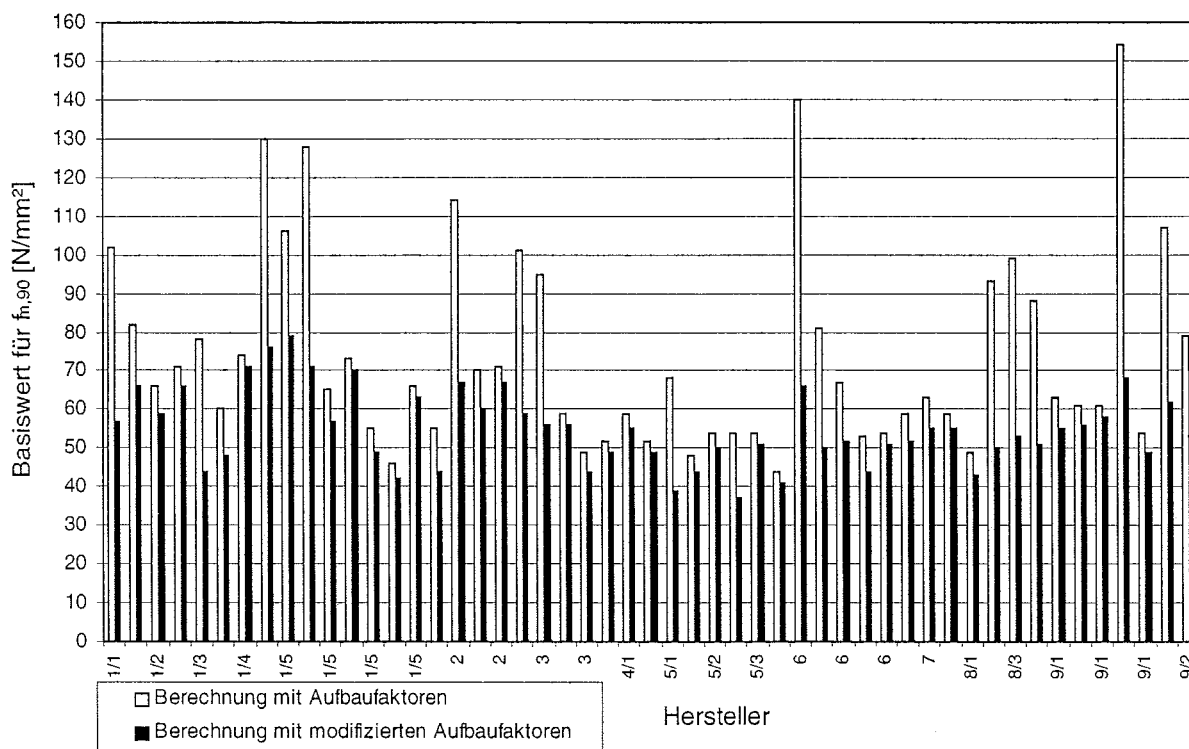


Bild 8: Basiswerte für Festigkeit bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

Tabelle 4 enthält die statistische Auswertung der Basiswerte von Mehrschichtplatten für alle Beanspruchungsarten, welche mit Einzelwerten aus den Prüfberichten ermittelt wurden. Die 5%-Fraktilewerte der Basiswerte wurden mit einer zweiparametrischen log-Normalverteilung bestimmt.

Basiswert für	n	min [N/mm ²]	mittel [N/mm ²]	max [N/mm ²]	Standard- abweichung [N/mm ²]	Variations- koeffizient [%]	5%- Fraktilewert [N/mm ²]
Plattenbeanspruchung							
f _{m,0}	190	19	54	97	14	26,0	33
f _{m,90}	189	27	52	85	12	23,2	34
E _{m,0}	190	8550	11975	16600	1825	15,3	9175
E _{m,90}	190	5800	12225	18250	1675	13,7	9450
Scheibenbeanspruchung							
f _{m,0}	130	26	57	106	17	29,4	33
f _{m,90}	125	25	57	116	16	28,6	34
f _{t,0}	130	17	38	73	10	26,8	23
f _{t,90}	120	12	35	67	11	31,4	19
f _{c,0}	110	35	48	67	7	15,0	37
f _{c,90}	110	37	50	71	7	13,7	40
E _{m,0}	130	7150	11975	17600	2275	19,2	8475
E _{m,90}	125	6050	11275	16400	2075	18,4	8075
E _{t,0}	50	9400	12100	16350	1575	13,0	9750
E _{t,90}	50	6050	11425	17550	2225	19,4	7875
E _{c,0}	9	2600	5500	7100	1725	31,5	-
E _{c,90}	9	2750	6300	8650	1800	28,5	-

Tabelle 4: Zusammenstellung der Basiswerte für Mehrschichtplatten

Die in Tabelle 4 angegebenen 5% - Fraktilwerte der Basiswerte von Mehrschichtplatten erlauben eine Einteilung in die Festigkeitsklasse C 30 für Nadelholz nach DIN EN 338. Dies unterlegt den Vergütungseffekt des Produkts Mehrschichtplatte, dessen Ausgangsmaterial nach den allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen aus mindestens 90% der Bretter der Festigkeitsklasse C24 oder besser und die übrigen Bretter mindestens der Festigkeitsklasse C16 bestehen muss.

Mit den Basiswerten nach Tabelle 4 und den modifizierten Aufbaufaktoren nach Tabelle 1 können somit die Festigkeiten und Steifigkeiten von Mehrschichtplatten in Abhängigkeit vom Plattenaufbau und der Beanspruchungsart nach der Verbundtheorie berechnet werden (Berechnungsschema siehe Tabelle 2 und Tabelle 3).

Bei der Anwendung der Verbundtheorie wird der Schubeinfluss vernachlässigt. Die wirksame Biegesteifigkeit einer Mehrschichtplatte ist bei der Verbundtheorie unabhängig vom Verhältnis Stützweite zu Plattendicke. In den folgenden Kapiteln wird der Schubeinfluss auf das Tragverhalten von Mehrschichtplatten untersucht. Dabei ist der in den Querlagen der Mehrschichtplatten auftretende Rollschubmodul von großer Bedeutung.

3 Einfluss des Rollschubmoduls

3.1 Theoretische Untersuchungen

Bei der Berechnung von Mehrschichtplatten dürfen die Steifigkeitsanteile der Querlagen nicht vernachlässigt werden. Das Biegeverhalten bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene wird in diesen Schichten maßgebend von dem dort auftretenden Rollschub („rolling shear“) bestimmt. In E DIN 1052 wird der Begriff „Rollschub“ wie folgt definiert: „Rollschub sind Schubspannungen, die in Ebenen rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes zu Verzerrungen führen“. Bild 9 zeigt schematisch die Beanspruchung infolge Rollschub, die durch Schubkräfte in einer Ebene rechtwinklig zur Faserrichtung hervorgerufen wird. Je nach Lagendicke treten entsprechend große Schubverformungen auf. Die Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte gilt infolge dieser Schubverformungen nicht mehr ohne weiteres.

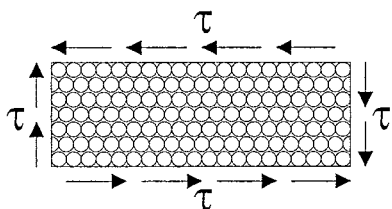


Bild 9: Rollschubbeanspruchung

Über die Größe des Rollschubmoduls gibt es mehrere Veröffentlichungen, wie zum Beispiel die Dissertation von *Neuhaus* [13]. In dieser Arbeit sind die Steifigkeitszahlen in den Hauptrichtungen radial und tangential angegeben. Der in dieser Dissertation angegebene Rollschubmodul beträgt 48 N/mm^2 (bei 9% Holzfeuchte) und wurde über Torsionsbeanspruchung an Stäben mit radialer, tangentialer und longitudinaler Ausrichtung ermittelt.

In E DIN 1052 wird für eine Beanspruchung infolge Rollschub ein Verhältnis von $G_{R,\text{mean}} / G_{\text{mean}} = 0,15$ für den Schubmodul angegeben. Für die dazugehörige Rollschubfestigkeit wird einheitlich für alle Festigkeitsklassen ein charakteristischer Wert $f_{R,k} = 0,4 \text{ N/mm}^2$ für Nadelholz angegeben.

Aicher untersucht in [1] mit Hilfe einer FE-Berechnung den Rollschubmodul bei Abweichung der Jahrringlagen von einer exakt radialen - tangentialen Ausrichtung gegenüber den Holzrändern. Dieser „scheinbare“ Rollschubmodul kann bei realistischen Jahrringlagen um das Vierfache größer sein als bei der reinen radialen - tangentialen Ausrichtung.

Neben einer FE-Berechnung kann der Einfluss der Jahrringlage auch mit Hilfe der Transformation des Werkstoffgesetzes abgeleitet werden. Dabei kann der Einfluss verschiedener Größen (Elastizitätsmodul, Schubmodul, Querdehnzahlen) schnell abgeschätzt werden. Die transformierte Elastizitätsmatrix ergibt sich zum Beispiel nach *Zienkiewicz* (1975) zu:

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & -2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \\ \sin \beta \cdot \cos \beta & -\sin \beta \cdot \cos \beta & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & -2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \\ \sin \beta \cdot \cos \beta & -\sin \beta \cdot \cos \beta & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{pmatrix}^T \quad (17)$$

mit β = Winkel der gedrehten Einheitsmatrix

Für $\beta = 0^\circ$ soll gelten:

$$S_{11} = 1 / E_T \quad S_{22} = 1 / E_R \quad S_{33} = 1 / G_{RT}$$

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurde der Einfluss der Jahrringlage auf die (scheinbaren) Elastizitätsmoduln und Schubmoduln in einem um den Winkel β gedrehten Koordinatensystem untersucht. Mit den in Tabelle 5 angegebenen Werten, welche von *Neuhaus* [13] zusammengestellt wurden, wurden die Transformationen der Elastizitätsmatrix nach Gleichung (17) durchgeführt.

	E_T [N/mm ²]	E_R [N/mm ²]	G_{RT} [N/mm ²]	S_{12} [10^{-3} mm ² /N]
Neuhaus (9%)	465	900	48	0,565
Hörig (9,8%)	400	700	37	0,6
Wommelsdorf (8,5%)	590	1300	(40)*	0,4

* gewählt (von Wommelsdorf nicht ermittelter Wert)

Tabelle 5: Zusammenstellung der Elastizitätszahlen

In Bild 10 sind die (scheinbaren) Elastizitätsmoduln und Schubmoduln bezogen auf ein um den Winkel β gedrehtes Koordinatensystem aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist der unterschiedliche Einfluss der Jahrringlage auf den Elastizitätsmodul bzw. Schubmodul. Bei kleinen Winkelabweichungen von 0° bzw. 90° erfolgt eine

große Abnahme des Elastizitätsmoduls, während sich der Schubmodul fast nicht verändert. Der Schubmodul steigt erst bei Winkeln zwischen 30° und 60° deutlich an, während sich der Elastizitätsmodul in diesem Bereich kaum ändert. Bild 11 zeigt die Abhängigkeit des Schubmoduls vom Elastizitätsmodul bei verschiedenen Winkeln β .

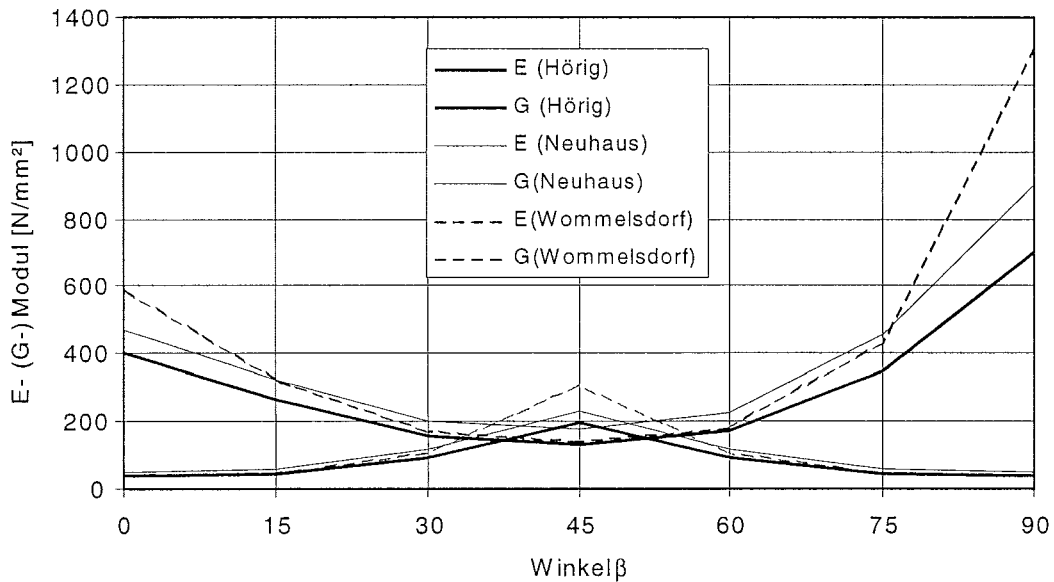


Bild 10: Elastizitätsmodul und Rollschubmodul in Abhängigkeit vom Winkel β

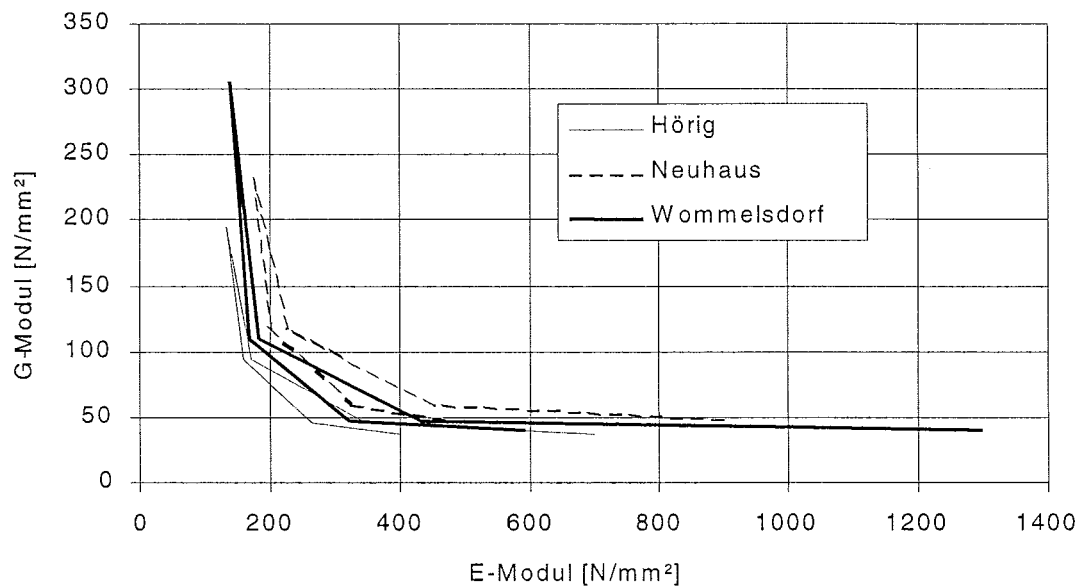


Bild 11: Rollschubmodul in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul bei unterschiedlichen Winkeln β

3.2 Messverfahren zur Bestimmung des Rollschubmoduls

In der Regel wird der Rollschubmodul an sehr kleinen, speziell vorgefertigten Proben durch Torsionsbeanspruchung ermittelt. Dieses Verfahren ist wegen des damit verbundenen Aufwandes für größere Untersuchungsserien nicht geeignet. Daher liegen bisher keine Untersuchungen in großem Umfang über den Rollschubmodul in Abhängigkeit von steifigkeitsrelevanten Holzeigenschaften wie Rohdichte oder Jahrringverlauf vor. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieses Forschungsvorhabens aus dem bekannten Verfahren der Bestimmung der Eigenfrequenz zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls (in Faserrichtung) ein Verfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls (rechtwinklig zur Faserrichtung) und des Rollschubmoduls abgeleitet.

Die Bestimmung der Eigenfrequenz eines frei schwingenden Stabes zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls (in Faserrichtung) ist u.a. in *Görlacher* [6] beschrieben. In Bild 12 ist schematisch der Versuchsaufbau dargestellt. Für die Differentialgleichung der Biegeschwingung wird eine Näherungslösung angegeben, die auch den Schubmodul berücksichtigt.

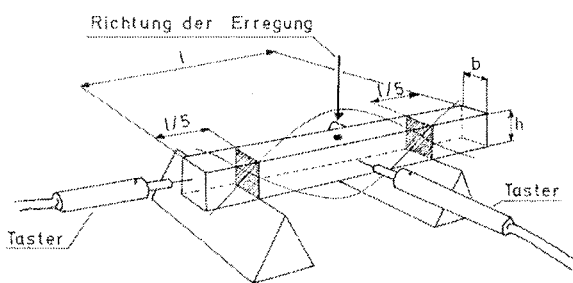


Bild 12: Versuch zur Bestimmung der Eigenfrequenz eines freischwingenden Stabes

Der Elastizitätsmodul lässt sich aus der Eigenfrequenz einer Biegeschwingung 1. Ordnung nach Gleichung (18) ermitteln:

$$E = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \ell^4 \cdot f_0^2 \cdot \rho}{500,6 \cdot i^2} \cdot \left(1 + \frac{i^2}{\ell^2} \cdot \left(49,48 + 12,3 \cdot s \cdot \frac{E}{G} \right) - \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot s \cdot i^2 \cdot f_0^2 \cdot \rho}{G} \right) \quad (18)$$

mit

ℓ = Probenlänge

f_0 = Eigenfrequenz der Biegeschwingung

ρ = Dichte

i = Trägheitsradius

E = Elastizitätsmodul

G = Schubmodul

s = Formfaktor (nach Hearmon [7] für Holz: $s = 1,06$)

Mit der Frequenz einer Biegeschwingung kann nach dieser Schwingungsgleichung bei bekannter Prüfkörpergeometrie und Dichte der Elastizitätsmodul eines Stabes berechnet werden. Bei Prüfkörpern mit großem ℓ / h – Verhältnis und / oder mit kleinem E / G – Verhältnis ist der Einfluss des Schubmoduls (bzw. E / G) gering, so dass eine grobe Abschätzung des Schubmoduls genügt. Umgekehrt kann bei bekanntem Elastizitätsmodul der Schubmodul berechnet werden, wenn Proben mit kleinem ℓ / h – Verhältnis und / oder mit großem E / G – Verhältnis gewählt werden.

Aus diesen Überlegungen wurde folgende Prüfkörpergeometrie gewählt (vgl. Bild 13): Hirnholzschnitt mit Abmessungen ca. 100 mm x 30 mm, Dicke in Faserrichtung ca. 15 mm.

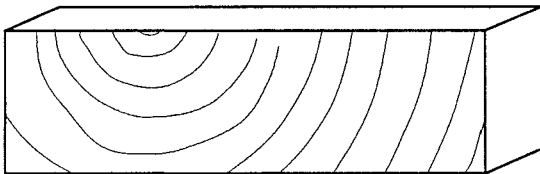


Bild 13: Prüfkörperform

Wird nun eine Biegeschwingung in Faserrichtung (flachkant) erzeugt, kann aus der gemessenen Eigenfrequenz der Elastizitätsmodul der Probe nach Gleichung (18) berechnet werden. Dabei genügt es, als Schubmodul einen Wert von 500 N/mm^2 anzunehmen, da der Schubeinfluss gering ist.

Aus der Eigenfrequenz der Biegeschwingung rechtwinklig zur Faserrichtung (hochkant) kann der Schubmodul (Rollschubmodul) berechnet werden, wenn der aus der Biegeschwingung in Faserrichtung ermittelte Elastizitätsmodul verwendet wird.

Mit einer FE-Berechnung wurde die Gültigkeit der Schwingungsgleichung (18) überprüft, da die Schwingungsgleichung bisher nicht für diese Prüfkörpergeometrien verwendet wurde. Insbesondere sollte untersucht werden, ob Querkontraktionen, die durch die Gleichung nicht erfasst werden, die Frequenz beeinflussen und dadurch das Ergebnis verfälschen.

Mit Hilfe eines FE-Programms (ABAQUS) wurden die Eigenfrequenzen im ebenen Spannungszustand einer Holzprobe mit folgenden Eigenschaften ermittelt:

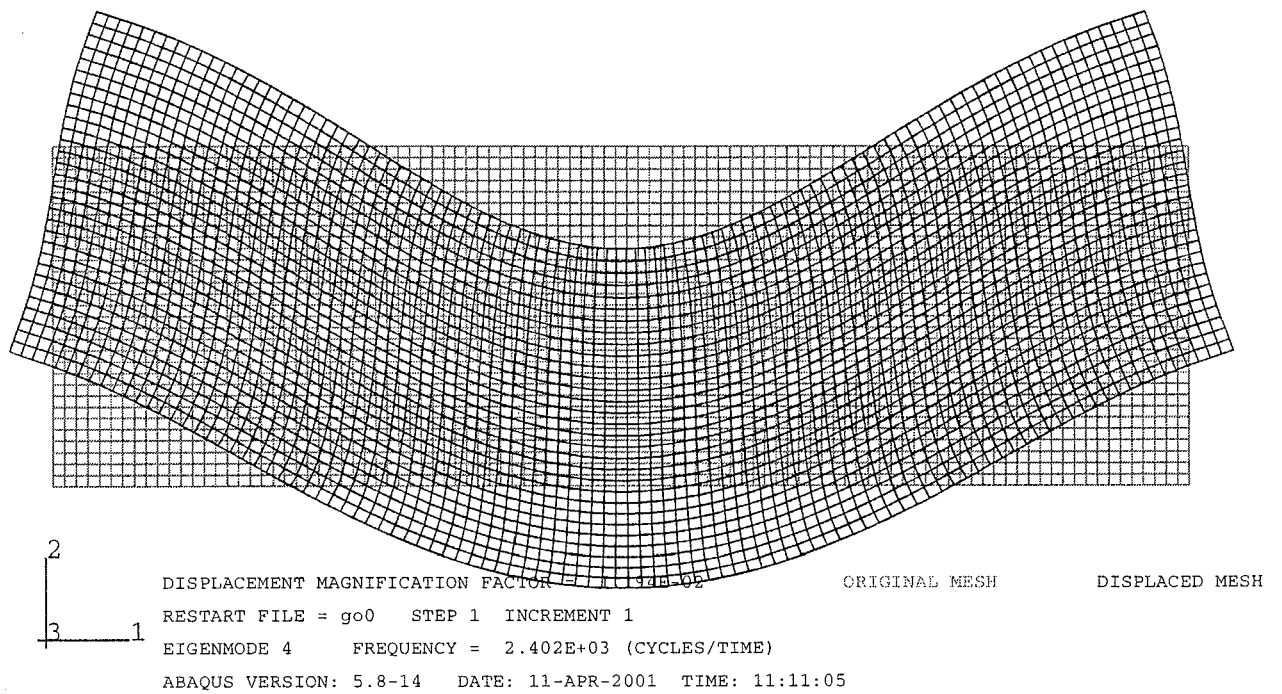
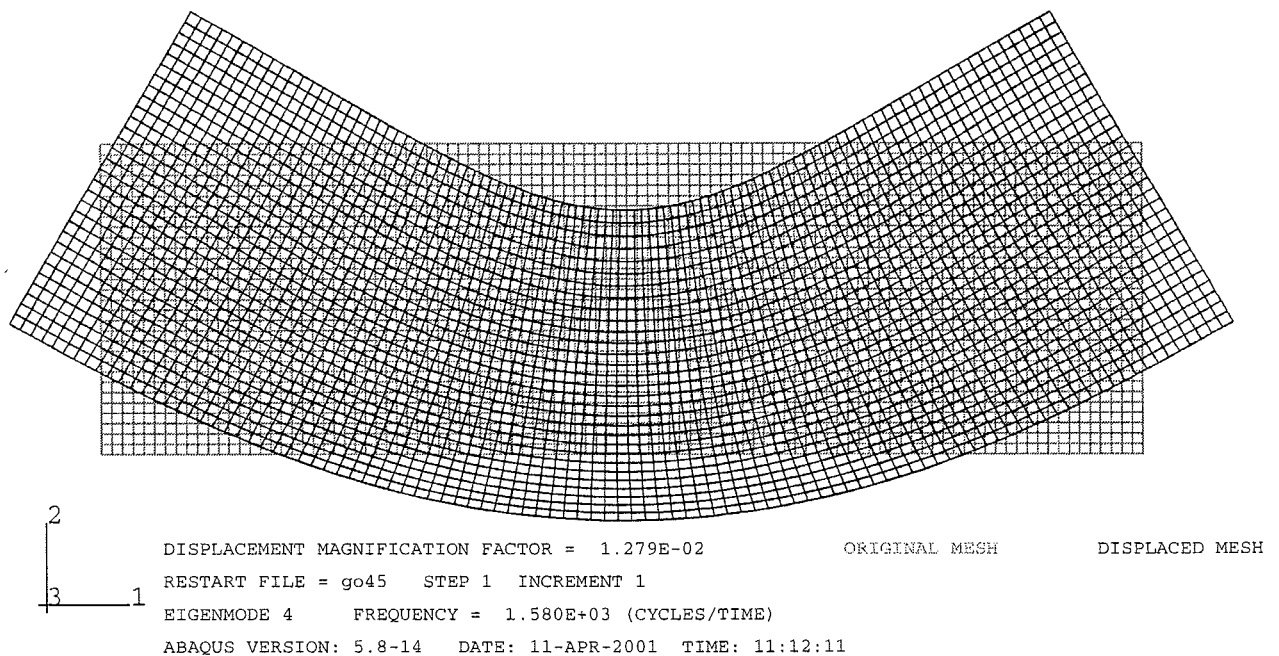
$$\begin{array}{lll}
 \text{Länge} = 100 \text{ mm} & E_1 = 1000 \text{ N/mm}^2 & S_{12} = 0,667 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{N} \\
 \text{Höhe} = 30 \text{ mm} & E_2 = 500 \text{ N/mm}^2 & G_{12} = 50 \text{ N/mm}^2 \\
 \text{Dichte} = 500 \text{ kg/m}^3 & & \\
 \beta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ \text{ und } 90^\circ. & &
 \end{array}$$

Die Frequenzen aus der FE-Berechnung sind in Abhängigkeit des Transformationswinkels β in Tabelle 6 zusammengestellt. Weiterhin sind Elastizitätsmodul und Schubmodul bezogen auf die Längsseite des Körpers angegeben. Setzt man diese Werte in Gleichung (18) ein und löst nach f_0 auf, erhält man die in Spalte 4 angegebenen Werte. Die Abweichungen von den Werten der FE-Berechnung sind gering, so dass Gleichung (18) mit hinreichender Genauigkeit für diese Prüfkörpergeometrien verwendet werden kann.

Bild 14 und Bild 15 zeigen die Schwingungsformen bei $\beta = 0^\circ$ und 45° . Deutlich ist zu erkennen, dass im Fall des nicht transformierten Systems Schubverformungen vorhanden sind, während bei einem Winkel von $\beta = 45^\circ$ praktisch keine Schubverformungen mehr erkennbar sind. Dies bedeutet aber auch, dass aus den Frequenzen bei einer Jahrringlage von 45° der Schubmodul nicht ermittelt werden kann. Diese Einschränkung ist jedoch nicht relevant, da der Schubmodul über die Transformation der Elastizitätsmatrix direkt mit dem Elastizitätsmodul zusammenhängt, so dass eine Abschätzung des Schubmoduls auch aus dem Elastizitätsmodul erfolgen kann.

β [°]	$f_0(\text{FE})$ [Hz]	E [N/mm ²]	G [N/mm ²]	$f_0(\text{Gl.18})$ [Hz]	$f_0(\text{FE})/f_0(\text{Gl.18})$ [-]
0	2402	1000	50	2463	0,98
30	1753	239	121	1724	1,02
45	1580	185	231	1565	1,01
60	1653	213	121	1639	1,01
90	2040	500	50	2068	0,99

Tabelle 6: Vergleich der Eigenfrequenzen aus FE-Berechnung und Schwingungsgleichung

Bild 14: Schwingungsform bei $\beta = 0^\circ$ Bild 15: Schwingungsform bei $\beta = 45^\circ$

Die theoretischen Ableitungen, insbesondere der Einfluss des Winkels β (Winkel zwischen Jahrringlage und Prüfkörperseite), wurden anhand von Versuchen überprüft. Um alle Winkel bei sonst gleichen Holzeigenschaften zu prüfen, wurden zunächst in einer ersten Versuchsreihe spezielle Proben gefertigt: 4 Brettabschnitte aus derselben Bohle mit überwiegend stehenden Jahrringen wurden aufeinandergeklebt. Aus diesem Block wurden Prüfkörper (30 mm x 100 mm x 15 mm) mit unterschiedlichen Winkeln herausgeschnitten. Bild 16 zeigt einige typische Prüfkörper.

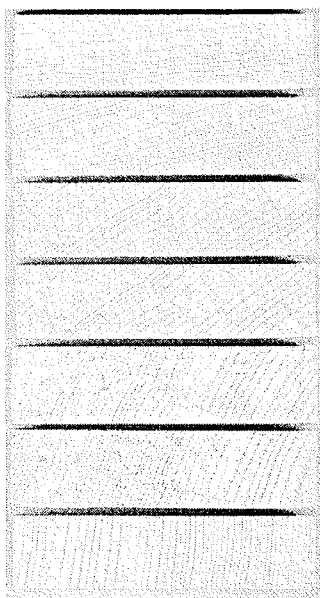


Bild 16: Jahrringverlauf der Prüfkörper aus der ersten Versuchsreihe

Bild 17 und Bild 18 zeigen die aus den Biegeschwingungen ermittelten Elastizitätsmoduln und Schubmoduln in Abhängigkeit vom Winkel β . Die eingezeichneten Kurven ergeben sich bei der Annahme von $E_R = 1200 \text{ N/mm}^2$, $E_T = 800 \text{ N/mm}^2$ und $G_{RT} = 30 \text{ N/mm}^2$.

Wie bereits erwähnt wurde, lässt sich bei Winkeln zwischen ca. 35° und 55° der Schubmodul aus einer Biegeschwingung nicht mehr genügend genau ermitteln, da in diesem Bereich die Schubverformungen und damit auch der Einfluss auf die Eigenfrequenz zu gering sind. In diesem Bereich ist der scheinbare Schubmodul deutlich größer als der scheinbare Elastizitätsmodul.

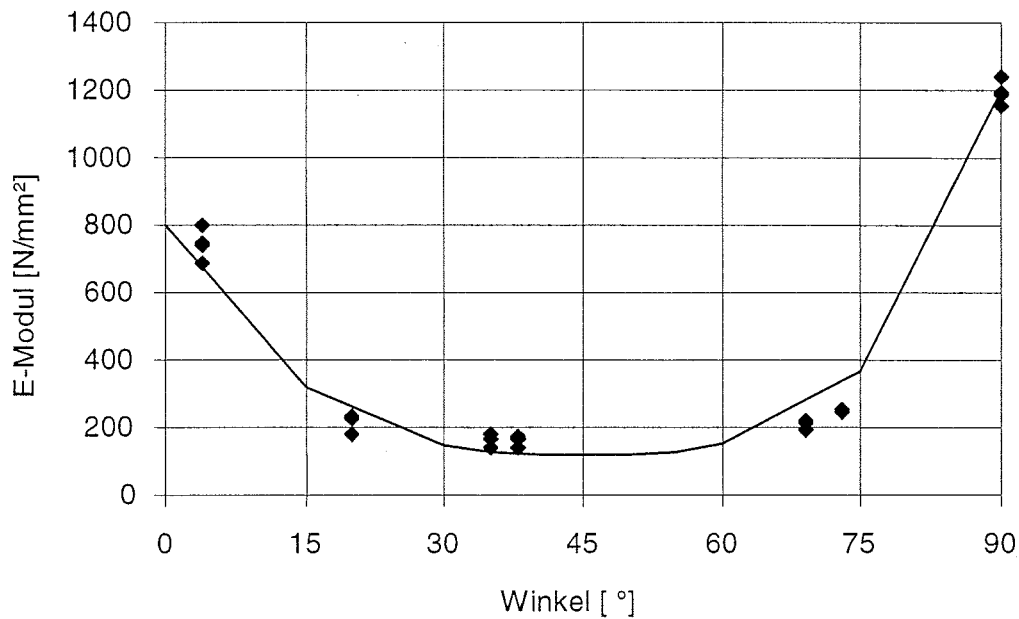


Bild 17: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit des Winkels β

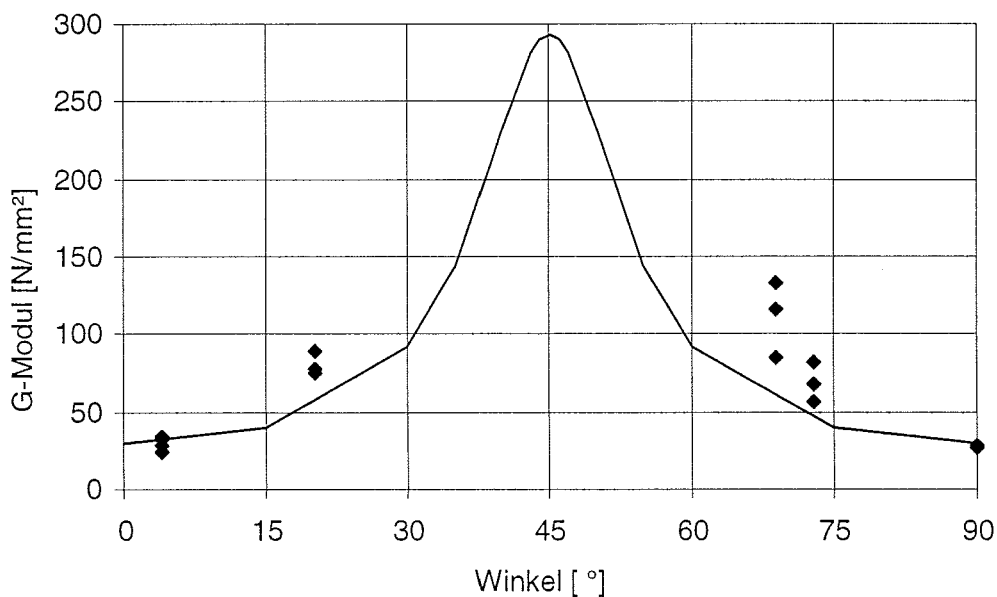


Bild 18: Rollschubmodul in Abhängigkeit des Winkels β

Zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls rechtwinklig zur Faserrichtung und des Rollschubmoduls an Proben mit realistischem Jahrringverlauf wurden an insgesamt 160 Brettern, die aus zwei Brettschichtholzbetrieben stammten, Proben mit einer Dicke von ca. 15 mm und den entsprechenden Querschnittsmaßen (125 mm x 40 mm und 150 mm x 33 mm) entnommen. Die meisten Proben wiesen einen Jahrringverlauf auf, wie er exemplarisch für vier Proben in Bild 19 gezeigt ist. Bei etwa 30 Proben lag die Markröhre innerhalb des Brettquerschnitts.

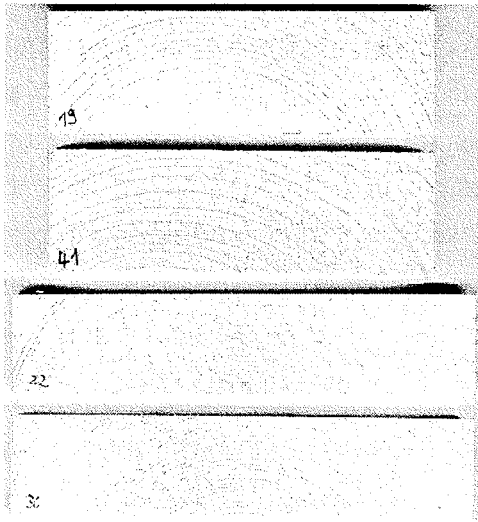


Bild 19: Jahrringverlauf der untersuchten Proben

An diesen Proben wurde nach dem beschriebenen Verfahren mittels Schwingungsmessung der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung und der Rollschubmodul ermittelt. Diese Werte sind in Abhängigkeit der Rohdichte in Bild 20 und Bild 21 aufgetragen. Dabei sind nur die Proben dargestellt, bei denen die Markröhre nicht innerhalb des Brettquerschnitts verläuft. Die entsprechenden Regressionsgleichungen sind ebenfalls angegeben.

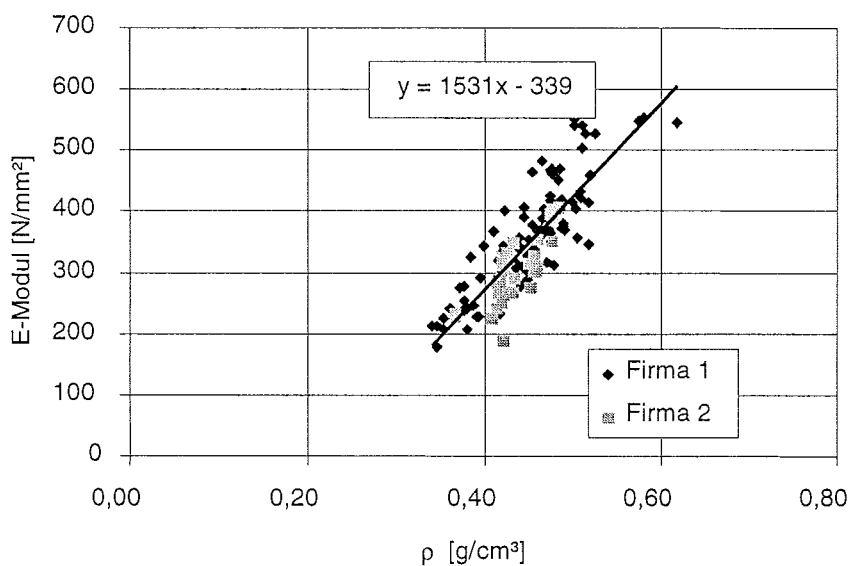


Bild 20: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Rohdichte

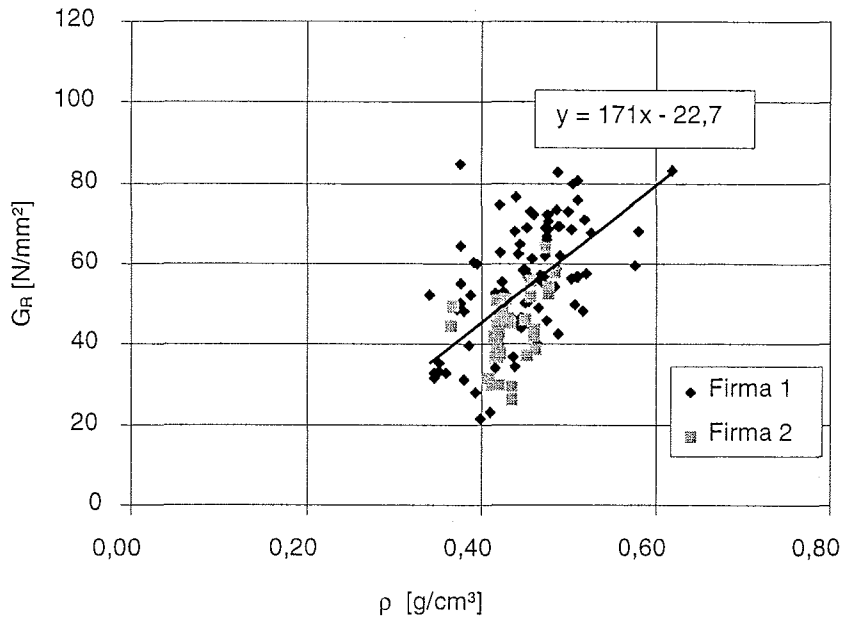


Bild 21: Rollschubmodul in Abhängigkeit der Rohdichte

Mit diesen Regressionsgleichungen können nun Elastizitätsmodul und Rollschubmodul auf eine Bezugsrohichte umgerechnet werden. Für eine Bezugsrohichte von 450 kg/m^3 ist in Bild 22 der Zusammenhang zwischen Rollschubmodul und Elastizitätsmodul dargestellt. In diesem Diagramm sind auch die Proben, bei denen die Markröhre innerhalb des Querschnitts lag, eingezeichnet. Diese Proben weisen einen deutlich höheren Elastizitätsmodul und einen geringeren Rollschubmodul auf als die übrigen Proben, was sich aufgrund der Jahrringordnung erklären lässt.

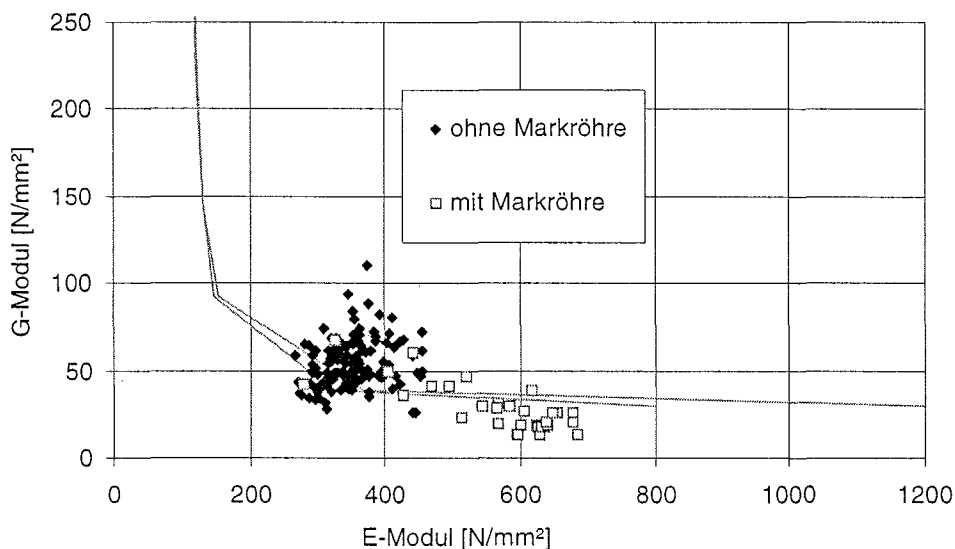


Bild 22: Rollschubmodul in Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls (umgerechnet auf eine Rohdichte von 450 kg/m^3)

Diese ersten Untersuchungen zeigen, dass der Rollschubmodul und der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung in hohem Maße von der Jahrringlage abhängen. Realistische Werte für den Rollschubmodul liegen ca. zwischen 40 N/mm^2 und 80 N/mm^2 . Rollschubmoduln über 100 N/mm^2 sind zumindest bei Brettquerschnitten wenig realistisch, da bedingt durch den Einschnitt von Brettern die dafür notwendigen Jahrringlagen in der Praxis nicht vorkommen.

Aufbauend auf der ersten Versuchsreihe wurde anschließend der Rollschubmodul und der zugehörige Elastizitätsmodul an Mittellagen von Dreischichtplatten bestimmt. Diese Werte wurden später als Eingangsgrößen für die Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Mehrschichtplatten eingesetzt.

Für diese zweite Versuchsreihe wurden Dreischichtplatten mit drei verschiedenen Nenndicken aufgetrennt. Aus den Mittellagen wurden an den Stirnseiten ca. 10 mm breite Streifen von jedem Brett abgetrennt. Somit wurden je nach Nenndicke der Mehrschichtplatten drei verschiedene Probenreihen hergestellt. Bild 23 zeigt eine Probe der Reihe 2-2 mit Kräfteerregung in Faserrichtung.

Reihe 2-1: $L \times B \times H = \text{ca. } 104 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$

Reihe 2-2: $L \times B \times H = \text{ca. } 46 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 17 \text{ mm}$

Reihe 2-3: $L \times B \times H = \text{ca. } 53 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 17 \text{ mm}$

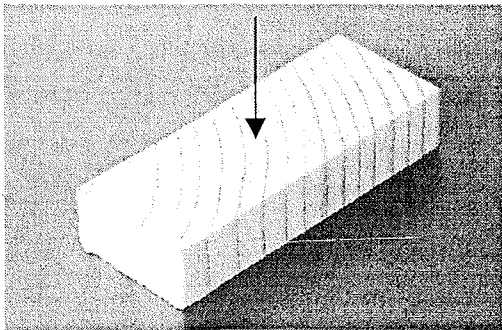


Bild 23: Probekörper der Reihe 2-2 mit Kräfteerregung in Faserrichtung

Mit dem eingangs dieses Kapitels beschriebenen Verfahren zur Bestimmung des Rollschubmoduls mittels Schwingungsmessung wurden insgesamt 112 Proben untersucht. Die Auswertung der Schwingungsmessungen ist in den folgenden Abbildungen zusammengefasst und bestätigt die Ergebnisse der ersten Versuchsreihe. In Bild 24 ist der Elastizitätsmodul der Prüfkörper in Abhängigkeit der Jahrringlage eingetragen. Bei kleinen Winkelabweichungen von 0° und 90° erfolgt eine große Abnahme des Elastizitätsmoduls.

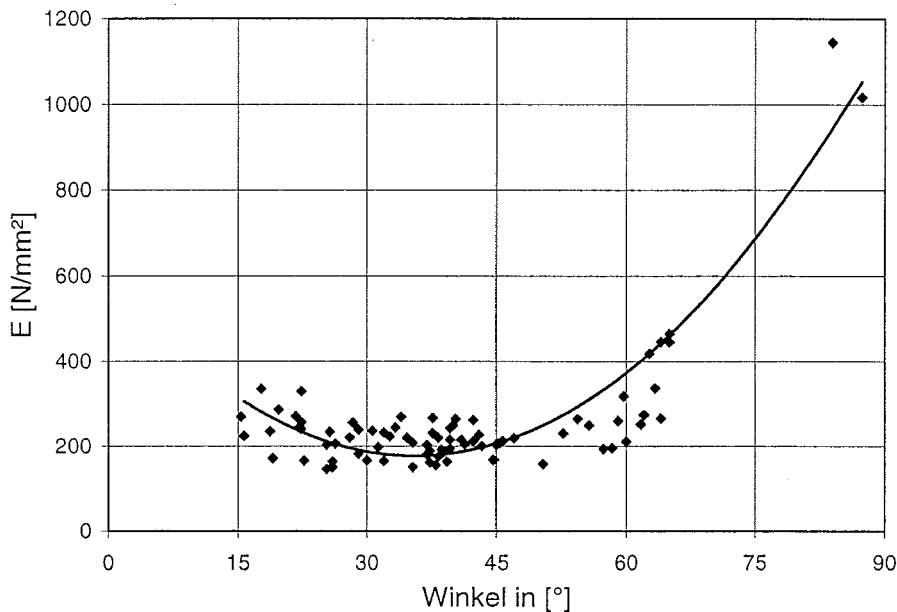


Bild 24: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit des Winkels β

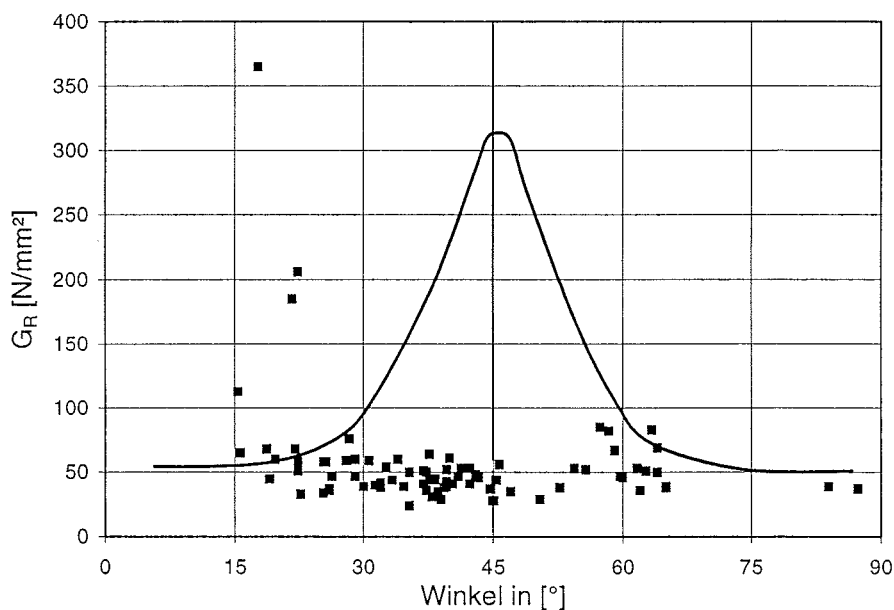


Bild 25: Rollschubmodul in Abhängigkeit des Winkels β

In Bild 25 ist der Rollschubmodul in Abhängigkeit von der Jahrringlage dargestellt. Auch hier ändert sich der Rollschubmodul bei kleinen Winkelabweichungen von 0° und 90° kaum. Bei Winkeln zwischen 35° und 55° lässt sich der Rollschubmodul aus einer Biegeschwingung nicht mehr genügend genau ermitteln. In diesem Bereich wurde der Rollschubmodul direkt aus dem Elastizitätsmodul abgeschätzt.

Für weitere Untersuchungen bezüglich des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten wird somit in den folgenden Kapiteln ein Rollschubmodul von 50 N/mm^2 bzw. 100 N/mm^2 angesetzt.

4 Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren

4.1 Grundlagen des Schubanalogieverfahrens

Das Tragverhalten von Mehrschichtplatten kann mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens nach *Kreuzinger* [8] untersucht werden. Dabei wird der Schubeinfluss im Gegensatz zur Verbundtheorie berücksichtigt. Mit dem Schubanalogieverfahren (SA), welches auch zur Berechnung von Biegeträgern mit nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen geeignet ist, können neben den unterschiedlichen Elastizitätsmoduln auch die unterschiedlichen Schubmoduln der einzelnen Brettlagen berücksichtigt werden. Dabei kann ein Querschnitt mit beliebig vielen Einzelteilen berechnet werden. Grundsätzlich erhält man beim Schubanalogieverfahren exakte Ergebnisse, wenn der Gesamtquerschnitt aus zwei Einzelquerschnitten besteht (Zweipunktquerschnitt). Das Schubanalogieverfahren ermöglicht eine Behandlung des Problems nachgiebig verbundener Biegeträger unter Berücksichtigung verschiedener Systeme (Mehrfeldträger, verschiedene Lagerungsarten) mit Stabwerksprogrammen mit Berücksichtigung von Schubverformungen.

Ein aus beliebig vielen Querschnittsteilen aufgebauter Träger besitzt eine Gesamtbiegesteifigkeit, eine Gesamtdehnsteifigkeit sowie eine Gesamtschubsteifigkeit, die aus der Schubsteifigkeit der einzelnen Querschnittsteile und der nachgiebigen Verbindung in den Fugen resultiert. Sowohl die einzelnen Lagen können sich in Geometrie und Material unterscheiden als auch die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel für jede Fuge.

Jede einzelne Lage i des Querschnitts erhält Längsspannungen. Aus der Verkrümmung der Lage entsteht eine Biegespannung, die von der Biegesteifigkeit der Lagen abhängig ist. Aus der Schubkraft erhält jede Lage eine Längskraftspannung, die von der Nachgiebigkeit der Schubverbindung und dem Abstand der Lage von der Schwerachse beeinflusst wird. Diese beiden Beanspruchungsarten werden beim Schubanalogieverfahren auf zwei virtuelle Träger A und B verteilt.

Beim Schubanalogieverfahren werden u.a. folgende Annahmen getroffen [8]:

- Der Schubfluss t ($t = \tau \cdot b$ [N/mm]) ist über die Querschnittshöhe bis zu den Mittellinien der obersten und untersten Querschnittsteile konstant. Das Gleichgewicht wird durch die Flächengleichheit der tatsächlichen und der genäherten Schubfläche gewährleistet.

- Die gesamte Verschiebung u wird auf die Höhe a des Trägers zwischen den Mittellinien der beiden äußersten Querschnittsteile bezogen, so dass die Schubverformungen des Gesamtquerschnitts linearisiert werden (siehe Bild 26).

Somit kann ein auf den ganzen Querschnitt bezogener Ersatz-Schubmodul bzw. Schubsteifigkeit angegeben werden.

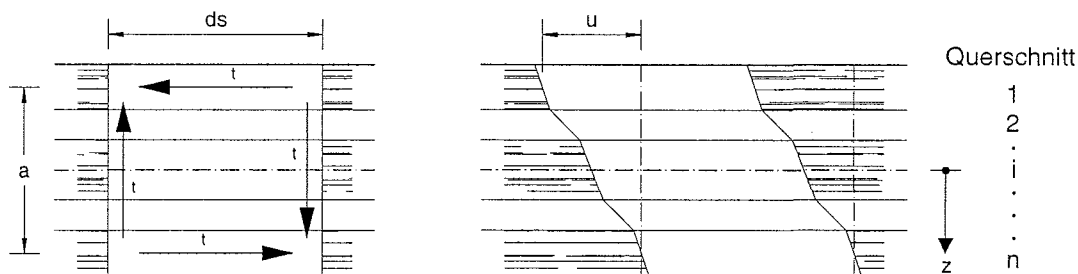


Bild 26: Schubfluss bzw. Schubverformungen für einen beliebigen Querschnitt

Die elastomechanischen Eigenschaften des Gesamtquerschnitts werden beim Schubanalogieverfahren auf zwei virtuelle Träger A und B verteilt. Der Träger A, dessen Schubsteifigkeit als unendlich angenommen wird, erfasst die Summe der Eigenbiegesteifigkeiten EI_i der n Querschnittsteile:

$$EI_A = \sum_{i=1}^n EI_i \quad (19)$$

Dem Träger B werden die Dehnsteifigkeiten EA_i der n Querschnittsteile (Steineranteil der Biegesteifigkeiten) zusammen mit einer Ersatzsteifigkeit GA_B aus den nachgiebigen Verbindungen c_i zugeordnet:

$$EI_B = \sum_{i=1}^n EA_i \cdot a_i^2 \quad (20)$$

$$\frac{1}{GA_B} = \frac{1}{a^2} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{c_i} + \frac{h_1}{2 \cdot G_1 \cdot b_1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{G_i \cdot b_i} + \frac{h_n}{2 \cdot G_n \cdot b_n} \right] \quad (21)$$

mit

h_i [mm]	Höhe des i -ten Querschnittsteils
b_i [mm]	Breite des i -ten Querschnittsteils
A_i [mm ²]	Fläche des i -ten Querschnittsteils
E_i [N/mm ²]	Elastizitätsmodul des i -ten Querschnittsteils

G_i [N/mm ²]	Schubmodul des i -ten Querschnittsteils
c_i [N/mm ²]	Fugensteifigkeit zwischen den Schichten i und $i+1$
a_i [mm]	Abstand der Schwerpunkte der Einzelteile zum Gesamtschwerpunkt unter Berücksichtigung eventuell verschiedener Elastizitätsmoduln der einzelnen Lagen
a [mm]	Abstand der Mittellinien der äußersten Querschnittsteile
u [mm]	Verschiebung durch Schubverformung
n [-]	Anzahl der Querschnittsteile
ℓ [mm]	Systemlänge
EI_A [Nmm ²]	Summe der Eigenbiegesteifigkeiten der einzelnen Querschnittsteile
EI_B [Nmm ²]	Biegesteifigkeit, die die Dehnsteifigkeit und den Abstand aller Querschnittsteile berücksichtigt (Steineranteile)
GA_B [N]	Ersatzsteifigkeit für nachgiebigen Verbund, die die Schubsteifigkeit der einzelnen Querschnittsteile und die nachgiebigen Verbindungen in den Fugen berücksichtigt
EI_B^* [Nmm ²]	hierin wird sowohl die Biegesteifigkeit EI_B als auch die Ersatzsteifigkeit GA_B berücksichtigt

Die letzten drei Anteile in der Klammer von Gleichung (21) berücksichtigen die Schubverformung innerhalb der einzelnen Querschnittsteile. Der erste Anteil in der Klammer, der die Nachgiebigkeit mechanischer Verbindungsmittel zwischen den Querschnittsteilen berücksichtigt, entfällt bei der Berechnung von Mehrschichtplatten.

Somit besitzt der Träger A eine Biegesteifigkeit EI_A , der Träger B eine Biegesteifigkeit EI_B und eine Schubsteifigkeit GA_B . Die Schubsteifigkeit GA_A des Trägers A wird als unendlich angenommen, d.h. es sind keine Schubverformungen des Trägers A möglich. Da die Träger A und B in der Realität weder räumlich noch substanzuell voneinander getrennt sind, werden im Modell dehnstarre Füllstäbe zwischen den beiden Trägern gelenkig angeschlossen. Somit erhalten beide Träger die gleiche Durchbiegung.

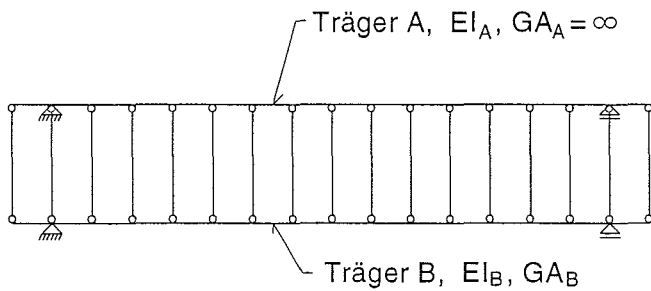


Bild 27: Modellierung des Schubanalogieverfahrens

Die berechneten Querschnittswerte der beiden virtuellen Träger A und B (EI_A , EI_B , $GA_A = \infty$ und GA_B) werden als Eingangswerte für ein übliches Stabwerksprogramm, welches Schubverformungen berücksichtigt, eingesetzt.

Das EDV-Programm liefert die Schnittgrößen M_A , M_B , Q_A und Q_B für die virtuellen Träger A und B. Die Schnittgrößen M_A und Q_A des Trägers A werden den einzelnen Lagen entsprechend dem Verhältnis der Biegesteifigkeit der Lage i zur Summe dieser Werte zugeordnet:

$$M_{i,A} = \frac{EI_i}{\sum_{i=1}^n EI_i} \cdot M_A \quad (22)$$

mit

$$EI_i = \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i^3}{12} \quad (23)$$

$$Q_{i,A} = \frac{EI_i}{\sum_{i=1}^n EI_i} \cdot Q_A \quad (24)$$

Für jede Lage i errechnet sich mit Gleichung (25) bzw. (26) eine Biegespannung und ein parabelförmiger Schubfluss (siehe Bild 28).

$$\sigma_{i,A} = \frac{M_{i,A}}{I_i} \cdot \frac{h_i}{2} \quad (25)$$

$$t_{i,A} = 1,5 \cdot \frac{Q_{i,A}}{h_i} \quad (26)$$

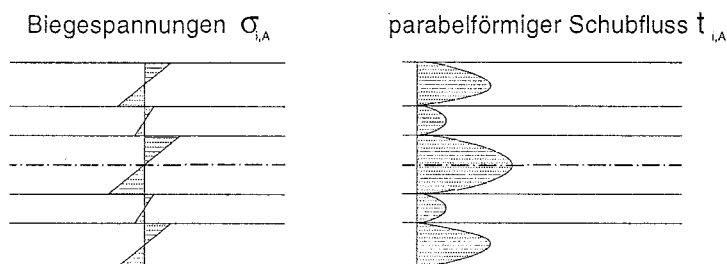


Bild 28: Biegespannung und parabelförmiger Schubfluss (Träger A)

Die Schnittgrößen M_B und Q_B des Trägers B liefern die konstante Normalspannung und einen linear veränderlichen Schubfluss in der Lage i (siehe Bild 29).

$$\sigma_{i,B} = \frac{N_{i,B}}{b_i \cdot h_i} \quad (27)$$

mit

$$N_{i,B} = \frac{EA_i \cdot a_i}{EI_B} \cdot M_B \quad (28)$$

Der über den gesamten Querschnitt verteilte Schubfluss und die resultierende Querkraft auf das Querschnittsteil i berechnet sich in erster Näherung zu:

$$t_{i,B} = \frac{Q_B}{a} \quad (29)$$

$$Q_{i,B} = \frac{Q_B}{a} \cdot e_i \quad (30)$$

mit e_i [mm] = Höhe des Querschnittsteils i (bei den äußersten Querschnittsteilen jeweils nur die Hälfte)

Eine genauere zweite Näherung lautet:

$$t_{i,i+1} = \frac{Q_B}{EI_B} \cdot \sum_{j=i+1}^n EA_j \cdot a_j \quad (31)$$

$$Q_{i,B} = \frac{t_{i-1,i} + t_{i,i+1}}{2} \cdot h_i \quad (32)$$

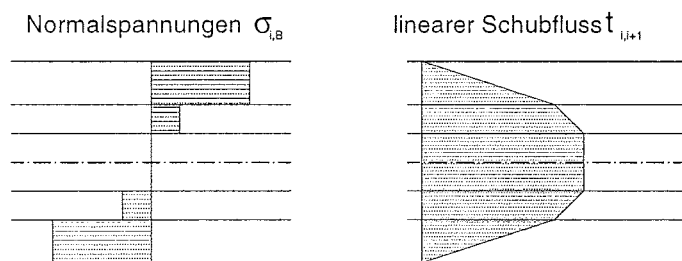


Bild 29: konstante Normalspannung und über den gesamten Querschnitt verteilter Schubfluss (Träger B)

Die resultierende Spannungsverteilung ergibt sich aus der Superposition der Ergebnisse von Träger A und B (siehe Bild 30).

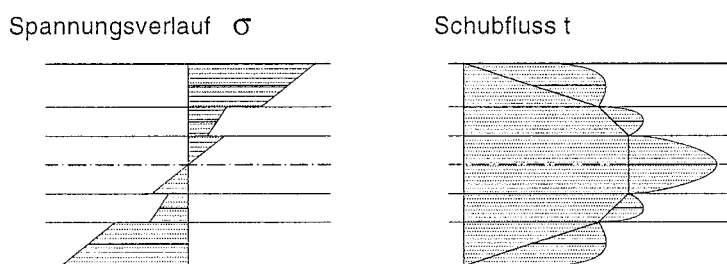


Bild 30: resultierende Spannungsverteilung und Schubfluss

In Anlage C wird beispielhaft eine Fünfschichtplatte nach dem Schubanalogieverfahren bemessen. Dabei wird deutlich, dass im Gegensatz zur technischen Biegelehre mit linearem Normalspannungsverlauf und parabelförmigen Schubspannungsverlauf der Einfluss der schubweichen Querlagen einer Mehrschichtplatte im allgemeinen nicht vernachlässigt werden darf.

4.2 Anwendung des Schubanalogieverfahrens zur Berechnung von Mehrschichtplatten

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurde mit dem Schubanalogieverfahren das Tragverhalten von Drei- bzw. Fünfschichtplatten mit unterschiedlichem Plattenaufbau untersucht. Dabei wurde besonders der Einfluss des Rollschubmoduls, des Verhältnisses von Stützweite zu Plattendicke (L/d) sowie der Belastungsrichtung genauer betrachtet. Die Modellierung des Schubanalogieverfahrens wurde mit dem Stabwerksprogramm IQ100 (lizenziiert vom Institut für

Baustatik, TU Wien) vorgenommen. Folgende Eingangsgrößen wurden zur Modellierung einer Mehrschichtplatte eingesetzt:

Elastizitätsmodul parallel zur Faserrichtung: $E_0 = 12.500 \text{ N/mm}^2$

Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung: $E_{90} = E_0 / 30 = 420 \text{ N/mm}^2$

Schubmodul: $G = 500 \text{ N/mm}^2$

Rollschubmodul: $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ und 100 N/mm^2

Das Verhältnis von $E_0 / E_{90} = 30$ ist ein für Nadelholz typischer Wert. Die Annahme für den Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ wurde den in Kapitel 3 beschriebenen Schwingungsversuchen zur Ermittlung des Rollschubmoduls entnommen. Die Mehrschichtplatten wurden zusätzlich mit einem Rollschubmodul $G_R = 100 \text{ N/mm}^2$ modelliert, um einen Einfluss des Rollschubmoduls auf das Tragverhalten erfassen zu können.

Der Aufbau der mit dem Schubanalogieverfahren untersuchten Mehrschichtplatten ist in Tabelle 7 angegeben.

Plattentyp	Nennstärke	Plattenaufbau
Dreischichtplatte	21 mm	6,9 / 7,2 / 6,9 mm
Dreischichtplatte	60 mm	6,9 / 46,2 / 6,9 mm
Fünfschichtplatte	35 mm	6,7 / 7,2 / 7,2 / 7,2 / 6,7 mm
Fünfschichtplatte	52 mm	6,9 / 7,2 / 23,8 / 7,2 / 6,9 mm

Tabelle 7: Aufbau der untersuchten Mehrschichtplatten

4.2.1 Ermittlung des wirksamen Biege-Elastizitätsmoduls E_m

Mit dem Stabwerksprogramm IQ100 wurden die in Tabelle 7 angegebenen Mehrschichtplatten modelliert. Ausgehend von dem in den bauaufsichtlichen Zulassungen vorgeschriebenen 4-Punkt-Biegeversuch zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls mit einem Verhältnis von $L/d = 30$ (siehe Bild 31) wurde die Stützweite variiert und ein wirksamer Biege-Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von L/d für die Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene ermittelt.

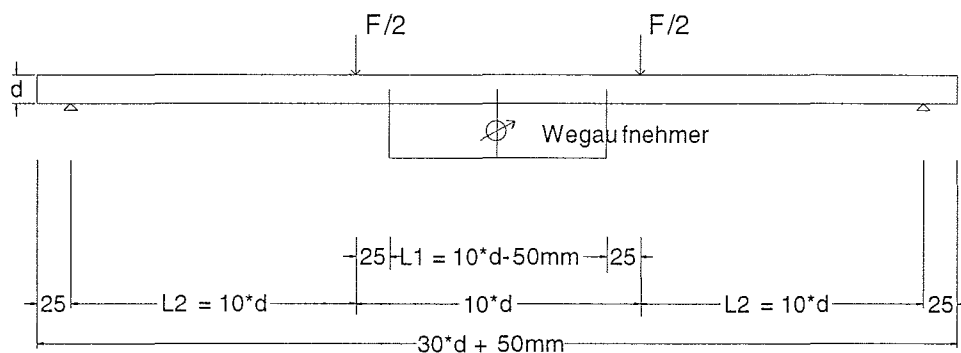


Bild 31: 4-Punkt-Biegeversuch nach DIN EN 789

Die Berechnung des wirksamen Biege-Elastizitätsmoduls erfolgte nach DIN EN 789. Als wirksamer Biege-Elastizitätsmodul wird die wirksame Biegesteifigkeit geteilt durch das Flächenmoment 2. Grades des als homogen angenommenen Gesamtquerschnitts bezeichnet. Dabei wird die mit dem Stabwerksprogramm berechnete Durchbiegung u_1 zwischen den Lasteinleitungen im Bereich des konstanten Biegemomentes in Gleichung (33) eingesetzt. Als Kraft wurde jeweils eine konstante Belastung von $F/2 = 500 \text{ N}$ angesetzt.

$$\text{ef } E_m = \frac{\Delta F \cdot l_1^2 \cdot l_2}{16 \cdot \Delta u \cdot I} \quad (33)$$

mit $\Delta u = u_1$ (aus IQ100)

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Berechnungen mit dem Schubanalogieverfahren an ausgewählten Mehrschichtplatten dargestellt. In Anlage D sind alle Ergebnisse der mit dem Schubanalogieverfahren untersuchten Mehrschichtplatten dargestellt.

In Bild 32 wird der Einfluss des Rollschubmoduls auf den wirksamen Biege-Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Verhältnis L/d dargestellt. Die untersuchte Dreischichtplatte mit einer Nenndicke von 60 mm (6,9 / 46,2 / 6,9 mm) wurde rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen belastet.

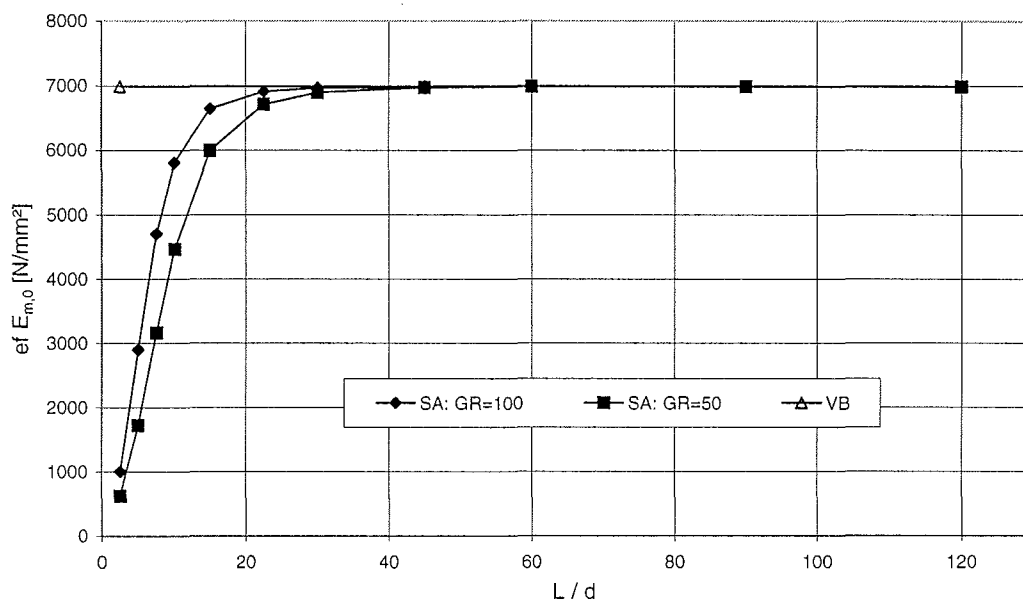


Bild 32: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul: Einfluss des Rollschubmoduls (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$; VB = Verbundtheorie ohne Berücksichtigung von Schubverformungen)

Bei beiden Modellierungen tritt ein merklicher Schubeinfluss bei einem Verhältnis von $L/d < 30$ auf. Der wirksame Biege-Elastizitätsmodul nimmt infolge des Schubeinflusses bei kleineren Verhältnissen von Stützweite zu Plattendicke ab. Bei der Dreischichtplatte mit einem Rollschubmodul von $G_R = 100 \text{ N/mm}^2$ nimmt aufgrund des höheren Rollschubmoduls der wirksame Biege-Elastizitätsmodul bei kleinen Verhältnissen von L/d nicht so deutlich ab wie bei der Dreischichtplatte mit einem Rollschubmodul von $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$. Zum Vergleich ist in Bild 32 der Biege-Elastizitätsmodul E_{VB} der Dreischichtplatte nach der Verbundtheorie (VB) dargestellt. Bei der Verbundtheorie wird der Schubeinfluss nicht berücksichtigt und der Biege-Elastizitätsmodul ist somit unabhängig vom Verhältnis L/d konstant. Der wirksame Biege-Elastizitätsmodul aus dem Schubanalogieverfahren nähert sich bei $L/d > 30$ dem Biege-Elastizitätsmodul aus der Verbundtheorie an, da bei großen Verhältnissen von L/d der Schubeinfluss relativ gering wird.

In Bild 33 ist der wirksame Biege-Elastizitätsmodul zweier Dreischichtplatten mit unterschiedlichem Plattenaufbau dargestellt. Die Dreischichtplatten mit der Nenndicke von 21 mm bzw. 60 mm unterscheiden sich nur durch die Dicke der Mittellage:

Nenndicke 21 mm → Dicke der Mittellage = 7,2 mm
 Nenndicke 60 mm → Dicke der Mittellage = 46,2 mm

Die Belastungsrichtung ist rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen. Beide Dreischichtplatten wurden mit einem Rollschubmodul von $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ modelliert.

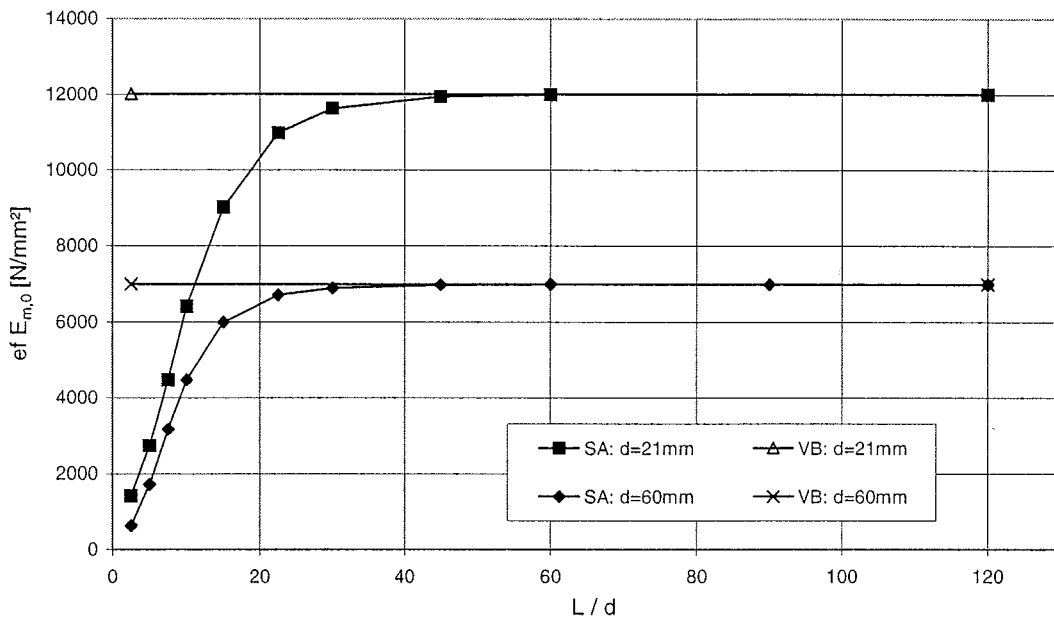


Bild 33: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul: Einfluss des Plattenaufbaus (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm und 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

Der Einfluss des Plattenaufbaus auf das Tragverhalten von Mehrschichtplatten wird hier besonders deutlich: je geringer der Anteil an Querlagen zur Gesamtplattendicke ist, desto steifer verhält sich die Mehrschichtplatte. Bei beiden Mehrschichtplatten tritt der Schubeinfluss bei $L/d < 30$ auf.

Neben dem Plattenaufbau ist u.a. auch die Belastungsrichtung entscheidend für das Tragverhalten von Mehrschichtplatten. Im allgemeinen entspricht die Faserrichtung der Decklagen der Haupttragrichtung der Mehrschichtplatte. In Bild 34 wird der Einfluss der Belastungsrichtung auf den wirksamen Biege-Elastizitätsmodul einer Dreischichtplatte mit der Nenndicke 21 mm dargestellt. Die Dreischichtplatte wurde mit einem Rollschubmodul von $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ modelliert

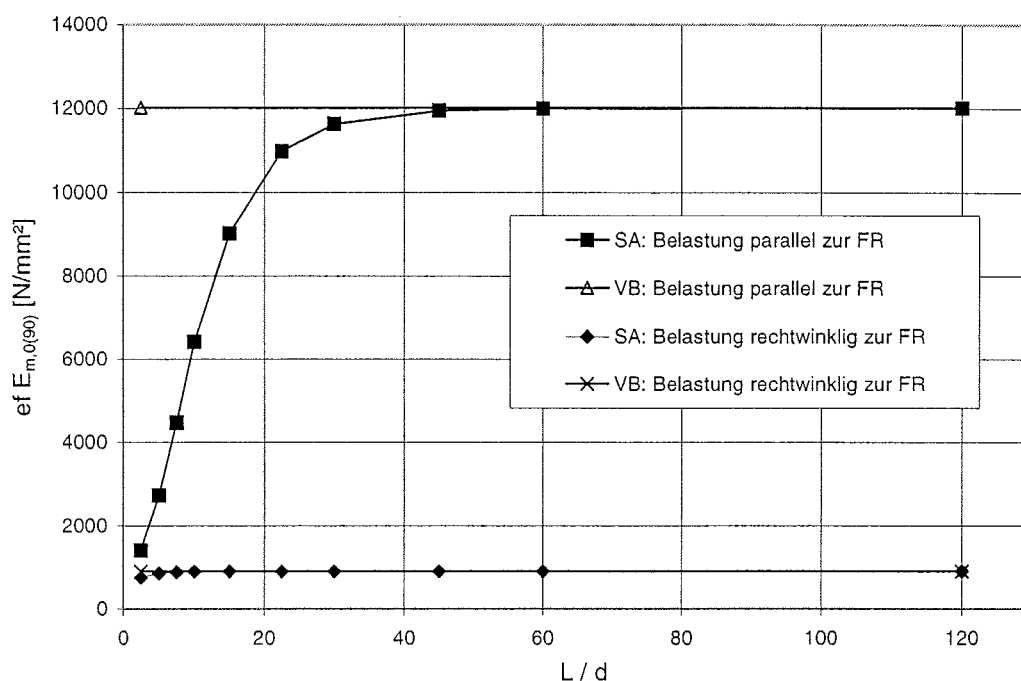


Bild 34: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul: Einfluss der Belastungsrichtung (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

Der wirksame Biege-Elastizitätsmodul dieser Dreischichtplatte beträgt bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen etwa das 12-fache des Wertes bei Belastung rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen bei Verhältnissen von $L/d > 30$. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass bei der rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen belasteten Dreischichtplatte kaum ein Schubeinfluss auftritt. Der wirksame Biege-Elastizitätsmodul aus dem Schubanalogieverfahren weicht selbst bei kleinen L/d -Verhältnissen nur gering von dem konstanten Biege-Elastizitätsmodul aus der Verbundtheorie ab. Auf die Ursache des dann „fehlenden“ Schubeinflusses wird später in diesem Kapitel näher eingegangen.

Tabelle 8 enthält eine Übersicht der mit dem Schubanalogieverfahren ermittelten wirksamen Biege-Elastizitätsmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten bei einem Verhältnis von $L/d = 30$. Im Vergleich dazu werden die Biege-Elastizitätsmoduln aus der Verbundtheorie angegeben. Die dazugehörigen Diagramme (Biege-Elastizitätsmodul aus der Verbundtheorie sowie wirksamer Biege-Elastizitätsmodul aus dem Schubanalogieverfahren) sind in Anlage D angegeben.

Anzahl der Lagen	Nenn-dicke [mm]	Plattenaufbau	Faserrichtung der Decklagen bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	Rollschubmodul G_R [N/mm ²]	VB: Elastizitätsmodul E_m [N/mm ²]	SA: wirksamer Elastizitätsmodul $e_f E_m$ [N/mm ²]
3	21	6,9/7,2/6,9	parallel	50	12013	11635
3	21	6,9/7,2/6,9	parallel	100		11906
3	21	6,9/7,2/6,9	rechtwinklig	50	907	907
3	21	6,9/7,2/6,9	rechtwinklig	100		907
3	60	6,9/46,2/6,9	parallel	50	6985	6891
3	60	6,9/46,2/6,9	parallel	100		6965
3	60	6,9/46,2/6,9	rechtwinklig	50	5935	5935
3	60	6,9/46,2/6,9	rechtwinklig	100		5935
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	parallel	50	9766	9636
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	parallel	100		9723
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	rechtwinklig	50	3154	3144
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	rechtwinklig	100		3151
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	parallel	50	8869	8764
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	parallel	100		8829
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	rechtwinklig	50	4051	4041
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	rechtwinklig	100		4049

Tabelle 8: Vergleich des Biege-Elastizitätsmoduls aus der Verbundtheorie (VB) und des wirksamen Biege-Elastizitätsmoduls der untersuchten Mehrschichtplatten aus dem Schubanalogieverfahren (SA) bei $L/d = 30$

4.2.2 Ermittlung der Biege- und Schubspannungen

Neben den wirksamen Biege-Elastizitätsmoduln wurden aus den Untersuchungen der Mehrschichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren auch die Spannungsverteilungen berechnet. Exemplarisch ist in Bild 35 der Biegespannungsverlauf einer Dreischichtplatte (Nennstärke 21 mm) bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen in Abhängigkeit vom Verhältnis L/d dargestellt. Die Dreischichtplatte wurde in diesem Beispiel mit einem Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$ modelliert. Die Biegespannungen wurden in Abhängigkeit von L/d bei einem konstanten Moment und in Feldmitte (Stelle $x = \ell / 2$) ermittelt. Bei Verhältnissen von $L/d > 30$ stimmen die Biegespannungen aus dem Schubanalogieverfahren sehr gut mit denen aus der Verbundtheorie überein. In Anlage H sind für die untersuchten Mehrschichtplatten die Auswertungen der Biegespannungen mit dem Schubanalogieverfahren für das Verhältnis von $L/d = 30$ zusammengestellt.

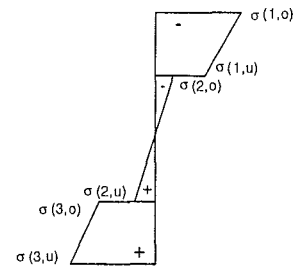
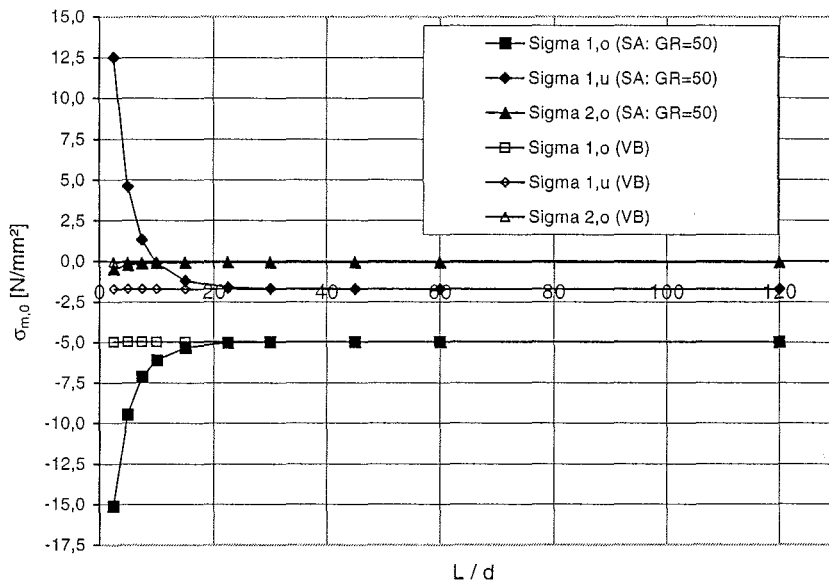


Bild 35: Biegespannungsverlauf (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $M = \text{konstant}$)

Bild 36 gibt den Verlauf der Schubspannungen aus dem Schubanalogieverfahren für die oben beschriebene Dreischichtplatte an. Die Schubspannungen wurden in Abhängigkeit des Verhältnisses L/d bei konstanter Kraft und in der Mitte zwischen Auflager und Krafteinleitung (Stelle $x = \ell / 6$) ermittelt. Analog zum Verlauf der Biegespannungen passen sich die Schubspannungen aus dem Schubanalogieverfahren bei Verhältnissen von $L/d > 30$ den Schubspannungen aus der Verbundtheorie an. In Anlage H sind die Auswertungen der Schubspannungen mit dem Schubanalogieverfahren für das Verhältnis von $L/d = 30$ zusammengefasst.

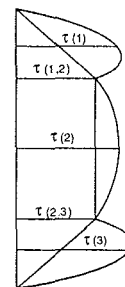
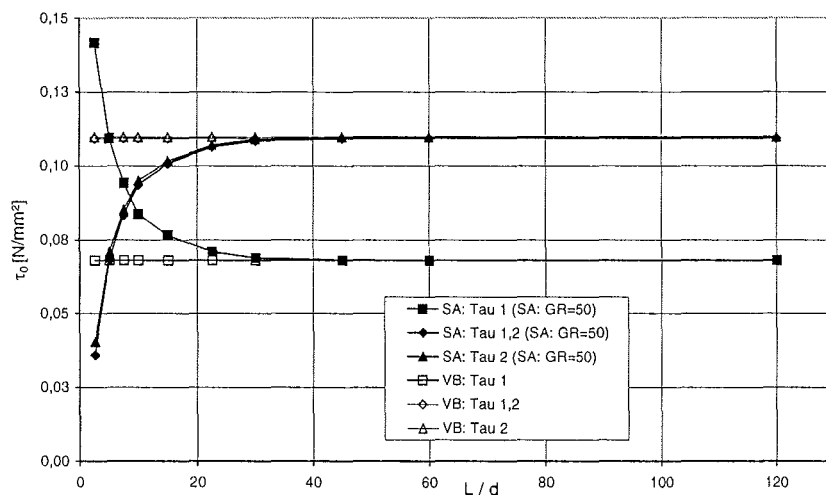


Bild 36: Schubspannungsverlauf (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

4.2.3 Ermittlung des wirksamen Schubmoduls $e_f G$

Neben der Ermittlung des wirksamen Biege-Elastizitätsmodul der untersuchten Mehrschichtplatten aus dem Schubanalogieverfahren wurde zusätzlich ein wirksamer Schubmodul bestimmt. Dieser wirksame Schubmodul setzt sich zusammen aus einem Anteil des Schubmoduls der Längslagen sowie einem Anteil des Rollschubmoduls der Querlagen.

Zur Ermittlung des wirksamen Schubmoduls wurde bei den untersuchten Mehrschichtplatten mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens die Durchbiegung u_2 in Feldmitte aus dem 4-Punkt-Biegeversuch nach DIN EN 789 (siehe Bild 31) bestimmt. Die Durchbiegung u_2 in Feldmitte kann rechnerisch mit Hilfe der Gleichung (34) bestimmt werden.

$$u_2 = \frac{(F/2) \cdot \ell^3}{24 \cdot E_{ef} \cdot I} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right) - 4 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right)^3 \right] \quad (34)$$

Dabei wird in Gleichung (34) der mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens berechnete wirksame Biege-Elastizitätsmodul eingesetzt. Somit wird der Schubeinfluss berücksichtigt.

Die gleiche Durchbiegung u_2 lässt sich auch mit Hilfe der technischen Biegelehre berechnen. Dabei wird ein Anteil der Verformung aus Biegung sowie ein Anteil aus Schub berücksichtigt (Gleichung (35)).

$$u = \underbrace{\frac{(F/2) \cdot \ell^3}{24 \cdot E_{VB} \cdot I} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right) - 4 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right)^3 \right]}_{\text{Anteil Biegung}} + \underbrace{\frac{\kappa}{G_{ef} \cdot A} \cdot [(F/2) \cdot \ell_2]}_{\text{Anteil Schub}} \quad (35)$$

In Gleichung (35) wird für den Elastizitätsmodul der vom Verhältnis L/d unabhängige Wert aus der Verbundtheorie eingesetzt. Der Schubeinfluss wird durch einen wirksamen Schubmodul berücksichtigt. Der Faktor κ ist gleich 1,2 für Rechteckquerschnitte. Werden die beiden Gleichungen (34) und (35) gleich gesetzt, so lässt sich der wirksame Schubmodul einer Mehrschichtplatte bestimmen.

Bild 37 zeigt exemplarisch den mit den Ergebnissen des Schubanalogieverfahrens ermittelten Verlauf des wirksamen Schubmoduls einer Dreischichtplatte mit der Nenndicke von 21 mm in Abhängigkeit vom Verhältnis von L/d . Die Dreischichtplatte

wurde mit einem Rollschubmodul von 50 N/mm² und 100 N/mm² modelliert. Die Belastung erfolgte rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen.

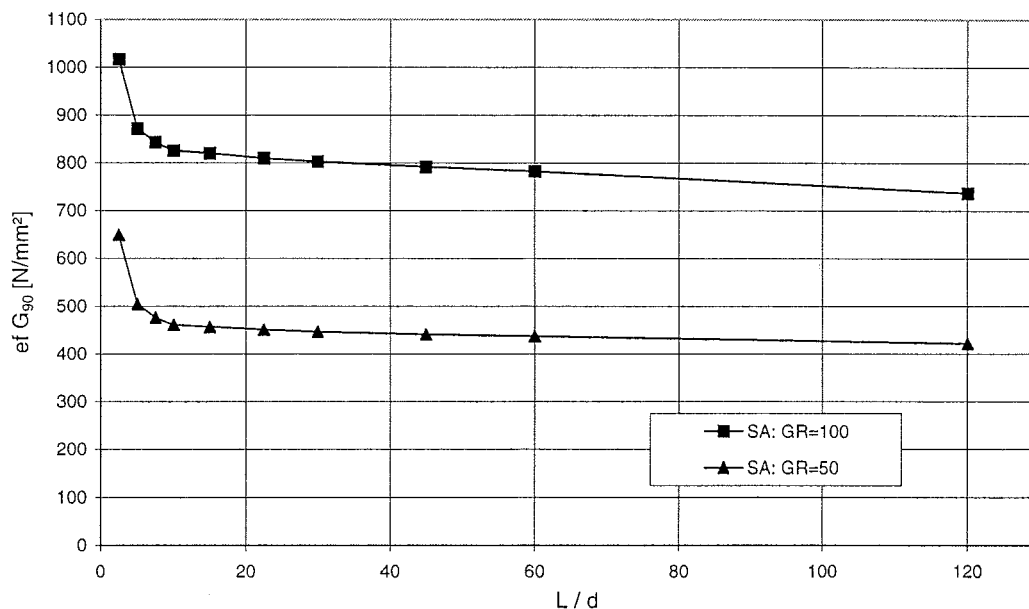


Bild 37: (unrealistischer) wirksamer Schubmodul: Einfluss des Rollschubmoduls (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

Das Schubanalogieverfahren liefert für die Modellierung dieser Dreischichtplatte mit einem Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm² bei $L/d = 30$ einen wirksamen Schubmodul der Platte von $ef G_{90} = 803$ N/mm². Dieser Wert ist unrealistisch hoch, da in der Modellierung der Schubmodul mit 500 N/mm² und der Rollschubmodul mit 100 N/mm² angesetzt wurde. Analog dazu lieferten die weiteren Untersuchungen der Drei- und Fünfschichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren ebenfalls teilweise unrealistisch große wirksame Schubmoduln. In Tabelle 9 sind die mit dem Schubanalogieverfahren ermittelten wirksamen Schubmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten bei einem Verhältnis von $L/d = 30$ zusammengefasst. Die dazugehörigen Diagramme sind in Anlage E enthalten.

Anzahl der Lagen	Nenn- dicke [mm]	Plattenaufbau	Faserrichtung der Decklagen bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	Rollschub- modul G_R [N/mm ²]	SA: wirksamer Schubmodul ef G [N/mm ²]
3	21	6,9/7,2/6,9	parallel	50	88
3	21	6,9/7,2/6,9	parallel	100	161
3	21	6,9/7,2/6,9	rechtwinklig	50	446
3	21	6,9/7,2/6,9	rechtwinklig	100	803
3	60	6,9/46,2/6,9	parallel	50	64
3	60	6,9/46,2/6,9	parallel	100	127
3	60	6,9/46,2/6,9	rechtwinklig	50	6910
3	60	6,9/46,2/6,9	rechtwinklig	100	6997
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	parallel	50	92
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	parallel	100	170
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	rechtwinklig	50	104
5	35	6,7/7,2/7,2/7,2/6,7	rechtwinklig	100	190
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	parallel	50	182
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	parallel	100	310
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	rechtwinklig	50	77
5	52	6,9/7,2/23,8/7,2/6,9	rechtwinklig	100	148

Tabelle 9: (teilweise unrealistische) wirksame Schubmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten aus dem Schubanalogieverfahren bei $L/d = 30$

In Tabelle 9 ist erkennbar, dass bei den untersuchten Dreischichtplatten (Nenn-
dicke 21 mm und 60 mm) bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur
Faserrichtung der Decklagen die mit dem Schubanalogieverfahren ermittelten
wirksamen Schubmoduln unrealistisch hoch sind. Dies bestätigt die in Kapitel 4.2.1
beschriebene Erkenntnis, dass bei der Anwendung des Schubanalogieverfahrens
zur Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten der Schubeinfluss je
nach Belastungsrichtung bzw. Plattenaufbau nicht mehr genau erfasst wird.

4.2.4 Verfeinertes Schubanalogieverfahren

Je nach Belastungsrichtung und Aufbau der Mehrschichtplatten wird der
Schubeinfluss nur ungenügend mit dem Schubanalogieverfahren erfasst. Die
Begründung hierzu liegt in den Annahmen, die beim Schubanalogieverfahren
getroffen werden (siehe Kapitel 4.1). Der Schubfluss t wird als konstant über die
Querschnittshöhe bis zu den Mittellinien der Decklagen angenommen. Die gesamte
Verschiebung u wird auf die Höhe a der Mehrschichtplatte bezogen, so dass die
Schubverformungen des Gesamtquerschnitts linearisiert werden (siehe Bild 38).

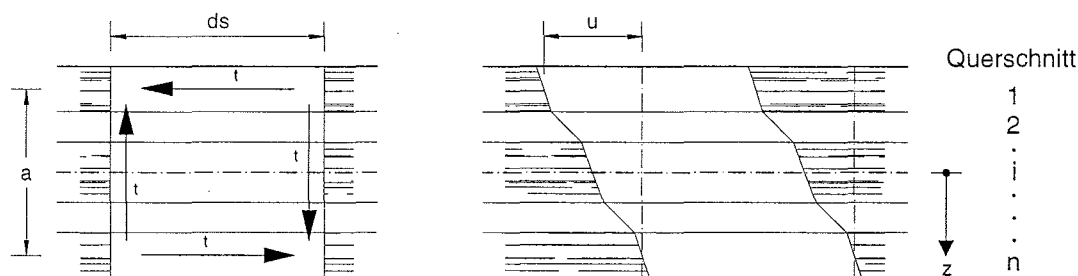


Bild 38: Linearisierung der Schubverformungen

Bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen wirkt die Mittellage einer Dreischichtplatte als „schubsteife“ Lage. Wird diese Dreischichtplatte mit drei Lagen ($n=3$) modelliert, wird der Schubeinfluss aufgrund der oben beschriebenen Annahmen beim Schubanalogieverfahren nicht mehr genau erfasst. In diesem Fall liegt kein Zweipunktquerschnitt für die Berechnung mit dem Schubanalogieverfahren vor. Um den Schubeinfluss erfassen zu können, wurde im Rahmen der Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens die schubsteife Mittellage einer Dreischichtplatte in acht Lagen mit gleichen elastomechanischen Eigenschaften unterteilt ($n=10$). In Bild 39 ist der Verlauf des wirksamen Biege-Elastizitätsmoduls der Dreischichtplatte mit einer Nenndicke 60 mm in Abhängigkeit vom Verhältnis L/d dargestellt. Die Dreischichtplatte wurde bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen mit einem Rollschubmodul von 50 N/mm^2 modelliert. Der Unterschied zwischen den beiden Modellierung besteht nur in der verfeinerten Unterteilung der Mittellage. Bei der Berechnung der Eingangsgrößen für das Stabwerksprogramm IQ100 wird der Einfluss der Unterteilung der schubsteifen Mittellage deutlich:

$$EI_{A,n=3} = \sum_{i=1}^3 E_i \cdot I_i = 2 \cdot \left(420 \cdot \frac{300 \cdot 6,9^3}{12} \right) + 12500 \cdot \frac{300 \cdot 46,2^3}{12}$$

$$= 3,0823 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

$$EI_{A,n=10} = \sum_{i=1}^{10} E_i \cdot I_i = 2 \cdot \left(420 \cdot \frac{300 \cdot 6,9^3}{12} \right) + 8 \cdot \left(12500 \cdot \frac{300 \cdot 5,775^3}{12} \right)$$

$$= 0,0488 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

$$EI_{B,n=3} = \sum_{i=1}^3 E_i \cdot A_i \cdot a_i^2 = 2 \cdot 420 \cdot 6,9 \cdot 300 \cdot 26,55^2$$

$$= 0,1226 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

$$EI_{B,n=10} = \sum_{i=1}^{10} E_i \cdot A_i \cdot a_i^2 = 2 \cdot 420 \cdot 6,9 \cdot 300 \cdot 26,55^2$$

$$+ 2 \cdot 12500 \cdot 5,775 \cdot 300 \cdot 20,2125^2$$

$$+ 2 \cdot 12500 \cdot 5,775 \cdot 300 \cdot 14,4375^2$$

$$+ 2 \cdot 12500 \cdot 5,775 \cdot 300 \cdot 8,6625^2$$

$$+ 2 \cdot 12500 \cdot 5,775 \cdot 300 \cdot 2,8875^2$$

$$= 3,1560 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

Die Biegesteifigkeit EI_A des Trägers A ist bei feinerer Unterteilung ($n=10$) viel geringer als bei $n=3$. Die Biegesteifigkeit EI_B des Trägers B hingegen ist bei feinerer Unterteilung ($n=10$) größer als für $n=3$. Die schubsteife Mittellage, die hier den Großteil des Querschnittes für sich beansprucht, hat bei der Unterteilung $n=3$ wegen des Steineranteils mit $a_2=0$ keinen Einfluss auf die Biegesteifigkeit EI_B . Der Schubeinfluss wird erst mit der feineren Unterteilung ($n=10$) der schubsteifen Mittellage durch die vorhandenen Steineranteile erfasst.

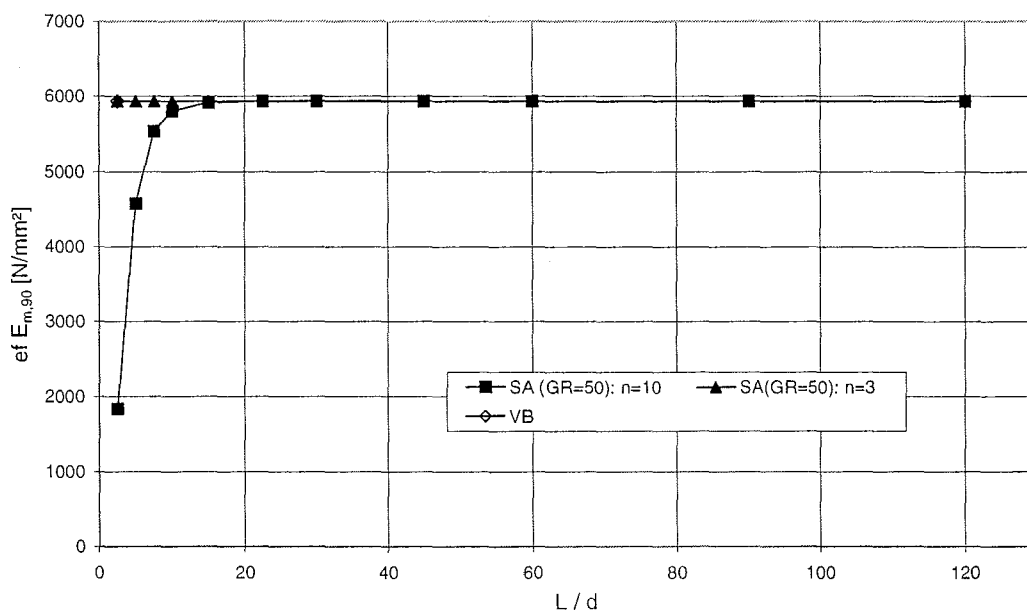


Bild 39: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul: Einfluss der Modellierung (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

Wird die schubsteife Mittellage in mehrere Lagen mit gleichen elastomechanischen Eigenschaften ($n=10$) unterteilt, so wird der Schubeinfluss berücksichtigt und der wirksame Biege-Elastizitätsmodul nimmt bei kleinen L/d -Verhältnissen ab. Eine Berücksichtigung des Schubeinflusses ist für die Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen bei $L/d < 30$ nötig, für Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen bei $L/d < 20$. Die zugehörigen Diagramme der wirksamen Biege-Elastizitätsmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten aus dem verfeinerten Schubanalogieverfahren sind in Anlage F enthalten.

In Bild 40 ist der wirksame Schubmodul für die gleiche Modellierungen der oben beschriebenen Dreischichtplatte dargestellt. Auch hier ist deutlich der Einfluss der Unterteilung der schubsteifen Mittellage zu erkennen. Mit Hilfe der feineren Unterteilung ($n=10$) beträgt der wirksame Schubmodul der modellierten Dreischichtplatte nahezu konstant $ef G_{90} = 252 \text{ N/mm}^2$. Erst bei sehr kleinen L/d -Verhältnissen steigt der Wert an. Im Gegensatz zu der Modellierung ohne Unterteilung ($n=3$) scheint dieser Wert realistisch zu sein. Die zugehörigen Diagramme der wirksamen Schubmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten sind in Anlage G enthalten.

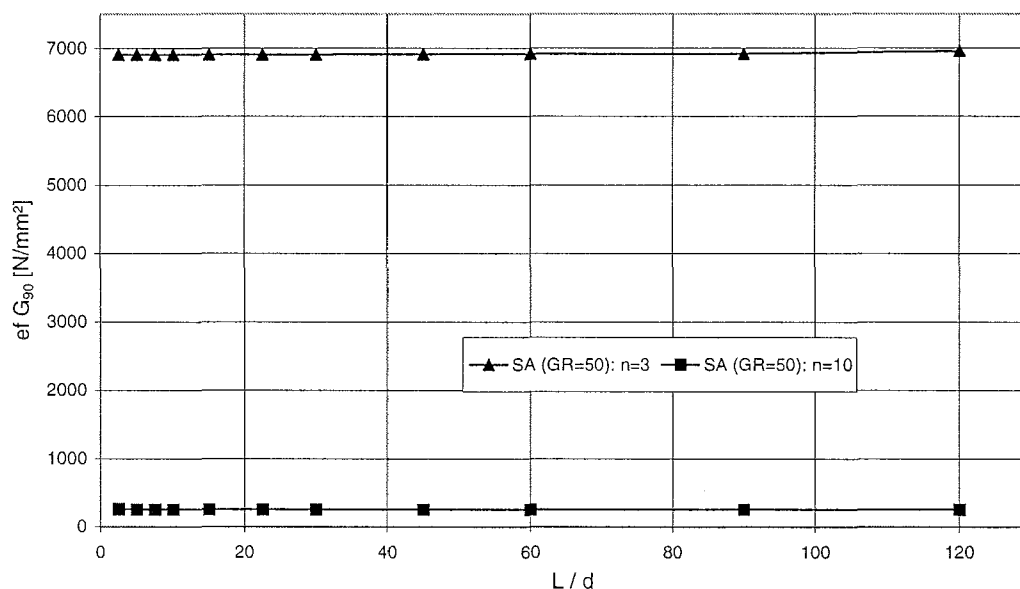


Bild 40: wirksamer Schubmodul: Einfluss der Modellierung (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F =$ konstant)

Dies bedeutet, dass bei der Anwendung des Schubanalogieverfahrens zur Berechnung von Dreischichtplatten bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen die schubsteife

Mittellage in mehrere Lagen mit gleichen elastomechanischen Eigenschaften unterteilt werden muss. Bei Dreischichtplatten unter Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen sowie bei Fünfschichtplatten ist diese Unterteilung bei der Anwendung des Schubanalogieverfahrens nicht erforderlich. In Tabelle 10 sind die Ergebnisse der Untersuchungen der Mehrschichtplatten mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens zusammengefasst. Die Werte des wirksamen Schubmoduls können in Abhängigkeit des Verhältnisses von Quer- / Längslagen jeweils für Drei- und Fünfschichtplatten linear interpoliert werden.

Die Ermittlung der Biege- und Schubspannungen für ein Verhältnis von $L/d = 30$ mit einer feineren Unterteilung bei der Anwendung des Schubanalogieverfahrens hat im Vergleich zu den Spannungen aus dem Schubanalogieverfahren ohne Unterteilung nur geringe Auswirkungen: die Werte stimmen sehr gut mit denen aus der Verbundtheorie überein. Die Spannungswerte für die untersuchten Mehrschichtplatten sind für ein Verhältnis von $L/d = 30$ in Anlage H zusammengestellt.

Anzahl der Lagen	Nenn-dicke [mm]	Faserrichtung der Decklagen bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	Rollschub-modul G_R [N/mm ²]	SA: wirksamer Elastizitätsmodul E_m [N/mm ²]		SA: wirksamer Schubmodul G [N/mm ²]	
				n=3 (5)	n=10	n=3 (5)	n=10
3	21	parallel	50	11635		88	
3	21	parallel	100	11906		161	
3	21	rechtwinklig	50	907	907	446	82
3	21	rechtwinklig	100	907	907	803	149
3	60	parallel	50	6891		64	
3	60	parallel	100	6965		127	
3	60	rechtwinklig	50	5935	5935	6910	252
3	60	rechtwinklig	100	5935	5935	6997	360
5	35	parallel	50	9636		92	
5	35	parallel	100	9723		170	
5	35	rechtwinklig	50	3144		104	
5	35	rechtwinklig	100	3151		190	
5	52	parallel	50	8764		182	
5	52	parallel	100	8829		310	
5	52	rechtwinklig	50	4041		77	
5	52	rechtwinklig	100	4049		148	

Tabelle 10: wirksame Biege-Elastizitätsmoduln und Schubmoduln der untersuchten Mehrschichtplatten aus dem Schubanalogieverfahren ohne bzw. mit verfeinerter Unterteilung der schubsteifen Lage bei $L/d = 30$

4.3 Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit ANSYS

Die Genauigkeit der Untersuchung des Tragverhaltens von Mehrschichtplatten mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens wurde vor allem im Hinblick auf die Unterteilung der schubsteifen Mittellage bei Dreischichtplatten bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen mit Hilfe von Finite-Elemente-Modellierungen überprüft. Hierzu wurden jeweils für die untersuchten Mehrschichtplatten aus Kapitel 4.2 der in der DIN EN 789 angegebene 4-Punkt-Biegeversuch zur Ermittlung des Biege-Elastizitätsmoduls mit dem Finite-Elemente-Programm ANSYS modelliert. Die Ergebnisse der FE-Berechnung wurden den Ergebnissen aus dem Schubanalogieverfahren gegenübergestellt (siehe Tabelle 11 und Tabelle 12). Die Werte der Biege- und Schubspannungen aus ANSYS sind in Anlage H enthalten. Die Ergebnisse aus der FE-Berechnung bestätigen die Vorgehensweise bei der Ermittlung der Steifigkeitseigenschaften von Mehrschichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren: bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen ist eine Unterteilung der schubsteifen Mittellage bei Dreischichtplatten zur Ermittlung von realistischen Steifigkeitskennwerten mit dem Schubanalogieverfahren nötig.

Anzahl der Lagen	Nenn-dicke [mm]	Faserrichtung der Decklagen bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	Rollschubmodul G_R [N/mm ²]	SA: wirksamer Elastizitätsmodul E_m [N/mm ²]		Ansys: wirksamer Elastizitätsmodul E_m [N/mm ²]
				n=3 (5)	n=10	
3	21	parallel	50	11635		11472
3	21	parallel	100	11906		11751
3	21	rechtwinklig	50	907	907	902
3	21	rechtwinklig	100	907	907	904
3	60	parallel	50	6891		6954
3	60	parallel	100	6965		6970
3	60	rechtwinklig	50	5935	5935	5904
3	60	rechtwinklig	100	5935	5935	5906
5	35	parallel	50	9636		9682
5	35	parallel	100	9723		9734
5	35	rechtwinklig	50	3144		3126
5	35	rechtwinklig	100	3151		3146
5	52	parallel	50	8764		8803
5	52	parallel	100	8829		8845
5	52	rechtwinklig	50	4041		4029
5	52	rechtwinklig	100	4049		4036

Tabelle 11: Vergleich der wirksamen Biege-Elastizitätsmoduln aus dem Schubanalogieverfahren und der FE-Berechnung bei $L/d = 30$

Anzahl der Lagen	Nenn- dicke [mm]	Faserrichtung der Decklagen bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene	Rollschub- modul G_R [N/mm ²]	SA: wirksamer Schubmodul G [N/mm ²]		Ansys: wirksamer Schubmodul G [N/mm ²]
				n=3 (5)	n=10	
3	21	parallel	50	88		85
3	21	parallel	100	161		153
3	21	rechtwinklig	50	446	82	78
3	21	rechtwinklig	100	803	149	142
3	60	parallel	50	64		59
3	60	parallel	100	127		114
3	60	rechtwinklig	50	6910	252	275
3	60	rechtwinklig	100	6997	360	382
5	35	parallel	50	92		92
5	35	parallel	100	170		164
5	35	rechtwinklig	50	104		97
5	35	rechtwinklig	100	190		182
5	52	parallel	50	182		171
5	52	parallel	100	310		290
5	52	rechtwinklig	50	77		66
5	52	rechtwinklig	100	148		135

Tabelle 12: Vergleich der wirksamen Schubmoduln aus dem Schubanalogieverfahren und der FE-Berechnung bei $L/d = 30$

5 Berechnungsvorschlag

In Kapitel 4 wurde mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens das Tragverhalten von Mehrschichtplatten untersucht. Bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen sollte der Schubeinfluss bei Verhältnissen von $L/d < 30$ berücksichtigt werden, bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen bei $L/d < 20$. Für die Praxis wird ein vereinfachtes Verfahren zur Berechnung von Mehrschichtplatten vorgeschlagen:

- $L/d < 30$ (bzw. $L/d < 20$) → Berechnung von Mehrschichtplatten mit Hilfe der technischen Biegelehre unter Berücksichtigung des Schubeinflusses
- $L/d \geq 30$ (bzw. $L/d \geq 20$) → Berechnung von Mehrschichtplatten mit Hilfe der Verbundtheorie (Schubeinfluss vernachlässigbar)

Bei der Anwendung der technischen Biegelehre wird in Gleichung (36), die bereits in Kapitel 4 vorgestellt wurde, zur Berechnung der Durchbiegung in Feldmitte für einen 4-Punkt-Biegeversuch ein Anteil der Verformung aus Biegung sowie ein Anteil aus Schub berücksichtigt:

$$u = \underbrace{\frac{(F/2) \cdot \ell^3}{24 \cdot E_{VB} \cdot I} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right) - 4 \cdot \left(\frac{\ell_2}{\ell} \right)^3 \right]}_{\text{Anteil Biegung}} + \underbrace{\frac{\kappa}{G_{ef} \cdot A} \cdot [(F/2) \cdot \ell_2]}_{\text{Anteil Schub}} \quad (36)$$

Für den Elastizitätsmodul wird der Wert aus der Verbundtheorie nach Kapitel 2 eingesetzt. Der Schubeinfluss wird durch einen wirksamen Schubmodul berücksichtigt (vgl. Kapitel 4). Der Faktor κ in Gleichung (36) ist gleich 1,2 für Rechteckquerschnitte.

Bei der Berechnung von Mehrschichtplatten kann der Schubeinfluss bei Verhältnissen von $L/d \geq 30$ (für Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen) bzw. $L/d \geq 20$ (für Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen) vernachlässigt werden. Der wirksame Biege-Elastizitätsmodul aus dem Schubanalogieverfahren stimmt bei großen L/d -Verhältnissen sehr gut mit dem Biege-Elastizitätsmodul aus der Verbundtheorie überein (vgl. Kapitel 4). Die Berechnung der Mehrschichtplatten kann in diesen Fällen nach der Verbundtheorie mit Basiswerten der Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte der einzelnen Lagen und Aufbauaktoren erfolgen (vgl. Kapitel 2).

6 Auswertung von Prüfberichten

6.1 Schubmodul und Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene

Im Rahmen des Forschungsvorhabens wurden insgesamt 22 Prüfberichte mit 64 verschiedenen Typen von Mehrschichtplatten ausgewertet. Zusammenfassend werden hier die Ergebnisse bezüglich Schubmodul und Scherfestigkeit dargestellt. Der Schubmodul bzw. die Scherfestigkeit von Mehrschichtplatten rechtwinklig zur Plattenebene werden nach DIN EN 789 Anhang B bestimmt. Der Versuchsaufbau ist in Bild 41 dargestellt.

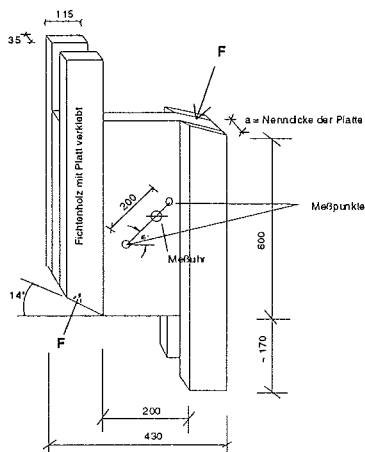


Bild 41: Anordnung für Prüfung bei Scherbeanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene nach DIN EN 789 Anhang B

Der Schubmodul rechtwinklig zur Plattenebene ist nach DIN EN 789 Anhang B anhand von Last- und Verformungswerten nach folgender Gleichung zu bestimmen:

$$G = \frac{0,5 \cdot \cos 14^\circ \cdot (F_2 - F_1) \cdot l_1}{(u_2 - u_1) \cdot l \cdot t} \quad (37)$$

Die Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$f_v = \frac{F_{\max} \cdot \cos 14^\circ}{l \cdot t} \quad (38)$$

In Bild 42 und Bild 43 werden die Mittelwerte der Schubmoduln bzw. Scherfestigkeiten aus den einzelnen Prüfberichten bei Scheren rechtwinklig zur Plattenebene zusammengefasst. Tabelle 13 gibt den Mittelwert des Schubmoduls

bzw. der Scherfestigkeit bei Scherbeanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel / rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen an. Die Unterschiede der Schubmoduln bzw. Scherfestigkeiten bei der Beanspruchung parallel gegenüber rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen kann mit der Versuchsdurchführung bzw. Meßungenauigkeiten erklärt werden. Die Mittelwerte von Schubmodul und Scherfestigkeit aus den einzelnen Prüfberichten sind in Anlage I zusammengestellt.

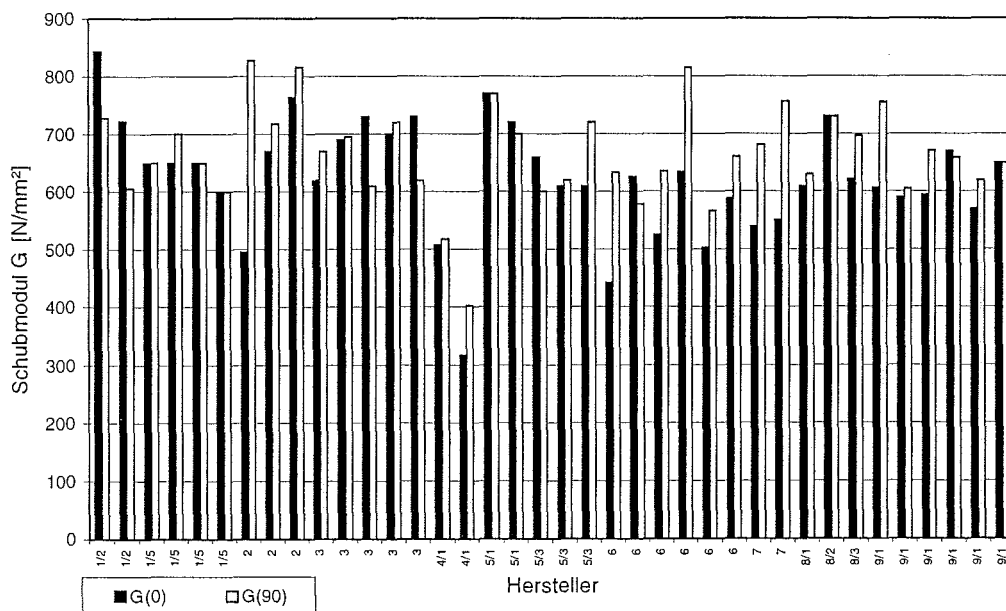


Bild 42: Mittelwerte aus Prüfberichten für Schubmodul rechtwinklig zur Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

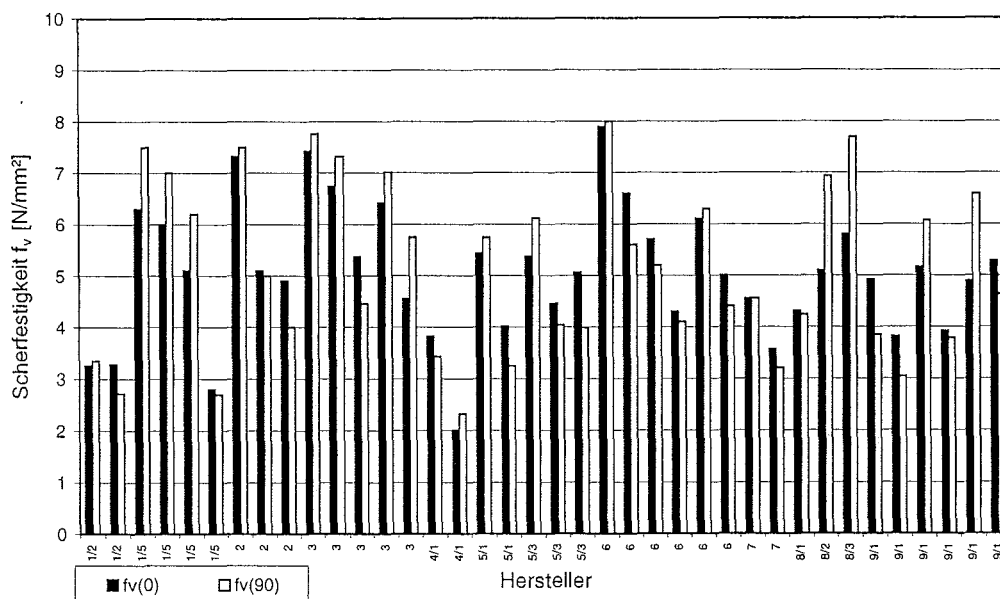


Bild 43: Mittelwerte aus Prüfberichten für Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

	n	min [N/mm ²]	mittel [N/mm ²]	max [N/mm ²]	Standard- abweichung [N/mm ²]	Variations- koeffizient [%]
parallel zur Faserrichtung der Decklagen						
Schubmodul rechtwinklig zur Plattenebene	38	317	625	843	99	15,8
Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene	38	2,0	5,0	7,9	1,3	25,5
rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen						
Schubmodul rechtwinklig zur Plattenebene	38	402	665	827	83	12,5
Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene	38	2,3	5,1	8,0	1,7	32,5

Tabelle 13: Schubmodul und Scherfestigkeit aus Prüfberichten bei Scherbeanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene

6.2 Schubmodul und Scherfestigkeit in Plattenebene

Der Schubmodul bzw. die Scherfestigkeit von Mehrschichtplatten in Plattenebene werden nach DIN EN 789 Anhang C bestimmt. Der Versuchsaufbau ist in Bild 44 dargestellt.

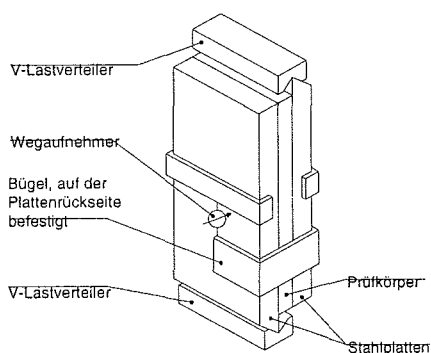


Bild 44: Anordnung für Prüfung bei Scherbeanspruchung in Plattenebene nach DIN EN 789 Anhang C

Der Schubmodul in Plattenebene wird nach DIN EN 789 Anhang C nach folgender Gleichung bestimmt:

$$G_R = \frac{t \cdot (F_2 - F_1)}{(u_2 - u_1) \cdot \ell \cdot b} \quad (39)$$

Die Berechnung der Scherfestigkeit in Plattenebene erfolgt anhand der Versuchswerten nach Gleichung (40):

$$f_R = \frac{F_{\max}}{\ell \cdot b} \quad (40)$$

Die Mittelwerte der Schubmoduln bzw. Scherfestigkeiten aus den einzelnen Prüfberichten bei Scheren in Plattenebene sind in Bild 45 und Bild 46 zusammengestellt. Tabelle 14 enthält den Mittelwert des Schubmoduls bzw. der Scherfestigkeit bei Scherbeanspruchung in Plattenebene und parallel / rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen an. Analog Kapitel 6.1 ist auch hier der Unterschied zwischen den Werten der Schubmoduln bzw. Scherfestigkeiten bei Beanspruchung parallel gegenüber rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen durch Meßungenauigkeiten zu erklären. Die Zusammenstellung der Mittelwerte von Schubmodul und Scherfestigkeit aus den einzelnen Prüfberichten ist in Anlage I.

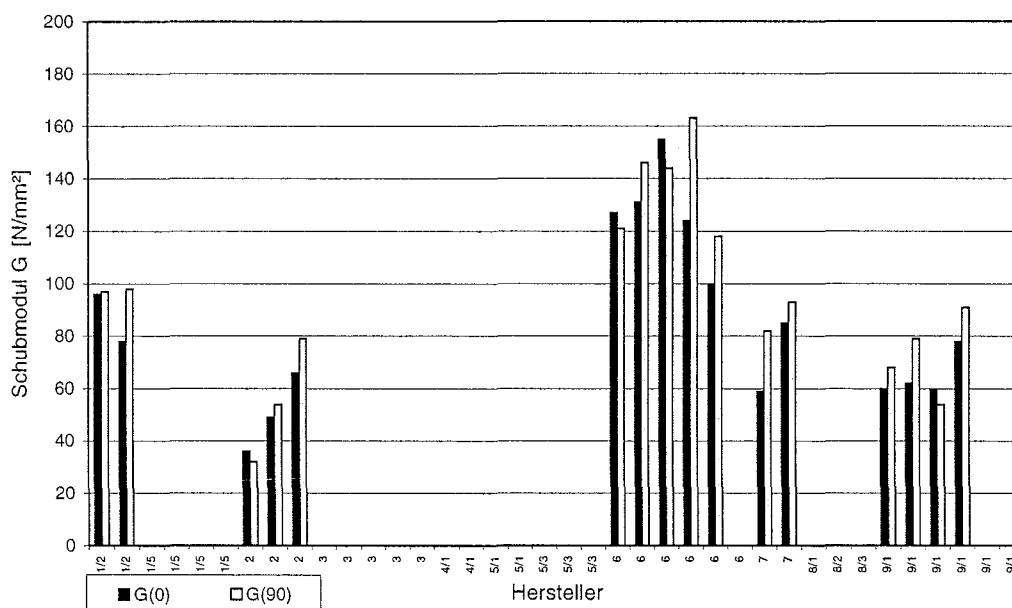


Bild 45: Mittelwerte aus Prüfberichten für Schubmodul in Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

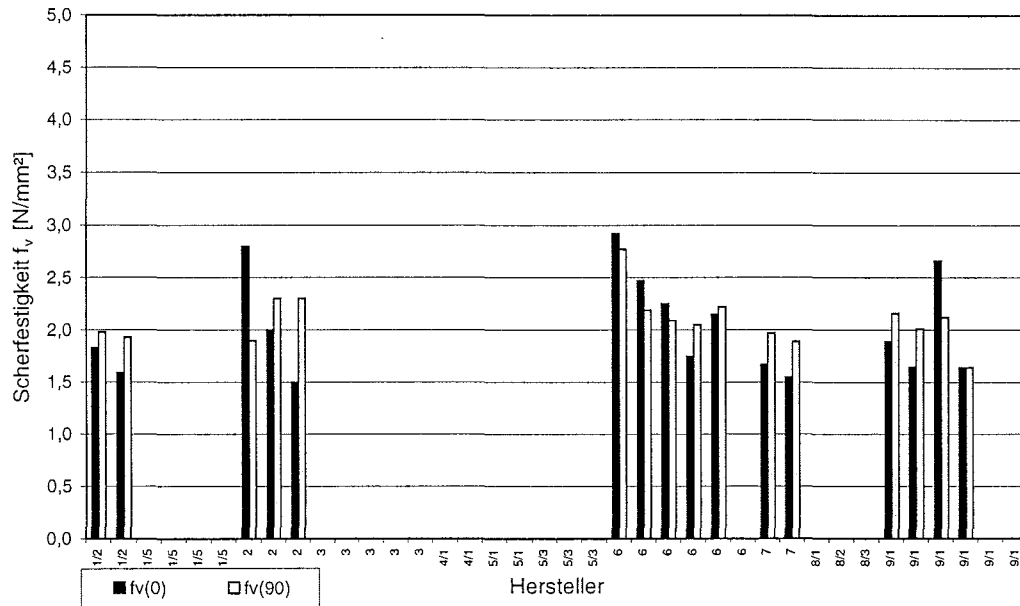


Bild 46: Mittelwerte aus Prüfberichten für Scherfestigkeit in Plattenebene und parallel bzw. rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

	n	min [N/mm ²]	mittel [N/mm ²]	max [N/mm ²]	Standard- abweichung [N/mm ²]	Variations- koeffizient [%]
parallel zur Faserrichtung der Decklagen						
Schubmodul in Plattenebene	17	36	91	188	41	45,1
Scherfestigkeit in Plattenebene	17	1,5	2,1	2,9	0,5	23,2
rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen						
Schubmodul in Plattenebene	17	32	95	163	35	36,8
Scherfestigkeit in Plattenebene	17	1,6	2,1	2,8	0,3	12,9

Tabelle 14: Schubmodul und Scherfestigkeit aus Prüfberichten bei Scherbeanspruchung in Plattenebene

6.3 Zugfestigkeit in Plattenebene

Die Zugfestigkeit von Mehrschichtplatten kann nach DIN EN 789 bestimmt werden. Der Versuchsaufbau ist schematisch in Bild 47 dargestellt.

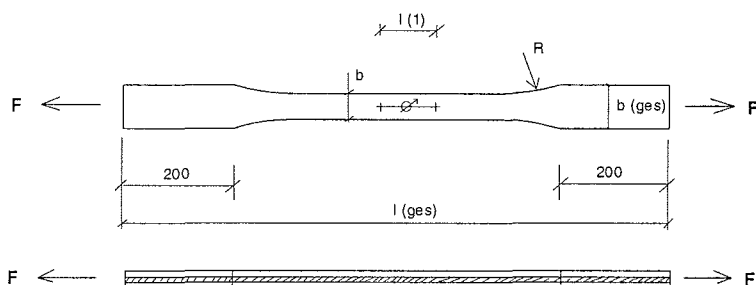


Bild 47: Anordnung für Zugprüfung nach DIN EN 789

Die Berechnung der Zugfestigkeit in Plattenebene ist nach DIN EN 789 nach folgender Gleichung zu bestimmen:

$$f_t = \frac{F_{\max}}{A} \quad (41)$$

Die maximalen Werte der Zugfestigkeit in Plattenebene werden bei paralleler bzw. rechtwinkliger Orientierung der Decklagen erreicht je nach dem Traganteil der einzelnen Lagen. Bei Zugbeanspruchung unter einem Kraft-Faser-Winkel α von 30° , 45° und 60° sind die Zugfestigkeiten erheblich geringer. In Bild 48 ist exemplarisch die Zugfestigkeit einer Fünfschichtplatte in Abhängigkeit von verschiedenen Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen dargestellt. Der Verlauf der Kurve wurde den Versuchswerten für $\alpha = 0^\circ$, 30° , 45° , 60° und 90° angepasst.

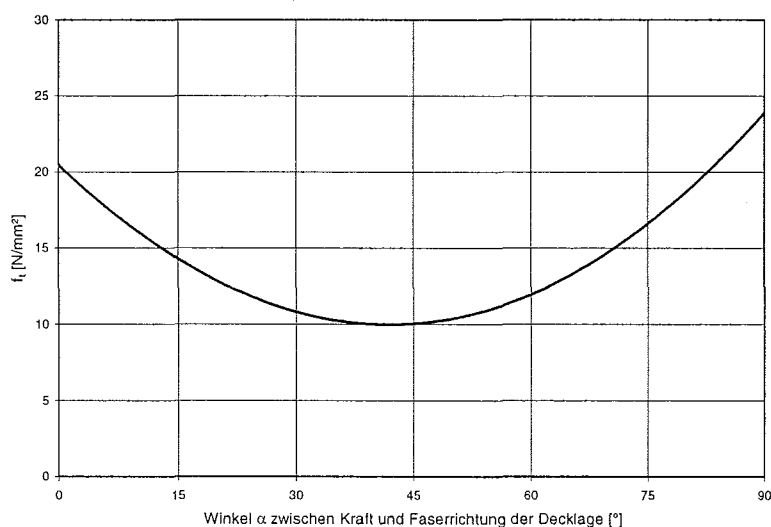


Bild 48: Zugfestigkeit in Abhängigkeit des Winkels α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm)

Im Schlusssentwurf zur Bemessungsnorm Holzbau BEKS - 2002 ist für Mehrschichtplatten, Baufurniersperrholz und OSB - Platten eine Gleichung zur Berechnung der Zugfestigkeit unter einem Winkel α zwischen Beanspruchungsrichtung und Faserrichtung der Decklagen angegeben (Gleichung (42)). Dabei wird die Zugfestigkeit in Faserrichtung mit einem Wert k_α nach Gleichung (43) abgemindert.

$$\frac{\sigma_{t,\alpha,d}}{k_\alpha \cdot f_{t,0,d}} \leq 1 \quad (42)$$

mit

$$k_\alpha = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f_{t,0,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{t,0,d}}{f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}} \quad (43)$$

Zum Vergleich wurden die Werte der Zugfestigkeiten unter einem Winkel α aus den Prüfberichten von Mehrschichtplatten den berechneten Werten der Zugfestigkeit nach Gleichung (43) gegenübergestellt. In Bild 49 ist das Verhältnis der Zugfestigkeit aus dem Prüfbericht zu der nach dem Normentwurf berechneten Zugfestigkeit für einen Winkel α zwischen Beanspruchungsrichtung und Faserrichtung der Decklagen von 30°, 45° und 60° dargestellt (vgl. auch Tabelle 15). Die zugehörigen Werte sind in Anlage J zusammengefasst.

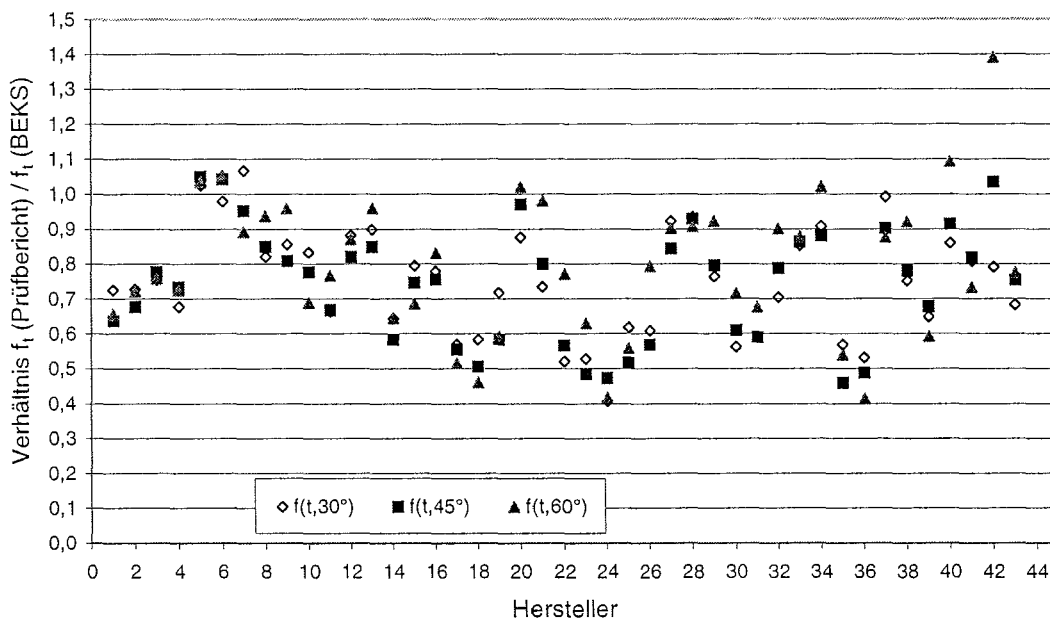


Bild 49: Verhältnis von Zugfestigkeit aus Prüfbericht zur berechneten Zugfestigkeit nach Schlusssentwurf zur Bemessungsnorm Holzbau BEKS - 2002 für verschiedene Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen

$f_t(\text{Prüfbericht}) / f_t(\text{Normentwurf BEKS})$	min	mittel	max
$\alpha = 30^\circ$	0,41	0,75	1,07
$\alpha = 45^\circ$	0,46	0,74	1,05
$\alpha = 60^\circ$	0,41	0,79	1,39

Tabelle 15: Verhältnis von Zugfestigkeit aus Prüfbericht zur berechneten Zugfestigkeit nach Schlussentwurf zur Bemessungsnorm Holzbau BEKS - 2002 für verschiedene Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen

In E DIN 1052 wird zur Berechnung der Zugfestigkeit unter einem Winkel α zwischen Beanspruchungsrichtung und Faserrichtung der Decklagen für Holzwerkstoffe folgende Gleichung angegeben:

$$\frac{\sigma_{t,\alpha,d}}{k_{t,\alpha} \cdot f_{t,0,d}} \leq 1 \quad (44)$$

mit

$$k_{t,\alpha} = \frac{1}{\frac{f_{t,0,d}}{f_{t,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{f_{t,0,d}}{f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (45)$$

Im Gegensatz zur Gleichung (43) (aus dem Schlussentwurf zur Bemessungsnorm Holzbau BEKS - 2002) wird in der Gleichung (45) (aus E DIN 1052) der Einfluss des Winkels α durch eine lineare Interaktion berücksichtigt. Die nach E DIN 1052 berechneten Zugfestigkeiten unter einem Winkel α sind deshalb größer als die nach dem Schlussentwurf zur Bemessungsnorm Holzbau BEKS – 2002 berechneten Zugfestigkeiten. In Bild 50 ist das Verhältnis der Zugfestigkeit unter einem Winkel α aus den Prüfberichten von Mehrschichtplatten zu der nach Gleichung (45) berechneten Zugfestigkeit dargestellt (vgl. auch Tabelle 16). Die zugehörigen Werte sind in Anlage J zusammengefasst.

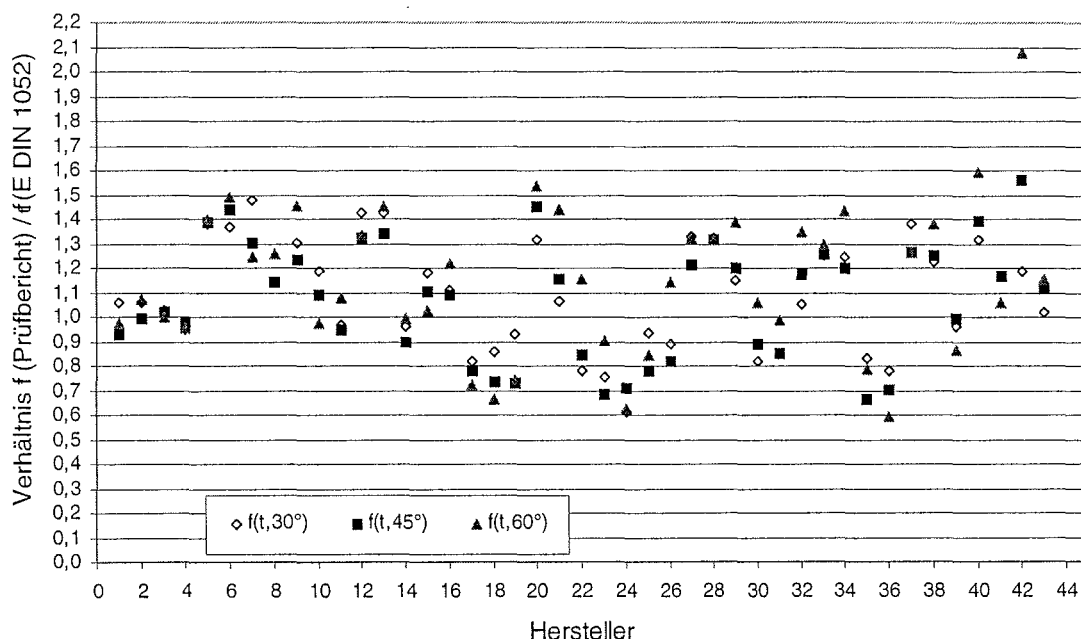


Bild 50: Verhältnis von Zugfestigkeit aus Prüfbericht zur berechneten Zugfestigkeit nach E DIN 1052 für verschiedene Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen

$f_t(\text{Prüfbericht}) / f_t(\text{E DIN 1052})$	min	mittel	max
$\alpha = 30^\circ$	0,61	1,09	1,48
$\alpha = 45^\circ$	0,66	1,07	1,56
$\alpha = 60^\circ$	0,59	1,15	2,08

Tabelle 16: Verhältnis von Zugfestigkeit aus Prüfbericht zur berechneten Zugfestigkeit nach E DIN 1052 für verschiedene Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen

Das Verhältnis der Tragfähigkeit aus dem Versuch zur rechnerischen Tragfähigkeit liegt bei der Anwendung der linearen Interaktion im Mittel über 1,0. Die lineare Interaktionsbeziehung nach E DIN 1052 (2000) zur Berechnung der Zugfestigkeit unter einem Winkel α zwischen Kraft- und Faserrichtung der Decklagen ist für Mehrschichtplatten daher zutreffender.

7 Zusammenfassung

Die Berechnung von Mehrschichtplatten wird derzeit durch allgemeine bauaufsichtliche Zulassungen geregelt, in denen typengebundene Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte angegeben sind. Ziel dieses Forschungsvorhabens war die Erstellung eines Rechenverfahrens zur Ermittlung von Festigkeitskennwerten von Mehrschichtplatten. Dazu wurde das Trag- und Verformungsverhalten von Mehrschichtplatten untersucht und ein Verfahren zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Mehrschichtplatten erarbeitet.

Die Berechnung von Mehrschichtplatten nach der Verbundtheorie erfolgt mit Hilfe von Basiswerten und Aufbaufaktoren nach Kapitel 2. Bei der Herleitung der Aufbaufaktoren für Mehrschichtplatten wurden (im Gegensatz zu den Aufbaufaktoren für Baufurniersperrholz) sowohl die Steifigkeitsanteile der parallel zur Faserrichtung belasteten Lagen als auch die Steifigkeitsanteile der rechtwinklig zur Faserrichtung belasteten Lagen berücksichtigt. Die Basiswerte für Mehrschichtplatten wurden durch Auswertung von Prüfberichten ermittelt. Dabei können die 5%-Fraktilwerte der Basiswerte für Mehrschichtplatten in die Festigkeitsklasse C30 für Nadelholz nach DIN EN 338 eingeordnet werden. Voraussetzung für diese Einordnung ist ein Anteil von mindestens 90% von Brettern der Sortierklasse C24 oder besser und von bis zu 10% der Sortierklasse C16 oder besser. Somit können die Steifigkeiten und Festigkeiten von Mehrschichtplatten mittels Aufbaufaktoren und Basiswerten in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und des Plattenaufbaus ermittelt werden. Bei der Anwendung der Verbundtheorie zur Berechnung von Mehrschichtplatten wird der Schubefluss vernachlässigt.

Bei der Berechnung von Mehrschichtplatten müssen die Steifigkeitsanteile der Querlagen berücksichtigt werden. Das Biegeverhalten bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene wird in diesen Schichten maßgebend von dem dort auftretenden Rollschub bestimmt. Zur Bestimmung des Rollschubmoduls wurde in Kapitel 3 aus dem bekannten Verfahren der Bestimmung der Eigenfrequenz zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls (in Faserrichtung) durch Schwingungsmessung [6] ein Verfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls (rechtwinklig zur Faserrichtung) und des Rollschubmoduls abgeleitet. Die Gültigkeit der in diesem Verfahren angewandten Schwingungsgleichung wurde mittels einer FE-Berechnung bewiesen. Die Untersuchungen zeigten, dass der Rollschubmodul und der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung in hohem Maße von der Jahrringlage abhängig sind. Bei kleinen Winkelabweichungen der Jahrringlage von 0° und 90°

erfolgt eine große Abnahme des Elastizitätsmoduls rechtwinklig zur Faserrichtung. Der Rollschubmodul ändert sich bei kleinen Winkelabweichungen von 0° und 90° kaum, erst bei Winkel zwischen ca. 30° und 60° steigt der Rollschubmodul an. Für eine Jahrringlage um 45° wurde der Rollschubmodul aus dem Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung abgeleitet, da in diesem Bereich aus den gemessenen Schwingungsfrequenzen der Rollschubmodul nicht ermittelt werden kann. Realistische Werte für den Rollschubmodul liegen zwischen 40 N/mm^2 und 80 N/mm^2 .

In Kapitel 4 wurde mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens nach *Kreuzinger* [8] der Schubeinfluss auf das Tragverhalten von Mehrschichtplatten untersucht. Beim Schubanalogieverfahren können beliebig viele Lagen mit unterschiedlichen Steifigkeiten berücksichtigt werden. Bei den Untersuchungen von Drei- und Fünfschichtplatten mit unterschiedlichem Plattenaufbau wurde besonders der Einfluss von Rollschubmodul, Verhältnis Stützweite zu Plattendicke (L/d) sowie Belastungsrichtung genauer betrachtet. Bei der Modellierung des Tragverhaltens von Dreischichtplatten mit dem Schubanalogieverfahren wird der Schubeinfluss bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen bei kleinen L/d -Verhältnissen nicht mehr genügend genau erfasst. Deshalb wurde die schubsteife Mittellage von Dreischichtplatten bei der Modellierung in mehrere Lagen mit gleichen elastomechanischen Eigenschaften unterteilt und somit der Schubeinfluss berücksichtigt. Der Schubeinfluss tritt bei Belastung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen bei Verhältnissen von $L/d < 30$ auf, bei Belastung rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen bei $L/d < 20$.

Für die Praxis wird somit ein vereinfachtes Verfahren zur Berechnung von Mehrschichtplatten vorgeschlagen:

- Bei Verhältnissen von $L/d < 30$ (bzw. $L/d < 20$) kann das Tragverhalten von Mehrschichtplatten mit Hilfe der technischen Biegelehre erfasst werden. Der Schubeinfluss wird durch einen wirksamen Schubmodul, der im Rahmen dieses Forschungsvorhabens für Drei- und Fünfschichtplatten mit unterschiedlichem Plattenaufbau mit Hilfe des Schubanalogieverfahrens ermittelt wurde, berücksichtigt.
- Bei Verhältnissen von $L/d \geq 30$ (bzw. $L/d \geq 20$) ist der Schubeinfluss vernachlässigbar und die Berechnung von Mehrschichtplatten kann mit Hilfe der Verbundtheorie erfolgen. Die Steifigkeiten und Festigkeiten von Mehrschichtplatten können mittels Aufbauaktoren und Basiswerten in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und des Plattenaufbaus ermittelt werden.

8 Literatur

- [1] Aicher, S. / Dill-Langer, G.: Basic considerations to rolling shear modulus in wooden boards, Annual Journal on Research and Testing of Materials, pp. 157-165, 11/2000
- [2] Blaß, H.J. / Görlacher, R. / Steck, G.: STEP 1, Bemessung und Baustoffe, Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [3] Blaß, H.J. / Görlacher, R.: Rolling shear in structural bonded timber elements, International Conference on Wood and Wood Fiber Composites, pp. 327-337, Stuttgart 2000
- [4] Entwicklungsgemeinschaft Holzbau EGH in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung (Hrsg.): Baufurniersperrholz aus Buche, München 1988
- [5] Entwicklungsgemeinschaft Holzbau EGH in der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung und Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.): Holzwerkstoffe – konstruktive Holzwerkstoffe, Düsseldorf 1997
- [6] Görlacher, R.: Ein neues Messverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz, Holz als Roh- und Werkstoff 42, S. 219 – 222, 1984
- [7] Hearmon, R.F.S.: Vibration Testing of Wood, Forest Products Journal 16, S. 29 – 40, 1966
- [8] Kreuzinger, H.: Platten, Scheiben und Schalen – ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme, Bauen mit Holz, 01/1999, Bruderverlag
- [9] Kreuzinger, H.: Verbundkonstruktionen aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen, Tagungsband 2000, Ingenieurholzbau Karlsruher Tage, Bruderverlag, Karlsruhe 2000
- [10] Kreuzinger, H. / Scholz, A.: Schubtragverhalten von Brettsperrholz, Institut für Baustoffe und Konstruktionen, Fachgebiet Holzbau, TU München, München 2001
- [11] Krug, D. / Tobisch, S. / Faust, E.: Massivholzplatten für konstruktive Anwendungen, Teil 1 und 2, Holz-Zentralblatt Nr. 94, 100, 108, 1999 – 2001

- [12] Liu, J. Y.: Effects of shear coupling on shear properties of wood, Wood and Fiber Science, pp. 458 – 465, 2000
- [13] Neuhaus, F.-H.: Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 81-8 der Ruhr-Universität Bochum, Bochum 1981
- [14] Scholz, A.: Schub beim Brettsper Holz, Bauen mit Holz, 05/2001, Bruderverlag
- [15] Spengler, R.: Nadelholz – Feinstruktur bei „Rollschub“, Bauen mit Holz, 05/2001, Bruderverlag

Normen, Vornormen und Richtlinien

DIN 1052, Teil 1 – 4, April 1988: Holzbauwerke

DIN 4074, Teil 1, September 1989: Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit

DIN 53255, Juni 1964: Bestimmung der Bindefestigkeit von Sperrholzleimungen im Zugversuch und im Aufstechversuch

DIN 68705, Teil 4, Dezember 1981: Sperrholz

DIN EN 310, August 1993: Holzwerkstoffe – Bestimmung des Biege-Elastizitätsmoduls und der Biegefestigkeit

DIN EN 338, Februar 2001: Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen (Deutsche Fassung prEN 338, Oktober 2000)

DIN EN 789, Juli 1996: Bestimmung der mechanischen Eigenschaften von Holzwerkstoffen

DIN EN 12775, Februar 1997: Massivholzplatten – Einteilung und Terminologie

DIN EN 13354, Januar 1999: Massivholzplatten – Qualität der Verklebung – Prüfverfahren

E DIN 1052, Mai 2000: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken

Schlussentwurf Bemessungsnorm Holzbau BEKS – 2002

Inhaltsverzeichnis Anlage

Anlage A: Aufbau von Mehrschichtplatten verschiedener Hersteller

Anlage B: Nummerierung der Prüfberichte verschiedener Hersteller

Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen

modifizierte Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen

Basiswerte der untersuchten Mehrschichtplatten

Anlage C: Berechnung einer Fünfschichtplatte mit dem Schubanalogieverfahren

Anlage D: Verbundtheorie

Schubanalogie

Schubanalogieverfahren: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul

Anlage E: Schubanalogieverfahren: wirksamer Schubmodul

Anlage F: verfeinertes Schubanalogieverfahren

verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul

Anlage G: verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Schubmodul

Anlage H: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$

Anlage I: Mittelwerte für Schubmodul und Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene bzw. in Plattenebene aus Prüfberichten

Anlage J: Vergleich der Zugfestigkeiten unter einem Winkel α

lfd. Nr.	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Einzelbrettbreite [mm]		Brettdicken [mm]			Lagedicken-summe [mm]		
			min	max	d ₁	d ₂	d ₃	a ₁	a ₃	a ₅
1	3	12	97	135	4,0	4,0	0,0	4,0	12,0	0,0
2	3	13	70	120	4,2	4,6	0,0	4,6	13,0	0,0
3	3	13	80	160	4,2	4,6	0,0	4,6	13,0	0,0
4	3	13	91	190	4,5	4,0	0,0	4,0	13,0	0,0
5	3	15	90	150	5,0	5,0	0,0	5,0	15,0	0,0
6	3	16	70	120	4,4	7,2	0,0	7,2	16,0	0,0
7	3	16	80	160	5,2	5,7	0,0	5,7	16,0	0,0
8	3	16,5	80	140	5,5	5,5	0,0	5,5	16,5	0,0
9	3	17	70	128	5,5	6,0	0,0	6,0	17,0	0,0
10	3	17	85	180	5,6	6,2	0,0	6,2	17,4	0,0
11	3	19	90	150	6,6	5,8	0,0	5,8	19,0	0,0
12	3	19	80	160	6,1	6,8	0,0	6,8	19,0	0,0
13	3	20	34	43	6,7	6,6	0,0	6,6	20,0	0,0
14	3	20	85	180	5,6	8,8	0,0	8,8	20,0	0,0
15	3	21	70	120	6,9	7,2	0,0	7,2	21,0	0,0
16	3	25	85	180	8,2	8,8	0,0	8,8	25,2	0,0
17	3	26	70	128	5,5	15,0	0,0	15,0	26,0	0,0
18	3	27	90	150	8,7	9,6	0,0	9,6	27,0	0,0
19	3	27	70	120	6,9	13,2	0,0	13,2	27,0	0,0
20	3	27	80	160	6,2	14,7	0,0	14,7	27,0	0,0
21	3	27	90	150	9,0	9,0	0,0	9,0	27,0	0,0
22	3	27	90	150	7,0	13,0	0,0	13,0	27,0	0,0
23	3	27	91	190	8,5	10,0	0,0	10,0	27,0	0,0
24	3	27	97	135	9,0	9,0	0,0	9,0	27,0	0,0
25	3	27	80	140	9,0	9,0	0,0	9,0	27,0	0,0
26	3	27	70	128	9,5	8,0	0,0	8,0	27,0	0,0
27	3	28	80	160	6,1	15,8	0,0	15,8	28,0	0,0
28	3	30	85	180	8,2	14,0	0,0	14,0	30,4	0,0
29	3	32	70	120	6,9	18,2	0,0	18,2	32,0	0,0
30	3	32	91	190	8,5	15,0	0,0	15,0	32,0	0,0
31	3	32	70	128	5,5	21,0	0,0	21,0	32,0	0,0
32	3	33	80	160	6,1	20,8	0,0	20,8	33,0	0,0
33	3	40	90	150	9,0	22,0	0,0	22,0	40,0	0,0
34	3	40	90	210	6,5	26,5	0,0	26,5	39,5	0,0
35	3	40	34	43	6,7	26,6	0,0	26,6	40,0	0,0
36	3	40	34	43	13,0	14,0	0,0	14,0	40,0	0,0
37	3	42	70	120	6,9	28,2	0,0	28,2	42,0	0,0
38	3	42	80	160	6,2	29,7	0,0	29,7	42,0	0,0

Tabelle A-1: Aufbau von Mehrschichtplatten verschiedener Hersteller

lfd. Nr.	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Einzelbrettbreite [mm]		Brettdicken [mm]			Lagendicken-summe [mm]		
			min	max	d ₁	d ₂	d ₃	a ₁	a ₃	a ₅
39	3	42	80	160	6,1	29,8	0,0	29,8	42,0	0,0
40	3	42	97	135	9,0	24,0	0,0	24,0	42,0	0,0
41	3	42	80	140	5,5	31,0	0,0	31,0	42,0	0,0
42	3	42	80	140	9,0	24,0	0,0	24,0	42,0	0,0
43	3	42	70	128	5,5	31,0	0,0	31,0	42,0	0,0
44	3	49	91	190	12,0	25,0	0,0	25,0	49,0	0,0
45	3	50	70	128	9,5	31,0	0,0	31,0	50,0	0,0
46	3	52	70	120	6,9	38,2	0,0	38,2	52,0	0,0
47	3	60	70	120	6,9	46,2	0,0	46,2	60,0	0,0
48	3	60	90	150	12,0	36,0	0,0	36,0	60,0	0,0
49	3	60	90	210	8,5	41,5	0,0	41,5	58,5	0,0
50	3	60	97	135	10,0	40,0	0,0	40,0	60,0	0,0
51	3	75	34	43	13,0	49,0	0,0	49,0	75,0	0,0
52	3	80	90	210	12,0	56,0	0,0	56,0	80,0	0,0
53	5	25	97	135	4,5	6,8	4,5	4,5	18,1	27,1
54	5	27	117	190	4,0	7,0	5,0	5,0	19,0	27,0
55	5	33	80	160	6,3	6,8	6,8	6,8	20,4	33,0
56	5	35	70	120	6,7	7,2	7,2	7,2	21,6	35,0
57	5	35	34	43	6,7	7,0	7,6	7,6	21,6	35,0
58	5	35	85	180	5,6	8,8	6,2	6,2	23,8	35,0
59	5	35	85	180	8,2	6,2	8,2	8,2	20,6	37,0
60	5	38	85	180	5,6	8,8	8,8	8,8	26,4	37,6
61	5	38	85	180	8,2	6,2	8,8	8,8	21,2	37,6
62	5	40	34	43	6,7	7,0	12,6	12,6	26,6	40,0
63	5	40	85	180	8,2	8,8	6,2	6,2	23,8	40,2
64	5	42	70	120	6,9	7,2	13,8	13,8	28,2	42,0
65	5	42	80	160	6,3	6,8	15,8	15,8	29,4	42,0
66	5	42	117	190	8,5	8,0	9,0	9,0	25,0	42,0
67	5	42	97	135	9,5	7,8	9,5	9,5	25,1	44,1
68	5	47	80	160	6,3	6,8	20,8	20,8	34,4	47,0
69	5	52	70	120	6,9	7,2	23,8	23,8	38,2	52,0
70	5	54	97	135	9,0	6,8	22,0	22,0	35,6	53,6
71	5	55	70	120	6,9	41,2	0,0	41,2	55,0	0,0
72	5	55	70	120	14,1	26,8	0,0	26,8	55,0	0,0
73	5	56	80	160	6,3	6,8	29,8	29,8	43,4	56,0
74	5	70	70	120	14,1	41,8	0,0	41,8	70,0	0,0
75	5	80	70	120	14,1	51,8	0,0	51,8	80,0	0,0

Fortsetzung Tabelle A-1: Aufbau von Mehrschichtplatten verschiedener Hersteller

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Einzelbrettbreite [mm]		Brettdicken [mm]			Lagendicken- summe [mm]		
			min	max	d ₁	d ₂	d ₃	a ₁	a ₃	a ₅
1/1	3	21	70	120	6,9	7,2	0,0	7,2	21,0	0,0
1/1	3	27	70	120	6,9	13,2	0,0	13,2	27,0	0,0
1/2	5	70	70	120	14,1	41,8	0,0	41,8	70,0	0,0
1/2	5	80	70	120	14,1	51,8	0,0	51,8	80,0	0,0
1/3	3	21	70	120	6,9	7,2	0,0	7,2	21,0	0,0
1/3	3	27	70	120	6,9	13,2	0,0	13,2	27,0	0,0
1/4	3	60	70	120	6,9	46,2	0,0	46,2	60,0	0,0
1/5	3	13	70	120	4,2	4,6	0,0	4,6	13,0	0,0
1/5	3	16	70	120	4,4	7,2	0,0	7,2	16,0	0,0
1/5	3	21	70	120	6,9	7,2	0,0	7,2	21,0	0,0
1/5	3	32	70	120	6,9	18,2	0,0	18,2	32,0	0,0
1/5	3	52	70	120	6,9	38,2	0,0	38,2	52,0	0,0
1/5	5	35	70	120	6,7	7,2	7,2	7,2	21,6	35,0
1/5	5	52	70	120	6,9	7,2	23,8	23,8	38,2	52,0
1/5	5	55	70	120	6,9	41,2	0,0	41,2	55,0	0,0
1/5	5	55	70	120	14,1	26,8	0,0	26,8	55,0	0,0
2	3	16	80	160	5,2	5,7	0,0	5,7	16,0	0,0
2	3	27	80	160	6,2	14,7	0,0	14,7	27,0	0,0
2	3	42	80	160	6,2	29,7	0,0	29,7	42,0	0,0
3	3	13	80	160	4,2	4,6	0,0	4,6	13,0	0,0
3	3	19	80	160	6,1	6,8	0,0	6,8	19,0	0,0
3	3	42	80	160	6,1	29,8	0,0	29,8	42,0	0,0
3	5	33	80	160	6,3	6,8	6,8	6,8	20,4	33,0
3	5	56	80	160	6,3	6,8	29,8	29,8	43,4	56,0
4/1	3	40	90	210	6,5	26,5	0,0	26,5	39,5	0,0
4/2	3	80	90	210	12,0	56,0	0,0	56,0	80,0	0,0
5/1	3	40	34	43	13,0	14,0	0,0	14,0	40,0	0,0
5/1	3	75	34	43	13,0	49,0	0,0	49,0	75,0	0,0
5/2	5	40	34	43	6,7	7,0	12,6	12,6	26,6	40,0
5/3	3	20	34	43	6,0	8,0	0,0	8,0	20,0	0,0
5/3	3	40	34	43	6,0	28,0	0,0	28,0	40,0	0,0
5/3	5	40	34	43	5,0	6,0	18,0	18,0	30,0	40,0
6	3	13	91	190	4,5	4,0	0,0	4,0	13,0	0,0
6	3	27	91	190	8,5	10,0	0,0	10,0	27,0	0,0
6	3	32	91	190	8,5	15,0	0,0	15,0	32,0	0,0
6	3	49	91	190	12,0	25,0	0,0	25,0	49,0	0,0
6	5	27	117	190	4,0	7,0	5,0	5,0	19,0	27,0
6	5	42	117	190	8,5	8,0	9,0	9,0	25,0	42,0

Tabelle B-1: Nummerierung der Prüfberichte verschiedener Hersteller

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Einzelbrettbreite [mm]		Brettdicken [mm]			Lagendicken- summe [mm]		
			min	max	d ₁	d ₂	d ₃	a ₁	a ₃	a ₅
7	3	42	97	135	9,0	24,0	0,0	24,0	42,0	0,0
7	3	60	97	135	10,0	40,0	0,0	40,0	60,0	0,0
8/1	3	42	80	140	9,0	24,0	0,0	24,0	42,0	0,0
8/2	3	27	80	140	9,0	9,0	0,0	9,0	27,0	0,0
8/3	3	16,5	80	140	5,5	5,5	0,0	5,5	16,5	0,0
9/1	3	17	70	128	5,5	6,0	0,0	6,0	17,0	0,0
9/1	3	26	70	128	5,5	15,0	0,0	15,0	26,0	0,0
9/1	3	32	70	128	5,5	21,0	0,0	21,0	32,0	0,0
9/1	3	42	70	128	5,5	31,0	0,0	31,0	42,0	0,0
9/1	3	27	70	128	9,5	8,0	0,0	8,0	27,0	0,0
9/1	3	50	70	128	9,5	31,0	0,0	31,0	50,0	0,0
9/2	3	17	70	128	5,5	6,0	0,0	6,0	17,0	0,0
9/2	3	26	70	128	5,5	15,0	0,0	15,0	26,0	0,0

Fortsetzung Tabelle B-1: Nummerierung der Prüfberichte verschiedener Hersteller

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendicken- summe [mm]			Aufbaufaktoren [-]				
			a ₁	a ₃	a ₅	γ_m	(1- γ_m)	δ_m	(1- δ_m)	α_m
1/1	3	21	7,2	21,0	0,0	0,960	0,040	0,657	0,343	0,343
1/1	3	27	13,2	27,0	0,0	0,883	0,117	0,511	0,489	0,489
1/2	5	70	41,8	70,0	0,0	0,787	0,213	0,403	0,597	0,597
1/2	5	80	51,8	80,0	0,0	0,729	0,271	0,353	0,648	0,648
1/3	3	21	7,2	21,0	0,0	0,960	0,040	0,657	0,343	0,343
1/3	3	27	13,2	27,0	0,0	0,883	0,117	0,511	0,489	0,489
1/4	3	60	46,2	60,0	0,0	0,543	0,457	0,230	0,770	0,770
1/5	3	13	4,6	13,0	0,0	0,956	0,044	0,646	0,354	0,354
1/5	3	16	7,2	16,0	0,0	0,909	0,091	0,550	0,450	0,450
1/5	3	21	7,2	21,0	0,0	0,960	0,040	0,657	0,343	0,343
1/5	3	32	18,2	32,0	0,0	0,816	0,184	0,431	0,569	0,569
1/5	3	52	38,2	52,0	0,0	0,604	0,396	0,265	0,735	0,735
1/5	5	35	7,2	21,6	35,0	0,774	0,226	0,589	0,411	0,617
1/5	5	52	23,8	38,2	52,0	0,699	0,301	0,723	0,277	0,735
1/5	5	55	41,2	55,0	0,0	0,580	0,420	0,251	0,749	0,749
1/5	5	55	26,8	55,0	0,0	0,884	0,116	0,513	0,487	0,487
2	3	16	5,7	16,0	0,0	0,955	0,045	0,644	0,356	0,356
2	3	27	14,7	27,0	0,0	0,839	0,161	0,456	0,544	0,544
2	3	42	29,7	42,0	0,0	0,646	0,354	0,293	0,707	0,707
3	3	13	4,6	13,0	0,0	0,956	0,044	0,646	0,354	0,354
3	3	19	6,8	19,0	0,0	0,954	0,046	0,642	0,358	0,358
3	3	42	29,8	42,0	0,0	0,643	0,357	0,290	0,710	0,710
3	5	33	6,8	20,4	33,0	0,773	0,227	0,588	0,412	0,618
3	5	56	29,8	43,4	56,0	0,685	0,315	0,757	0,243	0,775
4/1	3	40	26,5	39,5	0,0	0,698	0,302	0,329	0,671	0,671
4/2	3	80	56,0	80,0	0,0	0,657	0,343	0,300	0,700	0,700
5/1	3	40	14,0	40,0	0,0	0,957	0,043	0,650	0,350	0,350
5/1	3	75	49,0	75,0	0,0	0,721	0,279	0,347	0,653	0,653
5/2	5	40	12,6	26,6	40,0	0,737	0,263	0,650	0,350	0,665
5/3	3	20	8,0	20,0	0,0	0,936	0,064	0,600	0,400	0,400
5/3	3	40	28,0	40,0	0,0	0,657	0,343	0,300	0,700	0,700
5/3	5	40	18,0	30,0	40,0	0,669	0,331	0,700	0,300	0,750
6	3	13	4,0	13,0	0,0	0,971	0,029	0,692	0,308	0,308
6	3	27	10,0	27,0	0,0	0,949	0,051	0,630	0,370	0,370
6	3	32	15,0	32,0	0,0	0,897	0,103	0,531	0,469	0,469
6	3	49	25,0	49,0	0,0	0,867	0,133	0,490	0,510	0,510
6	5	27	5,0	19,0	27,0	0,658	0,342	0,481	0,519	0,704
6	5	42	9,0	25,0	42,0	0,799	0,201	0,619	0,381	0,595

Tabelle B-2: Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagedicken- summe [mm]			Aufbaufaktoren [-]				
						a_1	a_3	a_5	γ_m	$(1-\gamma_m)$
	m	d								
7	3	42	24,0	42,0	0,0	0,813	0,187	0,429	0,571	0,571
7	3	60	40,0	60,0	0,0	0,704	0,296	0,333	0,667	0,667
8/1	3	42	24,0	42,0	0,0	0,813	0,187	0,429	0,571	0,571
8/2	3	27	9,0	27,0	0,0	0,963	0,037	0,667	0,333	0,333
8/3	3	16,5	5,5	16,5	0,0	0,963	0,037	0,667	0,333	0,333
9/1	3	17	6,0	17,0	0,0	0,956	0,044	0,647	0,353	0,353
9/1	3	26	15,0	26,0	0,0	0,808	0,192	0,423	0,577	0,577
9/1	3	32	21,0	32,0	0,0	0,717	0,283	0,344	0,656	0,656
9/1	3	42	31,0	42,0	0,0	0,598	0,402	0,262	0,738	0,738
9/1	3	27	8,0	27,0	0,0	0,974	0,026	0,704	0,296	0,296
9/1	3	50	31,0	50,0	0,0	0,762	0,238	0,380	0,620	0,620
9/2	3	17	6,0	17,0	0,0	0,956	0,044	0,647	0,353	0,353
9/2	3	26	15,0	26,0	0,0	0,808	0,192	0,423	0,577	0,577

Fortsetzung Tabelle B-2: Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendicken- summe [mm]			modifizierte Aufbaufaktoren [-]				
			a_1	a_3	a_5	$\gamma_{m,0}$	$\gamma_{m,90}$	$\delta_{m,0}$	$\delta_{m,90}$	α_m
1/1	3	21	7,2	21,0	0,0	0,961	0,072	0,669	0,365	0,343
1/1	3	27	13,2	27,0	0,0	0,887	0,146	0,527	0,506	0,489
1/2	5	70	41,8	70,0	0,0	0,794	0,239	0,423	0,611	0,597
1/2	5	80	51,8	80,0	0,0	0,738	0,296	0,374	0,659	0,648
1/3	3	21	7,2	21,0	0,0	0,961	0,072	0,669	0,365	0,343
1/3	3	27	13,2	27,0	0,0	0,887	0,146	0,527	0,506	0,489
1/4	3	60	46,2	60,0	0,0	0,559	0,475	0,256	0,778	0,770
1/5	3	13	4,6	13,0	0,0	0,957	0,076	0,658	0,375	0,354
1/5	3	16	7,2	16,0	0,0	0,912	0,121	0,565	0,468	0,450
1/5	3	21	7,2	21,0	0,0	0,961	0,072	0,669	0,365	0,343
1/5	3	32	18,2	32,0	0,0	0,822	0,211	0,450	0,583	0,569
1/5	3	52	38,2	52,0	0,0	0,617	0,417	0,290	0,743	0,735
1/5	5	35	7,2	21,6	35,0	0,781	0,252	0,602	0,431	0,617
1/5	5	52	23,8	38,2	52,0	0,709	0,324	0,732	0,301	0,735
1/5	5	55	41,2	55,0	0,0	0,594	0,440	0,276	0,757	0,749
1/5	5	55	26,8	55,0	0,0	0,888	0,145	0,529	0,504	0,487
2	3	16	5,7	16,0	0,0	0,956	0,077	0,656	0,378	0,356
2	3	27	14,7	27,0	0,0	0,844	0,189	0,474	0,560	0,544
2	3	42	29,7	42,0	0,0	0,658	0,375	0,316	0,717	0,707
3	3	13	4,6	13,0	0,0	0,957	0,076	0,658	0,375	0,354
3	3	19	6,8	19,0	0,0	0,956	0,078	0,654	0,379	0,358
3	3	42	29,8	42,0	0,0	0,655	0,379	0,314	0,719	0,710
3	5	33	6,8	20,4	33,0	0,780	0,253	0,602	0,432	0,618
3	5	56	29,8	43,4	56,0	0,696	0,338	0,765	0,268	0,775
4/1	3	40	26,5	39,5	0,0	0,708	0,325	0,351	0,682	0,671
4/2	3	80	56,0	80,0	0,0	0,668	0,365	0,323	0,710	0,700
5/1	3	40	14,0	40,0	0,0	0,959	0,075	0,662	0,372	0,350
5/1	3	75	49,0	75,0	0,0	0,730	0,303	0,368	0,665	0,653
5/2	5	40	12,6	26,6	40,0	0,746	0,287	0,662	0,372	0,665
5/3	3	20	8,0	20,0	0,0	0,938	0,095	0,613	0,420	0,400
5/3	3	40	28,0	40,0	0,0	0,668	0,365	0,323	0,710	0,700
5/3	5	40	18,0	30,0	40,0	0,680	0,353	0,710	0,323	0,750
6	3	13	4,0	13,0	0,0	0,972	0,061	0,703	0,331	0,308
6	3	27	10,0	27,0	0,0	0,951	0,082	0,642	0,391	0,370
6	3	32	15,0	32,0	0,0	0,900	0,133	0,547	0,486	0,469
6	3	49	25,0	49,0	0,0	0,872	0,162	0,507	0,527	0,510
6	5	27	5,0	19,0	27,0	0,669	0,364	0,499	0,535	0,704
6	5	42	9,0	25,0	42,0	0,806	0,228	0,632	0,402	0,595

Tabelle B-3: modifizierte Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen ($E_0/E_{90}=30$)

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendicken- summe [mm]			modifizierte Aufbaufaktoren [-]				
			a ₁	a ₃	a ₅	$\gamma_{m,0}$	$\gamma_{m,90}$	$\delta_{m,0}$	$\delta_{m,90}$	α_m
	m	d	a ₁	a ₃	a ₅	$\gamma_{m,0}$	$\gamma_{m,90}$	$\delta_{m,0}$	$\delta_{m,90}$	α_m
6	3	13	4,0	13,0	0,0	0,972	0,061	0,703	0,331	0,308
6	3	27	10,0	27,0	0,0	0,951	0,082	0,642	0,391	0,370
6	3	32	15,0	32,0	0,0	0,900	0,133	0,547	0,486	0,469
6	3	49	25,0	49,0	0,0	0,872	0,162	0,507	0,527	0,510
6	5	27	5,0	19,0	27,0	0,669	0,364	0,499	0,535	0,704
6	5	42	9,0	25,0	42,0	0,806	0,228	0,632	0,402	0,595
7	3	42	24,0	42,0	0,0	0,820	0,214	0,448	0,586	0,571
7	3	60	40,0	60,0	0,0	0,714	0,320	0,356	0,678	0,667
8/1	3	42	24,0	42,0	0,0	0,820	0,214	0,448	0,586	0,571
8/2	3	27	9,0	27,0	0,0	0,964	0,069	0,678	0,356	0,333
8/3	3	16,5	5,5	16,5	0,0	0,964	0,069	0,678	0,356	0,333
9/1	3	17	6,0	17,0	0,0	0,958	0,076	0,659	0,375	0,353
9/1	3	26	15,0	26,0	0,0	0,814	0,219	0,442	0,591	0,577
9/1	3	32	21,0	32,0	0,0	0,727	0,307	0,366	0,668	0,656
9/1	3	42	31,0	42,0	0,0	0,611	0,422	0,287	0,747	0,738
9/1	3	27	8,0	27,0	0,0	0,975	0,058	0,714	0,320	0,296
9/1	3	50	31,0	50,0	0,0	0,770	0,264	0,401	0,633	0,620
9/2	3	17	6,0	17,0	0,0	0,958	0,076	0,659	0,375	0,353
9/2	3	26	15,0	26,0	0,0	0,814	0,219	0,442	0,591	0,577

Fortsetzung Tabelle B-3: modifizierte Aufbaufaktoren für verschiedene Plattentypen
($E_0/E_{90}=30$)

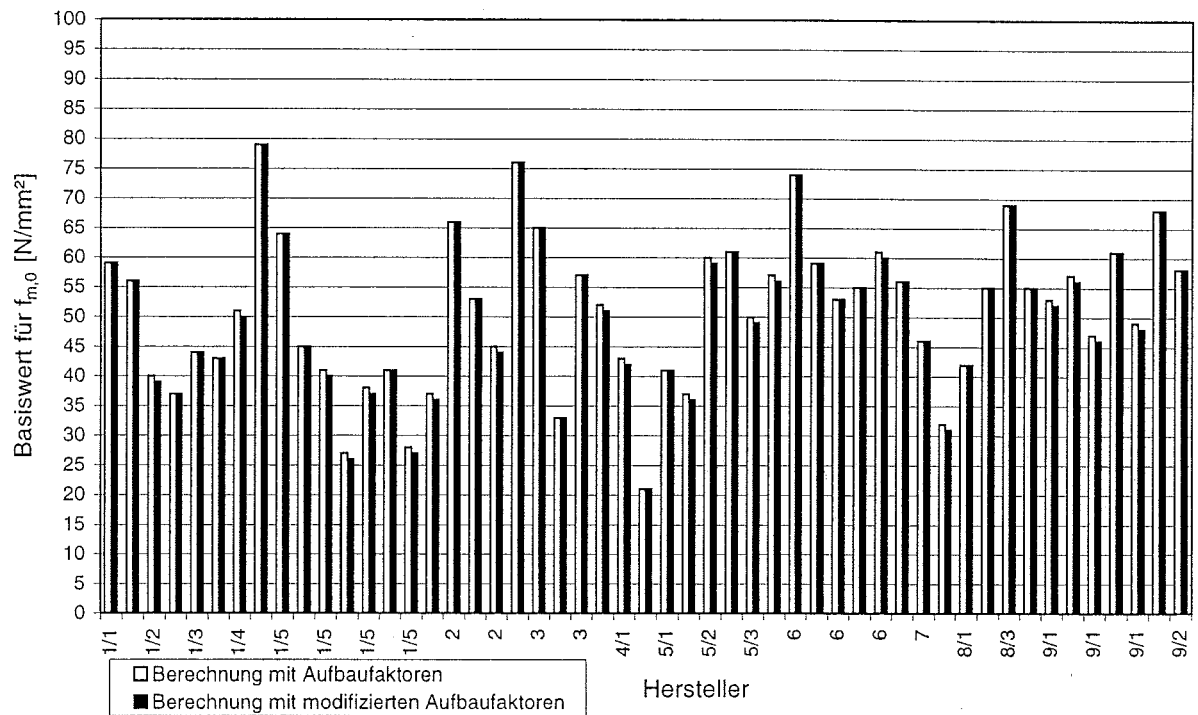


Bild B-1: Basiswerte für Biegefestigkeit bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Plattenbeanspruchung)

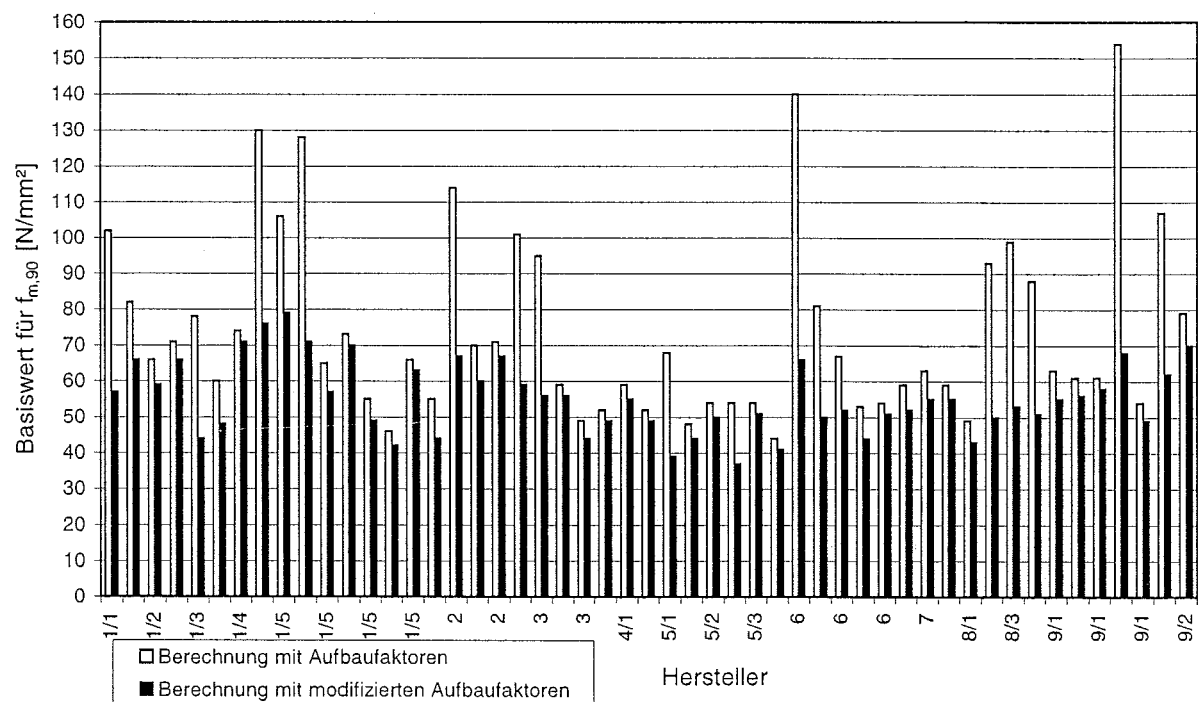


Bild B-2: Basiswerte für Biegefestigkeit bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Plattenbeanspruchung)

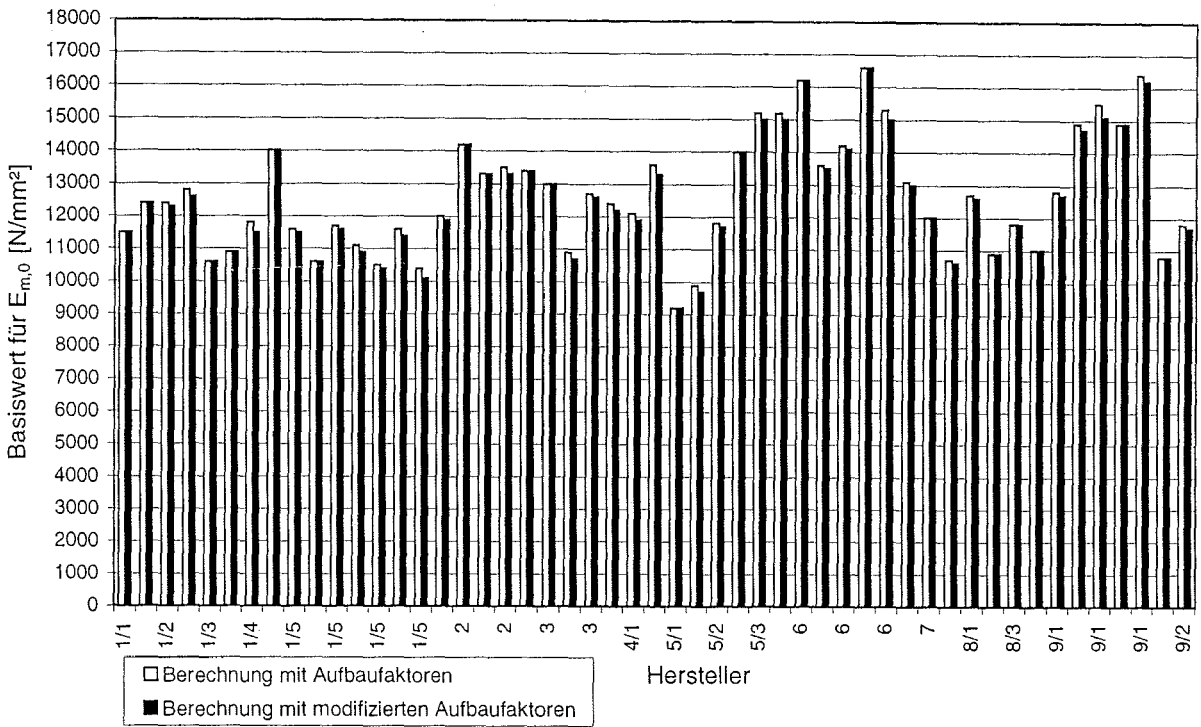


Bild B-3: Basiswerte für Biege-Elastizitätsmodul bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Plattenbeanspruchung)

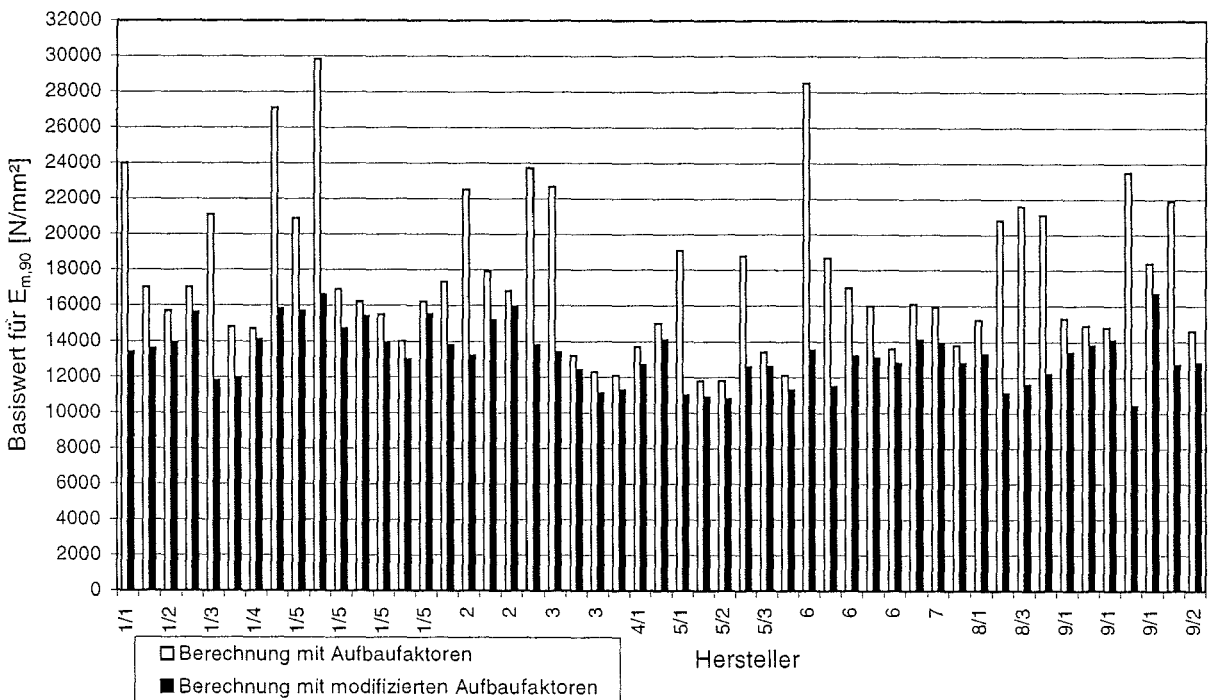


Bild B-4: Basiswerte für Biege-Elastizitätsmodul bei Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Plattenbeanspruchung)

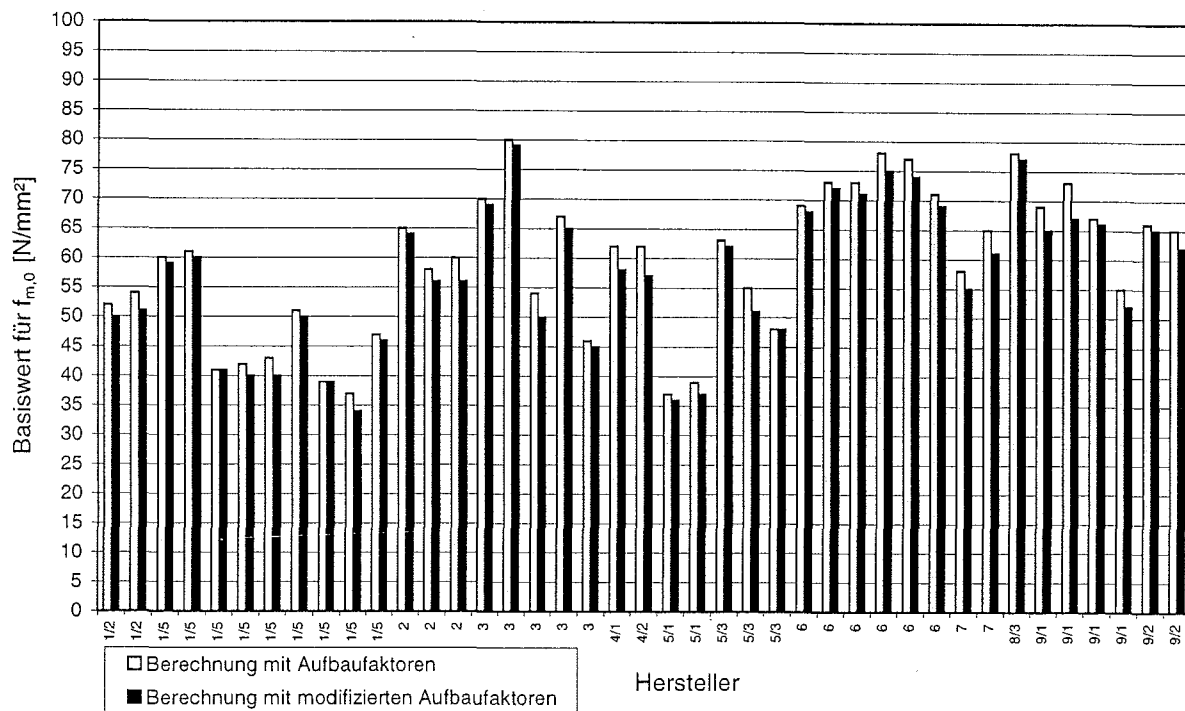


Bild B-5: Basiswerte für Biegefestigkeit bei Biegung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

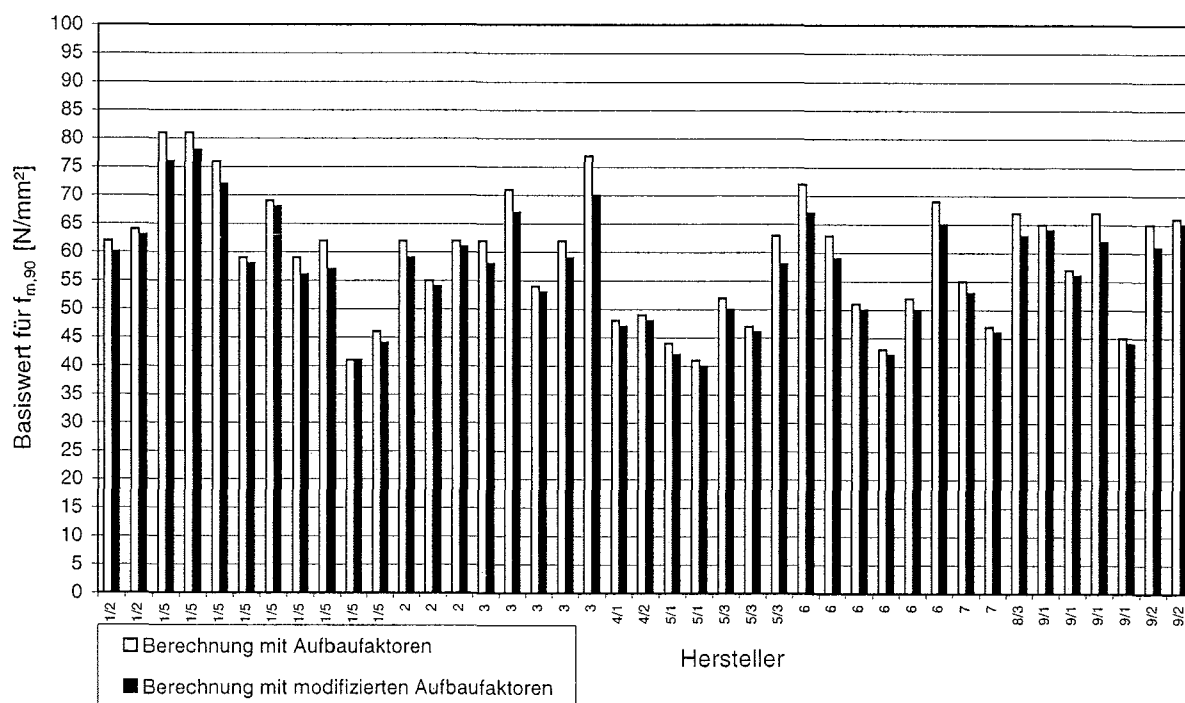


Bild B-6: Basiswerte für Biegefestigkeit bei Biegung in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

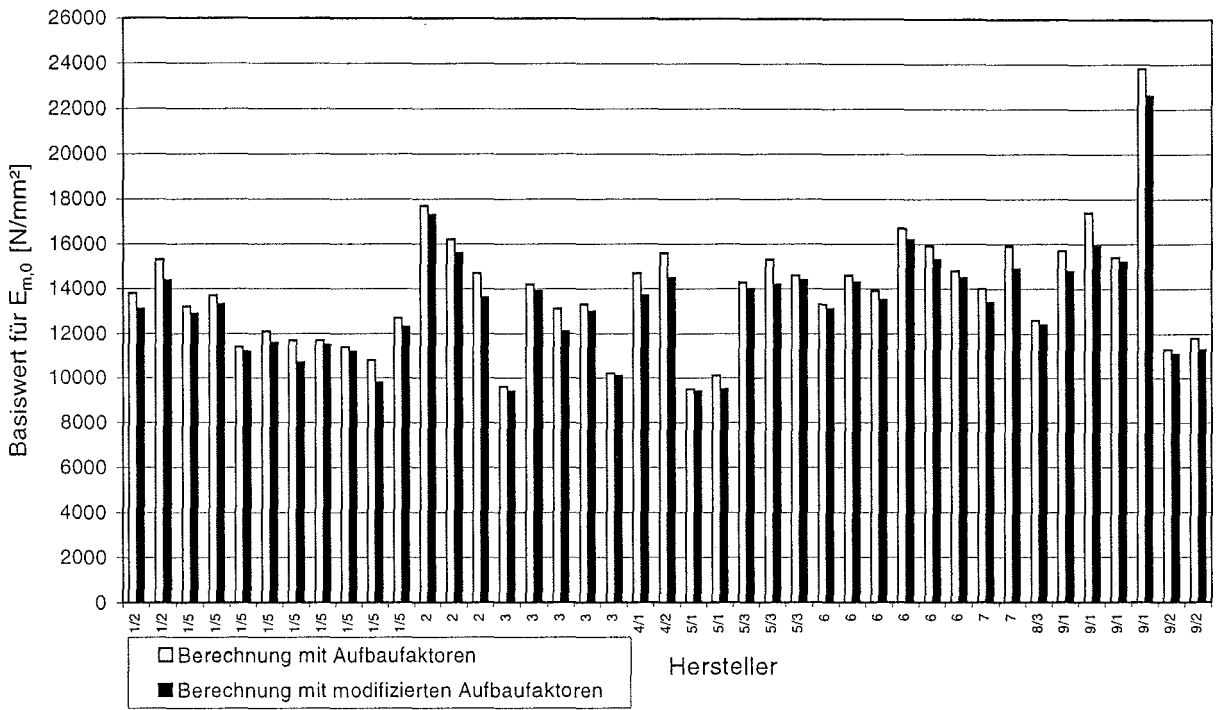


Bild B-7: Basiswerte für Biege-Elastizitätsmodul bei Biegung in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

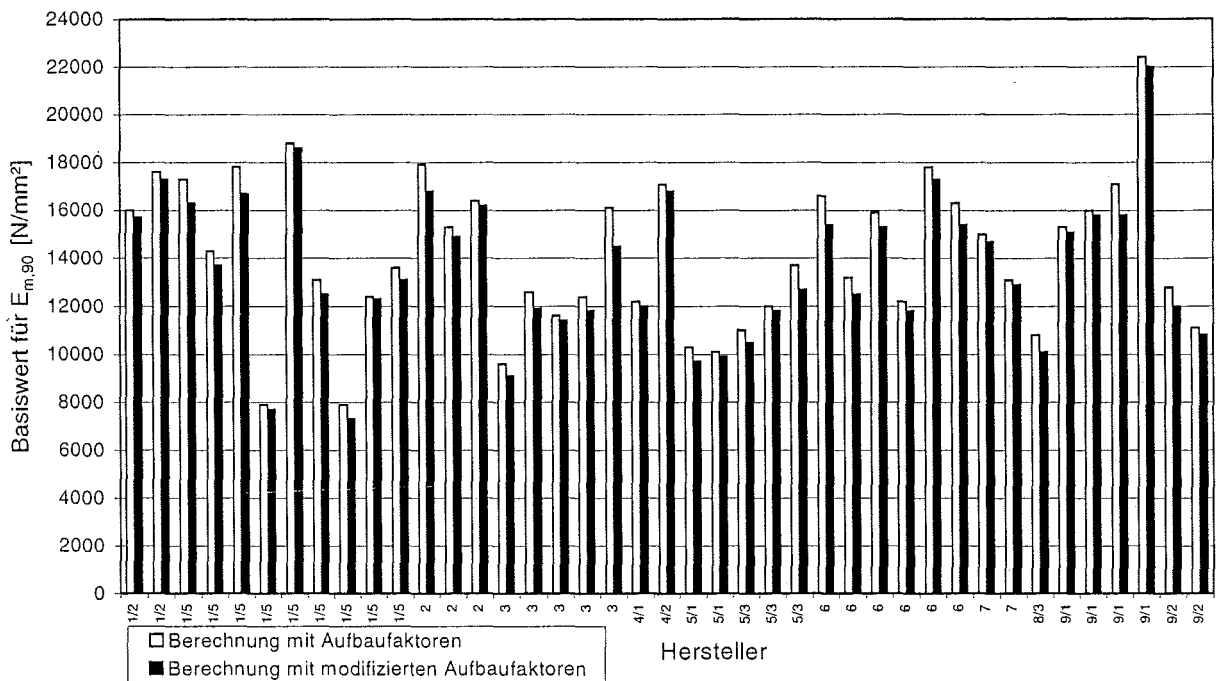


Bild B-8: Basiswerte für Biege-Elastizitätsmodul bei Biegung in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

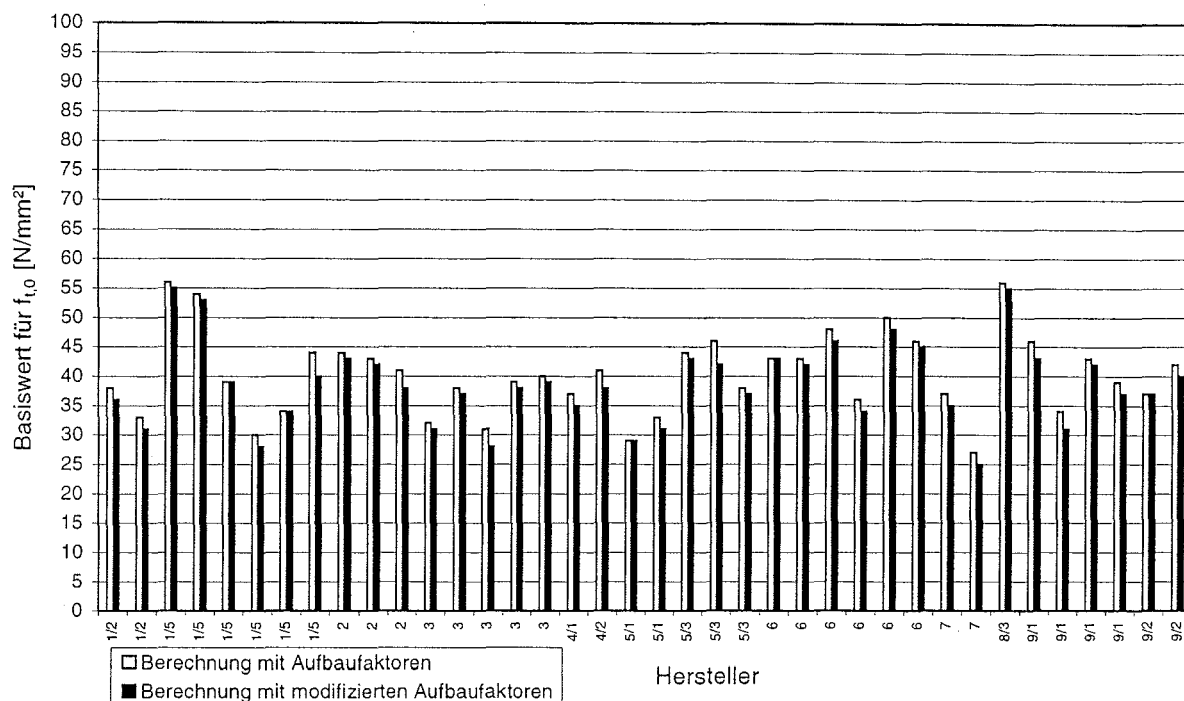


Bild B-9: Basiswerte für Zugfestigkeit bei Zug in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

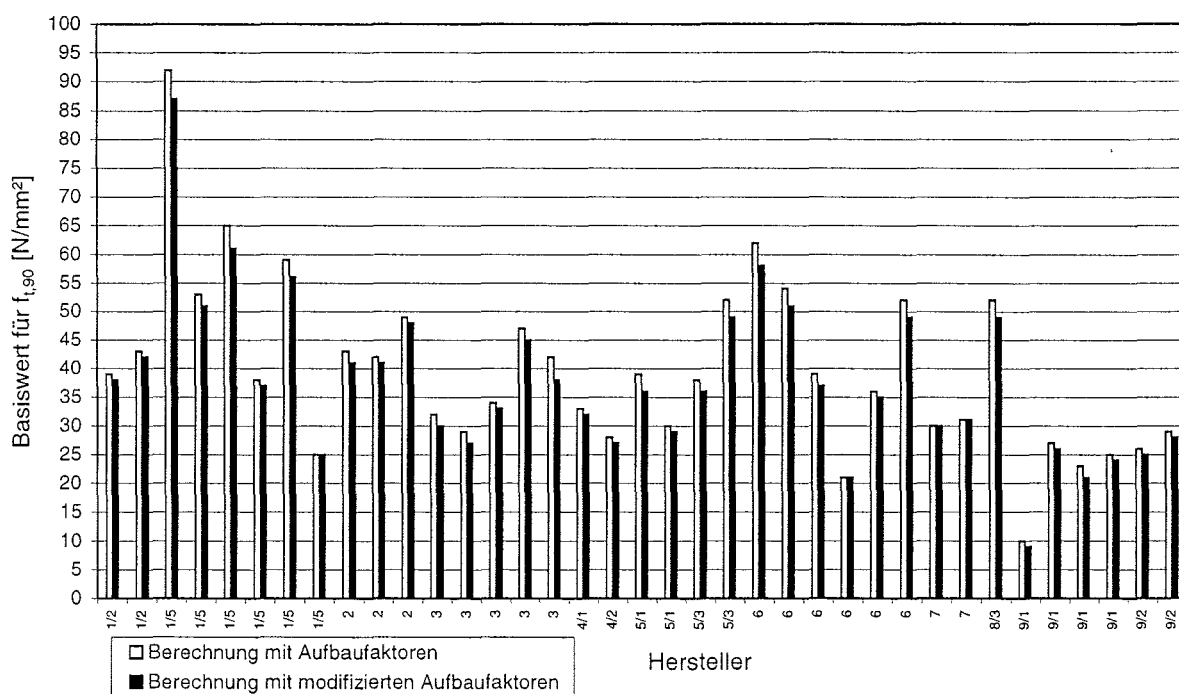


Bild B-10: Basiswerte für Zugfestigkeit bei Zug in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

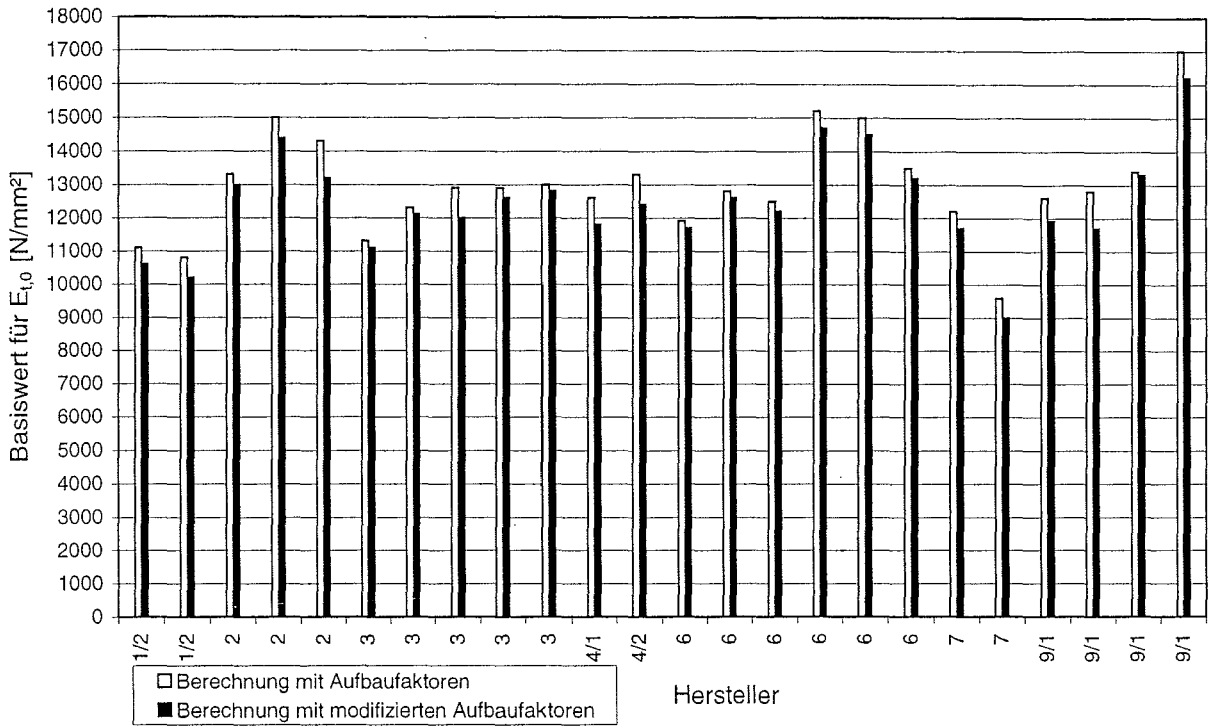


Bild B-11: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Zug in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

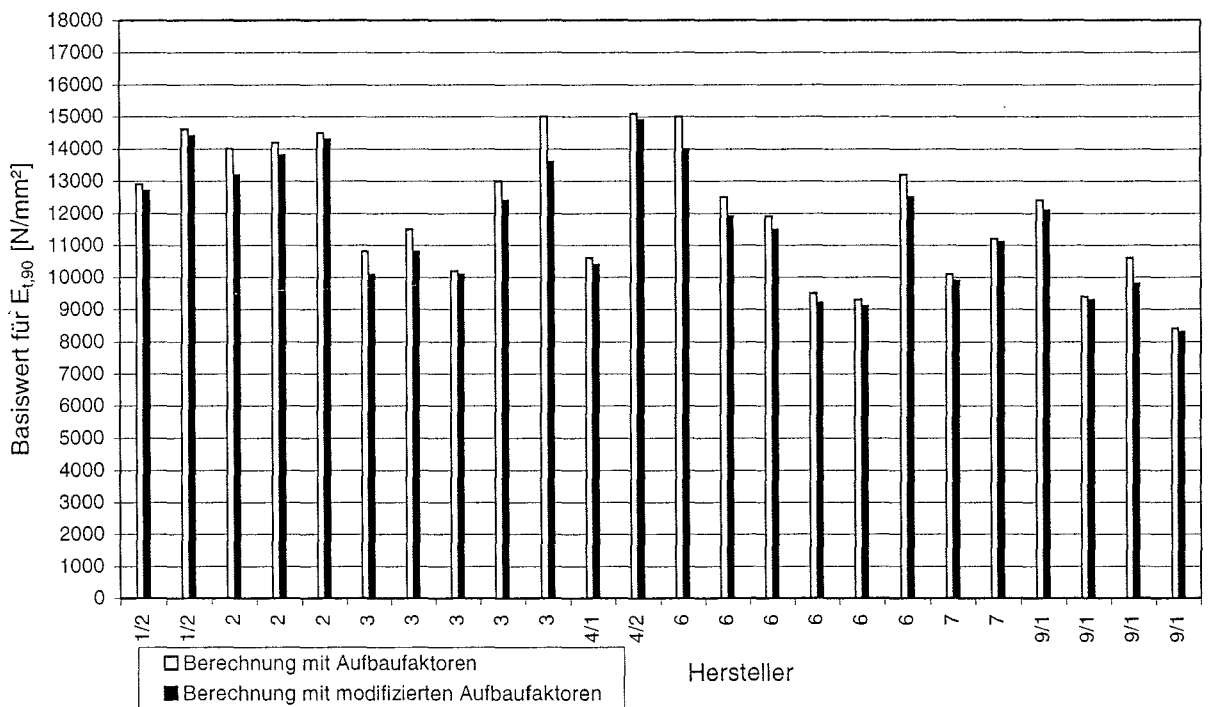


Bild B-12: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Zug in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

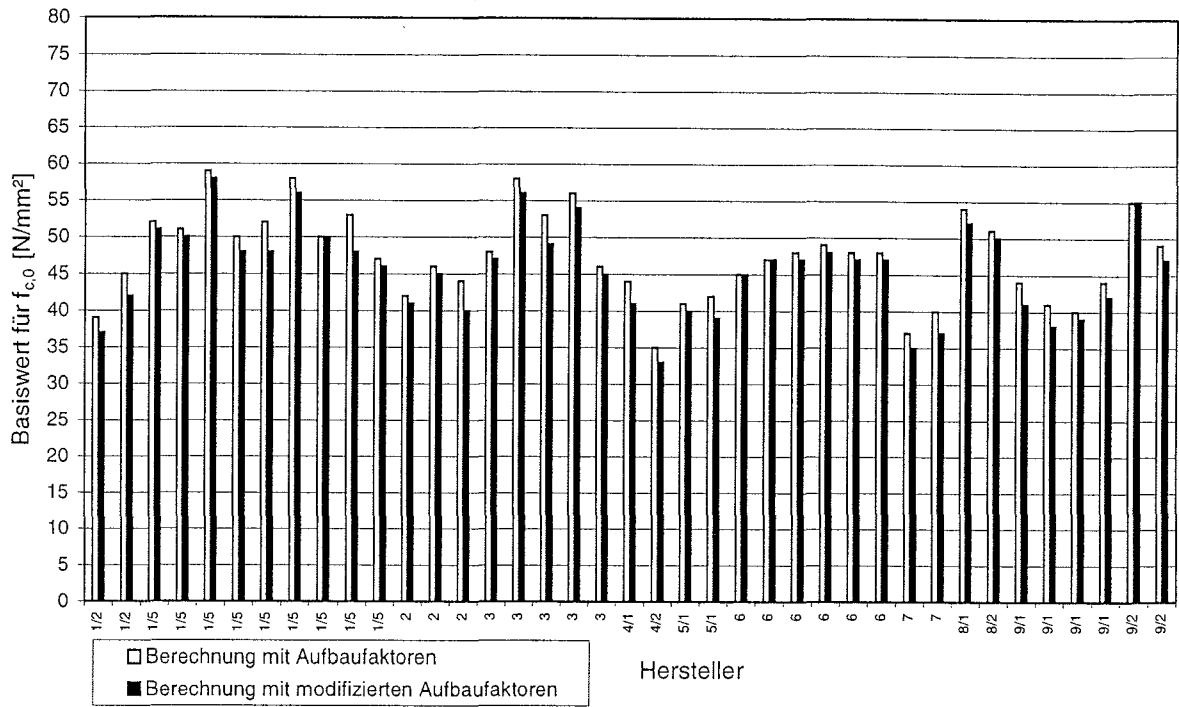


Bild B-13: Basiswerte für Druckfestigkeit bei Druck in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

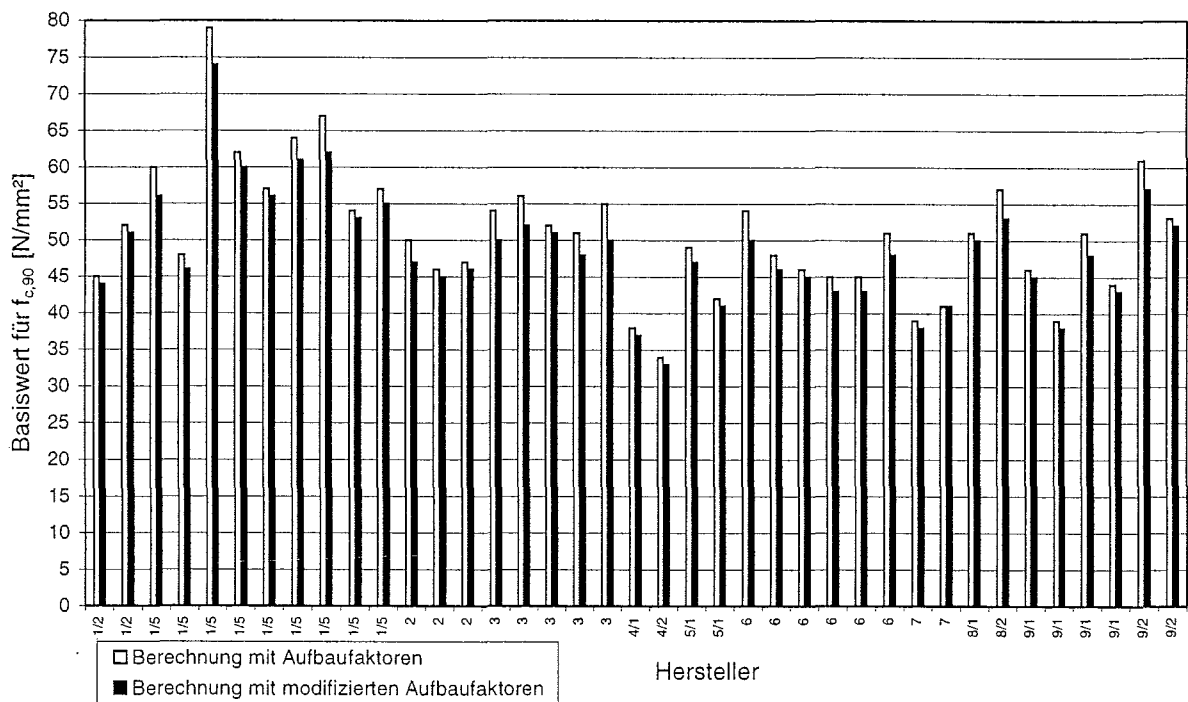


Bild B-14: Basiswerte für Druckfestigkeit bei Druck in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

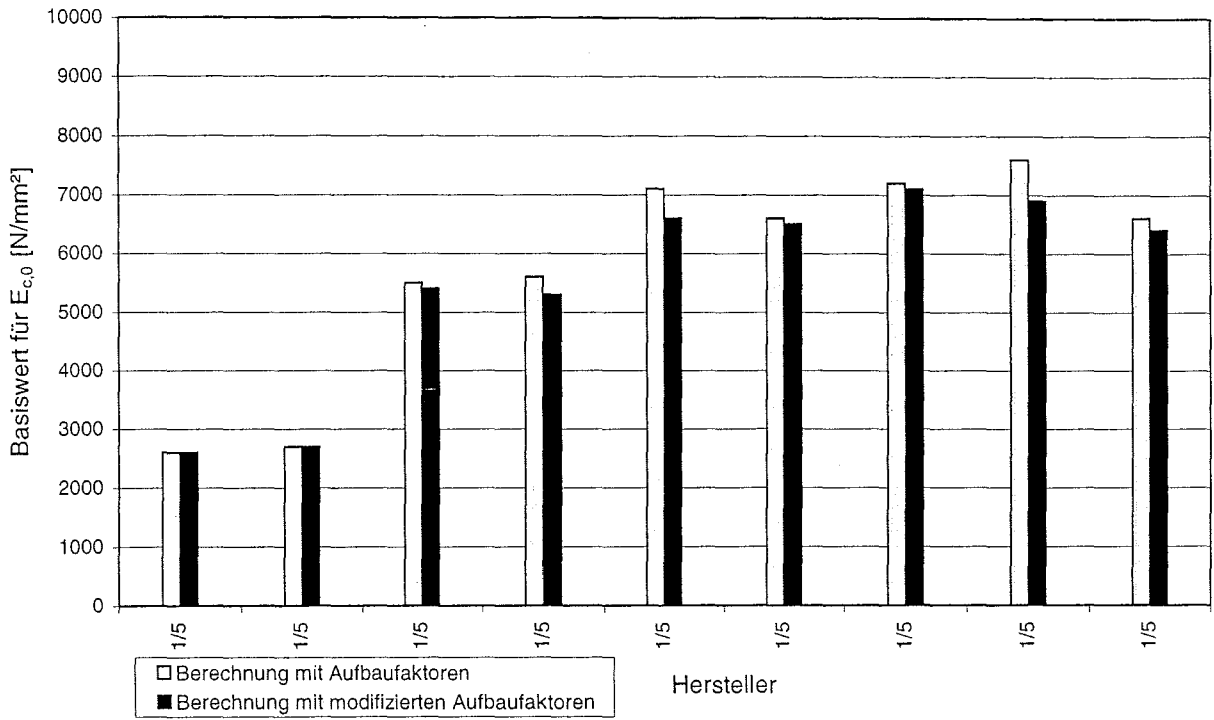


Bild B-15: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Druck in Plattenebene und parallel zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

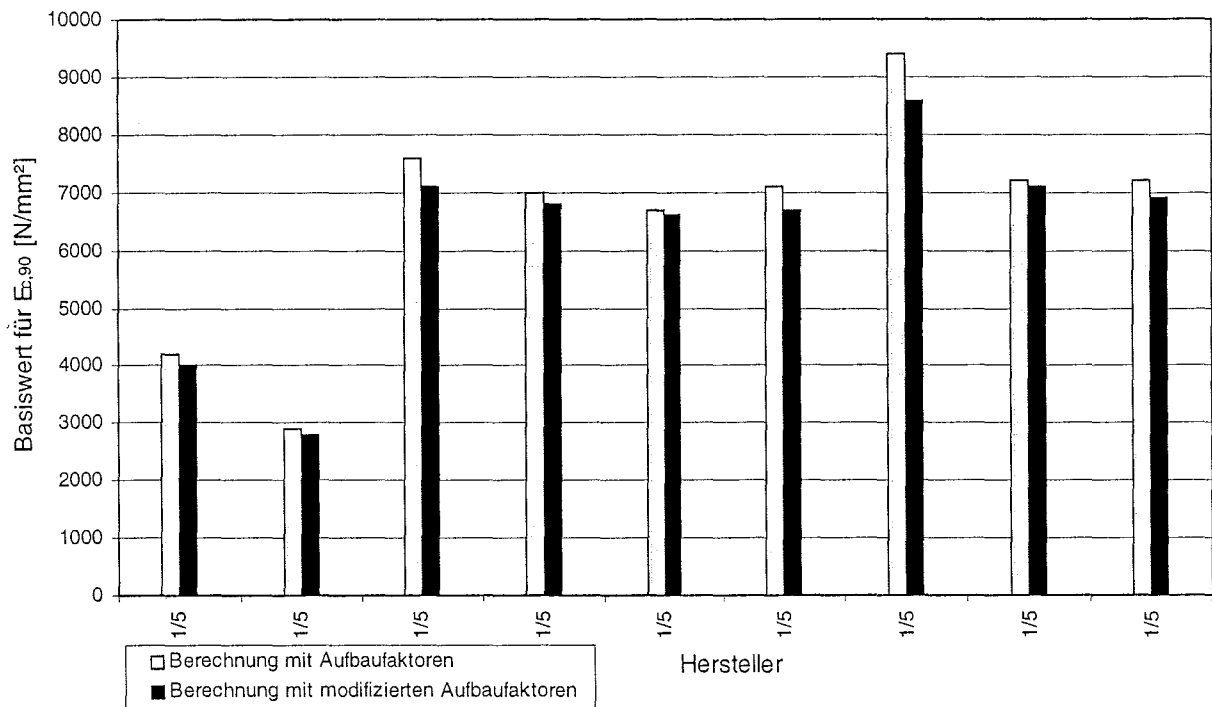


Bild B-16: Basiswerte für Elastizitätsmodul bei Druck in Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen (Scheibenbeanspruchung)

Anlage C: Berechnung einer Fünfschichtplatte mit dem Schubanalogieverfahren

gegeben: 5-lagige Massivholzplatte aus Nadelholz (achsensymmetrischer Aufbau)

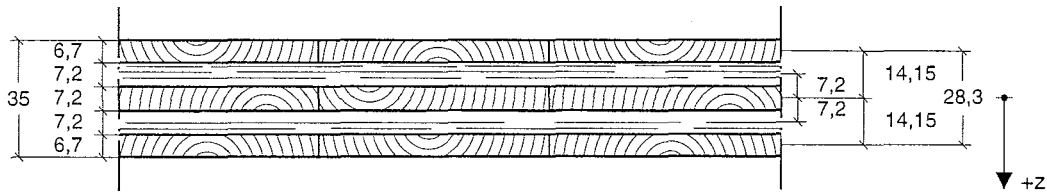


Bild C-1: 5-lagige Massivholzplatte bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen

<u>Geometrie:</u>	$d = 35 \text{ mm}$	$b = 300 \text{ mm}$
	$d_1 = d_5 = 6,7 \text{ mm}$	$a_{1/5} = \mp 14,15 \text{ mm}$
	$d_2 = d_4 = 7,2 \text{ mm}$	$a_{2/4} = \mp 7,2 \text{ mm}$
	$d_3 = 7,2 \text{ mm}$	$a_3 = 0 \text{ mm}$

<u>Steifigkeiten:</u>	$E_1 = E_3 = E_5$	$= 420 \text{ N/mm}^2$	$(\equiv E_{90})$
	$E_2 = E_4$	$= 12500 \text{ N/mm}^2$	$(\equiv E_0)$
	$G_1 = G_3 = G_5$	$= 100 \text{ N/mm}^2$	$(\equiv G_R)$
	$G_2 = G_4$	$= 500 \text{ N/mm}^2$	$(\equiv G)$

Berechnung der Steifigkeiten für die FE-Modellierung:

- Biegesteifigkeit von Träger A:

$$\begin{aligned}
 EI_A &= \sum_{i=1}^5 E_i I_i = \sum_{i=1}^5 E_i \frac{b_i h_i^3}{12} \\
 &= 2 \cdot \left(420 \cdot \frac{300 \cdot 6,7^3}{12} \right) + 2 \cdot \left(12500 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12} \right) + 420 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12} \\
 &= 2,4352 \cdot 10^8 \text{ Nmm}^2
 \end{aligned}$$

- Schubsteifigkeit von Träger A:

$$GA_A = \infty$$

- Biegesteifigkeit von Träger B:

$$\begin{aligned}
 EI_B &= \sum_{i=1}^5 E_i A_i a_i^2 = \sum_{i=1}^5 E_i h_i b_i a_i^2 \\
 &= 2 \cdot (420 \cdot 6,7 \cdot 300 \cdot 14,15^2) + 2 \cdot (12500 \cdot 7,2 \cdot 300 \cdot 7,2^2) \\
 &= 3,1374 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2
 \end{aligned}$$

- Schubsteifigkeit von Träger B

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{GA_B} &= \frac{1}{a^2} \left(\frac{h_1}{2G_1 b_1} + \sum_{i=2}^4 \frac{h_i}{2G_i b_i} + \frac{h_5}{2G_5 b_5} \right) \\
 &= \frac{1}{28,3^2} \left[2 \cdot \left(\frac{6,7}{2 \cdot 100 \cdot 300} \right) + 2 \cdot \left(\frac{7,2}{500 \cdot 300} \right) + \frac{7,2}{100 \cdot 300} \right] \\
 &= 6,9839 \cdot 10^{-7} \text{ N}^{-1} \\
 GA_B &= \frac{1}{6,9839 \cdot 10^{-7}} \\
 &= 1,4319 \cdot 10^6 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Modellierung mit dem Stabwerksprogramm IQ 100:

Träger A: $A = 1,0 \text{ m}^2$

$$E = 0,001 \text{ MN/m}^2$$

$$I_A = 0,24352 \text{ m}^4$$

$$GA_A = 100.000 \text{ kN}$$

→ keine Berücksichtigung von Querkraftverformung

Träger B: $A = 1,0 \text{ m}^2$

$$E = 0,001 \text{ MN/m}^2$$

$$I_B = 3,1374 \text{ m}^4$$

$$GA_B = 1431,9 \text{ kN}$$

→ Berücksichtigung von Querkraftverformung

Füllstäbe: $A = 1,0 \text{ m}^2$

$$E = 100000 \text{ MN/m}^2$$

$$I = 1,0 \text{ m}^4$$

→ keine Berücksichtigung von Querkraftverformung

Statisches System: 1-Feldträger mit Stützweite $\ell = 1050 \text{ mm}$

$F = 500 \text{ N}$ (jeweils in den Drittelpunkten)

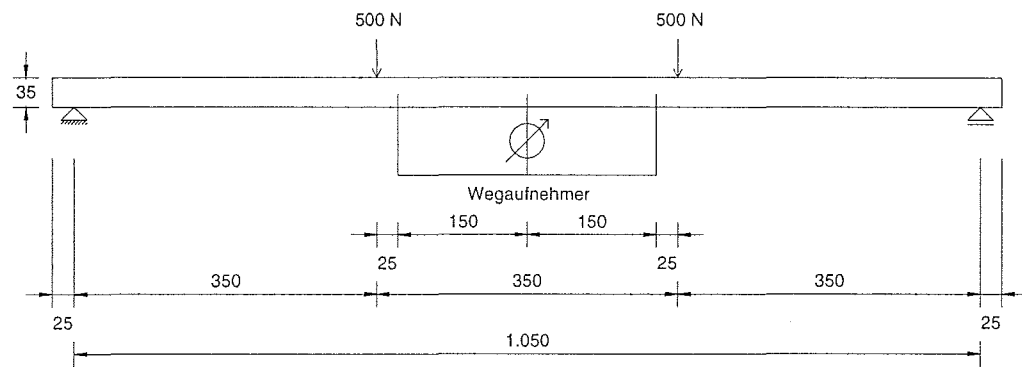


Bild C-2: statisches System (4-Punkt-Biegeversuch)

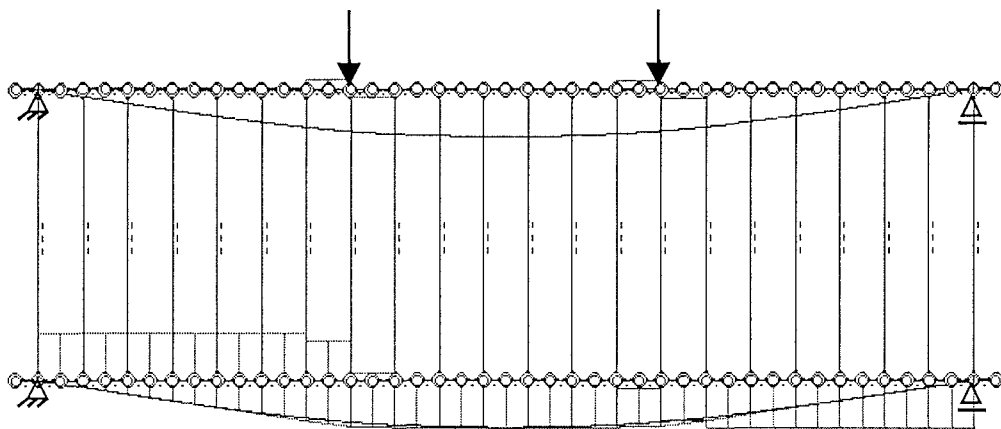


Bild C-3: graphische Ausgabedatei des Stabwerkprogramms IQ100 (Momenten-, Querkraft- und Biegelinie)

Schnittgrößen und Verformung:

$$M_A (x = \ell / 2 = 525 \text{ mm}) = 0,012601 \text{ kNm} = 12601 \text{ Nmm}$$

$$M_B (x = \ell / 2 = 525 \text{ mm}) = 0,162399 \text{ kNm} = 162399 \text{ Nmm}$$

$$Q_A (x = \ell / 6 = 175 \text{ mm}) = 0,035916 \text{ kN} = 35,92 \text{ N}$$

$$Q_B (x = \ell / 6 = 175 \text{ mm}) = 0,464084 \text{ kN} = 464,08 \text{ N}$$

$$u_1 = 0,581779 \text{ mm} \text{ (Durchbiegung zwischen den Lasteinleitungen)}$$

$$u_2 = 6,181750 \text{ mm} \text{ (Durchbiegung in Feldmitte)}$$

Spannungsverteilung:

- Rückrechnung der Momentenbeanspruchung auf die einzelnen Lagen

$$M_{i,A} = \frac{EI_i}{\sum_{i=1}^n EI_i} \cdot M_A$$

$$\rightarrow M_{1,A} = M_{5,A} = \frac{420 \cdot \frac{300 \cdot 6,7^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 12601 = 163,4 \text{ Nmm}$$

$$\rightarrow M_{2,A} = M_{4,A} = \frac{12500 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 12601 = 6035,7 \text{ Nmm}$$

$$\rightarrow M_{3,A} = \frac{420 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 12601 = 202,8 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{i,A} = \mp \frac{M_{i,A}}{I_i} \cdot \frac{h_i}{2} = \mp M_{i,A} \cdot \frac{6}{b_i \cdot h_i^2}$$

$$\rightarrow \sigma_{1,A,o/u} = \sigma_{5,A,o/u} = \mp 163,4 \cdot \frac{6}{300 \cdot 6,7^2} = \mp 0,073 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{2,A,o/u} = \sigma_{4,A,o/u} = \mp 6035,7 \cdot \frac{6}{300 \cdot 7,2^2} = \mp 2,329 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{3,A,o/u} = \mp 202,8 \cdot \frac{6}{300 \cdot 7,2^2} = \mp 0,078 \text{ N/mm}^2$$

- Rückrechnung der Normalkraftbeanspruchung auf die einzelnen Lagen

$$\sigma_{i,B} = \frac{N_{i,B}}{A_i} \quad \text{mit} \quad N_{i,B} = \frac{E_i \cdot A_i \cdot a_i}{EI_B} \cdot M_B$$

$$\rightarrow \sigma_{1,B} = \frac{420 \cdot (-14,15)}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot 162399 = -0,308 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{2,B} = \frac{12500 \cdot (-7,20)}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot 162399 = -4,659 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{3,B} = 0,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{4,B} = \frac{12500 \cdot 7,2}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot 162399 = 4,659 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \sigma_{5,B} = \frac{420 \cdot 14,15}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot 162399 = 0,308 \text{ N/mm}^2$$

- resultierende Biegespannungsverteilung (Superposition)

$$\sigma_{i,o/u} = \sigma_{i,A,o/u} + \sigma_{i,B}$$

$$\sigma_{1,o} = -0,073 - 0,308 = -0,381 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,u} = +0,073 - 0,308 = -0,235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{2,o} = -2,329 - 4,659 = -6,988 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{2,u} = +2,329 - 4,659 = -2,330 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{3,o} = -0,078 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{3,u} = +0,078 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{4,o} = -2,329 + 4,659 = +2,330 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{4,u} = +2,329 + 4,659 = +6,988 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{5,o} = -0,073 + 0,308 = +0,235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{5,u} = +0,073 + 0,308 = +0,381 \text{ N/mm}^2$$

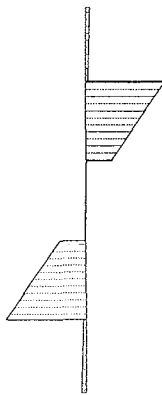


Bild C-4: Biegespannungsverlauf σ nach Schubanalogie

- Rückrechnung der Querkraftbeanspruchung auf die einzelnen Lagen

$$Q_{i,A} = \frac{E_i \cdot I_i}{\sum_{i=1}^n E_i I_i} \cdot Q_A$$

$$\rightarrow Q_{1,A} = Q_{5,A} = \frac{420 \cdot \frac{300 \cdot 6,7^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 35,92 = 0,466 \text{ N}$$

$$\rightarrow Q_{2,A} = Q_{4,A} = \frac{12500 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 35,92 = 17,205 \text{ N}$$

$$\rightarrow Q_{3,A} = \frac{420 \cdot \frac{300 \cdot 7,2^3}{12}}{2,4352 \cdot 10^8} \cdot 35,92 = 0,578 \text{ N}$$

$$\tau_{i,A} = 1,5 \cdot \frac{Q_{i,A}}{b_i \cdot h_i}$$

$$\rightarrow \tau_{1,A} = \tau_{5,A} = 1,5 \cdot \frac{0,466}{300 \cdot 6,7} = 0,00035 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \tau_{2,A} = \tau_{4,A} = 1,5 \cdot \frac{17,205}{300 \cdot 7,2} = 0,01195 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \tau_{3,A} = 1,5 \cdot \frac{0,578}{300 \cdot 7,2} = 0,00040 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{i,i+1} = \frac{1}{b} \cdot \frac{Q_B}{EI_B} \cdot \sum_{j=i+1}^n EA_j \cdot a_j$$

$$\rightarrow \tau_{1,2} = \tau_{4,5} = \frac{1}{300} \cdot \frac{464,08}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot (420 \cdot 6,7 \cdot 300 \cdot 14,15) = 0,00589 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \tau_{2,3} = \tau_{3,4} = \frac{1}{300} \cdot \frac{464,08}{3,1374 \cdot 10^9} \cdot (12500 \cdot 7,2 \cdot 300 \cdot 7,2) + 0,00589 = 0,10174 \text{ N/mm}^2$$

- resultierende Schubspannungsverteilung (Superposition)

$$\tau_{1,o} = \tau_{5,u} = 0 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{1,mi} = \tau_{5,mi} = (0 + \tau_{1,2})/2 + \tau_{1,A} = (0 + 0,00589)/2 + 0,00035 = 0,00330 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{1,u} = \tau_{5,o} = \tau_{1,2} = 0,00589 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{2,o} = \tau_{4,u} = \tau_{1,2} = 0,00589 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{2,mi} = \tau_{4,mi} = (\tau_{1,2} + \tau_{2,3})/2 + \tau_{2,A} = (0,00589 + 0,10174)/2 + 0,01195 = 0,06577 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{2,u} = \tau_{4,o} = \tau_{2,3} = 0,10174 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{3,o} = \tau_{3,u} = \tau_{2,3} = 0,10174 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{3,mi} = \tau_{\max} = (\tau_{2,3} + \tau_{3,4})/2 + \tau_{3,A} = (2 \cdot 0,10174)/2 + 0,00040 = 0,10214 \text{ N/mm}^2$$



Bild C-5: Schubspannungsverlauf τ nach Schubanalogie

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$c_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$ 0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$ 0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 1,00E+15

d= 21 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 630	$F_{ges}=$ 1000	a= 210	$M_0=$ 105000	$Q_0=$ 500

Ausgabewerte:Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s=$ 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1=$ -7,05
$z_2=$ 0,00
$z_3=$ 7,05
$z_4=$ 0
$z_5=$ 0

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A=$	2,0924E+08 Nmm ²
$EI_B=$	2,5721E+09 Nmm ²
GA=	2,2090E+16 N
$\gamma=$	1,00000
$EI_B^*=$	2,5721E+09 Nmm ²
$EI_{ef}=$	2,7813E+09 Nmm ²
$E_{ef}=$	12013 N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 1,628	$\sigma_{1,B}=$ -3,327	$\sigma_{1,o}=$ -4,955	$\sigma_{1,u}=$ -1,699
$\sigma_{2,A}=$ 0,057	$\sigma_{2,B}=$ 0,000	$\sigma_{2,o}=$ -0,057	$\sigma_{2,u}=$ 0,057
$\sigma_{3,A}=$ 1,628	$\sigma_{3,B}=$ 3,327	$\sigma_{3,o}=$ 1,699	$\sigma_{3,u}=$ 4,955
$\sigma_{4,A}=$ 0,000	$\sigma_{4,B}=$ 0,000	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,000	$\sigma_{5,B}=$ 0,000	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,0134	$\tau_{1,o}=$ 0,0000	$\tau_{1,u}=$ 0,1093	$\tau_{1,mi}=$ 0,0680	
$\tau_{2,A}=$ 0,0005	$\tau_{2,o}=$ 0,1093	$\tau_{2,u}=$ 0,1093	$\tau_{2,mi}=$ 0,1098	
$\tau_{3,A}=$ 0,0134	$\tau_{3,o}=$ 0,1093	$\tau_{3,u}=$ 0,0000	$\tau_{3,mi}=$ 0,0680	
$\tau_{4,A}=$ 0,0000	$\tau_{4,o}=$ 0,0000	$\tau_{4,u}=$ 0,0000	$\tau_{4,mi}=$ 0,0000	
$\tau_{5,A}=$ 0,0000	$\tau_{5,o}=$ 0,0000	$\tau_{5,u}=$ 0,0000	$\tau_{5,mi}=$ 0,0000	

Tabelle D-1: Verbundtheorie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 420	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 12500	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 420	$c_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$ 0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$ 0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 1,00E+15

$d=$ 21 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 630	$F_{ges}=$ 1000	$a=$ 210	$M_0=$ 105000	$Q_0=$ 500

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s=$ 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1=$ -7,05
$z_2=$ 0,00
$z_3=$ 7,05
$z_4=$ 0
$z_5=$ 0

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A=$	1,2354E+08 Nmm ²
$EI_B=$	8,6423E+07 Nmm ²
$GA=$	2,2090E+16 N
$\gamma=$	1,00000
$EI_B^*=$	8,6423E+07 Nmm ²
$EI_{ef}=$	2,0996E+08 Nmm ²
$\bar{E}_{ef}=$	906,9 N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,725	$\sigma_{1,B}=$ -1,481	$\sigma_{1,o}=$ -2,205	$\sigma_{1,u}=$ -0,756
$\sigma_{2,A}=$ 22,504	$\sigma_{2,B}=$ 0,000	$\sigma_{2,o}=$ -22,504	$\sigma_{2,u}=$ 22,504
$\sigma_{3,A}=$ 0,725	$\sigma_{3,B}=$ 1,481	$\sigma_{3,o}=$ 0,756	$\sigma_{3,u}=$ 2,205
$\sigma_{4,A}=$ 0,000	$\sigma_{4,B}=$ 0,000	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,000	$\sigma_{5,B}=$ 0,000	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,0060	$\tau_{1,o}=$ 0,0000	$\tau_{1,u}=$ 0,0487	$\tau_{1,mi}=$ 0,0303	
$\tau_{2,A}=$ 0,1929	$\tau_{2,o}=$ 0,0487	$\tau_{2,u}=$ 0,0487	$\tau_{2,mi}=$ 0,2415	
$\tau_{3,A}=$ 0,0060	$\tau_{3,o}=$ 0,0487	$\tau_{3,u}=$ 0,0000	$\tau_{3,mi}=$ 0,0303	
$\tau_{4,A}=$ 0,0000	$\tau_{4,o}=$ 0,0000	$\tau_{4,u}=$ 0,0000	$\tau_{4,mi}=$ 0,0000	
$\tau_{5,A}=$ 0,0000	$\tau_{5,o}=$ 0,0000	$\tau_{5,u}=$ 0,0000	$\tau_{5,mi}=$ 0,0000	

Tabelle D-2: Verbundtheorie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 46,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$c_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$ 0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$ 0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 1,00E+15

d= 60 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1800	$F_{ges}=$ 1000	a= 600	$M_0=$ 300000	$Q_0=$ 500

Ausgabewerte:Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s=$ 30,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1=$ -26,55
$z_2=$ 0,00
$z_3=$ 26,55
$z_4=$ 0
$z_5=$ 0

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A=$	1,2407E+09 Nmm ²
$EI_B=$	3,6479E+10 Nmm ²
GA=	3,1329E+17 N
$\gamma=$	1,00000
$EI_B^*=$	3,6479E+10 Nmm ²
$EI_{ef}=$	3,7719E+10 Nmm ²
$E_{ef}=$	6985 N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,343	$\sigma_{1,B}=$ -2,640	$\sigma_{1,o}=$ -2,983	$\sigma_{1,u}=$ -2,297
$\sigma_{2,A}=$ 0,077	$\sigma_{2,B}=$ 0,000	$\sigma_{2,o}=$ -0,077	$\sigma_{2,u}=$ 0,077
$\sigma_{3,A}=$ 0,343	$\sigma_{3,B}=$ 2,640	$\sigma_{3,o}=$ 2,297	$\sigma_{3,u}=$ 2,983
$\sigma_{4,A}=$ 0,000	$\sigma_{4,B}=$ 0,000	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,000	$\sigma_{5,B}=$ 0,000	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,0010	$\tau_{1,o}=$ 0,0000	$\tau_{1,u}=$ 0,0304	$\tau_{1,mi}=$ 0,0162	
$\tau_{2,A}=$ 0,0015	$\tau_{2,o}=$ 0,0304	$\tau_{2,u}=$ 0,0304	$\tau_{2,mi}=$ 0,0318	
$\tau_{3,A}=$ 0,0010	$\tau_{3,o}=$ 0,0304	$\tau_{3,u}=$ 0,0000	$\tau_{3,mi}=$ 0,0162	
$\tau_{4,A}=$ 0,0000	$\tau_{4,o}=$ 0,0000	$\tau_{4,u}=$ 0,0000	$\tau_{4,mi}=$ 0,0000	
$\tau_{5,A}=$ 0,0000	$\tau_{5,o}=$ 0,0000	$\tau_{5,u}=$ 0,0000	$\tau_{5,mi}=$ 0,0000	

Tabelle D-3: Verbundtheorie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1= 6,9$	$b_1= 300$	$E_1= 420$	$c_{1,2}= 1,00E+15$
$h_2= 46,2$	$b_2= 300$	$E_2= 12500$	$c_{2,3}= 1,00E+15$
$h_3= 6,9$	$b_3= 300$	$E_3= 420$	$c_{3,4}= 1,00E+15$
$h_4= 0$	$b_4= 0$	$E_4= 0$	$c_{4,5}= 1,00E+15$
$h_5= 0$	$b_5= 0$	$E_5= 0$	$c_{5,6}= 1,00E+15$

$d= 60$ mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L= 1800$	$F_{ges}= 1000$	$a= 600$	$M_0= 300000$	$Q_0= 500$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s= 30,00$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1= -26,55$
$z_2= 0,00$
$z_3= 26,55$
$z_4= 0$
$z_5= 0$

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A= 3,0823E+10$	Nmm ²
$EI_B= 1,2257E+09$	Nmm ²
$GA= 3,1329E+17$	N
$\gamma= 1,00000$	
$EI_B^*= 1,2257E+09$	Nmm ²
$EI_{ef}= 3,2049E+10$	Nmm ²
$E_{ef}= 5935$	N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}= 0,014$	$\sigma_{1,B}= -0,104$	$\sigma_{1,o}= -0,1179$	$\sigma_{1,u}= -0,0908$
$\sigma_{2,A}= 2,703$	$\sigma_{2,B}= 0,000$	$\sigma_{2,o}= -2,7029$	$\sigma_{2,u}= 2,7029$
$\sigma_{3,A}= 0,014$	$\sigma_{3,B}= 0,104$	$\sigma_{3,o}= 0,0908$	$\sigma_{3,u}= 0,1179$
$\sigma_{4,A}= 0,000$	$\sigma_{4,B}= 0,000$	$\sigma_{4,o}= 0,0000$	$\sigma_{4,u}= 0,0000$
$\sigma_{5,A}= 0,000$	$\sigma_{5,B}= 0,000$	$\sigma_{5,o}= 0,0000$	$\sigma_{5,u}= 0,0000$

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}= 0,0000$	$\tau_{1,o}= 0,000000$	$\tau_{1,u}= 0,001200$	$\tau_{1,mi}= 0,000639$	
$\tau_{2,A}= 0,0520$	$\tau_{2,o}= 0,001200$	$\tau_{2,u}= 0,001200$	$\tau_{2,mi}= 0,053232$	
$\tau_{3,A}= 0,0000$	$\tau_{3,o}= 0,001200$	$\tau_{3,u}= 0,000000$	$\tau_{3,mi}= 0,000639$	
$\tau_{4,A}= 0,0000$	$\tau_{4,o}= 0,000000$	$\tau_{4,u}= 0,000000$	$\tau_{4,mi}= 0,000000$	
$\tau_{5,A}= 0,0000$	$\tau_{5,o}= 0,000000$	$\tau_{5,u}= 0,000000$	$\tau_{5,mi}= 0,000000$	

Tabelle D-4: Verbundtheorie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1= 6,7$	$b_1= 300$	$E_1= 12500$	$c_{1,2}= 1,00E+15$
$h_2= 7,2$	$b_2= 300$	$E_2= 420$	$c_{2,3}= 1,00E+15$
$h_3= 7,2$	$b_3= 300$	$E_3= 12500$	$c_{3,4}= 1,00E+15$
$h_4= 7,2$	$b_4= 300$	$E_4= 420$	$c_{4,5}= 1,00E+15$
$h_5= 6,7$	$b_5= 300$	$E_5= 12500$	$c_{5,6}= 1,00E+15$

d= 35,0 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1050	$F_{ges}= 1000$	a= 350	$M_0= 175000$	$Q_0= 500$

Ausgabewerte:Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s= 17,50$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1= -14,15$
$z_2= -7,20$
$z_3= 0,00$
$z_4= 7,20$
$z_5= 14,15$

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A=$	3,1246E+08 Nmm ²
$EI_B=$	1,0155E+10 Nmm ²
GA=	8,8988E+16 N
$\gamma=$	1,00000
$EI_B^*=$	1,0155E+10 Nmm ²
$EI_{ef}=$	1,0468E+10 Nmm ²
$E_{ef}=$	9766 N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}= 0,700$	$\sigma_{1,B}= -2,957$	$\sigma_{1,o}= -3,657$	$\sigma_{1,u}= -2,257$
$\sigma_{2,A}= 0,025$	$\sigma_{2,B}= -0,051$	$\sigma_{2,o}= -0,076$	$\sigma_{2,u}= -0,025$
$\sigma_{3,A}= 0,752$	$\sigma_{3,B}= 0,000$	$\sigma_{3,o}= -0,752$	$\sigma_{3,u}= 0,752$
$\sigma_{4,A}= 0,025$	$\sigma_{4,B}= 0,051$	$\sigma_{4,o}= 0,025$	$\sigma_{4,u}= 0,076$
$\sigma_{5,A}= 0,700$	$\sigma_{5,B}= 2,957$	$\sigma_{5,o}= 2,257$	$\sigma_{5,u}= 3,657$

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]		
$\tau_{1,A}= 0,0034$	$\tau_{1,o}= 0,00000$	$\tau_{1,u}= 0,05661$	$\tau_{1,mi}= 0,03165$
$\tau_{2,A}= 0,0001$	$\tau_{2,o}= 0,05661$	$\tau_{2,u}= 0,05765$	$\tau_{2,mi}= 0,05726$
$\tau_{3,A}= 0,0039$	$\tau_{3,o}= 0,05765$	$\tau_{3,u}= 0,05765$	$\tau_{3,mi}= 0,06151$
$\tau_{4,A}= 0,0001$	$\tau_{4,o}= 0,05765$	$\tau_{4,u}= 0,05661$	$\tau_{4,mi}= 0,05726$
$\tau_{5,A}= 0,0034$	$\tau_{5,o}= 0,05661$	$\tau_{5,u}= 0,00000$	$\tau_{5,mi}= 0,03165$

Tabelle D-5: Verbundtheorie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,7	b ₁ = 300	E ₁ = 420	C _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	C _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 7,2	b ₃ = 300	E ₃ = 420	C _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 7,2	b ₄ = 300	E ₄ = 12500	C _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 6,7	b ₅ = 300	E ₅ = 420	C _{5,6} = 1,00E+15

d= 35,0 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1050	F _{ges} = 1000	a= 350	M ₀ = 175000	Q ₀ = 500

Ausgabewerte:

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
Z ₁ = -14,15
Z ₂ = -7,20
Z ₃ = 0,00
Z ₄ = 7,20
Z ₅ = 14,15

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s= 17,50 mm

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
EI _A =	2,4352E+08 Nmm ²
EI _B =	3,1374E+09 Nmm ²
GA=	8,8988E+16 N
γ=	1,00000
EI _B [*] =	3,1374E+09 Nmm ²
EI _{ef} =	3,3809E+09 Nmm ²
E_{ef}=	3154 N/mm²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,073	σ _{1,B} = -0,308	σ _{1,o} = -0,380	σ _{1,u} = -0,235
σ _{2,A} = 2,329	σ _{2,B} = -4,658	σ _{2,o} = -6,988	σ _{2,u} = -2,329
σ _{3,A} = 0,078	σ _{3,B} = 0,000	σ _{3,o} = -0,078	σ _{3,u} = 0,078
σ _{4,A} = 2,329	σ _{4,B} = 4,658	σ _{4,o} = 2,329	σ _{4,u} = 6,988
σ _{5,A} = 0,073	σ _{5,B} = 0,308	σ _{5,o} = 0,235	σ _{5,u} = 0,380

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,0003	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,00589	τ _{1,mi} = 0,00329	
τ _{2,A} = 0,0120	τ _{2,o} = 0,00589	τ _{2,u} = 0,10172	τ _{2,mi} = 0,06578	
τ _{3,A} = 0,0004	τ _{3,o} = 0,10172	τ _{3,u} = 0,10172	τ _{3,mi} = 0,10212	
τ _{4,A} = 0,0120	τ _{4,o} = 0,10172	τ _{4,u} = 0,00589	τ _{4,mi} = 0,06578	
τ _{5,A} = 0,0003	τ _{5,o} = 0,00589	τ _{5,u} = 0,00000	τ _{5,mi} = 0,00329	

Tabelle D-6: Verbundtheorie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1= 6,9$	$b_1= 300$	$E_1= 12500$	$c_{1,2}= 1,00E+15$
$h_2= 7,2$	$b_2= 300$	$E_2= 420$	$c_{2,3}= 1,00E+15$
$h_3= 23,8$	$b_3= 300$	$E_3= 12500$	$c_{3,4}= 1,00E+15$
$h_4= 7,2$	$b_4= 300$	$E_4= 420$	$c_{4,5}= 1,00E+15$
$h_5= 6,9$	$b_5= 300$	$E_5= 12500$	$c_{5,6}= 1,00E+15$

d= 52,0 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1560	$F_{ges}= 1000$	a= 520	$M_0= 260000$	$Q_0= 500$

Ausgabewerte:Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s= 26,00$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$z_1= -22,55$
$z_2= -15,50$
$z_3= 0,00$
$z_4= 15,50$
$z_5= 22,55$

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A= 4,4261E+09$	Nmm ²
$EI_B= 2,6751E+10$	Nmm ²
$GA= 2,2600E+17$	N
$\gamma= 1,00000$	
$EI_B^*= 2,6751E+10$	Nmm ²
$EI_{ef}= 3,1177E+10$	Nmm ²
$E_{ef}= 8869$	N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}= 0,360$	$\sigma_{1,B}= -2,351$	$\sigma_{1,o}= -2,710$	$\sigma_{1,u}= -1,991$
$\sigma_{2,A}= 0,013$	$\sigma_{2,B}= -0,054$	$\sigma_{2,o}= -0,067$	$\sigma_{2,u}= -0,042$
$\sigma_{3,A}= 1,240$	$\sigma_{3,B}= 0,000$	$\sigma_{3,o}= -1,240$	$\sigma_{3,u}= 1,240$
$\sigma_{4,A}= 0,013$	$\sigma_{4,B}= 0,054$	$\sigma_{4,o}= 0,042$	$\sigma_{4,u}= 0,067$
$\sigma_{5,A}= 0,360$	$\sigma_{5,B}= 2,351$	$\sigma_{5,o}= 1,991$	$\sigma_{5,u}= 2,710$

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}= 0,0012$	$\tau_{1,o}= 0,00000$	$\tau_{1,u}= 0,03119$	$\tau_{1,mi}= 0,01679$	
$\tau_{2,A}= 0,0000$	$\tau_{2,o}= 0,03119$	$\tau_{2,u}= 0,03194$	$\tau_{2,mi}= 0,03161$	
$\tau_{3,A}= 0,0142$	$\tau_{3,o}= 0,03194$	$\tau_{3,u}= 0,03194$	$\tau_{3,mi}= 0,04614$	
$\tau_{4,A}= 0,0000$	$\tau_{4,o}= 0,03194$	$\tau_{4,u}= 0,03119$	$\tau_{4,mi}= 0,03161$	
$\tau_{5,A}= 0,0012$	$\tau_{5,o}= 0,03119$	$\tau_{5,u}= 0,00000$	$\tau_{5,mi}= 0,01679$	

Tabelle D-7: Verbundtheorie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 420	$C_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 12500	$C_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 23,8	$b_3=$ 300	$E_3=$ 420	$C_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$ 7,2	$b_4=$ 300	$E_4=$ 12500	$C_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$ 6,9	$b_5=$ 300	$E_5=$ 420	$C_{5,6}=$ 1,00E+15

$d=$ 52,0 mm

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 1560	$F_{ges}=$ 1000	$a=$ 520	$M_0=$ 260000	$Q_0=$ 500

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $Z_s=$ 26,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]
$Z_1=$ -22,55
$Z_2=$ -15,50
$Z_3=$ 0,00
$Z_4=$ 15,50
$Z_5=$ 22,55

effektive Biegesteifigkeit [N/mm ²]	
$EI_A=$	3,8173E+08 Nmm ²
$EI_B=$	1,3858E+10 Nmm ²
$GA=$	2,2600E+17 N
$\gamma=$	1,00000
$EI_B^*=$	1,3858E+10 Nmm ²
$EI_{ef}=$	1,4239E+10 Nmm ²
$E_{ef}=$	4051 N/mm ²

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung [N/mm ²]	Normalspannung [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]		
$\sigma_{1,A}=$ 0,026	$\sigma_{1,B}=$ -0,173	$\sigma_{1,o}=$ -0,199	$\sigma_{1,u}=$ -0,146	
$\sigma_{2,A}=$ 0,822	$\sigma_{2,B}=$ -3,538	$\sigma_{2,o}=$ -4,359	$\sigma_{2,u}=$ -2,716	
$\sigma_{3,A}=$ 0,091	$\sigma_{3,B}=$ 0,000	$\sigma_{3,o}=$ -0,091	$\sigma_{3,u}=$ 0,091	
$\sigma_{4,A}=$ 0,822	$\sigma_{4,B}=$ 3,538	$\sigma_{4,o}=$ 2,716	$\sigma_{4,u}=$ 4,359	
$\sigma_{5,A}=$ 0,026	$\sigma_{5,B}=$ 0,173	$\sigma_{5,o}=$ 0,146	$\sigma_{5,u}=$ 0,199	

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,0001	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,00229	$\tau_{1,mi}=$ 0,00124	
$\tau_{2,A}=$ 0,0028	$\tau_{2,o}=$ 0,00229	$\tau_{2,u}=$ 0,05128	$\tau_{2,mi}=$ 0,02963	
$\tau_{3,A}=$ 0,0010	$\tau_{3,o}=$ 0,05128	$\tau_{3,u}=$ 0,05128	$\tau_{3,mi}=$ 0,05232	
$\tau_{4,A}=$ 0,0028	$\tau_{4,o}=$ 0,05128	$\tau_{4,u}=$ 0,00229	$\tau_{4,mi}=$ 0,02963	
$\tau_{5,A}=$ 0,0001	$\tau_{5,o}=$ 0,00229	$\tau_{5,u}=$ 0,00000	$\tau_{5,mi}=$ 0,00124	

Tabelle D-8: Verbundtheorie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
$h_1=$	6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$G_1=$ 500	$C_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$	7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$G_2=$ 50	$C_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$	6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$G_3=$ 500	$C_{3,4}=$ 0,00E+00
$h_4=$	0,0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$G_4=$ 0	$C_{4,5}=$ 0,00E+00
$h_5=$	0,0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$G_5=$ 0	$C_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 21,0$$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

$$z_s = 10,50 \text{ mm}$$

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	
$Z_1=$	-7,05	$EI_1=$ 1,0266E+08	$EA_1=$ 2,5875E+07
$Z_2=$	0,00	$EI_2=$ 3,9191E+06	$EA_2=$ 9,0720E+05
$Z_3=$	7,05	$EI_3=$ 1,0266E+08	$EA_3=$ 2,5875E+07
$Z_4=$	0,00	$EI_4=$ 0,0000E+00	$EA_4=$ 0,0000E+00
$Z_5=$	0,00	$EI_5=$ 0,0000E+00	$EA_5=$ 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]	
$L=$	630	$F_{ges}=$ 1000	$a=$ 210	$M_0=$ 105000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	2,0924E+08 Nmm ²	$M_A=$	7999 Nmm
$EI_B=$	2,5721E+09 Nmm ²	$M_B=$	97001 Nmm
$GA_B=$	3,7797E+05 N	$Q_A=$	41,60 N
$1 / GA_B=$	2,6457E-06 N	$Q_B=$	458,40 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 3924,4	$N_{1,B}=$ -6879,5	$Q_{1,A}=$ 20,4
$M_{2,A}=$ 149,8	$N_{2,B}=$ 0,0	$Q_{2,A}=$ 0,8
$M_{3,A}=$ 3924,4	$N_{3,B}=$ 6879,5	$Q_{3,A}=$ 20,4
$M_{4,A}=$ 0,0	$N_{4,B}=$ 0,0	$Q_{4,A}=$ 0,0
$M_{5,A}=$ 0,0	$N_{5,B}=$ 0,0	$Q_{5,A}=$ 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 1,65	$\sigma_{1,B}=$ -3,32	$\sigma_{1,o}=$ -4,972	$\sigma_{1,u}=$ -1,675
$\sigma_{2,A}=$ 0,06	$\sigma_{2,B}=$ 0,00	$\sigma_{2,o}=$ -0,058	$\sigma_{2,u}=$ 0,058
$\sigma_{3,A}=$ 1,65	$\sigma_{3,B}=$ 3,32	$\sigma_{3,o}=$ 1,675	$\sigma_{3,u}=$ 4,972
$\sigma_{4,A}=$ 0,00	$\sigma_{4,B}=$ 0,00	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,00	$\sigma_{5,B}=$ 0,00	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,015	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,10837	$\tau_{1,m}=$ 0,06897	
$\tau_{2,A}=$ 0,001	$\tau_{2,o}=$ 0,10837	$\tau_{2,u}=$ 0,10837	$\tau_{2,m}=$ 0,10891	
$\tau_{3,A}=$ 0,015	$\tau_{3,o}=$ 0,10837	$\tau_{3,u}=$ 0,00000	$\tau_{3,m}=$ 0,06897	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,000	$\tau_{4,u}=$ 0,000	$\tau_{4,m}=$ 0,00000	
$\tau_{5,A}=$ 0,000	$\tau_{5,o}=$ 0,000	$\tau_{5,u}=$ 0,000	$\tau_{5,m}=$ 0,00000	

Tabelle D-9: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$; $L/d = 30$)

Anlage D-10

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,9	b ₁ = 300	E ₁ = 12500	G ₁ = 500	C _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 420	G ₂ = 100	C _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 6,9	b ₃ = 300	E ₃ = 12500	G ₃ = 500	C _{3,4} = 0,00E+00
h ₄ = 0,0	b ₄ = 0	E ₄ = 0	G ₄ = 0	C _{4,5} = 0,00E+00
h ₅ = 0,0	b ₅ = 0	E ₅ = 0	G ₅ = 0	C _{5,6} = 0,00E+00

d = 21,0

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
z ₁ = -7,05	EI ₁ = 1,0266E+08	EA ₁ = 2,5875E+07
z ₂ = 0,00	EI ₂ = 3,9191E+06	EA ₂ = 9,0720E+05
z ₃ = 7,05	EI ₃ = 1,0266E+08	EA ₃ = 2,5875E+07
z ₄ = 0,00	EI ₄ = 0,0000E+00	EA ₄ = 0,0000E+00
z ₅ = 0,00	EI ₅ = 0,0000E+00	EA ₅ = 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 630	F _{ges} = 1000	a= 210	M ₀ = 105000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A = 2,0924E+08 Nmm ²	EI _B = 2,5721E+09 Nmm ²	M _A = 7913 Nmm	M _B = 97087 Nmm
G _{A,B} = 6,9514E+05 N	1 / G _{A,B} = 1,4386E-06 N	Q _A = 38,38 N	Q _B = 461,62 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 3882,3	N _{1,B} = -6885,6	Q _{1,A} = 18,8
M _{2,A} = 148,2	N _{2,B} = 0,0	Q _{2,A} = 0,7
M _{3,A} = 3882,3	N _{3,B} = 6885,6	Q _{3,A} = 18,8
M _{4,A} = 0,0	N _{4,B} = 0,0	Q _{4,A} = 0,0
M _{5,A} = 0,0	N _{5,B} = 0,0	Q _{5,A} = 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 1,63	σ _{1,B} = -3,33	σ _{1,o} = -4,957	σ _{1,u} = -1,696
σ _{2,A} = 0,06	σ _{2,B} = 0,00	σ _{2,o} = -0,057	σ _{2,u} = 0,057
σ _{3,A} = 1,63	σ _{3,B} = 3,33	σ _{3,o} = 1,696	σ _{3,u} = 4,957
σ _{4,A} = 0,00	σ _{4,B} = 0,00	σ _{4,o} = 0,000	σ _{4,u} = 0,000
σ _{5,A} = 0,00	σ _{5,B} = 0,00	σ _{5,o} = 0,000	σ _{5,u} = 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,014	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,10913	τ _{1,mi} = 0,06821	
τ _{2,A} = 0,000	τ _{2,o} = 0,10913	τ _{2,u} = 0,10913	τ _{2,mi} = 0,10963	
τ _{3,A} = 0,014	τ _{3,o} = 0,10913	τ _{3,u} = 0,00000	τ _{3,mi} = 0,06821	
τ _{4,A} = 0,000	τ _{4,o} = 0,000	τ _{4,u} = 0,000	τ _{4,mi} = 0,00000	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,000	τ _{5,u} = 0,000	τ _{5,mi} = 0,00000	

Tabelle D-10: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 420	$G_1=$ 50	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 12500	$G_2=$ 500	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 420	$G_3=$ 50	$c_{3,4}=$ 0,00E+00
$h_4=$ 0,0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$G_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 0,00E+00
$h_5=$ 0,0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$G_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 21,0$$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

$$z_s = 10,50 \text{ mm}$$

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
$z_1=$ -7,05	$EI_1=$ 3,4493E+06	$EA_1=$ 8,6940E+05
$z_2=$ 0,00	$EI_2=$ 1,1664E+08	$EA_2=$ 2,7000E+07
$z_3=$ 7,05	$EI_3=$ 3,4493E+06	$EA_3=$ 8,6940E+05
$z_4=$ 0,00	$EI_4=$ 0,0000E+00	$EA_4=$ 0,0000E+00
$z_5=$ 0,00	$EI_5=$ 0,0000E+00	$EA_5=$ 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 630	$F_{ges}=$ 1000,00	$a=$ 210,0	$M_0=$ 105000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$ 1,2354E+08 Nmm ²	$M_A=$ 61782 Nmm	$EI_B=$ 8,6423E+07 Nmm ²	$M_B=$ 43218 Nmm
$GA_B=$ 3,9136E+05 N	$Q_A=$ 294,21 N	$1 / GA_B=$ 2,5552E-06 N	$Q_B=$ 205,79 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 1725,0	$N_{1,B}=$ -3065,1	$Q_{1,A}=$ 8,2
$M_{2,A}=$ 58331,9	$N_{2,B}=$ 0,0	$Q_{2,A}=$ 277,8
$M_{3,A}=$ 1725,0	$N_{3,B}=$ 3065,1	$Q_{3,A}=$ 8,2
$M_{4,A}=$ 0,0	$N_{4,B}=$ 0,0	$Q_{4,A}=$ 0,0
$M_{5,A}=$ 0,0	$N_{5,B}=$ 0,0	$Q_{5,A}=$ 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,72	$\sigma_{1,B}=$ -1,48	$\sigma_{1,o}=$ -2,205	$\sigma_{1,u}=$ -0,756
$\sigma_{2,A}=$ 22,50	$\sigma_{2,B}=$ 0,00	$\sigma_{2,o}=$ -22,505	$\sigma_{2,u}=$ 22,505
$\sigma_{3,A}=$ 0,72	$\sigma_{3,B}=$ 1,48	$\sigma_{3,o}=$ 0,756	$\sigma_{3,u}=$ 2,205
$\sigma_{4,A}=$ 0,00	$\sigma_{4,B}=$ 0,00	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,00	$\sigma_{5,B}=$ 0,00	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,006	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,04865	$\tau_{1,mi}=$ 0,03028	
$\tau_{2,A}=$ 0,193	$\tau_{2,o}=$ 0,04865	$\tau_{2,u}=$ 0,04865	$\tau_{2,mi}=$ 0,24156	
$\tau_{3,A}=$ 0,006	$\tau_{3,o}=$ 0,04865	$\tau_{3,u}=$ 0,00000	$\tau_{3,mi}=$ 0,03028	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,000	$\tau_{4,u}=$ 0,000	$\tau_{4,mi}=$ 0,00000	
$\tau_{5,A}=$ 0,000	$\tau_{5,o}=$ 0,000	$\tau_{5,u}=$ 0,000	$\tau_{5,mi}=$ 0,00000	

Tabelle D-11: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$; $L/d = 30$)

Anlage D-12

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,9	b ₁ = 300	E ₁ = 420	G ₁ = 100	c _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	G ₂ = 500	c _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 6,9	b ₃ = 300	E ₃ = 420	G ₃ = 100	c _{3,4} = 0,00E+00
h ₄ = 0,0	b ₄ = 0	E ₄ = 0	G ₄ = 0	c _{4,5} = 0,00E+00
h ₅ = 0,0	b ₅ = 0	E ₅ = 0	G ₅ = 0	c _{5,6} = 0,00E+00

d = 21,0

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
z ₁ = -7,05	EI ₁ = 3,4493E+06	EA ₁ = 8,6940E+05
z ₂ = 0,00	EI ₂ = 1,1664E+08	EA ₂ = 2,7000E+07
z ₃ = 7,05	EI ₃ = 3,4493E+06	EA ₃ = 8,6940E+05
z ₄ = 0,00	EI ₄ = 0,0000E+00	EA ₄ = 0,0000E+00
z ₅ = 0,00	EI ₅ = 0,0000E+00	EA ₅ = 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 630	F _{ges} = 1000,00	a= 210,0	M ₀ = 105000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A =	1,2354E+08 Nmm ²	M _A =	61782 Nmm
EI _B =	8,6423E+07 Nmm ²	M _B =	43218 Nmm
GA _B =	7,1514E+05 N	Q _A =	294,20 N
1 / GA _B =	1,3983E-06 N	Q _B =	205,80 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 1725,0	N _{1,B} = -3065,1	Q _{1,A} = 8,2
M _{2,A} = 58331,7	N _{2,B} = 0,0	Q _{2,A} = 277,8
M _{3,A} = 1725,0	N _{3,B} = 3065,1	Q _{3,A} = 8,2
M _{4,A} = 0,0	N _{4,B} = 0,0	Q _{4,A} = 0,0
M _{5,A} = 0,0	N _{5,B} = 0,0	Q _{5,A} = 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,72	σ _{1,B} = -1,48	σ _{1,o} = -2,205	σ _{1,u} = -0,756
σ _{2,A} = 22,50	σ _{2,B} = 0,00	σ _{2,o} = -22,505	σ _{2,u} = 22,505
σ _{3,A} = 0,72	σ _{3,B} = 1,48	σ _{3,o} = 0,756	σ _{3,u} = 2,205
σ _{4,A} = 0,00	σ _{4,B} = 0,00	σ _{4,o} = 0,000	σ _{4,u} = 0,000
σ _{5,A} = 0,00	σ _{5,B} = 0,00	σ _{5,o} = 0,000	σ _{5,u} = 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,006	τ _{1,o} = 0,000000	τ _{1,u} = 0,048653	τ _{1,mi} = 0,030279	
τ _{2,A} = 0,193	τ _{2,o} = 0,048653	τ _{2,u} = 0,048653	τ _{2,mi} = 0,241549	
τ _{3,A} = 0,006	τ _{3,o} = 0,048653	τ _{3,u} = 0,000000	τ _{3,mi} = 0,030279	
τ _{4,A} = 0,000	τ _{4,o} = 0,000	τ _{4,u} = 0,000	τ _{4,mi} = 0,000000	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,000	τ _{5,u} = 0,000	τ _{5,mi} = 0,000000	

Tabelle D-12: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$G_1=$ 500	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 46,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$G_2=$ 50	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$G_3=$ 500	$c_{3,4}=$ 0,00E+00
$h_4=$ 0,0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$G_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 0,00E+00
$h_5=$ 0,0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$G_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 60,0$$

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s = 30,00$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
$z_1=$ -26,55	$EI_1=$ 1,0266E+08	$EA_1=$ 2,5875E+07
$z_2=$ 0,00	$EI_2=$ 1,0354E+09	$EA_2=$ 5,8212E+06
$z_3=$ 26,55	$EI_3=$ 1,0266E+08	$EA_3=$ 2,5875E+07
$z_4=$ 0,00	$EI_4=$ 0,0000E+00	$EA_4=$ 0,0000E+00
$z_5=$ 0,00	$EI_5=$ 0,0000E+00	$EA_5=$ 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 1800	$F_{ges}=$ 1000,00	$a=$ 600,0	$M_0=$ 300000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	1,2407E+09 Nmm ²	$M_A=$	9870 Nmm
$EI_B=$	3,6479E+10 Nmm ²	$M_B=$	290130 Nmm
$GA_B=$	9,0199E+05 N	$Q_A=$	16,46 N
$1/GA_B=$	1,1087E-06 N	$Q_B=$	483,54 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 816,7	$N_{1,B}=$ -5463,8	$Q_{1,A}=$ 1,4
$M_{2,A}=$ 8236,8	$N_{2,B}=$ 0,0	$Q_{2,A}=$ 13,7
$M_{3,A}=$ 816,7	$N_{3,B}=$ 5463,8	$Q_{3,A}=$ 1,4
$M_{4,A}=$ 0,0	$N_{4,B}=$ 0,0	$Q_{4,A}=$ 0,0
$M_{5,A}=$ 0,0	$N_{5,B}=$ 0,0	$Q_{5,A}=$ 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,34	$\sigma_{1,B}=$ -2,64	$\sigma_{1,o}=$ -2,983	$\sigma_{1,u}=$ -2,296
$\sigma_{2,A}=$ 0,08	$\sigma_{2,B}=$ 0,00	$\sigma_{2,o}=$ -0,077	$\sigma_{2,u}=$ 0,077
$\sigma_{3,A}=$ 0,34	$\sigma_{3,B}=$ 2,64	$\sigma_{3,o}=$ 2,296	$\sigma_{3,u}=$ 2,983
$\sigma_{4,A}=$ 0,00	$\sigma_{4,B}=$ 0,00	$\sigma_{4,o}=$ 0,000	$\sigma_{4,u}=$ 0,000
$\sigma_{5,A}=$ 0,00	$\sigma_{5,B}=$ 0,00	$\sigma_{5,o}=$ 0,000	$\sigma_{5,u}=$ 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,001	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,03035	$\tau_{1,mi}=$ 0,01616	
$\tau_{2,A}=$ 0,001	$\tau_{2,o}=$ 0,03035	$\tau_{2,u}=$ 0,03035	$\tau_{2,mi}=$ 0,03184	
$\tau_{3,A}=$ 0,001	$\tau_{3,o}=$ 0,03035	$\tau_{3,u}=$ 0,00000	$\tau_{3,mi}=$ 0,01616	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,000	$\tau_{4,u}=$ 0,000	$\tau_{4,mi}=$ 0,00000	
$\tau_{5,A}=$ 0,000	$\tau_{5,o}=$ 0,000	$\tau_{5,u}=$ 0,000	$\tau_{5,mi}=$ 0,00000	

Tabelle D-13: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $L/d = 30$)

Anlage D-14

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,9	b ₁ = 300	E ₁ = 12500	G ₁ = 500	C _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 46,2	b ₂ = 300	E ₂ = 420	G ₂ = 100	C _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 6,9	b ₃ = 300	E ₃ = 12500	G ₃ = 500	C _{3,4} = 0,00E+00
h ₄ = 0,0	b ₄ = 0	E ₄ = 0	G ₄ = 0	C _{4,5} = 0,00E+00
h ₅ = 0,0	b ₅ = 0	E ₅ = 0	G ₅ = 0	C _{5,6} = 0,00E+00

d = 60,0

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 30,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
Z ₁ = -26,55	EI ₁ = 1,0266E+08	EA ₁ = 2,5875E+07
Z ₂ = 0,00	EI ₂ = 1,0354E+09	EA ₂ = 5,8212E+06
Z ₃ = 26,55	EI ₃ = 1,0266E+08	EA ₃ = 2,5875E+07
Z ₄ = 0,00	EI ₄ = 0,0000E+00	EA ₄ = 0,0000E+00
Z ₅ = 0,00	EI ₅ = 0,0000E+00	EA ₅ = 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1800	F _{ges} = 1000,00	a= 600,0	M ₀ = 300000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A =	1,2407E+09 Nmm ²	M _A =	9868 Nmm
EI _B =	3,6479E+10 Nmm ²	M _B =	290132 Nmm
GA _B =	1,7778E+06 N	Q _A =	16,45 N
1 / GA _B =	5,6249E-07 N	Q _B =	483,55 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 816,5	N _{1,B} = -5463,9	Q _{1,A} = 1,4
M _{2,A} = 8235,1	N _{2,B} = 0,0	Q _{2,A} = 13,7
M _{3,A} = 816,5	N _{3,B} = 5463,9	Q _{3,A} = 1,4
M _{4,A} = 0,0	N _{4,B} = 0,0	Q _{4,A} = 0,0
M _{5,A} = 0,0	N _{5,B} = 0,0	Q _{5,A} = 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,34	σ _{1,B} = -2,64	σ _{1,o} = -2,983	σ _{1,u} = -2,297
σ _{2,A} = 0,08	σ _{2,B} = 0,00	σ _{2,o} = -0,077	σ _{2,u} = 0,077
σ _{3,A} = 0,34	σ _{3,B} = 2,64	σ _{3,o} = 2,297	σ _{3,u} = 2,983
σ _{4,A} = 0,00	σ _{4,B} = 0,00	σ _{4,o} = 0,000	σ _{4,u} = 0,000
σ _{5,A} = 0,00	σ _{5,B} = 0,00	σ _{5,o} = 0,000	σ _{5,u} = 0,000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,001	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,03035	τ _{1,mi} = 0,01616	
τ _{2,A} = 0,001	τ _{2,o} = 0,03035	τ _{2,u} = 0,03035	τ _{2,mi} = 0,03184	
τ _{3,A} = 0,001	τ _{3,o} = 0,03035	τ _{3,u} = 0,00000	τ _{3,mi} = 0,01616	
τ _{4,A} = 0,000	τ _{4,o} = 0,000	τ _{4,u} = 0,000	τ _{4,mi} = 0,00000	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,000	τ _{5,u} = 0,000	τ _{5,mi} = 0,00000	

Tabelle D-14: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d = 30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
$h_1=$	6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 420	$G_1=$ 50	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$	46,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 12500	$G_2=$ 500	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$	6,9	$b_3=$ 300	$E_3=$ 420	$G_3=$ 50	$c_{3,4}=$ 0,00E+00
$h_4=$	0,0	$b_4=$ 0	$E_4=$ 0	$G_4=$ 0	$c_{4,5}=$ 0,00E+00
$h_5=$	0,0	$b_5=$ 0	$E_5=$ 0	$G_5=$ 0	$c_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 60,0$$

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s = 30,00$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	
$z_1=$	-26,55	$EI_1=$ 3,4493E+06	$EA_1=$ 8,6940E+05
$z_2=$	0,00	$EI_2=$ 3,0816E+10	$EA_2=$ 1,7325E+08
$z_3=$	26,55	$EI_3=$ 3,4493E+06	$EA_3=$ 8,6940E+05
$z_4=$	0,00	$EI_4=$ 0,0000E+00	$EA_4=$ 0,0000E+00
$z_5=$	0,00	$EI_5=$ 0,0000E+00	$EA_5=$ 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 1800	$F_{ges}=$ 1000,00	$a=$ 600,0	$M_0=$ 300000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	3,0823E+10 Nmm ²	$M_A=$	288527 Nmm
$EI_B=$	1,2257E+09 Nmm ²	$M_B=$	11473 Nmm
$GA_B=$	3,6714E+06 N	$Q_A=$	480,88 N
$1 / GA_B=$	2,7238E-07 N	$Q_B=$	19,12 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 32,3	$N_{1,B}=$ -216,1	$Q_{1,A}=$ 0,1
$M_{2,A}=$ 288462,1	$N_{2,B}=$ 0,0	$Q_{2,A}=$ 480,8
$M_{3,A}=$ 32,3	$N_{3,B}=$ 216,1	$Q_{3,A}=$ 0,1
$M_{4,A}=$ 0,0	$N_{4,B}=$ 0,0	$Q_{4,A}=$ 0,0
$M_{5,A}=$ 0,0	$N_{5,B}=$ 0,0	$Q_{5,A}=$ 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,01	$\sigma_{1,B}=$ -0,10	$\sigma_{1,o}=$ -0,1179	$\sigma_{1,u}=$ -0,0908
$\sigma_{2,A}=$ 2,70	$\sigma_{2,B}=$ 0,00	$\sigma_{2,o}=$ -2,7029	$\sigma_{2,u}=$ 2,7029
$\sigma_{3,A}=$ 0,01	$\sigma_{3,B}=$ 0,10	$\sigma_{3,o}=$ 0,0908	$\sigma_{3,u}=$ 0,1179
$\sigma_{4,A}=$ 0,00	$\sigma_{4,B}=$ 0,00	$\sigma_{4,o}=$ 0,0000	$\sigma_{4,u}=$ 0,0000
$\sigma_{5,A}=$ 0,00	$\sigma_{5,B}=$ 0,00	$\sigma_{5,o}=$ 0,0000	$\sigma_{5,u}=$ 0,0000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,000	$\tau_{1,o}=$ 0,000000	$\tau_{1,u}=$ 0,001200	$\tau_{1,mi}=$ 0,000639	
$\tau_{2,A}=$ 0,052	$\tau_{2,o}=$ 0,001200	$\tau_{2,u}=$ 0,001200	$\tau_{2,mi}=$ 0,053232	
$\tau_{3,A}=$ 0,000	$\tau_{3,o}=$ 0,001200	$\tau_{3,u}=$ 0,000000	$\tau_{3,mi}=$ 0,000639	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,000	$\tau_{4,u}=$ 0,000	$\tau_{4,mi}=$ 0,000000	
$\tau_{5,A}=$ 0,000	$\tau_{5,o}=$ 0,000	$\tau_{5,u}=$ 0,000	$\tau_{5,mi}=$ 0,000000	

Tabelle D-15: Schubanalogie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $L/d = 30$)

Anlage D-16

Eingabewerte:

	Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]				
h ₁ =	6,9	b ₁ =	300	E ₁ =	420	G ₁ =	100	c _{1,2} =	1,00E+15
h ₂ =	46,2	b ₂ =	300	E ₂ =	12500	G ₂ =	500	c _{2,3} =	1,00E+15
h ₃ =	6,9	b ₃ =	300	E ₃ =	420	G ₃ =	100	c _{3,4} =	0,00E+00
h ₄ =	0,0	b ₄ =	0	E ₄ =	0	G ₄ =	0	c _{4,5} =	0,00E+00
h ₅ =	0,0	b ₅ =	0	E ₅ =	0	G ₅ =	0	c _{5,6} =	0,00E+00

d = 60,0

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z₃= 30,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	
z ₁ =	-26,55	EI ₁ = 3,4493E+06	EA ₁ = 8,6940E+05
z ₂ =	0,00	EI ₂ = 3,0816E+10	EA ₂ = 1,7325E+08
z ₃ =	26,55	EI ₃ = 3,4493E+06	EA ₃ = 8,6940E+05
z ₄ =	0,00	EI ₄ = 0,0000E+00	EA ₄ = 0,0000E+00
z ₅ =	0,00	EI ₅ = 0,0000E+00	EA ₅ = 0,0000E+00

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]	
L=	1800	F _{ges} = 1000,00	a= 600,0	M ₀ = 300000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A =	3,0823E+10 Nmm ²	M _A =	288527 Nmm
EI _B =	1,2257E+09 Nmm ²	M _B =	11473 Nmm
GA _B =	5,2409E+06 N	Q _A =	480,88 N
1 / GA _B =	1,9081E-07 N	Q _B =	19,12 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 32,3	N _{1,B} = -216,1	Q _{1,A} = 0,1
M _{2,A} = 288462,1	N _{2,B} = 0,0	Q _{2,A} = 480,8
M _{3,A} = 32,3	N _{3,B} = 216,1	Q _{3,A} = 0,1
M _{4,A} = 0,0	N _{4,B} = 0,0	Q _{4,A} = 0,0
M _{5,A} = 0,0	N _{5,B} = 0,0	Q _{5,A} = 0,0

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,01	σ _{1,B} = -0,10	σ _{1,o} = -0,1179	σ _{1,u} = -0,0908
σ _{2,A} = 2,70	σ _{2,B} = 0,00	σ _{2,o} = -2,7029	σ _{2,u} = 2,7029
σ _{3,A} = 0,01	σ _{3,B} = 0,10	σ _{3,o} = 0,0908	σ _{3,u} = 0,1179
σ _{4,A} = 0,00	σ _{4,B} = 0,00	σ _{4,o} = 0,0000	σ _{4,u} = 0,0000
σ _{5,A} = 0,00	σ _{5,B} = 0,00	σ _{5,o} = 0,0000	σ _{5,u} = 0,0000

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,000	τ _{1,o} = 0,000000	τ _{1,u} = 0,001200	τ _{1,m} = 0,000639	
τ _{2,A} = 0,052	τ _{2,o} = 0,001200	τ _{2,u} = 0,001200	τ _{2,m} = 0,053232	
τ _{3,A} = 0,000	τ _{3,o} = 0,001200	τ _{3,u} = 0,000000	τ _{3,m} = 0,000639	
τ _{4,A} = 0,000	τ _{4,o} = 0,000	τ _{4,u} = 0,000	τ _{4,m} = 0,000000	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,000	τ _{5,u} = 0,000	τ _{5,m} = 0,000000	

Tabelle D-16: Schubanalgie (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$ 6,7	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$G_1=$ 500	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$ 7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$G_2=$ 50	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$ 7,2	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$G_3=$ 500	$c_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$ 7,2	$b_4=$ 300	$E_4=$ 420	$G_4=$ 50	$c_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$ 6,7	$b_5=$ 300	$E_5=$ 12500	$G_5=$ 500	$c_{5,6}=$ 0,00E+00
d = 35,0				

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

 $z_s=$ 17,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
$z_1=$ -14,15	$EI_1=$ 9,3988E+07	$EA_1=$ 2,5125E+07
$z_2=$ -7,20	$EI_2=$ 3,9191E+06	$EA_2=$ 9,0720E+05
$z_3=$ 0,00	$EI_3=$ 1,1664E+08	$EA_3=$ 2,7000E+07
$z_4=$ 7,20	$EI_4=$ 3,9191E+06	$EA_4=$ 9,0720E+05
$z_5=$ 14,15	$EI_5=$ 9,3988E+07	$EA_5=$ 2,5125E+07

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1050	$F_{ges}=$ 1000,00	a= 350,0	$M_0=$ 175000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$ 3,1246E+08 Nmm ²	$M_A=$ 5224 Nmm	$EI_B=$ 1,0155E+10 Nmm ²	$M_B=$ 169776 Nmm
$GA_B=$ 7,6082E+05 N	$Q_A=$ 14,92 N	$1 / GA_B=$ 1,3144E-06 N	$Q_B=$ 485,08 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 1571,3	$N_{1,B}=$ -5943,6	$Q_{1,A}=$ 4,5
$M_{2,A}=$ 65,5	$N_{2,B}=$ -109,2	$Q_{2,A}=$ 0,2
$M_{3,A}=$ 1950,0	$N_{3,B}=$ 0,0	$Q_{3,A}=$ 5,6
$M_{4,A}=$ 65,5	$N_{4,B}=$ 109,2	$Q_{4,A}=$ 0,2
$M_{5,A}=$ 1571,3	$N_{5,B}=$ 5943,6	$Q_{5,A}=$ 4,5

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,70	$\sigma_{1,B}=$ -2,96	$\sigma_{1,o}=$ -3,657	$\sigma_{1,u}=$ -2,257
$\sigma_{2,A}=$ 0,03	$\sigma_{2,B}=$ -0,05	$\sigma_{2,o}=$ -0,076	$\sigma_{2,u}=$ -0,025
$\sigma_{3,A}=$ 0,75	$\sigma_{3,B}=$ 0,00	$\sigma_{3,o}=$ -0,752	$\sigma_{3,u}=$ 0,752
$\sigma_{4,A}=$ 0,03	$\sigma_{4,B}=$ 0,05	$\sigma_{4,o}=$ 0,025	$\sigma_{4,u}=$ 0,076
$\sigma_{5,A}=$ 0,70	$\sigma_{5,B}=$ 2,96	$\sigma_{5,o}=$ 2,257	$\sigma_{5,u}=$ 3,657

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,003	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,05661	$\tau_{1,mi}=$ 0,03165	
$\tau_{2,A}=$ 0,000	$\tau_{2,o}=$ 0,05661	$\tau_{2,u}=$ 0,05765	$\tau_{2,mi}=$ 0,05726	
$\tau_{3,A}=$ 0,004	$\tau_{3,o}=$ 0,05765	$\tau_{3,u}=$ 0,05765	$\tau_{3,mi}=$ 0,06151	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,05765	$\tau_{4,u}=$ 0,05661	$\tau_{4,mi}=$ 0,05726	
$\tau_{5,A}=$ 0,003	$\tau_{5,o}=$ 0,05661	$\tau_{5,u}=$ 0,00000	$\tau_{5,mi}=$ 0,03165	

Tabelle D-17: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $L/d = 30$)

Anlage D-18

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,7	b ₁ = 300	E ₁ = 12500	G ₁ = 500	c _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 420	G ₂ = 100	c _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 7,2	b ₃ = 300	E ₃ = 12500	G ₃ = 500	c _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 7,2	b ₄ = 300	E ₄ = 420	G ₄ = 100	c _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 6,7	b ₅ = 300	E ₅ = 12500	G ₅ = 500	c _{5,6} = 0,00E+00

d = 35,0

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s= 17,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
z ₁ = -14,15	EI ₁ = 9,3988E+07	EA ₁ = 2,5125E+07
z ₂ = -7,20	EI ₂ = 3,9191E+06	EA ₂ = 9,0720E+05
z ₃ = 0,00	EI ₃ = 1,1664E+08	EA ₃ = 2,7000E+07
z ₄ = 7,20	EI ₄ = 3,9191E+06	EA ₄ = 9,0720E+05
z ₅ = 14,15	EI ₅ = 9,3988E+07	EA ₅ = 2,5125E+07

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1050	F _{ges} = 1000,00	a= 350,0	M ₀ = 175000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A = 3,1246E+08 Nmm ²	EI _B = 1,0155E+10 Nmm ²	M _A = 5222 Nmm	M _B = 169778 Nmm
GA _B = 1,3985E+06 N	1 / GA _B = 7,1504E-07 N	Q _A = 14,88 N	Q _B = 485,12 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 1570,8	N _{1,B} = -5943,7	Q _{1,A} = 4,5
M _{2,A} = 65,5	N _{2,B} = -109,2	Q _{2,A} = 0,2
M _{3,A} = 1949,3	N _{3,B} = 0,0	Q _{3,A} = 5,6
M _{4,A} = 65,5	N _{4,B} = 109,2	Q _{4,A} = 0,2
M _{5,A} = 1570,8	N _{5,B} = 5943,7	Q _{5,A} = 4,5

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,70	σ _{1,B} = -2,96	σ _{1,o} = -3,657	σ _{1,u} = -2,257
σ _{2,A} = 0,03	σ _{2,B} = -0,05	σ _{2,o} = -0,076	σ _{2,u} = -0,025
σ _{3,A} = 0,75	σ _{3,B} = 0,00	σ _{3,o} = -0,752	σ _{3,u} = 0,752
σ _{4,A} = 0,03	σ _{4,B} = 0,05	σ _{4,o} = 0,025	σ _{4,u} = 0,076
σ _{5,A} = 0,70	σ _{5,B} = 2,96	σ _{5,o} = 2,257	σ _{5,u} = 3,657

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,003	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,05661	τ _{1,mi} = 0,03165	
τ _{2,A} = 0,000	τ _{2,o} = 0,05661	τ _{2,u} = 0,05765	τ _{2,mi} = 0,05726	
τ _{3,A} = 0,004	τ _{3,o} = 0,05765	τ _{3,u} = 0,05765	τ _{3,mi} = 0,06151	
τ _{4,A} = 0,000	τ _{4,o} = 0,05765	τ _{4,u} = 0,05661	τ _{4,mi} = 0,05726	
τ _{5,A} = 0,003	τ _{5,o} = 0,05661	τ _{5,u} = 0,00000	τ _{5,mi} = 0,03165	

Tabelle D-18: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
$h_1=$	$b_1=$	$E_1=$	$G_1=$	$C_{1,2}=$
$h_2=$	$b_2=$	$E_2=$	$G_2=$	$C_{2,3}=$
$h_3=$	$b_3=$	$E_3=$	$G_3=$	$C_{3,4}=$
$h_4=$	$b_4=$	$E_4=$	$G_4=$	$C_{4,5}=$
$h_5=$	$b_5=$	$E_5=$	$G_5=$	$C_{5,6}=$

$d = 35,0$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s = 17,50$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
$z_1=$	$EI_1=$	$EA_1=$
$z_2=$	$EI_2=$	$EA_2=$
$z_3=$	$EI_3=$	$EA_3=$
$z_4=$	$EI_4=$	$EA_4=$
$z_5=$	$EI_5=$	$EA_5=$

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$	$F_{ges}=$	$a=$	$M_0=$	$Q_0=$

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	$2,4352E+08$ Nmm ²	$M_A=$	12604 Nmm
$EI_B=$	$3,1374E+09$ Nmm ²	$M_B=$	162396 Nmm
$GA_B=$	$7,8314E+05$ N	$Q_A=$	$36,00$ N
$1 / GA_B=$	$1,2769E-06$ N	$Q_B=$	$464,00$ N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$	$N_{1,B}=$	$Q_{1,A}=$
$M_{2,A}=$	$N_{2,B}=$	$Q_{2,A}=$
$M_{3,A}=$	$N_{3,B}=$	$Q_{3,A}=$
$M_{4,A}=$	$N_{4,B}=$	$Q_{4,A}=$
$M_{5,A}=$	$N_{5,B}=$	$Q_{5,A}=$

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$	$\sigma_{1,B}=$	$\sigma_{1,o}=$	$\sigma_{1,u}=$
$\sigma_{2,A}=$	$\sigma_{2,B}=$	$\sigma_{2,o}=$	$\sigma_{2,u}=$
$\sigma_{3,A}=$	$\sigma_{3,B}=$	$\sigma_{3,o}=$	$\sigma_{3,u}=$
$\sigma_{4,A}=$	$\sigma_{4,B}=$	$\sigma_{4,o}=$	$\sigma_{4,u}=$
$\sigma_{5,A}=$	$\sigma_{5,B}=$	$\sigma_{5,o}=$	$\sigma_{5,u}=$

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$	$\tau_{1,o}=$	$\tau_{1,u}=$	$\tau_{1,mi}=$	$\tau_{1,mi}$
$\tau_{2,A}=$	$\tau_{2,o}=$	$\tau_{2,u}=$	$\tau_{2,mi}=$	$\tau_{2,mi}$
$\tau_{3,A}=$	$\tau_{3,o}=$	$\tau_{3,u}=$	$\tau_{3,mi}=$	$\tau_{3,mi}$
$\tau_{4,A}=$	$\tau_{4,o}=$	$\tau_{4,u}=$	$\tau_{4,mi}=$	$\tau_{4,mi}$
$\tau_{5,A}=$	$\tau_{5,o}=$	$\tau_{5,u}=$	$\tau_{5,mi}=$	$\tau_{5,mi}$

Tabelle D-19: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $L/d = 30$)

Anlage D-20

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,7	b ₁ = 300	E ₁ = 420	G ₁ = 100	c _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	G ₂ = 500	c _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 7,2	b ₃ = 300	E ₃ = 420	G ₃ = 100	c _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 7,2	b ₄ = 300	E ₄ = 12500	G ₄ = 500	c _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 6,7	b ₅ = 300	E ₅ = 420	G ₅ = 100	c _{5,6} = 0,00E+00

d = 35,0

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 17,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
z ₁ = -14,15	EI ₁ = 3,1580E+06	EA ₁ = 8,4420E+05
z ₂ = -7,20	EI ₂ = 1,1664E+08	EA ₂ = 2,7000E+07
z ₃ = 0,00	EI ₃ = 3,9191E+06	EA ₃ = 9,0720E+05
z ₄ = 7,20	EI ₄ = 1,1664E+08	EA ₄ = 2,7000E+07
z ₅ = 14,15	EI ₅ = 3,1580E+06	EA ₅ = 8,4420E+05

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Krafteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1050	F _{ges} = 1000,00	a= 350,0	M ₀ = 175000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A =	2,4352E+08 Nmm ²	M _A =	12601 Nmm
EI _B =	3,1374E+09 Nmm ²	M _B =	162399 Nmm
GA _B =	1,4319E+06 N	Q _A =	35,92 N
1 / GA _B =	6,9839E-07 N	Q _B =	464,08 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 163,4	N _{1,B} = -618,3	Q _{1,A} = 0,5
M _{2,A} = 6035,7	N _{2,B} = -10062,5	Q _{2,A} = 17,2
M _{3,A} = 202,8	N _{3,B} = 0,0	Q _{3,A} = 0,6
M _{4,A} = 6035,7	N _{4,B} = 10062,5	Q _{4,A} = 17,2
M _{5,A} = 163,4	N _{5,B} = 618,3	Q _{5,A} = 0,5

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,07	σ _{1,B} = -0,31	σ _{1,o} = -0,380	σ _{1,u} = -0,235
σ _{2,A} = 2,33	σ _{2,B} = -4,66	σ _{2,o} = -6,987	σ _{2,u} = -2,330
σ _{3,A} = 0,08	σ _{3,B} = 0,00	σ _{3,o} = -0,078	σ _{3,u} = 0,078
σ _{4,A} = 2,33	σ _{4,B} = 4,66	σ _{4,o} = 2,330	σ _{4,u} = 6,987
σ _{5,A} = 0,07	σ _{5,B} = 0,31	σ _{5,o} = 0,235	σ _{5,u} = 0,380

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,000	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,00589	τ _{1,mi} = 0,00329	
τ _{2,A} = 0,012	τ _{2,o} = 0,00589	τ _{2,u} = 0,10174	τ _{2,mi} = 0,06576	
τ _{3,A} = 0,000	τ _{3,o} = 0,10174	τ _{3,u} = 0,10174	τ _{3,mi} = 0,10214	
τ _{4,A} = 0,012	τ _{4,o} = 0,10174	τ _{4,u} = 0,00589	τ _{4,mi} = 0,06576	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,00589	τ _{5,u} = 0,00000	τ _{5,mi} = 0,00329	

Tabelle D-20: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
$h_1=$	$6,9$	$b_1=$ 300	$E_1=$ 12500	$G_1=$ 500	$C_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$	$7,2$	$b_2=$ 300	$E_2=$ 420	$G_2=$ 50	$C_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$	$23,8$	$b_3=$ 300	$E_3=$ 12500	$G_3=$ 500	$C_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$	$7,2$	$b_4=$ 300	$E_4=$ 420	$G_4=$ 50	$C_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$	$6,9$	$b_5=$ 300	$E_5=$ 12500	$G_5=$ 500	$C_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 52,0$$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

$$z_s = 26,00 \text{ mm}$$

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
$z_1=$ -22,55	$EI_1=$ 1,0266E+08	$EA_1=$ 2,5875E+07
$z_2=$ -15,50	$EI_2=$ 3,9191E+06	$EA_2=$ 9,0720E+05
$z_3=$ 0,00	$EI_3=$ 4,2129E+09	$EA_3=$ 8,9250E+07
$z_4=$ 15,50	$EI_4=$ 3,9191E+06	$EA_4=$ 9,0720E+05
$z_5=$ 22,55	$EI_5=$ 1,0266E+08	$EA_5=$ 2,5875E+07

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
$L=$ 1560	$F_{\text{ges}}=$ 1000,00	$a=$ 520,0	$M_0=$ 260000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	4,4261E+09 Nmm ²	$M_A=$	36985 Nmm
$EI_B=$	2,6751E+10 Nmm ²	$M_B=$	223015 Nmm
$GA_B=$	1,7464E+06 N	$Q_A=$	71,71 N
$1 / GA_B=$	5,7260E-07 N	$Q_B=$	428,29 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 857,8	$N_{1,B}=$ -4864,3	$Q_{1,A}=$ 1,7
$M_{2,A}=$ 32,7	$N_{2,B}=$ -117,2	$Q_{2,A}=$ 0,1
$M_{3,A}=$ 35204,2	$N_{3,B}=$ 0,0	$Q_{3,A}=$ 68,3
$M_{4,A}=$ 32,7	$N_{4,B}=$ 117,2	$Q_{4,A}=$ 0,1
$M_{5,A}=$ 857,8	$N_{5,B}=$ 4864,3	$Q_{5,A}=$ 1,7

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,36	$\sigma_{1,B}=$ -2,35	$\sigma_{1,o}=$ -2,710	$\sigma_{1,u}=$ -1,990
$\sigma_{2,A}=$ 0,01	$\sigma_{2,B}=$ -0,05	$\sigma_{2,o}=$ -0,067	$\sigma_{2,u}=$ -0,042
$\sigma_{3,A}=$ 1,24	$\sigma_{3,B}=$ 0,00	$\sigma_{3,o}=$ -1,243	$\sigma_{3,u}=$ 1,243
$\sigma_{4,A}=$ 0,01	$\sigma_{4,B}=$ 0,05	$\sigma_{4,o}=$ 0,042	$\sigma_{4,u}=$ 0,067
$\sigma_{5,A}=$ 0,36	$\sigma_{5,B}=$ 2,35	$\sigma_{5,o}=$ 1,990	$\sigma_{5,u}=$ 2,710

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,001	$\tau_{1,o}=$ 0,000000	$\tau_{1,u}=$ 0,031139	$\tau_{1,mi}=$ 0,016775	
$\tau_{2,A}=$ 0,000	$\tau_{2,o}=$ 0,031139	$\tau_{2,u}=$ 0,031889	$\tau_{2,mi}=$ 0,031558	
$\tau_{3,A}=$ 0,014	$\tau_{3,o}=$ 0,031889	$\tau_{3,u}=$ 0,031889	$\tau_{3,mi}=$ 0,046230	
$\tau_{4,A}=$ 0,000	$\tau_{4,o}=$ 0,031889	$\tau_{4,u}=$ 0,031139	$\tau_{4,mi}=$ 0,031558	
$\tau_{5,A}=$ 0,001	$\tau_{5,o}=$ 0,031139	$\tau_{5,u}=$ 0,000000	$\tau_{5,mi}=$ 0,016775	

Tabelle D-21: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$; $L/d = 30$)

Anlage D-22

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]					
$h_1=$	6,9	$b_1=$	300	$E_1=$	12500	$G_1=$	500	$c_{1,2}=$	1,00E+15
$h_2=$	7,2	$b_2=$	300	$E_2=$	420	$G_2=$	100	$c_{2,3}=$	1,00E+15
$h_3=$	23,8	$b_3=$	300	$E_3=$	12500	$G_3=$	500	$c_{3,4}=$	1,00E+15
$h_4=$	7,2	$b_4=$	300	$E_4=$	420	$G_4=$	100	$c_{4,5}=$	1,00E+15
$h_5=$	6,9	$b_5=$	300	$E_5=$	12500	$G_5=$	500	$c_{5,6}=$	0,00E+00

$$d = 52,0$$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: $z_s = 26,00$ mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]			
$z_1=$	-22,55	$EI_1=$	1,0266E+08	$EA_1=$	2,5875E+07
$z_2=$	-15,50	$EI_2=$	3,9191E+06	$EA_2=$	9,0720E+05
$z_3=$	0,00	$EI_3=$	4,2129E+09	$EA_3=$	8,9250E+07
$z_4=$	15,50	$EI_4=$	3,9191E+06	$EA_4=$	9,0720E+05
$z_5=$	22,55	$EI_5=$	1,0266E+08	$EA_5=$	2,5875E+07

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]					
$L=$	1560	$F_{ges}=$	1000,00	$a=$	520,0	$M_0=$	260000	$Q_0=$	500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	4,4261E+09 Nmm ²	$M_A=$	36921 Nmm
$EI_B=$	2,6751E+10 Nmm ²	$M_B=$	223079 Nmm
$GA_B=$	2,9708E+06 N	$Q_A=$	71,10 N
$1 / GA_B=$	3,3661E-07 N	$Q_B=$	428,90 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]			
$M_{1,A}=$	856,4	$N_{1,B}=$	-4865,7	$Q_{1,A}=$	1,6
$M_{2,A}=$	32,7	$N_{2,B}=$	-117,3	$Q_{2,A}=$	0,1
$M_{3,A}=$	35143,3	$N_{3,B}=$	0,0	$Q_{3,A}=$	67,7
$M_{4,A}=$	32,7	$N_{4,B}=$	117,3	$Q_{4,A}=$	0,1
$M_{5,A}=$	856,4	$N_{5,B}=$	4865,7	$Q_{5,A}=$	1,6

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]					
$\sigma_{1,A}=$	0,36	$\sigma_{1,B}=$	-2,35	$\sigma_{1,o}=$	-2,710	$\sigma_{1,u}=$	-1,991
$\sigma_{2,A}=$	0,01	$\sigma_{2,B}=$	-0,05	$\sigma_{2,o}=$	-0,067	$\sigma_{2,u}=$	-0,042
$\sigma_{3,A}=$	1,24	$\sigma_{3,B}=$	0,00	$\sigma_{3,o}=$	-1,241	$\sigma_{3,u}=$	1,241
$\sigma_{4,A}=$	0,01	$\sigma_{4,B}=$	0,05	$\sigma_{4,o}=$	0,042	$\sigma_{4,u}=$	0,067
$\sigma_{5,A}=$	0,36	$\sigma_{5,B}=$	2,35	$\sigma_{5,o}=$	1,991	$\sigma_{5,u}=$	2,710

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]						
$\tau_{1,A}=$	0,001	$\tau_{1,o}=$	0,000000	$\tau_{1,u}=$	0,031184	$\tau_{1,mi}=$	0,016787
$\tau_{2,A}=$	0,000	$\tau_{2,o}=$	0,031184	$\tau_{2,u}=$	0,031935	$\tau_{2,mi}=$	0,031603
$\tau_{3,A}=$	0,014	$\tau_{3,o}=$	0,031935	$\tau_{3,u}=$	0,031935	$\tau_{3,mi}=$	0,046152
$\tau_{4,A}=$	0,000	$\tau_{4,o}=$	0,031935	$\tau_{4,u}=$	0,031184	$\tau_{4,mi}=$	0,031603
$\tau_{5,A}=$	0,001	$\tau_{5,o}=$	0,031184	$\tau_{5,u}=$	0,000000	$\tau_{5,mi}=$	0,016787

Tabelle D-22: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $L/d = 30$)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
$h_1=$	6,9	$b_1=$ 300	$E_1=$ 420	$G_1=$ 50	$c_{1,2}=$ 1,00E+15
$h_2=$	7,2	$b_2=$ 300	$E_2=$ 12500	$G_2=$ 500	$c_{2,3}=$ 1,00E+15
$h_3=$	23,8	$b_3=$ 300	$E_3=$ 420	$G_3=$ 50	$c_{3,4}=$ 1,00E+15
$h_4=$	7,2	$b_4=$ 300	$E_4=$ 12500	$G_4=$ 500	$c_{4,5}=$ 1,00E+15
$h_5=$	6,9	$b_5=$ 300	$E_5=$ 420	$G_5=$ 50	$c_{5,6}=$ 0,00E+00

$$d = 52,0$$

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

$$z_s = 26,00 \text{ mm}$$

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	
$z_1=$	-22,55	$EI_1=$ 3,4493E+06	$EA_1=$ 8,6940E+05
$z_2=$	-15,50	$EI_2=$ 1,1664E+08	$EA_2=$ 2,7000E+07
$z_3=$	0,00	$EI_3=$ 1,4155E+08	$EA_3=$ 2,9988E+06
$z_4=$	15,50	$EI_4=$ 1,1664E+08	$EA_4=$ 2,7000E+07
$z_5=$	22,55	$EI_5=$ 3,4493E+06	$EA_5=$ 8,6940E+05

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]	
$L=$	1560	$F_{ges}=$ 1000,00	$a=$ 520,0	$M_0=$ 260000	$Q_0=$ 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
$EI_A=$	3,8173E+08 Nmm ²	$M_A=$	6970 Nmm
$EI_B=$	1,3858E+10 Nmm ²	$M_B=$	253030 Nmm
$GA_B=$	9,4929E+05 N	$Q_A=$	13,40 N
$1 / GA_B=$	1,0534E-06 N	$Q_B=$	486,60 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
$M_{1,A}=$ 63,0	$N_{1,B}=$ -358,0	$Q_{1,A}=$ 0,1
$M_{2,A}=$ 2129,7	$N_{2,B}=$ -7641,5	$Q_{2,A}=$ 4,1
$M_{3,A}=$ 2584,6	$N_{3,B}=$ 0,0	$Q_{3,A}=$ 5,0
$M_{4,A}=$ 2129,7	$N_{4,B}=$ 7641,5	$Q_{4,A}=$ 4,1
$M_{5,A}=$ 63,0	$N_{5,B}=$ 358,0	$Q_{5,A}=$ 0,1

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
$\sigma_{1,A}=$ 0,03	$\sigma_{1,B}=$ -0,17	$\sigma_{1,o}=$ -0,199	$\sigma_{1,u}=$ -0,146
$\sigma_{2,A}=$ 0,82	$\sigma_{2,B}=$ -3,54	$\sigma_{2,o}=$ -4,359	$\sigma_{2,u}=$ -2,716
$\sigma_{3,A}=$ 0,09	$\sigma_{3,B}=$ 0,00	$\sigma_{3,o}=$ -0,091	$\sigma_{3,u}=$ 0,091
$\sigma_{4,A}=$ 0,82	$\sigma_{4,B}=$ 3,54	$\sigma_{4,o}=$ 2,716	$\sigma_{4,u}=$ 4,359
$\sigma_{5,A}=$ 0,03	$\sigma_{5,B}=$ 0,17	$\sigma_{5,o}=$ 0,146	$\sigma_{5,u}=$ 0,199

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
$\tau_{1,A}=$ 0,000	$\tau_{1,o}=$ 0,00000	$\tau_{1,u}=$ 0,00229	$\tau_{1,mi}=$ 0,00124	
$\tau_{2,A}=$ 0,003	$\tau_{2,o}=$ 0,00229	$\tau_{2,u}=$ 0,05128	$\tau_{2,mi}=$ 0,02963	
$\tau_{3,A}=$ 0,001	$\tau_{3,o}=$ 0,05128	$\tau_{3,u}=$ 0,05128	$\tau_{3,mi}=$ 0,05232	
$\tau_{4,A}=$ 0,003	$\tau_{4,o}=$ 0,05128	$\tau_{4,u}=$ 0,00229	$\tau_{4,mi}=$ 0,02963	
$\tau_{5,A}=$ 0,000	$\tau_{5,o}=$ 0,00229	$\tau_{5,u}=$ 0,00000	$\tau_{5,mi}=$ 0,00124	

Tabelle D-23: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50 \text{ N/mm}^2$; $L/d = 30$)

Anlage D-24

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,9	b ₁ = 300	E ₁ = 420	G ₁ = 100	c _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 7,2	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	G ₂ = 500	c _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 23,8	b ₃ = 300	E ₃ = 420	G ₃ = 100	c _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 7,2	b ₄ = 300	E ₄ = 12500	G ₄ = 500	c _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 6,9	b ₅ = 300	E ₅ = 420	G ₅ = 100	c _{5,6} = 0,00E+00

d = 52,0

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s= 26,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]
z ₁ = -22,55	EI ₁ = 3,4493E+06	EA ₁ = 8,6940E+05
z ₂ = -15,50	EI ₂ = 1,1664E+08	EA ₂ = 2,7000E+07
z ₃ = 0,00	EI ₃ = 1,4155E+08	EA ₃ = 2,9988E+06
z ₄ = 15,50	EI ₄ = 1,1664E+08	EA ₄ = 2,7000E+07
z ₅ = 22,55	EI ₅ = 3,4493E+06	EA ₅ = 8,6940E+05

Schnittgrößen:

Stützweite L [mm]	Kraft [N]	Abstand Kräfteinleitung zum Auflager [mm]	Moment [Nmm]	Querkraft [N]
L= 1560	F _{ges} = 1000,00	a= 520,0	M ₀ = 260000	Q ₀ = 500

Eingabewerte für FE-Programm		Schnittgrößen aus FE-Programm:	
EI _A =	3,8173E+08 Nmm ²	M _A =	6970 Nmm
EI _B =	1,3858E+10 Nmm ²	M _B =	253030 Nmm
GA _B =	1,8172E+06 N	Q _A =	13,40 N
1 / GA _B =	5,5031E-07 N	Q _B =	486,60 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 63,0	N _{1,B} = -358,0	Q _{1,A} = 0,1
M _{2,A} = 2129,7	N _{2,B} = -7641,5	Q _{2,A} = 4,1
M _{3,A} = 2584,6	N _{3,B} = 0,0	Q _{3,A} = 5,0
M _{4,A} = 2129,7	N _{4,B} = 7641,5	Q _{4,A} = 4,1
M _{5,A} = 63,0	N _{5,B} = 358,0	Q _{5,A} = 0,1

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,03	σ _{1,B} = -0,17	σ _{1,o} = -0,199	σ _{1,u} = -0,146
σ _{2,A} = 0,82	σ _{2,B} = -3,54	σ _{2,o} = -4,359	σ _{2,u} = -2,716
σ _{3,A} = 0,09	σ _{3,B} = 0,00	σ _{3,o} = -0,091	σ _{3,u} = 0,091
σ _{4,A} = 0,82	σ _{4,B} = 3,54	σ _{4,o} = 2,716	σ _{4,u} = 4,359
σ _{5,A} = 0,03	σ _{5,B} = 0,17	σ _{5,o} = 0,146	σ _{5,u} = 0,199

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]			
τ _{1,A} = 0,000	τ _{1,o} = 0,00000	τ _{1,u} = 0,00229	τ _{1,mi} = 0,00124	
τ _{2,A} = 0,003	τ _{2,o} = 0,00229	τ _{2,u} = 0,05128	τ _{2,mi} = 0,02963	
τ _{3,A} = 0,001	τ _{3,o} = 0,05128	τ _{3,u} = 0,05128	τ _{3,mi} = 0,05232	
τ _{4,A} = 0,003	τ _{4,o} = 0,05128	τ _{4,u} = 0,00229	τ _{4,mi} = 0,02963	
τ _{5,A} = 0,000	τ _{5,o} = 0,00229	τ _{5,u} = 0,00000	τ _{5,mi} = 0,00124	

Tabelle D-24: Schubanalogie (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

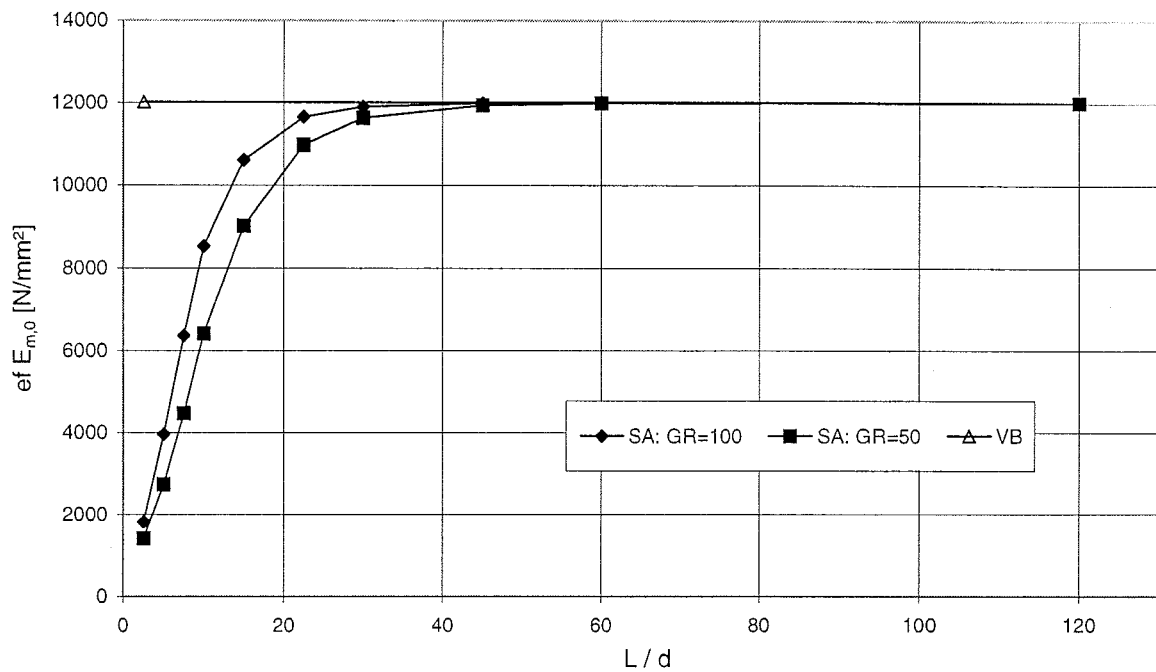


Bild D-1: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

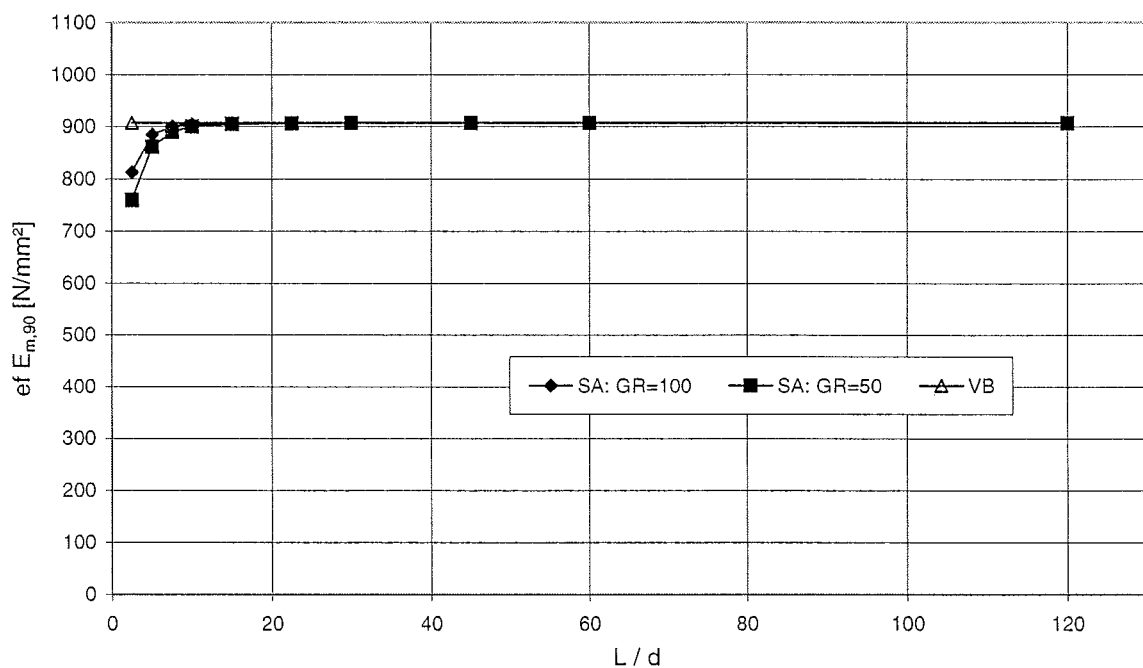


Bild D-2: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

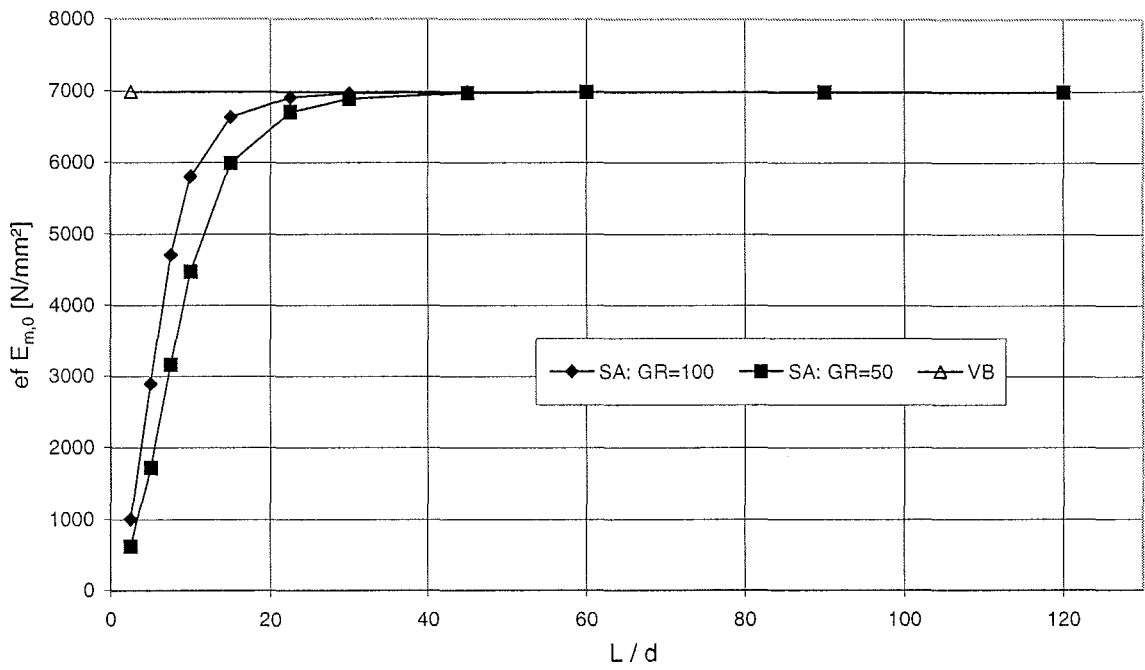


Bild D-3: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

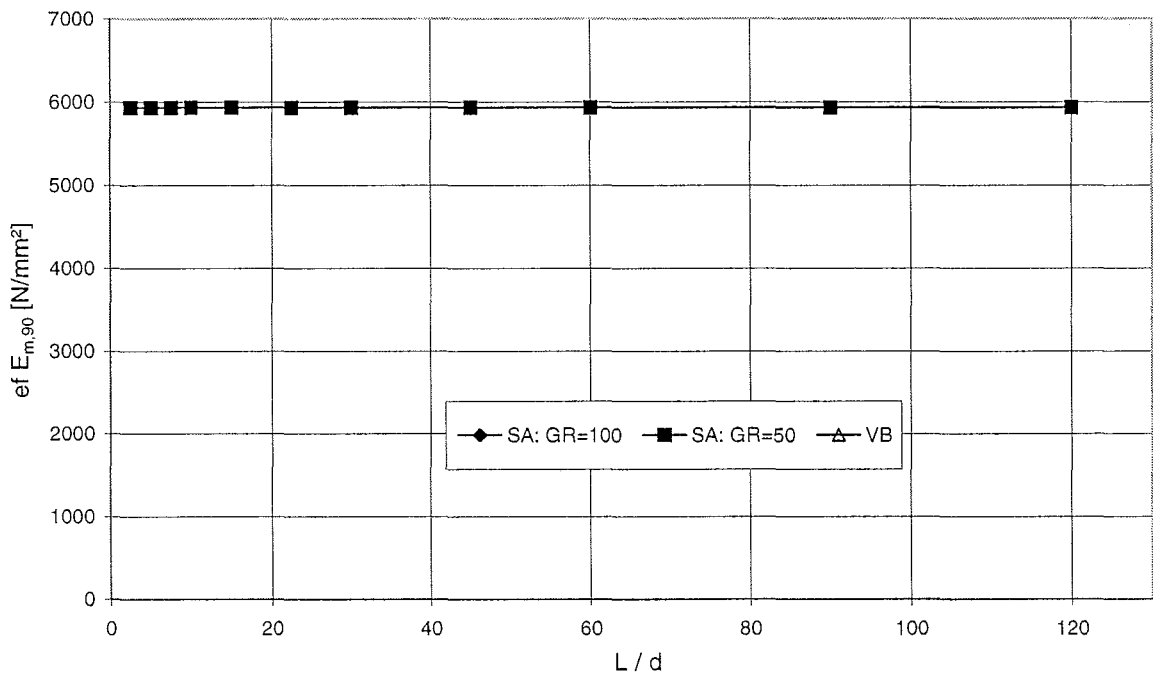


Bild D-4: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

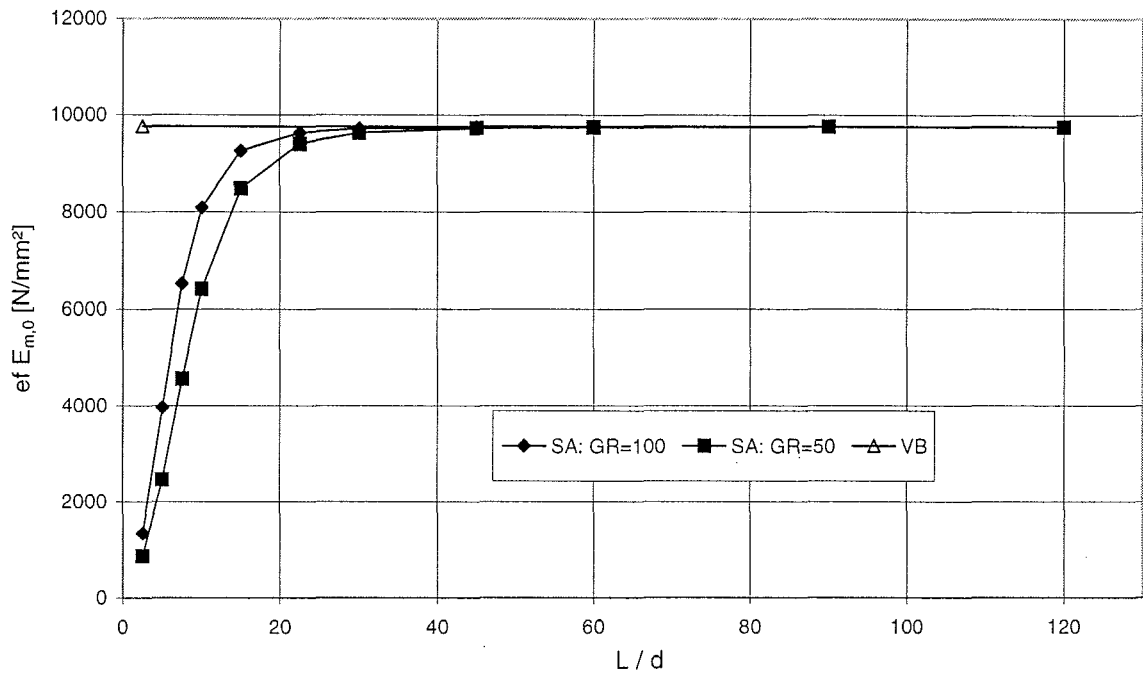


Bild D-5: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Füfenschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

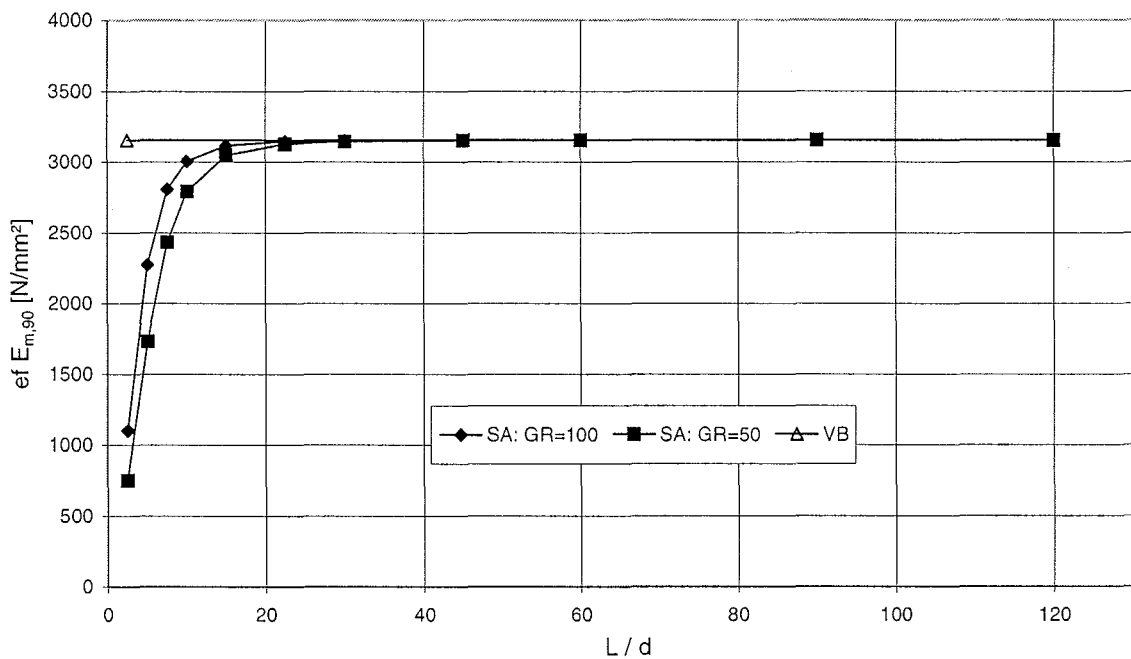


Bild D-6: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Füfenschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

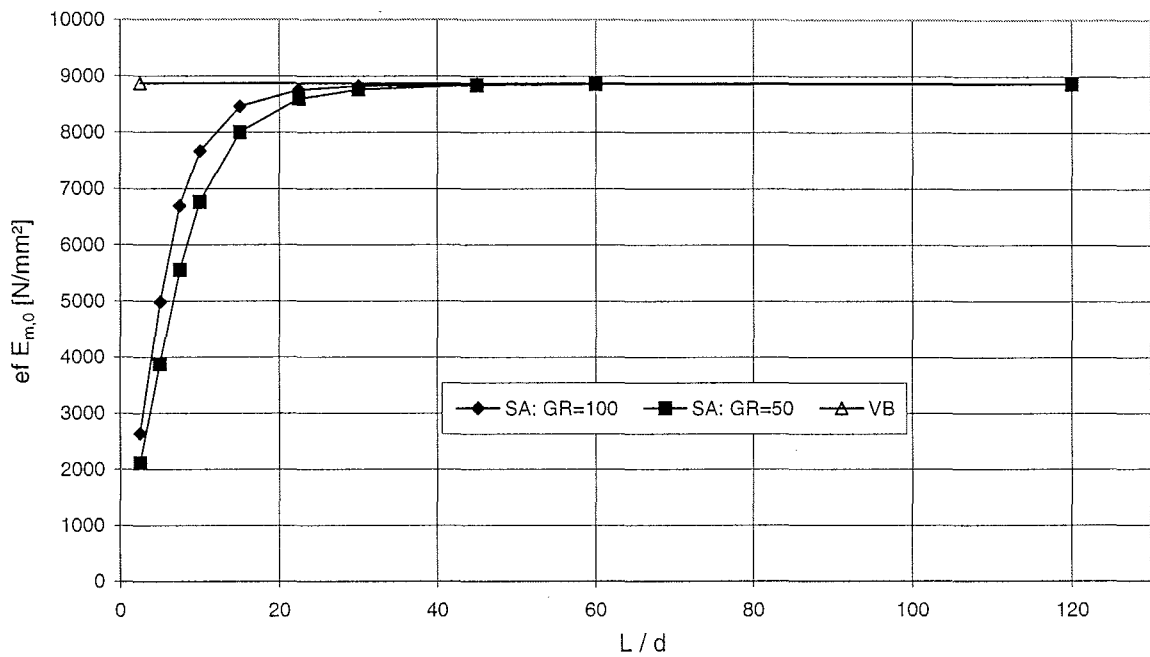


Bild D-7: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

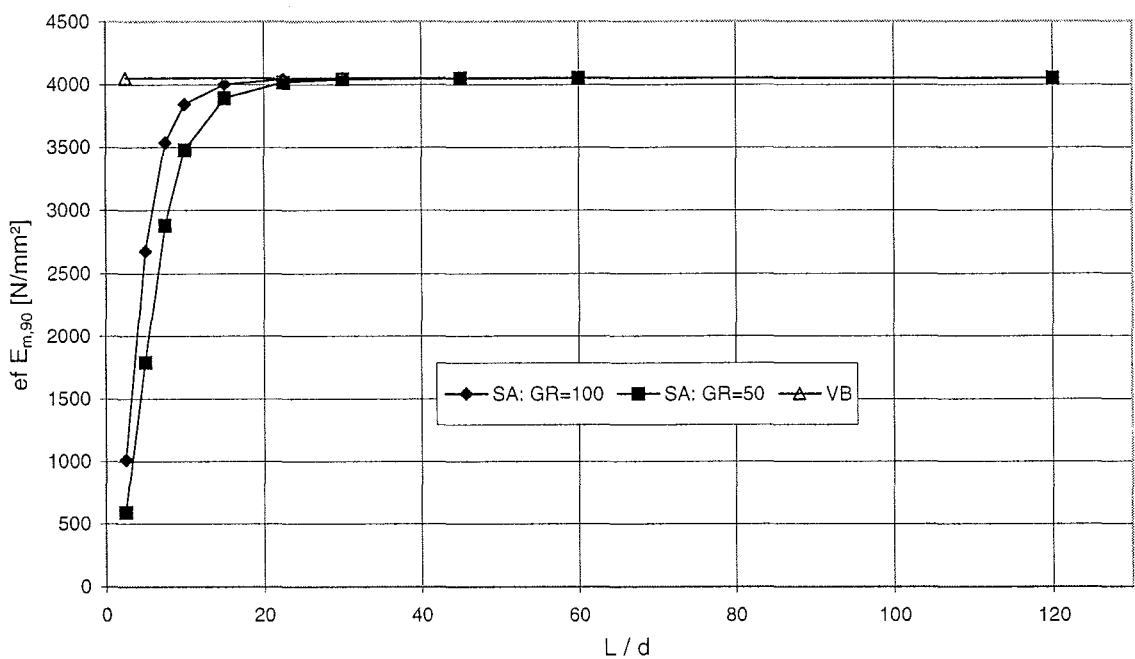


Bild D-8: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

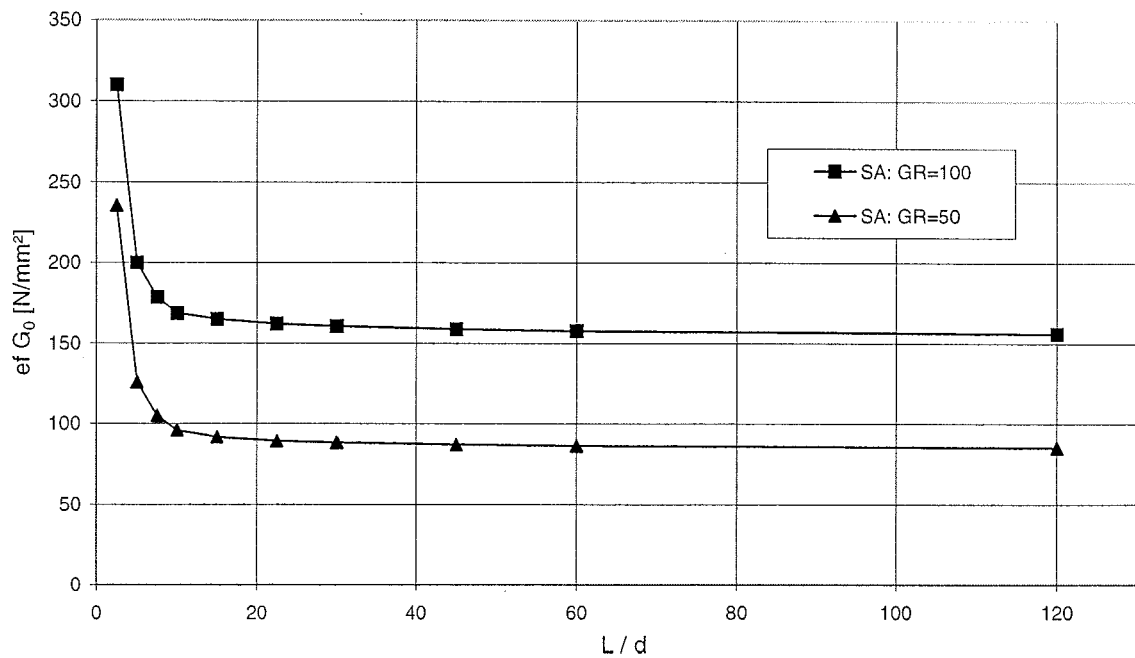


Bild E-1: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; F = konstant)

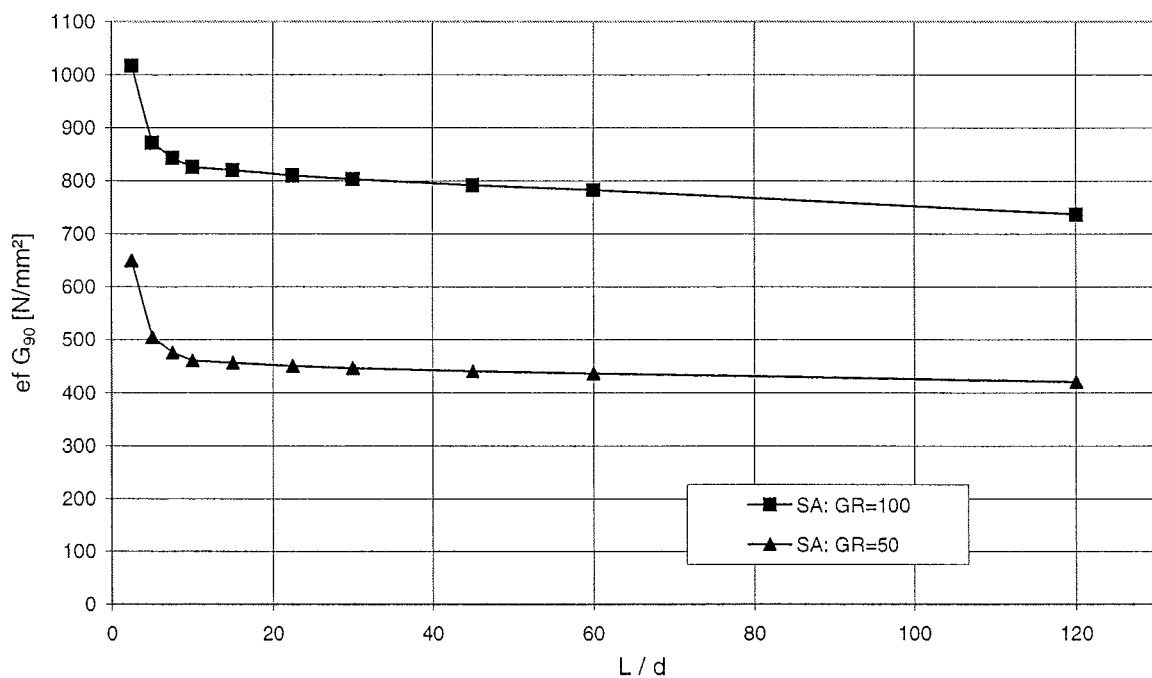


Bild E-2: (unrealistischer) wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; F = konstant)

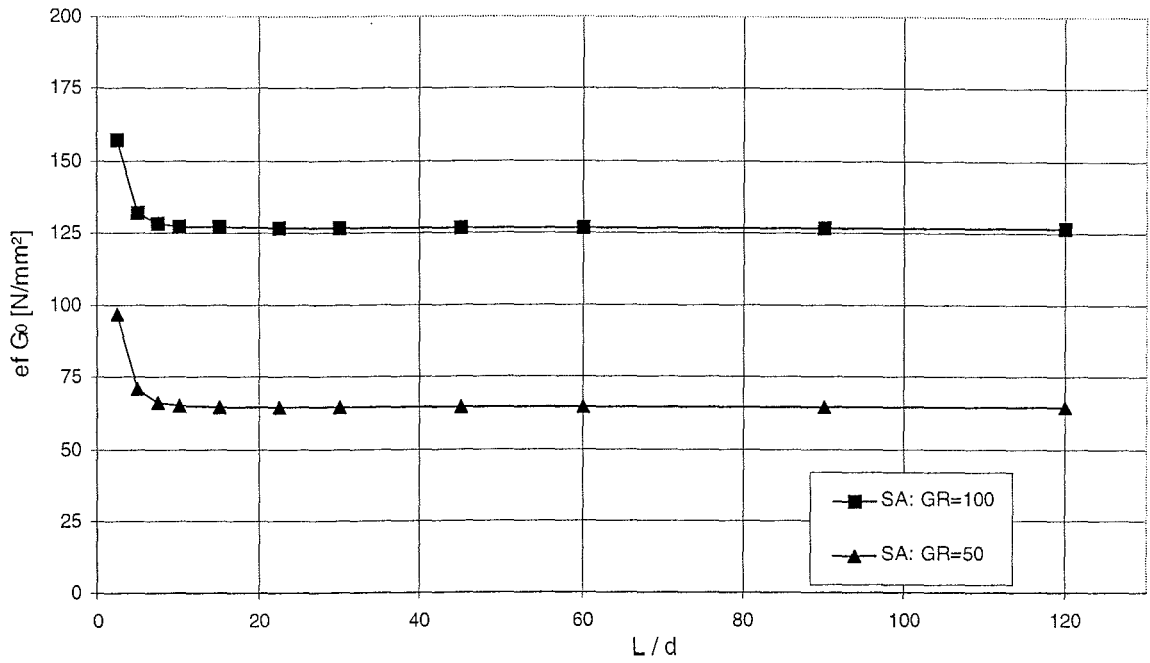


Bild E-3: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; F = konstant)

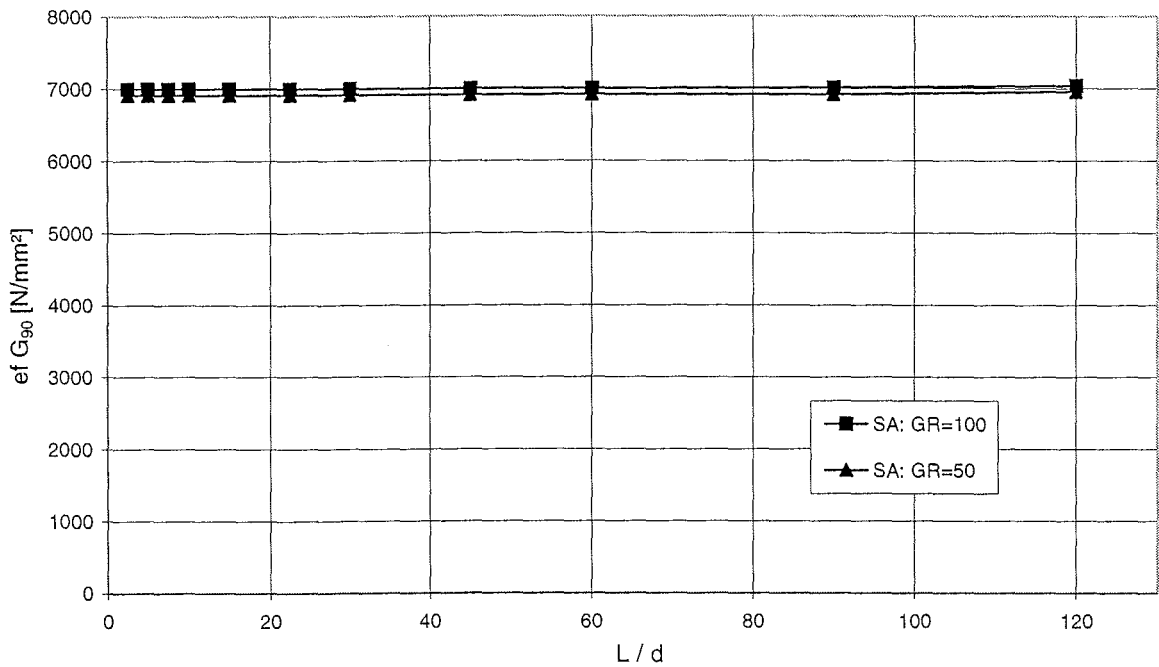


Bild E-4: (unrealistischer) wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; F = konstant)

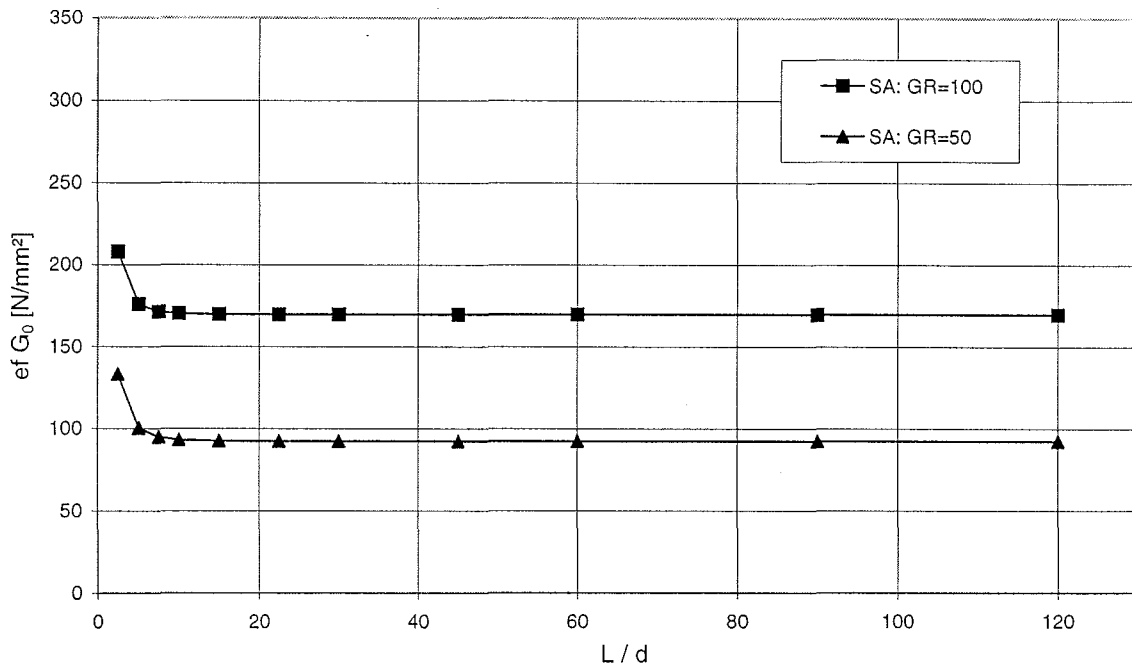


Bild E-5: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

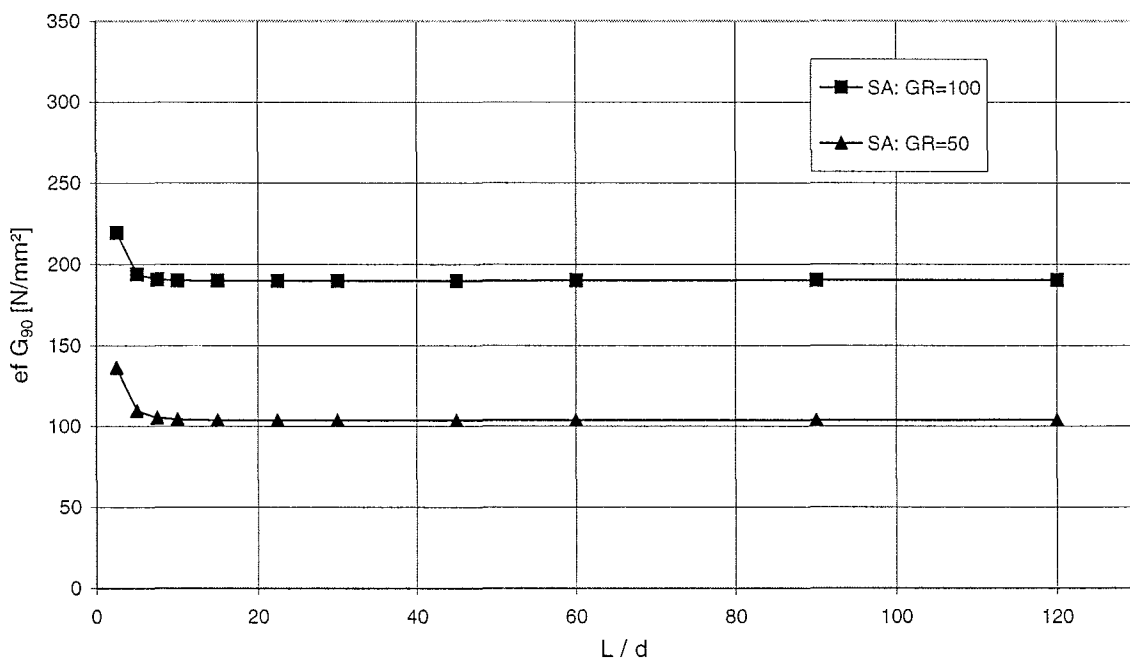


Bild E-6: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

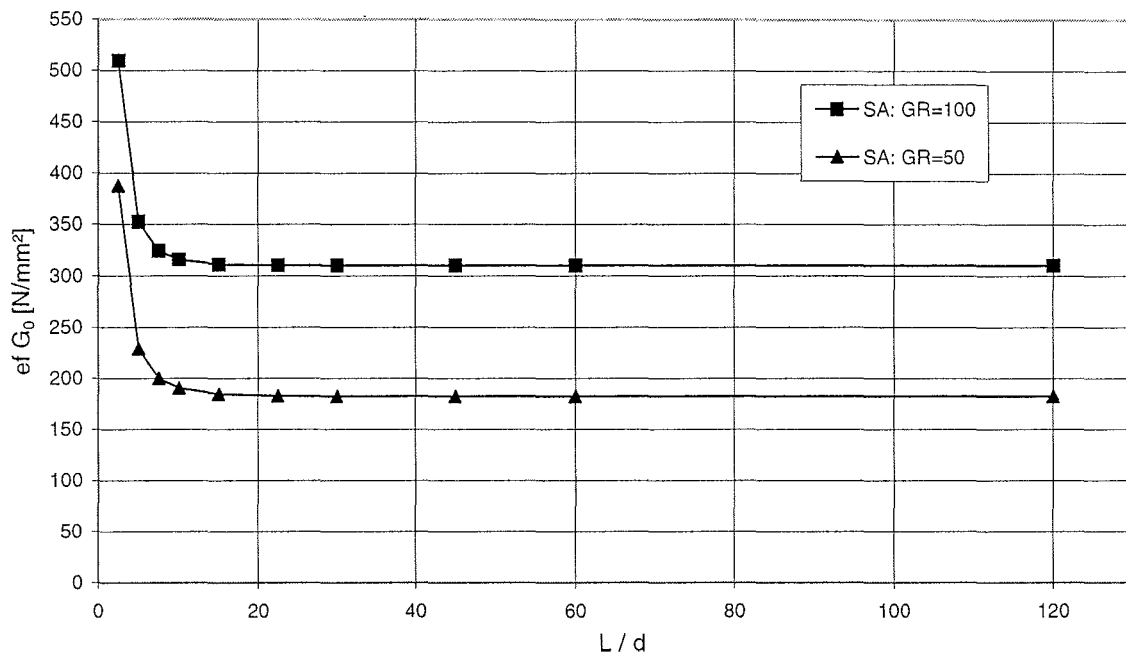


Bild E-7: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; F = konstant)

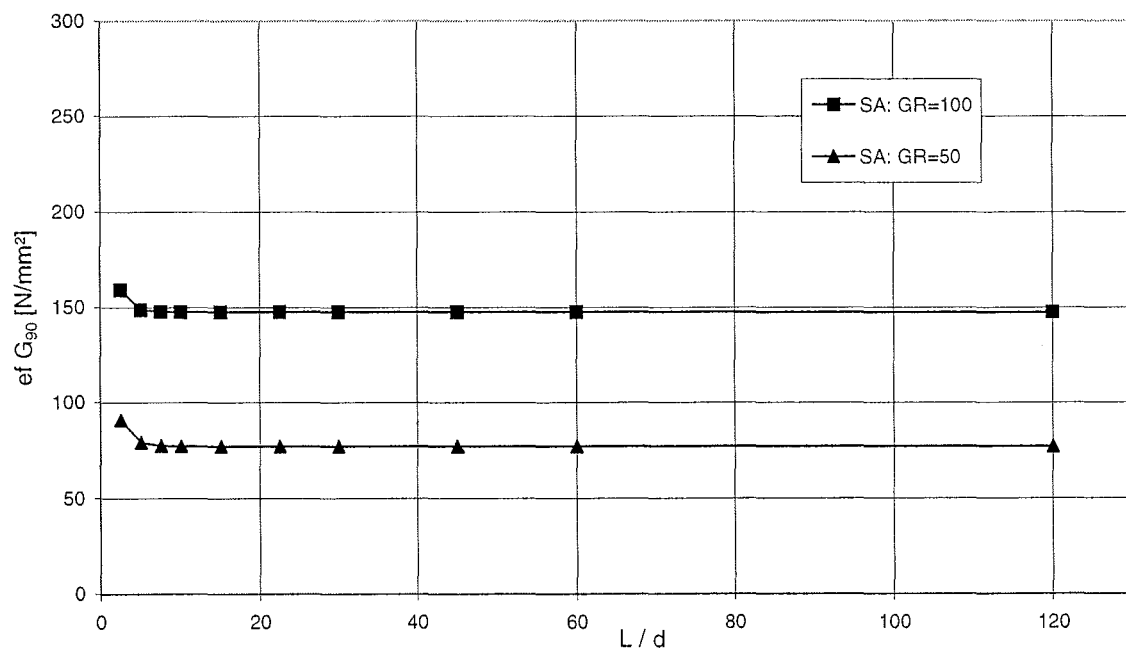


Bild E-8: wirksamer Schubmodul nach Schubanalogieverfahren (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; F = konstant)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]		Plattenbreite [mm]		Elastizitätsmodul [N/mm ²]		Schubmodul [N/mm ²]		Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
h ₁ =	6,900	b ₁ =	300	E ₁ =	420	G ₁ =	50	C _{1,2} =	1,00E+15
h ₂ =	0,900	b ₂ =	300	E ₂ =	12500	G ₂ =	500	C _{2,3} =	1,00E+15
h ₃ =	0,900	b ₃ =	300	E ₃ =	12500	G ₃ =	500	C _{3,4} =	1,00E+15
h ₄ =	0,900	b ₄ =	300	E ₄ =	12500	G ₄ =	500	C _{4,5} =	1,00E+15
h ₅ =	0,900	b ₅ =	300	E ₅ =	12500	G ₅ =	500	C _{5,6} =	1,00E+15
h ₆ =	0,900	b ₆ =	300	E ₆ =	12500	G ₆ =	500	C _{6,7} =	1,00E+15
h ₇ =	0,900	b ₇ =	300	E ₇ =	12500	G ₇ =	500	C _{7,8} =	1,00E+15
h ₈ =	0,900	b ₈ =	300	E ₈ =	12500	G ₈ =	500	C _{8,9} =	1,00E+15
h ₉ =	0,900	b ₉ =	300	E ₉ =	12500	G ₉ =	500	C _{9,10} =	1,00E+15
h ₁₀ =	6,900	b ₁₀ =	300	E ₁₀ =	420	G ₁₀ =	50		
d = 21,000									

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]		Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]		Eingabewerte für FE-Programm		
Z ₁ =	-7,05	EI ₁ =	3,4493E+06	EA ₁ =	8,6940E+05	EI _A =	8,7212E+06 Nmm ²
Z ₂ =	-3,15	EI ₂ =	2,2781E+05	EA ₂ =	3,3750E+06	EI _B =	2,0124E+08 Nmm ²
Z ₃ =	-2,25	EI ₃ =	2,2781E+05	EA ₃ =	3,3750E+06	GA _B =	3,9136E+05 N
Z ₄ =	-1,35	EI ₄ =	2,2781E+05	EA ₄ =	3,3750E+06	1 / GA _B =	2,5552E-06 N
Z ₅ =	-0,45	EI ₅ =	2,2781E+05	EA ₅ =	3,3750E+06	Schnittgrößen aus FE-Programm:	
Z ₆ =	0,45	EI ₆ =	2,2781E+05	EA ₆ =	3,3750E+06		
Z ₇ =	1,35	EI ₇ =	2,2781E+05	EA ₇ =	3,3750E+06	M _A =	4361 Nmm
Z ₈ =	2,25	EI ₈ =	2,2781E+05	EA ₈ =	3,3750E+06	M _B =	100639 Nmm
Z ₉ =	3,15	EI ₉ =	2,2781E+05	EA ₉ =	3,3750E+06	Q _A =	20,77 N
Z ₁₀ =	7,05	EI ₁₀ =	3,4493E+06	EA ₁₀ =	8,6940E+05	Q _B =	479,23 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]		Querkraftbeanspruchung [N]		
M _{1,A} =	1724,8	N _{1,B} =	-3065,2	Q _{1,A} =	8,2
M _{2,A} =	113,9	N _{2,B} =	-5316,6	Q _{2,A} =	0,5
M _{3,A} =	113,9	N _{3,B} =	-3797,6	Q _{3,A} =	0,5
M _{4,A} =	113,9	N _{4,B} =	-2278,6	Q _{4,A} =	0,5
M _{5,A} =	113,9	N _{5,B} =	-759,5	Q _{5,A} =	0,5
M _{6,A} =	113,9	N _{6,B} =	759,5	Q _{6,A} =	0,5
M _{7,A} =	113,9	N _{7,B} =	2278,6	Q _{7,A} =	0,5
M _{8,A} =	113,9	N _{8,B} =	3797,6	Q _{8,A} =	0,5
M _{9,A} =	113,9	N _{9,B} =	5316,6	Q _{9,A} =	0,5
M _{10,A} =	1724,8	N _{10,B} =	3065,2	Q _{10,A} =	8,2

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]		resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]				
σ _{1,A} =	0,72	σ _{1,B} =	-1,48	σ _{1,o} =	-2,205	σ _{1,u} =	-0,756
σ _{2,A} =	2,81	σ _{2,B} =	-19,69	σ _{2,o} =	-22,504	σ _{2,u} =	-16,879
σ _{3,A} =	2,81	σ _{3,B} =	-14,07	σ _{3,o} =	-16,878	σ _{3,u} =	-11,253
σ _{4,A} =	2,81	σ _{4,B} =	-8,44	σ _{4,o} =	-11,252	σ _{4,u} =	-5,626
σ _{5,A} =	2,81	σ _{5,B} =	-2,81	σ _{5,o} =	-5,626	σ _{5,u} =	0,000
σ _{6,A} =	2,81	σ _{6,B} =	2,81	σ _{6,o} =	0,000	σ _{6,u} =	5,626
σ _{7,A} =	2,81	σ _{7,B} =	8,44	σ _{7,o} =	5,626	σ _{7,u} =	11,252
σ _{8,A} =	2,81	σ _{8,B} =	14,07	σ _{8,o} =	11,253	σ _{8,u} =	16,878
σ _{9,A} =	2,81	σ _{9,B} =	19,69	σ _{9,o} =	16,879	σ _{9,u} =	22,504
σ _{10,A} =	0,72	σ _{10,B} =	1,48	σ _{10,o} =	0,756	σ _{10,u} =	2,205

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]						
τ _{1,A} =	0,006	τ _{1,o} =	0,000000	τ _{1,u} =	0,048654	τ _{1,m} =	0,030279
τ _{2,A} =	0,003	τ _{2,o} =	0,048654	τ _{2,u} =	0,133045	τ _{2,m} =	0,093863
τ _{3,A} =	0,003	τ _{3,o} =	0,133045	τ _{3,u} =	0,193324	τ _{3,m} =	0,166198
τ _{4,A} =	0,003	τ _{4,o} =	0,193324	τ _{4,u} =	0,229492	τ _{4,m} =	0,214422
τ _{5,A} =	0,003	τ _{5,o} =	0,229492	τ _{5,u} =	0,241548	τ _{5,m} =	0,238534
τ _{6,A} =	0,003	τ _{6,o} =	0,241548	τ _{6,u} =	0,229492	τ _{6,m} =	0,238534
τ _{7,A} =	0,003	τ _{7,o} =	0,229492	τ _{7,u} =	0,193324	τ _{7,m} =	0,214422
τ _{8,A} =	0,003	τ _{8,o} =	0,193324	τ _{8,u} =	0,133045	τ _{8,m} =	0,166198
τ _{9,A} =	0,003	τ _{9,o} =	0,133045	τ _{9,u} =	0,048654	τ _{9,m} =	0,093863
τ _{10,A} =	0,006	τ _{10,o} =	0,048654	τ _{10,u} =	0,000000	τ _{10,m} =	0,030279

Tabelle F-1: verfeinertes Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 50 N/mm²; L/d =30)

Anlage F-2

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,900	b ₁ = 300	E ₁ = 420	G ₁ = 100	c _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 0,900	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	G ₂ = 500	c _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 0,900	b ₃ = 300	E ₃ = 12500	G ₃ = 500	c _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 0,900	b ₄ = 300	E ₄ = 12500	G ₄ = 500	c _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 0,900	b ₅ = 300	E ₅ = 12500	G ₅ = 500	c _{5,6} = 1,00E+15
h ₆ = 0,900	b ₆ = 300	E ₆ = 12500	G ₆ = 500	c _{6,7} = 1,00E+15
h ₇ = 0,900	b ₇ = 300	E ₇ = 12500	G ₇ = 500	c _{7,8} = 1,00E+15
h ₈ = 0,900	b ₈ = 300	E ₈ = 12500	G ₈ = 500	c _{8,9} = 1,00E+15
h ₉ = 0,900	b ₉ = 300	E ₉ = 12500	G ₉ = 500	c _{9,10} = 1,00E+15
h ₁₀ = 6,900	b ₁₀ = 300	E ₁₀ = 420	G ₁₀ = 100	

d = 21,000

Ausgabewerte:

Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes:

z_s= 10,50 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	Eingabewerte für FE-Programm
Z ₁ = -7,05	EI ₁ = 3,4493E+06	EA ₁ = 8,6940E+05	EI _A = 8,7212E+06 Nmm ²
Z ₂ = -3,15	EI ₂ = 2,2781E+05	EA ₂ = 3,3750E+06	EI _B = 2,0124E+08 Nmm ²
Z ₃ = -2,25	EI ₃ = 2,2781E+05	EA ₃ = 3,3750E+06	GA _B = 7,1514E+05 N
Z ₄ = -1,35	EI ₄ = 2,2781E+05	EA ₄ = 3,3750E+06	1 / GA _B = 1,3983E-06 N
Z ₅ = -0,45	EI ₅ = 2,2781E+05	EA ₅ = 3,3750E+06	
Z ₆ = 0,45	EI ₆ = 2,2781E+05	EA ₆ = 3,3750E+06	Schnittgrößen aus FE-Programm:
Z ₇ = 1,35	EI ₇ = 2,2781E+05	EA ₇ = 3,3750E+06	M _A = 4361 Nmm
Z ₈ = 2,25	EI ₈ = 2,2781E+05	EA ₈ = 3,3750E+06	M _B = 100639 Nmm
Z ₉ = 3,15	EI ₉ = 2,2781E+05	EA ₉ = 3,3750E+06	Q _A = 20,77 N
Z ₁₀ = 7,05	EI ₁₀ = 3,4493E+06	EA ₁₀ = 8,6940E+05	Q _B = 479,23 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 1724,8	N _{1,B} = -3065,2	Q _{1,A} = 8,2
M _{2,A} = 113,9	N _{2,B} = -5316,6	Q _{2,A} = 0,5
M _{3,A} = 113,9	N _{3,B} = -3797,6	Q _{3,A} = 0,5
M _{4,A} = 113,9	N _{4,B} = -2278,6	Q _{4,A} = 0,5
M _{5,A} = 113,9	N _{5,B} = -759,5	Q _{5,A} = 0,5
M _{6,A} = 113,9	N _{6,B} = 759,5	Q _{6,A} = 0,5
M _{7,A} = 113,9	N _{7,B} = 2278,6	Q _{7,A} = 0,5
M _{8,A} = 113,9	N _{8,B} = 3797,6	Q _{8,A} = 0,5
M _{9,A} = 113,9	N _{9,B} = 5316,6	Q _{9,A} = 0,5
M _{10,A} = 1724,8	N _{10,B} = 3065,2	Q _{10,A} = 8,2

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,72	σ _{1,B} = -1,48	σ _{1,o} = -2,205	σ _{1,u} = -0,756
σ _{2,A} = 2,81	σ _{2,B} = -19,69	σ _{2,o} = -22,504	σ _{2,u} = -16,879
σ _{3,A} = 2,81	σ _{3,B} = -14,07	σ _{3,o} = -16,878	σ _{3,u} = -11,253
σ _{4,A} = 2,81	σ _{4,B} = -8,44	σ _{4,o} = -11,252	σ _{4,u} = -5,626
σ _{5,A} = 2,81	σ _{5,B} = -2,81	σ _{5,o} = -5,626	σ _{5,u} = 0,000
σ _{6,A} = 2,81	σ _{6,B} = 2,81	σ _{6,o} = 0,000	σ _{6,u} = 5,626
σ _{7,A} = 2,81	σ _{7,B} = 8,44	σ _{7,o} = 5,626	σ _{7,u} = 11,252
σ _{8,A} = 2,81	σ _{8,B} = 14,07	σ _{8,o} = 11,253	σ _{8,u} = 16,878
σ _{9,A} = 2,81	σ _{9,B} = 19,69	σ _{9,o} = 16,879	σ _{9,u} = 22,504
σ _{10,A} = 0,72	σ _{10,B} = 1,48	σ _{10,o} = 0,756	σ _{10,u} = 2,205

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]	
τ _{1,A} = 0,006	τ _{1,o} = 0,000000	τ _{1,u} = 0,048654
τ _{2,A} = 0,003	τ _{2,o} = 0,048654	τ _{2,u} = 0,133045
τ _{3,A} = 0,003	τ _{3,o} = 0,133045	τ _{3,u} = 0,193324
τ _{4,A} = 0,003	τ _{4,o} = 0,193324	τ _{4,u} = 0,229492
τ _{5,A} = 0,003	τ _{5,o} = 0,229492	τ _{5,u} = 0,241548
τ _{6,A} = 0,003	τ _{6,o} = 0,241548	τ _{6,u} = 0,229492
τ _{7,A} = 0,003	τ _{7,o} = 0,229492	τ _{7,u} = 0,193324
τ _{8,A} = 0,003	τ _{8,o} = 0,193324	τ _{8,u} = 0,133045
τ _{9,A} = 0,003	τ _{9,o} = 0,133045	τ _{9,u} = 0,048654
τ _{10,A} = 0,006	τ _{10,o} = 0,048654	τ _{10,u} = 0,000000

Tabelle F-2: verfeinertes Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]		Plattenbreite [mm]		Elastizitätsmodul [N/mm ²]		Schubmodul [N/mm ²]		Fugensteifigkeit [N/mm ²]	
h ₁ =	6,900	b ₁ =	300	E ₁ =	420	G ₁ =	50	C _{1,2} =	1,00E+15
h ₂ =	5,775	b ₂ =	300	E ₂ =	12500	G ₂ =	500	C _{2,3} =	1,00E+15
h ₃ =	5,775	b ₃ =	300	E ₃ =	12500	G ₃ =	500	C _{3,4} =	1,00E+15
h ₄ =	5,775	b ₄ =	300	E ₄ =	12500	G ₄ =	500	C _{4,5} =	1,00E+15
h ₅ =	5,775	b ₅ =	300	E ₅ =	12500	G ₅ =	500	C _{5,6} =	1,00E+15
h ₆ =	5,775	b ₆ =	300	E ₆ =	12500	G ₆ =	500	C _{6,7} =	1,00E+15
h ₇ =	5,775	b ₇ =	300	E ₇ =	12500	G ₇ =	500	C _{7,8} =	1,00E+15
h ₈ =	5,775	b ₈ =	300	E ₈ =	12500	G ₈ =	500	C _{8,9} =	1,00E+15
h ₉ =	5,775	b ₉ =	300	E ₉ =	12500	G ₉ =	500	C _{9,10} =	1,00E+15
h ₁₀ =	6,900	b ₁₀ =	300	E ₁₀ =	420	G ₁₀ =	50		
d =		60,000							

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s= 30,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]		Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]		Eingabewerte für FE-Programm		
Z ₁ =	-26,55	EI ₁ =	3,4493E+06	EA ₁ =	8,6940E+05	EI _A =	4,8840E+08 Nmm ²
Z ₂ =	-20,21	EI ₂ =	6,0187E+07	EA ₂ =	2,1656E+07	EI _B =	3,1560E+10 Nmm ²
Z ₃ =	-14,44	EI ₃ =	6,0187E+07	EA ₃ =	2,1656E+07	GA _B =	3,6714E+06 N
Z ₄ =	-8,66	EI ₄ =	6,0187E+07	EA ₄ =	2,1656E+07	1 / GA _B =	2,7238E-07 N
Z ₅ =	-2,89	EI ₅ =	6,0187E+07	EA ₅ =	2,1656E+07	Schnittgrößen aus FE-Programm:	
Z ₆ =	2,89	EI ₆ =	6,0187E+07	EA ₆ =	2,1656E+07		
Z ₇ =	8,66	EI ₇ =	6,0187E+07	EA ₇ =	2,1656E+07	M _A =	4572 Nmm
Z ₈ =	14,44	EI ₈ =	6,0187E+07	EA ₈ =	2,1656E+07	M _B =	295428 Nmm
Z ₉ =	20,21	EI ₉ =	6,0187E+07	EA ₉ =	2,1656E+07	Q _A =	7,62 N
Z ₁₀ =	26,55	EI ₁₀ =	3,4493E+06	EA ₁₀ =	8,6940E+05	Q _B =	492,38 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]		Querkraftbeanspruchung [N]		
M _{1,A} =	32,3	N _{1,B} =	-216,1	Q _{1,A} =	0,1
M _{2,A} =	563,4	N _{2,B} =	-4097,5	Q _{2,A} =	0,9
M _{3,A} =	563,4	N _{3,B} =	-2926,8	Q _{3,A} =	0,9
M _{4,A} =	563,4	N _{4,B} =	-1756,1	Q _{4,A} =	0,9
M _{5,A} =	563,4	N _{5,B} =	-585,4	Q _{5,A} =	0,9
M _{6,A} =	563,4	N _{6,B} =	585,4	Q _{6,A} =	0,9
M _{7,A} =	563,4	N _{7,B} =	1756,1	Q _{7,A} =	0,9
M _{8,A} =	563,4	N _{8,B} =	2926,8	Q _{8,A} =	0,9
M _{9,A} =	563,4	N _{9,B} =	4097,5	Q _{9,A} =	0,9
M _{10,A} =	32,3	N _{10,B} =	216,1	Q _{10,A} =	0,1

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]		resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]				
σ _{1,A} =	0,01	σ _{1,B} =	-0,10	σ _{1,o} =	-0,1179	σ _{1,u} =	-0,0908
σ _{2,A} =	0,34	σ _{2,B} =	-2,37	σ _{2,o} =	-2,7029	σ _{2,u} =	-2,0272
σ _{3,A} =	0,34	σ _{3,B} =	-1,69	σ _{3,o} =	-2,0272	σ _{3,u} =	-1,3515
σ _{4,A} =	0,34	σ _{4,B} =	-1,01	σ _{4,o} =	-1,3515	σ _{4,u} =	-0,6757
σ _{5,A} =	0,34	σ _{5,B} =	-0,34	σ _{5,o} =	-0,6757	σ _{5,u} =	0,0000
σ _{6,A} =	0,34	σ _{6,B} =	0,34	σ _{6,o} =	0,0000	σ _{6,u} =	0,6757
σ _{7,A} =	0,34	σ _{7,B} =	1,01	σ _{7,o} =	0,6757	σ _{7,u} =	1,3515
σ _{8,A} =	0,34	σ _{8,B} =	1,69	σ _{8,o} =	1,3515	σ _{8,u} =	2,0272
σ _{9,A} =	0,34	σ _{9,B} =	2,37	σ _{9,o} =	2,0272	σ _{9,u} =	2,7029
σ _{10,A} =	0,01	σ _{10,B} =	0,10	σ _{10,o} =	0,0908	σ _{10,u} =	0,1179

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]						
τ _{1,A} =	0,000	τ _{1,o} =	0,000000	τ _{1,u} =	0,001200	τ _{1,mi} =	0,000639
τ _{2,A} =	0,001	τ _{2,o} =	0,001200	τ _{2,u} =	0,023964	τ _{2,mi} =	0,013395
τ _{3,A} =	0,001	τ _{3,o} =	0,023964	τ _{3,u} =	0,040224	τ _{3,mi} =	0,032907
τ _{4,A} =	0,001	τ _{4,o} =	0,040224	τ _{4,u} =	0,049980	τ _{4,mi} =	0,045915
τ _{5,A} =	0,001	τ _{5,o} =	0,049980	τ _{5,u} =	0,053232	τ _{5,mi} =	0,052419
τ _{6,A} =	0,001	τ _{6,o} =	0,053232	τ _{6,u} =	0,049980	τ _{6,mi} =	0,052419
τ _{7,A} =	0,001	τ _{7,o} =	0,049980	τ _{7,u} =	0,040224	τ _{7,mi} =	0,045915
τ _{8,A} =	0,001	τ _{8,o} =	0,040224	τ _{8,u} =	0,023964	τ _{8,mi} =	0,032907
τ _{9,A} =	0,001	τ _{9,o} =	0,023964	τ _{9,u} =	0,001200	τ _{9,mi} =	0,013395
τ _{10,A} =	0,000	τ _{10,o} =	0,001200	τ _{10,u} =	0,000000	τ _{10,mi} =	0,000639

Tabelle F-3: verfeinertes Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 50 N/mm²; L/d =30)

Eingabewerte:

Schichtdicke [mm]	Plattenbreite [mm]	Elastizitätsmodul [N/mm ²]	Schubmodul [N/mm ²]	Fugensteifigkeit [N/mm ²]
h ₁ = 6,900	b ₁ = 300	E ₁ = 420	G ₁ = 100	C _{1,2} = 1,00E+15
h ₂ = 5,775	b ₂ = 300	E ₂ = 12500	G ₂ = 500	C _{2,3} = 1,00E+15
h ₃ = 5,775	b ₃ = 300	E ₃ = 12500	G ₃ = 500	C _{3,4} = 1,00E+15
h ₄ = 5,775	b ₄ = 300	E ₄ = 12500	G ₄ = 500	C _{4,5} = 1,00E+15
h ₅ = 5,775	b ₅ = 300	E ₅ = 12500	G ₅ = 500	C _{5,6} = 1,00E+15
h ₆ = 5,775	b ₆ = 300	E ₆ = 12500	G ₆ = 500	C _{6,7} = 1,00E+15
h ₇ = 5,775	b ₇ = 300	E ₇ = 12500	G ₇ = 500	C _{7,8} = 1,00E+15
h ₈ = 5,775	b ₈ = 300	E ₈ = 12500	G ₈ = 500	C _{8,9} = 1,00E+15
h ₉ = 5,775	b ₉ = 300	E ₉ = 12500	G ₉ = 500	C _{9,10} = 1,00E+15
h ₁₀ = 6,900	b ₁₀ = 300	E ₁₀ = 420	G ₁₀ = 100	

d = 60,000

Ausgabewerte: Schwerpunkt des Gesamtquerschnittes: z_s = 30,00 mm

Abstand Einzel- zu Gesamtschwerpunkt [mm]	Biegesteifigkeit der Einzelquerschnitte [Nmm ²]	Dehnsteifigkeit der Einzelquerschnitte [N]	Eingabewerte für FE-Programm
Z ₁ = -26,55	EI ₁ = 3,4493E+06	EA ₁ = 8,6940E+05	EI _A = 4,8840E+08 Nmm ²
Z ₂ = -20,21	EI ₂ = 6,0187E+07	EA ₂ = 2,1656E+07	EI _B = 3,1560E+10 Nmm ²
Z ₃ = -14,44	EI ₃ = 6,0187E+07	EA ₃ = 2,1656E+07	GA _B = 5,2409E+06 N
Z ₄ = -8,66	EI ₄ = 6,0187E+07	EA ₄ = 2,1656E+07	1 / GA _B = 1,9081E-07 N
Z ₅ = -2,89	EI ₅ = 6,0187E+07	EA ₅ = 2,1656E+07	
Z ₆ = 2,89	EI ₆ = 6,0187E+07	EA ₆ = 2,1656E+07	
Z ₇ = 8,66	EI ₇ = 6,0187E+07	EA ₇ = 2,1656E+07	
Z ₈ = 14,44	EI ₈ = 6,0187E+07	EA ₈ = 2,1656E+07	
Z ₉ = 20,21	EI ₉ = 6,0187E+07	EA ₉ = 2,1656E+07	
Z ₁₀ = 26,55	EI ₁₀ = 3,4493E+06	EA ₁₀ = 8,6940E+05	

Schnittgrößen aus FE-Programm:	
M _A =	4572 Nmm
M _B =	295428 Nmm
Q _A =	7,62 N
Q _B =	492,38 N

Rückrechnung der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftbeanspruchung für n Lagen:

Momentenbeanspruchung [Nmm]	Normalkraftbeanspruchung [N]	Querkraftbeanspruchung [N]
M _{1,A} = 32,3	N _{1,B} = -216,1	Q _{1,A} = 0,1
M _{2,A} = 563,4	N _{2,B} = -4097,5	Q _{2,A} = 0,9
M _{3,A} = 563,4	N _{3,B} = -2926,8	Q _{3,A} = 0,9
M _{4,A} = 563,4	N _{4,B} = -1756,1	Q _{4,A} = 0,9
M _{5,A} = 563,4	N _{5,B} = -585,4	Q _{5,A} = 0,9
M _{6,A} = 563,4	N _{6,B} = 585,4	Q _{6,A} = 0,9
M _{7,A} = 563,4	N _{7,B} = 1756,1	Q _{7,A} = 0,9
M _{8,A} = 563,4	N _{8,B} = 2926,8	Q _{8,A} = 0,9
M _{9,A} = 563,4	N _{9,B} = 4097,5	Q _{9,A} = 0,9
M _{10,A} = 32,3	N _{10,B} = 216,1	Q _{10,A} = 0,1

Biegespannungsverteilung:

Biegespannung Träger A [N/mm ²]	Normalspannung Träger B [N/mm ²]	resultierende Biegespannungsverteilung [N/mm ²]	
σ _{1,A} = 0,01	σ _{1,B} = -0,10	σ _{1,o} = -0,1179	σ _{1,u} = -0,0908
σ _{2,A} = 0,34	σ _{2,B} = -2,37	σ _{2,o} = -2,7029	σ _{2,u} = -2,0272
σ _{3,A} = 0,34	σ _{3,B} = -1,69	σ _{3,o} = -2,0272	σ _{3,u} = -1,3515
σ _{4,A} = 0,34	σ _{4,B} = -1,01	σ _{4,o} = -1,3515	σ _{4,u} = -0,6757
σ _{5,A} = 0,34	σ _{5,B} = -0,34	σ _{5,o} = -0,6757	σ _{5,u} = 0,0000
σ _{6,A} = 0,34	σ _{6,B} = 0,34	σ _{6,o} = 0,0000	σ _{6,u} = 0,6757
σ _{7,A} = 0,34	σ _{7,B} = 1,01	σ _{7,o} = 0,6757	σ _{7,u} = 1,3515
σ _{8,A} = 0,34	σ _{8,B} = 1,69	σ _{8,o} = 1,3515	σ _{8,u} = 2,0272
σ _{9,A} = 0,34	σ _{9,B} = 2,37	σ _{9,o} = 2,0272	σ _{9,u} = 2,7029
σ _{10,A} = 0,01	σ _{10,B} = 0,10	σ _{10,o} = 0,0908	σ _{10,u} = 0,1179

Schubspannungsverteilung:

Schubspannung Träger A [N/mm ²]	resultierende Schubspannung [N/mm ²]	
τ _{1,A} = 0,000	τ _{1,o} = 0,000000	τ _{1,u} = 0,001200
τ _{2,A} = 0,001	τ _{2,o} = 0,001200	τ _{2,u} = 0,023964
τ _{3,A} = 0,001	τ _{3,o} = 0,023964	τ _{3,u} = 0,040224
τ _{4,A} = 0,001	τ _{4,o} = 0,040224	τ _{4,u} = 0,049980
τ _{5,A} = 0,001	τ _{5,o} = 0,049980	τ _{5,u} = 0,053232
τ _{6,A} = 0,001	τ _{6,o} = 0,053232	τ _{6,u} = 0,049980
τ _{7,A} = 0,001	τ _{7,o} = 0,049980	τ _{7,u} = 0,040224
τ _{8,A} = 0,001	τ _{8,o} = 0,040224	τ _{8,u} = 0,023964
τ _{9,A} = 0,001	τ _{9,o} = 0,023964	τ _{9,u} = 0,001200
τ _{10,A} = 0,000	τ _{10,o} = 0,001200	τ _{10,u} = 0,000000

Tabelle F-4: verfeinertes Schubanalogieverfahren (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul G_R = 100 N/mm²; L/d =30)

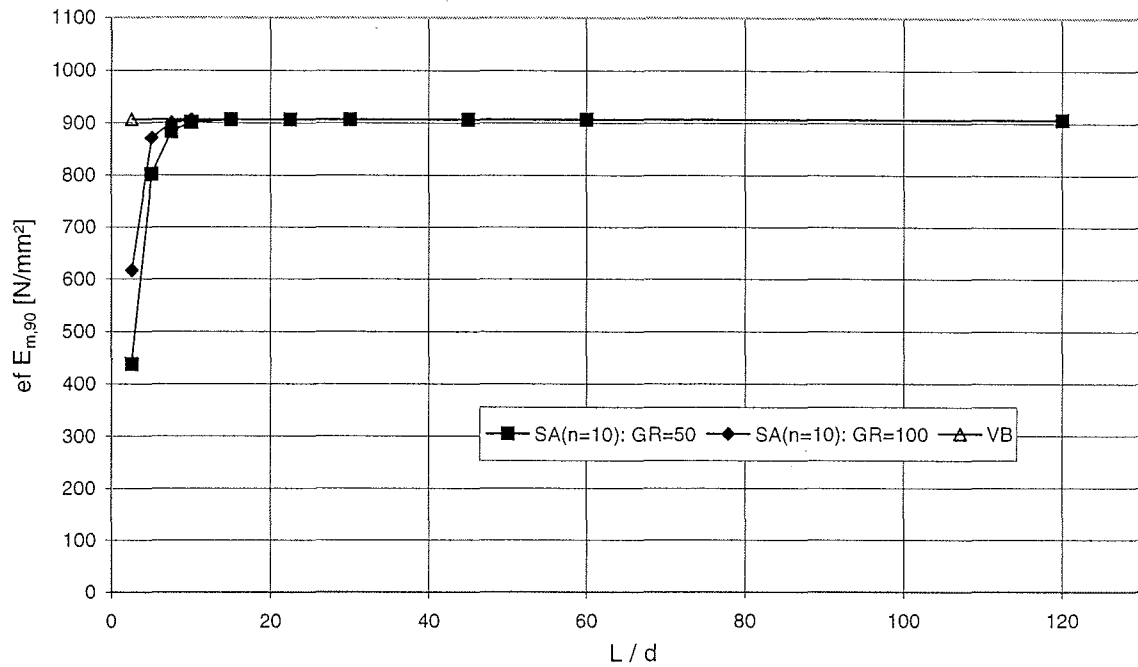


Bild F-1: verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; F = konstant)

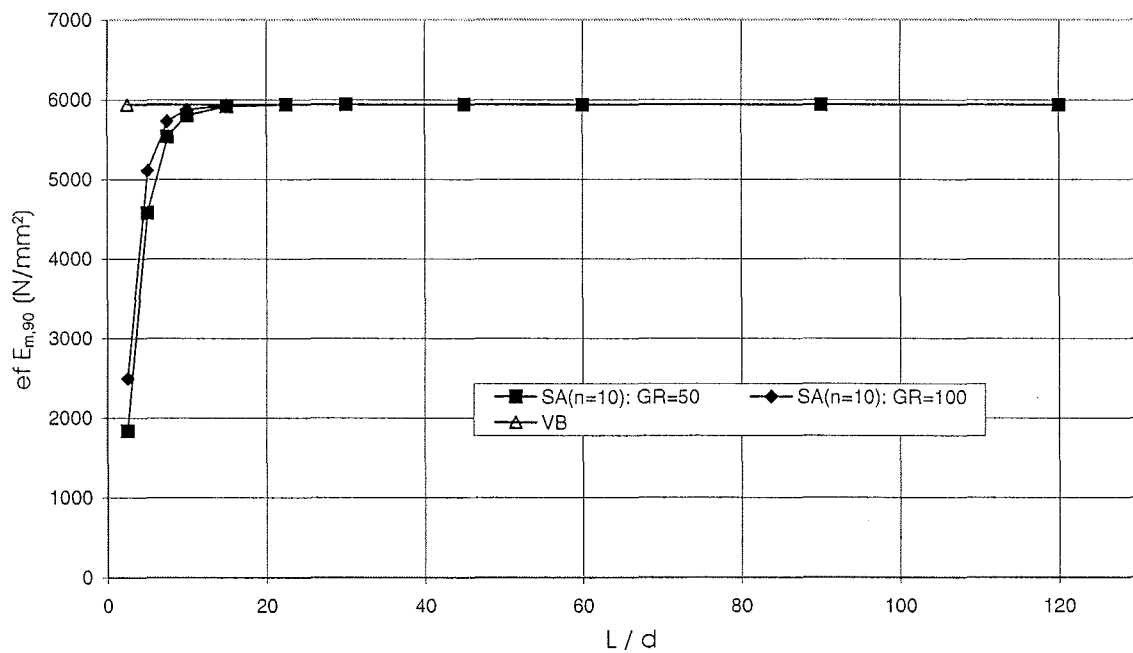


Bild F-2: verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Biege-Elastizitätsmodul (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; F = konstant)

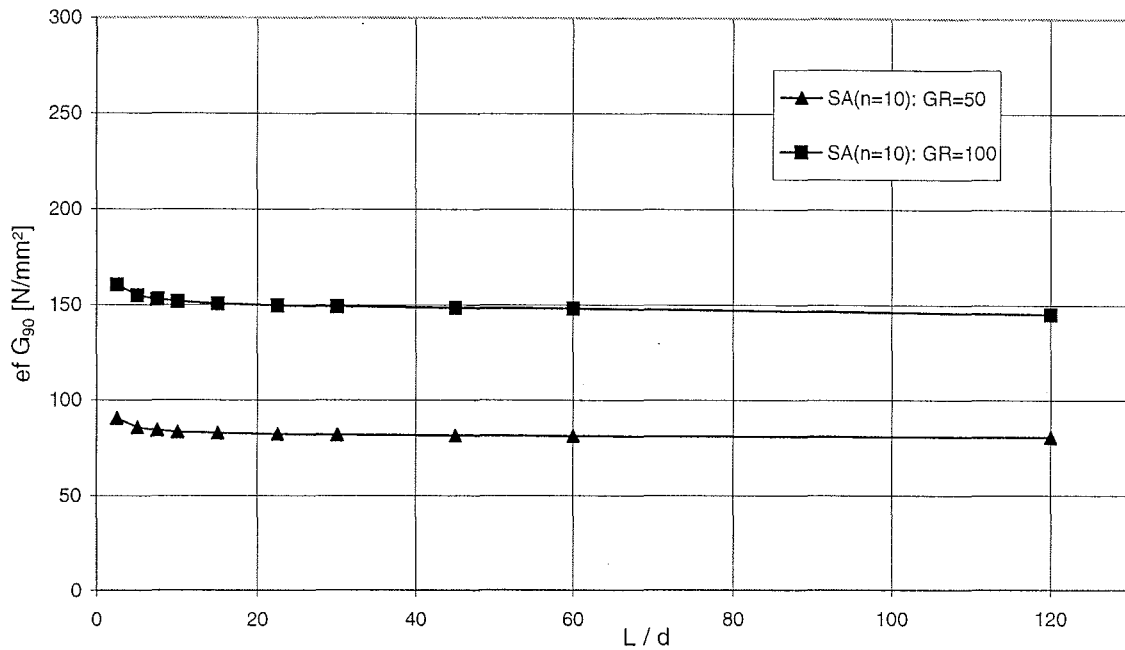


Bild G-1: verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Schubmodul (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)

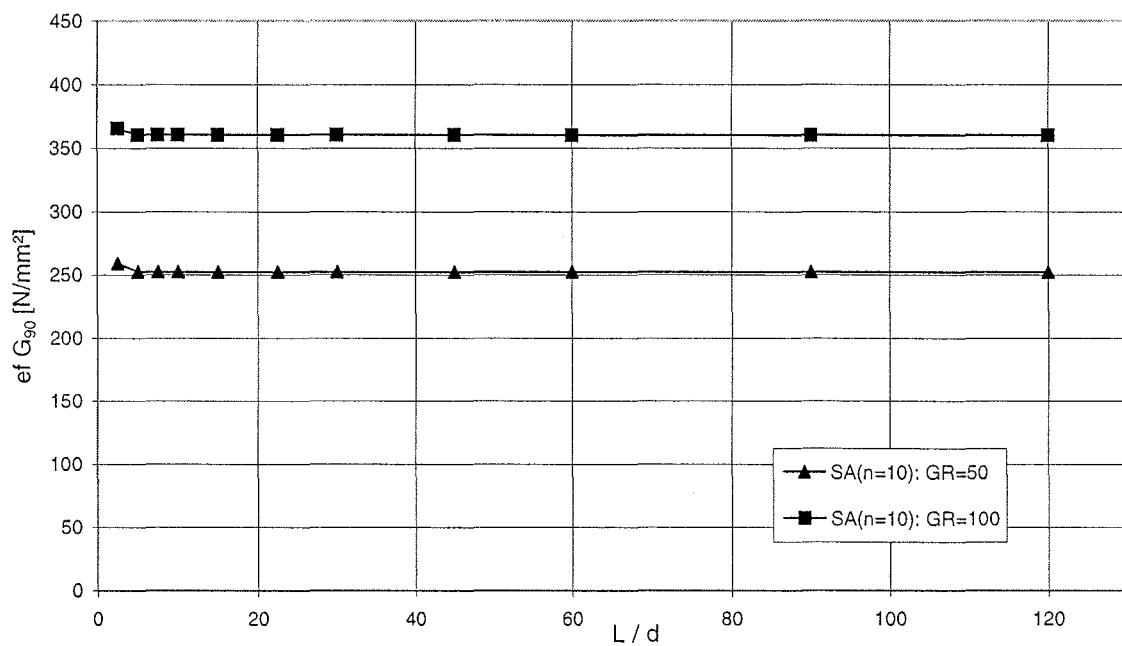
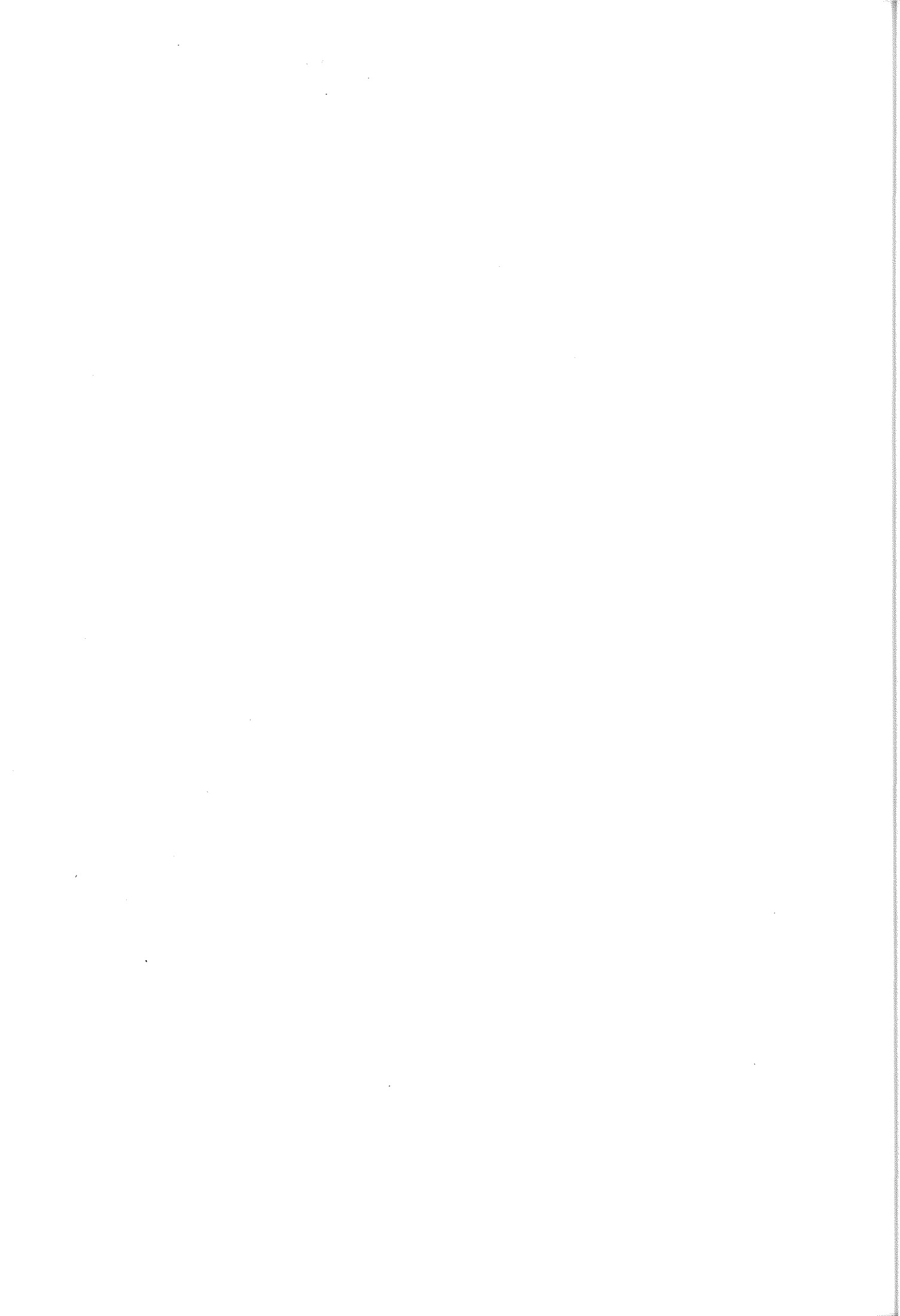


Bild G-2: verfeinertes Schubanalogieverfahren: wirksamer Schubmodul (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: Biegung rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; $F = \text{konstant}$)



	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-4,955	-	-1,699	-	-0,057	-
SA (n=3)	-4,972	-0,34%	-1,675	1,41%	-0,058	-1,75%
SA (n=10)	-4,955	0,00%	-1,699	0,00%	-0,057	0,00%
Ansys	-4,981	-0,52%	-1,682	0,98%	-0,057	0,83%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5	
VB	0,06803	-	0,10931	-	0,10980	-
SA (n=3)	0,06897	-1,38%	0,10837	0,86%	0,10891	0,81%
SA (n=10)	0,06803	0,00%	0,10931	0,00%	0,10980	0,00%
Ansys	0,06824	-0,30%	0,10820	1,02%	0,10839	1,28%

Tabelle H-1: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=340\text{mm}) = 117500$ Nmm; $Q(x=117,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-4,955	-	-1,699	-	-0,057	-
SA (n=3)	-4,957	-0,04%	-1,696	0,18%	-0,057	0,00%
SA (n=10)	-4,955	0,00%	-1,699	0,00%	-0,057	0,00%
Ansys	-4,967	-0,25%	-1,700	-0,07%	-0,057	-0,22%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5	
VB	0,06803	-	0,10931	-	0,10980	-
SA (n=3)	0,06821	-0,26%	0,10913	0,16%	0,10963	0,15%
SA (n=10)	0,06803	0,00%	0,10931	0,00%	0,10980	0,00%
Ansys	0,06747	0,82%	0,10898	0,30%	0,10919	0,56%

Tabelle H-2: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=340\text{mm}) = 117500$ Nmm; $Q(x=117,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-2,205	-	-0,756	-	-22,504	-
SA (n=3)	-2,205	0,00%	-0,756	0,00%	-22,505	0,00%
SA (n=10)	-2,205	0,00%	-0,756	0,00%	-22,504	0,00%
Ansys	-2,222	-0,78%	-0,762	-0,78%	-22,676	-0,76%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5	
VB	0,03028	-	0,04865	-	0,24155	-
SA (n=3)	0,03028	0,00%	0,04865	0,00%	0,24156	0,00%
SA (n=10)	0,03028	0,00%	0,04865	-0,01%	0,24155	0,00%
Ansys	0,03006	0,73%	0,04863	0,04%	0,24441	-1,18%

Tabelle H-3: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=340\text{mm}) = 117500$ Nmm; $Q(x=117,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-2,205	-	-0,756	-	-22,504	-
SA (n=3)	-2,205	0,00%	-0,756	0,00%	-22,505	0,00%
SA (n=10)	-2,205	0,00%	-0,756	0,00%	-22,504	0,00%
Ansys	-2,210	-0,23%	-0,758	-0,23%	-22,552	-0,21%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5	
VB	0,03028	-	0,04865	-	0,24155	-
SA (n=3)	0,03028	0,00%	0,04865	-0,01%	0,24155	0,00%
SA (n=10)	0,03028	0,00%	0,04865	-0,01%	0,24155	0,00%
Ansys	0,02995	1,09%	0,04847	0,04%	0,24355	-1,18%

Tabelle H-4: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 21 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=340\text{mm}) = 117500$ Nmm; $Q(x=117,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-2,983	-	-2,297	-	-0,077	-
SA (n=3)	-2,983	0,00%	-2,296	0,04%	-0,077	0,00%
SA (n=10)	-2,983	0,00%	-2,297	0,00%	-0,077	0,00%
Ansys	-2,984	-0,03%	-2,298	-0,03%	-0,077	-0,26%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		30,0	
VB	0,01616	-	0,03035	-	0,03184	-
SA (n=3)	0,01616	0,00%	0,03035	0,00%	0,03184	0,00%
SA (n=10)	0,01616	0,00%	0,03035	0,00%	0,03184	0,00%
Ansys	0,01613	0,20%	0,03050	-0,49%	0,03184	0,02%

Tabelle H-5: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=925\text{mm}) = 312500$ Nmm; $Q(x=312,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-2,983	-	-2,297	-	-0,077	-
SA (n=3)	-2,983	0,00%	-2,297	0,00%	-0,077	0,00%
SA (n=10)	-2,983	0,00%	-2,297	0,00%	-0,077	0,00%
Ansys	-2,984	-0,03%	-2,298	-0,03%	-0,077	-0,26%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		30,0	
VB	0,01616	-	0,03035	-	0,03184	-
SA (n=3)	0,01616	0,00%	0,03035	0,00%	0,03184	0,00%
SA (n=10)	0,01616	0,00%	0,03035	0,00%	0,03184	0,00%
Ansys	0,01613	0,20%	0,03050	-0,49%	0,03184	0,02%

Tabelle H-6: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=925\text{mm}) = 312500$ Nmm; $Q(x=312,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-0,118	-	-0,091	-	-2,703	-
SA (n=3)	-0,118	0,00%	-0,091	0,00%	-2,703	0,00%
SA (n=10)	-0,118	0,00%	-0,091	0,00%	-2,703	0,00%
Ansys	-0,118	-0,28%	-0,091	-0,26%	-2,709	-0,24%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		30,0	
VB	0,00064	-	0,00120	-	0,05323	-
SA (n=3)	0,00064	0,00%	0,00120	0,00%	0,05323	0,00%
SA (n=10)	0,00064	0,00%	0,00120	0,00%	0,05323	0,00%
Ansys	0,00064	0,32%	0,00120	0,01%	0,05299	0,45%

Tabelle H-7: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=925\text{mm}) = 312500$ Nmm; $Q(x=312,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]					
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{3,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{3,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{2,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9	
VB	-0,118	-	-0,091	-	-2,703	-
SA (n=3)	-0,118	0,00%	-0,091	0,00%	-2,703	0,00%
SA (n=10)	-0,118	0,00%	-0,091	0,00%	-2,703	0,00%
Ansys	-0,118	0,10%	-0,091	0,12%	-2,699	0,14%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]					
	τ_1 = τ_3		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{2,3}$		τ_2	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		30,0	
VB	0,00064	-	0,00120	-	0,05323	-
SA (n=3)	0,00064	0,00%	0,00120	0,00%	0,05323	0,00%
SA (n=10)	0,00064	0,00%	0,00120	0,00%	0,05323	0,00%
Ansys	0,00064	0,32%	0,00120	0,01%	0,05299	0,45%

Tabelle H-8: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Dreischichtplatte: Nenndicke 60 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=925\text{mm}) = 312500$ Nmm; $Q(x=312,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,7		6,7		13,9		13,9	
VB	-3,657	-	-2,257	-	-0,076	-	-0,025	-	-0,752	-
SA (n=3)	-3,657	0,00%	-2,257	0,00%	-0,076	0,00%	-0,025	0,00%	-0,752	0,00%
SA (n=10)	-3,655	0,05%	-2,259	-0,09%	-0,076	0,00%	-0,025	0,00%	-0,751	0,13%
Ansys	-3,658	-0,02%	-2,257	0,00%	-0,076	0,22%	-0,025	-1,21%	-0,753	-0,14%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,35		6,7		10,3		13,9		17,5	
VB	0,03165	-	0,05661	-	0,05726	-	0,05765	-	0,06151	-
SA (n=3)	0,03165	0,00%	0,05661	0,00%	0,05726	0,00%	0,05765	0,00%	0,06151	0,00%
SA (n=10)	0,03167	-0,06%	0,05663	-0,04%	0,05727	-0,02%	0,05767	-0,03%	0,06151	0,00%
Ansys	0,03138	0,84%	0,05678	-0,30%	0,05736	-0,18%	0,05756	0,16%	0,06120	0,50%

Tabelle H-9: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Füfenschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=550\text{mm}) = 187500$ Nmm; $Q(x=187,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,7		6,7		13,9		13,9	
VB	-3,657	-	-2,257	-	-0,076	-	-0,025	-	-0,752	-
SA (n=3)	-3,657	0,00%	-2,257	0,00%	-0,076	0,00%	-0,025	0,00%	-0,752	0,00%
SA (n=10)	-3,655	0,05%	-2,259	-0,09%	-0,076	0,00%	-0,025	0,00%	-0,751	0,13%
Ansys	-3,658	-0,02%	-2,257	-0,01%	-0,076	0,21%	-0,025	-1,18%	-0,753	-0,11%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,35		6,7		10,3		13,9		17,5	
VB	0,03165	-	0,05661	-	0,05726	-	0,05765	-	0,06151	-
SA (n=3)	0,03165	0,00%	0,05661	0,00%	0,05726	0,00%	0,05765	0,00%	0,06151	0,00%
SA (n=10)	0,03166	-0,03%	0,05663	-0,04%	0,05727	-0,02%	0,05767	-0,03%	0,06151	0,00%
Ansys	0,03138	0,87%	0,05679	-0,32%	0,05738	-0,20%	0,05757	0,14%	0,06119	0,52%

Tabelle H-10: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Füfenschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=550\text{mm}) = 187500$ Nmm; $Q(x=187,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,7		6,7		13,9		13,9	
VB	-0,380	-	-0,235	-	-6,988	-	-2,329	-	-0,078	-
SA (n=3)	-0,380	0,00%	-0,235	0,00%	-6,988	0,00%	-2,329	0,00%	-0,078	0,00%
SA (n=10)	-0,380	0,00%	-0,235	0,00%	-6,986	0,03%	-2,332	-0,13%	-0,078	0,00%
Ansys	-0,377	0,76%	-0,233	1,00%	-6,924	0,92%	-2,305	1,02%	-0,077	0,70%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,35		6,7		10,3		13,9		17,5	
VB	0,00329	-	0,00589	-	0,06578	-	0,10172	-	0,10212	-
SA (n=3)	0,00329	0,00%	0,00589	0,00%	0,06578	0,00%	0,10172	0,00%	0,10212	0,00%
SA (n=10)	0,00328	0,30%	0,00589	0,00%	0,06576	0,03%	0,10176	-0,04%	0,10215	-0,03%
Ansys	0,00329	0,10%	0,00583	0,99%	0,06487	1,38%	0,09968	2,01%	0,10195	0,17%

Tabelle H-11: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=550\text{mm}) = 187500$ Nmm; $Q(x=187,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,7		6,7		13,9		13,9	
VB	-0,380	-	-0,235	-	-6,988	-	-2,329	-	-0,078	-
SA (n=3)	-0,380	0,00%	-0,235	0,00%	-6,987	0,01%	-2,330	-0,04%	-0,078	0,00%
SA (n=10)	-0,380	0,00%	-0,235	0,00%	-6,986	0,03%	-2,331	-0,09%	-0,078	0,00%
Ansys	-0,377	0,82%	-0,233	1,02%	-6,923	0,94%	-2,307	0,93%	-0,078	0,61%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,35		6,7		10,3		13,9		17,5	
VB	0,00329	-	0,00589	-	0,06578	-	0,10172	-	0,10212	-
SA (n=3)	0,00329	0,00%	0,00589	0,00%	0,06576	0,03%	0,10174	-0,02%	0,10214	-0,02%
SA (n=10)	0,00328	0,30%	0,00589	0,00%	0,06577	0,02%	0,10175	-0,03%	0,10214	-0,02%
Ansys	0,00327	0,58%	0,00581	1,38%	0,06490	1,34%	0,09988	1,81%	0,10224	-0,12%

Tabelle H-12: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Fünfschichtplatte: Nenndicke 35 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=550\text{mm}) = 187500$ Nmm; $Q(x=187,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9		14,1		14,1	
VB	-2,710	-	-1,991	-	-0,067	-	-0,042	-	-1,240	-
SA (n=3)	-2,710	0,00%	-1,990	0,05%	-0,067	0,00%	-0,042	0,00%	-1,243	-0,24%
SA (n=10)	-2,710	0,00%	-1,991	0,00%	-0,067	0,00%	-0,042	0,00%	-1,240	0,00%
Ansys	-2,706	0,16%	-1,987	0,20%	-0,067	0,36%	-0,042	0,76%	-1,241	-0,04%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5		14,1		26,0	
VB	0,01679	-	0,03119	-	0,03161	-	0,03194	-	0,04614	-
SA (n=3)	0,01678	0,09%	0,03114	0,16%	0,03156	0,16%	0,03189	0,16%	0,04623	-0,20%
SA (n=10)	0,01679	0,00%	0,03119	0,00%	0,03161	0,00%	0,03194	0,00%	0,04614	0,00%
Ansys	0,01667	0,74%	0,03124	-0,16%	0,03145	0,51%	0,03181	0,42%	0,04558	1,22%

Tabelle H-13: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=805\text{mm}) = 272500$ Nmm; $Q(x=272,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9		14,1		14,1	
VB	-2,710	-	-1,991	-	-0,067	-	-0,042	-	-1,240	-
SA (n=3)	-2,710	0,00%	-1,991	0,00%	-0,067	0,00%	-0,042	0,00%	-1,241	-0,08%
SA (n=10)	-2,710	0,00%	-1,991	0,00%	-0,067	0,00%	-0,042	0,00%	-1,240	0,00%
Ansys	-2,706	0,15%	-1,988	0,16%	-0,067	0,31%	-0,042	0,89%	-1,239	0,09%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5		14,1		26,0	
VB	0,01679	-	0,03119	-	0,03161	-	0,03194	-	0,04614	-
SA (n=3)	0,01679	0,02%	0,03118	0,02%	0,03160	0,02%	0,03194	0,02%	0,04615	-0,03%
SA (n=10)	0,01679	0,01%	0,03119	-0,01%	0,03161	0,00%	0,03194	-0,01%	0,04614	0,00%
Ansys	0,01669	0,60%	0,03130	-0,37%	0,03151	0,31%	0,03187	0,23%	0,04548	1,43%

Tabelle H-14: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Fünfschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und parallel zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=805\text{mm}) = 272500$ Nmm; $Q(x=272,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9		14,1		14,1	
VB	-0,199	-	-0,146	-	-4,359	-	-2,716	-	-0,091	-
SA (n=3)	-0,199	0,00%	-0,146	0,00%	-4,359	0,00%	-2,716	0,00%	-0,091	0,00%
SA (n=10)	-0,199	0,00%	-0,146	0,00%	-4,359	0,00%	-2,716	0,00%	-0,091	0,00%
Ansys	-0,196	1,61%	-0,144	1,48%	-4,281	1,79%	-2,667	1,80%	-0,090	1,53%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5		14,1		26,0	
VB	0,00124	-	0,00229	-	0,02963	-	0,05128	-	0,05232	-
SA (n=3)	0,00124	0,00%	0,00229	0,00%	0,02963	0,00%	0,05128	0,00%	0,05232	0,00%
SA (n=10)	0,00124	0,00%	0,00229	0,00%	0,02963	0,00%	0,05128	0,00%	0,05232	0,00%
Ansys	0,00123	0,60%	0,00219	4,11%	0,02953	0,34%	0,05146	-0,34%	0,05232	0,00%

Tabelle H-15: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Füfenschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 50$ N/mm²; $M(x=805\text{mm}) = 272500$ Nmm; $Q(x=272,5\text{mm}) = 500$ N)

	Biegespannungen σ [N/mm ²]									
	$\sigma_{1,o}$ = $-\sigma_{5,u}$		$\sigma_{1,u}$ = $-\sigma_{5,o}$		$\sigma_{2,o}$ = $-\sigma_{4,u}$		$\sigma_{2,u}$ = $-\sigma_{4,o}$		$\sigma_{3,o}$ = $-\sigma_{3,u}$	
Stelle y [mm]	0		6,9		6,9		14,1		14,1	
VB	-0,199	-	-0,146	-	-4,359	-	-2,716	-	-0,091	-
SA (n=3)	-0,199	0,00%	-0,146	0,00%	-4,359	0,00%	-2,716	0,00%	-0,091	0,00%
SA (n=10)	-0,199	0,00%	-0,146	0,00%	-4,359	0,00%	-2,716	0,00%	-0,091	0,00%
Ansys	-0,198	0,71%	-0,145	0,58%	-4,320	0,89%	-2,692	0,90%	-0,090	0,62%

	Schubspannungen τ [N/mm ²]									
	τ_1 = τ_5		$\tau_{1,2}$ = $\tau_{4,5}$		τ_2 = τ_4		$\tau_{2,3}$ = $\tau_{3,4}$		τ_3	
Stelle y [mm]	3,45		6,9		10,5		14,1		26,0	
VB	0,00124	-	0,00229	-	0,02963	-	0,05128	-	0,05232	-
SA (n=3)	0,00124	0,00%	0,00229	0,00%	0,02963	0,00%	0,05128	0,00%	0,05232	0,00%
SA (n=10)	0,00124	0,00%	0,00229	0,00%	0,02963	0,00%	0,05128	0,00%	0,05232	0,00%
Ansys	0,00123	0,65%	0,00219	4,11%	0,02953	0,35%	0,05146	-0,35%	0,05232	0,00%

Tabelle H-16: Vergleich der Biege- und Schubspannungen aus Verbundtheorie, Schubanalogie und FE-Berechnung bei $L/d = 30$ (Füfenschichtplatte: Nenndicke 52 mm; Belastung: rechtwinklig zur Plattenebene und rechtwinklig zur FR der Decklagen; Rollschubmodul $G_R = 100$ N/mm²; $M(x=805\text{mm}) = 272500$ Nmm; $Q(x=272,5\text{mm}) = 500$ N)

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendicken- summe [mm]			Schubmodul rechtwinklig zur Plattenebene [N/mm ²]		Schubmodul in Plattenebene [N/mm ²]		Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene [N/mm ²]		Scherfestigkeit in Plattenebene [N/mm ²]	
			a ₁	a ₃	a ₅	G ₀	G ₉₀	G ₀	G ₉₀	f _{v,0}	f _{v,90}	f _{v,0}	f _{v,90}
1/2	5	70	41,8	70,0	0,0	843	728	96	97	3,3	3,4	1,8	2,0
1/2	5	80	51,8	80,0	0,0	722	606	78	98	3,3	2,7	1,6	1,9
1/5	3	13	4,6	13,0	0,0	650	650			6,3	7,5		
1/5	3	16	7,2	16,0	0,0	650	700			6,0	7,0		
1/5	3	21	7,2	21,0	0,0	650	650			5,1	6,2		
1/5	5	55	41,2	55,0	0,0	600	600			2,8	2,7		
2	3	16	5,7	16,0	0,0	496	827	36	32	7,3	7,5	2,8	1,9
2	3	27	14,7	27,0	0,0	670	717	49	54	5,1	5,0	2,0	2,3
2	3	42	29,7	42,0	0,0	763	816	66	79	4,9	4,0	1,5	2,3
3	3	13	4,6	13,0	0,0	620	670			7,4	7,8		
3	3	19	6,8	19,0	0,0	690	695			6,7	7,3		
3	3	42	29,8	42,0	0,0	730	610			5,4	4,5		
3	5	33	6,8	20,4	33,0	700	720			6,4	7,0		
3	5	56	29,8	43,4	56,0	730	620			4,6	5,8		
4/1	3	40	26,5	39,5	0,0	508	518			3,8	3,4		
4/1	3	80	56,0	80,0	0,0	317	402			2,0	2,3		
5/1	3	40	14,0	40,0	0,0	770	770			5,4	5,7		
5/1	3	75	49,0	75,0	0,0	720	700			4,0	3,3		
5/3	3	20	8,0	20,0	0,0	660	600			5,4	6,1		
5/3	3	40	28,0	40,0	0,0	610	620			4,5	4,0		
5/3	5	40	18,0	30,0	40,0	610	720			5,1	4,0		
6	3	13	4,0	13,0	0,0	442	634	127	121	7,9	8,0	2,9	2,8
6	3	27	10,0	27,0	0,0	626	579	131	146	6,6	5,6	2,5	2,2
6	3	32	15,0	32,0	0,0	525	636	155	144	5,7	5,2	2,3	2,1
6	3	49	25,0	49,0	0,0	634	815	124	163	4,3	4,1	1,8	2,1
6	5	27	5,0	19,0	27,0	503	567	100	118	6,1	6,3	2,2	2,2
6	5	42	9,0	25,0	42,0	588	661	188	97	5,0	4,4	2,6	1,6
7	3	42	24,0	42,0	0,0	540	681	59	82	4,6	4,6	1,7	2,0
7	3	60	40,0	60,0	0,0	551	756	85	93	3,6	3,2	1,6	1,9
8/1	3	42	24,0	42,0	0,0	610	630			4,3	4,2		
8/2	3	27	9,0	27,0	0,0	730	730			5,1	6,9		
8/3	3	16,5	5,5	16,5	0,0	622	697			5,8	7,7		
9/1	3	32	21,0	32,0	0,0	607	755	60	68	4,9	3,9	1,9	2,2
9/1	3	42	31,0	42,0	0,0	590	605	62	79	3,8	3,0	1,7	2,0
9/1	3	27	8,0	27,0	0,0	594	671	60	54	5,2	6,1	2,7	2,1
9/1	3	50	31,0	50,0	0,0	670	659	78	91	3,9	3,8	1,6	1,6
9/1	3	17	6,0	17,0	0,0	570	620			4,9	6,6		
9/1	3	26	15,0	26,0	0,0	650	650			5,3	4,6		

Tabelle I-1: Mittelwerte für Schubmodul und Scherfestigkeit rechtwinklig zur Plattenebene bzw. in Plattenebene aus Prüfberichten (parallel und rechtwinklig zur Faserrichtung der Decklagen)

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendickensumme [mm]			Zugfestigkeit in Plattenebene aus Prüfbericht [N/mm ²]					Scherfestigkeit aus Prüfbericht [N/mm ²]	Abminderungsfaktor k_{α}			berechnete Zugfestigkeit nach Normentwurf BEKS [N/mm ²]			
																		$f_{t,0}$
	m	d	a ₁	a ₃	a ₅													
0/1	3	19	5,8	19,0	0,0	30,4	10,0	7,6	8,2	17,2	6,50	0,454	0,392	0,411	13,79	11,92	12,49	
0/1	3	27	9,6	27,0	0,0	26,9	8,5	6,8	7,5	13,8	5,50	0,435	0,373	0,387	11,70	10,04	10,40	
1/2	5	70	41,8	70,0	0,0	15,2	5,3	4,9	5,5	23,2	3,26	0,463	0,416	0,478	7,04	6,32	7,26	
1/2	5	80	51,8	80,0	0,0	11,6	4,6	4,6	5,3	27,6	3,28	0,585	0,541	0,632	6,79	6,27	7,33	
1/5	3	13	4,6	13,0	0,0	36,2	14,2	12,8	14,2	32,6	6,30	0,383	0,337	0,379	13,85	12,19	13,73	
1/5	3	16	7,2	16,0	0,0	29,9	12,7	11,9	13,3	23,8	6,00	0,434	0,382	0,422	12,97	11,42	12,63	
1/5	3	21	7,2	21,0	0,0	25,9	11,8	9,3	9,7	22,2	5,10	0,427	0,377	0,420	11,06	9,76	10,88	
1/5	5	55	41,2	55,0	0,0	11,0	4,8	4,6	5,8	18,8	2,80	0,536	0,488	0,564	5,90	5,37	6,20	
2	3	16	5,7	16,0	0,0	28,3	12,8	10,4	12,4	15,3	7,32	0,529	0,454	0,457	14,96	12,86	12,93	
2	3	27	14,7	27,0	0,0	19,8	8,9	7,5	7,5	22,9	5,10	0,540	0,488	0,550	10,68	9,66	10,88	
2	3	42	29,7	42,0	0,0	11,9	6,1	6,0	8,2	34,4	4,90	0,772	0,755	0,900	9,19	8,98	10,71	
3	3	13	4,6	13,0	0,0	20,4	12,2	9,8	9,8	11,3	7,43	0,679	0,584	0,552	13,82	11,89	11,24	
3	3	19	6,8	19,0	0,0	24,0	11,9	9,3	9,8	10,3	6,74	0,552	0,457	0,425	13,25	10,97	10,21	
3	3	42	29,8	42,0	0,0	8,9	5,5	5,3	7,1	23,7	5,37	0,962	1,019	1,240	8,51	9,01	10,98	
3	5	33	6,8	20,4	33,0	22,8	10,4	8,8	8,7	19,2	6,42	0,575	0,515	0,556	13,13	11,77	12,71	
3	5	56	29,8	43,4	56,0	30,1	7,7	6,2	6,9	10,3	4,55	0,328	0,274	0,277	9,87	8,24	8,32	
4/1	3	40	26,5	39,5	0,0	12,1	4,4	4,0	4,3	22,0	3,83	0,639	0,595	0,689	7,73	7,20	8,34	
4/1	3	60	41,5	58,5	0,0	7,1	3,2	2,7	2,9	16,0	2,93	0,772	0,752	0,886	5,48	5,34	6,29	
4/2	3	80	56,0	80,0	0,0	12,2	3,2	2,3	2,7	19,3	2,01	0,365	0,323	0,373	4,46	3,95	4,55	
4/3	3	15	5,0	15,0	0,0	23,7	12,7	12,7	14,4	20,9	7,20	0,611	0,552	0,596	14,49	13,09	14,12	
4/3	3	27	9,0	27,0	0,0	21,7	7,9	7,6	10,1	16,4	5,10	0,496	0,438	0,474	10,76	9,50	10,30	
4/3	3	27	13,0	27,0	0,0	19,0	6,0	5,9	8,7	17,2	5,70	0,606	0,548	0,594	11,52	10,41	11,29	
4/3	3	40	22,0	40,0	0,0	18,5	5,1	4,2	6,1	18,6	4,60	0,523	0,469	0,523	9,67	8,68	9,68	
4/3	3	60	36,0	60,0	0,0	10,9	2,9	3,1	3,0	11,5	3,60	0,654	0,601	0,661	7,13	6,55	7,21	
5/1	3	40	14,0	40,0	0,0	18,9	6,8	5,0	5,7	13,5	5,43	0,582	0,515	0,540	10,99	9,74	10,20	
5/1	3	75	49,0	75,0	0,0	11,5	4,8	4,2	6,8	19,5	4,02	0,686	0,647	0,746	7,90	7,45	8,59	
5/3	3	20	8,0	20,0	0,0	26,6	10,6	8,4	9,5	15,3	5,37	0,432	0,374	0,396	11,50	9,95	10,54	
5/3	5	40	18,0	30,0	40,0	26,5	10,2	8,8	9,2	15,7	5,06	0,412	0,358	0,383	10,93	9,48	10,16	
6	3	13	4,0	13,0	0,0	30,0	12,4	11,3	13,6	19,2	7,90	0,541	0,473	0,491	16,22	14,19	14,74	
6	3	27	10,0	27,0	0,0	27,0	7,8	7,5	9,4	20,0	6,60	0,512	0,452	0,486	13,83	12,21	13,13	
6	3	32	15,0	32,0	0,0	25,3	7,1	6,3	7,8	18,1	5,70	0,478	0,420	0,453	12,09	10,63	11,47	
6	3	49	25,0	49,0	0,0	17,5	6,3	6,1	7,3	10,8	4,30	0,512	0,447	0,466	8,94	7,79	8,13	
6	5	27	5,0	19,0	27,0	24,1	10,8	9,7	10,7	18,7	6,10	0,528	0,468	0,505	12,71	11,27	12,16	
6	5	42	9,0	25,0	42,0	28,2	9,9	8,4	10,8	19,9	5,00	0,387	0,338	0,373	10,93	9,56	10,54	
7	3	42	24,0	42,0	0,0	15,8	5,3	3,9	5,1	17,4	4,55	0,590	0,537	0,599	9,32	8,48	9,46	
7	3	60	40,0	60,0	0,0	9,0	3,6	3,2	3,2	21,0	3,57	0,753	0,728	0,858	6,77	6,56	7,72	
8/3	3	16,5	5,5	16,5	0,0	37,2	12,6	9,8	10,1	17,2	5,80	0,342	0,292	0,310	12,71	10,87	11,53	
9/1	3	32	21,0	32,0	0,0	15,7	7,0	5,9	6,2	6,3	4,92	0,591	0,478	0,426	9,28	7,52	6,70	
9/1	3	42	31,0	42,0	0,0	8,8	4,6	4,7	4,8	19,7	3,82	0,797	0,783	0,923	7,03	6,90	8,14	
9/1	3	27	8,0	27,0	0,0	30,2	9,0	7,4	7,8	6,7	5,16	0,349	0,269	0,237	10,51	8,11	7,14	
9/1	3	50	31,0	50,0	0,0	15,0	6,6	6,0	6,0	15,4	3,92	0,544	0,490	0,546	8,18	7,37	8,21	
9/2	3	17	6,0	17,0	0,0	24,2	8,1	8,8	11,5	9,2	4,89	0,423	0,351	0,342	10,24	8,50	8,28	
9/2	3	26	15,0	26,0	0,0	17,7	7,3	7,3	8,2	16,8	5,28	0,604	0,547	0,598	10,70	9,69	10,59	

Tabelle J-1: Vergleich der Zugfestigkeiten unter einem Winkel α aus Prüfberichten mit den berechneten Zugfestigkeiten nach Bemessungsnorm Holzbau BEKS - 2002

Hersteller / Prüfbericht	Anzahl der Schichten	Nennstärke [mm]	Lagendickensumme [mm]			Zugfestigkeit in Plattenebene aus Prüfbericht [N/mm ²]					Scherfestigkeit aus Prüfbericht [N/mm ²]	Abminderungsfaktor $k_{t,\alpha}$			berechnete Zugfestigkeit nach E DIN 1052 [N/mm ²]		
			a_1	a_3	a_5	$f_{t,0}$	$f_{t,30}$	$f_{t,45}$	$f_{t,60}$	$f_{t,90}$		$f_{v,0}$	$k_{t,30}$	$k_{t,45}$	$k_{t,60}$	$k_{t,30} \cdot f_{t,0}$	$k_{t,45} \cdot f_{t,0}$
0/1	3	19	5,8	19,0	0,0	30,4	10,0	7,6	8,2	17,2	6,50	0,311	0,269	0,278	9,45	8,17	8,44
0/1	3	27	9,6	27,0	0,0	26,9	8,5	6,8	7,5	13,8	5,50	0,298	0,255	0,261	8,02	6,86	7,02
1/2	5	70	41,8	70,0	0,0	15,2	5,3	4,9	5,5	23,2	3,26	0,341	0,317	0,362	5,18	4,81	5,51
1/2	5	80	51,8	80,0	0,0	11,6	4,6	4,6	5,3	27,6	3,28	0,419	0,403	0,477	4,86	4,68	5,53
1/5	3	13	4,6	13,0	0,0	36,2	14,2	12,8	14,2	32,6	6,30	0,284	0,255	0,280	10,30	9,22	10,14
1/5	3	16	7,2	16,0	0,0	29,9	12,7	11,9	13,3	23,8	6,00	0,310	0,276	0,299	9,28	8,26	8,93
1/5	3	21	7,2	21,0	0,0	25,9	11,8	9,3	9,7	22,2	5,10	0,309	0,276	0,301	7,99	7,15	7,79
1/5	5	55	41,2	55,0	0,0	11,0	4,8	4,6	5,8	18,8	2,80	0,385	0,363	0,418	4,24	3,99	4,60
2	3	16	5,7	16,0	0,0	28,3	12,8	10,4	12,4	15,3	7,32	0,346	0,298	0,302	9,80	8,43	8,55
2	3	27	14,7	27,0	0,0	19,8	8,9	7,5	7,5	22,9	5,10	0,378	0,348	0,388	7,48	6,89	7,68
2	3	42	29,7	42,0	0,0	11,9	6,1	6,0	8,2	34,4	4,90	0,530	0,530	0,641	6,30	6,31	7,62
3	3	13	4,6	13,0	0,0	20,4	12,2	9,8	9,8	11,3	7,43	0,419	0,361	0,359	8,54	7,36	7,32
3	3	19	6,8	19,0	0,0	24,0	11,9	9,3	9,8	10,3	6,74	0,347	0,290	0,282	8,34	6,96	6,76
3	3	42	29,8	42,0	0,0	8,9	5,5	5,3	7,1	23,7	5,37	0,642	0,662	0,804	5,68	5,86	7,12
3	5	33	6,8	20,4	33,0	22,8	10,4	8,8	8,7	19,2	6,42	0,386	0,348	0,373	8,83	7,95	8,52
3	5	56	29,8	43,4	56,0	30,1	7,7	6,2	6,9	10,3	4,55	0,230	0,190	0,188	6,92	5,71	5,67
4/1	3	40	26,5	39,5	0,0	12,1	4,4	4,0	4,3	22,0	3,83	0,443	0,425	0,492	5,36	5,14	5,96
4/1	3	60	41,5	58,5	0,0	7,1	3,2	2,7	2,9	16,0	2,93	0,524	0,517	0,613	3,72	3,67	4,35
4/2	3	80	56,0	80,0	0,0	12,2	3,2	2,3	2,7	19,3	2,01	0,283	0,260	0,298	3,45	3,17	3,64
4/3	3	15	5,0	15,0	0,0	23,7	12,7	12,7	14,4	20,9	7,20	0,407	0,369	0,396	9,64	8,74	9,38
4/3	3	27	9,0	27,0	0,0	21,7	7,9	7,6	10,1	16,4	5,10	0,342	0,304	0,324	7,42	6,60	7,03
4/3	3	27	13,0	27,0	0,0	19,0	6,0	5,9	8,7	17,2	5,70	0,405	0,368	0,397	7,69	6,99	7,53
4/3	3	40	22,0	40,0	0,0	18,5	5,1	4,2	6,1	18,6	4,60	0,365	0,332	0,365	6,75	6,15	6,76
4/3	3	60	36,0	60,0	0,0	10,9	2,9	3,1	3,0	11,5	3,60	0,435	0,402	0,440	4,74	4,38	4,80
5/1	3	40	14,0	40,0	0,0	18,9	6,8	5,0	5,7	13,5	5,43	0,384	0,340	0,356	7,25	6,43	6,74
5/1	3	75	49,0	75,0	0,0	11,5	4,8	4,2	6,8	19,5	4,02	0,468	0,449	0,517	5,39	5,17	5,96
5/3	3	20	8,0	20,0	0,0	26,6	10,6	8,4	9,5	15,3	5,37	0,300	0,260	0,270	7,99	6,92	7,19
5/3	5	40	18,0	30,0	40,0	26,5	10,2	8,8	9,2	15,7	5,06	0,291	0,252	0,264	7,70	6,69	7,00
6	3	13	4,0	13,0	0,0	30,0	12,4	11,3	13,6	19,2	7,90	0,359	0,314	0,326	10,77	9,43	9,78
6	3	27	10,0	27,0	0,0	27,0	7,8	7,5	9,4	20,0	6,60	0,349	0,310	0,329	9,45	8,39	8,90
6	3	32	15,0	32,0	0,0	25,3	7,1	6,3	7,8	18,1	5,70	0,331	0,292	0,310	8,37	7,40	7,85
6	3	49	25,0	49,0	0,0	17,5	6,3	6,1	7,3	10,8	4,30	0,344	0,300	0,311	6,00	5,23	5,43
6	5	27	5,0	19,0	27,0	24,1	10,8	9,7	10,7	18,7	6,10	0,359	0,320	0,341	8,66	7,72	8,23
6	5	42	9,0	25,0	42,0	28,2	9,9	8,4	10,8	19,9	5,00	0,282	0,248	0,266	7,95	7,00	7,51
7	3	42	24,0	42,0	0,0	15,8	5,3	3,9	5,1	17,4	4,55	0,403	0,372	0,411	6,37	5,87	6,49
7	3	60	40,0	60,0	0,0	9,0	3,6	3,2	3,2	21,0	3,57	0,513	0,506	0,601	4,62	4,56	5,41
8/3	3	16,5	5,5	16,5	0,0	37,2	12,6	9,8	10,1	17,2	5,80	0,246	0,209	0,215	9,14	7,77	8,00
9/1	3	32	21,0	32,0	0,0	15,7	7,0	5,9	6,2	6,3	4,92	0,362	0,299	0,285	5,69	4,69	4,47
9/1	3	42	31,0	42,0	0,0	8,8	4,6	4,7	4,8	19,7	3,82	0,537	0,533	0,631	4,74	4,70	5,57
9/1	3	27	8,0	27,0	0,0	30,2	9,0	7,4	7,8	6,7	5,16	0,227	0,176	0,163	6,85	5,32	4,90
9/1	3	50	31,0	50,0	0,0	15,0	6,6	6,0	6,0	15,4	3,92	0,377	0,345	0,379	5,66	5,17	5,69
9/2	3	17	6,0	17,0	0,0	24,2	8,1	8,8	11,5	9,2	4,89	0,282	0,233	0,229	6,82	5,64	5,54
9/2	3	26	15,0	26,0	0,0	17,7	7,3	7,3	8,2	16,8	5,28	0,406	0,370	0,401	7,18	6,55	7,10

Tabelle J-2: Vergleich der Zugfestigkeiten unter einem Winkel α aus Prüfberichten mit den berechneten Zugfestigkeiten nach E DIN 1052

