



Ein Verfahren zur Ermittlung des Rollschubmoduls von Holz

R. Görlacher

Universität Karlsruhe

Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen

Kaiserstraße 12

76128 Karlsruhe

Der Rollschubmodul hat auf das Trag- und Verformungsverhalten von Mehrschichtplatten (Brettsperrholz) bei Beanspruchung rechtwinklig zur Plattenebene einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss. Bisher fehlen Untersuchungen in größerem Umfang über die Größe des Rollschubmoduls, die von bestimmten Holzeigenschaften wie Rohdichte und Jahrringlage abhängt. Für solche Untersuchungen fehlt ein einfaches und zuverlässiges Messverfahren, mit dem der Rollschubmodul an baupraktisch relevanten Probengrößen bestimmt werden kann. Aufgrund theoretischer Betrachtungen und systematischer Versuchsreihen wird gezeigt, dass sich unter bestimmten Randbedingungen der Rollschubmodul aus der Eigenfrequenz einer Biegeschwingungen schnell und zuverlässig ermitteln lässt.

A method for determining the rolling shear modulus of timber

The rolling shear modulus influences the load and deformation behaviour of plywood and laminated timber plates with cross layers when loaded perpendicular to the plate. To date, only very few data are available regarding the rolling shear modulus which also depends on certain wood properties such as density and annual ring orientation. For a study of the rolling shear properties of wood a reliable and time-saving method for determining the rolling shear modulus in structural sizes is needed. Theoretical considerations and some systematic test series show that the dynamic method of measuring the frequencies of a bending vibration is suitable for determining the rolling shear modulus in a fast and reliable manner.

1 Allgemeines

Zur wirklichkeitsnahen Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Mehrschichtplatten ist der Rollschubmodul eine wichtige Eingangsgröße. Rollschub entsteht, wenn Schubspannungen in Ebenen rechtwinklig zur Faserrichtung des Holzes wirken, wie diese bei einer Biegebeanspruchung von Mehrschichtplatten rechtwinklig zur Plattenebene auftreten. Dabei kommt es zu Verzerrungen, die sich auf die Verformung und die Spannungsverteilung in den Mehrschichtplatten auswirken. Die Ermittlung des Rollschubmoduls erfolgt in der Regel über Torsionsbeanspruchungen oder über spezielle Prüfkörpergeometrien und ist daher sehr zeit- und kostenaufwändig. Daher liegen bisher keine Untersuchungen in großem Umfang über den Rollschubmodul in Abhängigkeit von steifigkeitsrelevanten Holzeigenschaften wie Rohdichte oder Jahrringverlauf vor. Ziel dieser Arbeit ist es, ein einfaches Verfahren zur Ermittlung des Rollschubmoduls aufzuzeigen und durch Versuche die Brauchbarkeit nachzuweisen.

2 Bisherige Erkenntnisse

Neuhaus (1981) hat Elastizitätszahlen von Fichtenholz ermittelt. Der von ihm ermittelte Rollschubmodul von 48 N/mm^2 (bei 9% Holzfeuchte) wurde über Torsionsbeanspruchungen an Stäben mit radialer, tangentialer und longitudinaler Ausrichtung ermittelt.

Aicher (2000) weist durch FE-Rechnungen nach, dass Jahrringlagen, die von einer exakt radialen-tangentialen Ausrichtung gegenüber den Holzrändern abweichen, den (scheinbaren) Schubmodul, bezogen auf die Ränder deutlich erhöhen. Er gibt in seiner Zusammenfassung an, dass der scheinbare Schubmodul um bis zu viermal so groß sein kann, wenn gegenüber der reinen radial-tangentialen Ausrichtung realistische Jahrringkonfigurationen vorliegen.

3 Theoretische Untersuchungen

Der Einfluss der Jahrringlage kann neben einer FE-Berechnung auch mit Hilfe der Transformation des Werkstoffgesetzes abgeleitet werden. Dies hat den Vorteil, dass der Einfluss verschiedener Größen (Elastizitätsmodul, Schubmodul, Querdehnzahlen) schneller abgeschätzt werden kann.

Die transformierte Elastizitätsmatrix ergibt sich z.B. nach Zienkiewicz (1975) zu:

$$\begin{pmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & -2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin \beta \cos \beta & -\sin \beta \cos \beta & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & -2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin \beta \cos \beta & -\sin \beta \cos \beta & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{pmatrix}^T \quad (1)$$

mit β = Winkel der gedrehten Elastizitätsmatrix, wobei $\beta=0^\circ$ den "liegenden Jahrringen" entspricht (siehe auch Bild 6 oben).

Somit gilt:

$$S_{11} = 1/E_T$$

$$S_{22} = 1/E_R$$

$$S_{33} = 1/G_{RT}$$

Mit den Angaben in Tabelle 1, die von Neuhaus (1981) zusammengestellt wurden, wurden Transformationen der Elastizitätsmatrix nach Gl. (1) durchgeführt.

Tabelle 1: Zusammenstellung der Elastizitätszahlen

	E_T N/mm ²	E_R N/mm ²	G_{RT} N/mm ²	S_{12} 10 ⁻³ mm ² /N
Neuhaus (9%)	465	900	48	0,565
Hörig (9,8%)	400	700	37	0,6
Wommelsdorf (8,5%)	590	1300	(40)*	0,4

* gewählt (von Wommelsdorf nicht ermittelter Wert)

In Bild 1 sind die (scheinbaren) Elastizitätsmoduln $E = \frac{1}{S_{11}}$ und Schubmoduln $G = \frac{1}{S_{33}}$ bezogen auf ein um den Winkel β gedrehtes Koordinatensystem aufgetragen.

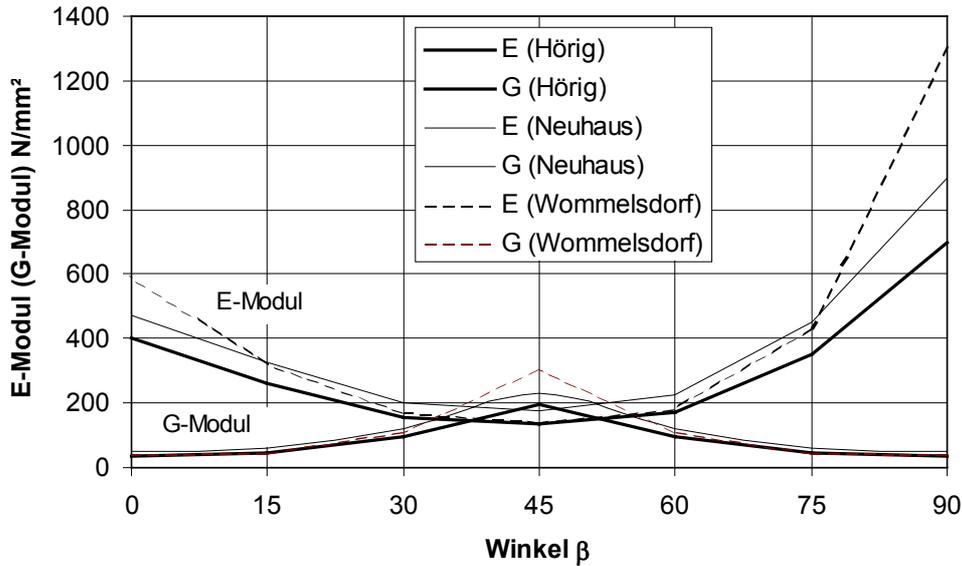


Bild 1: Elastizitätsmodul und Schubmodul in Abhängigkeit vom Winkel β

Deutlich zu erkennen ist der unterschiedliche Einfluss des Winkels auf Elastizitätsmodul und Schubmodul: kleine Winkelabweichungen von 0 bzw. 90° bewirken eine große Abnahme des Elastizitätsmoduls, während sich der Schubmodul praktisch nicht verändert. Erst bei Winkeln zwischen 30° und 60° ist eine deutliche Zunahme des Schubmoduls zu erkennen, während sich der Elastizitätsmodul in diesem Bereich kaum verändert.

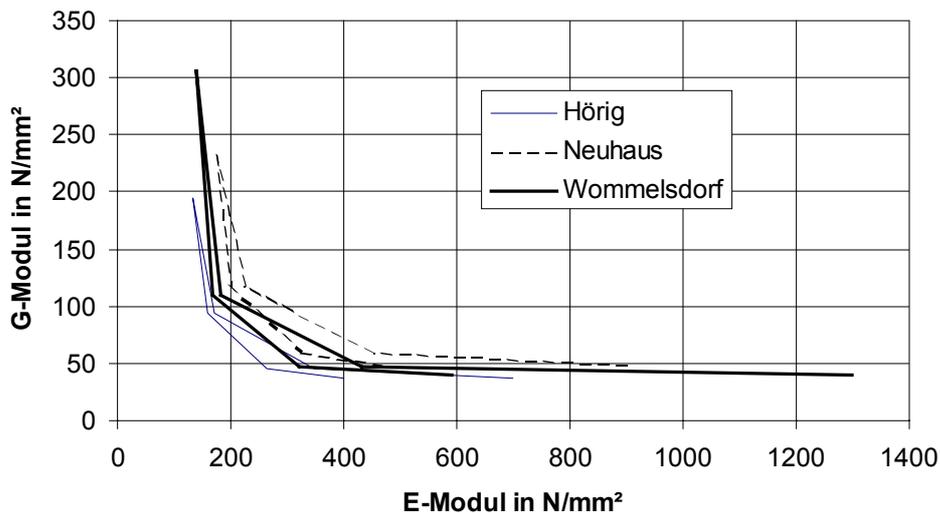


Bild 2: Schubmodul in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul bei unterschiedlichen Winkeln β

4 Messverfahren

Die Bestimmung der Eigenfrequenz eines frei schwingenden Stabes ist u.a. in Görlacher (1984) beschrieben. Dort ist auch eine Näherungslösung der Differentialgleichung der Biegeschwingung, die auch den Einfluss des Schubmoduls berücksichtigt, angegeben.

Der Elastizitätsmodul lässt sich aus der Eigenfrequenz einer Biegeschwingung 1. Ordnung nach folgender Gleichung ermitteln:

$$E = \frac{4\pi^2 l^4 f_0^2 \rho}{500,6 \cdot i^2} \left(1 + \frac{i^2}{l^2} \left(49,48 + 12,3 \cdot s \frac{E}{G} \right) - \frac{4\pi^2 s \cdot i^2 f_0^2 \rho}{G} \right) \quad (2)$$

mit

l = Probenlänge

f_0 = Eigenfrequenz der Biegeschwingung

ρ = Dichte

i = Trägheitsradius

E = Elastizitätsmodul

G = Schubmodul

s = Formfaktor (nach Hearmon (1966) für Holz $s = 1,06$)

Mit dieser Schwingungsgleichung kann bei bekannter Prüfkörpergeometrie und Dichte aus der Frequenz einer Biegeschwingung der Elastizitätsmodul eines Stabes berechnet werden. Dabei muss der Schubmodul (bzw. E/G) abgeschätzt werden. Bei Proben mit großem l/h -Verhältnis und/oder mit kleinem E/G -Verhältnis genügt eine grobe Abschätzung, da der Einfluss gering ist.

Umgekehrt kann bei bekanntem Elastizitätsmodul der Schubmodul berechnet werden, wenn Proben mit kleinem l/h -Verhältnis und/oder großem E/G -Verhältnis gewählt werden.

Aus diesen Überlegungen wurde folgende Prüfkörpergeometrie gewählt:

Hirnholzchnitt mit Abmessungen ca. 100 mm x 30 mm, Dicke in Faserrichtung ca. 15 mm.

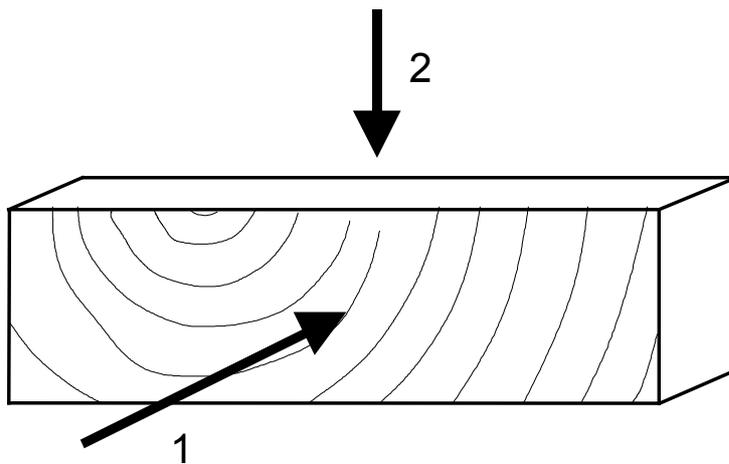


Bild 3: Prüfkörperform

Wird nun eine Biegeschwingung erzeugt, deren Auslenkung in Faserrichtung des Holzes weist (Richtung 1), kann aus der gemessenen Eigenfrequenz der Elastizitätsmodul der Probe nach Gl. (2) berechnet werden. Hierbei genügt es, als Schubmodul einen Wert von 500 N/mm^2 anzunehmen, da der Schubeinfluss gering ist.

Aus der Eigenfrequenz der Biegeschwingung rechtwinklig zur Faserrichtung (Richtung 2) kann der Schubmodul (Rollschubmodul) berechnet werden, wenn der aus der Biegeschwingung in Richtung 1 ermittelte Elastizitätsmodul verwendet wird.

Da die Schwingungsgleichung bisher nicht für diese Prüfkörpergeometrien verwendet wurde, wird mit einer FE-Berechnung die Gültigkeit der Schwingungsgleichung (2) überprüft. Insbesondere sollte untersucht werden, ob Querkontraktionen, die durch die Gleichung nicht erfasst werden, die Frequenz beeinflussen und dadurch das Ergebnis verfälschen.

Mit Hilfe eines FE-Programms (ABAQUS) wurden die Eigenfrequenzen im ebenen Spannungszustand einer Holzprobe mit folgenden Eigenschaften ermittelt:

Länge = 100 mm, Höhe = 30 mm, Dichte 500 kg/m^3 , $E_1 = 1000 \text{ N/mm}^2$, $E_2 = 500 \text{ N/mm}^2$, $G_{12} = 50 \text{ N/mm}^2$, $S_{12} = 0,667 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{N}$, $\beta = 0, 30, 45, 60$ und 90° .

Die Frequenzen aus der FE-Berechnung in Abhängigkeit vom Transformationswinkel β sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Weiterhin sind Elastizitätsmodul und Schubmodul bezogen auf die Längsseite des Körpers angegeben. Setzt man diese Werte in Gl. (2) ein und löst nach f_0 auf, erhält man die in Spalte 4 angegebenen Werte. Die Abweichungen von den Werten der FE-Berechnung sind gering, so dass

Gl.(2) mit hinreichender Genauigkeit für diese Prüfkörpergeometrien verwendet werden kann.

Bild 4 und 5 zeigen die Schwingungsformen bei $\beta = 0$ und 45° . Deutlich ist zu erkennen, dass im Fall des nicht transformierten Systems deutliche Schubverformungen vorhanden sind, während bei einem Winkel von 45° praktisch keine Schubverformungen mehr erkennbar sind. Dies bedeutet aber auch, dass aus den Frequenzen bei einer Jahrringlage von 45° der Schubmodul nicht ermittelt werden kann. Diese Einschränkung ist jedoch nicht relevant, da der Schubmodul über die Transformation der Elastizitätsmatrix direkt mit dem Elastizitätsmodul zusammenhängt, so dass eine Abschätzung des Schubmoduls auch aus dem Elastizitätsmodul erfolgen kann.

Tabelle 2: Vergleich der Eigenfrequenzen aus FE-Rechnung und Schwingungsgleichung

β °	$f_0(\text{FE})$ Hz	E N/mm ²	G N/mm ²	$f_0(\text{Gl.1})$ Hz	$f_0(\text{FE})/f_0(\text{Gl.1})$ -
0	2402	1000	50	2463	0,98
30	1753	239	121	1724	1,02
45	1580	185	231	1565	1,01
60	1653	213	121	1639	1,01
90	2040	500	50	2068	0,99

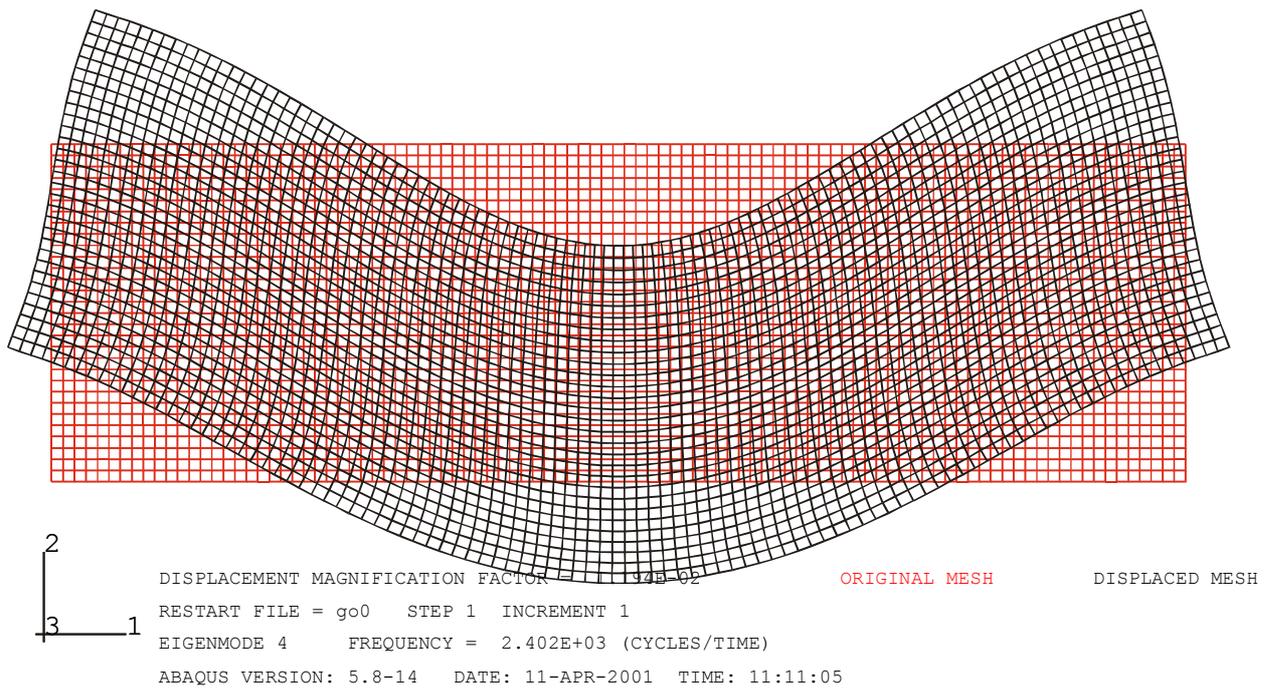


Bild 4: Schwingungsform bei $\beta = 0^\circ$

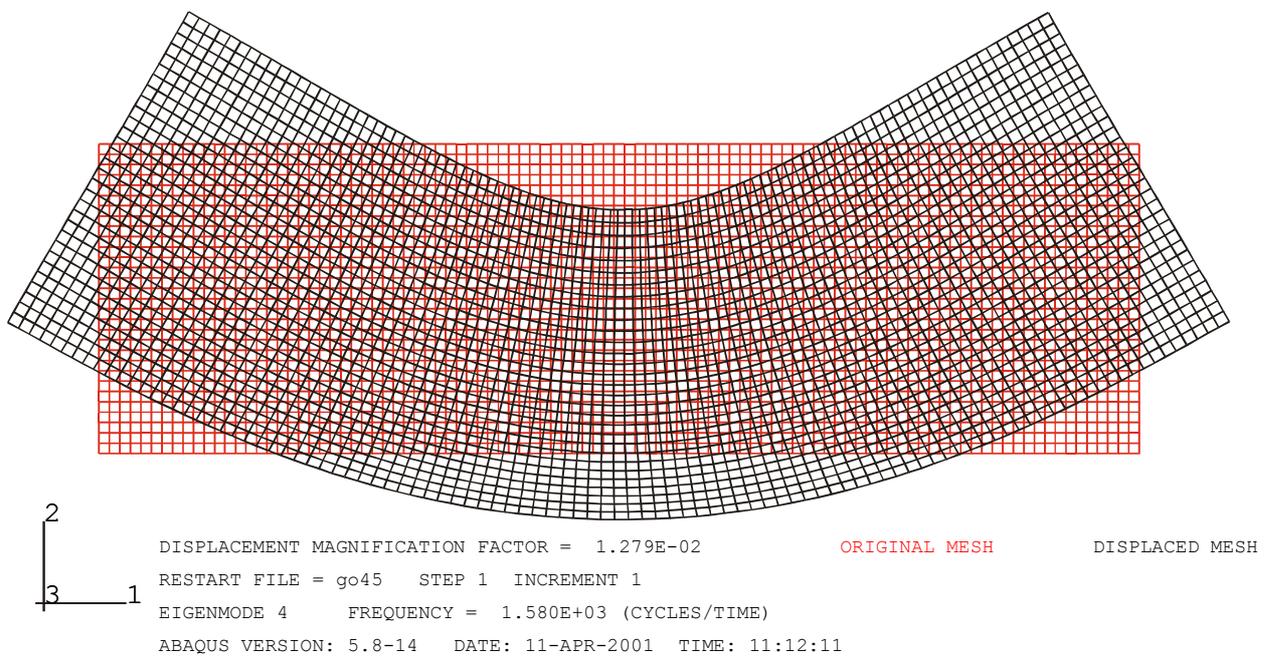


Bild 5: Schwingungsform bei $\beta = 45^\circ$

Die theoretischen Ableitungen, insbesondere der Einfluss des Winkels β (Winkel zwischen Jahrringlage und Prüfkörperseite) soll anhand einiger Versuche bestätigt werden.

Um alle Winkel bei sonst gleichen Holzeigenschaften zu prüfen, wurden die Proben speziell gefertigt: 4 Brettabschnitte aus der selben Bohle mit überwiegend stehenden Jahrringen wurden aufeinandergeklebt. Aus diesem Block wurden Prüfkörper (30 mm x 100 mm x 15 mm) mit unterschiedlichen Winkeln herausgeschnitten. Bild 6 zeigt einige typische Prüfkörper.



Bild 6: Jahrringverlauf einiger Prüfkörper

Bild 7 und 8 zeigen die aus den Biegeschwingungen ermittelten Elastizitätsmoduln und Schubmoduln in Abhängigkeit vom Winkel β . Die eingezeichneten Kurven ergeben sich bei einer Annahme von $E_R = 1200 \text{ N/mm}^2$, $E_T = 800 \text{ N/mm}^2$ und $G_{RT} = 30 \text{ N/mm}^2$.

Wie bereits erwähnt wurde, lässt sich bei Winkeln zwischen ca. 35° und 55° der Schubmodul aus einer Biegeschwingung nicht mehr genügend genau ermitteln, da in diesem Bereich die Schubverformungen und damit auch der Einfluss auf die Eigenfrequenz zu gering sind. In diesem Bereich ist der scheinbare Schubmodul deutlich größer als der scheinbare Elastizitätsmodul.

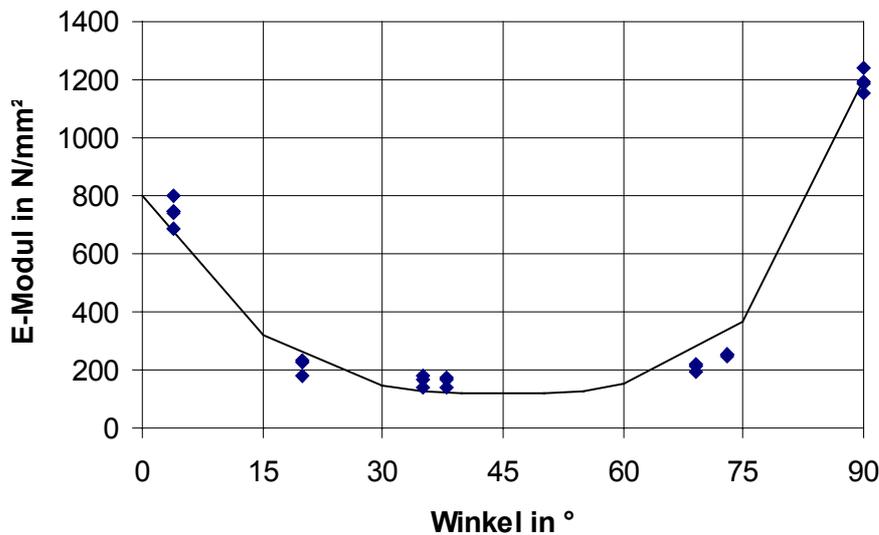


Bild 7: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Winkel β

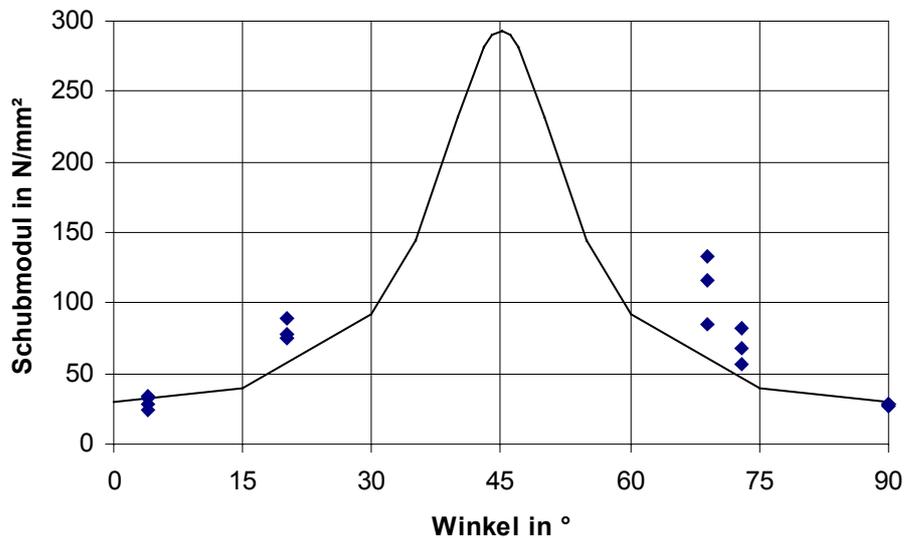


Bild 8: Schubmodul in Abhängigkeit vom Winkel β

5 Versuchsergebnisse

Zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls rechtwinklig zur Faserrichtung und des Rollschubmoduls an Proben mit realistischem Jahrringverlauf, wurden an insgesamt 160 Brettern, die aus zwei Brettschichtholzbetrieben stammten, Proben mit einer Dicke von ca. 15 mm und den entsprechenden Querschnittsmaßen (125 mm x 40 mm und 150 mm x 33 mm) entnommen. Die meisten Proben wiesen einen Jahrringverlauf auf, wie er exemplarisch für vier Proben in Bild 9 gezeigt ist. Bei etwa 30 Proben lag die Markröhre innerhalb des Brettquerschnitts.

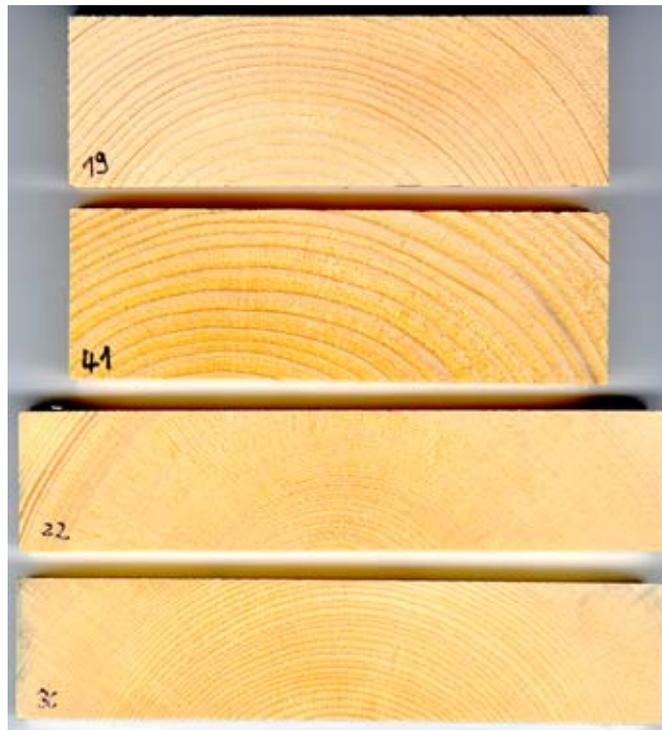


Bild 9: Jahrringverlauf der untersuchten Proben

An diesen Proben wurde nach dem beschriebenen Verfahren der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung und der Rollschubmodul ermittelt.

Diese Werte sind in Abhängigkeit von der Rohdichte in Bild 10 und 11 aufgetragen. Dabei sind nur die Proben aufgetragen, bei denen die Markröhre nicht innerhalb des Brettquerschnitts verläuft. Die entsprechenden Regressionsgleichungen sind ebenfalls angegeben.

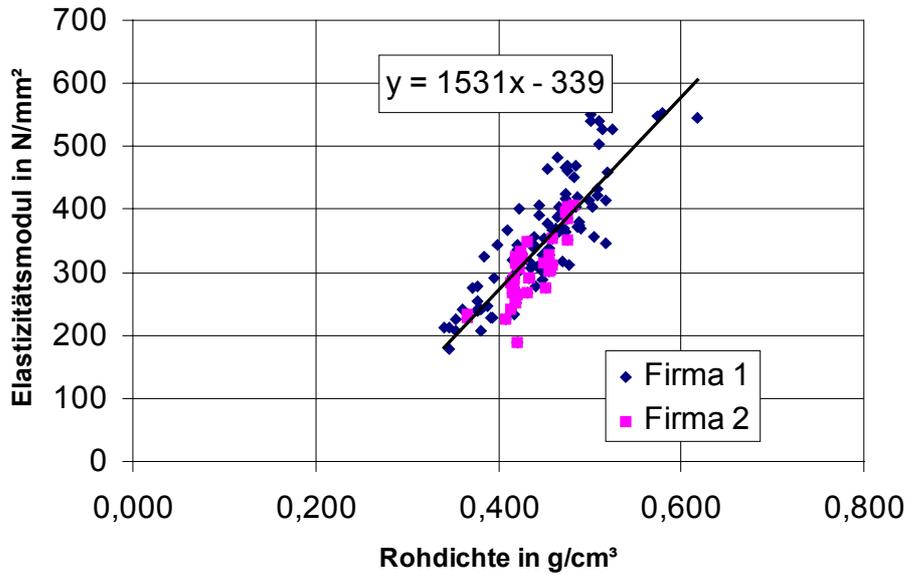


Bild 10: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Rohdichte

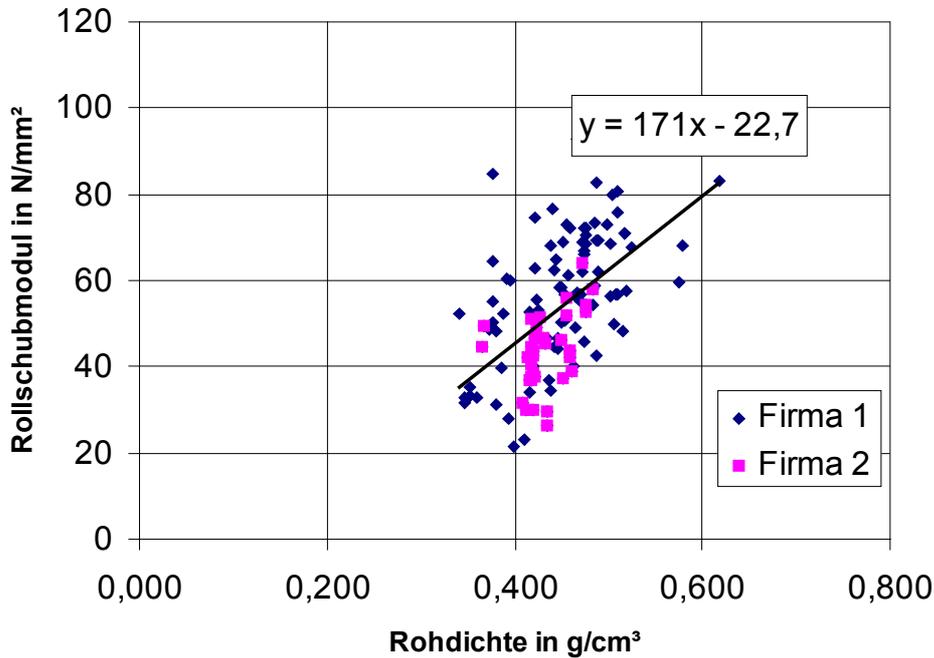


Bild 11: Rollschubmodul in Abhängigkeit von der Rohdichte

Mit diesen Regressionsgleichungen können nun Elastizitätsmodul und Rollschubmodul auf eine Bezugsrohddichte umgerechnet werden. Für eine Bezugsrohddichte von 450 g/cm^3 ist in Bild 12 der Zusammenhang zwischen

Schubmodul und Elastizitätsmodul dargestellt. In diesem Diagramm sind auch die Proben, bei denen die Markröhre innerhalb des Querschnitts lag, eingezeichnet. Diese Proben, weisen einen deutlich höheren Elastizitätsmodul und einen geringeren Schubmodul auf als die übrigen Proben, was sich über die Jahrringordnung erklären lässt.

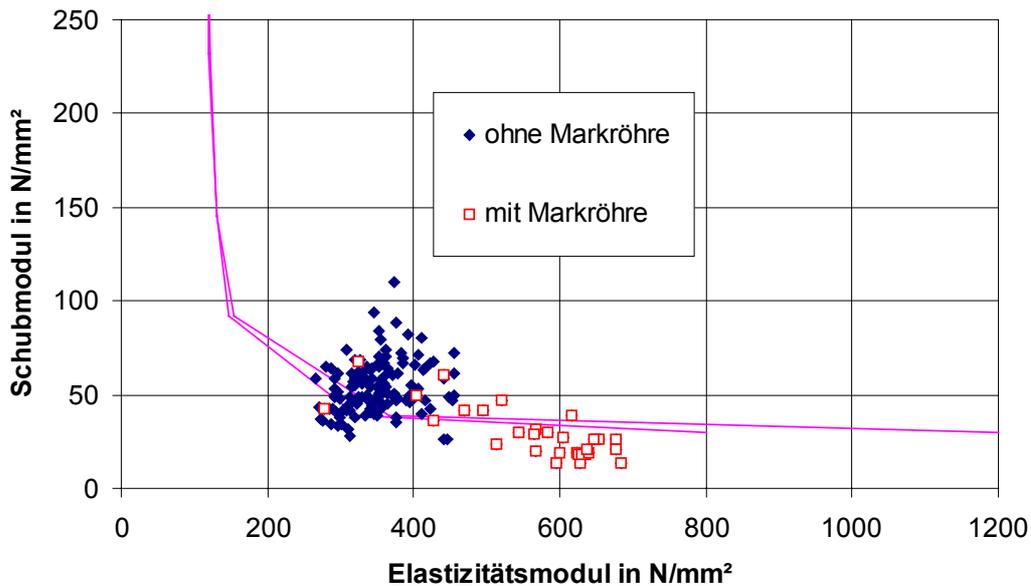


Bild 12: Rollschubmodul in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul (umgerechnet auf eine Rohdichte von $0,45 \text{ g/cm}^3$)

Diese ersten Untersuchungen zeigen, dass der Rollschubmodul und der Elastizitätsmodul rechtwinklig zur Faserrichtung in hohem Maße von der Jahrringlage abhängen. Realistische Werte liegen etwa zwischen 40 N/mm^2 und 80 N/mm^2 . Rollschubmoduln über 100 N/mm^2 sind zumindest bei Brettquerschnitten wenig realistisch, da bedingt durch den Einschnitt von Brettern, die dafür notwendigen Jahrringlagen nicht vorkommen.

6 Weitere Untersuchungen

Mit diesem Verfahren soll im Rahmen des Forschungsvorhabens "Erstellung eines Rechenverfahrens zur Ermittlung von Festigkeitskennwerten von Mehrschichtplatten" das unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. H.J. Blaß am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe bearbeitet wird, der Rollschubmodul und der zugehörige Elastizitätsmodul der Querlagen von Mehrschichtplatten bestimmt werden. Diese Werte sind Eingangsgrößen für die Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Mehrschichtplatten.

Literatur

Aicher S, Dill-Langer G (2000) Basic Considerations to Rolling Shear Modulus in Wooden Boards. Annual Journal on Research and Testing of Materials 11: 157-165

Görlacher R (1984) Ein neues Messverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz. Holz Roh- Werkstoff 42: 219-222

Hearmon R F S (1966) Vibration Testing of Wood. Forest Products Journal 16: 29-40

Neuhaus F-H (1981) Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit. Bochum, Ruhr-Universität, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 81-8

Zienkiewicz O C (1975) Methode der finiten Elemente. Carl Hanser Verlag München - Wien