# Modellgestützte on-line Stabilitätsüberwachung komplexer Systeme auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

## Doktors der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe

genehmigte

## Dissertation

von

# **Dipl.-Ing. Ralf Mikut**

aus Dresden

Tag der mündlichen Prüfung:	11. Februar 1999
Hauptreferent:	Prof. DrIng. habil. Georg Bretthauer
Korreferent:	Prof. DrIng. habil. Jürgen Wernstedt

I

## DANKSAGUNG

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Automatisierungstechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg und am Institut für Angewandte Informatik des Forschungszentrums Karlsruhe.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Georg Bretthauer (Universität Karlsruhe), der mich während meines Studiums an der Technischen Universität Dresden im Herbst 1992 auf offene Probleme bei der Stabilitätsanalyse von Regelkreisen mit Fuzzy-Reglern hinwies und so den Anstoß für diese Arbeit gab. Er betreute sowohl meine Diplomarbeit an der TU Dresden als auch die seit 1994 entstehende Dissertation. Trotz einer Vielzahl von Aufgaben fand er immer wieder die Zeit, die entstehende Arbeit durch engagiert vorgetragene Diskussionsbeiträge, wert-volle Hinweise, das kritische Durchsehen von Veröffentlichungen und Manuskripten sowie das Knüpfen von vielfältigen Kooperationsbeziehungen zu bereichern.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Jürgen Wernstedt (TU Ilmenau) danke ich für die Übernahme des Korreferates. Er hat seit der Vorstellung der ersten Ergebnisse die entstehenden Algorithmen und Lösungen mit Interesse verfolgt und durch angeregte Diskussionen zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Wichtige Anregungen und Hinweise kamen aus der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Hans Bandemer und Dr. Silvio Hartmann (TU Bergakademie Freiberg), die sich aus mathematischer Sicht mit modifizierten Stabilitätsbegriffen für Fuzzy-Systeme befassen. In Kooperation mit Thomas Bindel und Ekkehard Riedel (TU Dresden) wurden neue Entwurfsverfahren für Fuzzy-Regler entwickelt und praktisch an verschiedenen Regelstrecken einer halbindustriellen Versuchsanlage erprobt. Die gemeinsame Entwicklung von Fuzzy-Reglern für Gießspiegelregelungen mit Bujor Dumitriu und Stefan König (TU Bergakademie Freiberg) sowie Jan Garbe, Dr. Peter Regel und Günter Werfel (Automation und Kommunikationstechnik Riesa GmbH) ermöglichte die praktische Erprobung der Ergebnisse im industriellen Einsatz. Meine Kollegen Dr. Lutz Gröll, Dr. Dietrich Hoppe, Jens Jäkel und Dr. Hartmut Sauermann förderten die Arbeit durch zahlreiche Diskussionen und die stets anregende Zusammenarbeit in verschiedenen Projekten. Die jährlichen Tagungen des GMA-Fachausschusses 5.22 Fuzzy Control unter Leitung von Prof. Harro Kiendl im Haus Bommerholz bei Dortmund boten stets ein kritisches, aber wohlwollendes Forum für neue Ideen. Als finanzielle Förderer und fleißige Korrekturleser betätigten sich meine Eltern Dr. Ingeborg und Dr. Reinhard Mikut.

Allen Genannten, den Mitarbeitern und Studenten des Instituts für Automatisierungstechnik der TU Bergakademie Freiberg und den Mitarbeitern des Instituts für Angewandte Informatik am Forschungszentrum Karlsruhe gilt mein herzlichster Dank, ohne sie wäre die Arbeit in der vorliegenden Form nicht entstanden. IV

# INHALTSVERZEICHNIS

1	Einlei	tung	1
1.1	Bedeut	ung der Arbeit	1
1.2	Darstell 1.2.1 1.2.2 1.2.3	lung des Entwicklungsstandes Operatorstrategien zur Stabilitätssicherung Fuzzy-Logik Weitere Verfahren der Computational Intelligence	
	1.2.4	Stabilitätsanalyse für Regelkreise mit Fuzzy-Reglern	9 12
13	T.2.3 Ziele de	or Arbeit	12
•			
2	Unsch	arfe Ljapunov-Funktionen	15
2.1	Stabilit	ät im Sinne von Ljapunov	15
2.2	Unscha	rfer Stabilitätsbegriff	20
2.3	Einsatz	von Ljapunov-Funktionen als Bewertungsmaß	
	2.3.1	Linguistische Interpretation	
2.4	2.3.2 Bewerti	ungsfunktion	
2.5	Bewert	ungsfunktionen für erzwungene Vorgänge	28
2.5	2.5.1	Verhalten bei Führungs- und Störgrößenänderungen	
	2.5.2	Unscharfe Beschreibung der Störgrößenänderung	30
	2.5.3	Verhalten bei sprungfähigen Systemen	32
2.6	2.3.4		
2.6	2.6.1	Einsatz von Zeitfenstern zur Trendberechnung	36 36
	2.6.2	Gewichteter Trend	
2.7	Ermittle	ung des Stabilitätsgrades	41
2.8	Beispie	l: Linearer Eingrößenfall	48
3	Fuzzy	-Überwachungs- und Adaptionsebene mit unscharfen	
	Ljapu	nov-Funktionen	51
3.1	Prinzip		51
3.2	Adaptic	onsebene	52
3.3	Auswir	kungen verschiedener Systemklassen auf die Strukturierung und	
	Parame	trierung der übergeordneten Reglerebene	55
	3.3.1	Ubersicht	55
	333	Anzahl der Fin- und Ausgangsgrößen	
	3.3.4	Anforderungen an das Führungs- und Störverhalten	
		3.3.4.1 Übersicht	64
		3.3.4.2 Auswahl der Bewertungsfunktion	65
		3.3.4.3 Teilkompensation von Führungs- und Störgrößenänderungen	67

	3.3.4.4 Bewertung von Modellfehlern	
	3.3.5 Anforderungen an das Stellverhalten	
	3.3.6 Stabilität der Regelstrecke	
3.4	Entwurf	75
	3.4.1 Zielstellung	75
	3.4.2 Filter zur Berechnung des Trends	75
	3.4.3 Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen zur Bestimmung des Stabilitätsgrades	80
3.5	Rechentechnische Implementierung	
	3.5.1 Übersicht	83
	3.5.2 Fuzzy-Blöcke	
	3.5.3 Filteralgorithmen	86
3.6	Beispiele	87
	3.6.1 Schätzung der Störgrößenänderung für Mehrgrößensysteme und	
	Auswirkungen von Modellfehlern	
	3.6.2 Auswahl der Bewertungsfunktion für Menrgroßensysteme	89 00
	3.6.4 Stabilitätsüberwachung mit unscharfen Modellen	
3.7	Resultierende Struktur der Fuzzy-Überwachungsebene	
4	Anwendungen	
4.1	Zielstellung	
4.2	Durchflußregelung mit Fuzzy-Regler	
4.3	Druck-Füllstands-Regelung mit adaptivem Entkoppelnetzwerk	104
4.4	Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen	110
4.5	Zusammenfassende Bewertung	118
5	Zusammenfassung	119
Anh	änge	
А	- Fuzzy-Regler	122
В	Stabilitätsbegriffe	128
С	Stabilitätsverfahren für Fuzzy-Systeme	
-	C.1 Vektorfeldverfahren nach Kiendl	
	C.2 Ljapunov-Funktionen auf der Basis affiner Facettenfunktionen	135

Literatur	 138

C.3

C.4

## **Symbolverzeichnis**

Α	Systemmatrix in Zustandsdarstellung (kontinuierlicher Fall)
$\mathbf{A}^{*}$	Systemmatrix in Zustandsdarstellung (zeitdiskreter Fall)
a <sup>M</sup> , a <sup>N</sup>	Filterkonstanten zur Berechnung von IIR-Filtern (Filter M bzw. N)
$a_n^{(i,j)} \\$	n-ter Parameter der Facette (i,j)
AB	linguistische Variable Strangabzug
AG	linguistischer Term ANGEREGELT
B	Eingangsmatrix in Zustandsdarstellung (kontinuierlicher Fall)
$\mathbf{B}^*$	Eingangsmatrix in Zustandsdarstellung (zeitdiskreter Fall)
С	Ausgangsmatrix in Zustandsdarstellung (kontinuierlicher Fall)
$\mathbf{C}^*$	Ausgangsmatrix in Zustandsdarstellung (zeitdiskreter Fall)
D	Durchgangsmatrix in Zustandsdarstellung (kontinuierlicher Fall)
$\mathbf{D}^{*}$	Durchgangsmatrix in Zustandsdarstellung (zeitdiskreter Fall)
$\mathcal{D}$	Störgrad
DE	linguistische Variable Änderung der Regeldifferenz
$D_k$	Trend der Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k
$\widehat{D}_k$	gewichteter Trend der Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k
$\widehat{D}_k^A$	gewichteter Trend der Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k (alternative Berechnungsvorschrift)
$\widehat{\mathbf{D}}_{k}^{\mathrm{E}} \ \mathbf{\mathcal{D}}^{\mathrm{KL}}$	Wert von $\hat{D}_k$ mit der Fuzzy-Zugehörigkeit von Eins zum Zeitpunkt k Stützstelle der Zugehörigkeitsfunktion der Fuzzy-Menge KLEIN des Störgrades
$\widehat{D}^{NEG}$	Stützstelle der Zugehörigkeitsfunktion der Fuzzy-Menge NEGATIV von $\hat{\mathbf{D}}$
DU	linguistische Variable Änderung der Stellgröße
$\underline{e}_k$	Vektor der Regeldifferenz zum Zeitpunkt k
$e_{i,k}$	i-tes Element des Vektors der Regeldifferenz zum Zeitpunkt k
E	linguistische Variable Regeldifferenz
$\mathscr{F}_k^{\mathrm{y}}$	Fuzzy-Menge einer Variablen y zum Zeitpunkt k
f	nichtlineare Funktion
$\underline{\mathbf{f}}^{R}$	nichtlineare Funktion des Reglers zur Berechnung des Zustands
$\underline{\mathbf{f}}^{\mathbf{S}}$	nichtlineare Funktion der Regelstrecke zur Berechnung des Zustands
g	nichtlineare Funktion
$\underline{g}^{R}$	nichtlineare Funktion des Reglers zur Berechnung der Stellgröße
$\underline{g}^{S}$	nichtlineare Funktion der Regelstrecke zur Berechnung der Regelgröße
<b>G</b> (s)	Matrix der Übertragungsfunktionen
$\mathbf{G}^{*}(\mathbf{z})$	Matrix der (diskreten) z-Übertragungsfunktionen

$G^{M^*}(z)$	z-Übertragungsfunktionen des Filters M
$G^{N^*}(z)$	z-Übertragungsfunktionen des Filters N
$G^{D^*}(z)$	z-Übertragungsfunktionen der Trendberechnung
GR	linguistischer Term GROSS
h <sup>M</sup> , h <sup>N</sup>	Formfunktionen des Zeitfensters M bzw. N
H	Untersuchungsgebiet im (reduzierten) Zustandsraum
h <sub>ab</sub>	Strangabzug
i	Laufvariable, Index
<u>i</u> n	n-dimensionaler Vektor, dessen Elemente alle Eins sind
IST	linguistischer Term INSTABIL
j	Laufvariable, Index
k	Abtastzeitpunkt
Κ	Schlußfolgerung einer Regel
K <sub>ij</sub>	lokale Streckenverstärkungen
K <sub>ij,nom</sub>	nominale lokale Streckenverstärkungen, die Basis für Reglerentwurf bilden
KL	linguistischer Term KLEIN
K <sub>R</sub>	Reglerverstärkung
K <sub>R,Fuzzy</sub>	fuzzy-adaptierte Reglerverstärkung
$K_k^M$	Term für die rekursive Berechnung von Korrekturwerten für das Zeitfenster M
$L_k$	Bewertungsfunktion bzw. Ljapunov-Funktion
$\overline{L}_k$	Korrektur der Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k
$\widetilde{L}_{k-i}^{\left(k\right)}$	korrigierte Bewertungsfunktion für die Rückwärtskorrektur des Zeitpunktes k-i bezüglich des Zeitpunktes k
$\widetilde{L}_{k-i}^{(k),E}$	Wert von $\widetilde{L}_{k-i}^{(k)}$ mit der Fuzzy-Zugehörigkeit von Eins
$\widetilde{L}_{k-i}^{(k),O}$	obere Schranke von $\widetilde{L}_{k-i}^{(k)}$
$\widetilde{L}_{k-i}^{(k),U}$	untere Schranke von $\widetilde{L}_{k-i}^{(k)}$
$\widehat{\boldsymbol{L}}_k^M$	korrigierte im Zeitfenster M gemittelte Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k
$\widehat{L}_k^{M,E}$	Wert von $\widehat{L}_k^M$ mit der Fuzzy-Zugehörigkeit von Eins
$\widehat{L}_k^{M,O}$	obere Schranke von $\hat{\mathbf{L}}_{k}^{M}$
$\widehat{L}_k^{M,U}$	untere Schranke von $\hat{\mathbf{L}}_{k}^{\mathrm{M}}$
$\widehat{\boldsymbol{L}}_k^N$	korrigierte im Zeitfenster N gemittelte Bewertungsfunktion zum Zeitpunkt k
$\widehat{L}_k^{N,O}$	obere Schranke von $\widehat{\mathbf{L}}_{k}^{N}$
$\widehat{L}_k^{N,\boldsymbol{U}}$	untere Schranke von $\widehat{L}_k^N$
LJAP	linguistische Variable der (u.U. korrigierten) Bewertungsfunktion
Lj_Trend	linguistische Variable des gewichteten Trends

Ν	linguistischer Term NULL
N <sub>ij</sub>	Koppelfaktoren
п	Menge der Natürlichen Zahlen
N(A)	Beschreibungsfunktion
NA	linguistischer Term NICHT ANGEREGELT
NEG	linguistischer Term NEGATIV
NG	linguistischer Term NEGATIV GROSS
NK	linguistischer Term NEGATIV KLEIN
NM	linguistischer Term NEGATIV MITTEL
NSG	linguistischer Term NEGATIV SEHR GROSS
Р	positiv definite Matrix
PG	linguistischer Term Positiv Gross
РК	linguistischer Term Positiv Klein
PM	linguistischer Term POSITIV MITTEL
POS	linguistischer Term Positiv
PSG	linguistischer Term Positiv Sehr Gross
Q	Matrix zur Beschreibung der Randbedingungen für Fuzzy-Mengen der Störgröße
$R_i$	i-te Regel
R	Menge der reellen Zahlen
S	Stabilitätsgrad
S	Fuzzy-Menge Singleton
SAW	linguistischer Term des Stellaufwandes
SE	linguistischer Term Stabilität SCHWER ENTSCHEIDBAR
S <sup>ges</sup>	Stabilitätsgrad (einschließlich Berücksichtigung Störgrad)
SGR	linguistische Variable Störgrad
S_GS	linguistische Variable Stabilitätsgrad (gestörter Fall)
S <sup>GS</sup>	Stabilitätsgrad (gestörter Fall)
$\mathbf{S}^{\mathbf{M}\mathbf{i}}$	Stabilitätsgrad des i-ten Modells
$\mathbf{S}^{\mathbf{SAW}}$	Stabilitätsgrad (einschließlich Berücksichtigung Stellaufwand und Störgrad)
ST	linguistischer Term STABIL
S	Laplace-Operator
supp	Support einer Fuzzy-Menge
t	Zeit
t <sub>0</sub>	Startzeitpunkt
Т	Zeitkonstante bzw. T-Norm (im Anhang A)
T <sub>A</sub>	Abtastzeit
T <sub>F</sub>	Filterzeitkonstante

Х	Symbolverzeichnis
T <sub>M</sub>	Zeitpunkt, für den der Durchschnittswert im Zeitfenster M steht
$T_N$	Zeitpunkt, für den der Durchschnittswert im Zeitfenster N steht
<u>u</u> , <u>u</u> <sub>k</sub>	Vektor der Eingangsgrößen eines Systems (bei Regelstrecken: Stellgröße)
u <sub>h</sub>	Öffnung Druckventil
up	Öffnung Ventil im Wasserzulauf
$\underline{u}^{\mathcal{R}}(t)$	Stellgröße, die zur Solltrajektorie der Zustandsgrößen $\underline{x}^{\mathfrak{P}}$ gehört
U	Stellaufwand
V	Öffnung des Parallelventils (im Abschnitt 4.2) bzw. Strangabzugsgeschwindigkeit (im Abschnitt 4.4)
V	komplexwertige Beschreibungsfunktion von L-N-Ketten bzw. Voraussetzung einer Regel
$\underline{\mathbf{W}}_{\mathbf{k}}$	Vektor der Führungsgrößen zum Zeitpunkt k
W	linguistische Variable Führungsgröße
$\mathbf{w}_{\mathbf{p}}$	Sollwert Druck
W <sub>h</sub>	Sollwert Füllstand
<b>W</b> <sup>0</sup>	Wichtungsmatrix bei der Berechnung des Stellaufwandes
W <sup>1</sup>	Wichtungsmatrix bei der Berechnung des Störgrades und des Stellaufwandes
х	Größe für allgemeine funktionale Abhängigkeiten
<u>X</u>	zeitliche Ableitung der Zustandsgrößen Volktor der Zustandsgrößen zum Zeitnunkt k
$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{k}}$	i tes Element des Vektors der Zustandsgrößen zum Zeitpunkt k
r R	
$\frac{\mathbf{X}_{k}}{\mathbf{R}}$	Vektor der Zustandsgroßen des Reglers zum Zeitpunkt k
x <sub>i,k</sub>	1-tes Element des Vektors der Zustandsgrößen des Reglers zum Zeitpunkt k
$\underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}^{\mathbf{S}}$	Vektor der Zustandsgrößen der Regelstrecke zum Zeitpunkt k
$\mathbf{x}_{i,k}^{\mathbf{S}}$	i-tes Element des Vektors der Zustandsgrößen der Regelstrecke zum Zeitpunkt k
<u>x</u> <sup>≈</sup>	Vektor der Ruhelage bzw. der Solltrajektorie der Zustandsgrößen
$x_1^{(i)}, x_2^{(j)}$	Facettengrenzen
$X_i$	allgemeine Bezeichnung eines linguistischen Terms
X	Störterm, der auf den Zustand eines Systems wirkt
$\mathscr{X}^{e}$	Menge amplitudendiskreter Zustände
У	Ausgangsgröße eines Systems, bei Regelstrecken: Regelgröße
<b>y</b> <sub>p</sub>	Füllstand
$\underline{y}_{k}$	Vektor der Regelgrößen zum Zeitpunkt k
ŷ <sub>k</sub>	Vektor der geschätzten Regelgrößen zum Zeitpunkt k
$\overline{y}_{k}$	Vektor der ungestörten Regelgrößen zum Zeitpunkt k
$\frac{\overline{y}}{\overline{y}_k}$	Vektor der geschätzten ungestörten Regelgrößen zum Zeitpunkt k

$\mathbf{y}_{\mathbf{p}}$	Luftdruck
$\underline{y}_{k}^{NS}$	Vektor der Regelgrößen des nicht sprungfähigen Systemanteils zum Zeitpunkt k
$\frac{\hat{\overline{y}}_{k}^{Mi}}{\hat{\overline{y}}_{k}}$	Vektor der geschätzten Regelgrößen des i-ten Modells zum Zeitpunkt k
Z	Operator der z-Transformation
$\underline{z}_k$	Vektor der Störgröße zum Zeitpunkt k
$\underline{\hat{z}}_k$	Vektor der geschätzten Störgröße zum Zeitpunkt k
Z	linguistische Variable der Störgröße
3	3-Transformation (Konvertieren einer Übertragungsfunktion in eine diskrete Übertragungsfunktion unter Berücksichtigung des verwendeten Haltegliedes)
δ	Konstante
$\Delta u^{Tol}$	tolerierbare Änderungen der Stellgröße bei der Berechnung des Stellaufwandes
$\Delta\underline{\widetilde{w}}_k$	Vektor der tolerierbaren Auswirkungen der Führungsgrößen zum Zeitpunkt k
$\Delta \widetilde{W}_i^*$	z-Transformierte der modifizierten Kompensation der Führungsgrößenänderung (i-tes Element)
$\Delta W_i^*$	z-Transformierte der Führungsgrößenänderung (i-tes Element)
$\Delta \underline{\hat{z}}_k$	Vektor der geschätzten Störgrößenänderung zum Zeitpunkt k
$\Delta \widetilde{Z}_{i}^{*}$	z-Transformierte der modifizierten Kompensation der Störgrößenänderung (i-tes Element)
$\Delta \hat{Z}_i^*$	z-Transformierte der geschätzten Störgrößenänderung (i-tes Element)
$\Delta \underline{\widetilde{z}}$	Vektor der tolerierbaren Änderungen der Störgröße
$\Delta \underline{\xi}_k$	durch Sprungfähigkeit des Systems bedingte Änderung der Regelgröße
	zum Zeitpunkt k
8	Konstante
$\mu^{R_i}(y)$	Plausibilität der i-ten Regel
$\mu^{\mathscr{M}}(y)$	Zugehörigkeitsgrad eines Wertes y zur Fuzzy-Menge M
ω	Kreisfrequenz
$\perp$	T-Conorm
	(beliebige) Norm

**Anmerkung**: Die Bezeichnungen der MATLAB-Komponenten für die Überwachungsebene finden sich in Abschnitt 3.5.

## **1.1 Bedeutung der Arbeit**

Beim Einsatz von Regelungskonzepten in komplexen Prozessen ist die Sicherung der Stabilität ein wichtiges Entwurfsziel, um das Risiko von Personen- und Anlagenschäden durch das Fehlverhalten von Reglern zu reduzieren. Ein solches Fehlverhalten kann auch im ungestörten Fall dazu führen, daß sich durch falsch gewählte Stellgrößen die Regelgrößen von den Führungsgrößen entfernen oder unerwünschte Schwingungen auftreten. Der Begriff Prozeß umfaßt sowohl die Signale (z.B. Störungen) als auch das System und ist dabei nicht nur auf technische Prozesse beschränkt, sondern schließt unter anderem auch biologische, soziale und ökonomische Prozesse ein. Ein System beschreibt hingegen "eine Anordnung von Gebilden, die miteinander in Beziehung stehen" und die gegenüber ihrer Umgebung abgegrenzt sind [47].

Der Begriff Stabilität steht in der umgangssprachlichen Bedeutung unter anderem für die Fähigkeit, nach dem Einwirken äußerer und innerer Störungen wieder in einen Ruhezustand zu kommen [133] und das obengenannte Fehlverhalten zu vermeiden. In der Regelungstheorie wird dieser Begriff strenger definiert, wodurch allerdings Unterschiede zwischen der theoretischen und der umgangssprachlichen Bedeutung auftreten.

Der klassische Weg, über eine mathematische Modellierung des zu regelnden Systems einen Regler zu berechnen, bei dem das Entwurfsziel Stabilität bereits durch das Berechnungsverfahren gesichert ist, funktioniert insbesondere bei linearen Modellen und linearen Reglern. Auch für bestimmte Klassen von nichtlinearen Systemen (z.B. in der Robotik) sind die Modelle bekannt und spezielle Entwurfsalgorithmen für nichtlineare Regler sichern die Stabilität des Regelkreises.

Problematischer ist die Situation, wenn für nichtlineare oder zeitvariante Systeme nur qualitative Modelle vorliegen, eine Vielzahl von Ein- und Ausgangsgrößen existiert, die Modelle strukturell bzw. in ihren Parametern erhebliche Unsicherheiten aufweisen und zudem nur eine beschränkte Modellgüte liefern. Solche Systeme und die zugehörigen Prozesse werden als komplex bezeichnet. Der Entwurf robuster Regler [1] sichert zwar die Stabilität, führt aber meist auf zu konservative Reglereinstellungen.

Da ein Prozeßbediener solche Prozesse in vielen Fällen dennoch gut regeln kann, wird häufig versucht, sein Verhalten durch Methoden der Computational Intelligence (CI mit den Teilgebieten Fuzzy-Logik, Künstliche Neuronale Netze und Evolutionäre Algorithmen) nachzubilden. Die genannten Verfahren generieren meist nichtlineare Regler.

Allerdings muß nun die Stabilität für einen Regelkreis mit einem nichtlinearen Regler und einem nichtlinearen Modell der Regelstrecke nachgewiesen werden, wobei das Modell die obengenannten Nachteile aufweist. Aufgrund der Komplexität und der noch nicht abgeschlossenen Entwicklung der CI-Verfahren besteht das Risiko, Fehler in der Entwurfsphase zu begehen und nicht zu erkennen. Solche Fehler können dann in der Betriebsphase zu Stabilitätsproblemen führen.

Das Erkennen von Stabilitätsproblemen ist deshalb eine wesentliche Voraussetzung für das Vordringen von Methoden der Computational Intelligence in sicherheitsrelevante Bereiche.

Die Anwendung von Verfahren der nichtlinearen Regelungstheorie in der Entwurfsphase führt auf komplizierte Nachweisprobleme für die Stabilität mit praktisch kaum akzeptablem Rechenaufwand. Der Prozeßbediener geht auch hier einen anderen Weg, indem er in der Arbeitsphase den Erfolg seiner Eingriffe überwacht und durch Anpassung seiner Regelungsstrategien den Prozeß stabilisiert. In dieser Arbeit wird versucht, mit Hilfe der neu entwickelten unscharfen Ljapunov-Funktionen das Überwachungs- und Adaptionsverhalten des Prozeßbedieners in einer vereinfachten Variante nachzubilden und auf die on-line Überwachung von technischen und nichttechnischen Prozessen zu übertragen.

## **1.2 Darstellung des Entwicklungsstandes**

## 1.2.1 Operatorstrategien zur Stabilitätssicherung

Ein Prozeßbediener kann auch bei unvollständigen und komplizierten Modellinformationen die aktuelle Lage eines Prozesses einschätzen, zukünftige Entwicklungen prinzipiell vorhersagen und entsprechend reagieren [11, 49, 143, 147, 149, 169]. Diese Einschätzung liefert technologische Wertungen wie "gefährlich", "ungefährlich" und "tolerierbar", die aber selten durch reine Ja-Nein-Entscheidungen vollständig wiederzugeben sind. Besonders hervorzuheben ist die Fähigkeit, nicht erfolgreiche Regelungsstrategien zu modifizieren bzw. zu ersetzen und in Gefahrensituationen unter Vernachlässigung bisheriger Ziele der Prozeßführung die Rückkehr in einen sicheren Zustand anzustreben. Interessanterweise umfaßt die Feststellung einer Gefährdung nicht nur die Wiedererkennung bekannter gefährlicher Situationen, sondern auch das Erkennen unbekannter Situationen. In beiden Fällen werden Strategien zur Gefahrenbehandlung ausgelöst.

Aus psychologischer Sicht kann für das menschliche Verhalten das Modell von RASMUSSEN [147] verwendet werden, das reflexartiges (skill-based), regelgeleitetes (rule-based) und wissensbasiertes (knowledge-based) Verhalten unterscheidet.

In der reflexartigen Phase werden trainierte Handlungen in wiedererkannten Situationen unbewußt ausgeführt.

In der regelgeleiteten Phase werden feststehende Regeln vom Typ "Wenn Ereignis A (Voraussetzung) dann Handlung B (Schlußfolgerung)" angewendet. Die Ereignisse sind bestimmte Zustände eines Prozesses, wobei die real vorhandenen Umgebungsbedingungen ("Messung") zu einem bestimmten Grad diesen Zuständen zugeordnet werden ("Wiedererkennung bekannter Situationen"). Die Schlußfolgerungen sind Handlungsanweisungen, die in Abhängigkeit von der Übereinstimmung der realen Situation mit der wiedererkannten angewendet werden ("Erinnerung an früher bereits erfolgreiche Lösung dieses Problems").

Bei einer wissensbasierten Informationsverarbeitung werden unbekannte Situationen analysiert und anhand von allgemeinen Gesetzmäßigkeiten, Modellinformationen sowie den Zielstellungen neue Lösungsstrategien generiert. Dadurch entstehen neue Regeln und vorhandene werden überprüft.

# 1.2.2 Fuzzy-Logik

Die von ZADEH eingeführte Fuzzy-Logik [195] versucht, insbesondere das regelgeleitete menschliche Vorgehen nachzubilden und qualitatives Prozeßwissen in Form von unscharfen Regeln zu verarbeiten (Bild 1.1). Dabei wird in einem dreistufigen Verfahren (Fuzzifizierung, Inferenz, Defuzzifizierung) vorgegangen, das in [8, 30, 94, 97, 114, 173] bzw. im Anhang A näher erläutert wird:

*Fuzzifizierung*: Die gemessenen Größen (z.B. Temperatur 15°C) werden durch eine Zugehörigkeitsfunktion mit Werten zwischen Null und Eins zu linguistischen Termen (z.B. WARM, KALT) einer linguistischen Variablen (z.B. TEMP) zugeordnet. Damit erfolgt eine Transformation von scharfen Werten zu einer natürlichsprachlichen Situationseinschätzung (eher kalt als warm: Aussage kalt stimmt zum Grad 0.7, Aussage warm stimmt zum Grad 0.3).



## Bild 1.1: Grundprinzip der Fuzzy-Regelung

*Inferenz:* Auf der Basis dieser Einschätzung der Prozeßsituation und des Regelwerkes mit formalisierten Regeln, die aus linguistischen Variablen, linguistischen Termen und den Operatoren UND bzw. ODER bestehen, wird eine natürlichsprachliche Handlungsanweisung ausgewählt. Solche Regeln sind z.B.

WENN TEMP (Temperatur) = KALT UND DTEMP (Temperaturänderung) = NEGATIV DANN HEIZ (Heizung) = AUFDREHEN

Oder

Wenn Temp = Warm Und Dtemp = Keine Dann Heiz = So Lassen.

Wenn mehrere Regeln mit widersprüchlichen Schlußfolgerungen teilweise in ihren Voraussetzungen erfüllt sind, muß ein Kompromiß für die Schlußfolgerung gefunden werden. Diese Kompromißbildung beruht auf einer verallgemeinerten Operation für UND (T-Norm) bzw. ODER (T-Conorm), für die passende Operatoren auszuwählen sind [8, 12, 94]. Dabei sind drei Teilaufgaben

- Prämissenauswertung (Ermittlung der Wahrheitswerte der Regelvoraussetzungen),
- Aktivierung (Ermittlung der Wahrheitswerte der Regelschlußfolgerungen) und
- Akkumulation (Ermittlung der Fuzzy-Menge der Ausgangsgröße)

zu bearbeiten. Dazu sind fünf Operatoren

- 1. UND-Verknüpfung der Terme in der Voraussetzung einer Regel (Prämissenauswertung),
- 2. UND-Verknüpfung von Erfüllung der Regelvoraussetzung und Glaubwürdigkeit der Regel (Aktivierung),
- 3. ODER-Verknüpfung von gleichen Handlungsanweisungen aus verschiedenen Regeln (1. Schritt der Akkumulation),
- 4. UND-Verknüpfung der Ergebnisse aus 3. mit den Zugehörigkeitsfunktionen dieser Handlungsanweisungen (2. Schritt der Akkumulation) und
- 5. ODER-Verknüpfung der Zugehörigkeitsfunktionen von unterschiedlichen Handlungsanweisungen aus verschiedenen Regeln (3. Schritt der Akkumulation)

notwendig, die hier als Inferenzschema bezeichnet werden. Die Wahl der Operatoren für das verallgemeinerte UND (z.B. Minimum bzw. Produkt von Zugehörigkeitswerten) bzw. das verallgemeinerte ODER (z.B. Maximum bzw. Summe von Zugehörigkeitswerten) beeinflußt entscheidend das Verhalten des Fuzzy-Reglers. Die Inferenz liefert eine natürlichsprachliche Handlungsanweisung, die im Beispiel als "Heizung ein wenig aufdrehen" zu interpretieren ist.

*Defuzzifizierung*: Diese Handlungsanweisung wird in einen scharfen Stellwert transformiert, der auf das Stellglied aufgeschaltet wird (z.B. Heizung um 20 % aufdrehen). Dabei wird ein Kompromißwert gesucht, der am besten zur natürlichsprachlichen Handlungsanweisung paßt.

Für den Entwurf von Fuzzy-Reglern existieren unterschiedliche Entwurfswege und Strategien (Bild 1.2). Die wesentlichen Unterschiede bestehen darin, ob

- nur das Wissen über das Regeln des Prozesses erfaßt wird oder ob zunächst der Prozeß selbst modelliert wird (Wissen über das Prozeßverhalten),
- der Entwurf heuristisch oder (zumindest teilweise) systematisch erfolgt,
- nur Regeln oder auch Parameter (z.B. Stützpunkte der Zugehörigkeitsfunktionen) ermittelt werden und
- nur Wissen von Prozeßexperten oder auch regelungstechnisches Wissen eingebracht wird.

Die Entwurfsstrategien lassen sich grob in drei Hauptwege einteilen, wobei auch eine Vielzahl hybrider Strategien existiert:

- (A) Befragung des Experten bzw. Prozeßbedieners über sein Wissen zur Regelung des Prozesses und Entwurf des Fuzzy-Reglers durch Nachbildung dieses Verhaltens,
- (B) Erstellung eines mathematischen (Teil-) Modells der Regelstrecke und (teilweise) systematischer oder simulativer Entwurf des Fuzzy-Reglers sowie
- (C) Erstellung eines qualitativen Modells der Regelstrecke und systematischer Entwurf des Fuzzy-Reglers.



Bild 1.2: Varianten für den Entwurfsprozeß von Fuzzy-Reglern

Die ursprüngliche und auch heute noch häufig anzutreffende Variante (A) versucht, durch Befragungen Expertenwissen zur Regelung eines Prozesses zu erfassen und direkt als Regeln darzustellen. Aufgrund von unbewußtem Wissen (insbesondere im Bereich der schnellen reflexartigen Handlungen), unvollständigen Regelsätzen und der auch für die Fuzzy-Logik problematischen Quantifizierung (Auswahl der Fuzzy-Operatoren und Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen) ist die Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes begrenzt. Deswegen wird in den letzten Jahren verstärkt an Algorithmen zu einer datengestützten automatischen Regelgenerierung gearbeitet (siehe z.B. [63, 81, 84, 102, 105, 115]).

Die alternative Vorgehensweise (B) des modellbasierten Fuzzy-Regler-Entwurfs mit mathematischen Modellen (siehe z.B. [17, 55, 94, 97, 156]) weist ebenfalls eine Reihe von Problemen auf. Eine theoretische Prozeßanalyse (siehe z.B. [77, 133, 186, 187]) liefert zwar einen Teil der Zusammenhänge, erfaßt aber nicht alle Gesetzmäßigkeiten und Parameter. Eine experimentelle Prozeßanalyse (siehe z.B. [77, 110, 171, 187, 193]) verlangt umfassendes Datenmaterial, was aber in einigen Entwurfssituationen problematisch ist (z.B. Modellierung einer noch nicht existierenden Anlage, aufwendige Experimente, Verbot eines Prozeßbetriebs in Grenzbereichen). Da der Einsatz von Fuzzy-Reglern sich insbesondere für spezielle Klassen nichtlinearer und zeitvarianter Systeme anbietet, ist hier mit einer aufwendigen Modellerstellung zu rechnen. Ansatz-

punkte für zukünftige Entwicklungen bieten Algorithmen zur Struktursuche (siehe z.B. [13]) oder Systemmodelle auf der Basis Künstlicher Neuronaler Netze (siehe z.B. [56, 190]). Das so entstandene Modell dient als Basis für den Reglerentwurf, wobei neben heuristischen Verfahren häufig automatische simulationsbasierte Methoden (z.B. unter Verwendung evolutionärer Algorithmen) dominieren (siehe z.B. [106]). Systematische Algorithmen für den modellbasierten Entwurf befinden sich noch in der Entwicklungsphase.

Die dritte Gruppe von Entwurfsmethoden (C) basiert auf einem qualitativen Modell der Regelstrecke. Die Regeln stammen entweder aus Expertenbefragungen oder einer automatischen Regelgenerierung und werden z.B. als Relationsmatrix oder Petri-Netz dargestellt. Insbesondere bei heterogenen Teilmodellen (z.B. qualitative und mathematische Teilmodelle) bietet die Integration mathematischer in qualitative Modelle einen interessanten Weg, um zu einer einheitlichen und transparenten Systembeschreibung zu kommen. Allerdings ist diese Variante umstritten, weil sich bei der Umwandlung von mathematischen in qualitative Modelle die Modellgüte reduziert. Mit Hilfe einer ebenfalls qualitativen Beschreibung des Sollverhaltens kann nun eine automatische Generierung des Reglers vorgenommen werden (siehe z.B. [23, 80, 103, 131, 132, 144]). Auch hier ist besonders die Parametrierung der Fuzzy-Komponenten problematisch.

In allen drei Entwurfsgruppen ist die Einbeziehung von Zusatzinformationen aus vorhandenen Reglern (Struktur, Parameter) als zusätzliche Informationsquelle möglich.

Bei der Implementierung von Wissen in das Regelwerk eines Fuzzy-Reglers treten an mehreren Stellen z.T. beträchtliche Informationsverluste und Umsetzungsprobleme auf:

- Die Komplexität des menschlichen Regelverhaltens ist nicht vollständig erfaßbar, weil viele Stellhandlungen aus unbewußtem (reflexartigem) Erfahrungswissen resultieren. Diese Regeln sind durch einmalige Befragung des Experten nur unvollständig separierbar und können erst durch iteratives Vorgehen bestätigt werden.
- 2. Die meisten Fuzzy-Regler enthalten nur die Algorithmen für Routinehandlungen. Algorithmen für seltene Ausnahmesituationen, Überwachungsfunktionen zum Reglerverhalten und Adaptionsalgorithmen fehlen hingegen häufig, da sie aus Expertenwissen und Prozeßdaten schwer generierbar sind und zudem die Komplexität des Fuzzy-Reglers erhöhen. Allerdings bewirken gerade diese vernachlässigten Komponenten die Robustheit des menschlichen Vorgehens und die Flexibilität der Handlungen, weil sie eine Anpassung an sich verändernde Situationen und einen Strategiewechsel bei offensichtlicher Erfolglosigkeit ermöglichen. Dadurch ähnelt ein Fuzzy-Regler einem "Befehlsempfänger", der ohne Rücksicht auf eine veränderte Situation immer wieder seinem einmal vorgegebenen Handlungsschema folgt, wenn die Veränderung nicht im Regelwerk erfaßt ist [33].
- 3. Die Mechanismen der wissensbasierten Lösungssuche des Menschen, die auf allgemeinen Problemlösungsstrategien beruhen, sind für komplexe Prozesse weitgehend unbekannt.
- 4. Die durch Fuzzy-Regler realisierte Entscheidungsfindung stellt zwar im Vergleich zur klassischen zweiwertigen Logik eine Annäherung an menschliches Vorgehen dar, spiegelt aber dieses wesentlich komplexere und im Detail noch unbekannte Verhalten nicht vollständig wider. Zudem treten bei einigen heute bevorzugten Fuzzy-Operatoren, z.B. Minimum als ver-

allgemeinertes UND, Probleme auf, die sogar die Stabilität des Regelkreises gefährden können [125]. Die Diskussion um geeignete Operatoren, die das menschliche Inferenzverhalten möglichst gut nachbilden, ist noch nicht abgeschlossen [12, 94].

Das vierte Problem soll an einem Beispiel erläutert werden [14, 120]. Die Tabellen 1.1 und 1.2 sowie Bild 1.3 zeigen einen Ausschnitt der Regelbasis und der Zugehörigkeitsfunktionen eines Fuzzy-Reglers mit den Eingängen Regeldifferenz e (linguistische Variable E), Änderung der Regeldifferenz  $\Delta e/T_A$  (DE), Führungsgröße w (W) und der Ausgangsgröße Änderung der Stellgröße  $\Delta u/T_A$  (DU). Der Grundgedanke des Entwurfs ist die Notwendigkeit, im Bereich niedriger Führungsgrößen (W = KLEIN - KL) stärker zu reagieren als im Bereich höherer Führungsgrößen (W = GROSS - GR), um die Nichtlinearität der Regelstrecke auszugleichen (siehe Abschnitt 4.2). Bild 1.4 zeigt die defuzzifizierte Ausgangsgröße des Fuzzy-Reglers in Abhängigkeit der Führungsgröße w bei

- konstanter Regeldifferenz (Wert e = 0.1 m<sup>3</sup>/h mit Zugehörigkeit zu NULL  $\mu^{N}(e) = 0.9915$ und zu POSITIV KLEIN  $\mu^{PK}(e) = 0.0085$ ) und
- konstanter Änderung der Regeldifferenz (Wert  $\Delta e/T_A = 0.1 \text{ m}^3/\text{hs}$  mit Zugehörigkeit zu NULL  $\mu^N (\Delta e/T_A) = 0.992$  und zu POSITIV KLEIN  $\mu^{PK} (\Delta e/T_A) = 0.008$ )

mit der Abtastzeit  $T_A$ . Als T-Norm zur Prämissenauswertung wird der Minimumoperator verwendet und für die Akkumulation werden die Operatoren Maximum und Produkt (MAX-PROD-Inferenz) gewählt. Alle Regelplausibilitäten sind Eins, es folgt also das Inferenzschema MIN-(MIN)-MAX-PROD-MAX (siehe Anhang A).

Tabelle 1.1: Ände	erung der
Stellgröße, wenn	W = GR

Е	РК	Ν
DE		
PK	PM	PK
N	РК	Ν

Tabelle 1.2:Änderung der Stellgröße,wenn W = KL

E	PK	Ν
DE		
PK	PSG	PM
Ν	PM	Ν



**Bild 1.3:** Zugehörigkeitsfunktionen der Führungsgröße w in  $m^3/h$ 

Zwischen den durch die Regelbasen festgelegten Werten bei  $w = 5 \text{ m}^3/\text{h}$  und  $w = 12 \text{ m}^3/\text{h}$  existiert bei  $w = 8.5 \text{ m}^3/\text{h}$  ein Zwischenmaximum, das aus den Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen nicht vorhersagbar ist (Bild 1.4). Dafür gibt es zwei Ursachen:

 Durch die teilweise Gültigkeit beider Regelbasen wird durch die Minimumverknüpfung der Eingangsgrößen bei der Bestimmung der Wahrheitswerte der Regelschlußfolgerungen nur der Zugehörigkeitswert der Regeln auf 0.5 gekappt, die als Ergebnis Änderung der Stellgröße = N (NULL) liefern. Dadurch gehen diese Regeln bei der Defuzzifizierung nur in reduziertem Umfang ein.  Beide Regeln mit dem Ergebnis N verstärken sich durch den Maximumoperator nicht gegenseitig, nur die Schlußfolgerung mit dem höheren Wahrheitswert wird berücksichtigt.

Dagegen gehen die Wahrheitswerte der Schlußfolgerungen PK (POSITIV KLEIN), PM (POSITIV MITTEL) und PSG (POSITIV SEHR GROSS) bei der Defuzzifizierung in vollem Maße ein.

Dieser Effekt verursacht die besonders steilen Funktionsverläufe in der unmittelbaren Umgebung von w = 5 m<sup>3</sup>/h und w = 12 m<sup>3</sup>/h, weil hier die Regeln Änderung der Stellgröße DU = PK bzw. DU = PSG gültig werden.



 $e = 0.1 \text{ m}^3/\text{h} \text{ und } \Delta e/T_A = 0.1 \text{ m}^3/\text{hs}$ 

In [107] wird ein weiterer Effekt beschrieben, wobei dort das Ändern einer Schlußfolgerung zu einem kleineren Wert hin wegen der Kompensation gleichwirkender Regeln zu einer Vergrößerung der Ausgangsgröße führt. Zur Abwendung solcher Probleme bieten sich Strukturmodifikationen mit Dekomposition der Regelbasis [14], die Verwendung kennfeldorientierter Konzepte [107] und die Nutzung anderer Operatoren an, z.B. der SUM-PROD-Inferenz [86]. Daraus folgt das Inferenzschema PROD-(PROD)-SUM-PROD-MAX, das auch in dieser Arbeit hauptsächlich angewendet wird. Bei vielen Arbeiten wird aber nach wie vor auf die Kombination MIN-MAX zurückgegriffen, weil hier ein zusammengehöriges Operatorenpaar vorliegt und geringe Rechenzeitanforderungen existieren. In der regelungstechnisch orientierten Literatur werden hingegen die Vorteile des Produkts als T-Norm zunehmend anerkannt (z.B. [12, 94, 107]).

#### **1.2.3** Weitere Verfahren der Computational Intelligence

Künstliche Neuronale Netze (KNN) [70, 101] basieren entweder auf einer Approximation des Verhaltens des Prozeßbedieners oder der Regelstrecke (Lernphase). Im zweiten Fall muß anschließend ein Regler generiert werden. In der Arbeitsphase wird die Eingangssituation klassifiziert und eine dafür angelernte Reaktion am Ausgang ausgelöst, wodurch Parallelen zu reflexartigen Handlungen bestehen. Beim Einsatz von KNN als Regler können ebenfalls Stabilitätsprobleme auftreten. Risiken für ein Fehlverhalten liegen insbesondere bei der Arbeit in nichtangelernten Situationen und dem Auswendiglernen der Testdaten unter Verlust der Generalisierungseigenschaften (Overfitting). Gerade die Arbeit in nichtangelernten Situationen ist aber für gefährliche Situationen typisch, weil selten alle potentiellen Gefahrensituationen in den Lerndaten enthalten sind.

Regler, die mit Genetischen Algorithmen (GA) und Evolutionären Strategien (ES) [75, 150, 163, 167] als Verfahren der Optimierung entworfen werden, entstehen durch die Minimierung einer

Gütefunktion, mit der die Regelungsziele formuliert werden. Die potentiellen Regelungsalgorithmen werden in sogenannten Genen kodiert und durch die Operationen Mutation, Rekombination und Selektion solange modifiziert, bis die Güteanforderung erfüllt ist. Obwohl diese Verfahren von der Grundstrategie ein ähnliches Verhalten wie bei wissensbasiertem Vorgehen versprechen, tritt auch hier z.B. durch eine fehlerhafte Definition bzw. fehlende Korrektur der Gütefunktion und das Handeln in nichtangelernten Situationen ein erhebliches Risiko von Fehlhandlungen auf. Zudem liegen meist einfache Strukturen ohne on-line Überwachungs- und Adaptionsstrategien vor.

Die Regelungsstrategien der Computational Intelligence stehen im Vergleich zur Komplexität und Methodik menschlicher Handlungen in einem frühen Stadium der Entwicklung. Jede Methode ist zu interessanten Teilergebnissen in der Lage, enthält aber gleichzeitig erhebliche Risiken beim Beherrschen komplexer Situationen.

## 1.2.4 Stabilitätsanalyse für Regelkreise mit Fuzzy-Reglern

In den meisten technischen Systemen wird das Ziel eines sicheren Systemverhaltens auf zwei voneinander unabhängigen Wegen erreicht:

- 1. Einsatz einfacher Hard- und Softwarekomponenten zur Abwendung gefährlicher Zustände (z.B. Abschaltung beim Erreichen von Grenzwerten, Überdruckventile) (on-line) und
- 2. Stabilitätsuntersuchung des Regelkreises in der Entwurfsphase (off-line).

Die Stabilitätsuntersuchung erfordert ein mathematisches Modell des zu regelnden Systems und erlaubt für dieses Modell und den untersuchten Regler die Aussage "stabil", "instabil" oder "keine Entscheidung stabil bzw. instabil möglich". Dabei wird strenggenommen auch nur ein vereinfachtes Modell des Reglers betrachtet, weil technische Details des Reglers (z.B. Stellquantisierungen, kleine Schwankungen der Abtastzeiten usw.) meist vernachlässigt werden. Die Stabilitätsuntersuchung erfolgt mit Hilfe verschiedener geometrischer, algebraischer oder analytischer Verfahren. Deren Einsatz scheitert immer dann, wenn kein mathematisches Modell vorliegt oder die Komplexität der zu untersuchenden Strukturen, z.B. durch nichtlineare Komponenten des Systems oder durch nichtlineare Regler, ansteigt, so daß kein geschlossener Nachweis gelingt oder ein nicht vertretbarer Analyseaufwand resultiert.

Alle sich hier bietenden Alternativen bleiben unbefriedigend:

- Bei Verzicht auf eine Stabilitätsanalyse können gefährliche Situationen auftreten, da z.B. die aktuelle Prozeßsituation beim Reglerentwurf nicht berücksichtigt wurde.
- Die Verwendung vereinfachter Modelle der Regelstrecke und des implementierten Reglers enthält das Risiko, daß kompliziertere Vorgänge nicht erfaßt werden. Ein Beispiel für solche Erscheinungen ist das Auftreten von Grenzzyklen in nichtlinearen Systemen, die durch eine Modellierung mit linearen Differentialgleichungen schon aus dem Grund nicht erfaßbar sind, weil in linearen Systemen keine Grenzzyklen auftreten.

• Der Einsatz vereinfachter Regelungsstrategien zieht meist den Verlust von Regelgüte nach sich und löst das Problem der Analyse vereinfachter Modelle nicht, weil hier bei nichtlinearen Regelstrecken nach wie vor nichtlineare Gesamtsysteme zu überprüfen sind.

Beim praktischen Einsatz von Fuzzy-Reglern wird folglich zum gegenwärtigen Entwicklungsstand entweder auf eine Stabilitätsanalyse verzichtet, oder es wird mit hohem mathematischen Aufwand eine Stabilitätsüberprüfung [58] mit z.T. modifizierten Methoden der nichtlinearen Regelungstheorie durchgeführt. Dabei wird versucht, typische Eigenschaften von Fuzzy-Reglern zur Ableitung von Sonderfällen zu nutzen. Beispielsweise kann ein Fuzzy-Regler entsprechend Bild 1.1 unabhängig von der internen Informationsverarbeitung immer als statischer nichtlinearer Kennfeldregler interpretiert werden, wobei der Entwurf des Kennfeldes regelgestützt und damit zumindest weitgehend transparent erfolgt. Deswegen dominieren hier Verfahren, die Regelkreise mit dynamischen linearen und statischen nichtlinearen Teilsystemen untersuchen (Übersichten zu Stabilitätsverfahren für Fuzzy-Systeme siehe [23, 31, 32, 139, 172, 184]). Die Ergebnisse sind auf die Behandlung von Systemen mit Künstlichen Neuronalen Netzen einfacher Struktur (keine dynamischen Rückkopplungen) übertragbar.

Der Fuzzy-Regler kann dabei anstelle eines konventionellen Reglers im Regelkreis, parallel oder in Reihe zu einem konventionellen Regler im Regelkreis oder in einer übergeordneten Ebene zur Adaption eines konventionellen Reglers eingesetzt werden. Bei einem bekannten mathematischen Modell der Regelstrecke können hier die Stabilitätsverfahren der nichtlinearen Regelungstheorie (siehe z.B. [58, 68, 189, 197]) eingesetzt werden, die in Zeitbereichsmethoden und Frequenzbereichsmethoden einzuteilen sind.

Zu den *Zeitbereichsmethoden* gehören die Zustandsraummethode mit scharfen oder Fuzzy-Zuständen [27, 42, 76, 79, 83, 119, 185, 192, 194], die Ljapunov-Theorie [40-43, 62, 95, 99, 116, 117, 161, 162, 170, 175-181, 191], die Graphentheorie [168] und die Bifurkations-Theorie [3, 50].

Zu den *Frequenzbereichsmethoden* gehören die Methode der Harmonischen Balance [24-26, 28, 29, 85, 90, 152, 153], das Popov-Kriterium [20, 36, 37] und Verfahren über Normabschätzungen ( $\text{H}^{\infty}$ -Stabilität, Kreiskriterium und Erweiterungen) [4, 5, 39, 82, 148, 155, 182].

Die Hyperstabilitätstheorie [19-23, 138, 139-142, 164] nutzt sowohl Methoden im Zeit- als auch im Frequenzbereich.

Näherungsverfahren im Zeit- oder Frequenzbereich auf der Basis von linearisierten Fuzzy-Komponenten liefern ebenfalls Anhaltspunkte für das Stabilitätsverhalten [57, 66].

Viele der Verfahren ermöglichen keine automatisierte Anwendung, weil noch Entscheidungen über geeignete Verfahrensgrundlagen (z.B. Ansetzen einer Ljapunov-Funktion, Umformungen eines Regelkreises zur Einsetzbarkeit der Hyperstabilitätstheorie) zu treffen sind. Zudem liefern sie unter Umständen zu konservative Abschätzungen, so daß die Stabilität stabiler Systeme nicht in jedem Fall beweisbar ist. Einige der obengenannten Verfahren geben außerdem nur eine Näherungslösung (z.B. Harmonische Balance) an.

Bezüglich der zu untersuchenden Systeme sind bei der Verwendung von Ljapunov-Funktionen keine Einschränkungen erforderlich, während andere Verfahren Wiener- oder Hammerstein-Modelle (Reihenschaltungen einer statischen Nichtlinearität und eines linearen Teilsystems) der Regelstrecke fordern und Struktureinschränkungen des Regelkreises nach sich ziehen (z.B. Popov-Kriterium). Im Extremfall bedeutet das eine Linearisierung des Regelkreises um den jeweiligen Arbeitspunkt (Methode der ersten Näherung).

Wenn ein technisches System durch ein nichtlineares Differential- bzw. Differenzengleichungssystem beschreibbar ist, wird häufig das kompliziertere Modell vereinfacht, um für den Reglerentwurf und das jeweilige Stabilitätsverfahren eine Behandlung zu ermöglichen. Typische Vereinfachungen sind wiederum die Beschränkung auf statische Nichtlinearitäten oder sogar die Linearisierung aller Modelle im Regelkreis. Bild 1.5 trifft für diesen Fall eine Einteilung der Stabilitätsverfahren bezüglich der erforderlichen Näherungsfehler bei der Modellierung und der verfahrensbedingten Ungenauigkeiten. Modellierungs- und Verfahrensfehler sind allerdings stark systemabhängig, weshalb immer am konkreten System abzuschätzen ist, wie stark die jeweiligen Fehler ins Gewicht fallen. Dabei ist zu berücksichtigen, daß jedes Modell vom realen System abweicht und so auch das beste Modell das Systemverhalten nie vollständig beschreibt.





Auffällig sind die Stärken der Ljapunov-Funktionen, die das Modell nicht einschränken und keinen systematischen Fehler bei der Anwendung des Stabilitätsverfahrens aufweisen. Diesen Vorteilen steht aber der Nachteil gegenüber, daß für komplizierte Systeme die Suche nach einer geeigneten Ljapunov-Funktion sehr aufwendig ist.

Besonders hervorzuheben sind diejenigen Verfahren, die typische Eigenschaften von Fuzzy-Reglern berücksichtigen und sie gezielt für das Nachweisverfahren verwenden (Anhang C):

- das Vektorfeldverfahren nach KIENDL als Erweiterung der Harmonischen Balance (Analyse von Fuzzy-Reglern mit mehreren Eingängen und einem Ausgang) [87, 89-91, 94, 152],
- Ljapunov-Funktionen auf der Basis von affinen Facettenfunktionen nach KIENDL und RÜGER (Ausnutzung spezieller Kennfeldstrukturen bei der Verwendung des Produkts als UND-Operator und der Summe als ODER-Operator) [92, 94, 153, 154],
- das Cell-to-Cell-Mapping [44, 45, 83],
- die Hyperstabilitätstheorie [19-23, 139-142] und
- die Untersuchung von stabilen Abbildungsvorschriften für Fuzzy-Mengen bei der Inferenz mit interpolierenden Regeln nach KREBS und SCHÄFERS [159].

Aus der Überlegung heraus, daß sich für Fuzzy-Regler auch ein unscharfer Stabilitätsbegriff anbietet, wurde seit 1995 gemeinsam von BANDEMER, BRETTHAUER, HARTMANN und MIKUT eine neue Stabilitätsdefinition entwickelt [9, 10, 33, 73, 74, 123, 125]. Allerdings wird in [9, 10, 73, 74] noch kein praktisch anwendbares Nachweisverfahren angegeben.

Ein anderes Konzept wird mit der 1984 von DE GLAS [46] vorgeschlagenen  $\alpha$ -Stabilität für Fuzzy-Systeme verfolgt. Dort wird untersucht, wie sich die Unschärfe der Systembeschreibung auf die Stabilitätsbeurteilung auswirkt, wobei wie bei Robustheitsuntersuchungen die Stabilität einer ganzen Familie von Systemen gefordert wird. Dadurch ergeben sich im Vergleich zu einer klassischen Stabilitätsanalyse sogar härtere Anforderungen an das Systemverhalten. Die 1997 vorgestellten Erweiterungen von MARIN und TITLI [117] gehen zwar in Richtung eines unscharfen Stabilitätsbegriffes, schränken aber die Klasse der als stabil beurteilten Systeme eben-falls stark ein.

## 1.2.5 Offene Probleme

Zusammenfassend bleiben für den Einsatz von Fuzzy-Reglern folgende offene Probleme, die eine Stabilitätsanalyse erschweren:

1. Stabilitätseinschätzung und -verfahren:

Die Ergebnisse der Stabilitätseinschätzung durch einen Prozeßbediener und durch eine theoretische Stabilitätsanalyse stimmen nicht überein. Der Prozeßbediener entscheidet auf der Basis einer komplexen Einschätzung des Prozeßverhaltens, wobei er Prozeßdaten und Modellvorstellungen einbezieht. Hingegen wird bei einer theoretischen Stabilitätsanalyse unter Verwendung vereinfachter Modellvorstellungen des Systems eine scharfe Entscheidung getroffen.

Alle Verfahren zum Stabilitätsnachweis von Regelkreisen mit Fuzzy-Reglern erfordern einen hohen mathematischen Aufwand und sind auf einfache Systeme beschränkt. Die dazu anwendbaren Verfahren der nichtlinearen Regelungstheorie stehen zudem im Widerspruch zum regelbasierten Entwurf bei Fuzzy-Reglern. 2. Modellbasiertes Vorgehen zur Stabilitätsüberwachung:

Ein Prozeßbediener ist durch die Überwachung und Modifikation seines Regelungsverhaltens in der Lage, ein stabiles Prozeßverhalten zu erzielen. Entscheidend ist hier ein modellbasiertes Vorgehen, wodurch unerwartete Reaktionen des Prozesses auf Stelleingriffe erkannt werden können. Diese modellbasierten Strategien werden in einem Fuzzy-Regler aber nur selten implementiert, weil sie kaum systematisch erfaßbar sind und Informationen über Störungen, Stellgrößenverläufe und tolerierbares Verhalten einbeziehen.

3. Praktische Anwendungen:

Aufgrund der genannten Probleme gelingt es nur in wenigen praktischen Fällen, eine Stabilitätsuntersuchung für Regelkreise mit Fuzzy-Reglern vorzunehmen. Damit ist die praktische Akzeptanz von Fuzzy-Reglern für sicherheitsrelevante Anwendungen reduziert.

# 1.3 Ziele der Arbeit

Zur Überwindung der Schwierigkeiten bei der Stabilitätsanalyse bietet sich neben einer rechnergestützten Implementierung der vorhandenen Stabilitätsverfahren (z.B. Programmpaket STABFUZ [121, 122]) die Erarbeitung von Näherungsverfahren an.

Dazu wird das prinzipielle Vorgehen eines Prozeßbedieners auf die automatische Überwachung unvollständig modellierter komplexer Systeme übertragen. Im Ergebnis wird ein Verfahren zur on-line Stabilitätsüberwachung entwickelt, das alle verfügbaren Informationen über die Regelstrecke (Meßgrößen, Modelle, Beschreibung des Sollverhaltens und tolerierbare Abweichungen) auswertet.

Die Ziele dieser Arbeit bestehen darin, zur Lösung der obengenannten Probleme

- eine an die realen Prozeßbedingungen angepaßte neue Stabilitätsdefinition zu formulieren und ein neues Verfahren zur Stabilitätsanalyse auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen vorzustellen, das speziell auf die Anforderungen von Fuzzy-Systemen zugeschnitten ist (Kapitel 2),
- 2. ein Konzept für eine modellbasierte Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene zu entwickeln, das sich auf die neue Stabilitätsdefinition und auf die unscharfen Ljapunov-Funktionen stützt (Kapitel 3) und
- 3. anhand von praktischen Anwendungen die Leistungsfähigkeit dieser Konzepte zu zeigen (Kapitel 4).

Zur Umsetzung dieser Ziele sind die folgenden Teilaufgaben zu lösen:

1. Stabilitätseinschätzung und -verfahren:

Die Stabilitätseinschätzung baut auf der Stabilitätsdefinition nach Ljapunov und auf Ljapunov-Funktionen auf (Abschnitt 2.1, Anhang B). Im Ergebnis einer Analyse dieser Definition wird eine am menschlichen Vorgehen orientierte Stabilitätsdefinition vorgeschlagen, die technologische

Einschätzungen berücksichtigt sowie graduelle Abstufungen zwischen den Extremfällen (vollständig) stabil und instabil gestattet (Abschnitt 2.2).

Aufbauend auf einer linguistischen Interpretation von Ljapunov-Funktionen werden mit Hilfe der Fuzzy-Logik Modifikationen entwickelt, die zu einem neuen Verfahren mit der Bezeichnung unscharfe Ljapunov-Funktionen führen. Ziel der Modifikationen ist die Anpassung an praktische Einschränkungen (z.B. nicht meßbare Zustandsgrößen) und an Einschätzungen eines Prozeßbedieners. Dieses Konzept wurde in [16] erstmalig vorgestellt und in [33, 123-127] schrittweise weiterentwickelt und auf verschiedene Systeme angewendet (Abschnitt 2.3).

Ausgangspunkt der unscharfen Ljapunov-Funktion ist eine Bewertungsfunktion, die Informationen über den Sollzustand (Führungsgrößen) und verfügbare Informationen über den Istzustand (Ausgangsgrößen und daraus ermittelbare Größen) umfaßt (Abschnitt 2.4). Diese Bewertungsfunktion ist für die Untersuchung von gestörten Vorgängen und bei Änderungen des Sollverhaltens zu modifizieren, wobei scharfe oder unscharfe Beschreibungen der Störgröße zu berücksichtigen sind (Abschnitt 2.5). Um das Konzept an die Einschätzungen des Prozeßbedieners anzupassen, werden ein Trend zur Beschreibung von zeitlichen Änderungen (Abschnitt 2.6) und ein Regelwerk zur Stabilitätseinschätzung eingeführt (Abschnitt 2.7).

## 2. Modellbasiertes Vorgehen zur Stabilitätsüberwachung:

Unter Verwendung eines Modells der Regelstrecke, des neuen Stabilitätsverfahrens und einer Adaptionsebene wird eine übergeordnete Reglerebene für die modellbasierte on-line Überwachung und Adaption eingesetzt (Abschnitt 3.1). In der Adaptionsebene sind Entscheidungen über notwendige Modifikationen der Regelungsstrategie bzw. den Wechsel zu einem Sicherheitsmodus zu treffen (Abschnitt 3.2). Da der Entwurf in starkem Maße von unterschiedlichen System-klassen abhängt (z.B. Ein- oder Mehrgrößensystem, Typ des Modells), sind prozeßspezifische Auswirkungen auf die übergeordnete Reglerebene zu untersuchen (Abschnitt 3.3) und Hinweise zur Parametrierung der einzelnen Komponenten zu geben (Abschnitt 3.4). Außerdem sind die beschriebenen Algorithmen rechentechnisch zu implementieren (Abschnitt 3.5).

## 3. Praktische Anwendungen:

Anhand von drei praktischen Anwendungen Durchflußregelstrecke (Abschnitt 4.2), Druck-Füllstands-Regelstrecke (Abschnitt 4.3) und Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen (Abschnitt 4.4) soll gezeigt werden, daß der Einsatz von Überwachungs- und Adaptionsebenen zur Erkennung von Stabilitätsproblemen geeignet ist.

Neben den Kapiteln zu den oben beschriebenen Zielen ergänzen eine Zusammenfassung (Kapitel 5) sowie Anhänge zu Fuzzy-Reglern (Anhang A), wichtigen Stabilitätsbegriffen (Anhang B) und Stabilitätsverfahren für Fuzzy-Systeme (Anhang C) die Arbeit.

# 2 Unscharfe Ljapunov-Funktionen

## 2.1 Stabilität im Sinne von Ljapunov

Als Ausgangspunkt zur Entwicklung eines unscharfen Stabilitätsbegriffes werden zunächst klassische Stabilitätsbegriffe diskutiert ([38, 58], Anhang B). Generell werden dabei Klassen von Signalverläufen gebildet und entweder der Prozeßsituation "stabil" oder der Prozeßsituation "instabil" zugeordnet. Damit existiert keine Möglichkeit, Werte zwischen diesen Fällen auszudrücken, wie das ein Prozeßbediener bei der umgangssprachlichen Interpretation von stabil und instabil kann. Während im linearen Fall bei dieser Zuordnung ein einheitlicher Begriff existiert, wurden für den nichtlinearen Fall unterschiedliche Begriffe eingeführt, die anhand der Systemstruktur in Bild 2.1 diskutiert werden.



Bild 2.1: Betrachtete Systemstruktur für Stabilitätsuntersuchungen

Die dargestellte Struktur des Systems *S* bezieht sich in Abhängigkeit von der jeweiligen Grenzziehung des Systems entweder auf die Regelstrecke oder den geschlossenen Regelkreis. Die zeitliche Änderung des Zustandes

$$\frac{\dot{x}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{\mathscr{X}}(\underline{x}(t), t)}{y(t) = g(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{z}(t)}$$
(2.1)

hängt dabei durch die Abbildung <u>f</u> nichtlinear vom Zustand <u>x</u>(t) selbst, der äußeren Erregung <u>u</u>(t) und einer additiven Störung  $\underline{\mathscr{Q}}(t)$  ab, die auf die Zustandsgrößen einwirkt. Wenn diese Störung noch von der Zustandsgröße abhängt (z.B. bei der Untersuchung von Modellfehlern), können mit dieser Struktur auch komplizierte Probleme behandelt werden. Häufig erfolgen aber Einschränkungen (z.B. Zeitinvarianz der Funktion <u>f</u> und Unabhängigkeit der Störung <u> $\mathscr{Q}(t)$ </u> von den Zustandsgrößen).

Die Ausgangsgröße des Systems  $\underline{y}(t)$  ergibt sich aus einer nichtlinearen Abbildung  $\underline{g}$  als Funktion von Zustand und äußerer Erregung. Additive Störungen  $\underline{z}(t)$  am Systemausgang beeinflussen das Stabilitätsverhalten nicht und müssen hier nicht mit betrachtet werden. Wenn im zeitinvarianten Fall die äußere Erregung und die Störungen Null sind, handelt es sich um ein autonomes System.

Die meisten Begriffe kommen aus der Stabilitätstheorie nach Ljapunov. Der Begriff direkte Methode faßt die Verfahren zusammen, die bei der Beurteilung des Stabilitätsverhaltens ohne die Lösung der Zustandsgleichungen des Systems auskommen. In Bild 2.2 sind die zu beurteilenden Situationen gegenübergestellt. Dabei gelten stets folgende Aussagen:

Die Stabilität der Bewegung untersucht das Systemverhalten bezüglich einer Referenztrajektorie  $\underline{x}^{\mathcal{R}}(t)$  (einer Lösung der Differentialgleichung), die die Systemreaktion auf die zugehörige äußere Erregung  $u^{\mathcal{R}}(t)$  beschreibt.

Die Stabilität der Bewegung kann auf eine Untersuchung der Stabilität der Ruhelage zurückgeführt werden, wenn ein transformiertes System (nach [135]) betrachtet wird:

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \underline{\widetilde{\mathbf{x}}}(t) + \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}(t) 
\underline{\dot{\widetilde{\mathbf{x}}}}(t) = \underline{\dot{\mathbf{x}}}(t) - \underline{\dot{\mathbf{x}}}^{\mathcal{R}}(t) 
= \underline{\mathbf{f}}\left(\underline{\mathbf{x}}(t), \underline{\mathbf{u}}^{\mathcal{R}}(t)\right) - \underline{\mathbf{f}}\left(\underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}(t), \underline{\mathbf{u}}^{\mathcal{R}}(t)\right) 
= \underline{\mathbf{f}}\left(\underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}(t) + \underline{\widetilde{\mathbf{x}}}(t), \underline{\mathbf{u}}^{\mathcal{R}}(t)\right) - \underline{\mathbf{f}}\left(\underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}(t), \underline{\mathbf{u}}^{\mathcal{R}}(t)\right) 
= \underline{\widetilde{\mathbf{f}}}\left(\underline{\widetilde{\mathbf{x}}}(t), t\right).$$
(2.2)

Bei den meisten nichtlinearen Systemen ist das Superpositionsprinzip für die additive Überlagerung von äußerer Erregung und Eigenvorgängen nicht gültig [38]. Damit sind die Parameter des transformierten Systems zeitvariant und hängen von der Erregung ab [135], auch wenn das ursprüngliche System zeitinvariant ist.

Bei allen Stabilitätsaussagen ist die Angabe über das *Einzugsgebiet*  $\mathscr{H}$  notwendig, für das die getroffene Aussage gilt. Wenn das Einzugsgebiet  $\mathscr{H}$  den gesamten Zustandsraum umfaßt, wird von globaler Stabilität ("Stabilität im Ganzen", "Stabilität im Großen") gesprochen.

Die Stabilität einer Ruhelage stellt einen Sonderfall der Stabilität der Bewegung mit konstanten äußeren Einflußgrößen dar, wodurch keine zusätzliche Zeitvarianz im untersuchten System entsteht. Dabei muß das Einzugsgebiet  $\mathscr{H}$  nicht explizit bekannt sein, besteht aber zumindest aus einer kleinen Umgebung um diese Ruhelage (lokal stabil). Ist das Einzugsgebiet  $\mathscr{H}$  explizit angebbar, wird die Bezeichnung regional stabil gewählt [104].

Die asymptotische Stabilität stellt stets einen Sonderfall der Aussage Stabilität dar, bei der die Ruhelage oder Trajektorie immer erreicht wird.

Die Stabilität bei Dauerstörungen bezieht sich auf den Fall, daß trotz des Auftretens von (beschränkten) Störungen ein zum ungestörten Verhalten hinreichend ähnliches Verhalten auftritt.

Die *Stabilität linearer Systeme* stellt einen Sonderfall der Stabilität nichtlinearer Systeme dar. Alle Aussagen, die lokal gelten, können bei linearen zeitinvarianten Systemen sofort auf globale Aussagen übertragen werden. Nach der Linearisierung eines nichtlinearen Systems kann das so entstehende System zwar mit den Methoden für lineare Systeme untersucht werden, die Aussagen gelten aber nur lokal für eine kleine Umgebung um die Ruhelage oder Trajektorie, um die linearisiert wurde (Stabilität nach der ersten Näherung).

Eine Übersicht über Stabilitätsdefinitionen wird im Anhang B gegeben. An dieser Stelle soll nur die Stabilität der Ruhelage eingeführt werden, wobei bei zeitinvarianten Systemen die expliziten Abhängigkeiten von  $t_0$  bei  $\delta$  und Gl. (2.4) entfallen:

**Definition 2.1**: Eine Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  des dynamischen Systems in Gl. (2.1) mit  $\underline{u} = \underline{0}$  und  $\underline{\mathscr{Q}}(t) = \underline{0}$ heißt stabil im Sinne von Ljapunov, wenn für jedes  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta(\varepsilon, t_0) > 0$  existiert, wonach für jeden Anfangszustand  $\underline{x}$  (t<sub>0</sub>) mit

$$\left\|\underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_{0}) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}\right\| \leq \delta(\varepsilon, \mathbf{t}_{0})$$
(2.3)

der Zustandspunkt  $\underline{\mathbf{x}}(t)$  für alle  $t > t_0$  genügend nahe  $\underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}$  liegt:

$$\left\|\underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t},\underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_0),\mathbf{t}_0) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}\right\| \le \varepsilon.$$
(2.4)



Bild 2.2: Übersicht über Stabilitätsbegriffe

Hieraus ergibt sich die Konsequenz, daß das System beliebig kleine  $\varepsilon$ -Abweichungen von der Ruhelage garantiert, solange nur der Bereich der Anfangswerte  $\delta(\varepsilon, t_0)$  (Maß für den Untersuchungsbereich  $\mathscr{H}$ ) hinreichend klein ist (Bild 2.3).

Der Stabilitätsnachweis mit der direkten Methode von Ljapunov verwendet die Definition 2.1.

Dabei wird eine stetige und differenzierbare (kann unter bestimmten Randbedingungen aufgehoben werden) Funktion  $L(\underline{x}(t))$  eingeführt, die für ein zeitinvariantes System S mit der Ruhelage  $x^{\mathcal{R}} = 0$  folgende Eigenschaften aufweist:

$$L(\underline{\mathbf{x}}(t)) \begin{cases} = 0 \quad \text{für} \quad \underline{\mathbf{x}}(t) = \underline{0} \\ > 0 \quad \text{für} \quad \underline{\mathbf{x}}(t) \neq \underline{0}. \end{cases}$$
(2.5)

Das System ist im Untersuchungsgebiet *H* stabil, wenn

$$\dot{\mathbf{L}}(\underline{\mathbf{x}}(t)) \begin{cases} <0 \text{ für alle } \underline{\mathbf{x}} \in \mathcal{H}; \underline{\mathbf{x}}(t) \neq \underline{\mathbf{0}} \\ =0 \text{ für } \underline{\mathbf{x}}(t) = \underline{\mathbf{0}} \end{cases}$$
(2.6)

gilt. Eine solche Funktion L, die für das durch Gl. (2.1) beschriebene System die Bedingung (2.6) erfüllt, heißt Ljapunov-Funktion eines Systems  $\boldsymbol{S}$ .



**Bild 2.3:** Stabilität einer Ruhelage ( $\delta$ - $\epsilon$ -Stabilität)

Die Betrachtungsweise nach den Gln. (2.5) und (2.6) ist bedeutend drastischer als die ursprüngliche Definition 2.1, z.B. wird hier die Art der Umgebung festgesetzt und implizit  $\varepsilon = \delta$  gefordert. Die praktischen Schwierigkeiten liegen dabei

- in einer passenden Wahl von L, wofür eine Reihe verschiedener Vorschläge existiert, und
- im Nachweis, daß die Bedingung (2.6) gilt.

Einige weitere Verfahren, wie das Verfahren nach POPOV und die Hyperstabilitätstheorie, lassen sich auf spezielle Ljapunov-Funktionen zurückführen [68, 140].

Ähnlich ist das Vorgehen bei der Analyse zeitdiskreter Systeme

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{f}} (\underline{\mathbf{x}}_k, \underline{\mathbf{u}}_k, \mathbf{k}) + \underline{\mathscr{X}} (\underline{\mathbf{x}}_k, \mathbf{k})$$
  
$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g} (\underline{\mathbf{x}}_k, \underline{\mathbf{u}}_k, \mathbf{k}) + \underline{\mathbf{z}}_k.$$
 (2.7)

Für die Stabilitätsuntersuchung werden häufig Einschränkungen gefordert (keine Störungen, Funktionen  $\underline{f}$  und  $\underline{g}$  zeitinvariant).

Es wird eine stetige Funktion  $L(\underline{x}_k)$  gesucht, die die Bedingungen in Gl. (2.5) und

$$\lim_{\|\underline{x}\| \to \infty} L(\underline{x}_k) = \infty$$
(2.8)

erfüllt [171]. Das zeitinvariante System ist im Untersuchungsgebiet H stabil, wenn

$$\Delta L_{k}(\underline{x}_{k}) = L(\underline{x}_{k+1}) - L(\underline{x}_{k}) \begin{cases} <0 & \text{für } \underline{x}_{k} \in \mathscr{H} \text{ und } \underline{x}_{k} \neq \underline{0} \\ =0 & \text{für } \underline{x}_{k} = \underline{0} \end{cases}$$
(2.9)

gilt. Eine solche Funktion L, die für das durch Gl. (2.7) beschriebene System die Bedingung (2.9) erfüllt, heißt Ljapunov-Funktion eines Systems S.

Der Stabilitätsbegriff nach Ljapunov stellt im Vergleich zur menschlichen Stabilitätsbeurteilung härtere Forderungen an das Systemverhalten. Diese Feststellung betrifft insbesondere das Konzept der  $\delta$ - $\epsilon$ -Stabilität, weil einige Fälle vom Menschen als stabil eingeschätzt werden, die aber nicht unter den Ljapunovschen Begriff fallen. Solche Differenzen sind die Motivation für Stabilitätsbegriffe, die weniger strenge Forderungen an das Systemverhalten stellen.

Beispielsweise kann es in einem geschlossenen Regelkreis bei Stellquantisierungen zu Schwingungen um die Ruhelage kommen. Bei einem Fahrzeug, das innerhalb einer Fahrspur zu führen ist, wird im ungestörten Betrieb bei Abweichungen von 5 cm von der Mitte der Fahrspur die geforderte Führungsgröße nicht eingehalten. Dieser Fall ist nicht  $\delta$ - $\epsilon$ -stabil, weil es nicht für *jedes* beliebig kleine  $\epsilon$  (im Bereich der Schwingungsamplitude) ein zugehöriges  $\delta > 0$  gibt. Dennoch ist die Situation normalerweise tolerierbar, weil die so entstehenden Schwingungen gegenüber äußeren Störungen vernachlässigbar sind.

Das führte zur Erweiterung der Betrachtungsweise in Definition 2.1 durch HAHN [71, 72], der den Begriff der praktischen Stabilität einführte, und durch LUNZE [112], der die Stabilität amplitudendiskreter und qualitativ modellierter Systeme betrachtet (siehe Anhang B). Beide Definitionen heben die strenge  $\delta$ - $\epsilon$ -Betrachtung auf, behalten aber die scharfe Entscheidung zwischen Stabilität und Instabilität bei.

Von praktischem Interesse ist weiterhin die Frage, welches Verhalten ein System bei beschränkten äußeren Einflußgrößen (Führungsgröße, Störungen) aufweist:

**Definition 2.2:** Ein System nach Gl. (2.1) heißt **BIBO** (bounded input bounded output) - stabil, wenn es auf beschränkte Eingangsgrößen  $\underline{u}(t)$  mit beschränkten Ausgangsgrößen  $\underline{y}(t)$  reagiert.

# 2.2 Unscharfer Stabilitätsbegriff

Das Ziel der im folgenden vorgestellten Stabilitätsdefinition besteht darin, Systemwissen und die technologischen Auswirkungen der auftretenden Signale direkt in die Stabilitätsdefinition einzubeziehen. Die Grundphilosophie der Ljapunov-Theorie soll beibehalten werden, aber in Fortführung der Definitionen von HAHN und LUNZE wird die Schärfe ihrer Schlußfolgerungen weiter aufgeweicht.

Aus technologischer Sicht auf die Prozeßsicherheit wird bei Prozeßgrößen zwischen

- Gutbereich (die Anlage nimmt keinen über die vorhergesehene Abnutzung hinausgehenden Schaden und die Güte und Menge der Produkte entsprechen den Vorgaben),
- zulässigem Fehlbereich (die Anlage nimmt keinen über die vorhergesehene Abnutzung hinausgehenden Schaden und die Güte und Menge der Produkte liegen in einem erweiterten Toleranzbereich) und
- unzulässigem Fehlbereich (die Anlage kann größeren Schaden nehmen und die Güte und Menge der Produkte entsprechen nicht mehr den Vorgaben)

unterschieden (Bild 2.4) [98, 136, 145, 188].



**Bild 2.4:** Klassifikation von Prozeßgrößen aus Sicht der Prozeßsicherheit nach KÖNIG [98] und POLKE [145]

Tolerierbar sind dabei alle Verläufe der Ausgangsgrößen eines Prozesses, die im Gutbereich liegen. Werte im zulässigen Fehlbereich sind nur dann tolerierbar, wenn der Regler nach einer Störung oder bei einer Veränderung der Sollwerte die Prozeßgrößen wieder in Richtung des Gutbereichs verändert. Bei nicht tolerierbaren Ausgangsgrößen ist noch zwischen gefährlichen Größen, die im unzulässigen Fehlbereich liegen, und ungefährlichen Größen im zulässigen Fehlbereich zu unterscheiden.

Der Begriff Gefahr bezeichnet dabei laut [48, 136, 145] eine Situation, bei der das Risiko größer als das Grenzrisiko ist. Im Gegensatz dazu beschreibt die Einschätzung Sicherheit eine Situation, bei der das Risiko kleiner als das Grenzrisiko ist (Bild 2.5).



**Bild 2.5:** Begriffe Sicherheit, Gefahr und Grenzrisiko [48, 145]

Unter Risiko wird dabei eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit und das Ausmaß eines Schadens verstanden. Das Grenzrisiko ist das größte noch vertretbare Risiko.

Die Klassifikation in Gutbereich und Fehlbereich hängt ebenso wie die Einschätzung tolerierbar von den konkreten technischen Randbedingungen ab, die sich u.U. ständig ändern können. Folglich kommt es für eine technische Anwendung darauf an, einen geeigneten Bewertungsmaßstab für tolerierbare Ausgangsgrößen zur Verfügung zu stellen.

Die Begriffsbildung tolerierbare Ausgangsgrößen verschärft die Definition der BIBO-Stabilität [32], die für beschränkte Eingangsgrößen nur beschränkte Ausgangsgrößen fordert. Bei der technischen Anwendung sind ohnehin nur beschränkte Ausgangsgrößen als tolerierbar anzusehen, während unbeschränkte Ausgangsgrößen in jedem Fall nicht tolerierbar sind.

Am Beispiel des Fahrzeuges ist eine Spurführung, die das Auto zwei Meter auf dem unbefestigten Randstreifen und unmittelbar am Straßengraben fahren läßt, zwar bezüglich der Abweichung von der Idealspur beschränkt, aber nicht tolerierbar. Wenn das Fahrzeug immer in Schlangenlinien zwischen der Mittellinie und der Außensperrlinie hin- und herpendelt, ist die Situation zwar nicht tolerierbar, aber noch nicht unbedingt gefährlich.

Anders ist die Situation, wenn das Fahrzeug auf den Randstreifen geraten ist. Nach dieser gefährlichen Situation ist es entscheidend, das Fahrzeug wieder in eine sichere Situation zu bringen (Geschwindigkeit reduzieren, Ausbrechen verhindern, Halten und Schäden überprüfen) und nicht sofort wieder zur alten Führungsgrößenvorgabe (z.B. Geschwindigkeit 100 km/h, Mitte der Fahrspur) überzugehen.

Ebenso interessant ist eine potentielle Ursache von Abweichungen. Wenn nach einem plötzlichen Windstoß von der Mitte der Fahrspur abgewichen wird, ist diese Situation weniger beunruhigend, als wenn keine Ursache erkennbar ist.

Die Begriffe tolerierbar und gefährlich sind zudem in unterschiedlichem Grad erfüllt, z.B. ist es in jedem Fall gefährlich, auf der Gegenfahrbahn zu fahren, etwas weniger gefährlich, die Mittellinie um 5 cm zu überschreiten usw. Mit dieser Betrachtungsweise ist die Konsequenz verbunden, die scharfe Zuordnung einer Situation zu den Klassen stabil und instabil aufzugeben und anstatt dieser scharfen Entscheidung einen Stabilitätsgrad zwischen Null und Eins einzuführen.

Aus dieser Diskussion folgt eine neue Stabilitätsdefinition, die seit 1995 gemeinsam von BANDE-MER, BRETTHAUER, HARTMANN und MIKUT entwickelt wurde [9, 10, 33, 73, 74, 123, 125]:

**Definition 2.3**: Ein geschlossener Regelkreis heißt stabil, wenn die Regelung für beschränkte äußere und innere Einflußgrößen (Störungen) tolerierbare Ausgangsgrößen garantiert.

Dieser Begriff unterscheidet sich wesentlich von klassischen Stabilitätsbegriffen, weil er

- die technischen Auswirkungen instabiler oder schwer entscheidbarer Situationen mit betrachtet,
- durch seine unscharfe Formulierung einen mathematischen Stabilitätsbeweis erschwert,
- den Versuch unternimmt, Stabilität nicht nur für ein Modell, sondern auch für das reale System zu überprüfen und

• in stärkerem Maß als andere Definitionen auch die Auswirkungen erzwungener Vorgänge untersucht.

Die Unschärfe des Stabilitätsbegriffes erscheint vertretbar, weil ohnehin durch die unvermeidlichen Modellierungsfehler jede Stabilitätsaussage für ein System mit einer Unsicherheit erfolgt und bestenfalls die Stabilität für ein Modell beweisbar ist.

Einen wesentlichen Unterschied zur Ljapunovschen Betrachtung stellt die Stabilitätsdefinition über Ausgangsgrößen dar, wobei hier unter Ausgangsgrößen meßbare oder aus meßbaren Größen direkt ermittelbare Größen verstanden werden. Dabei ist es vom Aufwand der Instrumentierung bzw. der Auswertungsmethoden abhängig, inwieweit über eine direkte Messung oder über eine Beobachterstruktur alle wesentlichen Zustandsgrößen erfaßt werden. Implizit enthält diese Betrachtungsweise die Forderung nach einer Beobachtbarkeit der Zustandsgrößen, damit aus den Signalverläufen der Ausgangsgrößen mögliche Gefahrensituationen der Zustandsgrößen erkennbar sind [59].

Eine mathematische Formulierung eines unscharfen Stabilitätsbegriffes geben BANDEMER und HARTMANN [9, 10, 73, 74]:

**Definition 2.4:** Ein Prozeß f(.) heißt stabil im Toleranzraum  $\mathcal{F}_{Tol}(t)$  des zulässigen Zustandsraumes  $\mathcal{F}_Z(t)$ , wenn für ein hinreichend kleines  $\Delta t$ , für alle  $t \in T$  und für alle  $f(t) \in \text{supp } \mathcal{F}_{Tol}(t)$ 

$$\mu_{\mathscr{F}(t+\Delta t)}(\mathbf{y}) \le \mu_{\mathscr{F}(t-1)}(\mathbf{y}) \quad \forall \mathbf{y} \in \mathscr{F}$$

$$(2.10)$$

gilt, wobei  $\mathscr{F}(t + \Delta t)$  der Fuzzy-Zustand zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  ist, der aus f(t) resultiert, und  $\mu_{\widetilde{T}Tol,1(t)}$  der Support der Zugehörigkeitsfunktion des Toleranzraums ist ( $\alpha$ -cut mit  $\alpha = 1$ ).

Der Support-Operator (supp) gibt dabei den Bereich an, in dem eine Fuzzy-Menge Zugehörigkeitswerte größer als Null aufweist. In dieser Betrachtungsweise ist der zulässige Toleranzraum so zu wählen, daß stets die Anforderung nach tolerierbaren Prozeßzuständen erfüllt ist.

Diese Definition erlaubt die Einbeziehung von Störungen in den Prozeß f(.) sowie eine unscharfe Definition des Toleranzraumes (Zustandsraum mit tolerierbaren Werten) und der Fuzzy-Menge des nachfolgenden Prozeßzustandes. Bei Erfüllung von Gl. (2.10) liegt die Zugehörigkeitsfunktion der Fuzzy-Menge des nächsten Prozeßzustandes vollständig innerhalb der Fuzzy-Menge des Toleranzraumes (Bild 2.6).

Graduelle Stabilität mit einem Stabilitätsgrad  $\alpha$  ergibt sich dann, wenn die Fuzzy-Menge  $\mathscr{F}(t + \Delta t)$  nicht mehr vollständig im Toleranzraum liegt, sondern nur noch vollständig in einem  $\alpha$ -cut des Toleranzraumes (alle Werte mit  $\mu_{\mathscr{F}Tol}(t) \ge \alpha$ ).

Die Definition ist allerdings nur dazu geeignet, für einen vorgegebenen Toleranzraum die Stabilität zu überprüfen. Sie gibt keine Hinweise auf eine prozeßspezifische Generierung des Toleranzraumes in Abhängigkeit von Störungen, Änderungen der Sollwerte usw.



**Bild 2.6:** Unscharfer Stabilitätsbegriff nach BANDEMER und HARTMANN mit einem vollständig stabilen ( $\alpha = 1$ ) und einem graduell stabilen Bereich ( $\alpha = 0.5$ )

## 2.3 Einsatz von Ljapunov-Funktionen als Bewertungsmaß

#### 2.3.1 Linguistische Interpretation

Für den eingeführten unscharfen Stabilitätsbegriff wird nun eine Bewertungsstrategie gesucht, die zur Beurteilung tolerierbarer Ausgangsgrößen dient. Dazu ist zunächst ein Gütemaß für die aktuelle Prozeßsituation notwendig. Dieses Maß soll einen um so kleineren Wert liefern, je näher der aktuelle Prozeßzustand am gewünschten Zustand ist.

Bei der Analyse klassischer Stabilitätsbegriffe und -verfahren fällt auf, daß die Ljapunov-Funktion auf einer ähnlichen Schlußfolgerungsweise beruht und die folgende linguistische Interpretation ermöglicht:

- Eine Ljapunov-Funktion bildet einen n-dimensionalen Prozeßzustand eines Systems mit einer oder mehreren Ein- und Ausgangsgrößen in einen skalaren Wert ab. Damit erfolgt eine Informationsreduktion. Diese Abbildung enthält implizit eine Bewertung der Bedeutung verschiedener Zustände. Der Wert der Ljapunov-Funktion in einem bestimmten Prozeßzustand ist als Abstand zur Sollsituation interpretierbar.
- Die Stabilität eines Systems wird mit Ljapunov-Funktionen in der Weise nachgewiesen, daß der Wert dieser Funktion entweder Null ist oder zeitlich abnimmt (Ableitung der Ljapunov-Funktion nach der Zeit ist negativ). Diese Regeln lassen sich auch linguistisch darstellen:

WENN Wert der Ljapunov-Funktion NULL DANN System STABIL

WENN zeitliche Ableitung der Ljapunov-Funktion NEGATIV DANN System STABIL.

3. Wenn für einen geschlossenen Regelkreis eine Ljapunov-Funktion in einer analytischen Untersuchung gefunden wird, kann sie auch bei einer on-line Überwachung des ungestörten Systems mit konstanter äußerer Erregung verwendet werden. Bei Übereinstimmung zwischen Modell des Regelkreises und realem Regelkreis ist ihr Wert entweder Null oder ihre Ableitung negativ.

Mit diesen Eigenschaften bieten sich Ljapunov-Funktionen als Werkzeug für die Prozeßüberwachung und als das gesuchte Gütemaß für das Prozeßverhalten an.

## 2.3.2 Probleme beim praktischen Einsatz

Wenn die im vorhergehenden Unterabschnitt vorgestellte Grundstrategie der Ljapunov-Funktionen für die on-line Überwachung von Regelkreisen auf reale Prozesse angewendet werden soll, ergeben sich einige Probleme. Die wichtigsten davon sind in Bild 2.7 dargestellt und sollen im folgenden erläutert werden.



Bild 2.7: Praktische Probleme für eine Bewertungsfunktion

 Im allgemeinen sind nicht alle Prozeßzustände on-line meßbar oder beobachtbar. Für den Prozeßbediener ist aber die in den Ausgangsgrößen enthaltene Information zur Einschätzung der Prozeßsituation ausreichend.

Deshalb werden im folgenden die Ausgangsgrößen und daraus ermittelbare Größen dazu verwendet, anstelle einer Ljapunov-Funktion auf der Basis des vollständigen Zustandsvektors eine Bewertungsfunktion auf der Basis der Ausgangsgrößen zu definieren. Dieser Vorgang erlaubt eine Interpretation als (heuristische) Zustandsreduktion bei der Verwendung einer geringeren Dimension des Definitionsbereiches der Bewertungsfunktion bzw. als Zustandstransformation bei Verwendung der gleichen Dimension wie der des Zustandsraumes (Abschnitt 2.4).

2. Die freien und erzwungenen Vorgänge sind zu separieren, da die Betrachtungsweise von Ljapunov auf der Beurteilung freier (autonomer) Vorgänge beruht. Anderenfalls werden Änderungen von Störgrößen und Sollwerten als eine Verschlechterung der Güte bewertet
(siehe Effekt (A) in Bild 2.7). Das Konzept zur Behandlung dieser Situationen ist in Abschnitt 2.5 dargestellt und liefert im Ergebnis eine korrigierte Bewertungsfunktion.

- 3. Bei der Bewertung des Systemverhaltens ist nicht eine kurzzeitige Verschlechterung (Effekt B und C), sondern die längerfristige Entwicklung entscheidend. Anstelle der zeitlichen Ableitung der Ljapunov-Funktion wird deswegen ein Trend der korrigierten Bewertungsfunktion über einen bestimmten Zeitraum ausgewertet (Abschnitt 2.6).
- 4. Die Wahl einer geeigneten Ljapunov-Funktion f
  ür ein gegebenes System stellt ein schwieriges Problem dar, das bis heute nicht befriedigend gelöst ist. Zur Überwindung dieser Problematik bietet sich das Konzept unscharfer Operationen an, das die klassische Betrachtungsweise in die Definition von unscharfen Ljapunov-Funktionen und in eine unscharfe Auswertung überf
  ührt. Dadurch werden die Effekte (B)-(D) in Bild 2.7 behandelt und so weniger strenge Forderungen an die Ljapunov-Funktion gestellt.

Die Werte der korrigierten Bewertungsfunktion und ihres Trends werden fuzzifiziert und mit Hilfe eines Regelwerkes unscharf ausgewertet (Abschnitt 2.7). Im Ergebnis entsteht ein unscharfer Stabilitätsgrad, der auf das Intervall zwischen Null (instabil) und Eins (stabil) abgebildet wird, und die scharfe Stabilitäts- bzw. Instabilitätsentscheidung ersetzt. Die Werte der korrigierten Bewertungsfunktion und des Trends werden mit linguistischen Termen beschrieben, deren Zugehörigkeitsfunktionen in Abhängigkeit von einem beliebig definierbaren tolerierbaren Systemverhalten festzulegen sind.

Die Unterschiede dieser Betrachtungsweise zu Ljapunov-Funktionen sind in Tabelle 2.1 noch einmal zusammengefaßt. Die so entstehenden Funktionen werden als *unscharfe Ljapunov-Funktionen* bezeichnet und stellen ein Werkzeug zum Testen der Stabilität nach Definition 2.3 dar. Ein Beispiel für die Funktionsweise der diskutierten Methoden wird in Abschnitt 2.8 gegeben.

	4
Problem	Lösungsansatz
1. vollständiger Zustandsvektor nicht meßbar, kein Zustands- beobachter implementiert	Verwendung einer <i>Bewertungsfunktion</i> anstelle einer Lja- punov-Funktion, die statt des vollständigen Zustandsvek- tors die Ausgangsgrößen und daraus berechenbare Größen (z.B. zeitliche Ableitungen bzw. Differenzen) enthält
2. Überlagerung freier und er- zwungener Signale	Kompensation der Führungs- und Störgrößenänderungen in der Bewertungsfunktion $\rightarrow korrigierte Bewertungsfunktion$
3. Beurteilung von Entwick- lungstrends anstelle von Kurzzeiteffekten	Berechnung eines <i>Trends</i> der korrigierten Bewertungs- funktion anstelle der zeitlichen Ableitung
<ol> <li>komplizierte Anpassung der Ljapunov-Funktion an das System</li> </ol>	Fuzzy-Auswertung der Prozeßsituation und Abbildung der Begriffe wie "Bewertungsfunktion ist Null" als Zugehörig- keitsfunktionen

 Tabelle 2.1:
 Fuzzy-Modifikationen der Ljapunov-Funktion

## 2.4 Bewertungsfunktion

Zur Umsetzung der im vorhergehenden Abschnitt vorgestellten Strategie muß für den untersuchten geschlossenen Regelkreis mit Regler und Regelstrecke zunächst eine Bewertungsfunktion definiert werden, die nur verfügbare Größen einbezieht und ein Abstandsmaß zum Sollverhalten gibt. Die Betrachtung von Störungen <u>I</u> der Änderung der Zustandsgröße (siehe Gl. (2.1) und Bild 2.1) ist in den meisten Anwendungsfällen nicht sinnvoll, weil diese Störungen nur selten meßbar sind und auch nicht beobachtet werden. Folglich werden für eine on-line Überwachung alle Störungen als additive Störungen am Ausgang der Regelstrecke interpretiert. Weil in der rechentechnischen Realisierung von Fuzzy-Reglern ohnehin nur zeitdiskrete Größen auftreten, wird hier die Untersuchung auf zeitdiskrete Systeme beschränkt.

Das gestörte dynamische System S, das aus den Teilsystemen Regelstrecke (Bild 2.8) und Regler (Bild 2.9) besteht, und durch

$$\begin{aligned} x_{i,k+1}^{S} &= f_{i}^{S} \left( x_{1,k}^{S}, ..., x_{n,k}^{S}, u_{1,k}, ..., u_{p,k} \right), i = 1, ..., n, \text{ bzw. } \underline{x}_{k+1}^{S} = \underline{f}^{S} (\underline{x}_{k}^{S}, \underline{u}_{k}) \\ y_{j,k} &= g_{j}^{S} \left( x_{1,k}^{S}, ..., x_{n,k}^{S}, u_{1,k}, ..., u_{p,k} \right) + z_{j,k}, j = 1, ..., m, \text{ bzw. } \underline{y}_{k} = \underline{g}^{S} (\underline{x}_{k}^{S}, \underline{u}_{k}) + \underline{z}_{k} \\ x_{i,k+1}^{R} &= f_{i}^{R} (x_{i,k}^{R}, ..., x_{q,k}^{R}, w_{1,k}, ..., w_{m,k}, y_{1,k}, ..., y_{m,k}), i = 1, ..., q, \text{ bzw.} \\ \underline{x}_{k+1}^{R} &= \underline{f}^{R} (\underline{x}_{k}^{R}, \underline{w}_{k}, \underline{y}_{k}) \\ u_{j,k} &= g_{j}^{R} (x_{1,k}^{R}, ..., x_{q,k}^{R}, w_{1,k}, ..., w_{m,k}, y_{1,k}, ..., y_{m,k}), j = 1, ..., p, \text{ bzw.} \\ \underline{u}_{k} &= \underline{g}^{R} (\underline{x}_{k}^{R}, \underline{w}_{k}, \underline{y}_{k}) \end{aligned}$$

$$(2.11)$$

beschrieben ist, besitzt ein Sollverhalten der Ausgangsgrößen  $y_k = \underline{w}_k$ .

Dabei bezeichnen  $\underline{u}_k$  den Vektor der Stellgrößen,  $\underline{w}_k$  den Vektor der Führungsgrößen,  $\underline{x}_k^R$  den Zustandsvektor des Reglers,  $\underline{x}_k^S$  den Zustandsvektor der Regelstrecke,  $\underline{y}_k$  den Vektor der Regelgrößen und  $\underline{z}_k$  den Vektor der Störgrößen.



**Bild 2.8:** Struktur Teilsystem Regelstrecke



**Bild 2.9:** Struktur Teilsystem Regler

Die Bewertungsfunktion ist unter Beachtung der Systemstruktur und der Forderung nach verfügbaren Größen wie folgt definiert:

**Definition 2.5**: Eine im Untersuchungsgebiet  $\mathcal{H}$  definierte und stetige Funktion L mit den Funktionswerten  $L_k = (\underbrace{y}_k, \underbrace{w}_k)$ , die in Anlehnung an die Forderungen in Gl. (2.5) und Gl. (2.8)

$$L_{k}(\underline{y}_{k},\underline{w}_{k}) \begin{cases} = \underline{0} & \text{für } \underline{y}_{k} = \underline{w}_{k} \\ > \underline{0} & \text{für } \underline{y}_{k} \neq \underline{w}_{k} \end{cases}$$
(2.12)

$$\lim_{\|\underline{y}_{k}-\underline{w}_{k}\|\to\infty} L(\underline{y}_{k},\underline{w}_{k}) = \infty$$
(2.13)

#### erfüllt, wird als Bewertungsfunktion bezeichnet.

Ein Beispiel für eine solche Bewertungsfunktion ist die quadratische Form

$$L_{k} = \underline{\underline{e}}_{k}^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\underline{e}}_{k}$$
  
=  $(\underline{\underline{w}}_{k} - \underline{\underline{y}}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\underline{w}}_{k} - \underline{\underline{y}}_{k})$  (2.14)

mit der positiv definiten Matrix **P**, die einem typischen Ansatz für Ljapunov-Funktionen ähnelt. Dabei werden nur Führungs- und Regelgrößen verwendet, wobei eine Erweiterung um zusätzliche Regelgrößen möglich ist (z.B. zeitliche Änderung der Regelgröße). Diese Argumentation ist nur dann anwendbar, wenn in den Ausgangsgrößen Informationen über alle Zustandsgrößen enthalten sind (Beobachtbarkeit des Systems [59]), was aber bei vielen technischen Systemen der Fall ist.

Auf Stabilität kann entsprechend Gl. (2.9) geschlossen werden, wenn

$$L_{k+1} \begin{cases} < L_k \text{ für } L_k > 0 \\ = L_k \text{ für } L_k = 0 \end{cases}$$
(2.15)

gilt.

Diese Funktion ist sowohl für Eingrößen- als auch für Mehrgrößensysteme einsetzbar und kann als Bewertungsmaß für eine große Klasse praktisch relevanter Systeme dienen. Deshalb bauen die Korrekturen und Modifikationen in den folgenden Abschnitten auf Gl. (2.14) auf.

## 2.5 Bewertungsfunktionen für erzwungene Vorgänge

#### 2.5.1 Verhalten bei Führungs- und Störgrößenänderungen

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, zu welchen Ergebnissen eine Stabilitätsbeurteilung auf der Basis von Gl. (2.15) beim Auftreten von Führungs- und Störgrößenänderungen führt. Aus einer Änderung der Führungsgröße

$$\underline{\mathbf{w}}_{k+1} = \underline{\mathbf{w}}_k + \Delta \underline{\mathbf{w}}_k \tag{2.16}$$

folgt bei einem ungestörten System ( $\underline{z}_k = \underline{0}$ ) für den geschlossenen Regelkreises nach Gl. (2.11) eine Bewertungsfunktion (2.14) im Zeitpunkt k+1 mit

$$L_{k+1} = \underline{e}_{k+1}^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{e}_{k+1}$$
  
=  $(\underline{w}_{k} + \Delta \underline{w}_{k} - \underline{y}_{k+1})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_{k} + \Delta \underline{w}_{k} - \underline{y}_{k+1}).$  (2.17)

Diese Funktion kann nun in jeweils einen von der Führungsgrößenänderung  $\Delta \underline{w}_k$  abhängigen Term und in einen von  $\Delta \underline{w}_k$  unabhängigen Term aufgespaltet werden:

$$L_{k+1} = (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1}) + \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{w}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1}) + (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k}.$$
(2.18)

Zunächst wird angenommen, daß sich der Regelkreis bei konstanter Führungsgröße im eingeschwungenen Zustand befindet und die Regeldifferenz gleich Null ist, wodurch die Bewertungsfunktion gleichfalls Null wird. Im Zeitpunkt k+1 erfolgt ein Führungsgrößensprung, der einen Sprung der Funktion L im Zeitpunkt k+1 auf einen höheren Wert nach sich zieht. Bei klassischer Betrachtungsweise wird das Ansteigen des Funktionswertes als Verletzung der Stabilitätsbedingung in Gl. (2.15) interpretiert (vgl. z.B. [58, 108]). Dieser Anstieg wird aber nicht durch ein Fehlverhalten des Reglers verursacht und soll toleriert werden. Die Bewertungsfunktion (2.14) ist folglich bei Führungsgrößenänderungen nicht zur Beurteilung von Systemen geeignet.

Der gleiche Effekt tritt bei Änderungen der Störgröße auf. Dabei wird in einem ersten Schritt die Regelgröße in ungestörte Regelgröße  $\overline{y}_k$  und additive Störgröße  $\underline{z}_k$  zerlegt:

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{k}} = \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{\mathbf{k}} + \underline{\mathbf{z}}_{\mathbf{k}} \tag{2.19}$$

bzw.

$$\underline{\mathbf{y}}_{k+1} = \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{k+1} + \underline{\mathbf{z}}_{k+1} = \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{k+1} + \underline{\mathbf{z}}_k + \Delta \underline{\mathbf{z}}_k .$$
(2.20)

Mit dieser Vorgehensweise ergeben sich analog zu den Gln. (2.17) und (2.18)

$$L_{k+1} = \underline{\underline{e}}_{k+1}^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\underline{e}}_{k+1}$$
  
=  $(\underline{\underline{w}}_{k} + \Delta \underline{\underline{w}}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{\underline{z}}_{k} - \Delta \underline{\underline{z}}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\underline{w}}_{k} + \Delta \underline{\underline{w}}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{\underline{z}}_{k} - \Delta \underline{\underline{z}}_{k})$  (2.21)

und

$$L_{k+1} = \underbrace{\left(\underline{w}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{z}_{k}\right)^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \left(\underline{w}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{z}_{k}\right)}_{\text{unabhängig von Führungs- und Störgrößenänderungen}} + \underbrace{\left(\left(\Delta \underline{w}_{k} - \Delta \underline{z}_{k}\right)^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \left(\underline{w}_{k} + \Delta \underline{w}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{z}_{k} - \Delta \underline{z}_{k}\right)}_{\text{(2.22)}}_{\text{abhängig von Führungs- und Störgrößenänderungen}}\right)}.$$

Die Idee der Korrektur besteht darin, alle Terme in L zu kompensieren, die von Führungs- und Störgrößenänderungen abhängen. Dabei ist für einen on-line Einsatz zu beachten, daß zur Korrektur von Störgrößenänderungen ein Modell der Regelstrecke oder eine direkte Schätzung der Störgröße zur Verfügung stehen muß (siehe Kapitel 3).

Die notwendige Korrektur der Bewertungsfunktion ist durch folgende Definition gegeben:

**Definition 2.6:** Eine Funktion  $\overline{L}_{k+1}(\underline{y}_{k+1}, \underline{w}_{k+1}, \Delta \underline{w}_k, \Delta \underline{z}_k)$ , bei der die Terme  $\Delta \underline{w}_k$  und  $\Delta \underline{z}_k$  tolerierbare Führungs- und Störgrößenänderungen beschreiben, wird als Korrektur der Bewertungsfunktion bezeichnet.

Diese Funktion soll zwei Bedingungen erfüllen:

• Bei konstanten Führungs- und Störgrößen entspricht die Korrektur der Bewertungsfunktion der Bewertungsfunktion selbst:

$$\overline{L}_{k+1}(\underline{y}_{k+1}, \underline{w}_{k+1}, \underline{0}, \underline{0}) = L_{k+1}(\underline{y}_{k+1}, \underline{w}_{k+1}).$$
(2.23)

 Bei Änderungen der F
ührungs- und St
örgr
ö
ßen entspricht die Korrektur der Bewertungsfunktion der Bewertungsfunktion des gleichen Systems, wenn keine F
ührungs- oder St
örgr
ö
ßenänderung stattfindet:

$$\overline{L}_{k+1}(\underline{y}_{k+1}, \underline{w}_{k+1}, \Delta \underline{w}_k, \Delta \underline{z}_k) = L_{k+1}(\underline{y}_{k+1} - \Delta \underline{z}_k, \underline{w}_{k+1} - \Delta \underline{w}_k).$$
(2.24)

Diese Funktion wird für die Bewertung des Regelungsverhaltens eingesetzt, wobei nun abweichend von Gl. (2.15) für die Stabilität

$$\overline{L}_{k+1} \begin{cases} < L_k \text{ für } L_k > 0 \\ = L_k \text{ für } L_k = 0 \end{cases}$$
(2.25)

gefordert wird.

Die Auftrennung in abhängige und unabhängige Terme in Gl. (2.22) liefert die folgende Gleichung für die Korrektur der Bewertungsfunktion:

$$\overline{L}_{k+1} = L_{k+1} - \underbrace{\begin{pmatrix} (\Delta \underline{w}_k - \Delta \underline{z}_k)^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_k + \Delta \underline{w}_k - \overline{\underline{y}}_{k+1} - \underline{z}_k - \Delta \underline{z}_k) \\ + (\underline{w}_k - \overline{\underline{y}}_{k+1} - \underline{z}_k)^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{w}_k - \Delta \underline{z}_k) \\ \xrightarrow{\text{abhängig von Führungs- und Störgrößenänderungen.}}$$
(2.26)

abhangig von Funnungs- und Storgrobenanderungen

Durch Wiedereinsetzen von Gl. (2.16) und Gl. (2.20) entsteht

$$\overline{\mathbf{L}}_{k+1} = \mathbf{L}_{k+1} - (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1}) 
- (\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1} - \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k}) 
= \mathbf{L}_{k+1} - (\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k}) 
- (\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1} - \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k}),$$
(2.27)

in der die Störung  $\underline{z}_k$  nicht mehr direkt vorkommt. Die positiv definite Matrix **P** ist laut Voraussetzung immer symmetrisch [35], also gilt wegen  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^{T}$ 

$$\overline{\mathbf{L}}_{k+1} = \mathbf{L}_{k+1} - (2\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - 2\underline{\mathbf{y}}_{k+1} - \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k}).$$
(2.28)

Damit wird keine Schätzung des Wertes der Störgröße, sondern nur eine Schätzung der Störgrößenänderung zur Korrektur der Bewertungsfunktion benötigt.

#### 2.5.2 Unscharfe Beschreibung der Störgrößenänderung

Ein gemessener oder geschätzter Wert der Störgrößenänderung kann direkt in Gl. (2.28) eingesetzt werden, um die Korrektur der Bewertungsfunktion zu berechnen. Komplizierter wird das Problem, wenn die Störung nicht mehr durch einen Wert, sondern durch eine Fuzzy-Menge gegeben ist. Diese Situation tritt immer dann auf, wenn zur Schätzung der Störgrößenänderung unscharfe Modelle der Regelstrecke oder der Störgröße verwendet werden und die Unschärfe nicht durch eine Defuzzifizierung beseitigt wird (siehe Unterabschnitt 3.3.2).

Der Vorteil liegt darin, daß die Unschärfe eines Modells mit in die Stabilitätsbetrachtung einbezogen werden kann, was die Abschätzung der Auswirkungen dieser Unschärfe gestattet. Der Nachteil besteht in einem deutlich erhöhten Rechenaufwand.

In Gl. (2.28) sind dann Berechnungen mit reellen Werten und Fuzzy-Mengen auszuführen, weshalb auf das von ZADEH [196] aufgestellte Erweiterungsprinzip zurückgegriffen werden muß. Das Prinzip beruht darauf, jedes mögliche Ergebnis einer Funktion  $y = f(\underline{x})$  zu berechnen und mit einem Zugehörigkeitswert zu versehen, der sich aus der Erfülltheit der Voraussetzungen  $\underline{x}$  ergibt (durch UND-Verknüpfung der Zugehörigkeitswerte der n Eingangsgrößen, z.B. mit dem Minimum). Dabei ist jede der n Eingangsgrößen  $x_i$  zum Zeitpunkt k als Fuzzy-Menge der linguistischen Variablen  $X_i$  mit der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_k^{X_i}(x_i)$  gegeben. Daraus entsteht die Fuzzy-Menge der Ausgangsgröße dieser Operation:

$$\mathscr{F}_{k}^{y} = \sup_{\substack{x_{1},..,x_{n} \in \mathcal{X} \\ y = f(x_{1},..,x_{n})}} \min\left(\mu_{k}^{X_{1}}(x_{1}),..,\mu_{k}^{X_{n}}(x_{n})\right).$$
(2.29)

Diese Abbildung ist für die Korrektur der Bewertungsfunktion (2.28) mit linearen, multilinearen und quadratischen Termen gegeben. Die einzige Fuzzy-Menge ist die Änderung der Störgröße, während die anderen Eingangsgrößen reell sind. Die quadratischen Anteile von  $\Delta z$  bewirken, daß auch bei dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktionen für die Fuzzy-Menge der Störgrößenänderung die Zugehörigkeitsfunktionen zur Fuzzy-Menge der Korrektur der Bewertungsfunktion nicht mehr stückweise linear sind. Zudem muß der Minimal- bzw. Maximalwert dieser Fuzzy-Menge nicht mehr aus der Abbildung des Minimums bzw. Maximums der Fuzzy-Menge für die Störgrößenänderung hervorgehen (siehe nachfolgendes Beispiel in Gl. (2.33)). Deshalb ist es sinnvoll, bei der Berechnung der Fuzzy-Menge für die Korrektur der Bewertungsfunktion

$$\mathscr{F}_{k}^{\overline{L}}:\overline{L} \xrightarrow{\mu_{k}^{L}(\overline{L})} [0,1] \quad \text{mit}$$

$$\mu_{k}^{\overline{L}}(\overline{L}) = \bigcup_{\Delta \hat{\underline{z}}} \left( \mu_{k-1}^{\Delta \hat{\underline{z}}}(\Delta \hat{\underline{z}}) \middle| \overline{L} = \overline{L}_{k}(\Delta \hat{\underline{z}}) \right)$$
(2.30)

nur noch den Wert mit der höchsten Zugehörigkeit und die entstehenden Intervallgrenzen auszuwerten. Das erfordert allerdings neben der Untersuchung der Werte an den Intervallgrenzen der Störgrößenänderung eine zusätzliche Auswertung von Gl. (2.28) mit den Bezeichnungen  $\Delta \underline{z}_{k-1} = \mathbf{Q} \cdot \underline{x}, \ \underline{a} = 2\underline{w}_k - 2\underline{y}_k - \Delta \underline{w}_{k-1}; \ \underline{c} = \Delta \underline{w}_{k-1}$  durch

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{L}}_{k}}{\partial \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}} = \frac{\partial \left( \mathbf{L}_{k} - (\underline{\mathbf{a}} + \mathbf{Q} \cdot \underline{\mathbf{x}})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{c}} - \mathbf{Q} \cdot \underline{\mathbf{x}}) \right)}{\partial \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}} \\
= \frac{\partial \left( \mathbf{L}_{k} - \underline{\mathbf{a}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\mathbf{c}} - \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\mathbf{c}} + \underline{\mathbf{a}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \underline{\mathbf{x}} \right)}{\partial \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}} \\
= -\mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\mathbf{c}} + \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \cdot \underline{\mathbf{a}} + 2 \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \cdot \underline{\mathbf{x}} = \underline{0}.$$
(2.31)

Die Matrix **Q** wird dazu verwendet, gegenseitige Abhängigkeiten der Störgrößenänderungen in Form von Gleichungsrestriktionen (z.B. bei der Verwendung der Regeldifferenz und der Änderungen der Regeldifferenz in der Bewertungsfunktion) in die Berechnung einzubeziehen. Das Umstellen von Gl. (2.31) und das nachfolgende Einsetzen von <u>a</u> und <u>c</u> ergibt

$$\underline{\mathbf{x}} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \right)^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{c}} - \underline{\mathbf{a}})$$

$$= \left( \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} \right)^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \left( -\underline{\mathbf{w}}_{k} + \underline{\mathbf{y}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k-1} \right).$$
(2.32)

Die Einheitsmatrix als **Q**-Matrix führt auf ein nichtrestringiertes Problem, bei dem die Störgrößenänderungen voneinander unabhängig sind. Mit  $\mathbf{Q} = (1 \ 1)^{T}$  kann der Fall betrachtet werden, daß die Störgrößenänderung für die erste Ausgangsgröße gleich der Störgrößenänderung der zweiten Ausgangsgröße ist, wodurch sich ein reduziertes Problem ergibt. In Abhängigkeit der Modellstrukturen können sich auch andere Restriktionen ergeben, die dann gesondert zu untersuchen sind.

Das Auftreten von Minima, die nicht an den Grenzen des Supports liegen, soll mit dem folgenden illustrativen Zahlenbeispiel (Bild 2.10) gezeigt werden. Dabei existiert entsprechend der Auswertung von Gl. (2.32) ein Minimum:

$$\mathbf{x} = -0.022; \quad \Delta \underline{z}_{k} = -0.022 \cdot (1 \quad 1)^{T}, \quad \overline{\mathbf{L}}_{k} = 0.4356$$
  
mit  
$$\mathscr{F}_{k-1}^{\Delta \underline{z}} = \left\{ (-0.3 \quad -0.3)^{T} \middle| 0.0, \quad (-0.17 \quad -0.17)^{T} \middle| 1.0, \quad (0.1 \quad 0.1)^{T} \middle| 0.0 \right\}, \quad (2.33)$$
  
$$\underline{\mathbf{w}}_{k} = \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k-1} = (0 \quad 0)^{T}, \quad \underline{\mathbf{y}}_{k} = (0.6 \quad -0.1)^{T}, \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \underline{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$



**Bild 2.10:** Auswirkungen einer unscharfen Störgrößenänderung (Teilbilder a. und b., oben) auf die Korrektur der Bewertungsfunktion (Teilbild c. unten) am Beispiel in Gl. (2.33)

#### 2.5.3 Verhalten bei sprungfähigen Systemen

Bei sprungfähigen Systemen wird die Wirkung einer Führungs- oder Störgrößenänderung durch die Gl. (2.28) nicht vollständig kompensiert, weil zum Zeitpunkt k+1 die Regelgröße  $\underline{y}_{k+1}$  um

$$\Delta \underline{\xi}_{k} = \underline{\overline{y}}_{k+1} - \underline{\overline{y}}_{k+1}^{NS}$$

$$= \underline{g}^{S} (\underline{x}_{k+1}^{S}, \underline{g}^{R} (\underline{x}_{k+1}^{R}, \underline{w}_{k+1}, \underline{y}_{k+1})) - \underline{g}^{S} (\underline{x}_{k+1}^{S}, \underline{g}^{R} (\underline{x}_{k+1}^{R}, \underline{w}_{k}, \underline{y}_{k}))$$

$$(2.34)$$

verändert wird. Der Term  $\underline{\overline{y}}_{k+1}^{NS}$  beschreibt dabei das Verhalten des geschlossenen Regelkreises, wenn keine Führungs- oder Störgrößenänderung stattfindet. Dadurch ergibt sich

$$\underline{\mathbf{y}}_{k+1} = \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{k+1}^{NS} + \underline{\mathbf{z}}_k + \Delta \underline{\mathbf{z}}_k + \Delta \underline{\boldsymbol{\xi}}_k$$
(2.35)

und

$$L_{k+1} = (\underline{w}_{k} - \overline{\underline{y}}_{k+1}^{NS} - \underline{z}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_{k} - \overline{\underline{y}}_{k+1}^{NS} - \underline{z}_{k}) + (\Delta \underline{w}_{k} - \Delta \underline{z}_{k} - \Delta \underline{\xi}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_{k+1} - \underline{y}_{k+1}) + (\underline{w}_{k} - \overline{\underline{y}}_{k+1}^{NS} - \underline{z}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{w}_{k} - \Delta \underline{z}_{k} - \Delta \underline{\xi}_{k})$$
(2.36)

$$L_{k+1} = (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{k+1}^{NS} - \underline{\mathbf{z}}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\overline{\mathbf{y}}}_{k+1}^{NS} - \underline{\mathbf{z}}_{k}) + (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k} - \Delta \underline{\boldsymbol{\xi}}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1}) + (\underline{\mathbf{w}}_{k} - \underline{\mathbf{y}}_{k+1} + \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k} + \Delta \underline{\boldsymbol{\xi}}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k} - \Delta \underline{\boldsymbol{\xi}}_{k}),$$
(2.37)

was nach Einsetzen von Gl. (2.34) und Ausnutzen der Symmetrie von **P** entsprechend Gl. (2.28) zu

$$\overline{\mathbf{L}}_{k+1} = \mathbf{L}_{k+1} - (2\underline{\mathbf{w}}_{k+1} - 2\underline{\mathbf{y}}_{k+1} - \Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k} + \Delta \underline{\mathbf{\xi}}_{k})^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot (\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k} - \Delta \underline{\mathbf{\xi}}_{k})$$
(2.38)

führt. Bei Kenntnis eines Modells der Regelstrecke ist durch Auswertung von Gl. (2.34) eine Korrektur dieses Falles möglich.

#### 2.5.4 Korrigierte Bewertungsfunktion

In diesem Unterabschnitt soll eine Funktion ermittelt werden, die eine Beurteilung des Verlaufs der Bewertungsfunktion über einen längeren Zeitraum mit zurückliegenden Tastzeitpunkten gestattet. Im gestörten Fall oder nach Führungsgrößenänderungen ist die Bewertungsfunktion dazu nicht geeignet. Auch die Korrektur der Bewertungsfunktion nimmt nur eine Korrektur für einen Tastzeitpunkt vor.

Mit Gl. (2.25) ist immer eine paarweise Stabilitätsbetrachtung zwischen den Zeitpunkten k und k+1 möglich, weil der Korrekturterm  $(L_k - \overline{L}_k)$  berücksichtigt wird. Diese Methode kann zu einer Rückwärtskorrektur erweitert werden, die über einen Zeitraum von q Tastzeitpunkten die Korrekturwerte einsetzt:

Definition 2.7: Eine Funktion

$$\widetilde{\mathbf{L}}_{k-q}^{(k)} = \begin{cases} \mathbf{L}_{k} & \text{für } \mathbf{q} = 0\\ \mathbf{L}_{k-q} + \sum_{i=0}^{q-1} (\mathbf{L}_{k-i} - \overline{\mathbf{L}}_{k-i}) & \text{für } \mathbf{q} > 0, \end{cases}$$
(2.39)

die durch die Rückwärtskorrektur der Werte der Bewertungsfunktion (2.14) mit den Werten der Korrektur der Bewertungsfunktion nach Gl. (2.28) entsteht, wird als korrigierte Bewertungsfunktion bezeichnet.

Dabei ist zu beachten, daß die korrigierte Bewertungsfunktion zu jedem Tastzeitpunkt für alle zurückliegenden Werte k-i neu berechnet werden muß, da der Wert von  $\tilde{L}_{k+j-i}^{(k+j)}$  im allgemeinen wegen der tastzeitpunktabhängigen Korrekturterme nicht mit dem Wert der korrigierten Bewertungsfunktion  $\tilde{L}_{k-i}^{(k)}$  identisch ist.

Auf diese Art entsteht ein vergleichbarer Verlauf für die korrigierte Bewertungsfunktion, der auch bei Führungs- und Störgrößenänderungen die Beurteilung eines zurückliegenden Systemverhaltens erlaubt. Diese Funktion geht ohne Führungs- und Störgrößenänderungen in die Bewertungsfunktion über, anderenfalls erfolgt eine Rückwärtskorrektur (gestrichelte Linie in Bild 2.7). Dadurch wird der Effekt (A) in Bild 2.7 korrigiert, wenn der dort dargestellte Anstieg der Bewertungsfunktion aus einer Führungs- oder Störgrößenänderung resultiert.

Dieses Verhalten wird anhand eines Zahlenbeispiels in Bild 2.11 nochmals verdeutlicht. Die Bewertungsfunktion ('x') und die Korrektur der Bewertungsfunktion ('o') verlaufen immer dann gleich, wenn keine Stör- oder Führungsgrößenänderung stattfindet, also zu allen Zeitpunkten außer k = 1 und k = 10.

Die korrigierte Bewertungsfunktion  $\widetilde{L}_{k-q}^{(k)}$  ist an den durchgezogenen Linien zu erkennen, die von jedem Wert der Bewertungsfunktion  $L_k$  ausgehen.

Bei jeder Stör- oder Führungsgrößenänderung werden auch die Vergangenheitswerte korrigiert, so daß ein neuer, durchgezogener Verlauf entsteht.

Wenn der Wert einer bis zum Zeitpunkt k ansteigenden Bewertungsfunktion nur durch Stör- oder Führungsgrößenänderungen im Zeitpunkt k+1 zu Null wird, folgen negative Werte für  $\tilde{L}_{k+l-q}^{(k+1)}$  mit q > 0.

Bei unscharfen Modellen ist die korrigierte Bewertungsfunktion eine Fuzzy-Menge  $\mathscr{F}_{k-i}^{\tilde{L}}$ . Während eine vollständige Berechnung unter Nutzung des Erweiterungsprinzips wegen der Korrelationen der Signale schwierig ist, können unter Ausnutzung des Supportoperators supp (Bereich der Fuzzy-Menge mit Zugehörigkeiten größer als Null) aber eine obere Schranke

$$\widetilde{\mathbf{L}}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(\mathbf{k}),\mathbf{O}} = \mathbf{L}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + \sum_{i=0}^{\mathbf{q}-1} \left( \mathbf{L}_{\mathbf{k}-i} - \min_{\overline{\mathbf{L}}} \left( \sup \widetilde{\mathcal{J}}_{\mathbf{k}-i}^{\overline{\mathbf{L}}} \right) \right) \text{ für } \mathbf{q} > 0$$
(2.40)

und eine untere Schranke der korrigierten Bewertungsfunktion

$$\widetilde{\mathbf{L}}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(\mathbf{k}),\mathbf{U}} = \mathbf{L}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} + \sum_{i=0}^{\mathbf{q}-1} \left( \mathbf{L}_{\mathbf{k}-i} - \max_{\overline{\mathbf{L}}} \left( \operatorname{supp} \mathscr{F}_{\mathbf{k}-i}^{\overline{\mathbf{L}}} \right) \right) \text{für } \mathbf{q} > 0$$
(2.41)

angegeben werden. So erfolgt eine Abschätzung

$$\widetilde{L}_{k-q}^{(k),U} \le \widetilde{L}_{k-q}^{(k)} \le \widetilde{L}_{k-q}^{(k),O} \quad \text{für } q > 0.$$
(2.42)

Der Wert mit dem höchsten Zugehörigkeitsgrad ergibt sich aus

$$\widetilde{L}_{k-q}^{(k),E} = L_{k-q} + \sum_{i=0}^{q-1} \left( L_{k-i} - \overline{L}_{k-i} \left( \Delta \underline{\hat{z}}_{k-i-1} \middle| \mu_{k-i-1}^{\Delta \underline{\hat{z}}} (\Delta \underline{\hat{z}}) = 1 \right) \right) \text{ für } q > 0.$$
(2.43)

Dabei bezeichnet

$$\left(\Delta \underline{\hat{z}}_{k-i-1} \middle| \mu_{k-i-1}^{\Delta \underline{\hat{z}}} \left(\Delta \underline{\hat{z}}\right) = 1\right)$$
(2.44)

die geschätzte Störgrößenänderung zum Zeitpunkt k-i, für die der Wert der Zugehörigkeitsfunktion Eins ist, woraus sich die korrigierte Bewertungsfunktion mit der Zugehörigkeit von Eins berechnen läßt.



**Bild 2.11:** Verlauf von Bewertungsfunktion, Korrektur der Bewertungsfunktion und korrigierter Bewertungsfunktion nach Führungsgrößenänderungen

Weil der Summenterm in

$$\widetilde{L}_{k-q}^{(k),O} - \widetilde{L}_{k-q}^{(k),U} = \sum_{i=0}^{q-1} \left( \max_{\overline{L}} \left( \sup \mathcal{F}_{k-i}^{\overline{L}} \right) - \min_{\overline{L}} \left( \sup \mathcal{F}_{k-i}^{\overline{L}} \right) \right) \text{ für } q > 0$$
(2.45)

keine negativen Summanden aufweist, nimmt die Unschärfe in den Werten der korrigierten Bewertungsfunktion für zunehmende q niemals ab. Damit können Werte, die weiter in der Vergangenheit liegen, niemals schärfer als Werte sein, die näher an der Gegenwart liegen (siehe Beispiel 3.6.4).

# 2.6 Trendberechnung

### 2.6.1 Einsatz von Zeitfenstern zur Trendberechnung

Bei der Betrachtung von Funktionsverläufen orientiert sich ein Prozeßbediener nicht am Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Funktionswerten, sondern an qualitativen Einschätzungen, die als Trends interpretierbar sind. Beispielsweise wird der Funktionsverlauf in Bild 2.12 als fallend eingestuft, obwohl kurzzeitige Anstiege auftreten.

Damit ergeben sich treffendere Einschätzungen bei der Beurteilung von Systemen, bei denen an bestimmten Punkten im Zustandsraum keine negativen Gradienten der korrigierten Bewertungsfunktion auftreten (z.B. beim Reagieren auf Führungsgrößenänderungen in Totzeitsystemen) oder die korrigierte Bewertungsfunktion wegen Modellfehlern der Regelstrecke einen sehr unruhigen Verlauf aufweist, weil Meßstörungen nicht voll kompensiert werden.

Die Umsetzung dieses Trendkonzeptes erfolgt über eine Filterung der korrigierten Bewertungsfunktion, die im folgenden Unterabschnitt näher erläutert wird. Anderenfalls führen kurzzeitige Anstiege der korrigierten Bewertungsfunktion (Effekt C in Bild 2.7) wegen Gl. (2.25) zur Einstufung als instabil.

Das hier verwendete Prinzip für die Trendberechnung folgt dem Ansatz von GERTLER [67] zur Angabe eines Instabilitäts-Indikators für regelbasierte Algorithmen. Anhand zweier Zeitfenster M und N, die als Rechteckfenster unterschiedlicher Länge eingeführt sind, werden Mittelwerte über m bzw. n vergangene Werte und den aktuellen Wert berechnet. Wenn der Mittelwert des kürzeren Zeitfensters N niedriger als der Mittelwert des längeren Zeitfensters M ist, ist der Trend der untersuchten Funktion negativ (Bild 2.12).

In Verallgemeinerung von [67] wird in dieser Arbeit eine Trenddefinition verwendet, die sich ebenfalls auf Zeitfenster M und N stützt, aber die Zeitfenster nicht auf Rechteckfenster einschränkt:

### Definition 2.8: Die Funktion

$$D_{k} = \frac{\hat{L}_{k}^{N} - \hat{L}_{k}^{M}}{T_{N} - T_{M}}$$
(2.46)

### wird als Trend der korrigierten Bewertungsfunktion bezeichnet.

Die Bedeutung der einzelnen Terme wird im folgenden erläutert und ist in Bild 2.12 veranschaulicht. Jedes der beiden Zeitfenster erzeugt einen Punkt ( $\hat{L}_k^N, T_N$ ) bzw. ( $\hat{L}_k^M, T_M$ ), der für die Funktionswerte im Wirkungsbereich des Fensters repräsentativ ist.

Bei einfachen Fenstern mit konstanten, endlichen Formfunktionen kann dieser Punkt in den Schwerpunkt übergehen.



**Bild 2.12:** Trendberechnung mit Rechteckfiltern der Länge m = 20 und n = 10 als Formfunktionen

Im Zähler von Gl. (2.46) stehen gemittelte Werte der korrigierten Bewertungsfunktion

$$\widehat{L}_{k}^{N} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N} \widetilde{L}_{k-j}^{(k)}}{\sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N}} \quad \text{bzw.} \quad \widehat{L}_{k}^{M} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \widetilde{L}_{k-i}^{(k)}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}}$$
(2.47)

über die Fenster N bzw. M. Die Funktionen  $h_i^M$  und  $h_j^N$  bezeichnen dabei Formfunktionen der Zeitfenster M und N, die nicht notwendig endlich sein müssen. Die Terme im Nenner von Gl. (2.46) ermitteln den Zeitpunkt der gemittelten Funktionswerte der Fenster N und M:

$$T_{N} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} (k-j) \cdot T_{A} \cdot h_{j}^{N}}{\sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N}} \qquad \text{bzw.} \quad T_{M} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (k-i) \cdot T_{A} \cdot h_{i}^{M}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}}.$$
 (2.48)

Eine Filterung über die (nicht korrigierte) Bewertungsfunktion gibt hingegen an, wie weit der Regelkreis durchschnittlich (über ein Zeitfenster betrachtet) von seinem Sollzustand entfernt war. Diese Größe wird hier am Beispiel des Zeitfensters N angegeben:

$$L_{k}^{N} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N} L_{k-j}}{\sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N}}.$$
(2.49)

Für den gemittelten Wert der korrigierten Bewertungsfunktion im Zeitfenster M muß im Fall von unscharfen Störgrößenänderungen ebenfalls eine Abschätzung durchgeführt werden. Mit Hilfe der Schranken in den Gln. (2.40) und (2.41) folgt

$$\hat{L}_k^{M,U} \le \hat{L}_k^M \le \hat{L}_k^{M,O} \tag{2.50}$$

mit

$$\widehat{L}_{k}^{M,U} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \widetilde{L}_{k-i}^{(k),U}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}} \quad \text{bzw.} \quad \widehat{L}_{k}^{M,0} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \widetilde{L}_{k-i}^{(k),O}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}}.$$
(2.51)

Zusätzlich kann für die Werte der geschätzten Störgrößenänderung mit dem Zugehörigkeitsgrad von Eins durch Gl. (2.43) ein Wert der gemittelten Bewertungsfunktion angegeben werden, der mit der Fuzzy-Zugehörigkeit Eins versehen wird:

$$\widehat{L}_{k}^{M,E} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \widetilde{L}_{k-i}^{(k),E}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}}.$$
(2.52)

Mit Hilfe der Schranken in Gl. (2.51) kann die Fuzzy-Menge der gemittelten Bewertungsfunktion

$$\mathscr{F}_{k}^{\hat{L}^{M}} = \left\{ \widehat{L}_{k}^{M,U} \mid 0.0, \, \widehat{L}_{k}^{M,E} \mid 1.0, \, \widehat{L}_{k}^{M,O} \mid 0.0 \, \right\}$$
(2.53)

abgeschätzt werden, wobei wiederum im Analogieschluß entsprechende Beziehungen für das Zeitfenster N folgen.

Analog zur Vorgehensweise bei der gemittelten Bewertungsfunktion kann nach Gl. (2.51) und den entsprechenden Beziehungen für das Zeitfenster N der Trend mit

$$\widetilde{\mathscr{F}}_{k}^{D} = \frac{\widetilde{\mathscr{F}}_{k}^{\hat{L}^{N}} - \widetilde{\mathscr{F}}_{k}^{\hat{L}^{M}}}{T_{N} - T_{M}}$$
(2.54)

$$\frac{\hat{L}_{k}^{N,U} - \hat{L}_{k}^{M,O}}{T_{N} - T_{M}} \le D_{k} \le \frac{\hat{L}_{k}^{N,O} - \hat{L}_{k}^{M,U}}{T_{N} - T_{M}}$$
(2.55)

abgeschätzt werden. Die Schreibweise Fuzzy-Menge geteilt durch einen Skalar in Gl. (2.54) stellt dabei eine abkürzende Schreibweise der Division einer Fuzzy-Menge durch eine Singleton-Fuzzy-Menge im Nenner unter Verwendung des Erweiterungsprinzips [196] dar.

Zusätzlich kann nach Gl. (2.52) der Trendwert angegeben werden, der mit der Zugehörigkeit Eins versehen ist (Index E):

$$D_{k}^{E} = \frac{\hat{L}_{k}^{N,E} - \hat{L}_{k}^{M,E}}{T_{N} - T_{M}}.$$
(2.56)

Mit dem gemittelten Funktionswert  $\hat{L}_k^M$  und dem Trend  $D_k$  kann nun

$$D_{k} \begin{cases} < 0 \text{ für } \widehat{L}_{k}^{M} > 0 \\ = 0 \text{ für } \widehat{L}_{k}^{M} = 0 \end{cases} \text{ bzw. } D_{k} \begin{cases} < 0 \text{ für } L_{k-1}^{N} > 0 \\ = 0 \text{ für } L_{k-1}^{N} = 0 \end{cases}$$
(2.57)

als Stabilitätsbedingung eingeführt werden, was eine Verallgemeinerung von Gl. (2.25) darstellt. Diese Stabilitätsbedingung zieht ihre Schlußfolgerungen nicht mehr aus dem Gradienten der Bewertungsfunktion, sondern aus einem (gewichteten) Mittelwert im Zeitfenster sowie dem Trend und beurteilt so den qualitativen Verlauf der korrigierten Bewertungsfunktion. Damit werden Totzeiten (B) und Kurzzeiteffekte (C) berücksichtigt (siehe Bild 2.7).

Mit Hilfe dieser Strategie wird versucht, das Verhalten des Prozeßbedieners bei der Abschätzung der Ursachen von steigenden oder fallenden Funktionsverläufen vereinfacht nachzubilden. Auch hier gibt es keine genauen Prozeßmodelle. Dennoch gelingt es mit Hilfe von Modellvorstellungen zu entscheiden, ob das Verhalten auf eine Störung zurückgeführt werden kann oder nicht. Das Ausmaß der Unschärfe im Modell spiegelt sich auch in der Unschärfe der Trendbeurteilung wider.

#### 2.6.2 Gewichteter Trend

Für eine quantitative Abschätzung des Systemverhaltens ist nicht nur der Trend und der durchschnittliche Wert der korrigierten Bewertungsfunktion von Interesse. Beispielsweise ist es ein wesentlicher Unterschied für die Einschätzung der Systemdynamik, ob ein fallender Trend von einer Einheit pro Sekunde von einem Basisniveau der Bewertungsfunktion von 10 oder 100 startet.

Zur Behandlung dieser Frage wird ein gewichteter Trend eingeführt, der den Trend zum gemittelten Wert im Zeitfenster M in Bezug setzt:

$$\widehat{\mathbf{D}}_{k} = \frac{\mathbf{D}_{k}}{\widehat{\mathbf{L}}_{k}^{\mathrm{M}}}.$$
(2.58)

Eine alternative Vorgehensweise ist systemtheoretisch motiviert. Hintergrund ist die Tatsache, daß ein System Abweichungen vom Sollverhalten erst nach deren Eintreten ausregeln kann (deterministisches Verhalten).

Weil aber in der Berechnung der korrigierten Bewertungsfunktion bei Stör- und Führungsgrößenänderungen eine Rückwärtskorrektur erfolgt, verändern sich die Werte von  $\hat{L}_k^M$ , was bei neu auftretenden Abweichungen vom Sollverhalten beispielsweise zu größeren Werten von  $\hat{L}_k^M$  und betragsmäßig kleineren Werten von  $\hat{D}_k$  führt.

Die folgende Gleichung für eine alternative Berechnungsvorschrift beurteilt den Trend im Verhältnis zur gemittelten Bewertungsfunktion (2.49), wodurch keine rückwirkende Beeinflussung im Nennerterm resultiert:

$$\hat{D}_{k}^{A} = \frac{D_{k}}{L_{k-1}^{N}}.$$
(2.59)

Die Zeitverschiebung um einen Takt im Nennerterm folgt aus der Überlegung, daß bei nicht sprungfähigen Systemen auf neu auftretende Störungen nicht zum gleichen Zeitpunkt reagiert werden kann.

In beiden Gleichungen ist zu sichern, daß keine falschen Ergebnisse auftreten, wenn der Nennerterm gegen Null geht und so der gewichtete Trend unendlich wird. Allerdings ist dieses Ergebnis aus Sicht der Stabilitätsanalyse unproblematisch, weil ein Nennerterm Null aufgrund des Erreichens des Sollzustandes immer die Entscheidung stabil bewirkt. Weitere Vereinfachungen ergeben sich später aus den linguistischen Regeln und den Zugehörigkeitsfunktionen, die in Abschnitt 2.7 diskutiert werden.

Die Berechnung der Fuzzy-Menge des gewichteten Trends erfordert nun mit dem Erweiterungsprinzip die Auswertung der Beziehung

$$\widetilde{\mathscr{F}_{k}}^{\hat{D}} = \frac{\widetilde{\mathscr{F}_{k}}^{D}}{\widetilde{\mathscr{F}_{k}}^{\hat{L}^{M}}}$$
(2.60)

bzw.

$$\mathscr{F}_{k}^{\hat{D}^{A}} = \frac{\mathscr{F}_{k}^{D}}{\mathscr{F}_{k-1}^{L^{N}}},$$
(2.61)

um zu einer Abschätzung des Supports dieser Fuzzy-Menge zu gelangen. Eine genauere Abschätzung erlaubt die Tatsache, daß sowohl die Fuzzy-Menge des gewichteten Trends als auch die Fuzzy-Menge der gemittelten Bewertungsfunktion aus den Fuzzy-Mengen der gefilterten Werte im Fenster M in Gl. (2.53) und der entsprechenden Beziehung für das Zeitfenster N hervorgehen.

In Gl. (2.61) ist der Nenner wiederum ein Skalar, der formal als Singleton-Fuzzy-Menge mit dem Erweiterungsprinzip behandelt wird. Hier zeigt sich ein weiterer Vorteil des gewichteten Trends nach Gl. (2.61), weil nicht noch zusätzlich durch eine Fuzzy-Menge dividiert werden muß.

Die so existierende Verknüpfung von  $\mathscr{F}_k^{\hat{D}}$  und  $\mathscr{F}_k^{\hat{L}}$  erlaubt eine Einschränkung der möglichen Fälle zur Beurteilung des Stabilitätsgrades auf:

$$\frac{\widehat{L}_{k}^{N,U} - \widehat{L}_{k}^{M}}{c_{1} \cdot \widehat{L}_{k}^{M}} \leq \widehat{D}_{k} \left( \widehat{L}_{k}^{M} \right) \leq \frac{\widehat{L}_{k}^{N,O} - \widehat{L}_{k}^{M}}{c_{1} \cdot \widehat{L}_{k}^{M}} \quad \text{für } \widehat{L}_{k}^{M,U} \leq \widehat{L}_{k}^{M} \leq \widehat{L}_{k}^{M,O}$$

$$\text{mit } c_{1} = T_{N} - T_{M}.$$
(2.62)

Bemerkenswert ist die Tatsache, daß bei bestimmten Störverläufen die Werte der gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion Null oder negativ werden können. Negative Werte der gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion treten dann auf, wenn

- die Regelgrößen in der N\u00e4he der F\u00fchrungsgr\u00f6\u00e5en sind und die Bewertungsfunktion folglich positive Werte nahe Null aufweist, aber
- diese günstige Bewertung nur durch Führungs- oder Störgrößenänderungen verursacht wurde (z.B. zunächst steigende positive Regeldifferenz fällt wegen "unterstützender" positiver additiver Störung am Ausgang der Regelstrecke).

Eine häufige Ursache sind Fehler im Modell der Regelstrecke bei der Schätzung der Störgröße, allerdings können auch beginnende instabile Verläufe diesen Effekt hervorrufen.

Im Fall

$$\left(\frac{\widehat{L}_{k}^{N,U} - \widehat{L}_{k}^{M,O}}{c_{1} \cdot \widehat{L}_{k}^{M,O}} < 0\right) \wedge \left(\frac{\widehat{L}_{k}^{N,O} - \widehat{L}_{k}^{M,U}}{c_{1} \cdot \widehat{L}_{k}^{M,U}} > 0\right) \wedge \left(\widehat{L}_{k}^{M,U} < 0\right) \wedge \left(\widehat{L}_{k}^{M,O} > 0\right)$$
(2.63)

kann so nur noch die Aussage getroffen werden kann, daß für den gewichteten Trend

$$-\infty < \hat{D}_k < \infty \tag{2.64}$$

gilt. Dieser Fall ergibt allerdings immer noch eine Einschätzung als stabil, weil als Voraussetzung für positiv oder negativ unendliche Werte in Gl. (2.64)  $\hat{L}_k^M = 0$  gilt und sich das System im Sollzustand befindet.

Bei Verwendung des alternativen gewichteten Trends (Index A) gilt entsprechend Gl. (2.62)

$$\frac{\hat{L}_{k}^{N,U} - \hat{L}_{k}^{M}}{c_{1,k}^{A}} \leq \hat{D}_{k}^{A} \left( \hat{L}_{k}^{M} \right) \leq \frac{\hat{L}_{k}^{N,O} - \hat{L}_{k}^{M}}{c_{1,k}^{A}} \text{ für } \hat{L}_{k}^{M,U} \leq \hat{L}_{k}^{M} \leq \hat{L}_{k}^{M,O}$$
mit  $c_{1,k}^{A} = (T_{N} - T_{M}) \cdot L_{k-1}^{N}.$ 
(2.65)

## 2.7 Ermittlung des Stabilitätsgrades

Der gewichtete Trend und die u.U. korrigierte Bewertungsfunktion gestatten nun eine neue qualitative Einschätzung, die zur Stabilitätsbeurteilung herangezogen wird und die Definition 2.3 präzisiert:

**Definition 2.9:** Das System heißt **stabil im Sinne tolerierbarer Ausgangsgrößen** (vgl. Definition 2.3), wenn - über einen bestimmten Zeitraum betrachtet - unabhängig von der Position im Untersuchungsgebiet *H* die Bewertungsfunktion tolerierbar klein oder ihr Trend negativ ist.

In diesem Fall wird die Fuzzy-Abbildung einer Bewertungsfunktion als unscharfe Ljapunov-Funktion des dynamischen Systems *S* bezeichnet.

Die dazu verwendeten linguistischen Regeln (Tabelle 2.2) verallgemeinern die linguistische Interpretation von Ljapunov-Funktionen in Unterabschnitt 2.3.1. Als Eingangsgrößen anstelle von Ljapunov-Funktion und ihrer zeitlichen Ableitung dienen dazu entweder

- die gemittelte korrigierte Bewertungsfunktion (2.47) und ihr gewichteter Trend (2.58) oder
- die gefilterte Bewertungsfunktion (2.49) und der zugehörige gewichtete Trend (2.59)

mit den jeweiligen linguistischen Variablen LJAP und LJ\_TREND.

Diese Eingangsgrößen werden fuzzifiziert (siehe Bild 2.13) und geben nach Anwendung der Regelbasis in Tabelle 2.2 eine Stabilitätseinschätzung mit den linguistischen Werten STABIL (ST, Maximum der Zugehörigkeitsfunktion bei 1.0), INSTABIL (IST, Maximum der Zugehörigkeitsfunktion bei 0.0) und SCHWER ENTSCHEIDBAR (SE, Maximum der Zugehörigkeitsfunktion bei 0.5, Bild 2.13c). Der Term SCHWER ENTSCHEIDBAR charakterisiert dabei Situationen, die nicht mehr ohne weiteres als tolerierbar einzuschätzen sind, aber auch noch keine kritischen Situationen darstellen. Eine Defuzzifizierung gibt dann einen Stabilitätsgrad, der im Intervall von Null (instabil) und Eins (stabil) liegt.

Dazu werden linguistische Regeln verwendet, die bei LJAP = N oder  $LJ_TREND = NEG$  (NEGATIV) auf tolerierbares Systemverhalten schließen. Eine feinere Skalierung der positiven Werte in LJAP und LJ\_TREND in PK (POSITIV KLEIN) und PG (POSITIV GROSS) gestattet darüber hinaus die Unterscheidung, wie stark das System vom Sollverhalten abweicht. Die Parameter der Zugehörigkeitsfunktionen müssen systemspezifisch festgelegt werden, weil sie zusammen mit der Bewertungsfunktion und den Filtern bei der Trendberechnung das tolerierbare Systemverhalten implizit festschreiben. Das Vorgehen beim Entwurf wird in Abschnitt 3.4 beschrieben.

Bei Modifikationen der Regelbasis in Tabelle 2.2 ist darauf zu achten, daß beim größten linguistischen Term von LJAP (hier: PG) jeder positive Trend auf einen Stabilitätsgrad von kleiner als 0.5 führt. Anderenfalls kann ein ständiges Ansteigen der Bewertungsfunktion irrtümlich als stabil eingestuft werden. Diese Forderung wird dadurch realisiert, daß bei einem Trend größer Null die Schlußfolgerungen SE und IST gültig werden und so ein Stabilitätsgrad zwischen 0 und 0.5 resultiert. Größere Freiheiten bestehen bei den anderen Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen.

Zumeist kann durch die Zugehörigkeitsfunktion von LJAP = N (NULL) ein Toleranzband der Bewertungsfunktion um den Nullpunkt festgelegt werden. Das geschieht durch die Definition der trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktion des Terms N in Bild 2.13a, die auch bei Eingangswerten größer Null noch den Zugehörigkeitswert Eins aufweist. Dadurch bewirken bei kleinen Abweichungen vom Sollzustand auch konstante oder zeitlich zunehmende Werte eine Einschätzung der Prozeßsituation als stabil.



**Bild 2.13:** Zugehörigkeitsfunktionen zur Einschätzung des Stabilitätsgrades

- a. Beispiel für die Bewertungsfunktion (linkes oberes Teilbild)
  - b. Beispiel für den gewichteten Trend (rechtes oberes Teilbild)
  - c. Stabilitätsgrad (unteres Teilbild)

LJAP	N	РК	PG
LJ_TREND			
NEG	STABIL	Stabil	Stabil
Ν	STABIL	Schwer Entscheidbar	Schwer Entscheidbar
PK	STABIL	Schwer Entscheidbar	INSTABIL
PG	STABIL	INSTABIL	INSTABIL

 Tabelle 2.2:
 Stabilitätsgrad

Unscharfe Eingangsgrößen entsprechend den Gln. (2.50), (2.62) und (2.65), die wiederum aus Fuzzy-Mengen der Störgrößenänderung resultieren, erfordern auch hier einen größeren Rechenaufwand. Mit dem Erweiterungsprinzip sind die Minimal- und Maximalwerte des Stabilitätsgrades zu suchen, die sich aus den jeweiligen Eingangs-Fuzzy-Mengen ergeben. Für eine genauere Untersuchung muß zunächst das Ein-Ausgangs-Verhalten des Fuzzy-Blocks mit den Regeln in Tabelle 2.2 analysiert werden.

Bei Verwendung des Produkts in der Prämissenauswertung, der SUM-PROD-Inferenz und von Singletons oder Dreieckfunktionen als Ausgangszugehörigkeitsfunktionen stellt ein Fuzzy-Block eine multilineare Facettenfunktion

$$y = a_0^{(i,j)} + a_1^{(i,j)} x_1 + a_2^{(i,j)} x_2 + a_3^{(i,j)} x_1 x_2$$
  
für  $x_1^{(i)} \le x_1 \le x_1^{(i+1)}$  und  $x_2^{(j)} \le x_2 \le x_2^{(j+1)}$  (2.66)

der Ausgangsgröße y über den Eingangsgrößen  $x_1$  und  $x_2$  dar [153]. Die Indizes i und j geben dabei die Parameter der Facette (i, j - des i-ten Bereichs in  $x_1$ -Richtung und des j-ten Bereichs in  $x_2$ -Richtung) an. Die Facettengrenzen ergeben sich aus den Maximalwerten der Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Terme.

Achsenparallele Schnitte durch eine Facette liefern stets lineare Funktionen, weil je nach Richtung  $x_1$  bzw.  $x_2$  konstant ist.

Bei Einsetzen der Fuzzy-Mengen  $\mathscr{F}_k^{\hat{D}}$  und  $\mathscr{F}_k^{\hat{L}}$  als Eingangsgrößen zur Ermittlung der Fuzzy-Menge des Stabilitätsgrades  $\mathscr{F}_k^{\hat{S}}$  liegen die Extrema der Ausgangsgröße einer Facette aufgrund der monotonen Abbildung stets auf den Eckpunkten einer Facette

$$\mathbf{x}_{1}^{(i)}, \mathbf{x}_{1}^{(i+1)} \text{ und } \mathbf{x}_{2}^{(j)}, \mathbf{x}_{2}^{(j+1)},$$
 (2.67).

wenn die gesamte Facette zum Definitionsbereich gehört. Innerhalb einer solchen Facette existieren mit

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1^{(i,j)} + a_3^{(i,j)} x_2, \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = a_2^{(i,j)} + a_3^{(i,j)} x_1, \tag{2.68}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} = a_3^{(i,j)}, \quad (2.69)$$

und der daraus folgenden Hesse-Matrix, die bei verschwindendem bilinearen Term zur Nullmatrix wird oder sonst eine indefinite quadratische Form ist, wegen

$$\det \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} \end{pmatrix} = -\left(a_3^{(i,j)}\right)^2 \le 0$$
(2.70)

keine lokalen Extrema [35]. Die Begrenzungen der Facette sind linear und achsenparallel, wodurch auch hier außerhalb der Eckpunkte keine Extrema liegen.

Für den Fall, daß nicht die gesamte Facette zum Definitionsbereich gehört, sind bei der Verwendung des Trends (2.62) die Begrenzungen des Definitionsbereiches Funktionen des Typs

$$\hat{L}_{k}^{M,U} \le x_{1} \le \hat{L}_{k}^{M,O} \quad \text{mit} \quad \frac{c_{2} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}} \le x_{2} \le \frac{c_{3} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}}.$$
 (2.71)

Mittels Einsetzen der unteren Grenzen und der Ableitung

$$\frac{dy}{dx_{1}} = \frac{d\left(a_{0}^{(i,j)} + a_{1}^{(i,j)}x_{1} + a_{2}^{(i,j)}x_{2}(x_{1}) + a_{3}^{(i,j)}x_{1}x_{2}(x_{1})\right)}{dx_{1}} \\
= \frac{d\left(a_{0}^{(i,j)} + a_{1}^{(i,j)}x_{1} + \left(a_{2}^{(i,j)} + a_{3}^{(i,j)}x_{1}\right) \cdot \frac{c_{2} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}}\right)}{dx_{1}} \\
= a_{1}^{(i,j)} - \frac{a_{2}^{(i,j)}c_{2}}{c_{1}x_{1}^{2}} - \frac{a_{3}^{(i,j)}}{c_{1}}$$
(2.72)

kann auf die Lage von Extrema auf dem Rand des Definitionsbereiches geschlossen werden:

$$\frac{dy}{dx_1} = a_1^{(i,j)} - \frac{a_2^{(i,j)}c_2}{c_1x_1^2} - \frac{a_3^{(i,j)}}{c_1} = 0$$

$$x_1 = \pm \sqrt{\frac{a_2^{(i,j)}c_2}{a_1^{(i,j)}c_1 - a_3^{(i,j)}}},$$
(2.73)

was im Fall von

$$\frac{d^2 y}{dx_1^2} = \frac{a_2^{(i,j)} c_2}{2c_1 x_1^3}$$
(2.74)

sowohl ein Maximum als auch ein Minimum darstellen kann. Entsprechend den Gln. (2.72) bis (2.74) gilt für die obere Grenze

$$\mathbf{x}_{1} = \pm \sqrt{\frac{\mathbf{a}_{2}^{(i,j)} \mathbf{c}_{3}}{\mathbf{a}_{1}^{(i,j)} \mathbf{c}_{1} - \mathbf{a}_{3}^{(i,j)}}} \,.$$
(2.75)

Hinzu kommen die Extrema, die durch die Begrenzungsfunktionen und die Facettengrenzen entstehen. Deshalb ergibt sich die obere Schranke des Stabilitätsgrades (Bild 2.14) aus

$$\max\left(\mathbf{S}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \mid (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \in \mathscr{F}^{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2}\right)$$
(2.76)

und die untere Schranke aus

$$\min(\mathbf{S}(\mathbf{x}_{1},\mathbf{x}_{2}) | (\mathbf{x}_{1},\mathbf{x}_{2}) \in \mathscr{F}^{\mathbf{x}_{1},\mathbf{x}_{2}}).$$
(2.77)

mit

$$\mathscr{F}^{x_{1},x_{2}} = \begin{cases} \left(x_{1},x_{2}\right) | \forall_{x_{1},x_{2},i,j} \left(\widehat{L}_{k}^{M,U} \leq x_{1}^{(i)} \leq \widehat{L}_{k}^{M,O}\right) \wedge \left(\frac{c_{2}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}} \leq x_{2}^{(j)} \leq \frac{c_{3}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}}\right) \\ \left(\left(x_{1} = x_{1}^{(i)}\right) \wedge \left(x_{2} = x_{2}^{(j)}\right)\right) \\ \begin{pmatrix} \left(\left(x_{1} = x_{1}^{(i)}\right) \wedge \left(x_{1} = \widehat{L}_{k}^{M,U}\right) \vee \left(x_{1} = \widehat{L}_{k}^{M,O}\right)\right) \\ \wedge \left(\left(x_{2} = \frac{c_{2}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}}\right) \vee \left(x_{2} = \frac{c_{3}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}}\right)\right) \\ \end{pmatrix} \\ \wedge \left(\left(x_{2} = x_{2}^{(j)}\right) \wedge \left(\left(x_{1} = \frac{c_{2}}{1+c_{1}\cdot x_{2}^{(j)}}\right) \vee \left(x_{1} = \frac{c_{3}}{1+c_{1}\cdot x_{2}^{(j)}}\right)\right) \\ \vee \left(\left(x_{1} = \pm \sqrt{\frac{a_{2}^{(i,j)}c_{2}}{a_{1}^{(i,j)}c_{1}-a_{3}^{(i,j)}}}\right) \wedge \left(x_{2} = \frac{c_{2}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}}\right)\right) \\ \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \left(x_{1} = \pm \sqrt{\frac{a_{2}^{(i,j)}c_{3}}{a_{1}^{(i,j)}c_{1}-a_{3}^{(i,j)}}}\right) \wedge \left(x_{2} = \frac{c_{3}-x_{1}}{c_{1}\cdot x_{1}}\right)\right) \\ \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \end{cases}$$

(2.78)

Die Terme, an denen Extrema des Stabilitätsgrades in Abhängigkeit der im Zeitfenster M gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion ( $\hat{L}_k^M$ , Kurzbezeichnung in Formeln  $x_1$ ) und des gewichteten Trends ( $\hat{D}_k^M$ , Kurzbezeichnung in Formeln  $x_2$ ) auftreten, werden im folgenden noch einmal zusammengefaßt:

• Facettengrenzen (A):

$$(\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_1^{(i)}) \wedge (\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_2^{(j)})$$
 (2.79)

• Punkte, an denen die untere oder obere begrenzende Funktion eine Facettengrenze von  $x_1$  oder das Minimum bzw. Maximum des Definitionsbereiches für  $\hat{L}_k^M$  schneidet (B)

$$\left(\!\left(\!x_{1} = x_{1}^{(i)}\right)\!\!\vee\left(\!x_{1} = \widehat{L}_{k}^{\mathrm{M},\mathrm{U}}\right)\!\!\vee\left(\!x_{1} = \widehat{L}_{k}^{\mathrm{M},\mathrm{O}}\right)\!\right)\!\!\wedge\left(\!\left(\!x_{2} = \frac{c_{2} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}}\right)\!\!\vee\left(\!x_{2} = \frac{c_{3} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}}\right)\!\right)$$
(2.80)

• Punkte, an denen die untere oder obere begrenzende Funktion oder die seitlich begrenzende Funktion (das Minimum bzw. Maximum des Definitionsbereiches für  $\hat{L}_k^M$ ) eine Facettengrenze von  $x_2$  schneidet (C)

$$\left(x_{2} = x_{2}^{(j)}\right) \wedge \left(\left(x_{1} = \frac{c_{2}}{1 + c_{1} \cdot x_{2}^{(j)}}\right) \vee \left(x_{1} = \frac{c_{3}}{1 + c_{1} \cdot x_{2}^{(j)}}\right) \vee \left(x_{1} = \widehat{L}_{k}^{M,U}\right) \vee \left(x_{1} = \widehat{L}_{k}^{M,O}\right)\right)$$
(2.81)

Punkte, auf denen ein Extremum auf der unteren begrenzenden Funktion vorliegt (D)

$$\left(\mathbf{x}_{1} = \pm \sqrt{\frac{\mathbf{a}_{2}^{(i,j)} \mathbf{c}_{2}}{\mathbf{a}_{1}^{(i,j)} \mathbf{c}_{1} - \mathbf{a}_{3}^{(i,j)}}}\right) \wedge \left(\mathbf{x}_{2} = \frac{\mathbf{c}_{2} - \mathbf{x}_{1}}{\mathbf{c}_{1} \cdot \mathbf{x}_{1}}\right)$$
(2.82)

Punkte, auf denen ein Extremum auf der oberen begrenzenden Funktion vorliegt (E)

$$\left(x_{1} = \pm \sqrt{\frac{a_{2}^{(i,j)}c_{3}}{a_{1}^{(i,j)}c_{1} - a_{3}^{(i,j)}}}\right) \wedge \left(x_{2} = \frac{c_{3} - x_{1}}{c_{1} \cdot x_{1}}\right).$$
(2.83)



B - Gl. (2.80) C - Gl. (2.81) D - Gl. (2.82) E - Gl. (2.83) mögliche Extrema bei der Berechnung des Stabilitätsgrades nach Gl. (2.49) und

Gemittelte korrigierte Bewertungsfunktion  $x_1$  ( $\hat{L}_k^M$ )

**Bild 2.14:** Beispiel für den Definitionsbereich bei der Berechnung des Stabilitätsgrades gemäß Gln. (2.50) und (2.62) (normale Linie) bzw. Gln. (2.49) und (2.65) (fette Linie) Linien bei  $x_1 = 0.07, 0.35, 0.7$ : Stützpunkte des Kennfeldes Linien bei  $x_2 = 0.04, 0.02, 0, -0.04$ : Stützpunkte des Kennfeldes Kreuze: Untersuchungspunkte für Extrema mit jeweiligem Stabilitätsgrad

Ein Beispiel für einen Definitionsbereich, Facettengrenzen und so entstehende Extrema gibt Bild 2.14. Der Definitionsbereich ist durch zwei quadratische Funktionen  $x_2 = f(x_1)$  gegeben und durch den Minimal- und Maximalwert von x1 begrenzt.

Die zu untersuchenden Punkte reduzieren sich, wenn durch das Regelwerk in Tabelle 2.2 ein monotones und stetiges, wenn auch nicht differenzierbares Kennfeld entsteht. Dabei ist der Stabilitätsgrad bei konstantem gewichteten Trend ( $x_2 := \hat{D}_k$ ) mit zunehmendem Wert der gemittelten Bewertungsfunktion ( $x_1 := \hat{L}_k^M$ ) monoton fallend und bei konstantem Wert der gemittelten Bewertungsfunktion und zunehmendem gewichteten Trend ebenfalls monoton fallend. Dadurch entfallen Untersuchungen an den Facettengrenzen (A).

Bei der Verwendung der gefilterten Bewertungsfunktion (2.49) und dem zugehörigen gewichteten Trend (2.65) vereinfachen sich die obengenannten Beziehungen erheblich, weil der  $x_1$ -Term nun konstant ist. Bei Monotonie des Kennfeldes müssen nur noch der Minimal- und der Maximalwert des Trends untersucht werden. Ein Beispiel für einen solchen Definitionsbereich gibt die fett eingezeichnete Linie in Bild 2.14 (Punkte B\*).

## 2.8 Beispiel: Linearer Eingrößenfall

Das folgende einfache Beispiel soll dazu dienen, die prinzipielle Funktionsweise des Ansatzes zu diskutieren und die Notwendigkeit der Separierung von freien und erzwungenen Vorgängen zu zeigen. Dabei wird ein lineares System mit einem digitalen I-Regler und einer statischen Regelstrecke verwendet, das im geschlossenen Regelkreis durch



**Bild 2.15:** Struktur des Regelkreises

$$x_{k+1} = 0.7x_k + 0.3w_k + z_k$$
  
 $y_k = x_k$ 
(2.84)

beschrieben wird. Die verwendete Bewertungsfunktion (2.14) mit  $\mathbf{P} = 1$  stellt wegen

$$\Delta L_{k} = L_{k+1} - L_{k}$$

$$= x_{k+1}^{2} - x_{k}^{2} \text{ für } w = 0, z = 0, \mathbf{P} = 1$$

$$= -0.51 \cdot x_{k}^{2} \begin{cases} = 0 \text{ für } x_{k} = 0 \\ < 0 \text{ für } x_{k} \neq 0 \end{cases}$$
(2.85)

in diesem Sonderfall eine Ljapunov-Funktion dar. Das System ist folglich stabil. Für die Berechnung des Trends mit Rechteckfunktionen der Länge m = 1 und n = 0 gilt nach Gl. (2.46)

$$D_{k+1} = \frac{1}{T_A} \left( \left( 0.7y_k + 0.3w_k - y_k \right) \left( 2y_k - 2w_k + 0.7y_k + 0.3w_k - y_k \right) \right)$$
  
=  $-\frac{1}{T_A} \left( 0.51 \cdot \left( w_k - y_k \right)^2 \right)$  (2.86)

bzw. für Gl. (2.59)

$$\widehat{D}_{k+1}^{A} = \frac{(0.7y_{k} + 0.3w_{k} - y_{k})(2y_{k} - 2w_{k} + 0.7y_{k} + 0.3w_{k} - y_{k})}{T_{A}(w_{k} - y_{k})^{2}} = -\frac{0.51}{T_{A}}.$$
(2.87)

Im hier untersuchten Beispiel wird das System Führungsgrößenänderungen (Tabelle 2.3) zu den Zeitpunkten k = 2 und k = 6 unterzogen. Für das Beispiel in Tabelle 2.4 kommen zusätzliche Störgrößenänderungen zu allen Zeitpunkten hinzu, wobei die Störgröße simulativ erzeugt wurde. Die Zeitverläufe der Werte für die Gleichungen (2.14), (2.28), (2.39) mit q = 0, 1, 2; (2.86) und (2.87) sind für das System mit einer Abtastzeit von  $T_A = 1$  s in Tabelle 2.3 und 2.4 dargestellt. Die Signalverläufe aus Tabelle 2.4 einschließlich Stabilitätsgrad zeigt Bild 2.16.

Beide Signalverläufe werden als stabil erkannt, da die Bedingung (2.57) für alle Zeitpunkte k erfüllt ist. Bereits der Vergleich der korrigierten Bewertungsfunktion  $\tilde{L}_{k}^{(k)}$ ,  $\tilde{L}_{k-1}^{(k)}$  und  $\tilde{L}_{k-2}^{(k)}$  gewährleistet eine richtige Stabilitätsbeurteilung.

Im Falle einer fehlenden Separierung (Beurteilung der Bewertungsfunktion  $L_k$ ) werden hingegen die fettgedruckten Werte in den Tabellen als instabil erkannt, weil die Bewertungsfunktion hier ansteigt. Die Ursache für diesen Anstieg ist die Verletzung der Bedingungen w = const. und z = const., wodurch erzwungene Vorgänge die Beurteilung beeinflussen.

Trotz dieser stark gestörten Verläufe werden bei beiden Varianten qualitativ richtige Stabilitätseinschätzungen getroffen. Während der Stabilitätsgrad auf der Basis des gewichteten Trends noch schwankt (Bild 2.16e), ergibt sich unter Verwendung des alternativen gewichteten Trends  $\hat{D}_k^A$ (2.87) eine genauere Unterscheidung Stabilität  $\leftrightarrow$  Instabilität (Bild 2.16f). Beide Tabellen zeigen, daß insbesondere der gewichtete Trend auch bei äußeren Einflußgrößen das Stabilitätsverhalten des Systems genau beschreibt.

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathbf{x}_{k} = \mathbf{y}_{k}$	0.00	0.00	0.30	0.51	0.65	0.76	0.53	0.37
w <sub>k</sub>	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00
$\Delta w_{k-1}$	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	-1.00	0.00	0.00
L <sub>k</sub>	0.00	1.00	0.49	0.24	0.12	0.58	0.28	0.14
$\overline{L}_k$	0.00	0.00	0.49	0.24	0.12	0.06	0.28	0.14
$\widetilde{L}_k^{(k)}$	0.00	1.00	0.49	0.24	0.12	0.58	0.28	0.14
$\widetilde{L}_{k-l}^{\left(k\right)}$	0.00	1.00	1.00	0.49	0.24	0.64	0.58	0.28
$\widetilde{L}_{k-2}^{\left(k\right)}$	0.00	1.00	1.00	1.00	0.49	0.76	0.64	0.58
D <sub>k</sub>	0.00	0.00	-0.51	-0.25	-0.12	-0.06	-0.30	-0.14
$\widehat{D}_k^A$	_	-	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51	-0.51

**Tabelle 2.3:** Beispiel für die Auswertung und Korrektur von Bewertungsfunktionen bei<br/>Führungsgrößenänderungen

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$\mathbf{x}_{k} = \mathbf{y}_{k}$	-0.171	-0.174	0.122	0.091	0.035	0.197	0.878	1.379
w <sub>k</sub>	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$\Delta w_{k-1}$	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\Delta z_{k-1}$	-0.171	-0.054	0.243	-0.295	-0.329	-0.127	0.440	0.465
L <sub>k</sub>	0.029	0.030	0.771	0.827	0.932	0.645	0.015	0.144
$\overline{L}_k$	0.000	0.014	0.015	0.378	0.405	0.457	0.316	0.007
$\widetilde{L}_k^{(k)}$	0.029	0.030	0.771	0.827	0.932	0.645	0.015	0.144
$\widetilde{L}_{k-l}^{\left(k\right)}$	0.029	0.045	0.787	1.221	1.354	1.120	0.344	0.151
$\widetilde{L}_{k-2}^{\left(k\right)}$	0.029	0.045	0.802	1.236	1.747	1.542	0.819	0.480
D <sub>k</sub>	0.000	-0.015	-0.015	-0.393	-0.422	-0.475	-0.329	-0.008
$\widehat{D}_{k}^{A}$	0.000	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510

Tabelle 2.4: Beispiel für die Auswertung und Korrektur von Bewertungsfunktionen bei Führungs- und Störgrößenänderungen



**Bild 2.16:** 

von oben nach unten: a. Führungs- und Regelgröße $\,w_{\,k}^{}$  ,  $y_{\,k}^{}\,$  b. geschätzte Störgrößenänderung  $\Delta \hat{z}_{\,k-1}^{}$ c. Bewertungsfunktion  $L_k$ d. Trend D<sub>k</sub> f. gewichteter Trend  $\,\widehat{D}_k^A$ e. gewichteter Trend  $\hat{D}_k$ 

g. Stabilitätsgrad  $S(L_k, \hat{D}_k)$ 

h. Stabilitätsgrad S  $(L_k, \hat{D}_k^A)$ 

# 3 Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene mit unscharfen Ljapunov-Funktionen

# 3.1 Prinzip

Bei der Analyse der im Kapitel 1 betrachteten Regelungsstrategien wurden als größte Probleme der Verzicht

- auf Überwachungs- und Adaptionsstrategien sowie
- auf on-line verfügbare Modellinformationen über den Prozeß, seine Störsignale und sein erreichbares Sollverhalten

festgestellt.

In diesem Kapitel wird ein Ansatz zur Behebung der obengenannten Einschränkungen vorgestellt, der sich auf die in Kapitel 2 eingeführten theoretischen Grundlagen stützt. Die dazu entwickelte Regelkreisstruktur mit Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene ist in Bild 3.1 dargestellt.



Bild 3.1: Struktur des Regelkreises mit Überwachungs- und Adaptionsebene

Das Verhalten eines Basisregelkreises mit einem *Regler* (z.B. Fuzzy-Regler, PID-Regler) wird durch eine *übergeordnete Reglerebene* (Modell der Regelstrecke, Überwachungs- und Adaptionsebene) überwacht und an die entsprechende Betriebssituation angepaßt [16, 33, 60, 78, 123-127, 191].

Die *Überwachungsebene* beurteilt unter Nutzung aller zur Verfügung stehenden Informationen das Prozeßverhalten und versucht, das für den Menschen so typische "Gefühl" über die Tolerierbarkeit einer Situation so gut wie möglich nachzubilden. Die Überwachungsebene basiert auf unscharfen Ljapunov-Funktionen, die im Kapitel 2 beschrieben wurden. Die Eingangsgrößen der Überwachungsebene sind Führungs-, Regel- und Stellgröße sowie verfügbare Modellinformationen über die Regelstrecke bzw. die Störgröße. Die Ausgangsgröße ist der Stabilitätsgrad. Vor dem praktischen Einsatz der Überwachungsebene sind aber noch die folgenden Fragen zu beantworten, die in diesem Kapitel diskutiert werden:

- Wie ist die Bewertungsfunktion zu strukturieren und zu parametrieren?
- Wie erfolgt die Schätzung für die Störgrößenänderung?
- Wie sind die Parameter bei der Berechnung des Trends und bei den Zugehörigkeitsfunktionen zu wählen?
- Welche Besonderheiten ergeben sich bei verschiedenen Systemklassen?
- Welche weiteren Informationen können in die Stabilitätsbeurteilung eingebunden werden?
- Wie kann die unscharfe Information über den Stabilitätsgrad verwendet werden und welche Maßnahmen sind bei Instabilität einzuleiten?

Das *Modell der Regelstrecke* (z.B. parametrisches mathematisches Modell, Fuzzy-Modell, Künstliches Neuronales Netz) schätzt die Ausgangsgrößen des Systems und erlaubt so die Rekonstruktion des Verlaufs der Störgröße und eventuell weiterer interner Größen des Systems.

Die *Adaptionsebene* führt in Abhängigkeit der Führungsgrößen und der Informationen des Modells der Regelstrecke eine Anpassung des Reglers im Basisregelkreis an die aktuelle Betriebssituation durch und hat bei Erkennen einer instabilen Situation durch die Überwachungsebene die Aufgabe, stabilitätssichernde Maßnahmen zu ergreifen.

Zur Umsetzung des beschriebenen Konzeptes werden in diesem Kapitel

- Adaptionsstrategien vorgestellt, die den Regelkreis beim Auftreten nicht tolerierbarer Zustände wieder stabilisieren (Abschnitt 3.2),
- Auswirkungen unterschiedlicher Modellklassen auf den Entwurf der übergeordneten Reglerebene mit Modell der Regelstrecke, Überwachungs- und Adaptionsebene diskutiert (Abschnitt 3.3),
- Hinweise für die Parametrierung der einzelnen Komponenten gegeben (Abschnitt 3.4),
- Besonderheiten der rechentechnischen Implementierung beschrieben (Abschnitt 3.5) und
- Beispiele für den Entwurf der Überwachungsebene diskutiert (Abschnitt 3.6).

## 3.2 Adaptionsebene

Beim Entwurf der Adaptionsebene wird von einer typischen Situation für viele nichtlineare oder zeitvariante verfahrenstechnische Regelkreise ausgegangen, bei der zwar der Entwurf eines robust eingestellten linearen PID-Reglers möglich ist, aber dieser Regler die gewünschte Regelgüte nicht garantieren kann. Der Stabilitätsnachweis wird üblicherweise mit einem linearisierten Modell der Regelstrecke erbracht und ist folglich nur in der Umgebung des ausgewählten Arbeitspunktes bzw. mehrerer Arbeitspunkte gültig.

Darüber hinaus existiert Expertenwissen, das zum Entwurf eines Fuzzy-Reglers mit einer verbesserten Regelgüte verwendet werden kann. Aufgrund der sich ergebenden komplizierteren Regelkreisstruktur mit dem Fuzzy-Regler mißlingt ein Stabilitätsnachweis, allerdings zeigen sich bei einer simulativen oder praktischen Erprobung gute Ergebnisse. Der Einsatz im Routinebetrieb wird jedoch z.T. abgelehnt, weil der Stabilitätsnachweis nicht erbracht werden kann.

Diese Entwurfssituation bildet die Motivation für das Konzept der Adaptionsebene. Das Gebiet der adaptiven Regelung umfaßt neben klassischen Verfahren zur Nachführung von Reglerparametern (siehe z.B. [6, 77]) unter anderem auch vereinfachte Fuzzy-Adaptionsverfahren (siehe z.B. [94, 97]). Drei Beispiele für solche Fuzzy-Konzepte finden sich im Kapitel 4 (Schätzung der Öffnung des Parallelventils im Abschnitt 4.2, Schätzung der aktuellen Kopplungen im Abschnitt 4.3 und Schätzung der Abnutzungs- und Verbärungssituation am Stopfen im Abschnitt 4.4). In diesem Abschnitt werden aber nur die Adaptionsalgorithmen näher betrachtet, die zur Stabilitätssicherung im Rahmen der übergeordneten Reglerebene dienen.

Wenn mit Hilfe der Überwachungsebene nicht tolerierbare Situationen beim Einsatz des Fuzzy-Reglers on-line erkannt werden, wird auf den parallel verfügbaren PID-Regler zurückgeschaltet. Damit kann der Fuzzy-Regler mit der besseren Regelgüte verwendet werden, wobei im Notfall immer noch der PID-Regler mit der ursprünglichen Regelgüte zur Verfügung steht, ohne daß ein Anlagenstillstand erforderlich ist. Eine Erweiterung auf kompliziertere Entwurfssituationen ist in mehrfacher Hinsicht möglich:

- Alternative Sicherheitsstrategien anstelle des PID-Reglers (z.B. Mehrpunktregler) sind ebenso möglich wie gestufte Sicherheitskonzepte, die nacheinander verschiedene Sicherheitsstrategien wählen. Mit diesem Fall können auch Situationen behandelt werden, in denen Anlagenfehler ein Abschalten erfordern (z.B. Ausfall von Sensoren usw.).
- Eine Aufteilung von nicht tolerierbaren Situationen in gefährliche und ungefährliche Situationen eröffnet Freiräume für eine on-line Adaption des Fuzzy-Reglers. Solange eine Situation noch nicht gefährlich ist, kann versucht werden, die Regelungsstrategie an das Prozeßverhalten anzupassen. Wird eine bessere Regelungsstrategie gefunden, wird diese als neuer Fuzzy-Regler übernommen. Gelingt dies nicht, bleibt immer noch die Umschaltung auf ein Sicherheitskonzept. Diese Strategie ist insbesondere bei Systemen mit einem hohen Grad an Autonomie erforderlich, bei denen ein manueller Wartungseingriff nicht oder nur mit großer zeitlicher Verzögerung erfolgen kann.
- Anstelle von Fuzzy-Reglern können auch andere Regelungskonzepte (z.B. Künstliche Neuronale Netze) verwendet werden.

Als Entscheidungskriterien für das Erkennen einer nicht tolerierbaren Situation können Klassifikatoren für das ein- oder mehrmalige Unterschreiten von Mindestwerten (z.B. S = 0.5) des Stabilitätsgrades in einem Zeitfenster oder gefilterte Werte des Stabilitätsgrades verwendet werden. Das von dieser Idee ausgehende Konzept der Adaptionsebene zur Stabilitätssicherung ist in Bild 3.2 dargestellt. Eine Einschätzung der Prozeßsituation als nicht tolerierbar führt zu einer Umschaltung auf einen (u.U. hierarchisch gestaffelten) Sicherheitsmodus, wobei ein redundanter Regler unter folgenden Voraussetzungen ungefährliches Verhalten des geschlossenen Regelkreises garantiert:

- Eine sichere Regelungsstrategie, die tolerierbare Prozeßgrößen garantiert, ist für alle Prozeßzustände bekannt.
- Die Umschaltung vom normalerweise eingesetzten Regler auf den redundanten Regler geschieht rechtzeitig bei einer sich anbahnenden Gefahrensituation, das heißt, bis zum Beginn des Einwirkens des redundanten Reglers werden keine gefährlichen Zustände durchlaufen.
- Die Umschaltung ist irreversibel.



Bild 3.2: Wirkungsweise der Adaptionsebene

Interessant ist dabei, daß bereits auf der Basis qualitativer Aussagen (z.B. Stabilität der Regelstrecke) Stabilitätsaussagen für redundante "Regler" getroffen werden können, z.B. bei Ausgabe eines konstanten, nicht mehr von der Regelgröße abhängigen Sicherheitsstellwertes (entspricht der Auftrennung des Regelkreises).

Die Gewährleistung der Stabilität durch Umschaltung auf einen redundanten sicheren Regler erfordert eine irreversible Umschaltung auf die sichere Regelungsstrategie. Bei entstehenden Gefahrensituationen verbieten sich weitere Experimente mit unter Umständen unsicherem Ausgang. Für den Fall, daß nach der Stabilisierung durch den redundanten Regler auf den vorhergehenden Regler zurückgeschaltet wird, der die Instabilität verursacht hat, entsteht nach erneut auftretender Instabilität ein Schwingverhalten mit schaltender Adaptionsebene. Dieses Schwingverhalten tritt bei einer irreversiblen Umschaltung nicht auf. Deshalb sind Lern- und Adaptionsalgorithmen zur Verbesserung der Regelgüte nur so lange möglich, wie die Umschaltung in den Sicherheitsmodus nicht erfolgt ist.

Bis dahin sind unterschiedliche Vorgehensweisen für den Regler im Normalbetrieb denkbar:

- 1. Gesteuerte Adaption (nur von externen Einflußgrößen des Prozesses abhängig) mit geringen Stabilitätsproblemen und
- Geregelte Adaption (abhängig von beliebigen Prozeßgrößen) mit größeren Stabilitätsproblemen, aber größeren Freiheitsgraden zur Güteverbesserung. Dieses Verfahren ist explizit oder implizit stets von einer Modelladaption abhängig.

Als redundante Regler können z.B.

- robust eingestellte PID-Regler (exakte Auslegung oder Näherungsverfahren wie Linearisierung um mögliche Arbeitspunkte oder Trajektorien) oder
- gesteuert adaptive Regler, bei denen keine Rückkopplungsschleife von Ausgangs- oder Zustandsgrößen zu den Reglerparametern besteht,

gewählt werden.

Die Kenntnis eines Modells der Regelstrecke ermöglicht auch eine prädiktive Suche nach Regelungsalgorithmen, indem on-line anhand des Modells Strategien erprobt werden, die bei besserem Verhalten den vorhandenen Regler ersetzen. Die Strategie entspricht den wissensbasierten Ansätzen nach RASMUSSEN, wobei entsprechend einer Zielfunktion modellbasiert Entscheidungen getroffen werden. Diese Methode erfordert allerdings eine hohe Modellgüte und erhebliche Rechenleistungen, weshalb bisher nur wenige praktische Beispiele existieren.

# 3.3 Auswirkungen verschiedener Systemklassen auf die Strukturierung und Parametrierung der übergeordneten Reglerebene

### 3.3.1 Übersicht

Beim Entwurf der übergeordneten Reglerebene sind zunächst wesentliche Entscheidungen über qualitative Eigenschaften des Systems und über die Festlegung des tolerierbaren Systemverhaltens zu treffen. Jede dieser Entscheidungen stellt unterschiedliche Anforderungen an das zur Verfügung stehende Modell der Regelstrecke und beeinflußt die Struktur und die Parameter der unscharfen Ljapunov-Funktionen in der Überwachungsebene.

Beispiele für solche Auswirkungen sind

- die Notwendigkeit eines Systemmodells für die Regelstrecke oder eines Signalmodells der Störung zur Schätzung der Störgröße,
- die zunehmende Unschärfe der Stabilitätsbeurteilung bei zunehmender Unschärfe im Modell der Regelstrecke,
- eine zunehmende Komplexität der Überwachungsebene bei Mehrgrößensystemen,
- unterschiedliche Ansätze für die Bewertungsfunktion in Abhängigkeit vom tolerierbaren Verhalten des geschlossenen Regelkreises,
- die Einbeziehung von Anforderungen an das Stellverhalten sowie

 zulässige Implementierungsvarianten des Modells der Regelstrecke in Abhängigkeit seines Stabilitätsverhaltens.

Für einen erfolgreichen Entwurf ist es wichtig, alle verfügbaren Modellinformationen über die Regelstrecke auszunutzen und das tolerierbare Systemverhalten genau zu beschreiben. Die wichtigsten Auswirkungen werden in den nachfolgenden Unterabschnitten weiter untersetzt.

#### 3.3.2 Modelltyp der Regelstrecke

Wenn *kein Modell* der Regelstrecke vorliegt, kann nur die Trennung von Eigenvorgängen und erzwungenen Vorgängen bezüglich der Führungsgrößenänderung vorgenommen werden. Bei der Berechnung der Korrektur der Bewertungsfunktion in Gl. (2.28) muß

$$\Delta \underline{\hat{z}}_k = \underline{0} \tag{3.1}$$

eingesetzt werden. Damit werden die Störungen in der Bewertungsfunktion nicht korrigiert, wodurch bei gestörten Systemen mit zu pessimistischen Stabilitätsaussagen zu rechnen ist, weil jede Störung als Änderung der Regelgröße interpretiert wird. Beispielsweise führt eine Störung nach Erreichen der Ruhelage zu einem größeren Wert der Bewertungsfunktion und so zu einem positiven Trend.

Bei Vorliegen eines scharfen *Störgrößenmodells* (z.B. Messung der Störgröße, Schätzung der Störgröße aus zugänglichen Meßgrößen) kann die geschätzte Änderung der Störgröße in Gl. (2.28) eingesetzt werden.

Im Falle eines scharfen *Ein-Ausgangs-Modells* der Regelstrecke wird die Störgrößenänderung über die gemessene Regelgröße y und die geschätzte Modellausgangsgröße  $\hat{y}$  durch

$$\Delta \underline{\hat{z}}_{k} = \underline{y}_{k+1} - \underline{y}_{k} - \underline{\hat{\overline{y}}}_{k+1} + \underline{\hat{\overline{y}}}_{k}$$
(3.2)

abgeschätzt und in den folgenden Betrachtungen für  $\Delta \underline{z}_k$  eingesetzt. Bei einem exakten Modell (Übereinstimmung von ungestörter Ausgangsgröße  $\overline{y}$  und ihrer Schätzung  $\hat{\overline{y}}$ ) folgt

$$\Delta \underline{\hat{z}}_{k} = \underline{y}_{k+1} - \underline{y}_{k} - \underline{\hat{y}}_{k+1} + \underline{\hat{y}}_{k} = \underline{\overline{y}}_{k+1} + \underline{z}_{k} + \Delta \underline{z}_{k} - \underline{\overline{y}}_{k} - \underline{z}_{k} - \underline{\hat{\overline{y}}}_{k+1} + \underline{\hat{\overline{y}}}_{k} = \Delta \underline{z}_{k}.$$
(3.3)

*Unscharfe Modelle* können auf unterschiedlichen Wegen entstehen und berücksichtigt werden (Tabelle 3.1). In der Entstehung existieren drei Varianten (Zeilen in Tabelle 3.1):

- 1. Die Fuzzy-Menge der Störgrößenänderung resultiert direkt aus einem Störgrößenmodell.
- Die Ausgangs-Fuzzy-Menge eines Fuzzy-Modells wird ohne eine Defuzzifizierung als Schätzung der ungestörten Ausgangsgröße verwendet. Dabei ist darauf zu achten, daß diese Fuzzy-Menge als ein Maß für die Unschärfe interpretiert werden kann, wie es z.B. die modifizierten Inferenzverfahren nach KREBS und SCHÄFERS [102, 158, 160] sichern.

3. Die Auswirkungen werden durch die Parallelschaltung von q verschiedenen Modellen mit scharfen Ausgangsgrößen abgeschätzt, die mit Plausibilitäten µ<sup>Mi</sup> (i = 1,...,q) versehen sind (q Stützpunkte). Durch die Zusammenfassung dieser Werte entsteht eine Fuzzy-Menge für die geschätzte Ausgangsgröße (Bild 3.3, siehe Beispiel in Unterabschnitt 3.6.4). Dabei können aus unsicheren Parametern vollständige Multimodell-Ansätze [1], Monte-Carlo-Modelle (zufällige Kombination von Parametern) oder heuristische Kombinationen (z.B. Modell mit mittleren Parametern, Modell für hohe Dynamik, Modell für geringere Dynamik) gebildet werden. Ähnliche Konzepte werden von KUHN und WERNSTEDT [106] beim Entwurf von fuzzy-adaptiven Reglern für Systeme mit unsicheren Parametern erfolgreich eingesetzt.

Berechnung	Frweiterungsprinzin am Fingang der	Frweiterungsprinzin am Ausgang der		
Dereennung	Europe Liberwoohungsohono	Euzzy Überweebungsebene		
$\Gamma + 1$	Tuzzy-Oberwachungsebene	Fuzzy-Oberwachungsebene		
Entstehung	(Variante A)	(Variante B)		
Fuzzy-Menge	• Schätzung der Fuzzy-Menge für	<ul> <li>Schätzung der Fuzzy-Menge für</li> </ul>		
aus Störgrößen-	$\Delta \underline{z}$	$\Delta \underline{z}$ und Bilden von q Stützpunk-		
modell	• Berechnung der Fuzzy-Menge	ten nach den Gln. (3.7) und (3.8)		
	des Stabilitätsgrades (Kapitel 2)	• separate Berechnung von q		
		Stabilitätsgraden und nachfol-		
		gende Akkumulation (Bild 3.4)		
Fuzzy-Menge	• Schätzung der Fuzzy-Menge für	• Schätzung der Fuzzy-Menge für		
des Modell-	$\Delta \underline{z}$ aus der Fuzzy-Menge des	$\Delta \underline{z}$ aus der Fuzzy-Menge des		
ausgangs	Modellausgangs nach Gl. (3.5)	Modellausgangs und Bilden von		
	• Berechnung der Fuzzy-Menge	q Stützpunkten nach den Gln.		
	des Stabilitätsgrades (Kapitel 2)	(3.7) und (3.8)		
		• separate Berechnung von q		
		Stabilitätsgraden und nachfol-		
		gende Akkumulation (Bild 3.4)		
verschiedene	• Schätzung von q Stützpunkten	• Schätzung von q Stützpunkten		
Modelle mit	für $\Delta \underline{z}$ aus den Modellausgängen	für $\Delta \underline{z}$ aus den Modellausgängen		
Plausibilitäten	und akkumulieren zu einer Fuz-	• separate Berechnung von g		
$\mu^{Mi}$ (i = 1,,q)	zy-Menge (Bild 3.3)	Stabilitätsgraden und nachfol-		
	Berechnung der Fuzzy-Menge	gende Akkumulation (Bild 3.4)		
	des Stabilitätsgrades (Kapitel 2)			

 Tabelle 3.1:
 Berücksichtigung der Unschärfe in Modellen

Bei der zweiten Variante wird die Fuzzy-Menge der Modellausgangsgröße

$$\mathscr{F}_{k}^{\underline{\hat{y}}}\left(\underline{\hat{y}}_{k}\right):\underline{\hat{y}}_{k}\to\left[0,1\right]$$

$$(3.4)$$

mit dem Erweiterungsprinzip in Gl. (3.2) eingesetzt. Diese Fuzzy-Menge ordnet jedem m-dimensionalen Vektor der Modellausgangsgröße eine skalare Zugehörigkeit aus dem Intervall von Null bis Eins zu und wird folglich im Mehrgrößenfall durch eine m-dimensionale Zugehörigkeitsfunktion beschrieben. Bei einer scharfen Behandlung der gemessenen Systemausgangsgröße y folgt bei der Berechnung der geschätzten Störgrößenänderung eine Fuzzy-Menge für die Störgrößenänderung

$$\mathscr{F}_{k-1}^{\Delta \hat{\underline{z}}_{k}} \left( \mathscr{S}\left(\underline{y} - \underline{y}_{k}\right) - \mathscr{S}\left(\underline{y} - \underline{y}_{k-1}\right) - \mathscr{F}_{k}^{\hat{\underline{y}}}\left(\hat{\underline{y}}\right) + \mathscr{F}_{k-1}^{\hat{\underline{y}}}\left(\hat{\underline{y}}\right) \right) : \Delta \hat{\underline{z}}_{k-1} \to [0, 1].$$

$$(3.5)$$

Dabei ist die Zugehörigkeitsfunktion der Singleton-Fuzzy-Menge  $\mathscr{G}(y-y_{\mu})$  über die Beziehung

$$\mu_{k}^{\mathscr{P}}\left(\underline{y}\right) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad \underline{y} = \underline{y}_{k} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$
(3.6)

definiert.

Die formale Anwendung des Erweiterungsprinzips führt bei großen Modellunsicherheiten zu Fuzzy-Mengen für die Störgrößenänderung, die eine zu grobe Abschätzung für das Systemverhalten geben. Die Ursache liegt in der Verwendung der jeweiligen Extremwerte für die Modellausgangsgrößen zu den Zeitpunkten k-1 und k (siehe Beispiel in Unterabschnitt 3.6.3). Zur Berechnung von Gl. (3.5) ist folglich nicht nur die Fuzzy-Ausgangs-Menge des Modells zu den Zeitpunkten k und k-1 erforderlich, sondern auch eine Aussage über die Abhängigkeit zwischen den Fuzzy-Mengen zu den Zeitpunkten k-1 und k (entspricht einer Autokorrelation der Ausgangsgrößen des Modells).



**Bild 3.3:** Struktur für die Abschätzung einer Fuzzy-Menge der ungestörten Modellausgangsgröße  $\hat{y}$  bei q verschiedenen Teilmodellen (eindimensionaler Fall)

Bei sinnvoll gewählten Abtastzeiten kann näherungsweise die Verschiebung und Verformung der Fuzzy-Menge der Modellausgangsgröße vom Zeitpunkt k-1 zum Zeitpunkt k geschätzt werden. Dabei werden zur Berechnung typische Stützpunkte der Fuzzy-Menge verwendet (bei einem Dreieck die beiden Grenzen des Supports mit Zugehörigkeit Null und der Punkt mit Zugehörigkeit Eins, bei mehrdimensionalen Zugehörigkeitsfunktionen alle Eckpunkte des Supports mit Zugehörigkeit Null und der Punkt mit Zugehörigkeit Eins):

$$\mathscr{F}_{k-1}^{\Delta \hat{\underline{z}}} = \left\{ \left( \underline{\underline{y}}_{k} - \underline{\underline{y}}_{k-1} - \underline{\underline{\hat{y}}}_{k}^{M1} + \underline{\underline{\hat{y}}}_{k-1}^{M1} \right) \middle| \mu^{M1}, \dots, \left( \underline{\underline{y}}_{k} - \underline{\underline{y}}_{k-1} - \underline{\underline{\hat{y}}}_{k}^{Mq} + \underline{\underline{\hat{y}}}_{k-1}^{Mq} \right) \middle| \mu^{Mq} \right\}.$$
(3.7)

Im Eingrößenfall gilt mit den Modellen 1 (linker Fuß einer dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktion), 2 (Spitze einer dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktion) und 3 (rechter Fuß einer dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktion) die Gleichung

$$\mathcal{F}_{k-1}^{\Delta \hat{z}} = \begin{cases} \left( y_{k} - y_{k-1} - \min\left( \sup\left(\mathcal{F}_{k}^{\hat{\underline{y}}}(\hat{\overline{y}})\right) \right) + \min\left( \sup\left(\mathcal{F}_{k-1}^{\hat{\underline{y}}}(\hat{\overline{y}})\right) \right) \right) \middle| \mu^{M1} = 0, \\ \left( y_{k} - y_{k-1} - \hat{\overline{y}}_{k}^{M2} + \hat{\overline{y}}_{k-1}^{M2} \right) \middle| \mu^{M2} = 1, \\ \left( y_{k} - y_{k-1} - \max\left( \sup\left(\mathcal{F}_{k}^{\hat{\underline{y}}}(\hat{\overline{y}})\right) \right) + \max\left( \sup\left(\mathcal{F}_{k-1}^{\hat{\underline{y}}}(\hat{\overline{y}})\right) \right) \right) \middle| \mu^{M3} = 0, \end{cases}$$
(3.8)

(siehe auch Beispiel in Unterabschnitt 3.6.4). Anschließend wird für jeden dieser Stützpunkte die Verschiebung zwischen den Zeitpunkten k-1 und k berechnet. Wenn die Verschiebungen unterschiedlich sind, verformt sich die Fuzzy-Menge. Diese Schlußfolgerungsweise ähnelt dem Inferenzverfahren nach KREBS und SCHÄFERS [102, 158, 160].

Die Berechnung des Stabilitätsgrades kann unter Verwendung unscharfer Modelle, unabhängig von ihrer Entstehung, auf zwei unterschiedlichen Wegen erfolgen (Spalten in Tabelle 3.1).

Bei der Variante A kommt folgender Auswertealgorithmus zum Einsatz (Kapitel 2):

- Berechnung der Fuzzy-Menge der Korrektur der Bewertungsfunktion durch Einsetzen der unscharfen Störgrößenänderung in Gl. (2.30), was der Verwendung des Erweiterungsprinzips für Gl. (2.28) entspricht,
- Fuzzy-Menge der korrigierten Bewertungsfunktion (2.42),
- Fuzzy-Mengen der gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion in den Zeitfenstern M und N entsprechend Gl. (2.53),
- Fuzzy-Menge des Trends (2.55) und des gewichteten Trends (Gln. (2.62) bzw. (2.65)) und
- Berechnung der Fuzzy-Menge des Stabilitätsgrades durch Auswertung des Fuzzy-Blocks mit der Regelbasis in Tabelle 2.2 durch die Gln. (2.76) (2.78).

Bei der Verwendung der *Variante B* wird für jedes der q Teilmodelle mit einer scharfen Schätzung für die Störgrößenänderung ein Stabilitätsgrad  $S_k^{Mi}$  ermittelt.

Die Stützpunkte für die Störgrößenänderung liegen entweder direkt vor (bei Modellen mit scharfen Ausgangsgrößen) oder können gemäß den Gln. (3.7) und (3.8) aus der Fuzzy-Menge ermittelt werden. Dazu werden

• die Korrektur der Bewertungsfunktion (2.28),

- die korrigierte Bewertungsfunktion (2.39),
- die gemittelten korrigierten Bewertungsfunktionen in den Zeitfenstern M und N entsprechend Gl. (2.47),
- der Trend (2.46) und der gewichtete Trend (Gln. (2.58) bzw. (2.59)) sowie
- der Stabilitätsgrad aus dem Fuzzy-Block mit der Regelbasis in Tabelle 2.2

berechnet. Diese q Stabilitätsgrade werden mit der Plausibilität des jeweiligen Teilmodells  $\mu^{M_1}$  versehen (Bild 3.4). So entsteht eine Fuzzy-Menge des Stabilitätsgrades, welche die Auswirkungen aller q Teilmodelle auf den Stabilitätsgrad beschreibt:



**Bild 3.4:** Struktur für die Abschätzung einer Fuzzy-Menge des Stabilitätsgrades bei q verschiedenen Teilmodellen (FUE - Fuzzy-Überwachungsebene zur Berechnung des Stabilitätsgrades entsprechend Kapitel 2 )

Die Variante B erfordert bei kleinen q (ca. 3-5) einen geringeren Rechenaufwand im Vergleich zu A. Allerdings werden Einflüsse von zeitvarianten Systemen im Betrachtungszeitraum zur Ermittlung des aktuellen Stabilitätsgrades und andere Stabilitätsaussagen zwischen den Teilmodellen vernachlässigt, die durch die quadratischen Terme der Störgrößenänderung bei der Korrektur der Bewertungsfunktion entstehen können (z.B. Gl. (2.33) und Bild 2.10). Insgesamt wird bei Vorliegen eines unscharfen Modells, wie bei DE GLAS [46], MARIN und TITLI [117], die Stabilität
einer ganzen Klasse von Systemen untersucht, was bei großen Modellunsicherheiten zu pessimistischen Stabilitätseinschätzungen führt.

Außerdem bestimmt der on-line verfügbare Modelltyp die Leistungsfähigkeit der Adaptionsebene wesentlich mit. Dabei kann für die Adaption entweder das gleiche Modell wie für die Störgrößenschätzung (siehe Schätzung der Öffnung des Parallelventils in Abschnitt 4.2) oder ein weiter vereinfachtes Modell eingesetzt werden. Eine typische Vereinfachung ist die Beschränkung auf die statischen Kennlinien der Regelstrecke, um den Berechnungsaufwand zu reduzieren und einfachere Adaptionsalgorithmen zu implementieren (siehe Schätzung der aktuellen Kopplungen im Abschnitt 4.3 und Schätzung der Abnutzungs- und Verbärungssituation am Stopfen im Abschnitt 4.4). Erfahrungen mit dem Einsatz unscharfer Modelle für die geregelte Adaption liegen bisher aber kaum vor.

## 3.3.3 Anzahl der Ein- und Ausgangsgrößen

Wenn in einem komplexen System mehrere Regelkreise (i = 1,...,m) zu überwachen sind, beeinflußt die Stärke der Kopplungen der Teilsysteme der Regelstrecke den Entwurf der übergeordneten Reglerebene. Ein Strukturbeispiel für ein gekoppeltes Zweigrößensystem (m = 2) ist in Bild 3.5 gegeben. Das Modell der Regelstrecke setzt sich aus Haupt- und Koppelstrecken zusammen, die unterschiedlich verbunden sein können (z.B. P-kanonisch, V-kanonisch usw. [100, 166]). Zur Beurteilung der Stärke einer Kopplung können beim Entwurf der übergeordneten Reglerebene Kopplungsmaße herangezogen werden [100, 113, 166]. Ein Beispiel für ein Kopplungsmaß ist die Kennziffer der strukturellen Instabilität für lineare (bzw. linearisierte nichtlineare) Systeme

$$KSI = \frac{\det \mathbf{G}(0)}{\prod_{i=1}^{m} g_{ii}(0)}$$
(3.10)

mit der Matrix der Übertragungsfunktionen G(s) und ihren Hauptdiagonalelementen  $g_{ii}(s)$ .

In Abhängigkeit von der Systemstruktur und der Stärke der Kopplung sind drei Fälle zu unterscheiden (Tabelle 3.2):

- Fall A: Die Regelstrecke ist ein SISO (Single-Input-Single-Output) bzw. MIMO (Multi-Input-Multi-Output) System mit vernachlässigbaren Kopplungen.
- Fall B: Die Regelstrecke ist ein MIMO-System mit nicht vernachlässigbaren Kopplungen und Forderung nach Eigenautonomie.
- Fall C: Die Regelstrecke ist ein MISO (Multi-Input-Single-Output), SIMO (Single-Input-Multi-Output) oder MIMO-System mit nicht vernachlässigbaren Kopplungen ohne Forderung nach Eigenautonomie.

Im Fall A sind je nach Struktur entweder keine Kopplungen zwischen Regelgrößen vorhanden (SISO-System mit m = 1) oder sie können vernachlässigt werden. Für die Stabilitätsbeurteilung sind die Modelle der Hauptstrecken (Bild 3.6) und separate Bewertungsfunktionen (i = 1,...,m) ausreichend. Damit ergibt sich für jedes der m Teilsysteme ein Stabilitätsgrad, der in getrennten

Adaptionsebenen ausgewertet werden kann. Die Koppeleinflüsse werden durch die Modelle der Hauptstrecken nicht erfaßt und folglich als äußere Störungen behandelt.



Bild 3.5: Struktur eines Zweigrößensystems mit Regler und Entkoppelnetzwerk



Bild 3.7: MIMO-Modellstuktur

Im Fall B ist wegen der starken Kopplungen im Gegensatz zum Fall A bei nicht meßbaren Störgrößen ein MIMO-Modell der Regelstrecke (Bild 3.7) notwendig, um zwischen additiven Störungen und Koppeleinflüssen unterscheiden zu können. Beim Einsatz von SISO-Modellen der Hauptstrecken werden alle Koppeleinflüsse als Störgrößeneinflüsse interpretiert, was zu fehlerhaften Stabilitätsbewertungen führen kann (Beispiel in Unterabschnitt 3.6.1).

Bei stark gekoppelten Systemen ist häufig die Eigenautonomie [100] des geschlossenen Regelkreises ein wichtiges Entwurfsziel, bei der Änderungen einer einzelnen Regelgröße ohne Einfluß auf die anderen Regelgrößen bleiben. Folglich muß eine separate Bewertung für alle Regelgrößen vorgenommen werden.

Dabei werden die m Regeldifferenzen mit separaten Bewertungsfunktionen

$$L_{i,k} = e_{i,k} \cdot p_{ii} \cdot e_{i,k} = \alpha_i^2 \cdot e_{i,k}^2, \quad i = 1,...,m, \quad p_{ii} > 0,$$
(3.11)

ausgewertet, wobei anschließend die Stabilitätsgrade der Teilsysteme  $S_i$  zu einem Stabilitätsgrad des Gesamtsystems zusammengefaßt werden, der sich an der schlechtesten Stabilitätsschätzung für eine Regelgröße orientiert:

$$S = \min_{i,i=1,...,m} S_i$$
. (3.12)

Damit ergibt sich in der Regel eine gemeinsame Stabilitätsbeurteilung für das Gesamtsystem. Wenn die Integrität (Stabilität des Gesamtsystems bei Ausfall von Teilsystemen) [100] gesichert ist, kann allerdings auch auf die Zusammenfassung zu einem Stabilitätsgrad des Gesamtsystems verzichtet und eine separate Stabilitätssicherung der Teilsysteme durch separate Adaptionsebenen vorgenommen werden.

Auch im Fall C ist wie im Fall B und im Gegensatz zum Fall A ein Modell der Regelstrecke notwendig, das alle Kopplungen mit berücksichtigt. Wenn bei MIMO-Systemen keine Eigenautonomie des geschlossenen Regelkreises gefordert ist, muß im Gegensatz zum Fall B eine Bewertungsfunktion für das Gesamtsystem, z.B.

$$L_{k} = \underline{e}_{k}^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{e}_{k} = (\underline{w}_{k} - \underline{y}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_{k} - \underline{y}_{k})$$

$$= \left( \begin{pmatrix} w_{1,k} \\ \vdots \\ w_{m,k} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_{1,k} \\ \vdots \\ y_{m,k} \end{pmatrix} \right)^{T} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1}^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_{2}^{2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_{m}^{2} \end{pmatrix} \cdot \left( \begin{pmatrix} w_{1,k} \\ \vdots \\ w_{m,k} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_{1,k} \\ \vdots \\ y_{m,k} \end{pmatrix} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i}^{2} \cdot e_{i,k}^{2}, \qquad \alpha_{i}^{2} - \text{Konstanten},$$

$$(3.13)$$

eingesetzt werden. Hier wird bei Störungen und Führungsgrößenänderungen bewertet, inwieweit die Gesamtsituation des Regelkreises (gewichtete Summe der Quadrate der Regeldifferenzen der Teilsysteme) verbessert wird, wodurch Beeinflussungen benachbarter Regelgrößen toleriert werden (Beispiel in Unterabschnitt 3.6.2).

Zu diesem Fall C gehören auch Systeme mit MISO- und SIMO-Modellen der Regelstrecke. In beiden Fällen müssen Koppelstrecken mit berücksichtigt werden, um eine gute Modellqualität für die Schätzung der Regelgröße(n) zu erzielen.

Bei MISO-Modellen betrifft das die Koppelstrecken  $S_{1i}$  von verschiedenen Stellgrößen auf die Regelgröße, bei SIMO-Modellen die Koppelstrecken  $S_{i1}$  von der Stellgröße auf verschiedene Regelgrößen. Bei SIMO-Modellen ist allerdings im Gegensatz zum Fall B prinzipiell keine Eigenautonomie realisierbar, weil nur ein Regelkreis mit einer Kompromißlösung für mehrere Regelgrößen existiert, der gemeinsam bewertet werden muß.

Bewertungs- funktion	separat für die m Teilsysteme	gemeinsam für Gesamtsystem
m Teil- modelle der Haupt- strecken	<ul> <li>separate Bewertungsfunktionen</li> <li>separate Stabilitätsbewertung</li> <li>Koppeleinflüsse werden als Störung bewertet</li> </ul>	<ul> <li>gemeinsame Bewertungsfunktionen</li> <li>gemeinsame Stabilitätsbewertung</li> <li>Koppeleinflüsse werden als Störung bewertet</li> </ul>
	⇒ Fall A: einsetzbar für schwach gekoppelte Systeme, bei ge- koppelten Systemen fehlerhafte Stabilitätsbewertung!	⇒ nicht einsetzbar, weil bei ge- koppelten Systemen fehlerhafte Stabilitätsbewertung!
MIMO- Modell	<ul> <li>separate Bewertungsfunktionen</li> <li>gemeinsame Stabilitätsbewertung</li> <li>Koppeleinflüsse werden in Stabilitätsbewertung einbezogen</li> <li>⇒ Fall B: einsetzbar für stark gekoppelte Systeme, wenn Eigenautonomie gefordert ist</li> </ul>	<ul> <li>gemeinsame Bewertungsfunktionen</li> <li>gemeinsame Stabilitätsbewertung</li> <li>Koppeleinflüsse werden in Stabilitätsbewertung einbezogen</li> <li>⇒ Fall C: einsetzbar für stark gekoppelte Systeme, wenn keine Eigenautonomie gefordert ist</li> </ul>

**Tabelle 3.2:** Anforderungen an das Modell und die Bewertungsfunktion in der Überwachungs-<br/>ebene bei der Überwachung von Mehrgrößensystemen

## 3.3.4 Anforderungen an das Führungs- und Störverhalten

## 3.3.4.1 Übersicht

Bei der Festlegung eines tolerierbaren Verhaltens kann vom gewünschten Verhalten des geschlossenen Regelkreises ausgegangen werden. Dabei ist bei der Wahl der Bewertungsfunktion, der Berechnung der korrigierten Bewertungsfunktion und des Stabilitätsgrades zu untersuchen, welches tolerierbare Verhalten dadurch für das System festgeschrieben wird. Die wichtigsten Probleme sind

- unterschiedliches dynamisches Sollverhalten beim Ausregeln von Führungs- und Störgrößen, das die zu wählende Struktur der Bewertungsfunktion beeinflußt (Unterabschnitt 3.3.4.2),
- tolerierbare Regeldifferenzen bei unterschiedlichen Führungs- und Störgrößen, die bei der Korrektur der Bewertungsfunktion zu berücksichtigen sind (Unterabschnitt 3.3.4.3),
- die Bewertung von Störgrößen und möglichen Modellfehlern (Unterabschnitt 3.3.4.4) und
- die Anforderungen an das Systemverhalten bei starken Führungs- und Störgrößenänderungen, die mit Hilfe eines zusätzlichen Störgrades formuliert werden können (Unterabschnitt 3.3.4.5).

Eine Vernachlässigung dieser Probleme kann zur Abweichung der Stabilitätsbeurteilung vom gewünschten tolerierbaren Verhalten führen und so entweder zu pessimistische oder zu optimistische Stabilitätseinschätzungen nach sich ziehen.

#### 3.3.4.2 Auswahl der Bewertungsfunktion

In einem ersten Schritt ist eine Bewertungsfunktion auszuwählen, die für jeden Punkt im Zustandsraum zum Zeitpunkt k eine Menge von Punkten für den Zeitpunkt k+1 als tolerierbar einstuft. Diese Festlegung kann zur Definition tolerierbarer Übergangsvorgänge genutzt werden, die hier anhand von SISO-Systemen der Regelstrecke diskutiert werden.

Den einfachsten Fall stellt die in [16] erstmalig vorgestellte Bewertungsfunktion im Eingrößenfall mit der quadratischen Regeldifferenz

$$L_{k} = e_{k}^{2} = (w_{k} - y_{k})^{2}$$
(3.14)

dar, die als Sonderfall von Gl. (2.14) mit  $\mathbf{P} = 1$  zu interpretieren ist. Die Regeldifferenz bildet dabei den n-dimensionalen Zustandsraum des realen Systems in einen eindimensionalen Raum ab. Diese Funktion bewertet alle Zeitverläufe als stabil, bei der sich die Regeldifferenz immer verringert.

Wenn auch Regelverläufe mit Überschwingen über den Sollwert toleriert werden sollen, kann die Definition einer Bewertungsfunktion mit der Erweiterung um die zeitliche Änderung der Regeldifferenz  $\Delta e_k$  als zusätzliche Ausgangsgröße

$$L_{k} = \underline{e}_{k}^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{e}_{k} = (\underline{w}_{k} - \underline{y}_{k})^{T} \cdot \mathbf{P} \cdot (\underline{w}_{k} - \underline{y}_{k})$$

$$= \begin{pmatrix} w_{k} - y_{k} \\ w_{k} - w_{k-1} - (y_{k} - y_{k-1}) \end{pmatrix}^{T} \cdot \begin{pmatrix} \alpha^{2} & 0 \\ 0 & \beta^{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_{k} - y_{k} \\ w_{k} - w_{k-1} - (y_{k} - y_{k-1}) \end{pmatrix}$$
(3.15)
$$= \alpha^{2} \cdot e_{k}^{2} + \beta^{2} \cdot \Delta e_{k-1}^{2}, \quad \alpha, \beta - \text{Konstanten},$$

betrachtet werden. Damit wird aus der gemessenen Regelgröße eine zusätzliche Information zur Bewertung gewonnen. Der n-dimensionale Zustandsraum des realen Systems wird so in einen zweidimensionalen Raum abgebildet, aus dem dann die eindimensionale Bewertungsfunktion entsteht.

Beispiele für die Auswirkungen solcher Festlegungen zeigen Bild 3.8 (zeitlicher Verlauf für ein PT1- und ein PT2-Verhalten des geschlossenen Regelkreises) und Bild 3.9 (Auswirkungen im Zustandsraum). In allen Teilbildern von Bild 3.8 sind die Führungsgröße w und die Regelgröße y als Funktion der Zeit dargestellt. Aus der Forderung nach abnehmenden Werten für die Bewertungsfunktion folgt für jeden Tastzeitpunkt k ein zulässiges Intervall für den Wert der Regelgröße. Dieses Intervall der tolerierbaren Regelgrößen ist in jedem Tastzeitpunkt als senkrecht durchgezogene Linie dargestellt und hängt von der Bewertungsfunktion und dem Zeitverlauf ab. Die Fuzzy-Menge für LJAP = NULL wurde in der Darstellung bereits berücksichtigt und bewirkt das Tolerieren von kleinen Regeldifferenzen (gut erkennbar nach Erreichen des Sollwertes ab t > 35 s).

Die Bewertungsfunktion (3.14) erkennt bei PT1-Verhalten des geschlossenen Regelkreises den gesamten Zeitverlauf als tolerierbar (Bild 3.8a) und bei PT2-Verhalten einige Folgezustände als nicht tolerierbar, nachdem bei etwa 12 s der Sollwert nahezu erreicht wurde (Werte außerhalb der

senkrechten Linien in Bild 3.8c). Im Unterschied zum kontinuierlichen Fall erfüllen im Prinzip Regelverläufe mit Überschwingen die Stabilitätsbedingung. Allerdings tritt dieser Fall bei der Diskretisierung kontinuierlicher Systeme mit sinnvoll gewählten Abtastzeiten nicht auf, weil er hochfrequente Signalverläufe verlangt (z.B. mit einer Periodendauer von zwei Takten durch Systeme wie  $y_{k+1} = -0.5y_k$  ohne äquivalentes kontinuierliches System). Sonst eignet sich diese Bewertungsfunktion nur für die Beurteilung aperiodischer Regelverläufe.

Hingegen klassifiziert die Bewertungsfunktion (3.15) beide Verläufe als tolerierbar (Bild 3.8b und d), weil sie ein Überschwingen der Regelgröße zuläßt. Allerdings ist diese Bewertungsfunktion bei praktischen Anwendungen problematischer, weil sie bei der Störgrößenschätzung für die Änderung der Regeldifferenz hohe Anforderungen an die Modellgüte stellt.





- a. Bewertungsfunktion (3.14), PT1-Verhalten (oben links)
- b. Bewertungsfunktion (3.15), PT1-Verhalten (oben rechts)
- c. Bewertungsfunktion (3.14), PT2-Verhalten (unten links)
- d. Bewertungsfunktion (3.15), PT2-Verhalten (unten rechts)

Bild 3.9 zeigt die zulässigen Prozeßzustände im Tastzeitpunkt k+1 für die Bewertungsfunktion (3.15) bei Darstellung im Zustandsraum. Durch die direkte Kopplung der Zustandsgrößen Regeldifferenz und Änderung der Regeldifferenz entsteht eine Randbedingung

$$\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{e}_k + \Delta \mathbf{e}_k \,, \tag{3.16}$$

die den Raum der zulässigen Prozeßzustände im Tastzeitpunkt k+1 auf die Schnittmenge der zulässigen Werte aus der Bewertungsfunktion (Ellipse) und der Randbedingung (Gerade) reduziert.

Für die Bewertungsfunktion (3.14) muß der nächste Prozeßzustand im Bild 3.9 auch auf der Geraden liegen, wobei die Bewertungsfunktion den tolerierbaren Bereich auf den Sektor zwischen den beiden gestrichelten Linien einschränkt.

Ausgehend von dieser scharfen Betrachtungsweise, bewirken die in Kapitel 2 eingeführten Modifikationen eine Unschärfe im Sinne einer Tolerierung "kurzzeitiger" (durch die Filterung bei der Bildung von gemittelter Bewertungsfunktion und des Trends) und "kleiner" (durch die Fuzzy-Komponente zur Ermittlung des Stabilitätsgrades) Verletzungen der aus der Auswertung der Bewertungsfunktion resultierenden Stabilitätsbedingung in Gl. (2.25).



**Bild 3.9:** Zulässige Regeldifferenz und Änderung der Regeldifferenz im Zustand k+1 bei Darstellung im Zustandsraum

#### 3.3.4.3 Teilkompensation von Führungs- und Störgrößenänderungen

Für Systeme, bei denen das Folgen von rampenförmigen Führungs- und Störgrößen nur ohne bleibende Regeldifferenz toleriert wird, ist eine Teilkompensation der Führungs- und Störgrößenänderung umzusetzen.

Dazu ist der Ansatz  $\overline{L}_k(\underline{w}_{k+1}, \underline{y}_{k+1}, \Delta \underline{\tilde{w}}_k, \Delta \underline{\tilde{z}}_k)$  zu wählen, wobei die Kompensationen  $\Delta \underline{\tilde{w}}$  und  $\Delta \underline{\tilde{z}}$  mit wachsendem k bei konstanten Führungs- und Störgrößenänderungen gegen Null gehen sollen.





Beispielsweise kann diese Forderung durch ein mit der *3*-Transformation (Transformation vom Laplace-Bereich in den z-Bereich) erzeugtes zeitdiskretes Filter (DT1-Verhalten und Halteglied Nullter Ordnung in kontinuierlicher Darstellung) realisiert werden:

$$\Delta \widetilde{w}_{i,k} = a_0 \Delta \widetilde{w}_{i,k-1} + \Delta w_{i,k} - \Delta w_{i,k-1}$$

$$\frac{\Delta \widetilde{W}_i^*(z)}{\Delta W_i^*(z)} = \frac{z-1}{z-a_0} = \mathscr{F}\left(\frac{1-e^{-sT_A}}{s}\frac{sT_F}{1+sT_F}\right), \qquad a_0 - \text{Parameter.}$$
(3.17)

Die Größen  $\Delta \tilde{W}_{i}^{*}$  und  $\Delta W_{i}^{*}$  bezeichnen dabei die i-ten Elemente der z-Transformierten der Folge der modifizierten Kompensation der Führungsgrößenänderung und der Folge der wirklichen Führungsgrößenänderung.

Damit werden neu auftretende Führungsgrößenänderungen übernommen und dann langsam reduziert, wenn die Änderung der Führungsgröße konstant bleibt. T<sub>F</sub> ist eine Filterzeitkonstante, die festlegt, wie schnell die bleibenden Regeldifferenzen abzubauen sind.

Für die Störung gilt entsprechend Gl. (3.17) der Ansatz

$$\begin{split} \Delta \widetilde{z}_{i,k} &= a_0 \Delta \widetilde{z}_{i,k-1} + \Delta \hat{z}_{i,k} - \Delta \hat{z}_{i,k-1} \\ \frac{\Delta \widetilde{Z}_i^*(z)}{\Delta \hat{Z}_i^*(z)} &= \frac{z-1}{z-a_0} = \mathscr{F}\left(\frac{1-e^{-sT_A}}{s} \frac{sT_F}{1+sT_F}\right), \qquad a_0 - \text{Parameter.} \end{split}$$
(3.18)

Die Größen  $\Delta \tilde{Z}_i^*$  und  $\Delta \hat{Z}_i^*$  bezeichnen dabei die i-ten Elemente der z-Transformierten der Folge der modifizierten Kompensation der Störgrößenänderung und der Folge der geschätzten Störgrößenänderung.

Die Unterschiede zwischen einer Kompensation der Führungsgrößenänderungen aus Gl. (2.28) und einer Teilkompensation gemäß Gl. (3.17) zeigt Bild 3.10. Bei beiden Verläufen stellt sich eine bleibende Regeldifferenz als Folge einer rampenförmigen Führungsgröße ein. Bei vollständiger Kompensation liegt die Regelgröße stets innerhalb der tolerierbaren Größen, was eine Einschätzung als stabil nach sich zieht. Die Teilkompensation der Führungsgröße bewirkt, daß die Regelgröße an der Grenze der tolerierbaren Größen ist. Dieser Fall entspricht einem Trend von Null, wodurch die Stabilität als SCHWER ENTSCHEIDBAR und nicht mehr als STABIL bewertet wird.

#### 3.3.4.4 Bewertung von Modellfehlern

Mit dem Systemmodell der Regelstrecke kann nicht zwischen äußeren Störungen und durch Modellfehler entstehenden geschätzten Störungen unterschieden werden. Durch das Tolerieren aller Störungen kommt es u.U. zu einer zu optimistischen Stabilitätsbeurteilung. Ein Beispiel für die Auswirkungen von Modellfehlern gibt Unterabschnitt 3.6.1, wo die Vernachlässigung der Koppelwirkungen im Modell auch bei einem ungestörten System zur Schätzung von Störungen führt, wodurch ein instabiles System als stabil eingestuft wird.

Ein Indikator für diese Situation ist die Abweichung der Modellausgangsgröße von der Regelgröße. Eine Berücksichtigung kann ähnlich wie in Gl. (3.18) über die Begrenzung der tolerierbaren Störungen erfolgen, wenn die Regelgröße zu stark von der Modellausgangsgröße abweicht:

$$\Delta \tilde{z}_{i,k} = \begin{cases} \Delta \hat{z}_{i,k} \text{ wenn } \left| y_{i,k} - \hat{\overline{y}}_{i,k} \right| < y_{i,krit} \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$$
(3.19)

Damit werden oberhalb einer Schranke  $y_{i,krit}$  nur noch Änderungen der Führungsgröße bei der Berechnung der korrigierten Bewertungsfunktion berücksichtigt.

#### 3.3.4.5 Störgrad

Eine wesentliche Einflußgröße bei der Beurteilung des Verhaltens des geschlossenen Regelkreises stellt das Ausmaß der Anforderungen dar, die aus äußeren Prozeßgrößen resultieren; d.h., wie stark ändert sich die Führungsgröße und wie stark sind die Störgrößen, die der Regler ausregeln soll. Bei konstanten Führungsgrößen und vernachlässigbar kleinen Störgrößen ist es einfacher, einen Sollzustand zu erreichen und zu halten. Im Gegensatz dazu werden bei starken Einflüssen durch Störungen oder Änderungen des Sollzustandes zunächst Abweichungen vom Sollzustand weniger kritisch bewertet.

Als Maß für die Intensität des Auftretens solcher Signale wird in dieser Arbeit ein Störgrad

$$\mathcal{D}_{k} = T_{A} \cdot \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \sqrt{\left(\Delta \underline{z}_{k-i} - \Delta \underline{w}_{k-i}\right)^{T} \cdot \mathbf{W}^{Y} \cdot \left(\Delta \underline{z}_{k-i} - \Delta \underline{w}_{k-i}\right)}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \cdot T_{A} \cdot \Delta d^{Tol} + \sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \sqrt{\underline{e}_{k-i}^{T} \cdot \mathbf{W}^{Y} \cdot \underline{e}_{k-i}}}$$
(3.20)

(Maß für das Verhältnis der Stör- und Führungsgrößenänderungen bezüglich der Regeldifferenzen im Zeitfenster M) als zusätzliche Eingangsgröße der Überwachungsebene eingeführt, wodurch eine Abschätzung der Ursachen eines unbefriedigenden Regelverlaufes (entweder durch starke äußere Erregungen oder durch instabiles Reglerverhalten) realisierbar ist. Die Verwendung des Zeitfensters M garantiert eine Betrachtung über den beurteilten Zeitverlauf zur Berechnung des Trends. Die Nutzung der Abtastzeit T<sub>A</sub>, die in Gl. (3.20) ohne die physikalische Einheit Sekunde eingesetzt wird, beseitigt die Abhängigkeit des Störgrades von unterschiedlichen Abtastzeiten, weil hier Änderungen von Prozeßgrößen durch Prozeßgrößen geteilt werden.

Die positive Konstante  $\Delta d^{Tol}$  muß prozeßspezifisch vereinbart werden. Je größer diese Konstante gewählt wird, desto größere Stör- und Führungsgrößenänderungen werden in jedem Fall als tolerierbar eingeschätzt. Die Diagonalmatrix  $\mathbf{W}^{Y}$  ermöglicht die Berücksichtigung von unterschiedlich skalierten Regeldifferenzen, Führungs- und Störgrößen.

Für die Berücksichtigung des Störgrades  $\mathcal{D}$  (linguistische Variable SGR) werden zwei Fuzzy-Terme KLEIN (KL) und GROSS (GR) eingeführt, wobei der Term KLEIN gering gestörte und der Term GROSS stark gestörte Systeme charakterisiert. Die Zugehörigkeitsfunktionen sind wiederum prozeßspezifisch zu vereinbaren. In der Simulation und bei praktischen Anwendungen haben sich als Schnittpunkt der Zugehörigkeitsfunktionen der Terme KLEIN und GROSS Werte zwischen  $\mathcal{D}$ = 0.1 und  $\mathcal{D}$  = 0.3 bewährt.

Außerdem wird eine neue Regelbasis für die Berechnung des Stabilitätsgrades im gestörten Fall S<sup>GS</sup> eingeführt, die in Tabelle 3.3 dargestellt ist. Der Unterschied zum Regelwerk in Tabelle 2.2 ist die Beurteilung des Stabilitätsgrades bei Situationen mit einem gewichteten Trend von Null oder positiv kleinen Werten der korrigierten Bewertungsfunktion und des gewichteten Trends.

Ljap	Ν	РК	PG
Lj_Trend			
NEG	STABIL	STABIL	STABIL
Ν	STABIL	Stabil	Stabil
РК	STABIL	Stabil	INSTABIL
PG	STABIL	INSTABIL	INSTABIL

**Tabelle 3.3:** Stabilitätsgrad  $S^{GS}$ , wenn Störgrad SGR = GROSS (Unterschiede zu Tabelle 2.2 kursiv)

Bei gestörten Verläufen ist eine ungenügende Reduzierung der Regeldifferenz in erster Linie durch Störungen verursacht, wodurch sich Werte der Bewertungsfunktion größer als Null einstellen. Insbesondere bei hochfrequenten Störungen kann es dabei vorkommen, daß der Regler hier nicht mehr zur Verbesserung der Situation beiträgt und der gewichtete Trend Null wird (z.B. bei Totzeitsystemen). Daraus soll aber kein Fehlverhalten des Reglers abgeleitet werden. Für ungestörte Systeme ist dieser Fall hingegen schwer entscheidbar, da der Regler zwar die Abweichung vom gewünschten Sollzustand nicht abbaut, aber auch keine Verschlechterung der Situation festzustellen ist.

Der Stabilitätsgrad S<sup>ges</sup> wird aus dem Stabilitätsgrad des ungestörten Falls S aus Abschnitt 2.7 und dem Stabilitätsgrad des gestörten Falls S<sup>GS</sup> nach Tabelle 3.3 durch gewichtete Addition mit den jeweiligen Zugehörigkeitswerten berechnet:

$$\mathbf{S}^{\text{ges}} = \boldsymbol{\mu}^{\text{SGR,KL}} \cdot \mathbf{S} + \boldsymbol{\mu}^{\text{SGR,GR}} \cdot \mathbf{S}^{\text{GS}}.$$
(3.21)

Allerdings führt die Regel

"WENN korrigierte Bewertungsfunktion POSITIV GROSS

UND gewichteter Trend NULL

UND Störgrad GROSS

DANN System STABIL"

im stark gestörten Fall dazu, daß bleibende Regeldifferenzen bis zu einem bestimmten Wert als stabil eingeschätzt werden. Das ist immer dann der Fall, wenn  $\mathcal{D}_k > \mathcal{D}^{KL}$  gilt. Die Konstante  $\mathcal{D}^{KL}$  bezeichnet dabei den größten Wert, für den die Zugehörigkeitsfunktion von SGR = KL gerade noch Eins ist (Bild 3.11).



Bild 3.11: Zugehörigkeitsfunktion Störgrad

Große Regeldifferenzen bewirken zwar eine Senkung des Störgrades, dennoch kann es hier zu Entwurfsproblemen bezüglich einer Trennung von zu großen tolerierten Regeldifferenzen (Entwurf verbessert sich durch eine Vergrößerung von  $\mathcal{D}^{KL}$  oder eine Verschiebung der Zugehörig-

keitsfunktionen der Terme PK und PG von LJAP zu kleineren Werten) und einer Berücksichtigung von nichtangepaßten Einschwingvorgängen bezüglich zu großer Störungen (Entwurf verbessert sich durch eine Verkleinerung von  $\mathcal{D}^{KL}$  oder eine Verschiebung der Zugehörigkeitsfunktionen der Terme PK und PG von LJAP zu größeren Werten) kommen.

Ein ähnliches Problem ist die Absicherung der Regelbasis gegen den Fall, daß durch Störungen bei LJAP = PG und LJ\_TREND zwischen N und PK ein langsam steigender Trend als stabil eingestuft wird. Auch hier ist zu überprüfen, ob die Senkung des Störgrades durch größere Regeldifferenzen ausreicht oder zusätzliche Maßnahmen zur Erkennung dieses Problems (z.B. durch zusätzliche Regeln) notwendig sind.

## 3.3.5 Anforderungen an das Stellverhalten

Bei einigen technischen Systemen sind bei der Beurteilung der Tolerierbarkeit nicht nur die Regelgrößen, sondern auch die Stellgrößen zu berücksichtigen. Ein Beispiel für ein nicht tolerierbares Verhalten sind z.B. hochfrequente Änderungen der Stellgröße um einen Arbeitspunkt, die aufgrund der dynamischen Eigenschaften der Regelstrecke in den Regelgrößen nur noch stark gedämpft auftreten und so ein tolerierbares Ausgangsverhalten bewirken. Bei Stellgliedern, die empfindlich auf Abnutzungen reagieren und so die Lebensdauer der Anlage reduzieren (z.B. Stellventile, Motoren, mechanische Bremsen) bzw. für höhere Produktionskosten (z.B. Verwendung von Säure und Lauge bei pH-Wert-Regelungen) sorgen, sind solche Stellgrößen entsprechend der Diskussion in Abschnitt 2.3 nicht tolerierbar. In anderen Einsatzfällen (z.B. bei vielen Stellgliedern mit elektrischen Stellgrößen) bestehen hingegen keine zusätzlichen Forderungen.

Allerdings sind hochfrequente Stellsignale notwendig, um rechtzeitig auf Führungs- und Störgrößenänderungen zu reagieren. In dieser Arbeit werden deshalb zwei Indikatoren eingeführt, mit denen diese Fälle unterschieden werden können. Der Ausgangspunkt ist eine Bewertung des geschlossenen Regelkreises über das Zeitfenster M:

- Existiert eine Ursache für hochfrequente Stellsignale in den Führungsgrößen oder in den (geschätzten) Störgrößen? Ein Maß ist hier wieder der Zählerterm des Störgrades in Gl. (3.20).
- Ändern sich die Stellsignale in einer Richtung oder schwanken sie um einen Arbeitspunkt? Eine gerichtete Änderung ist durch den Vergleich von

$$\sum_{i=0}^{\infty} h_i^M \sqrt{\left(\Delta \underline{u}_{k-i}\right)^T \cdot \mathbf{W}^U \cdot \left(\Delta \underline{u}_{k-i}\right)}$$
(3.22)

(durchschnittlicher Betrag der Stellgrößenänderung) und

$$\sqrt{\left(\sum_{i=0}^{\infty} h_i^M \Delta \underline{\underline{u}}_{k-i}\right)^T} \cdot \mathbf{W}^U \cdot \left(\sum_{i=0}^{\infty} h_i^M \Delta \underline{\underline{u}}_{k-i}\right)$$
(3.23)

(Betrag der durchschnittlichen Stellgrößenänderung) festzustellen. Die Diagonalmatrix  $W^U$  berücksichtigt unterschiedlich skalierte Stellgrößen, wobei für ähnliche Skalierungen die Ein-

heitsmatrix gewählt werden kann. Je größer dabei der Wert von Gl. (3.22) im Verhältnis zum Wert von Gl. (3.23) ist, desto stärker schwanken die Stellsignale um einen Arbeitspunkt.

Mit Hilfe einer Kombination der Indikatoren in den Gln. (3.20), (3.22) und (3.23) kann nun in dieser Arbeit ein Stellaufwand

$$\boldsymbol{\mathcal{U}}_{k} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \sqrt{\left(\Delta \underline{\mathbf{u}}_{k-i}\right)^{T} \cdot \mathbf{W}^{U} \cdot \left(\Delta \underline{\mathbf{u}}_{k-i}\right)}}{\left(\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \Delta \mathbf{u}^{Tol} + \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \Delta \underline{\mathbf{u}}_{k-i}\right)^{T} \cdot \mathbf{W}^{U} \cdot \left(\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \Delta \underline{\mathbf{u}}_{k-i}\right)}}\right)} + \sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} \sqrt{\left(\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k-i} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k-i}\right)^{T} \cdot \mathbf{W}^{Y} \cdot \left(\Delta \underline{\mathbf{w}}_{k-i} - \Delta \underline{\mathbf{z}}_{k-i}\right)}}\right)}$$
(3.24)

eingeführt werden, der auf heuristischem Weg die Notwendigkeit der Stellgrößen beurteilt. Die positive Konstante  $\Delta u^{Tol}$  wird um so größer gewählt, je stärkere Stelländerungen toleriert werden sollen. Erst wenn der durchschnittliche Betrag der Stellgrößenänderung diesen Wert überschreitet, kann ein Stellaufwand von größer als Eins erreicht werden.

Für die praktische Anwendung ist nun zu unterscheiden, welcher Stellaufwand tolerierbar ist. Dazu wird eine linguistische Variable für den Stellaufwand SAW mit zwei linguistischen Termen KLEIN (KL) und GROSS (GR) eingeführt. Unter Verwendung der bisherigen Erkenntnisse über die Tolerierbarkeit der Ausgangsgrößen, die im Stabilitätsgrad nach Gl. (3.21) zusammengefaßt sind, kann mit Hilfe der zusätzlichen Regeln

WENN Stellaufwand GROSS DANN System INSTABIL und

WENN Stellaufwand KLEIN UND Ausgangsverhalten TOLERIERBAR DANN System STABIL

der Stabilitätsgrad aus

$$S_{k}^{SAW} = \mu^{SAW,KL}(\mathcal{U}_{k}) \cdot S_{k}^{ges} + \mu^{SAW,GR}(\mathcal{U}_{k}) \cdot 0$$
  
=  $\mu^{SAW,KL}(\mathcal{U}_{k}) \cdot S_{k}^{ges}$  (3.25)

ermittelt werden. Damit werden nur die Regelverläufe als tolerierbar eingestuft, die tolerierbare Ausgangsgrößen und einen vertretbaren Stellaufwand aufweisen. Ein Beispiel für die praktische Bedeutung des Stellaufwandes wird in Abschnitt 4.3 vorgestellt.

#### 3.3.6 Stabilität der Regelstrecke

Das Stabilitätsverhalten der Regelstrecke bestimmt wesentlich die Implementierungsvariante des Modells der Regelstrecke. Eine typische Situation ist hier, daß statisch nichtlineare Systemmodelle (z.B. Künstliche Neuronale Netze, Fuzzy-Modelle) und lineare dynamische Komponenten vorliegen, die bezüglich der Regelgröße und der Ausgangsgröße des Systemmodells unterschiedlich beschaltet werden können (siehe z.B. [56, 77]). Die naheliegende Parallelstruktur (Bild 3.12) ist nur dann sinnvoll, wenn die Regelstrecke stabil ist. Bei einem instabilen Modell divergiert die Modell-Ausgangsgröße bei Störungen und Abweichungen der Modellparameter, so daß die Schätzwerte für die ungestörte Regelgröße  $\underline{\hat{y}}_{k+1}$  gegen unendlich gehen.



**Bild 3.12:** Paralleles Modell zur Schätzung der ungestörten Regelgrößen  $\hat{y}_{k+1}$ 

Deswegen muß auch ein Modell für ein instabiles Verhalten der Regelstrecke als stabiles Modell implementiert werden, wofür die folgenden Vorgehensweisen einsetzbar sind:

- Bei einem seriell-parallelen Modell (Bild 3.13) divergieren die Ausgangsgrößen des Modells wegen der Verwendung der Regelgrößen als Modelleingang nicht vom Prozeßausgang. Damit wird ein instabiles Systemverhalten durch ein stabiles Modell repräsentiert. Allerdings schätzt dieses Modell nicht mehr die ungestörte Regelgröße, sondern wird von additiven Störungen beeinflußt. Eine Alternative ist der Einsatz von Beobachterstrukturen, die bei richtigem Entwurf die Konvergenz des Modells gegen die Regelgrößen des realen Systems sichern.
- Bei Modellen mit integrierendem Anteil ist die Verwendung eines reduzierten Modells der Regelstrecke möglich, das nicht die ungestörte Regelgröße <u>y</u>, sondern nur die ungestörte Änderung der Regelgröße Δy schätzt (siehe Beispiele in den Abschnitten 4.3 und 4.4).

Außerdem erschwert eine instabile Regelstrecke die Auswahl von stabilitätssichernden Maßnahmen in der Adaptionsebene. In diesem Fall ist z.B. die Ausgabe eines konstanten Stellwertes nicht mehr für eine Stabilisierung ausreichend (siehe auch Abschnitt 3.2).



**Bild 3.13:** Seriell-paralleles Modell

## 3.4 Entwurf

#### 3.4.1 Zielstellung

In diesem Unterabschnitt werden Hinweise für die Parametrierung einzelner Komponenten zur Berechnung der unscharfen Ljapunov-Funktion gegeben. Ihr Einfluß auf den Stabilitätsgrad wird im folgenden untersucht. Freiheitsgrade ergeben sich dabei insbesondere

- bei der Festlegung der Formfunktionen der Zeitfilter M und N zur Berechnung des Trends (Unterabschnitt 3.4.2) und
- bei den Zugehörigkeitsfunktionen zur Ermittlung des Stabilitätsgrades (Unterabschnitt 3.4.3).

### 3.4.2 Filter zur Berechnung des Trends

Die einfachsten FIR-Filter (Finite Input Response - Filter) zur Realisierung der Trendberechnung sind Rechteckfenster, die mittels der Formfunktionen

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{i}^{M} &= \begin{cases} 1 & \text{für } (0 \leq i \leq m) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \mathbf{h}_{j}^{N} &= \begin{cases} 1 & \text{für } (0 \leq j \leq n), n < m \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$
 (3.26)

eine gleichmäßige Wichtung des aktuellen Wertes und der Werte der letzten m bzw. n Takte vornehmen. Daraus ergeben sich

$$\sum_{i=0}^{\infty} h_i^M = \sum_{i=0}^m h_i^M = m+1 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{j=0}^{\infty} h_j^N = \sum_{j=0}^n h_j^N = n+1,$$
(3.27)

$$T_{M} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (k-i)T_{A}h_{i}^{M}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}} = \frac{1}{m+1}\sum_{i=0}^{m} (k-i)T_{A} = kT_{A} - \frac{T_{A}}{m+1}\sum_{i=0}^{m} i = kT_{A} - \frac{m}{2}T_{A}, \quad (3.28)$$

und analog

$$T_{\rm N} = kT_{\rm A} - \frac{n}{2}T_{\rm A},$$
 (3.29)

$$T_{N} - T_{M} = \frac{(m-n)T_{A}}{2},$$
(3.30)

sowie nach Einsetzen in Gl. (2.46)

$$D_{k} = \frac{2}{(m-n)T_{A}} \left( \frac{\sum_{j=0}^{n} \widetilde{L}_{k-j}^{(k)}}{n+1} - \frac{\sum_{i=0}^{m} \widetilde{L}_{k-i}^{(k)}}{m+1} \right).$$
(3.31)

Die Zeitfilter zur Bestimmung der gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion und des Trends bewirken eine Unterdrückung kurzzeitiger Verletzungen der Stabilitätsbedingung. Die Filterlängen m und n sind in Abhängigkeit der Systemeigenschaften zu wählen:

- Für Systeme mit Totzeit müssen m und n größer als die Totzeit in Takten sein, um totzeitbedingte gleichbleibende Werte der korrigierten Bewertungsfunktion (z.B. nach Führungsgrößenänderungen) zu berücksichtigen.
- Die Längen der Zeitfenster m und n müssen so gewählt werden, daß in diesen Zeiträumen keine nicht tolerierbaren Zustände entstehen können.
- Bei rechteckförmigen Zeitfenster M und N ist darauf zu achten, daß keine Auslöschung von Frequenzen möglicher Grenzzyklen erfolgen, was im folgenden näher untersucht wird.



**Bild 3.14:** Amplitudenfrequenzgang der Zeitfenster M und N sowie des Trends bei Verwendung von konstanten Formfunktionen gemäß Gl. (3.26) mit m = 19 und n = 9 sowie  $T_A = 1$  s.

Beispielsweise werden nach [134] im Betrag des diskreten Frequenzganges des Filters M mit

$$\left| G^{M^{*}}(e^{j\omega'}) \right| = \left| \frac{1 + z^{-1} + ... + z^{-m}}{(m+1)} \right|_{z = e^{j\omega'}} = \left| \frac{\sin\left(\frac{m+1}{2}\omega'\right)}{\sin\left(\frac{\omega'}{2}\right)} \right| \text{ mit } \omega' = \frac{2\pi T_{A}}{T}$$
(3.32)

alle Signale mit der Periodendauer

$$T = \frac{m+1}{r} \cdot T_A$$
  $r = 1,...,\frac{m+1}{2}, r \in \mathcal{H}$  (3.33)

herausgeschnitten, was für das Filter N im Analogieschluß

$$T = \frac{n+1}{q} \cdot T_A \qquad q = 1, \dots, \frac{n+1}{2}, q \in \mathcal{H}$$
(3.34)

nach sich zieht.  $\mathcal{R}$  ist dabei die Menge der natürlichen Zahlen. Wenn nun der Betrag des Frequenzganges beider Filter an einer Stelle  $\omega$  zu Null wird, z.B. durch ein Verhältnis

$$\frac{m+1}{n+1} \in \mathcal{H},\tag{3.35}$$

wird diese Frequenz im diskreten Frequenzgang des Trends (z-Transformierte der Folge D<sub>k</sub>)

$$G^{D^{*}}(e^{j\omega'}) = \frac{2}{(m-n) T_{A}} \left( G^{N^{*}}(z) - G^{M^{*}}(z) \right) \Big|_{z=e^{j\omega'}; \ \omega' = q\pi; \ \frac{m+1}{n+1} \in \mathcal{R}}$$
(3.36)

nach Einsetzen der Gl. (3.32) und der analogen Beziehung für N vollständig unterdrückt (Bild 3.14), was im Normalfall unerwünscht ist.

Als Alternative kann abweichend von [67] der Einsatz von Hamming-Fenstern [134] erfolgen, bei denen keine Frequenz vollständig herausgeschnitten wird. Allerdings erhöht sich der Rechenaufwand erheblich, so daß dieser Weg hier nicht weiter verfolgt wird.

Statt dessen werden zum Erreichen eines geeigneten Übertragungsverhaltens IIR-Filter (Infinite Input Response - Filter) auf ihre Anwendbarkeit untersucht. Die Filter M und N sind dann beispielsweise durch die folgenden Formfunktionen definiert:

$$\begin{split} h_{i}^{M} &= \begin{cases} (a^{M})^{i+1} & \text{für } 0 < a^{M} < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ h_{j}^{N} &= \begin{cases} (a^{N})^{j+1} & \text{für } 0 < a^{N} < a^{M} < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \end{split}$$
 (3.37)

Mit den Reihenentwicklungen nach [35]

$$\begin{split} &\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M} = \sum_{i=0}^{\infty} (a^{M})^{i+1} = \frac{a^{M}}{1-a^{M}} \quad \text{bzw.} \quad \sum_{j=0}^{\infty} h_{j}^{N} = \sum_{j=0}^{\infty} (a^{N})^{j+1} = \frac{a^{N}}{1-a^{N}}, \quad (3.38) \\ &T_{M} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (k-i) \cdot T_{A} \cdot h_{i}^{M}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i}^{M}} = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (k-i) \cdot T_{A} \cdot (a^{M})^{i+1}}{\frac{a^{M}}{1-a^{M}}} \\ &= \frac{T_{A} \cdot k \cdot a^{M} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (a^{M})^{i} - T_{A} \cdot a^{M} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot (a^{M})^{i}}{\frac{a^{M}}{1-a^{M}}} \\ &= \frac{T_{A} k \frac{a^{M}}{1-a^{M}} - T_{A} \frac{a^{M}}{(1-a^{M})^{2}}}{\frac{a^{M}}{1-a^{M}}} = T_{A} \left(k - \frac{1}{(1-a^{M})}\right), \quad (3.39) \end{split}$$

$$T_{N} - T_{M} = T_{A} \left( k - \frac{1}{(1 - a^{N})} - k + \frac{1}{(1 - a^{M})} \right) = T_{A} \frac{a^{M} - a^{N}}{(1 - a^{N})(1 - a^{M})},$$
(3.41)

und

$$D_{k} = \frac{\left(\sum_{j=0}^{\infty} (a^{N})^{j+1} \widetilde{L}_{k-j}^{(k)} - \sum_{i=0}^{\infty} (a^{M})^{i+1} \widetilde{L}_{(k-i)}^{(k)}}{\frac{a^{N}}{1-a^{N}}}\right)}{T_{N} - T_{M}}$$
(3.42)

bzw. nach Einsetzen von Gl. (3.41) und Kürzen eines a<sup>M</sup> bzw. a<sup>N</sup> in Zähler und Nenner folgt

$$D_{k} = \frac{(1-a^{N})^{2}(1-a^{M})^{2}}{T_{A}(a^{M}-a^{N})} \left( \frac{\sum_{j=0}^{\infty} (a^{N})^{j} \cdot \widetilde{L}_{k-j}^{(k)}}{(1-a^{M})} - \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (a^{M})^{i} \cdot \widetilde{L}_{k-i}^{(k)}}{(1-a^{N})} \right).$$
(3.43)



**Bild 3.15:** Amplitudenfrequenzgang von IIR-Filtern nach Gl. (3.37) mit  $a^{M} = 0.9$  und  $a^{N} = 0.8$ 

Hier werden im Gegensatz zu den Rechteckfiltern keine Frequenzen ausgelöscht (Bild 3.15). Diese Filter ermöglichen deutliche Rechenzeitverkürzungen im Vergleich zu anderen Filtern, die ebenfalls ein befriedigendes Frequenzverhalten aufweisen (z.B. Hamming-Fenstern). Deswegen sind die IIR-Filter nach Gl. (3.37) für den praktischen Einsatz besonders zu empfehlen.

#### 3.4.3 Festlegung der Zugehörigkeitsfunktionen zur Bestimmung des Stabilitätsgrades

Eine Grundforderung an das vorgestellte Auswertekonzept besteht darin, daß alle nicht tolerierbaren Situationen als instabil und alle tolerierbaren Situationen möglichst als stabil einzuschätzen sind. Zur Erfüllung dieser Forderung müssen primär die Freiheitsgrade beim Entwurf der Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen bei der Bestimmung des Stabilitätsgrades genutzt werden.

Alle Vorgänge, bei denen die korrigierte Bewertungsfunktion das Toleranzband um den Nullpunkt nicht verläßt (Wert der Zugehörigkeitsfunktion für den Term NULL (N) der korrigierten Bewertungsfunktion ist gleich Eins), stuft die Überwachungsebene als stabil ein. In diesem Bereich toleriert sie folglich auch Grenzzyklen und beginnende instabile Regelverläufe.

Außerdem werden die Signale bei einem Übergangsvorgang dahin geprüft, wie schnell sich die gemittelte (korrigierte) Bewertungsfunktion verringert. Dabei wird eine Situation bei Verwendung von trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktionen genau dann als vollständig stabil eingeschätzt, wenn für den gewichteten Trend

$$\hat{\mathbf{D}}_{k} \leq \hat{\mathbf{D}}^{\text{NEG}} \text{ mit } \mu^{\hat{\mathbf{D}}, \text{NEG}} \left( \hat{\mathbf{D}}^{\text{NEG}} \right) = 1$$
(3.44)

gilt, wobei  $\hat{D}^{NEG}$  den Wert darstellt, für den die Zugehörigkeitsfunktion des Terms NEG des gewichteten Trends gerade noch Eins ist (Bild 3.16).



Bild 3.16: Zugehörigkeitsfunktionen des gewichteten Trends

Beim Entwurf der Zugehörigkeitsfunktionen ist also eine wesentliche Aufgabe, die negative Konstante  $\hat{D}^{NEG}$  so zu wählen, daß für ein System mit einem tolerierbaren Systemverhalten immer die Schlußfolgerung stabil gezogen wird. Neben einem heuristischen Entwurf kann dieser Entwurfsschritt auch analytisch vorgenommen werden, was im folgenden am Beispiel der Bewertungsfunktion (3.14) und einem System mit Differenzengleichung 1. Ordnung des geschlossenen Regelkreises

$$y_{k+1} = ay_k + (1-a)w_k$$
 mit  $a = e^{-\frac{T_A}{T}}$  (3.45)

gezeigt wird. Dieses System resultiert aus einer *z*-Transformation der Laplace-Transformierten der Differentialgleichung des geschlossenen Regelkreises

$$T\dot{y} + y = w \tag{3.46}$$

mit einem Halteglied Nullter Ordnung. Das System kann gestört sein:

$$y_{k+1} = ay_k + (1-a) \cdot w_k + z_k + \Delta z_k.$$
 (3.47)

Die Störung ist unbekannt und muß bei der Ermittlung des Trends mittels  $\Delta \hat{z}_k$  geschätzt werden. Bei Verwendung der Rechteckfilter (3.26) für M (mit m = 1) und N (mit n = 0) ergibt sich der Trend (3.31) nach Einsetzen von Gl. (3.47) zu

$$D_{k+1} = \frac{\widetilde{L}_{k+1}^{(k+1)} - \widetilde{L}_{k}^{(k+1)}}{T_{A}}$$

$$= \frac{1}{T_{A}} \begin{pmatrix} (w_{k+1} - y_{k+1})^{2} - (w_{k} - y_{k})^{2} - \Delta w_{k} (\Delta w_{k} + 2w_{k} - 2y_{k+1}) \\ -\Delta \widehat{z}_{k} (-\Delta \widehat{z}_{k} - 2w_{k} + 2y_{k+1}) \end{pmatrix} \qquad (3.48)$$

$$= \frac{\Delta \overline{y}_{k} (2y_{k} - 2w_{k} + \Delta \overline{y}_{k}) + (\Delta z_{k} - \Delta \widehat{z}_{k}) (-2w_{k} + 2y_{k+1} - \Delta z_{k} - \Delta \widehat{z}_{k})}{T_{A}}.$$

Bei einer fehlerlosen Schätzung mit

$$\left(\Delta z_{k} - \Delta \hat{z}_{k}\right) = 0 \tag{3.49}$$

entfällt in Gl. (3.48) der Störterm und es folgt

$$D_{k+1} = \frac{\Delta \overline{y}_k (2y_k - 2w_k + \Delta \overline{y}_k)}{T_A}.$$
(3.50)

Für den gewichteten Trend (2.58) hängt aber der Nenner noch von der Stör- und Führungsgrößenänderung ab, weil dort die Kompensationsterme wegen der unterschiedlichen Vorzeichen im Vergleich zum Zähler nicht wirksam sind:

$$\widehat{\mathbf{D}}_{k+1} = \frac{\mathbf{D}_{k+1}}{\widehat{\mathbf{L}}_{k+1}^{\mathrm{M}}} = \frac{2}{\mathbf{T}_{\mathrm{A}}} \frac{\widetilde{\mathbf{L}}_{k+1}^{(k+1)} - \widetilde{\mathbf{L}}_{k}^{(k+1)}}{\widetilde{\mathbf{L}}_{k+1}^{(k+1)} + \widetilde{\mathbf{L}}_{k}^{(k+1)}}.$$
(3.51)

Als Ansatz für eine Bemessungsgleichung gilt aber mit z = const.

$$\widehat{D}_{k+1} = \frac{2}{T_A} \frac{\Delta y_k (2y_k - 2w_k + \Delta y_k)}{(w_{k+1} - y_{k+1})^2 + (w_k - y_k)^2 + \Delta w_k (\Delta w_k + 2w_k - 2y_{k+1})} 
= \frac{2}{T_A} \frac{\Delta y_k (2y_k - 2w_k + \Delta y_k)}{2(w_{k+1} - y_{k+1})^2 - \Delta y_k (2y_k - 2w_k + \Delta y_k)}$$
(3.52)

und für  $w_0 = \text{const.}$  wegen

$$\Delta y_{k} = y_{k+1} - y_{k} = (a-1)(y_{k} - w_{0})$$
(3.53)

die Beziehung

$$\hat{D}_{k+1} = \frac{2}{T_A} \frac{(a-1) \cdot (y_k - w_0) \cdot ((1+a) \cdot (y_k - w_0))}{2(a \cdot (y_k - w_0))^2 - (a-1) \cdot (y_k - w_0) \cdot ((1+a) \cdot (y_k - w_0))}$$
(3.54)  
$$\hat{D}_{k+1} = \frac{2}{T_A} \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{2}{T_A} \left( 1 - \frac{2}{a^2 + 1} \right).$$

Daraus ergibt sich die Forderung, daß für die Erfüllung von Gl. (3.44) die Bedingung

$$\frac{2}{T_{A}}\left(1-\frac{2}{a^{2}+1}\right) \leq \widehat{D}^{NEG} \quad bzw. \mid a \mid \leq \sqrt{\frac{4}{2-\widehat{D}^{NEG}} \cdot T_{A}} - 1$$
(3.55)

gegeben sein muß.

Bei Nutzung der kontinuierlichen Beschreibung gilt entsprechend

$$\frac{2}{T_{A}} \left( 1 - \frac{2}{e^{\frac{-2T_{A}}{T}} + 1} \right) \leq \hat{D}^{NEG} \text{ bzw. } T \leq -\frac{T_{A}}{\ln \sqrt{\frac{4}{2 - \hat{D}^{NEG} \cdot T_{A}}}}.$$
(3.56)

Die Auswertung von Gl. (3.44) liefert also Hinweise für die Festlegung der Zugehörigkeitsfunktion des gewichteten Trends bzw. auf den zulässigen Wertebereich für die Zeitkonstante T in Gl. (3.46).

Die Verwendung des alternativen gewichteten Trends aus Gl. (2.59) führt auf

$$\hat{D}_{k+1}^{A} = \frac{D_{k+1} \sum_{i=1}^{\infty} h_{i}^{M}}{\sum_{i=0}^{\infty} h_{i+1}^{M} L_{k-i}} = \frac{D_{k+1} \cdot 2}{L_{k}}$$

$$= \frac{\Delta \overline{y}_{k} (2y_{k} - 2w_{k} + \Delta \overline{y}_{k}) + (\Delta z_{k} - \Delta \hat{z}_{k}) \cdot (-2w_{k} + 2y_{k+1} - \Delta z_{k} - \Delta \hat{z}_{k})}{T_{A} (w_{k} - y_{k})^{2}}.$$
(3.57)

Im Gegensatz zu Gl. (3.52) ist der Nenner von Änderungen der Stör- und Führungsgröße unabhängig, die dort implizit über die Größen  $y_{k+1}$  bzw.  $w_{k+1}$  enthalten sind. Für ein System mit einer exakten Störgrößenschätzung nach Gl. (3.49) folgen wegen

$$\Delta \overline{\mathbf{y}}_{k} = (\mathbf{a} - 1)(\mathbf{y}_{k} - \mathbf{w}_{k}) \tag{3.58}$$

die Gleichungen

$$\widehat{D}_{k+1}^{A} = \frac{a^2 - 1}{T_A}$$
(3.59)

$$\frac{a^2 - 1}{T_A} \le \widehat{D}^{\text{NEG}} \text{ bzw. } |a| \le \sqrt{\widehat{D}^{\text{NEG}} \cdot T_A + 1}$$
(3.60)

$$\frac{e^{\frac{-2T_{A}}{T}} - 1}{T_{A}} \le \hat{D}^{\text{NEG}} \text{ bzw. } T \le -\frac{T_{A}}{\ln \sqrt{\hat{D}^{\text{NEG}} \cdot T_{A} + 1}}.$$
(3.61)

Bei aufwendigeren Bewertungsfunktionen und Systemen steigt die Komplexität der Betrachtungen an, wobei das analytische Lösen der obenstehenden Gleichungen im Normalfall nicht mehr sinnvoll ist. In diesem Fall ist entweder eine vereinfachte Approximation vorzunehmen oder numerisch eine Lösung zu suchen. Dabei ist es entscheidend, daß diese Bemessungsgleichungen nur zur Festlegung des tolerierbaren Verhaltens des geschlossenen Regelkreises dienen. Folglich kommt es hier nicht auf eine detaillierte Systembeschreibung für das Modell der Regelstrecke und den Regler an, sondern auf die Formulierung von Minimalanforderungen an das Sollverhalten. Für diese Minimalanforderungen können stark vereinfachte Beziehungen aus der linearen Regelungstheorie verwendet werden. Beispielsweise können die Forderungen

- Ausregeln von sprungförmigen Störungen oder Führungsgrößen ohne Überschwingen und
- maximale Einschwingzeit

mittels eines PT1-Modells für den geschlossenen Regelkreis formuliert werden, ohne daß es der genauen Betrachtung des Systemverhaltens bedarf.

## 3.5 Rechentechnische Implementierung

## 3.5.1 Übersicht

Die entwickelten Algorithmen der übergeordneten Reglerebene wurden in das CAE-Tool MATLAB-SIMULINK [183] als Funktionsbausteine implementiert. Dazu wurden neue Funktionsblöcke zur Berechnung

 der Störungen mit einem Modell der Regelstrecke im Mehrgrößenfall gemäß Gl. (3.2) bzw. für unscharfe Modelle bei drei Teilmodellen im Eingrößenfall gemäß Gl. (3.8) - Modul "E DW-DZ", bei Bedarf mit einer Teilkompensation gemäß den Gln. (3.17) und (3.18) "E DW-DZ (DMOD)",

- der Bewertungsfunktion (2.14) und der Korrektur der Bewertungsfunktion "BFC" (2.28) einschließlich dem Fall unscharfer Modelle gemäß Gl. (2.30) "BFC-US",
- der gemittelten korrigierten Bewertungsfunktion (2.39) und des Trends (2.46) mit Rechteckfiltern "R" und PT1-Filtern "PT1" bzw. dem Fall unscharfer Modelle "R(US)" (2.42),
- der gemittelten Bewertungsfunktion im Zeitfenster N (2.49) und des Trends (2.46) mit Rechteckfiltern "RL" und PT1-Filtern "PT1L",
- des Störgrades (3.20) ohne Stellaufwand "DD" und mit Stellaufwand (3.24) "DD/DAP",
- des gewichteten Trends (2.62) bzw. (2.63) und des Stabilitätsgrades "S" (Tabelle 2.2) mit zusätzlicher Berücksichtigung von Störgrad gemäß Gl. (3.21) "S (DD)" bzw. Störgrad und Stellaufwand gemäß Gl. (3.25) "S(DD/DAP)" sowie
- des Stabilitätsgrades bei unscharfen Modellen gemäß Gl. (2.76) und (2.77) "STAB-US"

entwickelt. Im folgenden wird auf Besonderheiten bei der Implementierung von Fuzzy-Blöcken und der Zeitfenster eingegangen, welche die Effizienz der Implementierung erheblich beeinflussen.

## 3.5.2 Fuzzy-Blöcke

Zweidimensionale Fuzzy-Blöcke werden als nichtlineare Kennfelder nach dem Algorithmus von MEYER-GRAMANN [118] implementiert, der folgende Festlegungen trifft:

- Für die Eingangsgrößen werden dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktionen verwendet. Die Summe aller Zugehörigkeitswerte einer linguistischen Variablen ergibt, unabhängig vom jeweiligen Wert der Eingangsgröße, stets Eins. Dabei dürfen höchstens zwei benachbarte Zugehörigkeitsfunktionen Zugehörigkeiten größer Null aufweisen.
- Für die UND-Verknüpfung wird das Produkt und für die ODER-Verknüpfung die Summe verwendet.
- Als Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsgröße werden Dreiecksfunktionen bei der Centerof-Maximum-Defuzzifizierung oder Singletons bei der Defuzzifizierung mit der Schwerpunktmethode verwendet, wobei beide Verfahren identische Ergebnisse liefern.

Dieser Algorithmus kann selbst bei Erweiterung auf trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen in MATLAB mit einfachen Standardfunktionen implementiert werden [130]:

- Die Stützstellen für die Interpolation sind jeweils über die Maxima der Zugehörigkeitsfunktionen gegeben. Bei trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktionen wird sowohl der Minimal- als auch der Maximalwert mit einer Zugehörigkeit von Eins verwendet. Für die Zugehörigkeitsfunktionen in Bild 3.17 ergibt sich so eine Kodierung (-5 -1 1 5), deren Stützpunkte mit "\*" markiert sind.
- Die symbolischen Namen der linguistischen Terme der Ausgangsgröße werden in aufsteigender Folge mit Zahlen kodiert ("1": = N und "2": = PK und "3" = PG). Die Werte der

jeweiligen Maxima der Ausgangs-Zugehörigkeitsfunktionen werden in die Regelbasis eingesetzt. Die trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktionen werden durch Hinzufügen einer gleichlautenden Spalte (für X1) und Zeile (für X2) berücksichtigt (Tabelle 3.4).

- Der Standard-SIMULINK-Block "2-D Look-Up-Table" realisiert den Interpolationsmechanismus. Die Parametrierung erfolgt entsprechend Bild 3.18. Um eine Extrapolation über die Stützstellen hinaus zu vermeiden und trapezförmige Randzugehörigkeitsfunktionen der Eingangsgrößen zu berücksichtigen, muß eine zusätzliche Begrenzung auf die Minima und Maxima der jeweiligen Eingangs-Zugehörigkeitsfunktionen vorgenommen werden. Die interne Realisierung zeigt Bild 3.19.
- Fuzzy-Blöcke mit mehr als zwei Eingängen können nach einer Dekomposition in mehrere Fuzzy-Blöcke mit zwei Eingängen implementiert werden, wobei hier der Aufwand deutlich ansteigt.

Zur praktischen Umsetzung der in MATLAB entworfenen Fuzzy-Komponenten ist die Installation in Prozeßleitsysteme notwendig.

Beispielsweise können Fuzzy-Komponenten im Prozeßleitsystem Master Piece 200 (ABB) unter Verwendung der in der systemeigenen Programmiersprache AMPL vordefinierten Funktionsbausteine (PC-Elemente) implementiert werden. Auch hier wird der obengenannte Interpolationsmechanismus durch einen Standardblock "FUNC-2V" unterstützt. Die Abarbeitungsgeschwindigkeit eines typischen Regelblocks (25 Regeln) liegt dabei unter einer Millisekunde.

Für andere Automatisierungsgeräte sind Fuzzy-Entwicklungsumgebungen lieferbar (z.B. SIMATIC S5, SIMATIC S7, MODICON A250), die für die Überwachungsebene verwendet werden können.



**Bild 3.17:** Zugehörigkeitsfunktion der Eingangsgrößen (linkes Teilbild) und der Ausgangsgröße (rechtes Teilbild)

¥71	NEC	N	N	DOC
AI	NEG	IN	IN	POS
X2	-5	-1	+1	5
NEG	PG - 3	PK -2	PK -2	PG - 3
-5	20	10	10	20
Ν	PK -2	N - 1	N - 1	PK -2
-1	10	0	0	10
N	PK -2	N - 1	N - 1	PK -2
1	10	0	0	10
POS	PG - 3	PK -2	PK -2	PG - 3
5	20	10	10	20

**Tabelle 3.4:** Regelbasis mit Regeln vomTyp WENN X1 UND X2 DANN Y

X Index	(-5	-1 1	5)
Y Index	(-5	-1 1	5)
	(20 1	0 10	20)
Table	10	0 0	10
Table	10	0 0	10
	20 1	0 10	20



Interne Realisierung des Blocks "Fuzzy-Regler (PROD, SUM-PROD)" MATLAB-Block x1 Begrenzung auf Minimal- und Maxi-Fuzzy-Regler Mux sftable2 (PROD, SUM-PROD) malwert der Zugehörigkeitsfunktion Fuzzy-Regler 2D-Look-Up-Table Ausgang y 2 x2 Begrenzung auf Minimal- und Maximalwert der Zugehörigkeitsfunktion

Bild 3.19: Aufbau der Fuzzy-Substrukturen

#### 3.5.3 Filteralgorithmen

Insbesondere die Realisierung der Zeitfenster M und N verlangt weitere algorithmische Überlegungen, weil sonst ein hoher Rechenaufwand auftritt. Dieser Aufwand kann durch eine rekursive Implementierung reduziert werden, die hier am Beispiel des Zeitfensters M präsentiert wird. Analoge Beziehungen gelten für das Zeitfenster N.

Bei der Verwendung von Rechteckfiltern nach Gl. (3.26) kann für eine beliebige Größe x die Berechnung des gefilterten Wertes  $x_k^M$  im Zeitfenster M durch die Rekursionsgleichungen

$$\mathbf{x}_{k+1}^{M} = \mathbf{x}_{k}^{M} + \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k-m}$$
(3.62)

vereinfacht werden. Dabei erweist es sich bei Gl. (2.39) als problematisch, daß eine Rückwärtskorrektur bezüglich der Korrekturterme stattfindet. Dennoch ist eine rekursive Darstellung durch

$$\widehat{L}_{k}^{M} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^{m} \widetilde{L}_{k-i}^{(k)}$$

$$= \widehat{L}_{k-1}^{M} + \frac{1}{m+1} \left( L_{k} - L_{k-m-1} + m \cdot \left( L_{k} - \overline{L}_{k} \right) - \sum_{i=1}^{m} \left( L_{k-i} - \overline{L}_{k-i} \right) \right)$$
(3.63)

möglich. Der Summenterm  $\sum_{i=1}^m \left(\!L_{k-i} - \overline{L}_{k-i}\right)$  kann dabei mittels

$$K_{k}^{M} = \sum_{i=1}^{m} \left( L_{k-i} - \overline{L}_{k-i} \right) = K_{k-1}^{M} + \left( L_{k-1} - \overline{L}_{k-1} \right) - \left( L_{k-m-1} - \overline{L}_{k-m-1} \right)$$
(3.64)

ebenfalls rekursiv erfaßt werden.

Für die IIR-Filter in Gl. (3.37) ergeben sich die Beziehungen für die gefilterten Werte

$$x_{k+1}^{M} = a^{M} x_{k}^{M} + (1 - a^{M}) x_{k+1}$$
(3.65)

mit der Konstanten a<sup>M</sup>. Durch die taktweise Neuberechnung der Funktion  $\widehat{L}_k^M$  resultieren Korrekturanforderungen, so daß statt der ursprünglichen Filterbeziehung die Ausgangswerte der Filter durch

$$\widehat{L}_{k+1}^{M} = a^{M} \left( \widehat{L}_{k}^{M} + L_{k+1} - \overline{L}_{k+1} \right) + \left( 1 - a^{M} \right) L_{k+1} 
= a^{M} \left( \widehat{L}_{k}^{M} - \overline{L}_{k+1} \right) + L_{k+1}$$
(3.66)

berechnet werden.

#### 3.6 Beispiele

# 3.6.1 Schätzung der Störgrößenänderung für Mehrgrößensysteme und Auswirkungen von Modellfehlern

Das Ziel der folgenden Unterabschnitte ist es, anhand einfacher und überschaubarer Beispiele auf einige Besonderheiten beim Entwurf der übergeordneten Reglerebene hinzuweisen.

Bei der Überwachung von Mehrgrößensystemen ist auch bei der Verwendung von separaten Bewertungsfunktionen für die Teilsysteme unbedingt ein MIMO-Modell des Mehrgrößensystems für eine Stabilitätsüberwachung notwendig, um zu einer zutreffenden Stabilitätsbeurteilung zu kommen (Bild 3.20c, e, g). Die Bilder 3.20b, d und f zeigen hingegen ein Beispiel, für das zwei SISO-Modelle zu einer falschen Stabilitätsbeurteilung führen, weil hier wichtige Modellinformationen vernachlässigt werden.

Dabei handelt es sich um eine Regelstrecke mit PT1-Gliedern in den Haupt- und Koppelstrecken, bei der die Verstärkungen in den Koppelstrecken größer als die Verstärkungen in den Hauptstrecken sind. Diese Situation kann dabei Resultat eines Entwurfsfehlers oder Ergebnis einer Linearisierung um einen Arbeitspunkt sein, für den die Vertauschung der Stellgrößen und damit der Haupt- und Koppelstrecken zur Reduzierung des Stellaufwandes sinnvoll ist.

Zwei PI-Regler ohne Entkoppelnetzwerk führen hier zur Instabilität des geschlossenen Regelkreises, dessen Reaktion auf einen Führungsgrößensprung im ersten Teilsystem in Bild 3.20a dargestellt ist. Im Modell der Regelstrecke ist bei den linken Teilbildern die Kopplung in der Regelstrecke nicht berücksichtigt. Dadurch werden die Koppeleinflüsse als Störeinflüsse interpretiert (Bild 3.20b), wodurch nach der Korrektur der Bewertungsfunktion des ersten Teilsystems ein negativer Trend (Bild 3.20d) und damit ein Stabilitätsgrades von Eins (Bild 3.20f) berechnet wird.

Im Gegensatz dazu wird beim richtigen Modell die Störgrößenänderung von Null geschätzt (Bild 3.20c) und damit eine ansteigende Bewertungsfunktion (positiver Trend - Bild 3.20e) und ein Stabilitätsgrad von Null (Bild 3.20g) berechnet, nachdem sich die Regeldifferenz auch im ersten Teilsystem wieder vergrößert.





a. Fullungs- und Regergroben (oben)

b. Schätzung der Störgrößenänderung (fehlerhaftes Modell, 2. Bild von oben links)

c. Schätzung der Störgrößenänderung (richtiges Modell, 2. Bild von oben rechts)

d. Trend des ersten Teilsystems (fehlerhaftes Modell, 3. Bild von oben links)

e. Trend des ersten Teilsystems (richtiges Modell, 3. Bild von oben rechts)

f. Stabilitätsgrad des ersten Teilsystems (fehlerhaftes Modell, unten links)

g. Stabilitätsgrad des ersten Teilsystems (richtiges Modell, unten rechts)

Damit wird gezeigt, daß eine Korrektur der Bewertungsfunktion bei deutlichen Abweichungen zwischen Modell und Regelstrecke zu einer falschen Stabilitätseinschätzung führen kann. Durch Begrenzung der zu korrigierenden Störungen (vgl. Unterabschnitt 3.3.4.4) kann dieser Fall zumindest bei großen Abweichungen zwischen Modellausgangsgröße und Regelgröße on-line erkannt werden.

Ein zweiter Weg besteht in der Berücksichtigung von unsicheren Modellen, wodurch ebenfalls Instabilität angezeigt werden kann (siehe Unterabschnitt 3.6.4).

## 3.6.2 Auswahl der Bewertungsfunktion für Mehrgrößensysteme

Eine wesentliche Entscheidung in der Stabilitätsbeurteilung von Mehrgrößensystemen ist die Verwendung von mehreren separaten Bewertungsfunktionen für die Teilsysteme oder einer gemeinsamen Bewertungsfunktion.

Die Simulationsergebnisse für ein P-kanonisches Zweigrößensystem mit PT1-Gliedern unterschiedlicher Verstärkungen in den Haupt- und Koppelstrecken zeigt Bild 3.21. Als Regler kommen PI-Regler ohne Entkoppelnetzwerk zum Einsatz. In der übergeordneten Reglerebene wurde ein MIMO-Modell der Regelstrecke verwendet, das die Störung zum Zeitpunkt 10 s am Ausgang des ersten Teilsystems richtig erkennt.

Bei der Verwendung einer gemeinsamen Bewertungsfunktion (3.13) wird der gesamte Regelvorgang als tolerierbar klassifiziert. Zwar fällt auch hier durch das Ausregeln der Störung die zweite Regelgröße, aber durch die stärkere Reduzierung der Regeldifferenz im ersten Teilsystem verringert sich die korrigierte Bewertungsfunktion und ein negativer Trend wird berechnet (Bild 3.22a). Es folgt ein Stabilitätsgrad von Eins (Bild 3.22b). Bei diesem Entwurf ist keine Eigenautonomie gefordert.



**Bild 3.21:** Führungs- (gestrichelt) und Regelgrößen (1. Teilsystem TS 1 durchgezogene Linie, 2. Teilsystem TS 2 Strich-Punkt-Linie) nach einer Störung zum Zeitpunkt 10 s am Ausgang des ersten Teilsystems





- a. Trend bei gemeinsamer Bewertungsfunktion (oben links)
- b. Stabilitätsgrad bei gemeinsamer Bewertungsfunktion (oben rechts)
- c. Trends bei separaten Bewertungsfunktionen (1. Teilsystem TS 1 durchgezogene Linie, 2. Teilsystem TS 2 Strich-Punkt-Linie) (unten links)
- d. Stabilitätsgrade bei separaten Bewertungsfunktionen (1. Teilsystem TS 1 durchgezogene Linie, 2. Teilsystem TS 2 Strich-Punkt-Linie) (unten rechts)

Beim Einsatz von zwei separaten Bewertungsfunktionen entsprechend Gl. (3.11) wird das Ausregeln der Störung im ersten Teilsystem als stabil bewertet (Bild 3.22c, d). Da aber das Fallen der zweiten Regelgröße nicht direkt durch Störungen, sondern durch Koppeleinflüsse verursacht wird, berechnet die Überwachungsebene für die zweite Bewertungsfunktion einen positiven Trend (Bild 3.22c) und bis etwa zum Zeitpunkt t = 80 s einen Stabilitätsgrad kleiner Eins (Bild 3.22d). Hintergrund dieses Entwurfs ist die Forderung nach Eigenautonomie, bei der solche Koppeleinflüsse nicht toleriert werden.

#### 3.6.3 Schätzung der Störgrößenänderung mit unscharfen Modellen

Dieses Beispiel zeigt die Berechnung einer Störgrößenänderung bei unscharfen Modellen. In einem Eingrößensystem ist die gemessene Ausgangsgröße vom Zeitpunkt k-1 zum Zeitpunkt k vom Wert 1.0 auf den Wert 1.1 angestiegen. Ein unscharfes Modell für das Ein-Ausgangs-Verhalten schätzt eine Fuzzy-Menge für die ungestörte Ausgangsgröße in Form eines symmetrischen Dreiecks von 0.9 zu 1.12 im Zeitpunkt k-1 und von 0.96 zu 1.17 im Zeitpunkt k (Bild 3.23a und c). Die Fuzzy-Mengen ergeben sich zu

$$\mathscr{F}_{k-1}^{\hat{\mathcal{Y}}} = \left\{ 0.9 \left| 0.0, 1.01 \right| 1.0, 1.12 \left| 0 \right. \right\}$$
(3.67)

bzw.

$$\mathscr{F}_{\mathbf{k}}^{\hat{\mathbf{y}}} = \left\{ 0.96 \left| 0.0, 1.065 \right| 1.0, 1.17 \left| 0 \right. \right\}.$$
(3.68)

Die Fuzzy-Mengen (3.67) und (3.68) sind mit den scharfen Werten  $y_{k-1} = 1$  und  $y_k = 1.1$  zu verknüpfen. Die formale Verknüpfung dieser Mengen mit dem Erweiterungsprinzip aus Gl. (3.5) liefert nun mögliche Änderungen der Ausgangsgröße des Modells zwischen -0.16 (0.96 - 1.12) und 0.27 (1.17 - 0.9)

$$\widetilde{\mathscr{F}}_{k-1}^{\Delta \widehat{\mathbf{y}}} = \left\{ -0.16 \mid 0.0, \, 0.055 \mid 1.0, \, 0.27 \mid 0 \right\}$$
(3.69)

(Bild 3.23d) und folglich Störgrößenänderungen im Intervall von -0.17 (1.1 - 1.0 - 1.17 + 0.9) und 0.26 (1.1 - 1.0 - 0.96 + 1.12):



$$\mathscr{F}_{\mathbf{k}}^{\Delta z} = \left\{ -0.17 \mid 0.0, \, 0.045 \mid 1.0, \, 0.26 \mid 0 \right\}. \tag{3.70}$$



- b. Änderung der Modellausgangsgröße zwischen k-1 und k gemäß Gl. (3.71) (oben rechts)
- c. Modellausgangsgröße zum Zeitpunkt k (unten links)
- d. Änderung der Modellausgangsgröße zwischen k-1 und k gemäß Gl. (3.69) (unten rechts)

Bei Auswertung der Verschiebung und Verformung der Fuzzy-Menge der Modellausgangsgröße wird der linke Fuß, der Punkt mit der höchsten Zugehörigkeit und der rechte Fuß der Fuzzy-

Mengen zu den Zeitpunkten k-1 und k verwendet. Damit ergibt sich aus Gl. (3.8) eine Fuzzy-Menge für die ungestörte Änderung der Modellausgangsgröße von

$$\mathscr{F}_{\mathbf{k}}^{\Delta \widehat{\mathbf{y}}} = \left\{ 0.05 \mid 0.0, \, 0.055 \mid 1.0, \, 0.06 \mid 0 \right\} \tag{3.71}$$

(Bild 3.23b) und mit der Änderung der Ausgangsgröße des realen Systems von 0.1 ein Störintervall zwischen +0.04 und +0.05 mit der Fuzzy-Menge

$$\widetilde{\mathscr{F}}_{k}^{\Delta z} = \left\{ 0.04 \mid 0.0, \, 0.045 \mid 1.0, \, 0.05 \mid 0 \right\},\tag{3.72}$$

die bei einem hinreichend trägen Systemverhalten die Verhältnisse besser widerspiegelt.

#### 3.6.4 Stabilitätsüberwachung mit unscharfen Modellen

Für das im Unterabschnitt 3.6.1 verwendete Modell eines Mehrgrößensystems soll nun gezeigt werden, wie durch die Verwendung unscharfer Modelle auftretende Instabilitäten erkannt werden. Die Regelstrecke des in Bild 3.24 angegebenen Systems ist strukturell durch PT1-Modelle in den Haupt- und Koppelstrecken gegeben und wird durch PI-Regler ohne Entkoppelnetzwerk geregelt.



**Bild 3.24:** MATLAB-Struktur mit Regelkreis, Modellen mit unsicheren Parametern und Überwachungsebene

Die Modelle umfassen ein richtiges Modell der Regelstrecke (Modell 1), ein Modell mit abweichender Kopplung (Modell 3) und ein Modell, das aus zwei SISO-Modellen der Hauptstrecken besteht (Modell 2). Wie bereits in Unterabschnitt 3.6.1 gezeigt, kann dieses letztgenannte Modell die Instabilität nicht erkennen.

Die Interpretation der Regelgröße des zweiten Teilsystems in Bild 3.25a hängt stark vom betrachteten Modell ab. Das System wird durch eine rampenförmige Störung beeinflußt, die von t = 8 s bis t = 15 s ansteigt und bis t = 70 s wieder abfällt. Während das richtige Modell diesen Störverlauf exakt rekonstruiert, werden für die SISO-Modelle zusätzliche additive Störungen geschätzt (Bild 3.25b). Die geschätzten Störungen steigen exponentiell an und bewirken, daß die korrigierte Bewertungsfunktion immer noch fällt, auch wenn die Bewertungsfunktion ansteigt (Bild 3.26).

In diesem Bild ist die Wirkung der unscharfen Modelle auf die korrigierte Bewertungsfunktion zu erkennen. Die jeweiligen Punkte k, an denen die korrigierte Bewertungsfunktion rückwirkend dargestellt wurde, sind durch Sterne markiert.

Durch die unscharfen Modelle ergibt sich ein Sektor, der ab t = 70 s nach unten von der Bewertungsfunktion selbst begrenzt wird, weil hier keine Störgrößenänderungen mehr auftreten. Die obere Grenze der Sektoren entsteht durch die geschätzten Störungen der SISO-Modelle. Dabei zeigt sich, daß durch die Unschärfe des Modells nicht mehr entschieden werden kann, ob der Trend der korrigierten Bewertungsfunktion steigend oder fallend ist (Bild 3.28a).



Bild 3.25:Zeitverhalten des zweiten Teilsystems<br/>a. Regel- (Strich-Punkt-Linie) und Führungsgröße (durchgezogene Linie)<br/>b. Geschätzte Störgrößenänderung in Abhängigkeit der verschiedenen Modelle

Folglich kann über den Stabilitätsgrad hier nur noch die Aussage getroffen werden, daß er sich zwischen Null und Eins befindet und daß die Modellgüte keine Aussagen über die Stabilität mehr zuläßt (Bild 3.28b). Dieser Fall wird in Richtung einer sicheren Entscheidung abgeschätzt, was zur Schlußfolgerung Instabilität führt.

Besonders deutlich wird der Gesamtverlauf, wenn die korrigierte Bewertungsfunktion und ihr gewichteter Trend als x-y-Diagramm dargestellt werden (Bild 3.27). Hier sind sowohl der Verlauf für das falsche Modell (durchgezogene Linie und Kreuze) als auch die durch die Störung hervorgerufenen Unsicherheiten zu einigen Zeitpunkten (Mittelpunkt: Kreuz, Begrenzungen: um Kreuze gelegene Flächen) angegeben.

Aus dieser Darstellung ist zu entnehmen, daß positive Werte des gewichteten Trends bei relativ großen Werten der korrigierten Bewertungsfunktion möglich sind und so die Instabilitätsentscheidung folgt.



**Bild 3.26:** Bewertungsfunktion (durchgezogene Linie) und korrigierte Bewertungsfunktionen (an mit '\*' gekennzeichneten Stützpunkten als Sektor mit unterer und oberer Grenze entsprechend Gl. (2.40) und Gl. (2.41) eingezeichnet) in Abhängigkeit der verschiedenen Modellparameter



**Bild 3.27:** Gefilterte korrigierte Bewertungsfunktion und Trend in Abhängigkeit der verschiedenen Modellparameter (Linie und x- erwarteter Wert, Fläche: mögliche Werte aus dem unscharfen Modell)





- a. Trend mit oberer und unterer Schranke (D\_o bzw. D\_u, Gl. (2.55)) und Wert mit Zugehörigkeit Eins (D\_e, Gl. (2.56))
- b. Stabilitätsgrad mit oberer Schranke (S\_o, Gl. (2.76)) und unterer Schranke S\_u (2.77)) sowie dem Wert mit Zugehörigkeit Eins (S\_e)

## 3.7 Resultierende Struktur der Fuzzy-Überwachungsebene

Der in den vorhergehenden Abschnitten eingeführte Algorithmus für die Stabilitätseinschätzung ist in Bild 3.29 nochmals zusammenfassend dargestellt. In der Fuzzy-Überwachungsebene werden die Führungsgrößen, die Regelgrößen, die Stellgrößen und die mit einem Modell gewonnene geschätzte Störgrößenänderungen bewertet. Mit Hilfe einer Bewertungsfunktion, die um Auswirkungen von Führungs- und geschätzten Störgrößenänderungen korrigiert wird, berechnet die Überwachungsebene ein Maß der Abweichung von der gewünschten Prozeßsituation.

Aus der korrigierten Bewertungsfunktion wird über gefilterte Werte (Zeitfenster M und N) ein durchschnittlicher Wert und ein gewichteter Trend ermittelt. Eine Fuzzy-Komponente schätzt die Prozeßsituation mit einem unscharfen Stabilitätsgrad zwischen Null (instabil) und Eins (stabil) qualitativ ein. Weitere abstrahierte Informationen (Störgrad, Stellaufwand) können in die Entscheidungsfindung einbezogen werden.



Bild 3.29: Signalflußplan der Fuzzy-Überwachungsebene

Diese Information wird von einer Adaptionsebene (Gesamtstruktur der Überwachungs- und Adaptionsebene mit Regelkreis siehe Bild 3.1) ausgewertet, die bei Verdacht auf instabiles Verhalten Maßnahmen zur Stabilisierung des Regelkreises ergreift.

Die genaue Parametrierung der einzelnen Komponenten hängt von den Systemeigenschaften ab. Auswahlmöglichkeiten bestehen insbesondere bei der Wahl der Bewertungsfunktion, bei der Korrektur der Bewertungsfunktion, der Parametrierung der Filter und der Definition der Zugehörigkeitsfunktionen. Auch die Regelwerke zur Stabilitätsschätzung und die Zusatzindikatoren, wie Stellaufwand und Störgrad, sind lediglich Vorschläge und jederzeit erweiterbar, um systemspezifische Besonderheiten des tolerierbaren Verhaltens ausdrücken zu können. Dabei müssen lediglich die grundlegenden linguistischen Interpretationen erhalten bleiben.
# 4 Anwendungen

### 4.1 Zielstellung

Mit den folgenden Anwendungen soll gezeigt werden, daß beim Einsatz von Fuzzy-Reglern

- bei geeignetem Entwurf ein gutes Regelungsverhalten für technisch relevante nichtlineare und zeitvariante Regelstrecken erzielt werden kann,
- bei Entwurfsfehlern Risiken für das Stabilitätsverhalten bestehen, die aus den Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen kaum ersichtlich sind,
- die Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene prozeßspezifisch nach der in dieser Arbeit entwickelten Methodik entworfen werden muß und
- hybride Strukturen mit klassischen Reglern im Basisregelkreis und Fuzzy-Reglern in der Adaptionsebene Entwurfsvorteile versprechen.

Dazu werden mit einer Durchflußregelung (Abschnitt 4.2), einer Druck-Füllstands-Regelung (Abschnitt 4.3) und einer Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen (Abschnitt 4.4) drei Anwendungen vorgestellt. Bei allen drei Beispielen werden mit Hilfe von vereinfachten Fuzzy-Adaptionsverfahren unter Verwendung eines on-line verfügbaren Prozeßmodells die Regler an die jeweilige Prozeßsituation angepaßt. Die Adaption kompensiert dabei teilweise die Nichtlinearität der Regelstrecke, nimmt aber auch auf Modellfehler und Anforderungen an das Stellverhalten Rücksicht. Sofern Stabilitätsprobleme auftreten, werden sie von der Überwachungsebene erkannt und die Adaptionsebene stabilisiert mit Hilfe von robust eingestellten PID-Reglern den Prozeß.

## 4.2 Durchflußregelung mit Fuzzy-Regler

Die im folgenden beschriebene Durchflußregelstrecke ist Bestandteil einer halbindustriellen Versuchsanlage am Institut für Automatisierungstechnik der TU Dresden und besteht aus einer Kreiselpumpe (15 kW), die Wasser aus einem Speicher (3 m<sup>3</sup>) durch ein anschließendes Rohrleitungssystem und wieder zurück in den Speicher fördert (vgl. R&I-Fließbild in [14, 15]). Als Stelleinrichtung dient ein pneumatisches Stellventil, wobei in einem Parallelzweig zu diesem Stellventil ein Störventil eingebaut ist, das unabhängig vom Stellventil für einen zusätzlichen Durchfluß sorgt und die Wirkung des Stellventils beeinflußt.

Zum Entwurf des Fuzzy-Reglers und der Überwachungsebene wurde ein Regelstreckenmodell durch eine theoretische und eine experimentelle Prozeßanalyse ermittelt, die im Ergebnis das aus der nichtlinearen Funktion y = g(u, v) (statisches Kennlinienfeld der Durchflußregelstrecke, Bild 4.1) und der Übertragungsfunktion G(s) bestehende Hammerstein-Modell lieferte.



**Bild 4.1:** Statische Kennlinien der Durchflußregelstrecke (Durchfluß y als Funktion der Position des Stellventils u mit der Position des Störventils v als Parameter (linkes Teilbild) und die partielle Ableitung dieser Kennlinien nach der Position des Stellventils u (rechtes Teilbild)

Zur Identifikation wurde das Programmpaket AUCADD verwendet [7], wobei Algorithmen von GRÖLL [69] zur Identifikation von Hammerstein-Modellen bei Totzeiten mit nicht ganzzahligen Vielfachen der Abtastzeit im linearen Teilmodell zum Einsatz kamen.

Das Verhalten der Regelstrecke ist dadurch gekennzeichnet, daß bei geringen Öffnungen des Stellventils bzw. bei einer großen Öffnung des Störventils relativ große Änderungen der Position des Stellventils notwendig sind, um den Durchfluß zu verändern. Eine vollständige Kompensation dieser Nichtlinearität scheitert an zu großen Stellgrößenänderungen, zeitvarianten Änderungen der Kennlinie durch Temperatur- und Druckeinflüsse und an der nicht meßbaren Position des Störventils.

In [14, 17] ist der Entwurf verschiedener adaptiver Fuzzy-Regler für dieses System dargestellt. Das Entwurfsziel ist neben der Gewährleistung der Stabilität eine Teilkompensation der Nichtlinearität, um ein verbessertes Regelungsverhalten zu erzielen. Die Idee besteht darin, die Führungsgröße w (linguistische Variable W) und die geschätzte Position des Störventils v (V) als Eingangsgrößen des Fuzzy-Reglers zur Verfügung zu stellen und damit den Regler zu adaptieren. Als on-line Prozeßmodell werden zwei Teilmodelle der statischen Nichtlinearität mit

$$\hat{\overline{y}}^{M1} = g(u, v = 0\%)$$
 bzw.  $\hat{\overline{y}}^{M2} = g(u, v = 40\%)$  (4.1)

verwendet, deren Ergebnisse auf zwei lineare Teilmodelle G<sup>\*</sup>(z) (bestehend aus einem Halteglied Nullter Ordnung, der Übertragungsfunktion G(s) und einem Abtaster) aufgeschaltet werden, woraus die geschätzten ungestörten Regelgrößen der Teilmodelle  $\hat{y}^{M1}$  bzw.  $\hat{y}^{M2}$  entstehen. Die Öffnung des Parallelventils v und die additive Störung  $\Delta z$  werden aus

Anwendungen

$$\begin{split} \Delta \hat{z}_{k} &= y_{k+1} - y_{k} - \begin{cases} \Delta \hat{\overline{y}}_{k}^{M1}, & \text{für } y_{k+1} \leq \hat{\overline{y}}_{k+1}^{M1} \\ \lambda \Delta \hat{\overline{y}}_{k}^{M1} + (1 - \lambda) \Delta \hat{\overline{y}}_{k}^{M2}, & \text{für } \hat{\overline{y}}_{k+1}^{M1} \leq y_{k+1} \leq \hat{\overline{y}}_{k+1}^{M2} \\ \Delta \hat{\overline{y}}_{k}^{M2}, & \text{für } y_{k+1} \geq \hat{\overline{y}}_{k+1}^{M2} \end{cases} \\ \hat{v} &= \lambda \cdot 40 \% \quad \text{mit } \lambda = \frac{\hat{\overline{y}}_{k+1}^{M2} - y_{k+1}}{\hat{\overline{y}}_{k+1}^{M2} - \hat{\overline{y}}_{k+1}^{M1}} \text{ und } \Delta \hat{\overline{y}}_{k}^{Mi} = \hat{\overline{y}}_{k+1}^{Mi} - \hat{\overline{y}}_{k}^{Mi}, i = 1, 2 \end{split}$$

$$(4.2)$$

geschätzt. Dieser Ansatz kann beim Entwurf der Überwachungsebene prinzipiell zur Schätzung einer Fuzzy-Menge für die Störgrößenänderung entsprechend Unterabschnitt 3.3.2 verwendet werden, was hier aber aufgrund der Modellqualität der Störgrößenschätzung nicht erforderlich ist.

Die entworfenen Fuzzy-Regler unterscheiden sich darin, ob

- eine hybride Variante mit einer Fuzzy-Komponente (Eingangsgrößen w, v, Ausgangsgröße Reglerverstärkung K<sub>R</sub> (KR)) zur Adaption eines PI-Reglers eingesetzt wird oder
- die Funktionalität des PI-Reglers mit im Fuzzy-Regler realisiert wird (Eingangsgrößen w, v, Regeldifferenz e (E), Änderung der Regeldifferenz Δe/T<sub>A</sub> ≈ de/dt (DE), Ausgangsgröße Änderung der Stellgröße Δu/T<sub>A</sub> ≈ du/dt (DU)). Die MATLAB-Struktur des geschlossenen Regelkreises ist in Bild 4.2 dargestellt.



**Bild 4.2:** MATLAB-Struktur des geschlossenen Regelkreises (Blockbezeichnungen in der Überwachungsebene siehe Abschnitt 3.5)

Bei der ersten Variante bewirkt die Adaption ein gutes Regelungsverhalten. Wenn die zeitvarianten Änderungen der Position des Störventils vernachlässigt werden, ist sogar ein Stabilitätsnachweis mit der Hyperstabilitätstheorie möglich [17].

Das Regelungsverhalten der zweiten Variante hängt entscheidend von der Wahl der Fuzzy-Operatoren ab. Die Regelbasen sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 und die Zugehörigkeitsfunktionen in Bild 4.3 dargestellt. Bei der Verwendung des Minimumoperators für die Prämissenauswertung und des Maximumoperators im ersten Schritt der Akkumulation (Inferenzschema MIN-(MIN)-MAX-PROD-MAX) bestehen Stabilitätsprobleme bei Führungsgrößen zwischen 7 m<sup>3</sup>/h und 10 m<sup>3</sup>/h, die sich in Grenzzyklen mit nicht tolerierbaren Amplituden äußern (Bild 4.5a) Da diese Grenzzyklen nur an bestimmten Arbeitspunkten auftreten, können sie unter ungünstigen Umständen sowohl bei einer simulativen als auch bei einer experimentellen Erprobung unentdeckt bleiben.

Tabelle 4.1:	Änderung des Ventilhubes
DU, WENN W	= KLEIN ODER V $=$ GROSS

Е	NG	NK	Ν	PK	PG
DE					
NG	NSG	NSG	NSG	NM	Ν
NK	NSG	NSG	NM	Ν	PM
N	NSG	NM	N	PM	PSG
PK	NM	N	PM	PSG	PSG
PG	N	PM	PSG	PSG	PSG

**Tabelle 4.2:**Änderung des VentilhubesDU, WENN W = GROSS UND V = KLEIN

Е	NG	NK	N	PK	PG
DE					
NG	NSG	NG	NM	NK	Ν
NK	NG	NM	NK	Ν	РК
Ν	NM	NK	Ν	PK	PM
РК	NK	Ν	PK	PM	PG
PG	Ν	PK	PM	PG	PSG



**Bild 4.3:** Zugehörigkeitsfunktionen für Regeldifferenz, Änderung der Regeldifferenz, Führungs- und Störgröße sowie der Änderung der Stellgröße

Die komplexe Systemstruktur dieser Variante verhindert eine analytische Stabilitätsanalyse. Allerdings können mit Hilfe des Näherungsverfahrens der Harmonischen Balance die Grenzzyklen gefunden werden, wenn die betreffenden Arbeitspunkte mit untersucht werden [14]. Die Probleme werden trotz richtigem Entwurf von Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen durch den Minimum- und den Maximumoperator verursacht. Der Entstehungsmechanismus ist im Abschnitt 1.2 dargestellt. Die Verwendung der Operatoren Produkt und Summe führt hingegen zu einem guten Regelungsverhalten.

Eine verbesserte Sicherheit ergibt sich, wenn der Regelkreis mit einer Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene ausgerüstet wird. Konstante Führungs- und Störgrößen sollen ohne bleibende Regeldifferenzen abgebaut werden. Die Überwachungsebene verwendet

- die Bewertungsfunktion (3.14), um nur Sprungantworten ohne größeres Überschwingen als tolerierbar zu bewerten,
- die IIR-Filter (3.37) für die Berechnung des Trends (2.46) und der gemittelten Bewertungsfunktion (2.47),
- den gewichteten Trend (2.58) und
- den Störgrad (3.20).

Die Regelwerke der Überwachungsebene sind Tabelle 2.2 und 3.3, die Zugehörigkeitsfunktionen Bild 4.4 zu entnehmen.



Bild 4.4:Zugehörigkeitsfunktionen der Überwachungsebene<br/>a. Korrigierte BewertungsfunktionBewertungsebene<br/>b. Gewichteter Trend<br/>c. Störgradc.Störgradd. Stabilitätsgrad

Die Adaptionsebene wertet den Stabilitätsgrad aus und schaltet stoßfrei auf einen schwächer wirkenden Regler (konservativ eingestellter PI-Regler, der für den Arbeitspunkt mit der größten linearisierten Regelstreckenverstärkung entworfen wurde) um, wenn Anzeichen für instabiles Verhalten vorliegen (z.B. Stabilitätsgrad mehrfach unter 0.5). Dieser PI-Regler sichert in allen Betriebssituationen einen tolerierbaren Verlauf der Regelgröße.

Zur Veranschaulichung der Wirkungsweise der Überwachungsebene ohne Adaptionsebene vergleicht Bild 4.5 im ungestörten Fall den Regelungsverlauf des Reglers, der Grenzzyklen verursacht (Bild 4.5a), mit einem Regler, der keine Grenzzyklen verursacht (Bild 4.5b). Während am Arbeitspunkt zu Beginn des Regelungsvorgangs beide Regelkreise stabiles Verhalten aufweisen, treten am Arbeitspunkt w = 9 m<sup>3</sup>/h in Bild 4.5a Grenzzyklen auf, die durch den Stabilitätsgrad deutlich erkannt werden. Hingegen wird der Ausregelvorgang nach dem Sprung der Führungsgröße von w = 3 m<sup>3</sup>/h nach w = 9 m<sup>3</sup>/h bis etwa t = 55 s bei beiden Regelkreisen als tolerierbar eingestuft.





a. Ungestörter Fall mit Grenzzyklen (linkes Teilbild)

b. Ungestörter Fall ohne Grenzzyklen (rechtes Teilbild)

Die gleiche Regelungsaufgabe im gestörten Fall zeigt Bild 4.6. Hier ist durch die Störungen der Unterschied zwischen den beiden Regelkreisen schwerer zu erkennen, weil der Grenzzyklus durch die Ausregelung von Störgrößen überlagert ist. Dennoch erkennt die Überwachungsebene mit Hilfe des Modells der Regelstrecke noch die Unterschiede zwischen beiden Regelungsverläu-

fen und bewertet den Regelungsverlauf in Bild 4.6a im Gegensatz zu Bild 4.6b als nicht tolerierbar. Für einen Prozeßbediener ist der Unterschied in erster Linie an den Stellgrößen zu erkennen, die die Überwachungsebene über die Modellinformationen ebenfalls berücksichtigt.

Prinzipiell ergeben sich hier auch Möglichkeiten für ein aktives Vorgehen der Überwachungsebene, indem anhand von aktiven Beeinflussungen der Stellgröße zwischen Störgrößen und ungestörten Regelgrößen unterschieden wird. Allerdings resultieren daraus komplexe Wirkungsmechanismen, weshalb solche Eingriffe weitere Untersuchungen erfordern.



**Bild 4.6:** Stabilitätsgrad S, Regeldifferenz e, Stellgröße u, Führungsgröße w, Regelgröße y und additive Störung z (von oben nach unten)

- a. Gestörter Fall mit Grenzzyklen (linkes Teilbild)
- b. Gestörter Fall ohne Grenzzyklen (rechtes Teilbild)

Zusammenfassend kann für diese Anwendung festgestellt werden, daß fuzzy-adaptive Regler die Regelgüte im Vergleich zu PI-Reglern verbessern, aber auch bei geeigneten Regeln und Zugehörigkeitsfunktionen nicht a-priori von einem tolerierbaren Systemverhalten ausgegangen werden kann. Eine on-line Stabilitätsüberwachung erhöht hingegen die Sicherheit. Sowohl der Regler als auch die Überwachungsebene wurden simulativ und experimentell getestet, wobei die Algorithmen in eine SPS AEG MODICON A250 implementiert wurden.

## 4.3 Druck-Füllstands-Regelung mit adaptivem Entkoppelnetzwerk

Das in diesem Abschnitt betrachtete gekoppelte Druck-Füllstands-System ist ebenfalls Bestandteil des Gerätezentrums Automatisierungstechnik der TU Dresden und dient der Bereitstellung von Wasser mit einem definierten Druck für andere Anlagengruppen. Es besteht aus einem Wasserbehälter mit Zu- und Abfluß, über dessen Wasserspiegel sich komprimierte Luft befindet. Der Luftdruck  $y_p$  (Führungsgröße  $w_p$ ) kann durch zwei Ventile (Luftzu- und -abführung) und der Füllstand  $y_h$  (Führungsgröße  $w_h$ ) durch ein Zwei-Wege-Ventil beeinflußt werden (R&I-Fließbild siehe [18]).



Bild 4.7: MATLAB-Prozeßmodell

Der Prozeß (siehe Bild 4.7) ist durch nicht zu vernachlässigende Kopplungen zwischen Druck und Füllstand, statische Nichtlinearitäten in allen Haupt- und Koppelstrecken, integrierendes Verhalten sowie PT1- und Totzeitglieder in allen Haupt- und Koppelstrecken (T = 1.51 s,  $\tau$  = 0.75 s) gekennzeichnet. Die statischen Nichtlinearitäten wurden experimentell ermittelt und sind in Bild 4.8 dargestellt. Ein befriedigender linearer Reglerentwurf ist wegen der unterschiedlichen lokalen Verstärkungen (ca. 0.003 und 0.025 - Faktor 8) in den Haupt- und Koppelstrecken nicht möglich.

Für diesen Prozeß wurden PI-Regler mit einem fuzzy-adaptiven Entkoppelnetzwerk und ein reiner Fuzzy-Regler entworfen und simulativ getestet [128]. Die Entwurfsstrategie des fuzzy-adaptiven Entkoppelnetzwerkes beruht auf einer Fuzzy-Modellierung der prinzipiellen Eigenschaften der statischen Kennlinie und einer on-line Berechnung des aktuellen Arbeitspunktes sowie der zugehörigen lokalen Streckenverstärkung [17, 128, 157]. Eingangsgröße der Fuzzy-Komponenten sind die Öffnungen der Ventile für den Druck und den Füllstand, wodurch es sich um eine geregelte Adaption handelt (Bild 4.9).



**Bild 4.8:** Statische Kennlinien für jedes Haupt- und Koppelsystem a. Hauptstrecke Druck  $f_{11}(u_p,p)$  (oben links) b. Koppelstrecke Füllstand  $\rightarrow$  Druck  $f_{12}(u_h,p)$  (oben rechts)

- c. Koppelstrecke Druck  $\rightarrow$  Füllstand  $f_{21}(u_p,p)$  (unten links)
- d. Hauptstrecke Füllstand  $f_{22}(u_h,p)$  (unten rechts)

Nach erfolgter Schätzung können mit Hilfe der folgenden Gleichungen Entkoppelfaktoren [100] berechnet werden:

$$N_{11} = \frac{K_{11,\text{nom}} \cdot K_{22}}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}}$$
(4.3)

$$N_{22} = \frac{K_{11} \cdot K_{22,nom}}{K_{11} \cdot K_{22} - K_{12} \cdot K_{21}}$$
(4.4)

$$N_{12} = \frac{K_{12}}{K_{11}}$$
(4.5)

$$N_{21} = \frac{K_{21}}{K_{22}} \,. \tag{4.6}$$

Die Werte  $K_{11,nom}$  und  $K_{22,nom}$  beschreiben die lokal gültigen Streckenverstärkungen bei einer Linearisierung um den Arbeitspunkt, für den die PD-Regler in Bild 4.10 entworfen wurden. Die gefilterten Entkoppelfaktoren werden dann als Entkoppelnetzwerk eingesetzt.

Die Aufteilung der PI-Regler in eine Reihenschaltung von PD-Regler und eines Integrators mit begrenzter Ausgangsgröße ermöglicht eine vereinfachte Behandlung von arw (anti-reset windup) Maßnahmen zur Beherrschung von Stellgrößenbeschränkungen.

Eine weitere Variante des Reglerentwurfs besteht in der qualitativen Modellierung des Systems als Petri-Netz. Mit dem in [128, 131, 132, 151] vorgestellten Verfahren können automatisch die Regeln generiert werden. Der Entwurf der Zugehörigkeitsfunktionen erfolgt manuell. Im Ergebnis entsteht für jede Hauptstrecke ein reiner Fuzzy-Regler, der neben der Regeldifferenz der zugehörigen Regelstrecke und deren Änderung die Änderung der Regeldifferenz der anderen Regelstrecke als Eingangsinformationen erhält.





- a. Hauptstrecke Druck  $\partial f_{11}(\tilde{u}_p,p)/\partial u_p$  (oben links)
- b. Koppelstrecke Füllstand  $\rightarrow$  Druck  $\partial f_{12}(u_h, p)/\partial u_h$  (oben rechts)
- c. Koppelstrecke Druck  $\rightarrow$  Füllstand  $\partial f_{21}(u_p, p)/\partial u_p$  (unten links)
- d. Hauptstrecke Füllstand  $\partial f_{22}(u_h,p)/\partial u_h$  (unten rechts)

Beim hier untersuchten System handelt es sich um ein Mehrgrößensystem. Durch die integrierende Wirkung sind beide Teilstrecken nicht stabil. Die Regelung soll sowohl Luftdruck als auch Füllstand konstant halten, wobei durch die unterschiedliche Öffnung des Abflußventils rampenförmige Störungen auftreten können, die ohne bleibende Regeldifferenzen auszuregeln sind. Aufgrund der relativ geringen lokalen Verstärkungen der Regelstrecke ist zusätzlich ein ruhiges Stellverhalten zu garantieren, weil trotz starker Stellgrößenschwankungen ein tolerierbares Ausgangsverhalten auftreten kann.



Bild 4.10: Regelkreisstruktur mit Fuzzy-Berechnung der Entkoppelfaktoren

Ein exakter Stabilitätsnachweis ist wegen der komplizierten Struktur (Zweigrößensystem mit nichtlinearen Teilkomponenten von Regelstrecke und Regler sowie Störgrößen, welche die Kennlinien beeinflussen) nur mit hohem mathematischen Aufwand durchführbar.

Die Fuzzy-Komponenten enthalten Risiken für das Stabilitätsverhalten, wenn

- durch die geregelte Adaption zu schnelle Parameteränderungen zugelassen werden (siehe Beispiel in Bild 4.11) oder
- eine vollständige Kompensation der Nichtlinearität mit entsprechenden Risiken für die Robustheit bei zeitvarianten Änderungen versucht wird.

Ein Beispiel für solche Probleme zeigen die Simulationsergebnisse in den Bildern 4.11 und 4.12, bei denen das System teilweise an Arbeitspunkten mit niedrigen lokalen Streckenverstärkungen arbeitet. Durch eine rampenförmige Störung im Füllstandsregelkreis (konstanter Abfluß, Ereignis A in Bild 4.12) gelangt das System in einen anderen Arbeitspunkt, an dem bei einem fehlerhaften Reglerentwurf durch zu schnelle Parameteränderungen der Entkoppelfaktoren (Bild 4.11) ein Grenzzyklus auftritt. Dessen Amplitude bezüglich der Regelgrößen ist zwar tolerierbar (Bild 4.12a), aber er verursacht sehr starke Stellschwankungen (Bild 4.12b). Das praktische Auftreten hängt dabei von der Stärke der Störsignale ab, wodurch hier wiederum ein Erkennen durch eine simulative und experimentelle Erprobung problematisch ist. Im weiteren Simulationsverlauf wird die Führungsgröße im Füllstandsregelkreis reduziert (Ereignis B), die Abflußstörung aus Ereignis A verschwindet wieder (Ereignis C), und die Führungsgröße im Füllstandsregelkreis wird ein weiteres Mal reduziert (Ereignis D).



**Bild 4.11:** Stabilitätsprobleme durch zu schnelle Änderungen der Koppelfaktoren N11, N12, N21 und N22; Regelgrößen und Stabilitätseinschätzung siehe Bild 4.12

Als Bewertungsfunktion wurde

$$\mathbf{L}_{k} = \underline{\mathbf{e}}_{k}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \underline{\mathbf{e}}_{k} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{p} - \mathbf{y}_{p} \\ \mathbf{w}_{h} - \mathbf{y}_{h} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{p} - \mathbf{y}_{p} \\ \mathbf{w}_{h} - \mathbf{y}_{h} \end{pmatrix}$$
(4.7)

gewählt, wobei  $\alpha$  und  $\beta$  positive Werte sind (Gesamtstruktur des Systems siehe Bild 4.13). Diese Bewertungsfunktion toleriert auch kleine Verletzungen der Forderung nach Eigenautonomie.

Aufgrund der Modellstruktur besteht die Notwendigkeit, stabile Modelle für eine Schätzung der Störgröße zu gewinnen. Im hier vorliegenden Fall wird dieses Ziel durch Teilmodelle erreicht, die ohne den Integrator am Systemausgang nur die Druckänderung und die Füllstandsänderung ermitteln.

Da trotz konstanter Störgrößenänderungen noch ein Verhalten ohne bleibende Regeldifferenzen erzielt werden soll, ist eine Filterung der zu kompensierenden Störgrößenänderung durch Gl. (3.18) erforderlich.

Die Grenzzyklen sind anhand der Ausgangsgrößen nur schwer feststellbar, weshalb mit der Verwendung des Regelwerkes in Tabelle 2.2 ein Stabilitätsgrad von Eins ermittelt wird (Bild 4.12c). Deswegen wurde die im Unterabschnitt 3.3.5 vorgeschlagene Strategie mit dem Stellaufwand (3.24) verwendet, wodurch anhand der unruhigen Stellgrößen die Instabilität erkannt wird (Bild 4.12c).



**Bild 4.12:** Nichttolerierbares Verhalten im gestörten Fall als Folge von Entwurfsfehlern

- a. Führungs- und Regelgrößen (Druck:  $w_p$  und  $y_p$ , Füllstand  $w_h$  und  $y_h$ )
- b. Stellgrößen (Druck:  $u_p$ , Füllstand  $u_h$ )
- c. Stabilitätsgrad mit  $(S^{Saw})$  und ohne Stellaufwand (S)



Bild 4.13: MATLAB-Struktur des Gesamtsystems mit Überwachungsebene

Als redundante Strategie stehen robust eingestellte PI-Regler mit einem parameterkonstanten Entkoppelnetzwerk zur Verfügung, die für einen Arbeitspunkt mit hohen lokalen Streckenverstärkungen entworfen wurden. Außerdem können beide Regelstrecken durch die Ausgabe der Stellgröße Null in einen sicheren Zustand gebracht werden, weil die bei fehlerloser Funktionsweise der Stellglieder auftretenden Störungen niemals die Zunahme des Füllstandes oder des Druckes bewirken.

Dieses Beispiel zeigt eine prinzipielle Entwurfsstrategie für fuzzy-adaptive Reglerkonzepte in Mehrgrößensystemen. Auch hier mißlingt ein exakter Stabilitätsnachweis, aber eine Überwachung des Systemverhaltens mit der in dieser Arbeit entwickelten Methodik erkennt Stabilitätsprobleme rechtzeitig.

## 4.4 Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen

Beim Stranggießen von Stahl [165] wird aus einer Gießpfanne kontinuierlich in eine Kokille gegossen (schematischer Anlagenaufbau siehe Bild 4.14). Die geforderte Einhaltung des Gießspiegels in der Kokille wird durch die Positionierung des Stopfens erreicht, der den Stahlzufluß vom Verteilerwagen zur Kokille einstellt. Zum Abzug des im Kern noch flüssigen Stahls aus der Kokille wird eine Strangabzugsmaschine verwendet, deren Drehzahlregler den Sollwert der Abzugsgeschwindigkeit von der Speicherprogrammierbaren Steuerung (SPS) erhalten.

Der Gießspiegel in der Kokille wird über eine radiometrische Füllstandsmessung erfaßt, wobei das statistische Auftreffen der Strahlenquanten Meßwertstörungen verursacht. Das in der Kokille befindliche Kühlsystem kühlt den vergossenen Stahl soweit ab, daß der Strang aus der Kokille gezogen werden kann.





Entscheidend für die Güte des entstehenden Stahls ist neben dem Kühlregime die genaue Einhaltung des Füllstandes in der Kokille (Gießspiegel). Bisher wird dieser Gießspiegel mittels eines PI-Reglers auf dem gewünschten Niveau gehalten, der aber nur in der Nähe eines Arbeitspunktes befriedigend arbeitet. Ansätze für den Einsatz von Fuzzy-Reglern in solchen Systemen sind in [2, 61, 96, 137] zu finden, wobei in [96] beispielsweise ein Fuzzy-PD-Regler parallel zu einem PI-Regler eine bessere Bewältigung von Störsituationen gewährleistet. Ein Modell des Prozesses liegt teilweise vor, ist aber durch unsichere Parameter, komplizierte Modellstrukturen (Nichtlinearitäten) und zeitvariantes Verhalten gekennzeichnet. Ein wesentliches Problem der Gießspiegelregelung besteht darin, daß durch Abnutzungen des keramischen Stopfens während seiner Betriebszeit sowie durch das Entstehen und Ablösen von sogenannten Verbärungen (Ablagerungen von Aluminiumoxid und Schlacke) Änderungen in der Streckencharakteristik auftreten, die sich hauptsächlich in Verschiebungen und Anstiegsänderungen der Kennlinien im Bild 4.15 auswirken. Die Prozeßbeschreibung entstammt einer in [64] dargestellten theoretischen Prozeßanalyse und konnte durch die Industrieerprobung qualitativ bestätigt werden [51]. Eine robuste Auslegung des Regelkreises reicht nicht aus, die geforderten Toleranzen des Gießspiegels einzuhalten [34]. Bei Verletzung der Güteanforderungen resultieren Qualitätseinschränkungen durch gestörte Kristallisationsvorgänge bis hin zu großen Anlagenschäden durch Durchbrüche, wenn durch starke Schwankungen des Gießspiegels die erstarrte Schale beschädigt wird.

Die Strategie des Reglerentwurfs ist in [34, 65, 129] ausführlich dargestellt und soll im folgenden kurz zusammengefaßt und unter dem Blickwinkel der Stabilitätsüberwachung diskutiert werden.



**Bild 4.15:** Statische Kennlinie des Gleichgewichts zwischen Strangabzug und Stahlzufluß zur Kokille als Funktion des Stopfenhubes und der Abnutzung (links); partielle Ableitung dieser Kennlinie nach dem Stopfenhub zur Ermittlung der lokalen linearisierten Streckenverstärkung (rechts)



**Bild 4.16:** MATLAB-Struktur der Gießspiegelregelung mit Fuzzy-Adaptionseinrichtung und adaptiver Störgrößenaufschaltung (Überwachungsebene siehe Bild 4.19)

In der gewählten Struktur (Bild 4.16) adaptiert der Fuzzy-Regler einen PI-Regler und eine Störgrößenaufschaltung (SGA) zur Beherrschung veränderter Strangabzugsgeschwindigkeiten. Die Ausgangsgröße des PI-Reglers wird an einen inneren Regelkreis weitergeleitet, der analog auf einer Rexroth-Karte zur Ansteuerung der Stopfenhydraulik realisiert ist.

Die Fuzzy-Komponente schätzt regelbasiert die aktuelle Betriebssituation bezüglich der geschätzten Stopfenabnutzung und Verbärungen. Die Abnutzungen und Ablagerungen vollziehen sich relativ langsam und bewirken eine Kennlinienverschiebung. So bewirken Abnutzungen eine tiefere Stopfenposition u (linguistische Variable U), wenn die Strangabzugsgeschwindigkeit v bzw. der entsprechende Stahlabzug aus der Kokille h<sub>ab</sub> (linguistische Variable AB) gleich bleiben. Dadurch kann theoretisch bei genauer Einhaltung des jeweiligen Arbeitspunktes (Zufluß aus dem Verteilerwagen gleich der abgezogenen Stahlmenge) die Position im statischen Kennfeld ermittelt (Bild 4.17) und der jeweiligen Kennlinie zugeordnet werden (Tabelle 4.3). Dabei werden die linguistischen Terme EXTREM KLEIN (EK), SEHR KLEIN (SK), KLEIN (KL), MITTEL (MI), GROSS (GR), SEHR GROSS (SG) und EXTREM GROSS (EG) verwendet. Eine genauere Betrachtung und Optimierung der Kennfelder liefert die präzisierte und vordefuzzifizierte Regelbasis in Tabelle 4.4.

Bei Nichteinhaltung des Arbeitspunktes interpretiert diese Regelbasis allerdings das Ausregeln von Störungen als veränderte Abnutzung bzw. Verbärung. Ein Maß für die Einhaltung des Arbeitspunktes gibt die Regelbasis in Tabelle 4.5, wobei die Fuzzy-Mengen Gießspiegel ANGERE-GELT (AG) für die Einhaltung und Gießspiegel NICHT ANGEREGELT (NA) für die Nichteinhaltung des Arbeitspunktes verwendet werden. Die Grundlage der Entscheidung bilden die Gießspiegel-Regeldifferenz e (linguistische Variable E) sowie deren gefilterte zeitliche Ableitung ė (linguistische Variable DE) mit den Fuzzy-Mengen NULL (N), NEGATIV (NEG) und POSITIV (POS).

AB	SK	KL	MI	GR	SG
U					
EK	GR / <i>KL</i>	SG / S <i>K</i>	EG / <i>EK</i>	EG / <i>EK</i>	EG / EK
SK	K / <i>GR</i>	MI / <i>MI</i>	GR / <i>KL</i>	EG / <i>EK</i>	EG / <i>EK</i>
KL	SK / SG	SK / SG	MI / <i>MI</i>	GR / KL	EG / EK
MI	SK / SG	SK / SG	KL/GR	MI / <i>MI</i>	EG / <i>EK</i>
GR	SK / SG	SK / SG	SK / <i>SG</i>	MI / <i>MI</i>	EG / EK
SG	SK / SG	SK / SG	SK / SG	K/GR	EG / EK
EG	SK / SG	SK / <i>SG</i>	SK / SG	SK / <i>SG</i>	EG / EK

 Tabelle 4.3:
 Regelbasis zur Schätzung des Anstieges der Stopfenkennlinie (Normalschrift) und der notwendigen Reglerverstärkung (kursiv)

 
 Tabelle 4.4:
 Vordefuzzifizierte und präzisierte Schätzung des Anstieges der Stopfenkennlinie (Normalschrift) und der notwendigen Reglerverstärkung (kursiv)

AB	SK	KL	MI	GR	SG
U					
EK	1.51/0.66	2.00/0.50	2.50/0.40	2.50/0.40	2.50/0.40
SK	0.76/1.32	1.00/1.00	1.41/0.71	2.50/0.40	2.50/0.40
KL	0.50/1.99	0.65/1.53	0.94/1.06	1.74/0.57	2.50/0.40
MI	0.50/2.00	0.50/2.00	0.70/1.42	1.32/0.76	2.50/0.40
GR	0.50/2.00	0.50/2.00	0.50/2.00	0.87/1.15	2.50/0.40
SG	0.50/2.00	0.50/2.00	0.50/2.00	0.66/1.52	2.50/0.40
EG	0.50/2.00	0.50/2.00	0.50/2.00	0.50/2.00	2.50/0.40

 
 Tabelle 4.5:
 Regelbasis zur Ermittlung der Plausibilität der ermittelten Stopfenkennlinie (Normalschrift) und der Filterzeitkonstante (kursiv)

	Е	NEG	Ν	POS
DE				
NEC	LJ	NA / <i>GR</i>	NA / <i>GR</i>	NA / <i>GR</i>
Ν		NA / <i>GR</i>	AG / KL	NA / <i>GR</i>
POS	5	NA / <i>GR</i>	NA / <i>GR</i>	NA / <i>GR</i>

Mit diesen Situationseinschätzungen können nun direkte Rückschlüsse auf die notwendige Reglerverstärkung (je stärker der Anstieg der Stopfenkennlinie, desto geringer die erforderliche Reglerverstärkung) und die Plausibilität der Aussage (je besser die Situation als angeregelt einzustufen ist, desto plausibler die Aussage) gezogen werden.

Die Verknüpfung der beiden defuzzifizierten Ausgangsgrößen bewirkt eine Anpassung an die neu berechnete Reglerverstärkung, wobei die Korrektur der Reglerverstärkung um so schneller erfolgt, je klarer die Prozeßsituation als angeregelt erkannt wird:

$$T(e, \dot{e})\dot{K}_{R} + K_{R} = K_{R,Fuzzv}(h_{ab}, u).$$
(4.8)

Dabei bezeichnet T eine variable Zeitkonstante, die aus der Fuzzy-Regelbasis in Tabelle 4.5 resultiert,  $K_{R,Fuzzy}$  die vom Fuzzy-Regler gemäß der Regelbasis in Tabelle 4.3 vorgeschlagene Reglerverstärkung und  $K_R$  die eingestellte Verstärkung des PI-Reglers. Die Struktur der Fuzzy-Komponenten des Reglers ist in Bild 4.18 dargestellt.



Bild 4.17: Nichtlineares Kennfeld und Zugehörigkeitsfunktionen

Nähere Hinweise zur MATLAB-Realisierung der Fuzzy-Komponenten sind in [130] gegeben, während [52, 53] die Implementierung in das Prozeßleitsystem ABB MP 200 und die SPS SIMATIC S5 beschreibt.

Das Konzept wird seit 1997 erfolgreich in zwei Anlagen der Baogang Steel in Baotou/China eingesetzt und reduziert die Schwankungen des Gießspiegels in schwierigen Prozeßsituationen deutlich. Dabei stellt die Fuzzy-Komponente auch bei baugleichen Strängen aufgrund der unterschiedlichen Abnutzungen und Ablagerungen verschiedene Reglerparameter ein [54].

Durch den Strangabzug und ein fehlerhaftes Modell im Zufluß zur Kokille treten rampenförmige Störgrößen auf. Die Strukturen der Überwachungsebene und das verwendete Prozeßmodell zeigt Bild 4.19. Das Prozeßmodell enthält keinen Integrator und gibt nur einen Stahlzufluß aus.



**Bild 4.18:** MATLAB-Struktur des Fuzzy-Blocks zur Ermittlung der Reglerverstärkung



**Bild 4.19:** MATLAB-Struktur des modifizierten Modells und der Überwachungsebene (Beschreibung der Teilblöcke siehe Abschnitt 3.5)

Dabei werden eine Bewertungsfunktion (3.14), die Teilkompensation der Störgrößenänderung (3.18), Rechteckfilter mit m = 10 und n = 5 für die Berechnung des Trends (2.46) und der gemittelten Bewertungsfunktion (2.49), der alternative gewichtete Trend (2.59) sowie das Regelwerk in Tabelle 4.6 und die Zugehörigkeitsfunktionen in Bild 4.20c und d eingesetzt. Entwurfsvarianten unter Verwendung eines Störgrades und mit weiteren linguistischen Termen erwiesen sich hier durch die prozeßbedingten starken Störungen als unvorteilhaft, da durch die dauerhaft anliegenden Störungen in Verbindung mit einem ungenauen Modell Grenzzyklen schwer erkannt werden.

Die wichtigsten Risiken für das Stabilitätsverhalten des Regelkreises liegen in

- einem fehlerhaften Prozeßmodell bei der Auslegung der Fuzzy-Komponenten,
- schnellen Ablösungen von Verbärungen, die zu einer sprungförmigen Veränderung der statischen Kennlinie führen und
- einer Fehlanpassung der Minimal- und Maximalwerte der variablen Zeitkonstante, die zu Stabilitätsproblemen durch zu schnelle bzw. zu langsame Änderungen in der Adaptionsschleife führt.

b. a. KŚK KL MI AG (50) GR SĠ NA (4000) Zugehörigkeit 200 1 Zugehörigkeit .5 0 0 2 2.5 0 2000 4000 0.5 1 1.5 Kr (Fuzzy) Т c. d. NĖG PÓS POS Ń Ν 1 Zugehörigkeit 50 21 1 Zugehörigkeit 5.0 5 0 0 5 -0.2 -0.1 0.2 0 10 0 0.1 Korr. Bewertungsfunktion Gewichteter Trend **Bild 4.20:** Zugehörigkeitsfunktionen der Fuzzy-Komponenten

- a. Reglerverstärkung
- b. Filterzeitkonstante
- c. Korrigierte Bewertungsfunktion d. Gewichteter Trend

Tabelle 4.6:	Regelbasis für die Überwachungsebene
	Regelbasis ful die Obei waenungsebene

LJAP	Ν	POS
LJ_TREND		
NEG	STABIL	STABIL
Ν	STABIL	SCHWER ENTSCHEIDBAR
POS	STABIL	INSTABIL

Bild 4.21 zeigt Regelungsvorgänge auf Störgrößen mit abgenutztem Stopfen für zwei PI-Regler unterschiedlicher Parameter:

- an Abnutzungsposition angepaßt (Variante A) und
- an Abnutzungsposition nicht angepaßt (Variante B).

Die Verläufe wurden simulativ bezüglich der determinierten Störgröße, des Meßrauschens und von weiteren Störungen ermittelt. Der fuzzy-adaptierte Regler agiert hier bei zu langsamer Anpassung T (durch Fehlentwurf der Zeitkonstante oder durch zu große Abweichungen nach einer plötzlichen Störung) ebenfalls fast wie ein nichtadaptierter PI-Regler.

Wenn nach 100 s eine sprungförmige Störung vor der Kokille eingreift (entspricht z.B. einem Ablösen von Tonerde an der Kokille), kann dieser schlecht angepaßte Regler mit der zu hohen Verstärkung den Regelkreis nicht mehr beruhigen und verursacht ein stark oszillierendes Verhalten. Der hier gezeigte Verlauf entspricht qualitativ dem in der Praxis gemessenen oszillierenden Gießspiegel in [52].

Die Überwachungsebene kann den Prozeß stabilisieren (Variante C in Bild 4.21), wenn auf einen redundanten PI-Regler zurückgegriffen wird, der für Arbeitspunkte mit hoher Stopfenabnutzung eingestellt ist. Mit solchen Reglereinstellungen kann der Gießvorgang fortgesetzt werden, wobei mit langsameren Ausregelvorgängen nach Störungen zu rechnen ist.



**Bild 4.21:** Gießspiegel (oben) und Stabilitätsgrad (unten) beim Ausregeln von Störungen und unterschiedlicher Reglerparametrierung

Dabei ergeben sich gleiche Ergebnisse in der Stabilisierung, wenn die gefilterte Reglerverstärkung (Zustand des Integrators in Bild 4.18) verringert wird und die Fuzzy-Komponente in Betrieb bleibt. Diese Variante stellt einen direkten Eingriff der Überwachungsebene in den Regelkreis dar, ohne daß wie bei der ersten Variante ein struktureller und irreversibler Eingriff erfolgt. Der direkte Eingriff ist gut geeignet, schnelle Änderungen an der Kennlinie zu erkennen. Allerdings müssen mehrere Risiken betrachtet werden:

- Eine Fehlinterpretation der Prozeßsituation, wie z.B. ein niedriger Stabilitätsgrad durch zu langsame Ausregelvorgänge und zu geringe Reglerverstärkung, kann zu einer weiteren Verschlechterung des Systemverhaltens führen. Abhilfe verspricht hier eine Überprüfung, ob bereits relativ hohe Reglerverstärkungen eingestellt sind, wobei nur unter dieser Voraussetzung korrigierend eingegriffen wird.
- Ein Fehlentwurf der Fuzzy-Komponenten in Tabelle 4.4 kann dazu führen, daß der Arbeitspunkt mit großen Fehlern geschätzt wird und so nicht angepaßte Reglerverstärkungen vorgeschlagen werden (z.B. nach Wechsel der Kokille und Nichtanpassung der Zugehörigkeitsfunktionen). In diesem Fall kommt es wiederum zum ständigen Erhöhen der Reglerverstär-

kung, zur Erkennung der Instabilität und zur Reduzierung der Reglerverstärkung durch die Überwachungsebene, so daß ein Grenzzyklus mit großer Periodendauer durch die Umschaltvorgänge angestoßen wird. Hier kann eine Statistik über die Häufigkeit unterstützender Eingriffe helfen, wobei sich die Überwachungsebene nach wiederholten Eingriffen für das irreversible Umschalten auf den PI-Regler entscheidet.

Auch in dieser Anwendung wird gezeigt, daß mit Hilfe relativ einfacher Fuzzy-Adaptionsmechanismen anspruchsvolle technische Regelungsaufgaben gelöst werden können. Die Akzeptanz der Lösung ist hoch, weil der klassische PI-Regler im Einsatz bleibt und die Adaptionsfähigkeit der Fuzzy-Komponenten an den Prozeß angepaßt werden kann.

# 4.5 Zusammenfassende Bewertung

In diesem Kapitel wurden für drei verschiedene Anwendungen

- prinzipielle Entwurfsstrategien für Fuzzy-Regelungen beschrieben,
- potentielle Stabilitätsprobleme bei unterschiedlichen Entwurfsstrategien für Fuzzy-Regler aufgezeigt,
- der Entwurf der Überwachungsebene demonstriert und
- Lösungen zur Stabilitätssicherung in der Adaptionsebene nach der Erkennung von Stabilitätsproblemen angegeben.

Mit dem Einsatz der übergeordneten Reglerebene mit Modell der Regelstrecke, Überwachungsund Adaptionsebene wurde die erfolgreiche Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Methoden für komplexe Systeme gezeigt. Entscheidend für den Erfolg ist, wie beim Prozeßbediener, die Verwendung aller verfügbarer Informationen über den zu regelnden Prozeß. Grenzen der Anwendbarkeit ergeben sich, wiederum wie beim Prozeßbediener, bei unzureichenden Modellinformationen und bei zu stark vereinfachten Bewertungsstrategien.

Die Erhöhung der Regelgüte durch den Einsatz von Fuzzy-Reglern und der Überwachungs- und Adaptionsebene ermöglicht beispielsweise bei der Gießspiegelregelung eine bessere Produktqualität des gegossenen Stahls, eine Erhöhung der Anlagenkapazität, weil die Regelung auch größere Strangabzugsgeschwindigkeiten beherrscht, und eine höhere Prozeßsicherheit, weil die Gefahr von Durchbrüchen durch Schwankungen des Gießspiegels sinkt.

Vorgehensweisen wie der zuletzt beschriebene Eingriff in den Gießspiegel-Regelkreis bilden erste Schritte in Richtung einer wissensbasierten Fehlerbehandlung. Wie ein Prozeßbediener versucht die Überwachungs- und Adaptionsebene mit Trail-and-Error-Methoden, mögliche Fehlerursachen im laufenden Betrieb zu erkennen, zu beseitigen und im Falle eines zu hohen Risikos sichere Entscheidungen vorzunehmen. Einsatzpotential haben solche Methoden auch bei der Überprüfung von Modellfehlern und bei der Schätzung von Störungen mit aktiven Eingriffen in den Regelkreis.

# 5 Zusammenfassung

Für die technische Anwendung von Fuzzy-Reglern wird ein Konzept zur modellgestützten online Überwachung und Adaption für komplexe Systeme vorgestellt. Die Grundidee besteht darin, die Stabilität nicht durch eine Stabilitätsanalyse beim Entwurf des Regelungskonzeptes zu sichern, sondern das on-line Überwachungsverhalten eines Prozeßbedieners beim Beherrschen von Prozessen nachzubilden. Nach dem Erkennen von Stabilitätsproblemen werden durch eine Adaptionsebene Maßnahmen zur Stabilisierung des Regelkreises eingeleitet.

Dieses Konzept liefert zwar keinen exakten Stabilitätsnachweis, kann aber die Sicherheit erhöhen. Die Überwachung erfolgt in erster Linie datengestützt, wobei sowohl scharfe als auch unscharfe Modellinformationen über das Prozeßverhalten die Qualität der Überwachung deutlich verbessern.

Die inhaltlichen Schwerpunkte der Arbeit umfassen

- den Vergleich zwischen dem Vorgehen von Prozeßbedienern und der Umsetzung dieses Wissens in Fuzzy-Reglern, wobei einige dabei auftretende Probleme beim Wissenserwerb und der Inferenz diskutiert werden,
- eine Übersicht über wichtige Definitionen und Kriterien zum Stabilitätsnachweis von Systemen mit Fuzzy-Reglern,
- die Vorstellung eines neuen Verfahrens zur Stabilitätssicherung auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen, das auf einem qualitativen Stabilitätsbegriff aufbaut,
- die Einbindung dieses neuen Konzeptes in eine Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene, wobei die Auswirkungen unterschiedlicher Modellklassen, wie scharfe oder unscharfe Modelle, Ein- oder Mehrgrößensysteme, stabile oder instabile Modelle, und die Anforderungen an ein tolerierbares Systemverhalten diskutiert werden sowie
- Beispiele und technische Anwendungen zur Demonstration der Leistungsfähigkeit dieses Ansatzes.

Im folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengestellt, die neue Aspekte bzw. Modifikationen und Erweiterungen der bisherigen theoretischen Erkenntnisse enthalten:

- Aufbauend auf einem Vergleich zwischen der Beurteilung der Sicherheit einer Situation durch Prozeßbediener einerseits und durch die Aussagen klassischer Stabilitätskriterien andererseits wird ein neuer qualitativer Stabilitätsbegriff vorgeschlagen, der sich auf die linguistische Bewertung der technologischen Tolerierbarkeit einer Situation stützt.
- 2. Dieser Begriff gestattet eine graduelle Abstufung zwischen den Einschätzungen Stabilität und Instabilität und führt zu Nachweisverfahren, die ebenfalls auf der Anwendung der Fuzzy-Logik beruhen.

- 3. Die Situationsbeurteilung verwendet als Stabilitätskriterium unscharfe Ljapunov-Funktionen, die aus einer linguistischen Interpretation von Ljapunov-Funktionen hervorgehen und an typische Bedingungen beim Einsatz von Fuzzy-Systemen angepaßt werden.
- 4. Zur on-line Überprüfung des neuen Stabilitätskriteriums wird eine speziell strukturierte Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene vorgestellt, die auf der Basis der gemessenen Prozeßsignale unter Einbeziehung der verfügbaren Modellinformationen arbeitet.
- 5. Im Fall von unbefriedigenden Prozeßzuständen ergreift eine Adaptionsebene Maßnahmen zur Stabilisierung des Systems. Auf diese Art erfolgt zwar kein exakter Stabilitätsbeweis, aber in vielen praktischen Anwendungsfällen kann mit Hilfe von Näherungsverfahren ein Fehlverhalten der Regelung on-line erkannt und beseitigt bzw. in seinen Auswirkungen reduziert werden.
- 6. Die Stabilitätsbeurteilung beruht auf der Nachbildung des Verhaltens von Prozeßbedienern und führt zu Fuzzy-Modifikationen bei der linguistischen Interpretation von Ljapunov-Funktionen. Diese Modifikationen umfassen eine heuristische Reduzierung des Zustandsraumes, die Verwendung von gefilterten Prozeßwerten und Prozeßtrends sowie die Nutzung von Fuzzy-Mengen bei der Berechnung des Stabilitätsgrades.
- 7. In die Stabilitätsbeurteilung werden Aussagen aus einem Modell der Regelstrecke (z.B. parametrisches mathematisches Modell, Fuzzy-Modell, Künstliches Neuronales Netz) einbezogen. Dabei wird das Modell in erster Linie zur Schätzung von Störgrößen verwendet.
- 8. Die Problematik unscharfer Modelle wird behandelt, indem die Auswirkungen von Fuzzy-Mengen der Störgröße auf unscharfe Ljapunov-Funktionen beschrieben werden.
- 9. Die Einbeziehung der Modellinformationen gestattet die Erweiterung des Verfahrens auf die Untersuchung nichtautonomer Vorgänge, indem mit der korrigierten Bewertungsfunktion ein geeignetes Korrekturmaß zur Berücksichtigung von Störungen und geänderten Führungsgrößen bereitgestellt wird. Außerdem können so abstrahierte Maße (z.B. Störgrad) zu einer detaillierten Beurteilung des Systemverhaltens herangezogen werden.
- 10. Für die Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene werden die Auswirkungen verschiedener Prozeßklassen (z.B. Mehrgrößensysteme, stabile und instabile Regelstrecken) analysiert und Hinweise für die Strukturierung und Parametrierung der unscharfen Ljapunov-Funktion sowie für die Implementierung von Modellen gegeben.
- 11. Für die Überwachungs- und Adaptionsebene werden rechentechnische Implementierungen vorgestellt, die eine effiziente Realisierung in Entwicklungsumgebungen (MATLAB und SIMULINK) und in Prozeßleitsystemen (ABB, AEG, SIEMENS) erlauben.
- 12. Die entwickelte Vorgehensweise wird an mehreren akademischen Beispielen und praktischen Anwendungen simulativ und experimentell demonstriert. An einer Durchflußregelung, einer gekoppelten Druck-Füllstands-Regelung und einer Gießspiegelregelung beim Stranggießen von Stahl zeigen sich hier Potentiale moderner Regelungsstrategien, aber auch Risiken für das Stabilitätsverhalten. Alle Anwendungen umfassen vereinfachte Fuzzy-Adaptionsalgorithmen

zur Beherrschung nichtlinearer und zeitvarianter Prozesse und die Möglichkeit, die hier entwickelten Überwachungsstrategien zur Reduzierung des Risikos einzusetzen.

Ein wesentliches Potential für zukünftige Regelungsstrategien liegt in der Einbeziehung von Diagnoseaufgaben und der Betrachtung ereignisdiskreter Modelle des zu untersuchenden Prozesses. In vielen Anlagen mit hohen Sicherheitsanforderungen sind Diagnosealgorithmen bereits implementiert oder eine Umsetzung entsprechender Projekte ist in den nächsten Jahren zu erwarten. Damit ergibt sich die Chance, vorhandene Modellinformationen von Überwachungsund Diagnosekomponenten zu integrieren und gewonnene Erkenntnisse und komplexe Merkmale für beide Teilaufgaben zu nutzen.

Ereignisdiskrete Modelle bilden einen interessanten Zugang zur Verarbeitung nur qualitativ bekannter Informationen und versprechen bei erfolgter Integration von klassischen Regelungsalgorithmen und Steuerungsaufgaben (z.B. bei Strukturumschaltungen) neue Möglichkeiten bei der Umsetzung wissensbasierter Strategien. Die Entwicklung der Rechentechnik eröffnet Perspektiven, die dazu notwendigen Algorithmen zu implementieren. Integrierte Überwachungsfunktionen werden so in einem breiten industriellen Aufgabenspektrum umgesetzt, die Akzeptanz moderner Regelungsstrategien wird erhöht und die Anlagensicherheit verbessert.

# A Fuzzy-Regler

In diesem Anhang soll am Beispiel einer Temperaturregelung eine kurze Übersicht über das Funktionsprinzip von Fuzzy-Reglern gegeben werden. Die für die Regelung relevanten Größen (z.B. Temperatur im Meßbereich von 0 bis 30°C) werden bewertet, indem ihre Zugehörigkeit zu linguistischen Termen einer linguistischen Variablen berechnet wird. Die linguistische Variable ist wieder die Temperatur, die linguistische Terme wie KALT und WARM besitzt. Dabei ist zu beachten, daß im menschlichen Sprachgebrauch häufig unterschiedliche linguistische Variable gleich bezeichnet werden (Terme: WARM, KALT - Temperatur als Regelgröße; Terme: STEIGT, FÄLLT - Temperaturänderung; Terme: ZU WARM, ZU KALT - Regeldifferenz im Vergleich zu einem Bezugsniveau).

In Abhängigkeit von den Ein- und Ausgangsgrößen werden Fuzzy-Regler häufig in Analogie zu linearen Reglern bezeichnet (z.B. Fuzzy-PI-Regler mit den Eingangsgrößen Regeldifferenz und Änderung der Regeldifferenz sowie der Ausgangsgröße Änderung der Stellgröße; Fuzzy-PD-Regler mit den Eingangsgrößen Regeldifferenz und Änderung der Regeldifferenz sowie der Ausgangsgröße Stellgröße). Dabei handelt es sich aber um nichtlineare Regler. Ebenfalls wichtig sind adaptive Strukturen, die sich durch zusätzliche Eingangsgrößen (z.B. Führungsgröße) oder andere Ausgangsgrößen (z.B. Parameter von PID-Reglern) auszeichnen.



b. der Temperaturänderung (rechts)

Die Zuordnung von Meßwerten zu linguistischen Termen erfolgt nicht in Form einer Ja-Nein-Entscheidung, sondern durch die Zuweisung einer Zahl zwischen Null und Eins, je nach Grad der Übereinstimmung (Fuzzifizierung). Diese Aufgabe übernimmt die sogenannte Zugehörigkeitsfunktion (Bild A.1), die einen scharfen Wert x (eine reelle Zahl) zu einem linguistischen Wert X<sub>j</sub> mit einer Zugehörigkeit  $\mu^{X_j}$  (bzw. einem Wahrheitswert) zuordnet:

$$\mathbf{x} \to \boldsymbol{\mu}^{X_j}$$
 bzw.  $\boldsymbol{\mathcal{R}} \to [0,1]$  mit  $\mathbf{x} \in \boldsymbol{\mathcal{R}}$  und  $\boldsymbol{\mu}^{X_j} \in [0,1]$ . (A.1)

Im Beispiel (Bild A.1a) bewirkt das eine Abbildung des Temperaturmeßwerts von  $x_{1,k} = 15^{\circ}C$  (1. Eingangsgröße) auf die Situationseinschätzung KALT (Zugehörigkeit 0.7) und WARM (Zugehörigkeit 0.3). Analog gilt für eine Temperaturänderung von  $x_{2,k} = 1^{\circ}C / \min$  (2. Eingangsgröße) die Einschätzung NULL (Zugehörigkeit 0.5) und POSITIV (Zugehörigkeit 0.5) (Bild A.1b). Zusammenfassend ist diese Situation mit "Temperatur ist eher kalt als warm und steigt langsam" zu klassifizieren.

Auf der Basis dieser Einschätzung der Prozeßsituation und des Regelwerkes mit r Regeln aus v linguistischen Termen als Voraussetzungen (Prämisse) V und einem linguistischen Term als Schlußfolgerung (Konklusion) K

<b>R</b> <sub>1</sub> :	WENN V <sub>11</sub> UND	$UND \ V_{1j} \ UND \ V_{1v}$	DANN K <sub>1</sub>	mit der Plausibilität $\mu^{R1}$
 R <sub>i</sub> :	Wenn V <sub>i1</sub> Und	UND $V_{ij}$ UND $V_{iv}$	Dann K <sub>i</sub>	mit der Plausibilität µ <sup>Ri</sup>
 R <sub>r</sub> :	WENN V <sub>r1</sub> UND	UND $V_{rj}$ UND $V_{rv}$	Dann K <sub>r</sub>	mit der Plausibilität µ <sup>Rr</sup>

wird eine Entscheidung über die notwendige Stellhandlung getroffen (Inferenz). Im Beispiel sind das als Ausschnitt aus einer Regelbasis r = 5 Regeln mit v = 2 Voraussetzungen und einer Schlußfolgerung:

Regel 1:	WENN (Temperatur KALT) UND (Temperaturänderung POSITIV) DANN (Lasse Heizventil UNVERÄNDERT) – wahre Regel (Plausibilität 1)
Regel 2:	WENN (Temperatur WARM) UND (Temperaturänderung POSITIV) DANN (Drehe Heizventil ZU) – wahre Regel (Plausibilität 1)
Regel 3:	WENN (Temperatur KALT) UND (Temperaturänderung NULL) DANN (Drehe Heizventil AUF) – wahre Regel (Plausibilität 1)
Regel 4:	WENN (Temperatur WARM) UND (Temperaturänderung NULL) DANN (Lasse Heizventil UNVERÄNDERT) – wahre Regel (Plausibilität 1)
Regel 5:	WENN (Temperatur WARM) UND (Temperaturänderung POSITIV) DANN (Drehe Heizventil AUF) – falsche Regel (Plausibilität 0).

In der Fuzzy-Logik wird davon ausgegangen, daß die Gültigkeit der Schlußfolgerung einer Regel in der jeweiligen Situation von der Plausibilität (Glaubwürdigkeit) der Regel selbst (Wie zuverlässig ist die Aussage?) und von der Erfüllung der Voraussetzung abhängt.

Nun existiert für den vorliegenden Fall keine Regel, die in ihrer Voraussetzung vollständig gilt. Andererseits geben hier alle fünf Regeln Informationen, die berücksichtigt werden müssen. Die Verknüpfung erfolgt über eine T-Norm (Verallgemeinerung der logischen UND-Verknüpfung), die für Zugehörigkeiten u, v, w  $\in [0,1]$  folgende Eigenschaften erfüllt [22, 94]:

$$T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$
(A.2)

T(u,1)=u 1 - neutrales Element der T-Norm (A.3)

$u \le v \Longrightarrow T(u, w) \le T(v, w)$	Monotonie	(A.4)
T(u,v) = T(v,u)	Kommutativität	(A.5)
T(u, T(v, w)) = T(T(u, v), w)	Assoziativität.	(A.6)

In dieser Arbeit bezeichnet der Operator  $\bigcap$  die T-Norm, um die Parallelen zur UND-Verknüpfung und dem Durchschnittsoperator von Mengen zu betonen. Typische Operatoren sind das Minimum und das Produkt.

Die T-Norm wird auf die Zugehörigkeiten der linguistischen Terme der Voraussetzungen  $\mu^{V_{ij}}$  angewendet. Dieser Schritt wird als Prämissenauswertung bezeichnet und liefert den Wahrheitswert der Voraussetzung der i-ten Regel:

$$\mu^{V_i}(\underline{\mathbf{x}}_k) = \bigcap_{j=1}^{v} \mu^{V_{ij}}(\mathbf{x}_{j,k}).$$
(A.7)

Unscharfe Plausibilitäten von Regeln zwischen Null und Eins sind insbesondere bei der datengestützten Ermittlung von Regelbasen sinnvoll, reduzieren allerdings die Transparenz der Regelbasis. Die Plausibilität der Regel und das Ergebnis der Prämissenauswertung werden durch eine T-Norm zum Wahrheitswert der Konklusion der Regel verknüpft (Aktivierung):

$$\mu^{K_{i}}(\underline{x}_{k}) = \mu^{V_{i}}(\underline{x}_{k}) \cap \mu^{R_{i}}$$

$$\underbrace{\mu^{K_{i}}(\underline{x}_{k})}_{\text{Wahrheitswert Konklusion}} = \bigcap_{\substack{j=1\\prämissenauswertung der\\i-ten Regel (skalar)}}^{V} \mu^{V_{ij}}(\underline{x}_{j,k}) \cap \mu^{R_{i}}.$$
(A.8)

Im nächsten Schritt wird aus allen Regeln, die gleiche Schlußfolgerungen liefern, eine Entscheidung über den Wahrheitswert des entsprechenden linguistischen Terms der Ausgangsgröße getroffen:

$$\underbrace{\mu^{\overline{Y}_{m}}(\underline{x}_{k})}_{\text{Wahrheitswert des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße (skalar)}} = \underbrace{\bigcup_{\substack{i=l, \\ K_{i}=Y_{m}}}^{r} \mu^{K_{i}}(\underline{x}_{k}). \quad (A.9)}_{\text{ODER-Verknüpfung der Wahrheitswerte der Schluß-folgerung en aller Regeln mit Schlußfolgerung Y_{m}}}$$

Das geschieht über eine Verallgemeinerung des logischen ODER-Operators, die als T-Conorm oder S-Norm bezeichnet wird und die folgenden Eigenschaften aufweist:

- $\perp : [0,1] \times [0,1] \to [0,1] \tag{A.10}$
- $\perp (u,0) = u$  0 neutrales Element der T-Conorm (A.11)

$$u \le v \Rightarrow \bot(u, w) \le \bot(v, w)$$
 Monotonie (A.12)

$$\perp$$
(u, v)= $\perp$ (v, u) Kommutativität (A.13)

$$\perp (\mathbf{u}, \perp (\mathbf{v}, \mathbf{w})) = \perp (\perp (\mathbf{u}, \mathbf{v}), \mathbf{w}) \qquad \text{Assoziativität.}$$
(A.14)

Eine T-Norm und eine T-Conorm bilden ein Verknüpfungspaar, wenn mit dem Negationsoperator NOT (u) = 1 - u die Verallgemeinerung der De-Morganschen-Gesetze gilt:

Eine typische T-Conorm ist das Maximum (zugehörige T-Norm Minimum). Die häufig verwendete Summe ist zwar strenggenommen kein Fuzzy-ODER-Operator, weil im Widerspruch zu Gl. (A.10) Zugehörigkeitswerte größer als Eins auftreten können. Sie liefert aber aus Sicht der Kennfeldbetrachtung gute Ergebnisse (siehe Abschnitt 1.2). In dieser Arbeit bezeichnet der Operator  $\bigcup$  die T-Conorm, um die Parallelen zur ODER-Verknüpfung und dem Vereinigungsoperator von Mengen zu betonen.

Im Beispiel betrifft eine solche Zusammenfassung gleicher Regeln die Schlußfolgerung "Lasse Heizventil unverändert". Dieser Wahrheitswert wird mit der Zugehörigkeitsfunktion des jeweiligen linguistischen Terms über eine T-Norm verknüpft, wodurch eine Fuzzy-Menge der linguistischen Variablen für die aktuellen Eingangsgrößen entsteht:

$$\underbrace{\mu^{\widetilde{Y}_{m}}(\underline{x}_{k}, y)}_{\text{Fuzzy-Menge des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße (Funktion)}} = \underbrace{\mu^{\overline{Y}_{m}}(\underline{x}_{k})}_{\text{Wahrheitswert des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße (skalar)}} \cap \underbrace{\mu^{Y_{m}}(y)}_{\text{Zugehörigkeitsfunktion des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße (Funktion)}}$$
(A.16)

Der skalare Wahrheitswert des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße hängt nicht von der Ausgangsgröße y ab und hat so bei allen y-Werten einen konstanten Funktionswert. Die Fuzzy-Menge des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße entsteht durch punktweise Anwendung der T-Norm bei jedem Wert y. Im Falle des Minimums wird die Zugehörigkeitsfunktion auf den Wahrheitswert des m-ten linguistischen Terms der Ausgangsgröße begrenzt. Bei Einsatz des Produkts werden alle Zugehörigkeitswerte mit diesem Wert multipliziert, so daß die Form der Zugehörigkeitsfunktion erhalten bleibt.

Die Verknüpfung der so entstehenden n (Anzahl der linguistischen Terme der Ausgangsgröße) Fuzzy-Mengen wird über eine weitere Operation mit einer T-Conorm (hier häufig das Maximum) zur Fuzzy-Menge der Ausgangsgröße zusammengefaßt:

$$\underbrace{\mu^{\widetilde{Y}}(\underline{x}_{k}, y)}_{Fuzzy-Menge \, der} = \bigcup_{m=1}^{n} \underbrace{\mu^{\widetilde{Y}_{m}}(\underline{x}_{k}, y)}_{Fuzzy-Menge \, des \, m-ten \, linguistischen \\ Terms \, der \, Ausgangsgröße (Funktion)}$$
(A.17)

Die letzten drei Operationen werden als Akkumulation bezeichnet (Bild A.2). Die Inferenzoperatoren können als Inferenzschema (z.B. PROD-PROD-SUM-PROD-MAX für Prämissenauswertung mit Produkt, Aktivierung mit Produkt, Akkumulation mit Summe (1. Operator), Produkt (2. Operator) und Maximum (3. Operator)) angegeben werden.

Aus den u.U. widersprüchlichen Aussagen der Regeln (Heizungsventil auf, Heizungsventil zu) wird eine scharfe Handlungsanweisung gewonnen, die einen Kompromiß zwischen den Hand-

lungsanweisungen aller gültigen oder teilweise gültigen Regeln bildet (Defuzzifizierung). Das üblichste Verfahren ist die Schwerpunktmethode:

$$\underbrace{y_{k}(\underline{x}_{k})}_{\substack{\text{scharfe Ausgangsgröße}\\(skalar)}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y \cdot \mu^{\widetilde{Y}}(\underline{x}_{k}, y) \cdot dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu^{\widetilde{Y}}(\underline{x}_{k}, y) \cdot dy}.$$
(A.18)

Andere Methoden sind die Maximum-Methode (Stellwert mit der höchsten Zugehörigkeit) oder die Center-of-Maxima-Methode, die eine mit den Wahrheitswerten gewichtete Addition der Maxima der einzelnen Zugehörigkeitsfunktionen vornimmt. Diese letztgenannte Methode liefert identische Ergebnisse zur Schwerpunktmethode, wenn als Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsgröße Singletons (Zugehörigkeitsfunktionen, die nur an einer Stelle einen Zugehörigkeitswert von Eins und an allen anderen Stellen einen Zugehörigkeitswert von Null aufweisen) verwendet werden.



- **Bild A.2:** Zweiter und dritter Schritt der Akkumulation (Zahlenwerte der Zugehörigkeiten für das Inferenzschema PROD-PROD-SUM-PROD-MAX)
  - a. Zugehörigkeitsfunktionen für Stellventil ZU, UNVERÄNDERT, AUF links
  - b. Fuzzy-Mengen der linguistischen Terme nach dem 2. Schritt der Akkumulation
    - (PROD)  $\mu^{\overline{Y}_1}(\underline{x}_k) = 0.15$ ,  $\mu^{\overline{Y}_2}(\underline{x}_k) = 0.5$ ,  $\mu^{\overline{Y}_3}(\underline{x}_k) = 0.35$  Mitte
  - c. Fuzzy-Menge der Ausgangsgröße nach dem 3. Schritt der Akkumulation (MAX) -rechts

Für die Temperaturregelung folgt die Anweisung Heizungsventil um  $y_k = 0.2$  (20%) öffnen. Insgesamt sind also die Fuzzifizierung (A.1), die Inferenz mit fünf Operatoren zur Prämissenauswertung (A.7), Aktivierung (A.8) und drei in der Akkumulation (A.9), (A.16), (A.17) und die Defuzzifizierung (A.18) notwendig. In der Literatur bleibt häufig offen, ob es sich bei den Bezeichnungen MIN-MAX-Inferenz, MAX-MIN-Inferenz, MAX-PROD-Inferenz und SUM-PROD-Inferenz um die generelle Auswahl der Operatoren für die UND- bzw. ODER-Verknüpfung handelt oder nur um die Operatoren für den ersten und zweiten Schritt der Akkumulation. Zudem werden die einzelnen Schritte der Inferenz unterschiedlich bezeichnet, so daß jeweils sorgfältig die Bedeutung der Begriffe zu überprüfen ist. Der Informationsfluß ist für das Beispiel der Temperaturregelung in Bild A.3 noch einmal detailliert dargestellt.

Die Entwicklungen auf diesem Gebiet sind keinesfalls abgeschlossen, wie die aktuelle Literatur beispielsweise zur Wahl von Operatoren, zur Verallgemeinerung von Defuzzifizierungsmethoden [93], zur Verarbeitung negativer Regeln [88], zur Einbeziehung von Steuerungsaufgaben [109] und zu Fuzzy-Reglern nach TAKAGI, SUGENO und KANG [178], deren Schlußfolgerungen keine linguistischen Terme, sondern Funktionen der Eingangsgröße sind, zeigt.



**Bild A.3:** Informationsfluß für das Beispiel Temperaturregelung (Zahlenwerte der Zugehörigkeiten für das Inferenzschema PROD-PROD-SUM-PROD-MAX und der Defuzzifizierung nach der Center-of-Maxima-Methode)

## **B** Stabilitätsbegriffe

In diesem Anhang werden in Ergänzung zum Abschnitt 2.1 weitere Stabilitätsdefinitionen zusammengestellt [38, 58, 68, 189, 197]. Sie beziehen sich ebenfalls auf die Systemstruktur in Bild 2.1 und die Systematisierung in Bild 2.2.

**Definition B.1**: Eine Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  eines dynamischen Systems  $\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}, t)$  mit  $\underline{u} = \underline{0}$ heißt asymptotisch stabil, wenn zusätzlich zu Definition 2.1

$$\lim_{t \to \infty} \left\| \underline{x}(t, \underline{x}(t_0), t_0) - \underline{x}^{\mathcal{R}} \right\| = 0$$
(B.1)

gilt.

Damit wird die Ruhelage selbst immer erreicht (Bild B.1).



**Bild B.1:** Asymptotische Stabilität einer Ruhelage ( $\delta$ - $\epsilon$ -Stabilität), möglicher instabiler Verlauf gestrichelt

**Definition B.2**: Eine Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  eines dynamischen Systems  $\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}, t)$  mit  $\underline{u} = \underline{0}$ heißt global asymptotisch stabil, wenn zusätzlich zu Definition B.1 die Bedingung in Gl. (2.3) zu

$$\left\|\underline{x}(t_0) - \underline{x}^{\mathcal{R}}\right\| < \delta = \infty \tag{B.2}$$

modifizierbar ist.

Damit wird die Ruhelage von jedem beliebigen Startzustand aus erreicht.

**Definition B.3**: Eine Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  eines dauergestörten dynamischen Systems

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{\mathscr{X}}(\underline{x}(t), t)$$
(B.3)

mit  $\underline{\mathbf{u}} = \underline{\mathbf{0}}$  heißt **total stabil**, wenn für jedes  $\varepsilon > 0$  solche  $\delta_1(\varepsilon, t_0) > 0$ ,  $\delta_2(\varepsilon, t_0) > 0$  existieren, wonach für einen Anfangszustand mit

$$\left\| \underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_0) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}} \right\| \leq \delta_1(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{t}_0) \tag{B.4}$$

und beschränkte Störungen

$$\left\| \underline{\mathscr{X}}(\underline{\mathbf{x}}, \mathbf{t}, \mathbf{t}_0) \right\| \le \delta_2(\varepsilon, \mathbf{t}_0) \tag{B.5}$$

der Zustand  $\underline{x}(t)$  für alle  $t > t_0$  genügend nahe  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  liegt:

$$\left\| \underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}, \underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_0), \mathbf{t}_0) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}} \right\| \leq \varepsilon.$$
(B.6)



**Bild B.2:** Totale Stabilität einer Ruhelage; breite Linien geben Störbereich an

Ein Bereich um die Ruhelage wird trotz Störungen nicht verlassen (Bild B.2). Der Begriff "asymptotisch stabil" verliert bei Dauerstörungen seinen Sinn, da bei Vorliegen von Störungen nicht gewährleistet ist, daß das System für t gegen unendlich die Ruhelage erreicht.

**Definition B.4**: Eine Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  eines zeitinvarianten dynamischen Systems

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t)) = \begin{pmatrix} f_1(\underline{x}(t)) \\ f_2(\underline{x}(t)) \\ \vdots \\ f_n(\underline{x}(t)) \end{pmatrix}$$
(B.7)

mit der Jacobi-Matrix

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\partial \left(\mathbf{f}_{i}\left(\underline{\mathbf{x}}(t)\right)\right)}{\partial (\mathbf{x}_{j}(t))} \left(\mathbf{x}_{1}^{\mathcal{R}}, ..., \mathbf{x}_{n}^{\mathcal{R}}\right)\right)_{i, j=1..n}$$
(B.8)

#### heißt nach der ersten Näherung

- asymptotisch stabil, wenn alle Eigenwerte von A links von der imaginären Achse der komplexen Ebene liegen und
- *instabil*, wenn mindestens ein Eigenwert von A rechts von der imaginären Achse der komplexen Ebene liegt.

Wenn mindestens ein Eigenwert von **A** auf der imaginären Achse der komplexen Ebene liegt, aber keiner sich rechts davon befindet, müssen weitere Untersuchungen zur Bestimmung des Systemverhaltens durchgeführt werden [135].

Einen anderen Zugang bietet die durch die folgende Definition gegebene Systemeigenschaft der Hyperstabilität [140, 146]:

**Definition B.5:** Ein durch die Matrix der Übertragungsfunktionen G(s) oder in Zustandsdarstellung

$$\frac{\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)}{\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)}$$
(B.9)

mit der Systemmatrix **A**, der Steuerungsmatrix **B**, der Beobachtungsmatrix **C** und der Durchgangsmatrix **D** gegebenes vollständig beobachtbares und steuerbares lineares System [58] heißt **hyperstabil**, wenn aus der Beschränktheit des Integrals

$$-\int_{t_0}^{T} \underline{\underline{u}}^{\mathrm{T}}(t) \cdot \underline{\underline{y}}(t) \cdot dt \le \beta_0^2 \quad \text{für alle } \mathrm{T} > t_0, \, \dim(u) = \dim(y), \tag{B.10}$$

die Beschränktheit des Zustandsvektors

$$\left\| \underline{\mathbf{x}}(t) \right\| \le \beta_0 + \beta_1 \left\| \underline{\mathbf{x}}(t_0) \right\| \tag{B.11}$$

folgt. Dabei sind  $\beta_0$  und  $\beta_1$  beliebige positive endliche Konstanten.

Die Eigenschaft der Hyperstabilität stellt für lineare Systeme eine zusätzliche Forderung zur Stabilität nach Definition 2.1 dar und hat ihre Bedeutung in der Zusammenschaltung des Systems mit anderen Systemen. Die Erweiterung für nichtlineare Systeme findet sich z.B. in [22, 146].

Definition B.6: Wenn zusätzlich zu Definition B.5 noch

$$\lim_{t \to \infty} \left\| \underline{\mathbf{x}}(t) \right\| = 0 \tag{B.12}$$

### für alle Anfangszustände gilt, heißt das System asymptotisch hyperstabil.

Hinzuweisen ist auf die Tatsache, daß diese Definition für die Untersuchung von Systemklassen nützlich ist. Dabei kann sowohl ein nichtlinearer Regler als auch ein lineares System für die Erfüllung von Gl. (B.10) sorgen. Auch äußere Einflußgrößen (z.B. Störungen) können mittels Gl. (B.10) betrachtet werden. Diese Problematik ist der Hauptunterschied zur Definition B.3, die eine Störschranke für alle Zeitpunkte  $t > t_0$  fordert, während die Integralbedingung (B.10) durchaus das Auftreten sehr starker, aber kurzzeitiger Störimpulse zuläßt.

Im Unterschied zur Stabilität bei dauergestörten Systemen geht es bei der Stabilität der Bewegung nicht darum, genügend nahe an der Ruhelage des ungestörten Systems zu bleiben, sondern einer Soll-Trajektorie zu folgen, die von der Stellgröße  $\underline{u}(t)$  beeinflußt wird. Die beschreibende Differentialgleichung entspricht strukturell der Störgleichung (B.3), wenn die Auswirkungen der zeitvarianten Größe  $\underline{u}(t)$  in den  $\underline{\mathscr{X}}(t)$ -Term transformiert werden.

Auch hier ist eine Hyperstabilitätsbetrachtung möglich, wobei die Auswirkungen der Referenztrajektorie  $\underline{x}^{\mathcal{R}}(t)$ , die im Ergebnis der Erregung  $\underline{u}^{\mathcal{R}}(t)$  als Lösung der Differentialgleichung folgt, von der ursprünglichen Differentialgleichung abgezogen werden. Die Gültigkeit von Gl. (B.10) muß nun für dieses modifizierte System nachgewiesen werden [135, 197].

Für die Stabilität der Bewegung existiert ebenfalls eine Definition im Sinne von Ljapunov:

**Definition B.7**: Eine **Bewegung**  $\underline{x}(t, \underline{u}(t), \underline{x}(t_0), t_0)$  eines Systems  $\underline{\dot{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)$  mit variablem  $\underline{u}(t)$  heißt stabil im Sinne von Ljapunov, wenn bei einem Anfangszustand

$$\left\| \underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_0) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}(\mathbf{t}_0) \right\| \le \delta(\varepsilon, \mathbf{t}_0)$$
(B.13)

der Zustandspunkt  $\underline{x}(t)$  für alle  $t > t_0$  genügend nahe am ungestörten erzwungenen Vorgang

$$\underline{\dot{x}}^{\mathcal{R}}(t,t_0) = \underline{f}(\underline{x}^{\mathcal{R}}(t),\underline{u}^{\mathcal{R}}(t),t,t_0)$$
(B.14)

liegt:

$$\left\| \underline{x}\left(t, \underline{u}^{\mathcal{R}}(t), \underline{x}(t_0), t_0\right) - \underline{x}^{\mathcal{R}}(t, t_0) \right\| \le \varepsilon.$$
(B.15)

Die Betrachtungsweisen entsprechend der Definitionen B.1 (asymptotisch stabil), B.2 (global stabil) und B.3 (total stabil) können analog vorgenommen werden.

Einige der diskutierten Stabilitätsbegriffe für Ruhelagen werden in Bild B.3 am Beispiel einer Kugel in einem eindimensionalen Gebirge illustriert.

Diese häufig anzutreffenden Darstellungen der Stabilitätssituation als Gütegebirge stellen im mathematischen Sinne Wegintegrale über die zeitliche Ableitung einer Funktion L dar:

$$E(x) = -\int_{0}^{x} \dot{L}(\sigma) \cdot d\sigma$$
(B.16)
mit z.B. 
$$L(x(t)) = \frac{1}{2}x^{2}(t), \dot{L} = x(t) \cdot \dot{x}(t),$$

wobei der Weg  $\sigma$  in der Ruhelage x = 0 beginnt und einer Trajektorie des Systems zum Punkt x in umgekehrter Richtung folgt. Die Werte der zeitlichen Ableitung von L werden so aggregiert. Das Ergebnis E ist allerdings nur bedingt mit einer Energie zu vergleichen, weil trotz der nichtnegativen Werte von L der Funktionswert von E bei positiven Werten von L auch negativ werden kann.

Bild B.4 zeigt hingegen das Prinzip der zeitvarianten Veränderung eines solchen Gebirges unter Einwirkung äußerer Einflußgrößen, wodurch sich das Verhalten von einer stabilen zu einer instabilen Ruhelage verändern kann (linkes Teilbild).





global asymptotisch stabile Ruhelage (oben links)

- global stabile, nicht asymptotisch stabile Ruhelage (oben rechts) b.
- regional stabile, asymptotisch stabile Ruhelage (Mitte links) c.
- regional stabile, nicht asymptotisch stabile Ruhelage (Mitte rechts) d.
- instabile Ruhelage (unten) e.



Bild B.4: Zeitvariante Änderung der Stabilitätssituation eines "autonomen" Vorgangs durch eine Bewegung: linkes Teilbild: instabile Bewegung; rechtes Teilbild: stabile Bewegung
Die vorgestellten Definitionen zur Stabilität im Sinne von Ljapunov wurden durch HAHN erweitert, der den Begriff der praktischen Stabilität einführte [71, 72]:

**Definition B.8:** Die Ruhelage  $\underline{x}^{\mathcal{R}}$  eines zeitinvarianten Systems heißt **praktisch stabil**, wenn fest vorgegebene Konstanten  $\varepsilon_0$ ,  $\delta_0$ ,  $T_0$ ,  $T_1$  existieren, wonach für jeden Anfangszustand mit

$$\left\|\underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}_{o}) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}}\right\| \leq \delta_{0} \tag{B.17}$$

$$\left\| \underline{\mathbf{x}}(t) - \underline{\mathbf{x}}^{\mathcal{R}} \right\| \le \varepsilon_0, \quad t_o \le T_o \le t \le T_1$$
(B.18)

folgt.

Die Modifikation betrifft z.B. den Fall, daß es einige  $0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_i$  gibt, für die das zugehörige  $\delta(\varepsilon_i) > 0$  existiert, aber eine Menge  $\mathscr{E}$  mit  $\varepsilon \leq \varepsilon_1$  nur durch  $\delta(\varepsilon) = 0$  erreichbar ist (z.B. Grenzzyklus kleiner Amplitude um instabile Ruhelage). Dieses Beispiel tritt technisch durch Quantisierungseffekte bei Stell- und Meßgrößen auf. Die zweite Erweiterung ist die Aufweichung der Zeitforderung, die nur zwischen den Zeitpunkten T<sub>0</sub> und T<sub>1</sub> die Einhaltung des  $\varepsilon$ -Bereichs der Zustandsgrößen fordert.

Die folgende Definition wurde von LUNZE [111, 112] vorgeschlagen, um Probleme in einem Zustandsraum mit amplitudendiskreten Werten zu diskutieren.

Definition B.9: Ein (geregeltes) zeitinvariantes System

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = f\left(\underline{\mathbf{x}}_{k}, \mathbf{k}^{c}\left(\underline{\mathbf{x}}_{k}\right)\right) = f^{c}\left(\underline{\mathbf{x}}_{k}\right)$$
(B.19)

mit dem Reglergesetz k<sup>c</sup> heißt **qualitativ stabil**, wenn eine Menge  $\mathscr{X}^{e}$  existiert, für die

$$f^{c}(\underline{x}_{k}) \in \mathscr{X}^{e}$$
 für alle  $\underline{x} \in \mathscr{X}^{e} \subset \mathscr{R}^{n}$  (B.20)

gilt (f<sup>c</sup>-Invarianz der Menge) und wenn für diese Menge  $\mathscr{X}^{e}$  für alle  $\underline{x}_{0}$  ein  $\overline{k}$  existiert, so daß

$$\underline{\mathbf{x}}_{k} \in \mathcal{X}^{e} \quad \text{für alle } k > \overline{k} \tag{B.21}$$

gilt (attraktive  $f^{c}$ -Invarianz der Menge  $\mathscr{Y}^{e}$ ).

Im Vergleich zur Stabilität nach Ljapunov wird hier nur gefordert, daß ein Zustand in einem (beschränkten) Einzugsgebiet  $\mathscr{X}^{e}$  verbleibt, wenn sich gemäß Gl. (B.20) der vorhergehende Wert auch in diesem Einzugsgebiet befindet. Außerdem muß ein Reglergesetz existieren, das nach Gl. (B.21) von jedem beliebigen Startzustand aus nach der (endlichen) Zeit  $\overline{k}$  dieses Einzugsgebiet erreicht. Dieser Ansatz ermöglicht durch die Wahl von  $\mathscr{X}^{e}$  die Einstufung technologisch vernachlässigbarer Effekte als stabil. In der  $\delta$ - $\varepsilon$ -Interpretation heißt das, daß zu einem  $\varepsilon$  ein  $\delta$  mit  $\delta = \varepsilon$  existiert, für das der Zustand für alle Tastzeitpunkte k nach dem Startzeitpunkt genügend nahe an der Ruhelage x<sup> $\mathcal{R}$ </sup> liegt.

### C Stabilitätsverfahren für Fuzzy-Systeme

#### C.1 Vektorfeldverfahren nach Kiendl

Das Vektorfeldverfahren nach KIENDL [87, 89-91, 152-154] stellt eine Erweiterung des Verfahrens der Harmonischen Balance dar und berücksichtigt die Tatsache, daß Fuzzy-Regler meist eine MISO (Multiple Input Single Output) - Struktur aufweisen und statische Nichtlinearitäten sind.



**Bild C.1:** Regelkreisstrukturen bei Untersuchungen auf Harmonische Balance im Eingrößenfall

Beim Verfahren der Harmonischen Balance wird der Regelkreis in einen linearen dynamischen Anteil, der durch seine Ortskurve G(j $\omega$ ) charakterisiert ist, und in einen nichtlinearen statischen Anteil, der durch eine sogenannte Beschreibungsfunktion N(A) gegeben ist, aufgespalten (Bild C.1). Die Beschreibungsfunktion liefert Informationen über eine amplitudenabhängige Verstärkung der nichtlinearen Komponenten. Im Eingrößenfall kann mit Hilfe dieser beiden Beschreibungen der offene Regelkreis daraufhin untersucht werden, ob im geschlossenen Regelkreis harmonische Schwingungen (Grenzzyklen) der Frequenz  $\omega_i$  und der Amplitude A<sub>i</sub> auftreten können. Die Voraussetzung dafür ist die Existenz von Paaren (A<sub>i</sub>,  $\omega_i$ ), für die

$$N(A_i) = -\frac{1}{G(j\omega_i)}$$
(C.1)

gilt. Die Einhaltung von Gl. (C.1) bedeutet im offenen Regelkreis eine Verstärkung von Eins und eine Phasendrehung von  $180^{\circ} \pm n \cdot 360^{\circ}$ ,  $n \in \mathcal{X}$  (Menge der natürlichen Zahlen). Im geschlossenen Regelkreis bewirkt die Einhaltung von Gl. (C.1) die identische Abbildung einer harmonischen Schwingung auf sich selbst.

Bei MISO-Nichtlinearitäten erfolgt im Vektorfeldverfahren eine Behandlung als komplexwertige Funktion V, wobei die Bedingung für die Harmonische Balance

$$V(\omega_i, A_i) = 1 \tag{C.2}$$

lautet. Im Unterschied zu Gl. (C.1) geht hier die negative Mischstelle im Regelkreis mit in die Funktion V ein (Bild C.2).



**Bild C.2:** Regelkreisstrukturen bei Untersuchungen auf Harmonische Balance mit MISO-Nichtlinearität und SIMO-Lineares Teilsystem

Vorgestellte Erweiterungen betreffen nichtsymmetrische Nichtlinearitäten [25, 120] und Oberwellen der Grundfrequenz [25]. Das Verfahren ist durch die zulässige MISO-Struktur auch für reale technische Aufgabenstellungen anwendbar, liefert aber nur eine Näherungslösung.

# C.2 Ljapunov-Funktionen auf der Basis affiner Facettenfunktionen

Ein weiterer Ansatz von KIENDL und RÜGER arbeitet auf der Basis von Ljapunov-Funktionen und nutzt die Tatsache, daß Fuzzy-Regler bei entsprechendem Entwurf als stückweise affine Facettenfunktionen beschreibbar sind (siehe Abschnitt 2.7). Bei einer ebenso stückweise affinen Regelstreckenbeschreibung kann die Stabilität praxisrelevanter Systeme, wie z.B. eines elektromechanischen Stellsystems mit Stellbeschränkungen, Haft- und Gleitreibung sowie einem nichtlinearen Regler, untersucht werden [153, 154].

Dabei wird eine spezielle Klasse von Ljapunov-Funktionen aufgebaut, die wiederum stückweise affine Facettenfunktionen sind. Die Ljapunov-Funktion ist zwar nicht differenzierbar, aber stetig. Durch Untersuchungen der nicht differenzierbaren Gebiete kann nachgewiesen werden, daß die Forderung nach Differenzierbarkeit hier für den Stabilitätsnachweis aufgehoben werden kann. Die Ljapunov-Funktionen werden anschließend durch eine numerische Optimierung an das System angepaßt. Besonders hervorzuheben ist, daß hier ein exakter Stabilitätsbeweis erfolgt.

## C.3 Cell-to-Cell-Mapping

Im Ansatz von CHEN [44, 45], der später von KANG [83] ausgebaut wurde, wird mit Hilfe des Cell-to-Cell-Mappings eine qualitative Beschreibung aufgegriffen, die der Vorgehensweise der Definition B.9 ähnelt. Dabei werden Systemtrajektorien daraufhin untersucht, ob sie sich von verschiedenen Anfangszuständen aus den gewünschten Sollzuständen annähern. Die Zustände sind mit Hilfe der Fuzzy-Regelbasen qualitativ definiert.

Bisherige Anwendungen beruhen auf einer simulativen Untersuchung einer bestimmten Anzahl von Fällen, so daß kein exakter Nachweis erbracht werden kann. Hervorzuheben sind die hohe Anschaulichkeit und die Möglichkeit der Untersuchung komplexer Strukturen.

# C.4 Hyperstabilitätstheorie

Die Verwendung der Hyperstabilitätstheorie zum Stabilitätsnachweis von Regelkreisen mit Fuzzy-Reglern geht über die folgende Argumentation [22, 139, 141]:

Schritt 1: Darstellung des Regelkreises als nichtlinearer Standardregelkreis:

Es wird ein nichtlinearer Standardregelkreis untersucht (Bild C.1a), der aus einer Reihenschaltung von linearem Teilsystem (dynamisches lineares Teilsystem der Regelstrecke und lineare dynamische Komponenten an den Eingängen und Ausgängen des Fuzzy-Reglers – wie z.B. Differenzbildung) und nichtlinearem Teilsystem (statische nichtlineare Komponenten der Regelstrecke und Fuzzy-Regler) besteht. Bei fuzzy-adaptiven Systemen, die nur auf die Verstärkung eines PID-Reglers einwirken, wird die Verstärkung als zeitvariante Verstärkung im Regelkreis behandelt und wenn möglich dem nichtlinearen Teilsystem zugeordnet [17].

Schritt 2: Untersuchung der Hyperstabilität des linearen Teilsystems:

Das erfolgt im Frequenzbereich durch den Beweis, daß die Matrix der Übertragungsfunktionen des linearen Systems G(s) positiv reell ist und damit die folgenden Bedingungen erfüllt:

- Die Elemente von **G**(s) haben keine Pole mit positivem Realteil (Stabilität des Systems).
- Eventuell vorhandene Pole auf der imaginären Achse sind einfach und die ihnen zugeordnete Residuenmatrix von G(s) ist positiv semidefinit hermitesch.
- Die Matrix  $\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{G}(j\omega) + \mathbf{G}^{T}(-j\omega)$  ist positiv semidefinit hermitesch für alle  $j\omega$ , die keine Pole eines Elementes von  $\mathbf{G}(s)$  sind.

Die Hyperstabilität des linearen Teilsystems in Gl. (B.9) kann auch durch Untersuchungen im Zeitbereich mit den Matrizengleichungen des Kalman-Jakubovich-Lemmas überprüft werden. Die Existenz einer positiv definiten Matrix  $\mathbf{P}$  und beliebiger Matrizen  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{V}$ , welche die Bedingungen

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} = -\mathbf{L}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}$$
$$\mathbf{C} - \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} = \mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}$$
$$\mathbf{D}^{\mathrm{T}} + \mathbf{D} = \mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}$$
(C.3)

erfüllen, ist notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß die Matrix der Übertragungsfunktionen G(s) des Systems positiv reell ist.

Analog zu den Bedingungen für kontinuierliche Systeme gilt für zeitdiskrete Systeme für eine positiv reelle Matrix der z-Übertragungsfunktionen  $\mathbf{G}^{*}(z)$ , daß

- die Elemente von  $\mathbf{G}^*(z)$  keine Pole außerhalb des Einheitskreises haben,
- eventuelle Pole auf dem Einheitskreis einfach sein müssen und die zugehörige Residuenmatrix positiv semidefinit hermitesch ist und
- daß die Matrix  $\mathbf{H}^*(\omega) = \mathbf{G}^*(e^{j\omega T_A}) + \mathbf{G}^{*T}(e^{-j\omega T_A})$  positiv semidefinit hermitesch für alle  $e^{j\omega T_A}$  ist, die keine Pole eines Elementes von  $\mathbf{G}^*(z)$  sind.

Bei zeitdiskreter Zustandsdarstellung muß im Zeitbereich das Kalman-Szegö-Lemma mit

$$\mathbf{A}^{*^{\mathrm{T}}} \mathbf{P} \mathbf{A}^{*} - \mathbf{P} = -\mathbf{L} \mathbf{L}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{C} - \mathbf{B}^{*^{\mathrm{T}}} \mathbf{P} \mathbf{A}^{*} = \mathbf{V}^{\mathrm{T}} \mathbf{L}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{D}^{*^{\mathrm{T}}} + \mathbf{D}^{*} - \mathbf{B}^{*^{\mathrm{T}}} \mathbf{P} \mathbf{B}^{*} = \mathbf{V}^{\mathrm{T}} \mathbf{V}$$
(C.4)

erfüllt sein. Dabei bezeichnet  $A^*$  die Systemmatrix,  $B^*$  die Eingangsmatrix,  $C^*$  die Ausgangsmatrix und  $D^*$  die Durchgangsmatrix des zeitdiskreten Systems.

Gelingt dieser Nachweis nicht, muß nach äquivalenten Umformungen im Regelkreis für die Erfüllung der Bedingungen gesucht werden. Eine Möglichkeit dazu sind statische Kompensationsglieder im Ein- oder Mehrgrößenfall [22, 139, 141].

#### Schritt 3: Untersuchung des nichtlinearen Teilsystems

Wenn das nichtlineare Teilsystem für die Erfüllung der Integralbedingung (B.10) sorgt, kann gemäß Definition B.5 auf die Beschränktheit der Zustände des nichtlinearen Teilsystems und damit auf die Stabilität des Regelkreises geschlossen werden. Gelingt das nicht, kann wiederum nach einer passenden äquivalenten Umformung gesucht werden.

### Literatur

- [1] ACKERMANN, J.: Robuste Regelung. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg; 1994
- [2] ADAMY, J.: Breakout prediction for continuous casting by fuzzy Mealy automata. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 754-759; 1995
- [3] ALAMO, T.; GORDILLO, F.; ARACIL, J.: Robust fuzzy control using genetic algorithms. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 781-785; 1995
- [4] ARACIL, J.; GARCIA-CEZERO, A.; OLLERO, A.: Stability indices for the global analysis of expert control systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 19, S. 998-1007; 1989
- [5] ARACIL, J.; GARCIA-CEZERO, A.; BARREIRO, A.; OLLERO, A.: Fuzzy control of dynamical systems. Stability analysis based on the conicity criterion. Proc., IFSA'91, Vol. Engineering, Brüssel, S. 5-8; 1991
- [6] ÅSTRÖM, K. J.: Theory and applications of adaptive control a survey. Automatica, 19, S. 471-486; 1983
- [7] AUCADD 2.0 CAE-System für Entwurf, Programmierung und Inbetriebnahme von speicherprogrammierbaren Steuer- und Regeleinrichtungen. Handbuch, TU Dresden; 1993
- [8] BANDEMER, H.; GOTTWALD, S.: Einführung in Fuzzy Methoden. Akademie-Verlag, Berlin; 1993
- [9] BANDEMER, H.; HARTMANN, S.: A fuzzy approach to stability of fuzzy controllers. Proc., Fuzzy'96, Zittau, S. 91-99; 1996
- [10] BANDEMER, H.; HARTMANN, S.: A fuzzy approach to stability of fuzzy controllers. Fuzzy Sets and Systems, 96, S. 161-172; 1998
- [11] BERGAN, M.: The design and evaluation of multimedia user interfaces in process control. Ph.D.-Thesis, University of Strathclyde; 1995
- [12] BERGER, M.; SCHWARZ, H.: Logische Bewertung von t-Normen in der Fuzzy-Regelung. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 42-55; 1995
- [13] BETTENHAUSEN, K. D.: Automatische Struktursuche für Regler und Strecke. Beiträge zur datengetriebenen Analyse und optimierenden Führung komplexer Prozesse mit Hilfe evolutionärer Methoden und lernfähiger Fuzzy-Systeme. Dissertation, TH Darmstadt; 1996
- [14] BINDEL, T.; MIKUT, R.: Entwurf und Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Reglern am Beispiel einer Durchflußregelstrecke. Proc., GMA Aussprachetag Fuzzy Control (VDI-Bericht 1113), S. 375-384, Langen; 1994
- [15] BINDEL, T.; MIKUT, R.: Entwurf von Fuzzy-Reglern für einer Durchflußregelstrecke. Interner Bericht, TU Dresden, Institut für Automatisierungstechnik; 1994
- [16] BINDEL, T.; MIKUT, R.: Stabilitätssicherung durch Fuzzy-Überwachungsebenen am Beispiel einer Durchflußregelstrecke. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 185-199; 1994
- [17] BINDEL, T.; MIKUT, R.: Entwurf, Stabilitätsanalyse und Erprobung von Fuzzy-Reglern am Beispiel einer Durchflußregelung. Automatisierungstechnik, 43, S. 249-255; 1995

- [18] BINDEL, T.: Modellgestützter Entwurf von Fuzzy-Reglern am Beispiel einer Druck-Füllstandsregelstrecke. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 114-117; 1995
- [19] BÖHM, R.: Ein Ansatz zur Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Reglern. Proc., 2. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 24-35; 1992
- [20] BÖHM, R.; KREBS, V.: Ein Ansatz zur Stabilitätsanalyse und Synthese von Fuzzy-Regelungen. Automatisierungstechnik, 41, S. 288-293; 1993
- [21] BÖHM, R.: Analysis of fuzzy controlled systems using Hyperstability theory. Proc., IEEE Conf. on Fuzzy Systems, Orlando, S. 1464-1467; 1994
- [22] BÖHM, R.; BÖSCH, M.: Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Mehrgrößenregelungen mit Hilfe der Hyperstabilitätstheorie. Automatisierungstechnik, 41, S. 181-186; 1995
- [23] BÖHM, R.: Fuzzy-Regelungen: Entwurf auf der Basis von Relationen und Stabilitätsanalyse. VDI-Fortschritt-Bericht Nr. 501, Reihe 8, VDI-Verlag, Düsseldorf; 1995
- [24] BOLL, M.; HÖTTECKE, M.; DÖRRSCHEIDT, F.: Analyse von Fuzzy-Reglern in der Zustandsebene. Automatisierungstechnik, 41, S. 145-151; 1993
- [25] BOLL, M.; BORNEMANN, J.; DÖRRSCHEIDT, F.: Anwendung der Harmonischen Balance auf Regelkreise mit unsymmetrischen Fuzzy-Komponenten und konstanten Eingangsgrößen. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 70-84; 1994
- [26] BOLL, M.: Einsatz von Fuzzy Control zur Regelung verfahrenstechnischer Prozesse. FIT-Verlag Paderborn; 1997
- [27] BOURKE, M. M.; FISHER, D. G.: Convergence, eigen fuzzy sets and stability analysis of relational matrices. Fuzzy Sets and Systems, 81, S. 227-234; 1996
- [28] BRAEE, M.; RUTHERFORD, D. A.: Selection of parameters for a fuzzy logic controller. Fuzzy Sets and Systems, 2, S. 185-199; 1978
- [29] BRAEE, M.; RUTHERFORD, D. A.: Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller. Automatica, 15, S. 553-577; 1979
- [30] BRETTHAUER, G.; STRAUBE, B.: Einsatzmöglichkeiten für Fuzzy-Regler. Studie, SMWK 4-7541.82-EPS/1, S. 1-208, Dresden; 1992
- [31] BRETTHAUER, G.; MIKUT, R.; OPITZ, H.-P.: Stabilität von Fuzzy-Regelungen eine Übersicht. Proc., GMA Aussprachetag Fuzzy Control (VDI-Bericht 1113), Langen, S. 287-297; 1994
- [32] BRETTHAUER, G.; OPITZ, H.-P.: Stability of fuzzy systems a survey. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 283-290; 1994
- [33] BRETTHAUER, G.; MIKUT, R.; BINDEL, T.: Stabilitätssicherung mit einer Fuzzy-Überwachungs- und Adaptionsebene auf der Basis unscharfer Ljapunov-Funktionen. Proc., Anwendersymposium zu Neuro-Fuzzy-Technologien, Wittenberg, S. 179-184; 1995
- [34] BRETTHAUER, G.; DUMITRIU, B.; GARBE, J.; KÖNIG, S.; MIKUT, R.: Einsatz der Fuzzy-Technologie zur Gießspiegelregelung. Abschlußbericht zum Vorhaben PT 1737; 1996
- [35] BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEV, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. Teubner-Verlag, Leipzig; 1989
- [36] BÜHLER, H.: Stabilitätsuntersuchung von Fuzzy-Regelungssystemen. Proc., 3. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 1-12; 1993

- [37] BÜHLER, H.: Stabilitätsuntersuchung von Fuzzy-Regelungen. Proc., GMA Aussprachetag Fuzzy Control (VDI-Bericht 1113), Langen, S. 309-318; 1994
- [38] BURMEISTER, H. L.: Theorie der Automatischen Steuerung. 8. Lehrbrief: Nichtlineare Regelkreise. TU Dresden; 1984
- [39] CALCEV, G.: A frequency approach on stability analysis of a fuzzy control system. Proc., SICICA'94, Budapest; 1994
- [40] CAO, S. G.; REES, N. W.; FENG, G.: Lyapunov-like stability theorems for continuous-time fuzzy control systems. International Journal of Control, 69, S. 49-64; 1998
- [41] CHEN, C.-L.; CHEN, P.-C.; CHEN, C.-K.: Analysis and design of a fuzzy control system. Fuzzy Sets and Systems, 57, S. 125-140; 1993
- [42] CHEN, J.; CHEN, L.: Study on stability of fuzzy closed-loop control systems. Fuzzy Sets and Systems, 57, S. 159-168; 1993
- [43] CHEN, Y. Y.: Stability analysis of fuzzy control a Lyapunov approach. Proc., IEEE Annual Conference Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 3, S. 1027-1031; 1987
- [44] CHEN, Y. Y.: The analysis of fuzzy dynamic systems using cell-to-cell mapping. Proc., IEEE Annual Conference Systems, Man, and Cybernetics, Beijing and Shenyang, China, S. 1408-1411; 1988
- [45] CHEN, Y. Y.; TSAO, T.C.: A description of the dynamical behaviour of fuzzy systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 19, S. 745-755; 1989
- [46] DE GLAS, M.: Invariance and stability of fuzzy systems. Journal Mathematical Analysis and Applications, 99, S. 299 319; 1984
- [47] DIN 19226: Leittechnik, Regelungstechnik und Steuerungstechnik; 1994
- [48] DIN VDE 31000, Teil 2: Allgemeine Leitsätze für das sicherheitsgerechte Gestalten technischer Erzeugnisse. Begriffe der Sicherheitstechnik. Grundbegriffe; 1987
- [49] DÖRNER, D.: Wissen, Emotionen und Handlungsregulation oder Die Vernunft der Gefühle. Zeitschrift für Psychologie, 201, S. 167-202; 1993
- [50] DRIANKOV, D.; HELLENDOORN, H.; REINFRANK, M.: An introduction to fuzzy control. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York; 1993
- [51] DUMITRIU, B.: Inbetriebnahmebericht der 5xKnüppelanlage der Yieh United Steel Cooperation. Interner Bericht; 1996
- [52] DUMITRIU, B.; MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.; GARBE, J.: Erprobung einer Fuzzy-Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen. Proc., Berg- und Hüttenmännischer Tag, Freiberg, S. 66-80; 1997
- [53] DUMITRIU, B.: Inbetriebnahmebericht der 4xKRound Caster und der 4xBloom Caster Anlage der Baogang Steel Baotou/China. Interner Bericht; 1998
- [54] DUMITRIU, B.; MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.; WERFEL, G.; BÖTTGER, S.; SIEWIOR, M.: Inbetriebnahme einer fuzzy-adaptiven Gießspiegelregelung in einem Stahlwerk der Baogang Steel in Baotou/China. Stahl und Eisen, 119, S. 35-38; 1999
- [55] EICHHORN, M.; KUHN, T.; WERNSTEDT, J.: The Fuzzy Control Design Toolbox for use with MATLAB and its application for optimum fuzzy control design strategies. TSI Press Series, Proc., World Automation Congress (WAC'96), Vol.5, S. 181-188, Montpellier; 1996

- [56] ERNST, S.; NELLES, O.; ISERMANN, R.: Neuronale Netze zur Identifikation nichtlinearer, dynamischer Systeme: Ein Überblick. Proc., GMA-Kongreß Meß- und Automatisierungstechnik'96 (VDI-Bericht 1282), S. 713-721; 1996
- [57] FILEV, D. P.: Stable fuzzy control of complex systems. TSI Press Series, Proc., World Automation Congress (WAC'96), Vol.5, S. 217-222, Montpellier; 1996
- [58] FÖLLINGER, O.: Nichtlineare Regelungen. Oldenbourg-Verlag, München; 1993
- [59] FÖLLINGER, O.; DÖRRSCHEIDT, F.; KLITTIG, M.: Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung. Hüthig, Heidelberg; 1994
- [60] FRANK, P. M.: Diagnoseverfahren in der Automatisierungstechnik. Automatisierungstechnik, 42, S. 47-64; 1994
- [61] FRANK, P. M.; KIUPEL, N.: Implementierung eines Fuzzy-Logik basierten Regelungskonzeptes am Beispiel einer Stranggießanlage. Proc., Berg- und Hüttenmännischer Tag, Freiberg, S. 51-65; 1997
- [62] FRANKE, D.: Fuzzy control with Ljapunov stability. Proc., European Control Conference, Groningen; 1993
- [63] FRITSCH, M.: Baumorientierte Regel-Induktionsstrategie f
  ür das ROSA-Verfahren zur Modellierung komplexer dynamischer Systeme. VDI-Fortschritt-Bericht Nr. 565, Reihe 8, VDI-Verlag, D
  üsseldorf; 1996.
- [64] GARBE, J.: Entwurf und Erprobung eines adaptiven Reglers für eine Gießspiegelregelung in einer Stranggießanlage. Diplomarbeit, TU Dresden, Institut für Automatisierungstechnik; 1996
- [65] GARBE, J.; DUMITRIU, B.; MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.: A fuzzy concept for the mould level control in the continuous casting of steel. Proc., 5<sup>th</sup> Zittau Fuzzy-Colloquium, S. 43-50; 1997
- [66] GARCIA-CEREZO, A.; OLLERO, A.: Design of stable fuzzy control systems from experimental data. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 1175-1182; 1994
- [67] GERTLER, J.; CHANG, H. S.: An instability indicator for expert control. IEEE Trans. on Control Systems, 8, S. 14-17; 1986
- [68] GÖLDNER, K.; KUBIK, S.: Nichtlineare Systeme der Regelungstechnik. Verlag Technik Berlin; 1978
- [69] GRÖLL, L.: Modellbildung für kontinuierliche Systeme mittels direkter Identifikation. Technische Universität Dresden, Dissertation; 1995
- [70] HAFNER, S. (Hrsg.): Neuronale Netze in der Automatisierungstechnik. Oldenbourg-Verlag, München; 1994
- [71] HAHN, H.: Zum Problem der praktischen Stabilität. Berichte der Mathematisch-Statistischen Sektion im Forschungsschwerpunkt Graz, (Bericht Nr. 56); 1976
- [72] HAHN, H.: Zur Theorie und Technik singulärer Regelkreise. Habilitation, Universität Tübingen; 1979
- [73] HARTMANN, S.: On stability of fuzzy control. Preprint 95-01, TU Bergakademie Freiberg, Fakultät für Mathematik und Informatik; 1995
- [74] HARTMANN, S.: Eine unscharfe Methode zur Modellierung und Untersuchung der Stabilität von Prozessen. Dissertation, TU Bergakademie Freiberg; 1997

- [75] HOLLAND, J. H.: Adaptation in natural and artificial systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI; 1975
- [76] HWANG, G.-C.; LIU, S. C.: A stability approach to fuzzy control design for nonlinear systems. Fuzzy Sets and Systems, 48, S. 279-287; 1992
- [77] ISERMANN, R.: Identifikation dynamischer Systeme. Band I und II. Springer-Verlag; 1992
- [78] ISERMANN, R.: On fuzzy logic applications for automatic control, supervision and fault diagnosis. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 738-753; 1995
- [79] JAIN, R.: Outline of an approach for the analysis of fuzzy systems. Intern. Journal of Control, 23, S. 627-640; 1976
- [80] JÄKEL, J.; EHRLICH, H.: Fuzzy-Reglerentwurf auf der Basis eines unscharfen Prozeßmodells. Proc., Fachtagung Moderne Methoden des Regelungs- und Steuerungsentwurfs, Magdeburg, S. 242-249; 1997
- [81] JÄKEL, J.; GRÖLL, L.; MIKUT, R.: Bewertungsmaße zum Generieren von Fuzzy-Regeln unter Beachtung semantisch motivierter Restriktionen. Proc., 8. Workshop Fuzzy Control (GMA-FA 5.22.), Dortmund, S. 15-28; 1998
- [82] JOHANSEN, T. A.: Fuzzy model based control: stability, robustness, and performance indices. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2, S. 221-234; 1993
- [83] KANG, H.: Stability and control of fuzzy dynamic systems via cell-state transitions in fuzzy hypercubes. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 1, S. 267-279; 1993
- [84] KELLER, H; FICK, A.: Automatische Regelgenerierung zu Beschreibung dynamischer Systeme. Workshop "Wissensbasierte Systeme in Umweltanwendungen" auf der XPS, Bad Honnef; 1997
- [85] KICKERT, W. J.; MAMDANI, E. H.: Analysis of a fuzzy logic controller. Fuzzy Sets and Systems, 1, S. 29-44; 1978
- [86] KIENDL, H.: DORA-FUZZY: Zielvorstellungen und Entwicklungsstrategien. Proc., VDE-Fachtagung, Dortmund, S. 265-271; 1992
- [87] KIENDL, H.: Stabilitätsanalyse von mehrschleifigen Fuzzy-Regelungssystemen mit Hilfe der Methode der Harmonischen Balance. Proc., 2. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 315-321; 1992
- [88] KIENDL, H.: Hyperinferenz, Hyperdefuzzifizierung und erste Anwendungen. Proc., 3. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 82-93; 1993
- [89] KIENDL, H.; RÜGER, J. J.: Verfahren zum Entwurf und Stabilitätsnachweis von Regelungssystemen mit Fuzzy-Reglern. Automatisierungstechnik, 41, S. 138-145; 1993
- [90] KIENDL, H.: Harmonic balance for fuzzy control systems. Proc., EUFIT'93, Aachen, S. 137-141; 1993
- [91] KIENDL, H.; RÜGER, J. J.: Stabilitätsanalyse für Fuzzy-Regelungssysteme mit Hilfe von Facettenfunktionen sowie mit dem Vektorfeldverfahren. Proc., GMA Aussprachetag Fuzzy Control (VDI-Bericht 1113), Langen, S. 299-308; 1994
- [92] KIENDL, H.; RÜGER, J. J.: Stability analysis of fuzzy control systems using facet functions. Fuzzy Sets and Systems, 70, S. 275-285; 1995
- [93] KIENDL, H.; KNICKER, R.; NIEWELS, F.: Two-way fuzzy controller based on hyperinference and inference filter. TSI Press Series, Proc., World Automation Congress (WAC'96), Vol.5, S. 381-388, Montpellier; 1996

- [94] KIENDL, H.: Fuzzy Control methodenorientiert. Oldenbourg-Verlag, München; 1997
- [95] KISZKA, J. B.; GUPTA, M. M.; NIKIFORUK, P. N.: Energetistic stability of fuzzy dynamic systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 15, S. 783-792; 1985
- [96] KIUPEL, N.: PI-Fuzzy-D, ein Konzept zur Erweiterung der konventionellen PI-Regelung. Proc., GMA Aussprachetag Fuzzy Control (VDI-Bericht 1113), S. 349-358, Langen; 1994
- [97] KOCH, M.; KUHN, TH.; WERNSTEDT, J.: Fuzzy Control. Optimale Nachbildung und Entwurf optimaler Entscheidungen. Oldenbourg-Verlag, München; 1996
- [98] KÖNIG, J.: Sicherheitstechnische Aspekte der Prozeßleittechnik. Chemieingenieurtechnik, 59, S. 196-204; 1987
- [99] KORBA, P.; FRANK, P. M.: Controller design for a class of nonlinear systems based on the fuzzy Takagi-Sugeno-Model. Proc., 7. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 80-91; 1997
- [100] KORN, U., WILFERT, H. H.: Mehrgrößenregelungen. Moderne Entwurfsprinzipien im Zeitund Frequenzbereich. Verlag Technik, Berlin; 1982
- [101] KOSKO, B.: Neural Networks and Fuzzy Systems. Prentice Hall; 1992
- [102] KREBS, V.; SCHÄFERS, E.: Dynamische Fuzzy-Systeme zur qualitativen Prozeßmodellierung. Proc., GMA-Fachtagung Computational Intelligence, Berlin, VDI-Berichte 1381, S. 115-135; 1998
- [103] KROLL, A.: Fuzzy-Systeme zur Modellierung und Regelung komplexer technischer Systeme. VDI-Fortschritt-Bericht Nr. 612, Reihe 8, VDI-Verlag, Düsseldorf; 1997
- [104] KRSTIČ, M.; KANELLAKOPOULOS, I.; KOKOTOVIČ, P.: Nonlinear and adaptive control design. John Wiley & Sons, New York; 1995
- [105] KRONE, A.; KIENDL, H.: Automatic generation of positive and negative rules for two-way fuzzy controllers. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 438-442; 1994
- [106] KUHN, TH.; WERNSTEDT, J.: Robust design of fuzzy adaptive controllers by means of evolutionary strategies. Proc., Fuzzy'96, Zittau, S. 231-236; 1996
- [107] LEICHTFRIED, J.; HEISS, M.: Ein kennfeldorientiertes Konzept f
  ür Fuzzy-Regler. Automatisierungstechnik, 43, S. 31-40; 1995
- [108] LINDORFF, D. P.: Theory of sampled-data control systems. John Wiley & Sons, New York, London, Sydney; 1965
- [109] LITZ, L.; KÖNIG, H.: Fuzzy Control als gemeinsames Entwurfshilfsmittel für Regelung, Steuerung und Überwachung. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 209-222; 1994
- [110] LJUNG, L.; SÖDERSTRÖM, T.: Theory and practice of recursive identification. MIT Press, Cambridge; 1987
- [111] LUNZE, J.: Stabilisierung dynamischer Systeme durch qualitative Regelung. Proc., 3. Ilmenauer Wissenschaftliches Kolloquium, Band 3, S. 24-29; 1994
- [112] LUNZE, J.: Qualitative modelling of linear dynamical systems with quantised state measurements. Automatica, 30, S. 417-431; 1994
- [113] MACFARLANE, A. G. J.: The return-difference and the return-ration matrices and their use in the analysis and design of multivariable feedback control systems. Proc. IEE, 117, S. 2037-2059; 1970

- [114] MAMDANI, E. H.: Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant. Proc. IEEE, 121, S. 1585-1588; 1974
- [115] MARENBACH, P.; BROWN, M.: Evolutionary versus inductive construction of neurofuzzy systems for bioprocess modelling. Proc., GALESIA'97, Glasgow, S. 320-325; 1997
- [116] MARIN, J. P.; TITLI, A.: Necessary and sufficient conditions for quadratic stability of a class of Tagaki-Sugeno fuzzy systems. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 786-790; 1995
- [117] MARIN, J. P.; TITLI, A.: Fuzzy stability analysis of fuzzy systems. Part I. Quadratic parametrization of fuzzy systems. Part II. Fuzzification of Lyapunov theory and application. Proc., EUFIT'97, Aachen, S. 1294-1305; 1997
- [118] MEYER-GRAMANN, K. D.; JÜNGST, E.-W.: Fuzzy Control Schnell und kostengünstig implementiert mit Standardhardware. Automatisierungstechnik, 41, S. 166-172; 1993
- [119] MICHELS, K.; KRUSE, R.: Numerical stability analysis for fuzzy control. International Journal of Approximate Reasoning, 16, S. 3-24; 1997
- [120] MIKUT, R.: Aufbau und Erprobung eines Anwenderprogramms zur Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Reglern. Diplomarbeit, TU Dresden, Inst. f. Automatisierungstechnik; 1994
- [121] MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.: STABFUZ A program package for testing the stability of fuzzy systems. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 297-302; 1994
- [122] MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.: STABFUZ Ein Programmpaket zur Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Regelungen. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 85-96; 1994
- [123] MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.; BINDEL, T.: On-line stability supervision with a hierarchical fuzzy concept and Fuzzy-Lyapunov functions. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 775-780; 1995
- [124] MIKUT, R.: Stability problems of fuzzy systems and a concept for an on-line stabilization of control loops. Proc., 3<sup>rd</sup> Zittau Fuzzy-Colloquium, Zittau, S. 77-84; 1995
- [125] MIKUT, R.: Fuzzy-Überwachungsebenen mit unscharfen Ljapunov-Funktionen. Operations Research Proceedings (SOR'95 in Passau), Springer-Verlag, Berlin, S. 288-293; 1996
- [126] MIKUT, R.: Ein Konzept zur Stabilitätssicherung für hierarchisch strukturierte Systeme mit Fuzzy-Reglern. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 85-98; 1995
- [127] MIKUT, R.; BRETTHAUER, G.: A new approach for testing the stability of multi-level fuzzy systems. TSI Press Series, Proc., World Automation Congress (WAC'96), Vol.5, S. 495-500, Montpellier; 1996
- [128] MIKUT, R.; BINDEL, T.; RIEDEL, E.: Design approaches of fuzzy controllers for nonlinear multi-level systems and its application to a coupled pressure-level system. Proc., Fuzzy'96, Zittau, S. 413-422; 1996
- [129] MIKUT, R.; KÖNIG, S.; DUMITRIU, B.; GARBE, J.: Erhöhung der Qualität moderner Stranggießanlagen durch den Einsatz moderner Fuzzy-Technologie. Proc., GMA-Kongreß Meßund Automatisierungstechnik'96 (VDI-Bericht 1282), S. 627-636; 1996
- [130] MIKUT, R.; KÖNIG, S.; DUMITRIU, B.; BRETTHAUER, G.; GARBE, J.: Ein Konzept für den Einsatz von Fuzzy-Logik zur Regelung und Qualitätssicherung in Stranggießanlagen, Proc., 6. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S.113-126; 1996

- [131] MIKUT, R.; BINDEL, T.; RIEDEL, E.: Ein Konzept zur automatischen Regelgenerierung für Fuzzy-Regler auf der Basis von Petri-Netz-Modellen am Beispiel einer Druck-Füllstands-Strecke. Proc., Fachtagung Moderne Methoden des Regelungs- und Steuerungsentwurfs, Magdeburg, S. 227-234; 1997
- [132] MIKUT, R.; BINDEL, T.; RIEDEL, E.: Modellgestützte Regelgenerierung für Fuzzy-Regler unter Verwendung von Petri-Netzen. Proc., 7. Workshop Fuzzy Control des GMA-UA 1.4.2., Dortmund, S. 39-52; 1997
- [133] MITTAG, M.; LEHMANN, G.; BRETTHAUER, G.; RICHTER, W.; TÖPFER, H. (Hrsg.): Mittag Praxislexikon Automatisierung und Meßtechnik. Mittag-Verlag, Maria Rain; 1995
- [134] MÖSCHWITZER, A. (Hrsg.): Formeln der Elektrotechnik und Elektronik, Verlag Technik, Berlin; 1989
- [135] MÜLLER, P. C.: Verfahren zum Stabilitätsnachweis nichtlinearer Systeme. In: Engell, S. (Hrsg.): Entwurf nichtlinearer Regelungen, Oldenbourg-Verlag, München, S. 383-405; 1995.
- [136] NAMUR-EMPFEHLUNG 31: Anlagensicherung mit Mitteln der Prozeßleittechnik; 1992
- [137] NIEMANN, M.; ADAMY, J.; NITSCHE, H.-J.: Modular aufgebaute Gießspiegelregelung für Stranggießanlagen. Proc., 7. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 133-148; 1997
- [138] NOISSER, R.: BODENSTORFER, E.: Zur Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Reglern mit Hilfe der Hyperstabilitätstheorie. Automatisierungstechnik, 45, S. 76-83; 1997
- [139] OPITZ, H. P.: Fuzzy Control. Teil 6: Stabilität von Fuzzy-Regelungen. Automatisierungstechnik, 41, A21-A24; 1993
- [140] OPITZ, H.-P.: Die Hyperstabilitätstheorie eine systematische Methode zur Analyse und Synthese nichtlinearer Systeme. Automatisierungstechnik, 34, S. 221-230; 1986
- [141] OPITZ, H.-P.: Fuzzy control and stability criteria. Proc., EUFIT'93, Aachen, S. 130-136; 1993
- [142] OPITZ, H. P.: Stability analysis and fuzzy control. Proc., Fuzzy Duisburg 94; 1994
- [143] OPPELT, W.; VOSSIUS, G.: Der Mensch als Regler: Eine Sammlung von Aufsätzen. Verlag Technik; Berlin; 1970
- [144] PFEIFFER, B. M.: Einsatz von Fuzzy-Logik an einer Gebläseregelung: Selbsteinstellung von PI-Reglern, qualitative Modellbildung und Synthese unscharfer Regelstrategien. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 172-184; 1994
- [145] POLKE, M. (Hrsg.): Prozeßleittechnik. Oldenbourg-Verlag, München; 1994
- [146] POPOV, V. M.: Hyperstability of control systems. Springer-Verlag; 1973
- [147] RASMUSSEN, J.: Skills, rules, knowledge: signals, signs and symbols and other distinctions in humans performance models. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 13, S. 257-267; 1983
- [148] RAY, K. S.; MAJUMDER, D. D.: Application of circle criteria for stability analysis associated with fuzzy logic controller. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 14, S. 345-349; 1984
- [149] REASON, J.: Menschliches Versagen. Psychologische Risikofaktoren und moderne Technologien. Spektrum Akademischer Verlag, Berlin, Oxford; 1994

- [150] RECHENBERG, I.: Evolutionsstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution. Frommann Holzboog, Stuttgart; 1993
- [151] RIEDEL, E.: Fuzzy-Reglerentwurf für die Druck/Füllstandsstrecke der halbindustriellen Versuchsanlage des Gerätezentrums Automatisierungstechnik. Diplomarbeit, TU Dresden, Inst. für Automatisierungstechnik; 1996
- [152] RÜGER, J. J.; FRENCK, CH.; MICHALSKE, A.: The vector field method for stability analysis: a case study. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 291-296; 1994
- [153] RÜGER, J. J.: Anwendung des Konzeptes der Facettenfunktionen zum Entwurf und zur Stabilitätsanalyse nichtlinearer Regelungssysteme. VDI-Fortschritt-Bericht, Reihe 8, Nr.552, VDI-Verlag, Düsseldorf; 1996
- [154] RÜGER, J. J.: Weiterentwicklung des Konzeptes der Facettenfunktionen zum Reglerentwurf und zur Stabilitätsanalyse. Automatisierungstechnik, 44, S. 391-398; 1996
- [155] SANCHEZ, E.: A class of MIMO stable neurofuzzy control. TSI Press Series, Proc., World Automation Congress (WAC'96), Vol.5, S. 571-576, Montpellier; 1996
- [156] SCHAEDEL, H. M.; BURGWINKEL, D.; CTISTIS, CH.: Interaktive Reglergenerierung zur fuzzygesteuerten Adaption von PID-Reglern an nichtlinearen Prozessen mit dem CAE-Tool SIMID. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 55-69; 1994
- [157] SCHAEDEL, H. M.; BURGWINKEL, D.; CTISTIS, CH.: Adaptive Zweigrößenregelung mit fuzzygesteuerten Entkopplungs- und PI-Hauptreglern. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 162-175; 1995
- [158] SCHÄFERS, E.: Inferenz mittels interpolierender Regeln ein neues Verfahren zur Beschreibung von Fuzzy-Systemen. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 14-27; 1995
- [159] SCHÄFERS, E.; KREBS, V.; SACKMANN, M.: Dynamische Fuzzy-Systeme: Stabilitätsanalyse und Reglerentwurf. Proc., 6. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 43-56; 1996
- [160] SCHÄFERS, E.: KREBS, V.: Stability analysis and controller design for dynamic fuzzy systems based on a new fuzzy inference approach. Proc., IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, Barcelona; 1997
- [161] SCHEEL, T.; KIENDL, H.: Stability analysis of fuzzy and other nonlinear systems using Integral Lyapunov Functions. Proc., EUFIT'95, Aachen, S. 765-774; 1995
- [162] SCHEEL, T.: Verallgemeinerte Integrale Ljapunov-Funktionen und ihre Anwendung zur Stabilitätsanalyse von Fuzzy-Systemen. Proc., 5. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 99-113; 1995
- [163] SCHMIDT, G. (Hrsg.): Themenheft: Heuristische Such- und Optimierungsmethoden in der Automatisierungstechnik. Automatisierungstechnik, 43, S. 109-154; 1995
- [164] SCHMITT, G.; GÜNTHER, S.: Das Hyperstabilitätskurven-Verfahren als grafisches Frequenzbereichskriterium zur Stabilitätsprüfung nichtlinearer Mehrgrößenregelkreise. Automatisierungstechnik, 44, S. 281-288; 1996
- [165] SCHREWE, H.: Stranggießen von Stahl, Einführung und Grundlagen. Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf; 1987
- [166] SCHWARZ, H.: Mehrfachregelungen. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg; 1967

- [167] SCHWEFEL, H. P.: Evolutionsstrategie und numerische Optimierung. Dissertation, TU Berlin; 1975
- [168] SOMMER, H. J.; HAHN, H.: Ein einfaches Verfahren zum Test der BIBO-Stabilität bei Systemen mit Polynomialen Nichtlinearitäten und Fuzzy-Komponenten. Proc., 3. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 13-26; 1993
- [169] SOMMER, H.; DÜRRBAUM, A.: Übertragung biologischer und psychologischer Prinzipien auf technische Systeme mittels Fuzzy-Logik. Proc., 4. Workshop Fuzzy Control (GMA-UA 1.4.2.), Dortmund, S. 29-40; 1994
- [170] SPOONER, J. T.; PASSINO, K. M.: Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 4, S. 339-359; 1996
- [171] STREJC, V.: State space theory of discrete linear control. Academia, Prag; 1981
- [172] STRIETZEL, R.: Towards the stability of fuzzy control systems. Int. Series of Numerical Mathematics, 121, S. 97-106, Birkhäuser-Verlag, Basel; 1996
- [173] STRIETZEL, R.: Fuzzy-Regelung. Oldenbourg-Verlag, München;1996
- [174] STROBEL, H.: Experimentelle Systemanalyse. Akademie-Verlag, Berlin; 1975
- [175] SU, C.-Y.; STEPANENKO; Y.: Adaptive control of a class of nonlinear systems with fuzzy logic. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2, S. 285-294; 1994
- [176] TAHANI, V.; SHEIKHOLESLAM, F.: Extension of new results on nonlinear system's stability to fuzzy systems. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 682-686; 1994
- [177] TANAKA, K.; SUGENO, M.: Stability analysis of fuzzy systems using Lyapunov's direct method. Proc., NAFIPS'90, S. 133-136; 1990
- [178] TANAKA, K.; SUGENO, M.: Stability analysis and design of fuzzy control systems. Fuzzy Sets and Systems, 45, S. 135-156; 1992
- [179] TANAKA, K.; SANO, M.: A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up a truck trailer. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2, S. 119-134; 1994
- [180] TANAKA, K.: Stability and stabilizability of fuzzy-neural-linear control systems. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 3, S. 438-447; 1995
- [181] TANAKA, K.; SANO, M.: Trajectory stabilization of a model car via fuzzy control. Fuzzy Sets and Systems, 70, S. 155-170; 1995
- [182] TANAKA, K.; IKEDA, T.; WANG, H. O.: Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H<sup>∞</sup> control theory and linear matrix inequalities. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 4, S. 1-13; 1996
- [183] THE MATHWORKS, INC.: MATLAB User's Guide; 1992
- [184] TITLI, A.; MARIN, P.: Comparative analysis of stability methods for fuzzy controllers. Proc., EUFIT'94, Aachen, S. 1183-1187; 1994
- [185] TONG, R. M.: Some properties of fuzzy feedback systems. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 10, S. 327-330; 1980
- [186] TÖPFER, H.; BESCH, P.: Grundlagen der Automatisierungstechnik. Verlag Technik, Berlin; 1989
- [187] UNBEHAUEN, H.; RAO, G. P.: Identification of continuous systems. North-Holland; 1987

- [188] VDI-VDE-RICHTLINIE 2180: Sicherung von Anlagen der Verfahrenstechnik mit Mitteln der Meβ-, Steuer- und Regelungstechnik; 1984-1986
- [189] VIDYASAGAR, M.: Nonlinear system analysis. Prentice-Hall; 1978
- [190] VOIGTLÄNDER, K.; WILFERT, H.-H.: Prognose und Simulation nichtlinearer dynamischer Systeme mit neuronalen Netzen. Proc., GMA-Kongreß Meß- und Automatisierungstechnik'96 (VDI-Bericht 1282), S. 723-733; 1996
- [191] WANG, L.: Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 1, S. 146-155; 1993
- [192] WANG, P.-Z.; ZHANG, H.-M.; XU, W.: Pad-analysis of fuzzy control stability. Fuzzy Sets and Systems, 38, S. 27-42; 1990
- [193] WERNSTEDT, J.: Experimentelle Prozeßanalyse. Verlag Technik, Berlin; 1989
- [194] YING, H.: Practical design of nonlinear fuzzy controllers with stability analysis for regulating processes with unknown mathematical models. Automatica, 30, S. 1185-1190; 1994
- [195] ZADEH, L. A.: Fuzzy Sets. Information and Control, 8, S. 338-353; 1965
- [196] ZADEH, L. A.: The concept of the linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part I. Information Science, 8, S. 199-249; 1978
- [197] ZYPKIN, J. S.: Grundlagen der Theorie automatischer Systeme. Verlag Technik, Berlin; 1981