

Forschungszentrum Karlsruhe
Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte
FZKA 5983

**Modellierung der
Materialverdampfung
während eines
Plasmastromabbruchs
unter Berücksichtigung
des Magnetfeldeinflusses**

G. Piazza

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
Projekt Kernfusion

April 1998

Forschungszentrum Karlsruhe

Technik und Umwelt

Wissenschaftliche Berichte

FZKA 5983

**Modellierung der Materialverdampfung während eines
Plasmastromabbruchs
unter Berücksichtigung des Magnetfeldeinflusses**

Giovanni Piazza

Institut für Neutronenphysik
und Reaktortechnik

Projekt Kernfusion

Von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH) genehmigte
Dissertation

Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

1998

**Als Manuskript gedruckt
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor**

**Forschungszentrum Karlsruhe GmbH
Postfach 3640, 76021 Karlsruhe**

**Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft
Deutscher Forschungszentren (HGF)**

ISSN 0947-8620

Kurzfassung

Modellierung der Materialverdampfung während eines Plasmastromabbruchs unter Berücksichtigung des Magnetfeldeinflusses

Im ITER-Fusionsreaktor wird das Plasma von den Behälterwänden durch ein helikales Magnetfeld ferngehalten. Die Magnetfeldlinien des äußeren Plasmarandes haben eine nicht geschlossene Konfiguration und sind gegen die Divertorplatten geneigt. Während eines Plasmazusammenbruchs erreicht Plasma hoher Leistungsdichte die Divertorplatten entlang der Magnetfeldlinien. Dies verursacht Schmelzen und/oder Verdampfen des Divertormaterials.

Das verdampfte Material bildet vor den Divertorplatten einen Schutzschild, in dem das ankommende Plasma einen Teil seiner Energie deponiert. Damit wird die Beschädigung der Divertoroberfläche vermindert (Dampfabschirmungseffekt).

Der Energieanteil, der tatsächlich den Divertor erreicht, hängt von den physikalischen Eigenschaften des Schutzschildes, nämlich von seiner Dichte und Temperatur, ab. Um die Menge des erodierten Materials und damit auch die Lebensdauer des Divertors abzuschätzen, wurde das 1-dimensionale Strahlungsmagnetohydrodynamik-Programm FOREV-1 durch Implementierung eines $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD Modelles modifiziert. Im $1\frac{1}{2}$ -D MHD Modell werden zwei Komponenten der Ausbreitungsgeschwindigkeit und des Magnetfeldes (parallel und senkrecht zum Divertor) berücksichtigt.

Die Zuverlässigkeit der theoretischen und numerischen Modelle der neuen Version des Codes wurde durch Vergleiche mit experimentellen Resultaten und aus einer Ähnlichkeitsanalyse zum MHD Verhalten des Schutzschildes abgeschätzt. Aus der guten Übereinstimmung ergibt sich, daß die verwendeten Algorithmen und Prozeduren das Problem der Dampfabschirmung gut beschreiben können.

Schließlich sind für Graphit und Beryllium als Divertormaterialien Berechnungen für den ITER-Reaktor durchgeführt worden.

Abstract

Modelling of the material vaporisation during a plasma disruption taking into account the influence of a magnetic field

In ITER fusion reactor the central plasma is confined by helical magnetic field lines. The most external field lines have open configuration and reach the divertor plates with a certain inclination.

During hard disruptions a large part of the energy of the central plasma is dumped along the magnetic field lines and results in melting and vaporization of the divertor solid material (ablation is caused in case of graphite divertor). The produced vaporized material cloud protects the divertor from direct interaction with the disrupting plasma (vapour shield effect). Only a small fraction of the impinging beam energy reaches the solid plate and therefore the damage to the plasma facing component is reduced.

The amount of energy reaching the divertor surface depends on the physical properties of the vapour shield, i.e. its density and temperature. In order to quantify the erosion of the divertor plates and therefore its lifetime, the magneto-hydrodynamic behaviour of the expanding divertor material cloud has to be described.

Therefore the 1-dimensional Lagrangian radiation magneto-hydrodynamic code FOREV-1 was extended to a two components MHD code in which the modelling of the magnetic field effects on the expanding material cloud was carried out by taking into account that the magnetic field is oblique to the target (1 ½ -dimensional model). In this model two components of the magnetic field and of the expansion velocity (perpendicular and parallel to the target) are calculated as function of time and space.

The theoretical and numerical models used in the new version of FOREV-1 have been validated with experimental data, and the MHD-modell has been tested by comparison with a self-similar model. Both the comparisons with experiments and with the self-similar model have shown a good agreement. Finally calculations have been done assuming ITER load conditions and beryllium and graphite divertors.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	vii
1 Einleitung	1
2 Die Divertor Dampfabschirmung	11
2.1 Heizung der Divertorplatten	11
2.2 Energiedeposition der SOL-Plasmateilchen im Dampfschild	13
2.3 Strahlungstransport im verdampften Material	14
2.4 Wärmeleitung im verdampften Material	16
3 Magneto hydrodynamische Vorgänge	17
3.1 $1\frac{1}{2}$ -dimensionale MHD Modell	20
4 Numerische Modellierung	27
4.1 MHD Modellierung	27
4.2 Energiedeposition des SOL-Plasmas	29
4.3 Strahlungstransport	30
4.4 Energieaustausch zwischen Ionen und Elektronen	31
4.5 Wärmeleitung im Divertor	31
4.6 Anpassung der Diskretisierung	32
5 Validierung des Codes FOREV-1	33
5.1 Experimente mit hochenergetischen Elektronen	33
5.2 Experimente mit Plasmastrahlen	34

5.3	Selbstähnlichkeitsanalyse	38
6	Untersuchungen zum ITER-Divertor	45
6.1	Graphit-Divertor-Platten	48
6.2	Beryllium-Divertor-Platten	57
7	Zusammenfassung	69
	Literaturverzeichnis	73
A	Ableitung der MHD Gleichungen	77
A.1	Bewegungsgleichung	77
A.2	Magnetfeld Diffusionsgleichung	80
A.3	1 1/2 -dimensionales MHD Modell	81
A.4	Randbedingung an der Divertoroberfläche	84
A.5	Poynting Vektor	85
B	Selbstähnlichkeitslösung	87

Abbildungsverzeichnis

1.1	Geladene Teilchen im Magnetfeld	2
1.2	Funktionsschema eines Tokamaks	3
1.3	Poloidales, toroidales und resultierendes Magnetfeld in einem Tokamak	4
1.4	Aktueller ITER Entwurf	6
1.5	ITER-Divertor	7
1.6	Schematische Darstellung des Divertors mit dem Schutzschild	8
2.1	Schematische Darstellung der Vorgänge bei der Dampfabschirmung . .	12
3.1	Schematische Darstellung der auf den Divertor treffenden SOL-Magnetfeldlinien	20
3.2	Untersuchter Divertor-Bereich	21
3.3	2-dimensionale Darstellung des Divertors mit dem Schutzschild	22
4.1	Der Code FOREV-1 mit den wichtigsten Prozessen in der Dampfabschirmung	28
5.1	Berechnete Targetleistungsdichte an der SOM Anlage	35
5.2	Gemessene und berechnete Erosion von Graphittargets bei den SOM-Experimenten	36
5.3	In der 2MK-200 Anlage gemessene Temperaturen der auftreffenden Plasmateilchen (Deuteronen und Elektronen). Die interpolierenden Kurven wurden als Eingabe der FOREV-1 Rechnungen verwendet.	37
5.4	In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Elektronendichte im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Zeit (der Abstand vom Target ist 3 cm).	38

5.5	In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Temperaturen im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Zeit (der Abstand vom Target ist 3 cm).	39
5.6	In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Elektronendichten im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Entfernung vom Target nach 10 μs vom Anfang der Verdampfung	40
5.7	Gemessene und berechnete Plasmatemperaturen im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Entfernung vom Target nach 10 μs vom Anfang der Verdampfung	41
5.8	Vergleich der Resultate aus FOREV-1 und aus dem analytischen Modell für einen stationären Zustand. Kurve 1 bezieht sich auf die Dichte, Kurve 2 auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit und Kurve 3 auf das Magnetfeld.	44
6.1	In FOREV-1 Rechnungen verwendete Maxwell'sche Leistungsdichteverteilung für Elektronen der Temperatur 10 keV (Modellierung durch 32 und 256 Energiegruppen). Totale Leistungsdichte 5 MW/cm^2	46
6.2	Leistungsdichten und Erosion im Kohlenstoff-Plasmaschild als Funktion der Zeit.	49
6.3	Dichte im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.	50
6.4	Temperatur im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.	51
6.5	Temperatur und Dichte im Kohlenstoff-Plasmaschild nach 200 μs	52
6.6	Leistungsdichteverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild nach 200 μs	53
6.7	Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Kohlenstoff-Plasmaschildes und die Targeterosion als Funktion der Zeit.	54
6.8	z -Komponente des Magnetfeldes im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.	55
6.9	Schema des Divertors mit parallelen Magnetfeldlinien.	56
6.10	Leistungsdichten im Kohlenstoff-Plasmaschild als Funktion der Zeit bei parallelem Magnetfeld.	57
6.11	Leistungsdichteverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild nach 200 μs für den Fall mit Magnetfeld parallel zum Divertor.	58

6.12 Dichteprofile im Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach 200 μs	59
6.13 Temperaturverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach 200 μs	60
6.14 Ausbreitungsgeschwindigkeit für paralleles und geneigtes Magnetfeld. . .	61
6.15 z -Komponente des Magnetfeldes im Kohlenstoff-Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach 200 μs	62
6.16 Leistungsdichten und Erosion im Beryllium-Plasmaschild als Funktion der Zeit.	63
6.17 Dichte im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeitpunkte.	64
6.18 Temperatur im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeitpunkte. . .	65
6.19 Leistungsdichteverteilung im Beryllium-Plasmaschild nach 200 μs	66
6.20 z -Komponente des Magnetfeldes im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.	67

Tabellenverzeichnis

6.1	Thermophysikalische Daten der Targetmaterialien	47
6.2	Resultate der Rechnungen unter ITER-typischen Bedingungen für Divertorplatten aus Graphit und Beryllium. Der Plasmateilchenstrahl besteht aus monoenergetischen Ionen (10 keV) und maxwellverteilten Elektronen (Temperatur der Verteilung 10 keV), seine Leistungsdichte am Target ist $10\text{MW}/\text{cm}^2$. Alle Werte beziehen sich auf den Zeitpunkt $t = 200 \mu\text{s}$	68

Nomenklatur

Lateinische Symbole

Obwohl sämtliche benutzten Symbole im laufenden Text erläutert werden, seien nachfolgend die wichtigsten von ihnen zusammengestellt. Es liegt immer ein rechtsorientiertes kartesisches Koordinatensystem zugrunde, wobei x , y , z die kartesischen Koordinaten des Systems darstellen, und die Grundvektoren \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} die Richtung der Koordinatenachsen. Für eine beliebige Größe F stellt als allgemeine Kennzeichnung \vec{F} einen Raumvektor, F_x seine x -Komponente und F seinen Betrag dar.

A_b	Atommasse eines Ions des SOL-Plasmas (amu).
\vec{B}	Magnetfeld (T).
B_p	Komponente des Magnetfeldes in poloidaler Richtung (T).
B_T	Komponente des Magnetfeldes in toroidaler Richtung (T).
B_0	Anfangswert des Magnetfeldes (T).
$\hat{B}_x, \hat{B}_y, \hat{B}_z$	Normierte Komponenten des Magnetfeldes (-).
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck (J/kg K).
c_s	Schallgeschwindigkeit (m/s).
c_A	Alfvengeschwindigkeit (m/s).
\vec{E}	Elektrisches Feld (V/m).
e	Elektronenladung (C).
E_b	Kinetische Energie eines Ions des SOL-Plasmas (J).

E_{max}	Grenzwert zwischen hoch- und niederenergetischen Ionen in der Rechnung der Energiedeposition des SOL-Plasmas (keV).
E_s	Normierte Energie der SOL-Elektronen (-).
\vec{J}	Stromdichte im Plasmaschild (A/m^2).
k	Boltzmann'sche Konstante (J/K).
k_S	Wärmeleitfähigkeit des Divertor-Festmaterials (W/m K).
K_z	Proportionalitätsfaktor zwischen der senkrechten und der parallelen spezifischen Leitfähigkeit (-).
m_a	Masse eines Teilchens im Plasmaschild (kg).
m_b	Masse eines Ions des SOL-Plasmas (kg).
m_e	Elektronenmasse (kg).
n_T	Tritiumdichte im Tokamakplasma ($1/m^3$).
n_D	Deuteriumdichte im Tokamakplasma ($1/m^3$).
\vec{n}	Einheitsvektor senkrecht zur Divertoroberfläche (-).
n_a	Gesamte Atomdichte im Plasmaschild ($1/m^3$).
n_e	Elektronendichte im Plasma ($1/m^3$).
n_i	Ionendichte im Plasma ($1/m^3$).
N_s	Normierte Dichte im Plasmaschild (-).
\overline{P}	Drucktensor im Plasmaschild (Pa).
$p_{xx} = p_{yy} = p_{zz} = p$	Druck im Plasmaschild (Pa).
\hat{p}	Normierter Druck im Plasmaschild (-).
q_b	Impuls eines Ions des SOL-Plasmas (kg m/s).
$Q_{ }$	Leistungsdichte, die parallel zu den Feldlinien den Divertor erreicht (W/m^2).

Q_b	Gesamter Impuls eines Ionenflusses Φ pro Zeit- und Flächeeinheit [(kg m/s)/(m ² s)].
\dot{S}	Wärmequellen im Plasmaschild (W/m ³).
T_{an}	Temperatur der ionisierten und neutralen Teilchen im Plasmaschild mit Impulsübertragung (K).
T_{ao}	Temperatur der ionisierten und neutralen Teilchen im Plasmaschild ohne Berücksichtigung der Impulsübertragung (K).
T_e	Elektronentemperatur im Plasma (K).
T_i	Ionentemperatur im Plasma (K).
T_s	Normierte Temperatur im Plasmaschild (-).
\vec{u}	Makroskopische Ausbreitungsgeschwindigkeit des Plasmaschildes (m/s).
u_n	Ausbreitungsgeschwindigkeit des Plasmaschildes unter Berücksichtigung der Impulsübertragung (m/s).
u_o	Ausbreitungsgeschwindigkeit des Plasmaschildes ohne Berücksichtigung der Impulsübertragung (m/s).
u_b	Geschwindigkeit eines Ions des SOL-Plasmas (m/s).
Z	Ionisierungsgrad der Ionen im Plasmaschild (-).
Z_p	Ordnungszahl der Ionen im Plasmaschildes (-).
\bar{Z}	Ionisationsmittelwert im Plasmaschild (-).

Griechische Symbole

α	Neigungswinkel der Feldlinien zu den Divertorplatten (Grad).
β	Verhältnis zwischen dem thermischen und dem magnetischen Druck im Plasmaschild (-).
γ	Adiabatenindex (-).

$\gamma_0, \gamma_0', \gamma_1', \delta_0, \delta_1$	Koeffizienten für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit in Richtung senkrecht zum Magnetfeld (-).
ϵ_i	Interne Energie pro Masseneinheit im Plasmaschild (J/kg).
η	Spezifischer elektrischer Widerstand (Ω m).
κ_{\parallel}^e	Wärmeleitfähigkeit der Elektronen in Richtung parallel zum Magnetfeld (W/m K).
κ_{\perp}^e	Wärmeleitfähigkeit der Elektronen in Richtung senkrecht zum Magnetfeld (W/m K).
μ_0	Magnetische Permeabilität (H/m).
ρ	Dichte im Plasmaschild (kg/m^3).
ρ_s	Dichte des Divertor-Feststoffes (kg/m^3).
$\hat{\rho}$	Normierte Dichte im Plasmaschild (-).
σ	Spezifische elektrische Leitfähigkeit (S).
σ_{\parallel}	Spezifische elektrische Leitfähigkeit in Richtung parallel zum Magnetfeld (S).
$\sigma_{\perp} = \sigma$	Spezifische elektrische Leitfähigkeit in Richtung senkrecht zum Magnetfeld (S).
τ_{ei}	Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zwischen Elektronen und Ionen (s).
τ_{en}	Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zwischen Elektronen und Neutralteilchen (s).
τ_e	Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zwischen Elektronen und anderen Teilchen (s).
Φ	Fluß der SOL-Ionen ($1/\text{m}^2$ s).
ω_e	Zyklotronfrequenz (1/s).

Kapitel 1

Einleitung

In der Kernfusion verschmelzen zwei leichte Atomkerne, und bilden einen schwereren Kern, dessen Masse kleiner als die Summe der Massen der ursprünglichen Reaktionspartner ist. Der Massendefekt wird als kinetische Energie der Reaktionsprodukte freigesetzt. Es gibt mehrere aussichtsreiche Prozesse aus leichten Atomkernen Fusionsenergie zu gewinnen. Aber derzeit hat nur die Fusionsreaktion



Aussicht auf Realisierbarkeit.

Bei dieser Fusionsreaktion werden Alpha Teilchen (${}^4\text{He}$) mit 3.5 MeV kinetischer Energie, und Neutronen mit 14.1 MeV produziert. Da beide reagierende Teilchen elektrisch positiv geladen sind, muß die abstoßende Coulomb-Wechselwirkung überwunden werden, damit die Atomkerne einander nah genug kommen. Dies wird durch Erhöhung der Temperatur des Brennstoffgemisches erreicht. In einem Fusionsreaktor wird, für das Brennstoffgemisch aus Deuterium und Tritium und bei einer Teilchendichte $n_T = n_D = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, eine Temperatur von ca. 100 Millionen Grad gebraucht, um das Maximum in der Leistung zu erreichen [1]. Bei solchen Temperaturen sind die Wasserstoffatome vollständig ionisiert, und es gibt eine gleiche Anzahl von positiv geladenen Ionen und negativ geladenen freien Elektronen. Dieses makroskopisch neutrale Gemisch aus Ionen und freien Elektronen wird Plasma genannt. Zur Produktion von Energie muß das heiße Deuterium-Tritium-Plasma gezündet werden, d.h. das Plasma muß selbständig ohne zusätzliche äußere Energiezufuhr brennen. Um die nötige Brennstoffdichte zu gewährleisten, wird nur das verbrannte Deuterium und Tritium ersetzt. Um die Zündung zu erreichen, muß das Plasma von der Umgebung thermisch isoliert werden. Dies gelingt mit Hilfe eines magnetischen Einschlußes durch ein spiralförmiges Magnetfeld in einem ringförmigen Behälter.

In diesem Magnetfeld sind Ionen und Elektronen gezwungen eine Gyrationbewegung entlang der Feldlinien auszuführen (Abb.1.1), damit kann das Plasma von den Behälterwänden ferngehalten werden. Eine solche Einschlußkonfiguration wird in

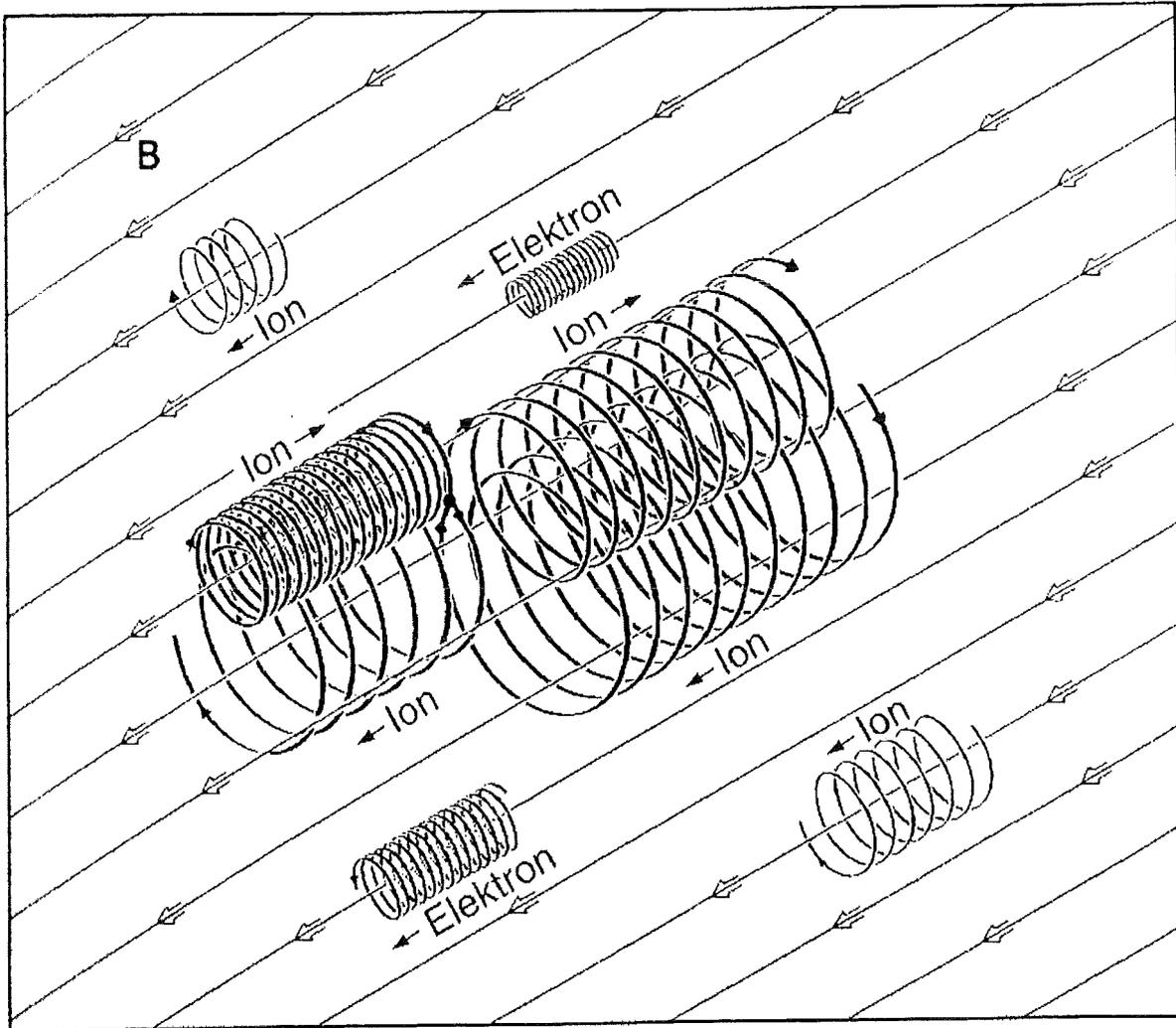


Abbildung 1.1: Geladene Teilchen im Magnetfeld

den sogenannten *Tokamak*-Fusionsreaktoren verwendet [2]. Abbildung 1.2 zeigt das Prinzip eines Tokamaks. Die Transformatorspulen erzeugen einen Strom im Plasma, das als die Sekundärwicklung des Transformators wirkt. Der Plasmastrom erzeugt ein eigenes Magnetfeld in poloidaler Richtung B_p (Abb.1.3). Das Poloidalfeld und das durch die Toroidalfeldspulen hergestellte Magnetfeld B_t ($B_t \approx 10B_p$) ergeben ein helikales Magnetfeld, das, zusammen mit einem vertikalem Magnetfeld, das

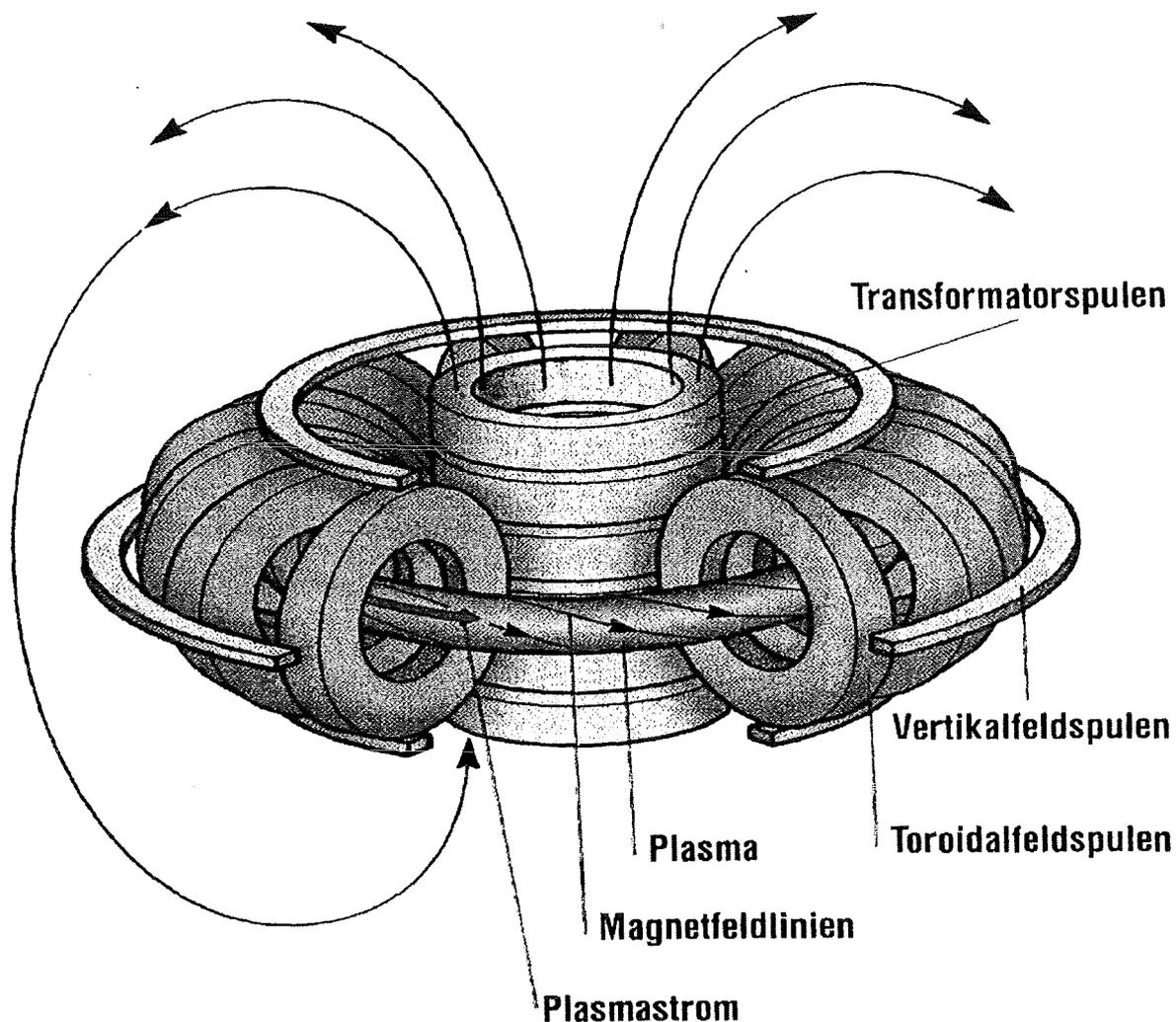


Abbildung 1.2: Funktionsschema eines Tokamaks

Plasma stabil einschliessen kann [1]. Die Neutronen, die keine Ladung besitzen, werden vom Magnetfeld nicht beeinflusst und verlassen das Plasma mit ihrer Energie von 14.1 MeV. Über Coulombstöße übertragen die α -Teilchen ihre kinetische Energie (3.5 MeV) an die anderen Plasmateilchen, sie tragen somit zur Heizung des Plasmas bei. Durch Teilchendiffusion und Wärmeleitung, beides rechtwinklig zum einschließenden Magnetfeld, und durch Strahlung gelangt ein Teil der Plasmaenergie an die Behälterwand (erste Wand). Dort finden verschiedene Plasma-Wand Wechselwirkungen statt, wie z.B. Herauslagen von Atomen aus dem Wandmaterial (sputtering), elektrische Funken-Bildung, Aufschmelzen mit

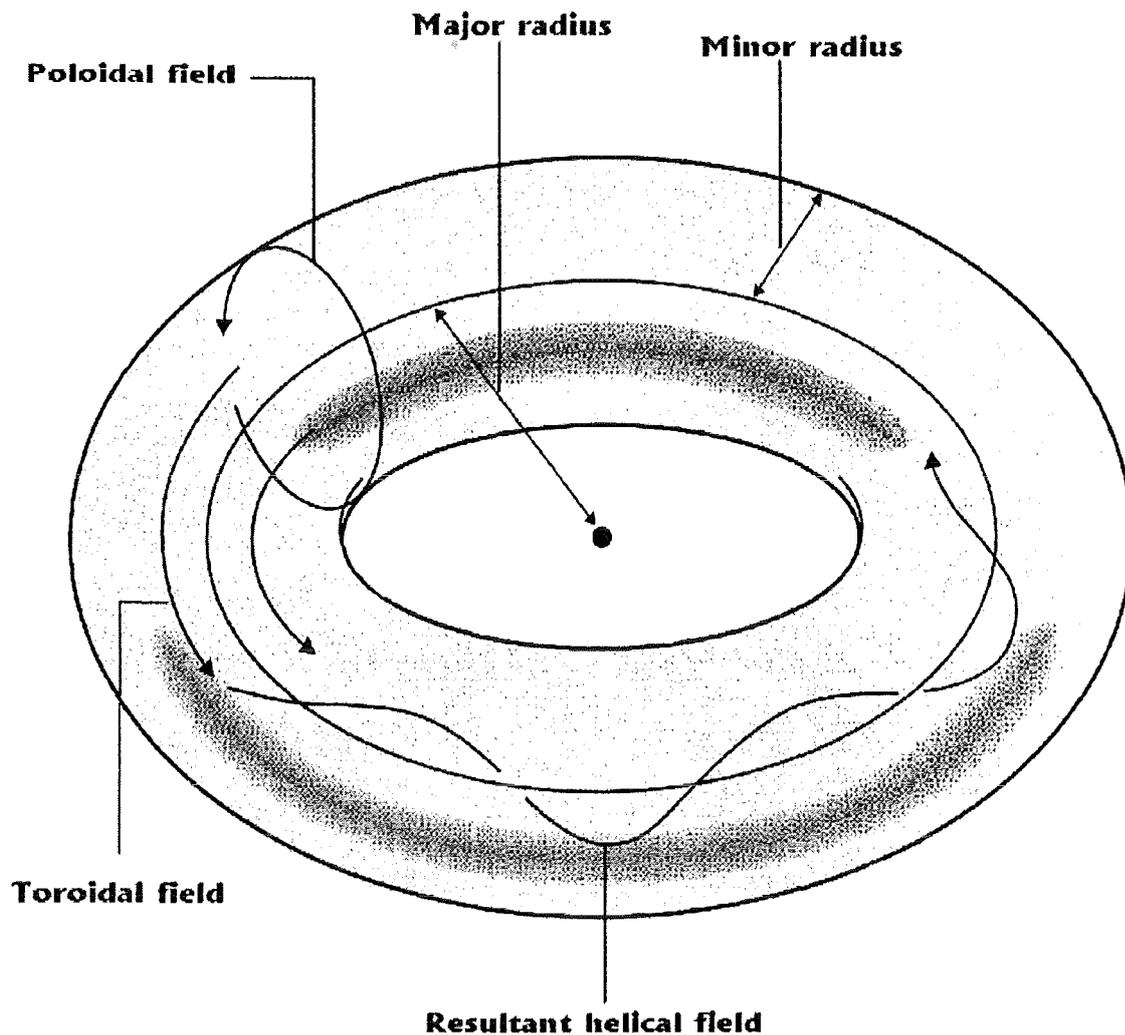


Abbildung 1.3: Poloidales, toroidales und resultierendes Magnetfeld in einem Tokamak

Tröpfchen Emission, Verdampfung oder Ablation der Oberfläche. Als Folge dieser Plasma-Wand Wechselwirkungen können die PFC-komponenten (**P**lasma **F**acing **C**omponents) beschädigt werden. Die von den Behälterwänden emittierten Teilchen kehren entweder auf die Wände zurück, oder sie gelangen als Verunreinigungen ins Plasma [3]. Im Tokamakplasma sind diese Verunreinigungen unerwünscht, denn das Plasma ist quasi-neutral, und jedes schwere aus den Wänden freigesetzte Atom ersetzt, nach Ionisierung, wegen seiner Ladungszahl Z , Z Deuterium- oder Tritium Ionen, und reduziert somit die Brennstoff-Konzentration im Plasma. Darüber hinaus müssen die Verunreinigungen möglichst vermieden werden, weil sie eine Erhöhung

der Strahlungsverluste durch Bremsstrahlung¹ und atomare Übergangsprozesse² verursachen und der erhöhte Energieverluste das Plasma löschen könnte. Ein Arbeitsgebiet der Tokamakforschung beschäftigt sich damit, die durch Teilchen- und Strahlungs-Flüsse verursachten Beschädigungen an den PFCs zu reduzieren, und die Konzentration an Verunreinigungen im Plasma so klein wie möglich zu halten.

Im Rahmen des ITER-Projektes (International Thermonuclear Experimental Reactor) soll die physikalische und technische Machbarkeit der kontrollierten Kernfusion demonstriert werden [4]. Dazu wurde das poloidale Divertor-Konzept ausgewählt, und das Problem des Teilchenbombardements der PFC in die Divertorkammer verlagert. Das Magnetfeld wird so geformt, daß die Feldlinien des äußeren Plasmarandes, der sogenannte SOL (Scrape-Off Layer), eine nicht geschlossene Konfiguration haben. Die aus der ersten Wand herausgeschlagenen Verunreinigungen werden am Plasmarand ionisiert, und entlang der nicht geschlossenen Magnetfeldlinien auf gekühlte Prallplatten (Divertoren) gelenkt. Das SOL-Plasma wird aus der Divertorkammer abgepumpt. Die geladenen Plasma-Teilchen bewegen sich entlang der Feldlinien schneller als senkrecht dazu. Deshalb ist es möglich durch ständiges Abpumpen sowohl die Belastung der ersten Wand durch das Plasmateilchenbombardement zu vermindern, als auch das Wasserstoffplasma gegen den Einstrom von Atomen aus der Wand abzuschirmen.

Abbildung 1.4 zeigt einen aktuellen Entwurf von ITER mit den wesentlichen Komponenten eines Fusionsreaktores. Die toroidale Symmetrie des Tokamaks ist deutlich zu sehen. ITER hat eine magnetische Konfiguration mit toroidalsymmetrischem Divertor im unteren Bereich des Reaktors (single-null Konfiguration). Abb. 1.5 zeigt einen Ausschnitt der Divertorkammer mit den Magnetfeldlinien des äußeren Plasmarandes (SOL). Sie erreichen die Divertorplatten nicht senkrecht, was die Leistungsdichte an der Oberfläche reduziert. Bei einer Fusionsnennleistung von 1.5 GW ergibt sich eine Leistungsdichte $\sim 40 \text{ MW/m}^2$ bis 60 MW/m^2 bei senkrechtem Divertor [5]. Durch Neigung des Divertors in poloidaler Richtung konnte die Belastung je Flächeneinheit der Divertor-Oberfläche um den Faktor 3 vermindert werden. Damit wird die Leistungsdichte auf $\sim 20 \text{ MW/m}^2$ gesenkt. Beherrschbar sind Leistungsdichte bis 5 MW/m^2 [5]. Um dies zu erreichen wurde

¹Bei der Ablenkung von Elektronen im Coulombfeld eines Kernes wird elektromagnetische Strahlung, unter Verlust von kinetischer Energie, emittiert. Sie wird Bremsstrahlung genannt.

²Die emittierte Strahlung, wenn ein Elektron von einem Ion eingefangen wird, oder das Ion in seinem Grundzustand zurückkehrt.

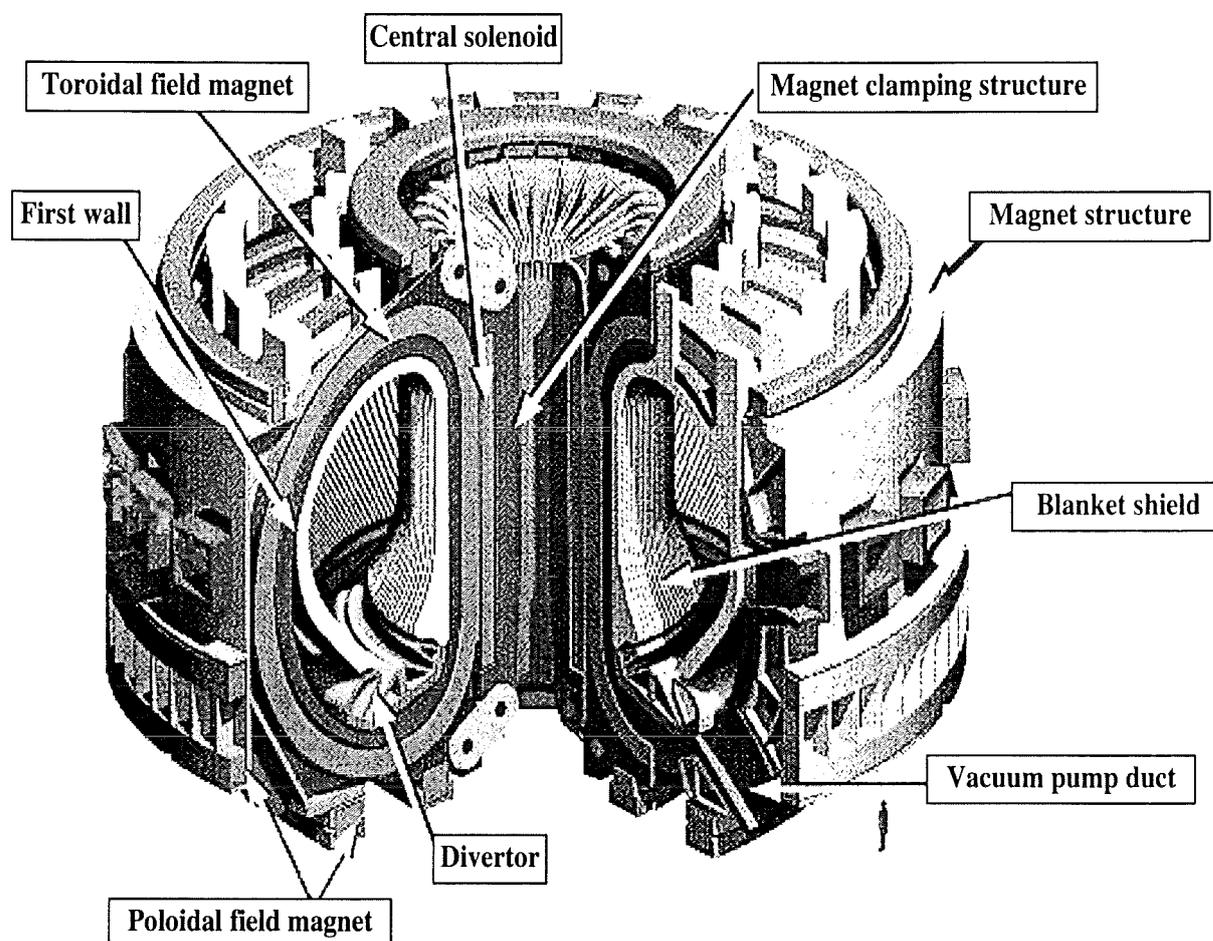


Abbildung 1.4: Aktueller ITER Entwurf

vorgeschlagen die Energie des ankommenden SOL-Plasmas mit einem Hintergrundgas innerhalb der Divertorkammer zu vermindern (Gaseous divertor concept). Die Reduktion sollte durch Energieabstrahlung und atomare Wechselwirkungsprozesse, z.B. elastische Stöße und Ladungsaustausch (charge exchange), erfolgen.

Im Tokamak-Plasma können Instabilitäten auftreten. Eine davon ist der Plasmazusammenbruch (Plasma Disruption). Während einer Plasma-Disruption bricht der magnetische Plasma-Einschluß plötzlich zusammen. Die Geometrie der schalenartig ineinander liegenden Magnetfeldoberflächen wird gestört und die geladenen Teilchen,

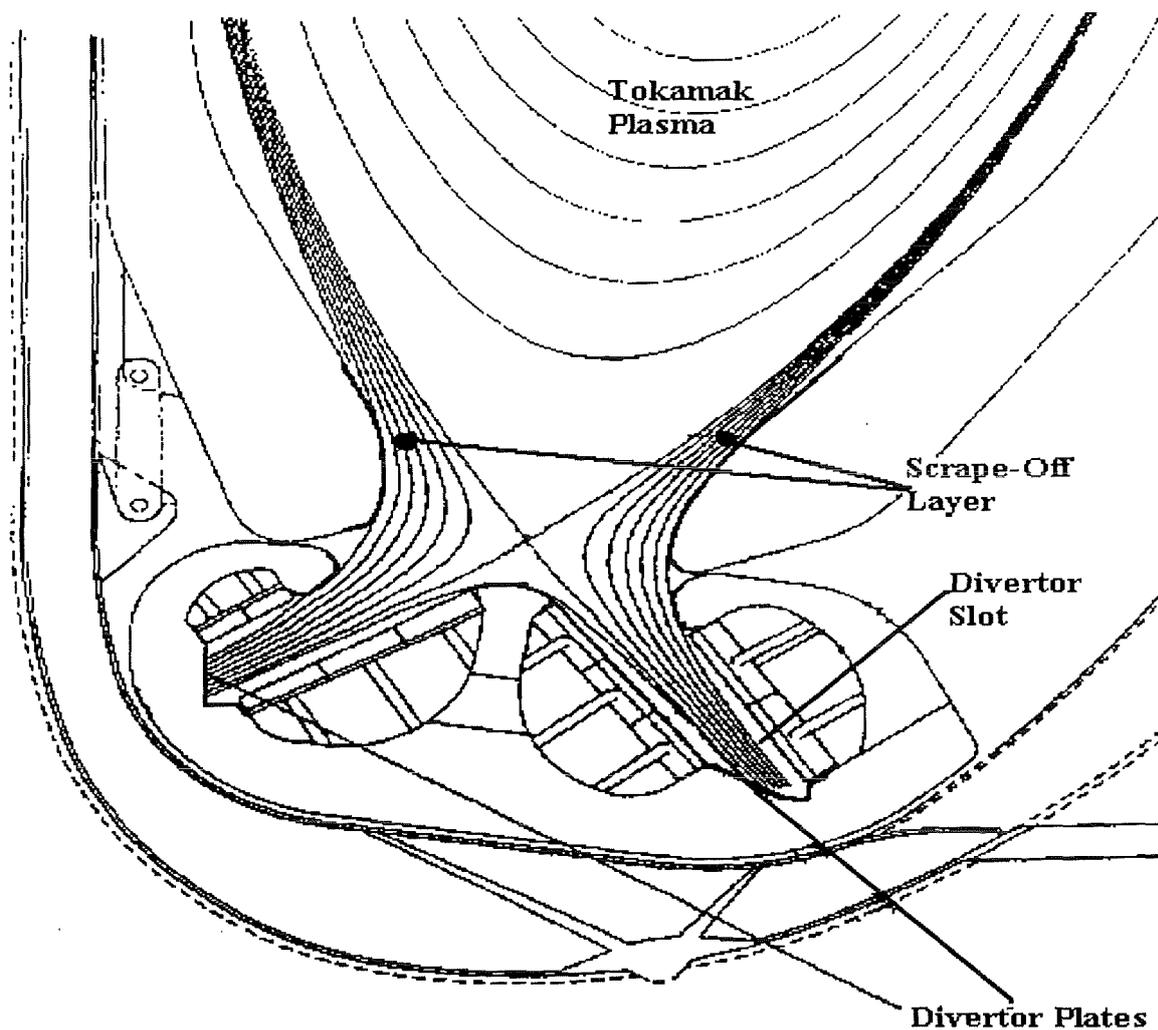


Abbildung 1.5: ITER-Divertor

die sich längs der Feldlinien bewegen, können vom Plasmazentrum direkt die Wände und den Divertor erreichen, wo sie ihre thermische Energie abgeben. Im Zeitraum zwischen 0.1 ms und 3 ms vom Anfang einer Plasma-Disruption (Thermal quench phase) erreichen $\sim 140 \text{ MJ/m}^2$ thermischer Energie die Divertorplatten. Im normalen Betriebszustand kann die Belastung auf das Divertor auch durch Plasmarand-Instabilitäten, die sogenannte ELMs (Edge Localized Modes), erhöht werden. ELMs bedeuten keinen Verlust des magnetischen Einschlußes, sie sind starke MHD (Magneto-Hydro-Dynamic) Aktivitäten im Plasmarand, mit Energieabgabe entlang der SOL-Feldlinien. Im Fall grosser ELMs kann die Energieabgabe $\sim 14 \text{ MJ/m}^2$

Richtung (s. Abb.1.3), und das Magnetfeld hat zwei Komponenten in x - und z -Richtung. Im Schutzschild wird der größte Teil der Energie der ankommenden SOL-Teilchen in Strahlungsenergie umgewandelt, und nach allen Seiten hin abgestrahlt. Demzufolge erreicht nur ein kleiner Anteil der SOL-Plasmateilchenenergie den Divertor, und die Erosion wird vermindert. Dieses Phänomen wird "Vapour shield effect" (Dampfabschirmungseffekt) genannt. Um Aussagen zur Divertor-Erosion machen zu können, muß die Bildung des Plasma-Schutzschildes, seine Aufheizung durch eintreffende SOL-Teilchen und der Energietransport innerhalb des verdampften Materials untersucht werden. Der Energieanteil, der tatsächlich den Divertor erreicht, hängt von den physikalischen Eigenschaften des Plasmaschildes ab, nämlich von seiner Dichte und seiner Temperatur. Das verdampfte Material wird kurz nach der Verdampfung ionisiert, und seine Ausbreitung, die parallel zum einschließenden Magnetfeld ungehindert stattfindet, wird senkrecht zu den Feldlinien verhindert. Demzufolge hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit des verdampften Materials von der Stärke des Magnetfeldes und von seinem Neigungswinkel zu den Platten ab.

In dieser Arbeit werden der "Vapour shield" Effekt und die Divertorerosion infolge eines Plasmazusammenbruchs für den ITER-Reaktor untersucht. Zu diesem Zweck wurde das 1-dimensionale Strahlungsmagnetohydrodynamik Programm FOREV-1 [8] verwendet. In der ursprünglichen Version des Programms wurde ein zur Targetoberfläche paralleles Magnetfeld berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein magnetohydrodynamisches Modell für ein geneigtes Magnetfeld entwickelt, getestet und in FOREV-1 eingebaut.

In dem neuen MHD-Modell werden zwei Komponente (parallel und senkrecht zum Divertor) des Magnetfeldes und der Ausbreitungsgeschwindigkeit betrachtet. Deswegen spricht man im Folgenden von einem $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-model. In Kapitel 2 dieser Arbeit werden die physikalischen Prozesse, welche der Erosion des Divertors und dem "Vapour shield" Phänomen zugrundeliegen, beschrieben. In Kapitel 3 wird das $1\frac{1}{2}$ -dimensional MHD-model dargestellt. In Kapitel 4 werden die im Rechenprogramm verwendeten numerischen Verfahren beschrieben. Resultate von Disruptions Simulationsexperimenten mit Elektronen- und Plasma-Strahlen werden zur Validierung der theoretischen Modelle verwendet. In Kapitel 5 wird ein Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen vorgestellt. Darüberhinaus wurden die in FOREV-1 implementierten Algorithmen des $1\frac{1}{2}$ -MHD Modelles durch eine Ähnlichkeitsanalyse getestet. In Kapitel 6 werden die Resultate der Berechnungen für die ITER-typischen Fälle, zusammen mit den Betrachtungen über den Einfluß der

Neigung des Magnetfeldes auf die Ausbreitung des verdampften Materials vorgestellt.

Kapitel 2

Die Divertor Dampfabschirmung

Wie in der Einleitung schon erwähnt, belastet eine sehr hohe Energiedichte die Divertorplatten sowohl bei Plasmazusammenbrüchen ($\sim 140 \text{ MJ/m}^2$) als auch bei grossen ELMs¹ ($\sim 14 \text{ MJ/m}^2$) [5]. Um die Lebensdauer des Divertors zu erhöhen, sollte die Anzahl sowohl von Disruptionen als auch von großen ELMs in ITER so klein wie möglich gehalten werden.

Im Folgenden werden die Vorgänge, die bei der Plasma-Divertor Wechselwirkung auftreten, dargestellt (s. Abb. 2.1). Die Beschreibung gilt sowohl für Disruptionen als auch für grosse ELMs.

2.1 Heizung der Divertorplatten

Das entlang der SOL-Magnetfeldlinien auf die Divertorplatten auftreffende heiße Plasma deponiert seine Energie auf den Divertorplatten. Ionen haben bei Feststoffen eine sehr kleine Eindringtiefe. 10 keV Ionen, die für den ITER-Divertor Fall typisch sind, haben sowohl in Graphit als auch in Beryllium eine Eindringtiefe kleiner als $0.2 \mu\text{m}$ [9], und bei Wolfram ist sie noch niedriger. Die Wärmediffusionslänge Δx beträgt in Graphit für $t = 1 \mu\text{s}$ ungefähr

$$\Delta x = \sqrt{\frac{k_S}{\rho_S c_p} t} = \sqrt{\frac{120 \cdot 10^{-6}}{2000 \cdot 2120}} \Rightarrow 5.3 \mu\text{m} \quad (2.1)$$

¹Mehrere kleinen ELMs helfen bei der Verunreinigungsreduktion im Plasma, weil eine stärkere Teilchenemission aus dem Plasma immer gekoppelt ist mit der Erhöhung der MHD Aktivität. Ein größerer Verunreinigungsanteil aus dem SOL wird außerdem ohne große Erosionsprobleme zum Divertor geleitet.

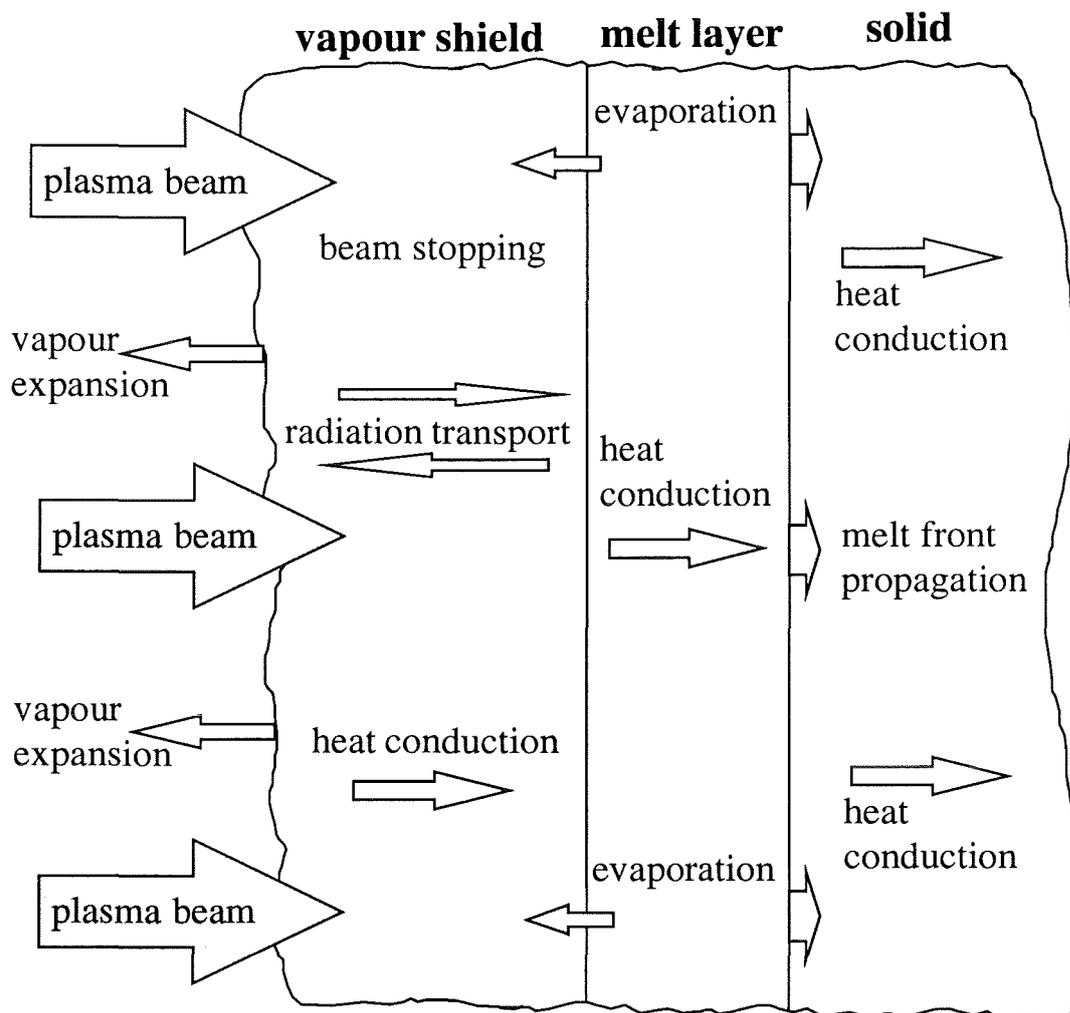


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Vorgänge bei der Dampfabschirmung

mit ρ_S die Dichte, c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck und k_S die Wärmeleitfähigkeit des Materiales. Damit ergibt sich, daß im Fall von ankommendem Ionenfluß die Energiedeposition der Ionen an der Oberfläche erfolgt und die Heizung der Prallplatten durch Wärmeleitung bestimmt wird.

Die SOL-Plasmaelektronen haben im Vergleich mit den Ionen eine größere Eindringtiefe im Divertormaterial. Die Deposition ihrer kinetischen Energie und somit die Heizung der Platten erfolgen volumetrisch.

Die vom SOL-Plasma oberflächlich oder volumetrisch zu den Divertorplatten transferierte Energie wird durch Wärmeleitung im Feststoff in größere Tiefen transportiert und die Divertorplatten heizen sich dabei auf. Wenn die Sublimationstemperatur bei Graphit erreicht wird, verdampft das Material und vor dem Divertor bildet sich eine dichte Dampf Wolke mit zunächst niedriger Temperatur. Bei metallischen Divertoren tritt im Verlauf der Aufheizung zuerst das Schmelzen und dann das Verdampfen mit Bildung einer Dampfschicht auf.

2.2 Energiedeposition der SOL-Plasmateilchen im Dampfschild

Die ankommenden Teilchen werden im verdampften Material abgebremst. Damit vermindert sich der Energieanteil, der die Prallplatten erreicht. Die Plasmaionen deponieren ihre kinetische Energie im Plasmaschild durch Wechselwirkungen mit gebundenen Teilchen (Kernen und Orbitalelektronen)

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ib} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{in} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ibe} \quad (2.2)$$

ib: Wechselwirkung zwischen Ionen und gebundenen Teilchen;

in: Wechselwirkung zwischen Ionen und Atomkernen (elastische Coulombstöße);

ibe: Wechselwirkung zwischen Ionen und Orbitalelektronen (nichtelastische Ionisations- und Anregungsprozesse).

und mit freien Teilchen (Ionen und freien Elektronen)

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{if} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ii} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ife} \quad (2.3)$$

if: Wechselwirkung zwischen Ionen und freien Teilchen;

ii: Wechselwirkung zwischen ankommenden Ionen und Plasmaschild-Ionen;

ife: Wechselwirkung zwischen Ionen und freien Elektronen.

Die Energieverluste durch gebundene Teilchen $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ib}$ sind wichtig bei niedriger Temperatur und hoher Dichte, weil in diesem Zustand der Anteil freier Ionen und

Elektronen klein (niedriger Ionisationsmittelwert) ist. Der Beitrag zum Energieverlust der Coulombstöße mit Kernen wird bedeutend, wenn die ankommenden Ionen sehr niedrige Energie haben [10].

Bei höheren Temperaturen und niedrigeren Dichten steigt die Anzahl von freien Teilchen im verdampften Material. Damit dominiert der Energieverlust durch freie Ionen und Elektronen, wobei der Beitrag der freien Ionen zur Energiedeposition immer niedrig bleibt.

Die SOL-Plasmaelektronen verlieren ihre Energie hauptsächlich durch Coulombstöße mit freien $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{efe}$ und Orbitalelektronen $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ebe}$

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_e = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{ebe} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{efe} \quad (2.4)$$

während die Wechselwirkung mit Ionen oder neutralen Atomen über Streuprozesse und niedrige Energieverluste läuft. Außerdem verlieren die Elektronen Energie, wenn sie im Coulombfeld eines Kernes abgelenkt werden, und emittieren elektromagnetische Strahlung (*Bremsstrahlung*). Diese Abstrahlung ist aber im Fall von nichtrelativistischen Elektronen vernachlässigbar im Vergleich zu den Energieverlusten aus Coulomb-Stößen [11], und sie wird im Folgenden nicht berücksichtigt.

Der letzte Teil ihres Eindringens, bei dem die Elektronen eine niedrige kinetische Energie haben, wird durch diffusive Prozesse bestimmt.

2.3 Strahlungstransport im verdampften Material

Die Absorption der Energie der Plasmateilchen heizt das verdampfte Material auf, und mit der Temperaturerhöhung beginnen Strahlungsprozesse eine wichtige Rolle beim Energietransport im Plasma zu spielen. Es gibt 3 verschiedene Arten von Strahlung: Linienstrahlung, Bremsstrahlung und Rekombinationsstrahlung. Linienstrahlung entsteht bei sogenannten “*bound-bound*” (b-b) Übergängen, bei denen ein Elektron in einem Atom von einem erlaubten Energiezustand in einen anderen erlaubten übergeht. Bei einem solchen Prozeß wird im allgemeinen ein Photon emittiert oder absorbiert, und Emissions- und Absorptions-Spektrallinien treten auf².

²Bandenspektren aus b-b Übergängen beobachtet man in Molekülen, wenn eine Änderung des Rotations- oder Schwingungszustandes stattfindet.

Rekombinationsstrahlung entsteht bei "bound-free" (b-f) Übergängen. Wenn Orbitalelektronen durch Photonen eine Energie absorbieren, die grösser als die Bindungsenergie ist, verlassen sie das Atom (Photoionisation). Umgekehrt, wenn Ionen freie Elektronen einfangen, wird ein Photon emittiert (Photorekombination). "Bound-free" Übergänge erzeugen kontinuierliche Spektren, denn ein freies Elektron kann beliebige positive Energiewerte haben. Bremsstrahlung entsteht bei "free-free" (f-f) Übergängen. Freie Elektronen verlieren Energie durch Photonenemission, wenn sie durch das Coulombfeld eines geladenen Teilchens abgelenkt werden, oder sie können ihre Energie durch Absorption von Photonen erhöhen. kontinuierliche Bandenspektren charakterisieren die Strahlungsemission. Alle diese Strahlungstransportvorgänge können durch die Emissions- und Absorptionskoeffizienten des verdampften Materials berücksichtigt werden. Sie sind Funktionen der Photonenfrequenz, der Temperatur und der Dichte im Plasma. Abhängig davon, ob für die Photonen eine kleine oder grosse Wahrscheinlichkeit (Funktion der Photonenfrequenz) besteht, im Plasma absorbiert zu werden, spricht man von optisch dünnem Plasma (optically thin plasma), oder von optisch dickem Plasma (optically thick plasma). In einem optisch dünnen Plasma müssen die Emissions- und Absorptionskoeffizienten mit einem Modell berechnet werden, in dem ein Gleichgewicht zwischen den durch Stösse verursachten Prozessen (Anregung und De-excitation³, Ionisation und Rekombination), und den Strahlungsemissionsvorgängen (De-excitation und Rekombination mit Emission von Photonen) angenommen wird (Collisional Radiative Equilibrium Model).

Im CRE Modell wird keine Reabsorption der emittierten Photonen berücksichtigt. Wenn das Plasma optisch nicht dünn ist, dann ist Reabsorption nicht vernachlässigbar, Strahlungsreabsorption erhöht die mittlere Ionisierung und die Anzahl von angeregten Atomen, und es gibt eine Reduzierung der Rate der De-excitationsprozesse mit Strahlungsemission. In diesem Fall kann das CRE Modell verwendet werden, aber, für die Berechnung der optischen Eigenschaften des Plasmas wird eine effektive De-excitationsrate benutzt. Sie ergibt sich durch Multiplikation der CRE-Rate für optisch dünnes Plasma mit einem berechnetem Faktor (escaping factor) [12].

³Übergänge der Elektronen von einem angeregten Zustand in einem energetisch niedrigeren Zustand

2.4 Wärmeleitung im verdampften Material

Die Wärmeleitung im Plasma trägt zum Energietransport bei. In Anwesenheit eines Magnetfeldes sind zwei verschiedene Wärmeleitfähigkeiten zu berücksichtigen

$$\kappa_{\parallel}^e = \frac{n_e T_e \tau_e}{m_e} \gamma_0 \quad (2.5)$$

$$\kappa_{\perp}^e = \frac{n_e T_e \tau_e}{m_e} \frac{\gamma_1' (\omega_e \tau_e)^2 + \gamma_0'}{(\omega_e \tau_e)^4 + \delta_1 (\omega_e \tau_e)^2 + \delta_0} \quad (2.6)$$

Gl. 2.5 und Gl. 2.6 sind die Wärmeleitfähigkeiten der Elektronen in Richtung parallel und senkrecht zum Magnetfeld B , und sie gelten in einem vollionisierten Plasma, das nur aus Elektronen und Ionen der Ladung Z besteht. n_e und T_e sind die Elektronen-Dichte und -Temperatur, m_e ist die Elektronenmasse, τ_e die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen zwischen Elektronen und anderen Teilchen (Ionen im vollionisierten Plasma) und ω_e ist die Umlauffrequenz eines Elektrons im homogenen Magnetfeld (Zyklotronfrequenz)

$$\omega_e = \frac{eB}{m_e}$$

mit e als Elektronenladung. Die Koeffizienten γ_0 , γ_0' , γ_1' , δ_1 , δ_0 sind alle Funktionen des Ionisierungsgrads Z [13].

Es werden zwei verschiedene Wärmeleitfähigkeiten verwendet, weil die Ladungsträger im Magnetfeld gezwungen sind, schraubenförmige Bahnen um die Feldlinien zu beschreiben, d.h., ihre Bewegung senkrecht zu den Feldlinien ist behindert, sie bleibt aber ungestört in Richtung parallel zum Feld. Daraus folgt, daß nur die rechtwinklige Wärmeleitfähigkeit vom Magnetfeld abhängt (der Term $\omega_e \tau_e$ in der Gl. 2.6), und die parallele Wärmeleitfähigkeit denselben Wert hat, wie im Plasma ohne Feld.

Die Betrachtungen über die Wärmeleitfähigkeit der Elektronen im Plasma gelten auch für alle anderen geladenen Teilchen, wobei in den Formeln Masse, Dichte, Temperatur, Stoßhäufigkeit und Zyklotronfrequenz entsprechend dem Teilchen abgeändert werden müssen.

Kapitel 3

Magnetohydrodynamische Vorgänge

Am Anfang des Verdampfungsprozesses bildet das verdampfte Material vor den Divertorplatten ein Gasschild mit niedriger Temperatur und hoher Dichte. Das Gas hat einen sehr niedrigen Ionisierungsgrad und breitet sich deshalb unbeeinflusst vom Magnetfeld aus. Die Aufheizung durch das auftreffende SOL-Plasma erhöht den mittleren Ionisierungsgrad, und das Magnetfeld beeinflusst die Expansion des ionisierten Gases (Plasmaschild). Zur Analyse des Einflusses des Magnetfeldes auf die Plasmaschildsausbreitung muß ein Gleichungssystem gelöst werden, das die Bewegung des ionisierten Gases, das Magnetfeldverhalten und ihre Wechselwirkung beschreibt. Im allgemeinen ist ein solches Gleichungssystem ziemlich kompliziert. Es kann vereinfacht werden, wenn das verdampfte Material makroskopisch als eine elektrisch quasineutrale Zusammensetzung mehrerer sich gegenseitig durchdringender Kontinua (des Atom- des Ionen- und des Elektronen-Kontinuums) betrachtet wird. Damit werden Ionen und Elektronen, die Kreisbahnen um die Magnetfeldlinien beschreiben, nicht als einzelne Teilchen berücksichtigt (MHD-Modell). Die makroskopische elektrische Quasineutralität heißt, daß die Konzentration der positiven und negativen Ladungen im Medium nahezu gleich ist¹

$$\bar{Z}n_i - n_e \ll n_e$$

mit \bar{Z} als dem mittleren Ionisierungsgrad des Gases, n_i und n_e der Ionen- und Elektronen-Dichte. Im Plasma bleiben eventuelle Abweichungen von der Neutralität auf ein Gebiet (Debye-Kugel) beschränkt, das sehr klein im Vergleich zur Plasmaausdehnung ist [1].

Das MHD-Gleichungssystem besteht aus den Erhaltungsgleichungen für Masse,

¹Im Folgenden wird $Zn_i = n_e$ angenommen.

Impuls und Energie²[13]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho \vec{u} = -\nabla \cdot \overline{\overline{P}} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\epsilon_i + \frac{1}{2} u^2 \right) + \frac{B^2}{2\mu_0} \right] + \nabla \cdot \left[\rho \vec{u} \left(\epsilon_i + \frac{1}{2} u^2 \right) + \overline{\overline{P}} \cdot \vec{u} + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \right] = \dot{S} \quad (3.3)$$

Nach Gl. 3.1, in der \vec{u} die makroskopische Geschwindigkeit des Mediums ist, ändert sich die Massendichte ρ in einem Volumenelement nur als Folge eines Unterschiedes zwischen der ankommenden und abgehenden Massenströmung. Im Drucktensor $\overline{\overline{P}}$ (Gl. 3.2) entsprechen die nicht-diagonalen Glieder der Viskosität, und die diagonalen Glieder dem Druck p des Plasmas. Dies wird als ein isotropes ideales Gas betrachtet

$$p = n_i k (T_i + \overline{Z} T_e)$$

mit Elektronen- und Ionentemperaturen T_e und T_i in Kelvin, und der Boltzmann Konstante k . Im folgenden werden die Effekte der Viskosität vernachlässigt [14], und nur die diagonalen Glieder $p_{xx} = p_{yy} = p_{zz} = p$ verwendet. Das Vektorprodukt zwischen der magnetischen Induktion \vec{B} und der Stromdichte \vec{J} entspricht dem magnetischen Druck, der zusammen mit dem Plasmadruck auf das Plasmavolumenelement wirkt. Gl. 3.3 bezieht sich auf die Erhaltung der Energie im Plasma. Die totale Energiedichte des Plasmas besteht aus interner (Wärmebewegung) Energie $\rho \epsilon_i$, kinetischer Energie der makroskopischen Plasmaschildausbreitung $\left(\frac{1}{2} \rho u^2\right)$ und elektromagnetischer Energie $\left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right)$ mit μ_0 als der magnetischen Permeabilität des Vakuums. In einem Volumenelement wird die Änderungsrate der totalen Energie durch die Energieflüsse (interne, kinetische und elektromagnetische Energie), die mechanische Arbeit des Drucks und die Wärmequellen \dot{S} (Wärmeleitung, Strahlungstransport, Energieabgabe der ankommenden Plasma-Teilchen) bestimmt. Die interne Energiedichte wird aus der thermischen Bewegung der Teilchen bestimmt.

²Auf eine Herleitung wird dabei verzichtet. Diese ist an vielen Stellen in der Literatur nachzulesen, z.B. in Braginskii [13] oder Krall and Trivelpiece [14], wo die zugrundeliegenden Annahmen des MHD-Modelles ausführlich beschrieben werden.

$$\rho \epsilon_i = \frac{3}{2} n_i k (T_i + Z T_e)$$

Ausdrücke für die Stromdichte \vec{J} , die magnetische Induktion \vec{B} und das elektrische Feld \vec{E} werden aus den Maxwell'schen Gleichungen und dem Ohm'schen Gesetz abgeleitet

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (3.6)$$

$$\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad (3.7)$$

In Gl. 3.7 (Ohm'sches Gesetz) ist η der spezifische elektrische Widerstand. Das Ohm'sche Gesetz wird mit den üblichen Vereinfachungen verwendet [14], wobei auch der thermoelektrische Effekt, wichtig für $\beta \gtrsim 1^3$ [15], vernachlässigt wird. In Gl. 3.6 (Ampere'sches Gesetz) ist der Verschiebungsstrom nicht berücksichtigt, weil ein quasi-stationärer Prozeß angenommen wird.

Aus den oben dargestellten Maxwell'schen Gleichungen ergibt sich die Magnetfeld-diffusionsgleichung (s. Anhang A.2)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{\sigma \mu_0} \right) + \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (3.8)$$

Die zwei Prozesse Diffusion und Konvektion bestimmen die Wechselwirkung zwischen dem Magnetfeld und dem sich ausbreitenden Plasmaschild. Bei einer kleinen spezifischen elektrischen Leitfähigkeit (σ)-dominiert die Diffusion des Feldes, während die Konvektion im Fall eines elektrisch gut leitenden Gases (hohe σ) überwiegt.

³ $\beta = \frac{p}{\frac{B^2}{2\mu_0}}$ ist das Verhältnis zwischen dem thermischen und dem magnetischen Druck im Plasmaschild.

3.1 1 ½ -dimensionale MHD Modell

In Abb. 3.1 werden die auf den Divertor treffenden Magnetfeldlinien der Scrape-off Layerschicht schematisch dargestellt. Im kartesischen Koordinatensystem entspricht die z -Achse der toroidalen Richtung. Die Ausbreitung des ionisierten Materials findet vorwiegend entlang der Magnetfeldlinien statt, deshalb hat die Ausbreitungsgeschwindigkeit zwei Hauptkomponenten, nämlich entlang der x - und der z -Achse.

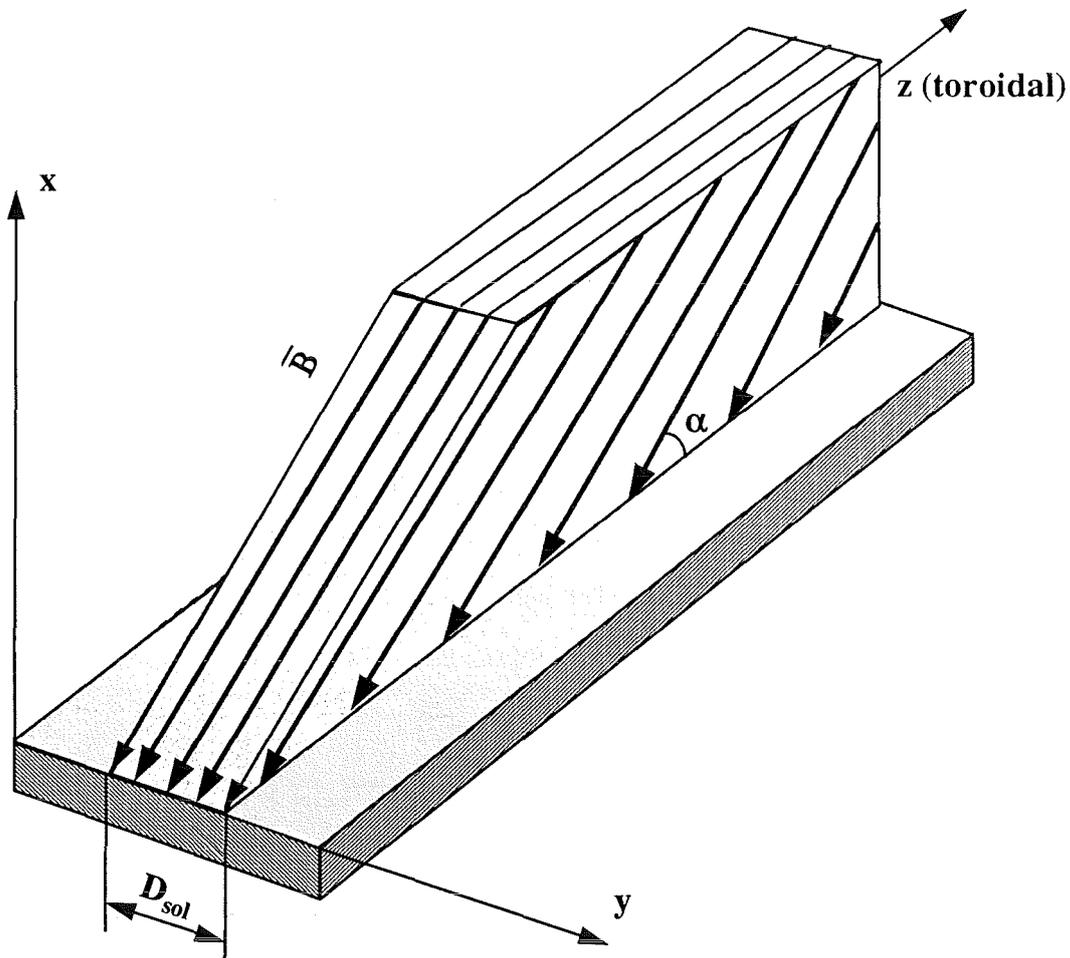


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der auf den Divertor treffenden SOL-Magnetfeldlinien

Zur Untersuchung der Expansion des Plasmaschildes wurde ein $1\frac{1}{2}$ -dimensionales Modell verwendet, bei dem die physikalischen Vorgänge in einem Schnitt des Plasmaschildes betrachtet werden, der senkrecht zum Divertor und parallel zur toroidalen Richtung ist (Abb. 3.2).

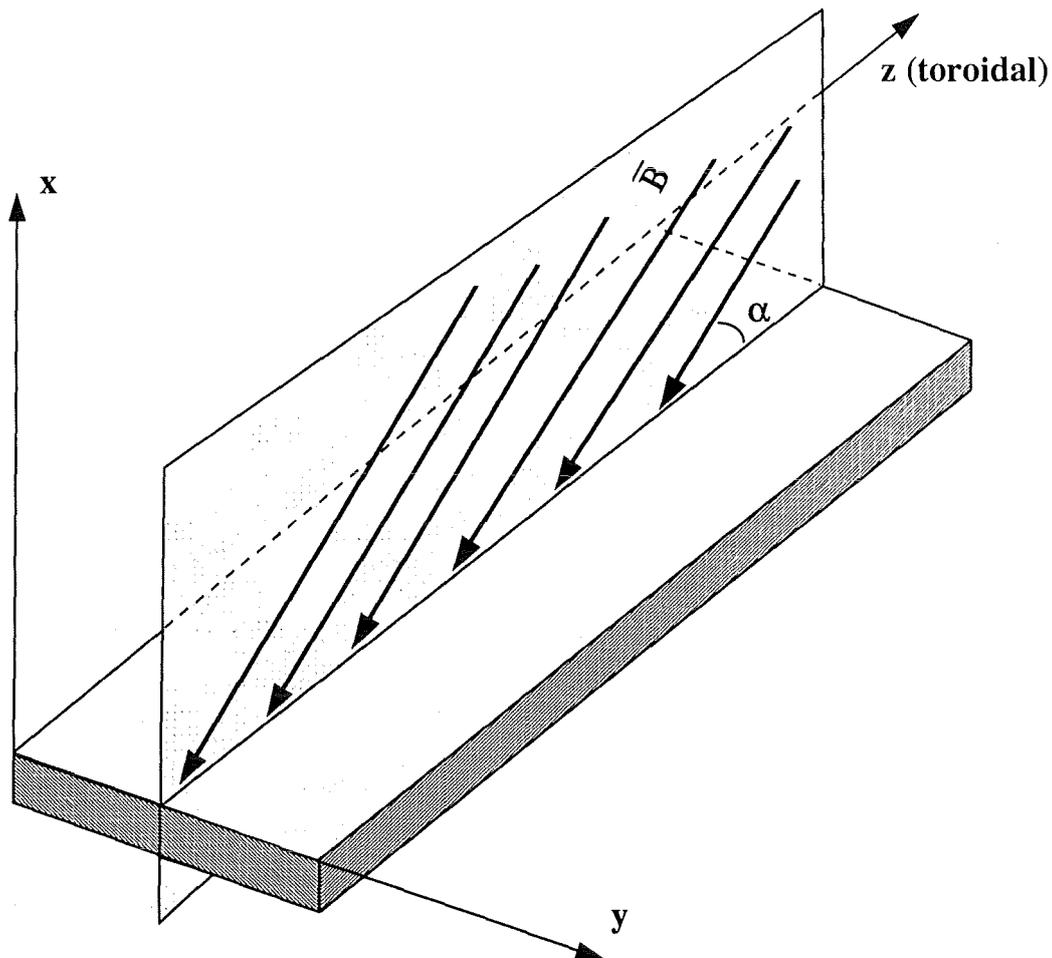


Abbildung 3.2: Untersuchter Divertor-Bereich

In Abb. 3.3 wird der untersuchte 2-dimensionale Schnitt dargestellt. Q_{\parallel} ist die Leistungsdichte, die parallel zu den Feldlinien den Divertor erreicht. In dem verdampften Material sind die Feldlinien wegen der Ausbreitung des Plasmaschildes verformt.

In der $1\frac{1}{2}$ -D Modellierung ändern sich die physikalischen Größen in y- und z-

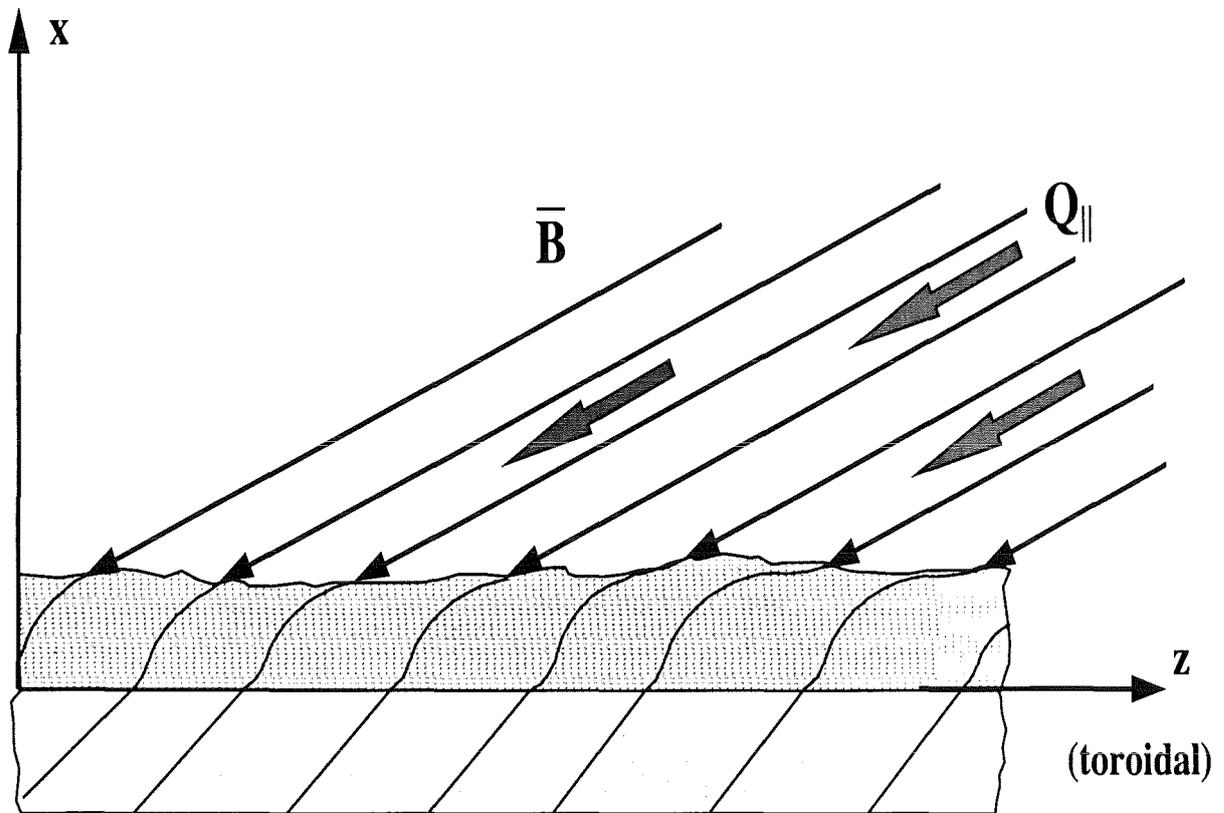


Abbildung 3.3: 2-dimensionale Darstellung des Divertors mit dem Schutzschild

Richtung nicht, und nur entlang der x -Achse können Gradienten entstehen. Es wird angenommen, daß das Magnetfeld keine Komponente in y -Richtung (B_y) hat, d.h., es bleibt während der ganzen Expansion des Plasmaschildes in der x - z Ebene. In der Praxis beträgt die Breite der Scrape-off Layer in der Divertor-Kammer 3 - 4 cm (3.1), und das verdampfte Material kann durch die Feldlinien in y -richtung (s. Abb. 1.6) diffundieren. Diese Massenverluste werden in dem $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen Modell nicht berücksichtigt, insofern wird $u_y = 0$ angenommen.

Mit den oben beschriebenen Annahmen

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

$$u_y = 0$$

$$B_y = 0$$

ergibt sich aus Gl. 3.2, Gl. 3.8 und den Maxwell Gleichungen das in FOREV-1 implementierte Gleichungssystem⁴(s. Anhang A)

$$\rho \frac{du_x}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \quad (3.9)$$

$$\rho \frac{du_z}{dt} = \frac{B_x}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (u_x B_z - u_z B_x) \quad (3.11)$$

$$B_x = B_0 \sin \alpha \quad (3.12)$$

Die Terme u_x , u_z , B_x und B_z sind die Komponenten in x- und z-Richtung der Ausbreitungsgeschwindigkeit und des Magnetfeldes. In Gl. 3.12 sind B_0 und α die Werte des Magnetfeldes und der Neigungswinkel der Feldlinien zu den Divertorplatten am Anfang der Wechselwirkung zwischen dem SOL-Plasma und der Divertoroberfläche. Während des Plasmaschildausbreitung bleibt B_x zeitlich und räumlich konstant bei seinem Anfangswert.

Der Poynting Vektor in der Energieerhaltungsgleichung (Gl. 3.3)

$$\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

ist durch das Ohm'sche und das Ampere'sche Gesetz gegeben. Seine Divergenz ist

$$\nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{B_z}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \frac{B_z (u_z B_x - u_x B_z)}{\mu_0} \right]$$

⁴ $\frac{d\vec{F}}{dt} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{F}$, wobei \vec{F} die totale Zeitableitung einer allgemeinen Funktion von Zeit und Raum ist

Analog zur Wärmeleitfähigkeit gibt es eine senkrechte elektrische Leitfähigkeit

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} \quad (3.13)$$

wegen der Bewegung des Plasmas längs der Magnetfeldlinien, die kleiner ist als die parallele elektrische Leitfähigkeit ist

$$\sigma_{\parallel} = K_z \sigma_{\perp} \quad (3.14)$$

In Gl. 3.14 ist der Koeffizient K_z eine Funktion des mittleren Ionisierungsgrads, der sich zwischen 1.96 (Fall mit $\bar{Z} = 1$) und 3.45 (Fall mit $\bar{Z} > 4$) ändert [13]. In der Magnetfelddiffusionsgleichung (Gl. 3.11) wurde eine isotrope $\sigma = \sigma_{\perp}$ angenommen.

Zur Lösung von Gl. 3.11 wird am äußeren Rand des Plasmaschildes das ungestörte Anfangsmagnetfeld B_0 angenommen, und an der Divertoroberfläche ist

$$\left(\vec{E} \times \vec{n} \right)_{Plasma} = \left(\vec{E} \times \vec{n} \right)_{Divertor} \quad (3.15)$$

mit \vec{n} als Einheitsvektor senkrecht zur Oberfläche (in dem verwendeten Schema stimmen die n - und die x -Richtung überein). Nach Ableitung (s. Anhang A.4) ergibt sich aus Gl. 3.15

$$\left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{Plasma} = \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{Divertor}$$

Für die Berechnung des Magnetfeldgradienten im Festkörper wird die Länge Δx verwendet, in der das diffundierende Magnetfeld den ungestörten Anfangswert B_0 erreicht

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\Delta t}{\mu_0 \sigma_{Divertor}}}$$

wobei Δt ein angenommener Zeitabstand und $\sigma_{Divertor}$ die elektrische Leitfähigkeit des Divertors ist.

Wenn die ankommenden Plasma-Ionen in der Wolke abgebremst werden, findet eine Impulsübertragung statt, die gegen die Ausbreitung des verdampften Materials wirkt.

Das Phänomen ist bei Ionen bedeutender als bei auftreffenden Elektronen, weil die Ionen eine viel kleinere Eindringtiefe als die Elektronen haben. Der Impuls q_b eines SOL-Plasma-Ions der Masse m_b , das auf die Wolke auftrifft, ist

$$q_b = m_b u_b$$

mit u_b als der Ionengeschwindigkeit,

$$u_b = \sqrt{\frac{2E_b}{m_b}}$$

und E_b als seiner Energie. Der gesamte Impuls eines Ionenflusses Φ pro Zeit- und Flächeneinheit ist

$$Q_b = \Phi m_b u_b$$

und

$$\Delta Q_b = \Phi \sqrt{2m_b} \Delta \left(\sqrt{E_b} \right)$$

ist der Impuls, der auf das verdampfte Material pro Zeit- und Flächeneinheit übertragen wird. Die durch die Impulsübertragung verursachte Änderung der Plasmaschild-Ausbreitungsgeschwindigkeit Δu ist

$$\Delta u = \frac{\Delta Q_b \Delta t}{m_a n_a \Delta X}$$

mit n_a als gesamter Dichte der ionisierten und neutralen Teilchen im Plasmaschild und m_a ihrer Masse. Δt ist der in der Rechnung verwendete Zeitschritt und ΔX ist die in der 1-dimensionalen Diskretisierung betrachtete Maschenweite. In dem $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-Modell werden die zwei Komponenten von Δu_a

$$\Delta u_x = \Delta u \sin \alpha$$

$$\Delta u_z = \Delta u \cos \alpha$$

zu den Geschwindigkeitskomponenten algebraisch addiert. Der Winkel α ändert sich zeitlich und räumlich als Funktion der z -Komponent des Magnetfeldes.

$$\alpha = \arctan \frac{B_x}{B_z}$$

Nach der Energieerhaltungsbedingung entspricht die Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Änderung der Plasmatemperatur.

$$kT_{a,n} = kT_{a,o} + \frac{m_a}{3} (u_o^2 - u_n^2)$$

wobei T_a die Temperatur der ionisierten und neutralen Teilchen im Plasmaschild ist. Die unteren Indizes beziehen sich dabei entweder auf die alten Werte "o" (ohne Berücksichtigung der Impulsübertragung) , oder auf die neuen "n" (mit Impulsübertragung).

Kapitel 4

Numerische Modellierung

FOREV-1 ist ein Finitendifferenzencode, in dem der Dampfabschirmungsprozeß numerisch durch die “Large Particles” Methode von Belocerkovsky und Davidov beschrieben wird [16].

Die gesamte untersuchte Zeit wird in Zeitschritte diskretisiert, und bei jedem Zeitschritt wird die “Splitting” Methode der Physikalischen Prozesse angewandt. Dazu wird der gesamte Dampfabschirmungsvorgang als zeitliche Reihenfolge von Einzelnen physikalischen Prozessen betrachtet. In jedem Zeitschritt werden die Ergebnisse aus dem vorhergehenden Schritt als Anfangsbedingung benutzt. In Abb. 4.1 ist eine schematische Darstellung des Programmaufbaus von FOREV-1 dargestellt. Im folgenden wird der Code kurz beschrieben. Eine detaillierte Codebeschreibung findet sich in [8] und [12].

4.1 MHD Modellierung

Das MHD-Gleichungssystem wird in einem Lagrange Gitter gelöst. Die Änderung des Magnetfeldes während der Plasmaexpansion wird durch Diffusion des Feldes im Plasmaschild und die Konvektion der Magnetfeldlinien durch das Plasmaschild verursacht. Zusammen mit den Bewegungsgleichungen (Gl. 3.9 und Gl. 3.10) wird im ersten Schritt der Rechnung der Teil der Magnetfeldgleichung (Gl. 3.11) betrachtet, der die Konvektion betrifft

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u_x B_z - u_z B_x)$$

d.h. es wird eine hohe elektrische Leitfähigkeit im Plasmaschild angenommen. In diesem Fall wird das Feld als eingefroren (“frozen”) bezeichnet. Der Magnetfeldfluß

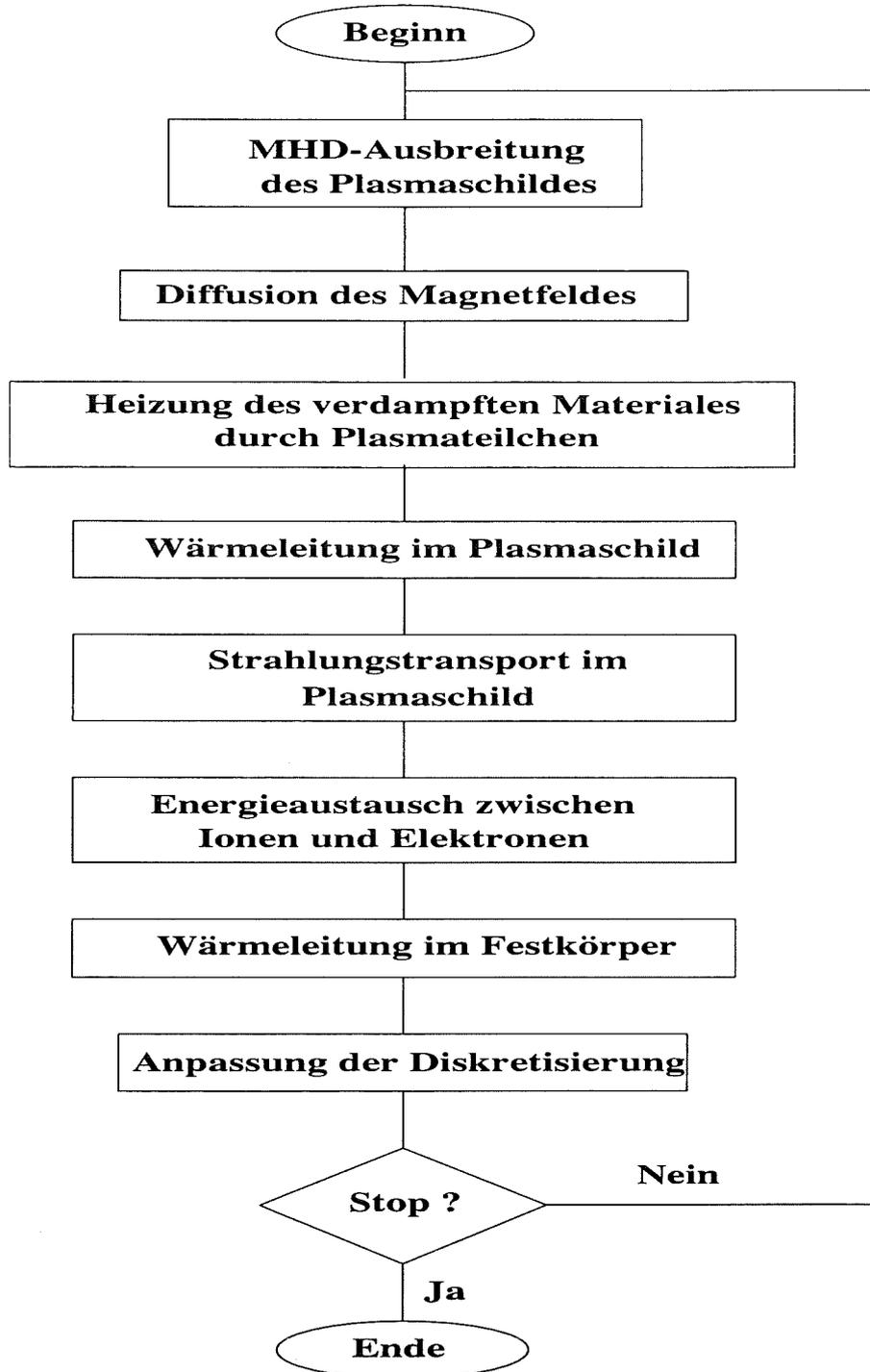


Abbildung 4.1: Der Code FOREV-1 mit den wichtigsten Prozessen in der Dampfabschirmung

im Plasmaschild ist konstant, und eine Erweiterung der Masche verursacht eine proportionale Reduzierung des Feldes.

Die berechneten Magnetfeldwerte werden danach als Anfangswerte in der Berechnung der Magnetfelddiffusion verwendet.

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right)$$

Der neue Magnetfeldwert wird dann für die Berechnung der MHD-Plasmaschildausbreitung im nächsten Zeitschritt benutzt.

4.2 Energiedeposition des SOL-Plasmas

Als nächster Schritt der Splitting Methode wird die Energiedeposition der ankommenden Ionen und Elektronen des SOL-Plasmas betrachtet. Die Energiedepositionsvorgänge im Plasmaschild und im Target sind schon in Kap.2 beschrieben worden.

In Abhängigkeit von der Energie der auftreffenden Plasmaionen werden in FOREV-1 zwei verschiedene physikalische Modelle zur Berechnung ihrer Energieverluste durch Wechselwirkungen mit gebundenen Elektronen verwendet: das Bethe Modell für hochenergetische Ionen, und das LSS Modell (Linhard, Scharf, Schiøtt) für niederenergetische Ionen. Der Grenzwert zwischen hoch- und niederenergetischen Ionen ist gegeben als

$$E_{max} = 17 A_b \frac{Z_p^2}{Z_p - \bar{Z}} \quad (keV) \quad (4.1)$$

Er ist eine Funktion der Atommasse der auftreffenden Ionen (A_b), der Ordnungszahl (Z_p) und des Ionisationsmittelwertes (\bar{Z}) der Ionen des Plasmaschildes [8].

Die Energiedeposition der Elektronen im Plasmaschild durch Wechselwirkungen mit gebundenen (ebe) und freien Elektronen (efe) wird mittels zweier analytischer Formeln, die für senkrechtes Auftreffen gelten, modelliert [19]

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{ebe} = 1.310^{-3} (Z_p - \bar{Z}) \frac{N_s}{E_s} \ln \left(1830 \frac{E_s}{Z_p} \right) \quad (4.2)$$

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{efe} = 1.310^{-3} \bar{Z} \frac{N_s}{E_s} \ln \left(3810 \sqrt{\frac{E_s T_s}{N_s \bar{Z}}} \right) \quad (4.3)$$

wobei N_s und T_s die normierte Dichte und Temperatur im Plasmaschild sind, und E_s die normierte Energie der ankommenden Elektronen. Die Normierungsfaktoren sind 10^{18}cm^{-3} für die Dichte, 1eV für die Temperatur und 10keV für die Energie. Dieses Modell beschreibt recht gut die Reichweite der Elektronen aber es berücksichtigt nicht die Diffusionsprozesse, die im letzten Teil der Reichweite, wo die kinetische Energie niedrig ist, die Energiedeposition bestimmen. Deshalb wird zunächst die Reichweite mittels der oberen Formeln berechnet, und dann wird diese in einem zusätzlichen analytischen Modell verwendet, um die richtige Energiedeposition zu berechnen¹[20].

Der Einfluß des Auftreffwinkel α auf die Energiedeposition sowohl der Ionen als auch der Elektronen, wurde durch den Faktor $\sin \alpha$ berücksichtigt. Insofern ist das Bremsvermögen des Plasmaschildes für einen geneigt ankommenden Strahl

$$\frac{dE(\alpha)}{dx} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{dE(90^\circ)}{dx}$$

wobei $\frac{dE(90^\circ)}{dx}$ das Bremsvermögen für senkrecht Auftreffen des SOL-Plasmastrahls ist.

In dem Programm können die SOL-Plasmateilchen monoenergetisch oder mit Maxwellverteilter Energie sein. Numerisch wird die Maxwell'sche Energieverteilung durch Energiegruppen modelliert. Für jede Energiegruppe wird der Energieverlust berechnet, und aus der Summe der einzelnen Energieverluste ergibt sich die gesamte Energiedeposition der Maxwellverteilten Elektronen im verdampften Material.

4.3 Strahlungstransport

Der Strahlungstransport wird mit der "Forward-Reverse" Methode mit Multigruppenopazitäten berechnet [18]. Die Photonen, die isotrop emittiert werden, werden in zwei Strahlrichtungen zusammengefaßt. Sie sind beide parallel zu der x -Achse. Eine zeigt zum Divertor (im Programm wird es konventionell als "reverse" Fluß bezeichnet), und die andere ("forward" Fluß) ins Zentralplasma. Im Vergleich mit anderen Methoden, die, z.B., eine grössere Anzahl von Strahlen verwenden, ist der Vorteil der "Forward-Reverse" Methode seine Einfachheit und seine Rechenleistungsfähigkeit. Die Verwendung von Multigruppenopazitäten erlaubt

¹Montecarlo Rechnungen der Energiedeposition für monoenergetischen Elektronen haben gezeigt, daß die verwendete Prozedur geeignet ist, die Energiedeposition der Elektronen im Plasmaschild zu beschreiben[17].

die Anwendung der Methode sowohl für optisch dicke als auch für optisch dünne Plasmen, mit expliziter Behandlung von einzelnen Spektrallinien. Zusätzlicher Vorteil ist, daß einfache Randbedingungen für den Spektralstrahlungsfluß benutzt werden können, d.h., an der Targetoberfläche gibt es keinen "forward" Fluß, und am äusseren Rand des Dampfschildes ist der "reverse" Strahlungsfluß Null. An den Maschenränden ergibt sich der Strahlungsfluß als Differenz zwischen "forward" und "reverse" Fluß. Die Multigruppenopazitäten sind in Tabellen als Funktion der Plasmadichte und der Temperatur zusammengestellt. Zur bessere Auflösung der Spektrallinien, die einen grösseren Beitrag zu dem Strahlungstransport leisten, werden optimierte Frequenzgruppen verwendet.

4.4 Energieaustausch zwischen Ionen und Elektronen

Während des gesamten Prozesses können Unterschiede zwischen der Temperatur der Ionen und der Temperatur der Elektronen entstehen. Deswegen wird der Energieaustausch zwischen Ionen und Elektronen berücksichtigt. Die ausgetauschte Wärme ΔQ ist [13]

$$\Delta Q = \frac{3m_e n_e}{m_i \tau_e} (T_e - T_i)$$

mit der üblichen Bedeutung der Terme. Im verdampften Material wird eine Maxwell'sche Verteilung für Ionen und Elektronen angenommen. Der Term τ_e ist, wie schon erwähnt, die Relaxationszeit der Elektronen. Er ist eine Funktion des Ionisierungsgrads, der Elektronentemperatur und -Dichte, und berücksichtigt sowohl die Stöße zwischen Elektronen und Ionen als auch zwischen Elektronen und Neutralteilchen [13]

$$\frac{1}{\tau_e} = \left(\frac{1}{\tau_{ei}} + \frac{1}{\tau_{en}} \right)$$

4.5 Wärmeleitung im Divertor

Bei metallischen Divertoren tritt Schmelzen auf. Die Schmelzfrontausbreitung als Funktion des Materiales und der deponierten Energie wird in der Wärmeleitungsgleichung berücksichtigt. Der Einfluß der Schmelzfrontausbreitung auf die Temperaturverteilung im Target nimmt für wachsende Wärmeleitfähigkeit des

Divertormaterialies ab, weil im gut leitenden Material der Temperaturgradient niedrig ist und mit ihm auch die Wirkung der Divertordickeänderung.

4.6 Anpassung der Diskretisierung

Nach der Berechnung der Wärmeleitung im Festkörper und vor dem Start des neuen Rechenschrittes wird die Diskretisierung sowohl im Target als auch in dem Plasmaschild wiederaufgebaut. Zweck des Wiederaufbaus ist die Verwendung einer optimalen Diskretisierung in der Rechnung. Im Frühstadium der Rechnung wird die Tiefe des zu berücksichtigenden Festkörpermateriale der Eindringtiefe der ankommenden Teilchen angepaßt. Zum Beispiel für Ionen wird die Ioneneindringtiefe ($\approx 0.1\mu m$) im Festkörper als Anfangsmaschenweite verwendet (s. Kap. 2.1). Anschließend wird die Maschenweite im Feststoff geändert, um den Temperaturgradient zu glätten. Im verdampften Material wird eine Maschenweitenoptimierung durchgeführt, damit die Eindringtiefe der Ionen immer durch mehrere Maschenelemente diskretisiert wird. Darüberhinaus ist die Maschendichte in Bereichen mit höheren Temperatur- und Dichtegradienten größer.

Kapitel 5

Validierung des Codes FOREV-1

Um die in FOREV-1 verwendeten Modelle zu validieren, werden Experimente nachgerechnet, in denen man die Verhältnisse bei Disruptionen und großen ELMs in ITER zu simulieren versucht. Die Leistungsdichten auf die plasmanahen Komponenten (PFC) in den vorhandenen Tokamaks sind zu niedrig für ITER-typische Versuche [26], deswegen wird das Problem der quantitativen Bestimmung der Divertorplattenerosion in speziellen Anlagen untersucht, in denen Graphittargets mit intensiven Elektronen- oder Plasmastrahlen bestrahlt werden. In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse aus solchen Anlagen mit denen aus FOREV-1 Rechnungen verglichen. Am Ende des Kapitels werden die Algorithmen des $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-Modelles durch Ähnlichkeitanalyse getestet, denn zum Testen des MHD-Teils des Codes sind bisher keine geeigneten Experimente vorhanden.

5.1 Experimente mit hochenergetischen Elektronen

Simulationsexperimente mit monoenergetischen Elektronen wurden in der Vakuumdiodenanlage SOM [27] durchgeführt. Die charakteristischen Energien der Elektronen bei diesen Experimenten sind zwischen 60 keV und 150 keV, mit einer Pulsdauer bis 200 μs und Energiedichten bis 450 J/cm^2 (Leistungsdichte am Target $\sim 2 MW/cm^2$) [12]. Wegen ihrer hohen Energien können die Elektronen tief in das Graphittarget eindringen, und ihre Energie auf ein großes Volumen übertragen. Wegen der niedrigen Leistungsdichte und des tiefen Eindringens der Elektronen ist die Prallplattenheizung langsam, und bevor es zur Verdampfung und zum Aufbau der Dampfabschirmung kommt, vergehen mehrere Zehn μs , in denen kein Schutzmechanismus für das Target wirkt. Die Resultate aus solchen

Experimenten können benutzt werden, um die theoretischen Modelle in FOREV-1, die nicht von dem Dampfschild abhängen, zu testen, dies sind die Berechnung der Elektronenenergieübertragung und der Wärmeleitung im Festmaterial. In den durchgeführten Experimenten, in denen die Elektronen mit Potentialen von 80 kV, 100 kV und 110 kV beschleunigt worden sind, startet die Erosion bei einem Energiedichtewert von $\sim 160 \text{ J/cm}^2$ am Target (d.h., nach $\sim 80 \mu\text{s}$), und diese Schwelle entspricht der Energiedichte, die im Feststoff durch Wärmeleitung abtransportiert werden kann. Zum Vergleich sind Berechnungen mit FOREV-1 für 100 keV monoenergetische Elektronen der Leistungsdichte 2 MW/cm^2 (Abb. 5.1 zeigt die Targetleistungsdichte als Funktion der Zeit), und für zwei verschiedenen Graphitsublimationswärmern, nämlich 23 kJ/g und 59 kJ/g durchgeführt worden. Der erste Wert entspricht einer dreiatomigen Verdampfung [28] und der zweite Wert gilt für monoatomaren Graphitdampf [29]. Nach $70 \mu\text{s}$ ist die Dampfabschirmung aufgebaut und die Leistungsdichte reduziert sich stetig. Ein ähnliches Verhalten ergibt sich, wenn die Sublimationswärme 59 kJ/g beträgt. In Abb. 5.2 werden die berechneten (mit 23 kJ/g und 59 kJ/g sublimationswärme) und experimentellen Erosionswerten verglichen. Beide Kurven aus FOREV-1 reproduzieren die zeitliche Verschiebung beim Start der Erosion, und die gemessenen Erosionswerte liegen zwischen den mit beiden Sublimationsenthalpien berechneten Werten. Nach $215 \mu\text{s}$ beträgt die Erosion $33 \mu\text{m}$, für die Sublimationsenthalpie 23 kJ/g und $19 \mu\text{m}$ für 59 kJ/g. Dies ist zu vergleichen mit dem experimentellen Wert von $25 \mu\text{m}$. Innerhalb der Unsicherheiten in der Bestimmung der Sublimationswärme, die von den im Dampf vorkommenden Graphitmolekülarten (C_1, C_2, \dots, C_n) abhängt [29], bestätigt die gute Übereinstimmung zwischen Experimenten und Rechnungen die Modellierung der Wärmeleitung und der Elektronenenergieabgabe im Feststoff.

5.2 Experimente mit Plasmastrahlen

Experimente mit Plasmastrahlen wurden an der 2MK-200 Anlage durchgeführt. In dieser Anlage steht eine Energiedichte von 200 J/cm^2 für eine Zeit $\Delta t \leq 20 \mu\text{s}$ zur Verfügung [30]. Der Plasmastrahl besteht aus Deuteronen und Elektronen, deren Temperatur zeitabhängig ist. Abb. 5.3 zeigt die gemessenen Temperaturen für beide Teilchen. Am Anfang beträgt die Deuteronentemperatur $T_i \sim 650 \text{ eV}$, und die Elektronentemperatur $T_e \sim 120 \text{ eV}$. Die zwei Kurven, die die experimentellen Werte interpolieren, wurden als Eingabe für die Rechnungen mit FOREV-1 verwendet. Die Dichte des ankommenden Plasmas ist $n \leq 2 \cdot 10^{16} \text{ 1/cm}^3$ [12]. Im Vergleich

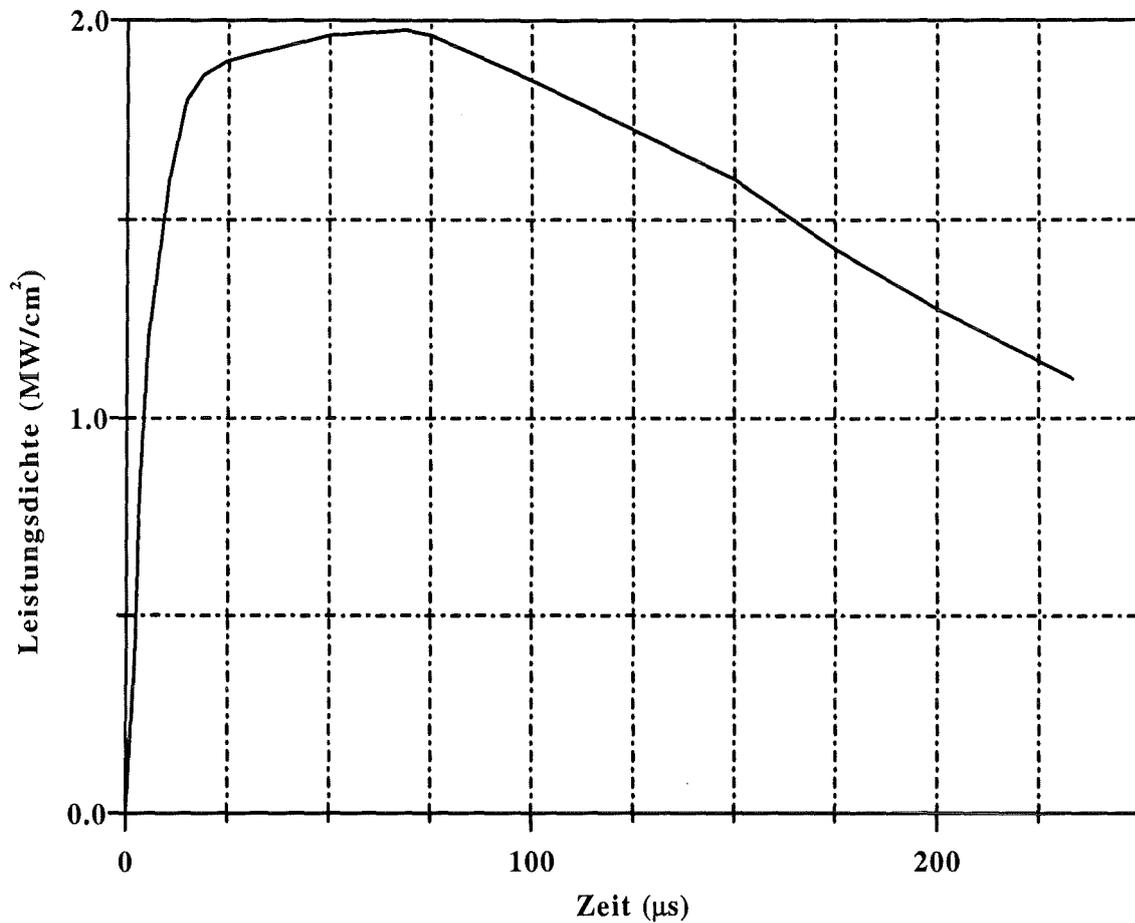


Abbildung 5.1: Berechnete Targetleistungsdichte an der SOM Anlage

zu der Dauer einer Plasmadisruption ($t > 100 \mu s$) ist die Schußdauer kurz, und auch die Plasmatemperatur ist nicht ITER-typisch. Das Magnetfeld ist senkrecht zum Target, weil mit einem geneigten Target die Leistungsdichte zu niedrig wäre. Daraus folgt, daß sich der aus dem verdampften Targetmaterial gebildete Plasmaschild entlang den Magnetfeldlinien ausbreitet, ohne durch das Magnetfeld beeinflusst zu werden. Insofern kann die Anlage nicht verwendet werden, um MHD-Effekte des Plasmaschildes zu studieren. Aber es können Experimente durchgeführt werden, um die Wechselwirkungen zwischen Disruptionsplasma und Target am Anfang einer Disruption zu untersuchen, wenn die Ionisierung niedrig ist und das Magnetfeld

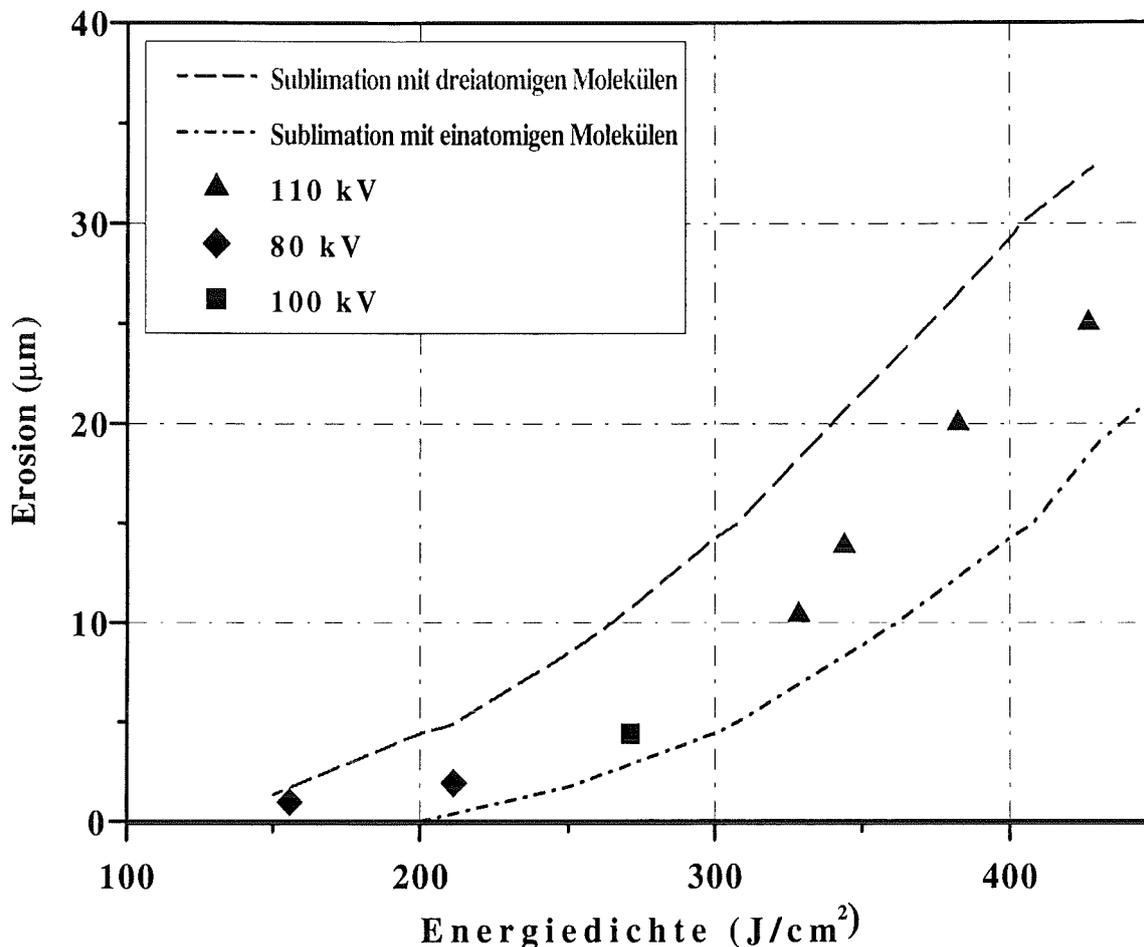


Abbildung 5.2: Gemessene und berechnete Erosion von Graphittargets bei den SOM-Experimenten

in der Ausbreitung praktisch keine Rolle spielt. Die Resultate dieser Experimente wurden mit FOREV-1 Rechnungen verglichen. In den Rechnungen entspricht die totale Energiedichte, die das Target erreicht, dem experimentellen Wert 200 J/cm^2 . In Abb. 5.4 sind gemessene und berechnete Plasmaelektronendichte verglichen, und Abb. 5.5 zeigt die Änderung der Plasmatemperatur mit der Zeit (der Abstand vom Target beträgt 3 cm). Die Ergebnisse aus Experiment und Rechnung stimmen recht gut überein. Abb. 5.6 und 5.7 zeigen die berechneten Verteilungen von Elektronendichte und Plasmatemperatur nach $10 \mu\text{s}$ in einem Bereich von 10 cm vor dem Target zusammen

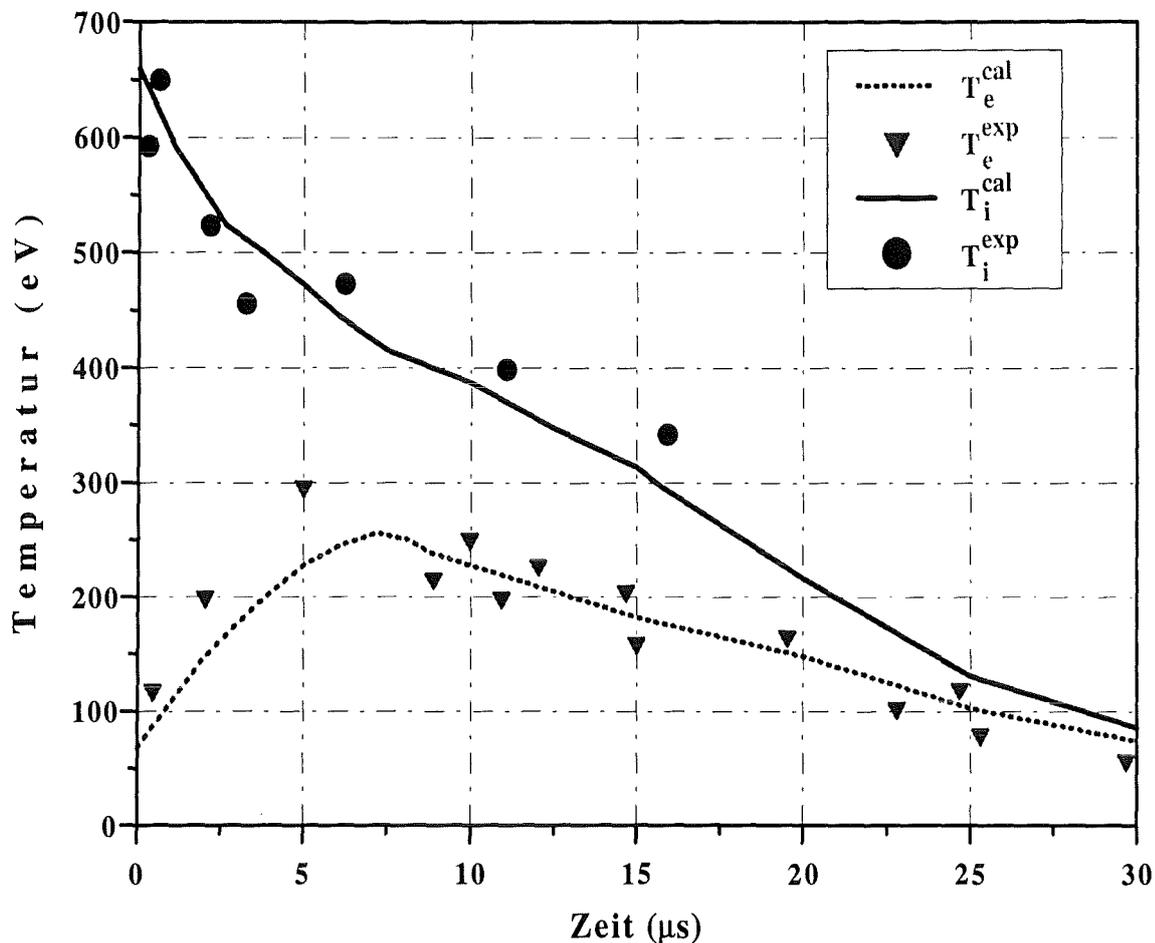


Abbildung 5.3: In der 2MK-200 Anlage gemessene Temperaturen der auftreffenden Plasmateilchen (Deuteronen und Elektronen). Die interpolierenden Kurven wurden als Eingabe der FOREV-1 Rechnungen verwendet.

mit den Resultaten aus 2MK-200. Auch hier ergibt sich eine gute Übereinstimmung. Aus dem Vergleich ergibt sich, daß die Modelle der Plasmaausbreitung und des Energietransportes im Dampfschild geeignet sind, die Wechselwirkung zwischen ankommendem Plasma und verdampftem Material zu untersuchen.

Das Phänomen der Dampfabschirmung mit seinen wichtigsten Vorgängen, die bei einer ITER-Disruption oder bei großen ELMs am Divertor stattfinden, wurden auch in diesen Experimenten beobachtet, obwohl die Eigenschaften der Plasmastrahlen nicht ITER-

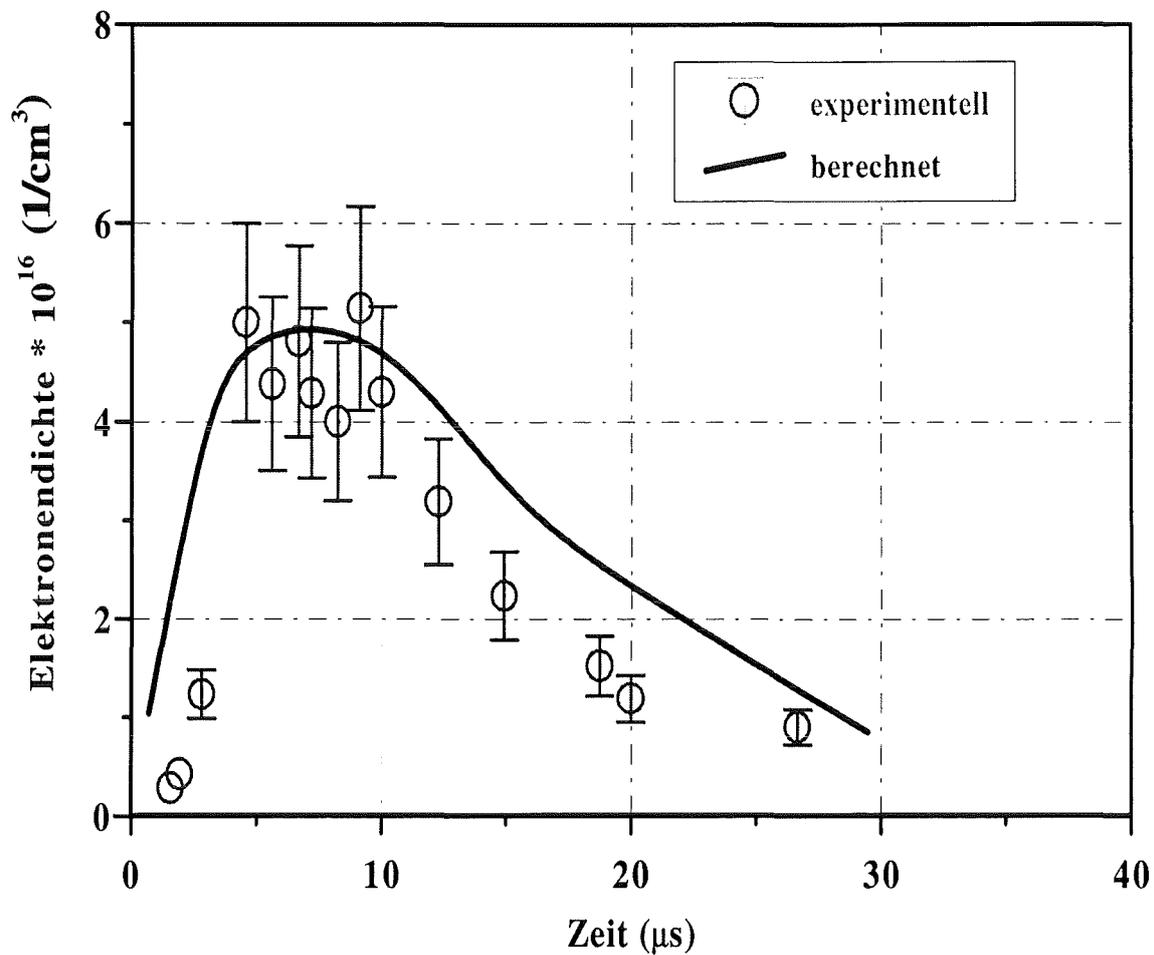


Abbildung 5.4: In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Elektronendichte im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Zeit (der Abstand vom Target ist 3 cm).

typisch waren, wurden sie von FOREV-1 gut beschrieben. Die gemessenen Erosionen sind in diesen Betrachtungen nicht berücksichtigt worden, denn sie sind viel kleiner als die im ITER-Fall auftretenden Erosionswerte.

5.3 Selbstähnlichkeitsanalyse

Wegen des Mangels an experimentellen Daten wurde, im Hinblick auf die Validierung der in FOREV-1 angewendeten Algorithmen und Prozeduren, eine analytische

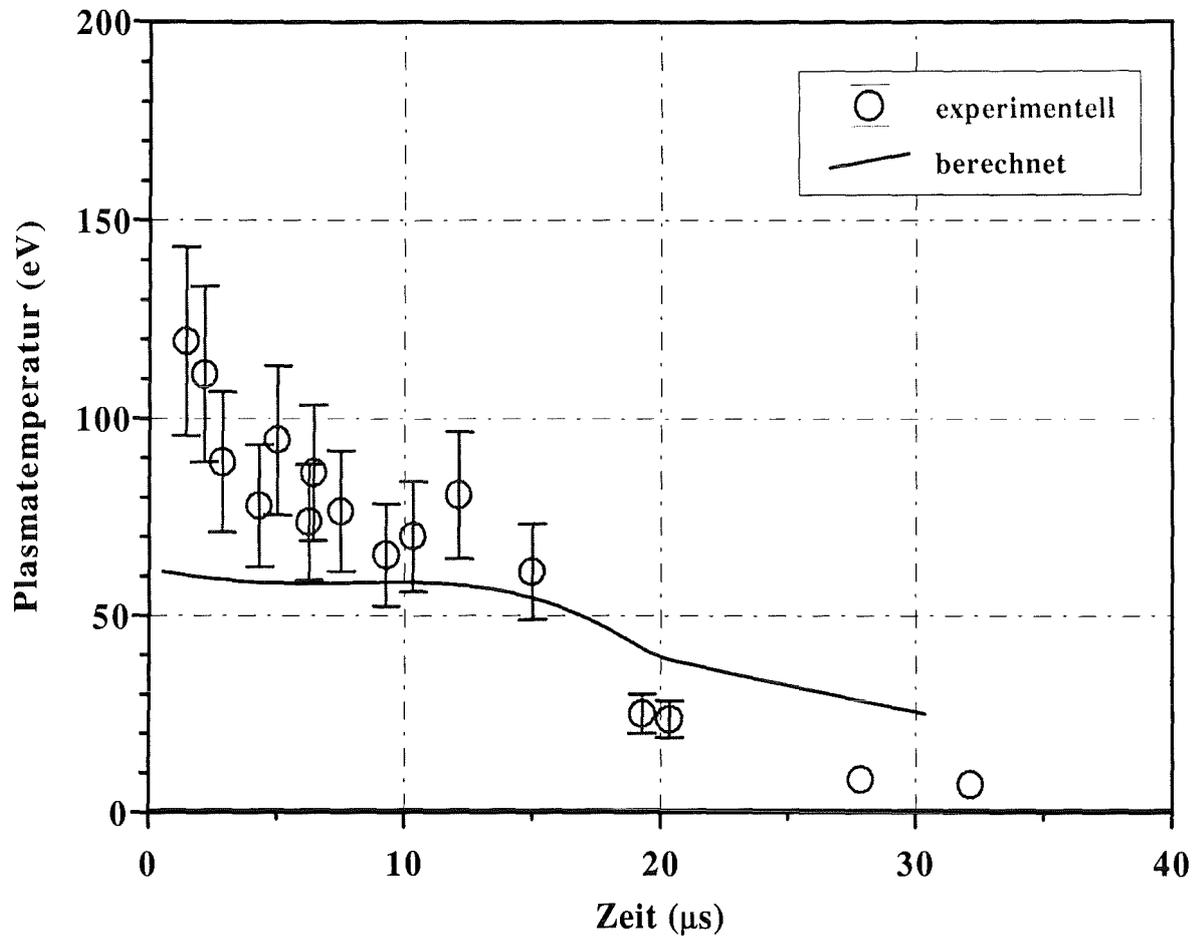


Abbildung 5.5: In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Temperaturen im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Zeit (der Abstand vom Target ist 3 cm).

selbstähnliche Lösung des $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-Gleichungssystems abgeleitet. Es wurden die für die MHD-Expansion des Kohlenstoff-Plasmas bedeutenden Größen, Magnetfeld und Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet und mit den Resultaten aus FOREV-1 verglichen. In dieser Näherung wird das verdampfte Material als ideale Flüssigkeit angenommen, in der kein Dissipationsprozeß stattfindet. Die im $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-Modell verwendeten Erhaltungsgleichungen für Masse- und Impuls (s. Anhang A)

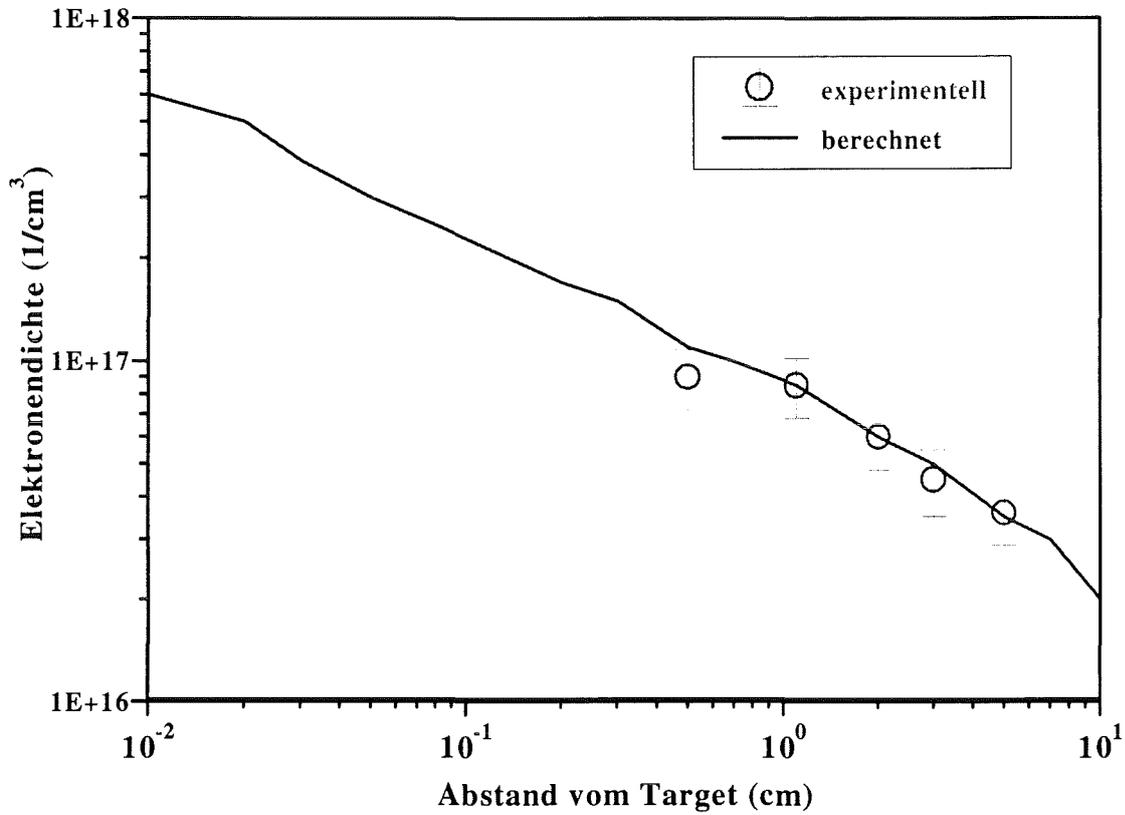


Abbildung 5.6: In der 2MK-200 Anlage gemessene und berechnete Elektronendichten im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Entfernung vom Target nach $10 \mu\text{s}$ vom Anfang der Verdampfung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x^2 + p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} \right) = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \rho u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x u_z - \frac{B_x B_z}{\mu_0} \right) = 0 \quad (5.3)$$

werden zusammen mit der Magnetfelddiffusionsgleichung

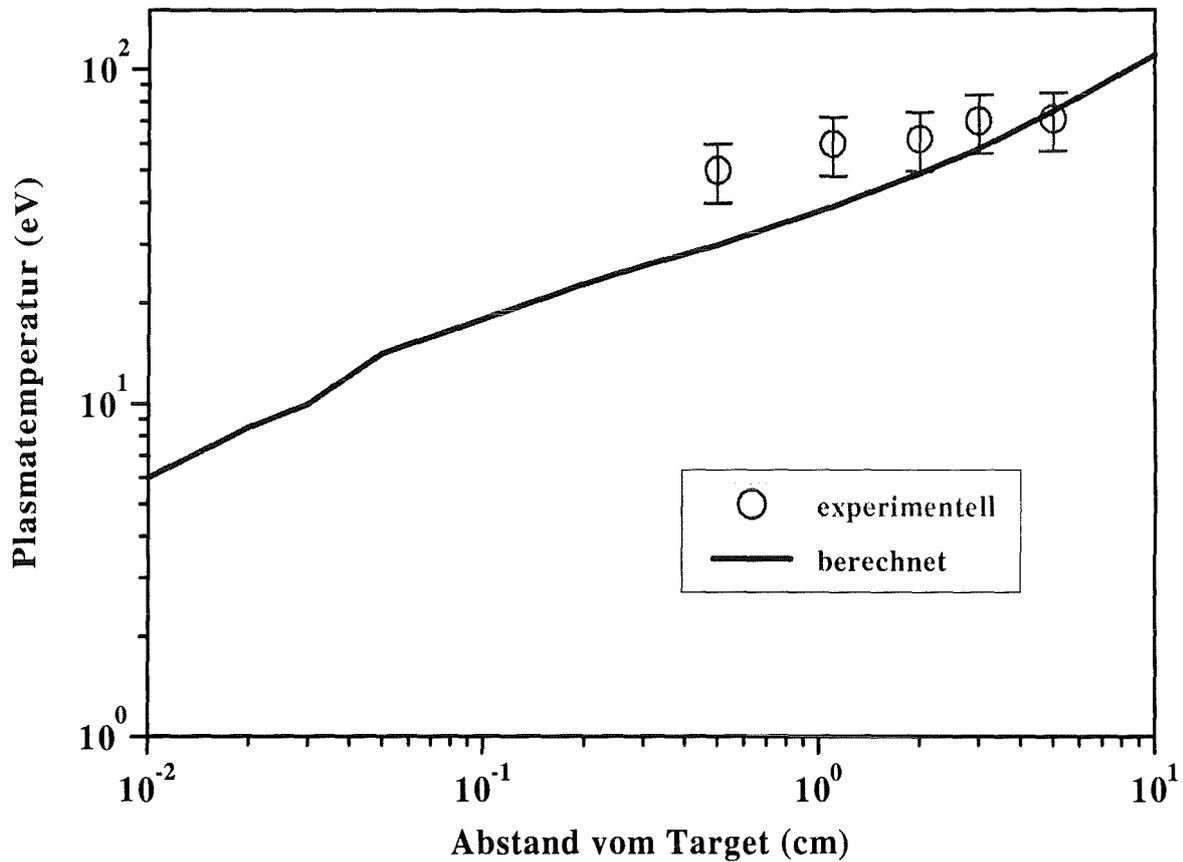


Abbildung 5.7: Gemessene und berechnete Plasmatemperaturen im Kohlenstoff-Plasma als Funktion der Entfernung vom Target nach $10 \mu s$ vom Anfang der Verdampfung

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (u_x B_z - u_z B_x) \quad (5.4)$$

gelöst. In Gl. 5.4 bestimmt die Konvektion die Änderung des Magnetfeldes, weil die Annahme einer idealen Flüssigkeit bedeutet, daß die elektrische Leitfähigkeit σ beliebig groß sein kann ($\sigma \rightarrow \infty$), und es keine Diffusion des Magnetfeldes im ideal leitenden Plasma (eingefrorenes Magnetfeld) gibt. Die Wärmebilanzgleichung ohne Dissipationsvorgänge lautet [13]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_x \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma p \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (5.5)$$

wobei γ der Adiabatenindex ist. Die fünf Gleichungen (Gl. 5.1 - 5.4 und 5.5) können, wie folgt umgeschrieben werden (s. Anhang B)

$$\frac{du_x}{d\hat{\rho}} = -\frac{c}{\hat{\rho}} \quad (5.6)$$

$$-c^2 + c_s^2 + \frac{c_{Az}^2}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} = 0 \quad (5.7)$$

$$c\hat{\rho} \frac{du_z}{d\hat{\rho}} = \hat{B}_x k_0 \frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} \quad (5.8)$$

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \left(\frac{1}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} \right) \quad (5.9)$$

$$\frac{d\hat{p}}{d\hat{\rho}} = \frac{\gamma\hat{p}}{\hat{\rho}} \quad (5.10)$$

wobei Dichte, Druck und Magnetfeld auf die im Kohlenstoff-Plasma maximalen Werte normiert wurden

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\hat{p} = \frac{p}{p_0}$$

$$\hat{B}_z = \frac{B_z}{B_0}$$

$$\hat{B}_x = \frac{B_x}{B_0}$$

Dichte und Druck haben ihre maximalen Werte nahe der Divertoroberfläche. Das Magnetfeld hat sein Maximum am Plasmaaßenrand. Zur Lösung der Gleichungen wird ein stationärer Zustand angenommen ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), und die Ableitungen nach x werden in Ableitungen nach ρ geändert; c ist eine Funktion von Dichte, Druck und Magnetfeld in der Wolke, von deren Maximalwerten hängt die Konstante k_0 ab.

$$c_{Ax} = \sqrt{\frac{B_x^2}{\rho\mu_0}}$$

$$c_{Az} = \sqrt{\frac{B_z^2}{\rho\mu_0}}$$

sind die Alfvén-Geschwindigkeit in x - und z -Richtung und

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

ist die Schallgeschwindigkeit. Das normierte Magnetfeld \hat{B}_z wird direkt durch Gl. 5.9 berechnet, und die zum Divertor senkrechte Ausbreitungsgeschwindigkeit durch Gl. 5.6. Für diese Berechnungen wird die übliche Dichteverteilung, die man in einem stationären Zustand aus FOREV-1 erhält, als Eingabe verwendet. Als Randbedingung wird angenommen, daß das Magnetfeld nahe der Divertoroberfläche Null ist, und $u_x = c$ gilt (s. Fußnote 1 in Anhang B). Für die Rechnung wurden in FOREV-1 alle Dissipationsprozesse ausgeschaltet. Da vor dem Divertor $\beta = 1$ angenommen wird, ergibt sich bei einem Magnetfeld von 5 T, daß verdampftes Material der Temperatur 0.31 eV und der Dichte $\sim 2 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ ständig vorhanden sein muß. In den Betrachtungen wurde eine Leistungsdichte auf den Prallplatten angenommen, die die Erfüllung einer solchen Bedingung erlaubt. Für den Vergleich werden die Resultaten einer Rechnung für einen stationären Zustand verwendet. In Abb. 5.8 sind die normierten Werte der Dichte (Kurve 1), der Ausbreitungsgeschwindigkeit senkrecht zum Target (Kurve 2) und des Magnetfeldes (Kurve 3), als Funktion des normierten Abstands vom Divertor dargestellt. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und numerischen Ergebnissen zeigt, daß die in dem Code eingesetzten Algorithmen und Prozeduren geeignet sind das Problem der Expansion des Plasmaschildes im geeigneten Magnetfeld zu beschreiben.

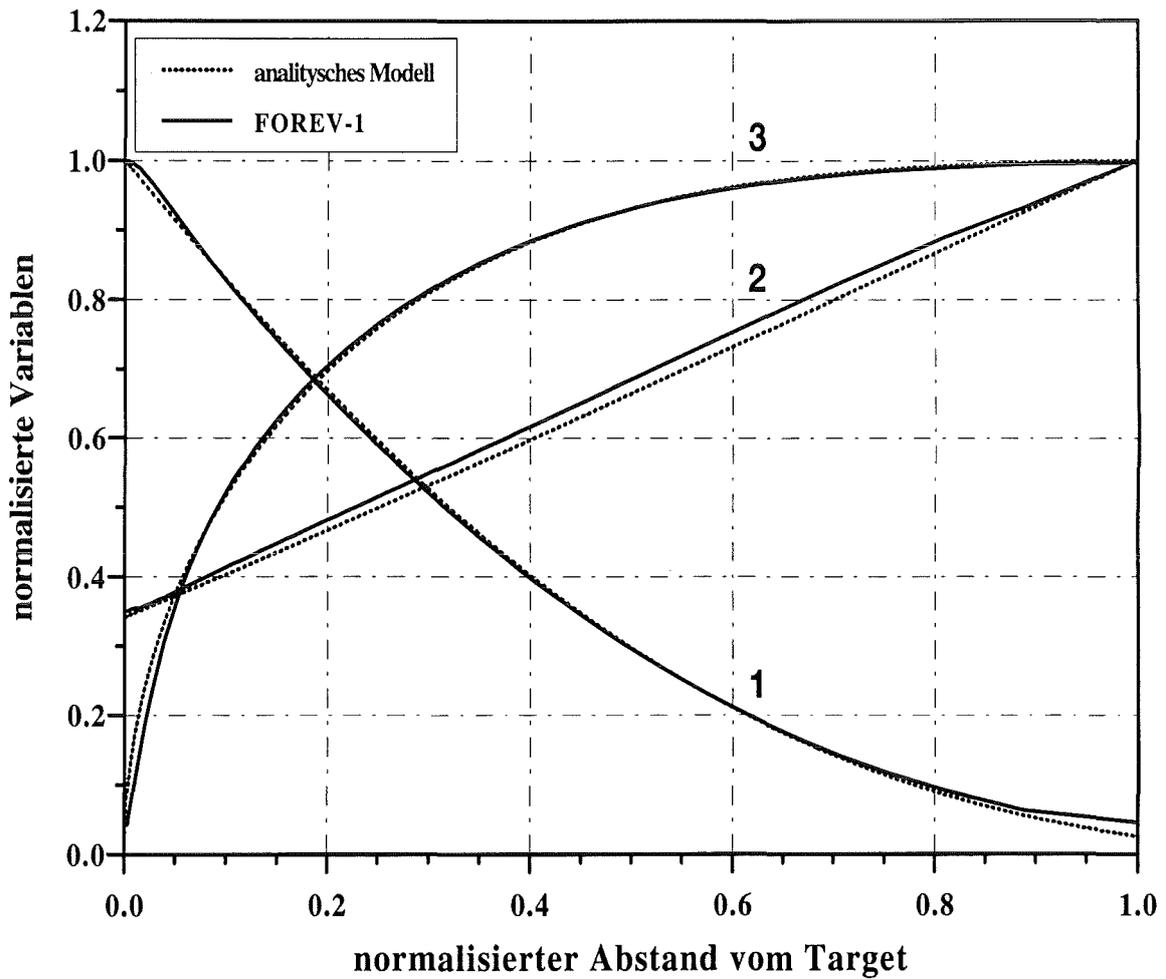


Abbildung 5.8: Vergleich der Resultate aus FOREV-1 und aus dem analytischen Modell für einen stationären Zustand. Kurve 1 bezieht sich auf die Dichte, Kurve 2 auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit und Kurve 3 auf das Magnetfeld.

Kapitel 6

Untersuchungen zum ITER-Divertor

Das Strahlungsmagnetohydrodynamik Programm FOREV-1 mit dem 1 ½-D MHD Modell wurde zur Berechnung der Divertorerosion während einer ITER-Disruption verwendet. Die Dampfabschirmung wurde berücksichtigt. Das auftreffende Plasma besteht aus Wasserstoff-Ionen und Elektronen. Ionen und Elektronen haben beide eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung mit gleicher Temperatur $T_i = T_e$. Wegen der Quasineutralität des Plasmas¹ gilt für die Teilchendichten $n_i = n_e$. Da die Elektronen eine höhere Geschwindigkeit haben als die Ionen würde das SOL-Plasma an Elektronen verarmen. Dies wird durch eine elektrische Spannung in der Grenzschicht zwischen dem SOL-Plasma und den Divertorplatten verhindert. Die positive Aufladung des SOL-Plasmas gegenüber den Divertorplatten beschleunigt die Ionen und bremst die Elektronen. Damit findet eine Energieübertragung von den Elektronen auf die Ionen statt [31]. Der Vorgang wurde in den Rechnungen pauschal berücksichtigt, in dem die gesamte Leistungsdichte gleichmäßig zwischen den beiden Teilchensorten verteilt wurde². Prinzipiell tragen die Ionen, wegen ihrer kleinen Reichweite, deutlich weniger zur Erosion bei als die Elektronen. Aus diesem Grund wird in den Rechnungen auf eine genaue Modellierung der Ionenenergieverteilung verzichtet. Es wird angenommen, daß monoenergetische Ionen auf die Divertorplatten treffen. Für die Elektronen wird eine maxwell'sche Verteilung verwendet.

Wie schon erwähnt (s. Kapitel 4.2), wird die Leistungsdichte-Verteilung der Elektronen mit mehreren Energiegruppen dargestellt. Abb. 6.1 zeigt zwei Leistungsdichteverteilungen mit 32 und 256 Energiegruppen. Im Fall von 32

¹die Verunreinigungsdichte im Plasma wurde vernachlässigt

²Genauere Berechnungen zum "sheath potential" zeigen, daß die gleichmäßige Verteilung der Leistungsdichte eine gute Annahme ist [32]

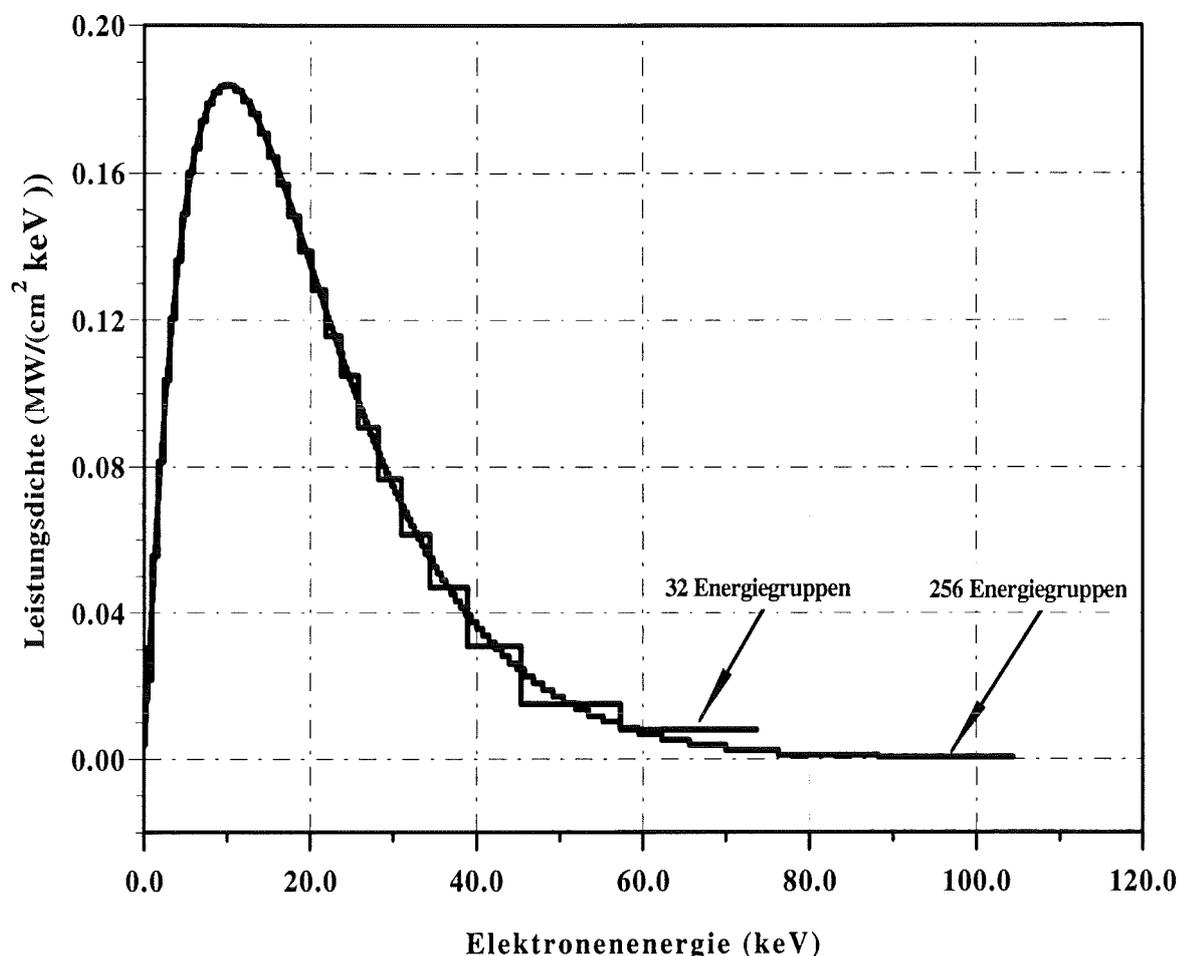


Abbildung 6.1: In FOREV-1 Rechnungen verwendete Maxwell'sche Leistungsdichteverteilung für Elektronen der Temperatur 10 keV (Modellierung durch 32 und 256 Energiegruppen). Totale Leistungsdichte 5 MW/cm^2 .

Energiegruppen trägt die letzte Gruppe (66 keV mittlere Energie) mit $\sim 2.6 \%$ zu der gesamten Leistungsdichte bei. Im Fall von 256 Energiegruppen werden zwei zusätzliche Gruppen berücksichtigt, mit 82 keV und mit 96 keV mittlerer Energie. Ihr Beitrag zu der gesamten Leistungsdichte ist kleiner als 2%. Ein Vergleich der Energiedeposition für 32 und 256 Gruppen ergab nur minimale Unterschiede. Deshalb wurden in allen Rechnungen jeweils 32 Energiegruppen verwendet. Damit wird eine ausreichend genaue Beschreibung der Energiedeposition auch für die hochenergetischen Elektronen der

maxwell'schen Leistungsdichteverteilung (Energie bis 100 keV) mit relativ niedrigen Rechenzeiten erreicht.

Die angenommene totale Leistungsdichte beträgt 10 MW/cm^2 , und die Teilchen treffen auf die Divertorplatten unter dem Winkel

$$\alpha = \arctan\left(\frac{B_x}{B_z}\right)$$

(s. Abb. 3.3). Am Anfang des Prozesses, solange das Magnetfeld noch ungestört ist, erhält man

$$\alpha = \arctan 0.1$$

weil für ITER $B_z = 5 \text{ T}$ und $B_x = 0.5 \text{ T}$ vorgesehen sind. Im $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD Modell ist α auch der Winkel zwischen dem Ausbreitungsgeschwindigkeitvektor und der Divertoroberfläche. Durch eine Rechnung mit dem Magnetfeld parallel zum Divertor wurde der Einfluß des Neigungswinkels α untersucht. Die Rechnungen wurden mit 64 Maschen im Plasmaschild und 32 Maschen im Target durchgeführt. Außerdem wurde angenommen, daß die Ionen ihre gesamte Energie an der Targetoberfläche deponieren (s. Kapitel 2.1).

Als mögliche Materialien für die Prallplatten des Divertors werden Graphit (Carbon Fiber Composite) und Beryllium in Betracht bezogen [33]. In der folgenden Tabelle sind die thermophysikalischen Daten der Materialien angegeben, die in den Rechnungen verwendet wurden.

Thermophysikalische Daten	Graphit (CFC)	Beryllium
Dichte ρ (g/cm^3)	2.0	1.75
Spezifische Wärme c_p (J/gK)	2.12	3.27
Schmelztemperatur T_m (K)	–	1566
Verdampfungstemperatur T_v (K)	3600	2745
Schmelzwärme (J/g)	–	1640
Verdampfungswärme (J/g)	23000	35900
Wärmeleitfähigkeit k_S (W/mK)	120	70
Elektrische Leitfähigkeit σ (Ωm) ⁻¹	$8.2 \cdot 10^4$	$1.7 \cdot 10^7$

Tabelle 6.1: Thermophysikalische Daten der Targetmaterialien

Die Opazitäten für den Strahlungstransport werden mit 512 Photonenfrequenzgruppen beschrieben (s. Kapitel 4.3). Die Energiegruppen sind nicht äquidistant. Damit können Linien besser beschrieben werden.

Die Verwendung von Wolfram als Divertormaterial setzt ein sehr gutes Rückhaltevermögen des Divertors voraus. Hierzu werden derzeit Versuche durchgeführt (z.B. ASDEX-UG). Über die Verwendung dieses Materiales in ITER ist noch nicht entschieden [33]. Aus diesem Grund wird Wolfram im folgenden nicht betrachtet³.

6.1 Graphit-Divertor-Platten

In Abb. 6.2 sind berechnete Resultate für einen Graphit-Divertor gezeigt. Es werden:

- ankommende SOL-Plasmaleistungsdichte (Kurve 1);
- SOL-Plasmaleistungsdichte an der Divertoroberfläche (Kurve 2);
- durch Wärmeleitung im Divertor transportierte Leistungsdichte (Kurve 3);
- Strahlungsfluß zur Divertoroberfläche (Kurve 4);
- in die Tokamakavität zurückgestrahlte Leistungsdichte (Kurve 5);
- Erosion der Divertorplatten (Kurve 6)

als Funktion der Zeit dargestellt. Die Leistungsdichte des SOL-Plasmas (Kurve 1) erhöht sich von Null auf 10 MW/cm^2 in ungefähr $0.1 \mu\text{s}$. Am Anfang der Energiedeposition geben die auftreffenden Plasma-Ionen und Elektronen ihre gesamte Energie an die Divertorplatten ab, die Platten heizen sich auf, und transportieren die Energie durch Wärmeleitfähigkeit in größere Tiefen (die Kurve 1, 2 und 3 sind deckungsgleich). Innerhalb von $0.3 \mu\text{s}$ startet die Verdampfung und die Bildung des Plasmaschildes beginnt. Ein Teil der Energie der Ionen und Elektronen des SOL-Plasmas wird im Plasmaschild deponiert. Das verdampfte Material wird aufgeheizt, und der Strahlungstransport startet (Kurven 4 und 5). Wegen der geringen Reichweite deponieren die Ionen kurz nach dem Start des Verdampfungsprozesses ihre gesamte Energie im Plasmaschild, während die Elektronen weiter die Prallplatten erreichen. In $\sim 30 \mu\text{s}$ wird die Strahlung zur dominierenden Heizungsquelle. Nach $\sim 130 \mu\text{s}$ werden auch die Elektronen voll im Plasma gestoppt (Kurve 2 wird zu Null). Nach $200 \mu\text{s}$ beträgt die Erosion $5.4 \mu\text{m}$ (Kurve 6).

³Die geringe Erosion im Fall von Wolfram-Divertor sollte die Lebensdauer der Prallplatten nicht reduzieren [8].

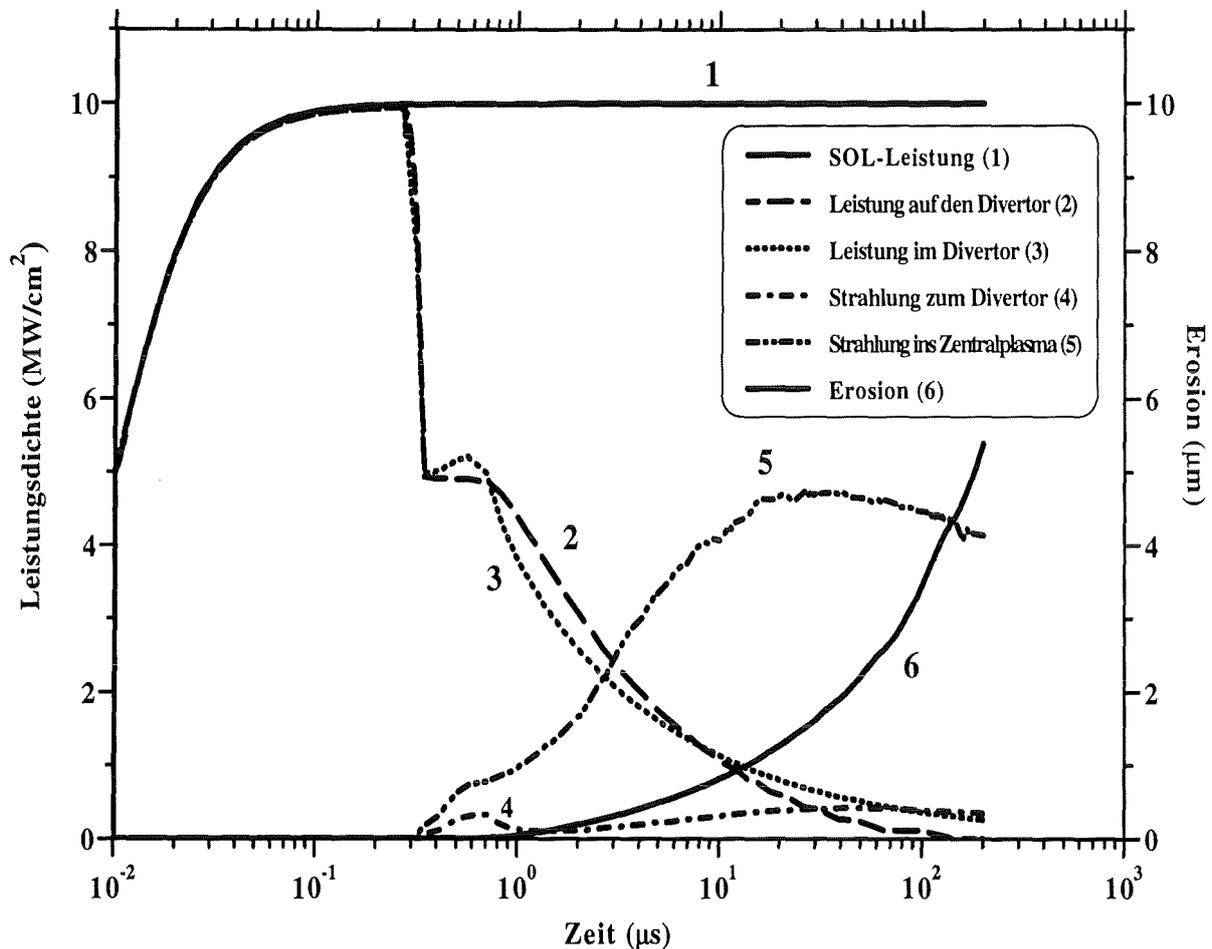


Abbildung 6.2: Leistungsichten und Erosion im Kohlenstoff-Plasmaschild als Funktion der Zeit.

In Abb. 6.3 und Abb. 6.4 sind die Dichte- und Temperaturprofile im Plasmaschild für verschiedene Zeiten dargestellt. Im Plasmaschild gibt es zwei charakteristische Bereiche, der eine, nahe der Divertoroberfläche, hat eine hohe Dichte (bis $6 \cdot 10^{19}$ Ionen/ cm^3 nach $10 \mu\text{s}$), und Temperaturen unterhalb von 3 eV , der andere weiter entfernt vom Target (Plasmakorona) hat Dichten niedriger als $2 \cdot 10^{16}$ Ionen/ cm^3 , und Temperaturen bis 739 eV . Die Übergangzone zwischen den beiden Bereichen ist nach $200 \mu\text{s}$ zwischen 10 und 20 cm von der Divertoroberfläche (s. Abb. 6.5) entfernt. Abb. 6.6 zeigt die Verteilung der Wärmeflüsse innerhalb des Plasmaschildes nach $200 \mu\text{s}$ als

Funktion des Abstands vom Target. Mit "Reverse radiation" wird der Strahlungsfluß zu den Divertor-Platten bezeichnet, während sich "Forward radiation" auf den in die Tokamakavität zurückgestrahlten Strahlungsfluß bezieht. Auch in diesem Bild ist die Übergangszone zwischen kaltem Plasma und Plasmakorona deutlich zu sehen. Die Ionen deponieren ihre Energie in die Plasmakorona, die Elektronen überwiegend in die Übergangszone. In ihr werden ungefähr 4 MW/cm^2 in Strahlung umgewandelt und durch die Plasmakorona ins Zentralplasma zurückgestrahlt ("Back-radiation"). Bei den Temperaturen und Dichten in der Plasmakorona sind die Kohlenstoffatome vollständig ionisiert und es findet weder Absorption noch Emission von Strahlung statt. Im kalten

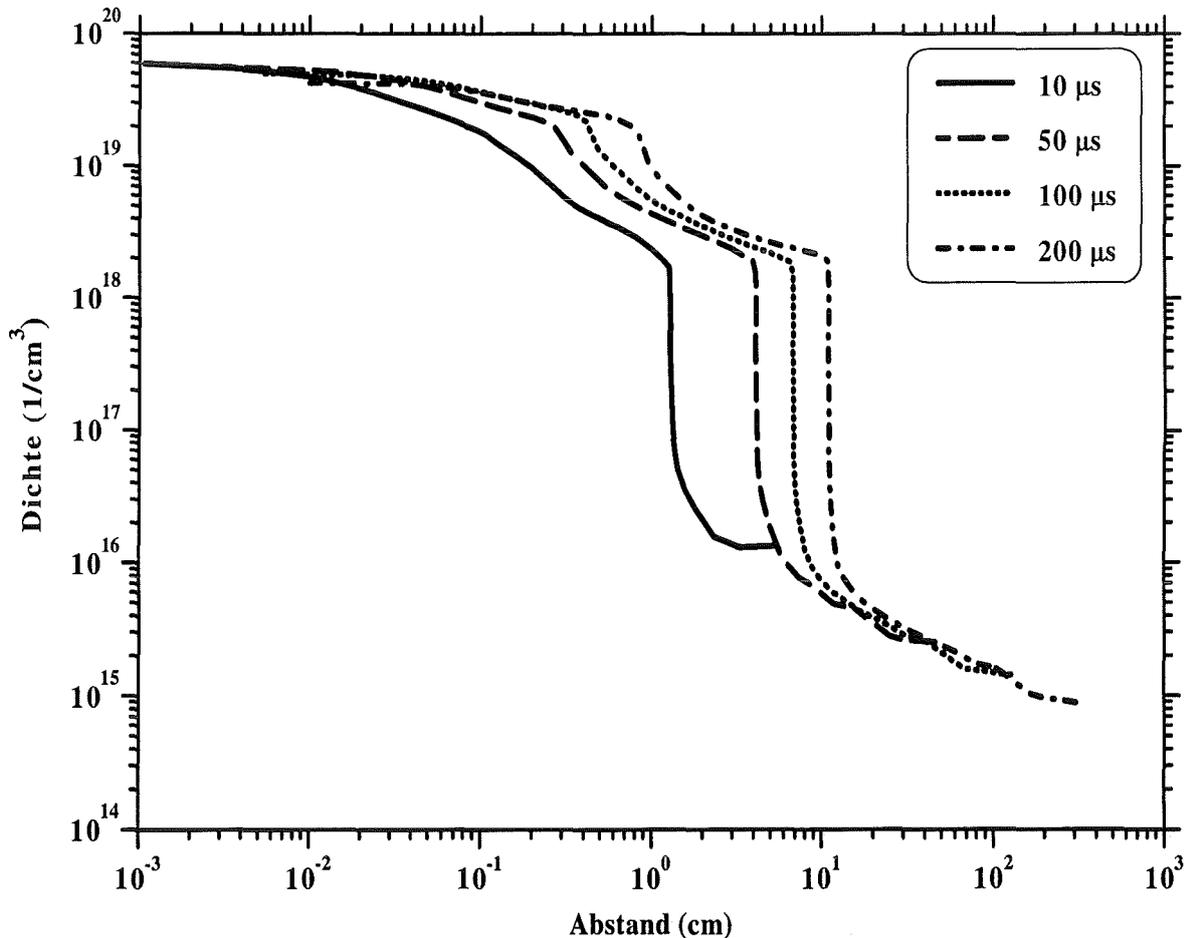


Abbildung 6.3: Dichte im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.

Plasma trägt die zum Divertor gestrahlte Leistungsdichte 0.34 MW/cm^2 , und die Wärmeleitung durch Elektronen ist praktisch null.

Im verdampften Material wird die Energie, die den Plasmaschild nicht verläßt, in Ionisation der Kohlenstoffatome, thermische Bewegungsenergie von Ionen und Elektronen, und in Energie des Ausbreitungsprozesses umgewandelt.

In Abb. 6.7 sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Plasmaschildes senkrecht (u_x) und parallel (u_z) zum Target dargestellt. Während der Ausbreitung des verdampften Materiales bleibt das Verhältnis zwischen u_z und u_x praktisch konstant

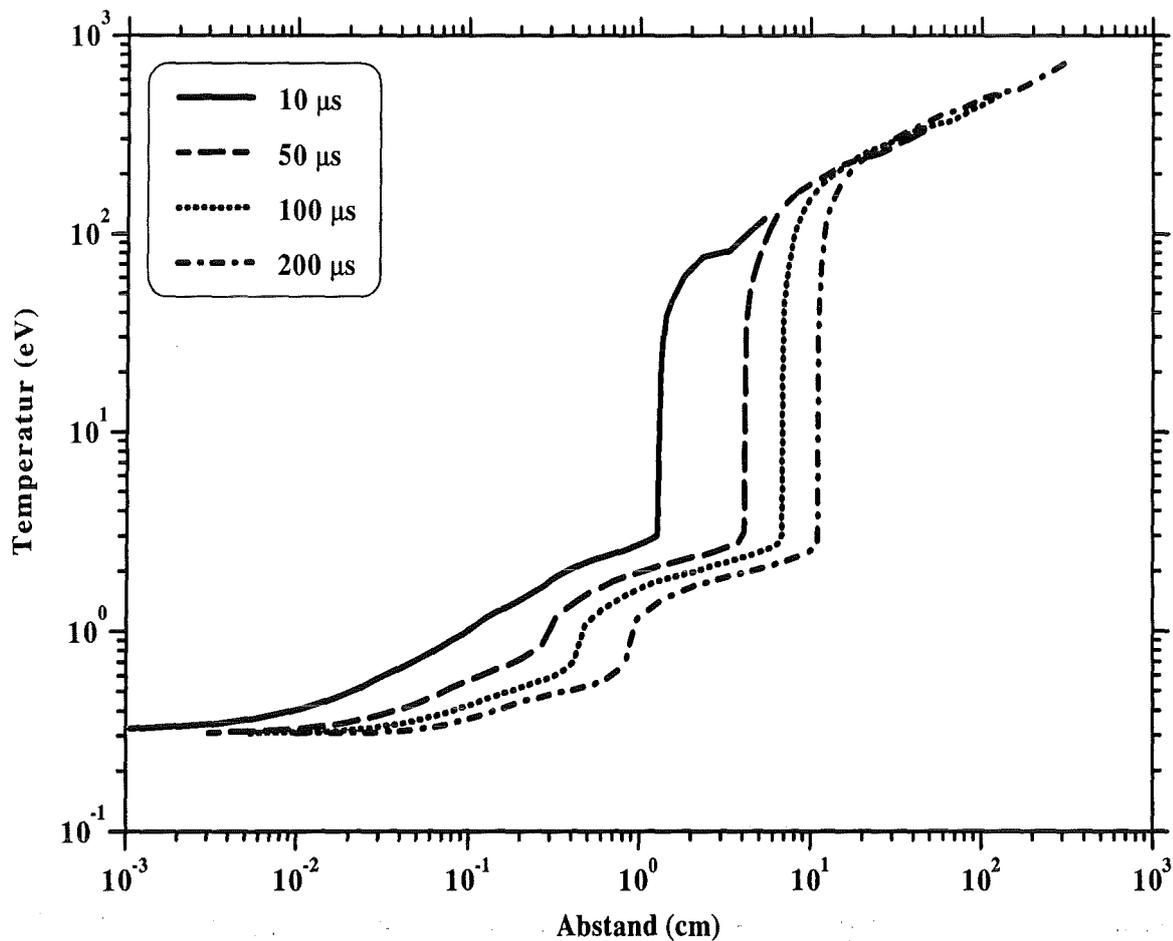


Abbildung 6.4: Temperatur im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.

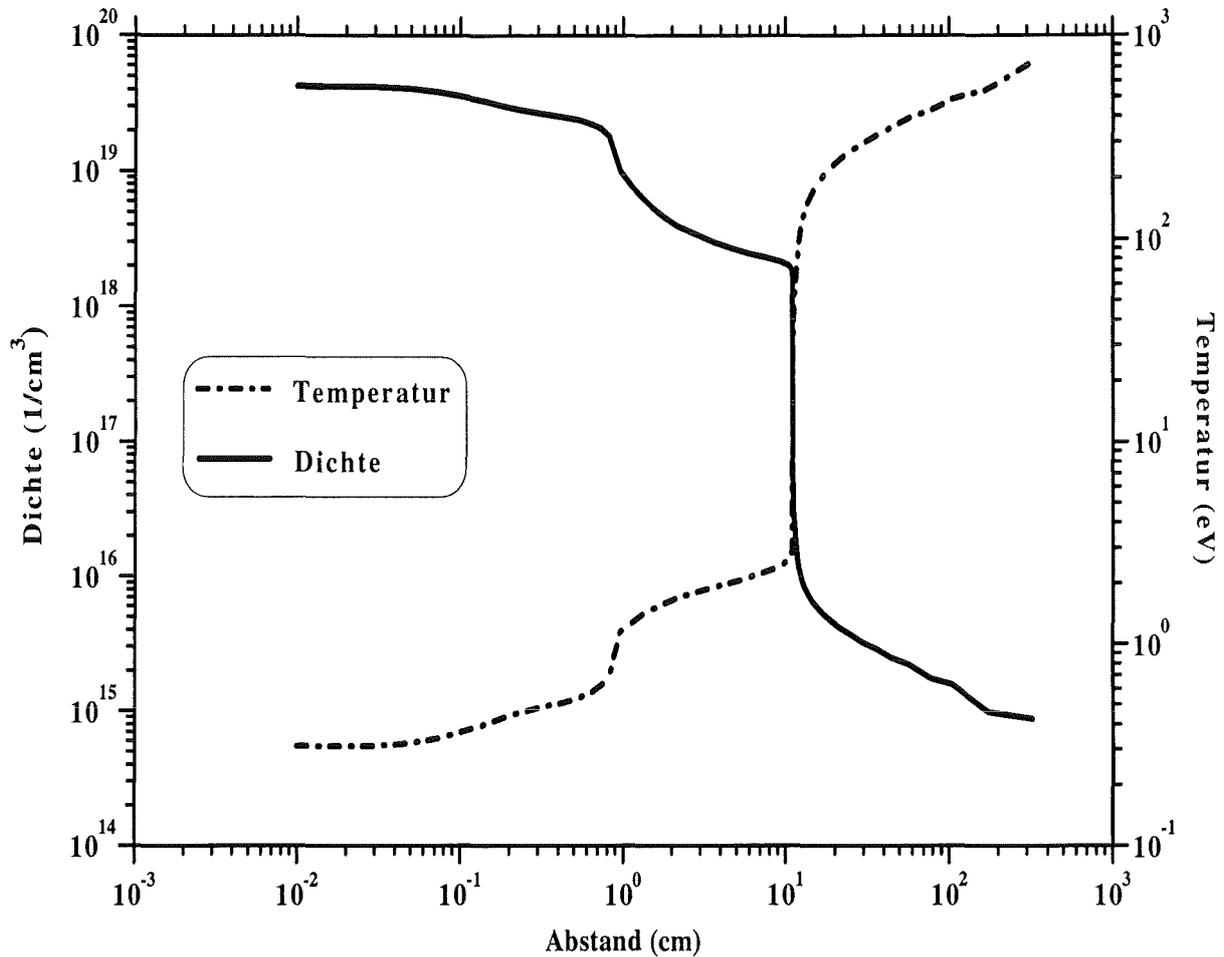


Abbildung 6.5: Temperatur und Dichte im Kohlenstoff-Plasmaschild nach $200 \mu\text{s}$.

$$u_x \approx 0.1 u_z$$

Demzufolge $\alpha \approx 5^\circ$, weil

$$u_x = u_z \tan \alpha$$

und der Plasmaschild breitet sich hauptsächlich entlang der Magnetfeldlinien aus.

Die x -Komponente des Magnetfeldes ist in dem $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD-Modell konstant (s. Kap. 3.1), und die Verteilung des Magnetfeldes in dem verdampften

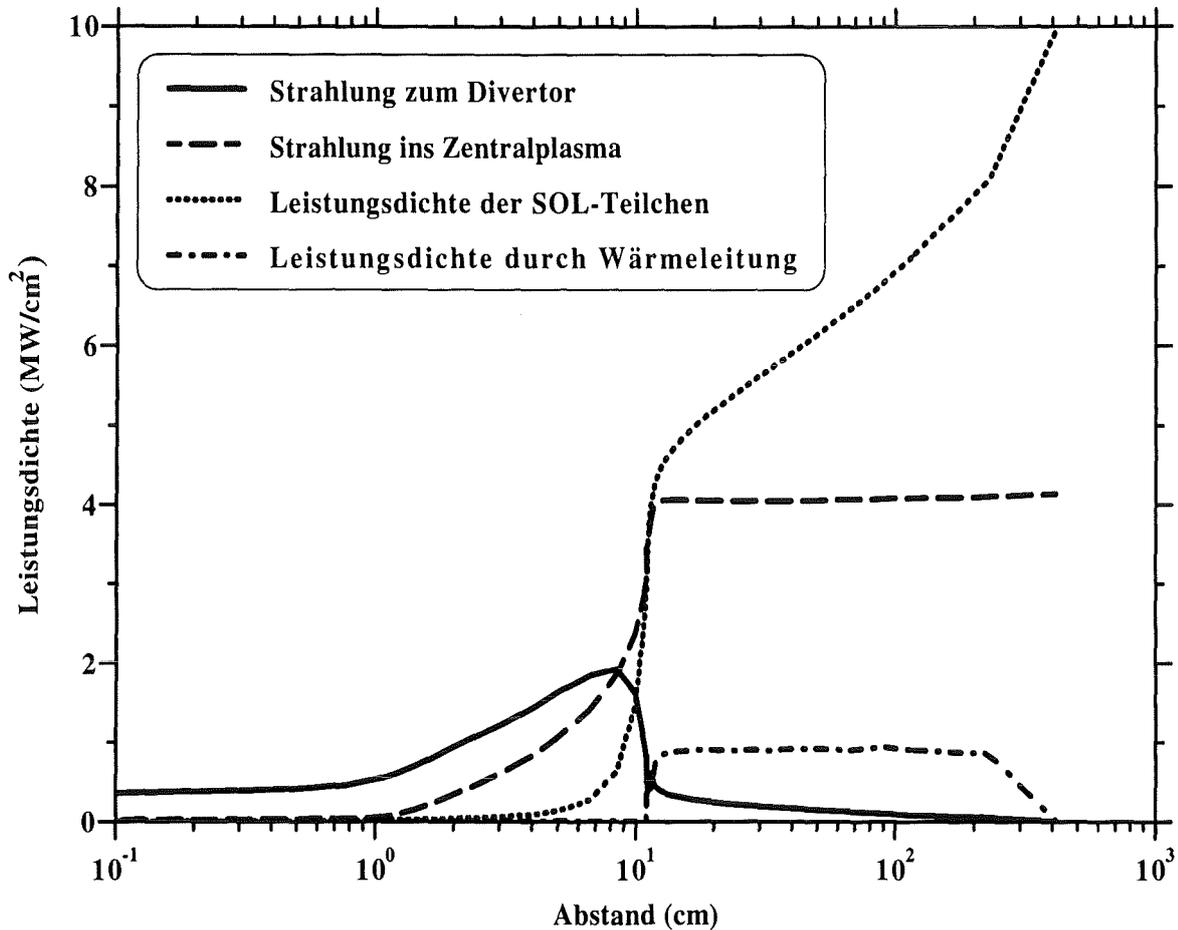


Abbildung 6.6: Leistungsdichteverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild nach 200 μs .

Material wird durch seine z -Komponente beschrieben. In Abb. 6.8 ist $B_z = B_z(x)$ im Plasmaschild zu vier verschiedenen Zeiten dargestellt. Zu allen Zeiten bleibt das Magnetfeld im Plasmaschild. Eine diamagnetische Situation bei der der Plasmaschild magnetfeldfrei bleibt gibt es nicht. Die Feldstärke wird im Plasmaschild um maximal 17 % bei 10 μs reduziert. Die Kurven zu den verschiedenen Zeiten zeigen, wie das Feld im Plasmaschild von außen nach innen diffundiert. Die Änderung des Feldes bleibt gering, weil sich das verdampfte Material entlang der Feldlinien ausbreitet, und das Feld nicht verformt wird.

Um den Einfluß der Neigung des Magnetfeldes auf die Plasmaschildausbreitung

zu untersuchen, wurde auch eine Rechnung durchgeführt, in der das Feld parallel zum Divertor ist (s. Abb.6.9). Die Parameter des ankommenden Plasmas sind ITER-typisch und die Plasmateilchen erreichen die Prallplatten unter einem Winkel von 5° , damit die Energiedeposition der des vorhergehenden Falles entspricht. Die Magnetfeldlinien bleiben immer parallel zum Divertor. Der Auftreffwinkel bleibt während der Ausbreitung konstant. In Abb. 6.10 sind die Wärmeflüsse im Plasmaschild als Funktion der Zeit dargestellt. Auch hier fängt die Erosion nach $\sim 0.3 \mu s$ an. Nach $\sim 20 \mu s$ wird die Strahlung zur dominierenden Heizungsquelle und in weniger als $100 \mu s$

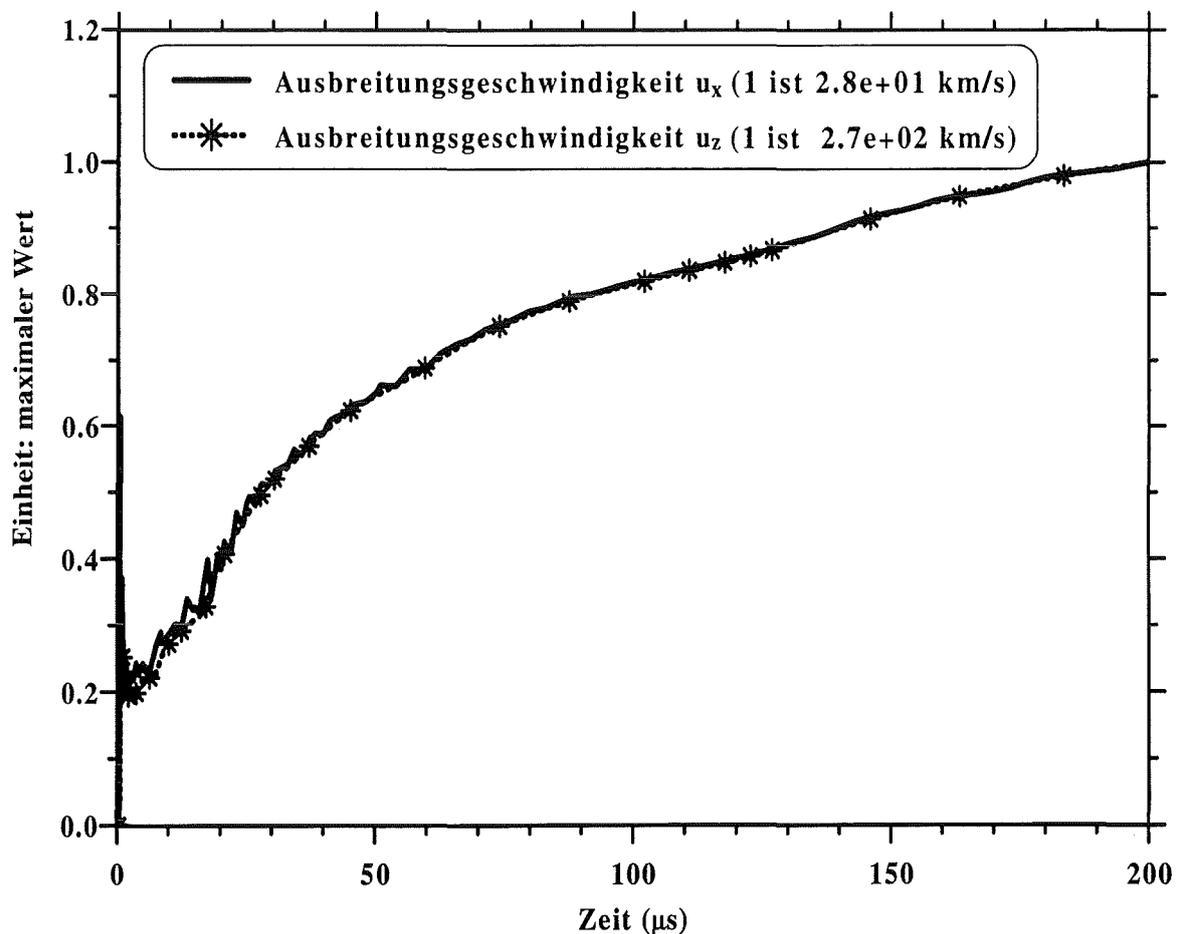


Abbildung 6.7: Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Kohlenstoff-Plasmaschildes und die Targeterosion als Funktion der Zeit.

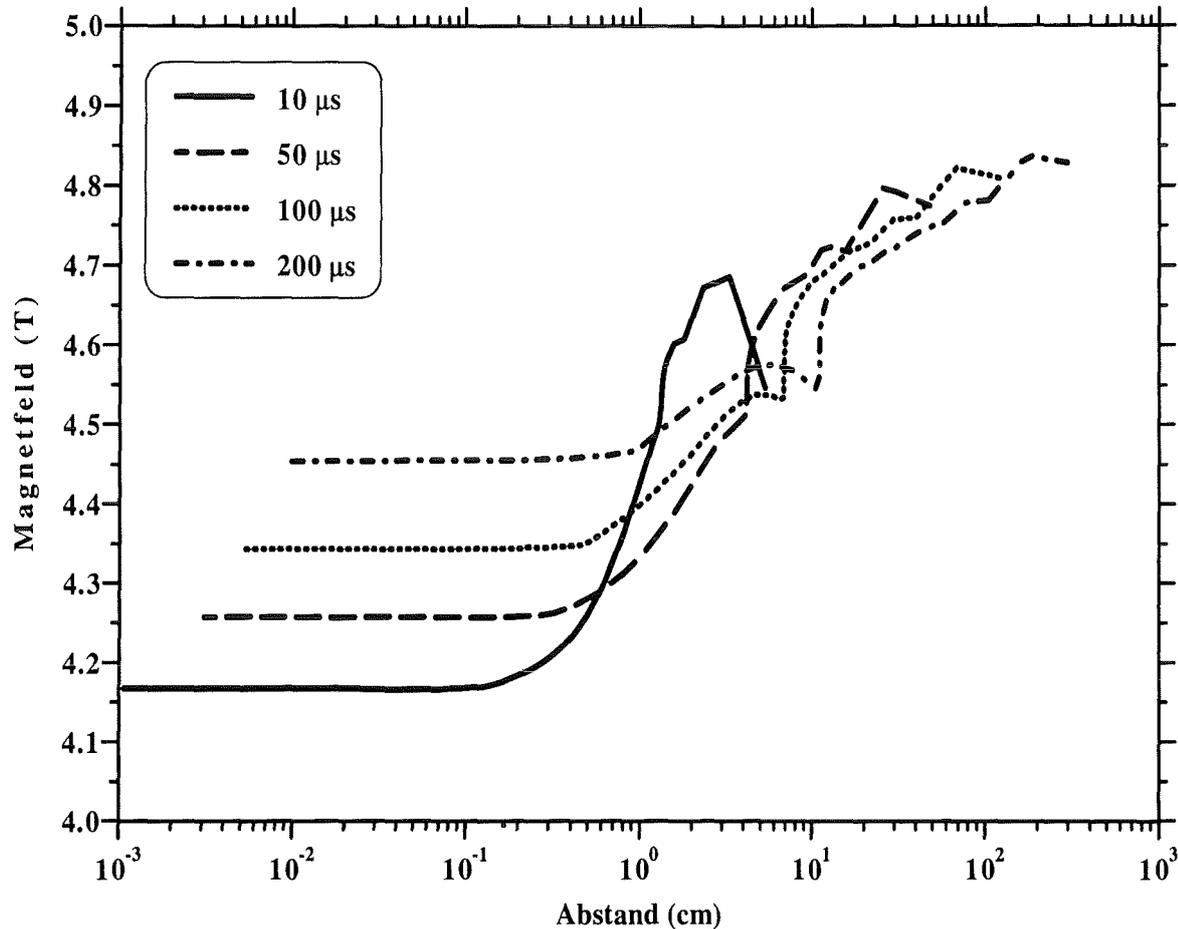


Abbildung 6.8: z -Komponente des Magnetfeldes im Kohlenstoff-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.

werden die SOL-Plasmateilchen voll im verdampften Material gestoppt. Nach $200 \mu\text{s}$ beträgt die Erosion $6.1 \mu\text{m}$. In Abb. 6.11 sind die Leistungsdichten im Plasmaschild für $t = 200 \mu\text{s}$ dargestellt. Die ankommenden Plasmateilchen werden im Plasmaschild voll gestoppt. $\sim 91\%$ der ankommenden Energie wird zum Zentralplasma zurückgestrahlt, und $\sim 4\%$ erreicht das Target. Zum Vergleich mit den Resultaten aus der Rechnung mit geneigtem Magnetfeld werden die Dichteprofile (Abb. 6.12) und die Temperaturprofile (Abb. 6.13) für beide Fälle und für $t = 200 \mu\text{s}$ gezeigt. In Anwesenheit eines parallelen Magnetfeldes ist die Dichte am Außenrand des Plasmaschildes 5 mal größer und die

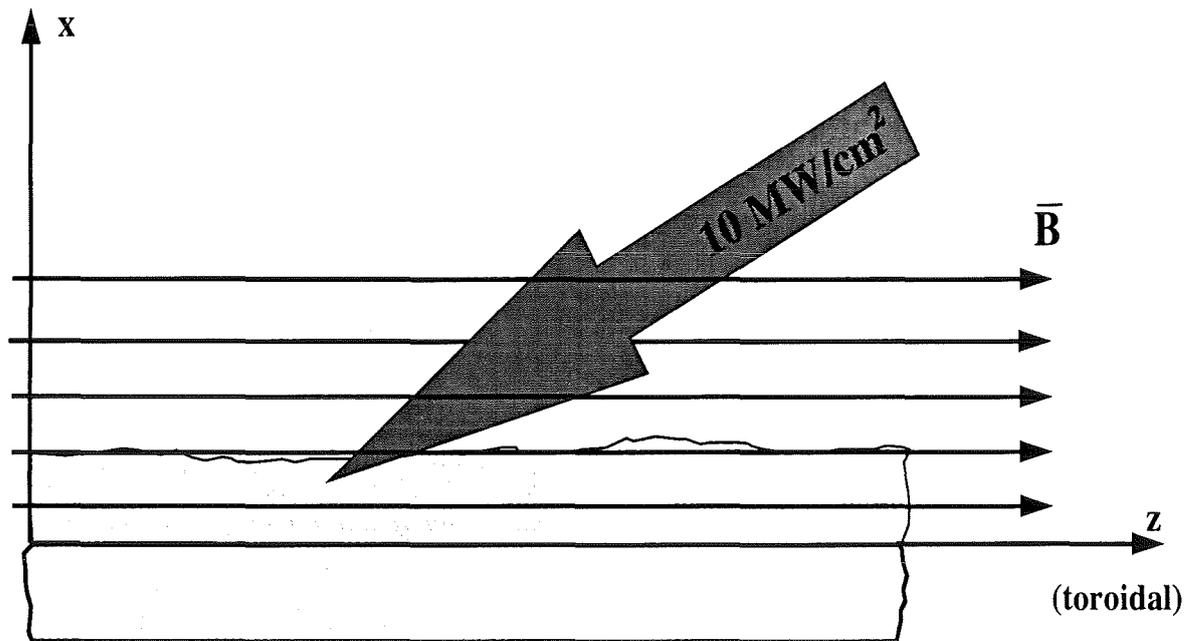


Abbildung 6.9: Schema des Divertors mit parallelen Magnetfeldlinien.

Temperatur deutlich niedriger.

In Abb. 6.14 werden die zeitabhängigen Geschwindigkeiten für die beiden Fälle verglichen. Im geneigten Magnetfeld erreicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit die Größenordnung der freien Ausbreitung des Plasmas in Vakuum (~ 3 mal die Schallgeschwindigkeit in dem verdampften Material [18]), weil sich das Plasma praktisch ungehindert entlang der Feldlinien ausbreitet. Wenn die Feldlinien parallel zu den Prallplatten sind, wird die Plasmaausbreitung stark behindert. Nach $200 \mu s$ findet nur eine diffusive Bewegung des verdampften Materials durch die Feldlinien statt. In Abb. 6.15 wird das Magnetfeld im Plasmaschild für beide Fälle dargestellt. Die Wechselwirkung des parallelen Magnetfeld mit dem expandierenden verdampften Material verursacht die Reduzierung des Feldes im Plasmaschild bis 30 % des Anfangswertes nach $200 \mu s$, wobei die Reduzierung 11 % beim geneigten Feld ist.

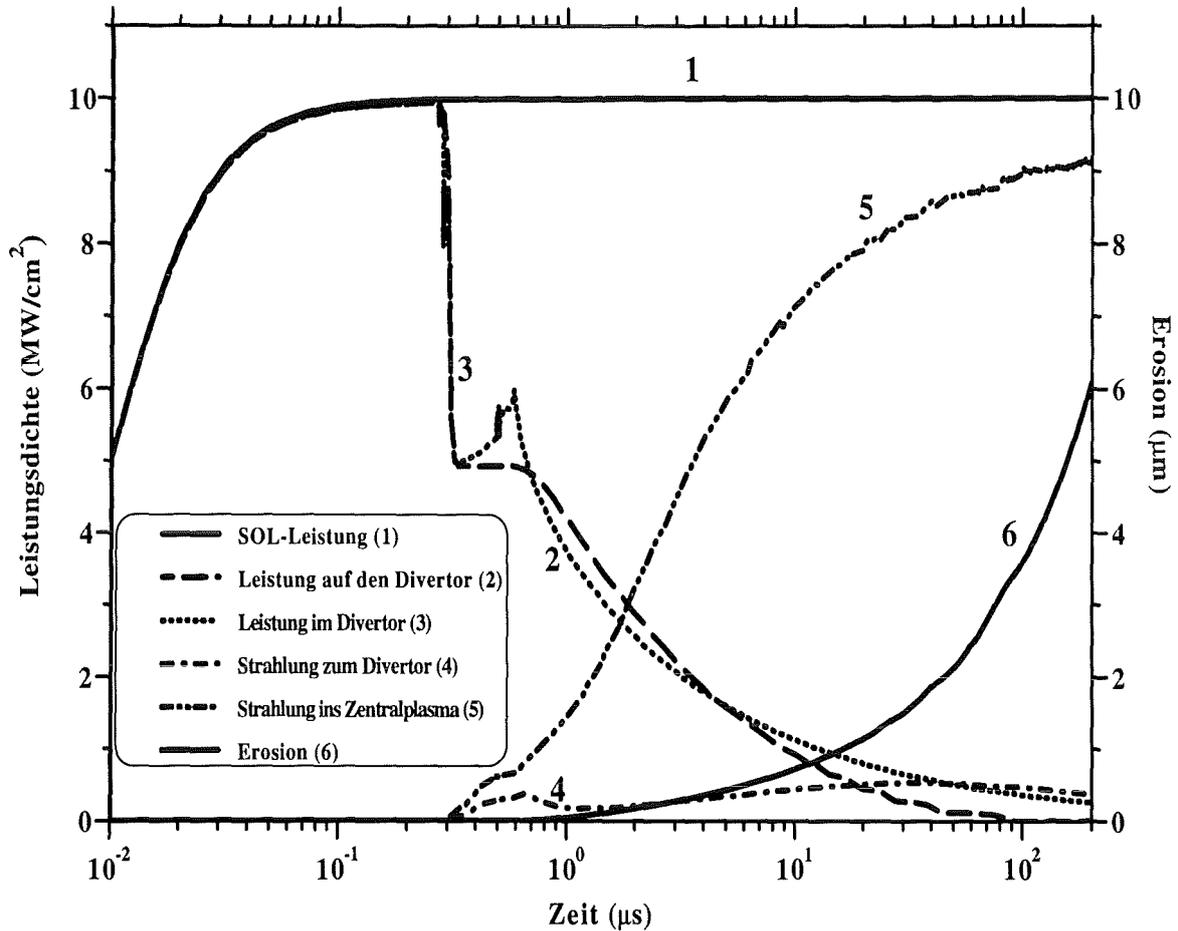


Abbildung 6.10: Leistungsdichten im Kohlenstoff-Plasmaschild als Funktion der Zeit bei parallelem Magnetfeld.

6.2 Beryllium-Divertor-Platten

Auch für Beryllium wurden Rechnungen unter ITER-Bedingungen durchgeführt. Abb. 6.16 zeigt die Leistungsdichte und die Erosion als Funktion der Zeit. Die Verläufe sind ähnlich denen im Kohlenstoff-Plasmaschild: Die Erosion fängt nach $\sim 0.2 \mu\text{s}$ an. Die Elektronen werden im Plasmaschild nicht voll gestoppt, und nach $200 \mu\text{s}$ sind die Belastungen auf die Divertorplatten durch Elektronen und Strahlungsflüsse vergleichbar. Die Erosion beträgt $3.3 \mu\text{m}$. Die niedrigere Erosion im Beryllium-Divertor

im Vergleich zum Graphit-Divertor ergibt sich aus der niedrigeren Belastung der Platten. Die Erosion tritt hier aber zusammen mit der Entstehung einer Schicht geschmolzenes Materials auf. Nach $200 \mu\text{s}$ ist die geschmolzene Schicht $62 \mu\text{m}$ tief. Kleinere Erosion bedeutet nicht, daß die Schäden insgesamt auch niedriger sind. Als Folge fluiddynamischer Instabilitäten kann die geschmolzene Schicht von der Divertoroberfläche entfernt werden. Damit wäre für metallische Targets der Schaden erheblich größer. In Abb. 6.17 und 6.18 sind die Dichte- und Temperaturverteilungen im Plasmaschild für verschiedene Zeitpunkte dargestellt. Auch hier gibt es die zwei

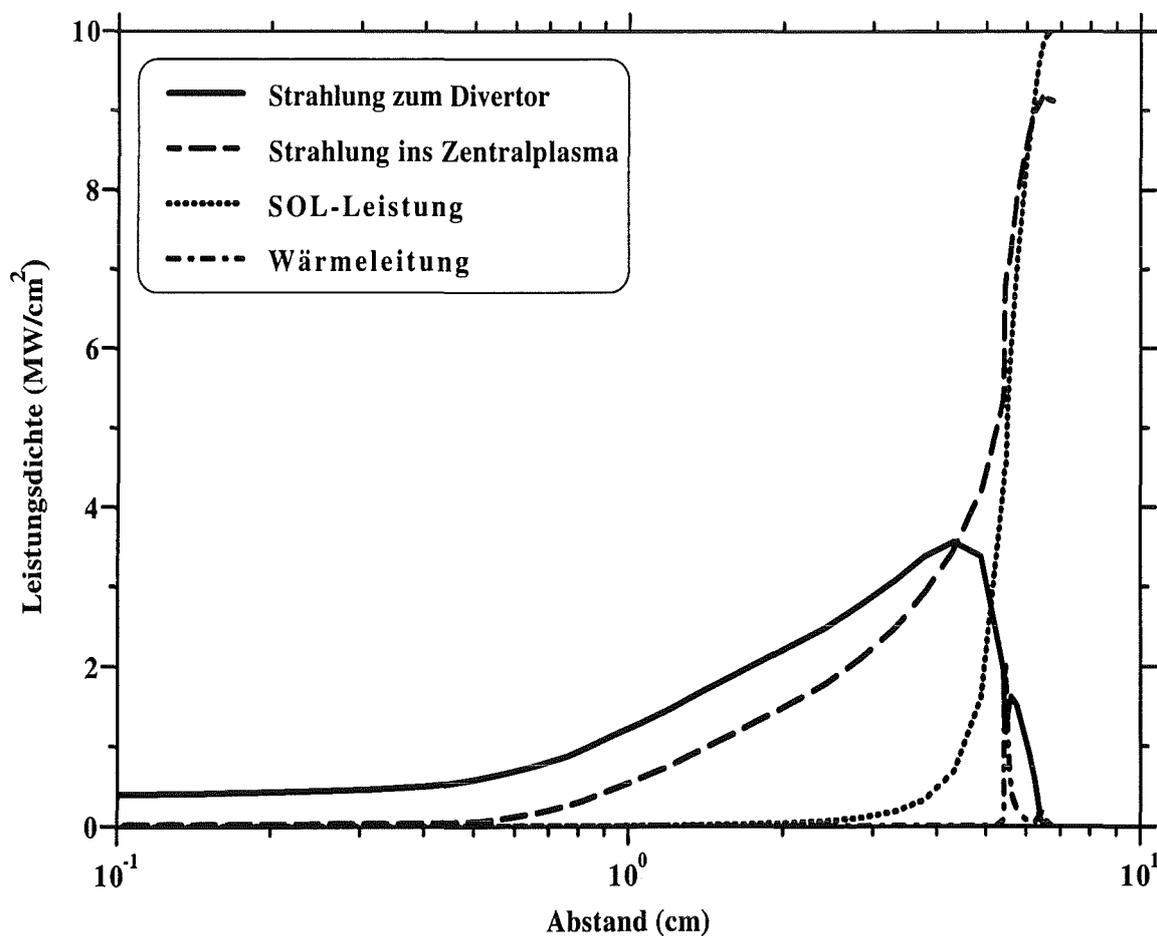


Abbildung 6.11: Leistungsdichteverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild nach $200 \mu\text{s}$ für den Fall mit Magnetfeld parallel zum Divertor.

Bereiche im Plasmaschild, der eine hat hohe Dichte (bis $\sim 10^{20}$ Ionen/cm³) und ist kalt (maximale Temperatur 2.5 eV), während in dem anderen die Dichte Werte bis $\sim 4 \cdot 10^{14}$ Ionen/cm³ und die Temperatur bis ~ 800 eV erreicht. Abb. 6.19 zeigt die Wärmeflußverteilung im Beryllium-Plasmaschild nach 200 μ s. Die Ionen werden in der Plasmakorona gestoppt, die hochenergetischen Elektronen der Maxwellverteilung erreichen die Prallplatten. Ca. 1 % der gesamten 10 MW/cm² deponieren die Elektronen (die Ionen sind in der Plasmakorona gestoppt) direkt im Festkörper. Elektronenwärmeleitung trägt zum Energietransport in der Plasmakorona bei, nicht

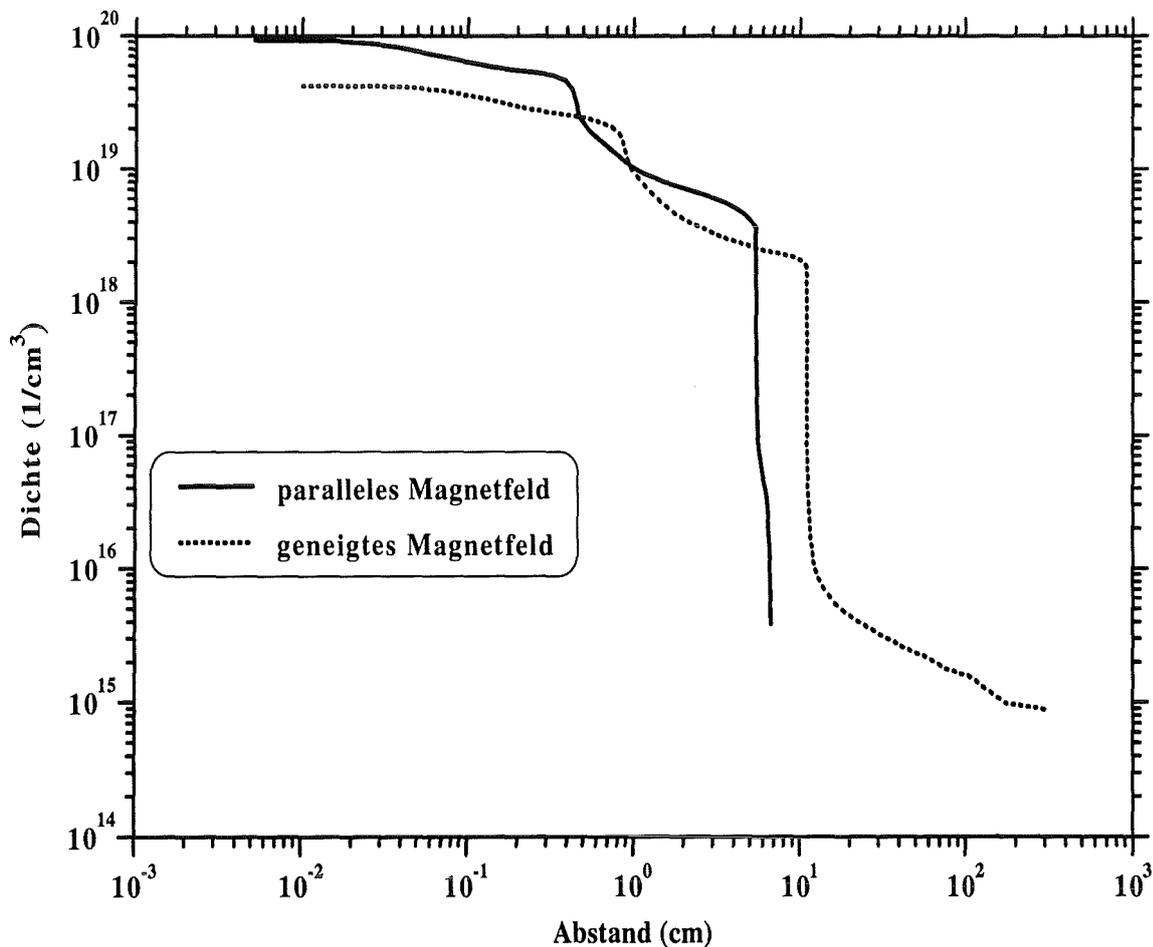


Abbildung 6.12: Dichteprofile im Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach 200 μ s.

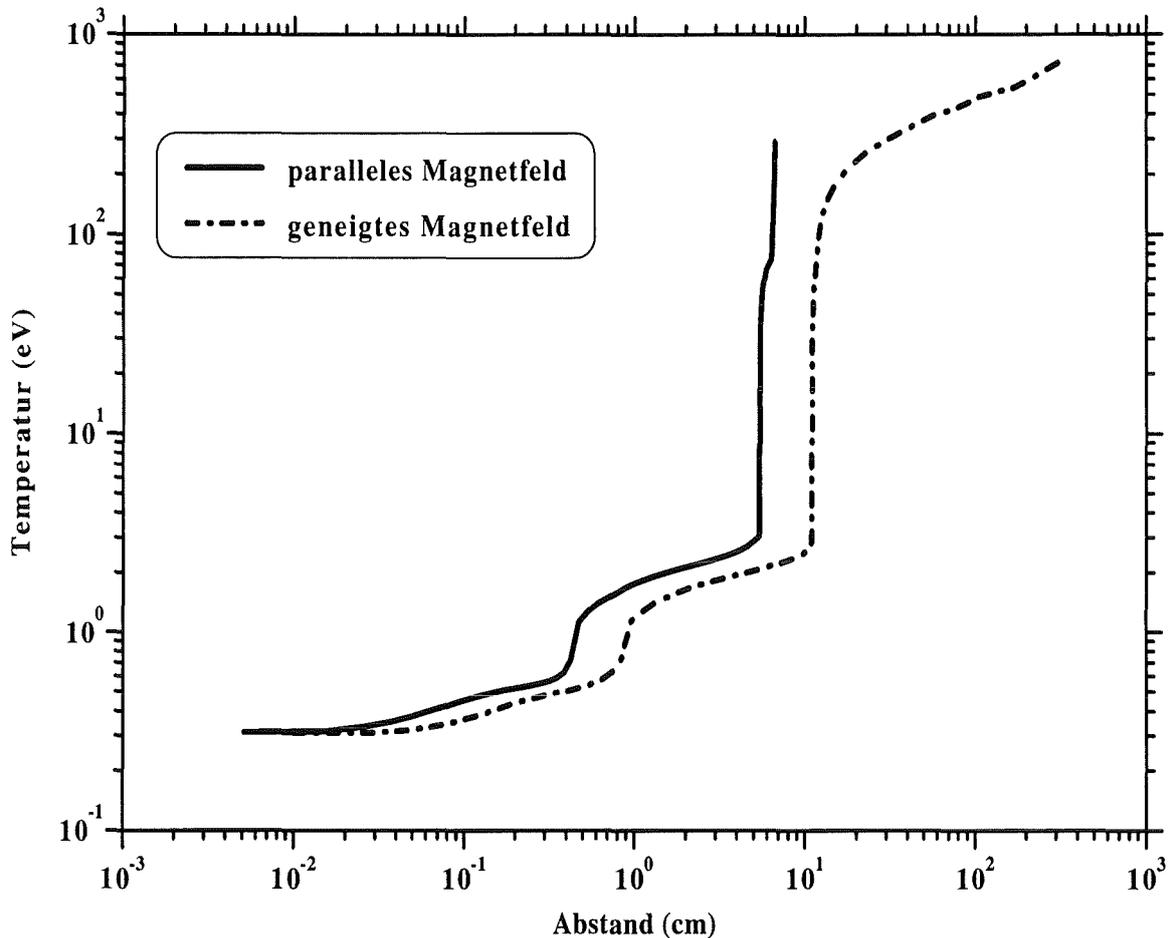


Abbildung 6.13: Temperaturverteilung im Kohlenstoff-Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach $200 \mu s$.

aber im kalten Bereich des Schildes. Die Rückstrahlung in den Tokamak beträgt 37 % der ankommenden Energie, die Strahlung zur Divertoroberfläche 1 %.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten zeigen ähnliches Verhalten wie im Fall von Kohlenstoff. Nach $200 \mu s$ ist die x -Komponente $52 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$, und die z -Komponente $480 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$. Das Verhältnis zwischen u_x und u_z bleibt praktisch konstant auch für frühere Zeitpunkte. Daraus folgt, daß auch in diesem Fall die Ausbreitung hauptsächlich entlang der Feldlinien stattfindet. Das Verhalten des Magnetfeldes in dem verdampften Material, ist ähnlich jenem bei Kohlenstoff (s. Abb. 6.20). In Tabelle 6.2 werden die

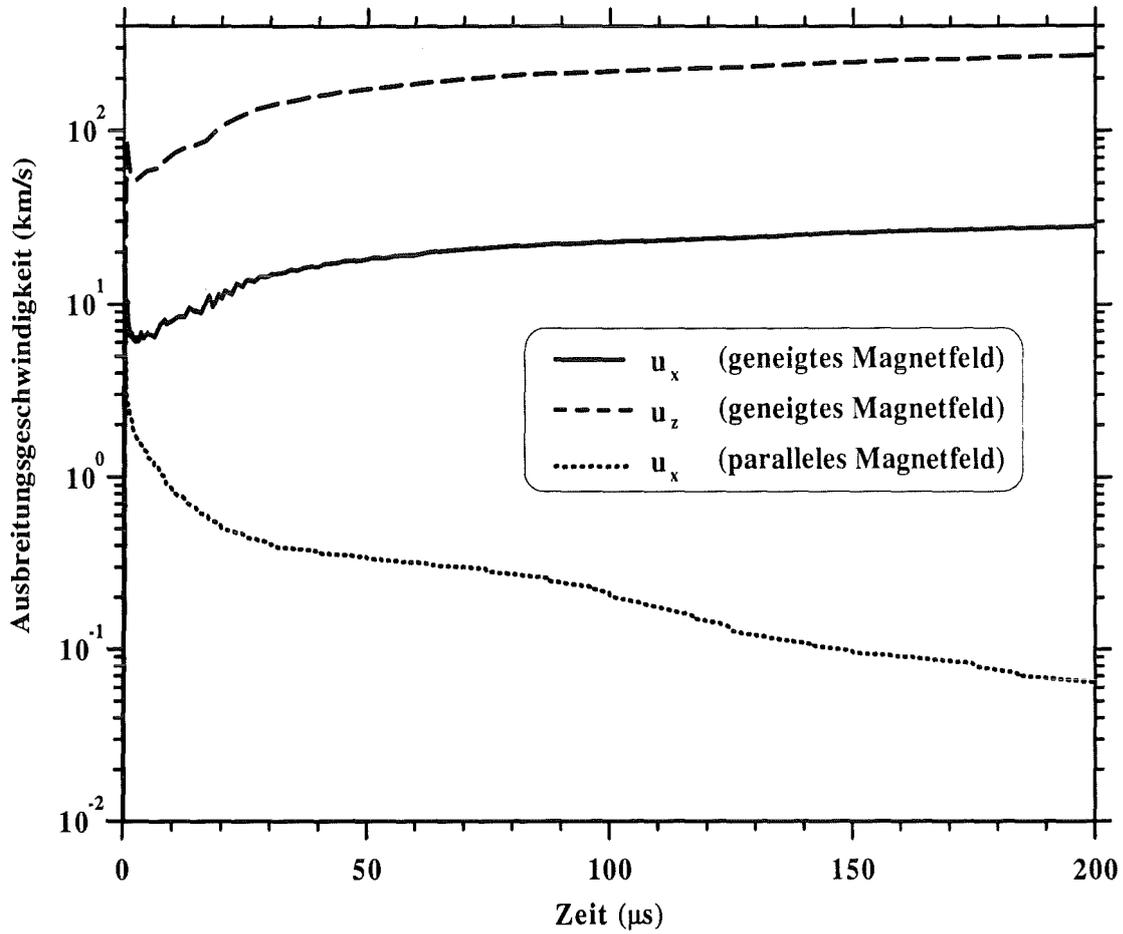


Abbildung 6.14: Ausbreitungsgeschwindigkeit für paralleles und geneigtes Magnetfeld.

Resultate der Rechnungen zusammengefasst.

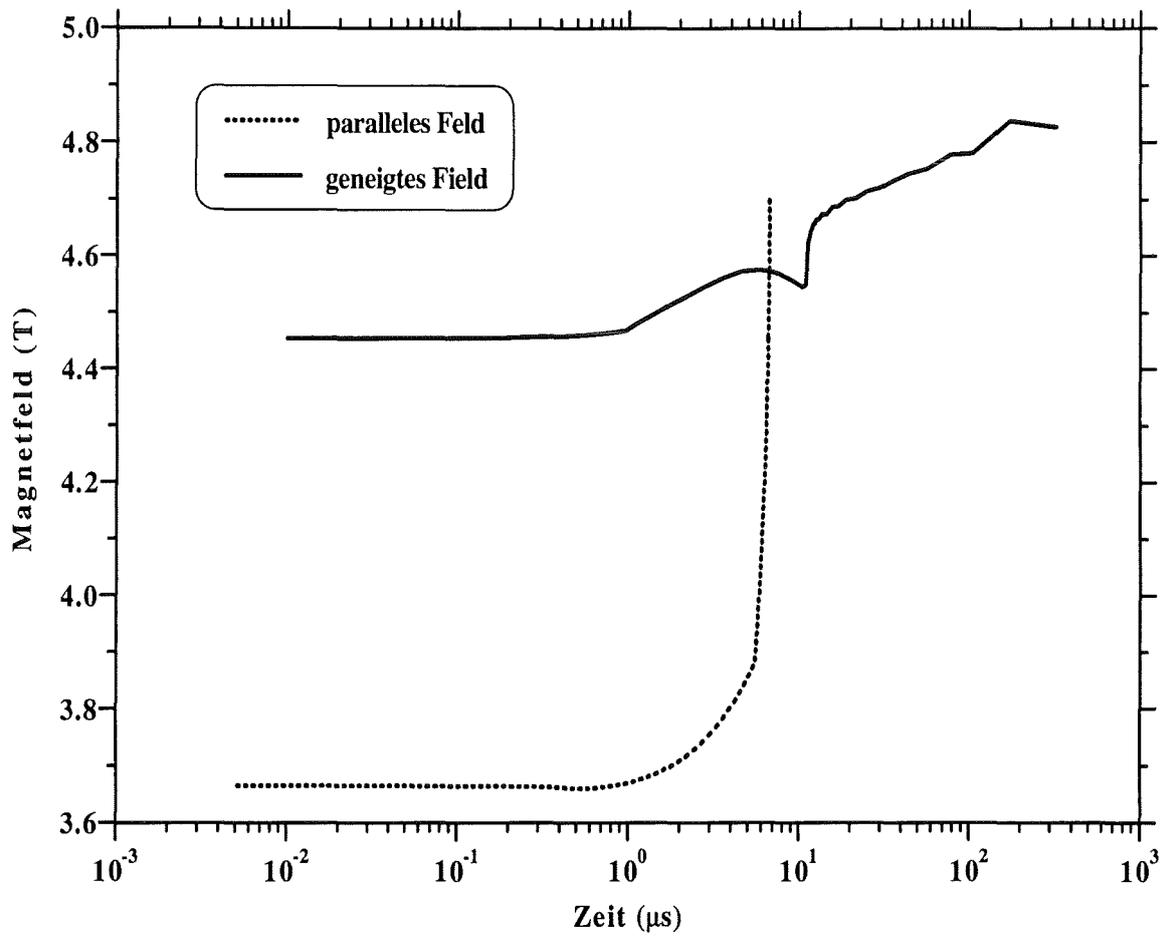


Abbildung 6.15: z -Komponente des Magnetfeldes im Kohlenstoff-Plasmaschild für die zwei Fälle mit parallelem und geneigtem Magnetfeld nach $200 \mu\text{s}$.

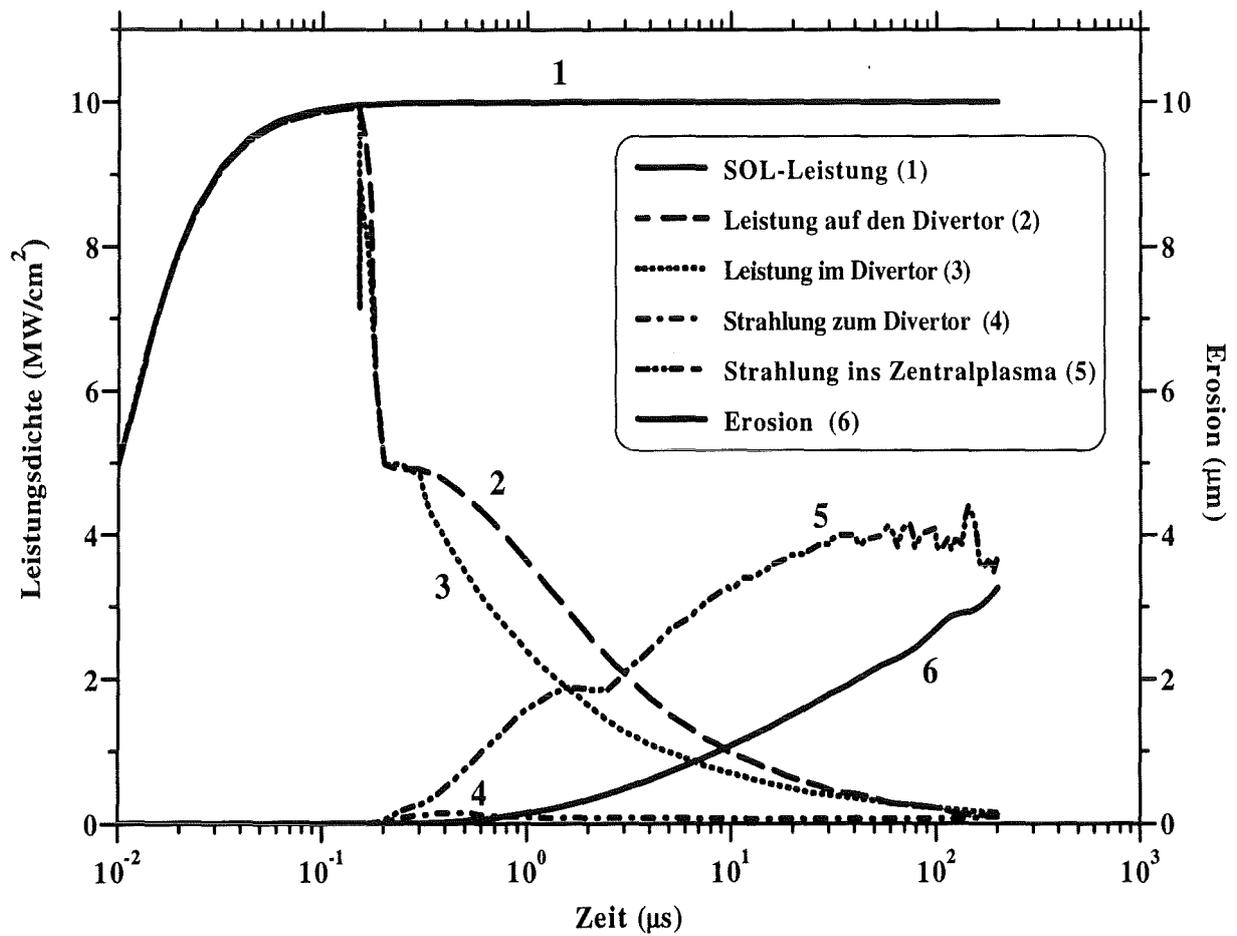


Abbildung 6.16: Leistungsdichten und Erosion im Beryllium-Plasmaschild als Funktion der Zeit.

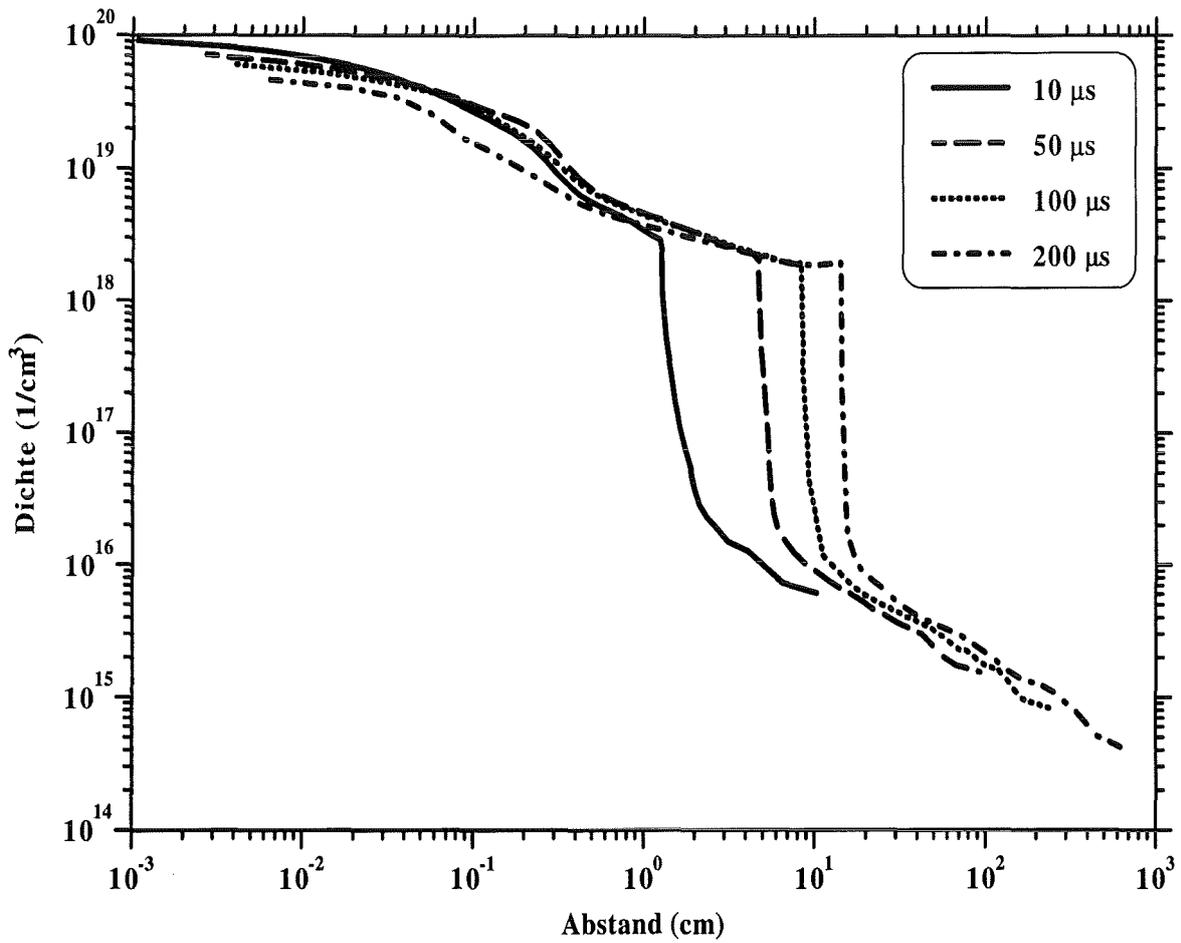


Abbildung 6.17: Dichte im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeitpunkte.

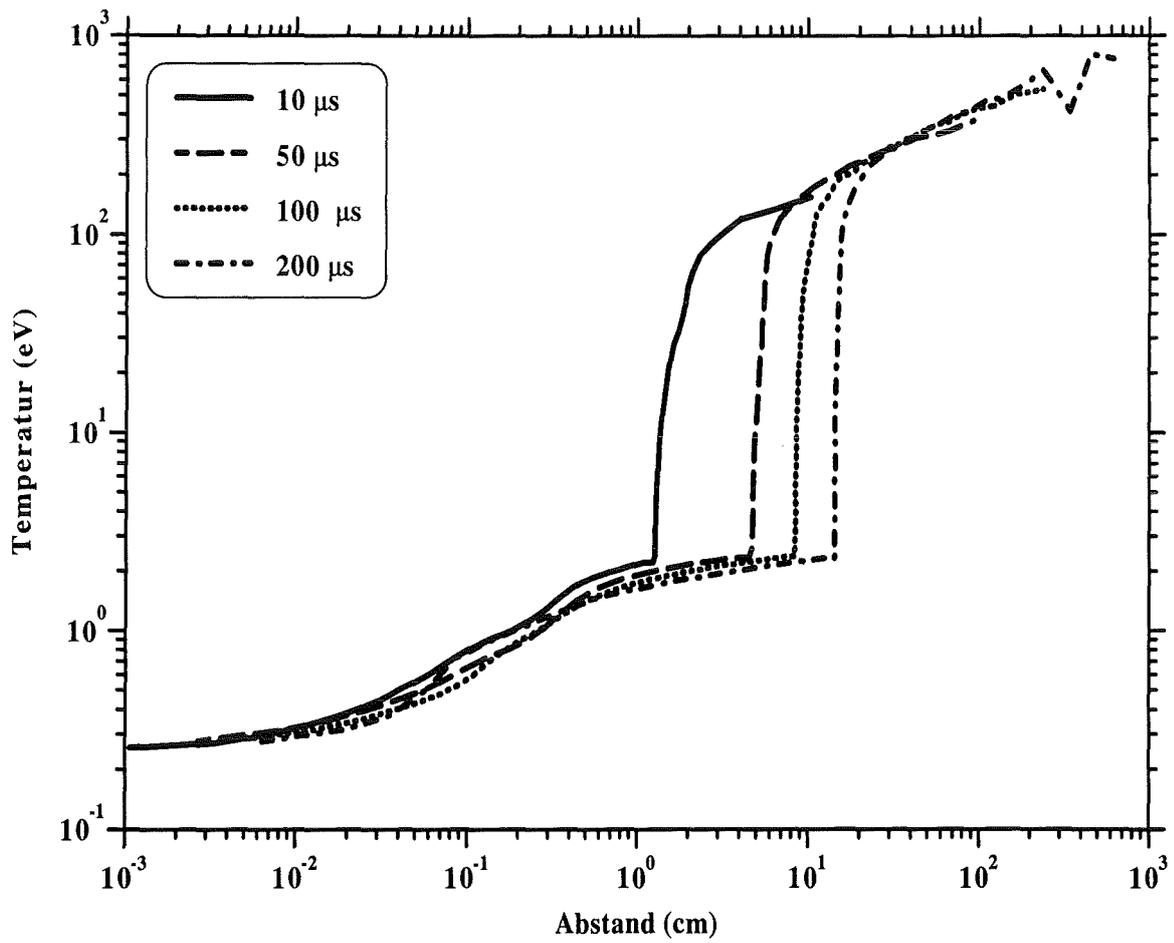


Abbildung 6.18: Temperatur im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeitpunkte.

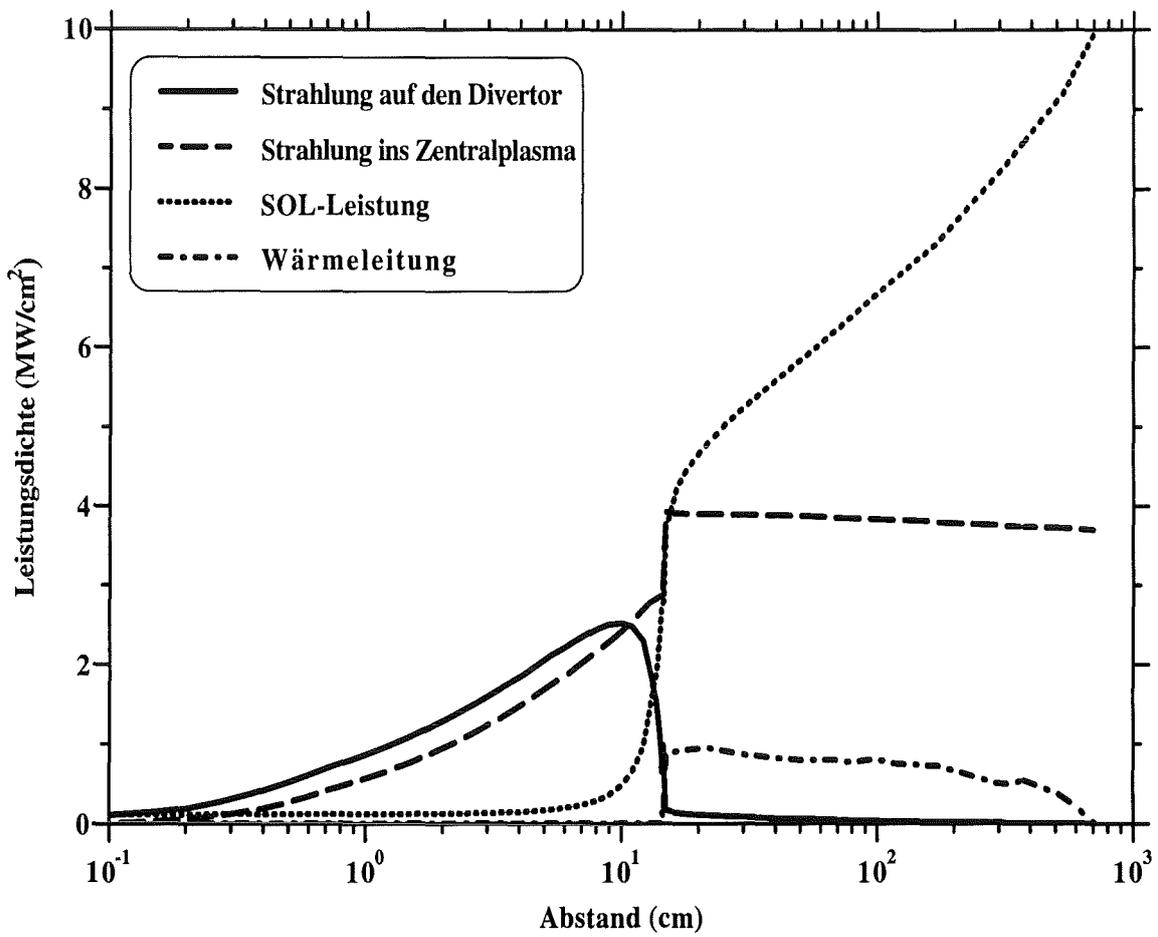


Abbildung 6.19: Leistungsdichteverteilung im Beryllium-Plasmaschild nach 200 μs .

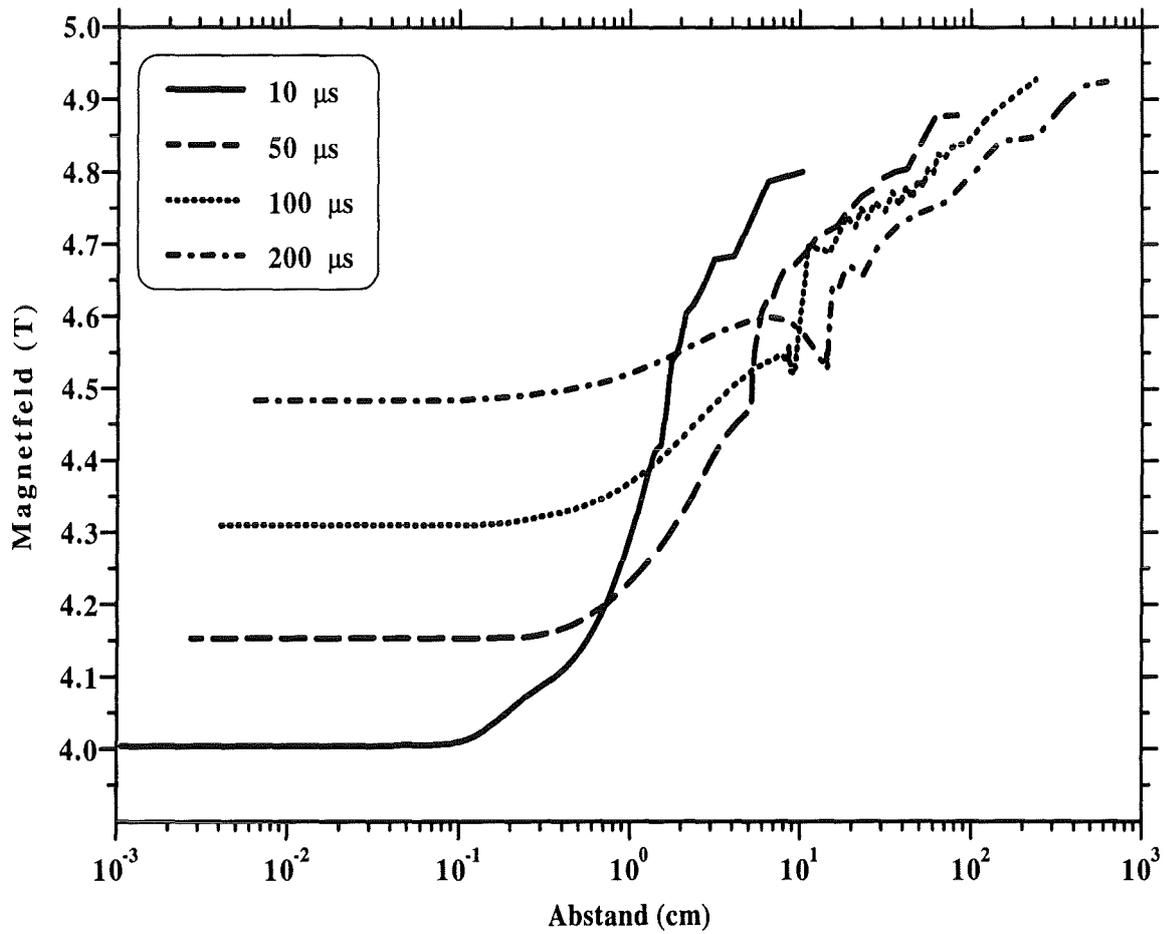


Abbildung 6.20: z -Komponente des Magnetfeldes im Beryllium-Plasmaschild für verschiedene Zeiten.

Berechnete Größen	Graphit (CFC)	Beryllium
T_{max} (eV)	739	806
T_{min} (eV)	0.31	0.27
ρ_{max} (Ionen/cm ³)	$4.2 \cdot 10^{19}$	$4.6 \cdot 10^{19}$
ρ_{min} (Ionen/cm ³)	$8.7 \cdot 10^{14}$	$4.2 \cdot 10^{14}$
B_{min} (T)	4.45	4.5
u_x (cm/s)	$28 \cdot 10^5$	$52 \cdot 10^5$
u_z (cm/s)	$270 \cdot 10^5$	$478 \cdot 10^5$
Strahlungsfluß zurück ins Zentralplasma (MW/cm ²)	4	3.7
Strahlungsfluß zum Divertor (MW/cm ²)	0.34	0.1
Erosion (μm)	5.4	3.3
Geschmolzene Oberflächenschicht (μm)	–	62

Tabelle 6.2: Resultate der Rechnungen unter ITER-typischen Bedingungen für Divertorplatten aus Graphit und Beryllium. Der Plasmateilchenstrahl besteht aus monoenergetischen Ionen (10 keV) und maxwellverteilten Elektronen (Temperatur der Verteilung 10 keV), seine Leistungsdichte am Target ist $10 MW/cm^2$. Alle Werte beziehen sich auf den Zeitpunkt $t = 200 \mu s$.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Der Divertor ist eine wesentliche Komponente des ITER-Fusionsreaktors. Während eines Plasmazusammenbruchs oder bei großen ELMs gelangt heißes Plasma hoher Leistungsdichte auf die Divertorplatten. Dies führt zum Schmelzen und/oder Verdampfen von Divertormaterial. Für eine Abschätzung der Lebensdauer der Divertorplatten in ITER müssen diese Schäden berechnet werden. Das verdampfte Material bildet einen Plasmaschild, welcher den Divertor vor weiteren starken Wärmebelastungen schützt.

Ziel dieser Arbeit war die Untersuchung der Folgen einer Plasma-Disruption für den Divertor. Neben der Problematik der Bildung des Plasmaschildes, seiner Aufheizung und des Energietransports im Schild, war insbesondere die MHD Expansion des Schildes im geneigten Magnetfeld zu untersuchen.

Das im Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrums Karlsruhe zur Verfügung stehende 1-dimensionale Strahlungsmagnetohydrodynamik Programm FOREV-1 wurde zu diesem Zweck modifiziert. Um 2-dimensionale Phänomene in der ITER-Magnetfeldkonfiguration der Divertor-Kammer betrachten zu können, wurde ein $1\frac{1}{2}$ -D MHD Modell entwickelt. In diesem Modell wird die Ausbreitung des verdampften Materials entlang der Magnetfeldlinien durch zwei Komponenten der Ausbreitungsgeschwindigkeit (parallel und senkrecht zum Target) modelliert. Dieses $1\frac{1}{2}$ -D MHD Modell wurde in FOREV-1 implementiert.

Simulationsexperimente mit hochenergetischen Elektronen und mit Plasmastrahlen wurden zur Programmvalidierung verwendet. In den zur Verfügung stehenden Experimenten mit hochenergetischen Elektronen ist die Leistungsdichte niedrig. Die Energiedeposition im Target ist eine Volumendeposition. Die Prallplattenaufheizung erfolgt deshalb sehr langsam, und eine wirksame Dampfabschirmung wird nicht

gebildet. Die gemessenen Erosionen sind deshalb sehr hoch und nicht ITER-typisch. Aus diesem Grund können die Resultate nur benutzt werden, um Modelle zu testen, die nicht direkt von dem MHD-Verhalten des verdampften Materiales abhängen, nämlich die Modelle zur Berechnung der Elektronenenergie deposition und der Wärmeleitung im Targetmaterial.

Mit den Simulationsexperimenten mit Plasmastrahlen konnten die Modelle zur Beschreibung der Wechselwirkungen des disruptiven Plasmastrahls mit dem Target und dem Schutzschild getestet werden. Aus der guten Übereinstimmung der experimentellen und der numerischen Ergebnisse ergibt sich, daß die in FOREV-1 verwendeten Modelle auf das Problem der Dampfabschirmung angewendet werden können.

Da geeignete Experimente zum Testen der Algorithmen des MHD-Teils von FOREV-1 fehlen, wurde eine Ähnlichkeitanalyse zum MHD Verhalten des Schutzschildes durchgeführt, und mit numerischen Resultaten des $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen MHD Modells verglichen. Aus der sehr guten Übereinstimmung kann gefolgert werden, daß die verwendeten Algorithmen und Prozeduren das MHD Verhalten des Plasmaschildes gut beschreiben.

Die Auswirkungen von ITER-Disruptions wurden berechnet. Von den drei Materialien, die in Betracht gezogen werden, haben derzeit Graphit (CFC) und Beryllium die besten Chancen verwendet zu werden, während für Wolfram das Divertorrückhaltevermögen in den vorhandenen Tokamaks untersucht werden muß. Deswegen wurden in dieser Arbeit nur Beryllium und Graphit betrachtet.

Das auf das Target auftreffende magnetisierte Plasma heizt bei Leistungsdichten von mehreren MW/cm^2 das Targetmaterial schnell auf. In weniger als $1\ \mu s$ kommt es zur Bildung eines Schutzschildes. Bei Beryllium wird nach $200\ \mu s$ noch 1 % der gesamten $10\ MW/cm^2$ Leistung direkt im Festkörper deponiert, während für den Graphit-Divertor die ganze ankommende Energie im Dampfschild verbleibt. Die abgegebene Energie wird in thermische Energie des Schutzschildes, in Ionisierung, in Ausbreitungsenergie und in Strahlung umgewandelt.

Die Belastung der Prallplatten nach Bildung des Schutzschildes erfolgt hauptsächlich durch Strahlung. Für Graphit wird 43 % der ankommenden Energie in Strahlung umgewandelt, davon werden 40 % in Richtung des Tokamakzentrums und 3 % zum Divertor abgestrahlt. Ähnlich ist die ins Zentralplasma zurückgestrahlte Energie bei Beryllium, wobei 1 % die Divertoroberfläche erreicht.

Wegen der höheren abgestrahlten Energie, die den Divertor erreicht, ist die Erosion für Graphit ($5.4\ \mu m$) höher als für Beryllium ($3.3\ \mu m$). Aber Beryllium schmilzt und die

geschmolzene Schicht ($60.8 \mu\text{m}$) kann durch Tropfenbildung und durch fluiddynamische Instabilitäten entfernt werden.

Bei beiden untersuchten Materialien bildet sich vor dem Divertor ein Zwei-Temperaturen-Plasma. Nach $200 \mu\text{s}$ ist die Plasmadichte nahe der Oberfläche recht hoch ($\sim 4 \cdot 10^{19}$ Ionen/ cm^3) und die Temperatur niedrig (weniger als 3 eV) für beiden Kohlenstoff und Beryllium. Weiter entfernt vom Target existiert eine Plasmakorona mit Temperaturen bis 739 eV für Graphit und 806 eV für Beryllium. Dieses Plasma hat niedrigere Dichten (weniger als $\sim 10^{15}$ Ionen/ cm^3 in beiden Fällen).

Für einen Graphit-Divertor wurde der Einfluß der Neigung des Magnetfeldes auf die Ausbreitung des verdampften Materiales untersucht. Zwei Fälle wurden betrachtet:

- 1) Magnetfeld $B_x = 0 \text{ T}$ und $B_z = 5 \text{ T}$;
- 2) Magnetfeld $B_x = 0.5 \text{ T}$ und $B_z = 5 \text{ T}$;

In beiden Fällen wurde 5° als Auftreffwinkel der Plasmateilchen angenommen. Die Eigenschaften des heißen SOL-Plasmas waren ITER-typisch. Im Fall 1 findet die Ausbreitung senkrecht zum Magnetfeld statt. Das Magnetfeld bremst die Bewegung stark ab, bis nach etwa $200 \mu\text{s}$ eine reine Diffusion durch die Feldlinien entsteht. Die Wechselwirkung zwischen dem parallelen Magnetfeld und dem expandierenden verdampften Material verursacht eine Reduzierung des Magnetfeldes im Plasmaschild bis auf 30 % des Anfangswertes. Im zweiten Fall ergibt sich ein konstantes Geschwindigkeitsverhältnis $\frac{u_z}{u_x} \approx 10$ das heißt, der Plasmaschild breitet sich praktisch entlang der Feldlinien aus, die durch die Plasmaschildausbreitung wenig gestört werden. Die Feldstärke wird im Plasmaschild um maximal 17 % nach $10 \mu\text{s}$ reduziert (nach $200 \mu\text{s}$ ist die Reduzierung 11 %). Die ungehinderte Ausbreitung entlang der Feldlinien entspricht einer Geschwindigkeit, die die Größenordnung der freien Ausbreitungsgeschwindigkeit in Vakuum hat. In beiden Fällen bleibt zu allen Zeiten das Magnetfeld im Plasmaschild, und eine diamagnetische Situation, bei der der Plasmaschild magnetfeldfrei bleibt, existiert nicht. Die Unterschiede in der Ausbreitung sind bedingt durch Unterschiede in den Temperatur- und Dichtewerten. Trotz unterschiedlicher Dichte- und Temperaturverteilungen im Plasmaschild ist die Erosion in beiden Fällen vergleichbar, weil vergleichbare Strahlungsflüsse die Divertorplatten erreichen. Die Begründung dafür ist, daß der Strahlungstransport von der Plasmaschildmasse abhängt, die in beiden Fällen vergleichbar ist.

Aus diesem Vergleich folgt, daß, im Gegensatz zu dem 1-D MHD Modell mit Magnetfeld parallel zum Divertor, das $1\frac{1}{2}$ -D MHD Modell eine wesentlich realistischere Beschreibung des magnetohydrodynamischen Verhaltens des Plasmaschildes

ermöglicht. Wenn Masse- und Strahlungsverluste aus den Seiten des Plasmaschildes berücksichtigt werden, können sich für beide Fälle unterschiedliche Erosionswerte ergeben (die laterale Breite des Plasmaschildes beträgt nur einige cm entsprechend der Breite des SOL-Plasmastrahls). Unterschiedliche Temperatur- und Dichteverteilungen in x -Richtung führen zu unterschiedlichen lateralen Strahlungsverlusten. Dies wird auch die Wärmebelastung des Targets beeinflussen. Allerdings ist dies ein 2-D Problem. Zur Beantwortung dieser Frage wird gegenwärtig im Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik des Forschungszentrum Karlsruhe das 2-D Strahlungsmagnetohydrodynamik Programm FOREV-2 entwickelt.

Literaturverzeichnis

- [1] Raeder J., Borraß K., Bünde R., Dänner W., Klingelhöfer R., Lengyel L., Leuterer F., Söll M.
Kontrollierte Kernfusion
B.G. Teubner, Stuttgart, 1992
- [2] Kandomtsev B. B.
Tokamak Plasma: A Complex Physical System
Plasma Physics Series, Institute of physics publishing, 1992
- [3] Post D. E., Berisch R.
Physics of Plasma Wall Interactions in Controlled Fusion
NATO ASI Series, Plenum Press, 1986
- [4] Keen B. E., Maple J. H. C.
JET and Nuclear Fusion
JET Publications Group, June, 1994
- [5] Janeschitz G., Borrás K., Federici G., Igitkhanov Y., Kukushkin A., Pacher H.D., Pacher G.W., Sugihara M.
The ITER divertor concept
Journal of Nuclear Material 220-222 (1995) 73-88
- [6] Ferro C., Franconi E., and Neri A.
Damage and Modifications in the Frascati Tokamak Limiter
Journal of Nuclear Materials 111-112 (1982), pp.573-576
- [7] Ferro C., and Maddaluno G.
Heat Fluxes and Energy Balance in FT Limiters
Journal of Nuclear Materials 128-129 (1984), pp.822-827

- [8] Goel B., Höbel W., Landman I., Piazza G., Würz H.
Plasma stream target interaction: radiative energy transport and first results on divertor material erosion under ITER disruptive conditions
Final report for NET contract PPM 3-2 stage IIa, 1992
- [9] Andersen H. H., Ziegler J. F.
The Stopping and Ranges of Ions in Matter
Pergamon Press, Volume 3 (1977)
- [10] Moses G.A., Peterson R.R.
Computer modeling of ICF target chamber phenomena
Laser und Particle Beams, vol. 12, no. 2, pp. 125-162, 1994
- [11] Jackson J. D.
Classical Electrodynamics
J. Wiley N.Y., 1975
- [12] Kappler F., Landman I., Piazza G., Würz H.
Numerical simulation of disruption erosion
Work performed in the frame of ITER : task T226.b, 1994
- [13] Braginskii S. I.
Transport processes in a plasma
Reviews of plasma physics (ed. Leontovich, M.A.), Vol. 1, Consultants Bureau, New York (1965)
- [14] Krall A. K., Trivelpiece, W. A.
Principles of Plasma Physics
McGraw-Hill Book Company, New York (1973)
- [15] Vekshtein G. E.
Magnetothermal processes in a dense plasma
Reviews of plasma physics (ed. Leontovich, M.A.), Vol. 15, Consultants Bureau, New York (1990)
- [16] Belotserkovskii O. M., Davydov Y. M.
A non-stationary "Coarse Particle" method for gas-dynamical computations
Zh. vychisl. Mat. mat. Fiz., 11, 1, 182-207, 1971

- [17] H. Würz,
persönliche Mitteilung
- [18] Zel'dovich Ya. B., and Raizer Yu. P.
Physics of shock waves and high temperature hydrodynamic phenomena
2nd ed., Academic Press N.Y. (1966)
- [19] A.G. El Cashian et alii
Charge state equilibrium and nonequilibrium modelling of the Carbon pellet plasma interaction
Phys. Fluids B, Vol. 4, No. 12, 1992, p. 4166
- [20] A.V. Arzhannikov
BINP91-115 (in Russian)
- [21] F.F. Chen
Introduction to plasma physics and controlled thermonuclear fusion
Plenum Press N.Y., 1984
- [22] L.Jr. Spitzer
Physics of fully ionized gases
J. Wiley N.Y., 1962
- [23] M. Mitchner, and C.H. Kruger
Partially Ionized Gases
Wiley-Interscience Publication, 1973
- [24] F.H. Harlow
The Particle-in-Cell computing method for fluid dynamics
Methods in Computational Physics, vol. 3, Academic Press N.Y., 1964
- [25] J.A. Bittencourt
Fundamentals of plasma physics
Pergamon Press, 1986
- [26] B.E. Keen, G.W. O'Hara
JET Joint Undertaking Annual Report 1995
EUR 16872-EN-C, May, 1996
- [27] V. Engelko et alii
Test of divertor materials under simulated ITER plasma disruption

conditions at the SOM electron beam facility

11th PSI, Mito, May 23-27, 1994

- [28] J.G. van der Laan et alii
Effects of short pulse high heat fluxes on carbon base plasma facing materials for ITER
Journal of Nuclear Materials 196-198 (1992), pp.612-617
- [29] Gmelin Handbuch der anorganischen Chemie
Springer Verlag, 1968
- [30] N.I. Arkhipov et alii
Proc. 12th Int. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nucl. Fusion
Research, France, Nice, 1988, vol. 2, p. 683
- [31] R. Klingelhöfer
Unveröffentlicher Bericht, Kernforschungszentrum Karlsruhe, August 1992
- [32] I.S.Landman, H.Würz
Electric stopping in hot plasma wall interactions
Proc. 24th EPS, Berchtesgaden, Germany, June 9-13, 1997, 21 A(1997) s. 1821-1824
- [33] G. Janeschitz
The ITER Divertor Concept
Report Aug. 9, 1994 ITER Divertor Expert Group Workshops, July 25-29, 1994,
San Diego JWS, pp. 14-18

Anhang A

Ableitung der MHD Gleichungen

In diesem Anhang werden die Gleichungen der Magnetohydrodynamik abgeleitet. Da der Tokamak toroidalsymmetrisch (s. Abb.1.6) ist, kann im folgenden angenommen werden, daß es in toroidaler Richtung (z) keinen Gradienten gibt, d.h.

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

A.1 Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung lautet

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} \vec{u} = -\nabla \cdot \bar{P} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (\text{A.1})$$

wobei

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \quad (\text{A.2})$$

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k} \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{J} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j} + J_z \vec{k} \quad (\text{A.4})$$

$$\overline{\overline{P}} = \begin{vmatrix} p_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & p_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & p_{zz} \end{vmatrix}$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sind die Einheitsvektoren der kartesischen Koordinaten (s. Abb. 3.2). Im $\overline{\overline{P}}$ Tensor sind die nicht diagonalen Glieder, die der Viskosität entsprechen, vernachlässigt worden (s. Kapitel 3). Das Plasma wird als isotrop angenommen, demzufolge gilt

$$p_{xx} = p_{yy} = p_{zz} = p$$

wobei der Druck p konstant in jeder Richtung ist. Im Folgenden werden einige Terme der Gl. A.1 abgeleitet

$$\nabla \cdot \overline{\overline{P}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 \end{vmatrix}^T \begin{vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{vmatrix} = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} \quad (\text{A.5})$$

Vom Ampere'schen Gesetz

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (\text{A.6})$$

wird die Stromdichte berechnet

$$\vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial y} \vec{i} - \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{j} + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (\text{A.7})$$

Dann ist der elektromagnetische Druck

$$\vec{J} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ J_x & J_y & J_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (J_y B_z - J_z B_y) \vec{i} + (J_z B_x - J_x B_z) \vec{j} + (J_x B_y - J_y B_x) \vec{k} \quad (\text{A.8})$$

und mit Gl. (A.7) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \vec{J} \times \vec{B} = & -\frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial B_z}{\partial x} B_z + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) B_y \right] \vec{i} + \\ & \frac{1}{\mu_0} \left[\left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) B_x - \frac{\partial B_z}{\partial y} B_z \right] \vec{j} + \\ & \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial B_z}{\partial y} B_y + \frac{\partial B_z}{\partial x} B_x \right] \vec{k} \quad (\text{A.9}) \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung [25]

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = \rho (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \vec{u} [\nabla \cdot (\rho \vec{u})]$$

d.h.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = & \left[\left(\rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \left(u_x \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + u_x \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} \right) \right] \vec{i} + \\ & \left[\left(\rho u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \left(u_y \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} \right) \right] \vec{j} + \\ & \left[\left(\rho u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \left(u_z \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + u_z \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} \right) \right] \vec{k} \quad (\text{A.10}) \end{aligned}$$

erhält man die x Komponente der Gl. A.1

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \left[\rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_x \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + u_x \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} - \frac{1}{\mu_0} \left[B_z \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_y \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

die auch so geschrieben werden kann

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 + p_{xx}) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_z \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_y \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) = -\frac{\partial (\rho u_x u_y)}{\partial y} + \frac{B_y}{\mu_0} \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (\text{A.12})$$

weiter

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_x^2 + p_{xx}) + \frac{1}{2\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) - \frac{\partial B_x^2}{\partial x} \right] = -\frac{\partial (\rho u_x u_y)}{\partial y} + \frac{B_y}{\mu_0} \frac{\partial B_x}{\partial y} \quad (\text{A.13})$$

die man umschreiben kann

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x^2 + p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) = -\frac{\partial \rho u_x u_y}{\partial y} + \frac{B_y}{\mu_0} \frac{\partial B_x}{\partial y} + \frac{B_x}{\mu_0} \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{B_x}{\mu_0} \frac{\partial B_y}{\partial y} - \frac{B_x}{\mu_0} \frac{\partial B_y}{\partial y} \quad (\text{A.14})$$

und unter Berücksichtigung der Gauss'sche Gleichung für das Magnetfeld Gl. A.15

$$\nabla \cdot B = 0 \implies \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0 \implies \frac{\partial B_x}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial y} \quad (\text{A.15})$$

erhält man

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x^2 + p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_x^2}{\mu_0} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho u_x u_y - \frac{B_x B_y}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.16})$$

Für die y und z Komponenten der Gl. A.1 erhält man

$$\frac{\partial \rho u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho u_y^2 + p_{yy} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_y^2}{\mu_0} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x u_y - \frac{B_x B_y}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial \rho u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x u_z - \frac{B_x B_z}{\mu_0} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho u_y u_z - \frac{B_y B_z}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.18})$$

A.2 Magnetfeld Diffusionsgleichung

Die Diffusionsgleichung für das Magnetfeld ergibt sich aus den Maxwell'schen Gleichungen und dem Ohm'schen Gesetz. Im Faraday'schen Gesetz mit

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A.19})$$

kann man das elektrische Feld \vec{E} durch eine vereinfachte Form des Ohm'schen Gesetzes [14] ersetzen

$$\vec{E} = \eta \vec{J} - \vec{u} \times \vec{B} \quad (\text{A.20})$$

mit $\eta = \frac{1}{\sigma}$ als dem elektrischen Widerstand. Damit folgt aus Gl. A.19

$$\nabla \times (\eta \vec{J} - \vec{u} \times \vec{B}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A.21})$$

d.h.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\eta \vec{J}) + \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{A.22})$$

Wenn man die Stromdichte aus der Ampere'schen Gleichung (Gl. A.6) verwendet, wird Gl. A.22

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{\sigma \mu_0} \right) + \nabla \times (\vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{A.23})$$

Damit erhält man für die 3 Komponenten B_x , B_y und B_z

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} (u_x B_y - u_y B_x) \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} (u_y B_x - u_x B_y) \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} + (u_z B_x - u_x B_z) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial y} - (u_y B_z - u_z B_y) \right] \quad (\text{A.26})$$

A.3 1 1/2-dimensionales MHD Modell

Hier wird das 1 1/2-dimensionale Modell aus den Gleichungen der Anhänge A.1 und A.2 abgeleitet. Wenn das Dampfabschirmungsproblem mit einem 1-dimensionalen Program untersucht wird, gilt für die Gradienten in y und z Richtung (s. Abb. 3.2)

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.27})$$

Außerdem wird angenommen, daß das Magnetfeld und die Ausbreitungsgeschwindigkeit keine Komponente parallel zum Divertor (y -Richtung) haben

$$u_y = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$B_y = 0 \quad (\text{A.29})$$

Damit folgt aus der Gauss'schen Gleichung für das Magnetfeld Gl. A.15

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0 \implies B_x = \text{const. (im Raum)}$$

Gl. A.24 für die Magnetfelddiffusionsgleichung von B_x ergibt sich auf Grund der Gl. A.27 bis A.29

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0 \implies B_x = \text{const. (in der Zeit)}$$

d.h., in dem $1\frac{1}{2}$ -dimensionalen Modell bleibt die x Komponente des Magnetfeldes zeitlich und räumlich konstant

$$B_x = B_0 \sin \alpha \quad (\text{A.30})$$

wo B_0 das Magnetfeld und α der Magnetfeldwinkel zum Divertor zu Beginn der Dampfschildbildung sind. Aus der Ampere'schen Gleichung Gl. A.7 ergibt sich, daß

$$J_x = 0$$

$$J_y = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

$$J_z = 0$$

d.h. die Stromdichte \vec{J} hat nur eine Komponente in y -Richtung.

Mit den Annahmen aus Gl. A.27 ergibt sich die Bewegungsgleichung in x -Richtung (Gl. A.16)

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x^2 + p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_x^2}{\mu_0} \right) = 0 \quad (\text{A.31})$$

die, wie folgt, umgeschrieben werden kann

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x^2}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_x^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.32})$$

und weiter

$$\rho \left[\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] + u_x \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} \right] = -\frac{\partial}{\partial x} \left(p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_x^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.33})$$

mit der Massenerhaltungsgleichung (Gl. 3.1)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.34})$$

ergibt sich somit

$$\rho \left[\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} \right] = -\frac{\partial}{\partial x} \left(p_{xx} + \frac{B^2}{2\mu_0} - \frac{B_x^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.35})$$

Wenn man die Definition der Konvektionsableitung einer Vektorfunktion \vec{F}

$$\frac{d\vec{F}}{dt} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)$$

auf \vec{u} anwendet, ergibt sich

$$\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

und somit aus Gl. A.35

$$\rho \frac{du_x}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) \quad (\text{A.36})$$

Da B_x zeitlich und räumlich konstant ist (Gl. A.30), gilt

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_x^2}{\partial x} = 0$$

Die Bewegungsgleichungen in y - und z -Richtung erhält man aus (Gl. A.17 und A.18) mit ähnlichen Betrachtungen über u_y , B_y und den Gradienten in y - und z -Richtung

$$\frac{\partial \rho u_y}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.37})$$

$$\rho \frac{du_z}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{B_x B_z}{\mu_0} \right) \quad (\text{A.38})$$

Die Magnetfeldgleichungen Gl. A.25 und A.26 werden

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (u_x B_z - u_z B_x) \quad (\text{A.40})$$

A.4 Randbedingung an der Divertoroberfläche

Wie in Kapitel 3.1 erwähnt, ist die Randbedingung an der Divertoroberfläche, daß für das elektrische Feld gilt

$$\left(\vec{E} \times \vec{n} \right)_{Plasma} = \left(\vec{E} \times \vec{n} \right)_{Divertor} \quad (\text{A.41})$$

Der Einheitsvektor \vec{n} ist senkrecht zur Divertoroberfläche (s. Abb. 3.3)

$$\vec{n} = 1\vec{i}$$

mit Ampere'schem und Ohm'schem Gesetz (Gl. 3.7 und 3.6) wird Gl. A.41

$$\left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{\mu_0 \sigma} \right)_{\text{Plasma}} \times \vec{n} = \left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{\mu_0 \sigma} \right)_{\text{Divertor}} \times \vec{n}$$

ausführlich

$$\left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} \right)_{\text{Plasma}} = \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} \right)_{\text{Divertor}}$$

d.h.

$$\left(-\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{j} \right)_{\text{Plasma}} \times \vec{n} = \left(-\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{j} \right)_{\text{Divertor}} \times \vec{n}$$

und nach der Bildung des Vektorproduktes

$$\left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{\text{Plasma}} = \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{\text{Divertor}}$$

A.5 Poynting Vektor

Der Poynting Vektor in der Energieerhaltungsgleichung 3.3

$$\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

wird, im folgenden, mit dem Ampere'schen und dem Ohm'schen Gesetz und den Annahmen des 1 ½ -D Modell abgeleitet

$$\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = -\vec{B} \times \frac{\nabla \times \vec{B}}{\mu_0^2 \sigma} + \vec{B} \times \frac{\vec{u} \times \vec{B}}{\mu_0}$$

ausführlich

$$\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = -\frac{\vec{B}}{\mu_0^2 \sigma} \times \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} + \frac{\vec{B}}{\mu_0} \times \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & 0 & u_z \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} =$$

$$\frac{\vec{B} \times \left(\frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{j} \right)}{\mu_0^2 \sigma} + \frac{\vec{B} \times (u_z B_x - u_x B_z) \vec{j}}{\mu_0} =$$

$$\frac{1}{\mu_0^2 \sigma} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ B_x & 0 & B_z \\ 0 & \frac{\partial B_z}{\partial x} & 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ B_x & 0 & B_z \\ 0 & (u_z B_x - u_x B_z) & 0 \end{vmatrix} =$$

und schließlich

$$\frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = - \left(\frac{B_z}{\mu_0^2 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \frac{B_z (u_z B_x - u_x B_z)}{\mu_0} \right) \vec{i} + \left(\frac{B_x}{\mu_0^2 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \frac{B_x (u_z B_x - u_x B_z)}{\mu_0} \right) \vec{k}$$

Seine Divergenz ist

$$\nabla \cdot \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = - \left(\frac{B_z}{\mu_0^2 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \frac{B_z (u_z B_x - u_x B_z)}{\mu_0} \right)$$

Anhang B

Selbstähnlichkeitslösung

Um die in FOREV-1 eingesetzten Algorithmen und Prozeduren des 1 ½ -dimensionalen MHD-Modelles zu überprüfen, wurde eine analytische selbstähnliche Lösung des MHD-Systems abgeleitet, und ihre Resultate wurden mit denen aus FOREV-1 verglichen. In dem MHD-Gleichungssystem sind näherungsweise die Dissipationsprozesse nicht berücksichtigt worden. Die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls aus dem 1 ½ -dimensionalen MHD-Modell (s. Anhang A.3) bleiben unverändert

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \rho u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x^2 + p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} \right) = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial \rho u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u_x u_z - \frac{B_x B_z}{\mu_0} \right) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Unter der Annahme ($\sigma \rightarrow \infty$), kann der Diffusionsterm in der Magnetfelddiffusionsgleichung A.40

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_0 \sigma} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right)$$

vernachlässigt werden und das Magnetfeld wird durch Konvektion bestimmt

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (u_x B_z - u_z B_x) \quad (\text{B.4})$$

Die Energiebilanzgleichung ohne Dissipationsvorgänge lautet [13]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_x \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma p \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.5})$$

wo $\gamma = \frac{5}{3}$ der Adiabatenindex ist. Nach Variablensubstitution gemäß

$$t' = t$$

$$\xi = \frac{x}{t'}$$

ändern sich die zeitlichen und räumlichen Ableitungen in den MHD-Gleichungen folgendermaßen

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - \frac{\xi}{t'} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{t'} \frac{\partial}{\partial \xi}$$

Als weitere Näherung wird ein stationärer Zustand angenommen (d.h. $\frac{\partial}{\partial t'} = 0$), und das Gleichungssystem wird

$$-\frac{\xi}{t'} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \frac{1}{t'} \frac{\partial \rho u_x}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$-\frac{\xi}{t'} \frac{\partial \rho u_x}{\partial \xi} + \frac{1}{t'} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho u_x^2 + p + \frac{B_z^2}{2\mu_0} \right) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$-\frac{\xi}{t'} \frac{\partial \rho u_z}{\partial \xi} + \frac{1}{t'} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho u_x u_z - \frac{B_x B_z}{\mu_0} \right) = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$-\frac{\xi}{t'} \frac{\partial B_z}{\partial \xi} = \frac{1}{t'} \frac{\partial}{\partial \xi} (u_z B_x - u_x B_z) \quad (\text{B.9})$$

$$-\frac{\xi}{t'} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{u_x}{t'} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\gamma p}{t'} \frac{\partial u_x}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{B.10})$$

und mit $w = u_x - \xi$ ¹

$$w\rho' + \rho u_x' = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$w u_x \rho' + w \rho u_x' + (\rho u_x) u_x' + p' + \frac{B_z}{\mu_0} B_z' = 0 \quad (\text{B.12})$$

$$w u_z \rho' + \rho u_z u_x' - \frac{B_x}{\mu_0} B_z' + w \rho u_z' = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$B_z u_x' + w B_z' - B_x u_z' = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$\gamma \rho u_x' + w p' = 0 \quad (\text{B.15})$$

wobei der Strichindex ' der totalen Ableitung $\frac{d}{d\xi}$ entspricht. Das homogene und lineare Gleichungssystem besteht dann aus 5 Gleichungen mit 5 Variablen: ρ' , u_x' , p' , B_z' und u_z' (B_x ist zeitlich und räumlich konstant). Es besitzt nur dann nichttriviale Lösungen, wenn die Determinante gleich Null ist

$$\begin{vmatrix} w & \rho & 0 & 0 & 0 \\ w u_x & (w\rho + \rho u_x) & 1 & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ w u_z & \rho u_z & 0 & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ 0 & B_z & 0 & w & -B_x \\ 0 & \gamma p & w & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

¹Eine Folge dieser Definition ist, daß an der Oberfläche zwischen Festkörper und Plasma $u_x = c$ ist, weil $x = 0 \Rightarrow \xi = 0$

d.h.

$$w \begin{vmatrix} \rho(w + u_x) & 1 & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ \rho u_z & 0 & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ B_z & 0 & w & -B_x \\ \gamma p & w & 0 & 0 \end{vmatrix} - \rho \begin{vmatrix} wu_x & 1 & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ wu_z & 0 & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ 0 & 0 & w & -B_x \\ 0 & w & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

weiter

$$w\gamma p \begin{vmatrix} 1 & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ 0 & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ 0 & w & -B_x \end{vmatrix} - w^2 \begin{vmatrix} \rho(w + u_x) & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ \rho u_z & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ B_z & w & -B_x \end{vmatrix} - \rho w \begin{vmatrix} wu_x & \frac{B_z}{\mu_0} & 0 \\ wu_z & -\frac{B_x}{\mu_0} & w\rho \\ 0 & w & -B_x \end{vmatrix} = 0$$

nach der Berechnung aller Determinanten ergibt sich die folgende biquadratische Gleichung

$$w^4 - \left(\frac{\gamma p}{\rho} + \frac{B_x^2 + B_z^2}{\rho \mu_0} \right) w^2 + \frac{\gamma p B_x^2}{\rho \mu_0} = 0$$

die mittels der Definition von Alfvén-Geschwindigkeit²

$$c_A = \sqrt{\frac{B^2}{\rho \mu_0}} = \sqrt{c_{Ax}^2 + c_{Az}^2}$$

mit

$$c_{Ax} = \sqrt{\frac{B_x^2}{\rho \mu_0}}$$

$$c_{Az} = \sqrt{\frac{B_z^2}{\rho \mu_0}}$$

und von Schallgeschwindigkeit

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

²In einem Plasma ist die Alfvén-Geschwindigkeit die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer transversalen elektromagnetischen Welle, die sich parallel zu einem homogenen Magnetfeld ausbreitet.

zu

$$w^4 - (c_s^2 + c_A^2) w^2 + c_s^2 c_{Ax}^2 = 0$$

wird. Die vier Wurzeln dieser Gleichung ergeben sich zu

$$w^2 = \frac{c_s^2 + c_A^2 \pm \sqrt{c_s^4 + c_A^4 + 2c_s^2(c_{Az}^2 - c_{Ax}^2)}}{2}$$

d.h., wenn

$$c = \sqrt{\frac{c_s^2 + c_A^2 \pm \sqrt{c_s^4 + c_A^4 + 2c_s^2(c_{Az}^2 - c_{Ax}^2)}}{2}}$$

ergeben sich als Wurzeln

$$w = \pm c$$

und damit eine Bedingung für die Werte, die w haben kann. Ob man die Wurzel mit Plus oder Minus als Vorzeichen wählt, läßt sich durch Betrachtungen über die Änderung der Geschwindigkeit mit der Dichte in der Wolke bestimmen. Wenn in den oberen Gleichungen die Ableitungen nach ξ durch die nach der Dichte ρ ersetzt werden, ergibt sich in der Gl. B.11

$$\frac{du_x}{d\rho} = -\frac{w}{\rho}$$

daß für $w = -c$

$$\frac{du_x}{d\rho} = \frac{c}{\rho}$$

ist. D.h., die Geschwindigkeit erhöht sich mit der Dichte, und somit sollte am Rand der Wolke, wo die Dichte am kleinsten ist, auch die kleinste Ausbreitungsgeschwindigkeit auftreten, was den vorgesehenen Eigenschaften des verdampften Materials (hohe Dichte und niedrige Geschwindigkeit gegenüber dem Divertor und, umgekehrt, am Außenrand hohe Geschwindigkeit und niedrige Dichte) nicht entspricht. Demzufolge ist das Wurzelpaar $w = c$ auszuwählen. Gl. B.11, B.13, B.14 und B.15 werden

$$\frac{du_x}{d\rho} = -\frac{c}{\rho} \tag{B.16}$$

$$c\rho \frac{du_z}{d\rho} = \frac{B_x}{\mu_0} \frac{dB_z}{d\rho} \quad (\text{B.17})$$

$$c \frac{dB_z}{d\rho} = B_z \frac{c}{\rho} + \left(\frac{B_x^2}{c\rho\mu_0} \frac{dB_z}{d\rho} \right) \quad (\text{B.18})$$

wobei $\frac{du_z}{d\rho}$ von Gl. B.17 in Gl. B.18 verwendet wurde, und durch

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p}{\rho} \quad (\text{B.19})$$

wird die Schallgeschwindigkeit in einem isentropen Vorgang definiert .

Gl. B.18 kann auch, wie folgt, geschrieben werden

$$\frac{dB_z}{d\rho} = \frac{B_z}{\rho} \left(\frac{1}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} \right) \quad (\text{B.20})$$

Gl. B.17 wird dann mit der Substitution von $\frac{dB_z}{d\rho}$ aus Gl. B.20

$$\frac{du_z}{d\rho} = c\rho \frac{B_x^2}{\mu_0} \frac{B_z}{B_x\rho} \left(\frac{1}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} \right) = \frac{B_z}{B_x\rho c} \left(\frac{c_{Ax}^2}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} \right) \quad (\text{B.21})$$

Die Bewegungsgleichung B.12 wird

$$-c^2 + \frac{\gamma p}{\rho} + \frac{B_z^2}{\mu_0\rho} \frac{1}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} = 0$$

d.h.

$$-c^2 + c_s^2 + \frac{c_{Az}^2}{1 - \frac{c_{Ax}^2}{c^2}} = 0 \quad (\text{B.22})$$

Die oberen Gleichungen werden dann verwendet, um Magnetfeld und Ausbreitungsgeschwindigkeit in x -Richtung in der Materialwolke zu berechnen. Um Betrachtungen durchführen zu können, die unabhängig von dem maximalen

Wert der verschiedenen Größen sind, wurden Druck, Dichte und Magnetfeld mit ihren maximalen Werten auf 1 normiert, d.h., im Folgenden werden die entsprechenden dimensionslosen Größen verwendet

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\hat{p} = \frac{p}{p_0}$$

$$\hat{B} = \frac{B}{B_0}$$

wobei ρ_0 und p_0 im Plasma nahe beim Divertor vorkommen, während B_0 das Magnetfeld am Außenrand der Wolke ist. Für die Schallgeschwindigkeit gilt dann

$$c_s^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \hat{\rho}^{\gamma-1} = c_0^2 \hat{\rho}^{\gamma-1}$$

mit

$$c_0^2 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$

und für die Alfvén-Geschwindigkeit erhält man

$$c_A^2 = \frac{2 c_0^2 \hat{B}^2}{\gamma \beta \hat{\rho}}$$

wo

$$\beta = \frac{2\mu_0 p_0}{B_0^2}$$

Wenn, nach der Normierung, die oberen Terme in Gl. B.20 eingeführt werden, ergibt sich

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{2\hat{B}_z^2}{\frac{\gamma\beta}{2}\hat{\rho}\gamma + \hat{B}^2 \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma\beta}{2}\right)^2 \hat{\rho}^{2\gamma} + \hat{B}^4 + \gamma\beta\hat{\rho}\gamma(\hat{B}_z^2 - \hat{B}_x^2)}}} \quad (\text{B.23})$$

und mit

$$\epsilon = \frac{\frac{\gamma\beta}{2}\hat{\rho}^\gamma}{\hat{B}^2}$$

und

$$a = \frac{2\hat{B}_x^2}{\hat{B}^2}$$

wird die Gleichung

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{a}{1+\epsilon - \sqrt{\epsilon^2 + 1 + 2\epsilon - 2a\epsilon}}} \quad (\text{B.24})$$

oder

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{1+\epsilon + \sqrt{(1+\epsilon)^2 - 2a\epsilon}}{2\epsilon}}$$

In Gl. B.24 wurde das Vorzeichen Minus ausgewählt. Wenn Plus gewählt worden wäre

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{a}{1+\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 1 + 2\epsilon - 2a\epsilon}}}$$

hätte man

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{a \left[1+\epsilon - \sqrt{(1+\epsilon)^2 - 2a\epsilon} \right]}{(1+\epsilon)^2 - (1+\epsilon)^2 + 2a\epsilon}}$$

d.h.

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{1+\epsilon - \sqrt{1+\epsilon^2 + 2\epsilon - 2a\epsilon}}{2\epsilon}} \quad (\text{B.25})$$

Für $\rho \rightarrow 0$ dann gilt auch $\epsilon \rightarrow 0$, deswegen kann ϵ^2 in dem Bereich, wo das Plasma dünn ist, vernachlässigt werden, und die Gl. B.25 ergibt sich

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{1+\epsilon-1-\epsilon+a\epsilon}{2\epsilon}}$$

wobei die Potenzreihenentwicklung

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \dots$$

verwendet wurde. Weiter erhält man

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} \frac{1}{1 - \frac{a}{2}}$$

In ITER ist $B_x = 0.1 B_z$ vorgesehen, d.h., $\frac{a}{2} = (0.1)^2 \ll 1$, dann ergibt sich

$$\frac{d\hat{B}_z}{d\hat{\rho}} = \frac{\hat{B}_z}{\hat{\rho}} > 0$$

was im Gegensatz zum Divertorfall steht. In den Betrachtungen wurde das Magnetfeld \hat{B}_z durch Gl. B.24 berechnet, und die Ausbreitungsgeschwindigkeit durch Gl. B.16. Für die Dichte der Wolke wurden auf 1 normierte Werte verwendet, die der durch FOREV-1 berechneten Verteilung für einen stationären Zustand entsprechen.