

BERICHTE
der
Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine
der Universität Fridericiana
in Karlsruhe

Herausgeber: Univ.-Prof. tekn. dr, Hon DSc R. Baehre und Univ.-Prof. Dr.-Ing. J. Ehlbeck

4. Folge — Heft 21

Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen
durch Messung von Longitudinalschwingungen

von
Dipl.-Ing. Rainer Görlacher

Karlsruhe 1990

Vorwort

Die Entwicklung maschineller Verfahren zur Sortierung von Bauschnittholz nach Festigkeitsklassen gewinnt zunehmend an Bedeutung. Die deutschen Sortierbestimmungen für Nadelholz nach der Tragfähigkeit sind in der Neufassung der DIN 4074 (1989) geregelt und ermöglichen neuerdings auch die maschinelle Holzsortierung. Solche Verfahren führen zur besseren Nutzung des hochwertigen Bauschnittholzes.

Mit der vorliegenden Arbeit wird die Eignung eines Verfahrens untersucht, bei dem durch Messung der Schwingungszeit von Longitudinalschwingungen über den daraus berechneten mittleren dynamischen Elastizitätsmodul Bretter aus Fichte hinsichtlich ihrer Zugfestigkeiten sortiert werden können. Das Verfahren eignet sich prinzipiell dazu, die Lamellen für die Herstellung von Brettschichtholzbauteilen in vorgegebene Festigkeitsklassen einzuteilen. Dadurch wird es letztlich auch möglich, Brettschichtholzbauteile hoher Tragfähigkeit herzustellen, so daß höhere Belastbarkeiten als nach den bisherigen technischen Baubestimmungen erreicht werden können.

Diese Arbeit wurde vom Verfasser unter dem Referenten, Herrn Univ.-Professor Dr.-Ing. J.Ehlbeck, und dem Korreferenten, Herrn Univ.-Professor Dr.-Ing. P.Glos (Universität München), als Dissertation vorgelegt und von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität (TH) Karlsruhe genehmigt.

Die Herausgeber

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Ziel der Untersuchung	9
1.2	Gegenwärtiger Stand der maschinellen Schnittholzsortierung	12
2	Methode der Eigenfrequenzmessung	16
2.1	Allgemeine Beschreibung des Verfahrens	16
2.2	Bisheriger Kenntnisstand	16
2.3	Theoretische Grundlagen	17
2.3.1	Längsschwingungen	18
2.3.2	Biegeschwingungen	19
2.3.3	Torsionsschwingungen	20
3	Die Eigenfrequenzmessung von Längsschwingungen	21
3.1	Begründung des Verfahrens, Vorüberlegungen	21
3.2	Meßgerät und Meßeinrichtung	21
3.3	Untersuchung der Einflußgrößen auf die Eigenfrequenz	27
3.3.1	Einfluß der Querkontraktion	27
3.3.2	Einfluß einer in Brettlängsrichtung veränderlichen Rohdichte	34
3.3.3	Einfluß einer senkrecht zur Brettlängsrichtung veränderlichen Rohdichte	39
3.3.4	Einfluß eines in Brettlängsrichtung veränderlichen Elastizitätsmoduls	40
3.3.5	Einfluß eines senkrecht zur Brettlängsrichtung veränderlichen Elastizitätsmoduls	42
3.3.6	Einfluß der Geometrie	43

4	Rechenmodell als Grundlage zur Nachbildung einer Sortierung	44
4.1	Zweck des Rechenmodells	44
4.2	Simulation des Brettaufbaus	45
4.2.1	Brettlänge	46
4.2.2	Ästigkeit	46
4.2.2.1	Größter KAR-Wert in einem Brett	47
4.2.2.2	Übrige KAR-Werte	49
4.2.3	Rohdichte	50
4.2.3.1	Brettabschnitte ohne Äste (fehlerfreies Holz)	51
4.2.3.2	Brettabschnitte mit Ästen	56
4.2.4	Elastizitätsmodul	58
4.2.5	Zugfestigkeit	63
4.2.6	Zusammenfassung der Simulation des Brettaufbaus	63
4.3	Simulation der Eigenfrequenzmessung	64
4.4	Simulationsbeispiele	65
5	Zusammenhang zwischen möglichen Sortierparametern und Festigkeits- bzw. Steifigkeitseigenschaften	74
5.1	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Brettlänge	75
5.2	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und mittlerer Rohdichte	76
5.3	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und größtem KAR-Wert	78
5.4	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und mittlerem dynamischen Elastizitätsmodul	79
5.5	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Biege-Elastizitätsmodul	80
5.6	Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Kombinationen von Sortierparametern	84
5.7	Zusammenhang zwischen mittlerem Brett-Elastizitätsmodul und Sortierparametern	88
5.8	Zusammenfassung	90

6	Reaktion des Rechenmodells auf geänderte Eingangsdaten	92
6.1	Verteilung des größten KAR-Wertes	92
6.2	Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes	95
7	Ermittlung und Festlegung der Meßgenauigkeit	97
7.1	Allgemeines	97
7.2	Meßfehler bei der Ermittlung der Abmessungen	97
7.3	Meßfehler bei der Ermittlung der Masse	99
7.4	Meßfehler bei der Ermittlung der Ästigkeit	100
7.5	Meßfehler bei der Ermittlung der Schwingungszeit	100
7.6	Meßgenauigkeit von Biegeprüfmaschinen	102
8	Sortierung	103
8.1	Sortierung ohne Meßfehler	103
8.2	Auswirkung des Meßfehlers auf die Sortierung	106
8.3	Sortierung in die Sortierklassen nach DIN 4074 nach dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung	108
8.3.1	Wahl der Sortierklassen	108
8.3.2	Ermittlung der Sortierklassengrenzwerte	111
9	Überprüfung einer Sortierung nach DIN 4074 durch Versuche mit Brettschichtholzträgern	115
9.1	Planung und Durchführung	115
9.2	Ergebnisse	116
10	Zusammenfassung	127
11	Bezeichnungen	130
12	Literatur	133

Anhang		141
A1	Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Brettabschnitten	141
A1.1	Allgemeines	141
A1.2	Begründung der Wahl der Methode	141
A1.3	Beschreibung des Meßverfahrens	142
A1.4	Durchführung der Messung	148
A2	Berechnung der Längs-Schwingungszeiten von simulierten Brettern	149
A2.1	Begründung	149
A2.2	Rechenprogramm	149
A3	Vergleich statisch und dynamisch ermittelter Elastizitätsmodul	152
A4	Sortiermaschine auf dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung	156
A4.1	Randbedingungen für eine Sortiermaschine	156
A4.2	Ablauf der Sortierung	158
A4.3	Kontrolle und Überwachung	160

1 Einleitung

1.1 Ziel der Untersuchungen

Für die Standsicherheit einer Holzkonstruktion, aber auch für die wirtschaftliche Verwendung des Werkstoffes Holz, hat eine geeignete Holzauswahl große Bedeutung. Diese Holzauswahl, die schon im Wald beginnt, im Sägewerk fortgesetzt wird, unterliegt zum Schluß, vor der Verwendung des Holzes als tragendes Bauteil, den Sortierkriterien der DIN 4074 "Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit".

Grundsätzlich kann eine Festigkeitssortierung von Holz visuell oder maschinell durchgeführt werden. Die visuelle Sortierung beruht auf der Ermittlung visuell feststellbarer Eigenschaften des Holzes. Dies sind im wesentlichen die Ästigkeit und einige andere Holzfehler, die als festigkeitsrelevant erkannt worden sind. Die Qualität einer solchen Sortierung hängt in hohem Maße von der Arbeitsweise und persönlichen Entscheidung des Sortierers ab und ist somit nur bedingt objektiv.

Bei der maschinellen Sortierung können auch Parameter wie Rohdichte und Elastizitätsmodul bestimmt werden, die bessere Korrelationen zur Festigkeit aufweisen und die visuell nicht zu erfassen sind. Gleichzeitig ist eine maschinelle Sortierung objektiv und überprüfbar. Dadurch läßt sich das Holzangebot wesentlich effizienter nutzen.

Die Möglichkeit der maschinellen Sortierung wurde im September 1989 in die DIN 4074 neu aufgenommen. Die Verfahren zur maschinellen Schnittholzsortierung sind im einzelnen nicht festgelegt, die grundsätzliche Eignung dieser Verfahren, den schwächsten Querschnitt zuverlässig zu erkennen und zu klassifizieren, ist jedoch nachzuweisen. Dazu ist selbstverständlich die Abhängigkeit der Festigkeit vom Sortierparameter nachzuweisen, hinzu kommt aber auch die Zuverlässigkeit, mit der Schlechteile aller Art erkannt werden, die Reproduzierbarkeit des Sortierergebnisses und auch die zufrieden-

stellende Arbeitsweise des Maschinentyps bezüglich Holzart, Abmessungen, Oberfläche, Feuchte und Temperatur.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die grundsätzliche Eignung der Eigenfrequenzmessung zur maschinellen Sortierung von Brettern für die Brett-schichtholzerstellung nachzuweisen. Entgegen der bisher üblichen Vorgehensweise, die für den Nachweis der Eignung eines Sortierverfahrens Versuche mit Proben vorsieht, die den gewünschten Anwendungsbereich abdecken, wird der Nachweis durch eine wirklichkeitsnahe Simulation des Sortiervorgangs erbracht.

Die bisher, wenn auch nur in geringem Umfang, angewendeten Verfahren zur Sortierung von Holz nach der Methode der Eigenfrequenzmessung ermitteln die Eigenfrequenz der Biegeschwingung und sind für Holzbauteile, die einer Biegebeanspruchung ausgesetzt werden, geeignet. Da aber Brett-schichtholzlamellen im Brettschichtholzträger im wesentlichen auf Druck oder Zug beansprucht werden, ist es von Vorteil, die Schwingungszeit, aus der sich der Sortierparameter Elastizitätsmodul ermitteln läßt, aus einer Längs-schwingung zu bestimmen, die ebenso eine Zug- Druckbeanspruchung darstellt.

Nachteil der Methode der Eigenfrequenzmessung ist es, daß primär nur die mittleren Holzeigenschaften, in diesem Fall der mittlere Elastizitätsmodul, für das gesamte Brett ermittelt werden können. Eine Sortierung nach der Festigkeit hat jedoch die Aufgabe, die schwächste Stelle zu klassifizieren. Es ist aber möglich, aus der mittleren Eigenschaft eines Brettes auf den schwächsten Querschnitt im Brett zu schließen, wenn die wahrscheinliche Verteilung der Festigkeit innerhalb eines Brettes bekannt ist. Da durch den natürlichen Baumwuchs gewisse Regelmäßigkeiten beim Auftreten von Ästen und bei der Verteilung der Rohdichte zu erwarten sind, werden auch Elastizitätsmodul und Festigkeit innerhalb eines Brettes Gesetzmäßigkeiten unterliegen. Diese Gesetzmäßigkeiten, die bisher bei der Sortierung noch nicht berücksichtigt worden sind, müssen ermittelt werden. Die Unschärfe der Klassifizierung, die bei einer solchen Vorgehensweise zwangsläufig entsteht, kann durch große Zuverlässigkeit und Reproduzierbarkeit des Meßverfahrens wieder ausgeglichen werden.

Nach einer allgemeinen Beschreibung der Methode der Eigenfrequenzmessung (Abschnitt 2), werden in Abschnitt 3 die Einflußgrößen auf die Eigenfrequenz von Längsschwingungen bei Brettern untersucht. Dies war notwendig, um die Randbedingungen für das in Abschnitt 4 entwickelte Rechenmodell zu erhalten. Dieses Rechenmodell soll die für die Eignung einer Sortierung vorgesehenen Versuche ersetzen. Dazu werden Bretter, wie sie in den Leimbaubetrieben zur Herstellung von Brettschichtholz verwendet werden, nachgebildet. Dies geschieht auf der Basis von statistischen Verteilungsfunktionen der wichtigsten Einflußgrößen, die durch eigene Untersuchungen zu ergänzen sind. Insbesondere ist die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung nicht bekannt und muß deshalb mit einer dafür speziell entwickelten Prüfmethode bestimmt werden (Anhang A1).

Die Schwingungszeit dieser simulierten Bretter, aus der man den Sortierparameter Elastizitätsmodul erhält, wird mit einem Rechenprogramm (Anhang A2) ermittelt, da eine geschlossene Lösung durch nicht konstante Rohdichte- und Elastizitätsmodulverteilung nicht möglich ist.

Mit Hilfe dieses Rechenmodells wird in Abschnitt 5 die Abhängigkeit der möglichen Sortierparameter von der Festigkeit untersucht.

Meßfehler, die bei einer Sortierung auftreten können, werden in Abschnitt 7 berücksichtigt.

Sortiererergebnisse mit und ohne Meßfehler werden in Abschnitt 8 vorgestellt. Gleichzeitig wird eine Sortierung nach DIN 4074 zur Einordnung in die dort vorgesehenen Sortierklassen simuliert und die zugehörigen Sortierklassengrenzen angegeben.

Abschließend werden die Sortiererergebnisse anhand von Versuchen an Brett-schichtträgern, deren Lamellen nach der Methode der Eigenfrequenz sortiert sind, überprüft.

Eine praxisreife Sortiermaschine kann an dieser Stelle nicht vorgestellt werden. Die Randbedingungen für eine solche Maschine werden in Anhang 4 gegeben.

1.2 Gegenwärtiger Stand der maschinellen Schnittholzsortierung

Der Stand der maschinellen Holzsortierung wurde von MÜLLER 1968, KUFNER 1977, MOLENDIA 1977, LOGAN 1978, TORY 1978, GLOS und SCHULZ 1980 und GLOS 1982 ermittelt und beschrieben. Ziel dieser Arbeiten war es, durch Beschreibung und Vergleich bereits bestehender Verfahren der Schnittholzsortierung, praktische Anregungen für weitere Forschung und Entwicklung zu geben. Der zur Zeit aktuelle nationale und internationale Stand der maschinellen Holzsortierung wurde von GLOS 1986 ermittelt. Dazu war es zunächst notwendig, Kriterien zu formulieren, nach denen Sortiermaschinen und -verfahren beurteilt und verglichen werden können. Diese wichtigen Kriterien sollen an dieser Stelle aufgeführt werden, da sie für diese Arbeit von ausschlaggebender Bedeutung sind.

Das gesamte System der maschinellen Schnittholzsortierung besteht im wesentlichen aus vier Teilen:

- (1) die physikalischen Grundlagen der Festigkeitssortierung,
- (2) die technischen Möglichkeiten und Anwendungsgrenzen kommerzieller Sortiermaschinen,
- (3) die Qualitätskontrolle zur Gewährleistung der Zuverlässigkeit des Verfahrens und
- (4) die Definition und Einteilung von Festigkeitsklassen und die Zuordnung von Bemessungswerten zu diesen Klassen.

Aufgrund dieser Beurteilungskriterien ergab sich folgende zusammenfassende Bewertung:

Über 90 % aller industriell eingesetzten Sortiermaschinen sind sogenannte Biegemaschinen, also Maschinen, die das zu sortierende Holz kontinuierlich oder einzeln einer Biegebeanspruchung aussetzen, um daraus entweder über Kraft und Durchbiegung den Biege-Elastizitätsmodul als Sortiergröße zu berechnen, oder über die Höhe der Belastung, Holz, welches diese Belastung nicht ohne Schädigung erträgt, auszusortieren.

Neben Biegemaschinen wurden auch Sortiermaschinen entwickelt, die auf dem Vibrations-, Durchschallungs- und Durchstrahlungsprinzip beruhen. (Das Vibrationsprinzip für die Sortierung von Holz wurde bisher nur auf Biegeschwingungen angewendet). Diese Maschinen können den Biegemaschinen gleichwertig oder überlegen sein, wenn es gelingt, nachzuweisen, daß das System die Anforderungen eines "machine control"-Systems erfüllt. Bei diesem System müssen zunächst durch umfangreiche Versuche für alle zu sortierenden Holzarten-, Festigkeits- und Abmessungsklassen die Einstellungswerte der Maschine festgelegt werden. Bei der Qualitätskontrolle im Betrieb ist nur die Funktion und Einstellung der Maschine zu überprüfen, während eine Prüfung des sortierten Holzes, wie bei einem "output control"-System, nicht notwendig ist. Dies bedeutet für das "machine-control"-System hohe Ansprüche an die Stabilität und Reproduzierbarkeit der Messung und des Sortiervorganges, so daß zum Beispiel zufällige Änderungen der Qualität des Holzangebots oder zufällige oder gewollte Schwankungen der Abmessungen die Sortierqualität, also den Zusammenhang Sortiermerkmal-Festigkeit, nicht beeinflussen dürfen. Das "machine-control"-System hat sich in Europa durchgesetzt, da durch wechselndes Holzangebot und auch durch ständig wechselnde Abmessungen der Durchsatz einheitlichen Materials so gering ist, daß eine Kontrolle der Sortierung über Probennahme und Prüfung nicht wirtschaftlich und zugleich zuverlässig sein kann.

Der Genauigkeit der Bestimmung der Sortierparameter unter praktischen Einsatzbedingungen von Sortiermaschinen kommt eine besondere Bedeutung zu, da sie zusammen mit der Korrelation zwischen Sortierparametern und Festigkeit die Qualität der Sortierung bestimmt. Dieser Zusammenhang wird in Bild 1 gezeigt, in dem der Einfluß des Korrelationskoeffizienten und der Meßgenauigkeit auf die 5 %-Fraktile des sortierten Holzes dargestellt ist. Man erkennt, daß eine größere Unschärfe in der Korrelation durch eine Verbesserung der Genauigkeit ausgeglichen werden kann.

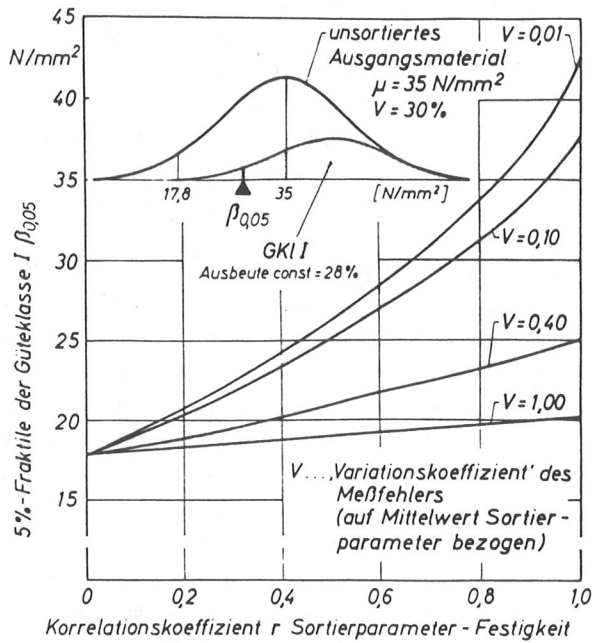


Bild 1 Einfluß der Sortierqualität (beschrieben durch den Korrelationskoeffizienten r und den Variationskoeffizienten des Meßfehlers V) auf die 5 % Fraktile einer Güteklasse, wenn die Ausbeute konstant gehalten wird. (aus GLOS 1986)

Prinzipiell kann aber davon ausgegangen werden, daß die maschinelle Sortierung, bedingt durch höhere Korrelationen, durch größere Genauigkeit und durch Objektivität, der visuellen Sortierung überlegen ist. Hinzu kommt, daß bei den meisten maschinellen Sortierverfahren die Steifigkeit (Elastizitätsmodul), die oftmals für die Bemessung maßgebend wird, und die Dichte des Holzes, die entscheidenden Einfluß auf die Tragfähigkeit mechanischer Verbindungsmittel hat, erfaßt werden.

Forschungs- und Entwicklungsbedarf besteht noch in folgenden Bereichen:

- Erhöhung der Sortiergenauigkeit traditioneller Biegemaschinen durch bessere Auswertung der Meßwerte,
- Nachweis, daß Vibrations-, Durchschallungs- oder Durchstrahlungsverfahren die Anforderungen an ein "machine control"-System erfüllen,
- Optimierung der Kombination von Sortierparametern,
- Festlegung von Festigkeitsklassen unter Einbeziehung von Elastizitätsmodul und Rohdichte,
- Entwicklung einfacher Maschinen und Verfahren, die für eine Sortierung auch in kleinen Betrieben oder für die Überwachung auf der Baustelle geeignet sind.

Begleitend wäre eine internationale Harmonisierung der Normen notwendig, die Behinderungen für den Handel mit sortiertem Holz abbaut und die weitere maschinentechnische Entwicklung fördert.

2 Methode der Eigenfrequenzmessung

2.1 Allgemeine Beschreibung des Verfahrens

Ein Körper kann durch entsprechende Anregung in Schwingungen versetzt werden. Dabei finden periodisch elastische Verschiebungen im kristallinen Aufbau statt, die eine Änderung der äußeren Form bewirken. Hat ein Körper eine geometrisch einfache Form, wie zum Beispiel Zylinder oder Prisma, so kann man je nach der Richtung der Anregung und der damit verbundenen Formänderung zwischen Biege-, Längs- und Torsionsschwingungen unterscheiden. Ähnlich wie bei der statischen Beanspruchung aus der Deformation, der Kraft und den geometrischen Abmessungen die statischen Elastizitätskonstanten ermittelt werden können, werden bei einer dynamischen Beanspruchung aus Schwingungszeit, Rohdichte und Geometrie die dynamischen Elastizitätszahlen berechnet.

Um Eigenschwingungen zu erzeugen, stehen zwei verschiedene Methoden zur Verfügung:

- die Frequenz einer äußeren, periodisch wechselnden Kraft wird variiert, bis sie sich in Resonanz mit einer Eigenschwingungsform des Körpers befindet.
- durch einmaliges Erregen (Schlag, Stoß) wird eine zunächst sehr komplexe Schwingung erzeugt. Günstige Auflagerbedingungen, die es dem Körper erlauben, frei zu schwingen, führen dazu, daß sich nach kurzer Zeit Eigenschwingungen einstellen.

2.2 Bisheriger Kenntnisstand

Die Methode der Eigenfrequenzmessung wird für Holz und Holzwerkstoffe seit vielen Jahren angewandt. So wurde der Elastizitätsmodul von Holz und Holzwerkstoffen aus Messungen der Longitudinalschwingungen

(BECKER 1966; BECKER u. PECHMANN 1972) oder aus Biegeschwingungen (JAYNE 1955 u. 1959; MILLER 1962,1964 u. 1968; OERTEL 1966 u. 1968; O'HALLORAN et al. 1972; GÖRLACHER 1984; MEHLHORN u. MERKEL 1986;) berechnet. Einige Untersuchungen ermittelten die Elastizitätszahlen aus verschiedenen Schwingungsformen (KOLLMANN u. KRECH 1960; PELLERIN 1965; HEARMON 1966; RADU u. BRENNDÖRFER 1976; GÖRLACHER 1986). Mit Torsionsschwingungen wurde der Torsionsmodul und daraus der richtungsorientierte Schubmodul von Holz oder von Spanplatten ermittelt (BECKER 1966; BECKER u. NOACK 1968; MORZE et al. 1979; OLSZEWSKI u. STRUK 1983).

Theoretische Grundlagen für die Berechnung der Elastizitätszahlen von Holz aus Schwingungszeitmessungen, die auch das charakteristisch hohe Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Schubmodul bei Biegeschwingungen berücksichtigen, stehen zur Verfügung (GOENS 1931). Dabei wird aber immer von einem homogenen Material ausgegangen, in dem insbesondere Rohdichte und die Elastizitätskonstanten innerhalb des Körpers konstant sind. Für die Abschätzung des Einflusses der Querdehnung bei Längsschwingungen wird sogar von einem isotropen Material ausgegangen.

Eine systematische Untersuchung der möglichen Einflußgrößen auf die Schwingungszeit, bedingt durch die Inhomogenität und durch die Anisotropie von Holz, steht bisher aus.

2.3 Theoretische Grundlagen

Die theoretischen Grundlagen für die Eigenfrequenzmessung wurden ausführlich von RAYLEIGH 1929 beschrieben. Sie sollen an dieser Stelle nur für den Fall der Längsschwingung kurz dargestellt werden, da sie für das Verständnis der folgenden Abschnitte, die sich fast ausschließlich mit Längsschwingungen beschäftigen, notwendig sind. Für die Biege- und Torsionsschwingungen werden lediglich die bei der Berechnung der Elastizitätskonstanten von Holz verwendeten Gleichungen dargestellt.

2.3.1 Längsschwingungen

Bei einer Längs- oder Longitudinalschwingung treten nur Längenänderungen im Stab auf, die Querschnitte bewegen sich senkrecht zu ihrer Ebene hin und her, eine Querbewegung (auch infolge einer Querkontraktion) erfolgt nicht. Unter diesen Voraussetzungen gilt die Differentialgleichung:

$$\rho \cdot \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = E \cdot \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} \quad (1)$$

u: Verschiebung des Querschnittes zur Zeit t

x: Lage des Querschnittes

ρ : Rohdichte

E: Elastizitätsmodul

Für $\rho = \text{const.}$ und $E = \text{const.}$ gilt

$$u = \left(C_1 \cdot \sin \frac{\omega \cdot x}{\sqrt{E/\rho}} + C_2 \cdot \cos \frac{\omega \cdot x}{\sqrt{E/\rho}} \right) \cos \omega \cdot t \quad (2)$$

Ist der Stab an einem Ende festgehalten, gilt dort $u=0$; ist sein Ende frei, so gilt dort $u'=0$, und zwar zu jedem beliebigen Zeitpunkt t.

Für einen Stab, der an beiden Enden frei beweglich ist, ergibt sich mit $u'=0$ an der Stelle $x=0$ die Konstante $C_2=0$.

Aus $u'=0$ an der Stelle $x=l$ folgt:

$$0 = C_1 \cdot \sin \frac{\omega \cdot l}{\sqrt{E/\rho}} \quad (3)$$

Diese Gleichung ist erfüllt für

$$0 = \frac{\sqrt{E/\rho}}{l} \cdot n \cdot \pi \quad n=1,2,3 \dots n \quad (4)$$

mit $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ergibt sich schließlich die Frequenz

$$f = \frac{\sqrt{E/\rho}}{2 \cdot l} \cdot n \quad (5)$$

Diese Formel gilt für alle Querschnittsformen, wenn die Länge des Stabes bezogen auf den Querschnitt genügend groß ist. Sie wurde bisher ohne weiteren Nachweis für den Werkstoff Holz angewendet, obwohl die Voraussetzungen (homogen, isotrop) nicht erfüllt sind. Im Abschnitt 3 wird auf die Grenzen der Gültigkeit dieser Formel für Holz eingegangen.

2.3.2 Biegeschwingungen

Bei einer Biegeschwingung (Quer- oder Transversalschwingung) bewegen sich die Masseteilchen senkrecht zur Stabachse. Gleichzeitig verdreht sich die Querschnittsfläche, wodurch die Masseteilchen auch in Richtung der Stabachse schwingen. Schubverformungen ergeben eine zusätzliche Auslenkung senkrecht zur Stabachse.

Für die Lösung der Differentialgleichung, die die Verdrehung der Querschnittsfläche und die Schubverformung berücksichtigt, wird für den Werkstoff Holz häufig die Näherungsgleichung von GOENS 1931 angewendet:

$$E = \frac{4 \pi^2 \cdot I^4 \cdot f^2 \cdot \rho}{m_n \cdot l^2} \left(1 + \frac{i^2}{l^2} \left(K_1 + K_2 \cdot s \frac{E}{G} \right) \right) \quad (6)$$

Darin bedeuten:

E = Elastizitätsmodul, G = Schubmodul, ρ = Rohdichte, l = Stablänge, i = Trägheitsradius in Richtung der Biegeschwingung, f = Frequenz. K_1 , K_2 und m_n sind Konstanten, die von der Ordnung der Schwingung abhängen. s ist ein Formfaktor, der für isotrope Rechteckquerschnitte den Wert 1,20 annimmt. Für Holz wird der Formfaktor s mit 1,06 angenommen, der von HEARMON 1958 ermittelt wurde.

Mit dieser Gleichung, die unter anderem von HEARMON 1958, KOLLMANN u. KRECH 1960 und GÖRLACHER 1984 verwendet wurde, kann der Werkstoff Holz gut erfaßt werden. Nicht konstante Rohdichte und Elastizitätsmodul-Verteilung scheinen bei den bisher untersuchten Proben nur von untergeordneter Bedeutung gewesen zu sein und wurden nicht weiter beachtet.

2.3.3 Torsionsschwingungen

Die theoretischen Grundlagen des zylindrischen, homogenen, zu Torsionsschwingungen angeregten Stabes sind analog zum longitudinal schwingenden Stab. So treten Torsionsspannungen auf, die mit den Drehmomenten der einzelnen Masseteilchen im Gleichgewicht sein müssen. Die zugehörige Differentialgleichung lautet analog Gleichung (1):

$$\rho \cdot \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = G \cdot \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} \quad (7)$$

Somit ergibt sich die Lösung für den Stab mit beidseitig freien Enden für die Grundschwingung:

$$G = 4 \cdot f^2 \cdot l^2 \cdot \rho \quad (8)$$

Korrekturfaktoren sind für quadratische und rechteckige Querschnitte einzuführen. Insbesondere für den anisotropen Werkstoff Holz muß beachtet werden, daß man durch Gleichung (8) den Torsionsmodul erhält, der sich aus der Kombination zweier Schubmoduln zusammensetzt.

3 Die Eigenfrequenzmessung von Längsschwingungen

3.1 Begründung des Verfahrens, Vorüberlegungen

Bei Brettschichtholz kann näherungsweise davon ausgegangen werden, daß die einzelnen Lamellen im wesentlichen Zug- bzw. Druckspannungen aufzunehmen haben. Das bedeutet, daß für das Versagen eines Brettschichtholzträgers die Zug- bzw. Druckfestigkeit der Lamellen maßgebend ist. Da die Zugfestigkeit mit dem Zug-Elastizitätsmodul wesentlich besser als mit dem Biege-Elastizitätsmodul korreliert (Korrelationskoeffizient 0,83 zu 0,75 nach GLOS u. HEIMESHOF 1982), ist es sicherlich günstig, bei einer Gütesortierung von Brettern für Brettschichtholz den Elastizitätsmodul über eine Längsschwingung (also Zug-Druck-Elastizitätsmodul) anstatt über eine Biegeschwingung zu ermitteln. Berechnet man den Elastizitätsmodul aus der Eigenfrequenz einer Längsschwingung nach Gleichung (5), so wird dazu lediglich die Länge des Körpers und seine Rohdichte benötigt. Dies bedeutet, daß die Querschnittsabmessungen bei der Ermittlung der Rohdichte linear eingehen, und somit Abweichungen der Ist-Abmessungen von den Soll-Abmessungen bei weitem nicht den Einfluß auf die Genauigkeit des Ergebnisses haben, wie z. B. bei Biegeschwingungen nach Gleichung (6): hier geht das Verhältnis der Querschnittsabmessungen in Richtung der Schwingung quer zur Trägerlänge in der 3. Potenz ein.

Weitere Einflüsse auf die Genauigkeit der aus der Eigenschwingung ermittelten Elastizitätsmoduln sollen in den nächsten Abschnitten untersucht werden.

3.2 Meßgerät und Meßeinrichtung

Für die Messungen und für die Konzipierung der Meßeinrichtung stand das von der Firma J.W. Lemmens-Elektronika hergestellte Meßgerät GRINDO-SONIC zur Verfügung (Bild 2). Das Gerät verfolgt über einen piezo-elektri-

schen Schwingungsaufnehmer oder über ein Mikrophon die Vibrationen eines durch einen einmaligen Stoß in Schwingungen versetzten Körpers über einen längeren Zeitraum. Kurz vor Abklingen der Schwingung wird vom Gerät die Schwingungszeit aus den letzten acht Perioden der abklingenden Schwingung ermittelt. Dadurch ist in der Regel gewährleistet, daß die komplexen Schwingungen, die durch die Erregung entstanden sein können, abgeklungen sind und der Körper seine Grundschwingungsform eingenommen hat.

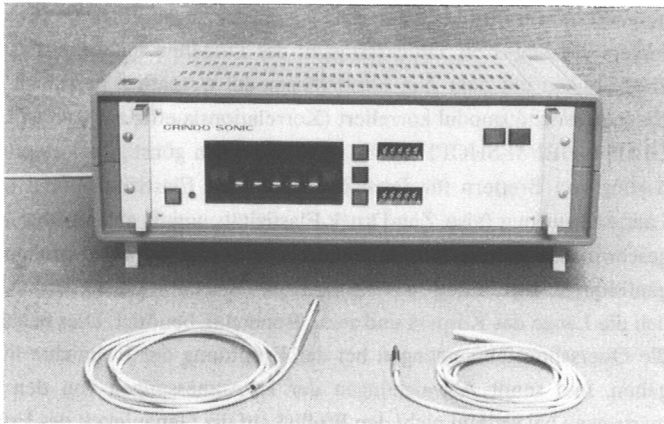


Bild 2 'GRINDO-SONIC' der Firma J.W.LEMMENS-ELEKTRONIKA N.V. zur Schwingungszeitmessung (Grundausrüstung mit Mikrophon und piezo-elektrischem Taster)

Das Meßgerät GRINDO-SONIC wurde seit 1983 an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine der Universität Karlsruhe im Zusammenhang mit mehreren Forschungsarbeiten und Materialprüfungen für den Werkstoff Holz eingesetzt (GÖRLACHER 1984). So konnten bisher aus Biege-, Längs- und Torsionsschwingungen äußerst zuverlässig und schnell die Elastizitätskonstanten ermittelt werden. Durch entsprechende Anregung und Auflagerung konnten auch Biegeschwingungen höherer Ordnung erzeugt und gemessen werden. Selbst die Bestimmung der wirksamen Biegesteifigkeit von

zusammengesetzten Querschnitten, wie zum Beispiel von Fachwerkträgern mit Metalldiagonalen und Gurten aus Holz, ist mit dem GRINDO-SONIC möglich.

Vergleiche des statisch nach DIN 52186 ermittelten Biege-Elastizitätsmoduls und dem aus der Schwingungszeit ermittelten dynamischen Biege-Elastizitätsmodul wurden durchgeführt und ergaben einen geringfügig höheren dynamischen Elastizitätsmodul. Umfangreiche Erfahrungen mit dem GRINDO-SONIC-Verfahren von MELHORN und MERKEL 1986 und GREUBEL und MERKEL 1987 liegen auch für Holzwerkstoffe vor.

Für die beabsichtigten Untersuchungen mußte eine einfache Prüfvorrichtung konstruiert werden, die es erlaubt, Längsschwingungen an Brettern mit den in den Leimbaubetrieben verwendeten Abmessungen zu erzeugen und die Schwingungszeiten zu messen.

Die Prüfvorrichtung (Bild 3) hat im wesentlichen drei Funktionen:

- Schwingungserzeugung,
- Schwingungszeitmessung,
- Auflagerung.

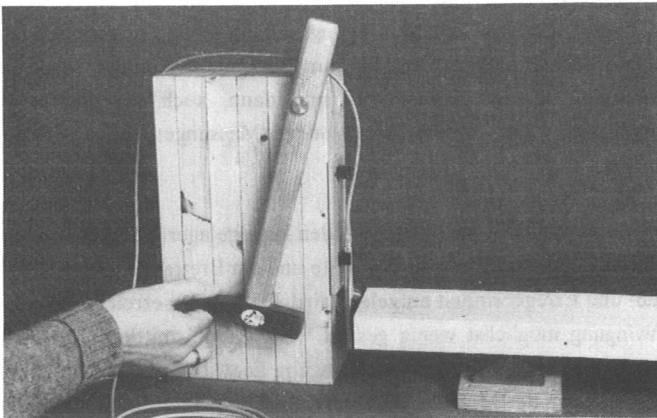


Bild 3 Prüfvorrichtung zur Schwingungserzeugung und Schwingungszeitmessung für Längsschwingungen von Brettern

Zur *Schwingungserzeugung* dient ein Hammer, der an einem Punkt im Hammerstiel gelenkig gelagert ist. Durch Auslenken des Hammerkopfes aus seiner Ruhelage wird potentielle Energie gespeichert, die durch Loslassen in kinetische Energie umgewandelt wird. Beim Auftreffen des Hammerkopfes auf die Stirnseite eines Brettes wird ein Teil der Energie abgegeben und erzeugt überwiegend eine Längsschwingung. Der übrige Teil der Energie wird beim Rückprall wieder in potentielle Energie umgewandelt. Bevor der Hammer erneut auf die Hirnholzfläche auftrifft, muß er festgehalten werden, damit die Schwingungszeitmessung ungestört erfolgen kann. Weitere Anregungen können nach abgeschlossener Schwingungszeitmessung erfolgen.

Die *Schwingungszeitmessung* erfolgt über ein zur Ausstattung des GRINDO-SONIC gehörendes Richtmikrophon, das unmittelbar neben dem Schwingungserreger (Hammer) angeordnet wird. Ein Gummipuffer verhindert, daß das zu prüfende Brett mit der Stirnseite das Mikrophon berührt und somit in seiner freien Schwingung gestört wird. Der Gummipuffer selbst behindert die freie Schwingung nicht, so daß das Brett mit der Stirnseite bis zum Kontakt an diesen Puffer herangeführt werden kann. Dies wurde durch einige Vergleichsversuche mit und ohne Gummipuffer eindeutig nachgewiesen. Das Anbringen von Schwingungserregung und Messung am gleichen Brettende hat den Vorteil, daß das Brett bis zum Gummipuffer an die "Meß- und Erregereinheit" herangeschoben wird und dann, auch bei unterschiedlichen Brettlängen, ohne weitere Anpassungen Messungen durchgeführt werden können.

Für die *Auflagerung* der Bretter wurden kugelgelagerte Stahlrollen verwendet (Bild 4), auf die das Brett in der Mitte und am Brettende unmittelbar vor der Meß- und Erregereinheit aufgelegt wird. Damit wird erreicht, daß die Längsschwingung möglichst wenig gestört wird, da die mittlere Auflagerung im Schwingungsknoten der Längsschwingung liegt. Die zusätzliche Auflagerung des Brettes an der Meß- und Erregereinheit gewährleistet, daß das Brettende immer auf der gleichen Ebene an den Hammer und das Mikrophon herangeführt wird.

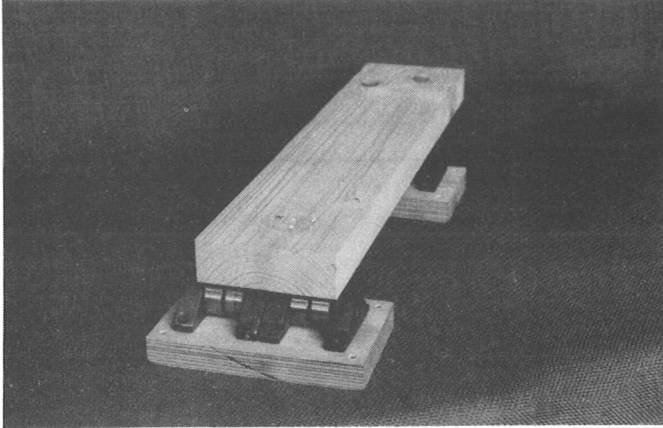


Bild 4 Stahlrollen für die Auflagerung der Bretter

Da die Stahlrollen in Richtung der Längsschwingung leicht verschieblich sind und der größte Teil der Auflagerkraft des Brettes im Schwingungsknoten übertragen wird, kann sich die Grundform der Längsschwingung ungestört einstellen. Bedingt durch die gute Verschieblichkeit der verwendeten Stahlrollen in Brett-längsrichtung ist aber auch ein Auflagern des Brettes außerhalb des Schwingungsknotens möglich. Die Schwingungszeit wird dabei im Mittel geringfügig höher, wie aus Bild 5 hervorgeht: An drei Brettern der Länge 4,00 m mit Brettbreiten von 11 cm, 13 cm und 21 cm wurden die Auflagerungen der Bretter systematisch variiert und jeweils 40 Schwingungszeitmessungen durchgeführt. Die Meßwerte T wurden auf den Mittelwert der Messungen bei Auflagerung im Schwingungsknoten T_0 bezogen. Man erkennt, daß selbst bei einer Auflagerung am Brettende die Schwingungszeit im Mittel nur um etwa $7^{0/100}$ höher liegt als bei Auflagerung in Brettmitte.

Deshalb muß an die Genauigkeit der Auflagerung des Brettes in der Mitte keine hohe Anforderung gestellt werden. Sollen systematisch andere Auflagerungen erfolgen (z.B. am Brettende), so kann dies entsprechend berücksichtigt werden.

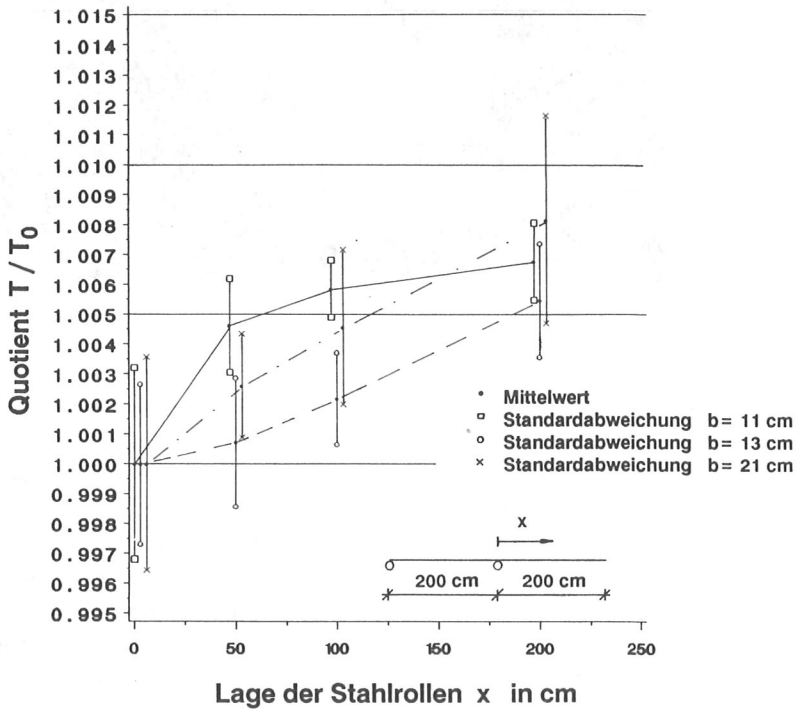


Bild 5 Einfluß der Auflagerung des Brettes auf die Schwingungszeit

3.3 Untersuchung der Einflußgrößen auf die Eigenfrequenz

Wie bereits in Abschnitt 2.3.1 erwähnt, gilt Gleichung (5) nur, wenn Rohdichte und Elastizitätsmodul innerhalb des Brettes konstant sind und wenn die Querkontraktion vernachlässigbar ist. Für den Werkstoff Holz können diese Voraussetzungen nicht uneingeschränkt übernommen werden. Zur Festlegung des in Abschnitt 4 entwickelten Simulationsmodells muß der Einfluß dieser Größen auf die Eigenfrequenz einer Längsschwingung ermittelt werden: Größen, die nachweislich keinen oder nur einen sehr geringen Einfluß auf die Eigenfrequenz haben, können vernachlässigt werden. Einerseits vereinfacht sich dadurch das Rechenmodell, andererseits kann man auf eine genauere Ermittlung dieser Größen verzichten. Es ist lediglich notwendig, nachzuweisen, daß der "ungünstigste" mögliche Fall nur einen vernachlässigbar geringen Einfluß auf die Frequenz hat.

3.3.1 Einfluß der Querkontraktion

Die Querkontraktion kann vernachlässigt werden, wenn die Länge eines Stabes groß gegenüber seinen Querabmessungen ist. Ist dies nicht der Fall, resultiert aus einer Längsdehnung eine nicht mehr vernachlässigbare Querdehnung.

RAYLEIGH 1929 leitete für einen isotropen Stab mit Kreisquerschnitt einen Korrekturfaktor her:

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{n^2 \cdot \mu^2 \cdot \pi^2 \cdot D^2}{16 \cdot l^2} \right) \quad (9)$$

mit

T = Schwingungszeit unter Berücksichtigung der Querkontraktion

T_0 = Schwingungszeit ohne Berücksichtigung der Querkontraktion

n = Ordnung der Schwingung

μ = Querdehnungszahl

D = Querschnittsdurchmesser

l = Länge des Stabes

Diese Formel kann auch auf Stäbe mit Rechteckquerschnitt angewendet werden, wenn in Gleichung (9) nach HEARMON 1966

$$D^2 = \frac{2}{3} (d^2 + b^2) \quad (10)$$

(d und b sind die Abmessungen eines Rechteckquerschnittes) gesetzt wird. Dies gilt jedoch nur, wenn der Querschnitt annähernd quadratisch ist.

Ein genauerer Korrekturfaktor, insbesondere für gedrungene Stäbe, wurde von BANCROFT 1941 für die Ausbreitungsgeschwindigkeit hergeleitet. Tabellarisch ist dieser Korrekturfaktor in Abhängigkeit von der Querdehnungszahl μ und dem Quotienten aus Querschnittsabmessungen und Wellenlänge angegeben. Für $\mu = 0,3$ und für die Schwingung 1.Ordnung ist ein Vergleich der beiden Korrekturfaktoren in Tabelle 1 wiedergegeben.

Tabelle 1 Gegenüberstellung der Korrekturfaktoren nach RAYLEIGH und BANCROFT in Abhängigkeit von l/D mit $\mu = 0,3$.

l/D	RAYLEIGH	BANCROFT
100	1,00000	1,00000
10	1,00056	1,00056
5	1,00222	1,00227
2	1,01388	1,01558
1	1,05552	1,08868

Obwohl diese Korrekturfaktoren nur für isotrope zylindrische Stäbe gelten, wurde ihre Gültigkeit u.a. von HEARMON 1966 auch für den Werkstoff Holz vorausgesetzt.

Aus diesem Grund waren Berechnungen mit einem Finite-Elemente-(FE) Programm notwendig, die den Einfluß der Querkontraktion unter Berücksichtigung der Anisotropie des Werkstoffes Holz klären sollten.

Folgende Eingabedaten wurden für die Berechnung mit dem Finite-Elemente-Programm SAP V 1977 gewählt:

Elementeinteilung: Bei Berechnungen mit FE-Programmen wird bei entsprechend feiner Unterteilung des Körpers die exakte Lösung angenähert. Liegt in den Elementen eine konstante Spannungsverteilung vor, so stimmt die exakte Lösung unabhängig von der Einteilung mit der FE-Berechnung überein. Obwohl diese Voraussetzung bei einer Längsschwingung gut gegeben ist, muß hier dennoch eine relativ feine Einteilung vorgenommen werden, da bei der Erstellung der Massenmatrix die Masse den einzelnen Knoten zugewiesen wird, ohne daß die Verteilung innerhalb des Elements berücksichtigt wird (Diagonal-Matrix). Eine sogenannte konsistente Massenmatrix würde die Genauigkeit verbessern, ist jedoch bei SAP V nicht vorgesehen (siehe auch Anhang A2). Als Einteilung wurden in Querrichtung 20 und in Längsrichtung 40 Elemente gewählt und für alle Berechnungen beibehalten. Damit werden Fehler bei der Auswertung, das heißt beim Vergleich der Frequenzen mit und ohne Querkontraktionseinfluß minimiert.

Elementtyp: Berechnet wurden die Frequenzen für 2-dimensionale Elemente im ebenen Spannungszustand. Dies entspricht näherungsweise einem Stab mit einem großen Verhältnis von Querschnittsbreite zu Querschnittshöhe. Weiterhin wurde das axialsymmetrische Element verwendet; dies entspricht einem Stab mit Kreisquerschnitt. Für beide Elementtypen sind sowohl isotrope als auch anisotrope Materialeigenschaften vorgesehen.

Materialkennwerte: Die isotrope Berechnung, die für einen Vergleich mit den Korrekturfaktoren nach RAYLEIGH und BANCROFT dienen sollte, wurde mit einem Elastizitätsmodul von 10000 N/mm^2 und einer Querdehnungszahl von $\mu = 0,3$ durchgeführt. Holz hingegen hat einen anisotropen Aufbau, der sich durch den natürlichen Stammaufbau erklären läßt. Es existieren drei aufeinander senkrecht stehende Materialachsen: Längsrichtung (L) in Faserrichtung, Radialrichtung (R) und Tangentialrichtung (T). Elastizitätszahlen, die dieses Verhalten beschreiben, sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2 Übersicht über einige Elastizitätszahlen von Fichte zusammengestellt von NEUHAUS 1981 u. HEMMER 1984

	HÖRIG	WOMMELS- DORF	NEUHAUS	HEMMER	
E_T	400	429	404	200	N/mm ²
E_L	16234	11287	11905	10000	N/mm ²
E_R	699	980	790	200	N/mm ²
G_{LR}	629	-	601	500	N/mm ²
G_{RT}	37	-	41	50	N/mm ²
G_{LT}	775	-	723	500	N/mm ²
ν_{RL}	0,43	0,477	0,436	0,3	-
ν_{TL}	0,53	0,561	0,613	-	-
ν_{TR}	0,42	0,586	0,629	0,6	-
ν_{RT}	0,24	0,260	0,323	-	-
ν_{LT}	0,013	0,0281	0,035	0,02	-
ν_{LR}	0,019	0,0489	0,0554	-	-
u	9,8	13,7	13,0	k.A.	%

Bei Bauholz, insbesondere bei Brettern, ist eine Unterscheidung zwischen Radial- und Tangentialrichtung nicht mehr sinnvoll: werden zum Beispiel Bretter aus dem Bereich der Markröhre aus dem Stamm geschnitten, so liegen starke Krümmungen der Jahrringe im Querschnitt vor, so daß eine rhombische Orthogonalität nicht mehr gegeben ist. Vereinfachend wird deshalb davon ausgegangen, daß senkrecht zum Faserverlauf in beide Richtungen die gleichen Materialkonstanten vorliegen (geschichtetes oder transversal-isotropes Material). Dadurch ergeben sich fünf voneinander unabhängige Materialkonstanten E_{\parallel} , E_{\perp} , G , $\nu_{\parallel\perp}$ und $\nu_{\perp\perp}$.

In Tabelle 3 sind die Materialkennwerte für die Finite-Elemente-Berechnung zusammengestellt. Dabei wurden drei Fälle gewählt, um den Einfluß der

Querdehnungsquotienten ν und des Verhältnisses der Elastizitätsmodul parallel und senkrecht zur Faserrichtung zu untersuchen.

Tabelle 3 Materialkennwerte für die Finite-Elemente-Berechnung

	Fall 1	Fall 2	Fall 3	
$E_R = E_T = E_L$	300	300	300	N/mm ²
$E_L = E_{\parallel}$	10000	10000	15000	N/mm ²
$G_{LR} = G_{LT} = G$	500	500	500	N/mm ²
$\nu_{RL} = \nu_{TL} = \nu_{\perp\parallel}$	0,3	0,5	0,5	-
$\nu_{RT} = \nu_{TR} = \nu_{\perp\perp}$	0,3	0,5	0,5	-

Die Ergebnisse der Finite-Elemente-Berechnung sind in den Bildern 6 und 7 dargestellt.

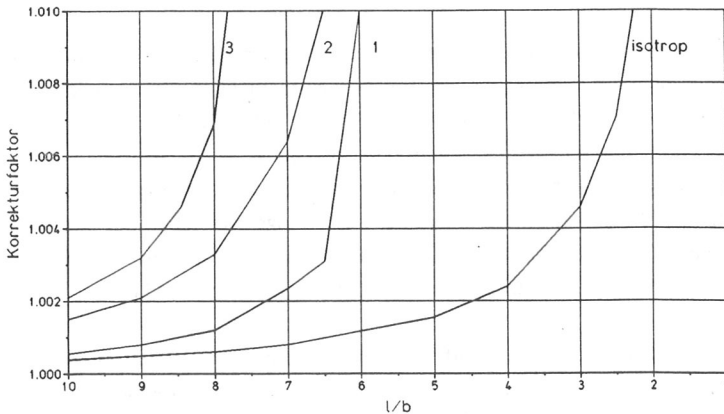


Bild 6 Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Querkontraktion einer Scheibe (Fälle 1 bis 3 nach Tabelle 3)

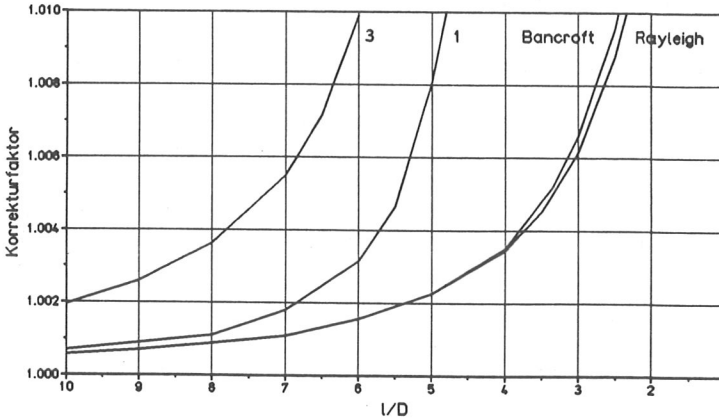
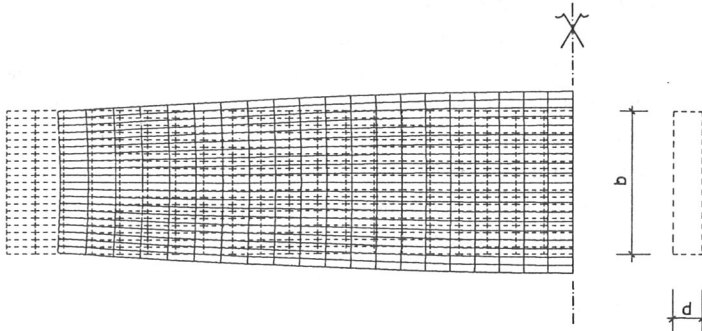


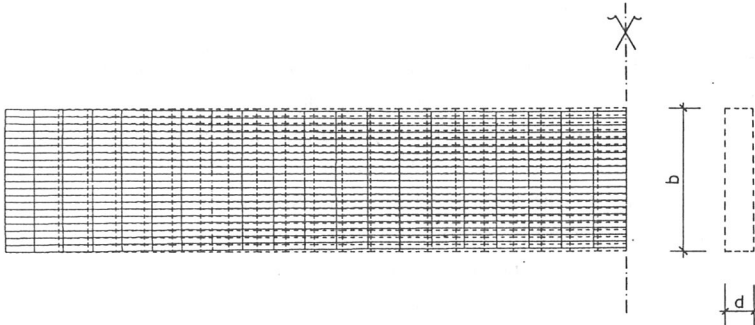
Bild 7 Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Querkontraktion bei einem zylindrischen Stab (Fälle 1 und 3 nach Tabelle 3)

Dabei sind die Korrekturfaktoren, die den Unterschied der Schwingungszeit mit und ohne Querkontraktionseinfluß berücksichtigen, in Abhängigkeit vom Verhältnis der Stablänge zur Querschnittsbreite (für eine Scheibe) bzw. zum Querschnittsdurchmesser (für einen zylindrischen Stab) aufgetragen. Für einen zylindrischen Stab stimmen die Korrekturfaktoren aus den Finite-Elemente-Berechnungen innerhalb der Zeichnungsgenauigkeit mit den Werten nach BANCROFT überein, während RAYLEIGH den Einfluß der Querkontraktion bei gedregenen Stäben geringfügig unterschätzt.

Für den anisotropen Werkstoff Holz ist der Einfluß der Querkontraktion sowohl bei der Berechnung als Scheibe, als auch beim Zylinder schon bei l/b (l/D)-Verhältnissen spürbar, die weit über 1 liegen. In Bild 8 ist exemplarisch für $l/b=8$ die Form der Längsschwingung für isotropes und anisotropes Material dargestellt.



a) anisotropes Material Fall 3; Stauchung des Körpers
 (----- unverformtes System, ——— verformtes System)



b) isotropes Material; Dehnung des Körpers
 (----- unverformtes System, ——— verformtes System)

Bild 8 Form der Längsschwingung für isotropes und anisotropes Material
 für $l/b=8$

Man erkennt deutlich, daß beim anisotropen Fall die Masseteilchen in Querrichtung schon sehr weit ausgelenkt werden, wodurch sich die Schwingungszeit erhöht. Diese Auslenkung und Beschleunigung der Masseteilchen in Querrichtung wird wie beim isotropen Material durch den Querdehnungsquotienten beeinflusst. Da aber der Elastizitätsmodul in Querrichtung für die untersuchten anisotropen Fälle sehr klein ist, werden die in Querrichtung beschleunigten Masseteilchen noch weiter ausgelenkt als im isotropen Fall. Dieses Verhalten wird also durch das für Holz charakteristisch große Verhältnis von Längs- zu Quer-Elastizitätsmodul erklärt. Da es aber praktisch nicht möglich ist, dieses Verhältnis und die Querdehnungsquotienten von Holz exakt zu ermitteln, muß bei der Prüfung von Holz mittels Längsschwingungen darauf geachtet werden, daß ein genügend großes l/b (l/D)-Verhältnis vorliegt.

Für die praktischen Belange der Gütesortierung gilt daher, daß Bretter mit l/b -Verhältnissen unter 10 mit dem hier vorgeschlagenen Verfahren nicht mehr zuverlässig sortiert werden können. Dies bedeutet jedoch keine große Einschränkung, da die im Leimbau verwendeten Bretter im Mittel etwa 4,50 m lang sind, was selbst bei einer Brettbreite von 20 cm noch einem l/b -Verhältnis von 22,5 entspricht.

3.3.2 Einfluß einer in Brett längsrichtung veränderlichen Rohdichte

Die Frequenz eines schwingenden Körpers hängt von seiner Rohdichte ab. Dabei gilt Gleichung (5) nur, wenn die Rohdichte über den gesamten Körper konstant ist. Eine nicht-konstante Rohdichteverteilung führt zu veränderten Schwingungszeiten: die Masseteilchen an den Stabenden werden weiter ausgelenkt als in Stabmitte, so daß die dort vorherrschende Rohdichte die Schwingungszeit stärker beeinflusst als diejenige in Stabmitte.

Die Rohdichte des Holzes kann von Holzart zu Holzart sehr unterschiedlich sein, weist aber auch innerhalb einer Holzart große Schwankungen auf. So gibt GLOS 1978 die Darrohichte von in den Leimbaubetrieben verwendetem Holz, ermittelt an 820 Proben, in einem Häufigkeitsdiagramm an (Bild 9).

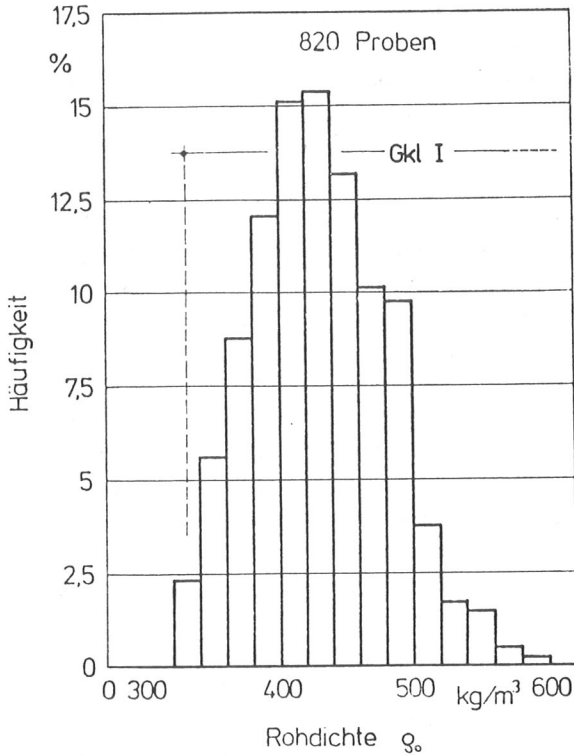


Bild 9 Relative Häufigkeit der Darrohdichte von Brettern für Brett-schichtholz nach GLOS 1978

Dieser weite Rohdichtebereich des fehlerfreien Holzes von $0,32 \text{ g/cm}^3$ bis $0,60 \text{ g/cm}^3$ ist innerhalb eines Bauteils (Brett, Balken) äußerst unwahrscheinlich. Insbesondere treten in Faserlängsrichtung bedingt durch den natürlichen Baumwuchs keine abrupten Rohdichteänderungen auf. Eine allmähliche Veränderung der Rohdichte in Faserlängsrichtung ist jedoch denk-

bar, da die Rohdichteverteilung innerhalb eines Baumstammes, aus dem die Bretter, Bohlen oder Balken herausgeschnitten werden, gewissen Gesetzmäßigkeiten unterworfen ist. KOLLMANN 1982 zeigt in einem Überblick die Veränderung der Darrohdichte mit der Stammhöhe bei verschiedenen Holzarten. So nimmt die Darrohdichte bei Kiefer von $0,55 \text{ g/cm}^3$ am Fuß des Baumes bis auf $0,42 \text{ g/cm}^3$ in etwa 16m Stammhöhe ab. Kennzeichnend für Fichte ist es, daß sich die Rohdichte über die gesamte Stammlänge wenig ändert. Dies deckt sich auch mit Untersuchungen von EHLBECK, COLLING, GÖRLACHER 1985 an 4,50 m langen Brettern, bei denen in 80 % aller Fälle die Rohdichtedifferenz an beiden Brettenden weniger als $0,04 \text{ g/cm}^3$ betrug. In einigen wenigen Fällen wurden Differenzen bis zu $0,11 \text{ g/cm}^3$ gemessen.

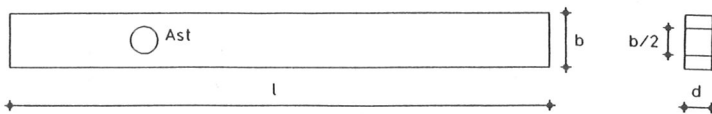
Um den Einfluß einer ungleichmäßigen Rohdichteverteilung in Längsrichtung auf die Eigenfrequenz abzuschätzen, wurde die Frequenz eines Stabes mit einer in Längsrichtung kontinuierlich veränderlichen Rohdichte von $0,4 \text{ g/cm}^3$ bis $0,6 \text{ g/cm}^3$ theoretisch ermittelt. Dazu wurde das in Anhang 2 entwickelte eindimensionale Finite-Elemente-Programm verwendet. Durch die Einteilung des Stabes in 20 Elemente wurde die gleichmäßige Rohdichteänderung durch eine abgetrepte Form angenähert. Dies war für die Untersuchung genügend genau.

Die Eigenfrequenz eines solchen Stabes liegt um 0,5 % höher als die eines vergleichbaren Ersatzstabes mit einer konstanten Rohdichte von $0,5 \text{ g/cm}^3$. Da die tatsächlichen Rohdichteänderungen noch weit unter diesen Werten liegen, kann auf eine weitergehende Untersuchung dieses Einflusses und auf eine entsprechende Korrektur verzichtet werden.

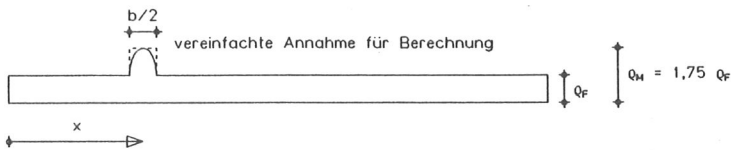
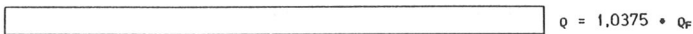
Unabhängig von der gleichmäßig veränderlichen Rohdichte in Brettllängsrichtung, kann die Rohdichte in einem eng begrenzten Bereich durch das Auftreten von Ästen ansteigen: das Verhältnis der Rohdichte des Astes zur Rohdichte des astfreien Bereichs wird von KOLB und GRUBER 1981 mit 2,5 angegeben. Für kleine Astflächenverhältnisse unter 0,25 liegt dieser Wert höher, für große Astflächenverhältnisse niedriger.

In einer ersten Näherung soll der Einfluß einer örtlich höheren Rohdichte infolge eines Astes untersucht werden. Dazu wurden folgende vereinfachte Annahmen getroffen (siehe auch Bild 10):

- Brett: Breite b , Dicke d , Länge l , $l/b = 10$;
- Einzelast: Durchmesser $D_A = b/2$, (noch Sortierklasse S 7);
- Rohdichte Ast: ρ_A
- Rohdichte astfreier Bereich: ρ_F
- $\rho_A/\rho_F = 2,5$.



a) Geometrie

b) Rohdichteverteilung für die Berechnung von $T(x)$ c) Rohdichteverteilung für die Berechnung von T_0 **Bild 10** Geometrie und Rohdichteverteilung eines Brettes mit Ast

Da die Lage (x) des Astes einen entscheidenden Einfluß auf die Schwingungszeit hat, und der Ast an jeder beliebigen Stelle im Brett auftauchen kann, wurde x über die gesamte Brettlänge variiert.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 11 dargestellt. Dabei ist der Korrekturfaktor T/T_0 , der den Einfluß der nicht-konstanten Rohdichteverteilung infolge eines Astes berücksichtigt, in Abhängigkeit von der Lage dieses Astes aufgetragen. T ist die Schwingungszeit unter Berücksichtigung der

Rohdichtevertellung gemäß Bild 10b und T_0 die Schwingungszeit unter Annahme einer konstanten Rohdichte gemäß Bild 10c.

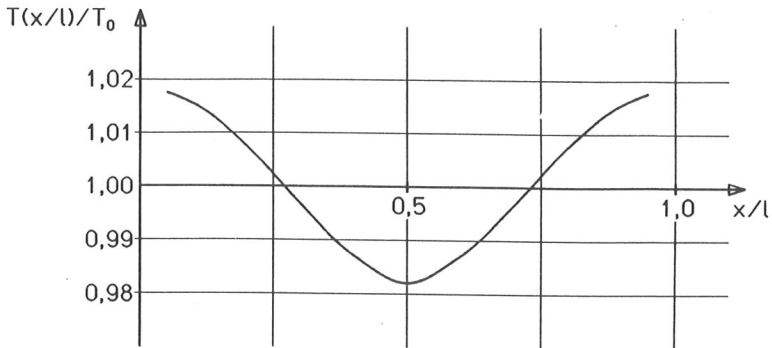


Bild 11 Korrekturfaktor zur Berücksichtigung einer veränderlichen Rohdichte infolge eines Astes

Der Verlauf zeigt erwartungsgemäß, daß sich eine örtlich höhere Rohdichte je nach ihrer Lage im Brett unterschiedlich auf die Schwingungszeit auswirkt. Liegt die höhere Rohdichte an den Brettenden, so ist die Schwingungszeit höher als bei einer Lage in Brettmitte. Diese Abweichung ist nicht sehr groß und beträgt im vorliegenden Fall etwa 1,8 % von einer Berechnung mit einer konstanten Rohdichte. Da in einem Brett die Äste immer über die gesamte Brettlänge verteilt sind, wird die Annahme einer mittleren, konstanten Rohdichte sicherlich zu genügend genauen Ergebnissen führen. Aus anderen Gründen, die in Abschnitt 4.2.3 genauer erläutert werden, wird trotzdem bei der Simulation von Brettern und der Berechnung der Schwingungszeiten die Erhöhung der Rohdichte infolge von Ästen berücksichtigt.

3.3.3 Einfluß einer senkrecht zur Brettlängsrichtung veränderlichen Rohdichte

Ist die Rohdichte über den Querschnitt nicht konstant verteilt, so kann dies ebenso zu veränderten Schwingungszeiten führen. Im Gegensatz zur Rohdichteverteilung in Längsrichtung, die sich bedingt durch den natürlichen Baumwuchs nur allmählich über eine längere Strecke (im Meter-Bereich) verändert, ist die Rohdichte senkrecht zur Stammachse sehr großen Veränderungen ausgesetzt. So gibt KOLLMANN 1982 für Fichte an, daß das leichteste Holz stets in der Nähe der Markröhre und der Höchstwert im engeringigen Splintholz zu finden ist. Aus den dort angegebenen Stammwuchsbildern ist für Fichte ersichtlich, daß innerhalb von 20 cm vom Mark bis zur Rinde mit einer Erhöhung der Rohdichte um bis zu 50 % zu rechnen ist. Dieser extreme Unterschied ist bei 20 cm breiten Brettern, die u.a. in den Leimbaubetrieben verwendet werden, also durchaus denkbar.

An dieser Stelle wird der sicherlich äußerst seltene Extremfall untersucht, bei dem die Rohdichte von $0,4 \text{ g/cm}^3$ gleichmäßig über die Brettbreite auf $0,6 \text{ g/cm}^3$ zunimmt, also im Mittel eine Rohdichte von $0,5 \text{ g/cm}^3$ aufweist. Bild 12 zeigt die für die Berechnung vorgenommene Einteilung der Rohdichte über die Brettbreite.

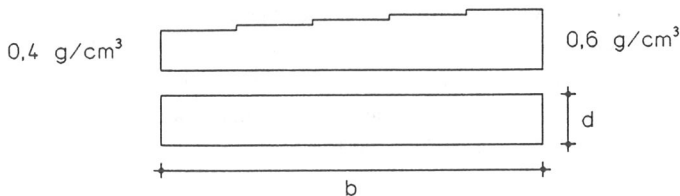


Bild 12 Verteilung der Rohdichte über die Brettbreite

Die Eigenfrequenz dieses Stabes mit $l/b = 10$ liegt um 0,3 % unter der eines vergleichbaren Ersatzstabes mit einer konstanten Rohdichte von $0,5 \text{ g/cm}^3$. Es ist unmittelbar einleuchtend, daß für größere l/b -Verhältnisse der Einfluß der in Stabquerrichtung veränderlichen Eigenschaften immer geringer wird, so daß auf eine weitere Untersuchung verzichtet werden kann.

3.3.4 Einfluß eines in Brett längsrichtung veränderlichen Elastizitätsmoduls

Eine nicht-konstante Elastizitätsmodul-Verteilung führt gegenüber einer konstanten Verteilung zu veränderten Schwingungszeiten. Da in Stabmitte das Material einer größeren Dehnung unterworfen ist als an den Stabenden, wird der in Stabmitte vorhandene Elastizitätsmodul die Schwingungszeit stärker beeinflussen als derjenige an den Stabenden.

Die Elastizitätsmodul-Schwankung kann in Brett längsrichtung erheblich sein, da die Ästigkeit den Elastizitätsmodul gegenüber dem des fehlerfreien Holzes stark reduziert. Betrachtet man die Regressionsgleichung nach GLOS, die unter anderem von EHLBECK et al. 1985 zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls aus der Darrohdichte ρ_0 und dem Astflächenverhältnis KAR verwendet wurde:

$$E = 3640 \cdot e^{3,13 \cdot \rho_0} \cdot e^{-1,17 \cdot \text{KAR}} \quad (11)$$

so erkennt man, daß ein KAR-Wert von 0,5 den Elastizitätsmodul im Mittel auf 56 % des Wertes für fehlerfreies Holz reduziert. Da dieser Einfluß später noch genauer untersucht werden muß, soll an dieser Stelle anhand eines Beispiels nur gezeigt werden, wie sich die Schwingungszeit eines Brettes mit einem Elastizitätsmodul von 15000 N/mm^2 in Abhängigkeit von der Lage (x) eines Astes mit $E = 7500 \text{ N/mm}^2$ ändert. Die Brettlänge wurde mit 3 m angenommen, der Einfluß des niedrigen Ast-Elastizitätsmoduls soll sich auf 15 cm erstrecken.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 13 dargestellt. Der Korrekturfaktor T/T_0 berücksichtigt den Einfluß eines veränderlichen Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung. T ist die Schwingungszeit unter Berücksichtigung der tatsächlichen Elastizitätsmodul-Verteilung infolge eines Astes, während T_0 die Schwingungszeit unter Annahme eines konstanten mittleren

Elastizitätsmoduls ist. Der mittlere Elastizitätsmodul E_M ergibt sich unter Annahme einer reinen Druck- bzw. Zugspannung in einem Brett zu

$$E_M = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i}} \quad (12)$$

Hierin ist n die Anzahl der Einzel-Elastizitätsmoduln, aus denen sich das Brett zusammensetzt.

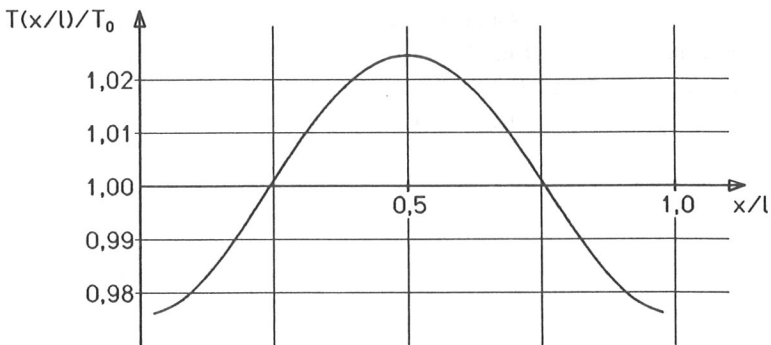


Bild 13 Korrekturfaktor zur Berücksichtigung eines veränderlichen Elastizitätsmoduls infolge eines Astes

Die Schwingungszeit eines Brettes mit den vorgegebenen Eigenschaften kann bis zu 2,4 % von einem Brett mit einem mittleren Ersatz-Elastizitätsmodul abweichen. Diese Abweichungen sind also noch sehr gering; sie werden aber, wie später noch erläutert wird, durch das Rechenmodell berücksichtigt.

3.3.5 Einfluß eines senkrecht zur Brettlängsrichtung veränderlichen Elastizitätsmoduls

Auch eine veränderliche Elastizitätsmodul-Verteilung über den Querschnitt führt zu einer Veränderung der Schwingungszeiten. Die Stablängsachse wird seitlich ausweichen, da durch die nicht-konstante Elastizitätsmodul-Verteilung Biegemomente entstehen können. Durch das seitliche Ausweichen müssen auch die Masseteilchen seitlich beschleunigt werden, wodurch sich die Schwingungszeit erhöht. Bei fehlerfreiem Holz kann der Elastizitätsmodul ebenso wie die Rohdichte in Querrichtung stark schwanken, da er mit der Rohdichte eng korreliert ist. Beim Auftreten von Ästen kann die Elastizitätsmodul-Änderung noch weitaus größer sein. Hier liegt neben einem fehlerfreien Bereich ein Ast mit entsprechend niedrigem Elastizitätsmodul.

Um diese Einflüsse auf die Schwingungszeit abzuschätzen, wurde der Fall einer kontinuierlichen Elastizitätsmodul-Änderung über die Querschnittsbreite gemäß Bild 14 mit $l/b = 10$ untersucht.

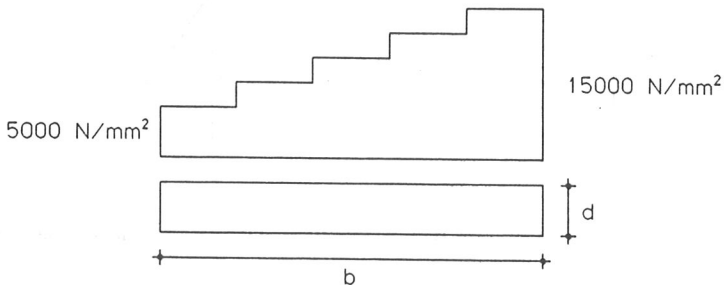


Bild 14 Verteilung des Elastizitätsmoduls über die Brettbreite

Die Schwingungszeit dieses Stabes liegt um 0,7 % über der eines vergleichbaren Ersatzstabes mit $E = 10000 \text{ N/mm}^2$. Die Abweichungen werden mit zunehmenden l/b -Verhältnissen geringer, so daß dieser Einfluß nicht weiter untersucht werden muß.

3.3.6 Einfluß der Geometrie

Die Schwingungszeit eines in Längsrichtung schwingenden Brettes ist unabhängig von der Querschnittsform, solange sich diese in Brettlängsrichtung nicht verändert. Eine Veränderung der Größe der Querschnittsfläche kann auch näherungsweise als Änderung der Rohdichte betrachtet werden. Da dieser Einfluß bereits untersucht und als nicht relevant erkannt wurde, kann hier auf eine Untersuchung eines veränderlichen Querschnitts verzichtet werden, zumal die Querschnittsabmessungen innerhalb eines Brettes kaum schwanken.

4 Rechenmodell als Grundlage zur Nachbildung einer Sortierung

4.1 Zweck des Rechenmodells

Um die Eignung eines Sortierverfahrens nachzuweisen, ist die Abhängigkeit von Meßgrößen oder deren Kombinationen von der Festigkeit festzustellen. Im vorliegenden Fall der Methode der Eigenfrequenzmessung müßten die Schwingungszeiten von Brettern ermittelt werden, und diese unter Berücksichtigung von Geometrie und Rohdichte in Korrelationen zur Festigkeit gesetzt werden. DIN 4074 Teil 3 (Sept. 1989) sieht für den Nachweis der Zuverlässigkeit eines Sortierverfahrens je Sortierklasse mindestens 100 unabhängige Versuche vor, gleichzeitig sind Einflußgrößen wie Holzart, Abmessungen, Feuchte und Temperatur mit einer Serie von mindestens 100 Versuchen abzudecken.

Ein Rechenmodell, das nachweislich in der Lage ist, die vorgesehenen Versuche zuverlässig nachzubilden, kann einen großen Teil dieser Versuche ersetzen. Gleichzeitig hat ein Rechenmodell den Vorteil, daß es problemlos neuen Gegebenheiten, wie zum Beispiel einer Veränderung des Brettangebots durch andere Wuchsgebiete, angepaßt werden kann. Durch Änderungen von Eingangsdaten (Rohdichte- oder Elastizitätsmodul-Verteilungen) können deren Auswirkungen auf die Sortierung ermittelt werden.

Weiterhin bietet ein Rechenmodell die Möglichkeit, die Auswirkungen von Sortiermerkmalen und deren Kombinationen auf das Sortiererergebnis zu untersuchen und zu vergleichen. Dadurch läßt sich bei einer Sortierung im Betrieb der Aufwand je nach Brettangebot und je nach notwendigem Sortiererergebnis (gewünschte Sortierklasse) individuell abstimmen.

Das hier beschriebene Rechenmodell besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil (Simulation des Brettbaus) simuliert wirklichkeitsgetreu Bretter, wie sie in den deutschen Leimbaubetrieben verwendet werden, unter Berücksichtigung der für die Festigkeit wichtigsten Einflußgrößen Ästigkeit, Rohdichte und Elastizitätsmodul. Mit diesem Programmteil kann theoretisch jedes

vorkommende Brett mit seiner entsprechenden Auftretenswahrscheinlichkeit erzeugt werden.

Der zweite Teil des Rechenprogrammes simuliert die Arbeitsweise einer Sortiermaschine, die auf dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung von Längsschwingungen arbeitet. Dieser Programmteil ermittelt also die Längsschwingungszeiten der simulierten Bretter. Daraus wird der Sortierparameter Elastizitätsmodul berechnet.

Durch die Aufteilung des Rechenprogrammes in Simulation des Brettbaus und Simulation der Sortierung können problemlos andere Sortierverfahren (Biegeprüfung, visuelle Sortierung) untersucht werden, indem der zweite Teil des Programmes durch die entsprechende Simulation der Sortierung ersetzt wird. Dadurch läßt sich auch die Effizienz von verschiedenen Sortierverfahren vergleichen.

4.2 Simulation des Brettbaus

Das Simulationsprogramm hat die Aufgabe, Bretter, die für die Herstellung von Brettschichtholz verwendet werden, auf der Basis von statistischen Verteilungsfunktionen der wichtigsten Einflußgrößen nachzubilden. Dabei ist von größter Bedeutung, daß die Verteilungsfunktionen die Realität innerhalb eines Brettes genügend genau erfassen, d.h. daß vorhandene Autokorrelationen von Merkmalen, die aus den Wuchsregelmäßigkeiten eines Baumes resultieren, berücksichtigt werden. Wenn diese Autokorrelationen nicht genügend erfaßt und die Eigenschaften innerhalb eines Brettes aus der Gesamtverteilung aller möglichen Eigenschaften entnommen werden, dann werden die Streuungen der Eigenschaften im Brett unrealistisch groß, wodurch eine Sortierung mit dem hier vorgestellten Verfahren nicht mehr möglich ist.

Für die Simulationen wird vereinfachend angenommen, daß sich alle Eigenschaften eines Brettes innerhalb 150 mm nicht verändern. Dies liegt einerseits in der DIN 4074 begründet, die bei der Bestimmung der Ästigkeit die Einzeläste innerhalb eines Bereichs von 150 mm zusammenfaßt, andererseits wurden für Brettabschnitte mit 150 mm Länge von GLOS 1978 umfangreiche

Untersuchungen zur Bestimmung von Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften durchgeführt.

Bei der Ermittlung der Zugfestigkeit von Fichten-Brettlamellen (HEIMESHOFF u. GLOS 1980) ergab sich, daß durch Ästigkeit, Rohdichte und Elastizitätsmodul die Zugfestigkeit am besten erklärt wird. Diese Parameter sind somit für die Beschreibung der Bretter im Simulationsprogramm ausreichend. Der Einfluß der Holzfeuchte kann vernachlässigt werden, da im untersuchten und für Leimbaubetriebe relevanten Bereich zwischen 9 % und 14 % praktisch kein zusätzlicher Einfluß auf die Zugfestigkeit nachgewiesen werden konnte. Faserabweichungen treten bei Brettlamellen nur sehr selten auf, da sich solche Bretter beim Trocknen verwerfen und somit nicht verarbeitet werden können. Eine Berücksichtigung im Modell ist somit nicht nötig.

4.2.1 Brettlänge

Als mittlere Brettlänge des in den Leimbaubetrieben verwendeten Fichtenholzes wurde 4,50 m angenommen. LARSEN 1980, der sich auf Erhebungen in dänischen Leimbaubetrieben stützt, gibt für eine Brettbreite von 100 mm eine mittlere Brettlänge von 4,30 m (Standardabweichung 0,71 m) an und für eine Brettbreite von 150 mm eine mittlere Länge von 4,62 m (Standardabweichung 0,67 m). Da sich bei den Untersuchungen nach Abschnitt 4.2.2 bis 4.2.4 keine systematischen Unterschiede der Holzeigenschaften in Abhängigkeit von der Brettlänge ergaben, war eine Variation der Brettlänge nicht erforderlich.

4.2.2 Ästigkeit

Die Ästigkeit beeinflusst die Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften von Holz in großem Maße. Einer wirklichkeitsnahen Zuordnung der Äste innerhalb eines Brettes kommt daher große Bedeutung zu.

Als Definition der Ästigkeit wird das Verhältnis der auf den Brettquerschnitt projizierten Astflächensumme bezogen auf den Brettquerschnitt gewählt. Sämtliche Äste, die innerhalb von 15 cm liegen, werden dabei erfaßt. Diese Definition der Ästigkeit, als KAR-Wert (Knot Area Ratio) bezeichnet, ist gebräuchlich und ist auch den später verwendeten Regressionsgleichungen zugrunde gelegt.

Aufgrund folgender Vorüberlegungen wurde die Auswertung und Simulation der Ästigkeit festgelegt:

- die größten KAR-Werte in einem Brett sind in der Regel maßgebend für die Festigkeit; daher muß die Zuordnung dieser Werte bei einer Simulation unbedingt der Realität entsprechen;
- die übrigen KAR-Werte haben nur noch auf den mittleren Elastizitätsmodul einen Einfluß, so daß für deren Verteilung im Brett eine grobe Abschätzung ausreicht.

4.2.2.1 Größter KAR-Wert in einem Brett

Über die Auftretenshäufigkeit des größten KAR-Wertes (KAR_{max}) eines Brettes liegt eine umfangreiche, repräsentative Untersuchung von COLLING u. GÖRLACHER 1989 vor. Es wurden in 5 Firmen von insgesamt 1434 Brettern unterschiedlicher Breite und aus verschiedenen Herkunftsgebieten der maximale KAR-Wert bestimmt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Angegeben sind Herkunftsgebiet der Bretter nach Angabe der Firma (H), Mittelwert (\bar{x}), Standardabweichung (s) Größtwert (max), Kleinstwert (min) und Mittelwert $\ln\bar{x}$ und Standardabweichung $\ln s$ der natürlichen Logarithmen der KAR-Werte.

Tabelle 4 Zusammenstellung der größten KAR-Werte in einem Brett (nach COLLING u. GÖRLACHER 1989)

H	N	\bar{x}	s	max	min	$\ln\bar{x}$	$\ln s$
alle Werte	1434	0,275	0,100	0,683	0,015	-1,365	0,412
Skandinavien	531	0,234	0,086	0,506	0,015	-1,528	0,417
Ostblock	506	0,300	0,101	0,603	0,033	-1,268	0,386
Deutsch./Öst.	397	0,298	0,101	0,683	0,053	-1,271	0,367

Da die Häufigkeitsverteilungen der größten KAR-Werte nicht symmetrisch sind, sondern eine positive Schiefe aufweisen, eignet sich für die Anpassung

an diese Werte eine Lognormalverteilung. Dies garantiert, daß die für eine Sortierung maßgebenden großen KAR-Werte in ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit genauer erfaßt werden, als durch eine Normalverteilung. Die für Extremwertprobleme geeignete Gumbel-Verteilung weicht in diesem Fall kaum von der Lognormalverteilung ab, so daß die einfacher zu handhabende Lognormalverteilung verwendet werden konnte. Die Parameter der Lognormalverteilung ($\ln\bar{x}$ und $\ln s$) sind ebenfalls in Tabelle 4 angegeben. Eine Untersuchung der Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes von COLLING u. DINORT 1987 ergab an insgesamt 456 untersuchten Brettern unterschiedlicher Wuchsgebiete, Güteklassen und Querschnittsabmessungen eine Normalverteilung des größten KAR-Wertes mit einem Mittelwert von 0,283 ($\ln\bar{x} = -1,316$) und einer Standardabweichung von 0,0889 ($\ln s = 0,345$). Diese Ergebnisse (Bild 15) stimmen gut mit den Untersuchungen nach COLLING u. GÖRLACHER 1989 überein.

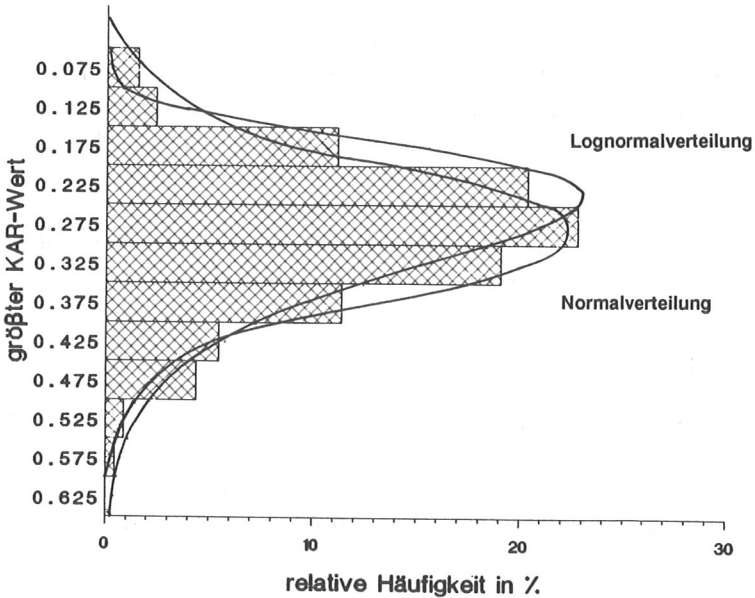


Bild 15 Häufigkeitsverteilung der größten KAR-Werte in einem Brett (COLLING u. DINORT 1987; 456 Bretter)

4.2.2.2 Übrige KAR-Werte

Die Regelmäßigkeit der Ästigkeit von Brettern haben COLLING und DINORT 1987 untersucht. Das von ihnen ermittelte Datenmaterial wurde neu ausgewertet, um es für eine Simulation der Ästigkeit innerhalb eines Brettes verwenden zu können.

Da der größte KAR-Wert im Brett bereits bekannt ist, ist es naheliegend, die übrigen KAR-Werte ausgehend von diesem Wert zu ermitteln. Der zweitgrößte KAR-Wert KAR_2 ergibt sich als Produkt aus dem größten KAR-Wert $KAR_{max}=KAR_1$ und einer Konstanten K_1 . Die in der Größe folgenden KAR-Werte werden analog ermittelt, so daß allgemein gilt:

$$KAR_{i+1} = K_1 \cdot KAR_i \quad (13)$$

Die Konstante K_1 kann theoretisch beliebige Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Die aus 456 Brettern ermittelten Häufigkeitsverteilungen der K_1 - Werte zeigen für alle i einen ähnlichen Verlauf, so daß es gerechtfertigt ist, alle K_1 - Werte in einem Häufigkeitsdiagramm zusammenzufassen. An diese Häufigkeitsverteilung läßt sich eine Exponentialverteilung der Form

$$h(K_i) = \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot (1-K_i)} \quad (14)$$

mit dem Verteilungsparameter $\alpha = 7,57$ anpassen. Die Häufigkeitsverteilung der K_1 -Werte und die daran angepaßte Exponentialverteilung ist in Bild 16 wiedergegeben.

Im Mittel wiesen 1/3 aller Brettabschnitte einen KAR-Wert von über 0,05 auf, bei einem Variationskoeffizienten von 30 %.

Für die Simulation der Ästigkeit in einem Brett wird also zunächst aus einer für das jeweilige Brettangebot gültigen Verteilung ein maximaler KAR-Wert gewählt. Der zweitgrößte KAR-Wert ist das Produkt aus dem größten KAR-Wert und einer Konstanten K_1 , die aus der Exponentialverteilung nach Gleichung (14) mit dem Verteilungsparameter $\alpha = 7,57$ gewählt wird. Die nächst

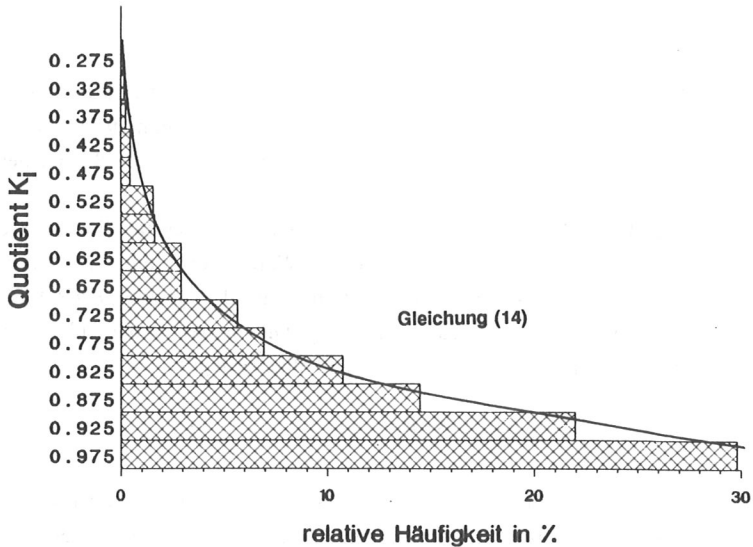


Bild 16 Häufigkeitsverteilung des Quotienten K_i aus der Ästigkeit zweier Brettabschnitte (3906 Werte).

kleineren KAR-Werte werden analog berechnet. Dies wird fortgesetzt, solange die KAR-Werte größer als 0,05 sind. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, daß $2/3$ aller Brettabschnitte fehlerfrei sind ($KAR < 0,05$).

Abschließend werden die so ermittelten KAR-Werte zufällig innerhalb des Brettes verteilt.

4.2.3 Rohdichte

Über die Rohdichte des fehlerfreien Holzes und dessen Streuung liegen bereits viele Untersuchungen vor. An dieser Stelle genügt es, auf die Untersuchungen von GLOS 1978 zurückzugreifen, der für das in der BRD hergestellte Brettschichtholz eine repräsentative Verteilung der Rohdichte

angibt. Aus 820 ungestörten, astfreien Proben ergab sich eine mittlere Darrohdichte von $0,430 \text{ g/cm}^3$ bei einer Standardabweichung von $0,05 \text{ g/cm}^3$.

Die Streuung dieser Rohdichteverteilung wird innerhalb eines Brettes nicht auftauchen. Daher wird bei der Simulation des Bretttaufbaus aus dieser Verteilung nur eine, für das Brett charakteristische, Rohdichte gewählt. Als unterer Grenzwert wurde dabei $0,3 \text{ g/cm}^3$ als oberer Grenzwert $0,6 \text{ g/cm}^3$ festgelegt. Während BLASS 1987 und EHLBECK et al. 1985 in ihren Untersuchungen diese Rohdichte innerhalb eines Brettes als konstant angenommen haben, soll an dieser Stelle die Rohdichteschwankung innerhalb eines Brettes berücksichtigt werden. Dies liegt einerseits in der Abhängigkeit der Schwingungszeit von der Rohdichteverteilung begründet, andererseits ist es für die Sortierung wichtig, die Abhängigkeit der mittleren Rohdichte eines Brettes, die durch die Wägung eines Brettes erhalten wird, von der des fehlerfreien Holzes, die maßgebend für die Festigkeit ist, zu kennen.

Die Rohdichte kann innerhalb eines Brettes aus mehreren Gründen schwanken:

- da Äste bekanntlich wesentlich höhere Rohdichten als das Stammholz aufweisen, ist die mittlere Rohdichte in einem Brettabschnitt mit Ast größer als in einem vergleichbaren Brettabschnitt ohne Ast;
- die Rohdichte des fehlerfreien Holzes ist durch den Baumwuchs ebenfalls Schwankungen unterworfen. Diese Schwankungen sind eher zufällig und können nicht einem äußerlich sichtbaren Merkmal zugeordnet werden.

Für die Zuordnung der Rohdichte innerhalb eines Brettes werden daher Bereiche mit und ohne Äste getrennt betrachtet.

4.2.3.1 Brettabschnitte ohne Äste (fehlerfreies Holz)

Die Rohdichteverteilung in Brettlängsrichtung wurde an 79 Brettern (siehe Abschnitt 4.2.4) untersucht. Die Bretter wurden in 15 cm lange Abschnitte unterteilt, wobei darauf geachtet wurde, daß die vorhandenen Äste oder Astansammlungen möglichst mittig in den Brettabschnitten angeordnet waren. Bedingt durch diese Einteilung entstanden zwischen den Ästen teilweise Brettstücke, deren Länge unter 15 cm lag, und die deshalb nicht in die weitere Auswertung genommen wurden. Durch die notwendigen Säge-

schnitte verkürzte sich die in die Auswertung gelangte Brettlänge ebenfalls, so daß im Mittel etwa 90 % der ursprünglichen Brettlänge für die Ermittlung der Rohdichteverteilung herangezogen werden konnte. Dies wurde bei der Auswertung entsprechend berücksichtigt.

Die Rohdichteermittlung erfolgte nach DIN 52182 nach Lagerung der Bretter im Normalklima 20/65-1 DIN 50014 bis zur Gewichtskonstanz. Stichprobenartige Ermittlung der Holzfeuchte ergab Holzfeuchten von 11 %-12 %.

Da bei dieser Auswertung lediglich die Rohdichteverteilung des fehlerfreien Holzes ermittelt werden sollte, mußte für die Bereiche mit Ästen eine fehlerfreie Rohdichte definiert werden, die sich aus linearer Interpolation der Rohdichten unmittelbar benachbarter fehlerfreier Brettabschnitte ergab.

Weiterhin wurden für jedes Brett zusätzliche Brettabschnitte an willkürlich gewählten Stellen definiert, um die Verkürzung des Brettes durch die bereits erwähnte Aufteilung auszugleichen. Als Rohdichte dieser Brettabschnitte wurde das arithmetische Mittel der benachbarten Abschnitte gewählt. So konnte ein systematischer Fehler bei der Auswertung verhindert werden.

Exemplarisch für den idealisierten Rohdichteverlauf des fehlerfreien Holzes innerhalb eines Brettes sind in Bild 17 fünf Beispiele aus den untersuchten Brettern ausgewählt. Ebenfalls eingetragen ist die tatsächlich vorhandene Rohdichte der Brettabschnitte mit Ästen. Man erkennt, daß innerhalb eines Brettes durch das Auftreten von Ästen die Rohdichte sprunghaft ansteigt, um danach sofort wieder etwa auf den ursprünglichen Wert abzufallen. Der idealisierte Rohdichteverlauf des fehlerfreien Holzes weist dagegen nur sehr kleine Sprünge auf, die jedoch im Verlaufe des Brettes zu erheblichen Rohdichteunterschieden führen können. So liegt die Rohdichte des fehlerfreien Holzes des ersten Brettes in Bild 17 zwischen $0,45 \text{ g/cm}^3$ und $0,51 \text{ g/cm}^3$. Das zweite Brett weist sehr große Rohdichtesprünge infolge von Ästen auf, wobei die Höhe der Rohdichteänderungen ein Maß für die Ästigkeit darstellt.

Die ebenfalls eingezeichnete mittlere Rohdichte, die durch Wägung des gesamten Brettes ermittelt wurde, liegt in diesen beiden Fällen deutlich über der kleinsten Rohdichte innerhalb des Brettes. Bei den übrigen Beispielen ist der Unterschied, bedingt durch kleinere Äste, nicht so ausgeprägt.

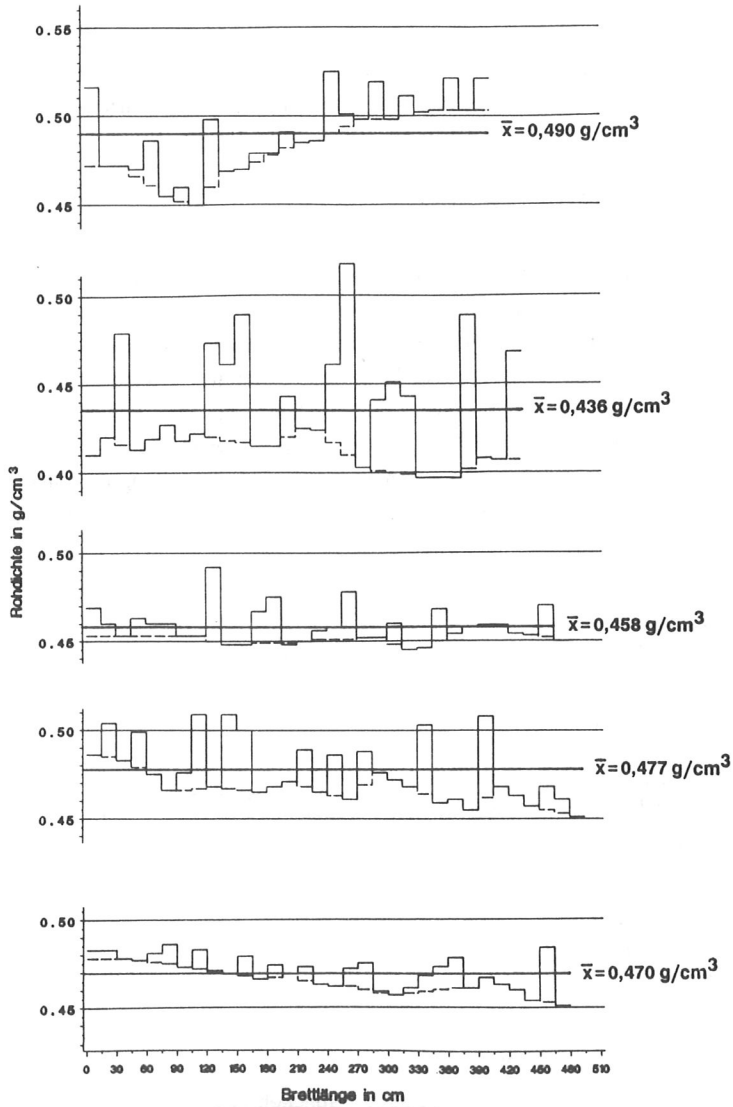


Bild 17 Rohdichteverlauf innerhalb eines Brettes
 (--- fehlerfrei, idealisiert; — mit Ästen, tatsächlich)

Als Maß für die Streuung der Rohdichte innerhalb eines Brettes wurde der Quotient Q_i der Rohdichten aus zwei unmittelbar benachbarten 15 cm-Brettabschnitten ρ_i und ρ_{i+1} herangezogen:

$$\rho_{i+1} = Q_i \cdot \rho_i \quad (15)$$

Eine Auswertung aller Quotienten ergab die in Bild 18 dargestellte Häufigkeitsverteilung. Durch die große Anzahl von Quotienten, die nahe bei 1 liegen, entspricht die Form der Häufigkeitsverteilung keiner Normalverteilung. Dies läßt sich damit erklären, daß durch die notwendige Interpolation der fehlerfreien Rohdichte der astigen Brettabschnitte aus den benachbarten fehlerfreien Abschnitten der Rohdichteverlauf geglättet wurde. Somit kann man davon ausgehen, daß eine angenommene Normalverteilung mit einem Mittelwert $\mu = 1,000$ und einer Standardabweichung von $\sigma = 0,011$ für eine Simulation wirklichkeitsnah und genügend genau ist.

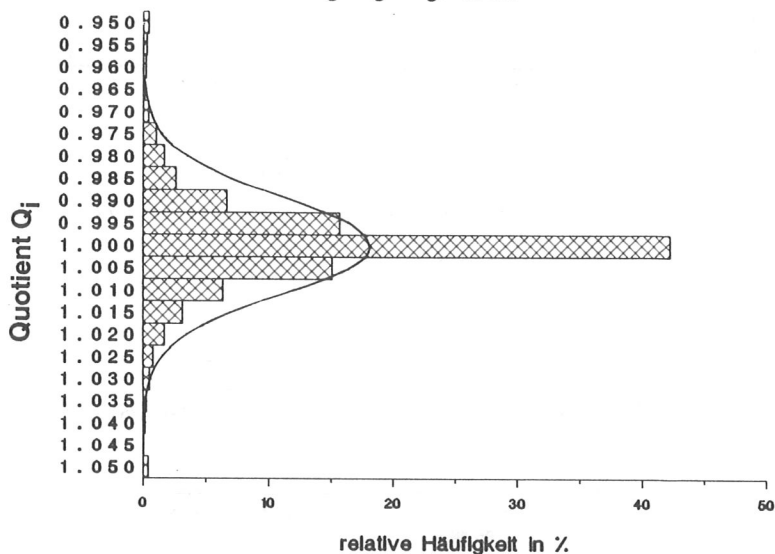


Bild 18 Häufigkeitsverteilung der Quotienten Q_i aus den Rohdichten zweier benachbarter Brettabschnitte (2067 Werte)

Bei vielen Brettern kann eine im Mittel zu- bzw. abnehmende Rohdichte in Längsrichtung beobachtet werden, die sich dadurch ausdrückt, daß der mittlere Quotient eines Brettes größer oder kleiner als 1 ist. Dieses Verhalten des Holzes, das aus dem natürlichen Baumwuchs resultiert, zeigt Bild 19, in dem die Mittelwerte der Quotienten der einzelnen Bretter Q_{Brett} dargestellt sind. Der Mittelwert liegt wieder bei 1,000, die Standardabweichung beträgt 0,0022.

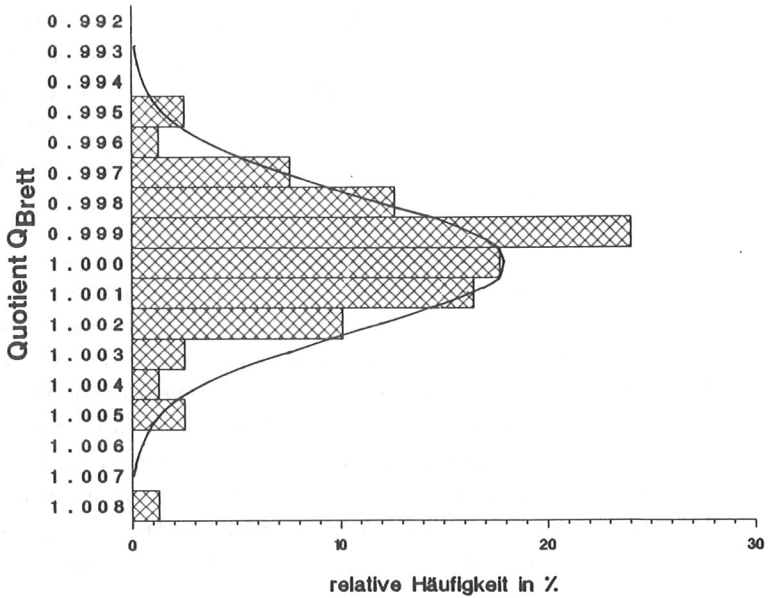


Bild 19 Häufigkeitsverteilung der Mittelwerte der Rohdichtequotienten der einzelnen Bretter Q_{Brett} (79 Werte).

Für die Simulation der Streuung der Rohdichte des fehlerfreien Holzes innerhalb eines Brettes ergibt sich somit folgende Vorgehensweise:

- Wahl eines mittleren Rohdichtequotienten Q_{Brett} für ein Brett aus einer Normalverteilung mit einem Mittelwert von 1,000 und einer Standardabweichung von 0,0022;
- Ermittlung der Rohdichtequotienten Q_i der aufeinanderfolgenden Brettabschnitte aus einer Normalverteilung mit dem Mittelwert Q_{Brett} und einer Standardabweichung von 0,011.

4.2.3.2 Brettabschnitte mit Ästen

Über die Rohdichteänderung durch das Auftreten von Ästen liegen Untersuchungen von KOLB und GRUBER 1981 und von WERNER 1988 vor. Ziel beider Arbeiten war es, für die Sortierung nach dem Durchstrahlungsprinzip die Rohdichteunterschiede zwischen astigem und astfreiem Holz zu ermitteln. Für diesen Fall war es notwendig, die Rohdichteunterschiede in sehr engen Bereichen zu ermitteln, so daß für diese Untersuchung der Astbereich in 3 bzw. 9 mm lange Brettabschnitte aufgeteilt wurde. Die dabei gewonnenen Ergebnisse können daher nicht ohne weiteres auf die hier benötigten 15 cm Abschnitte übertragen werden.

Daher wurden aus 79 Brettern (siehe Abschnitt 4.2.4) insgesamt 886 Brettabschnitte von 15 cm Länge mit Ast oder Astansammlung herausgeschnitten und deren Ästigkeit (KAR-Wert nach Abschnitt 4.2.2) und Rohdichte ermittelt. Ferner wurde die fehlerfreie Rohdichte der unmittelbar benachbarten Proben bestimmt. Zusätzlich standen noch 140 Einzelproben (50 cm lang) mit Ästen für die Untersuchungen zur Verfügung. An diesen Proben, die aufgrund anderer Untersuchungen aus 13 Leimbaubetrieben zufällig entnommen wurden, wurden ebenfalls die Ästigkeit und Rohdichte von 15 cm Abschnitten und die Rohdichte der benachbarten fehlerfreien Bereiche ermittelt.

In Bild 20 sind die Quotienten aus der Rohdichte der astigen Probe ρ_A und dem Mittel der benachbarten fehlerfreien Proben ρ_F in Abhängigkeit vom Astflächenverhältnis (KAR) wiedergegeben. Die Regressionsgerade ergab sich zu

$$\rho_A / \rho_F = 0,367 \cdot \text{KAR} + 0,99 \quad r=0,81 \quad (16)$$

Eine Berücksichtigung des sehr geringen Einflusses der Brettbreite ergibt nur eine vernachlässigbare Verbesserung der Korrelation.

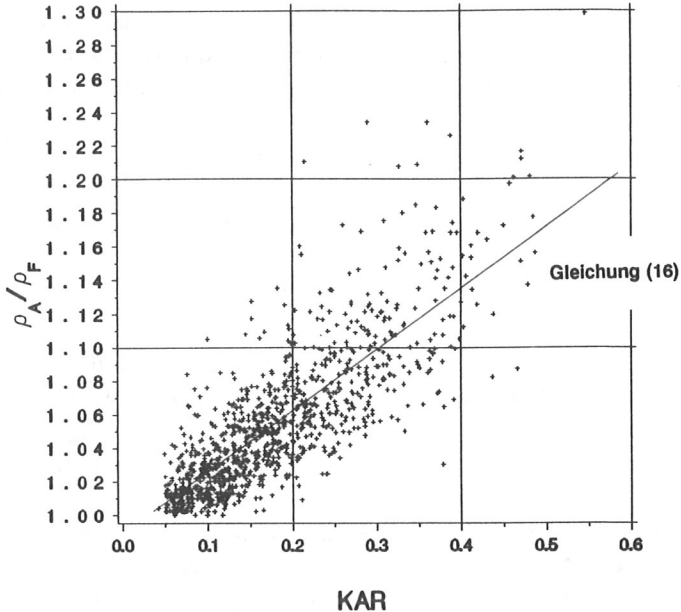


Bild 20 Verhältnis aus Rohdichte der astigen Probe zur Rohdichte des fehlerfreien Holzes in Abhängigkeit vom KAR-Wert (1026 Werte).

Mit Gleichung (16) kann also die Rohdichteerhöhung in einem 15 cm Brettabschnitt mit einem nach Abschnitt 4.2.2 ermittelten KAR-Wert bestimmt werden. Dabei ist noch die Standardabweichung der Reststreuung, die für den vorliegenden Fall 0,025 beträgt, zu berücksichtigen. Als unterer Grenzwert für die Rohdichteerhöhung infolge eines Astes wird 1,0 festgesetzt.

4.2.4 Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul von Brettern hängt im wesentlichen von der Rohdichte und der Ästigkeit ab. Der Druck-Elastizitätsmodul hängt im Gegensatz zum Zug-Elastizitätsmodul noch zusätzlich von der Holzfeuchte ab. Die von GLOS ermittelten (siehe auch EHLBECK et al. 1985) und für das in der Bundesrepublik verwendete Fichtenholz für Brettschichtholzbauteile repräsentativen Regressionsgleichungen lauten für den Zug-Elastizitätsmodul:

$$\ln(E_Z) = 8,2 + 3,13 \cdot \rho_0 - 1,17 \cdot \text{KAR} \quad (17)$$

und für den Druck-Elastizitätsmodul bei einer Holzfeuchte von 12 %:

$$\ln(E_D) = 8,22 + 2,99 \cdot \rho_0 - 0,760 \cdot \text{KAR}. \quad (18)$$

Darin bedeuten E_Z und E_D den Zug- bzw. Druck-Elastizitätsmodul in N/mm^2 , ρ_0 die Darrohdichte in g/cm^3 und KAR den KAR-Wert.

Diese Erwartungswerte müssen noch mit einer zufälligen Störgröße überlagert werden, die aus der Dichtefunktion einer Reststreuung entommen werden kann. Die Standardabweichung der Reststreuung beträgt für den Druck-Elastizitätsmodul 0,142 und für den Zug-Elastizitätsmodul 0,180. Diese Reststreuungen gelten für das gesamte in den Leimbaubetrieben verwendete Schnittholz. Innerhalb eines Brettes ist die Streuung bedingt durch den natürlichen Baumwuchs erwartungsgemäß niedriger. Dies wurde von COLLING und SCHERBERGER 1987 an insgesamt 100 Brettern nachgewiesen. Die ermittelten Ergebnisse stellen für den tatsächlichen Verlauf des E-Moduls nur eine erste Näherung dar, da die Unterteilung der Bretter in 45 cm lange Brettabschnitte, bedingt durch die verwendete Meßmethode, einen Rückschluß auf die hier benötigten Werte für 15 cm lange Brettabschnitte nicht ermöglicht. Des weiteren wurde der Biege-Elastizitätsmodul ermittelt, der von der Lage der Äste in einer anderen Weise als der Zug-Elastizitätsmodul abhängt.

Eine weitere Untersuchung über die Veränderlichkeit des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung liegt von KLINE et al. 1986 vor. Da aber in diesem Fall die Basislänge 30 inch betrug, können diese Ergebnisse ebenfalls nicht ver-

wendet werden. Gleichzeitig können auch Ergebnisse aus außereuropäischen Ländern, wie z.B. den USA, kaum auf die in der BRD verwendeten Bretter übertragen werden, da Holzeigenschaften und Holzabmessungen nicht unmittelbar vergleichbar sind. Aus diesem Grund wurden auch die Ergebnisse von KASS 1975 nicht in eine Auswertung miteinbezogen.

Somit waren eigene Versuche notwendig, mit denen der Elastizitätsmodul mit einer für diesen Zweck neu entwickelten Meßmethode ermittelt werden konnte. Eine Begründung und die Beschreibung des Verfahrens wird in Anhang 1 gegeben.

Insgesamt wurden 50 Bretter aus vier Leimbaubetrieben der Bundesrepublik Deutschland entommen. Die Entnahme erfolgte nach Trocknung der Bretter und vor der Gütesortierung von willkürlich gewählten Brettstapeln. Die Brettbreiten lagen zwischen 10 und 20 cm, die Brettdicken zwischen 30 und 36 mm. Die Bretter stammten nach Angabe der Holzleimbaubetriebe aus Sägewerken der Bundesrepublik Deutschland, der Deutschen Demokratischen Republik, aus Österreich und Skandinavien.

Die Unterteilung der Bretter in 15 cm-Abschnitte erfolgte wie in Abschnitt 4.2.3.1 beschrieben wurde. Der Elastizitätsmodul E_{dyn} wurde mit dem in Anhang 1 beschriebenen Verfahren ermittelt.

Dabei ergab sich die in Bild 21 dargestellte Verteilung von 1329 Einzelwerten mit einem Mittelwert von 13480 N/mm^2 und einer Standardabweichung von 2425 N/mm^2 .

Exemplarisch zeigt Bild 22 anhand von fünf Beispielen die Verteilung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes. Die ebenfalls eingetragenen rechnerischen Elastizitätsmoduln wurden aus Darrohdichte und KAR-Werten nach der Regressionsgleichung (17) ermittelt.

Die Regressionsgleichung für das hier untersuchte Versuchsmaterial lautet:

$$\ln(E_{\text{dyn}}) = 8,06 + 3,56 \cdot \rho_0 - 0,74 \cdot \text{KAR} \quad (19)$$

mit einem Korrelationskoeffizienten von $r=0,85$. Die Standardabweichung der Reststreuung von 0,10 liegt noch deutlich unter der von GLOS ermittelten, was sich unter anderem durch den geringen Streubereich (Standardabweichung $0,040 \text{ g/cm}^3$) der Rohdichte erklären läßt. Ebenso entspricht die

untersuchte Ästigkeitsverteilung von im Mittel 8,7 % nicht der von GLOS ermittelten von 15,7 %. Auf mögliche systematische Unterschiede der beiden Meßmethoden wird in Anhang A3 eingegangen.

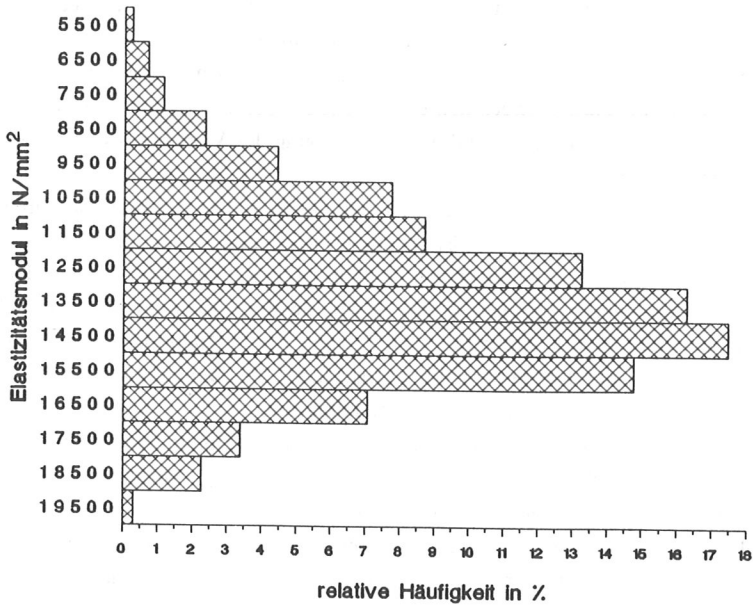


Bild 21 Verteilung des Elastizitätsmoduls der untersuchten Brettabschnitte (1329 Werte)

Betrachtet man Bild 22, so erkennt man, daß der rechnerische Elastizitätsmodul innerhalb eines Brettes vielfach entweder unter oder über dem tatsächlichen Wert liegt. Dies bedeutet, daß ein Teil der Streuung nach Gleichung (17) durch die Unterschiede von Brett zu Brett erklärt werden, und ein weiterer Teil durch die Streuung innerhalb eines Brettes. An dieser Stelle soll der Anteil der Reststreuung innerhalb eines Brettes ermittelt werden.

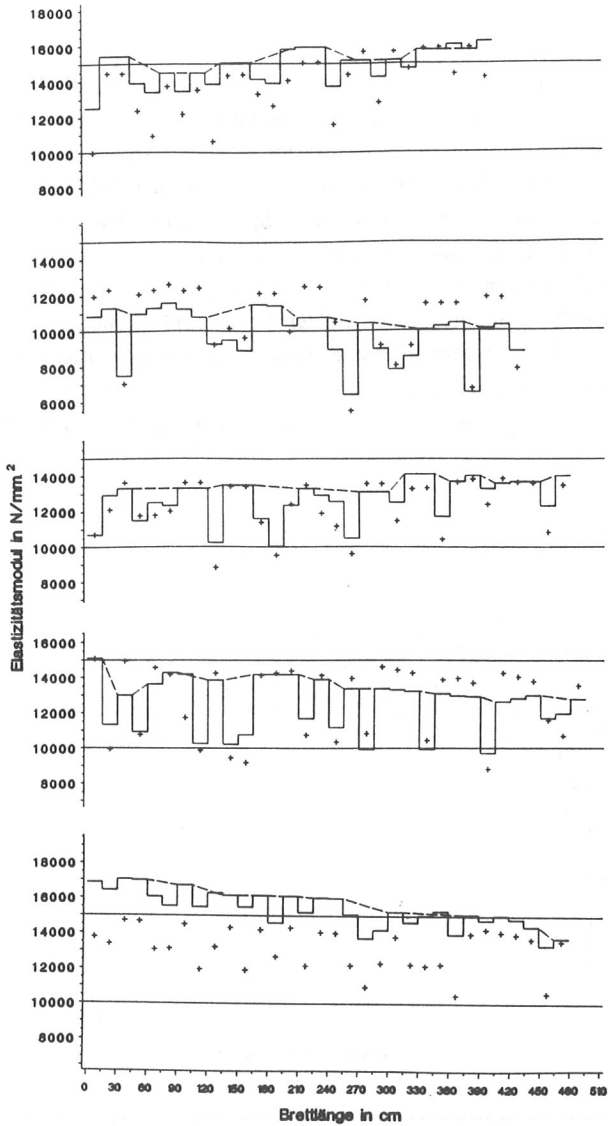


Bild 22 Verlauf des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes
(+ theoretische Werte nach Gleichung (17))

Dazu wird davon ausgegangen, daß die von GLOS ermittelte Gleichung (17) für den Zug-Elastizitätsmodul auch für die untersuchten Bretter gültig ist. Diese Annahme ist notwendig, da die im nächsten Abschnitt benötigten Festigkeiten auf den Elastizitätsmoduln beruhen, die von GLOS in einer speziellen Prüfeinrichtung ermittelt wurden. Systematische Unterschiede der Elastizitätsmoduln insbesondere beim Auftreten von Ästen, bedingt durch die unterschiedlichen Meßverfahren (statisch-dynamisch), werden somit durch eine größere Streuung innerhalb der Bretter berücksichtigt.

Die für jedes Brett getrennt ermittelte Standardabweichung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls der Brettabschnitte s_R^{BA} ist in Bild 23 dargestellt. Sie beträgt im Mittel $s_R^{BA} = 0,078$ mit einer Standardabweichung von 0,026.

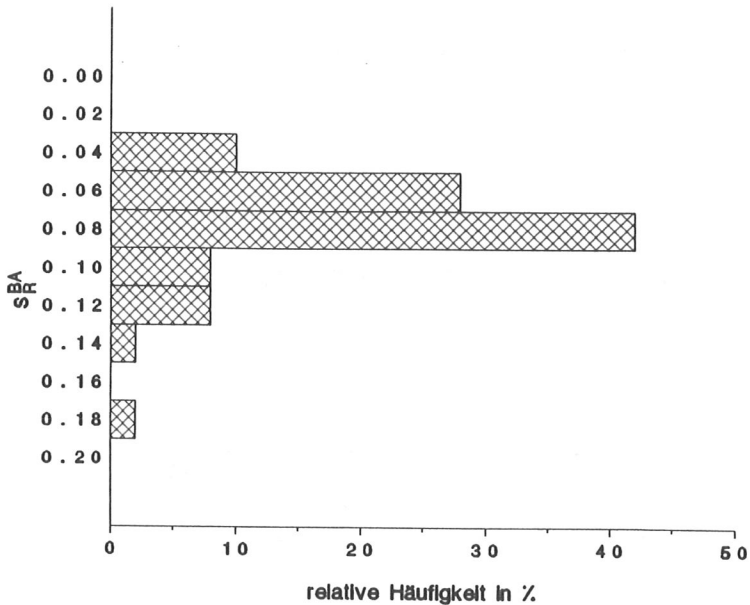


Bild 23 Häufigkeitsverteilung der Standardabweichung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes (Werte von 50 Brettern)

Der Elastizitätsmodul der Brettabschnitte eines Brettes ergibt sich nach Gleichung (17) aus der vorhandenen Darrohdichte des fehlerfreien Holzes und der Ästigkeit. Die Reststreuung des Elastizitätsmoduls der Brettabschnitte innerhalb eines Brettes wird aus einer Normalverteilung mit einem Mittelwert von $s_R^{BA} = 0,078$ und einer Standardabweichung von 0,026 gewählt. Für die Standardabweichung der Reststreuung eines Brettes s_R^B verbleiben $s_R^B = 0,16$, um die Gesamtstreuung nach GLOS von $s_R^{ges} = 0,180$ zu gewährleisten.

4.2.5 Zugfestigkeit

Zur Ermittlung der Zugfestigkeit der Brettabschnitte wird die von GLOS ermittelte Regressionsgleichung verwendet:

$$\ln(\beta_Z) = -4,22 + 0,876 \cdot \ln(E_Z) - 0,093 \cdot KAR \cdot \ln(E_Z) \quad (20)$$

Darin bedeuten:

β_Z = Zugfestigkeit in N/mm^2

E_Z = Elastizitätsmodul in N/mm^2

KAR = KAR-Wert

Die Standardabweichung der Reststreuung beträgt 0,187.

Hier wäre ebenso wie beim Elastizitätsmodul denkbar, daß die Festigkeitsstreuung innerhalb eines Brettes geringer ist als innerhalb des gesamten Brettangebotes. Versuche, die dies nachweisen könnten, sind sehr aufwendig und konnten im Rahmen dieser Untersuchung nicht durchgeführt werden. Liegen Ergebnisse vor, können sie die in den nächsten Abschnitten vorgestellten Sortiererergebnisse noch verbessern.

4.2.6 Zusammenfassung der Simulation des Bretttaufbaus

Mit den ermittelten Kenngrößen können Bretter simuliert werden, die sich durch Rohdichte, Ästigkeit und Elastizitätsmodul unterscheiden. Diese Bretter entsprechen dem in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholz.

- Brettlänge: die Brettlänge wird für alle Bretter konstant mit 4,50 m angenommen, da diese Annahme für den hier zu untersuchenden Anwendungsbereich genügend genau ist.
- Ästigkeit: jedem Brett wird ein größter KAR-Wert zugewiesen, der aus einer Lognormalverteilung mit einem Mittelwert $\ln\mu$ und einer Standardabweichung $\ln\sigma$ zufällig entnommen wird. ($\ln\mu$ und $\ln\sigma$ können sich nach Herkunftsgebiet des Holzes unterscheiden). Die übrigen KAR-Werte ergeben sich nach Gleichung (13 und 14). Abschließend sind die KAR-Werte zufällig innerhalb des Brettes zu verteilen.
- Rohdichte: Wahl einer für das Brett charakteristischen Darrohdichte ρ_1 aus einer Normalverteilung $NV(0,43;0,05) \text{ g/cm}^3$. Ermittlung der Rohdichte der einzelnen Brettabschnitte nach Gleichung (15), wobei Q_i aus $NV(\mu;0,011)$ mit μ aus $NV(1,000;0,0022)$ zu entnehmen ist. Die Rohdichte von Brettabschnitten mit Ästen ρ_A wird nach Gleichung (16) aus der Rohdichte des fehlerfreien Holzes ρ_F berechnet.
- Elastizitätsmodul: der Elastizitätsmodul wird aus der Darrohdichte und der Ästigkeit jedes Brettabschnittes nach Gleichung (17) berechnet. Dabei ist innerhalb eines Brettes eine Standardabweichung der Reststreuung von 0,078 mit einer Standardabweichung von 0,026 und für die Reststreuung von Brett zu Brett von 0,160 anzusetzen.
- Zugfestigkeit: Die Zugfestigkeit wird aus dem Elastizitätsmodul und der Ästigkeit jedes Brettabschnittes nach Gleichung (20) berechnet. Die Standardabweichung der Reststreuung beträgt für alle Bretter 0,187.

4.3 Simulation der Eigenfrequenzmessung

Dieser Programmteil hat die Aufgabe, eine Sortierung des Holzes mittels der Messung von Eigenfrequenzen einer Längsschwingung nachzubilden. Dies bedeutet, daß das Programm die Längsschwingungszeiten der simulierten Bretter ermitteln muß.

Eine geschlossene Lösung nach Gleichung (5) kommt hierfür nicht in Betracht, da Rohdichte und Elastizitätsmodul innerhalb der Bretter nicht konstant sind.

Durch die systematische Untersuchung der Einflußgrößen auf die Schwingungszeit konnte gezeigt werden, daß ein Rechenmodell zur Berechnung der Längsschwingungszeiten, das lediglich Verformungen in Längsrichtung berücksichtigt, für die zu untersuchenden Bretter genügend genau ist. So wurde das in Anlage 2 beschriebene Programm entwickelt, das im wesentlichen die Schwingungszeit der Bretter ermittelt. Gleichzeitig wird noch die mittlere Rohdichte des Brettes aus den einzelnen Abschnitten bestimmt, da bei einer Sortierung nach diesem Verfahren die Masse der Bretter als zusätzliche Kenngröße ermittelt wird.

Aus der Schwingungszeit und der mittleren Rohdichte läßt sich nach Gleichung (5) ein mittlerer dynamischer Elastizitätsmodul $E_{M,dyn}$ definieren.

4.4 Simulationsbeispiele

Mit dem beschriebenen Simulationsprogramm wurden zur Überprüfung der Eingangsdaten der Werkstoffkennwerte und deren Streuungen insgesamt 3000 Bretter mit je 30 Brettabschnitten simuliert. Dabei wurde die Verteilung der maximalen KAR-Werte nach Tabelle 4 Zeile 1 (Gesamtverteilung) zugrunde gelegt. Exemplarisch sind in Bild 24 und 25 anhand von 5 willkürlich ausgesuchten Beispielen (simuliertes Brett Nr. 1, 10, 100, 1000 und 3000) die Rohdichte und die Elastizitätsmodulverteilung von simulierten Brettern dargestellt. Zusätzlich ist der theoretische Mittelwert nach Gleichung (17) eingezeichnet. Der Verlauf des Elastizitätsmoduls der simulierten Bretter ist rein qualitativ mit dem Verlauf von realen Brettern (Bild 22) vergleichbar. So ist auch hier das Auftreten von Ästen mit einer Erhöhung der Rohdichte und einer Abnahme des Elastizitätsmoduls verbunden. Ebenso ist zu erkennen, daß der rechnerische Elastizitätsmodul nach Gleichung (17) innerhalb eines Brettes im Mittel über oder unter dem simulierten Wert liegt. Dieses Verhalten wurde auch bei den untersuchten Brettern beobachtet.

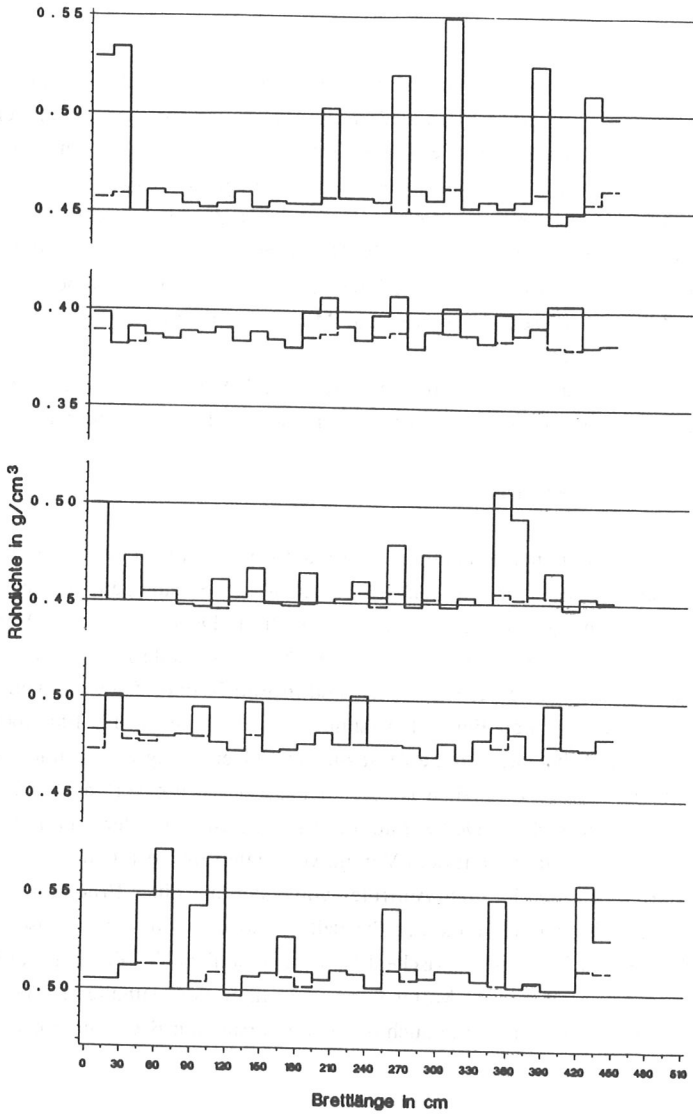


Bild 24 Rohdichteverlauf innerhalb eines simulierten Brettes
 (--- fehlerfrei; — mit Ästen)

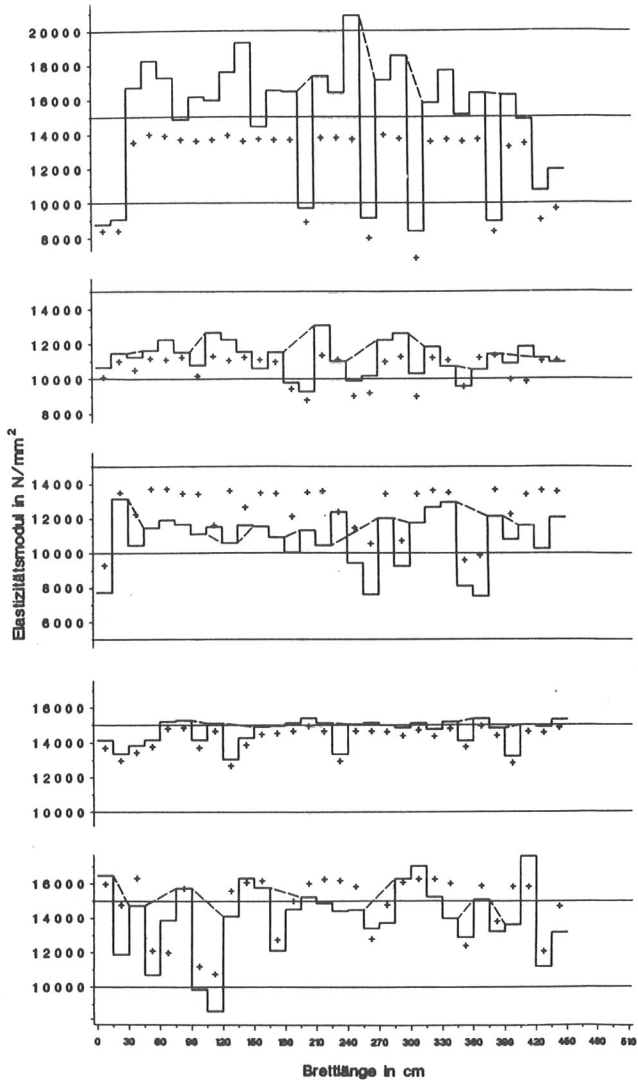


Bild 25 Verlauf des Elastizitätsmoduls innerhalb eines simulierten Brettes (+ theoretische Werte nach Gleichung (17))

Die resultierenden Häufigkeitsverteilungen der Darrohdichte, des Elastizitätsmoduls und der KAR-Werte von 90000 simulierten Brettabschnitten sind in den Bildern 26, 27 und 28 mit den Mittelwerten und den Standardabweichungen dargestellt.

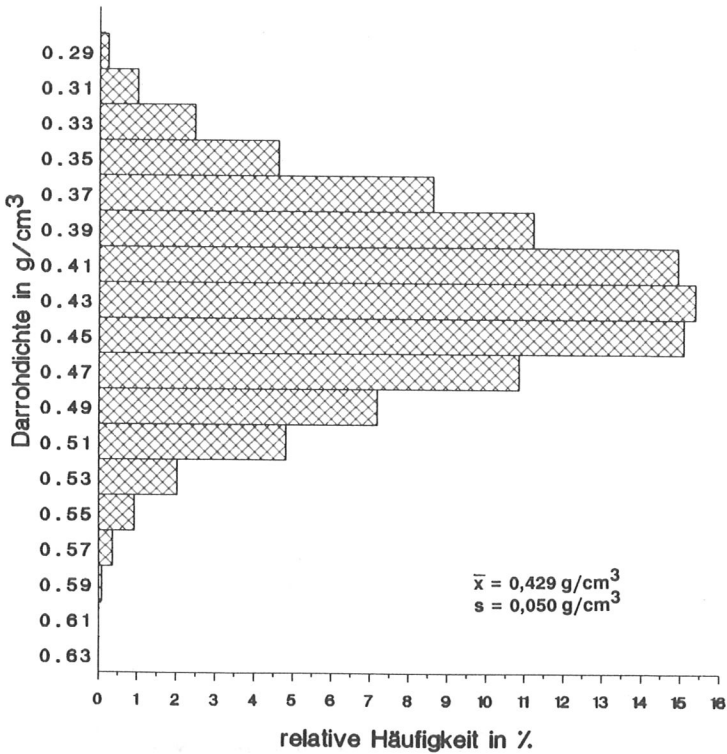


Bild 26 Häufigkeitsverteilung der Darrohdichte der simulierten Brettabschnitte (90 000 Werte)

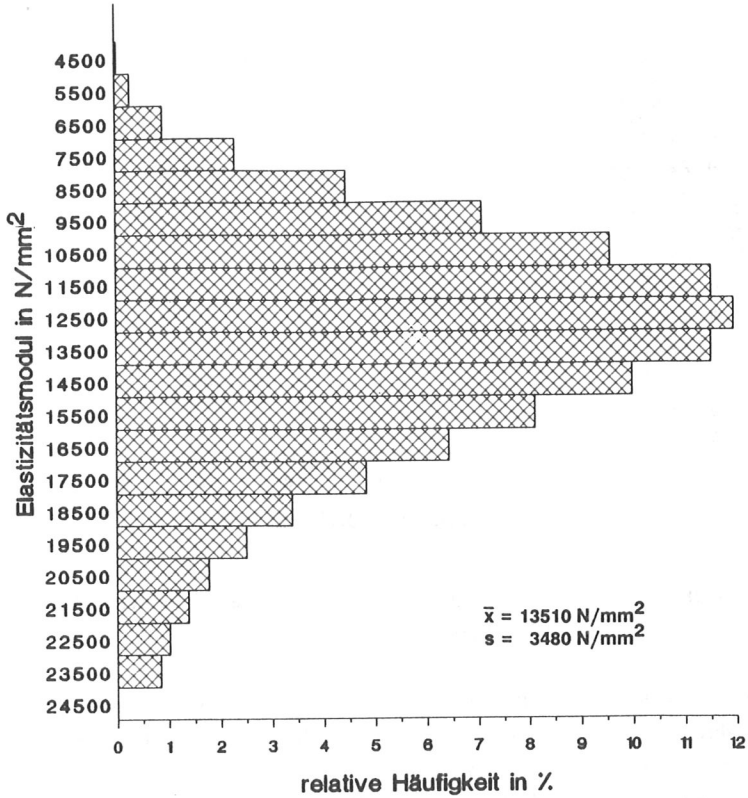


Bild 27 Häufigkeitsverteilung des Elastizitätsmoduls der simulierten Brettabschnitte (90 000 Werte)

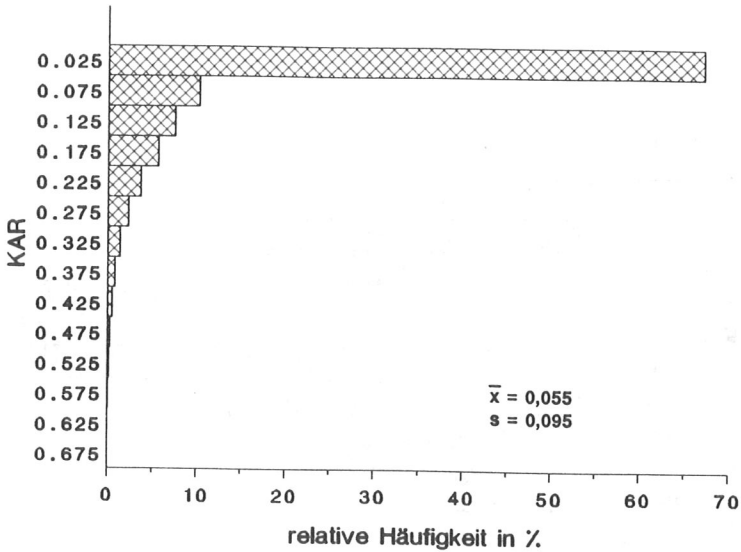


Bild 28 Häufigkeitsverteilung der KAR-Werte der simulierten Brettabschnitte (90 000 Werte)

Die Rohdichteverteilung entspricht der von GLOS 1978 ermittelten, während die Ästigkeit der simulierten Brettabschnitte mit einem Mittel von 0,06 deutlich unter seinem Wert von 0,121 liegt. Sie entspricht jedoch derjenigen, die von COLLING und DINORT 1987 ermittelt wurde. Diese Unterschiede in der Ästigkeitsverteilung können eventuell mit unterschiedlichem Holzangebot zum Zeitpunkt der Probenentnahme erklärt werden. Zwischen den beiden Probenentnahmen liegen 12 Jahre (1974-1986), in denen die Leimbaubetriebe beim Holzeinkauf zunehmend darauf achteten, Holz geringer Ästigkeit zu erhalten. Diese Vorauswahl im Sägewerk kann zu einer veränderten Ästigkeitsverteilung der heute in den Leimbaubetrieben

verwendeten Brettlamellen führen, obwohl sich selbstverständlich die Ästigkeit der Bäume in diesem Zeitraum nicht verändern kann.

Die Größe der mittleren Ästigkeit beeinflusst den mittleren Elastizitätsmodul, der bei den Simulationen deutlich über den 1974 ermittelten Werten liegt. Die Streuung der Werte bleibt jedoch erhalten.

Die Ästigkeit hat also einen entscheidenden Einfluß auf die Simulationsergebnisse. Insbesondere die Auftretenshäufigkeit des größten KAR-Wertes sollte bei Änderung des Holzangebotes, z.B. durch Erschließung neuer Holzmärkte, überprüft werden.

Damit wurde gezeigt, daß das Simulationsprogramm die Brettabschnitte bezüglich KAR-Wert, Rohdichte und Elastizitätsmodul wirklichkeitsnah simuliert.

Die Simulation des Brettaufbaus aus den einzelnen Brettabschnitten wird mit dem von COLLING und GÖRLACHER 1989 ermittelten Datenmaterial verglichen.

Von 3000 simulierten Brettern wurde die mittlere Rohdichte ρ_M bei 12 % Holzfeuchte und der größte KAR-Wert KAR_{max} innerhalb des Brettes ermittelt. Ferner wurde die Längsschwingungszeit dieser Bretter berechnet und daraus nach Gl.(5) der mittlere dynamische Elastizitätsmodul $E_{M,dyn}$. Ein Vergleich der Mittelwerte x und der Standardabweichungen der simulierten Werte mit den in den Leimbaubetrieben gemessenen Werten ist in Tabelle 5 gegeben.

Durch die Gegenüberstellung der gemessenen und der simulierten Werte erkennt man, daß die Rohdichte der simulierten Bretter geringfügig (etwa 2 %) über der bei der Untersuchung vorgefundenen Rohdichte liegt. Gleichzeitig ist die Rohdichtestreuung der gemessenen Bretter geringer als die der simulierten Bretter. Dies bedingt auch im wesentlichen die Unterschiede in der Verteilung des Elastizitätsmoduls. Der Unterschied im Mittelwert von 400 N/mm^2 läßt sich eindeutig durch den unterschiedlichen Mittelwert der Rohdichte erklären, ebenso resultiert ein Teil der unterschiedlichen Streuung des Elastizitätsmoduls aus der unterschiedlichen Rohdichtestreuung.

Tabelle 5 Zusammenstellung der mittleren Rohdichten, größten KAR-Werte und mittleren dynamischen Elastizitätsmoduln von untersuchten Brettern aus allen Herkunftsgebieten (ALLE), aus Deutschland/Österreich (D/A), aus dem Ostblock (OST), aus Skandinavien (SKA) und von 3000 simulierten Brettern (SIM)

		ALLE	D/A	OST	SKA	SIM
ρ_M (g/cm ³)	\bar{x}	0,456	0,452	0,445	0,471	0,467
	s	0,045	0,044	0,042	0,044	0,053
KAR _{max} (-)	\bar{x}	0,275	0,298	0,300	0,234	0,274
	s	0,100	0,101	0,101	0,086	0,109
E _{M,dyn} (N/mm ²)	\bar{x}	12800	12544	12400	13458	13290
	s	2380	2604	2208	2220	3000

Alle Abweichungen sind sehr gering und können als zufällig angesehen werden. Da das Holzangebot in den Leimbaubetrieben aus wirtschaftlichen Gründen (Einkauf in verschiedenen Herkunftsgebieten aufgrund wechselnder Preise und Qualität) einem ständigen Wandel unterworfen ist, ist es sicherlich nicht notwendig und auch nicht möglich, das Rechenmodell an zufällige Gegebenheiten anzupassen.

Der Zusammenhang zwischen mittlerer Rohdichte eines Brettes und dem mittleren dynamischen Elastizitätsmodul der simulierten Bretter ist in Bild 29 dargestellt. Die zugehörige Regressionsgleichung lautet:

$$E_{M,dyn} = 38440 \cdot \rho_M - 4660 \quad r=0,67 \quad (21)$$

mit $E_{M,dyn}$ in N/mm² und ρ_M in g/cm³.

Die durch Messung ermittelte Regressionsgerade, die ebenfalls eingezeichnet ist, weicht im relevanten Bereich der Rohdichte von 0,35 bis 0,60 g/cm³ lediglich um maximal 400 N/mm² von der simulierten Geraden ab.

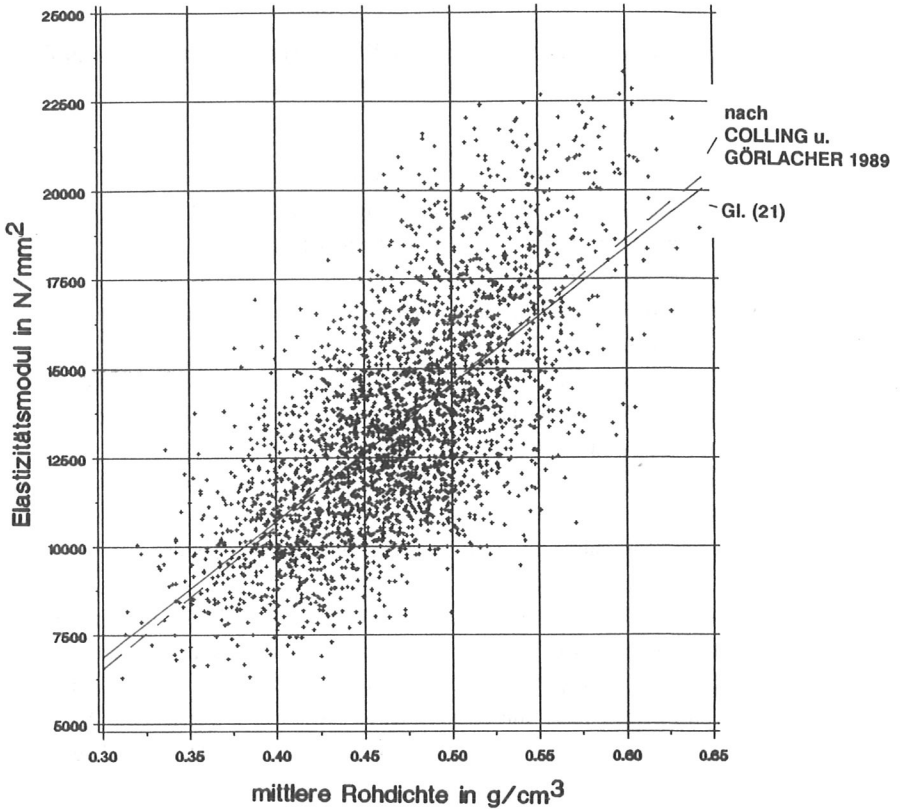


Bild 29 Mittlerer dynamischer Elastizitätsmodul von 3000 Brettern in Abhängigkeit von der mittleren Rohdichte (Simulation)

Damit konnte gezeigt werden, daß nicht nur die Häufigkeitsverteilungen richtig simuliert werden, sondern daß auch die Zusammenhänge zwischen den Holzeigenschaften vom Rechenmodell gut erfaßt werden.

5 Zusammenhang zwischen möglichen Sortierparametern und Festigkeits- bzw. Steifigkeitseigenschaften

Mit dem nach Abschnitt 4 simulierten Brettangebot, das dem zur Zeit in den Leimbaubetrieben verwendeten entspricht, können nun Abhängigkeiten der Zugfestigkeit der Bretter von zu wählenden Parametern bestimmt werden. Dazu wird wie folgt vorgegangen:

- Simulation einer genügend großen Anzahl von Brettern nach den bereits beschriebenen Methoden.
- Ermittlung der Zugfestigkeit der einzelnen Bretter. Die Zugfestigkeit eines Brettes entspricht der kleinsten Zugfestigkeit eines 15 cm Brettabschnittes ohne Rücksicht auf seine Lage im Brett.
- Feststellen der entsprechenden Parameter, von denen eine Korrelation zur Zugfestigkeit erwartet wird.
- Regressionsanalyse mit geeigneter Darstellung der Ergebnisse.

Neben der Zugfestigkeit ist für eine Sortierung auch der mittlere Brett-Elastizitätsmodul von Bedeutung, da in vielen Bemessungssituationen die Steifigkeit ausschlaggebend ist. Daher wird auch die Abhängigkeit des mittleren Elastizitätsmoduls von verschiedenen Parametern untersucht. Der mittlere Elastizitätsmodul eines Brettes wird nach Gleichung (12) berechnet.

5.1 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Brettlänge

Da die Zugfestigkeit eines Brettes der Zugfestigkeit des schwächsten Querschnittes entspricht (Kettenmodell), ist zu erwarten, daß mit zunehmender Brettlänge die Zugfestigkeit abnimmt. Da aber innerhalb eines Brettes Autokorrelationen von Rohdichte, Ästigkeit und Elastizitätsmodul berücksichtigt werden, ist die Abnahme der Zugfestigkeit mit der Brettlänge weitaus geringer, als sie ohne Berücksichtigung der Autokorrelationen wäre. In Bild 30 ist die Zugfestigkeit (Mittelwert und Standardabweichung) von Brettern in Abhängigkeit von der Brettlänge dargestellt.

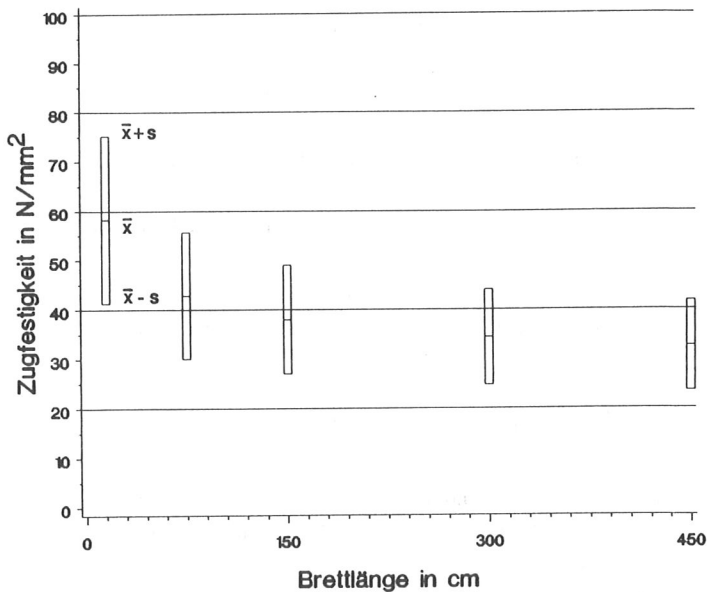


Bild 30 Zugfestigkeit von Brettern in Abhängigkeit von der Brettlänge (je Brettlänge 3000 Simulationen)

Dabei wurden aus den 4,50 m langen simulierten Brettern kürzere Bretter (3,0 m, 1,5 m, 0,75 m, 0,15 m) willkürlich "herausgeschnitten". Diese Vorgehensweise ist sicherlich richtig, da man davon ausgehen kann, daß kürzeres Brettmaterial aus längeren Hölzern abgeschnitten wurde und somit den gleichen Gesetzmäßigkeiten unterliegt.

Aus der Darstellung ist zu erkennen, daß die mittlere Zugfestigkeit ab einer Brettlänge von etwa 3,0 m kaum noch abnimmt, ebenso bleibt die Streuung weitgehend konstant.

Da die in den Leimbaubetrieben verwendeten Brettängen in der Regel immer über 3,0 m liegen, kann auf eine Berücksichtigung der Brettlänge im Simulationsprogramm verzichtet werden. Es muß jedoch erwähnt werden, daß sich die Angabe der Brettlänge nur auf das in die Betriebe gelieferte, unsortierte Holz bezieht. Durch die zur Zeit praktizierte Gütesortierung werden teilweise durch Herausschneiden von großen Ästen die Bretter gekürzt, so daß im fertigen Brettschichtträger die Brettängen, die identisch mit den Keilzinkenabständen sind, oft bedeutend kleiner sein können.

5.2 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und mittlerer Rohdichte

Die Abhängigkeit der Zugfestigkeit von der mittleren Rohdichte ist in Bild 31 dargestellt. Die Gleichung der ebenfalls eingezeichneten Regressionsgeraden lautet:

$$\beta_Z = 76,76 \cdot \rho_M - 0,3217 \quad r = 0,443 \quad (22)$$

Zugfestigkeit β_Z in N/mm^2 und mittlere Rohdichte ρ_M in g/cm^3 .

Die 5 % und die 95 %-Fraktile liegen um $13,5 \text{ N}/\text{mm}^2$ unter bzw. über der mittleren Regressionsgerade.

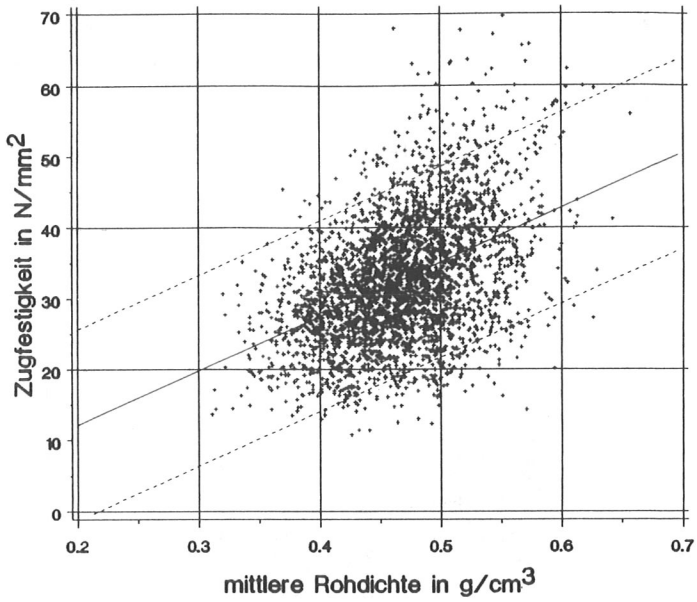


Bild 31 Zusammenhang zwischen der mittleren Rohdichte bei 12 % Holzfeuchte und der Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

5.3 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und größtem KAR-Wert

Bild 32 zeigt die Abhängigkeit der Zugfestigkeit von dem größten im Brett auftretenden KAR-Wert. Die Streuung der Zugfestigkeit wird durch den größten KAR-Wert besser als durch die mittlere Rohdichte erklärt. Hier liegt die 5 %-Fraktile um $12,8 \text{ N/mm}^2$ unter der mittleren Regressionsgleichung:

$$\beta_Z = -43,73 \cdot \text{KAR}_{\text{max}} + 44,64 \quad r = -0,524 \quad (23)$$

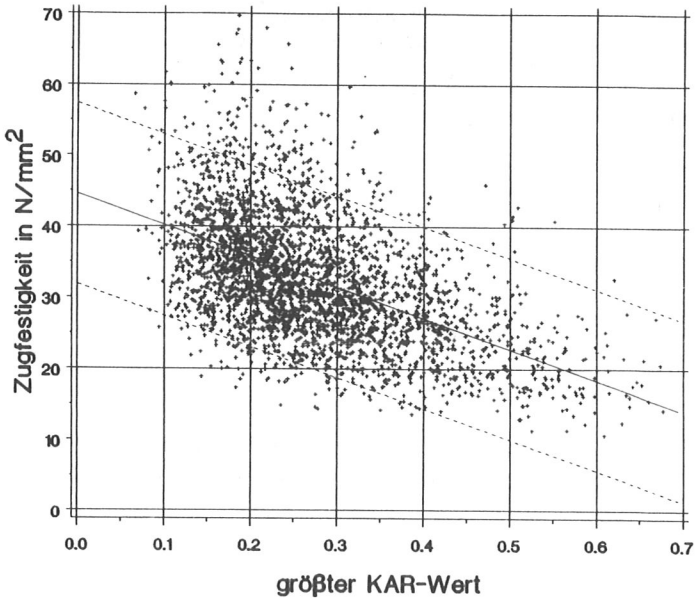


Bild 32 Zusammenhang zwischen dem größten KAR-Wert und der Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

5.4 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und mittlerem dynamischen Elastizitätsmodul

Die beste Erklärung der Zugfestigkeit über einen für das ganze Brett gültigen Parameter kann über den mittleren dynamischen Elastizitätsmodul erfolgen. Die mittlere Regressionsgleichung

$$\beta_Z = 0,00233 \cdot E_{M,dyn} + 1,615 \quad r = 0,770 \quad (24)$$

mit β_Z und $E_{M,dyn}$ in N/mm^2 weist einen Abstand von $9,6 N/mm^2$ von der 5 %-Fraktilen auf.

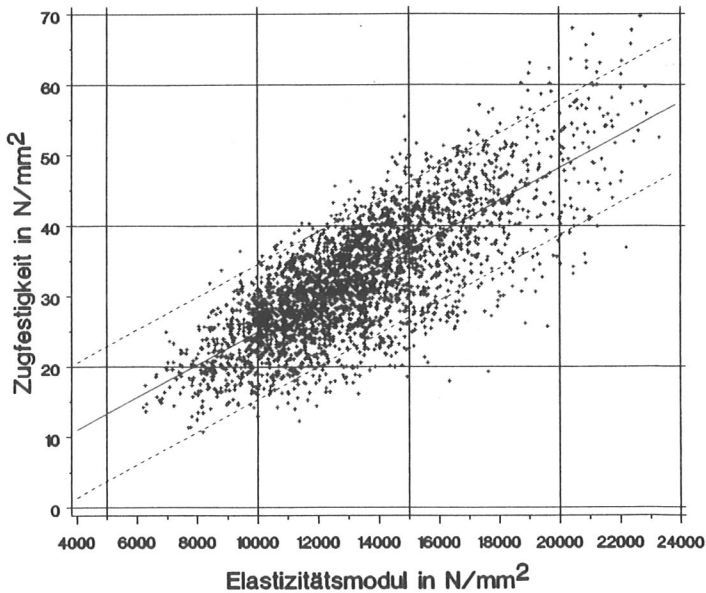


Bild 33 Zusammenhang zwischen dem mittleren dynamischen Elastizitätsmodul und der Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

5.5 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Biege-Elastizitätsmodul

Die meisten der bisher eingesetzten Sortiermaschinen arbeiten nach dem Biegeprinzip. Dabei wird das Holz über eine Spannweite von 50 cm bis 100 cm verformt und daraus nach der Elastizitätstheorie der Elastizitätsmodul berechnet. Dieser Elastizitätsmodul stellt somit einen Mittelwert von Einzel-Elastizitätsmoduln über eine bestimmte Stützweite dar, wobei jeder Elastizitätsmodul je nach seiner Biegebeanspruchung unterschiedlich stark gewichtet wird. Gleichzeitig treten je nach Stützweite und Brettdicke Schubverformungen auf, die das Ergebnis beeinflussen.

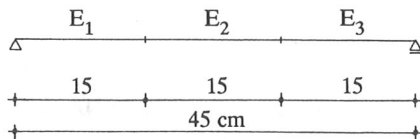
Für die Ermittlung der Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom Biege-Elastizitätsmodul müssen folgende Annahmen getroffen werden:

- der Biege-Elastizitätsmodul eines 15-cm Brettabschnittes ist mit dem Zug-Elastizitätsmodul identisch. Bedingt durch Inhomogenitäten innerhalb eines Brettabschnittes durch die Lage der Äste oder durch die Rohdichteverteilung ist diese Annahme im Einzelfall nicht immer zutreffend. Daher können die hier vorgestellten Regressionsgleichungen nur einen ungefähren Anhaltspunkt über die zu erwartenden Abhängigkeiten geben;
- Schubverformungen werden nicht berücksichtigt;
- die Stützweite beträgt 45 cm (3 Brettabschnitte) und 90 cm (6 Brettabschnitte).

Nach der Statik der Stabwerke ergeben sich die Gleichungen zur Ermittlung des Biege-Elastizitätsmodul bei 45 cm ($E_{45\text{cm}}$) und bei 90 cm ($E_{90\text{cm}}$) Stützweite aus den Einzel-Elastizitätsmoduln E_i von 15 cm Brettabschnitten.

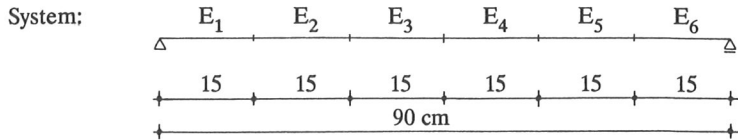
a) 45 cm Stützweite:

System:



$$E_{45\text{cm}} = \frac{27}{4/E_1 + 19/E_2 + 4/E_3} \quad (25)$$

b) 90 cm Stützweite:



$$E_{90\text{cm}} = \frac{54}{1/E_1 + 7/E_2 + 19/E_3 + 19/E_4 + 7/E_5 + 1/E_6} \quad (26)$$

Für den kleinsten innerhalb eines Brettes nach Gleichung 25 und 26 ermittelten Elastizitätsmodul $E_{\min,45\text{cm}}$ und $E_{\min,90\text{cm}}$ wird die Abhängigkeit zur Zugfestigkeit des Brettes untersucht.

Die Regressionsgleichungen lauten:

$$\beta_Z = 0,00292 \cdot E_{\min,45\text{cm}} + 1,276 \quad r = 0,855 \quad (27)$$

$$\beta_Z = 0,00270 \cdot E_{\min,90\text{cm}} + 1,118 \quad r = 0,826 \quad (28)$$

Sie sind mit den 5 %-Fraktile und den Einzelwerten in Bild 34 und 35 eingezeichnet.

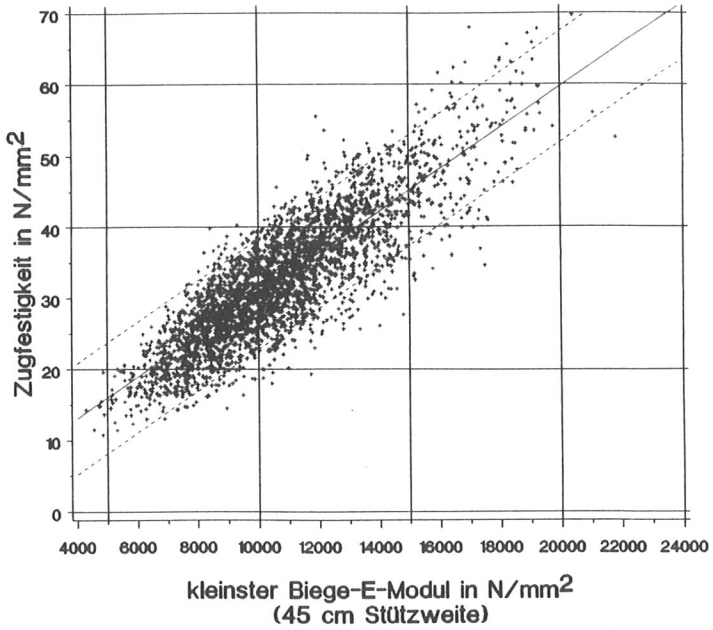


Bild 34 Zusammenhang zwischen dem kleinsten Biege-Elastizitätsmodul (ermittelt mit 45 cm Stützweite) und der Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

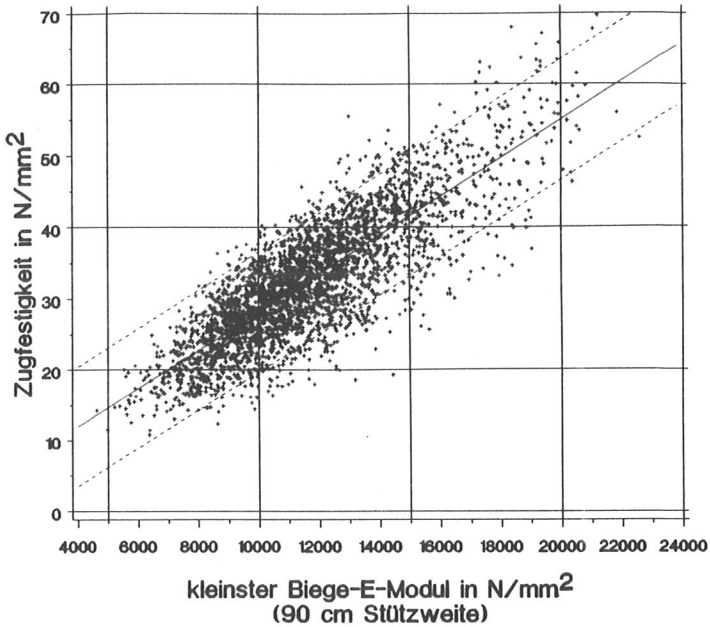


Bild 35 Zusammenhang zwischen dem kleinsten Biege-Elastizitätsmodul (ermittelt mit 90 cm Stützweite) und der Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

Erwartungsgemäß nimmt mit kleinerer Stützweite der Korrelationskoeffizient zu. Insbesondere im Vergleich zum Elastizitätsmodul, der am gesamten Brett ermittelt wurde (vgl. Abschnitt 5.4), ergaben sich in beiden Fällen höhere Korrelationskoeffizienten. Bei dieser Auswertung muß jedoch beachtet werden, daß vorausgesetzt wurde, daß der Biege-Elastizitätsmodul identisch mit dem Zug-Elastizitätsmodul ist und daß der Schubverformungseinfluß nicht berücksichtigt wurde. Somit ist zu erwarten, daß die tatsächlichen Korrelationskoeffizienten niedriger liegen.

5.6 Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Kombinationen von Sortierparametern

Eine Verbesserung der Vorhersage der Zugfestigkeit ist zu erwarten, wenn mehrere Parameter kombiniert werden. Dazu wurden für folgende Kombinationen multiple Linearregressionen durchgeführt:

- mittlere Rohdichte und größter KAR-Wert,
- mittlere Rohdichte und mittlerer dynamischer Elastizitätsmodul,
- größter KAR-Wert und mittlerer dynamischer Elastizitätsmodul.

Die Regressionsgleichungen lauten für die Mittelwerte:

$$\beta_Z = 84,67 \cdot \rho_M - 47,04 \cdot \text{KAR}_{\max} + 5,994 \quad r=0,715 \quad (29)$$

$$\beta_Z = 0,002613 \cdot E_{M,\text{dyn}} - 23,66 \cdot \rho_M + 8,968 \quad r=0,776 \quad (30)$$

$$\beta_Z = 0,002163 \cdot E_{M,\text{dyn}} - 35,94 \cdot \text{KAR}_{\max} + 13,75 \quad r=0,880 \quad (31)$$

und für die 5 %-Fraktilen:

$$\beta_{Z,0,05} = 84,67 \cdot \rho_M - 47,04 \cdot \text{KAR}_{\max} - 4,500 \quad (32)$$

$$\beta_{Z,0,05} = 0,002613 \cdot E_{M,\text{dyn}} - 23,66 \cdot \rho_M - 0,499 \quad (33)$$

$$\beta_{Z,0,05} = 0,002163 \cdot E_{M,\text{dyn}} - 35,94 \cdot \text{KAR}_{\max} + 6,621 \quad (34)$$

Eine graphische Darstellung dieser Abhängigkeiten ist in einem dreidimensionalen Schaubild möglich, das aber nicht mehr übersichtlich ist.

Daher wurde die Zugfestigkeit der simulierten Bretter in Abhängigkeit von der erwarteten mittleren Zugfestigkeit nach den Gleichungen (29), (30) und (31) aufgetragen.

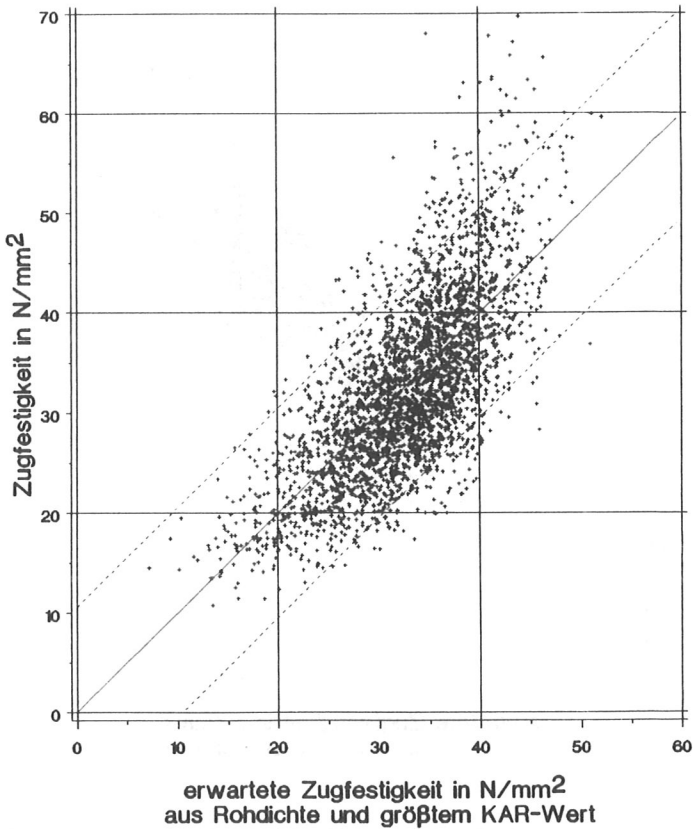


Bild 36 Zusammenhang zwischen der mittleren erwarteten Zugfestigkeit aus mittlerer Rohdichte und größtem KAR-Wert nach Gl.(29) und der vorhandenen Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

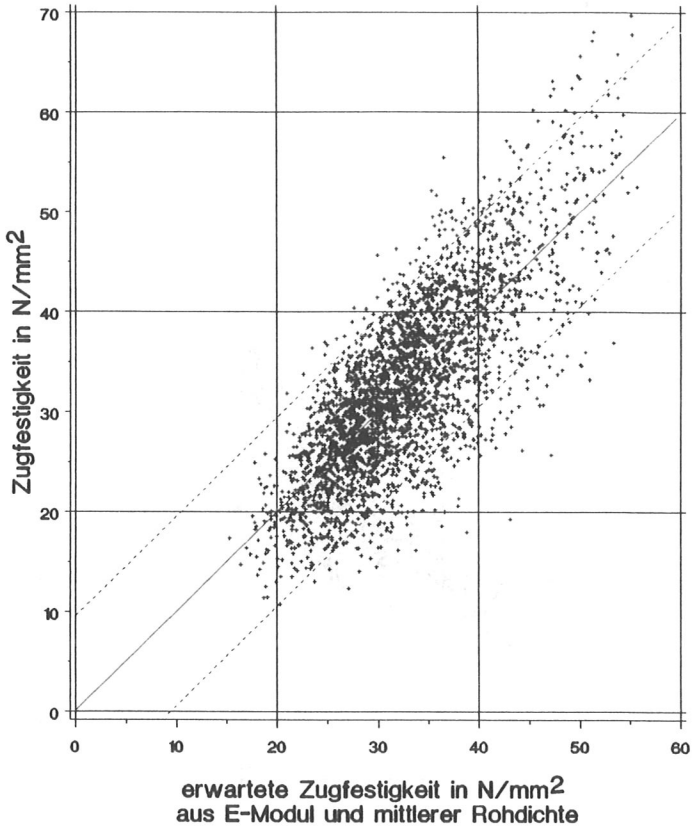


Bild 37 Zusammenhang zwischen der mittleren erwarteten Zugfestigkeit aus mittlerer Rohdichte und mittlerem dynamischen Elastizitätsmodul nach Gl.(30) und der vorhandenen Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

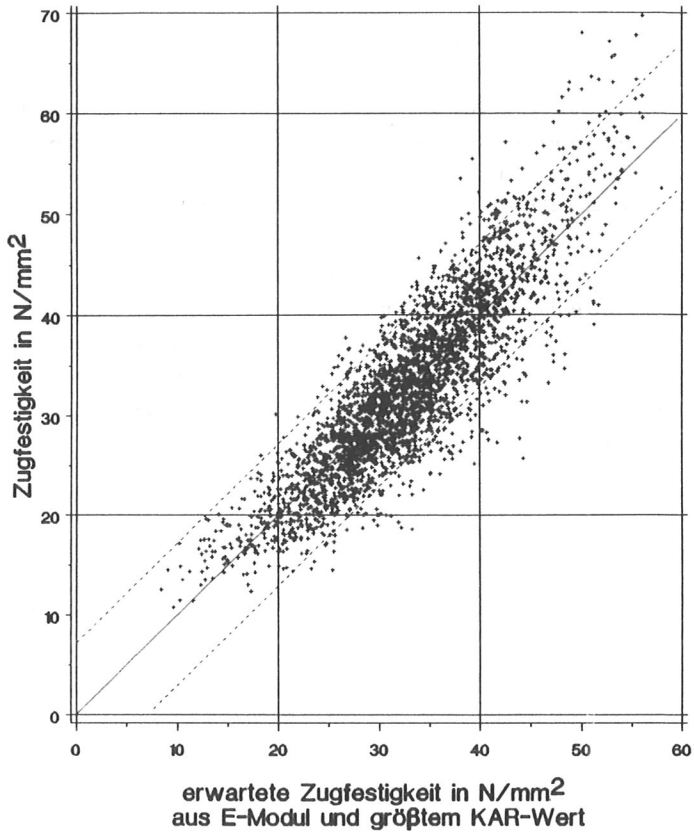


Bild 38 Zusammenhang zwischen der mittleren erwarteten Zugfestigkeit aus mittlerem dynamischen Elastizitätsmodul und größtem KAR-Wert nach Gl.(31) und der vorhandenen Zugfestigkeit von 3000 Brettern (Simulation)

5.7 Zusammenhang zwischen mittlerem Brett-Elastizitätsmodul und Sortierparametern

Wie bereits erwähnt, ist neben der Festigkeit der mittlere Elastizitätsmodul eines Brettes bei einer Bemessung oft von ausschlaggebender Bedeutung. Da der mittlere Elastizitätsmodul eines Brettes von der Art der Beanspruchung abhängt (Zug, Druck, Biegung, statisch, dynamisch), muß hier zunächst festgelegt werden, welcher Elastizitätsmodul für eine Bemessung eine sinnvolle Bezugsgröße darstellt. Als mittlerer Elastizitätsmodul E_M eines Brettes wird der Elastizitätsmodul gewählt, der sich aus einer reinen Zugbeanspruchung eines Brettes ermitteln läßt.

Die Abhängigkeit dieses Elastizitätsmoduls, der sich nach Gleichung (12) aus den Elastizitätsmoduln der Brettabschnitte ergibt, von den wichtigsten Parametern wurde untersucht. Dabei ergab sich nur zur mittleren Rohdichte und zum mittleren dynamischen Elastizitätsmodul eine signifikante Abhängigkeit. Die Regressionsgleichungen lauten:

$$E_M = 0,993 \cdot E_{M,dyn} + 76 \quad r=0,998 \quad (35)$$

$$E_M = 38420 \cdot \rho_M - 4675 \quad r=0,675 \quad (36)$$

Bild 39 und 40 zeigen die Regressionsgleichungen mit den zugehörigen oberen und unteren 5 %-Fraktile und die 3000 simulierten Einzelwerte.

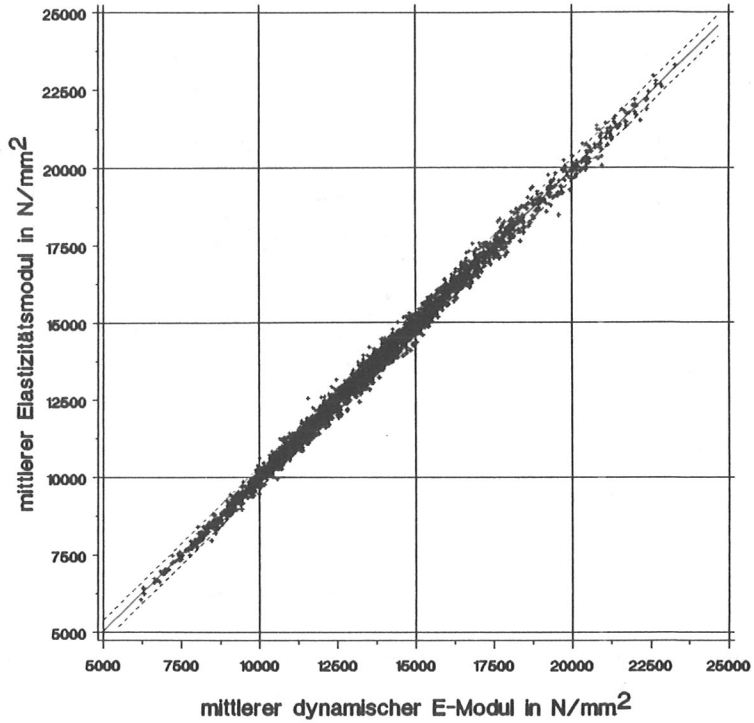


Bild 39 Zusammenhang zwischen dem mittleren dynamischen Elastizitätsmodul und dem mittleren Brett-Elastizitätsmodul von 3000 Brettern (Simulation)

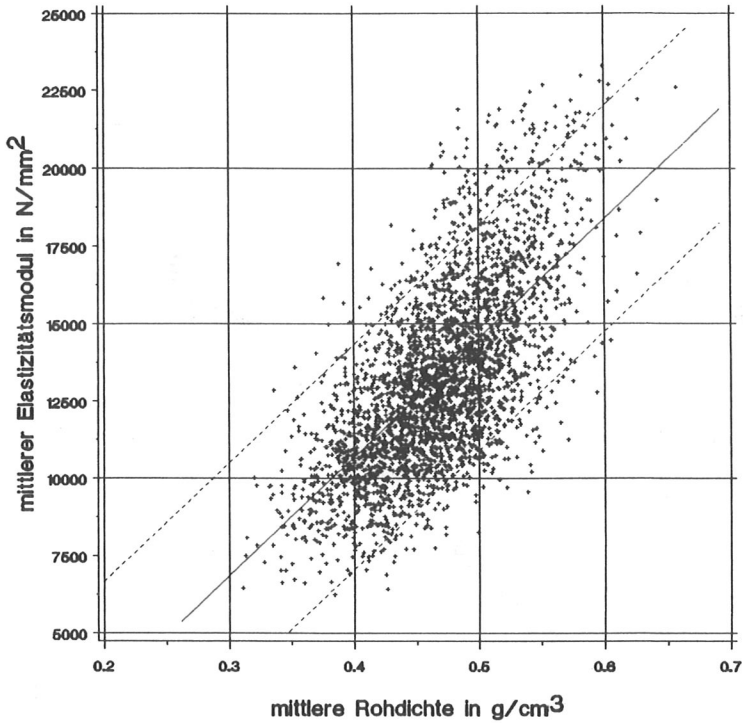


Bild 40 Zusammenhang zwischen der mittleren Rohdichte und dem mittleren Brett-Elastizitätsmodul von 3000 Brettern (Simulation)

5.8 Zusammenfassung

Mit dem Rechenmodell ist es gelungen, die Abhängigkeiten der Zugfestigkeit von bestimmten Bretteigenschaften theoretisch zu ermitteln. In Tabelle 6 sind die entsprechenden Korrelationskoeffizienten in einer Übersicht zusammengestellt. Zum Vergleich sind die von GLOS 1986 angegebenen Korrelationskoeffizienten, die an Bretter und Bohlen aus europäischem Nadelholz ermittelt wurden, ebenfalls aufgeführt.

Diese Zusammenstellung zeigt, daß der Elastizitätsmodul als einzelner Parameter eine wesentlich bessere Vorhersage der Zugfestigkeit erlaubt als die Rohdichte oder die Ästigkeit. Erst eine Kombination aus Rohdichte und Ästigkeit weist eine ähnliche Korrelation wie der Elastizitätsmodul auf. Eine Kombination aus Elastizitätsmodul und Rohdichte bringt nur eine geringe Verbesserung, während die Hinzunahme der Ästigkeit den Korrelationskoeffizienten deutlich erhöht.

Tabelle 6 Korrelationskoeffizienten zwischen Holzeigenschaften und der Zugfestigkeit, ermittelt aus Simulationen und an Brettern und Bohlen aus europäischem Nadelholz

Parameter	Simulationen nach Abschnitt 5	nach GLOS 1986
Rohdichte	0,44	0,5
Ästigkeit	0,52	0,6
dyn. Elastizitätsmodul	0,77	0,7-0,8
Rohdichte + Ästigkeit	0,72	0,7-0,8
E-Modul + Rohdichte	0,78	0,7-0,8
E-Modul + Ästigkeit	0,88	>0,8

Der mittlere Brett-Elastizitätsmodul, der für eine statische Berechnung benötigt wird, kann über die Rohdichte teilweise erklärt werden. Der mittlere dynamische Elastizitätsmodul ist fast identisch mit dem mittleren Brett-Elastizitätsmodul.

6 Reaktion des Rechenmodells auf geänderte Eingangsdaten

Durch Änderung der Eingangsdaten wie zum Beispiel Häufigkeitsverteilung der größten KAR-Werte oder Reststreuung des Elastizitätsmoduls können sich auch die im vorigen Abschnitt gefundenen Abhängigkeiten ändern. Für das in dieser Arbeit zu untersuchende Problem der Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul sollen diese Einflüsse gezeigt werden.

6.1 Verteilung des größten KAR-Wertes

Bei den von COLLING und GÖRLACHER 1989 durchgeführten Untersuchungen ergaben sich für die drei Herkunftsgebiete unterschiedliche Häufigkeitsverteilungen der größten KAR-Werte. Diese sind in Tabelle 4 mit den Verteilungsparametern zusammengestellt. Mit den Verteilungsparametern der Lognormalverteilungen für das Mittel aus allen Herkunftsgebieten (SIM1), für das Herkunftsgebiet Ostblock (SIM2) und Skandinavien (SIM3) wurden je 3000 Bretter simuliert. Alle übrigen Eingangsdaten wurden beibehalten. Die simulierten Bretteigenschaften Zugfestigkeit β_Z , größter KAR-Wert KAR_{max} , mittlere Rohdichte ρ_M und mittlerer dynamischer Elastizitätsmodul sind in Tabelle 7 zusammengestellt.

Durch eine Veränderung der Häufigkeitsverteilung des größten KAR-Wertes ändert sich die Zugfestigkeit, während die mittlere Rohdichte und der mittlere dynamische Elastizitätsmodul praktisch unverändert bleiben. Dies bedeutet aber auch, daß sich die Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom mittleren Elastizitätsmodul verändern muß.

Tabelle 7 Zusammenstellung der Simulationsergebnisse bei Veränderung der Häufigkeitsverteilung der größten KAR-Werte

		SIM1	SIM2	SIM3
KAR _{max}	\bar{x}	0,274	0,293	0,231
(-)	s	0,109	0,104	0,090
ρ_M	\bar{x}	0,467	0,469	0,467
(g/cm ³)	s	0,053	0,052	0,053
E _{M,dyn}	\bar{x}	13290	13230	13520
(N/mm ²)	s	3000	2880	3040
β_Z	\bar{x}	32,64	32,07	34,88
(N/mm ²)	s	9,13	8,67	8,93

Die Regressionsgleichungen der unteren 5 %-Fraktile für SIM1, SIM2 und SIM3 lauten:

$$\text{SIM1: } \beta_{Z 0,05} = 0,00233 E_{M,dyn} - 7,99 \quad (37)$$

$$\text{SIM2: } \beta_{Z 0,05} = 0,00227 E_{M,dyn} - 7,34 \quad (38)$$

$$\text{SIM3: } \beta_{Z 0,05} = 0,00224 E_{M,dyn} - 6,23 \quad (39)$$

Die Abweichung der Regressionsgeraden SIM2 und SIM3 von der für das gesamte Holzangebot gültigen Geraden SIM1 ist in Bild 41 in Abhängigkeit vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul dargestellt.

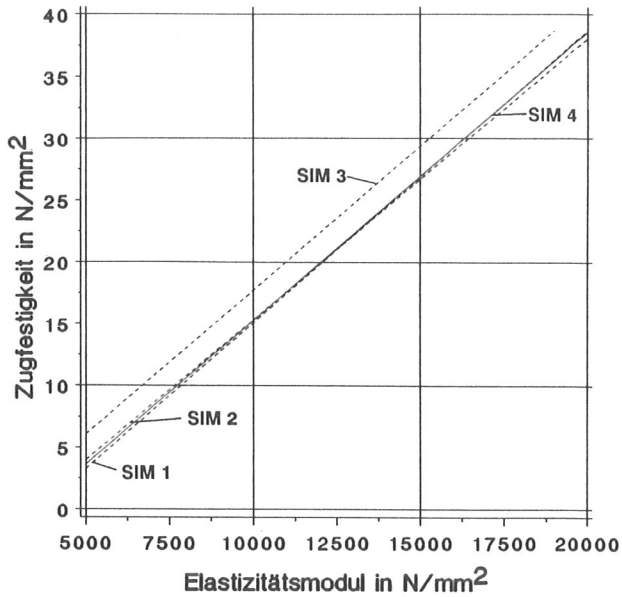


Bild 41 Regressionsgeraden der Abhängigkeit der 5%-Fraktile der Zugfestigkeit vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul für unterschiedliche Verteilungen des KAR-Wertes (SIM1, SIM2, SIM3) und geänderter Reststreuung des Elastizitätsmoduls (SIM4)

Durch die Wahl einer für alle Herkunftsgebiete gültigen Ästigkeitsverteilung wird die Festigkeit der Bretter aus dem Ostblock (SIM2) geringfügig überschätzt, während sich für die Bretter aus Skandinavien eine auf der sicheren Seite liegende Vorhersage ergibt. Wird bei der Regression die Ästigkeit zusätzlich berücksichtigt, werden die Abweichungen geringer, da die veränderte Ästigkeitsverteilung durch die Regressionsgleichung erklärt wird.

6.2 Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes

Der Reststreuung von Bretteigenschaften innerhalb eines Brettes kommt große Bedeutung zu, da sie die Abhängigkeit der Festigkeit von den mittleren Bretteigenschaften wie zum Beispiel vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul beeinflusst. Da die Zugfestigkeit in großem Maße durch den Elastizitätsmodul erklärt wird, wird überprüft, ob sich durch eine Vergrößerung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes die Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul signifikant verändert. Diese Untersuchung erschien notwendig, da die Reststreuung nur an 50 Brettern ermittelt werden konnte, und es somit möglich wäre, daß sie noch nicht repräsentativ ist.

Die Reststreuung s_R^{BA} innerhalb eines Brettes wurde daher von 0,078 auf 0,10 erhöht, gleichzeitig wurde die Reststreuung eines Brettes s_R^B auf 0,15 reduziert, um die Gesamtstreuung von 0,18 nicht zu überschreiten (SIM4). Die übrigen Eingangsdaten wurden wie bei SIM1 gewählt.

Tabelle 8 zeigt die Auswirkungen auf die mittleren simulierten Bretteigenschaften, die sich bis auf die Streuung des mittleren dynamischen Elastizitätsmoduls kaum verändern.

Tabelle 8 Zusammenstellung der Simulationsergebnisse bei Veränderung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes

		SIM1	SIM4
KAR _{max}	\bar{x}	0,274	0,276
(-)	s	0,109	0,112
ρ_M	\bar{x}	0,467	0,469
(g/cm ³)	s	0,053	0,051
E _{M,dyn}	\bar{x}	13290	13205
(N/mm ²)	s	3000	2817
β_Z	\bar{x}	32,64	32,28
(N/mm ²)	s	9,13	8,85

Die Gleichung der 5 %-Fraktilen zur Berechnung der Zugfestigkeit β_Z aus dem mittleren dynamischen Elastizitätsmodul E_{M,dyn} lautet:

$$\text{SIM4: } \beta_{Z 0,05} = 0,00236 \cdot E_{M,dyn} - 8,50 \quad (40)$$

Sie ist ebenfalls in Bild 41 im Vergleich mit den übrigen Simulationen dargestellt.

Es zeigt sich, daß eine Vergrößerung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls die Abhängigkeit der Zugfestigkeit vom mittleren dynamischen Elastizitätsmodul kaum beeinflusst. Es ist somit nicht erforderlich, die Reststreuung des Elastizitätsmoduls durch einen größeren Stichprobenumfang zu ermitteln.

7 Ermittlung und Festlegung der Meßgenauigkeit

7.1 Allgemeines

Die Qualität einer Sortierung wird neben der Korrelation zwischen Sortierparameter und Festigkeit auch von der Genauigkeit der Bestimmung des Sortierparameters unter praktischen Einsatzbedingungen beeinflusst. Dabei können sich bei Sortierparametern, die aus mehreren Einzelmeßgrößen zusammengesetzt sind, Meßfehler addieren.

Prinzipiell können alle Meßgrößen fast beliebig genau ermittelt werden, jedoch müssen der Meßaufwand und die Meßgenauigkeit in einem vernünftigen Verhältnis zueinander stehen. So können extrem hohe Anforderungen an die Genauigkeit bei der Bestimmung von Sortierparametern das Sortiererergebnis nicht entscheidend verbessern, insbesondere dann nicht, wenn die Korrelation zwischen Sortierparameter und Festigkeit nicht sehr ausgeprägt ist. Dies wird auch aus Bild 1 ersichtlich, wo bei einer Verbesserung des Variationskoeffizienten des Meßfehlers von 10 % auf 1 % eine Verbesserung des Sortiererergebnisses in gleichem Umfang nicht zu erwarten ist.

In den folgenden Abschnitten wird versucht, die möglichen Meßfehler aufgrund von Untersuchungen und Erfahrungen, die bei Messungen (COLLING u. GÖRLACHER 1989) gemacht wurden, abzuschätzen. Selbstverständlich ist es notwendig, vor Anwendung einer maschinellen Gütesortierung die Einhaltung dieser Annahmen nachzuweisen oder die Berechnungen entsprechend zu korrigieren.

7.2 Meßfehler bei der Ermittlung der Abmessungen

Die Brettabmessungen (Länge, Breite, Dicke) werden zur Ermittlung der Rohdichte benötigt. Bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls geht zusätzlich noch die Brettlänge in der zweiten Potenz ein. Der Meßfehler bei der Längenbestimmung muß jedoch nur einmal berücksichtigt werden, da die

Länge in Gleichung (5) im Zähler und im Nenner des Bruches auftaucht.

Die Brettabmessungen lassen sich durch geeignete Geräte sehr genau ermitteln. Durch den in den Leimbaubetrieben bedingten Produktionsablauf ist jedoch eine Einzelmessung für jedes Brett in der Regel nicht notwendig, da die Abmessungen innerhalb einer Sortierserie (Brettstapel) für alle Bretter innerhalb gewisser Grenzen konstant sind.

Brettlänge: Wegen der einfacheren Handhabung eines Brettstapels (Lagerung, Umstapeln, Füllen der Trockenkammern etc.) wird in den Leimbaubetrieben darauf geachtet, daß alle Bretter eines Stapels etwa die gleiche Länge aufweisen. Bei eigenen Beobachtungen wurde festgestellt, daß bei vielen Brettstapeln die Längendifferenzen zwischen den einzelnen Brettern weniger als 1 cm betragen. Dies läßt sich mit einem Blick auf die beiden Stirnseiten der exakt gestapelten Bretter schnell und zuverlässig aussagen. Andere Brettstapel weisen etwas größere Differenzen auf, die an drei Stapeln beispielhaft ermittelt wurden. Es ergaben sich Variationskoeffizienten der Brettlängen von 0,3 %, 0,9 % und 1,4 %.

Für die weitere Auswertung wird ein Variationskoeffizient der Länge innerhalb einer Sortierserie mit 1 % angenommen. Dies entspricht dem Meßfehler bei Annahme einer mittleren Länge für alle Bretter. Die meßfehlerbehaftete Brettlänge l_{mess} ergibt sich aus der tatsächlichen Brettlänge l und einem Meßfehler, der aus einer Normalverteilung mit dem Mittelwert 0 und einer Standardabweichung $\sigma = l \cdot V$ mit $V = 0,01$ entnommen wird:

$$l_{\text{mess}} = l + NV(0; 0,01 \cdot l) \quad (41)$$

Brettbreite: Innerhalb eines Brettstapels wird nur eine Brettbreite verwendet. Diese kann jedoch innerhalb des Stapels mehr oder weniger schwanken. So wurden Brettstapel untersucht, bei denen die Brettbreite um höchstens 1 mm differierte, an einem anderen Stapel wurde ein Variationskoeffizient von 1,5 % ermittelt. Diese Unterschiede sind durch unterschiedliche Arbeitsweisen der Sägewerke zu erklären.

Für die weitere Auswertung wird ein Variationskoeffizient der Brettbreite von 2 % unterstellt. Somit erhält man die meßfehlerbehaftete Brettbreite b_{mess} aus der tatsächlichen Breite b nach:

$$b_{\text{mess}} = b + NV(0;0,02 \cdot b) \quad (42)$$

Brettdicke: Die Brettdicke innerhalb eines Brettstapels weist größere Streuungen auf als die Länge und Breite. So wurde exemplarisch an einem Stapel aus einem Sägewerk der DDR ein Variationskoeffizient von 3,5 % ermittelt, während Bretter aus Skandinavien in der Regel weitaus geringere Streuungen aufweisen.

Für die weitere Auswertung wird ein Variationskoeffizient der Brettdicke von 4 % angenommen. Die meßfehlerbehaftete Brettdicke d_{mess} erhält man aus der tatsächlichen Dicke d nach:

$$d_{\text{mess}} = d + NV(0;0,04 \cdot d) \quad (43)$$

7.3 Meßfehler bei der Ermittlung der Masse

Für die Ermittlung der Masse wird unterstellt, daß eine Meßgenauigkeit mit einem Variationskoeffizienten von 1 % problemlos zu erreichen ist. Dies bedeutet, daß bei einem Brett mit einer Masse von 10 kg bei 2/3 aller Messungen der Meßfehler kleiner als 100 g sein muß. Die meßfehlerbehaftete Masse m_{mess} errechnet sich aus der tatsächlichen Masse m :

$$m_{\text{mess}} = m + NV(0;0,01 \cdot m) \quad (44)$$

Eventuell könnten sich bei hohen Meßgeschwindigkeiten bedingt durch Vibrationen größere Ungenauigkeiten ergeben. Dies sollte im Einzelfall überprüft werden.

7.4 Meßfehler bei der Ermittlung der Ästigkeit

Über die Meßfehler bei der Bestimmung der Ästigkeit können kaum Aussagen gemacht werden, da diese Sortierung in der Regel visuell erfolgt, und somit nur schwer nachzuvollziehen ist. An dieser Stelle muß somit von einer sicherlich ungünstigen Annahme ausgegangen werden, daß der Variationskoeffizient des Meßfehlers bei der Bestimmung der Ästigkeit 40 % beträgt. Dies bedeutet, daß ein vorhandener KAR-Wert von 0,3 in 2/3 aller Fälle zwischen 0,18 und 0,42 geschätzt wird. Eigene 'Schätzversuche' ergaben, daß es trotzdem einige Übung erfordert, diese Werte nicht zu überschreiten. Der meßfehlerbehaftete KAR-Wert KAR_{mess} ergibt sich aus dem tatsächlichen KAR-Wert KAR nach:

$$KAR_{\text{mess}} = KAR + NV(0;0,4 \cdot KAR) \quad (45)$$

Da es möglich ist, den KAR-Wert auch maschinell durch Isotopenmessung zu bestimmen (KOLB u. GRUBER 1981), kann bei entsprechendem Nachweis ein kleinerer Meßfehler angenommen werden.

7.5 Meßfehler bei der Ermittlung der Schwingungszeit

Da sich bisher noch keine Maschine zu Ermittlung der Längsschwingungszeit von Brettern im praktischen Einsatz befindet, wird auf die Genauigkeit der in Abschnitt 3.2 beschriebenen Meßeinrichtung zurückgegriffen. Mit dieser Meßeinrichtung wurden in fünf deutschen Leimbaubetrieben die Längsschwingungszeiten von insgesamt 2760 Brettern ermittelt, und zwar wurden an jedem Brett drei Messungen vorgenommen. Unterschied sich eine dieser Messungen um mehr als 10 % von den übrigen, wurde ein weiterer Meßwert ermittelt. Unterstellt man, daß einer dieser drei Werte die exakte Schwingungszeit darstellt, so können die Abweichungen der beiden anderen Werte als Meßfehler betrachtet werden. Da nicht bekannt ist, welcher Wert der 'richtige' ist, wird ein beliebiger Wert aus diesen drei Werten ausgewählt.

Der Meßfehler der Schwingungszeit ergibt sich somit als Quotient aus zwei Meßwerten $T_{\text{mess}1}$ und $T_{\text{mess}2}$ bezogen auf den willkürlich ausgewählten dritten Meßwert T . Eine Auswertung der Quotienten T_{mess}/T ergab das in Bild 42 dargestellte Häufigkeitsdiagramm.

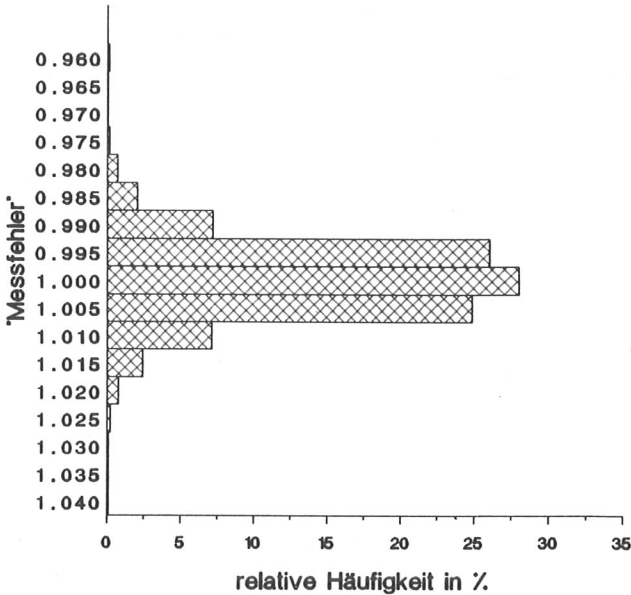


Bild 42 Häufigkeitsverteilung des Meßfehlers bei der Schwingungzeitmessung, definiert als Quotient aus Meßwerten, bezogen auf den als 'richtig' definierten Meßwert (5514 Einzelwerte)

Der Mittelwert aus insgesamt 5514 Quotienten beträgt 1,000 bei einer Standardabweichung von 0,0071.

Somit ergibt sich die meßfehlerbehaftete Schwingungszeit T_{mess} aus der tatsächlichen Schwingungszeit T nach:

$$T_{\text{mess}} = T + NV(0;0,007 \cdot T) \quad (46)$$

7.6 Meßgenauigkeit von Biegeprüfmaschinen

Bei den nach dem Biegeprinzip arbeitenden Sortiermaschinen setzt sich der Meßfehler bei der Bestimmung des kleinsten Biege-Elastizitätsmoduls aus mehreren Meßfehlern zusammen: Querschnittsabmessungen (wobei die Brettstärke in der dritten Potenz eingeht), Kraft bzw. Durchbiegung und Stützweite. Bedingt durch hohe Durchlaufgeschwindigkeiten ist bei den Kraft- bzw. Durchbiegungsmessungen infolge Vibrationen des Brettes mit großen Meßfehlern zu rechnen. Eine genaue Aufgliederung der Meßfehler ist an dieser Stelle nicht möglich, da im Rahmen dieser Arbeit keine Möglichkeit bestand, an einer in Betrieb befindlichen Anlage entsprechende Messungen durchzuführen. Aus einer Veröffentlichung von BRUNDIN 1981 läßt sich jedoch der Meßfehler der Computermatic Sortiermaschine abschätzen. Der Korrelationskoeffizient zwischen dem Elastizitätsmodul, der aus einer querkräftfreien Durchbiegungsmessung im Labor und einer Durchbiegungsmessung der Sortiermaschine errechnet wurde, beträgt 0,85. Dies bedeutet bei einer Standardabweichung des Elastizitätsmoduls von 2500 N/mm^2 eine Standardabweichung der Reststreuung von 1300 N/mm^2 . Beim Vergleich der beiden Elastizitätsmoduln ist die Streuung der Abmessungen noch nicht berücksichtigt, da die Messungen an den gleichen Brettern durchgeführt wurden. Da die Durchbiegungsmessung mit der Sortiermaschine nicht im Durchlaufverfahren, sondern "statisch" ermittelt wurde, ist beim praktischen Einsatz der Maschine mit einem zusätzlichen Meßfehler zu rechnen, der im Rahmen der vorliegenden Untersuchung nicht ermittelt wurde.

Somit läßt sich der meßfehlerbehaftete Elastizitätsmodul E_{mess} , der mit Hilfe einer Sortiermaschine nach dem Biegeprinzip bestimmt wird, aus dem tatsächlichen Elastizitätsmodul E nach

$$E_{\text{mess}} = E + NV(0;1300) \quad (47)$$

ermitteln. Zusätzlich sind die Meßfehler für die Brettbreite und die Brettstärke, die bei der Berechnung des Elastizitätsmoduls aus einer Durchbiegungsmessung einen Einfluß haben, zu berücksichtigen.

8 Sortierung

8.1 Sortierung ohne Meßfehler

Mit den in Abschnitt 5 ermittelten Regressionsgleichungen und den zugehörigen Korrelationskoeffizienten können noch keine abschließenden Aussagen über eine mögliche Eignung als Sortierkriterium gemacht werden. Es ist zu untersuchen, ob durch eine Sortierung nach einem bestimmten Parameter oder einer Kombination von Parametern das vorhandene Holzangebot in Klassen, die sich signifikant voneinander unterscheiden, unterteilt werden kann.

Es ist von besonderer Bedeutung, daß durch die Sortierung für die höchste zu erreichende Klasse eine ausreichende Anzahl von Brettern zur Verfügung steht. So ist es zum Beispiel möglich, durch eine Sortierung nach dem größten KAR-Wert in einem Brett theoretisch eine 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit von $31,8 \text{ N/mm}^2$ nach Gl.(23) zu erreichen, wenn keine Äste im Brett auftauchen. Da es jedoch praktisch keine Bretter gibt, die dieses Kriterium erfüllen, ist die zugehörige Klasse hierfür nicht sinnvoll.

International ist es üblich, das sortierte Holz bestimmten Festigkeitsklassen, die sich im wesentlichen durch die geforderten charakteristischen Festigkeiten der darin eingeordneten Hölzer unterscheiden, zuzuordnen. Daraus ergeben sich auch Unterschiede in Steifigkeit und Rohdichte. Als charakteristischer Festigkeitswert wird die untere 5 %-Fraktile der Festigkeitsverteilung des sortierten Holzes definiert. Hierzu befinden sich zur Zeit beim Europäischen Komitee für Normung (CEN) entsprechende Normen in Vorbereitung. Für die folgenden Auswertungen wurde als charakteristischer Festigkeitswert diejenige Zugfestigkeit verwendet, die von 5 % der simulierten Bretter unterschritten wurde. Die angegebenen Mittelwerte der Zugfestigkeiten, die für eine Einordnung in eine Festigkeitsklasse nicht relevant sind, lassen im Vergleich mit den 5 %-Fraktile den Streubereich der Festigkeit innerhalb einer Klasse erkennen.

Um einen sinnvollen Vergleich der einzelnen Sortierkriterien zu ermöglichen, muß also die Ausbeute, die für die Festigkeitsklassen zu erreichen ist, angegeben werden. Da aber zur Zeit die Einteilung in Festigkeitsklassen noch nicht endgültig geregelt ist, wird untersucht, welche Festigkeit man bei Anwendung der einzelnen Sortiermerkmale bei gleicher Ausbeute erreichen kann.

Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

- das Brettangebot ist konstant (3000 simulierte Bretter);
- die Sortierung nach den Merkmalen ist ohne Meßfehler, das heißt, alle Bretter, die ein bestimmtes Merkmal erfüllen, werden erkannt;
- aus dem Brettangebot sollen 1/6, 1/3, 1/2, 2/3 und 5/6 der nach dem jeweiligen Sortierkriterium besten Bretter herausgefunden werden. Davon werden Mittelwert der Festigkeit und die untere 5 %-Fraktile bestimmt. Gleichzeitig wird auch der mittlere Elastizitätsmodul, der ebenfalls eine wichtige Sortiergröße darstellt, berechnet.

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 9, 10 und 11 zusammengestellt.

Tabelle 9 Mittelwerte der Festigkeiten von Brettern, sortiert nach verschiedenen Kriterien bei unterschiedlicher Ausbeute (in N/mm^2)

Kriterium	Ausbeute					
	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1/1
ρ_M	39,1	37,0	35,9	34,9	33,8	32,6
KAR_{max}	38,3	37,5	36,5	35,5	34,3	32,6
$E_{M,dyn}$	44,1	40,5	38,1	36,2	34,5	32,6
$E_{min,90cm}$	45,0	41,1	38,6	36,5	34,7	32,6
$E_{min,45cm}$	45,2	41,5	38,8	36,6	34,7	32,6
$\rho_M + KAR_{max}$	42,6	39,9	38,0	36,2	34,6	32,6
$E_{M,dyn} + \rho_M$	44,3	40,6	38,2	36,2	34,5	32,6
$E_{M,dyn} + KAR_{max}$	45,5	41,6	39,0	36,8	34,9	32,6

Tabelle 10 5 %-Fraktile der Festigkeiten von Brettern, sortiert nach verschiedenen Kriterien bei unterschiedlicher Ausbeute (in N/mm^2)

Kriterium	Ausbeute					
	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1/1
ρ_M	23,7	21,5	21,6	21,0	20,0	19,0
KAR_{\max}	27,0	25,4	24,2	22,6	21,7	19,0
$E_{M,\text{dyn}}$	29,4	27,3	25,5	23,5	21,7	19,0
$E_{\min,90\text{cm}}$	33,2	28,4	26,7	24,8	22,4	19,0
$E_{\min,45\text{cm}}$	33,8	30,1	27,3	25,6	23,5	19,0
$\rho_M + \text{KAR}_{\max}$	29,8	27,5	26,2	24,5	22,4	19,0
$E_{M,\text{dyn}} + \rho_M$	30,7	27,3	25,7	23,7	21,9	19,0
$E_{M,\text{dyn}} + \text{KAR}_{\max}$	34,4	30,6	28,4	26,3	23,7	19,0

Tabelle 11 Mittelwerte der Elastizitätsmoduln von Brettern, sortiert nach verschiedenen Kriterien bei unterschiedlicher Ausbeute (in N/mm^2)

Kriterium	Ausbeute					
	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1/1
ρ_M	16500	15500	14900	14400	13800	13300
KAR_{\max}	13800	13700	13600	13500	13400	13300
$E_{M,\text{dyn}}$	18300	16700	15700	14800	14100	13300
$E_{\min,90\text{cm}}$	18200	16600	15600	14800	14100	13300
$E_{\min,45\text{cm}}$	18800	16500	15500	14700	14000	13300
$\rho_M + \text{KAR}_{\max}$	16200	15300	14700	14200	13700	13300
$E_{M,\text{dyn}} + \rho_M$	18200	16600	15600	14800	14100	13300
$E_{M,\text{dyn}} + \text{KAR}_{\max}$	17800	16400	15300	14600	13900	13300

Man erkennt, daß die mittleren Festigkeiten und deren 5 %-Fraktilen von der Anzahl der gewünschten Bretter stark abhängt. Wird zum Beispiel erwartet, daß 1/6 aller Bretter in die höchste mögliche Festigkeitsklasse eingeordnet werden sollen, so wird bei einer Sortierung nach der mittleren Rohdichte lediglich eine 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit von $23,7 \text{ N/mm}^2$ erreicht, während bei einer Sortierung nach dem mittleren dynamischen Elastizitätsmodul unter Hinzunahme des größten KAR-Wertes die Zugfestigkeit $34,4 \text{ N/mm}^2$ beträgt. Wird jedoch eine Ausbeute von 2/3 erwartet, unterscheiden sich die Festigkeiten der nach diesen beiden Verfahren sortierten Bretter nur noch um $5,3 \text{ N/mm}^2$.

Der mittlere Elastizitätsmodul hängt ebenfalls von der gewünschten Ausbeute ab. Hier sind die Unterschiede zwischen den einzelnen Sortierverfahren mit Ausnahme der Sortierung nach dem größten KAR-Wert jedoch nicht so groß wie bei der Zugfestigkeit. Die Sortierung nach dem größten KAR-Wert hat praktisch keine Auswirkung auf den Elastizitätsmodul.

8.2 Auswirkung des Meßfehlers auf die Sortierung

Mit den im vorigen Abschnitt getroffenen Annahmen für die Meßfehler bei der Ermittlung von Sortierparametern wurden aus dem Brettangebot 1/6 der nach dem jeweiligen Kriterium besten Bretter herausgesucht. Von diesen Brettern wurden der Mittelwert und die 5 %-Fraktilen der Zugfestigkeit sowie der Mittelwert des Elastizitätsmoduls berechnet. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Tabelle 12 im Vergleich mit den Ergebnissen ohne Berücksichtigung eines Meßfehlers zusammengestellt.

Tabelle 12 Mittelwerte und 5 %-Fraktilen der Zugfestigkeit (N/mm^2) und Mittelwerte der Elastizitätsmodul (N/mm^2) von Brettern, sortiert nach verschiedenen Kriterien mit und ohne Berücksichtigung von Meßfehlern

Kriterium	Zugfestigkeit Mittelwert		Zugfestigkeit 5 %-Fraktile		E-Modul Mittelwert	
	ohne Meßfehler	mit Meßfehler	ohne Meßfehler	mit Meßfehler	ohne Meßfehler	mit Meßfehler
ρ_M	39,1	38,6	23,7	22,9	16500	16300
KAR_{\max}	38,3	36,1	27,0	23,2	13800	13700
$E_{M,\text{dyn}}$	44,1	43,9	29,4	29,4	18300	18000
$E_{\min,90\text{cm}}$	45,2	43,2	33,8	29,4	18800	17200
$E_{\min,45\text{cm}}$	45,0	43,1	33,2	29,4	18200	17200
$\rho_M + \text{KAR}_{\max}$	42,6	39,9	29,8	26,0	16200	15600
$E_{M,\text{dyn}} + \rho_M$	44,3	43,6	30,7	29,0	18200	17900
$E_{M,\text{dyn}} + \text{KAR}_{\max}$	45,5	44,2	34,4	31,7	17800	17500

Deutlich zu erkennen ist, daß die ungenaue Bestimmung der Ästigkeit das Sortierergebnis erheblich verschlechtert. Auch bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls mit Hilfe von Biegeprüfmaschinen wird die Sortierung durch die ungenaue Arbeitsweise der Maschine, aber auch durch den starken Einfluß der Abmessungen der Bretter in Durchbiegungsrichtung, negativ beeinflusst. Günstig für eine Sortierung auf dem Prinzip der Längsschwingungszeitmessung wirkt sich aus, daß die Geometrie und die Masse der Bretter lediglich linear eingehen und daß die Schwingungszeit, die quadratisch eingeht, sehr genau bestimmt werden kann.

8.3 Sortierung in die Sortierklassen nach DIN 4074 nach dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung

8.3.1 Wahl der Sortierklassen

Die Norm DIN 4074 sieht für die visuelle Sortierung nach der Tragfähigkeit drei Sortierklassen vor, und zwar Klasse S 7 (Schnittholz mit geringer Tragfähigkeit), S 10 (Schnittholz mit üblicher Tragfähigkeit) und S 13 (Schnittholz mit überdurchschnittlicher Tragfähigkeit). Dabei gibt die Zahl die zulässige Biegespannung nach DIN 1052 an. Für Brettschichtholz liegen diese zulässigen Biegespannungen für S 10 und S 13 um 1 N/mm^2 höher. Die Sortierklassen entsprechen somit den früheren und in DIN 1052 Teil 1 bis Teil 3 aufgeführten Güteklassen I,II und III.

Wird Holz maschinell sortiert, bezeichnet die DIN 4074 die Klassen mit MS und sieht eine weitere Sortierklasse mit besonders hoher Tragfähigkeit vor (MS 17), für die also eine zulässige Biegespannung von 17 N/mm^2 erwartet wird. Obwohl bisher noch keine Angaben über Brettschichtholz vorliegen, wird an dieser Stelle davon ausgegangen, daß die zulässigen Biegespannungen ebenfalls um 1 N/mm^2 höher liegen, also 18 N/mm^2 betragen könnten. Es gibt keine Angaben, welche Zugfestigkeit Bretter, die in eine entsprechende Sortierklasse eingeordnet werden sollen, aufzuweisen haben. Daher wird zunächst aus den Anforderungen der DIN 4074 an die Sortierklasse S 13 die 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit dieser Bretter ermittelt.

Dazu muß zunächst vorausgesetzt werden, daß die Ästigkeit nach DIN 4074 dem hier verwendeten KAR-Wert entspricht. Diese Annahme trifft exakt zu für Äste, die von einer Breitseite zur anderen Breitseite verlaufen, ohne auf der Schmalseite in Erscheinung zu treten. Dieser Asttyp macht über 50 % der vorkommenden Äste aus (GLOS 1978). Für die übrigen Asttypen unterscheidet sich die Ästigkeit nach DIN 4074 geringfügig vom KAR-Wert.

Somit ergeben sich bezüglich der Ästigkeit folgende Anforderungen an die drei Sortierklassen:

- Sortierklasse S 13: $KAR < 0,33$
- Sortierklasse S 10: $KAR < 0,50$
- Sortierklasse S 7: $KAR < 0,66$

Bisher wurde für die Güteklasse I eine Mindestrohndichte der Bretter bei einer Holzfeuchte von 20 % von $0,40 \text{ g/cm}^3$ gefordert; dies entspricht etwa einer Rohndichte von $0,38 \text{ g/cm}^3$ bei 12 % Holzfeuchte.

Diese Forderung ist in der jetzt gültigen DIN 4074 nicht mehr enthalten, da die Rohndichte nicht visuell ermittelt werden kann und bei der Sortierung nach der bisherigen Praxis auch nicht ermittelt wurde. Da an die Jahrringbreiten etwas schärfere Anforderungen als bisher gestellt werden, soll näherungsweise davon ausgegangen werden, daß dadurch der Wegfall der Mindestrohndichte ersetzt worden ist.

Weiterhin soll vorausgesetzt werden, daß lediglich die Ästigkeit und die Rohndichte einen signifikanten Einfluß auf das Festigkeitsverhalten des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes haben.

Nach diesen Kriterien wurde das simulierte Brettangebot in 3 Sortierklassen unterteilt, deren mittlere Festigkeiten β_Z , 5 %-Fraktilen der Festigkeiten $\beta_{Z,0,05}$ und mittlere Elastizitätsmoduln in Tabelle 13 angegeben sind. Da bisher in den Leimbaubetrieben in der Regel die Einhaltung der Mindestrohndichte für die Güteklasse I (S 13) nicht gewährleistet war, sind die Ergebnisse für diesen Fall (S 13) ebenfalls angegeben.

Tabelle 13 Zusammenstellung der Mittelwerte und der 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit und der Mittelwerte der Elastizitätsmoduln der Sortierklassen nach DIN 4074 (Simulationsergebnisse)

	Ausbeute %	β_Z N/mm ²	$\beta_{Z\,0,05}$ N/mm ²	E-Modul N/mm ²
Gesamt	100,0	32,6	19,4	13200
S 13	70,2	35,4	23,0	13600
S 13*	73,3	35,0	22,3	13400
S 10	25,3	27,0	17,4	12400
S 7	4,5	21,1	13,0	12300

* ohne Anforderungen an die Rohdichte

Aus dem gesamten Brettangebot könnten theoretisch 70 % Bretter der Sortierklasse S 13 mit einer 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit von 23,0 N/mm² entnommen werden. Durch die Ungenauigkeit der visuellen Sortierung nach der Ästigkeit liegt die Ausbeute weit niedriger. Trotzdem kann nicht davon ausgegangen werden, daß durch die geringere Ausbeute eine höhere Festigkeit, wie nach Tabelle 9 und 10 zu erwarten wäre, erreicht wird. Die Unschärfe der Sortierung bewirkt nämlich, daß im Bereich bis zu einem KAR-Wert von 0,33 die Bretter mehr oder weniger gleichmäßig entnommen werden, wodurch sich die Festigkeit der sortierten Bretter der Sortierklasse S 13 nicht verändert. Da dadurch viele Bretter in die nächste Sortierklasse gelangen, erhöht sich die Qualität dieser Bretter. Geht man davon aus, daß nur 30 % Bretter der Sortierklasse S 13 aus dem Gesamtangebot entnommen werden, so erhöht sich die mittlere Festigkeit für die Sortierklasse S 10 auf 32,2 N/mm² und die 5 %-Fraktile auf 19,0 N/mm².

Weiterhin ist nach Tabelle 13 zu sehen, daß die zusätzliche Anforderung an die Rohdichte der Sortierklasse S 13 nur etwa 3 % der Bretter betrifft. Dadurch ändern sich die Festigkeiten kaum.

Aus Tabelle 13 folgt, daß der Sortierklasse S 13 eine 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit von 23 N/mm^2 entspricht. Der Quotient aus charakteristischer Zugfestigkeit und zulässiger Biegespannung für Brettschichtholz beträgt somit 1,64. Unter der Annahme, daß der Quotient für alle Sortierklassen gleich ist, ergibt sich Tabelle 14, in der die 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit der Bretter, aus denen Brettschichtholz mit den entsprechenden zulässigen Biegespannungen hergestellt wird, angegeben ist (N/mm^2).

Tabelle 14 Sortierklassen nach DIN 4074 mit den 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit der Bretter, aus denen Brettschichtholz mit den angegebenen zulässigen Biegespannungen hergestellt wird.

Sortier- klassen	zulässige Biege- Spannung N/mm^2	5 %-Fraktile der Zugfestigkeit der Bretter N/mm^2
S 7, MS 7	-*	13
S 10, MS 10	11	18
S 13, MS 13	14	23
MS 17	18	30

* für Brettschichtholz nicht vorgesehen

8.3.2 Ermittlung der Sortierklassengrenzwerte

Für eine Sortierung nach dem Elastizitätsmodul mit dem hier vorgestellten Verfahren wurde das simulierte Brettangebot ausgewertet. Dazu wurden zunächst so viele der besten Bretter nach dem Kriterium Elastizitätsmodul (mit Meßfehler) entnommen, daß deren 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit 30 N/mm^2 beträgt. Von diesen Brettern wurden noch der mittlere Elastizitätsmodul, die mittlere Rohdichte und die 5 %-Fraktile der Rohdichte bestimmt. Nach Entnahme dieser Bretter (Sortierklasse MS 17) aus dem Gesamtangebot, ergaben sich die übrigen Sortierklassen analog. Die

Ergebnisse dieser Untersuchung sind in Tabelle 15 zusammengestellt. In dieser Tabelle sind auch die Sortierklassengrenzen für eine Sortierung nach dem Elastizitätsmodul angegeben.

Tabelle 15 Ausbeute, Sortierklassengrenze, mittlerer Elastizitätsmodul, mittlere Rohdichte und deren 5 %-Fraktile bei einer Einordnung in Sortierklassen nach DIN 4074

Sortier- klasse	Aus- beute %	Sortier- klassen- grenzwert N/mm ²	mittlerer Elastizi- tätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	5 %- Fraktile der Rohdichte g/cm ³
MS 17	15	16500	18300	0,52	0,46
MS 13	43	12400	14100	0,48	0,41
MS 10	38	8900	11000	0,44	0,37
MS 7	Ausbeute vernachlässigbar gering				

Zur Erhöhung der Ausbeute der Sortierklasse MS 17 kann noch die Ästigkeit hinzugezogen werden. Dabei ist es sicherlich nicht durchführbar, von jedem zu sortierenden Brett den KAR-Wert zu ermitteln. Sinnvoller ist es, einen Grenzwert anzugeben, mit dem die Ästigkeit eines jeden Brettes zu vergleichen ist, und der für bestimmte Sortierklassen nicht überschritten werden darf. Die Festlegung dieses Grenzwertes muß dem vorhandenen Brettangebot angepaßt sein: liegt er zu niedrig, so erfüllen zu wenige Bretter dieses Kriterium, so daß die Ausbeute abnimmt. Liegt er dagegen zu hoch, stellt er kein zusätzliches Sortierkriterium dar, womit sich die Ausbeute ebenfalls nicht verbessern kann.

Als sinnvolle Sortierklassengrenze für die Klasse MS 17 hat sich ein KAR-Wert von 0,33 erwiesen. Diese Sortierklassengrenze unterscheidet sich prinzipiell von den Grenzwerten der Ästigkeit nach DIN 4074. Bei der Sortierung nach DIN 4074 wird eine Obergrenze für die Ästigkeit angegeben, die nicht überschritten werden darf. Dies bedeutet, daß der Sortierer infolge der Un-

genauigkeit der visuellen Bestimmung der Ästigkeit den Grenzwert niedriger anzusetzen hat, um zu gewährleisten, daß nur wenige Bretter diese Grenze überschreiten. Die hier vorgeschlagene Sortierklassengrenze berücksichtigt bereits die Meßgenauigkeit (siehe Abschnitt 7), so daß tatsächlich visuell bis zu diesem Grenzwert sortiert werden kann. Sollten diese verschiedenen Definitionen für die Praxis verwirrend sein, kann auch für diesen Fall eine Obergrenze festgelegt werden. An dieser Stelle wird jedoch die Verwendung einer Sortierklassengrenze der Verwendung einer Obergrenze vorgezogen, da z. B. für die Sortierklassengrenze für den Elastizitätsmodul die gleiche Definition verwendet wird.

Durch zusätzliche Feststellung des KAR-Wertes erhöht sich die Ausbeute der Sortierklasse MS 17, da der Sortierklassengrenzwert für den Elastizitätsmodul von 16500 N/mm^2 auf 14500 N/mm^2 verringert werden kann. Gleichzeitig verändern sich der mittlere Elastizitätsmodul und die Rohdichte. Dies gilt auch für die niedrigeren Sortierklassen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 16 zusammengestellt.

Tabelle 16 Ausbeute, Sortierklassengrenze, mittlerer Elastizitätsmodul, mittlere Rohdichte und deren 5 %-Fraktile bei einer Einordnung in Sortierklassen nach DIN 4074

Sortier- klasse	Aus- beute %	Sortier- klassen- grenzwert N/mm^2	mittlerer Elastizi- tätsmodul N/mm^2	mittlere Rohdichte g/cm^3	5 %- Fraktile der Rohdichte g/cm^3
MS 17	23	14500*	16800	0,51	0,44
MS 13	28	13000	14600	0,49	0,41
MS 10	45	8900	11000	0,44	0,37
MS 7	Ausbeute vernachlässigbar gering				

* zusätzlich: $\text{KAR} < 0,33$ (Sortierklassengrenzwert visuell sortiert)

Bemerkenswert ist, daß durch die zusätzliche Ästigkeitsanforderungen an die Sortierklasse MS 17 der Sortierklassengrenzwert für die Klasse MS 13 von 12400 N/mm^2 auf 13000 N/mm^2 angehoben werden muß, um die Zugfestigkeit von 23 N/mm^2 zu gewährleisten. Für die praktischen Belange der Sortierung ist es aber sinnvoll, für MS 13 eine einheitliche Sortierklassengrenze festzulegen, unabhängig von den Anforderungen an die höchste Sortierklasse. Dies ist auch gerechtfertigt, da sich die 5 %-Fraktile der Zugfestigkeit dadurch nur von 23 N/mm^2 auf $22,7 \text{ N/mm}^2$ reduziert.

Es werden Sortierklassengrenzwerte nach Tabelle 17 festgesetzt.

Tabelle 17 Zusammenstellung der Sortierklassengrenzwerte für eine Sortierung nach dem Elastizitätsmodul

MS 17:	$E > 16500 \text{ N/mm}^2$ oder $E > 14500 \text{ N/mm}^2$ <u>und</u> $KAR < 0,33$
MS 13:	$E > 12500 \text{ N/mm}^2$
MS 10:	$E > 9000 \text{ N/mm}^2$

Weiterhin sind die zusätzlichen Sortierkriterien nach DIN 4074, Tabelle 4 einzuhalten.

9 Überprüfung einer Sortierung nach DIN 4074 durch Versuche mit Brettschichtholzträgern

9.1 Planung und Durchführung

Zur Überprüfung der theoretischen Sortierergebnisse und der Sortierklassengrenzen wurden aus dem vorhandenen Brettangebot eines Leimbaubetriebes insgesamt 15 Brettschichtholzträger hergestellt und deren Trag- und Verformungsverhalten bestimmt. Dabei wurde im einzelnen wie folgt vorgegangen:

Aus einem Brettstapel mit ca. 250 Brettern wurden die obersten 150 Bretter entnommen (Brettabmessungen $l/h/b = 5000/113/36\text{mm}$). Die Bretter stammten nach Angaben der Firma aus einem Sägewerk bei Schwäbisch Hall. Die Holzfeuchte wurde stichprobenartig anhand einiger Bretter bestimmt; sie betrug 11 % bis 12,5 %. Die Bretter waren bereits vorgehobelt, gütesortiert und entsprechend gekennzeichnet. Da bei der Sortierung dem Stapel keine Bretter entnommen wurden, kann von einem unsortierten Brettangebot ausgegangen werden. Die Kennzeichnung der Bretter wurde im folgenden nicht weiter berücksichtigt.

Von jedem der 150 entnommenen Bretter wurde die mittlere Rohdichte durch Wägung und der mittlere dynamische Elastizitätsmodul aus einer Längsschwingung nach dem bereits beschriebenen Verfahren ermittelt.

Die Einteilung der Bretter in die Sortierklassen MS 17, MS 13 und MS 10 erfolgte gemäß den Sortierklassengrenzen nach Tabelle 17 ausschließlich nach dem Elastizitätsmodul. Eine Bestimmung der Ästigkeit war nicht notwendig, da die Ausbeute für die Sortierklasse MS 17 ausreichend war. Aus diesen Brettern wurden 15 Träger mit je 10 Lamellen ohne Keilzinkungen zusammengestellt. Dabei wurden die Bretter so angeordnet, daß je 5 Träger der Sortierklasse MS 17, MS 13 und MS 10 entsprachen. Dies bedeutet, daß die äußeren beiden Lamellen (also insgesamt 4 Lamellen) der Sortierklasse des verleimten Trägers entsprechen müssen. Die Bretter im mittleren Bereich der

Träger dürfen auch bis zu einer Sortierklasse niedriger als die äußeren Lamellen eingestuft sein.

Nach Herstellung der Träger im Leimbaubetrieb und ausreichend langer Aushärtezeit des Leimes wurde das Trag- und Verformungsverhalten der Träger im Biegeversuch bestimmt. Die Stützweite der Versuchskörper betrug einheitlich 4,50 m, die Belastung erfolgte in den Drittelpunkten kontinuierlich bis zum Versagen der Träger. Aus der Durchbiegung des durch Querkräfte nicht beanspruchten mittleren Trägerteiles mit 1,2 m Länge wurde der Elastizitätsmodul ermittelt.

9.2 Ergebnisse

Die Häufigkeitsverteilungen des Elastizitätsmoduls und der mittleren Rohdichte der für die Brettschichtholzträger entnommenen Bretter sind in Bild 43 und 44 dargestellt.

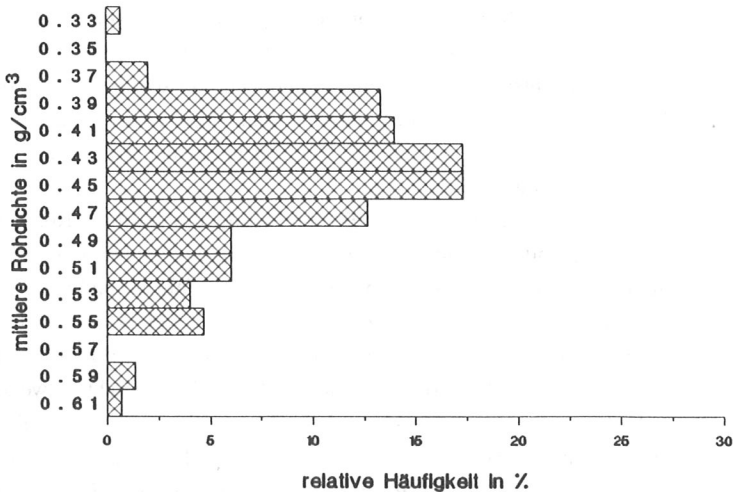


Bild 43 Häufigkeitsverteilung der mittleren Rohdichte der für die Träger verwendeten Bretter (150 Bretter)

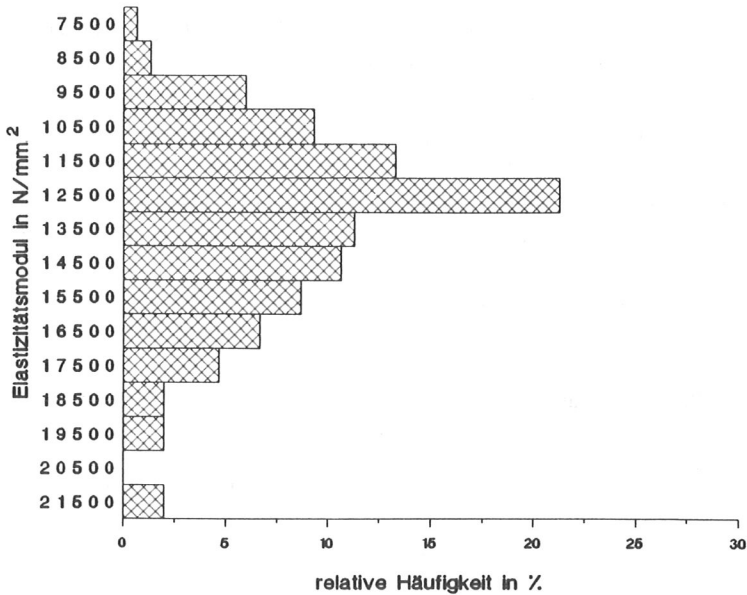


Bild 44 Häufigkeitsverteilung des Elastizitätsmoduls der für die Träger verwendeten Bretter (150 Bretter)

Der Mittelwert des Elastizitätsmoduls beträgt 13460 N/mm^2 mit einer Standardabweichung von 2720 N/mm^2 und stimmt damit trotz geringer Probenzahl sehr gut mit den simulierten Bretteigenschaften (Tabelle 5) überein. Auch der Mittelwert der Rohdichte mit $0,451 \text{ g/cm}^3$ mit einer Standardabweichung von $0,05 \text{ g/cm}^3$ repräsentiert sowohl das vorhandene als auch das simulierte Brettangebot.

Von den 150 untersuchten Brettern wiesen 22 einen Elastizitätsmodul von über 16500 N/mm^2 auf, entsprachen also gemäß Tabelle 17 der Sortierklasse MS 17. Diese Ausbeute von 15 % ist identisch mit der theoretischen Ausbeute für das Gesamtangebot. Auch die Ausbeute der Sortierklassen MS 13 mit 47 %, MS 10 mit 37 % und MS 7 mit 2 % ist fast identisch mit den

theoretisch ermittelten Werten nach Tabelle 15. Diese ausgezeichnete Übereinstimmung ist natürlich zufällig, da der Probenumfang verglichen mit dem Gesamtangebot sehr gering ist. Trotzdem kann man erkennen, daß auch innerhalb eines Brettstapels mit dem Auftreten aller Sortierklassen zu rechnen ist. Dies ist von Vorteil für den Leimbaubetrieb, da er davon ausgehen kann, daß auch in einer relativ kleinen Holzmenge alle Sortierklassen mit einer ungefähr bekannten Ausbeute vorhanden sind, womit eine aufwendige Vorratshaltung von bestimmten Sortierklassen entfallen kann.

Der Aufbau der Träger, die aus je 10 Brettern ohne Keilzinkung zusammengeleimt wurden, kann den Tabellen 18 bis 23 entnommen werden.

Tabelle 18 Zusammenstellung der Trägeraufbauten MS 17/1 und MS 17/2

Trägerbezeichnung	Elastizitätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortierklasse
MS 17/1	17230	0,538	MS 17
	17320	0,517	MS 17
	12880	0,434	MS 13
	12720	0,457	MS 13
	12500	0,435	MS 13
	15450	0,460	MS 13
	15050	0,473	MS 13
	12580	0,395	MS 13
	16730	0,527	MS 17
	19660	0,503	MS 17
MS 17/2	18390	0,526	MS 17
	17100	0,557	MS 17
	15650	0,451	MS 13
	14380	0,502	MS 13
	14690	0,456	MS 13
	12890	0,439	MS 13
	12880	0,460	MS 13
	13400	0,456	MS 13
	22680	0,588	MS 17
	22240	0,614	MS 17

Tabelle 19 Zusammenstellung der Trägeraufbauten MS 17/3, MS 17/4 und MS 17/5

Trägerbezeichnung	Elastizitätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortierklasse
MS 17/3	21160	0,587	MS 17
	16830	0,543	MS 17
	13360	0,457	MS 13
	14060	0,440	MS 13
	16360	0,478	MS 13
	15550	0,495	MS 13
	13220	0,473	MS 13
	15850	0,472	MS 13
	18380	0,553	MS 17
	18390	0,508	MS 17
MS 17/4	17120	0,534	MS 17
	16630	0,503	MS 17
	17050	0,524	MS 17
	15110	0,485	MS 13
	13170	0,426	MS 13
	12860	0,432	MS 13
	13480	0,421	MS 13
	16580	0,510	MS 17
	17670	0,550	MS 17
	19140	0,549	MS 17
MS 17/5	16650	0,500	MS 17
	16610	0,474	MS 17
	15260	0,443	MS 13
	13920	0,463	MS 13
	13340	0,445	MS 13
	13010	0,419	MS 13
	15740	0,490	MS 13
	12840	0,448	MS 13
	19970	0,547	MS 17
	17050	0,478	MS 17

Tabelle 20 Zusammenstellung der Trägeraufbauten MS 13/1, MS 13/2, und MS 13/3

Trägerbezeichnung	Elastizitätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortier- klasse
MS 13/1	14760	0,475	MS 13
	14480	0,512	MS 13
	10800	0,406	MS 10
	12320	0,487	MS 10
	11110	0,431	MS 10
	11240	0,441	MS 10
	10550	0,390	MS 10
	10080	0,398	MS 10
	16210	0,477	MS 13
16050	0,477	MS 13	
MS 13/2	14820	0,540	MS 13
	13230	0,417	MS 13
	15240	0,459	MS 13
	10660	0,425	MS 10
	12550	0,459	MS 13
	10860	0,396	MS 10
	12110	0,417	MS 10
	14580	0,428	MS 10
	13280	0,421	MS 13
12780	0,465	MS 13	
MS 13/3	13140	0,434	MS 13
	14910	0,449	MS 13
	14460	0,492	MS 13
	10290	0,394	MS 10
	9640	0,394	MS 10
	11050	0,413	MS 10
	10820	0,427	MS 10
	14670	0,459	MS 13
	12890	0,404	MS 13
14610	0,500	MS 13	

Tabelle 21 Zusammenstellung der Trägeraufbauten MS 13/4, MS 13/5, und MS 10/1

Trägerbezeichnung	Elastizitätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortier- klasse
MS 13/4	16100	0,482	MS 13
	15600	0,482	MS 13
	12970	0,435	MS 13
	13830	0,455	MS 13
	14560	0,457	MS 13
	12850	0,418	MS 13
	14270	0,473	MS 13
	12800	0,464	MS 13
	14890	0,515	MS 13
	12660	0,423	MS 13
MS 13/5	15080	0,490	MS 13
	13420	0,463	MS 13
	15180	0,436	MS 13
	15270	0,536	MS 13
	14540	0,438	MS 13
	13900	0,407	MS 13
	13570	0,476	MS 13
	13810	0,479	MS 13
	13230	0,448	MS 13
	14140	0,452	MS 13
MS 10/1	11400	0,410	MS 10
	11410	0,403	MS 10
	11960	0,414	MS 10
	12600	0,413	MS 13
	12740	0,452	MS 13
	12770	0,434	MS 13
	10180	0,390	MS 10
	11710	0,447	MS 10
	9930	0,379	MS 10
	12460	0,437	MS 10

Tabelle 22 Zusammenstellung der Trägeraufbauten MS 10/2, MS 10/3, und MS 10/4

Trägerbezeichnung	Elastizitätsmodul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortier- klasse
MS 10/2	11170	0,397	MS 10
	10020	0,372	MS 10
	9400	0,399	MS 10
	11860	0,404	MS 10
	9570	0,393	MS 10
	12550	0,427	MS 13
	12140	0,402	MS 10
	11200	0,404	MS 10
	10650	0,401	MS 10
	9840	0,392	MS 10
MS 10/3	12240	0,434	MS 10
	11510	0,392	MS 10
	11870	0,449	MS 10
	7480	0,334	MS 7
	11840	0,395	MS 10
	8800	0,373	MS 7
	12460	0,437	MS 10
	11820	0,462	MS 10
	11950	0,403	MS 10
	10970	0,437	MS 10
MS 10/4	11210	0,398	MS 10
	9600	0,392	MS 10
	12380	0,444	MS 10
	10290	0,392	MS 10
	12750	0,449	MS 13
	12540	0,453	MS 13
	12000	0,436	MS 10
	10850	0,449	MS 10
	11200	0,440	MS 10
	9240	0,395	MS 10

Tabelle 23 Zusammenstellung des Trägeraufbaus MS 10/5

Trägerbezeichnung	Elastizitäts- modul N/mm ²	mittlere Rohdichte g/cm ³	Sortier- klasse
MS 10/5	12190	0,413	MS 10
	11640	0,436	MS 10
	12180	0,421	MS 10
	9710	0,395	MS 10
	12000	0,406	MS 10
	11190	0,460	MS 10
	9620	0,383	MS 10
	8990	0,382	MS 7
	10970	0,404	MS 10
	11930	0,414	MS 10

Die Träger wurden in einer Prüfmaschine kontinuierlich bis zum Bruch belastet. Dabei wurden die Träger so in die Prüfmaschine eingebaut, daß die in den Tabellen 18 bis 23 angegebenen ersten Lamellen eines jeden Trägers in der Druckzone lagen. Ein zusätzliches Sortierkriterium innerhalb einer Sortierklasse wurde somit nicht eingeführt. Das Versagen trat in der Regel durch ein plötzliches Aufreißen des Trägers beginnend von einem Ast in der untersten Lamelle ein. Lediglich bei Versuchsträger MS 17/1 versagte die zweitunterste Lamelle und schälte gemeinsam mit der untersten Lamelle vom Träger ab. Die unterste Lamelle blieb trotz einer rechnerischen Beanspruchung von 75,4 N/mm² intakt. Bei diesem Träger waren im oberen Drittel des Trägers an mehreren Stellen deutliche Druckfalten sichtbar, während die übrigen Träger nur wenige oder keine sichtbaren Druckfalten aufwiesen. In Tabelle 24 sind die Biegefestigkeiten β_B und die Elastizitätsmoduln E der Träger zusammengestellt. Die Elastizitätsmoduln wurden aus einer Durchbiegungsmessung des querkräftfreien Bereiches der Träger ermittelt.

Tabelle 24 Zusammenstellung der Ergebnisse der Trägerversuche

Versuchsnummer	Biegefestigkeit N/mm ²	Elastizitätsmodul N/mm ²
MS 17/1	75,4	16550
MS 17/2	65,3	18130
MS 17/3	57,0	18570
MS 17/4	47,7	17340
MS 17/5	55,5	16400
MS 13/1	56,7	14380
MS 13/2	47,1	13550
MS 13/3	49,6	13700
MS 13/4	36,8	14270
MS 13/5	48,3	13830
MS 10/1	35,7	11450
MS 10/2	32,5	10250
MS 10/3	35,2	11470
MS 10/4	29,7	10460
MS 10/5	29,6	11000

In Bild 45 sind die erreichten Biegefestigkeiten β_B den vorgesehenen zulässigen Spannungen σ für Brettschichtholz gegenübergestellt. Anhand der ebenfalls eingezeichneten Geraden $\beta_B = 3 \cdot \sigma_{zul}$ ist deutlich zu erkennen, daß die mittleren Biegefestigkeiten in allen drei Sortierklassen etwa den dreifachen zulässigen Biegespannungen entsprechen. Damit konnte gezeigt werden, daß durch das Rechenmodell die Sortierklassengrenzen für den Elastizitätsmodul richtig ermittelt wurden. Wegen der geringen Anzahl an Versuchen ist ein Vergleich auf der Basis der charakteristischen Festigkeiten nicht aussagekräftig.

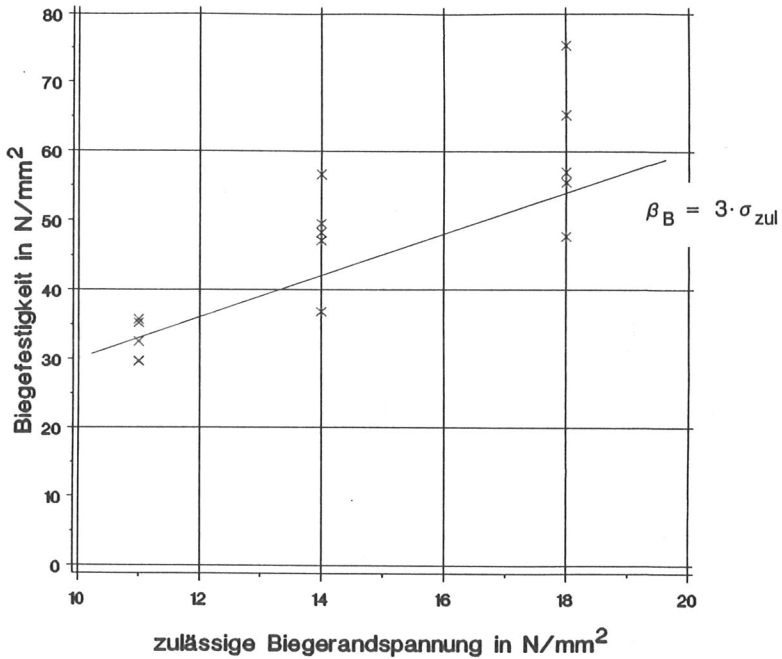


Bild 45 Biegefestigkeit der Träger in Abhängigkeit von der als zulässig angenommenen Biegeandspannung

Bild 46 zeigt die sehr gute Übereinstimmung zwischen dem statisch am Träger querkräftfrei ermittelten Elastizitätsmodul und dem theoretischen Wert, der sich aus den dynamisch ermittelten Elastizitätsmoduln der Brett lamellen unter Berücksichtigung ihrer Lage im Träger zusammensetzt. Gleichzeitig ist zu erkennen, daß die Elastizitätsmoduln der einzelnen Sortierklassen signifikant unterschiedlich sind. So liegt der Mittelwert der Elastizitätsmoduln der Sortierklasse MS 10 bei 11000 N/mm^2 , MS 13 bei 14000 N/mm^2 und MS 17 bei 17400 N/mm^2 . Diese Tatsache könnte bei einem notwendigen Verformungsnachweis erhebliche Vorteile bei der Bemessung bringen.

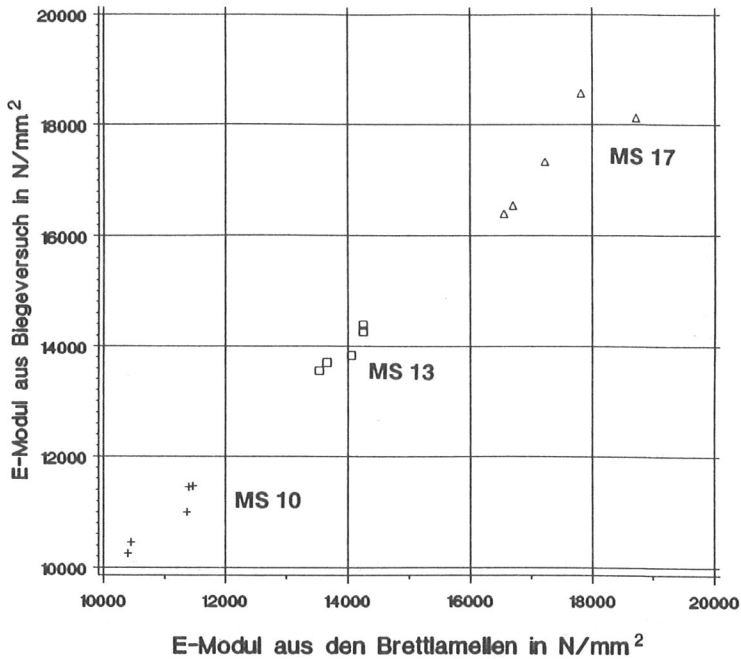


Bild 46 Elastizitätsmodul aus Biegeversuchen in Abhängigkeit von den dynamisch ermittelten Elastizitätsmoduln der Brettlamellen

Mit diesen Versuchen konnte also die Gültigkeit des Rechenmodells und der daraus gewonnen Ergebnisse bestätigt werden. Abschließend muß jedoch noch einmal darauf hingewiesen werden, daß die untersuchten Träger keine Keilzinkungen, die die Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern zusätzlich beeinflussen, aufwiesen, da lediglich die Holzqualität und ihre Sortierung nachgewiesen werden sollte.

10 Zusammenfassung

Um die grundsätzliche Eignung der Eigenfrequenzmessung zur maschinellen Schnittholzsortierung nach DIN 4074 nachzuweisen, wurde ein Rechenmodell entwickelt, das unter Berücksichtigung aller wichtigen Einflußgrößen die dafür notwendigen Versuche nachbildet.

Zunächst wurden auf theoretischem Wege die wichtigsten Einflußgrößen auf die Längsschwingungszeit eines Brettes untersucht, um die Randbedingungen für das Rechenmodell festlegen zu können. Dabei wurde festgestellt, daß die Querkontraktion bei den in den Leimbaubetrieben verarbeiteten Brettern einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Schwingungszeit hat, ebenso wie eine nicht konstante Rohdichte- oder Elastizitätsmodulverteilung senkrecht zur Brettlängsrichtung. Dadurch konnte auf eine genauere Ermittlung dieser Werte verzichtet werden.

Das Rechenmodell simuliert auf der Basis von statistischen Verteilungsfunktionen wirklichkeitsgetreu Bretter, die sich durch Rohdichte, Ästigkeit und Elastizitätsmodul voneinander unterscheiden. Dabei wird vereinfachend angenommen, daß sich diese Eigenschaften, wie auch die daraus resultierende Zugfestigkeit innerhalb von 150 mm nicht verändern. Bedingt durch Wuchsregelmäßigkeiten des Baumes weisen diese Eigenschaften Autokorrelationen innerhalb eines Brettes auf, die anhand von Versuchen ermittelt wurden, und somit im Rechenmodell berücksichtigt werden konnten.

Für die Simulation der Sortierung nach der Methode der Eigenfrequenzmessung wurde ein eindimensionales Finite-Elemente Programm entwickelt, da die Ermittlung der Längsschwingungszeit der simulierten Bretter mittels einer geschlossenen Lösung bedingt durch nicht konstante Rohdichte- und Elastizitätsmodulverteilung nicht möglich war.

Mit Hilfe des Simulationsprogrammes konnte die Abhängigkeit der Zugfestigkeit von Brettern von den wichtigsten Sortierparametern ermittelt und verglichen werden. Dabei zeigte sich, daß die Zugfestigkeit mit dem aus der Längsschwingungszeit und der Masse der Bretter bestimmten mittleren Elastizitätsmodul besser korreliert ist, als mit Rohdichte und Ästigkeit, selbst bei

gleichzeitiger Berücksichtigung beider Parameter.

Die Korrelation zwischen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul läßt sich noch unter Hinzunahme der Ästigkeit verbessern.

Für die Beurteilung der Qualität einer Sortierung ist nicht nur die Korrelation zwischen Festigkeit und Sortierparametern wichtig, sondern die Sortierung muß auch eine sinnvolle Ausbeute in jeder Sortierklasse garantieren. Eine Untersuchung des simulierten Brettangebotes ergab, daß bei konstanter Ausbeute durch eine Sortierung nach dem Elastizitätsmodul weitaus höhere Festigkeiten in den Sortierklassen zu erwarten sind, als durch eine Sortierung nach Ästigkeit und Rohdichte. Weiterhin konnte gezeigt werden, daß eine visuelle Sortierung nach DIN 4074, die im wesentlichen nach der Ästigkeit vorgenommen wird, das vorhandene Brettangebot nicht effektiv genug unterteilen kann: so erfüllen etwa 70 % aller Bretter die Anforderungen an die Sortierklasse S 13, was die Möglichkeit der Einführung der höheren Sortierklasse MS 17 bestätigt, die jedoch nur maschinell sortiert werden kann. Während sich die Festigkeiten der Bretter der drei visuellen Sortierklassen nach DIN 4074 deutlich unterscheiden, hat die Sortierung auf den mittleren Elastizitätsmodul in den Sortierklassen nur einen sehr geringen Einfluß. Hier läßt sich durch eine Sortierung auf dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung das Holzangebot wesentlich effizienter nutzen.

Der Einfluß von möglichen Meßungenauigkeiten auf die Sortierergebnisse wurde ebenfalls untersucht. Dabei ergab sich, daß die Bestimmung des mittleren Elastizitätsmoduls aus einer Schwingungzeitmessung in der Praxis wesentlich genauer erfolgen kann, als die Ermittlung des kleinsten im Brett vorkommenden Elastizitätsmoduls aus einer Durchbiegungsmessung. Dadurch wird die schlechtere Korrelation zur Zugfestigkeit ausgeglichen, so daß beide Verfahren unter Berücksichtigung der Meßungenauigkeiten die gleiche Sortierqualität aufweisen. Da man davon ausgehen muß, daß beim Biegeverfahren die Schubverformungseinflüsse das Ergebnis noch verfälschen können, erscheint die Methode der Eigenfrequenzmessung für eine Sortierung besser geeignet.

Für die praktische Anwendung der Methode der Eigenfrequenzmessung von Längsschwingungen wurden für die in DIN 4074 vorgesehenen Sortierklassen die zugehörigen Sortierklassengrenzwerte festgelegt (Tabelle 17). Die Aus-

beute für die höchste Sortierklasse (MS 17) beträgt dabei 15 % und ist somit ausreichend groß. Sie kann noch auf 23 % gesteigert werden, wenn als zusätzliches Kriterium die Ästigkeit hinzugenommen wird.

Abschließend wurden 15 Brettschichtholzträger der Abmessungen 10/32/450 cm zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse hergestellt und deren Trag- und Verformungsverhalten ermittelt. Die Einteilung der Bretter in die Sortierklassen MS 17, MS 13 und MS 10 nach DIN 4074 erfolgte gemäß den in dieser Arbeit ermittelten Sortierklassengrenzwerten. Aus diesen Brettern wurden die Träger so zusammengestellt, daß die äußeren beiden Lamellen der vorgesehenen Sortierklasse des geleimten Trägers entsprechen, während die mittleren Lamellen bis zu einer Sortierklasse niedriger liegen konnten. Es entstanden je fünf Träger der Sortierklasse MS 10, MS 13 und MS 17. Die mittlere Biegefestigkeit in allen drei Sortierklassen entsprach etwa den dreifachen zulässigen Biegerandspannungen. Die Mittelwerte der Elastizitätsmoduln betragen 11000 N/mm^2 für MS 10, 14000 N/mm^2 für MS 13 und 17400 N/mm^2 für MS 17.

Damit konnte gezeigt werden, daß durch eine Sortierung nach der Methode der Eigenfrequenzmessung mit den hier festgelegten Sortierklassengrenzwerten Brettschichtholz der Sortierklassen MS 17, MS 13 und MS 10 zuverlässig hergestellt werden kann.

Aufgrund eigener Erfahrungen, die bei Schwingungzeitmessungen an Brettern in Leimbaubetrieben gemacht wurden, konnten Hinweise zur Entwicklung einer Sortiermaschine gegeben werden. Ebenso wurde der mögliche Sortiervorgang beschrieben und ein Kontroll- und Überwachungssystem vorgeschlagen.

11 Bezeichnungen

A, A_1, A_2	Querschnittsflächen
α	Verteilungsparameter
b	Brettbreite
b_{mess}	meßfehlerbehaftete Brettbreite
β_Z	Zugfestigkeit eines Brettes oder eines Brettabschnittes
$\beta_{Z,0,05}$	5 % Fraktile der Zugfestigkeit eines Brettes
β_B	Biegefestigkeit eines Brettschichtholzträgers
d	Brettdicke
d_{mess}	meßfehlerbehaftete Brettdicke
D	Durchmesser eines zylindrischen Stabes
E, E_1, E_i	Elastizitätsmodul allgemein
E_L, E_R, E_T	Elastizitätsmodul longitudinal, radial, tangential
E_{\parallel}, E_{\perp}	Elastizitätsmodul parallel und senkrecht zur Faser- richtung des Holzes
E_D	Elastizitätsmodul bei einer statischen Druckbeanspru- chung eines Brettabschnittes
E_Z	Elastizitätsmodul bei einer statischen Zugbeanspruchung eines Brettabschnittes
E_{dyn}	Elastizitätsmodul bei einer dynamischen Beanspruchung in Längsrichtung eines Brettabschnittes
E_M	mittlerer Elastizitätsmodul bei einer Zugbeanspruchung eines Brettes
$E_{M,\text{dyn}}$	mittlerer Elastizitätsmodul bei einer dynamischen Bean- spruchung in Längsrichtung eines Brettes
$E_{45\text{cm}}$	Elastizitätsmodul bei einer Biegebeanspruchung mit einer Einzellast in Feldmitte bei 45 cm Stützweite
$E_{90\text{cm}}$	Elastizitätsmodul bei einer Biegebeanspruchung mit einer Einzellast in Feldmitte bei 90 cm Stützweite
E_{mess}	in einer Sortiermaschine (Biegung) ermittelter meß- fehlerbehafteter Elastizitätsmodul

$E_{\min,45\text{cm}}$	kleinster Elastizitätsmodul $E_{45\text{cm}}$ innerhalb eines Brettes
$E_{\min,90\text{cm}}$	kleinster Elastizitätsmodul $E_{90\text{cm}}$ innerhalb eines Brettes
f	Frequenz
G	Schubmodul allgemein
G_{LR}, G_{RT}, G_{LT}	Schubmodul (L=longitudinal, R=radial, T=tangential)
K_i	Quotient zweier in der Größe aufeinanderfolgender KAR-Werte in einem Brett
KAR	Astflächensumme bezogen auf den Querschnitt eines Brettabschnitts von 150 mm Länge
KAR_{\max}	größter KAR-Wert in einem Brett
KAR_i	übrige KAR-Werte in einem Brett
$ K $	Gesamtsteifigkeitsmatrix
l	Brettlänge, Länge eines beliebigen Stabes
$\ln\bar{x}$	Mittelwert der logarithmierten Einzelwerte
$\ln s$	Standardabweichung der logarithmierten Einzelwerte
μ	Querdehnungszahl
\max	größter Wert
\min	kleinster Wert
M	Masse eines Brettes
M_{mess}	meßfehlerbehaftete Masse eines Brettes
$ M $	Massenmatrix
n	Ordnung der Schwingung (1,2,3, etc.)
N	Anzahl der Versuchswerte
$\nu_{RL}, \nu_{TL}, \nu_{TR}$	Querdehnungsquotient für verschiedene Richtungen
$\nu_{\parallel\perp}$	(L=longitudinal, R=Radial, T=Tangential, \parallel =parallel zur Faserrichtung, \perp =senkrecht zur Faserrichtung)
$NV(\mu, \sigma)$	Normalverteilung mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ
ω	Kreisfrequenz
Q_i	Quotient der Rohdichte zweier benachbarter Brettabschnitte
Q_{Brett}	Mittelwert der Q_i innerhalb eines Brettes
ρ	Rohdichte allgemein
ρ_0	Darrohdichte eines Brettabschnittes

ρ_A	Rohdichte eines Brettabschnittes mit Ast
ρ_F	Rohdichte eines Brettabschnittes ohne Ast (fehlerfrei)
r	Korrelationskoeffizient
s	Standardabweichung
s_R^{BA}	Standardabweichung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes
s_R^B	Standardabweichung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls von Brett zu Brett
s_R^{ges}	Standardabweichung der Reststreuung des Elastizitätsmoduls aller Brettabschnitte
σ_{zul}	zulässige Biegerandspannung
T	Schwingungszeit unter Berücksichtigung verschiedener Einflußgrößen
T_0	Schwingungszeit eines Körpers mit konstanten Materialeigenschaften und ohne Einfluß der Querkontraktion
T_{mess}	meßfehlerbehaftete Schwingungszeit
u	Verschiebung eines Querschnittes
$ U $	Verschiebungsvektor
x	Lage eines Querschnittes
\bar{x}	Mittelwert

12 Literatur

BANCROFT, D. (1941)

The Velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars. In: Physical Review 59, S. 588-593

BECKER, H. (1966)

Akustische Prüfverfahren zur Untersuchung von verleimtem und beschichtetem Holz. Hamburg-Reinbek, Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, 1966. - Forschungsbericht

BECKER, H.; NOACK, D. (1968)

Studies on Dynamic Torsional Viscoelasticity of Wood. In: Wood Science and Technology 2(1968), S. 213-230

BECKER, H.; PECHMANN, G. (1972)

Elektroakustische Messungen des Elastizitätsmoduls von Leimfugen an streifenförmigen Lagenhölzern vom Sperrholztyp. In: Holz als Roh- und Werkstoff 30(1972), S. 303-308

BECKER, H. (1973)

Messung der Schubmoduln von Vollholz mit akustischen Torsionsschwingungen. In: Holz als Roh- und Werkstoff 31(1973), S. 207-210

BLASS, H.-J. (1987)

Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen. Karlsruhe, Universität (TH), Dissertation, 1987

BRUNDIN, J. (1981)

Maschinen-Festigkeitssortierung. Zusammenhang zwischen Festigkeit bei Biegung auf Hochkant und Biege widerstand für schwedisches Kiefern- und Fichtenholz. Prinzipien für Maschinenprogrammierung/ Fickler, H. (Übers.). Stockholm, 1981. STFI-Mitteilung Serie A Nr. 543

COLLING, F.; DINORT, R. (1987)

Die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes. In: Holz als Roh- und Werkstoff 45(1987), S. 23-26

COLLING, F.; SCHERBERGER, M. (1987)

Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung. In: Holz als Roh- und Werkstoff 45(1987), S. 95-99

COLLING, F.; GÖRLACHER, R. (1989)

Eigenschaften des in Leimbaubetrieben verarbeiteten Schnittholzes. In: bauen mit holz 91(1989), S. 327-331

EHLBECK, J.; COLLING, F.; GÖRLACHER, R. (1985)

Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brett-schichtholzträgern. In: Holz als Roh- und Werkstoff 43(1985), S. 333-337, 369-373, 439-442

EHLBECK, J.; GÖRLACHER, R. (1988)

Erste Ergebnisse von Festigkeitsuntersuchungen an altem Konstruktionsholz. In: Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke, Jahrbuch 1987. Berlin: Ernst und Sohn, 1988

GLOS, P. (1978)

Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungsgrößen. München, Technische Universität, Dissertation, 1978

- GLOS, P.; SCHULZ, H. (1980)
 Stand und Aussichten der maschinellen Schnittholzsortierung. In: Holz als Roh- und Werkstoff 38(1980), S. 409-417
- GLOS, P. (1982)
 Die maschinelle Sortierung von Schnittholz. In: Holz-Zentralblatt 108(1982), S. 153-155
- GLOS, P.; HEIMESHOFF, B. (1982)
 Möglichkeiten und Grenzen der Festigkeitssortierung von Brettlamellen. In: Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Karlsruhe: Bruderverlag, 1982
- GLOS, P. (1986)
 Ermittlung des nationalen und internationalen Standes der maschinellen Holzsortierung. München : Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e. V., 1986. - Schlußbericht. Forschungsprojekt BOS021D(B) im Auftrag der Kommission der Europäischen Gemeinschaften
- GOENS, E. (1931)
 Über die Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Stäben mit Hilfe von Biegeschwingungen. In: Annalen der Physik, 5. Folge, Bd. 11(1931), Heft 6, S. 649-678
- GÖRLACHER, R. (1984)
 Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz. In: Holz als Roh- und Werkstoff 42(1984), S. 219-222
- GÖRLACHER, R. (1986)
 A Dynamic Method for Determining Elastic Properties of Wood. In: Proc. of meeting CIB-W18 Timber Structures and IUFRO S5.02 Timber Engineering, Florence, Italy 1986.

GREUBEL, D.; MERKEL, D. (1987)

Untersuchung eines dynamischen Meßverfahrens zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Spanplatten-Probekörpern. In: Holz als Roh- und Werkstoff 45(1987), S. 15-22

HEARMON, R.F.S. (1958)

The Influence of Shear and Rotary Inertia on the Free Flexural Vibration of Wooden Beams. In: British Journal of Applied Physics, Oct(1958), S. 381-388

HEARMON, R.F.S. (1966)

Vibration Testing of Wood. In: Forest Products Journal 16(1966), S. 29-40

HEIMESHOFF, B.; GLOS, P. (1980)

Zugfestigkeit und Biege-E-Modul von Fichten-Brettlamellen. In: Holz als Roh- und Werkstoff 38(1980), S. 51-59

HEMMER, K. (1984)

Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*Abies alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung. Karlsruhe, Universität (TH), Dissertation, 1984

JAYNE, B.A. (1955)

A Nondestructive Test of Glue Bond Quality. In: Forest Products Journal 5(1955), S. 294-301

JAYNE, B.A. (1959)

Vibrational Properties of Wood. In: Forest Products Journal 9(1959), S. 413-416

- JOHANSSON, B.; JOHANSSON, C.-J. (1987)
Maschinen-Festigkeitssortierung von Holz in Schweden: Zulassungs-
und Überwachungssysteme, Erfahrungen./ Fickler, H. (Übers.). Boras,
1987. - Arbeitsrapport SP-AR 1987:26 Byggnadsteknik
- KASS, A.J. (1975)
Middle Ordinate Method Measures Stiffness Variation Within Pieces
of Lumber. In: Forest Products Journal 25(1975), S. 33-41
- KLINE, D.E.; WOESTE, F.E.; BENDTSEN, B.A. (1986)
Stochastic Model for Modulus of Elasticity of Lumber. In: Wood and
Fiber Sci. 18(1986), S. 228-238
- KOLB, H.; GRUBER, R. (1981)
Radiometrisches Verfahren für die Holzsortierung. In: Holz als Roh-
und Werkstoff 39(1981), S. 367-377
- KOLLMANN, F. (1982)
Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. 2. Aufl. Heidelberg:
Springer, 1982
- KOLLMANN, F.; KRECH, H. (1960)
Dynamische Messung der elastischen Holzeigenschaften und der
Dämpfung. In: Holz als Roh- und Werkstoff 2(1960), S. 41-45
- KUFNER, M. (1977)
Maschinelle Schnittholzsortierung und ihr möglicher Einfluß auf die
Holzverwendung. In: Holz als Roh- und Werkstoff 35(1977), S. 173-178
- LARSEN, H. (1980)
Strength of Glued Laminated Beams. Aalborg, Aalborg University,
1980. - Report No. 8004

- LINK, M. (1984)
Finite Elemente in der Statik und Dynamik. Stuttgart: Teubner, 1984
- LOGAN, J.D. (1978)
Machine Stress Rating. In: Proc. of 4th Nondestructive Testing of Wood Symposium 1978, Vancouver, Washington, S. 285-303
- MEHLHORN, L.; MERKEL, D. (1986)
Eine schnelle Methode zur automatischen Bestimmung des Biege-E-Moduls an Holzwerkstoffen. In: Holz als Roh- und Werkstoff 44(1986), S. 217-221
- MILLER, D.G. (1962)
Selection Efficiencies of Nondestructive Strength Tests. In: Forest Products Journal 12(1962), S. 358-362
- MILLER, D.G. (1964)
Effect of Tolerance on Selection Efficiency of Nondestructive Strength Tests of Wood. In: Forest Products Journal 14(1964), S. 179-183
- MILLER, D.G. (1968)
Nondestructive Testing of Joists by a vibrational Technique. In: Forest Products Journal 18 (1968), S. 25-28
- MOLEND A, Z.; JANKIEWICZ, B. (1977)
Technologie und Organisation bei der Herstellung von Bauschnittholz mit Anwendung der Festigkeitssortierung. In: Holztechnologie 18(1977), S. 43-45
- MORZE, Z.; OLSZEWSKI, J.; PAPRZYCKI, C. (1979)
Untersuchungen der Elemente des dynamischen Schubmoduls des Holzes. In: Holztechnologie 20(1979), S. 179-182

- MÜLLER, P.H. (1968)
Mechanical Stress-Grading of Structural Timber in Europe, North America and Australia. In: Wood Sci. Technol. 2(1968), S. 43-72
- NEUHAUS, F.-H. (1981)
Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit. Bochum, Ruhr-Universität, 1981. -Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 81-8
- OERTEL, J. (1966)
Untersuchungen über den dynamischen Elastizitätsmodul von Holzspanplatten. In: Holztechnologie 7(1966), S. 235-242
- OERTEL, J. (1968)
Vergleichende Untersuchungen an Holzspan- und harten Faserplatten. In: Holztechnologie 9(1968), S. 24-28
- O'HALLORAN, M.; BODIG, J.; BOWDEN, D.C. (1972)
Nondestructive Parameters of Lodgepole Pine Dimension Lumber in Bending. In: Forest Products Journal 22(1972), S. 44-51
- OLSZEWSKI, J.; STRUK, K. (1983)
Einfluß der Feuchtigkeit auf die richtungsorientierten dynamischen Schubmoduln einer Spanplatte. In: Holztechnologie 24(1983), S. 165-168
- PELLERIN, R.F. (1965)
A Vibrational Approach to... Nondestructive Testing of Structural Lumber. In: Forest Products Journal 15(1965), S. 93-101
- RADU, A.; BRENNDÖRFER, D. (1976)
Zur zerstörungsfreien Prüfung des Holzes durch Schwingungsversuche. In: Holz als Roh- und Werkstoff 34(1976), S. 219-222

RAYLEIGH, S.J.W. (1929)

Theory of Sound. 2nd Edition. London : Macmillan and Co., 1929

SAPV2 (1977)

A Structural Analysis Programm for Static and Dynamic Response of Linear Systems. University of Southern California

TORY, J.R. (1978)

Machine Stress Grading in the United Kingdom: Theory into Practice.
In: Proc of 4th Nondestructive Testing of Wood Symposium 1978,
Vancouver, Washington, S. 77-82

WERNER, G. (1988)

Die Rohdichteverteilung und deren feuchteabhängige Änderung bei astiger Fichte im Hinblick auf die maschinelle Holzsortierung. In: Holz als Roh- und Werkstoff 46(1988), S. 321-325

Zitierte Normen:

- | | |
|--------------------------|--|
| Norm DIN 1052 Teil 1 | Holzbauwerke; Berechnung und Ausführung (Ausgabe April 1988) |
| Norm DIN 4074 Teil 1,3,4 | Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit (Ausgabe September 1989) |
| Norm DIN 52186 | Prüfung von Holz, Biegeversuch (Ausgabe Juni 1978) |

Anhang

A1 Ermittlung des Elastizitätsmoduls von Brettabschnitten

A1.1 Allgemeines

Der Elastizitätsmodul kann aus Verformungen bei einer statischen Beanspruchung ermittelt werden. Aus den Längenänderungen eines Zug- oder Druckstabes oder aus der Durchbiegung eines Biegeträgers unter Belastung kann mit den Gleichungen der technischen Biegetheorie der Elastizitätsmodul berechnet werden. Ferner ist es möglich, aus dynamischen Beanspruchungen (Resonanz oder Laufzeit einer Schall- oder Ultra-Schallwelle) unter Berücksichtigung von Geometrie und Rohdichte ebenfalls den Elastizitätsmodul zu ermitteln.

A1.2 Begründung der Wahl der Methode

Die Aufgabe bestand darin, den Elastizitätsmodul von 15 cm langen Brettabschnitten zu ermitteln. Aufgrund der Geometrie der Brettabschnitte schied die Bestimmung des Elastizitätsmoduls über eine Biegebeanspruchung, wie sie zum Beispiel die DIN 52186 vorsieht, aus, da bei sehr kleinen Verhältnissen von Stützweite zu Höhe eine Messung und Auswertung nicht mehr zu sinnvollen Ergebnissen führt.

Die Ermittlung des Elastizitätsmoduls aus einer reinen Druck- oder Zugbeanspruchung bereitet bei den zu prüfenden Abmessungen ebenfalls Probleme:

- Messung sehr kleiner Verformungen;
- Aufbringen eines ebenen Verformungszustandes;
- die Kräfteinleitung, insbesondere bei einer Zugbeanspruchung, erfordert zusätzlich zur Prüfkörperlänge eine Einspannlänge, die es unmöglich macht, unmittelbar nebeneinanderliegende Brettabschnitte zu prüfen;
- die Inhomogenitäten in einem Brettabschnitt, insbesondere bei Ästen, be-

wirken stark unterschiedliche Dehnungen innerhalb des Brettabschnittes, trotz Aufbringens eines ebenen Verformungszustandes.

Aus diesen Gründen wurde ein dynamisches Meßverfahren bevorzugt. Für die Messung der Schwingungszeiten stand das in Abschnitt 3.2 vorgestellte Meßgerät GRINDO-SONIC zur Verfügung.

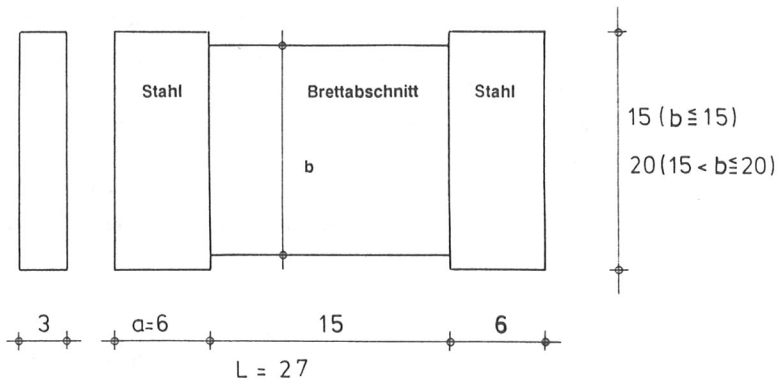
Die bei einer solchen Messung auftretenden Probleme:

- kleine Schwingungszeiten,
- Querkontraktion,
- Inhomogenitäten innerhalb des Brettabschnittes,

konnten mit dem im nächsten Abschnitt erläuterten Versuchssystem gelöst werden.

A1.3 Beschreibung des Meßverfahrens

Auf die Hirnholzflächen der Brettabschnitte wurden Stahlteile mit den Abmessungen $3 \times 6 \times 15$ cm (für Brettbreiten unter 15 cm) und $3 \times 6 \times 20$ cm für Brettbreiten zwischen 15 und 20 cm aufgeleimt. Als Kleber wurde ein Polyurethankleber (Plastic Mastic 573.8) verwendet.

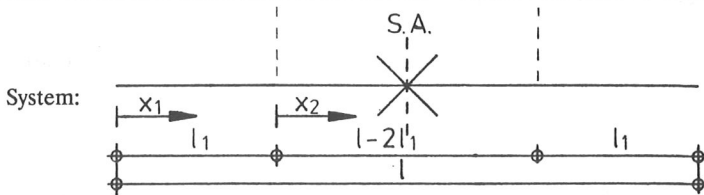


Maße in cm

Bild A1: Form und Abmessung des Prüfkörpers

Für den Prüfkörper gelten die in Abschnitt 2.3.1 beschriebenen Gleichungen und deren Lösungen, wenn die Geometrie und die Materialeigenschaften (E, A, ρ) als abschnittsweise konstant angesehen werden.

Bereich	1	2	3
Material-eigenschaften	E_1, ρ_1	E_2, ρ_2	E_1, ρ_1
Geometrie	A_1, l_1	$A_2, l-2l_1$	A_1, l_1



Für Bereich 1 gilt:

$$u_1 = C_{11} \cdot \sin \frac{\omega \cdot x_1}{\sqrt{E_1/\rho_1}} + C_{21} \cdot \cos \frac{\omega \cdot x_1}{\sqrt{E_1/\rho_1}} \quad (\text{A1})$$

Für Bereich 2 gilt:

$$u_1 = C_{12} \cdot \sin \frac{\omega \cdot x_2}{\sqrt{E_2/\rho_2}} + C_{22} \cdot \cos \frac{\omega \cdot x_2}{\sqrt{E_2/\rho_2}} \quad (\text{A2})$$

Zunächst wird in Gleichung A1 und A2

$$N = \frac{\omega}{\sqrt{E_2}} \cdot \sqrt{\rho_1} \cdot \sqrt{A_1/A_2} \cdot l \quad (\text{A3})$$

gesetzt. Dies hat für das hier anstehende Problem rechentechnische Vorteile.

Man erhält somit:

$$u_1 = C_{11} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{E_2 \cdot A_2}}{\sqrt{E_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{x_1}{l}\right) + C_{21} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{E_2 \cdot A_2}}{\sqrt{E_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{x_1}{l}\right) \quad (\text{A4})$$

$$u_2 = C_{12} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{\rho_2 \cdot A_2}}{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{x_2}{l}\right) + C_{22} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{\rho_2 \cdot A_2}}{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{x_2}{l}\right) \quad (\text{A5})$$

aus $u_1' = 0$ an der Stelle $x_1 = 0$ ergibt sich $C_{11} = 0$.

Aus den Koppelbedingungen

$$u_1(x_1=l_1) = u_2(x_2=0) \quad (\text{A6})$$

und

$$E_1 \cdot A_1 \cdot u_1'(x_1=l_1) = E_2 \cdot A_2 \cdot u_2'(x_2=0) \quad (\text{A7})$$

ergibt sich aus Gl. (A6)

$$C_{21} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{E_2 \cdot A_2}}{\sqrt{E_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{l_1}{l}\right) = C_{22} \quad (\text{A8})$$

und aus Gl. (A7) nach Umformungen

$$-C_{21} \cdot \frac{\sqrt{\rho_1 \cdot E_1}}{\sqrt{\rho_2 \cdot E_2}} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{E_2 \cdot A_2}}{\sqrt{E_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \frac{l_1}{l}\right) = C_{12} \quad (\text{A9})$$

Schließlich folgt aus der Symmetrie der Grundschwingung bezüglich $x_2 = l/2 - l_1$ die Bedingung $u_2(x_2 = l/2 - l_1) = 0$.

Daraus ergibt sich:

$$C_{12} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{\rho_2 \cdot A_2}}{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right) + C_{22} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{\rho_2 \cdot A_2}}{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}} \cdot N \cdot \left(\frac{l}{2} - l_1\right)\right) = 0 \quad (\text{A10})$$

Wird Gl.(A8) und (A9) in (A10) eingesetzt, erhält man nach einigen Umformungen:

$$\tan\left(\frac{\sqrt{\rho_2 \cdot A_2}}{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}} \left(0,5 \cdot \frac{l_1}{l}\right) \cdot N\right) \tan\left(\frac{\sqrt{E_2 \cdot A_2}}{\sqrt{E_1 \cdot A_1}} \cdot \frac{l_1}{l} \cdot N\right) = \frac{A_2 \cdot \sqrt{E_2 \cdot \rho_2}}{A_1 \cdot \sqrt{E_1 \cdot \rho_1}} \quad (\text{A11})$$

Aus dieser Gleichung kann N in Abhängigkeit der Verhältnisse ρ_2/ρ_1 , E_2/E_1 , A_2/A_1 und l_1/l ermittelt werden.

Aus Gleichung (A3) erhält man durch Umformen:

$$T = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot l}{N}\right) \cdot \frac{\sqrt{\rho_1 \cdot A_1}}{\sqrt{E_2 \cdot A_2}} \quad (\text{A12})$$

Damit läßt sich die Schwingungszeit T eines nach Bild A1 aufgebauten Prüfkörpers berechnen (Längsschwingung 1. Ordnung).

Umgekehrt kann bei bekannter Schwingungszeit der Elastizitätsmodul E_2 aus

$$E_2 = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot l}{N \cdot T}\right)^2 \cdot \rho_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad (\text{A13})$$

ermittelt werden.

N erhält man aus Gleichung (A11), wobei der Elastizitätsmodul E_2 zunächst geschätzt werden muß. Durch Iteration erhält man schließlich die genaue Lösung.

In Tabelle A1 sind die Werte für N für einige Kombinationen von A_2/A_1 , ρ_2/ρ_1 , E_2/E_1 und für $l_1/l=0,2222$ ausgewertet. Dabei wurden die Verhältnisse so gewählt, daß sie die Prüfkörperform und die zu untersuchenden Materialkonstanten abdecken. Man erkennt, daß sich durch die günstige Wahl von Gleichung (A3) der Faktor N bei Änderung der Materialkonstanten kaum ändert. Dies ist insbesondere beim Verhältnis E_2/E_1 günstig, da man selbst bei einer groben Schätzung von E_2/E_1 in der Regel die genaue Lösung schon erreicht hat.

Tabelle A1 Faktor N nach Gleichung (A11) in Abhängigkeit der Geometrie und den Materialkonstanten

A_2/A_1	ρ_2/ρ_1	E_2/E_1	N
1,0	10	10	3,8948
		30	3,9268
	30	10	3,9460
		30	3,9796
1,5	10	10	3,9364
		30	3,9584
	30	10	3,9716
		30	3,9944

Da die hier vorgestellte Lösung der Differentialgleichung die Querkontraktion nicht berücksichtigt, und in Abschnitt 3.3.1 bereits nachgewiesen wurde, daß für den Werkstoff Holz bei kleinen Verhältnissen der Länge zur Breite die Querkontraktion einen signifikanten Einfluß auf die Längsschwingungszeit hat, wurde für den hier verwendeten Prüfkörper der Einfluß der Querkontraktion mit einem Finite Elemente Programm untersucht. Als Materialkonstanten wurden gewählt:

Für den Holzprüfling (Bereich 2 nach Bild A1) wurden die Materialkonstanten nach Tabelle 3, Fall 3 gewählt. Die aufgeleimten Stahlteile wurden mit einem Elastizitätsmodul von $E_1 = 210000 \text{ N/mm}^2$ und einer Rohdichte von $\rho_1 = 7,80 \text{ g/cm}^3$ berücksichtigt. Da die Leimfuge sehr dünn ist, kann sie in der Berechnung vernachlässigt werden.

Der infolge einer Längsschwingung verformte Prüfkörper ist in Bild A2 dargestellt. Man erkennt sehr deutlich die Verformungen infolge der Querkontraktion. Da aber die wesentlichen Massenbeschleunigungen durch die hohe Rohdichte der Stahlteile in Längsrichtung erfolgen, wirkt sich die Querkontraktion kaum auf die Schwingungszeit aus. Sie beträgt im vorliegenden Fall bei einer Berechnung unter Berücksichtigung der Querdehnung

$T=310,8$ sec, und ist somit innerhalb der hier verwendeten Rechengenauigkeit identisch mit einer Berechnung nach Gleichung (A12).

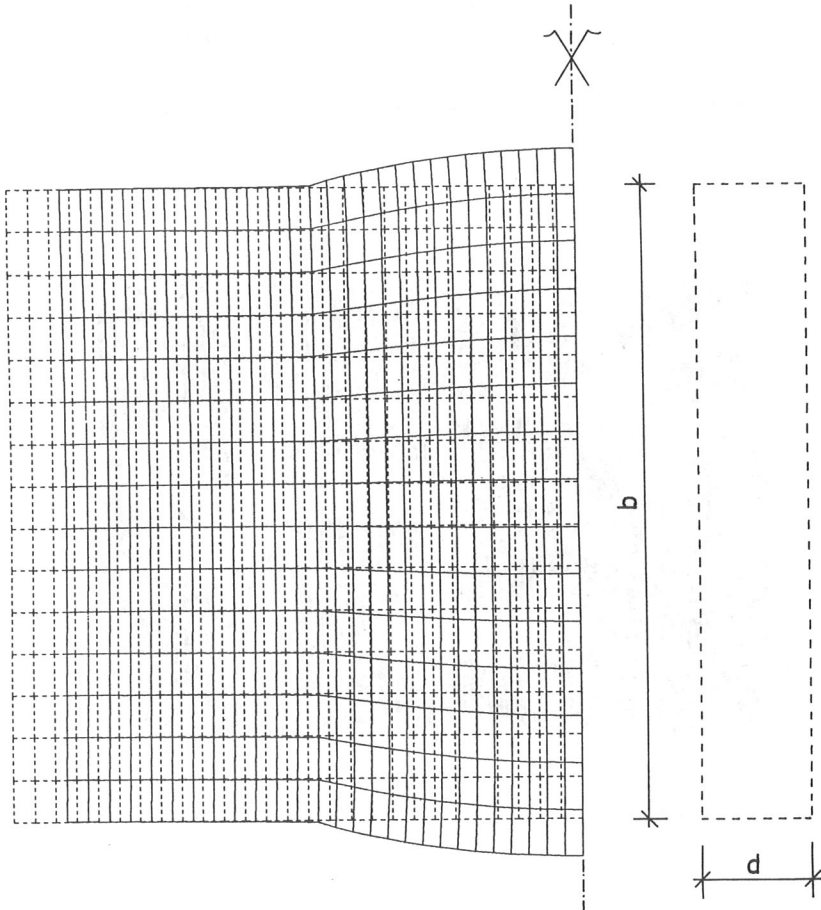


Bild A2 Form der Längsschwingung eines Prüfkörpers nach Bild A1
(----- unverformter Körper, ——— verformter Körper)

A1.4 Durchführung der Messung

Nach Herstellung der Prüfkörper gemäß Abschnitt A 1.3 und ausreichender Trocknung des Klebers wurden die Schwingungsmessungen durchgeführt. Die Erregung der Längsschwingungen und die Messung erfolgte im Prinzip wie in Abschnitt 3.2 für die Messung am Gesamtbrett beschrieben. Der Prüfkörper wurde jedoch exakt in der Mitte unterstützt, um eventuelle Störungen zu minimieren (Bild A3).

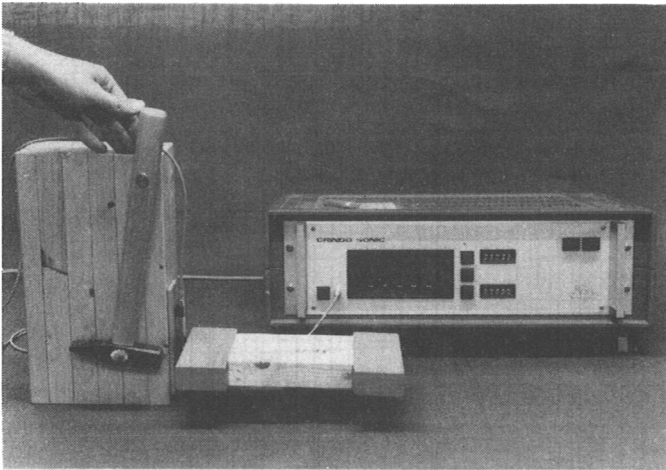


Bild A3 Ermittlung der Längsschwingungszeit an einem Prüfkörper

A2 Berechnung der Längs-Schwingungszeiten von simulierten Brettern

A2.1 Begründung

Obwohl am Rechenzentrum der Universität Karlsruhe die Möglichkeit besteht, auf Finite Elemente Programme, die auch zur Ermittlung von Längsschwingungszeiten zu verwenden sind, zurückzugreifen (SAP V 1977), wurde ein Programm entwickelt (LINK 1984). Dies hat mehrere Gründe:

- das Programm soll mit dem Simulationsprogramm eine Einheit bilden, um es ohne großen Aufwand im Rahmen nationaler und internationaler Zusammenarbeit weitergeben zu können;
- das benötigte Programm ist nur ein Spezialfall eines Finite Elementes Programmes (Zug/Druckstab). Es ist daher effektiver, ein Programm für diesen speziellen Zweck zu entwickeln, als ein universelles Programm zu verwenden, das aufwendige Aufbereitung von Eingabedaten und Ausgabedaten verlangt;
- der Vorteil einer konsistenten Massenmatrix, die z.B. bei SAP V 1977 nicht vorgesehen ist, sollte genutzt werden.

A2.2 Programmaufbau

Das Brett wird in 15-cm Elemente unterteilt, denen eine Rohdichte und ein Elastizitätsmodul zugeordnet wird. Weitere geometrische Größen wie Querschnittsfläche oder Trägheitsmoment sind für eine Berechnung der Längsschwingungszeit nicht erforderlich. Ebensowenig werden weitere Materialkonstanten benötigt.

Die Bewegungsgleichung für ein Gesamttragwerk, bei dem keine Dämpfung existiert und an dem keine Kräfte angreifen, lautet:

$$|\mathbf{K}| \cdot |\mathbf{U}| + |\mathbf{M}| \cdot \frac{\delta^2}{\delta t^2} |\mathbf{U}| = 0 \quad (\text{A14})$$

$|\mathbf{K}|$ = Gesamtsteifigkeitsmatrix

$|\mathbf{M}|$ = Massenmatrix

$|\mathbf{U}|$ = Verschiebungsvektor

Es existiert eine Lösung in der Form

$$|\mathbf{U}| = |\mathbf{U}_0| \cdot \cos \omega t \quad (\text{A15})$$

wenn

$$(|\mathbf{K}| - \omega^2 |\mathbf{M}|) \cdot |\mathbf{U}_0| = 0 \quad (\text{A16})$$

ist. Eine nichttriviale Lösung existiert nur, wenn

$$\det || |\mathbf{K}| - \omega^2 |\mathbf{M}| || = 0 \quad (\text{A17})$$

Daraus lassen sich die Eigenkreisfrequenzen ω ermitteln.

Da im vorliegenden eindimensionalen Fall die Verhältnisse sehr einfach sind, kann an dieser Stelle die Gesamt-Steifigkeitsmatrix und die Gesamt-Massenmatrix unmittelbar angegeben werden. Auf eine Herleitung kann verzichtet werden.

Gesamt-Steifigkeitsmatrix:

$$|\mathbf{K}| = A/l \begin{vmatrix} E_1 & -E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -E_1 & E_1 + E_2 & -E_2 & 0 & 0 \\ 0 & -E_2 & E_2 + E_i & -E_i & 0 \\ 0 & 0 & -E_i & E_i + E_n & -E_n \\ 0 & 0 & 0 & -E_n & E_n \end{vmatrix}$$

Gesamt-Massenmatrix:

$$|M| = (A \cdot l)/6 \begin{vmatrix} 2\rho_1 & \rho_1 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_1 & 2(\rho_1 + \rho_2) & \rho_2 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 2(\rho_2 + \rho_i) & \rho_i & 0 \\ 0 & 0 & \rho_i & 2(\rho_i + \rho_n) & \rho_n \\ 0 & 0 & 0 & \rho_n & 2\rho_n \end{vmatrix}$$

Darin bedeuten:

$E_1 \dots E_i \dots E_n$ = Elastizitätsmodul der Elemente

$\rho_1 \dots \rho_i \dots \rho_n$ = Rohdichte der Elemente

l = Länge der Elemente (für alle Elemente konstant)

A = Querschnittsfläche der Elemente (für alle Elemente konstant)

Da die Querschnittsfläche für alle Elemente gleich ist, und sowohl in der Massen- als auch in der Steifigkeitsmatrix an entsprechender Stelle vorkommt, hat sie keinen Einfluß auf die Lösung des Eigenwertproblems.

Bei der Massenmatrix handelt es sich um eine konsistente Massenmatrix. Darin ist die Elementmasse gemäß der statischen Formfunktion über das Element verteilt und nicht je zur Hälfte in den Anfangs- und Endknoten des Elementes konzentriert. Dies hat den Vorteil, daß eine feinere Unterteilung als die vorgesehene 15 cm Einteilung nicht notwendig ist, da die exakte Lösung genügend genau angenähert ist.

Die Lösung des Determinantenproblems kann mit einem entsprechenden Lösungsprogramm erfolgen, wobei die Bandstruktur und die Symmetrie der Steifigkeits- und Massenmatrix ausgenutzt werden kann.

A3 Vergleich statisch und dynamisch ermittelter Elastizitätsmodul

Durch eine statische Beanspruchung (Biegung, Druck oder Zug) werden sowohl rein elastische als auch plastische Formänderungen erzeugt (KOLLMANN 1982). Der aus einer solchen statischen Beanspruchung ermittelte Elastizitätsmodul wird daher kleiner sein als derjenige aus einer dynamischen Beanspruchung, bei der, bedingt durch die zeitlich nur sehr kurzen und sehr geringen Beanspruchungen, keine plastischen Formänderungen auftreten.

Für den Werkstoff Holz liegen viele Angaben über den Unterschied zwischen dem statisch und dynamisch ermittelten Elastizitätsmodul vor. So zeigte sich bei KOLLMANN und KRECH 1960, daß die im statischen Biegeversuch ermittelten Elastizitätsmoduln um etwa 4 % kleiner waren als die an den gleichen Proben im Schwingungsversuch ermittelten. Sie berichten auch von anderen Forschern, die Abweichungen von 2 % (2 Nennungen) und 2-7 % angeben. GÖRLACHER 1984 u. 1986 gibt an, daß der dynamische Biege-Elastizitätsmodul um 9 % über dem statisch ermittelten Wert liegt, weist aber darauf hin, daß ein Teil (ca. 3 %) dieses Unterschiedes durch unterschiedliche Probenlängen beim statischen und dynamischen Versuch bedingt durch Schubverformungseinflüsse zu erklären sei.

Die Unterschiede zwischen statisch und dynamisch ermitteltem Biege-Elastizitätsmodul für den Werkstoff Holz sind also sehr gering. Es ist zu erwarten, daß die Unterschiede zwischen den statisch und dynamisch ermittelten Zug-Elastizitätsmoduln noch geringer ausfallen, da bei einer Zugbeanspruchung die plastischen Formänderungen kleiner als bei Druck- oder Biegebeanspruchung sind.

Somit erscheint eine Unterscheidung zwischen statischem und dynamischem Elastizitätsmodul für die Belange dieser Arbeit nicht notwendig. Dies wird sehr deutlich in Tabelle 5 sichtbar: hier stimmt der Mittelwert der simulierten Zug-Elastizitätsmoduln der Bretter, die auf statisch ermittelten Grundlagen basieren, sehr genau mit den in Leimbaubetrieben mittels Längsschwingungen ermittelten Werten überein.

Weiterhin können sich der statisch und der dynamisch ermittelte Elastizitätsmodul auch durch Einflüsse von Querkontraktion und Inhomogenitäten, die bei den jeweiligen Meßmethoden verschieden stark eingehen, systematisch unterscheiden. Diese Einflüsse wurden aber für Bretter unter ungünstigsten Annahmen bereits in Abschnitt 3.3 untersucht; da sie im Rechenmodell soweit notwendig berücksichtigt werden, müssen sie an dieser Stelle nicht weiter beachtet werden.

Da der Einfluß von Inhomogenitäten auf den nach Anhang A1 dynamisch ermittelten Elastizitätsmodul von 15 cm langen Brettabschnitten nicht theoretisch untersucht wurde, sollen einige direkte Vergleichsversuche den Zusammenhang zwischen den Elastizitätsmoduln nach der statischen und der dynamischen Methode feststellen.

Dazu wurden von 20 Brettabschnitten in einer speziellen Prüfeinrichtung am Institut für Holzforschung der Universität München der Elastizitätsmodul in einem statischen Zugversuch bestimmt (HEIMESHOF u. GLOS 1980). Die Brettabschnitte wurden so ausgesucht, daß sie bezüglich Rohdichte, Ästigkeit und Elastizitätsmodul den gesamten Streubereich der in den Leimbaubetrieben verwendeten Bretter erfassen.

Den Prüfkörpern wurde eine Verschiebung in Form eines ebenen Verformungszustandes aufgeprägt. Zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls wurden die Dehnungen des Brettabschnittes an drei Stellen gemessen. Die Meßlänge betrug dabei 137,5 mm. Die Randbedingungen wurden so gewählt, daß sie der Versuchsdurchführung, die zur Ermittlung der in dieser Arbeit verwendeten Regressionsgleichungen für die Zugfestigkeit diente, entsprachen.

Nach Durchführung der Versuche wurde der Elastizitätsmodul der Brettabschnitte nach der in Anhang 1 beschriebenen Meßmethode dynamisch ermittelt.

Ein Vergleich der statisch und dynamisch ermittelten Elastizitätsmoduln ist in Bild A4 gegeben.

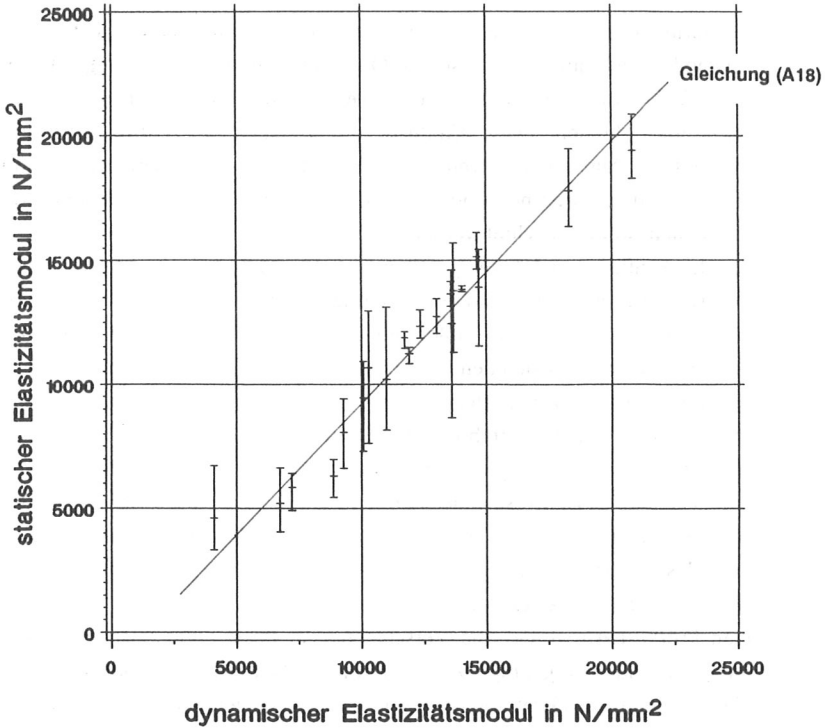


Bild A4 Zusammenhang zwischen dem statisch und dynamisch ermittelten Elastizitätsmodul von 20 Brettabschnitten

Durch Inhomogenitäten innerhalb eines Brettabschnittes, insbesondere durch Äste waren die Dehnungen an den drei Meßstellen teilweise sehr unterschiedlich, obwohl bezogen auf den Prüfkörper ein ebener Verformungszustand erreicht worden ist. Daraus ergaben sich für jeden Brettabschnitt drei Elastizitätsmoduln, deren arithmetischer Mittelwert als maßgebender statischer Elastizitätsmodul definiert wurde. Um diesen Streubereich anzudeuten, wurde in Bild A4 neben dem Mittelwert auch der Größt- und Kleinstwert eingezeichnet.

Es zeigte sich, daß der statisch ermittelte Elastizitätsmodul im gesamten Untersuchungsbereich sehr gut mit dem dynamischen Elastizitätsmodul übereinstimmt. Die ebenfalls eingezeichnete Regressionsgerade

$$E_{\text{stat}} = 1,056 \cdot E_{\text{dyn}} - 1320 \quad (\text{A18})$$

weicht im untersuchten Bereich kaum von der Winkelhalbierenden ab.

Dabei liegt der dynamische Wert der untersuchten Proben im Mittel um 5,6 % über dem statischen Wert, was die eingangs erwähnten Abweichungen anderer Untersuchungen bestätigt.

Eine Berücksichtigung des Unterschiedes zwischen statischem und dynamischem Elastizitätsmodul ist nicht notwendig, da alle für die Simulation verwendeten Regressionsgleichungen auf statischen Versuchen beruhen, und der dynamisch ermittelte Elastizitätsmodul lediglich zur Festlegung der Streuung des Elastizitätsmoduls innerhalb eines Brettes benötigt wurde.

Somit konnte nachgewiesen werden, daß die hier entwickelte und angewendete Meßmethode zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Brettabschnitten geeignet ist, für die Ermittlung der Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung eingesetzt zu werden.

A4 Sortiermaschine auf dem Prinzip der Eigenfrequenzmessung

A4.1 Randbedingungen für eine Sortiermaschine

An dieser Stelle kann keine praxisreife Sortiermaschine entwickelt und vorgestellt werden. Aufgrund eigener Erfahrungen, die bei Messungen in den Leimbaubetrieben gemacht worden sind, können jedoch einige Hinweise zur Entwicklung einer Sortiermaschine gegeben werden.

Auflagerung der Bretter bei der Messung:

Man erhält reproduzierbare, wenig streuende Meßergebnisse, wenn das Brett während der Messung in der Mitte auf einer in Brettlängsrichtung leicht verschieblichen Stahlrolle gelagert wird. Gleichzeitig wird das Brett an dem Ende, an dem die Erregung und Messung erfolgen soll, mit einer weiteren Rolle stabilisiert. Da die Messung sehr unempfindlich auf Veränderungen der Lage der Auflager reagiert (siehe Abschnitt 3.2), ist es auch möglich und für die Praxis von Vorteil, die Bretter kontinuierlich auf mehreren Rollen zu lagern. Über diese Rollen kann das Brett an die Meß- und Erregereinheit herangeführt werden.

Meß- und Erregereinheit:

Das zu sortierende Brett muß durch einen geeigneten Schlag auf das Hirnholz in eine Längsschwingung versetzt werden. Hierfür gibt es viele technische Lösungen (Pendel, Feder), die folgende Bedingungen erfüllen sollten:

- der Anschlag sollte möglichst mittig erfolgen, damit überwiegend eine Längsschwingung entsteht;
- unmittelbar nach dem Anschlag darf das Brett nicht mehr durch das Anschlaggerät berührt werden, um die Längsschwingung nicht zu stören;
- die Stärke des Anschlages sollte regelbar sein, da breite Bretter einen starken Anschlag benötigen, während für schmale Bretter ein schwacher Anschlag günstiger ist.

Die Meßwertaufnahme kann berührungsfrei über ein geeignetes Richtmikrophon erfolgen, das gegenüber den Geräuschen aus der Umgebung abgeschirmt sein muß. Prinzipiell kann das Brett auch mit einem Schwingungsaufnehmer berührt werden, dessen Masse gering sein sollte, um die Schwingung nicht zu verändern.

Günstig ist es, wenn Schwingungserregung und Messung am gleichen Stirnende des Brettes erfolgen, da damit ein aufwendiges Anpassen an unterschiedliche Brettlängen entfällt.

Meßgerät zur Schwingungszeitmessung:

Zur Bestimmung der Schwingungszeit kann das Meßgerät GRINDO-SONIC als geeignet angesehen werden, da es schnell und zuverlässig die Schwingungszeit ermittelt und über einen Datenausgang an einen Rechner weitergeben kann. Selbstverständlich sind auch andere Geräte, die auf dem gleichen oder einem ähnlichen Prinzip arbeiten, für diesen Zweck geeignet.

Meßgerät zur Bestimmung der Masse:

Zur Bestimmung der Masse genügt eine Waage mit einem Meßbereich bis 30 kg und einer Meßgenauigkeit von 1 %.

Holzfeuchtemessung:

Die Holzfeuchtemessung kann mit den in den Leimbaubetrieben bereits vollautomatisch arbeitenden Holzfeuchtemeßgeräten, die auf dem Prinzip der elektrischen Widerstandsmessung beruhen, durchgeführt werden.

Meßcomputer:

Der Meßcomputer hat folgende Aufgaben: er muß Meßwerte abrufen und aufnehmen, daraus über eine einfache Gleichung den Elastizitätsmodul berechnen, diesen mit den gespeicherten Sortierklassengrenzwerten vergleichen und das Signal für die Kennzeichnung des sortierten Brettes geben.

A4.2 Ablauf der Sortierung

Brettabmessungen: Vor Beginn der Sortierung sind die Brettabmessungen (Länge l, Breite b, Dicke d) des zu sortierenden Brettstapels festzustellen und in den Rechner einzugeben. Dabei muß gewährleistet sein, daß die in Abschnitt 7.2 getroffenen Annahmen über die Streuung der Abmessungen innerhalb des Brettstapels nicht überschritten werden. Diese Kontrolle hat durch stichprobenartige Messung mehrerer Bretter durch das Sortierpersonal zu erfolgen.

Visuelle Zusatzkontrolle: Zusätzliche Sortierkriterien für Schnittholz bei der maschinellen Sortierung sind in DIN 4074, Teil 1, Tabelle 4 für die jeweilige Klasse festgelegt. Die Überprüfung dieser Kriterien erfolgt visuell durch das Sortierpersonal entweder vor der eigentlichen maschinellen Sortierung oder unmittelbar danach. Die visuelle Nachkontrolle hat den Vorteil, daß der Sortierer die von der Maschine vorgeschlagene Sortierklasse kennt, und somit nur überprüfen muß, ob die übrigen Bedingungen eingehalten werden. Die Kennzeichnung der Bretter sollte dann aber erst nach der visuellen Kontrolle erfolgen. Die Ermittlung der Ästigkeit, die je nach gewünschter Ausbeute durchzuführen ist, kann ebenfalls nach der maschinellen Sortierung erfolgen: hier ist es nur notwendig für die Bretter mit einem Elastizitätsmodul zwischen 14500 N/mm^2 und 16500 N/mm^2 zu entscheiden, ob die Ästigkeit größer oder kleiner als 0,33 ist. Dies reduziert die Arbeitsbelastung für das Sortierpersonal erheblich. Ebenso wäre eine maschinelle Erfassung der Ästigkeit möglich (KOLB und GRUBER 1981).

Messung der Holzfeuchte: Der Einfluß der Holzfeuchte auf die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse wurde nicht untersucht. Die verwendeten Eingangsdaten und Regressionsgleichungen gehen von einer mittleren Holzfeuchte von 12 % aus. Da das Holz vor der Verleimung ohnehin eine Holzfeuchte von weniger als 15 % aufweisen muß, bedeutet dies keine Einschränkung des Sortierverfahrens für einen Leimbaubetrieb. An dieser Stelle der Sortierung wäre also nur nachzuweisen, daß die Holzfeuchte des zu sortierenden Brettes unter 15 % liegt.

Messung der Schwingungszeit: Um die Messungen zu kontrollieren, sollten je Brett mehrere Messungen durchgeführt werden, die sich nur wenig voneinander unterscheiden dürfen. Die endgültige Festlegung der notwendigen Anzahl der Messungen kann erst gegeben werden, wenn eine praxisreife Sortiermaschine vorliegt, anhand der die Auftretenshäufigkeit von Fehlmessungen untersucht werden kann.

Bei den in den Leimbaubetrieben durchgeführten Messungen (COLLING u. GÖRLACHER 1989) wurden zunächst an jedem Brett 3 Messungen durchgeführt. In den meisten Fällen unterschieden sich diese Messungen um weniger als 2 % (siehe auch Bild 42). War die Abweichung einer Messung von den übrigen groß ($> 10\%$), wurde eine weitere Messung vorgenommen, die dann in fast allen Fällen den beiden anderen Meßwerten entsprach. In seltenen Fällen war eine fünfte Messung notwendig. Von etwa 5 Brettern (von ca. 2700) waren ohne erkennbaren Grund keine reproduzierbaren Meßwerte zu erhalten. Diese Bretter wurden ausgesondert.

Bestimmung der Masse: Die Masse des Brettes wird zweckmäßigerweise während der Schwingungszeitmessungen vollautomatisch bestimmt und als Eingangswert dem Rechner übergeben.

Einordnung in eine Sortierklasse: Der Rechner ermittelt aus der Geometrie, der Masse und dem Mittelwert aus drei Schwingungszeitmessungen den Elastizitätsmodul des Brettes nach Gleichung (5). Für die Einordnung in eine Sortierklasse erfolgt ein Vergleich mit den in Tabelle 17 angegebenen Sortierklassengrenzwerten. Dabei ist zu beachten, daß für die Sortierklasse MS17 ein Grenzwert von 14500 N/mm^2 einzuhalten ist, wenn der KAR-Wert unter 0,33 liegt. Wird der KAR-Wert nicht ermittelt oder liegt er über 0,33, so ist der Grenzwert 16500 N/mm^2 maßgebend.

Kennzeichnung: Der Rechner steuert die Kennzeichnung der Bretter, die nach DIN 4074 auszuführen ist.

Damit ist der Sortiervorgang für ein Brett beendet. Das Brett kann nun unmittelbar der Produktion zugeführt werden oder aber nach Sortierklassen getrennt abgestapelt werden.

A4.3 Kontrolle und Überwachung

Kontrollen der Sortiermaschine, die vom Sortierpersonal durchzuführen sind, oder Überwachungen, die von dritter Seite vorgenommen werden, sind notwendig. Die an dieser Stelle gemachten Angaben über die Qualitätskontrolle des Sortiervorgangs können noch nicht exakt und vollständig sein, da es bisher noch keine praxisreife Sortiermaschine gibt. Trotzdem erscheint es notwendig, sich Gedanken über Kontrollen bei der Sortierung zu machen, da die Wirtschaftlichkeit eines Sortierverfahrens auch vom Aufwand, der für Kontrollen und Kalibrierungen notwendig ist, abhängt.

Im Gegensatz zu den Biegeprüfmaschinen, bei denen viele Teile einer mechanischen Abnutzung unterliegen und somit täglich zu kontrollieren und zu kalibrieren sind (JOHANSSON u. JOHANSSON 1987), sind bei dem hier vorgestellten Sortierverfahren die wichtigsten Meßeinrichtungen (Schwingszeitmessung und Wägung) weitgehend wartungsfrei, da sie kaum einer mechanischen Beanspruchung ausgesetzt sind. Trotzdem könnten Fehler in der Elektronik auftreten, die sich jedoch nur mit aufwendigen Meß- und Prüfgeräten aufspüren ließen. Deshalb wird es als notwendig angesehen, daß die Sortieranlage vor jeder Inbetriebnahme von einigen Vergleichsbrettern die Rohdichte und den Elastizitätsmodul ermittelt. Diese Werte sind in ein Betriebsbuch einzutragen und mit den von einer unabhängigen Prüfstelle ermittelten Werten zu vergleichen. Eventuell kann der Rechner diese Aufgabe vollautomatisch übernehmen. Sollten Abweichungen außerhalb einer bestimmten Toleranzgrenze liegen, ist die Sortierung einzustellen. Die Vergleichsbretter werden jährlich von einer Prüfstelle unabhängig von der Sortiermaschine geprüft und bei Bedarf durch neue ersetzt. Somit wäre ein Höchstmaß an Zuverlässigkeit der Sortiermaschine gewährleistet, da die Meßergebnisse gleichzeitig mit der Datenverarbeitung kontrolliert werden können. Der tägliche Aufwand für diese Prüfung wäre gering.

Bisher erschienene VA-Hefte der 4. Folge:

- Heft 1: Fick, Karlfriedrich und Schulz, Ulrich
Untersuchungen an Membranwerkstoffen und ihren
Verbindungen (1981)
- Heft 2: Schulz, Ulrich
Der Stabilitätsnachweis bei Schalen (1981)
- Heft 3: Versuchsanstalt 60 Jahre. Gegenwärtige und zukünftige
Aufgaben in Lehre-Forschung-Praxis (1981)
- Heft 4: Schulz, Ulrich
Das Tragverhalten von vorgespannten und nicht vorgespannten
Schraubenverbindungen bei Fügeteilen aus glasfaser-
verstärktem Kunststoff (1981)
- Heft 5: Pfeiffer, Michael
Praktische Beullasten orthotroper Kreiszyinderschalen in
Theorie und Versuch (1982)
- Heft 6: Steck, Günther
Die Zuverlässigkeit des Vollholzbalkens unter reiner Biegung
(1982)
- Heft 7: Baehre, Rolf und Fick, Karlfriedrich
Berechnung und Bemessung von Trapezprofilen mit
Erläuterungen zur DIN 18807 (1982)
- Heft 8: Valtinat, Günther und Frey, Peter
Abwürguntersuchungen an hochfesten Schrauben der Festig-
keitsklasse 12.9 in feuerverzinkter und schwarzer Ausführung
(Bericht Nr. 89 des Gemeinschaftsausschusses Verzinken e.V.)

- Heft 9: Schulz, Ulrich
Die Stabilität von Zylinderschalen im plastisch-elastischen Beulbereich (1984)
- Heft 10: Burkhardt, Siegfried und Schulz, Ulrich
Das Tragverhalten von Dämmstoffen im Zusammenhang mit der Begebarkeit von kaltgeformten dünnwandigen Profilen (1984)
- Heft 11: Hemmer, Klaus
Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*Abies alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung (1985)
- Heft 12: Knödel, Peter und Schulz, Ulrich
Das Beulverhalten von biegebeanspruchten Zylinderschalen mit großen Mantelöffnungen (1985)
- Heft 13: Dangelmaier, Peter
Traglastberechnung geschweißter räumlich belasteter Stäbe aus Aluminium (1985)
- Heft 14: Schuler, Gerhard
Durchlaufträger mit elastischem Verbund bei abschnittsweise veränderlichen Steifigkeiten (1986)
- Heft 15: Schmitt, Alex
Auswanderungserscheinungen eines parametererregten Rahmens aus elastisch-plastischem Werkstoff (1986)
- Heft 16: Blaß, Hans Joachim
Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen (1987)

- Heft 17: Schulz, Ulrich
Einfluß der Freibewitterung bei Membranwerkstoffen und
ihren Verbindungen (1987)
- Heft 18: Fahmy, Ahmed-Shamel
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur
Interaktion von Knicken und Beulen bei dünnwandigen
kaltgeformten Bauteilen (1988)
- Heft 19: Becker, Stefan
Tragverhalten biegebeanspruchter Stahl- und Aluminium-
bauteile mit Rechteckquerschnitt im elasto-plastischen Bereich
(1988)
- Heft 20: Burkhardt, Siegfried
Zeitabhängiges Verhalten von Sandwichelementen mit
Metalldeckschichten und Stützkernen aus Polyurethan-
hartschaumstoffen (1988)
- Heft 21: Görlacher, Rainer
Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen durch Messung
von Longitudinalschwingungen (1990)

