

HYDRAULIK VON ROHRSYSTEMEN

Kurs SS 2004

Dr.-Ing. Cornelia Lang
Dipl.-Ing. Martin Detert

Institut für Hydromechanik
Universität Karlsruhe



29. Juli 2004

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Anforderungen an Rohrleitungen und Rohrleitungssysteme	1
1.2	Rohrleitungselemente	2
1.3	Rohrleitungsplanung	3
1.3.1	Allgemeines Vorgehen bei der Planung einer Rohrleitung:	3
1.4	Merkmale und Daten der Rohrleitungen	3
1.5	Rohrwerkstoffe	4
1.5.1	Stahlrohrleitungen	5
1.5.2	Gußrohrleitungen	7
1.5.3	Beton-,Stahlbeton- und Spannbetonrohrleitungen	9
1.5.4	Kunststoffrohrleitungen	9
1.6	Rohrverbindungen	11
1.6.1	Stahlrohrleitungen	11
1.6.2	Gußrohrleitungen	13
1.6.3	Betonrohre	14
1.6.4	Kunststoffrohre	14
2	Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)	17
2.1	Kontinuierliche Energieverluste im geraden Kreisrohr	17
2.2	Örtliche Energieverluste	21
2.2.1	Energieverlust am Rohreinlauf	21
2.2.2	Energieverluste bei Querschnittsänderung	23
2.2.3	Energieverluste bei Richtungsänderung	25
2.2.4	Energieverluste in Vereinigungen und Verzweigungen	25
2.2.5	Energieverluste in Armaturen (Schieber,Ventile und Klappen)	28
3	Pumpen und Turbinen	33
3.1	Turbomaschinentheorie	33
3.1.1	Herleitung der Bilanzgleichung:	33
3.2	Kennzeichnung der Pumpenarten	36
3.2.1	Beispiele zur Unterscheidung nach Arbeitsprinzip und Wirkungs- weise (I):	37
3.2.2	Beispiele zur Unterscheidung nach konstruktiven Merkmalen (II):	37
3.2.3	Beispiele zur Unterscheidung nach Verwendungszweck und Einsatz- gebiet (III):	42
3.2.4	Beispiele zur Unterscheidung nach Antrieb (IV):	42

3.2.5	Beispiele zur Unterscheidung nach Pumpenwerkstoff (V):	43
3.3	Begriffe und Definitionen	43
3.3.1	Zeichen, Dimensionen, Einheiten	43
3.3.2	Förderhöhe	43
3.3.3	Förderstrom	46
3.3.4	Förderleistung	46
3.3.5	Pumpenwirkungsgrad	47
3.3.6	Spezifische Drehzahl	47
3.3.7	NPSH-Wert	48
3.3.8	Schwungmoment	51
3.4	Hydraulisches Verhalten von Kreiselpumpen	51
3.4.1	Pumpenkennlinien	51
3.4.2	Pumpenregelung	57
3.4.3	Parallel- und Serienschaltung	61
3.5	Turbinen in Wasserkraftanlagen	63
3.5.1	Gleichdruckturbinen	66
3.5.2	Überdruckturbinen	68
4	Stationärer Betrieb von Rohrleitungen	75
4.1	Das Hardy-Cross Verfahren anhand eines Beispiels	75
4.2	Verteilersysteme/Diffusoren	77
5	Instationärer Betrieb von Rohrleitungen	81
5.1	Theorie	81
5.1.1	Allgemeines	81
5.1.2	Berechnung der Druckerhöhung Δp	82
5.1.3	Druckwellenausbreitung im Klarwasser	83
5.2	Druckstoßverlauf (instationärer Vorgang)	84
5.3	Berechnung	90
5.3.1	Mathematisch-physikalische Grundgleichungen	90
5.3.2	Lösung nach dem Charakteristikenverfahren	90
5.3.3	Diskretisierung	91
5.3.4	Weitere Umformungen	92
5.3.5	Zusammenfassung der Gleichungen zur Lösung des Druckstoßproblems	93
5.4	Berechnungsbeispiel	93

1 Einleitung

1.1 Anforderungen an Rohrleitungen und Rohrleitungssysteme

Die Anforderungen an eine Rohrleitung oder ein Rohrleitungssystem umfassen die Bereiche:

- Wirtschaftlichkeit
 - Betriebssicherheit
 - Umweltverträglichkeit
- **Die geforderte Durchsatzrate muß erreicht werden;** dies setzt
 - ausreichenden *Querschnitt* und
 - ausreichende *Pumpenleistung* oder Energiehöhe am Leitungsbeginn voraus.
 - **Alle Belastungen müssen aufgenommen werden können;** Materialfestigkeit und Wanddicke müssen ausreichen, um
 - dem *Innendruck* bei stationären und instationären Bedingungen
 - dem *Außendruck* infolge von Erdauflasten, Verkehrslasten oder Grundwasser
 - der axialen Spannung infolge von *Längskräften* (Umlenkkräfte an Krümmern, Gewicht der Leitung bei nicht horizontaler Verlegung, Flüssigkeitsreibung, axiale Beanspruchung bei instationären Vorgängen und Temperaturänderungen) sowie *Biegemomenten* (Setzungen bei erdverlegten und Auflagerkräfte bei freiverlegten Leitungen)
 - den *zusätzlichen Beanspruchungen* bei Transport und Verlegung der Leitung standzuhalten.
 - **Die Leitung muß auf Dauer ausreichend dicht sein,** um
 - Verluste in erträglichen Grenzen zu halten, bzw. beim Transport umweltgefährdender Stoffe ganz zu vermeiden und
 - Verunreinigungen des transportierten Mediums (insbesondere Trinkwasser) bei erdverlegten Rohrleitungen durch Schmutzwasser auszuschließen.
 - **Das transportierte Medium darf durch die Rohrleitung nicht negativ verändert werden** (z.B. Verunreinigung oder übermäßige Erwärmung von Trinkwasser, übermäßige Abkühlung bei Heizungsanlagen).

- **Die geforderte Lebensdauer muß erreicht werden**, d.h. die gewählten Werkstoffe müssen gegenüber Alterung, schwellender Belastung und Korrosion ausreichend resistent sein oder gemacht werden.
- **Wartungs- und Reparaturarbeiten sollten schnell und wirtschaftlich**, nach Möglichkeit ohne Beeinträchtigung des Betriebes ausführbar sein.
- **Die Kosten für den Bau und den Betrieb** sollen in einem vernünftigen Verhältnis zueinander und dem Zweck der Rohrleitung stehen. Dient die Leitung dem Transport gefährlicher Güter (z.B. Erdöl oder Erdölprodukte), steht auf jeden Fall die *Sicherheit* im Vordergrund.
- **Die Umweltverträglichkeit muß gewährleistet sein**. Dies gilt sowohl hinsichtlich der transportierten Stoffe als auch der Trassenführung und der Anlagenbauwerke.

1.2 Rohrleitungselemente

- Konstruktionselemente
 - Rohr
 - Rohrverbindung
 - Dehnungsausgleicher
 - Übergangsstücke (Rohrerweiterungen/-verengungen)
 - Krümmer
 - Abzweigstücke
 - Auflager
 - Behälter
- Betriebselemente
 - Pumpen
 - Armaturen zum
 - * Absperrn
 - * Drosseln
 - * Regeln
 - * Verteilen
 - * Mischen
- Sicherheitselemente
 - Wasserschlösser, Nachsaugbehälter, Windkessel
 - Nebenauslässe, Sicherheitsventile
 - Be- und Entlüftungsventile
 - Schwungmassen
 - Rückflußverhinderer (Rückschlagklappen)
 - Rohrbruchsicherungen (automatisch schließende Klappen/Schieber)
 - Einrichtungen zur Überwachung und Steuerung von Druck und Durchfluß

1.3 Rohrleitungsplanung

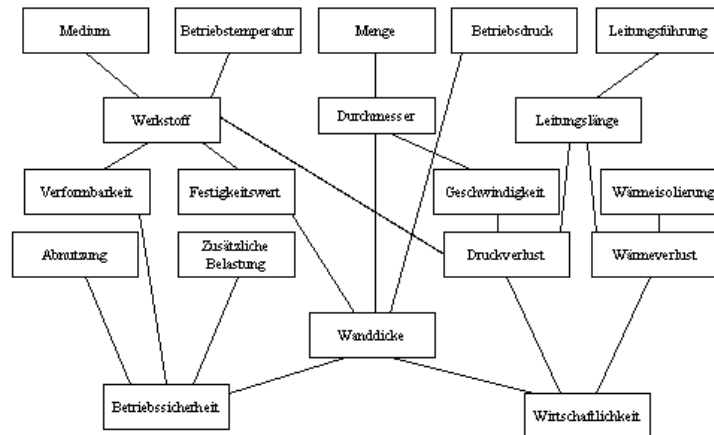


Abb. 1.1: Beispielhaftes, vereinfachtes Schema für die Verknüpfung der Einflußgrößen bei der Planung einer Rohrleitung

1.3.1 Allgemeines Vorgehen bei der Planung einer Rohrleitung:

- Vorgegebener Förderstrom und gewählte Strömungsgeschwindigkeit → Rohrdurchmesser
- Fördermedium (Art/Temperatur), Umgebung (Aggressivität) → Rohrwerkstoff
- Betriebsdruck, Rohrdurchmesser, Festigkeitskennwert des Werkstoffs, Sicherheitsbeiwert und Zusatzbeanspruchung (vgl. DIN 2413) → Rohrwanddicke

1.4 Merkmale und Daten der Rohrleitungen

Die Rohre werden den verschiedenen Drücken angepaßt, die sich aus dem Drucklinienplan ergeben. Im Versorgungsgebiet soll selbst bei Drücken < 10 bar die Rohrleitung mit Nenndruck (PN) 10 vorgesehen werden. DIN 2401 legt die Druckstufen für die Rohrleitungen fest. Übliche Nenndrücke in der Wasserversorgung sind 4, 6, 10, 16, 25 und 40 bar.

Nach DIN 4046 versteht man unter:

Nenndruck (PN) ist der zulässige Betriebsüberdruck in bar bei 20°C.

Betriebsüberdruck (P_e) ist der im Rohrnetz auftretende Innenüberdruck (Netzdruck) in bar.

Werkprüfdruck ist der Druck, mit dem die Rohrleitungsteile im Werk abgedrückt werden.

1 Einleitung

Prüfdruck (P_{eP}) ist der Innenüberdruck in bar bei der Dichtheitsprüfung der verlegten Rohrleitung.

Nennweite (DN) ist der ungefähre lichte Durchmesser.

1.5 Rohrwerkstoffe

Tab. 1.1: Rohrmaterialien in der Wasserversorgung

Material	Normen und Richtlinien	Nennweite DN in mm	Nenn- druck PN in bar	Verbindungen	Beschichtungen und Korrosionsschutz	Bemerkungen
Gußeiserne Rohre <ul style="list-style-type: none"> • duktiles Gußeisen (GGG) • Grauguß (GG) 	DIN 28600 DIN 28610 DIN 28614 DIN 28500	80 bis 2000 (Normung bis 1200)	10 16 25 40	<ul style="list-style-type: none"> • V-Nahtschweißen (DIN 2470) • Stopfbuchsmuffen • Schraubmuffen • Flanschverbindung • Steckmuffen 	außen: Steinkohlenteerpechüberzug, Spritzverzinkung mit bitum. Überzug (DIN 30674, Teil 3), Polyäthylen-, Zementmörtel-, Folienumhüllung, Kathodenschutz (GW 12) innen: Zementmörtelauskleidung	<ul style="list-style-type: none"> • relativ korrosionsbeständig (außer bei Moor- und Lehmböden durch Bildung einer graphithaltigen Deckschicht bei Grauguß) • hohe Zugfestigkeit und Formänderungsvermögen • Grauguß wird nicht mehr verwendet
Stahlrohre <ul style="list-style-type: none"> • nahtlose • geschweißte 	DIN 2460 DIN 17172 DIN 2413	80 bis 500 80 bis 2000	10 16 25 40	<ul style="list-style-type: none"> • Stumpfschweißen • Schraubmuffen • Steckmuffen • Flanschverbindung 	außen: PE-weiche Beschichtung, Kathodenschutz (GW 12) DIN 30670 innen: Zementmörtelauskleidung W342, W343, W344	<ul style="list-style-type: none"> • evtl. Transport- und Schweißschäden an den Isolierungen müssen nachgebessert werden • Korrosionsschutzmaßnahmen
Spannbetonrohre	DIN 4035 DIN 4247 DIN 19695	500 bis 2000	bis 16	<ul style="list-style-type: none"> • Glockenmuffe mit Rollgummidichtung 	Korrosionsanstriche auf Bitumen-, Teer- oder Kunststoffbasis	<ul style="list-style-type: none"> • nur für Fernleitungen
Asbestzementrohre (AZ)	DIN 19800 DIN 4279/6	65 bis 600 DN > 600 möglich	16 20	<ul style="list-style-type: none"> • Überschiebemuffe mit Gummiring („Reka-Kupplung“) • zugfestes Z-O-K-Kupplung mit Dichtring und Stahlseil 	i. d. R. nicht erforderlich	<ul style="list-style-type: none"> • Grundstoffe sind Asbest und Zement • bei Leitungen mit geringem Anteil an Formstücken und Amaturen (ländliche Versorgungsnetze, Fernleitungen)
Polyethylenrohre (PE) (PE-HD) (PE-LD) PE-HD (high density) PE-LD (low density)	W 320 W 323 DIN 19533 DIN 8072 DIN 8074	≤ 300 ≤ 80	10 16	<ul style="list-style-type: none"> • Klebemuffe • Steckmuffen • Flanschverbindung • Schweißverbindung (DIN 16930) 	nicht erforderlich	<ul style="list-style-type: none"> • hohe Korrosionsbeständigkeit • Verwendung als Rohwasserleitung zwischen Wassergewinnung und -aufbereitung: in ländlichen Gebieten als Versorgungs- und Transportleitung bei Nennweiten < 400 mm

Inwieweit die oben aufgelisteten Anforderungen in dem für eine Rohrleitung erforderlichen Maße erfüllt werden können, hängt unter anderem von der Auswahl des jeweiligen Werkstoffes ab. Generell unterscheidet man zwischen Leitungen aus

- Stahlrohr
- Gußrohr
- Kunststoffrohren
- Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonrohren
- Asbestzementrohren.

Für die objektive Beurteilung der Werkstoffeigenschaften notwendige Kennwerte sind:

- Elastizitätsmodul
- Zug- bzw. Druckfestigkeit

- Streckgrenze
- Grenzspannung bei schwellender Belastung
- Kerbschlagzähigkeit
- Temperaturausdehnungskoeffizient
- Zeitdehngrenze
- Korrosionsbeständigkeit

Daneben spielen bei der Auswahl eines Werkstoffes eine maßgebliche Rolle:

- Kosten
 - Preis des Rohrmaterials
 - Kosten der Rohrverlegung
- Verarbeitbarkeit
 - Anforderungen an Fachpersonal bei der Verlegung
 - Witterungseinfluß auf die Verlegung
 - Bedarf an Formstücken
 - Lagerbarkeit
 - Rohrgewicht
- Einsatzbereiche
 - Möglicher Betriebsdruck
 - Anforderungen an Trasse, Boden und Auflager
 - Empfindlichkeit gegenüber bestimmten Medien
 - Verträglichkeit mit anderen Werkstoffen
 - Richtungsänderungen
 - Nachträgliche Installation von Anschlüssen
 - Empfindlichkeit gegenüber Frost
- Wartung und Reparatur
 - Überprüfbarkeit der Rohrverbindung
 - Möglichkeiten der Instandsetzung
 - Möglichkeit der Leitungsortung
 - Möglichkeiten der Leckortung

1.5.1 Stahlrohrleitungen

In der Wasserversorgung werden meist Rohre nach DIN 2460 verwendet. Stahlrohre zeichnen sich durch geringe Masse, leichte Verarbeitung und hohe mechanische Festigkeiten aus, sind weitgehend unempfindlich gegen Stoß, Schlag und Erschütterungen und können große Biegemomente aufnehmen. Sie werden bevorzugt bei hohen Innendrücken und bei der Gefahr von Druckstößen eingesetzt. Die großen Handelslängen der Rohre ermöglichen eine schnelle Verlegung. Mit Hilfe geschweißter Sonderformstücke kann die Rohrtrasse

1 Einleitung

leicht örtlich angepaßt werden. Stahlrohre lassen sich nach den vielfältigsten Technologien bearbeiten. Schweißen, Bohren, Schneiden, Schmieden und kalt Biegen sind auf der Baustelle möglich.

Diesen Vorteilen steht ein wesentlicher Nachteil gegenüber, die geringe Korrosionsbeständigkeit. Die Rohre müssen außen und für Wasser auch innen einen sorgfältig aufgebracht, lückenlosen Korrosionsschutz erhalten. Beschädigungen müssen auf der Baustelle ausgebessert werden. Dies gilt besonders für die Schweißnähte. Hinsichtlich der Beurteilung des Korrosionsverhaltens von Böden auf erdverlegte Rohrleitungen wird auf das DVGW-Arbeitsblatt GW 9 verwiesen. Es werden Bewertungszahlen eingeführt, die die Böden in Bodenklassen (Ia bis III) – Bodenaggressivität von praktisch nicht aggressiv bis stark aggressiv – einteilen.

- Nahtlose Stahlrohre werden fast ausschließlich im Warmformgebungsverfahren hergestellt. Runde und eckige Stahlblöcke werden auf Walztemperatur erwärmt, mit einem Dorn gelocht und in mehreren Arbeitsgängen nach verschiedenen Technologien auf die gewünschten Maße gewalzt oder gezogen. Die Rohre werden bis 500 mm Nennweite und in Herstellungslängen von 4 bis 12 m als glatte Rohre mit Schweißfuge oder mit angeformten Muffen geliefert. Flansche werden angeschweißt oder aufgeschraubt. Nahtlose Rohre sind, bedingt durch das Herstellungsverfahren, besonders maßhaltig und verhältnismäßig dickwandig.
- Geschweißte Stahlrohre sind aus Bandstahl oder Blechen geformte und nach verschiedenen Verfahren längs- oder spiralgeschweißte Rohre. Sie sind von den kleinsten bis zu den größten, noch transportfähigen Nennweiten (DN 80 bis 2000) lieferbar und billiger als nahtlose Rohre. Sie werden als glatte Rohre mit Schweißfuge oder mit Muffen in Handelslängen von 6 bis 16 m geliefert.
- Gewinderohre sind längsgeschweißte oder nahtlose Rohre, deren Außendurchmesser und Wanddicken zum Aufschneiden genormter Gewinde bemessen sind. Die Rohre werden mit glatten Enden oder bereits aufgeschnittenem Whitworth-Gewinde in den Nennweiten bis DN 150, im internationalen Maßstab bis DN 500, in Handelslängen von 4 bis 8 m (nahtlos bis 12 m) geliefert und vorwiegend für DN <50 eingesetzt.
- Korrosionsschutz/Außenschutz auf Bitumenbasis kommt heute nur ausnahmsweise vor. Empfohlen wird PE Umhüllung, die entweder aus einer Ringdüse des „Extruder“ (Schneckenpresse) kommend über das mit einem Spezialkleber versehene Rohr schlauchartig gezogen oder aus einer Breitbanddüse kommend spiralförmig auf das Rohr gewickelt wird.

Das Pulveraufschmelzverfahren – PE-Pulver wird gegen das rotierende warme Rohr geworfen, bildet einen homogenen, geschmolzenen Überzug – kommt seltener vor.

Das kathodische Schutzverfahren erfordert eine sehr gute Nachbehandlung aller von der PE Umhüllung freigebliebener Stellen.

- Korrosionsschutz/Innenschutz: Entsprechend DIN 2460 sind Rohre für Trinkwasserleitungen mit Zementmörtel auszukleiden.

1.5.2 Gußrohrleitungen

- **Duktiles Gußeisen (GGG)** ist ein Eisen-Kohlenstoff-Gußwerkstoff mit geringen Anteilen von Phosphor, Schwefel, Mangan und Magnesium, wobei der Kohlenstoff in kugelförmiger Form vorhanden ist, was durch Zusätze bewirkt wird. Charakteristische Eigenschaften: Zugfestigkeit mindestens 420 N/mm^2 , Streckgrenze mind. 300 N/mm^2 , Bruchdehnung mind. 10%. GGG verformt sich beim Überschreiten der Streckgrenze plastisch; es ist bedingt schweißbar.
- **Graugußrohre (GG)** werden heute nicht mehr hergestellt. Graugußformstücke gibt es noch, soweit sie in Asbestzement (AZ)- und PVC-Leitungen benötigt werden.

Gußeiserne Rohre zeichnen sich durch ihre hohe Korrosionsbeständigkeit und damit lange Lebensdauer aus. Die Widerstandsfähigkeit beruht auf der chemischen Zusammensetzung, dem Werkstoffgefüge und der Oberflächenbeschaffenheit der Gußrohre. Bei feinkörnigem, homogenem Gefüge erfolgt die Rostbildung gleichmäßig auf der Oberfläche und bildet so bei entsprechender Wasserbeschaffenheit eine festhaltende, dichte Schutzschicht gegen Werkstoffzerstörung. Auf Sandgußrohren entsteht bei der Erstarrung des Eisens durch Aufnahme von Bestandteilen des Formsands eine aus Eisensilikaten und Oxiden bestehende Gußhaut. Schleudergußrohre aus nicht ausgekleideten Metallformen bilden bei der anschließenden Wärmebehandlung eine Glühhaut aus Eisenoxid. Die Glühhaut und besonders die Gußhaut stellen einen sehr guten Schutz gegen chemische Angriffe dar. Eine weitere Sicherheit ist bei Gußrohren durch die größere Wanddicke und die geringere elektrische Leitfähigkeit gegenüber Stahlrohren gegeben.

Stark aggressive Wässer können besonders bei ungenügendem Sauerstoffgehalt, genauso wie vagabundierende Ströme, trotzdem zur Werkstoffzerstörung führen. Dies gilt vor allem bei einem schlechten Gußgefüge. Durch Herauslösen des Eisens verbleibt dann nur noch das Graphitgerüst, dessen Zwischenräume mit weichen Oxiden gefüllt sind. Aus dem Gußeisen wird so eine mit dem Messer schneidbare Masse. Dieser Vorgang wird als Graphitierung oder Spongiose bezeichnet.

Duktile Gußrohre haben wesentlich bessere Festigkeitseigenschaften als Graugußrohre. Ihre Korrosionsbeständigkeit ist jedoch geringer. Der bei Graugußrohren früher übliche Korrosionsschutz aus Bitumen genügt nur bei nicht aggressiven Wässern und Böden. International üblich ist ein innerer Schutz durch Zementmörtelauskleidung und äußerer Schutz durch PE-Umhüllung, Zementmörtelumhüllung oder auch Zinküberzug mit Deckbeschichtung.

Duktile Gußrohre können auch warm gebogen werden. Das Schweißen ist autogen und elektrisch möglich, erfordert aber eine nachträgliche Wärmebehandlung und ist deshalb auf der Baustelle nicht üblich. Graugußrohre sind seit über 500 Jahren bekannt, zahlreiche Rohrleitungen über 100 Jahre in Betrieb. Der größte Teil der Wasserversorgungsnetze besteht aus gußeisernen Rohren.

Tab. 1.2: Nenn-, Betriebs-, Werkprüf-, und Baustellen-Prüfdruck für GGG-Rohre in bar

DN	PN			Werkprüfdruck			Prüfdruck auf der Baustelle
	K8	K9	K10	K8	K9	K10	
80	40	40	40	60	60	60	Richtet sich nach DIN 4279/T.2 oder T.3; mind. aber 15 bar.
100	40	40	40	60	60	60	
125	40	40	40	60	60	60	
150	40	40	40	60	60	60	
200	32	40	40	50	60	60	
250	32	32	40	50	60	60	
300	32	32	40	50	60	60	
350	25	32	32	40	50	50	
400	25	32	32	40	50	50	
500	20	25	32	40	50	50	
600	20	25	32	40	50	50	
700	20	25	25	32	40	40	
800	20	25	25	32	40	40	
900	20	20	25	32	40	40	
1000	20	20	25	32	40	40	
1200	20	20	25	32	40	40	

Wegen der möglichen Druckschwankungen bzw. -stöße muß der Betriebsdruck in aller Regel unter PN liegen

- **Korrosionsschutz:** Bester Außenschutz durch PE- und ggf. ZM-Umhüllung. Im Inneren praktisch nur mehr die ZM-Auskleidung. Deren Dicke: für DN 80–300: 3 mm; DN 350–600: 5 mm; DN 700–1200: 6 mm.

Die Schutzwirkung der ZM-Auskleidung beruht darauf, daß der Zutritt korrosionsfördernder Stoffe zur Rohrwand erschwert oder verhindert wird. Hierzu zählen Sauerstoff und Wasserstoff. Der Zutritt des Wassers selbst wird nicht verhindert, da Mörtel nicht wasserdicht ist. Die Rohroberfläche wird also durch Wasser benetzt. Das durch den Mörtel dringende Wasser reagiert aber mit dem Zement, löst z. B. $\text{Ca}(\text{OH})_2$ und wird dadurch stark alkalisch, mit pH-Werten um 12. In derartigen Lösungen ist Eisen passiv und wird durch eine dünne Oxydhaut gegen Korrosion geschützt.

Es ist nicht auszuschließen, daß durch mechanische Beanspruchungen der Rohre beim Transport und Verlegen Risse in der ZM-Auskleidung eintreten. Diese können in allen Wässern, die Kalzium-Ionen und Hydrogenkarbonat-Ionen enthalten, durch Kalkbildung zuheilen. Von den Rißwänden ausgehend wachsen Kalkkristalle und schließen den Spalt.

Fehlen die genannten Ionen, so tritt wohl eine geringfügige Korrosion der Innenflächen des Rohres im Rißgrund ein. Die entstehenden Korrosionsprodukte bilden mit den aus den Spaltflächen gelösten Stoffen des Zements eine Schutzschicht, die den

Korrosionsfortgang unterbindet. Spaltbreiten von wenigen mm können unbedenklich zugelassen werden.

1.5.3 Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonrohrleitungen

Diese Rohre werden in DN 250 bis 4000 hergestellt. Sie kommen in der Wasserversorgung meist nur von DN 500 aufwärts in Frage. Es werden Typenrohre hergestellt, deren Bemessung bestimmte Belastungsannahmen (Erd- und Verkehrslast, Innendruck) zugrunde liegen (Arb. Blatt W 316 Ziff. 6 des DVGW). Für Fernleitungen ist es üblich, die Rohre jeweils nach den örtlichen Verhältnissen zu bemessen - DIN 4227. Für die Druckleitungen in Wasserversorgungsanlagen werden meist Spannbetonrohre verwendet, schlaff bewehrte Stahlbetonrohre nur für Leitungen geringer Drücke (Entleerungsleitungen, Zuleitungen im Gefälle der Drucklinie usw.).

Stahlbetonrohre werden in der Regel für innere Überdrücke bis 0,3 bar, Spannbetonrohre bis 16 bar verwendet. Für Spannbetonrohre ist auch die Herstellung für höhere Innendrucke möglich.

Die Abmessungen werden der Konstruktion, Bemessung und dem Herstellungsverfahren angepaßt. Eigene Normen der Hersteller. Regellänge 5 m; Paßrohre in beliebiger Länge.

- Korrosionsschutz ist wegen der hochwertigen Betonqualität im allgemeinen nicht notwendig. Für hochaggressive Böden oder Wässer kommen Sonderzemente in Betracht, auch lassen sich Schutzüberzüge aus Kunststoff, Bitumen (innen und außen) oder Teerpech (nur außen) aufbringen.

1.5.4 Kunststoffrohrleitungen

Tab. 1.3: Übersicht Kunststoffrohre

Rohrtyp	Grundstoff	DIN	Längen in m	Dichte in kg/dm ³	Innendruck bis 20°C in bar					
PVC hart	Polyvinylchlorid	8061 bis 8063	5 bis 12	ca. 1,4			4	6	10	16
PE weich	Polyäthylen	8072/73	Rollen 0 bis	0,9 bis 1,0	2,5			6	10	
PE hart	Polyäthylen	8074/75	5 bis 12		2,5	3,2	4	6	10	

Polyvinylchlorid-Rohre (PVC) Für Kunststoffrohre gelten neben den in Tabelle 1.4 genannten Vorschriften die DIN 19 532 und 19 533 sowie W 320 mit Ergänzung (z. Z. in Überarbeitung). Das weichmacherfreie PVC U (früher PVC-hart)-„U“=unplasticised – wird für die Druckstufen PN 10 und PN 16 und die Nenn-durchmesser DN 80 bis DN 400 geliefert. Für die grau eingefärbten Rohre in der

Tab. 1.4: Abmessung von Kunststoffrohren (Auszug) d = Außendurchmesser, s = Wanddicke

DN in mm	PVC hart DIN 8062 und 19 532					PE weich DIN 8074 und 19 533		
	d in mm	S in mm	Gewicht in kg/m	s in mm	Gewicht in kg/m	d in mm	s in mm	Gewicht in kg/m
80	90	4,3	1,75	6,7	2,61	90	8,2	2,12
100	110	5,3	2,61	8,2	3,9	125	11,4	4,08
125	140	6,7	4,18	10,4	6,27	160	14,6	6,67
150	160	7,7	5,47	11,9	8,17	180	16,4	8,42
200	225	10,8	10,8	16,7	16,1	250	22,8	16,2
250	280	13,4	16,6	20,8	24,9	315	28,7	25,7
300	315	15	20,9	23,4	31,5	355	32,3	32,6
400	450	21,5	42,7	—	—	—	—	—

Trinkwasserversorgung sind bei der Bestellung bzw. Überprüfung auf der Baustelle folgende Angaben auf dem Rohr wichtig:

z. B. WAWIN PVC-U DN 100 PN 10 110 × 5,5 DIN 19 532 DVGW K 027 230 191

Das Rohr wurde von der Firma WAWIN am 23.01.1991 hergestellt, hat die DVGW Prüfnummer K 027, besitzt die Nennweite DN 100 und hat den Nenndruck PN 10. Der Außendurchmesser und die Wanddicke nach DIN 19532 betragen 110 bzw. 5,3 mm (Tabelle: 1.4).

Polyäthylen-Rohre (PE) (vgl. DVGW-Arbeitsblatt W 320)

Weichpolyäthylen PE-LD (nicht für Wasserversorgungs-Rohre gebräuchlich) und Hartpolyäthylen PE-HD. Im Laufe der Zeit sinkt unter Belastung (Innendruck) die Dauerstandfestigkeit wie bei PVC-Rohren. Mindestfestigkeit für 50 Jahre und 20°C = $8N/mm^2$. Mit einer Sicherheit $S = 1,6$ ergibt sich die Berechnungsspannung $\sigma_{zul} = 5N/mm^2$. Wanddickenberechnung wie bei PVC-hart-Rohren. Die Rohre dürfen keine gesundheitsschädigenden Stoffe enthalten und dem Wasser keinen Geruch und Geschmack verleihen.

Die PE-HD-Rohre (für Trinkwasser nach DIN 19533) sind leicht (Dichte 0,9–1,0) und biegsam. Lieferlängen: gerade Längen 5, 6 und 12 m, Ringbund bis DN 125 ca. 100 m, bei kleineren DN auf Stahltrommeln bis zu 2000 m. Die Farbe der Rohre ist schwarz (RAL 9005). Die Kennzeichnung erfolgt in gleicher Weise wie bei den PVC-h-Rohren. Sie benötigen bei Biegung keine Formstücke, sind widerstandsfähiger gegen Säuren, immer glatt, weil keine Korrosion eintritt, daher auch geringe Rohrreibung, frostsicher, da sie sich beim Einfrieren dehnen und nach dem Auftauen wieder zusammenziehen, fast bruchstabil und unempfindlich gegen vagabundierende Ströme. Gegen Öle und Fette sind sie im allgemeinen empfindlich, in Benzin bei gewissen Temperaturen lösbar und z. T. brennbar, so daß man sie z. B. nicht mit der Lötlampe auftauen darf. Auch für elektrisches Auftauen sind sie ungeeignet, da nicht leitend, daher als Erder für elektrische Anlagen nicht brauchbar.

1.6 Rohrverbindungen

Rohrverbindungen werden je nach Materialien und Einsatzbereichen in zwei Teilgebiete aufgliedert.

lösbar

geschraubte oder geklammerte Flanschverbindungen, Muffenverbindungen, Schraubenverbindungen, Sonderverbindungen, wie z. B. Schnellverschluskkuppelungen

nicht lösbar

Verschweißen, Verlöten oder Verkleben der Rohrenden bzw. von lösbaren Verbindungen, z. B. geschweißte Übersteckmuffen

1.6.1 Stahlrohrleitungen

Flanschverbindung

längskraftschlüssig,
geschraubt

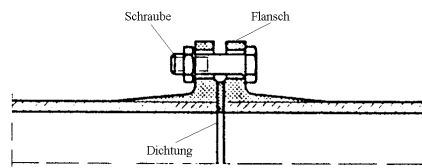
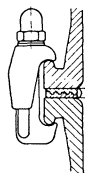


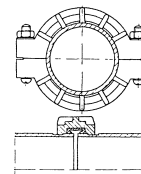
Abb. 1.2: Flanschverbindung

Klammerverbindung

längskraftschlüssig



Klammerkonstruktion nach Pfaudler



Schnellklammerverbindung Bauart Victaulic für entweder mit Schultern oder Eindrehung versehene Rohrenden

Abb. 1.3: Klammerverbindung

1 Einleitung

Muffenverbindung

längsverschiebbar,
eingepreßt



Einfachste Form der Stemmuffe, Dichtung muß von außen eingebracht werden (Außenstemmuffe). Nur für im wesentlichen drucklosen Betrieb geeignet

Sigur-Muffe nach DIN 2460 und 2461. Abdichtung erfolgt durch verformte Rundgummidichtung

Abb. 1.4: Muffenverbindungen

verschraubt

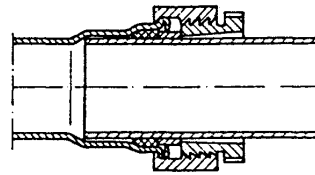
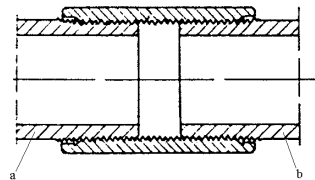


Abb. 1.5: Schraubmuffe

Rohrverschraubung

längskraftschlüssig



Verschraubung nach API Standard:

a = Rohrende mit Rechts-, b = Rohrende mit Linksgewinde ebenfalls nach DIN 2950 und 2980 mit entweder zylindrischem oder kegligem Gewinde, von erheblicher wirtschaftlicher Bedeutung

Abb. 1.6: Rohrverschraubung

Sonderverbindungen

z. B. Schnellverbindungen

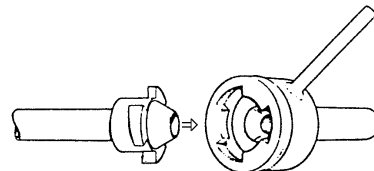


Abb. 1.7: Rohrkupplung Bauart UKAE-Harwell (GB)

Schweißverbindungen

kraftschlüssig

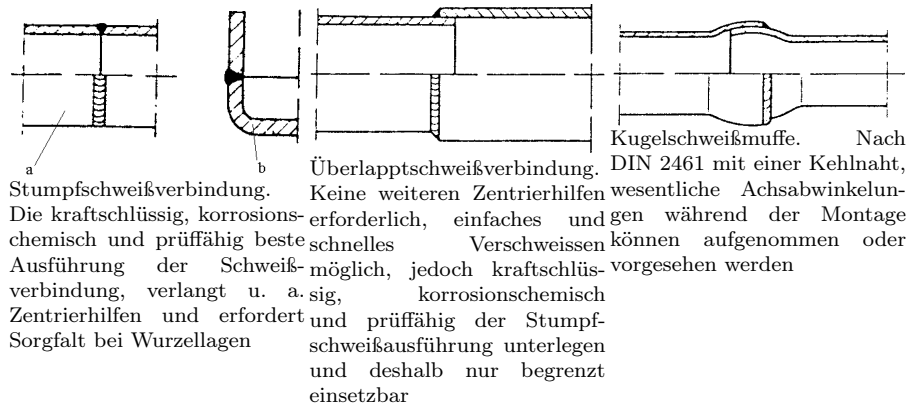


Abb. 1.8: Schweißverbindung

1.6.2 Gußrohrleitungen

Flanschverbindung

längskraftschlüssig,
geschraubt (siehe
auch Abb. 1.2)

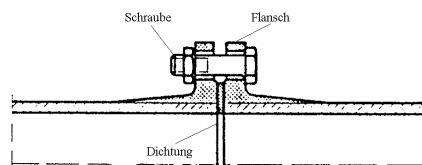


Abb. 1.9: Flanschverbindung

Muffenverbindung

längsverschiebbar,
eingepreßt

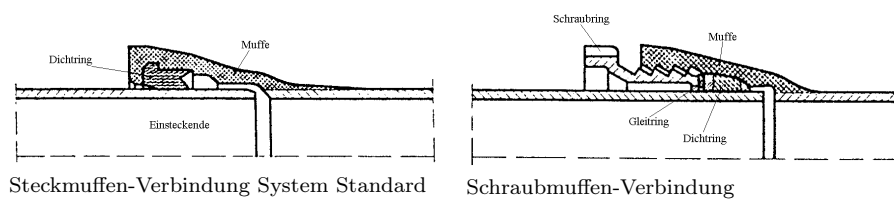


Abb. 1.10: Muffenverbindungen

Stopfbuchsenmuffenverbindung

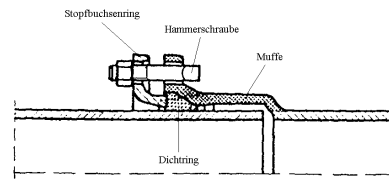
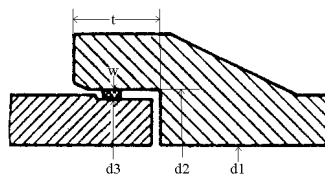


Abb. 1.11: Stopfbuchsenmuffenverbindung

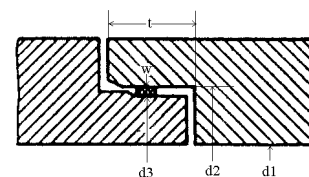
1.6.3 Betonrohre

Muffenverbindung

längsverschiebbar,
eingepreßt



Beispiel einer Rohrverbindung mit Glockenmuffe und Rollringdichtung



Beispiel einer Rohrverbindung mit Falzmuffe und Rollringdichtung

Abb. 1.12: Muffenverbindungen

1.6.4 Kunststoffrohre

Flanschverbindung längskraftschlüssig verschraubt

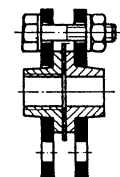


Abb. 1.13: Flanschverbindung

Muffenverbindung

längsverschiebbar,
eingepreßt



Abb. 1.14: Muffenverbindungen

Schweißverbindungen

längskraftschlüssig

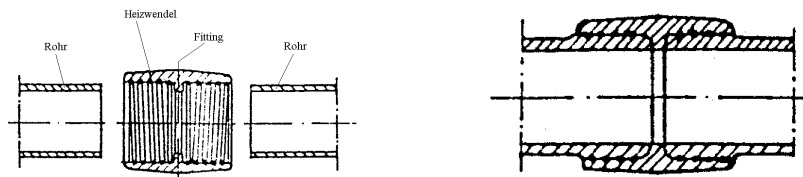


Abb. 1.15: Heizwendelschweißen von Muffen

Heizelementstumpfschweißen

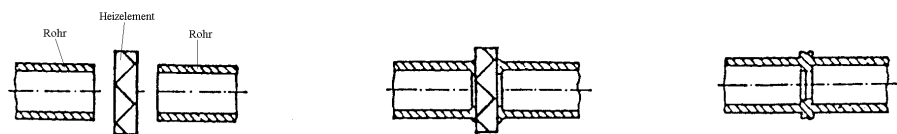


Abb. 1.16: Heizelementstumpfschweißen

Klebeverbindungen

längskraftschlüssig



mit Überschiebmuffe

mit angeformter Muffe

Abb. 1.17: Klebeverbindung für PVC hart-Rohre:

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

2.1 Kontinuierliche Energieverluste im geraden Kreisrohr

Grundlage für die Berechnung der Energieverluste in turbulenten Rohrströmungen bildet die DARCY-WEISBACH-Gleichung.

$$h_v = I_e \cdot L = \left(\lambda \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \right) \cdot L$$

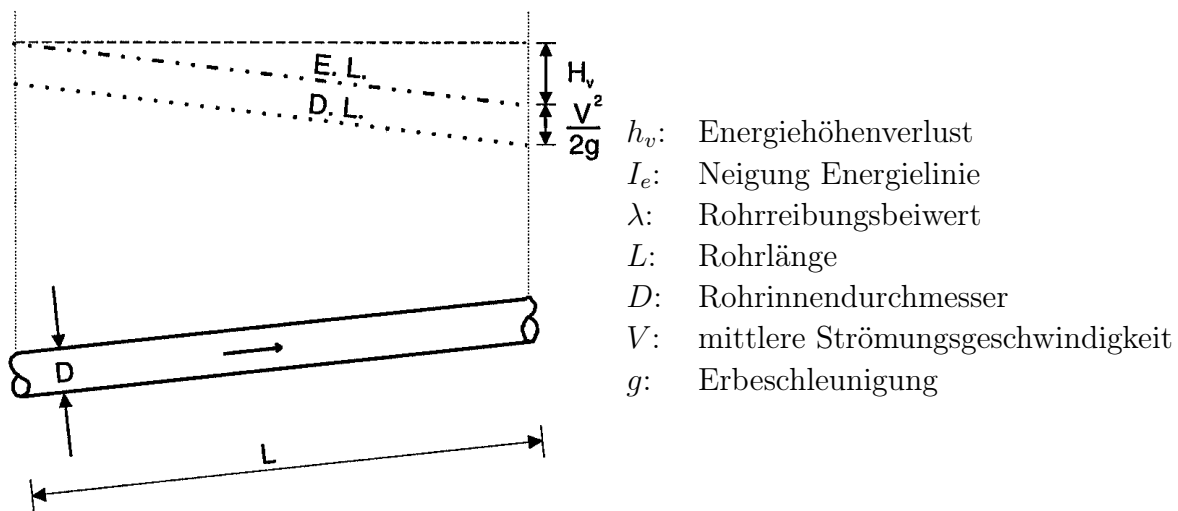


Abb. 2.1: Prinzipskizze

Hinsichtlich des Rohrreibungsbeiwertes erfolgt eine Unterteilung in verschiedene Strömungsbereiche. Siehe dazu Tabelle 2.1.

Für die Grenze zwischen dem Übergangsbereich und dem vollkommen rauhen Bereich gilt:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\text{Re}}{200} \cdot \frac{k_s}{D} \quad (2.1)$$

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

Tab. 2.1: Formeln zur Berechnung des Rohreibungsbeiwertes

laminar ($\text{Re} < 2320$)	
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}}{64}$	oder $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ $\lambda = \lambda(\text{Re})$
turbulent ($\text{Re} > 2320$)	
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg(\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8$	hydraulisch glatt $k \rightarrow 0$ $\lambda = \lambda(\text{Re})$
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \lg\left(\frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k_s/D}{3,71}\right)$	Übergangsbereich $\lambda = \lambda(\text{Re}, k_s/D)$
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \lg\left(\frac{k_s}{D}\right) + 1,14$	vollkommen rauh $\text{Re} \rightarrow \infty$ $\lambda = \lambda(k_s/D)$

Für die Berechnung bei nicht kreisförmigen Rohrquerschnitten können die angegebenen Bestimmungsgleichungen ebenfalls verwendet werden, wenn anstelle des Rohrdurchmessers D der (4-fache) hydraulische Radius verwendet wird, sofern der Querschnitt nicht zu stark von der Kreisform abweicht (z.B. quadratisch, nicht spaltförmig). **Grund:** Beziehungen für λ berücksichtigen nicht die Querschnittsform. Vertiefung der Information über Energieverlustansätze \rightarrow Literatur.

Für numerische Berechnung wird von SWAMEE und JAIN (1976) für den Übergangsbereich eine explizite Beziehung für λ in der Form

$$\lambda = \frac{0,25}{\left[\lg\left(\frac{k_s}{3,71 D} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}}\right)\right]^2} \quad (2.2)$$

vorgeschlagen, die in den üblichen Anwendungsbereichen der o.a. klassischen impliziten Beziehung äquivalent ist.

Die von den Bestimmungsgleichungen für λ beschriebenen Gesetzmäßigkeiten sind im MOODY-Diagramm (siehe Abbildung 2.2) graphisch dargestellt.

2.1 Kontinuierliche Energieverluste im geraden Kreisrohr

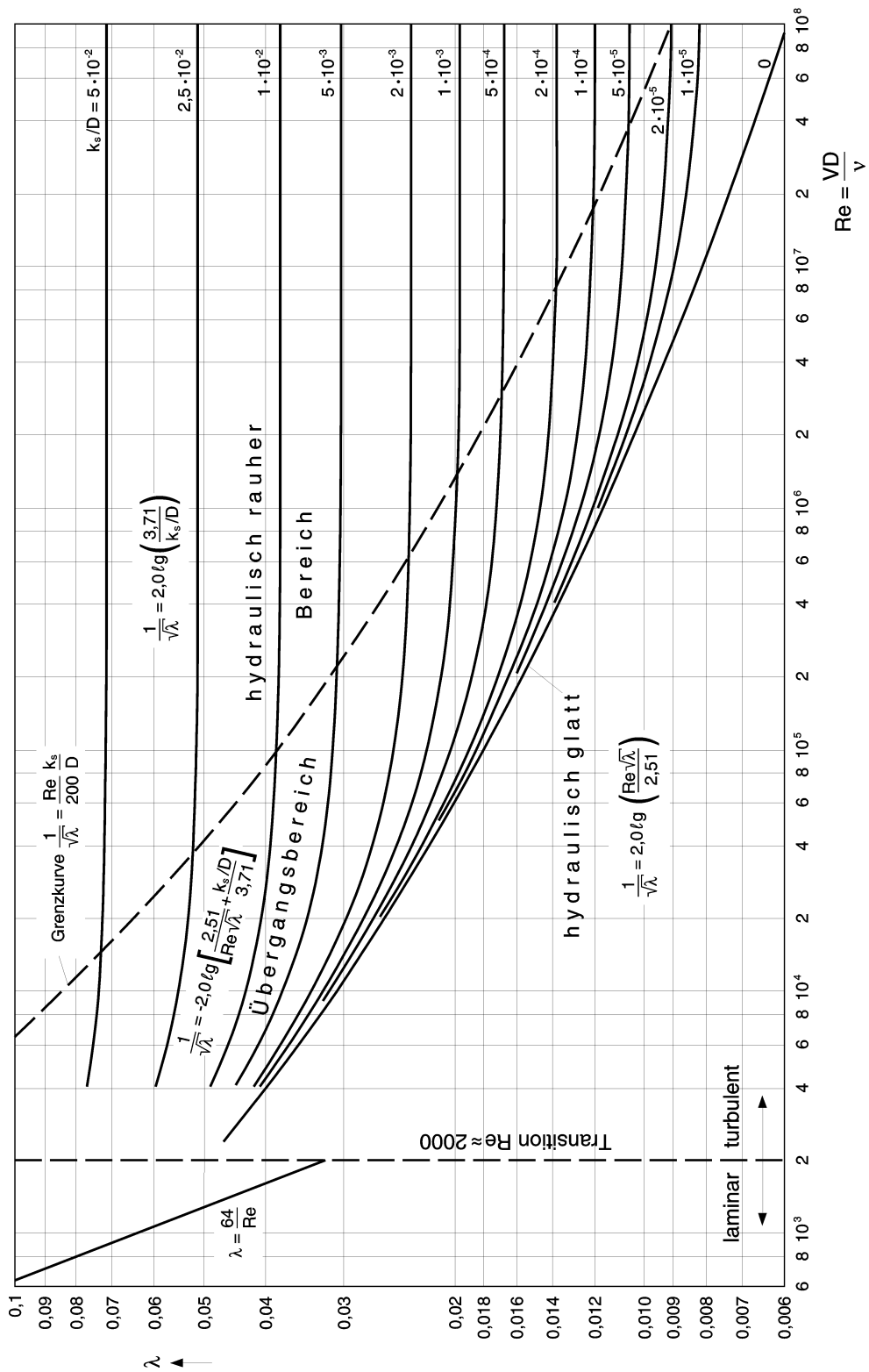


Abb. 2.2: Rohrreibungsbeiwert: Abhängig von der Re-Zahl und der Relativen Rauheit k_s/D

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

Tab. 2.2: äquivalente Sandrauheiten k_s für verschiedene Rohrmaterialien

Werkstoff und Rohrart	Zustand	k_s (mm)
Gezogene und gepreßte Rohre aus Kupfer und Messing, Glasrohre	technisch glatt, auch Rohre mit Metallüberzug (Kupfer, Nickel, Chrom)	0,00135–0,00152
Kunststoffrohre	neu	0,0015–0,0070
Nahtlose Stahlrohre, neu gewalzt und gezogen	typische Walzhaut	0,02–0,06
	gebeizt	0,03–0,04
	ungebeizt	0,03–0,06
	rostfreier Stahl, mit Metallspritzüberzug	0,08–0,09
	sauber verzinkt	0,07–0,10
	handelsübliche Verzinkung	0,10–0,16
Aus Stahlblech geschweißt neu	typische Walzhaut	0,04–0,10
	bituminiert	0,01–0,05
	zementiert	etwa 0,18
	galvanisiert, für Belüftungsrohre	etwa 0,008
Stahlrohre gebraucht	gleichmäßige Rostnarben	etwa 0,15
	mäßig verrostet, leichte Verkrustung	0,15–0,40
	mittelstarke Verkrustung	etwa 0,15
	starke Verkrustung	2–4
	nach längerem Gebrauch gereinigt	0,15–0,20
	bituminiert, z.T. beschädigt, Roststellen	etwa 0,1
	nach mehrjährigem Betrieb	etwa 0,5
	Ablagerungen in blättriger Form	etwa 1,1
	25 Jahre in Betrieb, unregelmäßige Teer- und Naphtalinablagerungen	etwa 2,5
gußeiserne Rohre	neu, typische Gußhaut	0,2–0,3
	neu, bituminiert	0,1–0,13
	gebraucht, angerostet	1–1,5
	verkrustet	1,5–4
	nach mehrjährigem Betrieb gereinigt	0,3–1,5
	städt. Kanalisationen	etwa 1,2
	stark verrostet	4,5
Betonrohre	neu, handelsüblich. Glattstrich	0,3–0,8
	neu, handelsüblich, mittelrauh	1–2
	neu, handelsüblich, rau	2–3
	neu, Stahlbeton, glatt	0,1–0,15
	neu, Schleuderbeton, glatt	0,1–0,15
	neu, Schleuderbeton, ohne Verputz	0,2–0,8
	glatte Rohre, nach mehrjährigem Betrieb	0,2–0,3
	Mittelwert Rohrstrecken ohne Stöße	0,2
	Mittelwert Rohrstrecken mit Stößen	2,0
Rohre aus Asbestzement	neu, glatt	0,03–0,10
Tonrohre	neu, Drainagerohre	etwa 0,7
	neu, aus rohen Tonziegeln	etwa 9

2.2 Örtliche Energieverluste

2.2.1 Energieverlust am Rohreinlauf

$$h_e = \zeta_e \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{bzw.} \quad \zeta_e = \frac{h_e}{v^2/2g} \quad (2.3)$$

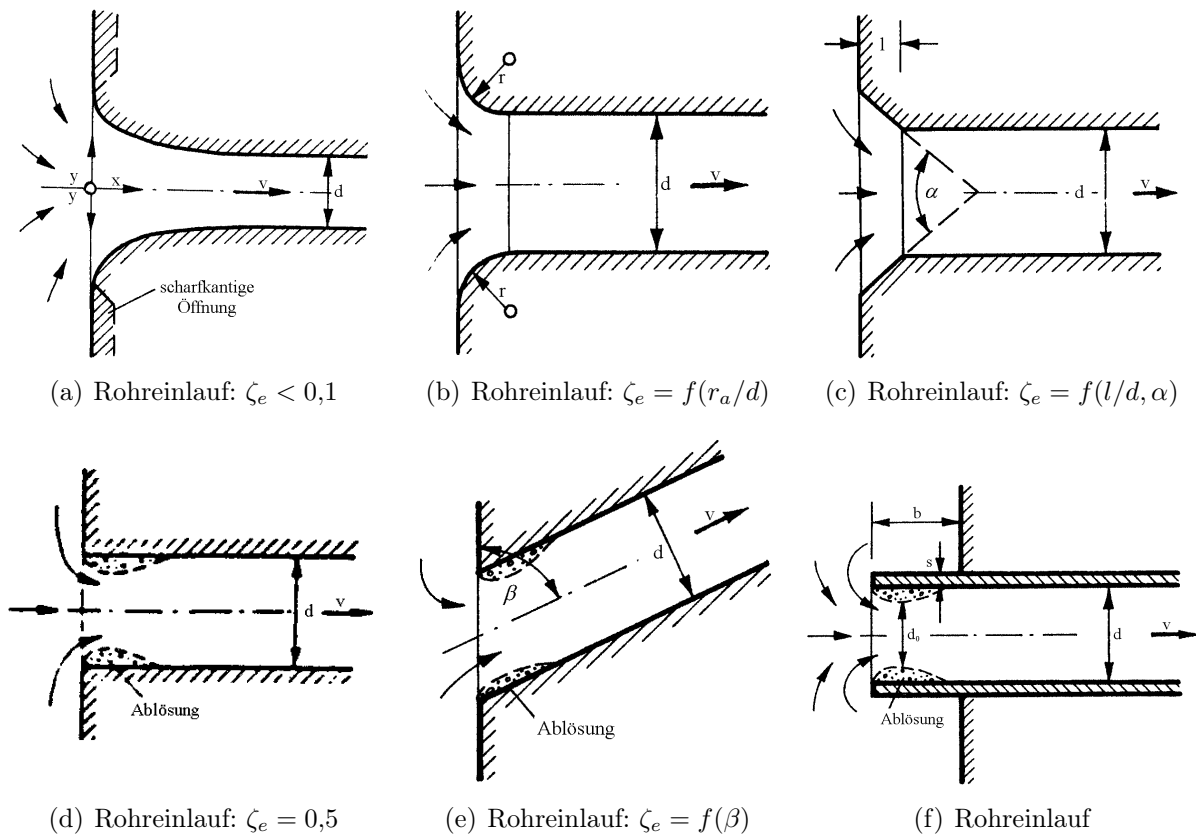


Abb. 2.3: Formen der Einläufe in Druckrohrleitungen

ζ_e -Werte bei abgefaster Einlaufkante (vgl. Abb. 2.3(c))

$1/d$	ζ_e für $\alpha =$				
	30°	60°	90°	120°	180°
0,02	0,43	0,40	0,41	0,43	0,50
0,05	0,36	0,30	0,33	0,38	
0,07	0,30	0,23	0,28	0,35	
0,10	0,25	0,18	0,25	0,32	
0,15	0,20	0,15	0,23	0,31	
0,60	0,13	0,12	0,21	0,29	

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

ζ_ϵ -Werte bei kreisbogenförmiger Ausrundung (vgl. Abb. 2.3(b))

r_a/d	0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,12	0,16	0,20
ζ_ϵ	0,50	0,43	0,36	0,26	0,20	0,15	0,09	0,06	0,03

ζ_ϵ -Werte bei aus der Wand herausragendem Rohr (vgl. Abb. 2.3(f))

s/d	ζ_ϵ für $b/d =$					
	0,00	0,01	0,10	0,20	0,30	0,50
0,00	0,50	0,68	0,86	0,92	0,97	0,00
0,01	0,50	0,57	0,71	0,78	0,82	0,86
0,02	0,50	0,52	0,60	0,66	0,69	0,72
0,03	0,50	0,51	0,54	0,57	0,59	0,61
0,04	0,50	0,50	0,50	0,52	0,52	0,54
0,05	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50

Vergleich verschiedener Quellen

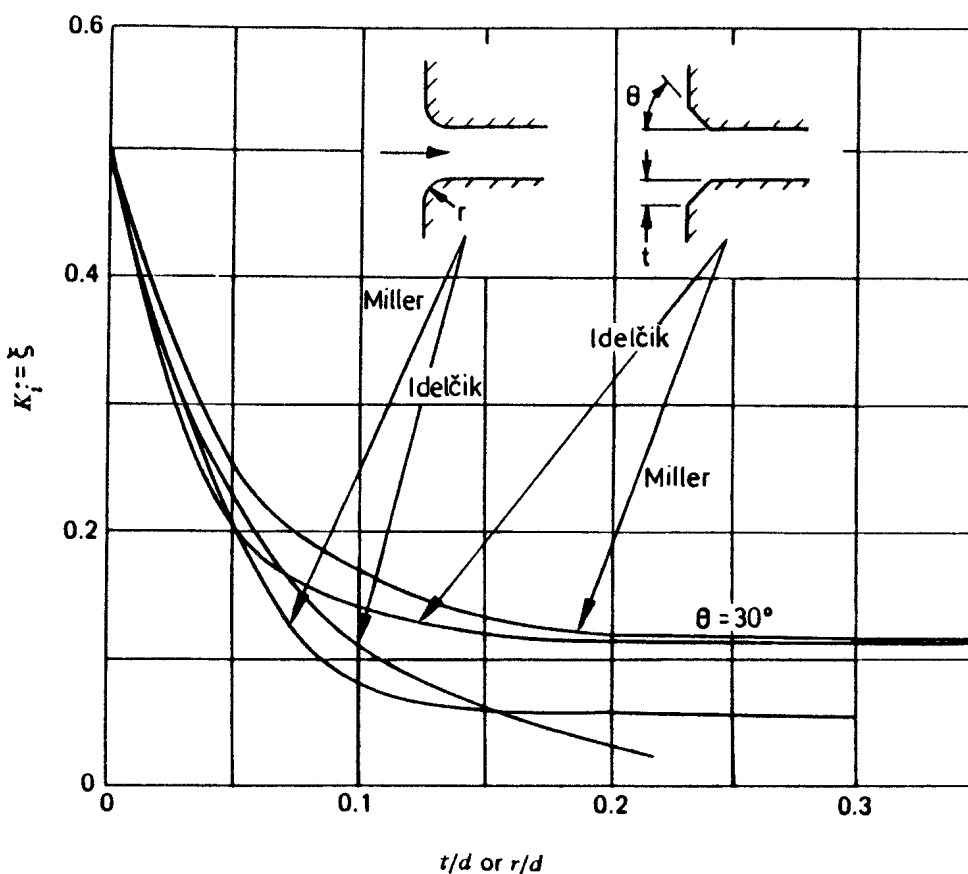
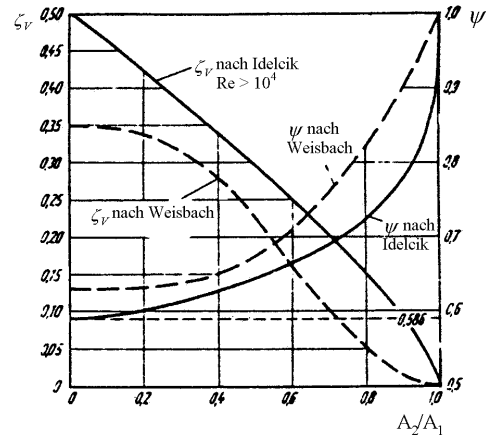
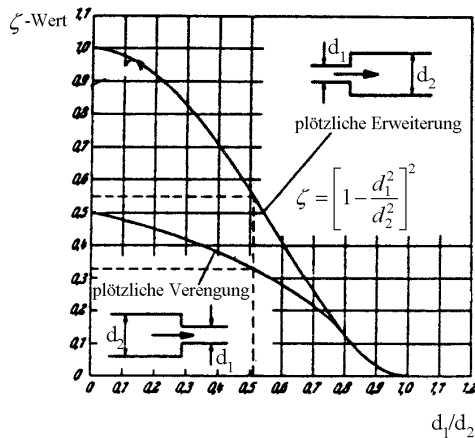
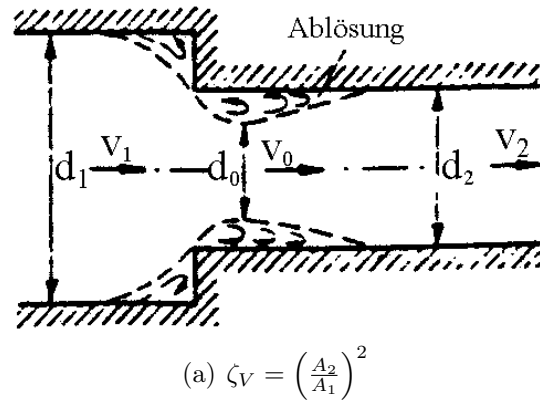
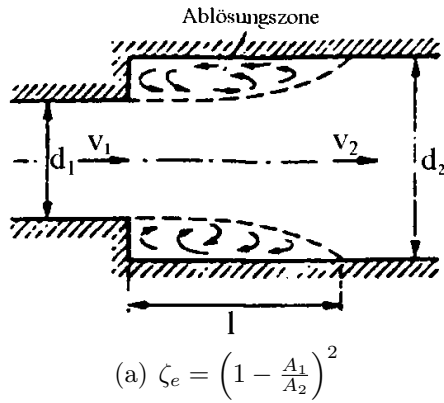


Abb. 2.4: Verlustbeiwerte für verschiedene Einlaufgeometrie von unterschiedlichen Verfassern (Miller, 1978; Idelčik, 1986)

2.2.2 Energieverluste bei Querschnittsänderung

1. Plötzliche Querschnittsänderung



(b) Verlustbeiwert ζ von Erweiterungen in Abhängigkeit von v_1

A_1/A_2	Re						
	10	10^2	2×10^2	10^3	2×10^3	3×10^3	$\geq 4 \times 10^3$
0,1	3,10	1,70	1,65	2,00	1,60	1,00	0,81
0,2	3,10	1,40	1,30	1,60	1,25	0,70	0,64
0,3	3,10	1,20	1,10	1,30	0,95	0,60	0,50
0,4	3,10	1,10	1,00	1,05	0,80	0,40	0,36
0,5	3,10	0,90	0,75	0,90	0,65	0,30	0,25
0,6	3,10	0,80	0,60	0,60	0,50	0,20	0,16

(c) Verlustbeiwert ζ von Erweiterungen in Abhängigkeit von der Re-Zahl

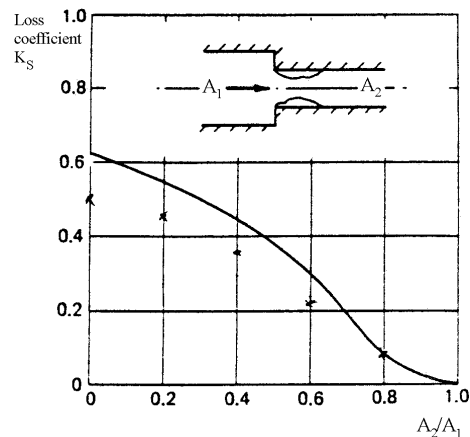


Abb. 2.5: plötzliche Rohrerweiterung

(c) Verlustbeiwert ζ für plötzliche Verengung in Abhängigkeit von v_2

Abb. 2.6: plötzliche Rohrverengung

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

2. Allmähliche Querschnittsänderung

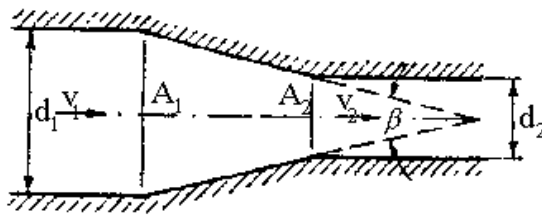


Abb. 2.7: allmähliche Rohrverengung (Konfuser)

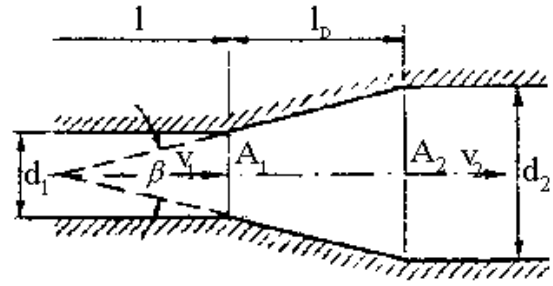


Abb. 2.8: allmähliche Rohrerweiterung (Übergangsdifusor)

Allmähliche Rohrverengung bzw. Rohrerweiterung

Rohrverengung nach IDELČIK:

Für alle A_2/A_1 unter $\beta < 60^\circ$:

$$\beta \cong 15^\circ \quad \zeta = 0,09$$

$$15^\circ < \beta < 40^\circ \quad \zeta = 0,04$$

$$40^\circ < \beta < 60^\circ \quad \zeta = 0,06$$

Von $\beta = 60^\circ$ bis 180° steigt der ζ -Wert linear bis auf den Verlustwert bei plötzlicher Verengung an.

Rohrerweiterung

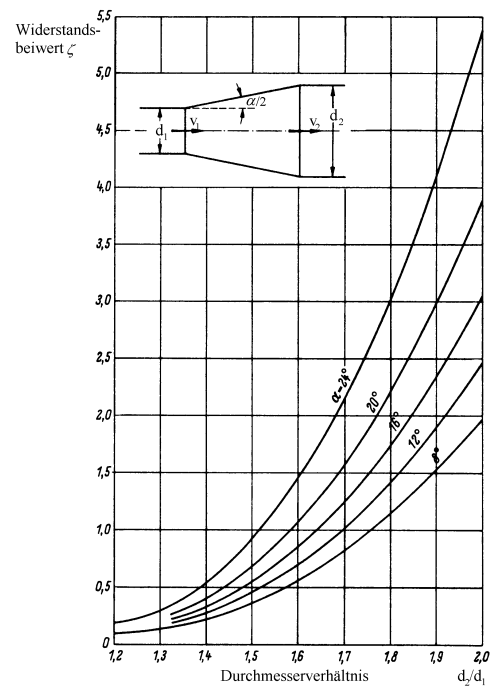
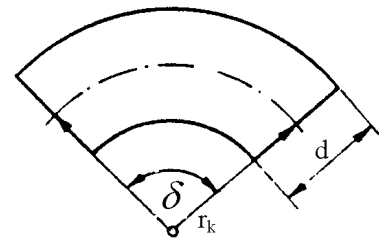
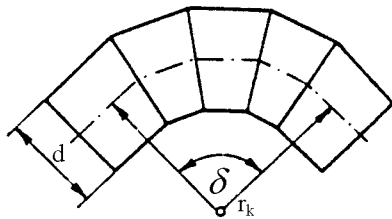


Abb. 2.9: Praktische Werte für den Widerstandsbeiwert ζ von Rohrerweiterungen

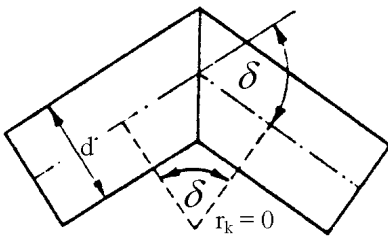
2.2.3 Energieverluste bei Richtungsänderung



(a) Krümmer (Rohrbogen)



(b) Segmentkrümmer



(c) Kniestück

	δ					
	15°	22,5°	45°	60°	90°	90°
r_k	glatt					rau
d	0,03	0,045	0,140	0,190	0,210	0,510
2d	0,03	0,045	0,090	0,120	0,140	0,300
4d	0,03	0,045	0,080	0,100	0,110	0,230
6d	0,03	0,045	0,075	0,090	0,090	0,180
10d	0,03	0,045	0,070	0,070	0,110	0,200

δ	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
Rundnähte	1	1	2	2	3	3
ζ	0,06	0,08	0,10	0,15	0,20	0,25

δ	22,5°	30°	45°	60°	90°
ζ (glatt)	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13
ζ (rau)	0,11	0,17	0,32	0,68	1,27

Abb. 2.10: Rohrkrümmer

2.2.4 Energieverluste in Vereinigungen und Verzweigungen

Energieverluste bei Rohrvereinigung

Die K-Werte nach MILLER (1978) entsprechen den ζ -Werten in der deutschen Literatur. Weitere Informationen über andere Konfigurationen (Winkel, Ausrundungen, rechteckige Querschnitte) → Literatur, insbesondere MILLER (1978).

$$K_{13} = \frac{\left(\frac{U_1^2}{2g} + h_1\right) - \left(\frac{U_3^2}{2g} + h_3\right)}{\frac{U_3^2}{2g}}$$

$$K_{23} = \frac{\left(\frac{U_2^2}{2g} + h_2\right) - \left(\frac{U_3^2}{2g} + h_3\right)}{\frac{U_3^2}{2g}}$$

mit: U_i = mittlere Geschwindigkeit im Rohr i [m/s]
 h_i = Druckhöhe im Rohr i [m]

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

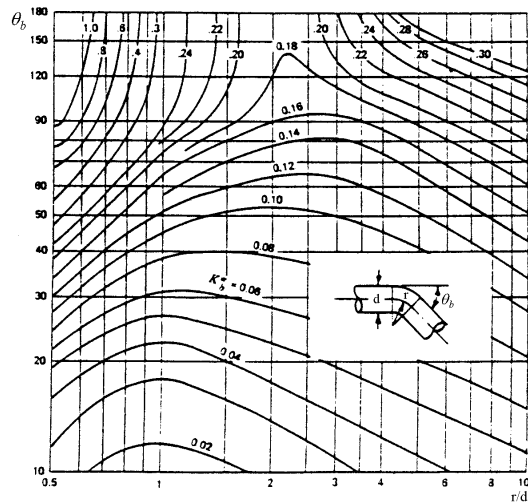
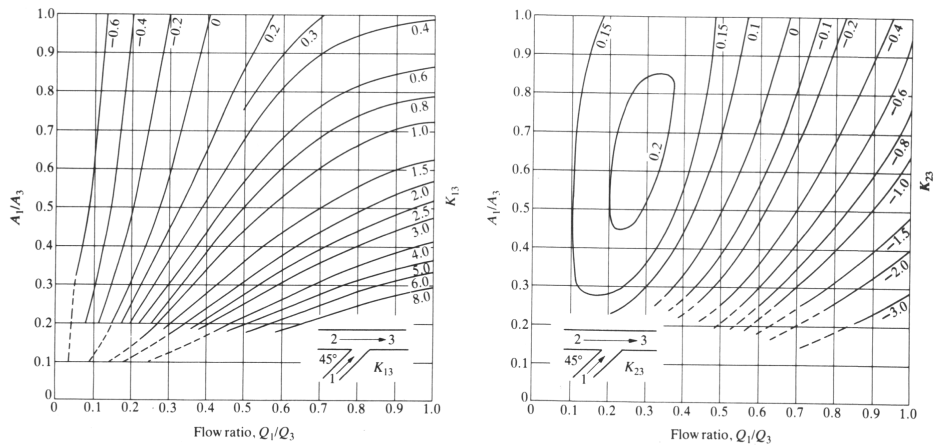
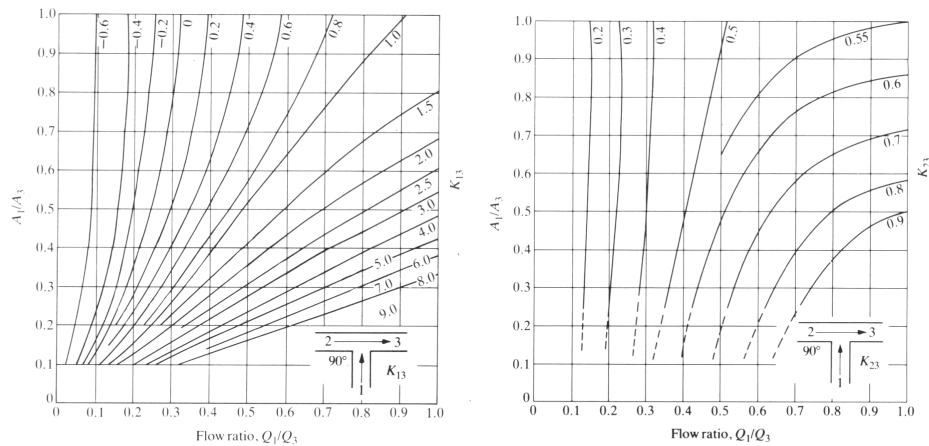


Abb. 2.11: Verlustbeiwerte für Krümmen ($Re > 10^6$) aus Idelčik (1986)



(a) Rohrvereinigung mit Winkel 45° , Verlustbeiwert K_{13} bzw. K_{23}



(b) Rohrvereinigung mit Winkel 90° , Verlustbeiwert K_{13} bzw. K_{23}

Abb. 2.12: Rohrvereinigungen

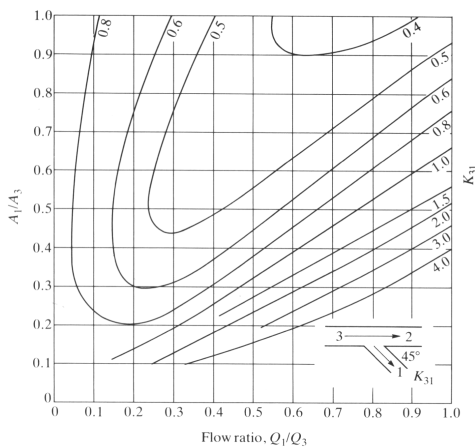
Energieverluste bei Rohrverzweigungen

Die K-Werte nach MILLER (1978) entsprechen den ζ -Werten in der deutschen Literatur. Weitere Informationen über andere Konfigurationen (Winkel, Abrundungen, rechteckige Querschnitte) → Literatur, insbesondere MILLER (1978).

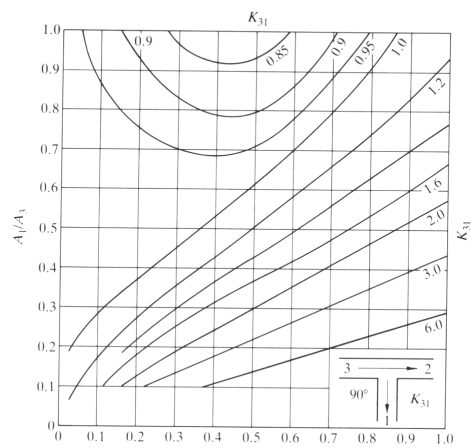
$$K_{31} = \frac{\left(\frac{U_3^2}{2g} + h_3\right) - \left(\frac{U_1^2}{2g} + h_1\right)}{\frac{U_3^2}{2g}}$$

$$K_{32} = \frac{\left(\frac{U_3^2}{2g} + h_3\right) - \left(\frac{U_2^2}{2g} + h_2\right)}{\frac{U_3^2}{2g}}$$

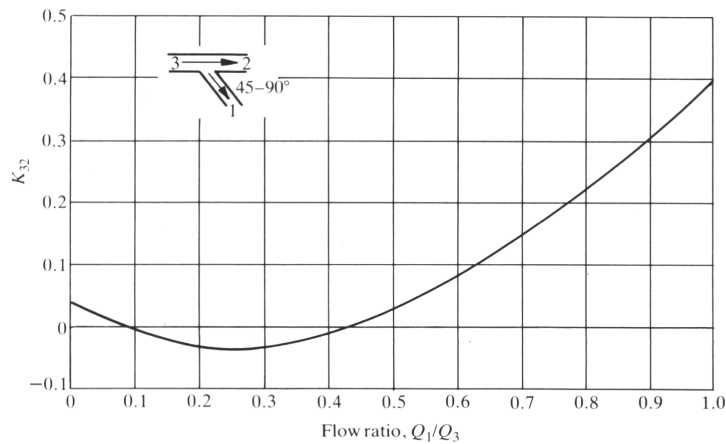
mit: U_i = mittlere Geschwindigkeit im Rohr i [m/s]
 h_i = Druckhöhe im Rohr i [m]



(a) Rohrverzweigung mit Winkel 45° , Verlustbeiwert K_{13}



(b) Rohrverzweigung mit Winkel 90° , Verlustbeiwert K_{31}



(c) Rohrverzweigung mit Winkel zwischen 45° und 90° , Verlustbeiwert K_{32}

Abb. 2.13: Rohrverzweigungen

Der Verlustbeiwert K_{32} ist von dem Abzweigungswinkel im Bereich $45^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ unabhängig.

2.2.5 Energieverluste in Armaturen (Schieber, Ventile und Klappen)

Kennlinien von Anlagekomponenten

Kennlinien von Armaturen werden praxisgerecht über einen relativen Öffnungsgrad [%] angegeben. Die Kenntnis der Armaturenkennlinie und damit der Schließcharakteristik ist nicht nur Voraussetzung für die Auswahl der innerhalb eines vorgegebenen Einsatzgebietes geeigneten Armatur, sondern auch dafür, daß die durch einen Abschlußvorgang verursachten Druckstöße mit der notwendigen Genauigkeit berechnet werden können.

Druckverluste in durchströmten Armaturen werden über den Widerstandsbeiwert ζ bzw. den k_v -Wert angegeben.

Der **dimensionslose Widerstandsbeiwert** ζ wird aus dem Verhältnis des Druckhöhenverlustes h_v zum Staudruck $v^2/2g$ der ungestörten Strömung gebildet.

$$\zeta = \frac{h_v}{v^2/2g} \quad [-]$$

Der **dimensionsbehaftete k_v -Wert** stellt, nach Definition, den Durchfluß [m^3/h] von kaltem Wasser dar, der an der Armatur vorgegebener Dimension einen Druckverlust von 1 bar (respektive 10 mWS) verursacht

Auf SI-Einheiten umgerechnet, lautet

$$k_v = Q \cdot \sqrt{\frac{9,81}{h_v}} \quad [\text{m}^3/\text{h}]$$

mit: Q = Durchfluß [m^3/h]
 h_v = Verlusthöhe [mWS]

Die Tatsache, daß $\lim_{v \rightarrow 0} \zeta = \infty$ und $\lim_{v \rightarrow 0} k_0 = 0$ ist, läßt den Vorteil des dimensionslosen ζ -Wertes schwinden, da eine zuverlässige Darstellung in diesem Grenzbereich nicht möglich ist.

So hat sich in der Praxis eine Darstellung mit k_v -Werten durchgesetzt, die jedoch nicht allgemeingültig, sondern gerätespezifisch ist.

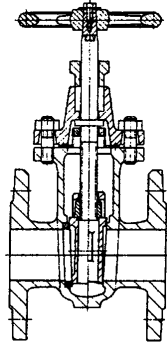
In der Literatur wird jedoch der allgemeingültigen Darstellungsweise mit ζ -Werten Vorrang gegeben, um nicht Hersteller, Typ und Ausführung von Armaturen angeben zu müssen.

Die nachfolgenden Armaturen sollen aufgrund des kaum überschaubaren Angebots nur als Vertreter ihrer Art genannt werden. Ebenso sind die angegebenen Eigenschaften nicht uneingeschränkt gültig, sondern können von Modell zu Modell variieren, zeigen jedoch verwandte Tendenzen. Die nachstehenden Angaben über Strömungsverluste beziehen sich

auf die Vollöffnung. Durch fabrikationstechnische Änderungen können Funktion und Betriebsweise und damit das Einsatzgebiet einer Armatur erheblich verändert werden. So müssen in der Praxis immer die hydraulischen Kennlinien und häufig weitere Spezifikationen einer Armatur betrachtet werden.

Schieber

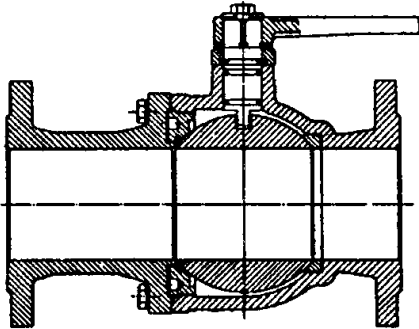
- Keilschieber, Plattenschieber



- je nach Bauart modular
- geringe Strömungsverluste
- alle Nennweiten
- alle Druckstufen
- große Bauhöhe
- große Schaltwege
- keine Regelarmatur
- i. a. beidseitige Durchströmung möglich

Abb. 2.14: Keilschieber, Plattenschieber

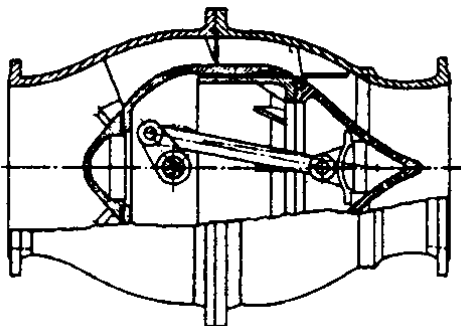
- Kugelschieber, Kugelhahn



- i. a. modular
- geringe Strömungsverluste
- begrenzte Nennweiten
- alle Druckstufen (besonders hohe)
- geringe Bauhöhe
- kleine Schaltwege
- keine Regelarmatur
- beidseitige Durchströmung

Abb. 2.15: Kugelschieber, Kugelhahn

- Ring(kolben)schieber (Düse)

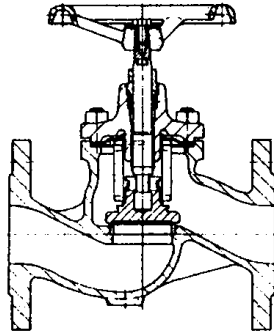


- nicht modular
- geringe Strömungsverluste
- alle Nennweiten
- alle Druckstufen (besonders hohe)
- keine Regelarmatur
- gute, dauerhafte Dichtung
- vorgegebene Durchflußrichtung
- teure und aufwendige Mechanik

Abb. 2.16: Ring(Kolben)schieber (Düse)

Ventile

- Tellerventile, Kegelventile



- nicht modular
- große Strömungsverluste
- kleine Nennweiten
- kleine Schaltwege
- alle Druckstufen
- keine Regelarmatur
- gute Dichtung
- vorgegebene Durchflußrichtung

Abb. 2.17: Tellerventile, Kegelventile

Weitere Bauformen mit Widerstandsbeiwerten bei voller Öffnung

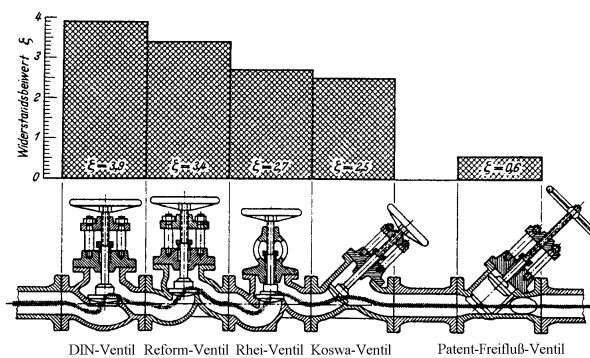
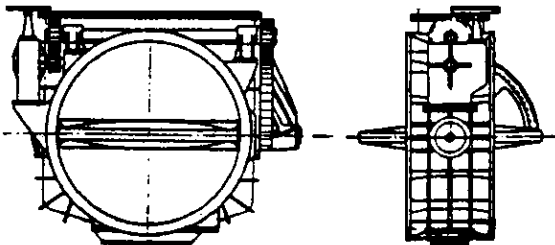


Abb. 2.18: Widerstandsbeiwerte für unterschiedliche Ventile

Klappen

- Drosselklappen

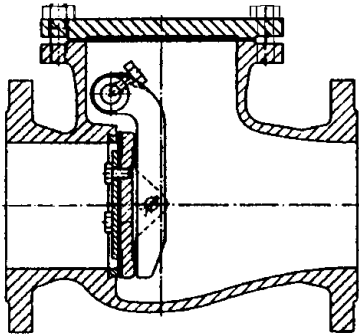


- nicht modular
- geringe Strömungsverluste und Bewegungskräfte
- alle Nennweiten
- alle Druckstufen
- Absperr- und Regelarmatur

Abb. 2.19: Drosselklappen

Rückflussverhinderer

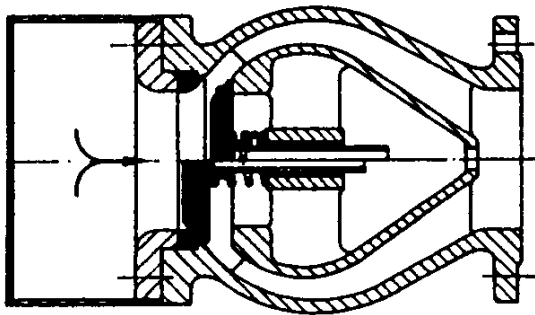
- Rückschlagklappe



- nicht modular
- geringe Strömungsverluste
- mittlere bis große Nennweiten
- häufig Dämpfung erforderlich (Klappenschlag)
- einfacher Aufbau

Abb. 2.20: Rückschlagklappe

- Düsenrückschlagventil

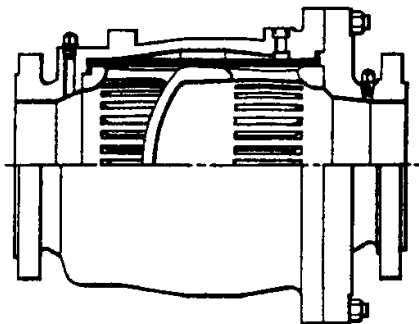


- nicht modular
- geringe Strömungsverluste
- alle Druckstufen
- geringer Klappenschlag

Abb. 2.21: Düsenrückschlagventil

Sonderformen

- GROVE-Überdruckentlastung (Sicherheitsventile)

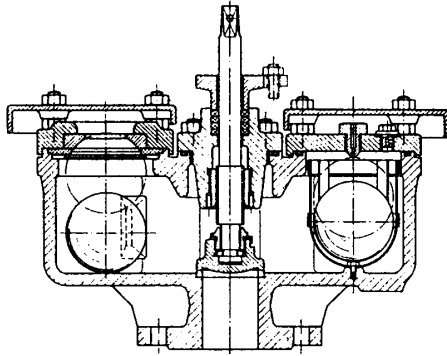


- begrenzte Nennweite
- alle Druckstufen
- kein Klappenschlag
- geringer Temperaturbereich

Abb. 2.22: Sicherheitsventil

2 Strömungswiderstand (Rohrleitungsverluste)

- Be-/Entlüftungsventil



- Entlüftung beim Befüllen der Leitung
- Belüftung beim Leeren der Leitung
- Entlüften der Leitung beim vollen Betriebsdruck

Abb. 2.23: Be-/Entlüftungsventil

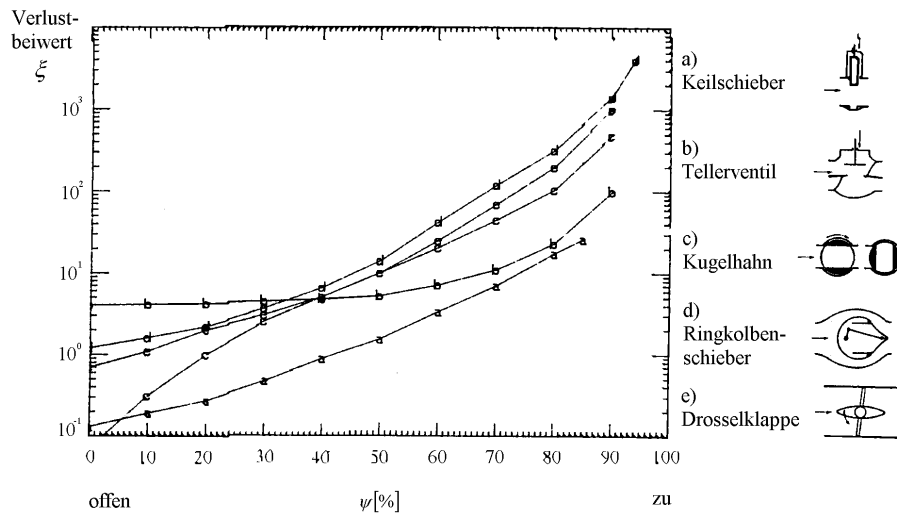


Abb. 2.24: Typische Schliessgesetze gebräuchlicher Armaturen

Anmerkung: Ψ [%] steht für eine dimensionslose Funktion des Schließvorgangs
 $\Psi = f(\text{Schließzeit, Hub, Drehwinkel})$

3 Pumpen und Turbinen

Alle Maschinen, die von einem ein- oder mehrphasigen Fluid durchströmt werden und ein beschaufeltes Laufrad zum Austausch von mechanischer Energie und Strömungsenergie besitzen, werden als Strömungsmaschinen bezeichnet. Bei dem Energieaustausch ist, im Gegensatz zu den Verdrängermaschinen, die Strömungsumlenkung durch die Schaufeln das charakteristische Merkmal der Strömungsmaschine. Abhängig von der Richtung des Energieaustausches – von der Strömungsmaschinenwelle auf das Fluid oder vom Fluid auf die Welle – unterscheidet man Arbeitsmaschinen (wie Kreiselpumpe, Luftschraube, Schiffsschraube) und Kraftmaschinen (wie Dampfturbine, Gasturbine, Wasserturbine).

Das hydraulische Verhalten der Strömungsmaschinen läßt sich durch Kennlinien bzw. Kennfelder darstellen, die in die Auslegung und Berechnung von Rohrleitungsanlagen als wichtige Randbedingung eingehen.

3.1 Turbomaschinentheorie

Frage: Wie wird das von außen (über Antrieb) zugeführte Drehmoment in Förderhöhe H umgesetzt?

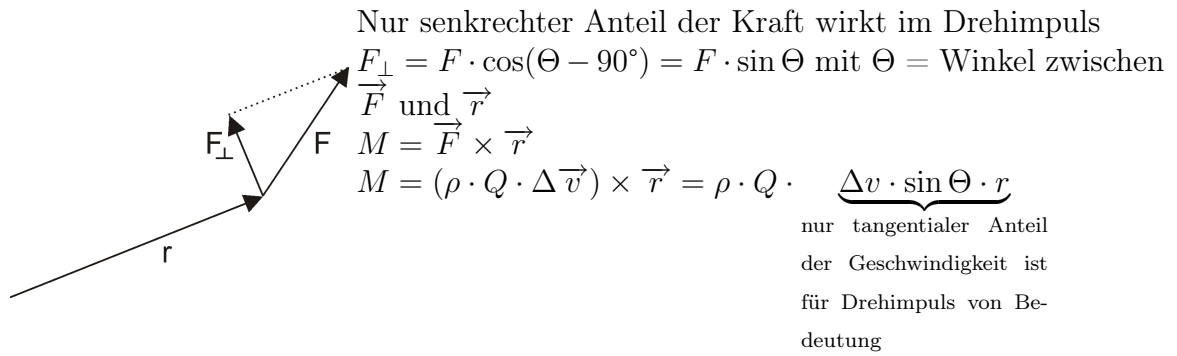
Lösung: Interne (im Laufrad) Bilanzierung der Drallströme und Vergleich mit externer Anforderung, d.h. benötigter Förderleistung P_Q

3.1.1 Herleitung der Bilanzgleichung:

- 1.) Impulssatz der Strömungsmechanik für Kontroll (Bilanz)volumen = Laufradbereich
hier: Konstante Massenströme $Q \times \rho$, deren Geschwindigkeit und Richtung geändert wird

$$\sum F = \rho \cdot Q \cdot \vec{v}_2 - \rho \cdot Q \cdot \Delta \vec{v}$$

- 2.) Rotationssystem: Impulsmomentengleichung (Kap. 4.3, Hydromechanik I)
Drehimpuls $M = \text{Kraft } \vec{F} \times \text{Hebelarm } \vec{r}$ (Vektorprodukt)



Beispiel: Radialpumpenlaufrad (siehe Demo-Laufrad)

Betrachtung der Geschwindigkeiten am Ein- und Austritt der Laufradschaufeln zur Beschreibung der Strömungskinematik.

Annahme: Laufrad mit unendlich vielen, dünnen Schaufeln = ideale Strömungsverhältnisse (siehe Abb. ??).

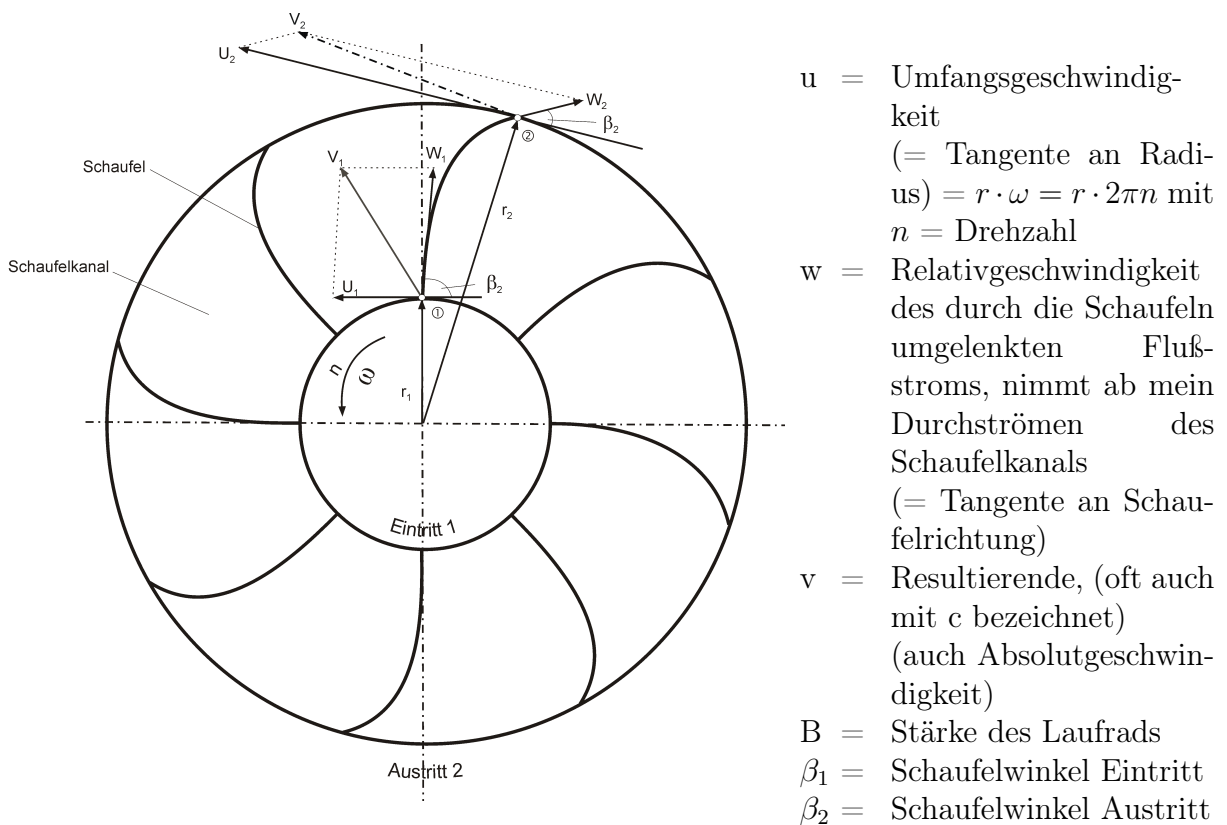


Abb. 3.1: Pumpenlaufrad

Zerlegung der resultierenden Geschwindigkeiten v_1 und v_2 in tangentiale (t) und normale (n) Richtung.

Nur die tangentiale Richtung ist für das Drehmoment von Bedeutung:

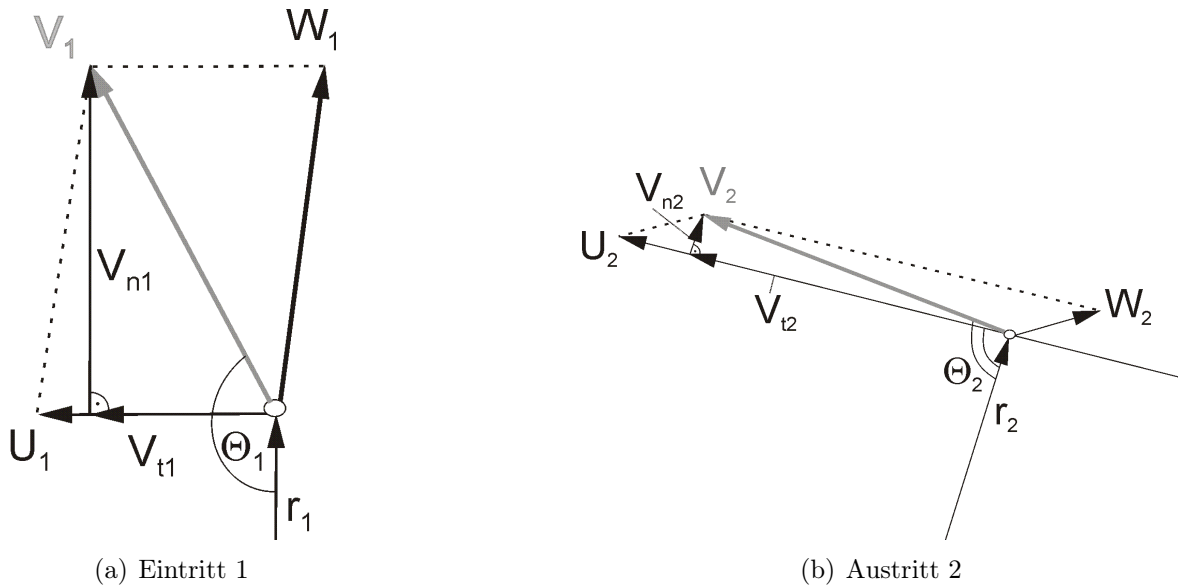


Abb. 3.2: Zerlegung des Geschwindigkeiten an Ein- und Austritt

DRALLSATZ:

Das von den Schaufeln auf das Flüssigkeitsvolumen übertragene Drehmoment M (= äußere Kraft) = Änderung des Drehimpulses zufolge der Differenz der Drallströme durch die Kontrolloberfläche am Aus- und Eintritt

Der skizzierte Prozess findet gleichzeitig entlang des gesamten Laufradumfanges statt: für gesamtes Laufrad mit unendlich vielen, dünnen Schaufeln gilt:

$$M = \rho \cdot Q [r_2 \cdot v_{t2} - r_1 \cdot v_{t1}] \quad [\text{Nm}]$$

Antriebsmoment (von außen zugeführt)	Drallstrom am Austritt durch Fläche $2\pi r_2 \cdot B$	Drallstrom am Eintritt durch Fläche $2\pi r_1 \cdot B$
$\underbrace{\hspace{10em}}_M$	$= \underbrace{\rho \cdot Q \cdot r_2 \cdot v_{t2}}_{\text{Drallstrom am Austritt}} - \underbrace{\rho \cdot Q \cdot r_1 \cdot v_{t1}}_{\text{Drallstrom am Eintritt}}$	

Bilanzgleichung = Eulergleichung für Strömungsmaschinen (Pumpe, Turbine)

$M > 0$: Pumpe $M < 0$: Turbine

Leistung:

$$P = M \cdot \omega \tag{3.1}$$

$$P = \rho \cdot Q \left[\underbrace{r_2 \cdot \omega}_{u_2} \cdot v_{t2} - \underbrace{r_1 \cdot \omega}_{u_1} \cdot v_{t1} \right] \tag{3.2}$$

3 Pumpen und Turbinen

Beziehung zwischen von außen zugeführter Leistung P und geometrischen Größen des Rotors (Radius Laufrad r , Schaufelform β) sowie Betriebsgrößen (Umdrehungszahl n , Durchströmung Q)

= Grundlage für die Bemessung einer Pumpe und
theoretische Untersuchung des Betriebsverhaltens

Ziel:

Deckung der benötigten Förderleistung:

$$P_Q = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (3.3)$$

mit H = Förderhöhe.

für ideale Verhältnisse gilt:
$$H = \frac{1}{g} (u_2 \cdot v_{t2} - u_1 v_{t1})$$
 aus (3.2) und (3.3)

Gleichung enthält nur Geschwindigkeiten, keine Medienwerte!

tatsächlich: $\eta \cdot H$ mit $\eta < 1$

3.2 Kennzeichnung der Pumpenarten

Zur Kennzeichnung werden unterschiedliche Kriterien herangezogen, üblich sind:

- I Arbeitsprinzip, Wirkungsweise
- II konstruktive Merkmale
 - II.a Laufradform
 - II.b Laufradanordnung
 - II.c Gehäuseform
 - II.d Aufstellungsart
- III Verwendungszweck, Einsatzgebiet
- IV Antrieb
- V Pumpenwerkstoff

3.2.1 Beispiele zur Unterscheidung nach Arbeitsprinzip und Wirkungsweise (I):

Kreiselpumpen: Kennzeichen ist die Energieübertragung innerhalb der Laufradbeschaukelung durch Strömungsumlenkung. Die Förderhöhe ist proportional dem Quadrat der Pumpendrehzahl.

Verdrängungspumpe (Kolbenpumpe): Kennzeichen ist die periodische Volumenänderung der Arbeitsräume, oszillierend und rotierend. Die Förderhöhe ist von der Pumpendrehzahl unabhängig.

Strahlpumpen: Kennzeichen ist die von einem Treibmedium (Flüssigkeit, Gas, Dampf) durchströmte Düse mit dem darin erzeugten Unterdruck, der zum Ansaugen des Fördermediums benutzt wird.

Mammutpumpe: Kennzeichen ist die Ausnutzung der Auftriebswirkung eines Flüssigkeits-Gasgemisches.

Stoßheber (hydraulischer Widder): Kennzeichen ist die Ausnutzung der kinetischen Energie einer strömenden Flüssigkeitssäule durch plötzliche Abbremsung.

3.2.2 Beispiele zur Unterscheidung nach konstruktiven Merkmalen (II):

Konstruktive Merkmale zur Unterscheidung können nur für jeweils eine der unter 3.2.1 genannten Klassen gelten, da mit unterschiedlichen Wirkungsweisen an sich schon konstruktive Differenzierungen verbunden sind. Wegen der dominierenden Bedeutung der Kreiselpumpen im Rohrleitungsbau wird hier nur auf deren konstruktive Unterschiede eingegangen.

Zur Laufradform (IIa):

Je nach dem Winkel der Strömungsumlenkung im Laufrad unterscheidet man (siehe Abbildung 3.3 und Abbildung 3.4)

- Radialräder
- Halbaxialräder
- Axialräder

Bei der Auslegung einer Pumpe für einen vorgegebenen Förderstrom Q bei einer Förderhöhe H ist die freie Wahl der Laufradbauart dadurch eingeschränkt, daß die Drehzahl n und der Laufraddurchmesser D nicht beliebig groß werden dürfen. Laufradbauart und spezifische Drehzahl n_q haben einen wesentlichen Einfluß auf den Pumpenwirkungsgrad. Die absolute Baugröße der Pumpe, gekennzeichnet durch den Förderstrom Q , wirkt sich zusätzlich als Parameter aus.

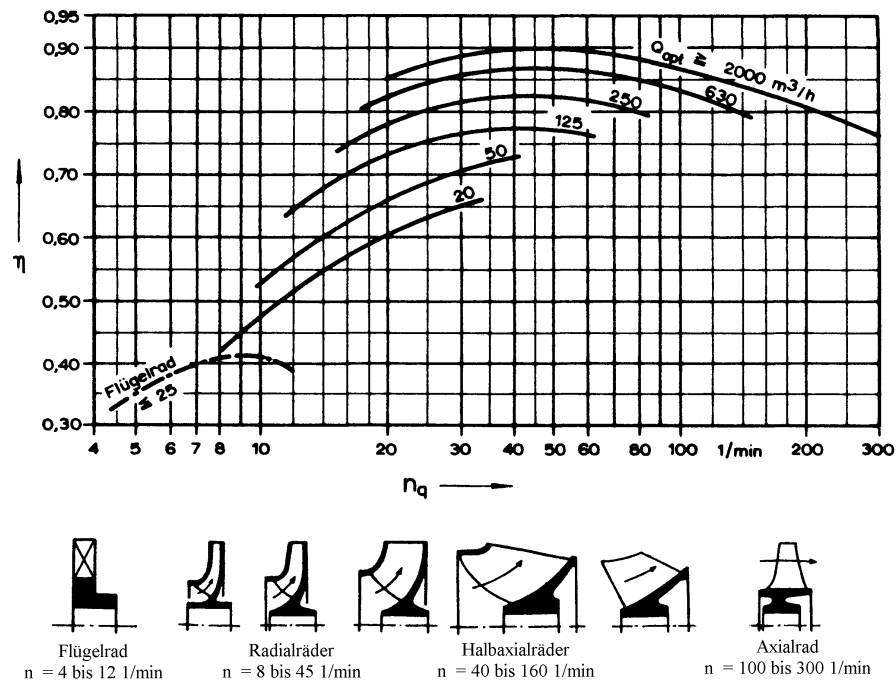


Abb. 3.3: Laufradform, spezifische Drehzahl und Wirkungsgrad

Beispiele zur Laufradanordnung (IIb):

Jedes Laufrad besitzt zur Aufnahme der Schaufeln eine hintere und zum Teil auch eine vordere Deckscheibe (siehe Abbildung 3.5).

Geschlossene Laufräder: eine vordere und eine hintere Deckscheibe vorhanden.

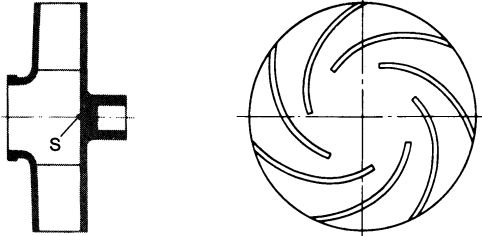
Offene Laufräder: die vordere Deckscheibe fehlt.

Mehrströmige Pumpe: durch Parallelschalten mehrerer Laufräder auf einer Welle eine entsprechende Vergrößerung des Förderstroms Q bei unveränderter Förderhöhe H (meist 2-strömig = Verdopplung von Q).

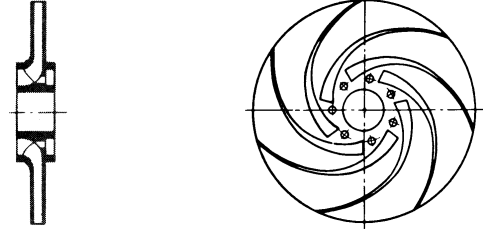
Mehrstufige Pumpe: durch Hintereinanderschalten mehrerer Laufräder auf einer Welle entsprechende Vergrößerung der Förderhöhe H bei unverändertem Förderstrom Q .

Gleichläufige Pumpe: mehrere Laufräder mit gleicher axialer Zuströmungsrichtung auf einer Welle.

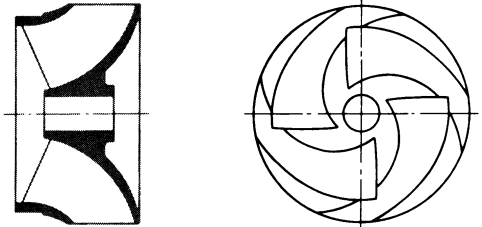
Gegenläufige Pumpe: mehrere (meist zwei) Laufräder mit gruppenweise (meist paarweise) entgegengesetzter axialer Zuströmung auf einer Welle (zum Ausgleich des Achsschubs auf die Lager).



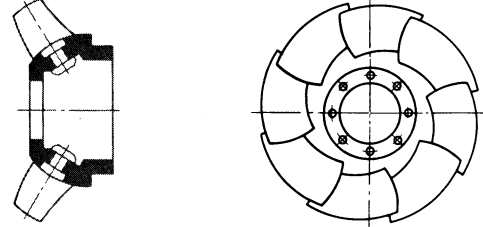
(a) Radialrad mit rein radialen Schaufeln, Staupunktrad, Staupunkt S (Draufsicht ohne vordere Deckscheibe dargestellt)



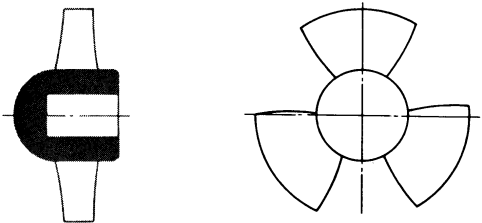
(b) Radialrad mit Schaufeln, die sich bis in den Saugmund erstrecken (Draufsicht ohne vordere Deckscheibe dargestellt)



(c) Halbaxialrad (Schraubenrad, Diagonalrad)(Draufsicht ohne vordere Deckscheibe dargestellt)



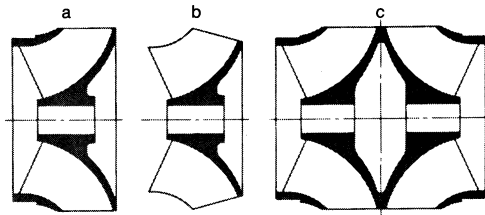
(d) Halbaxialrad (halbaxialer Propeller)



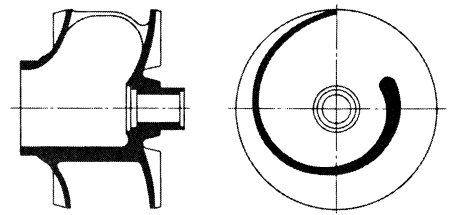
(e) Axialrad (axialer Propeller)

Abb. 3.4: Laufradformen von Kreiselpumpen

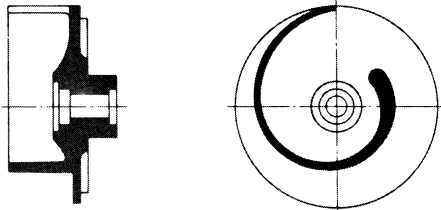
3 Pumpen und Turbinen



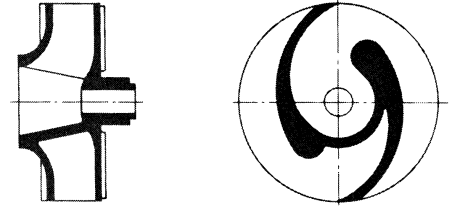
(a) Zur Unterscheidung von geschlossenen und offenen, von einströmigen und zweiströmigen Laufrädern, gezeigt an einem Schraubenrad: a) geschlossenes Laufrad, einströmig; b) offenes Laufrad, einströmig; c) geschlossenes Laufrad, zweiströmig



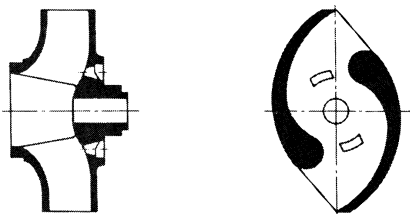
(b) Geschlossenes Einschaufelrad (Draufsicht ohne Deckscheibe dargestellt)



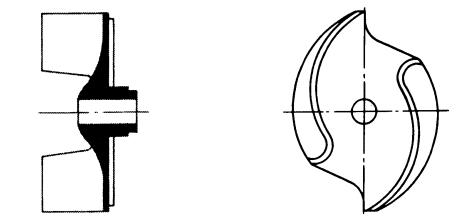
(c) Offenes Einschaufelrad



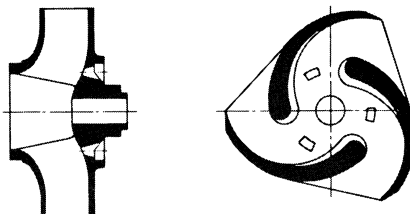
(d) Geschlossenes Einkanalrad (Draufsicht ohne Deckscheibe dargestellt)



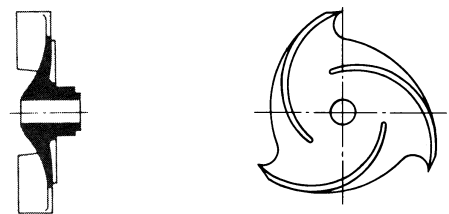
(e) Geschlossenes Zweikanalrad (Draufsicht ohne Deckscheibe dargestellt)



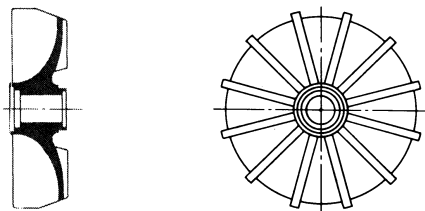
(f) Offenes Zweikanalrad mit S-förmigen Schaufeln



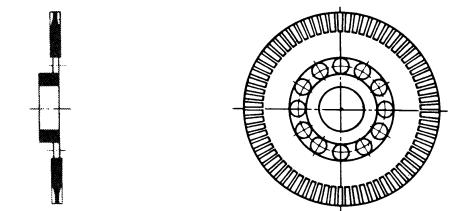
(g) Geschlossenes Dreikanalrad (Draufsicht ohne Deckscheibe dargestellt)



(h) Offenes Dreikanalrad mit zylindrischen Schaufeln

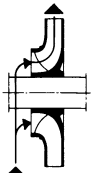


(i) Freistromrad

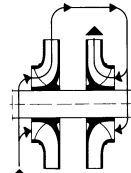


(j) Peripheralrad

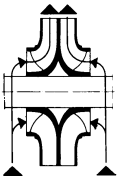
Abb. 3.5: Laufradformen von Kreiselpumpen



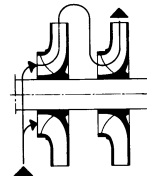
(a) Laufrad-Anordnung einströmig, gleichläufig: einstufig



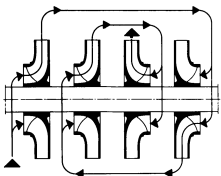
(b) Laufrad-Anordnung einströmig, gegenläufig: zweistufig (back to back)



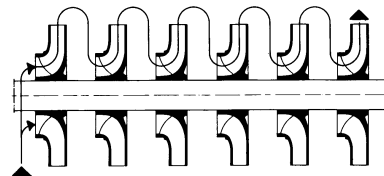
(c) Laufrad-Anordnung mehrströmig, gegenläufig: zweiströmig, einstufig



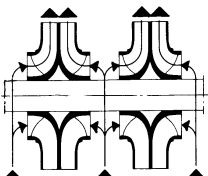
(d) Laufrad-Anordnung einströmig, gleichläufig: zweistufig



(e) Laufrad-Anordnung einströmig, gegenläufig: vierstufig (cross over)



(f) Laufrad-Anordnung einströmig, gleichläufig: sechsstufig



(g) Laufrad-Anordnung mehrströmig, gegenläufig: vierströmig, einstufig

Abb. 3.6: Laufrad-Anordnung

Beispiele zur Gehäuseform (IIc):

Entsprechend der Vielzahl der Gehäuseformen zahlreiche Bezeichnungen, z.B. Spiralgehäusepumpe, Rohrgehäusepumpe, etc.; weitere Einzelheiten → Fachliteratur.

Beispiele zur Aufstellungsart (II d):

Gemäß der Aufstellungsart können unterschieden werden:

- Horizontalpumpen: Kreiselpumpen mit horizontaler Welle
- Vertikalpumpen: Kreiselpumpen mit vertikaler Welle
- Schrägpumpen (Schöpfwerkspumpen): Kreiselpumpen mit schrägliegender Welle

Bei den Vertikalpumpen kann weiter unterschieden werden:

- Trockenaufstellung
- Naßaufstellung (Tauchpumpen, z.B. Brunnenpumpen)

Weitere Einzelheiten → Fachliteratur.

3.2.3 Beispiele zur Unterscheidung nach Verwendungszweck und Einsatzgebiet (III):

Nach der Betriebsweise:	Betriebspumpe	– Reservepumpe
	Hauptpumpe	– Vorpumpe (Boosterpumpe)
	Vorlastpumpe	– Teillastpumpe
	etc.	
Nach der Gesamtanlage:	Wasserwerkspumpe, Tiefbrunnen- und Bohrlochpumpe, Bewässerungspumpe, Regenwasserpumpe etc.	
	Kesselspeisepumpe, Speicherpumpe, etc.	
	Pipelinepumpe, Raffineriepumpe, Prozeßpumpe, etc.	
Nach dem Fördermedium:	Reinwasserpumpe, Kühl-/Heißwasserpumpe, Solepumpe, Abwasserpumpe, Flüssiggaspumpe, Betonpumpe, etc.	

3.2.4 Beispiele zur Unterscheidung nach Antrieb (IV):

Motorpumpen, Turbopumpen, Getriebepumpen, etc.

3.2.5 Beispiele zur Unterscheidung nach Pumpenwerkstoff (V):

Gebräuchlich ist die Benennung nach dem Gehäusewerkstoff: Gußeisenpumpen, Stahlgußpumpen, Edelstahlpumpen, Bronzepumpen, Kunststoffpumpen, Keramikpumpen, gepanzerte Pumpen, gummierte Pumpen, etc.

3.3 Begriffe und Definitionen

3.3.1 Zeichen, Dimensionen, Einheiten

Für die Auslegung von Kreiselpumpenanlagen enthalten die DIN-Normen 24260 und 1944 die notwendigen Angaben. Siehe dazu auch Tabelle 3.1

Tab. 3.1: Zeichen, Dimensionen und Einheiten von Kreiselpumpenanlagen

Begriff	Formelzeichen	Praxisübliche Einheit	Kohärente Einheit
Förderstrom	Q	m ³ /h	m ³ /s
Förderhöhe	H	m	m
NPSH-Wert ^a	NPSH	m	m
Saugvermögen	S	m ³ /h	m ³ /s
Leistungsbedarf	P	kW	N m/s
Pumpenwirkungsgrad	η	–	–
Drehzahl	n	1/min	1/s
Druck ^b	p	bar	N/m ²
Dichte	ρ	kg/dm ³	kg/m ³
Strömungsgeschwindigkeit	v	m/s	m/s
Örtliche Fallbeschleunigung	g	m/s ²	m/s ²
Verwendete Indizes:	d Austrittsquerschnitt der Pumpe s Eintrittsquerschnitt der Pumpe a Austrittsquerschnitt der Anlage e Eintrittsquerschnitt der Anlage		

^aNPSH = Abkürzung für Net Positive Suction Head

^bDer Atmosphärische Druck p_h und der Dampfdruck p_o der Förderflüssigkeit werden als absolute Drucke, alle anderen Drucke als Überdrucke über Atmosphärendruck angegeben. Bei Unterdruck sind die Druckangaben negative Werte.

3.3.2 Förderhöhe

Die *Förderhöhe* H_A der Anlage bezeichnet die von der Pumpe aufzubringende Förderhöhe, die zur Erhaltung des Förderstroms Q in der Anlage erforderlich ist. Bezogen auf den Eintrittsquerschnitt und den Austrittsquerschnitt der Anlage ergibt sich (siehe Abb. 3.7

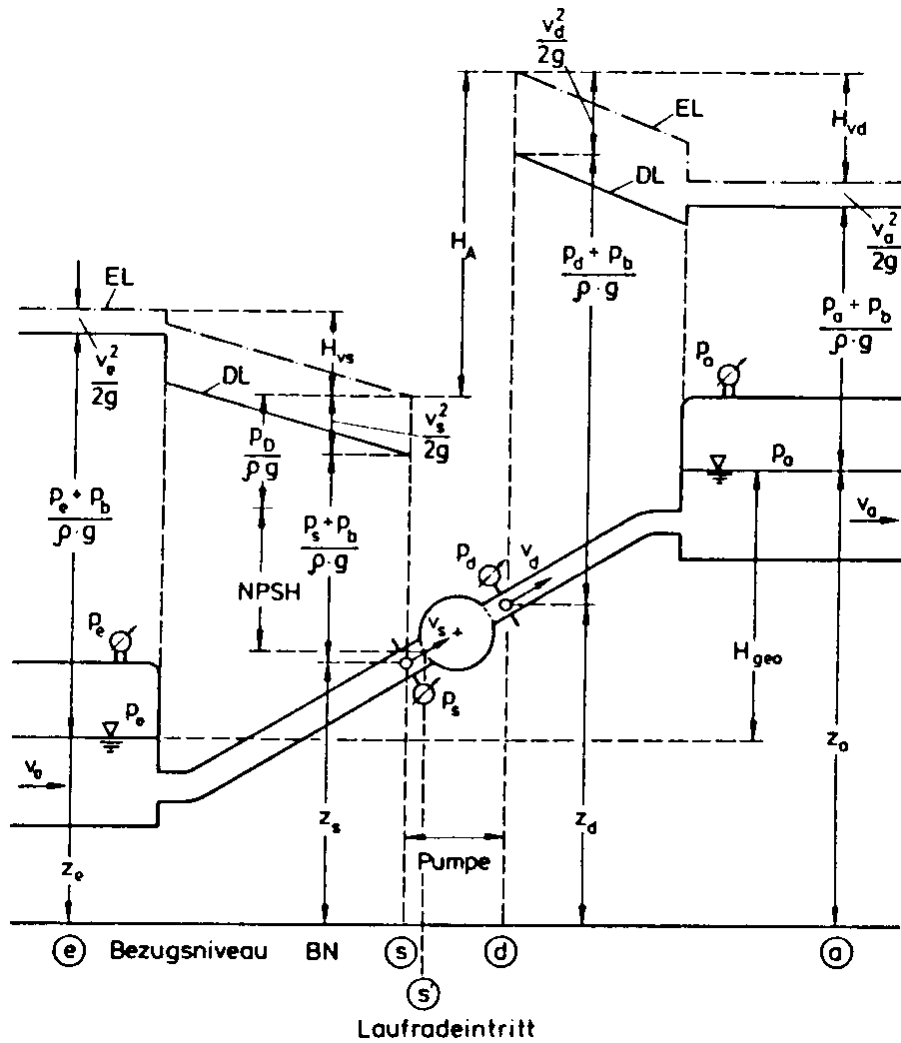


Abb. 3.7: Förderhöschaubild einer Kreiselpumpe mit zwei Druckbehältern (in Anlehnung an DIN 24260)

$$H_A = (z_a - z_e) + \frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} + H_{vd} + H_{vs}$$

$z_a - z_e$: Differenz der Höhenlagen der Flüssigkeitsspiegel = geodätische Förderhöhe

H_{geo}

$\frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g}$: Differenz der Druckhöhen in den Behältern

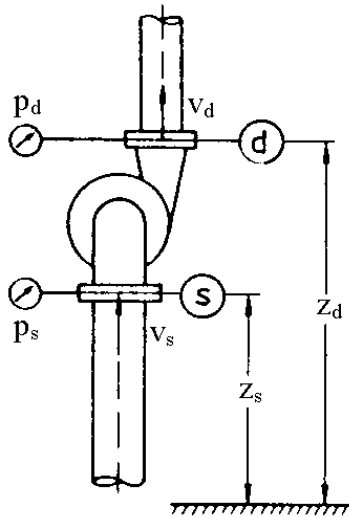
$\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$: Differenz der Geschwindigkeitshöhen in den Behältern

H_{vs} : Verlusthöhe in der Saugleitung e-s

H_{vd} : Verlusthöhe in der Druckleitung d-a

p_b : Luftdruck

Die Förderhöhe H der Pumpe kennzeichnet die von der Pumpe auf die Förderflüssigkeit übertragene nutzbare mechanische Arbeit (= Energiezunahme), bezogen auf die Gewichtskraft der geförderten Flüssigkeit. Sie ist ausschließlich für den Bereich der Pumpe zwischen dem Eintrittsquerschnitt (Saugstutzen) und dem Austrittsquerschnitt (Druckstutzen) definiert (siehe Abbildung 3.8).



$$H = (z_d - z_s) + \frac{p_d - p_s}{\rho \cdot g} + \frac{v_d^2 - v_s^2}{2g}$$

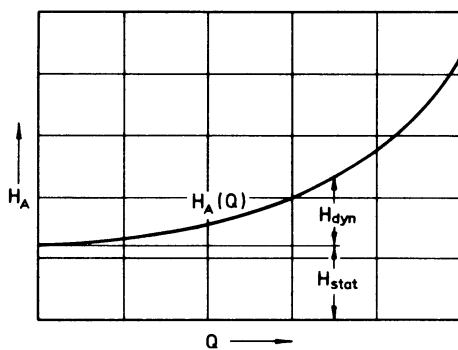
$z_d - z_s$: Differenz der Höhenlagen

$\frac{p_d - p_s}{\rho \cdot g}$: Differenz der Druckhöhen

$\frac{v_d^2 - v_s^2}{2g}$: Differenz der Geschwindigkeitshöhen

Abb. 3.8: Förderhöhe

Die Auftragung der Förderhöhe H_A der Anlage über dem Förderstrom wird als Anlagenkennlinie (Rohrleitungskennlinie) bezeichnet.



$$H_{stat} = H_{geo} + \frac{p_a - p_e}{\rho \cdot g} \quad : \text{ statischer Anteil, unabhängig von } Q$$

$$H_{dyn} = \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} + H_{vd} + H_{vs} \quad : \text{ dynamischer Anteil, abhängig von } Q$$

Abb. 3.9: Anlagenkennlinie (Rohrleitungskennlinie)

In vielen praktischen Fällen ist eine Druckhöhendifferenz – z.B. bei offenen Behältern – und/oder eine Geschwindigkeitshöhendifferenz z.B. bei gleichgroßen oder sehr großen Behältern – nicht gegeben oder vernachlässigbar klein.

Weitere Begriffe im Zusammenhang mit der Förderhöhe der Pumpe:

Nennförderhöhe H_N : Förderhöhe, für die die Pumpe bei der Nenndrehzahl n_N bestellt ist.

Bestförderhöhe H_{opt} : Förderhöhe im Betriebspunkt besten Wirkungsgrades bei der Nenndrehzahl n_N .

Nullförderhöhe H_0 : Förderhöhe bei dem Förderstrom $Q = 0$ und der Nenndrehzahl n_N .

obere/untere Grenzförderhöhe $H_{max/min}$: höchste/niedrigste zulässige Förderhöhe für einen schadensfreien Dauerbetrieb.

3.3.3 Förderstrom

Der Förderstrom Q bezeichnet den von der Pumpe durch ihren Druckstutzen geförderten nutzbaren Volumenstrom. In der Praxis sind dafür auch die Einheiten $1 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ oder $1 \frac{\text{l}}{\text{s}}$ gebräuchlich. Weitere Begriffe im Zusammenhang mit dem Förderstrom der Pumpe:

Nennförderstrom Q_N : Förderstrom, für den die Pumpe bei der Nenndrehzahl n_N und der Nennförderhöhe H_N bestellt ist.

Bestförderstrom Q_{opt} : Förderstrom im Betriebspunkt besten Wirkungsgrades bei der Nenndrehzahl n_N .

Größt-/Mindestförderstrom $Q_{max/min}$: größter/kleinster zulässiger Förderstrom für einen schadensfreien Dauerbetrieb.

3.3.4 Förderleistung

Die Förderleistung P_Q bezeichnet die von der Pumpe auf den Förderstrom übertragene nutzbare Leistung

$$P_Q = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (3.4)$$

Sie entspricht dem Leistungsbedarf des Förderstroms.

Leistungsbedarf

Der Leistungsbedarf P einer Pumpe entspricht der von der Pumpe aufgenommenen mechanischen Leistung (Wellenleistung). Er ist um die Verlustleistung der Pumpe größer als die Förderleistung

$$P_{\text{Welle}} = \frac{P_Q}{\eta} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta} \quad (3.5)$$

Der Pumpenwirkungsgrad η berücksichtigt diese Verlustleistung, d.h. die hydraulischen Verluste und die Lagerreibungsverluste der Pumpe.

Weitere Begriffe im Zusammenhang mit dem Leistungsbedarf:

Nennleistungsbedarf P_N : Leistungsbedarf im Nennbetriebspunkt bei Q_N , H_N und n_N .

Bestleistungsbedarf P_{opt} : Leistungsbedarf bei n_N im Betriebspunkt besten Wirkungsgrades.

Grenzleistungsbedarf P_G : größter Leistungsbedarf bei n_N im vorgegebenen Betriebsbereich.

Mit dem Wirkungsgrad η_M des Pumpenantriebs (Motor) beträgt dessen Leistungsbedarf

$$P_{\text{Motor}} = \frac{P_{\text{Welle}}}{\eta_{\text{Motor}}} = \frac{P_Q}{\eta \cdot \eta_{\text{Motor}}}; \text{ mit } P_{\text{Motor}} > P_{\text{Welle}} > P_Q \quad (3.6)$$

dieser entspricht dem Leistungsbedarf des Pumpenaggregates (Pumpe und Motor).

3.3.5 Pumpenwirkungsgrad

Der Pumpenwirkungsgrad η gibt das Verhältnis der von einer Pumpe abgegebenen Förderleistung P_Q zum Leistungsbedarf P (= aufgenommene Wellenleistung) im betrachteten Betriebspunkt an:

$$\eta = \frac{P_Q}{P} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{P} < 1,0 \quad (3.7)$$

3.3.6 Spezifische Drehzahl

Ein vorgegebener Betriebspunkt (Q, H) kann von Kreiselpumpen mit Laufrädern verschiedener Bauformen bei unterschiedlichen Drehzahlen n erreicht werden. Zur Kennzeichnung der Bauformen dient die spezifische Drehzahl n_q . Sie ist definiert als jene Drehzahl, bei der eine der betrachteten Pumpen in allen Teilen geometrisch ähnliche Vergleichspumpe einen Förderstrom von $Q_q = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ bei einer Förderhöhe von $H_q = 1\text{m}$ erreicht.

Aufgrund der Affinitätsgesetze gilt

$$n_q = n \frac{(Q/Q - q)^{1/2}}{(H/H - q)^{3/4}} \quad (3.8)$$

bzw. mit $Q_q = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ und $H_q = 1\text{m}$:

$$n_q = n \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (3.9)$$

Üblicherweise bezieht sich die spezifische Drehzahl auf die Förderdaten im Punkt besten Wirkungsgrades bei Nenndrehzahl, d.h.

$$n_q = n_N \frac{Q_{\text{opt}}^{1/2}}{H_{\text{opt}}^{3/4}} \quad (3.10)$$

Die spezifische Drehzahl ist eine für eine bestimmte Pumpe charakteristische Größe, und zwar für die hinsichtlich des besten Wirkungsgrades optimale Form des Laufrades.

Die spezifische Drehzahl ist bei mehrstufigen Pumpen auf die Förderdaten nur einer Stufe bezogen, bei mehrflutigen Pumpen auf die Förderdaten nur einer Laufradseite.

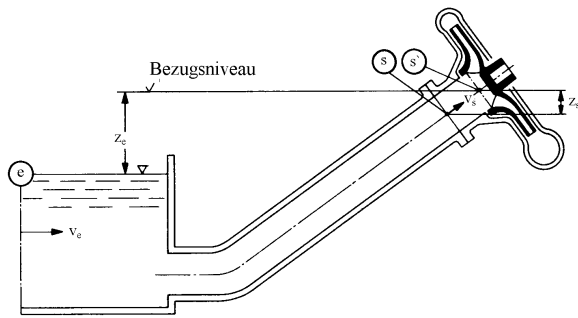


Abb. 3.10: Zur Lage des Bezugspunktes für den NPSH-Wert und s (KSB, 1974)

Der Eintrittsquerschnitt ist markiert durch den von den äußeren Schaufel Eintrittskanten beschriebenen Kreis. Die Höhenlage dieses Kreismittelpunktes (= Bezugspunkt) ist somit definiert als Bezugshöhe für den NPSH-Wert.

3.3.7 NPSH-Wert

Der NPSH-Wert (Net Positive Suction Head) ist eine Kenngröße zur Quantifizierung der Kavitationsempfindlichkeit einer Kreiselpumpe. Er ist definiert als die Gesamtenergiehöhe der Strömung in der Mitte des Eintrittsquerschnitts des Laufrades, vermindert um die Verdampfungsdruckhöhe der Flüssigkeit:

$$\text{NPSH} = \frac{p_s + p_b}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2g} - \frac{p_D}{\rho \cdot g} + z_s \quad (3.11)$$

mit: $p_s + p_b$ = absoluter statischer Druck p an der Stelle (p_b = Luftdruck, p_s = stationärer Über- oder Unterdruck)

z_s = geodätische Höhe bezogen auf das Bezugsniveau

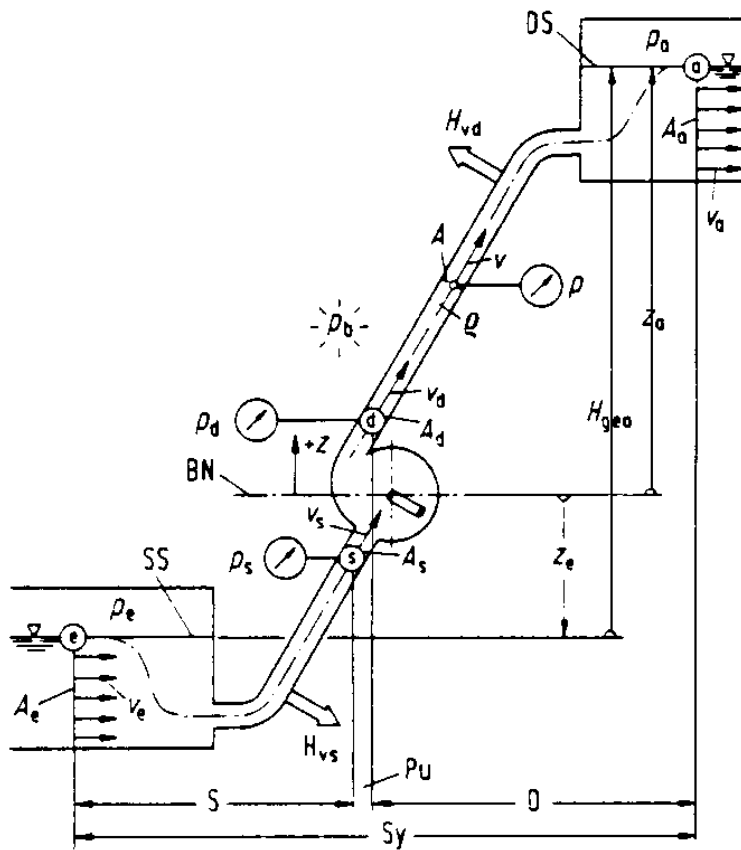
Man unterscheidet zwischen dem vorhandenen NPSH-Wert der Anlage ($\text{NPSH}_{\text{vorh}}$) und dem mindest erforderlichen NPSH-Wert der Pumpe (NPSH_{erf}).

Der NPSH_{erf} -Wert der Pumpe ändert sich mit der Pumpenkennlinie, er gibt an, wie hoch die Energiehöhe in der Bezugsebene für den NPSH-Wert mindestens über der Dampfdruckhöhe der Flüssigkeit liegen muß, um einen einwandfreien Dauerbetrieb der Pumpe mit n_N , Q_N und H_N zu garantieren:

$$\text{NPSH}_{\text{erf}} = \left(\frac{p_s + p_b - p_D}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2g} + z_s \right) \quad (3.13)$$

Bei Erreichen oder Unterschreiten dieses pumpen- und einsatzspezifischen Minimalwertes (vom Pumpenhersteller anzugeben) wird eines oder mehrere der folgenden Kavitationskriterien verletzt:

1. Beginnendes Auftreten von Kavitationsblasen bis zu einer nach Art und Größe definierten Blasenlänge (-zone) auf der Schaufel (z.B. 5 mm).



BN Bezugsniveau, *SS* Saugspiegel, *DS* Druckspiegel, *PU* Pumpe, *S* saugseitige Anlage, *D* druckseitige Anlage, *S_y* System. *A*, *A_a* Eintritts-, Austrittsquerschnitte der Anlage; *A_s*, *A_d* Eintritts-, Austrittsquerschnitte (Saug-, Druckstutzenquerschnitte) der Kreiselpumpe; *z* Höhenknoten zum Bezugsniveau *BN*; *p* Überdruck ($p > 0$) oder Unterdruck ($p < 0$) zum örtlichen barometrischen Luftdruck p_b ; *v* absolute Strömungsgeschwindigkeit (Mittelwert V/A); *H_{vs}*, *H_{vd}* Verlusthöhen in saugseitiger, druckseitiger Anlage; *H_{geo}* geodätische Förderhöhe ($z_a - z_e$). Bezugspunkt des Druckspiegels im Austritt der Anlage, Bezugspunkt des Saugspiegels im Eintritt der Anlage.

Abb. 3.11: Schema einer Kreiselpumpe und Anlage (DIN 24260)

2. Wirkungsgradabfall (z.B. 1 % vom kavitationsfrei gemessenen Wirkungsgrad).
3. Förderhöhenabfall (z.B. 3 % von der kavitationsfrei gemessenen Förderhöhe).
4. Schalldruckpegelanstieg, eine nach Meßort und Größe definierte kavitationsbedingte Erhöhung.
5. Materialabtrag, Pumpenmaterial, das bis zu einer definierten maximalen Masse in der Zeiteinheit durch Kavitationswirkung abgetragen wird.
6. Kennlinienänderung (infolge 1 und 2)

Die Bedingung für störungsfreien Betrieb lautet daher

$$NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_{\text{erf}}, \quad (3.14)$$

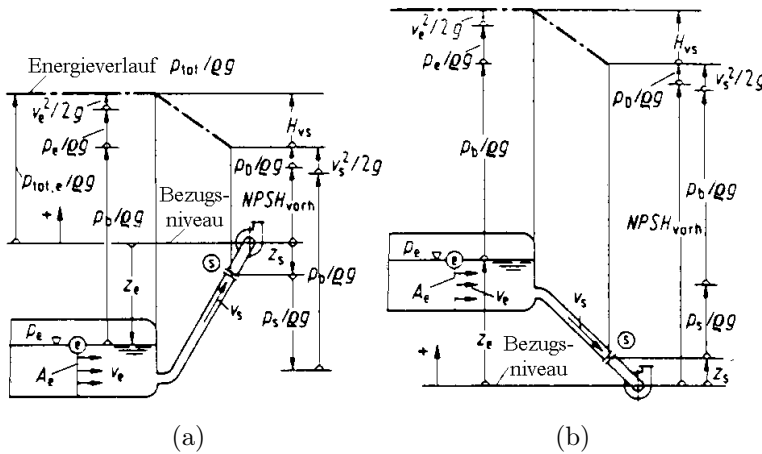
aus Sicherheitsgründen wird ein Zuschlag von ca. 0,5 m empfohlen

$$NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_{\text{erf}} + 0,5\text{m}. \quad (3.15)$$

3 Pumpen und Turbinen

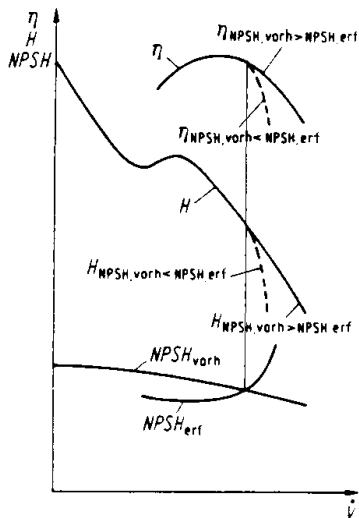
Der $NPSH_{\text{vorh}}$ -Wert ändert sich mit der Anlagenkennlinie, erkennbar bei Einführung der Werte im Eintrittsquerschnitt der Anlage:

$$NPSH_{\text{vorh}} = \frac{p_e + p_b - p_D}{\rho \cdot g} + \frac{v_e^2}{2g} + z_e - z_s - H_{vs} \quad (3.12)$$



3.12(a) Pumpe oberhalb des Flüssigkeitsspiegels, $z_e < 0$ geodätische Saughöhe; 3.12(b) Pumpe unterhalb des Flüssigkeitsspiegels, $z_e > 0$ geodätische Zulaufhöhe, Bezugspunkt des Saugspiegels im Eintritt der Anlage, s. Abb. 3.10.

Abb. 3.12: Energieverlauf $p_{\text{tot}}/\rho g$ auf der Eintrittsseite einer Pumpenanlage



$H = f(\dot{V})$ und $\eta = f(\dot{V})$
 ausgezogen: $NPSH_{\text{vorh}} > NPSH_{\text{ert}}$,
 gestrichelt: $NPSH_{\text{vorh}} < NPSH_{\text{ert}}$.

Abb. 3.13: Einfluß des NPSH-Wertes auf die Drossel- und Wirkungsgradkurve

3.3.8 Schwungmoment

Das Schwungmoment einer Pumpe oder eines Pumpenaggregates (Pumpe + Kupplung + Motor) kennzeichnet das Beharrungsvermögen bei Änderung der Drehzahl, d.h. es ist eine für den betreffenden Maschinensatz konstante charakteristische Größe für seine Rotationsträgheit. Das Schwungmoment wird angegeben mit

$$m \cdot D^2 \text{ in } [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (3.16)$$

mit: m = Masse aller rotierenden Teile

D = resultierender Trägheitsdurchmesser entsprechend $D^2 = \frac{\sum(m_i \cdot d_i^2)}{\sum m_i}$ (m_i = Einzelmasse auf dem Drehkreis mit dem Durchmesser d_i).

Das Schwungmoment kann den Druckverlauf in der angeschlossenen Rohrleitung bei Ein- und Ausschaltung (Ausfall!) des Pumpensatzes u.U. entscheidend beeinflussen (Druckstoßvorgänge!).

3.4 Hydraulisches Verhalten von Kreiselpumpen

3.4.1 Pumpenkennlinien

Die Abhängigkeit der Förderhöhe H , des Leistungsbedarfs P , des Wirkungsgrades η und des NPSH-Wertes vom Förderstrom Q einer Kreiselpumpe werden als sog. Kennlinien (i.a. bei Nenndrehzahl n_N) dargestellt.

Voraussetzungen für die einzelnen Kennlinien sind: (siehe dazu auch Abb. 3.14)

Konstanz der Pumpendrehzahl n , der Pumpengeometrie (z.B. Schaufelwinkel), der physikalischen Beschaffenheit des Fluids.

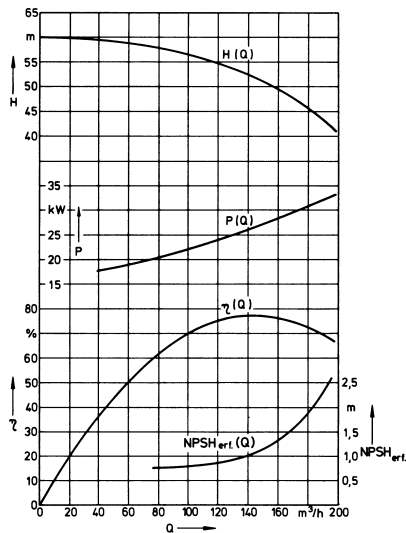
Mit dem maximalen Wirkungsgrad η_{\max} ist der Bestpunkt $H_{\text{opt}}, P_{\text{opt}}, (NPSH_{\text{opt}})_{\text{erf}}$ über Q_{opt} bestimmt. Der Nennbetriebspunkt soll i.a. möglichst nah bei dem Bestpunkt liegen.

Die charakteristische Form der Kennlinie hängt primär von der spezifischen Drehzahl n_q , d.h. der Bauart (Laufrad, Gehäuse) ab. Die folgende qualitative Darstellung läßt erkennen:

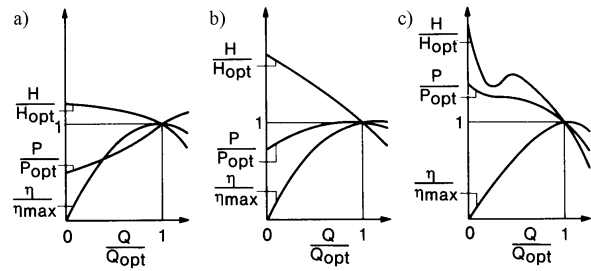
Die Q - H -Kennlinie (Drosselkurve) wird bei zunehmender spezifischer Drehzahl steiler; die Steigung ist überwiegend negativ; Kurvenstücke mit positiver Steigung heißen nichtstabil wegen u.U. nicht definierter Betriebspunkte. Drosselkurven halbaxialer und insbesondere axialer Kreiselpumpen zeigen einen Sattel.

Die Wirkungsgradkurve für Pumpen mit Radialrad geringer spezifischer Drehzahl („Langsamläufer“) ist im Scheitel breiter, diejenige für Pumpen höherer spezifischer Drehzahl („Schnelläufer“) schmaler. Der Nachteil dieses rascheren Wirkungsgradabfalls in Richtung

3 Pumpen und Turbinen



(a) Kennlinie einer einstufigen Kreiselpumpe bei der Drehzahl $n = 14501/\text{min}$



a) Radialrad: $n_q = 20\text{min}^{-1}$

b) Halbaxialrad: $n_q = 80\text{min}^{-1}$

c) Axialrad: $n_q = 200\text{min}^{-1}$

(b) Kennlinien von Kreiselpumpen bei verschiedenen spezifischen Drehzahlen.

Abb. 3.14: Kennlinien von Kreiselpumpen

Teillast und Überlast bei höherer spezifischer Drehzahl kann durch günstige Regelmöglichkeiten aufgrund von Schaufelverstellung ausgeglichen werden.

Die Leistungsbedarfskurve erreicht bei Förderstrom Null für Langsamläufer ihren Minimalwert, für Schnellläufer ihren Maximalwert. Zur Vermeidung einer Überlastung des Antriebs werden daher Axialpumpen bei geöffnetem und Radialpumpen bei geschlossenem Absperrorgan angefahren.

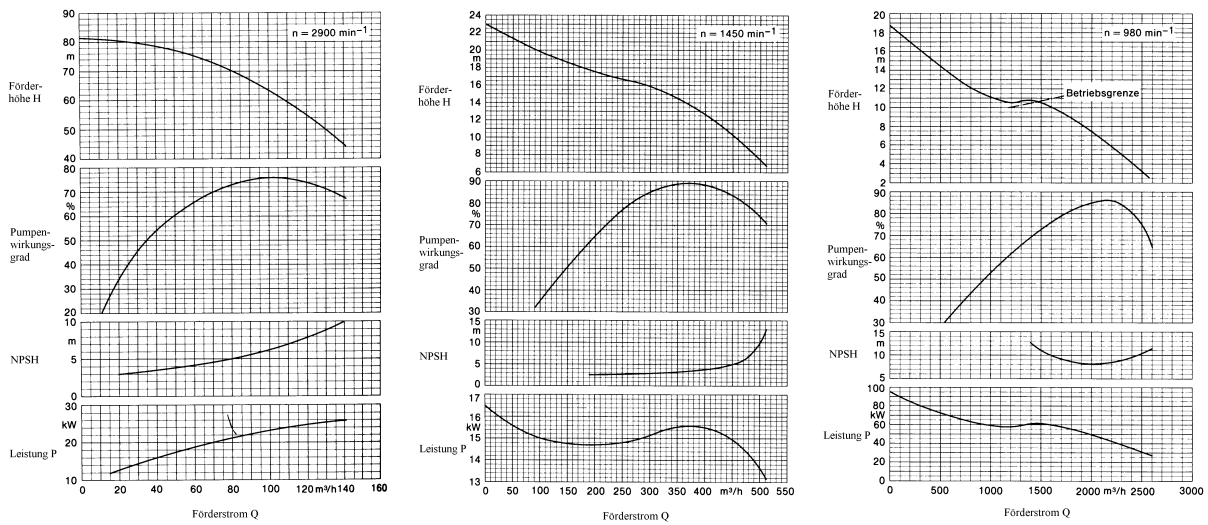
Beispiele ausgeführter Kreiselpumpen mit verschiedenen spezifischen Drehzahlen n_q sind auf Abb. 3.15 zu sehen.

Werden an einer Kreiselpumpe auf dem Prüfstand die Abhängigkeiten der Förderhöhe H und des Wirkungsgrades η (sowie des Leistungsbedarfs P) vom Förderstrom Q durch stufenweises Drosseln für unterschiedliche Drehzahlen ermittelt, so entspricht jeder Drehzahl n ein anderes Kennlinienpaar für $H = f(Q)$ („Drosselkurve“) und $\eta = f(Q)$. Werden alle so gemessenen Drosselkurven in dasselbe Diagramm eingezeichnet und Punkte gleichen Wirkungsgrades auf den verschiedenen Drosselkurven durch kontinuierliche Linien zu geschlossenen, ovalen Kurven ($\eta = \text{const}$) miteinander verbunden, so erhält man das Kennfeld der Kreiselpumpe (‘MMuschelschaubild‘) 3.16.

Affinitätsgesetze:

Bei reibungsfreien, inkompressiblen, nicht kavitierenden Fördermedien gelten zwischen zwei Kennlinien 1 und 2 einer Kreiselpumpe mit den Drehzahlen n_1 und n_2 die Beziehungen (siehe dazu auch Abb. 3.17):

3.4 Hydraulisches Verhalten von Kreiselpumpen



(a) Kennlinien für eine radiale Kreiselpumpe: spezifische Drehzahl $n_q \approx 20 \text{ min}^{-1}$ (b) Kennlinien für eine halbaxiale Kreiselpumpe: spezifische Drehzahl $n_q \approx 80 \text{ min}^{-1}$ (c) Kennlinien für eine axiale Kreiselpumpe: spezifische Drehzahl $n_q \approx 200 \text{ min}^{-1}$

Abb. 3.15: Kennlinien unterschiedlicher Kreiselpumpen

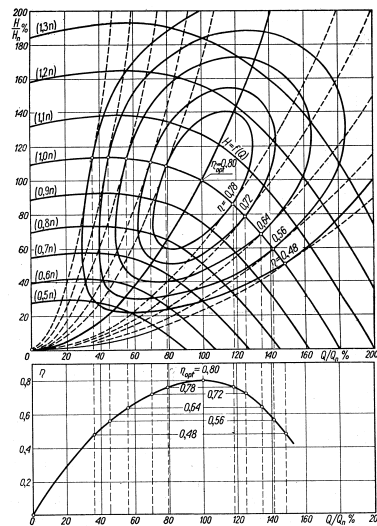


Abb. 3.16: Kennfeld Muscheldiagramm einer Zentrifugalpumpe in dimensionslosen Koordinaten.

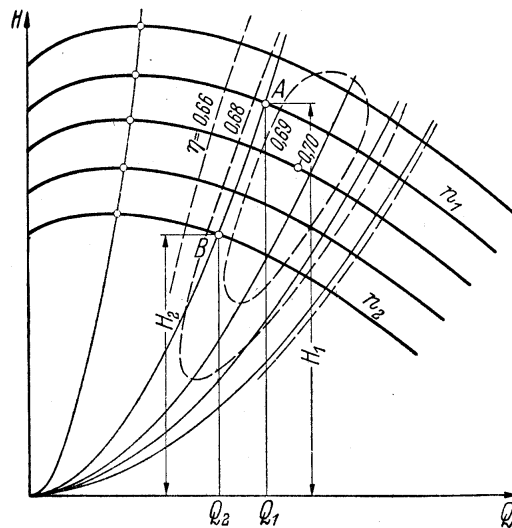


Abb. 3.17: Drosselkurven

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{für die Förderdröme}$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad \text{für die Förderhöhen}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \quad \text{für den Leistungsbedarf}$$

Damit ist es möglich, aus einer gegebenen Drosselkurve mit bekannter Drehzahl n_1 diejenige für eine andere Drehzahl n_2 zu berechnen. Da sich die Abszissen linear, die Ordinaten quadratisch mit der Drehzahl ändern, liegen zugeordnete Punkte der verschiedenen Drosselkurven auf Parabeln, die ihren Scheitel im Koordinatenursprung haben. Da die Herleitung der Affinitätsgesetze voraussetzt, daß beim Übergang von einem Punkt A der Drosselkurve 1 auf einen ihm entsprechenden Punkt B der Drosselkurve 2 der Wirkungsgrad η unverändert bleibt, müßte auch der Wirkungsgrad längs der o.g. Parabeln konstant sein. Dies trifft nur unvollkommen zu (vgl. Abb. 3.15 da sich doch ein gewisser Zähigkeitseinfluß auf den Wirkungsgrad bemerkbar macht. Aus diesem Grund sind die aus einer Umrechnung mit Hilfe der Affinitätsgesetze gewonnenen Kennlinien nur dann der Wirklichkeit nahe, wenn die Drehzahlen im Bereich von etwa dem 0,5- bis 1,3-fachen der Nenndrehzahl liegen.

Kennfelder können je nach Pumpenart nicht nur durch Drehzahlregelung, sondern auch durch Schaufelverstellung oder durch Änderung der Zuströmung zum Laufrad (Vordrallregelung) ermittelt werden (\rightarrow Pumpenregelung).

Beispiele für dimensionsbehaftete und dimensionslose Darstellungen von Pumpenkennlinien zeigen die Abbildungen Abb. 3.18(a) und Abb. 3.18(b).

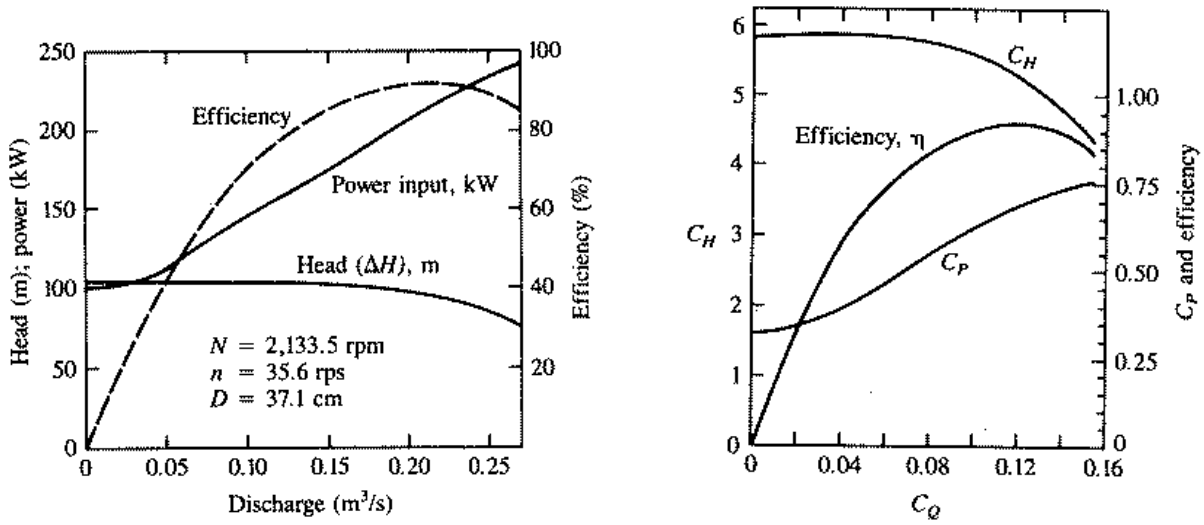


Abb. 3.18: Typische und zugehörige dimensionslose Pumpenkennlinie einer Kreiselpumpe

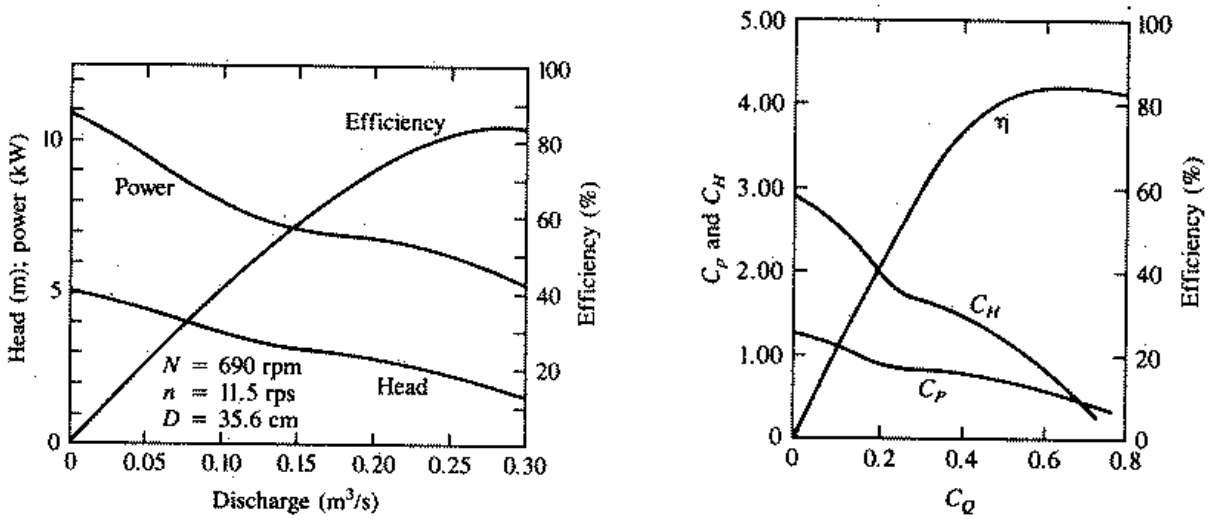


Abb. 3.19: Typische und zugehörige dimensionslose Pumpenkennlinie einer Axialpumpe

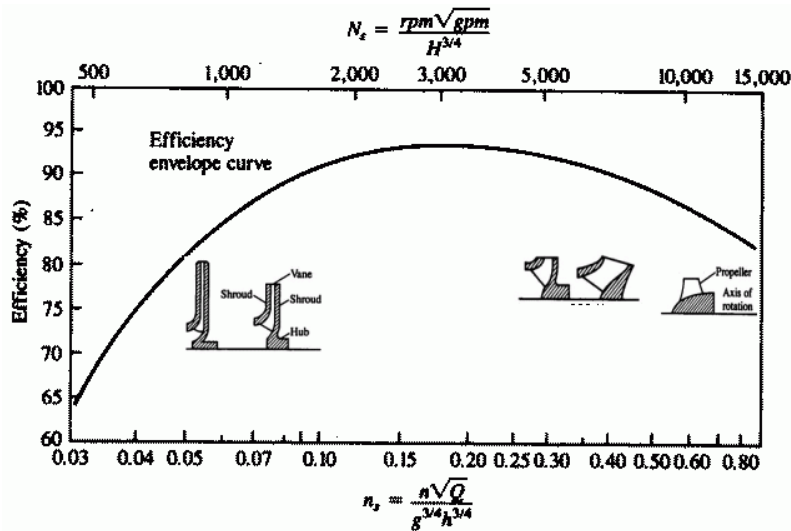


Abb. 3.20: Optimaler Wirkungsgrad und Laufraddesign in Abhängigkeit der spez. Drehzahl n_s .

Für die dimensionslose Darstellung werden die dimensionslosen Kennzahlen

$$C_H = \frac{\Delta H}{D^2 n^2 / g} \quad \dots \text{dimensionslose Förderhöhe [-]}$$

$$C_P = \frac{P}{\rho D^5 n^3} \quad \dots \text{dimensionsloser Leistungsbedarf [-]}$$

$$C_Q = \frac{Q}{n D^3} \quad \dots \text{dimensionsloser Durchfluss [-]}$$

verwendet, die sich nach einer Dimensionsanalyse ergeben. Mit C_H und C_Q lässt sich weiter die spezifische Drehzahl n_s bilden, mit der die Kennlinien vereinheitlicht dargestellt werden können.

$$n_s = \frac{\left(\frac{Q}{n D^3}\right)^{1/2}}{\left(\frac{g H}{n^2 D^2}\right)^{3/4}} = \frac{n Q^{1/2}}{g^{3/4} h^{3/4}} \quad \dots \text{spezifische Drehzahl [-]}$$

Viskositätseinfluß

Mit zunehmender Viskosität ν der Förderflüssigkeit und gleichbleibender Drehzahl n (siehe auch Abb. 3.21

sinken	die Förderhöhe	H
	der Förderstrom	Q
	der Wirkungsgrad	η
steigt	der Leistungsbedarf	P
bleibt	die Nullförderhöhe	H_0

Da die Kennlinien der Kreiselpumpen von den Herstellern i.a. für Wasser angegeben werden, sind von einer gewissen Größe der Abweichung der Viskosität des Fördermediums von derjenigen des Wassers Umrechnungen der Kennlinien erforderlich (\rightarrow Fachliteratur).

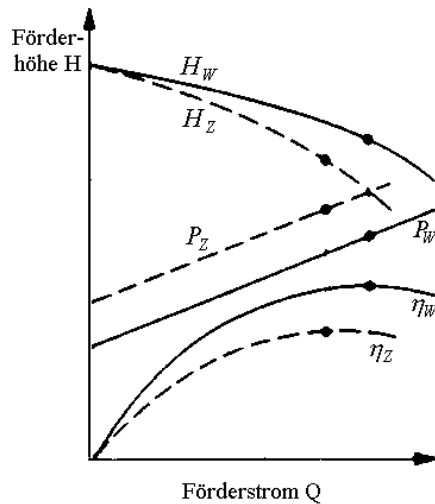


Abb. 3.21: kennlinien einer Kreiselpumpe bei Förderung von Wasser (Index W) bzw. zäher Flüssigkeit (Index Z).

3.4.2 Pumpenregelung

Sollen in einer Rohrleitungsanlage Förderstrom und/oder Förderhöhe der Pumpe veränderbar sein, so muss die Möglichkeit zur Regelung entweder

- durch Veränderung der Anlagenkennlinie oder
- durch Veränderung der Pumpenkennlinie

bestehen.

zu a) *Drosselregelung:* Durch Vergrößern des Durchflußwiderstandes eines Regelventils oder eines Drosselschiebers wird der dynamische Anteil der Anlagenkennlinie steiler, so daß sich der Schnittpunkt mit der Pumpenkennlinie (= Betriebspunkt) in Richtung kleinerer Förderströme verschiebt. Wegen der Drosselverluste und der dabei meist gegebenen Entfernung vom Bestpunkt ist ein Dauerbetrieb mit Drosselregelung unwirtschaftlich (siehe Abb. 3.22 und Abb. 3.23).

Bei steilen Pumpenkennlinien ist die Veränderung des Förderstroms bei gleichem Grad der Drosselung geringer als bei flachen Kennlinien. Deshalb wird diese Art der Regelung am ehesten bei Radialpumpen und zum Teil auch bei Halbaxialpumpen angewandt, zumal dort der Leistungsbedarf mit dem Förderstrom abnimmt.

Bypassregelung: Durch einen parallel zur Pumpe angeordneten Bypass wird ein Teil des Förderstroms auf der Druckseite der Pumpe entnommen und auf der Saugseite wieder zugeführt. Entsprechend der Bypass-Kennlinie verschiebt sich die Anlagenkennlinie zu größeren Förderströmen $Q_{ges} = Q_{Byp} + Q_A$. Der Förderstrom der Pumpe vergrößert sich zwar von Q_1 auf Q_{ges} , der Nutzförderstrom durch die Rohrleitung nimmt jedoch von Q_1 auf Q_A ab. Im Zusammenwirken mit einem Regelventil im Bypass lässt sich auch hier eine kontinuierliche Veränderung des Förderstroms erreichen (siehe Abb. 3.24).

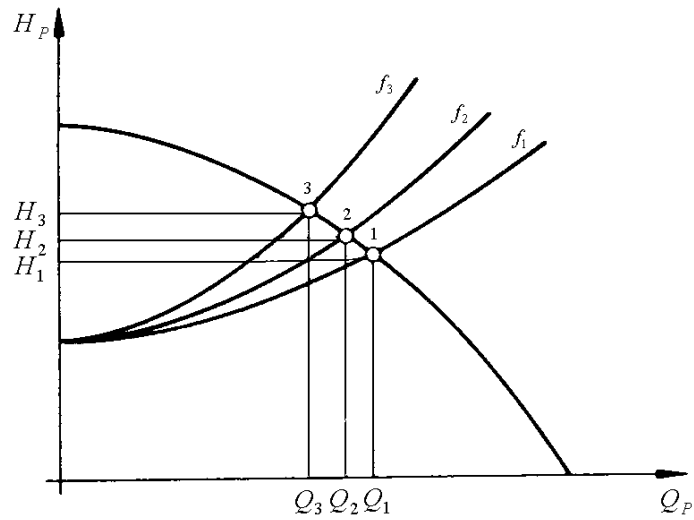


Abb. 3.22: Drosselregulierung: mit den Drosselquerschnitten f_1 , f_2 und f_3 können die Arbeitspunkte 1,2 und 3 erreicht werden.

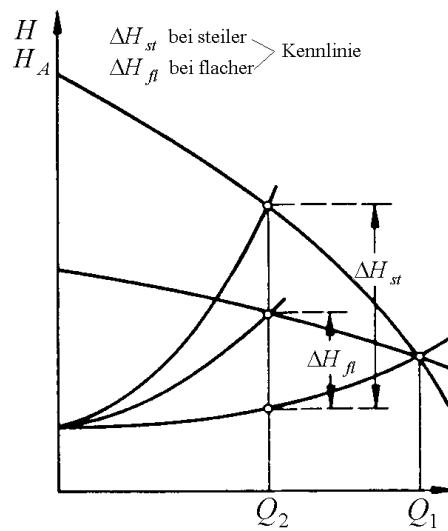


Abb. 3.23: Drosselregulierung: mit den Drosselquerschnitten f_1 , f_2 und f_3 können die Arbeitspunkte 1,2 und 3 erreicht werden.

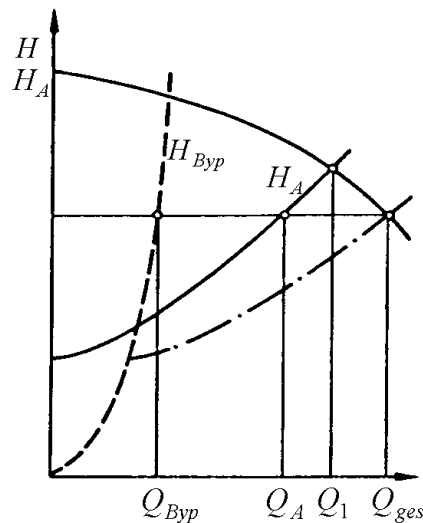


Abb. 3.24: Förderstromänderung durch einen Bypass

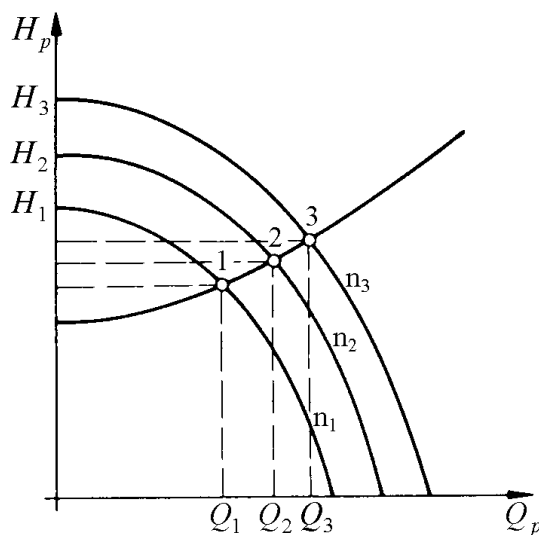


Abb. 3.25: Drehzahlregulierung: Mit den Drehzahlen n_1 , n_2 und n_3 können die Arbeitspunkte 1, 2 und 3 erreicht werden.

zu b) Drehzahlregelung: Der den Affinitätsgesetzen entsprechende Zusammenhang zwischen Drehzahländerung und Kennlinienänderung ist aus dem Kennfeld einer Kreiselpumpe ersichtlich. Die Drehzahlregelung verursacht die geringsten Verluste, sie setzt jedoch einen drehzahlregelbaren Motor oder ein entsprechendes Getriebe voraus (siehe Abb. 3.25).

Laufschaufelverstellung: Die Änderung der Pumpenkennlinie durch Verstellung der Laufschaufeln und z.T. auch der Leitschaufeln während des Betriebs wird bei Axial- und Halbaxialpumpen angewandt. Dadurch ändern sich bei konstanter Drehzahl die Förderhöhe, der Förderstrom und der Leistungsbedarf. Die Wirkungsgradmuscheln haben fast horizontale Hauptachsen, daher ist diese Regelung besonders geeignet für

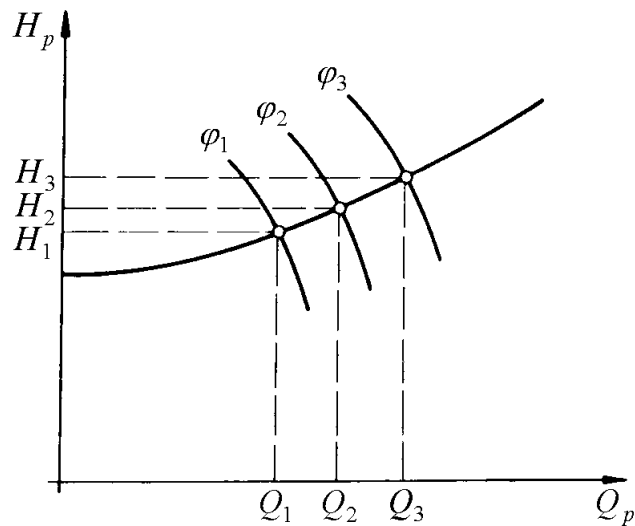


Abb. 3.26: Schaufelregulierung bei einer Axialpumpe: Mit den Schaufelstellungen φ_1 , φ_2 und φ_3 können 3 verschiedene Arbeitspunkte erreicht werden.

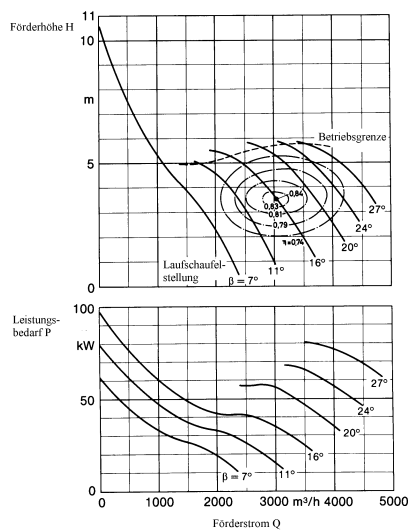


Abb. 3.27: Änderung der Kennlinien durch Laufschaufelverstellung.

geringe Förderhöhen-schwankungen bei großen Förderstromänderungen ($\eta \approx \text{konst}$) (siehe auch Abb. 3.26 und Abb. 3.27).

Die Anlagenkosten sind sehr hoch, die Betriebskosten können durch die Möglichkeit zu optimaler Regelung niedrig gehalten werden.

Vordrallregelung: Die Zuströmung eines Kreiselpumpenlaufrades ist üblicherweise drallfrei. Bei der Vordrallregelung wird der Einfluß einer drallbehafteten Zuströmung auf die Q-H-Kennlinie zur Regelung ausgenutzt, indem durch Verstellung des Anstellwinkels eines Schaufelgitters vor dem Laufrad (Vorleitschaufeln) ein Vordrall im gleichen (Q-H-Linie \downarrow) oder entgegengesetzten (Q-H-Linie \uparrow) Drehsinn des Laufrades erzeugt wird. Diese Art der Regelung ist besonders geeignet für schnellläufige

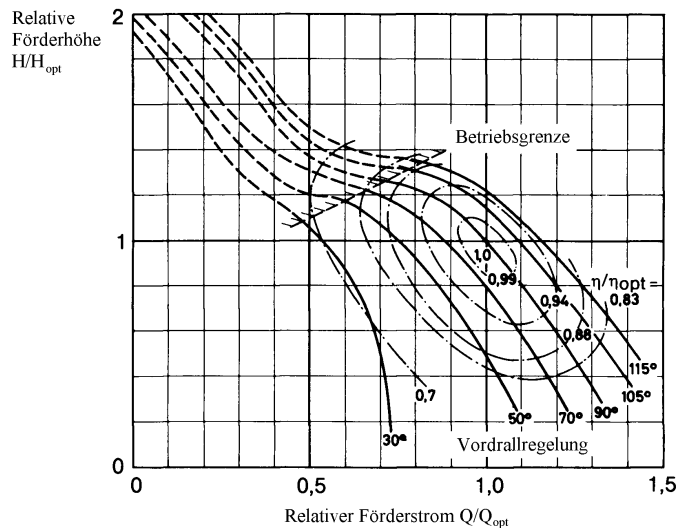


Abb. 3.28: Typisches Kennfeld einer durch Vordrall geregelten Diagonal-Rohrgehäusepumpe.

halbaxiale und axiale Pumpen, weil sich hier der Dralleffekt am stärksten auswirkt (siehe Abb. 3.28).

3.4.3 Parallel- und Serienschaltung

Pumpenanlagen sind häufig aus betrieblichen, wirtschaftlichen oder sicherheitstechnischen Gründen mit mehreren gleichen und/oder unterschiedlichen Pumpen ausgerüstet. Dabei sind folgende Schaltarten möglich:

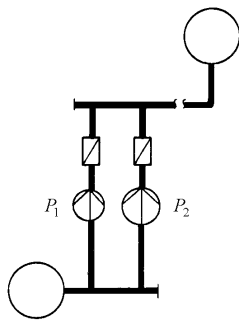
Parallelschaltung

Der Zustrom zu den nebeneinander angeordneten Pumpen erfolgt über eine gemeinsame Zuleitung oder direkt aus einem Behälter, das Abströmen über einen gemeinsamen Sammler oder direkt in die beschickte Rohrleitung.

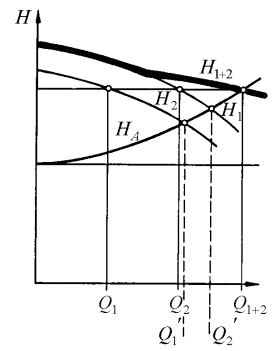
Bei Parallelschaltung addieren sich die Kennlinien der Pumpen in der Förderstrom-Richtung bei gleichen Förderhöhen.

Im obigen Beispiel: $Q_1 + Q_2 = Q_{1+2}$ sowie $H_1 = H_2 = H_{1+2}$

Der Schnittpunkt der Summenkennlinie H_{1+2} mit der Anlagenkennlinie H_A liefert den Gesamtförderstrom Q_{1+2} durch die beschickte Rohrleitung. Die horizontale Linie gleicher Förderhöhen durch diesen Gesamtbetriebspunkt ergibt gleichzeitig die Betriebspunkte der einzelnen Pumpen auf ihren Drosselkurven mit den zugehörigen Förderstromanteilen Q_1 und Q_2 . Diese sind kleiner als die Förderströme Q'_1 und Q'_2 , die jede Pumpe bei Einzelbetrieb erreicht. Im Grenzfall sehr flacher Pumpenkennlinien und einer sehr steilen Anlagenkennlinie wird durch Parallelschaltung kaum eine Steigerung des Förderstroms erzielt. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, daß die einzelnen Pumpen im Bereich



(a)



(b)

Abb. 3.29: Parallelbetrieb zweier Kreiselpumpen P_1 und P_2 mit unterschiedlichen Kennlinien: Drei mögliche Betriebspunkte mit Q'_1 , Q'_2 und Q_{1+2} .

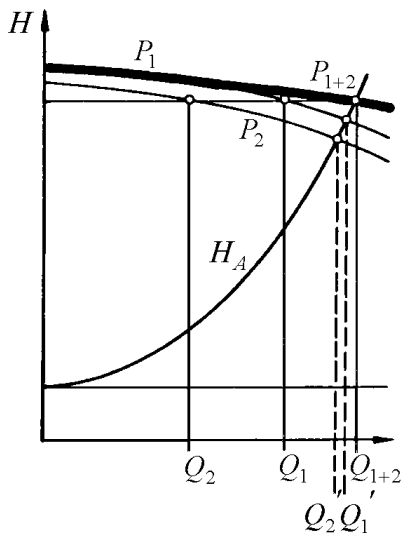


Abb. 3.30: Parallelschaltung bei flacher Pumpenkennlinie

schlechter Wirkungsgrade arbeiten. Bei sehr steilen Anlagenkennlinien läßt sich der Gesamtförderstrom eher durch Serienschaltung vergrößern als durch Parallelschaltung.

Blockschaltung

Bei der Blockschaltung als einer Sonderform der Parallelschaltung stellt jede Pumpe mit ihrer Rohrleitung ein eigenes, unabhängiges System dar und kann dementsprechend berechnet werden. Bei der Blockschaltung ergibt sich der Gesamtförderstrom Q_{ges} aus der Addition der Einzelförderströme Q_1 und Q_2 , die Förderhöhen stellen sich ebenfalls unabhängig voneinander ein.

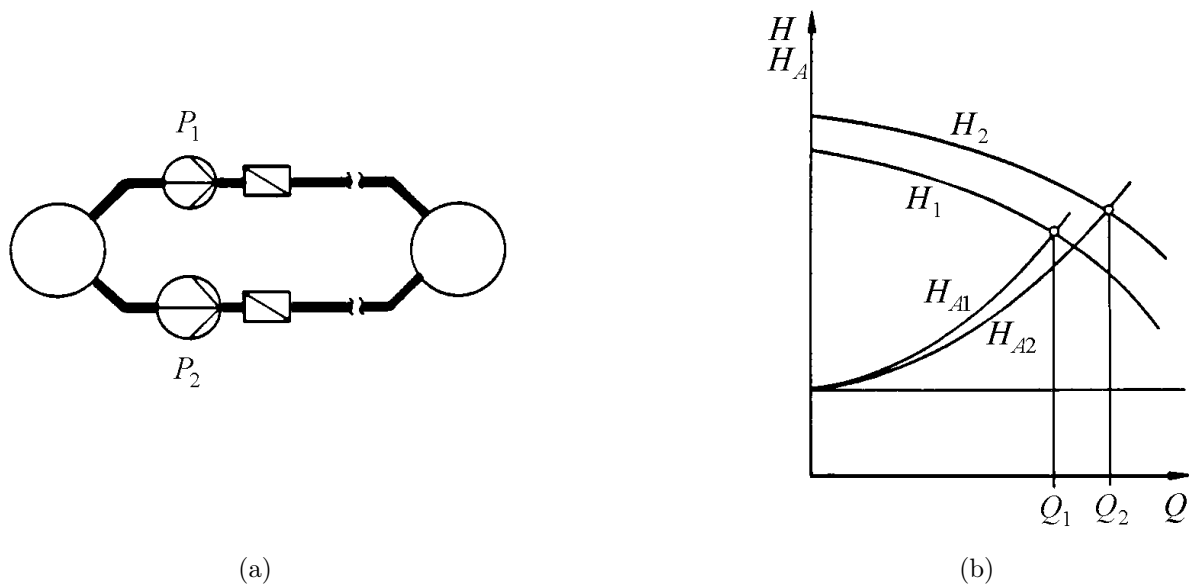


Abb. 3.31: Blockbetrieb zweier Kreiselpumpen P_1 und P_2 mit unterschiedlichen Kennlinien.

Serienschaltung

Der Förderstrom durch die hintereinanderliegenden Pumpen wird so geführt, daß er vom Druckstutzen der ersten Pumpe zum Saugstutzen der zweiten geleitet wird und so fort, entsprechend der Anzahl der Einzelpumpen.

Bei Serienschaltung (Reihenschaltung) addieren sich die Kennlinien der Pumpen in der Förderhöhen-Richtung bei gleichen Förderströmen.

Im obigen Beispiel: $Q_1 = Q_2 = Q_{1+2}$ sowie $H_1 + H_2 = H_{1+2}$

Der Schnittpunkt der Summenkennlinie H_{1+2} mit der Anlagenkennlinie H_A liefert den Gesamtförderstrom, der in diesem Fall dem Förderstrom jeder Einzelpumpe entspricht.

3.5 Turbinen in Wasserkraftanlagen

Wasserkraftanlagen werden nach dem verfügbaren Gefälle unterschieden. Dabei nennen verschiedene Autoren teilweise stark voneinander abweichende Bereichsgrenzen, wie z.B. Werte aus dem Skript Wasserbau (IWK) oder Werte in Klammern aus Sigloch (1983). Es kann etwa in folgende Bereiche unterteilt werden:

- Niederdruckanlagen, Gefälle $H < 15\text{m}$ ($H < 20\text{m}$)
- Mitteldruckanlagen, $H = 15\text{--}50\text{m}$ ($H = 20\text{bis}200\text{m}$)
- Hochdruckanlagen, $H > 50\text{m}$ ($H > 200\text{m}$)

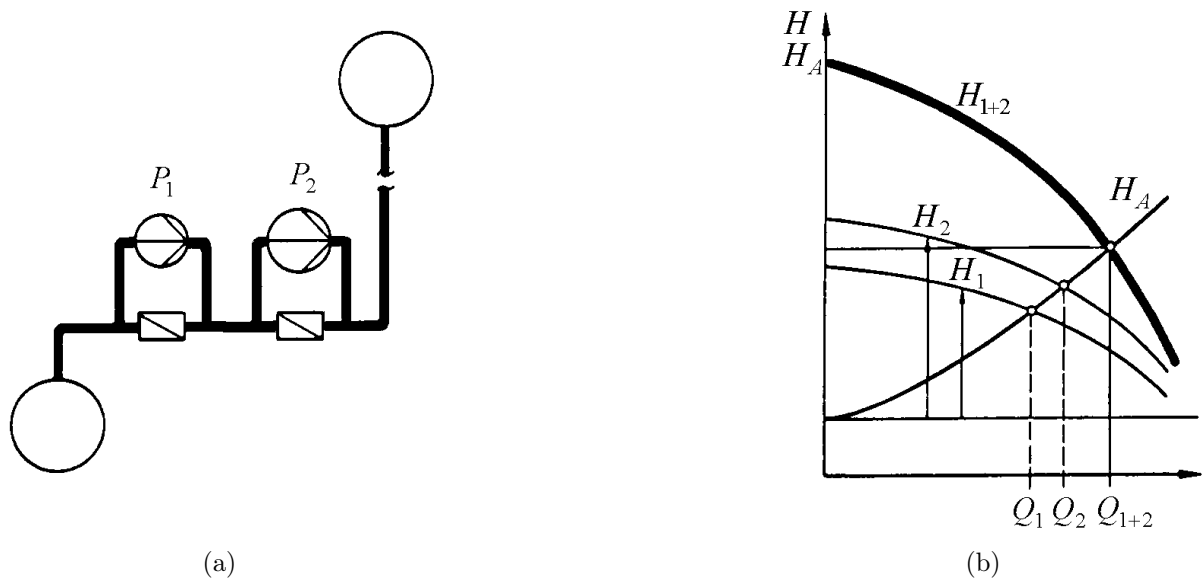


Abb. 3.32: Serienbetrieb zweier Kreiselpumpen P_1 und P_2 mit unterschiedlichen Kennlinien: Drei mögliche Betriebspunkte mit Q_1 , Q_2 und Q_{1+2} .

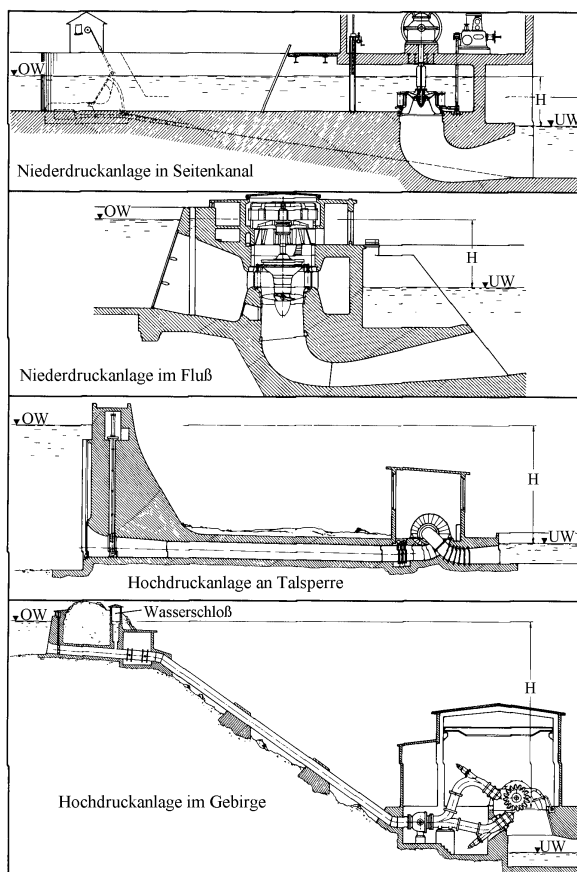


Abb. 3.33: Ausbaufornen von Wasserkraftanlagen (VOITH; aus Sigloch, 1993)

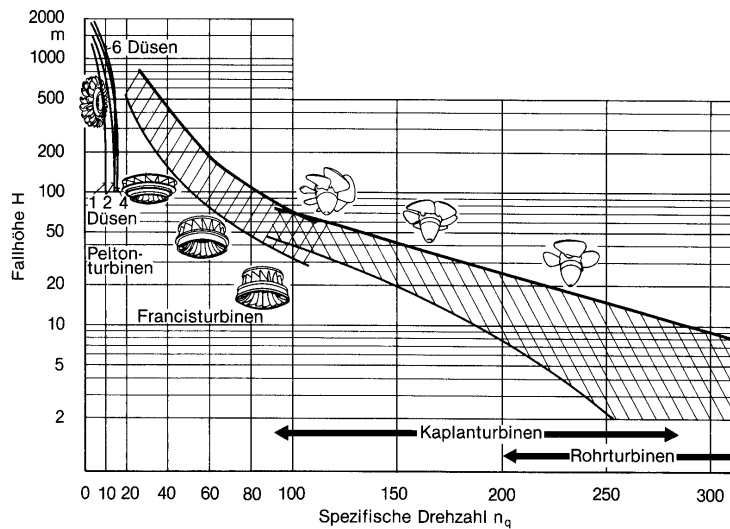


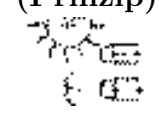



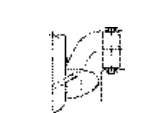
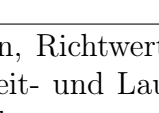
Abb. 3.34: Anwendungsbereiche der verschiedenen Arten von Turbinen, abhängig von der spezifischen Drehzahl n_q

Die Turbinen sind nach mehreren Kriterien einteilbar:

- | | | |
|-----|-----------------|---|
| I | Wirkungsweise: | Gleichdruck, Überdruck |
| II | Radform: | radial, diagonal, axial |
| III | Bauweise: | Wellenlage senkrecht oder waagrecht |
| IV | Wasserführung: | Schacht-, Spiral- (Beton, Stahl), Rohrturbinen |
| V | Betriebsart: | Turbinen, Pumpenturbinen |
| VI | Beaufschlagung: | Teil-, vollbeaufschlagt |
| VII | Regelung: | Einfachregelung (Leitrad). Doppelregelung (Düse + Strahlblenker, bzw. Leitrad plus Laufrad) |

Wasserturbinen werden heute bis Maschinenleistungen von ca. 250 MW bei *Pelton*-, ca. 500 MW bei *Kaplan*- und ca. 750 MW bei *Francis-Ausführungen* gebaut. Um die heute üblichen hohen Wirkungsgradforderungen zu erreichen, sind zum endgültigen Auslegen (Abmessungen, Konstruktion) meist langjährige Vorort-Beobachtungen und umfangreiche Optimierungsversuche an Modellmaschinen notwendig. Es ist eine hohe Betriebsdrehzahl anzustreben, damit der Raddurchmesser klein wird. Je höher die Drehzahl, desto geringer sind die Abmessungen und daher Bauaufwand von Turbine sowie Generator.

Das Teillastverhalten der verschiedenen Turbinentypen geht aus hervor. Aufgetragen sind die Wirkungsgrade, abhängig vom Beaufschlagungsgrad Q/Q_{\max} , für Turbinen mittlerer Leistung. Alle Bauarten erreichen in der Spitze Wirkungsgrade von etwa 90%. Großanlagen mit günstigen Einlauf- und Saugrohrverhältnissen erzielen sogar Wirkungsgrade bis 93% (95%).

Turbinenart	Spez. Drehzahl $n_q[\text{min}^{-1}]$	Gefälle $H[\text{m}]$	Radform (Prinzip)
Peltonlaufräder	4–70 (1–15)	2000–100 (2000–100)	
Francis Langsamläufer	30–125 (20–40)	700–150	
Francis Normalläufer	125–200 (40–80)	150–80	
Francis Schnellläufer	300–500 (80–160)	80–10 (-1)	
Expressläufer	200–300	80–10 (-1)	
Propeller- und Kaplanturbine	400–800 (90–560)	80–2 (-1)	

Tab. 3.2: Übersicht über die wichtigsten Wasserturbinen: Benennungen, Richtwerte für Kennzahlen und Gefälle H sowie prinzipieller Aufbau von Leit- und Laufrad-Kombination. Werte aus Skript Wasserbau (IWK), resp. in Klammern aus Sigloch (1993).

3.5.1 Gleichdruckturbinen

Pelton-, Becher-, Freistrahler oder Tangential-Turbinen

Bei Gleichdruckwirkung wird der gesamte Druck in der Leitvorrichtung in Geschwindigkeit umgesetzt. Die Laufschaufeln lenken den Fluidstrom nur um und entziehen ihm dabei kinetische Energie. Das Medium strömt dem Laufrad mit hoher Geschwindigkeit zu und verläßt es mit möglichst niedriger – theoretisch mit null. Da aber die absolute Abströmgeschwindigkeit nicht null werden kann, bleibt der Energieumsetzgrad auch theoretisch unter 100%.

Entwickelt wurden die Peltonturbinen um 1880 von L. A. Pelton. Wegen des nach dem Verlassen der Düse nicht mehr geführten Strahles werden sie auch als Freistrahlturbinen oder wegen den becherartigen Schaufeln als Becherturbinen bezeichnet; infolge der tangentialen Laufrad-Zuströmung (Düse) auch Tangentialturbine genannt. Wegen ihrer flachen Wirkungsgradkurve sind Peltonturbinen gut für Regelzwecke geeignet. Bei Peltonturbinen besteht zudem praktisch keine Kavitationsgefahr.

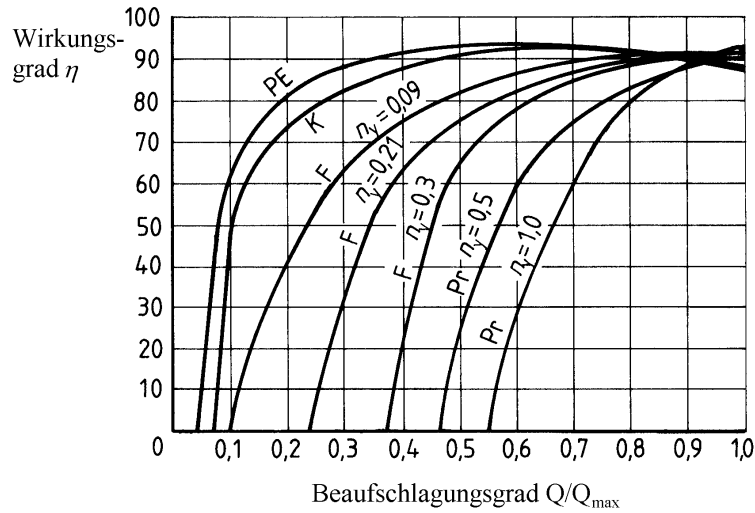
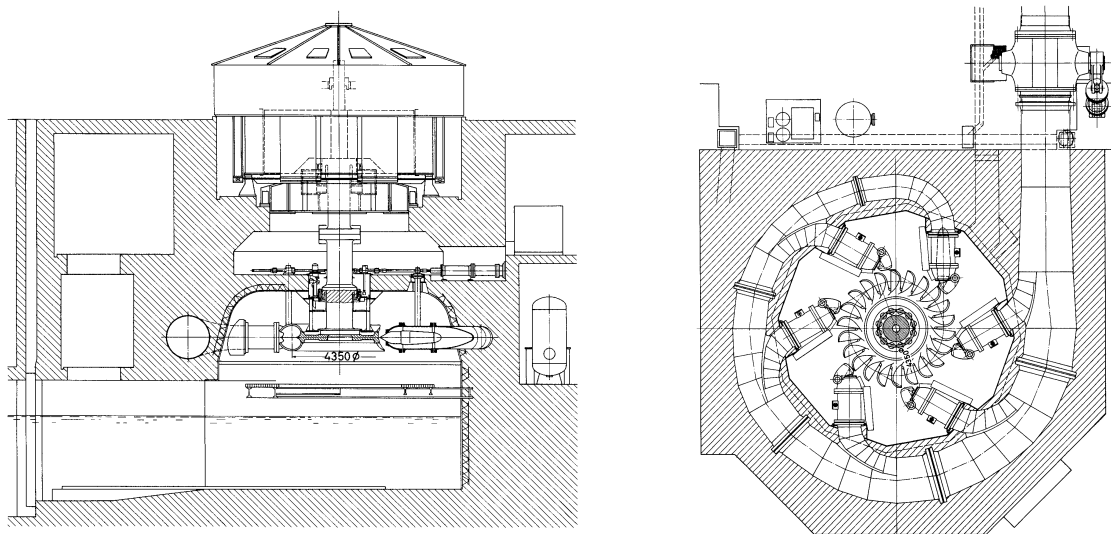


Abb. 3.35: Genäherter Wirkungsgradverlauf abhängig für die einzelnen Turbinenbauarten: Effektiver Wirkungsgrad η abhängig vom Beaufschlagungsgrad Q/Q_{\max} . PE Pelton-, F Francis-, K Kaplan- und Pr Propellerturbine. Die Peltonturbine zeigt das günstigste Regelverhalten. (Sigloch, 1993)



Betriebsdaten: $H = 413 \text{ m}$, $Q = 46,12 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 180 \text{ min}^{-1}$, $P = 167 \text{ MW}$. (Sigloch, 1993)

(a) Vertikal-Peltonturbine mit 6 innengesteuerten Düsen, Längsschnitt (VOITH).

(b) Radialschnitt in Radmitte der Peltonturbine. (Sigloch, 1993)

Abb. 3.36: Peltonturbine

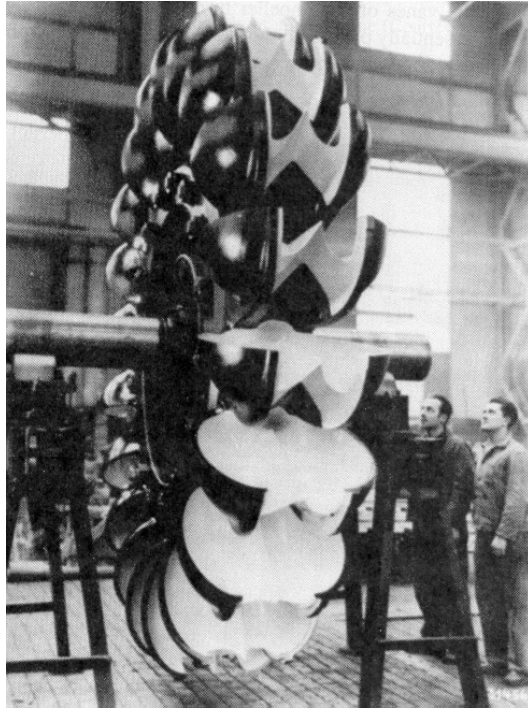


Abb. 3.37: Laufrad einer Pelton-Turbine, VOITH (Roberson et. al., 1988).

Mitchell-Ossberger- oder Durchström-Turbine

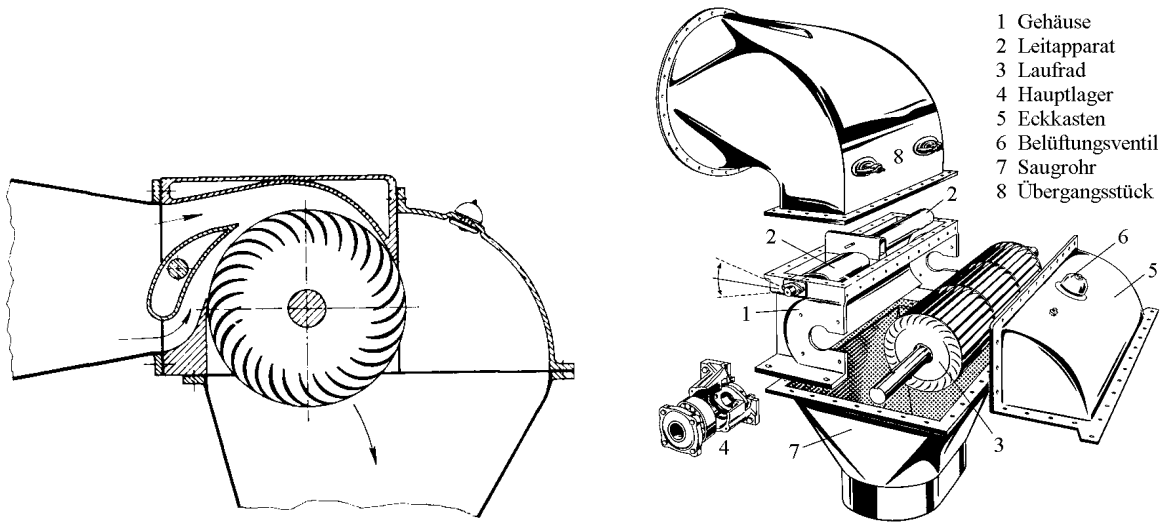
Die Durchströmturbine wurde 1903 von A. G. M. Mitchell erfunden, von Prof. Banki (Ungarn) weiterentwickelt und 1917 zur Anwendung vorgeschlagen. Firma Ossberger brachte die Turbine auf den heutigen technischen Stand. Die Durchströmturbine ist einfach aufgebaut und daher robust sowie wartungsarm.

Mitchell-Ossberger-Turbinen (Leistung bis ca. 1000 kW) sind an kleinen Wasserläufen zu finden und werden von Betrieben oft zur eigenen Energie-, d.h. Stromversorgung genutzt.

Die Ossberger-Turbine ist eine radiale, teilbeaufschlagte Freistrahlturbine. Gemäß ihrer spezifischen Drehzahl zählt sie zu den Langsamläufern. Der Wasserstrahl, der durch den Leitapparat (zwei Düsen) einen rechteckigen Querschnitt erhält, durchströmt den Schaufelkranz des walzenförmigen Rotors zuerst von außen nach innen und dann, nach Durchqueren des Radinnern, nochmal von innen radial nach außen.

3.5.2 Überdruckturbinen

Francis-, Propeller- und Kaplan turbinen arbeiten nach dem Überdruckprinzip (Reaktionswirkung). Beim Überdruckprinzip wird ein Teil des Gefälles im Leitrad und der Rest im Laufrad in Geschwindigkeit umgesetzt. Ein Saugrohr, mit dem alle Überdruckwasserturbinen ausgerüstet sind, bewirkt ein künstliches Herabsetzen des Druckes nach dem Laufrad und Zurückverwandeln der Strömungsenergie auf dem Weg zum Unterwasser in



(a) Querschnitt mit Strömungsverlauf, Zufluß horizontal (Ossberger, aus Sigloch, 1993).

(b) Zweiteilige Durchströmturbine: Zufluß vertikal, Leitschaufeln 2 schwenkbar (Sigloch, 1993).

Abb. 3.38: Durchströmturbine

Druck(-energie). Im Saugrohr kann, besonders bei Teillast, eine drallbehaftete Abströmung auftreten, die Instabilität und Geräusche verursacht.

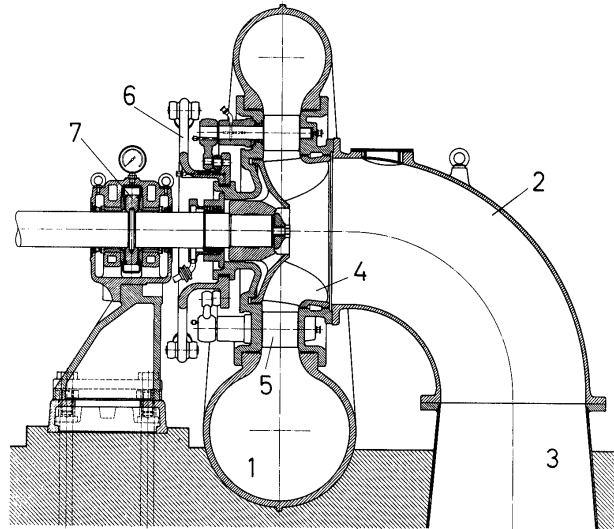
Francisturbinen

Francisturbinen werden je nach spezifischer Drehzahl in Radialbauweise (Langsamläufer) bis Halbaxialausführung (Schnellläufer) verwirklicht. Das Wasser strömt über die Leitvorrichtung von außen radial zu und verläßt das Laufrad innen axial. Die ersten Turbinen dieser Bauart entwickelte und baute J. B. Francis um 1850. An den Rändern des durch die Schnellläufigkeit festgelegten Anwendungsbereiches überschneidet sich die Francisturbine nach unten mit der Pelton- und nach oben mit der Kaplanturbine.

Propeller- und Kaplan-Turbinen

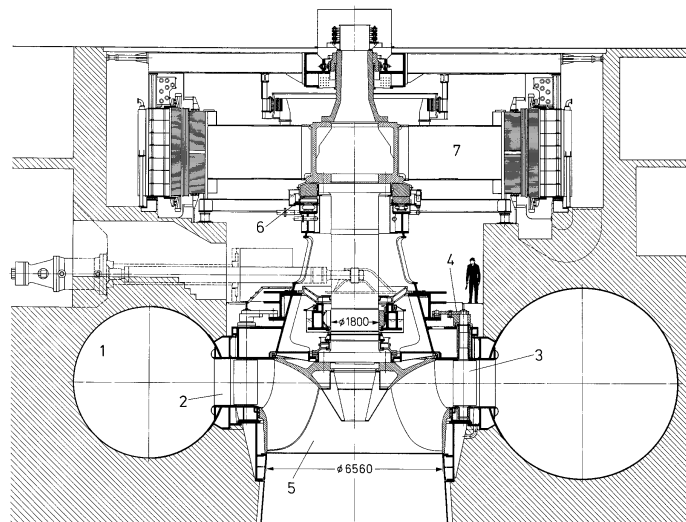
Propeller- und Kaplanturbinen sind axiale Wasserturbinen mit wenigen Schaufeln (3 bis 8). Große Strömungsquerschnitte ermöglichen hohe Volumenströme. Des weiteren erlauben die wegen Fliehkraft nur auf Zug beanspruchten Laufschaufeln höhere Drehzahlen, wodurch allerdings auch die Kavitationsneigung wächst. Deshalb sind Axialturbinen kavitationsgefährdete spezifische Schnellläufer, bei denen die Fluidgeschwindigkeit der Strömung relativ zu den Flügeln verhältnismäßig hoch ist.

Propellerturbinen weisen wie Pelton- und Francisausführungen feste, d.h. nichtverstellbare Laufschaufeln auf. Durch das zum Regeln notwendige Schwenken der Leitschaufeln treten an den Flügeln der Propellerturbinen große Verluste auf. Der Wirkungsgrad fällt



1 Spirale, 2 Abflußkrümmer, 3 Saugrohr, 4 Laufrad, 5 Leitschaufel, 6 Leitschaufelantrieb, 7 kombiniertes Axial-Radial-Lager. Betriebsdaten: $H = 45 \text{ m}$, $Q = 1,58 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 720 \text{ min}^{-1}$, $P = 580 \text{ kW}$. (Sigloch, 1993)

Abb. 3.39: Kleine Francis-Spiralturbine in Waagrecht-Ausführung mit Grauguß-Gehäuse (VOITH)



1 Spirale, 2 Stützschaufeln, 3 Leitschaufeln, 4 Leitschaufelantrieb, 5 Laufrad, 6 Spurlager, 7 Generatorrotor. Betriebsdaten: $H = 113,5 \text{ m}$, $Q = 415 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 107,1 \text{ min}^{-1}$, $P = 415 \text{ MW}$. (Sigloch, 1993)

Abb. 3.40: Große Francis-Spiralturbine in Vertikalausführung für Cabora-Basse, Mogambique (VOITH).

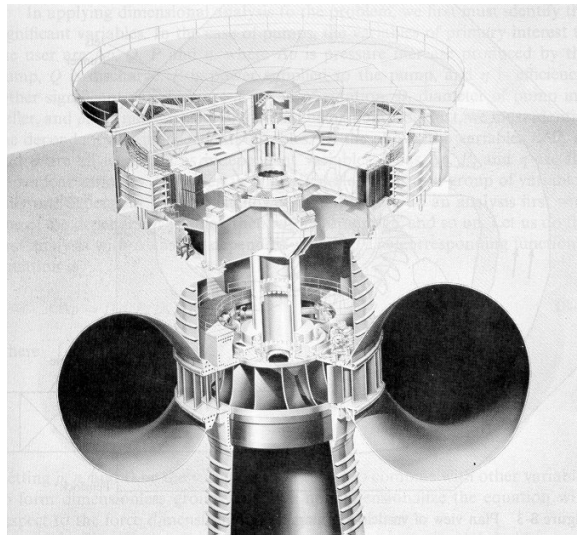


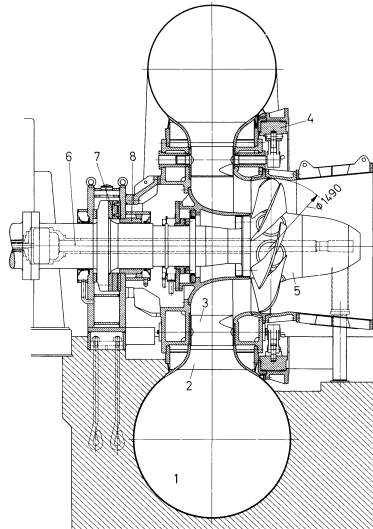
Abb. 3.41: Schema einer Francis-Turbine, VOITH (Robertson et. al., 1988).

dadurch außerhalb des Nennlastbetriebes steil ab. Propellerturbinen werden deshalb, außer im Sonderfall gleichbleibender Belastung, kaum angewendet.

Kaplanturbinen sind die Weiterentwicklung der Propellerturbinen, durchgeführt 1910–1918 von Prof. V. Kaplan. Durch die Verstellbarkeit der Laufschaufeln lassen sich die Verluste auch außerhalb des Nennlastbetriebes weitgehend vermeiden, weshalb der Wirkungsgrad hoch bleibt (80–94% im Beaufschlagungsbereich von 30–100%)

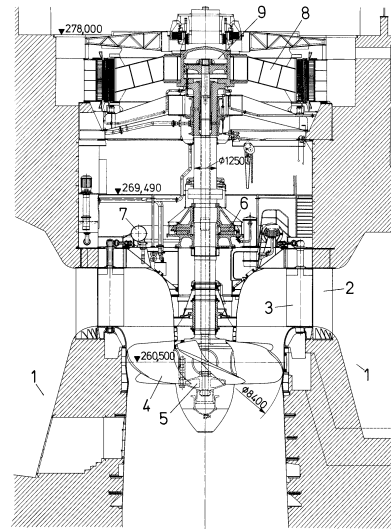
Rohrturbinen

Rohrturbinen sind direkt im Rohr eingebaute Kaplanturbinen. Das Wasser strömt auf direktem Weg vom Oberwasser in einem Kanal durch die mit waagrechter oder leicht schräger Welle angeordnete Rohrturbine und das Saugrohr zum Unterwasser. Dadurch entfällt die Spiralgehäusezuströmung sowie die 90° Umlenkung zwischen Leitvorrichtung und Laufrad, welche zusätzliche Reibungsverluste verursacht. Der Wirkungsgrad von Rohrturbinen ist daher um etwa 3% besser als der von Kaplanturbinen üblicher Anordnung.



1 Spiralgehäuse, 2 Stützschaufel, 3 Leitschaufel, 4 Leitschaufel-Verstelleinrichtung (Außen-Regelung), 5 Laufrad, 6 Stange zur Laufschaufelverstellung, 7 Axiallager, 8 Radiallager, Betriebsdaten: $H = 74,5$ m, $Q = 16,5$ m³/s, $n = 610$ min⁻¹, $P = 11$ MW. (Sigloch, 1993)

(a) Horizontale Welle



1 Netonspirale, 2 Stützschaufeln, 3 Leitschaufeln, 4 Flügel, 5 Verstelltraverse, 6 Spurlager, 7 Leitradservomotor, 8 Generatormotor, 9 Laufradservomotor. Betriebsdaten: $H = 15$ m, $Q = 500$ m³/s, $n = 68,2$ min⁻¹, $P = 66,9$ MW (Donaukraftwerk Aschach). (Sigloch, 1993)

(b) Vertikale Welle

Abb. 3.42: Kaplan-Spiralturbine (VOITH)

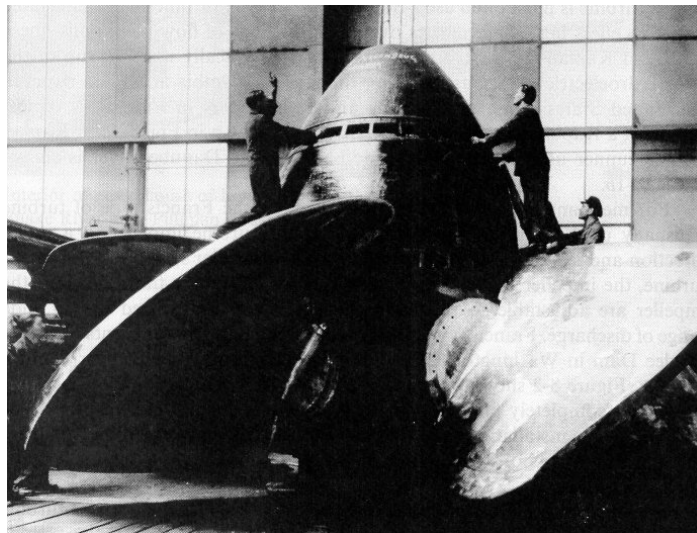
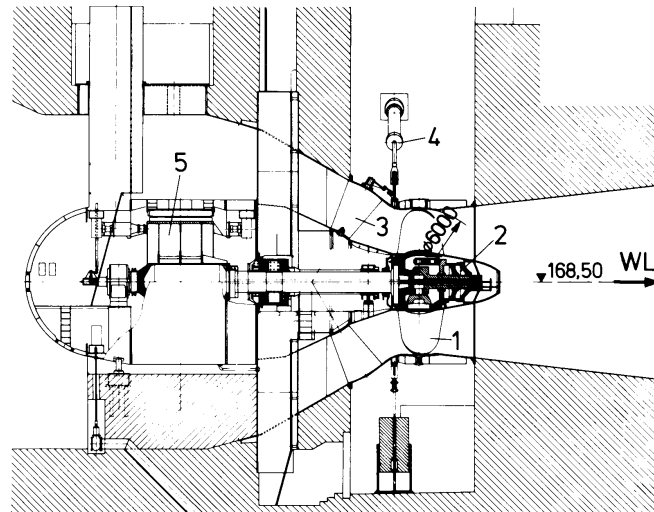
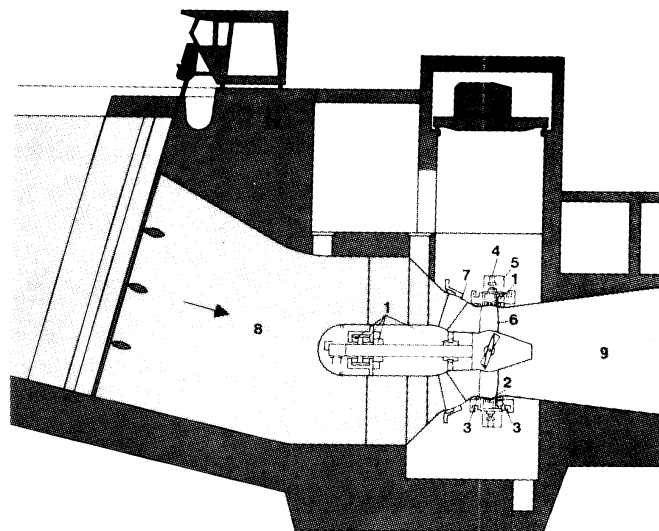


Abb. 3.43: Laufrad einer Kaplan-Turbine, VOITH (Roberson et. al., 1988).



1 Laufrad, 2 Laufschaufel-Verstellzylinder, 3 Leitschaufel, 4 Leitschaufel-Verstellzylinder, 5 Generator. Betriebsdaten: $H = 13,57 \text{ m}$, $Q = 334,8 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 103,4 \text{ min}^{-1}$, $P = 41220 \text{ kW}$. (Sigloch, 1993)

Abb. 3.44: Kaplan-Rohrturbine mit horizontaler Welle und Generator direktantrieb (Monoblock-Bauart). (VOITH)



1 Lagerung, 2 Verbindung zwischen Laufrad und Außenkranz, 3 Dichtungen, 4 Generator-Stator, 5 General-Rotor, 6 Laufrad, 7 Leitrad, 8 Einlauf, 9 Saugrohr. Betriebsdaten bei $D = 3,7 \text{ m}$: $H = 10,3 \text{ m}$, $P = 8,35 \text{ MW}$. (Sigloch, 1993) Stationärer Betrieb von Rohrleitungen.

Abb. 3.45: Wasserkraftwerk mit Außenkranz-Rohrturbine (Prinzipaufbau nach SULZER).

4 Stationärer Betrieb von Rohrleitungen

4.1 Das Hardy-Cross Verfahren anhand eines Beispiels

Um den Durchfluß eines Rohrleitungssystems (RLS) zu berechnen, wird das System in einzelne Abschnitte i ($i = 1, 2, \dots$) unterteilt. Ein Abschnitt besteht jeweils aus einem Strang (1, 2, 3...) und aus zwei Knoten (A, B, C, \dots). In Abb. 4.1 wird diese Einteilung anhand eines Beispiels deutlich. Grundlage für die Berechnung ist der Ansatz nach Darcy-Weisbach:

$$h_v = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{g} \cdot \frac{L}{D^5} \cdot Q^2$$

Damit unterschiedliche Fliessrichtungen in den Abschnitten i des RLS berücksichtigt werden, werden die Durchflüsse Q_i wie folgt eingesetzt:

$$h_{v_i} = \frac{8\lambda_i \cdot L_i}{\pi^2 \cdot g \cdot D_i^5} \cdot Q_i \cdot |Q_i| = k_i \cdot Q_i |Q_i|$$

Der Term k_i wird als Widerstand des Rohrabschnitts bezeichnet, der Kehrwert $1/k_i$ ist der hydraulische Leitwert.

Bei stationären Verhältnissen ergeben sich folgende Kontinuitätsbedingungen (Kirchhoffsche Regeln):

- 1.) am Knoten: $\sum Q_i = 0$, Knotengleichung
- 2.) in Masche (Schleife): $\sum \Delta k_i = 0$, Maschengleichung

Beispiel:

1. Stahlrohr

$k_s = 0,4$ mm, Annahme „hydraulisch rau“;

$Q_{zu} = 1,0$ m³/s, $Q_{ent} = 0,1$ m³/s, $Q_{ab} = 0,9$ m³/s

2. Rohrstrang

Rohrstrang	L [m]	D [m]	k_s/D [1]	λ [1]	k_i [1]
1	700	0,50	$8,0 \cdot 10^{-4}$	$1,86 \cdot 10^{-2}$	34,4
2	1000	0,40	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	158,3
3	100	0,40	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,96 \cdot 10^{-2}$	15,8
4	1000	0,50	$8,0 \cdot 10^{-4}$	$1,86 \cdot 10^{-2}$	49,2
5	1300	0,30	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,11 \cdot 10^{-2}$	931,5

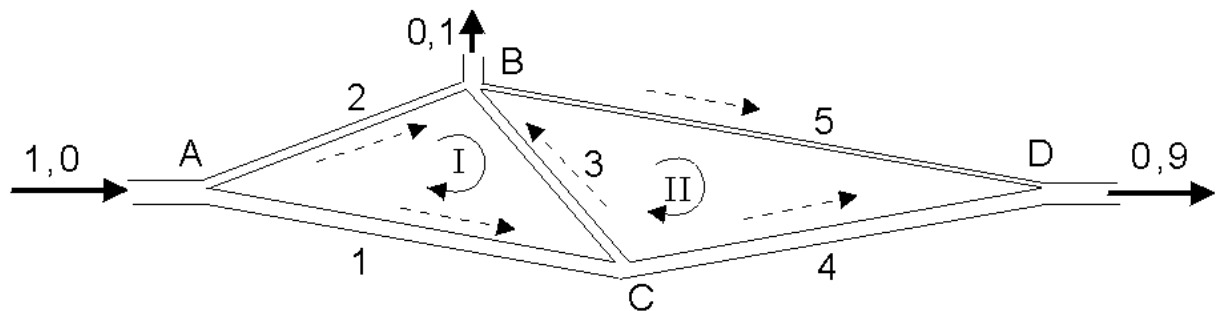


Abb. 4.1: Einteilung eines Rohrleitungssystems.

3. Knotengleichungen:

$$\begin{aligned} \sum Q_A &= Q_{zu} - Q_1 - Q_2 = 0 \\ \sum Q_B &= Q_2 + Q_3 - Q_5 - Q_{entn} = 0 \\ \sum Q_C &= Q_1 - Q_3 - Q_4 = 0 \\ \sum Q_D &= Q_4 + Q_5 - Q_{ab} = 0 \end{aligned}$$

4. Schleifengleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Schleife I: } & -k_1 Q_1 |Q_1| + k_2 Q_2 |Q_2| - k_3 Q_3 |Q_3| = 0 \\ \text{Schleife II: } & k_3 Q_3 |Q_3| - k_4 Q_4 |Q_4| + k_5 Q_5 |Q_5| = 0 \end{aligned}$$

5. Schleifenkorrekturgleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Schleife I: } \Delta Q_1 &= -\frac{-k_1 Q_1 |Q_1| + k_2 Q_2 |Q_2| - k_3 Q_3 |Q_3|}{2 [k_1 |Q_1| + k_2 |Q_2| + k_3 |Q_3|]} \\ \text{Schleife II: } \Delta Q_1 &= -\frac{k_3 Q_3 |Q_3| - k_4 Q_4 |Q_4| + k_5 Q_5 |Q_5|}{2 [k_3 |Q_3| + k_4 |Q_4| + k_5 |Q_5|]} \end{aligned}$$

6. Formeln zur Iteration:

$$\text{Schleife I: } \begin{cases} Q_1 = Q_1 - \Delta Q_I \\ Q_2 = Q_2 + \Delta Q_I \\ Q_3 = Q_3 - \Delta Q_I \end{cases} \quad \text{Schleife II: } \begin{cases} Q_3 = Q_3 + \Delta Q_{II} \\ Q_4 = Q_4 - \Delta Q_{II} \\ Q_5 = Q_5 + \Delta Q_{II} \end{cases}$$

$$\text{oder: } Q_3 = Q_3 - \Delta Q_I + \Delta Q_{II}$$

7. Iterationsschema:

Iteration Nr.	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Schleife I ΔQ_I	Schleife II ΔQ_{II}
	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]
Initial. 0	0,500	0,500	0,200	0,300	0,600	-0,152	-0,287
1	0,652	0,348	0,065	0,587	0,313	-0,028	-0,115
2	0,680	0,320	-0,022	0,703	0,197	-0,002	-0,027
3	0,682	0,318	-0,048	0,730	0,170	0,000	-0,002
4	0,682	0,318	-0,049	0,732	0,168	0,000	0,000
5	0,682	0,318	-0,049	0,732	0,168		

konvergierte Lösung

4.2 Verteilersysteme/Diffusoren

Große Mengen an Abwasser werden normalerweise durch Verteilersysteme mit Diffusoren abgeleitet. Ein Verteilersystem stellt die Gesamtheit der hydraulischen Strukturen zwischen dem Festland und dem Wasser, in welches der Strom eingeleitet wird, dar. Diffusoren entlassen den Ausfluß entweder durch Öffnungen in der Wand des Diffusors, oder durch daran angeschlossene Rohre, welche zusätzlich mit Elementen, wie elastische Dichtungen oder rosettenartig angebrachte Öffnungen ausgestattet sind.

Bei der Konstruktion eines Verteilersystems müssen die hydraulischen Systeme außerhalb und innerhalb des Diffusors sorgfältig ausgewählt werden. Der Ausfluß muß sich gleichmäßig mit dem Umgebungsgewässer vermischen, während der Abwasserstrom den Diffusor hinabströmt. Ein Diffusor ist ideal, wenn der Abwasserstrom gleichmäßig durch alle Öffnungen über eine große Menge von Verteilern ausströmt, doch dieses Ziel ist nur mit hohem Druck und und kleinen Öffnungsgrößen erreichbar. Doch das ist wegen des hohen Energie und Arbeitsaufwandes unpraktikabel.

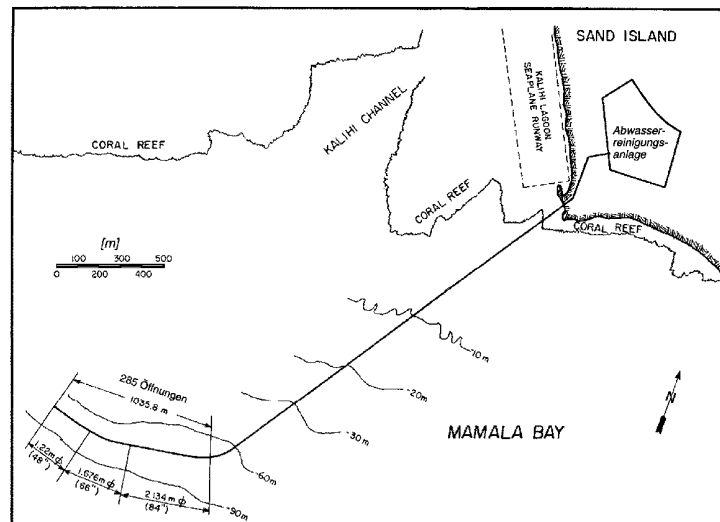


Abb. 4.2: Schematischer Plan des Abwasserdiffusors Sand Island, Hawaii.

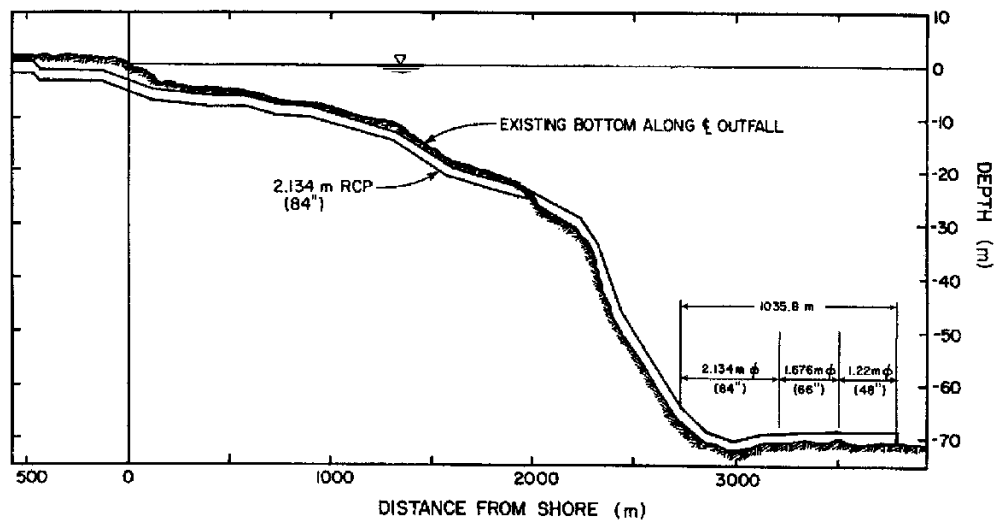
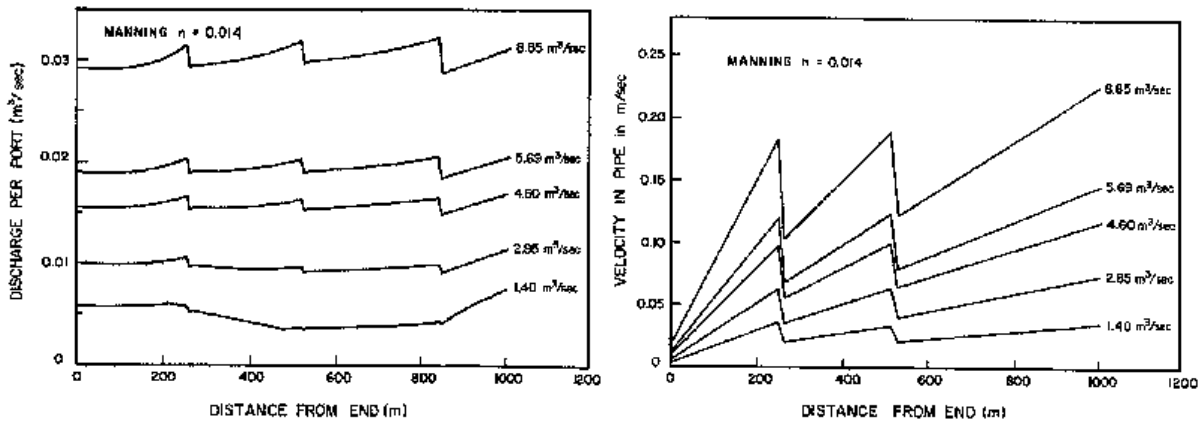


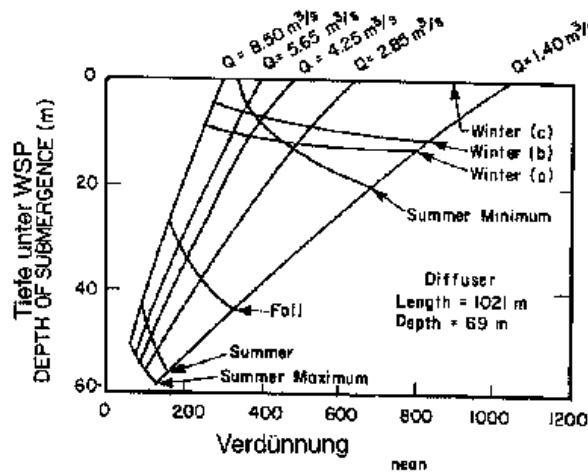
Abb. 4.3: Schematisches Profil des Abwasserdiffusors Sand Island, Hawaii.

Tab. 4.1: Geschätzter Misch- bzw. Schmutzwasseranfall

	1970	1990	2020
angeschl. Einwohner (in 1000)	332	458	678
Schmutzwasseranfall (m ³ /s)	1,22	1,78	2,85
Trockenwetterinfiltration (m ³ /s)	1,18	1,18	1,18
durchschnittl. Schmutzwasseranfall (m ³ /s)	2,75	3,56	4,64
max. Schmutzwasseranfall (m ³ /s)	3,15	3,15	3,15
Maximaldurchfluß (Bemessung) (m ³ /s)	6,62	7,58	8,85



(a) Ausflußverteilung aus den Öffnungen des Diffusors: Durchmesser von 7,62–8,97 cm. (b) Geschwindigkeitsverteilung im Diffusor.



(c) Verdünnungscharakteristik

Abb. 4.4: Diffusor

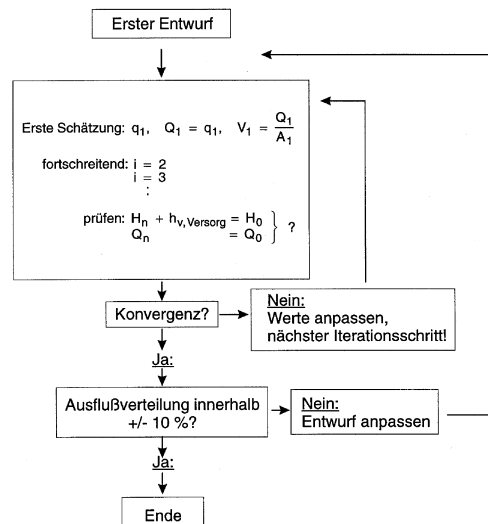


Abb. 4.5: Flußdiagramm zum Entwurf eines Diffusors

4 Stationärer Betrieb von Rohrleitungen

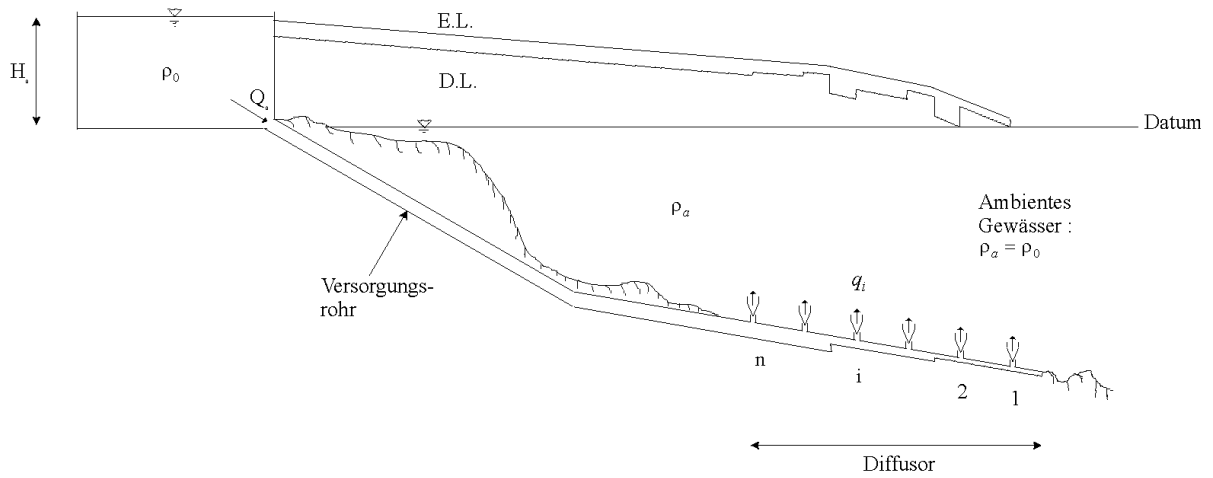


Abb. 4.6: Bemessungsprinzip

Tab. 4.2: Gültig unter Voraussetzung gleicher Dichten

<p><i>Detail für Öffnung i:</i></p>	<p><i>Gegeben: Bedingungen an i - 1</i></p> $Q_{i-1}, A_{i-1}, L_{i-1}, h_{i-1}, \lambda_{i-1}$ $V_{i-1} = \frac{Q_{i-1}}{A_{i-1}}$ $H_{i-1} = h_{i-1} + \frac{V_{i-1}^2}{2g}$	<p><i>Gesucht: Ausfluß durch Öffnung i:</i></p> $h_{V_{i-1}} = \lambda_{i-1} \frac{L_{i-1}}{D_{i-1}} \frac{V_{i-1}^2}{2g}$ $h_i = h_{i-1} + h_{V_{i-1}}$ $H_i = h_i + \frac{V_i^2}{2g}$ <p><i>Ausflußformel:</i></p> $q_i = k_i a_i \sqrt{2g H_i}$ $Q_i = Q_{i-1} + q_i$
-------------------------------------	--	--

5 Instationärer Betrieb von Rohrleitungen

5.1 Theorie

5.1.1 Allgemeines

bisher: keine Änderungen des Durchflusses Q im Rohr mit der Zeit: $\frac{dQ}{dt} = 0$; $\frac{dv}{dt} = 0$

jetzt: Änderungen von Durchfluß Q , Geschwindigkeit v , Druck p mit der Zeit

Ursache:

- Änderung der Armatureinstellung
- Anlaufen/Stoppen von Pumpen
- Änderungen des Wasserspiegelniveaus im Speicher
- Störfälle z.B. Rohrbrüche, unkontrollierte Lufteinschlüsse

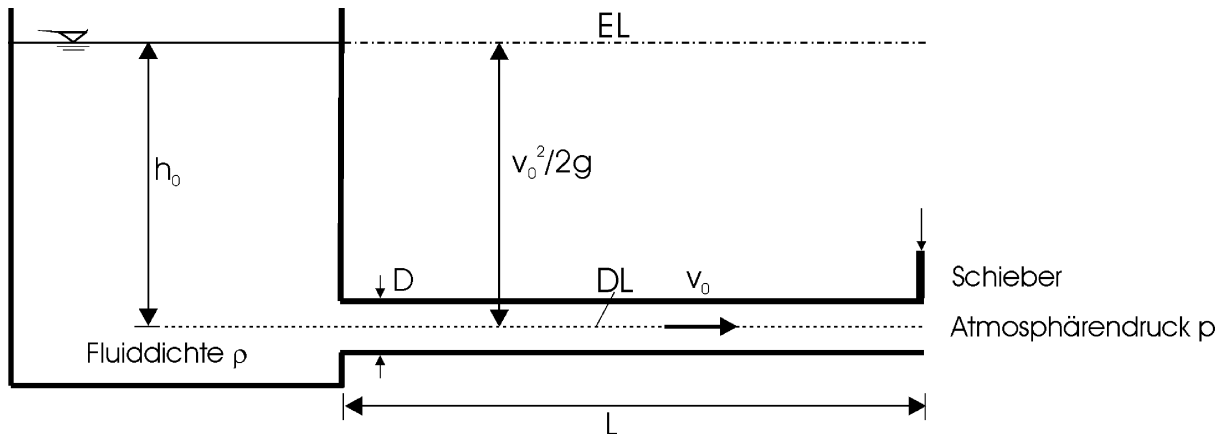
} routinemäßige Schalt- und Regelvorgänge

Wirkung: Eine sich in Bewegung (Ruhe) befindliche Wassersäule wird plötzlich abgebremst (beschleunigt) \rightarrow Druckänderung im Rohr zufolge Änderung des Bewegungszustandes der trägen Fluidmasse = DRUCKSTOSS (Pendant im offenen Gerinne: Schwall und Sunk)

Ziel: Ermittlung der Druckerhöhung Δp und des zeitlichen Verlaufs des Druckstoßes im Rohr (instationärer Vorgang) = Ermittlung von p für jeden beliebigen Punkt x und zu jeder Zeit t im Rohr.

Wichtig: Einflüsse aus instationärer Strömung meist wesentlich größer als Größen aus ruhender Last und stationärem Fließen. \rightarrow Maximaldrücke: Spannungsnachweis für die Stärke der Rohrwandung \rightarrow Minimaldrücke: Stabilitätsnachweis (Lasten zufolge Kavitation!)

5.1.2 Berechnung der Druckerhöhung Δp



Annahme: Verlustfreie Strömung

Behälter groß $\rightarrow h_0$ konstant

starres Rohr ($A = \frac{\pi D^2}{4}$)

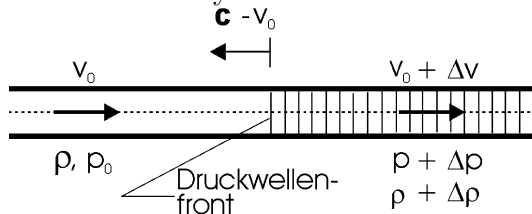
kompressibles Fluid mit E-Modul E_W

c = Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Druckwelle (oft auch als a bezeichnet)

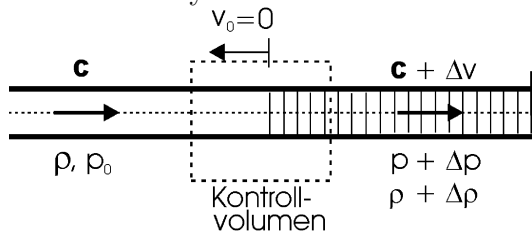
Ursache: Schieber am Rohrende wird teilweise geschlossen

Wirkung: Druckwelle Δp breitet sich mit Fortpflanzungsgeschwindigkeit c aus (hier: nur entgegen Strömungsrichtung möglich)

- Instationäres System



- Stationäres System



Vorgehensweise: Durch Überlagerung einer vektoriellen Geschwindigkeit ($c - v_0$) wird der instationäre Vorgang der Druckwellenausbreitung stationär gemacht.

Berechnung von Δp mittels Impulssatz

$$\sum F = (\rho \cdot Q \cdot v)_{\text{aus}} - (\rho \cdot Q \cdot v)_{\text{ein}} \quad \text{mit } Q = v \cdot A$$

$$p \cdot A - (p + \Delta p) \cdot A = (\rho + \Delta\rho)(c + \Delta v)^2 \cdot A - \rho \cdot c^2 \cdot A / : A$$

Annahmen:

- $\Delta v \ll c \Rightarrow \Delta v^2$ vernachlässigbar

$$-\Delta p = (\rho + \Delta\rho)(c^2 + 2c \cdot \Delta v) - \rho \cdot c^2$$

- $\Delta\rho \ll \rho \Rightarrow \Delta\rho \cdot \Delta v \approx 0$

$$-\Delta p = 2\rho \cdot c \cdot \Delta v + \Delta\rho \cdot c^2 \quad (5.1)$$

Massenerhaltung: $\rho \cdot Q = \text{konstant}$

$$\rho \cdot c \cdot A = (\rho + \Delta\rho)(c + \Delta v) \cdot A$$

$$\Delta\rho = -\rho \cdot \frac{\Delta v}{c} \quad (5.2)$$

Aus (5.1) und (5.2) folgt $\Delta p = -\rho \cdot c \cdot \Delta v$

allgemein gilt: $\left. \begin{array}{l} \Delta p = p_{i+1} - p_i \\ \Delta v = v_{i+1} - v_i \end{array} \right\}$ mit $i, i+1 = \text{Zeitschritte}$

z.B. teilweises Schließen des Schiebers: $\left. \begin{array}{l} v_i = v_0 \\ V_{i+1} = v_1 < v_0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta v < 0 \\ \Delta p > 0 \end{array}$

vollständiges Schließen des Schiebers: $\left. \begin{array}{l} v_i = v_0 \\ V_{i+1} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta v = -v_0 \\ \Delta p = \rho \cdot c \cdot v_0 \end{array}$

5.1.3 Druckwellenausbreitung im Klarwasser

Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Druckwelle = abhängig von Materialien

a) **starres Rohr:** aus Massenerhaltung (Gleichung 2) folgt:

$$\Delta V = - \left(\frac{\Delta\rho}{\rho} \right) \cdot c \quad \text{in Gleichung (5.1)}$$

$$\Delta p = c^2 \cdot \Delta\rho \quad \text{bzw.} \quad (5.3)$$

$$c^2 = \frac{\Delta p}{\Delta\rho}$$

→ Definition E-Modul eines Fluids:

$$E_{FL} = \frac{\Delta p}{\Delta \rho / \rho} \quad (E_{FL} \text{ oft auch mit } K \text{ bezeichnet})$$

mit (5.3) folgt: $c^2 = \frac{E_{FL}}{\rho}$

$$c = \sqrt{\frac{E_{FL}}{\rho}} \quad \text{nur Fluideigenschaften sind maßgebend, z. B. mit } E_{\text{Wasser}(20^\circ\text{C})} = 2,2 \cdot 10^9 \text{N/m}^2$$

b) **elastisches (deformierbares Rohr):** Durchmesser D , Wandstärke s

Druckänderung Δp erzeugt in Rohrwandung Spannungsänderungen

$$c = \sqrt{\frac{E_{FL}/\rho}{1 + \frac{E_{Fl}}{E_{Wand}} \cdot \frac{D}{s}}}$$

$$\begin{aligned} E_{FL}/\rho &= \text{Fluid} \\ 1 + \frac{E_{Wand}}{E_{FL}} \cdot \frac{D}{s} &= \text{Wandung} \end{aligned}$$

c) **Beispiel:** Wasser im Stahlrohr ($D = 1\text{m}$, $s = 1\text{cm}$, $E_{Wand} = 200 \cdot 10^9 \text{N/m}^2$)

Starres Rohr: $c_{st} = 1480\text{m/s}$

Elast. Rohr: $c_{el} = \frac{1480}{1,45} = 1020\text{m/s}$ vgl. Abb. ??

└─ Δp wird geringer

Elast. PE-Rohr $c_{el} = 100\text{m/s}$

5.2 Druckstoßverlauf (instationärer Vorgang)

starres Rohr: dargestellt am Beispiel eines Wasserbehälters mit anschließendem Rohr und Schieber

Ausgehend von der Hauptgleichung der Druckstoßtheorie

$$\Delta p = \rho \cdot \vec{c} \cdot \Delta \vec{v}$$

soll für einen Wasserbehälter mit einem horizontalen Abflußrohr der Länge L nach plötzlichem vollständigem Schließen des Schiebers am Rohrende (Zeitpunkt $t = 0$) der Geschwindigkeits- und Druckverlauf entlang des Rohres für zwei volle Schwingungen (bis um Zeitpunkt $t = 4 \times L/c$) dargestellt werden.

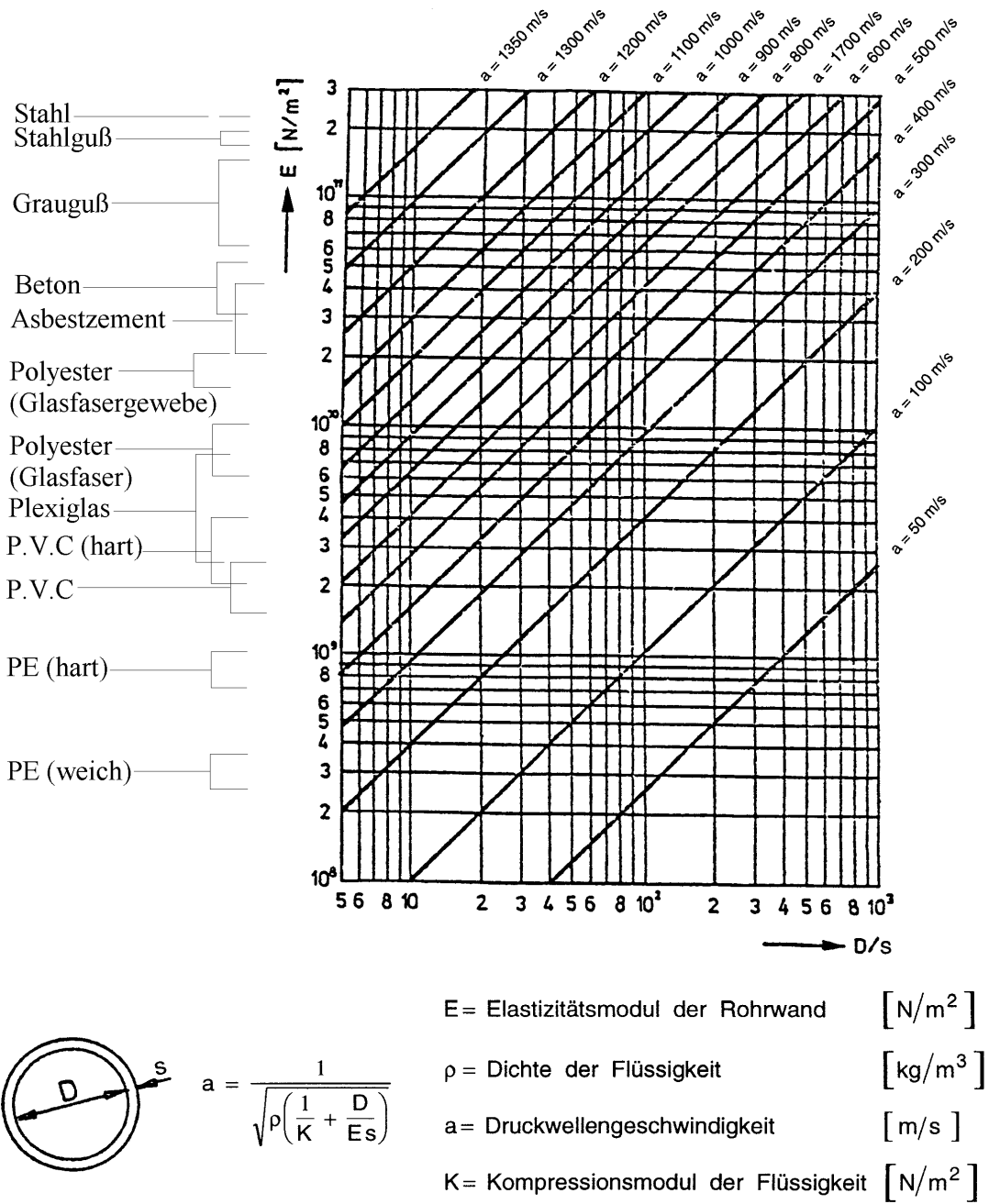


Abb. 5.1: Ausbreitungsgeschwindigkeit

5 Instationärer Betrieb von Rohrleitungen

Lösung:

Definition der Eingangsgrößen für die Ausgangsgleichung:

$$\Delta p = p_{i+1} - p_i$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i$$

wobei der Index i immer den Zustand vor und der Index $i + 1$ immer den Zustand nach einer Änderung beschreiben soll.

Vereinfachende Annahmen:

- Das Rohr ist starr.
- Verluste werden vernachlässigt.
- Die Schieberschließzeit t_s ist unendlich klein.
- Der Behälter ist sehr groß (damit bleibt die Druckhöhe h_0 am Leitungsanfang etwa konstant).

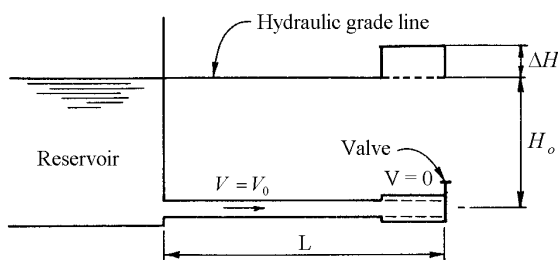


Abb. 5.2: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \epsilon$

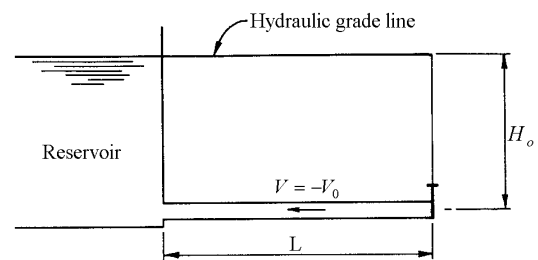


Abb. 5.5: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{2L}{a}$

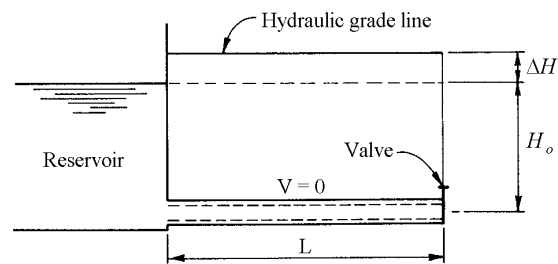


Abb. 5.3: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{L}{a}$

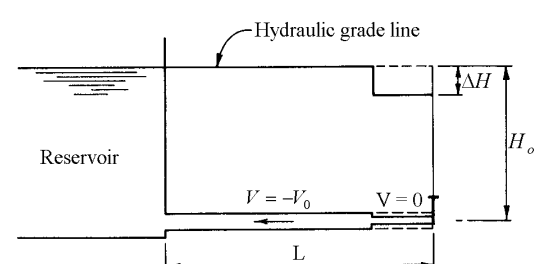


Abb. 5.6: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{2L}{a} + \epsilon$

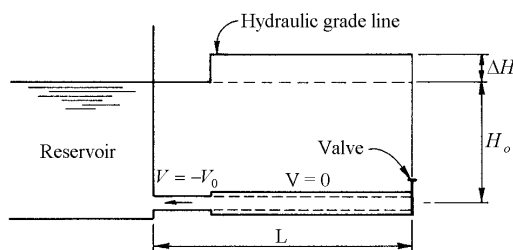


Abb. 5.4: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{L}{a} + \epsilon$

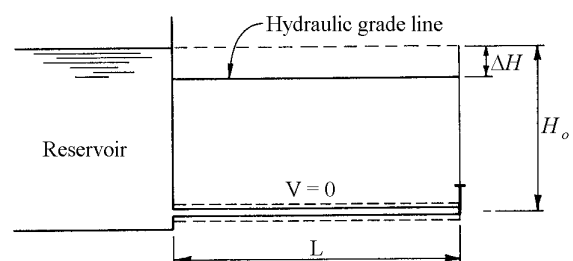


Abb. 5.7: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{3L}{a}$

5.2 Druckstoßverlauf (instationärer Vorgang)

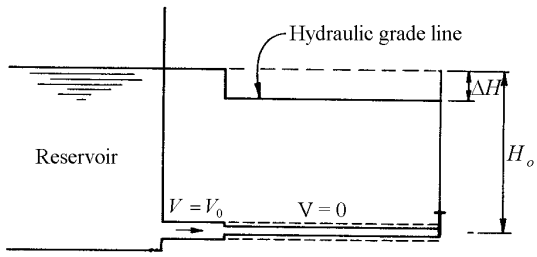


Abb. 5.8: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{3L}{a} + \epsilon$

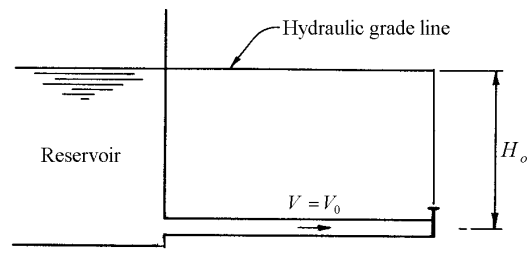


Abb. 5.9: Druckstoßverlauf: Zustand bei $t = \frac{4L}{a}$

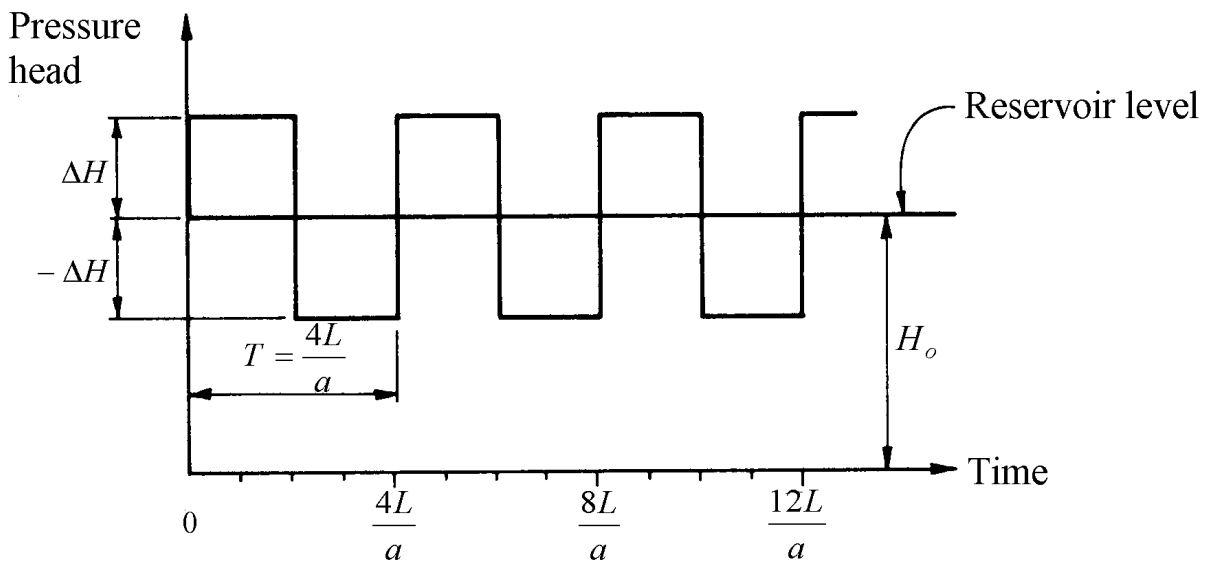


Abb. 5.10: Druckschwankungen am Ventil, Reibungsverluste vernachlässigt

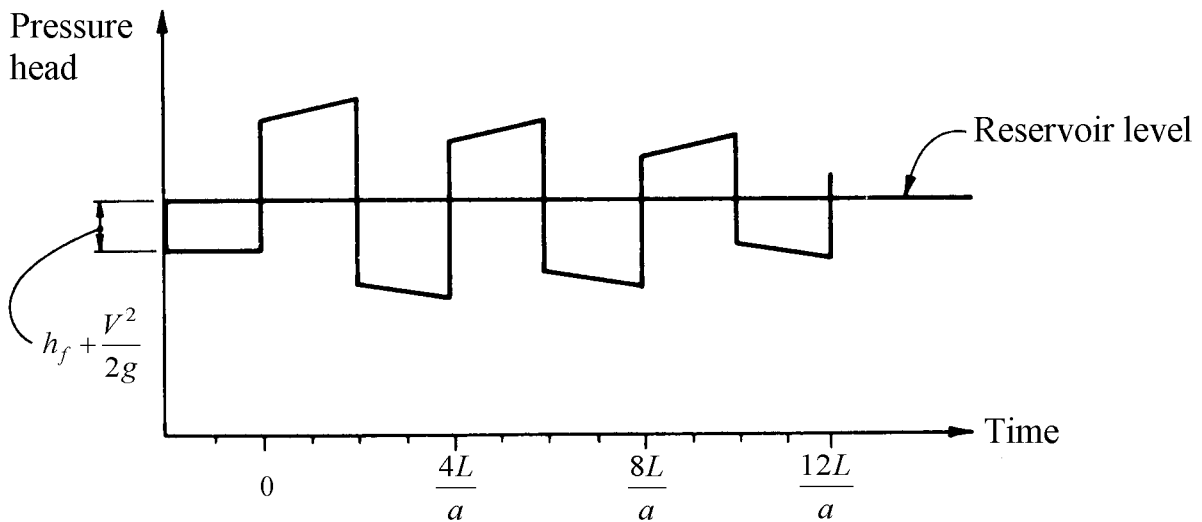


Abb. 5.11: Druckschwankungen am Ventil, Reibungsverluste berücksichtigt

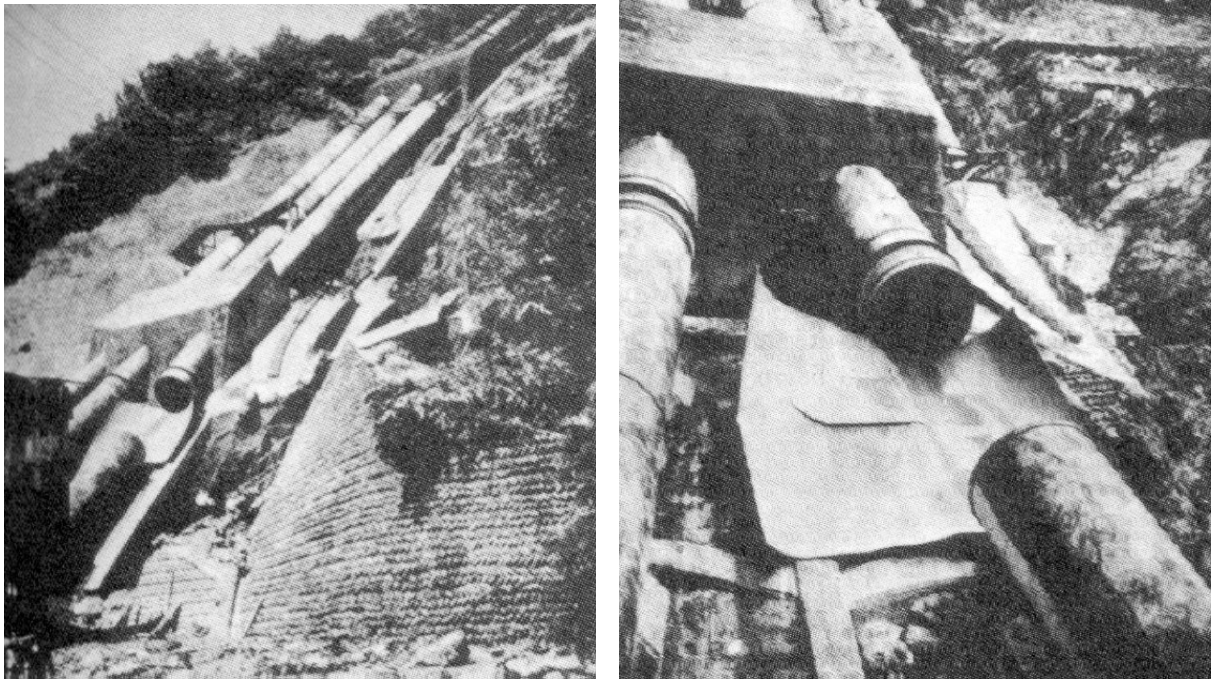


Abb. 5.12: Rohrleitungsschaden am Kraftwerk Oigawa (Japan): Verursacht durch plötzlichen starken Druckstoß infolge Fehlbedienung kombiniert mit Versagen der Sicherheitsmechanismen.

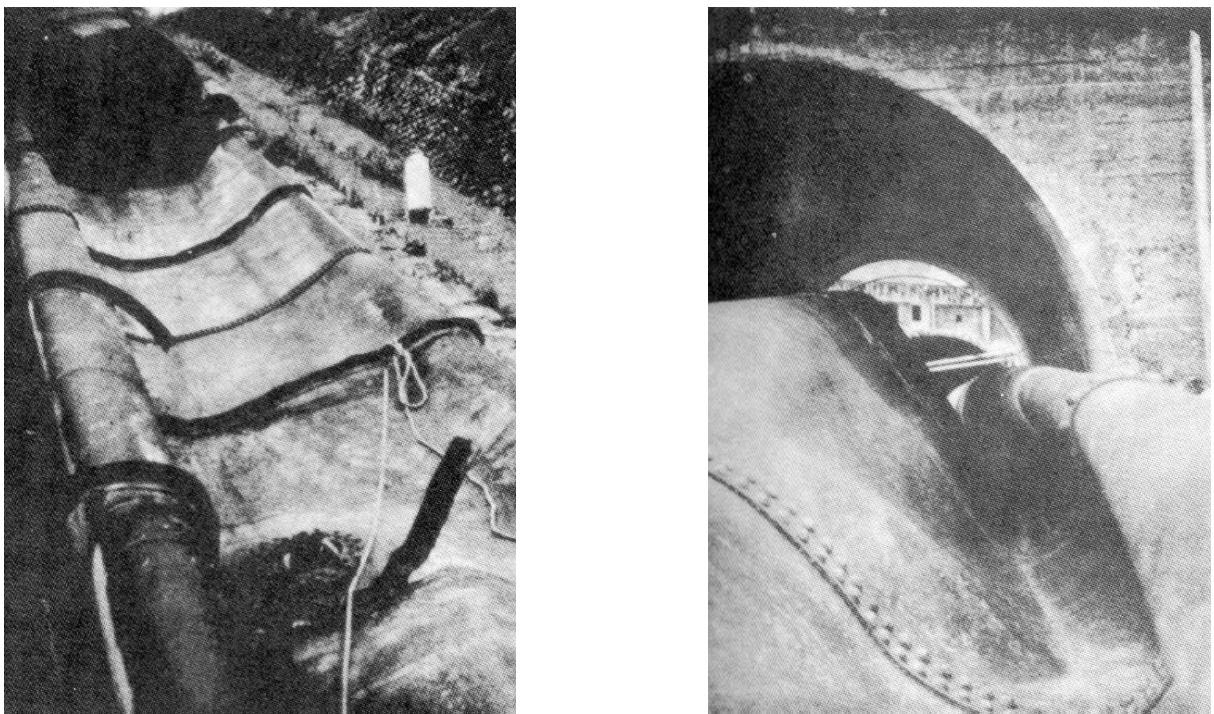


Abb. 5.13: Rohrleitungsschaden am Kraftwerk Oigawa (Japan): Zusammengefallene Rohrstrecke infolge Vakuums oberstrom der Bruchstelle.

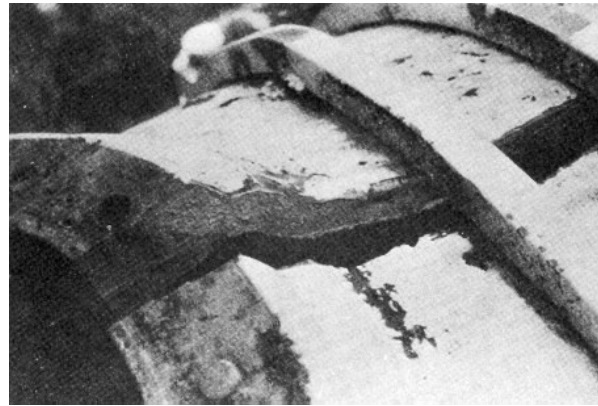


Abb. 5.14: Rohrleitungsbruch am Kraftwerk „Big Creek No. 3“ (USA): Verursacht durch Druckstoß

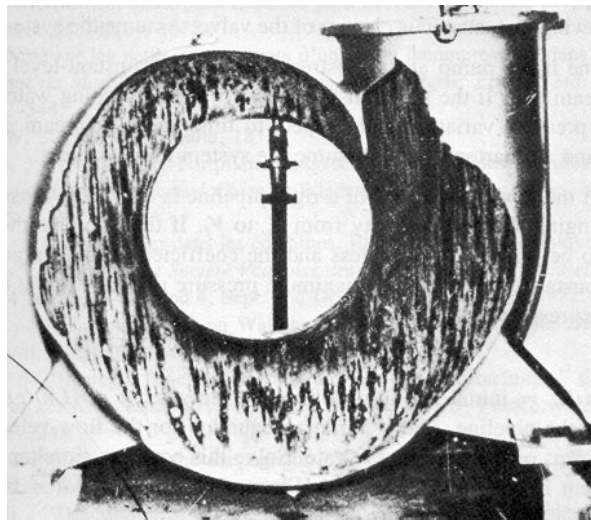


Abb. 5.15: Bruch eines Pumpengehäuses, Azambuja Pumpstation (Portugal).

5.3 Berechnung

5.3.1 Mathematisch-physikalische Grundgleichungen

Die Beschreibung der Rohrströmung erfolgt auf der Grundlage der Impulsgleichung und der Kontinuitätsgleichung, die für ein Rohrelement angegeben werden: Impulsgleichung:

$$\text{Impulsgleichung: } \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \sin \Theta + \frac{\lambda V |V|}{2D} = 0$$

$$\text{Kontinuitätsgleichung: } \frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

wobei x : Distanz entlang Rohr
 t : Zeit
 V : Strömungsgeschwindigkeit
 p : Druck
 r : Fluiddichte
 g : Erdbeschleunigung
 Θ : Rohrwinkel mit der Horizontalen
 D : Rohrdurchmesser
 l : Reibungsbeiwert nach Darcy-Weisbach
 a : Druckwellenfortpflanzungsgeschwindigkeit

Mit der Definition der piezometrischen Höhe

$H = \frac{p}{\rho g} + z$, wobei z : Höhe über Bezugsniveau mit $\frac{\partial z}{\partial x} = \sin \Theta$, und des Durchflusses $Q = VA$, wobei $A = \frac{\pi D^2}{4}$, erscheinen die Gleichungen als Impulsgleichung

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\lambda Q |Q|}{2DA} = 0$$

und als Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0.$$

5.3.2 Lösung nach dem Charakteristikenverfahren

Physikalisch bezeichnen Charakteristiken in Strömungsfeldern Raum-Zeit-Kurven, längs derer sich Störungen ausbreiten. Infolgedessen bilden die Charakteristiken, die durch einen Raum-Zeit-Punkt $P(x, t)$ gehen, einen Kegel mit der Eigenschaft, daß sich Störungen von der Kegelspitze aus nur innerhalb des Kegels bemerkbar machen können. Man bezeichnet den Kegelraum daher auch als Einflußbereich. Mittels der Charakteristiken lassen

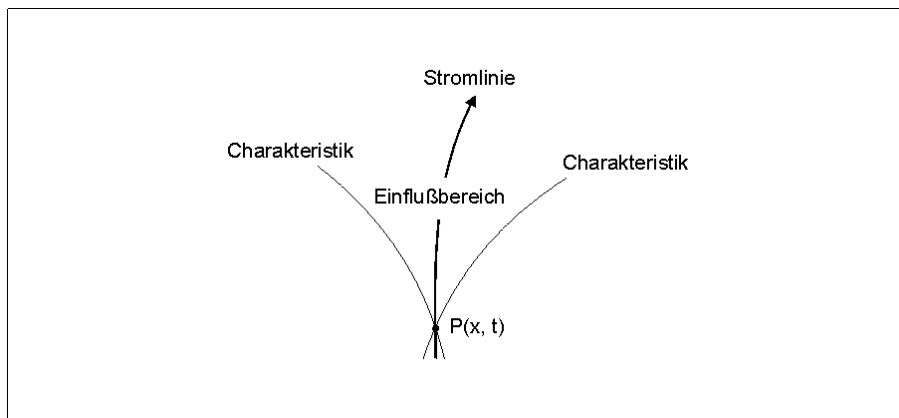


Abb. 5.16: Charakteristiken durch Punkt P mit Einflußbereich.

sich analytische und numerische Lösungsmethoden zur Bestimmung der Strömungsfelder kompressibler Fluide entwickeln.

Die obigen partiellen Differentialgleichungen können in gewöhnliche Differentialgleichungen umgewandelt werden, welche entlang von Charakteristiken (im Weg-Zeit Verhalten) gültig sind:

$$C^+ : \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{\lambda}{2DA} Q|Q| = 0 \text{ entlang } \frac{dx}{dt} = +a$$

$$C^- : \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{\lambda}{2DA} Q|Q| = 0 \text{ entlang } \frac{dx}{dt} = -a$$

5.3.3 Diskretisierung

Die Charakteristikengleichungen werden in Differenzenform approximativ gelöst, wobei folgende Beziehung zwischen den Weg- und Zeitintervallen besteht:

$$\Delta x = a\Delta t,$$

$$C^+ : \Delta H = -\frac{a}{g} \left(\frac{\Delta Q}{A} + \frac{\lambda}{2D} \frac{Q|Q|}{A^2} \frac{\Delta x}{a} \right) \text{ für } \Delta x = +a\Delta t$$

$$C^- : \Delta H = +\frac{a}{g} \left(\frac{\Delta Q}{A} - \frac{\lambda}{2D} \frac{Q|Q|}{A^2} \frac{\Delta x}{a} \right) \text{ für } \Delta x = -a\Delta t$$

5.3.4 Weitere Umformungen

Positive Charakteristik:

C^+ :für $\Delta x = a\Delta t$,

$$H_i^{t+\Delta t} - H_{i-1} + \frac{a}{gA} (Q_i^{t+\Delta t} - Q_{i-1}) + \frac{\lambda\Delta x}{2gDA^2} (Q_{i-1}|Q_{i-1}|) = 0,$$

$$\text{mit } B = \frac{a}{gA} \text{ und } R = \frac{\lambda\Delta x}{2gDA^2},$$

$$H_i^{t+\Delta t} = H_{i-1} - B (Q_i^{t+\Delta t} - Q_{i-1}) - R (Q_{i-1}|Q_{i-1}|),$$

$$\text{und mit } C_p = H_{i-1} + BQ_{i-1} - R (Q_{i-1}|Q_{i-1}|),$$

$$H_i^{t+\Delta t} = C_p - BQ_i^{t+\Delta t} \tag{5.4}$$

Negative Charakteristik:

C^- :für $\Delta x = -a\Delta t$,

$$H_i^{t+\Delta t} - H_{i+1} - \frac{a}{gA} (Q_i^{t+\Delta t} - Q_{i+1}) - \frac{\lambda\Delta x}{2gDA^2} (Q_{i+1}|Q_{i+1}|) = 0,$$

$$\text{mit } B = \frac{a}{gA} \text{ und } R = \frac{\lambda\Delta x}{2gDA^2},$$

$$H_i^{t+\Delta t} = H_{i+1} + B (Q_i^{t+\Delta t} - Q_{i+1}) + R (Q_{i+1}|Q_{i+1}|),$$

$$\text{und mit } C_p = H_{i+1} - BQ_{i+1} + R (Q_{i+1}|Q_{i+1}|),$$

$$H_i^{t+\Delta t} = C_p + BQ_i^{t+\Delta t} \tag{5.5}$$

Auswertung:

$$H_i^{t+\Delta t} \text{ aus (5.4) + (5.5): } H_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + C_m}{2} \tag{5.6}$$

und schließlich $Q_i^{t+\Delta t}$ mit (5.6) und (5.4) oder (5.5):

$$C_p - BQ_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + C_m}{2} \Leftrightarrow Q_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + C_m}{2B}$$

oder

$$H_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + H_i^{t+\Delta t} - BQ_i^{t+\Delta t}}{2} \Leftrightarrow Q_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p - H_i^{t+\Delta t}}{B}$$

respektive

$$Q_i^{t+\Delta t} = \frac{H_i^{t+\Delta t} - C_m}{B}.$$

5.3.5 Zusammenfassung der Gleichungen zur Lösung des Druckstoßproblems

$$B = \frac{a}{gA}, R = \frac{\lambda \Delta x}{2gDA^2},$$

$$C_p = H_{i-1} + BQ_{i-1} - R(Q_{i-1}|Q_{i-1}|),$$

$$C_m = H_{i+1} - BQ_{i+1} + R(Q_{i+1}|Q_{i+1}|),$$

$$H_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + C_m}{2},$$

$$Q_i^{t+\Delta t} = \frac{C_p + C_m}{2B} = \frac{C_p - H_i^{t+\Delta t}}{B} = \frac{H_i^{t+\Delta t} - C_m}{B}.$$

Zusätzlich werden *Randbedingungen* sowie eine *Anfangsbedingung* benötigt.

5.4 Berechnungsbeispiel

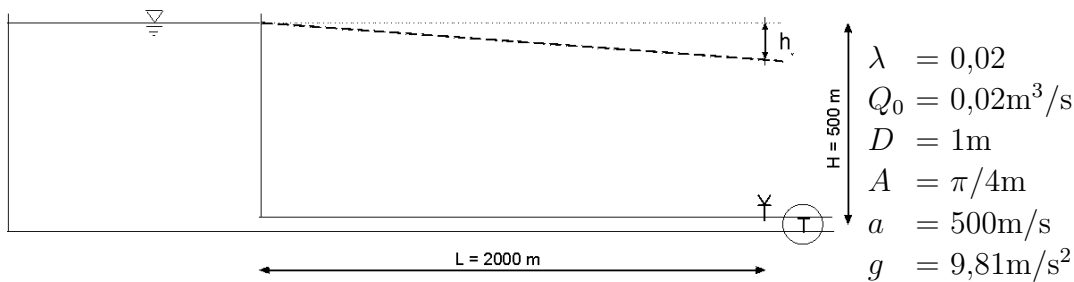


Abb. 5.17: Berechnungsbeispiel

$$\frac{v^2}{2g} = 2,97\text{m}, \quad h_v = l \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,002 \cdot \frac{2000}{1} \cdot 2,97\text{m} = 118,9\text{m}.$$

Das Ventil schließt so, daß Q_0 innerhalb von $T = 4\text{s}$ linear auf $Q = 0\text{m/s}$ fällt.

Gewählte Diskretisierung: 2 Abschnitte $\Rightarrow \Delta x = 1000\text{m}$ daher: $\Delta t = \frac{\Delta x}{a} = 2\text{s}$

Konstanten:

$$B = \frac{a}{gA} = 64,0 \left[\frac{\text{s}}{\text{m}^2} \right]$$

$$R = \frac{\lambda \Delta x}{2gDA^2} = 1,65 \left[\frac{\text{s}^2}{\text{m}^5} \right]$$

Randbedingungen:

$$H_1 = 500\text{m} = \text{const} \quad Q_3 = \max(Q_0 \cdot (1 - t/T); 0)$$

Anfangsbedingungen:

$$H_1 = 500\text{m} \quad H_2 = 500\text{m} - h_v/2 = 440,5\text{m} \quad H_3 = 500\text{m} - h_v = 381,0\text{m}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_0 = 6\text{m}^3/\text{s}$$

1. Zeitschritt: $t = \Delta t = 2\text{s}$

Linker Randpunkt ($i = 1$):

C_p : nicht bestimmbar, aber $H_1(2\text{s}) = 500\text{m}$ bekannt.

$$C_m = 440,5 - 64,9 \cdot 6 + 1,65 \cdot 6 \cdot |6| = 110,6\text{m}$$

$$Q_1(2\text{s}) = (H_1(2\text{s}) - C_m)/B$$

$$Q_1(2\text{s}) = (500 - 110,6)/64,9 = 6,0\text{m}^3/\text{s}$$

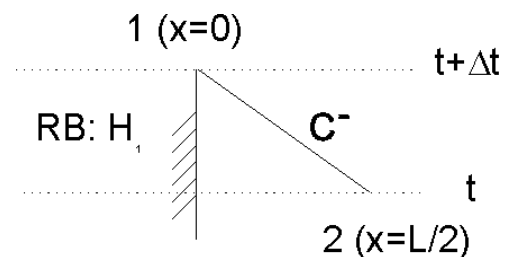


Abb. 5.18: Bsp.: Linker Randpunkt

Mittlerer Punkt ($i = 2$):

$$C_p = 500 + 64,9 \cdot 6,0 - 1,65 \cdot 6,0 \cdot |6,0| = 830,0\text{m}$$

$$C_m = 381 - 64,9 \cdot 6,0 + 1,65 \cdot 6,0 \cdot |6,0| = 51,0\text{m}$$

$$H_2(2\text{s}) = 0,5 \cdot (830,0\text{m} + 51,0\text{m}) = 440,5\text{m}$$

$$Q_2(2\text{s}) = (830,0 - 440,5)/64,9 = 6,0\text{m}^3/\text{s}$$

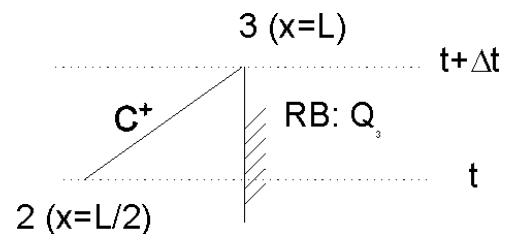


Abb. 5.19: Bsp.: Mittlerer Punkt

	RB									
t	H_1	Q_1	Cm_1	H_2	Q_2	Cp_2	Cm_2	H_3	Q_3	Cp_3
[s]	[m]	$[\frac{m^3}{s}]$	[m]	[m]	$[\frac{m^3}{s}]$	[m]	[m]	[m]	$[\frac{m^3}{s}]$	[m]
AB 0	500,0	6,0	—	440,5	6,0	—	—	381,0	6,0	—
2	500,0	6,0	110,6	440,5	6,0	829,9	51,1	575,7	3,0	770,4
4	500,0	6,0	110,6	612,9	3,3	829,9	395,9	770,4	0,0	770,4
6	500,0	1,3	414,4	800,1	0,5	829,9	770,4	811,4	0,0	811,4
8	500,0	-4,2	770,7	697,1	-1,8	582,8	811,4	829,5	0,0	829,5
10	500,0	-4,7	806,3	543,8	-4,4	258,0	829,5	587,9	0,0	587,9
12	500,0	-4,6	797,5	409,2	-2,8	230,5	587,9	290,1	0,0	290,1
14	500,0	-1,2	575,4	263,7	-0,4	237,2	290,1	243,1	0,0	243,1
16	500,0	3,2	289,8	335,0	1,4	426,9	243,1	237,5	0,0	237,5
18	500,0	3,9	246,4	465,2	3,5	692,9	237,5	423,6	0,0	423,6

mit AB: Anfangsbedingungen und RB: Randbedingungen.

Rechter Randpunkt ($i = 3$):

$$C_p = 440,5 + 64,9 \cdot 6,0 - 1,65 \cdot 6,0 \cdot |6,0| = 770,4\text{m}$$

C_m : nicht bestimmbar, aber $Q_3(2\text{s}) = 3,0\text{m}^3/\text{s}$ bekannt.

$$H_3(2\text{s}) = C_p - BQ_3(2\text{s})$$

$$H_3(2\text{s}) = 770,5 - 64,9 \cdot 3,0 = 575,8\text{m}$$

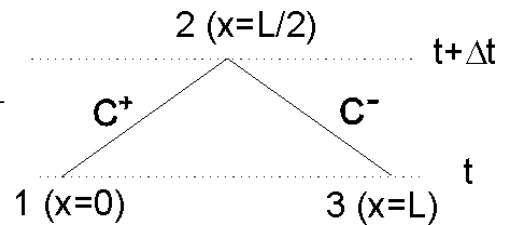


Abb. 5.20: Bsp.: Rechter Randpunkt

