

Verfahren zur Reduzierung der Latenzzeit in Discrete-Multitone-Systemen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für
Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Fridericiana Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Steffen Trautmann

aus
Berlin

Tag der mündlichen Prüfung:

6. Mai 2002

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. K. Kroschel

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. N. Fliege

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Arbeitsbereich Nachrichtentechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg sowie als Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl Elektrotechnik der Universität Mannheim.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. N. Fliege für die Betreuung dieser Arbeit, zahlreiche fruchtbare Diskussionen und die tatkräftige Unterstützung bei der Verwertung der Ergebnisse dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kroschel danke ich für sein reges Interesse an der vorliegenden Arbeit und die Übernahme des Gutachtens.

Mein Dank gilt ebenfalls Frau Dr.-Ing. T. Karp, Herrn Dr.-Ing. A. Mertins und Herrn Dipl.-Ing. C. Bauer für hilfreiche Korrekturhinweise und Anregungen, welche die Lesbarkeit dieser Arbeit spürbar verbesserten.

Keinesfalls möchte ich versäumen, mich bei meiner Mutter und meiner Freundin Ute für den familiären Rückhalt und die fortwährende moralische Unterstützung zu bedanken.

Allen meinen Freunden und Bekannten, die in den letzten beiden Jahren häufig von mir vernachlässigt wurden, danke ich für ihr Verständnis.

Schließlich danke ich allen Mitarbeitern des Arbeitsbereiches Nachrichtentechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg sowie des Lehrstuhls Elektrotechnik der Universität Mannheim für die freundliche und sehr angenehme Arbeitsatmosphäre.

Leutenberg, den 1. März 2002

Steffen Trautmann

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Ausgangspunkt und Zielsetzung	2
1.2	Aufbau der vorliegenden Arbeit	3
1.3	Das Mehrträgerverfahren	5
1.3.1	Entwicklungsgeschichte	6
1.3.2	Discrete Multi-Tone (DMT)	7
1.4	Anwendungen	9
1.4.1	Leitungsgebundene Übertragungstechnik	9
1.4.2	Mobilfunk	14
1.5	Zusammenfassung	16
2	Allgemeine Beschreibung eines Mehrträgersystems	17
2.1	Multiple-Input-Multiple-Output(MIMO)-Struktur	18
2.1.1	Allgemeine Darstellung eines Mehrträger-Systems	18
2.1.2	Äquivalente Beschreibung als MIMO-System	19
2.1.2.1	MIMO-Sender	19
2.1.2.2	MIMO-Empfänger	21
2.1.2.3	Übertragungskanal	22
2.1.2.4	Gesamtsystem	25
2.1.3	Beschreibung im Zeitbereich	26
2.2	Spezialfall DMT	29
2.3	Zusammenfassung	32
3	Störeinflüsse in Mehrträgersystemen	34
3.1	Symbol- und Kanalübersprechen	34
3.1.1	ISI/ICI bei DMT	37

3.1.1.1	DMT-Übersprechfunktion ohne Guard-Intervall	38
3.1.1.2	DMT-Übersprechfunktion mit Guard-Intervall	41
3.1.1.3	Qualitative Bewertung der DMT-Übersprechfunktion	43
3.2	Hintergrundrauschen	47
3.3	Impulsstörungen	47
3.4	Frequenzselektive Störungen	47
3.5	Zusammenfassung	49
4	Das Problem der Latenzzeit in DMT-Systemen	51
4.1	Latenzzeit eines DMT-Systems	52
4.2	Einfluss der DMT-Parameter	54
4.2.1	Rahmenlänge der DFT/IDFT	55
4.2.2	Abtastfrequenz	56
4.2.3	Länge des Guard-Intervalls	57
4.3	Herkömmliche Verfahren zur Reduzierung der Latenzzeit	59
4.3.1	Entzerrung im Zeitbereich (TEQ)	59
4.3.1.1	Allgemeine Definition	59
4.3.1.2	Vorentzerrer-Filter	60
4.3.1.3	Vollständige Entzerrung	62
4.3.2	Entzerrung im Frequenzbereich (FEQ)	63
4.3.2.1	Allgemeine Definition	64
4.3.2.2	Strukturelle Vereinfachungen	64
4.3.2.3	Per-Tone Equalizer	65
4.3.3	Alternative Strukturen	66
4.3.3.1	Pulsformung/Fensterung	66
4.3.3.2	Vorkodierer im Sender	67
4.3.3.3	MIMO-Entzerrer	67
4.3.3.4	Filterbänke mit überlappenden Basisfiltern	68
4.3.3.5	Redundante Filterbänke	69
4.4	Zusammenfassung	69
5	Optimierte MIMO-Systeme	71
5.1	Optimierungskriterien	71
5.1.1	Optimierung nach Zero-Forcing Kriterium	72

5.1.2	Optimierung nach MMSE-Kriterium	73
5.2	Kombination mit DMT-Sender	74
5.2.1	Redundanzeinfügung	75
5.2.2	Verzicht auf einen TEQ	76
5.3	Zusammenfassung	76
5.4	Simulationsergebnisse	78
6	Überlappende Transformationen	83
6.1	Kosinus-Modulierte Filterbänke	83
6.2	Redundanzeinfügung	87
6.2.1	Redundanz im Zeitbereich	88
6.2.2	Redundanz im Frequenzbereich	88
6.3	Kombination mit MIMO-Empfänger	89
6.4	Kombination mit einem FEQ	91
6.5	Verzicht auf einen TEQ	93
6.6	Zusammenfassung	93
6.7	Simulationsergebnisse	95
7	Verallgemeinerte DMT (GDMT)	104
7.1	Redundanz im Frequenzbereich	104
7.2	FEQ mit Redundanzausnutzung	106
7.3	Kombination mit Guard-Intervall	113
7.4	Rauschempfindlichkeit der Zero-Forcing-Lösung	115
7.5	MMSE-Optimierung der Entzerrerkoeffizienten	118
7.6	Berücksichtigung der Nachbarsymbole	120
7.7	Robustheit gegenüber frequenzselektiven Störern	121
7.8	Verzicht auf einen TEQ	122
7.9	Implementierung	123
7.9.1	Trägerauswahl	123
7.9.2	Adaptierung der FEQ-Koeffizienten	124
7.10	Zusammenfassung	124
7.11	Simulationsergebnisse	126
8	Vergleich ausgewählter Verfahren	132

8.1	Matlab-Simulationsumgebung	133
8.2	Latenzzeit	136
8.3	Empfindlichkeit gegenüber Störeinflüssen	137
8.3.1	Additives, weißes Hintergrundrauschen	137
8.3.2	Frequenzselektive Störungen	138
8.3.3	Pulsartige Störungen	139
8.4	Rechenaufwand und Anzahl der Koeffizienten	139
8.4.1	Rechenaufwand	139
8.4.2	Anzahl der Koeffizienten	142
8.5	Zusammenfassung	143
8.6	Simulationsergebnisse	145
9	Praktische Anwendung	155
9.1	Mehrträgermodem NIM-64k	155
9.2	Zusammenfassung	163
10	Zusammenfassung und Ausblick	165
A	Polyphasendarstellung von FIR-Filtern	168
B	MMSE-Adaptierung der Empfängerkoeffizienten	171
C	RLS-Adaptierung der FEQ-Koeffizienten	174
	Literatur	176

Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen:

A/D	- Analog-Digital-Umsetzer
ADSL	- Asymmetric Digital Subscriber Line
CAP	- Carrierless Amplitude Phase Modulation
CO	- zentraler Telefonverteiler (Central Office)
CMFB	- kosinus-modulierte Filterbank (Cosine-modulated Filter Bank)
CP	- Kundenanschluß (Customer Premises)
D/A	- Digital-Analog-Umsetzer
DAB	- Digital Audio Broadcasting
DCT	- diskrete Kosinustransformation (Discrete Cosine Transform)
DFE	- Entzerrer mit quantisierter Rückführung (Decision Feedback Equalizer)
DFT	- diskrete Fourier-Transformation
DMT	- Discrete Multi-Tone
DSL	- Digital Subscriber Line
DSP	- Digitaler Signalprozessor
DVB-T	- Digital Video Broadcasting - terrestrisch
DWMT	- Discrete Wavelet Multi-Tone
ELT	- erweiterte überlappende Transformation (Extended Lapped Transform)
FB	- Filterbank
FDM	- Frequenzmultiplex (Frequency Division Multiplex)
FEXT	- Fern-Nebensprechen
FFT	- schnelle Fourier-Transformation (Fast Fourier Transform)
FIR	- endliche Impulsantwort (Finite Impulse Response)
FTTB	- Glasfaser bis ins Gebäude (Fiber-To-The-Building)
FTTC	- Glasfaser bis zum „Gehsteig“ (Fiber-To-The-Curb)
FTTEx	- Glasfaser bis zum zentralen Telefonverteiler (Fiber-To-The-Exchange)
GI	- Guard-Intervall
HDSL	- High bit rate Digital Subscriber Line
HDTV	- hochauflösendes Fernsehen (High Definition TeleVision)

ICI	- Kanalübersprechen (Inter-Channel Interference)
IDFT	- inverse diskrete Fourier-Transformation
IFFT	- inverse schnelle Fourier-Transformation (Inverse Discrete Fourier Transform)
IIR	- unendliche Impulsantwort (Infinite Impulse Response)
ISDN	- Integrated Services Digital Network
ISI	- Symbolübersprechen (Inter-Symbol Interference)
MCM	- Multi-Carrier Modulation
MMSE	- minimaler mittlerer quadratischer Fehler (Minimum Mean Square Error)
MPEG	- Motion Picture Expert Groups
MSE	- mittlerer quadratischer Fehler (Mean Square Error)
NEXT	- Nah-Nebensprechen
OFDM	- Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OMC	- Orthogonal Multi-Carrier
ONU	- Übergabepunkt Glasfaser auf Kupfer (Optical Network Unit)
PAM	- Puls-Amplituden-Modulation
PCM	- Puls-Code-Modulation
POTS	- herkömmlicher Telefonservice (Plain Old Telefon Service)
QAM	- Quadratur-Amplituden-Modulation
sNEXT	- Selbst-Nah-Nebensprechen
SNR	- Signal-zu-Rausch-Verhältnis (Signal-to-Noise Ratio)
TDM	- Zeitmultiplex (Time Division Multiplex)
TEQ	- Zeitbereichsentzerrer (Time Domain Equalizer)
VDSL	- Very high speed Digital Subscriber Line
wDSL	- Wavelet Digital Subscriber Line
ZF-Lösung	- exakte Lösung bei Annahme perfekter Rekonstruktion ohne Berücksichtigung von Rauschen (Zero-Forcing)

Allgemeine Konventionen:

Im Sinne einer einheitlichen Konvention mit der Anzahl an Abtastwerten in zeitlich begrenzten Signalen bzw. Vektoren bezeichnet die „Länge“ eines FIR-Filters die Anzahl der Koeffizienten des Filters und nicht dessen Ordnung.

$x(n) \circ \bullet X(z)$	- zeitdiskrete Variable und zugehörige Z-Transformierte
$x^*(n)$	- konjugiert komplexer Wert von $x(n)$
\mathbf{x}	- Spaltenvektor
\mathbf{x}^T	- Zeilenvektor
\mathbf{X}	- Matrix
\mathbf{X}^T	- transponierte Matrix
\mathbf{X}^*	- transponiert-konjugierte Matrix
\mathbf{X}^\dagger	- Pseudo-Inverse $\mathbf{X}^\dagger = (\mathbf{X}^* \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^*$ der Matrix \mathbf{X}
$\text{Re}\{x\}$	- Realteil von x

$\text{Im}\{x\}$	- Imaginärteil von x
$E\{x\}$	- Erwartungswert von x
σ_x^2	- Varianz
$\mathbf{R}_{xx}, \mathbf{R}_{xy}$	- Korrelationsmatrix
$x(n) * y(n)$	- Faltung von $x(n)$ mit $y(n)$
\mathbf{I}_M	- Einheitsmatrix der Dimension $M \times M$ (nur Einsen auf der Hauptdiagonalen)
\mathbf{J}_M	- Umkehrmatrix der Dimension $M \times M$ (nur Einsen auf der Gegendiagonalen)
$\mathbf{0}_M$	- Nullmatrix der Dimension $M \times M$
$u_i(k) \circ \bullet U_i(z)$	- Teilsignal aus $\mathbf{u}(k) \circ \bullet \mathbf{U}(z)$ über den i -ten Träger
$\mathbf{X} \otimes \mathbf{Y}$	- Kroneckerprodukt von zwei Matrizen
$\lfloor x \rfloor$	- größte ganze Zahl kleiner bzw. gleich x
$\lceil x \rceil$	- kleinste ganze Zahl größer bzw. gleich x
$\text{diag}(\mathbf{x})$	- Diagonalmatrix \mathbf{D} mit $d_{ii} = x_i$
$\text{diag}(\mathbf{X})$	- Vektor \mathbf{v} mit den Diagonalelementen $x_{ii} = v_i$ der quadratischen Matrix \mathbf{X}
$\text{trace}(\mathbf{X})$	- Summe der Elemente in der Hauptdiagonalen der quadratischen Matrix \mathbf{X}
$\mathbf{y}^{(m_f)}(k)$	- Block von m_f aufeinanderfolgenden Symbolen $[\mathbf{y}(k - m_f + 1)^T, \dots, \mathbf{y}(k - 1)^T, \mathbf{y}(k)^T]^T$
$((a))_M$	- a modulo M

Symbole:

$c(n)$	- diskrete Kanalimpulsantwort
$C(z)$	- Kanalfrequenzgang
$\mathbf{C}, \mathbf{C}, \mathbf{C}(k) \circ \bullet \mathbf{C}(z)$	- Kanalmatrix in Block- bzw. Polyphasennotation
\mathbf{C}_{err}	- ISI/ICI-Störanteil der Kanalmatrix \mathbf{C}
\mathbf{C}_{zykl}	- Zyklischer Anteil der Kanalmatrix \mathbf{C}
d	- Block- oder Symbolverzögerung des gesamten Mehrträgersystems
d_p	- Block- oder Symbolverzögerung der zugrundeliegenden Filterbank
$\delta(n)$	- Deltaimpuls-Folge
$\mathbf{E}, \mathbf{E}(k) \circ \bullet \mathbf{E}(z)$	- allgemeiner Frequenzbereichsentzerrer in Blockmatrixnotation
\mathbf{E}_D	- herkömmlicher Frequenzbereichsentzerrer des DMT-Verfahrens (Diagonalmatrix)
f	- Frequenz
f_a	- Abtastfrequenz
$f_i(n) \circ \bullet F_i(z)$	- Filter der Empfänger- bzw. Analysefilterbank
$\mathbf{F}, \mathbf{F}(k) \circ \bullet \mathbf{F}(z)$	- Empfänger- bzw. Analysefilterbank in Block- bzw. Polyphasennotation

$g_i(n) \circ \bullet G_i(z)$	- Filter der Sender- bzw. Synthesefilterbank
$\mathcal{G}, \mathbf{G}^T(k) \circ \bullet \mathbf{G}^T(z)$	- Sender- bzw. Synthesefilterbank in Block- bzw. Polyphasennotation
$\mathcal{H}, \mathbf{H}(k) \circ \bullet \mathbf{H}(z)$	- Übertragungsfunktion der Sender-Kanal-Kombination
k	- Zeitindex für den Symboltakt
K	- Anzahl nicht benutzter Träger
ℓ_h	- Länge des Kopfteils der Kanalimpulsantwort in ganzzahligen Symbolen
ℓ_t	- Länge des Fußteils der Kanalimpulsantwort in ganzzahligen Symbolen
L	- zugeführte Redundanz im Zeitbereich in Samples
L_c	- Länge der Kanalimpulsantwort in Koeffizienten
L_g	- Länge des Guard-Intervalls in Samples
L_h	- Länge des Kopfteils der Kanalimpulsantwort in Koeffizienten
L_t	- Länge des Fußteils der Kanalimpulsantwort in Koeffizienten
M	- Anzahl der Teilbänder
m_c	- Länge der Polyphasenkomponenten der Kanalmatrix $\mathbf{C}(z)$
m_f	- Länge der Polyphasenkomponenten der Empfängerfilterbank $\mathbf{F}(z)$
m_g	- Länge der Polyphasenkomponenten der Senderfilterbank $\mathbf{G}^T(z)$
m_h	- Länge der Polyphasenkomponenten der Sender-Kanal-Kombination $\mathbf{H}(z)$
m_t	- Länge der Polyphasenkomponenten der Übertragungsfunktion $\mathbf{T}(z)$
n	- Zeitindex für den Abtasttakt
N	- Anzahl der Nutzträger
N_c	- Länge der Polyphasenfilter des Kanals
N_g	- Länge der Polyphasenfilter des Senders
N_f	- Länge der Polyphasenfilter des Empfängers
N_h	- Länge der Polyphasenfilter des Sender + Kanal
$\boldsymbol{\nu}(k)$	- Ausgangsvektor der empfangsseitigen Transformation (DFT im Fall des DMT-Verfahrens)
$\Omega = 2\pi fT_a$	- normierte Kreisfrequenz
Ω_0	- $\Omega_0 = 2\pi/M$
P	- Symbollänge in Samples einschließlich zugeführter Redundanz im Zeitbereich
$r(n) \circ \bullet R(z)$	- additives, bandbegrenzt weißes Rauschen
$\mathbf{r}(k) \circ \bullet \mathbf{R}(z)$	- Rauschen nach S/P-Wandlung
$\mathcal{T}, \mathbf{T}(k) \circ \bullet \mathbf{T}(z)$	- Übertragungsfunktion des gesamten Mehrträgersystems
T_a	- Abtastperiode
T_d	- Durchlaufzeit
T_g	- Länge des Guard-Intervalls
T_M	- Symboldauer ohne Guard-Intervall
T_s	- Symboldauer

$\mathbf{u}(k) \circ \bullet \mathbf{U}(z)$	- Eingangssymbol
$\hat{\mathbf{u}}(k) \circ \bullet \hat{\mathbf{U}}(z)$	- rekonstruiertes Eingangssymbol
W_M^k	- komplexer Drehfaktor, $W_M^k = \exp(-j2\pi k/M)$
\mathbf{W}_M	- DFT-Matrix der Größe $M \times M$
\mathbf{W}_M^*	- IDFT-Matrix der Größe $M \times M$
$y(n)$	- Empfangssignal
$\mathbf{y}(k) \circ \bullet \mathbf{Y}(z)$	- Empfangssymbol, Empfangssignal nach S/P-Wandlung
\mathbf{Z}_T	- Guard-Intervall-Einfügung auf der Senderseite
\mathbf{Z}_R	- Guard-Intervall-Entfernung auf der Empfängerseite

Kapitel 1

Einleitung

Im Zuge der zunehmenden Verbreitung des Internets hat sich der Bedarf an höheren Datenraten in der digitalen Nachrichtenübertragung in den letzten Jahren gewaltig erhöht. Neue Informationsdienste wie digitales Fernsehen und Radio, Video- bzw. Audio-on-Demand, Video-Konferenzen oder multimediale Datenbanken erfordern eine sehr hohe Übertragungskapazität, welche die bisherige Infrastruktur nicht bereitstellen vermag. Lange Zeit als Lösung dieses Problems prognostiziert, hat sich der Aufbau eines globalen Glasfasernetzes aufgrund der hohen Kosten nicht so wie erwartet vollzogen. Insbesondere für die sogenannte „Last Mile“, das letzte, etwa ein bis vier Kilometer lange Verbindungsstück auf dem Übertragungsweg vom Diensteanbieter zum Kunden, dominiert nach wie vor die herkömmliche Kupferleitung.

Seitdem zu Beginn der neunziger Jahre die Mehrträgertechnik auf der Basis orthogonaler Filterbänke - in der leitungsgebundenen Übertragung als DMT-Modulation (Discrete Multi-Tone) bezeichnet - durch die Verfügbarkeit hochintegrierter, digitaler Signalprozessoren technisch realisierbar wurde, hat die traditionelle Kupferleitung als Übertragungsmedium eine unglaubliche Renaissance erlebt. Statt bisher höchstens 128 kbit/s bei ISDN-Kanalbündelung (Integrated Services Digital Network) erlaubt beispielsweise ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), ein DMT-basierter Übertragungsstandard, eine bis zu 70-fach höhere Datenrate auf derselben Leitung, und das bei gleichzeitiger Nutzung als Telefonverbindung. Das Nachfolge-Verfahren VDSL (Very high speed Digital Subscriber Line) bewältigt sogar die bis zu 400-fache Übertragungskapazität von gebündeltem ISDN, ausreichend für mehrere digitale Fernsehkanäle im HDTV-Format (High Definition TeleVision).

Durch konsequenten Ausbau der Infrastruktur und aggressive Marketing-Strategie haben die ADSL-anbietenden Telekom-Unternehmen inzwischen die Marktführerschaft in dem Segment der breitbandigen Internetanbindung für den Privatanschluß übernommen, die von konkurrierenden Verfahren wie Kabelmodem, Internet per Satellit und Powerline kaum mehr einzuholen ist. Das von der Deutschen Telekom propagierte T-DSL-Verfahren mit einer maximalen Übertragungsrate von 768 kbit/s ist dabei erst ein Vorgeschmack dessen, was die neue Technologie zu leisten vermag. Es ist absehbar, daß auch VDSL direkt an den Erfolg von ADSL

anknüpfen wird.

1.1 Ausgangspunkt und Zielsetzung

Für unidirektional ausgerichtete Datendienste, bei denen eine gewisse Durchlaufzeit bei der Übertragung keine Rolle spielt, hat sich ADSL ohne jeden Zweifel durchgesetzt. Auf der anderen Seite tut sich die Industrie sehr schwer damit, die systematisch hohe Latenz- oder Durchlaufzeit durch ein Mehrträgersystem für kommerzielle, bidirektional orientierte Datendienste mit symmetrischem Datendurchsatz in beiden Richtungen zu akzeptieren. Die sich mehr und mehr durchsetzende paketvermittelte Übertragung erfordert möglichst kurze Quittierungszyklen für optimale Routing- und Management-Funktionalität. Die gleichzeitige Bereitstellung einer hohen Übertragungskapazität und Störfestigkeit sowie minimaler Durchlaufzeit ist mit herkömmlicher DMT jedoch nicht realisierbar. So wurde beispielsweise DMT trotz überragender sonstiger Eigenschaften nicht in den neuen HDSL₂-Standard aufgenommen [Gor98]. Besonders deutlich äußert sich das Latenzzeitproblem auch bei DMT-Anwendungen, deren Parameter für eine maximale Reichweite bei vorgegebener, vergleichsweise geringer Datenrate und Bandbreite optimiert wurden [TF98].

Von der einschlägigen Fachliteratur wird der Aspekt der hohen Latenzzeit in aller Regel als notwendiges Übel akzeptiert bzw. geflissentlich ignoriert. Zwar existieren einige Ansätze, die zumindest indirekt eine Verkürzung der Durchlaufzeit erlauben, wie z.B. [MCR96, ALM⁺01, ST95, SGB99, CC98], aber ein expliziter Vergleich der existierenden Verfahren hinsichtlich ihrer Eignung für eine Minimierung der Durchlaufzeit wurde bisher nicht angestellt.

Ziel dieser Arbeit ist es zu untersuchen, ob es prinzipiell möglich ist, durch eine geeignete Erweiterung des DMT-Prinzips bzw. durch Verwendung alternativer Strukturen ein praktisch realisierbares Mehrträgersystem zu konstruieren, welches einerseits die Forderung der Industrie nach kurzer Durchlaufzeit erfüllt und gleichzeitig keine Einschränkung hinsichtlich Übertragungskapazität und Störfestigkeit nach sich zieht.

Mit dem Hauptaugenmerk auf alternativen Methoden für Transformation, Redundanzzufügung und Entzerrung konzentrieren sich die Bemühungen auf die grundlegenden Bausteine eines Mehrträgersystems - Senderfilterbank und Empfängerfilterbank. Entkopplung der Symboldauer von der Dauer der Kanalimpulsantwort sowie Verfahren, die ohne oder mit sehr geringer Redundanzzufügung zurechtkommen, stehen dabei im Vordergrund. Besonders interessant ist auch, ob herkömmliche DMT bei Verwendung einer praxistauglichen Entzerrungsmethode ohne ein Guard-Intervall auskommt.

Alle weiteren aufsetzenden Algorithmusbestandteile wie Modulation und Fehlerchutzkodierung werden als trennbare Probleme angenommen und im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Entsprechend den Vorgaben des dieser Aufgabenstellung zugrundeliegenden Industrieprojektes [TDF97] werden die Daten unkodiert mit kohärenter Quadratur-Amplituden-Modulation (QAM) für komplexwertige Transfor-

mationen bzw. Puls-Amplituden-Modulation (PAM) für reellwertige Transformationen moduliert.

Ebenso beschränkt sich diese Arbeit auf leitungsgebundene Übertragung mit der Annahme eines linearen, zeitinvarianten Kanals.

Störeinflüsse durch Desynchronisation, Abschneiden der Signalamplituden (Clipping) und Nebensprechen werden als allgemeine additive, bandbegrenzte weiße Rauschkomponente modelliert.

1.2 Aufbau der vorliegenden Arbeit

Ein einleitendes Kapitel erläutert die prinzipielle Funktionsweise eines Mehrträgersystems. Einem kurzen Abriss der Entwicklungsgeschichte folgt die Beschreibung des DMT-Grundprinzips. Abschließend werden typische Anwendungen des DMT-Verfahrens kurz vorgestellt.

Das nachfolgende Kapitel 2 umfaßt eine analytische Beschreibung eines Mehrträgersystems in Form eines Multiple-Input-Multiple-Output(MIMO)-Systems, sowohl in Frequenz- als auch in Zeitbereichsdarstellung. Dabei wird bewußt eine sehr allgemeine Formulierung solcher Algorithmusbestandteile wie Transformation, Redundanzzufügung und Entzerrung gewählt. Alternative Verfahren zur DMT als auch DMT selbst lassen sich dadurch mit einem einzigen, einheitlichen Modell beschreiben, was die Verständlichkeit dieser Arbeit erheblich erleichtert.

Auf der Basis des MIMO-Modells aus Kapitel 2 werden in Kapitel 3 die signifikanten Störgrößen eines Mehrträgersystems analysiert. Hervorzuheben ist dabei eine neue, kompakte Form der Darstellung des Rauschanteils infolge Symbol- und Kanalübersprechen, welche die dafür verantwortlichen Kanalbestandteile eindeutig identifiziert.

Nach der Ableitung der systembedingten Latenzzeit für praktische DMT-Anwendungen wird in Kapitel 4 der Einfluß der DMT-Parameter auf Latenzzeit, Bandbreiteneffizienz, Übertragungskapazität und Störfestigkeit untersucht. Aus den Restriktionen, denen das herkömmliche DMT-Verfahren hinsichtlich der Verkürzung der Durchlaufzeit unterliegt, lassen sich gezielt Forderungen ableiten, die alternative Verfahren erfüllen müssen. Abschließend werden ausgewählte, aus der Literatur bekannte Verfahren und Methoden vorgestellt, die direkt oder indirekt zur Verkürzung der Durchlaufzeit beitragen.

Die Kapitel 5 bis 7 beschreiben neue Methoden, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurden. Zum Teil bauen die vorgestellten Algorithmen auf bereits bekannten Verfahren auf [ST95] und wurden für eine minimale Durchlaufzeit angepaßt. Völlig neu ist das in Kapitel 7 vorgestellte Prinzip der verallgemeinerten DMT (Generalized DMT - GDMT). Es nutzt bislang brachliegende Redundanz im Frequenzbereich und gestattet perfekte Entzerrung ohne Guard-Intervall bei nahezu vollständiger Beibehaltung der ursprünglichen, effizienten DMT-Struktur.

Auf der Basis eines Matlab-simulierten DMT-Systems werden die vielversprechend-

sten Varianten aus den Kapiteln 5 bis 7 in Kapitel 8 hinsichtlich Latenzzeit, Übertragungskapazität, Störimpfindlichkeit und Rechenaufwand verglichen.

Kapitel 9 beschreibt einen konkreten Anwendungsfall, bei dem das Latenzzeitproblem durch die spezielle Parameterwahl besonders deutlich hervortritt.

Abschließend faßt Kapitel 10 die Ergebnisse zusammen und liefert einen Ausblick auf sich neu erschließende Anwendungen und weitere Arbeiten auf diesem Gebiet.

Die Anhänge enthalten grundsätzliche mathematische Herleitungen, die für das Verständnis dieser Arbeit von Bedeutung sind.

1.3 Das Mehrträgerverfahren

Mehrträgerverfahren (Multi-Carrier Modulation - MCM) stellen ein spezielles Multiplex-Verfahren im Frequenzbereich (Frequency Division Multiplexing - FDM) dar [Bin90]. Im Gegensatz zu Einträgerverfahren werden die modulierten Sendedaten auf mehrere schmalbandige Kanäle bzw. Träger aufgeteilt. Dadurch wird der Entzerrungsaufwand pro Teilsignal erheblich reduziert. Ein breitbandiger Kanal mit einer ausgeprägten Frequenzselektivität präsentiert sich im Idealfall als eine Vielzahl schmaler, nicht frequenzselektiver Kanäle. Gleichfalls erlaubt die Aufspaltung in schmale Frequenzbänder eine bessere Anpassung an die Frequenzcharakteristik des Übertragungskanals und der additiven Störungen. Einbrüche im Dämpfungsverlauf bzw. frequenzselektive Störer wirken sich nur auf einzelne Träger aus. Die betroffenen Träger bleiben ungenutzt oder werden nur mit kleinen Datenmengen beaufschlagt.

Im Gegensatz zu normalen Trägerfrequenzsystemen ist keine komplexe Bank von analogen Bandpaßfiltern zur Aufspaltung in die einzelnen Frequenzbänder notwendig. Orthogonale Teilsignale gestatten eine perfekte Trennung durch rein digitale Filterung. Die verfügbare Bandbreite wird optimal ausgenutzt, da Schutzintervalle zwischen den Teilbändern praktisch unnötig sind.

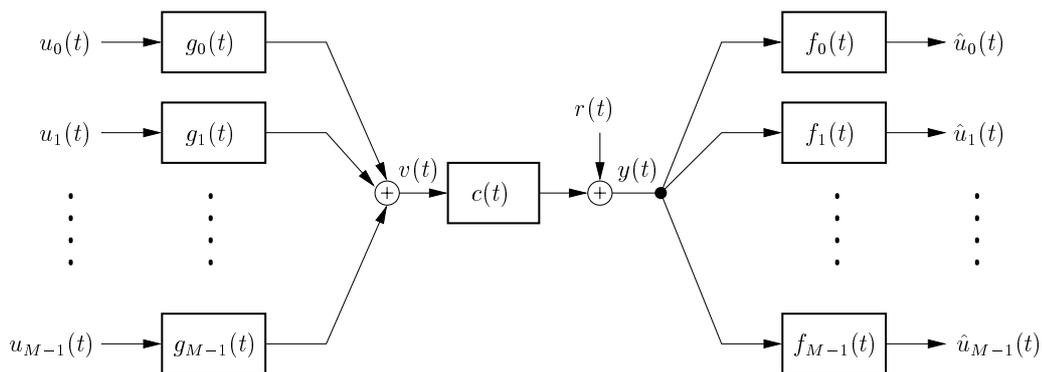


Bild 1.1: Grundstruktur eines Mehrträgersystems

Bild 1.1 zeigt die Grundstruktur eines Mehrträgersystems, bestehend aus Sender, Übertragungskanal und Empfänger. Mit Hilfe der Sendefilter $g_i(t)$ werden die Teilsignale $u_i(t)$ auf äquidistant verteilte Trägerfrequenzen moduliert. Das Ausgangssignal des Senders $v(t)$ ergibt sich aus der Summe aller gefilterten Teilsignale.

Bei der Übertragung wird das Sendesignal $v(t)$ mit der Impulsantwort des Kanals $c(t)$ gefaltet und mit der additiven Störkomponente $r(t)$, welche die Wirkung sämtlicher externer Störquellen in sich vereint, überlagert. Das Empfangssignal $y(t)$ wird nun durch die Empfängerfilterbank wieder in die ursprünglichen Teilsignale zerlegt. Dabei erfüllen die Empfangsfilter $f_i(t)$ einerseits die Aufgabe der Bandpaßfilterung für das jeweilige Teilband und sorgen andererseits für eine Entzerrung des resultierenden Teilsignals.

Bei einem praktisch sinnvollen Übertragungssystem entsprechen die Teilsignale am

Ausgang $\hat{u}_i(t)$ den verzögerten Varianten der jeweiligen Eingangssignale $u_i(t)$. Hierfür müssen die Sende- und Empfangsfilter Orthogonalität der Teilsignale untereinander gewährleisten, was im Falle eines nichtidealen Kanals zwangsläufig eine Reduktion der Bandbreiteneffizienz oder eine Erhöhung des Entzerrungsaufwands nach sich zieht.

Bei unzureichender Entzerrung kann neben Symbolübersprechen (Inter-Symbol Interference - ISI) bei Mehrträgerverfahren zusätzlich Kanalübersprechen (Inter-Channel Interference - ICI) auftreten, da für eine maximale spektrale Effizienz die Durchlaßbereiche benachbarter Filter $g_i(t)$ bzw. $f_i(t)$ zwangsläufig überlappen. Zur Minimierung der ISI/ICI-Effekte sollte der Überlappungsbereich deshalb möglichst schmal und die Sperrdämpfung der Filter möglichst hoch sein. Gleichfalls wichtig ist ein geringer Entwurfs- und Realisierungsaufwand der Sende- und Empfangsfilter.

Durch eine Aufteilung der Sendedaten auf mehrere schmalbandige Träger ergibt sich eine deutlich größere Symboldauer bei gleichbleibender Bandbreite. Das führt bei Übertragungskanälen mit ausgeprägt dispersivem Charakter zu geringerem Symbolübersprechen, wodurch sich die Entzerrung entsprechend vereinfacht. Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß sich die Energie impulsartiger Störungen gleichmäßig im Verhältnis Impulsdauer zu Symboldauer auf alle Teilbänder verteilt. Kurze Störimpulse beeinflussen die Übertragungsqualität somit nur geringfügig. Allerdings birgt die große Symboldauer auch einen entscheidenden Nachteil: Proportional zur Symboldauer erhöht sich auch die Durchlaufzeit der Daten durch ein Mehrträgersystem.

1.3.1 Entwicklungsgeschichte

Obwohl Algorithmen schon seit den sechziger Jahren existieren, wurde die Anwendung der Mehrträgertechnik erst mit der Entwicklung preisgünstiger und leistungsfähiger Signalprozessoren möglich. Die praktische Umsetzung vollzog sich in mehreren Stufen [Bin90]:

Erste Mehrträger-Modems verwendeten konventionelle Frequenzmultiplex-Technologie und benutzten analoge Filter zur vollständigen Trennung der Frequenzbänder. Bedingt durch den endlichen Übergangsbereich der Filter ist der Bandbreitenbedarf pro Träger größer als das Nyquist-Minimum bzw. die Symbolfolgefrequenz, wodurch sich die Bandbreiteneffizienz entsprechend reduziert.

Durch Benutzung von gestaffelter QAM (staggered QAM - SQAM) [FL61, Cha66] ließ sich die Bandbreiteneffizienz auf annähernd 100 Prozent erhöhen. Zwar besitzen auch hier die Spektren der Träger eine erweiterte Bandbreite, überlappen jedoch mit dem Schnittpunkt bei der 3dB-Grenzfrequenz. Das führt zu einem konstanten Summenspektrum, und sofern der Bandbreitenbedarf eines Trägers die doppelte Symbolfolgefrequenz nicht überschreitet, findet nur Übersprechen zwischen unmittelbar benachbarten Trägern statt. Orthogonalität der Träger wird durch alternierende In-Phase- und Quadratur-Modulation gewährleistet. Der Filteraufwand ist geringer als bei vollständiger Trennung der Frequenzbänder, aber immer noch beachtlich. Die maximale Trägeranzahl ist deshalb verhältnismäßig gering - typischerweise kleiner als 20.

Eine Erhöhung der Trägeranzahl um ein Vielfaches wurde erst möglich mit der Einführung von Basisfiltern, die ein *si*-förmiges Spektrum¹ aufweisen [Hir81, WE71]. Obwohl die Filter nicht bandbegrenzt sind, ist damit eine perfekte Trennung der Teilbänder auf der Empfängerseite möglich. Sender- und Empfängerfilterbank entsprechen komplex modulierten Filterbänken mit rechteckförmigen Prototypfiltern, welche sich sehr recheneffizient im Basisband mit Hilfe der schnellen Fourier-Transformation (Fast Fourier Transform - FFT) realisieren lassen. Diese Methode der Mehrträger-Modulation findet in fast allen gegenwärtigen Realisierungen Anwendung. Ursprünglich als Orthogonal Multi-Carrier (OMC) bezeichnet, hat sich für die große Gruppe der Mobilfunk-Anwendungen inzwischen der Begriff Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) durchgesetzt, während für die leitungsgebundene Übertragung die Bezeichnung Discrete Multi-Tone (DMT) vorherrscht. Da der praktische Hintergrund dieser Arbeit in der leitungsgebundenen Übertragung liegt, wird im folgenden bevorzugt der Begriff DMT verwendet.

1.3.2 Discrete Multi-Tone (DMT)

Bild 1.2 zeigt die Blockstruktur eines DMT-Systems. Nach Seriell-zu-Parallel-Wandlung und Modulation der Binärdaten wird das Eingangssymbol $\mathbf{u}(k)$ mittels Inverser Diskreter Fourier-Transformation (IDFT) in den Zeitbereich transformiert, was einer Filterung der Teilsignale $u_i(k)$ mit einer kritisch abgetasteten IDFT-Synthesefilterbank entspricht. Anschließend wird der Ausgabevektor der IDFT periodisch um die L_g letzten Ausgabewerte erweitert. Dieses sogenannte Guard-Intervall hat die Aufgabe, Übersprechen zwischen aufeinanderfolgenden Symbolen zu verhindern.

Der Sendevektor $\mathbf{v}(k)$ wird, in ein serielles Zeitsignal $v(n)$ umgeformt und D/A-gewandelt, über den mit additivem Rauschen $r(t)$ behafteten Kanal $c(t)$ gesendet.

Nach Seriell-zu-Parallel-Wandlung des abgetasteten Empfangssignals $y(n)$ werden die überzähligen Koeffizienten des Guard-Intervalls im Empfänger wieder entfernt. Der resultierende Vektor $\mathbf{y}(k)$ wird mittels DFT in den Frequenzbereich rücktransformiert. Sowohl sendeseitige IDFT als auch empfangsseitige DFT lassen sich effizient mit einem schnellen FFT-Algorithmus realisieren.

Den Empfangsvektor $\hat{\mathbf{u}}(k)$ erhält man durch eine einfache Entzerrung entsprechend Abbildung 1.2 mit lediglich einer komplexen Multiplikation je Teilkanal. Die ursprünglichen Binärdaten gewinnt man durch eine abschließende Demodulation und erneute Parallel-zu-Seriell-Wandlung zurück.

Die korrekte Wahl der Länge des Guard-Intervalls beeinflusst entscheidend die Leistungsfähigkeit des Verfahrens:

Unter der Annahme, daß die diskrete Kanalimpulsantwort $c(n)$ eine effektive Länge von L_c Koeffizienten aufweist, überlappen benachbarte Symbole nach Faltung mit $c(n)$ um jeweils $L_c - 1$ Koeffizienten. Bei ausreichender Länge, d.h. $L_g \geq L_c - 1$ enthält das Guard-Intervall den kompletten Ein- und Ausschwingvorgang beim Wechsel von

¹Die *si*-Funktion ist definiert als $si(x) = \sin(x)/x$ und beschreibt mit $x = \omega/2$ den Verlauf der Fourier-Transformierten der Rechteckfunktion [Fli91].

einem Symbol zum nachfolgenden. Nach Abschneiden des Guard-Intervalls auf der Empfängerseite verbleibt in $\mathbf{y}(k)$ nur noch die stationäre Systemantwort auf das jeweilige Symbol. Dadurch kann als Grundvoraussetzung für das oben beschriebene Prinzip der einfachen Entzerrung die sequentielle Faltung des Kanals als zyklische Faltung aufgefaßt werden.

Ein unzureichendes L_g führt zwangsläufig zu Symbolübersprechen, da benachbarte Symbole überlappen, sowie zu Kanalübersprechen zwischen den Teilsignalen eines Symbols, da die Orthogonalitätsbedingungen nicht mehr gewährleistet sind.

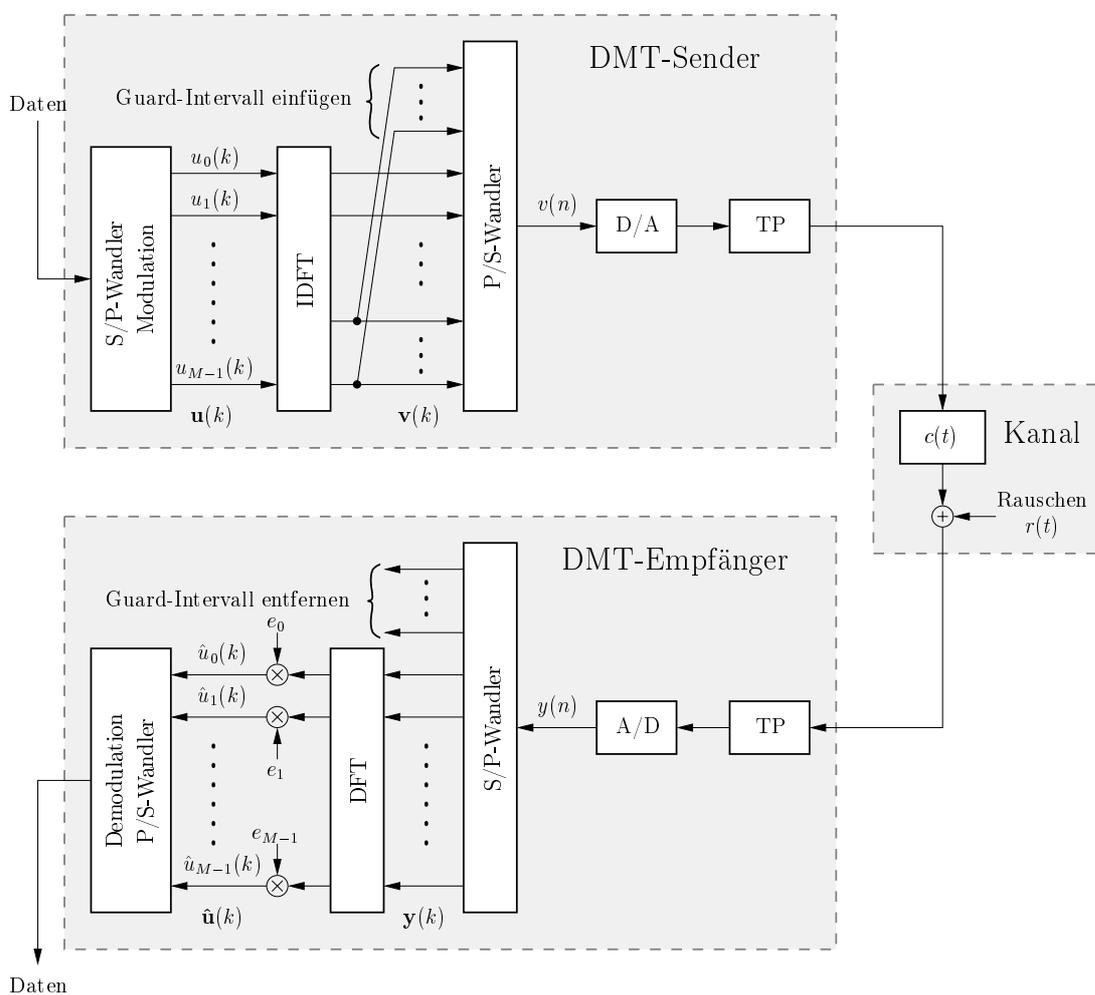


Bild 1.2: DMT-Übertragungsschema

1.4 Anwendungen

1.4.1 Leitungsgebundene Übertragungstechnik

Trotz prinzipieller technischer Machbarkeit verzögerte sich die praktische Anwendung der Mehrträgertechnik für die leitungsgebundene Übertragung bis weit in die achtziger Jahre. Viele potentielle Anbieter scheuten die Investition in DSL-Technologie (Digital Subscriber Line), da man annahm, daß die Glasfaser-Infrastruktur sehr schnell wachsen würde und das Übertragungsmedium Kupfer überholt sei. Hinzu kam, daß zu diesem Zeitpunkt die sogenannte „Last Mile“ von der Telefonzentrale zum Endteilnehmer noch von einigen wenigen Großunternehmen kontrolliert wurde und der belebende Konkurrenzkampf zwischen mehreren Diensteanbietern fehlte.

Seitdem hat sich die Situation komplett geändert. Zahlreiche neue Übertragungsstandards mit dem Vielfachen der Übertragungskapazität ursprünglicher Verfahren haben dem DSL-Netzwerk zu einer völlig neuen Bedeutung verholfen. Mit der weltweiten Etablierung des DMT-basierten ADSL-Standards als meistgenutzte Hochgeschwindigkeits-Internetanbindung für den privaten Nutzer hat diese Entwicklung ihren bisherigen Höhepunkt erfahren.

Die Evolution der DSL-Technologie ist in Tabelle 1.1 anhand der bekanntesten xDSL-Verfahren zusammengefaßt. Es ist interessant, daß bis auf das proprietäre wDSL-Verfahren keines der rein symmetrischen Verfahren einen Mehrträger-Ansatz verfolgt. Trotz unbestrittener Vorteile wurde DMT selbst für neue Verfahren wie HDSL₂, SDSL und SHDSL aufgrund der höheren Latenzzeit nicht in den Standard aufgenommen.

Alle in Tabelle 1.1 aufgeführten Verfahren orientieren sich an den Bedingungen und Bedürfnissen innerhalb des herkömmlichen Telefonnetzes. Sie sind folglich dahingehend optimiert, über eine begrenzte Reichweite von maximal 4 km ein Maximum an Daten zu transportieren. Es ist jedoch auch der komplementäre Anwendungsfall von Bedeutung: Übertragung festgelegter, verhältnismäßig kleiner Datenraten über möglichst große Entfernungen. Bei der Prozeßdatenkommunikation von Energieversorgungsunternehmen besteht beispielsweise die Aufgabe, weit entfernte Unterstationen eines Netzwerks mit der Zentrale über die vorhandene Kupfer-Infrastruktur ohne Verwendung zusätzlicher Zwischenverstärker zu verbinden [TDF97]. Variable Datenraten bei annähernd optimaler Ausnutzung der Kanalkapazität, Robustheit gegenüber langen Kanalimpulsantworten sowie geringe Komplexität bei maximaler Flexibilität lassen für diesen Fall die Anwendung eines DMT-basierten Verfahrens als ideale Wahl erscheinen. Aufgrund des ausgeprägten Tiefpaßcharakters einer Twisted-Pair-Kupferleitung verringert sich jedoch bei Entfernungen von mehr als 20 km die nutzbare Bandbreite auf wenige zehn Kilohertz. Um in diesem Frequenzbereich eine hinreichend große Anzahl von Nutzträgern unterzubringen, muß zwangsläufig die dem System zugrundeliegende Abtastfrequenz im gleichen Verhältnis reduziert werden, wodurch das Problem der hohen Latenzzeit besonders deutlich zutage tritt. Insbesondere bei Kaskadierung mehrerer Strecken ist das DMT-Verfahren bei dieser Parameterwahl für z.B. Sprachverbindungen oder paketorientierte Datendienste mit Empfangsbestätigung nur bedingt geeignet.

Abk.	Bezeichnung	Verfahren	Adernpaare	Downlink	Uplink	Reichweite
V.22 - V.34	Sprachbandmodem	QAM	1	1,2 bis 33,6 kbit/s		bis 5,5 km
V.90	Sprachbandmodem	QAM, PCM	1	bis 33,6 kbit/s	bis 56 kbit/s	bis 5,5 km
IDSL	ISDN DSL	4B3Q, 2B1Q	1	160 kbit/s		bis 5,5 km
HDSL	High data rate DSL	2B1Q	2 oder 3	1,5 bis 2 Mbit/s		bis 3,5 km
ADSL	Asymmetric DSL	DMT	1	1,5 bis 9 Mbit/s	16 bis 640 kbit/s	bis 5,5 km
G.Lite/CDSL	ADSL ohne Splitter	DMT	1	bis 1,5 Mbit/s	bis 512 kbit/s	bis 5,5 km
VDSL	Very high data rate DSL	DMT, CAP	1 oder 2	13 bis 52 Mbit/s	1,5 bis 26 Mbit/s	0,3 bis 14 km
wDSL	wavelet DSL	DWMT	1 oder 2	1 bis 4 Mbit/s		bis 6 km
SDSL	Single pair DSL	2B1Q	1	192 kbit/s bis 2,3 Mbit/s		bis 4 km
HDSL ₂	High data rate DSL v2	TC PAM	1	1,5 bis 2 Mbit/s		bis 3,5 km
SHDSL	Symm. High data rate DSL	TC PAM	1 oder 2	192 kbit/s bis 4,7 Mbit/s		bis 4,8 km

Tabelle 1.1: Eigenschaften ausgewählter xDSL-Verfahren

Im folgenden werden ausgewählte xDSL-Verfahren kurz vorgestellt:

Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) ADSL ist ein für den Heimbereich und das Telefonnetz zugeschnittener Breitband-Datendienst, der eine hohe Datenrate in Downstream-Richtung – vom zentralen Verteiler zum Kunden – und eine verhältnismäßig geringe Datenrate in Upstream-Richtung – vom Kunden zum Verteiler – zur Verfügung stellt. Die Asymmetrie hat zwei Gründe: Zum einen erfordern die anvisierten Einsatzgebiete von ADSL, wie z.B. Internet-Zugang, Video-on-Demand und Interaktion mit Multimedia-Diensten, einen hohen Datenstrom in der Richtung zum Anwender, während der hauptsächlich für organisatorische Zwecke genutzte Rückkanal ein wesentlich geringeres Datenvolumen produziert. Zum anderen folgt der asymmetrische Datendurchsatz den physikalischen Grenzen, die der typische Aufbau eines Telefonnetzes auferlegt. Von einem zentralen Verteiler (Central Office - CO) verlaufen die Leitungen zu den Kunden (Customer Premises - CP) größtenteils zu einem Kabelbündel vereint. Nutzen mehrere Anwender innerhalb eines Bündels für beide Übertragungsrichtungen zum gleichen Zeitpunkt das gleiche Frequenzband, so wird das resultierende Nah-Nebensprechen (Near End Crosstalk - NEXT) zur dominanten Störgröße im System. Der Einfluß von NEXT steigt mit wachsender Frequenz,

während, bedingt durch das Dämpfungsverhalten einer Kupferleitung, die Energie des Empfangssignals abnimmt. Daraus resultiert eine obere Grenzfrequenz, bis zu der sich eine Vollduplex-Übertragung mit Echokompensation noch lohnt [SCS99]. Außerdem ist durch die örtliche Nähe der Downstream-Sender der NEXT-Beitrag im CO größer als beim CP. Folglich wird zugunsten der Downstream-Richtung oberhalb dieser Grenzfrequenz nur noch simplex übertragen.

Die konzeptionelle Definition von ADSL begann bereits 1989 bei Bellcore durch J.W. Lechleider et. al. [Lec89]. Entwicklungen starteten 1990 an der Stanford Universität und den AT&T Bell Labs und führten zu ersten Prototypen im Jahre 1992.

Ursprünglich als ADSL-1 für eine konstante Datenrate von 1,5 Mbit/s downstream und 64 kbit/s upstream zur Übertragung von MPEG-1 konzipiert, folgte in mehreren Schritten, über ADSL-2 mit 3 Mbit/s und ADSL-3 mit 6 Mbit/s, die Festlegung des heute gültigen Standards im Oktober 1998, welcher bis zu 9 Mbit/s downstream und maximal 1 Mbit/s upstream erlaubt. Die Datenrate läßt sich zugunsten einer höheren Reichweite in 32 kbit/s-Schritten reduzieren. Die maximale Reichweite von ADSL liegt bei 5,5 km.

ADSL beansprucht mit 249 Trägerfrequenzen in einem Abstand von 4,3125 kHz eine Bandbreite von ca. 1 MHz im Bereich von 26 kHz bis 1,1 MHz. Das schmalere Upstream-Band belegt den Bereich von 26 bis 133,8 kHz mit 25 aktiven Trägern. Je nach Betriebsmodus nutzt ADSL entweder die gesamte Bandbreite für das Downstream-Band, oder ein verkürztes Downstream-Band wird oberhalb des Upstream-Bandes im Bereich von 138 bis 1,1 MHz plaziert. Die Überlappung mit dem Upstream-Band erfordert eine Echokompensation für die betroffenen Träger, ermöglicht aber höheren Datendurchsatz im Downstream-Richtung bei sehr kurzen Leitungen.

ADSL läßt sich mit einer gleichzeitigen Standard-Telefonieverbindung (Plain Old Telephone Service - POTS) auf einer Leitung kombinieren, erfordert dafür allerdings einen sogenannten Splitter. Dabei handelt es sich um ein Tiefpaßfilter, welches das POTS-Band herausfiltert, um einerseits hörbare Störungen im Telefonieband zu vermeiden und andererseits Reflexionen in das ADSL-Band durch fehlangepaßte POTS-Abschlüsse zu verhindern.

Das in Europa weit verbreitete ISDN läßt sich nicht ohne zusätzliche Maßnahmen mit ADSL auf einer Leitung kombinieren. Um eine Überlappung mit dem ISDN-Band zu vermeiden, verschiebt beispielsweise die von der Deutschen Telekom in Kombination mit ISDN angebotene ADSL-Variante T-DSL das komplette Upstream-Band in den Bereich von 120 bis 300 kHz und verkürzt den Downstream-Bereich entsprechend auf 120 kHz bis 1,1 MHz. Der damit verbundene Verlust an wertvollen Trägern mit geringer Dämpfung erklärt die verminderte Übertragungskapazität von T-DSL.

Zugunsten einer kürzeren Latenzzeit läßt sich das DMT-Verfahren optional durch CAP-Modulation (Carrierless Amplitude/Phase) ersetzen. Allerdings erhöht sich dadurch die Störanfälligkeit, und die Datenrate läßt sich lediglich in Schritten zu 640 kbit/s variieren.

Eine weitere ADSL-Variante stellt das sogenannte G.lite-Verfahren, häufig auch als Universal ADSL (UADSL) oder Consumer DSL (CDSL) bezeichnet, dar. Bei Halbierung der Bandbreite und Anzahl der Träger sowie einem maximalen Modulationslevel

von 8 Bit pro Träger ist kein zusätzlicher Splitter mehr notwendig. Dadurch wird den Kunden ein eingeschränkter, aber konstanter Service bei minimalem Installationsaufwand und geringen Anforderungen an Leitungsqualität und Hardware zur Verfügung gestellt.

Raten-Adaptives ADSL (RADSL) ist in seiner Bezeichnung etwas irreführend, da auch herkömmliche ADSL-Modems eine Adaptierung der Datenrate in 32 kbit/s-Schritten erlauben. Vielmehr steht hinter dieser Bezeichnung die Bemühung um standardisierte Initialisierungs- und Management-Prozeduren mit einheitlicher Adaptierung und Parameterübertragung.

Ursprünglich war die Weiterentwicklung von ADSL kompromißlos auf eine Erhöhung der Übertragungskapazität ausgelegt. Durch die Überlappung mit der VDSL-Spezifikation orientiert man sich inzwischen hauptsächlich auf die Verbesserung der spektralen Kompatibilität: Geeignete Maßnahmen, wie z.B. Reduzierung des Nebensprechens und der Außerbandstrahlung sowie Maskierung des Sendeleistungsdichtespektrums sollen die Koexistenz von ADSL mit anderen DSL-Verfahren von unter Umständen unterschiedlichen Anbietern auf der gleichen Leitung oder im gleichen Kabelbündel erleichtern. Weitere Aspekte der Verbesserung des ADSL-Standards betreffen eine leichte Installation beim Anwender, niedrige Kosten, geringer Leistungsbedarf und natürlich eine Verkürzung der Latenzzeit.

Wavelet Digital Subscriber Line (wDSL) Aus der großen Gruppe ADSL-verwandter Verfahren soll wDSL besonders hervorgehoben werden, da ein ähnliches Verfahren im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird (siehe Kapitel 6). Die Firma Aware, Inc. propagiert das symmetrische wDSL-Verfahren als Alternative zu Nicht-DMT-Verfahren, wie z.B. HDSL₂ und SDSL, welches auf einem DMT-ähnlichen Mehrträgerverfahren namens Discrete Wavelet Multi-Tone (DWMT) basiert [WPA00]. Anstelle der DFT/IDFT verwendet DWMT kosinus-modulierte Filterbänke [Vai93], deren Basisfilter eine erheblich bessere Sperrdämpfung aufweisen. Kanalübersprechen läßt sich dadurch auf ein Minimum reduzieren, und DWMT erweist sich als sehr robust gegenüber schmalbandigen Störern. Allerdings bedingen die überlappenden Basisfilter der kosinus-modulierten Filterbänke im Vergleich zu DMT eine höhere Latenzzeit.

wDSL erlaubt symmetrischen Datendurchsatz mit bis zu 4 Mbit/s auf Zwei- oder Vierdrahtverbindungen bei einer Reichweite von maximal 5,5 km. Eine gleichzeitige Nutzung von POTS ist ebenfalls möglich.

Aufgrund eines fehlenden Standards hat sich wDSL allerdings trotz überlegener Eigenschaften gegenüber HDSL₂ und SDSL bisher nicht durchsetzen können.

Very-High-Bit-Rate Digital Subscriber Line (VDSL) VDSL befindet sich seit 1994 im Prozeß der Standardisierung und ist wie auch ADSL in erster Linie als asymmetrisches Datenübertragungsverfahren für das Telefonienetz konzipiert. Die Übertragungskapazität von bis zu 52 Mbit/s erweitert die Nutzungsmöglichkeiten von VDSL gegenüber ADSL bis hin zu mehreren gleichzeitigen Digital Television-Kanälen (DTV) im High Definition TV-Format (HDTV). VDSL beansprucht den Frequenz-

bereich von 200 kHz bis 80 MHz und erlaubt somit eine Kombination mit ISDN ohne Verschiebung der unteren Bandgrenze. Allerdings ist auch hier ein Splitter notwendig. Die maximale Reichweite von VDSL beträgt etwa 1 km. Im Bereich von 300 m bis 1 km liegt die erreichbare Datenrate bei 13 bis 26 Mbit/s downstream und 2 bis 3 Mbit/s upstream. Lediglich bei Entfernungen kleiner als 300 m wird die maximale Downstream-Rate von 52 Mbit/s erzielt. In der Diskussion ist auch eine symmetrische VDSL-Variante, welche bei Leitungslängen von etwa 1 km 13 Mbit/s vollduplex über ein Adernpaar transportiert. Bei Entfernungen kleiner als 300 m sollen sogar 26 Mbit/s in beiden Richtungen möglich sein.

Jenseits der maximalen Reichweite von VDSL ist eine ausgebaute Glasfaser-Infrastruktur erforderlich, und es ergeben sich verschiedene Konzepte für eine VDSL-Anbindung: Beim Fiber-To-The-Curb-Szenario (FTTC) sind Glasfaserkabel bis zu einem Übergabepunkt (Optical Network Unit - ONU) dicht an das Gebäude verlegt. Alternativ reicht bei Fiber-To-The-Building (FTTB) das Glasfaser-Netz bis zu einer ONU innerhalb des anzuschließenden Gebäudes. Durch die klar definierte Umgebung eines FTTC- bzw. FTTB-Szenarios und die geringe Entfernung ist VDSL trotz der höheren Datenrate mit geringerem Aufwand als ADSL zu realisieren. Allerdings wird bisher nur ein geringer Anteil der potentiellen Kunden von einer ONU im Umkreis von weniger als 1 km bedient, wodurch FTTC und erst recht FTTB den teuren und zeitaufwendigen Aufbau einer völlig neuen Infrastruktur erfordern. Aus diesem Grund wendet man sich seit kurzem einem dritten Szenario namens Fiber-To-The-Exchange (FTTEx) zu, bei dem VDSL gemeinsam mit POTS, ISDN und anderen DSL-Diensten in einem Kabelbündel über die herkömmliche Verbindung vom CO zum CP betrieben wird. Im Vergleich zu einer wohldefinierten FTTC- oder FTTB-Umgebung müssen bei FTTEx allerdings ungleich aufwendigere Duplex-Strategien und Modulationsverfahren sowie erweiterte Fehlerschutzkodierung und zusätzliche Filtermaßnahmen die spektrale Kompatibilität zu den anderen Diensten sicherstellen.

Ein in [Jac98] beschriebener VDSL-Vorschlag nutzt zur Vermeidung von NEXT synchronisierte DMT (SDMT), eine Kombination von DMT mit einer Ping-Pong-Methode, welche im Zeitmultiplex zwischen Sende- und Empfangsrichtung wechselt. Die resultierende Ping-Pong-Frequenz von etwa 2 kHz erzeugt jedoch systematische Störungen im Sprachband. Außerdem erschwert die Forderung nach strikter zeitlicher Synchronisation innerhalb eines Kabelbündels die Nutzung durch mehrere unabhängige Diensteanbieter und damit den Entmonopolisierungsprozeß im Telefonnetz. SDMT-basiertes VDSL wurde deshalb nicht in den Standard aufgenommen [ÖMP00].

Vielversprechender ist der Zipper-VDSL-Ansatz, welcher auf dem sogenannten Zipper-Duplex-Verfahren basiert [Isa97, SIN⁺99]. Zipper-VDSL deckt alle Anforderungen eines FTTC/FTTB-Szenarios ab und vermag gleichzeitig, die zusätzlichen Schwierigkeiten in Verbindung mit einer FTTEx-Umgebung zu überwinden. Mit diesem speziellen Frequenzmultiplex-Verfahren lassen sich die verschiedenen Frequenzbänder entweder der Downstream- oder Upstream-Richtung zuordnen. Ein geeignetes Operations-and-Management-System (OAM) ist in der Lage, die Verteilung der verfügbaren Bandbreite auf Downstream und Upstream zu jedem beliebigen Zeit-

punkt an die momentanen Bedürfnisse anzupassen. Sowohl symmetrische als auch asymmetrische Verteilungen sind problemlos möglich.

Für die Aufrechterhaltung der Orthogonalität zwischen Sende- und Empfangssignal benötigt Zipper-VDSL ein zusätzliches Guard-Intervall, welches in Form eines zyklischen Suffixes (Cyclic Suffix - CS) an das Ende eines DMT-Symbols angehängt wird [SIN⁺99].

Synchrones Zipper-VDSL mit identischen System-Parametern für alle Sender innerhalb eines Bündels sowie zeitlicher Synchronisation untereinander liefert eine elegante theoretische Lösung für die Behandlung von NEXT, ruft jedoch Probleme bei der praktischen Realisierung hervor, wenn sich verschiedene Anbieter ein Kabelbündel teilen. Eine asynchrone Zipper-VDSL-Variante mit zusätzlicher Pulsformung auf der Senderseite und Fensterung auf der Empfängerseite ermöglicht eine nahezu vollständige Beseitigung der Übersprechstörungen zwischen Zipper-VDSL-Strecken innerhalb eines Bündels auch ohne zeitliche Synchronisation und identische Parameter-Konstellationen der einzelnen Sender [S⁺99].

1.4.2 Mobilfunk

Auch in den Bereich der mobilen Datenkommunikation über Funkkanäle hat die Mehrträgerübertragung in Form von Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) in den letzten Jahren Einzug gehalten. Das ist auch nicht verwunderlich, zumal das OFDM-Verfahren für die Anwendung im Mobilfunkbereich geradezu prädestiniert ist. Typischen Eigenschaften eines Mobilfunkkanals, wie z.B. sehr langen Impulsantworten und inhomogenen Frequenzgängen, begegnet OFDM mit entsprechend langer Symboldauer und adaptiver Bit- und Leistungsverteilung auf die einzelnen Träger.

Während die leitungsgebundene DMT in der Regel im Basisband operiert, wird bei Anwendung von OFDM im Mobilfunkbereich ein komplexwertiges Sendesignal auf einen Träger sehr hoher Frequenz moduliert. Daraus resultiert bei gleicher Abtastrate die doppelte Bandbreite im Vergleich zur DMT. Ein weiterer zusätzlicher Störeinfluß, der bei DMT in dieser Form nicht auftritt, ist somit neben Zeitinvarianz und Doppellereffekt bei bewegtem Empfänger bzw. Sender ein gewisser Trägerfrequenzoffset.

Digital Audio Broadcasting - Terrestrial (DAB-T) Bereits vor mehreren Jahren, noch bevor ADSL seinen Siegeszug in der leitungsgebundenen Übertragung angetreten hat, hatte sich OFDM zur terrestrischen Ausstrahlung von digitalem Rundfunk - kurz DAB-T - gegenüber Einträgerverfahren durchgesetzt. OFDM bietet den entscheidenden Vorteil einer höheren Symboldauer bei gleichbleibender Bandbreite und garantiert eine höhere Störfestigkeit bei den infolge terrestrischer Mehrfachpfad-Ausbreitung sehr langen Verzögerungszeiten und Impulsantworten des Kanals.

Man unterscheidet drei Typen von DAB-T mit Trägerfrequenzen im Bereich von 30 MHz bis 3 GHz und einer konstanten Bandbreite von 1,5 MHz. Je nach Übertragungsmodus liegt die Anzahl der Träger zwischen 1536 und 192 bei einem Trägerabstand von 1 bis 8 kHz und einer Symboldauer von 156 μ s bis 1,246 ms.

Diverse Maßnahmen zur Fehlerkorrektur reduzieren die Bruttodatenrate von 2,3 Mbit/s auf 0,6 bis 1,7 Mbit/s netto. Allerdings eignet sich DAB-T durch die Kombination von kodiertem OFDM (COFDM) bzw. inkohärenter differentieller QPSK (DQPSK) mit Zeit- und Frequenz-Interleaving sowie Faltungskodierung sehr gut für den Einsatz in mobilen und tragbaren Empfängern.

Digital Video Broadcasting - Terrestrial (DVB-T) Wie der Name bereits vermuten läßt, wurde DVB-T für die terrestrische Übertragung digitaler Videodaten entwickelt. Mit einer Trägerfrequenz im Bereich von 0,3 bis 3 GHz nutzt DVB-T eine Bandbreite von 7,61 MHz bei einer Abtastrate von 64/7 MHz.

Zur Überbrückung kürzerer Entfernungen bis ca. 8 km findet eine IDFT/DFT der Länge 2048 Verwendung, während für größere Reichweiten bis 67 km eine IDFT/DFT der Länge 8192 erforderlich ist. Abzüglich der nicht nutzbaren Träger bzw. Pilotträger ergeben sich für den 2k-Modus 1512 und für den 8k-Modus 6048 aktive Nutzträger bei einem Trägerabstand von 4,464 bzw. 1,116 kHz.

Ein variables Guard-Intervall von $T/4$ bis $T/32$ sorgt für einen optimalen Kompromiß zwischen Bandbreiteneffizienz und Reichweite. Bei Verwendung von 4-, 16- oder 64-QAM auf den aktiven Trägern ergeben sich unter Berücksichtigung der Fehlerkorrektur-Redundanz Datenraten von 5 bis 31,7 Mbit/s.

Leider wurde bei der Standardisierung des DVB-T-Standards versäumt, die Möglichkeit eines Zeit-Interleavings der Sendedaten vorzusehen. Dadurch ist DVB-T nur bedingt für den mobilen Empfang mit beweglichen Empfängern geeignet. Bei den intensiven Bemühungen in den letzten Jahren, dieses Manko zu kompensieren, liefert die Kombination des größtmöglichen Guard-Intervalls $T/4$ mit dem 2k-Modus die besten Ergebnisse.

High Performance Radio Local Area Network type 2 - (HIPERLAN/2) HIPERLAN/2, ein Funknetzwerk für diverse Breitband-Applikationen, gilt als der potentielle Nachfolger von HIPERLAN/1 auf OFDM-Basis und konkurriert mit ähnlichen Verfahren aus den USA (IEEE 802.11) und Japan (Mobile Multimedia Advanced Communications - MMAC).

HIPERLAN/2 arbeitet mit einer Trägerfrequenz von 5 GHz und beansprucht 20 MHz Bandbreite bei einer Abtastrate von ebenfalls 20 MHz. Die Reichweite liegt zwischen 30 bis 4000 m, wobei die hauptsächliche Nutzung für einen Indoor-Radius von 50 m bzw. einen Outdoor-Radius von bis zu 150 m konzipiert ist. Die von HIPERLAN/2 unterstützte Nutzermobilität beschränkt sich auf Schrittgeschwindigkeit bzw. sehr langsam fahrende Fahrzeuge.

In der ersten Phase der Standardisierung waren ursprünglich auch Einträgerverfahren im Gespräch. Allerdings wurden diese in Feldversuchen von kohärenter OFDM übertroffen [DKJS⁺99]. Das Mehrträgerverfahren nutzt eine DFT der Länge 64 mit 48 aktiven Trägern und 4 Pilotträgern. Die Dauer des Guard-Intervalls beträgt 800 ns mit der optionalen Verkürzung auf 400 ns. Je nach verwendeter Modulation - von BPSK bis 64-QAM - ergeben sich Datenraten von 5 bis 54 Mbit/s.

1.5 Zusammenfassung

Zur Vermeidung von Symbolübersprechen bei zeitlich dispersiven und frequenzselektiven Kanälen benötigen konventionelle Einträgerverfahren sehr aufwendige Entzerrungsverfahren im Zeitbereich, wie beispielsweise Viterbi-Entzerrer [GDF73]. Mehrträgerverfahren zerlegen einen breitbandigen Kanal in mehrere schmalbandige Teilkanäle und vermeiden dadurch die komplexe Entzerrung des gesamten Frequenzbandes [Hir81, HHS86]. Bei hinreichend großer Anzahl der Teilkanäle besitzt jedes Teilband einen praktisch konstanten Frequenzgang und Symbolübersprechen wird vollständig beseitigt. Unter Verwendung kohärenter Modulation läßt sich jeder Teilkanal mit nur einer komplexen Multiplikation pro Träger entzerren. Zudem besitzen Mehrträgerverfahren erhebliche Vorteile bei der Empfindlichkeit gegenüber Pulsstörungen und erlauben eine optimale Anpassung an die Kanaleigenschaften durch unterschiedliche Signalkonstellationen und Sendeleistung pro Trägerfrequenz je nach SNR.

Statt einer aufwendigen Bank von analogen Bandpaßfiltern verwenden Mehrträgerverfahren orthogonale Filterbänke zur Trennung der Teilbänder. Zur Sicherstellung der Orthogonalität zwischen den überlappenden Teilsignalen bedarf es der Zufügung von Redundanz in Form eines sogenannten Guard-Intervalls.

In der Praxis hat sich das DMT- bzw. OFDM-Verfahren auf der Basis des schnellen FFT-Algorithmus durchgesetzt, wobei die meisten etablierten DMT/OFDM-Anwendungen entweder unidirektional orientiert oder von ihrer Anwendung her unabhängig von einer gewissen Latenzzeit der Daten sind. Die Anwendung für bidirektionale, echtzeitorientierte Verbindungen wird jedoch trotz eindeutiger Vorteile gegenüber Einträgerverfahren durch einen entscheidenden Nachteil behindert – die durch die blockorientierte Bearbeitung der Daten vergleichsweise hohe systematische Durchlaufzeit der Daten durch ein Mehrträgersystem.

Kapitel 2

Allgemeine Beschreibung eines Mehrträgersystems

Häufig wird in der Literatur für die analytische Beschreibung eines Mehrträgersystems eine speziell auf das DMT-Verfahren zugeschnittene Beschreibungsform gewählt, die durch eine Vielzahl verschachtelter Summen sehr unübersichtlich und schwer verständlich ist. Eine Trennung der einzelnen Verarbeitungsblöcke wie Sender, Empfänger und Übertragungskanal, die Einbindung von Erweiterungen sowie die Ableitung recheneffizienter Algorithmen ist kaum möglich, da dieser Darstellung jeder strukturelle Bezug fehlt.

In diesem Kapitel wird gezeigt, daß sich ein Mehrträgersystem in Form eines sogenannten Multiple-Input-Multiple-Output-Systems (MIMO) mit (nicht-)kritisch abgetasteten FIR-Synthese- und FIR-Analysefilterbänken beschreiben läßt. Die Polyphasenbeschreibung des allgemeinen MIMO-Modells im Frequenzbereich sowie die äquivalente Blockmatrix-Darstellung im Zeitbereich führt zu einer sehr kompakten und übersichtlichen Darstellung, welche die Übertragungsfunktion eines Mehrträgersystems auf das Produkt dreier Polyphasen- bzw. Blockmatrizen reduziert.

Das gewählte Modell erlaubt beliebige Freiheitsgrade bei der Gestaltung des Senders und des Empfängers. Dadurch lassen sich sowohl die herkömmliche DMT-Struktur als auch alle im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Erweiterungen und Alternativen des DMT-Verfahrens auf der Basis des allgemeinen Modells in einheitlicher Form beschreiben.

Dieser Abschnitt dient als theoretische Grundlage für alle weiteren analytischen Beschreibungen im Rahmen dieser Arbeit.

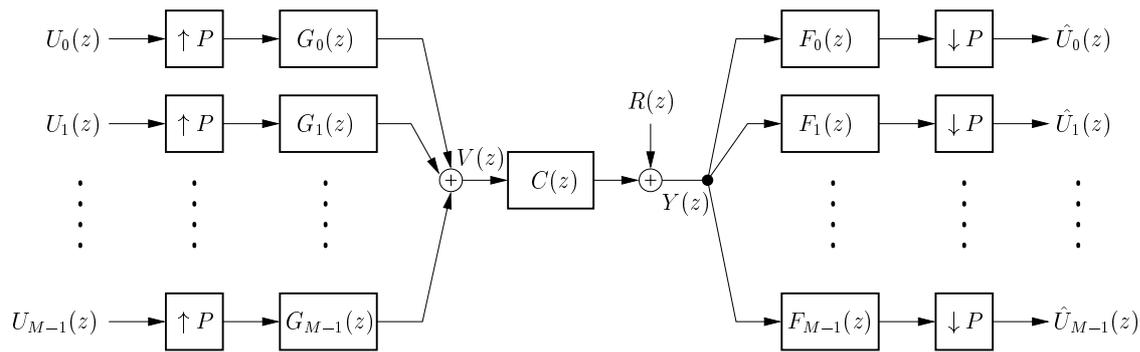


Bild 2.1: Allgemeine Struktur eines Mehrträger-Übertragungssystems

2.1 Multiple-Input-Multiple-Output(MIMO)-Struktur

2.1.1 Allgemeine Darstellung eines Mehrträger-Systems

Bild 2.1 zeigt die allgemeine Struktur eines Übertragungssystems auf Mehrträgerbasis. Auf der Sendeseite werden M Teilsignale $U_i(z)$, aufwärtsgetastet um den Faktor P , in eine Bank von Sendefiltern $G_i(z)$, $i = 0, \dots, M - 1$, eingespeist. Die gefilterten Teilsignale werden anschließend additiv zu einem Sendesignal $V(z)$ zusammengefaßt und über einen gemeinsamen Kanal zum Empfänger übertragen.

Der Kanal ist in der leitungsgebundenen Datenübertragung im allgemeinen als ein FIR-Filter mit der Frequenzantwort $C(z)$ modelliert. Zur Simulation diverser Störeinflüsse wird dem Empfangssignal unkorreliertes additives, bandbegrenzt weißes Rauschen $R(z)$ hinzugefügt¹.

Das Empfangssignal $Y(z)$ wird im Empfänger mit Hilfe der Filter $F_i(z)$ in M Teilsignale zerlegt, und nach Abwärtstastung, wiederum um den Faktor P , erhält man die Ausgangssignale $\hat{U}_i(z)$. In der ursprünglich aus der Teilbandkodierung stammenden Terminologie bezeichnet man die sendeseitige Filteranordnung zur Zusammenfassung der M schmalbandigen Signale zu einem breitbandigen Signal als Synthesefilterbank, während die empfangsseitige Rückgewinnung der Teilsignale aus dem Summensignal mit einer sogenannten Analysefilterbank bewerkstelligt wird.

Nach dem Abtasttheorem muß der Faktor P zur Aufwärts- bzw. Abwärtstastung mindestens so groß sein wie die Anzahl der Teilsignale M , um Informationsverlust zu vermeiden. Folglich gilt $P = M + L$ mit $L \geq 0$, wobei L ein Maß für die auf der Sendeseite eingebrachte Redundanz darstellt. Für den Grenzfall $L = 0$ bezeichnet man die Filterbank als kritisch abgetastet, während für $P > M$ die zugeführte Redundanz zur Fehlerkorrektur oder Entzerrung bei nichtidealem Kanal ausgenutzt werden kann.

Für ein ideales Übertragungssystem gilt die Forderung, daß das Eingangssignal bei

¹Als Voraussetzung für die Existenz der Z-Transformierten des Rauschens $R(z) \bullet \rightarrow r(n)$ wird angenommen, daß die Länge der Sendesequenz $V(z) \bullet \rightarrow v(n)$ in praktischen Applikationen stets endlich ist.

der Übertragung lediglich eine Verzögerung erfährt. Ist diese Bedingung erfüllt, so spricht man von perfekter Rekonstruktion des Eingangssignals.

Bei gestörter Übertragung infolge $R(z) \neq 0$ ist eine perfekte Rekonstruktion unmöglich. In diesem Fall empfiehlt sich eine Minimierung der Störanteile im Ausgangssignal nach einem geeigneten Fehlermaß.

2.1.2 Äquivalente Beschreibung als MIMO-System

Als sehr kompakte Form der Beschreibung von Systemen mit Abtastratenwandlung hat sich die sogenannte Polyphasendarstellung im Frequenzbereich bewährt [Fli94]. Entsprechend Anhang A lassen sich FIR-Filter in sogenannte Polyphasenkomponenten zerlegen. Hierbei unterscheidet man zwischen Typ-1- und Typ-2-Polyphasenkomponenten sowie den daraus resultierenden kanonischen Grundstrukturen [Vai93].

Die Polyphasendarstellung erlaubt es, eine einem Filter vorgeschaltete Aufwärtstastung bzw. nachgeschaltete Abwärtstastung so zu verschieben, daß die eigentliche Filteroperation im langsamen Takt durchgeführt wird. Somit liefert die Polyphasenbeschreibung die ideale Ausgangsbasis zur Ableitung recheneffizienter Implementierungen.

In diesem Abschnitt werden Sender und Empfänger eines Mehrträgersystems sowie der dazwischenliegende Kanal in Form von Polyphasenmatrizen beschrieben, die sich aus Polyphasenkomponenten der Synthese- und Analysefilter sowie der Kanalimpulsantwort zusammensetzen. Sofern nicht gesondert gekennzeichnet, wird stets eine Polyphasenzerlegung nach Typ-1 durchgeführt.

2.1.2.1 MIMO-Sender

Die modulierten Eingangsdaten seien entsprechend Bild 2.1 mit

$$\mathbf{U}(z) = \begin{bmatrix} U_0(z) \\ U_1(z) \\ \vdots \\ U_{M-1}(z) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

bezeichnet, wobei $U_i(z)$ das Eingangssignal des jeweils i -ten Trägers symbolisiert. Das Zeitsignal am Ausgang des Senders sei $v(n) \circ \bullet V(z)$.

Zerlegt man die Basisfilter des Senders $G_i(z)$ in ihre jeweiligen P -Polyphasen-

komponenten

$$\begin{aligned}
 G_i(z) &= \sum_{\ell=0}^{P-1} G_{i,\ell}(z^P) z^{-\ell} \\
 &= [G_{i,0}(z^P) \quad G_{i,1}(z^P) \quad \cdots \quad G_{i,P-1}(z^P)] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-P+1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

und verschiebt die Aufwärtstastung entsprechend Bild 2.2 hinter den Filterblock, so lautet die Übertragungsfunktion des Senders

$$V(z) = [1 \ z^{-1} \ \cdots \ z^{-P+1}] \cdot \mathbf{G}^T(z^P) \cdot \mathbf{U}(z^P) . \tag{2.3}$$

Die Polyphasenmatrix $\mathbf{G}(z)$ setzt sich dabei aus den Polyphasenkomponenten der Synthesefilter $G_{i,\ell}(z)$ nach (2.2) wie folgt zusammen:

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} G_{00}(z) & G_{01}(z) & \cdots & G_{0,P-1}(z) \\ G_{10}(z) & G_{11}(z) & \cdots & G_{1,P-1}(z) \\ \vdots & & & \vdots \\ G_{M-1,0}(z) & G_{M-1,1}(z) & \cdots & G_{M-1,P-1}(z) \end{bmatrix} . \tag{2.4}$$

Bild 2.2 veranschaulicht den Aufbau des Senders in Polyphasenform. Die Polyphasenfilter in $\mathbf{G}(z)$ arbeiten im langsamen Symboltakt und lassen sich damit sehr effizient realisieren.

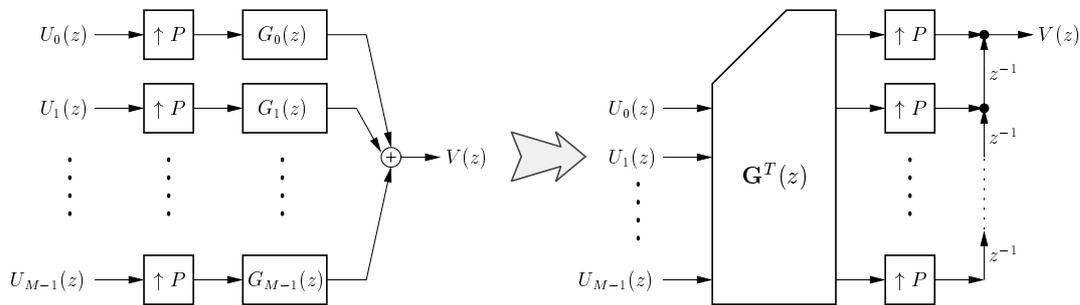


Bild 2.2: Polyphasendarstellung des MIMO-Senders

2.1.2.2 MIMO-Empfänger

Zerlegt man die Analysefilter $F_i(z)$ entsprechend Anhang A in ihre Typ-2-Polyphasenkomponenten $F'_{i,\ell}(z)$ mit

$$\begin{aligned} F_i(z) &= \sum_{\ell=0}^{P-1} F'_{i,\ell}(z^P) z^{-P+1+\ell} \\ &= [F'_{i,0}(z^P) \quad \cdots \quad F'_{i,P-2}(z^P) \quad F'_{i,P-1}(z^P)] \cdot \begin{bmatrix} z^{-P+1} \\ \vdots \\ z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

so lassen sich die Abwärtstaster vor den Filterblock schieben.

Folglich berechnet sich der Vektor der Teilsignale $\hat{U}_i(z)$ am Ausgang zu

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = \begin{bmatrix} \hat{U}_0(z) \\ \hat{U}_1(z) \\ \vdots \\ \hat{U}_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \mathbf{F}(z) \cdot \mathbf{Y}(z) \quad (2.6)$$

mit der Polyphasenmatrix des Empfängers

$$\mathbf{F}(z) = \begin{bmatrix} F'_{00}(z) & F'_{01}(z) & \cdots & F'_{0,P-1}(z) \\ F'_{10}(z) & F'_{11}(z) & \cdots & F'_{1,P-1}(z) \\ \vdots & & & \vdots \\ F'_{M-1,0}(z) & F'_{M-1,1}(z) & \cdots & F'_{M-1,P-1}(z) \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Aus Bild 2.3 wird ersichtlich, daß am Eingang des Empfängers der Kette von Verzögerungsgliedern eine zusätzliche Verzögerung vorgeschaltet ist. Diese dient dazu, die Verzögerung über die Gesamtstrecke in einem ganzzahligen Symbolraster zu bewahren und erleichtert die Ableitung des DMT-Algorithmus aus dem allgemeinen MIMO-Modell.

Definiert man $Y'(z)$ als das Eingangssignal des Empfängers, gebildet durch die Multiplikation des Sendesignals mit der Frequenzantwort des Kanals, d.h. $Y'(z) = C(z) \cdot V(z)$, so gilt

$$\mathbf{Y}(z) = \{z^{-1} \cdot [z^{-P+1} \cdots z^{-1} 1]^T \cdot Y'(z)\}_0^{\downarrow P} \quad (2.8)$$

Hierbei beschreibt $\{\dots\}_0^{\downarrow P}$ die Abwärtstastung nach [Fli94] und bezeichnet die um P abwärtsgetastete nullte Typ-1-Polyphasenkomponente des Ausdrucks innerhalb der geschweiften Klammern.

Vor der Abwärtstastung läßt sich die nullte Polyphasenkomponente des Klammerausdrucks in (2.8) wie folgt durch die Polyphasenkomponenten von $Y'(z)$ beschreiben:

$$\mathbf{Y}(z^P) = \left\{ \begin{bmatrix} z^{-P} Y'(z) \\ z^{-P+1} Y'(z) \\ \vdots \\ z^{-1} Y'(z) \end{bmatrix} \right\}_0 = \begin{bmatrix} z^{-P} Y'_0(z^P) \\ z^{-P} Y'_1(z^P) \\ \vdots \\ z^{-P} Y'_{P-1}(z^P) \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Damit enthält $\mathbf{Y}(z^P)$ nur Potenzen von z in einem ganzzahligen Verhältnis zu P , und die Abwärtstastung ergibt

$$\mathbf{Y}(z) = z^{-1} \cdot \mathbf{Y}'(z) \quad (2.10)$$

mit $\mathbf{Y}'(z) = [Y'_0(z) \ \cdots \ Y'_{P-1}(z)]^T$. In Worten ausgedrückt ist $\mathbf{Y}(z)$ folglich ein Vektor mit den um einen Symboltakt verzögerten Polyphasenkomponenten von $Y'(z)$. Setzt man (2.10) in (2.6) ein, so lautet die Übertragungsfunktion des Empfängers

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = \mathbf{F}(z) \cdot z^{-1} \cdot \mathbf{Y}'(z) . \quad (2.11)$$

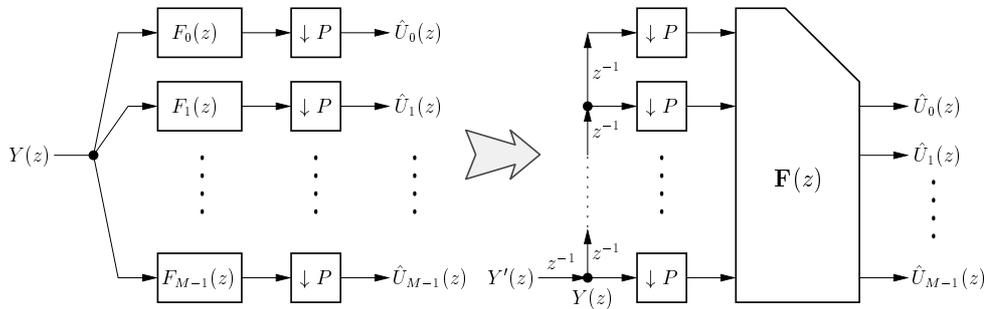


Bild 2.3: Polyphasendarstellung des MIMO-Empfängers

2.1.2.3 Übertragungskanal

Vergleicht man die Übertragungsfunktion des Senders in (2.3) mit der Darstellung in Bild 2.2, so wird deutlich, daß die Kombination der Aufwärtstaster mit der nachfolgenden Kaskade von Verzögerungsgliedern einem klassischen Parallel-zu-Seriell-Wandler (P/S) entspricht, welcher den Ausgangsvektor des Filterblocks $\mathbf{V}(z) = \mathbf{G}^T(z) \cdot \mathbf{U}(z)$ in ein serielle Signal $V(z)$ wandelt.

Analog dazu beschreibt die empfangsseitige Anordnung der Verzögerungskette und der nachfolgenden Aufwärtstastung einschließlich der vorgeschalteten Verzögerung einen Seriell-zu-Parallel-Wandler (S/P), der das serielle Eingangssignal des Empfängers $Y'(z)$ exakt eine Symboldauer später parallel am Eingang des Analysefilterblocks $\mathbf{F}(z)$ entsprechend Bild 2.4 abbildet.

Die Bedeutung der zusätzlich eingefügten Verzögerung wird insbesondere dann deutlich, wenn man einen idealen Kanal zwischen Sender und Empfänger annimmt, also P/S- und S/P-Wandler wie in Bild 2.5 direkt miteinander verbindet. Definiert man nun $\mathbf{V}(z)$ als den Eingangsvektor für den sendeseitigen P/S-Wandler, so gilt im Falle

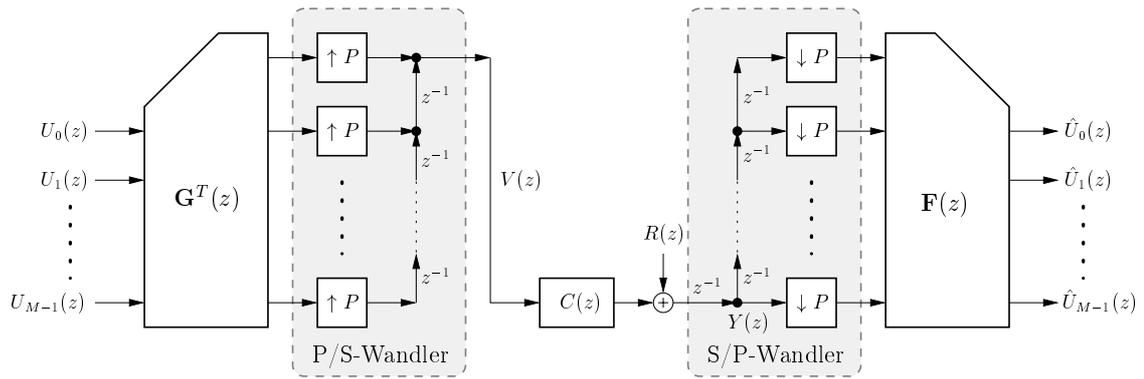


Bild 2.4: P/S- und S/P-Wandlung vor bzw. nach dem Übertragungskanal

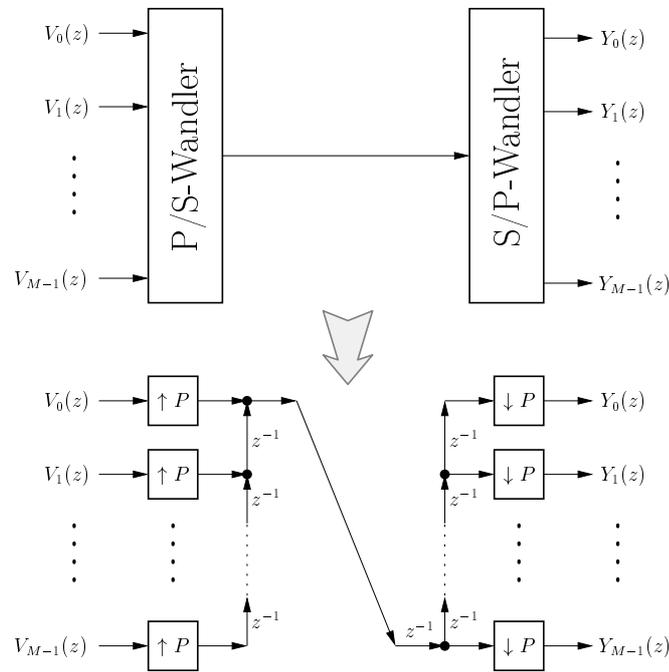


Bild 2.5: Direkte Kopplung von P/S- und S/P-Wandler bei idealem Kanal

eines idealen Kanals

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}(z) &= \{z^{-1}[z^{-P+1} \dots z^{-1} \ 1]^T \cdot \underbrace{[1 \ z^{-1} \dots z^{-P+1}] \cdot \mathbf{V}(z^P)}_{V(z)}\}_0^{\downarrow P} \\
 &= \left\{ \begin{matrix} z^{-P}V(z) \\ z^{-P+1}V(z) \\ \vdots \\ z^{-1}V(z) \end{matrix} \right\}_0^{\downarrow P} = z^{-1} \begin{bmatrix} V_0(z) \\ V_1(z) \\ \vdots \\ V_{P-1}(z) \end{bmatrix}. \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

Das bedeutet, daß dank des zusätzlichen Verzögerungsgliedes im Falle eines rausch-

freien, idealen Kanals der Eingang der Empfänger-Polyphasenmatrix mit dem um einen Symboltakt verzögerten Ausgang der Sender-Polyphasenmatrix identisch ist. Dies entspricht dem Verhalten einer praktischen Realisierung der Anordnung in Bild 2.5. Für eine rein signaltheoretische Betrachtung ist diese Kausalitätsklausel und damit die Verzögerung um einen Symboltakt jedoch vernachlässigbar.

Unabhängig davon betrüge die Verzögerung über die Teilstrecke ohne die zusätzliche Verzögerung am Empfänger-Eingang lediglich $P - 1$ Abtastakte, und die Synchronisation im Symbolraster ginge nach der Abwärtstastung verloren.

Für den Fall eines rauschbehafteten, nichtidealen Kanals $C(z)$ nach Bild 2.4 mit $R(z) > 0$ ändert sich das Eingangssignal des Empfängers zu

$$\begin{aligned} Y'(z) &= C(z) \cdot V(z) + R(z) \\ &= C(z) \cdot [1 z^{-1} \dots z^{-P+1}] \cdot \mathbf{V}(z^P) + R(z) \\ &= [C(z) \quad z^{-1}C(z) \quad \dots \quad z^{-P+1}C(z)] \cdot \mathbf{V}(z^P) + R(z). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Für den Zusammenhang zwischen den Polyphasenkomponenten $C_i(z)$ eines Signals $C(z)$ und den Polyphasenkomponenten $C'_i(z)$ einer um ℓ verzögerten Variante $C'(z) = z^{-\ell}C(z)$ gilt allgemein

$$\mathbf{C}'(z) = \begin{bmatrix} C'_0(z) \\ \vdots \\ C'_{l-1}(z) \\ C'_l(z) \\ \vdots \\ C'_{P-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^{-1}C_{P-\ell}(z) \\ \vdots \\ z^{-1}C_{P-1}(z) \\ C_0(z) \\ \vdots \\ C_{P-\ell-1}(z) \end{bmatrix} \quad \text{mit } 0 < \ell < P. \quad (2.14)$$

Zerlegt man den Kanalfrequenzgang, wie in Bild 2.6 verdeutlicht, in seine Typ-1-Polyphasenkomponenten und wendet die Beziehung aus (2.14) auf den Vektor $[C(z) \quad z^{-1}C(z) \quad \dots \quad z^{-P+1}C(z)]$ in (2.13) an, so liefert die Zerlegung der Elemente des Vektors in ihre Polyphasenkomponenten die Polyphasenmatrix

$$\mathbf{C}(z) = \begin{bmatrix} C_0(z) & z^{-1}C_{P-1}(z) & \dots & z^{-1}C_1(z) \\ C_1(z) & C_0(z) & & z^{-1}C_2(z) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ C_{P-1}(z) & C_{P-2}(z) & \dots & C_0(z) \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Zerlegt in seine Polyphasenkomponenten lautet (2.13) demzufolge

$$\mathbf{Y}'(z) = \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{V}(z) + \mathbf{R}(z). \quad (2.16)$$

Die Elemente $R_i(z)$ des Vektors $\mathbf{R}(z)$ entsprechen hierbei den hinter die Abwärtstastung verschobenen Polyphasenkomponenten des Rauschens $R(z)$.

Eingesetzt in (2.10) ergibt (2.16)

$$\mathbf{Y}(z) = z^{-1} \cdot \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{V}(z) + z^{-1} \cdot \mathbf{R}(z). \quad (2.17)$$

als Übertragungsfunktion für die Kombination des Kanals mit den angrenzenden P/S- und S/P-Wandlern nach Bild 2.6.

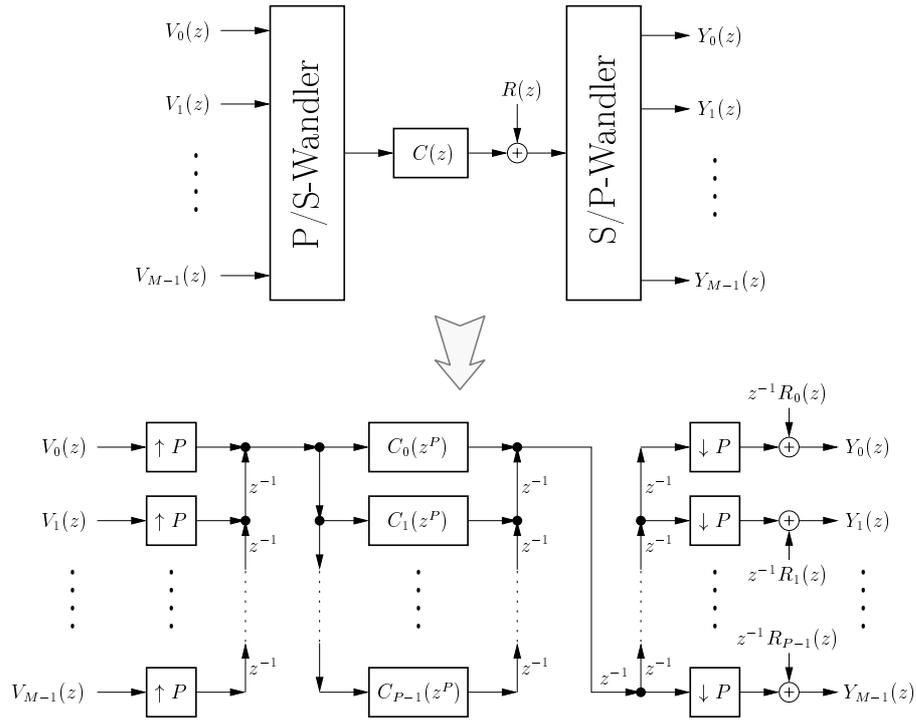


Bild 2.6: Polyphasendarstellung des Übertragungskanals einschließlich der angrenzenden P/S- und S/P-Wandler

2.1.2.4 Gesamtsystem

Aus der Darstellung von $V(z)$ in (2.3) sowie (2.12) folgt

$$\mathbf{V}(z) = \mathbf{G}^T(z) \cdot \mathbf{U}(z) . \quad (2.18)$$

Setzt man (2.18) und (2.16) in (2.11) ein, so erhält man die vollständige Übertragungsfunktion des MIMO-Systems [Xia97]

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = \mathbf{F}(z) \cdot z^{-1} \cdot \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{G}^T(z) \cdot \mathbf{U}(z) + \mathbf{F}(z) \cdot z^{-1} \mathbf{R}(z) . \quad (2.19)$$

Das dazugehörige MIMO-Übertragungsschema ist in Bild 2.7 dargestellt.

Ausgehend von (2.19) und bei Vernachlässigung des Rauschanteils $R(z)$ ergibt sich als Abbildung des Eingangssignals auf das Ausgangssignal

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = \mathbf{T}(z) \cdot \mathbf{U}(z) \quad (2.20)$$

die Übertragungsfunktion

$$\mathbf{T}(z) = \mathbf{F}(z) \cdot z^{-1} \cdot \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{G}^T(z) . \quad (2.21)$$

Wie bereits erwähnt, sollte ein ideales Übertragungssystem das Eingangssignal unverzerrt und lediglich verzögert am Ausgang wiedergeben. Somit ist die ideale Übertragungsfunktion durch

$$\mathbf{T}(z) \stackrel{!}{=} z^{-d} \cdot \mathbf{I}_M \quad (2.22)$$

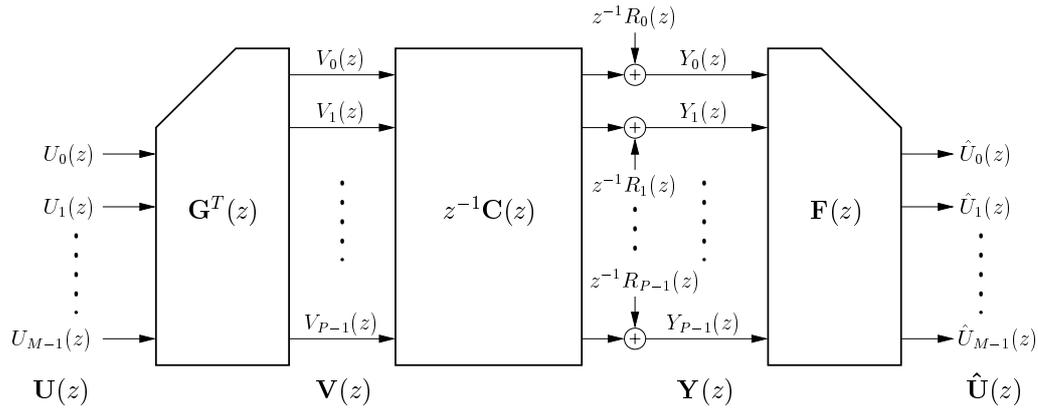


Bild 2.7: Gesamtes MIMO-Übertragungssystem in Polyphasendarstellung

gegeben.

2.1.3 Beschreibung im Zeitbereich

Die im vorherigen Abschnitt abgeleitete Darstellung eines MIMO-Übertragungssystems in Polyphasenform besitzt den Vorteil einer sehr kompakten Beschreibung, eignet sich aber weniger für die Ableitung von Optimierungskriterien zur Adaption der Koeffizienten der Synthese- und Analysefilter. Unter der Annahme endlicher Filter sowie einer begrenzten Kanalimpulsantwort liefert die Darstellung im diskreten Zeitbereich hierfür bessere Voraussetzungen.

Im folgenden wird für Signale im langsamen Symboltakt der Zeitindex k und für Signale im schnellen Abtasttakt der Zeitindex n verwendet. Der Zusammenhang zwischen den beiden Größen resultiert aus der Abtastrate der Aufwärts- und Abwärtstastung und lautet $n = P \cdot k$.

Ein ideales System entsprechend (2.22) erfüllt im Zeitbereich die Forderung $\hat{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{u}(k - d)$ mit

$$\mathbf{U}(z) \bullet \circ \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u_0(k) \\ \vdots \\ u_{M-1}(k) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (2.23)$$

$$\hat{\mathbf{U}}(z) \bullet \circ \hat{\mathbf{u}}(k) = \begin{bmatrix} \hat{u}_0(k) \\ \vdots \\ \hat{u}_{M-1}(k) \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Weiterhin korrespondiert eine Multiplikation von Polyphasenmatrizen im Frequenz-

bereich mit einer sogenannten Blockfaltung im Zeitbereich

$$\mathbf{A}(z) \cdot \mathbf{B}(z) \bullet \circ \mathbf{A}(k) * \mathbf{B}(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \mathbf{A}(i) \cdot \mathbf{B}(k-i). \quad (2.25)$$

Hierbei handelt es sich im Grunde genommen um eine normale Faltungsoperation, nur mit dem Unterschied, daß pro Faltungsschritt nicht zwei skalare Größen, sondern je zwei Matrizen miteinander multipliziert werden. Somit erhält man mit (2.21) und (2.22) als äquivalenten Ausdruck im Zeitbereich

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(z) \cdot \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{G}^T(z) &\stackrel{!}{=} z^{-d+1} \mathbf{I}_M \\ &\bullet \\ &\circ \\ \underbrace{\mathbf{F}(k)}_{M \times P} * \underbrace{\mathbf{C}(k)}_{P \times P} * \underbrace{\mathbf{G}^T(k)}_{P \times M} &\stackrel{!}{=} \delta(k-d+1) \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (2.26)$$

mit der Matrix der Koeffizienten der Sender-Polyphasenfilter $f_{i,\ell}(k)$

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} f_{00}(k) & \cdots & f_{0,P-1}(k) \\ f_{10}(k) & \cdots & f_{1,P-1}(k) \\ \vdots & & \vdots \\ f_{M-1,0}(k) & \cdots & f_{M-1,P-1}(k) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

sowie der Matrix der Koeffizienten der Empfänger-Polyphasenfilter $g_{i,\ell}(k)$

$$\mathbf{G}^T(k) = \begin{bmatrix} g_{00}(k) & \cdots & g_{M-1,0}(k) \\ g_{01}(k) & \cdots & g_{M-1,1}(k) \\ \vdots & & \vdots \\ g_{0,P-1}(k) & \cdots & g_{M-1,P-1}(k) \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Analog setzt sich $\mathbf{C}(k)$ aus den Polyphasenkomponenten der Kanalimpulsantwort $c_\ell(k)$ zusammen:

$$\mathbf{C}(k) = \begin{bmatrix} c_0(k) & c_{P-1}(k-1) & \cdots & c_1(k-1) \\ c_1(k) & c_0(k) & & c_2(k-1) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ c_{P-1}(k) & c_{P-2}(k) & \cdots & c_0(k) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Für ein praktisch sinnvolles und realisierbares Übertragungssystem kann man davon ausgehen, daß sowohl die Sendefilter als auch die Empfangsfilter kausal und zeitlich begrenzt sind. Somit gilt

$$\mathbf{G}^T(k) = \mathbf{0}_{P \times M} \quad \forall k < 0, \quad k \geq m_g \quad \text{und} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{F}(k) = \mathbf{0}_{M \times P} \quad \forall k < 0, \quad k \geq m_f. \quad (2.31)$$

Ebenso ist die Kanalimpulsantwort eines realen Übertragungskanal als kausal und in guter Näherung zeitlich begrenzt anzunehmen:

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{0}_{P \times P} \quad \forall k < 0, \quad k \geq m_c. \quad (2.32)$$

m_g , m_f und m_c bezeichnen hierbei die maximale Länge der jeweiligen Polyphasenfilter.

Durch die begrenzte Länge der Polyphasenfilter reduziert sich die Blockfaltung der Sendermatrix mit der Kanalmatrix auf

$$\mathbf{H}(k) = \mathbf{C}(k) * \mathbf{G}^T(k) = \sum_{i=0}^{m_c+m_g-2} \mathbf{C}(i) \cdot \mathbf{G}^T(k-i), \quad (2.33)$$

und man erhält als Summenschreibweise für die Forderung nach perfekter Rekonstruktion

$$\mathbf{F}(k) * \mathbf{H}(k) = \sum_{i=0}^{m_t-1} \mathbf{F}(i) \cdot \mathbf{H}(k-i) \stackrel{!}{=} \delta(k-d+1) \mathbf{I}_M \quad (2.34)$$

mit $m_t = m_f + m_g + m_c - 2$.

Die Faltung der Blockmatrizen in (2.26) läßt sich auch mit Hilfe von Block-Toeplitz-Matrizen in Matrixnotation darstellen, wodurch der lineare Charakter des Systems besonders deutlich wird:

$$\begin{aligned} & \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}(m_f-1) & \cdots & \mathbf{F}(1) & \mathbf{F}(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{M \times m_f P}} \\ & \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}(m_c-1) & \cdots & \mathbf{C}(0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{C}(m_c-1) & \cdots & \mathbf{C}(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{m_f P \times (m_f+m_c-1) P}} \\ & \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}^T(m_g-1) & \cdots & \mathbf{G}^T(0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{G}^T(m_g-1) & \cdots & \mathbf{G}^T(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{(m_f+m_c-1) P \times m_t M}} \\ & = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M \end{bmatrix}}_{m_t-d \text{ mal}} \mathbf{I}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0}_M & \cdots & \mathbf{0}_M \end{bmatrix}}_{d-1 \text{ mal}}. \quad (2.35) \end{aligned}$$

Es resultiert eine Übertragungsmatrix

$$\mathbf{T} = \mathbf{F} \cdot \underbrace{\mathbf{C} \cdot \mathbf{G}}_{\mathcal{H}} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M \times (m_t-d)M} & \mathbf{I}_M & \mathbf{0}_{M \times (d-1)M} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

der Dimension $M \times m_t M$, welche jeweils m_t aufeinanderfolgende Eingangssymbole auf ein Ausgangssymbol abbildet:

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}^{(m_t)}(k-1). \quad (2.37)$$

Die Schreibweise $\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1)$ beschreibt hierbei einen Spaltenvektor von m_t aufeinanderfolgenden Eingangssymbolen $\mathbf{u}(\ell)$ in chronologischer Reihenfolge und mit $\mathbf{u}(k-1)$

als dem jüngsten Symbol, d.h.

$$\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k-m_t) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k-d) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

Bei Berücksichtigung des Hintergrundrauschens auf dem Übertragungskanal muß (2.37) um eine additive Rauschkomponente ergänzt werden. Die aus (2.19) abgeleitete Korrespondenz

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{u}^{(m_t)}(k-1) + \mathbf{F} \cdot \mathbf{r}^{(m_f)}(k-1) \quad (2.39)$$

beschreibt die Übertragungsfunktion einschließlich Rauschen. $\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)$ ist nach Definition in (2.38)

$$\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(k-m_f) \\ \vdots \\ \mathbf{r}(k-1) \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

wobei die einzelnen Rauschvektoren $\mathbf{r}(k)$ durch die Beziehung

$$\mathbf{r}(k) = \begin{bmatrix} r((k-1)P+1) \\ \vdots \\ r(kP) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

aus dem Rauschsignal $r(n)$ hervorgehen. $\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)$ ist demzufolge ein Teilstück aus $r(n)$, welches das Rauschen über die Symbole $k-m_f$ bis $k-1$ beschreibt.

2.2 Spezialfall DMT

Durch die Umordnung der Aufwärtstastung im Sender nach Bild 2.2 ist es möglich, die Synthesefilterbank in eine Polyphasenmatrix und einen nachgeschalteten P/S-Wandler zu zerlegen. Gleiches gilt für den Empfänger, der sich durch die Verschiebung der Aufwärtstastung in einen S/P-Wandler plus Polyphasenmatrix aufspalten läßt. Dadurch wird die Ableitung des Spezialfalls DMT aus dem allgemeinen Modell besonders einfach. Vergleicht man nämlich die Struktur eines DMT-Systems in Bild 1.2 mit dem Aufbau des MIMO-Systems in Bild 2.7 bei Vernachlässigung des additiven Rauschens, so lassen sich entsprechend Bild 2.8 sofort die Elemente des DMT-Algorithmus den jeweiligen Bausteinen des MIMO-Systems zuordnen.

Im DMT-Sender werden dem Sendevektor zur Generierung des Guard-Intervalls seine L_g letzten Abtastwerte als Präfix vorangestellt. Im Sinne einer Transformation bewirkt die Erzeugung des Guard-Intervalls eine zyklische Erweiterung der IDFT-Matrix. Wie sich zeigen wird, erweist sich diese spezielle Form der Redundanzanfügung für die DMT-Struktur als besonders vorteilhaft.

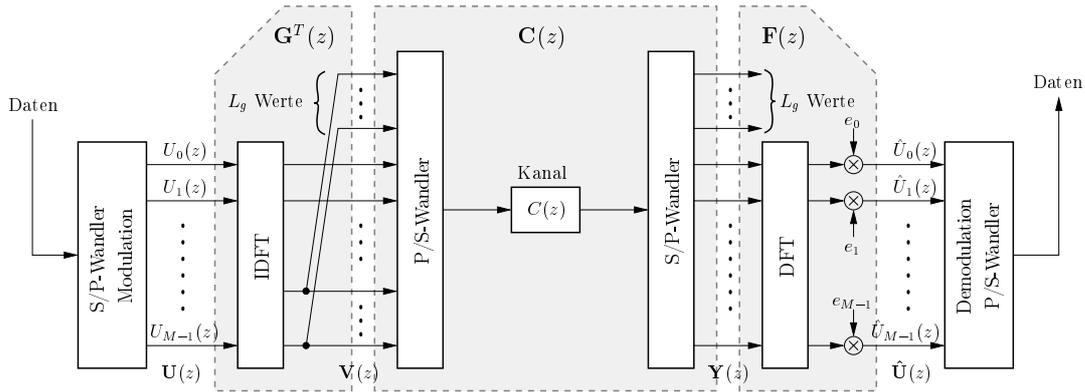


Bild 2.8: Aufteilung des DMT-Systems in MIMO-Bausteine

Die Polyphasenfilter in $\mathbf{G}^T(z)$ besitzen lediglich die Länge 1 und sind damit unabhängig von z . Somit gilt

$$\mathbf{G}^T(z) = \mathbf{G}^T = \frac{1}{M} \cdot \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}^* \quad (2.42)$$

mit der Erweiterungsmatrix

$$\mathbf{Z}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times (M-L_g)} & \mathbf{I}_{L_g} \\ & \mathbf{I}_M \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

\mathbf{W}^* bezeichnet die IDFT-Matrix mit den Elementen $[\mathbf{W}^*]_{i,k} = W_M^{-ik} = \exp(j\frac{2\pi ik}{M})$ mit $i, k = 0, \dots, M-1$.

Auf der Empfängerseite wird das Guard-Intervall abgeschnitten und das Empfangssymbol mittels DFT in den Frequenzbereich rücktransformiert. Zusammen mit der abschließenden Entzerrung lautet die Empfänger-Polyphasenmatrix des DMT-Verfahrens

$$\mathbf{F}(z) = \mathbf{F} = \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Z}_R. \quad (2.44)$$

Die Abschneideoperation wird mittels

$$\mathbf{Z}_R = [\mathbf{0}_{M \times L_g} \quad \mathbf{I}_M] \quad (2.45)$$

realisiert. $\mathbf{W} = (\mathbf{W}^*)^*$ steht für die DFT-Matrix, wobei $\mathbf{W} \cdot \mathbf{W}^* = M \cdot \mathbf{I}$. Die Entzerrermatrix

$$\mathbf{E}_D = \text{diag}(e_0, e_1 \dots e_{M-1}) \quad \text{mit} \quad e_i = \frac{1}{C(e^{j2\pi i/M})}, \quad i = 0, \dots, M-1. \quad (2.46)$$

ist lediglich in der Hauptdiagonalen besetzt und symbolisiert die Entzerrung durch Multiplikation mit einem komplexen Koeffizienten pro Träger.

Setzt man (2.42) und (2.44) in (2.21) ein, so erhält man als Übertragungsfunktion des gesamten DMT-Systems

$$\mathbf{T}(z) = \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot z^{-1} \underbrace{\mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{Z}_T \mathbf{W}^* / M}_{\hat{\mathbf{C}}(z)}. \quad (2.47)$$

Vorausgesetzt, daß die Länge der Kanalimpulsantwort L_c nicht länger ist als $L_g + 1$, d.h. $c(n) = [c(0) \ c(1) \ \cdots \ c(L_g)]$, und $L_g \leq P$, so lauten die Polyphasenkomponenten der Frequenzantwort

$$C_i(z) = \begin{cases} c(i) & \text{wenn } i \leq L_g \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (2.48)$$

und

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{C}}(z) &= \mathbf{Z}_R \cdot \begin{bmatrix} c(0) & 0 & \cdots & 0 & z^{-1}c(L_g) & \cdots & z^{-1}c(1) \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & \ddots & z^{-1}c(L_g) \\ c(L_g) & & & \ddots & & & 0 \\ 0 & \ddots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c(L_g) & \cdots & \cdots & c(0) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{Z}_T \\ &= \begin{bmatrix} c(L_g) & \cdots & c(0) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c(L_g) & \cdots & c(0) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{Z}_T \\ &= \begin{bmatrix} c(0) & 0 & \cdots & 0 & c(L_g) & \cdots & c(1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & c(L_g) \\ c(L_g) & & & \ddots & \ddots & & 0 \\ 0 & \ddots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & c(L_g) & \cdots & \cdots & c(0) \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{C}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

ergibt eine zyklische Toeplitz-Matrix mit Polyphasenfiltern der Länge 1. Die Singulärwertzerlegung von $\hat{\mathbf{C}}$ liefert

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{M} \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{W}, \quad (2.50)$$

wobei \mathbf{D} eine Diagonalmatrix mit den Koeffizienten der Frequenzantwort $d_{ii} = C(z)|_{z=e^{j2\pi i/M}}$, $i = 0, \dots, M-1$ darstellt. Ersetzt man nun $\hat{\mathbf{C}}$ in (2.47) durch (2.50), so vereinfacht sich die Übertragungsmatrix $\mathbf{T}(z)$ zu

$$\mathbf{T}(z) = \frac{z^{-1}}{M} \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{W}^* = \frac{z^{-1}}{M^2} \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{W}^* = z^{-1} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{D}. \quad (2.51)$$

Mit der Entzerrermatrix nach Definition in (2.46) gilt $\mathbf{E}_D \cdot \mathbf{D} = \mathbf{I}_M$, und $\mathbf{T}(z)$ erfüllt die Forderung nach perfekter Rekonstruktion mit $\mathbf{T}(z) = z^{-1} \mathbf{I}_M$.

Die Zeitbereichsdarstellung des DMT-Verfahrens gestaltet sich für $L_c \leq L_g + 1$ besonders einfach, da $\hat{\mathbf{C}}$ in diesem Fall nur Polyphasenkomponenten der Länge 1 enthält. Dadurch ist z^{-1} der einzige z -beinhaltende Faktor in $\mathbf{T}(z)$, und die Faltungsoperationen der Korrespondenz im Zeitbereich vereinfachen sich zu Multiplikationen:

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = z^{-1} \cdot \frac{1}{M} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{U}(z) \quad (2.52)$$

•
|
○

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \frac{1}{M} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{u}(k-1). \quad (2.53)$$

Man beachte, daß der zusätzlichen Symbolverzögerung dadurch Rechnung getragen wird, daß die Übertragungsfunktion im Zeitbereich die Abbildung von $\mathbf{u}(k-1)$ auf $\hat{\mathbf{u}}(k)$ beschreibt.

Im Falle eines unzureichenden Guard-Intervalls $L_c > L_g + 1$ lautet der Zusammenhang zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \underbrace{\frac{1}{M} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Z}_R}_{\mathbf{F}} \cdot \underbrace{[\mathbf{C}(m_c - 1) \ \cdots \ \mathbf{C}(0)]}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{(\mathbf{I}_{m_c} \otimes \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}^*)}_{\mathbf{G}} \cdot \mathbf{u}^{(m_c)}(k-1), \quad (2.54)$$

wobei das Ausgangssymbol, bedingt durch die Länge der Kanalimpulsantwort, von $m_c = \lceil (L_c - 1)/P \rceil + 1$ Eingangssymbolen beeinflusst wird. Das Kroneckerprodukt $\mathbf{I}_{m_c} \otimes \mathbf{W}^*$ entspricht einer Blockdiagonalmatrix mit m_c IDFT-Blöcken samt Guard-Intervall.

Berücksichtigt man additives Rauschen auf dem Kanal, so erhält man aus (2.39) für den Fall der DMT-Modulation

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \frac{1}{M} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Z}_R \cdot (\mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_{m_c} \otimes \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}^*) \cdot \mathbf{u}^{(m_c)}(k-1) + \mathbf{r}(k-1)). \quad (2.55)$$

Bei ausreichendem Guard-Intervall mit $L_c \leq L_g + 1$ vereinfacht sich (2.55) zu

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = \frac{1}{M} \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W} \cdot (\hat{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{u}(k-1) + \underbrace{\mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{r}(k-1)}_{\mathbf{r}'(k-1)}). \quad (2.56)$$

$\mathbf{r}'(k-1)$ unterscheidet sich hierbei gegenüber $\mathbf{r}(k-1)$ nur dadurch, daß die ersten L_g Abtastwerte abgeschnitten sind.

2.3 Zusammenfassung

Im ersten Teil dieses Kapitels wurde das Mehrträgerverfahren in seiner allgemeinsten Form als ein MIMO-System interpretiert und dessen Übertragungsfunktion als ein Produkt von drei Polyphasen- bzw. Blockmatrizen für die Hauptbestandteile Sender, Kanal und Empfänger hergeleitet. Die gewählten Beschreibungsformen sind sehr kompakt und in ihrer Symbolorientiertheit sehr gut an die Natur der Mehrträgerverfahren angepaßt.

Für ein Mehrträgersystem als typische Multiratenanwendung bietet die Polyphasendarstellung im Frequenzbereich optimale Ansätze für recheneffiziente Realisierungen. Die Überführung der Frequenzbereichsdarstellung in eine Blockmatrix-Darstellung im Zeitbereich schafft ideale Voraussetzungen für die Ableitung optimierter Empfänger- bzw. Entzerrerstrukturen.

Im zweiten Teil dieses Kapitels wurde die allgemeine MIMO-Darstellung für das herkömmliche DMT-Verfahren, sowohl in Frequenz- als auch in Zeitbereichsdarstellung, konkretisiert. Wie sich im nächsten Abschnitt zeigen wird, ist damit eine optimale Ausgangsbasis für die Ableitung und Bewertung systematischer Störeinflüsse des DMT-Algorithmus gegeben.

Die Allgemeingültigkeit des gewählten MIMO-Modells ist die Grundvoraussetzung für einen fairen Vergleich der DMT mit alternativen Verfahren, da praktisch alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Algorithmen damit darstellbar sind und somit in einer einheitlichen Simulationsumgebung realisiert werden können.

Kapitel 3

Störeinflüsse in Mehrträgersystemen

Dieses Kapitel beschreibt die in Mehrträgersystemen typischerweise auftretenden Störeinflüsse. Das Hauptaugenmerk gilt dabei der Untersuchung der Effekte durch Symbol- und Kanalübersprechen, da diese bei dem Bestreben, Laufzeit und Bandbreiteneffizienz zu optimieren, zwangsläufig die dominierende Störgröße darstellen. Besondere Beachtung finden auch Impulsstörungen und frequenzselektive Störungen, da die Robustheit des Mehrträgerverfahrens gegenüber dieser Störquellen entscheidend zu seiner Akzeptanz beigetragen hat.

Weitere systembedingte Störeinflüsse wie beispielsweise Abtast- und Trägerfrequenzoffset, Symbolversatz, begrenzte Aussteuerbarkeit und Nebensprechen spielen im Rahmen dieser Arbeit eine untergeordnete Rolle und werden in erster Näherung als zusätzliche additive, weiße Rauschkomponente aufgefaßt und dem allgemeinen Hintergrundrauschen zugeordnet.

3.1 Symbol- und Kanalübersprechen

Symbolübersprechen und Kanalübersprechen tritt bei Mehrträgerverfahren in der Regel in Kombination auf und ergibt sich, wenn sich die Signalanteile der einzelnen Symbole und Träger nicht mehr eindeutig voneinander trennen lassen, d.h., wenn die Orthogonalität zwischen den Teilsignalen nicht mehr gewährleistet ist. Die Ursachen dafür sind vielfältig. Unter der Annahme idealer Synchronisations- und Aussteuerungsbedingungen beschränkt sich der nachfolgende Abschnitt auf Übersprechen infolge eines linearen zeitinvarianten Kanals wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben.

Der DMT-Algorithmus setzt voraus, daß das zwischen den Symbolen eingefügte Guard-Intervall nicht kürzer ist als die Impulsantwort des Kanals. Nur dann ist gewährleistet, daß das Empfangssymbol der stationären Systemantwort des Kanals auf das Sendesymbol entspricht und eine einfache Entzerrung mit nur einem komplexen Faktor im Frequenzbereich möglich ist. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so

gelangen, bedingt durch die lineare Faltung mit der überlangen Kanalimpulsantwort, Signalanteile der vorhergehenden und/oder nachfolgenden Symbole in das betrachtete Symbol. Es kommt zu Übersprechen zwischen den benachbarten DMT-Symbolen, sogenanntem Symbolübersprechen oder ISI (Inter-Symbol Interference).

Durch die Störungen infolge Symbolübersprechens geht außerdem die Orthogonalität zwischen den Trägern verloren, und es tritt im Gegensatz zu Einträgereverfahren zusätzlich Übersprechen zwischen den Trägern des betrachteten und der angrenzenden Symbole auf, welches im allgemeinen als Kanalübersprechen bzw. ICI (Inter-Channel Interference) bezeichnet wird.

Die Summe der entstehenden Übersprecheffekte wird in der Literatur häufig in verschiedene Kategorien aufgeteilt [PPMV00, PSM97], wie durch Abbildung 3.1 anschaulich illustriert.

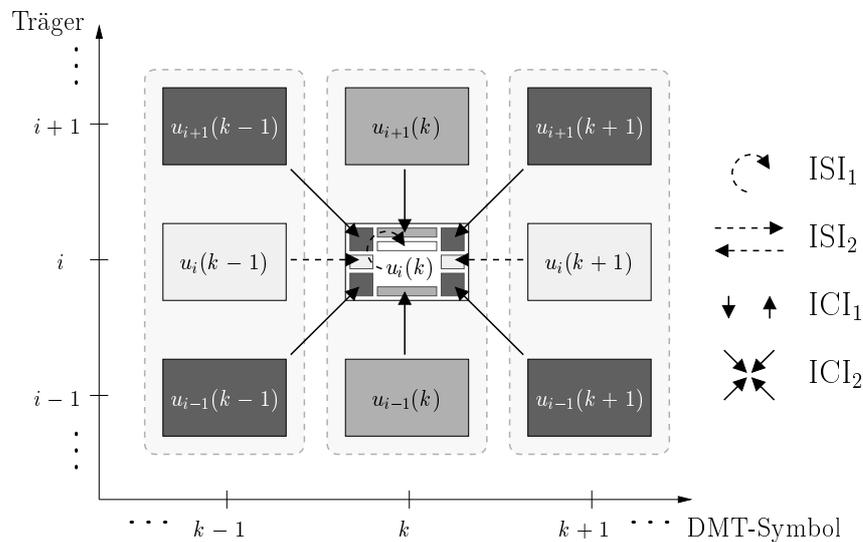


Bild 3.1: Verschiedene Arten von Symbol- und Kanalübersprechen

$u_i(k)$ sei hierbei das auf Träger i QAM-modulierte Datum innerhalb des zum Zeitpunkt k gesendeten DMT-Symbols $\mathbf{u}(k)$. Die Kanalimpulsantwort sei nicht länger als die Symboldauer, wodurch sich maximal Übersprechen zwischen drei aufeinanderfolgenden Symbolen einstellt. Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich folgende Arten von Kanalübersprechen:

- ICI_1 bezeichnet das Übersprechen von den benachbarten Trägern $u_l(k)$ mit $l \neq i$ innerhalb des betrachteten Symbols zum Zeitpunkt k
- ICI_2 sind die Störungen von den benachbarten Trägern des vorhergehenden und nachfolgenden Symbols $u_l(k-1)$ bzw. $u_l(k+1)$ mit $l \neq i$

Abweichend von der Darstellung in [PPMV00, PSM97] läßt sich, ähnlich ICI, strenggenommen auch das Symbolübersprechen ISI in zwei Kategorien aufteilen:

- **ISI₁** definiert die Abweichung vom idealen Übertragungsfaktor 1 des betrachteten modulierten Datums als eine Art Übersprecheffekt auf sich selbst.
- **ISI₂** charakterisiert das Übersprechen vom vorhergehenden Datum $u_i(k-1)$ und nachfolgenden Datum $u_i(k+1)$ auf dem gleichen Träger i .

Auf eine Aufteilung des Symbol- und Kanalübersprechens in verschiedene Kategorien, wie in Bild 3.1 dargestellt, wird im folgenden verzichtet, da dadurch keine zusätzlichen Erkenntnisse zu erwarten sind. Stattdessen wird das Übersprechen als ISI/ICI in seiner Gesamtheit betrachtet. Außerdem werden, wie bereits erwähnt, Abweichungen vom idealen Übertragungsfaktor 1 für den Anteil des eigentlich betrachteten Datums $u_i(k)$ ebenfalls als Übersprechen gewertet. Diese Aufteilung ist sinnvoll und vereinfacht die analytische Darstellung der Übersprechfunktion.

Entsprechend der Festlegung in Abschnitt 2.2 definieren wir die Übertragungsfunktion \mathbf{T}_{ist} als die Abbildung von l aufeinanderfolgenden und ineinander übersprechenden Sendesymbolen $\mathbf{u}^{(l)}(k)$ auf das Empfangssymbol $\hat{\mathbf{u}}(k)$, d.h., $\hat{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{T}_{\text{ist}} \cdot \mathbf{u}^{(l)}(k)$. Unter der Voraussetzung eines rauschfreien Kanals sowie optimaler Synchronisationsbedingungen läßt sich jegliche Abweichung von der idealen Übertragungsfunktion als Übersprecheffekt interpretieren. Aus dieser Überlegung leitet sich eine allgemeine Übersprechfunktion

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = \mathbf{T}_{\text{ist}} - \mathbf{T}_{\text{ideal}} \quad (3.1)$$

ab, welche in Form einer Wichtungsmatrix den Einfluß der Signalanteile in den Trägern der beteiligten Sendesymbole auf die Träger des betrachteten Empfangssymbols beschreibt. Die ideale Übertragungsfunktion $\mathbf{T}_{\text{ideal}}$ setzt sich dabei, je nach Anzahl der berücksichtigten Nachbarsymbole bzw. der Blockverzögerung im Übertragungsweg, blockweise aus Nullmatrizen sowie einer Einheitsmatrix an der Position des zu empfangenden Symbols zusammen.

Für die Berechnung der Varianz des ISI/ICI-Anteils ergibt sich dementsprechend

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ISI/ICI},i}^2 &= E\{|\mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i} \cdot \mathbf{u}^{(l)}(k)|^2\} \\ &= \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i} \cdot E\{\mathbf{u}^{(l)}(k) \cdot \mathbf{u}^{(l)*}(k)\} \cdot \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i}^* \\ \sigma_{\text{ISI/ICI},i}^2 &= \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i} \cdot \mathbf{R}_{uu} \cdot \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i}^* \end{aligned} \quad (3.2)$$

wobei $\mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i}$ die i -te Zeile von $\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}}$ bezeichnet. Im Falle unkorrelierter Träger mit konstanter Sendeleistung gilt $\mathbf{R}_{uu} = \sigma_u^2 \cdot \mathbf{I}$ und (3.2) vereinfacht sich zu

$$\sigma_{\text{ISI/ICI},i}^2 = \sigma_u^2 \cdot \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i} \cdot \mathbf{t}_{\text{ISI/ICI},i}^* \quad (3.3)$$

Der mittlere quadratische Fehler, welcher durch ISI/ICI verursacht wird, berechnet sich zu

$$\mathcal{E}_{\text{MSE,ISI/ICI}} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \sigma_{\text{ISI/ICI},i}^2 = \frac{1}{M} \text{trace}(\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} \cdot \mathbf{R}_{uu} \cdot \mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}}^*) \quad (3.4)$$

bzw.

$$\mathcal{E}_{\text{MSE,ISI/ICI}} = \frac{\sigma_u^2}{M} \text{trace}(\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} \cdot \mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}}^*) \quad (3.5)$$

unter der Voraussetzung unkorrelierter Träger mit konstanter Sendeleistung.

3.1.1 ISI/ICI bei DMT

Bei DMT ist die Übertragungsfunktion \mathbf{T}_{ist} sowie die Art der Entzerrung in Form einer Diagonalmatrix \mathbf{E}_D entsprechend Gl. (2.46) eindeutig festgelegt.

Die Kanalmatrix \mathbf{C} in Gl. (2.54) beschreibt die sequentielle Faltung der Sendesymbole mit einem linearen, zeitinvarianten, dispersiven Kanal $c(n) \circ \rightarrow C(z)$. Die Impulsantwort des Kanals wird als endlich angenommen und setzt sich aus den folgenden Bestandteilen zusammen:

Die Verzögerung des Kanals markiere den Hauptkoeffizienten¹ zum Zeitpunkt $n = L_h$ sowie einen Kopfteil, bestehend aus L_h Koeffizienten vor $c(L_h)$, und einen Fußteil, bestehend aus L_t Koeffizienten nach $c(L_h)$. Somit gilt

$$\mathbf{c} = \underbrace{[c(0) \ c(1) \ \dots \ c(L_h - 1)]}_{L_h} \ c(L_h) \ \underbrace{[c(L_h + 1) \ \dots \ c(L_c - 1)]}_{L_t}^T \quad (3.6)$$

mit der Gesamtlänge der Kanalimpulsantwort $L_c = L_h + L_t + 1$.

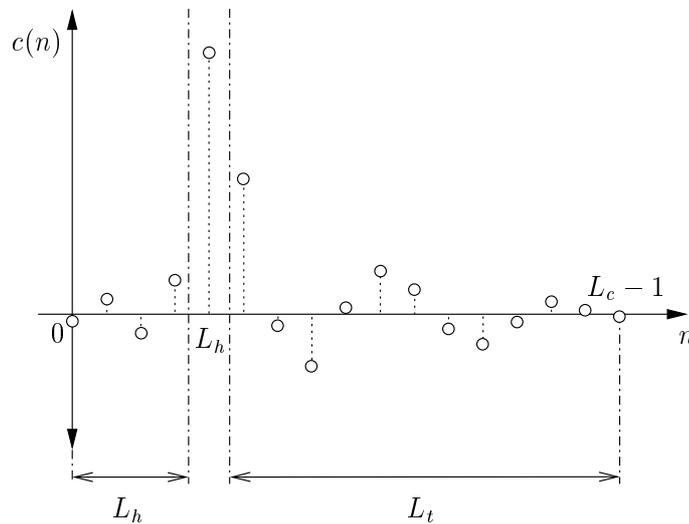


Bild 3.2: Bestandteile der Kanalimpulsantwort bei DMT ohne GI

Bei Verwendung eines Guard-Intervalls ergibt sich ein verändertes Bild. Entsprechend Bild 3.3 wählt man die Position des Guard-Intervalls innerhalb $c(n)$ so, daß die Energie der $L_t + L_h$ in Kopf- und Fußteil befindlichen Koeffizienten minimal ist. Damit wird Symbol- und Kanalübersprechen minimiert. Es ergibt sich folgende Aufteilung:

$$\mathbf{c} = \underbrace{[c(0) \ \dots \ c(L_h - 1)]}_{L_h} \ c(L_h) \ \underbrace{[c(L_h + 1) \ \dots \ c(L_h + L_g)]}_{L_g} \ \underbrace{[c(L_h + L_g + 1) \ \dots \ c(L_c - 1)]}_{L_t}^T \quad (3.7)$$

mit $L_c = L_h + L_t + L_g + 1$.

¹Die Wahl des sogenannten Hauptkoeffizienten ist prinzipiell willkürlich. In der Regel wählt man jedoch aus numerischen Gründen den ersten Koeffizienten, der signifikant größer als Null ist bzw. den Koeffizienten, welcher die größte Amplitude oder die energiereichste Umgebung aufweist, als Hauptkoeffizienten.

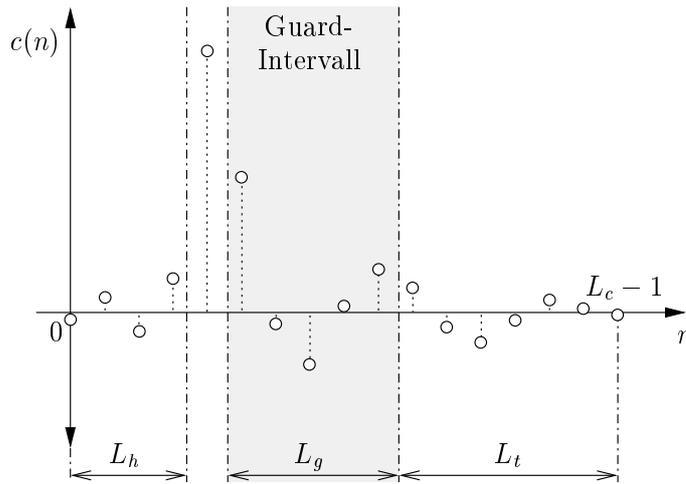


Bild 3.3: Bestandteile der Kanalimpulsantwort bei DMT mit GI

Für die nachfolgenden Betrachtungen soll vorausgesetzt werden, daß die Impulsantwort des Kanals nicht länger ist als die Symboldauer. Dadurch wird Aliasing im Zeitbereich vermieden. Außerdem gilt in diesem Fall stets $L_t < M$ und $L_h < M$, und Übersprechen findet höchstens zwischen drei aufeinanderfolgenden Symbolen statt. Unter diesen Beschränkungen ergibt sich mit (2.54) die Übersprechfunktion der DMT als

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = \mathbf{E}_D \cdot \underbrace{1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}_M^*)}_{\mathcal{H}} \cdot [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M]. \quad (3.8)$$

Es stellt sich nun die Frage, ob sich die rechte Seite der Gl. (3.8) auf den alleinigen Übersprechanteil reduzieren läßt. Konkret bedeutet das, von \mathcal{H} genau den Anteil abzuspalten, der sich nach Multiplikation mit \mathbf{E}_D mit der idealen Übertragungsfunktion kompensiert. Daß dies möglich ist, soll im folgenden gezeigt werden.

3.1.1.1 DMT-Übersprechfunktion ohne Guard-Intervall

Zunächst sei aus Gründen der Verständlichkeit das Guard-Intervall zu Null gesetzt, d.h. $\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_R = \mathbf{I}_M$. Die durch die lineare Faltung mit dem Kanal $c(n)$ gebildete Toeplitz-Matrix \mathbf{C} besitzt in diesem Fall die Dimension $M \times 3M$.

Entsprechend Bild 3.4 setzt sich unter obengenannten Bedingungen \mathbf{C} aus drei quadratischen Matrizen zusammen, einem Kopfteil \mathbf{C}_h , einem Mittelteil \mathbf{C}_c und einem Fußteil \mathbf{C}_t . Es gilt

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_t \quad \mathbf{C}_c \quad \mathbf{C}_h] \quad (3.9)$$

mit

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & c_{L_c-1} & \cdots & c_{L_h+1} \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & c_{L_c-1} \\ \vdots & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} c_{L_h} & \cdots & c_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ c_{L_c-1} & & & & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & c_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & c_{L_c-1} & \cdots & c_{L_h} \end{bmatrix} \text{ sowie} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{C}_h = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & & & & & \vdots \\ c_0 & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ c_{L_h-1} & \cdots & c_0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Bei der Ableitung der DMT-Übertragungsfunktion aus der allgemeinen MIMO-Darstellung wurde bereits festgestellt, daß das Entzerrungsprinzip mit nur einem komplexen Koeffizienten pro Träger genau dann ideal funktioniert, wenn sich die lineare Faltung mit $c(n)$ im Empfänger als zyklische Faltung präsentiert. Es ist deshalb naheliegend, die Kanalmatrix \mathbf{C} entsprechend Bild 3.4 in einen zyklischen Anteil und einen Rest- bzw. Fehleranteil zu zerlegen:

$$\mathbf{C} = \underbrace{[\mathbf{0}_M \quad (\mathbf{C}_c + \mathbf{C}_h + \mathbf{C}_t) \quad \mathbf{0}_M]}_{\mathbf{C}_{\text{zykl}}} + \underbrace{[\mathbf{C}_t \quad (-\mathbf{C}_t - \mathbf{C}_h) \quad \mathbf{C}_h]}_{\mathbf{C}_{\text{err}}}. \quad (3.13)$$

Setzt man nun Gl. (3.13) in Gl. (3.8) ein, so ergibt sich

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = \mathbf{E}_D \cdot \mathcal{H}_{\text{err}} + \underbrace{\mathbf{E}_D \cdot \mathcal{H}_{\text{zykl}} - [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M]}_{=0} \quad (3.14)$$

mit $\mathcal{H}_{\text{err}} = 1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*)$ und

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{zykl}} &= 1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C}_{\text{zykl}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*) \\ &= 1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot [\mathbf{0}_M \quad (1/M \cdot \mathbf{W}_M^* \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{W}_M) \cdot \mathbf{W}_M^* \quad \mathbf{0}_M] \\ &= [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{D} \quad \mathbf{0}_M]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Bei $\mathbf{E}_D = \mathbf{D}^{-1}$ ergänzt sich die Übertragungsfunktion über den zyklischen Kanalanteil mit $\mathbf{T}_{\text{ideal}}$ ideal zu Null, und es verbleibt als alleiniger Verursacher sämtlicher

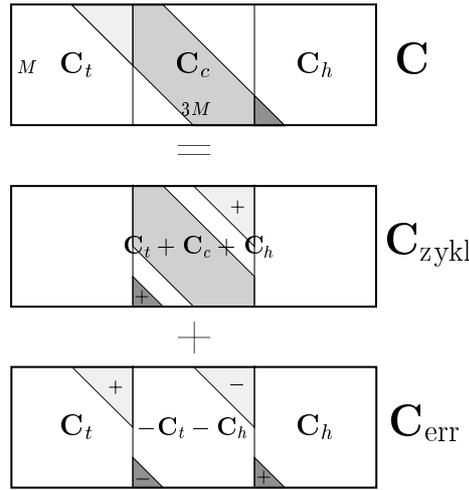


Bild 3.4: Aufteilung der Kanalmatrix \mathbf{C} in zyklischen Anteil \mathbf{C}_{zykl} und Fehleranteil \mathbf{C}_{err}

Übersprecheffekte der Kanalanteil \mathbf{C}_{err} . Ersetzt man \mathbf{C}_{err} durch die Aufteilung nach Gl. (3.13), so erhält man

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = 1/M \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W}_M \cdot [\mathbf{C}_t \mathbf{W}_M^* \quad (-\mathbf{C}_h - \mathbf{C}_t) \mathbf{W}_M^* \quad \mathbf{C}_h \mathbf{W}_M^*]. \quad (3.16)$$

Die Definition des zyklischen Anteils \mathbf{C}_{zykl} und des Fehleranteils \mathbf{C}_{err} lässt sich auch für beliebige $L_h, L_t > M$ und damit $m_c > 3$ verallgemeinern. Analog zu Gl. (3.9) teilt man die Kanalmatrix \mathbf{C} in m_c Blöcke der Dimension $M \times M$ auf:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}(m_c - 1) \quad \cdots \quad \mathbf{C}(d) \quad \cdots \quad \mathbf{C}(1) \quad \mathbf{C}(0)]. \quad (3.17)$$

Mittels Erweiterung des in Bild 3.4 beschriebenen Konstruktionsprinzips erhält man

$$\mathbf{C}_{\text{zykl}} = [\underbrace{\mathbf{0}_M \quad \cdots \quad \mathbf{0}_M}_{m_c - d - 1} \quad \sum_{i=0}^{m_c - 1} \mathbf{C}(i) \quad \underbrace{\mathbf{0}_M \quad \cdots \quad \mathbf{0}_M}_d] \quad (3.18)$$

und

$$\mathbf{C}_{\text{err}} = [\mathbf{C}(m_c - 1) \quad \cdots \quad \mathbf{C}(d + 1) \quad - \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq d}}^{m_c - 1} \mathbf{C}(i) \quad \mathbf{C}(d - 1) \quad \cdots \quad \mathbf{C}(1) \quad \mathbf{C}(0)] \quad (3.19)$$

als verallgemeinerte Ausdrücke für \mathbf{C}_{zykl} und \mathbf{C}_{err} , wobei $d = \lceil L_h/M \rceil$. Die einzelnen Teilmatrizen sind dementsprechend definiert als

$$\mathbf{C}_{\text{zykl}}(k) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{m_c - 1} \mathbf{C}(i) & \text{falls } k = d, \\ \mathbf{0}_M & \text{sonst,} \end{cases} \quad (3.20)$$

bzw.

$$\mathbf{C}_{\text{err}}(k) = \begin{cases} - \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq d}}^{m_c - 1} \mathbf{C}(i) & \text{falls } k = d, \\ \mathbf{C}(k) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.21)$$

Eingesetzt in (3.8) erhält man als verallgemeinerten Ausdruck für die Übersprechfunktion bei beliebigem L_h und L_t ohne Guard-Intervall

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}}(k) = \mathbf{E}_D \cdot 1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C}_{\text{err}}(k) \cdot \mathbf{W}_M^* . \quad (3.22)$$

3.1.1.2 DMT-Übersprechfunktion mit Guard-Intervall

Auch bei Verwendung eines Guard-Intervalls ist eine äquivalente Zerlegung von \mathbf{C} möglich. Hierfür sei ein Guard-Intervall unzureichender Länge angenommen, d.h. $L_t > 0$ und $L_h > 0$. Somit findet wie auch im Fall ohne Guard-Intervall Übersprechen zwischen drei benachbarten Symbolen statt.

Weiterhin ist es sinnvoll, die Kanalmatrix mit der empfangsseitigen Matrix zum Abschneiden des Guard-Intervalls zu kombinieren:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C} = \tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}} + \tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}} . \quad (3.23)$$

Dadurch werden die oberen L_g Zeilen abgeschnitten, und \mathbf{C} reduziert sich auf $\tilde{\mathbf{C}}$ mit der Dimension $M \times 3P$.

Analog zu Gl. (3.9) ist nun entsprechend Bild 3.5 eine Zerlegung in drei Blöcke $\tilde{\mathbf{C}}_t$, $\tilde{\mathbf{C}}_c$ und $\tilde{\mathbf{C}}_h$ möglich, allerdings jeweils in der Dimension $M \times P$. Außerdem ist der Bereich der von Null verschiedenen Koeffizienten im Fußteil $\tilde{\mathbf{C}}_t$ im Vergleich zu (3.10) um die Breite des Guard-Intervalls schmaler:

$$\tilde{\mathbf{C}}_t = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & c_{L_c-1} & \cdots & c_{L_h+L_g+1} \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & c_{L_c-1} \\ \vdots & & & & & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} . \quad (3.24)$$

Um eine Zerlegung wie in (3.13) zu ermöglichen, führt man mit Hilfe der Permutationsmatrix

$$\mathbf{P}_{L_g} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times M} & \mathbf{I}_{L_g} \\ \mathbf{I}_M & \mathbf{0}_{M \times L_g} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

die zusätzlichen Matrizen

$$\tilde{\mathbf{C}}'_t = \tilde{\mathbf{C}}_t \cdot \mathbf{P}_{L_g} \quad (3.26)$$

und

$$\tilde{\mathbf{C}}'_h = \tilde{\mathbf{C}}_h \cdot \mathbf{P}_{L_g}^T \quad (3.27)$$

ein. Wie aus Bild 3.5 ersichtlich, sind in $\tilde{\mathbf{C}}'_t$ gegenüber $\tilde{\mathbf{C}}_t$ lediglich L_g Spalten von der linken Seite auf die rechte Seite transferiert und bei $\tilde{\mathbf{C}}'_h$ entsprechend umgekehrt. Nun läßt sich $\tilde{\mathbf{C}}$ wieder in einen zyklischen Anteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ und einen Restanteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}$ aufteilen:

$$\tilde{\mathbf{C}} = \underbrace{[\mathbf{0}_{M \times P} \quad (\tilde{\mathbf{C}}_c + \tilde{\mathbf{C}}'_h + \tilde{\mathbf{C}}'_t) \quad \mathbf{0}_{M \times P}]}_{\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}} + \underbrace{[\tilde{\mathbf{C}}_t \quad (-\tilde{\mathbf{C}}'_t - \tilde{\mathbf{C}}'_h) \quad \tilde{\mathbf{C}}_h]}_{\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}} . \quad (3.28)$$

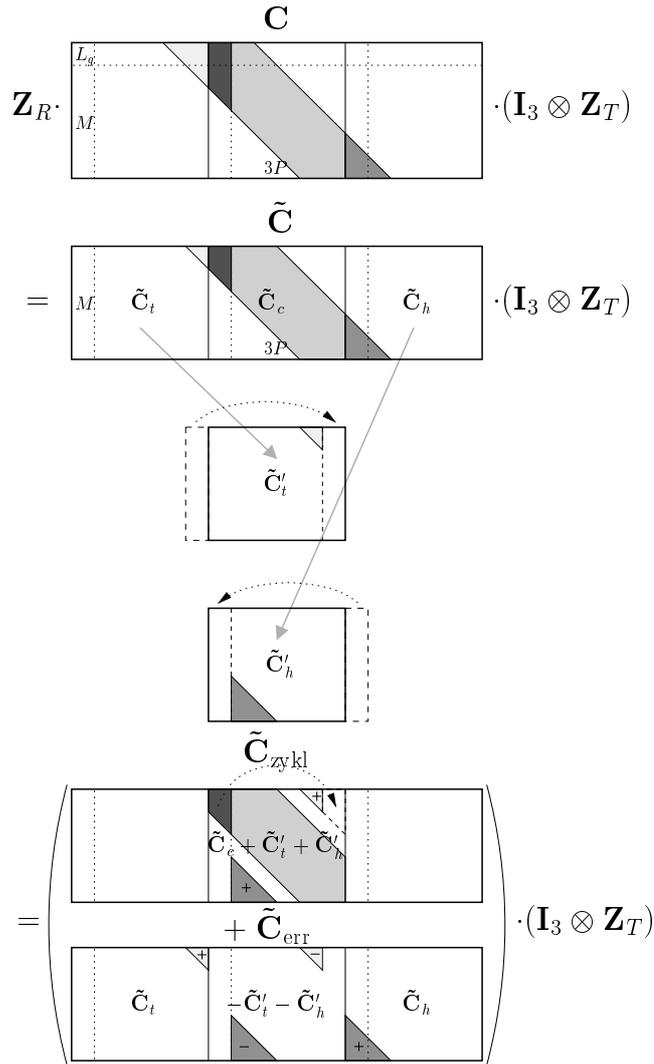


Bild 3.5: Aufteilung der Kanalmatrix $\tilde{\mathbf{C}}$ in zyklischen Anteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ und Fehleranteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}$ bei Verwendung eines Guard-Intervalls

Man beachte, daß die Zusammenfassung des Produkts $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{Z}_T)$ einer additiven Überlagerung der i -ten mit der $i + M$ -ten Spalte innerhalb eines $M \times P$ -Blockes mit $i = 0 \dots L_g - 1$ entspricht. Dadurch stellt sich wieder eine $M \times 3M$ -Matrix ein, die mit dem zyklischen Kanalanteil für den Fall ohne Guard-Intervall identisch ist, d.h., $\mathbf{C}_{\text{zykl}} = \tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{Z}_T)$. Substituiert man $\mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C}$ in Gl. (3.8) durch (3.23) und ersetzt \mathcal{H}_{err} durch die Aufteilung in (3.28), so verbleibt als Übersprechfunktion bei Verwendung eines Guard-Intervalls

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI,GI}} = 1/M \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W}_M \cdot [\tilde{\mathbf{C}}_t \mathbf{Z}_T \mathbf{W}_M^* \quad (-\tilde{\mathbf{C}}'_h - \tilde{\mathbf{C}}'_t) \mathbf{Z}_T \mathbf{W}_M^* \quad \tilde{\mathbf{C}}_h \mathbf{Z}_T \mathbf{W}_M^*]. \quad (3.29)$$

Für beliebige $L_h, L_t > M$ bzw. $m_c > 3$ gilt für die Kombination der Kanalmatrix mit der empfangsseitigen Entfernung des Guard-Intervalls

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C} = [\tilde{\mathbf{C}}(m_c - 1) \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{C}}(d) \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{C}}(1) \quad \tilde{\mathbf{C}}(0)]. \quad (3.30)$$

Bei konsequenter Fortsetzung der Verfahrensweise in Bild 3.5 lautet die allgemeine Definition der $M \times P$ -Blockmatrizen in $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ bzw. $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}(k) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{m_c-1} \tilde{\mathbf{C}}'(i) & \text{falls } k = d, \\ \mathbf{0}_M & \text{sonst,} \end{cases} \quad (3.31)$$

und

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}(k) = \begin{cases} -\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq d}}^{m_c-1} \tilde{\mathbf{C}}'(i) & \text{falls } k = d, \\ \tilde{\mathbf{C}}(k) & \text{sonst,} \end{cases} \quad (3.32)$$

mit $d = \lceil L_h / (M + L_g) \rceil$ sowie

$$\tilde{\mathbf{C}}'(k) = \tilde{\mathbf{C}}(k) \cdot \mathbf{P}_{L_g}^{k-d}. \quad (3.33)$$

Eingesetzt in (3.8) erhält man als verallgemeinerten Ausdruck für die Übersprechfunktion bei beliebigem L_h und L_t mit Guard-Intervall

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}}(k) = \mathbf{E}_D \cdot 1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}(k) \cdot \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}_M^*. \quad (3.34)$$

3.1.1.3 Qualitative Bewertung der DMT-Übersprechfunktion

Betrachtet man die einzelnen Komponenten in den Gln. (3.16) und (3.29), so lassen sich einige interessante qualitative Aussagen über den zu erwartenden Verlauf der Übersprechfunktion treffen:

Die abschließende Rechteckmatrix auf der rechten Seite in (3.16) läßt sich auch als $[(\mathbf{W}_M \mathbf{C}_t^T)^* \quad (-\mathbf{W}_M (\mathbf{C}_h + \mathbf{C}_t)^T)^* \quad (\mathbf{W}_M \mathbf{C}_h^T)^*]$ schreiben, d.h., die einzelnen Blöcke entsprechen den transjugierten Fouriertransformierten von \mathbf{C}_t^T und \mathbf{C}_h^T bzw. der Addition aus beiden. Was bedeutet das konkret? Laut der Definition in (3.10) entspricht die erste Spalte in \mathbf{C}_t^T genau dem Fußteil $c(L_h+1) \dots c(L_c-1)$ der Kanalimpulsantwort $c(n)$, ergänzt um eine entsprechende Anzahl Nullen. Mit jeder weiteren Spalte reduziert sich die Länge des Fußteils um Eins. Von Spalte zu Spalte ist somit eine gewisse Ähnlichkeit vorhanden, allerdings mit fallender Varianz über alle Spaltenkoeffizienten, da die Anzahl der von Null verschiedenen Koeffizienten abnimmt. Bedingt durch die Orthogonalität der Transformation ist zu vermuten, daß auch für die spaltenweise Fourier-Transformierte $\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C}_t^T$ eine vergleichbare Korrelation zwischen den Spalten vorliegt. Durch die Transjugation ergeben sich für die Spalten in $(\mathbf{W}_M \mathbf{C}_t^T)^*$ Koeffizienten mit von Zeile zu Zeile abnehmendem Betrag. Der Betragsverlauf einer Spalte für sich allein ist größtenteils monoton fallend und endet in Null.

Gleiches gilt prinzipiell auch für $(\mathbf{W}_M \mathbf{C}_h^T)^*$, nur daß hier der Betrag einen ansteigenden Verlauf aufweist. Für den mittleren Block sind die Wirkungen von Fuß- und Kopfteil entsprechend additiv überlagert. Bild 3.6 illustriert anschaulich den Verlauf von $|\mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*)|$ für einen Beispielkanal.

Der Anstieg des Betragsverlaufs wird maßgeblich dadurch bestimmt, wie dicht gepackt die Energie der Kanalimpulsantwort in der Umgebung des Hauptkoeffizienten konzentriert ist. Wie aus Bild 3.7 hervorgeht, bewirkt eine hohe Energiekonzentration einen steilen Abfall des Betrages, während eine langsam ausschwingende Kanalimpulsantwort einen allmählichen Übergang zu Null hervorruft.

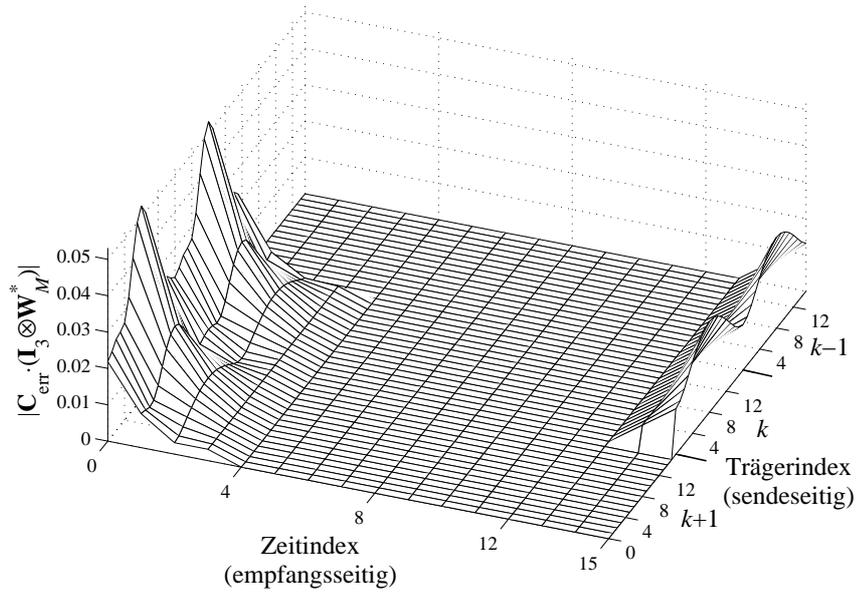


Bild 3.6: Verlauf von $|\mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*)|$ für $M=16$ und $c(n)$ mit $L_c = 7$, $L_t = 4$, $L_h = 2$

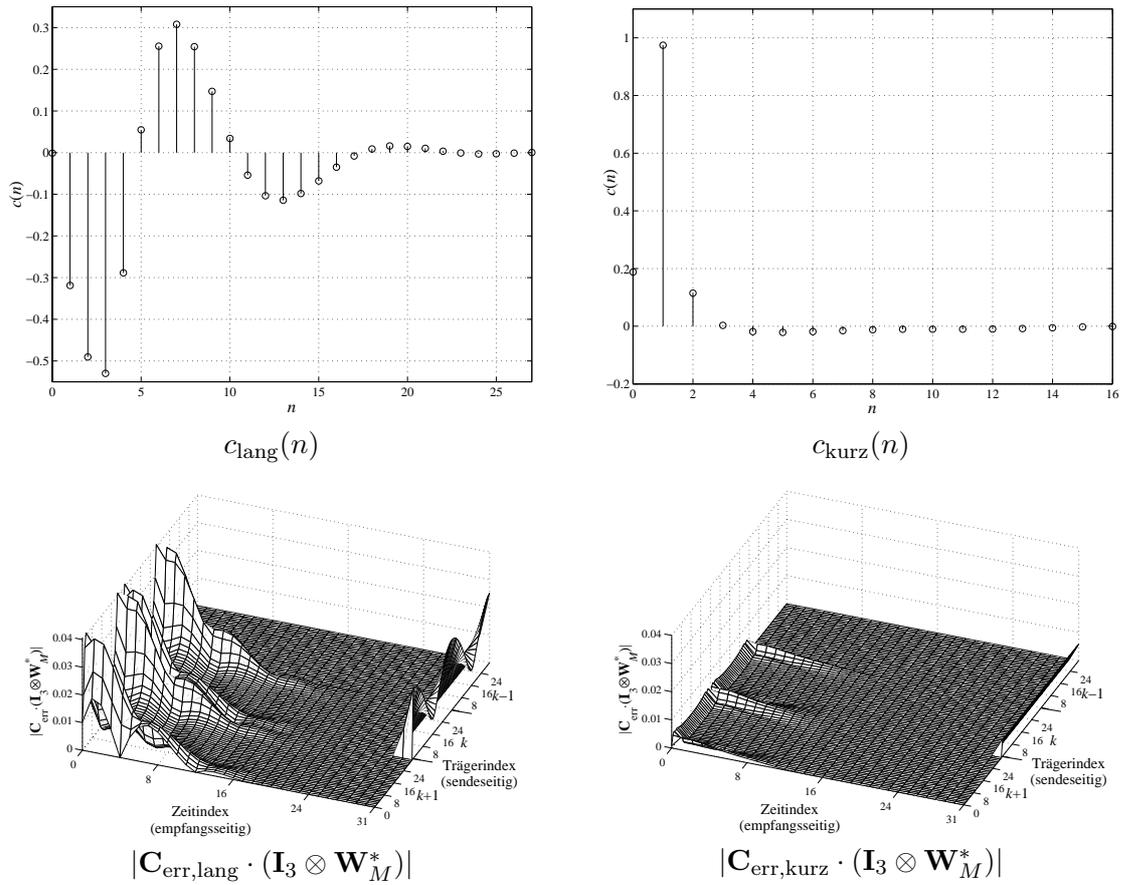


Bild 3.7: Vergleich $|\mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*)|$ bei $M = 32$ für verschiedene Kanalimpulsantworten

Vernachlässigt man zunächst die Multiplikation mit der Entzerrermatrix \mathbf{E}_D , so beschreibt \mathcal{H}_{err} die komplexen Wichtungsfaktoren, mit denen sich die Sendeenergie auf die zu entzerrenden Träger als ISI/ICI-Störgröße verteilt. Durch die Fourier-Transformation mittels Multiplikation mit \mathbf{W}_M bewirkt ein steil abfallender Betrag in $\mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*)$ eine gleichmäßige Verteilung der ISI/ICI-Energie auf alle Koeffizienten in der betreffenden Spalte von \mathcal{H}_{err} . Wenn es also gelingt, die Energie der Kanalimpulsantwort dicht um den Hauptkoeffizienten zu konzentrieren, so erzeugt dies den im quadratischen Sinne minimalen ISI/ICI-Fehler.

Besitzt die Kanalimpulsantwort hingegen einen lang ausschlagenden Kopf- bzw. Fußteil, so verteilt sich die ISI/ICI-Energie unregelmäßig auf die Träger des zu entzerrenden Empfangssymbols mit einer deutlichen Konzentration in den niederfrequenten Trägern.

Die Kanalimpulsantwort $c_{\text{weit}}(n)$ in Bild 3.8 entspricht einem Extremfall, bei dem in deutlicher zeitlicher Distanz vom Hauptkoeffizienten eine weitere Energiehäufung auftritt. Diese Konstellation führt zu einer Konzentration der ISI/ICI-Energie entlang der Hauptdiagonalen der $M \times M$ -Blöcke in \mathcal{H}_{err} . Im Sinne der Aufteilung nach Bild 3.1 dominiert ISI gegenüber ICI. Die Gesamtheit der ISI/ICI-Energie ist erheblich größer als bei $c_{\text{kurz}}(n)$.

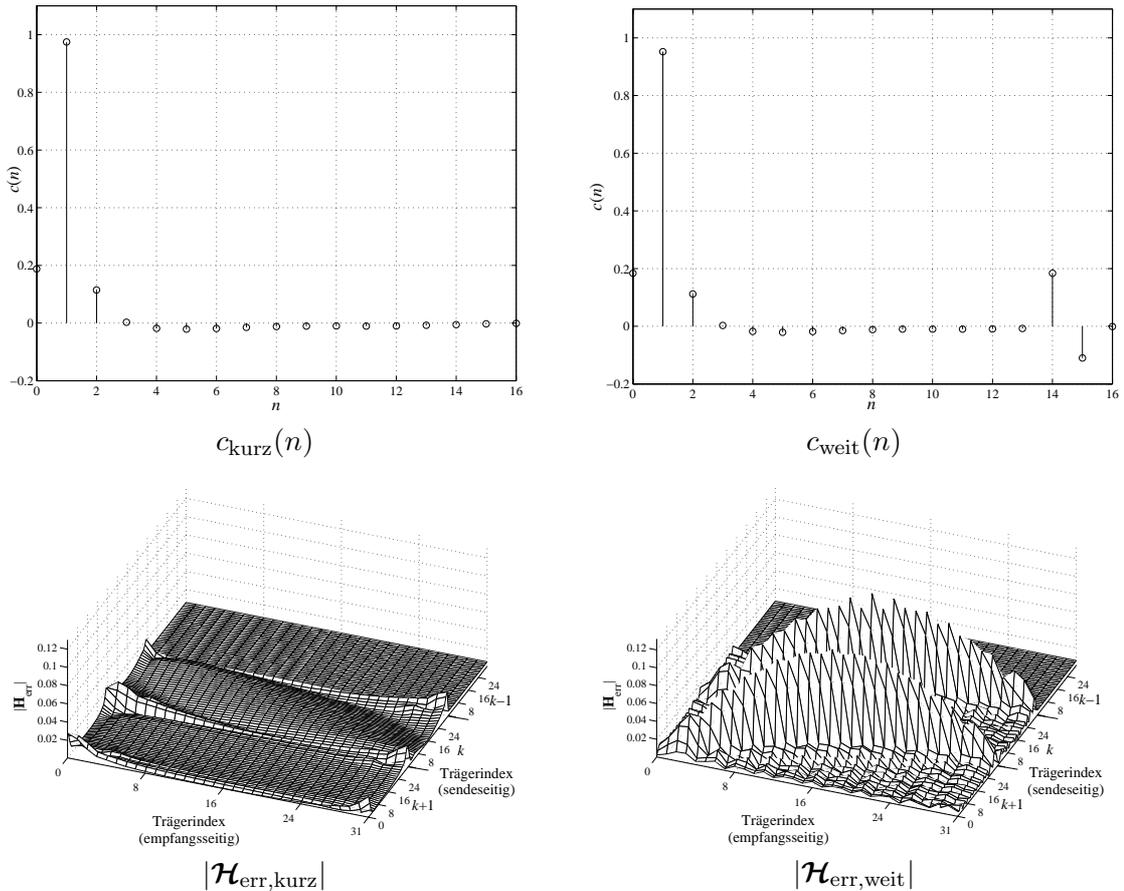


Bild 3.8: Vergleich $|\mathcal{H}_{\text{err}}|$ bei $M = 32$ für verschiedene Kanalimpulsantworten

Im Falle der DMT ist jedoch die abschließende Gewichtung mit den reziproken Koeffizienten des Kanalfrequenzgangs mittels \mathbf{E}_D nicht zu vernachlässigen. Insbesondere bei langem Fuß- bzw. Kopfteil ergibt sich eine ausgeprägte Korrelation zwischen dem reziproken Frequenzgang des Kanals und dem Verlauf des ISI/ICI-Störungen über die Träger, wie Bild 3.9 verdeutlicht.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß bei Übersprechen zwischen drei benachbarten Symbolen der Störanteil durch das vorhergehende Symbol $\mathbf{u}(k-1)$ entscheidend von \mathbf{C}_h bestimmt wird. Entsprechendes gilt für den Einfluß des nachfolgenden Symbols $\mathbf{u}(k+1)$ in Abhängigkeit von \mathbf{C}_t . Für die Gewichtung des momentanen Symbols $\mathbf{u}(k)$ überlagern sich beide Wirkungen von \mathbf{C}_t und \mathbf{C}_h . Somit ist dieser ISI/ICI-Anteil durch $\mathbf{u}(k)$ erwartungsgemäß am größten.

Häufig besitzt ein Übertragungskanal keine nennenswerte Verzögerung, und es gilt $L_h = 0$. In diesem Fall verschwindet der Kopfteil $\mathbf{C}_h = \mathbf{0}$, Übersprechen findet nur zwischen den momentanen und dem nachfolgenden Symbol statt. Dementsprechend vereinfacht sich Gl. (3.8) zu

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = \mathbf{E}_D \cdot \underbrace{1/M \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}_M^*)}_{\mathcal{H}} - [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M] \quad (3.35)$$

und statt (3.16) gilt

$$\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = 1/M \cdot \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{W}_M \cdot [\mathbf{C}_t \mathbf{W}_M^* \quad - \mathbf{C}_t \mathbf{W}_M^*]. \quad (3.36)$$

Man beachte, daß hierbei die Übersprechanteile vom eigentlich betrachteten und dem nachfolgenden Symbol betragsmäßig gleich groß sind.

Die qualitativen Aussagen hinsichtlich des Verlaufs der Übersprechfunktion gelten prinzipiell auch für den Fall, daß ein Guard-Intervall verwendet wird. Allerdings verringert sich der Fußteil um die Breite des Guard-Intervalls, und der resultierende ISI/ICI-Störanteil ist in der Regel erheblich geringer. Im Idealfall $L_g \geq L_c - 1$, mit $L_h = 0$ sowie $L_t = 0$, resultiert $\mathbf{T}_{\text{ISI/ICI}} = \mathbf{0}$, d.h., es tritt kein Übersprechen auf.

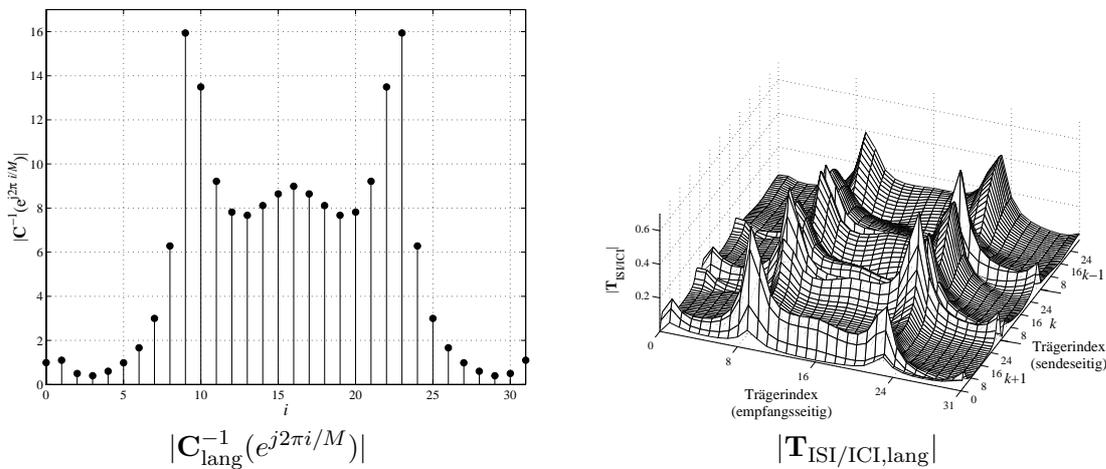


Bild 3.9: Korrelation zwischen reziprokem Frequenzgang des Kanals und Verlauf der Übersprechfunktion

3.2 Hintergrundrauschen

Jede reale Leitung ist mit einem gewissen Rauschbelag behaftet, der sich keiner eindeutigen Quelle zuordnen läßt. Verursacht wird dieses sogenannte Hintergrundrauschen z.B. durch thermische Effekte und Nichtlinearitäten von Bauelementen.

In den Standardisierungsgremien wird Hintergrundrauschen für gewöhnlich als additives weißes, gaußsches Rauschen (Additive White Gaussian Noise - AWGN) mit einer Rauschleistungsdichte von -140 dBm/Hz angenommen. Die Praxis zeigt jedoch, daß dieser Rauschbelag oft stark von dem -140 dBm/Hz-Niveau abweicht [MIÖ00].

3.3 Impulsstörungen

Pulsartige Störungen innerhalb eines DMT-Symbols werden über die komplette Symboldauer „verschmiert“ und verteilen sich im Frequenzbereich gleichmäßig auf alle Träger. Das bedeutet, je länger die Symboldauer im Vergleich zur Dauer des Störimpulses, desto geringer ist der Anteil der Störleistung in einem einzelnen Träger. Diese Tatsache hat entscheidend zur Akzeptanz des DMT/OFDM-Verfahrens beigetragen.

Bild 3.10 beschreibt den Einfluß eines zufälligen Pulsstörers auf den SNR-Verlauf des DMT-Verfahrens für verschiedene Symbolhöhen M . Deutlich erkennbar erhöht sich das Rauschniveau in allen Trägern mit sinkender Symbolhöhe.

3.4 Frequenzselektive Störungen

Auch gegenüber frequenzselektiven Störungen erweisen sich Mehrträgerverfahren als sehr robust. Verfahren zur adaptiven Bit- und Leistungsverteilung auf die Träger, sogenannte „Adaptive Loading“-Algorithmen, sorgen dafür, daß die betroffenen Träger mit weniger Information beaufschlagt oder sogar ungenutzt bleiben.

Die Basisfunktionen der DFT besitzen die Länge eines DMT-Symbols und weisen in diesem Bereich einen konstanten Betragsverlauf auf. Somit entspricht die Transformation des Empfangssignals einer Rechteckfensterung im Zeitbereich, welche sich wiederum im Frequenzbereich durch eine Faltung des Spektrums mit einer sinc -Funktion beschreiben läßt. Das bedeutet, daß die Spektrallinie eines reinen Sinusstörers durch die Faltung mit der Fensterfunktion deutlich verbreitert wird. Der ideale Fall, daß sich die Störung unter diesen Umständen lediglich auf eine Trägerfrequenz auswirkt, tritt nur dann ein, wenn die Frequenz des Störers genau einer Trägerfrequenz entspricht. Diese Bedingung ist in der Regel jedoch nicht erfüllt. Dadurch, daß die benachbarten Trägerfrequenzen nicht mit den Nullstellen des sinc -förmigen Störspektrums übereinstimmen, gelangen Anteile der Störenergie auch in benachbarte Träger. Dieses, aus der Spektralanalyse als Leckeffekt bekannte

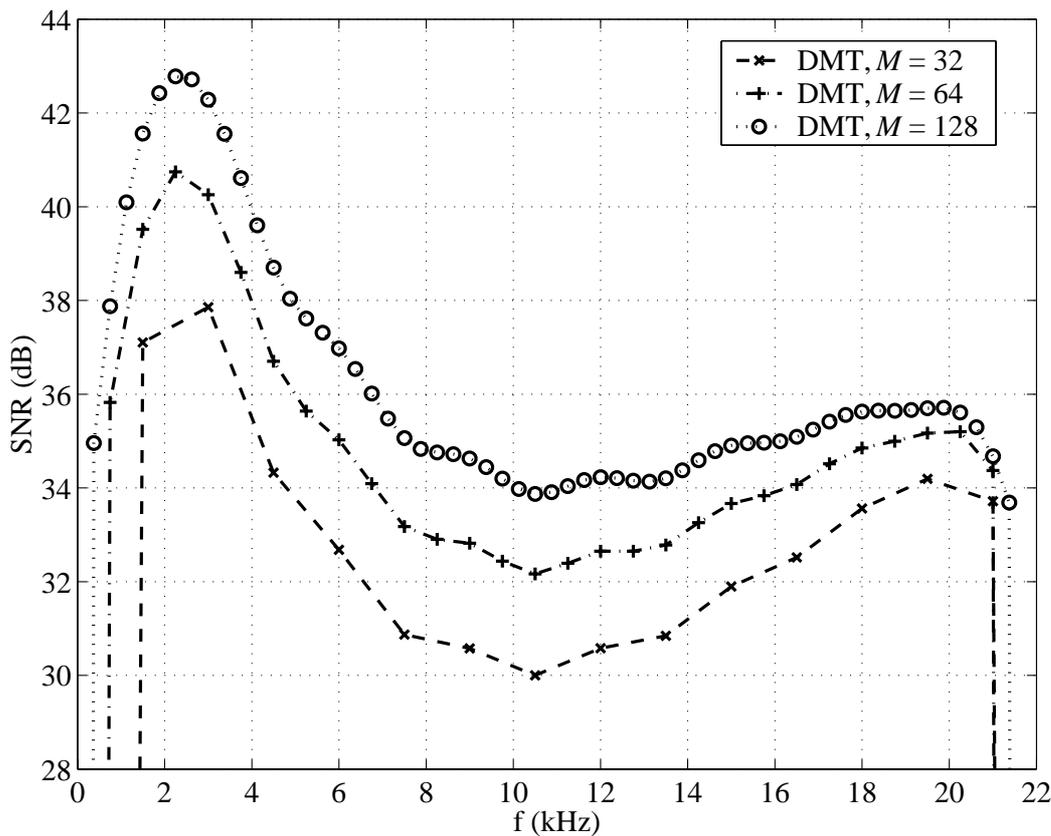


Bild 3.10: Einfluß eines zufälligen Pulsstörers für DMT bei verschiedenen Symbolängen M

Phänomen ist am stärksten, wenn die tatsächliche Frequenz des Sinusstörers exakt in der Mitte zwischen zwei Trägerfrequenzen liegt.

Bild 3.11 veranschaulicht die Auswirkungen eines ungünstig platzierten Sinusstörers auf die benachbarten Träger. Die Breite des Störspektrums ist umgekehrt proportional zur DFT-Rahmendauer $T_M = M \cdot T_a$, wobei T_a die Periode des jeweiligen Abtasttaktes bezeichnet. Das bedeutet, daß mit wachsender Trägeranzahl M die absolute Ausdehnung des Störspektrums im Verhältnis zur genutzten Bandbreite immer kleiner wird. Bei konstanter Abtastrate sind bei kleinem M und damit kurzer Rahmendauer prozentual größere Bereiche von dem beschriebenen Leckeffekt betroffen als bei größerem M , wie sich aus Bild 3.12 deutlich erkennen läßt. Neben der Empfindlichkeit gegenüber Pulsstörern ist dies ein weiterer Aspekt, der die Möglichkeiten der Verkürzung von M bei herkömmlicher DMT stark einschränkt.

Je höher die spektrale Selektivität der Basisfunktionen der verwendeten Transformation, desto geringer sind die Auswirkungen eines sinusartigen Störers auf benachbarte Träger. Aus diesem Grund reagieren überlappende Transformationen mit effizienter Pulsformung im Vergleich zur IDFT/DFT des DMT-Verfahrens deutlich unempfind-

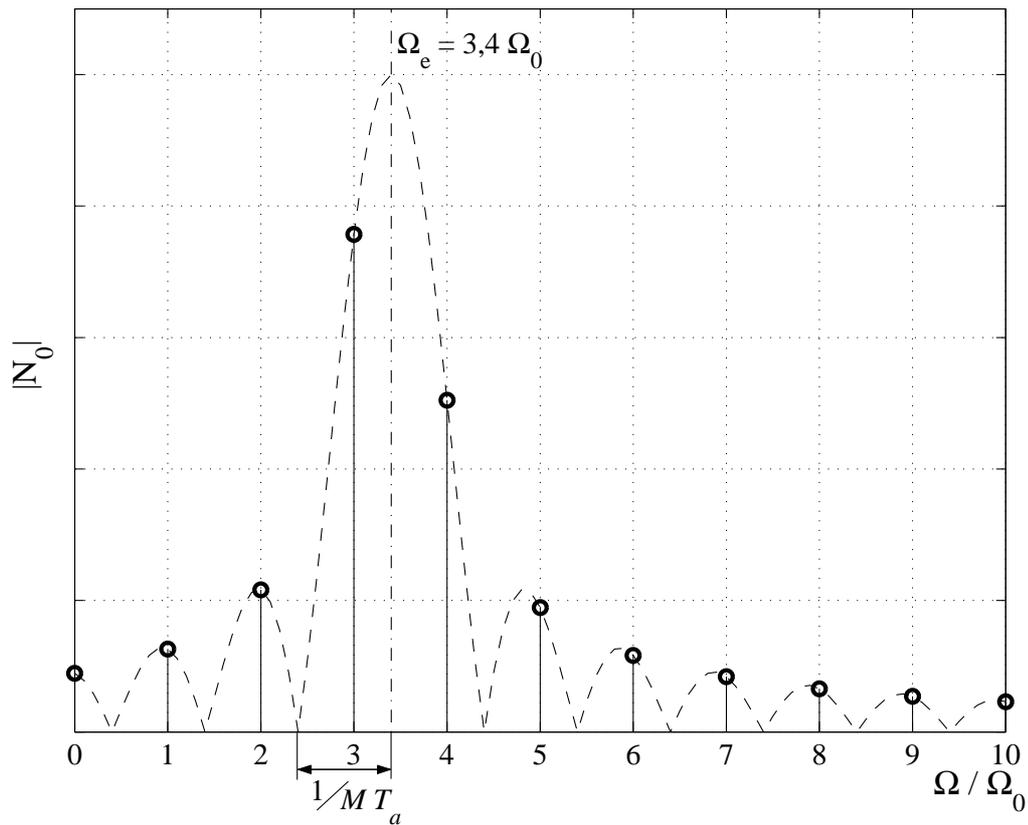


Bild 3.11: Verteilung der Störleistung eines Sinusstörers auf benachbarte Träger

licher auf selektive Störungen im Frequenzbereich [ST95]. Die in Bild 3.12 zum Vergleich aufgeführte kosinus-modulierte Filterbank (CMFB) mit einer Symbollänge von $M = 32$ weist praktisch keinen Leckeffekt auf und übertrifft dadurch sogar DMT mit $M = 128$.

3.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die für diese Arbeit signifikanten Störeinflüsse eines Mehrträgersystems betrachtet. Hauptaugenmerk lag dabei auf der Untersuchung des Symbol- und Kanalübersprechens. Auf der Basis des allgemeinen Modells aus Kapitel 2 war es möglich, eine kompakte und übersichtliche Beschreibung dieser Fehlerquelle zu definieren.

Hervorzuheben ist insbesondere die analytische Ableitung der ISI/ICI-Übersprechfunktion für herkömmliche DMT. Entgegen der üblichen Konvention werden auch die von den Nachbarträgern und -symbolen unabhängigen Änderungen des Signalanteils eines Trägers als ein Übersprechen auf sich selbst interpretiert. Diese Erweiterung ist sinnvoll, denn sie erlaubt eine deutlich kompaktere Form

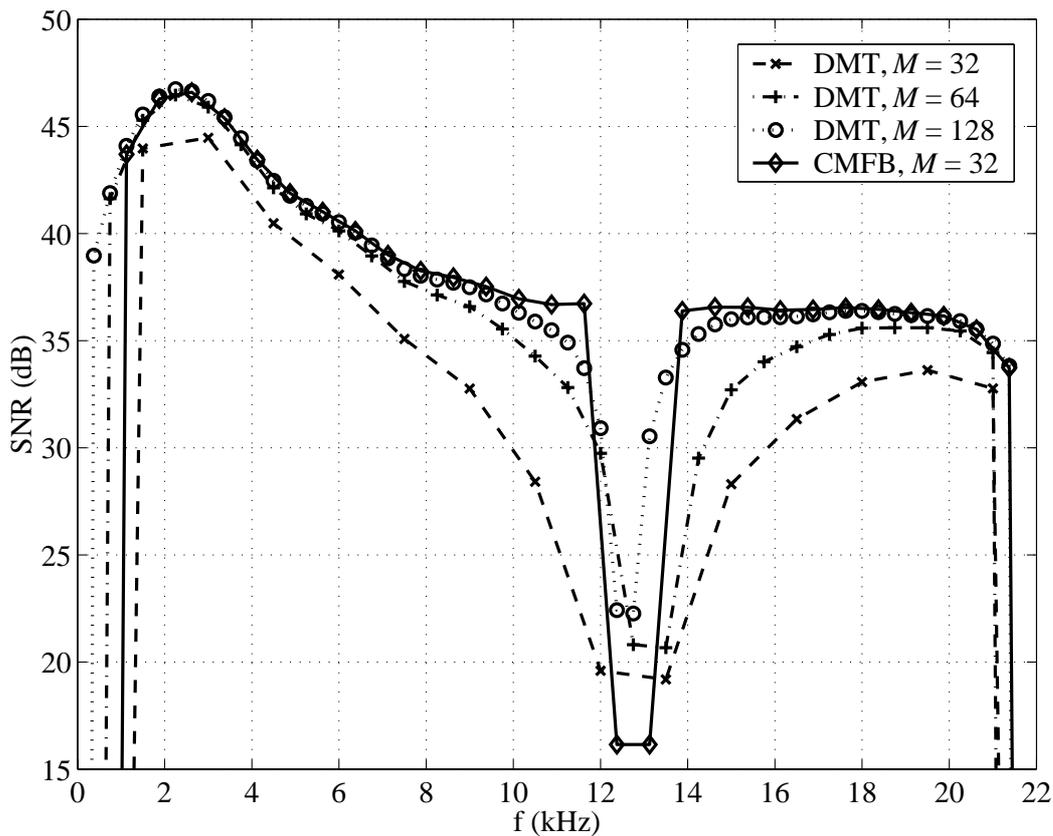


Bild 3.12: Einfluß eines Sinusstörers auf benachbarte Träger für DMT und kosinusmodulierte Filterbank sowie verschiedene Symbolängen M

der Darstellung, aus der sich auf einfache Weise der ISI/ICI-erzeugende Anteil des Übertragungskanals isolieren läßt. Das gilt sowohl für DMT ohne als auch mit Verwendung eines Guard-Intervalls.

Es läßt sich sehr einfach nachweisen, was in [PSM97] auf kompliziertem Wege hergeleitet wurde: Die außerhalb des Guard-Intervalls liegenden Kopf- und Fußteile der Kanalimpulsantwort sind für ISI/ICI verantwortlich. Dabei bestimmt die Leistungsverteilung der Fouriertransformierten des Kopf- und Fußteils sowie deren verkürzter Varianten maßgeblich die Signifikanz der ISI/ICI-Störungen.

Anhand der einfachen Beschreibung lassen sich aus einer qualitativen Bewertung Richtlinien für eine optimale Form von Fußteil und Kopfteil ableiten.

Weiterhin wurde gezeigt, daß die Robustheit des DMT-Verfahrens gegenüber Puls- und Sinusstörern bei kleinem M stark nachläßt. Dieser Aspekt darf bei den Bemühungen hinsichtlich der Verkürzung der Latenzzeit nicht vernachlässigt werden, da sonst der prinzipielle Sinn einer Anwendung des Mehrträgerverfahrens in Frage gestellt ist.

Kapitel 4

Das Problem der Latenzzeit in DMT-Systemen

Die Latenz- oder Durchlaufzeit eines Übertragungssystems beschreibt die Zeit, die vergeht, bis ein am Sendereingang eingespeistes Datum den Empfängerausgang erreicht. Neben der Übertragungskapazität ist die Latenzzeit ein weiteres wichtiges Bewertungskriterium für die Praxistauglichkeit eines Übertragungsverfahrens. Während für unidirektionale bzw. asymmetrische Datendienste, wie z.B. Radio, Fernsehen und Internetanbindungen, die Latenzzeit eine untergeordnete Rolle spielt, ist sie für alle bidirektionalen Dienste mit symmetrischer Datenlast in beiden Richtungen von entscheidender Wichtigkeit. Einfachstes Beispiel ist die herkömmliche Telefonie: Latenzzeiten von mehr als 300 ms, wie sie mitunter bei Telefonverbindungen via Satellit zu beobachten sind, werden zunehmend als störend wahrgenommen. Bei noch größeren Verzögerungszeiten von mehreren Sekunden ist eine normale Konversation nicht mehr möglich. Ähnliches gilt beispielsweise auch für paketvermittelte Datendienste, bei denen in den Protokollschichten oberhalb der physikalischen Schicht jedes empfangene Datenpaket mit einer entsprechenden Rückmeldung quittiert wird. Trotz schneller Übertragung eines Paketes ist der komplette Quittierungszyklus bei hoher Latenzzeit sehr lang und behindert Echtzeitfähigkeit und Management des Systems. Aus diesem Grund fordert die Industrie für die meisten existierenden Datendienste eine Latenzzeit von weniger als 500 μ s für den gesamten Signalweg.

Die Latenzzeit einer Übertragungsstrecke ergibt sich aus der Summe der Verzögerung über den physikalischen Kanal sowie der systembedingten Verzögerung infolge der Verarbeitung der Daten. Zwar ist bei leitungsgebundener Übertragung die Kanalverzögerung in der Regel vernachlässigbar klein, aber durch die symbolorientierte Verarbeitung der Daten ergibt sich eine systematische Verzögerung proportional zur Symboldauer. Der Entwurf eines DMT-Systems führt damit zwangsläufig zu dem Dilemma, daß sich mit wachsender Symboldauer zwar Störfestigkeit und Bandbreiteneffizienz verbessern, sich gleichzeitig aber auch eine höhere Durchlaufzeit einstellt. Das führt zu lebhaften Diskussionen in den Standardisierungsgremien hinsichtlich der Verwendung der DMT für neue Übertragungsstandards, und trotz höherer Reich-

weite und Störfestigkeit sowie geringerem Leistungsbedarf wurde DMT nicht in neue symmetrische xDSL-Standards wie beispielsweise SDSL, HDSL₂ und SHDSL aufgenommen.

In diesem Abschnitt wird die Latenzzeit eines DMT-Systems hergeleitet. Es wird untersucht, welchen Einfluß eine Änderung der DMT-Parameter auf die Leistungsfähigkeit des Systems hat, und welche Einschränkungen hinsichtlich einer kürzeren Durchlaufzeit bei dieser Vorgehensweise bestehen. In einem zweiten Teil werden ausgewählte aus der Literatur bekannte Verfahren, die zur Entschärfung des Latenzzeitproblems beitragen, kurz vorgestellt.

4.1 Latenzzeit eines DMT-Systems

Gegeben sei ein DMT-System nach Abbildung 1.2 mit einem Kanal, dessen Verzögerung als vernachlässigbar klein angenommen wird. Der Eingang des Senders wird von einer binären Datenquelle gespeist, welche einen seriellen Bitstrom ausgibt. Der serielle Datenstrom am Ausgang des Empfängers wird wiederum einer binären Datensenke zugeführt.

Bei einer vorgegebenen Abtastrate f_a und einer DFT-Länge M wird stets ein Zeitfenster der Dauer

$$T_M = M/f_a \quad (4.1)$$

transformiert. Entsprechend gilt für die Dauer des Guard-Intervalls der Länge L_g

$$T_g = L_g/f_a . \quad (4.2)$$

Nach erfolgter Erweiterung mittels Guard-Intervall beträgt die Dauer eines kompletten DMT-Symbols somit

$$T_s = T_M + T_g = \frac{M + L_g}{f_a} . \quad (4.3)$$

Bild 4.1 beschreibt den Weg einer Datensequenz durch ein DMT-System. Auf der Abszisse ist der Zeitverlauf im Symbolraaster aufgetragen, während die Ordinate die einzelnen Stationen beim Durchlaufen der DMT-Strecke kennzeichnet. Jeder Übergang von einer Station zur nächsten wird durch einen Pfeil symbolisiert und impliziert entweder eine S/P- oder eine P/S-Wandlung. Das Aufsammeln der innerhalb eines Symbols zu übertragenden Daten erfordert eine erste S/P-Wandlung. Nach Komplettierung des Datenblocks erfolgt die Generierung des Sendesymbols, bestehend aus Aufteilung und Modulation der Binärdaten, IFFT und Einfügung des Guard-Intervalls. Die dafür nötige Bearbeitungszeit ist durch ein schraffiertes Rechteck entsprechender Länge kenntlich gemacht. Anschließend wird der Sendevektor in eine Folge von Abtastwerten gewandelt und dem D/A-Wandler zugeführt. Das resultierende Analogsignal wird über den Kanal gesendet und auf der Empfängerseite wieder abgetastet, A/D-gewandelt und mittels erneuter S/P-Wandlung zu einem Empfangsvektor zusammengeführt. Das erhaltene Empfangssymbol wird nun dekodiert, wobei auch hier die Bearbeitungsdauer für Abschneiden des Guard-Intervalls, FFT, Entzerrung

und Demodulation entsprechend schraffiert ist. Eine abschließende P/S-Wandlung der binären Empfangsdaten liefert den ausgehenden Bitstrom für die Datensenke.

Bei dem in Bild 4.1 dargestellten System handelt es sich um ein DMT-System mit optimaler Hardware-Auslastung. Die Rechenzeit zur Kodierung eines Sendesymbols bzw. Dekodierung eines Empfangssymbols ist nur geringfügig kleiner als eine Symboldauer T_s . Das erlaubt eine optimale Verschachtelung der Bearbeitungsschritte: z.B. wird während des Einlesens der aktuellen Binärdaten die vorhergehende Datensequenz für das Senden vorbereitet, und gleichzeitig erfolgt beim Senden und Empfangen eines Symbols die Dekodierung des vorausgegangenen Empfangssymbols. Die erforderliche Rechenleistung entspricht der mittleren Rechenleistung und ist damit minimal.

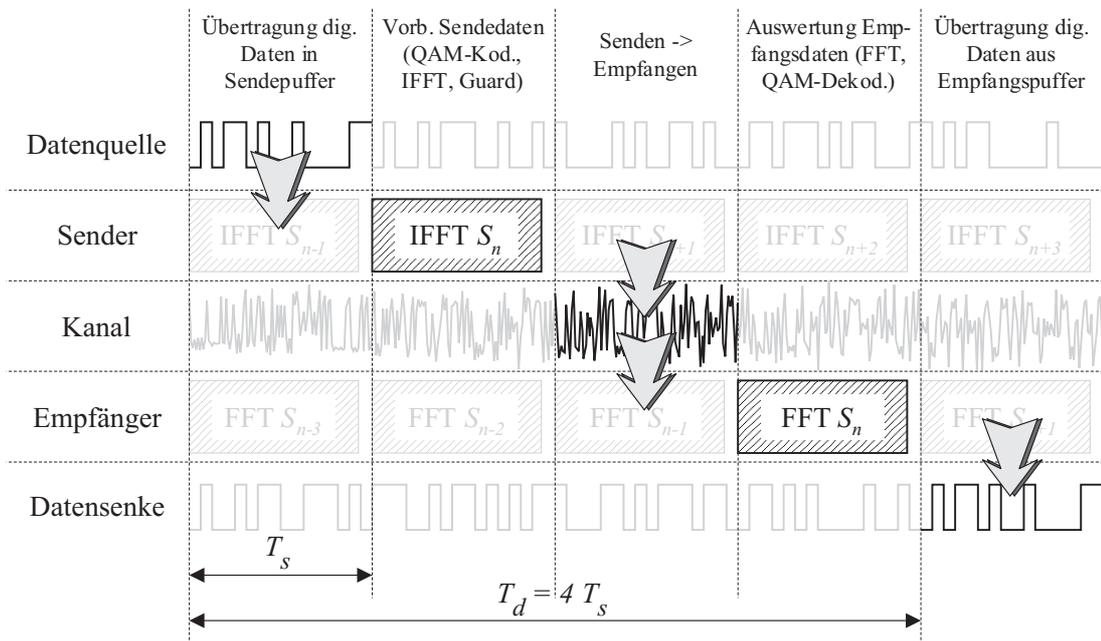


Bild 4.1: Latenzzeit eines DMT-System mit optimaler Hardware-Auslastung

Jede S/P-Wandlung bedingt aus Kausalitätsgründen eine Verzögerung um einen Symboltakt. Da im Regelfall davon ausgegangen werden muß, daß die Eingangsdaten in Form eines seriellen Bitstroms vorliegen, ist zuzüglich zu der S/P-Wandlung beim Empfang eines Symbols eine weitere S/P-Wandlung vonnöten. Dadurch beträgt die gesamte Latenzzeit über eine DMT-Strecke

$$T_d = k \cdot T_s = k \cdot (T_M + T_g) = k \cdot \left(\frac{M + L_g}{f_a} \right) \quad \text{mit } 2 \leq k \leq 4, \quad (4.4)$$

wobei der Proportionalitätsfaktor k nicht kleiner als 2 sein kann, aber nicht zwangsläufig ganzzahlig sein muß. Die maximale Latenzzeit ergibt sich bei minimalem Hardware-Bedarf entsprechend Bild 4.1 mit $k = 4$, d.h., die Verzögerungszeit über eine DMT-Strecke entspricht höchstens dem Vierfachen einer Symboldauer. Durchlaufzeiten $T_d < 4T_s$ erkaufte man sich mit suboptimaler Hardware-Auslastung. Der mittlere Bedarf an Rechenleistung bleibt prinzipiell konstant, allerdings ist ein Rechenwerk mit erhöhter Rechenleistung erforderlich, die zeitweilig ungenutzt bleibt.

Im Extremfall, wenn es gelingt, die Rechenleistung soweit zu erhöhen, daß sende- und empfangsseitige Symbolbearbeitung innerhalb eines Bittaktes bzw. Abtasttaktes bewältigt werden können, läßt sich die Latenzzeit nach Bild 4.2 auf $T_d = 2 \cdot T_s$ verkürzen. Die mögliche Verkürzung von T_d um den Faktor 2 erfordert jedoch die $(M + L_g)$ -fache Rechenleistung eines Rechenwerkes, welches zu $(1 - 1/(M + L_g)) \cdot 100$ Prozent leerläuft. Eine Erhöhung der Rechenleistung zur Verkürzung der Latenzzeit ist insofern völlig indiskutabel, da Aufwand und Nutzen in keinem Verhältnis zueinander stehen. Stattdessen ist es notwendig, die Parameter, aus denen sich T_s zusammensetzt, in geeigneter Form zu variieren.

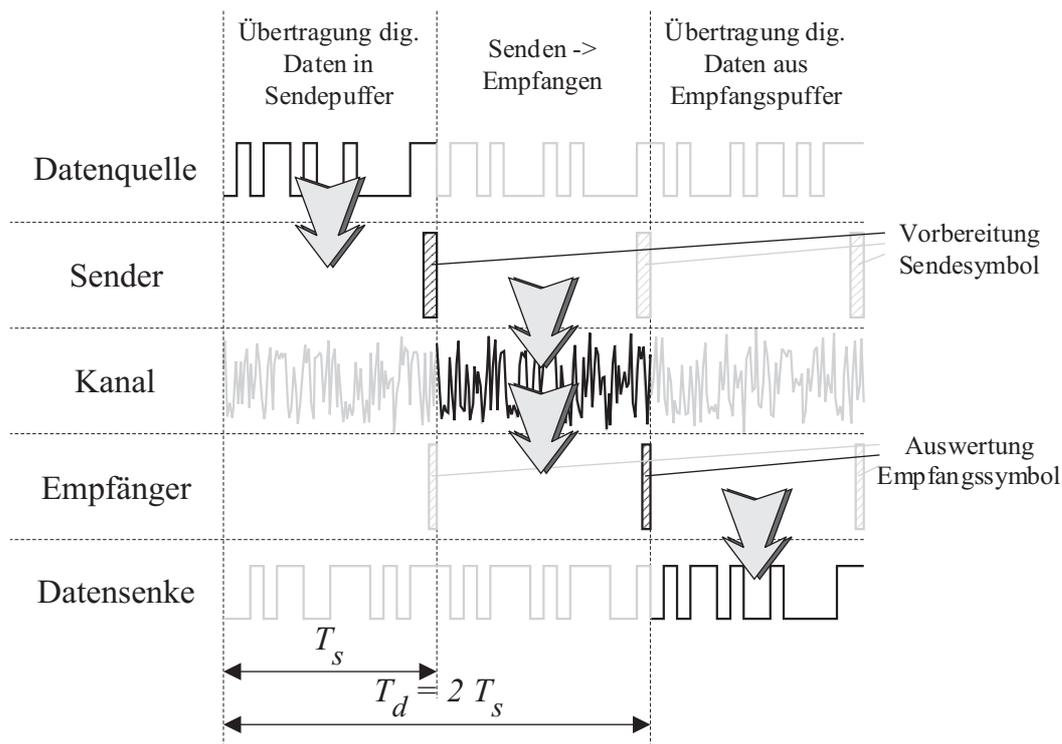


Bild 4.2: Minimale Latenzzeit eines DMT-Systems bei überdimensionalem Hardware-Aufwand

4.2 Einfluß der DMT-Parameter

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, daß sich die Durchlaufzeit über eine DMT-Strecke ohne erheblichen Mehraufwand an Rechenleistung nur durch eine geeignete Wahl der T_s -bestimmenden Parameter DFT-Länge, Abtastfrequenz und Länge des Guard-Intervalls reduzieren läßt. Im folgenden wird nun der Einfluß dieser Parameter auf weitere entscheidende Systemgrößen untersucht und damit bestimmt, in welchen Grenzen eine solche Verfahrensweise ohne Änderung des zugrundeliegenden DMT-Prinzips sinnvoll ist. Als Vergleichswerkzeug dient die Matlab-Simulationsumgebung

aus Kapitel 8 in Kombination mit exemplarischen Kanalimpulsantworten, die bei Messungen an Twisted-Pair-Leitungen unterschiedlicher Länge ermittelt wurden [TDF97].

4.2.1 Rahmenlänge der DFT/IDFT

Durch Halbierung der DFT-Länge M ist es möglich, $T_M = T_s - T_g$ jeweils um den Faktor 2 und damit auch T_d erheblich zu verringern. Wie jedoch Bild 4.3 veranschaulicht, führt eine drastische Verkleinerung von M zu einem deutlichen Einbruch der Datenrate infolge der sinkenden Bandbreiteneffizienz um den Faktor $M/(M + L_g)$.

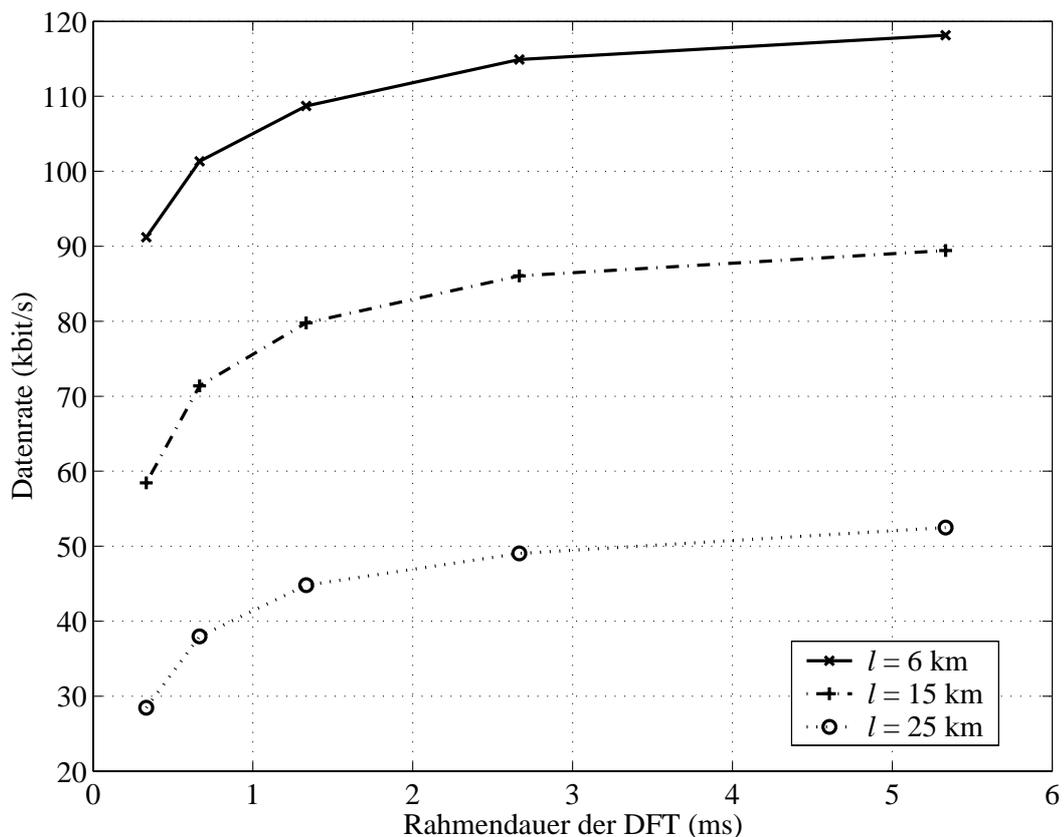


Bild 4.3: Datenrate in Abhängigkeit von der DFT-Rahmendauer T_M

Eine weitere Auswirkung der Verkleinerung von M läßt sich beobachten, wenn man entsprechend Bild 4.4 die Datenrate um den Faktor der Bandbreiteneffizienz bereinigt. Obwohl das Verhältnis Datenrate/Bandbreiteneffizienz theoretisch konstant sein müßte, ergibt sich eine Verschlechterung für kleine M . Erklären läßt sich dieses Phänomen mit Hilfe des Abtasttheorems im Frequenzbereich [Fli94]: Eine eindeutige Abbildung der Kanalimpulsantwort im Frequenzbereich mit Hilfe der DFT ist nur für $M \geq L_g$ sichergestellt. Wird diese Forderung nicht eingehalten, so ist die Annahme eines konstanten Frequenzgangs im jeweiligen Teilband nicht mehr gültig. Es kommt zu Aliasing-Effekten im Zeitbereich, die natürlich bei kleinerem M um so deutlicher zu Tage treten.

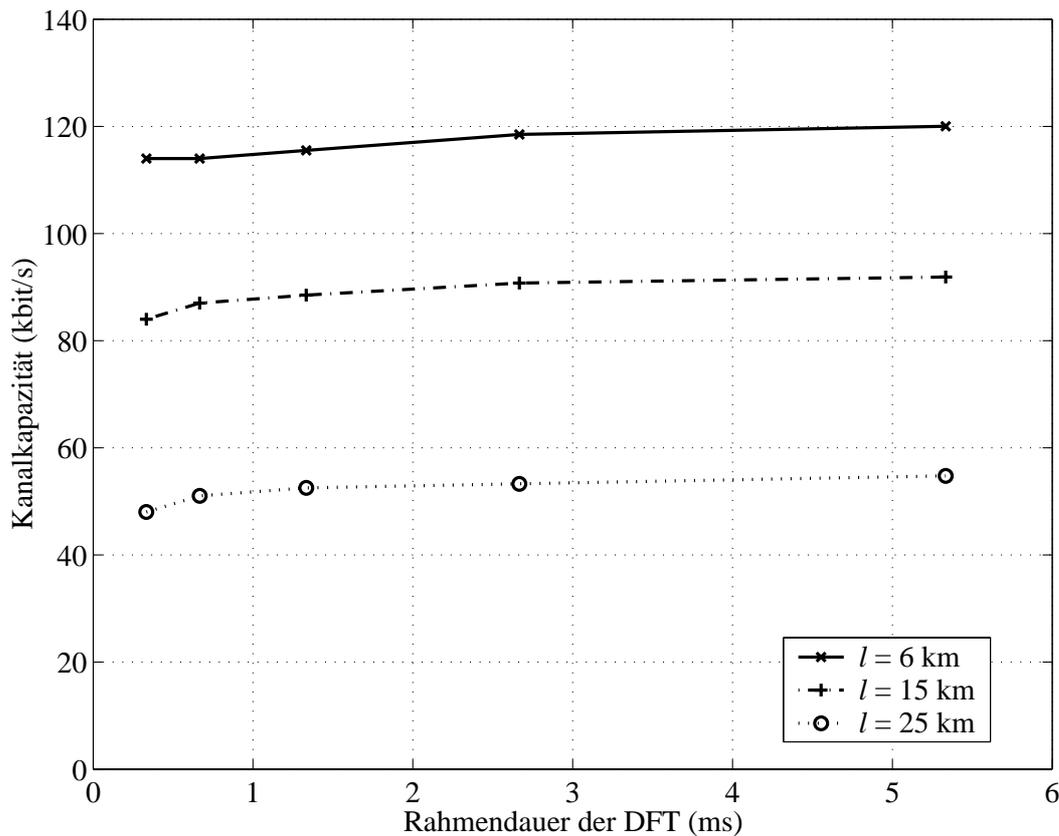


Bild 4.4: Datenrate/Bandbreiteneffizienz in Abhängigkeit von der DFT-Rahmendauer T_M

Wie bereits im Kapitel 3 nachgewiesen, verschlechtert sich für kleinere M die Robustheit der DMT gegenüber zeit- und frequenzselektiven Störungen. Entsprechend Bild 3.10 liefert die Verteilung der Störenergie eines Pulsstörers auf alle Träger natürlich ein um so höheres Rauschniveau, je geringer die Anzahl der Träger bzw. je kürzer die Rahmendauer der DFT ist. Folglich sinkt mit kleiner werdendem M auch die mögliche Übertragungskapazität bei einer vorgegebenen Fehlerrate.

Ebenso streut der Leckeffekt eines Sinusstörers bei kleinerem M und damit schlechterer Frequenzauflösung breiter in die angrenzenden Frequenzbereiche, wie Bild 3.12 belegt. Die Verschlechterung der Leistungsfähigkeit des DMT-Verfahrens für kleinere M ist hierbei noch weitaus deutlicher als im Falle eines Pulsstörers.

Inwieweit die verminderte Anzahl an Stützstellen der Kanal- und Echoschätzung bei Verkleinerung von M die darauf aufbauenden Algorithmusbestandteile, wie z.B. adaptive Nachführung der Kanal- und Echoschätzung und Regelung des Abtastfrequenzoffsets, beeinflusst, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet.

4.2.2 Abtastfrequenz

Da für die Verwendung eines effizienten FFT-Algorithmus die DFT-Länge M im allgemeinen einer Zweierpotenz entspricht, läßt sich die Rahmendauer T_M durch eine

Änderung von M nur in groben Stufen variieren. In Kombination mit einer variablen Abtastfrequenz f_a und Reduzierung der Anzahl der Nutzträger auf eine feste Bandbreite ist auf Kosten eines erhöhten Rechenaufwands praktisch jeder sinnvolle Wert für $T_M = M/f_a$ einstellbar. Zu beachten ist lediglich, daß im Zuge einer Änderung von f_a die Länge des Guard-Intervalls L_g im gleichen Verhältnis geändert werden muß, um ein dem jeweiligen Kanal angepaßtes, konstantes $T_g = L_g/f_a$ zu gewährleisten.

Wie Bild 4.5 verdeutlicht, spielt es keine Rolle, ob T_M durch Änderung von M oder f_a modifiziert wird. Die geringfügigen Abweichungen resultieren lediglich daraus, daß sich T_g mit Hilfe von L_g nicht stufenlos einstellen läßt, sowie aus Quantisierungseffekten infolge der Beschränkung auf quadratische QAM-Konstellationen.

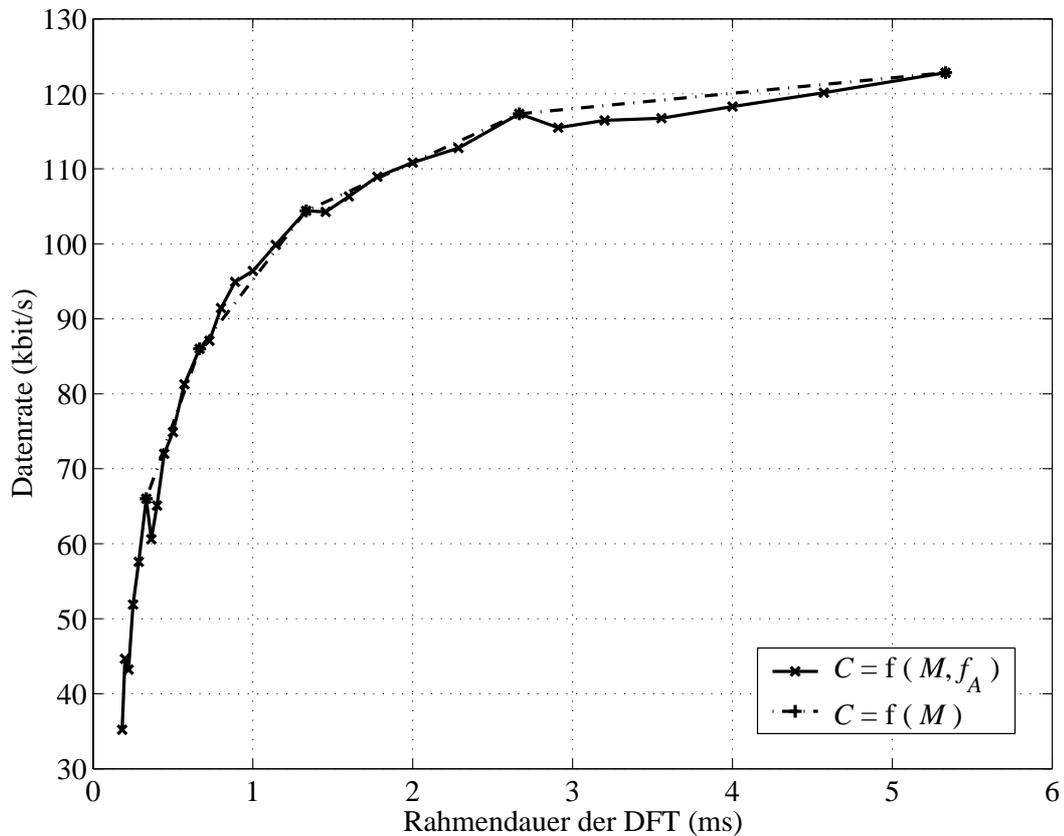


Bild 4.5: Vergleich des Einflusses von DFT-Länge und Abtastfrequenz

Die Verkürzung von T_M durch Erhöhung von f_a hat prinzipiell die gleichen Auswirkungen auf Bandbreiteneffizienz und Störfestigkeit wie die Verkleinerung von M .

4.2.3 Länge des Guard-Intervalls

Verkürzt man nun die Länge des Guard-Intervalls L_g im gleichen Verhältnis wie die DFT-Länge M , so bleibt die Bandbreiteneffizienz des Gesamtsystems erhalten. Allerdings vergrößert sich der durch ISI und ICI hervorgerufene Rauschbeitrag,

da der energetische Anteil der Kanalimpulsantwort außerhalb des Guard-Intervalls größer wird.

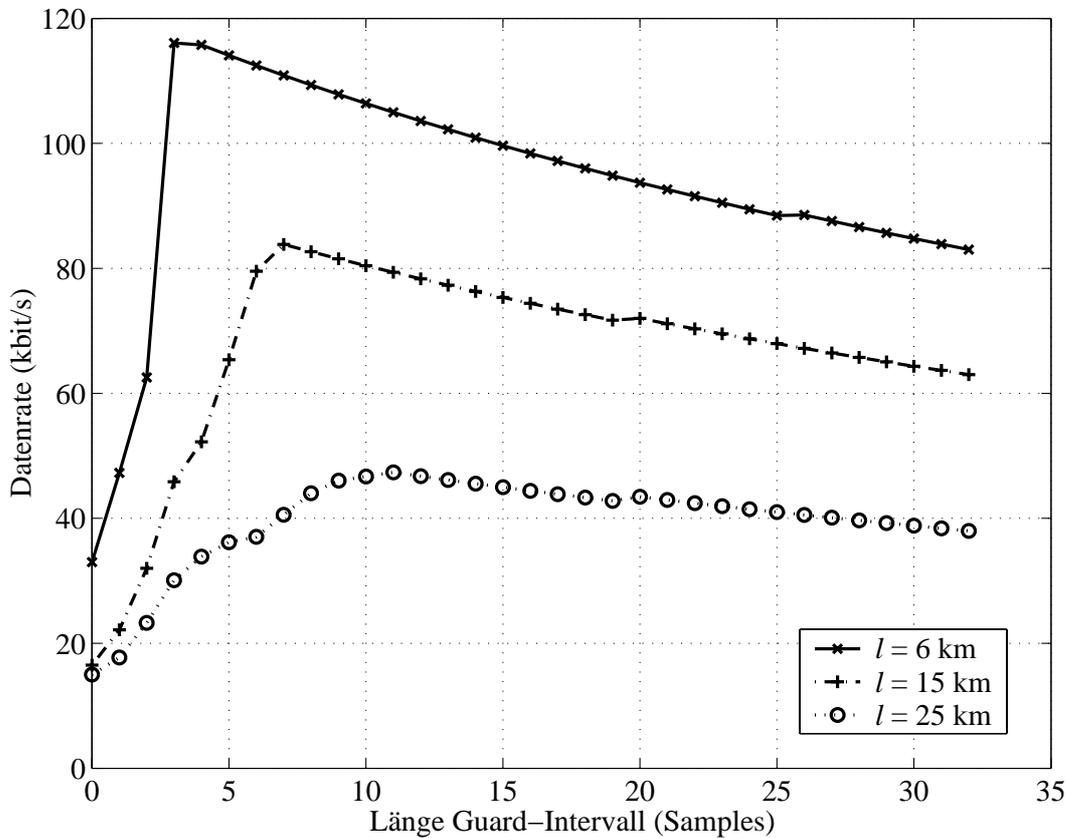


Bild 4.6: Übertragungsrate in Abhängigkeit von der Länge des Guard-Intervalls L_g

Einerseits verschlechtert ein zu großzügig bemessenes Guard-Intervall die Bandbreiteneffizienz und schränkt die maximale Datenrate ein. Andererseits wurde im Abschnitt 3.1.1 sowie in [PSM97] detailliert dargelegt, daß im Falle eines unzureichenden Guard-Intervalls die resultierenden Übersprecheffekte von den rechts- und linksseitig des Guard-Intervalls liegenden Anteilen der Kanalimpulsantwort abhängen. Sofern sich die Energie dieser Funktionsanteile sehr dicht an den Grenzen des L_g -Fensters konzentriert, ist der zu erwartende Störbelag durch ISI/ICI verhältnismäßig gering. Außerdem konzentriert sich bei bandpaßartiger Kanalimpulsantwort das Übersprechen auf die Nutzträger in unmittelbarer Nähe der oberen und unteren Grenzfrequenz. Diese werden aber in einem realen System mit Übertragern und Filtern begrenzter Flankensteilheit im analogen Signalweg ohnehin nicht benutzt. Somit ist zu erklären, daß das hinsichtlich einer maximalen Datenrate optimale L_g nach Bild 4.6 zum Teil deutlich kürzer ist als die effektive Länge der jeweiligen Kanalimpulsantwort nach Tabelle 8.1. Natürlich wird das optimale L_g dabei maßgeblich von dem Niveau des Hintergrundrauschens bestimmt.

4.3 Herkömmliche Verfahren zur Reduzierung der Latenzzeit

Aus der Literatur sind keine Verfahren bekannt, die direkt die Latenzzeit eines DMT-Systems optimieren. Allerdings werden in fast jeder praktischen DMT-Realisierung zusätzliche Verfahren zur Verkürzung der effektiven Länge der Kanalimpulsantwort bzw. der Verbesserung der spektralen Selektivität der DFT angewendet. Dadurch läßt sich das Guard-Intervall deutlich verkürzen, was indirekt auch zu einer Reduzierung der Latenzzeit beiträgt. Der folgende Abschnitt gibt einen Überblick über die gebräuchlichsten Verfahren.

4.3.1 Entzerrung im Zeitbereich (TEQ)

Die Anwendung eines Zeitbereichsentzerrers für einen Mehrträgerempfänger hat den großen Vorteil, daß sich bewährte Verfahren aus der Einträgerentechnik anwenden lassen. Allerdings besteht bei der Optimierung der Entzerrerkoeffizienten kein direkter Bezug zur eigentlichen Zielfunktion, der Maximierung der Datenrate unter den gegebenen Bedingungen. In jedem Fall stellt das Ergebnis einen suboptimalen Kompromiß dar, da für jedes Teilsignal auf den äquidistanten Trägerfrequenzen derselbe Entzerrer verwendet wird.

4.3.1.1 Allgemeine Definition

Ein Zeitbereichsentzerrer wird dem ursprünglichen DMT-Empfänger vorangestellt und dient dazu, das Empfangssignal teilweise oder gar vollständig zu entzerren, um damit den Entzerrungsaufwand im Frequenzbereich zu reduzieren bzw. den FEQ vollständig zu ersetzen. Die Grundidee wird aus Bild 4.7 ersichtlich.

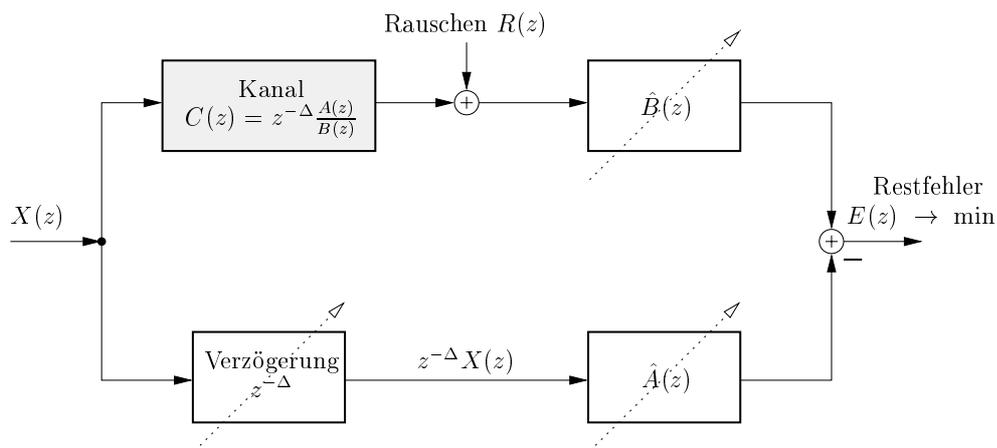


Bild 4.7: Bestimmung der Modellparameter für Zeitbereichsentzerrung

Der Übertragungskanal $c(n) \circ \bullet C(z)$ wird als gebrochen rationale Übertragungs-

funktion in z aufgefaßt:

$$C(z) = z^{-\Delta} \cdot \frac{A(z)}{B(z)}. \quad (4.5)$$

Die Modellparameter $\hat{A}(z)$, $\hat{B}(z)$, Δ werden so adaptiert, daß der Restfehler $E(z)$ möglichst klein ist und dabei die Modelldimensionen, d.h. der Polynomgrad von $\hat{A}(z)$ und $\hat{B}(z)$ ebenfalls sehr gering ausfällt. Die berechneten Parameter werden auf entsprechende Entzerrerstrukturen angewendet, die im folgenden näher erläutert werden.

4.3.1.2 Vorentzerrer-Filter

Bestandteil der meisten DMT-Realisierungen ist ein kurzes FIR-Filter, welches der FFT im Empfänger vorangestellt ist. Dieses Vorentzerrer-Filter (Time domain Equalizer - TEQ) vollführt lediglich eine teilweise Vorentzerrung des Kanals, wobei die Filterkoeffizienten $w(n)$ mit dem IIR-Anteil des ermittelten Kanalmodells aus Bild 4.7 korrespondieren:

$$w(n) = \hat{b}(n) \circ \bullet \hat{B}(z). \quad (4.6)$$

Durch Filterung des Empfangssignals mit $w(n)$ wird unter idealen Bedingungen der IIR-Anteil der Kanalimpulsantwort eliminiert, wodurch sich die effektive Länge von $c(n)$ auf die Länge der sogenannten Zielimpulsantwort (Target Impulse Response - TIR) $\hat{a}(n) \circ \bullet \hat{A}(z)$ verkürzt. Wählt man folglich in Kombination mit diesem TEQ ein Guard-Intervall mit $L_g = L_{\hat{a}(n)} - 1$, so ist ISI/ICI-freie Übertragung gewährleistet, vorausgesetzt die Parameterwahl ist sinnvoll, und der Restfehler konvergiert gegen Null.

Die Verfahren zur Adaption der TEQ-Koeffizienten lassen sich in drei Gruppen aufteilen:

1. Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers (Minimum Mean Square Error - MMSE) zwischen tatsächlicher Kanalimpulsantwort und Impulsantwort des gewählten Modells,
2. Maximierung des Verhältnisses der Energie innerhalb zu außerhalb des Guard-Intervalls für das Faltungsprodukt aus $c(n)$ und $w(n)$, auch als MSSNR-Kriterium (Maximized Shortening Signal-to-Noise Ratio) bezeichnet,
3. Maximierung des geometrischen Mittels des Störabstands der Nutzträger, auch als MGSNR-Kriterium (Maximized Geometric SNR) bezeichnet.

Die Verfahren der ersten beiden Gruppen operieren in Anlehnung an bekannte Verfahren aus der Einträgerechnik fast ausschließlich im Zeitbereich und haben damit keinen direkten Bezug zur eigentlichen Zielfunktion, der Übertragungskapazität. Die Verfahren der dritten Gruppe hingegen versuchen, direkt die Übertragungskapazität zu maximieren, allerdings mit erheblich höherem Aufwand.

Bei der Adaption nach dem MMSE-Kriterium wird das im MMSE-Sinne optimale Ersatzmodell $\hat{A}(z)/\hat{B}(z)$ für die Übertragungsfunktion $C(z)$ bestimmt. Die Koeffizienten des TEQ-Filters ergeben sich aus $\hat{B}(z) \bullet \text{---} \circ \hat{b}(n)$ unter der Annahme, daß sich $c(n)$ durch Faltung mit $\hat{b}(n)$ idealerweise auf die Länge der Zielimpulsantwort $\hat{a}(n)$ verkürzt.

Chow und Cioffi [CC92] sind die ersten, die dieses Verfahren für Mehrträger-Übertragung adaptieren. Zur Vermeidung der trivialen Lösung wird dabei einer der Koeffizienten in $\hat{b}(n)$ auf den Wert 1 festgelegt (Unit Tap Constraint - UTC). Recheneffizientere Varianten folgten in [LCC95] und [LC95]. Al-Dhahir und Cioffi beweisen in [ADC96b], daß die Nebenbedingung einer normierten Energie von $\hat{b}(n)$ (Unit Energie Constraint - UEC) einen kleineren MSE liefert als UTC. Melsa et al schlagen in [MCR96, MYR96] für den Fall einer Duplex-Übertragung mit Echokompensation eine gleichzeitige Verkürzung der Echoantwort vor.

Chow et al [CCB93] propagieren eine Kombination aus Adaption im Zeit- und Frequenzbereich. Wang und Adali [WA99a, WA99b, WA00b, WA00a] lösen das TEQ-Problem komplett im Frequenzbereich. Dabei wird vorhandene Redundanz im Frequenzbereich ausgenutzt, indem mittels einer Gewichtungsfunktion nicht benutzte Träger bei der Optimierung ausgeblendet werden.

Beim MSSNR-Ansatz unterteilt man analog zu Bild 3.3 die Kanalimpulsantwort in drei Abschnitte: ein Kernsegment, welches die $L_g + 1$ Koeffizienten innerhalb des Guard-Intervalls umfaßt, einen Kopfteil mit den Vorschwingern sowie einen Fußteil mit den Nachschwingern. Ziel der MSSNR-Optimierung ist es, das Verhältnis der Energie innerhalb des Guard-Intervalls zur Energie außerhalb des Guard-Intervalls, das sogenannte Shortening Signal-to-Noise Ratio (SSNR), zu maximieren. Im Gegensatz zum MMSE-Ansatz findet dabei die Abweichung der realen Zielimpulsantwort vom modellhaften Verlauf innerhalb des Guard-Intervalls keine Beachtung. MSSNR-Verfahren setzen die Kenntnis der Kanalimpulsantwort voraus.

Melsa, Younce und Rohrs [MCR96] maximieren das SSNR, indem sie mit der Nebenbedingung einer konstanten Energie innerhalb des Kernsegments die Energie außerhalb minimieren. Es wird eine rechenaufwendige optimale Lösung sowie ein Least-Squares-Ansatz vorgeschlagen. Nafie et al. [NG97] überführen den MSSNR-Ansatz von Melsa et al. in eine statistische Beschreibungsform, die nicht die Kenntnis der Kanalimpulsantwort voraussetzt. Nachteil beider Methoden ist, daß die Länge des TEQ-Filters nicht größer sein darf als die Länge des Guard-Intervalls.

Yin und Yue [YY98] verwenden den gleichen Ansatz wie Melsa et al., definieren jedoch, ausgehend von der Tatsache, daß der Idealfall der vollständigen Eliminierung der Vor- und Nachschwinger praktisch auszuschließen ist, als Nebenbedingung eine konstante Energie außerhalb des Kernsegments bei Maximierung der inneren Energie. Der Vorteil gegenüber der Methode von Melsa et al. besteht darin, daß damit die Beschränkung hinsichtlich der Länge des TEQ-Filters aufgehoben wird.

Weder bei dem Verfahren von Melsa et al. noch dem von Yin und Yue lassen sich die spektralen Eigenschaften des Faltungsprodukts aus Kanal und TEQ beeinflussen. Im Sinne einer maximalen Kanalkapazität ist damit kein optimales Ergebnis erzielbar. Wang et al. [WALV99] versuchen, diesem Nachteil entgegenzuwirken, indem sie

die Zielfunktion der Optimierung um eine Gewichtungsfunktion ergänzen, welche den Frequenzgang des Vorentzerrers beeinflusst. Damit lassen sich die Entzerrungseigenschaften in den Bereichen nicht benutzter Träger untergewichten.

Der MSSNR-Algorithmus erfordert eine aufwendige Cholesky-Zerlegung nebst Eigenvektorbestimmung und ist dadurch nur bedingt für eine praktische Realisierung geeignet. Durch Anwendung der sogenannten Inversen Leistungsmethode (Inverse Power method) läßt sich der Berechnungsaufwand reduzieren [CTLT99]. Eine suboptimale, aber sehr recheneffiziente Methode zur Lösung des MSSNR-Problems wird von Lu et al. in [LCAE00] vorgeschlagen. Das sogenannte „Divide-and-Conquer“-Verfahren (DC) basiert auf einer Zerlegung des ursprünglichen Problems in kleinere Teilprobleme, welche mit geringem Aufwand gelöst und anschließend wieder kombiniert werden. Dabei werden zwei unterschiedliche Strategien verfolgt: „Divide-and-Conquer by Cancellation“ (DCC) und „Divide-and-Conquer by Minimization“ (DCM). Bei praktischem Einsatz erweist sich das DCC-Verfahren außerdem als sehr robust gegenüber additivem Kanalrauschen [Pfl01].

Sowohl das MMSE- als auch das MSSNR-Verfahren optimieren vorrangig im Zeitbereich. Eine direkte Maximierung der eigentlichen Zielfunktion, der Kanalkapazität, findet nicht statt. Ein optimales Ergebnis in diesem Sinne ist deshalb nicht gewährleistet.

Al-Dhahir und Cioffi zeigen in [ADC96c], daß eine Maximierung der Kanalkapazität in guter Näherung der Maximierung des geometrischen Mittels der Störabstände der Nutzträger entspricht und formulieren ein alternatives Entwurfsverfahren auf dieser Basis. Allerdings resultiert daraus ein aufwendiges, nichtlineares Optimierungsproblem, und aufgrund einiger Vereinfachungen ist das Ergebnis nicht optimal.

Arslan et al. [AEK01] überführen das nichtlineare Optimierungsproblem der Maximierung der Kanalkapazität in ein aufwandsreduziertes Verfahren, welches stattdessen das Symbolübersprechen minimiert. In [WAE00] werden Methoden für eine recheneffiziente Realisierung dieses Verfahrens diskutiert. Ein weiteres Verfahren auf der Basis des MGSNR-Ansatzes wird in [HK00] vorgeschlagen.

MGSNR-basierte Verfahren liefern deutlich bessere Ergebnisse als MMSE- bzw. MSSNR-basierte Verfahren, besitzen jedoch den entscheidenden Nachteil eines erheblichen Rechenaufwands. Dadurch ist eine praktische Realisierung in der Regel nicht sinnvoll.

4.3.1.3 Vollständige Entzerrung

Daß in der Praxis die Kombination aus Guard-Intervall und teilweiser Vorentzerrung des Empfangssignals mittels TEQ weitverbreitet ist, hat seine Gründe. Eine vollständige Invertierung des Frequenzgangs erfordert den Einsatz rekursiver Filter und ist problematisch, wenn die Übertragungsfunktion des Kanals Nullstellen nahe oder auf dem Einheitskreis aufweist. Ein entsprechendes lineares IIR-Filter zur Eliminierung des Zähleranteils $A(z)$ in $C(z)$ ist unter Umständen instabil und neigt zu erheblicher Rauschverstärkung bzw. Rauschfärbung, die für nachfolgende Algorithmusbestandteile, wie beispielsweise Viterbi-Detektoren, von Nachteil sein kann.

Deshalb bedient man sich nichtlinearer Verfahren wie der aus der traditionellen Einträgertechnik bekannten Entzerrung mit quantisierter Rückführung (Decision Feedback Equalization - DFE) [Kam96]. Wie man in Bild 4.8 erkennen kann, wird das

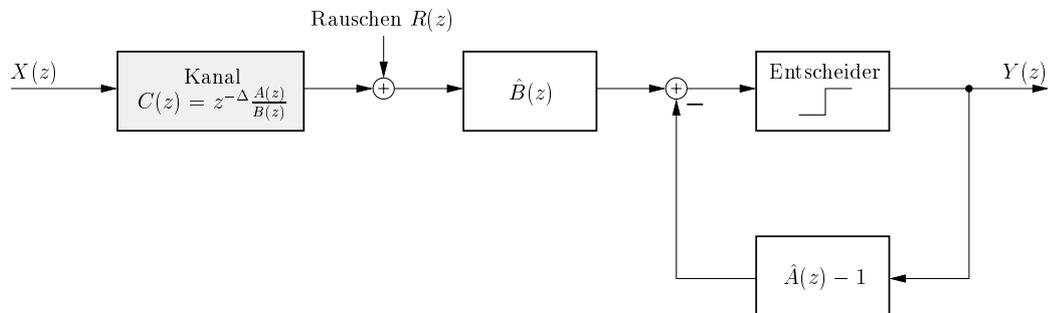


Bild 4.8: Vollständige Entzerrung des Übertragungskanals durch Entzerrer mit quantisierter Rückführung

Restfehler-behaftete Empfangssignal vor der Rückkopplung zunächst einer Entscheidung bzw. Quantisierung unterworfen. Dadurch werden Fehlerfortpflanzung und Instabilitäten vermieden.

Die Anwendung des DFE für DMT gestaltet sich als aufwendig, da eine Entscheidung und Rückführung erst nach erfolgter FFT-Operation möglich ist. Trotz effizienter Methoden zur Berechnung von MMSE-basierten DFE endlicher Länge [LC95, ADC95a, ADC95b, ADC96a, ADSC97] hat sich deshalb die vollständige Entzerrung im Zeitbereich gegenüber der einfacheren Guard-Intervall-Methode in der Praxis nicht durchgesetzt.

4.3.2 Entzerrung im Frequenzbereich (FEQ)

Bei vollständigem Verzicht auf ein Guard-Intervall besteht außer der Verwendung eines Entzerrers mit quantisierter Rückführung auch die Möglichkeit, die Entzerrung vollständig in den Frequenzbereich zu verlagern. Dafür wird der einfache DMT-FEQ durch einen Block-Entzerrer ersetzt, der in Form einer vollständig besetzten Matrix den FFT-Ausgabevektor auf das entzerrte Empfangssymbol abbildet. Im Grunde handelt es sich also um einen Linearen Kombiniierer, der jedes Teilsignal des Empfangssymbols aus einer gewichteten Kombination aller FFT-Ausgabewerte zusammensetzt. Das hat den Vorteil, daß eine optimale Entzerrung für jeden Träger gewährleistet ist. Nachteilig ist, daß sich dadurch der Entzerrungsaufwand erheblich erhöht. Strukturelle Vereinfachungen sind zwar möglich, liefern aber für den Fall des DFT-basierten DMT-Verfahrens, sofern man die vollständige Verwendung aller Nutzträger annimmt, keine befriedigenden Ergebnisse.

4.3.2.1 Allgemeine Definition

Bei Weglassen des Guard-Intervalls ergibt sich entsprechend Gl. (2.47) die Übertragungsfunktion $\mathbf{T}(z)$ des DMT-Systems mit Linearkombinierer im Frequenzbereich als

$$\mathbf{T}(z) = 1/M \cdot \mathbf{E}(z) \cdot \mathbf{W}(z) \cdot z^{-1} \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{W}^*(z). \quad (4.7)$$

$\mathbf{W}^*(z)$ und $\mathbf{W}(z)$ beschreiben hierbei die Polyphasenmatrizen einer blockweisen IDFT über die einander durch ISI beeinflussenden Sendesymbole bzw. einer blockweisen DFT über die vom Entzerrer berücksichtigten Empfangssymbole. Ebenso läßt sich die Entzerrermatrix $\mathbf{E}(z)$ nicht mehr auf ihre Diagonalelemente reduzieren, da die Kanalmatrix $\mathbf{C}(z)$, bedingt durch das fehlende Guard-Intervall, nunmehr eine rein sequentielle Faltung beschreibt.

Zur Ableitung des Zero-Forcing-Kriteriums empfiehlt sich eine Matrixbeschreibung von Gl. (4.7) im Zeitbereich. In der allgemeinsten Form lautet diese

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= 1/M \cdot \underset{M \times mM}{\mathbf{E}} \cdot (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{W}_M) \cdot \underset{mM \times (m+\ell_h+\ell_t)M}{\mathbf{C}} \cdot (\mathbf{I}_{m+\ell_h+\ell_t} \otimes \mathbf{W}_M^*) \\ &= [\mathbf{0}_{M \times (\ell_t + \Delta)M} \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_{M \times (\ell_h + m - \Delta - 1)M}]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

M entspricht der Symbollänge, m beschreibt die Anzahl der aufeinanderfolgenden Symbole, die vom Entzerrer berücksichtigt werden, und ℓ_h sowie ℓ_t die ganzzahlige Anzahl der Symbole, die vom Kopfteil bzw. Fußteil der Kanalimpulsantwort überspannt werden, d.h. $\ell_h = \lceil L_h/M \rceil$ und $\ell_t = \lceil L_t/M \rceil$. Δ steht für eine zusätzliche Blockverzögerung, frei wählbar in dem Bereich $0 \leq \Delta < m$.

4.3.2.2 Strukturelle Vereinfachungen

Der FEQ in seiner allgemeinsten Form entsprechend der Definition in Gl. (4.7) bedeutet, daß jeder Koeffizient des transformierten Vektors mit jedem anderen kombiniert wird. Dieser hohe Rechenaufwand läßt sich unter bestimmten Bedingungen auf eine geringe Anzahl signifikanter Linearkombinationen reduzieren, ohne daß sich die Leistungsfähigkeit des Verfahrens entscheidend verschlechtert:

Die Orthogonalität der für Mehrträgerverfahren verwendeten Transformationen erlaubt bei idealen Bedingungen perfekte Rekonstruktion des Sendesignals trotz überlappender Spektren der Basisfilter der korrespondierenden Filterbank. Sobald jedoch die Orthogonalitätsbedingungen verletzt sind, stellt sich Übersprechen zwischen den Teilkanälen ein. In Abhängigkeit von der Breite des Durchlaßbereiches der Basisfilter beeinflussen die direkten Nachbarn den betroffenen Träger dabei stärker als spektral weiter entfernte Träger. Aus dieser Überlegung heraus läßt sich die Struktur des FEQ deutlich vereinfachen, indem man für die Entzerrung des betrachteten Trägers lediglich eine begrenzte Nachbarschaft von $\pm w$ Trägern über m aufeinanderfolgende Symbole miteinander kombiniert. Wie sich aus dem Besetztheitsgrad der Entzerrermatrix in Bild 4.9 erkennen läßt, sinkt die Anzahl der notwendigen Operationen von $M \cdot mM$ auf lediglich $M \cdot m(2w + 1)$.

Dieser Ansatz liefert erstaunlich gute Ergebnisse, wenn die Sperrdämpfung der

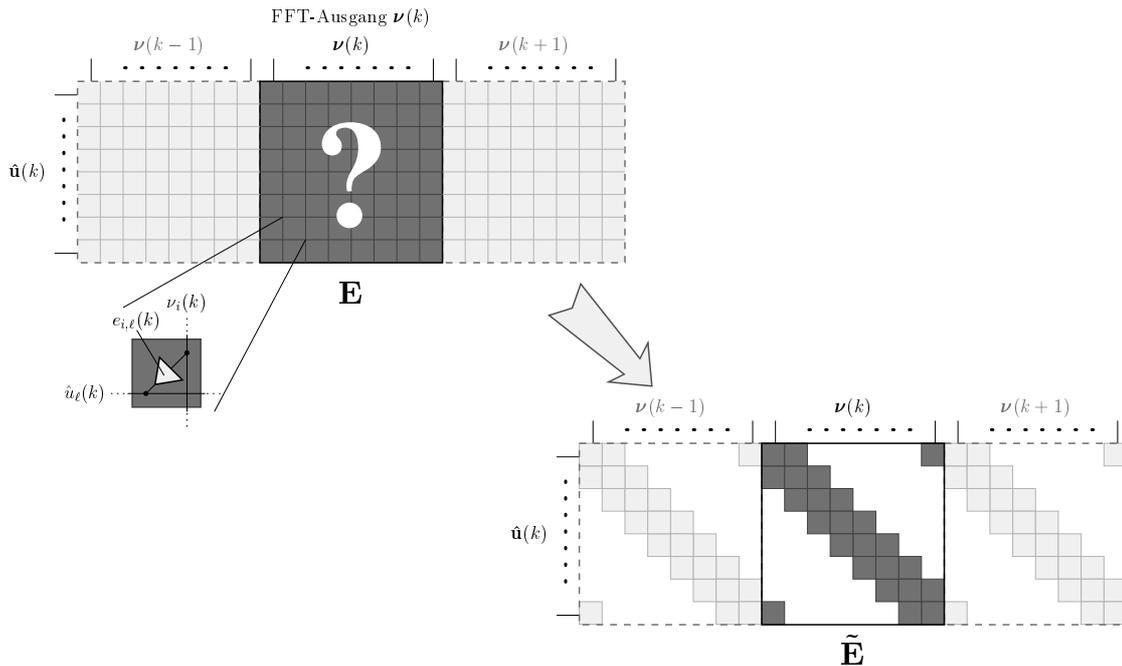


Bild 4.9: Vereinfachte FEQ-Struktur

Basisfilter der zugrundeliegenden Filterbank sehr hoch ist, wie beispielsweise im Falle von Mehrträgerverfahren, die auf kosinus-modulierten Filterbänken basieren [RPN94, ST95]. Im Falle der DFT-basierten DMT ist die Sperrdämpfung der Basisfilter jedoch sehr schlecht und der vereinfachte FEQ nach Bild 4.9 liefert lediglich moderate Ergebnisse, wie man dem Vergleich in Bild 7.5 entnehmen kann.

4.3.2.3 Per-Tone Equalizer

Die meisten DMT-basierten xDSL-Empfänger benutzen einen TEQ nach Abschnitt 4.3.1.2. Wie jedoch bereits erwähnt wurde, ist es schwer, einen optimalen TEQ zu bestimmen, da kein direkter Zusammenhang zwischen den verwendeten Optimierungskriterien im Zeitbereich und der resultierenden Übertragungskapazität besteht.

In [ALM⁺01] wird ein Verfahren namens „Per-Tone“-Entzerrung (PTEQ) vorgeschlagen, das man als eine Verallgemeinerung des TEQ-Ansatzes auffassen kann. Als spezielle Form eines FEQ wird die Faltung mit dem TEQ komplett in den Frequenzbereich verlagert. Dort werden die TEQ-Koeffizienten für jeden Träger separat im MMSE-Sinne optimiert. Somit erhält jeder Teilkanal seinen eigenen Vorentzerrer.

In [ALM⁺01] wird die Übertragungskapazität bei Verwendung des PTEQ mit einem herkömmlichen TEQ in Abhängigkeit des kritischen Entwurfsparameters Δ , dem zeitlichen Versatz der Zielimpulsantwort, verglichen. Während für den TEQ die Übertragungskapazität bei sich änderndem Δ stark variiert, zeigt sich für den PTEQ ein harmonischer Verlauf der Datenrate. Für beliebige Δ ist die Leistungsfähigkeit des Per-Tone-Entzerrers stets gleich gut oder besser als die des TEQ, was sich dadurch erklären läßt, daß der TEQ einen eingeschränkten Spezialfall des PTEQ darstellt.

Durch die Verlagerung eines TEQ-Filters mit L_{TEQ} Koeffizienten in den Frequenzbereich wären normalerweise L_{TEQ} gleitende FFT-Operationen notwendig, bei denen sich das Zeitfenster der FFT jeweils um einen Abtastwert verschiebt. Diese sogenannte Sliding-FFT läßt sich jedoch auf eine FFT-Operation zurückführen, aus der mittels Phasenkorrekturen und Offset-Operationen die fehlenden FFT-Vektoren ermittelt werden [FBL92]. Dadurch liegt die Komplexität des PTEQ in der Größenordnung des TEQ-basierten DMT-Entzerrers.

Der größte Nachteil des PTEQ besteht darin, daß die Anzahl der zu adaptierenden Filterkoeffizienten um den Faktor M ansteigt. Der damit verbundene hohe Initialisierungsaufwand läßt sich reduzieren, indem man benachbarte Träger zu Gruppen zusammenfaßt, die jeweils einen gemeinsamen Entzerrer verwenden [ALMP99, ALMP00].

Bei Anwendung eines PTEQ ist weiterhin ein Guard-Intervall erforderlich, da, wie auch beim TEQ, das Empfangssymbol nicht vollständig entzerrt wird. Außerdem bleibt existierende Redundanz im Frequenzbereich ungenutzt.

4.3.3 Alternative Strukturen

Im folgenden werden weitere aus der Literatur bekannte Methoden vorgestellt, die indirekt eine Verkürzung der Latenzzeit ermöglichen. Die höhere Robustheit gegenüber ISI/ICI wird bei diesen Verfahren entweder durch Zufügung zusätzlicher Redundanz oder durch grundlegende strukturelle Änderungen erzielt.

4.3.3.1 Pulsformung/Fensterung

Pulsformung/Fensterung ist eine Erweiterung des DMT-Verfahrens, um die spektrale Überschneidung der Teilsignale zu reduzieren, ohne gleichzeitig auf die einfache Entzerrungsmethode mittels Guard-Intervall und einer komplexen Multiplikation pro Träger zu verzichten.

Das Sendesymbol wird zuzüglich zum Guard-Intervall um eine weitere, bestimmte Anzahl von Abtastwerten erweitert. Anschließend wird die Einhüllende eines Symbols sowohl sender- als auch empfängerseitig mit einer geeigneten Fensterfunktion gewichtet. Bei entsprechender Wahl der Fensterfunktionen ist perfekte Entzerrung garantiert, sofern die Länge der Kanalimpulsantwort die Länge des Guard-Intervalls nicht überschreitet.

Im Unterschied zu herkömmlicher DMT beschränkt sich ISI/ICI bei unzureichendem Guard-Intervall dank der Pulsformung/Fensterung auf wenige benachbarte Träger und bleibt so unter dem Niveau des normalen Hintergrundrauschens.

Interessanterweise läßt sich zeigen, daß bei Verwendung eines Per-Tone-Entzerrers nach [ALM⁺01] die zur Fensterung im Zeitbereich äquivalenten Operationen im Frequenzbereich ohne Mehraufwand in die Struktur des Per-Tone-FEQ integriert werden können.

Pulsformung/Fensterung wird aufgrund seiner geringen Komplexität in den meisten DMT-Systemen eingesetzt [PPMV00]. Es ist jedoch kein Ersatz für ein Guard-

Intervall, sondern dient lediglich dazu, die Robustheit des DMT-Verfahrens gegenüber ISI/ICI und frequenzselektiven Störern zu erhöhen. Außerdem führt die notwendige Erweiterung des Sendesymbols zu einer zusätzlichen Verschlechterung der Bandbreiteneffizienz und beschränkt den Einsatz dieses Verfahrens auf verhältnismäßig große Symbolängen.

4.3.3.2 Vorkodierer im Sender

Vorkodierung ist neben der Entzerrung mit quantisierter Rückführung (siehe Abschnitt 4.3.1.3) ein weiteres Verfahren, das seine Ursprünge in der Einträgerübertragung hat. Vorkodierung auf der Senderseite wird dann angewendet, wenn durch kodierte Modulation, wie beispielsweise Trellis-Kodierung, und der damit verbundenen verzögerten Dekodierung die Entzerrung mittels eines entscheidungsrückgekoppelten Entzerrers auf der Empfängerseite nicht möglich ist.

Die bekannteste Vorkodierungsmethode ist der sogenannte Tomlinson-Harashima-Vorkodierer (Tomlinson Harashima Precoder - THP) [Tom71, HM72]. Hierbei wird das Sendesignal vorverzerrt, so daß es bei Übertragung über einen linearen, dispersiven Kanal unverzerrt den Empfänger erreicht.

Die Vorverzerrung bedingt eine höhere Sendeleistung, wodurch sich ein gewisser Vorkodierungsverlust einstellt. Im Falle des THP wird der Vorkodierungsverlust dadurch gering gehalten, daß die Sendedaten mit einer sogenannten Vorkodierungssequenz überlagert wird, die dafür sorgt, daß die Amplitude des Sendesignals einen bestimmten Wert nicht überschreitet. Auf der Empfängerseite wird die Vorkodierungssequenz durch eine einfache Modulo-Operation wieder entfernt.

Vorkodierung mittels THP wurde in [CC98] für DMT-Verfahren adaptiert. Die Anwendung beschränkt sich jedoch auf die Kombination mit einem Guard-Intervall zur Reduzierung von ISI/ICI, wenn $L_g < L_c - 1$.

Der größte Nachteil des THP-Verfahrens ist die erhöhte Sendeleistung durch die Überlagerung mit der Vorkodierungssequenz, insbesondere wenn der Kanalfrequenzgang Nullstellen aufweist. Außerdem erhöht sich durch THP der Crest-Faktor des Sendesignals, welcher das Verhältnis zwischen Spitzenwert und Effektivwert der Signalamplitude angibt und bei DMT ohnehin schon sehr hoch ist [FH97].

4.3.3.3 MIMO-Entzerrer

Erkauft man sich das einfache Prinzip der zyklischen Erweiterung durch aufwendige Maßnahmen der Vorentzerrung bzw. Vorkodierung, oder verwendet man zur Transformation Filterbänke, die nicht die zyklische Eigenschaft der IDFT/DFT aufweisen [CEÖC00], so bietet sich als alternative Entzerrungsmethode der sogenannte MIMO-Entzerrer an. In seiner allgemeinsten Form bestimmt der MIMO-Entzerrer die entzerrten Empfangssymbole aus dem Ausgabevektor der empfangsseitigen Transformation mittels Invertierung der Übertragungsmatrix des Gesamtsystems.

Im Gegensatz zum allgemeinen FIR-basierten FEQ aus Abschnitt 4.3.2.1 schließt der MIMO-Entzerrer auch die Verwendung von IIR-Filtern ein. So läßt sich beispiels-

weise das aus der Einträgerechnik bekannte Prinzip der Entzerrung mit quantisierter Rückführung auf jeden Übertragungszweig des Mehrträgersystems anwenden. Zusammengefasst ergibt dies einen entscheidungsrückgekoppelten MIMO-Entzerrer, der, eine beliebige Größe vorausgesetzt, unabhängig von der verwendeten orthogonalen Transformation, asymptotisch stets die gleiche Leistungsfähigkeit aufweist [VLMC99]. Ein weiteres Beispiel ist der überabgetastete MIMO-Entzerrer: Statt einer symbolweisen Transformation werden gleitende Transformationen im Abtasttakt des Zeitsignals ähnlich des Per-Tone-Entzerrers in [ALM⁺01] ausgewertet. In der Tat ist der Per-Tone-Entzerrer ein Spezialfall eines überabgetasteten MIMO-Entzerrers. Die Kombination der gleitenden Transformationen mit den nachgeschalteten MIMO-Entzerrerblöcken ergibt eine überabgetastete Filterbank, die als sogenanntes SIMO-System (Single Input Multiple Output) aufgefaßt werden.

In [Mer99] wird ähnlich dem Per-Tone-Verfahren [ALM⁺01] ein weiterer SIMO-Empfänger vorgeschlagen. Die Filter der Empfängerfilterbank werden nicht für vollständige Entzerrung optimiert, sondern verkürzen die Impulsantwort jedes Übertragungszweiges auf eine definierte effektive Länge. Anschließend erfolgt die eigentliche Dekodierung mit einem Viterbi-Detektor sehr geringer Komplexität. Die Restlänge ist variabel, und bei 1 geht die Lösung in den herkömmlichen MMSE-Empfänger über, wie er auch in [TG96, RK90, Van96, VCD⁺98, WF97] bzw. Abschnitt 6.3 beschrieben ist.

Mit einer sendeseitigen kosinus-modulierten Filterbank, basierend auf einem ELT-Prototypfilter (Extended Lapped Transform) [Mal92], ist die Kombination aus verkürztem Kanal und Viterbi-Detektor dem herkömmlichen MMSE-Empfänger überlegen.

Man kann dieses Verfahren auch als eine Mehrträgeradaptierung der von Kammeyer in [Kam94] für die Einträgerechnik vorgeschlagenen TEQ-Methode auffassen. Kammeyer wies nach, daß eine MMSE-basierte Berechnung der Entzerrerkoeffizienten gegenüber der Eigenvektormethode von Falconer und Magee [FM73] eine weniger stark ausgeprägte Färbung des weißen Hintergrundrauschens des Übertragungskanal bewirkt, was letztlich zu einer verbesserten Leistungsfähigkeit des nachgeschalteten Viterbi-Detektors führt.

Nachteil dieses Verfahrens ist die hohe Komplexität bei der Initialisierung der Koeffizienten und der Realisierung der Filterbank.

4.3.3.4 Filterbänke mit überlappenden Basisfiltern

In [ST95] wird gezeigt, daß die Verwendung von kosinus-modulierten Filterbänken, hier als DWMT (Discrete Wavelet Multi-Tone) bezeichnet, eine neue Form der Mehrträger-Datenübertragung ermöglicht, welche deutlich robuster auf ISI/ICI und schmalbandige Störer im Frequenzband reagiert. Dieses Ergebnis ist um so beeindruckender, wenn man bedenkt, daß der Vergleich zwischen einem Standard-DMT-Verfahren mit Guard-Intervall und einer DWMT-Variante ohne Guard-Intervall bei gleicher Blocklänge M durchgeführt wurde. Letztere Aussage wird durch die Feststellung in [RPN94] bestätigt, daß die Verwendung einer zyklischen Erweiterung im Falle

kosinus-modulierter Filterbänke keinen Performance-Gewinn erbringt.

Die höhere Leistungsfähigkeit der Filterbänke bzw. überlappenden Transformationen erklärt sich hauptsächlich aus der besseren Selektivität der Teilbänder. Jüngere Veröffentlichungen zu biorthogonalen modulierten Filterbänken haben gezeigt, daß sich die Sperrbanddämpfung des Tiefpaß-Prototypen, aus dem alle Basisfilter mittels entsprechender Modulation abgeleitet werden, erhöhen und die spektrale Überlappung verringern läßt, ohne daß sich die Verzögerung des Gesamtsystems erhöht [Sch96, HKN99]. Aus dieser Hinsicht sind biorthogonale modulierte Filterbänke für diese Arbeit besonders interessant, da die Latenzzeit des Systems den kritischsten Parameter darstellt.

In Kapitel 6 wird die in [ST95] und [RPN94] vorgeschlagene Verwendung kosinus-modulierter Filterbänke wieder aufgegriffen und in Kombination mit verschiedenen Empfängerstrukturen für eine minimale Latenzzeit optimiert.

4.3.3.5 Redundante Filterbänke

In [Xia97, SGB99] wird die Idee präsentiert, redundante Filterbänke als ein Art Vorkodierer für Mehrträger-Datenübertragung einzusetzen. Redundanz wird im Sender eingefügt mit der Zielsetzung, den Entzerrungsaufwand im Empfänger zu reduzieren. Während man sich in [Xia97] auf die Ableitung der Existenzbedingungen der FIR-Inversen der Sender- und Kanalmatrizen, also der Existenz einer Zero-Forcing-Entzerrermatrix, konzentriert, berücksichtigt man in [SGB99] auch die MMSE-Optimierung des Empfängers. Dabei beschränkt man sich in [SGB99] allerdings darauf, daß die Länge der Kanalimpulsantwort bzw. der Basisfilter den Wert $P = M + L$ nicht überschreitet, wobei M entsprechend DMT-Kontext die Blocklänge und L die Anzahl der eingefügten Redundanzkoeffizienten, anstelle des Guard-Intervalls der DMT, beschreibt. Aufgrund dieser Einschränkung entspricht die minimale Latenzzeit dieses Systems dem Vierfachen der Länge der Kanalimpulsantwort, was für eine effiziente Verkürzung der Durchlaufzeit eine zu große Einschränkung darstellt. Eine Entkopplung der Symbollänge von der Länge der Kanalimpulsantwort läßt sich nur mit überlappenden Basisfiltern erreichen.

4.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Latenzzeit eines DMT-Systems in Abhängigkeit von den typischen DMT-Parametern hergeleitet. Für ein DMT-System mit optimaler Hardwareauslastung ergibt sich eine Durchlaufzeit, die der vierfachen Symboldauer zuzüglich Kanallaufzeit entspricht. Diese hohe Latenzzeit ist systematisch bedingt durch die symbolorientierte Bearbeitung und die damit verbundene mehrfache Seriell-zu-Parallel-Wandlung und umgekehrt.

Auch bei beliebig hoher Rechenleistung läßt sich die Latenzzeit lediglich halbieren. Ebenso eingeschränkt sind die Möglichkeiten, durch reine Parameteränderung die Symboldauer zu verkürzen. Durch die starre Verkopplung der notwendigen Länge des

Guard-Intervalls mit der Länge der Kanalimpulsantwort ergeben sich bei Verkürzung der DFT-Rahmenlänge erhebliche Einbußen in der Bandbreiteneffizienz.

Durch die schlechte spektrale Selektivität der DFT-Filter ist das DMT-Verfahren äußerst sensibel gegenüber Abweichungen von den Orthogonalitätsforderungen. Symbol- und Kanalübersprechen bei nur geringfügig unzureichendem Guard-Intervall schränken die Übertragungskapazität des DMT-Systems bereits erheblich ein.

In einem zweiten Abschnitt wurden aus der Literatur bekannte Erweiterungen bzw. Alternativen zum DMT-Prinzip vorgestellt. Keines dieser Verfahren adressiert direkt eine Verkürzung der Durchlaufzeit. Die vorgestellten Verfahren tragen lediglich indirekt zu einer verbesserten Leistungsfähigkeit bei einer für kurze Durchlaufzeit optimierten Parameterwahl bei. Dabei benötigt der Großteil nach wie vor ein Guard-Intervall, was für eine sehr kleine Symboldauer immer noch zu restriktiv ist.

Aus diesem Grund werden in den folgenden drei Kapiteln neue Verfahren und Methoden vorgestellt, die ausschließlich für eine Minimierung der Durchlaufzeit konzipiert sind. Dabei wird auf ein Guard-Intervall im herkömmlichen Sinne verzichtet und nach alternativen Methoden der Redundanzzufügung und -ausnutzung gesucht. Gleichfalls wird durch Verwendung überlappender Transformationen bzw. komplexerer Entzerrerstrukturen die Einschränkung, daß die Symboldauer prinzipiell nicht kürzer als die Länge der Kanalimpulsantwort sein darf, aufgehoben.

Kapitel 5

Optimierte MIMO-Systeme

Bedingt durch das schlechte Sperrverhalten der DFT/IDFT-Basisfilter erweist sich das DMT-Verfahren in seiner ursprünglichen Form als nicht geeignet für eine ISI/ICI-gestörte Übertragung. Außerdem ist die Redundanzeinfügung mittels Guard-Intervall zur Aufrechterhaltung einer symbolweisen Entzerrung insbesondere für sehr kurze Symbolängen zu restriktiv.

Um die Einschränkung hinsichtlich der minimalen Symboldauer vermeiden zu können, ist es naheliegend, die Entzerrung auf der Empfängerseite je nach Länge der Kanalimpulsantwort überlappend über mehrere benachbarte Symbole auszudehnen. In Anlehnung an die Ergebnisse aus [SGB99] wird zur Untersuchung symbolüberlappender Empfänger zunächst ein optimierter FIR-MIMO-Empfänger ohne strukturelle Einschränkungen betrachtet. Zwar bietet der MIMO-Empfänger keine idealen Voraussetzungen für die Ableitung einer recheneffizienten Realisierung, er liefert jedoch eine obere Grenze hinsichtlich der Leistungsfähigkeit, an der sich alle Algorithmen mit struktureller Vereinfachung messen lassen.

5.1 Optimierungskriterien

Ausgangsbasis für die Bestimmung des MIMO-Empfängers ist das allgemeine MIMO-Modell aus Abschnitt 2. Die Eigenschaften des Kanals seien bekannt. Mit dem Ziel einer praxistauglichen Realisierung sei, einschränkend zu [SGB99], der Sender $\mathbf{G}^T(z)$ ebenfalls in geeigneter Form vorgegeben.

Zur Adaption der Koeffizienten der Empfänger-Polyphasenmatrix bei bekannten $\mathbf{C}(z)$ und $\mathbf{G}^T(z)$ bieten sich zwei unterschiedliche Verfahren an. Sind die Voraussetzungen perfekter Rekonstruktion gegeben, und ist auf dem Kanal vernachlässigbar geringes oder gar kein Rauschen vorhanden, so liefert das sogenannte „Zero-Forcing“-Kriterium (ZF) das optimale Ergebnis. Wie der Name bereits aussagt, wird hierbei der Rekonstruktionsfehler vollständig eliminiert. Sind die Freiheitsgrade des Empfängers für eine perfekte Entzerrung jedoch unzureichend, oder ist der Kanal mit signifikantem Rauschen behaftet, so tendiert der Zero-Forcing-Empfänger zu einer erheblichen Rausch-

verstärkung. In diesem Fall ist ein Minimum-Mean-Square-Error-Empfänger (MMSE) zu bevorzugen, welcher die Fehlerenergie im Empfangssymbol minimiert.

Zur Vorbereitung für nachfolgende Kapitel wird für die folgende Ableitung der Optimierungskriterien des Empfängers die Struktur der Sender-Polyphasenmatrix $\mathbf{G}^T(z)$ zunächst nicht näher spezifiziert. Anschließend erfolgt eine Adaption für den Fall eines herkömmlichen DMT-Senders.

5.1.1 Optimierung nach Zero-Forcing Kriterium

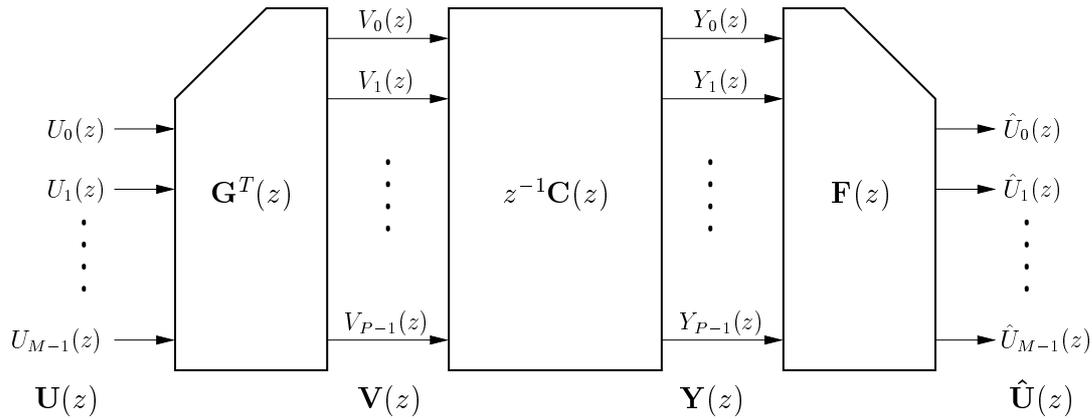


Bild 5.1: MIMO-Modell eines Mehrträgersystems für rauschfreien Kanal

Ausgangsbasis für die Ableitung des ZF-Kriteriums ist ein MIMO-System bei rauschfreiem Kanal, dargestellt in Bild 5.1. Perfekte Entzerrung wird erzielt, wenn der Ausgabevektor $\hat{\mathbf{u}}(k) \circ \bullet \hat{\mathbf{U}}(z)$ einer verzögerten Kopie des Eingabevektors $\mathbf{u}(k) \circ \bullet \mathbf{U}(z)$ entspricht. Die Übertragungsmatrix $\mathbf{T}(z)$ erfüllt in diesem Fall

$$\mathbf{T}(z) = \mathbf{F}(z) \cdot \mathbf{H}(z) = z^{-d+1} \mathbf{I}_M, \quad (5.1)$$

wobei $\mathbf{H}(z) = \mathbf{C}(z) \cdot \mathbf{G}^T(z)$ aus (2.33) hervorgeht. Die äquivalente Matrixnotation im Zeitbereich lautet für (5.1)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{F}(m_f - 1) & \cdots & \mathbf{F}(1) & \mathbf{F}(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H}(m_h - 1) & \cdots & \mathbf{H}(0) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{H}(m_h - 1) & \cdots & \mathbf{H}(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} = [\mathbf{0}_{M \times (m_t - d)M} \mathbf{I}_M \mathbf{0}_{M \times (d-1)M}]. \quad (5.2)$$

m_f und m_h bezeichnen die maximale Länge der Polyphasenfilter in $\mathbf{F}(z)$ bzw. $\mathbf{H}(z)$, während $m_t = m_f + m_h - 1$ die Länge der Polyphasenfilter in $\mathbf{T}(z)$ beschreibt.

5.2 ist lösbar, wenn \mathcal{H} einer regulären Matrix entspricht, deren Zeilenanzahl gleich oder größer der Anzahl der Spalten ist [Xia97, SGB99]. Bei Berücksichtigung der Dimension von \mathcal{H} mit $(m_f P \times m_t M)$ erhält man

$$\begin{aligned} m_f \cdot P &\geq m_f \cdot M + m_h \cdot M - M \\ m_f \cdot L &\geq m_h \cdot (M - 1) \end{aligned} \quad (5.3)$$

als hinreichende Bedingung für eine Auflösung von (5.2) nach \mathbf{F} . $L = P - M$ stellt ein Maß für die zugeführte Redundanz dar. Damit lautet die Berechnungsvorschrift für \mathbf{F} im Zero-Forcing-Sinne

$$[\mathbf{F}(m_f - 1) \quad \cdots \quad \mathbf{F}(1) \quad \mathbf{F}(0)] = [\mathbf{0}_{M \times (m_t - d)M} \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_{M \times (d-1)M}] \cdot \mathcal{H}^\dagger, \quad (5.4)$$

sofern die Pseudo-Inverse $\mathcal{H}^\dagger = (\mathcal{H}^* \mathcal{H})^{-1} \mathcal{H}^*$ von \mathcal{H} der Bedingung $\mathcal{H}^\dagger \mathcal{H} = \mathbf{I}_M$ genügt.

Betrachtet man die Bedingung in (5.3), so ergeben sich zwei mögliche Strategien für den Entwurf eines ZF-Empfängers:

- Der Überlappungsfaktor $m_f \geq m_h \cdot (M - 1)/L$ läßt sich erhöhen, allerdings auf Kosten eines in gleichem Maße ansteigenden Rechenaufwands.
- Die zugeführte Redundanz L wird erhöht bzw. die Symbollänge M verkürzt. Beides bewirkt jedoch eine unter Umständen erhebliche Verschlechterung der Bandbreiteneffizienz um den Faktor $M/(M + L)$.

Somit ist ein geeigneter ZF-Empfänger stets ein Kompromiß zwischen benötigtem Rechenaufwand und erzielbarer Bandbreiteneffizienz. Auf diesen Umstand wurde bereits in [SGB99] für den Spezialfall $m_h = 2$ hingewiesen.

Man beachte, daß (5.3) keine notwendige, sondern eine hinreichende Bedingung für den ungünstigsten Fall darstellt, daß \mathcal{H} vollen Rang besitzt. Bei Annahme eines idealen Kanals und Verwendung perfekt rekonstruierender Filterbänke für Sender und Empfänger ist beispielsweise ohne jegliche Redundanz bereits für $m_f = m_g$ eine fehlerfreie Übertragung möglich, wobei m_g der Länge der Polyphasenfilter in $\mathbf{G}^T(z)$ entspricht.

Bei Simulationen mit hypothetischen Kanalimpulsantworten definierter Länge ließ sich bei Kombination des MIMO-Empfängers mit einem DMT-Sender (siehe Abschnitt 5.2) weitaus früher perfekte Entzerrung erreichen, als die Bedingung in (5.3) vorgibt. Die Vermutung, daß dieses Verhalten auf versteckte Redundanz in der Empfängerstruktur zurückzuführen ist, wird in Kapitel 7 bestätigt.

5.1.2 Optimierung nach MMSE-Kriterium

Bei Annahme eines additiven Rauschanteils auf dem Kanal nach Bild 5.1 ist eine perfekte Rekonstruktion des gesendeten Symbols in aller Regel ausgeschlossen. Eine Optimierung nach dem ZF-Kriterium ist somit nicht sinnvoll und liefert lediglich suboptimale Ergebnisse. Stattdessen definiert man ein geeignetes Maß für den unvermeidlichen Restfehler bei der Entzerrung und optimiert die Koeffizienten der

Empfängermatrix im Sinne einer Minimierung dieses Fehlers. Bei Kenntnis der statistischen Eigenschaften des Sende- und Rauschsignals empfiehlt sich die Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers über alle Träger.

Die Ableitung des sogenannten Minimum Mean Square Error-Kriteriums (MMSE) für die Berechnung der Koeffizienten des MIMO-Empfängers ist in Anhang B ausführlich dargestellt.

In der Regel kann das additive Hintergrundrauschen als unkorreliert und weiß mit der Varianz σ_r^2 angenommen werden und die allgemeine Lösung in (B.12) vereinfacht sich zu

$$\mathbf{f}_i = E\{u_i(k-d)\mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\}\mathbf{H}^* \cdot (\mathbf{H}\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}\mathbf{H}^* + \sigma_r^2\mathbf{I})^{-1}. \quad (5.5)$$

Wird auf allen Trägern i mit der gleichen Leistung $\sigma_{u_i}^2 = \sigma_u^2$ gesendet, so vereinfacht sich die Lösung abermals mit

$$E\{u_i(k-d)\mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\} = [\underbrace{0, \dots, 0}_{(m_t-d)M+i-1}, \sigma_u^2, \underbrace{0, \dots, 0}_{dM-i}] \quad (5.6)$$

zu

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{h}_{(m_t-d)M+i-1}^* \cdot (\mathbf{H}\mathbf{H}^* + \frac{\sigma_r^2}{\sigma_u^2}\mathbf{I})^{-1}. \quad (5.7)$$

Der Vektor $\mathbf{h}_{(m_t-d)M+i-1}^*$ bezeichnet hier die $((m_t-d)M+i-1)$ -te Zeile von \mathbf{H}^* .

5.2 Kombination mit DMT-Sender

Kombiniert man den optimalen MIMO-Empfänger mit einem herkömmlichen DMT-Sender, so ist \mathcal{H} entsprechend (2.54) mit

$$\mathcal{H} = \mathbf{C} \cdot \mathcal{G} = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_{m_c} \otimes \mathbf{Z}_T \cdot \mathbf{W}^*) \quad (5.8)$$

gegeben.

Die Bilder 5.2 bis 5.4 vergleichen die Datenrate in Abhängigkeit vom Rauschbelag eines AWGN-behafteten Kanals¹ für verschiedene Symbolängen M . Neben der ZF-Lösung aus Abschnitt 5.1.1 und der MMSE-Berechnung aus Abschnitt 5.1.2 wurde außerdem ein Recursive Least Squares-Verfahren (RLS) nach Anhang C zur Adaptierung der MIMO-Koeffizienten verwendet.

Für $M = 16$ in Bild 5.2 zeigt sich der ZF-basierte Empfänger auf einem Niveau mit dem MMSE-basierten Empfänger. Mit wachsendem M erhöht sich jedoch die Rauschverstärkung der ZF-Lösung, so daß für $M = 64$, wie in Bild 5.4 deutlich erkennbar, keine sinnvolle Übertragung über einen rauschbehafteten Kanal mehr möglich ist. Unabhängig von der hohen Komplexität eignet sich das ZF-Verfahren somit prinzipiell nicht für eine praktische Implementierung.

Der MMSE-basierte MIMO-Empfänger arbeitet auch bei stark verrauschten Kanälen sehr robust, setzt allerdings die Kenntnis der statistischen Eigenschaften des Kanals

¹Die Rauschleistung wird hier und allen folgenden Kapiteln normiert auf die mittlere Sendeleistung pro Träger in Form eines Signal-zu-Rausch-Verhältnisses $\text{SNR}_{\text{AWGN}} = 10 \cdot \log_{10}(\overline{\sigma_u^2}/\sigma_r^2)$ angegeben.

und des Rauschens voraus. Der durch die Invertierung der $m_f P \times m_f P$ - Korrelationsmatrix des Empfangssignals $\mathbf{R}_{\mathbf{y}\mathbf{y}}$ hohe Rechenaufwand erschwert eine praktische Implementierung zusätzlich.

Das RLS-Verfahren kommt im Gegensatz zur optimalen MMSE-Variante ohne Kenntnis der statistischen Eigenschaften des Empfangssignals aus und wäre prinzipiell in der Lage, auch nichtstationären Kanal- und Rauscheigenschaften folgen zu können. Die praktische Umsetzung des exponentiell gewichteten RLS-Algorithmus ist in Anhang C am Beispiel eines FEQ ausführlich erläutert und läßt sich ohne weiteres auf die MIMO-Problematik übertragen. Der typische Wert für den sogenannten Gedächtnisfaktor liegt mit $\gamma = 0,99$ sehr dicht bei 1, wodurch das Verfahren annähernde MMSE-Leistungsfähigkeit erreicht.

Der hier verwendete exponentiell gewichtete Standard-RLS-Algorithmus erfordert einen vergleichsweise hohen Rechenaufwand, soll jedoch lediglich verdeutlichen, daß eine annähernd optimale Leistungsfähigkeit auch mit praxistauglichen, iterativen Adaptierungsverfahren möglich ist. Für abgeleitete RLS-Varianten mit geringerer Komplexität sei auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen [Hay96, Din97, HM98].

Bild 5.5 zeigt den typischen Verlauf der Datenrate in Abhängigkeit vom Überlappungsfaktor m_f , der Symbolverzögerung d sowie der Länge des Guard-Intervalls L_g exemplarisch für eine 15km-Twisted-Pair-Leitung.

Jede Wahl von $m_f > 1$ ermöglicht eine zusätzliche Verzögerung im Empfänger um bis zu $m_f - 1$ Symbole zugunsten besserer Entzerrer-Eigenschaften. In der Tat ist der überlappende MIMO-Empfänger stets leistungsfähiger als eine separate Bearbeitung der Empfangssymbole mit $m_f = 1$. Bei einer Symbolverzögerung von $d > 1$ benötigt der MIMO-Empfänger in den meisten Fällen kein Guard-Intervall und stellt dadurch maximale Bandbreiteneffizienz zur Verfügung. Bild 5.5 läßt jedoch erkennen, daß eine Wahl von $m_f > 2$ bzw. $d > 2$ zu keiner weiteren nennenswerten Verbesserung führt. Eine Halbierung des Rechenaufwands mit $m_f = 1$ führt zu einer Verringerung der maximalen Datenrate um etwa 10 Prozent, was in Anbetracht der hohen Komplexität des MIMO-Empfängers einen vertretbaren Kompromiß darstellt.

5.2.1 Redundanzeinfügung

Da der MIMO-Empfänger keiner strukturellen Beschränkung unterliegt, muß die Redundanzeinfügung auf der Senderseite nicht zwangsläufig mittels eines zyklischen Präfixes erfolgen. Denkbar wären beispielsweise auch Vornullen mit $\mathbf{Z}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times M} \\ \mathbf{I}_M \end{bmatrix}$

oder Nachnullen mit $\mathbf{Z}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M \\ \mathbf{0}_{L_g \times M} \end{bmatrix}$.

Der direkte Vergleich der verschiedenen Verfahren zur Redundanzenerzeugung zeigt für $m_f = 1$ in Bild 5.6 erheblich bessere Eigenschaften bei Verwendung eines zyklischen Präfixes. Auch bei $m_f = 2$ in Bild 5.7 ist der zyklische Präfix im Verlauf für $L_g > 0$ geringfügig im Vorteil, was allerdings bei einem optimalen $L_{g,\text{opt}} = 0$ ohne Belang ist. Da $m_f = 1$ aus Komplexitätsgründen eine interessante Parameterwahl darstellt, wird weiterhin ein Guard-Intervall in Form eines zyklischen Präfixes verwendet. Damit läßt

sich ein herkömmlicher DMT-Sender praktisch ohne Änderung mit einem MIMO-Empfänger kombinieren. Wie sich außerdem in Kapitel 7 zeigen wird, ist es auch für eine angestrebte Strukturvereinfachung sinnvoll, die zyklische Erweiterung beizubehalten.

In der Praxis lassen sich in der Regel nicht alle potentiellen Träger für die Übertragung verwenden. Die Minimierung des quadratischen Restfehlers über alle M Träger einschließlich der K nicht nutzbaren Träger ist nicht notwendig. Reduziert man insofern die Dimension der MIMO-Empfängermatrix auf $N \times m_f P$ zur Rekonstruktion der Teilsignale in den $N = M - K$ verbleibenden Trägern, so nutzt man indirekt existierende Redundanz im Frequenzbereich. Dies führt, unabhängig von m_f , zu einer geringfügigen Verbesserung der Leistungsfähigkeit, wie die Bilder 5.8 und 5.9 belegen.

5.2.2 Verzicht auf einen TEQ

Der Vergleich der Leistungsfähigkeit des MIMO-Empfängers mit und ohne Verwendung eines vorgeschalteten TEQ zeigt lediglich im Hinblick auf die zugeführte Redundanz im Zeitbereich und auch nur für den Fall $m_f = 1$ nennenswerte Unterschiede.

Für die kurze Kanalimpulsantwort einer 2km-Twisted-Pair-Leitung erzielt der MIMO-Empfänger entsprechend Bild 5.10 mit $m_f = 1$ ohne TEQ eine deutlich höhere maximale Datenrate. Bei längeren Kanalimpulsantworten wie in Bild 5.11 ermöglicht ein zusätzlicher TEQ eine Verkürzung des Guard-Intervalls, wobei sich die maximale Datenrate jedoch kaum verbessert.

Da ein TEQ keine Verringerung des optimalen Überlappungsfaktors m_f zulässt, wird in Anbetracht der ohnehin hohen Komplexität des MIMO-Empfängers auf die Verwendung eines TEQ verzichtet.

5.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein MIMO-Empfänger auf der Basis der Modellbeschreibung aus Kapitel 2 mit einem herkömmlichen DMT-Sender kombiniert. Der MIMO-Empfänger erlaubt es, mehrere aufeinanderfolgende Symbole zur Entzerrung des betrachteten Symbols einzubeziehen und ist dadurch robuster gegenüber Symbol- und Kanalübersprechen.

Sowohl die Zero-Forcing-Bedingung für perfekte Rekonstruktion im rauschfreien Fall als auch eine MMSE-basierte Berechnung für realistische Bedingungen wurden analytisch abgeleitet.

Unter Ausnutzung der Simulationsumgebung aus Kapitel 8 wurden die einzelnen Entwurfsverfahren miteinander verglichen und optimale Parameter für realistische Übertragungsbedingungen abgeleitet.

Erwartungsgemäß ist die Zero-Forcing-Lösung für einen Einsatz in der Praxis nicht geeignet, liefert allerdings erste Hinweise für eine mögliche Strukturvereinfachung des MIMO-Empfängers auch bei fehlendem Guard-Intervall.

Optimale Ergebnisse erzielt man bei $m_f = 2$ und $d = 2$ bzw. $d = 1$. In diesen Fällen

kommt das Verfahren praktisch ohne Redundanz aus und gewährleistet eine maximale Bandbreiteneffizienz. Die zusätzliche Symbolverzögerung bei $d = 2$ verlängert zwar die relative Latenzzeit in Symboltaktten, aber durch die hohe Bandbreiteneffizienz ist eine sehr kleine Symboldauer möglich und damit die absolute Latenzzeit trotzdem kürzer als bei einem vergleichbaren DMT-System ohne MIMO-Empfänger.

Der Einsatz eines Guard-Intervalls ist lediglich für $m_f = 1$ sinnvoll.

Existierende Redundanz im Frequenzbereich in Form von nicht nutzbaren Trägern läßt sich gewinnbringend bei der Adaptierung der MIMO-Koeffizienten berücksichtigen.

Die Verkürzung der Kanalimpulsantwort mittels eines TEQ führt weder zu einer Erhöhung der Übertragungskapazität noch zu einer Verringerung der Komplexität des MIMO-Empfängers.

Ohne Zweifel profitiert der MIMO-Empfänger von der Überlappung auf der Empfängerseite. Die hohe Komplexität beschränkt jedoch eine sinnvolle Anwendung für $M > 16$ auf $m_f = 1$. Es stellt sich insofern die Frage, ob sich durch den sendeseitigen Wechsel von der IDFT des herkömmlichen DMT-Senders zu einer symbolüberlappenden Transformation bei geringer Komplexität ähnliche gute Eigenschaften erzielen lassen.

5.4 Simulationsergebnisse

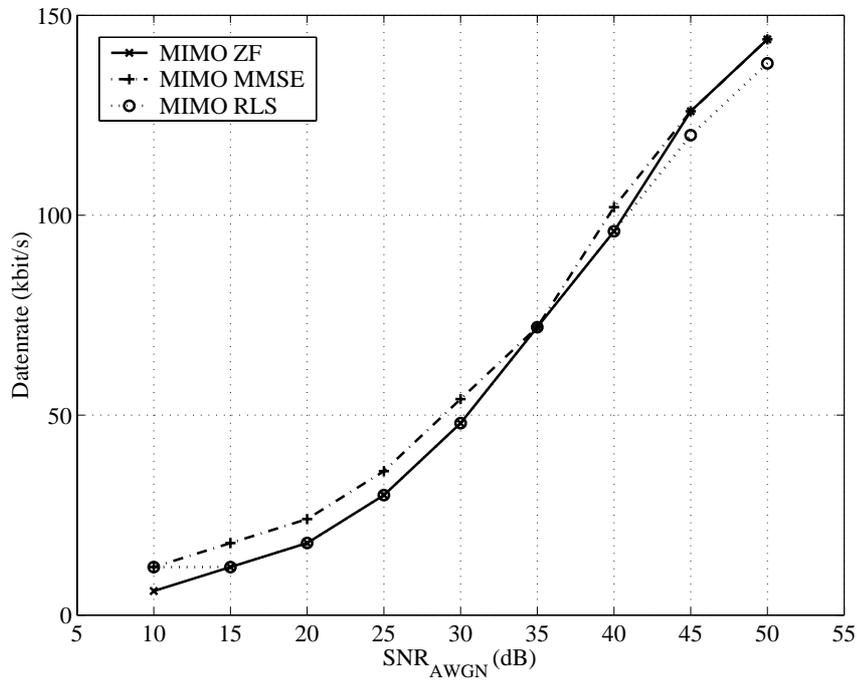


Bild 5.2: Rauschempfindlichkeit des MIMO-Empfängers für verschiedene Verfahren zur Adaption der Empfängerkoeffizienten ($M = 16$, 25km-Leitung)

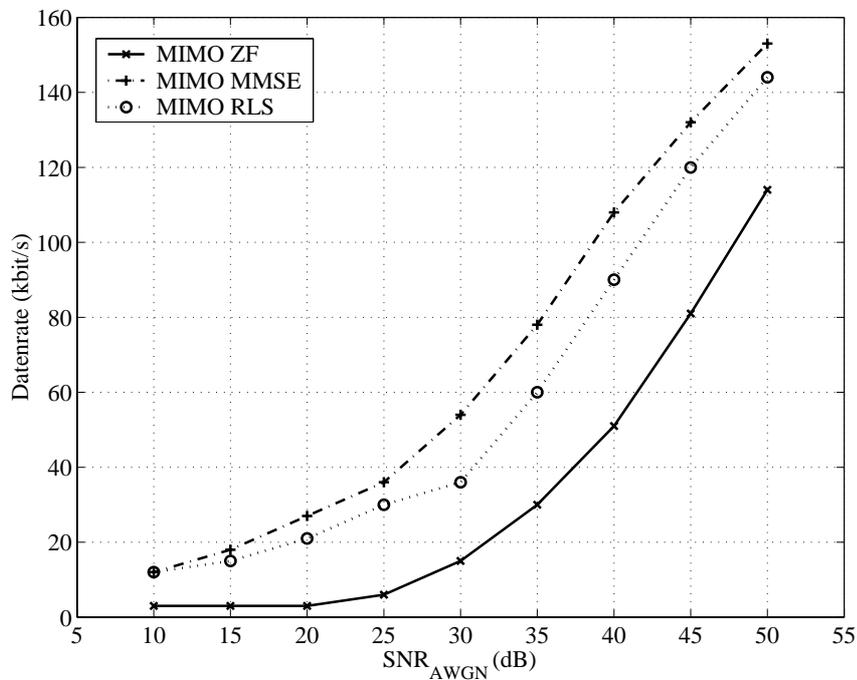


Bild 5.3: Rauschempfindlichkeit des MIMO-Empfängers für verschiedene Verfahren zur Adaption der Empfängerkoeffizienten ($M = 32$, 25km-Leitung)

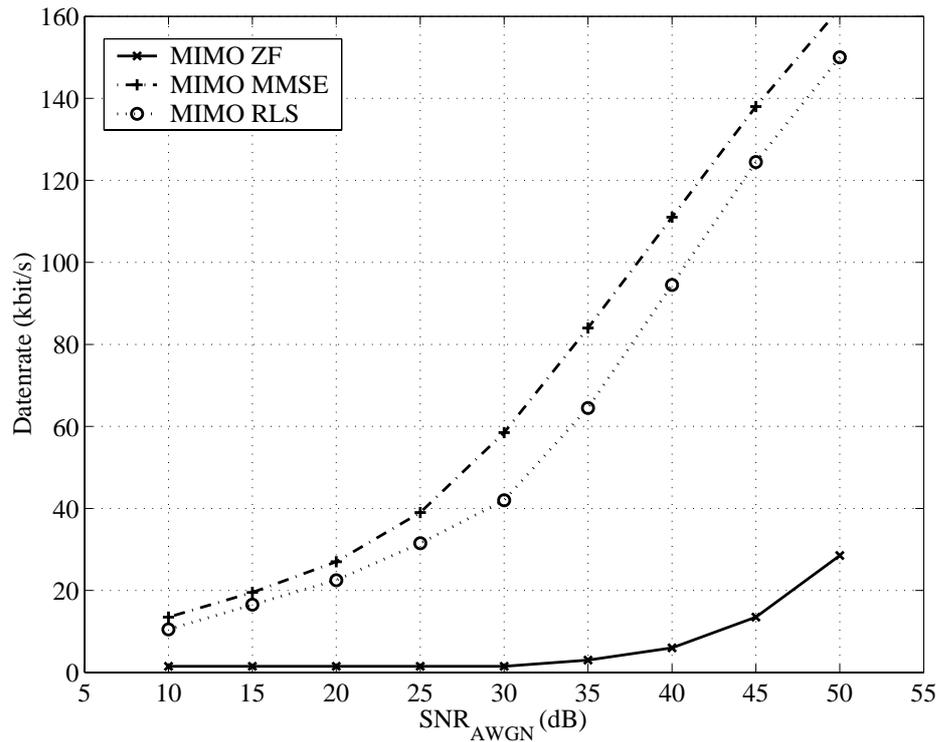


Bild 5.4: Rauschempfindlichkeit des MIMO-Empfängers für verschiedene Verfahren zur Adaption der Empfängerkoeffizienten ($M = 64$, 25km-Leitung)

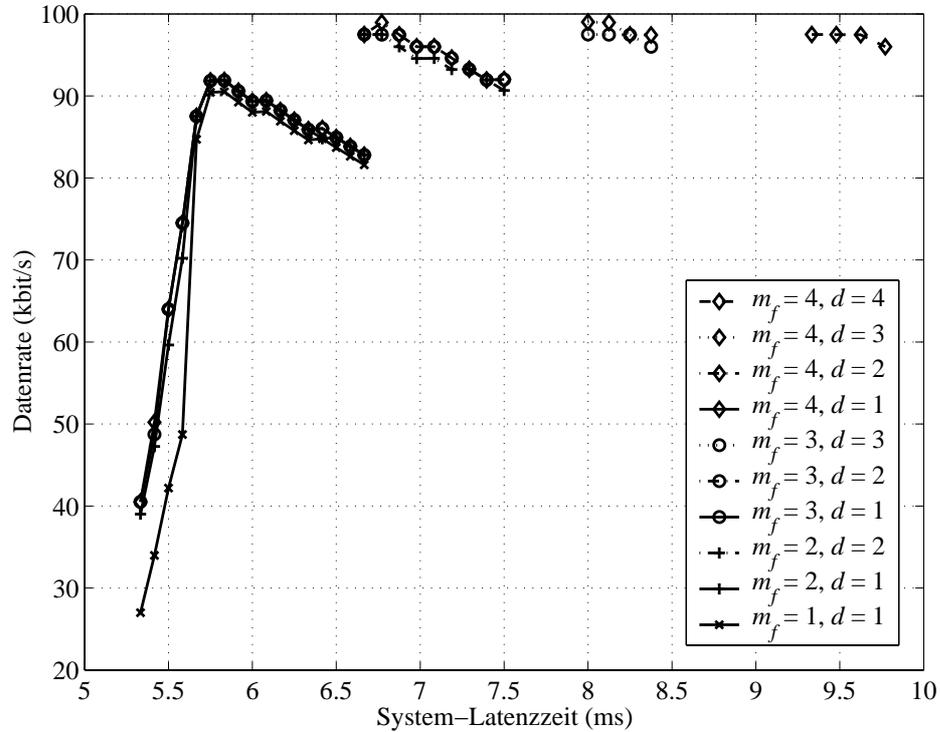


Bild 5.5: Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für DFT+MIMO-Kombination ($M = 64$, AWGN mit SNR = 30 dB, 15km-Leitung)

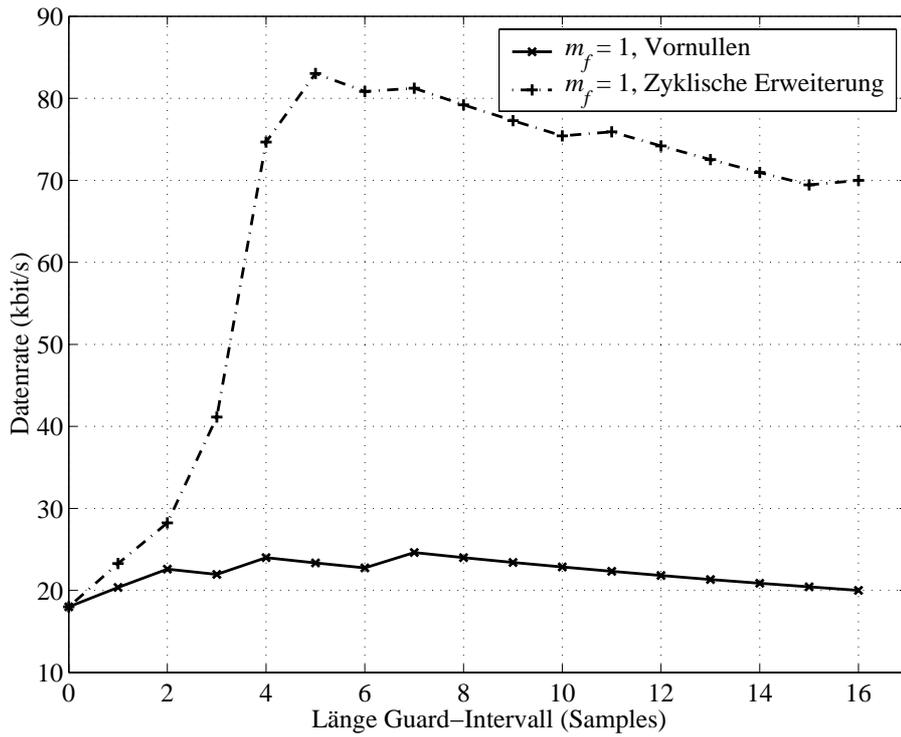


Bild 5.6: Datenrate in Abhängigkeit von der Methode der Redundanzzufügung im Zeitbereich ($M = 32$, $m_f = 1$, 15km-Leitung)

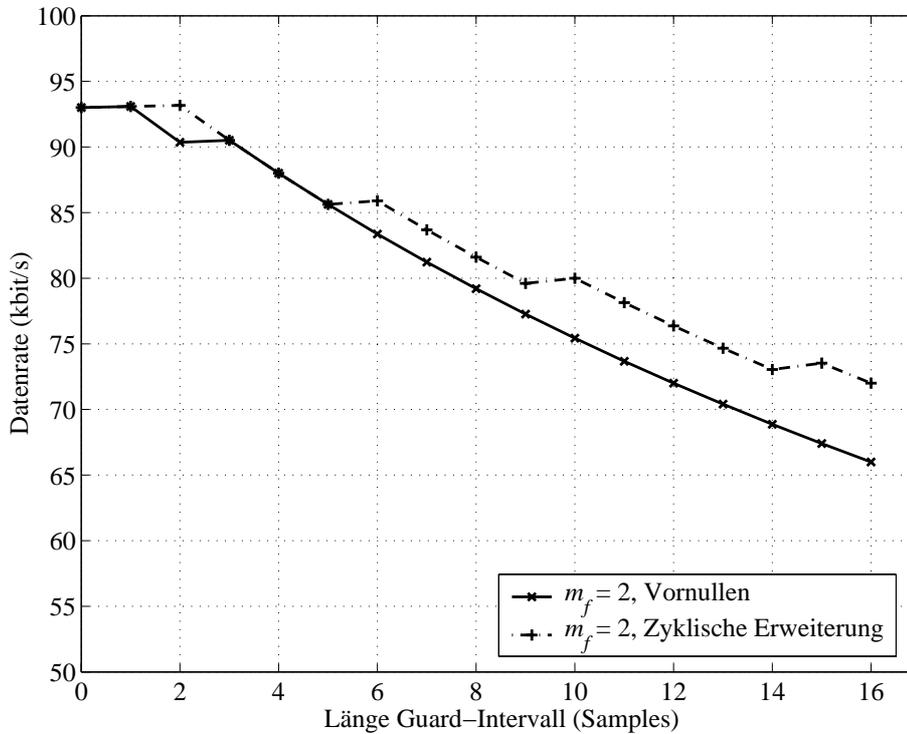


Bild 5.7: Datenrate in Abhängigkeit von der Methode der Redundanzzufügung im Zeitbereich ($M = 32$, $m_f = 2$, 15km-Leitung)

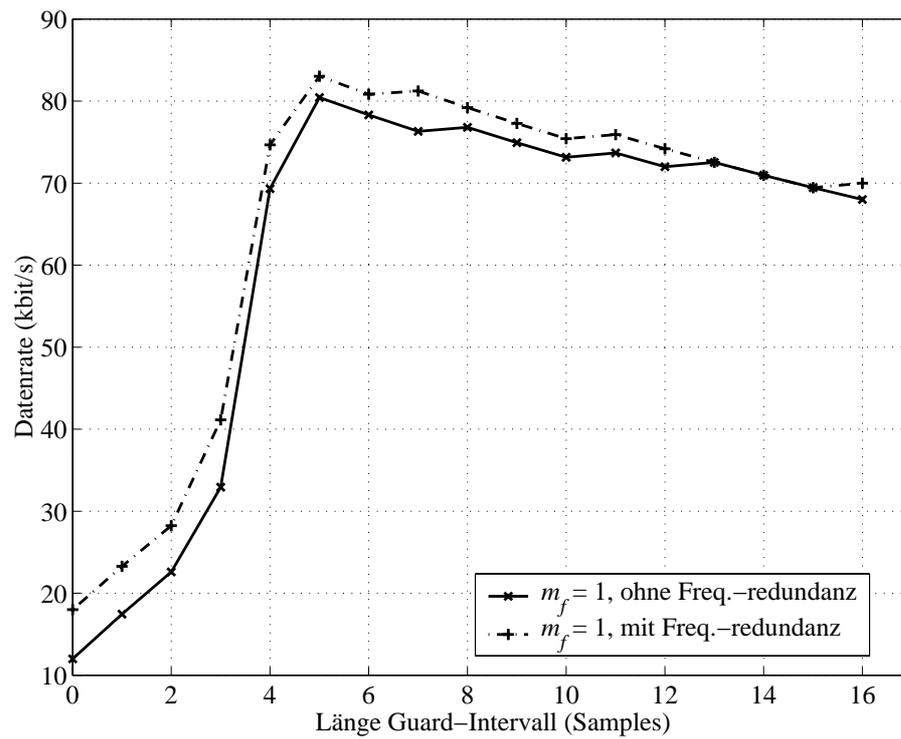


Bild 5.8: Datenrate in Abhängigkeit von der zugeführten Redundanz ($M = 32$, $m_f = 1$, 15km-Leitung)

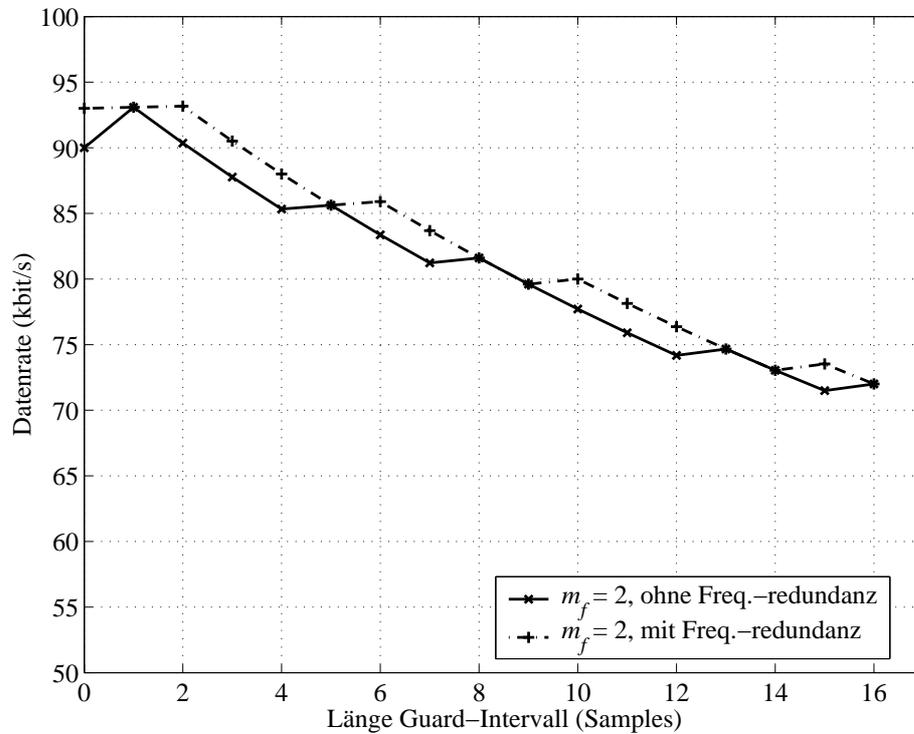


Bild 5.9: Datenrate in Abhängigkeit von der zugeführten Redundanz ($M = 32$, $m_f = 2$, 15km-Leitung)

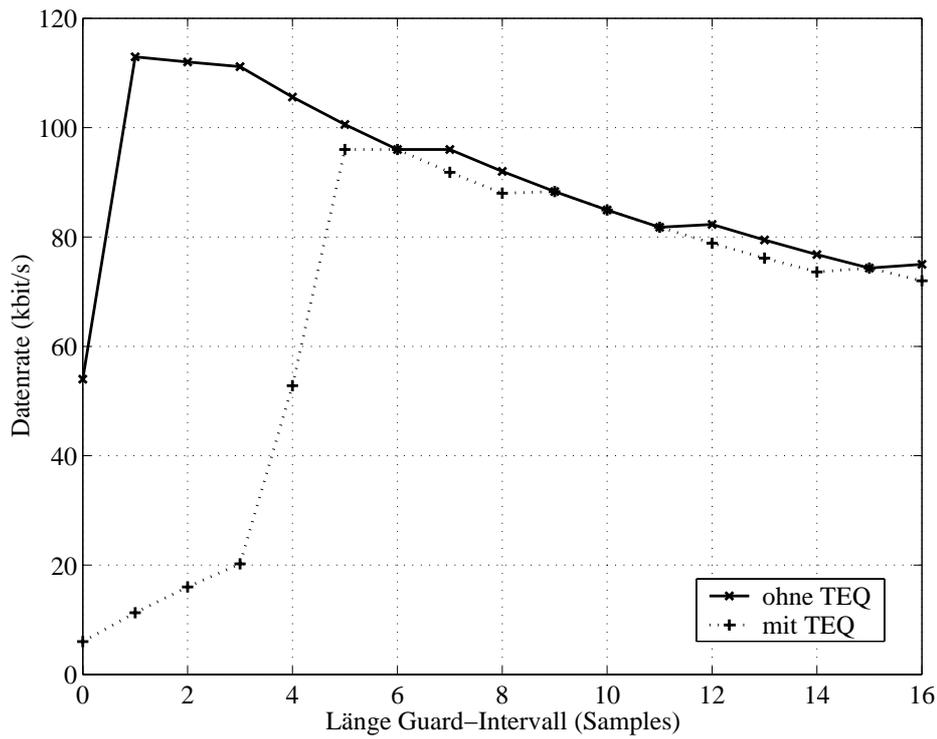


Bild 5.10: Vergleich der Leistungsfähigkeit des MIMO-Empfängers mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 16$, $m_f = 1$, 2km-Leitung)

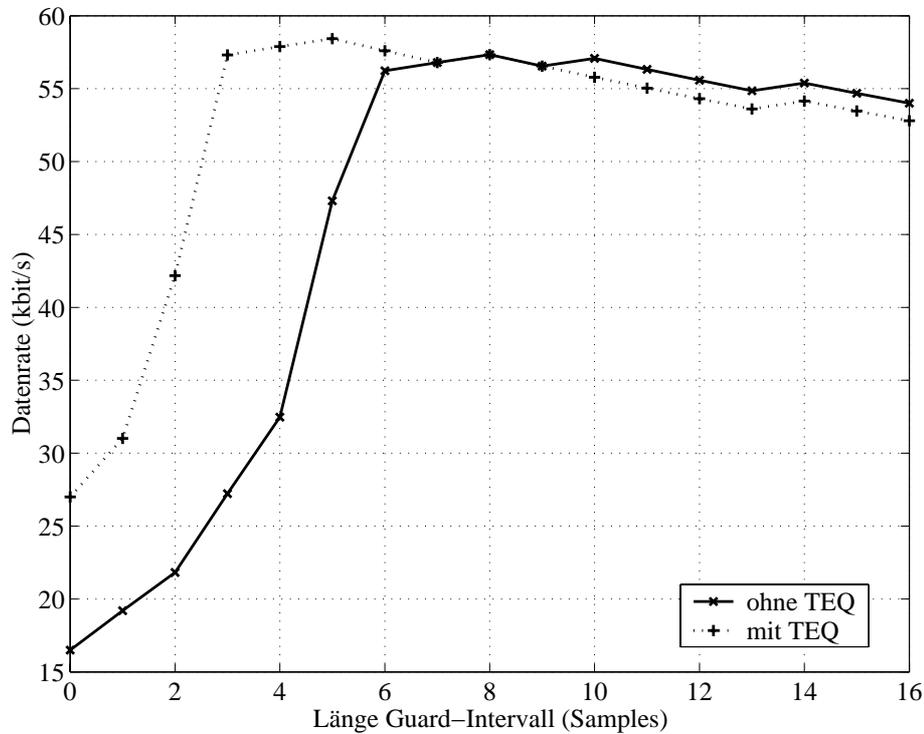


Bild 5.11: Vergleich der Leistungsfähigkeit des MIMO-Empfängers mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 64$, $m_f = 1$, 20km-Leitung)

Kapitel 6

Überlappende Transformationen

Die DFT als Basis des DMT-Verfahrens ist zwar effizient mittels FFT realisierbar, allerdings ist unter Beibehaltung der perfekten Rekonstruktion lediglich der triviale Fall eines Rechteckfensters als Fensterfunktion für die Basisfilter erlaubt. Für eine geeignete Pulsformung im Sinne einer höheren Sperrdämpfung muß entweder zusätzliche Redundanz zugeführt werden (siehe Abschnitt 4.3.3.1), oder man ersetzt die DFT/IDFT durch eine symbol-überlappende Transformation, bei der jeweils eine ganze Sequenz von zusammenhängenden Symbolen im Zeitbereich auf ein Symbol im Bildbereich abgebildet wird und umgekehrt.

Bild 6.1 vergleicht Impulsantwort und Spektrum eines ausgewählten Basisfilters der DFT mit denen des äquivalenten Basisfilters einer um den Faktor 4 überlappenden Transformation. Offensichtlich erkauft man sich die erheblich bessere Sperrdämpfung der überlappenden Basisfilter mit einer erhöhten Verzögerung über die Übertragungsstrecke. Da das Ziel dieser Arbeit darin besteht, die Durchlaufzeit des Mehrträgerverfahrens zu reduzieren, klingt es zunächst absurd, Filterbänke mit höherer Verzögerung einzusetzen. Wie sich jedoch zeigen wird, profitieren überlappende Transformationen erheblich von der besseren Frequenzselektivität im Hinblick auf Robustheit gegenüber ISI/ICI und schmalbandigen Störungen. Dies erlaubt eine kürzere Symboldauer bei gleichbleibenden Eigenschaften, und die absolute Durchlaufzeit gegenüber herkömmlicher DMT mit langer Symboldauer wird deutlich geringer.

6.1 Kosinus-Modulierte Filterbänke

Für perfekte Rekonstruktion müssen die Basisfilter einer überlappenden Filterbank infolge der Überlappung zusätzlichen Bedingungen genügen. Neben der Orthogonalität untereinander muß auch die sogenannte Verschiebe-Orthogonalität erfüllt sein. Das bedeutet, daß die Kreuzkorrelation von um Vielfache der Symboldauer P verschobenen Varianten der Basisfilter ebenfalls gleich Null ist. Hierfür bieten sich sogenannte modulierte Filterbänke mit FIR Analyse- und Synthesefiltern sowie kritischer

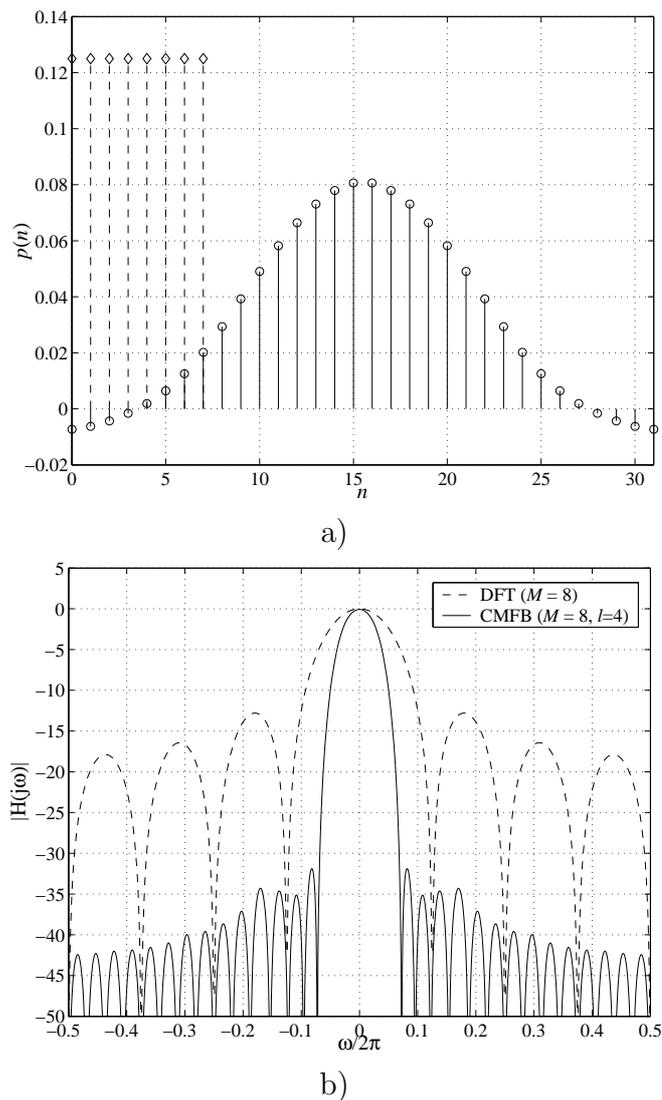


Bild 6.1: Vergleich der Prototypfilter für DFT-Filterbank ($M = 8$) und kosinus-modulierte Filterbank ($M = 8$, Überlappungsfaktor $l = 4$): a) im Zeitbereich, b) im Frequenzbereich

Abtastung an. Neben flexibler Handhabung des Überlappungsfaktors und der Blockverzögerung erlauben modulierte Filterbänke eine effiziente Pulsformung für deutlich erhöhte Sperrdämpfung gegenüber der DFT. Sowohl Entwurf als auch Realisierung gestalten sich als sehr effizient, da sämtliche Filter der Filterbank von nur einem Prototypfilter im Basisband abgeleitet sind. Je nach Art der Modulation unterscheidet man zwischen kosinus-modulierten und komplex modulierten Filterbänken. Da jedoch komplex modulierte Filterbänke lediglich im überabgetasteten Fall eine perfekte Rekonstruktion ermöglichen [Kar97], konzentrieren wir uns im folgenden auf kosinus-modulierte Filterbänke.

Zur Modulation des Prototypfilters verwendet man bei kosinus-modulierten Filterbänken die Diskrete Kosinus-Transformation (DCT). Man unterscheidet zwischen

vier Varianten der DCT, wobei für die hier betrachteten Filterbänke lediglich Typ IV von Interesse ist. Die Elemente der DCT-IV-Transformationsmatrix \mathbf{C}_{DCT} sind wie folgt definiert:

$$[\mathbf{C}_{\text{DCT}}]_{k,\ell} = \sqrt{\frac{2}{M}} \cdot \cos \left[\frac{\pi}{M} \left(k + \frac{1}{2} \right) \left(\ell + \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (6.1)$$

Im Gegensatz zur DFT sind die Koeffizienten der DCT-Basisfilter reellwertig und damit auch die transformierten Abtastwerte im Frequenzbereich. Komplexe Modulationen der einzelnen Träger, wie z.B. QAM, lassen sich hier nicht benutzen. Dafür verdoppelt sich die nutzbare Trägerzahl im Frequenzbereich, und verwendet man anstatt zweidimensionaler QAM auf konjugiert-komplexen Trägerpaaren eindimensionale Puls-Amplituden-Modulation (PAM) auf jedem Träger, so ist der Verlust an Energieeffizienz vernachlässigbar gering [ST95].

Zur Erläuterung des Aufbaus eines Senders mit überlappender Transformation betrachten wir zunächst den redundanzfreien bzw. kritisch abgetasteten Fall, d.h. $M = P$ und $L = 0$. Ausgehend vom Dualitätsprinzip [Fli94] ist bekannt, daß man aus einer perfekt rekonstruierenden Filterbank für die Teilbandkodierung die korrespondierende Transmultiplexer-Filterbank ableiten kann, wenn man die Synthesefilterbank für den Sender und die Analyse-Filterbank für den Empfänger verwendet. Der resultierende Transmultiplexer ist frei von Kanal- und Symbolübersprechen, wenn der Übertragungskanal einen idealen Kanal darstellt und die Gesamtverzögerung der Filterbank einem ganzzahligen Vielfachen der Blocklänge M entspricht. Ist letzteres nicht der Fall, so muß am Empfängereingang die entsprechende Anzahl zusätzlicher Verzögerungselemente bis zum nächstgrößeren ganzzahligen Vielfachen von M eingefügt werden.

In [HKN99] wird eine verallgemeinerte Entwurfsmethode für biorthogonale kosinusmodulierte Filterbänke vorgestellt. Ein Vorteil der Biorthogonalität gegenüber paraunitärer Filterbänke besteht darin, daß sich die Länge der Basisfilter $O = lM$ unabhängig von der Verzögerung D des Systems wählen läßt. Wendet man das Dualitätsprinzip auf die Ergebnisse aus [HKN99] an, so sind die Filter $G_i(z)$ und $F_i(z)$ als

$$G_i(z) \bullet \text{---} \circ g_i(n) = 2p(n) \cos \left[\frac{\pi}{M} \left(i + \frac{1}{2} \right) \left(n - \frac{D}{2} \right) - (-1)^i \frac{\pi}{4} \right] \quad (6.2)$$

$$F_i(z) \bullet \text{---} \circ f_i(n) = 2p(n) \cos \left[\frac{\pi}{M} \left(i + \frac{1}{2} \right) \left(n - \frac{D}{2} \right) + (-1)^i \frac{\pi}{4} \right] \quad (6.3)$$

mit $p(n)$ als dem Prototypfilter, $i = 0, \dots, M - 1$ sowie $n = 0, \dots, O - 1$ definiert. Der Verzögerungsparameter D ist prinzipiell beliebig wählbar. Wir beschränken uns jedoch auf den Fall $D = 2d_p M - 1$ mit d_p als der Blockverzögerung der Filterbank. Adiert man das einzelne Verzögerungsglied in Bild 2.6 dazu, welches für eine Synchronisation im Blockraster bei idealem Kanal notwendig ist, so genügt man der Forderung an eine Transmultiplexer-Filterbank, daß die Gesamtverzögerung $D + 1 = 2d_p M$ einem ganzzahligen Vielfachen der Blocklänge M entspricht.

Aus Aufwandsgründen und in Anbetracht der durch die Blockverzögerung erhöhten Latenzzeit werden nur Filterbänke mit den folgenden Prototypfiltern untersucht:

- Linearphasiger Prototyp mit einem Überlappungsfaktor $l = 4$ und einer Blockverzögerung $d_p = 2$ für $M = 8, 16, 32$,
- Linearphasiger Prototyp mit kurzer Blockverzögerung $d_p = 1$ und einem Überlappungsfaktor $l = 2$ für $M = 16, 32$ sowie
- Unsymmetrischer Prototyp mit kurzer Blockverzögerung $d_p = 1$ und einem Überlappungsfaktor $l = 4$ für $M = 16, 32$.

Die Polyphasenmatrizen von Sender und Empfänger werden für die Betrachtung des redundanzfreien Falls mit dem Index „krit“ versehen, um den Umstand der kritischen Abtastung hervorzuheben. Sowohl $\mathbf{G}_{krit}(z)$ als auch $\mathbf{F}_{krit}(z)$ besitzen die Dimension $M \times M$ und enthalten die Typ-1- bzw. Typ-2-Polyphasenkomponenten [Vai93] der Basisfilter $G_i(z)$ und $F_i(z)$.

Nach [HKN99] ist bei kritischer Abtastung auch eine Darstellung in Abhängigkeit von den $2M$ -Polyphasenkomponenten des Prototypen

$$P_i(z) = \sum_{\ell} p(2\ell M + i) z^{-\ell}, \quad \text{mit } i = 0, \dots, 2M - 1 \quad (6.4)$$

möglich. Für die Sendermatrix gilt

$$\mathbf{G}_{krit}^T(z) = [z^{-1}\mathbf{P}'_1(-z^2) \quad \mathbf{P}'_0(-z^2)] \cdot \mathbf{M}_G^T. \quad (6.5)$$

\mathbf{M}_G läßt sich als eine Modulationsmatrix der Dimension $(M \times 2M)$ auffassen, deren Elemente

$$[\mathbf{M}_G]_{k,\ell} = 2 \cos \left[(2k+1) \frac{\pi}{2M} \left(2M - 1 - \ell - \frac{D}{2} \right) - (-1)^k \frac{\pi}{4} \right] \quad (6.6)$$

mit $k = 0, \dots, M - 1$, $\ell = 0, \dots, 2M - 1$ gegeben sind. $\mathbf{P}'_0(z)$ und $\mathbf{P}'_1(z)$ setzen sich wie folgt aus den $2M$ -Polyphasenkomponenten von $P(z)$ zusammen:

$$\mathbf{P}'_0(z) = \text{diag}([P_{M-1}(z) \quad P_{M-2}(z) \quad \cdots \quad P_0(z)]) \cdot \mathbf{J} \quad \text{und} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{P}'_1(z) = \text{diag}([P_{2M-1}(z) \quad P_{2M-2}(z) \quad \cdots \quad P_M(z)]) \cdot \mathbf{J}. \quad (6.8)$$

Entgegen der Darstellung in [HKN99] ist eine Multiplikation mit der Umkehrmatrix \mathbf{J} , welche nur Einsen auf der Gegendiagonalen aufweist, erforderlich, um eine konforme Darstellung entsprechend dem MIMO-Modell aus Abschnitt 2 zu erzielen.

In dualer Weise setzt sich die Empfängermatrix aus

$$\mathbf{F}_{krit}(z) = \mathbf{M}_F^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0(-z^2) \\ z^{-1}\mathbf{P}_1(-z^2) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

zusammen. Hierbei sind die Elemente der $(M \times 2M)$ -Modulationsmatrix \mathbf{M}_F durch

$$[\mathbf{M}_F]_{k,\ell} = 2 \cos \left[\left(k + \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{M} \left(\ell - \frac{D}{2} \right) + (-1)^k \frac{\pi}{4} \right] \quad (6.10)$$

mit $k = 0, \dots, M - 1$, $\ell = 0, \dots, 2M - 1$ festgelegt. $\mathbf{P}_0(z)$ und $\mathbf{P}_1(z)$ wiederum gehen mit

$$\mathbf{P}_0(z) = \mathbf{J} \cdot \text{diag}([P_0(z) \quad P_1(z) \quad \cdots \quad P_{M-1}(z)]) \quad (6.11)$$

$$\mathbf{P}_1(z) = \mathbf{J} \cdot \text{diag}([P_M(z) \quad P_{M+1}(z) \quad \cdots \quad P_{2M-1}(z)]) \quad (6.12)$$

aus den Polyphasenkomponenten des Prototypfilters hervor.

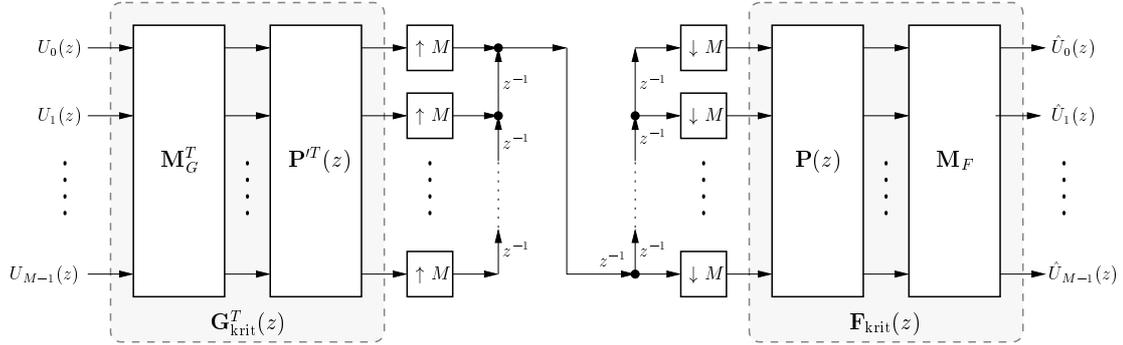


Bild 6.2: Sender und Empfänger mit kosinus-modulierter Filterbank bei idealem Kanal

Die so gebildete Transmultiplexer-Filterbank ist in Bild 6.2 dargestellt und erlaubt perfekte Rekonstruktion im Fall eines idealen Kanals $c(n) = \delta(n)$, wenn die Polyphasenkomponenten des Prototypfilters $P_i(z)$ der Bedingung

$$P_{2M-1-i}(z) P_i(z) + P_{M+i}(z) P_{M-1-i}(z) \stackrel{!}{=} \frac{z^{-d+1}}{2M} \quad \text{mit } i = 0, \dots, 2M-1. \quad (6.13)$$

genügen. Für den Sonderfall eines linearphasigen Prototypen der Länge $O = 2d_p M$ vereinfacht sich (6.13) zu [KV92]

$$\tilde{P}_i(z) P_i(z) + \tilde{P}_{M+i}(z) P_{M+i}(z) = \frac{1}{2M} \quad \text{mit } \tilde{P}_i(z) = P_i^*(z^{-1}). \quad (6.14)$$

Mit Hilfe der DCT läßt sich für die kritisch abgetastete Senderfilterbank ein recheneffizienter Algorithmus formulieren [Vai93]. Abweichend von der Zerlegung des MIMO-Senders nach Abschnitt 2.1.2.1 wird hier der Block der Aufwärtstaster nicht verschoben, und es gilt für die Abbildung des M -dimensionalen Eingangssymbols auf den eindimensionalen Ausgang des Senders

$$V(z) = \sqrt{M} \cdot [z^{-2M+1} \ z^{-2M+2} \ \dots \ 1] \cdot \text{diag}(\mathbf{P}'(-z^{2M})) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{J} \\ -(\mathbf{J} + \mathbf{I}) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}_{\text{DCT}} \cdot \mathbf{\Lambda}_c \cdot \mathbf{U}(z^M). \quad (6.15)$$

$\mathbf{\Lambda}_c$ entspricht einer Diagonalmatrix mit $[\mathbf{\Lambda}_c]_{ii} = \pm 1$. $\mathbf{P}'(-z^{2M})$ ist ein Vektor mit den Typ-2-Polyphasenkomponenten von $P(z)$. Die DCT-IV-Matrix \mathbf{C}_{DCT} läßt sich nach [Vai93] auf eine DFT zurückführen und ist so mittels schnellem FFT-Algorithmus realisierbar. Alternativ dazu ließe sich die DCT durch eine sogenannte BinDCT [Tra00] approximieren, welche nur Additionen von Integerzahlen und Shift-Operationen enthält.

6.2 Redundanzeinfügung

Bei Übertragung über zeitlich dispersive Kanäle mit Impulsantworten, deren Länge einen Abtastwert überschreitet, kommt es zwangsläufig zu Symbol- und Kanal-

übersprechen im Ausgangssignal der kritisch abgetasteten kosinus-modulierten Filterbank. Diesem Effekt läßt sich entgegenwirken, wenn man auf der Empfängerseite einen Entzerrer entsprechender Komplexität vorsieht oder aber bereits dem Sendesignal ein gewisses Maß an Redundanz zufügt.

Leider besitzen CMFB nicht die zyklische Eigenschaft der DFT. Aus diesem Grund führt die Redundanzeinfügung mittels eines zyklischen Präfixes wie bei herkömmlicher DMT zu keiner vereinfachten Entzerrung [RPN94], und es gilt, andere Alternativen der Redundanzeinfügung zu untersuchen. Eine „kostengünstige“ Variante besteht darin, dem Sendesignal eine bestimmte Anzahl an Nullwerten hinzuzufügen, entweder im Zeitbereich oder im Frequenzbereich. Auf diese Weise wird weder die Komplexität des Senders noch die Sendeenergie erhöht. Außerdem bleibt die kritisch abgetastete Filterbank im Kern erhalten, und entsprechende schnelle Algorithmen lassen sich weiterhin verwenden.

Natürlich ist es möglich, Zeitbereichs- und Frequenzbereichsredundanz miteinander zu kombinieren.

6.2.1 Redundanz im Zeitbereich

Nach der Transformation in den Zeitbereich mit Hilfe der kritisch abgetasteten Senderfilterbank wird der resultierende Vektor $\mathbf{v}_{\text{krit}}(k)$ der Länge M um L angehängte Nullwerte entsprechend Abbildung 6.3 zum eigentlichen Sendesymbol $\mathbf{v}(k)$ der Länge P ergänzt:

$$\mathbf{v}(k) = [\mathbf{v}_{\text{krit}}(k) \quad \underbrace{0 \quad \dots \quad 0}_{P-M=L \text{ angehängte Nullen}}] \quad (6.16)$$

Die $P \times M$ -Transformationsmatrix läßt sich aus der Polyphasenmatrix $\mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z)$ der kritisch abgetasteten CMFB sehr einfach mit

$$\mathbf{G}^T(z) = \mathbf{Z}_z \cdot \mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z) \quad (6.17)$$

ableiten, wobei

$$\mathbf{Z}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M \\ \mathbf{0}_{L \times M} \end{bmatrix}. \quad (6.18)$$

Die Erweiterung mit Nullwerten wurde erfolgreich in [SGB97, SGB99] genutzt. Allerdings führt diese Methode, wie auch bei der herkömmlichen Guard-Intervalleinfügung, zu einer Verringerung der Bandbreiteneffizienz um den Faktor $M/P = M/(M + L)$.

6.2.2 Redundanz im Frequenzbereich

Um lineares Verhalten von Übertragern im Signalweg zu gewährleisten, darf der minimale Frequenzanteil im Übertragungsspektrum eine gewisse Mindestfrequenz nicht unterschreiten. Aufgrund der endlichen Flankensteilheit der Anti-Aliasing- und Interpolationsfilter beim AD/DA-Wandlungsprozeß läßt sich außerdem die theoretisch

mögliche Bandbreite nicht bis zur höchsten Frequenzkomponente ausnutzen. Aus diesem Grund existieren für die meisten praktischen DMT-Anwendungen K_L nicht nutzbare Träger unterhalb und K_H nicht nutzbare Träger oberhalb des tatsächlich für die Übertragung genutzten Frequenzbandes. Nimmt man nun an, daß auf den nicht verwendeten Trägern kein Signal übertragen wird, so lassen sich diese als systemeigene Redundanz im Frequenzbereich auffassen. Auf der Empfängerseite müssen lediglich die eigentlichen Datenträger entzerrt werden, wobei die durch Übersprecheffekte in die ungenutzten Träger gelangten Signalanteile für diesen Zweck verwendet werden können. Das DMT-Eingangssymbol enthält deshalb nur $N = M - K_L - K_H$ von Null verschiedene Elemente und läßt sich auf

$$\mathbf{u}_{\text{red}}(k) = [u_{K_L}(k) \quad \dots \quad u_{M-K_H-1}(k)]^T \quad (6.19)$$

verkürzen. Die dazugehörige Polyphasenmatrix läßt sich wiederum sehr einfach aus dem kritisch abgetasteten Fall gewinnen, indem man $\mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z)$ mit einer entsprechenden Selektionsmatrix multipliziert:

$$\mathbf{G}^T(z) = \mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{K_L \times N} \\ \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_{K_H \times N} \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Will man zusätzlich zu den Randbereichen auch noch die Träger mit einbeziehen, die sich aufgrund selektiver Einbrüche im Frequenzgang nicht nutzen lassen, so verallgemeinert sich (6.20) zu

$$\mathbf{G}^T(z) = \mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z) \cdot \mathbf{Z}_f. \quad (6.21)$$

Wie aus Bild 6.3 ersichtlich, reduziert \mathbf{Z}_f die Matrix $\mathbf{G}_{\text{krit}}(z)$ auf die $N = M - K$ Spalten, die nicht von vornherein mit Null multipliziert werden.

Es sei angemerkt, daß die Operation in (6.21) lediglich der Versinnbildlichung der Redundanzeinfügung dient. Da sich die vollständige Matrix $\mathbf{G}_{\text{krit}}^T(z)$ entsprechend (6.15) sehr effizient mit Hilfe der DCT ausführen läßt, wird man bei einer praktischen Realisierung weiterhin mit der kritisch abgetasteten Variante operieren.

Sofern die Zahl nicht nutzbarer Träger ausreichend Redundanz für die Entzerrung des Empfangssignals zur Verfügung stellt, ist keine zusätzliche Einschränkung der Bandbreiteneffizienz erforderlich. Das ist ein entscheidender Vorteil gegenüber der Redundanzeinfügung im Zeitbereich.

6.3 Kombination mit MIMO-Empfänger

Entsprechend dem vorhergehenden Abschnitt ist die Redundanzeinfügung auf der Senderseite klar definiert. Wie jedoch verfährt man mit dem redundanten Empfangssignal, wenn als Übertragungsweg ein nichtidealer Kanal genutzt wird? Mit anderen Worten, welche Abbildung der P Abtastwerte im Zeitbereich auf die M Empfangswerte im Frequenzbereich gewährleistet eine optimale Redundanzausnutzung? Jede willkürlich vorgenommene Strukturvereinfachung des Empfängers verschlechtert unter Umständen die Leistungsfähigkeit der Sender-Empfänger-Kombination.

Aus diesem Grund und im Sinne einer Verallgemeinerung werden deshalb zunächst Rücktransformation und Entzerrung zu einer allgemeinen Empfängermatrix $\mathbf{F}(z)$ zusammengefaßt, welche sich mit den Methoden aus Kapitel 5 optimieren läßt. Sendeseitig profitiert man vom einfachen Entwurf und der effizienten Realisierung der CMFB. Jede Form der Redundanzeinfügung, ob Zeit-, Frequenzbereich oder eine Kombination aus beiden, ist uneingeschränkt nutzbar. Dabei wird eine maximale Redundanzausnutzung auf der Empfängerseite nicht durch etwaige strukturelle Einschränkungen beeinträchtigt. Der Mehraufwand des MIMO-Empfängers hält sich für die anvisierten sehr kurzen Blocklängen M in vertretbarem Rahmen. Das resultierende Übertragungsschema mit kombinierter Zeit- und Frequenzbereichsredundanz ist in Bild 6.3 dargestellt.

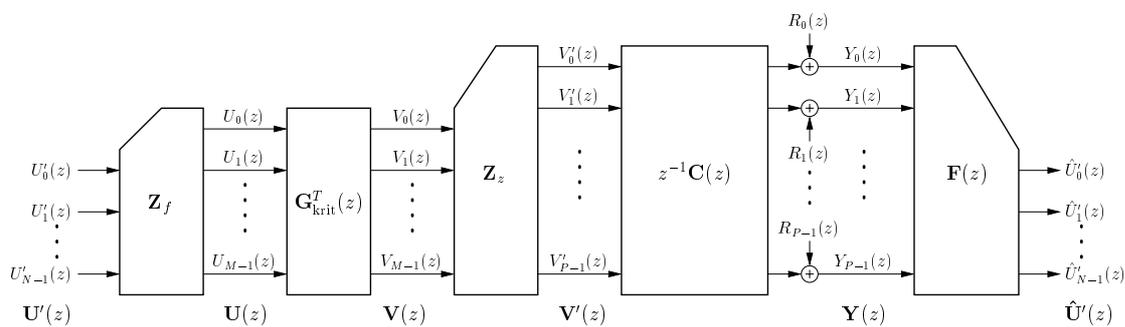


Bild 6.3: Sender mit kosinus-modulierter Filterbank, kombiniert mit optimiertem MIMO-Empfänger

Die Bilder 6.5 bis 6.12 vergleichen die Leistungsfähigkeit der Kombination aus CMFB-Sender und MIMO-Empfänger für verschiedene Parameter-Konstellationen unter praxisrelevanten Bedingungen mittels der Simulationsumgebung aus Kapitel 8. Dabei wird, ausgehend von den Erkenntnissen aus Abschnitt 5.2, stets eine MMSE-basierte Adaptierung der MIMO-Koeffizienten angewendet.

Betrachtet man die Rauschempfindlichkeit der untersuchten Prototypfilter in den Bildern 6.5 und 6.6 für verschiedene M , so fällt auf, daß das Prototypfilter mit $l = 2$ und $d_p = 1$ für $M = 16$ bei geringem Rauschbelag gegenüber dem Prototypfilter mit $l = 4$ und $d_p = 2$ etwas abfällt. Das mag daran liegen, daß die Koeffizienten der verwendeten Prototypen nicht analytisch sondern numerisch bestimmt wurden. Gewisse Restfehler sind also möglich.

Ansonsten zeigt sich eine nahezu lineare Abhängigkeit der Übertragungskapazität vom Rauschniveau des AWGN-behafteten Kanals, was darauf schließen läßt, daß, abgesehen vom Rauschbelag der Leitung, weitere Störanteile vernachlässigbar klein sind. Das bedeutet, daß dank der hohen Selektivität der CMFB-Basisfilter trotz realistischer Leitungsdaten bei praktischer Redundanzfreiheit quasi-perfekte Entzerrung möglich ist.

Die Bilder 6.7 und 6.8 zeigen den Einfluß existierender Redundanz im Frequenzbereich auf die Übertragungskapazität für verschiedene Prototypen. Wie auch bereits

in Abschnitt 5.2.1 festgestellt wurde, profitiert die MMSE-Berechnung der MIMO-Koeffizienten, zumindest für kurze Kanalimpulsantworten, von der Berücksichtigung nicht genutzter Träger infolge der auf 21 kHz eingeschränkten Bandbreite bei einer Abtastrate von 48 kHz (siehe Abschnitt 8.1).

Die Abhängigkeit der Datenrate und Latenzzeit von der Dimension des MIMO-Empfängers $M \times m_f P$, der Gesamt-Blockverzögerung d sowie der zugeführten Redundanz im Zeitbereich L wird in den Bildern 6.9 bis 6.12 diskutiert.

Ein MIMO-Empfänger, dessen Dimension kleiner ist als die Transformationsmatrix der korrespondierenden CMFB-Analysefilterbank und dadurch eine Gesamt-Blockverzögerung d forciert, die kürzer ist als die Blockverzögerung von Synthese- und Analysefilterbank des zugrundeliegenden Prototypfilters, macht prinzipiell keinen Sinn. Deshalb gilt stets $m_f \geq l$ und $d \geq 2d_p$.

Abgesehen von wenigen Ausnahmen, wie beispielsweise in Bild 6.10, ist Redundanz im Zeitbereich, d.h. $L > 0$, nicht erforderlich. Der Effekt der Verminderung der Bandbreiteneffizienz durch zusätzliche Redundanz im Zeitbereich überwiegt gegenüber dem aus dem kleineren ISI/ICI-Fehler resultierenden Kapazitätsgewinn.

Der MIMO-Empfänger profitiert in jedem Fall von einer Erhöhung der Blocklänge gegenüber der korrespondierenden Analysefilterbank. Werte von $m_f > l + 1$ bringen jedoch keine nennenswerten Vorteile.

Auch wenn wie in Bild 6.9 und Bild 6.10 für sehr kurze Leitungslängen die maximale Datenrate bereits bei $d = 2d_p$ erreicht wird, liegt der in der Regel beste Kompromiß zwischen Übertragungskapazität und Latenzzeit bei $d = 2d_p + 1$.

Die beste Parameterwahl für einen MIMO-Empfänger in Kombination mit einem CMFB-Sender, basierend auf einem linearphasigen Prototypfilter mit $d_p = 2$ und $l = 4$, liegt bei $m_f = 5$ und $d = 5$. Anhand der Ergebnisse aus Bild 6.11 und 6.12 wird allerdings ersichtlich, daß sich die annähernd gleiche Leistungsfähigkeit bei geringerer Komplexität und kürzerer Durchlaufzeit auch mit einem linearphasigen Prototypfilter mit $l = 2$ bzw. $d_p = 1$ bei Verwendung eines MIMO-Empfängers mit $m_f = 3$ und $d = 3$ erzielen läßt.

Auf die Verwendung eines TEQ in Kombination mit dem MIMO-Empfänger kann, ausgehend von den Erkenntnissen aus Abschnitt 5.2.2, verzichtet werden.

6.4 Kombination mit einem FEQ

Die Kombination eines CMFB-Senders mit einem MIMO-Empfänger eignet sich hervorragend, um die Leistungsfähigkeit von Verfahren mit strukturellen Einschränkungen bewerten zu können. Allerdings ist der Realisierungsaufwand eines solchen Empfängers nur für kurze Blocklängen sinnvoll. Für größere M ist es deshalb notwendig, den MIMO-Empfänger durch eine vereinfachte Struktur zu ersetzen.

In den Bildern 6.9 bis 6.12 wird gezeigt, daß zusätzliche Redundanz im Zeitbereich in der Regel keinen positiven Einfluß auf die Datenrate hat. Der folgerichtige Verzicht auf das Anhängen zusätzlicher Nullwerte an den Sendevektor erleichtert die Abspaltung der Rücktransformation von der optimierten Sendermatrix und liefert damit

ideale Voraussetzungen zum Entwurf einer aufwandsreduzierten Empfängerstruktur. In [RPN94] wurde gezeigt, daß sich die kosinus-modulierte Empfänger-Filterbank gut mit einem nachgeschalteten FEQ nach Abschnitt 4.3.2.2 kombinieren läßt:

$$\mathbf{F}(z) = \mathbf{E}(z) \cdot \mathbf{F}_{\text{krit}}(z) . \quad (6.22)$$

Die Abhängigkeit der Entzerrermatrix von z soll andeuten, daß zur Entzerrung durchaus mehrere, aufeinanderfolgende Symbole ausgewertet werden. Die Einschränkung der Verknüpfungsmöglichkeiten des FEQ nach dem Prinzip der Nachbarschaft liefert hier aufgrund der guten Frequenzselektivität der CMFB-Basisfilter im Gegensatz zur Kombination mit IDFT/DFT (siehe Abschnitt 4.3.2.2) sehr gute Ergebnisse.

Ebenso wie die Sender-Filterbank läßt sich $\mathbf{F}_{\text{krit}}(z)$ mit Hilfe eines schnellen Algorithmus berechnen. Nach [Vai93] ist die Abbildung des sequentiellen Eingangssignals des Empfängers $Y(z)$ auf das Empfangssymbol $\hat{\mathbf{U}}(z)$ durch

$$\hat{\mathbf{U}}(z) = \mathbf{E}(z) \cdot \{\boldsymbol{\nu}(z^M)\}_0^{\downarrow M} \quad (6.23)$$

mit

$$\boldsymbol{\nu}(z^M) = \sqrt{M} \cdot \boldsymbol{\Lambda}_c \cdot \mathbf{C}_{\text{DCT}} \cdot [\mathbf{I} - \mathbf{J} \quad -(\mathbf{I} + \mathbf{J})] \cdot \text{diag}(\mathbf{P}(-z^{2M})) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ \vdots \\ z^{-2M+1} \end{bmatrix} \cdot Y(z) \quad (6.24)$$

definiert. \mathbf{J} symbolisiert die Anti-Diagonalmatrix oder Umkehrmatrix, während $\boldsymbol{\Lambda}_c$ eine Diagonalmatrix mit Einsen alternierenden Vorzeichens darstellt. \mathbf{C}_{DCT} repräsentiert wiederum die DCT-IV-Transformationsmatrix, und $\mathbf{P}(z^{2M})$ einen Vektor mit den Typ-I- $2M$ -Polyphasenkomponenten des Prototypfilters $P(z)$.

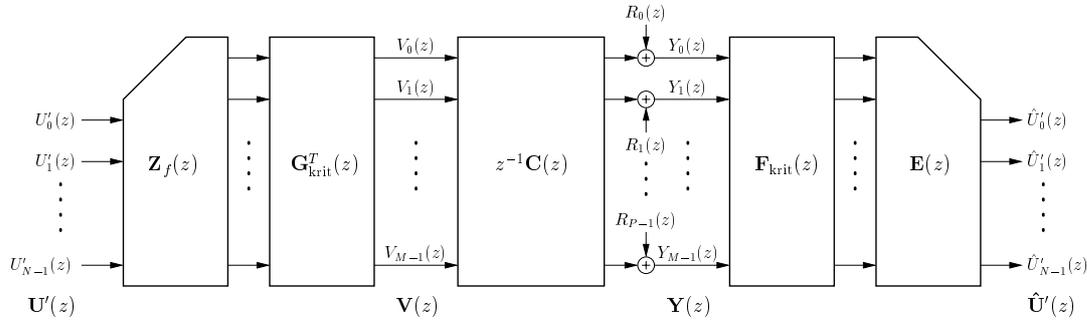


Bild 6.4: Sender mit kosinus-modulierter Synthese-Filterbank, und Empfänger mit kosinus-modulierter Analyse-Filterbank kombiniert mit FEQ

Bild 6.13 vergleicht die Datenrate in Abhängigkeit von den in Abschnitt 4.3.2.2 definierten Strukturparametern des FEQ für den linearphasigen Prototypen mit $l = 4$. Für die Wahl der optimalen Blocklänge m des FEQ zeigt sich ähnlich der Blocklänge des MIMO-Empfängers in Abschnitt 5.2, daß $m < l$ die Leistungsfähigkeit erheblich einschränkt. Die beste Wahl für $l = 4$ ist ein FEQ mit $m = 5$. Eine Erhöhung der berücksichtigten Nachbarschaft des betrachteten Trägers auf $w > 1$ verbessert die Übertragungskapazität nur geringfügig.

Aus Bild 6.14 geht hervor, daß auch bei Verwendung des unsymmetrischen Prototypfilters mit $l = 4$ und kurzer Blockverzögerung $d_p = 1$ der optimale Überlappungsfaktor bei $m = 5$ liegt. Als Kompromiß zwischen Datenrate und Komplexität empfiehlt sich eine Nachbarschaftsausdehnung von $w = 3$.

Bei $l = 2$ und $d_p = 1$ in Bild 6.15 gestaltet sich die Bestimmung eines optimalen w als schwierig, da mit ansteigendem w kein Sättigungseffekt der Datenrate erkennbar ist. Wenigstens $w = 4$ Nachbarträger müssen rechts- und linksseitig vom betrachteten Träger in den FEQ einbezogen werden. Daraus resultiert ein hoher Rechenaufwand, der den Vorteil einer geringen Anzahl zu berücksichtigender Symbole bei optimal $m = 3$ wieder zunichte macht.

Wie in Bild 6.4 angedeutet, läßt sich existierende Redundanz durch nicht genutzte Träger mittels zusätzlicher Zweige in der Entzerrermatrix berücksichtigen. Jeder Transformationsausgang eines unbenutzten Trägers wird jeweils mit den Ausgängen aller benutzten Träger verknüpft. Der direkte Vergleich mit der Variante ohne Redundanzausnutzung in Bild 6.16 ergibt eine geringfügige Verbesserung gegenüber der ausschließlichen Nutzung der Nachbarschaftsumgebung, die den Mehraufwand durch die zusätzlichen Linearkombinationen jedoch nicht rechtfertigt.

Bei jeweils optimaler Wahl der Blocklänge veranschaulichen die Bilder 6.17 und 6.18 den Einfluß der Gesamt-Blockverzögerung d für verschiedene Prototypfilter und Testleitungen. Übereinstimmend führt eine Wahl von $d = 3$ für die Prototypfilter mit $d_p = 1$ sowie $d = 6$ für $d_p = 2$ zum optimalen Ergebnis.

6.5 Verzicht auf einen TEQ

Analog zu Abschnitt 5.2.2 stellt sich auch für die Kombination aus CMFB-Analysefilterbank und FEQ die Frage, ob die Verkürzung der effektiven Länge der Kanalimpulsantwort mittels eines TEQ eine Verringerung der Komplexität des FEQ ermöglicht.

Für alle Prototypen mit $l = 4$ hat der TEQ praktisch keinen Einfluß auf das Ergebnis, wie sich an Beispielen in Bild 6.19 und 6.20 erkennen läßt. Lediglich für $l = 2$ ergeben sich je nach Testkanal unterschiedliche Ergebnisse mit und ohne Verwendung eines TEQ. Hierbei überwiegt der in Bild 6.22 für eine 2km-Leitung demonstrierte negative Effekt bei kurzen Kanalimpulsantworten und eingefügtem TEQ. Aus diesem Grund wird für alle weiteren Simulationen in Kapitel 8 kein TEQ verwendet.

6.6 Zusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war es zu untersuchen, inwieweit kosinus-modulierte Filterbänke aufgrund ihrer hohen Frequenzselektivität toleranter auf unzureichende Orthogonalitätsbedingungen und Übersprecheffekte reagieren und sich damit besser für eine Verkürzung der Latenzzeit eignen als die der herkömmlichen DMT zugrundeliegende DFT. Zu diesem Zweck wurde die IDFT des DMT-Senders durch eine kritisch

abgetastete kosinus-modulierte Synthesefilterbank ersetzt.

Zunächst wurde der CMFB-basierte Sender mit einem MIMO-Empfänger kombiniert, um die maximale Leistungsfähigkeit des CMFB-basierten Mehrträgersystems ohne strukturelle Einschränkungen auf der Empfängerseite abschätzen zu können.

Ähnlich Kapitel 5 gilt für eine sinnvolle Dimensionierung des MIMO-Empfängers stets $m_f \geq l$ und $d \geq 2d_p$. Bei einer optimalen Blocklänge von $m_f = l + 1$ profitiert der CMFB-basierte MIMO-Empfänger in der Regel mit $d = 2d_p + 1$ von einer zusätzlichen Verzögerung um ein Symbol.

Berücksichtigt man die Reellwertigkeit der Koeffizienten und die bei gleicher Trägeranzahl halbierte Symbollänge, so besitzt der CMFB-basierte MIMO-Empfänger trotz größerem m_f eine geringere Komplexität als ein vergleichbarer DFT-basierter MIMO-Empfänger. Allerdings ist auch der CMFB-basierte MIMO-Empfänger nur für kurze Symbollängen $M \leq 32$ geeignet.

Zusätzliche Redundanz im Zeitbereich durch Einfügen eines Guard-Intervalls ist in der Regel nicht nötig. Damit läßt sich die Komplexität des Empfängers erheblich verringern, wenn man statt der MIMO-Struktur eine Kombination aus kritisch abgetasteter kosinus-modulierter Analysefilterbank und vereinfachtem FEQ verwendet.

Interessanterweise zeigen die Simulationen, daß der FEQ eine Blocklänge m erfordert, die wenigstens dem Überlappungsfaktor der zugrundeliegenden CMFB entspricht. Beste Ergebnisse wurden unabhängig vom verwendeten Prototypfilter bei $m = l + 1$ erzielt.

Wie auch bei Verwendung eines MIMO-Empfängers ist es prinzipiell nicht erforderlich, die Blockverzögerung des Empfängers auf den Wert der zugehörigen kosinus-modulierten Analysefilterbank festzulegen. Eine Wahl von $d = 3$ für Prototypfilter mit kurzer Blockverzögerung $d_p = 1$ bzw. $d = 6$ für linearphasige Prototypfilter mit $l = 4$ und $d_p = 2$ erweist sich als brauchbarer Kompromiß.

Eine Erweiterung des FEQ um die Kombination mit Signalanteilen nicht benutzter Träger zusätzlich zur Berücksichtigung der Nachbarschaft führt aufgrund der hohen Sperrdämpfung der CMFB-Basisfilter zu keiner signifikanten Verbesserung.

6.7 Simulationsergebnisse

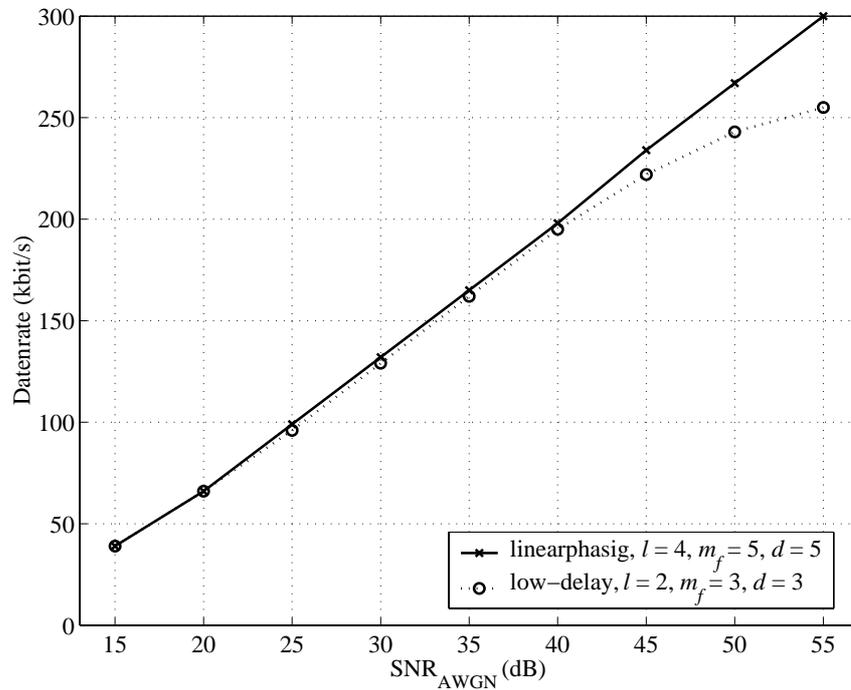


Bild 6.5: Rauschempfindlichkeit der Kombination CMFB + MIMO für verschiedene Prototypfilter und MMSE-Adaption der MIMO-Koeffizienten ($M = 16$, 2km-Leitung)

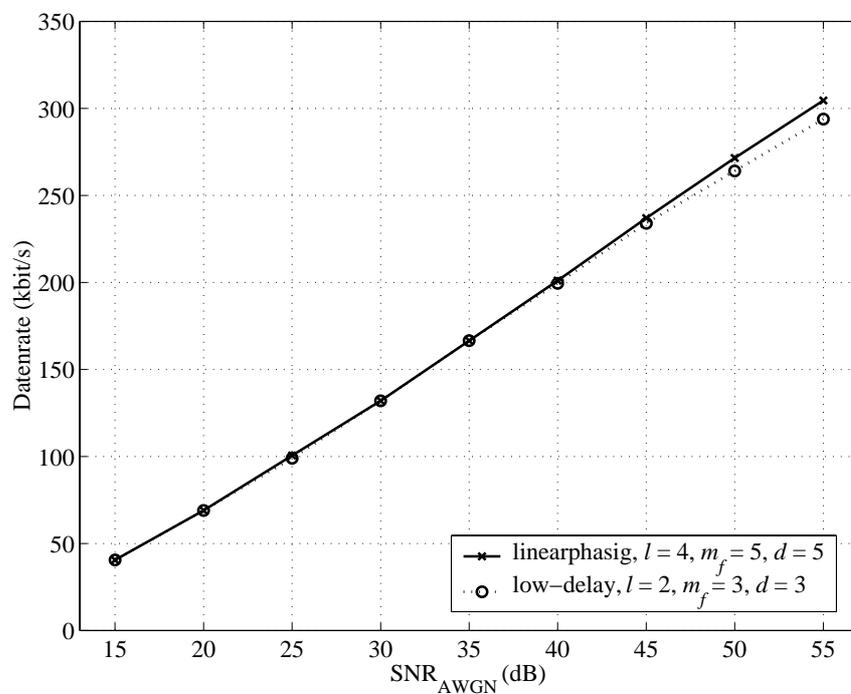


Bild 6.6: Rauschempfindlichkeit der Kombination CMFB + MIMO für verschiedene Prototypfilter und MMSE-Adaption der MIMO-Koeffizienten ($M = 32$, 2km-Leitung)

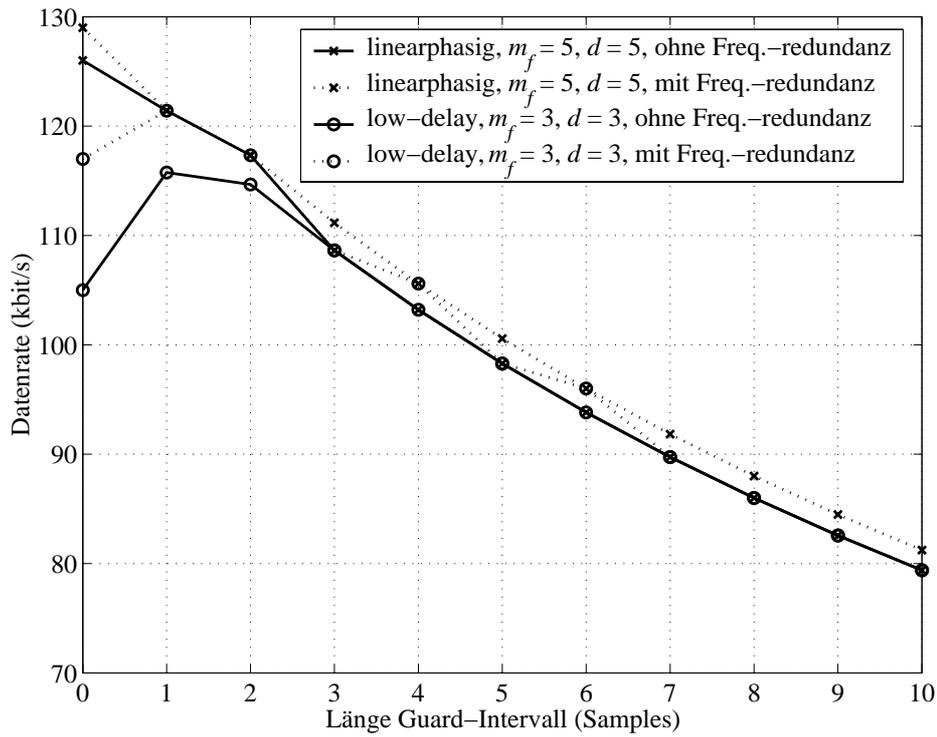


Bild 6.7: Einfluß der Frequenzbereichs-Redundanz für die Kombination CMFB + MIMO und verschiedene Prototypfilter ($M = 16$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

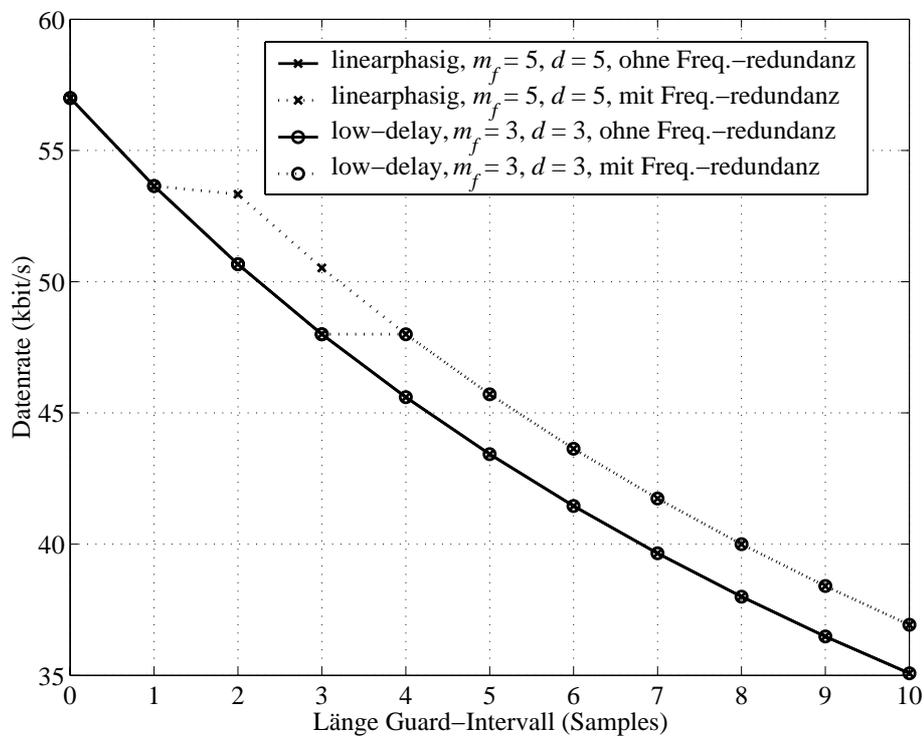


Bild 6.8: Einfluß der Frequenzbereichs-Redundanz für die Kombination CMFB + MIMO und verschiedene Prototypfilter ($M = 16$, AWGN mit SNR = 30 dB, 20km-Leitung)

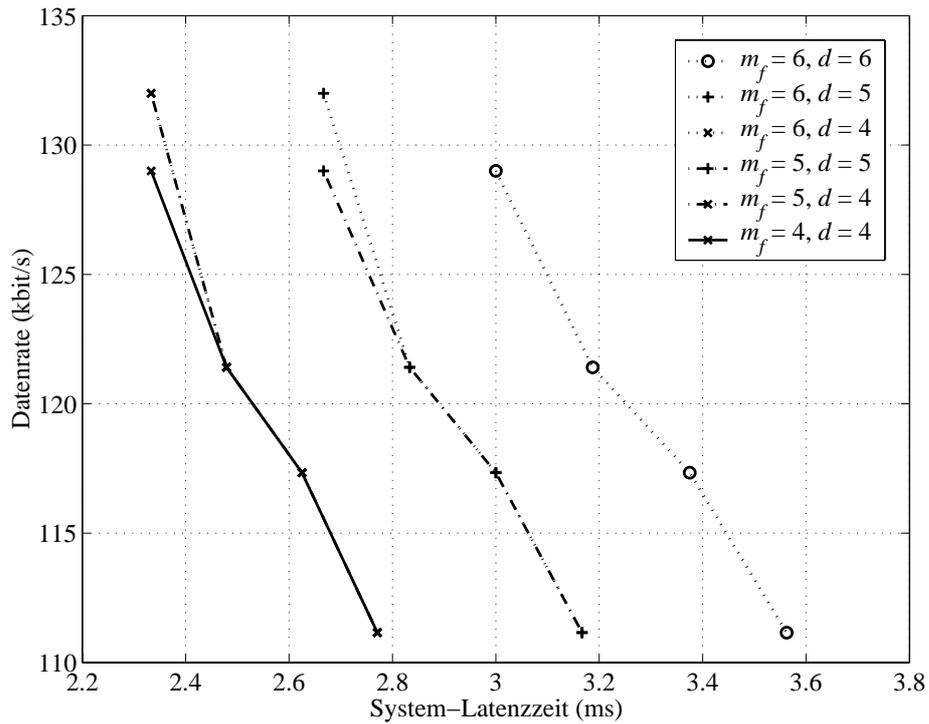


Bild 6.9: Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für linearphasige CMFB + MIMO bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Blockverzögerungen ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 2$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

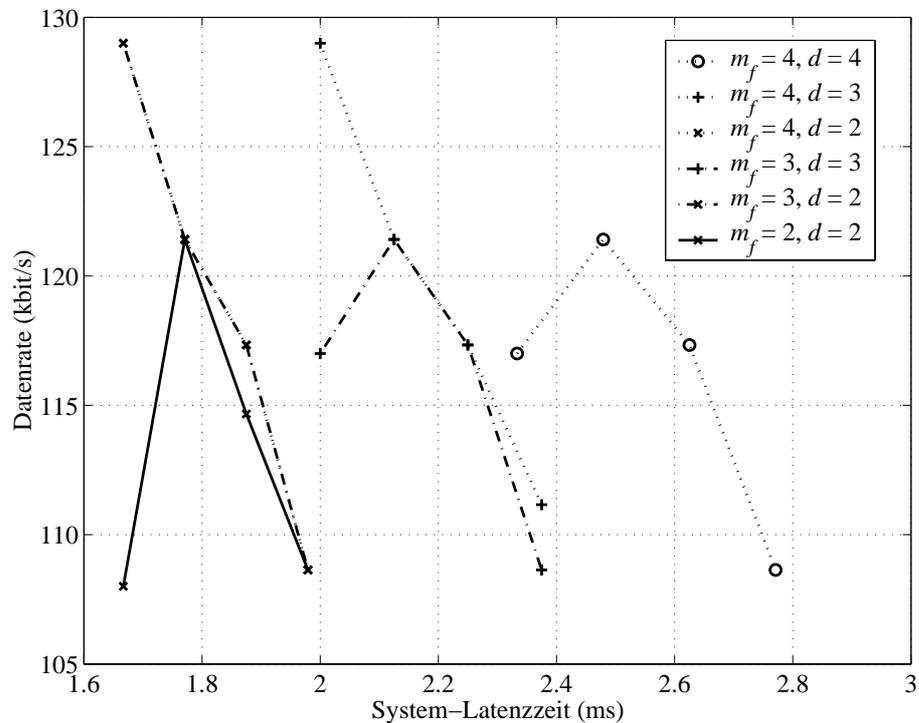


Bild 6.10: Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für low-delay CMFB + MIMO bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Blockverzögerungen ($M = 16$, $l = 2$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

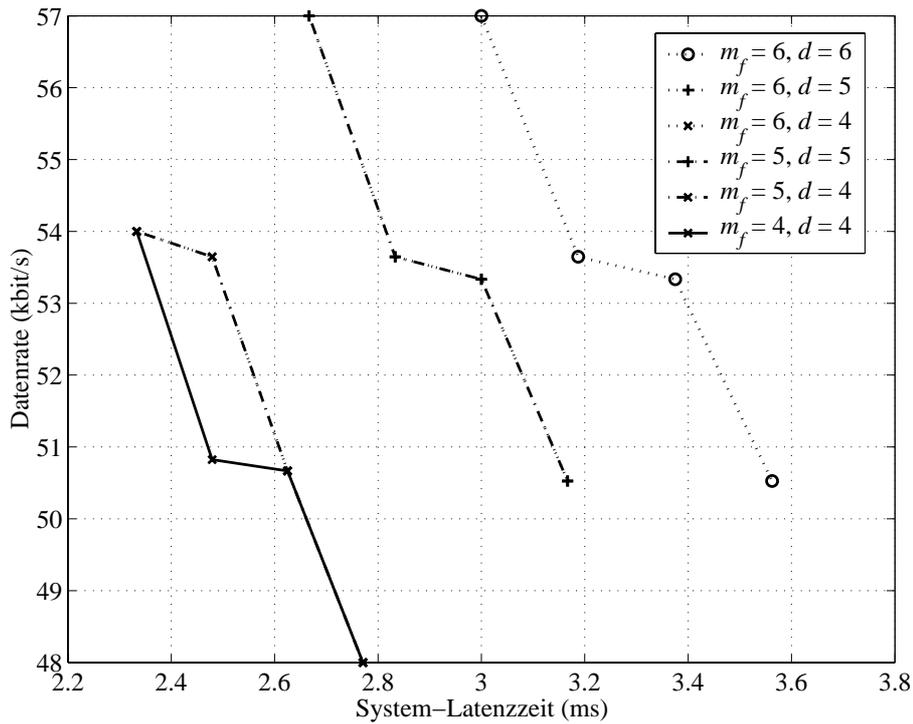


Bild 6.11: Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für linearphasige CMFB + MIMO bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Blockverzögerungen ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 2$, AWGN mit SNR = 30 dB, 20km-Leitung)

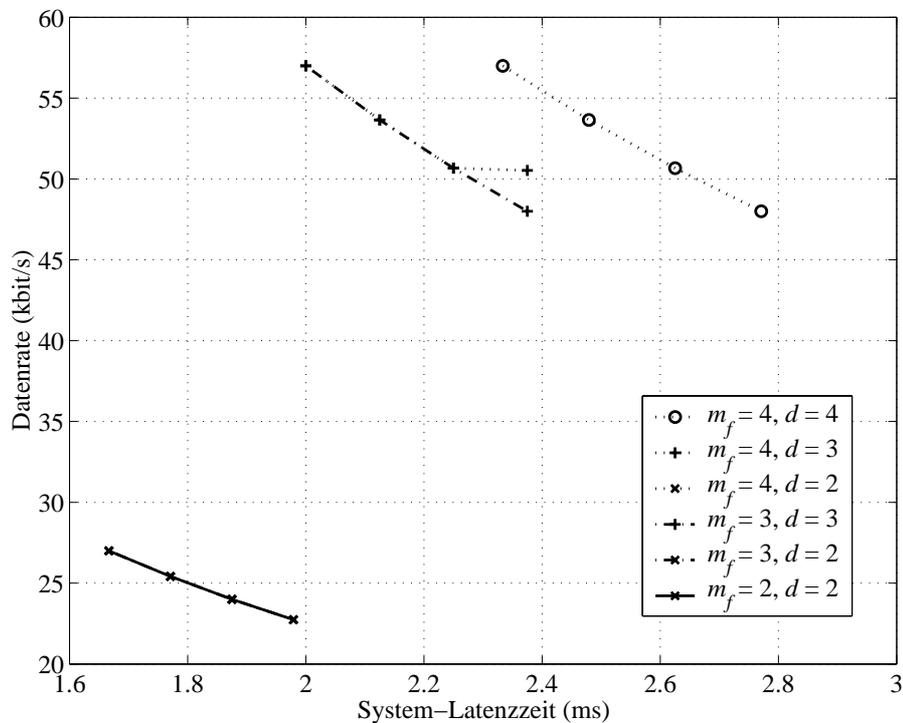


Bild 6.12: Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für low-delay CMFB + MIMO bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Blockverzögerungen ($M = 16$, $l = 2$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

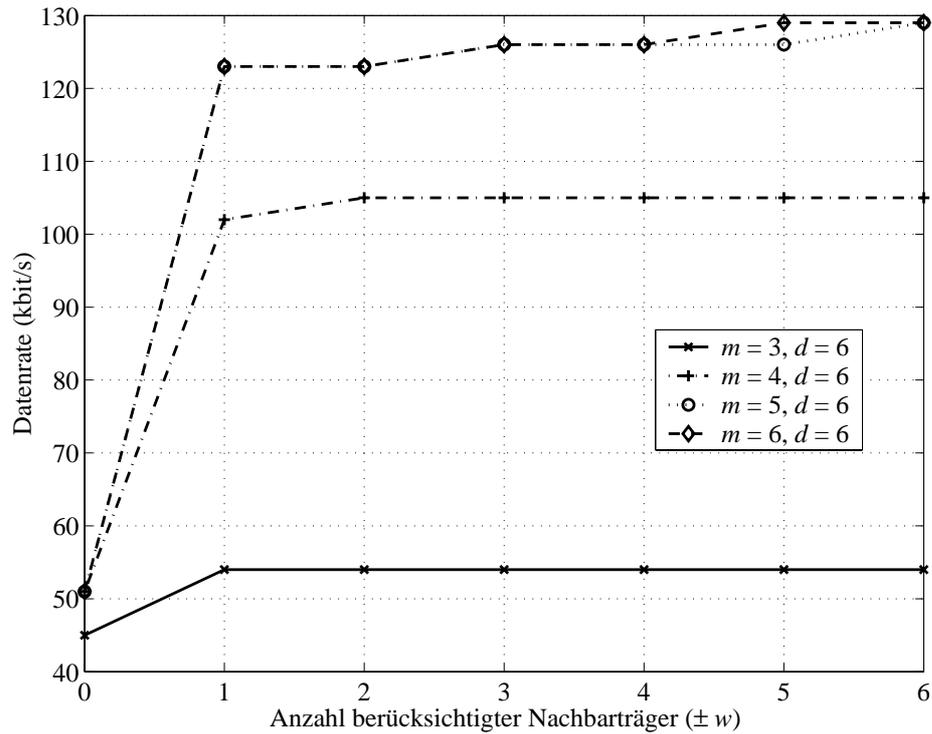


Bild 6.13: Datenrate für linearphasige CMFB + FEQ bei verschiedenen Überlappungsfaktoren ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 2$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

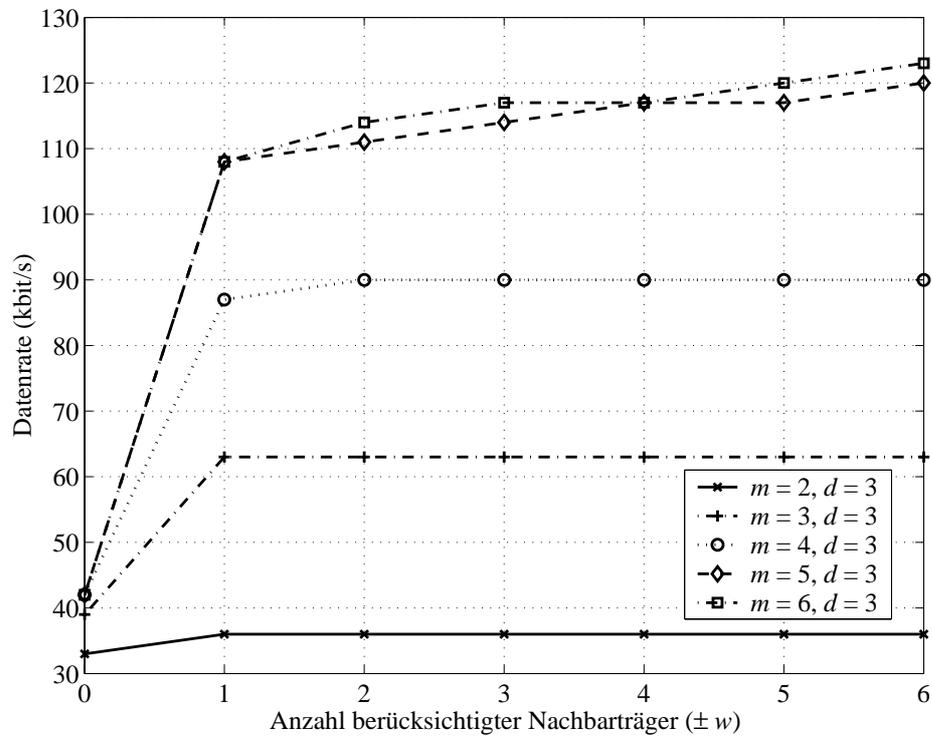


Bild 6.14: Datenrate für low-delay CMFB + FEQ bei verschiedenen Überlappungsfaktoren ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

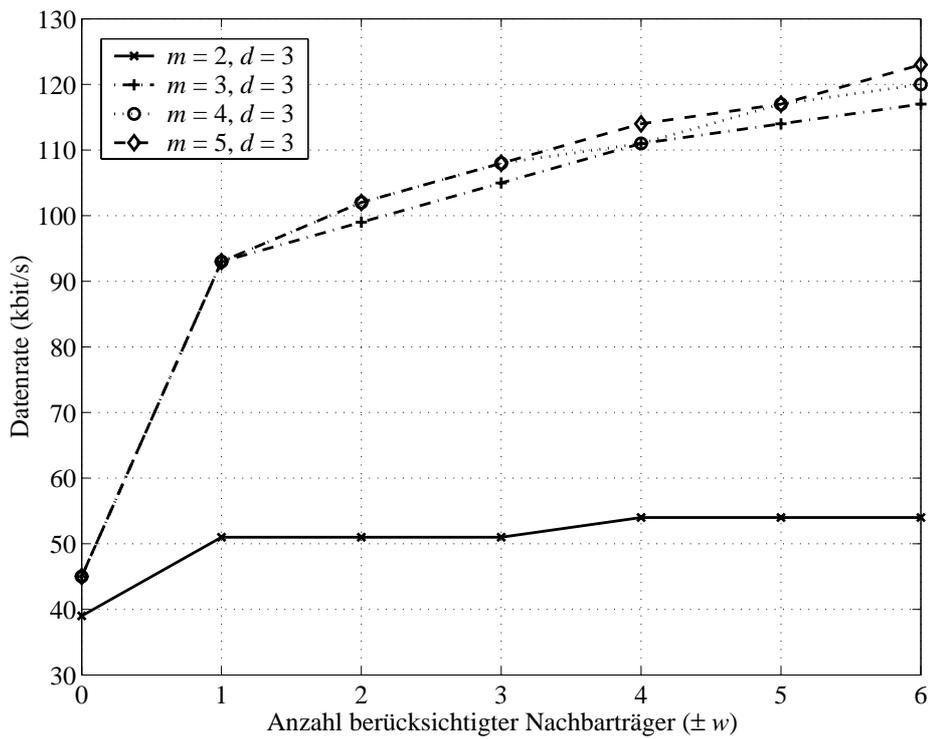


Bild 6.15: Datenrate für low-delay CMFB + FEQ bei verschiedenen Überlappungsfaktoren ($M = 16, l = 2, d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

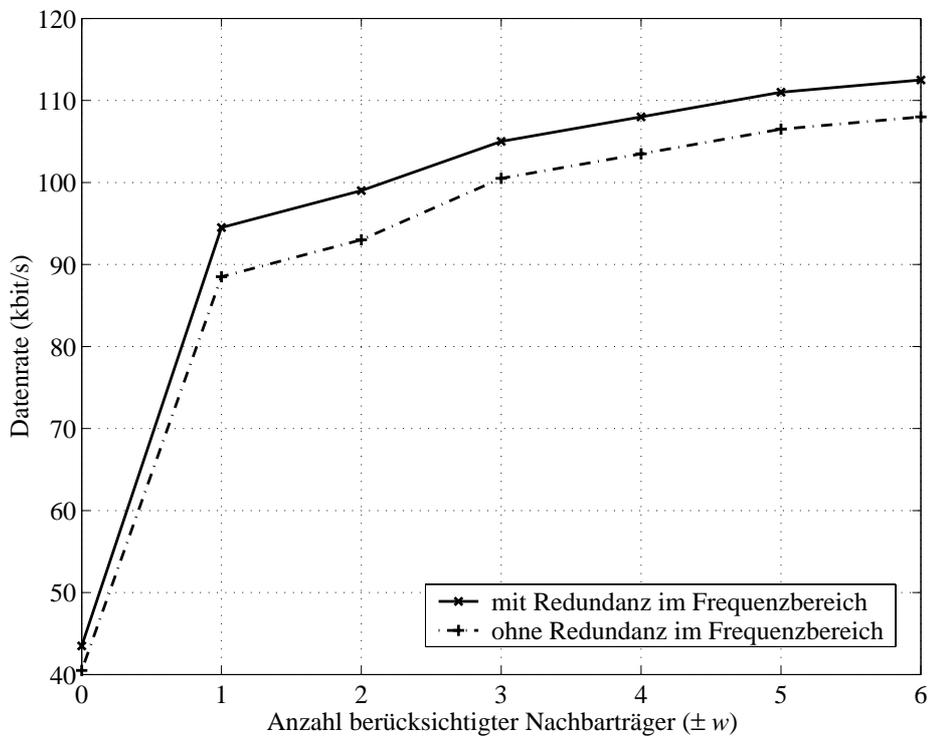


Bild 6.16: Einfluß der Frequenzbereichs-Redundanz für die Kombination low-delay CMFB + FEQ ($M = 32, l = 2, d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

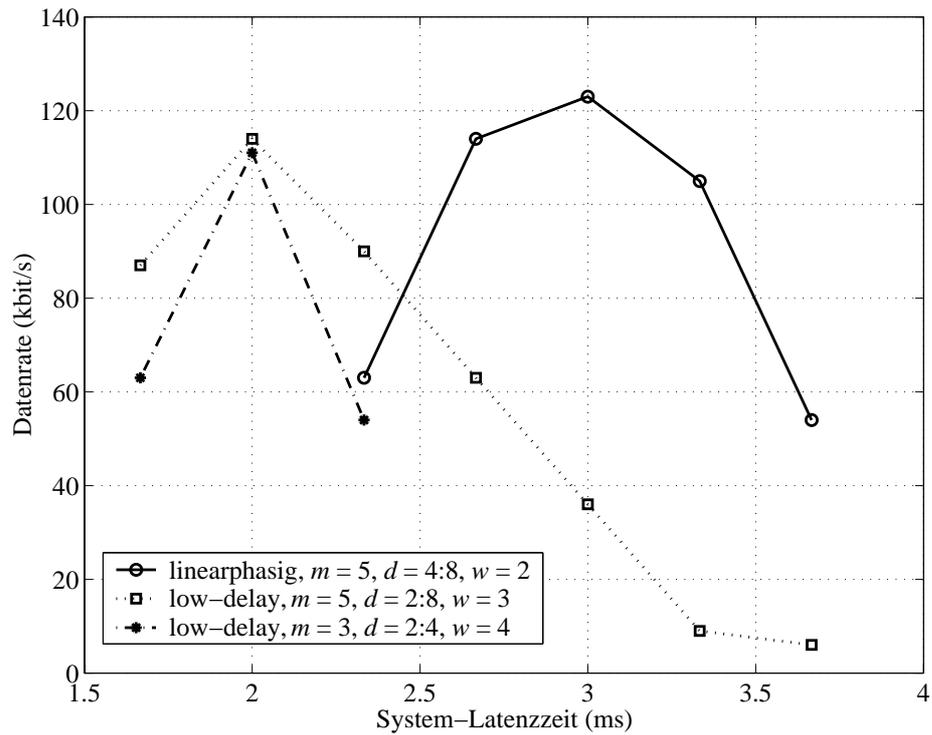


Bild 6.17: Datenrate für CMFB + FEQ bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Prototypfiltern ($M = 16$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

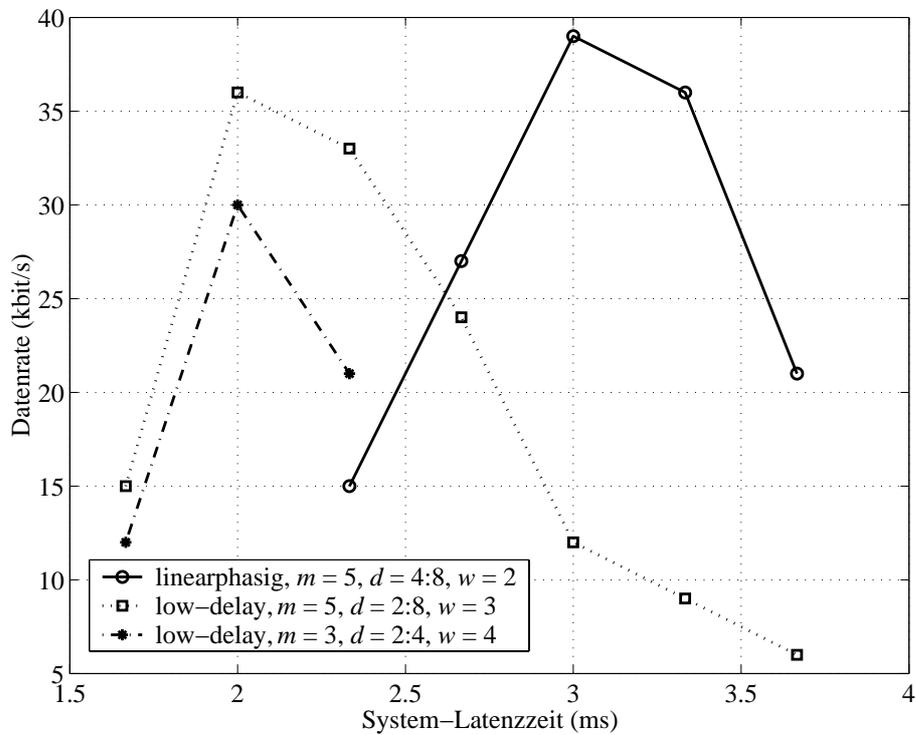


Bild 6.18: Datenrate für CMFB + FEQ bei verschiedenen Überlappungsfaktoren und Prototypfiltern ($M = 16$, AWGN mit SNR = 30 dB, 30km-Leitung)

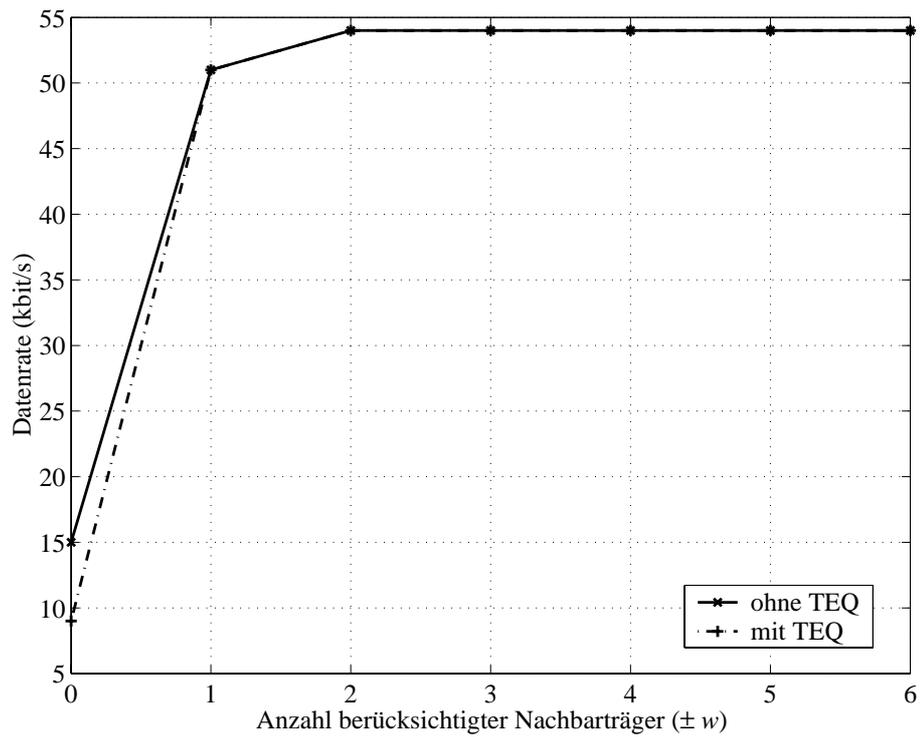


Bild 6.19: Vergleich der Leistungsfähigkeit von linearphasiger CMFB + FEQ mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 2$, AWGN mit SNR = 30 dB, 20km-Leitung)

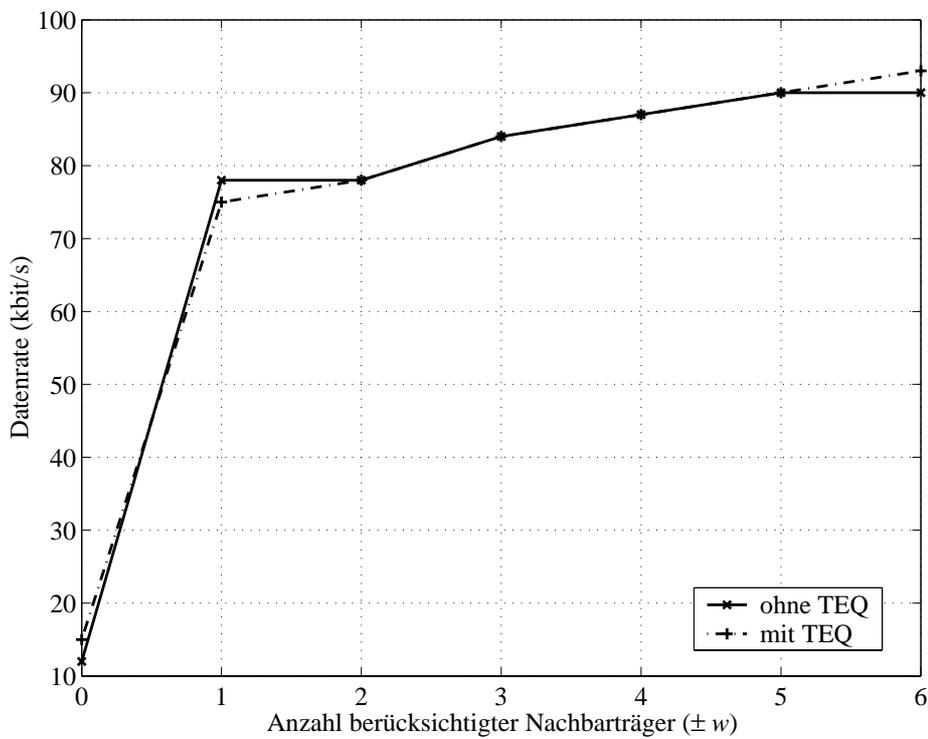


Bild 6.20: Vergleich der Leistungsfähigkeit von low-delay CMFB + FEQ mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 16$, $l = 4$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 10km-Leitung)

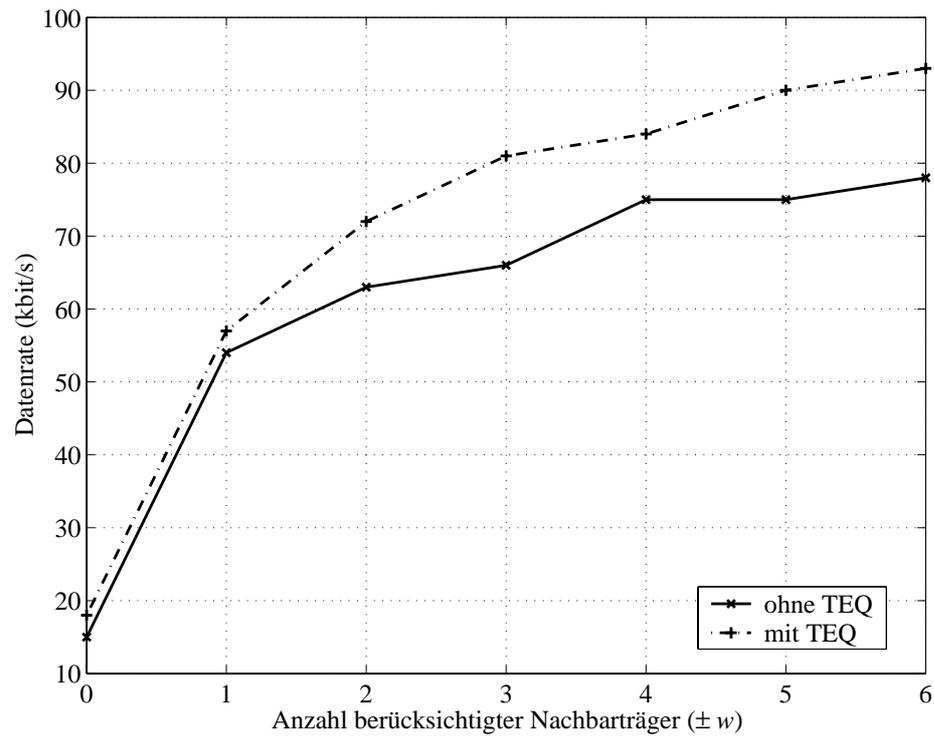


Bild 6.21: Vergleich der Leistungsfähigkeit von low-delay CMFB + FEQ mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 16$, $l = 2$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 10km-Leitung)

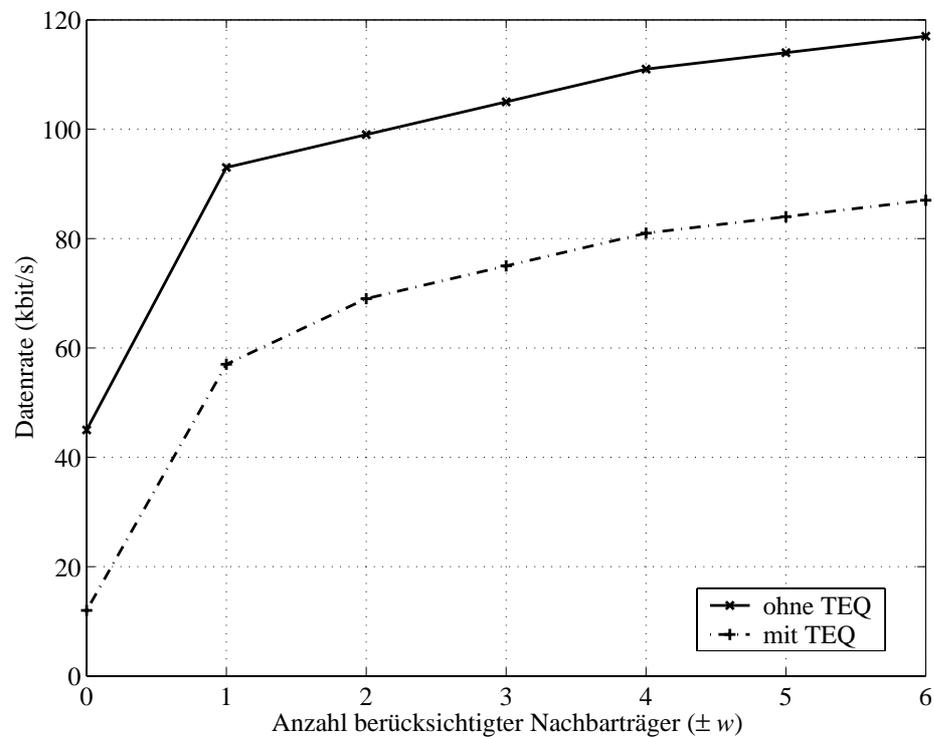


Bild 6.22: Vergleich der Leistungsfähigkeit von low-delay CMFB + FEQ mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 16$, $l = 2$, $d_p = 1$, AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

Kapitel 7

Verallgemeinerte DMT (GDMT)

In praktisch allen DMT-Systemen ist ein gewisses Maß an zusätzlicher Redundanz infolge nicht nutzbarer Träger vorhanden. Bei der Untersuchung von optimierten MIMO-Empfängern im Abschnitt 5 wurde bereits nachgewiesen, daß die Einbeziehung dieser Redundanz im Frequenzbereich eine deutlich verbesserte Entzerrung ermöglicht.

In diesem Abschnitt wird nun eine Erweiterung des herkömmlichen DMT-Entzerrers vorgestellt, welche durch Einbeziehung unbenutzter Träger auch bei nicht vorhandenem Guard-Intervall eine perfekte Entzerrung des Empfangssymbols ermöglicht. Damit stellt dieses Verfahren einen vollwertigen Ersatz zur bisherigen Guard-Intervall-Methode dar, wobei der zusätzliche Rechenaufwand äußerst gering ist. Im Gegensatz zur Redundanzeinfügung im Zeitbereich wird bereits vorhandene Redundanz im Frequenzbereich für die Entzerrung genutzt, wodurch die maximale Bandbreiteneffizienz bei den gegebenen Parametern erhalten bleibt. Weiterhin wird die ursprüngliche Symboldauer nicht verlängert, und die Durchlaufzeit ist stets minimal. Das ist ein entscheidender Vorteil gegenüber den bisher untersuchten Verfahren.

Die Kombination des neuen Entzerrers mit der bisherigen Guard-Intervall-Erzeugung läßt sich als eine Verallgemeinerung des herkömmlichen DMT-Verfahrens auffassen und erlaubt eine optimale Verteilung der Redundanz im Zeit- und Frequenzbereich hinsichtlich Datenrate, Durchlaufzeit und/oder Komplexität. Im weiteren Kontext wird das neu entwickelte Verfahren aus diesem Grund als Verallgemeinerte DMT bzw. GDMT (Generalized Discrete Multitone) bezeichnet.

7.1 Redundanz im Frequenzbereich

Das Prinzip der einfachen Entzerrung bei DMT beruht darauf, daß dem Sendesignal Redundanz im Zeitbereich in Form des Guard-Intervalls zugeführt wird. Der große Nachteil dabei ist, daß dieses Prinzip nur funktioniert, wenn das Guard-Intervall mindestens die Länge der Kanalimpulsantwort besitzt. Insbesondere für kleinere Symbolängen M hat die Impulsantwort des Übertragungskanals damit entscheidenden Einfluß auf die Durchlaufzeit und die erzielbare Bandbreiteneffizienz.

Wählt man bewußt ein zu kleines Guard-Intervall oder läßt es gar komplett weg, so muß die fehlende Redundanz durch einen erhöhten Aufwand bei der Entzerrung kompensiert werden. Hierfür ersetzt man den herkömmlichen Entzerrer der DMT mit nur einer komplexen Multiplikation pro Träger durch einen allgemeinen Linearen Kombinerer (LC) bzw. Frequenzbereichsentzerrer (FEQ), welcher prinzipiell jeden Koeffizienten des DFT-Ausgabevektors mit jedem anderen kombiniert. Für eine sinnvolle praktische Anwendung ist es jedoch notwendig, die Struktur des FEQ und damit den erheblichen Rechenaufwand in geeigneter Form einzuschränken.

Voruntersuchungen haben ergeben, daß bei kritischer Abtastung und Verwendung sämtlicher Träger im Falle der DMT jegliche Einschränkung der Kombinationsmöglichkeiten des FEQ zu einer erheblichen Erhöhung des ISI/ICI-Störanteils führen. Perfekte Rekonstruktion läßt sich nur bei Einbeziehung der übersprechenden Nachbarsymbole und vollbesetzter Entzerrermatrix erzielen. Eine einheitliche strukturelle Vereinfachung des FEQ für beliebige Kanäle erweist sich als sehr schwierig, da es aufgrund der schlechten Frequenzselektivität der Basisfilter der DFT/IDFT nicht möglich ist, signifikante von weniger signifikanten Koeffizienten zu unterscheiden. Selbst die für Wavelet-basierte DMT-Verfahren (DWT) bewährte Methode der Einschränkung der Verknüpfungsmöglichkeiten auf eine begrenzte Anzahl von $\pm w$ Nachbarträgern und $\pm m$ Nachbarsymbolen [ST95, RPN94] liefert nur moderate Ergebnisse, wie sich aus dem Diagramm in Bild 7.5 entnehmen läßt.

Bei den wenigsten praktischen DMT-Anwendungen lassen sich alle potentiellen Träger benutzen. Übertrager im Signalweg, die endliche Flankensteilheit der verwendeten Antialiasing- und Interpolationsfilter sowie selektive Einbrüche im Kanalspektrum beschränken die nutzbare Bandbreite und damit die Anzahl der möglichen Datenträger. Daraus resultiert eine gewisse Redundanz im Frequenzbereich, die bei den bisherigen Verfahren aus der Literatur in der Regel ungenutzt bleibt.

Die Berücksichtigung der bislang brachliegenden Redundanz im Frequenzbereich mit Hilfe des allgemeinen FEQ liefert ein erstaunliches Ergebnis: Die Linearkombination mit nur wenigen FFT-Koeffizienten unbenutzter Träger - in Bild 7.5 exemplarisch für $K = 2$ und $K = 4$ - führt zu einer drastischen Reduzierung des ISI/ICI-Fehlers im Vergleich zur herkömmlichen Einbeziehung der Nachbarschaft des betrachteten Trägers und erlaubt unter Umständen sogar perfekte Rekonstruktion trotz fehlenden Guard-Intervalls. Dagegen hat die Kombination mit den benutzten Nachbarträgern entsprechend Bild 7.5 keinen weiteren spürbaren Einfluß auf das Ergebnis.

Ausgehend von den gewonnenen Erkenntnissen läßt sich nach Bild 7.1 folgende Struktur für einen vereinfachten FEQ konstruieren:

1. Wie im Fall der Standard-DMT wird jeder FFT-Ausgang eines benutzten Trägers mit einem komplexen Faktor gewichtet.
2. Zusätzlich wird dieser mit einer hinreichenden Anzahl von komplex gewichteten Koeffizienten nicht benutzter Träger additiv verknüpft.

Optional läßt sich der FEQ mit einem TEQ kombinieren, welcher analog zur Standard-DMT dazu dient, die effektive Impulsantwort des Kanals auf eine definierte Länge zu trimmen. Zusätzliche Redundanz im Zeitbereich durch Einfügung eines Guard-Intervalls ist nicht notwendig, da die bereits vorhandene Redundanz im Frequenzbereich zur Entzerrung herangezogen wird.

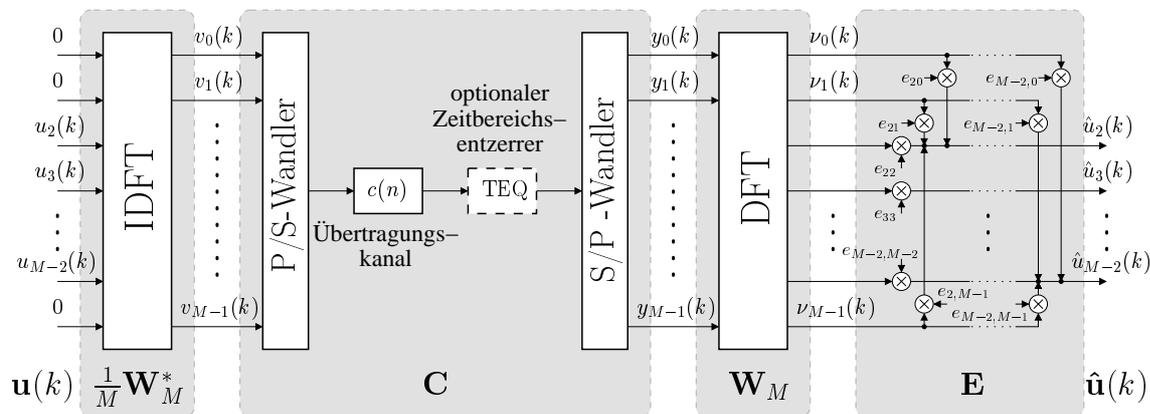


Bild 7.1: Struktur des Empfängers mit FEQ und optionalem TEQ

7.2 FEQ mit Redundanzausnutzung

Es wird ein DMT-System ohne Guard-Intervall angenommen, wobei der DFT im Empfänger statt des herkömmlichen single-tap-Entzerrers \mathbf{E}_D ein allgemeiner FEQ in Form der Entzerrermatrix \mathbf{E} nachgeschaltet ist. \mathbf{E} sei in seiner Struktur zunächst nicht eingeschränkt. In Bezug auf die Aufteilung der Kanalimpulsantwort nach Bild 3.2 sei die praxisnahe Konstellation angenommen, daß die Länge der Kanalimpulsantwort die Symboldauer nicht überschreitet, d.h. $L_c \leq M$, und sowohl Kopf- als auch Fußteil vorhanden sind, d.h. $L_h, L_t > 0$ und $\ell_h, \ell_t = 1$. Weiterhin wird zur Entzerrung nur der aktuelle FFT-Ausgabevektor herangezogen, d.h. $m = 1$. Mit diesen Einschränkungen vereinfacht sich die Übertragungsfunktion eines allgemeinen FEQ in Gl. (4.8) aus Abschnitt 4.3.2.1 zu

$$\mathbf{E} \cdot \underbrace{\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*/M)}_{\mathcal{H}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M]. \quad (7.1)$$

Mit der Pseudoinversen \mathcal{H}^\dagger von \mathcal{H} ergibt sich die Entzerrermatrix

$$\mathbf{E} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M] \cdot \mathcal{H}^\dagger, \quad (7.2)$$

welche bei rauschfreier Übertragung eine perfekte Rekonstruktion des Sendesymbols im Empfänger ermöglicht, sofern $\mathcal{H} \cdot \mathcal{H}^\dagger = \mathbf{I}_M$ gilt. Es ist jedoch anzunehmen, daß die $(M \times 3M)$ -Matrix \mathcal{H} im Regelfall deutlich mehr unabhängige Spalten als Zeilen aufweist und damit nicht invertierbar ist. Somit ist (7.1) im allgemeinen nicht lösbar. Garantiert werden kann die Lösbarkeit nur, wenn man zusätzlich mit $m = 3$

die beiden übersprechenden Nachbarsymbole mit in die Entzerrung einbezieht. Wie bereits erwähnt, ist \mathbf{E} in diesem Fall jedoch voll besetzt, ein Regelmechanismus für eine sinnvolle Strukturvereinfachung nicht erkennbar.

Für den praxisrelevanten Spezialfall in Gl. (7.1) existiert eine Lösung nur dann, wenn es gelingt, die Anzahl der unabhängigen Spalten in \mathcal{H} soweit zu reduzieren, daß der Rang von \mathcal{H} nicht größer ist als die Anzahl der Nutzträger. Das ist offensichtlich nur dadurch möglich, daß man bestimmte Träger nicht für die Datenübertragung nutzt bzw. sich bei der Entzerrung der Redundanz durch ohnehin nicht nutzbare Träger bedient. Dabei ist zu vermuten, daß die Anzahl der nicht nutzbaren Träger für eine ideale Entzerrung des Empfangssignals von der Länge der jeweiligen Kanalimpulsantwort abhängig ist.

Vor Einbringung der Redundanz im Frequenzbereich in das zu lösende Gleichungssystem sind noch einige Vorüberlegungen notwendig. Ausgangsbasis ist die Aufteilung der Kanalmatrix \mathbf{C} nach Bild 3.4 bzw. Gl. (3.13) in einen zyklischen Anteil \mathbf{C}_{zykl} sowie einen Fehleranteil \mathbf{C}_{err} . Definiert man $\mathbf{C}_z = \mathbf{C}_c + \mathbf{C}_h + \mathbf{C}_t$ und setzt $\mathbf{C}_e = [\mathbf{C}_t \quad -\mathbf{C}_h]$, so gilt

$$\mathbf{C}_{\text{zykl}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{C}_z \quad \mathbf{0}_M] \quad (7.3)$$

und

$$\mathbf{C}_{\text{err}} = [\mathbf{C}_e \quad \mathbf{0}_M] + [\mathbf{0}_M \quad -\mathbf{C}_e]. \quad (7.4)$$

Durch Einfügen von Gl. (3.13) in Gl. (7.1) erhält man

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{W}_M \cdot (\mathbf{C}_{\text{zykl}} + \mathbf{C}_{\text{err}}) \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*/M) = \mathbf{E} \cdot \underbrace{(\mathbf{W}_M \mathbf{C}_{\text{zykl}} (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*/M))}_{\mathcal{H}_{\text{zykl}}} + \underbrace{\mathbf{W}_M \mathbf{C}_{\text{err}} (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^*/M)}_{\mathcal{H}_{\text{err}}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M]. \quad (7.5)$$

Die konsequente Fortsetzung dieses Ansatzes führt zwangsläufig dazu, das Gleichungssystem in zwei separate Teilsysteme zu zerlegen. Einerseits muß \mathbf{E} der Bedingung genügen, die Übertragung über den zyklischen Kanalanteil $\mathcal{H}_{\text{zykl}}$ ideal zu entzerren. Andererseits soll der Einfluß von \mathcal{H}_{err} vollständig beseitigt werden. Folglich ergeben sich

$$\text{I. } \mathbf{E} \cdot \mathcal{H}_{\text{zykl}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M] \quad \text{und} \quad (7.6)$$

$$\text{II. } \mathbf{E} \cdot \mathcal{H}_{\text{err}} = \mathbf{0}_{M \times 3M}. \quad (7.7)$$

Der zyklische Anteil der Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{zykl}} &= \mathbf{W}_M \cdot [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{C}_z \mathbf{W}_M^*/M \quad \mathbf{0}_M] \\ &= [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{W}_M \mathbf{C}_z \mathbf{W}_M^*/M \quad \mathbf{0}_M] \end{aligned} \quad (7.8)$$

läßt sich weiter vereinfachen, wenn man berücksichtigt, daß sich die zyklische Toeplitzmatrix \mathbf{C}_z mittels Singulärwertzerlegung in $\mathbf{C}_z = 1/M \cdot \mathbf{W}_M^* \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{W}_M$ mit der Diagonalmatrix $\mathbf{D} = \text{diag}(d_0, d_1, \dots, d_{M-1})$ und $d_i = M \cdot C(e^{j2\pi i/M})$ zerlegen läßt.

Somit vereinfacht sich Gl. (7.8) zu $\mathcal{H}_{\text{zykl}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{D} \quad \mathbf{0}_M]$ und nach Eliminierung der Nullspalten reduziert sich Teilsystem I auf

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{I}_M \quad (7.9)$$

mit der offensichtlichen Lösung $\mathbf{E} = \mathbf{D}^{-1} = \text{diag}(e_0, e_1, \dots, e_{M-1})$ und $e_i = 1/C(e^{j2\pi i/M})$. Man beachte, daß dies der herkömmlichen DMT-Entzerrungsmethode mit einem single-tap-Entzerrer für jeden Träger entspricht. Bei Annahme einer Diagonalmatrix \mathbf{E} existiert für Teilsystem II jedoch nur für den trivialen Fall $\mathcal{H}_{\text{err}} = \mathbf{0}$ eine Lösung.

Alle bisherigen Betrachtungen gingen davon aus, daß sämtliche Träger für die Übertragung genutzt werden. Im folgenden wird Redundanz im Frequenzbereich vorausgesetzt, d.h., K Träger werden nicht verwendet. Dadurch wird die Dimension des Gleichungssystems in (7.1) eingeschränkt. Einerseits reduziert sich die Anzahl der Zeilen in \mathbf{E} , da nur die benutzten Träger entzerrt werden müssen. Andererseits verringert sich die Anzahl der relevanten Spalten in \mathcal{H} , da lediglich $N = M - K$ Träger moduliert werden. Die damit gewonnenen Freiheitsgrade in Form der FFT-Koeffizienten nicht benutzter Träger lassen sich nun für Entzerrungszwecke verwenden.

Für die Matrixdarstellung der mit der Redundanzeinfügung verbundenen Zeilen- und Spaltenreduktionen ist es weiterhin notwendig, die Selektionsmatrizen

$$\mathbf{S}_1 = \text{diag}(s_0, s_1, \dots, s_{M-1}) \quad \text{mit} \quad s_i = \begin{cases} 1 & : \text{Träger benutzt} \\ 0 & : \text{Träger nicht benutzt} \end{cases} \quad (7.10)$$

und

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{I}_M - \mathbf{S}_1 \quad (7.11)$$

einzuführen, wobei sich nach Eliminierung der Nullspalten

$$\mathbf{S}_0 \xrightarrow{\text{Nullspaltenelim.}} \underset{M \times K}{\mathbf{S}_{0,\text{red}}} \quad \text{und} \quad \mathbf{S}_1 \xrightarrow{\text{Nullspaltenelim.}} \underset{M \times N}{\mathbf{S}_{1,\text{red}}} \quad (7.12)$$

ergeben. $\mathbf{S}_{1,\text{red}}$ selektiert aus dem transformierten Empfangsvektor $\boldsymbol{\nu}(k)$ die Koeffizienten der benutzten Träger, während $\mathbf{S}_{0,\text{red}}$ entsprechend die nicht genutzten Träger auswählt. Damit lassen sich die Entzerrerkoeffizienten in \mathbf{E} in zwei unabhängige Gruppen aufspalten:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E} \cdot \underbrace{(\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1)}_{\mathbf{I}_M} = \underbrace{\mathbf{E} \cdot \mathbf{S}_0}_{\mathbf{E}_0} + \underbrace{\mathbf{E} \cdot \mathbf{S}_1}_{\mathbf{E}_1} . \quad (7.13)$$

Die von Null verschiedenen Spalten in \mathbf{E}_1 enthalten die Verknüpfungsfaktoren mit den benutzten Trägern, während die relevanten Elemente in \mathbf{E}_0 den Verknüpfungsfaktoren mit den nicht benutzten Trägern entsprechen. Entsprechend Bild 7.2 erhält man nach Eliminierung der Nullspalten und -zeilen in \mathbf{E}_0 und \mathbf{E}_1 die komprimierten Varianten $\mathbf{E}_{0,\text{red}}$ und $\mathbf{E}_{1,\text{red}}$.

Nach Eliminierung der Nullspalten und -zeilen mit Hilfe der Selektionsmatrizen aus Gl. (7.12) und Berücksichtigung von Gl. (7.13) präsentiert sich Teilsystem I in (7.9)

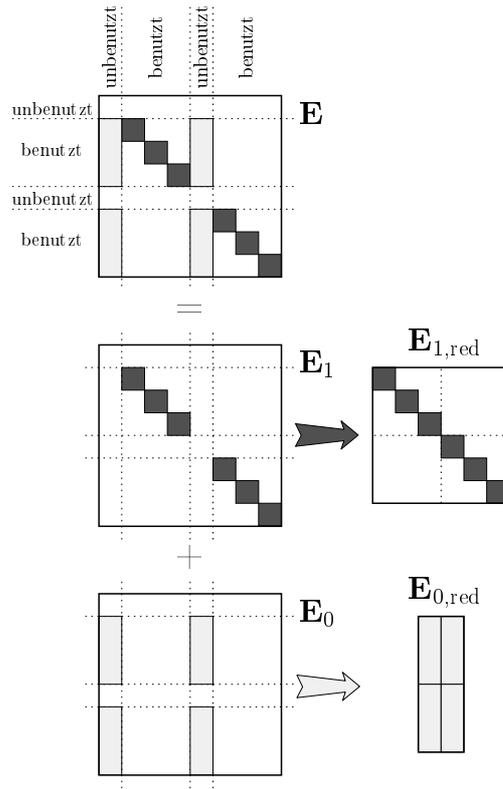


Bild 7.2: Zerlegung der Entzerrermatrix und Ableitung der reduzierten Varianten

nach entsprechender Vereinfachung als

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1) \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}} = \\
 & \mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot (\mathbf{E} \cdot \underbrace{\mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}}}_{=0} + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}}) = \\
 & \underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}}}_{\mathbf{E}_{1,\text{red}}} \cdot \underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}}}_{\mathbf{D}_{1,\text{red}}} = \mathbf{I}_N .
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Die Lösung dieses Systems ist garantiert und lautet vervollständigt zur kompletten Teilmatrix des Entzerrers

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{S}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{D}_{1,\text{red}}^{-1} \cdot \mathbf{S}_{1,\text{red}}^T . \tag{7.15}$$

Man beachte, daß $\mathbf{D}_{1,\text{red}}$ eine Teilmatrix von \mathbf{D} darstellt. Somit ist \mathbf{E}_1 eine unvollständige Diagonalmatrix mit den inversen Kanalkoeffizienten an den Positionen der benutzten Träger. Bemerkenswert ist auch, daß die Lösung des Teilsystems I unabhängig von \mathbf{E}_0 ist. Folglich lassen sich die Freiheitsgrade in \mathbf{E}_0 komplett zur Lösung des zweiten Teilsystems verwenden.

Streicht man in Teilsystem II die überflüssigen Nullspalten und -zeilen, so erhält man

$$\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{C}_{\text{err}} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_{1,\text{red}}) = \mathbf{0}_{N \times 3N} . \tag{7.16}$$

Für die Berücksichtigung der unvollständigen Besetzung von \mathbf{C}_{err} ist es notwendig,

ähnlich \mathbf{S}_0 und \mathbf{S}_1 zwei weitere Hilfsmatrizen einzuführen, eine $((L_c - 1) \times M)$ -Zeilenreduktionsmatrix $\mathbf{Z}_{c,\text{red}}$, welche aus den M Zeilen in \mathbf{C}_{err} die $L_c - 1$ von Null verschiedenen Zeilen selektiert, sowie eine $(3M \times 2(L_c - 1))$ -Spaltenreduktionsmatrix $\mathbf{S}_{c,\text{red}}$, welche entsprechend die $2(L_c - 1)$ relevanten Spalten aussortiert. Angewendet auf \mathbf{C}_{err} erhält man die reduzierte Matrix des Fehleranteils des Kanals

$$\mathbf{C}_{\text{err,red}} = \mathbf{Z}_{c,\text{red}} \cdot \mathbf{C}_{\text{err}} \cdot \mathbf{S}_{c,\text{red}} = [\mathbf{C}_{e,\text{red}} \quad -\mathbf{C}_{e,\text{red}}] = \mathbf{C}_{e,\text{red}} \cdot [\mathbf{I}_{L_c-1} \quad -\mathbf{I}_{L_c-1}] . \quad (7.17)$$

Setzt man nun die Gln. (7.13) und (7.17) in (7.16) ein und verschiebt den von $\mathbf{E}_{1,\text{red}}$ abhängigen Anteil auf die rechte Seite, so ergibt sich

$$\underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \mathbf{E}_0 \mathbf{S}_{0,\text{red}}}_{\mathbf{E}_{0,\text{red}}} \cdot \underbrace{\mathbf{S}_{0,\text{red}}^T \mathbf{W}_M \mathbf{Z}_{c,\text{red}}^T}_{\mathbf{W}_{0,\text{red}}} \cdot \mathbf{C}_{e,\text{red}} \cdot \underbrace{[\mathbf{I} \quad -\mathbf{I}] \mathbf{S}_{c,\text{red}}^T (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_{1,\text{red}})}_{\mathbf{W}_{\text{red}}^*} = \\ - \underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \mathbf{E}_1 \mathbf{S}_{1,\text{red}}}_{\mathbf{E}_{1,\text{red}}} \cdot \underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \mathbf{W}_M \mathbf{Z}_{c,\text{red}}^T}_{\mathbf{W}_{1,\text{red}}} \cdot \mathbf{C}_{e,\text{red}} \cdot [\mathbf{I} \quad -\mathbf{I}] \mathbf{S}_{c,\text{red}}^T (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_{1,\text{red}}) \quad (7.18)$$

bzw. in zusammengefaßter Form

$$\mathbf{E}_{0,\text{red}} \cdot \overbrace{\mathbf{W}_{0,\text{red}} \cdot \mathbf{C}_{e,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{\text{red}}^*}^{\mathcal{H}_{0,\text{red}}} = - \mathbf{E}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{C}_{e,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{\text{red}}^* \quad (7.19)$$

$N \times K \quad K \times (L_c - 1) \quad (L_c - 1) \times (L_c - 1) \quad (L_c - 1) \times 3N \quad N \times N \quad N \times (L_c - 1)$

Die Vereinfachungsschritte sind anschaulich in grafischer Form in Bild 7.3 zusammengefaßt.

Entscheidend für die Lösbarkeit dieses Gleichungssystems ist, daß die Anzahl der unabhängigen Spalten in $\mathcal{H}_{0,\text{red}}$ nicht größer ist als die Anzahl der freien Parameter K . Die Anzahl der unabhängigen Spalten des Matrixprodukts $\mathcal{H}_{0,\text{red}}$ ist nicht größer als die kleinste Anzahl an unabhängigen Spalten aus allen Faktoren. $\mathbf{W}_{0,\text{red}}$ als Teilmatrix der DFT-Matrix besitzt stets vollen Rang, was für alle praxisrelevanten Übertragungskanäle $c(n)$ für $\mathbf{C}_{e,\text{red}}$ ebenfalls zutreffen dürfte. Es läßt sich jedoch zeigen, daß $\mathbf{W}_{\text{red}}^*$ die Struktur

$$\mathbf{W}_{\text{red}}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{A} & \mathbf{0}_{L_t \times N} \\ \mathbf{0}_{L_h \times N} & \mathbf{B} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

besitzt, wobei die Teilmatrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} hier nicht näher aufgeschlüsselt werden sollen. Wichtig ist zu erkennen, daß $\mathbf{W}_{\text{red}}^*$ offensichtlich lediglich $2N$ unabhängige Spalten aufweist. Folglich ist Teilsystem II lösbar, sofern $K \geq \min(L_c - 1, 2N)$ gilt. Das führt auf zwei Fälle:

- **Fall 1:** $K \geq L_c - 1$, $L_c - 1 < 2N$: In diesem Fall ist perfekte Entzerrung stets möglich, sofern die Länge der Kanalimpulsantwort die Anzahl der unbenutzten Träger plus 1 nicht überschreitet.
- **Fall 2:** $K \geq 2N$, $L_c - 1 \geq 2N$: Dies ist nur der Fall, wenn $N \leq M/3$, d.h. höchstens ein Drittel der möglichen Träger werden genutzt. Die Länge des entzerrbaren Kanals wird nur noch durch die mit ℓ_h und ℓ_t vorgegebenen

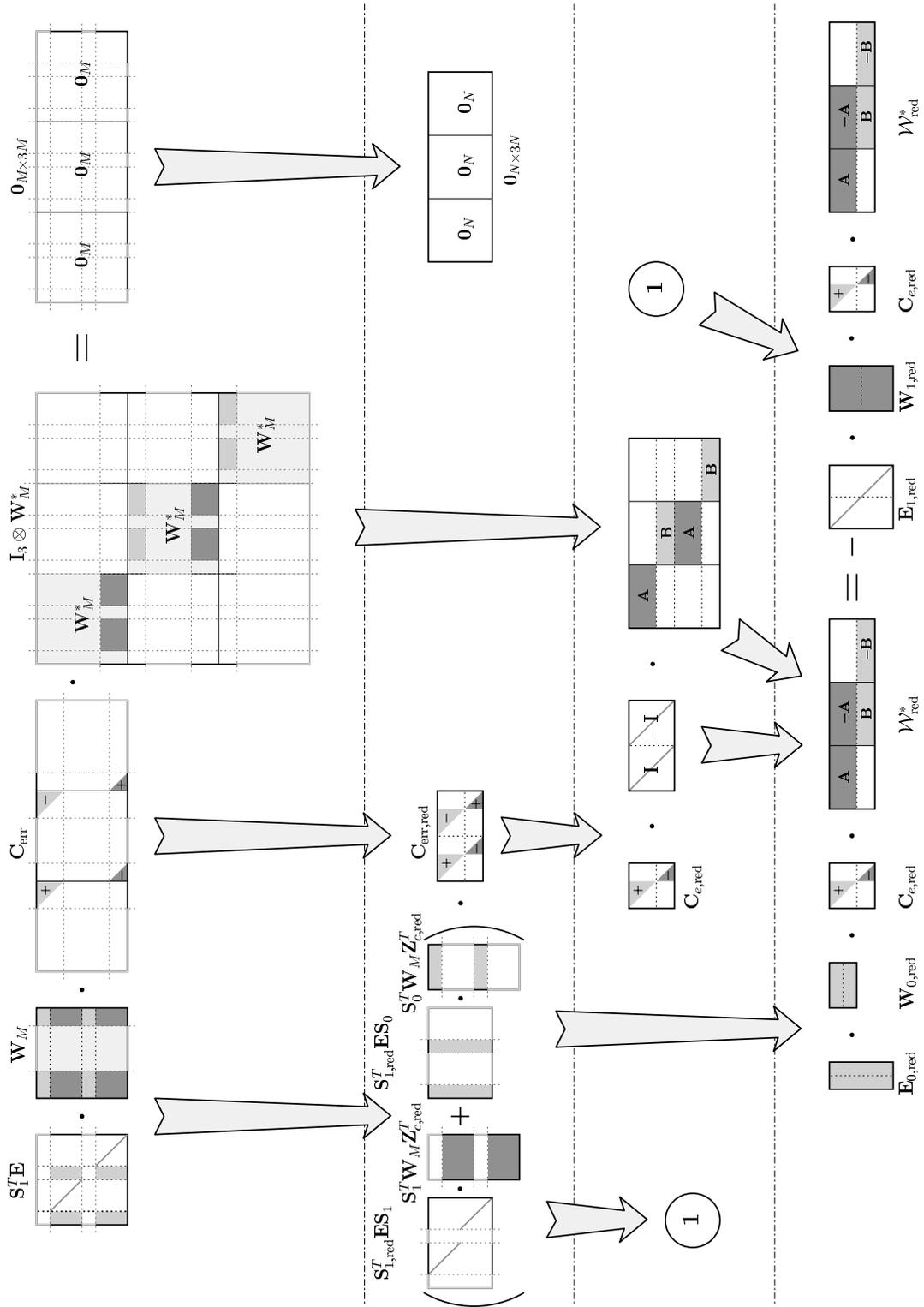


Bild 7.3: Grafische Veranschaulichung der Vereinfachung des Teilsystems II von (7.7) nach (7.19)

Modellgrenzen eingeschränkt. Bei entsprechender Positionierung und Ausnutzung der maximal zulässigen $L_{h,\max} = M$ und $L_{t,\max} = M$ lassen sich, wie aus Bild 7.4 ersichtlich, Kanäle von bis zu $2M + 1$ Koeffizienten ideal entzerren.

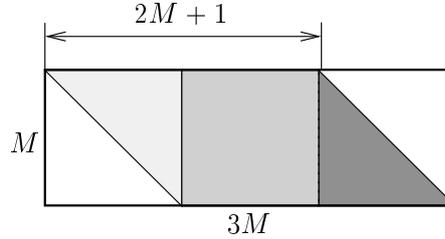


Bild 7.4: Maximale Länge für entzerrbaren Kanal für $K \geq 2N$

Während die Aussage im Fall 1 für beliebige ℓ_h, ℓ_t Gültigkeit besitzt, gilt die Übergangsschwelle $2N$ von Fall 1 zu Fall 2 sowie die Aussage im Fall 2 nur für die Konstellation $\ell_t, \ell_h = 1$.

Eine weitere praxisrelevante Konstellation wäre beispielsweise eine Kanalimpulsantwort ohne Vorschwinger, also $L_h = 0$ und damit $\ell_h = 0$. In diesem Fall reduziert sich $\mathbf{W}_{\text{red}}^*$ auf N unabhängige Spalten, und es wären bereits ab $N \leq M/2$ Kanäle bis zu einer Länge von $M + 1$ Koeffizienten ideal entzerrbar.

Unter praktischen Gesichtspunkten macht es wenig Sinn, die Einsparung von Redundanz im Zeitbereich durch zusätzliche Redundanz im Frequenzbereich bei erhöhtem Entzerrungsaufwand zu erkaufen. Vielmehr geht es darum, ohnehin vorhandene Redundanz durch nicht nutzbare Träger für die Entzerrung zu verwenden. Somit ist es ausreichend, sich für die weiteren Betrachtungen auf den Fall $2N > L_c - 1$ beschränken. Ohne Einschränkung der Lösungsvielfalt läßt sich dann die Bestimmung von $\mathbf{E}_{0,\text{red}}$ nach Gl. (7.19) auf die Lösung von

$$\mathbf{E}_{0,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}} = -\mathbf{E}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{1,\text{red}} \quad (7.21)$$

reduzieren. Sofern die (Pseudo-)Inverse von $\mathbf{W}_{0,\text{red}}$ existiert, d.h. $K \geq L_c - 1$, lautet die Berechnungsvorschrift für \mathbf{E}_0

$$\mathbf{E}_0 = -\mathbf{S}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{D}_{1,\text{red}}^{-1} \cdot \mathbf{W}_{1,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger \cdot \mathbf{S}_{0,\text{red}}^T \quad (7.22)$$

Diese Lösung besitzt für beliebige ℓ_t, ℓ_h Gültigkeit, sofern gilt $(\ell_t + \ell_h)N > L_c - 1$. Es ist bemerkenswert, daß in (7.22) mit $\mathbf{D}_{1,\text{red}}$ nur der Kanalfrequenzgang an den Positionen der benutzten Träger einfließt. Die Übertragungseigenschaften des Kanals an den Positionen der unbenutzten Träger spielen keine Rolle. Zur Entzerrung werden lediglich die nach der empfangsseitigen DFT vorhandenen Übersprechanteile in den unbenutzten Trägern ausgewertet. Hierbei erweist sich der vermeintliche Nachteil der schlechten Frequenzselektivität der DFT-Basisfilter als deutlicher Vorteil, da die ISI/ICI-Energie gleichmäßig auch auf die entfernten Träger verteilt wird. Für Basisfilter mit hoher Sperrdämpfung wie im Fall der kosinus-modulierten Filterbänke in

Kapitel 6 hat die Linearkombination mit unbenutzten Trägern lediglich bei unmittelbarer spektraler Nachbarschaft einen spürbaren Einfluß.

Zusammenfassend ergibt sich mit $K \geq L_c - 1$ ein Zusammenhang zwischen der Länge der Kanalimpulsantwort und der erforderlichen Redundanz mittels unbenutzter Träger, der gleichwertig ist zu dem Verhältnis $L_g \geq L_c - 1$ im Fall der Standard-DMT.

Unter Nutzung der Simulationsumgebung aus Kapitel 8 wird in den Bildern 7.7 und 7.6 die Effizienz von Zeit- und Frequenzbereichsredundanz für verschiedene AWGN-behaftete Kanäle bei $M = 32$ bzw. $M = 64$ miteinander verglichen. Für kurze Kanalimpulsantworten wie etwa für die 6km-Leitung besitzt der FEQ deutliche Vorteile gegenüber der Redundanzeinfügung mittels Guard-Intervall. Bei Leitungslängen größer 10 km sind beide Methoden der Redundanzeinfügung hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit ebenbürtig. Auch wenn mittels Guard-Intervall wie im Falle der 15km-Leitung in Bild 7.6 die maximale Datenrate geringfügig über der des FEQ liegt, so stellt der FEQ doch in den meisten Fällen einen breiteren Bereich annähernd maximaler Datenrate bereit und reagiert damit unempfindlicher auf eine Fehlanpassung der zugeführten Redundanz.

Bemerkenswert ist auch, daß der FEQ im Gegensatz zur Einfügung eines zyklischen Präfixes eine leistungslose Form der Redundanzeinfügung darstellt. Freigewordene Sendeleistung durch nicht benutzte Träger läßt sich gewinnbringend auf die benutzten Träger verteilen und trägt zu einer weiteren Verbesserung der Leistungsfähigkeit bei.

Lediglich der durch die Bandbreiteneffizienz bestimmte Abfall der Datenrate nach Erreichen des Maximums ist für beide Verfahren unterschiedlich. Während für DMT mit Guard-Intervall der Bandbreiteneffizienz-bestimmende Faktor $M/(M + L_g)$ erst für $L_g \rightarrow \infty$ den Wert Null erreicht, ergibt sich beim Effizienzfaktor des FEQ $(M - K)/M$ bereits für $K = M$ der Wert Null. Das erklärt den stärkeren Abfall der Datenrate des FEQ bei $M = 32$ in Bild 7.7 im Vergleich zu $M = 64$ in Bild 7.6.

Man beachte, daß beim Vergleich der Redundanz-Methoden in den Bildern 7.7 und 7.6 für die Guard-Intervall-Einfügung ein TEQ zwingend notwendig war, während im Fall des FEQ darauf verzichtet werden konnte. Auf diesen Aspekt wird in Abschnitt 7.8 näher eingegangen.

7.3 Kombination mit Guard-Intervall

Im Grunde genommen repräsentieren Standard-DMT und FEQ-Methode ohne Guard-Intervall zwei Grenzfälle: Während sich Standard-DMT mit Hilfe des Guard-Intervalls ausschließlich der Redundanz im Zeitbereich bedient, nutzt die FEQ-Methode lediglich die im Frequenzbereich vorhandenen Freiheitsgrade. Ideal wäre eine Kombination aus beiden Verfahren, die es erlaubt, je nach Aufgabenstellung und Randbedingungen die erforderliche Redundanz beliebig in Zeit- und/oder Frequenzbereich zu plazieren. Daß dies ohne weiteres möglich ist, soll im folgenden gezeigt werden. Änderungen infolge des zusätzlichen Guard-Intervalls werden durch ein Tilde-Symbol gekennzeichnet.

Hinsichtlich der Kanalimpulsantwort gelten die gleichen Einschränkungen wie in Abschnitt 7.2, d.h. $L_c \leq M$, $L_h, L_t > 0$ und $m = 1$. Ergänzt man (7.1) um die zusätzliche Guard-Intervall-Behandlung, so erhält man als Forderung für perfekte Rekonstruktion

$$\mathbf{E} \cdot \underbrace{\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{Z}_T \mathbf{W}_M^* / M)}_{\tilde{\mathcal{H}}} = [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{I}_M \quad \mathbf{0}_M]. \quad (7.23)$$

Wie bereits in Abschnitt 3.1.1 dargelegt, ist es sinnvoll, zunächst die Kanalmatrix mit dem nachfolgenden Abschneiden des Guard-Intervalls zu $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{Z}_R \cdot \mathbf{C}$ zu vereinen. Anschließend läßt sich $\tilde{\mathbf{C}}$ entsprechend Bild 3.5 bzw. Gl. (3.28) wiederum in einen zyklischen Anteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ sowie einen ISI/ICI-Anteil $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}$ zerlegen.

Berücksichtigt man, daß die Multiplikation der $(M \times P)$ -Blöcke in $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ mit \mathbf{Z}_T einer additiven Verknüpfung der L_g ersten mit den L_g letzten Spalten des jeweiligen Blocks gleichkommt, so ist die Definition von $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}}$ in (3.28) äquivalent zu

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{zykl}} = [\mathbf{0}_{M \times (P+L_g)} \quad \mathbf{C}_z \quad \mathbf{0}_{M \times P}], \quad (7.24)$$

wobei \mathbf{C}_z gegenüber (7.3) unverändert ist. Damit ist Teilsystem I aus (7.6) in reduzierter Form auch bei Verwendung eines Guard-Intervalls identisch zu (7.14), und für \mathbf{E}_1 gilt weiterhin die Lösung aus (7.15).

Definiert man $\tilde{\mathbf{C}}_e = [\tilde{\mathbf{C}}_t \quad -\tilde{\mathbf{C}}'_h]$ und $\tilde{\mathbf{C}}'_e = [\tilde{\mathbf{C}}'_t \quad -\tilde{\mathbf{C}}_h]$, so gilt ähnlich (7.4) für den Fehleranteil

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}} = [\tilde{\mathbf{C}}_e \quad \mathbf{0}_{M \times P}] + [\mathbf{0}_{M \times P} \quad -\tilde{\mathbf{C}}'_e]. \quad (7.25)$$

Entfernt man in $\tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}}$ sämtliche Nullzeilen und -spalten, so erhält man analog zu (7.17)

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{C}}_{\text{err,red}} &= \tilde{\mathbf{Z}}_{c,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{C}}_{\text{err}} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_{c,\text{red}} \\ &= [\tilde{\mathbf{C}}_{e,\text{red}} \quad -\tilde{\mathbf{C}}'_{e,\text{red}}] \\ &= \tilde{\mathbf{C}}_{e,\text{red}} \cdot [\mathbf{I}_{L_c-L_g-1} \quad -\mathbf{I}_{L_c-L_g-1}]. \end{aligned} \quad (7.26)$$

Somit ergibt sich für die Berechnung von $\mathbf{E}_{0,\text{red}}$ unter Berücksichtigung von (7.26) in zusammengefaßter Form entsprechend (7.19)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0,\text{red}} &= \underbrace{\tilde{\mathcal{H}}_{0,\text{red}}}_{\substack{\tilde{\mathbf{W}}_{0,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{C}}_{e,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{\text{red}}^* \\ N \times K \quad K \times (L_c-L_g-1) \quad (L_c-L_g-1) \times (L_c-L_g-1) \quad (L_c-L_g-1) \times 3N}} \\ &\quad - \mathbf{E}_{1,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{1,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{C}}_{e,\text{red}} \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{\text{red}}^*. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Die Struktur der Teilmatrix $\tilde{\mathbf{W}}_{\text{red}}^*$ ist nicht so offensichtlich wie $\mathbf{W}_{\text{red}}^*$ in (7.19). Es läßt sich jedoch zeigen, daß auch in diesem Fall $\tilde{\mathbf{W}}_{\text{red}}^*$ lediglich $2N$ unabhängige Spalten aufweist [TKF02]. Somit ist (7.27) lösbar, wenn für $K \geq \min(L_c - L_g - 1, 2N)$ gilt.

Bei Eintreten des Sonderfalls $K \geq 2N$ sind durch die geänderten Modellgrenzen infolge des zusätzlichen Guard-Intervalls Kanäle bis zu einer Länge von $L_{c,\text{max}} = 2M + 3L_g + 1$ ideal entzerrbar. Besitzt die Kanalimpulsantwort keinen Vorschwinger, d.h. $L_h = 0$, so verschiebt sich die Fallgrenze nach $K \geq N$. Allerdings sind in diesem Fall lediglich Kanäle mit höchstens $M + 2L_g + 1$ Koeffizienten erlaubt.

Vernachlässigt man die wenig wahrscheinlichen Spezialfälle $K \geq 2N$ für $L_h > 0$ bzw. $K \geq N$ für $L_h = 0$, so erhält man wunschgemäß ein verallgemeinertes DMT-Verfahren, im folgenden als GDMT bezeichnet, welches mit $K + L_g \geq L_c - 1$ optimal die Redundanz im Zeit- und Frequenzbereich kombiniert. Für $K = 0$ geht GDMT in herkömmliche DMT über und liefert für $L_g = 0$ den in Abschnitt 7.2 beschriebenen Spezialfall ohne Guard-Intervall.

Bild 7.8 demonstriert überzeugend die Leistungsfähigkeit der Symbiose aus Guard-Intervall und erweitertem FEQ. Nur durch die Linearkombination mit zwei ohnehin nicht nutzbaren Trägern bei $f = 0$ und $f = f_a/2$ erfährt das DMT-System eine erhebliche Leistungssteigerung.

7.4 Rauschempfindlichkeit der Zero-Forcing-Lösung

Bekanntlich neigen Zero-Forcing-Empfänger zur Rauschverstärkung, wenn die Empfangssymbole mit signifikantem additivem Rauschen überlagert sind. Dies trifft auch für die in Abschnitt 7.2 präsentierte Berechnung der FEQ-Koeffizienten zu. Zwar zeigt sich in Bild 7.9 kein so starker Einbruch der ZF-Lösung bei hohem Rauschbelag wie in Bild 5.4 für die Berechnung der Koeffizienten des MIMO-Empfängers aus Kapitel 5. Betrachtet man jedoch in Bild 7.10 den Verlauf der Datenrate in Abhängigkeit von der zugeführten Redundanz, so reagiert die ZF-Lösung offenbar sehr empfindlich auf die Anzahl und damit auch die Position der nicht benutzten Träger.

Da sich \mathbf{E} aus der Addition von \mathbf{E}_0 und \mathbf{E}_1 zusammensetzt und \mathbf{E}_1 einem Standard-DMT-Entzerrer für den Fall eines ausreichenden Guard-Intervalls entspricht, ist unter der Annahme eines AWGN-behafteten Kanals für alle $\mathbf{E}_0 \neq \mathbf{0}$ eine gewisse Rauschverstärkung gegenüber Standard-DMT unvermeidlich. Zudem erweist sich die Invertierung von $\mathbf{W}_{0,\text{red}}$ als problematisch. Insbesondere für große Symbolängen M ergeben sich sehr große Werte in $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger$, was unter Umständen zu einer extremen Verstärkung des Rauschens im entzerrten Symbol führen kann.

Definiert man den Rauschverstärkungsfaktor für Trägerindex i als das Verhältnis $v_{n,i} = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^* / \mathbf{e}_{1,i} \mathbf{e}_{1,i}^*$, wobei \mathbf{e}_i und $\mathbf{e}_{1,i}$ der jeweils i -ten Zeile von \mathbf{E} bzw. \mathbf{E}_1 entsprechen, so ergibt sich in logarithmischer Darstellung

$$\mathbf{v}_{n,\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10}(\mathbf{1}_{N \times 1} + \text{diag}(\mathbf{W}_{1,\text{red}} \mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^{\dagger*} \mathbf{W}_{1,\text{red}}^*)) . \quad (7.28)$$

Der Vektor $\mathbf{v}_{n,\text{dB}}$ beinhaltet die Rauschverstärkungsfaktoren $v_{n,i,\text{dB}}$ der einzelnen Träger und $\mathbf{1}_{N \times 1}$ repräsentiert einen Spaltenvektor mit N Einsen.

Problematisch ist dabei das innere Produkt $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^{\dagger*}$, welches bei ungünstiger Trägerkonstellation sehr große Werte enthalten kann. Wünschenswert wäre es offensichtlich, wenn man zwischen $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger$ und $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^*$ eine Beziehung in der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger &= \alpha \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^* \\ (\mathbf{W}_{0,\text{red}}^* \mathbf{W}_{0,\text{red}})^{-1} \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^* &= \alpha \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^* \end{aligned} \quad (7.29)$$

herstellen könnte. Dies ist nur möglich, wenn $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^* \mathbf{W}_{0,\text{red}}$ einer skalierten Einheitsmatrix entspricht, $\mathbf{W}_{0,\text{red}}$ folglich eine unitäre Matrix repräsentiert. Ersetzt man $\mathbf{W}_{0,\text{red}}$ durch die Teilmatrizen aus Gl. (7.18), so muß gelten:

$$\mathbf{Z}_{c,\text{red}} \cdot \mathbf{W}_M^* \cdot \underbrace{\mathbf{S}_{0,\text{red}} \mathbf{S}_{0,\text{red}}^T}_{\mathbf{S}_0} \cdot \mathbf{W}_M \cdot \mathbf{Z}_{c,\text{red}}^T = 1/\alpha \cdot \mathbf{I}_{L_c-1} . \quad (7.30)$$

Die Matrix $\mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_0 \mathbf{W}_M$ entspricht einer zyklischen Töplitzmatrix mit der ersten Zeile $[\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{s}_0]^T$, wobei \mathbf{s}_0 die Diagonalelemente der Spaltenselektionsmatrix \mathbf{S}_0 enthält. Da \mathbf{S}_0 in der Diagonalen K Einsen und sonst Nullen aufweist, sind die Diagonalelemente von $\mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_0 \mathbf{W}_M$ stets konstant gleich K . Jedoch nur für den (unbrauchbaren) Sonderfall $\mathbf{S}_0 = \mathbf{I}_M$ entspricht $\mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_0 \mathbf{W}_M$ einer reinen Diagonalmatrix. Somit muß sich durch die Beschränkung auf die relevanten Spalten und Zeilen mittels $\mathbf{Z}_{c,\text{red}} \dots \mathbf{Z}_{c,\text{red}}^T$ eine Diagonalmatrix ergeben. Es ist leicht einzusehen, daß das für beliebige Paare $\{L_h, L_t\}$ bei konstantem L_c nur möglich ist, wenn

$$\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{s}_0 = [K \underbrace{0 \dots 0}_{L_c-2} x \dots x \underbrace{0 \dots 0}_{L_c-2}]^T \quad (7.31)$$

gilt. Ist diese Anordnung gegeben, so vereinfacht sich $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^{\dagger*}$ zu $1/K \cdot \mathbf{I}$. Setzt man diese Beziehung in Gl. (7.28) ein und berücksichtigt, daß die Diagonalelemente in $\mathbf{W}_{1,\text{red}} \mathbf{W}_{1,\text{red}}^*$ stets gleich $L_c - 1$ sind, so ergibt sich eine konstante Rauschverstärkung für alle Träger

$$v_{n,i,\text{dB}} = v_{n,\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{L_c - 1}{K} \right) , \quad (7.32)$$

die für $K \geq L_c - 1$ höchstens 3 dB betragen kann.

Da $s_{0,i} \in \{0,1\}$ und damit $\mathbf{W}_M \mathbf{s}_0$ konjugiert symmetrisch ist, ist die Anzahl der möglichen \mathbf{s}_0 für eine Konstellation entsprechend (7.31) jedoch stark eingeschränkt. Für beliebige \mathbf{s}_0 kann lediglich bei $L_c = 2$ erhebliche Rauschverstärkung vermieden werden. Dafür ist prinzipiell nur ein nicht benutzter Träger erforderlich. Weitere Redundanz verringert allerdings die Rauschverstärkung

$$v_{n,\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \left(1 + \frac{1}{K} \right) . \quad (7.33)$$

Veranschaulicht man sich die besonderen Eigenschaften der Fourier-Transformation, so besitzt die Fourier-Transformierte $\mathbf{W}_M \mathbf{s}_0$ genau dann eine Anordnung entsprechend Gl. (7.31), wenn \mathbf{s}_0 ein periodisches Muster aufweist, dessen Periode um den Faktor $L_c - 1$ kleiner ist als die Symbollänge M . Diese Konstellation trifft beispielsweise für $K = 4$ in Bild 7.10 zu und erklärt die vergleichsweise hohe Datenrate der ZF-Lösung in diesem Fall.

Mit obiger Erkenntnis lassen sich einige Spezialfälle ableiten, die für eine praktische Anwendung sinnvoll erscheinen:

Übertragung im Basisband (gilt für alle xDSL-Varianten auf DMT-Basis)

Im Falle von reeller Basisbandübertragung können, unabhängig vom Übertragungskanal, die Träger bei $f = 0$ und $f = f_a/2$ nicht für eine komplexe Modulation genutzt

werden. Die Diagonale der Selektionsmatrix \mathbf{S}_0 lautet dann

$$\mathbf{s}_0 = [1 \underbrace{0 \cdots 0}_{M/2-1} 1 \underbrace{0 \cdots 0}_{M/2-1}]^T. \quad (7.34)$$

\mathbf{s}_0 weist ein Muster mit der Periode $M/2$ auf. Dadurch ergibt sich für die Fourier-Transformierte

$$\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{s}_0 = [2 \ 0 \ 2 \ 0 \ \cdots \ 2 \ 0]^T. \quad (7.35)$$

Kanäle bis zu einer Länge von 3 Koeffizienten lassen sich damit ideal entzerren. Dabei beträgt die Rauschverstärkung entweder 1,76 dB ($L_c = 2$) oder 3 dB ($L_c = 3$). Sind weitere Träger zu Beginn und Ende des Frequenzbandes nicht nutzbar, was häufig der Fall ist, so können diese zur Verminderung der Rauschverstärkung verwendet werden.

DMT-Verfahren mit Pilotträgern Bei DMT-Anwendungen im Mobilfunkbereich werden aufgrund der starken Zeitinvarianz des Kanals in äquidistantem Abstand Träger mit vorgegebenem Inhalt eingefügt, um die Kanalschätzung regelmäßig neu adaptieren zu können. Man kombiniert die Pilotwerte p_i innerhalb eines DMT-Symbols zu einem Pilotsymbol $\mathbf{p} = [p_0 \ p_1 \ \cdots \ p_{K-1}]^T$ und definiert zunächst den Inhalt der Piloten $\mathbf{p} = \mathbf{0}$, was natürlich nur unter unzureichenden Orthogonalitätsbedingungen, also bei Vorhandensein von ISI/ICI, sinnvoll ist. Ohne Übertragung über die Pilotträger sich die vorhandene Redundanz vollständig für die Entzerrung ausnutzen. Voraussetzung ist, daß die Symbollänge ein ganzzahliges Vielfaches des Abstandes der Pilotträger beträgt. Dann gilt

$$\mathbf{s}_0 = [1 \underbrace{0 \cdots 0}_{M/K-1} 1 \underbrace{0 \cdots 0}_{M/K-1} 1 \ \dots \ 0]^T \quad (7.36)$$

sowie

$$\mathbf{W}_M \cdot \mathbf{s}_0 = [K \underbrace{0 \cdots 0}_{K-1} K \underbrace{0 \cdots 0}_{K-1} K \ \dots \ 0]^T. \quad (7.37)$$

Ein DMT-System mit K Pilotträgern ist demzufolge in der Lage, Kanäle bis zu einer Länge von $K + 1$ Koeffizienten ohne Guard-Intervall ideal zu entzerren. Die Rauschverstärkung gegenüber herkömmlicher DMT beträgt entsprechend Gl. (7.32), je nach Redundanzausnutzung, maximal 3 dB.

Man beachte, daß die maximal entzerrbare Kanallänge $L_c = M/2 + 1$ für den Fall gegeben ist, daß nur jeder zweite Träger benutzt wird. Dadurch wird allerdings die Bandbreiteneffizienz erheblich eingeschränkt, was vermutlich nur teilweise durch eine höhere Robustheit gegenüber frequenzselektiven Störern infolge der fehlenden Nachbarträger kompensiert werden kann.

Auch für den Fall, daß der Inhalt der Pilotträger \mathbf{p} ungleich Null ist, läßt sich prinzipiell perfekte Rekonstruktion erzielen. Allerdings ist eine Spaltenreduktion des Gleichungssystems mittels rechtsseitiger Multiplikation mit $\mathbf{S}_{1,\text{red}}$ nicht möglich, da das Übersprechen der Pilotkoeffizienten auf die eigentlichen Datenkoeffizienten berücksichtigt werden muß. Folglich vereinfacht sich Gl. (7.1) lediglich zu

$$\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathcal{H} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes (\mathbf{S}_0 + \mathbf{S}_1)) = M \cdot [\mathbf{0}_M \ \mathbf{S}_1 \ \mathbf{0}_M]. \quad (7.38)$$

Dies führt auf zwei Teilsysteme

$$\text{A)} \quad \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathcal{H} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_1) = M \cdot [\mathbf{0}_M \quad \mathbf{S}_1 \quad \mathbf{0}_M] \text{ und} \quad (7.39)$$

$$\text{B)} \quad \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathcal{H} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_0) = \mathbf{0}_{M \times 3M} . \quad (7.40)$$

Teilsystem A in reduzierter Form entspricht dem bereits betrachteten System für den Fall, daß $\mathbf{p} = \mathbf{0}$. Die Entzerrerkoeffizienten in \mathbf{E}_1 bleiben somit unverändert.

Teilsystem B beschreibt die zusätzliche Bedingung, daß der Entzerrer die durch die Pilotsymbole hervorgerufenen Fehleranteile in den Datensymbolen kompensiert. Um die Nullspalten und -zeilen reduziert ergibt sich für Teilsystem B

$$\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot \mathbf{E} \cdot \mathcal{H} \cdot (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_{0,\text{red}}) = \mathbf{0}_{N \times 3K} . \quad (7.41)$$

Setzt man die Gln. (3.13), (7.12) und (7.13) in (7.41) ein, so führt dies auf

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0,\text{red}} \cdot (\mathbf{S}_{0,\text{red}}^T \mathcal{H}_{\text{err}}(\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_{0,\text{red}}) + [\mathbf{0} \quad \underbrace{\mathbf{S}_{0,\text{red}}^T \mathbf{D} \mathbf{S}_{0,\text{red}}}_{\mathbf{D}_{0,\text{red}}} \quad \mathbf{0}]) = \\ - \mathbf{E}_{1,\text{red}} \cdot (\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \mathcal{H}_{\text{err}}(\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_{0,\text{red}})) . \end{aligned} \quad (7.42)$$

Durch Multiplikation mit dem bekannten Pilotsymbol \mathbf{p} ergibt sich eine zusätzliche Gleichung bzw. Spalte für das Teilsystem II in Gl. (7.18):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0,\text{red}} \cdot \underbrace{(\mathbf{S}_{0,\text{red}}^T \mathcal{H}_{\text{err}}(\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_{0,\text{red}})(\mathbf{1}_{3 \times 1} \otimes \mathbf{p}) + \mathbf{D}_{0,\text{red}} \mathbf{p})}_{K \times 1} = \\ - \mathbf{E}_{1,\text{red}} \cdot \underbrace{(\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \mathcal{H}_{\text{err}}(\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{S}_{0,\text{red}}))(\mathbf{1}_{3 \times 1} \otimes \mathbf{p})}_{N \times 1} . \end{aligned} \quad (7.43)$$

Die maximale Länge des entzerrbaren Kanals bei gegebener Redundanz reduziert sich um einen Koeffizienten.

7.5 MMSE-Optimierung der Entzerrerkoeffizienten

Im vorherigen Abschnitt wurde nachgewiesen, daß trotz überlappender Symbole infolge fehlenden Guard-Intervalls eine ideale Entzerrung des Empfangssymbols mit Hilfe eines linearen Kombinierers im Frequenzbereich möglich ist. Voraussetzung dabei ist, daß Redundanz im Frequenzbereich in Form nicht genutzter Träger zur Verfügung steht.

Bedingt durch die erhebliche Rauschverstärkung für die meisten Konstellationen nicht genutzter Träger ist die Anwendung des Zero-Forcing-Kriteriums bei der Bestimmung der Koeffizienten des FEQ für die Praxis nur bedingt geeignet. Ohnehin ist das Kriterium perfekter Rekonstruktion für einen verrauschten Kanal ohne Bedeutung. Es stellt sich deshalb die Frage, ob die Leistungsfähigkeit eines MMSE-Kriteriums ähnlich stark von der Lage der nicht genutzten Träger abhängt.

Die Ableitung des MMSE-Kriteriums eines linearen Systems wird in Anhang B ausführlich erläutert. Mit $\boldsymbol{\nu}(k)$ als dem Ausgabevektor der DFT erhält man für das um

die nicht benutzten Träger reduzierte Empfangssymbol

$$\hat{\mathbf{u}}_{\text{red}}(k) = \underbrace{\mathbf{S}_{1,\text{red}}^T \cdot \mathbf{E}}_{\mathbf{E}_{\text{red}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}(k-m+1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\nu}(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\nu}^{(m)}(k)}, \quad (7.44)$$

wobei $\hat{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{S}_{1,\text{red}} \cdot \hat{\mathbf{u}}_{\text{red}}(k)$ gilt. Man beachte, daß hierbei zunächst der allgemeine FEQ aus (4.8) angenommen wird, welcher auch den Fall $m > 1$ mit einschließt. Damit führt der in (B.1) allgemein definierte MSE zu dem Ausdruck

$$\mathcal{E}_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [\sigma_{u_i}^2 + \mathbf{e}_i \mathbf{R}_{\nu\nu} \mathbf{e}_i^* - \mathbf{e}_i E\{\boldsymbol{\nu}^{(m)}(k) u_i^*(k-d)\} - E\{u_i(k-d) \boldsymbol{\nu}^{(m)*}(k)\} \mathbf{e}_i^*] \quad (7.45)$$

mit \mathbf{e}_i als der i -ten Zeile der $(N \times mM)$ -Matrix \mathbf{E}_{red} und $\mathbf{R}_{\nu\nu}$ als der Autokorrelationsmatrix von $\boldsymbol{\nu}^{(m)}(k)$. Kombiniert man die Gln. (7.44) und (4.8) und reduziert $\boldsymbol{\nu}^{(m)}(k)$ und $\mathbf{u}^{(m+m_t+m_h)}(k)$ mit Hilfe von $\mathbf{Z}_{i,\text{red}}$ bzw. $\mathbf{S}_{1,\text{red}}$ auf die relevanten Ausgangs- und Eingangskoeffizienten, so erhält man

$$\boldsymbol{\nu}_{\text{red}}^{(m)}(k) = \underbrace{(\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{Z}_{i,\text{red}} \mathbf{W}_M)}_{\mathbf{F}_{i,\text{red}}} \cdot \mathbf{C}_T \cdot \left(\underbrace{\mathbf{C}_P \cdot (\mathbf{I}_{m+m_t+m_h} \otimes \mathbf{W}_M^* \mathbf{S}_{1,\text{red}})}_{\mathcal{H}_{\text{red}}} \mathbf{u}_{\text{red}}^{(m+m_t+m_h)}(k) + \mathbf{r}^{(m)}(k) \right). \quad (7.46)$$

Der effektive Kanal \mathbf{C} wurde hierbei in zwei Teilsysteme zerlegt. \mathbf{C}_P definiert den physischen Kanal, während \mathbf{C}_T die Faltung mit einem FIR-Vorentzerrer symbolisiert. Wird kein TEQ verwendet, so gilt $\mathbf{C}_P = \mathbf{C}$ und $\mathbf{C}_T = \mathbf{I}$.

Faßt man die Gln. (7.44) sowie (7.45) zusammen, und nimmt weiterhin an, daß der Rauschvektor \mathbf{r}_k einen mittelwertfreien Rauschprozeß mit konstanter Rauschleistung σ_r^2 auf allen Trägern beschreibt, dann resultiert der mittlere quadratische Fehler

$$\mathcal{E}_{\text{MSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} [\mathbf{e}_{i,\text{red}} \mathbf{F}_{i,\text{red}} (\underbrace{\mathcal{H}_{\text{red}} \mathbf{R}_{uu} \mathcal{H}_{\text{red}}^*}_{\mathbf{R}_{hh}} + \sigma_r^2 \mathbf{I}) \mathbf{F}_{i,\text{red}}^* \mathbf{e}_{i,\text{red}}^* + \sigma_{u_i}^2 (1 - \mathbf{e}_{i,\text{red}} \mathbf{F}_{i,\text{red}} \mathbf{h}_{\text{red},(d-1)N+i} - \mathbf{h}_{\text{red},(d-1)N+i}^* \mathbf{F}_{i,\text{red}}^* \mathbf{e}_{i,\text{red}}^*)], \quad (7.47)$$

wobei $\mathbf{h}_{\text{red},(d-1)N+i}$ der $(d-1)N+i$ -ten Spalte von \mathcal{H}_{red} entspricht. Die partielle Ableitung dieser Gleichung nach \mathbf{e}_i liefert die Entzerrerkoeffizienten für den minimalen mittleren quadratischen Fehler

$$\mathbf{e}_{i,\text{red}} = \sigma_{u_i}^2 \mathbf{h}_{\text{red},(d-1)N+i}^* \mathbf{F}_{i,\text{red}}^* \cdot (\mathbf{F}_{i,\text{red}} \mathbf{R}_{hh} \mathbf{F}_{i,\text{red}}^* + \sigma_r^2 \mathbf{F}_{i,\text{red}} \mathbf{F}_{i,\text{red}}^*)^{-1} \quad (7.48)$$

mit $\mathbf{e}_i = \mathbf{e}_{i,\text{red}} \mathbf{Z}_{i,\text{red}}$.

Bild 7.10 vergleicht die MMSE-basierte Berechnung der FEQ-Koeffizienten unter anderem mit der ZF-Lösung aus Abschnitt 7.2. Im Gegensatz zur ZF-Methode ist die MMSE-Adaption unabhängig von der Lage und der Anzahl nicht benutzter Träger und zeigt den typischen, harmonischen Verlauf der Datenrate in Abhängigkeit von der

zugeführten Redundanz, wie er auch bei DMT mit Guard-Intervall zu beobachten ist. Erwartungsgemäß erlaubt die MMSE-Lösung für die AWGN-behaftete 15km-Leitung in Bild 7.10 eine höhere Datenrate als das ZF-Verfahren, welches bei der Berechnung der Entzerrerkoeffizienten einen rauschfreien Kanal voraussetzt. Der drastische Einbruch des ZF-Verfahrens bei $K > 4$ wird aber auch dadurch verursacht, daß das derzeit noch suboptimale Trägerauswahlverfahren (siehe Abschnitt 7.9) besser mit der MMSE-Lösung harmoniert.

7.6 Berücksichtigung der Nachbarsymbole

Im Sinne einer Entkopplung der Symbollänge M von der Länge der Kanalimpulsantwort L_c ist es interessant zu überprüfen, ob eine Einbeziehung von Nachbarsymbolen in die Entzerrung des betrachteten Empfangssymbols in Verbindung mit einer Erhöhung der Blockverzögerung des Gesamtsystems ähnlich der Methode in [TKF99a] eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit des FEQ ermöglicht.

Setzt man den Überlappungsfaktor des FEQ entsprechend der allgemeinen Definition in Gl. (4.8) auf einen Wert $m > 1$, so führt dies dazu, daß auch die Anzahl der unabhängigen Spalten im resultierenden Fehleranteil der Kanalmatrix \mathbf{C}_{err} um den Faktor m ansteigt. Die Bedingung für die Lösbarkeit von Teilsystem II in (7.7) ändert sich nicht, da einer Erhöhung der Freiheitsgrade in \mathbf{E} um den Faktor m eine Erhöhung des Rangs von \mathbf{C}_{err} im gleichen Verhältnis gegenübersteht. Es gilt weiterhin $K \geq L_c - 1$ für perfekte Entzerrung. Die gleiche Überlegung läßt sich auch für GDMT in Kombination mit Guard-Intervall anstellen.

Eine Simulation mit MMSE-optimierten FEQ-Koeffizienten in Bild 7.11 für verschiedene Überlappungsfaktoren m und Blockverzögerungen d liefert ebenfalls keine Indikation dafür, daß sich für $m > 1$ und/oder $d > 1$ die Eigenschaften des FEQ verbessern. Der einzige Effekt der Erhöhung von m besteht darin, daß sich bei $m > 1$ und Berücksichtigung einer bestimmten Anzahl von Nachbarträgern mit $w > 0$ eine geringfügig höhere Datenrate einstellt, welche jedoch nicht den signifikanten Mehraufwand rechtfertigt. Bei $w = 0$ bleibt die Datenrate für alle m und d konstant.

Die FEQ-Struktur der GDMT profitiert von der Diagonalisierungseigenschaft der Fourier-Transformation und ist offensichtlich auf die Rahmenlänge der zugrundeliegenden DFT beschränkt. Eine Erweiterung des FEQ auf benachbarte Symbole, welche im Falle eines vollbesetzten \mathbf{E} durchaus Sinn macht, führt zu keiner Verbesserung. Deshalb wird der FEQ der GDMT für alle nachfolgenden Betrachtungen auf $m = 1$ und zwangsläufig $d = 1$ beschränkt.

Unabhängig davon erweist sich der FEQ auch bei $m = 1$ im Gegensatz zum Guard-Intervall der DMT als äußerst robust gegenüber einer Verletzung der Zero-Forcing-Bedingung $K \geq L_c - 1$, wie in Abschnitt 7.8 ausführlich dargelegt wird.

7.7 Robustheit gegenüber frequenzselektiven Störern

Wie bereits in Abschnitt 3.4 beschrieben, leidet die Leistungsfähigkeit eines DMT-Verfahrens darunter, daß ein frequenzselektiver Störer, gefaltet mit der sinc -Funktion infolge der Rechteckfensterung im Zeitbereich, die benachbarten Nutzträger erheblich stört. Die prozentuale Ausdehnung dieses Leckeffekts bezogen auf die Bandbreite wächst mit kürzerer Symbolelänge, so daß bei sehr kleinem M praktisch alle Nutzträger betroffen sind. Einer der entscheidenden Vorteile des Mehrträgerverfahrens gegenüber Einträgerverfahren - die Anpassungsfähigkeit an selektive Kanäle - ist damit hinfällig, und die prinzipielle Anwendung der DMT ist in Frage gestellt.

In diesem Abschnitt wird gezeigt, daß GDMT bezüglich der Robustheit gegenüber frequenzselektiven Störungen dem herkömmlichen DMT-Verfahren weit überlegen ist.

Zunächst wird in Bild 7.15 ein idealer Kanal angenommen, der durch AWGN mit $\text{SNR} = 50$ dB und einem Sinusstörer bei $f_{\text{sin}} = 8,25$ kHz gestört ist. Der Sinusstörer liegt exakt zwischen zwei Trägerfrequenzen und erzeugt damit den maximalen Rauschbeitrag in den Nachbarträgern.

Im Falle herkömmlicher DMT, also ohne Störkompensation, zeigt sich ein ausgeprägter Leckeffekt, der mit der Entfernung vom Störer zwar abnimmt, aber auch im besten Träger das theoretische SNR-Niveau um mehr als 15 dB verschlechtert.

Ganz anders im Fall der GDMT: Nur durch die Linearkombination mit einem zum Störer nächstgelegenen, ohnehin nicht nutzbaren Träger läßt sich der Einfluß des Sinusstörers fast vollständig beseitigen. Sogar der Träger bei $f = 7,5$ kHz, der in gleichem Maße wie der nicht benutzte Träger bei $f = 9$ kHz gestört ist, wird annähernd auf das AWGN-bedingte SNR-Niveau von 50 dB angehoben.

In Bild 7.16 wird anstelle eines idealen Kanals ein realistischer Frequenzgang einer Twisted-Pair-Leitung verwendet, die wie in Bild 7.15 durch AWGN und einen Sinusstörer gestört ist. Der einzige Unterschied besteht darin, daß für den Störer eine Frequenz von $f_{\text{sin}} = 7,875$ kHz gewählt wurde, um auch für $M = 64$ den schlimmsten anzunehmenden Fall zu simulieren.

Der FEQ hat in diesem Fall zwei Aufgaben zu erfüllen: zum einen die Entzerrung des Kanals und zum anderen die Kompensation des Leckeffekts durch den Sinusstörer. Eine MMSE-Adaption der FEQ-Koeffizienten wählt hierbei automatisch den optimalen Kompromiß im Sinne des quadratischen Restfehlers im Empfangssymbol. Dabei werden die nicht benutzten Träger mit dem höchsten Signalanteil des Störers (in Bild 7.16 bei $f = 7,5$ kHz und $f = 8,25$ kHz) vornehmlich Kompensationsaufgaben übernehmen, während die restlichen nicht benutzten Träger der Kanalverzerrung dienen.

Während DMT in Bild 7.16 bei aktivem Sinusstörer ohne Störkompensation praktisch völlig versagt, zeigt sich GDMT, abgesehen von den zwei zusätzlichen nicht genutzten Trägern, völlig unbeeindruckt.

Man beachte, daß bei GDMT im Falle des Sinusstörers das SNR-Niveau für die verbleibenden Nutzträger sogar ansteigt. Das liegt daran, daß die freigewordene Sende-

leistung der zwei zusätzlichen nicht genutzten Träger auf die restlichen Träger verteilt wird.

7.8 Verzicht auf einen TEQ

Im Abschnitt 7.2 wurde nachgewiesen, daß für perfekte Entzerrung mittels FEQ der Bedarf an zugeführter Redundanz bezüglich der effektiven Länge der Kanalimpulsantwort mit der Guard-Intervall-Methode identisch ist. In der Praxis ist ein Übertragungskanal jedoch stets rauschbehaftet. Insofern ist ein gewisser Anteil ISI/ICI tolerierbar und die Einhaltung der Bedingung nach perfekter Rekonstruktion zu restriktiv. So liegt beispielsweise für die Testleitungen der Simulationsumgebung aus Kapitel 8 bei Verwendung des DMT-Verfahrens das optimale L_g bei etwa 8, obwohl laut Tabelle 8.1 der TEQ eine Verkürzung auf effektiv 11 Koeffizienten bewirkt und somit theoretisch ein L_g von 10 Koeffizienten notwendig wäre.

Auf den Verzicht auf einen TEQ und damit $L_c \gg L_g$ reagiert herkömmliche DMT allerdings sehr empfindlich, wie sich aus den Bildern 7.12 und 7.13 entnehmen läßt. Es kommt zu erheblichem Kanal- und Symbolübersprechen, welches die Übertragungskapazität drastisch einschränkt.

Weiterhin darf die Kanalimpulsantwort auch bei ausreichendem Guard-Intervall nicht länger sein als M , da sich sonst Aliasing-Effekte im Zeitbereich einstellen, mit denen der DMT-Entzerrer ebenfalls nicht umzugehen vermag.

Im Gegensatz zur DMT liefert die Verwendung eines TEQ bei GDMT mit $L_g = 0$ unter praxisrelevanten Bedingungen keine Vorteile. Wie beispielsweise in Bild 7.12 ist in den meisten Fällen die maximale Datenrate mit TEQ sogar schlechter als ohne TEQ. Wenn überhaupt, ergibt sich nur für sehr lange Kanalimpulsantworten entsprechend Bild 7.13 eine geringfügige Verbesserung, die jedoch den Mehraufwand durch einen TEQ nicht rechtfertigt.

In Abhängigkeit von M und der Länge der Kanalimpulsantwort ist das optimale $K_{\text{opt}} = 4 \dots 16$ um ein Vielfaches kleiner als die nominelle Länge der unverkürzten Impulsantworten der Testleitungen in Tabelle 8.1. Damit kompensiert GDMT sogar die bei $M \ll L_c$ auftretenden Aliasing-Effekte und ist weitaus robuster gegenüber ISI/ICI, als die Bedingung für perfekte Rekonstruktion $K \geq L_c - 1$ vermuten läßt. Folglich benötigt GDMT mit minimaler Latenzzeit bei ausschließlicher Redundanz im Frequenzbereich keine Verkürzung der Länge der Kanalimpulsantwort mittels TEQ, zumindest nicht bei separater Adaptierung der TEQ-Koeffizienten mit den herkömmlichen Methoden nach Abschnitt 4.3.1.2. Ob eine gemeinsame Adaptierung der TEQ- und FEQ-Koeffizienten Vorteile bringt, werden weiterführende Untersuchungen zeigen.

Man beachte, daß der Verzicht auf einen TEQ nur für den Spezialfall $L_g = 0$ sinnvoll ist. Bild 7.14 vergleicht die maximale Datenrate bei konstanter Redundanz $L_g + K = 12$ für verschiedene Kombinationen von $K = 12$ und $L_g = 0$ bis $K = 2$ und $L_g = 10$. Bei Verwendung eines TEQ bringt die Kombination beider Redundanztypen deutliche Vorteile. Sobald man jedoch den FEQ mit einem Guard-Intervall

kombiniert und keinen TEQ verwendet, dominiert für $L_g > 0$ die damit verbundene Verringerung der Bandbreiteneffizienz. Die maximale Datenrate gegenüber $K = 12$ und $L_g = 0$ verbessert sich nicht.

7.9 Implementierung

Dieser Abschnitt diskutiert erste, suboptimale Verfahren zur Trägerauswahl und vergleicht das praxistaugliche RLS-Verfahren zur Adaptierung der FEQ-Koeffizienten mit der optimalen MMSE-Lösung.

7.9.1 Trägerauswahl

Die optimale Anzahl und Position der für den erweiterten FEQ der GDMT verwendeten Träger gestaltet sich, ausgehend von der Anfangssituation mit lediglich zwei prinzipiell nicht nutzbaren Trägern als schwierig. Für $K = 2$ ist der ISI/ICI-Anteil maximal und der Rauschbelag deshalb hochgradig mit dem Nutzsignal korreliert. Jedes Weglassen oder Hinzufügen eines Nutzträgers verändert die Rauschleistung in praktisch allen anderen Trägern. Der intuitive Ansatz, die $K - 2$ schlechtesten Träger der Anfangssituation $K = 2$ nicht zu benutzen, erweist sich als suboptimal bis gar völlig unbrauchbar. Ebenso führt eine schrittweise Erhöhung von K mit dem jeweils schlechtesten Träger im SNR-Sinne in vielen Fällen nicht zum optimalen Ergebnis.

Eine Suche nach der optimalen Lösung über alle möglichen Trägerkonstellationen scheidet aus Aufwandsgründen aus. Mit den Erkenntnissen aus Abschnitt 7.4 werden deshalb drei suboptimale Strategien vorgeschlagen:

- 1) Beginnend mit $K = 2$ wird jeweils der Nutzträger mit dem schlechtesten SNR von der Übertragung ausgeschlossen und so K um 1 erhöht. Anschließend wird das SNR neu bestimmt und wiederum der schlechteste Träger für den FEQ abgezweigt.
- 2) Für alle K , die einer Zweierpotenz entsprechen, also $K = 2, 4, 8, \dots$, wird eine periodische Trägerkonstellation ausgewählt. Für die Zwischenschritte wird Variante 1 verwendet.
- 3) Für alle Zweierpotenzen wird wie in Methode 2 eine periodische Konstellation verwendet. Für die Zwischenschritte wird, beginnend mit den Trägern höherer Frequenz, systematisch die nächste periodische Konstellation aufgebaut.

Alle drei Verfahren werden bis zu einem gewissen K_{\max} fortgesetzt und für jedes K das beste der drei Verfahren gespeichert. Anschließend wird das K_{opt} ausgewählt, welches die maximale Datenrate für alle betrachteten K bereitstellt.

Sofern der adaptive Algorithmus zur Bit- und Leistungsverteilung (siehe Kapitel 8)

weitere Träger als nicht nutzbar kennzeichnet, so lassen sich diese in einem abschließenden Schritt noch in den FEQ integrieren. Dies führt in der Regel zu einer weiteren, geringfügigen Verbesserung der Leistungsfähigkeit.

Aus den Simulationen in Kapitel 8 läßt sich beobachten, daß für Kanäle mit kurzer Kanalimpulsantwort Auswahlmethode 1 gute Ergebnisse liefert. Längere Kanalimpulsantworten tendieren zu einer periodisch orientierten Trägersauswahl nach Methode 2 oder 3.

Im Zusammenspiel mit der MMSE-Adaptierung arbeiten die drei suboptimalen Trägersauswahlverfahren erstaunlich robust und lassen anhand des Verlaufs der Datenrate in Abhängigkeit von K annähernd optimale Konstellationen vermuten. Im Gegensatz dazu liefert die ZF-Lösung, bedingt durch die hohe Rauschverstärkung, sehr inkonsistente Ergebnisse.

Die analytische Ableitung eines optimalen Verfahrens zur Trägersauswahl ist gegenwärtig Thema einer Diplomarbeit am Lehrstuhl [Wol01].

7.9.2 Adaptierung der FEQ-Koeffizienten

Für den Spezialfall einer periodischen Trägerkonstellation nach Gl. (7.36), so daß $\mathbf{W}_{0,\text{red}}^\dagger = 1/K \cdot \mathbf{W}_{0,\text{red}}^*$, ist eine analytische Berechnung der Koeffizienten in \mathbf{E} ohne Matrixinvertierung entsprechend der Gln. (7.15) und (7.22) möglich. Ansonsten empfiehlt sich aufgrund der Rauschverstärkungsproblematik und des Berechnungsaufwands ein numerisches Verfahren zur Minimierung eines geeigneten quadratischen Fehlermaßes.

Im mathematischen Sinne ist der erweiterte FEQ der GDMT ein Linearer Kombiniierer. Somit lassen sich bewährte Verfahren aus dem Bereich der adaptiven Filtertechnik einsetzen. Für die Initialisierungsphase ist ein Recursive-Least-Squares-basiertes Verfahren (RLS) zu bevorzugen, da es ein deutlich schnelleres und robusteres Konvergenzverhalten aufweist. Erste Versuche mit einem exponentiell gewichteten RLS-Algorithmus nach Anhang C erreichen bei 50 bis 100 Iterationen annähernd die Leistungsfähigkeit der MMSE-Lösung, wie Bild 7.10 belegt.

Sofern kein Aliasing im Zeitbereich auftritt, also für den Fall, daß $L_c \leq M + 1$, entsprechen die Koeffizienten der ZF-Lösung von \mathbf{E}_1 den inversen Koeffizienten des Kanalfrequenzgangs $C(z)$. Insofern sind $\mathbf{E}_{1,0} = \mathbf{D}^{-1} \cdot \mathbf{S}_1$ und $\mathbf{E}_{0,0} = \mathbf{0}$ als Startwerte für die RLS-Optimierung gut geeignet.

Für die Nachführung der FEQ-Koeffizienten während der laufenden Datenübertragung ist in Anbetracht des näherungsweise zeitinvarianten Frequenzgangs einer Kupferleitung ein einfacher Least-Mean-Squares-Algorithmus (LMS) ausreichend.

7.10 Zusammenfassung

GDMT nutzt die vermeintlich größte Schwäche des DMT-Verfahrens, die schlechte Frequenzselektivität der DFT-Basisfilter, indem es die durch ISI/ICI in nicht benutz-

te Träger übersprechenden Signalanteile für die Entzerrung der Nutzträger verwendet. Mittels eines erweiterten FEQ macht GDMT von Redundanz im Frequenzbereich Gebrauch, die in realen DMT-Applikationen praktisch immer vorhanden ist, jedoch meistens brachliegt. Damit nutzt GDMT existierende Redundanz, ohne die Bandbreiteneffizienz zu verschlechtern und verschafft sich einen entscheidenden Vorteil gegenüber bisherigen Verfahren.

In seiner Effizienz ist die Redundanz im Frequenzbereich der Guard-Intervall-Methode mindestens ebenbürtig und erlaubt sogar perfekte Rekonstruktion.

Die Betrachtungen dieses Kapitel konzentrieren sich auf den Spezialfall der GDMT mit $L_g = 0$, d.h. ausschließlicher Redundanz im Frequenzbereich, da dieser, unabhängig von der zugeführten Redundanz, stets die minimale Latenzzeit gewährleistet. In Kombination mit der herkömmlichen Guard-Intervall-Methode läßt sich GDMT zudem als eine Verallgemeinerung des herkömmlichen DMT-Verfahrens auffassen und erlaubt eine optimale Aufteilung der notwendigen Redundanz auf Zeit- und Frequenzbereich. Unabhängig von dem Bestreben nach minimaler Latenzzeit ist GDMT dadurch auch für bestehende DMT/OFDM-basierte Übertragungsstandards nutzbar.

Neben der Fähigkeit, mit dem Übersprechanteil in freien Trägern benutzte Träger zu entzerren, kann GDMT in umgekehrter Weise auch den Leckeffekt eines frequenzselektiven Störers in benachbarte Nutzträger praktisch vollständig eliminieren. Eine der größten Schwächen des DMT-Verfahrens bei Verkleinerung von M wird damit beseitigt.

GDMT erweist sich als äußerst robust gegenüber ISI/ICI. Obwohl die Länge der Kanalimpulsantwort einem Vielfachen von K bzw. sogar M entspricht, ist der resultierende ISI/ICI-Störanteil im Vergleich zum angenommenen Störbelag der Leitung vernachlässigbar. Das entspricht praktisch einer vollständigen Entkopplung der Symbollänge M von der Länge der Kanalimpulsantwort L_c und macht den Weg frei für eine drastische Verkleinerung von M und damit einer erheblichen Verkürzung der Latenzzeit des Mehrträgersystems.

Das GDMT-Verfahren entspricht in großen Teilen dem DMT-Algorithmus. Im Sender ergeben sich praktisch keine Änderungen, und im Empfänger wird der Mehraufwand für den erweiterten FEQ dadurch kompensiert, daß in der Regel kein TEQ benötigt wird.

Faßt man alle Eigenschaften der GDMT zusammen, so ist GDMT essentiell besser für eine Verkürzung der Durchlaufzeit geeignet als herkömmliche DMT und eignet sich aufgrund seiner Verwandtschaft mit der DMT und seiner Recheneffizienz hervorragend für eine Implementierung in bestehende DMT-Applikationen.

7.11 Simulationsergebnisse

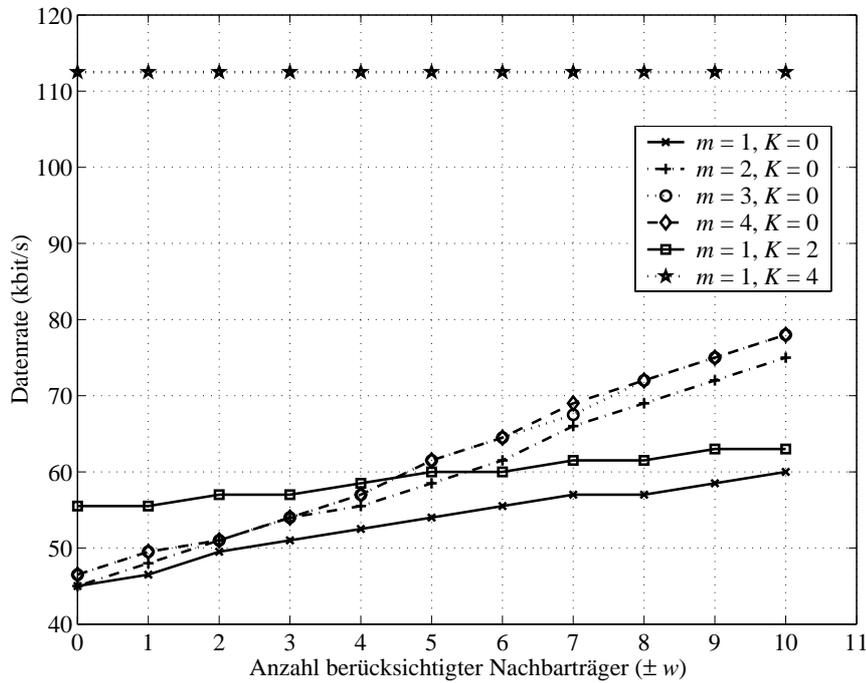


Bild 7.5: Datenrate in Abhängigkeit von der vereinfachten Struktur des FEQ ($M = 64$, AWGN mit $\text{SNR} = 30$ dB, 10km-Leitung)

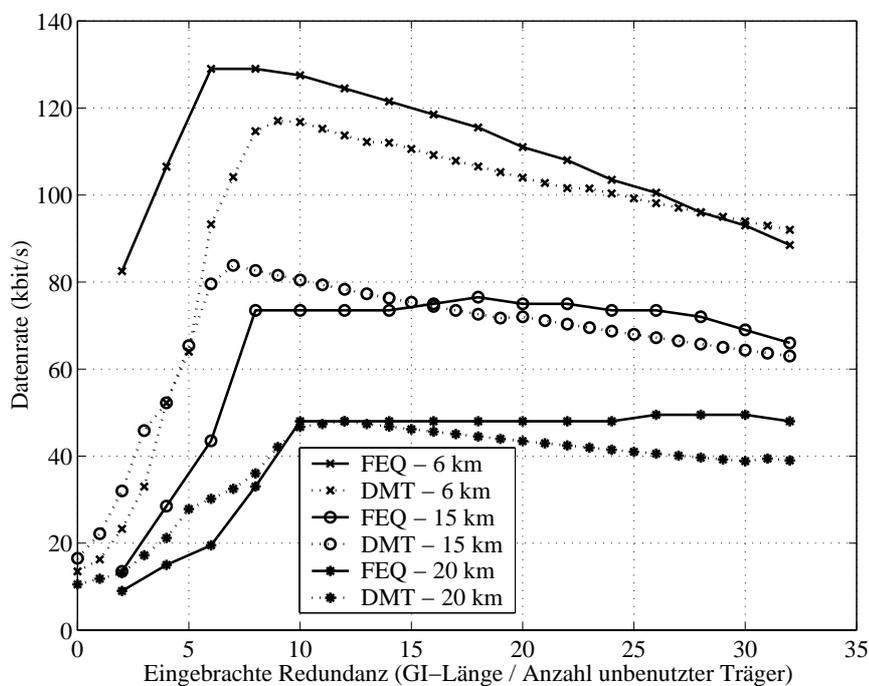


Bild 7.6: Effizienz von Zeit- (Guard-Intervall) und Frequenzbereichs-Redundanz (unbenutzte Träger) für ausgewählte Kanäle ($M = 64$, AWGN mit $\text{SNR} = 30$ dB)

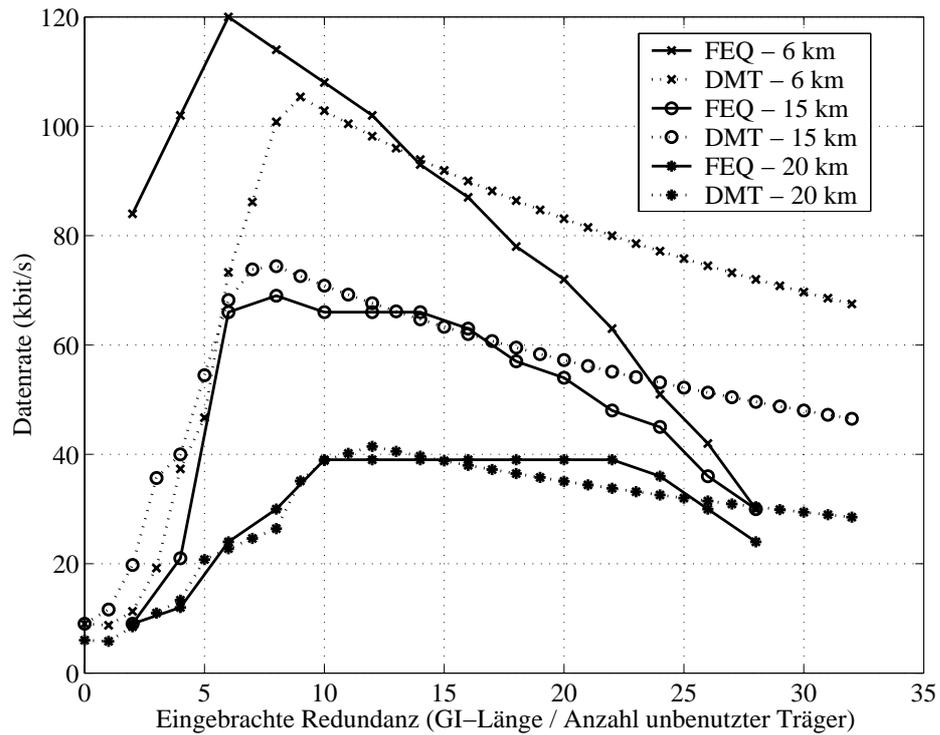


Bild 7.7: Effizienz von Zeit- (Guard-Intervall) und Frequenzbereichs-Redundanz (unbenutzte Träger) für ausgewählte Kanäle ($M = 32$, AWGN mit $\text{SNR} = 30$ dB)

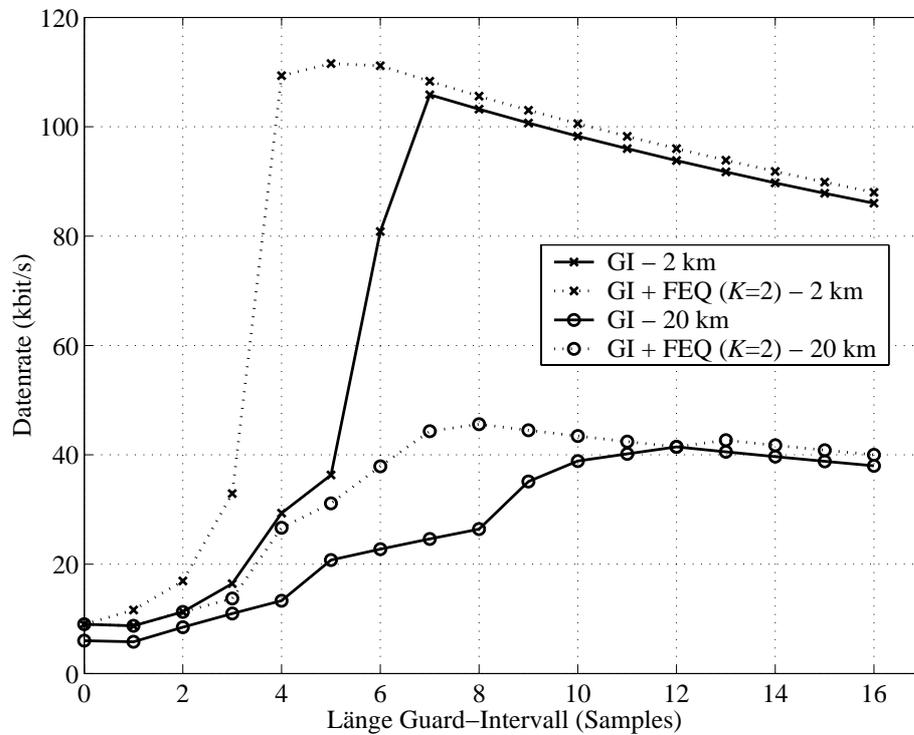


Bild 7.8: Einbeziehung der zusätzlichen Redundanz durch die nicht nutzbaren Träger bei $f = 0$ und $f = f_a/2$ für ausgewählte Kanäle ($M = 32$, AWGN mit $\text{SNR} = 30$ dB)

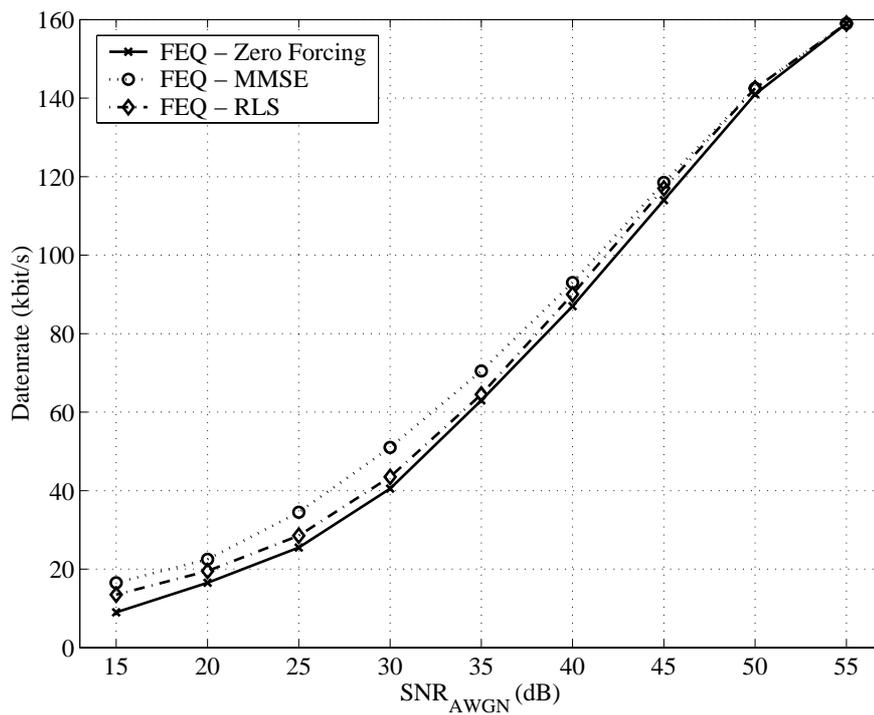


Bild 7.9: Rauschempfindlichkeit des FEQ für verschiedene Verfahren zur Adaption der Entzerrerkoeffizienten ($M = 64$, 25km-Leitung)

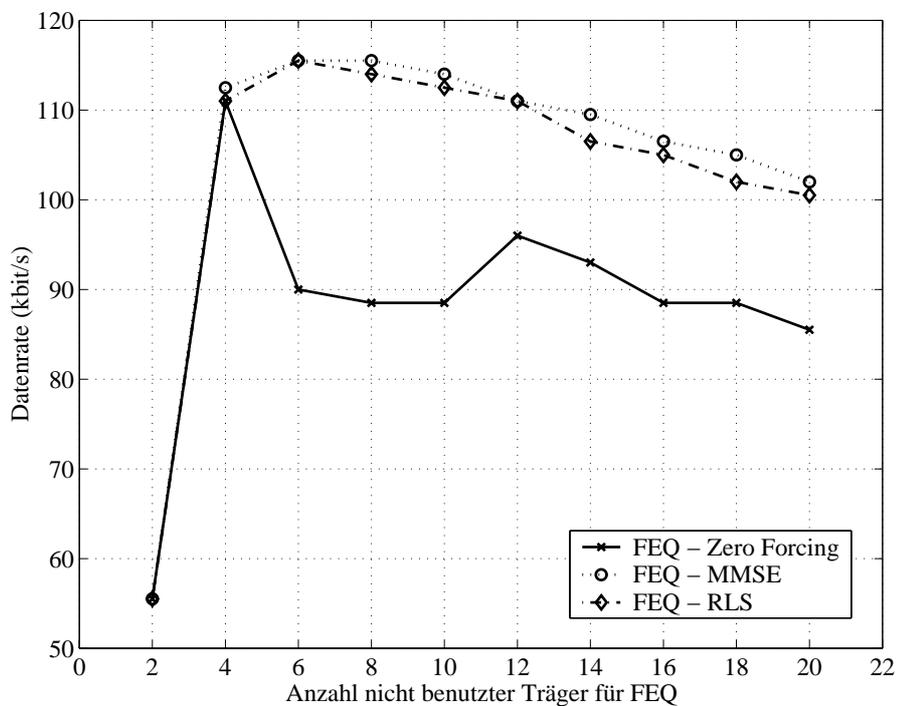


Bild 7.10: Leistungsfähigkeit des FEQ in Abhängigkeit von der Anzahl nicht benutzter Träger für verschiedene Verfahren zur Adaption der Entzerrerkoeffizienten ($M = 64$, AWGN mit SNR = 30 dB, 10km-Leitung)

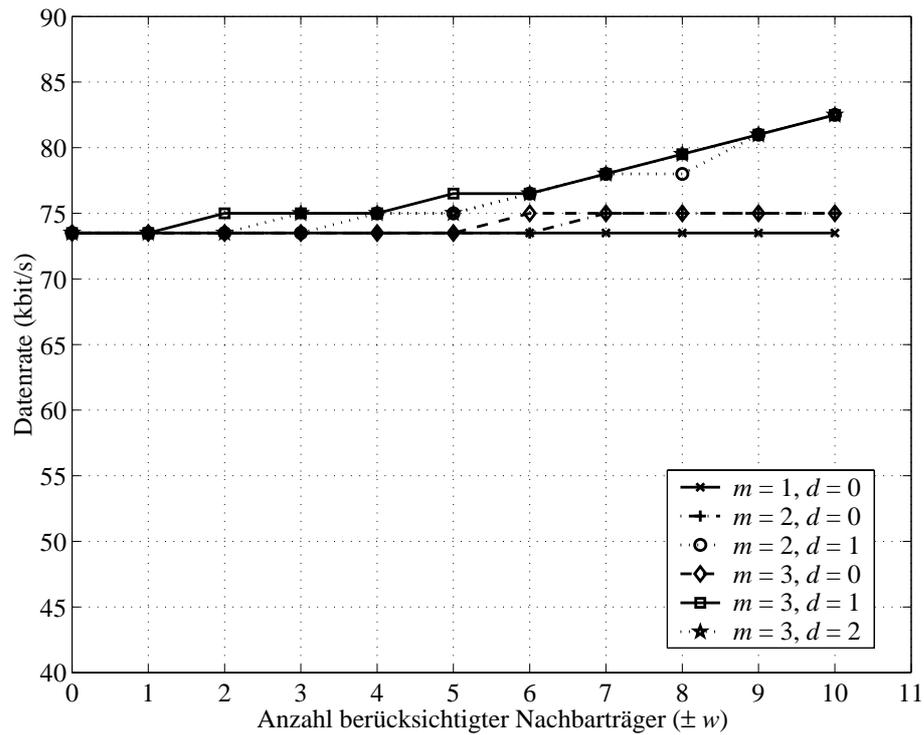


Bild 7.11: Leistungsfähigkeit des FEQ bei Einbeziehung mehrerer, aufeinanderfolgender Empfangssymbole ($M = 64$, AWGN mit SNR = 30 dB, 15km-Leitung)

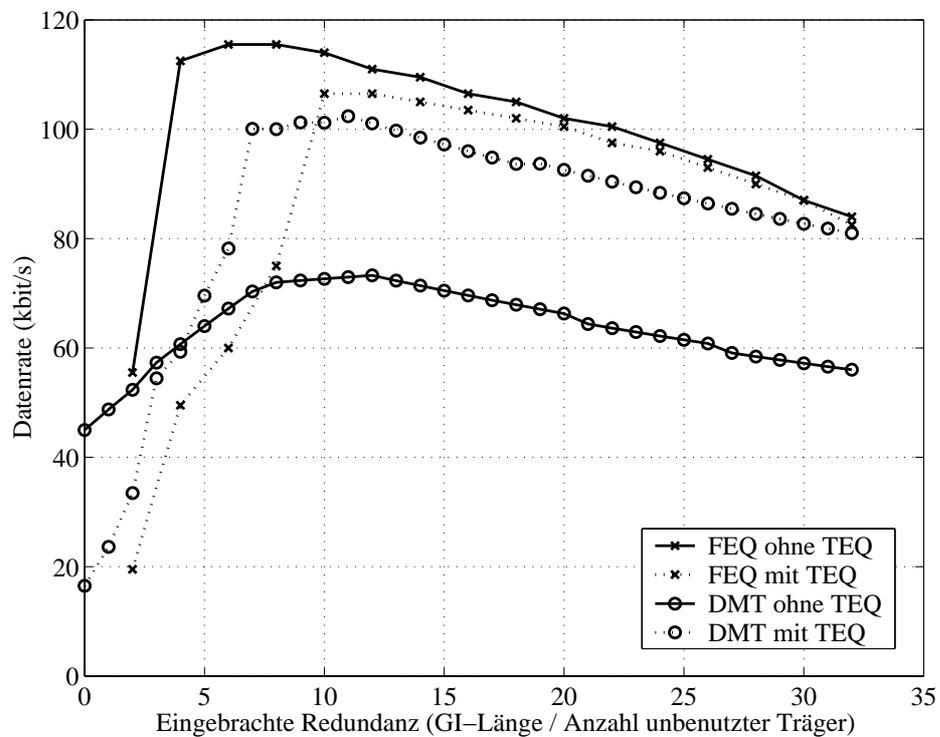


Bild 7.12: Vergleich der Leistungsfähigkeit von FEQ und herkömmlicher DMT mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 64$, AWGN mit SNR = 30 dB, 10km-Leitung)

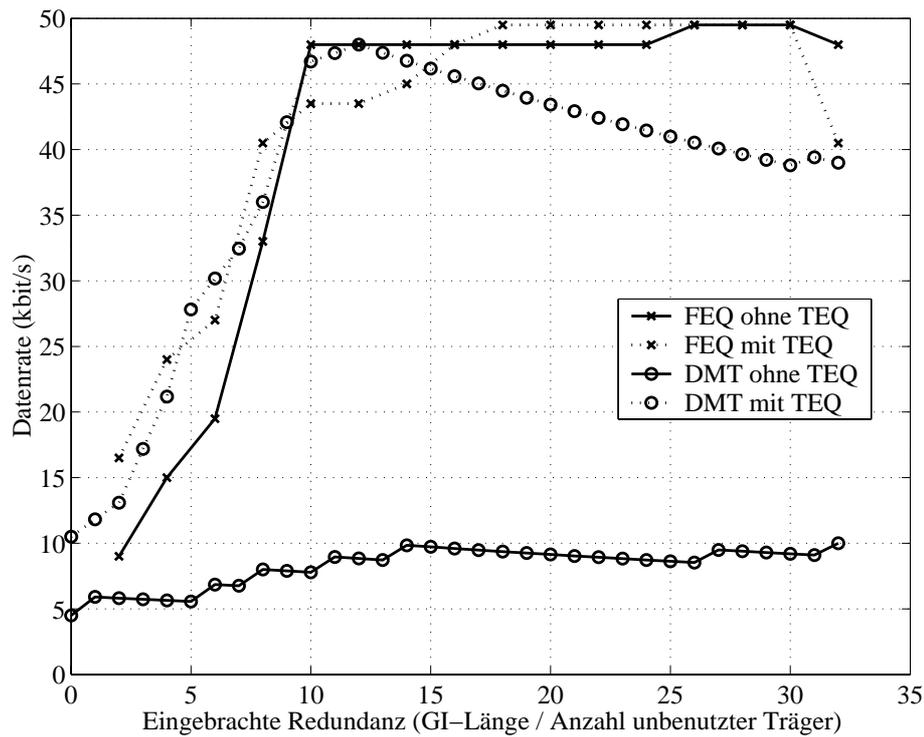


Bild 7.13: Vergleich der Leistungsfähigkeit von FEQ und herkömmlicher DMT mit und ohne Verwendung eines TEQ ($M = 64$, AWGN mit SNR = 30 dB, 20km-Leitung)

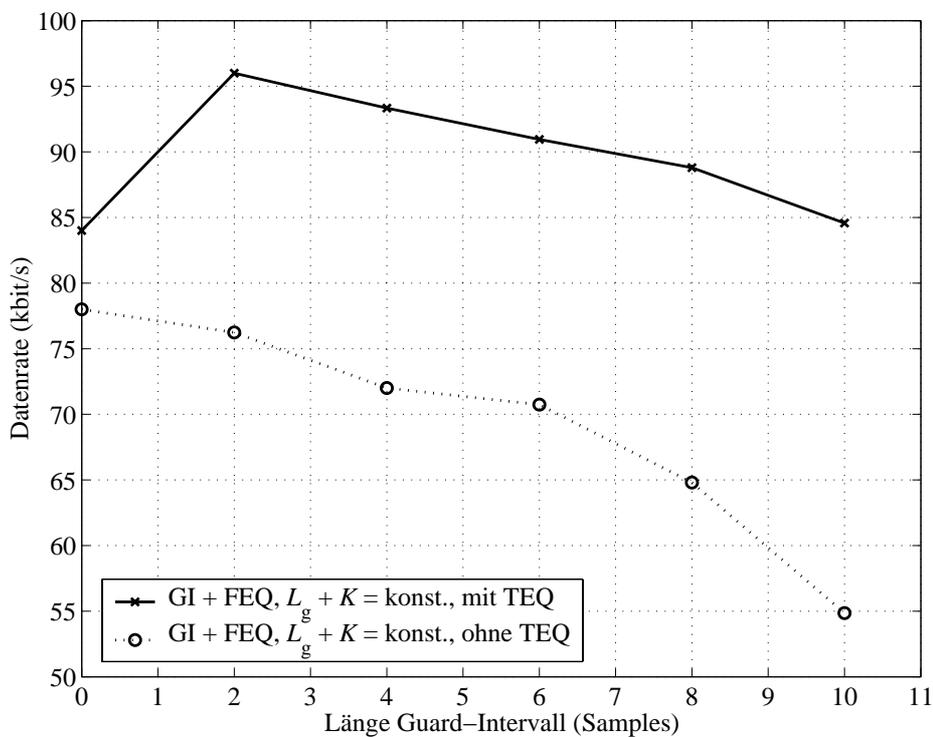


Bild 7.14: Leistungsfähigkeit der Kombination von FEQ und Guard-Intervall bei unterschiedlicher Aufteilung der Redundanz auf Zeit(L_g)- und Frequenzbereich(K) ($M = 32$, AWGN mit SNR = 30 dB, 15km-Leitung)

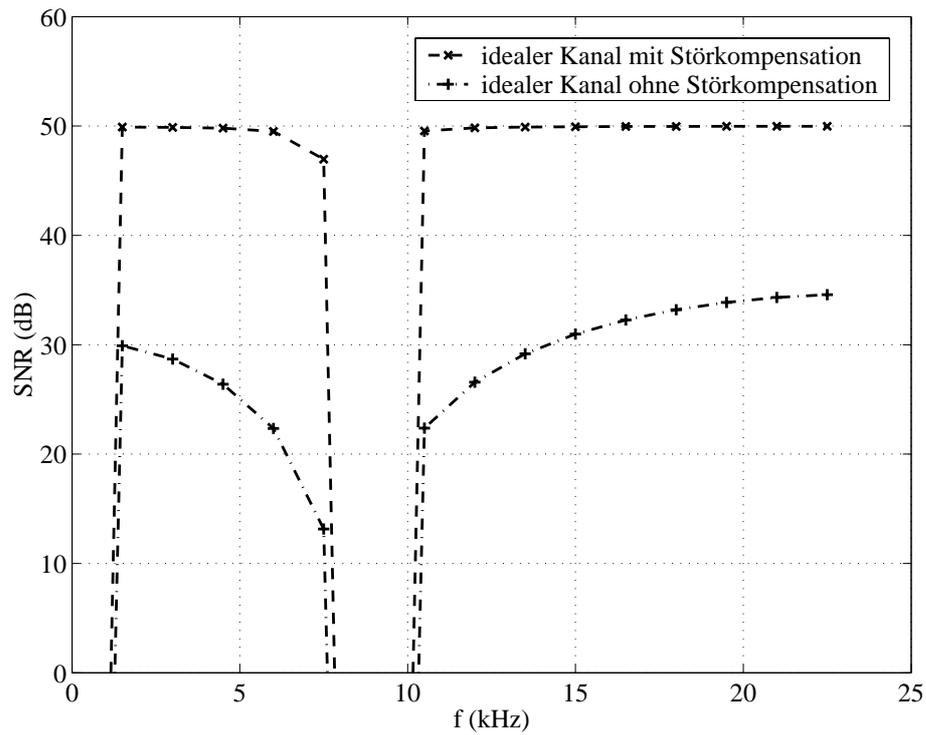


Bild 7.15: Kompensationseigenschaften des FEQ gegenüber Sinusstörer bei $f = f_a/M \cdot (\lfloor M/6 \rfloor + 0,5)$ bei idealem Kanal ($M = 32$, AWGN mit SNR = 50 dB)

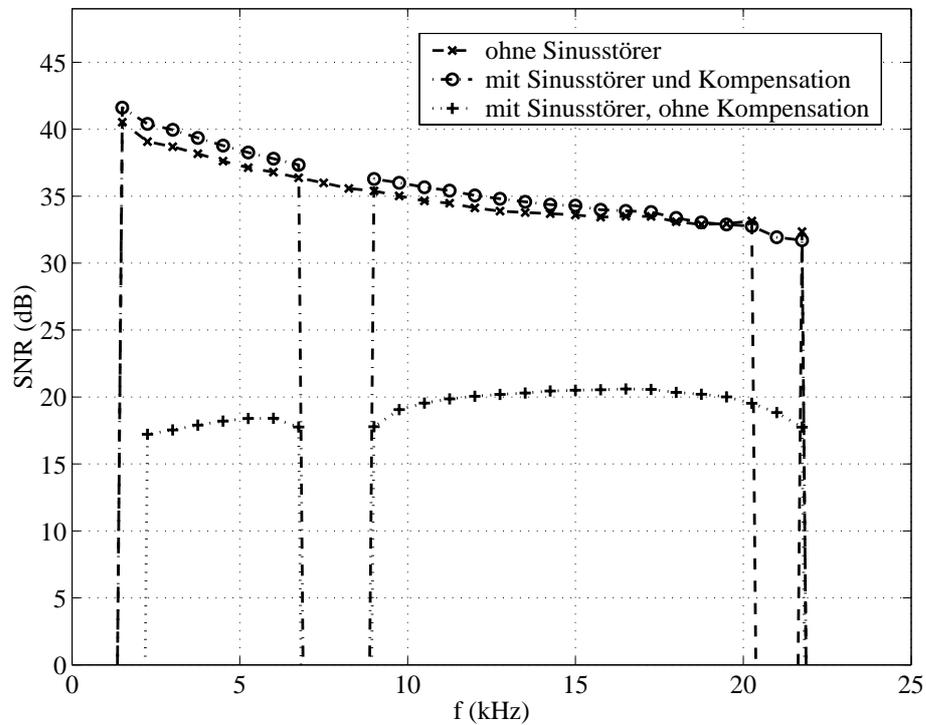


Bild 7.16: Kompensationseigenschaften des FEQ gegenüber Sinusstörer bei $f = f_a/M \cdot (\lfloor M/6 \rfloor + 0,5)$ bei realem Kanal ($M = 64$, AWGN mit SNR = 50 dB, 10km-Leitung)

Kapitel 8

Vergleich ausgewählter Verfahren

Basierend auf einer universellen, modularen Matlab-Simulationsumgebung vergleicht dieses Kapitel das herkömmliche DMT-Verfahren in seiner Leistungsfähigkeit mit den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Alternativ-Verfahren. Hierbei werden die in den Voruntersuchungen der vorhergehenden Kapitel ermittelten optimalen Parameter verwendet.

Frequenzgänge von Twisted-Pair-Leitungen unterschiedlicher Länge, die im Rahmen eines Industrieprojektes meßtechnisch ermittelt wurden [TDF97], dienen der Simulation realistischer Übertragungskanäle.

Verglichen werden die Verfahren hinsichtlich ihrer Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit. Durch Simulation verschiedener typischer Störszenarien wird überprüft, ob unter der Verkürzung der Latenzzeit die Robustheit des Verfahrens leidet. Abschließend gibt eine Gegenüberstellung der erforderlichen Rechenleistung und des Speicherbedarfs Auskunft über die Praxistauglichkeit der Verfahren.

Zur besseren Lesbarkeit der Diagramme und Gleichungen dieses Kapitels wird im folgenden die Bedeutung der benutzten Symbole nochmals kurz erläutert:

- M - Rahmenlänge der Transformation in Abtastwerten (typischerweise Zweierpotenz)
- K - Anzahl nicht benutzter Träger
- L_g - Länge des Guard-Intervalls (falls vorhanden)
- L_{TEQ} - Anzahl der Koeffizienten des TEQ-Vorentzerrers (falls vorhanden)
- l - Überlappungsfaktor einer kosinus-modulierten Filterbank
- d_p - Block- oder Symbolverzögerung der Filterbank (zum Vergleich: Blockverzögerung der IDFT/DFT-Kombination $d_{p,\text{DMT}} = 1$)
- d - Block- oder Symbolverzögerung des gesamten Mehrträgersystems (zum Vergleich: Blockverzögerung des DMT-Verfahrens $d_{\text{DMT}} = 1$)
- m_f - Anzahl der aufeinanderfolgenden Symbole, die von einem MIMO-Empfänger berücksichtigt werden (Dimension der Empfängermatrix $M \times m_f M$)
- m - Anzahl der aufeinanderfolgenden Symbole, die von einem FEQ berücksichtigt werden (Dimension der Entzerrermatrix $M \times m M$)

- w - Anzahl der Nachbarträger, die sowohl rechts- als auch linksseitig bei der Entzerrung des betrachteten Trägers berücksichtigt werden

8.1 Matlab-Simulationsumgebung

Der Vergleich der einzelnen Verfahren wird auf der Basis einer komplett in Matlab realisierten Simulationsumgebung durchgeführt, welche entsprechend Bild 8.1 vollständig modular aufgebaut ist.

Jede sinnvolle Verschaltung der einzelnen Module ist möglich. Neben den Boxen in Bild 8.1 sind die variablen Einstellgrößen für den jeweiligen Bearbeitungsschritt aufgeführt. Damit lassen sich alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Verfahren in einer einheitlichen Umgebung unter gleichen Bedingungen testen:

1. **DMT:** Es wird ein herkömmliches Guard-Intervall in Form eines zyklischen Präfixes eingefügt und ein TEQ zur Verkürzung der Kanalimpulsantwort verwendet.
2. **GDMT:** Auf die Verwendung eines TEQ wird verzichtet. Eine Kombination des erweiterten FEQ mit einem Guard-Intervall ist entsprechend der Erkenntnisse aus Abschnitt 7.8 deshalb nicht sinnvoll. Folglich gilt für alle GDMT-Konstellationen in diesem Kapitel $L_g = 0$.
3. **Kombination DMT-Sender und MIMO-Empfänger:** Aus Effizienzgründen beschränkt sich die Auswahl auf den Fall $m_f = 1$ und $d = 1$.
4. **Kombination CMFB-basierter Sender und MIMO-Empfänger:** Aufgrund des hohen Rechenaufwands erfolgt auch hier eine Beschränkung auf Verwendung eines Prototypfilters mit kurzer Verzögerung sowie $l = 2$, $m_f = 3$ und $d = 3$. Es standen lediglich Prototypfilter für $M = 16$ und $M = 32$ zur Verfügung.
5. **Kombination CMFB-basierter Sender und CMFB-basierter Empfänger mit FEQ:** Es finden folgende Parameterkonstellationen Anwendung:
 - Linearphasiges Prototypfilter mit $l = 4$, $m = 5$, $d = 6$ und $w = 1$ sowie
 - Prototypfilter mit kurzer Blockverzögerung ($d_p = 1$) mit $l = 4$, $m = 5$, $d = 3$ und $w = 3$.

Auch hier sind Prototypfilter mit kurzer Blockverzögerung nur für $M = 16$ und $M = 32$ verfügbar.

In Anlehnung an die Randbedingungen des zugrundeliegenden Industrieprojektes (siehe Kapitel 9) wird die Abtastfrequenz des Systems auf $f_a = 48$ kHz festgelegt und die genutzte Bandbreite auf den Bereich von 300 Hz bis 21,3 kHz eingeschränkt.

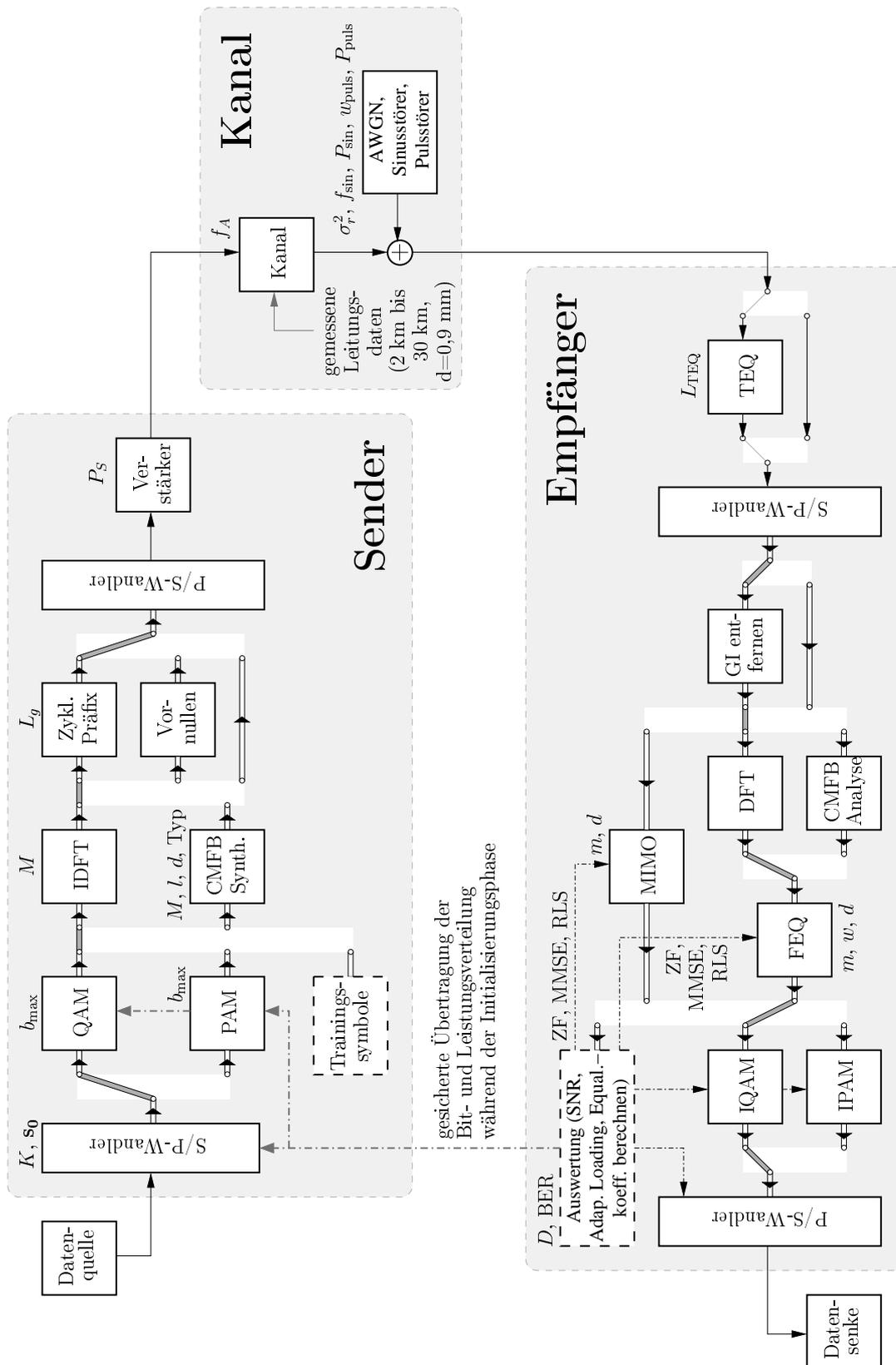


Bild 8.1: Blockschnittbild der Simulationsumgebung in Matlab (Signalweg für herkömmliche DMT ist eingezeichnet)

Für DFT-basierte Verfahren variiert die Symbollänge zwischen $M = 16, 32$ und 64 . Bei gleicher Trägerzahl korrespondiert ein DFT-basiertes Verfahren der Symbollänge M mit einer CMFB-Variante der Symbollänge $M/2$. Dadurch werden für CMFB-basierte Verfahren Symbollängen von $M = 8, 16$ und 32 miteinander verglichen.

Für DFT-basierte Verfahren wird als Modulationsform QAM mit ausschließlich quadratischen Konstellationen angewendet, während für die reellwertigen CMFB-Verfahren PAM zum Einsatz kommt.

Die Simulationsumgebung erfaßt alle Störgrößen, die sich durch Kanal- und Symbolübersprechen sowie Aliasing-Effekte im Zeit- und Frequenzbereich ergeben. Außerdem lassen sich typische externe Störgrößen wie AWGN, Pulsstörer, Sinusstörer oder eine beliebige Kombination aus diesen mit dem Empfangssignal überlagern. Leistung, Lage bzw. Häufigkeit der Störungen lassen sich dabei beliebig variieren.

Zur Simulation realer Kupferleitungen wurden aus mehr als 40 ausgemessenen Frequenzgängen von Twisted-Pair-Leitungen eines Energieversorgungsunternehmens entsprechend Tabelle 8.1 exemplarisch 7 Leitungen unterschiedlicher Länge von 2 km bis 30 km mit einem Querschnitt von 0,9 mm ausgewählt. Aus dem gemessenen Frequenzgang im Bereich der Nutzträger wird mittels der Methode aus [Pff01] die jeweilige Kanalimpulsantwort abgeleitet. Neben Leitungslänge, Querschnitt und Länge der Kanalimpulsantwort L_c umfaßt jeder Eintrag in Tabelle 8.1 die effektive Länge, auf die sich die Kanalimpulsantwort verkürzen läßt sowie die Anzahl der Koeffizienten des dafür notwendigen TEQ-Filters. Zur Bestimmung der TEQ-Koeffizienten wurde aus drei bewährten Verfahren – RLS [Din97], MSSNR [MCR96] und DCC [LCAE00] – diejenige Variante ausgewählt, die unter realistischen Bedingungen die höchste Datenrate gewährleistet.

Bezeichnung	Länge (m)	Querschnitt (mm)	L_c	L_{TEQ}	eff. L_c mit TEQ
2km	1926	0,9	44	8	8
6km	5606	0,9	198	8	10
10km	10460	0,9	244	9	12
15km	14754	0,9	125	6	9
20km	19800	0,9	206	9	14
25km	24500	0,9	517	9	13
30km	30000	0,9	240	12	11

Tabelle 8.1: Parameter der Testkanäle für die Simulationsumgebung

Abgesehen vom RLS-Algorithmus wird indirekt vorausgesetzt, daß Frequenzgang bzw. Impulsantwort des Kanals bekannt sind bzw. in einer ersten Initialisierungsphase abgeschätzt wurden. In einem zweiten Schritt wird eine hinreichend große Anzahl von Trainingssymbolen gesendet, um den Rauschanteil im Empfangssignal, verursacht durch externe Störungen und Übersprech- sowie Aliasing-Effekte, bestimmen zu können. Anhand der Kanalschätzung und der statistischen Eigenschaften von Signal- und Rauschanteil lassen sich anschließend die Koeffizienten des MIMO-Empfängers bzw. des FEQ optimal im ZF- oder MMSE-Sinne bestimmen. Im Falle des RLS-

Algorithmus wird eine weitere Trainingsphase durchlaufen, in der die Koeffizienten rekursiv bestimmt werden.

Auf der Grundlage des ermittelten Signal-zu-Rauschabstandes bestimmt ein sogenannter Adaptive-Loading-Algorithmus nach Hughes-Hartogs [HH89, Pos96] die optimale Bit- und Leistungsverteilung auf die genutzten Träger. Dabei werden von den drei Parametern Fehlerrate, Datenrate und Sendeleistung jeweils zwei als konstant vorausgesetzt und der verbleibende Parameter optimiert. Die Simulationen in diesem Kapitel beschränken sich auf die Optimierung der Datenrate bei vorgegebener Sendeleistung und Bitfehlerrate, da hier der Aspekt der Bandbreiteneffizienz am deutlichsten erkennbar ist.

Die geforderte Bitfehlerrate wird auf den in der Praxis üblichen Wert von 10^{-7} festgelegt. Da nicht sichergestellt ist, daß alle untersuchten Verfahren in gleicher Weise von einer Fehlerschutzkodierung profitieren, wird auf Kanalkodierung vollständig verzichtet.

Die Sendeleistung ist so normiert, daß jeder Träger im Mittel die Sendeleistung 1 erhält. Somit ergibt sich eine konstante Summenleistung des Sendesignals P_S mit $P_S = M$. Weitere Leistungs-, Energie- und Varianzangaben, wie beispielsweise σ_r^2 , σ_{sin}^2 oder σ_{puls}^2 sind in gleichem Maße normiert.

Bleibt ein Träger aufgrund schlechter Übertragungseigenschaften unbenutzt, so wird die freigewordene Sendeleistung auf die übrigen Träger verteilt. Auf die Einhaltung einer bestimmten Leistungsdichteverteilung wird in diesem Zusammenhang keine Rücksicht genommen, da bei den autonomen Netzen der Energieversorgungsunternehmen die spektrale Kompatibilität eine untergeordnete Rolle spielt.

Sofern nicht gesondert aufgeführt, werden die Entzerrer- und MIMO-Koeffizienten für die Simulationen stets im MMSE-Sinne optimiert. Das gilt auch für die Koeffizienten des herkömmlichen DMT-Entzerrers.

Weitere systematische Rauschquellen des Algorithmus, wie zum Beispiel

- begrenzte Auflösung des AD/DA-Wandlers,
- begrenzte Genauigkeit der Fixkomma-Arithmetik des Signalprozessors,
- Restfehler der Echokompensation,
- Adaptive Nachführung der Kanal- und Echokoeffizienten,
- Nachführung der Abtastfrequenz und
- Abschneiden der Signalamplituden bei hohem Crest-Faktor

sind nicht Gegenstand dieser Arbeit und werden als additives, weißes Rauschen modelliert.

8.2 Latenzzeit

In den Bildern 8.2 bis 8.5 ist die Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für einen AWGN-behafteten Kanal mit einem SNR = 30 dB und verschiedene Leitungslängen bei unterschiedlichen M dargestellt.

Um den Einfluß des Guard-Intervalls auf die Latenzzeit zu verdeutlichen, ist für die Verfahren mit $L_g \neq 0$ der Verlauf in Abhängigkeit von L_g in der Umgebung des optimalen $L_{g,\text{opt}}$ skizziert. Für alle folgenden Diagramme wird nur die maximale Datenrate bei $L_{g,\text{opt}}$ durch das entsprechende Symbol gekennzeichnet.

Im Vergleich zu DMT ermöglichen die MIMO- und CMFB-Verfahren die Verkürzung der Latenzzeit um den Faktor 3 bis 4.

Wie aus den Bildern 8.2 und 8.3 hervorgeht, kommen die MIMO- und CMFB-Verfahren für kurze Leitungen praktisch ohne Redundanz aus. Erst bei längeren Leitungen ergibt sich eine spürbare Verbesserung bei Erhöhung von M .

Auch GDMT ist der DMT bei kürzeren Leitungslängen bis etwa 10 km weit überlegen und erlaubt eine Reduzierung der Latenzzeit um den Faktor 2,5 bei gleichbleibendem Datendurchsatz. Dabei erreicht GDMT annähernd die gleiche Leistungsfähigkeit der MIMO-Varianten, was in Anbetracht der stark vereinfachten FEQ-Struktur erstaunlich ist.

Obwohl die nominelle Länge der 25km-Leitung in Bild 8.5 entsprechend Tabelle 8.1 mit 517 Koeffizienten um ein Vielfaches höher ist als die benutzten Symbollängen M , liefert GDMT ohne TEQ mindestens die gleiche maximale Datenrate wie DMT mit TEQ bei einer Latenzzeit, die je nach Wahl von M immer noch um 15 bis 40 Prozent kürzer ist.

Lediglich bei sehr kleinem M erlaubt DMT in manchen Fällen eine etwas höhere maximale Datenrate als GDMT, allerdings bei deutlich höherer Latenzzeit, wie aus Bild 8.4 hervorgeht.

8.3 Empfindlichkeit gegenüber Störeinflüssen

Die Störleistung der im folgenden Abschnitt untersuchten Störgrößen wird stets normiert auf die mittlere Sendeleistung pro Träger in Form eines Signal-zu-Rausch-Verhältnisses $\text{SNR}_{\text{stör}} = 10 \cdot \log_{10}(\overline{\sigma_u^2}/\sigma_{\text{stör}}^2)$ angegeben.

8.3.1 Additives, weißes Hintergrundrauschen

Die Bilder 8.6 bis 8.10 vergleichen die maximale Datenrate verschiedener Verfahren in Abhängigkeit von dem Rauschniveau eines AWGN-behafteten Kanals für ausgewählte Kanäle und Symbollängen M .

Aus Bild 8.6 ist erkennbar, daß die MIMO- und CMFB-basierten Verfahren bei kurzen Leitungen und kleinem M deutliche Vorteile gegenüber DMT und auch GDMT aufweisen. Bei der langen 30km-Leitung zeigt sich diese Überlegenheit erst bei geringem Rauschbelag.

Bei $M = 64$ ist die Leistungsfähigkeit der MIMO-Verfahren nur noch geringfügig besser als GDMT und DMT, wie sich aus den Bildern 8.7, 8.8 und 8.10 ersehen läßt. Die strukturell vereinfachten CMFB-Verfahren mit FEQ liegen in ihrer maximalen Datenrate bei geringem Rauschbelag sogar unter dem Niveau des DMT-Verfahrens.

GDMT ist für kurze Leitungslängen deutlich leistungsfähiger als DMT. Entsprechend Bild 8.6 zeigt sich dieser Vorteil insbesondere für kleine M , ist aber nach Bild 8.7 auch für $M = 64$ noch vorhanden.

Lediglich für sehr lange Leitungen macht sich der fehlende TEQ bei Verwendung des GDMT-Verfahrens negativ bemerkbar. So ist GDMT gegenüber DMT, wie aus Bild 8.9 ersichtlich, im Falle der 30km-Leitung bei $M = 16$ benachteiligt. Möglicherweise liegt die Ursache dafür auch in dem derzeit noch suboptimalen, empirischen Auswahlverfahren für die nicht benutzten Träger begründet, denn für $M = 64$ erreicht GDMT auch bei langen Leitungen etwa die gleiche Leistungsfähigkeit wie das DMT-Verfahren, wie die Bilder 8.8 und 8.10 bestätigen.

8.3.2 Frequenzselektive Störungen

Die Bilder 8.11 bis 8.14 zeigen die Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit im Fall eines AWGN-behafteten Kanals, der durch einen Sinusstörer zusätzlich gestört ist. Stellvertretend für die 7 Testleitungen sind nur die Ergebnisse für die 2km-, 10km-, 15km- und 25km-Leitung dargestellt.

Die Frequenz des Sinusstörers ist in Abhängigkeit von M mit

$$f_{\text{sin,DFT}} = \frac{f_a}{M} \cdot (\lfloor M/6 \rfloor + 0,5) \quad (8.1)$$

für die DFT-basierten Verfahren und

$$f_{\text{sin,CMFB}} = \frac{f_a}{2M} \cdot (\lfloor M/3 \rfloor) \quad (8.2)$$

für die CMFB-basierten Verfahren so gewählt, daß sie genau zwischen zwei Trägerfrequenzen liegt. Für unterschiedliche M bzw. verschiedene Verfahren weichen die Störfrequenzen somit geringfügig voneinander ab. So wird jedoch eine einheitliche Störumgebung gewährleistet, da sich entsprechend Abschnitt 3.4 stets maximales Übersprechen in die benachbarten Träger einstellt. Anderenfalls wären die Ergebnisse nur bedingt vergleichbar.

Die Amplitude des störenden Sinussignals ist zufällig und unterliegt einem mittelwertfreien Gauß-Prozeß mit einem $\text{SNR}_{\text{sin}} = 10$ dB.

Das Niveau des AWGN-Rauschanteils liegt bei einem SNR_{AWGN} von 35 dB.

Das DMT-Verfahren ist aufgrund des ausgeprägten Leckeffekts infolge des si-förmigen Frequenzgangs der DFT-Basisfilter allen Alternativ-Verfahren deutlich unterlegen.

GDMT basiert ebenfalls auf der DFT, profitiert jedoch von seinem hervorragenden Kompensationsvermögen bezüglich frequenzselektiver Störer (siehe Abschnitt 7.7). Es ist wiederum bemerkenswert, daß GDMT in seiner Leistungsfähigkeit fast an die vergleichbare DFT+MIMO-Variante mit $m_f = 1$ und $d = 1$ heranreicht, wie die Bilder 8.11 und 8.12 belegen.

GDMT ermöglicht selbst für die 15km-Leitung in Bild 8.13 sowie die 25km-Leitung in Bild 8.14 mindestens den gleichen Datendurchsatz wie DMT mit der 2,5-fachen Latenzzeit. Hierbei wird GDMT nur noch von den aufwendigen MIMO-Verfahren übertroffen.

8.3.3 Pulsartige Störungen

Die Bilder 8.15 bis 8.18 zeigen die Datenrate in Abhängigkeit von der Latenzzeit für den Fall, daß das Empfangssignal mit AWGN und pulsartigen Störungen überlagert ist.

Für den Vergleich wird ein zufälliger Pulsstörer angenommen, der im Mittel eine Störung pro Symbol mit einer Pulsweite von 2 Abtastwerten verursacht und dessen Amplitude mittelwertfrei und gaußverteilt ist mit einem $\text{SNR}_{\text{puls}} = 20$ dB.

Das Niveau des Hintergrundrauschens liegt wiederum bei $\text{SNR}_{\text{AWGN}} = 35$ dB.

Es ergibt sich ein ähnliches Bild wie beim Vergleich der Latenzzeit in Abschnitt 8.2, bei dem der Kanal lediglich durch AWGN mit $\text{SNR}_{\text{AWGN}} = 30$ dB gestört ist. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Verfahren mit der Kombination CMFB-basierter Empfänger und FEQ offensichtlich empfindlicher auf Pulsstörer reagieren als GDMT. Sind die CMFB+FEQ-Varianten bei reinem AWGN auf dem Kanal entsprechend der Bilder 8.2 und 8.5 noch deutlich leistungsfähiger, so bieten diese bei zusätzlichen Pulsstörern entsprechend der Diagramme in Bild 8.15 und 8.18 kaum noch Vorteile, insbesondere wenn man die kürzere Latenzzeit der GDMT berücksichtigt.

8.4 Rechenaufwand und Anzahl der Koeffizienten

Als entscheidendes Kriterium für die Praxistauglichkeit wird in diesem Abschnitt untersucht, ob und wieviel Mehraufwand an Rechenleistung und Koeffizienten jeweils notwendig ist, um das herkömmliche DMT-Verfahren durch ein Latenzzeitverkürzendes Verfahren zu ersetzen. Dabei wird lediglich die Komplexität des Empfängers bezüglich Rücktransformation und Entzerrung gegenübergestellt.

8.4.1 Rechenaufwand

Verglichen wird die Anzahl reellwertiger Multiplikationen, die im Mittel pro Abtastwert des diskreten Empfangssignals notwendig sind. Eine komplexwertige Multiplikation wird dabei wie drei reellwertige Multiplikationen gewertet.

Für die DFT-basierten Verfahren wird die für leitungsgebundene Mehrträger-Kommunikation übliche reellwertige Übertragung im Basisband angenommen. Dadurch sind die Fourier-Koeffizienten bei $\Omega = 0$ und $\Omega = \pi$ stets reellwertig und somit prinzipiell nicht für eine komplexwertige Modulation nutzbar. Weiterhin ergibt sich für die Träger mit den Indizes von 1 bis $M/2 - 1$ eine konjugierte Symmetrie zu den Trägern mit den Indizes von $M/2 + 1$ bis $M - 1$. Der Entzerrungsaufwand im Vergleich zu einer komplexwertigen, trägerfrequenzbasierten OFDM-Variante halbiert sich, da lediglich die Träger 1 bis $M/2 - 1$ entzerrt werden müssen.

Rechenaufwand für DMT-Empfänger Der Aufwand des DMT-Empfängers setzt sich aus den notwendigen Multiplikationen für TEQ, FFT und vereinfachten

FEQ zusammen, dividiert durch die Anzahl der Abtastwerte pro Symbol $M + L_g$:

$$\mathcal{M}_{\text{DMT}} = \frac{3}{M + L_g} \cdot \left(\frac{M}{4} \log_2 \left(\frac{M}{2} \right) + \frac{M}{2} - 1 + \frac{M - K}{2} \right) + L_{\text{TEQ}} \quad . \quad (8.3)$$

Die Komplexität der reellwertigen FFT wird dabei durch Zurückführung auf eine FFT der halben Länge plus Multiplikation mit komplexen Drehfaktoren annähernd halbiert [Sch01a]. Es gilt $K = 2$ aufgrund der nicht nutzbaren Träger bei $\Omega = \{0, \pi\}$. Entsprechend Tabelle 8.1 wird im Mittel ein TEQ-Filter der Länge $L_{\text{TEQ}} = 9$ benötigt. Die mittlere optimale Länge des Guard-Intervalls liegt bei $L_g = 8$.

Rechenaufwand für GDMT-Empfänger Die Träger bei $\Omega = \{0, \pi\}$ enthalten reellwertige Koeffizienten. Bei Linearkombination dieser nicht für eine komplexe Modulation nutzbaren Träger mit den Nutzträgern sind demzufolge je 2 reelle Multiplikationen ausreichend. Für die verbleibenden $K - 2$ nicht benutzten Träger läßt sich die Linearkombination der jeweiligen konjugiert-komplexen Trägerpaare $\{i, M - i\}$ mit $i = 1, \dots, M/2 - 1$ in folgender Weise kombinieren:

$$\begin{aligned} \nu_i \cdot e_i + \nu_{M-i} \cdot e_{M-i} &= (\nu'_i + j \nu''_i)(e'_i + j e''_i) + (\nu'_i - j \nu''_i)(e'_{M-i} + j e''_{M-i}) \\ &= \underbrace{\nu'_i (e'_i + e'_{M-i})}_{\tilde{e}_{i,0}} - \underbrace{\nu''_i (e''_i - e''_{M-i})}_{\tilde{e}_{i,1}} \\ &\quad + j \left(\underbrace{\nu'_i (e''_i + e''_{M-i})}_{\tilde{e}_{i,2}} + \underbrace{\nu''_i (e'_i - e'_{M-i})}_{\tilde{e}_{i,3}} \right) . \end{aligned} \quad (8.4)$$

Daraus resultieren $4 \cdot (K - 2)/2$ zusätzliche reelle Multiplikationen, und der Mehraufwand für die Linearkombination der K nicht benutzten Träger mit den $(M - K)/2$ zu entzerrenden Nutzträgern addiert sich zu $K \cdot (M - K)$ reellen Multiplikationen. Damit ergibt sich, dividiert durch M , ein Rechenaufwand pro Abtastwert von

$$\mathcal{M}_{\text{GDMT}} = \frac{3}{M} \cdot \left(\frac{M}{4} \log_2 \left(\frac{M}{2} \right) + \frac{M}{2} - 1 + \frac{M - K}{2} \right) + \frac{K \cdot (M - K)}{M} \quad . \quad (8.5)$$

Die optimale Anzahl nicht benutzter Träger liegt unter praxisrelevanten Bedingungen im Mittel bei $K = 8$. Lediglich für $M = 16$ ergibt sich $K = 4$.

Rechenaufwand für DFT-basierten MIMO-Empfänger Der Rechenaufwand eines DFT-basierten MIMO-Empfängers entspricht dem Aufwand einer Multiplikation mit einer komplexwertigen Matrix der Dimension $(M - K)/2 \times (M + L_g)$, dividiert durch die Anzahl der Abtastwerte pro Symbol $M + L_g$:

$$\mathcal{M}_{\text{DFT+MIMO}} = 3 \cdot \frac{M - K}{2} \cdot m_f \quad . \quad (8.6)$$

Bei $m_f = 1$ ist für die DFT+MIMO-Kombination ein Guard-Intervall der Länge $L_g = 4$ zu erwarten. Bezüglich des Aufwands pro Abtastwert ist die Wahl von L_g jedoch ohne Bedeutung.

Ebenso wie für DMT gilt $K = 2$.

Rechenaufwand für CMFB-basierten MIMO-Empfänger Der Rechenaufwand eines CMFB-basierten MIMO-Empfängers entspricht dem Aufwand einer Multiplikation mit einer reellwertigen Matrix der Dimension $(M-K) \times (M+L_g)$, dividiert durch die Anzahl der Abtastwerte pro Symbol $M + L_g$:

$$\mathcal{M}_{\text{CMFB+MIMO}} = (M - K) \cdot m_f \quad . \quad (8.7)$$

Auch hier hat die Wahl von L_g keinen Einfluß auf das Ergebnis.

Im Falle einer praktischen Realisierung sind Übertrager im Signalweg der Regelfall. Folglich wird auch für CMFB-basierte Verfahren angenommen, daß sich zumindest der erste Träger nicht benutzen läßt. Also gilt $K = 1$.

Rechenaufwand für CMFB-basierten FEQ Der Aufwand für einen CMFB-basierten FEQ resultiert aus der Summe der Multiplikationen für FEQ und Fast-Algorithmus der CMFB-Analyse-Filterbank:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{CMFB+FEQ}} = & \frac{M - K}{M} \cdot m \cdot (2 \cdot w + 1) + \frac{l}{k_{\text{lp}}} \\ & + \frac{3}{M} \cdot \left(M + \frac{M}{4} \cdot \log_2 \left(\frac{M}{2} \right) + \frac{M}{2} - 1 \right) , \quad (8.8) \end{aligned}$$

wobei k_{lp} für linearphasige CMFB mit symmetrischem Prototypfilter den Wert 2 und für CMFB mit kurzer Blockverzögerung den Wert 1 annimmt.

Man beachte, daß in (8.8) die schnelle Berechnung der DCT entsprechend der Empfehlungen in [Vai93, SN96] auf eine FFT der doppelten Länge zurückgeführt wird. Es dürften jedoch, insbesondere für kleine M , zahlreiche direkte Fast-Algorithmen für die DCT existieren, die eine schnellere Implementierung erlauben. Da jedoch für größere m und w der Aufwand des FEQ dominiert, wurde auf eine Recherche hinsichtlich leistungsfähigerer DCT-Algorithmen verzichtet.

Auch für die CMFB+FEQ-Variante wird K auf den Wert 1 festgelegt.

Bild 8.19 vergleicht das Verhältnis der erforderlichen Rechenleistung der einzelnen Verfahren zur Rechenleistung herkömmlicher DMT bei praxisrelevanter Parameterwahl in Abhängigkeit von der Symbollänge M .

Die quadratisch mit M ansteigende Komplexität des DFT-basierten MIMO-Empfängers läßt keine sinnvolle Anwendung für $M > 32$ zu. Gleiches gilt auch für die CMFB+MIMO-Kombination. Eventuell ist hier eine praktische Realisierung bis $M = 64$ vertretbar.

Ein CMFB-basierter Empfänger mit nachgeschaltetem FEQ und linearphasigem Prototypfilter benötigt unabhängig von M etwa 50 Prozent mehr Rechenleistung als DMT bei gleichem M . Berücksichtigt man, daß der CMFB+FEQ-Empfänger bei gleicher Leistungsfähigkeit gegenüber DMT eine Verringerung von M um mindestens Faktor 2 ermöglicht, so liegt der Mehraufwand effektiv bei etwa 40 bis 45 Prozent.

Die kürzere Latenzzeit des CMFB+FEQ-Empfängers mit kurzer Blockverzögerung erkauft man sich, bedingt durch die erhöhte Anzahl zu berücksichtigender Nachbarträger w , mit einer Verdopplung des Rechenaufwands im Vergleich zur linearphasigen Variante.

GDMT ist das einzige der untersuchten Verfahren, das im Vergleich zur DMT eine geringere Rechenleistung erfordert. Aus den Gln. (8.3) und (8.5) läßt sich entnehmen, daß auch für große M $\mathcal{M}_{\text{GDMT}}$ den Wert von \mathcal{M}_{DMT} nicht überschreitet, sofern $K \leq L_{\text{TEQ}}$ gewährleistet ist. Bei typischerweise $K = 8$ und $L_{\text{TEQ}} = 9$ läßt sich DMT in existierenden, DSP-basierten Implementierungen selbst dann durch GDMT ersetzen, wenn die verfügbare Rechenleistung bereits vollständig ausgeschöpft ist.

8.4.2 Anzahl der Koeffizienten

Im diesem Abschnitt wird die Anzahl der reellwertigen Koeffizienten für die Realisierung von Transformation und Entzerrung im Empfänger miteinander verglichen. Im Falle komplexwertiger Koeffizienten verdoppelt sich das benötigte Speichervolumen.

Bei dieser Betrachtung spielt der reine Speicherbedarf für die Empfängerkoeffizienten eine eher untergeordnete Rolle, da er im Vergleich zum gesamten Speicherbedarf des Mehrträgersystems kaum in Gewicht fällt. Weitaus kritischer ist, daß bei einer hohen Koeffizientenzahl neben dem Speichervolumen auch der Aufwand für die Adaptierung der Koeffizienten ansteigt. Daraus resultiert eine längere Initialisierungsphase und eine geringere Adaptierungsgeschwindigkeit bei der Nachführung der Koeffizienten.

Für die praxisrelevanten Werte der einzusetzenden Parameter gelten die gleichen Annahmen wie bei der Berechnung der erforderlichen Rechenleistung im vorherigen Abschnitt.

Speicherbedarf für DMT-Empfänger Der Speicherbedarf eines DMT-Entzerrers ergibt sich aus der Summe der reellwertigen TEQ-Koeffizienten und der komplexwertigen Koeffizienten des vereinfachten FEQ:

$$\mathcal{S}_{\text{DMT}} = M - K + L_{\text{TEQ}} \quad . \quad (8.9)$$

Speicherbedarf für GDMT-Empfänger Der GDMT-Empfänger benötigt bei $L_g = 0$ keinen TEQ. Somit reduziert sich der Speicherbedarf auf die Anzahl der FEQ-Koeffizienten:

$$\mathcal{S}_{\text{GDMT}} = (K + 1) \cdot (M - K) \quad . \quad (8.10)$$

Speicherbedarf für DFT-basierten MIMO-Empfänger Im mathematischen Sinne entspricht der DFT-basierte MIMO-Empfänger einer rechteckigen, komplexwertigen Matrix der Dimension $(M - K)/2 \times m_f(M + L_g)$:

$$\mathcal{S}_{\text{DFT+MIMO}} = (M - K) \cdot m_f \cdot (M + L_g) \quad . \quad (8.11)$$

Speicherbedarf für CMFB-basierten MIMO-Empfänger Der CMFB-basierte MIMO-Empfänger entspricht einer $(M - K) \times m_f(M + L_g)$ -Matrix, allerdings mit reellwertigen Koeffizienten:

$$\mathcal{S}_{\text{CMFB+MIMO}} = (M - K) \cdot m_f \cdot (M + L_g) \quad . \quad (8.12)$$

Speicherbedarf für CMFB-basierten FEQ Für den CMFB-basierten Empfänger mit FEQ beschränkt sich der Speicherbedarf auf die FEQ-Koeffizienten sowie die Koeffizienten des Prototypfilters:

$$\mathcal{S}_{\text{CMFB+FEQ}} = (M - K) \cdot m \cdot (2 \cdot w + 1) + M \cdot l/k_{\text{lp}} \quad . \quad (8.13)$$

Der Symmetriefaktor k_{lp} ist entweder 2 für linearphasige CMFB oder 1 für CMFB mit unsymmetrischen Prototypfiltern.

Bild 8.20 vergleicht die Anzahl der Empfängerkoeffizienten der untersuchten Verfahren mit der Koeffizientenanzahl herkömmlicher DMT bei praxisrelevanter Parameterwahl in Abhängigkeit von der Symbollänge M .

Die Anzahl der Koeffizienten des MIMO-Empfängers wächst wiederum quadratisch mit M . Insofern sind die MIMO-Varianten auch aus Sicht des Speicherbedarfs für Symbolängen von $M > 32$ praktisch ungeeignet.

Auch für die strukturell vereinfachten CMFB+FEQ- und GDMT-Verfahren ist die Anzahl der Empfängerkoeffizienten um ein Vielfaches höher als für DMT. So strebt das Verhältnis $\mathcal{S}_{\text{CMFB+FEQ}}/\mathcal{S}_{\text{DMT}}$ entsprechend (8.9) und (8.13) mit wachsendem M den Wert $m/2 \cdot (2w + 1) + l/k_{\text{lp}}$ an. Somit benötigt der linearphasige CMFB+FEQ-Empfänger mit $l = 4$, $k_{\text{lp}} = 2$, $m = 5$ und $w = 1$ den bis zu 9,5-fachen Speicherbedarf im Vergleich zu herkömmlicher DMT.

Aus dem Vergleich von (8.9) und (8.10) wird deutlich, daß für große M und typischerweise $K = 8$ auch die Anzahl der GDMT-Koeffizienten gegen das 9-fache des Speicherbedarfs herkömmlicher DMT konvergiert. Berücksichtigt man jedoch, daß sich durch Verwendung der neuen Verfahren die Symbollänge M um den Faktor 2 bis 4 verringern läßt, so hält sich der resultierende Mehraufwand in Grenzen.

8.5 Zusammenfassung

Alle untersuchten Alternativ-Verfahren erlauben bei vergleichbarer Leistungsfähigkeit eine zum Teil erheblich kürzere Latenzzeit als herkömmliche DMT mit TEQ.

Sofern Rechenaufwand und Speicherbedarf eine untergeordnete Rolle spielen, besitzen die Varianten mit MIMO-Empfänger unbestritten Vorteile, insbesondere für sehr kleine M . Hierbei kann die Kombination CMFB-basierter Sender und MIMO-Empfänger zusätzlich von der hohen Frequenzselektivität der Basisfilter der CMFB profitieren. Eine Reduzierung der Latenzzeit bis auf ein Viertel des Wertes herkömmlicher DMT ist möglich.

Der Rechenaufwand der MIMO-Empfänger steigt jedoch exponentiell mit M an, so daß bei höheren M und stärkerem externen Rauschanteil die geringfügige Verbesserung der Datenrate den Aufwand einer MIMO-Lösung nicht mehr rechtfertigt. Lediglich für $M = 16$ und $M = 32$ ist eine praktische Realisierung sinnvoll.

CMFB-basierte Verfahren erweisen sich ebenso wie GDMT als sehr robust gegenüber Sinusstörern, sind aber benachteiligt in ihrer Resistenz gegenüber Pulsstörern, da sie im Vergleich zu DFT-basierten Verfahren bei gleicher Trägerzahl nur mit der halben Symboldauer operieren.

Auch die strukturell vereinfachten Varianten eines CMFB-basierten Empfängers in Verbindung mit einem nachgeschalteten FEQ zeigen zum Teil sehr hohe Leistungsfähigkeit, die an die MIMO-Varianten heranreicht. Allerdings sind die CMFB+FEQ-Varianten in ihrer Rauschempfindlichkeit sehr stark vom jeweiligen Kanal abhängig. Bei $M = 64$ und geringem Rauschbelag sinkt die maximale Datenrate zum Teil unter das Niveau der DMT.

Im Gegensatz zum MIMO-Empfänger steigt die Komplexität der CMFB+FEQ-Verfahren nicht quadratisch mit M an und ist mit Faktor 1,5 für die ausgewählte linearphasige CMFB bzw. Faktor 3 für die CMFB mit kurzer Blockverzögerung durchaus vertretbar.

Das ohne Zweifel beste Aufwand/Nutzen-Verhältnis liefert das im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Verfahren der GDMT. Die Leistungsfähigkeit des GDMT-Verfahrens ist vergleichbar mit den CMFB+FEQ-Varianten und erlaubt eine Verkürzung der Latenzzeit um etwa Faktor 2,5. Dabei ist der Bedarf an Rechenleistung bei praxiserer Parameterwahl stets kleiner als bei herkömmlicher DMT mit TEQ.

Die hohe Recheneffizienz und die weitestgehende Übereinstimmung im Algorithmus zwischen DMT und GDMT erlaubt eine unkomplizierte nachträgliche Implementierung der GDMT in DSP-basierte DMT-Modems ohne jegliche Hardware-Änderung und mit sehr geringem Aufwand an Software-Änderungen. Sofern der Wechsel zum GDMT-Verfahren mit einer entsprechenden Verkleinerung von M einhergeht, hält sich dabei auch der zusätzliche Speicherbedarf in Grenzen. In Anbetracht der Leistungsfähigkeit des GDMT-Verfahrens ist das ein hervorragendes Ergebnis.

8.6 Simulationsergebnisse

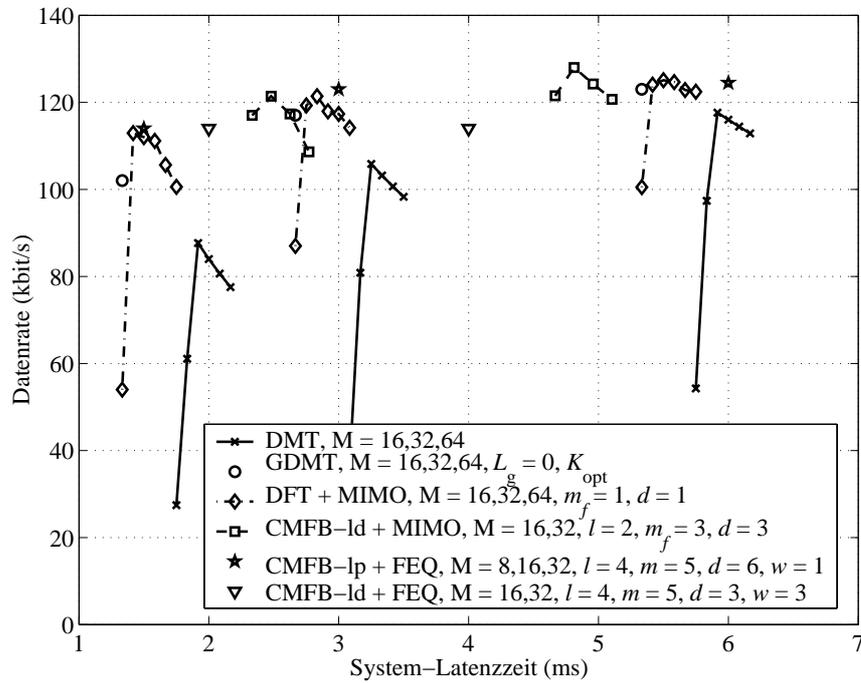


Bild 8.2: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit für ausgewählte Verfahren bei unterschiedlicher Symbollänge M (AWGN mit SNR = 30 dB, 2km-Leitung)

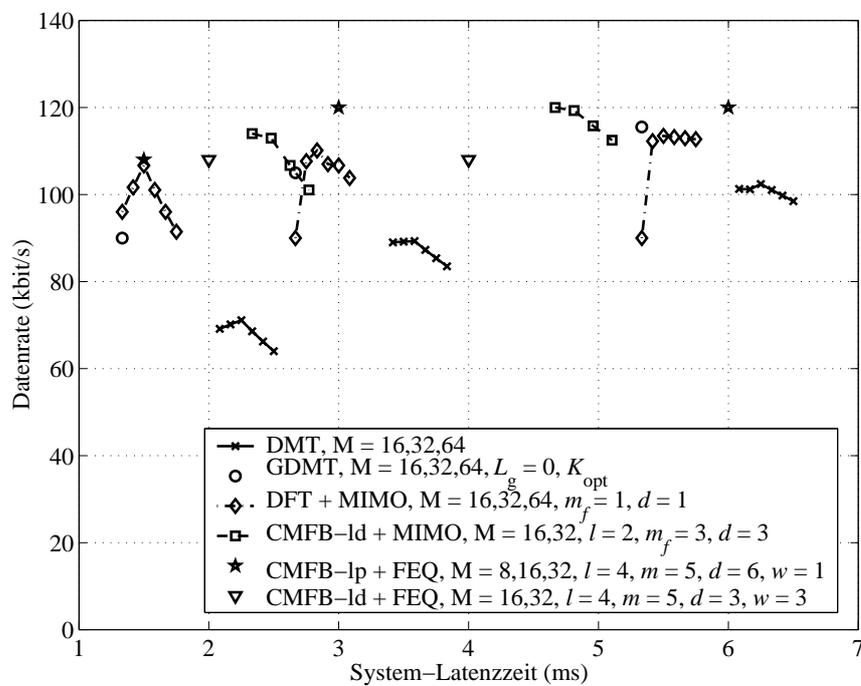


Bild 8.3: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit für ausgewählte Verfahren bei unterschiedlicher Symbollänge M (AWGN mit SNR = 30 dB, 10km-Leitung)

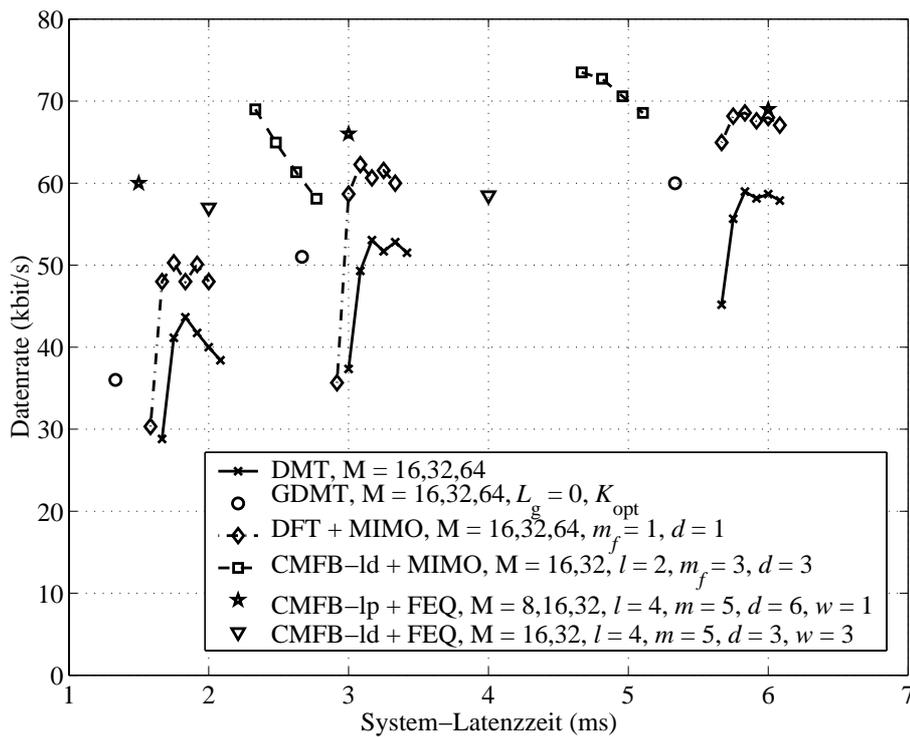


Bild 8.4: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit für ausgewählte Verfahren bei unterschiedlicher Symbollänge M (AWGN mit SNR = 30 dB, 15km-Leitung)

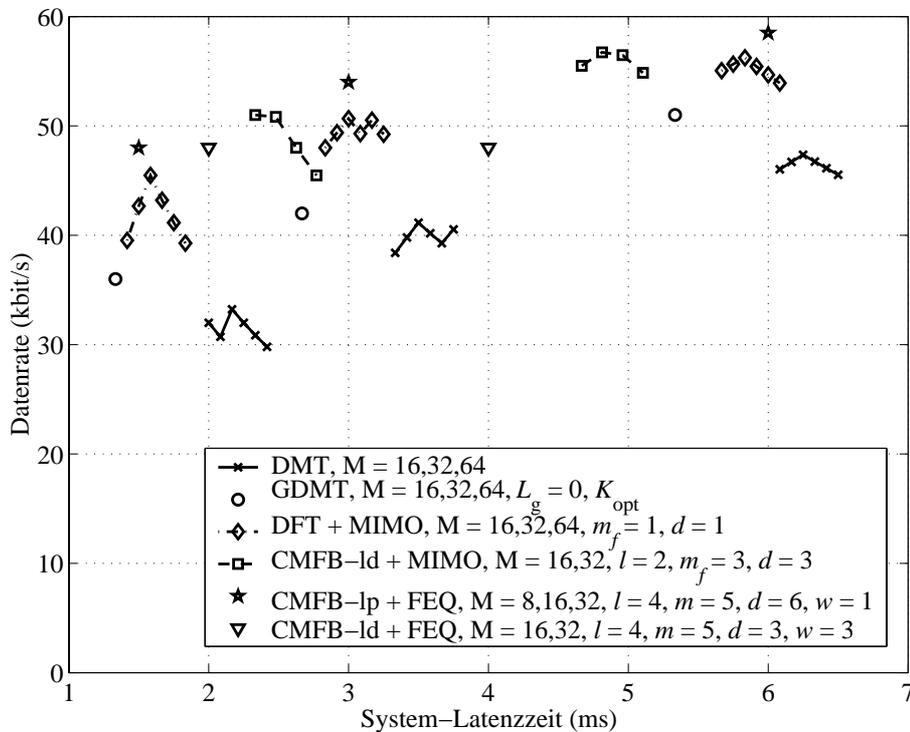


Bild 8.5: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit für ausgewählte Verfahren bei unterschiedlicher Symbollänge M (AWGN mit SNR = 30 dB, 25km-Leitung)

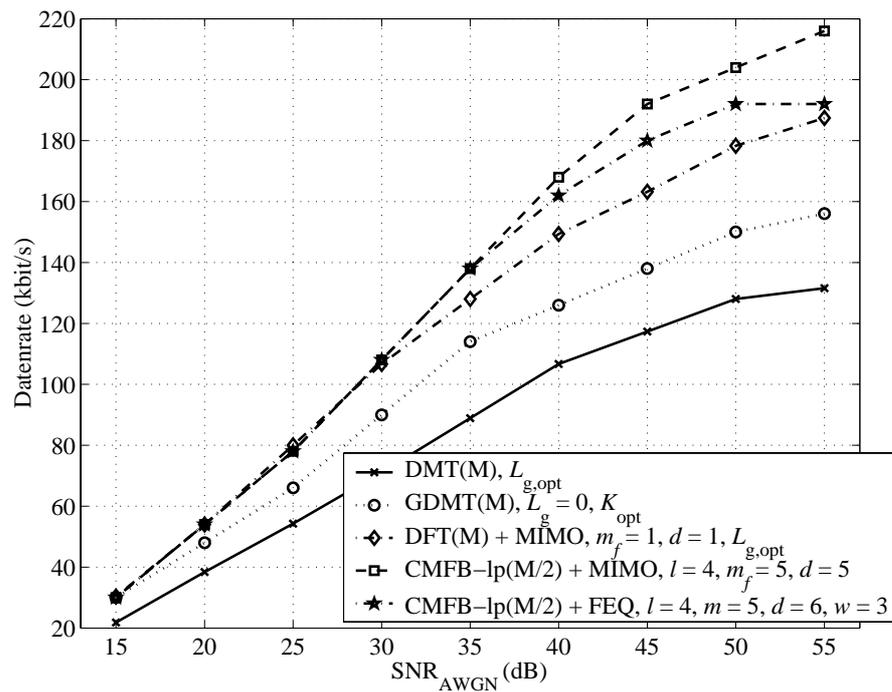


Bild 8.6: Datenrate in Abhängigkeit von der Rauschleistung eines AWGN-behafteten Kanals ($M = 16$, 10km-Leitung)

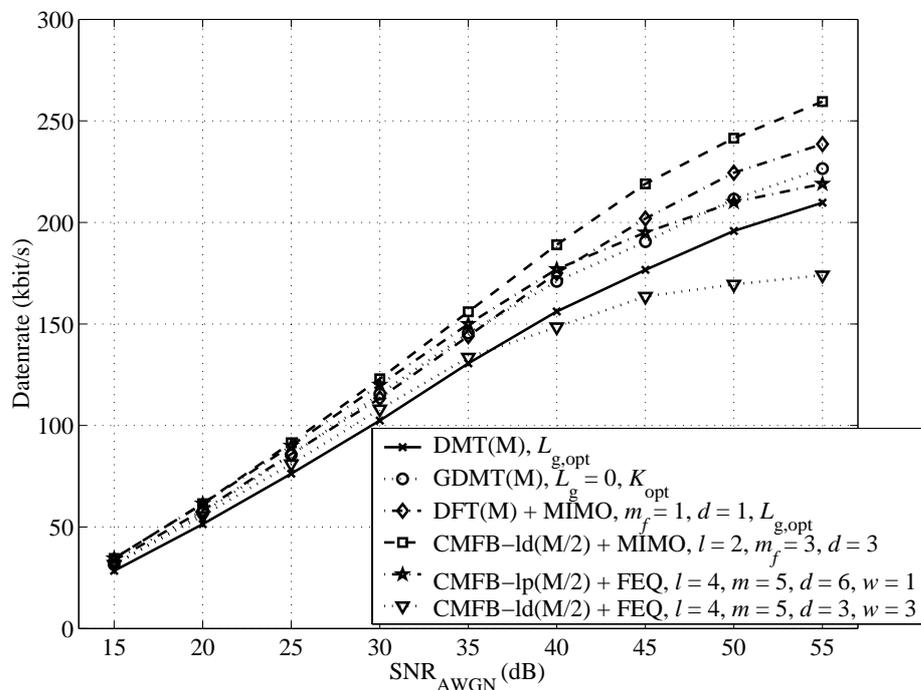


Bild 8.7: Datenrate in Abhängigkeit von der Rauschleistung eines AWGN-behafteten Kanals ($M = 64$, 10km-Leitung)

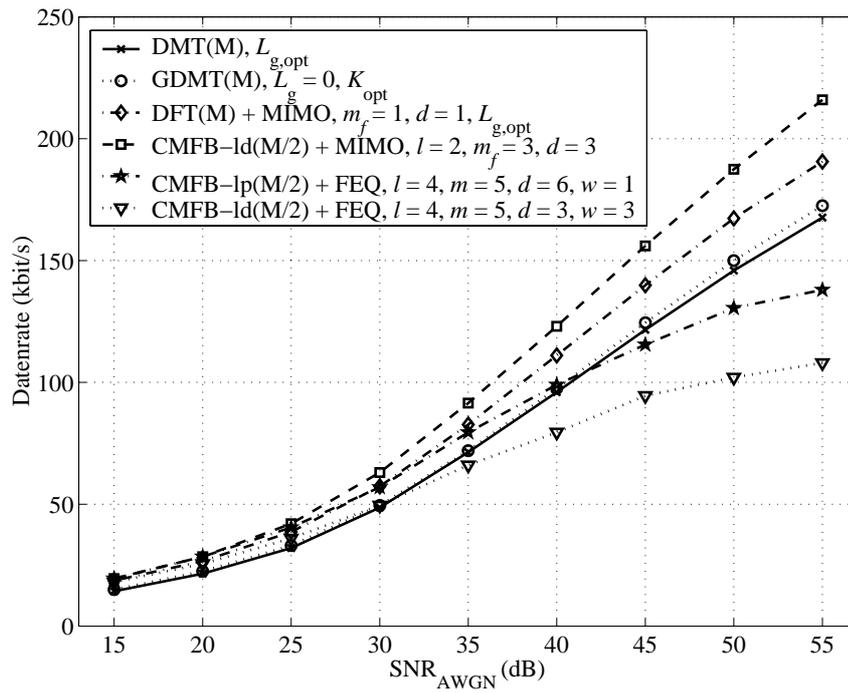


Bild 8.8: Datenrate in Abhängigkeit von der Rauschleistung eines AWGN-behafteten Kanals ($M = 64$, 20km-Leitung)

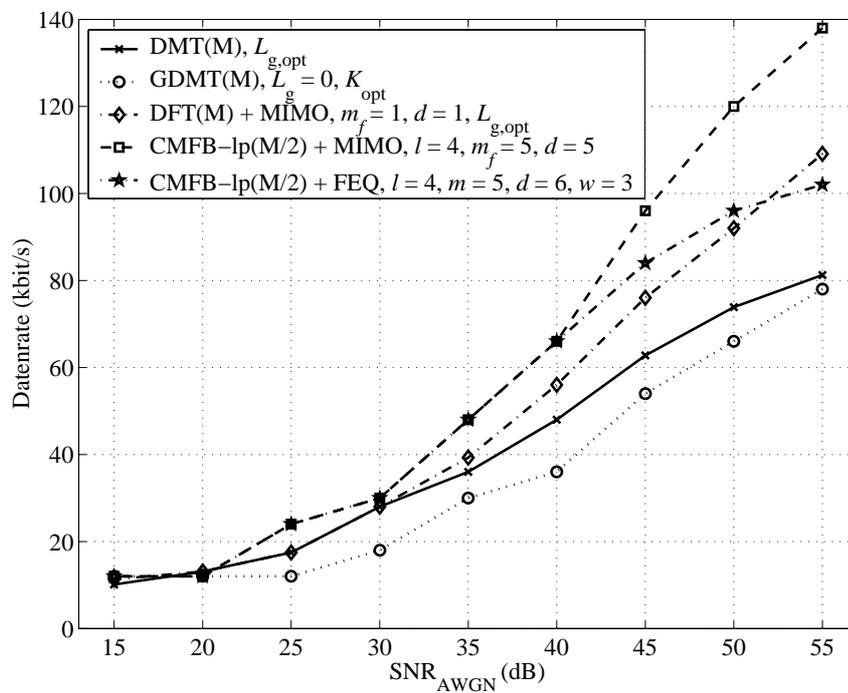


Bild 8.9: Datenrate in Abhängigkeit von der Rauschleistung eines AWGN-behafteten Kanals ($M = 16$, 30km-Leitung)

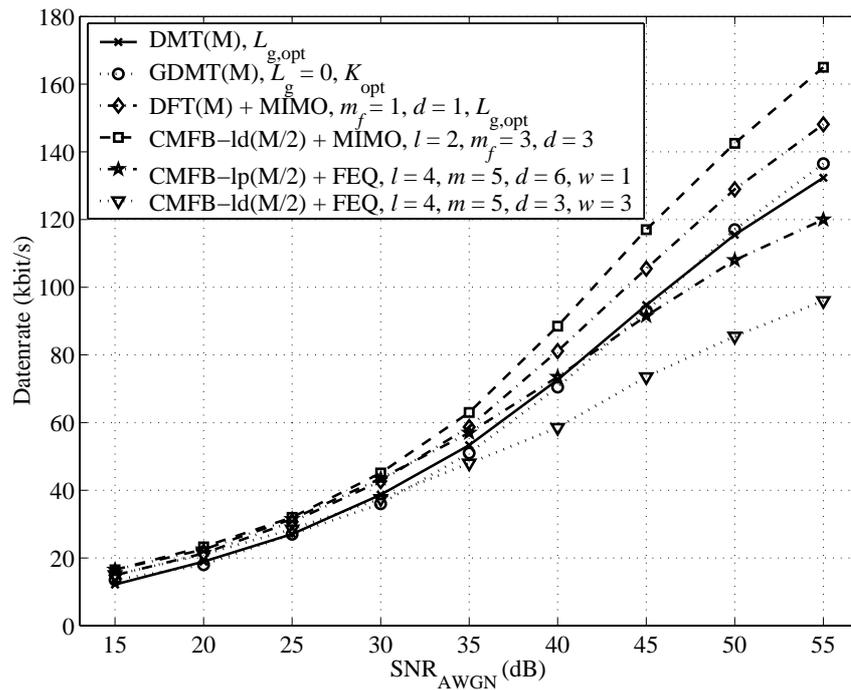


Bild 8.10: Datenrate in Abhängigkeit von der Rauschleistung eines AWGN-behafteten Kanals ($M = 64$, 30km-Leitung)

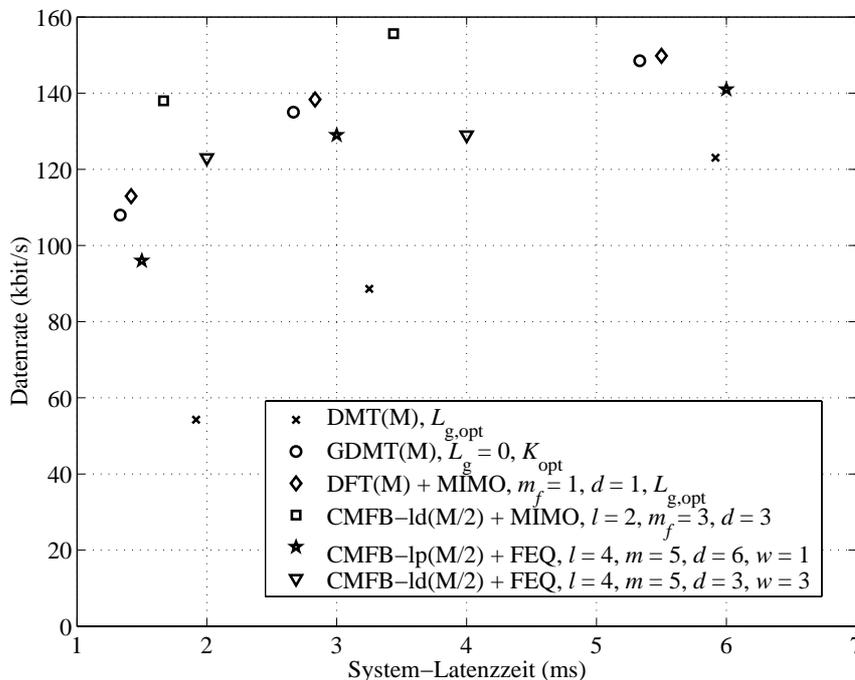


Bild 8.11: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch Sinusstörer gestörten Kanal (ein Sinusstörer mit $\text{SNR}_{\text{sin}} = 10$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 2km-Leitung)

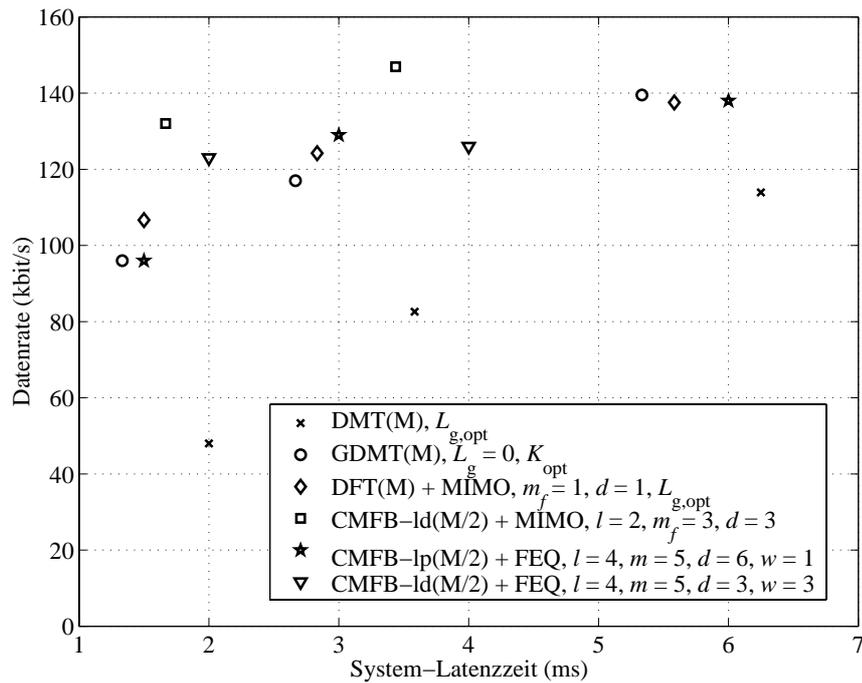


Bild 8.12: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch Sinusstörer gestörten Kanal (ein Sinusstörer mit $\text{SNR}_{\text{sin}} = 10$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 10km-Leitung)

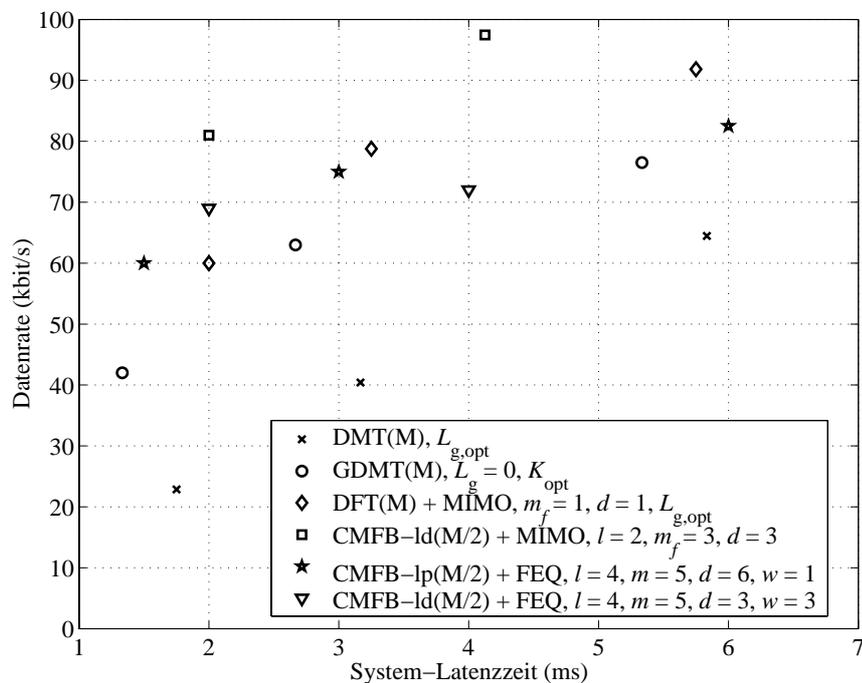


Bild 8.13: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch Sinusstörer gestörten Kanal (ein Sinusstörer mit $\text{SNR}_{\text{sin}} = 10$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 15km-Leitung)

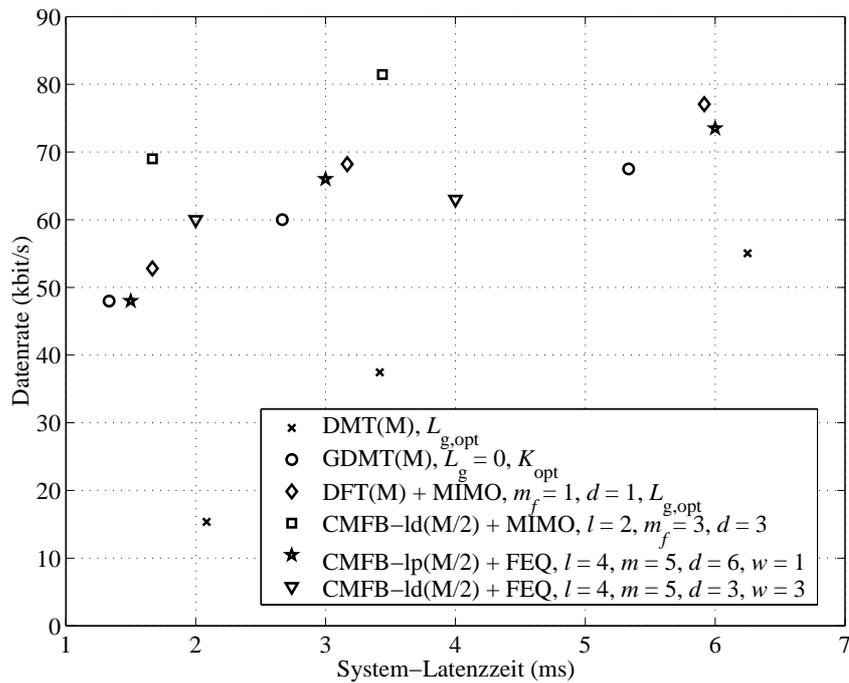


Bild 8.14: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch Sinusstörer gestörten Kanal (ein Sinusstörer mit $\text{SNR}_{\text{sin}} = 10$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 25km-Leitung)

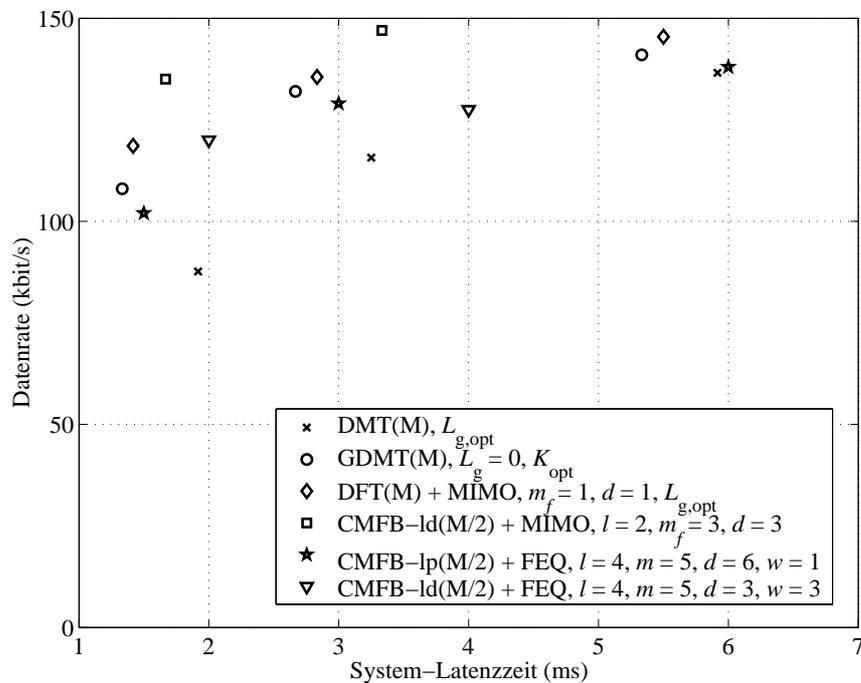


Bild 8.15: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch zufälligen Pulsstörer gestörten Kanal (im Mittel ein Störer pro Symbol mit einer Pulsweite von 2 Abtastwerten und $\text{SNR}_{\text{puls}} = 20$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 2km-Leitung)

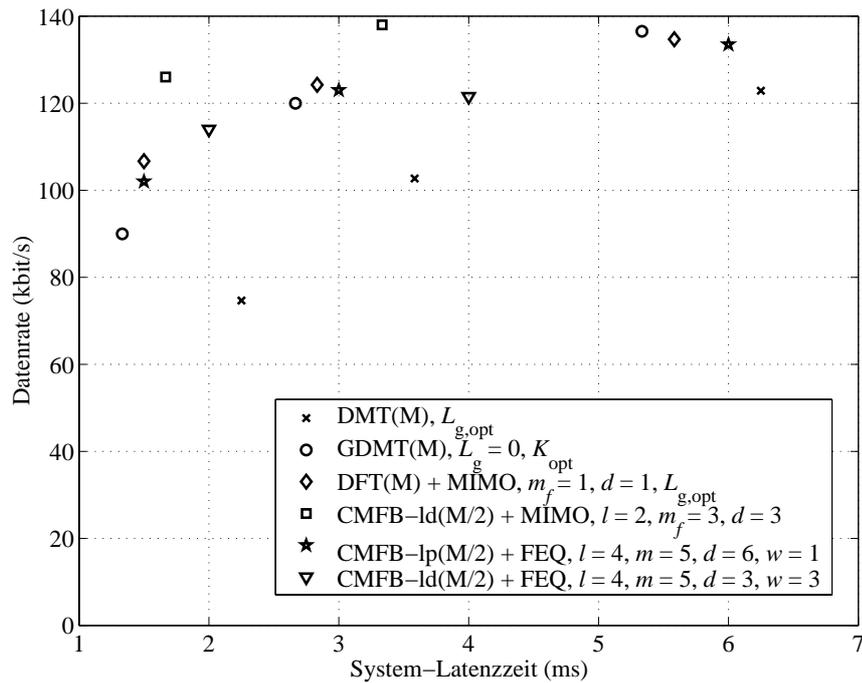


Bild 8.16: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch zufälligen Pulsstörer gestörten Kanal (im Mittel ein Störer pro Symbol mit einer Pulsweite von 2 Abtastwerten und $\text{SNR}_{\text{puls}} = 20$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 10km-Leitung)

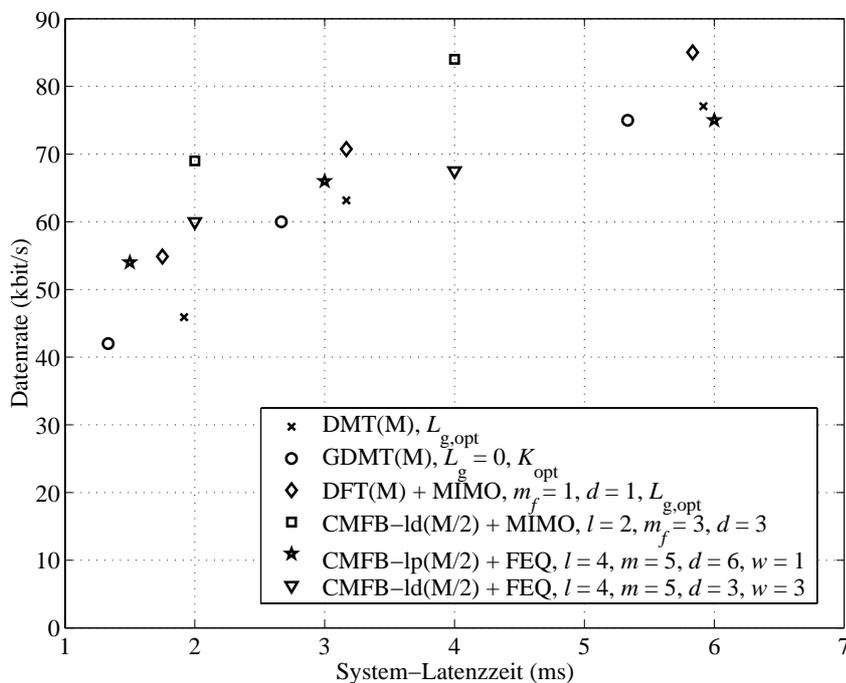


Bild 8.17: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch zufälligen Pulsstörer gestörten Kanal (im Mittel ein Störer pro Symbol mit einer Pulsweite von 2 Abtastwerten und $\text{SNR}_{\text{puls}} = 20$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 15km-Leitung)

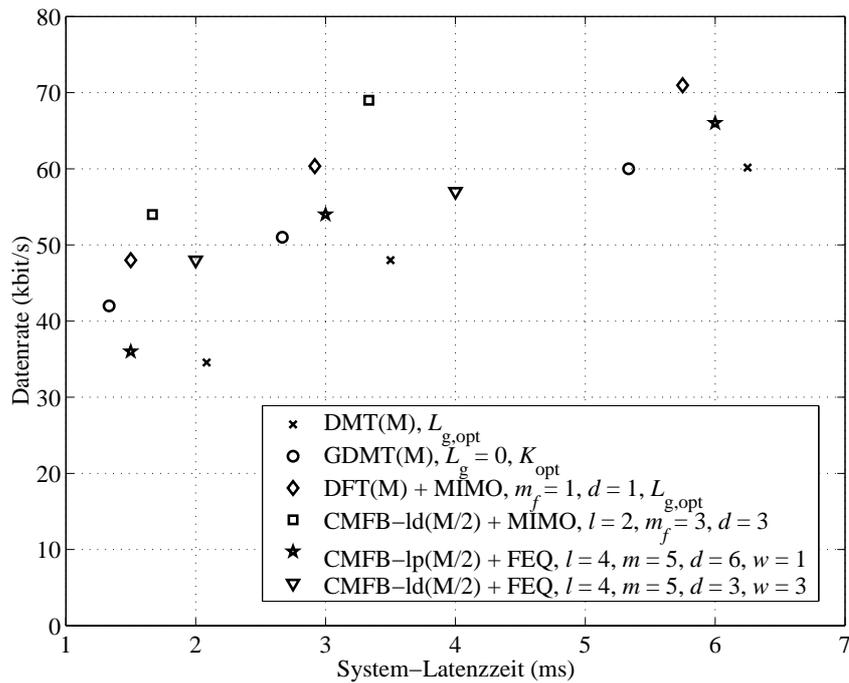


Bild 8.18: Datenrate in Abhängigkeit von der System-Latenzzeit bei einem durch zufälligen Pulsstörer gestörten Kanal (im Mittel ein Störer pro Symbol mit einer Pulsweite von 2 Abtastwerten und $\text{SNR}_{\text{puls}} = 20$ dB, AWGN mit $\text{SNR} = 35$ dB, 25km-Leitung)

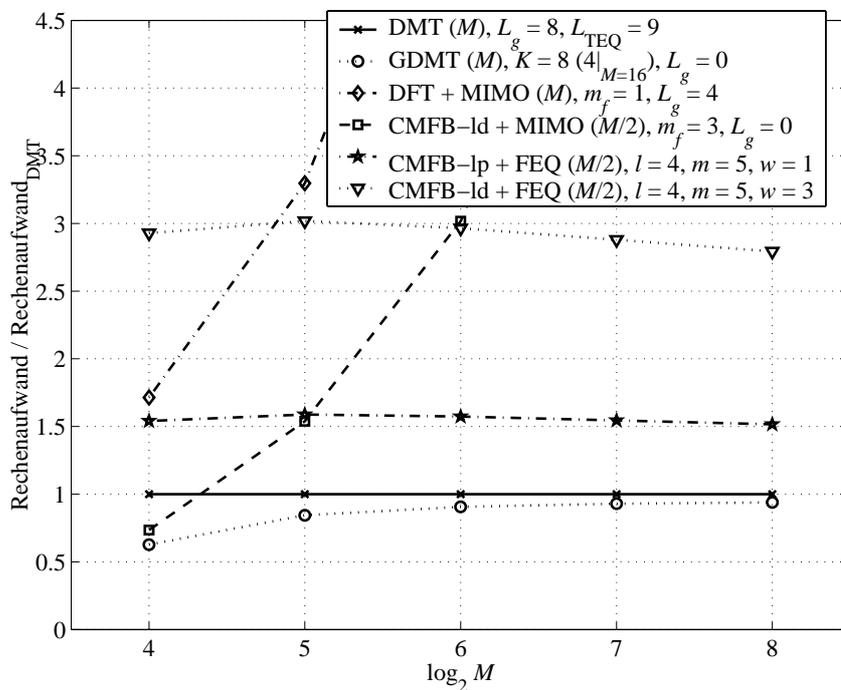


Bild 8.19: Vergleich des Rechenaufwands in Abhängigkeit von der Symbollänge M für ausgewählte Verfahren

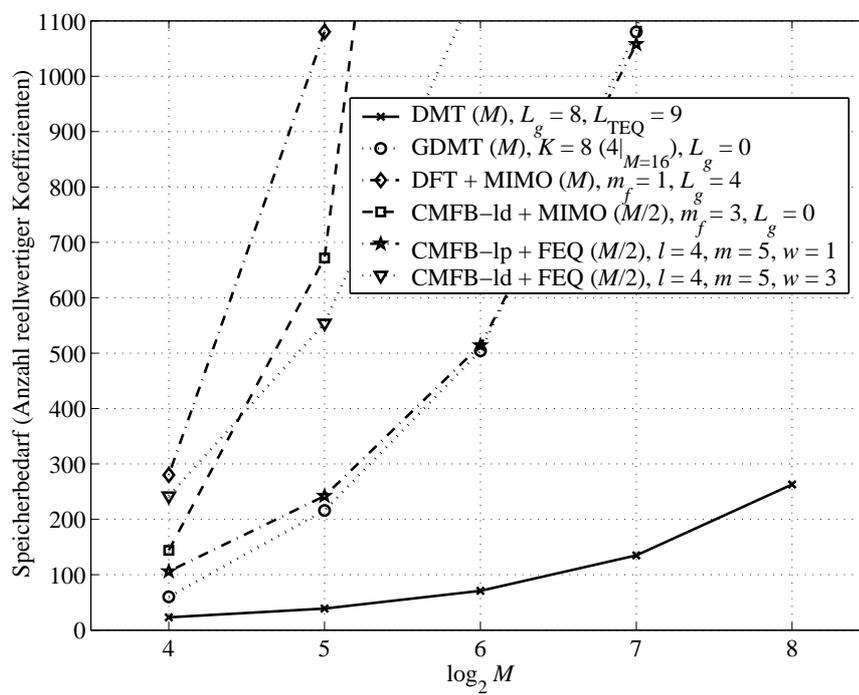


Bild 8.20: Vergleich des Speicherbedarfs in Abhängigkeit von der Symbollänge M für ausgewählte Verfahren

Kapitel 9

Praktische Anwendung

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit entsprang einer konkreten praktischen Realisierung eines proprietären, DSP-basierten DMT-Modems im Rahmen eines Industrieprojektes am Lehrstuhl. Hierbei trat das Latenzzeitproblem, bedingt durch die konservative Parameterwahl und die anwendungsbedingten Erfordernisse, besonders deutlich zutage. Da jedoch das DMT-Verfahren, abgesehen von der hohen Latenzzeit, aufgrund seiner positiven Eigenschaften für diese Anwendung prädestiniert ist, war ein Wechsel zu einem Einträgerverfahren keine Alternative.

Der Einsatz eines herkömmlichen Vorentzerrers (TEQ) und die Erhöhung der Abtastrate erbrachten lediglich eine Verkürzung der Latenzzeit von ursprünglich 100ms auf 20 ms. Wünschenswert wäre jedoch eine Verringerung auf deutlich unter 10 ms.

Wie sich zeigen wird, ist es mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahrens der verallgemeinerten DMT (GDMT) möglich, trotz der eingeschränkten Rechenleistung des Signalprozessors und suboptimaler Randbedingungen durch eine reine Software-Änderung die Latenzzeit auf 2 ms zu verkürzen.

9.1 Mehrträgermodem NIM-64k

In Kooperation mit Partnern aus der Industrie wurde ein neuartiges und flexibles Datenübertragungssystem hoher Leistung und Bandbreiteneffizienz entwickelt. Das sogenannte Subratenmultiplex-System SRM-64k verdichtet niedriggradige Datenströme auf der Prozeßseite im Zeitmultiplex-Verfahren zu einem Primär-Datenstrom von 64 kbit/s.

Bild 9.1 zeigt eine Beispielkonfiguration eines ringartig aufgebauten Subratenmultiplex-Systems. Die einzelnen Datenströme der Endgeräte von bis zu 19,2 kbit/s werden von der Zentraleinheit der Unterstation zu einem 64 kbit/s-Datenstrom gebündelt und über die jeweiligen Unterstationen an die Zentrale weitergeleitet. Aus Redundanzgründen erfolgt sowohl die Datenübertragung als auch die Weitergabe des Systemtaktes auf zwei möglichen Wegen. Ein Stations- oder Streckenausfall wird von der Zentrale sofort registriert und ein davon betroffener

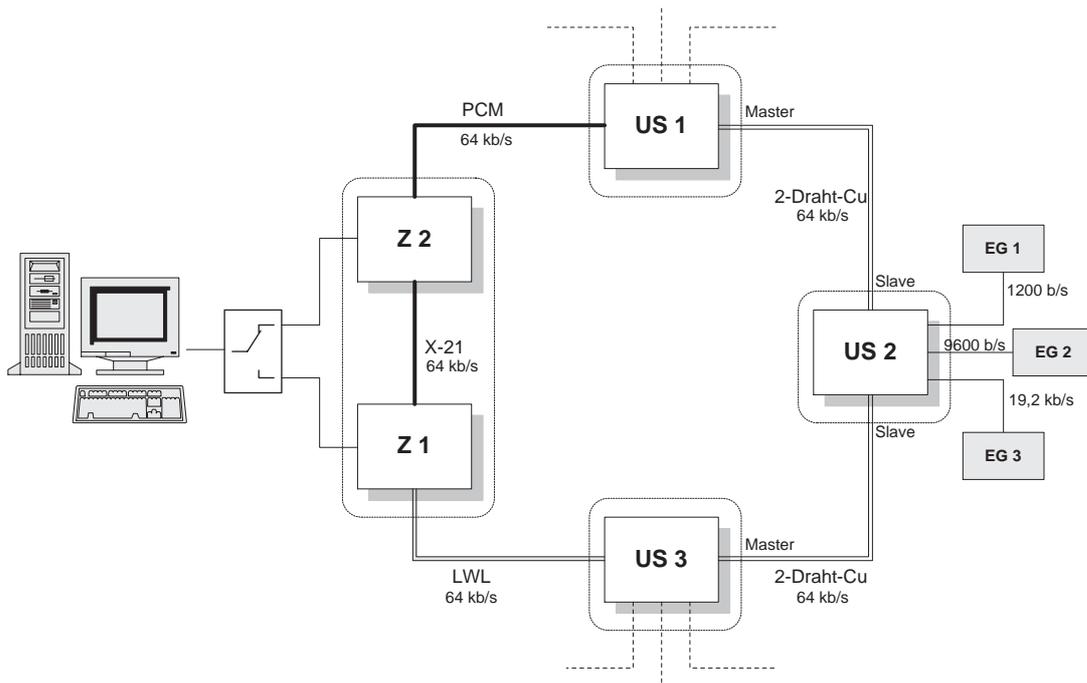


Bild 9.1: Beispielkonfiguration eines Subratenmultiplex-Systems

Kanal auf den entsprechenden Alternativweg umgeschaltet.

Neben vielfältigen prozeß- und netzseitigen Schnittstellen nimmt vor allem die Ankopplung an das Medium Kupfer eine Schlüsselposition ein, da sich die Unterstationen des Systems ohne zusätzlichen Installationsaufwand über in der Regel bereits vorhandene Twisted-Pair-Leitungen effizient verbinden lassen.

Für diesen Zweck wurde am Lehrstuhl ein 64kbit/s-Basisband-Modem mit der Bezeichnung NIM-64k entwickelt, welches folgenden Anforderungen zu genügen hatte:

- Vollduplex-Übertragung mit 64 kbit/s in beiden Richtungen, entweder über Vierdraht- oder Zweidraht-Twisted-Pair-Leitungen mit Echokompensation (Zweidraht-Verbindung ist zu favorisieren)
- Hohe Reichweite ohne Zwischenverstärker, wodurch lange Kanalimpulsantworten zu erwarten sind
- Maximale Flexibilität, weitestgehend digitale Signalverarbeitung
- Kostengünstige DSP-basierte Lösung mit begrenzter Rechenleistung und Fixkomma-Arithmetik
- Adaptive Anpassung an die Eigenschaften der Leitung mit der Option, je nach Leitungsqualität ohne großen Aufwand zwischen verschiedenen Übertragungsraten umschalten zu können

- Robustheit gegenüber frequenzselektiven und pulsartigen Störern

Betrachtet man die Gesamtheit dieser Forderungen, so ist ein Mehrträgerverfahren einem Einträgerverfahren eindeutig vorzuziehen. Deshalb wurde das Modem auf der Basis eines herkömmlichen DMT-Verfahrens realisiert.

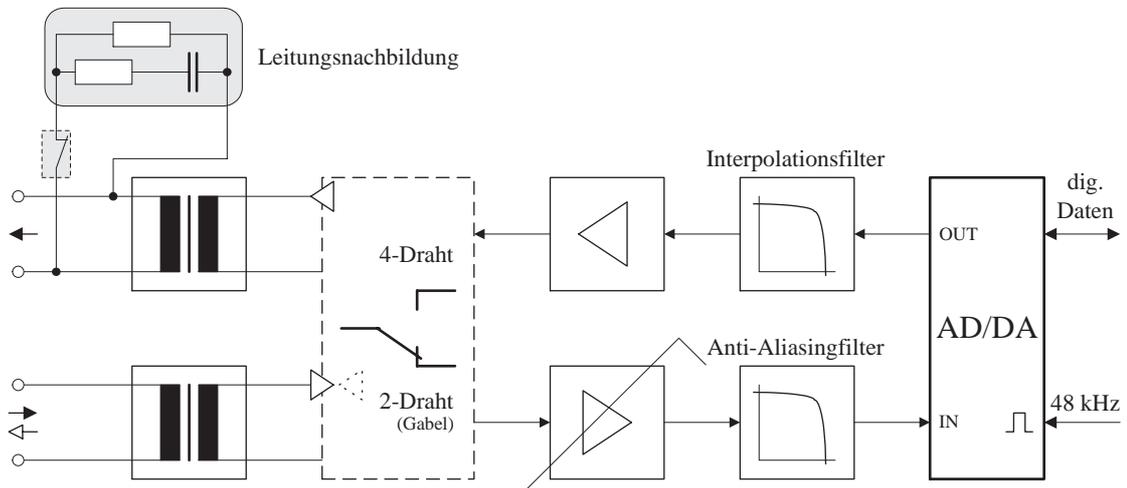


Bild 9.2: Analogteil des DMT-Modems NIM-64k

Bild 9.2 zeigt das Blockschaftbild des Analogteils des Modems, welcher sich auf empfangs- und sendeseitige Übertrager, Gabelschaltung, Ein-/Ausgangsverstärker sowie Anti-Aliasing- und Interpolationsfilter reduziert. Die Gabelschaltung arbeitet statisch mit Hilfe einer empirisch ermittelten, passiven Leitungsnachbildung. Die damit erreichbare Echounterdrückung von etwa 10 dB ist vertretbar, da die Gabelschaltung lediglich zur Einschränkung der erforderlichen Dynamik für die nachgeschaltete datengetriebene Echokompensation per Software dient. Umschaltung zwischen Vier- und Zweidrahtbetrieb erfolgt mittels Steckerbrücken.

Kernstück des Digitalteils nach Bild 9.3 bildet ein digitaler Signalprozessor Motorola 56002 mit einer Taktfrequenz von 64 MHz. Ein 32kByte EEPROM sowie ein $2 \times 16k$ Worte umfassendes SRAM bilden den Programm- bzw. Arbeitsspeicher des DSP. Die Verbindung zum 14-Bit-AD/DA-Wandler erfolgt über die integrierte serielle Schnittstelle des DSP. Eine 3:4 teilende PLL wandelt den 64-kHz-Systemtakt des Subratenmultiplexers in den 48-kHz-Abtasttakt des Wandlers. Vier Port-Ausgänge steuern Leuchtdioden auf der Frontseite des Modems an und dienen der Anzeige unterschiedlicher Betriebszustände des Modems. Sämtliche Bearbeitungsschritte auf digitaler Ebene sind per Software realisiert. Weitere programmierbare Logikbausteine (PLA) und Latches dienen der Anbindung an das Bussystem des Subratenmultiplexers.

Alle Komponenten des Modems wurden entsprechend Bild 9.4 auf einer Platine im Europa-Format integriert.

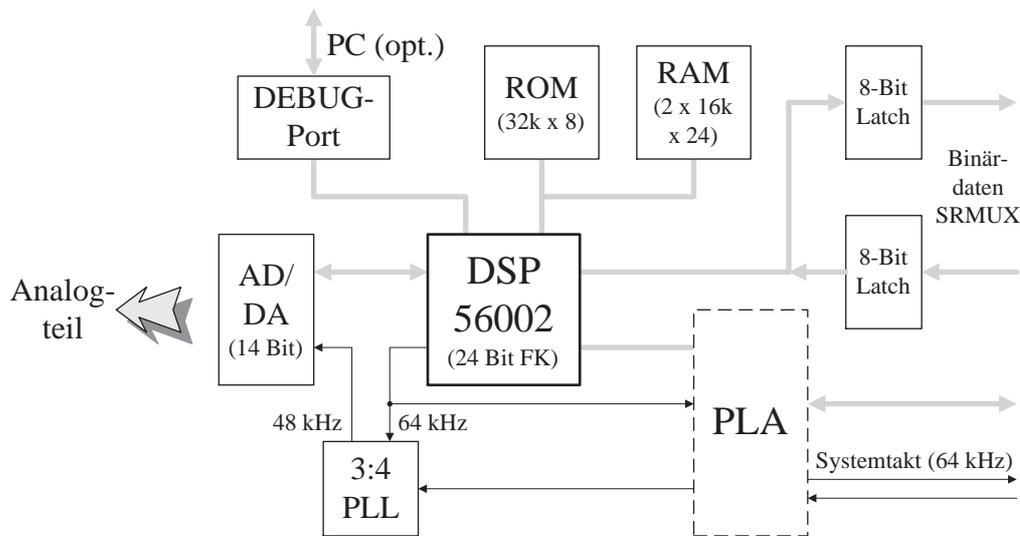


Bild 9.3: Digitalteil des DMT-Modems NIM-64k

Unter Berücksichtigung der begrenzten Flankensteilheit der Ein-/Ausgangsfilter sowie der Hochpaßeigenschaften der Übertrager ergibt sich eine nutzbare Bandbreite von etwa 21 kHz im Bereich von 328 bis 21375 Hz.

Da der Aufwand für einen TEQ vergleichsweise hoch ist, wurde zunächst darauf verzichtet und mit $L_g = 176$ ein entsprechend großes Guard-Intervall vorgesehen. Um eine hinreichende Bandbreiteneffizienz zu gewährleisten, wurde die Länge der DFT auf $M = 1024$ festgelegt.

Bei Berücksichtigung eines reellen Sendesignals im Basisband sind 450 Träger im Abstand von 46,875 Hz für die Datenübertragung nutzbar. Jeder dieser Träger läßt sich mit einer quadratischen QAM-Konstellation bis 256-QAM belegen oder komplett ausblenden. Zur Bildung des Guard-Intervalls werden die 1024 Ergebniskoeffizienten der IFFT zyklisch auf 1200 Werte erweitert. Damit ergibt sich eine Symbollänge von 25 ms, wobei allein 3,67 ms auf das Guard-Intervall entfallen.

Trotz dieser sehr konservativen Parameterwahl erfüllt das Mehrträgermodem die Forderung des Kunden nach einer Datenrate von 64kbit/s bei einer Fehlerrate kleiner gleich 10^{-7} über eine Entfernung von 20 km bei einem Leitungsquerschnitt von 0,9 mm. Allerdings ergibt sich entsprechend Bild 4.1 durch die Symboldauer von 25 ms eine Latenzzeit pro DMT-Strecke von 100 ms. Durch die Ringstruktur der Primärnetze kommt es zudem sehr häufig zur Hintereinanderschaltung mehrerer Modemstrecken. Bei der Kommunikation der Zentrale mit einer entfernten Unterstation summieren sich somit die Latenzzeiten der Einzelstrecken zu einer beträchtlichen Verzögerung, die durchaus im Bereich von einer Sekunde liegen kann. Im Falle einer gestörten Teilstrecke oder Unterstation wird die selbsttätige Neukonfiguration der betroffenen Teilstrecken durch die lange Signallaufzeit unter Umständen erheblich verzögert.

Ein weiteres Problem ergab sich durch das Eigenschwingverhalten der PLL bei der Erzeugung des 48-kHz-Abtasttaktes aus dem 64-kHz-Systemtakt, welches zu einer

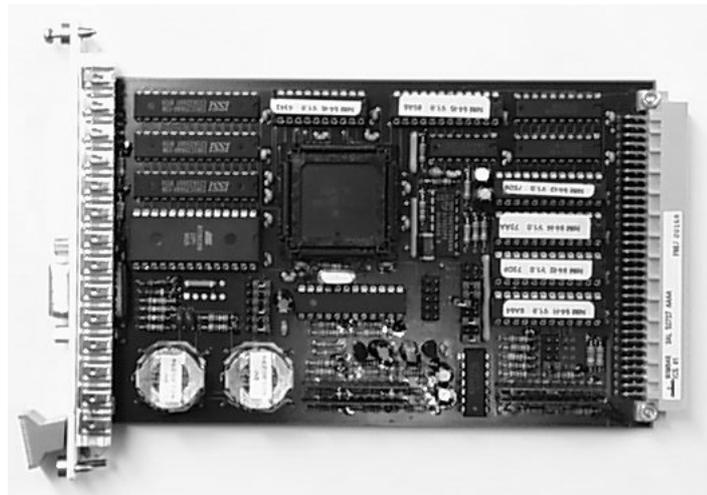


Bild 9.4: Platine des DMT-Modems NIM-64k

signifikanten Erhöhung der Rauschleistung im Empfangssignal, speziell in den kritischen hochfrequenten Trägern, führt. In einem neuen Layout der Modem-Hardware wurde deshalb eine optionale Umstellung des Abtasttaktes auf 64 kHz vorgesehen. Um auch einen Betrieb mit 48 kHz Abtasttakt zu ermöglichen, wurde der Frequenzgang der Ein- und Ausgangsfilter nicht verändert. Somit ist auch im 64-kHz-Betrieb die verfügbare Bandbreite auf 21 kHz beschränkt.

Durch die Gleichsetzung des Abtasttaktes mit dem Systemtakt wurde die PLL nicht mehr benötigt und damit das Systemrauschen bei höheren Frequenzen erheblich reduziert. Die Reichweite der Modems erhöhte sich auf etwa 25 km. Als positiver Nebeneffekt der Takterhöhung ergab sich eine Reduzierung der Durchlaufzeit um 20 Prozent auf insgesamt 80 ms.

Durch die verkürzte Symboldauer stieg jedoch die Prozessorbelastung von 85 Prozent auf 97 Prozent an und ließ damit keinerlei Spielraum für weitere Verbesserungen. Erst die Reduzierung der Prozessorlast um 10 Prozent durch Implementierung einer optimierten FFT-Routine [Sch01a] stellte genügend Rechenleistung für die Einbindung eines TEQ zur Verfügung. Damit war es möglich, die Symboldauer deutlich zu verkürzen, ohne Einbußen hinsichtlich der Bandbreiteneffizienz hinnehmen zu müssen. Im Rahmen einer Diplomarbeit [Pfl01] wurde ein TEQ mit einer effizienten Adaptierungsmethode nach dem DCC-Verfahren [LCAE00] in die Modem-Firmware implementiert. Simulationen mit realistischen Leitungsdaten ergaben, daß mit Hilfe dieses Verfahrens eine Verkürzung der Kanalimpulsantwort auf eine effektive Länge von etwa 10 bis 15 Koeffizienten stets möglich ist. Durch die begrenzte Rechenleistung läßt sich jedoch das Guard-Intervall auf minimal 48 Koeffizienten verkürzen. Unter Beibehaltung einer Bandbreiteneffizienz von etwa 80 bis 85 Prozent resultiert daraus eine minimale FFT-Länge von $M = 256$ und damit eine Verkürzung der Latenzzeit auf 19 ms, was etwa einem Fünftel der ursprünglichen Verzögerung entspricht. Eine weitere Reduzierung mit herkömmlichen Mitteln ist ohne drastische Einbußen bezüglich der Bandbreiteneffizienz nicht möglich.

Es stellt sich nun die Frage, ob unter den gegebenen Randbedingungen eines oder mehrere der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Verfahren eine weitere Verkürzung der Latenzzeit auf weniger als 10 ms erlauben.

Durch die eingeschränkte Rechenleistung des Signalprozessors lassen sich die Varianten mit MIMO-Empfänger nicht einsetzen. Da das Modem bereits in sehr großer Stückzahl verkauft ist und der Kunde die Lösung des Latenzzeit-Problems forciert, sollte aus Zeitgründen die Änderungen an der Modem-Firmware möglichst gering ausfallen. Damit entfallen auch die überlappenden CMFB-Verfahren, da hierfür neben einer Neuprogrammierung des Modulations- und Transformationsblockes auch signifikante Änderungen im Speicher-Management notwendig wären. Lediglich das GDMT-Verfahren ist dank seiner Recheneffizienz und der Verwandtschaft zu herkömmlicher DMT unter den gegebenen Umständen für eine Implementierung in die Modem-Firmware geeignet. Im Sinne einer minimalen Latenzzeit und eines möglichst geringen Rechenaufwands wird dabei auf eine Kombination des FEQ mit einem Guard-Intervall sowie auf die Verwendung eines TEQ verzichtet.

Bei Einsatz des GDMT-Verfahrens ergeben sich für die Sende-Routine praktisch keine Änderungen. Im Empfänger ist lediglich der erweiterte Entzerrer zu implementieren. Während der Einlaufphase der Modems ist das optimale K und die damit verbundene Trägerkonstellation zu ermitteln sowie eine initiale Schätzung der Entzerrerkoeffizienten vorzunehmen. Während der laufenden Datenübertragung lassen sich im Empfänger die Entzerrerkoeffizienten mittels eines einfachen LMS-Algorithmus adaptiv nachführen.

Im folgenden soll durch Nutzung der Matlab-Simulationsumgebung aus Abschnitt 8.1 das optimale M und jeweils günstige Trägerkonstellationen abgeschätzt werden. Gegenüber den Vergleichs-Simulationen aus Kapitel 8 sind die Randbedingungen für die Implementierung der GDMT in die Modem-Firmware in mehrfacher Hinsicht suboptimal:

- Durch die Rückfallmöglichkeit auf 48 kHz Abtasttakt wird die Bandbreite zwischen 21 und 32 kHz verschenkt. Etwa ein Drittel der ohnehin wenigen Träger bei kleinem M sind dadurch prinzipiell nicht nutzbar.
- Es sind nur quadratische QAM-Konstellationen bis 2^8 -QAM zulässig. Höhere Modulationsstufen würden eine Umprogrammierung des Modulationsblockes bzw. einen erheblich vergrößerten Speicherraum für Konstanten erfordern.
- Um den Rechenaufwand und den Speicherbedarf möglichst gering zu halten, wird das maximale K auf 12 festgelegt, d.h., von $M/2$ nutzbaren Trägern bei reellwertiger Basisbandübertragung werden höchstens 6 nicht benutzte Träger in den FEQ integriert.

Die Definition eines „worst case“-Szenarios im Hinblick auf den zu erwartenden Störbelag der Leitung ist aufgrund der geringen Anzahl von etwa 40 ausgemessenen Leitungen nicht möglich. Bei Vergleich des Signal-zu-Rausch-Abstandes der einzelnen Messungen zeigt sich jedoch ein einheitlicher Rauschbelag, der in guter

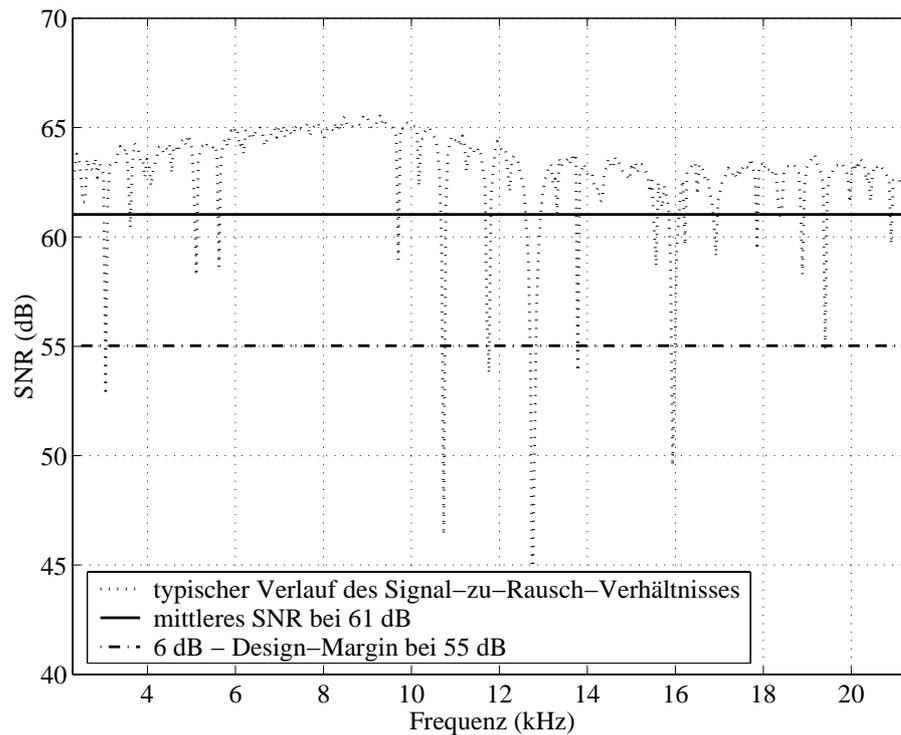


Bild 9.5: Typischer Verlauf des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses durch Hintergrundrauschen bei ausgemessenen Twisted-Pair-Leitungen

Näherung als weiß angenommen werden kann. Bild 9.5 zeigt den typischen Verlauf des Rauschabstandes exemplarisch für eine 15km-Leitung. Die selektiven, periodischen Rauschspitzen sind auf Unzulänglichkeiten in der Meßanordnung bzw. systematische Störungen innerhalb der Modem-Hardware zurückzuführen. Als Mittelwert ergibt sich ein Rauschabstand von 61 dB für jeden Träger. Zieht man von diesem Wert eine Entwurfstoleranz von 6dB ab, so ergibt als typischer Störbelag für eine Twisted-Pair-Leitung ein AWGN mit $\text{SNR}_{\text{AWGN}} = 55$ dB.

Tabelle 9.1 faßt die Simulationsergebnisse zusammen und vergleicht die theoretisch maximale Datenrate bei $\text{SNR} = 55$ dB bzw. das mindestens erforderliche SNR für eine feste Datenrate von 64 kbit/s bei einer Bitfehlerrate von 10^{-7} für verschiedene Leitungen und FFT-Längen M .

GDMT erlaubt unter normalen Bedingungen, d.h. $\text{SNR} = 55$ dB, selbst für $M = 16$ eine Datenrate von 64 kbit/s über die kritischen 20km- und 30km-Leitungen. Damit wäre theoretisch eine Verkürzung der Durchlaufzeit auf 1 ms möglich. Allerdings werden mit $K = 10$, bedingt auch durch die reduzierte Bandbreite von 21 kHz, effektiv nur noch 3 Träger für die Datenübertragung genutzt. Zudem läßt sich durch die extrem kurze Symboldauer und die Beschränkung auf quadratische QAM-Konstellationen die Datenrate nur noch in Schritten zu 8 kbit/s variieren. Die prozentuale Auslastung potentieller Nutzträger bewegt sich je nach K lediglich im Bereich von 43 bis 71 Prozent. Der starke Einbruch in der maximalen Datenrate gegenüber größeren M bei der 20km- und 30km-Leitung belegt deutlich, daß die Zahl der Nutz-

Länge	$M = 16$			$M = 32$			$M = 64$		
	D_{\max} (kbit/s)	SNR_{\min} (dB)	K	D_{\max} (kbit/s)	SNR_{\min} (dB)	K	D_{\max} (kbit/s)	SNR_{\min} (dB)	K
2km	120000	24	6	152000	22	6	180000	21	6
6km	128000	19	6	152000	20	8	164000	21	8
10km	136000	21	6	152000	23	6	166000	23	6
15km	88000	34	8	124000	31	8	154000	30	8
20km	64000	48	10	112000	44	12	114000	41	12
25km	112000	37	6	136000	35	8	158000	34	8
30km	64000	54	10	76000	50	12	94000	47	12

Tabelle 9.1: Vergleich der maximalen Datenrate D_{\max} bei $\text{SNR} = 55$ dB bzw. des Mindestrauschabstandes SNR_{\min} bei $D = 64$ kbit/s und $\text{BER} = 10^{-7}$ für verschiedene Symbolängen M

träger bei $M = 16$ für eine optimale Anpassung an die Kanaleigenschaften zu gering ist. Außerdem sind durch die geringe Anzahl verwertbarer Stützstellen im Frequenzbereich Stabilitätsprobleme bei den Algorithmen zur Rahmen- und Taktsynchronisation zu erwarten.

Mit einer FFT-Länge von $M = 32$ oder $M = 64$ ist immerhin noch eine beachtliche Reduzierung der Latenzzeit um den Faktor 10 bzw. 5 im Vergleich zur herkömmlichen TEQ-Methode möglich.

Je nach Störbelag und Länge der Leitung läßt sich für $M = 32$ bzw. $M = 64$ die Datenrate in Schritten zu 4 oder 2 kbit/s anpassen.

Für sehr kurze Leitungen tendiert die adaptive Trägerauswahl dazu, die Träger mit der höchsten Grunddämpfung in den FEQ einzubinden, während für längere Leitungen periodische Konstellationen entsprechend (7.36) mit typischerweise $K = 8$ bevorzugt werden. Diese Erkenntnis berechtigt zu der Hoffnung, daß eine feste Vorgabe der Trägerkonstellation für beliebige Kanäle möglich ist. Falls sich diese Annahme bestätigt, wäre eine Initialisierung der Entzerrerkoeffizienten mittels der ZF-Lösung nach (7.22) und (7.15) ohne weiteres möglich, und die Einlaufphase würde sich deutlich verkürzen. Das Problem der effizienten Trägerauswahl wird gegenwärtig im Rahmen einer Diplomarbeit am Lehrstuhl eingehend untersucht.

Verglichen mit der Ausgangssituation einer DMT einschließlich TEQ mit $M = 256$, $L_g = 48$ und $L_{\text{TEQ}} = 9$ ist der Rechenaufwand der GDMT selbst für den aufwendigsten Fall mit $M = 64$ und $K = 12$ höchstens gleich groß, in aller Regel aber deutlich geringer. Beispielsweise benötigt GDMT mit $M = 32$ und $K = 6$ weniger als $2/3$ der ursprünglichen Rechenleistung für Transformation und Entzerrung.

Die Anzahl der zu speichernden Entzerrerkoeffizienten ist für $M = 32$ höchstens genauso groß wie für die DMT-Variante. Bei $M = 64$ ergibt sich etwa der doppelte Speicherbedarf im Vergleich zu DMT mit $M = 256$. Das ist jedoch kein Problem, da der DSP-Speicher ursprünglich für eine DMT mit $M = 1024$ dimensioniert wurde. Im Vergleich dazu belegt GDMT mit $M = 64$ und $K = 12$ nur etwa $2/3$ des verfügbaren Speichers.

Bedingt durch die verkürzte Symboldauer ist es vermutlich nicht mehr möglich, sämtliche Entzerrerkoeffizienten mit jedem Empfangssymbol erneut zu adaptieren. Stattdessen führt man die Koeffizienten in Gruppen über mehrere, aufeinanderfolgende Symbole verteilt in einem sich ständig wiederholenden Zyklus nach.

Mit einer Trägersauslastung von 80 Prozent für $M = 32$ und $K = 8$ liegt GDMT in der Größenordnung der Bandbreiteneffizienz der ursprünglichen DMT mit Guard-Intervall. Die maximale Datenrate bei vorgegebenem Störbelag bzw. der maximale Störbelag bei vorgegebener Datenrate erhöhen sich bei der Verdopplung der FFT-Länge von 32 auf 64 nur noch geringfügig. Insofern stellt $M = 32$ den besten Kompromiß zwischen maximaler Datenrate und minimaler Latenzzeit dar. Das bedeutet, daß mit Hilfe der GDMT die Latenzzeit auf ein Fünzigstel ihres ursprünglichen Wertes verkürzt werden kann.

Inwieweit die Synchronisations-Algorithmen der Modem-Firmware die Reduzierung auf 10 bis 13 Nutzträger verkraften, muß in weiterführenden Untersuchungen noch geklärt werden.

9.2 Zusammenfassung

Im Rahmen des Industrieprojektes Subraten-Multiplexer SRM-64k wurde das DSP-basierte DMT-Modem NIM-64k entwickelt. Maßgeblich für die Entwicklung war ein hohes Maß an Flexibilität bei möglichst geringem Hardware-Aufwand.

Zunächst ausschließlich auf eine maximale Reichweite optimiert, ergab sich für die ursprüngliche Parameterwahl eine Latenzzeit von 100 ms pro DMT-Strecke. Bedingt durch den ringartigen Ausbau des Subraten-Multiplexer-Netzwerks ist eine Hintereinanderschaltung mehrerer Modemstrecken der Regelfall. Dadurch ergeben sich lange Quittierungszyklen bei der Befehlsübermittlung von der Zentrale zu entfernten Unterstationen. Im Störfall wird dadurch die Neukonfiguration des Netzes erheblich verzögert. Trotz erfüllter Reichweitenforderung war der Kunde mit der Leistungsfähigkeit des DMT-Modems nicht zufrieden und forderte eine deutlich kürzere Latenzzeit pro Modemstrecke.

Durch Erhöhung des Abtasttaktes von 48 kHz auf 64 kHz wurde ein durch die 3:4-teilende PLL verursachter Jitter-Effekt beseitigt. Gleichzeitig ließ sich damit die Latenzzeit um 20 Prozent auf 80 ms senken.

Mittels Optimierung einiger Algorithmusbestandteile konnte Rechenleistung eingespart werden, die für die Implementierung eines TEQ verwendet wurde. Damit war es möglich, die Latenzzeit um etwa Faktor 5 auf 19 ms zu reduzieren. Eine weitere Verkürzung bei Beibehaltung des herkömmlichen DMT-Algorithmus war unter den gegebenen Umständen nicht möglich.

Simulationen unter realistischen Bedingungen belegen, daß sich durch das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Verfahren der GDMT die Latenzzeit nochmals um den Faktor 10 auf insgesamt 2 ms reduzieren läßt.

Dank der hervorragenden Robustheit des GDMT-Verfahrens gegenüber frequenzselektiven Störern wird die Leistungsfähigkeit des Mehrträger-Verfahrens trotz der deutlich

reduzierten Trägeranzahl nicht verschlechtert. Unter typischen Leitungsbedingungen beträgt die Reichweite etwa 30 km bei einem Leitungsquerschnitt von 0,9 mm.

Durch Einsatz der GDMT entfällt die Notwendigkeit eines TEQ, und sowohl Rechenaufwand als auch Speicherbedarf sind geringer als bei Einsatz herkömmlicher DMT in Verbindung mit einem TEQ.

Das GDMT-Verfahren als Verallgemeinerung des DMT-Prinzips ist mit dem bereits implementierten Algorithmus größtenteils identisch. Der Umfang der notwendigen Änderungen an der Modem-Firmware ist dadurch sehr gering.

Die Einbindung des Verfahrens in die vorhandene Firmware sowie die endgültige Klärung der noch offenen Fragen hinsichtlich der optimalen Trägerauswahl, Initialisierung und Nachführung der Entzerrerkoeffizienten sowie der Robustheit der Synchronisations-Algorithmen sind Gegenstand laufender und zukünftiger Diplomarbeiten und Projektpraktika am Lehrstuhl.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

Die systembedingt lange Latenzzeit aufgrund der blockorientierten Bearbeitung der Daten ist eine der wenigen Schwachstellen der ansonsten im Vergleich zu herkömmlichen Einträgerverfahren überragenden Mehrträgerübertragung. Aus praktischen Gesichtspunkten beeinflußt die Einhaltung einer gewissen Latenzzeit jedoch entscheidend die prinzipielle Einsetzbarkeit eines Übertragungsverfahrens. Es ist deshalb nicht nachzuvollziehen, warum der Aspekt der Latenzzeit in der Fachliteratur bisher kaum Beachtung gefunden hat. Ziel dieser Arbeit war es, diese Lücke zwischen Theorie und Praxis zu schließen und neue Methoden und Verfahren zu untersuchen, welche eine erhebliche Reduzierung der Latenzzeit ohne Verzicht auf die herausragenden Eigenschaften der Mehrträgerübertragung zulassen.

Als analytische Basis diente eine allgemeine Darstellung des Mehrträgerverfahrens mit Hilfe eines linearen MIMO-Ansatzes. Dadurch ließen sich alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Verfahren in einheitlicher Form beschreiben. Als interessanten Nebeneffekt erlaubt das MIMO-Modell durch Extrahierung des ISI/ICI-erzeugenden Anteils der Kanalmatrix eine neue, kompakte Form der Darstellung der Übersprechfunktion bei DMT.

Aufbauend auf dem MIMO-Modell wurde eine flexible, modulare Simulationsumgebung in Matlab erstellt, die einen fairen Vergleich der untersuchten Verfahren ermöglichte. Zur Simulation realer Kanalbedingungen konnte dabei auf zahlreiche Meßdaten aus Messungen an Twisted-Pair-Leitungen eines Energieversorgungsunternehmens zurückgegriffen werden.

In den Voruntersuchungen zeigte sich, daß eine signifikante Verkürzung der Latenzzeit nur mit einer deutlichen Verkürzung der Symboldauer einhergeht. Bei Beibehaltung der ursprünglichen DMT-Struktur sind die Möglichkeiten der Verkürzung der Symboldauer ohne drastische Leistungseinbußen jedoch stark eingeschränkt. Deshalb konzentrierte sich diese Arbeit auf Erweiterungen bzw. Alternativen des DMT-Verfahrens, die unter gleichen Randbedingungen prinzipiell leistungsfähiger als herkömmliche DMT sind und damit implizit eine kürzere Symboldauer bei vergleichbarer Leistungsfähigkeit erlauben.

Zunächst wurde der herkömmliche DMT-Empfänger durch einen unter Ausnutzung

aller Freiheitsgrade optimierten MIMO-Empfänger ersetzt. Die Ergebnisse sind sehr vielversprechend, aber aufgrund des erheblichen Rechenaufwands eignet sich der MIMO-Empfänger nur eingeschränkt für eine praktische Realisierung.

Die Kombination eines optimierten MIMO-Empfängers mit einem Sender, welcher zur Transformation eine kosinus-modulierte Filterbank verwendet, verbessert die spektrale Selektivität der einzelnen Teilbänder und sorgt damit bereits sendeseitig für eine geringere Anfälligkeit gegenüber ISI/ICI. Außerdem erlaubt diese Kombination eine Verringerung der Komplexität des reinen MIMO-Empfängers durch eine Aufspaltung in Rücktransformation, gefolgt von einem FEQ mit reduzierter Struktur. Diese Vereinfachung des MIMO-Empfängers liefert sehr gute Ergebnisse bei vergleichsweise geringer Erhöhung des Rechenaufwands im Empfänger. Ein entscheidender Nachteil ist jedoch, daß dieses Verfahren sehr stark von den üblichen Standards abweicht. Durch den grundlegenden Wechsel von der DFT zu einer kosinus-modulierten Filterbank ergeben sich erhebliche Änderungen, sowohl im Sender als auch im Empfänger. Die Praxis hat gezeigt, daß solche Verfahren [WPA00] von der Industrie deshalb nur zögerlich angenommen werden und sich bisher nicht gegenüber dem DFT-basierten DMT-Verfahren durchsetzen konnten.

Herausragendes Ergebnis dieser Arbeit ist die Herleitung eines neuen, verallgemeinerten DMT-Verfahrens, welches das grundlegende DMT-Prinzip um eine Berücksichtigung vorhandener bzw. absichtlich eingefügter Redundanz im Frequenzbereich in Form von nicht benutzten Trägern erweitert. Im Gegensatz zu den herkömmlichen Verfahren erlaubt das als GDMT bezeichnete Verfahren eine perfekte Entzerrung des Empfangssignals selbst bei völligem Verzicht auf ein Guard-Intervall. Neben der Fähigkeit zur Verkürzung der Latenzzeit ist ein weiterer interessanter Aspekt des GDMT-Verfahrens, daß es sich standard-konform implementieren läßt und dabei lediglich eine Modifizierung des Empfängers erfordert. In grober Näherung entspricht die Ausnutzung der Redundanz im Frequenzbereich einer virtuellen Verlängerung des Guard-Intervalls. Sofern unbenutzte Träger existieren und diese für den erweiterten FEQ eingesetzt werden, besitzt ein GDMT-Empfänger somit stets Vorteile gegenüber einem herkömmlichen DMT-Empfänger. Dabei äußert sich die Überlegenheit eines GDMT-Empfängers je nach Zielfunktion entweder in erhöhter Reichweite, höherer Datenrate oder verbesserter Störfestigkeit.

GDMT ist prädestiniert für DSP-basierte DMT-Anwendungen, da es bis auf den erweiterten FEQ vollständig mit dem DMT-Algorithmus übereinstimmt und sich mit minimalem Änderungsaufwand und ohne nennenswerte Erhöhung der erforderlichen Rechenleistung per Software implementieren läßt.

Der Spezialfall für minimale Latenzzeit ohne Verwendung eines Guard-Intervalls wird gegenwärtig im Rahmen einer Diplomarbeit am Lehrstuhl in die vorhandene Firmware eines DMT-Modems eingebunden [Sch01b]. Simulationen haben ergeben, daß sich dadurch gegenüber der bisherigen Lösung, die bereits mittels eines traditionellen TEQ optimiert wurde, die Latenzzeit nochmals um bis zu Faktor 10 verringern läßt.

Neben der praktischen Realisierung am Lehrstuhl haben die Ergebnisse dieser Arbeit in den letzten beiden Jahren in mehreren internationalen Veröffentlichungen [TKF99b, TKF99a, TF02a, TF01a, TF01b, TF02b, TKF02] Eingang gefunden. Wei-

terhin wurde das GDMT-Verfahren im Rahmen des Patent-Kooperations-Vertrages (Patent Corporation Treaty - PCT) der Welt-Organisation für Geistiges Eigentum (World Intellectual Property Organization - WIPO) als internationales Patent angemeldet [TF01c].

Ausblickend läßt sich sagen, daß das GDMT-Verfahren im Sinne einer tatsächlichen praktischen Verwertbarkeit zweifellos das höchste Potential aufweist. Das betrifft nicht nur den Aspekt der Verkürzung der Latenzzeit, sondern insbesondere auch die Erhöhung der Leistungsfähigkeit bestehender Standards wie beispielsweise ADSL, DAB und DVB. Dazu bedarf es weiterführender Arbeiten zur Klärung noch offener Detailfragen.

Gegenwärtig wird im Rahmen einer Diplomarbeit [Wol01] eine optimale Strategie zur Auswahl unbenutzter Träger für den FEQ bestimmt und untersucht, inwieweit sich daraus robuste, empirische Auswahlverfahren ableiten lassen, die für eine praktische Realisierung geeignet sind.

Im Rahmen der Simulationen ergab sich, daß ein TEQ bei Verwendung der GDMT unnötig ist, da das GDMT-Verfahren ähnlich dem Per-Tone-Entzerrer [ALM⁺01] die Verkürzung der Kanalimpulsantwort in seiner Struktur bereits enthält. Diese Eigenschaft muß noch analytisch nachgewiesen werden.

Ebenso wurde die herausragenden Kompensationseigenschaften des GDMT-Verfahrens bei frequenzselektiven Störungen bisher nur mittels Simulation nachgewiesen. Nachfolgende Arbeiten werden diese Ergebnisse analytisch untermauern.

In seiner Grundstruktur ist der FEQ des GDMT-Verfahrens ein Linearer Kombinierer. Somit lassen sich alle traditionellen linearen Verfahren wie LMS, RLS und abgeleitete Varianten für eine adaptive Nachführung der Koeffizienten des FEQ einsetzen. Die Untersuchung, welche dieser Methoden sich am besten für eine praktische Realisierung eignen, wird ebenfalls Gegenstand zukünftiger Arbeiten sein.

Anhang A

Polyphasendarstellung von FIR-Filtern

FIR-Filter lassen sich auf verschiedene Weise in ihre Polyphasenkomponenten zerlegen [Vai93]. Man unterscheidet hauptsächlich zwischen Typ-1-Polyphasenkomponenten $H_\lambda(z^P)$ mit

$$H(z) = \sum_{\lambda=0}^{P-1} H_\lambda(z^P) z^{-\lambda} , \quad (\text{A.1})$$

und Typ-2-Polyphasenkomponenten $H'_\lambda(z^P)$ mit

$$H(z) = \sum_{\lambda=0}^{P-1} H'_\lambda(z^P) z^{-P+1+\lambda} . \quad (\text{A.2})$$

Die Zerlegung in Typ-1-Polyphasenkomponenten wird auch als normale oder Polyphasendarstellung 1. Art bezeichnet [Fli94]. Analog dazu ist für die Typ-2-Zerlegung auch der Begriff Polyphasendarstellung 2. Art gebräuchlich.

Faßt man die einzelnen Polyphasenkomponenten zu Spaltenvektoren $\mathbf{H}(z^P) = [H_0(z^P) \ H_1(z^P) \ \dots \ H_{P-1}(z^P)]^T$ bzw. $\mathbf{H}'(z^P) = [H'_0(z^P) \ H'_1(z^P) \ \dots \ H'_{P-1}(z^P)]^T$ zusammen, so unterscheiden sich diese lediglich in der Reihenfolge der Elemente. $\mathbf{H}(z^P)$ ergibt sich aus $\mathbf{H}'(z^P)$ durch Multiplikation mit der Umkehrmatrix \mathbf{J} :

$$\mathbf{H}(z^P) = \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}'(z^P) . \quad (\text{A.3})$$

Es existiert noch eine dritte, wenig gebräuchliche Form der Polyphasendarstellung, welche die Polyphasenkomponenten in negativer Richtung indiziert [CR83]. Diese wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht angewendet.

Resultierend aus den zwei Grundtypen Typ-1 und Typ-2 ergeben sich entsprechend Bild A.1 vier kanonische Grundformen der Darstellung von $H(z)$ als Polyphasenfilter. Eine vorgeschaltete Aufwärtstastung bzw. nachfolgende Abwärtstastung läßt sich sowohl mit Typ-1- als auch Typ-2-Polyphasenfiltern effizient realisieren, wie die Bilder A.2 und A.3 belegen. Die Wahl der geeigneten Form der Polyphasendarstellung rich-

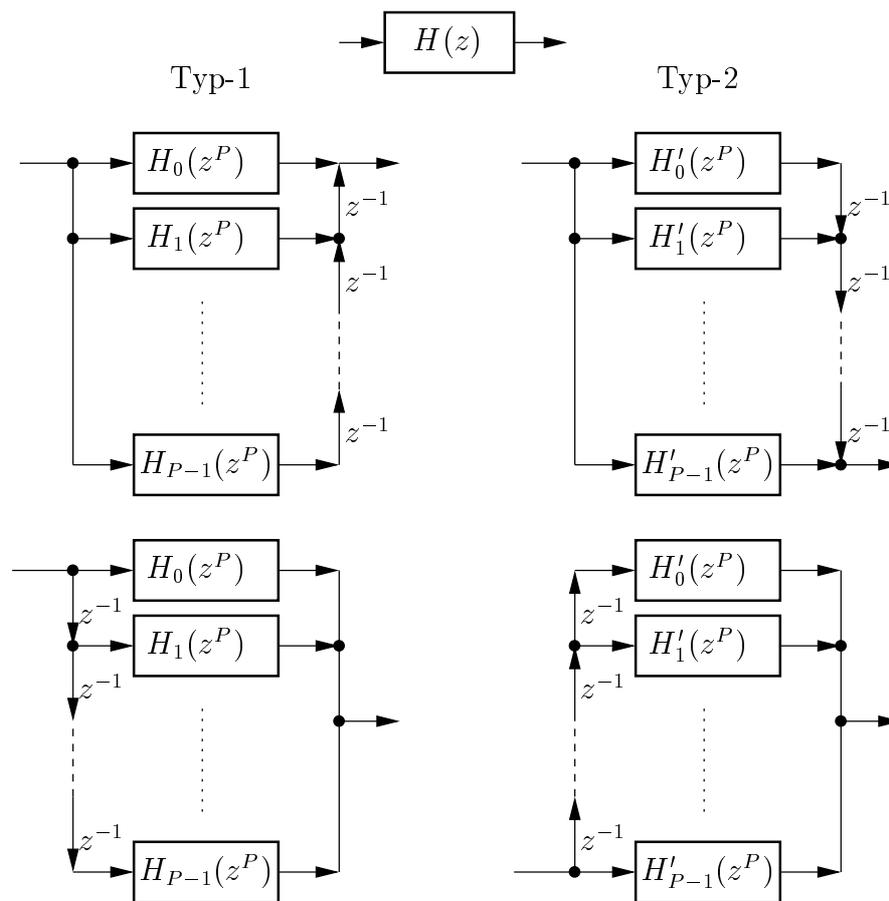


Bild A.1: Definition der Polyphasenkomponenten nach Typ-1 und Typ-2

tet sich nach dem jeweiligen Anwendungsfall. In der Regel wird jedoch eine Zerlegung nach Typ-1 bevorzugt.

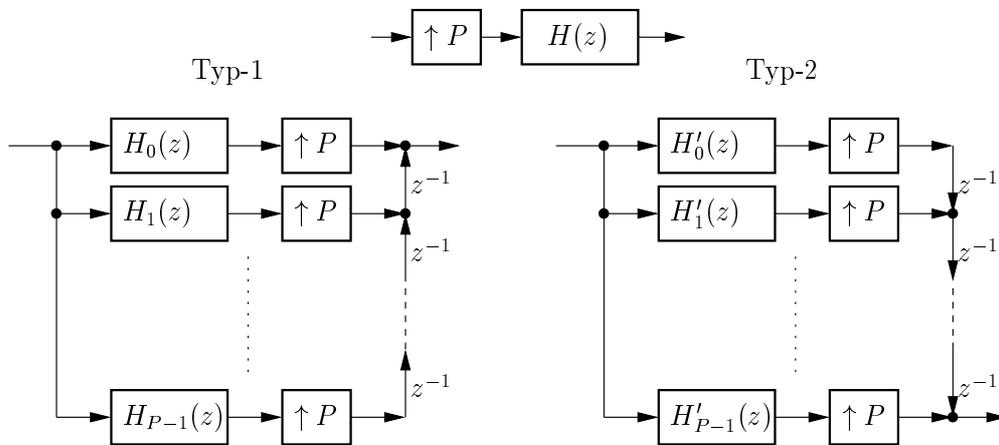


Bild A.2: Effiziente Polyphasen-Realisierung eines FIR-Filters mit vorgeschalteter Aufwärtstastung

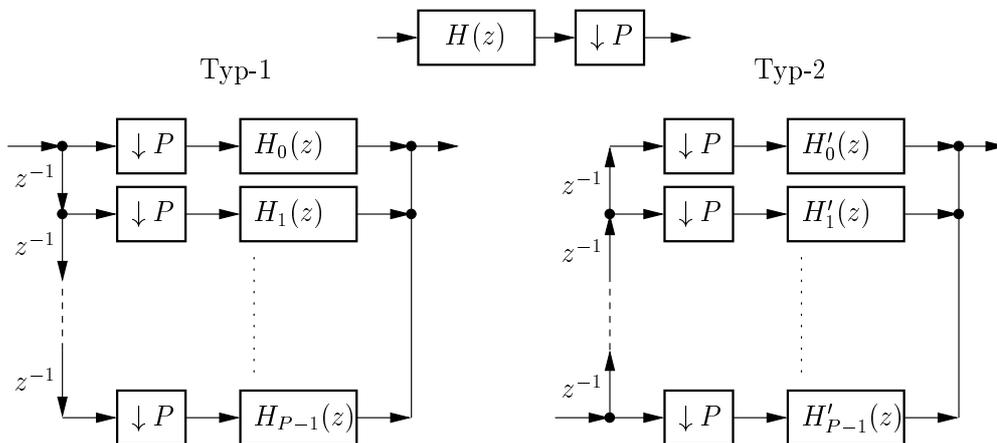


Bild A.3: Effiziente Polyphasen-Realisierung eines FIR-Filters mit nachfolgender Abwärtstastung

Anhang B

MMSE-Adaptierung der Empfängerkoeffizienten

Die Ableitung des MMSE-Kriteriums wird im Rahmen dieser Arbeit mehrfach angewendet und ist im folgenden am Beispiel der Bestimmung der Koeffizienten des MIMO-Empfängers aus Kapitel 5 ausführlich dargestellt.

Der mittlere quadratische Fehler (Mean Square Error - MSE) im Sinne eines Mehrträgerverfahrens bezeichnet den über alle Teilsignale $\hat{u}_i(k)$ gemittelten Erwartungswert des quadratischen Restfehlers im Empfangssymbol $\hat{\mathbf{u}}(k)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{MSE}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} E \{ |\hat{u}_i(k) - u_i(k-d)|^2 \} \\ &= \frac{1}{M} \text{trace} [E \{ (\mathbf{u}(k-d) - \hat{\mathbf{u}}(k)) (\mathbf{u}(k-d) - \hat{\mathbf{u}}(k))^* \}] \quad (\text{B.1}) \\ &= \frac{1}{M} \text{trace} [E \{ \mathbf{u}(k-d) \mathbf{u}(k-d)^* \} + E \{ \hat{\mathbf{u}}(k) \hat{\mathbf{u}}(k)^* \} \\ &\quad - E \{ \hat{\mathbf{u}}(k) \mathbf{u}(k-d)^* \} - E \{ \mathbf{u}(k-d) \hat{\mathbf{u}}(k)^* \}] . \end{aligned}$$

Die trace-Operation liefert die Summe der Elemente in der Hauptdiagonalen einer Matrix.

Das Empfangssymbol $\hat{\mathbf{u}}(k)$ resultiert aus der Multiplikation der Empfängermatrix \mathbf{F} mit m_f aufeinanderfolgenden Empfänger-Eingangssymbolen $\mathbf{y}(k)$

$$\hat{\mathbf{u}}(k) = [\mathbf{F}(m_f - 1) \quad \cdots \quad \mathbf{F}(1) \quad \mathbf{F}(0)] \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}(k - m_f + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k - 1) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{(m_f)}(k)} . \quad (\text{B.2})$$

Weiterhin liefert der Vergleich mit (2.39) und (2.36)

$$\mathbf{y}^{(m_f)}(k) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^{(m_t)}(k-1) + \mathbf{r}^{(m_f)}(k-1) . \quad (\text{B.3})$$

Geht man davon aus, daß sowohl das Rauschsignal $r(n)$ als auch die einzelnen Sende-

signale $u_i(k)$ nicht miteinander korrelieren, so ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$E\{\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1) \cdot \mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\} = \mathbf{R}_{\mathbf{uu}}, \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned} E\{\hat{\mathbf{u}}(k)\hat{\mathbf{u}}(k)^*\} &= \mathbf{F}E\{(\mathbf{H}\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1) + \mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)) \\ &\quad \cdot (\mathbf{r}^{(m_f)*}(k-1) + \mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\mathbf{H}^*)\}\mathbf{F}^* \\ &= \mathbf{F} \overbrace{(E\{\mathbf{H}\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1)\mathbf{r}^{(m_f)*}(k-1)\})}^{=0} \\ &\quad + \overbrace{E\{\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)\mathbf{r}^{(m_f)*}(k-1)\}}^{\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}} \\ &\quad + \overbrace{E\{\mathbf{H}\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1)\mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\mathbf{H}^*\}}^{\mathbf{R}_{\mathbf{hh}}} \\ &\quad + \overbrace{E\{\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)\mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\mathbf{H}^*\}}^{=0}\mathbf{F}^*, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} E\{\hat{\mathbf{u}}(k)\mathbf{u}(k-d)^*\} &= \mathbf{F}(E\{\mathbf{H}\mathbf{u}^{(m_t)}(k-1)\mathbf{u}(k-d)^*\} \\ &\quad + \overbrace{E\{\mathbf{r}^{(m_f)}(k-1)\mathbf{u}(k-d)^*\}}^{=0}), \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{u}(k-d)\hat{\mathbf{u}}(k)^*\} &= \overbrace{(E\{\mathbf{u}(k-d)\mathbf{r}^{(m_f)*}(k-1)\})}^{=0} \\ &\quad + E\{\mathbf{u}(k-d)\mathbf{u}^{(m_t)*}(k-1)\mathbf{H}^*\}\mathbf{F}^*. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

In der Kombination mit (B.1) und (B.2) erhält man für den mittleren quadratischen Fehler

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{MSE}} &= \frac{1}{M} \text{trace}[\mathbf{R}_{\mathbf{uu}} + \mathbf{F} \overbrace{(\mathbf{R}_{\mathbf{hh}} + \mathbf{R}_{\mathbf{rr}})}^{\mathbf{R}_{\mathbf{yy}}}\mathbf{F}^* \\ &\quad - \mathbf{F}E\{\mathbf{y}^{(m_f)}(k)\mathbf{u}(k-d)^*\} - E\{\mathbf{u}(k-d)\mathbf{y}^{(m_f)*}(k)\}\mathbf{F}^*] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

bzw. in Summenschreibweise

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{MSE}} &= \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} [\sigma_{u_i}^2 + \mathbf{f}_i \mathbf{R}_{\mathbf{yy}} \mathbf{f}_i^* \\ &\quad - E\{u_i(k-d)\mathbf{y}^{(m_f)*}(k)\}\mathbf{f}_i^* - \mathbf{f}_i E\{\mathbf{y}^{(m_f)}(k)u_i^*(k-d)\}], \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

mit der im Träger i vorhandenen Signalenergie $\sigma_{u_i}^2 = E\{u_i(k-d)u_i^*(k-d)\}$, der Autokorrelationsmatrix des Empfänger-Eingangssymbols $\mathbf{R}_{\mathbf{yy}} = E\{\mathbf{y}^{(m_f)}(k) \cdot \mathbf{y}^{(m_f)*}(k)\}$ und \mathbf{f}_i als der i -ten Zeile von \mathbf{F} .

Setzt man die partielle Ableitung von (B.9) nach \mathbf{f}_i gleich Null

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{\text{MSE}}}{\partial \mathbf{f}_i^*} = -E\{u_i(k-d)\mathbf{y}^{(m_f)*}(k)\} + \mathbf{f}_i \mathbf{R}_{\mathbf{yy}} = 0 \quad (\text{B.10})$$

und löst nach \mathbf{f}_i auf, so erhält man

$$\mathbf{f}_i = E\{u_i(k-d)\mathbf{y}^{(m_f)*}(k)\} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{yy}}^{-1} \quad (\text{B.11})$$

als Berechnungsvorschrift für den optimalen Empfänger im MMSE-Sinne. (B.3) in (B.11) eingesetzt liefert die ausführliche Lösung

$$\mathbf{f}_i = (E\{u_i(k-d)\mathbf{u}^{(m_t)^*}(k-1)\}\mathbf{H}^* + E\{u_i(k-d)\mathbf{r}^{(m_f)^*}(k-1)\}) \cdot (\mathbf{H}\mathbf{R}_{\mathbf{uu}}\mathbf{H}^* + \mathbf{R}_{\mathbf{rr}})^{-1}. \quad (\text{B.12})$$

Anhang C

RLS-Adaptierung der FEQ-Koeffizienten

Als praxistaugliche Alternative zur ZF- und MMSE-Optimierung wird im Rahmen dieser Arbeit mehrmals ein exponentiell gewichteter Recursive Least Squares-Algorithmus (RLS) verwendet. Im folgenden ist die Vorgehensweise am Beispiel der Berechnung der FEQ-Koeffizienten aus Kapitel 7 kurz erläutert.

Der exponentiell gewichtete RLS-Algorithmus verwendet statt der gemittelten Korrelationsmatrix

$$\Phi_{\nu\nu} = \frac{1}{k_1 - k_0 + 1} \sum_{i=k_0}^{k_1} \boldsymbol{\nu}^{(m)}(i) \cdot \boldsymbol{\nu}^{(m)*}(i) \quad (\text{C.1})$$

eine gewichtete Korrelationsmatrix

$$\Phi_{\nu\nu}(k) = \sum_{i=1}^k \beta(k, i) \cdot \boldsymbol{\nu}^{(m)}(i) \cdot \boldsymbol{\nu}^{(m)*}(i) . \quad (\text{C.2})$$

Für den sogenannten Gedächtnisfaktor $\beta(k, i)$ gilt $0 < \beta(k, i) \leq 1$. Dieser sorgt dafür, daß die Korrelationseigenschaften in der entfernten Vergangenheit in Vergessenheit geraten und der Algorithmus damit in der Lage ist, statistischen Schwankungen des Signals in nichtstationärer Umgebung folgen zu können. Häufig benutzt wird der exponentielle Gedächtnisfaktor $\beta(k, i) = \lambda^{k-i}$, wobei λ eine positive Konstante geringfügig kleiner als 1 darstellt. Der Spezialfall $\lambda = 1$ symbolisiert ein unbegrenztes Gedächtnis und der RLS-Algorithmus geht in die gewöhnliche Least-Squares-Methode (LS) über.

Das Verfahren ist hier nur kurz in seiner Anwendung umrissen. Bezüglich des mathematischen Hintergrundes sei auf [Hay96] verwiesen. Folgende Notation wird benutzt:

- $\mathbf{P}_i(k) = \Phi_{\nu\nu,i}^{-1}(k)$ bezeichnet die Inverse der Korrelationsmatrix,
- $\mathbf{g}_i(k)$ ist der sogenannte Gewichtsvektor,

- $\varepsilon_i(k)$ steht für den A-Priori-Schätzfehler,
- $\boldsymbol{\nu}_i(k) = \mathbf{Z}_{i,\text{red}} \cdot \boldsymbol{\nu}(k)$ enthält die relevanten Abtastwerte des FFT-Vektors $\boldsymbol{\nu}(k)$ zur Entzerrung des i -ten Trägers,
- $u_i(k)$ symbolisiert das zum Zeitpunkt k auf dem Träger i gesendete QAM-modulierte Datum, und
- $\mathbf{e}_{i,\text{red}}(k)$ beinhaltet die von Null verschiedenen Entzerrerkoeffizienten der i -ten Zeile von \mathbf{E} nach der k -ten Iteration.

Der Index i kennzeichnet die Abhängigkeit vom jeweiligen Träger, da die Adaption für jeden zu entzerrenden Träger separat durchlaufen werden muß und sich entsprechend unterschiedliche Hilfsgrößen ergeben.

In einem ersten Initialisierungsschritt setzt man

- $\mathbf{P}_i(0) = \delta^{-1} \cdot \mathbf{I}$, wobei δ einem kleinen positiven Wert entspricht, sowie
- $\mathbf{E}(0) = \mathbf{E}_{\text{ZF}}$ oder $\mathbf{E}(0) = \mathbf{S}_1$, d.h., die vollständige Entzerrermatrix wird entweder mit der Zero-Forcing-Lösung nach Abschnitt 7.2 oder der Selektionsmatrix aus Gl. (7.10) initialisiert. Letzteres bedeutet, daß die Wichtungsfaktoren mit den benutzten Trägern den Startwert 1 und die Faktoren der nicht benutzten Träger den Wert 0 erhalten.

Anschließend wird für alle benutzten Träger i sowie jeden Zeitpunkt $k = 1, 2, \dots, k_{\text{max}}$ folgende Prozedur durchlaufen:

1. Bestimmung des aktuellen Gewichtsvektors

$$\mathbf{g}_i(k) = \frac{\lambda^{-1} \cdot \mathbf{P}_i(k-1) \cdot \boldsymbol{\nu}_i(k)}{1 + \lambda^{-1} \cdot \boldsymbol{\nu}_i^*(k) \cdot \mathbf{P}_i(k-1) \cdot \boldsymbol{\nu}_i(k)}, \quad (\text{C.3})$$

2. Aktualisierung des A-Priori-Schätzfehlers

$$\varepsilon_i(k) = u_i(k) - \mathbf{e}_{i,\text{red}}^*(k-1) \cdot \boldsymbol{\nu}_i(k), \quad (\text{C.4})$$

3. Adaption der Entzerrerkoeffizienten

$$\mathbf{e}_{i,\text{red}}(k) = \mathbf{e}_{i,\text{red}}(k-1) + \mathbf{g}_i(k) \cdot \varepsilon_i^*(k), \quad (\text{C.5})$$

4. Aktualisierung der inversen Korrelationsmatrix

$$\mathbf{P}_i(k) = \lambda^{-1} \cdot \mathbf{P}_i(k-1) - \lambda^{-1} \cdot \mathbf{g}_i(k) \cdot \boldsymbol{\nu}_i^*(k) \cdot \mathbf{P}_i(k-1). \quad (\text{C.6})$$

Durch das stationäre Verhalten des Kanals konvergiert das Verfahren für $\lambda \approx 1$ gegen die MMSE-Lösung. Je größer λ , um so kleiner ist allerdings auch die Konvergenzgeschwindigkeit. Praktisch sinnvolle Werte liegen in der Größenordnung von $0,9 \leq \lambda \leq 0,99$.

Literatur

- [ADC95a] Noafal Al-Dhahir und John M. Cioffi. Fast computation of channel-estimate based equalizers in packet data transmission. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(11):2462–2473, November 1995.
- [ADC95b] Noafal Al-Dhahir und John M. Cioffi. MMSE decision-feedback equalizers: Finite-length results. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(4):961–975, Juli 1995.
- [ADC96a] Noafal Al-Dhahir und John M. Cioffi. Efficient computation of the delay-optimized finite-length MMSE-DFE. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(5):1288–1292, Mai 1996.
- [ADC96b] Noafal Al-Dhahir und John M. Cioffi. Efficiently computed reduced-parameter input-aided MMSE equalizers for ML detection: A unified approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 42(3):903–915, Mai 1996.
- [ADC96c] Noafal Al-Dhahir und John M. Cioffi. Optimum finite-length equalization for multicarrier transceivers. *IEEE Transactions on Communications*, 44(1):56–64, Januar 1996.
- [ADSC97] Noafal Al-Dhahir, Ali H. Sayed und John M. Cioffi. Stable pole-zero modeling of long FIR filters with application to the MMSE-DFE. *IEEE Transactions on Communications*, 45(5):508–513, Mai 1997.
- [AEK01] G. Arslan, B. L. Evans und S. Kiaei. Equalization for discrete multitone transceivers to maximize bit rate. *IEEE Transactions on Communications*, Dezember 2001.
- [ALM⁺01] Katleen Van Acker, Geert Leus, Marc Moonen, Olivier Van de Wiel und Thierry Pollet. Per tone equalization for DMT-based systems. *IEEE Transactions on Communications*, 49(1):109–119, Januar 2001.
- [ALMP99] Katleen Van Acker, Geert Leus, Marc Moonen und Thierry Pollet. Frequency domain equalization with tone grouping in DMT/ADSL-receivers. In *Proc. of the IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, volume 2, Seiten 1067–1070, Oktober 1999.

- [ALMP00] Katleen Van Acker, Geert Leus, Marc Moonen und Thierry Pollet. RLS-based initialization for per tone equalizers in DMT-receivers. In *Proc. of the European Signal Processing Conference, EUSIPCO*, September 2000.
- [Bin90] John A. C. Bingham. Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come. *IEEE Communications Magazine*, (5):5–14, Mai 1990.
- [CC92] Jacky S. Chow und John M. Cioffi. A cost-effective maximum likelihood receiver for multicarrier systems. *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, 2:948–952, Juni 1992.
- [CC98] Kok-Wui Cheong und John M. Cioffi. Precoder for DMT with insufficient cyclic prefix. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, Atlanta, USA, Juni 1998.
- [CCB93] Jacky S. Chow, John M. Cioffi und J. A. Bingham. Equalizer training algorithms for multicarrier modulation systems. *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, 2:761–765, Mai 1993.
- [CEÖC00] Giovanni Cherubini, Evangelos Eleftheriou, Sedat Ölcer und John M. Cioffi. Filter bank modulation techniques for very high-speed digital subscriber lines. *IEEE Communications Magazine*, Seiten 98–104, Mai 2000.
- [Cha66] R. W. Chang. Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission. *Bell Syst. Tech. Journal*, 45:1775–1796, Dezember 1966.
- [CR83] R. E. Crochiere und L. R. Rabiner. *Multirate Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1983.
- [CTLT99] W. Chiu, W. K. Tsai, T. C. Liau und M. Tzou. Time-domain channel equalizer design using the inverse power method. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, Mai 1999.
- [Din97] Paulo S. R. Diniz. *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1997.
- [DKJS⁺99] U. Dettmar, J. Khun-Jush, P. Schramm, J. Thielecke und U. Wachsmann. Modulation for HIPERLAN/2. In *Proc. Of the VTC*, Seiten 1094–1100, Spring (Houston), 1999.
- [FBL92] B. Farhang-Boroujeny und Y. C. Lim. A comment on the computational complexity of sliding FFT. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 39(12):875–876, 1992.
- [FH97] Robert F. H. Fischer und Johannes B. Huber. Comparison of precoding schemes for digital subscriber lines. *IEEE Transactions on Communications*, 45(3):334–343, März 1997.

- [FL61] G. A. Franco und G. Lachs. An orthogonal coding technique for communications. *IRE International Conv. Rec.*, 9:126–133, 1961.
- [Fli91] Norbert Fliege. *Systemtheorie*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1991.
- [Fli94] Norbert J. Fliege. *Multirate Digital Signal Processing*. John Wiley and Sons, Chichester, UK, 1994.
- [FM73] D. D. Falconer und F. R. Magee. Adaptive channel memory truncation for maximum likelihood sequence estimations. *Bell Systems Technical Journal*, 52:1541–1562, November 1973.
- [GDF73] Jr. G. David Forney. The viterbi algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 61(3):268–278, 1973.
- [Gor98] Walter Goralski. *ADSL and DSL Technologies*. McGraw-Hill, New York, 1998.
- [Hay96] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice-Hall, 1996. 3. Auflage.
- [HH89] D. Hughes und Hartogs. Ensemble modem structure for imperfect transmission media. U.S. Patente Nr. 4679227 (Juli 1987), 4731816 (März 1988) and 4833706 (Mai 1989), 1989.
- [HHS86] Botaro Hirosaki, Satoshi Hasegawa und Akio Sabato. Advanced group-band data modem using orthogonally multiplexed QAM technique. *IEEE Transactions on Communications*, 34:587–592, 1986.
- [Hir81] B. Hirosaki. An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete fourier transform. *IEEE Transactions on Communications*, 29:982–989, Juli 1981.
- [HK00] Werner Henkel und Thomas Kessler. Maximizing the channel capacity of multicarrier transmission by suitable adaptation of the time-domain equalizer. *IEEE Transactions on Communications*, 48(12):2000–2004, Dezember 2000.
- [HKN99] P. N. Heller, T. Karp und T. Q. Nguyen. A general formulation for modulated filter banks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47:986–1002, April 1999.
- [HM72] H. Harashima und H. Miyakawa. Matched-transmission technique for channels with intersymbol interference. *IEEE Transactions on Communications*, COM-20(4):774–780, August 1972.
- [HM98] Michael L. Honig und David G. Messerschmidt. *Adaptive Filters: Structures, Algorithms and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998. 7. Auflage.

- [Isa97] Mikael Isaksson. Zipper - a duplex scheme for VDSL based on DMT. Technical Report T1E1.4/97-016, ANSI, Februar 1997.
- [Jac98] K. Jacobsen. VDSL alliance SDMT VDSL draft standard proposal. cont. T1E1.4/98-265, ANSI, August 1998.
- [Kam94] Karl-Dirk Kammeyer. Time truncation of channel impulse responses by linear filtering: A method to reduce the complexity of viterbi equalization. *AEÜ*, 48:237–243, Mai 1994.
- [Kam96] Karl Dirk Kammeyer. *Nachrichtenübertragung*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1996. 2. Auflage.
- [Kar97] Tanja Karp. *Modifizierte DFT-Filterbänke*. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, Hamburg, Februar 1997.
- [KV92] R. D. Koilpillai und P. P. Vaidyanathan. Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40:770–783, April 1992.
- [LC95] Inkyu Lee und John M. Cioffi. A fast computation algorithm for the decision feedback equalizer. *IEEE Transactions on Communications*, 43(11):2742–2749, November 1995.
- [LCAE00] Biao Lu, Lloyd D. Clark, Güner Arslan und Brian L. Evans. Divide- and conquer and matrix pencil methods for discrete multitone equalization. *submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, April 2000.
- [LCC95] Inkyu Lee, Jacky S. Chow und John M. Cioffi. Performance evaluation of a fast computation algorithm for the DMT in high-speed subscriber loop. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(9):1564–1570, Dezember 1995.
- [Lec89] J. L. Lechleider. Asymmetrical digital subscriber line. Bellcore international tech. memo, Bellcore, 1989.
- [Mal92] H. S. Malvar. Extended lapped transform: Fast algorithms and applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40, November 1992.
- [MCR96] Peter J.W. Melsa, Richard C. Younce und Charles E. Rohrs. Impulse response shortening for discrete multitone transceivers. *IEEE Transactions on Communications*, 44(12):1662–1672, Dezember 1996.
- [Mer99] Alfred Mertins. Memory truncation and crosstalk cancellation in transmultiplexers. *IEEE Communications Letters*, 3(6):180–182, Juni 1999.
- [MIÖ00] Denis J. G. Mestdagh, Mikael R. Isaksson und Per Ödling. Zipper VDSL: A solution for robust duplex communication over telephone lines. *IEEE Communications Magazine*, Seiten 90–96, Mai 2000.

- [MYR96] Peter J.W. Melsa, Richard C. Younce und Charles E. Rohrs. Joint optimal impulse response shortening. In *Proc. of the IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM*, November 1996.
- [NG97] M. Nafie und A. Gatherer. Time-domain equalizer training for ADSL. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, 1997.
- [ÖMP00] Per Ödling, Bernhard Mayr und Stephen Palm. The technical impact of the unbundling process and regulatory action. *IEEE Communications Magazine*, Seiten 74–80, Mai 2000.
- [Pfl01] Jörg Pfliegensdörfer. Analyse und Implementierung eines adaptiven Vor-entzerrers für die DSL-Technik. Diplomarbeit, Universität Mannheim, Mannheim, April 2001.
- [Pos96] Christian Poser. Implementierung von Algorithmen zur adaptiven Kanalnutzung bei DMT-Übertragung. Diplomarbeit, Arbeitsbereich Nachrichtentechnik, TU Hamburg-Harburg, Hamburg, 1996.
- [PPMV00] Thierry Pollet, Miguel Peeters, Marc Moonen und Luc Vandendorpe. Equalization for DMT-based broadband modems. *IEEE Communications Magazine*, Seiten 106–112, Mai 2000.
- [PSM97] Thierry Pollet, Heidi Steendam und Marc Moeneclaey. Performance degradation of multi-carrier systems caused by an insufficient guard interval. In *Proc. of the IEEE International Workshop on Copper Wire Access Systems*, Seiten 265–270, Budapest, Oktober 1997.
- [RK90] R. P. Ramachandran und P. Kabal. Transmultiplexers: Perfect reconstruction and compensation of channel distortion. *Signal Processing*, 21:261–274, November 1990.
- [RPN94] A. D. Rizos, J. G. Proakis und T. Q. Nguyen. Comparison of DFT and cosine-modulated filter banks in multicarrier modulation. In *Proc. of the IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM*, November 1994.
- [S+99] F. Sjöberg et al. Asynchronous zipper. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, Vancouver, Canada, Juni 1999.
- [Sch96] G. Schuller. A new factorization and structure for cosine modulated filter banks with variable system delay. In *Proc. of the 30th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, USA, November 1996.
- [Sch01a] Johannes Schwarz. FFT von N reellen Werten mit einer komplexwertigen FFT der Länge $N/2$. Projektarbeit, Universität Mannheim, Mannheim, 2001.

- [Sch01b] Johannes Schwarz. Realisierung einer DMT-Übertragungseinrichtung auf dem Motorola-Signalprozessor DSP 56309. Diplomarbeit, Universität Mannheim, Lehrstuhl für Elektrotechnik, Mannheim, 2001.
- [SCS99] Thomas Starr, John M. Cioffi und Peter J. Silverman. *Understanding Digital Subscriber Technology*. Prentice Hall, 1999.
- [SGB97] A. Scaglione, G. B. Giannakis und S. Barbarossa. Redundant filterbank precoders and equalizers: Unification and optimal design. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, 1997.
- [SGB99] Anna Scaglione, Georgios B. Giannakis und Sergio Barbarossa. Redundant filter bank precoders and equalizers; part 1: Unification and optimal designs. *erscheint in IEEE Transactions on Signal Processing*, Juli 1999.
- [SIN⁺99] Frank Sjöberg, Mikael Isaksson, Rickard Nilsson, Per Ödling, Sarah Kate Wilson und Per Ola Börjesson. Zipper: A duplex method for VDSL based on DMT. *IEEE Transactions on Communications*, 47(8):1245–1251, August 1999.
- [SN96] Gilbert Strang und Truong Nguyen. *Wavelets and Filterbanks*. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley (USA), 1996.
- [ST95] S. D. Sandberg und M. A. Tzannes. Overlapped discrete multitone modulation for high speed copper wire communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(9):1571–1585, Dezember 1995.
- [TDF97] Steffen Trautmann, Georg Dickmann und Norbert J. Fliege. Realisierung eines 64-kBit-DMT-Modems für Zweidraht-Kupferleitungen bis 20 km Länge. In *Proc. of the OFDM-Fachgespräch*, Braunschweig, 1997.
- [TF98] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. Das Problem der Durchlaufzeit in der DMT-Übertragung. In *Proc. of the OFDM-Fachgespräch*, Braunschweig, 1998.
- [TF01a] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. A new equalizer for multitone systems without guard time. In *Proc. of the International Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP 2001*, Pula, Croatia, Juni 2001.
- [TF01b] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. OFDM equalization without guard interval. In *Proc. of the International OFDM Workshop*, Seiten 9/1–9/6, Hamburg, September 2001.
- [TF01c] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. Verfahren und Vorrichtung zur Signalübertragung. PCT-Patentanmeldung AZ PCT/EP 01/14724, Dezember 2001.

- [TF02a] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. A new equalizer for multitone systems without guard time. *IEEE Communications Letters*, 6(1):34–36, Januar 2002.
- [TF02b] Steffen Trautmann und Norbert J. Fliege. Perfect equalization for DMT systems without guard interval. *erscheint in IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(5), Juni 2002.
- [TG96] M. K. Tsatsanis und G. B. Giannakis. Optimal linear receivers for DS-CDMA systems: A signal processing approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44:3044–3055, Dezember 1996.
- [TKF99a] Steffen Trautmann, Tanja Karp und Norbert J. Fliege. Comparing TEQ and MMSE receivers for short-latency DMT transmission. In *Proc. of the International OFDM Workshop*, Seiten 20/1–20/4, Hamburg, September 1999.
- [TKF99b] Steffen Trautmann, Tanja Karp und Norbert J. Fliege. Using modulated filter banks for ISI/ICI-corrupted multicarrier transmission. In *Proc. of the SPIE, Vol. 3813, Wavelet Applications in Signal and Image Processing VII*, Denver, USA, Juli 1999.
- [TKF02] Steffen Trautmann, Tanja Karp und Norbert J. Fliege. Frequency domain equalization of DMT/OFDM systems with insufficient guard interval. präsentiert auf der IEEE International Conference on Communications, ICC 2002, April 2002.
- [Tom71] M. Tomlinson. New automatic equaliser employing modulo arithmetic. *Electronic Letters*, 7(5-6):138–139, März 1971.
- [Tra00] Trac Tran. The BinDCT: Fast multiplierless approximation of the DCT. *IEEE Signal Processing Letters*, 7(6):141–145, Juni 2000.
- [Vai93] P. P. Vaidyanathan. *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- [Van96] L. Vandendorpe. MMSE equalizers for multitone systems without guard time. In *Proc. of the European Signal Processing Conference, EUSIPCO*, September 1996.
- [VCD⁺98] L. Vandendorpe, L. Cuvelier, F. Deryck, J. Louveaux und O. Van de Wiel. Fractionally spaced linear and decision-feedback detectors for transmultiplexers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46:996–1011, April 1998.
- [VLMC99] L. Vandendorpe, J. Louveaux, B. Maison und A. Chevreuil. About the asymptotic performance of MMSE MIMO DFE for filter-bank based multicarrier transmission. *IEEE Transactions on Communications*, 47(10):1472–1475, Oktober 1999.

- [WA99a] Bo Wang und Tülay Adali. A frequency-domain eigenfilter approach for equalization in discrete multitone transceivers. In *Proc. of the IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Seiten 1058–1062 Vol.2, 1999.
- [WA99b] Bo Wang und Tülay Adali. Joint impulse response shortening for discrete multitone systems. In *Proc. of the IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM*, Seiten 2508–2512 Vol.5, 1999.
- [WA00a] Bo Wang und Tülay Adali. Time-domain equalizer design for discrete multitone systems. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, Seiten 1080–1084 Vol.2, 2000.
- [WA00b] Bo Wang und Tülay Adali. A weighted frequency-domain least squares approach for equalization in discrete multitone systems. In *Proc. of the IEEE International Conference on Communications, ICC*, Seiten 1054–1058 Vol.2, 2000.
- [WAE00] Jeffrey Wu, Güner Arslan und Brian L. Evans. Efficient matrix multiplication methods to implement a near-optimum channel shortening method for discrete multitone transceivers. In *Proc. of the IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Oktober 2000.
- [WALV99] Bo Wang, Tülay Adali, Qingli Liu und Milan Vlawjnic. Generalized channel impulse response shortening for discrete multitone transceivers. In *Proc. of the IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, Seiten 276–280 Vol.1, 1999.
- [WE71] S. B. Weinstein und P. M. Ebert. Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform. *IEEE Transactions on Communications*, 19:628–634, Oktober 1971.
- [WF97] T. Wiegand und N. J. Fliege. Equalizers for transmultiplexers in orthogonal multiple carrier data transmission. *Annals of Telecommunications*, 52:39–45, Januar 1997.
- [Wol01] Martin J. Wolf. Adaptive Bitaufteilung für verallgemeinerte DMT-Übertragung. Diplomarbeit, Universität Mannheim, Lehrstuhl für Elektrotechnik, Mannheim, 2001.
- [WPA00] wDSL solution to digital carrier service provisioning. Whitepaper, Aware, 2000.
- [Xia97] Xiang-Gen Xia. New precoding for intersymbol interference cancellation using nonmaximally decimated multirate filterbanks with ideal FIR equalizers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(10):2431–2441, Oktober 1997.

- [YY98] Changchuan Yin und Guangxin Yue. Optimal impulse response shortening for discrete multitone transceivers. *Electronic Letters*, 34(1):35–36, Januar 1998.