

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Die Modelle	5
2.1	Das Standardmodell	5
2.2	Das 2-Higgs-Dublett-Modell	8
2.3	Das supersymmetrische Standard-Modell	9
2.3.1	Warum Supersymmetrie?	9
2.3.2	Allgemeines zur Supersymmetrie	11
2.3.3	Die supersymmetrische Wirkung	11
2.3.4	Das <i>minimale</i> supersymmetrische Standardmodell (MSSM)	15
3	Präzision in Theorie und Experiment	21
3.1	Der μ -Zerfall	23
3.2	Die Observablen der Z -Resonanz	24
4	Theoretische Vorhersagen und die Konsequenzen	29
4.1	Vorhersagen des Standardmodells und Präzisionsdaten	29
4.1.1	Unsicherheiten in den Standardmodell-Vorhersagen	30
4.1.2	Vergleich : SM \longleftrightarrow Experiment	32
4.2	Vorhersagen des 2-Higgs-Dublett-Modells	35
4.2.1	Nichtsupersymmetrisches 2-Higgs-Dublett-Modell	35
4.2.2	Der Supersymmetrische Higgs-Sektor	39
4.3	Die Supersymmetrischen Partner	43
4.3.1	Der Top-Squark-Chargino-Sektor	43
4.4	Das MSSM	45
4.4.1	Die Variationsbreite der einzelnen Observablen	45
4.4.2	Ein globaler Fit	51
4.5	Vier Quark-Familien	51
5	Zusammenfassung	55
A	Teilchenmischungen im MSSM	57
A.1	Gauginos und Higgsinos	57
A.1.1	Die Neutralinos	57
A.1.2	Die Charginos	58
A.2	Die Sfermionen	63

B Technische Details	65
B.1 Der $Zf\bar{f}$ -Vertex	65
B.1.1 Der Gluino-Beitrag	69
B.2 Der SUSY-Beitrag zum μ -Zerfall	70
B.3 Feynman-Regeln	73
B.4 Eichboson-Propagatoren	77
B.5 Integrale	80
Literaturverzeichnis	86

Kapitel 1

Einleitung

Der Dynamik elementarer Teilchen liegt deren Wechselwirkung über die Eichbosonen der $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ -Gruppe in der Higgs-Phase zugrunde. Diese Aussage bildet die Basis für das erfolgreiche Standardmodell (SM) der Elementarteilchen-Physik [1, 2]. Es beschreibt als Quantenfeldtheorie im Rahmen der Meß- und Rechengenauigkeit mit Ausnahme der Gravitation alle Phänomene der unbelebten Natur.

Allerdings gibt es eine Reihe von Gründen für die Vermutung, daß das SM nicht eine wirklich fundamentale Theorie ist:

- Extrapoliert man die experimentellen Werte der drei Kopplungskonstanten zu extrem hohen Energien ($\mathcal{O}(10^{16})$ GeV), so stellt sich im Rahmen des SM keine Kopplungsvereinigung ein: Die theoretische Erwartung, daß die drei Kopplungskonstanten der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung bei hohen Energien einem gemeinsamen Wert entgegenstreben, die heute unterschiedlich erscheinenden Wechselwirkungen also lediglich (verschiedene) Niederenergiekondensate einer gemeinsamen Urkraft seien, kann im Rahmen des SM mit großer Wahrscheinlichkeit nicht erfüllt werden.
- Der Mechanismus zur Erzeugung von Massen für die Eichbosonen im SM über das Konzept der spontanen Symmetriebrechung stellt einen ad-hoc-Ansatz dar, dessen Parameter, die Higgs-Masse, zudem nicht stabil unter dem Einfluß von Quanteneffekten ist: Kleine Quantenfluktuationen beeinflussen die Higgs-Masse, welche aus Gründen der Unitarität unter einem TeV liegen soll, mit Beiträgen von der Größenordnung der Planckmasse (10^{19} GeV). Diese prinzipiell absorbierbaren großen Beiträge erzwingen so in jeder Ordnung der Störungstheorie eine unnatürlich wirkende Feinabstimmung der betroffenen Parameter auf 34 Stellen.
- Schließlich macht das SM wie erwähnt keine Aussagen über die Gravitation. Mehr noch, das SM ist von seiner Struktur her vermutlich ganz prinzipiell nicht in der Lage, solche Phänomene zu beschreiben.

Diese Unzulänglichkeiten des SM lassen sich durch die Einführung eines verallgemeinerten Symmetrie-Begriffs beheben oder zumindest lindern: Das SM wird zu einer *Supersymmetrischen* Theorie (SUSY) erweitert.

In SUSY-Theorien werden viele neue Teilchen vorhergesagt, doch sind diese vermutlich zu schwer oder koppeln zu schwach an die bereits bekannten Teilchen, um in heutigen Experimenten direkt nachgewiesen zu werden. Aber auch aus Prozessen, deren Anfangs- und Endzustände

nur aus bereits bekannten SM-Teilchen bestehen, lassen sich Rückschlüsse auf die Eigenschaften dieser SUSY-Teilchen ziehen. Da das zugrundeliegende Konzept eine *relativistische Quantenfeldtheorie* ist, können die meßbaren Eigenschaften der SM-Teilchen durch (virtuelle) Prozesse von Erzeugung und Vernichtung neuer Teilchen beeinflußt werden. Genaues Vermessen und Berechnen eben dieser Eigenschaften kann also Aufschluß geben über die Massen und Kopplungen dieser neuen Teilchen, auch wenn sie bei heute zugänglichen Energien noch nicht direkt beobachtbar sind.

In dieser Arbeit werden die Vorhersagen für die elektroschwachen Präzisionsmeßgrößen im Rahmen des minimalen supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) berechnet und mit den experimentellen Daten verglichen. Auf diese Weise lassen sich Einschränkungen an den Parameterraum des MSSM ableiten.

Nach einer Beschreibung der hier betrachteten Modelle in Kapitel 2 werden in Kapitel 3 die Präzisions-Meßgrößen vorgestellt und der Zusammenhang zu den im Rahmen der Störungstheorie berechenbaren Größen wird hergestellt. Die Diskussion in Kapitel 4 beginnt mit den SM-Vorhersagen und den Unsicherheiten in deren Berechnung. Die SM-Diskussion dient nicht nur dem Vergleich zu den Vorhersagen von Erweiterungen des SM, sondern ist insbesondere auch für sich genommen interessant, mit Blick auf den experimentell noch relativ unerforschten Higgs-Sektor: Mit Hilfe eines globalen Fits kann Information über die SM-Higgs-Masse gewonnen werden. Anschließend werden zuerst die Konsequenzen des 2-Higgs-Dublett Modells, das die minimale Erweiterung des SM-Higgs-Sektors in supersymmetrischen Modellen darstellt, diskutiert, dem sich dann eine ausführliche Diskussion des MSSM anschließt. Nach einer Zusammenfassung der wichtigsten Resultate liefern wir in den Anhängen die expliziten Ausdrücke für die berechneten Strahlungskorrekturen.

Kapitel 2

Die Modelle

2.1 Das Standardmodell

Das von Fermi eingeführte Konzept einer Vier-Fermionen-Punkt-Wechselwirkung [3] beschreibt die schwachen Prozesse im Bereich niedriger Energien. Bei höheren Energien führt seine Anwendung allerdings zur Verletzung der Unitarität der S -Matrix, wie das folgende Beispiel zeigt. Betrachtet man den Wirkungsquerschnitt der Neutrino-Elektron-Streuung, so ergibt sich im Fermi-Modell (für $s \gg m_\mu^2$) [4]:

$$\sigma(\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_e + \mu^-) \propto G_F^2 s, \quad (2.1)$$

G_F : Fermikonstante, s : Quadrat des Impulsübertrags
und aus der Unitaritätsschranke für die s-Wellenstreuung:

$$\sigma \leq \frac{1}{s}, \quad (2.2)$$

so daß Gl. (2.1) spätestens ab $s \simeq G_F^{-1}$ keine angemessene Beschreibung mehr liefern kann.

Das u.a. von S.Glashow, S.Weinberg und A.Salam entworfene Standardmodell [1] umgeht die Schwierigkeiten des Fermi-Modells bei hohen Energien und reproduziert es andererseits im Grenzfall niedriger Energie. Das SM basiert auf einer lokalen nicht-abelschen $SU_I(2) \otimes U_Y(1)$ -Eichgruppe¹, deren Symmetrien durch den Higgs-Kibble-Mechanismus spontan auf eine abelsche $U_{em}(1)$ -Restsymmetrie heruntergebrochen werden. Es bezeichnen I den schwachen Isospinvektor und Y die schwache Hyperladung. Die Renormierbarkeit des Standardmodells und damit die Möglichkeit, im Rahmen einer Störungstheorie Quantenkorrekturen zu den klassischen Beiträgen der niedrigsten Ordnung zu berechnen, wurde von 't Hooft bewiesen [5].

Die klassische Lagrangedichte läßt sich als Summe eines Yang-Mills-, eines Higgs- und eines Fermionanteils schreiben:

$$\mathcal{L}_{klass} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_f \quad (2.3)$$

Im Folgenden werden die einzelnen Beiträge zur klassischen Lagrangedichte im Detail beschrieben.

¹Wir ignorieren hier die QCD

Yang-Mills-Felder

Die Eich-Felder, ein \vec{I} -Triplet \vec{W}_μ und ein Iso-Singlett B_μ , bauen den reinen Yang-Mills-Anteil auf:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & -\frac{1}{4}(\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c)^2 \\ & -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Eichfelder \vec{W}_μ besitzen aufgrund des nicht-abelschen Charakters der Eichgruppe eine Selbstwechselwirkung der Stärke g_2 ; die Größe ϵ^{abc} enthält die Strukturkonstanten der $SU(2)$.

Der Higgs-Sektor

Drei der vier Eichbosonen müssen eine Masse erhalten, um der kurzen Reichweite der schwachen Wechselwirkung Rechnung zu tragen. Das läßt sich mit dem Higgs-Kibble-Mechanismus der spontanen Symmetrie-Brechung [2] bewerkstelligen. Man führt hierzu ein komplexes, skalares Feld Φ ein, das unter $SU(2)$ -Transformationen ein Isospin-Dublett bildet:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}$$

und koppelt es mit Hilfe der kovarianten Ableitungen $D_\mu = \partial_\mu - ig_2 \vec{I} \vec{W}_\mu + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu$ an die Eichfelder. Die Selbstwechselwirkung des Higgs-Feldes fügt man der Lagrangedichte in Form eines Skalarpotentials $-V$ bei:

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.5)$$

wobei die Größe $v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$ der nichtverschwindende Vakuumerwartungswert ist. Schreibt man das Higgs-Feld als

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ (v + H(x) + i\chi(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

so haben die Komponenten H, χ und Φ^+ nun einen Vakuumerwartungswert von Null. Das physikalische neutrale Higgs-Boson wird durch die reelle Komponente H beschrieben und hat eine Masse von $M_H = \sqrt{2}\mu$.

Der Higgs-Sektor enthält also neben dem kinetischen Term die Higgs-Kopplung an die Eichbosonen sowie einen Massenterm:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi^\dagger) (D^\mu \Phi) - \lambda (|\Phi|^2)^2 + \mu^2 |\Phi|^2 \quad (2.6)$$

Die neutralen Vektorfelder stehen zunächst noch mit einer nichtdiagonalen Massenmatrix in der Lagrangedichte. Eine orthogonale Transformation, parametrisiert durch den Drehwinkel θ_W , führt auf die Masseneigenzustände Z_μ, A_μ .

Im minimalen Standardmodell genügt die Einführung eines schwachen Isospin-Dubletts, um sämtliche Massen zu erzeugen.

Die Fermionen

Schließlich gibt es dann noch den fermionschen Anteil an \mathcal{L}_{klass} :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = & \sum_{i\sigma} \left\{ \bar{\psi}_i^L i\gamma^\mu D_\mu \psi_i^L + \bar{\psi}_{i\sigma}^R i\gamma^\mu D_\mu \psi_{i\sigma}^R \right. \\ & + \left(-y_{i+} \bar{\psi}_{i+}^R \phi^0 \psi_{i+}^L - y_{i-} \bar{\psi}_{i-}^R \phi^{0*} \psi_{i-}^L \right. \\ & \left. \left. + -y_{i+} \bar{\psi}_{i+}^R \phi^+ \psi_{i-}^L - y_{i-} \bar{\psi}_{i-}^R \phi^- \psi_{i+}^L + h.c. \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

wobei i die Quark- oder Lepton-Familie numeriert und $\sigma = \pm$ die Fermionen mit Spin $\pm 1/2$ kennzeichnet. Die Kopplung der Fermionen an die Eichbosonen ist in der kovarianten Ableitung D_μ enthalten. Die Größen $y_{i\pm}$ stehen für die Yukawa-Kopplungen der Fermionen an das Higgs-Feld $\Phi(x)$ und L, R symbolisieren links- bzw. rechtshändige Fermionen, die entweder ein Iso-Dublett $\psi_i^L = (\psi_{i+}^L, \psi_{i-}^L)$ oder Singlett $\psi_i^R = \psi_{i\sigma}^R$ bilden.

Eichfixierung und Geister

Da wir im SM eine eichinvariante Theorie vor uns haben, hängen die S -Matrixelemente für einen beliebigen physikalischen Prozeß nicht von der Wahl der Eichung ab, in der man die Vektor-Boson-Propagatoren konstruiert. In der unitären Eichung treten zwar keine unphysikalischen Teilchen in den inneren Linien auf, aber sie ist nicht renormierbar². Zur Berechnung von höheren Ordnungen arbeitet man aus diesem Grund lieber in einer 't Hooft-Eichung, in der die eichfixierenden Terme die folgende lineare Gestalt haben [6]:

$$\begin{aligned} F_\pm &= \frac{1}{\sqrt{\xi^W}} (\partial^\mu W_\mu^\pm \mp i M_W \xi^W \phi^\pm) \\ F_Z &= \frac{1}{\sqrt{\xi^Z}} (\partial^\mu Z_\mu - M_Z \xi^Z \chi) \\ F_\gamma &= \frac{1}{\sqrt{\xi^\gamma}} \partial^\mu A_\mu \end{aligned} \quad (2.8)$$

In diesen Eichungen hat der Propagator der Vektorbosonen die Gestalt:

$$i \frac{\left(-g^{\mu\nu} + \frac{(1 - \xi^V) k^\mu k^\nu}{k^2 - \xi^V M_V^2} \right)}{k^2 - M_V^2} \quad (2.9)$$

Der Spezialfall $\xi = 1$ ('t Hooft-Feynman-Eichung) führt zu einer besonders einfachen Form des Propagators und wir werden bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen diesen Fall verwenden.

Die Festlegung der Eichung wird in der Lagrangedichte wie folgt berücksichtigt:

$$\mathcal{L}_{fix} = -F_+ F_- - \frac{1}{2} (F_\gamma^2 + F_Z^2) \quad (2.10)$$

Da durch die Eichfixierung unphysikalische Freiheitsgrade (Zustände negativer Norm) eingeführt worden sind, müssen weitere Terme hinzuaddiert werden, die diesen unerwünschten Effekt beseitigen. Letztere nennt man Faddeev-Popov-Geister [7]:

$$\mathcal{L}_{FP} = \bar{u}^\alpha(x) \frac{\delta F^\alpha}{\delta \theta^\beta(x)} u^\beta(x). \quad (2.11)$$

Der griechische Index numeriert die Vektorbosonen und $\delta\theta^\beta$ sind die Parameter einer infinitesimalen Eichtransformation. Die Faddeev-Popov-Geistfelder werden wie Fermionen quantisiert. Auf diese Weise gleichen sie die Beiträge der unphysikalischen Freiheitsgrade aus, die durch die Eichfixierung eingeführt wurden.

Insgesamt lautet also die Lagrangedichte des SM:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{klass} + \mathcal{L}_{fix} + \mathcal{L}_{FP} \quad (2.12)$$

²Im Sinne des „power-countings“.

2.2 Das 2-Higgs-Dublett-Modell

Eine minimale Erweiterung des Standardmodells in Bezug auf den Higgs-Sektor ist die Hinzunahme eines zweiten Isospindubletts skalarer Felder:

$$\Phi_{1,2}(x) = \begin{pmatrix} \phi_{1,2}^+(x) \\ (v_{1,2} + H_{1,2}(x) + i\chi_{1,2}(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Phänomenologisch handelt es sich dabei schon um eine nichttriviale Erweiterung, denn als qualitativ neu stellt sich in diesem Modell die Existenz geladener Higgs-Bosonen dar. Insgesamt werden 5 physikalische Skalare auftreten, denn die 2 (komplexen) Freiheitsgrade des zusätzlichen Dubletts können nicht durch weitere longitudinale Komponenten der Eichfelder absorbiert werden. Beim Aufbau der erweiterten Lagrangedichte ist allerdings darauf zu achten, daß zumindest auf Bornniveau keine flavourverändernde neutralen Ströme auftreten. Das kann sichergestellt werden durch die Einführung einer diskreten Symmetrie:

$$\Phi_1 \longrightarrow -\Phi_1 \quad (2.13)$$

$$\Phi_2 \longrightarrow \Phi_2 \quad (2.14)$$

$$f_R \longrightarrow \pm f_R \quad (2.15)$$

$$f_L \longrightarrow f_L \quad (2.16)$$

Dabei sollen für die rechtshändigen Fermionen f_R , die an das erste Higgs-Dublett koppeln, das $'-'$ -Zeichen gelten, und die, die an das zweite koppeln, das $'+'$ -Zeichen. Auf diese Weise ist sichergestellt, daß Fermionen gleicher elektrischer Ladung nur an jeweils ein Higgs-Dublett koppeln [8]. Die allgemeinste Darstellung eines Potentials, das eichinvariant und invariant unter obiger diskreten Transformation ist, lautet [9]:

$$\begin{aligned} V(\Phi_1, \Phi_2) &= \sum_{1,2} [-\mu_i^2 (\Phi_i^\dagger \Phi_i)^2 + \lambda_i^2 (\Phi_i^\dagger \Phi_i)^4] \\ &+ \lambda_3 (\Phi_1^\dagger \Phi_1)^2 (\Phi_2^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_4 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 \\ &+ \frac{1}{2} [\lambda_5 (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + \lambda_5^* (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Darüberhinaus hat man prinzipiell noch die Möglichkeit, alle Fermionen nur an ein Higgs-Dublett zu koppeln. Diese Variante ist allerdings nicht so attraktiv, wie die, down-artige Fermionen nur an das erste und up-artige nur an das zweite Higgs-Dublett zu koppeln. Die zweite Form ist ohnehin die im MSSM notwendigerweise realisierte Variante und kann darüberhinaus auch die Massenaufspaltung innerhalb eines Fermion-Dubletts durch unterschiedliche Vakuumwertwerte der beiden Higgs-Dubletts erklären.

Nach Diagonalisierung der Massenmatrix der Higgs-Bosonen in $V(\Phi_1, \Phi_2)$ erhält man die Masseneigenzustände (H^+ , H^0 , h^0 , A^0 , G^+ und G^0) in Form von Mischungen der ursprünglichen Felder [9]:

$$H^\pm = \phi_2^\pm \cos \beta - \phi_1^\pm \sin \beta \quad (2.18)$$

$$H^0 = H_2 \sin \alpha + H_1 \cos \alpha \quad (2.19)$$

$$h^0 = H_2 \cos \alpha - H_1 \sin \alpha \quad (2.20)$$

$$A^0 = \chi_2 \cos \beta - \chi_1 \sin \beta \quad (2.21)$$

$$G^+ = \phi_2^+ \sin \beta + \phi_1^+ \cos \beta \quad (2.22)$$

$$G^0 = \chi_2 \sin \beta + \chi_1 \cos \beta \quad (2.23)$$

mit

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}$$

und einem weiteren Mischungswinkel α , der über die Parameter des Higgs-Potentials v_i, λ_i definiert ist. Die G -Felder treten nicht auf, wenn man eine unitäre Eichung wählt, was für die Berechnung von Strahlungskorrekturen jedoch keine günstige Wahl darstellt. Die zugehörigen Massen der Higgs-Bosonen sind [9]:

$$\begin{aligned} M_{H^\pm}^2 &= \lambda_4(v_1^2 + v_2^2) \\ M_{(H^0, h^0)}^2 &= \frac{1}{2}[M_{11} + M_{22} \pm \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2}] \\ M_{A^0}^2 &= \lambda_6(v_1^2 + v_2^2) \end{aligned} \quad (2.24)$$

mit

$$M_{12} = v_1 v_2 (4\lambda_3 + \lambda_5), \quad M_{11,22} = 4v_{1,2}^2 (\lambda_{1,2} + \lambda_3) + v_{2,1}^2 \lambda_5$$

Das 2-Higgs-Dublett-Modell enthält demnach statt dem einen freien Parameter (M_H) des Higgs-Sektors im minimalen SM sechs freie Parameter:

$$M_{H^0}, M_{h^0}, M_{A^0}, M_{H^\pm}, \tan \beta, \alpha$$

2.3 Das supersymmetrische Standard-Modell

2.3.1 Warum Supersymmetrie?

Ein wichtiges Motiv für die Betrachtung supersymmetrischer Modelle ist die Möglichkeit, das *fine-tuning*-Problem zu lösen [10]. Dies sei im Folgenden kurz dargelegt.

Mit dem Higgs-Feld wird ein fundamentaler Skalar in die Theorie eingeführt, denn Skalare sind die einzigen Objekte, die ohne Brechung der Lorentz-Invarianz von Null verschiedene Vakuumerwartungswerte haben können. Mit dem Higgs-Potential im SM nach Gl. (2.5) ist die Masse des Higgs-Bosons durch μ gegeben: $M_H = \sqrt{2}\mu$. Die bisher erfolglose experimentelle Suche nach dem Higgs-Boson [12] und die Unitaritäts-Bedingung [13] ergeben ein „Fenster“ innerhalb dessen die Higgs-Masse liegen sollte:

$$66 \text{ GeV} \leq M_H \leq 1 \text{ TeV}. \quad (2.25)$$

Nun erhält μ aber einen Beitrag von der Higgs-Selbstkopplung in der Störungsreihe, der quadratisch von dem cutoff-Parameter Λ abhängt: $\delta\mu^2 \sim \lambda\Lambda^2$. Wäre das SM bis zu Energien der

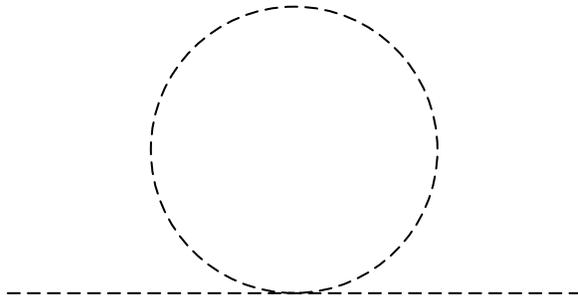


Abbildung 2.1: Higgs-Selbstwechselwirkung führt zur quadratischen Divergenz

Planck-Skala³ gültig, so läge hier der natürliche Wert für Λ . Offensichtlich muß dann die kleine Higgs-Masse (im Bereich von Gl. (2.25)) als Ergebnis einer Kompensation solch großer Terme zustande kommen. Dies ist das erwähnte *fine-tuning* Problem. Man kann einwenden, daß durch die notwendige Renormierung ohnehin eine unendliche Verschiebung gemacht werden muß, so daß eine weitere, endliche Verschiebung eigentlich kein prinzipielles Problem darstellt. Trotzdem erscheint die dazu notwendige Feinabstimmung künstlich. Statt nun -wie in technicolour-Modellen- überhaupt keine fundamentalen Skalare zuzulassen, führt die Supersymmetrie eine neuartige Symmetrie zwischen Fermionen und Bosonen ein. Das hat zur Folge, daß sich zu dem Diagramm in Abb. (2.1) ein weiteres mit einer fermionschen Schleife (siehe Abb. (2.2)) gesellt, so daß sich die beiden Beiträge zu μ exakt aufheben. Supersymmetrie stabilisiert also

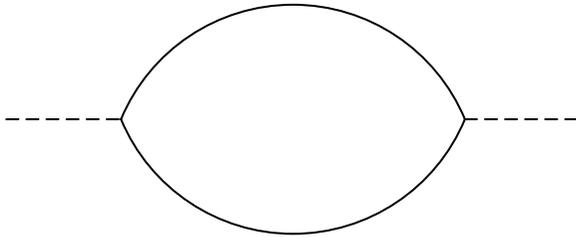


Abbildung 2.2: Fermionsche Schleife kompensiert die quadratische Divergenz der Higgs-Selbstenergie

die Higgs-Masse⁴.

In der Natur ist die Supersymmetrie offensichtlich höchstens in gebrochener Form realisiert, denn exakte Supersymmetrie erfordert gleiche Massen für die Superpartner. Somit heben sich die Beiträge der Superpartner zu μ nicht mehr exakt weg; es verbleibt vielmehr ein Term $\delta\mu^2 \sim \lambda(m_B^2 - m_F^2)$. Um die günstige Eigenschaft bezgl. des *fine-tuning's* nicht zu verlieren, sollte das Massensplitting zwischen den supersymmetrischen Partnern nicht deutlich größer als etwa 1 TeV sein (*soft-breaking*).

Im Rahmen einer Renormierungsgruppenanalyse zeigt sich, daß eine Konvergenz der Kopplungskonstanten mit einer gewöhnlichen $SU(5)$ -Vereinigung nicht möglich ist, während dazu mit einer supersymmetrischen $SU(5)$ sehr wohl die Möglichkeit besteht [14]. Dieses eindrucksvolle Ergebnis einer Extrapolation der Präzisionsdaten von LEP liefert eine zusätzliche Motivation, sich mit den Konsequenzen einer Supersymmetrie auseinander zu setzen.

Ein weiteres Argument für Supersymmetrie ist die Möglichkeit des Einbaus der Gravitation in eine einheitliche Beschreibung mit den anderen Natur-Kräften. Wenn die Parameter einer Susy-Transformation (siehe Kap. 2.3.3) θ nicht mehr konstant sind $\Theta = \Theta(x)$, so ist der Antikommutator zweier Susytransformationen $[\Theta(x)Q, \bar{Q}\bar{\Theta}(x)] = 2\Theta(x)\sigma_\mu\bar{\Theta}(x)P^\mu$, also eine von Punkt zu Punkt variierende Raum-Zeit-Translation : Eine allgemeine Koordinatentransformation also, wie sie in Einsteins Gravitationstheorie auftritt.

Supersymmetrie verknüpft innere und Raum-Zeit-Symmetrien in einer nichttrivialen Weise miteinander. Wie Coleman und Mandula bereits 1967 zeigten [17], ist dies nicht möglich, wenn man sich auf gewöhnliche Lie-Gruppen beschränkt. Dieses „no-go“-Theorem läßt sich aber umgehen, indem man fermionische Symmetrie-Generatoren zuläßt. Folglich enthält die

³Die Planckskaala liegt bei $\propto 10^{18}$ GeV Es ist die natürliche Energieskala, die sich aus den fundamentalen Naturkonstanten Lichtgeschwindigkeit, Gravitationskonstante und Plancksches Wirkungsquantum bilden läßt.

⁴Damit hat man in supersymmetrischen Modellen das fine-tuning beseitigt, aber noch nicht erklärt, *wie* es zu dieser großen Hierarchie kommt. Dazu wird möglicherweise erst eine Superstringtheorie in der Lage sein [18].

der Supersymmetrie zugrundeliegende Algebra neben den gewöhnlichen Kommutatoren auch *Anti*-Kommutatoren; sie ist eine gradierte Lie-Algebra. Es läßt sich sogar unter sehr allgemeinen Annahmen zeigen, daß Supersymmetrie die einzig mögliche nichttriviale Verknüpfung von inneren Symmetrien mit denen der Poincaré-Gruppe ist [19].

Schließlich gibt es auch phänomenologische Argumente, sich mit Supersymmetrie zu beschäftigen: Supersymmetrie liefert aussichtsreiche Kandidaten für die kalte dunkle Materie [20].

2.3.2 Allgemeines zur Supersymmetrie

Supersymmetrie hat bereits eine 30-jährige Geschichte. Myazawa war 1966 der erste, der bei dem Versuch, innere Symmetriegruppen mit nicht-kompakten Raum-Zeit-Gruppen nichttrivial zu verknüpfen⁵, die Supergruppe $SU(M/N)$ entdeckte [23]. Gervais und Sakita brachten dann 1971 die erste supersymmetrische Wirkung zu Papier [24], eine 2-dimensionale Superstring-Wirkung. Schließlich formulierten Wess und Zumino 1974 die erste 4-dimensionale supersymmetrische Wirkung einer Feldtheorie für Punktteilchen [25].

Auf zunehmendes Interesse stießen diesen Ideen aber erst, als man versuchte, das Hierarchie-Problem anzugehen. In konventionellen Theorien werden die weit auseinander liegenden Skalen, die elektroschwache Skala $M_W^2 \approx 10^4 \text{GeV}^2$ und die Vereinigungsskala $M_X^2 \approx 10^{30} \text{GeV}^2$, durch Renormierungseffekte miteinander vermischt. Folglich muß man eine (im Prinzip) unendliche Anzahl von Hyperfeinabstimmungen an den Renormierungsbedingungen anbringen.

Aufgrund von sogenannten *Nonrenormalization*-Theoremen ist dies in supersymmetrischen Theorien nicht nötig. Eine in niedrigster Ordnung eingestellte Hierarchie wird durch Schleifen- effekte nicht mehr beeinflusst.

Wie bereits erwähnt führt eine *lokale* Supersymmetrie zwangsweise auch die Gravitation ein. Die gewöhnliche Gravitationstheorie ist bekanntlich nicht renormierbar, Supergravitation hingegen kann viele der auftretenden Divergenzen beseitigen - allerdings nicht vollständig. Auch ist die größte Supergravitationstheorie nicht in der Lage, sämtliche Teilchen des Standardmodells in ihre $SO(8)$ -Gruppe einzubinden. Hier führen wohl nur Superstring-Theorien weiter.

2.3.3 Die supersymmetrische Wirkung

In supersymmetrischen Theorien hat man die gleiche Anzahl von Bosonen und Fermionen. Betrachten wir zum Nachweis den Hamiltonian:

$$H = \omega_f f^\dagger f + \omega_b b^\dagger b, \quad (2.26)$$

mit fermionischen und bosonischen Operatoren:

$$[b, b^\dagger] = \{f, f^\dagger\} = 1. \quad (2.27)$$

Für den Supersymmetrie-Operator $Q = f^\dagger b + b^\dagger f$ gilt:

$$[Q, H] = (\omega_b - \omega_f)Q, \quad (2.28)$$

⁵Supergruppen sind die einzig bekannte Möglichkeit das *Coleman-Mandula-Theorem* zu umgehen, nach dem eine naive Vereinigung von kompakten und nicht-kompakten Gruppen nur trivial, also als direktes Produkt möglich ist. Genauer gibt es bei nichttrivialer Verknüpfung von Lorentzgruppe mit kompakten Liegruppen keine unitäre, endlichdimensionale Darstellung.

so daß für $\omega_f = \omega_b = \omega$ Q mit H kommutiert. Außerdem gilt $\{Q, Q^\dagger\} = 2H/\omega$, so daß Q und Q^\dagger zusammen mit H eine Algebra bilden, wenn Fermionen und Bosonen dieselbe Energie haben.

Vom Superfeld zur Lagrange-Dichte

Zunächst definiert man eine Super-Algebra wie folgt [26]:

$$\begin{aligned} [Q_\alpha, P_\mu] &= 0 \\ \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die hier eingeführte Superladung Q_α transformiert sich wie ein linkshändiger Weyl-Spinor (Mit $\bar{Q}_{\dot{\beta}}$ bezeichnet man dessen (rechtshändiges) hermitesch konjugiertes.) σ^μ sind die Pauli-Matrizen und P_μ der Energie-Impuls-Operator.

Zwei wichtige Eigenschaften supersymmetrischer Modelle kann man bereits an der Algebra Gl. (2.29) ablesen [10]:

- Die Generatoren der Supersymmetrietransformationen kommutieren mit dem Hamilton-Operator und zu jedem Zustand existiert ein Superpartner-Zustand gleicher Energie, aber (wegen der Fermionizität der Generatoren) unterschiedlichen Spins.
- In SUSY ist die Vakuum-Energie wohldefiniert : Sei $|0\rangle$ der Grundzustand, dann folgt für ungebrochene SUSY : $Q|0\rangle = 0$; Für die Vakuumenergie gilt dann : $E_{Vak} = \langle 0|H|0\rangle = 0$. Wäre SUSY gebrochen, hätten wir : $Q_\alpha|0\rangle = |\psi_\alpha\rangle \neq 0$. Der Superstrom $J_{\mu\alpha}$ kann ein (Goldstone-)Fermion aus dem Vakuum erzeugen : $\langle \psi_{\dot{\beta}}|J^\mu_\alpha|0\rangle = f\sigma^\mu_{\dot{\beta}\alpha}$ und also $E_{Vak} = f^2$. E_{Vak} kann als Ordnungsparameter für SUSY dienen.

Um Supersymmetrie-Transformationen zu definieren, ist es zweckmäßig, einen Super-Raum einzuführen, der aus dem gewöhnlichen Minkowski-Raum x^μ durch Hinzunahme fermionischer Koordinaten $\Theta_\alpha, \bar{\Theta}_{\dot{\beta}}$ erzeugt wird:

$$\text{Superraum} : \{x^\mu, \Theta_\alpha, \bar{\Theta}_{\dot{\beta}}\} \quad (2.30)$$

Die SUSY-Algebra kann jetzt ohne die explizite Verwendung von Antikommutatoren geschrieben werden :

$$[\Theta Q, \bar{Q}\bar{\Theta}] = 2\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}P^\mu \quad (2.31)$$

$$[\Theta Q, \Theta Q] = [\bar{Q}\bar{\Theta}, \bar{Q}\bar{\Theta}] = 0 \quad (2.32)$$

Ein Superfeld $\Phi(x, \Theta, \bar{\Theta})$ wird nun durch sein Transformationsverhalten unter der Supersymmetrie-Transformation $S(x, \Theta, \bar{\Theta}) = \exp(-xP + \Theta Q + \bar{\Theta}\bar{Q})$ definiert :

$$S(y_\mu, \alpha, \bar{\alpha})\Phi(x_\mu, \Theta, \bar{\Theta}) = \Phi(x_\mu + y_\mu - i\alpha\sigma_\mu\bar{\Theta} + i\bar{\Theta}\sigma_\mu\alpha, \Theta + \alpha, \bar{\Theta} + \bar{\alpha}) \quad (2.33)$$

Im Superraum können die Generatoren als Differentialoperatoren dargestellt werden:

$$P_\mu = i\frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv i\partial_\mu \quad (2.34)$$

$$Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} - i\sigma^\mu_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\Theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu \quad (2.35)$$

$$\bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\Theta}^{\dot{\alpha}}} + i\Theta^\beta\sigma^\mu_{\beta\dot{\alpha}}\partial_\mu \quad (2.36)$$

In der linkshändigen Darstellung $\Phi(x_\mu, \Theta, \bar{\Theta}) = \Phi_L(x_\mu + i\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}, \Theta, \bar{\Theta})$ sind die Ladungen $Q_L = \partial_\Theta = \frac{\partial}{\partial\Theta}$ und $\bar{Q}_L = -\partial_{\bar{\Theta}} + 2i\Theta\sigma_\mu\partial^\mu$ und die kovarianten Ableitungen durch :

$$D_L = \partial_\Theta + 2i\sigma_\mu\bar{\Theta}\partial^\mu \quad (2.37)$$

$$\bar{D}_L = -\partial_{\bar{\Theta}} \quad (2.38)$$

gegeben. Ist $\Phi(x, \Theta, \bar{\Theta})$ ein allgemeines (komplexes) Superfeld, dann ist durch

$$\bar{D}_L\Phi = 0 \quad (2.39)$$

ein chirales Superfeld definiert. In der L-Darstellung bedeutet $\bar{D}_L\Phi_L = 0$, daß Φ nicht von $\bar{\Theta}$ abhängt. Die Entwicklung von Φ in Θ bricht nach dem drittem Term ab, da Θ eine antikommutierende Größe ist :

$$\Phi(x, \Theta) = \phi(x) + \Theta^\alpha\psi_\alpha(x) + \Theta^\alpha\Theta_\alpha F(x) \quad (2.40)$$

Dabei ist ϕ ein komplexer Skalar, ψ ein Weyl-Spinor und F ein weiterer komplexer Skalar, dessen Bedeutung später klar wird. Ein chirales Superfeld beschreibt also ein (Spin-0, Spin- $\frac{1}{2}$)-Multipllett. SUSY-Transformationen transformieren die verschiedenen Komponenten in die jeweils nächsthöhere und zusätzlich treten noch Terme mit Ableitungen niedrigerer Komponentenfelder auf :

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \alpha^\beta\psi_\beta \\ \delta\psi &= 2\alpha_\beta F(x) + 2i\sigma_{\beta\dot{\alpha}}^\mu\bar{\alpha}^{\dot{\alpha}}(\partial_\mu\phi) \\ \delta F &= -i(\partial_\mu\psi^\beta)\sigma_{\beta\dot{\alpha}}^\mu\bar{\alpha}^{\dot{\alpha}} \end{aligned}$$

Man sieht, daß sich die höchste Komponente F mit einer totalen Ableitung transformiert. Diese Eigenschaft qualifiziert F als potentiellen Kandidaten für den Aufbau einer supersymmetrischen Lagrangedichte, wie sich noch zeigen wird.

Da wir auch die (vektoriellen) Eichbosonen beschreiben wollen, führen wir noch ein reelles Superfeld ein. Wir wählen dazu die *Wess-Zumino*-Eichung [27]. In dieser Eichung entkoppeln die supersymmetrischen Gegenstücke zu den gewöhnlichen Faddeev-Popov-Geistern [7].

Wir erhalten somit die folgende spezielle Superraum-Entwicklung für das Vektor-Superfeld:

$$V(x, \Theta, \bar{\Theta}) = -\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}V^\mu + i\Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\lambda} - i\bar{\Theta}\bar{\Theta}\Theta\lambda + \frac{1}{2}\Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta}D \quad (2.41)$$

V^μ : Spin-1-Feld, λ : Eich-Fermion, D : Hilfsfeld analog zu F

Dieses (Spin-1, Spin- $\frac{1}{2}$)-Multipllett transformiert sich also so :

$$\begin{aligned} \delta V_\mu &= i\alpha\sigma_\mu\bar{\lambda} + i\bar{\alpha}\sigma_\mu\lambda \\ \delta\lambda &= \alpha\sigma^{\mu\nu}(\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu) + \bar{\alpha}D \\ \delta D &= -\alpha\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} + \bar{\alpha}\sigma^\mu\partial_\mu\lambda \end{aligned}$$

Wieder transformiert sich die höchste Komponente D mit einer totalen Ableitung.

Als Lagrange-Dichte wählen wir nun die F-Komponente des chiralen Superfeldes und die D-Komponente des Vektor-Superfeldes. Dann ist die Wirkung

$$S = \int d^4x \mathcal{L} \quad (2.42)$$

invariant unter SUSY-Transformationen.

In einer renormierbaren Theorie darf das Superpotential keine Terme höherer als dritter Ordnung in den Feldern enthalten. Andererseits ist jede Potenz eines chiralen Superfeldes wieder ein chirales Superfeld und für chirales Φ ist $\Phi^*\Phi$ ein allgemeines Vektor-Superfeld.

Unser Ansatz lautet also⁶:

$$\mathcal{L} = (\Phi^*\Phi)_D + m(\Phi^2 + \Phi^{*2})_F + \lambda(\Phi^3 + \Phi^{*3})_F \quad (2.43)$$

oder in Komponenten :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi^*) + \frac{i}{2}\psi\sigma_\mu\partial^\mu\bar{\psi} + FF^* \\ &+ m(2\phi F - \frac{1}{2}\psi\psi + h.c.) + \lambda(3\phi^2 F - \frac{3}{2}(\psi\psi)\phi + h.c.) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Der Faktor $-\frac{1}{2}$ im $\psi\psi$ -Massenterm folgt aus der Identität :

$$\Theta^\alpha\psi_\alpha\Theta^\beta\psi_\beta = -\frac{1}{2}\Theta^\alpha\Theta_\alpha\psi^\beta\psi_\beta, \quad (2.45)$$

was man unmittelbar an

$$\Theta^\alpha\Theta^\beta = -\frac{1}{2}\Theta^2\epsilon^{\alpha\beta} \quad (2.46)$$

sieht.

Analoges gilt für den Vorfaktor $-\frac{3}{2}$ im $\lambda\psi\psi\phi$ -Term.

Für das F-Feld tritt kein kinetischer Term auf und es kann via seiner rein algebraischen Bewegungsgleichung eliminiert werden :

$$F^* = -2m\phi - 3\lambda\phi^2 = -\frac{\partial g(\phi)}{\partial\phi} \quad (2.47)$$

g : Superpotential

Das Skalarpotential können wir als $V = FF^* = |2m\phi + 3\lambda\phi^2|^2$ schreiben und es gilt $V \geq 0$, wie von der Algebra vorgeschrieben.

Betrachten wir nun das Superfeld $V \sim (V_\mu, \lambda, D)$ und definieren ein spinorielles chirales Superfeld:

$$W_\alpha = \bar{D}\bar{D}[e^{-gV}D_\alpha e^{gV}] \quad (2.48)$$

g : Kopplungsparameter

Auf diese Art hat man eine Größe definiert, aus der sich eine supersymmetrische eichinvariante Lagrange-Dichte konstruieren läßt:

$$\text{Wegen } W_\alpha \rightarrow e^{-ig\Lambda} W_\alpha e^{ig\Lambda} \text{ ist } \mathcal{T}r[W_\alpha W^\alpha]$$

eichinvariant und supersymmetrisch.

Der eichkinetische Term kann dann geschrieben werden :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2g^2}(W^\alpha W_\alpha)_F \\ &= -\frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} + \frac{1}{2}D^2 \\ &\quad -\frac{i}{2}\{\lambda\sigma_\mu(\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[V^\mu, \bar{\lambda}]) \\ &\quad \quad -(\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[V^\mu, \lambda])\sigma_\mu\lambda\} \end{aligned} \quad (2.49)$$

⁶In der WZ-Eichung gilt $V^n = 0, \forall n \geq 3$

mit dem Feldstärketensor $G_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + ig[V_\mu, V_\nu]$.

Die minimale Kopplung von Materie an das Eich-System ist durch

$$(\Phi^* e^{2gV} \Phi)_D = |D_\mu \phi|^2 - \frac{i}{2} \bar{\psi} \sigma_\mu D_\mu \psi + g \phi^* D \phi + ig(\phi^*(\lambda\psi) - (\bar{\lambda}\bar{\psi})\phi) + FF^* \quad (2.50)$$

gegeben [10], wobei $D_\mu = \partial_\mu + igV_\mu$ die eich-kovariante Ableitung ist.

Für das allgemeine Skalarpotential gilt jetzt

$$V = F_i F_i^* + \frac{1}{2} D^2 \quad (2.51)$$

und da D reell ist, ist die Supersymmetrie genau dann spontan gebrochen, wenn eines der Hilfsfelder (oder beide) einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert besitzt.

2.3.4 Das minimale supersymmetrische Standardmodell (MSSM)

An Teilchen treten in der Lagrangedichte auf:

- Eich-Vektor-Bosonen und ihre fermionischen Partner, also die Bosonen der elektroschwachen Wechselwirkung Z^0, W^\pm, γ und ihre Superpartner Zino (\tilde{Z}^0 , Wino (\tilde{W}^\pm) und Photino ($\tilde{\gamma}$).
- Materie-Skalare und ihre fermionischen Partner, also die bekannten Quarks und Leptonen und ihre skalaren Partner, sowie
- Zwei Higgsdubletts und die entsprechenden Higgsinos.

Neben den kinetischen Terme treten die folgenden Wechselwirkungs-Lagrangedichten auf [28] (für Fermionen in der 2-komponentigen Notation):

- Eich-Selbst-Wechselwirkung : Neben den „3-Gluon“- und „4-Gluon“-Vertices treten Eichboson-Eichfermion-Kopplungen auf :

$$ig f_{abc} \lambda^a \sigma^\mu \bar{\lambda}^b V_\mu^c \quad (2.52)$$

wo f_{abc} die Strukturkonstanten der Eichgruppe sind.

- Eich-Materie-Wechselwirkung : mit den (hermiteschen) Generatoren T^a hat folgende Terme :

$$-g T_{ij}^a V_\mu^a (\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu \psi_j + i A_i^* \overleftrightarrow{\partial}^\mu A_j) \quad (2.53)$$

$$+ ig \sqrt{2} T_{ij}^a (\lambda^a \psi_j A_i^* - \bar{\lambda}^a \bar{\psi}_i A_j) \quad (2.54)$$

$$+ g^2 (T^a T^b)_{ij} V_\mu^a V^{\mu b} A_i^* A_j \quad (2.55)$$

- Materie-Selbst-Wechselwirkung : Das Superpotential ist eine kubische, eichinvariante Funktion in den skalaren Materie-Feldern A_i (nicht v. A_i^*). Mit Hilfe der Hilfsfelder F_i und D^a lautet das gewöhnliche Skalarpotential (-V in der Lagrangedichte) $V = \frac{1}{2} D^a D^a + F_i^* F_i$ wobei $D^a = g A_i^* T_{ij}^a A_j$ und $F_i = \frac{\partial W}{\partial A_i}$ ist. Die Yukawa-Kopplungen sind im folgenden Ausdruck enthalten :

$$- \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} \psi_i \psi_j + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} \right)^* \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \right\} \quad (2.56)$$

Wie bereits erwähnt, muß man die Supersymmetrie brechen, um -im Einklang mit der Erfahrung- die Massen von Teilchen und Superpartner unterschiedlich groß wählen zu können. Man kann zeigen, daß die Hinzunahme gewisser Terme zwar die Supersymmetrie bricht, aber durch die Massenaufspaltung zwischen den SM-Teilchen und ihren SUSY-Partnern die angenehme Eigenschaft bzgl. des *fine-tunings* erhalten bleibt. Diese Terme bezeichnet man darum auch als *soft-breaking*-Terme [29]:

$$\tilde{M}_1 Re A^2 + \tilde{M}_2 Im A^2 + \tilde{M}_3 (\lambda^\alpha \lambda^\alpha + \bar{\lambda}^\alpha \bar{\lambda}^\alpha) + c(A^3 + h.c.) \quad (2.57)$$

Es stehen $A^{2,3}$ jeweils für gruppen-invariante Kombinationen der Skalarfelder A_i , \tilde{M}_1 parametrisiert das Massensplitting zwischen den skalaren und den fermionischen Materieteilchen, \tilde{M}_3 sind Majorana-Massen für die Eichfermionen und \tilde{M}_2 drückt das Massensplitting zwischen den zwei reellen Spin-0-Feldern aus, in denen man A_i auch ausdrücken kann. Die Größe c schließlich steht für eine neue nicht-supersymmetrische skalare Wechselwirkung.

Untersucht man den Effekt, den die Kopplung spontan gebrochener Supergravitation an Materie in einer effektiven Niederenergie-Theorie hinterläßt, so findet man, [30] daß diese Niederenergie-Theorie aus einer globalen SUSY besteht. Man kann also in SUGRA die \tilde{M}_i 's und c bestimmen. Für unsere phänomenologischen Zwecke nehmen wir die Parameter als willkürlich und als vom Experiment (oder späteren Theorien) festzulegende Größen an.

Wir haben folgendes Superpotential :

$$W_F = \epsilon_{ij} (f_{ab} H_1^i \tilde{L}_a^j \tilde{R}_b + h_{ab} H_1^i \tilde{Q}_a^j \tilde{D}_b + h'_{ab} H_2^i \tilde{Q}_a^j \tilde{U}_b) \quad (2.58)$$

Unsere Theorie muß, um renormierbar zu sein, frei von Anomalien sein. Dies schlägt sich in der Forderung nieder, daß die Summe aller Fermionenladungen verschwindet. Die Einführung nur eines Higgs-Dubletts hätte zur Folge, daß auch nur ein geladener (fermionischer) Superpartner auftritt. Die Ladung dieses Higgsinos muß also durch die eines weiteren Higgs-Superpartners „abgesättigt“ werden. Dies erklärt das Auftreten von H_2 in Gl. (2.58).

Das Teilchenspektrum des minimalen supersymmetrischen Standardmodells enthält also für jedes SM-Teilchen einen im Spin um $\frac{\hbar}{2}$ unterschiedlichen Partner, sowie ein zweites Higgs-Dublett samt Superpartnern.

Für die Parameter des supersymmetrischen Higgs-Potentials ergeben sich Beziehungen, so daß nach Vorgabe von bspw. $\tan \beta$ und M_A alle Größen festliegen:

$$\begin{aligned} M_{H^0, h^0}^2 &= (M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2 + M_Z^2)^2 - 4M_Z^2 M_A^2 \cos^2 2\beta})/2 \\ M_{H^\pm}^2 &= M_A^2 + M_W^2 \\ \tan 2\alpha &= \tan 2\beta \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2}, \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha \leq 0. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Diese Formeln ersetzen im MSSM die Formeln von Gl. 2.24. Dies sind zunächst Beziehungen, die nur in niedrigster Ordnung der Störungstheorie gültig sind.

Berücksichtigt man die führenden 1-Schleifen-Strahlungskorrekturen in der Näherung des effektiven Potentials [31], so gelangt man zu folgenden Ausdrücken:

$$M_{H^0, h^0}^2 = (M_A^2 + M_Z^2 + \omega + \sigma)/2 \pm \sqrt{R} \quad (2.60)$$

mit

$$R = (M_A^2 + M_Z^2)^2 + (\omega - \sigma)^2/4 - M_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta$$

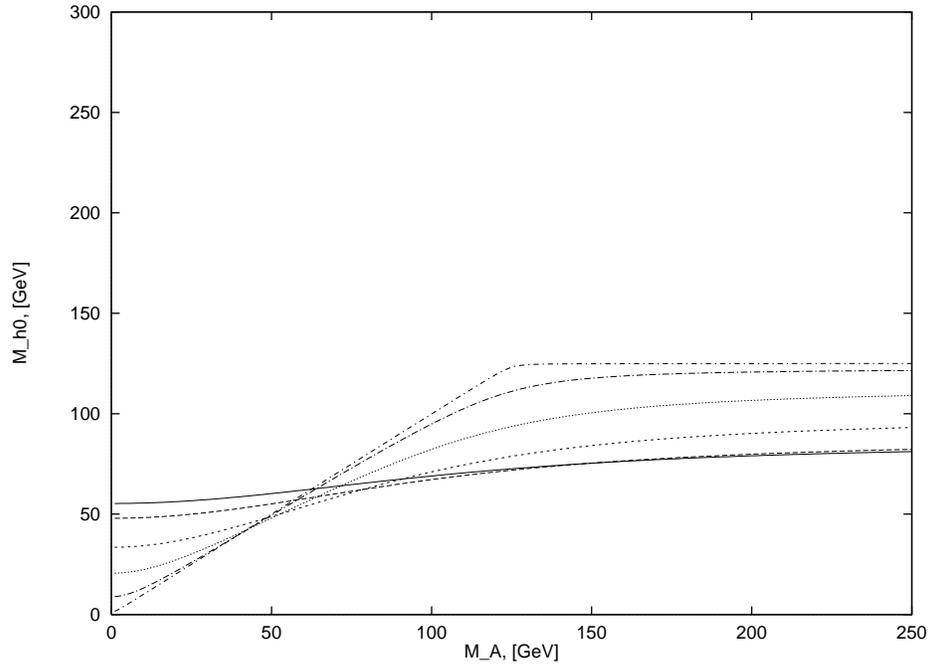


Abbildung 2.3: Die Masse des leichten Higgs-Bosons h^0 als Funktion von M_A für verschiedene Werte von $\tan \beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan \beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan \beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan \beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan \beta = 7$ (langgestrichelpunktete Linie), $\tan \beta = 50$ (kurzgestrichelpunktete Linie).

$$+(\omega - \sigma) \cos 2\beta (M_A^2 - M_Z^2)/2 - \lambda \sin 2\beta (M_A^2 + M_Z^2) + \lambda^2 \quad (2.61)$$

$$\omega = v \left(\log \frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2} + A_{\tilde{t}} + S(k + A_{\tilde{t}} S g) \right) \quad (2.62)$$

$$\lambda = v \mu S (k + 2 A_{\tilde{t}} S g) \quad (2.63)$$

$$\sigma = v (\mu S)^2 g . \quad (2.64)$$

Dabei sind v, k, g, S wie folgt definiert:

$$v = 3 G_\mu m_t^4 / (\sqrt{2} \pi^2 \sin^2 \beta) \quad (2.65)$$

$$k = \frac{\log \frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \quad (2.66)$$

$$g = \frac{1 - k(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \quad (2.67)$$

$$S = A_{\tilde{t}} + \mu / \tan \beta . \quad (2.68)$$

$m_{\tilde{t}_{1,2}}$ sind die Massen der beiden Top-Squarks. G_μ ist die Muon-Zerfallskonstante (siehe Gl.(3.2)). Für den Mischungswinkel α erhält man:

$$\tan \alpha = \frac{\lambda - (M_A^2 + M_Z^2) \sin \beta \cos \beta}{M_Z^2 \cos \beta^2 + M_A^2 \sin \beta^2 + \sigma - M_{h^0}^2} . \quad (2.69)$$

Das (H^0, h^0) -Massenspektrum ist in Abb. (2.3) und Abb. (2.4) in Abhängigkeit von M_A für verschiedene Werte von $\tan \beta$ abgebildet.

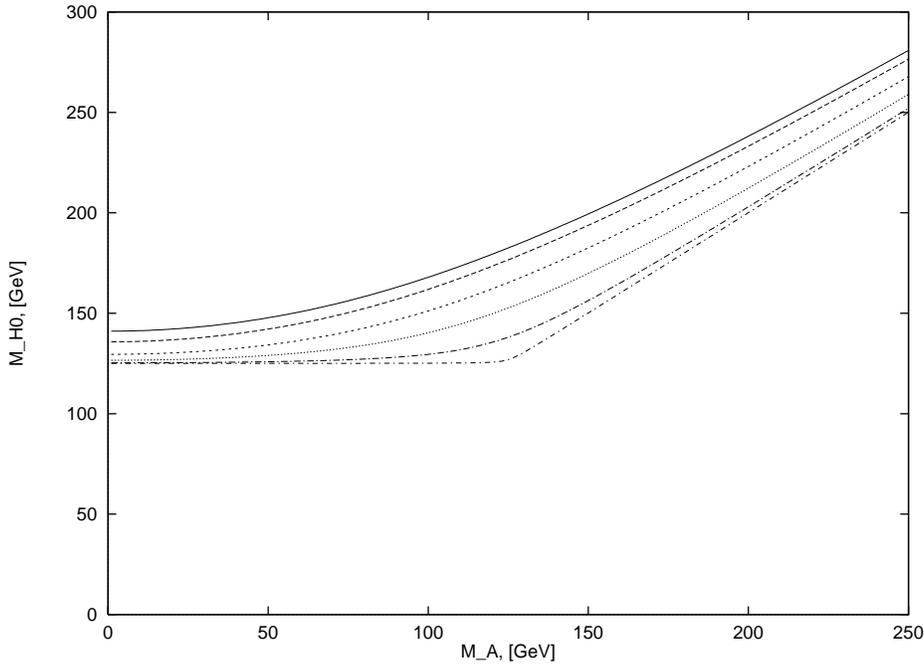


Abbildung 2.4: Die Masse des schweren Higgs-Bosons als Funktion von M_A für verschiedene Werte von $\tan\beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan\beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan\beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan\beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan\beta = 7$ (lang-gestrichpunktete Linie), $\tan\beta = 50$ (kurz-gestrichpunktete Linie).

Die Strahlungskorrekturen für die Masse des geladenen Higgs-Bosons liegen im überwiegenden Teil des Parameterraumes unter 10 GeV, lediglich für $\tan\beta \ll 1$ treten deutliche Beiträge auf (siehe z. B. Ref. [32]). Dieser Bereich ist aber theoretisch unwahrscheinlich. Außerdem würde hier die Top-Yukawa-Kopplung so groß, daß die Störungstheorie zusammenbräche.

Die Bezeichnung der Superpartner der SM-Fermionen enthält einen Index L oder R , der für „Links-“ oder „Rechtshändigkeit“ steht. Damit ist die Händigkeit der entsprechenden Fermionen im chiralen Supermultiplett gemeint. Wir erhalten somit die Gegenüberstellung nach Tab. (2.1).

	Teilchen	Superpartner
Eichsektor	γ, Z^0, W^\pm	$\tilde{\gamma}, \tilde{Z}^0, \tilde{W}^\pm$
Higgs-Sektor	H_1^i, H_2^i	$\tilde{H}_1^i, \tilde{H}_2^i$
Materie	$(\nu_l, l)_L, (u, d)_L$ l_R, u_R, d_R	$(\tilde{\nu}_l \tilde{l})_L, (\tilde{u}, \tilde{d})_L$ $\tilde{l}_R, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R$

Tabelle 2.1: Teilchen und Superpartner im MSSM

Der Übersichtlichkeit wegen haben wir den Generationenindex und bei den Quarks auch die Colour-Freiheitsgrade unterdrückt, sowie die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Rotation vernachlässigt.

Aufgrund der experimentellen Abwesenheit von gleichschweren Superpartnern ist es klar, daß Supersymmetrie keine exakte Symmetrie in der Natur sein kann. Bricht man, wie bereits erwähnt, SUSY zwar explizit, aber sanft, so ergibt sich die Möglichkeit einer Mischung der Stromzustände der Superpartner untereinander. Die erwarteten physikalischen Teilchen sind also Mischungszustände der in der Tab. (2.1) aufgeführten Superpartner.

Schematisch kann man also schreiben:

$$\tilde{\gamma}, \tilde{Z}^0, \tilde{W}^\pm, \tilde{H}_1^i, \tilde{H}_2^i \xrightarrow{\text{mixing}} \tilde{\chi}_i^+, \tilde{\chi}_j^0 \quad (2.70)$$

$$\text{bzw. } \tilde{q}_L, \tilde{q}_R \xrightarrow{\text{mixing}} \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 \quad (2.71)$$

Den Übergang zu Masseneigenzuständen geben wir in Anhang A an.

Die für unsere Berechnungen relevanten Feynman-Regeln ergeben sich aus den folgenden Lagrange-Dichten:

- die $\underline{Z\tilde{\chi}_i\tilde{\chi}_j}$ -Kopplung ist im Eich-Selbstwechselwirkung-Term (Gl. 2.52) enthalten.
- die $\underline{Z\tilde{q}^*\tilde{q}}$ -Kopplung sowie die SM-Kopplung des Z an Quarks entnimmt man Gl. 2.53, während
- die $\underline{\tilde{\chi}q_i\tilde{q}_j}$ -Kopplung in Gl. 2.54 enthalten ist.

Die explizite Form der Feynman-Regeln geben wir in Anhang B an.

Kapitel 3

Präzision in Theorie und Experiment

Die in dieser Arbeit behandelten Modelle basieren auf renormierbaren Quantenfeldtheorien, in deren Rahmen mit Hilfe der Störungstheorie Vorhersagen für Observablen der wechselwirkenden Teilchen auf Quantenniveau gewonnen werden können. Die zentrale Größe bei der Beschreibung der Dynamik wechselwirkender Teilchen ist die Streu-Matrix (S-Matrix), deren Matrixelemente Übergangsamplituden darstellen und eng mit physikalischen Messungen in Beziehung stehen. Innerhalb der Quantenfeldtheorie (QFT) ist es Low und Lehmann et al. (LSZ-Reduktionsformalismus) [33] mit Hilfe der Asymptotenbedingung gelungen, die Berechnung der S-Matrixelemente auf die von Vakuum Erwartungswerten eines Produkts von Feldoperatoren (Greensfunktionen) zu reduzieren. Die Asymptotenbedingung besagt, daß für Zeiten $t \rightarrow \pm\infty$ die Matrixelemente der Feldoperatoren der Theorie mit Wechselwirkung $\Phi(x)$ in die der Feldoperatoren der freien Theorie $\Phi_{out,in}(x)$ übergehen:

$$\Phi(x) \xrightarrow{t \rightarrow \pm\infty} \sqrt{Z} \Phi_{out,in}(x) ,$$

wobei Z ein Normierungsfaktor ('Wellenfunktionsrenormierung') ist. Als Ergebnis sind die S-Matrixelemente über vollständige Greensfunktionen wechselwirkender Felder darstellbar, wobei die äußeren Beine amputiert wurden und die externen Impulse p_i auf der Massenschale $p_i^2 = m_i^2$ liegen [36]. Für die vollständige Greensfunktion wechselwirkender Felder existiert kein exakter, geschlossener Ausdruck. Allerdings, unter Annahme einer schwachen Kopplung, so daß die Wechselwirkung nur als eine Störung des freien Systems aufgefaßt werden kann, können die Wechselwirkungsfelder als Störungsreihe in Potenzen der Kopplungsstärken g_i und der bekannten Felder der freien Theorie dargestellt werden. Im Rahmen der Störungstheorie ist dann die vollständige Greensfunktion als Vakuum Erwartungswert des zeitgeordneten Produkts von Feldern der freien Theorie darstellbar und Ordnung für Ordnung in g_i auswertbar. Mit Hilfe des Wickschen Theorems [34] reduziert sich das zeitgeordnete Produkt der freien Felder zu Kombinationen von Normalprodukten und kovarianten Propagatoren. Diese Kombinationen können wiederum in die graphische Sprache von Feynman-Diagrammen übersetzt werden.

Die niedrigste Ordnung ergibt die sog. Bornsche Näherung, in der die Resultate mit denen einer klassischen Theorie übereinstimmen. Das Niveau von Strahlungskorrekturen ist ab der zweiten Ordnung erreicht, wenn virtuelle (und reelle) Erzeugungs- und Vernichtungsprozesse auftreten. Die zunächst undefinierten Ausdrücke für die S-Matrixelemente, die ab dieser Ordnung auftreten können, lassen sich nach dem Ausführen eines Renormierungsprogramms

physikalisch interpretieren. In dieser Arbeit wurden die auftretenden UV-Divergenzen zuerst mit Hilfe der dimensional Regularisierung [35] in eine mathematisch wohldefinierte Form gebracht. Nach Ausführung des *on-shell* Renormierungsverfahrens heben sie sich dann gegen die entsprechenden Divergenzen in den Gegentermen auf [36, 37, 6].

Der Einfluß von (virtuellen) Strahlungskorrekturen auf die Vorhersage von Observablen (z.B. Wirkungsquerschnitte, Zerfallsbreiten) liegt typischerweise im Bereich von einigen Promille bis Prozent. Folglich muß auch die experimentelle Bestimmung diese Genauigkeit erreichen, um eine Theorie auf dem Quantenniveau überprüfen zu können. Ein beeindruckendes Beispiel ist die überaus genaue Messung des anormalen magnetischen Moments des Elektrons, dessen Übereinstimmung mit der auf Quantenniveau gewonnenen theoretischen Vorhersage die Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung als quantisierte Eichfeldtheorie in ihrer störungstheoretischen Auswertung eindrucksvoll bestätigte. Mit den bis auf zumeist Promille genau gemessenen Observablen der Z -Resonanz einerseits und den Berechnungen der Z -Observablen einschliesslich Strahlungskorrekturen andererseits kann nicht nur das SM der elektroschwachen Wechselwirkung als störungstheoretische Quantenfeldtheorie getestet werden, sondern es ist auch die Möglichkeit zur Suche nach neuer Physik gegeben. Nachfolgend werden die Präzisions-Meßgrößen, die in dieser Arbeit mit den theoretischen Vorhersagen im Rahmen verschiedener Erweiterungen des SM konfrontiert werden, aufgelistet zusammen mit den experimentellen Werten und deren beeindruckend kleinen Fehlern [38, 39]:

M_Z : Die Masse des neutralen schwachen Eichbosons

$$M_Z = 91.1887 \pm 0.020 \text{ GeV}$$

M_W : Die Masse des geladenen schwachen Eichbosons

$$M_W = 80.356 \pm 0.125 \text{ GeV}$$

Γ_{lept} : Die partielle leptonische Zerfallsbreite $Z \rightarrow$ Leptonen

$$\Gamma_{lept} = 83.96 \pm 0.18 \text{ MeV}$$

Γ_Z : Die totale Zerfallsbreite des Z -Bosons

$$\Gamma_Z = 2494.6 \pm 2.7 \text{ MeV}$$

σ_{had}^0 : Der hadronische Wirkungsquerschnitt bei $q^2 = M_Z^2$

$$\sigma_{had}^0 = 41.508 \pm 0.056 \text{ nbarn}$$

R_{lept} : Das Verzweigungsverhältnis $\Gamma_{had}/\Gamma_{lept}$

$$R_{lept} = 20.778 \pm 0.029$$

$R_{b\bar{b}}$: Das Verzweigungsverhältnis $Z \rightarrow b\bar{b}/\Gamma_{had}$

$$R_{b\bar{b}} = 0.2179 \pm 0.0012$$

$R_{c\bar{c}}$: Das Verzweigungsverhältnis $Z \rightarrow c\bar{c}/\Gamma_{had}$

$$R_{c\bar{c}} = 0.1715 \pm 0.0056$$

s_{lept}^2 : Der effektive leptonische Mischungswinkel

$$s_{lept}^2 = 0.2321 \pm 0.0004$$

A_{FB}^l : Die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie bei der Erzeugung von Leptonen bei e^+e^- -Kollisionen auf der Z -Resonanz

$$A_{FB}^l = 0.0174 \pm 0.0010$$

A_{FB}^b : Die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie bei der Erzeugung von b -Quarks bei e^+e^- -Kollisionen auf der Z -Resonanz

$$A_{FB}^b = 0.0979 \pm 0.0023$$

A_{FB}^c : Die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie bei der Erzeugung von c -Quarks bei e^+e^- -Kollisionen auf der Z -Resonanz

$$A_{FB}^c = 0.0733 \pm 0.0049$$

A_{LR} : Die am SLD gemessene Links–Rechts–Asymmetrie in der $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ -Reaktion

$$A_{LR} = 0.1668 \pm 0.0077$$

Der effektive leptonische Mischungswinkel s_{ept}^2 stellt keine von den Asymmetrien unabhängige Information dar, sondern wird aus den gemessenen Werten der Asymmetrien extrahiert. Der Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit den experimentellen Werten wird in dieser Arbeit unter anderem mit Hilfe eines χ^2 -Fits [40] durchgeführt, wobei χ^2 wie folgt definiert ist:

$$\chi^2 = \sum_i \epsilon_i C_{ij} \epsilon_j \quad (3.1)$$

mit $\epsilon_i = (\mathcal{O}_i^{exp} - \mathcal{O}_i^{theo})/(\Delta \mathcal{O}_i^{exp})$. $\mathcal{O}_i^{theo,exp}$ ist der theoretische bzw. experimentelle Wert der i -ten Observable und $\Delta \mathcal{O}_i^{exp}$ stellt den zugehörigen experimentellen Fehler dar. Dabei wird die bestehende Korrelation zwischen den Messungen der Observablen mit Hilfe einer Korrelationsmatrix C berücksichtigt [38]. $\chi^2/d.o.f.$ ist dann ein Maß dafür wie gut das betrachtete Modell die experimentellen Gegebenheiten beschreibt. Die Bestimmung des Minimums von χ^2 zusammen mit den $n-\sigma$ -Grenzen liefert eine mit bestimmter Wahrscheinlichkeit realisierte Vorhersage für den gewählten Satz von freien Parametern des Modells.

3.1 Der μ -Zerfall

Als Input-Größen werden die Fermi-Konstante gemessen im Muon-Zerfall $G_F = G_\mu$, die Feinstrukturkonstante α und die Masse des Z -Bosons verwendet. Die Masse des W -Bosons ist dann mit diesen Input-Größen über folgende implizite Gleichung bestimmt [41]:

$$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{\pi \alpha}{2s_W^2 M_W^2} \frac{1}{1 - \Delta r(\alpha, M_W, M_Z, m_t, \dots)}, \quad (3.2)$$

wobei Δr die Strahlungskorrekturen zum μ -Zerfall im jeweiligen betrachteten Modell umfaßt. Die Größe s_W^2 , der Sinus des elektroschwachen Mischungswinkels θ_W ist nicht unabhängig von den Massen der schwachen Eichbosonen, sondern über die Relation $s_W^2 = 1 - M_W^2/M_Z^2$ mit ihnen verknüpft [42].

Δr setzt sich aus der renormierten W Selbstenergie und den Vertex- und Box-Korrekturen zum μ -Zerfall $\Delta r_{Box+Vertex}$ zusammen

$$\Delta r = \frac{\hat{\Sigma}^W(0)}{M_W^2} + \Delta r_{Box+Vertex}. \quad (3.3)$$

Die Darstellung von Δr durch die unrenormierten Selbstenergien ist in Anhang B zu finden. Im SM ist $\Delta r_{Box+Vertex}$ ein relativ konstanter Beitrag zum gesamten Δr [6]:

$$\Delta r_{Box+Vertex}^{SM} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(6 + \frac{7 - 4s_W^2}{2s_W^2} \log c_W^2 \right). \quad (3.4)$$

Die zusätzlichen Box- und Vertex-Beiträge im MSSM sind ebenfalls in Anhang B explizit angegeben (Gl. (B.46)). Die (irreduziblen) Beiträge höherer Ordnung ([43],[44]) zu Δr werden durch die Substitution

$$\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \rightarrow \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} + \Delta\rho^{(HO)} \quad (3.5)$$

berücksichtigt. Dabei ist

$$\Delta\rho^{(HO)} = \frac{3\alpha m_t^2}{16\pi s_W^2 c_W^2 M_Z^2} \left(1 + \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \Delta\rho^{(2)}(m_t^2/M_H^2) + \delta_{(3)}^{QCD} \right) \quad (3.6)$$

Die Funktion $\Delta\rho^{(2)}$ findet sich in [45]. $\delta_{(3)}^{QCD}$ enthält die QCD-Korrekturen bis einschliesslich $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ ($\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ liefert $-\frac{8}{9}(\pi^2 + 3)$ [46]; für die explizite Darstellung der 3-Schleifenbeiträge siehe [47]).

Eine ausführliche Diskussion von Δr im Rahmen des SM ist in Ref. [6, 48] zu finden. Im MSSM wurde Δr ausführlich in [49] diskutiert. Das im nächsten Kapitel diskutierte M_W enthält aufgrund von Gl. 3.2 dieselbe Information wie Δr .

3.2 Die Observablen der Z -Resonanz

Die Kopplung der Fermionen an das Z -Boson ist darstellbar in Form eines neutralen Stroms:

$$\mathcal{J}_{NC}^\mu = e\bar{\psi}\gamma^\mu(g_V^f - g_A^f\gamma_5)\psi. \quad (3.7)$$

Dabei sind $g_{V,A}^f$ effektive Vektor- bzw. Axialvektor-Kopplungskonstanten, die neben den Kopplungen auf Born-Niveau

$$v_f = \frac{I_3^f - Q_f s_W^2}{2s_W c_W} \quad (3.8)$$

$$a_f = \frac{I_3^f}{2s_W c_W} \quad (3.9)$$

die Beiträge der nichtuniversellen Vertexkorrekturen in Form von Vektor- und Axialvektor-Formfaktoren $F_{V,A}^f$ sowie die universellen Z -Propagatorkorrekturen Z_Z und Z_M enthalten :

$$g_V^f = \sqrt{Z_Z}(v_f + F_V^f - Q_f Z_M) \quad (3.10)$$

$$g_A^f = \sqrt{Z_Z}(a_f + F_A^f). \quad (3.11)$$

Die nach Ausführung des *on-shell* Renormierungsverfahrens endlichen Formfaktoren $F_{V,A}^f$ setzen sich aus den 1-Schleifenbeiträgen zum Zff -Vertex $\Delta F_{V,A}^f$ und den Gegentermen wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} F_V^f &= \Delta F_V^f + v_f \delta Z_V^f + a_f \delta Z_A^f \\ F_A^f &= \Delta F_A^f + v_f \delta Z_A^f + a_f \delta Z_V^f \end{aligned} \quad (3.12)$$

mit den Renormierungskonstanten

$$\begin{aligned} \delta Z_V^f &= -\Sigma_V(m_f^2) - 2m_f^2 \frac{\partial}{\partial p_f^2} (\Sigma_V + \Sigma_S)_{p_f^2=m_f^2} \\ \delta Z_A^f &= \Sigma_A(m_f^2) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Die Ausdrücke $\Delta F_{V,A}^f$ ergeben sich aus Gl. B.10. In Abb. (3.1) sind alle im MSSM beitragenden Feynman-Diagramme zur 1-Schleifen-Vertexkorrektur $\Delta F_{V,A}^f$ sowie zur Fermion-Selbstenergie Σ dargestellt. Die in 't Hooft-Feynman-Eichung erhaltenen expliziten Ausdrücke sind in Anhang B (Gln. B.10,B.12,B.14) aufgelistet. Die universellen endlichen Beiträge Z_Z (Z -Wellenfunktionsrenormierung) und die (γZ) -Mischung Z_M ergeben sich aus der (γZ) -Propagator-Matrix wie folgt:

$$Z_M = -\frac{\hat{\Sigma}_{\gamma Z}(M_Z^2)}{M_Z^2 + \hat{\Sigma}_{\gamma}(M_Z^2)} \quad (3.14)$$

$$Z_Z^{-1} = 1 + \frac{\partial}{\partial s} \left[\hat{\Sigma}_Z(s) - \frac{\hat{\Sigma}_{\gamma Z}^2(s)}{s + \hat{\Sigma}_{\gamma}(s)} \right]_{s=M_Z^2} \quad (3.15)$$

Die Beschreibung der renormierten Eichboson-Selbstenergien $\hat{\Sigma}_{\gamma,\gamma Z,Z,W}$ über die unrenormierten sowie die Gegenterme sind in Anhang B (B.4) zu finden.

Nun können wir die einzelnen Observablen durch diese Größen ausdrücken:

Für die partiellen Zerfallsbreiten im Falle $f \neq b$ gilt:

$$\Gamma_{ff} = N_C^f \Gamma_0 \sqrt{1 - 4\mu_f} \left((1 + 2\mu_f)(g_V^f)^2 + (1 - 4\mu_f)(g_A^f)^2 \right) \left(1 + \frac{N_C^f - 1}{2} \delta_{QCD} \right) (1 + \delta_{QED}^f) \quad (3.16)$$

wobei die Abkürzungen

$$\mu_f = \frac{m_f^2}{M_Z^2} \quad \text{und} \quad \Gamma_0 = \frac{\alpha M_Z}{3}$$

verwendet wurden. N_C^f bezeichnet den Farbfaktor (Leptonen: $N_C^f = 1$, Quarks: $N_C^f = 3$). M_W (und damit auch s_W^2) wird über G_μ mit Δr berechnet, indem man die implizite Gl. 3.2 iterativ löst. Der QED-Beitrag zu den Strahlungskorrekturen ergibt sich zu

$$\delta_{QED}^f = \frac{3\alpha Q_f^2}{4\pi}$$

und die QCD-Korrektur für masselose hadronische Endzustände lautet ([50],[51]):

$$\delta_{QCD} = \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) + 1.405 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 12.8 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 - \frac{Q_f^2 \alpha \alpha_s}{4 \pi^2} .$$

Der Term $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ ist kein reiner QCD Beitrag, wurde aber hier hinzugefügt. Der Zerfall des Z -Bosons in b -Quarks ist wie folgt beschrieben:

$$\Gamma_{bb} = 3 \Gamma_0 \left((g_V^b)^2 + (g_A^b)^2 \right) (1 + \delta_{QCD}) (1 + \delta_{QED}^b) + \Delta_b \quad (3.17)$$

Die Größe Δ_b enthält neben den b -Quark spezifischen QCD-Korrekturen [50] auch den führenden 2-Schleifenbeitrag in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ [44] sowie den Effekt der nichtverschwindenden b -Quarkmasse:

$$\Delta_b = \Delta_b^{(\alpha\alpha_s)} + R_V (g_V^d)^2 + R_A (g_A^d)^2 \quad (3.18)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta_b^{(\alpha\alpha_s)} &= \frac{G_F m_t^2}{4\pi^2 \sqrt{2}} \frac{\pi^2 - 3}{3} \left(1 - \frac{2}{3} s_d^2 \right) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) \\ R_V &= 12 \frac{m_b^2}{M_Z^2} \left[\left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) + (6.07 - 2l) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

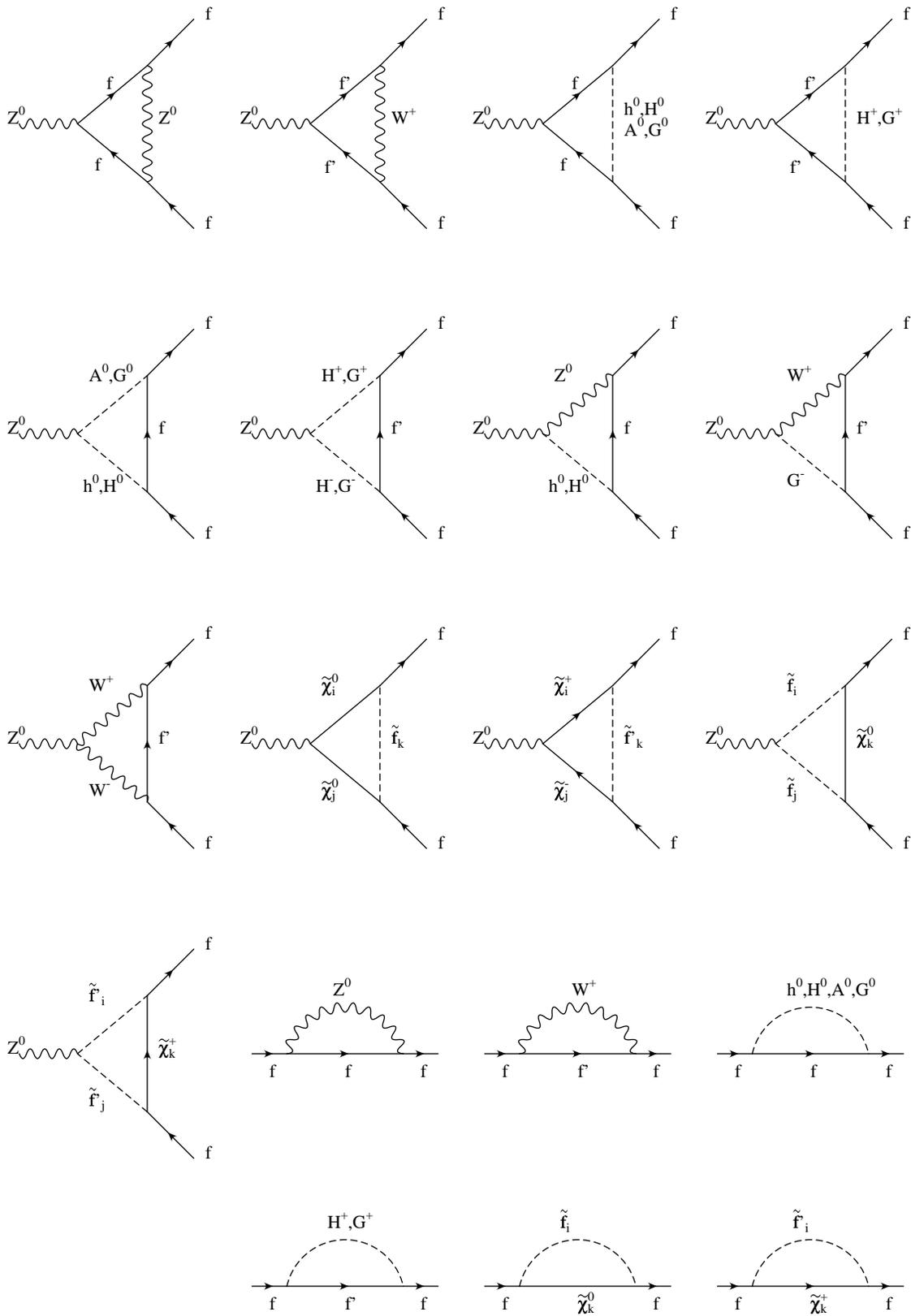


Abbildung 3.1: 1-Schleifenbeiträge zum Zff -Vertex und zur Fermion-Selbstenergie im Rahmen des MSSM. $i, j, k = 1 \cdots 2(4)$ kennzeichnen die 2 Charginos $\tilde{\chi}^\pm$ und 4 Neutralinos $\tilde{\chi}^0$, h^0, H^0 sind die beiden neutralen skalaren Higgs-Bosonen, A^0 das pseudoskalare und H^\pm das geladene Higgs-Boson. G^0, G^\pm sind die Higgs-Geister.

$$+(2.38 - 24.29l + 0.083l^2) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \Big] \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} R_A = & 6 \frac{m_b^2}{M_Z^2} \left[-1 + (2l - 1) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right) \right. \\ & \left. + \left(17.96 + \log \frac{m_t^2}{M_Z^2} + 14.14l - 0.083l^2 \right) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \right] \\ & + \frac{1}{3} I \left(\frac{M_Z^2}{4m_t^2} \right) \left(\frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

wobei $I(x) = -9.25 + 1.037x + 0.0632x^2 + 6 \log(2\sqrt{x})$ und $l = \log M_Z^2/m_b^2$. Der Effekt von $m_b \neq 0$ steckt im α_s -unabhängigen Teil von R_A . Dabei wurde die vollständige m_b -Abhängigkeit (entsprechend Gl. 3.16) bis zur Ordnung $(m_b/M_Z)^2$ entwickelt. s_d^2 ist nach Gleichung 3.23 berechnet.

Die totale Zerfallsbreite Γ_Z ist die Summe der partiellen Zerfallsbreiten

$$\Gamma_Z = \sum_f \Gamma_f.$$

Die hadronische Zerfallsbreite Γ_{had} ist die Summe aller partiellen Zerfallsbreiten in Quarks. Der hadronische Wirkungsquerschnitt bei $q^2 = M_Z^2$ ist dann:

$$\sigma_{had}^0 = \frac{12\pi}{M_Z^2} \frac{\Gamma_{ee, had}}{\Gamma_Z} \quad (3.22)$$

Die Flavour-abhängigen effektiven Mischungswinkel s_f^2 sind über die effektiven Kopplungen wie folgt definiert:

$$s_f^2 = \frac{1}{4|Q_f|} \text{Re} \left(1 - \frac{g_V^f}{g_A^f} \right). \quad (3.23)$$

Die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien A_{FB}^f lauten :

$$A_{FB}^f = \frac{3}{4} A^e A^f, \quad (3.24)$$

wobei

$$A^f = \text{Re} \left(\frac{2g_V^f/g_A^f}{1 + (g_V^f/g_A^f)^2} \right). \quad (3.25)$$

Es ist $A^e = A_{LR}$ die Links-Rechts-Asymmetrie. Per Definition enthalten die partiellen Breiten, im Gegensatz zu den Asymmetrien, bei denen in der Berechnung nur der reine Z^0 -Austausch berücksichtigt wird, auch photonische und starke Korrekturen.

Kapitel 4

Theoretische Vorhersagen und die Konsequenzen

4.1 Vorhersagen des Standardmodells und Präzisionsdaten

Wir beginnen die Diskussion mit einer Betrachtung der Konsequenzen von Präzisionsmessungen für die Parameter des Standardmodells.

Als Input-Parameter wählt man die folgenden äußerst genau gemessenen Größen [38, 40]:

$$M_Z = 91.1863 \pm 0.002 \text{ GeV} , G_\mu = 1.16639(2) 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \text{ und } \alpha(0) \equiv \alpha = 1/137.0359895 ,$$

die zusammen mit den weniger genauen oder unbekanntenen SM-Parametern $m_t, \alpha_s, \alpha^{-1}(M_Z^2)$ und M_H das SM festlegen. Die Massen der leichten Quarks, die einer direkten experimentellen Bestimmung nicht zugänglich sind, sind unter Verwendung der in Ref. [52] berechneten hadronischen Vakuumpolarisation $\hat{\Pi}_{had}^\gamma$ bestimmt worden :

Den hadronischen Teil der Vakuumpolarisation gewinnt man indirekt aus dem Dispersionsintegral über den e^+e^- -Wirkungsquerschnitt [52]

$$\hat{\Pi}_{had}^\gamma(M_Z^2) = \frac{\alpha M_Z^2}{3\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds'}{s'} \frac{R^\gamma(s')}{s' - M_Z^2 - i\epsilon} \quad (4.1)$$

mit

$$R^\gamma(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} .$$

Unter Verwendung von e^+e^- -Daten aus Niederenergie-Experimenten ($\sqrt{s} < 40 \text{ GeV}$) und von störungstheoretischer QCD oberhalb dieser Energie ergibt sich $\hat{\Pi}_{had}^\gamma$ aus Gl. (4.1) zu (fünf Flavours und $M_Z=91.1887 \text{ GeV}$) [52]:

$$\text{Re}\hat{\Pi}_{had}^\gamma(M_Z^2) = -0.0280 \pm 0.0007 .$$

Die hier verwendeten (leichten) Quarkmassen sind als formale Größen so gewählt, daß die hadronische Vakuumpolarisation berechnet mit den Formeln von Anhang B über

$$\text{Re}\hat{\Pi}_{had}^\gamma(M_Z^2) = \sum_{F=u,d,c,s,b} \left(\frac{\text{Re}\Sigma_{FF}^{\gamma\gamma T}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\partial \Sigma_{FF}^{\gamma\gamma T}(s)}{\partial s} \Big|_{s=0} \right) \quad (4.2)$$

Observable	Experiment	Standardmodell
M_W	80.356 ± 0.125	80.316
R_{lept}	83.96 ± 0.18	83.904
R_Z	2494.6 ± 2.7	2496.5
σ_{had}^0	41.508 ± 0.056	41.439
R_{lept}	20.778 ± 0.029	20.781
$R_{b\bar{b}}$	0.2179 ± 0.0012	0.21587
$R_{c\bar{c}}$	0.1715 ± 0.0056	0.1710
s_{lept}^2	0.2321 ± 0.0004	0.23199
s_b^2	—	0.23368
A_{FB}^l	0.0174 ± 0.0010	0.01540
A_{FB}^b	0.0979 ± 0.0023	0.10040
A_{FB}^c	0.0733 ± 0.0049	0.07160
$A_{LR}(SLD)$	0.1668 ± 0.0077	0.14330

Tabelle 4.1: Der Vergleich der Präzisions-Meßgrößen mit deren theoretischen Vorhersagen im Rahmen des SM.

diesen Meßwert reproduziert. Es handelt sich also um effektive, und nicht um physikalische Massenparameter. Zusammen mit dem leptonen Anteil zu $\text{Re}\hat{\Pi}^\gamma(M_Z^2)$ liefert diese Bestimmung der hadronischen Vakuumpolarisation eine Messung der effektiven QED Kopplungskonstante

$$\alpha(s) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha(s)} \quad (4.3)$$

mit

$$\Delta\alpha(s) = -\text{Re}\hat{\Pi}_{ferm}^\gamma(s) \quad (4.4)$$

an der Skala $s = M_Z^2$ [52]:

$$\alpha^{-1}(M_Z^2) = 128.89 \pm 0.09 .$$

In Tab. (4.1) ist die theoretische Vorhersage für die in Kapitel 3 vorgestellten Observablen, berechnet im Rahmen des SM und unter Berücksichtigung aller bekannten Strahlungskorrekturen in höherer Ordnung Störungstheorie, den experimentellen Werten gegenübergestellt. Für die Berechnung wurde folgende Wahl für die SM-Parameter getroffen:

$$m_t = 175 \text{ GeV} , M_H = 300 \text{ GeV} , \alpha_s(M_Z) = 0.123 , \alpha^{-1}(M_Z^2) = 128.89 .$$

Insbesondere in Bezug auf der Suche nach möglichen Abweichungen von der SM-Vorhersage ist das Verständnis der Unsicherheiten in der theoretischen Vorhersage von Bedeutung. Man erhält in den theoretischen Vorhersagen, außer durch nicht genau bekannte Input-Parameter, zusätzliche Unsicherheiten durch die verschiedenen Möglichkeiten der Berücksichtigung führender und sub-führender Beiträge höherer Ordnung in der Störungstheorie. Für eine ausführliche Diskussion sei auf Ref. [44] verwiesen.

4.1.1 Unsicherheiten in den Standardmodell-Vorhersagen

Es stellt sich also zunächst die Frage, wie sehr die SM-Vorhersagen von den mit experimentellen Unsicherheiten behafteten Input-Größen (m_t , α_s und $\alpha^{-1}(M_Z^2)$) und der noch unbekanntem

	Δm_t	$\Delta M_H^{(1)}$	$\Delta M_H^{(2)}$	$\Delta M_H^{(3)}$	$\Delta \alpha_s$	$\Delta \alpha^{-1}(M_Z^2)$
M_W	$6.3 \cdot 10^{-3}$	$6.1 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-1}$	$1.4 \cdot 10^{-1}$
, Z	$2.4 \cdot 10^{-1}$	$2.2 \cdot 10^{-2}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$5.9 \cdot 10^{-3}$	530	6.7
R_{lept}	$3.3 \cdot 10^{-4}$	$8.6 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	6.6	$4.5 \cdot 10^{-2}$
$R_{b\bar{b}}$	$3.6 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{-7}$	$9.7 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-9}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$
$R_{c\bar{c}}$	$9.6 \cdot 10^{-6}$	$3.6 \cdot 10^{-7}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$3.9 \cdot 10^{-8}$	$3.9 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-4}$
$A_{FB}^{0,lept}$	$5.7 \cdot 10^{-5}$	$9.2 \cdot 10^{-6}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$	$5.8 \cdot 10^{-3}$	$4.4 \cdot 10^{-3}$
$A_{FB}^{0,b}$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$2.9 \cdot 10^{-5}$	$1.1 \cdot 10^{-5}$	$4.3 \cdot 10^{-6}$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$
$A_{FB}^{0,c}$	$1.4 \cdot 10^{-4}$	$2.3 \cdot 10^{-5}$	$8.2 \cdot 10^{-6}$	$3.3 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$
σ_{had}^0	$5.8 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$8.3 \cdot 10^{-6}$	$4.6 \cdot 10^{-6}$	5.3	$1.1 \cdot 10^{-2}$
s_{lept}^2	$3.3 \cdot 10^{-5}$	$5.2 \cdot 10^{-6}$	$1.9 \cdot 10^{-6}$	$7.8 \cdot 10^{-7}$	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^{-3}$
s_b^2	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$5.0 \cdot 10^{-6}$	$1.9 \cdot 10^{-6}$	$7.9 \cdot 10^{-7}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$2.6 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 4.2: Der Einfluß der Unsicherheiten in den SM-Parametern auf die Genauigkeit der theoretischen Vorhersage für die Observablen. M_W in [GeV], $, Z$ in [MeV] und σ_{had}^0 in [nb]. Zum Beispiel induziert eine Unsicherheit von 0.006 in α_s eine Unsicherheit von $530 \times 0.006 = 3.2$ MeV in der Vorhersage von $, Z$. Bei der Bestimmung der einzelnen Koeffizienten wurden die anderen Parameter jeweils auf den angegebenen Zentralwert fixiert ($M_H=300$ GeV). Siehe auch Gl. 4.6.

Higgs-Masse abhängen. Die Antwort findet sich in Tab. (4.2). Dort sind die Variationskoeffizienten einiger wichtiger elektroschwacher Observablen angegeben, wenn die Werte für die Input-Größen innerhalb folgender Intervalle variieren:

$$\begin{aligned}
m_t &= 180 \pm 12 \text{ GeV} \\
M_H^{(1)} &= 100 \pm 10 \text{ GeV} \\
M_H^{(2)} &= 300 \pm 30 \text{ GeV} \\
M_H^{(3)} &= 750 \pm 75 \text{ GeV} \\
\alpha_s &= 0.123 \pm 0.006 \\
\alpha^{-1}(M_Z^2) &= 128.89 \pm 0.09
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Da für die Higgs-Masse nur eine untere Schranke von $M_H > 66$ GeV [12] als Ergebnis der direkten Suche an Beschleunigern und aus theoretischen Überlegungen eine obere Schranke von ~ 1 TeV [13] angegeben werden kann, ist für die Annahme eines leichten, mittelschweren und schweren Higgs-Teilchens jeweils ein typischer Wert mit einer entsprechenden Unsicherheit ausgewählt worden.

Am Beispiel der Observablen s_{lept}^2 wird im Folgenden gezeigt, wie sich die theoretische Unsicherheit in der Vorhersage für die Präzisions-Meßgrößen aus den Unsicherheiten in den Input-Größen gewichtet mit den Variationskoeffizienten von Tab. (4.2) zusammensetzt:

$$\begin{aligned}
(\Delta s_{lept}^2)^2 &= (3.3 \cdot 10^{-5} \Delta m_t / \text{GeV})^2 \\
&+ (5.2 \cdot 10^{-6} \Delta M_H^{(1)} / \text{GeV})^2 \\
&+ (3.4 \cdot 10^{-3} \Delta \alpha_s)^2 \\
&+ (2.6 \cdot 10^{-3} \Delta \alpha^{-1}(M_Z^2))^2
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Anhand dieser Analyse lassen sich interessante Schlußfolgerungen für die Konsequenzen zukünftiger Präzisions-Messungen der SM-Input-Parameter ziehen. Wenn man davon ausgeht, daß

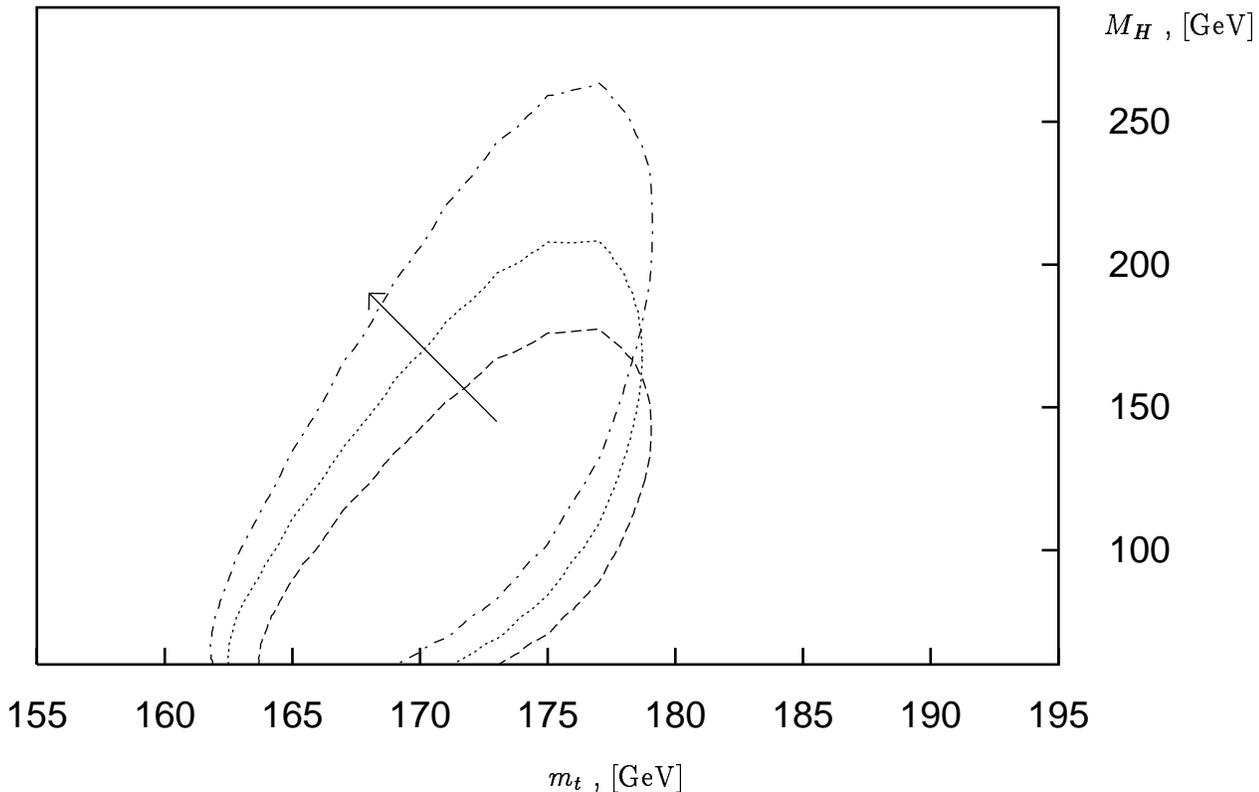


Abbildung 4.1: Die $\Delta\chi^2 = 3$ -Kontouren für m_t und M_H für $\alpha_s=0.108, 0.118$ und 0.128 . Der Pfeil zeigt in Richtung steigender Werte für α_s .

eine genauere Bestimmung von $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ und α_s in nächster Zeit nicht möglich sein wird, kann man anhand von Tab. (4.2) bestimmen, welche Genauigkeit in der Top- und Higgs-Massenbestimmung notwendig wäre, damit die Unsicherheit in den Vorhersagen durch die Unsicherheit in α_s dominiert wird. Für s_{lep}^2 bedeutet dies zum Beispiel, daß eine noch so genau gemessene Top-Masse nicht wesentlich die theoretische Unsicherheit von ~ 0.00025 verbessern kann.

4.1.2 Vergleich : SM \longleftrightarrow Experiment

Nachdem das Top-Quark am Tevatron erzeugt und von den CDF und D0 Kollaborationen [53] nachgewiesen wurde, ist dessen Masse zu 175 ± 6 GeV [54] bekannt. Deshalb scheint das indirekte Bestimmen der Top-Masse mit Hilfe eines Fits an die Präzisions-Meßgrößen nicht mehr das vorrangige Ziel, auch wenn diese Prozedur sicherlich einen wertvollen Konsistenztest für das SM bedeutet. Vielmehr kann man nun versuchen, die Masse des Higgs-Bosons näher einzugrenzen. Bislang war ja die Sensitivität der elektroschwachen Präzisions-Meßgrößen auf die Higgs-Masse, welche nur logarithmisch in die Strahlungskorrekturen eingeht, durch die quadratische m_t -Abhängigkeit überdeckt. In der sich anschließenden Diskussion sind für nicht explizit angegebene Werte für Input-Größen die jeweiligen Zentralwerte angenommen worden.

Die Abbildungen Abb. (4.1) und Abb. (4.2) zeigen für verschiedene (aber jeweils feste) Werte von $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ und α_s die Linien mit $\chi^2(m_t, M_H) = 3 + \chi_{min}^2$ (χ^2 nach Gl. (3.1)).

Man sieht hier also, wie die Korrelation von m_t und M_H , die durch die Bedingungen $\chi^2 \leq 3 + \chi_{min}^2$ entsteht, sich mit den Kopplungen α_s und $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ verändert.

Während in Abb. (4.1) und Abb. (4.2) Information über M_H nur als Funktion von m_t, α_s und

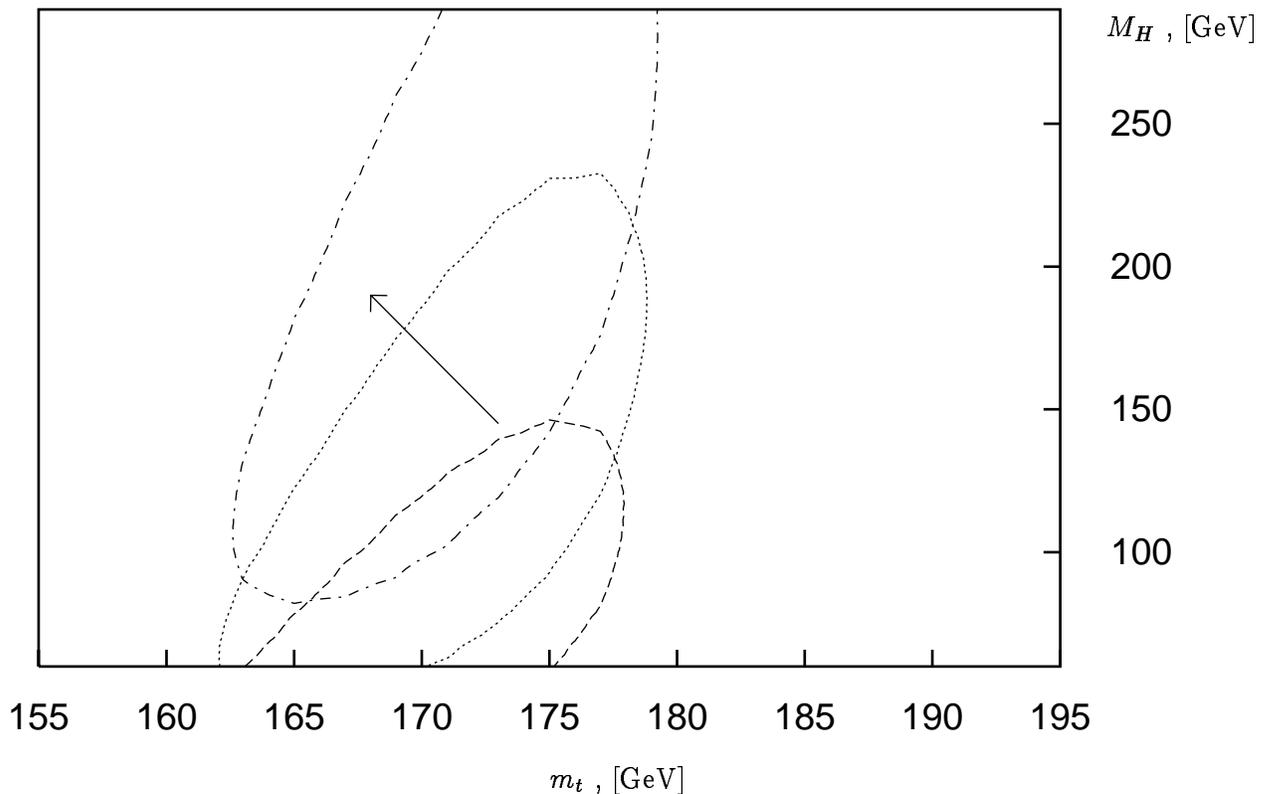


Abbildung 4.2: Die $\Delta\chi^2 = 3$ -Kontouren für m_t und M_H für $\alpha^{-1}(M_Z^2) = 128.8, 128.89, 128.98$. Der Pfeil zeigt in Richtung steigender Werte für $\alpha^{-1}(M_Z^2)$.

m_t [GeV]	M_H [GeV]	α_s	$\alpha^{-1}(M_Z^2)$	χ^2
165	109	0.1216	128.777	11.66
170	217	0.1224	128.858	9.09
175	359	0.1232	128.908	8.56
180	511	0.1236	128.926	10.10
185	739	0.1244	128.948	13.70

Tabelle 4.3: Die (simultan) besten Fits für M_H , α_s und $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ in Abhängigkeit von m_t .

$\alpha^{-1}(M_Z^2)$ gewonnen wurde, ist in Abb. (4.3) die vollständige bzgl. dieser Inputgrößen minimierte $\chi_{min}^2(M_H)$ Kurve gezeigt.

Schließlich wollen wir noch M_H , α_s und $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ simultan bestimmen, für verschiedene, aber jeweils feste Werte von m_t . Das Ergebnis dieses χ^2 -Fits ist in Tab. (4.3) zusammengestellt.

Durch die zukünftige sehr genaue Bestimmung von M_W und m_t (≈ 20 MeV, bzw. ≈ 2 GeV [55]) wird man auch M_H im Rahmen des SM genauer vorhersagen können. In Abb. (4.4) zeigen wir deshalb die Konturlinien von M_H als Funktion von m_t und M_W , wobei im Gegensatz zur bisherigen Analyse M_W jetzt als Input-Parameter dient und der Wert für M_H über die Größe Δr (Gl. (3.2)) in der Korrelation der W Bosonmasse zu den elektroschwachen Input-Parametern G_μ , M_Z und α festgelegt ist. Man sieht, daß auch unter diesem Aspekt der W -Massenbestimmung eine große Bedeutung zukommt. Dabei gilt: Je größer M_W , desto niedriger ist der vorhergesagte Wert für M_H (bei konstantem m_t). Die obere Grenze wird um so schärfer, je kleiner m_t und je größer M_W ist.

Die Information aus Abb. (4.4) ist zahlenmässig in Tab. (4.4) exemplarisch dargestellt.

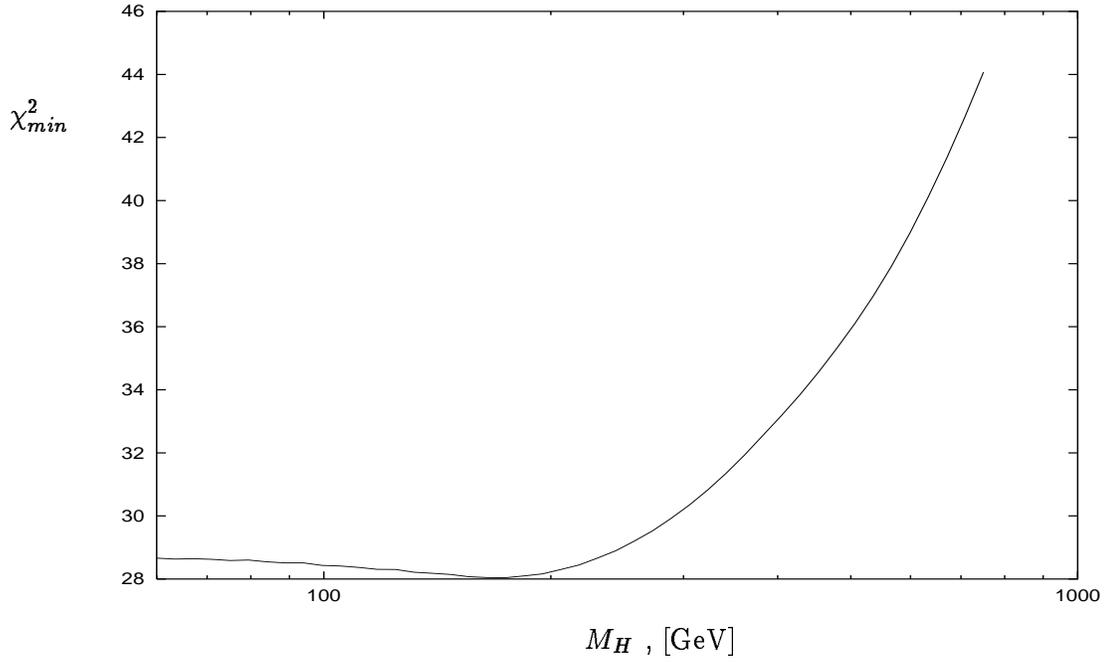


Abbildung 4.3: Bzgl. m_t, α_s und $\alpha^{-1}(M_Z^2)$ minimiertes χ^2 als Funktion von M_H

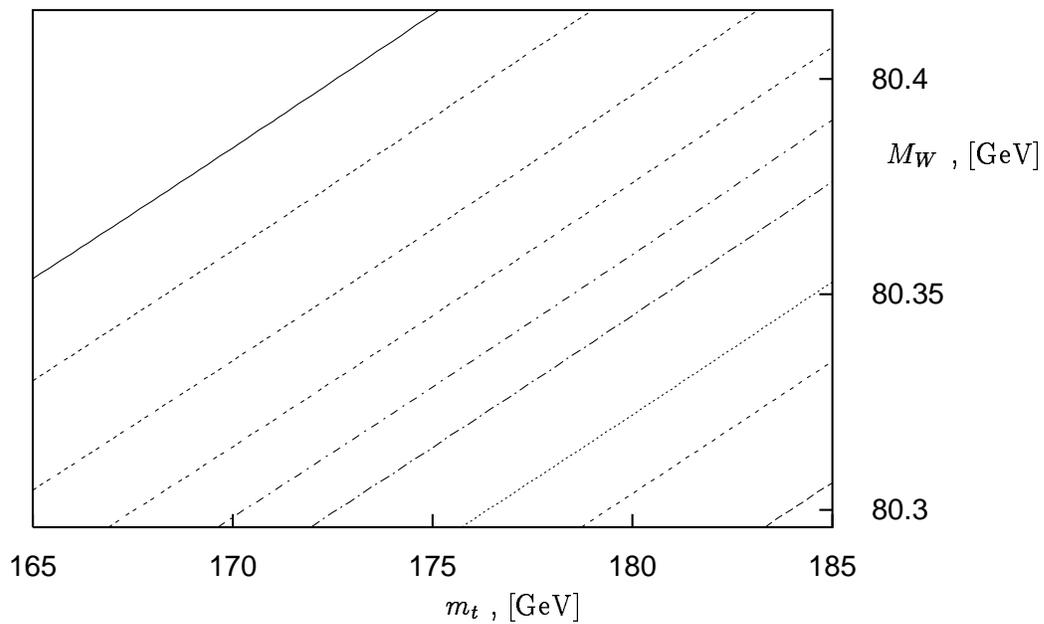


Abbildung 4.4: Die $M_H = (65, 100, 150, 200, 250, 300, 400, 500, 700)$ GeV – Linien in der $m_t - M_W$ -Ebene ($M_H = 65$ GeV: durchgezogene Linie).

$m_t \rightarrow$ $\downarrow M_W$	170	175	180
80.25	380–637	549–914	789–1000
80.30	197–343	294–498	430–716
80.35	91–176	148–266	228–391
80.40	32–79	64–132	110–206
80.45	2–26	18–55	43–98

Tabelle 4.4: Die Vorhersage der Higgs-Masse als Funktion der (hypothetischen) Zentralwerte von m_t und M_W . Die experimentellen Fehler wurden zu 1 GeV für m_t und 20 MeV für M_W angenommen. Die M_H -Werte wurden auf ganze GeV gerundet. Der Wert $M_H = 1000$ GeV ist eine formale obere Grenze, der rechnerische Wert liegt deutlich darüber. Alle Angaben in GeV.

Interessant ist noch die Betrachtung des effektiven Mischungswinkels für Leptonen. Abb. (4.5) zeigt die $\Delta\chi^2 = 1$ -Konturen für s_{lept}^2 in der $m_t - M_H$ -Ebene, wenn entweder nur das LEP-Ergebnis oder nur die Information aus der am SLC gemessenen Links-Rechts-Asymmetrie oder die beiden Messungen kombiniert verwendet wird.

Zunächst zu LEP allein: Für m_t über 165 GeV erhält man eine untere Grenze an die Higgs-Masse, für m_t unter 190 GeV erhält man eine obere Grenze. Für m_t zwischen 165 GeV und 190 GeV erhält man danach ein M_H -Intervall. Die Hinzunahme der SLC-Daten drückt die Konturen in Richtung niedrigere Higgs-Masse, und es ergeben sich für alle m_t größer 160 GeV eine obere sowie für m_t über 175 GeV zusätzlich eine untere Grenze für M_H . So findet man unter der Annahme $m_t \leq 180$ GeV aus den LEP-Daten allein $M_H \leq 550$ GeV, während die Kombination mit SLC $M_H \leq 250$ GeV liefert. Verwendete man nur die Information vom SLC, so findet man für den $\Delta\chi^2 = 1$ -Bereich näherungsweise $M_H \leq 8m_t - 1380$ GeV. (Daraus ergibt sich $m_t \geq 180$ GeV, wenn man den exp. Befund $M_H \geq 63$ GeV einbaut.)

Für die experimentellen Daten [56] sind dabei jeweils verwendet worden:

$$\begin{aligned} s_{lept}^2(\text{LEP}) &= 0.23186 \pm 0.00034 \\ s_{lept}^2(A_{LR}) &= 0.23049 \pm 0.00050 \\ s_{lept}^2(\text{LEP}+A_{LR}) &= 0.23143 \pm 0.00028 \end{aligned}$$

4.2 Vorhersagen des 2-Higgs-Dublett-Modells

Der Higgs-Sektor stellt einen experimentell praktisch ungeprüften Bereich des SM dar, und es ist daher naheliegend, bei möglichen Erweiterungen zunächst eine Modifikation diesen Teils des SM ins Auge zu fassen. Eine minimale Erweiterung ist die Hinzunahme eines zweiten Higgs-Dubletts, was das Auftreten von fünf physikalischen Higgs-Bosonen zur Folge hat: Zwei geladene, ein pseudoskalares und zwei skalare Higgs-Bosonen [9]. Außer den Massen dieser Bosonen tritt als zusätzlicher Parameter noch das Verhältnis der beiden Vakuumerwartungswerte $v_2/v_1 = \tan\beta$ auf. Für eine ausführliche Beschreibung des 2-Higgs-Dublett-Modells sei auf Kapitel 2 verwiesen.

4.2.1 Nichtsupersymmetrisches 2-Higgs-Dublett-Modell

In diesem Abschnitt untersuchen wir, welche Einschränkungen sich für die Higgs-Massen und $\tan\beta$ innerhalb eines allgemeinen 2-Higgs-Dublett-Modells aus den Präzisionsmessungen ablei-

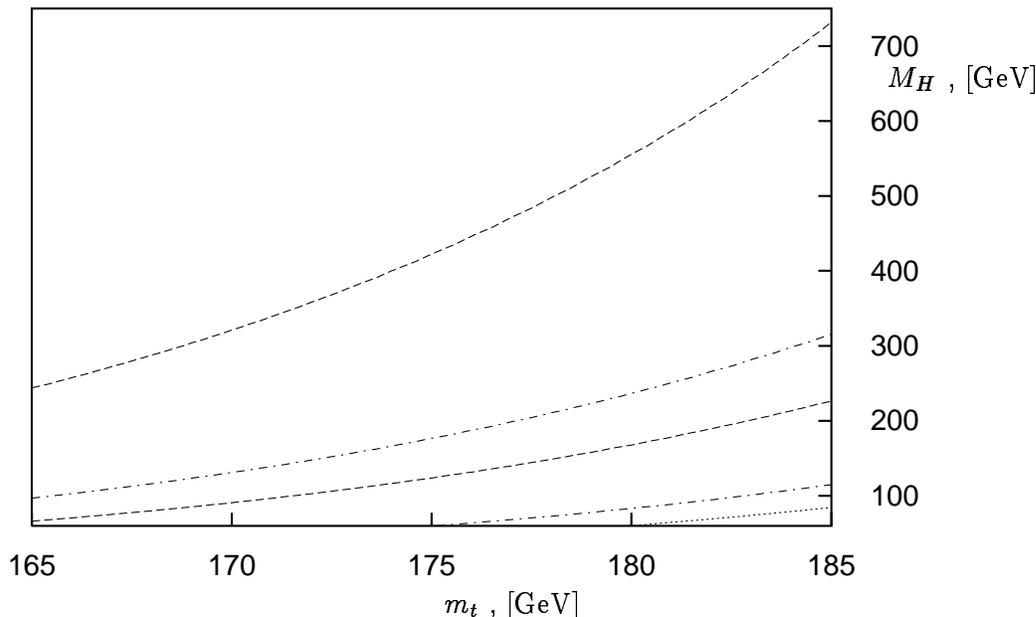


Abbildung 4.5: Die $\Delta\chi^2(s_{lept}^2)=1$ -Linien in der $m_t - M_H$ -Ebene unter Verwendung von LEP-Daten (gestrichelt), SLC-Daten (gepunktet) und beiden gemeinsam (strichpunktiert).

ten lassen. Siehe hierzu auch [57].

Die Existenz eines geladenen Higgs-Bosons modifiziert insbesondere den $Zb\bar{b}$ -Vertex, da das Top-Quark nun mit einer zusätzlichen Yukawa-Kopplung auftritt, die sogar noch durch kleine Werte für $\tan\beta$ verstärkt werden kann. Dies liefert einen negativen Effekt auf die partielle Breite, ($Z^0 \rightarrow b\bar{b}$), der jedoch mit zunehmender Higgs-Masse rasch an Bedeutung verliert [58]. Andererseits können sehr große Werte von $\tan\beta$ in Verbindung mit der Existenz eines leichten pseudoskalaren Higgs-Bosons einen starken positiven Effekt auf die Breite haben. Dieses Szenario ist phenomenologisch z. Zt. sicher sehr attraktiv, liefert es doch eine im Vergleich zum minimalen SM verbesserte Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. In der nachfolgenden Diskussion beschränke ich mich auf den Fall $\alpha = \beta$, wobei α ein weiterer Mischungswinkel im neutralen Higgs-Sektor ist. Diese Wahl hat zur Folge, daß eins der skalaren neutralen Higgs-Bosonen (H^0) identisch dem SM-Higgs-Boson ist, für dessen Masse wir den Wert $M_H=300$ GeV annehmen. Das zweite skalare Higgs-Boson h^0 und das Pseudo-skalare Higgs-Boson A^0 treten dann als nicht-SM Teilchen in den Schleifenbeiträgen auf. In den Abbildungen Abb. (4.6) und Abb. (4.7) sind die $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen in der $M_A - M_h$ -Ebene für verschiedene $\tan\beta$ -Werte im Falle eines leichten und schweren geladenen Higgs-Bosons dargestellt.

Für $M_{H^+} = 150$ GeV und $\tan\beta = 1$ liegen die bevorzugten Werte von M_A im wesentlichen um den Wert von M_{H^+} herum, da ein großes Splitting zwischen den beiden nicht χ^2 -günstig ist. Für kleine Werte von $\tan\beta$ lassen sich kaum Schranken an M_{h^0} ableiten. Mit größer werdendem $\tan\beta$ entsteht auch eine Lösung mit $M_A \ll M_{H^+}$, und zwar für ein relativ leichtes M_{h^0} . Mit weiter anwachsendem $\tan\beta$ gibt es jeweils eine 'schwere' und eine 'leichte' Lösung für die Kombination (M_A, M_h) .

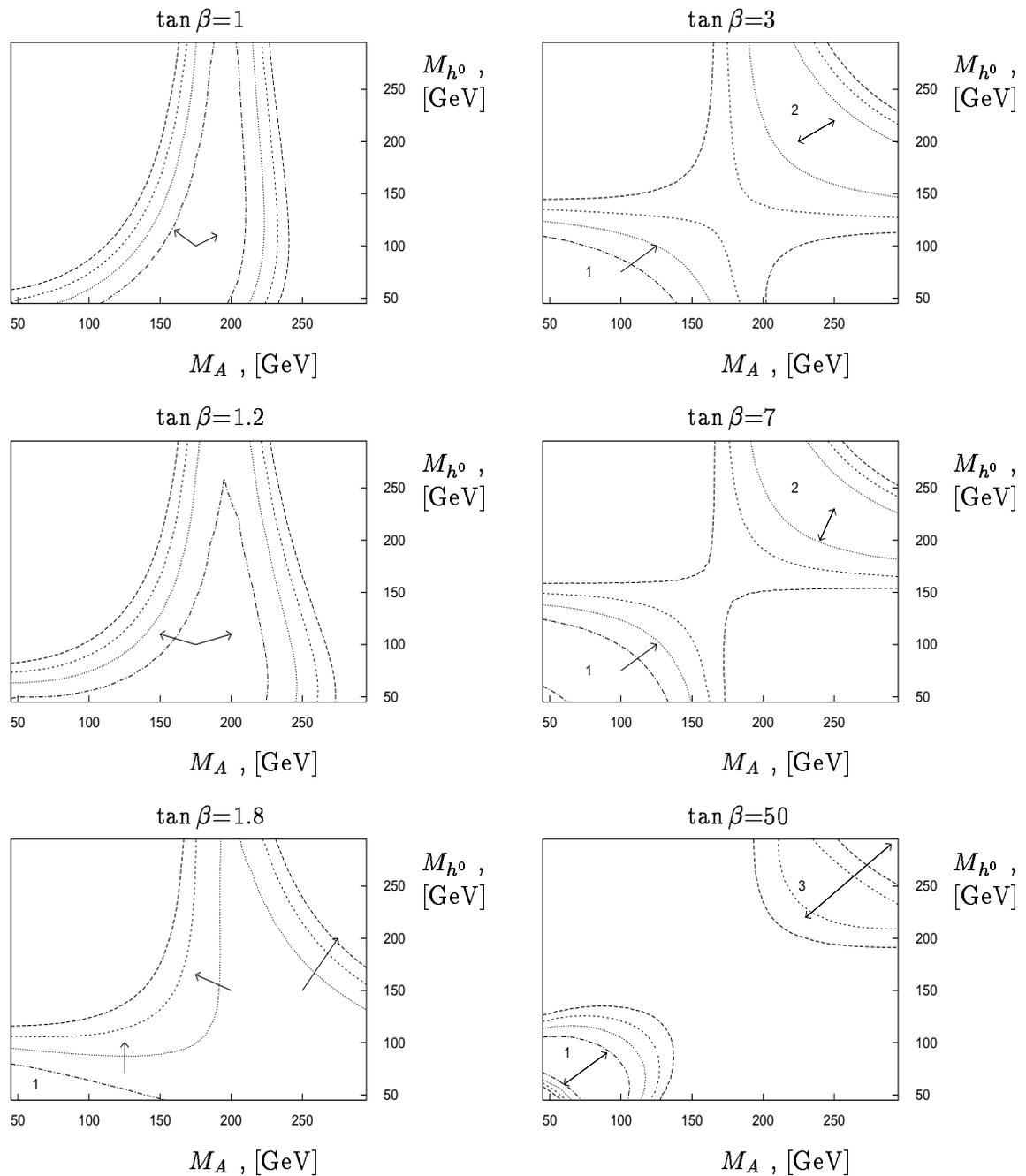


Abbildung 4.6: Die $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen für M_A und M_{h^0} für $M_{H^+} = 150$ GeV und verschiedene Werte für $\tan \beta$. $\Delta\chi^2 = 1$: Strichpunktiert; $\Delta\chi^2 = 2$: Punktiert; $\Delta\chi^2 = 3$: kurz gestrichelt; $\Delta\chi^2 = 4$: lang gestrichelt. In manchen Fällen ist das $\Delta\chi^2$ im entsprechenden Gebiet explizit angegeben.

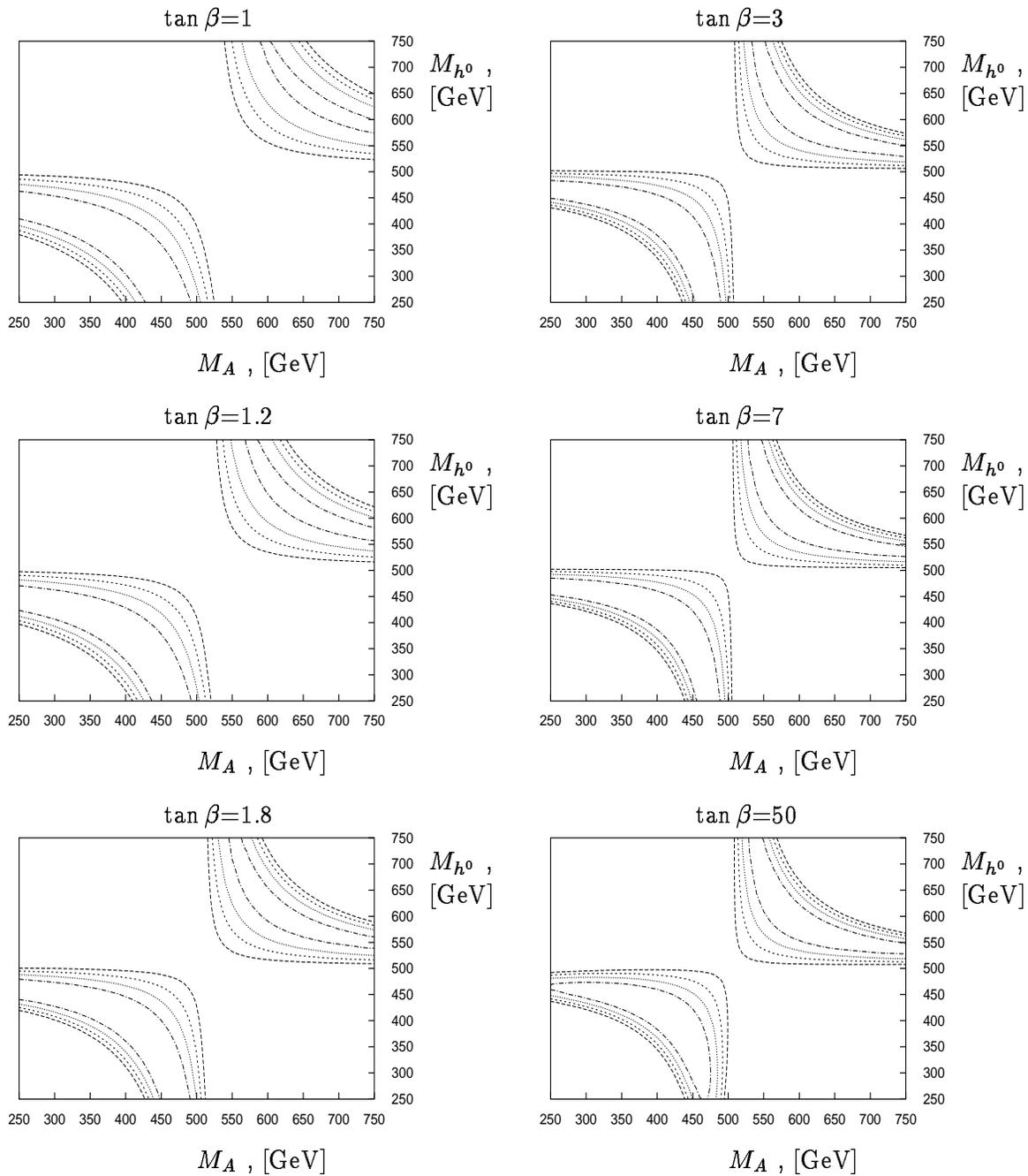


Abbildung 4.7: Die $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen für M_A und M_{h^0} für $M_{H^+} = 500$ GeV und verschiedene Werte für $\tan \beta$. $\Delta\chi^2 = 1$: Strichpunktiert; $\Delta\chi^2 = 2$: Punktiert; $\Delta\chi^2 = 3$: kurz gestrichelt; $\Delta\chi^2 = 4$: lang gestrichelt.

Für den Fall eines schweren M_{H^+} ähneln sich die verschiedenen $\tan\beta$ sehr. Diese reduzierte Sensitivität auf $\tan\beta$ folgt aus der einsetzenden Entkopplung des geladenen Higgs-Bosons bei großen Werten für M_{H^+} .

4.2.2 Der Supersymmetrische Higgs-Sektor

Betrachtet man das MSSM (s. u.) im Grenzfall sehr schwerer Superpartner, so verbleibt bei Prozessen heute erreichbarer Energie als einziger phänomenologischer Unterschied zum SM ein modifizierter Higgs-Sektor, wie er im letzten Abschnitt behandelt wurde, mit dem wichtigen Unterschied, daß nun durch die Supersymmetrie Beziehungen zwischen den Parametern des Higgs-Potentials auftreten [9] (siehe Kapitel 2). Als freie Parameter wählt man meist M_A und $\tan\beta$. Durch die Vorgabe dieser beiden Größen sind die restlichen Higgs-Massen und der Mischungswinkel der neutralen Higgs-Bosonen fixiert¹.

Als wichtigste phänomenologische Konsequenz ergibt sich die Existenz eines leichten Higgs-Bosons, $M_{h^0} < M_Z + \delta_M$, wobei δ_M für die vor allem m_t abhängigen Strahlungskorrekturen steht, die bis zu 40 GeV betragen können.

Wir beginnen die Diskussion mit den Einschränkungen, denen M_A und $\tan\beta$ durch die Forderungen $\chi^2 \leq \chi_{min}^2 + 1, 2, 3, 4$ unterworfen sind. Dies ist in den Abbildungen (4.8, 4.9) dargestellt. Für den Bereich $5 < \tan\beta < 40$ ergibt sich eine von $\tan\beta$ fast unabhängige untere Schranke für M_A von 78 GeV (auf dem $\Delta\chi^2 = 4$ -Niveau). Für noch größere $\tan\beta$ steigt die untere Schranke für M_A weiter an. Das ist eine Konsequenz der schlechter werdenden Übereinstimmung der theoretischen Vorhersagen für z und R_{lept} mit dem Experiment.

Abb. (4.9) zeigt einen Zoom zu kleinen $\tan\beta$. Man sieht hier deutlicher, wie die untere Grenze für M_A im Bereich $2 < \tan\beta < 5$ von $\tan\beta$ abhängt. Insbesondere erkennt man, daß keine Lösung für $\tan\beta < 1.5$ existiert. Das bedeutet natürlich nicht generell, daß $\tan\beta < 1.5$ ausgeschlossen ist, denn die Werte der anderen Parameter beeinflussen ja auch diese Limits.

In Abb. (4.10) sind die Abhängigkeiten ausgewählter Observablen von M_A für verschiedene Werte von $\tan\beta$ dargestellt. Mit eingezeichnet sind die jeweiligen experimentellen 1- σ Bereiche. Wie bereits in Kapitel 3 dargestellt, eignet sich dieser Observablen-Satz gut für die Diskussion universeller sowie nicht-universeller 1-Schleifeneffekten. In Abb. (4.10) wurden für die Sfermionen typische Massen von 500 GeV (Squarks) und 800 GeV (Sleptonen) gewählt. Die Masse des Gluinos wurde auf 800 GeV gesetzt, und die *soft-breaking* Parameter sind $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 300$ GeV. Wie bereits erwähnt, liefert der SUSY-Sektor bei dieser Wahl der Parameter keinen wesentlichen Beitrag zu den Observablen, und man ist so in der Lage, den SUSY-Higgs-Sektor getrennt zu untersuchen.

Die W -Bosonmasse M_W ist nur für kleine M_A von M_A abhängig, ab $M_A \approx 230$ GeV wird die Kurve asymptotisch flach. Für sehr kleine $\tan\beta$ erhält man große Beiträge zu M_W , aufgrund der für kleine M_A starken Strahlungskorrekturen für M_{h^0} . Der Bereich $M_A < 70$ GeV und $\tan\beta > 2$ ist experimentell eher unwahrscheinlich, wenn man den experimentellen Wert für m_t berücksichtigt. Es sei hier bereits angemerkt, daß die Beiträge der SUSY-Teilchen in die gleiche Richtung gehen, und damit die Abweichung vom Experiment noch verstärken. Die stärksten

¹Die Entkopplung des SUSY-Sektors, $\tilde{M} \rightarrow \infty$, ist nicht ganz wörtlich zu nehmen, zu Berechnung der Strahlungskorrekturen der Higgs-Massen wurde $m_{\tilde{t}} = 1$ TeV gesetzt. In [59] wurde gezeigt, daß die hier nicht enthaltene 2-Schleifen-Rechnung für sehr schwere Stop-Quarks tatsächlich eine Entkopplung zeigt, allerdings erst bei wesentlich größeren Werten für $m_{\tilde{t}}$, die der in Kapitel 2 angegebenen Bedingung für die *soft-breaking* Terme tendenziell zuwiderlaufen.

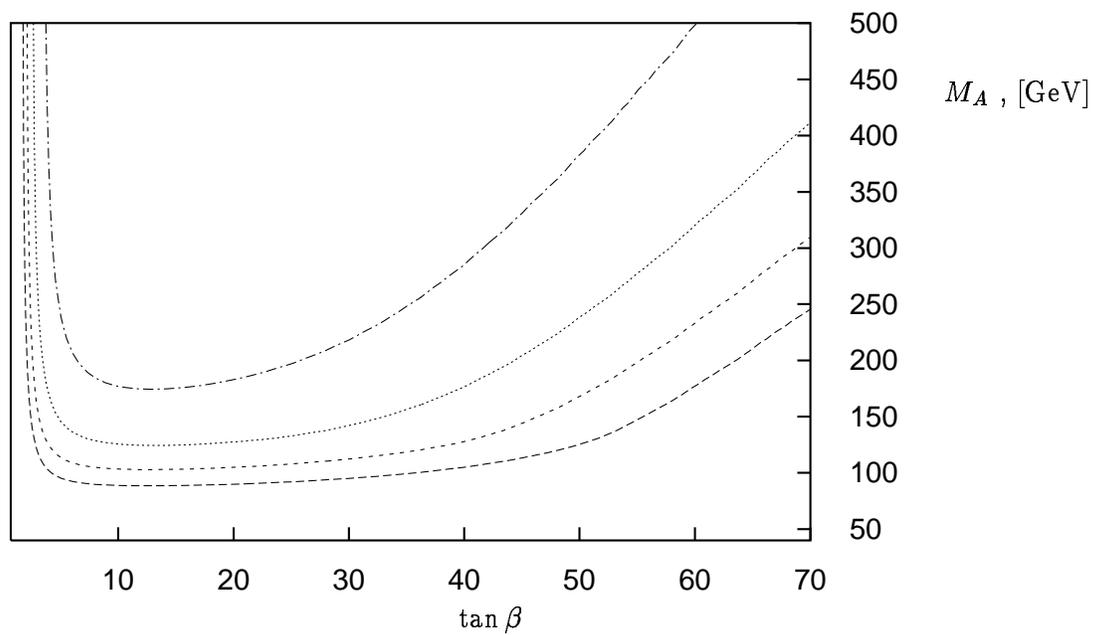


Abbildung 4.8: Die $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen für M_A und $\tan\beta$ im MSSM. $\Delta\chi^2 = 1$: Strichpunktig; $\Delta\chi^2 = 2$: Punktig; $\Delta\chi^2 = 3$: kurz gestrichelt; $\Delta\chi^2 = 4$: lang gestrichelt. Erlaubt sind jeweils die Bereiche über den Kurven.

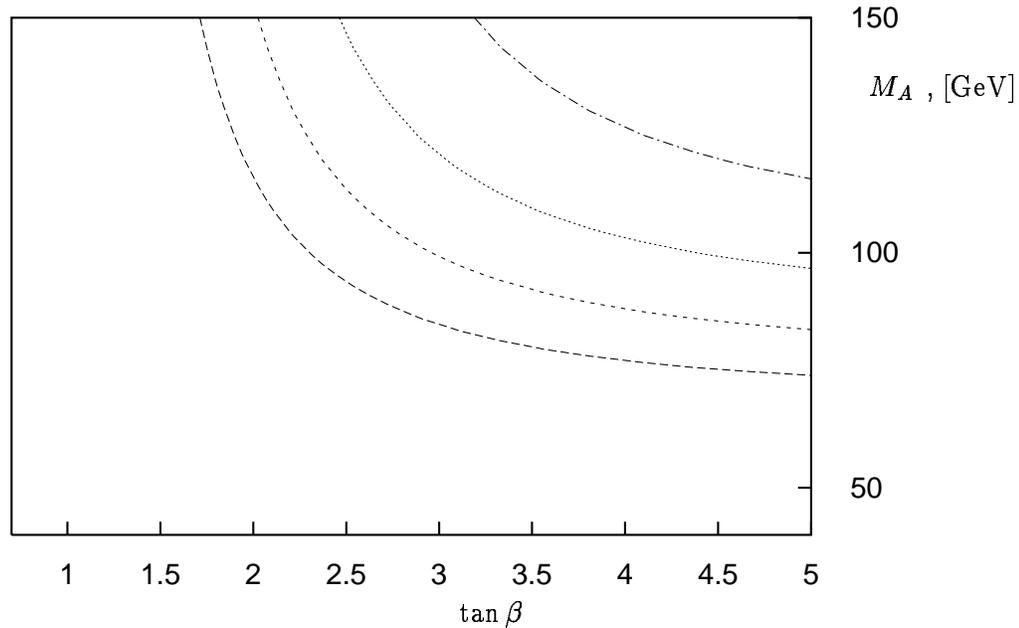


Abbildung 4.9: Vergrößerung von Abb. (4.8) im Bereich kleiner $\tan\beta$. $\Delta\chi^2 = 1$: Strichpunktierter; $\Delta\chi^2 = 2$: Punktierter; $\Delta\chi^2 = 3$: kurz gestrichelt; $\Delta\chi^2 = 4$: lang gestrichelt. Erlaubt sind jeweils die Bereiche über den Kurven.

Effekte ergeben sich für:

- Leichte Sleptonen und großes $\tan\beta$.
- Leichtes Gauginos und/oder kleines μ ($\mu > 0$).
- Leichte, ungemischte Squarks und kleines $\tan\beta$.

Analoge Schlußfolgerungen ergeben sich bei Betrachtung des effektiven leptonischen Mischungswinkels.

Für $\tan\beta < 1$ nimmt $R_{b\bar{b}}$ ab (für $M_A < 500$ GeV). Für M_A nahe der unteren experimentellen Grenze ist dieser Effekt am stärksten. Er rührt von der verstärkten Yukawa-Kopplung des Top-Quarks her, was sich im Vertexdiagramm mit dem geladenen Higgs-Boson auswirkt. Mit $M_A \rightarrow \infty$ geht $R_{b\bar{b}}$ in den SM-Wert über.

Im Bereich $4 < \tan\beta < 30$ ist $R_{b\bar{b}}$ praktisch konstant und entspricht dem SM-Resultat für alle M_A . Für extrem großes $\tan\beta$ (≈ 70), ist $R_{b\bar{b}}$ größer als im SM, wenn $M_A < 55$ GeV. Ein scharfes Maximum liegt bei $M_A = 46$ GeV, aufgrund der verstärkten Yukawa-Kopplung des b -Quarks.

Für $M_A > 75$ GeV nimmt $R_{b\bar{b}}$ wieder ab, um mit weiter wachsendem M_A wiederum in das SM-Ergebnis überzugehen. Der Wert von $R_{c\bar{c}}$ kann nur für die zuletzt diskutierte extreme Wahl der Parameter ein wenig verkleinert werden. $R_{c\bar{c}}$ ist längst nicht so sensitiv wie $R_{b\bar{b}}$ und stimmt im Übrigen ohnehin sehr gut mit dem Experiment überein.

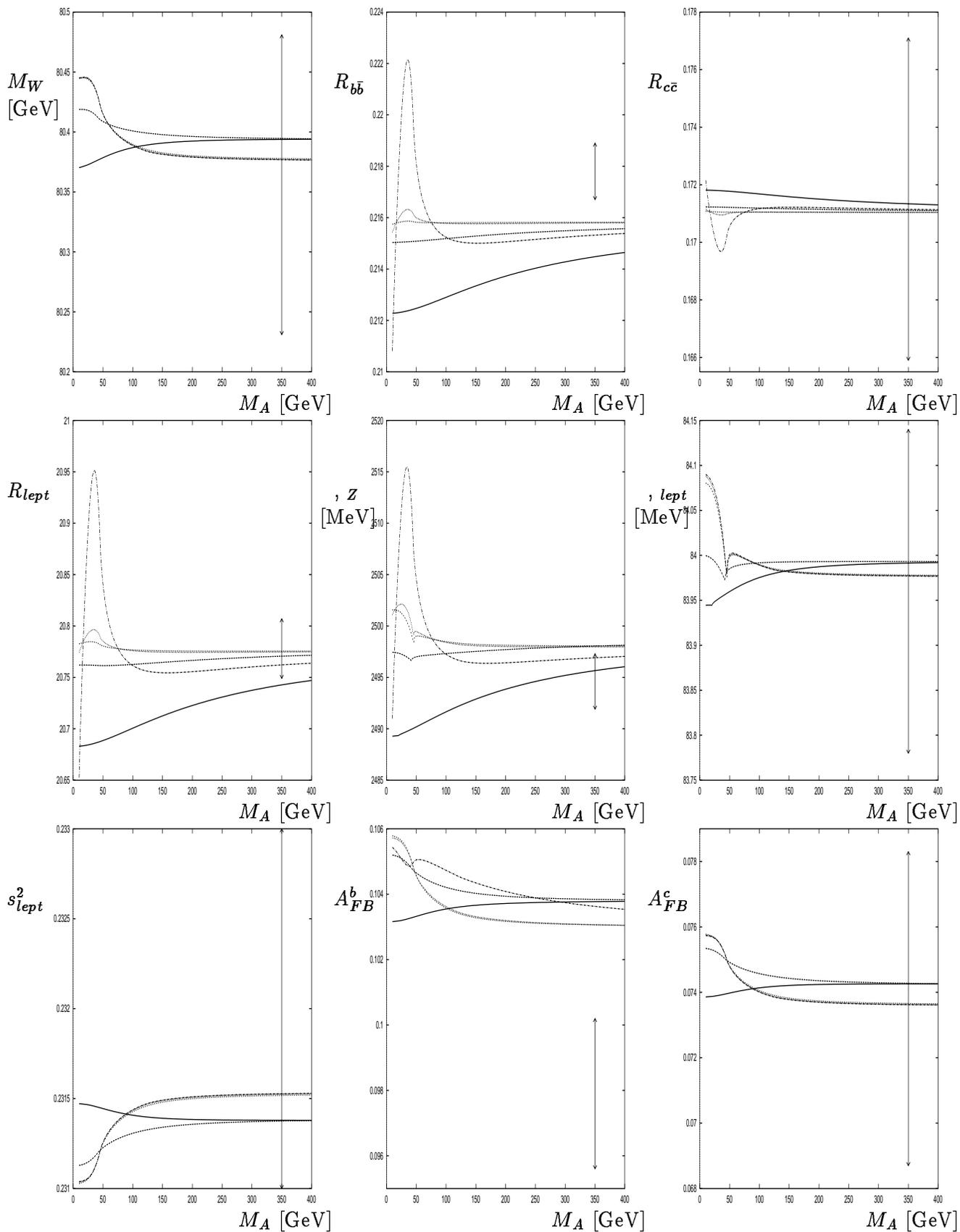


Abbildung 4.10: Die einzelnen Observablen als Funktion von M_A für $\tan\beta = 0.7$ (durchgezogen), 1.5 (dicht gestrichelt), 8 (locker gestrichelt), 20 (gepunktet) und 70 (strichpunktirt).

Die totale Breite, Γ und das Verzweigungsverhältnis R_{lept} zeigen eine ähnliche Abhängigkeit wie $R_{b\bar{b}}$. Diese beiden Größen hängen allerdings stark von α_s ab. Darüberhinaus liefern die für $R_{b\bar{b}}$ optimalen Werte von M_A und $\tan\beta$ für diese beiden Observablen zu große Werte.

4.3 Die Supersymmetrischen Partner

In diesem Abschnitt wird nun der Higgs-Sektor SM-artig eingestellt, d. h., daß nur ein (leichtes) Higgs-Boson vorhanden ist und die Massen der anderen so groß gewählt werden (durch Vorgabe von etwa $M_A = 1$ TeV), daß sie effektiv entkoppeln.

Nun besteht der Unterschied zum SM im Wesentlichen im Beitrag der supersymmetrischen Partnerteilchen. Hier ist aufgrund der beobachteten Abweichung der SM-Vorhersage vom Experiment insbesondere der Einfluß des Stop-Chargino-Sektors (Stop=Top-Squark) auf $R_{b\bar{b}}$ von Interesse. Der Higgsino-Anteil der Stop-Chargino-Kopplung enthält die m_t -proportionale Yukawakopplung, die für kleine $\tan\beta$ auch noch wie $1/\tan\beta$ verstärkt wird.

4.3.1 Der Top-Squark-Chargino-Sektor

Wählt man das Chargino so leicht wie mit den Ergebnissen von LEP1.5 gerade noch verträglich, ca. 65 GeV^2 , dann kann man einen positiven Beitrag zu $R_{b\bar{b}}$ erzielen. Dieser Effekt beruht auf einem Zusammenspiel des Chargino- und des Stop-Sektors. Dazu muß ein Chargino so leicht wie möglich sein, und darüber hinaus eine überwiegende Higgsino-Komponente haben, damit die m_t proportionale Yukawa-Kopplung des supersymmetrischen Partners des rechtshändigen Topquarks im $Zb\bar{b}$ -Vertex zum Tragen kommt. Außerdem muß das rechtshändige Stop möglichst leicht sein. Für eine ausführliche Darstellung der Sfermion-Mischungen und den daraus folgenden Konsequenzen für die Feynman-Regeln siehe Anhang A. Numerisch fällt das Feynman-Diagramm mit Stop-Austausch (Diagramm 3 in Abb. B.1) stärker ins Gewicht als das mit Chargino-Austausch (Diagramm 4 in Abb. B.1). Deshalb ist die Abhängigkeit des Effekts von der Charginomasse größer als von der Stopmasse.

Ein leichtes Chargino läßt sich durch einen betragsmäßig kleinen Wert für μ erreichen³. Für bspw. $M_2 = 2|\mu|$ ist das leichte Chargino fast vollständig ein Higgsino, und das schwere Chargino ein Gaugino. Daran ändert sich auch durch die Wahl $M_2 = |\mu|$ nicht viel.

Wie in Anhang A ausführlich dargestellt ist, liegt die Masse des Superpartners des linkshändigen top-Quarks bereits durch die Vorgabe von $m_{\tilde{t}}$ fest und damit auf einen Wert, der dessen Beitrag zu $R_{b\bar{b}}$ sehr klein werden läßt. Um nun trotzdem ein wesentlich leichteres rechtshändiges Stop zu erhalten, kann man entweder eine starke Mischung (durch den Nebendiagonalterm in der Stopmischungsmatrix) konstruieren, oder den Parameter $M_{\tilde{t}}^2$ entsprechend wählen.

Wie aus Abb. (4.11) erkennbar, bevorzugt das χ^2 betragsmäßig große Stopmischungen in Verbindung mit einem nicht zu leichten Stop. Je größer die Stopmischung desto leichter darf das leichte Stop sein.

In Abb. (4.12) sind die χ^2 -Konturen in der $m_{\tilde{t}_2}$ - $M_{\tilde{\chi}_1^+}$ -Ebene dargestellt. Es wird ein leichtes Chargino bevorzugt, wobei die Sensitivität von χ^2 auf $m_{\tilde{t}_2}$ mit wachsendem $M_{\tilde{\chi}_1^+}$ zunimmt.

²Der aktuelle Limit steht mit den vorläufigen Ergebnissen von LEP-II bei 83 GeV [62]

³Siehe dazu allerdings den Abschnitt über Kompatibilität mit GUT-Bedingungen und SUSY-Brechung.

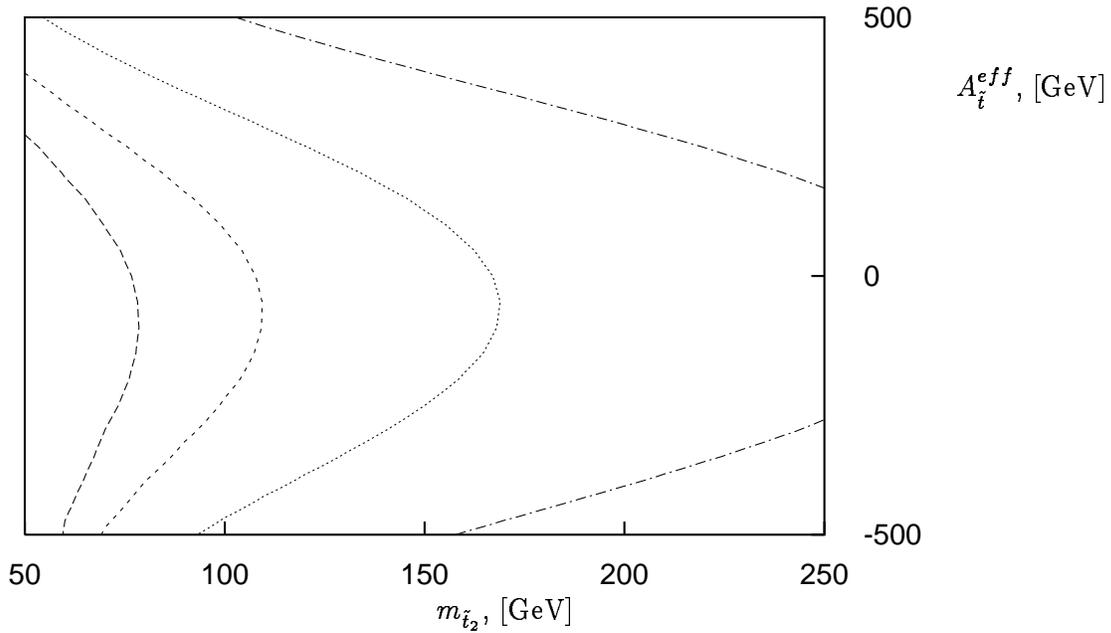


Abbildung 4.11: $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen in der m_{i_2} - ϕ_i -Ebene. Statt ϕ_{i_2} ist A_i^{eff} aufgetragen ($\Delta\chi^2 = 1$ (strichpunktiert), $\Delta\chi^2 = 2$ (punktirt), $\Delta\chi^2 = 3$ (kurz gestrichelt) und $\Delta\chi^2 = 4$ (lang gestrichelt)).

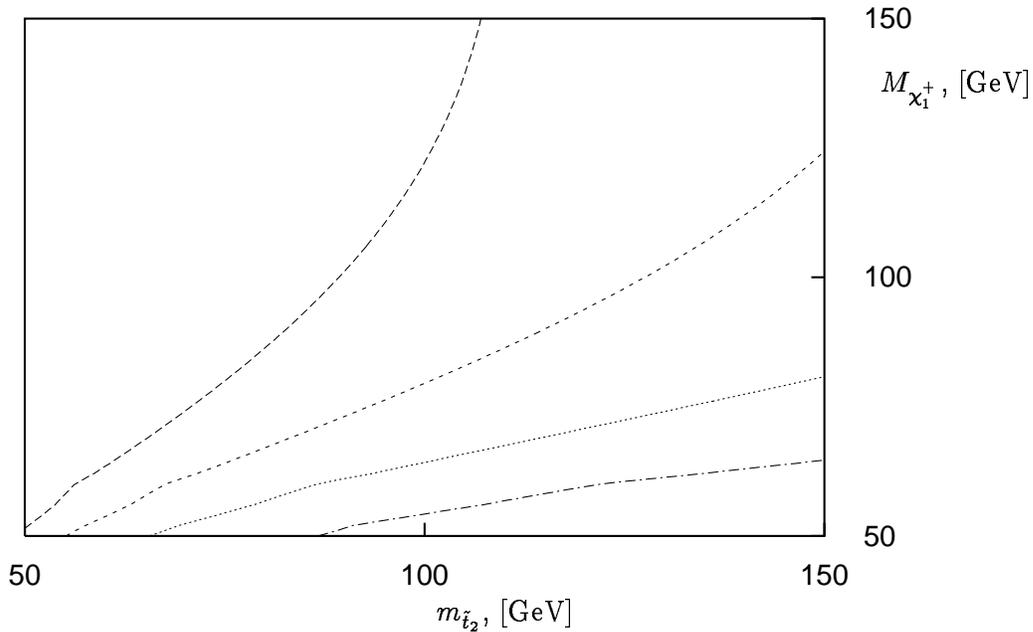


Abbildung 4.12: $\Delta\chi^2 = 1, 2, 3, 4$ -Konturen in der m_{i_2} - M_{χ^+} -Ebene ($\Delta\chi^2 = 1$ (strichpunktiert), $\Delta\chi^2 = 2$: (punktirt), $\Delta\chi^2 = 3$: (kurz gestrichelt) und $\Delta\chi^2 = 4$: (lang gestrichelt)).

4.4 Das MSSM

Zum Abschluß befassen wir uns mit dem allgemeinsten Fall, daß keiner der zuvor getrennt betrachteten Sektoren a priori entkoppelt ist. Unter diesen Voraussetzungen müssen wir einen hochdimensionalen Parameterraum betrachten.

4.4.1 Die Variationsbreite der einzelnen Observablen

Wir beginnen die Diskussion mit einem Überblick zur Variation der einzelnen Observablen-Vorhersagen bei Variation der freier Parameter innerhalb der mit den experimentellen Daten verträglichen Grenzen als Funktion von m_t . Dies ist in den Abbildungen (4.13,4.14) dargestellt. Für die miteingezeichnete SM-Kurven (gestrichelt) wurde M_H zwischen 65 und 800 GeV variiert. Die Parameter des MSSM unterliegen den Einschränkungen, die sich aus der bislang erfolglosen direkten Suche nach supersymmetrischen Teilchen ergeben. Variation der Parameter innerhalb der nach LEPI erlaubten Grenzen ergibt den Bereich innerhalb der durchgezogenen Linien. Die gepunkteten Linien zeigen, was übrig bleibt, wenn auch bei LEPII nichts Neues gefunden wird. Die Bereiche des SM und des MSSM überlappen in erster Linie dort, wo der SUSY-Sektor praktisch entkoppelt ist, und das leichte Higgs-Boson des MSSM (h^0) schwerer als das SM-Higgs-Boson ist. Für $R_{b\bar{b}}$ ist offensichtlich, daß eine negative Suche bei LEPII dazu führt, daß das MSSM keine gravierende Verbesserung hinsichtlich der Übereinstimmung mit dem Experiment mehr liefern kann.

In den Abbildungen (4.15,4.16) sind die einzelnen Observablen als Funktion von $\tan\beta$ dargestellt. Die Sfermion- und Chargino-Neutralino-Beiträge zu M_W sind positiv. Die Chargino-Neutralinos geben numerisch einen untergeordneten Beitrag. Der Hauptbeitrag kommt von einer großen $\tilde{t}_L - \tilde{b}_L$ -Massenaufspaltung innerhalb des Dubletts. Im Δr gibt es einen Beitrag (ohne Mischung):

$$\delta^{SUSY} \Delta r = -\frac{c_W^2}{s_W^2} \frac{3\alpha}{16\pi^2 s_W^2 M_W^2} (m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_L}^2 - \frac{m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_L}^2}{m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_L}^2} \log \frac{m_{\tilde{b}_L}^2}{m_{\tilde{t}_L}^2}), \quad (4.7)$$

der Δr für kleine $m_{\tilde{b}_L}$ verkleinert. Dies wirkt sich für M_W als positiver Beitrag aus. Die Variation mit $m_{\tilde{t}_L}$ in Abb. (4.15) (M_W) ist nicht sehr ausgeprägt. $R_{b\bar{b}}$ wird für leichte Charginos ($\mathcal{O}(100\text{GeV})$) und leichte Stops vergrößert. Dieser Effekt ist wiederum für kleine (große) $\tan\beta$ verstärkt, durch die jeweils modifizierten Yukawa-Anteile der Chargino-(Neutralino)-Quark-Squark-Kopplungen. $R_{b\bar{b}}$ ist demgegenüber praktisch nicht sensitiv auf die b-Squarkmasse und also auch nicht auf $m_{\tilde{t}_L}$.

Die Größen R_{lept} und δ wachsen beide an für leichte Sfermionen. So liegt δ für $m_{\tilde{g}} = 150$ GeV ca. 2σ über dem experimentellen Wert (für $\alpha_s = 0.123$). Ebenso werden die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien größer mit leichten b-Squarks, und sind, wie R_{lept} und δ auch, auf $m_{\tilde{t}_R}$ nicht sensitiv.

Nun betrachten wir in Abb. (4.16) den Effekt einer Sfermionenmischung auf die Observablen als Funktion von $\tan\beta$. Der globale Effekt ist eine Art 'screening', also eine Abschirmung der Beiträge zu den Observablen durch große Sfermionmischungen. So ist der MSSM-Wert von M_W maximal ohne Stopmischung und nähert sich dem SM-Werten für starke Mischung. Es folgt, daß der Beitrag supersymmetrischer Teilchen zu den elektroschwachen Präzisionsmeßgrößen selbst für Teilchenmassen um die 100 GeV durch entsprechende Mischung der links- und rechtshändigen Sfermionen zumindest teilweise verdeckt werden kann.

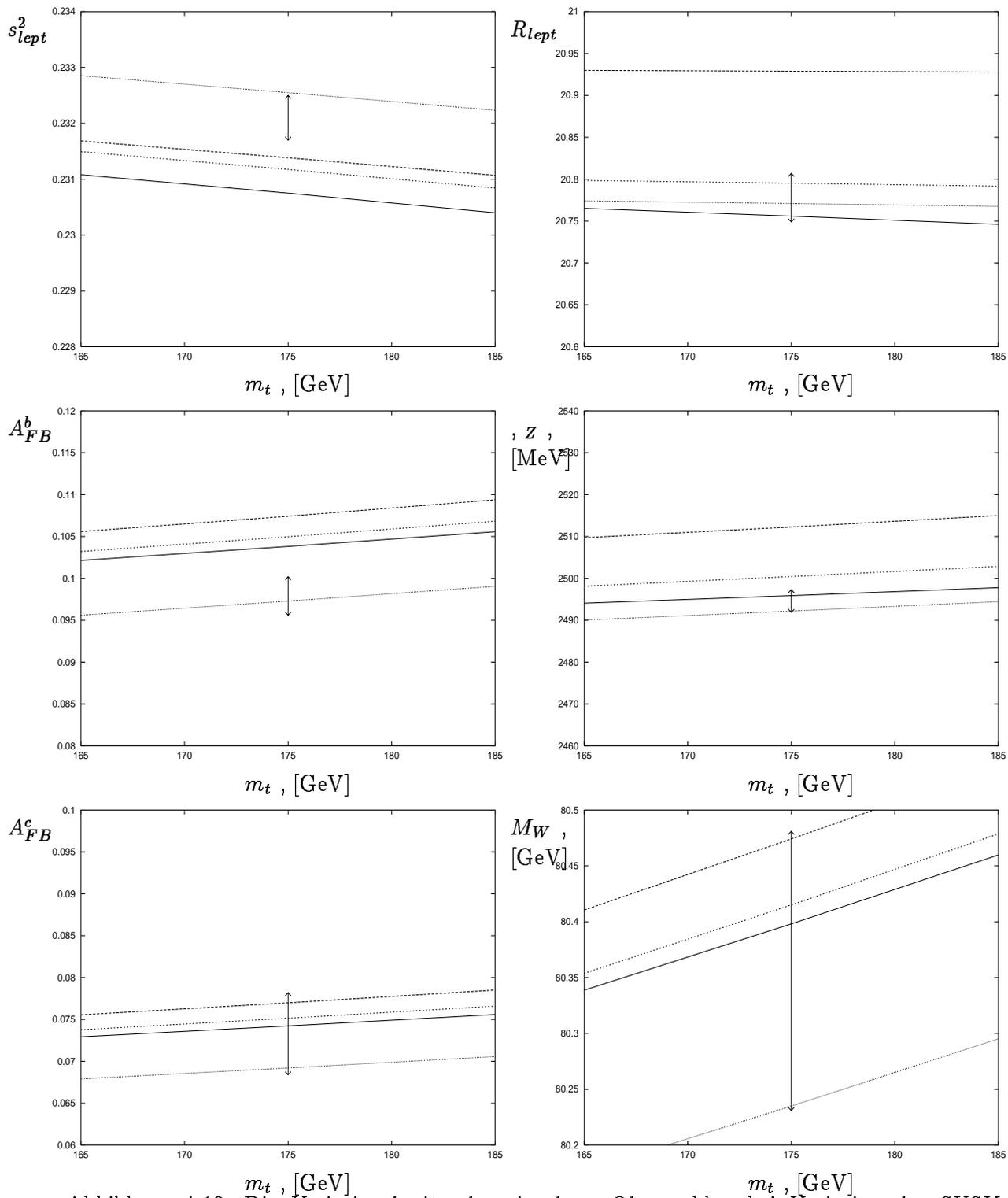


Abbildung 4.13: Die Variationsbreite der einzelnen Observablen bei Variation der SUSY-Parameter (durchgezogen und langgestrichelt) und von M_H (kurzgestrichelt und punktiert)

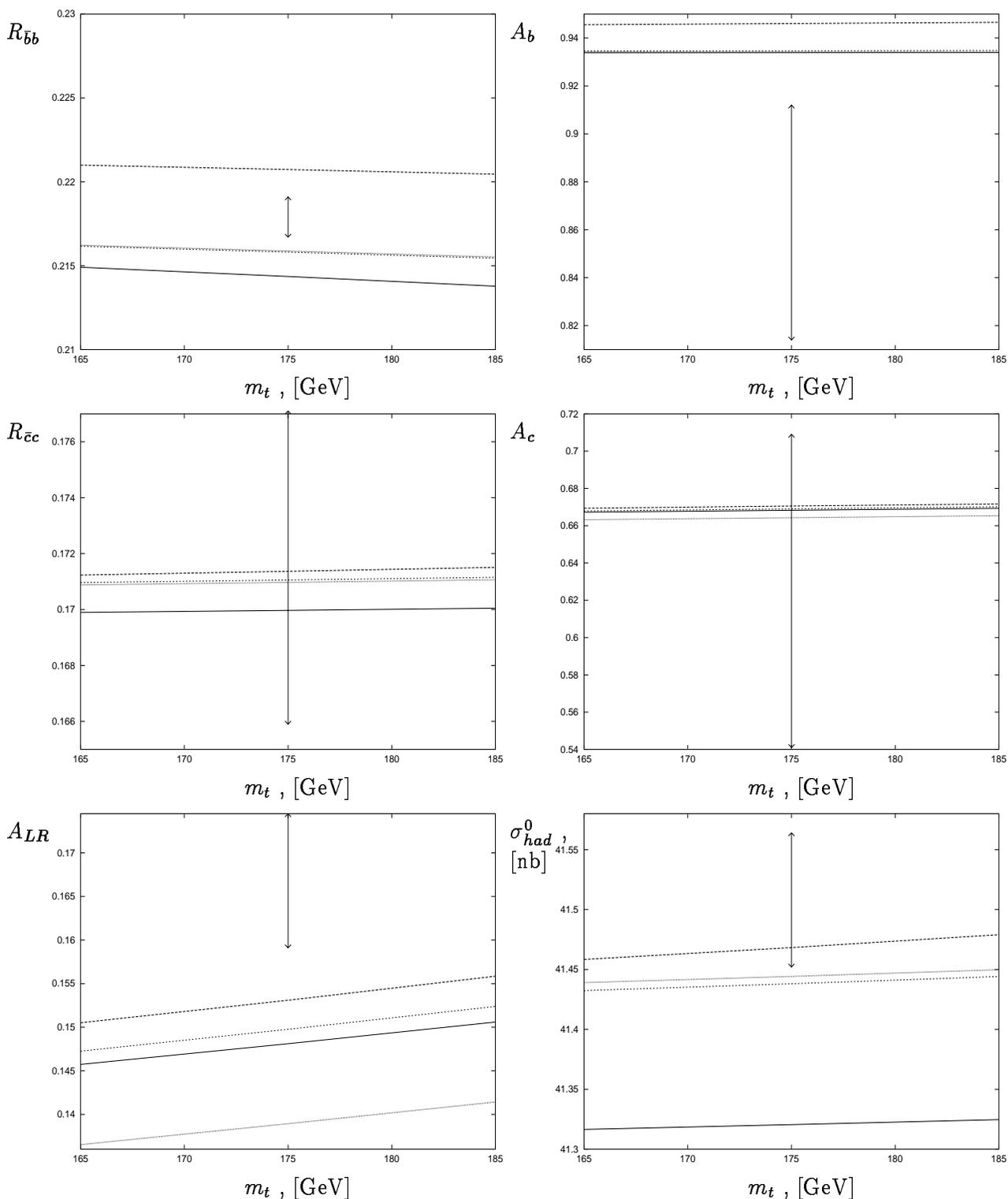


Abbildung 4.14: Die Variationsbreite der einzelnen Observablen bei Variation der SUSY-Parameter (durchgezogen und langgestrichelt) und von M_H (kurzgestrichelt und punktiert)

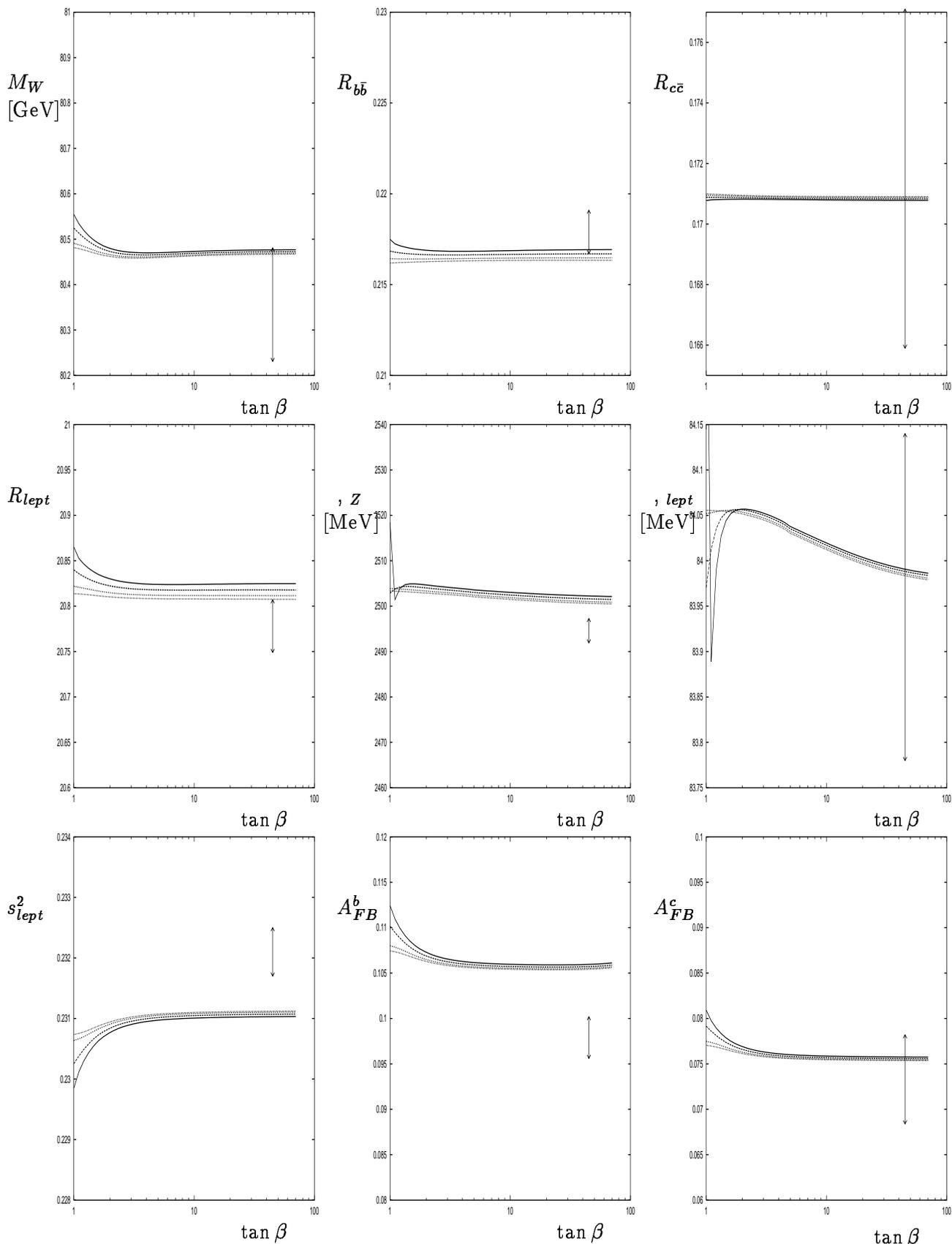


Abbildung 4.15: Die einzelnen Observablen als Funktion von $\tan \beta$. $m_{\tilde{i}_R} = 75$ GeV (durchgezogen), 125 GeV (lang-gestrichelt), 200 GeV (kurz-gestrichelt) und 275 GeV (punktiert). $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV, keine Sfermion-Mischung. $\mu = -100$ GeV, $M_2 = 100$ GeV, $M_A = 800$ GeV, Sleptonen- und Gluino-Massen sind einheitlich auf 900 GeV gesetzt.

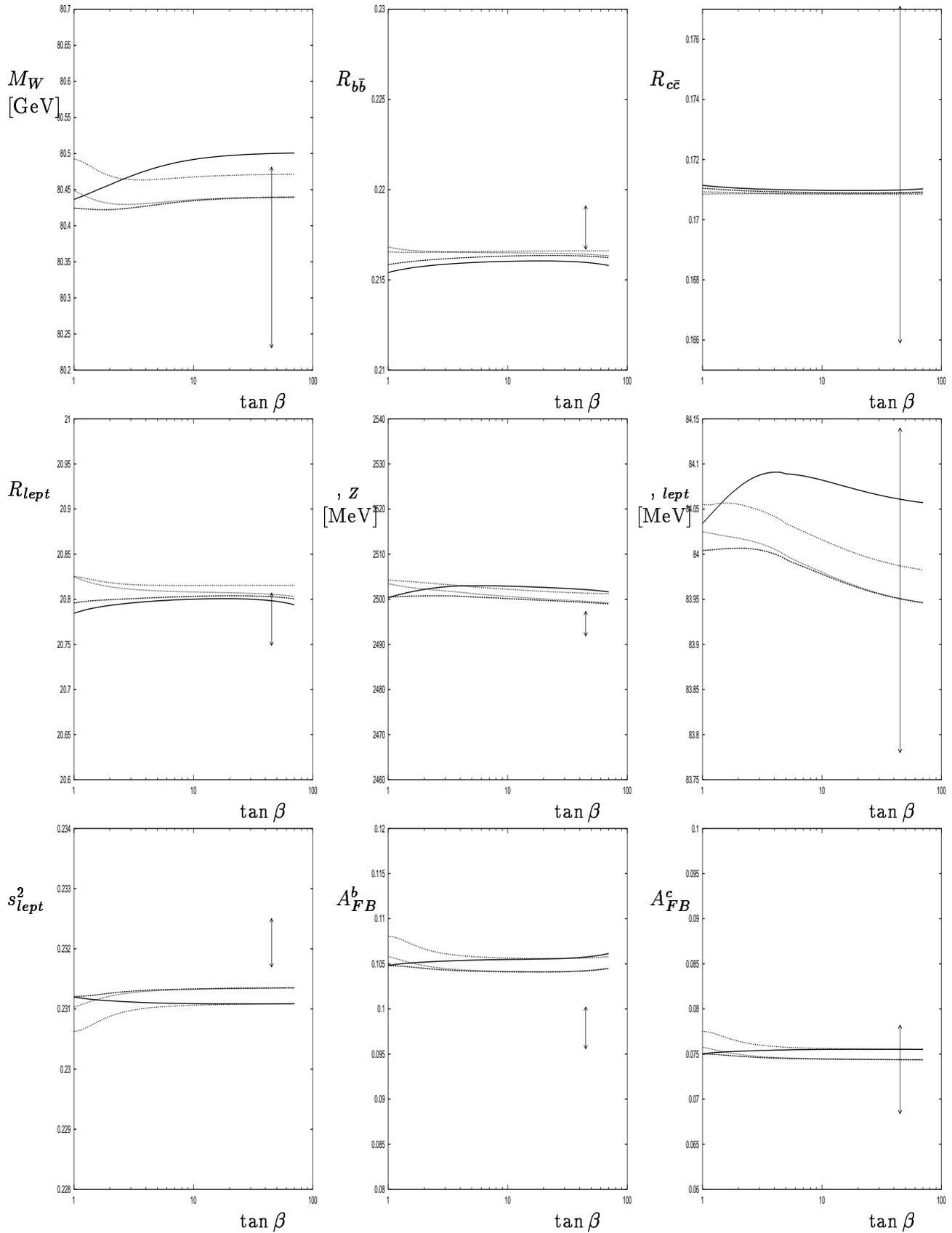


Abbildung 4.16: Die einzelnen Observablen als Funktion von $\tan \beta$ für $A_{\tau} = -930$ GeV (strichpunktirt), -464 GeV (gestrichelt), 0 GeV (durchgezogen), 464 GeV (gepunktet), 930 GeV (lang-gepunktet). $m_{\tilde{t}_1} = 150$ GeV, $m_{\tilde{t}_2} = 75$ GeV, alle anderen Parameter wie in Abb. (4.15).

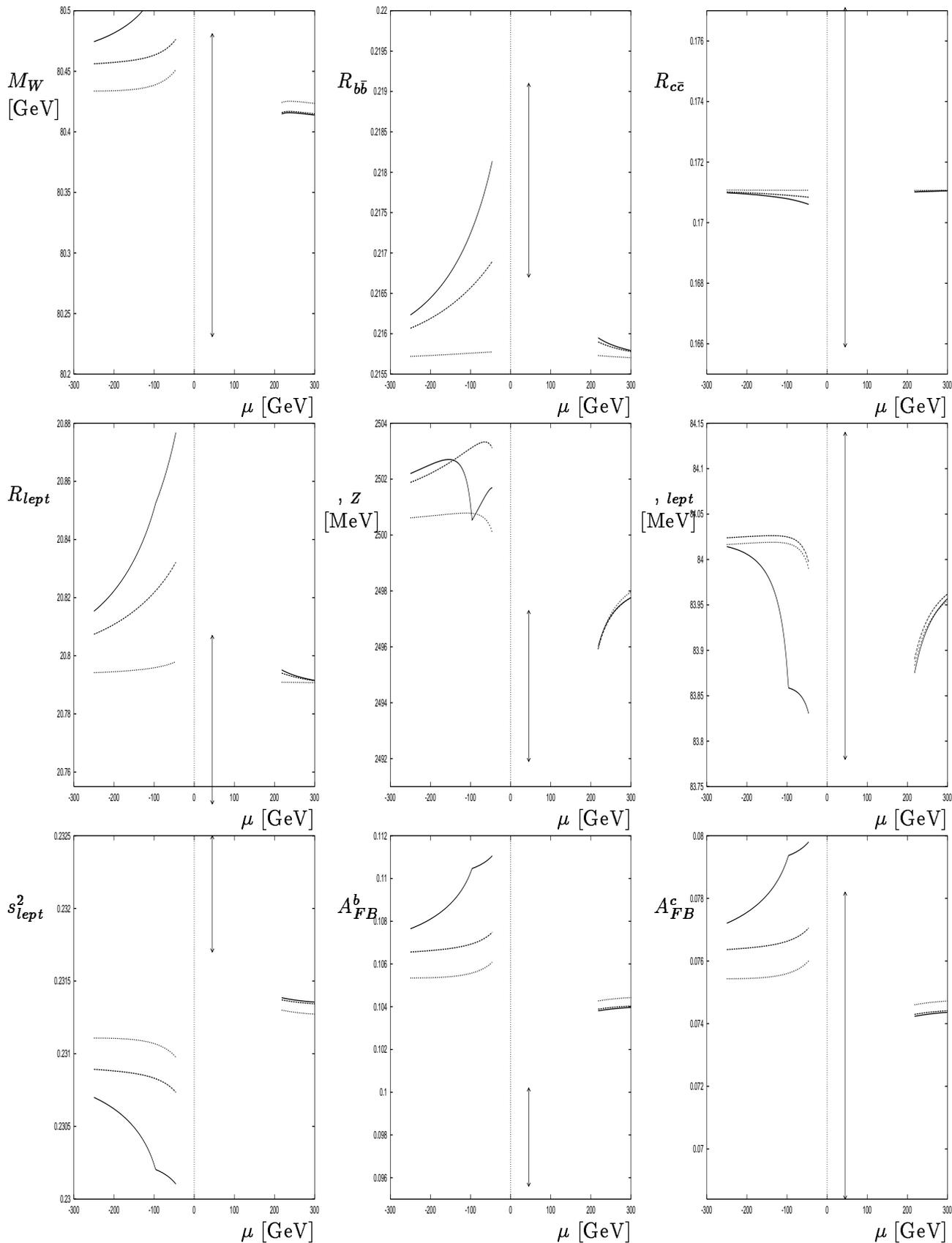


Abbildung 4.17: Die einzelnen Observablen als Funktion von μ . $M_2 = 100$ GeV. $m_{\tilde{t}_R} = 50$ GeV (durchgezogen), 150 GeV (gepunktet), 800 GeV (lang-gepunktet). $m_{\tilde{b}} = 500$ GeV, $m_{\tilde{t}} = 900$ GeV, $m_{\tilde{g}} = 800$ GeV, $\tan\beta = 1.1$. Dort, wo kein Wert eingetragen ist, befindet sich eines der Neutralinos oder Charginos im experimentell ausgeschlossenen Bereich.

Schließlich zeigt Abb. (4.17) die Observablen als Funktion von μ . Die aufgrund der negativen Resultate der direkten Suche nach Charginos/Neutralinos ausgeschlossenen μ -Bereiche sind durch die vertikalen Linien angedeutet. Nahe an diesen Rändern sind die Beiträge der Charginos und Sfermionen am größten. $R_{b\bar{b}}$ ist groß für $m_{\tilde{\chi}^\pm} = 50$ GeV und $m_{\tilde{t}_R} = 50$ GeV. Für große Massen entkoppelt der Chargino-Stop-Beitrag von sämtlichen Observablen.

Das Verhältnis R_{lept} , der leptonische effektive Mischungswinkel und A_{FB}^b stimmen besser mit dem Experiment überein, wenn die Charginos und das Stop schwerer sind oder bei starker Sfermionmischung.

4.4.2 Ein globaler Fit

Zum Abschluss geben wir noch die Ergebnisse eines globalen Fits des MSSM an. Global bedeutet, daß sämtliche zur Verfügung stehende experimentelle Information (in Form der einzelnen Observablen, die experimentellen Fehler und deren Korrelationen) eingeht, und daß alle Parameter des Modells variabel sind.

Die experimentellen Parametergrenzen, die in den Fit eingeflossen sind, sind in Tab. (4.1) zusammengestellt.

Für diesen Fit wurde $\tan\beta$ auf einmal 1.6 und einmal 35 fixiert; auf den genauen Wert von $\tan\beta$ kommt es dabei nicht so sehr an, weil sich herausgestellt hat, daß das Fitergebnis davon kaum abhängt. Im MSSM-Fit werden M_Z , G_μ und α als feste Parameter (ohne Fehler) angesetzt.

Entsprechend der Tatsache, daß Δr im MSSM fast immer – abgesehen von einem kleinen Gebiet des Parameterraums, weil die untere Grenze des leichten Higgs-Bosons kleiner ist als die des SM-Higgs-Bosons – kleiner als im SM ist, ist die Vorhersage von M_W im MSSM stets größer als im SM. Allerdings sind die Vorhersagen für α_s , m_t und für den effektiven Mischungswinkel den entsprechenden Werten im SM sehr ähnlich:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.116 \pm 0.005 \quad (4.8)$$

$$m_t = 172 \pm 5 \text{ GeV} \quad (4.9)$$

$$\sin^2 \theta_{lept}^{eff} = 0.2315 \pm 0.0004 \quad (4.10)$$

Mit Ausnahme von α_s , daß um 0.003 höher liegt, sind dies dieselben Werte wie für den Fall $\tan\beta = 35$. Die Ergebnisse des MSSM-Fits (dieser wurde in [60] durchgeführt) sind in Tab. (4.5) den experimentellen Werten der Observablen gegenübergestellt.

Das Teilchenspektrum, das aus diesem Fit resultiert, ist in Tab. (4.6) zusammengestellt. Es enthält Teilchen, die in Entdeckungs-Reichweite von LEP-II liegen. Sollten die neuen (hier relevanten) Teilchen allerdings deutlich über der LEP-II Schwelle liegen, so ist ihr Einfluß auf die hier abgeleiteten Vorhersagen kaum mehr spürbar, und der MSSM-Fit geht quasi in den SM-Fit über. Weil die Observablen in diesem Fall zu wenig sensitiv auf die Stop-Chargino-Massen oder M_A sind, könnte man aufgrund der hier gemachten Analyse keine oberen Grenzen für die SUSY-Teilchenmassen ableiten.

4.5 Vier Quark-Familien

Eine nichtsupersymmetrische Erweiterung des SM, die nicht primär den Higgs-Sektor betrifft, wurde ebenfalls untersucht. So haben wir den Beitrag einer hypothetischen vierten Generation von Quarks (t' , b') zu $R_{b\bar{b}}$ untersucht. Die Motivation dazu liefert folgende Überlegung: Die

Symbol	Experiment	Observable (bester Fit)					
		SM		MSSM			
tan β und pull		pull		1.6	pull	35	pull
M_Z [GeV]	91.1863 ± 0.0020	91.1861	0.08	91.1863	-	91.1863	-
Γ_Z [GeV]	2.4946 ± 0.0027	2.4958	-0.45	2.4946	-0.00	2.4940	0.22
σ_h [nb]	41.508 ± 0.056	41.468	0.72	41.461	0.84	41.449	1.05
R_{lept}	20.778 ± 0.029	20.755	0.80	20.769	0.32	20.772	0.22
A_{FB}^l	0.0174 ± 0.0010	0.0160	1.41	0.0162	1.20	0.0162	1.22
R_b	0.2178 ± 0.0011	0.2158	1.75	0.2174	0.38	0.2168	0.92
R_c	0.1715 ± 0.0056	0.1722	-0.13	0.1707	0.14	0.1708	0.12
A_{FB}^b	0.0979 ± 0.0023	0.1022	-1.87	0.1031	-2.26	0.1031	-2.24
A_{FB}^c	0.0735 ± 0.0048	0.0731	0.10	0.0736	-0.02	0.0736	0.01
\mathcal{A}_b	0.863 ± 0.049	0.933	-1.45	0.9353	-1.49	0.9356	-1.50
\mathcal{A}_c	0.625 ± 0.084	0.667	-0.50	0.6678	-0.51	0.668	-0.51
\mathcal{A}_τ	0.1401 ± 0.0067	0.1460	-0.88	0.1470	-1.03	0.1466	-0.97
\mathcal{A}_e	0.1382 ± 0.0076	0.1460	-1.03	0.1470	-1.16	0.1469	-1.14
$\sin^2 \theta_{eff}^{lept} \langle Q_{FB} \rangle$	0.2320 ± 0.0010	0.2316	0.35	0.2315	0.48	0.2315	0.46
M_W [GeV]	80.356 ± 0.125	80.355	0.01	80.403	-0.38	80.428	-0.58
$1 - M_W^2/M_Z^2$	0.2244 ± 0.0042	0.2235	0.23	0.2225	0.45	0.2220	0.56
m_t [GeV]	175 ± 6	172.0	0.50	172.5	0.42	172.0	0.50
$\sin^2 \theta_{eff}^{lept} (A_{LR})$	0.23061 ± 0.00047	0.2316	-2.21	0.2315	-1.94	0.2315	-1.97
$1/\alpha(M_Z)$	128.896 ± 0.09	128.905	-0.10	128.89	-	128.89	-

Tabelle 4.5: Meßwerte und die Resultate eines besten Fits mit minimalen χ^2 . Die *pulls* sind über den Quotienten (Meßwert - theor. Vorhersage) / experimenteller Fehler definiert. Für den MSSM-Fit wurden M_Z und $1/\alpha(M_Z)$ als feste Parameter angenommen, da deren Unsicherheiten im Vergleich zu denen aufgrund des *soft-breaking* Parameters vernachlässigbar sind. Es ändert sich nichts am Resultat, wenn sie als freie Parameter in den Fit eingehen würden. Ergebnisse nach [60].

Vertexkorrekturen zum Zerfall $Z \rightarrow b\bar{b}$ werden durch die negativen Beiträge des Top-Quarks dominiert. Die Tatsache, daß das SM eine zu kleine Zerfallsbreite vorhersagt, könnte also damit zusammenhängen, daß ein Teil des Top-Beitrags durch eine Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Mischung des Bottom-Quarks mit einem t' -Quark kompensiert wird, wenn das t' leichter als das Top-Quark ist. Auch wäre diese Generation nicht der experimentellen Einschränkung auf 3 Fermion-Generationen unterworfen, da diese Zahl aus der Zerfallsbreite des Z^0 -Bosons gewonnen wurde, und somit Teilchen mit Massen $m \geq M_Z/2$ nicht erfaßt werden. Wir fanden, daß für eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit dem Experiment ($R_{b\bar{b}}$) allerdings eine unrealistische t' - b -Mischung von nahezu 90% notwendig wäre. Die Massen der Quarks der 4. Generation wurden dabei auf 55-60 GeV festgelegt. Diese Werte waren durch die (allerdings nicht bestätigte) Beobachtung eines 'Höckers' in der invarianten Massenverteilung eines b -Quark Paares bei ~ 110 GeV in der Produktion eines W -Bosons am Fermilab Tevatron motiviert [16]. Mögliche Erklärungen für dieses Phänomen wären die Produktion eines Higgs-Bosons mit $M_H = 110$ GeV

Fit-SUSY Parameter and Massen		
Symbol	$\tan \beta=1.6$	$\tan \beta=35$
m_t [GeV]	172	172
α_s	0.116	0.1190
M_2 [GeV]	113	-
μ [GeV]	60	111
$m_{\tilde{t}_2}$ [GeV]	48	187
ϕ_{mix}	-0.18	0.04
m_A [GeV]	-	50
Teilchen-Spektrum		
$m_{\tilde{t}_1}$ [GeV]	≈ 1 TeV	
$m_{\tilde{t}_2}$ [GeV]	48	187
$m_{\tilde{g}}$ [GeV]	1 TeV	
$m_{\tilde{f}}$ [GeV]	0.5 TeV	
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ [GeV]	149	1504
$m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ [GeV]	84	111
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$ [GeV]	54	107
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$ [GeV]	64	114
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$ [GeV]	100	722
$m_{\tilde{\chi}_4^0}$ [GeV]	150	1504
m_h [GeV]	109	50
m_H [GeV]	≈ 1.5 TeV	112
m_A [GeV]	1.5 TeV	50
m_{H^\pm} [GeV]	≈ 1.5 TeV	123
$\chi^2/d.o.f.$	16.6/12	18.1/12
Probability	17%	11%

Tabelle 4.6: Werte für die Parameter (oberer Teil), die sich aus dem Fit ergeben, und das entsprechenden Massenspektrum (unterer Teil) für einen kleinen und großen Wert für $\tan \beta$. Die '-' kennzeichnen diejenigen Parameter, die nicht relevant sind und für die große Werte angesetzt wurden.

oder die Produktion eines b' -Paares mit $m_{b'} = 55$ GeV. Da ein großes Massensplitting zwischen t' und b' zu einem mit dem Experiment nicht vereinbaren Beitrag zu Δr führen würde, wurde in der obigen Diskussion also auch für t' eine Masse von ~ 55 GeV angenommen.

Kapitel 5

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die vollständigen 1-Schleifenkorrekturen für die elektroschwachen Präzisionsmeßgrößen an der Z^0 -Resonanz und zum μ -Zerfall im Rahmen des minimalen supersymmetrischen Standardmodells berechnet. Diese Modifikationen der theoretischen Vorhersage hängen durch die virtuelle Präsenz supersymmetrischer Teilchen von den Parametern des Modells ab. Diesen Umstand macht man sich zunutze, um aus einem Vergleich mit den Ergebnissen von Präzisionsexperimenten Einschränkungen an die Parameter zu erhalten.

Wesentliche Ergebnisse sind :

- Für die Vorhersage von M_H sind die genauen Werte von M_W und s_{lept}^2 (und von m_t) von großer Bedeutung.
- Im allgemeinen 2-Higgs-Dublett-Modell ergeben sich M_{H^\pm} - und $\tan\beta$ -abhängige Korrelationen zwischen den Massen des leichten und des pseudoskalaren Higgsbosons.
- Die SUSY-Box- und Vertexkorrekturen zum μ -Zerfall liefern keinen großen Beitrag. Dies beruht auf einer destruktiven Interferenz von Boxen und Vertices.
- Teilchenmischungen führen häufig zu einem Abschirm-Effekt des SUSY-Beitrags zu Observablen.
- Das Teilchenspektrum, das aus einem globalen Fit resultiert, liegt in Entdeckungsreichweite heutiger Experimente. Allerdings führt auch ein insgesamt schweres Spektrum zu einem akzeptablen Ergebnis, das dann im Wesentlichen in das des SM übergeht (Entkopplung).

Insgesamt gibt das MSSM eine dem SM gleichwertige Beschreibung heute verfügbarer Daten.

Darüberhinaus liefert Supersymmetrie aussichtsreiche Kandidaten für Kalte Dunkle Materie und ist konzeptionell in der Lage, die Grundlage für eine konsistente Theorie der Teilchenphysik unter Einschluß der Gravitation zu bilden.

Letztendliche Gewissheit über die Realisierung von Supersymmetrie in der Natur wird sich aber erst mit dem direkten Nachweis supersymmetrischer Teilchen einstellen.

Anhang A

Teilchenmischungen im MSSM

A.1 Gauginos und Higgsinos

A.1.1 Die Neutralinos

Die Masseneigenzustände χ_i^0 des neutralen Gaugino-Higgsino-Sektors sind definiert durch:

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0, \quad (\text{A.1})$$

wobei N eine Matrix ist, die die Neutralino-Massen-Matrix

$$Y = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z s_W \cos \beta & M_Z s_W \sin \beta \\ 0 & M_2 & M_Z c_W \cos \beta & -M_Z c_W \sin \beta \\ -M_Z s_W \cos \beta & M_Z c_W \cos \beta & 0 & -\mu \\ M_Z s_W \sin \beta & -M_Z c_W \sin \beta & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

diagonalisiert. Die Größe ψ^0 hat die Photino- und Zino-Spinoren sowie die Spinoren der beiden neutralen Higgsinos als Komponenten. Zwischen den einzelnen Parametern M_1, M_2, μ und $\sin \beta$ bestehen zunächst keinerlei Beziehungen. Es bleibt dem Experiment überlassen, die Werte der Parameter festzulegen. GUT-Modelle sagen allerdings eine Relation zwischen M_1 und M_2 voraus [28]:

$$M_1 = \frac{5 s_W}{3 c_W} M_2 \approx \frac{1}{2} M_2, \quad (\text{A.2})$$

die wir hier verwenden wollen, im wesentlichen, um die Zahl der freien Parameter, von denen unsere Ergebnisse abhängen, möglichst gering zu halten. Es bleiben also 3 Parameter, durch die sämtliche Massen der Neutralinos und der Charginos festgelegt sind: M_2, μ und $\tan \beta$. Die Eigenwerte der Matrix Y sind aber nicht notwendig positiv, wie man am einfachsten bereits am Grenzfall exakter Supersymmetrie, $M_2, \mu \rightarrow 0, \tan \beta = 1$ sieht: Die Eigenwerte von Y sind $0, 0, \pm M_Z$. Will man im Propagator trotzdem eine positive Masse haben, so muß man den entsprechenden Eigenspinor mit γ_5 multiplizieren:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(\not{p} - m)\Psi &\rightarrow \overline{\Psi \gamma_5}(\not{p} - m)\gamma_5 \Psi \\ &= \bar{\Psi}(\not{p} + m)\Psi \end{aligned}$$

Durch diese Vorschrift ändern sich aber im Fall eines negativen Masseneigenwertes auch die Kopplungen :

- $\bar{b} - \tilde{\chi}_i - \tilde{q}_\sigma$:

Hier ändert die linkshändige Kopplung das Vorzeichen.

- $Z^0 - \tilde{\chi}_i - \tilde{\chi}_j$:

Ist m_i oder m_j negativ, so ändert auch hier die linkshändige Kopplung der Nichtdiagonalerterme das Vorzeichen; sind beide Massen negativ, passiert nichts.

Diese Komplikation kann man einfach umgehen, wenn man in den analytischen Ausdrücken fuer die Feynmandiagramme auch negative Massen zuläßt. Wir definieren noch die Matrix $N' = \rho N$, mit

$$\rho = \begin{pmatrix} c_W & s_W & 0 & 0 \\ -s_W & c_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

die im Eichkopplungs-Anteil der Neutralino-Sfermion-Fermion-Kopplungen auftritt.

A.1.2 Die Charginos

Die Massenmatrix der Charginos zerfällt in zwei 2×2 -Matrizen,

$$X = \begin{pmatrix} M_2 & M_W \sqrt{2} \sin \beta \\ M_W \sqrt{2} \cos \beta & \mu \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Diese Matrix ist i. A. nicht symmetrisch, und wir brauchen deshalb zwei (orthogonale) Matrizen zur Diagonalisierung:

$$M_D = U^* X V^{-1} = \text{diag}\{M_{\tilde{\chi}_1^+}, M_{\tilde{\chi}_2^+}\} \quad (\text{A.5})$$

$M_{\tilde{\chi}_{1,2}^+}$: Eigenwerte von X .

Man parametrisiert U und V mit je einem Drehwinkel ϕ_- bzw. ϕ_+ . Letztere sind bestimmt durch:

$$\tan \phi_+ = \sqrt{2} M_W \frac{\sin \beta M_{\tilde{\chi}_1^+} + \epsilon \cos \beta M_{\tilde{\chi}_2^+}}{M_2 M_{\tilde{\chi}_1^+} - \epsilon \mu M_{\tilde{\chi}_2^+}} \quad (\text{A.6})$$

$$\tan \phi_- = \sqrt{2} M_W \frac{\mu M_{\tilde{\chi}_1^+} - \epsilon M_2 M_{\tilde{\chi}_2^+}}{\sin \beta M_{\tilde{\chi}_1^+} + \epsilon \cos \beta M_{\tilde{\chi}_2^+}}. \quad (\text{A.7})$$

Dabei ist ϵ das Vorzeichen der Determinante von X . Die Eigenwerte sind gegeben durch:

$$M_{\tilde{\chi}_{1,2}^+}^2 = \frac{1}{2} \{ M^2 + \mu^2 + 2M_W^2 \pm \sqrt{(M^2 - \mu^2 + M_W^2 \cos 2\beta)^2 + 8M_W^2 (M \sin \beta + \mu \cos \beta)^2} \}; \quad (\text{A.8})$$

Ein negativer Masseneigenwert tritt auf, wenn $M\mu < M_W^2 \sin 2\beta$ ist. In diesem Fall ist die Determinante von X negativ, und V wird mit $\sigma_3 = \text{diag} 1, -1$ multipliziert.

Löst man Gl. (A.8) nach μ auf, ergibt sich:

$$\mu = \frac{M M_W^2 \sin 2\beta \pm |M_{C_1}| \sqrt{M_W^4 \sin^2 2\beta + (M^2 - M_{C_1}^2)(M^2 - M_{C_1}^2 + 2M_W^2)}}{M^2 - M_{C_1}^2}, \quad (\text{A.9})$$

eine Relation, die man verwendet, um explizit die Masse des leichten Charginos vorgeben zu können.

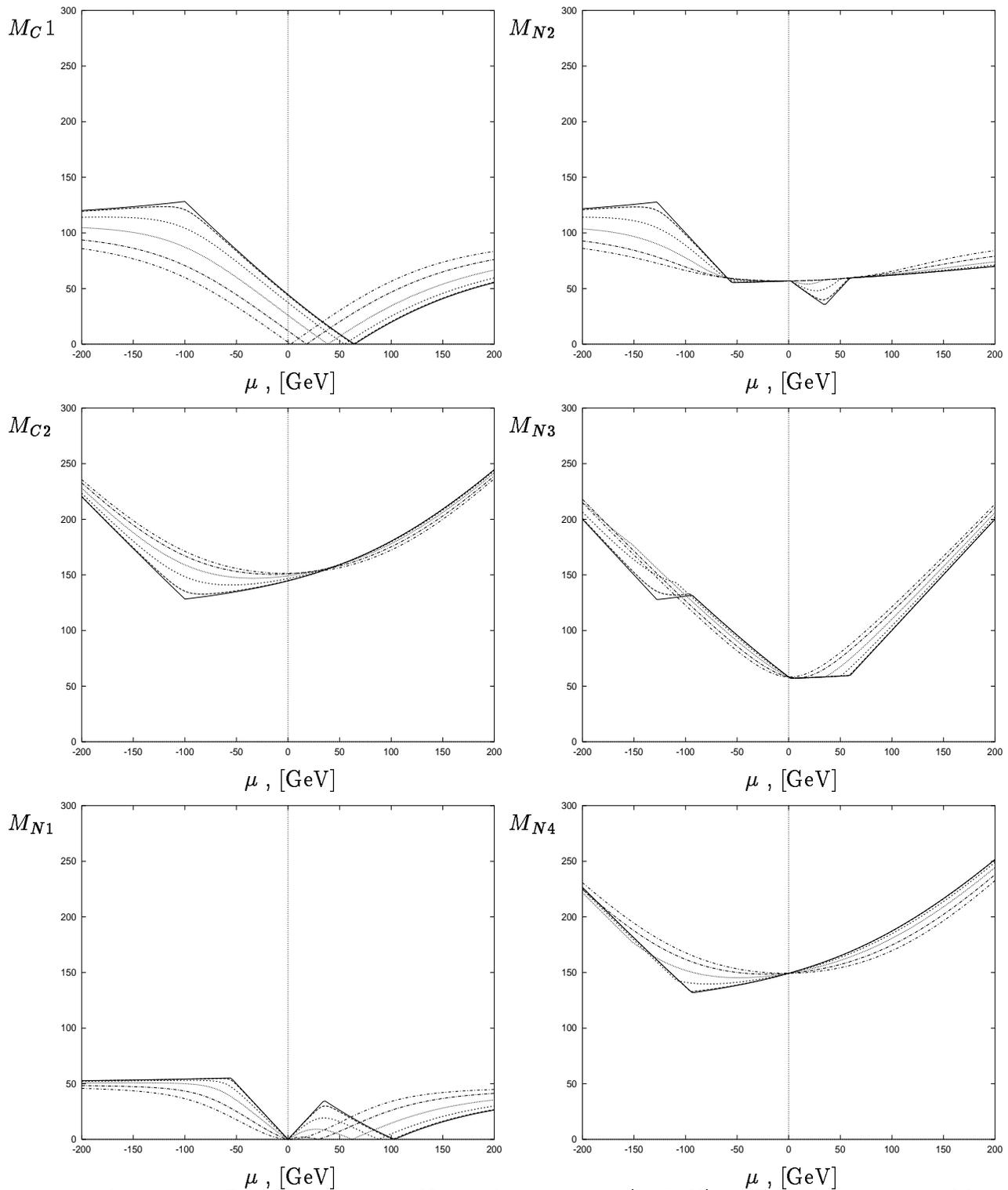


Abbildung A.1: Das Chargino- und Neutralinospektrum (in GeV) als Funktion von μ für $M_2 = 100$ GeV und verschiedene $\tan\beta$: $\tan\beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan\beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan\beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan\beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan\beta = 7$ (langgestrichpunktete Linie), $\tan\beta = 50$ (kurz-gestrichpunktete Linie).

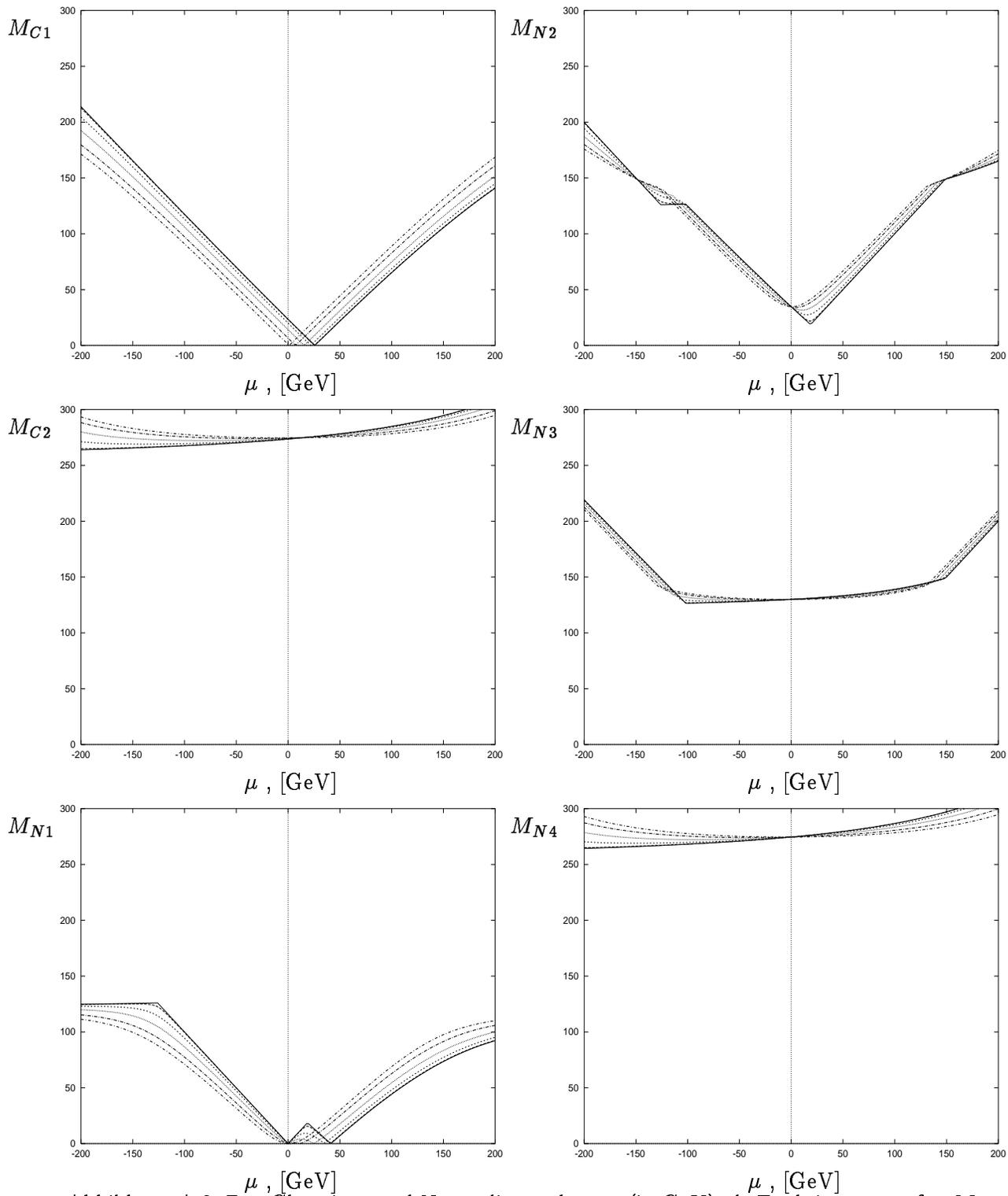


Abbildung A.2: Das Chargino- und Neutralinospektrum (in GeV) als Funktion von μ für $M_2 = 250$ GeV und $\tan \beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan \beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan \beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan \beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan \beta = 7$ (lang-gestrichpunktete Linie), $\tan \beta = 50$ (kurz-gestrichpunktete Linie).

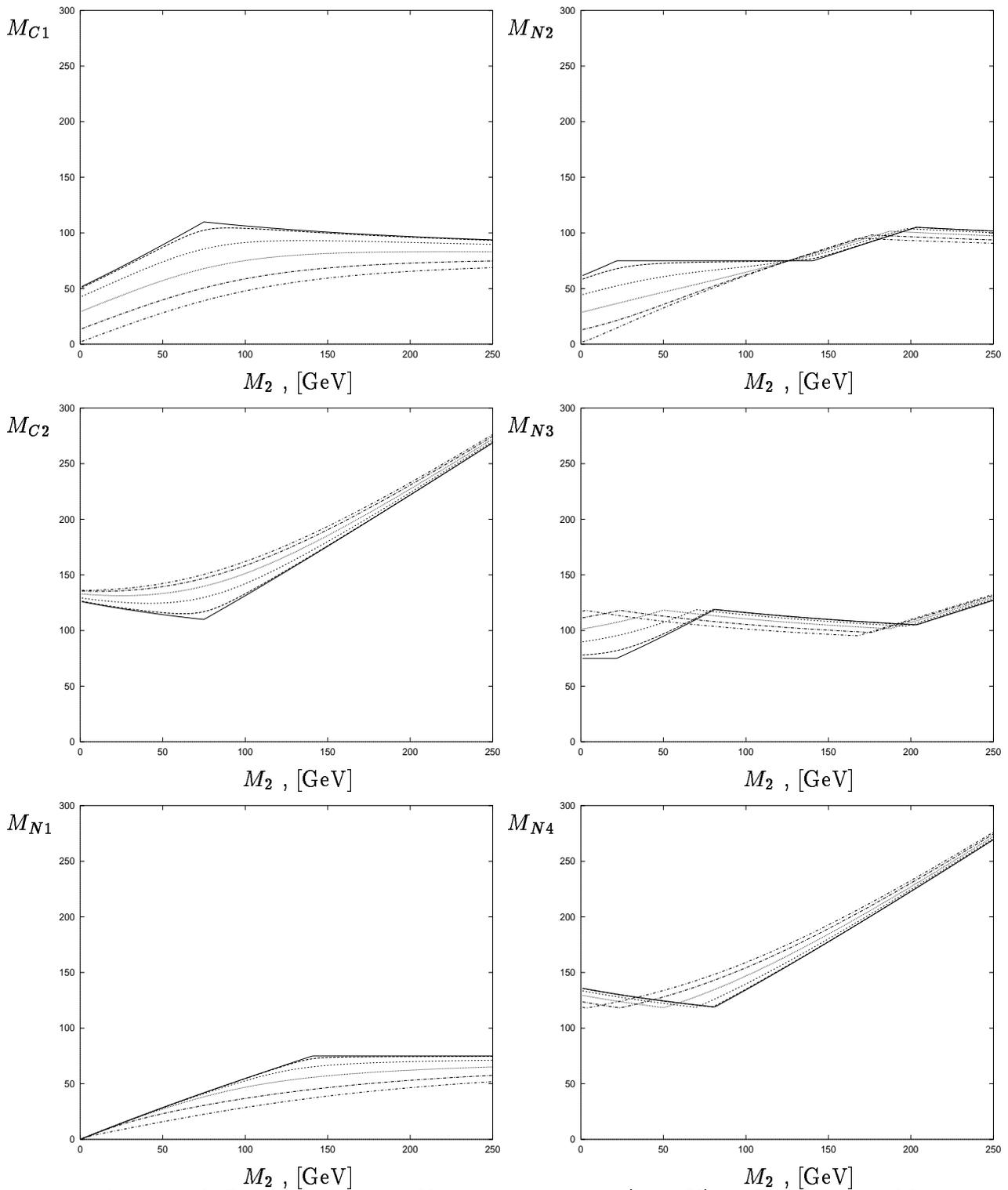


Abbildung A.3: Das Chargino- und Neutralinospektrum (in GeV) als Funktion von M_2 für $\mu = -75$ GeV und verschiedene $\tan \beta$: $\tan \beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan \beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan \beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan \beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan \beta = 7$ (langgestrichpunktete Linie), $\tan \beta = 50$ (kurz-gestrichpunktete Linie).

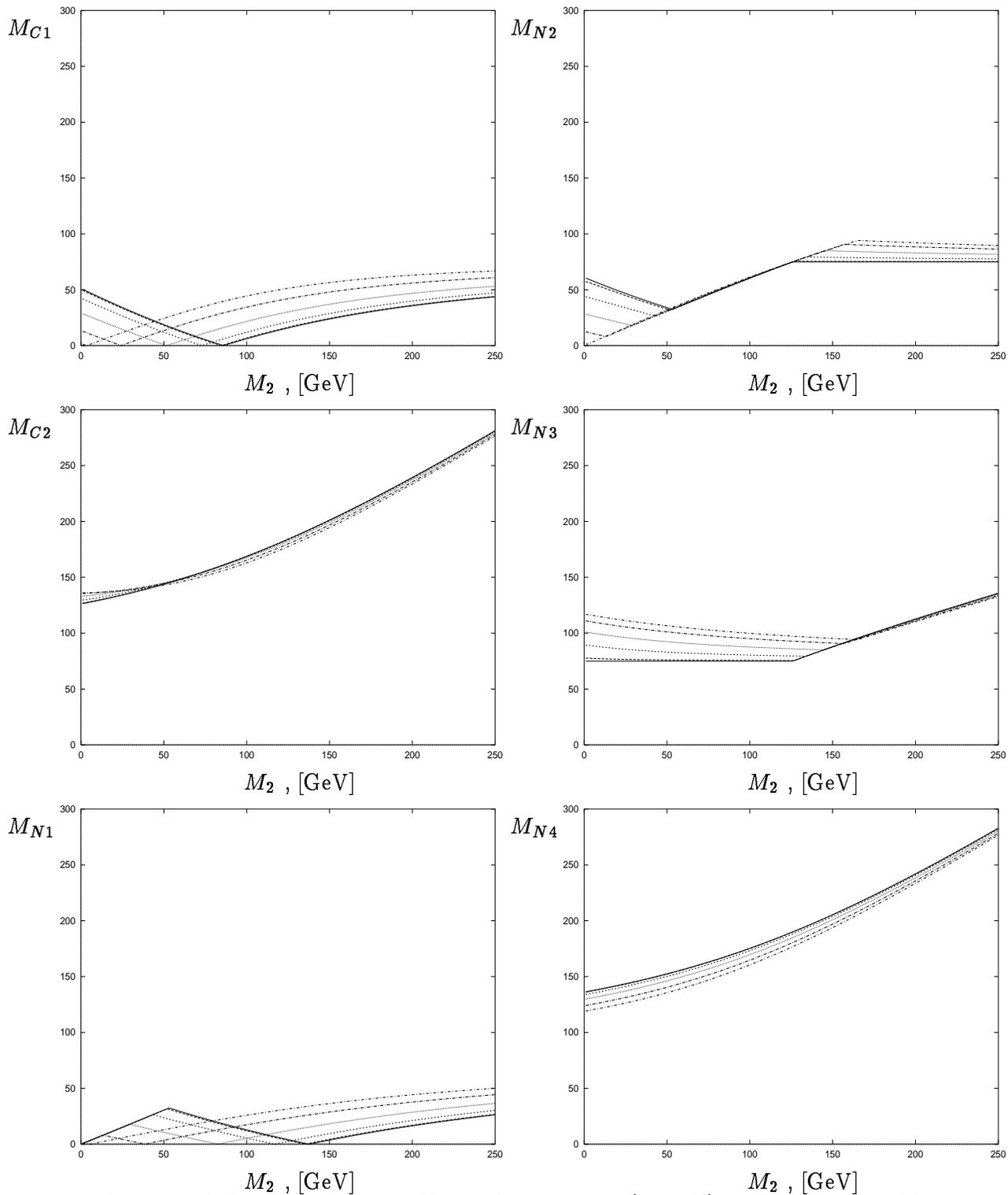


Abbildung A.4: Das Chargino- und Neutralinospektrum (in GeV) als Funktion von M_2 für $\mu = 75$ GeV und $\tan \beta = 1$ (durchgezogene Linie), $\tan \beta = 1.2$ (langgestrichelte Linie), $\tan \beta = 1.8$ (kurzgestrichelte Linie), $\tan \beta = 3$ (gepunktete Linie), $\tan \beta = 7$ (lang-gestrichpunktete Linie), $\tan \beta = 50$ (kurz-gestrichpunktete Linie).

Die Abbildungen (A.1)-(A.4) dienen der Illustration. Sie zeigen die Absolutbeträge des Eigenwert-Spektrums der Neutralino- und der Chargino-Mischungsmatrizen als Funktion der beiden Parameter μ und M_2 für jeweils fünf Werte von $\tan\beta$.

Schliesslich definieren wir noch die folgenden Matrizen, die in den Feynman-Regeln der Eichbosonen-Chargino- und Eichbosonen-Neutralino-Kopplungen auftreten [28]:

$$O_{ij}^L = -N_{i4}V_{j2}/\sqrt{2} + N_{i2}V_{j1} \quad (\text{A.10})$$

$$O_{ij}^R = N_{i3}U_{j2}/\sqrt{2} + N_{i2}U_{j1} \quad (\text{A.11})$$

$$O_{ij}'^L = -V_{i1}V_{j1} - V_{i2}V_{j2}/2 + s_W^2\delta_{ij} \quad (\text{A.12})$$

$$O_{ij}'^R = -U_{i1}U_{j1} - U_{i2}U_{j2}/2 + s_W^2\delta_{ij} \quad (\text{A.13})$$

$$O_{ij}''^L = -N_{i3}N_{j3}/2 + N_{i4}N_{j4}/2 \quad (\text{A.14})$$

$$O_{ij}''^R = -O_{ij}''^L, \quad (\text{A.15})$$

sowie die Größe $H_i = 2s_W^2N_{i1}' + (1 - 2s_W^2)N_{i2}'/c_W$.

A.2 Die Sfermionen

Außer der Aufspaltung der Massen innerhalb eines Supermultipletts durch die Einführung von *soft-breaking*-Termen, haben auch die jeweiligen supersymmetrischen Partner links- und rechtshändiger Fermionen im Allgemeinen unterschiedliche Massen. Darüberhinaus müssen die Masseneigenzustände keineswegs mit den Wechselwirkungseigenzuständen identisch sein. Sfermionen haben vielmehr die Möglichkeit durch die Existenz eines nichtverschwindenden off-Diagonalterms der Massenmatrix miteinander zu mischen.

Für Sneutrinos ist das natürlich irrelevant, denn durch das Fehlen eines rechtshändigen Neutrinos gibt es lediglich ein linkshändiges Sneutrino mit einer Masse ($\tau = (1 - \tan\beta^2)/(1 + \tan\beta^2)$)

$$m_{\tilde{\nu}_L} = M_{\tilde{t}_L}^2 + \tau/2M_Z^2.$$

Die Massen-Matrix für geladene Sleptonen hat folgendes Aussehen:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{t}_L}^2 + m_t^2 + \tau(M_Z^2 - 2M_W^2)/2 & m_l(A_{\tilde{t}} + \mu \tan\beta) \\ m_l(A_{\tilde{t}} + \mu \tan\beta) & M_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 - \tau(M_Z^2 - M_W^2) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.16})$$

Die Kleinheit des Nicht-Diagonalterms (er ist $\propto m_l$) sowie die Festlegung von $M_{\tilde{t}_L}^2$ durch die Wahl der physikalischen Sneutrino-Masse läßt lediglich $M_{\tilde{t}_R}^2$ als freien Parameter übrig. Wenn nichts Anderes gesagt ist, wird $M_{\tilde{t}_R}^2$ so gewählt, daß links- und rechtshändige Sleptonen die gleichen physikalischen Massen haben.

Für Down-artige Squarks hat die Massen-Matrix folgende Gestalt:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_d^2 - \tau(M_Z^2 + 2M_W^2)/6 & m_d(A_{\tilde{d}} + \mu \tan\beta) \\ m_d(A_{\tilde{d}} + \mu \tan\beta) & M_{\tilde{D}}^2 + m_d^2 - \tau(M_Z^2 - M_W^2)/3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.17})$$

Analog zum Sleptonsektor wählen wir hier $M_{\tilde{Q}}^2$ so, daß sich die gewünschte physikalische Masse für die linkshändigen Squarks ergibt und $M_{\tilde{D}}^2$ so, daß rechts- und linkshändige physikalischen Squarkmassen gleich sind. Auch hier vernachlässigen wir mögliche Mischungen¹

¹Im Falle der b-Squarks kann für sehr große Wert von $\tan\beta$ eine Mischung auftreten. Die Konsequenzen dieses Effekts wurde hier nicht separat untersucht. Die verwendeten Computer-codes enthalten aber diesen Effekt.

Schließlich benötigen wir noch die Massenmatrizen der Up-artigen Squarks:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_u^2 - \tau(M_Z^2 - 4M_W^2)/6 & m_u(A_{\tilde{u}} + \mu/\tan\beta) \\ m_u(A_{\tilde{u}} + \mu/\tan\beta) & M_{\tilde{U}}^2 + m_u^2 + 2\tau(M_Z^2 - M_W^2)/3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Wieder liegt $M_{\tilde{Q}}^2$ bereits durch die Vorgabe der entsprechenden Down-Squarkmassen fest. Für die ersten beiden Generationen kann man eine Mischung wieder ignorieren. Dann liegt mit der Wahl der physikalischen Masse des rechtshändigen Up-Squarks auch der Parameter $M_{\tilde{U}}^2$ fest.

Für den top-Squark-Sektor muß man die Möglichkeit einer Mischung von rechts- und linkshändiger Komponente allerdings zulassen, da jetzt die Topmasse im Nicht-Diagonalterm als Vorfaktor auftritt. Da für den Parameter $A_{\tilde{t}}$ ohnehin keine expliziten experimentellen Grenzen vorhanden sind, kann man den Ausdruck $(A_{\tilde{t}} + \mu/\tan\beta)$ auch als neuen, freien Parameter $A'_{\tilde{t}}$ auffassen. Häufig ist es wünschenswert, die Masse des leichten Stops explizit vorgeben zu können. Dazu verwendet man die folgenden Gleichungen, die die Elemente der Mischungsmatrix

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$$

mit den Eigenwerten und dem Mischungswinkel $\phi_{\tilde{t}}$ verknüpfen :

$$m_{h,l}^2 = \frac{a+d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a-d}{2}\right)^2 + b^2} \quad (\text{A.19})$$

$$m_1^2 = \cos^2 \phi_{\tilde{t}} a + \sin^2 \phi_{\tilde{t}} d + 2 \cos \phi_{\tilde{t}} \sin \phi_{\tilde{t}} b \quad (\text{A.20})$$

$$m_2^2 = \sin^2 \phi_{\tilde{t}} a + \cos^2 \phi_{\tilde{t}} d - 2 \cos \phi_{\tilde{t}} \sin \phi_{\tilde{t}} b. \quad (\text{A.21})$$

Gibt man nun etwa den Mischungswinkel $\phi_{\tilde{t}}$ und die leichte Stopmasse m_t^1 vor, so sind d und b dadurch festgelegt².

Die Auswirkungen einer Sfermion-Mischung auf die Feynman-Regeln werden in Anhang B angegeben.

² a liegt ohnehin schon durch die Wahl der Sbottommasse fest.

Anhang B

Technische Details

B.1 Der $Zf\bar{f}$ -Vertex

Wir geben hier die analytischen Ausdrücke für die Vektor- und Axialvektor-Formfaktoren an, die die 1-Schleifenkorrekturen zum $Zf\bar{f}$ -Vertex beschreiben und in Abbildung (B.1) in Form von 6 verschiedenen generischen Feynman-Diagrammen zusammengefaßt sind. Der jeweilige Teilcheninhalt der Schleife entspricht der Liste von Feynman-Diagrammen in Abb. (3.1). Die Numerierung der Formfaktoren entspricht der in Abbildung (B.1) von links oben nach rechts unten. Die expliziten Ausdrücke für die skalaren Integrale $C_{0,1,2}^\pm$ sind in Abschnitt B.5 zu finden. Die konkreten Kopplungen $V^{(\prime)}, A^{(\prime)}S^{(\prime)}, P^{(\prime)}$ sind definiert in Abschnitt B.3.

1. Fermion(i)–Fermion(j)–Vektorboson(k):

$$\begin{aligned}
 F_V^{(1)} &= \frac{\alpha}{4\pi} \left\{ \lambda_V^+ (2(3m_f^2 - s)C_0 + 4C_2^0 - 2 + (8m_f^2 - 2s)C_2^+ + 2sC_2^- \right. \\
 &\quad \left. + (4s - 16m_f^2)C_1^+) - 2\lambda_V^- m_k^2 C_0 \right\} \\
 F_A^{(1)} &= -\frac{\alpha}{4\pi} \left\{ \lambda_A^+ (2(m_f^2 - s)C_0 + 4C_2^0 - 2 + 2(4m_f^2 - s)C_2^+ \right. \\
 &\quad \left. + 4(4m_f^2 - s)C_1^+) + 2\lambda_A^- m_k^2 C_0 \right\} \tag{B.1}
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \lambda_V^\pm &= V'(V^2 + A^2) \pm 2A'VA \\
 \lambda_A^\pm &= A'(V^2 + A^2) \pm 2V'VA \tag{B.2}
 \end{aligned}$$

2. Vektorboson(i)–Vektorboson(j)–Fermion(k):

$$\begin{aligned}
 F_V^{(2)} &= \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} I_3^f \left\{ 6C_2^0 - 1 + (4m_f^2 - s)C_2^+ + sC_2^- - 2(4m_f^2 - s)C_1^+ \right\} \\
 F_A^{(2)} &= \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} I_3^f \left\{ 6C_2^0 - 1 + (4m_f^2 - s)C_2^+ + sC_2^- - 2(m_f^2 - s)C_1^+ \right\} \tag{B.3}
 \end{aligned}$$

3. Fermion(i)–Fermion(j)–Skalar(k):

$$F_V^{(3)} = \frac{\alpha}{4\pi} \left\{ (V'\lambda_V^- - A'\lambda_A^-) \left(2C_2^0 - \frac{1}{2} + (4m_f^2 - s)C_2^+ + sC_2^- \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& +2 \left(V' \lambda_V^+(m_j - m_i) + A' \lambda_A^+(m_j + m_i) \right) m_f C_1^- \\
& - \left(V' (\lambda_V^-(m_i m_j + m_f^2) + \lambda_V^+ m_f (m_i + m_j)) \right. \\
& \left. + A' (\lambda_A^-(m_i m_j - m_f^2) + \lambda_A^+ m_f (m_j - m_i)) \right) C_0 \} \\
F_A^{(3)} = & \frac{\alpha}{4\pi} \left\{ (A' \lambda_V^- - V' \lambda_A^-) (2C_2^0 - \frac{1}{2} + (4m_f^2 - s)C_2^+ + sC_2^-) \right. \\
& - 2m_f (A' \lambda_V^+(m_i + m_j) - V' \lambda_A^+(m_i - m_j) + 2m_f (A' \lambda_V^- - V' \lambda_A^-)) C_1^+ \\
& + \left(A' (\lambda_V^-(m_i m_j + m_f^2) + \lambda_V^+ m_f (m_i + m_j)) \right. \\
& \left. + V' (\lambda_A^-(m_i m_j - m_f^2) + \lambda_A^+ m_f (m_j - m_i)) \right) C_0 \} \tag{B.4}
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
\lambda_V^\pm &= SS' \pm PP' \\
\lambda_A^\pm &= SP' \pm PS' \tag{B.5}
\end{aligned}$$

4. Skalar(i)–Skalar(j)–Fermion(k):

$$\begin{aligned}
F_V^{(4)} &= \frac{\alpha}{4\pi} 2G_{ij} \lambda_V^- C_2^0 \\
F_A^{(4)} &= \frac{\alpha}{4\pi} 2G_{ij} \lambda_A^- C_2^0 \tag{B.6}
\end{aligned}$$

mit $\lambda_{V,A}^-$ von Gl. (B.5).

5. Vektorboson(i)–Skalar(j)–Fermion(k):

$$\begin{aligned}
F_V^{(5)} &= \frac{\alpha}{4\pi} G_{VS} \{ -2m_f \lambda_V C_1^- + m_k \lambda_V' C_0 \} \\
F_A^{(5)} &= \frac{\alpha}{4\pi} G_{VS} \{ 2m_f \lambda_A C_1^+ + m_k \lambda_A' C_0 \} \tag{B.7}
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
\lambda_V &= S'V - P'A \\
\lambda_{V'} &= S'V + P'A \\
\lambda_A &= S'A - P'V \\
\lambda_{A'} &= S'A + P'V \tag{B.8}
\end{aligned}$$

6. Skalar(i)–Vektorboson(j)–Fermion(k):

$$\begin{aligned}
F_V^{(6)} &= \frac{\alpha}{4\pi} G_{VS} \{ 2m_f \lambda_V C_1^- + m_k \lambda_V' C_0 \} \\
F_A^{(6)} &= \frac{\alpha}{4\pi} G_{VS} \{ -2m_f \lambda_A C_1^+ + m_k \lambda_A' C_0 \} \tag{B.9}
\end{aligned}$$

mit $\lambda_{V,A}$ von Gl. (B.8), wobei hier S', P' durch S, P ersetzt wird.

Die C -Integrale haben dabei die Argumente $C(m_f, q^2, m_i, m_j, m_k)$, wobei m_f die Masse des äußeren Fermions ist, und die $m_{i,j,k}$ sind die Massen der Teilchen in der Schleife, m_k die des in

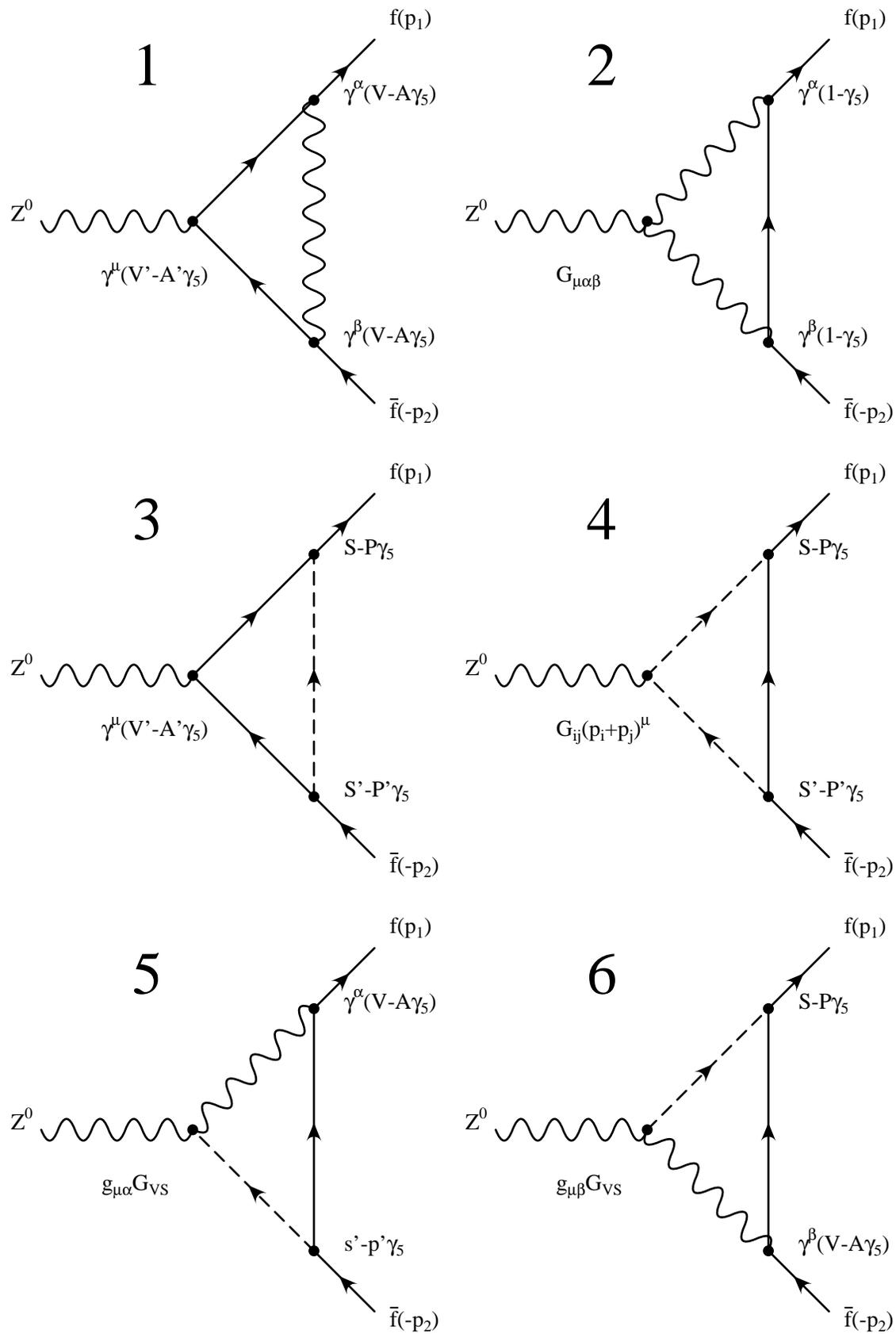


Abbildung B.1: Generische Feynman-Diagramme zur 1-Schleifenkorrektur zum $Zf\bar{f}$ -Vertex



Abbildung B.2: Generische Feynman-Diagramme zur Fermion-Selbstenergie auf 1-Schleifenniveau

den Feynmandiagrammen senkrecht laufenden Teilchens, m_i die des an p_1 koppelnden und m_j die des an p_2 koppelnden Teilchens (siehe Abb. (3.1)). Der Impulsübertrag q^2 ist in unserem Fall stets $q^2 = M_Z^2$.

Mit Hilfe dieser generischen Formfaktoren können alle in Abbildung (3.1) gezeigten Vertexkorrekturen berechnet werden. Dabei müssen die Kopplungen und Massen der involvierten Teilchen in den $F_{V,A}^{(i)}$ spezifiziert werden. Explizite Ausdrücke für die Kopplungen V, A, S, P etc. sind in Anhang B.3 angegeben. Die Formfaktoren $\Delta F_{V,A}^f$ von Gl. (3.12) stellen sich damit als Summe der einzelnen Beiträge dar:

$$\Delta F_{V,A}^f = \sum_i F_{V,A}^{(i)} \quad (\text{B.10})$$

Die Fermion-Selbstenergie auf 1-Schleifenniveau von Gl. (B.11) ist vollständig über die 2 generischen Feynman-Diagramme von Abb. (B.2) definiert. Der konkrete Teilcheninhalt ist der Darstellung der Feynman-Diagramme in Kapitel 3 (Abb. 3.1) zu entnehmen. Die Fermion-Selbstenergie wird wie folgt zerlegt :

$$\Sigma(\not{p}) = \not{p}(\Sigma_V + \gamma_5 \Sigma_A) + m_f \Sigma_S \quad (\text{B.11})$$

Die Koeffizienten ergeben sich wie folgt:

- Fermion(i)–Vektorboson(j):

$$\begin{aligned} \Sigma_V &= -\frac{\alpha}{4\pi}(V^2 + A^2)(1 + 2B_1) \\ \Sigma_A &= \frac{\alpha}{4\pi}2VA(1 + 2B_1) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\Sigma_S = -\frac{\alpha}{4\pi}(V^2 - A^2)\frac{m_i}{m_f}(4B_0 - 2) \quad (\text{B.13})$$

- Fermion(i)–Skalar(j):

$$\begin{aligned} \Sigma_V &= -\frac{\alpha}{4\pi}(SS' - PP')B_1 \\ \Sigma_A &= -\frac{\alpha}{4\pi}(PS' - P'S)B_1 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\Sigma_S = \frac{\alpha}{4\pi}(SS' + PP')\frac{m_i}{m_f}B_0 \quad (\text{B.15})$$

Die B -Funktionen sind mit den Argumenten $B(p_j^2, m_i, m_j)$ ($p_j^2 = m_j^2$) berechnet (siehe Abschnitt B.5).

B.1.1 Der Gluino-Beitrag

Den Beitrag des Gluinos zur hadronischen Zerfallsbreite des Z -Bosons behandeln wir separat. Das dazugehörige Feynmandiagramm entspricht der Nr.4 in Abb.B.1. Dabei ist $G_{ij} = \Lambda_{ij}^Z$, der Kopplungsmatrix des Z^0 -Bosons an Squark-Masseneigenzustände. Die Lagrangedichte der Quark-Squark-Chargino-Wechselwirkung lautet für ein Quark-Dublett:

$$\mathcal{L}_{q\tilde{q}\tilde{g}} = -\sqrt{2}g_s T_{\alpha\beta}^a \sum_{q=u,d} \left[\tilde{g}_a \left\{ P_L q^\beta \tilde{q}_L^{\alpha*} - P_R q^\beta \tilde{q}_R^{\alpha*} \right\} \right. \quad (\text{B.16})$$

$$\left. + \bar{q}^\alpha \left\{ P_R \tilde{g}_a \tilde{q}_L^\beta - P_L \tilde{g}_a \tilde{q}_R^\beta \right\} \right] \quad (\text{B.17})$$

$$= -\sqrt{2}g_s T_{\alpha\beta}^a \sum_{q=u,d} \left[\tilde{g}_a \left\{ \overbrace{(cP_L - sP_R)}^{m-p\gamma_5} q^\beta \tilde{q}_1^{\alpha*} - \overbrace{(sP_L + cP_R)}^{p+m\gamma_5} q^\beta \tilde{q}_2^{\alpha*} \right\} \right. \quad (\text{B.18})$$

$$\left. + \bar{q}^\alpha \left\{ \underbrace{(cP_R - sP_L)}_{m+p\gamma_5} \tilde{g}_a \tilde{q}_1^\beta - \underbrace{(sP_R + cP_L)}_{p-m\gamma_5} \tilde{g}_a \tilde{q}_2^\beta \right\} \right] \quad (\text{B.19})$$

($T^a = \tau^a/2$, τ^a sind die Gell-Mann-Matrizen.) $P_{L,R}$ sind die Links- bzw. Rechtsprojektoren : $(1 \mp \gamma_5)/2$. s und c sind sin und cos des Mischungswinkels der Squarks. Damit ergibt sich für die 1-Schleifen-Vertexkorrektur folgender Integralausdruck:

$$\Lambda_\mu^{ij} = \mu^{4-D} \int \frac{d^D x}{(2\pi)^D} (-\sqrt{2}g_s i)^2 T_{\beta\alpha}^a (\lambda + \rho\gamma_5) i \frac{\not{k} + m_{\tilde{g}}}{k^2 - m_{\tilde{g}}^2} T_{\alpha\beta}^a (\pi + \sigma\gamma_5) \frac{i}{D_j} \times \quad (\text{B.20})$$

$$\times \frac{-ie}{c_W s_W} \Lambda_{ij}^Z (p_1 + p_2 - 2k)_\mu \frac{i}{D_i}, \quad (\text{B.21})$$

wobei $\{\lambda, \rho, \pi, \sigma\} \in \{\pm m, \pm p\}$ und die Nenner der Propagatoren lauten $D_i = (k - p_i)^2 - m_i^2$; zu Λ_{ij}^Z siehe die Formeln zur Teilchenmischung im Abschnitt über Feynmanregeln. Bis auf Term $\propto (p_1 \pm p_2)_\mu$, die wir weglassen, weil sie proportional zur Masse des äußeren Fermions sind, erhält man :

$$\Lambda_\mu^{ij} = -16 \frac{eg_s^2}{c_W s_W} \Lambda_{ij}^Z \gamma_\mu [\lambda\pi - \rho\sigma - (\rho\pi - \lambda\sigma)\gamma_5] C_2^0(m_f, M_Z^2, m_i, m_j, m_{\tilde{g}}). \quad (\text{B.22})$$

Die entsprechenden Formfaktoren lauten also:

$$F_V^{ij} = -\frac{1}{\pi^2} \Lambda_{ij}^Z \frac{g_s^2}{c_W s_W} (\lambda\pi - \rho\sigma) C_2^0 \quad (\text{B.23})$$

$$F_A^{ij} = -\frac{1}{\pi^2} \Lambda_{ij}^Z \frac{g_s^2}{c_W s_W} (\rho\pi - \lambda\sigma) C_2^0. \quad (\text{B.24})$$

Konkret ergibt sich für die 4 Einzelbeiträge :

$$\underline{i=j=1} : \lambda = \pi = m; \rho = -\sigma = p; \Rightarrow \begin{cases} F_V^{11} \propto m^2 + p^2 = 1/2 \\ F_A^{11} \propto 2pm = (c^2 - s^2)/2 \end{cases} \quad (\text{B.25})$$

$$\underline{i=j=2} : \lambda = \pi = p; \rho = -\sigma = -m; \Rightarrow \begin{cases} F_V^{22} \propto p^2 + m^2 = 1/2 \\ F_A^{22} \propto -2pm = (s^2 - c^2)/2 \end{cases} \quad (\text{B.26})$$

$$\underline{i=1, j=2} : \lambda = -\sigma = m; \rho = -\pi = p; \Rightarrow \begin{cases} F_V^{12} \propto -pm + pm = 0 \\ F_A^{12} \propto -p^2 + m^2 = -cs \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

$$\underline{i=2, j=1} : \lambda = -\sigma = p; \rho = \pi = m; \Rightarrow \begin{cases} F_V^{21} \propto 0 \\ F_A^{21} \propto m^2 - p^2 = -cs. \end{cases} \quad (\text{B.28})$$

Zusammen folgt demnach :

$$F_V^{(7)} = -\frac{g_s^2}{2\pi^2 c_W s_W} \sum_{ij} \begin{bmatrix} c^2 I_3^f - Q_f s_W^2 & 0 \\ 0 & s^2 I_3^f - Q_f s_W^2 \end{bmatrix}_{ij} C_2^0(m_f, M_Z^2, m_i, m_j, m_{\tilde{g}}) \quad (\text{B.29})$$

$$F_A^{(7)} = -\frac{g_s^2}{\pi^2 c_W s_W} \sum_{ij} \begin{bmatrix} \frac{c^2-s^2}{2}(c^2 I_3^f - Q_f s_W^2) & I_3^f s^2 c^2 \\ I_3^f s^2 c^2 & \frac{s^2-c^2}{2}(s^2 I_3^f - Q_f s_W^2) \end{bmatrix}_{ij} C_2^0(m_f, M_Z^2, m_i, m_j, m_{\tilde{g}}) \quad (\text{B.30})$$

Der Gluino-Betrag zur Quark-Selbstenergie lautet:

$$-i\Sigma^i = \mu^{4-D} \int \frac{d^D x}{(2\pi)^D} (-\sqrt{2}g_s i)^2 T_{\alpha\beta}^a (\lambda + \rho\gamma_5) i \frac{\not{k} + m_{\tilde{g}}}{k^2 - m_{\tilde{g}}^2} (\lambda - \rho\gamma_5) T_{\beta\alpha}^a \frac{i}{D_{\tilde{q}}} \quad (\text{B.31})$$

$$= 8g_s^2 \frac{i}{16\pi^2} [-(\lambda - \rho\gamma_5)^2 \not{p} B_1(p^2, m_{\tilde{g}}, m_i) + (\lambda^2 - \rho^2) m_{\tilde{g}} B_0(p^2, m_{\tilde{g}}, m_i)], \quad (\text{B.32})$$

mit

$$\text{Für } i=1 : \lambda = m, \rho = p \Rightarrow \Sigma_V \propto 1/2; \Sigma_A \propto (s^2 - c^2)/2; \Sigma_S \propto cs \quad (\text{B.33})$$

$$\text{Für } i=2 : \lambda = p, \rho = -m \Rightarrow \Sigma_V \propto 1/2; \Sigma_A \propto (c^2 - s^2)/2; \Sigma_S \propto cs, \quad (\text{B.34})$$

so daß die Koeffizienten in der Zerlegung aus Gl. (B.11) lauten:

$$\Sigma_V^i = \frac{g_s^2}{2\pi^2} (\lambda^2 + \rho^2) B_1(p^2, m_{\tilde{g}}, m_i) \quad (\text{B.35})$$

$$\Sigma_A^i = -\frac{g_s^2}{2\pi^2} 2\lambda\rho B_1(p^2, m_{\tilde{g}}, m_i) \quad (\text{B.36})$$

$$\Sigma_S^i = -\frac{g_s^2}{2\pi^2} (\lambda^2 - \rho^2) \frac{m_{\tilde{g}}}{m_q} B_0(p^2, m_{\tilde{g}}, m_i). \quad (\text{B.37})$$

mit $p^2 = m_f^2$.

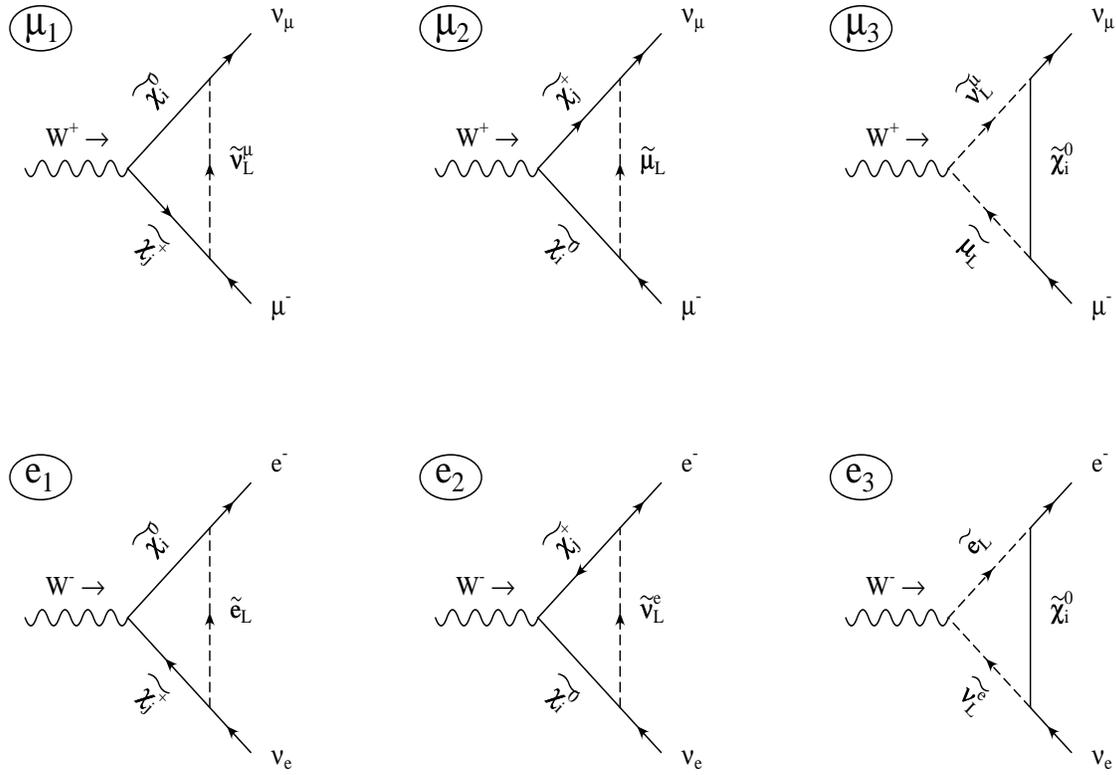
B.2 Der SUSY-Beitrag zum μ -Zerfall

Man kann Δr durch die unrenormierten Selbstenergien der Eichbosonen und die Box- und Vertexbeiträge ausdrücken:

$$\Delta r = \Sigma^{\gamma\gamma}(0)' + \frac{1}{M_W^2} (\Sigma^{WW}(0) - \Sigma^{WW}(M_W^2)) + \frac{c_W^2}{s_W^2} \mathcal{R}e \left(\frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} \right) + \frac{2c_W}{s_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}}{M_Z^2} + \Delta r_{\text{Box+Vertex}}. \quad (\text{B.38})$$

Die Vertexdiagramme im μ -Zerfall, die supersymmetrische Teilchen enthalten, sind in der Abb. (B.3) mit $\mu_{1\dots 3}$ und $e_{1\dots 3}$, gekennzeichnet. Der muonische und elektronische Vertex sind vollkommen analog, bis auf die unterschiedlichen Massen. Deshalb sind die analytischen Ausdrücke nur für einen generischen leptonen Vertex $l = \mu, e$ angegeben:

$$\Delta_1^l = \frac{\alpha}{4\pi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 \frac{N'_{i2} V_{j1}^*}{c_W} \left(O_{ij}^{L*} \left(\left(1 - \frac{2}{4-\varepsilon}\right) B_0(0, M_i^0, M_j^+) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} M_{\tilde{\nu}_i}^2 C_0(0, 0, M_{\tilde{\nu}_i}, M_i^0, M_j^+) \right) - O_{ij}^{R*} M_i^0 M_j^+ C_0(0, 0, M_{\tilde{\nu}_i}, M_i^0, M_j^+) \right) \quad (\text{B.39})$$

Abbildung B.3: Die supersymmetrischen Vertexkorrekturen zum μ -Zerfallsprozess

$$\Delta_2^l = \frac{\alpha}{4\pi} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 H_i^* U_{j1} \left(O_{ij}^{R*} \left(\left(1 - \frac{2}{4-\varepsilon}\right) B_0(0, M_i^0, M_j^+) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} M_i^2 C_0(0, 0, M_i^0, M_j^+) \right) - O_{ij}^{L*} M_i^0 M_j^+ C_0(0, 0, M_i^0, M_j^+) \right) \quad (\text{B.40})$$

$$\Delta_3^l = -\frac{\alpha}{4\pi} \sum_{i=1}^4 \frac{N'_{i2} H_i^*}{c_W} \frac{1}{4-\varepsilon} \left(B_0(0, M_i^0, M_{\nu_i}) + M_i^0 C_0(0, 0, M_i^0, M_{\nu_i}) \right), \quad (\text{B.41})$$

M_i^0 : Neutralinmassen, M_j^+ : Charginmassen.

Die Ausdrücke sind in dimensionaler Regularisierung (Siehe Abschnitt B.5) angegeben und ε steht für $4 - D$, D ist die Dimension. Die expliziten Ausdrücke für die skalaren B - und C -Integrale stehen in Abschnitt B.5 Die vier Box-Diagramme aus Abb. (B.4) entsprechen folgenden analytischen Ausdrücken:

$$\Delta_1^b = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{M_W^2}{4} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 |H_i|^2 |U_{j1}|^2 D_2^0(M_{\tilde{\mu}}, M_{\tilde{e}}, M_i^0, M_j^+) \quad (\text{B.42})$$

$$\Delta_2^b = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{M_W^2}{4c_W^2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 |V_{i1}|^2 |N'_{j2}|^2 D_2^0(M_{\tilde{\nu}_\mu}, M_{\tilde{\nu}_e}, M_j^+, M_i^0) \quad (\text{B.43})$$

$$\Delta_3^b = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{M_W^2}{c_W} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 N_{i2}^* H_i^* U_{j1} V_{j1} M_i^0 M_j^+ D_0(M_{\tilde{\mu}}, M_{\tilde{\nu}_e}, M_i^0, M_j^+) \quad (\text{B.44})$$

$$\Delta_4^b = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{M_W^2}{c_W} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^2 U_{j1}^* V_{j1} N'_{i2} H_i M_i^0 M_j^+ D_0(M_{\tilde{\nu}_\mu}, M_{\tilde{e}}, M_j^+, M_i^0). \quad (\text{B.45})$$

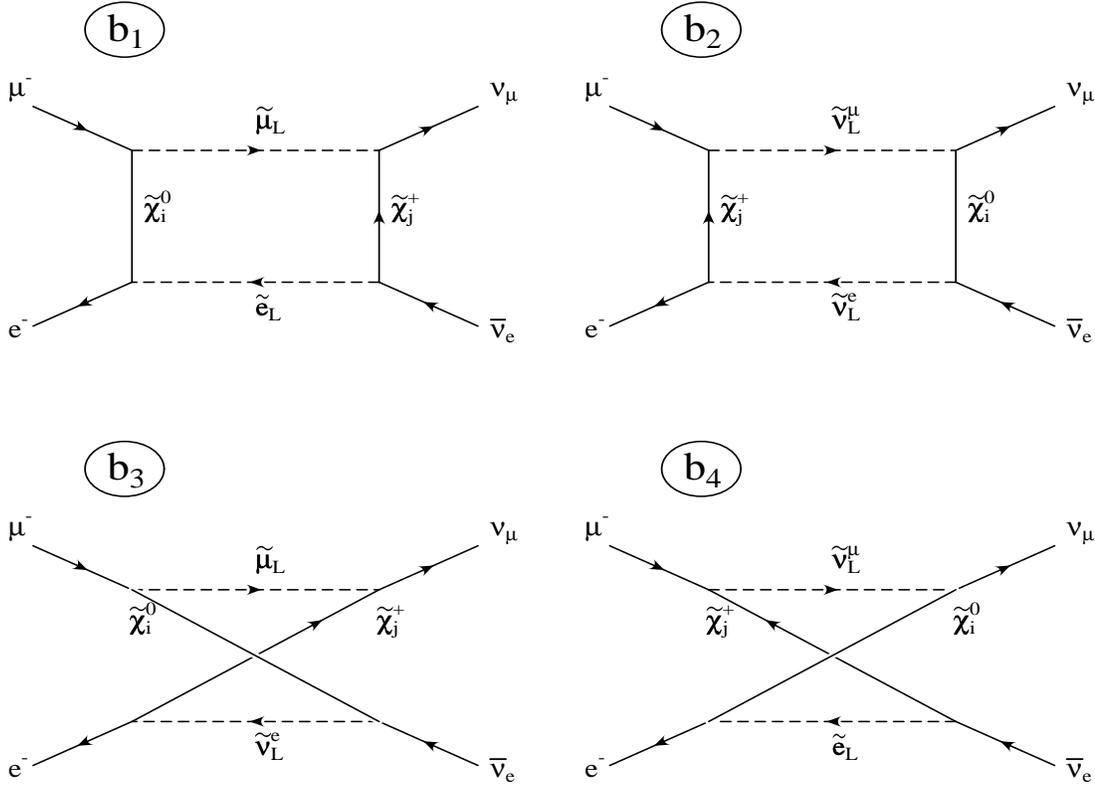


Abbildung B.4: Die supersymmetrischen Boxdiagramme zum μ -Zerfallsprozess

Die Definition der Matrizen $U, V, N', O^{L,R}$ sowie der Größen H_i sind in Anhang A.1 und Anhang A.2 zu finden. Die skalaren D -Integrale sind explizit im Abschnitt B.5 angegeben.

Die einzelnen Beiträge von Box- und Vertexdiagrammen gehen wie folgt in Δr ein:

$$\Delta r_{\text{Box}+\text{Vertex}} = \sum_{l=e,\mu} \left(\delta Z_L^l - \frac{1}{2} \hat{\Pi}_{\nu_l} + \sum_{i=1}^3 \Delta_i^l \right) \quad (\text{B.46})$$

$$+ \frac{1}{2} \Delta_3^b + \frac{1}{2} \Delta_4^b - \Delta_1^b - \Delta_2^b. \quad (\text{B.47})$$

Die zusätzlichen Beiträge δZ_L^l und $\hat{\Pi}_{\nu_l}$ zu den Vertex-Korrekturen Δ_i^l folgen in dem hier verwendeten Renormierungsschema aus der Tatsache, daß das Residuum des Propagators der Elektrons gleich 1 gewählt wurde. Da für das linkshändige Dublett nur eine Wellenfunktionsrenormierungskonstante zur Verfügung steht, ist damit auch der endliche Anteil für das Neutrino festgelegt, entsprechend hat dessen Propagator nicht mehr Residuum = 1. δZ_L^l und $\hat{\Pi}_{\nu_l}$ kompensieren das gerade. δZ_L^l ist die Wellenfunktionsrenormierungskonstante für das (ν_l, l) -Dublett:

$$\delta Z_L^l = \frac{\alpha}{4\pi} \left(\sum_{i=1}^2 |V_{j1}|^2 B_1(0, M_i^+, M_{\nu_i}) + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} |H_i|^2 B_1(0, M_i^0, M_{\tilde{l}}) \right) \quad (\text{B.48})$$

und $\hat{\Pi}_{\nu_l} = \Sigma_L^{\nu_l}(0) + \delta Z_L^l$.

Die relative Vorzeichen der einzelnen Box-Beiträge in B.46 ergibt sich entsprechend den in [63] angegebenen Regeln.

B.3 Feynman-Regeln

Mit Hilfe der in Ref. [9, 28] angegebenen Feynman-Regeln des MSSM sind die in Abb. B.1 auftretenden Kopplungsparameter $S, P, V, A, G_{VS}, G_{ij}^V, G_{\mu\alpha\beta}$ in den nachfolgenden Tabellen spezifiziert.

	V	A
$Z f \bar{f}$	v_f	a_f
$Z \tilde{\chi}_i^\pm \tilde{\chi}_j^\mp$	$\pm(O_{ij}^{\prime L} + O_{ij}^{\prime R})/(2s_W c_W)$	$\pm(O_{ij}^{\prime L} - O_{ij}^{\prime R})/(2s_W c_W)$
$Z \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$	$(O_{ij}^{\prime\prime L} + O_{ij}^{\prime\prime R})/(2s_W c_W)$	$(O_{ij}^{\prime\prime L} - O_{ij}^{\prime\prime R})/(2s_W c_W)$
$W f f'$	$1/(2\sqrt{2}s_W)$	$1/(2\sqrt{2}s_W)$
$W^\pm \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^\pm$	$\pm(O_{ij}^L + O_{ij}^R)/(2s_W)$	$\pm(O_{ij}^L - O_{ij}^R)/(2s_W)$

Tabelle B.1: Die Vektor- und Axialvektorkopplungen V, A des Z - und W -Bosons an Fermionen. Die Definition der Matrizen $O^{(L,R)}, O^{\prime(L,R)}, O^{\prime\prime(L,R)}$ ist in Anhang A.2 zu finden.

Will man Sfermionen-Mischung zulassen, so sind die Feynman-Regeln zu modifizieren. Zu deren Ableitung verwenden wir folgende kompakte Notation: $\tilde{l}, \tilde{r}, \tilde{1}$ und $\tilde{2}$ bezeichnen jeweils links- oder rechtshändiges Sfermion, bzw. Masseneigenzustände \tilde{f}_1 und \tilde{f}_2 . Dann findet man für die $\gamma \tilde{f} \tilde{f}$ -Kopplung:

$$\begin{aligned}
\tilde{l}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{l} + \tilde{r}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{r} &= (\cos \Phi \tilde{1}^* - \sin \Phi \tilde{2}^*) \overleftrightarrow{\delta} (\cos \Phi \tilde{1} - \sin \Phi \tilde{2}) \\
&+ (\sin \Phi \tilde{1}^* + \cos \Phi \tilde{2}^*) \overleftrightarrow{\delta} (\sin \Phi \tilde{1} + \cos \Phi \tilde{2}) \\
&= \tilde{1}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{1} + \tilde{2}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{2}
\end{aligned} \tag{B.49}$$

wobei Φ den Mischungswinkel bezeichnet. Für diese Kopplung tritt demnach keine Änderung auf. Bei der $Z \tilde{f}_i \tilde{f}_j$ -Kopplung tritt jedoch eine Modifikation auf, da links- und rechtshändige Felder unterschiedlich koppeln:

$$\mathcal{L} = -\frac{e}{s_W c_W} Z_\mu \sum_{\sigma=l,r} (I_\sigma^f - Q_f s_W^2) \tilde{\sigma}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{\sigma} \tag{B.50}$$

Nun werden die links- und rechts-Zustände \tilde{l}, \tilde{r} auf die Masseneigenzustände $\tilde{1}, \tilde{2}$ transformiert:

$$\tilde{\sigma} = T_{\sigma i}^{-1} \tilde{i} \quad \text{mit} \quad T_{\sigma i}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi \\ \sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix}_{\sigma i}$$

Folglich wird aus dem Strom

$$\mathcal{J}^\mu = -e \sum_{\sigma=l,r} C_\sigma^f \tilde{\sigma}^* \overleftrightarrow{\delta} \tilde{\sigma} \tag{B.51}$$

Sff'	S	P	S'	P'
H^0	$I_3^f < 0 : -\frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ $I_3^f > 0 : \frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$	0	S	0
h^0	$I_3^f < 0 : -\frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$ $I_3^f > 0 : \frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$	0	S	0
A^0	0	$I_3^f < 0 : \frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \tan \beta$ $I_3^f > 0 : \frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} \frac{1}{\tan \beta}$	0	P
G^0	0	$\frac{m_f}{2s_W c_W M_Z} 2I_3^f$	0	P
H^\pm	$I_3^f < 0 : \frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (m_f \tan \beta + \frac{m_{f'}}{\tan \beta})$ $I_3^f > 0 : \frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (\frac{m_f}{\tan \beta} + m_{f'} \tan \beta)$	$\frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (m_f \tan \beta - \frac{m_{f'}}{\tan \beta})$ $\frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (\frac{m_f}{\tan \beta} - m_{f'} \tan \beta)$	S	$-P$
G^\pm	$2I_3^f \frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (m_f - m_{f'})$	$2I_3^f \frac{1}{2\sqrt{2}s_W c_W M_Z} (m_f + m_{f'})$	S	$-P$

Tabelle B.2: Die Skalar- und Pseudoskalar-Kopplungen S, P der Higgs-Fermion-Wechselwirkung im 2HDM.

$$= -e \sum_{\sigma=l,r} C_\sigma^f \sum_{ij=1,2} T_{\sigma i}^{-1} T_{\sigma j}^{-1} \tilde{v}^{\dagger \mu} \tilde{j} \quad (\text{B.52})$$

$$= e \sum_{ij=1,2} \Lambda_{ij}^Z \tilde{v}^{\dagger \mu} \tilde{j} \quad (\text{B.53})$$

mit

$$\Lambda_{ij}^Z = -\sum_{\sigma} C_\sigma^f T_{\sigma i}^{-1} T_{\sigma j}^{-1} \quad (\text{B.54})$$

und $C_L^f = (I_3^f - Q_f s_W^2)/(s_W c_W)$, $C_R^f = -Q_f s_W/c_W$. Für Λ^Z erhält man schließlich

$$\Lambda^Z = \begin{pmatrix} -\cos^2 \Phi I_3^f + Q_f s_W^2 & I_3^f \sin \Phi \cos \Phi \\ I_3^f \sin \Phi \cos \Phi & -\sin^2 \Phi I_3^f + Q_f s_W^2 \end{pmatrix} \frac{1}{s_W c_W}. \quad (\text{B.55})$$

Analoge Λ -Matrizen erhält man nun für die Kopplung an die geladenen Eichbosonen:

$$\Lambda^{W^+} = \begin{pmatrix} \cos \Phi_u \cos \Phi_d & -\cos \Phi_u \sin \Phi_d \\ -\sin \Phi_u \cos \Phi_d & \sin \Phi_u \sin \Phi_d \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}s_W} \quad (\text{B.56})$$

$S = a + b; P = a - b; S' = S; P' = -P$		
	a	b
$\tilde{\chi}_i^0 \tilde{f}_L f$	$I_3^f < 0$: $-\frac{N_{i3}}{\cos\beta} \frac{m_f}{2\sqrt{2}c_W s_W M_Z}$ $I_3^f > 0$: $-\frac{N_{i4}}{\sin\beta} \frac{m_f}{2\sqrt{2}c_W s_W M_Z}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_f N'_{i1} + \frac{I_3^f - Q_f s_W^2}{c_W s_W} N'_{i2})$
$\tilde{\chi}_i^0 \tilde{f}_R f$	$I_3^f < 0$: $-\frac{N_{i3}}{\cos\beta} \frac{m_f}{2\sqrt{2}c_W s_W M_Z}$ $I_3^f > 0$: $-\frac{N_{i4}}{\sin\beta} \frac{m_f}{2\sqrt{2}c_W s_W M_Z}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(Q_f N'_{i1} - \frac{Q_f s_W}{c_W} N'_{i2})$
$\tilde{\chi}_i^- \tilde{f}'_L f$	$\frac{m_f U_{i2}}{2\sqrt{2}M_Z s_W c_W \cos\beta}$	$-\frac{1}{2s_W} V_{i1}$
$\tilde{\chi}_i^- \tilde{f}'_R f$	0	$\frac{m_f V_{i2}}{2\sqrt{2}M_Z s_W c_W \sin\beta}$
$\tilde{\chi}_i^+ \tilde{f}'_L f$	$\frac{m_f V_{i2}}{2\sqrt{2}M_Z s_W c_W \sin\beta}$	$-\frac{1}{2s_W} U_{i1}$
$\tilde{\chi}_i^+ \tilde{f}'_R f$	0	$\frac{m_f U_{i2}}{2\sqrt{2}M_Z s_W c_W \cos\beta}$

Tabelle B.3: Die Skalar- und Pseudoskalar-Kopplungen S, P im MSSM. Explizite Ausdrücke für die Matrizen N, N', U, V sind in Anhang A.1 und A.2 zu finden.

VVS :	$ZZ(H^0; h^0)$	$W^\pm W^\mp(H^0; h^0)$	$(Z; \gamma)W^\pm G^\mp$
G_{VS}	$\frac{M_Z}{c_W s_W}(\cos\delta; \sin\delta)$	$\frac{M_W}{s_W}(\cos\delta; \sin\delta)$	$(-M_Z s_W; M_W)$

Tabelle B.4: Die VVS -Kopplungen G_{VS} im 2HDM (mit $\delta = \beta - \alpha$).

$$\Lambda^{W^-} = \begin{pmatrix} \cos\Phi_u \cos\Phi_d & -\sin\Phi_u \cos\phi_d \\ -\cos\Phi_u \sin\Phi_d & \sin\Phi_u \sin\Phi_d \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}s_W}. \quad (\text{B.57})$$

Die Diagonalelemente der Matrizen $\Lambda^{Z,W}$ ersetzen die Kopplungen $G_{LL,RR}^{Z,W}$ von Tab. (B.5).

Desweiteren werden noch die Viererkopplungen $VVSS$ benötigt. Beim Photon kann man wieder einfach die Wechselwirkungseigenzustände durch Masseneigenzustände ersetzen. Die $Z\gamma\tilde{f}\tilde{f}$ -Kopplung ist jedoch modifiziert:

$$\mathcal{L} = \frac{2e^2}{s_W c_W} A_\mu Z_\mu \sum_{\sigma=l,r} Q_f (I_3^f - Q_f s_W^2) \tilde{\sigma}^* \tilde{\sigma} \quad (\text{B.58})$$

$$= e^2 A_\mu Z_\mu \sum_{i=1,2} \Lambda_{ij}^{Z\gamma} \tilde{i}^* \tilde{i} \quad (\text{B.59})$$

$(Z, \gamma)S_i S_j :$	$A^0(H^0; h^0)$	$G^0(H^0; h^0)$	$H^\pm H^\mp; G^\pm G^\mp$	$\tilde{f}_{L,R} \tilde{f}'_{L,R}$
G_{ij}^Z	$(\frac{\sin \delta}{2s_W c_W}; -\frac{\cos \delta}{2s_W c_W})$	$(-\frac{\cos \delta}{2s_W c_W}; -\frac{\sin \delta}{2s_W c_W})$	$\pm \frac{\cos 2\theta_W}{2c_W s_W}$	$\frac{(-I_3^f + Q_f s_W^2)}{c_W s_W}$
G_{ij}^γ	0	0	1;1	Q_f
$W^\pm S_i S_j :$	$H^\pm(H^0; h^0; A^0)$	$G^\pm(H^0; h^0; G^0)$	$\tilde{f}_{L,R} \tilde{f}'_{L,R}$	
G_{ij}^W	$(\mp \frac{\sin \delta}{2s_W}; \pm \frac{\cos \delta}{2s_W}; -\frac{1}{2s_W})$	$(\pm \frac{\cos \delta}{2s_W}; \pm \frac{\sin \delta}{2s_W}; -\frac{1}{2s_W})$	$-\frac{1}{\sqrt{2}s_W}$	

Tabelle B.5: Die $V S_i S_j$ -Kopplungen G_{ij}^V im MSSM (mit $\delta = \beta - \alpha$).

$VVSS :$	$A^0, H^0, h^0; G^0$	$H^\pm; G^\pm$	$\tilde{f}_{L,R}$
$\gamma\gamma$	0	2;2	$2Q_f^2$
ZZ	$\frac{1}{2c_W^2 s_W^2} \frac{1}{2}$	$\frac{\cos^2 2\theta_W}{2c_W^2 s_W^2}$	$2 \frac{(I_3^f - Q_f s_W^2)^2}{c_W^2 s_W^2}$
$Z\gamma$	0	$\frac{\cos 2\theta_W}{s_W c_W}$	$2 \frac{Q_f (I_3^f - Q_f s_W^2)}{c_W s_W}$
WW	$\frac{1}{2s_W^2} \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2s_W^2}$	$\frac{1}{2s_W^2}$

Tabelle B.6: Die Viererkopplungen G_S im MSSM

mit

$$\Lambda^{Z\gamma} = \frac{2Q_f}{s_W c_W} \begin{pmatrix} \cos^2 \Phi I_3^f - Q_f s_W^2 & -I_3^f \sin \Phi \cos \Phi \\ I_3^f \sin \Phi \cos \Phi & \sin^2 \Phi I_3^f - Q_f s_W^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.60})$$

Wieder analog für die $ZZ\tilde{f}\tilde{f}$ und die $WW\tilde{f}\tilde{f}$ Kopplungen

$$\Lambda^{ZZ} = \frac{2}{c_W^2 s_W^2} \begin{pmatrix} \cos^2 \Phi I_3^f (I_3^f - 2Q_f s_W^2) + s_W^4 Q_f^2 & -\sin \Phi \cos \Phi I_3^f (I_3^f - 2Q_f s_W^2) \\ -\sin \Phi \cos \Phi I_3^f (I_3^f - 2Q_f s_W^2) & \sin^2 \Phi I_3^f (I_3^f - 2Q_f s_W^2) + s_W^4 Q_f^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.61})$$

$$\Lambda^{WW} = \frac{1}{2s_W^2} \begin{pmatrix} \cos^2 \Phi & -\sin \Phi \cos \Phi \\ -\sin \Phi \cos \Phi & \sin^2 \Phi \end{pmatrix}. \quad (\text{B.62})$$

Unter Berücksichtigung von Mischung ersetzt dies die Viererkopplungen G_S von Tab. B.6.

Schließlich ist noch die Kopplung der Sfermionen an die Gauginos-Higgsinos zu diagonalisieren:

$$\mathcal{L} \propto \bar{f} \sum_{\sigma=l,r} (S_i - P_i \gamma_5) \tilde{\chi}^- \tilde{f}_\sigma^l \quad (\text{B.63})$$

$$= \bar{f}(\cos \Phi' S_L + \sin \Phi' S_R - (\cos \Phi' P_L + \sin \Phi' P_R) \gamma_5) \tilde{\chi}^- \bar{f}'_1 \quad (\text{B.64})$$

$$+ \bar{f}(\cos \Phi' S_R + \sin \Phi' S_L - (\cos \Phi' P_R - \sin \Phi' P_L) \gamma_5) \tilde{\chi}^- \bar{f}'_2. \quad (\text{B.65})$$

Die $S_{L,R}, P_{L,R}$ sind Tab. (B.3) zu entnehmen. Für die Neutralinos ergibt sich dasselbe, lediglich die Isospin-Partner anzeigenden ' sind wegzulassen.

B.4 Eichboson-Propagatoren

Der Zusammenhang zwischen renormierten $\hat{\Sigma}^{ij}$ und unrenormierten Vektorboson-Selbstenergien Σ^{ij} ist wie folgt gegeben:

$$\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(k^2) = \Sigma^{\gamma\gamma}(k^2) - k^2 \Pi^\gamma(0), \quad (\text{B.66})$$

$$\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(k^2) = \Sigma^{\gamma Z}(k^2) - \Sigma^{\gamma Z}(0) - k^2 \left(\frac{c_W}{s_W} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) - 2 \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \right), \quad (\text{B.67})$$

$$\hat{\Sigma}^{ZZ}(k^2) = \Sigma^{ZZ}(k^2) - \delta M_Z^2 + (k^2 - M_Z^2) \delta Z_Z^Z \quad (\text{B.68})$$

$$\hat{\Sigma}^{WW}(k^2) = \Sigma^{WW}(k^2) - \delta M_W^2 + (k^2 - M_Z^2) \delta Z_2^W. \quad (\text{B.69})$$

Dabei sind die Renormierungskonstanten wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \delta Z_2^W &= -\Pi^\gamma(0) - 2 \frac{c_W}{s_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right) \\ \delta Z_2^Z &= -\Pi^\gamma(0) - 2 \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.70})$$

Die Größe $\Pi^\gamma(0)$ ist die Ableitung der unrenormierten Photon-Selbstenergie nach k^2 bei $k^2 = 0$ und $\delta M_{W,Z}^2 = \mathcal{R}e \Sigma^{WW,ZZ}(M_{W,Z}^2)$.

Es folgen die analytischen Ausdrücke für die Eichbosonen-Selbstenergien, wobei die in dieser Arbeit verwendeten Selbstenergien Σ_{ij} sich aus den einzelnen Beiträgen zum Transversalanteil Σ^{ijT} zusammensetzen:

$$\Sigma_{ij} = \sum_{ab=F_i F_j, \dots} \Sigma_{ab}^{ijT}.$$

Der Vollständigkeit halber sind auch die Longitudinalanteile angegeben.

Die Superskripten T, L stehen jeweils für den Transversalen bzw. Longitudinalen Anteil. Die jeweiligen Teilchen in den Schleifen der Eichbosonpropagatoren sind als Subscript an der Selbstenergie Σ_{ij} angegeben. Auf eine graphische Darstellung kann deshalb verzichtet werden.

Photon-Selbstenergie

$$-i\Sigma_{FF}^{\gamma\gamma T} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 4Q_f^2 (2B_2^0 - sB_1 - A_0(m_F)) \quad (\text{B.71})$$

$$-i\Sigma_{FF}^{\gamma\gamma L} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 8Q_f^2 (B_1 - B_2^1) \quad (\text{B.72})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{\gamma\gamma T} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^\gamma)^2 4B_2^0 \quad (\text{B.73})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{\gamma\gamma L} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^\gamma)^2 (B_0 + 4B_1 + 4B_2^1) \quad (\text{B.74})$$

$$-i\Sigma_{WG}^{\gamma\gamma T} = i \frac{\alpha}{4\pi} M_W^2 2B_0 \quad (\text{B.75})$$

$$-i\Sigma_{WG}^{\gamma\gamma L} = 0 \quad (\text{B.76})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{\gamma\gamma T} = -i\frac{\alpha}{4\pi}((4D-6)B_2^0 + 2A_0(M_W) + (2M_W^2 + 5s)B_0 + 2sB_1) \quad (\text{B.77})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{\gamma\gamma L} = -i\frac{\alpha}{4\pi}((D-6)B_0 + (4D-6)(B_2^1 + B_1)) \quad (\text{B.78})$$

$$-i\Sigma_S^{\gamma\gamma T} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_S A_0(m_S) \quad (\text{B.79})$$

$$-i\Sigma_S^{\gamma\gamma L} = 0 \quad (\text{B.80})$$

$$-i\Sigma_W^{\gamma\gamma T} = i\frac{\alpha}{4\pi} 2(D-1)A_0(M_W) \quad (\text{B.81})$$

$$-i\Sigma_W^{\gamma\gamma L} = 0 \quad (\text{B.82})$$

Z-Selbstenergie

$$-i\Sigma_{F_i F_j}^{ZZT} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 4 \left(((V^2 - A^2)m_i m_j - (V^2 + A^2)m_j^2) B_0 \right. \quad (\text{B.83})$$

$$\left. + (V^2 + A^2)(2B_2^0 - A_0(m_i) - sB_1) \right) \quad (\text{B.84})$$

$$-i\Sigma_{F_i F_j}^{ZZL} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 8(V^2 + A^2)(B_2^1 + B_1) \quad (\text{B.85})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{ZZT} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^Z)^2 4B_2^0 \quad (\text{B.86})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{ZZL} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^Z)^2 (B_0 + 4B_1 + 4B_2^1) \quad (\text{B.87})$$

$$-i\Sigma_{VS}^{ZZT} = i\frac{\alpha}{4\pi} G_{VS}^2 B_0 \quad (\text{B.88})$$

$$-i\Sigma_{VS}^{ZZL} = 0 \quad (\text{B.89})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{ZZT} = -i\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^2} ((4D-6)B_2^0 + 2A_0(M_W) + (2M_W^2 + 5s)B_0 + 2sB_1) \quad (\text{B.90})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{ZZL} = -i\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^2} ((4D-6)(B_2^1 + B_1) + (D-6)B_0) \quad (\text{B.91})$$

$$-i\Sigma_S^{ZZT} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_S A_0(m_S) \quad (\text{B.92})$$

$$-i\Sigma_S^{ZZL} = 0 \quad (\text{B.93})$$

$$-i\Sigma_W^{ZZT} = i\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^2} 2(D-1)A_0(M_W) \quad (\text{B.94})$$

$$-i\Sigma_W^{ZZL} = 0 \quad (\text{B.95})$$

Z γ -Selbstenergie

$$-i\Sigma_{FF}^{Z\gamma T} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 4Q_f V (2B_2^0 - A_0(m_F) - sB_1) \quad (\text{B.96})$$

$$-i\Sigma_{FF}^{Z\gamma L} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 8Q_f V (B_2^1 + B_1) \quad (\text{B.97})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{Z\gamma T} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_{ij}^Z G_{ij}^\gamma 4B_2^0 \quad (\text{B.98})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{Z\gamma L} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_{ij}^Z G_{ij}^\gamma (B_0 + 4B_1 + 4B_2^1) \quad (\text{B.99})$$

$$-i\Sigma_{WG}^{Z\gamma T} = i\frac{\alpha}{4\pi} M_Z M_W s_W 2B_0 \quad (\text{B.100})$$

$$-i\Sigma_{WG}^{Z\gamma L} = 0 \quad (\text{B.101})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{Z\gamma T} = i\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} ((4D-6)B_2^0 + 2A_0(M_W) + (2M_W^2 + 5s)B_0 + 2sB_1) \quad (\text{B.102})$$

$$-i\Sigma_{WW}^{Z\gamma L} = i\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} ((4D-6)(B_2^1 + B_1) + (D-1)B_0) \quad (\text{B.103})$$

$$-i\Sigma_S^{Z\gamma T} = -iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_S A_0(m_S) \quad (\text{B.104})$$

$$-i\Sigma_S^{Z\gamma L} = 0 \quad (\text{B.105})$$

$$-i\Sigma_W^{Z\gamma T} = -i \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} 2(D-1)A_0(M_W) \quad (\text{B.106})$$

$$-i\Sigma_W^{Z\gamma L} = 0 \quad (\text{B.107})$$

W-Selbstenergie

$$-i\Sigma_{F_i F_j}^{WWW T} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 4 \left(((V^2 - A^2)m_i m_j - (V^2 + A^2)m_j^2) B_0 \right. \quad (\text{B.108})$$

$$\left. + (V^2 + A^2)(2B_2^0 - A_0(m_i) - sB_1) \right) \quad (\text{B.109})$$

$$-i\Sigma_{F_i F_j}^{WWL} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} 8(V^2 + A^2)(B_2^1 + B_1) \quad (\text{B.110})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{WWW T} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^W)^2 4B_2^0 \quad (\text{B.111})$$

$$-i\Sigma_{S_i S_j}^{WWL} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} (G_{ij}^W)^2 (B_0 + 4(B_2^1 + B_1)) \quad (\text{B.112})$$

$$-i\Sigma_{VS}^{WWW T} = i \frac{\alpha}{4\pi} G_{VS}^2 B_0 \quad (\text{B.113})$$

$$-i\Sigma_{VS}^{WWL} = 0 \quad (\text{B.114})$$

$$-i\Sigma_W^{W(V=\gamma;Z)WT} = -i \frac{\alpha}{4\pi} \left[1; \frac{c_W^2}{s_W^2} \right] ((4D-6)B_2^0 + 2A_i + (2M_V^2 + 5s)B_0 + 2sB_1) \quad (\text{B.115})$$

$$-i\Sigma_W^{W(V=\gamma;Z)WL} = -i \frac{\alpha}{4\pi} \left[1; \frac{c_W^2}{s_W^2} \right] ((D-6)B_0 + (4D-6)(B_2^1 + B_1)) \quad (\text{B.116})$$

$$-i\Sigma_S^{WWW T} = iN_C^f \frac{\alpha}{4\pi} G_S A_0(m_S) \quad (\text{B.117})$$

$$-i\Sigma_S^{WWL} = 0 \quad (\text{B.118})$$

$$-i\Sigma_{(V=Z;W)WT} = i \frac{\alpha}{4\pi} \left[2 \frac{c_W^2}{s_W^2}; s_W^2 \right] (D-1)A_0(M_V) \quad (\text{B.119})$$

$$-i\Sigma_{(V=Z;W)WL} = 0 \quad (\text{B.120})$$

Im Falle von Beiträgen skalarer Fermionen zu den Eichboson-Selbstenergien ist ein Farb-Faktor N_C^f zu berücksichtigen, wobei $N_C^f = 1$ für 'farblose' Teilchen und $N_C^f = 3$ für Squarks.

Und schließlich noch die Geist-Beiträge, die in der hier verwendeten 't Hooft-Feynman-Eichung wie folgt aussehen:

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{\gamma\gamma T} = i \frac{\alpha}{4\pi} 2B_2^0 \quad (\text{B.121})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{\gamma\gamma L} = i \frac{\alpha}{4\pi} (B_1 + B_2^1) \quad (\text{B.122})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{ZZT} = i \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^2} 2B_2^0 \quad (\text{B.123})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{ZZL} = i \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^2} (B_1 + B_2^1) \quad (\text{B.124})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm (\bar{u}^Z; \bar{u}^\gamma)}^{WWW T} = i \frac{\alpha}{4\pi} \left[\frac{c_W^2}{s_W^2}; 1 \right] 2B_2^0 \quad (\text{B.125})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm (\bar{u}^Z; \bar{u}^\gamma)}^{WWL} = i \frac{\alpha}{4\pi} \left[\frac{c_W^2}{s_W^2}; 1 \right] (B_1 + B_2^1) \quad (\text{B.126})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{Z\gamma T} = -i \frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W}{s_W} 2B_2^0 \quad (\text{B.127})$$

$$-i\Sigma_{u^\pm \bar{u}^\pm}^{Z\gamma T} = -i\frac{\alpha}{4\pi}\frac{c_W}{s_W}(B_1 + B_2^1) \quad (\text{B.128})$$

Die Zweipunktfunktionen (siehe Abschnitt B.5 sind mit den Argumenten $B(q^2, m_i, m_j)$ berechnet. Die Ausdrücke sind in dimensionaler Regularisierung (Siehe nächsten Abschnitt für Details) angegeben und D steht für die Dimension.

B.5 Integrale

Das skalare Einpunktintegral A_0 und Zweipunktintegral B_0 sowie das vektorielle Zweipunktintegral B_1 sind wie folgt definiert [6]

$$A_0(m) = m^2(\Delta - \log \frac{m^2}{\mu^2} + 1) \quad (\text{B.129})$$

$$B_0(s, m_1, m_2) = \Delta - \frac{1}{2} \log \frac{m_1^2 m_2^2}{\mu^4} + 1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \log \frac{m_1}{m_2} + F(s, m_1, m_2) \quad (\text{B.130})$$

$$B_1(s, m_1, m_2) = -\frac{\Delta}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{m_2^2}{\mu^2} - \frac{1}{2} + \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \log \frac{m_1}{m_2} - \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2s} F(s, m_1, m_2). \quad (\text{B.131})$$

Wir verwenden die dimensionale Regularisierung, man nutzt dabei den Umstand aus, das die Divergenzeigenschaften der Schleifenintegrale von der Dimension abhängen. $D = 4 - \varepsilon$ bezeichnet die Dimension. In der Größe $\Delta = 2/(4 - D) - \gamma_E + \log 4\pi$ (γ_E ist die Eulerkonstante) hat man den singulären Teil der Integrale abgespalten.

Die Funktion $F(s, m_1, m_2)$ hat folgende Integraldarstellung [37] :

$$F(s, m_1, m_2) = -1 + \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \log \frac{m_1}{m_2} - \int_0^1 dx \log \frac{sx^2 - (s + m_1^2 - m_2^2)x + m_1^2 - i\epsilon}{m_1 m_2}, \quad (\text{B.132})$$

aus der man eine analytische Form gewinnen kann ($p = |s - (m_1 + m_2)^2|$, $m = |s - (m_1 - m_2)^2|$):

$$F(s, m_1, m_2) = 1 - \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{s} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \right) \log \left(\frac{m_1}{m_2} \right) + \begin{cases} \frac{\sqrt{pm}}{s} \log \left(\frac{\sqrt{p} + \sqrt{m}}{\sqrt{p} - \sqrt{m}} \right) & ; \quad s < (m_1 - m_2)^2, \\ -2 \frac{\sqrt{pm}}{s} \arctan \left(\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{p}} \right) & ; \quad (m_1 - m_2)^2 < s < (m_1 + m_2)^2, \\ \frac{\sqrt{pm}}{s} \log \left(\frac{\sqrt{p} + \sqrt{m}}{\sqrt{m} - \sqrt{p}} \right) + i\pi \frac{\sqrt{pm}}{s} & ; \quad s > (m_1 + m_2)^2. \end{cases} \quad (\text{B.133})$$

Die B_2^0 -Funktion in der Zerlegung des tensoriellen Zweipunktintegrals:

$$\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k_\mu k_\nu}{[k^2 - m_1^2][(k+q)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} (g_{\mu\nu} B_2^0 + q_\mu q_\nu B_2^1) \quad (\text{B.135})$$

läßt sich durch A_0 - und $B_{0,1}$ -Funktionen ausdrücken :

$$B_2^0(s, m_1, m_2) = \frac{1}{6} A_0(m_2) + \frac{1}{3} m_1^2 B_0(s, m_1, m_2) + \frac{s + m_1^2 + m_2^2}{6} B_1(s, m_1, m_2) + \frac{1}{3} \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{2} - \frac{s}{6} \right). \quad (\text{B.136})$$

Der Koeffizient B_2^1 ergibt sich zu:

$$B_2^1(s, m_1, m_2) = \frac{1}{2s} \left[A_0(m_2) + (m_2^2 - m_1^2 - s)B_1(s, m_1, m_2) - 2B_2^0(s, m_1, m_2) \right]. \quad (\text{B.137})$$

Die Koeffizienten der Zerlegung des vektoriellen und tensoriellen Dreipunktintegrals sind wie folgt definiert [6]:

$$\begin{aligned} (4m^2 - s)C_1^+(m, s, m_1, m_2, m_3) &= -\frac{1}{2}(B_0(m^2, m_3, m_2) + B_0(m^2, m_3, m_1)) + B_0(s, m_1, m_2) \\ &\quad + (m^2 + m_3^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2})C_0(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ C_1^-(m, s, m_1, m_2, m_3) &= -\frac{1}{2}(B_0(m^2, m_3, m_2) - B_0(m^2, m_3, m_1)) \\ &\quad - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2}C_0(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ C_2^0(m, s, m_1, m_2, m_3) &= \frac{1}{4}B_0(s, m_1, m_2) + \frac{m_3^2}{2}C_0(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ &\quad + \frac{m_1^2 - m_2^2}{4}C_1^-(m, s, m_1, m_2, m_3) + \frac{1}{4} \\ &\quad + (\frac{m_1^2 + m_2^2 - 2(m^2 - m_3^2)}{4})C_1^+(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ (4m^2 - s)C_2^+(m, s, m_1, m_2, m_3) &= -C_2^0(m, s, m_1, m_2, m_3) + \frac{1}{4}(B_1(m^2, m_3, m_2) \\ &\quad + B_1(m^2, m_3, m_1) + B_0(s, m_1, m_2)) \\ &\quad + (m^2 + m_3^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2})C_1^+(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ sC_2^-(m, s, m_1, m_2, m_3) &= -C_2^0(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ &\quad - \frac{1}{4}(B_1(m^2, m_3, m_2) + B_1(m^2, m_3, m_1)) \\ &\quad - \frac{m_1^2 - m_2^2}{2}C_1^-(m, s, m_1, m_2, m_3) \\ sC_2^{+-} = sC_2^{-+} &= \frac{1}{4}(B_1(m^2, m_3, m_2) - B_1(m^2, m_3, m_1)) \quad (\text{B.138}) \\ &\quad - \frac{1}{2}(m_1^2 - m_2^2)C_1^+(m, s, m_1, m_2, m_3). \quad (\text{B.139}) \end{aligned}$$

Das skalare, das vektorielle und das tensorielle Dreipunktintegral lauten :

$$C_{0,\mu,\mu\nu}(m_f, q^2, m_1, m_2, m_3) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(1, k_\mu, k_{\mu\nu})}{\underbrace{[(k-p_1)^2 - m_1^2]}_{D_1} \underbrace{[(k-p_2)^2 - m_2^2]}_{D_2} \underbrace{[k^2 - m_3^2]}_{D_3}}. \quad (\text{B.140})$$

Die vektorielle Dreipunktintegral läßt sich zerlegen in :

$$C_\mu = (p_1 + p_2)_\mu C_1^+ + (p_1 - p_2)_\mu C_1^-. \quad (\text{B.141})$$

Analog zerlegt man das tensorielle Dreipunktintegral :

$$C_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}C_2^0 + (p_1 + p_2)_\mu(p_1 + p_2)_\nu C_2^+ + (p_1 - p_2)_\mu(p_1 - p_2)_\nu C_2^- \quad (\text{B.142})$$

$$(p_1 + p_2)_\mu(p_1 - p_2)_\nu C_2^{+-} + (p_1 - p_2)_\mu(p_1 + p_2)_\nu C_2^{-+}. \quad (\text{B.143})$$

Die entsprechenden skalaren Koeffizientenfunktionen sind in den Gln.B.139 aufgelistet.

Den Nenner des Integranden in B.140 kann man durch Feynman-Parametrisierung umschreiben :

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{[x D_1 + y D_2 + (1-x-y) D_3]^3} \quad (\text{B.144})$$

Nach dem Vertauschen der Integrationsreihenfolge läßt sich die Impulsintegration ausführen und man erhält $16\pi^2/iC_0 = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy 1/(L^2 - Q)$, mit $L = p_1 x + p_2 y$ und $Q = (m_f^2 + m_3^2)(x+y) - (m_1^2 x + m_2^2 y) + i\epsilon$. Eine Variablentransformation $y = t + \alpha x$ gestattet nun eine weitere einfache Integration, wenn man α so wählt, daß der Koeffizient von x^2 verschwindet. Dann verbleibt nach der x-Integration :

$$C_0 = -\frac{i}{16\pi^2} \left[\int_{-\alpha}^1 \frac{dt}{p(t)} \left(\log \left(\frac{1-t}{1+\alpha} p(t) + q(t) - i\epsilon \right) - \log (q(t_0) - i\epsilon) \right) \right] \quad (\text{B.145})$$

$$+ \int_0^{-\alpha} \frac{dt}{p(t)} \left(\log \left(\frac{-t}{\alpha} p(t) + q(t) - i\epsilon \right) - \log (q(t_0) - i\epsilon) \right) \quad (\text{B.146})$$

$$- \int_0^1 \frac{dt}{p(t)} \left(\log (p(t) + q(t) - i\epsilon) - \log (q(t_0) - i\epsilon) \right) \Big], \quad (\text{B.147})$$

wobei $p(t) = (2(1+\alpha)m_f^2 - s)t - (1+\alpha)(m_f^2 + m_3^2) + m_1^2 + \alpha m_2^2$, $q(t) = m_f^2 t^2 - (m_f^2 + m_3^2 - m_2^2)t$ und $p(t_0) = 0$. Zerlegung der log-Argumente in Linearfaktoren führt auf Dilogarithmen [64]. Für die numerische Berechnung verwendet man eine Potenzreihenentwicklung in $\log(1-x)$, mit Koeffizienten $B_n/(n+1)!$ (B_n sind die Bernoullizahlen).

Bei $q^2 = 0$ vereinfachen sich die Ausdrücke für die Schleifenintegrale :

$$B_0(0, m_1, m_2) = \Delta - \log \frac{m_1 m_2}{\mu^2} + 1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \log \frac{m_1}{m_2} \quad (\text{B.148})$$

$$B_1(0, m_1, m_2) = -\frac{\Delta}{2} + \frac{\log \frac{m_2^2}{\mu^2}}{2} + \frac{m_1^2}{m_1^2 + m_2^2} \log \frac{m_1}{m_2} - \frac{1}{2} \quad (\text{B.149})$$

$$- \frac{m_1^2 - m_2^2}{2} \left[\frac{m_1^2 + m_2^2}{2(m_1^2 - m_2^2)^2} - \frac{m_1^2 m_2^2}{(m_1^2 - m_2^2)^2} \log \frac{m_1^2}{m_2^2} \right] \quad (\text{B.150})$$

$$C_0(0, 0, m_1, m_2, m_3) = \frac{1}{m_2^2 - m_1^2} (B_0(0, m_2, m_3) - B_0(0, m_1, m_3)) \quad (\text{B.151})$$

$$(\text{B.152})$$

Die 4-Punktintegrale sind bei $q^2 = 0$ folgendermaßen definiert :

$$\frac{i}{16\pi^2} D_0(m_1, m_2, m_3, m_4) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \prod_{i=1}^4 D_i^{-1} \quad (\text{B.153})$$

$$= \frac{1}{m_3^2 - m_1^2} (C_0(0, 0, m_1, m_2, m_3) - C_0(0, 0, m_1, m_2, m_4)) \quad (\text{B.154})$$

$$D_0^2(m_1, m_2, m_3, m_4) = m_1^2 D_0(m_1, m_2, m_3, m_4) + C_0(0, 0, m_2, m_3, m_4), \quad (\text{B.155})$$

mit $D_i = (k^2 - m_i^2)$.

Schließlich geben wir noch eine Reihe von Spezialfällen für Massentartung an. Dabei sind die q^2 -Argumente weggelassen ($q^2 = 0$), die externen Massen ebenso (mit $L_{ij} := \frac{m_i^2 + m_j^2}{m_i^2 - m_j^2} \log \frac{m_i}{m_j}$).

$$B_0(m, m) = \Delta - \log \frac{m^2}{\mu^2} \quad (\text{B.156})$$

$$B_1(m, m) = -\frac{1}{2}B_0(m, m) \quad (\text{B.157})$$

$$C_0(m_1, m_1, m_3) = \frac{1}{m_1^2 - m_3^2} \left(-1 + \frac{2m_3^2}{m_1^2 - m_3^2}\right) \log \frac{m_1}{m_3} \quad (\text{B.158})$$

$$C_0(m_1, m_2, m_1) = \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \left(-1 - \log \frac{m_1}{m_2} + L_{12}\right) \quad (\text{B.159})$$

$$C_0(m_1, m_2, m_2) = \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \left(1 - \frac{2m_1^2}{m_1^2 - m_2^2}\right) \log \frac{m_1}{m_2} \quad (\text{B.160})$$

$$C_0(m_1, m_1, m_1) = -\frac{1}{2m_1^2} \quad (\text{B.161})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_3, m_3) = \frac{1}{2m_3^2(m_2^2 - m_1^2)} \left[\frac{1}{m_1^2 - m_3^2} \left(m_2^2 - m_3^2 - \frac{4m_2^2 m_3^2 \log \frac{m_2}{m_3}}{m_2^2 - m_3^2} \right) \right. \quad (\text{B.162})$$

$$\left. - \frac{1}{m_1^2 - m_3^2} \left(m_1^2 + m_3^2 - \frac{m_1^2 m_3^2 \log \frac{m_1}{m_2}}{m_1^2 - m_3^2} \right) \right] \quad (\text{B.163})$$

$$D_0(m_1, m_1, m_3, m_4) = \frac{1}{m_3^2 - m_4^2} \left[\frac{1}{m_3^2 - m_1^2} \left(1 + \frac{2m_3^2 \log \frac{m_1}{m_3}}{m_3^2 - m_1^2} \right) \right. \quad (\text{B.164})$$

$$\left. - \frac{1}{m_4^2 - m_1^2} \left(1 + \frac{2m_4^2 \log \frac{m_1}{m_4}}{m_4^2 - m_1^2} \right) \right] \quad (\text{B.165})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_2, m_4) = \frac{1}{m_2^2 - m_4^2} \left[\frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \left(1 - \frac{2m_1^2 \log \frac{m_1}{m_2}}{m_1^2 - m_2^2} \right) \right. \quad (\text{B.166})$$

$$\left. + \frac{1}{m_1^2 - m_2^2} \left(\log \frac{m_1}{m_2} + L_{14} - L_{24} \right) \right] \quad (\text{B.167})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_1, m_4) = \frac{1}{(m_1^2 - m_2^2)(m_1^2 - m_4^2)} [L_{12} - 1 + L_{14} - L_{24}] \quad (\text{B.168})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_3, m_1) = \frac{1}{(m_3^2 - m_1^2)(m_1^2 - m_2^2)} [1 - L_{12} - L_{13} + L_{23}] \quad (\text{B.169})$$

$$D_0(m_1, m_1, m_1, m_4) = \frac{1}{(m_4^2 - m_1^2)^2} \left[\frac{m_4^2 + m_1^2}{2m_1^2} + \frac{2m_4^2 \log \frac{m_1}{m_4}}{m_4^2 - m_1^2} \right] \quad (\text{B.170})$$

$$D_0(m_1, m_1, m_1, m_1) = \frac{1}{6m_1^4} \quad (\text{B.171})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_2, m_2) = \frac{1}{(m_1^2 - m_2^2)^2} \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{2m_1^2} - \frac{2m_2^2 \log \frac{m_1}{m_2}}{m_1^2 - m_2^2} \right) \quad (\text{B.172})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_1, m_1) = \frac{1}{(m_1^2 - m_2^2)^2} \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2} + \frac{2m_2^2 \log \frac{m_2}{m_1}}{m_1^2 - m_2^2} \right) \quad (\text{B.173})$$

$$D_0(m_1, m_1, m_3, m_1) = \frac{1}{(m_1^2 - m_3^2)^2} \left(\frac{m_1^2 + m_3^2}{m_1^2} + \frac{2m_3^2 \log \frac{m_1}{m_3}}{m_1^2 - m_3^2} \right) \quad (\text{B.174})$$

$$D_0(m_1, m_1, m_3, m_3) = \frac{2}{(m_1^2 - m_3^2)^2} (L_{13} - 1) \quad (\text{B.175})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_1, m_2) = \frac{2}{(m_1^2 - m_2^2)^2} (-1 + L_{12}) \quad (\text{B.176})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_2, m_1) = D_0(0, m_1, m_2, m_1, m_2) \quad (\text{B.177})$$

$$D_2^0(m_1, m_2, m_3, m_3) = \frac{1}{m_2^2 - m_3^2} \left(1 - \frac{2m_2^2 \log \frac{m_2}{m_3}}{m_2^2 - m_3^2} \right) \quad (\text{B.178})$$

$$-\frac{m_1^2}{2m_3^2(m_1^2 - m_2^2)} \left[-\frac{m_1^2 + m_3^2}{m_1^2 - m_3^2} + \frac{m_2^2 + m_3^2}{m_2^2 - m_3^2} \right] \quad (\text{B.179})$$

$$+ \frac{4m_1^2 m_3^2 \log \frac{m_1}{m_3}}{(m_1^2 - m_3^2)^2} - \frac{4m_2^2 m_3^2 \log \frac{m_2}{m_3}}{(m_2^2 - m_3^2)^2} \quad (\text{B.180})$$

$$D_2^0(m_1, m_1, m_3, m_4) = \frac{m_1^2}{m_3^2 - m_4^2} \left[\frac{1}{m_1^2 - m_3^2} \left(-1 + \frac{2m_3^2 \log \frac{m_1}{m_3}}{m_1^2 - m_3^2} \right) \right] \quad (\text{B.181})$$

$$+ \frac{1}{m_1^2 - m_4^2} \left(1 - \frac{2m_4^2 \log \frac{m_1}{m_4}}{m_1^2 - m_4^2} \right) \quad (\text{B.182})$$

$$+ \frac{1}{m_1^2 - m_3^2} \left[-\log \frac{m_1}{m_3} - L_{14} + L_{34} \right] \quad (\text{B.183})$$

$$D_2^0(m_1, m_2, m_2, m_4) = \frac{1}{m_2^2 - m_4^2} \left[-1 + \frac{2m_4^2 \log \frac{m_2}{m_4}}{m_2^2 - m_4^2} \right] \quad (\text{B.184})$$

$$+ \frac{m_1^2}{m_1^2 - m_2^2} \left(1 - \frac{2m_1^2 \log \frac{m_1}{m_2}}{m_1^2 - m_2^2} + \log \frac{m_1}{m_2} + L_{14} - L_{24} \right) \quad (\text{B.185})$$

$$D_2^0(m_1, m_1, m_1, m_1) = -\frac{1}{3m_1^2}. \quad (\text{B.186})$$

Literaturverzeichnis

- [1] A.SALAM in *Elementary Particle Theory*, 8th Nobelsymposium, Wiley N.Y. 1969
S.WEINBERG, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967), 1264
S.L.GLASHOW, *Nucl. Phys.* **22** (1961), 579
S.L.GLASHOW, J.ILIOPOULOS, L.MAIANI, *Phys. Rev.* **D2** (1970), 1285
- [2] P.W.HIGGS, *Phys. Lett.* **12** (1964), 131
P.W.HIGGS, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964), 508
P.W.HIGGS, *Phys. Rev. Lett.* **145** (1966), 1156
T.W.B.KIBBLE, *Phys. Rev.* **155** (1967), 1554
R.BROUT, F.ENGLERT, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964), 321
- [3] E.FERMI, *Z. Phys.* **88** (1934), 161
- [4] H.PIETSCHMANN, *Weak Interactions- Formulae, Results und Derivations*, Springer 1983
- [5] G.'T HOOFT, *Nucl. Phys.* **33** (1971), 173
- [6] W.HOLLIK, *Fort. Phys.* **38** 3 (1990), 165
- [7] L.D.FADDEEV, V.N.POPOV, *Phys. Lett.* **B25** (1967), 29
- [8] S.L.GLASHOW, S.WEINBERG, *Phys. Rev* **D15** (1977), 1958
H.GEORGI, *Hadr. Journ. of Phys.* **1** (1978), 155
- [9] J.F.GUNION, H.E.HABER, G.KANE UND S.DAWSON, *The Higgs Hunter's Guide*, Addison-Wesley 1990
- [10] H.P.NILLES, in Ref. [11]
- [11] W.HOLLIK, R.RÜCKL, J.WESS (Hrsg.), *Phenomenological Aspects of Supersymmetry*, Proceedings einer Seminar-Reihe am Max-Planck-Institut für Physik, Lecture Notes in Physics 405, Springer 1992
- [12] J.P.MARTIN, *Higgs Particle Search at LEP*, Proceedings der *International Conference on High Energy Physics*, Warschau, Juli 1996
- [13] M.VELTMAN, *Acta Phys. Polon.* **B8** (1977), 475
B.W.LEE, C.QUIGG, H.B.THACKER, *Phys. Rev.* **D16** (1979), 1519
- [14] U.AMALDI, W.DE BOER, H.FÜRSTENAU, *Phys. Lett.* **B260** (1991), 447
J.ELLIS, S.KELLY, D.NANOPOULOS, *Phys. Lett.* **B249** (1990), 441
P.LANGACKER, M.LUO, *Phys. Rev.* **D44** (1991), 477
- [15] W.DE BOER, IEKP-KA/97-03, hep-ph/9705309, Mai 1997, und dortige Referenzen.
- [16] STEPHANE KELLER, Private Mitteilung.
- [17] S.COLEMAN, J.MANDULA, *Phys. Rev.* **159** (1967), 1251
- [18] J.D.LYKKEN, *SUSY I*, New Phenomena Lectures Series, Fermilab, Jan. 1996.
- [19] R.HAAG, J.T.LOPUSZANSKI, M.SOHNIUS, *Nucl. Phys.* **B88** (1975), 257

- [20] Für gewöhnlich betrachtet man den Susy-Partner des Hyperladungsboson B_μ als Kandidaten für kalte dunkle Materie,
M.DREES, M.NOJIRI, *Phys. Rev.* **D47** (1993), 376
E.DIEHL, G.L.KANE, C.KOLDA, J.WELLS, *Phys. Rev.* **D52** (1995), 4223
G.JUNGMAN, M.KAMINOKOWSKI, K.GRIEST, *Phys. Rep.* **267** (1996), 195
R.ARNOWITT, P.NATH, *Phys. Rev.* **D54** (1996), 2374
A.GABUTTI, M.OLECHOWSKI, S.COOPER, S.POKORSKI, L.STODOLSKY, *Astropart. Phys.* **6** (1996), 1
Allerdings finden sich auch Argumente dafür, daß es sich um ein Higgsino handeln könnte:
G.L.KANE, J.D.WELLS, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996), 4458, wo diese Hypothese im Lichte neuerer Collider-Daten [21, 22] betrachtet wird.
- [21] S.PARK, in *Search for New Phenomena in CDF*, 10th Topical Workshop on Proton-Antiproton Collider Physics, R.RAJA, J.YOH (Hrsg.), AIP Press 1996
- [22] LEP Collaboration report, CERN-PPE/95-172, Nov. 1995
- [23] H.MIYAZAWA, *Prog. Theor. Phys.* **36** (1966), 1266; *Phys. Rev.* **170** (1968), 1586
- [24] J.L.GERVAIS, B.SAKITA, *Nucl. Phys.* **B34** (1971), 632
- [25] J.WESS, B.ZUMINO, *Nucl. Phys.* **B70** (1974), 39; *Phys. Lett.* **49B** (1974), 52
- [26] P.FAYET, S.FERRARA, *Phys. Rep.* **32** (1977), 249
- [27] J.WESS, J.BAGGER, *Supersymmetry and Supergravity*, Princeton University Press 1983
- [28] H.E.HABER, G.L.KANE, *Phys. Rep.* **117** (1985), 75
- [29] L.GIRARDELLO, M.T.GRISARU, *Nucl. Phys.* **B194** (1982), 65
- [30] L.HALL, J.LYKKEN, S.WEINBERG, *Phys. Rev.* **D27** (1983), 2359
- [31] J.ELLIS, G.RIDOLFI, F.ZWIRNER, *Phys. Lett.* **B262** (1991), 477; *Phys. Lett.* **B257** (1991), 83
- [32] M.A.DIAZ, H.E.HABER, *Phys. Rev.* **D45** (1992), 4246
- [33] F.LOW, *Phys. Rev.* **97** (1955), 1392
H.LEHMANN, K.SYMANZIK, W.ZIMMERMANN, *Nuov. Cim.* **1** (1955), 1425; *Nuov. Cim.* **6** (1957), 319
- [34] G.C.WICK, *Phys. Rev.* **80** (1950), 268
- [35] C.BOLLINI, J.GIAMBIAGI, *Nuov. Cim.* **12B** (1972), 20
G.'T HOOFT, M.VELTMAN, *Nucl. Phys.* **B44** (1972), 189
- [36] K.SIBOLD, *Störungstheoretische Renormierung - Quantisierung von Eichtheorien*, Vorlesung TU München und Universität Hannover, MPI-Ph/93-1
- [37] M.BÖHM, W.HOLLIK, H.SPIESBERGER, *Fort. Phys.* **34** 11 (1986), 687

- [38] The LEP Electroweak Working Group and the SLD Heavy Flavour Group, CERN-PPE/96-183, Dezember 1996, CERN-preprint LEPEWWG/96-02, Juli 1996
- [39] M.DEMARTEAU, Proceedings der *DPF96 Conference*, Minneapolis, August 1996, FERMILAB-Conf-96/354
- [40] PARTICLE DATA GROUP, *Phys. Rev.* **D54** (1996), 1
- [41] W.J.MARCIANO, *Phys. Rev.* **D20** (1979), 274
W.J.MARCIANO, A.SIRLIN, *Phys. Rev.* **D22** (1980), 2695
- [42] A.SIRLIN, *Phys. Rev.* **D22** (1980), 971
- [43] M.CONSOLO, W.HOLLIK, F.JEGERLEHNER, *Phys. Lett.* **227B** (1989), 167
- [44] D.BARDIN, W.HOLLIK, G.PASSARINO (Hrsg.), *Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z-Resonanz*, CERN 95-03 (1995)
- [45] R.BARBIERI, M.BECCARIA, P.CIAFALONI, G.CURCI, A.VICERÉ, *Phys. Lett.* **B288** (1992), 95; *Nucl. Phys.* **B409** (1993), 105; J.FLEISCHER, O.V.TARASOV, F.JEGERLEHNER, *Phys.Lett.* **B319** (1993), 249
- [46] A.DJOUADI, C.VERZEGNASSI, *Phys.Lett.* **B195** (1987) 265;
- [47] L.AVDEEV, J.FLEISCHER, S.MIKHAILOV, O.TARASOV, *Phys. Lett.* **B336** (1994), 560
K.CHETYRKIN, J.H.KÜHN, M.STEINHAUSER, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995), 3394.
- [48] A.A.AKHUNDOV, D.YU BARDIN, T.RIEMANN, *Nucl. Phys.* **B276** (1986), 1
D.BARDIN, *Z. Phys.* **C44** (1989), 493
S.FANCHIOTTI, A.SIRLIN, Preprint NYU-TH-91/02/04 (1991), Proceedings der *High Energy Physics and Cosmology Konferenz* in Islamabad (1990)
G.DEGRASSI, A.SIRLIN, *Nucl. Phys.* **B352** (1991), 342
- [49] D.GARCIA, J.SOLÀ, *Mod. Phys. Lett.* **A9** (1994), 211
P.H.CHANKOWSKI, A.DABELSTEIN, W.HOLLIK, W.MÖSLE, S.POKORSKI, J.ROSIEK, *Nucl. Phys.* **B417** (1994), 101
- [50] K.G.CHETYRKIN, J.H.KÜHN, A.KWIATKOWSKI, in [44]; *Phys. Lett.* **B282** (1992), 221
K.G.CHETYRKIN, A.KWIATKOWSKI, *Phys. Lett.* **B305** (1993), 285
K.G.CHETYRKIN, A.KWIATKOWSKI, M.STEINHAUSER, *Mod. Phys. Lett.* **A29** (1993), 2785
- [51] A.L.KATAEV, *Phys. Lett.* **B287** (1992), 209
- [52] S.EIDELMANN, F.JEGERLEHNER, *Z. Phys.* **C67** (1995), 585;
H.BURKHARDT, B.PIETRZYK, *Phys. Lett.* **B356** (1995), 398.
- [53] THE CDF COLLABORATION, F.ABE ET AL., *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995), 2626
THE DØ COLLABORATION, S.ABACHI ET AL., *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995), 2632
- [54] P.GRANNIS, Proceedings der *International Conference on High Energy Physics*, Warschau, Juli 1996

- [55] D.AMEDEI, R.BROCK (HRSG.), Report der *tev2000 Study Group*, Fermilab-Pub-96/082, April 1996
- [56] G.ALTARELLI, *Status of Precision Tests of the Standard Model*, Preprint CERN-TH-96-265 (1996), hep-ph/9611239
- [57] F.CORNET, W.HOLLIK, W.MÖSLE, *Nucl. Phys.* **B428**(1994), 61
- [58] A.DENNER, R.J.GUTH, W.HOLLIK, J.H.KÜHN, *Z. Phys.* **C51** (1991), 695
- [59] H.E.HABER, R. HEMPFLING, *Phys. Rev. Lett.* **66**(1991), 1815
R. HEMPFLING, A.H.HOANG, *Phys. Lett.* **B331** (1994), 99
J.A.CASAS, J.R.ESPINOSA, M.QUIROS, A.RIOTTO, *NUCL. PHYS.* **B436** (1995), 3
M.A.DIAZ, T.A.TER VELDHUIS, T.J.WEILER, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995), 2876;
Phys. Rev. **D54** (1996), 5855
- [60] W.DE BOER, A.DABELSTEIN, W.HOLLIK, W.MÖSLE, U. SCHWICKERATH, hep-ph/9609209, November 1996, erscheint in *Zeitschr.Phys. C*.
- [61] G.KANE, hep-ph/9705382, und dortige Referenzen.
- [62] THE OPAL COLLABORATION, K.ACKERSTAFF ET AL., CERN-PPE-96-135, CERN-PPE-96-133, CERN-preprint PR190
Joint Particle Physics Seminar and LEP Experiments Committee Open Session, CERN, 8. Oktober 1996. Presentationen von R.Miquel (ALEPH Collaboration), W.de Boer (DELPHI Collaboration), M.Pohl (L3 Collaboration) und N.Watson (OPAL Collaboration)
- [63] A.DENNER, H.ECK, O.HAHN, J.KÜBLBECK, *Nucl. Phys.* **B387** (1992), 467
- [64] L.LEWIN, *Dilogarithms and Associated Functions*, MacDonald London 1958