Numerische Modellierung des zeitlichen Verhaltens von Strömungen in der Umgebung von Tiefenfiltern

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

Dissertation

von

Michele Cagna

aus Remscheid-Lennep

Tag der mündlichen Prüfung: Hauptreferent: Korreferent: 29. April 2003 Professor Dr.-Ing. H. Oertel Professor Dr.-Ing. U. Müller Ich versichere, die Dissertation bis auf die angegebenen Hilfen selbständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer und eigenen Veröffentlichungen unverändert oder mit Änderungen entnommen wurde.

Michele Cagna

Wuppertal, der 21. Februar 2003

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2000 bis 2003 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachbereich Maschinenbau der Bergischen Universität Wuppertal.

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Böhle für die Anregung zu dieser Arbeit und den vielen wertvollen Fachgesprächen sowie seiner steten Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Oertel danke ich besonders für die Übernahme des Referates und seine freundliche Unterstützung ohne die ein Gelingen dieser Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Müller für die Übernahme des Korreferates und das dieser Arbeit entgegengebrachte Interesse.

Meinem Kollegen Lutz Itter danke ich, für die konstruktiven Hinweise zur Durchführung dieser Arbeit und die anspornenden Gespräche unter Freunden.

Ein spezieller Dank gilt meiner famiglia und besonderes meinem Bruder Pino Cagna, der mir durch seine motivierenden Gespräche eine große Hilfe war. Danke Lil!

Inhaltsverzeichnis

-	1.1 1 2	Problemstellung	
1	19		1
-	1.4	Übersicht zur Tiefenfiltration	2
		1.2.1 Die Abscheidung	3
		1.2.2 Der Auftreffgrad η	6
		1.2.3 Der Haftanteil	9
		1.2.4 Der Druckverlust	1
		1.2.5 Zeitverhalten der Filter	2
1	1.3	Zielsetzungen	4
2 (Gru	Indgleichungen und Modelle	7
6 4	2.1	Massenerhaltung 1	7
6 4	2.2	Impulserhaltung	7
6 4	2.3	Reynolds-Gleichungen	9
6 4	2.4	Turbulenzmodell	0
		2.4.1 k- ω -Modell	0
6 4	2.5	Berechnung der diskreten Phase	3
		2.5.1 Bewegungsgleichung der Partikel	3
		2.5.2 Turbulente Streuung der Partikel	4
3]	Nur	nerisches Verfahren 2'	7
e e	3.1	Finite-Volumen-Methode	7
e e	3.2	Modellgeometrie	8
e e	3.3	Zeitskalen	9
e e	3.4	Behandlung der Turbulenz	2
e e	3.5	Modellierungskonzept	3
		3.5.1 Formulierung der Quellterme	4
4]	Exp	erimentelle Untersuchungen 3	6
4	4.1	Versuchsaufbau und Messeinrichtung	6
4	4.2	Teststaub und Filtermedium	1

INHALTSVERZEICHNIS

	4.3 Filterkennlinie	42				
5	Numerische Ergebnisse5.1Homogene Staubbeladung5.2Inhomogene Staubbeladung	47 47 48				
6	6 Unsicherheiten 6					
7	7 Zusammenfassung und Ausblick					
8	Konventionen8.1Nomenklatur8.2Mathematische Konventionen	66 66 68				
Lit	teraturverzeichnis	70				
Ał	obildungsverzeichnis	72				
Ta	bellenverzeichnis	74				
9	Anhang 9.1 Bestimmung des Ausgleichspolynoms	76 76				

1

Einleitung

1.1 Problemstellung

Die Reinhaltung von Gasströmen zu Maschinen, Anlagen wie auch Wohnungen und Laboratorien wird häufig mit Tiefenfiltern verwirklicht.

Die Aufgabe dieser filternden Abscheider besteht darin, die Verunreinigung der Gasströme in Form von darin enthaltenden Partikeln zu vermindern. Dies geschieht im Gegensatz zu den Oberflächenfiltern durch die Abscheidung bzw. Aufnahme der Partikel innerhalb des Filtermediums.

Im allgemeinen werden räumlich zufällig angeordnete Filterfasern, meist Kunstfasern, zu Filtermatten geformt, die das Filtermedium bilden. Die eingesetzten Filtermedien sind hochporöse Gebilde, bei denen die Fasern nur einen geringen Anteil zwischen 1% und 10% vom Gesamtvolumen des Mediums einnehmen. Die hohe Porosität dieser Medien impliziert die Tatsache, dass die mittleren Faserabstände zwischen den Fasern größer sind, als die abzuscheidenden Partikel. Für das Zurückhalten der Partikel kann also nicht ein reines Aussieben verantwortlich sein. Es sind vielmehr verschiedene andere Abscheidemechanismen, die für die Reinigung des Gases sorgen. Diese Mechanismen charakterisieren das Filtermedium hinsichtlich seiner Abscheideeigenschaften und seines Durchströmungswiderstandes.

Für die Auslegung von z.B. industriell eingesetzten Filtrationsanlagen ist es wichtig, diese Filtereigenschaften zu kennen. Wegen des breiten Anwendungsspektrums technischer Tiefenfilter ist es aber im allgemeinen sehr schwierig, die Filtereigenschaften vorherzusagen. Die Anzahl der eingesetzten Filtermaterialien, der Verarbeitungsmethoden und anzutreffenden Verunreinigungen sind der Grund dafür. Dennoch haben sich einige Modelle zur Beschreibung der Filtereigenschaften unbestaubter Medien als recht brauchbar erwiesen. Damit können die wesentlichen Filtereigenschaften bei Inbetriebnahme eines Filters berechnet werden. Im Laufe des Betriebes bzw. mit zunehmender Staubeinlagerung ändern sich die Abscheideeigenschaften und vor allem auch der Strömungswiderstand des Filters. Eine Vorhersage dieser Änderungen wäre wünschenswert, ist aber bisher nicht möglich.

Eine Vielzahl theoretischer und experimenteller Untersuchungen an Einzelfasern, Modellfiltern und technischen Filtermedien haben Modelle hervorgebracht ([2][3][15][16][28]) mit denen die transiente Änderung der Filtereigenschaften beschrieben werden soll. Die Anwendbarkeit der Modelle ist aber meist sehr eingeschränkt und sie haben in der Praxis nur wenig Bedeutung erlangt. Die meisten Modelle beschränken sich außerdem auf die Betrachtung des Filters, **ohne** die Strömung in der Umgebung zu berücksichtigen. Es wird eine homogene Zuströmung und homogene Staubbeladung angenommen. Bei industriellen Filtrationsanlagen sind diese Randbedingungen aber nicht gegeben. Die Zuluftkanäle gewährleisten selten eine solche homogene Anströmung.

Den Auswirkungen dieser Effekte soll in dieser Arbeit durch die numerische Simulation der Strömung (CFD) in der Zuluft Geometrie Rechnung getragen werden. Die transiente Änderung der Filtereigenschaften soll numerisch berechnet werden und damit einen Beitrag zur Optimierung von Filtergehäusen liefern und eine Vorhersage über die zu erwartende Standzeit des Filters treffen.

1.2 Übersicht zur Tiefenfiltration

Tiefenfilter zählen zu den sogenannten speichernden Abscheidern. Sie bestehen in der Regel aus Kunstfasern, die zu Faserschichten zusammengefasst sind. Die Reinigung der Luft bzw. die Abscheidung der Verschmutzungen findet im Gegensatz zu den Oberflächenfiltern im inneren der Faserschicht statt. Sie werden im Gegensatz zu Oberflächenfiltern auch nicht regeneriert, sondern nach Erreichen einer bestimmten Standzeit durch neue ersetzt. Die Haupteinsatzgebiete von Tiefenfiltern liegen in der allgemeinen Raumluftund Prozesslufttechnik wie z.B. in Klimaanlagen in Verkehrsmitteln oder Krankenhäusern. Tiefenfilter werden in der Regel zur Abscheidung niedriger Staubkonzentrationen verwendet, die in der Größenordnung von $1\frac{mg}{m^3}$ liegen. Tiefenfilter können sowohl zur Abscheidung kleinster Partikel in der Größenordnung von 0.01 μm (HEPA- und ULPA-Filter) als auch zur Abscheidung von Staub mit Partikeln der Größenordnung 50 μm (Grobstaubfilter) verwendet werden. Die Anströmgeschwindigkeiten zum Filter variieren dabei

zwischen $0.1\frac{m}{s}$ und etwa $4\frac{m}{s}$.

1.2.1 Die Abscheidung

Die Abscheidung von Staubpartikeln in Tiefenfiltern findet nur dann statt, wenn die Partikel auf die Filterfasern, den sogenannten Kollektoren, auftreffen und anschließend an ihnen haften bleiben. Der Abscheidegrad A ist ein Maß für die Fähigkeit des Filters die Partikeln abzuscheiden. Er kann mit Hilfe des Durchlassgrades P berechnet werden, der sich aus dem Verhältnis der Partikelkonzentration in der Reinluft (Reinluftkonzentration) zur Partikelkonzentration in der Rohluft (Rohluftkonzentration) ergibt.

$$P = \frac{\zeta_{rein}}{\zeta_{roh}} \tag{1.1}$$

Für den Abscheidegrad gilt:

$$A = 1 - P . (1.2)$$

Die Partikelkonzentration wird je nach Prüfverfahren als Massen-, Volumenoder Anzahlkonzentration ermittelt. Damit sind verschiedene Definitionen für den Abscheide- bzw. Durchlassgrad möglich, die auch immer von der Prüfmethode abhängig sind.

Der Abscheidegrad für eine diskrete Partikelgröße x wird als Fraktionsabscheidegrad oder Trenngrad T bezeichnet. Mit der Partikelgröße x ist ein äquivalenter Durchmesser gemeint. Der Äquivalentdurchmesser ist nach [26] der Durchmesser einer sphärischen Partikel, die das gleiche geometrische, optische oder aerodynamische Verhalten wie die untersuchte Partikel zeigt.

$$T(x) = 1 - \frac{\zeta_{rein}(x)}{\zeta_{roh}(x)} \tag{1.3}$$

Dabei sind $\zeta_{roh}(x)$ bzw. $\zeta_{rein}(x)$ die Konzentrationen der Partikel mit der Partikelgröße x im Rohgas bzw. Reingas.

Um den Zusammenhang zwischen dem Fraktionsabscheidegrad T und dem Abscheidegrad A herstellen zu können muss die Partikelgrößenverteilung bekannt sein. Zur Kennzeichnung der Partikelgrößenverteilung führt man die Verteilungssumme $Q_r(x)$ und die Verteilungsdichte $q_r(x)$ ein.

$$Q_r(x) = \frac{\int\limits_{x_{min}}^x M_r(x) \, dx}{\int\limits_{x_{min}}^x M_r(x) \, dx}$$
(1.4)

$$q_r(x) = \frac{d}{dx} Q_r(x) \tag{1.5}$$

Mit M ist dabei die Menge der Partikel gemeint (Anzahl, Volumen). Der Index r gibt darin die Mengenart an. Die Bezeichnung der Mengenart mit dem zugehörigen Index ist in Tabelle 1.1 wiedergegeben.

Tabelle 1.1: Mengenarten

Index	Mengenart		
$\mathbf{r} = 0$	Anzahl		
r = 1	Länge		
r = 2	Fläche		
r = 3	Volumen		
$r = 3^{*}$	Masse		

Für Partikel deren Dichte von der Größe unabhängig ist, sind Massendichteverteilung $q_{3^*}(x)$ und Volumendichteverteilung $q_3(x)$ identisch.

Wenn also die Verteilungsdichte $q_r^{roh}(x)$ im Rohgas bekannt ist kann der Zusammenhang zwischen dem Fraktionsabscheidegrad T und dem Abscheidegrad A hergestellt werden [18].

$$A = \int_{x_{min}}^{x_{max}} T(x) \cdot q_r^{roh}(x) \, dx \tag{1.6}$$

Abbildung 1.1 zeigt den gemessenen Verlauf des Abscheidegrades für Kalksteinpartikel der Größe $2\mu m$ bzw. $12\mu m$ nach [13].

Der Verlauf des Abscheidegrades kann wie folgt erklärt werden:

- Mit zunehmender Geschwindigkeit wächst die Wahrscheinlichkeit, dass die Partikel auf die Kollektoren treffen.
- Mit zunehmender Geschwindigkeit wächst die Wahrscheinlichkeit, dass die Partikel von den Kollektoren abprallen.



Abbildung 1.1: Gesamtabscheidegrad für Kalksteinpartikel

Nimmt man beide Effekte zusammen, lässt sich der Verlauf der Kurven aus Abbildung 1.1 erklären.

Um die Aussagen über das Auftreffen und das Abprallen der Partikel genauer zu erfassen, sind im Bereich der Tiefenfiltration viele theoretische Untersuchungen an Einzelfasern angestellt worden. Obwohl diese Vorstellung nicht den realen Verhältnissen im Filter entspricht, können anhand dieser Untersuchungen wertvolle Erkenntnisse bezüglich der für die Abscheidung verantwortlichen Mechanismen gewonnen werden.

Im Zusammenhang mit der Abscheidung an einzelnen Fasern führt man den Einzelfaserabscheidegrad φ ein. Als Modell der Einzelfaser dient der senkrecht angeströmte Zylinder (vergl. Abbildung 1.2). Als mögliches Gebiet von dem aus Partikel starten können betrachtet man die Projektion des Zylinders auf eine senkrecht zur Strömungsrichtung liegende Fläche in der ungestörten Zuströmung.

Der Einzelfaserabscheidegrad gibt dann an, wie viele der ankommenden Partikel von der Einzelfaser abgeschieden werden.

Auch für diese modellhafte Beschreibung der Abscheidung gilt, dass ein Partikel nur dann als abgeschieden angesehen werden kann, wenn es auf die Einzelfaser auftrifft und auf dieser auch haften bleibt. Damit können zwei Parameter eingeführt werden, die sowohl das Auftreffen als auch das Haften quantitativ erfassen. Zum einen der Auftreffgrad η und zum anderen der Haftanteil h. Die Definition dieser Größen wird im Folgenden erläutert.

Für den Einzelfaserabscheidegrad φ gilt [10]:

$$\varphi = \eta \cdot h \ . \tag{1.7}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Einzelfaserabscheidegrad aus Gl.(1.7) und dem Fraktionsabscheidegrad aus Gl.(1.3) lässt sich nach [18] wie folgt ausdrücken.

$$T(x) = 1 - e^{-f' \cdot \varphi(x)}$$
(1.8)

 mit

$$f' = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{z}{d_f} \tag{1.9}$$

Hierbei ist z die Dicke der durchströmten Faserschicht. Die Gleichung Gl.(1.8) beinhaltet Annahmen (siehe [18]).

1.2.2 Der Auftreffgrad η

Der Auftreffgrad ist definiert als:

$$\eta = \frac{2 \cdot y_0}{d_f} \tag{1.10}$$

Abbildung 1.2 zeigt die Bahn einer Partikel die gerade noch die Faser mit dem Durchmesser d_f berührt. Der Wert y_0 ist der Abstand des Startpunktes dieser sogenannten Grenzpartikelbahn zur Mittellinie der Faser. Er wird in der ungestörten Strömung vor der Faser gemessen.



Abbildung 1.2: Senkrecht angeströmte Faser

6

Das Auftreffen der Partikel auf die Kollektoren kann durch vier maßgebliche Mechanismen beschrieben werden.

- 1. (a) Diffusion.
 - (b) Trägheit der Partikel.
 - (c) Sperreffekt.
 - (d) Elektrostastische Anziehungskräfte.

Diese Mechanismen führen dazu, dass die Partikel die Stromlinien verlassen und mit den Kollektoren in Kontakt kommen.

Mit Diffusion ist in diesem Zusammenhang die durch die Brown'sche Molekularbewegung hervorgerufene regellose Partikelbewegung gemeint.

Das Auftreffen aufgrund der Trägheit der Partikel erfolgt, da träge Partikel nicht den Stromlinien folgen und daher auf den Kollektor treffen, wie es in Abbildung 1.3 schematisch dargestellt ist. Geht man davon aus, dass leichte Partikel weitestgehend der Strömung folgen, können sie dennoch aufgrund ihrer geometrischen Abmessung mit dem Kollektor in Kontakt treten. Diese Möglichkeit wird als Sperreffekt bezeichnet (Abbildung 1.3 Partikelbahn c). Der Einfluss elektrostatischer Kräfte kann neben den genannten Effekten auch dazu führen, dass die Partikel nicht mehr den Stromlinien folgen und auf den Kollektor treffen.

Die Effektivität der verschiedenen Mechanismen hängt von vielen Parametern wie Partikelgeometrie, Partikeldichte, Partikelladung, Kollektorgeometrie und auch dem Strömungsfeld ab. Eine Übersicht dazu findet man in [25].



Abbildung 1.3: Faserumströmung

Zur genauen Berechnung des Auftreffgrades müssen neben dem Strömungsfeld in der Umgebung der Faser auch die auf die Partikel angreifenden Kräfte und die Partikeleigenschaften bekannt sein.

Wie in [13] beschrieben kann nach Aufstellen der Bewegungsgleichung für die Partikel und anschließender Dimensionsanalyse gezeigt werden, dass der Auftreffgrad eine Funktion von

$$\eta = \eta(\psi, Re_F, Fr_p, Dv, N_{el}) \tag{1.11}$$

mit den Kennzahlen

1. Trägheitsparameter

$$\psi = \frac{\rho_p \cdot d_p^2 \cdot U_0}{18 \cdot \mu \cdot d_f} \tag{1.12}$$

2. Faser-Reynoldszahl

$$Re_F = \frac{U_0 \cdot d_f}{\nu} \tag{1.13}$$

3. Partikel-Froudezahl

$$Fr_p = \frac{U_0^2 \cdot \rho}{d_p \cdot g \cdot \rho_p} \tag{1.14}$$

4. Dichteverhältnis

$$Dv = \frac{\rho}{\rho_p} \tag{1.15}$$

5. Ladungsparameter

$$N_{el} = \frac{|F_{el}|_0}{3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot U_0 \cdot d_p} \tag{1.16}$$

ist. U_0 ist die Geschwindigkeit der ungestörten Zuströmung zur Faser bzw. zum Filter. Der funktionale Zusammenhang zwischen Auftreffgrad und den genannten Kennzahlen kann aber nur dann angegeben werden, wenn auch das Geschwindigkeitsfeld in Umgebung der Fasern bekannt ist. Für übliche Faser-Reynoldszahlen von 10^{-2} bis 10^2 kann aber keine analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen angegeben werden.

. —

Zur Berechnung des Auftreffgrades ist man im Bereich der Tiefenfiltration deshalb häufig auf approximative Lösungsansätze angewiesen.

Zwei bekannte approximative Ansätze zur Berechnung des Strömungsfeldes sind von Kuwabara [14] und Happel [9], die für die Umströmung unendlich langer, paralleler und senkrecht zur ihrer Achse angeströmter Zylinder eine Stromfunktion herleiten. Mit Hilfe dieser Stromfunktionen kann der Auftreffgrad berechnet werden.

1.2.3 Der Haftanteil

Wie Anfangs dieses Kapitels erwähnt wurde, ist die notwendige Bedingung für die Abscheidung einer Staubpartikel, dass diese nach dem Auftreffen auf dem Kollektor haften bleibt.

Die für das Haften maßgeblichen Kräfte sind

- 1. Van-der-Waals-Kräfte
- 2. Flüssigkeitsbrücken
- 3. elektrostatische Kräfte

Die Van-der-Waals-Kräfte entstehen aufgrund statistisch fluktuierender Ladungsasymmetrien von Molekülen/Atomen. Diese Ladungsasymmetrien führen zu elektromagnetischen Anziehungskräften zwischen den Molekülen. Die Vander-Waals-Kräfte sind die maßgeblichen Kräfte beim Auftreffen der Partikel auf die Kollektoren, da die Ausbildung von Flüssigkeitsbrücken mehr Zeit benötigt als beim Stoßvorgang zur Verfügung steht. Bereits abgeschiedene Partikel erfahren nach Ausbildung einer Flüssigkeitsbrücke aber eine unter Umständen erhebliche Haftkraftverstärkung. Die elektrostatischen Kräfte entstehen aufgrund eventuell vorhandener Überschussladungen der Haftpartner. Diese spielen aber nur eine untergeordnete Rolle beim Haften. Eine Übersicht der verschiedenen Haftkräfte sowie deren Berechnung kann in [24] nachgelesen werden.

Bedingung für das Haften der Partikel an den Kollektoren ist gemäß der Arbeit von Hiller [10], dass die nach dem Stoß (Auftreffen auf den Kollektor) verbleibende kinetische Energie der Partikel E_{k2} Null sein muss. Der Stoßvorgang erfolgt anschaulich erklärt in folgender weise. Die ankommende Partikel hat eine kinetische Energie E_{k1} . Bei Annäherung an den Kollektor werden die oben genannten Haftkräfte wirksam und erhöhen die Energie der Partikel um die Anziehungsenergie E_{a1} . Es folgt der elastisch-plastische Stoßvorgang bei dem ein Teil der ankommenden Energie in Deformationsenergie E_d dissipiert. Die verbleibende Energie muss aufgewendet werden, um die Haftkräfte zu überwinden E_{a2} . Die dann noch zur Verfügung stehende Energie ist E_{k2} . Die Bilanz der Energien liefert

$$E_{k1} + E_{a1} = E_{k2} + E_{a2} + E_d. (1.17)$$

Damit wird klar, dass die ankommenden Partikel eine kritische Auftreffgeschwindigkeit nicht überschreiten dürfen, da sie sonst von den Kollektoren abprallen würden. Mit Hilfe dieser kritischen Auftreffgeschwindigkeit wird der Haftanteil definiert.

$$h = \frac{y_c}{y_0} \tag{1.18}$$

Trifft eine Partikel auf eine Faser, so ist die Auftreffgeschwindigkeit vom Auftreffort bzw. vom Startpunkt der Partikel in der ungestörten Anströmung abhängig. Sie nimmt vom Staupunkt bis zum Auftreffort der Grenzpartikelbahn stetig zu. Die Partikel die im Auftreffpunkt die kritische Auftreffgeschwindigkeit erreicht, hat den Startpunkt y_c (siehe Abbildung 1.4).



Abbildung 1.4: Senkrecht angeströmte Faser

Unter Berücksichtigung dieser Vorgänge zeigt Hiller [10], dass die der Haftanteil eine Funktion von

$$h = h(\psi, Re_F, Fr_p, Dv, k_{pl}^2, H)$$
 (1.19)

mit den zusätzlichen Kennzahlen

1. Stoßzahl

$$k_{pl}^2 = 1 - \frac{E_d}{E_{k1}} \tag{1.20}$$

2. Haftzahl

$$H = \frac{p_{VdW}}{p_{pl}} \tag{1.21}$$

ist. Dabei ist p_{VdW} der Van-der-Waals Druck und p_{pl} der Fließdruck des weicheren Stoßpartners. Die Haftzahl charakterisiert wie gut die Haftung infolge der plastischen Deformation an der Kontaktstelle ist.

Wie auch bei der Berechnung des Auftreffgrades ist man bei der Bestimmung des Haftanteils auf approximative Lösungsansätze angewiesen.

1.2.4 Der Druckverlust

Bei der Durchströmung von Tiefenfiltern erfährt das Fluid beim Durchtritt der Faserschicht einen bleibenden Druckverlust Δp . Der Druckabfall über das Filtermedium ist von entscheidender Bedeutung für die Auslegung von Filtrationsanlagen. Die Auswahl der Antriebsaggregate wie Verdichter oder Vakuumpumpen sowie die Berechnung der Betriebskosten erfordern die Kenntnis von Δp . Der Druckverlust wird in der Regel auch als Indikator für das Erreichen der Filterstandzeit bzw. der maximalen Staubspeicherfähigkeit genutzt, da er während des Betriebes kontinuierlich ansteigt. Genauer gesagt steigt der Druckverlust mit der im Filter eingelagerten Staubmenge an.

Zunächst soll der Druckverlust Δp_0 über das unbestaubte Filtermedium betrachtet werden. Durch Anwendung der Dimensionsanalyse findet man, dass der Druckverlust eine Funktion von

$$\Delta p_0 = \Delta p_{=}(Eu, Re_F, Lv, \varepsilon) \tag{1.22}$$

mit den weiteren Kennzahlen

1. Eulerzahl

$$Eu = \frac{\Delta p_0}{\rho \cdot U_0^2} \tag{1.23}$$

2. Längenverhältnis

$$Lv = \frac{d_f}{L} \tag{1.24}$$

3. Porösität

$$\varepsilon = \frac{V_h}{V} \tag{1.25}$$

ist. Wobei V_h bzw. V das Hohlraumvolumen bzw. Gesamtvolumen des porösen Systems ist und L für die Länge des porösen Systems in Durchströmungsrichtung steht.

Zur Berechnung des Druckverlustes bei der Durchströmung poröser Systeme kann man allgemein die folgende anschauliche Formel aufstellen.

$$\frac{\Delta p}{L} = D \cdot \mu \cdot U_0 + C \cdot \rho \cdot U_0^2 \tag{1.26}$$

Die empirischen Konstanten D und C charakterisieren dabei das Filtermedium. Der erste Term, der proportional U_0 ist, beinhaltet die Verluste aufgrund der Viskosität. Der zweite zu U_0^2 proportionale Term quantifiziert die Verluste aufgrund der Trägheitseffekte. Vereinfacht kann man sagen, dass der Strömungswiderstand von Filtermedien bei Durchströmung mit kleiner Faser-Reynoldszahl hauptsächlich von viskosen Verlusten bestimmt wird, während mit zunehmender Faser-Reynoldszahl die Trägheitsverluste zunehmen. Basierend auf dem Widerstandskraft-Modell gibt Löffler [18] die folgende, für gleichmäßig aufgebaute unbestaubte Filter gültige Beziehung an:

$$\frac{\Delta p_0}{L} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{10}{d_f^2} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \mu \cdot U_0 + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1.5}{d_f} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^2} \cdot \rho \cdot U_0^2 .$$
(1.27)

Oder in dimensionsloser Schreibweise.

$$Eu = \frac{20}{\pi} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{Re_F \cdot Lv} + \frac{3}{\pi} \cdot \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^2} \cdot \frac{1}{Lv}$$
(1.28)

Die Formel gilt mit hinreichender Genauigkeit (Fehler kleiner als 10 %) für $1 \leq Re_F \leq 50$ und $\varepsilon \to 1$.

1.2.5 Zeitverhalten der Filter

Wie bereits erwähnt wurde ändern sich die Filtereigenschaften während des Betriebes eines Filtermediums. Mit zunehmender Staubeinlagerung im Filter verändert sich sowohl der Abscheidegrad als auch der vom Filter verursachte Druckverlust.

Allgemein kann gesagt werden, dass der Abscheidegrad sich mit zunehmender Staubeinlagerung verbessert, während der Druckverlust ansteigt. Die Verbesserung der Abscheideeigenschaften von Tiefenfiltern ist aber im Vergleich zur Oberflächenfiltration relativ gering.

Die bessere Abscheidung von Staub mit zunehmender Staubbeladung des Filters hat mehrere Ursachen. Bereits abgeschiedene Partikel stellen ein zusätzliches Hindernis für ankommende Partikel dar. Dadurch wird der Auftreffgrad erhöht, da ankommende Partikel sowohl auf die Fasern als auch auf die bereits abgeschiedenen Partikeln auftreffen können. Ein weiterer Grund für die verbesserte Abscheidung ist eine Erhöhung des Haftanteils. Große Partikel die von noch unbestaubten Fasern abprallen, werden im Laufe des Betriebes an Staubbeladenen Fasern haften bleiben.

In Veröffentlichungen zu diesem Thema findet man zwei unterschiedliche theoretische Beschreibungen dieser Effekte. Die meisten Autoren nutzen das sogenannte Dendriten-Modell zur Beschreibung der zeitlichen Änderung der Abscheideeigenschaften von Tiefenfiltern. Dabei geht man davon aus, dass ankommende Partikel bevorzugt an bereits abgeschiedenen Partikeln haften bleiben und so im Laufe des Betriebes Dendriten bilden. Diese Dendriten verbessern die Abscheidung.

Das zweite Modell geht davon aus, dass der Radius der Fasern bzw. der Einfangquerschnitt durch bereits abgeschiedene Partikel anwächst und so eine Verbesserung der Abscheidung bewirkt. Dieses Modell wird als Faserwachstumsmodell bezeichnet.

Viele Veröffentlichungen befassen sich mit der Vorhersage der Filtereigenschaften in Abhängigkeit der Staubeinlagerung. Allerdings sind die meisten Ergebnisse nur beschränkt anwendbar.

Bémer und Callé [2] nutzen zur Vorhersage des Druckverlustes von Faserfiltern während des Betriebes, das von Bergmann [3] vorgeschlagene Dendriten Modell und erweitern es durch die Berücksichtigung der Partikel- und Fasergrößenverteilung. Das Modell basiert auf der Annahme, dass im Filter abgeschiedene Partikel Dendriten bilden, die sich wie neue Fasern verhalten. Der Faserdurchmesser der Dendriten ist gleich dem Durchmesser der abgeschiedenen Partikel. Die verbesserte Abscheidung während der Filtration wird durch die Änderung des Feststoffvolumenanteils α des Filtermediums berücksichtigt, der mit zunehmender Einlagerung von Staub anwächst. Der Auftreffgrad η wird mit dem Modell von Lee und Liu [15] berechnet, das nur die diffusive Abscheidung und den Sperreffekt berücksichtigt.

Der Vergleich der Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen zeigt, dass das genutzte Modell eingeschränkt anwendbar ist, wenn das Filtermedium eine homogene Struktur aufweist. Aber selbst für diesen Fall sind die Vorhersagen nicht befriedigend. Das Modell versagt bei Filtermedien mit inhomogener Struktur. Da das Modell von Lee und Liu genutzt wurde, um den Auftreffgrad zu berechnen, können mit dem Modell von Bémer und Callé keine Vorhersagen getroffen werden, wenn der Trägheitseffekt bei der Abscheidung eine Rolle spielt.

Bezüglich des Betriebsverhaltens von elektrisch aktiven Filtermaterialien, zeigen Walsh und Stenhouse [28], dass sich diese von ungeladenen unterscheiden. Elektrisch aktive Filter haben im Unterschied zu nicht geladenen Filtern Kollektoren, die elektrostatisch aufgeladen sind. Für die Berechnung des Auftreffgrades müssen neben den sonst berücksichtigten Kräften auch elektrische Anziehungskräfte zwischen Kollektor und Partikel betrachtet werden. Walsh und Stenhouse zeigen anhand experimentellen Ergebnissen, dass der Abscheidegrad bei elektrisch aktiven Filtern während des Betriebes zunächst abfällt (was bei ungeladenen Filtern nicht der Fall ist) und erst anschließend wieder ansteigt. Sie erklären dieses Verhalten durch zwei gegenläufige Phänomene. Zum einen verbessert sich die Abscheidung während des Betriebes durch die im Filter abgeschiedenen Partikel. Dies steht im Einklang zu dem bisher gesagten (Dendritenwachstum). Andererseits wird vor allem am Anfang des Betriebes die elektrische Wirksamkeit der Kollektoren durch die Einlagerung von Staubpartikeln gemindert. Walsh und Stehouse gehen davon aus, dass die eingelagerten Partikel die elektrische Ladung der Kollektoren abschirmen. Je mehr Partikel abgeschieden werden, desto größer ist der Verlust der elektrischen Wirksamkeit. So kommt es während des Betriebes zunächst zu einer Verschlechterung des Abscheidegrades bis sich die Effekte von elektrischer Abschirmung und Dendritenbildung aufheben (Abscheideminimum) und erst danach zu einer Verbesserung des Abscheidegrades durch weitere Dendritenbildung bzw. Dendritenwachstum. Der Abscheidegrad erreicht sein Maximum mit dem Einsetzen der Kuchenbildung. Walsh und Stenhouse behandeln in ihrer Veröffentlichung nur Stearinsäure Partikel mit Größen zwischen 0.46μ m und 1.40μ m und Titandioxid Partikel von 0.51μ m. Eine numerische Untersuchung des zeitlichen Verhaltens einer einzelnen Faser

ist in [16] beschrieben. In seiner Arbeit betrachtet Lehmann die Strömung um eine einzelne Faser und untersucht die Struktur und Packungsdichte der Ablagerungen auf diese Faser. Er nutzt FLUENT zur Simulation der Strömung und erweitert das Programm um eigene C-Routinen, um die Ablagerungen zu simulieren. Dabei erhöht er an Stellen der Ablagerung die Viskosität des Fluids, um den Einfluss der Partikel auf die Strömung wiederzugeben. Bei der Simulation berücksichtigt er dabei auch die Stoßzahl k_{pl} der Partikel, um ein eventuelles Abprallen neu ankommender Partikel von bereits abgelagerten Partikeln zu simulieren. Er zeigt, dass der Wert der Stoßzahl einen starken Einfluss auf die Struktur der Ablagerungen hat.

1.3 Zielsetzungen

Die gezeigten Arbeiten und Modelle haben einen Überblick über die gängigen Methoden zur Berechnung technischer Tiefenfilter gegeben. In der Literatur finden sich viele weitere Veröffentlichungen, die sich ausschließlich mit den Filtrationsvorgängen **im** Filtermedium beschäftigen, ohne die Peripherie zu berücksichtigen. Die meisten Arbeiten versuchen, eine möglichst treffende Beschreibung der Filtrationskinetik innerhalb des Mediums zu finden. Dabei werden häufig nur einzelne Fasern betrachtet.

Durch diese Art der Untersuchungen können die Effekte von inhomogener Filterbeladung nicht berücksichtigt werden. Diese inhomogene Beladung ,die durch eine inhomogene Zuströmung zum Filter verursacht wird, ist aber von praktischem Interesse. Vor allem die zeitliche Entwicklung dieser Inhomogenitäten wurde bisher nicht betrachtet. Diese ist aber für die Auslegung und Optimierung von Filtergehäusen wichtig. Es stellt sich die Frage, wie die Zuströmung die Staubbeladung bzw. die Staubverteilung im Filter beeinflusst und welche Rückwirkung diese Staubverteilung auf die Zuströmung hat.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diese Fragen aufzunehmen. Es wird ein Konzept erarbeitet, das die zeitliche Entwicklung der Filtereigenschaften und deren Auswirkungen auf die Strömung durch den Filter berücksichtigt. Besondere Beachtung soll der Entwicklung des Strömungswiderstandes geschenkt werden. Der Filter wird dabei als ein poröses Gebilde verstanden, ohne die einzelnen Vorgänge aufzulösen, die sich während der Filtration im Inneren des Mediums abspielen. Die Idee des Konzeptes beruht auf einer räumlichen Diskretisierung des porösen Mediums. Jedes Teilelement des Mediums wird als Filter aufgefasst, dessen Eigenschaften sich während der Filtration ändern. Die Abhängigkeit des lokalen Druckverlustes und Abscheidegrades von der abgeschiedenen Staubmenge wird aus einem Experiment gewonnen. Diese Vorgehensweise schafft die Grundlage zur Simulation inhomogener Staubablagerungen und bietet darüber hinaus die Möglichkeit, Filter mit inhomogener Porosität zu berechnen.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich dabei auf den Bereich der Tiefenfiltration, der mit dem Beginn der Oberflächenfiltration und Ausbildung eines Staubkuchens endet. Weiterhin soll nur die Abscheidung fester Partikel Beachtung finden, da sich die Filtrationskinetik flüssiger Aerosole grundsätzlich von der fester Partikel unterscheidet [27].

Die Umsetzung des Konzeptes erfolgt mit dem kommerziellen Strömungs-Simulations-Programm FLUENT. Es handelt sich dabei um ein Finite-Volumen-Verfahren. Die Entscheidung einen kommerziellen CFD-Code zu benutzen, wurde getroffen, da sich dieser in verschiedensten Bereichen der Berechnung und Modellierung von Strömungen auf dem neuesten Stand des Wissens befindet. Turbulenzmodelle, Mehrphasenmodelle und Lösungsalgorithmus sind an ausgewählten Testfällen verifiziert worden. Die Transparenz der verwendeten Modelle war ein weiterer Grund für die Entscheidung. Wichtigstes Kriterium war die Möglichkeit, die Software um eigene Modelle erweitern zu können. FLUENT bietet dem Benutzer die Möglichkeit, mit User Defined Functions (UDFs) u.a. auf alle Strömungsgrößen zuzugreifen und eigene Quellterme in die strömungsmechanischen Grundgleichungen zu integrieren. Die Strömung soll am Beispiel einer einfachen Modellgeometrie untersucht werden. Es wurde bewusst kein komplexer Zuluftkanal gewählt, um eine klar definierte Strömung auf den Filter zu erhalten. Der Strömungszustand soll voll turbulent sein. Zur Berechnung der Staubablagerung wird ein Fest-Phasen-Modell bzw. Discrete-Phase-Model (DPM) verwendet. Die Streuung der Partikel aufgrund der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen wird durch ein sogenanntes Cloud Model berücksichtigt.

Zur zeitabhängigen Simulation der Filtereigenschaften wird ein Modell eingearbeitet werden, das abhängig von

- der Anströmgeschwindigkeit
- der Permeabilität des Filtermediums

- der eingelagerten Staubmenge
- der Dicke des Filtermediums

den Druckverlust und den Abscheidegrad des Filters bestimmt.

Ein Experiment mit der Modellgeometrie wird die Anwendbarkeit des Modells verifizieren. Es wird gezeigt werden inwieweit sich inhomogene Staubverteilungen und deren zeitliche Entwicklung vorhersagen lassen.

Die Anwendung dieses Konzeptes ermöglicht es, die Strömung in Filtrationsanlagen während des Betriebes vorherzusagen. So kann z.B. die Strömungsstruktur in den Zuluftkanälen nach 100, 200 oder 8000 Betriebsstunden berechnet werden. Eine Optimierung der Einbaubedingungen des Filters kann so verwirklicht werden. Außerdem kann dadurch eine Vorhersage über die zu erwartende Standzeit des Filters getroffen werden.

$\mathbf{2}$

Grundgleichungen und Modelle

Die zur Beschreibung einer Strömung geltenden Gleichungen werden im Folgenden dargestellt. Neben der Eulerschen Betrachtungsweise für die Kontinuumsströmung wird auch die Bewegung einzelner Partikel in der Lagrangeschen Betrachtungsweise beschrieben.

Die Herleitung der Grundgleichungen für die Kontinuumsströmung erfolgt an einem ortsfesten Kontrollvolumen. Sie ist z.B. im Lehrbuch Strömungsmechanik von H. Oertel [21] beschrieben.

2.1 Massenerhaltung

Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \,\,\vec{\mathbf{v}}) = 0 \tag{2.1}$$

2.2 Impulserhaltung

Es gelten die Navier-Stokes-Gleichungen, die nachfolgend in Tensorschreibweise ausgedrückt sind.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \,\vec{\mathbf{v}}) + \nabla \cdot (\rho \,\vec{\mathbf{v}} \,\vec{\mathbf{v}}) = \nabla \cdot \mathcal{T} + \vec{S}_I \tag{2.2}$$

Für den Spannungstensor \mathcal{T} gilt:

$$\mathcal{T} = \mu \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} + \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} \right)^{\mathrm{T}} \right) - \left(\frac{2}{3} \mu \left(\nabla \cdot \vec{\mathbf{v}} \right) + p \right) \mathbf{I}$$
(2.3)

Die vorgestellten Gleichungen (2.1) und (2.2) bilden ein System nichtlinearer, partieller Differentialgleichungen zweiter Ordnung, mit denen bei vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen die Strömung eines Mediums beschrieben wird.

Es beinhaltet die komplette Physik reibungsbehafteter, turbulenter und instationärer Strömungen.

Für die Berechnung kompressibler oder heißer Strömungen muss neben den oben genannten Gleichungen noch die Energiegleichung gelöst werden. Der Zusammenhang zwischen den thermodynamischen Zustandsgrößen wird dabei durch die Gasgleichung beschrieben.

Für viele technische Probleme erweist es sich als zweckmäßig die Dichte ρ und die Viskosität μ als konstant anzunehmen und das Medium als ein inkompressibles und Newtonsches Medium zu betrachten. Diese Annahmen sind berechtigt, wenn

- die Machzahl M im betrachteten Strömungsfeld den Wert M = 0.3 nicht überschreitet (in diesem Fall sind die Dichteänderungen im Strömungsfeld kleiner als 5% und damit für viele Anwendungen vernachlässigbar).
- die Temperatur im Strömungsfeld nahezu konstant bleibt.
- es sich beim betrachteten Medium um ein Newtonsches Medium handelt $(\mu \neq f(\tau))$.

Für die im Folgenden behandelten Strömungen sind diese Annahmen zutreffend. Die Annahme konstanter Dichte und konstanter Viskosität wird deshalb berücksichtigt, womit sich die Gleichungen (2.1) und (2.2) zu

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{v}} = 0 \tag{2.4}$$

und

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{\mathbf{v}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{\mathbf{v}} \ \vec{\mathbf{v}})\right) = \mu \ \nabla \cdot \mathcal{T}_{ik} + \vec{S}_I \tag{2.5}$$

vereinfachen.

Für den Spannungstensor gilt:

$$\mathcal{T}_{ik} = \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} + (\nabla \vec{\mathbf{v}})^{\mathrm{T}}\right) - p \mathbf{I}$$
(2.6)

Der Index ik ist dabei nicht als Summationsindex zu verstehen. Er kennzeichnet nur, dass es sich um den Spannungstensor der inkompressiblen Strömung handelt.

2.3 Reynolds-Gleichungen

Die Lösung der im vorigen Abschnitt dargestellten Gleichungen (2.1) und (2.2) kann nur selten mit analytischen Methoden erfolgen. Daher werden zur Lösung häufig numerische Verfahren genutzt, bei denen das Berechnungsgebiet räumlich und zeitlich diskretisiert wird. Die numerische Behandlung technischer Probleme stößt aber bei der Berechnung turbulenter Strömungen auf ihre Grenzen.

Eine genaue Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen erfordert eine Diskretisierung, die genau genug ist, um auch die kleinsten auftretenden räumlichen und zeitlichen Skalen zu erfassen. Diese direkte Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen wird auch als direkte numerische Simulation (DNS) bezeichnet. Zur Berechnung der Lösung in einem kubischen Gebiet mit den Abmaßen L³, wobei L das Abmaß der größten auftretenden Längenskala ist, müssten die Navier-Stokes-Gleichungen etwa $O(\text{Re}^3)$ mal gelöst werden [22]. Speicherplatzbedarf und Rechenzeit für die direkte Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für Strömungen mit Reynoldszahlen von $O(10^6)$ übersteigen die heute zur Verfügung stehenden Ressourcen.

Es gibt mehrere alternative Möglichkeiten, die Navier-Stokes-Gleichungen so zu transformieren, dass eine DNS nicht zu erfolgen braucht.

Eine Möglichkeit ist die zeitliche Mittelung der Erhaltungsgleichungen und Aufspaltung der Strömungsgrößen in einen Mittelwert und einen Schwankungsanteil. Diese Vorgehensweise bezeichnet man als *Reynolds-Ansatz*. Für eine vektorielle Strömungsgröße \vec{f} erfolgt die Aufspaltung gemäß Gl.(2.7).

$$\vec{\mathbf{f}} = \vec{\mathbf{f}} + \vec{\mathbf{f}}' \tag{2.7}$$

Für eine skalare Strömungsgröße f gilt analog dazu:

$$f = \overline{f} + f' \tag{2.8}$$

Die zeitliche Mittelung ist durch einen horizontalen Strich über der entsprechenden Größe gekennzeichnet. Damit kann der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} und der Druck p aus den Gleichungen Gl.(2.4) und Gl.(2.5) wie folgt geschrieben werden.

$$\vec{\mathbf{v}} = \overline{\vec{\mathbf{v}}} + \vec{\mathbf{v}}' \qquad p = \overline{p} + p' \tag{2.9}$$

Das Einsetzten dieser Größen und die anschließende zeitliche Mittelung der Kontinuitätsgleichung Gl.(2.4) liefert

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{v}} = 0 \quad . \tag{2.10}$$

19

Für die zeitlich gemittelte Impulsgleichung gilt:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \overline{\vec{\mathbf{v}}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\vec{\mathbf{v}}} \ \overline{\vec{\mathbf{v}}})\right) = \mu \ \nabla \cdot \overline{\mathcal{T}_{ik}} - \nabla \cdot \overline{\mathcal{T}_{t}} + \vec{S}_{I} \quad . \tag{2.11}$$

In Gl.(2.11) sind im Gegensatz zu Gl.(2.5) alle Strömungsgrößen als zeitlich gemittelte Größen zu verstehen. Sie unterscheidet sich von Gl.(2.5) außerdem durch den zusätzlichen Reynolds-Spannungs-Tensor $\overline{T_t}$, welcher die Schwankungsgrößen der Geschwindigkeit enthält.

$$\overline{\mathcal{T}}_{t} = \rho \left(\begin{array}{ccc} \overline{u' \cdot u'} & \overline{u' \cdot v'} & \overline{u' \cdot w'} \\ \overline{v' \cdot u'} & \overline{v' \cdot v'} & \overline{v' \cdot w'} \\ \overline{w' \cdot u'} & \overline{w' \cdot v'} & \overline{w' \cdot w'} \end{array} \right)$$
(2.12)

Im Folgenden werden die Mittelungsstriche über den Strömungsgrößen weggelassen. Soweit nicht anderes gekennzeichnet, sind nachfolgend gemittelte Größen gemeint.

2.4 Turbulenzmodell

Die unbekannten Schwankungsterme in Gl.(2.11) werden durch Anwendung des Boussinesq-Ansatzes für inkompressible Strömungen auf die bekannten zeitlich gemittelten Größen zurückgeführt.

$$\mathcal{T}_t = \mu_t \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} + (\nabla \vec{\mathbf{v}})^{\mathrm{T}} \right) - \frac{2}{3} \cdot (\rho \cdot k) \mathbf{I}$$
(2.13)

Turbulenzmodelle die den Boussinesq-Ansatz verwenden, beschränken sich auf die Modellierung der Größe μ_t .

2.4.1 k- ω -Modell

Das in dieser Arbeit verwendete Turbulenzmodell ist das k- ω Modell. Es handelt sich um ein halb-empirisches-Modell, das die turbulente Viskosität mit folgender Gleichung modelliert.

$$\mu_t = C_{\mu,\omega} \cdot \rho \cdot \frac{k}{\omega} \tag{2.14}$$

Hierbei ist k die zeitlich gemittelte spezifische turbulente kinetische Energie und ω die spezifische Turbulenzdissipation.

$$k = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{u^{\prime 2} + v^{\prime 2} + w^{\prime 2}} \right) \tag{2.15}$$

Die spezifische Turbulenzdissipation definiert man durch

$$\omega = \frac{\epsilon}{k} \qquad . \tag{2.16}$$

Wobei mit ϵ die turbulente Dissipations
rate

$$\epsilon = \nu \cdot \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \tag{2.17}$$

gemeint ist.

Die Größen für das k-
-<code>Modell</code> [29] erhält man aus jeweils einer Differential-gleichung für
 k

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \left(\vec{\mathbf{v}} \cdot \nabla\right) k = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - D_k \tag{2.18}$$

und ω

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + (\vec{\mathbf{v}} \cdot \nabla)\,\omega = \nabla \cdot \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - D_\omega. \tag{2.19}$$

Der Term ${\cal G}_k$ steht für die Produktionsrate von k und berechnet sich wie folgt:

$$G_k = \nu_t |S_T|^2 \tag{2.20}$$

Dabei bezeichnet $\left|S_{T}\right|$ den Betrag des Deformationsgeschwindigkeitstensors mit

$$S_T = \frac{1}{2} \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} + \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} \right)^{\mathrm{T}} \right) \qquad (2.21)$$

Mit G_{ω} ist die Produktionsrate von ω gemeint, die sich durch

$$G_{\omega} = C_{1,\omega} \frac{\omega}{k} G_k \tag{2.22}$$

21

berechnet.

Die Dissipationsrate ${\cal D}_k$ der spezifischen turbulenten kinetischen Energiek wird durch

$$D_k = C_{\beta,k} \cdot f_{\beta,k} \cdot k \cdot \omega \tag{2.23}$$

berechnet. Dabei ist

$$f_{\beta,k} = \begin{cases} 1 & \chi_k \le 0\\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \chi_k > 0 \end{cases}$$
(2.24)

und

$$\chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \qquad (2.25)$$

Die Dissipationsrate D_ω von ω wird mit

$$D_{\omega} = C_{\beta,\omega} \cdot f_{\beta,\omega} \cdot \omega^2 \tag{2.26}$$

berechnet.

Darin ist

$$f_{\beta,\omega} = \frac{1+70\chi_{\omega}}{1+80\chi_{\omega}} \tag{2.27}$$

und

$$\chi_{\omega} = \left| \frac{\Omega_{ij} \,\Omega_{jl} \,S_{T,li}}{C_{\beta,k}^3 \cdot \omega^3} \right| \qquad (2.28)$$

Mit $S_{T,li}$ sind die Komponenten des Deformationsgeschwindigkeitstensors S_T gemeint, während Ω_{ij} die Komponenten des Drehungstensors bezeichnet.

$$\Omega = -\frac{1}{2} \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} - \left(\nabla \vec{\mathbf{v}} \right)^{\mathrm{T}} \right)$$
(2.29)

Die Modellkonstanten sind in Tabelle 2.1 wiedergegeben.

22

Tabelle	2.1:	Modellkonstanten
---------	------	------------------

C	$^{\gamma}_{\mu,\omega}$	σ_k	σ_{ω}	$C_{1,\omega}$	$C_{\beta,k}$	$C_{\beta,k}$
1	.0	2.0	2.0	1.0	0.09	0.072

2.5 Berechnung der diskreten Phase

Die bisher vorgestellten Gleichungen beschreiben die Strömung einer kontinuierlichen Phase. Zur Berechnung einer zweiten Phase gibt es zwei unterschiedliche Ansätze. Zum einen kann auch die zweite Phase als Kontinuum betrachtet werden und mit den bisher gezeigten Gleichungen beschrieben werden. Diese als Eulersche Betrachtungsweise bezeichnete Beschreibung unterscheidet sich von der Lagrangeschen Betrachtungsweise in der einzelne Partikelbahnen verfolgt werden [20]. Für die Beschreibung der Bewegung von Staubpartikeln ist die Lagrangesche Betrachtung sinnvoller, da der Staub kein Kontinuum darstellt. Die zur Beschreibung der Partikelbahnen nötigen Gleichungen werden im Folgenden dargestellt.

2.5.1 Bewegungsgleichung der Partikel

Die Trajektorie einer Partikel wird durch Integration der Bewegungsgleichung bzw. Kräftebilanz am Partikel berechnet.

$$\frac{d\vec{\mathbf{x}}_p}{dt} = \vec{\mathbf{v}}_p \tag{2.30}$$

Die Kräftebilanz wird basierend auf der Lagrangeschen Methode aufgestellt.

$$\frac{d}{dt}\vec{\mathbf{v}}_p = F_w\left(\vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{v}}_p\right) + \vec{\mathbf{g}} \cdot \left(\frac{\rho_p - \rho}{\rho_p}\right) + \vec{\mathbf{S}}_p \tag{2.31}$$

Der Ausdruck $F_w (\vec{v} - \vec{v}_p)$ steht für die spezifische Widerstandskraft der Partikel.

$$F_w = \frac{3}{4} \frac{\mu}{\rho_p d_p^2} \operatorname{Re}_p C_w \tag{2.32}$$

 Re_p ist die relative Reynoldszahl und C_w der Widerstandskoeffizient.

$$\operatorname{Re}_{p} = \frac{d_{p} \left| \vec{v}_{p} - \vec{v} \right|}{\nu}$$

$$(2.33)$$

Der Widerstandskoeffizient C_w ist eine Funktion der relativen Reynoldszahl Re_p und wird mit Gleichung Gl.(2.34) berechnet.

$$C_w = \frac{c_2}{\text{Re}_p^2} + \frac{c_1}{\text{Re}_p} + c_0$$
(2.34)

Die Koeffizienten c_0, c_1 und c_2 sind aus [19] entnommen und sind in Tabelle 2.2 aufgelistet.

]	Re_p -Bereich	1	c_0	c_1	c_2
0.0	$< \operatorname{Re}_p <$	0.1	0.0	24.0	0
0.1	$< \operatorname{Re}_p <$	1.0	3.69	22.73	0.0903
1.0	$< \operatorname{Re}_p <$	10.0	1.222	29.1667	-3.8889
10.0	$< \operatorname{Re}_p <$	100.0	0.6167	46.5	-116.67
100.0	$< \operatorname{Re}_p <$	1000.0	0.3644	98.33	-2778.0
1000.0	$< \operatorname{Re}_p <$	5000.0	0.357	148.62	$-4.75 \cdot 10^4$
5000.0	$< \operatorname{Re}_p <$	10000.0	0.46	-490.546	$57.87 \cdot 10^4$
10000.0	$< \operatorname{Re}_p <$	50000.0	0.5191	-1662.5	$5.4167 \cdot 10^{6}$

Tabelle 2.2: Koeffizienten c_0, c_1 und c_2

2.5.2 Turbulente Streuung der Partikel

Zur Berücksichtigung der Streuung der Partikel aufgrund der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen wird das sogenannte Cloud-Model verwendet. Dabei handelt es sich um ein Modell das die Entwicklung einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) entlang einer mittleren Trajektorie betrachtet. Die PDF entspricht dabei einer dreidimensionalen Gaußverteilung

$$P(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \prod_{i=1}^3 \sigma_i^{-1} \cdot e^{-\frac{\phi}{2}}$$
(2.35)

 mit

$$\phi = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \tag{2.36}$$

Eine vereinfachende Annahme dieser Verteilung ist die statistische Unabhängigkeit der Zufallsvariablen x_1, x_2, x_3 . Die PDF ist durch die zwei Vektoren μ_i für den Mittelwert und σ_i für die Varianz vollständig beschrieben. Der Mittelwert oder Erwartungswert der PDF kennzeichnet die Position der Partikel in der Wolke auf der sie sich mit der größten Wahrscheinlichkeit aufhalten. Er wird durch Integration der ensemble gemittelten Bewegungsgleichung der Partikel berechnet.

$$\mu_i(t_2) = \langle x_{p,i}(t_2) \rangle = \int_0^{t_2} \langle u_{p,i}(t_1) \rangle \cdot dt_1 + \langle x_{p,i}(t_2 = 0) \rangle$$
(2.37)

Die Varianz σ der PDF ist ein Maß für die Streuung der PDF um den Mittelwert. Sie ergibt sich durch die folgende Beziehung:

$$\sigma_i^2(t) = 2 \cdot \int_0^t \int_0^{t_2} R_{p,ii}(\tau) \cdot \langle u_{p,i}'^2(t_2) \rangle \cdot d\tau \cdot dt_2$$
(2.38)

mit dem Partikelgeschwindigkeits Korrelationskoeffizienten (siehe [11])

$$R_{p,ii}(\tau) = \frac{\langle u'_{p,i}(t_2) \cdot u'_{p,i}(t_2 + \tau) \rangle}{\langle u'^2_{p,i}(t_2) \rangle}$$
(2.39)

Die Modellierung von Gl.(2.39) erfolgt nach [12] durch:

$$R_{p,11} = \frac{u^{\prime 2}}{\theta} \cdot e^{-(\tau/\tau_a)} \cdot \operatorname{St}_T \cdot \left(B - A \cdot \frac{\operatorname{St}_T^2 \cdot B^2 + 1}{\theta}\right) + \frac{u^{\prime 2}}{\theta} \cdot e^{-(\tau \cdot B/T)} \left(-1 + \frac{m_T \cdot \operatorname{St}_T^2 \cdot \gamma \cdot B}{\theta} + A \cdot \frac{\tau}{T}\right)$$
(2.40)

$$R_{p,22} = R_{p,11} (2.41)$$

$$R_{p,33} = \frac{u^{\prime 2} \cdot \operatorname{St}_T \cdot B}{\theta} \cdot e^{-(\tau/\tau_a)} - \frac{u^{\prime 2}}{\theta} \cdot e^{-(\tau \cdot B/T)}$$
(2.42)

mit den Größen

$$A = \frac{1}{2} \cdot m_T \cdot \gamma \tag{2.43}$$

$$B = \sqrt{1 + m_T^2 \cdot \gamma^2} \tag{2.44}$$

$$\tau_a = \frac{\rho_p \cdot d_p^2}{18 \cdot \mu} \tag{2.45}$$

$$T = \frac{m_T \cdot T_{mE}}{m}$$
(2.46)

$$T_{fE} = C_{\mu}^{3/4} \cdot \frac{k}{\epsilon} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1/2}$$

$$\gamma = \frac{\tau_a \cdot g}{2}$$

$$(2.47)$$

$$y = \frac{u'}{u'}$$

$$St = \frac{\tau_a}{T_{a}E}$$
(2.49)

$$\operatorname{St}_{T} = \frac{\overline{\tau_{a}}}{T} \tag{2.50}$$

$$\theta = \operatorname{St}_{T} \cdot B^{2} - 1 \qquad (2.51)$$
$$m = \frac{\overline{u}}{u'} \qquad (2.52)$$

$$T_{mE} = T_{fE} \cdot \frac{\bar{u}}{u'} \tag{2.53}$$

$$m_T = m \cdot \left[1 - \frac{G(m)}{(1 + \text{St})^{0.4 \cdot (1 + 0.01 \cdot \text{St})}} \right]$$
(2.54)

$$G(m) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-y^2} \, dy}{\left(1 + \frac{m}{\pi} \left(\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(y)y - 1 + e^{-y^2}\right)\right)^{5/2}} \qquad (2.55)$$

3

Numerisches Verfahren

3.1 Finite-Volumen-Methode

Zur Berechnung des dreidimensionalen Strömungsfeldes werden die zeitlich gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen Gl.(2.11) einschließlich der Kontinuitätsgleichung Gl.(2.10) unter Anwendung eines Zwei-Gleichungsmodells zur Modellierung der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten genutzt. Es wird das Finite-Volumen-Verfahren FLUENT angewendet, dass die Grundgleichungen Gl.(3.1) und Gl.(3.2) in integraler Form wie für Finite-Volumen-Methoden (FVM) üblich löst [8].

$$\int_{V} \left(\nabla \cdot \vec{\mathbf{v}}\right) dV = 0 \tag{3.1}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \int_{V} \vec{\mathbf{v}} \, dV + \rho \cdot \int_{V} \nabla \cdot (\vec{\mathbf{v}} \, \vec{\mathbf{v}}) \, dV = \int_{V} \left(\mu \, \nabla \cdot \mathcal{T}_{ik} - \nabla \cdot \mathcal{T}_{t} + \vec{S}_{I} \right) \, dV$$
(3.2)

Das Finite-Volumen-Verfahren FLUENT besitzt folgende Eigenschaften bzw. ist wie folgt zur Lösung der oben genannten Gleichungen benutzt worden (bzgl. Details s. [8]):

• FLUENT diskretisiert die Gleichungen auf unstrukturierten, zellzentrierten und kolokierten Netzen.

- Die Diskretisierung der konvektiven Glieder der Impulsgleichungen und der Transportgleichungen des Turbulenzmodells erfolgt wahlweise mit numerischen Upwind-Schemata erster bzw. zweiter Ordnung. Zur Lösung der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Gleichungen ist ein Upwind-Schema zweiter Ordnung ausgewählt worden.
- Für die Diskretisierung der Druckkorrekturgleichung kann zwischen verschiedenen Schemata gewählt werden. Zur Interpolation der Drücke wurde in dieser Arbeit das PRESTO-Schema genutzt.
- Es bietet wahlweise die Druckkorrektur-Algorithmen SIMPLE, SIM-PLEC und PISO an [7]. Für die Rechnungen der vorliegenden Arbeit ist der SIMPLEC-Algorihmus angewendet worden.
- Zur Konvergenzbeschleunigung wird eine Multigrid Technik benutzt. Da FLUENT auf unstrukturierten Netzen rechnet, wird ein algebraischer Multigrid Algorithmus (AMG) angewendet.

3.2 Modellgeometrie

Wie bei den Zielsetzungen bereits erwähnt wurde, soll die Strömung anhand einer einfachen Modellgeometrie untersucht werden. Zu diesem Zweck wurde ein quadratisches Rohr mit einer Kantenlänge von 192mm modelliert und vernetzt. Das diskretisierte Berechnungsgebiet ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Geometrie wurde bewusst so einfach gestaltet, um das numerische Konzept zur Simulation des zeitlichen Verhaltens der Strömung in der Umgebung von Tiefenfiltern möglichst isoliert bewerten zu können. Numerische Unsicherheiten, die bei der Lokalisierung von Ablösungen in komplexen Geometrien vorkommen, sollen vermieden werden.

Als Eintrittsrandbedingung wurde eine Geschwindigkeitsverteilung aufgeprägt, die ein Einlaufprofil erzeugt und so ein Ansaugen aus der Umgebung nachbildet.

Zu diesem Zweck wurde vorbereitend eine Simulation mit der in Abbildung 3.2 gezeigten Konfiguration durchgeführt.

Die so ermittelte Geschwindigkeitsverteilung wurde als Randbedingung für die Modellgeometrie genutzt. Damit wurde eine deutliche Verringerung der Berechnungszeit erreicht.

Das in Abbildung 3.1 vergrößert dargestellte Volumen zeigt die Zellschichten, die das Filtermedium bilden. Im Bereich dieser Zellen werden in die Navier-Stokes-Gleichungen zusätzliche Quellterme integriert, die das zeitliche Verhalten des Mediums nachbilden. Auf die Fläche am Austritt wurde eine

3. NUMERISCHES VERFAHREN



Abbildung 3.1: Vernetzte Modellgeometrie

Austrittsrandbedingung gesetzt, die alle Strömungsgrößen aus dem inneren des Strömungsfeldes extrapoliert ,so dass die diffusiven Flüsse in Strömungsrichtung null werden.

Am Eintritt können an beliebigen Stellen die Staubpartikel injiziert werden. Ausgehend von diesen Injektionsstellen werden dann die ensemble gemittelten Staubtrajektorien berechnet.

3.3 Zeitskalen

Eine Einschätzung der Zeitskalen, die den Vorgängen während der Filtration zugrundeliegen, ist von Bedeutung für das Modellierungskonzept und wird in diesem Kapitel vorgenommen. Es müssen zwei Vorgänge bezüglich der Zeitskalen untersucht werden. Es muss die Strömung durch das Filtergehäuse und das Filtermedium betrachtet werden sowie der Vorgang der Abscheidung von



Abbildung 3.2: Simulation der Einlaufströmung

Staub im Filtermedium.

Um eine quantitative Aussage über die Zeitskalen dieser Vorgänge treffen zu können, müssen einige charakteristische Größen eingeführt werden.

Zunächst wird die charakteristische Zeit ${\cal T}_{sa}$ der Staubabscheidung betrachtet.

Wie im Abschnitt 1.2 gesagt liegen die für den Bereich der Tiefenfiltration üblichen Staubkonzentrationen bei etwa

$$\overline{\zeta} = 1 \ \frac{mg}{m^3} \quad . \tag{3.3}$$

Das ζ ist mit einem Mittelungsstrich versehen, da die Staubkonzentrationen während des Filtrationsvorganges variieren können. Die Änderungen liegen aber in der oben genannten Größenordnung und fallen deshalb bei der Abschätzung der Zeitskalen nicht ins Gewicht.

Die üblichen Strömungsgeschwindigkeiten bei Tiefenfiltern liegen in der Größenordnung von

$$\overline{v} = 1 \ \frac{m}{s} \quad . \tag{3.4}$$

Der Mittelungsstrich ergibt sich aus den oben genannten Gründen. Wird die im vorherigem Abschnitt beschriebene Modellgeometrie zugrundegelegt, ergibt sich ein Filtrationsquerschnitt von $A = 192 \ mm \cdot 192 \ mm$. Im
Zusammenhang mit der Strömungsgeschwindigkeit während der Filtration ergibt sich ein Volumenstrom von

$$\overline{\dot{V}} = A \cdot \overline{v} = 3.68 \cdot 10^{-2} \ \frac{m^3}{s} \quad . \tag{3.5}$$

Bei der Beschreibung technischer Tiefenfilter in Abschnitt 1.2 wurde erwähnt, dass diese nach Erreichen einer bestimmten Standzeit aus dem Betrieb genommen und durch neue Filter ersetzt werden. Das Erreichen der Standzeit wird im Allgemeinem durch Überwachung des Druckverlustes über den Filter ermittelt. Wenn ein kritischer oder maximal zulässiger Druckabfall über den Filter erreicht ist, wird das Filtermedium gewechselt. Der maximal zulässige Druckabfall ist dabei von der Filtrationsanlage abhängig. Der Druckverlust kann direkt mit der abgeschiedenen Staubmenge korreliert werden, da mit der Masse des eingelagerten Staubes auch der Druckverlust über den Filter ansteigt. Damit kann auch der maximal zulässige Druckabfall mit der maximal zulässigen Staubmasse im Filter korreliert werden. Dazu ist die genaue Kenntnis des Filtermediums, der Filtrationsbedingungen und der Anlagengeometrie erforderlich.

Im Rahmen der Größenordnungsabschätzung sind diese genauen Kenntnisse aber nicht erforderlich. Für die beschriebene Modellgeometrie und die eingesetzten Filtermedien kann die maximal zulässige Staubmasse mit

$$m_{max} = 100 \ g \tag{3.6}$$

angenommen werden.

Für die charakteristische Zeit T_{sa} bis zum Erreichen der maximal zulässigen Staubmasse folgt:

$$T_{sa} = \frac{m_{max}}{\overline{\dot{V}} \cdot \overline{\zeta}} = 2.7 \cdot 10^6 \ s \quad . \tag{3.7}$$

Für die Abschätzung der Zeitskala der Strömung wird eine charakteristische Länge zu der mittleren Strömungsgeschwindigkeit ins Verhältnis gesetzt. Für die charakteristische Länge bietet sich die Kantenlänge $a = 192 \ mm$ des Gehäuses an. Damit folgt für die charakteristische Zeit der Strömung T_{st} :

$$T_{st} = \frac{a}{v} = 0.192 \ s \quad . \tag{3.8}$$

31

Das Verhältnis der beiden charakteristischen Zeiten T_{sa} und T_{st} liefert eine Kennzahl, die zur Beschreibung des Filtrationsvorganges von Bedeutung ist.

$$\Pi = \frac{T_{st}}{T_{sa}} \tag{3.9}$$

Für Kennzahlen $\Pi \ll 1$ bleibt im Zeitmaßstab der Strömung der Widerstand des Filters nahezu konstant. Das Strömungsmedium nimmt die Veränderungen der Filtereigenschaften kaum wahr und kann deshalb für große Zeitintervalle als nahezu stationär angesehen werden. Mit den oben berechneten Werten für T_{sa} und T_{st} ergibt sich eine Kennzahl von $\Pi \approx 7 \cdot 10^{-8}$. Die Strömung in der Umgebung von Tiefenfiltern kann also für lange Zeit als quasi-stationär betrachtet werden.

3.4 Behandlung der Turbulenz

Die charakteristischen Abmaße im Inneren von Tiefenfiltern sind derart klein, dass die Strömung dort als laminar angenommen werden kann. Die Turbulenz in der Zuströmung wird beim Eintritt in das Filtermedium gedämpft bis sich schließlich eine laminare Strömung einstellt. Die genauen Vorgänge beim Übergang zu einer laminaren Strömung sind nicht bekannt, spielen aber bei der Betrachtung des Druckverlustes über das Filtermedium nur eine untergeordnete Rolle.

Eine Größenordnungsabschätzung zeigt, dass der Druckabfall aufgrund der Reynolds-Spanungen im Vergleich zu dem vom Filtermedium verursachten Druckabfall vernachlässigbar ist. Die Druckdifferenz über das Filterelement ist natürlich von der Art des eingesetzten Filtermaterials abhängig. Für das in dieser Arbeit eingesetzte Filtermedium und die beschriebene Modellgeometrie hat die Größenordnungsabschätzung gezeigt, dass der von der Turbulenz erzeugte Anteil ($\nabla \cdot \mathcal{T}_t$) von der Größenordnung $O(10^{-5})$ ist, während der Quellterm \vec{S}_I der vom Filtermedium verursacht wird von der Größenordnung $O(10^{-2})$ ist. Im allgemeinem sind die Verhältnisse in der Umgebung von Tiefenfiltern so gestaltet, dass die hier getroffene Aussage über die Turbulenz gültig bleibt.

Für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen wurden die Effekte der Turbulenz im porösen Medium vernachlässigt. Die turbulente Viskosität μ_t wird im porösen System gleich Null gesetzt. Gleiches gilt für die Produktionsrate der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k die im

porösen Medium ebenfalls zu Null gesetzt wird. Die Transportgleichungen für k und ω werden auch im inneren des porösen Mediums gelöst, was dazu führt, dass die turbulente kinetische Energie k beim Durchgang durch das poröse System abnimmt. Dies entspricht den Vorgängen im realen Filtermedium.

3.5 Modellierungskonzept

Im folgenden Kapitel wird das Konzept zur zeitabhängigen Simulation der Strömung in der Umgebung von Tiefenfilter erläutert. Der Berechnungsablauf ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

Die Berechnung beginnt mit der Simulation des stationären Strömungsfeldes im Filtergehäuse und Tiefenfilter. Die Annahme, dass es sich um ein stationäres Strömungsfeld handelt ist gerechtfertigt ($\Pi \ll 1$ siehe Kapitel 3.3).

Ist die Simulation des stationären Strömungsfeldes hinreichend konvergiert, wird die diskrete Phase (z.B. Staubpartikel) in das Strömungsfeld injiziert. Es folgt die Berechnung der ensemble gemittelten Partikeltrajektorien und deren turbulente Streuung. Die Streuung der diskreten Phase wurde deshalb mit dem beschriebenen Cloud Model berechnet, da sich auf diese Weise eine gleichmäßige Verteilung Konzentration der diskreten Phase (DPC) ergibt. Beim Cloud Model bildet sich um die gemittelte Trajektorie eine Wolke von Partikeln. Die Konzentration der Partikel innerhalb der Wolke wird durch eine PDF beschrieben.

Andere Methoden zur Berücksichtigung der turbulenten Streuung von Partikeln verfolgen einzelne Partikeltrajektorien. In diesen sogenannten Discrete Random Walk (DRW) Modellen werden bei der Integration der einzelnen Partikelbahnen die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen durch einen stochastischen Ansatz berücksichtigt. Durch die Berechnung ausreichend vieler Partikelbahnen werden die Effekte der Turbulenz wiedergegeben. Im Gegensatz zum Cloud Model ist die Verteilung der DPC nicht stetig.

Wenn die Partikelkonzentrationen im Strömungsfeld bekannt sind, wird für jede Zelle im Filtermedium die in ihr vorhandene Konzentration der diskreten Phase bestimmt. Es folgt die Berechnung der Quellterme. Der funktionale Zusammenhang zwischen der Staubkonzentration in der einzelnen Zelle und dem dadurch verursachten Druckverlust wird aus einem Experiment gewonnen.



Abbildung 3.3: Berechnungsprozedur

3.5.1 Formulierung der Quellterme

Der Effekt des abgeschiedenen Staubes auf die Strömung wird durch einen zusätzlichen Quellterm in der Impulsgleichung Gl.(2.11) berücksichtigt. Die allgemeine Form für den Impulsterm eines porösen Mediums folgt aus Gl.(1.26) und lautet:

$$S_{I,i} = -\left(\sum_{j=1}^{3} D_{ij} \cdot \mu \cdot u_i + \sum_{j=1}^{3} C_{ij} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |u_i| \cdot u_i\right)$$
(3.10)

Der Tensor D_{ij} steht für die viskosen Druckverlustbeiwerte und C_{ij} entspricht dem Tensor der Verlustbeiwerte aufgrund der Trägheit. Der Index *i* steht für die jeweilige Koordinatenrichtung (x,y,z) der Impulsgleichung.

Die Tensoren D_{ij} und C_{ij} aus Gl.(3.10) können durch eine Hauptachsentransformation auf Diagonalform gebracht werden. Fallen die Hauptachsen der Tensoren mit dem Koordinatensystem (x,y,z) zusammen, vereinfacht sich Gl.(3.10) zu

$$S_{I,i} = -\left(D_{ii} \cdot \mu \cdot u_i + C_{ii} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |u_i| \cdot u_i\right)$$
(3.11)

Die Gl.(3.11) beschreibt den Impulsverlust über ein anisotropes poröses Medium. Ein anisotropes Medium ist z.B. ein Strömungsgleichrichter bei dem der Druckverlust normal zur Strömungsrichtung unendlich ist, während er in Strömungsrichtung einen endlichen Wert annimmt. Im Fall der Tiefenfiltration mit Faserfiltern hat man es mit porösen Systemen zu tun, bei denen eine räumlich zufällige Annordnung der Fasern innerhalb der Filtermedien zu finden ist. Diese Filtermedien sind isotrop. Für die Druckverlustbeiwerte gilt dann:

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = D \tag{3.12}$$

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = C \tag{3.13}$$

Damit vereinfacht sich Gl.(3.11) auf die endgültige Form:

$$S_{I,i} = -\left(D \cdot \mu \cdot u_i + C \cdot \frac{\rho}{2} \cdot |u_i| \cdot u_i\right)$$
(3.14)

Dies ist die für diese Arbeit verwendete Form für die Impulsquellterme. Die Druckverlustbeiwerte sind neben der Art des Filtermediums noch von der im Filtermedium eingelagerten Staubmenge abhängig. Bei der Behandlung dieses Zusammenhanges empfiehlt es sich, statt der Staubmenge bzw. Staubmasse die im Filtermedium vorhandene Staubkonzentration ζ_f als Variable zu nutzen. Diese ergibt sich aus der Staubmasse im Filtermedium bezogen auf das Filtervolumen.

$$C = C(\zeta_f) \qquad D = D(\zeta_f) \tag{3.15}$$

Der funktionelle Zusammenhang aus Gl.(3.15) muss aus dem Experiment ermittelt werden.

4

Experimentelle Untersuchungen

Die vorgestellte Methode zur Berechnung des zeitlichen Verhaltens von Tiefenfiltern verlangt die experimentelle Bestimmung des Druckverlustes in Abhängigkeit der Geschwindigkeit zum Filter und der im Filter eingelagerten Staubmenge bei homogener Beladung. Die Abhängigkeit des Druckverlustes von der eingelagerten Staubmenge charakterisiert das Filtermedium hinsichtlich seiner Staubspeicherfähigkeit und wird im allgemeinem auch von Filterherstellern ermittelt. Die so gewonnenen Ergebnisse dienen der numerischen Simulation als Eingabegröße zur Berechnung des lokalen Druckverlustes. Der erste Teil der experimentellen Untersuchung gilt der Bestimmung der Geschwindig-keits-Druckverlust Kennlinie. Im zweiten Teil wird der Verlauf des Druckverlustes bei homogener Staubkonzentration im Filter ermittelt. Im letzen Teil soll dann eine inhomogene Staubbeladung im Experiment untersucht werden. Diese letzten Ergebnisse sollen zeigen, inwieweit das vorgestellte Konzept zur Berechnung des zeitlichen Verhaltens der Strömung in der Umgebung von Tiefenfiltern anwendbar ist.

Zur Durchführung der oben genannten Untersuchungen wurde eine Prüfapparatur errichtet, die die Messung des Druckverlustes in Abhängigkeit der Geschwindigkeit zum Filter und der vom Filter abgeschiedenen Staubes ermöglicht.

4.1 Versuchsaufbau und Messeinrichtung

Die Abbildung 4.1 zeigt den Aufbau der Versuchsanlage.

Über eine Staubdosierung werden der angesaugten Luft Staubpartikel zugegeben. Der Luftstrom passiert dann den Prüffilter. Dieser ist in einer Wechselvorrichtung eingefasst, die ein schnelles Auswechseln und Wiegen des Prüflings



Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

erlaubt. Über einen Differenzdruckaufnehmer wird der Druckverlust über den Filter gemessen. Dazu sind in den Wänden entlang des Umfangs des Strömungskanals mehrere Druckbohrungen angebracht. Diese sind über eine Ringleitung verbunden die zum Differenzdruckaufnehmer führt. In einer dem Prüfkanal nachgeschalteten Rohrstrecke wird mit einer Blende nach ISO 5167-2 [6] der Durchfluss gemessen. Bei der erwähnten Vakuumpumpe handelt es sich um eine Seitenkanal Vakuumpumpe mit einer Leistung von 5.5KW, einem maximalen Volumenstrom von $480\frac{m^3}{h}$ und einem maximalen Unterdruck von 30000 Pa.

Der Volumenstrom wird über einen der Vakuumpumpe vorgeschalteten Schieber geregelt.

Ein Bild des Staubdosierers ist in Abbildung 4.2 gezeigt.

Abbildung 4.3 zeigt die Funktionsweise. Durch einen Trichter wird der Normstaub zugeführt. Durch die Saugwirkung der Venturidüse wird der Staub vom

4.1. VERSUCHSAUFBAU UND MESSEINRICHTUNG



Abbildung 4.2: Staubdosierer

Reingas mitgesogen und dem Filterprüfkanal zugegeben.



Abbildung 4.3: Funktionsprinzip des Staubdosierers

Zur Messung der Volumenströme wurde eine Blende mit Flanschdruckentnahme benutzt. Dabei wurden je vier um 90° versetzte Druckbohrungen vor und nach der Blende angebacht, über die der Differenzdruck ermittelt wurde (siehe Abbildung 4.4).

Die Wechselvorrichtung, in der sich das Filtermedium befindet, ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

4. EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN



Abbildung 4.4: Blende nach ISO 5167-2

Für die Messung der Differenzdrücke wurden Drucksonden der Firma Testo eingesetzt. Zur Messung des Differenzdruckes über den Filter wurde ein Druckaufnehmer vom Typ 0638.1445C verwendet. Der Messbereich liegt bei 0 - 1000 Pa mit einer Genauigkeit von $\pm 3 Pa$.

Zur Messung des Differenzdruckes über die Blende wurde eine Drucksonde vom Typ 0638.1545C benutzt. Der Messbereich dieser Sonde liegt bei $0 - 10000 \ Pa$ mit einer Genauigkeit von $\pm 10 \ Pa$.

4.1. VERSUCHSAUFBAU UND MESSEINRICHTUNG



Abbildung 4.5: Filter in Wechselvorrichtung

4.2 Teststaub und Filtermedium

Bei dem verwendeten Teststaub handelt es sich um den genormten sogenannten Arizona Teststaub oder auch SAE Fine Test Dust. Die chemische Zusammensetzung des Staubes kann der Tabelle 4.1 entnommen werden. Es wurde bewusst darauf verzichtet, einen Staub mit einer sehr engen Partikelgrößenverteilung zu benutzen, da im realen Einsatz die Filtermedien einer sehr breiten Streuung von Partikelgrößen ausgesetzt sind. Der gewählte Teststaub gibt diese Bedingungen wieder. Die Verteilungssumme $Q_3(x)$ des Staubes ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Größe x kennzeichnet dabei den Partikeldurchmesser. In Abbildung 4.7 ist die Verteilungsdichte des Staubes gezeigt. Die Werte für die Diagramme sind den Messdaten des Staubherstellers (Powder Technology, Burnsville, Minnesota) entnommen.

Tabelle 4.1: Chemische Zusammensetzung des Normstaubes





Abbildung 4.6: Verteilungssumme $Q_3(x)$ des Teststaubes

Als Prüffilter wurde die Filtermatte A3/300 S von Freudenberg Vliesstoffe benutzt. Die Filterklasse nach EN 779 [5] ist F5. Der Filter hat eine Querschnittsfläche von 192 mmx192 mm und ist 20 mm dick.



Abbildung 4.7: Verteilungsdichte $q_3(x)$ des Teststaubes

4.3 Filterkennlinie

Im Folgenden werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen gezeigt.

Der erste Schritt bei der Bestimmung der Filtercharakteristik war die Ermittelung des Zusammenhangs zwischen der Zuströmgeschwindigkeit zum Filter und dem Druckverlust über den Filter für ein unbestaubtes Medium. Das Ergebnis der Messung ist in Abbildung 4.8 gezeigt. Die rote Kurve ist das zu den blauen Messpunkten berechnete Ausgleichspolynom. Der quadratische Verlauf der Kennlinie zeigt, dass neben den viskosen Effekten auch Druckverluste aufgrund der Trägheitswirkung ihren Anteil haben.

Im nächsten Schritt wurde die Abhängigkeit des Druckverlustes von der im Filter eingelagerten Staubmenge ermittelt. Der Verlauf dieser Kennlinie ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Auf der horizontalen Achse ist dabei die mittlere Staubkonzentration ζ_f in $\frac{kg}{m^3}$ im Filtermedium aufgetragen. Im Versuch wurde das Medium homogen mit Staub beaufschlagt. Die Zuströmgeschwindigkeit zum Filter wurde während der ganzen Versuchsphase konstant gehalten. Die in Abbildung 4.10 gezeigte Kurve gilt für eine Zuströmgeschwindigkeit von $U_0 = 0.65 \ \frac{m}{s}$.

Nach jeder Zugabe von Staub wurde das Filtermedium gewogen und das Gewicht mit dem Volumen des Filters ins Verhältnis gebracht um auf die Staubkonzentration im Filter zu schließen. Es wurde keine Messmethode an-



Abbildung 4.8: Geschwindigkeits-Druckverlustkennlinie des unbestaubten Filters, $\zeta_f = 0 \ \frac{kg}{m^3}$

gewandt, die in jedem Punkt des Filtermediums die Staubkonzentration direkt wiedergibt.

Der nächste Schritt der Versuchsreihe bestand darin die in Abbildung 4.8 gezeigte Kurve für verschiedene mittlere Staubkonzentrationen im Filter zu ermitteln.

Das Ergebnis der Versuchsreihe ist in der Fläche aus Abbildung 4.11 zu sehen. Dargestellt ist die ermittelte Ausgleichsfläche, die nach der im Anhang 9.1 beschriebenen Methode berechnet worden ist.

Die so berechnete Fläche bzw. die berechneten Koeffizienten des Ausgleichspolynoms dienen wie bereits erläutert der numerischen Strömungssimulation als Eingabegrößen.

Die Ausgleichsfläche aus Abbildung 4.11 ist vom Polynomgrad m = 2 und n = 3. Der Druckverlust lässt sich nach Gl.(9.1) wie folgt ausdrücken

$$\Delta p(U_0, \zeta_f) = \sum_{i=1}^m U_0^i \cdot \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} \cdot \zeta_f^j\right) \qquad (4.1)$$

Dabei ist berücksichtigt worden, dass für $U_0 = 0$ der Druckverlust ebenfalls

4.3. FILTERKENNLINIE



Abbildung 4.9: Unbestaubter Filter im Wechselrahmen

null ist und somit alle Koeffizienten mit dem Indexi=0n
icht einbezogen werden müssen.

Die aus dem Experiment ermittelten Koeffizienten sind in Tabelle 4.2 aufgelistet.

Tabelle 4.2: Koeffizienten der Ausgleichsfläche

	a_{i0}	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}
i = 1	92.29018	-1.00631	0.58285	-0.00865
i=2	27.50194	3.77489	-0.34395	0.00736

Für den Druckverlust pro Länge des Filtermediums ergibt sich also mit den oben erwähnten Polynomgraden m = 2 und n = 3

$$\frac{\Delta p}{L} = U_0 \cdot \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=0}^n a_{1j} \cdot \zeta_f^j + U_0^2 \cdot \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=0}^n a_{2j} \cdot \zeta_f^j$$
(4.2)

Unter Ausnutzung der Gl.(4.2) können die Koeffizienten aus Gl.(3.14) wie folgt definiert werden:

$$D \cdot \mu = \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=0}^{n} a_{1j} \cdot \zeta_f^j \tag{4.3}$$

44



Abbildung 4.10: Staubbeladungs-Druckverlustkennlinie des Filters, $U_0=0.62~\frac{m}{s}$

$$C \cdot \frac{\rho}{2} = \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=0}^{n} a_{2j} \cdot \zeta_f^j \tag{4.4}$$

Wobe
iLdie Länge bzw. Dicke des Porösen Mediums in Strömungsrichtung kennzeichnet.



Abbildung 4.11: Staubbeladungs-Druckverlustkennfläche des Filters

$\mathbf{5}$

Numerische Ergebnisse

Im folgendem Teil werden die durchgeführten numerischen Simulationen diskutiert. Es wurden zwei Fälle simuliert. Der erste Fall mit homogener Staubbeladung des Filters und der zweite Fall mit inhomogener Beladung des Filtermediums. Für beide Fälle wurde die Geschwindigkeit am Eintritt so gewählt, dass die mittlere Geschwindigkeit zum Filter $U_0 = 0.615 \frac{m}{s}$ beträgt. Der Fall mit homogener Staubbeladung wurde simuliert um nachzuweisen, dass mit dem eingearbeiteten Modell die Prüfstandsversuche nachgebildet werden können.

Der Fall mit inhomogener Staubverteilung im Filter wurde simuliert, um eine unter Filterherstellern und Betreibern vertretene Meinung zu verifizieren bzw. falsifizieren. Es wird seitens der Hersteller und Betreiber von Filtermedien häufig behauptet, dass eine inhomogene Staubverteilung im Filter dazu führt, dass die Strömung und damit die neu ankommenden Partikel den Gebieten mit hoher Staubkonzentration im Filter ausweichen. Dies führt demnach zu einem Transport der neuen Partikel in Regionen mit niedriger Staubkonzentration im Filter und damit letztendlich zu einer Homogenisierung der Staubverteilung im Filtermedium.

5.1 Homogene Staubbeladung

Für die Verwirklichung einer homogenen Staubbeladung auf dem Filter wurden die Staubinjektionsstellen am Einströmrand gleichmäßig verteilt, wie es in Abbildung 5.1 gezeigt ist. Die Staubkonzentration am Eintritt beträgt $\zeta_{in} = 0.41 \frac{kg}{m^3}$.

Ausgehend von diesen Injektionen werden die mittleren Staubtrajektorien berechnet, wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist.

Mit diesen Randbedingungen wurde eine Strömungssimulation unter Anwen-



Abbildung 5.1: Staubinjektionen am Eintrittsrand für den homogenen Fall

dung des in Abschnitt 3.5 beschriebenen Konzeptes durchgeführt. Die Druckverlustkoeffizienten C und D aus (3.15) wurden mit den Gleichungen (4.3) bzw. (4.4) und den in Tabelle 4.2 angegebenen Koeffizienten der Ausgleichsfläche berechnet.

In Abbildung 5.3 ist die Staubkonzentration im Filter gezeigt. Die Verteilung ist nicht absolut homogen. Die Unterschiede in der Staubkonzentration sind aber so gering, dass sie vernachlässigt werden können.

Die in Abbildung 5.3 gezeigte Verteilung hat sich nach n = 22 Iterationen (siehe Abbildung 3.3) eingestellt. Die mittlere Staubkonzentration im Filter beträgt $\zeta_{f,22} = 8.95 \frac{kg}{m^3}$. Es wurde dabei über das Volumen des porösen Mediums gemittelt.

Es wurden insgesamt n = 84 Iterationen durchgeführt, bis eine mittlere Staubkonzentration von $\zeta_{f,84} = 34.61 \frac{kg}{m^3}$ erreicht wurde.

Der Anstieg des Druckverlustes über den Filter ist in Abbildung 5.4 dargestellt. Dieser deckt sich natürlich mit den experimentell ermittelten Daten aus Abbildung 4.11.

5.2 Inhomogene Staubbeladung

Die zweite numerische Untersuchung wurde für den Fall der inhomogenen Staubbeladung durchgeführt. Abbildung 5.5 zeigt die Injektionsstellen am Einlass. Die Staubkonzentration am Eintritt beträgt $\zeta_{in} = 0.41 \frac{kg}{m^3}$.



Abbildung 5.2: Mittlere Staubtrajektorien für den homogenen Fall

Wie im homogenen Fall werden ausgehend davon die mittleren Staubtrajektorien berechnet wie in Abbildung 5.6 dargestellt ist.

Diese Randbedingung erzeugt eine ungleichmäßige Staubverteilung im Filter, wie in Abbildung 5.7 gezeigt ist. Die mittlere Staubkonzentration im Filter ist nach n = 20 Iterationen $\zeta_{f,20} = 8.1 \frac{kg}{m^3}$.

Es waren n = 80 Iterationen nötig, um auf eine mittlere Staubkonzentration von $\zeta_{f,84} = 34.26 \frac{kg}{m^3}$ zu kommen.

Was die numerischen Berechnungen gezeigt haben, ist dass die **Partikelbah**nen den Gebieten mit hohen Staubkonzentrationen kaum ausweichen. Dies hat zur Folge, dass die erwähnte **Homogenisierung** der Staubverteilung im Filter kaum stattfindet.

Die Abbildungen 5.8 bis 5.9 geben einen Überblick der Partikelbahnen in der Nähe des Filtermediums.



Abbildung 5.3: Staubkonzentration im Filter nach 22 Iterationen

Es lässt sich zwar ein leichtes Ausweichen der Partikel beobachten, dies reicht aber nicht aus, um eine gleichmäßige Staubverteilung zu erzeugen.

Beim Vergleich des Druckanstieges bei inhomogener Beladung mit dem in Abbildung 5.4 gezeigten Verlauf, erkennt man einen deutlichen Unterschied (siehe Abbildung 5.10).

Für den inhomogenen Fall fällt die Kurve nach erreichen einer mittleren Staubkonzentration im Filter von etwa $\zeta_f = 15 \frac{kg}{m^3}$ gegenüber der Kurve für homogene Staubbeladung ab. Bei einer mittleren Staubkonzentration von etwa $\zeta_f = 30 \frac{kg}{m^3}$ liegt der Unterschied zwischen den beiden Kurven bei etwa 26 *Pa*. Der Vergleich der numerisch ermittelten Kurve mit der im Experiment gemessenen Kurve ist in Abbildung 5.11 gezeigt. Die Kurven stimmen recht gut überein, wenn man bedenkt, dass im Experiment nicht exakt die gleiche Staubverteilung wie bei der Simulation erreicht werden kann. Die Unsicherheiten bei der Staubdosierung, der genauen Positionierung des Staubeinlasses und der eingestellten Zuströmgeschwindigkeit führen zu den gezeigten Ab-



Abbildung 5.4: Numerisch ermittelte Kennlinie, $U_0 = 0.615 \frac{m}{s}$

weichungen. Ein weiteres Problem war die Luftfeuchtigkeit. Eine hohe Luftfeuchtigkeit führt zu einem leichten Verklumpen des Teststaubes. Dies hat wiederum zur Folge, dass kleine Staubklumpen auf den Filter treffen. Beim Wiegen des Prüffilters haben die Staubklumpen natürlich ihren Beitrag zum Gewicht des Filters. Relativ gesehen erzeugt ein Staubklumpen einen kleineren Durchströmungswiderstand, als im Filter verteilter Staub gleicher Masse. Die Abbildung 5.12 zeigt den inhomogen bestaubten Filter.

Wie es zu den unterschiedlichen Verläufen zwischen der Kennlinie für homogene Beladung und der Kennlinie für inhomogene Beladung kommt, kann leicht erklärt werden, wenn neben der lokalen Staubkonzentration auch die Zuströmgeschwindigkeiten zum Filter betrachtet werden. In den Abbildungen 5.13 und 5.14 sind die Geschwindigkeiten zum Filtermedium dargestellt. Für den Fall der homogenen Staubbeladung ist natürlich auch die Geschwindigkeitsverteilung über das Filtermedium nahezu homogen. Bei inhomogener Staubkonzentration im Filter sind die Zuströmgeschwindigkeiten in Regionen hoher Staubkonzentration (siehe Abbildung 5.16, Punkt 4) wesentlich kleiner als in den Bereichen mit niedriger Staubkonzentration (Punkt 7). Die zu den Geschwindigkeitsbilder gehörenden Staubkonzentrationsverteilungen sind in



Abbildung 5.5: Staubinjektionen für inhomogenen Fall

den Abbildungen 5.15 bzw. 5.16 gezeigt. Die Verteilung der Geschwindigkeiten stellt sich auf die gezeigte Weise ein, da die Bereiche mit hoher Staubkonzentration der Strömung einen höheren Widerstand entgegensetzen.

Trägt man für die in den Abbildungen 5.15 und 5.16 gezeigten Punkte die entsprechenden Werte für die Geschwindigkeit, die Staubkonzentration und den berechneten Druckverlust in die Kennfläche des Filtermediums (siehe Abbildung 5.17) ein so erkennt man, dass die Punkte 4-7 (inhomogene Verteilung) in Bereichen mit kleinerem Druckverlust liegen. Im Vergleich dazu liegen die Punkte 1-3 (homogene Verteilung) in Regionen höheren Druckverlustes. Dies erklärt warum der mittlere Druckverlust über den Filter mit inhomogener Staubbeladung kleiner ist als über den mit homogener Staubverteilung.

Für die Anwendung von Tiefenfiltern hat das zur Folge, dass Filter mit inhomogener Staubbeladung länger im Einsatz bleiben als solche mit homogener Beladung.

In der Regel wird der Druckverlust über das Filterelement als Indikator für das Erreichen der maximalen Standzeit genutzt. Wenn der Druckverlust einen kritischen Wert erreicht (z.B. 200 Pa), wird das Filterelement gewechselt. Vergleicht man die Druckverläufe aus Abbildung 5.10, so erkennt man, dass



Abbildung 5.6: Mittlere Staubtrajektorien für den inhomogenen Fall

für den Filter mit homogener Staubverteilung ein Druckverlust von 200 Pa bei einer mittleren Staubbeladung von etwa 26.6 $\frac{kg}{m^3}$ erreicht ist. Aus dem Verlauf für inhomogene Staubbeladung ist erkennbar, dass ein Druckverlust von 200 Pa erst bei einer mittleren Staubkonzentration im Filter von etwa 30.8 $\frac{kg}{m^3}$ erreicht wird.

Der Unterschied in den Verläufen des Druckverlustes über das Filterelement ist sogar noch größer, wenn das Filtermedium eine nahezu lineare Abhängigkeit des Druckverlustes von der Zuströmgeschwindigkeit aufweist (Abbildung 4.8 zeigt die quadratische Abhängigkeit des in dieser Arbeit verwendeten Filtermediums).

Obwohl der geringere Druckverlust positiv erscheint, führt die inhomogene Staubbeladung des Filtermediums zu einem Problem. Wie im Abschnitt 1.2.1 bereits gesagt wurde, nimmt der Abscheidegrad eines Filters bei ho-



Abbildung 5.7: Staubkonzentration im Filter nach 20 Iterationen

hen Filtrationsgeschwindigkeiten ab (vergl. Abbildung 1.1). Die inhomogene Staubbeladung eines Filtermediums führt aber, wie gezeigt wurde, zu einem lokalen Geschwindigkeitsanstieg in Regionen geringer Staubkonzentration (Abbildung 5.14). Wenn also ein solches Filterelement betrieben wird, führt das zu höheren Schadstoffbelastungen in der Reinluft. Wenn auch der kleinere Druckabfall über das Filtermedium keine negativen Auswirkungen hat, so muss die Abnahme des Abscheidegrades als ein schwerwiegendes Defizit des Filterelementes angesehen werden. Für die Auslegung von Zuluftkanälen muss diese Feststellung beachtet werden. Die Geometrie von Filtergehäusen sollte also immer so gestaltet werden, dass eine möglichst homogene Anströmung gewährleistet ist. Und zwar nicht nur, um die Strömungsverluste zu Beginn des Filtrationsbetriebes gering zu halten, sondern auch, um während des gesamten Betriebes einen gleichmäßig hohen Abscheidegrad zu garantieren.



Abbildung 5.8: Partikeltrajektorien nach n=2 bzw. n=14 Iterationen



Abbildung 5.9: Partikeltrajektorien nach n=30 bzw. n=78 Iterationen



Abbildung 5.10: Vergleich der Kennlinien für homogene und inhomogene Staubbeladung (numerisch)



Abbildung 5.11: Vergleich der experimentellen mit der numerischen Kennlinie



Abbildung 5.12: Inhomogen bestaubter Filter im Wechselrahmen



Abbildung 5.13: Zuströmgeschwindigkeit für homogenen Fall



Abbildung 5.14: Zuströmgeschwindigkeit für inhomogenen Fall

58



Staubkonzentration (kg/m^3)

Abbildung 5.15: Staubkonzentration für homogenen Fall



Abbildung 5.16: Staubkonzentration für inhomogenen Fall



Abbildung 5.17: Kennfläche mit Punkten

6

Unsicherheiten

Das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept basiert zu einem wesentlichen Teil auf der experimentell ermittelten Kennfläche des Filtermediums (siehe Abbildung 5.17). Die Genauigkeit einer numerischen Simulation unter Verwendung des vorgestellten Konzepts hängt somit neben den numerischen Fehlern auch von den Messunsicherheiten bei der Ermittlung der Filtereigenschaften ab. Dieser Abschnitt gibt eine Übersicht der Messunsicherheiten und numerischen Fehler, um eine bessere Einschätzung der Ergebnisse zu erlauben.

Zu den bekannten numerischen Fehlern gehören die Diskretisierungsfehler, die sich durch die Unterteilung des Berechnungsgebietes in finite Volumen ergeben. Die Größe des Diskretisierungsfehlers lässt sich durch das Verfahren der Richardson Extrapolation quantifizieren [7] und durch Netzanpassung verringern. Durch die Wahl eines geeigneten Berechnungsnetzes kann diese Fehlerquelle auf ein akzeptables Niveau gebracht werden. Dabei ist zu Prüfen, ob die numerische Lösung des Problems von der Netzbeschaffenheit abhängt. Das Berechnungsnetz ist so lange zu verfeinern, bis eine netzunabhängige Lösung erreicht ist. Kommerzielle CFD-Software bietet in der Regel die Möglichkeit, Netzandaptationen durchzuführen die problemangepasste Berechnungsnetze generieren.

Die Einführung der Grundgleichungen in Kapitel 2 hat die Notwendingkeit der Turbulenzmodellierung für die Berechnung technischer Probleme gezeigt. Neben den diskutierten Diskretisierungsfehlern entsteht bei der Simulation turbulenter Strömungen ein Modellierungsfehler, der auf das verwendete Turbulenzmodell zurückzuführen ist. Die Auswahl eines geeigneten Turbulenzmodells bleibt Aufgabe des Anwenders strömungsmechanischer Software. Über die dadurch erzeugten Fehler kann man keine allgemeingültige Aussage treffen, da sie von der jeweiligen Strömungsstruktur der berechneten Strömung abhängen.

Zu den Messunsicherheiten zählen im wesentlichen die Unsicherheiten bei der Ermittlung

- des Volumenstroms durch den Filter
- des Druckverlustes über den Filter
- der im Filter eingelagerten Staubkonzentration.

Wie im Kapitel 4 erläutert wird der Volumenstrom durch das Filterelement mit Hilfe einer Blende nach ISO 5167-2 gemessen. Die Messunsicherheit der Blende liegt bei etwa 1% des gemessenen Volumenstromes, wenn man annimt, dass die Geometrie der Blende keine Fehler aufweist. Neben der aus ISO 5167-2 gegebenen Unsicherheit, muss noch die Unsicherheit bei der Messung des Druckabfalls über die Blende berücksichtigt werden. Für die Differenzdruckmessung wurde ein Aufnehmer mit einer Messunsicherheit von $\pm 10 \ Pa$ genutzt. Der Einfluss der Unsicherheit bei der Differenzdruckmessung hat aber nur eine untergeordnete Bedeutung für die Volumenstrommessung. Ein Fehler von 10 Pa bei der Messung des Differenzdruckes zieht einen Fehler von nur 0.1% bei der Volumenstrommessung nach sich.

Zur weiteren Bewertung der Unsicherheit wurde in einer Rohrleitungsstrecke die Blende zusammen mit einer genormten Venturidüse in Betrieb genommen. Die dabei von der Blende ermittelten Massenströme wurden mit denen der Venturidüse verglichen. Die Abweichung der beiden Messwerte lag in einem großen Reynoldszahlbereich bei etwa 0.5%. Dieses Ergebnis liefert zwar nur einen Vergleich der beiden Messmethoden, steht aber im Einklang mit dem in ISO 5167-2 gegebenen Wert für die Messunsicherheit der Blende.

Der Druckverlust über das Filterelement wurde wie bereits beschrieben mit einem Druckaufnehmer gemessen, dessen Unsicherheit bei ± 3 Pa liegt. Der Druckverlust wurde über eine Ringleitung an mehreren Stellen vor und hinter dem Filterelement gemessen. Die Druckbohrungen wurden wie bei allen Druckentnahmen am Versuchsstand gratfrei ausgeführt.

Den größten Anteil an die Unsicherheiten bei der Ermittlung der Filtereigenschaften hat die Messung der im Filterelement eingelagerten Staubkonzentration. Wie im Abschnitt 4.3 erläutert wird zur Bestimmung der Staubkonzentration im Filterelement der Prüffilter gewogen und das Gewicht mit dem Volumen des Filters ins Verhältnis gebracht. Das Wiegen des Prüffilters erfolgte mit einer Laborwaage dessen Messunsicherheit bei 0.02 g liegt. Die im Filter eingelagerte Masse erfolgte also recht genau. Die angesprochene große Unsicherheit resultiert aus der Tatsache, dass die Staubkonzentration nicht direkt ermittelt wurde. Obwohl der Filter im Experiment gleichmäßig mit Staub beaufschlagt wurde, kann nicht mit absoluter Sicherheit davon ausgegangen werden, dass tatsächlich eine absolut homogene Staubbeladung auf dem Filter erreicht wurde. Da die lokale Staubkonzentration im Filter nicht gemessen wurde, kann auch keine Aussage über den Grad der Inhomogenität gemacht werden. Durch Sichtprüfung konnte zwar eine qualitative Aussage über die Staubverteilung getroffen werden, quantitativ wurde dies aber nicht erfasst. Da aber die Experimente mit verschiedenen Prüffiltern durchgeführt wurden und die Kennflächen der verschiedenen Prüffinge nur unwesentlich voneinander abwichen, kann davon ausgegangen werden, dass die Ergebnisse verlässlich sind.

Für den Anwender liegen die oben beschriebenen Unsicherheiten in einem akzeptablen Bereich. Für die Auslegung von Filtrationsanlagen und die Optimierung von Filtergehäusen kann das vorgestellte Konzept also ohne Bedenken genutzt werden.

7

Zusammenfassung und Ausblick

Um die Strömung in der Umgebung von Tiefenfiltern simulieren zu können, ist die Berechnung des Druckverlustes über den Filter nötig. Wenn man die zeitliche Entwicklung der Strömung erfassen will, muss man dabei berücksichtigen, dass der Filter seine Eigenschaften während des Betriebes ändert. Will man also zur Optimierung von Filtergehäusen eine numerische Simulation der Strömung vornehmen, so muss beachtet werden, wie sich der Druckverlust während des Betriebes entwickelt.

Die ersten Abschnitte der vorliegenden Arbeit gaben eine Einführung in den Bereich der Tiefenfiltration. Es wurde gezeigt, wie man vor allem im Gebiet der Verfahrenstechnik versucht, den Druckverlust über den Filter durch analytische Methoden zu beschreiben. Es wurde aber auch gezeigt, dass die Modelle zur Beschreibung des zeitlichen Verhaltens von Tiefenfiltern meistens nicht genau genug sind um sie in der Praxis zu verwenden. Es wurde außerdem darauf hingewiesen, dass in nahezu allen Fällen der modellhaften Beschreibungen der Filter so betrachtet wird, als wäre er homogen mit Staub beladen. Diese Annahme trifft aber nicht zwingend in der praktischen Anwendung von Tiefenfiltern zu.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Filter nicht als losgelöstes Element gesehen, sondern im Kontext mit dem Filtergehäuse betrachtet. Dabei wurde durch die Berechnung einer diskreten Phase auch berücksichtigt, wie der Staub zum Filter gelangt. Der Filter selber wurde als Bauteil innerhalb des Filtergehäuses angesehen, ohne Einzelheiten wie die Fasern des Filters aufzulösen. Um die Strömung in der Umgebung des Filters zu berechnen, wurde dieser räumlich diskretisiert und die Effekte des Filters (Durchströmungswiderstand) auf die Strömung durch Quellterme in den Navier-Stokes-Gleichungen berücksichtigt. Es wurden umfangreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt, um die Kennlinie bzw. Kennfläche des Beispielfilters A/300 S zu ermitteln. Die Kenntnis der Kennfläche des Filters ermöglicht die Berechnung der Quellterme und damit die numerische Modellierung des Filters. Durch diese Vorgehensweise ist es möglich, das zeitliche Verhalten des Filters zu simulieren und damit auch die zeitliche Entwicklung der Strömung vorherzusagen.

Das in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Modell wurde zwar nur für einen einfachen Testfall angewendet, ist aber auf beliebig komplexe Geometrien anwendbar. Es wurde nur ein Filtertyp (A/300 S) experimentell Untersucht und dann numerisch modelliert. Wenn aber die Ermittelung der Kennfläche mit den zugehörigen Koeffizienten (vergl. 4.2) von den Filterherstellern vorgenommen wird (dies wird von manchen Herstellern bereits getan), dann ist die numerische Modellierung beliebiger Filter sehr schnell zu verwirklichen.

Die Berücksichtigung des Abscheidegrades hatte in dieser Arbeit eine untergeordnete Rolle. Durch die Implementierung des Druckverlustverhaltens des Filters ist aber die Grundlage geschaffen, um auch den Abscheidegrad zu berücksichtigen. Statt der Einarbeitung von Quelltermen in die Navier-Stokes-Gleichungen, müssten zur Berücksichtigung des Abscheidegrades Massenquellterme bei der Berechnung der diskreten Phase implementiert werden.

Wenn in Zukunft analytische Modelle erarbeitet werden, die das zeitliche Verhalten des Druckverlustes von Tiefenfiltern treffend beschreiben, ist mit dieser Arbeit die Grundlage geschaffen, um diese in kommerzielle Strömungs-Simulations-Software zu implementieren.

8

Konventionen

8.1 Nomenklatur

Symbol Einheit

A	[—]	:	Abscheidegrad
C	$\left[\frac{1}{m}\right]$:	Trägheits Druckverlustbeiwert
D	$[m^2]$:	viskoser Druckverlustbeiwert
Ā	$[m^2]$:	Flächenvektor
d_f	[m]	:	Faserdurchmesser
d_p	[m]	:	äquivalenter Partikeldurchmesser
E	[J]	:	Energie
Eu	[—]	:	Eulerzahl
Fr	[—]	:	Froudezahl
g	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$:	Erdbeschleunigung
H	[—]	:	Haftzahl
h	[—]	:	Haftanteil
k_{pl}^2	[—]	:	Stoßzahl
k	$\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$:	zeitl. gemittelte spez. turbulente kinetische Energie
L	[m]	:	Länge bzw. Dicke des Filtermediums

Bezeichnung
8. KONVENTIONEN

Symbol	Einheit		Bezeichnung
N_{el}	[—]	:	Ladungsparameter
0	$[m^2]$:	Oberfläche
p	[Pa]	:	Druck
p_{pl}	[Pa]	:	Fließdruck
p_{VdW}	[Pa]	:	Van-der-Waals Druck
P	[—]	:	Durchlassgrad
q(x)	$\left[\frac{1}{\mu m}\right]$:	Partrikelgrössendichteverteilung
Q(x)	[—]	:	Partrikelgrössensummenverteilung
Re	[—]	:	Reynoldszahl
S_I	$\left[\frac{N}{m^3}\right]$:	Impulsquellterm
S_m	$\left[\frac{kg}{m^3s}\right]$:	Massenquellterm
S_T	$\left[\frac{1}{s}\right]$:	${\it Deformations geschwindigkeits tensor}$
t	[s]	:	Zeit
Т	[—]	:	Fraktionsabscheidegrad, Trenngrad
U_0	$\left[\frac{m}{s}\right]$:	Geschwindigkeit zum Filter
V	$[m^3]$:	Volumen
α	[—]	:	Feststoffvolumenanteil
ε	[—]	:	Porosität, Hohlraumvolumenanteil
ϵ	$\left[\frac{m^2}{s^3}\right]$:	Turbulenzdissipation
ζ	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$:	Partikelmassenkonzentration
η	[—]	:	Auftreffgrad
μ	$\left[\frac{kg}{m \cdot s}\right]$:	dynamische Viskosität des Fluids
μ_t	$\left[\frac{kg}{m \cdot s}\right]$:	dynamische turbulente Viskosität
ν	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$:	kinematische Viskosität des Fluids
$ u_t$	$\left[\frac{kg}{m \cdot s}\right]$:	kinematische turbulente Viskosität
ϕ	[—]	:	Einzelfaserabscheidegrad
ψ	[—]	:	Trägheitsparameter

Symbol	Einheit	Bezeichnung
$egin{array}{l} ho \ ho_p \ au \ \mathcal{T} \ \omega \end{array}$	$\begin{bmatrix} \frac{kg}{m^3} \\ \frac{kg}{m^3} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{N}{m^2} \\ \frac{N}{m^2} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} \frac{N}{m^2} \\ \frac{1}{s} \end{bmatrix}$: Dichte des Fluids : Dichte der Partikel : Spannung : Spannungstensor : spezifische Dissipationsrate
Abkürzu	ing :	Bezeichnung
DPC	:	Discrete Phase Concentration
FVM	:	Finite-Volumen-Methode
DRW	:	Discrete Random Walk
CFD	:	Computational Fluid Dynamics
UDF	:	User Defined Function
DPM	:	Discrete Phase Model
DNS	:	Direct Numerical Simulation
PDF	:	Probability Density Function

8.2. MATHEMATISCHE KONVENTIONEN

8.2 Mathematische Konventionen

- Alle Gleichungen sind in einem kartesischen Koordinatensystem definiert.
- Vektorgrößen sind mit einem Pfeil (z.B \vec{v}) gekennzeichnet.
- Für den Nablaoperator gilt

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

• Für den Orts- bzw. Geschwindigkeitsvektor gilt

$$\vec{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \vec{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

• Wenn nicht anderes gekennzeichnet steht I für den Einheitstensor

$$\mathbf{I} = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Mittelungsarten

Zur Beschreibung turbulenter Strömungen werden häufig Mittelungen der physikalischen Größen vorgenommen. So werden z.B. beim später erläuterten Reynoldsansatz die Geschwindigkeiten in einer turbulenten Strömung in einen Mittelwert und einen Schwankungsanteil aufgespalten. Hier sollen übliche Mittelungsarten eingeführt werden, die in späteren Ausführungen genutzt werden. Die Mittelungen werden beispielhaft auf die Größe f angewendet, die für eine beliebige Strömungsgröße steht.

• Zeitliche Mittelung

$$\overline{f(\vec{\mathbf{x}},t)} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{0}^{\Delta t} f(\vec{\mathbf{x}},t) \cdot dt$$
(8.1)

• Ensemble Mittelung

$$\langle f(\vec{\mathbf{x}},t)\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{\mathbf{x}},t) \cdot P(f) \cdot df$$
 (8.2)

• Volumen Mittelung

$$\|f(\vec{x})\|_{V} = \frac{1}{V} \int_{V} f(\vec{x}) \cdot dV$$
(8.3)

In der ensemble Mittelung steht P(f) für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) der Größe f. Wie man durch Auswertung einer endlichen Anzahl von Experimenten auf die zugehörige PDF schließt kann in [17] nachgelesen werden.

Literaturverzeichnis

- Bear, J., 1975, "Dynamics of Fluids in Porous Media", American Elsevier, New York.
- [2] Bémer, D., Callé, S., 2000, "Evolution of the efficiency and pressure drop of a filter media with loading", Aerosol Science and Technology, 33, pp 427-439.
- [3] Bergmann, W., Taylor, R.D., 1978, "Enhanced Filtration Programm at LLNL", 15th DOE Nuclear Air Cleaning Conference, Boston, 2, pp 1058-1099.
- [4] Bronstein, I.N., Semendjajew., K.A., 1996, "Taschenbuch der Mathematik", Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.
- [5] DIN EN 779, 1994, "Partikel-Luftfilter für die allgemeine Raumlufttechnik", Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin.
- [6] DIN EN ISO 5167, 2000, "Durchflussmessung von Fluiden mit Drosselgeräten in voll durchströmten Leitungen mit Kreisquerschnitt", Deutsches Institut für Normung, Beuth Verlag, Berlin.
- [7] Ferziger, J.H., Perić, M., 1996, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- [8] Fluent Inc., 2001, "FLUENT 6.0 User's Guide", Lebanon, New Hampshire, USA.
- [9] Happel, J., 1959, "Viscous flow relative to arrays of cylinders", A.I.Ch.E.Journal, New York, 5, No. 2, pp 174-177.
- [10] Hiller, R, 1981, "Der Einfluß von Partikelstoß und Partikelhaftung auf die Abscheidung in Faserfiltern", Fortschrittberichte VDI, Reihe 3, Nr.61, Düsseldorf.
- [11] Hinze, J.O., 1975, "Turbulence", McGraw-Hill, New York.

- [12] Jain, S., 1998, "Three-dimensional simulation of turbulent particle dispersion applications", Ph.D. Dissertation, Dep. of Chemical and Fuels Engineering, University of Utah, Utah.
- [13] Jodeit, H., 1985, "Untersuchungen zur Partikelabscheidung in technischen Tiefenfiltern", Fortschrittberichte VDI, Reihe 3, Nr.108, Düsseldorf.
- [14] Kuwabara, S., 1959, "The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small reynolds numbers", J. Phys. Soc. Japan, 14, No.4, pp 527-532.
- [15] Lee, K.W., Liu, B.Y., 1982, "Theoretical study of aerosol filtration by fibrous filters", Aerosol Science and Technology, 1, pp 147-161.
- [16] Lehmann, M.J., Kasper, G., 2002, "CFD Simulations of Single Fiber Loading", Int. Workshop Particle Loading and Kinetics of Filtration in Fibrous Filters", June 27-30, Universität Karlsruhe.
- [17] Libby, P.A., 1996, "Introduction to Turbulence", Taylor & Francis, Bristol.
- [18] Löffler, F, 1988, "Staubabscheiden", Thieme Verlag, Stuttgard.
- [19] Morsi, S.A. and Alexander, A.J., 1972,"An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems", J. Fluid Mechanics, 55, part 2, pp 192-208.
- [20] Oertel, H., Hrsg., 2001, "Prandtl-Führer durch die Strömungslehre", 10 Auflage, Vieweg, Wiesbaden.
- [21] Oertel, H., 1999, "Strömungsmechanik", Vieweg, Wiesbaden.
- [22] Sagaut, P., 2001, "Large Eddy Simulation for incompressible flows", Springer, Berlin.
- [23] Sasongko, H., 1994, "Eichung der beiden modifizierten Conrad-Sonden für den Gitterwindkanal des Instituts für Strömungsmechanik", Bericht 94/6 des Instituts für Strömungsmechanik der TU Braunschweig.
- [24] Stieß, M., 1995, "Mechanische Verfahrenstechnik 1", Springer-Verlag, Berlin.
- [25] Stieß, M., 1994, "Mechanische Verfahrenstechnik 2", Springer-Verlag, Berlin.

- [26] VDI 3677 (Entwurf), 2001, "Filternde Abscheider, Blatt 2, Tiefenfilter aus Fasern", Beuth Verlag, Berlin
- [27] Walsh, D.C., Stenhouse, J.I.T., 1996, "The effect of solid and liquid aerosol particle loading on fibrous filter material performance", J. Aerosol Science, 27, Suppl. 1, pp 617-618.
- [28] Walsh, D.C., Stenhouse, J.I.T., 1997, "The effect of particle size, charge, and composition on the loading characteristics of an electrically active fibrous filter material", J. Aerosol Science, 28, No. 2, pp 307-321.
- [29] Wilcox, D.C., 1986, "Multiscale model for turbulent flows." AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting, American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Gesamtabscheidegrad für Kalksteinpartikel	5
1.2	Feserumströmung	7
1.0	Sankracht angeströmte Facer	10
1.4	Senkrecht angestromte Faser	10
3.1	Vernetzte Modellgeometrie	29
3.2	Simulation der Einlaufströmung	30
3.3	Berechnungsprozedur	34
4.1	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	37
4.2	Staubdosierer	38
4.3	Funktionsprinzip des Staubdosierers	38
4.4	Blende nach ISO 5167-2	39
4.5	Filter in Wechselvorrichtung	40
4.6	Verteilungssumme $Q_3(x)$ des Teststaubes	41
4.7	Verteilungsdichte $q_3(x)$ des Teststaubes	42
4.8	Geschwindigkeits-Druckverlustkennlinie des unbestaubten Fil-	
	ters, $\zeta_f = 0 \frac{kg}{m^3}$	43
4.9	Unbestaubter Filter im Wechselrahmen	44
4.10	Staubbeladungs-Druckverlustkennlinie des Filters, $U_0 = 0.62 \frac{m}{s}$	45
4.11	Staubbeladungs-Druckverlustkennfläche des Filters	46
5.1	Staubinjektionen am Eintrittsrand für den homogenen Fall .	48
5.2	Mittlere Staubtrajektorien für den homogenen Fall	49
5.3	Staubkonzentration im Filter nach 22 Iterationen	50
5.4	Numerisch ermittelte Kennlinie, $U_0 = 0.615 \frac{m}{c}$	51
5.5	Staubinjektionen für inhomogenen Fall	52
5.6	Mittlere Staubtrajektorien für den inhomogenen Fall	53
5.7	Staubkonzentration im Filter nach 20 Iterationen	54
5.8	Partikeltrajektorien nach $n = 2$ bzw. $n = 14$ Iterationen	55
5.9	Partikeltrajektorien nach $n = 30$ bzw. $n = 78$ Iterationen	55

5.10	Vergleich der Kennlinien für homogene und inhomogene Staub-	
	beladung (numerisch)	56
5.11	Vergleich der experimentellen mit der numerischen Kennlinie .	57
5.12	Inhomogen bestaubter Filter im Wechselrahmen	57
5.13	Zuströmgeschwindigkeit für homogenen Fall	58
5.14	Zuströmgeschwindigkeit für inhomogenen Fall	58
5.15	Staubkonzentration für homogenen Fall	59
5.16	Staubkonzentration für inhomogenen Fall	59
5.17	Kennfläche mit Punkten	60

Tabellenverzeichnis

1.1	Mengenarten 4
2.1	Modellkonstanten
2.2	Koeffizienten c_0, c_1 und c_2
4.1	Chemische Zusammensetzung des Normstaubes 41
4.2	Koeffizienten der Ausgleichsfläche

9

Anhang

9.1 Bestimmung des Ausgleichspolynoms

Die Ansatzgleichung zur Bestimmung der Koeffizienten a_{ij} des Ausgleichspolynoms ist [23]:

$$z(x,y) = \sum_{i=0}^{m} x^{i} \left(\sum_{j=0}^{n} a_{ij} y^{j} \right) , \qquad (9.1)$$

mit den Polynomgraden m und n für die x-Richtung bzw. y-Richtung. Entsprechend der Methode der kleinsten Quadrate lautet die Minimierungsforderung:

$$F(a_{ij}) = \sum_{p=0}^{k-1} (\overline{z_p} - z_p)^2 \equiv Min! \qquad .$$
(9.2)

mit $\overline{z_p} = gegebenerMesspunkt$ und k = Anzahl der Messpunkte

$$\frac{\partial F}{\partial a_{rs}} = \sum_{p=0}^{k-1} \left(\overline{z_p} - z_p\right) \frac{\partial z_p}{\partial a_{rs}} = 0 \qquad \begin{array}{c} r \in \{0 \dots m\}\\ s \in \{0 \dots n\} \end{array}$$
(9.3)

Das zu lösende Gleichungssystem hat die Form

$$\sum_{p=0}^{k-1} \overline{z_p} \, x_p^r \, y_p^s = \sum_{i=0}^m \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} \left(\sum_{p=0}^{k-1} x_p^i \, y_p^j \, x_p^r \, y_p^s \right) \right] \qquad \begin{array}{l} r \in \{0 \dots m\} \\ s \in \{0 \dots n\} \end{array} . \tag{9.4}$$

LEBENSLAUF

Persönliche Daten:

Name:	Michele Cagna
Geburtsdatum:	27. Juli 1976
Geburtsort:	Remscheid-Lennep
Familienstand:	ledig
Staatangehörigkeit:	italienisch
Vater:	Carmelo Cagna, 14.11.1953 Betriebsleiter
Mutter:	Nicoletta Cagna, geb. Di'Cataldo, 12.12.1955 Maschinenarbeiterin
Bruder:	Giuseppe Cagna, 26.06.1980 Student der Biologie, Universität zu Köln

Ausbildung:

1986 - 1992Albert-Schweitzer-Realschule, Remscheid1992 - 1995Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium, Remscheid1995 - 1999Studium der Maschinentechnik an der BUGH-Wuppertal1999 - 2000Eignungsfeststellungsverfahren an der Universität Karlsruhe (TH)seit 2000Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal	1982 - 1986	Katholische Grundschule am Stadion, Remscheid
1992 - 1995Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium, Remscheid1995 - 1999Studium der Maschinentechnik an der BUGH-Wuppertal1999 - 2000Eignungsfeststellungsverfahren an der Universität Karlsruhe (TH)seit 2000Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal	1986 - 1992	Albert-Schweitzer-Realschule, Remscheid
1995 - 1999Studium der Maschinentechnik an der BUGH-Wuppertal1999 - 2000Eignungsfeststellungsverfahren an der Universität Karlsruhe (TH)seit 2000Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal	1992 - 1995	Ernst-Moritz-Arndt-Gymnasium, Remscheid
1999 - 2000Eignungsfeststellungsverfahren an der Universität Karlsruhe (TH)seit 2000Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal	1995 - 1999	Studium der Maschinentechnik an der BUGH-Wuppertal
seit 2000 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal	1999 - 2000	Eignungsfeststellungsverfahren an der Universität Karlsruhe (TH)
	seit 2000	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmechanik und Turbomaschinen, Bergische Universität Wuppertal