

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

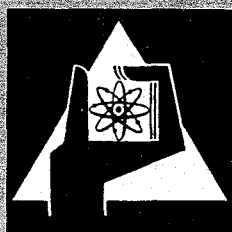
Juni 1966

KFK 434

Institut für Experimentelle Kernphysik

Messung der  $\beta$ - $\gamma$ - Zirkularpolarisationskorrelation  
an erlaubten  $\beta$ -Übergängen

H. Behrens



**GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt.

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor.

Gesellschaft für Kernforschung m. b. H.

Karlsruhe

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Juni 1966

KFK 434

Institut für Experimentelle Kernphysik

Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation  
an erlaubten  $\beta$ -Übergängen

H. Behrens

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H.  
Karlsruhe



## Zusammenfassung

Mit einer neuartigen zur Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation dienenden Apparatur, bei der der Magnet nicht wie bisher nur als Streumagnet für die zirkularpolarisierten  $\gamma$ -Quanten, sondern auch noch zusätzlich als  $\beta$ -Spektrometer dient, konnte eine Vervielfachung der Anlage gegenüber der konventionellen Art erzielt und dadurch sowohl die statistischen als auch die systematischen Fehler wesentlich verkleinert werden. Für diese Anlage wurde in dieser Arbeit der Analysatorwirkungsgrad mit allen Korrekturen berechnet und zur Kontrolle die bekannten Asymmetriekoeffizienten der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation von  $\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Na}^{22}$  und  $\text{Mn}^{56}$  bestimmt. Eine Reihe weiterer Messungen an verschiedenen Nukliden, bei denen die Fehler zum Teil erheblich gegenüber den bis dahin bekannten Meßwerten reduziert werden konnten, führte zu folgenden Ergebnissen:

$\text{Co}^{60}$	$A = - 0,322 \pm 0,014$
$\text{Na}^{22}$	$A = + 0,336 \pm 0,017$
$\text{Mn}^{56}$	$A = - 0,346 \pm 0,020$
$\text{Na}^{24}$	$A = + 0,102 \pm 0,006$
$\text{Ca}^{47}$	$A = + 0,383 \pm 0,018$
$\text{Ar}^{41}$	$A = + 0,066 \pm 0,025$
$\text{Mn}^{52}$	$A = - 0,019 \pm 0,010$
$\text{V}^{48}$	$A = - 0,059 \pm 0,010$
$\text{Cs}^{134}$	$A = - 0,069 \pm 0,007$
$\text{Co}^{58}$	$A = - 0,106 \pm 0,023$
$\text{Ag}^{110\text{m}}$	$A = + 0,058 \pm 0,007$
$\text{Co}^{56}$	$A = + 0,002 \pm 0,010$
$\text{Sc}^{46}$	$A = + 0,103 \pm 0,004$



# Inhaltsverzeichnis

I. Einleitung	
II. Theorie der $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation	2
III. Meßmethode	7
a. Prinzip	7
b. Ermittlung des Asymmetriekoeffizienten aus den Meßdaten	9
IV. Bestimmung des totalen Analysatorwirkungsgrades	15
a. Allgemeines	15
b. Berechnung von $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$ für die $\gamma$ -Seite	18
c. Berechnung von $\langle \frac{\nu}{\epsilon} \cos \nu \rangle$ für die $\beta$ -Seite	32
d. Bestimmung des Anteils $f$ der ausgerichteten Elektronen	43
e. Zusammenstellung der totalen Analysatorwirkungsgrade für die einzelnen Nuklide	46
V. Korrekturen	47
a. Korrekturen auf der $\gamma$ -Seite	47
1. Streuung am Kupfer der Magnetspule	47
2. Zweifachstreuung	51
3. Endliche Auflösung des NaJ-Kristalls	58
4. Transmission durch den Wolframkonus	61
5. Streuung am Konus	61
6. Zusammenstellung aller Korrekturfaktoren auf der $\gamma$ -Seite	65
b. Korrekturen auf der $\beta$ -Seite	67
1. Vielfachstreuung im Präparat	67
2. Rückstreuung im Präparat	75
3. Energieverlust der Elektronen oder Positronen im Präparat	80
4. Zusammenstellung der Korrekturfaktoren auf der $\beta$ -Seite	80
c. Korrekturen durch unerwünschte Koinzidenzen	82
1. Allgemeines	82
2. Zufällige Koinzidenzen und Pile up	83
3. $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen	87

VI. Experimentelle Anordnung	94	
a. Magnet	94	
b. Multiplier und Kristalle	97	
c. Elektronik	98	
d. Präparatherstellung	101	
VII. Einzelheiten der Datenauswertung	102	
a. $\beta^-$ - Zerfall	102	
b. $\beta^+$ - Zerfall	106	
c. $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen	106	
VIII. Meßergebnisse	108	
IX. Diskussion der Meßergebnisse	113	
a. Kontrollmessungen	113	
b. Spin des Grundzustandes von $\text{Ca}^{47}$ und das Mischungsverhältnis des $\gamma$ - Überganges von 1,30 MeV im $\text{Sc}^{47}$	117	
c. Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte	119	
d. Gemischte $\beta$ - Übergänge, für die keine theoretischen Berechnungen der Fermi-Matrix-Elemente vorliegen	130	
Anhang 1	Bei der Berechnung von $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \rangle$ und der zugehörigen Korrekturen benötigte Größen	146
Anhang 2	Bei der numerischen Auswertung der Integrale in den Kap. IV und V verwendete Rechenverfahren	147
Anhang 3	Vernachlässigungen bei der Integration über den NaJ-Kristall	148
Anhang 4	Bei der Streuung am Wolframkonus für die Berechnung der von den $\gamma$ - Quanten im Konus zurückgelegten Wegstrecken benötigten Größen	150
Anhang 5	Magnetstromversorgung	151
Anhang 6	Beschreibung der einzelnen elektronischen Schaltungen	152
Anhang 7	Summe aller erhaltenen Koinzidenzen und Effekte der einzelnen Meßzeiträume von $\text{Na}^{24}$ und $\text{Mn}^{52}(\text{III})$	159
Anhang 8	Mittlere Zählraten bei den einzelnen Messungen	161
Anhang 9	Asymmetrie der Einzelraten	162
Literaturverzeichnis	164	



## I. Einleitung

Durch die Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation an erlaubten  $\beta$ -Übergängen lassen sich heute im wesentlichen folgende Aussagen gewinnen. Einmal kann eine solche Messung zur Bestimmung der Spins der beteiligten Anfangs- und Endzustände oder der Multipolarität des nachfolgenden  $\gamma$ -Übergangs herangezogen werden, wenn diese unbekannt sind. Zweitens läßt sich bei sogenannten gemischten Übergängen (Auswahlregel  $\Delta I = 0$ ) das Verhältnis des Fermi-Matrixelementes zum Gamow-Teller-Matrixelement bestimmen. Diese Fermi-Matrixelemente sollten bei allen Übergängen mit  $\Delta I = 0$ ,  $\Delta T = 1$  auf Grund der Isospin-Auswahlregel ( $M_F \neq 0$  nur für  $\Delta T = 0$ ) gleich Null sein. Aus den bisher gemessenen Asymmetriekoeffizienten der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation solcher Übergänge läßt sich ableiten, daß die Fermi-Matrixelemente eine, wenn auch kleine, endliche Grösse besitzen. Dies ist ein direktes Maß für die Isospinreinheit der beteiligten Zustände. Da zur Ermittlung der Isospinbeimischungen höherer Isospinzustände genauere Messungen als bisher vorliegen sollten, wurden in der folgenden Arbeit diese Asymmetriekoeffizienten und eine Reihe weiterer mit einer neuartigen Anlage, die es erlaubt sowohl die statistischen als auch die systematischen Fehler wesentlich zu verkleinern, neu gemessen.

Durch Rechnungen von Bouchiat /15/ und Blin-Stoyle und Novakovic /12/ an den Kernen  $\text{Na}^{24}$ ,  $\text{Ar}^{41}$ ,  $\text{Sc}^{44}$  und  $\text{Mn}^{52}$  hat sich ergeben, daß die Coulomb-Kräfte allein nicht ausreichen, die experimentell gefundenen Isospinbeimischungen zu erklären. Die letztgenannten Autoren haben daher zusätzlich eine sehr allgemeine ladungsabhängige Kernkraft in Rechnung gestellt, deren Koeffizienten sich aus einer Messung der Asymmetriekoeffizienten bestimmen lassen.

## II. Theorie der $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation

Bei  $\beta$ -Übergängen mit einem Zerfallsschema, wie es in Bild 1 dargestellt ist, hat die  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation die folgende bekannte Form (siehe /1/ S. 1455, /2/ S. 109, /3/, /4/ und /5/)

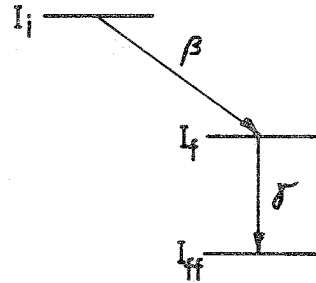


Bild 1

$$W(\theta_{\beta\gamma}, \tau) = 1 + \tau \cdot A \cdot \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \quad (1)$$

$\tau = +1$  für rechts zirkularpolarisierte  $\gamma$ -Quanten

$\tau = -1$  für links zirkularpolarisierte  $\gamma$ -Quanten

$\theta_{\beta\gamma}$  ist der Winkel zwischen dem ausgesandten  $\beta$ -Teilchen und dem  $\gamma$ -Quant.

$v/c$  ist das Verhältnis der Geschwindigkeit der ausgesandten Elektronen oder Positronen zur Lichtgeschwindigkeit.

$A$  ist der Asymmetriekoeffizient. Er ist bei erlaubten  $\beta$ -Übergängen nur eine Funktion der Spins der beteiligten Zustände, der Multipolarität des  $\gamma$ -Überganges und der  $\beta$ -Matrixelemente; bei verbotenen  $\beta$ -Übergängen hängt  $A$  noch zusätzlich vom Winkel  $\theta_{\beta\gamma}$  und der  $\beta$ -Energie ab. (Siehe /2/, /4/ und /5/)

Da es mit unserer experimentellen Anordnung nicht möglich ist, bei verschiedenen Winkeln  $\theta_{\beta\gamma}$  zu messen, haben wir uns ausschließlich auf die Messung erlaubter  $\beta$ -Übergänge beschränkt und werden daher im folgenden nur noch diese behandeln.

Gleichung 1 hat folgende anschauliche Bedeutung:

Mißt man die ausgesandten  $\gamma$ -Quanten in Koinzidenz mit den  $\beta$ -Teilchen mit einem Detektor, der nur auf rechts zirkularpolarisierte  $\gamma$ -Quanten anspricht, so erhält man die Korrelation mit  $\tau = +1$ , mißt man in derselben Weise mit einem Detektor, der nur auf links zirkularpolarisierte  $\gamma$ -Quanten anspricht, erhält man die entsprechende Korrelation mit  $\tau = -1$ . Der Grad der Zirkularpolarisation der  $\gamma$ -Quanten ist dann gegeben durch:

$$P_c = \frac{W(\theta_{\beta\gamma}, \tau=+1) - W(\theta_{\beta\gamma}, \tau=-1)}{W(\theta_{\beta\gamma}, \tau=+1) + W(\theta_{\beta\gamma}, \tau=-1)} = A \cdot \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \quad (2)$$

Der Asymmetriekoeffizient A der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation hat bei erlaubten  $\beta$ -Übergängen für die heute als gültig angenommene V - A Wechselwirkung folgende Form (siehe /1/ S.1471, /2/ S.274, /3/ und /4/):

$$A^{\pm} = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{1}{1+y^2} \cdot \left[ \mp \frac{I_f(I_f+1) - I_i(I_i+1) + 2}{\sqrt{I_f(I_f+1)}} + 4y \right].$$

$$\frac{F_1(L, L, I_{ff}, I_f) + 2\delta F_2(L, L', I_{ff}, I_f) + \delta^2 F_3(L', L', I_{ff}, I_f)}{1 + \delta^2} \quad (3)$$

Das negative Vorzeichen gilt für Negatonen - Zerfall, das positive für Positronen - Zerfall.

$I_i$  ist der Spin des Anfangszustandes,  $I_f$  ist der Spin des Zustandes nach dem  $\beta$ -Übergang,  $I_{ff}$  ist der Spin des Zustandes nach dem  $\gamma$ -Übergang,  $L$  und  $L'$  sind die Multipolordnungen des  $\gamma$ -Übergangs, ihr Mischungsverhältnis wird durch

$$\delta = \frac{\langle I_{ff} \| L' \pi \| I_f \rangle}{\langle I_{ff} \| L \pi \| I_f \rangle} \quad (4)$$

dem Verhältnis der reduzierten Matrixelemente gegeben.

$L'$  ist hier gleich  $L + 1$ . Beimischungen von Multipolen höherer Ordnungen werden vernachlässigt.

Die  $F_k$  sind die sogenannten F-Koeffizienten. Sie sind bei Alder, Stech und Winther /3/ für ungerade  $k$  - Werte tabelliert.

In  $y$  sind die Matrixelemente des  $\beta$ -Übergangs enthalten. Es gilt:

$$y = \frac{C_V \cdot M_F}{C_A \cdot M_{GT}} \quad (5)$$

$C_V$  und  $C_A$  sind die Kopplungskonstanten für die vektorielle und axialvektorielle Wechselwirkung. Es ist /7/:

$$\frac{C_A}{C_V} = -1,175 \pm 0,02 \quad (6)$$

$M_F$  bzw.  $M_{GT}$  sind die Matrixelemente des  $\beta$ -Übergangs. Sie haben folgende Form:

$$\begin{aligned} M_F &= \int 1 && \text{(Fermi-Matrixelement)} \\ M_{GT} &= \int 5 && \text{(Gamow - Teller Matrixelement)} \end{aligned}$$

Für diese Matrixelemente gelten folgende Spin-Auswahlregeln (/2/ S.304):

$$\begin{aligned} M_F &\neq 0 \quad \text{für } \Delta I = 0 \quad \text{(Fermi-Übergang)} \\ M_{GT} &\neq 0 \quad \text{für } \Delta I = 0, 1 \quad \text{(Gamow-Teller-Übergang)} \\ \Delta I &= |I_i - I_f| \end{aligned} \quad (7)$$

Bei einem reinen Gamow-Teller-Übergang, d.h. einem Übergang mit einer Spin-Änderung  $\Delta I = 1$ , ist  $y = 0$  und der Asymmetriekoeffizient  $A$  der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation überhaupt nicht von den Matrixelementen des  $\beta$ -Übergangs abhängig (siehe Gleichung 3).

Nur bei den sogenannten gemischten  $\beta$ -Übergängen mit  $\Delta I = 0$  (ausgenommen 0 - 0 Übergänge) hängt der Asymmetriekoeffizient  $A$  von den  $\beta$ -Matrixelementen ab, und zwar vom Verhältnis des Fermi zum Gamow-Teller Matrixelement. Sind die Spins der beteiligten Zustände und die Multipolaritäten des  $\gamma$ -Übergangs mit dem Mischungsverhältnis  $\delta$  bekannt, kann hier aus einer Messung des Asymmetriekoeffizienten  $A$  das Verhältnis beider Matrixelemente mit Hilfe von Gleichung 3 erhalten werden, allerdings erhält man für einen  $A$ -Wert zwei verschiedene Werte von  $y$ .

Ausser den im Spin-Raum geltenden Auswahlregeln (siehe /13/) für Fermi- und Gamow-Teller-Matrixelemente gelten zusätzlich im Isospinraum noch folgende Auswahlregeln:

$$\begin{aligned} M_F &\neq 0 \quad \text{nur für } \Delta T = 0 \\ M_{GT} &\neq 0 \quad \text{nur für } \Delta T = 0, 1 \\ \Delta T &= |T_i - T_f| \end{aligned} \quad (8)$$

$T_i$  bzw.  $T_f$  kennzeichnen den Isospin des Kernes vor bzw. nach dem  $\beta$ -Zerfall.

Diese Auswahlregeln gelten nur exakt bei Gültigkeit der CVC - Theorie (/8/, /9/, /10/). Gilt die CVC - Theorie nicht, werden durch mesonische Austauscheffekte auch Fermi-Übergänge mit  $\Delta T = 0$  induziert (/11/, /12/).

Da man heute allgemein die CVC - Theorie als richtig voraussetzt, würde man erwarten, daß bei den von uns hauptsächlich gemessenen  $\beta$  - Übergängen mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  die Fermi-Matrixelemente verschwinden.

In der Praxis sind aber die Anfangs- und Endzustände beim  $\beta$ -Übergang keine exakten Eigenzustände zum totalen Isospinoperator, da ladungsabhängige Effekte zwischen den Nukleonen zu kleinen Beimischungen von anderen Isospinzuständen führen. Diese ladungsabhängigen Effekte rühren in erster Linie von der Coulomb-Wechselwirkung der Protonen und zweitens von einer eventuellen ladungsabhängigkeit der Kernkräfte her. Die Größe der Fermi-Matrixelemente ist daher bei diesen Übergängen ein direktes Maß für die Höhe der Isospinbeimischungen bei Kernzuständen. Beim Negatonen-Zerfall sind in erster Ordnung die Isospinbeimischungen im Tochter-Kern und beim Positronen-Zerfall die des Mutter-Kerns für ein nicht verschwindendes Fermi-Matrixelement verantwortlich.

Da die Isospinbeimischungen in der Regel nur klein sind, kann man auf Grund des oben Gesagten den größeren der beiden Werte von  $y$ , die man aus einer Messung des Asymmetriekoeffizienten  $A$  bei  $\beta$  - Übergängen mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  erhält, ausscheiden.

Die absolute Größe des Fermi-Matrixelementes kann man sich aus dem so gewonnenen Wert für  $y$  dadurch ausrechnen, daß man die im allgemeinen bekannten  $ft$  - Werte (/1/ S.1430, /2/ S.49) zu Hilfe nimmt. Man erhält damit (/12/, /17/)

$$M_F = - \sqrt{\frac{2ft(0^{14})}{ft}} \cdot \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \quad (9)$$

Das Vorzeichen von  $M_F$  ist bezogen auf das Gamow-Teller-Matrixelement. Da die  $\beta$  - Matrixelemente in dem  $ft$  - Wert nur quadratisch auftreten, ist es nicht möglich, dieses Vorzeichen absolut zu bestimmen.

Der beste bisher bekannte  $t_f$  - Wert von  $O^{14}$  ist /7/:

$$t_f ( O^{14} ) = 3111 \pm 15 \text{ sec}$$

Bis jetzt haben wir nur den Fall betrachtet, daß auf den  $\beta$ -Übergang ein  $\gamma$ -Übergang folgt. Bei vielen  $\beta$ -Übergängen schließen sich nach dem  $\beta$ -Übergang aber mehrere  $\gamma$ -Übergänge in Kaskade an. Morita und Morita /4/ haben gezeigt, daß in diesem Fall alle  $\gamma$ -Übergänge den gleichen Grad der Zirkularpolarisation aufweisen, vorausgesetzt, daß sie die gleiche Multipolarität haben. In diesem Fall kann man die  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation ohne weiteres auch an einem anderen als dem ersten  $\gamma$ -Übergang der Kaskade oder an mehreren  $\gamma$ -Übergängen gleichzeitig messen.

### III. Meßmethode

#### a.) Prinzip

In der vorliegenden Arbeit wurde die Zirkularpolarisation der  $\gamma$ -Quanten durch Compton-Vorwärtsstreuung an magnetisiertem Eisen gemessen (/18/,/1/ S.1461). Diese Methode hat in dem von uns benutzten Energiebereich (0,3 - 3 MeV) die größten Vorteile sowohl in Bezug auf die absolute Größe als auch auf die relative Änderung der Koinzidenzraten beim Umpolen der Magnetfeldrichtung.

Die Messung des  $\beta$ -Teilchens legt die Quantisierungsachse des Systems fest. In Koinzidenz mit diesem  $\beta$ -Teilchen wird das  $\gamma$ -Quant nun an dem magnetisierten Eisen gestreut, wobei der Spin der ausgerichteten Elektronen einmal in Flugrichtung und einmal entgegen der Flugrichtung der zirkularpolarisierten  $\gamma$ -Quanten zeigt. Da der Compton-Streuquerschnitt abgesehen vom Vorzeichen und der Größe der Zirkularpolarisation auch von der Richtung des Elektronenspins relativ zur Flugrichtung der zirkularpolarisierten  $\gamma$ -Quanten abhängt, ändert sich die Koinzidenzzählrate beim Umpolen der Magnetfeldrichtung. Aus dieser Änderung kann, da die Formel für den Compton-Streuquerschnitt gut bekannt ist, der Asymmetriekoeffizient A der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation aus Formel 1 berechnet werden.

Da die relativen Zählratenänderungen beim Umpolen nur sehr klein sind ( $< 1\%$ ), wurde von uns eine besondere, von der bisher benutzten (/18/,/1/ S.1461) abweichende Art der Anordnung gewählt /19/, die es erlaubt die statistischen Fehler wesentlich zu verkleinern und zusätzlich noch die systematischen Fehler, die durch Magnetfeldeinflüsse auf die Multiplier entstehen können, stark reduziert (siehe Bild 2).

Der Magnet dient hier nicht nur wie bisher als Streumagnet für die zirkularpolarisierten  $\gamma$ -Quanten, sondern auch als Spektrometer für die ausgesandten Elektronen oder Positronen.

Diese Anordnung hat im wesentlichen folgende Vorteile:

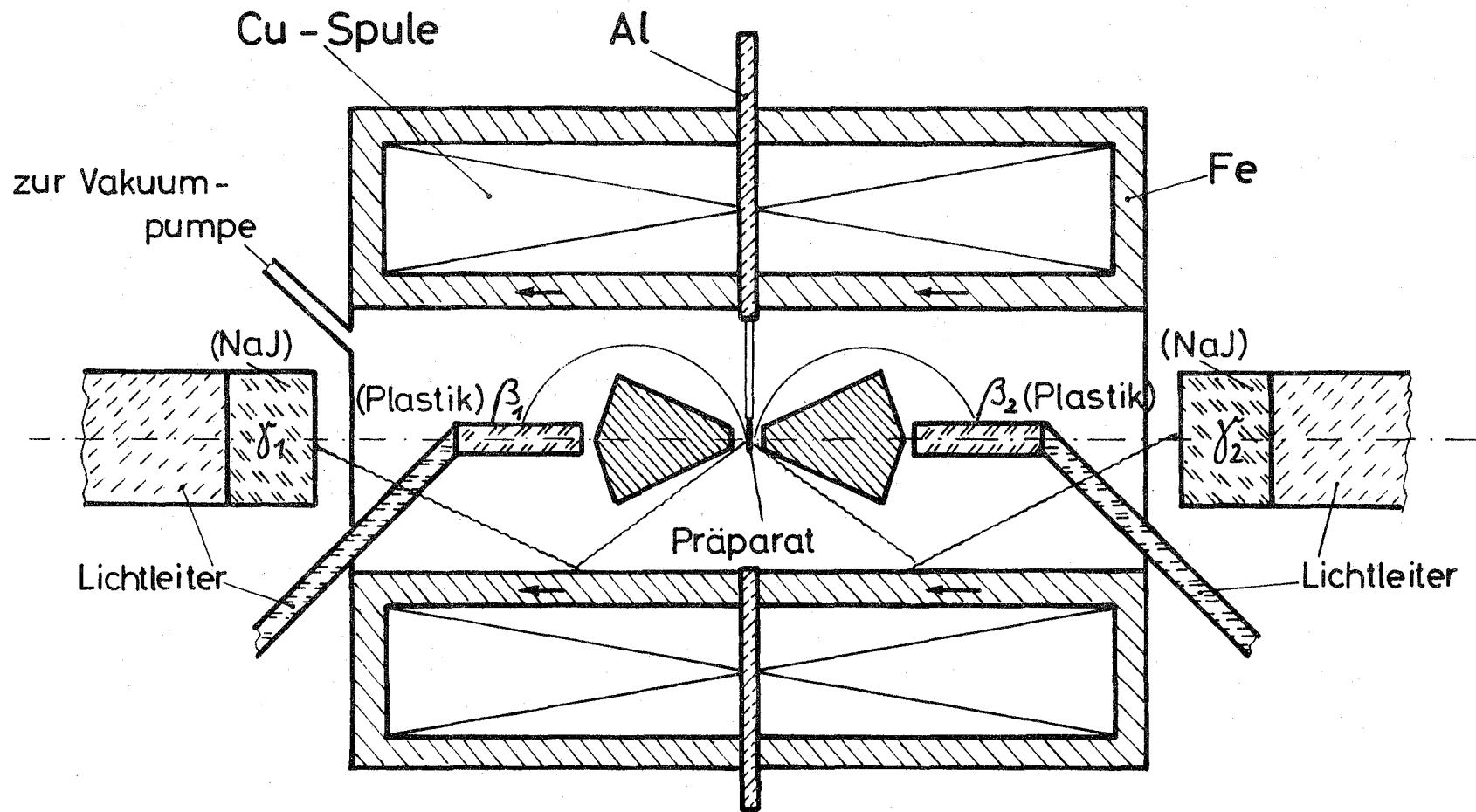


Bild 2: Anordnung mit vier Koinzidenzmöglichkeiten zur Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkular-Polarisationskorrelation.



1. Da es hier vier Koinzidenzmöglichkeiten zwischen den zwei  $\beta$ - und  $\gamma$ -Zählern gibt, bedeutet dies eine Vervielfachung der Apparatur, d.h. eine Reduzierung der Zählzeit um einen Faktor vier bei gleichem statistischem Fehler.
2. Durch eine andere Art der Auswertung, die durch Kombination der vier Koinzidenzen möglich wird, fallen, wie später noch erläutert wird, die  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeiten heraus, und die Koinzidenzraten brauchen nicht mehr durch  $\beta$ - und  $\gamma$ -Einzelraten dividiert werden, sondern nur noch durch die  $\beta$ -Einzelraten.
3. Der Anteil der  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen kann leicht und exakt bestimmt werden, indem der Magnetstrom so hoch eingestellt wird, daß keine Elektronen den  $\beta$ -Zähler erreichen können.
4. Durch das  $\beta$ -Spektrometer werden alle unerwünschten Elektronen vom  $\beta$ -Zähler ferngehalten, so daß "pile-up" Effekte weitgehend vermieden und in vielen Fällen stärkere Präparate verwendet werden können /20/.

Punkt 1 und 2 gilt nur für Negatonen nicht zu hoher Energie, da die in den  $\beta$ -Zählern erzeugte Bremsstrahlung bzw. Vernichtungsstrahlung zu echten Koinzidenzen zwischen den Zählerkombinationen 1,1 und 2,2 Anlaß gibt.

In diesen Fällen können daher, wie später noch näher erläutert wird, nur die gegenüberliegenden Kombinationen 1,2 und 2,1 benutzt werden.

#### b.) Ermittlung des Asymmetriekoeffizienten aus den Meßdaten

Zu diesem Zweck müssen wir zuerst die gemessenen Zählraten genauer betrachten. Die Koinzidenzrate zwischen dem  $\beta$ -Zähler m und dem  $\gamma$ -Zähler n (siehe Bild 2) hat folgende Größe:

$$K_{mn}^{\pm} = N_0 \omega_{\beta m} \omega_{\gamma n} \cdot a_{mn} \cdot (1 \pm \Delta) \quad (10)$$

$N_0$  ist die Präparatstärke;  $\omega_{\beta m}$  bzw.  $\omega_{\gamma n}$  sind die totalen Nachweiswahrscheinlichkeiten für ausgesandte  $\beta$ -Teilchen bzw.

$f$ -Quanten;  $a_{mn}$  ist ein Faktor, der elektronische Koinzidenzverluste berücksichtigt und gleich 1 ist, wenn solche Verluste nicht auftreten. Die Vorzeichen bedeuten die beiden verschiedenen Magnetfeldrichtungen.

$\Delta$  ist definiert durch ( /1/ S.1461, /18/)

$$\Delta = \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-} = f \cdot P_c \cdot \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \quad (11)$$

und stellt die halbe relative Zählratenänderung beim Umpolen des Magneten dar.

$f$  ist der Anteil der ausgerichteten Elektronen im Eisen ( $\sim 0,08$ );  $P_c$  stellt den in Gleichung 2 schon erwähnten Zirkularpolarisationsgrad der  $f$ -Quanten dar;  $\frac{d\sigma_c}{d\sigma_0}$  ist der polarisationsabhängige,  $\frac{d\sigma_0}{d\Omega}$  der polarisationsunabhängige Anteil im differentiellen Compton-Streuquerschnitt des Eisens.

Durch Einsetzen von Gleichung 2 in Formel 11 und Mittelung über die Geometrie der gesamten Anordnung und den ausgeblenden  $\beta$ -Energiebereich erhält man:

$$\Delta = A \cdot f \cdot \left\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta} \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \right\rangle \quad (12)$$

Die Größe  $f \cdot \left\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta} \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \right\rangle$  stellt den totalen Analysatorwirkungsgrad der Meßanordnung dar, bei dessen Kenntnis man aus einer beim Umpolen gemessenen Zählratenänderung den gesuchten Asymmetriekoeffizienten berechnen kann. Auf die Bestimmung dieser Größe wird im folgenden Abschnitt noch ausführlich eingegangen.

Die halbe relative Zählratenänderung oder, wie sie oft genannt wird, der Effekt  $\Delta$  wurde bisher immer in folgender Weise aus den Zählraten gewonnen:

$$2\Delta = \frac{S_{mn}^+ - S_{mn}^- e^{-\lambda T}}{\frac{1}{2} (S_{mn}^+ + S_{mn}^- e^{-\lambda T})} \quad (13)$$

mit

$$S_{mn}^{\pm} = \frac{K_{mn}^{\pm}}{N_{\beta m} N_{\beta n}}$$

Mit dem Faktor  $e^{-\lambda T}$  muß auf das mit der Zerfallskonstante  $\lambda$  erfolgende Abfallen des Präparates innerhalb der Zeit  $T$  zwischen zwei Umpolvorgängen korrigiert werden.

$N_{\beta m}$  und  $N_{\gamma n}$  sind die  $\beta$ - und  $\gamma$ - Einzelraten

$$N_{\beta m} = N_0 \cdot \omega_{\beta m} \quad (14)$$

$$N_{\gamma n} = N_0 \omega_{\gamma n}$$

Das Dividieren durch die Einzelraten ist hier notwendig, um zu vermeiden, daß Änderungen der totalen Nachweiswahrscheinlichkeiten  $\omega_{\beta}$  und  $\omega_{\gamma}$ , die speziell wegen der Magnetfeldseinflüsse auf die Multiplier beim Umpolen auftreten, falsche Effekte hervorrufen. Das Dividieren ist aber nur dann wirklich gut, wenn in den Einzelraten ausschließlich koinzidenzfähige Anteile vorkommen. Das ist in den meisten Fällen nicht erfüllt. Betrachtet man nämlich komplizierte Zerfallsschemata mit mehreren  $\beta$ -Übergängen, auf die dann wieder jeweils  $\gamma$ -Übergänge folgen, so ist die Koinzidenzrate zwischen einem bestimmten  $\beta$ -Übergang und dem auf ihn folgenden  $\gamma$ -Übergang nicht mehr den Einzelraten proportional, in denen ja zusätzlich die anderen  $\beta$ - und  $\gamma$ -Übergangsraten enthalten sein können. Das Dividieren kann hier zu falschen Effekten führen. Bei den von uns betrachteten Übergängen gilt das besonders für die  $\gamma$ - Einzelraten.

Ein weiterer Nachteil bei dem Verfahren nach Formel 13 besteht darin, daß man die Korrektur wegen des Abfalls der Präparatstärke während einer Polungsdauer anbringen muß. Diese Korrektur ist bei kurzen Halbwertszeiten, wenn man nicht sehr schnell umpolen will, erheblich und kann zu neuen Fehlern Anlaß geben.

Würde man von diesen Nachteilen absehen und dieses Verfahren zur Auswertung anwenden, hätte man mit den vier Koinzidenzmöglichkeiten sozusagen vier parallele Apparaturen.

Betrachten wir nun die vier Koinzidenzmöglichkeiten genauer, so sehen wir sofort, daß auch noch andere Verfahren möglich sind.

$$\begin{aligned}
 K_{11}^+ &= N_0 a_{11} \cdot \omega_{\beta 1} \omega_{\gamma 1} (1 + \Delta) \\
 K_{12}^+ &= N_0 a_{12} \cdot \omega_{\beta 1} \omega_{\gamma 2} (1 + \Delta) \\
 K_{21}^+ &= N_0 a_{21} \cdot \omega_{\beta 2} \omega_{\gamma 1} (1 - \Delta) \\
 K_{22}^+ &= N_0 a_{22} \cdot \omega_{\beta 2} \omega_{\gamma 2} (1 - \Delta)
 \end{aligned} \tag{15}$$

Die Vorzeichen in den Gleichungen 15 sind für die in Bild 2 gezeichneten Magnetfeldrichtungen und positives A angegeben. (Der Spin des Elektrons ist entgegen dem Magnetfeld gerichtet)

Man bildet:

$$E^+ = \left( \frac{Q_{11} \cdot Q_{12}}{Q_{21} \cdot Q_{22}} \right)^+ = \frac{a_{11} \cdot a_{12}}{a_{21} \cdot a_{22}} \left( \frac{1 + \Delta}{1 - \Delta} \right)^2 \tag{16}$$

mit 
$$Q_{mn}^+ = \frac{K_{mn}^+}{N_{\beta m}}$$

Wären die elektronischen Koinzidenzverluste gleich Null, d.h. die Faktoren  $a_{mn}$  alle gleich 1, könnte man aus Gleichung 16 den Effekt, ohne umpolen zu müssen, direkt gewinnen. Leider kann man dies in der Praxis nicht ausnützen, da die Abweichungen der  $a_{mn}$  von 1 in diesem Fall kleiner als  $10^{-4}$  sein müssten, was praktisch kaum zu erreichen ist. Den Weg, die Größe  $(a_{11} \cdot a_{12} / a_{21} \cdot a_{22})$  aus einem Präparat mit bekanntem  $\Delta$  zu bestimmen, kann man deshalb nicht beschreiten, weil diese Größe bei anderen Präparaten wegen der verschiedenen  $\beta$ - und  $\gamma$ -Energien wieder andere Werte annimmt.

Daher ist man gezwungen doch umzupolen. Man bildet das Verhältnis (/19/ und /21/)

$$\begin{aligned}
 \frac{E^+}{E^-} &= \left( \frac{Q_{11} \cdot Q_{12}}{Q_{21} \cdot Q_{22}} \right)^+ \left( \frac{Q_{21} \cdot Q_{22}}{Q_{11} \cdot Q_{12}} \right)^- = \left( \frac{1 + \Delta}{1 - \Delta} \right)^4 \\
 &= 1 + 8\Delta + 32\Delta^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{17}$$

Die Koinzidenzverluste fallen in Gleichung 17 ,wie man sofort sieht, heraus.

Der erreichte Effekt ist derselbe, wie bei der Auswertung nach Gleichung 13 mit den vier parallelen Einzelapparaturen, nämlich:

$$4 \times 2\Delta = 8\Delta$$

Der Vorteil der Auswertung nach Gleichung 17 gegenüber der klassischen nach Gleichung 13 liegt erstens darin, dass die totalen  $\gamma$  - Nachweiswahrscheinlichkeiten  $w_\gamma$  in den Klammern herausfallen, wie unter Benutzung von Formel 10 und 14 klar wird. Die Koinzidenzraten müssen also nicht mehr durch Einzelraten dividiert werden. Aus vorhin schon genannten Gründen stellt das eine wesentliche Verbesserung dar. Zweitens müssen auch bei sehr kurzlebigen Präparaten keinerlei Korrekturen für das Abfallen der Präparatstärke während einer Polungsdauer angebracht werden.

Die Division durch die  $\beta$  - Einzelraten ,die auch nach der neuen Auswertung noch erforderlich ist, bringt in den meisten Fällen keine Nachteile, da in den  $\beta$ - Einzelraten im wesentlichen nur koinzidenzfähige Anteile bei den von uns gemessenen Präparaten vorkommen. Ausserdem stellt das  $\beta$  - Spektrometer einen sehr stabilen und "pile up"freien Diskriminator dar.

Würde man den Magneten in zwei Teile aufteilen, könnte man auch diese Division durch die  $\beta$  - Einzelraten weglassen, da dann diese Teile gegeneinander gepolt werden können. (/19/ und /21/) Die Auswertung nach Formel 17 konnte bei der hier verwendeten Anlage nur für Negatonen-Zerfall und nicht zu hohe  $\beta$  - Zerfallsenergien angewendet werden. Bei Positronen führt die in den  $\beta$  - Scintillatoren entstehende Vernichtungsstrahlung zu echten Koinzidenzen zwischen den Zählerkombinationen 1,1 und 2,2. Diese Koinzidenzen können nicht durch Diskriminieren weggebracht werden, da sie so zahlreich sind, daß sie sich durch "pile up"Effekte, wie später noch näher erläutert wird, auch dann stark bemerkbar machen. In unserer Geometrie war es nicht mög-

lich durch Bleiabschirmungen zwischen  $\beta$  - und  $\gamma$  - Zählern mit  $m = n$  diese unerwünschten Koinzidenzen zu unterdrücken, da durch solche Abschirmungen die echten  $\beta$ - $\gamma$ -Koinzidenzen im selben Maße geschwächt wurden.

Aus diesem Grund mußte die Auswertung bei Positronen so erfolgen, daß die Koinzidenzkombinationen  $K_{11}$  und  $K_{22}$  nicht berücksichtigt wurden. Man kann auch hier wieder Quotienten bilden, und zwar:

$$\left(\frac{S_{12}}{S_{21}}\right)^+ \cdot \left(\frac{S_{21}}{S_{12}}\right)^- = \left(\frac{1+\Delta}{1-\Delta}\right)^2 = \quad (18)$$
$$= 1 + 4\Delta + 8\Delta^2$$

$S_{mn}$  wurde in Gleichung 13 definiert. Man muß die Koinzidenzraten in diesem Fall durch beide Einzelraten dividieren, da die  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeiten in den Klammersausdrücken nicht mehr herausfallen. (Siehe Formel 15)

Trotzdem bietet diese Art der Auswertung gegenüber der klassischen nach Gleichung 13 noch die anderen bei Formel 17 beschriebenen Vorteile:

1. Die Halbwertszeit des Präparates muß nicht berücksichtigt werden.
2. Schwankungen des Magnetstromes heben sich weg, da sich bei solchen Schwankungen  $\omega_{\beta_1}$  und  $\omega_{\beta_2}$  in der gleichen Richtung und um denselben Betrag ändern.

Das für Positronen Gesagte gilt auch für Elektronen höherer Energie, da die in den Plastik-Scintillatoren entstehende Bremsstrahlung zu echten Koinzidenzen bei den Kombinationen  $K_{11}$  und  $K_{22}$  führt.

IV. Bestimmung des totalen Analysatorwirkungsgrades

a.) Allgemeines

Wir haben bei Gleichung 12 gesehen, daß wir nur dann den gesuchten Asymmetriekoeffizienten  $A$  der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation aus dem gemessenen Effekt  $\Delta$  berechnen können, wenn wir den totalen Analysatorwirkungsgrad  $\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  kennen. Dies kann im Prinzip auf zwei Wegen geschehen, entweder man berechnet  $\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  theoretisch ( $f$  läßt sich experimentell bestimmen) oder man gewinnt  $\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  dadurch, daß man die Anordnung mit einem Nuklid, dessen  $A$  bekannt ist (z.B.  $\text{Co}^{60}$ ), eicht. Bei der letzteren Methode muß man aber immer noch die Abhängigkeit der Größe  $\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  von der  $\gamma$ -Energie, von der  $\beta$ -Spektrometereinstellung und der maximalen  $\beta$ -Energie kennen, so daß man auch hier um eine gewisse Berechnung von  $\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  nicht herumkommt. Diese Berechnung soll im folgenden behandelt werden.

Für Einfachstreuprozesse der  $\gamma$ -Quanten im Eisen gilt exakt:

$$\langle \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle = \frac{\iiint \iiint \frac{v}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \cdot G(k_0, V, \Omega_\gamma, F_p)}{\iiint \iiint \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot G(k_0, V, \Omega_\gamma, F_p)} \quad (19)$$

$$\frac{\cdot w(p) \cdot t(p, \Omega_\beta, F_p) dp dV d\Omega_\gamma d\Omega_\beta dF_p}{\cdot w(p) \cdot t(p, \Omega_\beta, F_p) dp dV d\Omega_\gamma d\Omega_\beta dF_p}$$

Die benutzten Koordinaten sind Bild 3 zu entnehmen.

$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot G(k_0, V, \Omega_\gamma, F_p) dV d\Omega_\gamma dF_p$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein  $\gamma$ -Quant, das von der Flächeneinheit  $dF_p$  des Präparates ausgeht und an dem Volumenelement  $dV$  des Eisens mit dem differentiellen Streuquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  in den Raumwinkel  $d\Omega_\gamma$  gestreut wird, zu einem Impuls in der Elektronik führt.  $k_0$  ist die Energie des ausgesandten  $\gamma$ -Quants.

$w(p)$  gibt die Energieverteilung der ausgesandten Elektronen wieder.

$t(p, \Omega_\beta, F_p) d\Omega_\beta dF_p$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron, das die Flächeneinheit  $dF_p$  auf der Präparatfläche un-

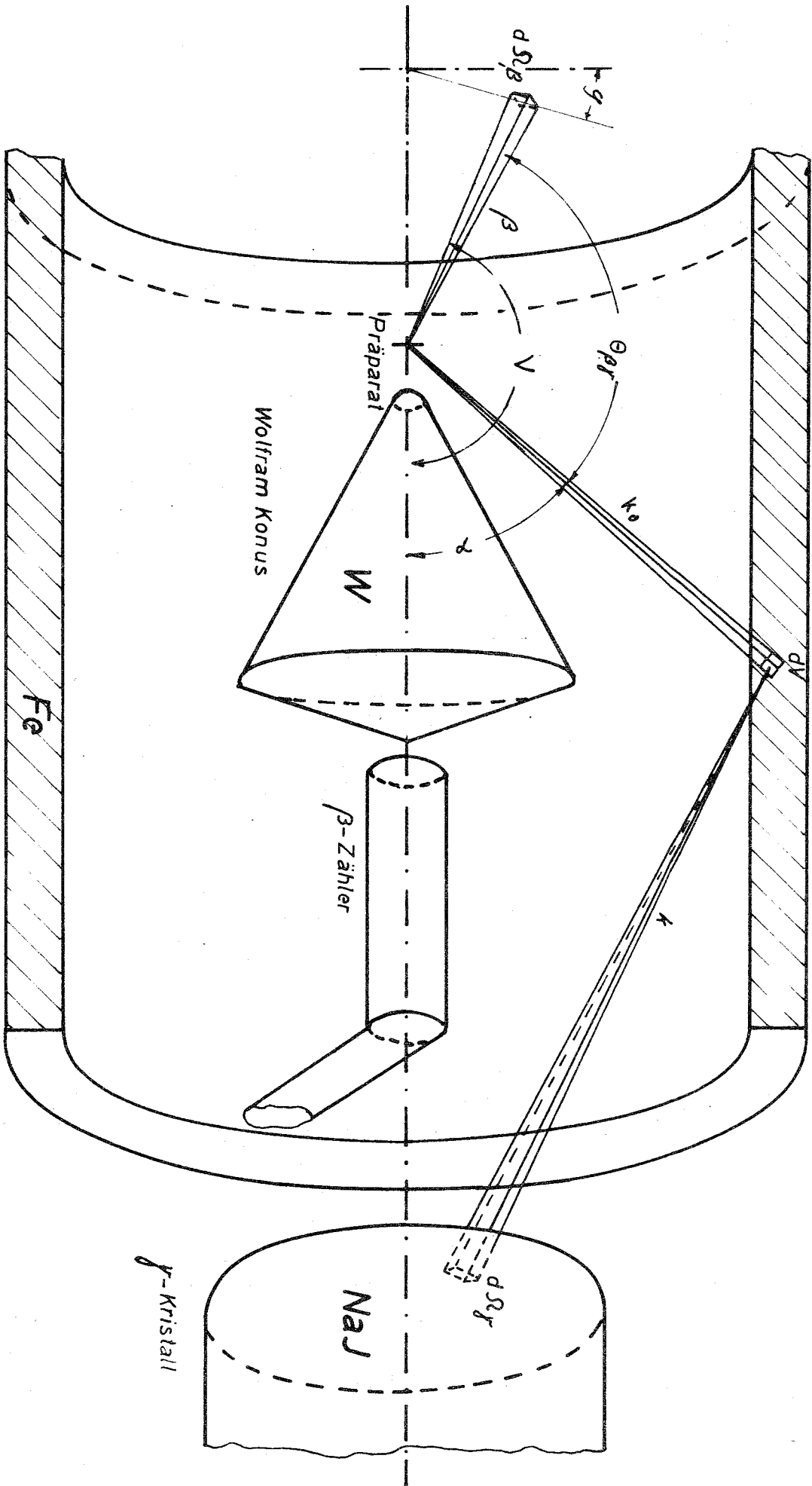


Bild 3 Querschnitt durch die Meßanordnung



ter dem Raumwinkel  $d\Omega_\beta$  und mit dem Impuls  $p$  verläßt, zu einem Impuls in der Elektronik Anlaß gibt.

Da für den Winkel  $\theta_{\beta\gamma}$  zwischen  $\beta$ -Teilchen und  $\gamma$ -Quant folgende Beziehung gilt,

$$\cos \theta_{\beta\gamma} = \cos \alpha \cdot \cos \nu + \sin \alpha \sin \nu \cos \varphi_\beta \quad (20)$$

kann man, falls sich die endliche Ausdehnung des Präparates vernachlässigen läßt, wegen der Rotationssymmetrie der ganzen Anordnung mit

$$d\Omega_\beta = \frac{1}{4\pi} \sin \nu \, d\nu \, d\varphi_\beta$$

sofort sehen, daß sich die Integrale in Zähler und Nenner von Formel 19 in jeweils zwei Integrale aufspalten lassen (/1/S.1466).

Man erhält dann:

$$\left\langle \frac{\nu}{c} \cos \theta_{\beta\gamma} \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \right\rangle = \left\langle \cos \alpha \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \right\rangle \left\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \right\rangle \quad (21)$$

Man kann in diesem Fall die  $\beta$ - und  $\gamma$ -Seite völlig getrennt behandeln, was die Berechnung des totalen Analysatorwirkungsgrades ganz wesentlich vereinfacht.

Diese Aufspaltung des totalen Analysatorwirkungsgrades in zwei Faktoren ist bei der hier benutzten Anordnung gerechtfertigt, da die Dimensionen des Präparates (Durchmesser  $2r_p = 4 - 6$  mm) gegenüber den Abmessungen des Magneten (Innendurchmesser  $2U_0 = 160$  mm) und des Wolframkonus (max. Durchmesser  $2u_0 = 82$  mm) sehr klein sind und der Einfluss der endlichen Präparatausdehnung nach Ausführung der Integration über die Präparatkoordinaten auf die in den Integralen 19 vorkommenden Größen ungefähr durch Glieder  $(r_p/U_0)^2 < 1,5 \cdot 10^{-3}$  und  $(r_p/u_0)^2 < 6 \cdot 10^{-3}$  wiedergegeben wird.

b.) Berechnung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  für die  $\gamma$ -Seite

Da nicht nur der Streuvorgang im Eisen selbst, sondern auch die Absorption des  $\gamma$ -Quants auf dem Weg, den es vor bzw. nach der Streuung im Eisen zurücklegt, polarisationsabhängig ist, müssen wir uns kurz den Streuvorgang genauer ansehen, um den Einfluß dieser polarisationsabhängigen Absorption auf  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  berücksichtigen zu können/18/.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein im Volumenelement  $dV$  des Eisens in den Raumwinkel  $d\Omega_\gamma$  gestreutes  $\gamma$ -Quant mit der Energie  $k_0$  vor der Streuung zu einem Impuls in der Elektronik führt, ist (siehe Bild 3 und 4):

$$n_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot G(k_0, V, \Omega_\gamma) dV d\Omega_\gamma = n_0 \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{dV}{4\pi r_1^2} d\Omega_\gamma \quad (22)$$

$n_0$  ist die Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$

$J_1(k_0, s_1)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das  $\gamma$ -Quant auf dem Weg  $s_1$  im Eisen bis zum Streupunkt nicht absorbiert wird.

$J_2(k, s_2)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das gestreute  $\gamma$ -Quant mit der Energie  $k$  auf dem Weg  $s_2$  nicht absorbiert wird.

$\mu(k, s_3)$  ist die Absorptionswahrscheinlichkeit für das gestreute  $\gamma$ -Quant auf dem Weg  $s_3$  im NaJ-Kristall.

$\epsilon(k, s_3)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das im NaJ absorbierte  $\gamma$ -Quant zu einem Impuls im Diskriminatorfenster führt.

Außerdem gilt (siehe Gleichung 2 und 11):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + f \cdot P_c \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \quad (23)$$

Linearpolarisationsabhängige Anteile im differentiellen Compton-Streuquerschnitt wurden weggelassen, da bei erlaubten  $\beta$ -Übergängen keine  $\gamma$ -Linearpolarisation auftritt.

Wenn nur Einfachprozesse für die Absorption verantwortlich sind, ist

$$\begin{aligned}
 I_1 &= e^{-[\tau_A(k_0) + n_0 \cdot f \cdot P_c \cdot \sigma_c(k_0)]} \cdot S_1 \\
 I_2 &= e^{-[\tau_A(k) + n_0 \cdot f \cdot K \cdot P_c \cdot \sigma_c(k)]} \cdot S_2
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

$\tau_A$  ist der gesamte makroskopische Absorptionsquerschnitt im Eisen.

$K$  ist das Verhältnis der Polarisierung der  $\gamma$ -Quanten vor und nach der Streuung.

$\sigma_c$  ist der polarisationsabhängige Anteil des integrierten Compton-Streuquerschnitts.

Da der Anteil der ausgerichteten Elektronen im Eisen nur sehr klein ist ( $f \approx 0,08$ ), kann man die Gleichungen 24 nach dem polarisationsabhängigen Anteil entwickeln, nach dieser Entwicklung in Formel 22 alle polarisationsabhängigen und polarisationsunabhängigen Anteile zusammenfassen, über das Eisenvolumen und den NaJ-Kristall integrieren, das polarisationsabhängige durch das polarisationsunabhängige Integral dividieren und erhält dann für  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \rangle$ , wenn man in der Entwicklung alle höheren Glieder als die linearen in  $f$  vernachlässigt (ihr Einfluß auf  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \rangle$  liegt unter 1 %):

$$\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \rangle = \frac{P_x}{W_x}
 \tag{25}$$

$$P_x = n_0 \iint_{Fe NaJ} e^{-[\tau_A(k_0) \cdot S_1 + \tau_A(k) \cdot S_2]} \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \cdot W_p \cdot \cos \alpha \cdot \frac{dV}{4\pi r_1^2} d\Omega_\gamma$$

$$W_x = n_0 \iint_{Fe NaJ} e^{-[\tau_A(k_0) \cdot S_1 + \tau_A(k) \cdot S_2]} \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{dV}{4\pi r_1^2} d\Omega_\gamma$$

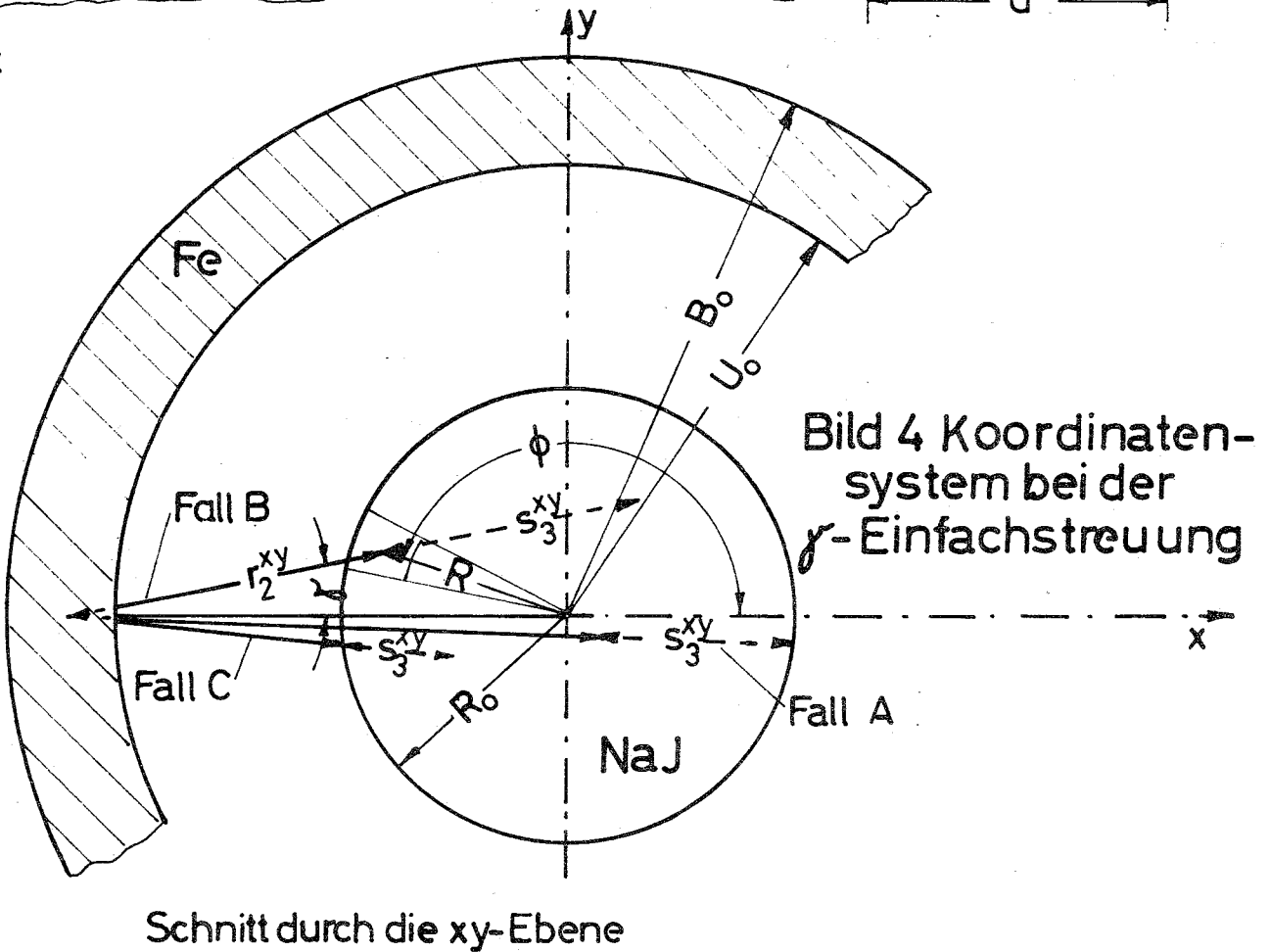
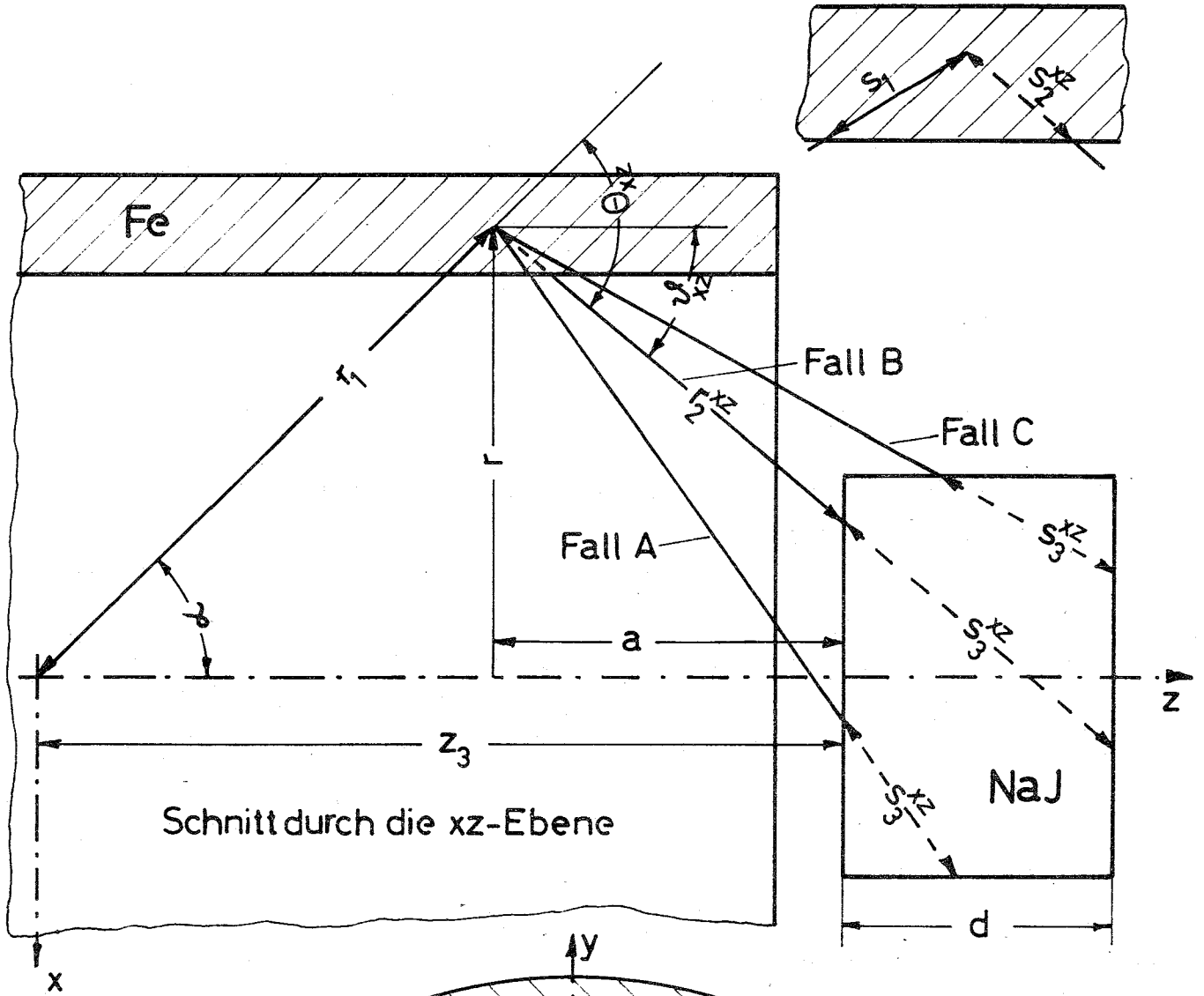


Bild 4 Koordinatensystem bei der  $\gamma$ -Einfachstreuung

Schnitt durch die xy-Ebene

$w_p$  berücksichtigt jetzt die polarisationsabhängige Absorption und hat folgende Form:

$$w_p = 1 - n_0 \left[ \bar{\epsilon}_c(k_0) \cdot s_1 + K \cdot \bar{\epsilon}_c(k) \cdot s_2 \right] \frac{d\epsilon_0}{d\epsilon_c} \quad (26)$$

$w_p$  in Formel 25 stellt dabei nichts anderes als die schon erwähnte totale Nachweiswahrscheinlichkeit für die  $\gamma$ -Quanten dar (siehe Gleichung 10 und 14).

Wegen der bei dieser Apparatur erreichbaren wesentlich höheren statistischen Genauigkeit für den Effekt  $\Delta$  müssen auch die Integrale 25 exakter als bisher üblich (siehe /18/) berechnet werden.

Gegenüber der sehr ausführlichen Arbeit von Schopper /18/ über dieses Thema wurden daher bei der Lösung der Integrale, die nicht analytisch ausgeführt werden kann, folgende Verbesserungen angebracht:

Bei der Integration über den Eisenzylinder (Integration über  $dV$ ) werden keine Näherungen eingeführt.

Die Eigenschaften und Gestalt des NaJ-Kristalls werden wesentlich besser berücksichtigt.

Es werden nicht nur  $\gamma$ -Strahlen vom Streupunkt zum NaJ-Kristall innerhalb der Axialebene des Magneten, sondern auch windschiefe außerhalb dieser Ebene zugelassen.

Die ersten beiden dieser oben erwähnten Punkte wurden in einer Arbeit von Haase /20/ in ähnlicher Art wie hier ausgeführt.

Die in der nun folgenden Berechnung benutzten geometrischen Größen sind Bild 4 zu entnehmen.

Die Indizes  $xz$  und  $xy$  an einigen Größen in Bild 4 bedeuten die Projektionen der betreffenden Längen und Winkel in die Schnittebene  $xy$  und  $xz$ .

In Kugelkoordinaten ist:

$$dV = r_1^2 \sin \alpha \, d\alpha \, d\varphi \, dr_1 \quad (27)$$

Mit

$$r_1 = \frac{r}{\sin \alpha}$$

ist nach Ausführung der Integration über  $\varphi$ :

$$\frac{dV}{4\pi r_1^2} = \frac{1}{2} dr dd \quad (28)$$

Außerdem gilt:

$$d\Omega_f = \frac{R dR \cdot d\phi}{r_2^2} \cdot \cos \vartheta \quad (29)$$

Für  $r_2$  und  $\cos \vartheta$  gelten einfache geometrische Beziehungen, die sich leicht mit Hilfe von Bild 4 ableiten lassen. Es ist:

$$r_2 = \sqrt{a^2 + r^2 + R^2 + 2rR \cos \phi} \quad (30)$$

$$\cos \vartheta = \frac{a}{r_2} \quad a = z_3 - \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha}$$

Die Längen  $s_1$  und  $s_2$  haben als Funktion der gewählten Koordinaten folgende Form:

$$s_1 = \frac{r - u_0}{\sin \alpha} \quad (31)$$

$$s_2 = \frac{r}{\sin \vartheta} \left( \cos \gamma - \sqrt{\left(\frac{u_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right)$$

$$\sin \gamma = \frac{R \sin \phi}{r_2 \sin \vartheta} \quad (32)$$

$\gamma$  ist dabei der Azimutwinkel für das gestreute  $\gamma$ -Quant um eine Achse durch den Streupunkt parallel zur Symmetrieachse des Magneten. Diese Achse fällt außerdem mit der Richtung des Elektronenspins im Streupunkt zusammen.

Der Verlauf des Absorptionsquerschnitts  $\tau_A(k)$  läßt sich durch ein Polynom 3. Grades sehr gut annähern.

$$\tau_A(k) = a_0 + a_1 \cdot k + a_2 \cdot k^2 + a_3 \cdot k^3 \quad (33)$$

Die Koeffizienten  $a_n$  werden dadurch ermittelt, daß dieses Polynom an die Werte für  $Z_A$ , die man z.B. aus /1/ entnehmen kann, an bestimmte Stellen angepaßt werden. (Newton'sche Interpolation). Dabei ergibt sich eine gute Wiedergabe des Verlaufs von  $Z_A$  auch an anderen Stellen. Die so erhaltenen Koeffizienten  $a_n$  sind in Anhang 1 tabelliert.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das  $\gamma$ -Quant im NaJ absorbiert wird, ist:

$$\mu(k, s_3) = 1 - e^{-c(k) \cdot s_3} \quad (34)$$

Zur Berechnung von  $s_3$  müssen zwei Fälle unterschieden werden. Einmal kann der Strahl so auf die Stirnfläche des NaJ-Kristalls auftreffen, daß er beim Verlassen des Kristalls den Zylindermantel schneidet (Fall A); im anderen Fall tritt er beim Verlassen des Kristalls durch die hintere Stirnfläche aus (Fall B). Damit erhält man für  $s_3$  (siehe Bild 4):

$$\begin{aligned} s_3 &= s_A && \text{für } s_A \leq s_B \\ s_3 &= s_B && \text{für } s_A > s_B \end{aligned}$$

$$s_A = \frac{r}{\sin \vartheta} \left( \cos \gamma + \sqrt{\left(\frac{R_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) - r_2 \quad (35)$$

$$s_B = \frac{d}{\cos \vartheta}$$

Bei der Rechnung werden nur  $\gamma$ -Strahlen berücksichtigt, die auf die Stirnfläche des NaJ-Kristalls auftreffen. Strahlen, die zuerst den Zylindermantel des Kristalls schneiden und den Kristall durch die dem Magneten abgewandte Stirnfläche verlassen (Fall C), werden bei der Integration über das Kristallvolumen vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt, da der Anteil dieser Strahlen nur sehr klein ist und auf das Ergebnis keinen nennenswerten Einfluß hat, wie durch eine Rechnung mit einem anderen Koordinatensystem geprüft wurde (siehe Anhang 3).

$c(k)$  läßt sich genau wie  $Z_A(k)$  durch ein Polynom darstellen:

$$c(k) = c_0 + c_1 k + c_2 k^2 + c_3 k^3 \quad (36)$$

Die zur Ermittlung der Koeffizienten benutzten Werte kann man wieder/1/ entnehmen. Die Koeffizienten  $c_n$  sind in Anhang 1 aufgeführt.

Für die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das  $\gamma$ -Quant nach der Absorption im NaJ zu einem Impuls im Diskriminatorfenster Anlaß gibt, gilt:

$$\begin{aligned} \text{für } k < k_{\min} & \quad \epsilon(k, s_3) = 0 \\ \text{für } k_{\min} < k < k_{\max} & \quad \epsilon(k, s_3) \neq 0 \\ \text{für } k > k_{\max} & \quad \epsilon(k, s_3) = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

$k_{\min}$  und  $k_{\max}$  stellt die untere bzw. obere Diskriminatorchwelle dar.

In Formel 37 wurde nicht berücksichtigt, daß die NaJ-Kristalle eine endliche Auflösung haben. Korrekturen, die durch die endliche Auflösung entstehen können, werden später noch genauer behandelt werden (siehe Kap. V, a).

Um einigermaßen exakt rechnen zu können, wurden die Schwellen immer so eingestellt, daß nur die Photo-peak-Anteile des gestreuten Spektrums im NaJ mitgenommen wurden. Dann ist  $\epsilon(k, s_3)$  das "Peak zu Total Verhältnis", für das man sehr gute Werte in /22/ findet. Die Abhängigkeit von  $s_3$  wurde vernachlässigt, da sie keinen merklichen Einfluß auf das Resultat hat (siehe Anhang 3). Also ist:

$$\epsilon(k, s_3) = \chi(k) \quad (38)$$

Die experimentellen und berechneten Werte von  $\chi(k)$  aus /22/ kann man sehr gut durch folgende empirische Funktion wiedergeben.

$$\chi(k) = q_1 e^{-h_1 \cdot k} + q_2 e^{-h_2 \cdot k} \quad (39)$$

Sie wird daher für die weiteren Rechnungen benutzt. Die Konstanten  $q_n$  und  $h_n$  für die hier benutzte Kristallgröße (4" x 3") sind Anhang 1 zu entnehmen.

Als letztes müssen wir noch die Formeln für die differentiellen



und integralen Compton-Streuerquerschnitte betrachten. Hierzu siehe /1/ S.1457, /18/ und /23/.

Es gilt für den polarisationsunabhängigen Teil des Compton-Streuerquerschnitts

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 [1 + \cos^2\theta + (k_0 - k) \cdot (1 - \cos\theta)] \quad (40)$$

$r_0$  ist der klassische Elektronenradius

$\theta$  ist der Streuwinkel des  $\gamma$ -Quants

$k_0$  und  $k$  ist hier in Einheiten von  $m_0 c^2$  zu nehmen, wobei :

$$k = \frac{k_0}{1 + k_0(1 - \cos\theta)} \quad (41)$$

Der Streuwinkel  $\theta$  ist in unseren Koordinaten:

$$\cos\theta = \cos\alpha \cos\alpha' - \sin\alpha \sin\alpha' \cos\varphi \quad (42)$$

(siehe Bild 4)

Der polarisationsabhängige Teil des Streuerquerschnitts ist:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = -\frac{r_0^2}{2} \cdot \left(\frac{k}{k_0}\right)^2 \cdot (1 - \cos\theta) \cdot (\vec{k}_0 \cdot \cos\theta + \vec{k}) \cdot \vec{S} \quad (43)$$

$\vec{S}$  ist die Spinrichtung des Elektrons vor der Streuung.

Bei uns ist  $\vec{S}$  parallel zur Symmetrieachse des Magneten gerichtet. Dann ist in unseren Koordinaten:

$$\vec{k}_0 \cdot \vec{S} = k_0 \cdot \cos\alpha \quad \text{und} \quad \vec{k} \cdot \vec{S} = k \cdot \cos\alpha' \quad (44)$$

wenn  $\vec{S}$  in die Flugrichtung der  $\gamma$ -Quanten zeigt.

Integriert man Formel 43 über den ganzen Raumwinkel nach der Streuung, erhält man den totalen polarisationsabhängigen Streuerquerschnitt. Dies ergibt:

$$\sigma_c(k_0) = 2\pi r_0^2 \cdot \cos\alpha \left[ \frac{1 + 4k_0 + 5k_0^2}{k_0(1 + 2k_0)^2} - \frac{1 + k_0}{2k_0^2} \ln(1 + 2k_0) \right] \quad (45)$$

Um  $\sigma_c(k)$  zu erhalten, muß man in Gleichung 45  $\cos \alpha$  durch  $\cos \vartheta$  und  $k_0$  durch  $k$  ersetzen.

Bei dem Streuvorgang wird die Zirkularpolarisation der  $\gamma$ -Quanten geändert. Um den Einfluß der polarisationsabhängigen Absorption nach der Streuung genau in Rechnung stellen zu können, muß man diese Polarisationsänderung berücksichtigen. Sie hat, wenn hierzu nur die Streuung an den 92 % nicht ausgerichteten Elektronen herangezogen wird, folgenden Wert (siehe /23/):

$$k = \frac{2 \cdot \cos \theta + (k_0 - k)(1 - \cos \theta) \cos \theta}{1 + \cos^2 \theta + (k_0 - k)(1 - \cos \theta)} \quad (46)$$

Nach Einsetzen aller dieser Größen in die Integrale 25 wurde die Integration auf der IBM 7070/74 des Kernforschungszentrums Karlsruhe numerisch ausgeführt.

Die Integration über  $\alpha$  erfolgte von  $\alpha_{\min}$  bis  $\alpha_{\max}$ , wobei  $\alpha_{\min}$  durch den Konus im Innern des Magneten gegeben ist und  $\alpha_{\max}$  so gewählt wird, daß für  $\alpha > \alpha_{\max}$  die Streuwinkel  $\theta$  zu groß sind und  $k < k_{\min}$  ist. (siehe Formel 37).

Über  $r$  wurde von  $U_0$  bis  $B_0$  integriert, über  $R$  von 0 bis  $R_0$  und über  $\phi$  von 0 bis  $2\pi$ .

Die Konstanten und sonstigen als Eingabedaten benötigten Werte sind Anhang 1 oder Bild 21 zu entnehmen. Das für die numerische Ausführung der Integration benutzte Rechenverfahren ist in Anhang 2 näher erläutert.

In das Rechenprogramm wurden zu den in Anhang 1 aufgeführten Werten die Energie des  $\gamma$ -Übergangs  $k_0$ , die untere Schwelle des Diskriminators  $k_{\min}$  und die obere Schwelle des Diskriminators  $k_{\max}$  eingegeben. Der akzeptierte Energiebereich und die Ergebnisse der durch die Rechnung gewonnenen Werte für  $\omega_\gamma$  und  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \rangle$  sind in Tabelle 1 für die einzelnen Nuklide dargestellt. Daneben sind die experimentell gemessenen Werte für  $\omega_\gamma^*$  zum Vergleich eingetragen, die aus den Koinzidenz- und Einzelraten nach Formel 10 und 14 leicht gewonnen werden können.

- 27 -  
Table 1

Nuklid	$k_0$ (KeV)	$k_{\min}$ (KeV)	$k_{\max}$ (KeV)	$\langle \cos \frac{\Delta \phi}{2\phi_0} \rangle$	$10^4 \cdot W_f$	$10^4 \cdot W_f^*$
Co <sup>60</sup>	1332	561	907	0,409	2,51	5,60
	1173			0,393	2,36	
				0,401	4,87	
Na <sup>22</sup> (I)	1274	606	916	0,403	1,96	2,28
Na <sup>22</sup> (II)	1274	641	954	0,397	1,53	1,85
Na <sup>24</sup>	2754	600	1420	0,440	1,81	5,25
	1368			0,415	2,16	
				0,426	3,96	
Ca <sup>47</sup>	1300	600	911	0,407	2,08	
Ar <sup>41</sup>	1290	550	911	0,404	2,60	
Mn <sup>52</sup> (I)	1434	641	953	0,420	1,79	2,83
	935			0,230	0,35	
				0,399	2,14	
Mn <sup>52</sup> (III)	1434	606	916	0,422	2,11	3,66
	935			0,312	0,74	
				0,393	2,85	
Mn <sup>56</sup>	845	400	668	0,342	4,05	4,4
V <sup>48</sup>	1312	641	953	0,404	1,55	2,55
	983			0,314	0,56	
				0,380	2,11	
Cs <sup>134</sup>	797	400	621	0,336	4,06	7,06
	605			0,290	3,00	
				0,317	7,06	
Co <sup>58</sup>	805	431	621	0,342	3,60	3,8
Ag <sup>110m</sup>	937	400	700	0,349	3,95	12,8
	884			0,345	4,01	
	658			0,311	3,66	
				0,336	11,62	

Tabelle 1 (Fortsetzung)

Nuklid	$k_0$ (KeV)	$k_{\min}$ (KeV)	$k_{\max}$ (KeV)	$\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$	$10^4 \cdot \omega_f$	$10^4 \cdot \omega_f$
Co <sup>56</sup>	1240	641	863	0,390	1,45	
	845			0,244	0,04	
				0,387	1,49	1,91
Sc <sup>46</sup>	1119	500	800	0,384	3,01	
	887			0,349	2,53	
				0,368	5,54	6,2

Die Berechnung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  ist auf  $\pm 1\%$  genau.

Die Unterschiede zwischen den berechneten und gemessenen Werten der totalen  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeit  $\omega_f$  kommen durch mehrere bei der Berechnung nicht berücksichtigte Faktoren zustande.

Erstens wurden in der vorangegangenen Rechnung alle Mehrfachstreuungsprozesse vernachlässigt. Um den Einfluß dieser Prozesse zu studieren, wurden die Integrale 25 auch für Zweifachstreuungsprozesse berechnet. Das dazu benutzte Verfahren wird in Kap. V, a genau erläutert. Dabei ergibt sich, daß  $\omega_f$  durch Hinzunahme der Zweifachstreuungsprozesse bei Energien oberhalb 1 MeV um etwa den Faktor 1,3 vergrößert wird (siehe Bild 14). Auf  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  ist der Einfluß der Zweifachstreuung dagegen sehr gering; die durch die Zweifachstreuung hervorgerufene Änderung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  liegt in dem von uns benutzten Energiebereich unter 2% (siehe Bild 14).

Zweitens wurde in der Berechnung der Integrale 25 die Auflösung der NaJ-Kristalle als unendlich gut angenommen (siehe Gleichung 37)

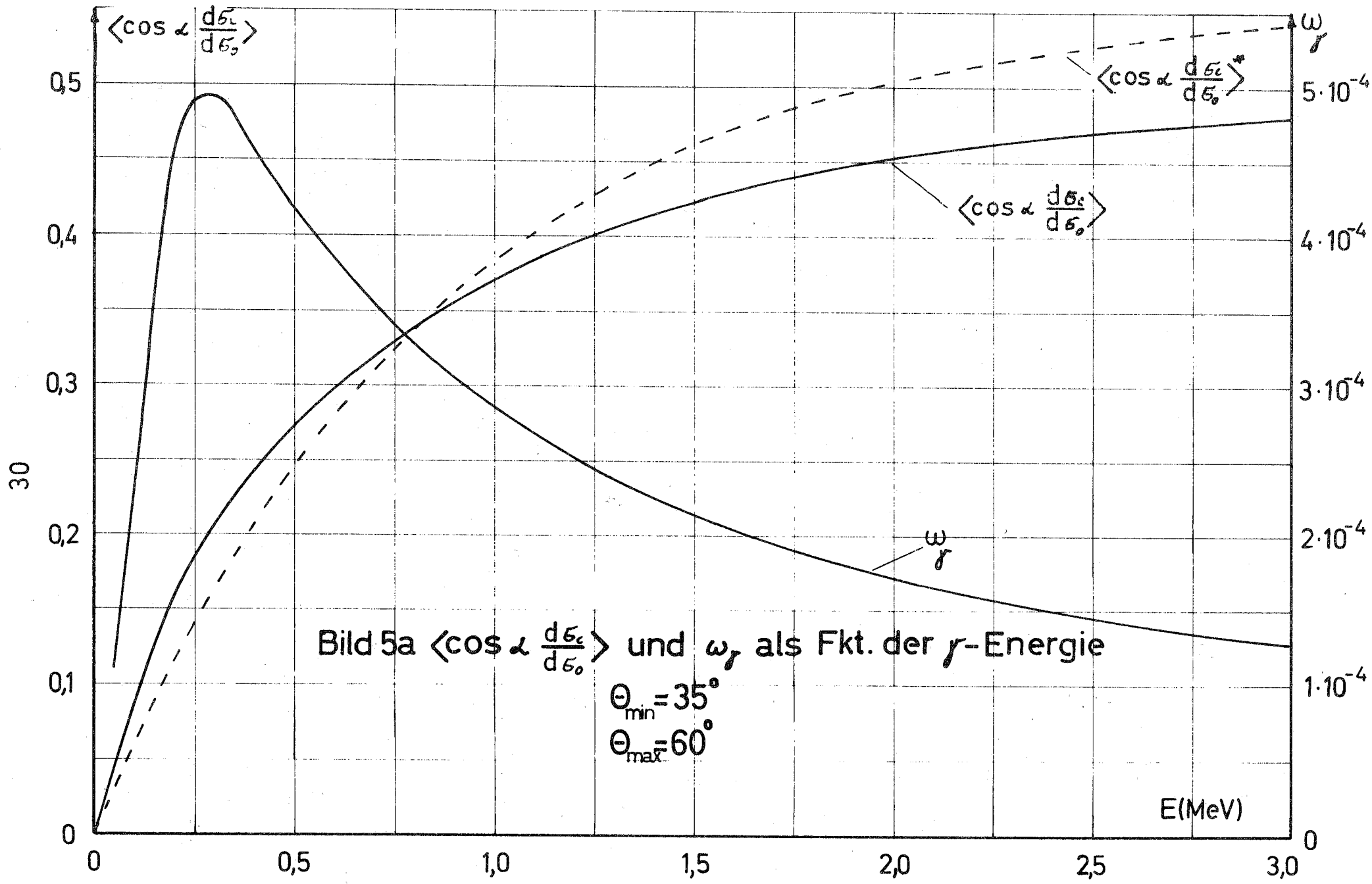
Stellt man die wahre endliche Auflösung der NaJ-Kristalle in Rechnung (das Verfahren ist in Kap.V,a beschrieben), so wird  $w_f$  in den meisten der hier vorkommenden Fälle um etwa 4 % verkleinert (siehe Bild 15). Wieder wirkt sich dies aber auf  $\langle \cos \alpha \frac{d5c}{d50} \rangle$  nur ganz geringfügig aus (die Änderung beträgt etwa 4 %), da sich eine Variation von  $\chi(k)$  in der Integration bei  $\rho_f$  und  $w_f$  in der gleichen Richtung auswirkt und dadurch bei der Division von  $\rho_f$  durch  $w_f$  nahezu herausfällt (siehe Gleichung 25).

Weitere bei der Berechnung von  $\rho_f$  und  $w_f$  nicht berücksichtigte Faktoren sind die  $\gamma$ -Streuung am Kupfer der hinter dem Eisen liegenden Spule und an dem Wolframkonus. Auch diese Prozesse werden in Kap.V,a genau untersucht. Es stellt sich jedoch heraus, daß ihr Einfluß sowohl auf  $w_f$  als auch auf  $\langle \cos \alpha \frac{d5c}{d50} \rangle$  sehr gering ( $< 1,5\%$ ) ist (siehe Bild 12 und 17).

Nach dem oben Gesagten, erhält man durch Hinzunahme der Zweifachstreuung und Berücksichtigung der endlichen Auflösung der NaJ-Kristalle eine recht befriedigende Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Werten von  $w_f$ .

Eine exakte Übereinstimmung ist auch dann noch nicht zu erwarten, da immer noch Streuprozesse von höherer Ordnung als Zweifachstreuung vernachlässigt wurden und die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein im NaJ-Kristall absorbiertes  $\gamma$ -Quant unabhängig vom Ort, an dem es absorbiert wird, immer gleich dem "Peak zu Total Verhältnis" gesetzt wurde. Letzteres gilt besonders für an den Rändern des Kristalls absorbierte  $\gamma$ -Quanten nicht, abgesehen davon, daß in geringer Zahl auch Impulse unterhalb des "Photo-Peaks" mitgezählt werden. Der Einfluß dieser letzten Punkte auf  $\langle \cos \alpha \frac{d5c}{d50} \rangle$  ist dagegen in jedem Fall kleiner als 1 %, so daß sich eine genauere Betrachtung auch dieser noch übrig bleibenden Näherungen nicht lohnt.

Um zusätzlich zu den in Tabelle 1 dargestellten Werten einen Überblick über den Verlauf von  $\langle \cos \alpha \frac{d5c}{d50} \rangle$  und  $w_f$  als Funktion von  $k_0$  zu erhalten, ist in Bild 5a  $\langle \cos \alpha \frac{d5c}{d50} \rangle$  und  $w_f$  in Abhängigkeit von  $k_0$  dargestellt. Dabei wurden die untere und obere



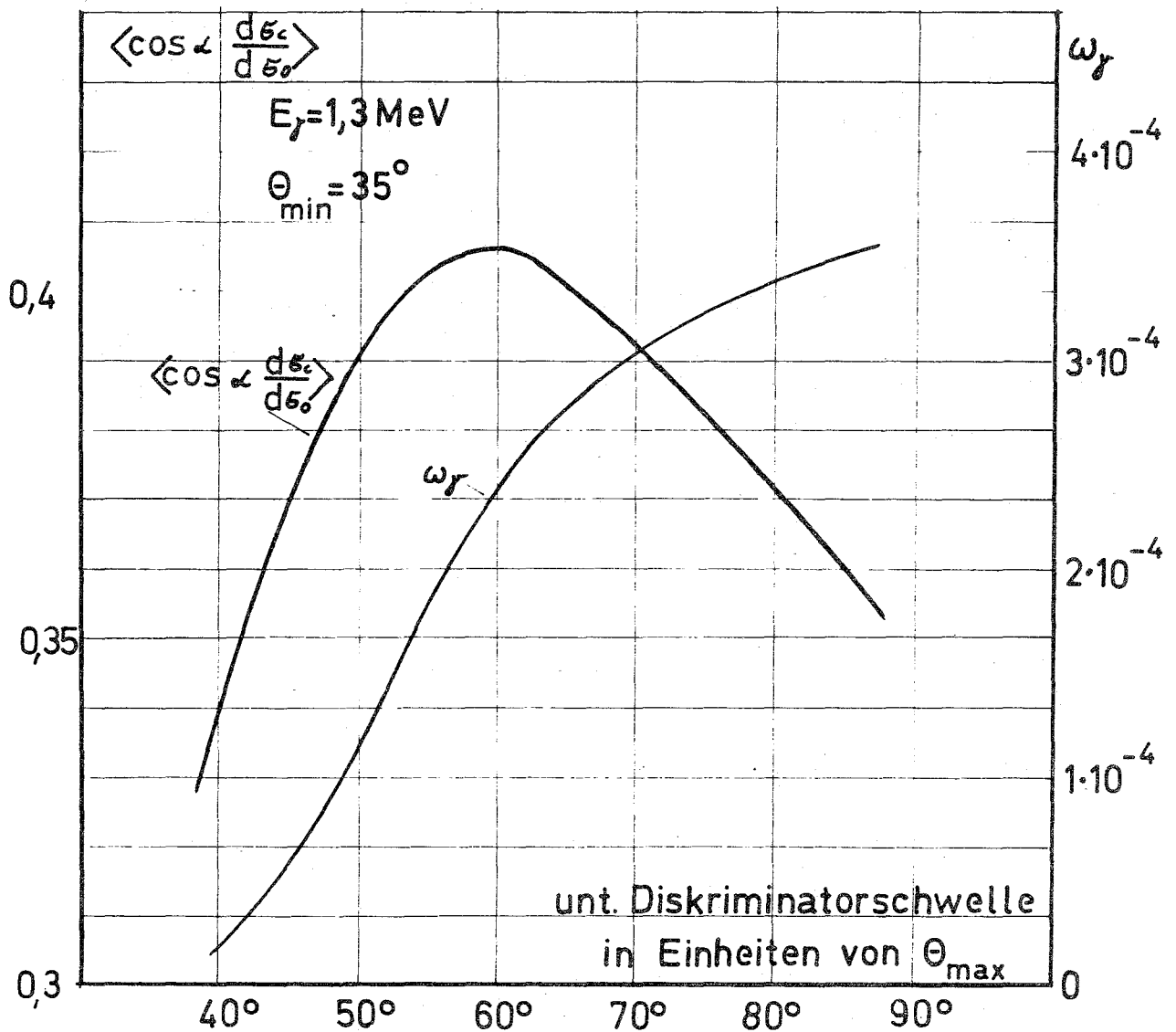


Bild 5b  $\langle \cos \alpha \frac{d\epsilon_c}{d\epsilon_0} \rangle$  und  $\omega_f$  als Fkt. der unteren Diskriminatorschwelle

$\theta_{\min}$  und  $\theta_{\max}$  = min. und max. Streuwinkel

Diskriminatorschwelle durch feste minimale und maximale Streuwinkel  $\Theta_{\min}$  und  $\Theta_{\max}$  festgelegt. Die entsprechenden zu  $\Theta_{\min}$  und  $\Theta_{\max}$  gehörenden Energien  $k_{\min}$  und  $k_{\max}$  kann man sich leicht mit Formel 41 ausrechnen. In Bild 5a ist zusätzlich gestrichelt diejenige Kurve eingetragen, die sich für  $\langle \cos \alpha \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \rangle$  ergibt, wenn man die polarisationsabhängige Absorption im Eisen vernachlässigt; d.h. in Gleichung 25  $w_p = 1$  setzt.

Außerdem ist in Bild 5b zusätzlich die Abhängigkeit dieser Größen von der Stellung der unteren Diskriminatorschwelle bei einer festen Energie (1,3 MeV) angegeben.

Man sieht, daß die polarisationsabhängige Absorption bei hohen  $\gamma$ -Energien  $\langle \cos \alpha \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \rangle$  mehr als 10 % verkleinert, während sie bei sehr niedrigen Energien diesen Wert um mehr als 20 % vergrößert.

c.) Berechnung von  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  für die  $\beta$ -Seite

$\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  errechnet sich nach Formel 19 und 20 aus folgenden Integralen (hierzu siehe /20/):

$$P_{\beta} = \frac{1}{2} \int_0^{p_0} \int_0^{\pi} \frac{v}{c} \cos \nu \cdot t(p, \nu) \cdot w(p) \sin \nu \, d\nu \, dp \quad (48)$$

$$W_{\beta} = \frac{1}{2} \int_0^{p_0} \int_0^{\pi} t(p, \nu) \cdot w(p) \sin \nu \, d\nu \, dp$$

$$\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle = \frac{P_{\beta}}{W_{\beta}}$$

$W_{\beta}$  ist dabei nichts anderes als die schon in Gleichung 10 und 14 erwähnte totale Nachweiswahrscheinlichkeit für die  $\beta$ -Teilchen.

Wenden wir uns zuerst der Wahrscheinlichkeit  $t(\nu, p)$  dafür zu, daß ein Elektron mit dem Impuls  $p$  und dem Winkel  $\nu$  gegen die Symmetrieachse des Magneten den  $\beta$ -Zähler erreicht und dort einen Impuls erzeugt. Hierzu müssen wir uns die Eigenschaf-



ten eines Homogenfeld-Spektrometers näher ansehen.

Das homogene Magnetfeld ist bei uns parallel zur Achse des Magneten gerichtet. Der Impuls  $\vec{p}$  eines Elektrons, welches das Präparat unter einem Winkel  $\nu$  (siehe Bild 7) gegen die Achse des Magneten verläßt, kann in eine Komponente  $p_{\perp}$  senkrecht und eine  $p_{\parallel}$  parallel zum Magnetfeld aufgespalten werden.

$$p_{\perp} = p \sin \nu \qquad p_{\parallel} = p \cos \nu \qquad (49)$$

Der Krümmungsradius  $\rho$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  eines Elektrons mit dem Impuls  $p_{\perp}$  senkrecht zum Magnetfeld ist dann (siehe Bild 6):

$$\rho = \frac{p_{\perp}}{e \cdot B} \qquad \dot{\varphi} = \frac{e}{m} \cdot B \qquad (50)$$

B = Magnetflußdichte

e = Elementarladung

m = Masse des Elektrons (nicht die Ruhemasse)

Damit erhält man für die Koordinaten des Elektrons im Zeitpunkt t nach Verlassen des Präparates (siehe Bild 6 und 7):

$$r = 2 \rho \sin \varphi$$

$$\varphi = \frac{\dot{\varphi} t}{2} = \frac{e}{2m} \cdot B \cdot t \qquad (51)$$

$$z = \frac{p}{m} \cdot \cos \nu \cdot t$$

r = Abstand von der Achse des Magneten

$\varphi$  = Azimutwinkel (beim Verlassen des Präparates wurde  $\varphi = 0$  angenommen)

z = Abstand in Richtung der Achse des Magneten vom Präparatort

Nach Elimination der Zeit t aus den Gleichungen 51 erhält man für die Bahn des Elektrons folgende Kurvenform:

$$r = \frac{2 \rho}{e \cdot B} \sin \nu \sin \varphi$$

$$\varphi = \frac{e \cdot B}{2 \cdot p} \cdot \frac{z}{\cos \nu} \qquad (52)$$

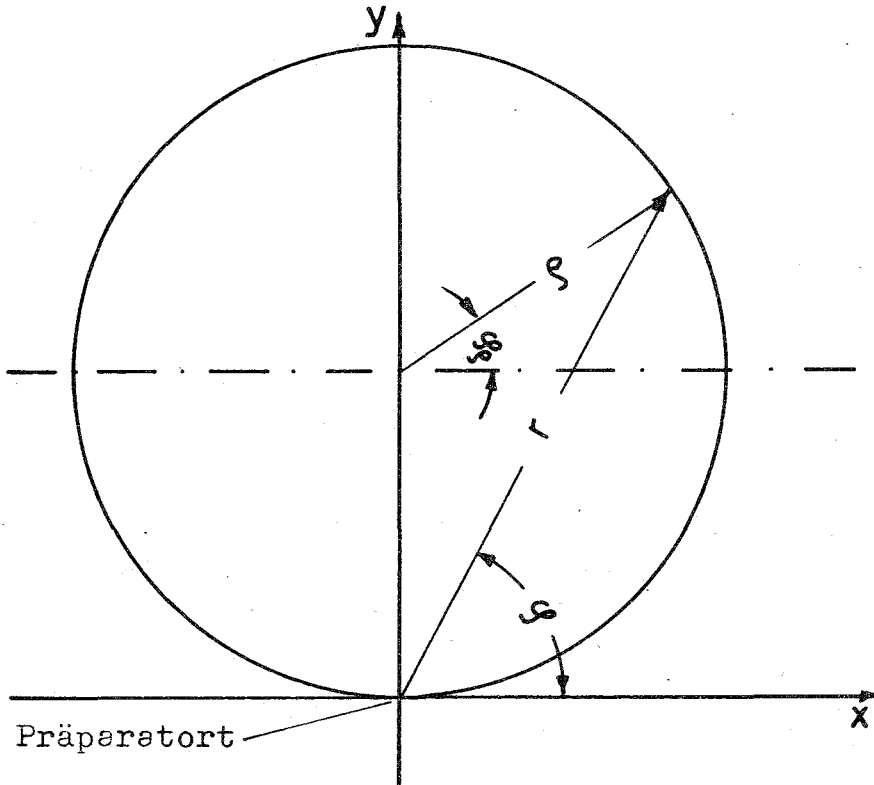


Bild 6 Bahn der Elektronen im Spektrometer in axialer Richtung gesehen

Für  $\nu = 90^\circ$  bleibt  $\varphi$  endlich, wie man durch Einsetzen von  $z$  aus Gleichung 51 sofort sieht.

Im folgenden wird bei uns der Impuls der Elektronen immer in Einheiten von  $m_0 c$ , die Energie in Einheiten von  $m_0 c^2$ , die magnetische Induktion in Gauß gemessen. Dann nimmt die Elementarladung  $e$  folgenden Wert an (siehe /1/ S. 84):

$$e = 1/1704,43 \text{ ( 1/Gauß} \cdot \text{cm)} \quad (53)$$

$p/e \cdot B$  hat dann die Dimension cm.

Die totale Energie der Elektronen ist in diesen Einheiten

$$W = \sqrt{1 + p^2} \quad \frac{v}{c} = \frac{p}{W} \quad (54)$$

Wenn wir annehmen, daß alle Elektronen, die den  $\beta$ - Zähler erreichen, auch einen Impuls in der Elektronik verursachen, gilt  $t(\nu, p) = 1$ , falls die Elektronen auf den  $\beta$ - Scintillator auf-treffen, andernfalls ist  $t(\nu, p) = 0$ .

Dafür, daß die Elektronen den  $\beta$ - Scintillator erreichen, müssen vier Bedingungen erfüllt werden (siehe Bild 7).

1.) Die Elektronen dürfen nicht auf den Konus auftreffen. Mit Formel 52 läßt sich diese Bedingung für den Impuls  $p$  folgendermaßen formulieren:

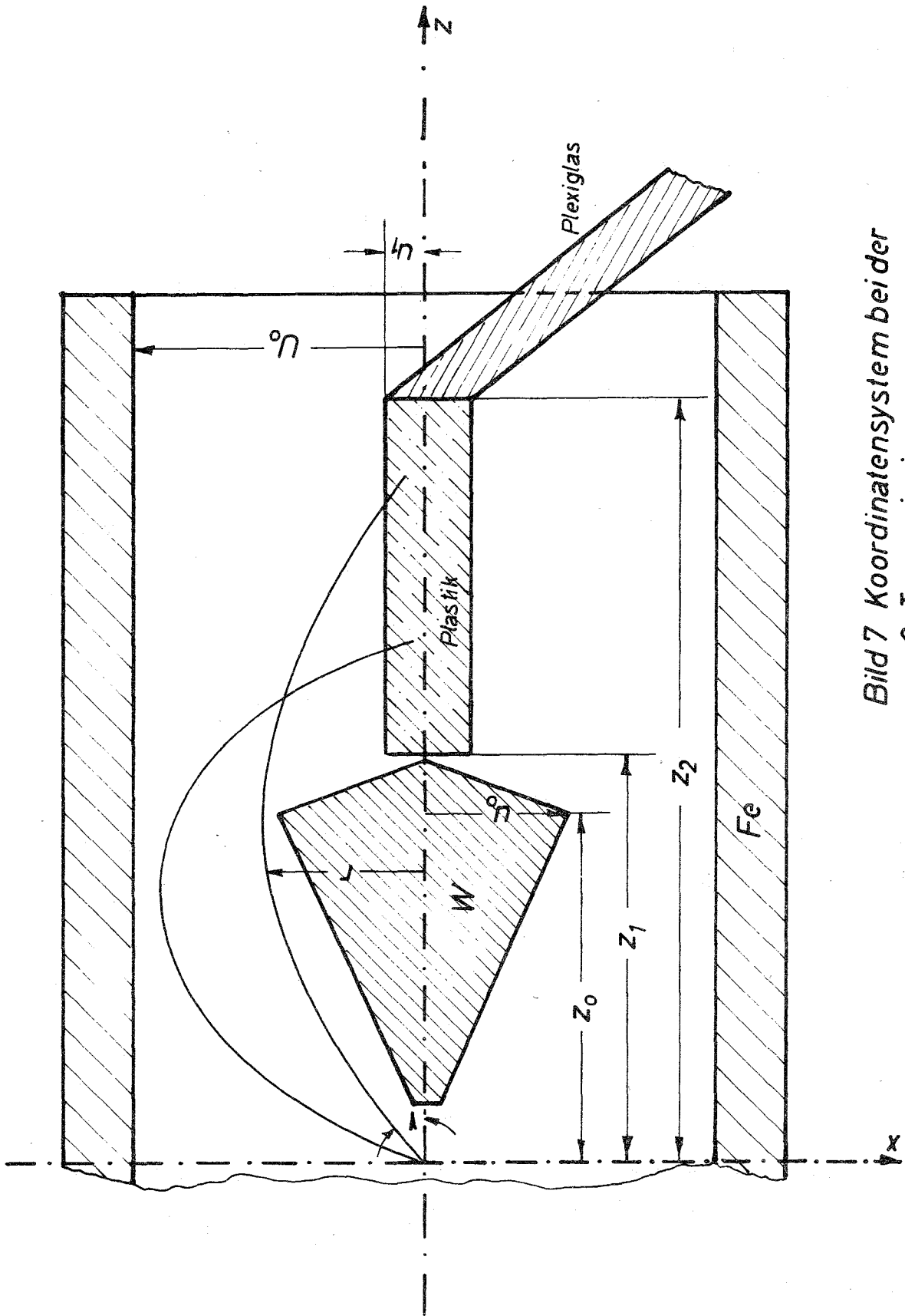


Bild 7 Koordinatensystem bei der  $\beta$ -Transmission

$$p > p_1 = e \cdot B \cdot f_1(\nu) \quad (55)$$

$p_1 = e \cdot B \cdot f_1(\nu)$  ist dabei die Lösung der transzendenten Gleichung

$$U_0 = \frac{2 p_1}{e \cdot B} \sin \nu \cdot \sin \left( \frac{Z_0 \cdot e \cdot B}{2 p_1 \cos \nu} \right)$$

2.) Der Radius der Elektronenbahn kann so groß sein, daß die Elektronen im Eisenzyylinder des Magneten stecken bleiben. Das bedeutet:

$$p < p_2 = \frac{U_0 \cdot e \cdot B}{2 \sin \nu} \quad (56)$$

3.) Sehen wir von der endlichen Dicke der Plastik-Scintillatoren ab, so treffen die Elektronen nur dann auf diese auf, wenn sie die Achse des Magneten innerhalb der Länge der Plastik-Scintillatoren schneiden. Für die Schnittpunkte mit der Achse gilt:

$$q = n \cdot \pi = \frac{Z}{2 p \cos \nu} e \cdot B \quad (57)$$

( $n = 1$  für den ersten Schnittpunkt)

Damit erhält man zwei Bedingungsgleichungen dafür, daß ein Elektron mit dem Impuls  $p$  den Scintillator erreicht:

$$p_3 < p < p_4$$

$$p_3 = \frac{Z_1}{2 \pi \cos \nu} \cdot e \cdot B \quad (58)$$

$$p_4 = \frac{Z_2}{2 \pi \cos \nu} \cdot e \cdot B \quad (59)$$

$p_3$  stellt nur dann eine untere Grenze dar, wenn der zweite Schnittpunkt der Elektronen mit der Achse nicht innerhalb des Scintillators liegt. Die Bedingung hierfür kann man sich leicht mit  $n = 2$  ableiten.

In Bild 8 sind die vier Begrenzungskurven für unser Spektrometer dargestellt, innerhalb derer alle Werte für  $p$  und  $\nu$  liegen müssen, wenn die Elektronen den  $\beta$ -Scintillator erreichen sollen. Die Gleichungen 58 und 59 sind dabei nur gestrichelt eingezeichnet; denn man kann sehr einfach die endliche Dicke des Scintillators noch mitberücksichtigen. Mit dem Radius  $u_1$  des Plastik-Scintillators gilt exakt wie bei Gleichung 55

$$\frac{\mu_1 \cdot l \cdot B}{2 p_3 \sin \nu} = \sin \left( \frac{Z_1 \cdot l \cdot B}{2 p_3 \cos \nu} \right)$$

Setzt man,

$$\frac{\mu_1 \cdot l \cdot B}{2 p_3 \sin \nu} = \sin(\pi - h) \quad h = \pi - \frac{Z_1 \cdot l \cdot B}{2 p_3 \cos \nu}$$

kann man die rechte Seite entwickeln, da  $h \ll 1$  ist. Das ergibt nach einigen Umformungen und Vernachlässigungen von Gliedern höherer Ordnung:

$$p_3 = \left( \frac{Z_1}{2\pi \cos \nu} - \frac{\mu_1}{2\pi \sin \nu} \right) l \cdot B \quad (60)$$

Nach demselben Prinzip erhält man für  $p_4$ :

$$p_4 = \left( \frac{Z_2}{2\pi \cos \nu} + \frac{\mu_1}{2\pi \sin \nu} \right) l \cdot B \quad (61)$$

Für die Kurven in Bild 8 wurden folgende Werte benutzt:

Tabelle 2

$z_0 = 11,1$ cm	$u_0 = 4,1$ cm
$z_1 = 13,6$ cm	$u_1 = 1,15$ cm
$z_2 = 26,3$ cm	$U_0 = 8,0$ cm

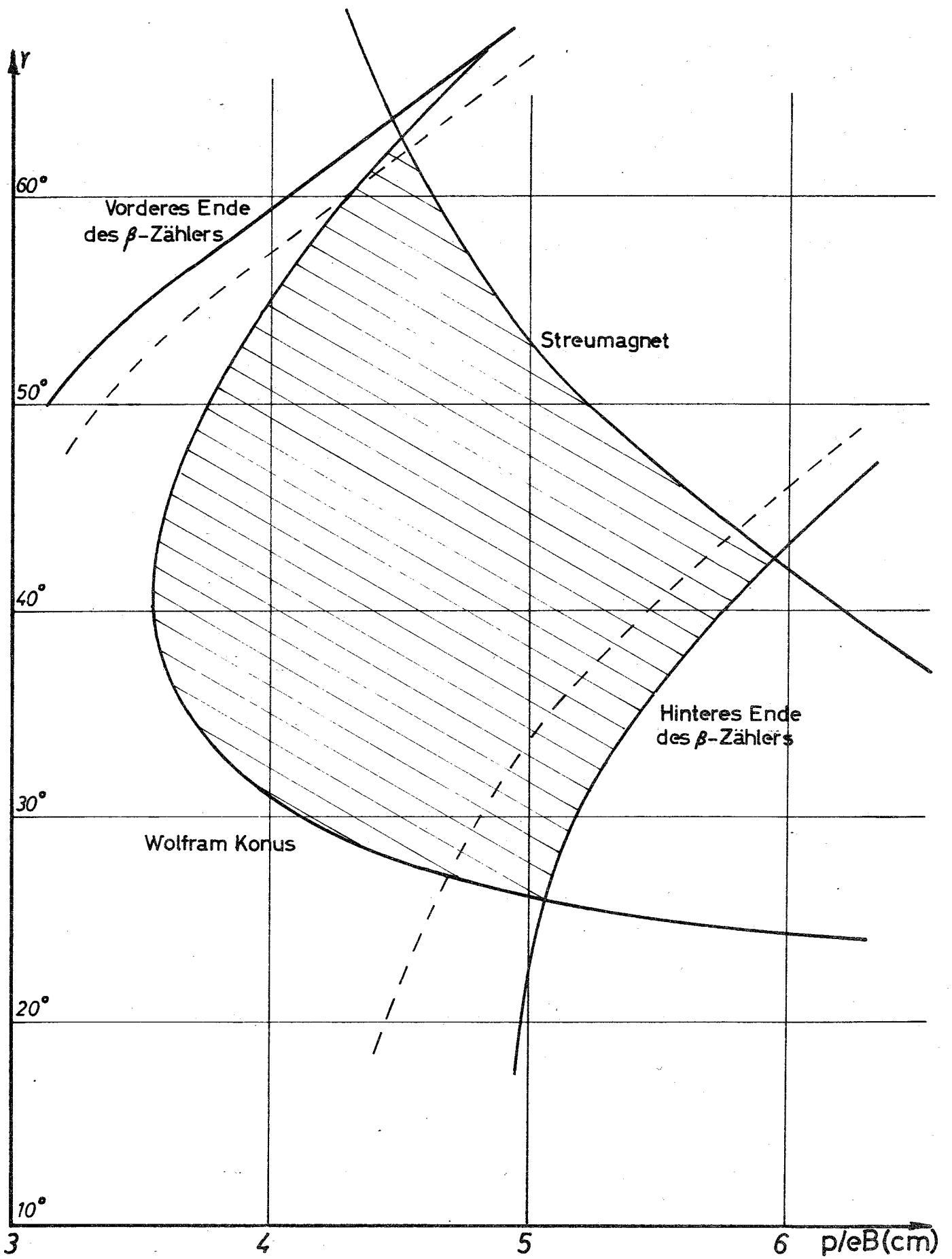


Bild 8 Transmissionsdiagramm für das  $\beta$ -Spektrometer

Außerdem sieht man, für die untere Abschneideenergie sind die Maße des Konus und für die obere Abschneideenergie der Schnittpunkt von Gleichung 56 und 61

$$p_5 = \frac{e \cdot B \cdot u_0}{2} \sqrt{1 + \left( \frac{Z_2}{u_0 \pi - u_0} \right)^2}$$

verantwortlich.

Die Transmission  $T(p)$  des  $\beta$ -Spektrometers als Funktion des Impulses der ausgesandten Elektronen hat den folgenden Wert:

$$T(p) = \frac{1}{2} \int_{v_{\min}(p)}^{v_{\max}(p)} t(p, v) \sin v \, dv \quad (62)$$

Sie kann mit Hilfe des in Bild 8 dargestellten Diagramms leicht gewonnen werden und hat den in Bild 9 aufgezeichneten Verlauf.

Um  $\langle \frac{v}{c} \cos v \rangle$  nach Gleichung 48 berechnen zu können, müssen wir noch die Energieverteilung  $w(p)$  kennen. Sie hat beim erlaubten  $\beta$ -Zerfall folgende Form (siehe /2/ S. 41):

$$W(p) dp = K \cdot F_0(Z, p) \cdot p^2 \cdot (W_0 - W)^2 dp \quad (63)$$

mit

$$K = 1 / \int_0^{p_0} F_0(Z, p) p^2 (W_0 - W) dp$$

In unseren Rechnungen ersetzen wir die Fermi-Funktion  $F(Z, p)$  durch eine Näherungsfunktion nach Bethe und Bacher, die sich nur um einige Promille von der exakten Fermi-Funktion unterscheidet (siehe /24/).

$$F(Z, p) = 2\pi\eta \cdot p^{2S} \cdot \frac{\left(\eta^2 + \frac{1}{4}\right)^S}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad (64)$$

mit

$$\eta = (\pm 1) \cdot \left(-\alpha \cdot Z \cdot \frac{W}{p}\right) \quad S = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2} - 1$$

$$\alpha = \frac{1}{137,03} \quad (\text{Feinstrukturkonstante})$$

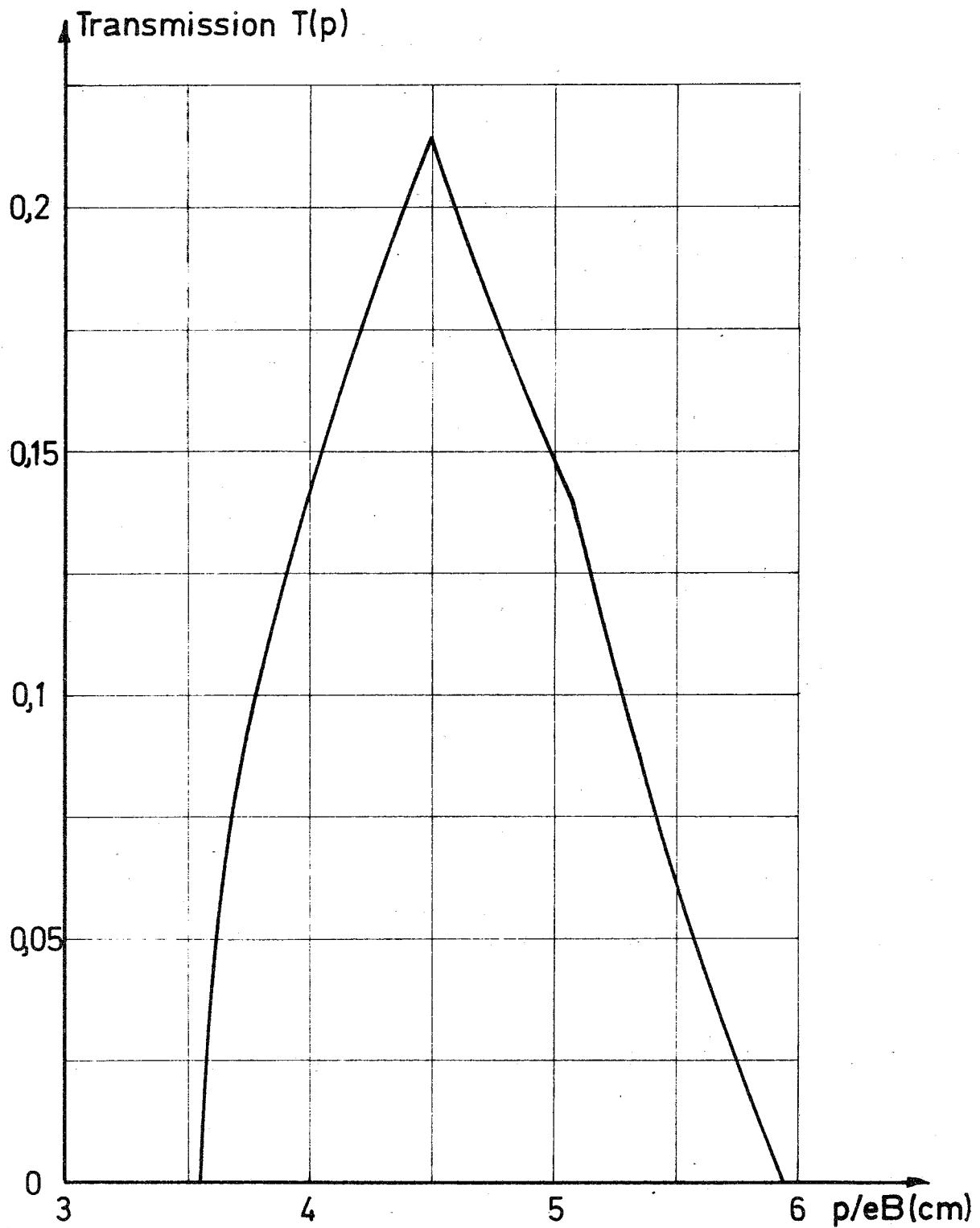


Bild 9 Transmission des Spektrometers  
als Fkt. vom Impuls der Elektronen



Das (+) Zeichen gilt für Positronen-Zerfall, das (-) Zeichen für Negatonen-Zerfall.

Z ist die Kernladung des Tochterkerns

Unter den eben behandelten Gesichtspunkten erfolgte die Berechnung der Integrale 48 numerisch auf der IBM 7070/74 des Kernforschungszentrums Karlsruhe (siehe Anhang 2).

In Tabelle 3 sind für die von uns gemessenen Nuklide bei der benutzten Einstellung des Spektrometers die berechneten Werte für  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  und  $\omega_{\beta}$  eingetragen; zusätzlich ist noch der vom Spektrometer ausgeblendete  $\beta$ -Energiebereich eingetragen. Zum Vergleich sind auch die experimentell gemessenen Werte für  $\omega_{\beta}^*$  aufgeführt. Sie lassen sich ähnlich wie bei  $\omega_{\gamma}^*$  wieder aus

$$\omega_{\beta m}^* = \frac{K_{mn}^+ + K_{mn}^-}{2 N_{\gamma n}} \quad (65)$$

erhalten.

Tabelle 3

Nuklid	$E_0$ (KeV)	B (Gauß)	$E_{\min}$	$E_{\max}$	$\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$	$\omega_{\beta} \cdot 10^2$	$\omega_{\beta}^* \cdot 10^2$
Co <sup>60</sup>	313	409	161	378	0,498	2,43	2,38
Na <sup>22</sup>	544	622	326	708	0,587	2,30	2,42
Na <sup>24</sup>	1391	829	510	1050	0,649	6,28	6,60
Ca <sup>47</sup>	690	622	326	708	0,597	4,13	4,45
Ar <sup>41</sup>	1200	829	510	1050	0,645	5,59	- -
Mn <sup>52</sup>	575	622	326	708	0,588	3,34	3,5
Mn <sup>56</sup>	2860	1418	1069	2063	0,692	6,41	- -
V <sup>48</sup>	698	687	382	814	0,607	3,82	- -
Cs <sup>134</sup>	658	687	382	814	0,605	1,82	- -
Co <sup>58</sup>	485	583	294	646	0,574	2,54	- -
Ag <sup>110m</sup>	529	524	246	552	0,563	3,48	- -
Co <sup>56</sup>	1500	829	510	1050	0,650	6,90	- -
Sc <sup>46</sup>	357	409	161	378	0,506	3,75	3,8

Der Fehler von  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  beträgt  $\pm 1\%$

Bei Nukliden mit kompliziertem Zerfallsschema kann die totale  $\beta$ - Nachweiswahrscheinlichkeit  $\omega_{\beta}$  nicht nach Formel 65 aus den Koinzidenz- und Einzelraten berechnet werden, da in diesem Fall in den  $\gamma$ - Einzelraten auch nicht koinzidenzfähige Anteile enthalten sind. Daher sind in Tabelle 3 bei solchen Nukliden keine experimentellen Werte aufgeführt.

Im übrigen sind alle nach Formel 65 erhaltenen Werte, die in Tabelle 3 als experimentelle totale  $\beta$ - Nachweiswahrscheinlichkeiten dargestellt sind, auf  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen und bei Positronenstrahlern auf Elektroneneinfang korrigiert.  $\omega_{\beta}$  für  $\text{Ar}^{41}$  wurde deshalb nicht angegeben, weil in diesem Fall wegen der langen Lebensdauer des Zwischenniveaus starke Koinzidenzverluste auftreten.

Die Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Werten von  $\omega_{\beta}$  können im wesentlichen durch drei Effekte erklärt werden.

- 1.) Das Magnetfeld im Innern des Magneten ist nicht vollkommen homogen (siehe Kap. VI, a und Bild 22). Speziell in der Magnetmitte und am Rand sind Unregelmäßigkeiten des Feldverlaufs erkennbar.
- 2.) Die in Bild 8 für den Impuls  $p$  und Winkel  $\gamma$  eingezeichneten Grenzen, innerhalb derer ein Elektron den Plastik-Scintillator nur erreichen kann, sind etwas idealisiert. Erstens ist die mit Mypolan belegte Kante des Wolframkonus (siehe Bild 21) nicht ganz scharf, da sie für Elektronen je nach ihrer Energie bis zu einer gewissen Tiefe durchdrungen werden kann. Zweitens werden nicht alle Elektronen, die innen auf den Eisenzylinder des Magneten auftreffen, absorbiert. Da sie in der Regel unter einem ziemlich flachen Winkel auf das Eisen fallen, wird ein Teil von ihnen sicherlich so gestreut, daß er den Plastik-Scintillator noch erreichen kann.
- 3.) Die zu den Rechnungen benutzte Magnetflußdichte  $B$  wurde nur auf etwa 1 % genau gemessen. Auf  $\omega_{\beta}$  kann sich eine Änderung der Magnetfeldstärke um 1 % schon in der Höhe von einigen Prozent auswirken, da diese Größe auf die Magnetfeldstärke sehr empfindlich reagiert.

Insgesamt gesehen ist aber trotz dieser eben erläuterten Effekte die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und berechneten Werten  $\omega_{\beta}$  recht gut, zumal die totale  $\beta$ -Nachweiswahrscheinlichkeit sehr empfindlich auf alle oben genannten Punkte reagiert.

$\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  wird dagegen nur sehr wenig von dem oben Gesagten beeinflusst, da alle diese Änderungen sich in Zähler und Nenner von Gleichung 48 in derselben Richtung auswirken und sich dadurch größtenteils herausheben. Dazu kommt noch, daß sich  $v/c$  in dem von uns benutzten  $\beta$ -Energiebereich nur noch sehr langsam mit der  $\beta$ -Energie ändert.

d.) Bestimmung des Anteils  $f$  der ausgerichteten Elektronen

Nach folgender bekannter Formel ist:

$$B - \mu_0 H = 4\pi M \quad (66)$$

$M$  = Magnetisierung

$H$  = Feldstärke

$B$  = Flußdichte

Die Magnetisierung setzt sich aus den einzelnen magnetischen Momenten wie folgt zusammen:

$$M = n_0 \cdot f \cdot \mu_B \quad (67)$$

$\mu_B = 9,271 \cdot 10^{-21}$  (Oersted  $\text{cm}^3$ ) Bohr'sches Magneton

$n_0 = 2,205 \cdot 10^{24}$  ( $1/\text{cm}^3$ ) Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  im Eisen

Damit ist:

$$f = \frac{B - \mu_0 H}{4\pi \cdot n_0 \cdot \mu_B} \quad (68)$$

An den nach Formel 68 berechneten  $f$ -Werten muß noch eine kleine Korrektur von 3,7 % angebracht werden, da die Magnetisierung im Eisen nicht zu 100 % von der Ausrichtung der Elektronen-Spins herrührt, sondern auch ein geringer Anteil von ausgerichteten Bahndrehimpulsen dazu beiträgt. Dies geht aus den Messungen des

Landé-Faktors für Eisen hervor, der sich statt 2,0023 zu 1,928 ergibt. (Siehe /25/). Berücksichtigt man dies, ergibt sich:

$$f = \frac{B - \mu_0 H}{b_f} \quad b_f = 2,667 \cdot 10^5 \left[ \frac{1}{\text{Gauß}} \right] \quad (69)$$

Mit drei verschiedenen Flußmessern, die nach drei unabhängigen Methoden absolut geeicht waren, wurde die B(H)-Kurve des Eisenzylinders mit Hilfe einer um den Zylinder gelegten Meßspule bis weit in die Sättigung hinein aufgenommen. Die Messungen mit allen drei Typen (zwei von Fa. AEG Typ PL 12/5236, einer von Fa. Ruhstrat Typ HSF) stimmten auf  $\pm 1\%$  überein. Da die B(H)-Kurve im Sättigungsgebiet des Eisens einen mit H linearen Verlauf hat, kann diese Gerade leicht von B abgezogen werden, um  $B - \mu_0 H$  zu erhalten. Die so gewonnene Magnetisierung des inneren Eisenzylinders ist als Funktion des Magnetstromes in Bild 10 aufgetragen. Man sieht, daß die Anordnung unterhalb eines Magnetstromes von 20 A nicht mehr gut zur Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation zu gebrauchen ist und abgesehen von einem immer kleineren stark Magnetstrom abhängigen f die Gefahr ungleichmäßiger Magnetisierung im Eisen immer größer wird. Dieser Tatbestand setzt der Benutzung der Anlage zu kleineren  $\beta$ -Energien hin eine Grenze, die in unserem Fall bei einer  $\beta$ -Maximalenergie von ca. 200 KeV liegt.

Tabelle 4

Nuklid	Magnetstrom in A	f
Co <sup>60</sup>	20	0,0747 $\pm$ 1 %
Na <sup>22</sup>	30	0,0765 $\pm$ 1 %
Na <sup>24</sup>	40	0,0769 $\pm$ 1 %
Ca <sup>47</sup>	30	0,0765 $\pm$ 1 %
Ar <sup>41</sup>	40	0,0769 $\pm$ 1 %
Mn <sup>52</sup>	30	0,0765 $\pm$ 1 %
Mn <sup>56</sup>	70	0,0769 $\pm$ 1 %
V <sup>48</sup>	33	0,0768 $\pm$ 1 %
Cs <sup>134</sup>	33	0,0768 $\pm$ 1 %

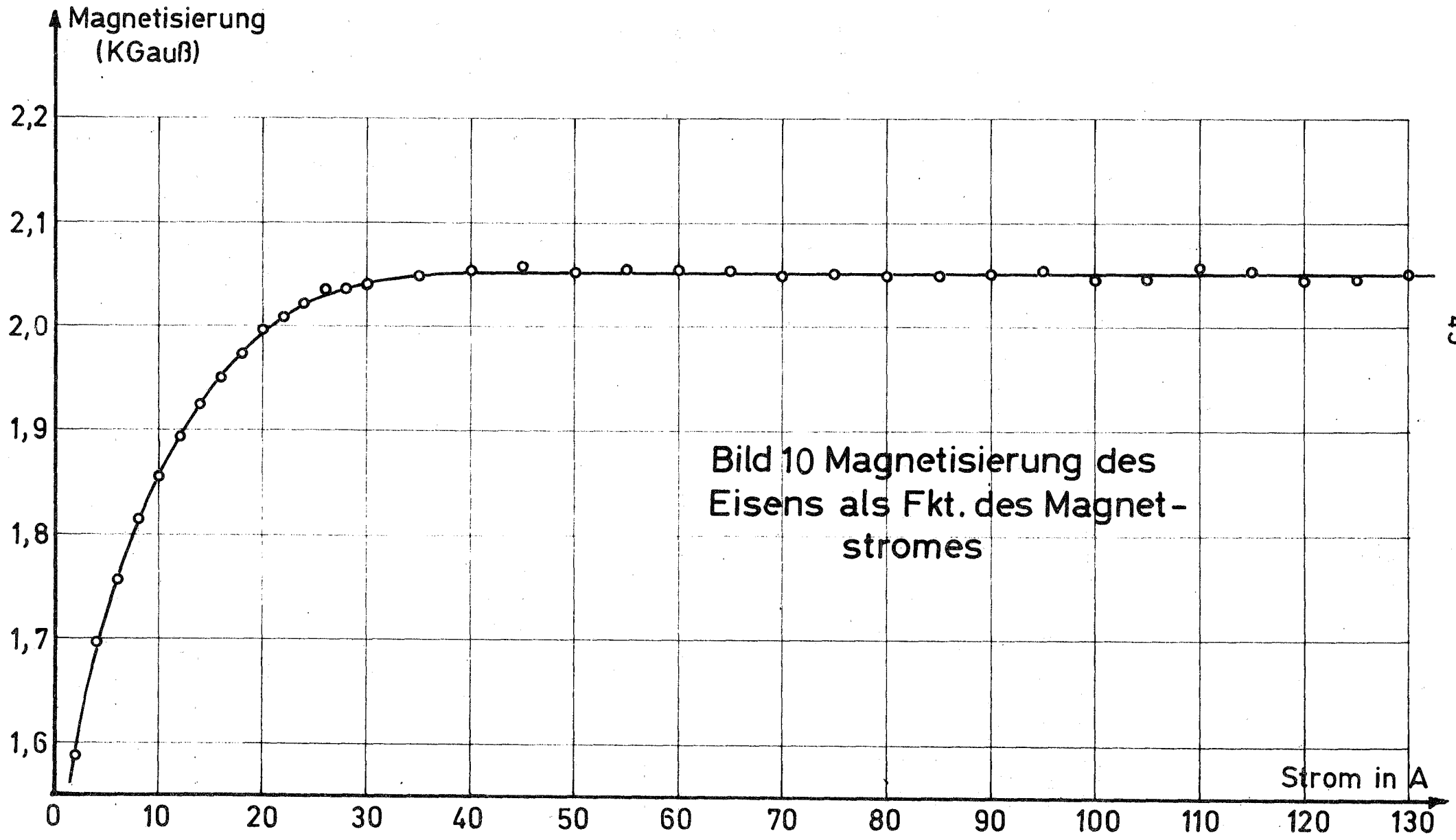


Bild 10 Magnetisierung des Eisens als Fkt. des Magnetstromes

Tabelle 4 (Fortsetzung)

Nuklid	Magnetstrom in A	f
Co <sup>58</sup>	28	0,0763 ± 1 %
Ag <sup>110</sup>	25	0,0759 ± 1 %
Co <sup>56</sup>	40	0,0769 ± 1 %
Sc <sup>46</sup>	20	0,0747 ± 1 %

e.) Zusammenstellung der totalen Analysatorwirkungsgrade für die einzelnen Nuklide

In der folgenden Tab.5 sind die durch Multiplikation der Größen  $\langle \cos \alpha \frac{d\epsilon_c}{d\epsilon_0} \rangle \cdot \langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle \cdot f$ , die aus den Tabellen 1,3 und 4 zu entnehmen sind, gewonnenen Analysatorwirkungsgrade für die einzelnen gemessenen Nuklide aufgeführt.

Tabelle 5

Nuklid	
Co <sup>60</sup>	0,0149 + 3 %
Ne <sup>22</sup> (I)	0,0181 ± 3 %
(II)	0,0178 ± 3 %
Ne <sup>24</sup>	0,0213 ± 3 %
Ca <sup>47</sup>	0,0186 ± 3 %
Ar <sup>41</sup>	0,0200 ± 3 %
Mn <sup>52</sup> (I) + (II)	0,0179 ± 3 %
(III)	0,0177 ± 3 %
Mn <sup>56</sup>	0,0182 ± 3 %
V <sup>48</sup>	0,0177 ± 3 %
Cs <sup>134</sup>	0,0147 ± 3 %
Co <sup>58</sup>	0,0150 ± 3 %
Ag <sup>110m</sup>	0,0144 ± 3 %
Co <sup>56</sup>	0,0193 ± 3 %
Sc <sup>46</sup>	0,0139 ± 3 %

V. Korrekturen

a.) Korrekturen auf der  $\gamma$ -Seite

1.) Streuung am Kupfer der Magnetspule

Da die Dicke des Eisenzylinders in unserem Fall nicht so groß ist, daß keine  $\gamma$ -Quanten das dahinter liegende Kupfer der Spule erreichen können, muß auch eine Streuung an diesem Material in Betracht gezogen werden.

Wegen der polarisationsabhängigen Absorption im Eisen ist auch diese Streuung an der Kupferspule etwas polarisationsabhängig, obwohl im Kupfer selbst die Elektronen nicht ausgerichtet sind. Wenn die Streuung am Kupfer mitberücksichtigt wird, erhält man für

$$\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \rangle_K = c_K \cdot \langle \cos \alpha \cdot \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \rangle \quad (70)$$

mit dem Korrekturfaktor  $c_K$  für Kupferstreuung

$$c_K = \frac{1 + \frac{\rho_K}{\rho_F}}{1 + \frac{w_K}{w_F}}$$

$\rho_F$  und  $w_F$  sind Gleichung 25 zu entnehmen,  $\rho_K$  und  $w_K$  haben folgende leicht mit Hilfe von Bild 4 und 11 in Analogie zu Kap. IV, b abzuleitende Form:

$$\rho_K = n_K \iint \ell \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot w_K \cdot \cos \alpha \cdot \frac{dV}{4\pi r^2} \cdot d\Omega_\gamma \cdot e^{-\left(\tau_A(k_0) \cdot s_1 + \tau_B(k_0) \cdot s_3 + \tau_A(k) \cdot s_2 + \tau_B(k) \cdot s_4\right)}$$

$$w_K = n_K \iint \ell \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \frac{dV}{4\pi r^2} \cdot d\Omega_\gamma \cdot e^{-\left(\tau_A(k_0) \cdot s_1 + \tau_B(k_0) \cdot s_3 + \tau_A(k) \cdot s_2 + \tau_B(k) \cdot s_4\right)} \quad (71)$$

Bild 11

Koordinatensystem  
bei der  $\gamma$ -Streuung  
an der Kupferspule

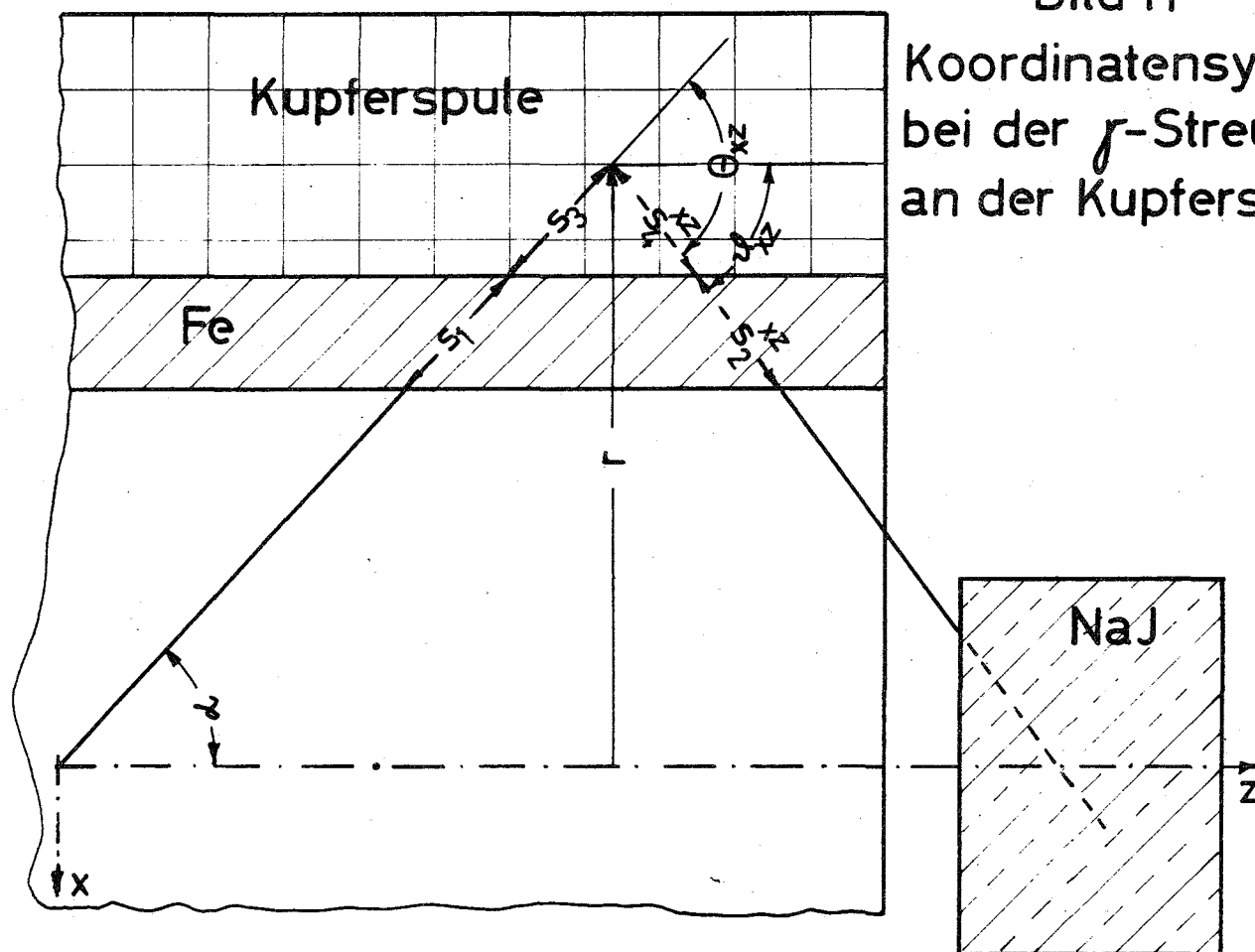
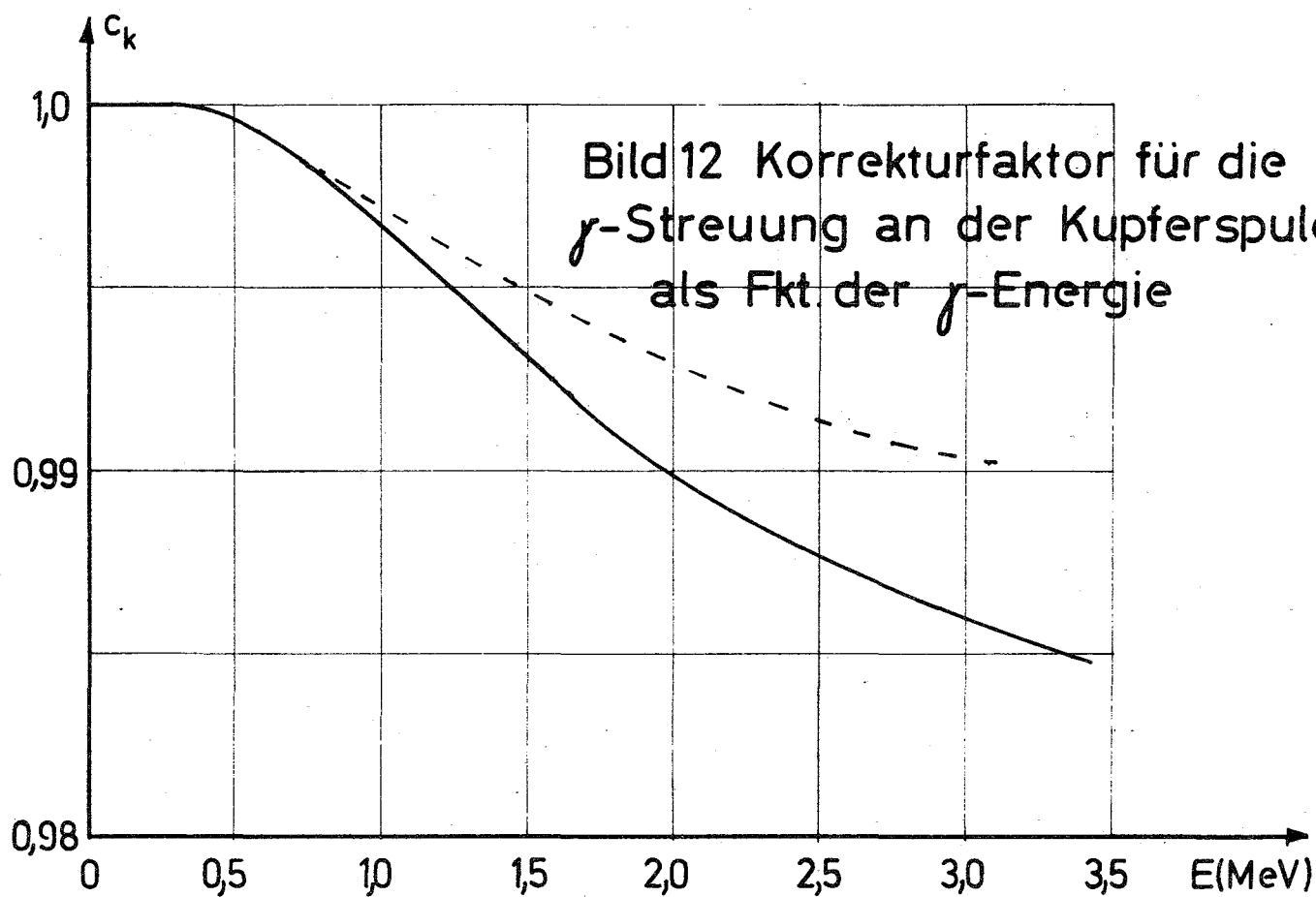


Bild 12 Korrekturfaktor für die  
 $\gamma$ -Streuung an der Kupferspule  
als Fkt. der  $\gamma$ -Energie





mit

$$w_K = n_0 \cdot [\sigma_c(k_0) \cdot s_1 + \sigma_c(k) \cdot s_2] \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \quad (72)$$

$n_K$  ist die Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  in der Kupferspule  $w_K$  berücksichtigt wieder die polarisationsabhängige Absorption im Eisen. Im Gegensatz zu  $w_p$  gilt aber ohne Auftreten dieser polarisationsabhängigen Absorption  $w_K = 0$  und damit  $\rho_K = 0$ . Wegen des Verlaufs von  $\sigma_c(k)$  in Abhängigkeit von  $k$  (siehe /18/) wechselt  $w_K$  und damit  $\rho_K$  bei einem  $k_0$  von etwa 800 KeV sein Vorzeichen. Für eine primäre  $\gamma$ -Energie oberhalb von 800 KeV ist  $\rho_K$  negativ und daher wird die Korrektur durch die Polarisationsabhängigkeit hier noch vergrößert. Ist die primäre  $\gamma$ -Energie kleiner als 800 KeV, wird die Korrektur durch  $\rho_K$  verkleinert, da  $\rho_K$  jetzt positiv ist.

Die vom  $\gamma$ -Quant vor und nach der Streuung im Eisen und der Kupferspule zurückgelegten Weglängen lassen sich in den gewählten Koordinaten wie folgt ausdrücken (siehe Bild 4 und 11):

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{B_0 - U_0}{\sin \alpha} \\ s_2 &= \frac{r}{\sin \alpha} \left( \sqrt{\left(\frac{B_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} - \sqrt{\left(\frac{U_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) \quad (73) \\ s_3 &= \frac{r - B_0}{\sin \alpha} \\ s_4 &= \frac{r}{\sin \alpha} \left( \cos \gamma - \sqrt{\left(\frac{B_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) \end{aligned}$$

Der Absorptionsquerschnitt  $\tau_B(k)$  in der Kupferspule wird genau wie in Gleichung 33 durch ein Polynom dritten Grades angenähert.

$$\tau_B(k) = b_0 + b_1 \cdot k + b_2 \cdot k^2 + b_3 \cdot k^3 \quad (74)$$

Die Koeffizienten  $b_n$  sind wieder in Anhang 1 tabelliert.

Für die Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$   $n_K$  und den Absorptionsquerschnitt  $\tau_B(k)$  in der Kupferspule wurden nicht die Werte

für reines Kupfer genommen. Es wurde berücksichtigt, daß die Kupferwindungen innen hohl und von Wasser durchflossen sind und außerdem ein Isolationsmaterial zwischen den einzelnen Windungen vorhanden ist. In diesen anderen Materialien ist die Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  gegen Kupfer wesentlich niedriger. Dadurch wird die mittlere Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  gegenüber reinem Kupfer herabgesetzt und damit auch der Absorptionsquerschnitt. Unter Berücksichtigung der Volumenanteile von Kupfer und Füllungsmaterialien einschließlich Wasser ergab sich

$$n_K = (1,5 \pm 0,2) \cdot 10^{24} \quad (\text{Elektronen} / \text{cm}^3)$$

gegenüber dem Wert in reinem Kupfer von

$$n'_K = 2,453 \cdot 10^{24} \quad (\text{Elektronen} / \text{cm}^3)$$

Der Absorptionsquerschnitt wurde dann im Verhältnis von  $n_K$  zu  $n'_K$  gegenüber dem Wert in reinem Kupfer erniedrigt.

Die Berechnung der Integrale 71 wurde wieder numerisch auf der IBM 7070/74 genau wie die Berechnung von  $\rho_f$  und  $w_f$  in Kap. IV, b ausgeführt.

$c_K$  als Funktion von  $k_0$  ist in Bild 12 dargestellt. Die verwendeten Eingabedaten sind dabei die gleichen wie in der Darstellung von  $\langle \cos k \cdot \frac{d_0 c}{2b_0} \rangle$  und  $w_f$  in Bild 5. Zum Vergleich ist wieder wie in Bild 5a die Kurve, die sich ohne Berücksichtigung der polarisationsabhängigen Absorption im Eisen, d.h. für  $w_K = 0$ , ergibt, gestrichelt eingetragen. Man sieht die Hauptkorrektur kommt vom Verhältnis der Streuintensitäten an der Kupferspule und am Eisen  $w_K / w_f$ .

Die Genauigkeit dieser Berechnung der Streuung an der Kupferspule wird vorallem durch die nicht berücksichtigten Vielfachstreuprozesse stark beeinträchtigt. Da aber diese Vielfachstreuprozesse weder bei  $w_K$  und  $\rho_K$ , noch bei  $w_f$  und  $\rho_f$  mit in Rechnung gestellt wurden, sollten sich Einflüsse auf den Korrekturfaktor  $c_K$ , die durch solche Prozesse entstehen können, wenigstens zum Teil wegheben (siehe Gleichung 70). Außerdem waren unsere Diskriminatorschwellen immer sehr hoch eingestellt (der maximale noch zugelassene Streuwinkel für Einfachstreuung ist ca.  $60^\circ$ ), so daß gerade ein Teil der durch Vielfachstreuung

in den Kristall gelangenden  $\gamma$ -Quanten, deren Energie tiefer liegen dürfte, dadurch abgeschnitten werden.

Messungen der Streuung der  $\gamma$ -Quanten an der hinter dem Eisen liegenden Kupferspule wurden von Galster /6/ an einem Magneten mit 1 cm Wandstärke vorgenommen. Der Autor erhielt für das Verhältnis von an der Kupferspule zu den am Eisen gestreuten  $\gamma$ -Quanten bei 1,3 MeV einen Wert von etwa 22 %. Um einen Vergleich mit dieser Messung durchzuführen, wurde dieser Anteil mit dem vorhin beschriebenen Rechenprogramm für unsere Anordnung auch für eine Wandstärke des Eisens von 1 cm ermittelt. Es ergab sich dabei ein Wert von 7,5 %. Berücksichtigt man, daß der Kupferfüllfaktor bei der oben genannten Arbeit größer als bei uns war und außerdem die untere Diskriminatorschwelle dort sehr viel weiter unten stand (250 KeV), wodurch, wie oben schon diskutiert, gerade Mehrfachstreuungsprozesse stärker erfaßt werden, ist die Übereinstimmung ganz gut zu nennen. Auf jeden Fall spielt diese Korrektur, wie aus Bild 12 und aus dem oben Gesagten hervorgeht, keine große Rolle.

## 2.) Zweifachstreuung

In Tab. 1 sieht man, daß die berechneten totalen  $\gamma$ -Nachwahrscheinlichkeiten um 10-30 % kleiner sind als die gemessenen. Das ist in erster Linie auf Mehrfachstreuungsprozesse zurückzuführen. Abschätzungen des Einflusses von Zweifachstreuungsprozessen wurden von Schopper durchgeführt (siehe /18/) und ergaben, daß der Analysatorwirkungsgrad hierdurch etwas verkleinert wird. Experimentell konnte eine Verringerung des Analysatorwirkungsgrades durch Mehrfachstreuungsprozesse um einige Prozent festgestellt werden. (siehe /32/). Von diesen Mehrfachstreuungsprozessen wollen wir die hier im wesentlichen eine Rolle spielenden Zweifachstreuungsprozesse näher betrachten.

Gehen wir ebenso vor, wie in Kap. IV, a, liegt der Hauptunterschied darin, daß jetzt für die Wahrscheinlichkeit, daß ein  $\gamma$ -Quant, das im Eisenzylinder vom Volumenelement  $dV_1$  in das Volumenelement  $dV_2$  und von dort mit dem Raumwinkel  $d\Omega_1$  in den NaJ-Kristall gestreut wird, zu einem Impuls in der Elektronik führt, folgendes gilt:

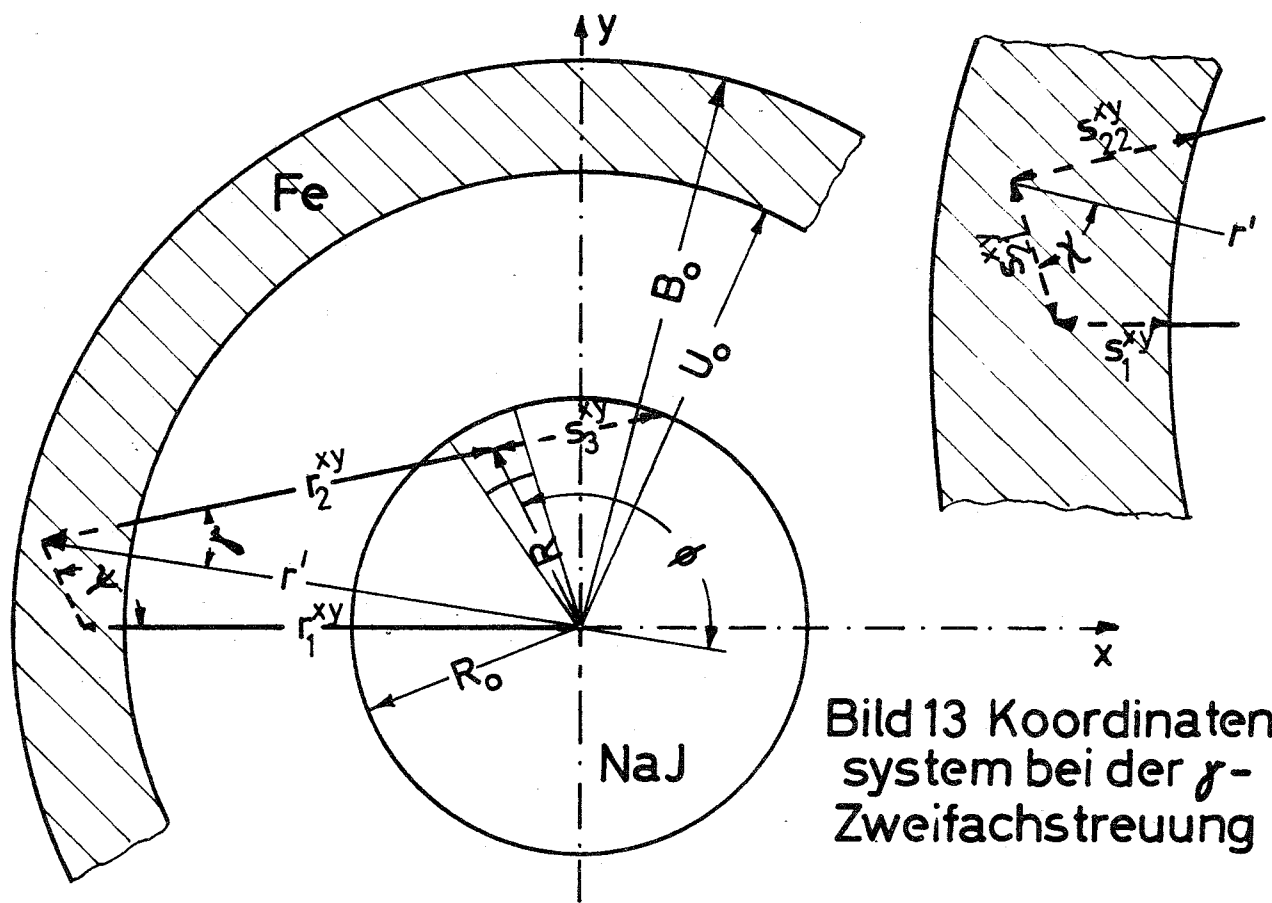
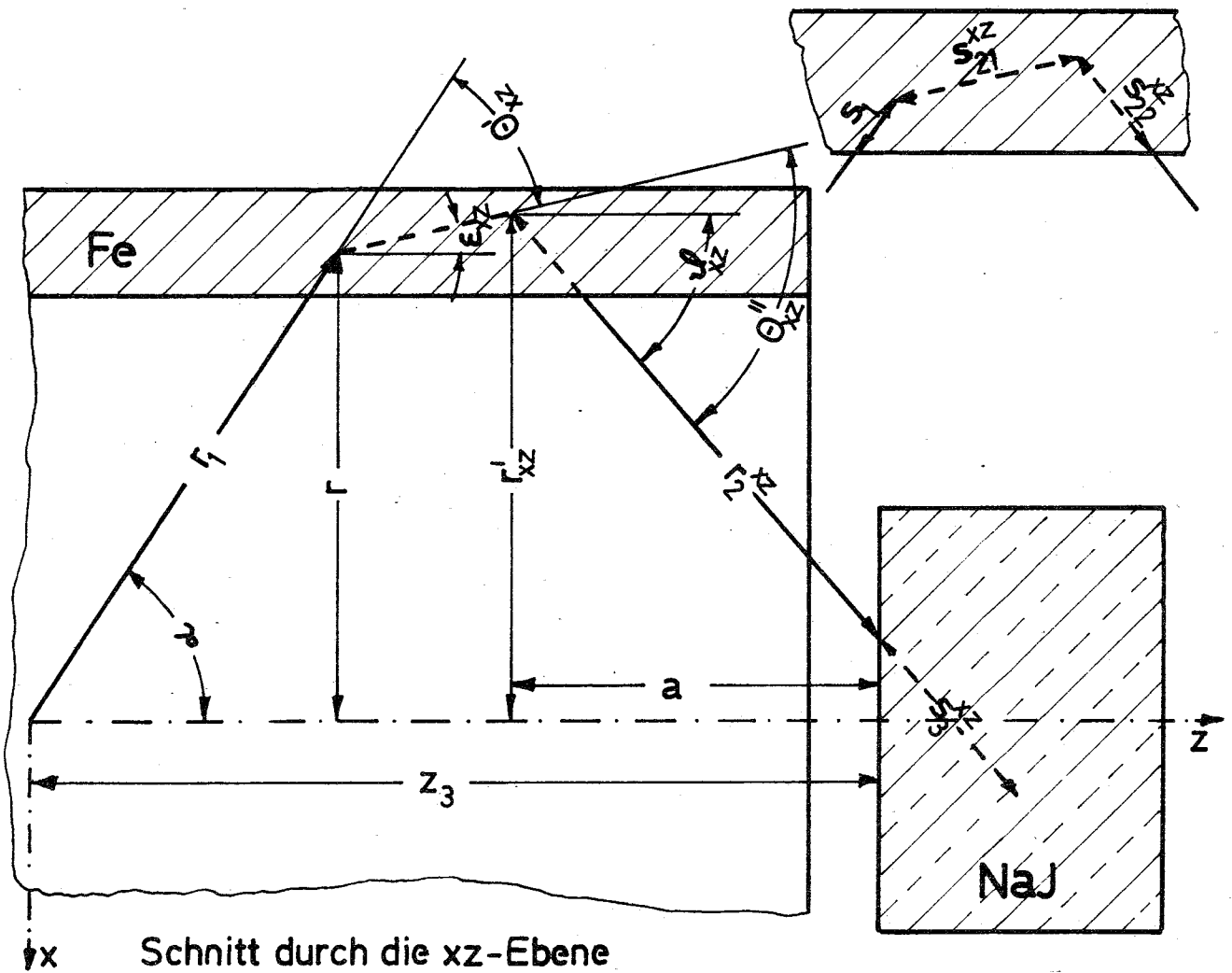


Bild 13 Koordinatensystem bei der  $\gamma$ -Zweifachstreuung

$$n_0^2 \frac{d\delta_0'}{d\Omega} \frac{d\delta_0''}{d\Omega} G(k_0, V_1, V_2) \cdot G(k', V_2, \Omega_f) =$$

$$= \left[ \frac{d\delta_0'}{d\Omega} + P_c + \frac{d\delta_c'}{d\Omega} \right] \cdot \left[ \frac{d\delta_0''}{d\Omega} + K_1 P_c + \frac{d\delta_c''}{d\Omega} \right] \cdot J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 \cdot$$

(75)

$$\cdot n_0^2 \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{dV_1}{4\pi r_1^2} \cdot \frac{dV_2}{s_{21}^2} \cdot d\Omega_f$$

Ein Strich bedeutet die erste Streuung, zwei Striche gelten für die zweite Streuung.

$K_1$  ist die Polarisationsänderung bei der ersten Streuung (siehe Formel 46),  $K_2$  die bei der zweiten.

Die benutzten Koordinaten sind Bild 4 und 13 zu entnehmen.

$J_1, J_2$  und  $J_3$  sind wieder die Absorptionswahrscheinlichkeiten für das  $f$ -Quant auf dem Weg  $s_1, s_{21}$  und  $s_{22}$ . Nimmt man für sie wieder dieselbe Form wie in Gleichung 24 an und entwickelt wie dort nach polarisationsabhängigen Gliedern, erhält man unter Vernachlässigung von Gliedern mit  $f^2$  und höheren Potenzen von  $f$  für die Zweifachstreuung:

$$p_z = n_0^2 \iiint J_a \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \left( \frac{d\delta_c'}{d\Omega} \cdot \frac{d\delta_0''}{d\Omega} + K_1 \frac{d\delta_c'}{d\Omega} \cdot \frac{d\delta_0'}{d\Omega} \right) \cdot W_2 \cdot$$

$$\cdot \cos \alpha \cdot \frac{dV_1}{4\pi r_1^2} \cdot \frac{dV_2}{s_{21}^2} \cdot d\Omega_f$$

(76)

$$W_2 = n_0^2 \iiint J_a \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \frac{d\delta_0'}{d\Omega} \cdot \frac{d\delta_0''}{d\Omega} \cdot \frac{dV_1}{4\pi r_1^2} \cdot \frac{dV_2}{s_{21}^2} \cdot d\Omega_f$$

In dieser Formel wurde nicht berücksichtigt, daß die  $f$ -Quanten nach der ersten Streuung etwas linear polarisiert sind.

$w_Z$  berücksichtigt die polarisationseabhängige Absorption im Eisen und hat folgende Form:

$$w_Z = 1 - n_0 \cdot \left[ \epsilon_c(k_0) \cdot S_1 + \kappa_1 \cdot \epsilon_c(k') \cdot S_{21} + \kappa_1 \kappa_2 \epsilon_c(k'') \cdot S_{22} \right] \cdot \frac{\frac{d\epsilon_0'}{d\Omega} \cdot \frac{d\epsilon_0''}{d\Omega}}{\frac{d\epsilon_c'}{d\Omega} \cdot \frac{d\epsilon_0''}{d\Omega} + \kappa_1 \frac{d\epsilon_0'}{d\Omega} \cdot \frac{d\epsilon_c''}{d\Omega}} \quad (77)$$

Ohne polarisationsabhängige Absorption im Eisen gilt :

$$w_Z = 1$$

Von den in den Integralen 76 vorkommenden Größen sind im folgenden nur die aufgeführt, die nicht schon in Kap. IV, b bei der Rechnung für Einfachstreuung benutzt und dort erläutert wurden. Die hier zusätzlich auftretenden Größen sind die folgenden (siehe Bild 13):

$$\frac{dV_2}{S_{21}} = \sin \epsilon \, d\epsilon \, d\gamma \, dS_{21} \quad (78)$$

Weiterhin ist:

$$T_a = e^{-\left( \tau_A(k_0) \cdot S_1 + \tau_A(k') \cdot S_{21} + \tau_A(k'') \cdot S_{22} \right)} \quad (79)$$

mit

$$S_{22} = \frac{r'}{\sin \alpha} \left( \cos \gamma - \sqrt{\left( \frac{k_0}{r'} \right)^2 - \sin^2 \gamma'} \right) \quad (80)$$

und

$$r'^2 = r^2 + S_{21}^2 \cdot \sin^2 \epsilon - 2r \cdot S_{21} \sin \epsilon \cos \gamma \quad (81)$$

Für den Streuwinkel bei der ersten Streuung gilt

$$\cos \theta' = \cos \alpha \cdot \cos \epsilon - \sin \alpha \cdot \sin \epsilon \cdot \cos \gamma \quad (82)$$

und den bei der zweiten

$$\cos \theta'' = \cos \varepsilon \cos \alpha - \sin \varepsilon \sin \alpha \cos (\chi + \gamma) \quad (83)$$

wobei

$$\sin \chi = \frac{r}{r'} \sin \psi \quad (84)$$

und

$$\cos \chi = \frac{r'^2 + s_{21}^2 \sin^2 \varepsilon - r^2}{2r' \cdot s_{21} \cdot \sin \varepsilon} \quad (85)$$

Diese Streuwinkel sind in die Formeln 40, 41 und 43 einzusetzen, um  $k', k'', \frac{d\delta_0'}{ds}, \frac{d\delta_0''}{ds}, \frac{d\delta_c'}{ds}$  und  $\frac{d\delta_c''}{ds}$  zu erhalten.

Für die letzten beiden Größen ist außerdem in Formel 43:

$$\vec{k}' \cdot \vec{s} = k' \cdot \cos \varepsilon \quad \vec{k}'' \cdot \vec{s} = k'' \cdot \cos \alpha \quad (86)$$

Um  $\delta_c(k')$  zu erhalten, ist in Formel 45  $\cos \alpha$  durch  $\cos \varepsilon$  und  $k_0$  durch  $k'$  zu ersetzen, bei  $\delta_c(k'')$  durch  $\cos \alpha$  und  $k''$ .

$\kappa_1$  ergibt sich durch einsetzen von  $\cos \theta'$  und  $k'$  in Formel 46. Bei  $\kappa_2$  wird  $k_0$  durch  $k'$ ,  $k$  durch  $k''$  und  $\cos \theta$  durch  $\cos \theta''$  in Formel 46 ersetzt.

Die Integralgrenzen lassen sich sofort aus den Bildern 4 und 13 ansehen, nur zu  $s_{21 \max}$  ist noch folgendes zu sagen:

$$\text{für } 0 \leq \psi \leq \arcsin \left( \frac{u_0}{r} \right) \quad (87)$$

$$\text{und } 2\pi - \arcsin \left( \frac{u_0}{r} \right) \leq \psi \leq 2\pi$$

ist

$$s_{21 \max} = \frac{r}{\sin \varepsilon} \left( \cos \psi - \sqrt{\left( \frac{u_0}{r} \right)^2 - \sin^2 \psi} \right) \quad (88)$$

für alle anderen Winkel  $\psi$  gilt:

$$s_{21 \max} = \frac{r}{\sin \varepsilon} \left( \cos \psi + \sqrt{\left( \frac{B_0}{r} \right)^2 - \sin^2 \psi} \right) \quad (89)$$

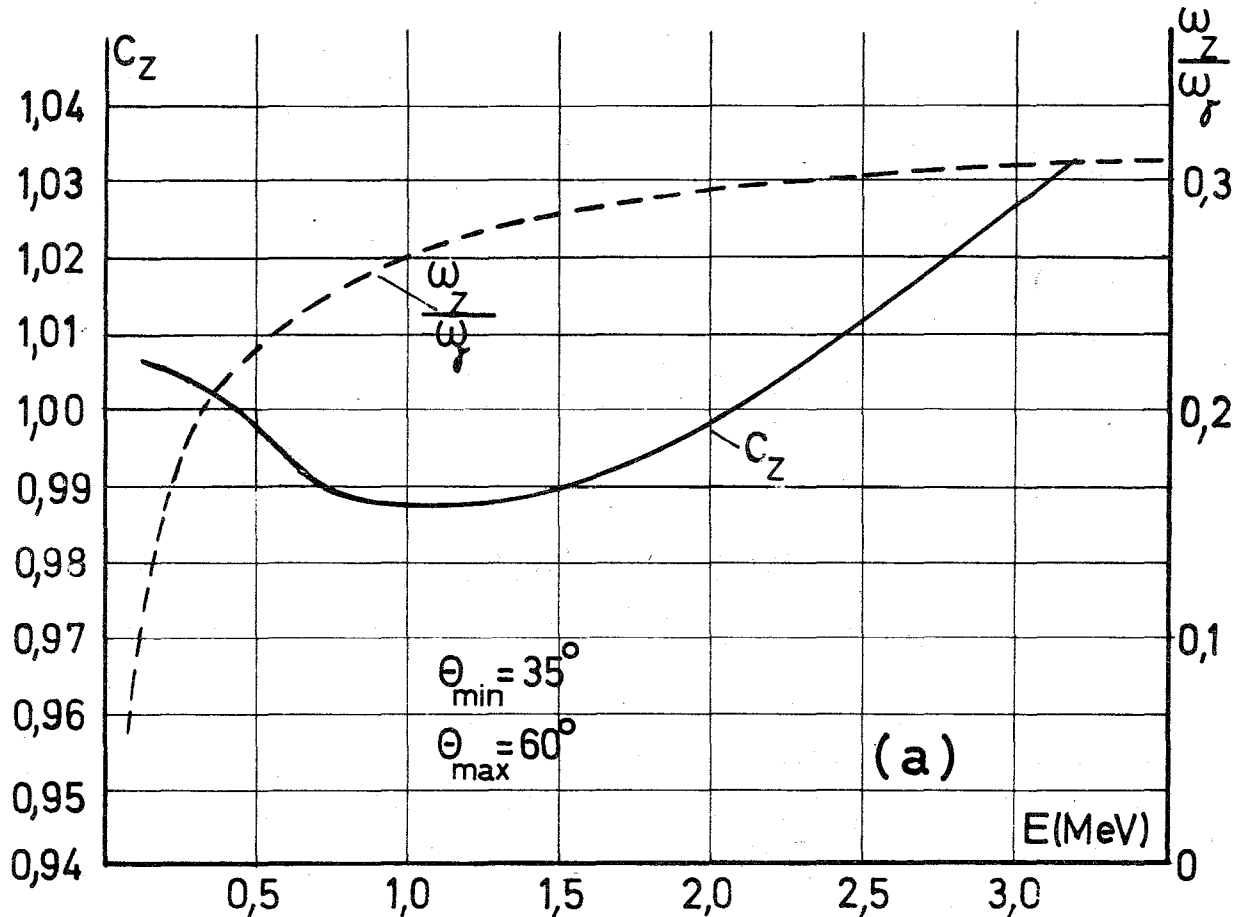
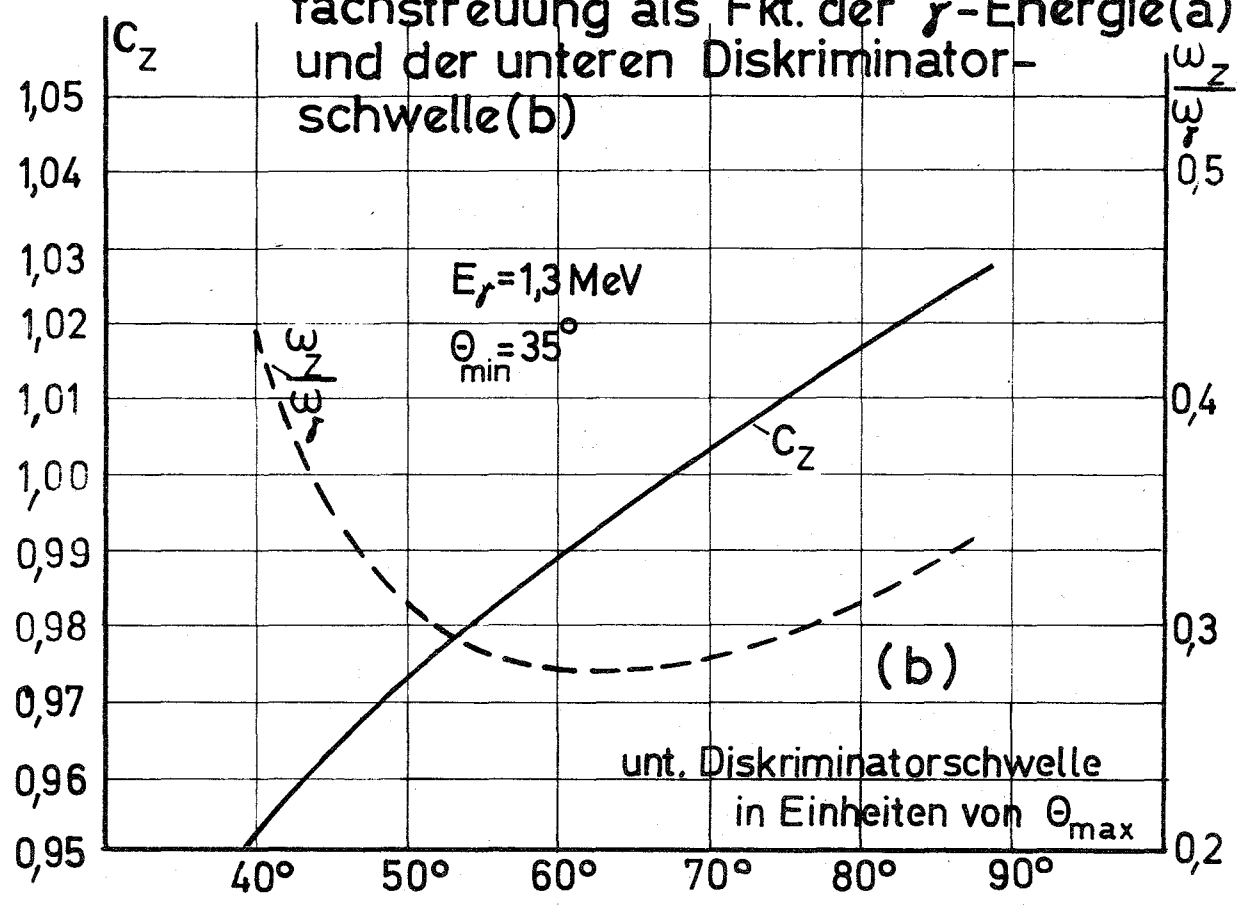


Bild 14 Korrekturfaktor und Anteil der Zweifachstreuung als Fkt. der  $\gamma$ -Energie(a) und der unteren Diskriminatorschwelle(b)



$\theta_{\min}$  und  $\theta_{\max}$  = min. und max. Streuwinkel bei Einfachstreuung



Im ersten Fall wird  $s_{21}$  durch den Innendurchmesser des Eisenzylinders, im zweiten Fall durch den Außendurchmesser begrenzt.

Genau wie bei der Kupferstreuung (siehe Formel 70) wurde ein Korrekturfaktor für Zweifachstreuung definiert:

$$c_z = \frac{1 + \frac{\rho_z}{\rho_f}}{1 + \frac{\omega_z}{\omega_f}} \quad (90)$$

Die Integrale 76 wurden wieder numerisch auf der elektronischen Rechenmaschine ausgeführt. Wegen der langen Rechenzeiten bei der Auswertung eines solchen Integrals konnten nur einige Punkte mit einer Absolutgenauigkeit von 6 % für  $\rho_z$  und  $\omega_z$  berechnet werden. Im Korrekturfaktor  $c_z$  und  $\omega_z/\omega_f$  dürfte sich aber dieser Fehler weitgehend dadurch herausheben, daß in diesen Fällen  $\rho_f$  und  $\omega_f$  mit denselben größeren Schrittweiten berechnet wurden (siehe Anhang 2).

Der Korrekturfaktor  $c_z$  und das Verhältnis der Nachweiswahrscheinlichkeiten von zweifachgestreuten  $f$ -Quanten zu einfachgestreuten ist in Abhängigkeit von der Energie  $k_0$  der  $f$ -Quanten und der unteren Diskriminatorschwelle für dieselben Eingabedaten, die zur Berechnung von  $\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  und  $\omega_f$  in Bild 5 verwendet wurden, in Bild 14 dargestellt.

Aus Bild 14 läßt sich sofort erkennen, daß in dem von uns hauptsächlich benutzten Energiebereich (siehe Tab. 1) und unserer Einstellung der Diskriminatorschwellen die Korrektur an  $\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  durch die Zweifachstreuung sehr klein ist ( $< 1,2 \%$ ).

Zu beachten ist aber, daß der Korrekturfaktor  $c_z$  je nach der  $f$ -Energie und der Einstellung der unteren Diskriminatorschwelle größer oder kleiner als 1 werden kann.

Die totale Nachweiswahrscheinlichkeit für ein zweifachgestreutes  $f$ -Quant beträgt bei hohen  $f$ -Energien immerhin 30 % der Nachweiswahrscheinlichkeit für ein einfachgestreutes  $f$ -Quant, um nach kleineren  $f$ -Energien hin aber wegen des dortigen Überwiegens des Photoabsorptionsquerschnitts stark abzufallen.

Die hier durchgeführte Berechnung der Korrektur stimmt gut mit einer graphisch vorgenommenen Abschätzung von Schopper /18/ überein. Galster et al. /32/ haben  $\langle d\sigma_c/d\Omega_0 \rangle$  in Abhängigkeit von der Dicke des streuenden Eisenzylinders bei verschiedenen

$\gamma$  - Energien mit Hilfe der Polarisierung der äußeren Bremsstrahlung beim  $\beta$ - Zerfall gemessen und mit Rechnungen verglichen, die sie bei dünnen Eisendicken, wo Zweifachstreuungsprozesse noch keine Rolle spielen sollten, an die Meßwerte angepaßt hatten. Die Abweichungen des Verlaufes der gerechneten und gemessenen Kurven als Funktion der Eisendicke haben sie auf Mehrfachstreuungsprozesse zurückgeführt. Sie finden nach diesem Verfahren eine Verringerung von  $\langle d\sigma_c/d\sigma_0 \rangle$  um einige Prozent zu größeren  $\gamma$  - Energien und Eisendicken hin.

Ein Vergleich dieser Werte mit unseren Rechnungen ist nicht ohne weiteres möglich, da die genannten Autoren wegen des kontinuierlichen Verlaufes des Bremsstrahlspektrums sich die mittlere primäre  $\gamma$  - Energie vor der Streuung durch eine Faltung des Bremsstrahlspektrums mit der Impulshöhenverteilung am Multipliaerausgang für monoenergetische  $\gamma$  - Strahlung errechnen mußten. Bei dieser Methode können keine genauen Diskriminatorschwellen in Einheiten des min. und max. Streuwinkels für die Einfachstreuung angegeben werden, die ja, wie aus Bild 14 zu erkennen, die Höhe und das Vorzeichen der Korrektur stark beeinflussen. Außerdem wurden in der genannten Arbeit bei der Berechnung von  $\langle d\sigma_c/d\sigma_0 \rangle$  für Einfachstreuung Näherungen benutzt, die sich gerade bei hohen Eisendicken stärker bemerkbar machen dürften, so daß ein Teil der dort gemessenen Änderung von  $\langle d\sigma_c/d\sigma_0 \rangle$  durch Zweifachstreuung wahrscheinlich auf die nicht ganz exakte Berechnung von  $\langle d\sigma_c/d\sigma_0 \rangle$  zurückzuführen ist.

### 3.) Endliche Auflösung des NaJ-Kristalls

Bis jetzt wurde in allen Berechnungen angenommen, daß die Auflösung des  $\gamma$ - Kristalls unendlich gut ist, was in Wahrheit nicht der Fall ist. Das hat zur Folge, daß z.B. gestreute  $\gamma$  - Quanten unterhalb der genannten Diskriminatorschwelle  $k_{\min}$  mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit noch mitgezählt werden und solche oberhalb von  $k_{\min}$  mit einer kleineren Wahrscheinlichkeit erfaßt werden als in den Berechnungen angenommen.

Nimmt man für die Form der Photolinie im NaJ eine Gaußverteilung an, geht die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das  $\gamma$ - Quant einen Im-

puls im Diskriminatorfenster erzeugt (siehe Formel 37) in folgende Form über:

$$\varepsilon(k, s_3) = \frac{\chi(k)}{\sqrt{2\pi} \cdot k_H} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} e^{-\frac{(k' - k)^2}{2k_H^2}} dk' \quad (91)$$

$k_H$  hängt mit der Halbwertsbreite  $k_H'$  der Photolinie in folgender Weise zusammen:

$$k_H = \frac{k_H'}{\sqrt{8 \ln 2}} \quad (92)$$

Geht man von der Energieauflösung  $\Delta E$  aus, ist

$$k_H = \frac{\Delta E \cdot h}{\sqrt{8 \ln 2}} \quad \Delta E = \frac{k_H'}{h} \quad (93)$$

die Abhängigkeit der Auflösung von der Energie wird durch ein Polynom berücksichtigt ( $k$  in Einh. von  $m_0 c^2$ ):

$$\Delta E = \Delta E_0 \cdot (1 + d_1 \cdot k + d_2 \cdot k^2) \quad (94)$$

Durch Einsetzen von Formel 91 in die Integrale 25 und numerische Berechnung dieser Integrale wurden  $\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \rangle$  und  $\omega_f$  jetzt mit endlicher Auflösung des NaJ-Kristalls erhalten. Die Rechnung wurde wieder für einige Werte von  $k_0$  mit denselben Eingabedaten, die für die Kurven in Bild 5 verwendet worden waren, ausgeführt und ein Korrekturfaktor für endliche Auflösung wie folgt definiert:

$$C_E = \frac{\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \rangle E}{\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\delta_c}{d\delta_0} \rangle} \quad (95)$$

Dieser Korrekturfaktor ist in Bild 15 als Funktion von  $k_0$  und der unteren Diskriminatorschwelle dargestellt.

Die bei den Rechnungen verwendete Auflösung wurde experimentell bei den benutzten NaJ-Kristallen bestimmt und hat die Werte:

$$\Delta E_0 = 0,231 \quad d_1 = -0,3906 \quad d_2 = 0,0795$$

In Bild 15 ist noch zusätzlich das Verhältnis der Nachweiswahr-

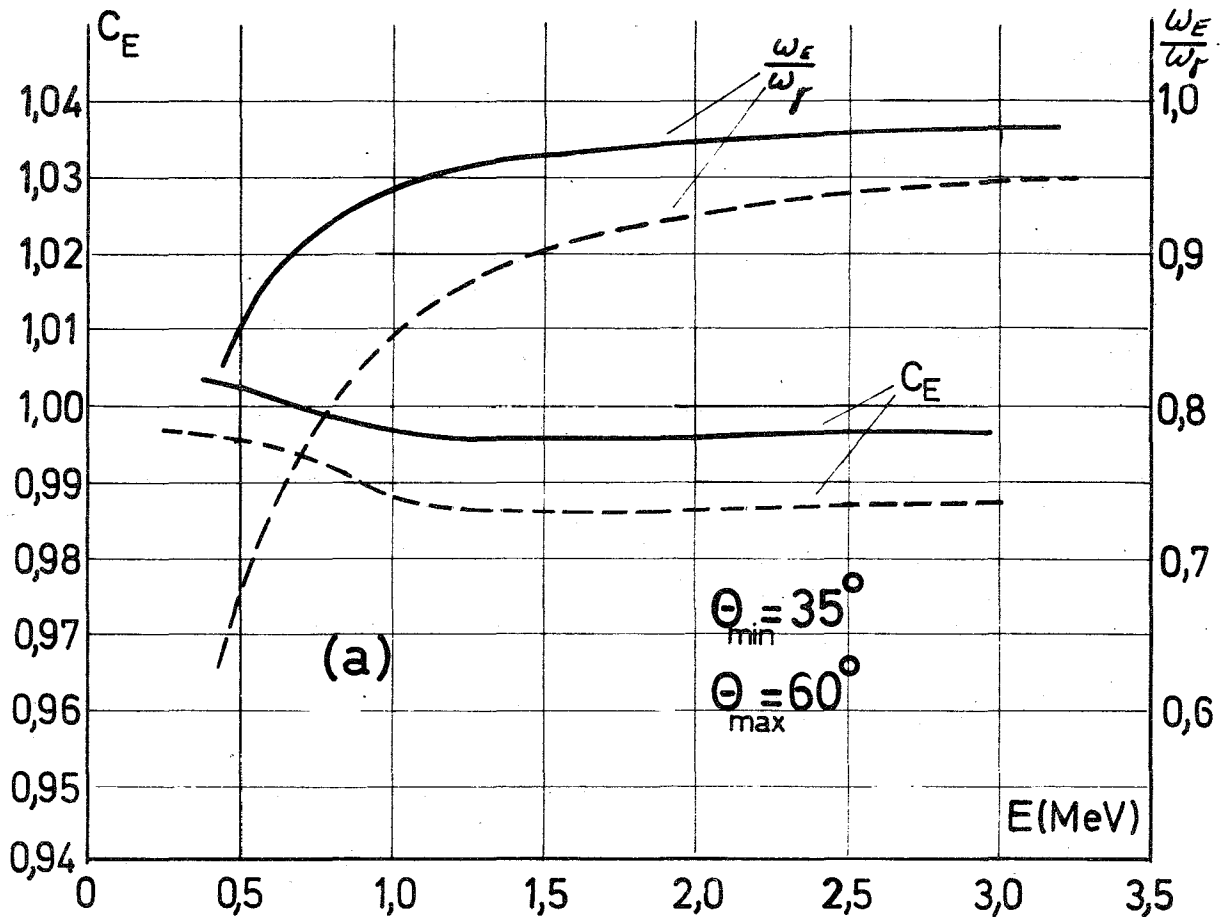
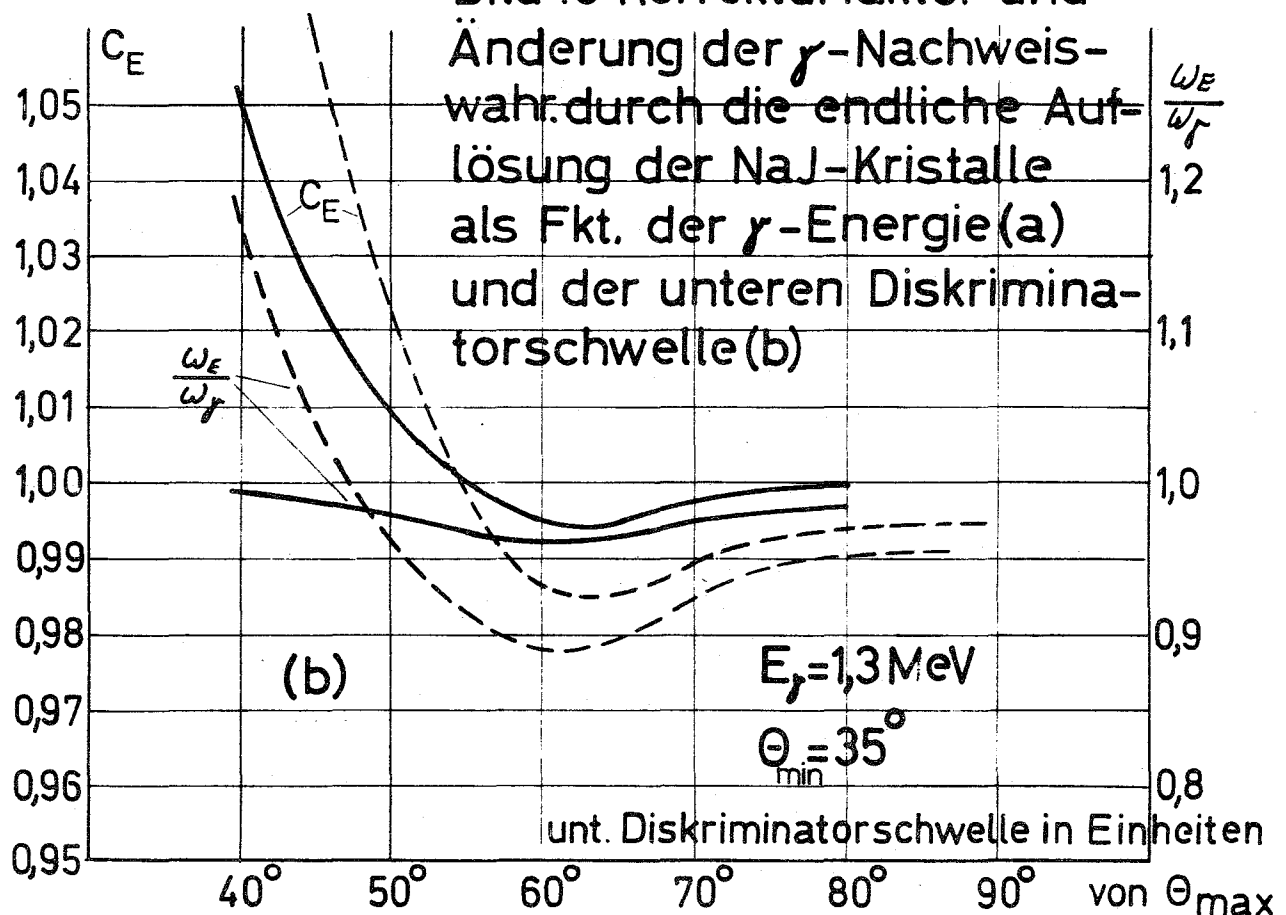


Bild 15 Korrekturfaktor und Änderung der  $\gamma$ -Nachweiswahr. durch die endliche Auflösung der NaJ-Kristalle als Fkt. der  $\gamma$ -Energie (a) und der unteren Diskriminatorschwelle (b)



--- Diese Kurve wurde mit einer um den Faktor 2 schlechteren Auflösung gerechnet

scheinlichkeiten  $\omega_E/\omega_f$  mit endlicher Auflösung zu der mit unendlich guter Auflösung dargestellt. Man sieht,  $\omega_f$  wird durch Berücksichtigung der endlichen Auflösung besonders bei niedrigen Energien stark verkleinert. Dies kann man qualitativ leicht verstehen, wenn man berücksichtigt, daß nach Formel 41 für  $k_0 \rightarrow 0$  die Energie  $k$  der gestreuten  $\gamma$ -Quanten nicht mehr vom Streuwinkel abhängt, d.h. die  $\gamma$ -Linie wird durch die Streuung nicht mehr so stark verbreitert, und außerdem aus demselben Grund die Diskriminatorschwellen in Energieeinheiten für  $\theta_{\min} = 35^\circ$  und  $\theta_{\max} = 60^\circ$  immer näher zusammenrücken. Das hat zur Folge, daß mit Berücksichtigung der endlichen Auflösung, die nach niedrigen  $\gamma$ -Energien zu auch noch schlechter wird, durch die erst im NaJ-Kristall erfolgende Verbreiterung der nach der Streuung noch scharfen  $\gamma$ -Linien beiderseits der immer enger werdenden Schwellen ständig mehr Impulse verlorengehen.

Der Einfluß der endlichen Auflösung auf  $\langle \cos \alpha \cdot \frac{d\epsilon_c}{d\epsilon_0} \rangle$  ist dagegen sehr klein.

#### 4.) Transmission durch den Wolframkonus

Unter Berücksichtigung des Raumwinkels, unter dem das Präparat den NaJ-Kristall sieht, und rein exponentieller Absorption im Wolframkonus kann man bei 1 MeV  $\gamma$ -Energie ein  $\omega_f$  für die Transmission durch den Konus von ca  $5 \cdot 10^{-9}$  ausrechnen.

Gegenüber einem  $\omega_f$  von etwa  $2 \cdot 10^{-4}$  für die am Eisen gestreute Strahlung ist diese direkte Strahlung durch den Konus auch dann noch zu vernachlässigen, wenn man den Aufbau der  $\gamma$ -Strahlung im Wolframkonus in Rechnung stellt und einem unwahrscheinlich großen Aufbaufaktor von ca 100 hinzunimmt. Dies wird auch in ausgezeichneter Weise durch Messungen von Galster /6/ bestätigt.

#### 5.) Streuung am Konus

Außer der direkten Transmission durch den Konus besteht noch die Möglichkeit, daß  $\gamma$ -Quanten am Konus gestreut werden und dadurch entweder durch eine zweite Streuung im Eisen oder, wenn der Streupunkt in einer Ecke des Konus liegt, direkt in den NaJ-Kristall gelangen können. Der letztere Fall kann vernachlässigt werden, da die hierfür in Frage kommenden Raumwinkel sehr klein sind.

Dies wird auch dadurch gut bestätigt, daß wir im gestreuten  $\gamma$ -Spektrum fast keine ( $< 1\%$ ) Impulse fanden, die einem kleineren Streuwinkel als  $30^\circ$  entsprechen. Die Energien der so in den Kristall gelangenden  $\gamma$ -Quanten liegen nämlich teilweise oberhalb des Wertes, der einem Streuwinkel von  $30^\circ$  entspricht.

Der Fall, daß die  $\gamma$ -Quanten am Konus zum Eisen hin gestreut werden und von dort durch eine zweite Streuung in den NaJ-Kristall gelangen können, soll im folgenden näher betrachtet werden. Das dazu benutzte Koordinatensystem ist in Bild 16 dargestellt.

In Analogie zu Kap. V, b gilt für diese Zweifachstreuung:

$$P_W = n_0 \cdot n_W \iiint J_a \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \kappa_1 \frac{d\sigma_0'}{d\Omega} \frac{d\sigma_0''}{d\Omega} w_W \cdot \cos \alpha \cdot \frac{dV_1}{4\pi r_1^2} \frac{dV_2}{S_x^2} \cdot d\Omega_\gamma \quad (96)$$

$$w_W = n_0 \cdot n_W \iiint J_a \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{d\sigma_0'}{d\Omega} \frac{d\sigma_0''}{d\Omega} \frac{dV_1}{4\pi r_1^2} \frac{dV_2}{S_x^2} \cdot d\Omega_\gamma$$

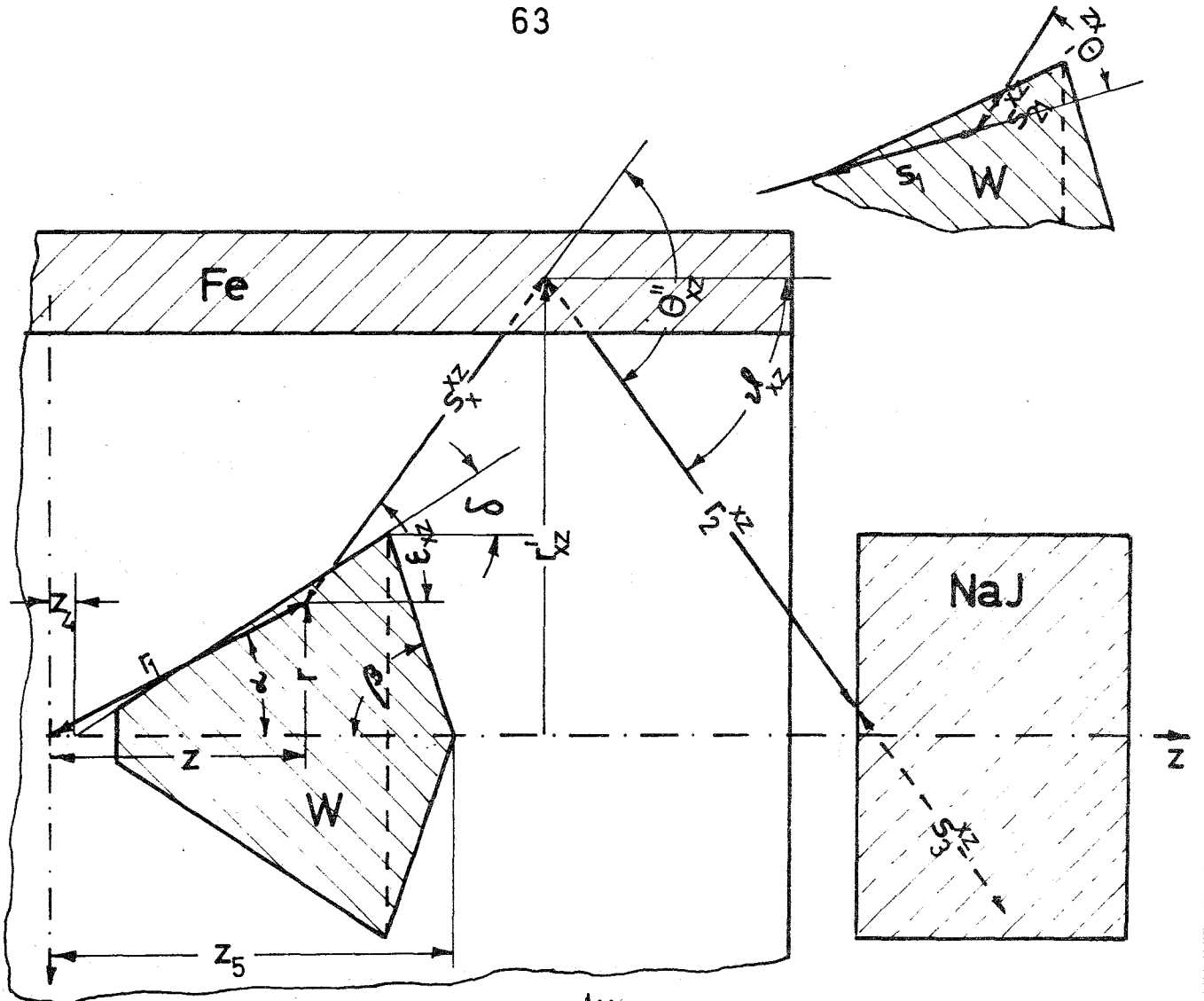
Mit dem Korrekturfaktor  $w_W$  für die polarisationsabhängige Absorption im Eisen

$$w_W = 1 - n_0 \left[ \sigma_c(k') \cdot \kappa_1 \cdot S_{22} + \sigma_c(k'') \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 \cdot S_{23} \right] \cdot \frac{\frac{d\sigma_0'}{d\Omega}}{\kappa_1 \frac{d\sigma_0'}{d\Omega}} \quad (97)$$

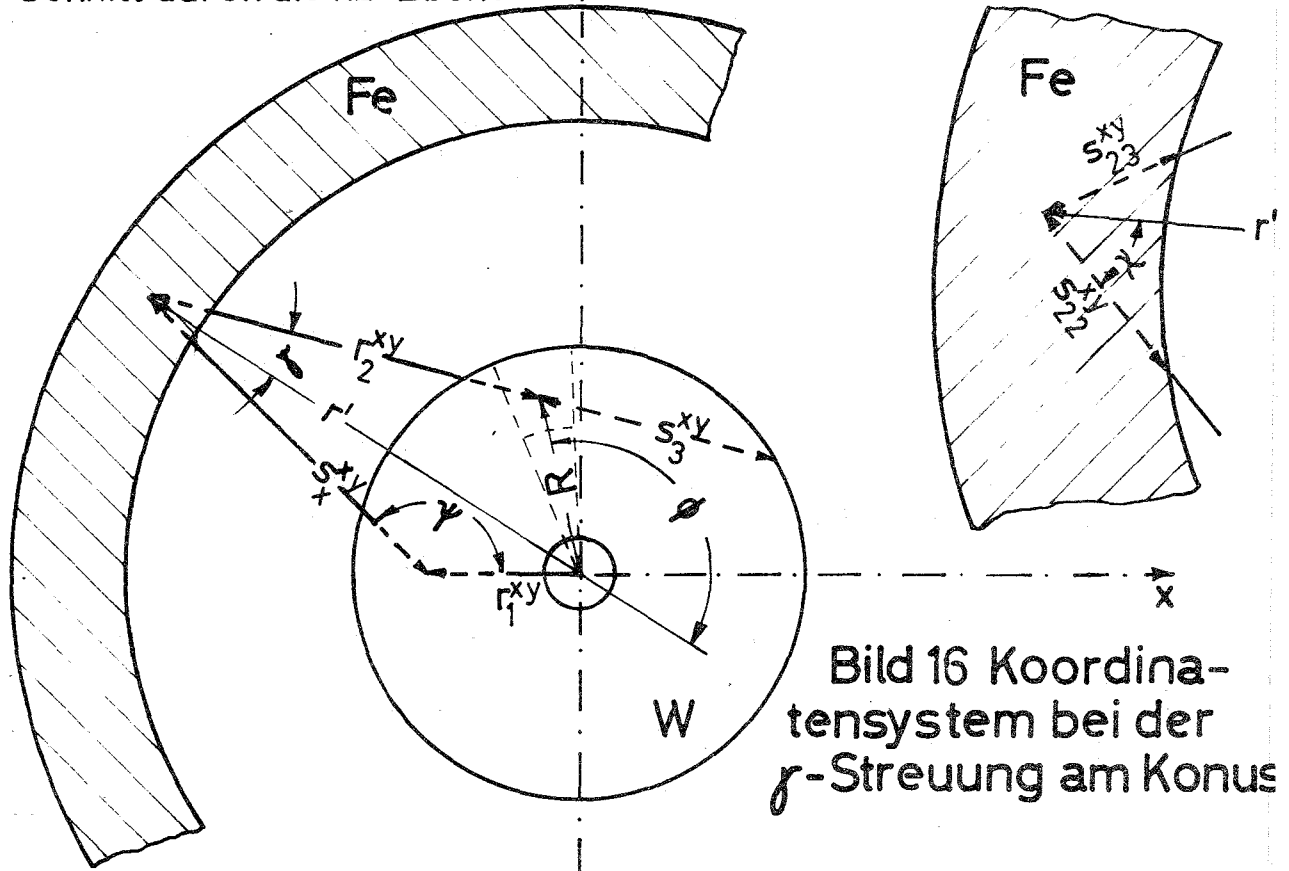
$n_W$  ist die Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  im Wolfram.

Die noch nicht in den Kap. IV, b und V, b behandelten Größen sind im folgenden aufgeführt. Es gilt hier:

$$\frac{dV_1}{4\pi r_1^2} = \frac{1}{2} \sin \alpha \, d\alpha \, dr_1 \quad \frac{dV_2}{S_x^2} = \sin \varepsilon \, d\varepsilon \, ds_x \, dy \quad (98)$$



Schnitt durch die xz-Ebene  $\uparrow y$



Schnitt durch die xy-Ebene

Bild 16 Koordinatensystem bei der  $\gamma$ -Streuung am Konus

$J_a$  hat die Form:

$$J_a = e^{-\left(\tau_w(k_0) \cdot s_{11} + \tau_w(k') \cdot s_{21} + \tau_A(k') \cdot s_{22} + \tau_A(k') \cdot s_{23}\right)} \quad (99)$$

mit den folgenden in den einzelnen Materialien von den  $f$ -Quanten zurückgelegten Strecken

$$s_{11} = r_1 - r_{1\min} \quad r_{1\min} = \frac{z_4 \cdot \operatorname{tg} \delta}{(\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \alpha) \cdot \cos \alpha} \quad (100)$$

$s_{21}$  nimmt zwei verschiedene Werte an je nachdem, ob das  $f$ -Quant den Wolframkonus durch den dem Präparat abgewandten oder zugewandten Kegel verläßt. Es gilt:

$$\begin{aligned} s_{21} &= s_C && \text{für } s_C < s_D \\ s_{21} &= s_D && \text{für } s_C > s_D \end{aligned} \quad (101)$$

wobei

$$s_C = A_1 + \sqrt{A_1^2 + B_1} \quad s_D = A_2 - \sqrt{A_2^2 - B_2}$$

Die Werte für  $A_1, B_1, A_2$  und  $B_2$  lassen sich aus den Bedingungen für den Schnittpunkt einer Geraden mit einem Kegel ableiten.

Die Formeln für diese Größen sind Anhang 4 zu entnehmen.

Weiterhin ist

$$s_{22} = \frac{r'}{\sin \vartheta} \left( \cos \chi - \sqrt{\left(\frac{u_0}{r'}\right)^2 - \sin^2 \chi} \right) \quad (102)$$

$$s_{23} = \frac{r'}{\sin \vartheta} \left( \cos \gamma - \sqrt{\left(\frac{u_0}{r'}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) \quad (103)$$

$r'$  und  $\chi$  erhält man in derselben Weise wie in Kap. V, b aus den Gleichungen 81, 84 und 85, wenn in diesen Formeln  $s_{21}$  durch  $s_x$  ersetzt wird.

Alle anderen Größen sind die gleichen wie in den Kap. IV, b und V, b verwendeten.

$\tau_w(k)$  ist der makroskopische Absorptionsquerschnitt im Wolfram,



der wieder durch ein Polynom angenähert wurde:

$$\tau_w(k) = w_0 + w_1 \cdot k + w_2 \cdot k^2 + w_3 \cdot k^3 \quad (104)$$

Die Koeffizienten  $w_n$  sind in Anhang 1 tabelliert.

Zu den Grenzen der Integrale 96 ist noch zu sagen:

$$S_{x \min} = \frac{r}{\sin \varepsilon} \left( \cos \psi + \sqrt{\left(\frac{U_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \psi} \right) \quad (105)$$

$$S_{x \max} = \frac{r}{\sin \varepsilon} \left( \cos \psi + \sqrt{\left(\frac{B_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \psi} \right)$$

und

$$r_{1 \max} = \frac{z_5 \cdot \operatorname{tg} \beta}{(\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha) \cdot \cos \alpha} \quad (106)$$

Die Auswertung der Integrale erfolgte wieder numerisch auf der IBM 7070/74. Die Ergebnisse dieser Rechnung sind Bild 17 zu entnehmen. Der genau wie bei der Kupfer- und Zweifachstreuung definierte Korrekturfaktor ist gleich 1, d.h. diese Streuung macht für  $\left\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \right\rangle$  nichts aus. Ihr Anteil  $w_w/w_f$  liegt unter 1 % und ist damit auch für  $w_f$  zu vernachlässigen.

#### 6.) Zusammenstellung aller Korrekturfaktoren auf der $f$ -Seite

In der folgenden Tabelle 6 sind die sich aus den Rechnungen der vorangegangenen Abschnitte ergebenden Korrekturfaktoren, soweit sie nicht gleich 1 sind, zusammengestellt.

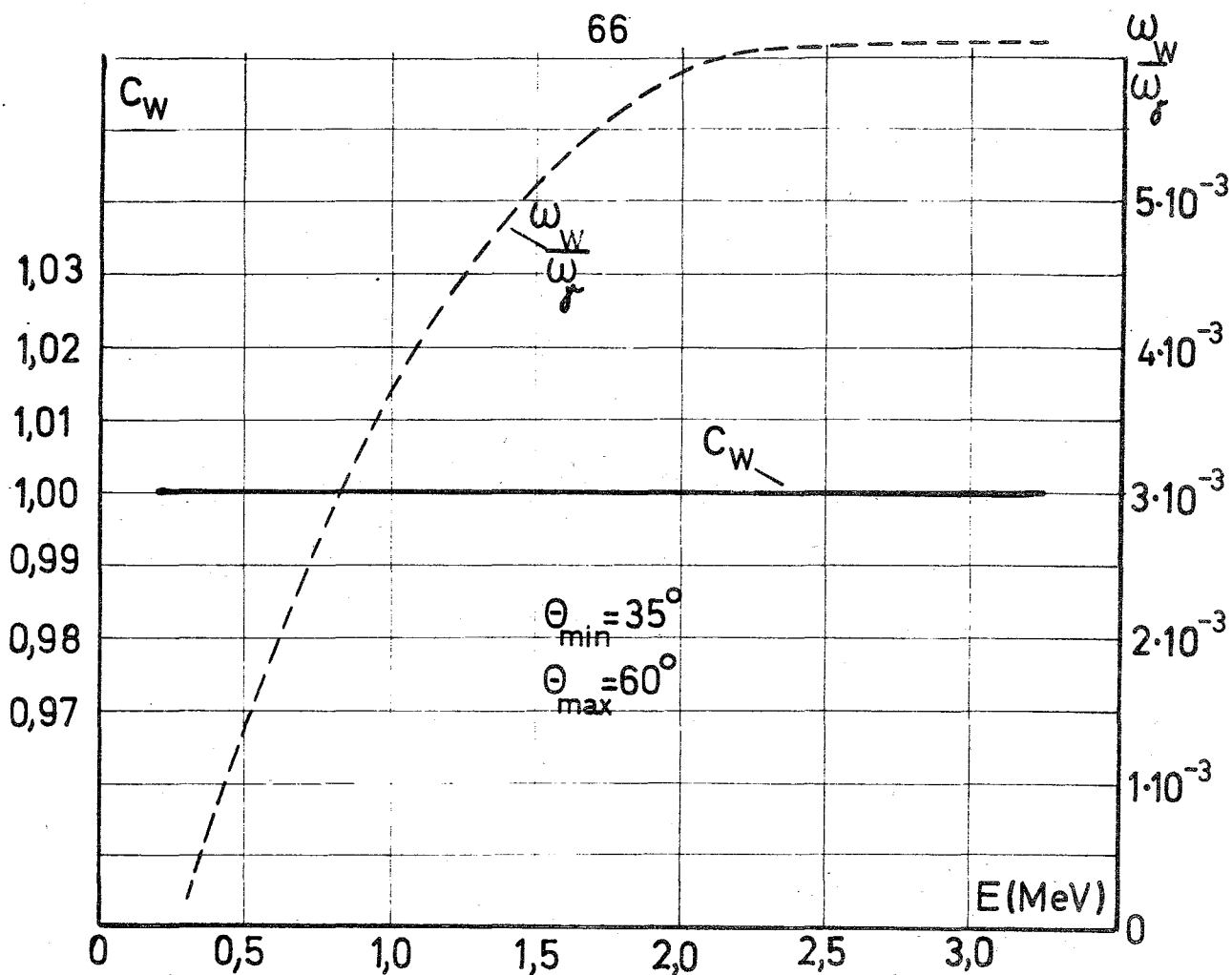
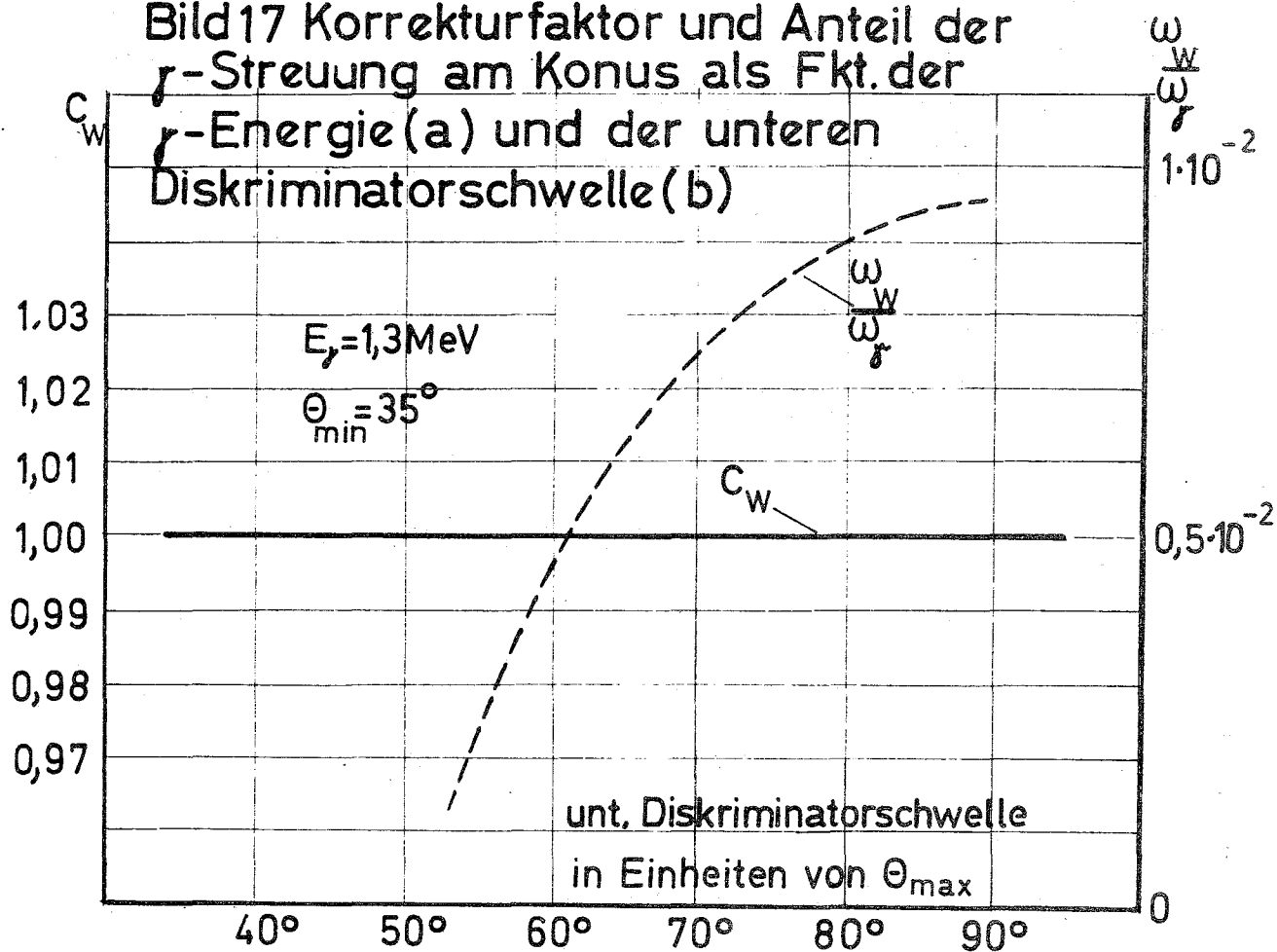


Bild 17 Korrekturfaktor und Anteil der  $\gamma$ -Streuung am Konus als Fkt. der  $\gamma$ -Energie (a) und der unteren Diskriminatorschwelle (b)



$\Theta_{\min}$  und  $\Theta_{\max}$  = min. und max. Streuwinkel bei Einfachstreuung

Tabelle 6

Nuklid	$C_K$	$C_Z$	$C_E$	$C_\gamma$
Co <sup>60</sup>	0,995	0,988	0,996	0,979
Na <sup>22</sup> (I)	0,997	0,981	1,000	0,978
Na <sup>22</sup> (II)	0,999	0,977	1,004	0,980
Na <sup>24</sup>	0,981	1,006	0,996	0,983
Ca <sup>47</sup>	0,996	0,985	0,998	0,979
Ar <sup>41</sup>	0,993	0,988	0,996	0,977
Mn <sup>52</sup> (I+II)	0,996	0,983	0,999	0,978
Mn <sup>52</sup> (III)	0,993	0,989	0,996	0,978
Mn <sup>56</sup>	0,994	1,003	0,998	0,995
V <sup>48</sup>	0,998	0,979	1,004	0,981
Cs <sup>134</sup>	0,995	0,993	1,000	0,988
Co <sup>58</sup>	0,996	0,993	0,998	0,987
Ag <sup>110m</sup>	0,993	1,002	0,998	0,993
Co <sup>56</sup>	0,999	0,977	1,006	0,982
Sc <sup>46</sup>	0,996	0,988	0,997	0,981

b.) Korrekturen auf der  $\beta$ - Seite

1.) Vielfachstreuung im Präparat

Durch die Vielfachstreuung im Präparat wird die  $\beta$ - $\gamma$ - Zirkularpolarisationskorrelation verwaschen und der gemessene Asymmetriekoeffizient verkleinert. In unserem Fall wirkt sich das so aus, daß  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  durch die Vielfachstreuung verringert wird. Diese Änderung kommt folgendermaßen zustande:

In einen  $\beta$ - Zähler mit dem Raumwinkel  $\frac{1}{4\pi} \sin \nu \, d\nu \, d\varphi$  dessen Verbindungsgerade zwischen Präparat und Zähler den Winkel  $\nu$  gegen die Achse des Magneten aufweist, kann ein  $\beta$ - Teilchen

das das Präparat unter einem Winkel  $\nu'$  gegen die Magnetachse verläßt, mit einer Streuwahrscheinlichkeit

$$F(\gamma, \nu', \rho) \sin \nu \, d\nu \, d\gamma \, d\rho$$

gestreut werden, wobei  $\gamma$  der Winkel zwischen den Richtungen  $\nu$  und  $\nu'$ , d.h. der Winkel um den das  $\beta$ -Teilchen gestreut wird, und  $\rho$  der Impuls der Elektronen ist. Verlassen die  $\beta$ -Teilchen das Präparat in diesem Fall mit einem Raumwinkel  $\frac{1}{4\pi} \sin \gamma \, d\gamma \, d\varphi$  wo  $\varphi$  der Azimutwinkel zwischen  $\nu$  und  $\nu'$  ist, gilt nach Kap. IV, a und c für  $\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_{\nu}$  unter Berücksichtigung der Vielfachstreuung (siehe Gleichung 48):

$$\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_{\nu} = \frac{\int_0^{\rho} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\nu}{c} \cos \nu' F(\gamma, \nu', \rho) \cdot w(\rho) \cdot \sin \nu \, d\nu \, d\gamma \, d\varphi \, d\rho}{\int_0^{\rho} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\gamma, \nu', \rho) \cdot w(\rho) \cdot t(\rho, \nu) \cdot \sin \nu \, d\nu \, d\gamma \, d\varphi \, d\rho} \quad (107)$$

$$\frac{t(\rho, \nu) \sin \gamma \, d\gamma \, d\varphi \, \sin \nu \, d\nu \, d\rho}{\sin \gamma \, d\gamma \, d\varphi \, \sin \nu \, d\nu \, d\rho}$$

Zwischen den einzelnen Winkeln gilt dabei die Beziehung

$$\cos \nu' = \cos \nu \cos \gamma - \sin \nu \sin \gamma \cos \varphi \quad (108)$$

Zur Lösung dieser Integrale kann man die Näherung einführen, daß die Streuwahrscheinlichkeit  $F(\gamma, \nu', \rho)$  nur vom Streuwinkel  $\gamma$  und nicht mehr von  $\nu'$  abhängt, was in unserem Fall nur einigermaßen gut gilt, wenn die Streuverteilung sehr scharf und nach vorne gerichtet ist, d.h. die Präparate sehr dünn sind und die Beiträge zur Integration von weiter entfernt liegenden Streuwinkeln vernachlässigt werden können. Denn in Wahrheit ist die von den  $\beta$ -Teilchen im Präparat zurückgelegte Wegstrecke umgekehrt proportional zu  $\cos \nu'$ , so daß diese Näherung umso schlechter wird,

je breiter die Streuverteilung ist und je mehr der Winkel  $\nu$ , unter dem die  $\beta$ -Teilchen vom Spektrometer zum Scintillator durchgelassen werden, sich  $90^\circ$  nähert. Da bei uns die Elektronen vom Spektrometer im Mittel unter einem Winkel von  $45^\circ$  akzeptiert werden, dürfte diese Näherung für den hier betrachteten Fall noch einigermaßen gut erfüllt sein.

Wir ersetzen also in  $F(r, r, p)$   $r'$  durch  $r$  und erhalten damit:

$$\left\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \right\rangle_{\nu} = \frac{\int_0^{p_0} w(p) \int_0^{\pi} t(p, r) \frac{\nu}{c} \cos \nu \int_0^{\pi} \cos \nu \cdot F(r, r, p) \sin \nu d\nu \sin r dr dp}{\int_0^{p_0} w(p) \int_0^{\pi} t(p, r) \int_0^{\pi} F(r, r, p) \sin \nu d\nu \sin r dr dp} \quad (109)$$

In dieser Formel ist aber

$$\overline{\cos \nu} = \frac{\int_0^{\pi} \cos \nu F(r, r, p) \sin \nu d\nu}{\int_0^{\pi} F(r, r, p) \sin \nu d\nu} \quad (110)$$

nichts anderes als der mittlere Kosinus des Streuwinkels  $\nu$  bei einem bestimmten Impuls der Elektronen, wobei

$$\int_0^{\pi} F(r, r, p) \sin \nu d\nu$$

unabhängig vom Impuls  $p$  der Elektronen und dem Winkel  $\nu$  eine feste Zahl ist, die nur zur Normierung dient (Erhaltung der Teilchenzahl).

In unserem Fall ist dann der Korrekturfaktor  $G_{\beta}$ , mit dem  $\left\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \right\rangle$  multipliziert werden muß, um die Vielfachstreuung zu berücksichtigen

$$\overline{G_{\beta}} = \frac{\left\langle G_{\beta} \frac{\nu}{c} \cos \nu \right\rangle}{\left\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \right\rangle} \quad (111)$$

wobei

$$G_{\beta} = \overline{\cos \nu}$$

Um den mittleren Kosinus des Streuwinkels auszurechnen, benützen wir die Theorie von Goudsmit und Saunderson (/26/, /27/) für die Vielfachstreuung von Elektronen beim Durchgang durch Materie. Diese Autoren entwickeln die Streuwahrscheinlichkeit nach Legendre-Polynomen:

$$F(\gamma, \rho) \sin \gamma d\gamma = \frac{1}{2} \sum_{\ell} (2\ell+1) \cdot G_{\ell}(\rho) \cdot P_{\ell}(\cos \gamma) \sin \gamma d\gamma \quad (112)$$

Diese Entwicklung hat den großen Vorteil, daß sich der mittlere Kosinus des Streuwinkels nach Formel 110 sofort angeben läßt. Es ist ( $G_0 = 1$ ):

$$\overline{\cos \gamma} = G_1(\rho) \quad (113)$$

Der Entwicklungskoeffizient  $G_1(\rho)$  von Formel 112 hat dabei die Form:

$$G_1(\rho) = e^{-g_1(\rho) \cdot t} \quad (114)$$

wobei

$$g_1(\rho) = 0,604 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{Z^2}{M} \cdot \frac{\rho^2 + 1}{\rho^4} \ln \left( \frac{150 \cdot \rho}{Z^{1/3}} \right) \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{mg}} \right]$$

t ist die Dicke der Streufolie in  $\text{mg}/\text{cm}^2$

p ist der Impuls in Einheiten von  $m_0 c$

Z ist die Kernladung des Folienmaterials

M ist ihr Atomgewicht

In der Theorie von Goudsmit und Saunderson wurden folgende Voraussetzungen gemacht:

Alle Elektronen haben im Streumaterial die gleiche Weglänge, d.h. die Theorie gilt nur für kleine Streuwinkel.  $\overline{\cos \gamma}$  darf nicht mehr als einige Prozent von 1 abweichen. Rückstreuung und inelastische Streuung wurden vernachlässigt.

Ein Vergleich dieser Theorie mit der hauptsächlich benutzten

von Molière /29/ wurde von Bethe /30/ durchgeführt.

Für die Berechnung der speziellen Form von Gleichung 114 wurde zur Berücksichtigung der Abschirmung des Kernes durch die Hüllenelektronen das Thomas-Fermi-Modell und die Born'sche Näherung verwendet. Diese Näherungen beeinflussen nur das Glied unter dem Logarithmus.

Da unsere Präparate in fast allen Fällen auf beiden Seiten mit Folien abgedeckt waren, setzt sich  $G_1(p)$  aus zwei Faktoren zusammen, einem für die Abdeckfolie und einem für das Präparat:

$$G_1(p) = G_1^P(p) \cdot G_1^A(p) \quad (115)$$

Für die Abdeckfolie ist:

$$G_1^A(p) = e^{-g_1 \frac{\sigma_1}{\cos \nu}} \quad (116)$$

$\sigma_1$  ist die Dicke der Abdeckfolie in  $\text{mg}/\text{cm}^2$

Für ein Präparat mit der Dicke  $\sigma_2$  haben die  $G_1(p)$  etwas andere Werte, weil die  $\beta$ -Teilchen je nach Zerfallsort verschiedene Wege im Präparatmaterial durchlaufen und über alle diese Wege gemittelt werden muß. Es gilt:

$$G_1^P(p) = \frac{\int_0^{\sigma_2} e^{-g_1 \frac{t}{\cos \nu}} dt}{\int_0^{\sigma_2} dt}$$

und damit

$$G_1^P = \frac{1 - e^{-g_1 \frac{\sigma_2}{\cos \nu}}}{g_1 \frac{\sigma_2}{\cos \nu}} \quad (117)$$

Frankel, der diese Korrekturkoeffizienten durch eine etwas andere Ableitung gewonnen hat (siehe /28/) hat gezeigt, daß die damit berechneten Korrekturen ganz gut durch das Experiment wiederge-

geben werden /31/. Mit allen oben diskutierten sowohl in der Theorie von Goudsmit und Saunderson als auch in der Ableitung von Formel 109 liegenden Näherungen wurde die Genauigkeit von  $1 - G_\beta$  auf  $\pm 20\%$  geschätzt.

Besteht das streuende Material aus Kernen mit verschiedenen Z und M gilt:

$$\frac{\bar{Z}^2}{\bar{M}} = \frac{Z_1^2 \cdot n_1 + Z_2^2 \cdot n_2 + Z_3^2 \cdot n_3 + \dots}{\bar{M}}$$

(118)

$$\ln \frac{1}{\bar{Z}^{1/3}} = \frac{Z_1^2 \cdot n_1 \ln \frac{1}{Z_1^{1/3}} + Z_2^2 \cdot n_2 \ln \frac{1}{Z_2^{1/3}} + \dots}{n_1 Z_1^2 + n_2 Z_2^2 + \dots}$$

Hier ist  $\bar{M}$  das Molekulargewicht der Verbindung und die  $n_1$  sind die Anzahl der Atome des betreffenden Elements im Molekül.

Die Berechnung der Integrale 109 wurde in genau derselben Art wie die der Integrale 48 auf der IBM 7070/74 numerisch ausgeführt. Die Korrekturfaktoren  $G_\beta$  sind dabei für die einzelnen Nuklide in Bild 18 in Abhängigkeit von der Dicke des Präparates dargestellt; die Stärke der Abdeckfolie blieb in allen Fällen konstant. Sie bestand bis auf einige Ausnahmen aus  $4 \mu$  ( $0,56 \text{ mg/cm}^2$ ) Hostaphanfolie ( $\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}_4$ ). Die Spektrometereinstellungen, mit denen diese Korrekturen berechnet wurden, sind aus Tabelle 3 zu entnehmen.

Bei den einzelnen Messungen lagen die Nuklide in folgenden chemischen Verbindungen vor.

Tabelle 7

Nuklid	chem. Verbindungen
Co <sup>56</sup>	CoCl <sub>2</sub>
Co <sup>58</sup>	CoCl <sub>2</sub>
Co <sup>60</sup>	Co
Na <sup>22</sup>	NaCl
Na <sup>24</sup>	NaCO <sub>3</sub> · H <sub>2</sub> O
Ca <sup>47</sup>	Ca(NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>
Mn <sup>52</sup>	MnCl <sub>2</sub> · 4 H <sub>2</sub> O
Mn <sup>56</sup>	MnCl <sub>2</sub> · 4 H <sub>2</sub> O



Tabelle 7 ( Fortsetzung)

$V^{48}$	$V_2O_5$
$Cs^{134}$	$CsCl$
$Ag^{110m}$ (I + II)	$AgNO_3$
$Ag^{110m}$ (III)	$Ag$
$Sc^{46}$	$Sc$

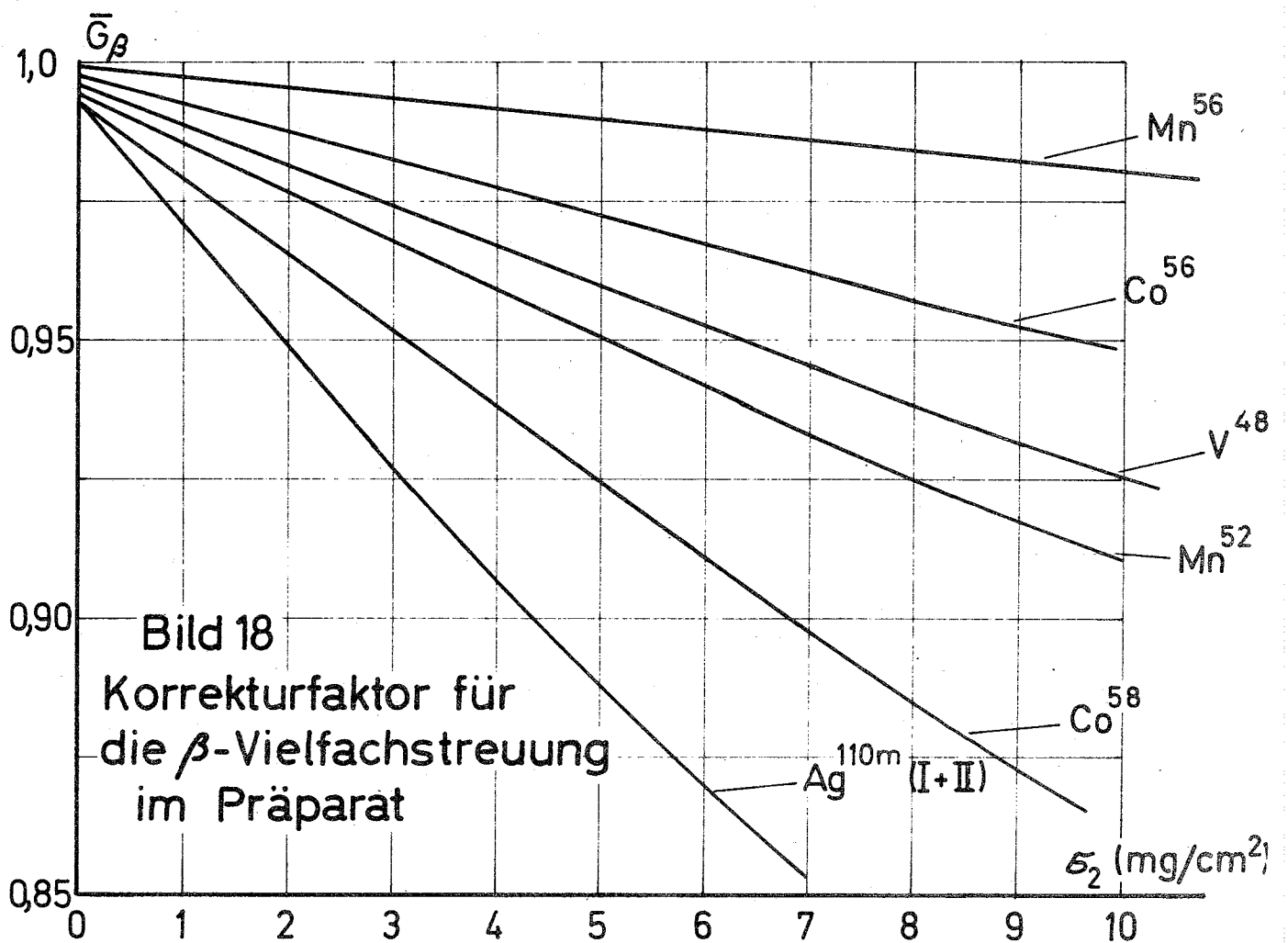
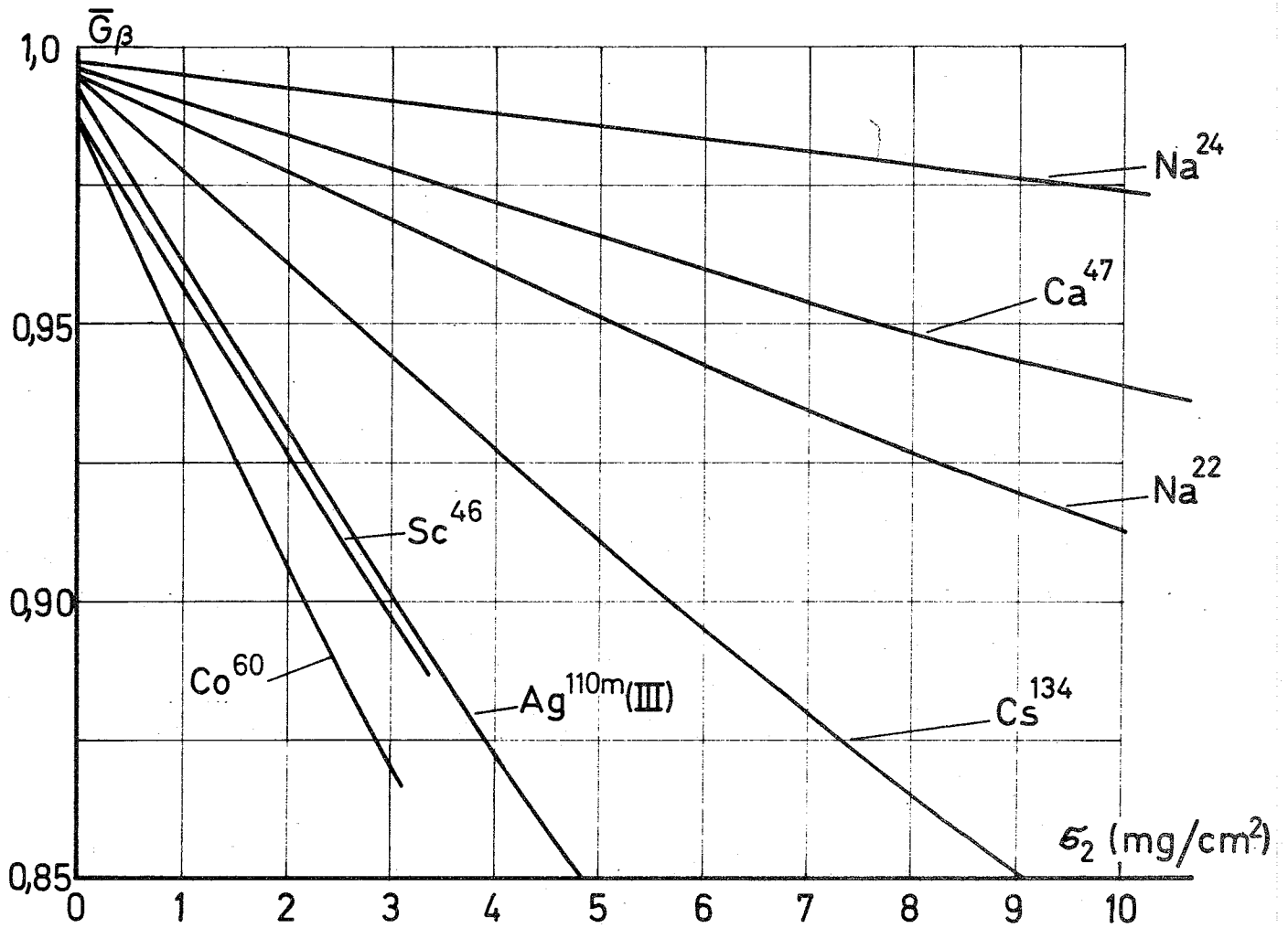
Die Werte der Korrektur bei der Präparatdicke 0 sind die Korrekturen, die durch die Abdeckfolie allein verursacht werden. Man sieht aus Bild 18, daß vorallem bei  $Co^{60}$  und  $Sc^{46}$  die Korrektur für Vielfachstreuung in dem Bereich, in dem üblicherweise die Präparatdicken liegen, schon erhebliche Werte annehmen kann. Das liegt hier an der niedrigen maximalen Energie des  $Sc^{46}$  und  $Co^{60}$  (siehe Tab. 3 und Formel 114). Dasselbe gilt für  $Cs^{134}$  und  $Ag^{110}$ , in diesem Fall aber wegen der hohen Z - Werte dieser Nuklide.

Wie oben schon erwähnt, wurde bei verschiedenen Nukliden eine andere Abdeckung der Präparate gewählt.  $Sc^{46}$ ,  $Co^{60}$  und  $Ag^{110}$  (III) wurden auf eine  $0,6 \text{ mg/cm}^2$  starke Glimmerfolie aufgedampft und auf der anderen Seite nicht abgedeckt. In Bild 18 ist ein Korrekturfaktor dargestellt, der aus dem Wert mit Glimmerabdeckfolie und dem ohne Glimmerabdeckfolie gemittelt wurde, da bei unserer Vierfachapparatur mit diesem Faktor korrigiert werden muß.

Die Umhüllung bei  $Ar^{41}$  bestand aus einer Pyrex-Glaskugel mit folgender chemischen Zusammensetzung:

80,2 %	$Si_2O_2$
12,9 %	$B_2O_3$
3,5 %	$Na_2O$
2,2 %	$Al_2O_3$
1,15%	$K_2O$

Die Korrektur wird hier hauptsächlich von der Glasumhüllung verursacht, die Vielfachstreuung im Gas ist dagegen klein. In diesem speziellen Fall hat die Umhüllung die Form einer Kugel, daher



muß in Formel 117  $\frac{51}{\cos \nu}$  durch  $51$  ersetzt werden.  
Bei einer Wanddicke der Glaskugel von  $30 \pm 6 \text{ mg/cm}^2$  beträgt der Korrekturfaktor für Vielfachstreuung bei  $\text{Ar}^{41}$  :

$$G = 0,88 \pm 0,04$$

## 2.) Rückstreuung im Präparat und an der Abdeckfolie

Zusätzlich zu der im Präparat und in der Abdeckfolie auftretenden Vielfachstreuung in Vorwärtsrichtung hat die Rückstreuung einen starken Einfluß auf den gemessenen Effekt, weil sie den Winkel zwischen  $\beta$ -Teilchen und  $\gamma$ -Quant um  $180^\circ$  ändert und deshalb der Effekt bei den rückgestreuten Elektronen oder Positronen sein Vorzeichen wechselt. (siehe zum folgenden auch /20/)  
Wapstra et al./33/ geben eine empirische Formel für den Anteil der von einer Folie rückgestreuten Elektronen an:

$$\frac{\Delta I'}{I} = f^* \left( 1 - 2^{-\frac{351}{d_{1/2}}} \right) \quad (119)$$

$f^*$  ist der Rückstreukoeffizient bei Sättigungsdicke. Er hängt praktisch nicht von der Energie ab und ist nur eine Funktion von  $Z$ . Für Elektronen und Positronen hat er unterschiedliche Werte (siehe /1/, S. 11 und /33/).

$5_1$  ist die Dicke des rückstreuenden Materials in  $\text{mg/cm}^2$ .  
Außerdem ist:

$$d_{1/2} = 0,1 \cdot R(\text{Al}) \cdot \frac{118}{105 + Z} \quad (120)$$

$R(\text{Al})$  ist die Reichweite der ausgesandten Elektronen oder Positronen im Aluminium.

$Z$  ist die mittlere Kernladung des rückstreuenden Materials, die in ähnlicher Weise wie in Formel 118 ermittelt wurde.

Diese Formel gilt für die Unterlage auf die das Präparat aufgebracht wird. Für das Präparat selbst muß genau wie in Formel 117 über die ganze Präparatdicke gemittelt werden.

$$\frac{\Delta I}{I} = f^* \left( 1 - \frac{1 - 2^{-\frac{3\epsilon_2}{d_{1/2}}}}{\frac{3\epsilon_2}{d_{1/2}} \ln 2} \right) \quad (121)$$

$\epsilon_2$  ist die Präparatdicke in  $\text{mg}/\text{cm}^2$

Für kleine Präparatdicken kann man durch Entwickeln der Formel 119 und 121 sehen, daß für die wirksame Präparatdicke gerade die halbe Dicke des aktivierten Materials in 119 eingesetzt werden müßte.

Die nach den Formeln 119 und 121 errechneten Anteile der rückgestreuten Elektronen oder Positronen müssen noch mit einem Faktor  $\alpha$  multipliziert werden, der berücksichtigt, daß die rückgestreuten Elektronen besonders bei niedrigem Z Energie verlieren und daher das Spektrometer nicht mehr passieren können. Dieser Faktor muß experimentell bestimmt werden. Er wurde bei uns durch Hinterlegen von Hostaphan-, Al-, Ni- und Ag-Folien hinter ein  $\text{Na}^{22}$ -Präparat gemessen. Da dieser Faktor auch von der speziellen Stellung des Spektrometers abhängt, wurde jedes Mal der Transmissionsbereich in Abhängigkeit vom Magnetfeld von der höchsten Transmission bis auf den Wert 0 durch stetiges Erhöhen des Magnetfeldes durchgeführt und aus

$$\frac{\Delta I^*}{I^*} = \frac{N_{\beta F} - N_{\beta}}{N_{\beta}} \quad (122)$$

der Anteil der vom Spektrometer akzeptierten rückgestreuten Elektronen bestimmt. Aus dem Vergleich, mit dem nach Formel 119 errechneten Anteil konnte dann dieser Faktor erhalten werden. Er ist in Bild 19 als Funktion der mittleren Kernladung des rückstreuenden Materials bei verschiedenen Werten von  $\omega_{\beta}$  dargestellt.

Der Fehler bei dieser Bestimmung von  $\alpha$  betrug  $\pm 10\%$ .

Zur Ermittlung der maximalen Reichweite der Elektronen im Aluminium R(Al) wurde dabei die maximale Energie der  $\beta$ -Teilchen und die Formel von Katz und Penfold /34/ benutzt.

$$R(\text{mg}/\text{cm}^2) = 412 \cdot E_{\beta}^n \quad (123)$$

$$n = 1,265 - 0,0954 \ln E_{\beta} \quad (124)$$

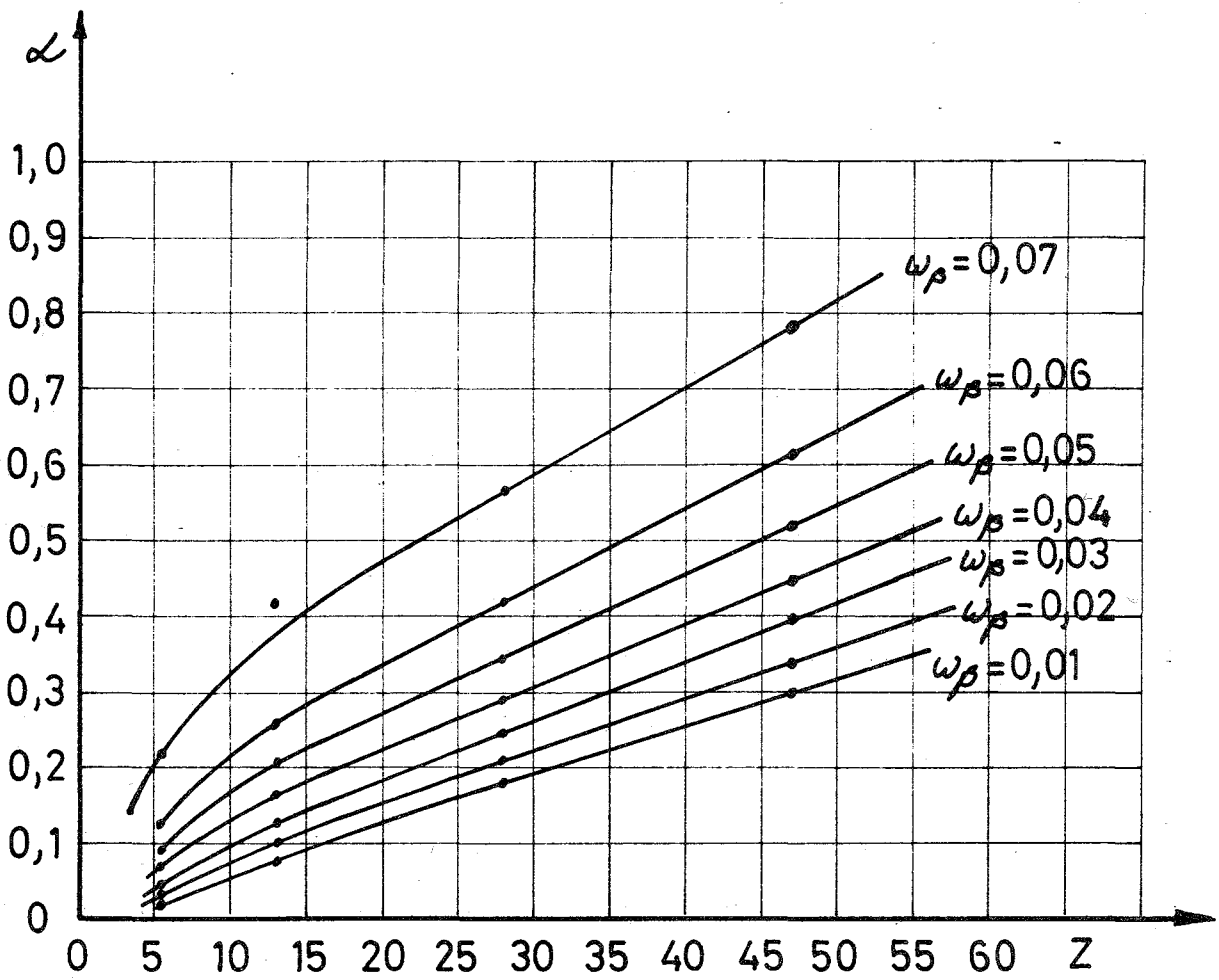


Bild 19  $\alpha$  als Fkt. der Kernladung  
(gemessen mit  $\text{Na}^{22}$ )

$E_{\beta}$  ist die kin. Maximalenergie der Elektronen in MeV

Damit ist der Korrekturfaktor für Rückstreuung, wenn man berücksichtigt, daß der Effekt für die rückgestreuten Elektronen oder Positronen das entgegengesetzte Vorzeichen hat:

$$G_R = 1 - 2\alpha \frac{\Delta I}{I} - 2\alpha_F \frac{\Delta I'}{I} \quad (125)$$

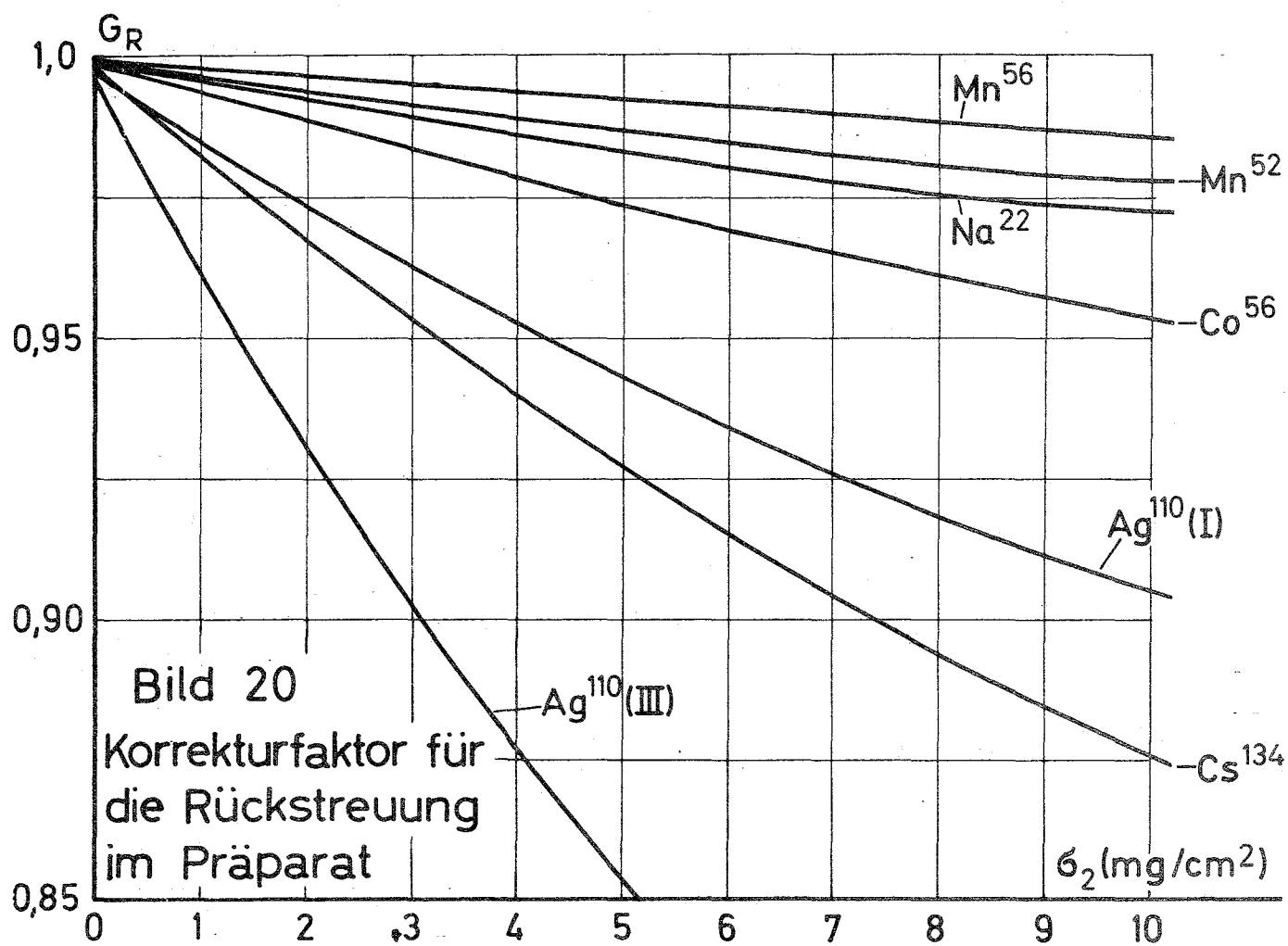
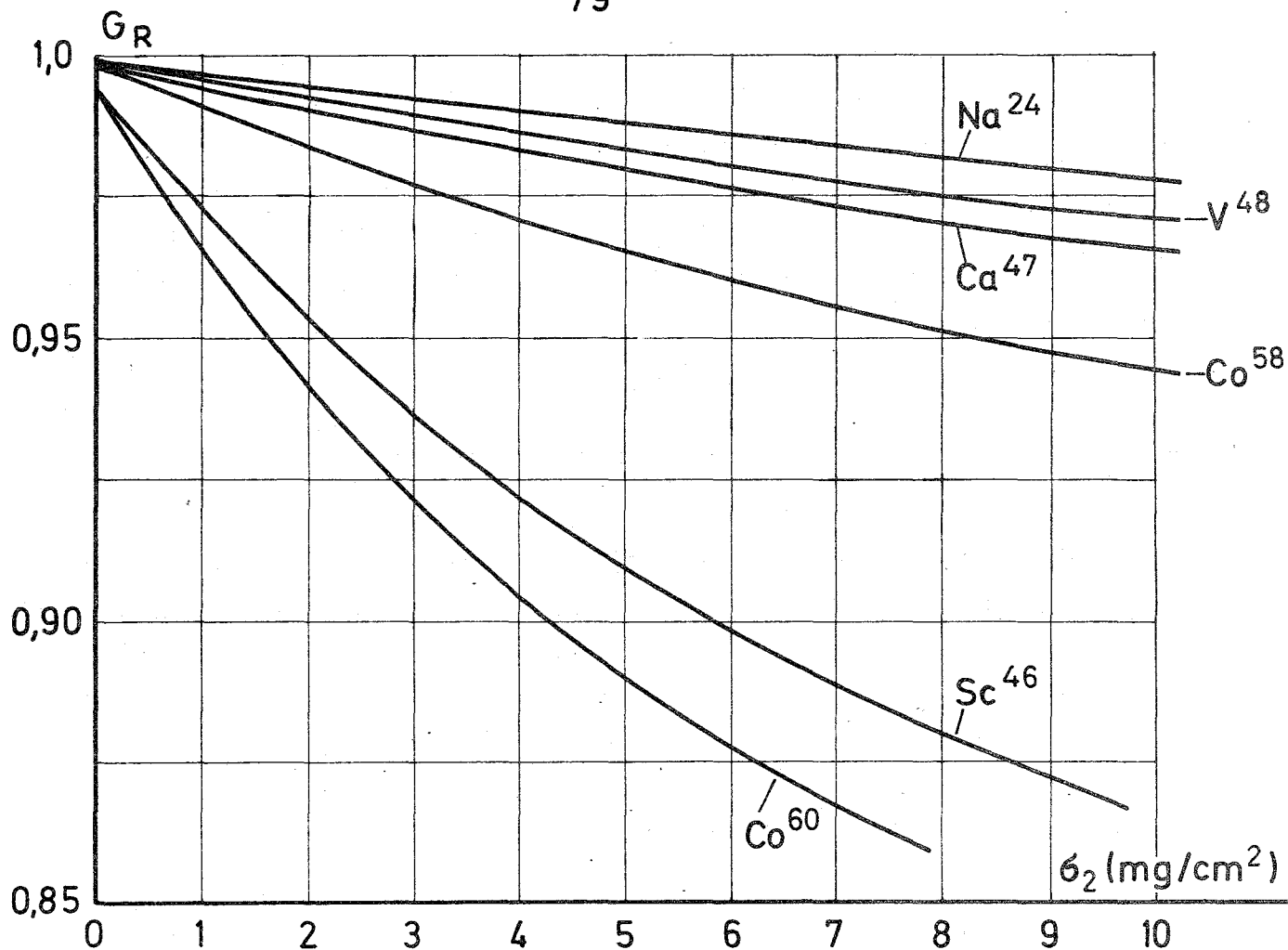
Dieser Korrekturfaktor ist in Bild 20 als Funktion der Präparatdicke für die einzelnen gemessenen Nuklide dargestellt. Die zu dieser Rechnung benutzten Größen sind in der folgenden Tabelle 8 zusammengestellt. Die totalen  $\beta$ -Nachweiswahrscheinlichkeiten sind aus Tabelle 3 zu entnehmen.

Tabelle 8

Nuklid	Z	$f^*$	$\alpha$	$Z_F$	$f_F^*$	$\alpha_F$
Co <sup>60</sup>	27	0,52	0,22	10,5	0,38	0,09
Na <sup>22</sup>	14	0,28	0,12	5,3	0,19	0,035
Na <sup>24</sup>	7,7	0,34	0,21	5,3	0,27	0,15
Ca <sup>47</sup>	10	0,38	0,14	5,3	0,27	0,075
Ar <sup>41</sup>	18	0,47	0,29	10	0,38	0,19
Mn <sup>52</sup>	10	0,25	0,11	5,3	0,19	0,055
Mn <sup>56</sup>	10	0,38	0,26	5,3	0,27	0,16
V <sup>48</sup>	14	0,28	0,16	5,3	0,19	0,06
Cs <sup>134</sup>	41	0,55	0,29	5,3	0,27	0,025
Co <sup>58</sup>	21	0,34	0,175	5,3	0,19	0,035
Ag <sup>110</sup> (I, II)	22	0,49	0,22	5,3	0,27	0,055
Ag <sup>110</sup> (III)	47	0,57	0,42	10,5	0,38	0,12
Co <sup>56</sup>	21	0,34	0,46	5,3	0,19	0,20
Sc <sup>46</sup>	21	0,49	0,22	10,5	0,38	0,13

Der Index F bezeichnet die Abdeckfolie

Aus Bild 20 ersieht man, daß dieser Rückstreukorrekturfaktor wieder bei Sc<sup>46</sup>, Co<sup>60</sup>, Ag<sup>110</sup> und Cs<sup>134</sup> besonders groß ist. Der Wert



bei der Präparatdicke 0 ist die Korrektur, die durch die Abdeckfolie allein verursacht wird.

Bei  $\text{Ar}^{41}$  wird die Korrektur nur durch die Glaskugel hervorgerufen, die Rückstreuung im Gas kann vernachlässigt werden. Für diesen Fall ist die Rückstreukorrektur bei einer Dicke der Glaskugel von  $30 \pm 6 \text{ mg/cm}^2$

$$G_R = 0,90 \pm 0,03$$

### 3.) Energieverlust der Elektronen oder Positronen im Präparat

Beim Durchqueren der Abdeckfolie und des Präparates verlieren die Elektronen etwas an Energie. Dies wirkt sich auf  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  in derselben Weise aus, wie wenn das Magnetfeld des Spektrometers erhöht würde, d.h.  $\langle \frac{v}{c} \cos \nu \rangle$  wird vergrößert. Dieser Effekt liegt aber in allen bei uns vorkommenden Fällen unter 1 %, was durch Rechnungen mit entsprechend geänderten Magnetfeldern abgeschätzt wurde. Aus diesem Grund wurde der Einfluß des Energieverlustes der Elektronen oder Positronen vernachlässigt.

### 4.) Zusammenstellung der Korrekturfaktoren auf der $\beta$ -Seite

In der folgenden Tabelle 9 sind die Korrekturfaktoren für Vielfach- und Rückstreuung, wie sie sich aus dem vorangegangenen ergeben, für die einzelnen gemessenen Nuklide dargestellt.

Tabelle 9

Nuklid	Präparatdicke ( $\text{mg/cm}^2$ )	$\bar{G}_\beta$	$G_R$	$C_\beta$
$\text{Co}^{60}$ (I)	$0,17 \pm 0,05$	$0,981 \pm 0,7 \%$	$0,988 \pm 0,3 \%$	$0,969 \pm 1 \%$
$\text{Co}^{60}$ (II)	$0,40 \pm 0,05$	$0,972 \pm 0,9 \%$	$0,982 \pm 0,4 \%$	$0,956 \pm 1,3 \%$
$\text{Na}^{22}$	$2,4 \pm 0,8$	$0,974 \pm 1,1 \%$	$0,991 \pm 0,4 \%$	$0,965 \pm 1,5 \%$
$\text{Na}^{24}$	$3 \pm 2$	$0,99 \pm 0,7 \%$	$0,992 \pm 0,5 \%$	$0,982 \pm 1,2 \%$
$\text{Ca}^{47}$ (I)	$9,5 \pm 3$	$0,94 \pm 3 \%$	$0,966 \pm 1,3 \%$	$0,908 \pm 4,3 \%$



Tabelle 9 (Fortsetzung)

Nuklid	Präparat- dicke (mg/cm <sup>2</sup> )	$\bar{G}_\beta$	$G_R$	$C_\beta$
Ca <sup>47</sup> (II)	3,2 ±1	0,977±1 %	0,986±0,6 %	0,963±1,5 %
Ar <sup>41</sup>		0,88 ±4 %	0,90 ±3 %	0,792±7 %
Mn <sup>52</sup> (I)	1,4 ±0,4	0,982±0,7 %	0,995±0,3%	0,977±1 %
Mn <sup>52</sup> (II)	4,1 ±1,5	0,959±2 %	0,989±0,6%	0,948±2,6%
Mn <sup>52</sup> (III)	1,8 ±0,6	0,979±0,9 %	0,994±0,3%	0,973±1,2%
Mn <sup>56</sup>	3 ±2	0,994±0,5 %	0,995±0,4%	0,989±0,9%
V <sup>48</sup>	2,5 ±0,8	0,978±1,1 %	0,991±0,4%	0,969±1,5%
Cs <sup>134</sup>	1,7 ±0,6	0,966±1,7 %	0,972±1,1%	0,939±2,8%
Co <sup>58</sup>	1,8 ±0,6	0,968±1,4 %	0,985±0,7%	0,953±2,1%
Ag <sup>110m</sup> (I)	7,8 ±2	0,835±7 %	0,92 ±2,5%	0,768±9,5%
Ag <sup>110m</sup> (II)	3,3 ±1	0,921±3,7 %	0,959±1,5%	0,883±5,2%
Ag <sup>110m</sup> (III)	3,0 ±0,6	0,902±4 %	0,903±2,7%	0,815±6,7%
Co <sup>56</sup>	0,7 ±0,3	0,994±0,3 %	0,995±0,3%	0,989±0,6%
Sc <sup>46</sup>	0,1 ±0,03	0,984±0,4 %	0,992±0,1%	0,976±0,5%

c.) Korrekturen durch unerwünschte Koinzidenzen

1.) Allgemeines

Bis jetzt haben wir in Kap. III, b nur die Koinzidenzrate zwischen  $\beta$ - und  $\gamma$ - Zählern betrachtet, die uns eigentlich interessiert. In Wirklichkeit enthält die gemessene Koinzidenzrate noch andere Anteile. Hier sind in erster Linie die zufälligen Koinzidenzen und beim Vorhandensein mehrerer  $\gamma$ - Übergänge in Kaskade die  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen zu nennen, die dadurch entstehen, daß die  $\beta$ - Zähler in geringem Maße auch auf  $\gamma$ - Quanten ansprechen. Nehmen wir als Beispiel an, es seien zusätzlich zu dem  $\beta$ - Übergang zwei  $\gamma$ -Kaskadenübergänge vorhanden, die wir mit den römischen Ziffern I und II bezeichnen. Dann ist die gemessene Koinzidenzrate:

$$\begin{aligned}
 K_{mn} = & a_{mn} \cdot N_0 \cdot \omega_{\beta m} \cdot (\omega_{\gamma, n}^I + \omega_{\gamma, n}^{II} - \omega_{\gamma, n}^I \cdot \omega_{\gamma, n}^{II}) \cdot (1 + \Delta) \\
 & + a_{mn} \cdot N_0 \cdot K_{mn} \cdot (1 - \omega_{\beta m}) \cdot (\omega_{\beta n}^{I\gamma} \cdot \omega_{\gamma, n}^{II} + \omega_{\beta n}^{II\gamma} \cdot \omega_{\gamma, n}^I) \quad (126) \\
 & + 2 \tau_{mn} \cdot N_{\beta m} \cdot N_{\gamma n}
 \end{aligned}$$

mit den Einzelraten

$$\begin{aligned}
 N_{\beta m} &= N_0 \cdot (\omega_{\beta m} + \omega_{\beta m}^{I\gamma} + \omega_{\beta m}^{II\gamma} - (\omega_{\beta m}^{I\gamma} + \omega_{\beta m}^{II\gamma}) \cdot \omega_{\beta m}) \\
 N_{\gamma n} &= N_0 \cdot (\omega_{\gamma, n}^I + \omega_{\gamma, n}^{II} - \omega_{\gamma, n}^I \cdot \omega_{\gamma, n}^{II})
 \end{aligned}$$

$\tau_{mn}$  ist die Auflösungszeit der Koinzidenzstufe

$\omega_{\beta m}^I$  bzw.  $\omega_{\beta m}^{II}$  ist die Nachweiswahrscheinlichkeit für den  $\beta$ - Zähler m in Bezug auf die  $\gamma^I$  bzw.  $\gamma^{II}$ -Strahlung.

$\omega_{\gamma, n}^{I\gamma}$  ist die totale  $\gamma$ - Nachweiswahrscheinlichkeit des Zählers n für die  $\gamma$ - Linie I bzw. II.

$K_{mn}$  ist ein Faktor, der berücksichtigt, daß die Winkelkorrelation für die  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade in der Regel nicht isotrop ist.

In der Formel 126 stellt das zweite Glied den Anteil der  $\gamma$ - $\gamma$  Koinzidenzen und das dritte den Anteil der zufälligen Koinzidenzen dar. Die  $Q$ 's in Gleichung 16 haben dann nach Vernachlässigung

von Gliedern höherer Ordnung folgende Form:

$$\begin{aligned}
 a_{mn} = a_{mn} \frac{\omega_{\beta m} \cdot (\omega_{\gamma, n}^I + \omega_{\gamma, n}^II)}{\omega_{\beta m}^*} \cdot (1 + \Delta) + a_{mn} \cdot K \cdot \frac{\omega_{\beta m}^I \cdot \omega_{\gamma, n}^II + \omega_{\beta m}^II \cdot \omega_{\gamma, n}^I}{\omega_{\beta m}^*} \\
 + 2\tau \cdot N_0 \cdot (\omega_{\gamma, n}^I + \omega_{\gamma, n}^II) \quad (127)
 \end{aligned}$$

$$\omega_{\beta m}^* = \omega_{\beta m} + \omega_{\beta m}^I + \omega_{\beta m}^II$$

## 2.) Zufällige Koinzidenzen und Pile up

Den Hauptanteil der zufälligen Koinzidenzen in unserer elektronischen Anordnung (siehe Kap. VI, c) stellen die zufälligen Koinzidenzen in der schnellen Koinzidenz dar.

$$Z_s = 2\tau \cdot N_p \cdot N_y \quad (128)$$

$\tau$  ist hier die Auflösungszeit der schnellen Koinzidenz

Diese zufälligen Koinzidenzen wurden bei uns durch Stecken von 30 nsec langen Verzögerungsleitungen zwischen die schnellen  $f$ -Ausgänge am Multiplier und die schnellen Impulsformer gemessen. Da in dieser Arbeit die Auswertung der Meßergebnisse auf der elektronischen Rechenmaschine IBM 7070/74 erfolgte, war es leicht, die zufälligen Koinzidenzen schon vor der Quotientenbildung nach Gleichung 16 abzuziehen. Es wurden dabei je nach der Präparatstärke und der Halbwertszeit des betreffenden Nuklids in bestimmten Zeitabständen zufällige Koinzidenzen gemessen und mit Hilfe von Formel 128 die Auflösungsbreite  $2\tau$  bestimmt,

Wenn die Auflösungsbreite der Koinzidenzschaltung gut konstant ist, was bei uns der Fall war, kann dann mit Hilfe von  $2 Z_{mn}$  die zufällige Koinzidenzrate bei jeder Messung durch Formel 128 ausgerechnet und von  $K_{mn}$  abgezogen werden. Wir bräuchten daher diese zufällige Koinzidenzrate nicht genauer zu betrachten, wenn nicht zusätzlich zu den zufälligen Koinzidenzen in der schnellen Koinzidenz auch noch zufällige Koinzidenzen im langsamen  $\gamma$ -Ast (siehe Kap. VI, c) aufträten. /38/.

Einmal kann ein  $\gamma$ -Impuls innerhalb des Diskriminatorfensters, der zeitlich gesehen vor einer echten schnellen Koinzidenz zwischen einem  $\gamma$ -Impuls außerhalb des Diskriminatorfensters und einem  $\beta$ -Impuls liegt, zufällig mit einer solchen Koinzidenz innerhalb der Auflösungszeit der langsamen Koinzidenzstufe zusammenfallen. Für diesen Anteil gilt

$$Z_{L1} = (T - T_{\phi}) \cdot (K + Z_s) \cdot (\varepsilon - 1) \cdot N_{\gamma} \quad (129)$$

$T$  ist die Auflösungszeit der langsamen Koinzidenzstufe in sec  
( $2 T = 0,7 \mu \text{ sec}$ )

$T_{\phi}$  ist die Totzeit des schnellen  $\gamma$ -Impulsformers in sec  
( $T \approx 0,5 \mu \text{ sec}$ )

$\varepsilon$  ist das Verhältnis der schnellen Koinzidenzrate zur Koinzidenzrate nach der langsamen Koinzidenz, wobei bei beiden Raten die zufälligen Koinzidenzen mit eingeschlossen sind.

Wegen der großen Totzeit  $T_{\phi}$  des  $\gamma$ -Impulsformers ist bei uns dieser Anteil gleich 0.

Für einen  $\gamma$ -Impuls innerhalb des Diskriminatorfensters, der zeitlich nach einer solchen schnellen Koinzidenz liegt, gilt ähnlich

$$Z_{L1} = (T - T_{\gamma}) \cdot (K + Z_s) \cdot (\varepsilon - 1) \cdot N_{\gamma} \quad (130)$$

$T_{\gamma}$  ist die Totzeit des langsamen Diskriminators in sec, wenn der  $\gamma$ -Impuls nicht innerhalb des Diskriminatorfensters liegt.  
( $T_{\gamma} \approx 0$ )

Mit den Formeln 10, 14, 1128, 129, 130 läßt sich das Verhältnis von zufälligen Koinzidenzen in der langsamen Koinzidenz zu zufälligen Koinzidenzen in der schnellen Koinzidenz ableiten:

$$\frac{Z_L}{Z_S} = \frac{(2T - T_\phi - T_f) \cdot (\varepsilon - 1) \cdot \omega_f \cdot \left(1 + \frac{Z_S}{K} \pm \Delta\right)}{2\tau} \quad (131)$$

Da sich  $\varepsilon$  durch Zu- und Abschalten der langsamen Koinzidenz leicht experimentell messen läßt, kann das Verhältnis von zufälligen Koinzidenzen im langsamen Ast zu zufälligen Koinzidenzen in der schnellen Koinzidenz mit Formel 131 abgeschätzt werden.  $\varepsilon$  hat von Nuklid zu Nuklid etwas verschiedene Werte und liegt im Mittel etwa bei einem Wert von 3. Der Anteil der zufälligen Koinzidenzen in der schnellen Koinzidenz  $Z_S / K$  hatte je nach den Messungen eine Größe zwischen 3 und 20 %, bei den meisten Messungen 12 %. Mit diesen Werten ergibt sich zusammen mit den oben schon angegebenen Konstanten:

$$\frac{Z_L}{Z_S} < 70 \cdot \omega_f$$

Diese Abschätzung konnte auch durch eine Probemessung experimentell bestätigt werden.

Mit den Werten für  $\omega_f$  aus Tabelle 1 sieht man sofort, daß sich dieser Anteil der zufälligen Koinzidenzen im langsamen Ast in jedem Fall vernachlässigen läßt.

Zusätzlich zu diesen beiden Arten von zufälligen Koinzidenzen tritt noch eine andere Art von Koinzidenzen auf, die durch "Pile up" Effekte im langsamen  $\gamma$ -Diskriminator zustande kommt. Es kann eine echte schnelle Koinzidenz zwischen einem  $\beta$ -Teilchen und einem  $\gamma$ -Quant mit einer Impulshöhe unterhalb der Diskriminatorschwelle innerhalb der  $\gamma$ -Impulsbreite im langsamen Ast mit einem anderen  $\gamma$ -Impuls zusammenfallen, der auch in seiner Höhe unterhalb des Diskriminatorfensters liegt, und durch "Pile up" einen Impuls im Diskriminatorfenster erzeugen. Dieser Vorgang führt in der langsamen Koinzidenz zu einer von den echten nicht unterscheidbaren Koinzidenz. Dieser Anteil hat folgende Größe:

$$Z_p = c_p \cdot (2T_i - T_\phi) \cdot \left(1 + \frac{Z_S}{K}\right) \cdot K \cdot (\varepsilon - 1) \cdot N_f (\varepsilon^* - 1) \quad (132)$$

$c_p$  ist ein Faktor kleiner als 1, der berücksichtigt, daß längst nicht alle Impulse, die auf die oben genannte Art im Diskriminatorfenster zusammenfallen, durch "Pile up" zu einem Impuls im Fenster führen. Dieser Faktor hängt von der Form des  $\gamma$ -Spektrums ab.  $T_i$  ist die Impulsbreite der  $\gamma$ -Impulse vor dem Diskriminator in sec ( $T_i = 0,7 \mu\text{sec}$ ).

$\epsilon^*$  ist das Verhältnis von allen  $\gamma$ -Impulsen im langsamen Ast zu den Impulsen innerhalb des Diskriminatorfensters ( $\epsilon^* \approx 5$ ).

Durch Vergleich der Formeln 131 und 132 sieht man, daß der durch "Pile up" hervorgerufene Anteil von der gleichen Größenordnung wie die zufälligen Koinzidenzen im langsamen Ast ist und daher in unserem Fall auch vernachlässigt werden kann, zumal selbst einige Prozent Anteil sich kaum bemerkbar machen würden, da sowohl der Anteil der zufälligen Koinzidenzen im langsamen Ast als auch dieser Anteil eine  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation haben, wenn auch eine kleinere als bei den eigentlichen gewünschten Koinzidenzen.

Wie schon in Kap. III, b erwähnt, ist dieser Anteil bei Positronen für die Koinzidenzkombinationen 1,1 und 2,2 nicht vernachlässigbar. In diesem Fall gibt es wegen der großen Wahrscheinlichkeit, mit der in den Plastik-Scintillatoren erzeugte Vernichtungsquanten in die NaJ-Kristalle gelangen können und zu echten Koinzidenzen zwischen diesen Zählern Anlaß geben, eine viel höhere schnelle Koinzidenzrate, d.h.  $\epsilon$  ist sehr viel größer. Dasselbe gilt für  $\epsilon^*$ . Da die Vernichtungsstrahlungskoinzidenzen bei weitem überwiegen, ebenso die Vernichtungsstrahlung im  $\gamma$ -Spektrum den Hauptanteil stellt, ist  $c_p$  nahezu gleich 1; denn die Überlagerung von  $\gamma$ -Impulsen der Vernichtungsstrahlung führt fast immer zu einem Impuls im Diskriminatorfenster.

Mit  $\epsilon = 30$  und  $\epsilon^* \approx 40$  erhält man jetzt:

$$\frac{Z_p}{K} = 10^{-3} \cdot N_\gamma \quad (133)$$

Bei einer  $\gamma$ -Einzelrate von 1 KHz hat man nach Formel 133 schon ebensoviele durch "Pile up" von der Vernichtungsstrahlung hervorgerufene Koinzidenzen wie echte  $\beta$ - $\gamma$ -Koinzidenzen. Aus diesem Grunde muß bei Positronen auf die Koinzidenzkombinationen

1,1 und 2,2 verzichtet werden.

### 3.) $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen

Mit dem Auftreten von  $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen wird erstens der gemessene Effekt verkleinert und zweitens fallen beim Einsetzen der  $Q$ 's von Gleichung 127 in Gleichung 17 sowohl die  $\beta$ - als auch die  $\gamma$ - Nachweiswahrscheinlichkeiten nicht mehr exakt in den Klammern heraus, so daß man jetzt auch den Einfluß von Änderungen dieser Nachweiswahrscheinlichkeiten beim Umpolen auf den gemessenen Effekt näher betrachten muß. Diese Punkte sollen im folgenden näher erläutert werden.

#### d.) Verkleinerung des gemessenen Effektes durch $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen

Um dies zu sehen, setzen wir die  $Q_{mn}$  von Formel 127 in Formel 17 ein und erhalten mit  $w_{\beta m}^{++} = w_{\beta m}^{*-}$ ,  $w_{\beta m}^{+-} = w_{\beta m}^{-}$  und  $w_{\gamma n}^{+} = w_{\gamma n}^{-}$ :

$$\frac{E^+}{E^-} = \frac{(1+\Delta+d_{11})(1+\Delta+d_{12})(1+\Delta+d_{21})(1+\Delta+d_{22})}{(1-\Delta+d_{11})(1-\Delta+d_{12})(1-\Delta+d_{21})(1-\Delta+d_{22})} \quad (134)$$

wobei

$$d_{mn} = K_{mn} \frac{w_{\beta m}^{I\pm} \cdot w_{\gamma n}^{II} + w_{\beta m}^{II\pm} \cdot w_{\gamma n}^{I}}{w_{\beta m} \cdot (w_{\gamma n}^I + w_{\gamma n}^{II})} \quad (135)$$

Die  $d_{mn}$  stellen nichts anderes als das Verhältnis von  $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen zu echten  $\beta$ - $\gamma$ - Koinzidenzen dar. Also gilt:

$$d_{mn} = \frac{K_{mn}^{II}}{\frac{1}{2}(K_{mn}^+ + K_{mn}^-)} \quad (136)$$

Entwickelt man die rechte Seite von Gleichung 134 bis zu Gliedern quadretischer Ordnung, ergibt sich:

$$\frac{E^+}{E^-} = 1 + 8 \cdot C_{\beta\gamma} \cdot \Delta + 32 C_{\beta\gamma}^2 \Delta^2 + \dots \quad (137)$$

mit

$$C_{\gamma\gamma} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{1+d_{11}} + \frac{1}{1+d_{12}} + \frac{1}{1+d_{21}} + \frac{1}{1+d_{22}} \right) \quad (138)$$

Da beim Auftreten von  $\gamma\text{-}\gamma$ -Koinzidenzen  $C_{\gamma\gamma} < 1$  ist, wird der gemessene Effekt verkleinert. Um den wahren Effekt zu erhalten, muß man daher den gemessenen Effekt durch  $C_{\gamma\gamma}$  dividieren. Ist  $d \ll 1$ , kann man Formel 138 entwickeln und erhält:

$$C_{\gamma\gamma} = 1 - d_{\text{gem.}} \quad (139)$$

mit

$$d_{\text{gem.}} = \frac{1}{4} (d_{11} + d_{12} + d_{21} + d_{22})$$

Die Formeln 137, 138 und 139 gelten nicht nur bei einem Zerfallschema mit zwei auf einen  $\beta$ -Übergang in Kaskade folgenden  $\gamma$ -Übergänge, wie es zur Ableitung dieser Formel benutzt wurde, sondern ganz allgemein.

In der folgenden Tabelle 10 sind die Verhältnisse der  $\gamma\text{-}\gamma$ -Koinzidenzen zu den echten  $\beta\text{-}\gamma$ -Koinzidenzen und die sich daraus ergebenden Korrekturfaktoren  $C_{\gamma\gamma}$  für die einzelnen Nuklide zusammengestellt.

Tabelle 10

Nuklid	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{21}$	$d_{22}$	$C_{\gamma\gamma}$
Co <sup>60</sup>	0,0227	0,0160	0,0160	0,0201	0,982
Na <sup>22</sup>	-	-	-	-	-
Na <sup>24</sup>	0,0242	0,0145	0,0149	0,0237	0,981
Ca <sup>47</sup> (I)	0,0202	~ 0	~ 0	0,0166	0,991
Ca <sup>47</sup> (II)	0,012	~ 0	~ 0	0,012	0,994
Ar <sup>41</sup>	~ 0,015	~ 0	~ 0	~ 0,015	0,993
Mn <sup>52</sup>	-	0,0732	0,0621	-	0,936
Mn <sup>56</sup>	-	~ 0,005	~ 0,005	-	0,995
V <sup>48</sup>	-	0,0282	0,0244	-	0,974
Cs <sup>134</sup>	0,0310	0,0209	0,0212	0,0330	0,974



Tabelle 10 (Fortsetzung)

Nuklid	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{21}$	$d_{22}$	$C_{\beta\beta}$
$Co^{58}$	-	0,0267	0,0199	-	0,977
$Ag^{110m}(I+II)$	0,0995	0,0549	0,0463	0,0786	0,935
$Ag^{110m}(III)$	0,0838	0,0584	0,0554	0,0718	0,942
$Co^{56}$	-	0,0487	0,0435	-	0,957
$Sc^{46}$	0,0152	0,0107	0,0110	0,0153	0,987

Die höheren  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzraten bei den Koinzidenzkombinationen 1,1 und 2,2 kommen dadurch zustande, daß in diesem Fall  $\gamma$ -Quanten von den NaJ-Kristallen in die  $\beta$ -Zähler zurückgestreut werden können und zu Koinzidenzen zwischen den Außenzählern Anlaß geben. Dies ist auch der Grund dafür, daß selbst in Fällen, wo nur ein  $\gamma$ -Übergang auftritt, eine geringfügige  $\gamma$ - $\gamma$ -Korrektur angebracht werden muß. Der Fehler der in Tab. 10 angegebenen  $d_{mn}$ -Werte liegen unter 1 %.

.) Der Einfluß einer Änderung von  $\omega_{\gamma}$  beim Umpolen auf  $\Delta$

In den Quotienten nach Gleichung 17 fällt beim Einsetzen von Formel 127 die  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeit in den  $d_{mn}$  nicht mehr heraus. Wie man beim Betrachten beider Gleichungen sieht, ist dies nur dann der Fall, wenn

$$\omega_{\beta n}^{\gamma I} = \omega_{\beta n}^{\gamma II}$$

d.h. wenn die  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeit der  $\beta$ -Zähler für

beide  $\gamma$ -Linien gleich ist, was im allgemeinen nicht erfüllt ist.

Der Fehler, der dadurch bei einer Änderung  $\delta \omega_\gamma$  der  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeit beim Umpolen entstehen kann, ist:

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta} = \frac{1}{8 \Delta} \cdot \left\{ (C_{11} - C_{21}) \cdot \left[ \frac{\delta \omega_{\gamma 1}^I}{\omega_{\gamma 1}^I} - \frac{\delta \omega_{\gamma 1}^II}{\omega_{\gamma 1}^II} \right] + (C_{12} - C_{22}) \cdot \left[ \frac{\delta \omega_{\gamma 2}^I}{\omega_{\gamma 2}^I} - \frac{\delta \omega_{\gamma 2}^II}{\omega_{\gamma 2}^II} \right] \right\} \quad (140)$$

wobei

$$\delta \omega_{\gamma, n}^I = \omega_{\gamma, n}^{I+} - \omega_{\gamma, n}^{I-}$$

$C_{mn}$  ist ein Faktor von folgender Form:

$$C_{mn} = \frac{(\omega_{\beta m}^{I+} - \omega_{\beta m}^{I-}) \omega_{\gamma, n}^I \cdot \omega_{\gamma, n}^II}{\omega_{\beta m} (\omega_{\gamma, n}^I + \omega_{\gamma, n}^II)}$$

Da wir die Größen  $\omega_{\beta m}^{I+}$ ,  $\omega_{\beta m}^{I-}$ ,  $\omega_{\gamma, n}^I$ ,  $\omega_{\gamma, n}^II$  und  $\frac{\delta \omega_{\gamma, n}^{I, II}}{\omega_{\gamma, n}^{I, II}}$  nicht einzeln bestimmen können, schätzen wir kurz für einen Kern mit einem Zerfallsschema mit zwei aufeinanderfolgenden  $\gamma$ -Übergängen in Kaskade, wie es der Rechnung zu Grunde gelegt wurde (z.B.  $\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Sc}^{46}$ ,  $\text{Na}^{24}$ ), für unsere Anlage den maximalen Fehler ab. Bei uns ist:

$$C_{1n} - C_{2n} < 10^{-3}$$

$$\frac{\delta \omega_{\gamma, n}^I}{\omega_{\gamma, n}^I} - \frac{\delta \omega_{\gamma, n}^II}{\omega_{\gamma, n}^II} < 2 \cdot 10^{-3}$$

(siehe zu  $\frac{\delta \omega_\gamma}{\omega_\gamma}$  Anhang 9)

Diese Werte ergeben folgende Grenze für den max. Fehler:

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta} < \frac{1}{8 \Delta} \cdot 4 \cdot 10^{-6}$$

Dieser Fehler ist in allen vorkommenden Fällen zu vernachlässigen.

Für kompliziertere Zerfallsschemata müßte Formel 140 entsprechend erweitert werden; dies würde aber hier zu weit führen, da sich die einzelnen Größen in einer solchen Formel sowieso nicht genau messen lassen und wir aus diesem einfachen Modell schon gesehen haben, daß diese Korrektur mit Sicherheit zu vernachlässigen ist.

.) Der Einfluß einer Änderung der Nachweiswahrscheinlichkeit der  $\beta$ -Zähler beim Umpolen auf  $\Delta$

Durch das Ansprechen der  $\beta$ -Zähler auf  $\gamma$ -Quanten und die dadurch bedingten  $\gamma$ - $\gamma$ -Koinzidenzen werden durch das Dividieren durch die  $\beta$ -Einzelraten die totalen Nachweiswahrscheinlichkeiten  $w_\beta$  nicht mehr vollkommen aus den  $Q$ 's entfernt (siehe Formel 127). Eine Änderung von  $w_\beta$  und  $w_\beta^\gamma$  beim Umpolen wirkt sich auf  $\Delta$  in folgender Weise aus:

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta} = + \frac{1}{8 \Delta} \cdot \left\{ \left[ \frac{dn_1}{1+dn_1} + \frac{dn_2}{1+dn_2} - \frac{2l_1}{1+l_1} \right] \left( \frac{\delta w_{\beta_1}^\gamma}{w_{\beta_1}^\gamma} - \frac{\delta w_{\beta_1}}{w_{\beta_1}} \right) - \left[ \frac{dn_1}{1+dn_1} + \frac{dn_2}{1+dn_2} - \frac{2l_2}{1+l_2} \right] \cdot \left( \frac{\delta w_{\beta_2}^\gamma}{w_{\beta_2}^\gamma} - \frac{\delta w_{\beta_2}}{w_{\beta_2}} \right) \right\} \quad (141)$$

wobei

$$\delta w_{\beta m} = w_{\beta m}^+ - w_{\beta m}^- \qquad \delta w_{\beta m}^\gamma = w_{\beta m}^{\gamma+} - w_{\beta m}^{\gamma-}$$

Dies ist leicht aus Formel 17 und 127 abzuleiten.

Die  $e_m$  stellen das Verhältnis vom  $\gamma$ - zum  $\beta$ -Anteil in der  $\beta$ -Einzelrate dar.

$$e_m = \frac{w_{\beta m}^{\gamma+} + w_{\beta m}^{\gamma-}}{w_{\beta m}} \quad (142)$$

Zur Ableitung der Formel 141 wurde

$$\frac{\delta w_{\beta m}^{\gamma+}}{w_{\beta m}^{\gamma+}} = \frac{\delta w_{\beta m}^{\gamma-}}{w_{\beta m}^{\gamma-}}$$

gesetzt, was in erster Näherung sicherlich gut gilt.

Bei der Auswertung nach Formel 18 für Positronenstrahler ist  $d_{11} + d_{12} - 2e_1$  durch  $d_{12} - e_1$  zu ersetzen.

Wie man aus Formel 141 erkennt, heben sich erstens Änderungen der Nachweiswahrscheinlichkeit der  $\beta$ -Zähler, die durch Verstärkungsänderungen der Multiplier also z.B. durch Magnetfeldeinflüsse hervorgerufen werden, zum Teil weg, da in diesem Fall sich die Nachweiswahrscheinlichkeit der  $\beta$ -Zähler für Elektronen und  $\gamma$ -Quanten in der gleichen Richtung ändert. Zweitens fallen auch Änderungen der totalen Nachweiswahrscheinlichkeit  $w_p$ , die durch Magnetfeldschwankungen des Spektrometers, d.h. Stromschwankungen im Magneten entstehen, fast ganz heraus, da

hier  $\frac{\delta w_{p1}}{w_{p1}} \approx \frac{\delta w_{p2}}{w_{p2}}$  die gleiche Größe und das gleiche Vorzeichen haben; denn es gilt  $(d_{11} + d_{12} - 2e_1) \approx (d_{21} + d_{22} - 2e_2)$

Wichtig ist außerdem, daß in erster Linie die Differenzen der relativen Änderungen der Nachweiswahrscheinlichkeiten des  $\beta$ -Zählers 1 und 2 den gemessenen Effekt beeinflussen, nicht so sehr ihre absolute Größe. Dies gilt ganz allgemein bei unserer Art der Auswertung, auch wenn die Zerfallsschemata wesentlich komplizierter sind als in dem einfachen Modell angenommen, mit dem Formel 141 abgeleitet wurde. Ebenso gilt es für die bei den Positronenstrahlern benützte Auswertung nach Formel 18, hier aber nicht nur für die relativen Änderungen der Nachweiswahrscheinlichkeiten der  $\beta$ -Zähler, sondern auch für die der  $\gamma$ -Zähler.

Da sich die relative Änderung der  $\gamma$ -Nachweiswahrscheinlichkeit des  $\beta$ -Zählers  $\frac{\delta w_{\beta}}{w_{\beta}}$  bei der Einstellung des Spektrometers, bei der gemessen wird, nur sehr schwer bestimmen läßt, schätzen wir kurz mit Formel 141 bei einem Fall wie z.B.  $\text{Co}^{60}$  den max. Fehler, wie er bei uns auftritt, ab und erhalten mit (siehe Anhang 9)

$$\left( \frac{\delta w_{\beta 1}}{w_{\beta 1}} - \frac{\delta w_{\beta 2}}{w_{\beta 2}} \right) - \left( \frac{\delta w_{\beta 1}}{w_{\beta 1}} - \frac{\delta w_{\beta 2}}{w_{\beta 2}} \right) < 2 \cdot 10^{-3}$$

$$d_{m1} + d_{m2} - 2e_m < 3 \cdot 10^{-2}$$

für die Korrektur folgende Form

$$\frac{\delta \Delta}{\Delta} < \frac{1}{80} \cdot 6 \cdot 10^{-5}$$

Diese Korrektur an dem gemessenen Effekt ist auch hier zu vernachlässigen.

Mit Hilfe von Tabelle 10 und Anhang 9, wo die Asymmetrien der Einzelraten im einzelnen dargestellt sind, kann man sich dies auch für die anderen gemessenen Nuklide mit komplizierteren Zerfallsschemata überlegen und erkennen, daß diese Korrektur auch in diesen Fällen keine Rolle spielt.

## VI.) Experimentelle Anordnung

### a.) Magnet

Die Details der Anordnung der einzelnen Teile im Innern des Magneten sind aus Bild 21 zu ersehen. Die Wolframkonusse sind an je vier V2a-Drähten aufgehängt. Zum Einbau und Justieren des Präparates sind vier um  $90^\circ$  versetzte Durchführungen vorgesehen, von denen zwei in Bild 21 eingezeichnet sind. Die Mypolan-Schicht auf dem Wolframkonus dient zur Reduzierung der  $\beta$ -Streuung am Konus. Die Plastik-Scintillatoren und die in den Magneten ragenden Teile der Lichtleiter sind mit  $10\mu$  Al-Folie umwickelt, um erstens die Reflektion an Stellen, wo das Licht nicht total reflektiert wird, zu erhöhen und zweitens beim Einbau der Präparate Licht von den Multipliern fernzuhalten.

Der Eisenfluß ist durch einen Außenzylinder von 40 cm Durchmesser und 2,5 cm Wandstärke geschlossen (siehe Bild 2), der so bemessen ist, daß in ihm das Eisen auch bei der höchsten im Innern des Magneten erreichbaren Feldstärke noch nicht in Sättigung ist.

Die Kupferspule zwischen den beiden Eisenzylindern ist aus quadratischem Kupferhohlleiter mit den Außenabmessungen  $6 \times 6$  mm und den Innenabmessungen  $3 \times 3$  mm gewickelt worden; sie ist innerhalb der Hohlleiter zur Kühlung von Wasser durchflossen und bestand aus 36 Einzelspulen von je 26 Windungen, die für den Strom in Serie und für das Kühlwasser parallel geschaltet wurden. Der Gesamtwiderstand der Spule betrug  $0,59 \Omega$ . Die Kühlung wurde so ausgelegt, daß ein Strom von 250 A durch die Magnetspule fließen und damit ein max. Luftfeld von 5 000 Gauß im Innern des Magneten erreicht werden kann.

Das Luftfeld in der Mitte des Magneten wird durch die vier Durchführungen zum Justieren und Einbauen des Präparates verzerrt. Die Feldlinien im Eisen können an den Stellen, an denen sich die Löcher im Eisen befinden, wegen der schon eingetretenen Sättigung nicht weiter im Eisen zusammengedrängt werden und treten deshalb zum Teil in der Mitte des Magneten aus dem Eisen in das innere Luftfeld aus. Um diesen Effekt zu korrigieren, wurde innen

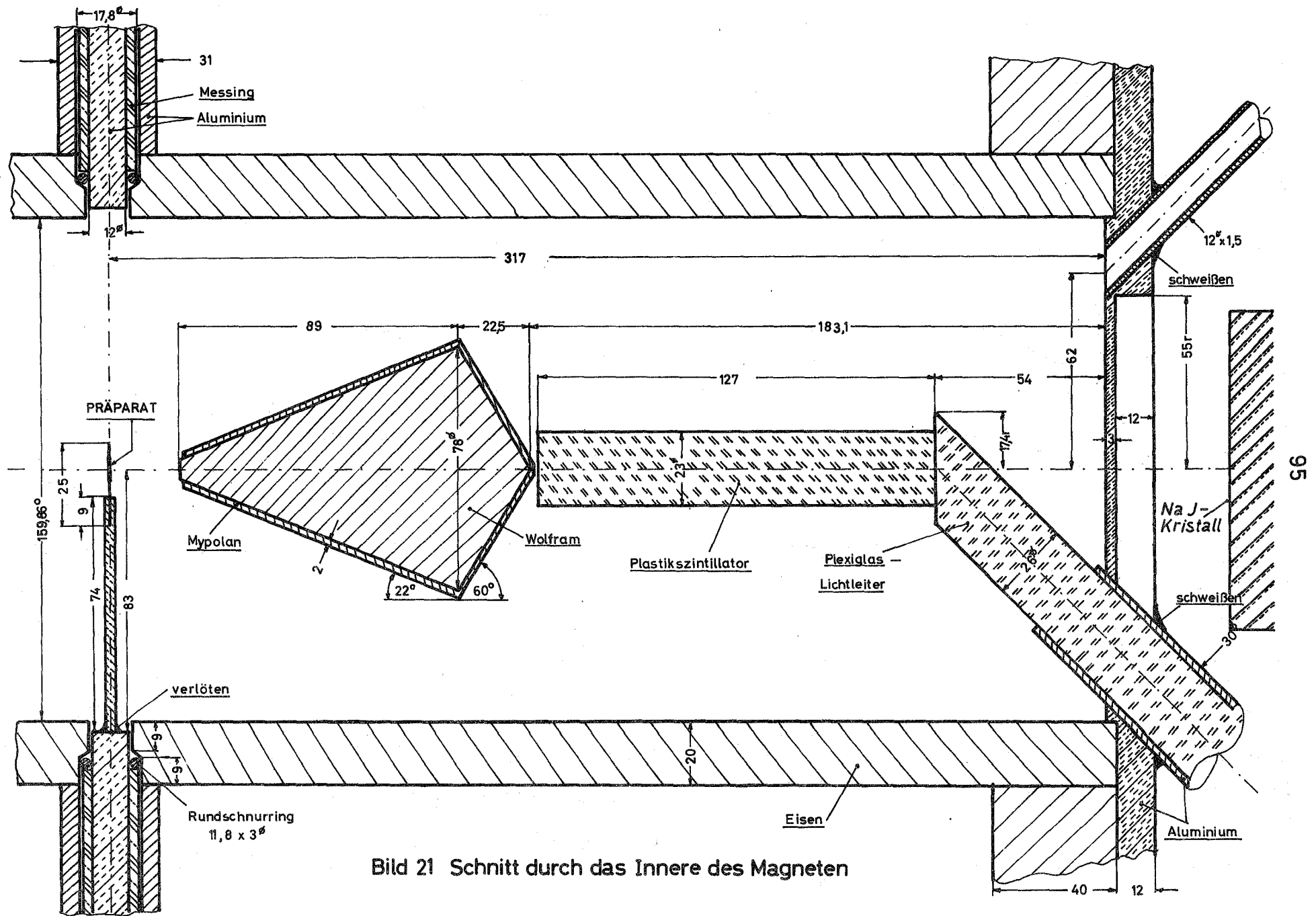


Bild 21 Schnitt durch das Innere des Magneten

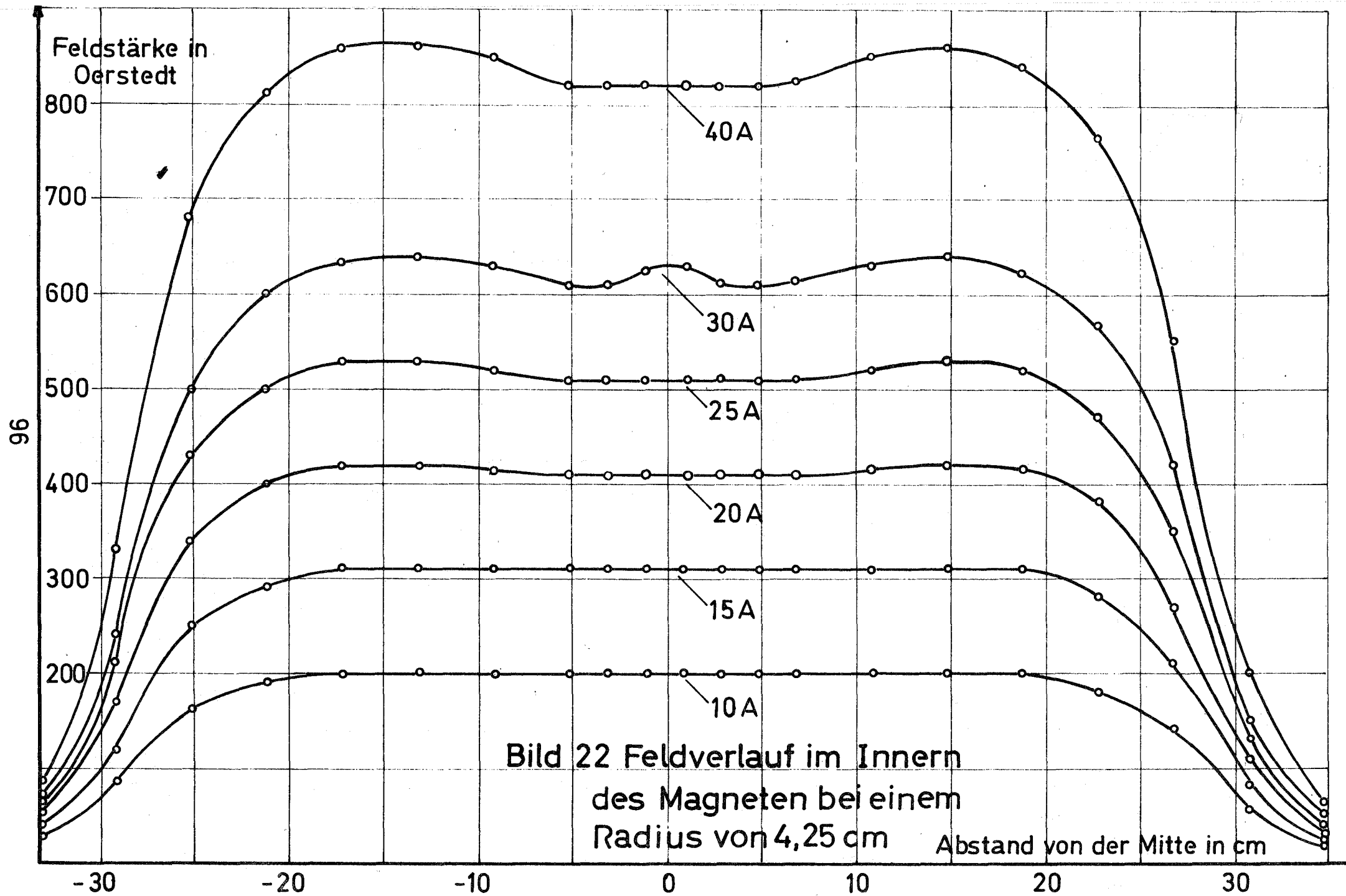


Bild 22 Feldverlauf im Innern  
des Magneten bei einem  
Radius von 4,25 cm Abstand von der Mitte in cm



am Eisenzylinder in der Mitte des Magneten ein Eisenring von 3 mm Dicke und 4 cm Breite aufgebracht. Durch diese Korrektur und das wahlweise Verschließen (unterhalb 25 A) von zwei Löchern mit Eisenkorken konnte der Feldverlauf im Bereich dieser Messungen, der abgesehen von  $Mn^{56}$  bei einer Feldstärke von 400-1000 Oersted lag, wesentlich verbessert werden. Bei höheren Feldstärken (oberhalb 1400 Oersted) muß der Korrekturisenring wieder entfernt werden, da er hier das Feld im Innern verschlechtert. Der mit einer Hallsonde auf  $\pm 2\%$  vermessene Feldverlauf parallel zur Achse des Magneten ist in Bild 22 bei verschiedenen Magnetströmen dargestellt. Die noch verbliebenen Feldinhomogenitäten wirken sich auf die Berechnung des mittleren  $V/c$  nicht aus. Die zum Magneten gehörende Stromversorgung ist in Anhang 5 beschrieben.

#### b.) Multiplier und Kristalle

Auf der  $\beta$ - Seite wurden als Scintillationskristalle Plastikmaterial (NE 103) in der aus Bild 21 zu entnehmenden Form verwendet. Die anschließenden Plexiglaslichtleiter hatten eine Länge von 50 cm und einen Durchmesser von 2,6 cm. Die Länge der Lichtleiter war größer gewählt, als nach den Dimensionen des Magneten erforderlich, um den Einfluß des Streufeldes des Magneten auf die Multiplier herabzusetzen. Dieser Magnetfeldeinfluß auf die Multiplier wurde zusätzlich durch  $\mu$ -Metall, Eisenabschirmungen und Kompensationsspulen, die parallel zum Magneten geschaltet waren, herabgesetzt. Die Multiplier selbst bestanden aus den Typen 56/AVP; bei ihnen wurde der  $\beta$ - Impuls an der mit  $50 \Omega$  abgeschlossenen Anode abgenommen. Er hatte eine Anstiegszeit von ca 2 nsec. Auf der  $\gamma$ - Seite wurden Scintillationskristalle aus NaJ von 4 inch Durchmesser und 3 inch Länge verwendet. Es schlossen sich wieder Lichtleiter aus Plexiglas vom selben Durchmesser als die Kristalle und einer Länge von 25 cm an. Die Multiplier waren solche vom Typ XP-1040. Für die im folgenden noch beschriebene "fast-slow" Schaltung wurde der langsame Impuls an der 10. Dynode über einen Emitterfolger und der schnelle an der mit  $50 \Omega$  abgeschlossenen Anode abgegriffen.

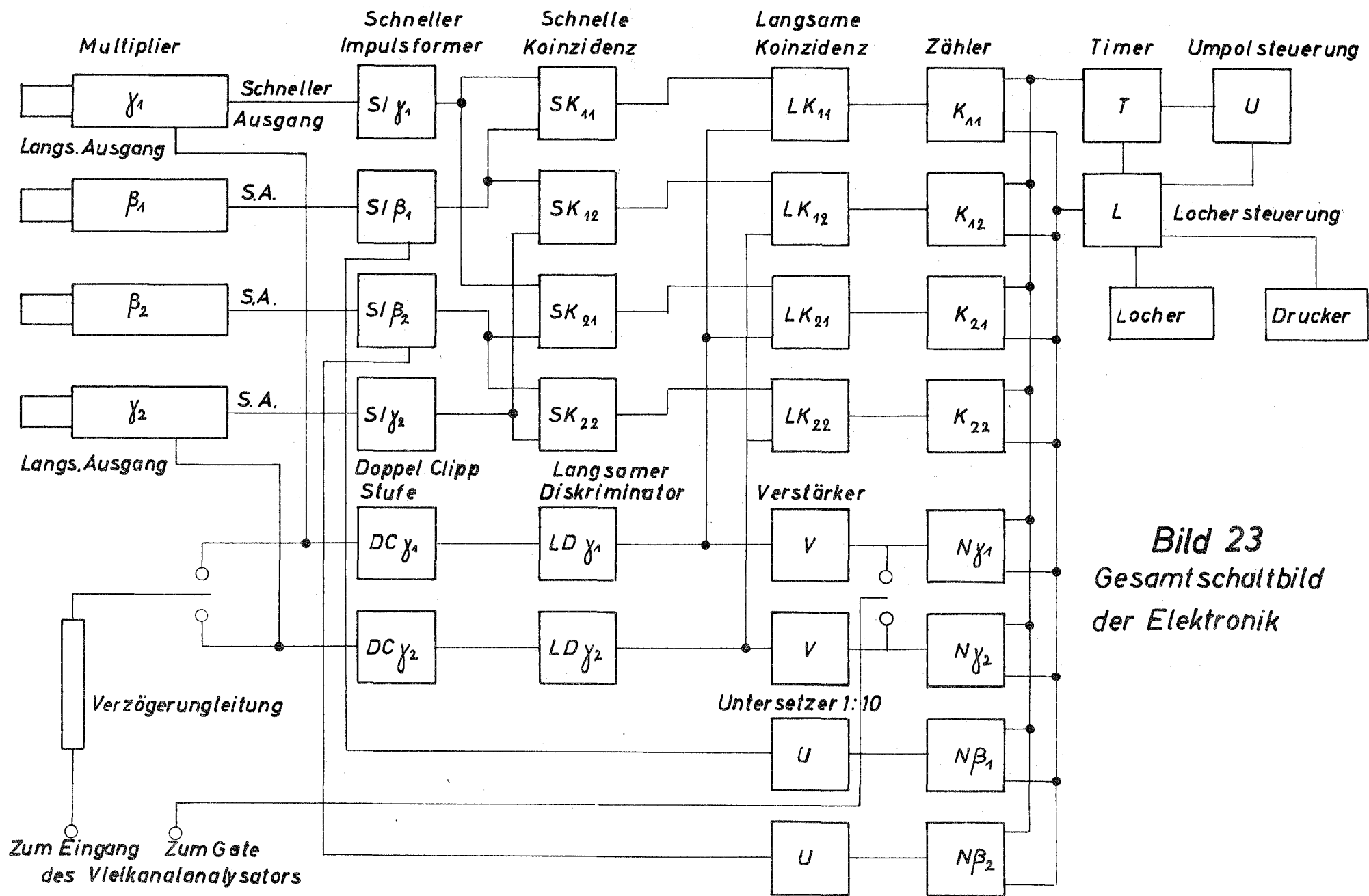
Im Gegensatz zur  $\beta$ - Seite, wo die Auflösung für die Elektronen

oder Positronen allein vom Spektrometer bestimmt wird, war auf der  $\gamma$ - Seite ein langsamer Impulsausgang notwendig, um die Energieauflösung der NaJ-Kristalle voll auszunützen und damit der unteren und oberen Diskriminatorschwelle eine bestimmte  $\gamma$ - Energie zuordnen zu können, was, wie in Kap. IV, b schon erwähnt, für die Berechnung von  $\langle \cos \alpha \frac{dE}{E} \rangle$  wesentlich ist. Die Energieauflösung der ganzen Anordnung Multiplier, Lichtleiter und Kristall lag bei beiden  $\gamma$ - Zählern in der Größe von 12 % bei einer  $\gamma$ - Energie von 1,274 MeV (siehe Kap. V, a, 3). Der langsame Impuls hat eine Anstiegszeit von 0,3  $\mu$ sec und eine Abfallzeit von 1,2  $\mu$ sec, der zur Koinzidenz ausgenützte Teil des schnellen Impulses eine Anstiegszeit von 3 nsec.

### c.) Elektronik

Die Gesamtschaltung der Elektronik ist in Bild 23 in einem Übersichtsschema dargestellt. Von den vier schnellen Ausgängen der  $\beta$ - bzw.  $\gamma$ - Multiplier gelangen die Impulse über schnelle Impulsformer auf jeweils zwei schnelle Koinzidenzen mit einer Halbwertsbreite der Koinzidenzauflösungskurve von 12 - 16 nsec je nach gemessenem Nuklid. Zur Messung der  $\beta$ - Einzelraten wird ein zweiter etwas verstärkter Impuls aus den schnellen  $\beta$ - Impulsformern über zwei 25 MHz Untersetzter-Dekaden auf je zwei Zähler gegeben. Auf der  $\beta$ - Seite ist ein langsamer Ast nicht notwendig, da der vom Spektrum ausgeblendete Teil allein durch das Spektrometer bestimmt wird. Die zum Abschneiden des Multiplier-Rauschens noch benötigte Schwelle kann an den  $\beta$ - Impulsformern eingestellt werden.

Die langsamen  $\gamma$ - Impulse werden zuerst durch eine Doppel-clipp-Stufe in doppelt geclippte Impulse mit einer Breite von jeweils 0,7  $\mu$ sec sowohl für den positiven als auch für den negativen Teil umgeformt, um die Zählratenabhängigkeit der nachfolgenden Schaltung zu reduzieren. Der vom gestreuten  $\gamma$ - Spektrum zur Messung ausgeblendete Teil wird anschließend durch zwei langsame Einkanaldiskriminatoren bestimmt, deren Ausgangsimpulse einmal zum Zählen der  $\gamma$ - Einzelraten über einen kleinen Verstärker auf zwei Zähler gegeben zum anderen jeweils zu den entsprechenden langsamen Koinzidenzen (Auflösungsbreite  $2T = 0,7 \mu$ sec) geführt werden. Durch diese zusätzlichen langsamen Koinzidenzen werden dann aus den schnellen Koinzidenzen diejenigen ausgesondert, de-



**Bild 23**  
Gesamt Schaltbild  
der Elektronik

ren  $\gamma$  - Energie die richtige Größe hat, um die Impulse des Fenster des Diskriminators passieren zu lassen. Von diesen Koinzidenzen gelangen die Impulse zu den vier Zählern für die Koinzidenzraten.

Von den acht Zählern hatten die vier Koinzidenzzähler eine maximale Geschwindigkeit von 500 KHz, die zwei Zähler für die  $\gamma$ -Einzelraten eine solche von 2,5 MHz und die Zähler für die  $\beta$ -Einzelraten mit Hilfe der Untersetzer 1 : 10 eine solche von 25 MHz. Sie wurden alle acht von einem Timer gesteuert, dessen Meß- und Pausenzeit getrennt einstellbar war. Während der Pausenzeit von 4 sec wurden alle Zählergebnisse auf Lochstreifen ausgelocht. Zu Kontroll- und Einstellzwecken konnten die Zählerinhalte auch ausgedruckt werden. Die Umpolsteuerung zählte die ausgelochten Messungen und polte dann nach einer einstellbaren Zahl von Messungen den Magnetstrom um, wobei sie gleichzeitig während des ganzen Umpolvorganges den Timer in der Stellung Pausenzeit festhielt.

Die Schwellen der langsamen  $\gamma$  - Diskriminatoren wurden mit Hilfe eines Vielkanalanalysators eingestellt und zwar in folgender Weise:

Es wurden zuerst diese  $\gamma$ - Impulse auf den Vielkanalanalysator gegeben und mit Hilfe von Testpräparaten ( $\text{Na}^{22}$ ,  $\text{Cs}^{134}$ ,  $\text{Co}^{60}$ ), die an die Multiplier gehalten wurden, eine Eichung der Kanalskala in Energieeinheiten vorgenommen. Es wurde dann zusätzlich der Gate-Eingang des Vielkanalanalysators in der aus Bild 23 zu ersehenden Weise angeschlossen und der Analysator mit den durch die langsamen Einkanaldiskriminatoren gelaufenen Impulse getätet. In dieser Stellung wird nur der vom Diskriminator ausgeblendete Spektrumsbereich in den Analysator einsortiert und auf dem Bildschirm sichtbar gemacht. Mit Hilfe der vorher vorgenommenen Energieeichung konnten die Schwellen schnell und exakt eingestellt werden.

Eine spezielle Beschreibung der einzelnen benutzten elektronischen Schaltungen und Geräte ist Anhang 6 zu entnehmen.

#### d.) Präparatherstellung

Alle Präparate mit Ausnahme von  $\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Sc}^{46}$ ,  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ (III) und  $\text{Ar}^{41}$  wurden durch Eindunsten eines Tropfens der Lösung des Präparatmaterials auf einer  $4\ \mu$  starken Hostaphan-Folie hergestellt, die zur Vermeidung von Aufladungseffekten mit einer dünnen Goldschicht bedampft war. Diese Hostaphan-Folie war auf einen Aluminium-Träger aus 0,2 mm starkem Blech mit einem Loch von 8 mm Durchmesser aufgeklebt, in dessen Mitte dann der Präparatfleck ( $3 - 5\ \text{mm}^{\phi}$ ) aufgebracht wurde. Die mittlere Dicke des Präparates wurde durch Auswiegen vor und nach der Herstellung des Flecks und aus seiner Fläche bestimmt. Um Verunreinigungen der Apparatur durch die radioaktiven Nuklide zu vermeiden, wurde der Fleck auf der anderen Seite durch eine weitere  $4\ \mu$  Hostaphan-Folie abgedeckt. Die chemische Verbindung, in der die Präparate vorliegen, ist aus Tab. 7 zu ersehen.

$\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Sc}^{46}$ ,  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ (III) wurde auf eine  $0,6\ \text{mg}/\text{cm}^2$  starke Glimmerfolie als Metall aufgedampft, mit einer anschließend darüber gedampften hauchdünnen Goldschicht vor Oxydation geschützt und auf der anderen Seite nicht abgedeckt.  $\text{Ar}^{41}$  wurde nach Aktivierung in einer Quarzampulle im Reaktor FR 2 des Kernforschungszentrums in abgeschmolzene Glaskugeln um gefüllt, die aus einer Glaskapillare von 0,5 mm Innendurchmesser geblasen worden waren. Das Ansatzstück der Kapillare nach dem Abschmelzen hatte eine Länge von etwa 3 cm und Wandstärke von 3 mm, die Kugel selbst einen Durchmesser von 11 mm und eine Wandstärke von ca. 0,15 mm.

$\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Na}^{24}$ ,  $\text{Ca}^{47}$ ,  $\text{Ar}^{41}$ ,  $\text{Cs}^{134}$ ,  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ ,  $\text{Mn}^{56}$  und  $\text{Sc}^{46}$  wurde durch Aktivierung im Reaktor FR 2 des Kernforschungszentrums hergestellt, wobei bei allen Elementen von der natürlichen Isotopenzusammensetzung ausgegangen wurde, mit Ausnahme von  $\text{Ca}^{47}$ . In diesem letzteren Fall wurde zur Aktivierung aus Oak-Ridge bezogenes zu 25 % angereichertes  $\text{Ca}^{46}$  verwendet. Die Nuklide  $\text{Mn}^{52}$ ,  $\text{V}^{48}$ ,  $\text{Co}^{58}$  und  $\text{Co}^{56}$  wurden als trägerfreie Lösung aus Amersham (England) bezogen.

VII.) Einzelheiten der Datenauswertung

a.)  $\beta^-$  - Zerfall

Wie schon in Kap.V,c erwähnt,wurden die Ergebnisse der acht Zähler und die Magnetfeldrichtung auf Lochstreifen ausgegeben. Diese Lochstreifen wurden dann automatisch in Lochkarten umgesetzt und die acht Zählraten in einer im folgenden näher erläuterten Art auf der IBM 7070/74 des Kernforschungszentrums Karlsruhe ausgewertet. Je nach der Länge der Halbwertszeit des gemessenen Nuklids und der Stärke des Präparates wurde alle 20 - 400 sec ausgelocht.

Zufällige Koinzidenzen wurden in bestimmten Abständen in der in Kap.V,c beschriebenen Weise gemessen und dann für eine Messung mit Hilfe der IBM 7070/74 die Auflösung  $2\tau_{mn}/T$  mit Formel 128 ausgerechnet und über alle Messungen der zufälligen Koinzidenzen einer Meßreihe gemittelt. (T = Meßzeit)

Mit dieser jetzt bekannten Koinzidenzauflösung wird für jede einzelne Messung die Zahl der zufälligen Koinzidenzen ausgerechnet und von den gemessenen Koinzidenzen abgezogen.

$$Z_{mn}^{(i)} = \frac{2\tau_{mn}}{T} \cdot N_{\beta m}^{(i)} \cdot N_{\beta n}^{(i)} \quad (143)$$

$$K_{mn}^{(i)} = K_{mn}^{*(i)} - Z_{mn}^{(i)}$$

i = Nummer der Messung

Alle Zählraten sind in diesem Kap.als Anzahl der Impulse pro Meßzeit angegeben.

Anschließend werden die  $Q_{mn}$  nach Formel 16 gebildet,

$$Q_{mn}^{(i)} = \frac{K_{mn}^{(i)}}{N_{\beta m}^{(i)}} \quad (144)$$

und damit je nach Feldrichtung (siehe Formel 17)

$$E_{(i)}^+ = \left( \frac{Q_{11}^{(i)} \cdot Q_{12}^{(i)}}{Q_{21}^{(i)} \cdot Q_{22}^{(i)}} \right)^+ \quad E_{(i)}^- = \left( \frac{Q_{11}^{(i)} \cdot Q_{12}^{(i)}}{Q_{21}^{(i)} \cdot Q_{22}^{(i)}} \right)^- \quad (145)$$

berechnet.

Da im folgenden über alle Messungen einer Feldrichtung gemittelt werden soll, müssen noch Gewichte eingeführt werden; denn die statistischen Fehler der einzelnen  $E_i$  sind wegen der endlichen Halbwertszeit verschiedener Präparate nicht gleich groß. Als Gewichte werden die reziproken Quadrate der statistischen Fehler genommen, die sich mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes aus den Koinzidenzraten leicht ausrechnen lassen.

$$g_{(i)}^{\pm} = \frac{1}{\delta^2(E_{(i)}^{\pm})} \quad (146)$$

$$\delta^2(E_{(i)}^{\pm}) = E_{(i)}^{\pm 2} \cdot \left[ \left( \frac{\delta Q_{11}^{(i)}}{Q_{11}^{(i)}} \right)^2 + \left( \frac{\delta Q_{22}^{(i)}}{Q_{22}^{(i)}} \right)^2 + \left( \frac{\delta Q_{21}^{(i)}}{Q_{21}^{(i)}} \right)^2 + \left( \frac{\delta Q_{12}^{(i)}}{Q_{12}^{(i)}} \right)^2 \right] \quad (147)$$

Der Faktor  $(E_i^{\pm})^2$  vor der rechten Seite der Gleichung 147 wurde weggelassen, da er erstens ungefähr gleich 1 ist und man zweitens exakt das mittlere  $E^{\pm}$  verwenden muß, das aber in diesem Stadium der Rechnung noch nicht bekannt ist.

$$\delta^2 Q_{mn}^{(i)} = \frac{K_{mn}^{(i)}}{(N_{\beta m}^{(i)})^2} + \left( \frac{2 \tau_{mn}}{T} \right)^2 \cdot N_j^{(i)} \quad (148)$$

Der Fehler von  $N_{\beta m}$  braucht hier nicht mitberücksichtigt zu werden, da die  $\beta$ - Einzelrate um einen Faktor von 2 000 - 8 000 größer ist als die Koinzidenzrate  $K_{mn}$ .

Mit diesen Gewichten  $g_{(i)}$  wird nun über alle Messungen für jede Feldrichtung gemittelt

$$E^+ = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+ E_{(i)}^+}{\sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+} \quad E^- = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^- E_{(i)}^-}{\sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^-} \quad (149)$$

und nach Formel 17 der Effekt ausgerechnet.

$$\Delta_j = \frac{1}{8} \left[ \frac{E^+}{E^-} - 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{E^+}{E^-} - 1 \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{E^+}{E^-} - 1 \right)^3 \right] \quad (150)$$

$j$  = Nummer des Meßzeitraumes

$n_1$  ist die Anzahl der Messungen in der (+)-Feldrichtung.

$n_2$  ist die Anzahl in der (-)-Richtung

$n_g = n_1 + n_2$  ist die Gesamtzahl aller Messungen

Um zu testen, ob keine Fehler durch die Elektronik verursacht werden, d.h. ob die Zählraten auch statistisch verteilt sind, wurden folgende Größen gebildet:

$$\chi_+^2 = \frac{1}{E_+^2} \sum_{i=1}^{n_1} \frac{(E_{(i)}^+ - E^+)^2}{\delta^2(E_{(i)}^+)} = \frac{1}{E_+^2} \left( \sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+ E_{(i)}^{+2} - \frac{\left( \sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+ E_{(i)}^+ \right)^2}{\sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+} \right) \quad (151)$$

$$\chi_-^2 = \frac{1}{E_-^2} \sum_{i=1}^{n_2} \frac{(E_{(i)}^- - E^-)^2}{\delta^2(E_{(i)}^-)} = \frac{1}{E_-^2} \left( \sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^- E_{(i)}^{-2} - \frac{\left( \sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^- E_{(i)}^- \right)^2}{\sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^-} \right) \quad (151)$$

Diese Größen  $\chi^2$  schwanken, wenn die Zählraten normal verteilt sind, mit einer  $\chi^2$ -Verteilung um die Zahl der Freiheitsgrade, in diesem Fall  $n_1 - 1$  bzw.  $n_2 - 1$ . Für große  $n_1$  bzw.  $n_2$  geht

$$\chi_+^2 \rightarrow n_1 - 1 \quad \chi_-^2 \rightarrow n_2 - 1 \quad (152)$$

Wie wahrscheinlich eine Abweichung des gemessenen  $\chi^2$ -Wertes von der Anzahl der Freiheitsgrade ist, kann aus Tabellen /39/ entnommen werden. Messungen, bei denen diese Wahrscheinlichkeit kleiner als 0,1 % war, wurden bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt. In der Regel stimmten jedoch die  $\chi^2$ -Werte innerhalb der Schwankungsgrenzen ausgezeichnet mit der Anzahl der Freiheitsgrade überein. Der mittlere Fehler des Mittels aus allen Messungen ergibt sich zu

$$S_j = \frac{1}{8} \cdot \frac{E^+}{E^-} \sqrt{\frac{S_+^2}{E_+^2} + \frac{S_-^2}{E_-^2}} \quad (153)$$

mit

$$S_+^2 = \frac{\chi_+^2}{(n_1 - 1) \sum_{i=1}^{n_1} g_{(i)}^+} \quad S_-^2 = \frac{\chi_-^2}{(n_2 - 1) \sum_{i=1}^{n_2} g_{(i)}^-}$$

Außerdem wird noch der statistische Fehler  $\epsilon$  aus den Summen der Koinzidenz- und Einzelraten ausgerechnet. Dies geschieht mit Hil-



fe der Formeln 147, 148, 151 und 153 <sup>u</sup>s müssen in diesen Formeln die Zählraten einer einzelnen Messung durch die Summen aller Zählraten ersetzt werden.

Wenn die Zählimpulse statistisch verteilt sind, sollten  $\sigma$  und  $s$  für große  $n_g$  übereinstimmen, da folgendes gilt:

$$\frac{s^2}{\sigma^2} = \frac{\chi^2}{n_g - 1}$$

Da bei langlebigen Präparaten ca. alle 24 - 48 Stunden die Anlage überprüft und die Hochspannung der Multiplier zusammen mit den  $r$ -Schwellen nachgestellt wurde, werteten wir die Messungen eines solchen Zeitraumes in der eben beschriebenen Art aus.

Die so erhaltenen Effekte der einzelnen Meßzeiträume wurden dann mit ihren statistischen Fehlern als Gewichte gemittelt.

$$\Delta = \frac{\sum_{j=1}^N p_j \Delta_j}{\sum_{j=1}^N p_j} \quad \text{mit} \quad p_j = \frac{1}{\sigma_j^2} \quad (154)$$

$$\chi_{\Delta}^2 = \sum_{j=1}^N \frac{(\Delta_j - \Delta)^2}{\sigma_j^2} \quad (155)$$

Wieder ist, wie schon vorhin erwähnt, die Größe  $\chi_{\Delta}^2$  ein Test dafür, ob die Effekte statistisch verteilt sind.

Bei kurzlebigen Präparaten, wo zur Erreichung der statistischen Genauigkeit der Einbau vieler Präparate notwendig war, wurden immer die Messungen, die an einem Präparat ausgeführt wurden, zu einem Meßzeitraum zusammengefaßt. In Fällen, in denen bei einem solchen Präparat die Zählzeit während des Abklingens umgestellt wurde, wurden die Zeiträume mit gleicher Meßzeit von der Rechenmaschine in der eben beschriebenen Art ausgewertet. Die Effekte dieser ganzen Meßzeiträume wurden wieder mit Hilfe der Formel 154 gemittelt und  $\chi_{\Delta}^2$  nach Formel 155 erhalten.

Als Fehler des endgültigen Effektes wurde der statistische Fehler aus der Summe aller überhaupt für einen Effekt gemessenen Koinzidenzen genommen.

b.)  $\beta^+$ - Zerfall

Aus Gründen, die schon in den Kap. III und V, c näher erläutert wurden, können beim  $\beta^+$ - Zerfall die Koinzidenzkombinationen 1,1 und 2,2 nicht verwendet werden. Deshalb weicht die Auswertung etwas von der im vorigen Abschnitt beschriebenen Art ab. Formel 144 geht über in:

$$S_{mn}^{(i)} = \frac{K_{mn}^{(i)}}{N_{\beta m}^{(i)} \cdot (N_{\beta n}^{(i)} - N_{on})} \quad (156)$$

$N_{on}$  ist der Nulleffekt des  $\beta$ - Zählers n. Formel 145 muß ersetzt werden durch:

$$E_{(i)}^+ = \left( \frac{S_{12}^{(i)}}{S_{21}^{(i)}} \right)^+ \quad E_{(i)}^- = \left( \frac{S_{12}^{(i)}}{S_{21}^{(i)}} \right)^- \quad (157)$$

Außerdem gilt statt der Formeln 147 und 148 hier:

$$\sigma^2(E_{(i)}) = E_{(i)}^2 \left( \frac{\sigma S_{12}^{(i)}}{S_{12}^{(i)}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma S_{21}^{(i)}}{S_{21}^{(i)}} \right)^2 \quad (158)$$

mit

$$\sigma S_{mn}^{(i)} = \frac{K_{mn}^{*(i)}}{[N_{\beta m}^{(i)} \cdot (N_{\beta n}^{(i)} - N_{on})]^2} \cdot \left( 1 + \frac{K_{mn}^{*(i)} \cdot N_{\beta n}^{(i)}}{(N_{\beta n}^{(i)} - N_{on})^2} \right) \quad (159)$$

Der Fehler von  $N_{\beta m}$  wird wie bei Formel 148 vernachlässigt. Die übrige Auswertung erfolgt in genau derselben Weise wie im vorangegangenen Kapitel beim  $\beta^-$ - Zerfall erläutert.

c.)  $\beta$ - $\beta$ - Koinzidenzen

Die  $\beta$ - $\beta$ - Koinzidenzen wurden einmal bei jeder Meßreihe gemessen, indem der Magnetstrom so hoch eingestellt wurde, daß keine Elektronen bzw. Positronen die  $\beta$ -Plastik-Scintillatoren erreichen konnten. Normiert man auf die  $\beta$ -Einzelraten, die sich bei einer Erhöhung des Magnetstromes nicht ändern, so kann man das für die

Berücksichtigung der  $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen allein interessierende Verhältnis von  $\gamma$ - $\gamma$ - Koinzidenzen zu echten  $\beta$ - $\gamma$ - Koinzidenzen erhalten (siehe Formel 136), ohne auf das Abklingen der Präparate korrigieren zu müssen.

Beim  $\beta^+$ - Zerfall läßt sich dieses Verfahren allerdings nicht durchführen, da hier in der  $\gamma$ - Einzelrate immer einige Prozent "pile-up" Anteile der Vernichtungsstrahlung enthalten sind, die nachher bei der Erhöhung des Magnetstromes verschwinden. Hier muß also direkt das Verhältnis der beiden Koinzidenzraten mit der entsprechenden Halbwertszeitkorrektur gebildet werden. Die Ergebnisse dieser Bestimmung des  $\gamma$ - $\gamma$ - Anteils der Koinzidenzen sind in Tabelle 10 schon dargestellt worden.

### VIII. Meßergebnisse

In der folgenden Tabelle 11 sind die gemessenen Effekte mit ihren statistischen Fehlern, die totalen Analysatorwirkungsgrade (siehe Tabelle 5), alle Korrekturfaktoren (siehe Tab. 6, 9 und 10), die das Ergebnis wesentlich beeinflussen, und die aus den Effekten damit berechneten Asymmetriekoeffizienten dargestellt. Bei den Asymmetriekoeffizienten sind immer zuerst die Fehler angegeben, die man aus den statistischen Fehlern der Effekte allein erhält. In Klammern darunter stehen die systematischen Fehler, die sich durch die Ungenauigkeit des Analysatorwirkungsgrades und des Korrekturfaktors für die Vielfach- und Rückstreuung im Präparat ergeben. Die Fehler der anderen Korrekturfaktoren können vernachlässigt werden. Die systematischen und statistischen Fehler wurden quadratisch addiert und zum endgültigen Fehler des Asymmetriekoeffizienten zusammengefaßt.

Beim Vorliegen mehrerer Meßreihen für einen A-Wert wurden die Asymmetriekoeffizienten mit den reziproken Quadraten der statistischen Fehler aus den Effekten als Gewichte gemittelt und erst dann der systematische Fehler quadratisch hinzuaddiert, wenn die Korrektur für die  $\beta$ - Vielfach- und Rückstreuung nicht zu sehr verschieden war, wie beim  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ . In diesem Fall wurde mit den reziproken Quadraten der quadratisch addierten Fehler des Effektes und der Präparatkorrektur gemittelt und zum Schluß der Fehler des Analysatorwirkungsgrades hinzuaddiert.

Korrekturen bei den Positronen-Strahlern wegen der Vernichtungsstrahlung brauchten in keinem Fall angebracht werden, da bei allen Präparaten außer  $\text{Co}^{58}$  die untere  $\gamma$ - Diskriminatorschwelle über 600 KeV lag, so daß dadurch die Vernichtungsstrahlung in der  $\gamma$ - Einzelrate unterdrückt wurde. Der Anteil der durch auf den Eisenzylinder auftreffende Positronen erzeugten Vernichtungsquanten, die von den  $\beta$ - Plastik-Scintillatoren gezählt werden, ist aus Raumwinkelgründen und wegen der geringen Ansprechwahrscheinlichkeit der  $\beta$ - Plastik-Scintillatoren auf  $\gamma$ -Quanten gering, so daß sich auch in der Koinzidenzrate die Vernichtungsstrahlung nicht bemerkbar macht. Im Fall des  $\text{Co}^{58}$  war es wegen der tiefen  $\gamma$ - Energie nicht möglich die Schwelle so ein-

Tab. 11

Nuklid	$\Delta(\%)$	$f \left\langle \frac{v}{c} \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0} \right\rangle$	$C_\gamma$	$C_B$	$C_{\gamma\gamma}$	A
$\text{Co}^{60}$ (I)	$-0,446 \pm 0,009$	$0,0149 \pm 0,0004$	0,979	$0,969 \pm 0,01$	0,982	$-0,322 \pm 0,006$ ( $\pm 0,013$ ) $\pm 0,014$
$\text{Co}^{60}$ (II)	$-0,437 \pm 0,009$	$0,0149 \pm 0,0004$	0,979	$0,956 \pm 0,012$	0,982	$-0,319 \pm 0,006$ ( $\pm 0,014$ ) $\pm 0,015$
$\text{Na}^{22}$ (I)	$+0,582 \pm 0,026$	$0,0181 \pm 0,0005$	0,978	$0,965 \pm 0,014$	-	$+0,341 \pm 0,015$
$\text{Na}^{22}$ (II)	$+0,564 \pm 0,015$	$0,0178 \pm 0,0005$	0,980	$0,965 \pm 0,014$	-	$+0,334 \pm 0,009$ $+0,336 \pm 0,008$ ( $\pm 0,015$ ) $\pm 0,017$
$\text{Na}^{24}$	$+0,206 \pm 0,008$	$0,0213 \pm 0,0006$	0,983	$0,982 \pm 0,012$	0,981	$+0,102 \pm 0,004$ ( $\pm 0,004$ ) $\pm 0,006$
$\text{Ca}^{47}$ (I)	$+0,566 \pm 0,012$	$0,0186 \pm 0,0006$	0,979	$0,908 \pm 0,039$	0,991	$+0,345 \pm 0,007$ ( $\pm 0,025$ ) $\pm 0,026$
$\text{Ca}^{47}$ (II)	$+0,668 \pm 0,012$	$0,0186 \pm 0,0006$	0,979	$0,963 \pm 0,014$	0,994	$+0,383 \pm 0,007$ ( $\pm 0,017$ ) $\pm 0,018$

Tab. 11 (Fortsetzung)

Nuklid	$\Delta$ (%)	$f\left(\frac{v}{c} \cdot \cos\theta \cdot \frac{d\sigma_c}{d\sigma_0}\right)$	$C_\gamma$	$C_B$	$C_{\gamma\gamma}$	A
Ar <sup>41</sup>	+0,101 ± 0,036	0,0200 ± 0,0006	0,977	0,792 ± 0,055	0,993	+0,066 ± 0,024 (± 0,007) ± 0,025
Mn <sup>52</sup> (I+II)	-0,028 ± 0,020	0,0179 ± 0,0005	0,978	0,96 ± 0,019	0,936	-0,018 ± 0,013
Mn <sup>52</sup> (II)	-0,032 ± 0,025	0,0177 ± 0,0005	0,978	0,973 ± 0,012	0,936	-0,020 ± 0,016 -0,019 ± 0,010 ± 0,0009 ± 0,010
Mn <sup>56</sup>	-0,616 ± 0,025	0,0182 ± 0,0005	0,995	0,989 ± 0,009	0,995	-0,346 ± 0,014 (± 0,014) ± 0,020
V <sup>48</sup>	-0,097 ± 0,017	0,0177 ± 0,0005	0,981	0,969 ± 0,015	0,974	-0,059 ± 0,010 (± 0,0027) ± 0,010
Cs <sup>134</sup>	-0,091 ± 0,008	0,0147 ± 0,0004	0,988	0,939 ± 0,026	0,974	-0,069 ± 0,006 (± 0,004) ± 0,007
Co <sup>58</sup>	-0,146 ± 0,031	0,0150 ± 0,0005	0,987	0,953 ± 0,02	0,977	-0,106 ± 0,023 (± 0,005) ± 0,023

Tab. 11 (Fortsetzung)

Nuklid	$\Delta$ (%)	$f\left(\frac{v}{c} \cdot \cos\theta \cdot \frac{d}{r d_0} \cdot \frac{c}{o}\right)$	$C_\gamma$	$C_B$	$C_{\gamma\gamma}$	A
Ag <sup>110m</sup> (I)	+0,058 ± 0,008	0,0144 ± 0,0004	0,994	0,768 ± 0,073	0,945	+ 0,057 ± 0,008
Ag <sup>110m</sup> (II)	+0,071 ± 0,01	0,0144 ± 0,0004	0,994	0,883 ± 0,046	0,935	+ 0,060 ± 0,008
Ag <sup>110m</sup> (III)	+0,061 ± 0,007	0,0144 ± 0,0004	0,994	0,815 ± 0,055	0,942	+ 0,056 ± 0,006
						<u>+ 0,058 ± 0,004</u> (± 0,006) ± 0,007
Co <sup>56</sup>	+0,003 ± 0,018	0,0193 ± 0,0006	0,982	0,989 ± 0,006	0,957	+ 0,002 ± 0,010 (± 0,00007) ± 0,010
Sc <sup>46</sup>	+0,135 ± 0,003	0,0139 ± 0,0004	0,981	0,976 ± 0,005	0,987	+ 0,103 ± 0,002 (± 0,0035) ± 0,004

zustellen, daß in den  $\gamma$  - Einzelraten die in den Plastik-Scintillatoren erzeugte Vernichtungsstrahlung wegdiskriminiert werden konnte.

Als Beispiel für die Datenauswertung sind die Effekte der einzelnen Meßzeiträume von  $\text{Na}^{24}$  und  $\text{Mn}^{52}(\text{III})$ , aus denen dann durch Mittelung die in Tabelle 11 angegebenen Effekte gewonnen wurden, in Anhang 7 zusammen mit den  $\chi^2$  - Werten aufgeführt. Es sind dort zusätzlich die Summen aller überhaupt erhaltenen Koinzidenzen für die einzelnen Nuklide zusammengestellt. Die mittleren Zählraten bei den einzelnen Messungen kann man Anhang 8 entnehmen. Die Asymmetrien der Einzelraten, die ein Maß für die Änderung der Nachweiswahrscheinlichkeiten beim Umpolen sind, wurden in Anhang 9 dargestellt.

Vorläufige Ergebnisse dieser Arbeit wurden auf der Tagung über  $\beta$  - Zerfall in Heidelberg 1965, auf der Frühjahrstagung des Fachausschusses Kernphysik der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Bad Pyrmont 1965 und in Freudenstadt 1966 vorgetragen.



## IX. Diskussion der Meßergebnisse

### a.) Kontrollmessungen

#### 1. $\text{Co}^{60}$

Wie aus dem Zerfallsschema von  $\text{Co}^{60}/40/$  zu ersehen (Bild 24), handelt es sich bei dem Hauptübergang um einen reinen Gamow-Teller-Übergang. Der  $\beta$ -Übergang von 1,48 MeV wird wegen seines geringen Anteils vernachlässigt. Beide  $\gamma$ -Übergänge sind reine E2-Übergänge /40/. Aus diesem Grunde kann durch Einsetzen der entsprechenden Größen in Formel 3 der Asymmetriekoeffizient sofort zu

$$A = - 1/3$$

ausgerechnet werden. Dieser theoretische Wert ist experimentell durch eine Reihe von Messungen bestätigt worden (eine Zusammenstellung findet man in /1/, S. 1468 und /2/ S. 116). In unserem Fall wurde dieser Asymmetriekoeffizient von  $\text{Co}^{60}$  ebenso wie der im folgenden noch beschriebene von  $\text{Na}^{22}$  und  $\text{Mn}^{56}$  nur zur Kontrolle gemessen.

Berücksichtigen wir nur den Wert der Messung 1 mit dem dünneren Präparat (das dickere wurde nur zur Kontrolle der Präparatkorrektur mitgemessen), so stimmt unser experimentell gemessener Asymmetriekoeffizient

$$A = - 0,322 \pm 0,014$$

innerhalb der Fehlergrenzen mit dem theoretischen Wert überein. Wir können daraus erkennen, daß die Berechnung unseres Analysatorwirkungsgrades innerhalb der angegebenen Fehler richtig ist.

#### 2. $\text{Na}^{22}$

Ebenso wie bei  $\text{Co}^{60}$  handelt es sich bei  $\text{Na}^{22}$  um einen reinen Gamow-Teller-Übergang mit anschließendem E2-Übergang /40/. (siehe Bild 24)

Für den theoretischen Asymmetriekoeffizienten erhält man hier mit Formel 3

$$A = + 1/3$$

Eine Zusammenstellung der bisherigen experimentell erhaltenen Werte kann man /1/S. 1468 und /2/ S. 116 entnehmen.

Unser gemessener Wert von

$$A = + 0,336 \pm 0,017$$

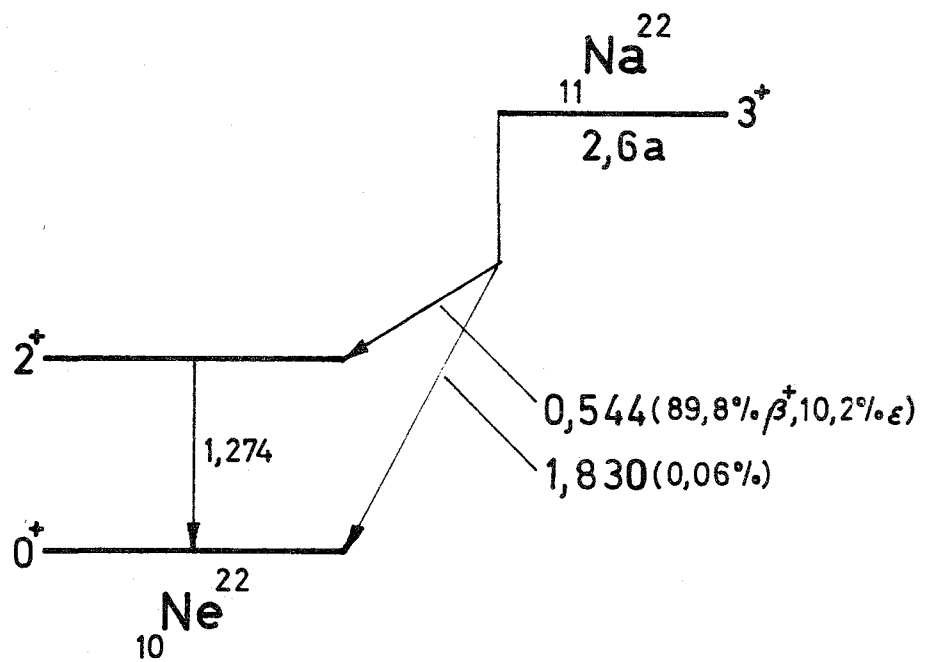
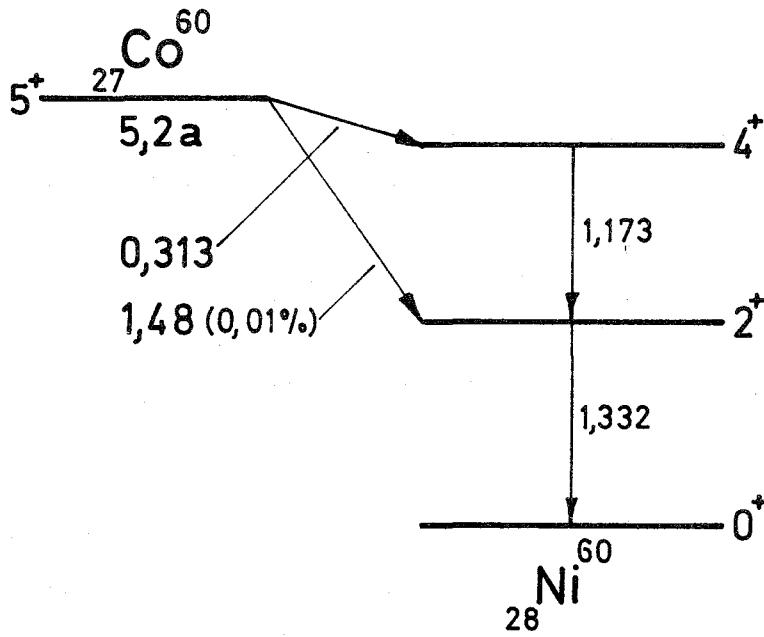


Bild 24 Zerfallsschema von  $^{60}_{27}\text{Co}$  und  $^{22}_{11}\text{Na}$

ist innerhalb der Fehlergrenzen in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert. Hierdurch wird wieder in ausgezeichneter Weise die Richtigkeit unserer Berechnungen des Analysatorwirkungsgrades bestätigt.

### 3. $Mn^{56}$

$Mn^{56}$  zerfällt über reine Gamow-Teller-Übergänge /59/ (siehe Bild 25). In dieser Messung wurde der Asymmetriekoeffizient der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation für den  $\beta$ -Übergang in den ersten angeregten Zustand und den anschließenden  $\gamma$ -Übergang in den Grundzustand gemessen. Andere Übergänge wurden durch die Einstellung des  $\beta$ -Spektrometers mit einer unteren Schwelle von 1070 KeV unterdrückt. Trotzdem es sich hier um einen  $\beta^-$ -Zerfall handelt, wurde die Auswertung hier in derselben Weise vorgenommen wie bei Positronen-Strahlern, da wegen der hohen  $\beta$ -Energie und der niedrigen Einstellung der  $\gamma$ -Schwellen bei den Außenkoinzidenzen 1,1 und 2,2 die in den Plastik-Scintillatoren entstehende Bremsstrahlung zu echten Koinzidenzen (ungefähr 15 %) zwischen diesen Koinzidenz-Kombinationen Anlaß gibt. Mit den aus dem Zerfallsschema zu entnehmenden Spin-Werten und unter der Annahme einer reinen E2-Strahlung /40/, /59/ erhält man für den Asymmetriekoeffizienten nach Formel 3

$$A = - 1/3$$

Die bisherigen Messungen von

$A = - 0,265 \pm 0,02$	(Lobashov, Nazarenko, /61/)
$A = - 0,318 \pm 0,017$	(Mann et al. /50/)
$A = - 0,34 \pm 0,02$	(Schopper et al. /19/)
$A = - 0,362 \pm 0,023$	(Behrens et al. /60/)
$A = - 0,346 \pm 0,02$	(jetziger Wert)

stimmen gut mit dem theoretischen Wert überein. Die Abweichung des jetzigen Asymmetriekoeffizienten von einer früheren Messung mit derselben Apparatur /60/ erklärt sich durch erneute Messungen, durch eine andere Auswertung (damals wurde auf die Bremsstrahlung korrigiert und  $Mn^{56}$  nicht wie ein Positronen-Strahler ausgewertet) und durch eine verbesserte Berechnung der Korrekturen (Zweifachstreuung der  $\gamma$ -Quanten und endliche Auflösung der NaJ-Kristalle). Außerdem wurde inzwischen der f-Wert des Eisens genauer bestimmt. Durch die gute Übereinstimmung des gemessenen Wertes mit dem theoretisch zu erwartenden wird wieder die

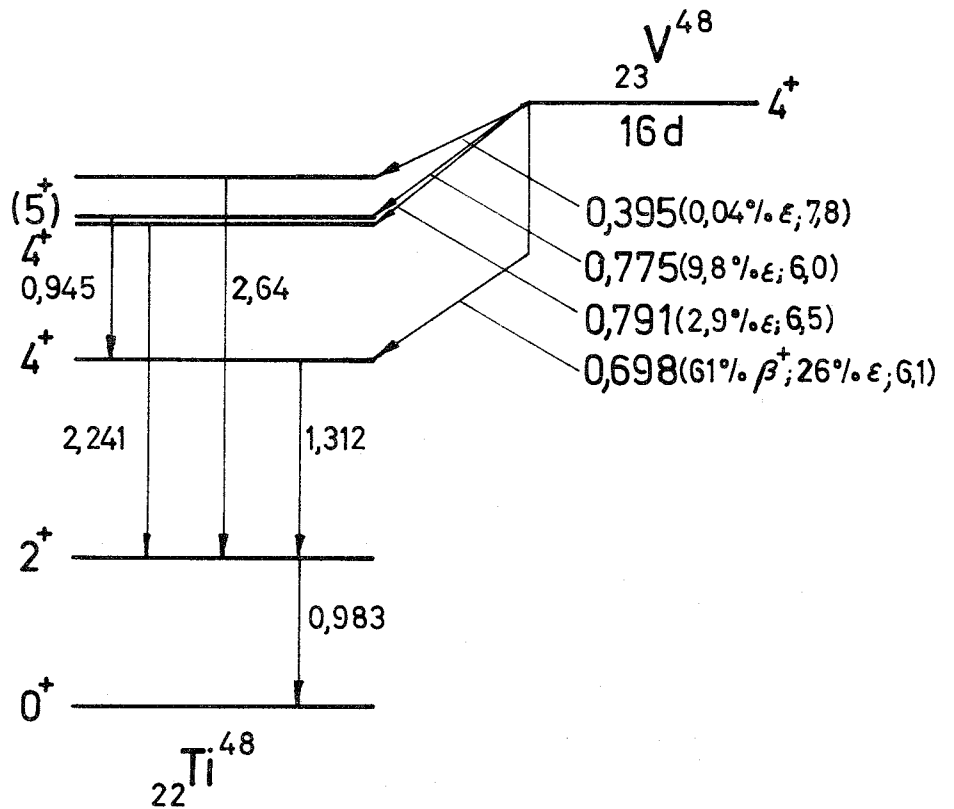
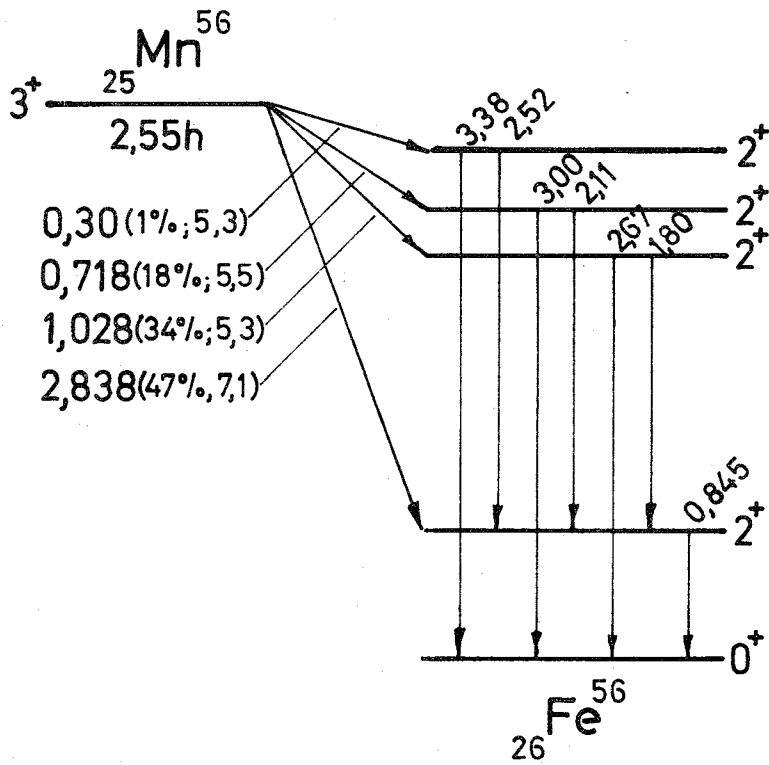


Bild 25 Zerfallsschema von  $^{56}\text{Mn}$  und  $^{48}\text{V}$

Richtigkeit der Berechnung des Analysatorwirkungsgrades bestätigt.

b.) Spin des Grundzustandes von  $\text{Ca}^{47}$  und Mischungsverhältnis des  $\gamma$ -Übergangs von 1,30 MeV im  $\text{Sc}^{47}$

Das Zerfallsschema von  $\text{Ca}^{47}$  (/40/, /49/, /86/) in Bild 26 spricht bei dem von unserer Messung erfaßten  $\beta$ -Übergang von 0,69 MeV für einen reinen Gamow-Teller-Übergang. (In diesem Schema ist bis heute die Lage des ersten angeregten Niveaus im  $\text{Sc}^{47}$  nicht eindeutig geklärt, es könnte auch bei 0,81 MeV liegen/86/).

Wegen des hohen ft-Wertes beim  $\beta$ -Übergang von 1,979 MeV in den Grundzustand des  $\text{Sc}^{47}$  ist aber in diesem Fall ein verbotener Übergang nicht ganz auszuschließen. Aus Schalenmodellüberlegungen folgt für den Grundzustand des  $\text{Ca}^{47}$  als wahrscheinlichste Konfiguration für die Neutronen  $(f\ 7/2)^7 (d\ 3/2)^4$  mit Spin und Parität  $7/2^-$ , möglich wäre aber auch eine Konfiguration  $(f\ 7/2)^8 (d\ 3/2)^3$  mit Spin und Parität  $3/2^+$ . Ein Spin von  $3/2^+$  für den Grundzustand des  $\text{Ca}^{47}$  würde zwar den hohen ft-Wert des Übergangs in den Grundzustand des  $\text{Sc}^{47}$  erklären, da es sich dann um einen einfach unique verbotenen Übergang handeln würde. Die erlaubte Form des Spektrums dieses Übergangs (/40/, /49/) widerspricht dieser Deutung.

Durch eine Messung des Asymmetriekoeffizienten der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation des  $\beta$ -Überganges 0,69 MeV mit dem  $\gamma$ -Übergang 1,30 MeV können weitere Aussagen über die Konfiguration des Grundzustandes des  $\text{Ca}^{47}$  gemacht werden. Da das Mischungsverhältnis  $\delta$  von E2 zu M1 beim 1,30 MeV-Übergang nicht bekannt ist, hat der Asymmetriekoeffizient für die Spinfolge  $7/2^- - 5/2^- - 7/2^-$  nach Formel 3 folgende Form:

$$A = \sqrt{\frac{5}{21}} \frac{1}{1 + \delta^2} (0,732 + 1,522\delta + 0,049\delta^2) \quad (160)$$

Für die Folge  $3/2^+ - 5/2^- - 7/2^-$  hätte man einen einfach parität's verbotenen Übergang, der aber wegen der erlaubten Form des Spektrums /40/ in  $\xi$ -Approximation wie ein erlaubter Übergang behandelt werden kann. In diesem Fall gilt für den Asymmetriekoeffizienten

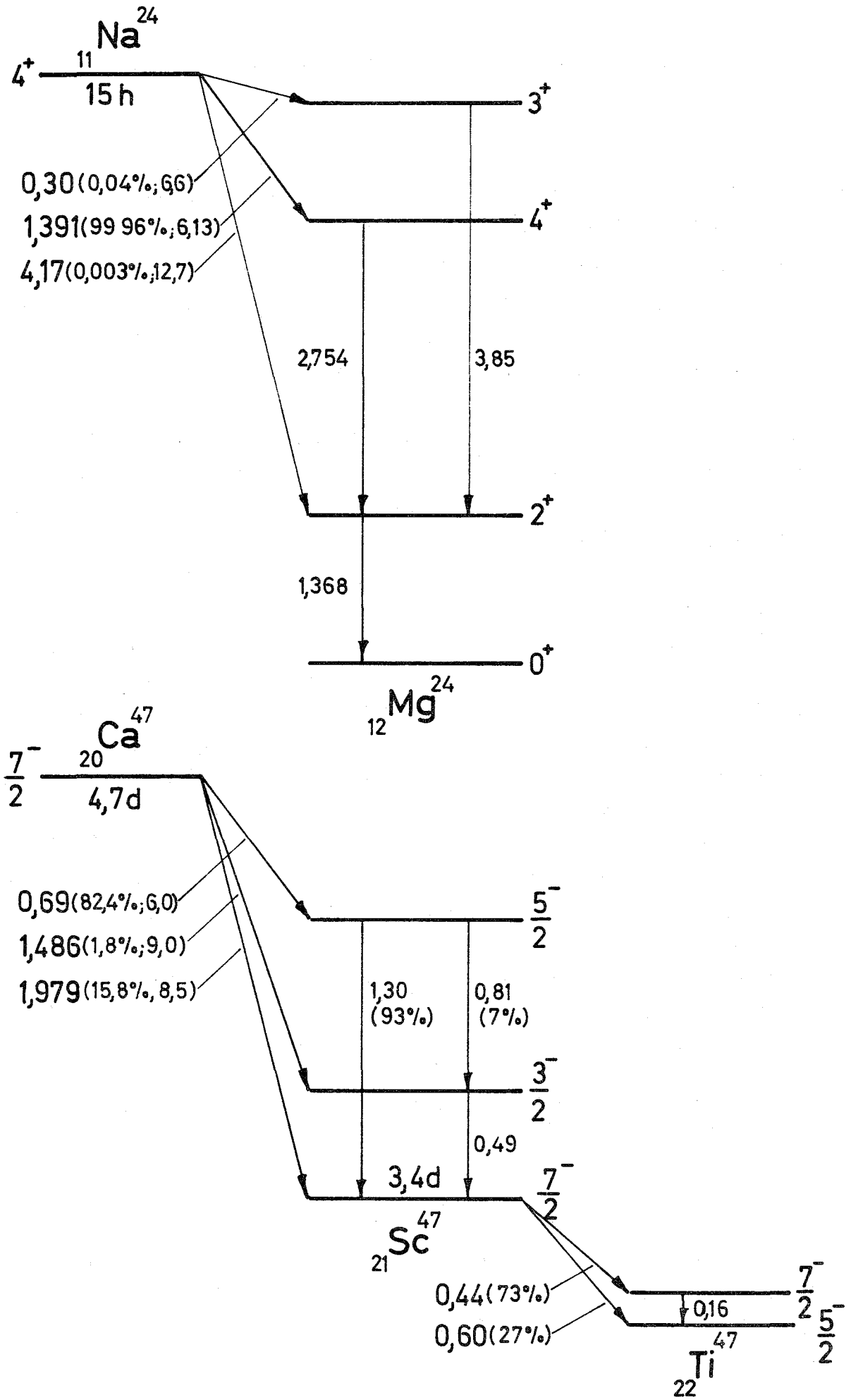


Bild 26 Zerfallsschema von  $\text{Na}^{24}$  und  $\text{Ca}^{47}$

$$A = -\sqrt{\frac{7}{15}} \frac{1}{1+\delta^2} (0,732 + 1,522\delta + 0,049\delta^2) \quad (161)$$

A als Funktion der Intensität der M1-Strahlung ist in Bild 27 dargestellt. In den Gleichungen 160 und 161 wurde zu diesem Zweck  $\delta^2 = \left(\frac{\delta_2}{\delta_1}\right)^2$  und  $\delta_1^2 + \delta_2^2 = 1$  gesetzt.

In diesem Bild sind die beiden bisherigen genauen Messungen eingetragen.

Wir haben hier nur die Messung II berücksichtigt, da es nicht ausgeschlossen werden kann, daß der tiefere Wert bei der Messung I darauf zurückzuführen ist, daß wegen der großen Präparatdicke bei dieser Messung die Präparatkorrektur durch Ungleichmäßigkeit der Präparatdicke in Wahrheit wesentlich größer ist als die mit der mittleren Dicke berechnete.

Abweichungen bei dem aus der Meßreihe I gewonnenen Asymmetriekoeffizienten gegenüber früher angegebenen Werten /60/ erklären sich durch Berücksichtigung der Korrektur für Vielfach- und Rückstreuung, die gerade bei der Messung I wegen der großen Präparatdicke starken Einfluß auf das Endergebnis hat.

Unsere Messung von

$$A = + 0,383 \pm 0,018$$

weist gegenüber der Messung von Mann et al. /50/ eine gewisse Diskrepanz auf, die nicht geklärt werden konnte.

Bild 27 zeigt, daß speziell unsere Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation stark für die Spin-Folge  $7/2^- - 5/2^- - 7/2^-$  und eine nahezu reine M1-Strahlung spricht. Für diese Folge erhalten wir mit unserem Wert für das Mischungsverhältnis von E2-zu M1-Strahlung

$$\delta = + 0,035 \pm 0,024$$

Der zweite Schnittpunkt mit dem großen Mischungsverhältnis ist unwahrscheinlich.

### c.) Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte

#### 1. Allgemeines

Wie in Kap. II schon erläutert, treten bei  $\beta$ -Übergängen mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  endliche Fermi-Matrix-Elemente nur dadurch auf, daß den Isospins der beteiligten Zustände solche anderer

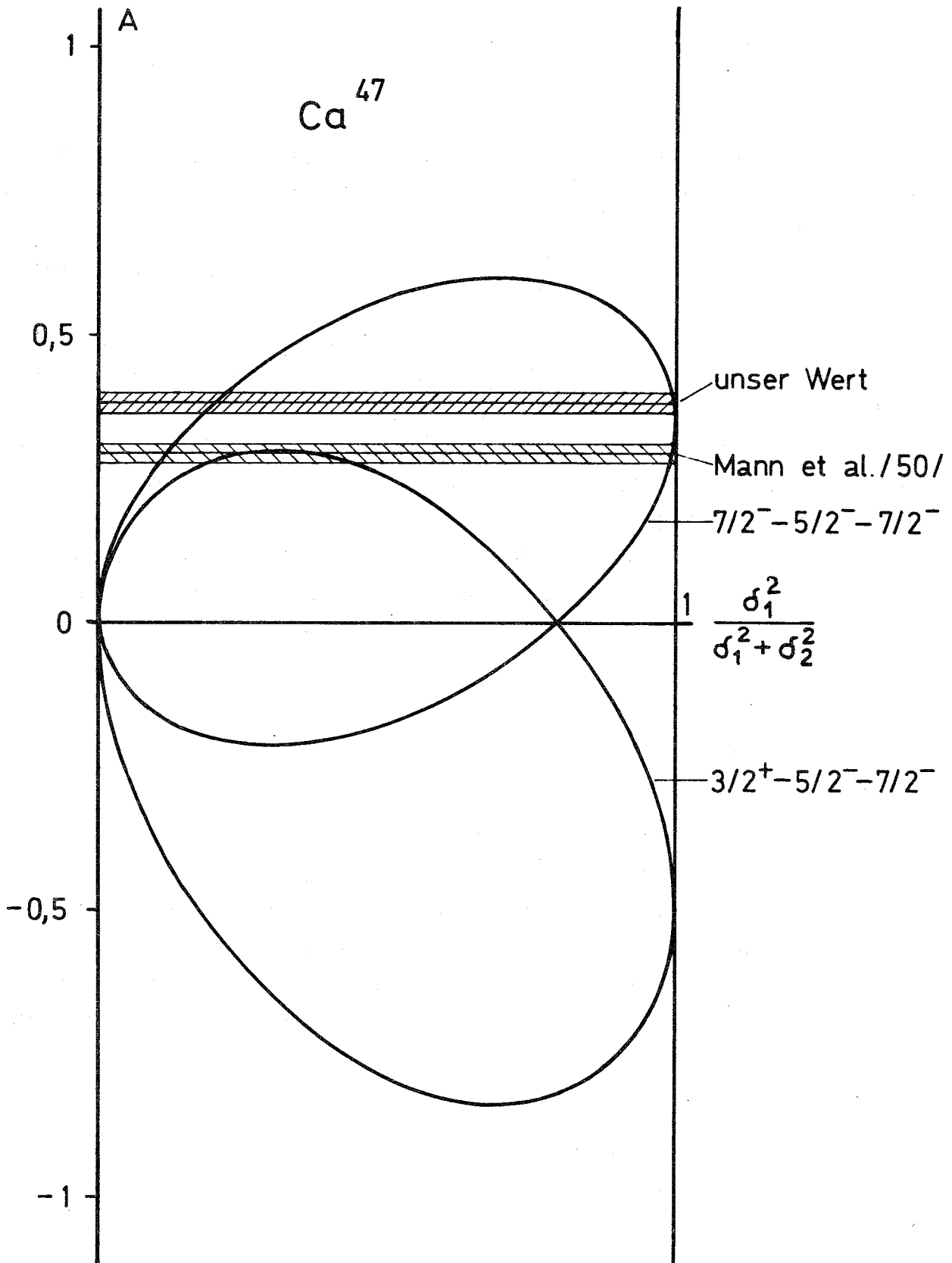


Bild 27

Asymmetriekonstante als Funktion der  
Intensität der M1-Strahlung



Niveaus beigemischt sind. Die Größenordnung dieser Isospinbeimischungen wurde von verschiedenen Autoren mit Hilfe des Schalenmodells (j-j-Kopplung) sowohl für die Coulomb-Kräfte allein/15/ als auch für die Coulomb-Kräfte plus einer Ladungsabhängigkeit der Kernkräfte (/12/, /13/, /14/ und /96/) für einige Kerne theoretisch berechnet. Insbesondere haben Blin-Stoyle et al. zusätzlich zu der Coulomb-Wechselwirkung mit der allgemeinsten statischen, ladungsabhängigen Kernkraft (abgesehen von der Radialabhängigkeit)

$$H_n = V_0 \sum_{i < j=1}^A \left\{ p(\tau_z(i) + \tau_z(j)) + q \tau_z(i) \tau_z(j) + [r(\tau_z(i) + \tau_z(j)) + s \cdot \tau_z(i) \cdot \tau_z(j)] \sigma_i \cdot \sigma_j \right\} e^{-\beta r_{ij}^2} \quad (162)$$

die Größe der Fermi-Matrix-Elemente berechnet (/12/, /96/).

$\sigma$  und  $\tau$  sind die gewöhnlichen Spin- und Isospin-Operatoren.

Ladungsunabhängigkeit bedeutet  $p = q = r = s = 0$ , für Ladungssymmetrie ist  $p = r = 0$  und wenn  $H_n$  spinunabhängig ist, gilt  $r = s = 0$ .

Mit diesem Potential haben Blin-Stoyle und Novakovic für vier Nuklide mit Hilfe des Schalenmodells und j-j-Kopplung folgende Ausdrücke für die Fermi-Matrix-Elemente ausgerechnet (/12/, /13/).

$$\begin{array}{ll} \text{Na}^{24} & M_F = - 1,57p + 3,57r + 0,012 \\ \text{Ar}^{41} & M_F = - 0,49(p-q) + 0,93(r-s) \\ \text{Sc}^{44} & M_F = 0,25(p-q) - 0,40(r-s) \\ \text{Mn}^{52} & M_F = - 0,62(p+q) + 1,17(r+s) + 0,015 \end{array} \quad (163)$$

Für  $M_F(\text{Na}^{24})$  haben wir hier die Beziehung aus /13/ genommen; in /96/ ist eine etwas andere Form angegeben.

Zusätzlich hat Novakovic /13/ mit Hilfe des Schalenmodells und j-j-Kopplung noch aus der Massendifferenz zwischen  $\text{Al}^{24}$  und  $\text{Na}^{24}$  folgende Beziehung abgeleitet:

$$- 221,3 p + 17,9 r = 1,37 \quad (164)$$

Mit einer symmetrischen Raumwellenfunktion für das Drei-Nukleonsystem und einer speziellen Wahl der r-Abhängigkeit in Gleichung 162 erhielten Blin-Stoyle und Yelgin /97/ aus der Massendifferenz von  $H^3 - He^3$  noch folgende Formel

$$p - 3 r = - 0,002 \pm 0,001 \quad (165)$$

Neuerdings haben Blin-Stoyle und Yap /96/ das Fermi-Matrix-Element für  $Na^{24}$  auch mit Hilfe des Kollektivmodells mit Nilsson-Wellenfunktionen berechnet, da im Massenbereich von  $A = 19 - 28$  Deformationen der Kerne beobachtet wurden und die Anwendung des Schalenmodells hier etwas zweifelhaft ist. Sie erhielten damit für das Fermi-Matrix-Element

$$M_F(Na^{24}) = 0,017 p - 0,034 r - 0,00038 \quad (166)$$

Beim Vergleich der beiden Rechnungen für das Fermi-Matrix-Element von  $Na^{24}$  fällt sofort die enorm starke Modellabhängigkeit dieser Rechnungen auf.

Die aus den bisherigen Messungen mit den Gleichungen 163 und 164 berechneten Werte für p, q, r und s sind nicht in Einklang mit  $p = q = r = s = 0$  (/2/, S. 307 ff., /16/, /17/).

Im folgenden sollen unsere Messungen des Asymmetriekoeffizienten von  $Na^{24}$ ,  $Ar^{41}$  und  $Mn^{52}$  und die daraus gewonnenen Fermi-Matrix-Elemente in diesem Zusammenhang diskutiert und die Koeffizienten p, q, r, s aus den Gleichungen 163, 164, 165 und 166 bestimmt werden.

## 2. $Na^{24}$

Der 1,391 MeV  $\beta$ -Übergang (siehe Bild 26) des  $Na^{24}$  ist ein erlaubter Übergang /41/ mit  $\Delta I = 0$ ,  $\Delta T = 1$ . Da es sich bei den  $\gamma$ -Übergängen von 2,754 und 1,368 MeV um reine E2-Übergänge handelt /40/, /41/, ist der theoretische Asymmetriekoeffizient nach Formel 3:

$$A = \frac{0,0833 - 0,745 y}{1 + y^2} \quad (167)$$

A als Funktion von y nach Formel 167 ist in Bild 28 dargestellt. In dieses Bild sind alle bisher gemessenen Werte für den Asymmetriekoeffizienten eingetragen. Die A-Werte und ihre Fehlerbalken müßten eigentlich als Geraden parallel zur Abszisse ge-

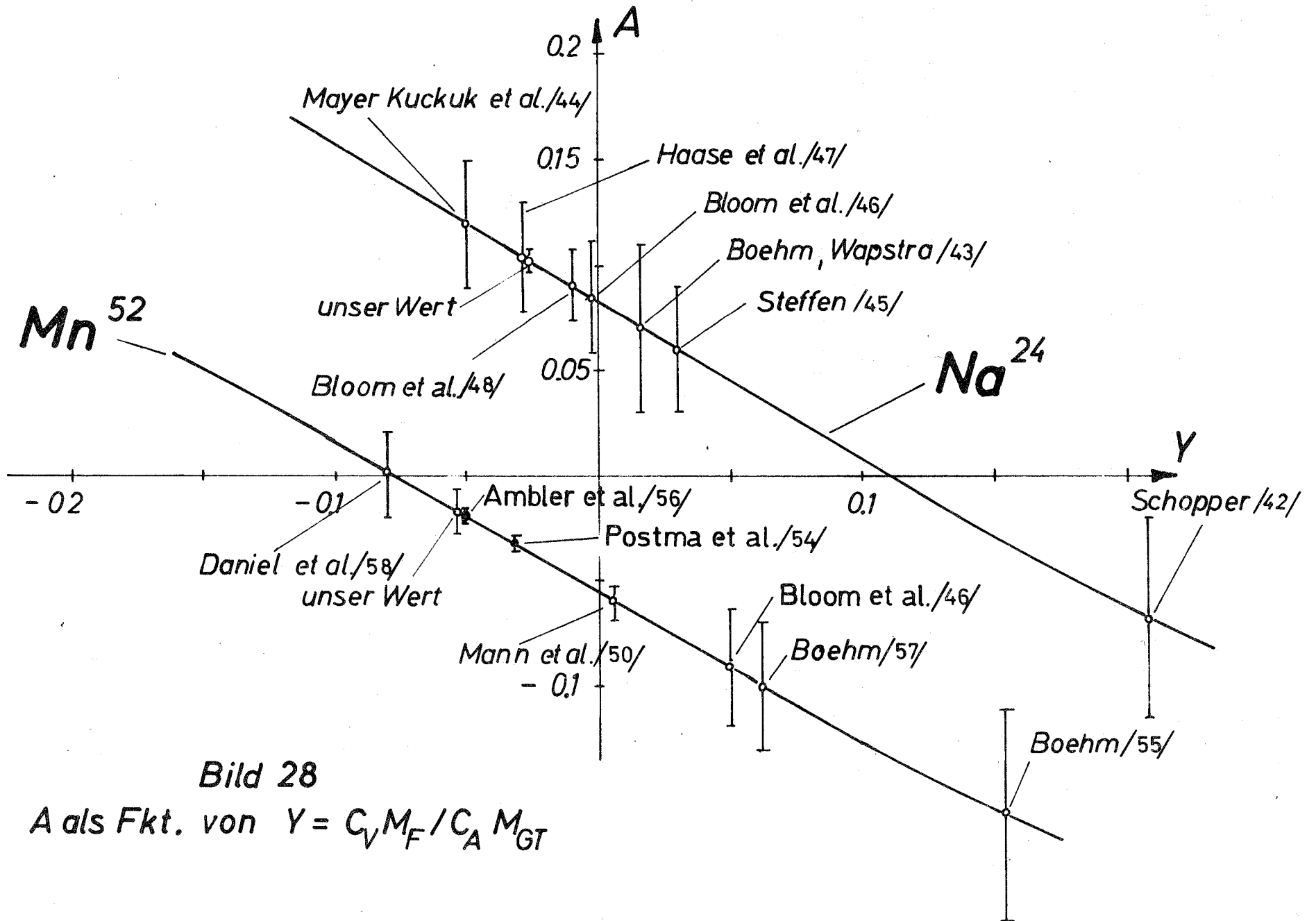


Bild 28

A als Fkt. von  $Y = C_V M_F / C_A M_{GT}$

zeichnet werden, was aber, um die Übersichtlichkeit bei den vielen schon ausgeführten Messungen zu erhalten, hier und in den folgenden ähnlichen Bildern unterlassen wurde. In der Darstellung von Bild 28 und der Ausrechnung von  $y$  wird hier und bei allen folgenden ähnlichen  $\beta$ -Übergängen nur der kleinere Lösungswert für  $y$  berücksichtigt. Der größere der beiden Lösungswerte ist sehr unwahrscheinlich, wie aus den Erläuterungen in Kap. II hervorgeht.

Unser Wert von

$$A = + 0,102 \pm 0,006$$

ist in guter Übereinstimmung mit den bisherigen Messungen, wobei es uns aber gelang, den Fehler gegenüber der bisher genauesten Messung von Bloom et al./48/ um einen Faktor 3 zu reduzieren.

Mit Hilfe der Formeln 9 und 167 erhalten wir mit unserem gemessenen Asymmetriekoeffizienten für  $y$  und des Fermi-Matrix-Element  $M_F$  folgende Werte:

$$y = - 0,026 \pm 0,008 \quad M_F = +(1,8 \pm 0,6) \cdot 10^{-3}$$

Das Vorzeichen des Fermi-Matrix-Elementes ist auf das Gamow-Teller-Matrix-Element bezogen.

### 3. Ar<sup>41</sup>

Ar<sup>41</sup> zerfällt ebenso wie Na<sup>24</sup> über einen erlaubten  $\beta$ -Übergang /41/ mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  (siehe Bild 29).

Für den Asymmetriekoeffizienten erhalten wir wieder mit Formel 3 unter Einsetzen der entsprechenden Größen und unter Berücksichtigung, daß es sich bei dem  $\beta$ -Übergang um einen reinen M2-Übergang handelt:

$$A = \frac{0,0952 - 0,755 y}{1 + y^2} \quad (168)$$

A als Funktion von  $y$  nach Gleichung 168 ist in Bild 30 aufgetragen. In diese Darstellung sind wieder alle anderen Meßwerte zusammen mit unserem

$$A = + 0,066 \pm 0,025$$

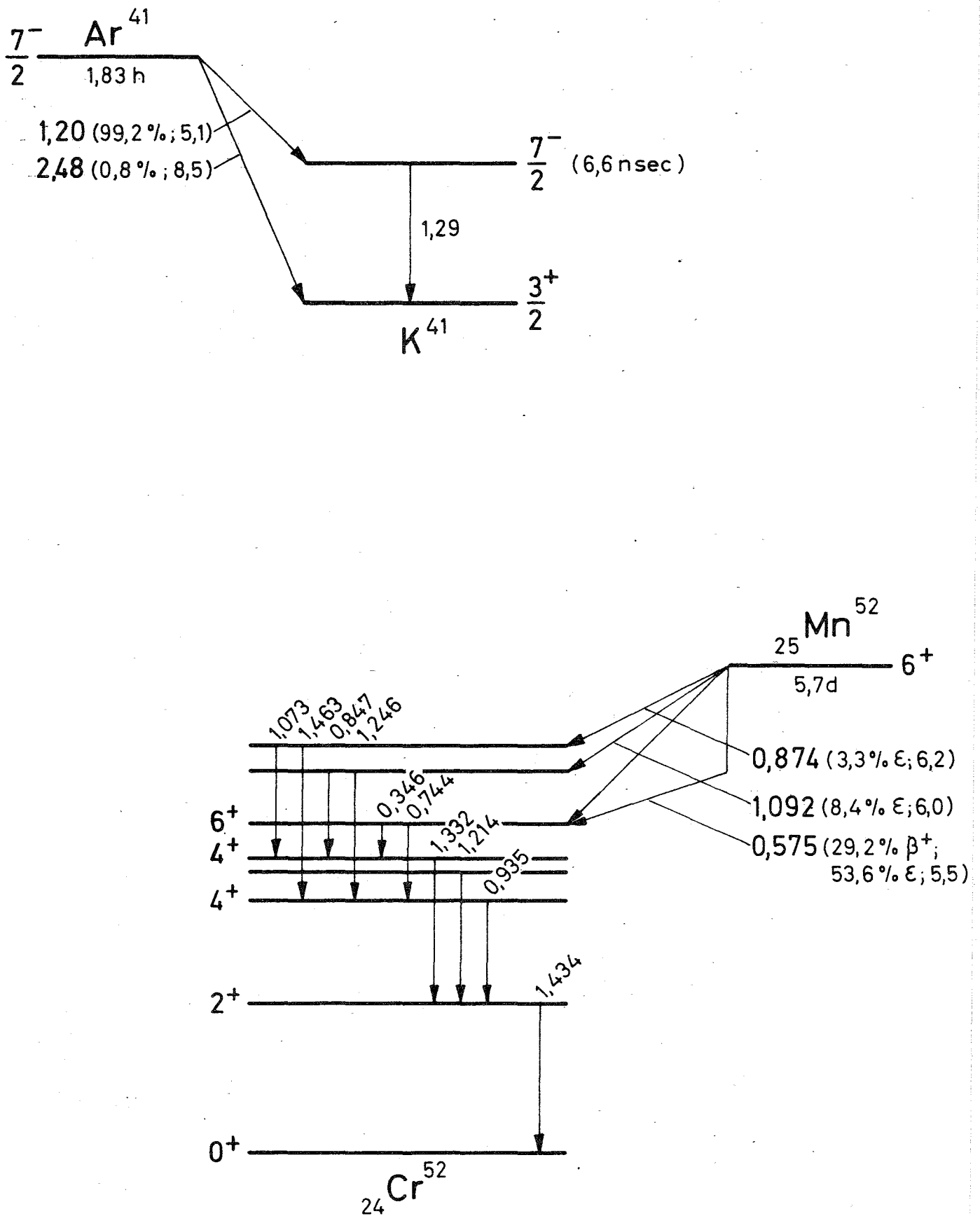
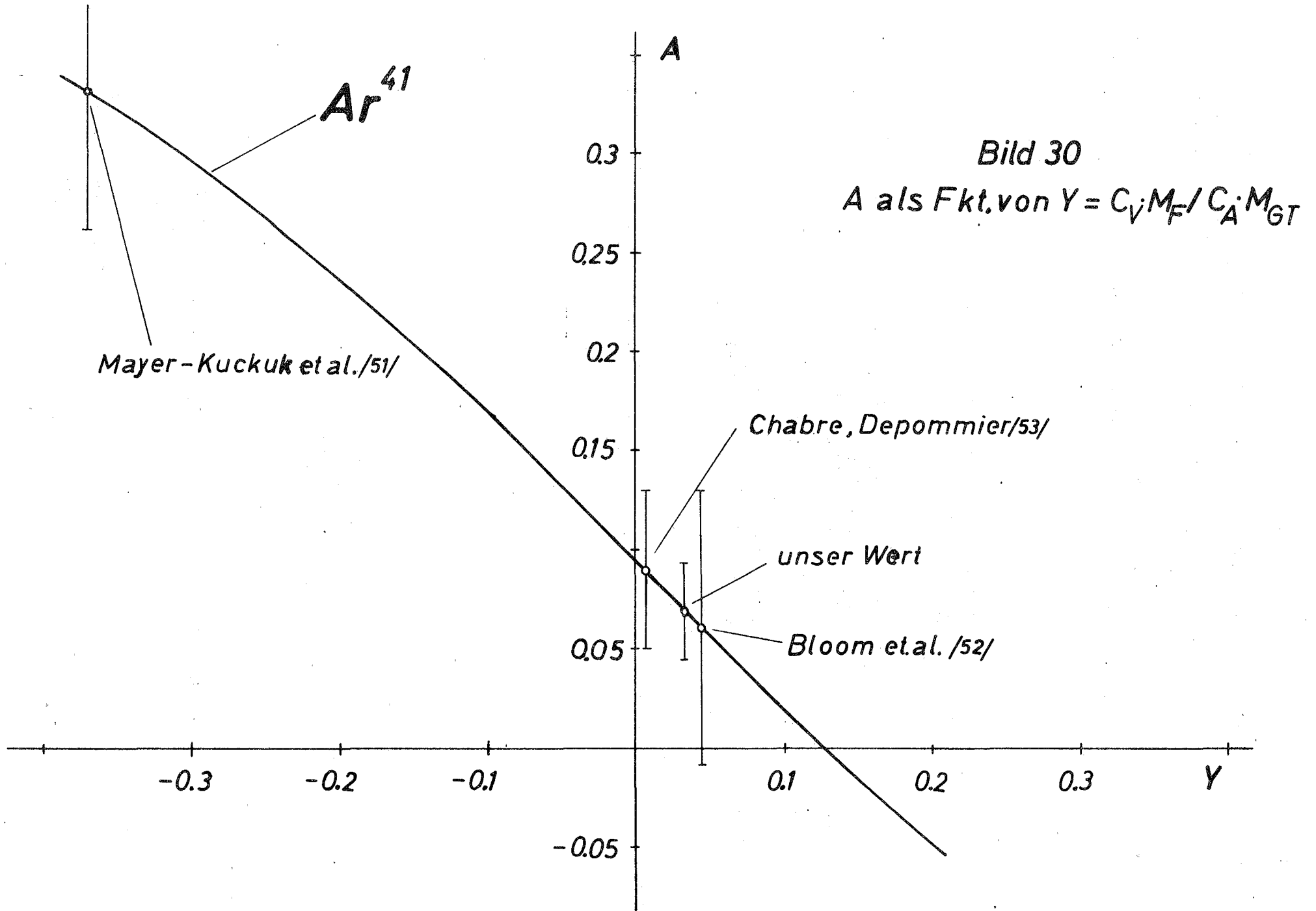


Bild 29 Zerfallsschema von  $\text{Ar}^{41}$  und  $\text{Mn}^{52}$



eingetragen. Man sieht, das Ergebnis ist in guter Übereinstimmung mit den anderen Messungen, wobei aber unser Fehler um einen Faktor 2 kleiner ist als bei der bisher genauesten Messung.

Für  $y$  und  $M_F$  ergibt sich mit unserem Meßwert nach Formel 9 und 168

$$y = + 0,038 \pm 0,033 \quad M_F = -(9 \pm 8) \cdot 10^{-3}$$

Weiterhin ist zum  $Ar^{41}$  zu bemerken, daß wegen der langen Lebensdauer des Zwischenniveaus von 6,6 nsec die Gefahr besteht, daß die Korrelation gestört ist. Abschätzungen über diesen Effekt liegen leider bis heute nicht vor.

#### 4. $Mn^{52}$

Aus dem Zerfallsschema /95/ sehen wir (Bild 29), daß es sich um einen  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  Übergang handelt.

Für drei reine E2-Übergänge (0,744; 0,935; 1,434 MeV) erhält man mit Formel 3 für den Asymmetriekoeffizienten:

$$A = \frac{-0,0556 - 0,72 y}{1 + y^2} \quad (169)$$

Die Gleichung 169 ist in Bild 28 mit allen bisherigen Messungen in der schon beim  $Na^{24}$  beschriebenen Art dargestellt.

Die Meßwerte von Ambler /56/ und Postma /54/ wurden nicht mit Hilfe der Zirkularpolarisationsmethode, sondern durch Messung an ausgerichteten Kernen gewonnen.

Unser Wert von

$$A = - 0,019 \pm 0,010$$

bestätigt die letztgenannten Werte ausgezeichnet und stimmt auch mit den anderen neueren Messungen innerhalb der Fehler überein. Unser Fehler liegt etwa in derselben Größenordnung wie bei der bisher genauesten nach der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationsmethode ausgeführten Messung.

Mit unserem A erhalten wir mit Hilfe der Formel 9 und 169 für  $y$  und  $M_F$

$$y = - 0,051 \pm 0,014 \quad M_F = +(7 \pm 2) \cdot 10^{-3}$$

### 5. Bestimmung der Parameter des von Blin-Stoyle et al. angegebenen ladungsabhängigen Kernpotentials

Mit unseren drei Meßwerten für die Fermi-Matrix-Elemente von  $\text{Na}^{24}$ ,  $\text{Ar}^{41}$  und  $\text{Mn}^{52}$ , sowie dem aus /17/ zu entnehmenden  $M_F$  von  $\text{Sc}^{44}$  ( $M_F(\text{Sc}^{44}) = +(7,7 \pm 2,9) \cdot 10^{-3}$ ) können jetzt die Koeffizienten  $p, q, r, s$  aus den Gleichungen 163, 164, 165 und 166 bestimmt werden. Eine gewisse Unsicherheit bei dieser Rechnung liegt darin, daß wir die Vorzeichen der Fermi-Matrix-Elemente aus einer Messung der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation nicht absolut bestimmen können, sondern nur relativ zum Gamow-Teller-Matrix-Element. Für letztere sind in der Regel die Vorzeichen genausowenig bekannt, so daß für die Lösungen der Gleichungen wegen der verschiedenen möglichen Vorzeichen der Fermi-Matrix-Elemente Mehrdeutigkeiten entstehen.

Glücklicherweise liegen für die Gamow-Teller-Matrix-Elemente von  $\text{Sc}^{44}$  und  $\text{Mn}^{52}$  theoretische Rechnungen von Kelly und Moszkovski /14/ vor, die für diese Matrix-Elemente und damit auch für die Fermi-Matrix-Elemente negative Vorzeichen ergeben.

Für  $\text{Na}^{24}$  wurde von Blin-Stoyle und Yap /96/ im Rahmen ihrer Berechnung des Fermi-Matrix-Elementes mit Hilfe des Kollektivmodells auch das Gamow-Teller-Matrix-Element mit Vorzeichen ausgerechnet. Die genannten Autoren erhielten für dieses Matrix-Element im Rahmen dieses Modells ein negatives Vorzeichen.

Als erstes wollen wir versuchen, die Koeffizienten  $p, q, r$  und  $s$  aus den mit dem Schalenmodell berechneten Beziehungen 163 und 164 für die Fermi-Matrix-Elemente und die Massendifferenz von  $\text{Na}^{24} - \text{Al}^{24}$  zu berechnen.

Die Art der im folgenden verwendeten Lösungsmethode der Gleichungen 163 und 164 wurde von Schopper (/16/, /2/, S. 317 ff) angegeben.

Kombiniert man aus den Gleichungen 163 und 164 diejenigen für  $M_F(\text{Na}^{24})$  und die Massendifferenz von  $\text{Na}^{24} - \text{Al}^{24}$  miteinander, ergibt sich:

$$p = - (6,67 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \quad (170)$$

$$r = \left\{ \begin{array}{l} - 5,8 \pm 0,2 \\ - 6,8 \pm 0,2 \end{array} \right\} \cdot 10^{-3} \quad \begin{array}{l} M_F(\text{Na}^{24}) > 0 \\ M_F(\text{Na}^{24}) < 0 \end{array} \quad (171)$$

Durch Addition und Subtraktion der Gleichungen für  $M_F(\text{Ar}^{41})$  und  $M_F(\text{Mn}^{52})$  erhält man:



$$p - 1,89 r = \left\{ \begin{array}{l} 9 \pm 8 \\ 27 \pm 8 \end{array} \right\} \cdot 10^{-3} \quad \begin{array}{l} M_F(\text{Ar}^{41}) > 0 \\ M_F(\text{Ar}^{41}) < 0 \end{array} \quad (172)$$

$$q - 1,89 s = \left\{ \begin{array}{l} 27 \pm 8 \\ 9 \pm 8 \end{array} \right\} \cdot 10^{-3} \quad \begin{array}{l} M_F(\text{Ar}^{41}) > 0 \\ M_F(\text{Ar}^{41}) < 0 \end{array} \quad (173)$$

Setzen wir jetzt p aus Gleichung 170 in 172 ein, können wir ein Vorzeichen von  $M_F(\text{Ar}^{41})$  ausschließen.

$$r = \left\{ \begin{array}{l} -8 \pm 4 \\ -18 \pm 4 \end{array} \right\} \cdot 10^{-3} \quad \begin{array}{l} M_F(\text{Ar}^{41}) > 0 \\ M_F(\text{Ar}^{41}) < 0 \end{array} \quad (174)$$

Da nur die erste der beiden Lösungen in Gleichung 174 mit den Lösungen von 171 übereinstimmt, folgt für  $M_F(\text{Ar}^{41})$  ein positives Vorzeichen. Aus den Formeln für  $M_F(\text{Sc}^{44})$  und  $M_F(\text{Mn}^{52})$  erhält man:

$$q - 1,74 s = + (32,3 \pm 6,1) \cdot 10^{-3} \quad (175)$$

Durch Kombination dieser Gleichung mit 173 für  $M_F > 0$  kann man schließlich q und s zu

$$\begin{array}{l} s = + (35 \pm 67) \cdot 10^{-3} \\ q = + (94 \pm 121) \cdot 10^{-3} \end{array}$$

ausrechnen.

Nimmt man jetzt statt der mit dem Schalenmodell die mit dem Kollektivmodell berechnete Beziehung für  $M_F(\text{Na}^{24})$ , so erhält man mit unserem Meßwert :

$$p - 2 r = - (84 \pm 35) \cdot 10^{-3} \quad (176)$$

Diese Beziehung paßt aber schlecht zu der Formel 172, die man aus den Gleichungen für  $M_F(\text{Ar}^{41})$  und  $M_F(\text{Mn}^{52})$  ableiten kann. Außerdem stimmt sie auch nicht gut mit der aus den Gleichungen für  $M_F(\text{Sc}^{44})$  und  $M_F(\text{Mn}^{52})$  abzuleitenden Beziehung

$$p - 1,74 r = + (3,3 \pm 6) \cdot 10^{-3} + 0,145 s \quad (177)$$

überein, da s ziemlich sicher positiv ist (siehe /2/, S. 319).

Daraus kann man den Schluß ziehen, daß entweder die Schalenmodellberechnungen der Fermi-Matrix-Elemente von  $\text{Ar}^{41}$ ,  $\text{Sc}^{44}$  und  $\text{Mn}^{52}$  auch stark von der Art der Rechnung abhängen (das Kollektivmodell scheidet hier aber aus, da in der Gegend der Massenwerte von

Ar<sup>41</sup>, Sc<sup>44</sup> und Mn<sup>52</sup> bis jetzt keine Kerndeformationen beobachtet wurden) oder aber die Schalenmodellberechnung für Na<sup>24</sup> das Fermi-Matrix-Element besser wiedergibt.

Zu der aus der Massendifferenz von H<sup>3</sup> - He<sup>3</sup> abgeleiteten Relation 165 zwischen p und r stehen die aus den Gleichungen 170 und 171 erhaltenen p-Werte in direktem Widerspruch. Auch mit der Beziehung 176 ist die Übereinstimmung dieser Relation nicht befriedigend.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die mit unseren Meßwerten und den mit dem Schalenmodell abgeleiteten Beziehungen gewonnenen Werte für q und s

$$q = + (3,5 \pm 6,7) \% \quad s = + (9,4 \pm 12,1) \%$$

einigermaßen vernünftig sind, da sie mit nach anderen Methoden (/2/, S. 319, /97/) gewonnenen Werten übereinstimmen. Bei den Koeffizienten p und r kann dagegen keinerlei Aussage gemacht werden, da die Widersprüche zwischen den aus den verschiedenen Beziehungen abgeleiteten Werte viel zu groß sind.

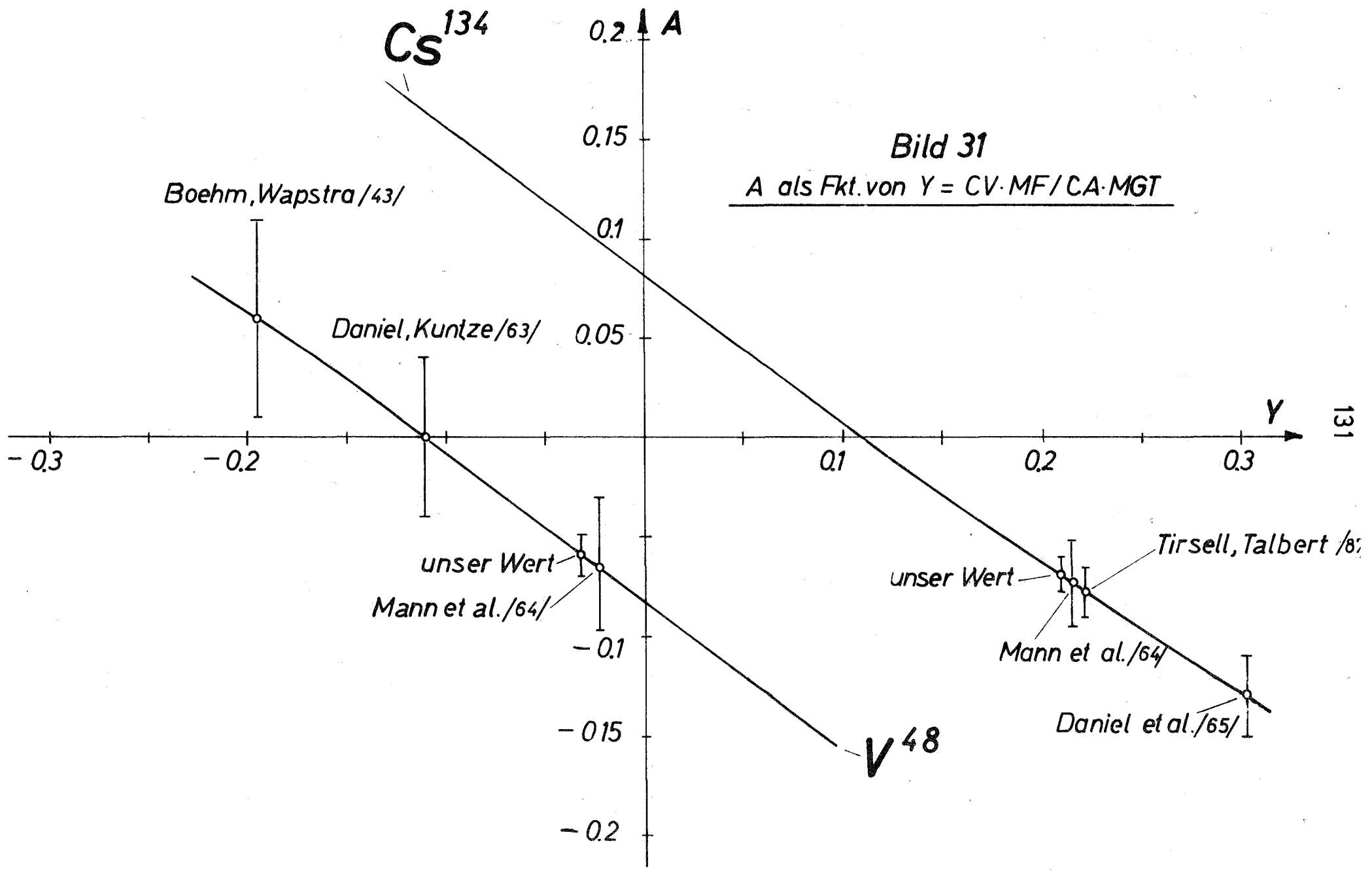
d.) Gemischte  $\beta$ -Übergänge, für die keine theoretischen Berechnungen der Fermi-Matrix-Elemente vorliegen.

1, v<sup>48</sup>

Abgesehen davon, daß es sich hier um einen Positronen-Strahler handelt, ist die Spinfolge des  $\beta$ -Überganges und der anschließenden  $\gamma$ -Übergänge einschließlich ihrer Multipolarität dieselbe wie beim Na<sup>24</sup> (siehe Bild 25)/62/. Aus diesem Grund gilt für A bis auf das Vorzeichen des konstanten Gliedes die gleiche Formel wie bei Na<sup>24</sup>

$$A = - \frac{0,0833 + 0,745 y}{1 + y^2} \quad (178)$$

Die Darstellung dieser Funktion mit allen bisherigen Meßergebnissen erfolgte in Bild 31 in der schon bei Na<sup>24</sup> beschriebene Art.



Unser Wert von

$$A = - 0,059 \pm 0,010$$

ist in guter Übereinstimmung mit den beiden neueren Messungen. Es gelang uns bei dieser Messung den Fehler um etwa einen Faktor 3 zu verkleinern. Außerdem spricht unser Meßwert auch bei  $V^{48}$  für ein kleines Fermi-Matrix-Element. Mit Formel 9 und 131 erhalten wir für  $\gamma$  und  $M_F$

$$\gamma = - 0,032 \pm 0,013 \quad M_F = + (2,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-3}$$

## 2. Cs<sup>134</sup>

Bei Cs<sup>134</sup> wurde in dieser Messung die  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation des 0,656 MeV  $\beta$ -Überganges mit den anschließenden  $\gamma$ -Übergängen von 0,797 und 0,605 MeV ausgemessen (siehe Bild 32).

Das Zerfallsschema des Cs<sup>134</sup> wurde der Arbeit von Daniel und anderen /65/ entnommen. Allerdings bestehen in Bezug auf den  $\beta$ -Übergang von 0,491 MeV und die  $\gamma$ -Übergänge von 1,570 und 0,960 MeV nach den Messungen von Brown et al. /66/ erhebliche Zweifel, ob sie existieren. Der 0,656 MeV  $\beta$ -Übergang ist wieder ein Übergang mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$ .

Korrekturen wegen der  $\beta$ -Übergänge von 0,491 und 1,453 MeV müssen nicht angebracht werden, da diese Übergänge einerseits zu sehr geringen Anteilen am Zerfall beteiligt sind, zum anderen wie bei dem 0,491 MeV Übergang zum großen Teil durch das Spektrometer abgeschnitten werden. Alle anderen  $\beta$ -Übergänge liegen unterhalb der Schwelle des Spektrometers.

Da es sich bei den beiden  $\gamma$ -Übergängen um reine E2-Übergänge handelt /66/ und die Spinfolge der gemessenen  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation die gleiche ist wie bei Na<sup>24</sup> gilt für A als Funktion von  $\gamma$  die gleiche Abhängigkeit wie dort. Diese Kurve mit allen bisherigen Messungen ist in Bild 31 dargestellt. Wie man aus diesem Bild sieht, ist unser Meßwert von

$$A = - 0,069 \pm 0,007$$

in ausgezeichneter Übereinstimmung mit den anderen Messungen.  $\gamma$  und  $M_F$  haben folgende Werte (Gleichung 9 und 167)

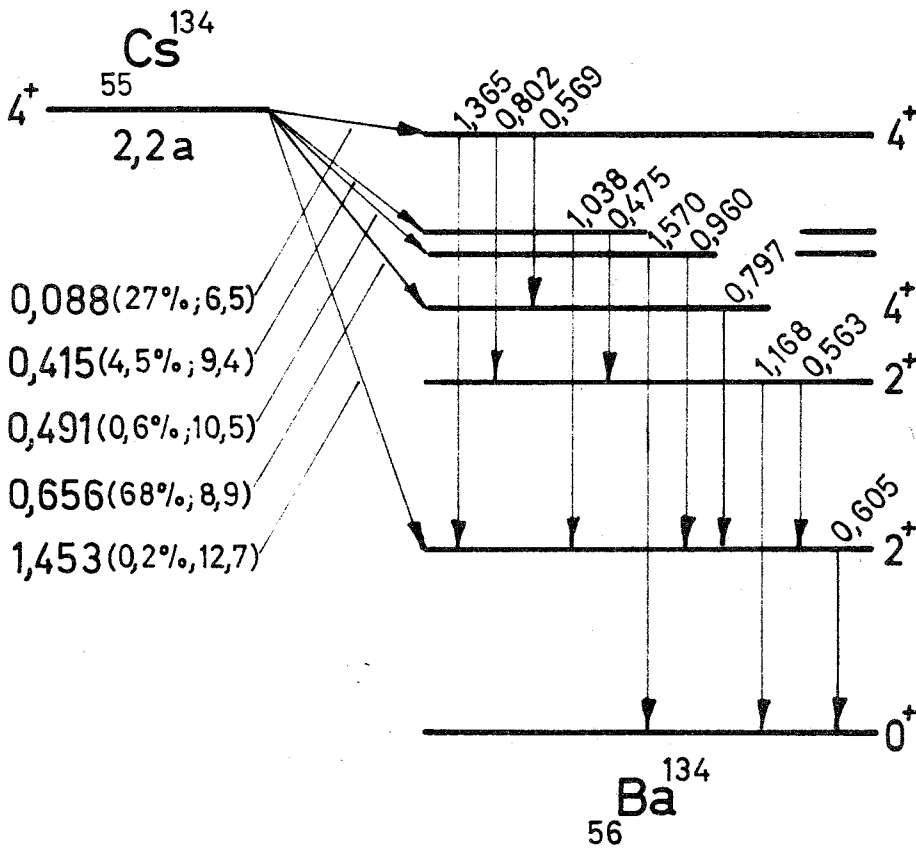
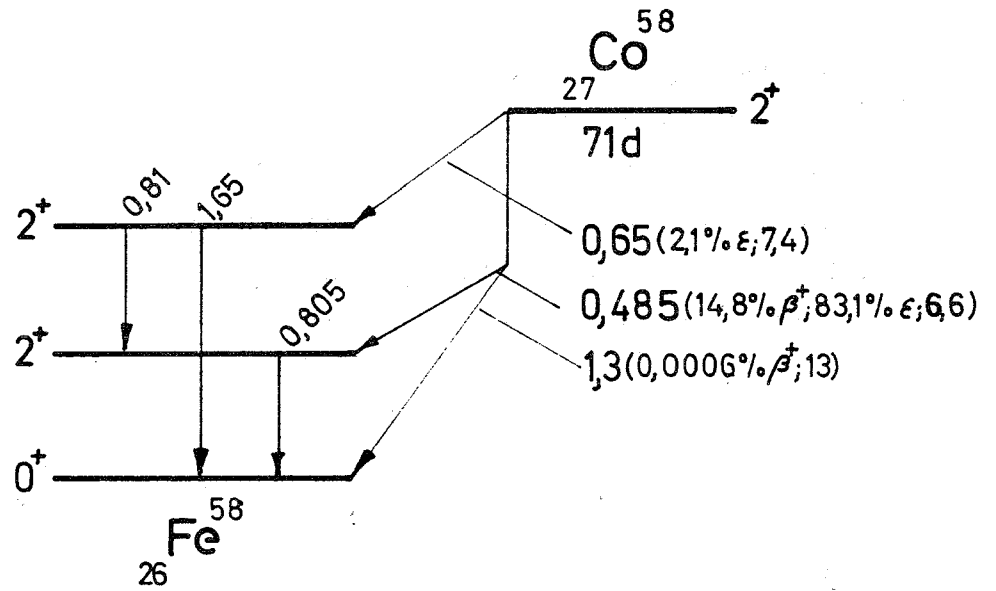


Bild 32 Zerfallsschema von  $^{58}\text{Co}$  und  $^{134}\text{Cs}$

$$y = + 0,208 \pm 0,009 \quad M_F = - (5,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-4}$$

Bemerkenswert ist beim Cs<sup>134</sup> der hohe Wert von  $y$ , der dazu führt, daß in diesem Fall das Fermi-Matrixelement sehr genau bestimmt werden kann. Trotz dieses hohen Wertes von  $y$  ist das Fermi-Matrixelement selbst sehr klein. Dies liegt an dem außerordentlich hohen  $ft$ -Wert für diesen  $\beta$ -Übergang ( $\log ft = 8,9$ ), der Gamow-Teller-Übergang ist also stark behindert. Bei solchen hohen  $ft$ -Werten sind die Beiträge von zweifach verbotenen Matrixelementen zum erlaubten Zerfall möglich. Untersuchungen der Spektralform (/67/, /68/, /69/) und der  $\beta$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation (/70/, /71/, /72/) haben jedoch keine Anhaltspunkte für solche Beiträge gegeben.

### 3. Co<sup>58</sup>

Wie aus Bild 32 zu entnehmen, liegt bei Co<sup>58</sup> wieder ein Übergang mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$  vor.  $A$  als Funktion von  $y$  hat folgende Form:

$$A = - \frac{0,167 + 0,817 y}{1 + y^2} \quad (179)$$

Die Darstellung dieser Funktion mit allen bisherigen Messungen ist Bild 33 zu entnehmen. Die Messungen von Griffing et al./76/, Postma et al./54/, Ambler et al./77/ und Dagley et al./78/ wurden nicht mit Hilfe der  $\beta$ - $\gamma$  Zirkularpolarisationsmethode ausgeführt. Sie sind aus Messungen an ausgerichteten Kernen errechnet worden. Unser Meßwert von

$$A = - 0,106 \pm 0,023$$

ist in guter Übereinstimmung mit dem größten Teil der anderen Meßwerte insbesondere mit dem Wert von Dagley et al./78/ und der Messung von Collin et al./79/.

Die Gefahr, daß das Resultat dieser Messung durch Verunreinigung des Präparates mit Co<sup>60</sup>, die sehr gerne in kleineren Beimischungen im Co<sup>58</sup> enthalten sind, verfälscht wird, besteht bei uns nicht, da die verwendete Einstellung des Spektrometers einen solchen Anteil vollständig unterdrückt hätte. Bei Messungen mit einer  $\beta$ -Schwelle unterhalb 300 KeV wie es bei den

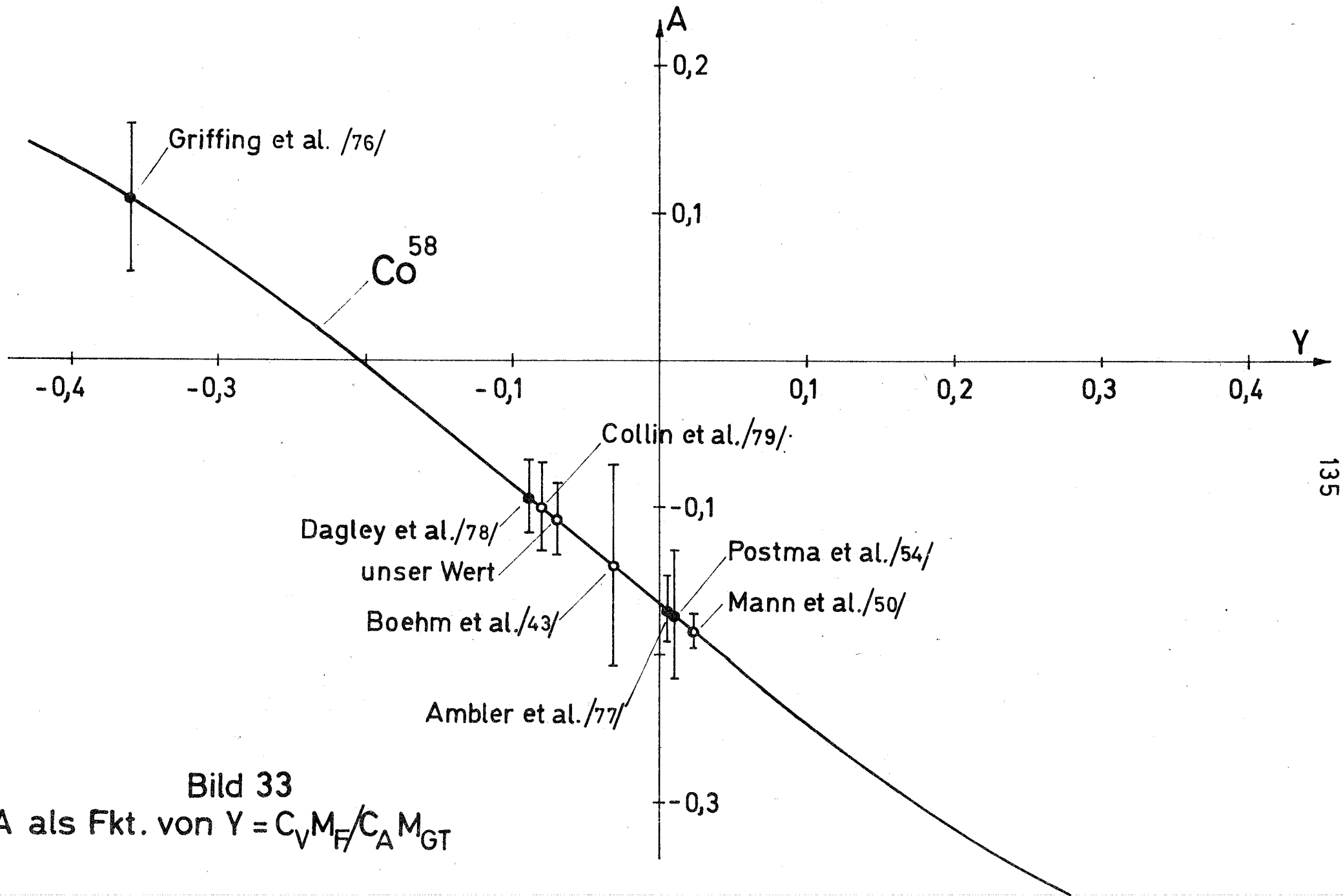


Bild 33  
 A als Fkt. von  $Y = C_V M_F / C_A M_{GT}$

meisten bisher ausgeführten Messungen der Fall war, kann ein solcher Anteil von  $\text{Co}^{60}$  den Meßwert erheblich nach negativen Werten hin verschieben.

Mit Formel 9 und 179 nimmt  $y$  und  $M_F$  für unser A die folgenden Werte an:

$$y = - 0,075 \pm 0,028 \qquad M_F = + (3,0 \pm 1,1) \cdot 10^{-3}$$

#### 4. Ag<sup>110m</sup>

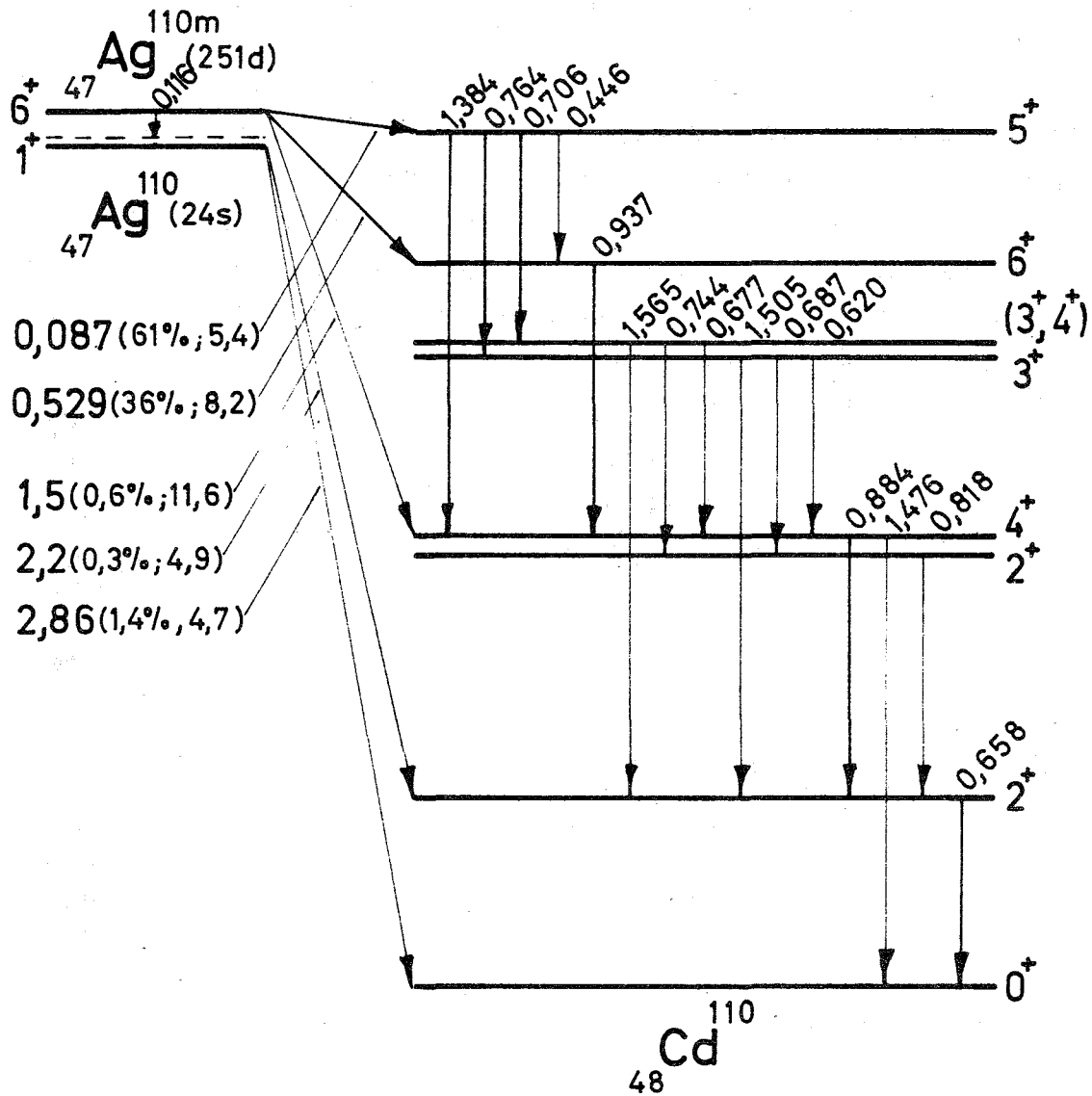
Das Zerfallsschema von Bild 34 wurde den Arbeiten von Daniel et al./81/ und von Newbolt et al./82/ entnommen. Die in diesem Schema angegebenen Übergänge und Niveaus können als gesichert angesehen werden. Von verschiedenen Autoren /80/, /83/ werden zusätzlich noch weitere Niveaus im  $\text{Cd}^{110}$  mit  $\beta$ -Übergängen von 1,01 und 0,25 MeV angegeben.

Ein  $\beta$ -Übergang von 0,25 MeV würde, falls er vorhanden wäre, unsere Messung des Asymmetriekoeffizienten der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation des  $\beta$ -Überganges von 0,529 MeV mit den anschließenden  $\gamma$ -Übergängen von 0,937 MeV, 0,884 MeV und 0,658 MeV nicht stören, da er unterhalb der Schwelle des Spektrometers liegt (Siehe Tabelle 3).

Bei den Übergängen von 2,2 MeV, 1,5 MeV und falls vorhanden dem von 1,0 MeV ist ein Einfluß auf unser gemessenes A trotz ihres geringen Anteils nicht von vornherein ausgeschlossen. Von diesen drei Übergängen läßt sich nur über den Asymmetriekoeffizienten des 2,2 MeV  $\beta$ -Überganges und des anschließenden  $\gamma$ -Überganges von 0,658 MeV etwas aussagen. Dieses A läßt sich mit Hilfe von Formel 3 zu  $A = + 0,5$  ausrechnen, da ein reiner Gamow-Teller-Übergang vorliegt. Bei den anderen Übergängen kann keine Aussage gemacht werden, da es sich in einem Fall um einen zweifach verbotenen Übergang handelt, im anderen Fall Spin und Parität für den betreffenden Endzustand des  $\beta$ -Überganges nicht bekannt sind. Mit zwei weiteren  $\beta$ -Übergängen (2,2 und 1,5 MeV) erhalten wir mit Hilfe von Formel 12 als Beziehung zwischen dem gemessenen A und dem wahren A :

$$A_{gem} = \frac{A \left( 1 + m_1 \frac{A_1}{A} + m_2 \frac{A_2}{A} \right)}{1 + b} \qquad (180)$$



Bild 34 Zerfallsschema von  $^{110}_{47}\text{Ag}$

$$m_1 = \frac{a_1 \omega_{\beta 1} \omega_{\gamma 1} \langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_1 \langle \cos \mu \frac{\Delta E_1}{\Delta E_0} \rangle_1}{\omega_{\beta} \omega_{\gamma} \langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle \langle \cos \mu \frac{\Delta E}{\Delta E_0} \rangle} \quad (181)$$

$$m_2 = \frac{a_2 \omega_{\beta 2} \omega_{\gamma 2} \langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_2 \langle \cos \mu \frac{\Delta E_2}{\Delta E_0} \rangle_2}{\omega_{\beta} \omega_{\gamma} \langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle \langle \cos \mu \frac{\Delta E}{\Delta E_0} \rangle}$$

und

$$b = \frac{a_1 \omega_{\beta 1} \omega_{\gamma 1} + a_2 \omega_{\beta 2} \omega_{\gamma 2}}{\omega_{\beta} \omega_{\gamma}}$$

Die  $a_1$  und  $a_2$  sind die Intensitätsverhältnisse der Übergänge 1 und 2 zu dem betrachteten Übergang. Die anderen Größen wurden in Kap. III schon abgeleitet. Die obige Formel 180 stellt für zusätzliche verbotene Übergänge nur eine Näherung dar, da bei solchen Übergängen die  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation eine kompliziertere Winkel- und Energieabhängigkeit zeigt. (Siehe Kap. II).

Für den 2,2 MeV Übergang ist:

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,00833 & \frac{\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_1}{\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle} &= 1,04 & \frac{\omega_{\beta 1}}{\omega_{\beta}} &= 0,398 \\ m_1 &= 10^{-3} & \frac{\langle \cos \mu \frac{\Delta E_1}{\Delta E_0} \rangle_1}{\langle \cos \mu \frac{\Delta E}{\Delta E_0} \rangle} &= 0,925 & \frac{\omega_{\gamma 1}}{\omega_{\gamma}} &= 0,315 \\ \frac{A_1}{A} &= + 7,45 \end{aligned}$$

Für den 1,5 MeV Übergang gilt:

$$\begin{aligned} a_2 &= 0,016 & \frac{\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle_2}{\langle \frac{\nu}{c} \cos \nu \rangle} &= 1,04 & \frac{\omega_{\beta 2}}{\omega_{\beta}} &= 1,12 \\ m_2 &= 1,18 \cdot 10^{-2} & \frac{\langle \cos \mu \frac{\Delta E_2}{\Delta E_0} \rangle_2}{\langle \cos \mu \frac{\Delta E}{\Delta E_0} \rangle} &= 1,03 & \frac{\omega_{\gamma 2}}{\omega_{\gamma}} &= 0,66 \end{aligned}$$

für b gilt mit beiden Übergängen:

$$b = 1,28 \cdot 10^{-2}$$

Durch Einsetzen dieser Größen in die Formeln 180 und 181 erhält man:

$$A_{\text{gem}} = A \left( 1 + 0,012 \frac{A_2}{A} + 0,00745 \right)$$

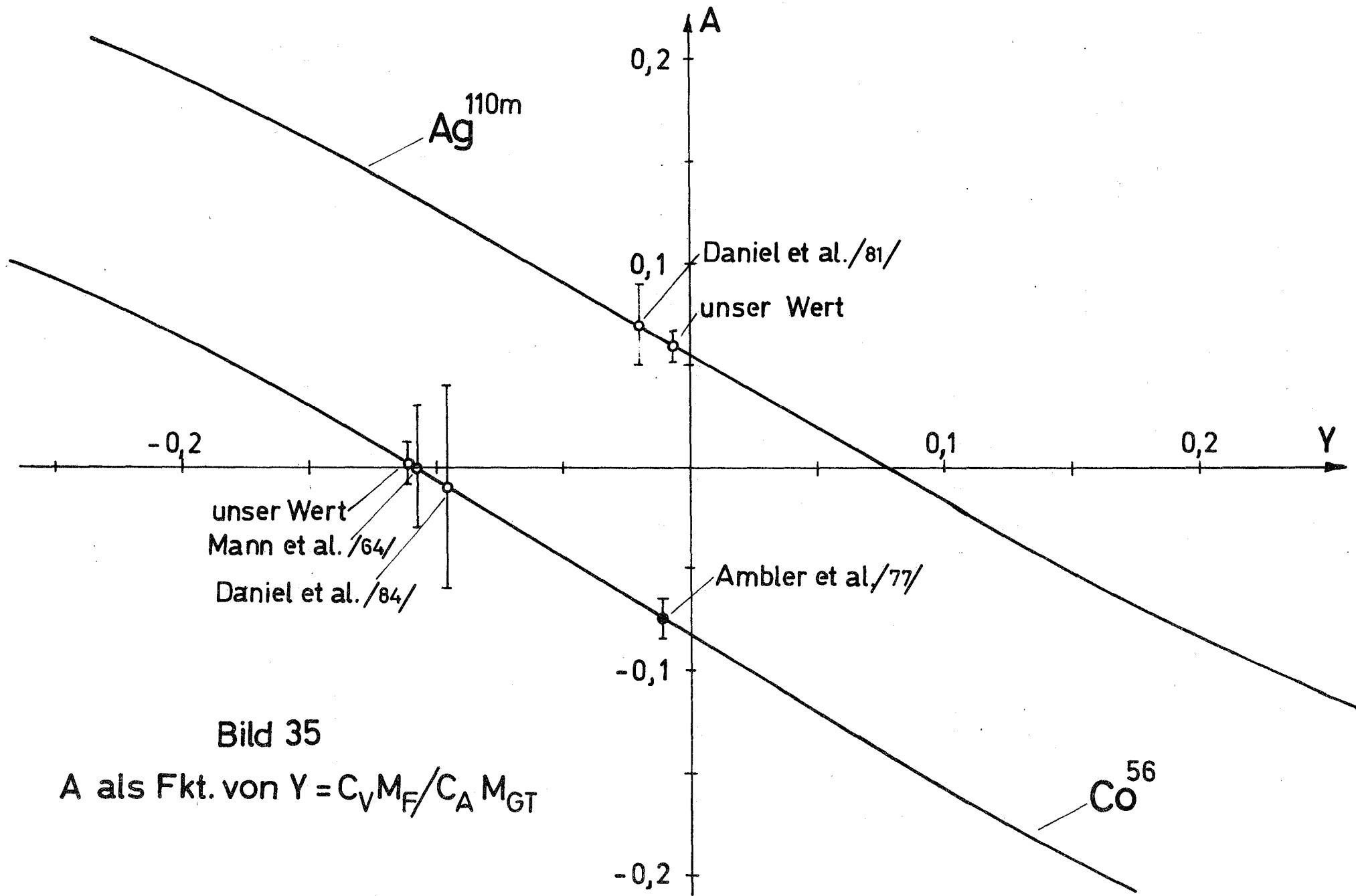


Bild 35

A als Fkt. von  $Y = C_V M_F / C_A M_{GT}$

Je nach der Größe des unbekanntes Asymmetriekoeffizienten  $A_2$  kann hier durchaus eine Korrektur um einige Prozent auftreten. Wenn die relativen Intensitätsverhältnisse und das Zerfallsschema eindeutig im obigen Sinne geklärt wären, könnte man durch eine Messung mit höherem Magnetstrom bei einer solchen Einstellung des Spektrometers, daß nur die höheren  $\beta$ -Übergänge als der 0,529 MeV Übergang erfaßt würden, die Korrektur genau bestimmen. Bei der jetzigen unsicheren Situation in Bezug auf diese und eventuell noch vorhandene weitere Übergänge ist aber eine Umrechnung einer solchen Messung auf den Spektrometerbereich, der zur eigentlichen Messung benutzt wurde, nicht möglich.

Für  $A$  als Funktion von  $y$  erhalten wir ähnlich wie beim  $Mn^{52}$  (die drei beteiligten  $\gamma$ -Übergänge sind reine E2-Übergänge)

$$A = \frac{+0,0556 - 0,72y}{1 + y^2} \quad (182)$$

Diese Kurve mit den beiden bisherigen Messungen ist in Bild 35 dargestellt. Die Übereinstimmung unseres Wertes von

$$A = + 0,058 \pm 0,007$$

mit dem von Daniel et al./81/ ist ausgezeichnet.

Für  $y$  und  $M_F$  ergibt sich mit unserem Meßwert mit den Formeln 9 und 182

$$y = - 0,003 \pm 0,010 \quad M_F = + (2 \pm 6) \cdot 10^{-5}$$

Wie bei  $Cs^{134}$  schon erwähnt, besteht bei solchen hohen  $ft$ -Werten wie in diesem Fall die Gefahr, daß zweifach verbotene Matrixelemente beitragen. Sie kann wegen der erlaubten Form des Spektrums /81/ einigermaßen sicher ausgeschlossen werden.

### 5. Co<sup>56</sup>

Bei Co<sup>56</sup> liegt ein gemischter  $\beta$ -Übergang (Bild 36) mit zwei anschließenden reinen E2-Übergängen vor. (/40/, /84/) Wegen des hohen ft-Wertes bei diesem Übergang ( $\log ft = 8,7$ ) treten hier Beimischungen von zweifach verbotenen Matrixelementen auf, die zu einer Verformung des Spektrums /85/ und zu einer kleinen Anisotropie der  $\beta$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation Anlaß geben /84/. Diese Beimischungen sind jedoch klein, so daß man sie für die  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationskorrelation hier nicht zu berücksichtigen braucht.

A als Funktion von  $y$  hat dieselbe Form wie bei V<sup>48</sup>. Diese Funktion mit allen Meßwerten ist in der schon bei den anderen Nukliden benutzten Form in Bild 35 aufgetragen. Unser Meßwert von

$$A = + 0,002 \pm 0,010$$

ist in sehr guter Übereinstimmung mit den bisherigen Messungen, die auf der  $\beta$ - $\gamma$ -Zirkularpolarisationsmethode beruhen. Gegenüber dem Meßwert von Ambler et al./77/, der durch Messungen an ausgerichteten Kernen erhalten wurde, ist dagegen eine gewisse Diskrepanz vorhanden.

Korrekturen durch die im Präparat enthaltenen Co<sup>58</sup> Verunreinigungen mußten bei unserer Messung nicht angewendet werden, da die untere Schwelle des Spektrometers so eingestellt war, daß die  $\beta$ -Teilchen dieses Nuklids das Spektrometer nicht mehr passieren konnten.

Für  $y$  und  $M_F$  erhalten wir wieder mit Formel 9 und 178:

$$Y = - 0,108 \pm 0,013 \quad M_F = + (3,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$$

### 6. Sc<sup>46</sup>

Wie aus Bild 36 zu ersehen, handelt es sich bei Sc<sup>46</sup> wieder um einen gemischten  $\beta$ -Übergang mit  $\Delta I = 0$  und  $\Delta T = 1$ . Da die Spins der am Zerfall beteiligten Zustände und die Multipolaritäten der anschließenden  $\gamma$ -Übergänge die gleichen sind, wie beim Na<sup>24</sup>, gilt für den Asymmetriekoeffizienten als

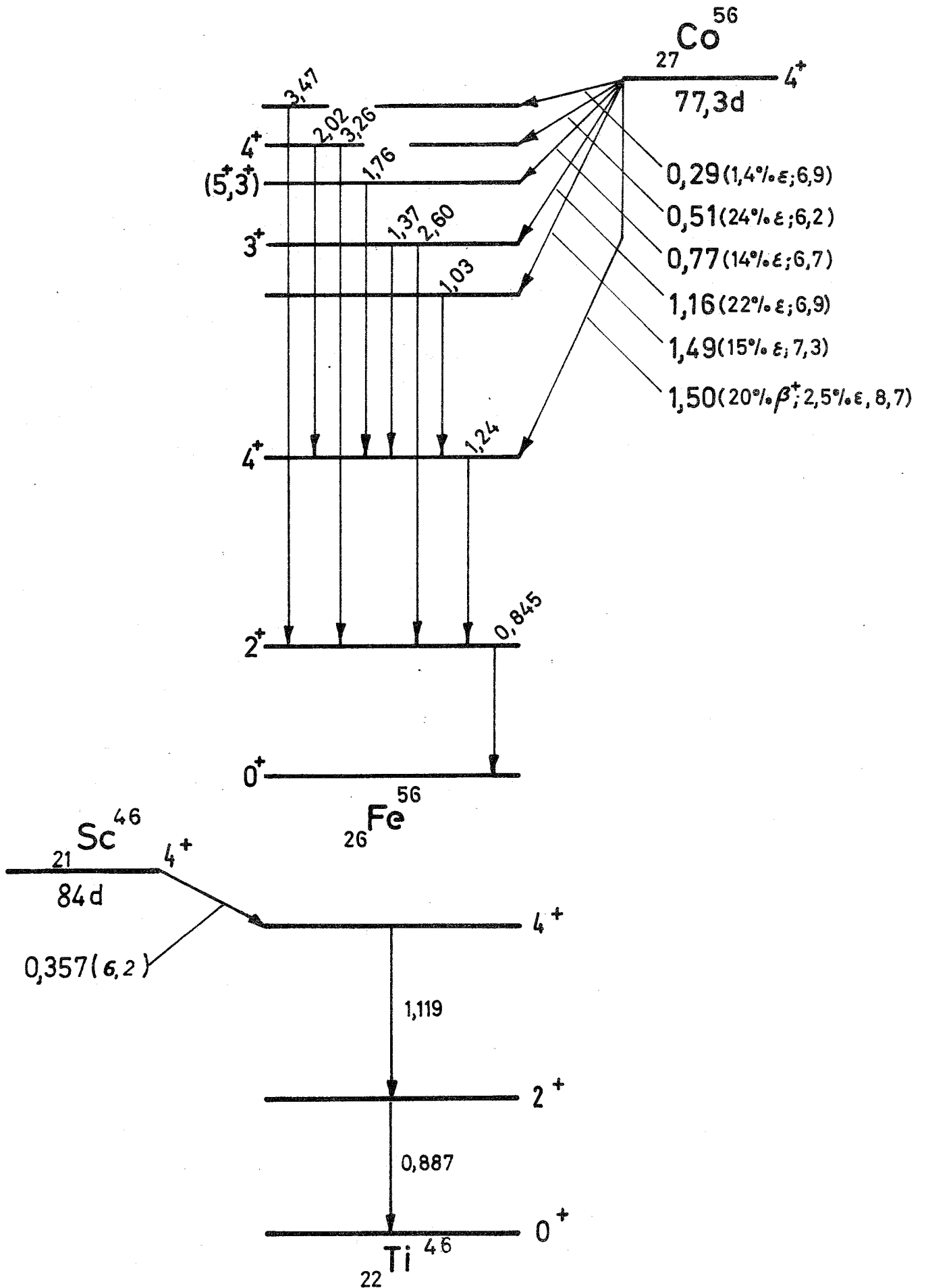


Bild 36 Zerfallsschema v.  $^{56}\text{Co}$  u.  $^{46}\text{Sc}$

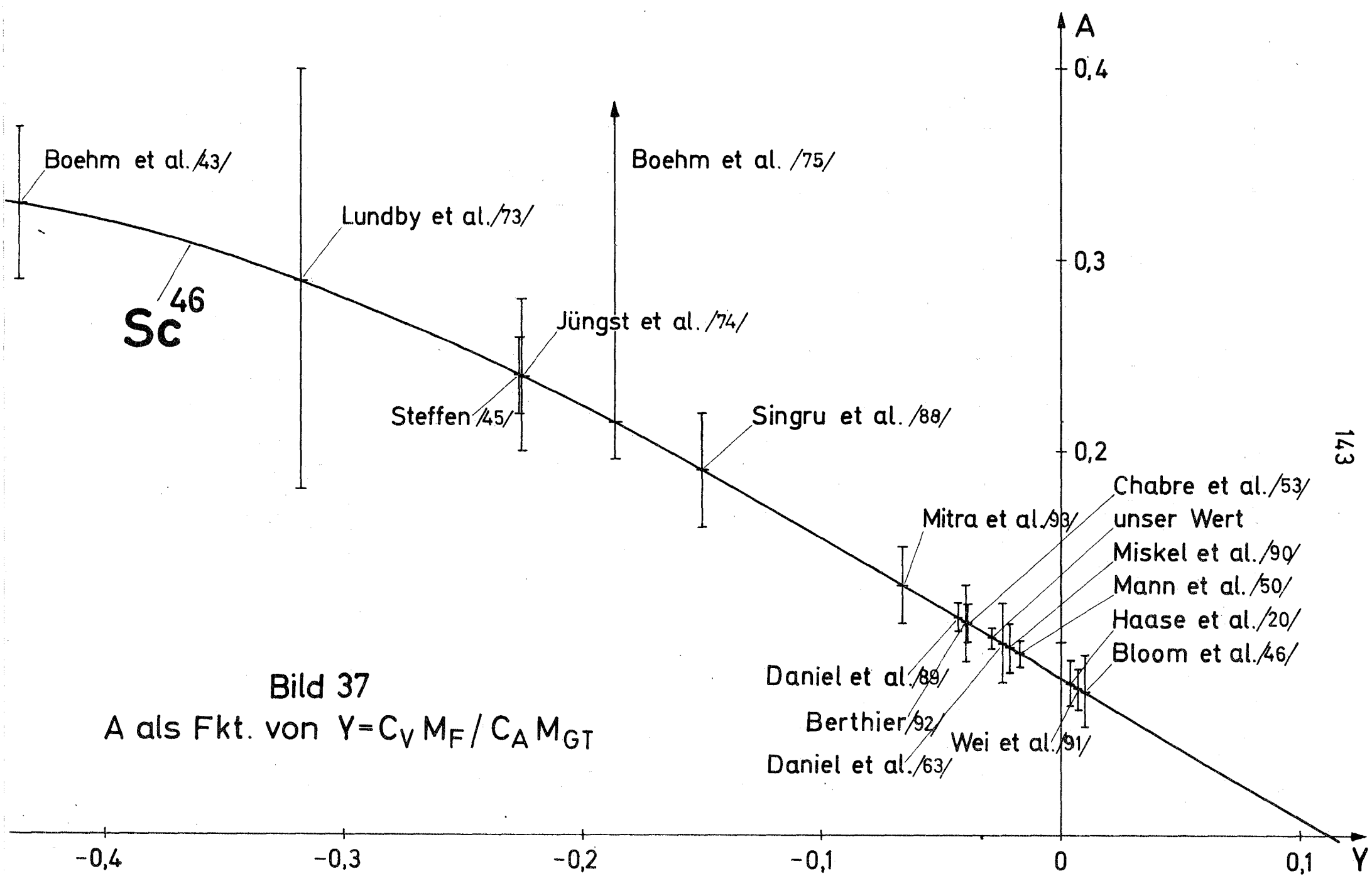


Bild 37

A als Fkt. von  $Y = C_V M_F / C_A M_{GT}$

Funktion von  $y$  die gleiche Form wie dort.

Wieder ist diese Gleichung in Bild 37 mit allen bisherigen Messungen in der bei den anderen Nukliden benutzten Form dargestellt.

Man sieht, bei  $Sc^{46}$  bestehen größere Diskrepanzen zwischen den einzelnen Messungen. Die ersten ausgeführten Messungen ergaben alle höhere Werte für den Asymmetriekoeffizienten und damit ein großes Mischungsverhältnis  $y$ . Bei späteren Messungen wurde dann ein kleiner Asymmetriekoeffizient erhalten, der einem nahezu reinen Gamow-Teller-Übergang entsprach. Experimente, die anschließend zur Klärung dieser Diskrepanz angestellt wurden, ergaben sowohl Asymmetriekoeffizienten um  $A = + 0,23$  (/75/, /88/) als auch solche um  $A = + 0,1$  (/92/, /20/, /89/, /90/, /53/, /91/, /50/, /93/). Die naheliegende Erklärung, daß die chemische Form des Präparats für diese unterschiedlichen Meßergebnisse verantwortlich sein könnte, wurde durch sorgfältige Untersuchungen von Miskel et al./90/ und Daniel et al./89/ ausgeschlossen, so daß bis heute die Frage nach der Ursache dieser Diskrepanzen offen geblieben ist.

Unser Meßwert von

$$A = + 0,103 \pm 0,004$$

bestätigt die Messungen, die einen kleineren Asymmetriekoeffizienten ergaben und stimmt mit diesen sehr gut überein.

Mit Hilfe der Formeln 9 und 167 erhalten wir mit unserem Meßwert für  $y$  und  $M_F$

$$y = - 0,027 \pm 0,005 \quad M_F = + (1,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$$

## 7. Diskussion der Fermi-Matrixelemente

Alle von uns gemessenen Fermi-Matrixelemente sind sehr klein, wie es nach den Erläuterungen in Kap. II aufgrund der Isospin-Auswahlregel theoretisch gefordert wird. Als Maßstab muß man sich die Fermi-Matrixelemente bei  $\Delta T = 0$  Spiegelkernübergängen oder  $0 \rightarrow 0$  Übergängen vor Augen halten, die eine Größe von



$M_F = 1$  bzw.  $M_F = \sqrt{2}$  haben (siehe /2/ S. 298). Daß dies bei leichten Kernen der Fall ist, überrascht nicht weiter, da hier der Isospin eine gute Quantenzahl ist. Die Tatsache, daß die Fermi-Matrixelemente aber auch noch bei  $\beta$ -Übergängen in schweren Kernen wie in unserem Fall  $\text{Ag}^{110m}$  und  $\text{Cs}^{134}$  sehr kleine Werte haben, wirkt auf den ersten Blick etwas verblüffend, da bei solchen Kernen die Coulomb-Wechselwirkung schon eine erhebliche Rolle spielt und der allein auf der Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte aufbauende Isospin-Formalismus nicht mehr gut gelten sollte. Im Rahmen des Schalenmodells läßt sich dafür eine Erklärung geben /94/. Wegen des Neutronenüberschusses sind die Schalenmodellzustände für Neutronen weiter aufgefüllt als die für Protonen. Wird ein Proton in ein Neutron umgewandelt, so findet es keinen leeren Platz in seinem alten Schalenmodellzustand und muß aus diesem Grund in ein höher liegendes unaufgefülltes Niveau übergehen. Dies ist aber sehr unwahrscheinlich und kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$T_3 \psi \approx 0 \quad (N - Z) \gg 1 \quad (183)$$

wobei

$$T_+ = \sum_{i=1}^A \tau_+^i$$

und  $\tau_+^i$  die Isospinoperatoren für die Umwandlung eines Protons in ein Neutron sind.

N = Neutronenzahl

Z = Protonenzahl

Da

$$T_+ \psi(T, T_3) = \sqrt{T(T+1) - T_3(T_3+1)} \cdot \psi(T, T_3+1) \quad (184)$$

ist ( $T \geq T_3$ ), gilt, wenn Gleichung 183 exakt richtig wäre:

$$T = T_3 = 1/2 \cdot (N - Z)$$

Aus diesem Grunde sollte der Zustand  $\psi$  überwiegend den Isospin  $T = T_3$  haben und nur kleinere Beimischungen höherer Isospins, die für das Auftreten der Fermi-Matrixelemente verantwortlich sind, aufweisen (siehe hierzu /2/ S. 313 ff).

Anhang 1

Bei der Berechnung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \rangle$  und der zugehörigen Korrekturen benötigten Größen

K o n s t a n t e n

Klassischer Elektronenradius  $r_0 = 2,81774 \cdot 10^{-13}$  cm

Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  im Eisen  $n_0 = 2,205 \cdot 10^{24} / \text{cm}^3$

Anzahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$  im Wolfram  $n_w = 4,67 \cdot 10^{24} / \text{cm}^3$

G e o m e t r. G r ö ß e n

$z_3 = 35,6$  cm

$\alpha_{\min} = 18,8^\circ$

$R_0 = 5,08$  cm

$\alpha_{\max} = 88^\circ$

$d = 7,62$  cm

$U_0 = 8,0$  cm

$B_0 = 10,0$  cm

Koeffizienten aus Gleichung 33 in  $\text{cm}^{-1}$

$k(m_0 c^2)$	0,2 - 0,4	0,35 - 0,7	0,6 - 2,1	1 - 4	1 - 7
$a_0$	9,46	3,56	1,3208	0,977	0,9024
$a_1$	-56,017	-11,4667	-1,1095	-0,427	-0,3095
$a_2$	127,0	16,5	0,528	0,1045	0,0556
$a_3$	-98,333	-8,3333	-0,0933	-0,0095	-0,0035

Koeffizienten aus Gleichung 36 in  $\text{cm}^{-1}$

$k(m_0 c^2)$	0,2 - 0,4	0,4 - 0,7	0,6 - 0,9	0,8 - 2,0	1 - 4
$c_0$	28,43	6,73	2,705	1,035	0,586
$c_1$	-183,15	-26,3333	-6,875	-1,2375	-0,343
$c_2$	413,0	38,25	7,0	0,6625	0,0965
$c_3$	-315,0	-19,1667	-2,5	-0,125	-0,0095

Koeffizienten in Gleichung 39 für  $k$  in  $m_0 c^2$

$q_1 = 0,88$

$h_1 = 1,21$

$q_2 = 0,46$

$h_2 = 0,0679$

Koeffizienten aus Gleichung 74 in  $\text{cm}^{-1}$

$k(m_0 c^2)$	0,2 - 0,5	0,4 - 0,7	0,6 - 2,1	1 - 4	1 - 7
$b_0$	9,5	2,7	0,946	0,688	0,631
$b_1$	-58,2	-8,933	-0,8186	-0,3163	-0,221
$b_2$	131,0	13,0	0,3884	0,081	0,03941
$b_3$	-100,0	-6,667	-0,068	-0,00767	-0,002423

Koeffizienten aus Gleichung 104 in  $\text{cm}^{-1}$

$k(m_0 c^2)$	0,4-0,7	0,6-0,9	0,8-2,0	1,2-3,0	2,0-5,0	2,8-7,0
$w_0$	83,9	32,03	12,12	5,23	2,96	1,95
$w_1$	-318,9	-80,65	-17,7625	-4,3222	-1,3967	-0,5881
$w_2$	440,0	76,0	10,0625	1,5417	0,31	0,102
$w_3$	-210,0	-25,0	-1,9531	-1,929	-0,02333	-0,006074

## Anhang 2

Bei der numerischen Auswertung der Integrale in den Kap. IV und V verwendetes Rechenverfahren

Als Beispiel sei hier die Berechnung der Integrale 25 angeführt. Hierbei werden die Integrale durch folgende Summen ersetzt:

$$\int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_{u_0}^{R_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\alpha, r, R, \phi) d\alpha dr dR d\phi =$$

$$= \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l f_{ijkl}(\alpha_i, r_j, R_k, \phi_l) \Delta\alpha \Delta r \Delta R \Delta\phi$$

mit

(A1)

$$\alpha_i = \alpha_{\min} + (i - \frac{1}{2}) \cdot \Delta\alpha$$

$$r_j = u_0 + (j - \frac{1}{2}) \cdot \Delta r$$

$$R_k = (k - \frac{1}{2}) \cdot \Delta R$$

$$\phi_l = (l - \frac{1}{2}) \cdot \Delta\phi$$

Die Summationsindizes  $i, j, k$  und  $l$  sind ganzzahlig und haben folgende Grenzen:

$$1 \leq i \leq \frac{d_{max} - d_{min}}{\Delta d}$$

$$1 \leq j \leq \frac{B_0 - U_0}{\Delta r}$$

(A2)

$$1 \leq k \leq \frac{R_0}{\Delta r}$$

$$1 \leq l \leq \frac{2\pi}{\Delta \varphi}$$

Dieses Verfahren entspricht der bei der graphischen Integration verwendeten (Tangenten)-Trapezformel. Mit diesem Rechenverfahren wurden auch sämtliche anderen in den Kap. IV und V vorkommenden Integrale berechnet.

### Anhang 3

#### Vernachlässigungen bei der Integration über den NaJ-Kristall

##### a.) Fehler durch das gewählte Koordinatensystem

Durch das gewählte Koordinatensystem (siehe Bild 4) wird nur über die Stirnfläche des Kristalls integriert. (siehe Kap. IV, b)

Dabei wird nicht das ganze Volumen des Kristalls erfaßt. Dies spielt keine große Rolle, da es sich erstens nur um einen kleinen Raumwinkelanteil, zweitens um kleine Längen  $s_3$  und damit um kleine Absorptionswahrscheinlichkeiten im Kristall handelt und drittens diese  $\gamma$ -Strahlen durch das Blei um den Kristall stark geschwächt werden. Um aber ganz sicher zu gehen, wurde dieser Fall mit einem anderen Integrationskoordinatensystem miterfaßt und  $\langle \cos \alpha \frac{2\pi c}{2\theta_0} \rangle$  sowie  $\omega_\gamma$  wieder numerisch berechnet. Die Absorption im Blei der Kristallumhüllung wurde mitberücksichtigt. Das verwendete Koordinatensystem wich in folgender Weise von dem in Kap. IV, b ab:

$$d\Omega_\gamma = \sin \alpha \, d\alpha \, d\varphi \quad (A3)$$

Die Winkel  $\alpha$  und  $\varphi$  sind dieselben wie in Bild 4.

Jetzt ist:

$$\begin{aligned} \text{für } s_D > s_E \quad s_C &= \frac{a+d}{\cos \vartheta} - s_D \\ s_3 &= s_C \quad \text{für } s_C \geq 0 \\ s_3 &= 0 \quad \text{für } s_C < 0 \end{aligned} \quad (A4)$$

für  $s_D < s_E$

$$s_A = \frac{r}{\sin \vartheta} \left( \cos \gamma + \sqrt{\left(\frac{R_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) - s_D \quad (A5)$$

$$s_B = \frac{d}{\cos \vartheta} \quad (A6)$$

$$\begin{aligned} s_3 &= s_A \quad \text{für } s_A \leq s_B \\ s_3 &= s_B \quad \text{für } s_A \geq s_B \\ s_3 &= 0 \quad \text{für } s_A < 0 \end{aligned} \quad (A7)$$

mit

$$s_D = \frac{r}{\sin \vartheta} \left( \cos \gamma - \sqrt{\left(\frac{R_0}{r}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right) \quad (A8)$$

$$s_E = \frac{a}{\cos \vartheta} \quad (A9)$$

Der Fall  $s_D > s_E$  stellt den in Kap. IV, b nicht berücksichtigten Fall C dar (siehe Bild 4). In dieser Rechnung wurde die Bleiabsorption für eine Wandstärke der Bleiumhüllung von 1 cm in derselben Weise wie bisher die Absorption in anderen Materialien behandelt. Die Länge des Weges der  $\gamma$ -Quanten im Blei läßt sich in Analogie zu Formel 73 ableiten.

Bei den Rechnungen mit diesen Integrationsvariablen ergaben sich Abweichungen bei  $\left\langle \cos \vartheta \frac{\Delta s_c}{\Delta s_0} \right\rangle$ , die unter 1 % liegen und deshalb nicht wesentlich ins Gewicht fallen. Daß in diesen Rechnungen die Streuung in der Bleiumhüllung des NaJ vernachlässigt wurde, sollte hier keine Rolle spielen, da es sich um einen Effekt höherer Ordnung handelt.

b.) Verringerung des "Peak zu Total" Verhältnisses durch Randeffekte

Bei der Berechnung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  in Kap. IV, b wurde die Abhängigkeit des "Peak zu Total" Verhältnisses im NaJ-Kristall von der Absorptionslänge  $s_3$  des  $\gamma$ -Quants vernachlässigt. In Wahrheit nimmt aber das "Peak zu Total" Verhältnis zum Rand des NaJ-Kristalls hin, d.h. wenn  $s_3$  klein wird, stark ab. Da genaue Rechnungen oder Messungen dieser Abhängigkeit nicht vorliegen, wurde der Einfluß, den eine solche Abnahme des "Peak zu Total" Verhältnisses am Rand des Kristalls auf  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  hat durch eine Rechnung folgender Art untersucht. In Gleichung 38 wurde jetzt

$$\varepsilon(k, s_3) = \chi(k) \cdot e^{-\left(\frac{s_3 - 10}{10}\right)^2} \quad (\text{A10})$$

gesetzt. Durch den zweiten Faktor auf der rechten Seite verringert sich das "Peak zu Total" Verhältnis zum Rand hin sehr stark z.B. für  $s_3 = 3$  cm um 39 % und für  $s_3 = 1$  cm um 56 %. Mit dieser Form für  $\varepsilon(k, s_3)$  wurde dann  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  für 1,3 MeV und verschiedene maximale Streuwinkel durchgerechnet. Es ergab sich eine Verringerung von  $\langle \cos \alpha \frac{d\sigma_c}{d\Omega_0} \rangle$  um maximal 0,5 %. Dieser Effekt kann im Rahmen unserer Genauigkeit vernachlässigt werden.

Anhang 4

Bei der Streuung am Wolframkonus für die Berechnung der von den  $\gamma$ -Quanten im Konus zurückgelegten Wegstrecken benötigte Größen

Aus den Schnittpunkten einer Geraden mit einem Kegel lassen sich für die in Gleichung 101 vorkommenden Größen  $A_1, A_2, B_1$  und  $B_2$  folgende Formeln ableiten (siehe Bild 16):

$$A_1 = \frac{1}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{(z - z_4) \operatorname{tg}^2 \delta + r \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \cos \varphi}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon - \operatorname{tg}^2 \delta}$$

$$B_1 = \frac{1}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \frac{(z - z_4)^2 \operatorname{tg}^2 \delta - r^2}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon - \operatorname{tg}^2 \delta}$$

(A11)

und

$$A_2 = \frac{1}{\cos \varepsilon} \cdot \frac{(z_5 - z) \operatorname{tg}^2 \beta - r \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \cos \varphi}{\operatorname{tg}^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \varepsilon}$$

(A12)

$$B_2 = \frac{1}{\cos^2 \varepsilon} \cdot \frac{(z_5 - z)^2 \operatorname{tg}^2 \beta - r^2}{\operatorname{tg}^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \varepsilon}$$

Hier ist

$$z = r_1 \cos \alpha$$

$$r = r_1 \sin \alpha$$

(A13)

## Anhang 5

### Magnetstromversorgung

Die Stromversorgung für den Magneten bestand aus einem Netzteil, der für eine Leistung von 50 KW ausgelegt war und einer anschließenden speziell für diese Messungen benutzten Stromstabilisierung bis 50 A. Für höhere Ströme, wie sie z.B. beim  $\text{Mn}^{56}$  gebraucht werden, konnte die Stromstabilisierung nicht verwendet werden.

Der Netzteil selbst bestand aus einem großen Spartransformator mit Anzapfungen, mit dem grob der Strombereich eingestellt wurde,

und einem kleinen Regeltransformator auch in Sparschaltung, der dem großen Transformator über einen weiteren Transformator in Serie geschaltet wurde und mit dem dann der Strom fein reguliert werden konnte.

Die Schaltung der Stromstabilisierung ist in Bild A1 abgebildet. Sie arbeitet in folgender Weise:

Der zu stabilisierende Strom wird durch einen Gleichstromwandler (Fa. AEG Typ YG 0,5) in eine Spannung von 20 V umgewandelt, durch einen Spannungsteiler, der durch ein Helipot gebildet wird, auf 10 V herabgesetzt und über einen Differenzverstärker mit der Spannung an einer Zenerdiode verglichen. Die am Differenzverstärker abgegriffene Regelspannung wird über eine Kette von Transistoren auf die Basis von 10 parallel geschalteten Transistoren 2 N 2079 im eigentlichen Stromkreis gegeben, die je nach der Größe der Regelspannung mehr oder weniger geöffnet werden. Diese Transistoren sind in einer wassergekühlten Kupferschiene eingebaut, da sie eine Leistung von bis zu 600 W aufnehmen müssen. Zur Herabsetzung der Wärmeleistung in diesen Transistoren und zu ihrem Schutz beim Einschalten wurde parallel zu ihnen ein Widerstand gelegt, durch den etwa 30 % des geregelten Stromes fließen. Die Genauigkeit der Stabilisierung mit dieser Schaltung betrug etwa  $5 \times 10^{-4}$ .

Das Umpolen des Magneten erfolgte in der Weise, daß zuerst der Netzteil wechsellspannungsseitig abgeschaltet, dann das Umpolen durch zwei bis 250 A ausgelegte Schalter vorgenommen und schließlich der Netzteil wechsellspannungsseitig wieder eingeschaltet wurde. Der Induktionsstoß des Magneten beim Abschalten wurde durch eine hinter dem Umpolschalter liegende und entsprechend gepolte Diode aufgenommen.

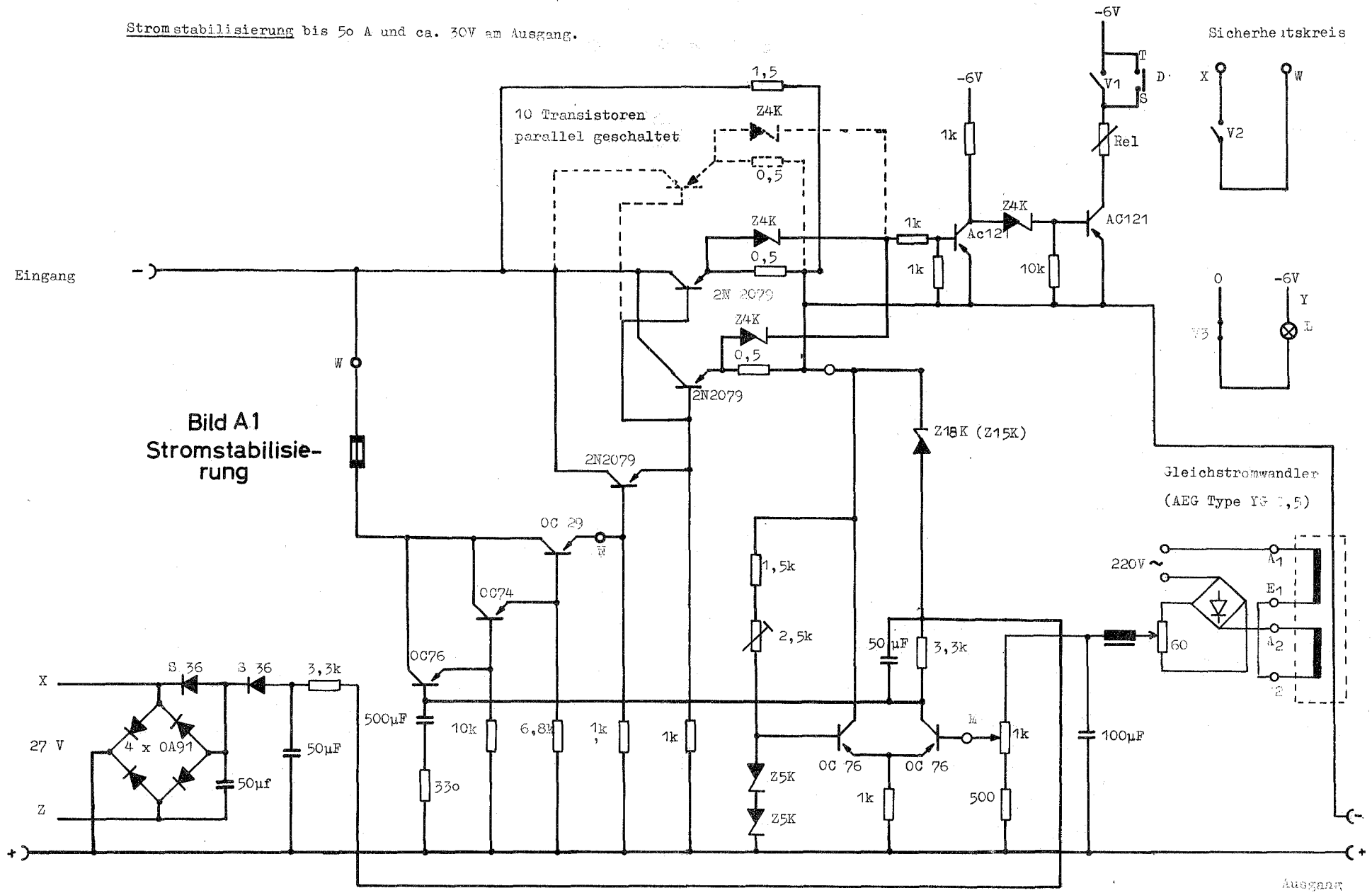
## Anhang 6

Beschreibung der einzelnen elektronischen Schaltungen und benutzten Geräte

Die Schaltung der schnellen Impulsformer ist in Bild A2 und A3 aufgezeichnet. Die Dioden am Eingang dienen zum Abschneiden po-

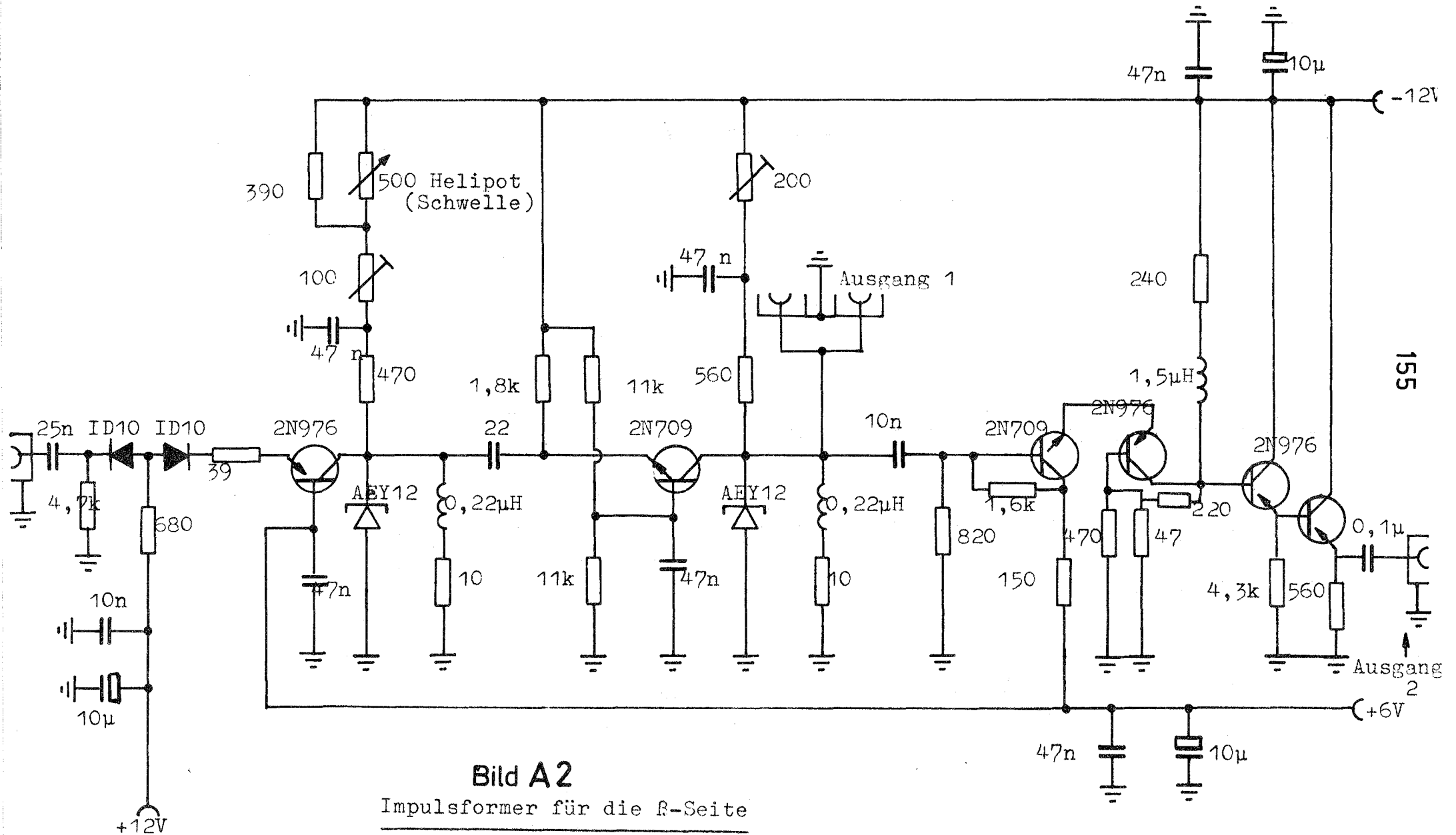


Stromstabilisierung bis 50 A und ca. 30V am Ausgang.



sitiver und zu hoher negativer Impulse. Anschließend folgt ein Transistor in Basis-Grundschialtung, durch den die erste Tunnelodiode angesteuert wird. Durch die Vorspannung an dieser Tunnelodiode, die mit einem Helipot von außen eingestellt wird, kann die Schwelle des Impulsformers in gewissen Bereichen verändert werden. Da der Impuls an der ersten Tunnelodiode in seiner Höhe und Breite noch etwas von der Form der Eingangsimpulse abhängt, wird er durch den anschließenden Koppelkondensator scharf differenziert und über einen weiteren Basisverstärker auf eine zweite Tunnelodiode gegeben. An dieser zweiten Tunnelodiode ist die Impulsform völlig unabhängig vom Aussehen des Eingangsimpulses und der Höhe der eingestellten Schwelle. Durch die Serienschaltung von Drossel und Widerstand parallel zur Tunnelodiode wird die Zeit festgelegt, die die Tunnelodiode in ihrem gekippten Zustand verharrt, und damit die Breite der Impulse bestimmt. In dieser Schaltung wird durch die  $LR$ -Zeitkonstante an der ersten Tunnelodiode die Totzeit des Impulsformers festgelegt und durch die  $LR$ -Zeitkonstante der zweiten Tunnelodiode, die nicht nur durch die Serienschaltung von Induktivität und  $10 \Omega$  Widerstand, sondern auch noch durch die beiden mit  $50 \Omega$  abgeschlossenen Koinzidenzeingänge bestimmt wird, die direkt an der zweiten Tunnelodiode liegen, die Form der zu den Koinzidenzen abgehenden Impulse. Gerade bei den  $f$ -Impulsen ist es wichtig, daß die Totzeit unabhängig von der Form der Ausgangsimpulse so groß gemacht werden kann, wie es etwa der Länge dieser Impulse entspricht, damit der Impulsformer bei einem Impuls nicht zweimal anspricht. Bei den  $\beta$ -Impulsformern ist außerdem ein kleiner Verstärker eingebaut, um direkt auf die Zähler für die  $\beta$ -Einzelraten gehen zu können.

Der Ausgang 1 der Impulsformer geht jeweils auf zwei Eingänge der in Bild A4 dargestellten Koinzidenzen. Die  $100 \Omega$  Widerstände am Eingang verursachen zwar einen Verlust an Impulshöhe, sind aber nötig, um für die Kabel einen guten  $50 \Omega$  Abschluß zu erreichen. Dieser Impulshöhenverlust spielt in diesem Fall keine Rolle, da die Eingangsschaltung genügend empfindlich ist. Von den beiden Koinzidenzeingängen wird über Basisverstärker eine Tun-



**Bild A2**

Impulsformer für die R-Seite

Kleinste Schwelle 50 - 70 mV

Ausgang 1: Anstieg 2nsec

Halbwertsbreite 8 nsec

Abfall 3 nsec

Höhe 250 mV an 50Ω

Ausgang 2: Anstieg 4 nsec

Abfall 10 nsec

Höhe 800 mV

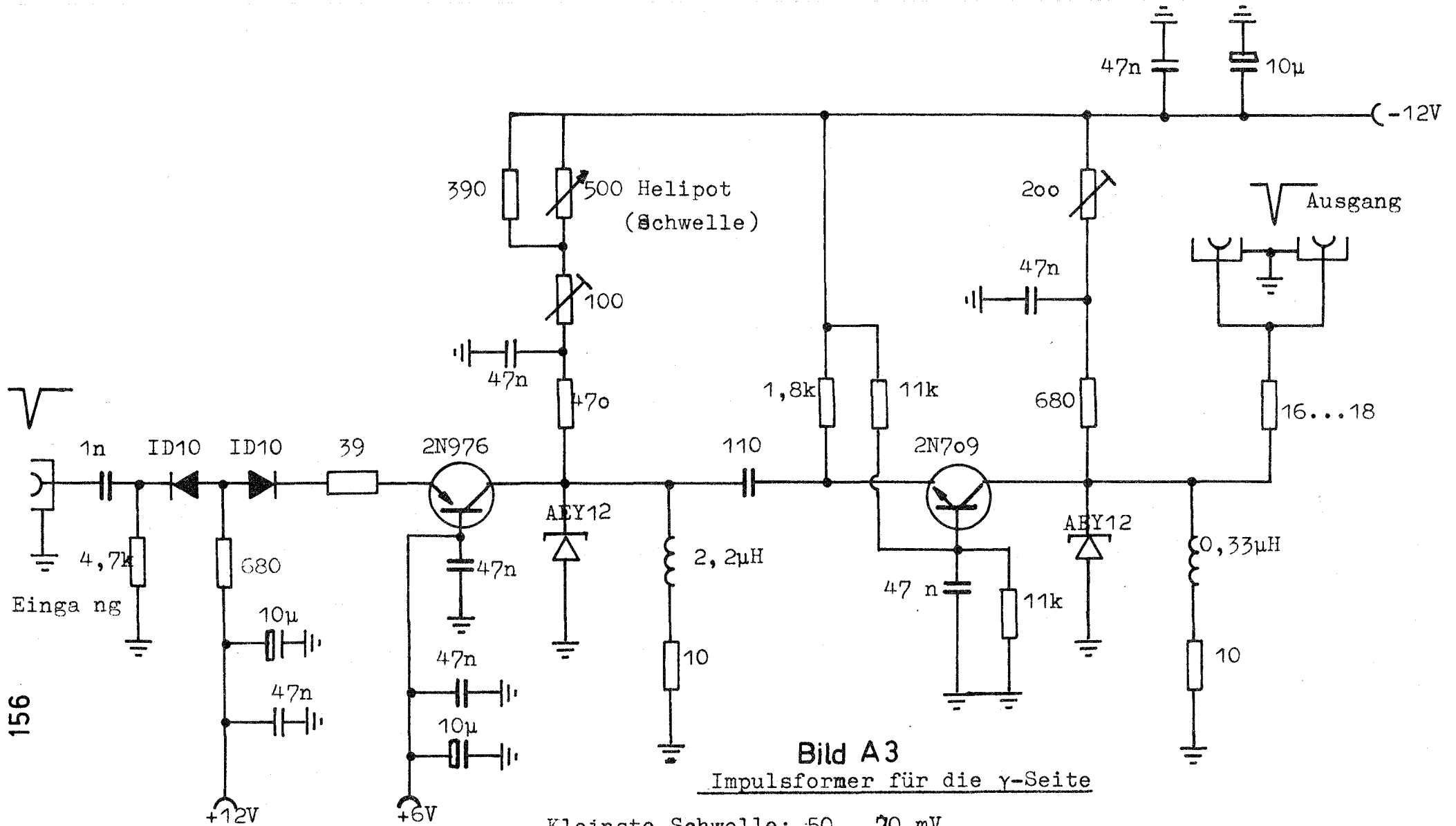


Bild A3

Impulsformer für die  $\gamma$ -Seite

Kleinste Schwelle: 50...70 mV

Ausgangsimpuls: Anstieg 2 nsec

Halbwertsbreite: 9,5 nsec

Abfall: 3 nsec

Höhe: 250 mV an  $50\Omega$

Schnelle - Zweifach - Koinzidenz

Eingang: negativ 100-500 mV

Ausgang: negativ, Höhe 2V , Länge 50...70 nsec

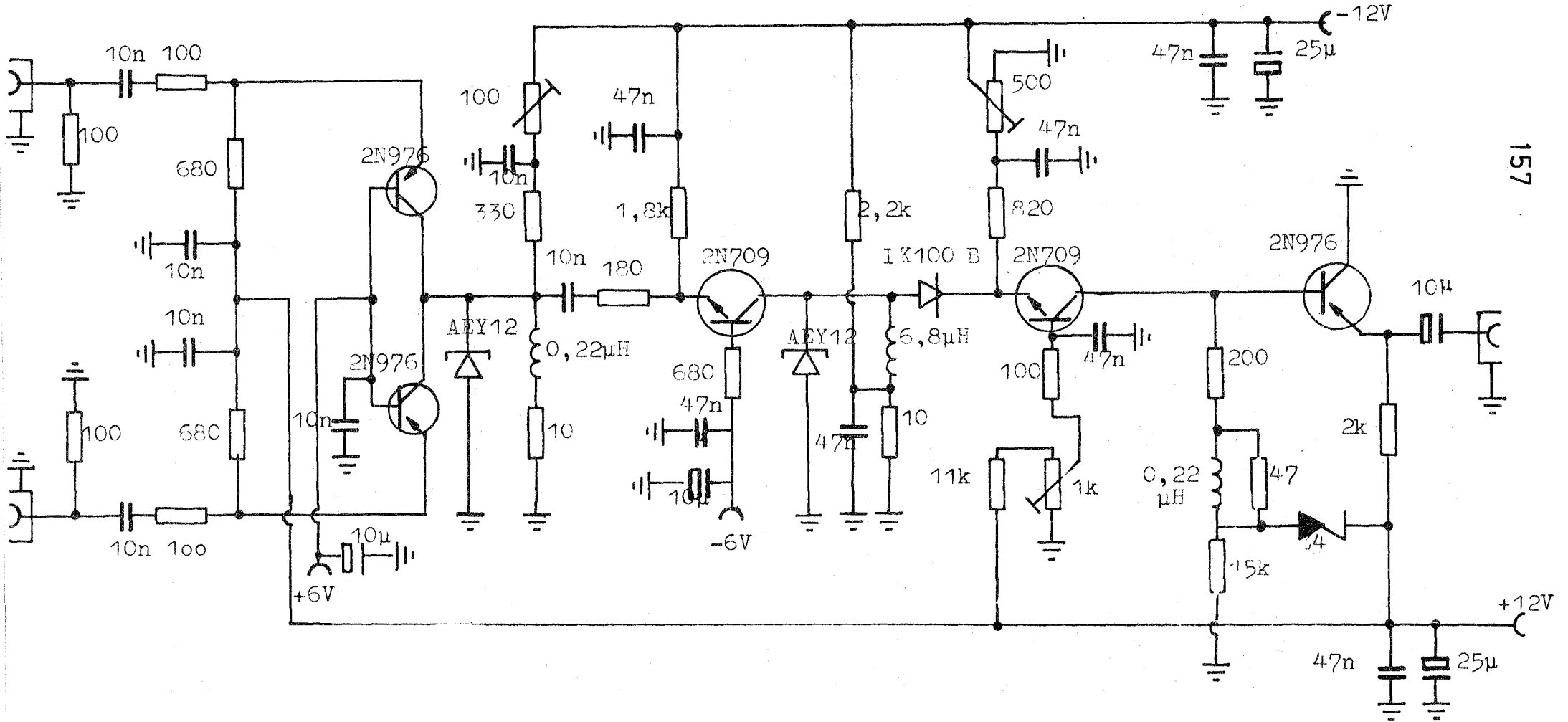


Bild A4

neldiode angesteuert, die durch die Vorspannung so eingestellt wird, daß sie erst kippt, wenn an beiden Eingängen gleichzeitig ein Impuls auftritt. Der ganze anschließende Teil ist ein Impulsformer, der einen Normausgangsimpuls von 2 V Höhe und 50 - 70 nsec Länge erzeugt. Die Koinzidenzauflösung der ganzen Anordnung kann durch die Veränderung der Vorspannung an der Koinzidenztunneldiode etwas variiert werden. Sie hatte mit den  $\gamma$ -Impulsen des NaJ und den  $\beta$ -Plastikimpulsen eine Halbwertsbreite von  $2\tau = 12 - 14$  nsec. Von der elektronischen Schaltung her gesehen hätte die Koinzidenzauflösung noch schmaler gemacht werden können; die Breite der Koinzidenzauflösungskurve war aber dadurch nach unten begrenzt, daß diese Kurve ein Dach haben muß, um größere elektronische Koinzidenzverluste zu vermeiden.

Bei einigen Messungen ( $\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Ca}^{47}$ (II)) wurden statt der eben beschriebenen schnellen  $\beta$ -Impulsformer und der schnellen Koinzidenzeinheiten Fabrikate der Fa. Chronetics (Modell 101 und 107) verwendet. Durch Kontrollmessungen mit  $\text{Co}^{60}$ , die auf 0,5 % übereinstimmten, konnte ein Unterschied bei der Verwendung der eben beschriebenen Schaltungen und der Fabrikate von Chronetics ausgeschlossen werden. Die mit den Einheiten der Fa. Chronetics eingestellte Halbwertsbreite der Koinzidenzen betrug 14 - 16 nsec.

Die Doppelclippstufe war eine selbstgebaute Schaltung in konventioneller Bauweise. Als langsame Diskriminatoren wurden Fabrikate der Fa. Philips (Typ PW 4280) verwendet, die voll-transistorisiert waren. Die langsamen Koinzidenzen, 25 MHz Untersetz-Dekaden, Zähler, Timer und die Lochersteuerung bestanden aus voll-transistorisierten, auf dem Kernforschungszentrum Karlsruhe entwickelten und dort standartmäßig eingeführten Geräten (/35/, /36/, /37/). Als Locher wurde ein Schnellocher der Fa. Lorenz (Typ SL 614), als Drucker der Kienzle-Digitaldrucker D 11 E-14 benutzt. Die Umpolsteuerung war von uns selbst gebaut worden. Sie zählte die Anzahl der Auslochvorgänge des Lochers und löste nach einer einstellbaren Zahl von Messungen den Umpolvorgang aus, der im einzelnen durch eine aus mehreren Relais bestehende Schaltung gesteuert wurde, und hielt während dieser Zeit den Timer in der Stellung "Pausenzeit" fest.

Als Hochspannungsgeräte wurden Fabrikate der Fa. Nucletron (Typ NU 1250) mit einem Spannungsbereich von 500 - 2500 V und einem max. Strom von 25 mA verwendet. Es wurden jeweils zwei Geräte in Serie geschaltet, von denen das erste die Spannung zwischen der Kathode und der 10. Dynode (bei den  $\beta$ - Multipliern der 12. Dynode) erzeugte, das zweite die zwischen der 10. bzw. 12. Dynode und der Anode. Aus einer solchen Kombination zweier hintereinander geschalteter Geräte wurden parallel immer zwei Multiplier gespeist.

Anhang 7

Summe aller erhaltenen Koinzidenzen und Effekte der einzelnen Meßzeiträume von Na<sup>24</sup> und Mn<sup>52</sup>(III)

a.) Summe aller erhaltenen Koinzidenzen

Nuklid	Summe aller Koinzidenzen	davon zufällige Koinzidenzen
Co <sup>60</sup> (I)	1,46 · 10 <sup>8</sup>	6,83 %
Co <sup>60</sup> (II)	1,60 · 10 <sup>8</sup>	8,51 %
Na <sup>22</sup> (I)	1,47 · 10 <sup>7</sup>	6,09 %
Na <sup>22</sup> (II)	4,75 · 10 <sup>7</sup>	5,62 %
Na <sup>24</sup>	1,82 · 10 <sup>8</sup>	3,4 %
Ca <sup>47</sup> (I)	1,06 · 10 <sup>8</sup>	16,6 %
Ca <sup>47</sup> (II)	9,62 · 10 <sup>7</sup>	16,4 %
Ar <sup>41</sup>	9,87 · 10 <sup>6</sup>	12,8 %
Mn <sup>52</sup> (I+II)	3,40 · 10 <sup>7</sup>	12,7 %
Mn <sup>52</sup> (III)	1,91 · 10 <sup>7</sup>	7,69 %
Mn <sup>56</sup>	2,41 · 10 <sup>7</sup>	19,0 %
V <sup>48</sup>	3,82 · 10 <sup>7</sup>	5,91 %
Cs <sup>134</sup>	1,84 · 10 <sup>8</sup>	12,0 %
Co <sup>58</sup>	1,25 · 10 <sup>7</sup>	9,0 %
Ag <sup>110m</sup> (I)	2,10 · 10 <sup>8</sup>	12,0 %

Nuklid	Summe aller Koinzidenzen	davon zufällige Koinzidenzen
Ag <sup>110m</sup> (II)	1,03 · 10 <sup>8</sup>	6,0 %
Ag <sup>110m</sup> (III)	2,25 · 10 <sup>8</sup>	8,91 %
Co <sup>56</sup>	4,07 · 10 <sup>7</sup>	11,6 %
Sc <sup>46</sup>	1,63 · 10 <sup>9</sup>	18,51 %

b.) Stellvertretend für alle Messungen wurden folgende Beispiele für die Effekte der einzelnen Meßzeiträume herausgegriffen:

1. Na<sup>24</sup>

Messung	n <sub>g</sub>	Δ (%)	s (%)	ε (%)
XI,2	279	0,257	0,0501	0,0523
XII,1	2584	0,185	0,0207	0,0207
XII,2	1147	0,241	0,0302	0,0294
XIII	1425	0,208	0,0236	0,0238
XIV	1798	0,185	0,0273	0,0274
XV	958	0,238	0,0284	0,0281
XVII	1572	0,177	0,0205	0,0207
XVIII	2008	0,190	0,0220	0,0223
XIX,1	1613	0,241	0,0215	0,0218
XIX,2	1133	0,205	0,0272	0,0278
XIX,3	820	0,194	0,0441	0,0429

Mittel Δ = 0,00206

$$\chi^2 = 10,4 \quad N - 1 = 10 \quad P = 0,59$$

Mittlerer Fehler des Mittels s<sub>Δ</sub> = 0,000079

Statistischer Fehler aus der Summe der Koinzidenzen ε<sub>Δ</sub> = 0,000077

2. Mn<sup>52</sup> (III)

Messung	n <sub>g</sub>	Δ (%)	s (%)	ε (%)
XI	601	- 0,0744	0,0544	0,0557
XII	1127	- 0,0511	0,0436	0,0440
XIII,1	1085	- 0,0130	0,0483	0,0492
XIII,2	1041	+ 0,0224	0,0560	0,0552
XIII,3	469	- 0,0520	0,0928	0,0890

Mittel Δ = - 0,000322

$$\chi^2 = 1,94 \quad N - 1 = 4 \quad P = 0,25$$

Mittlerer Fehler des Mittels s<sub>Δ</sub> = 0,00017

Statistischer Fehler aus der Summe der Koinzidenzen ε<sub>Δ</sub> = 0,00025



Anhang 8 Mittlere Zählraten in den einzelnen Zählern

Nuklid	$N_{\beta}$ (Imp./sec)	$N_{\gamma}$ (Imp/sec)	K (Imp/sec)
Co <sup>60</sup> (I)	$1,0 \cdot 10^5$	$2,4 \cdot 10^3$	61
Co <sup>60</sup> (II)	$1,3 \cdot 10^5$	$3,1 \cdot 10^3$	79
Na <sup>22</sup> (I)	$1,0 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^3$	24
Na <sup>22</sup> (II)	$9,2 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^2$	18
Na <sup>24</sup>	$2,2 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^3$	125
Ca <sup>47</sup> (I+II)	$7,0 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^3$	110
Ar <sup>41</sup>	$2,5 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^3$	35
Mn <sup>52</sup> (I+II)	$1,3 \cdot 10^5$	$3,6 \cdot 10^3$	45
Mn <sup>52</sup> (III)	$8,0 \cdot 10^4$	$2,6 \cdot 10^3$	31
Mn <sup>56</sup>	$3,0 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^3$	130
V <sup>48</sup>	$9,1 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^3$	24
Cs <sup>134</sup>	$1,6 \cdot 10^5$	$6,8 \cdot 10^3$	122
Co <sup>58</sup>	$2,3 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$	8,4
Ag <sup>110</sup> (I)	$1,4 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^4$	180
Ag <sup>110</sup> (II)	$6,6 \cdot 10^4$	$6,1 \cdot 10^3$	86
Ag <sup>110</sup> (III)	$9,6 \cdot 10^4$	$8,5 \cdot 10^3$	123
Co <sup>56</sup>	$9,0 \cdot 10^4$	$1,7 \cdot 10^3$	19
Sc <sup>46</sup>	$6 \cdot 10^5$	$1,05 \cdot 10^4$	460

Anhang 9 Asymmetrie der Einzelraten

Wie in Kap. V,c schon näher erläutert, muß darauf geachtet werden, daß sich die Nachweiswahrscheinlichkeiten der Zähler beim Umpolen möglichst wenig ändern. Ein Maß für diese Änderung sind die Asymmetrien der Einzelraten.

$$\frac{\delta N_{\beta m}}{N_{\beta m}} = 2 \frac{\bar{N}_{\beta m}^- - \bar{N}_{\beta m}^+}{N_{\beta m}^+ + \bar{N}_{\beta m}^-} \quad \frac{\delta N_{\gamma n}}{N_{\gamma n}} = 2 \frac{\bar{N}_{\gamma n}^- - \bar{N}_{\gamma n}^+}{N_{\gamma n}^+ + \bar{N}_{\gamma n}^-} \quad (\text{A } 14)$$

$$\bar{N}_{\beta m}^+ = \frac{\sum_{n_1} N_{\beta m}^+}{n_1} \quad \bar{N}_{\beta m}^- = \frac{\sum_{n_2} N_{\beta m}^-}{n_2} \quad \bar{N}_{\gamma n}^+ = \frac{\sum_{n_1} N_{\gamma n}^+}{n_1} \quad \bar{N}_{\gamma n}^- = \frac{\sum_{n_2} N_{\gamma n}^-}{n_2}$$

Bei der Auswertung für den  $\beta^-$ -Zerfall (Formel 17) spielt praktisch nur die Asymmetrie der  $\beta^-$ -Einzelraten eine Rolle (siehe Formeln 140 und 141). Wesentlichen Einfluß auf das Resultat hat nur die Differenz der Asymmetrien für die beiden  $\beta^-$ -Zähler 1 und 2 (Formel 141).

Bei der Auswertung für den  $\beta^+$ -Zerfall (siehe Formel 18) haben die Asymmetrien der  $\beta^+$ - und  $\gamma$ -Einzelraten einen Einfluß auf das Resultat. Wie man sofort sieht, sind auch in diesem Fall nur die Differenzen der Asymmetrien für die beiden  $\beta^+$ -Zähler 1 und 2, sowie für die beiden  $\gamma$ -Zähler 1 und 2 maßgebend für eine Verfälschung des Effektes. Diese Differenzen der Asymmetrien, bei langlebigen Präparaten auch die Einzelasymmetrien sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Asymmetrien der einzelnen Messungen wurden dabei mit den reziproken Quadraten der statistischen Fehler der Effekte als Gewichte gemittelt.

Asymmetrie der Einzelraten

Nuklid	$\frac{\delta N_{\beta_1}(\%)}{N_{\beta_1}}$	$\frac{\delta N_{\beta_2}(\%)}{N_{\beta_2}}$	$\frac{\delta N_{\beta_1}(\%)}{N_{\beta_1}}$	$\frac{\delta N_{\beta_2}(\%)}{N_{\beta_2}}$	$\frac{\delta N_{\beta_1}}{N_{\beta_1}}$	$\frac{\delta N_{\beta_2}}{N_{\beta_2}}$	$\frac{\delta N_{\beta_1}}{N_{\beta_1}}$	$\frac{\delta N_{\beta_2}}{N_{\beta_2}}$
Co <sup>60</sup> (I)	- 0,079	-0,01	-0,044	-0,05	-0,069			
Co <sup>60</sup> (II)	- 0,232	-0,005	-0,004	0,01	-0,227			
Na <sup>22</sup> (I)	- 0,100	0,246	-0,003	0,591	-0,347	-0,594		
Na <sup>22</sup> (II)	- 0,231	-0,051	0,064	0,021	-0,180	0,043		
Na <sup>24</sup>					-0,014			
Ca <sup>47</sup> (I)	- 0,495	-0,531	-0,155	-0,148	0,036			
Ca <sup>47</sup> (II)	- 0,189	-0,288	0,035	0,013	0,099			
Ar <sup>41</sup>					-1,052			
Mn <sup>52</sup> (I)	- 0,145	0,037	0,252	0,145	-0,182	0,108		
Mn <sup>52</sup> (III)	0,095	0,295	0,123	0,004	-0,200	0,119		
Mn <sup>56</sup>					-0,030	0,400		
V <sup>48</sup>	- 0,015	0,079	0,155	-0,036	-0,094	-0,190		
Cs <sup>134</sup>	0,078	0,014	0,077	0,045	0,064			
Co <sup>58</sup>	- 0,018	0,235	-0,075	0,024	-0,253	-0,099		
Ag <sup>110m</sup> (I)	0,017	0,067	0,004	0,446	-0,050			
Ag <sup>110m</sup> (II)	0,047	0,071	0,010	0,415	-0,024			
Ag <sup>110m</sup> (III)	-0,209	-0,259	-0,029	0,281	+0,050			
Co <sup>56</sup>	- 0,062	0,068	-0,128	-0,209	-0,130	-0,081		
Sc <sup>46</sup>	- 0,453	-0,378	0,114	0,192	-0,075			

Die große Asymmetrie der  $\beta$  - Einzelraten bei Ar<sup>41</sup> wurde durch die umhüllende Glaskugel verursacht, da beim Umpolen der Feldrichtung im Spektrometer die Elektronenbahnen anders verlaufen.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- 1.) E.Siegbahn,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  Ray-Spectroscopy  
Vol.I und II, North-Holland Publishing Company 1965
- 2.) H.Schopper, Weak Interactions and Nuclear Beta Decay  
North-Holland Publishing Company 1966
- 3.) K.Alder, B.Stech and A.Winther  
Phys.Rev.107 (1957), S.728
- 4.) M.Morita and R.S.Morita  
Phys.Rev.109 (1958), 2048
- 5.) H.A.Weidenmüller  
Rev.Mod.Phys.33 (1961), 574
- 6.) S.Galster  
Z.Physik 161 (1961), 46
- 7.) W.Bühning and H.Schopper  
KFK 307 (1965)
- 8.) R.P.Feynmann and M.Gell-Mann  
Phys.Rev.109 (1958), 193
- 9.) M.Gell-Mann  
Phys.Rev.111 (1958), 362
- 10.) C.S.Wu  
Rev.Mod.Phys.36 (1964), 618
- 11.) J.S.Bell and R.J.Blin-Stoyle  
Nucl.Phys.6 (1958), 87
- 12.) R.J.Blin-Stoyle and L.Novakovic  
Nucl.Phys.51 (1964), 133
- 13.) L.Novakovic  
Nucl.Phys.60 (1964), 161
- 14.) P.S.Kelly and S.A.Moszkowski  
Z.Phys.158 (1962), 304
- 15.) C.C.Bouchiat  
Phys.Rev.118 (1960), 540
- 16.) H.Schopper  
KFK 313 (1965)
- 17.) H.Daniel and H.Schmitt  
Nucl.Phys.65 (1965), 481
- 18.) H.Schopper  
Nucl.Instr.3 (1958), 158

- 19.) H.Schopper, H.Müller, W.Jüngst, J.Görres, H.Behrens  
and H.Appel  
Comptes Rendus du Congrès International de Physique  
Nucleaire, Paris 1964, Vol.2, p.1201
- 20.) E.L.Haase  
Thesis PUC - 1962 - 71(1962)
- 21.) H.Müller et al.  
Tagung Fachausschuß Kernphysik 1964 d.Deutschen Phys.Ges.
- 22.) W.F.Miller, J.Reynolds and W.J.Snow  
ANL - 5902 (1958)
- 23.) W.H.Mc Master  
Rev.Mod.Phys.33 (1961),8
- 24.) J.Feister  
Phys.Rev.78 (1950),375
- 25.) A.J.P.Meyer and G.Asch  
J.Appl.Phys.32 (1961),330 S
- 26.) S.Goudsmit and J.L.Saunderson  
Phys.Rev.57 (1940),24
- 27.) S.Goudsmit and J.L.Saunderson  
Phys.Rev.58 (1940),36
- 28.) S.H.Frankel  
Phys.Rev.83 (1951),673
- 29.) G.Molière  
Zeitschr.f.Naturforschung 2 a (1947),133 und 3 a(1948),78
- 30.) H.A.Bethe  
Phys.Rev.89 (1953),1256
- 31.) R.K.Golden and S.Frankel  
Phys.Rev.95 (1954),613
- 32.) H.Huber, S.Galster and H.Schopper  
Nucl.Instr.21 (1963),344
- 33.) A.H.Wapstra, G.J.Nijgh and R.van Lieshout  
Nuclear Spectroscopy Tables, North-Holland  
Publishing Company (1959)
- 34.) L.Katz and A.S.Penfold  
Rev.Mod.Phys.24 (1952),28
- 35.) W.Bauer  
KFK 187 (1963)
- 36.) R.Hartenstein, W.Jüngst  
KFK 275 (1964)
- 37.) R.Hartenstein, U.Jochimsen  
KFK 201 (1964)

- 38.) E.B.Shera, K.J.Casper and B.L.Robinson  
Nucl.Instr.3 (1958), 158
- 39.) U.Graf und H.J.Henning  
Tabellen und Formeln der math.Statistik, Berlin 1953
- 40.) Nuclear Data Sheets, herausgegeben von K.Way  
NRC - 2 - 42
- 41.) P.M.Endt and C.von der Leun  
Nucl.Phys.34 (1962), 1
- 42.) H.Appel und H.Schopper  
Z.Physik 149 (1957), 103
- 43.) F.Boehm and A.H.Wapstra  
Phys.Rev.107(1957), 1202; 109 (1958), 456
- 44.) Th.Mayer-Kuckuk und R.Nierhaus  
Z.Physik 154 (1959), 383
- 45.) R.M.Steffen  
Phys.Rev.115 (1959), 980; 118 (1960), 1667
- 46.) S.D.Bloom, L.G.Mann and J.A.Miskel  
Phys.Rev.Lett.5 (1960), 326  
Phys.Rev.125 (1962) 2021; 130 (1963), 2598
- 47.) E.L.Haase, H.A.Hill and D.B.Knudsen  
Bull.Am.Phys.Soc.II, 8 (1963), 74;  
Physics Lett.4 (1963), 338
- 48.) S.D.Bloom, L.G.Mann, R.Pollickar, J.R.Richardson and A.Scott  
Phys.Rev.134 (1964) B 481
- 49.) L.M.Langer, E.H.Spejewski and D.E.Wortman  
Phys.Rev.132 (1963), 2616
- 50.) L.G.Mann, D.C.Camp, J.A.Miskel and R.J.Nagle  
Phys.Rev.137 (1965) B 1  
Phys.Rev.139 (1965) AB 2
- 51.) Th.Mayer-Kuckuk, R.Nierhaus und U.Schmidt-Rohr  
Z.Physik 157 (1960), 586
- 52.) S.D.Bloom, L.G.Mann and J.A.Miskel  
Phys.Rev.Lett.5 (1960), 326  
Phys.Rev.125 (1962), 2021; 130 (1963), 2598
- 53.) M.Chabre and P.Depommier  
Compt.rend.255 (1962), 503  
M.Chabre, Thèse, Grenoble (1963)
- 54.) H.Postma, W.J.Huiskamp, A.R.Miedema, M.J.Steenland, H.A.Tolhoek  
and G.J.Gorter  
Physika 23 (1957), 259; 24 (1958), 157;  
W.J.Huiskamp and H.A.Tolhoek in Progress in Low - Temperature Physics, edited by G.J.Gorter (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961) Vol.III, 333

- 55.) F.Boehm  
Phys.Rev.109 (1958),1018
- 56.) E.Ambler,R.W.Hayward,D.D.Hoppes and R.P.hudson  
Phys.Rev.110 (1958),787
- 57.) F.Boehm,erwähnt in Referenz 52
- 58.) H.Daniel,O.Mehling,O.Müller and K.S.Subudhi  
Phys.Rev.128 (1962),261
- 59.) J.K.Bienlein and H.Dieter  
Nucl.Phys.55 (1964),113
- 60.) H.Behrens und H.Schopper  
Tagung über  $\beta$ - Zerfall,Heidelberg 1965
- 61.) V.M.Lobashov and V.A.Nazarenko  
JETP 15 (1962),257
- 62.) R.A.Ristenen,A.A.Bartlet and J.J.Kraushaar  
Nucl.Phys.45 (1963),321
- 63.) H.Daniel und M.Kuntze  
Z.Physik 162 (1961),229
- 64.) L.G.Mann,S.D.Bloom and R.J.Nagle  
Phys.Rev.127 (1962),2134;130 (1963),2598
- 65.) H.Daniel,J.Hüfner and O.Mehling  
Ann.Phys.12 (1963),106
- 66.) R.A.Brown and G.T.Ewan  
Nucl.Phys.68 (1965),325
- 67.) G.Bertolini,M.Bettoni and E.Lazzarini  
Nuovo Cim.2 (1955),273
- 68.) H.H.Forster and J.S.Wiggins  
Nuovo Cim.2 (1955),854
- 69.) L.G.Elliot and R.E.Bell  
Phys.Rev.72 (1947),979
- 70.) R.Stump and S.Frankel  
Phys.Rev.79 (1950),243 A
- 71.) J.R.Beyster and M.L.Wiedenbeck  
Phys.Rev.79 (1950),728
- 72.) D.T.Stevenson and M.Deutsch  
Phys.Rev.83 (1951),1202
- 73.) A.Lundby,A.P.Patro and J.P.Stroot  
Nuovo Cim.7 (1958),891

- 74.) W.Jüngst und H.Schopper  
Z.Naturforschung 13 a (1958),505
- 75.) F.Boehm and J.Rogers  
Nucl.Phys.33 (1962),118
- 76.) D.F.Griffing and J.C.Wheatley  
Phys.Rev.104 (1956),389
- 77.) E.Ambler,R.W.Hayward,D.D.Hoppes,R.P.Hudson and C.S.Wu  
Phys.Rev.106 (1957),1361;  
E.Ambler,R.W.Hayward,D.D.Hoppes and R.P.Hudson  
Phys.Rev.108 (1957),503
- 78.) P.Dagley,M.A.Grace,J.S.Hill,C.V.Sowter  
Phil.Mag.3 (1958),489  
D.Mac Arthur,R.Goodman,A.Artna and M.W.Johns  
Nucl.Phys.38 (1962),106
- 79.) W.Collin,H.Daniel,O.Mehling und H.Schmitt  
Tagung über  $\beta$  - Zerfall,Heidelberg 1965
- 80.) J.Schintlmeister and L.Werner  
Nucl.Phys.51 (1964),383
- 81.) H.Daniel,O.Mehling und D.Schotte  
Z.Physik 172 (1963),202
- 82.) W.B.Newbolt and J.H.Hamilton  
Nucl.Phys.53 (1964),353
- 83.) T.Katoh and Y.Yoshizawa  
Nucl.Phys.32 (1962),5
- 84.) H.Daniel,O.Mehling,P.Schmidlin,D.Schotte  
und E.Thummernicht  
Z.Physik 179 (1964),62
- 85.) C.P.Bhalla  
Nucl.Phys.67 (1965),353
- 86.) W.W.Black  
I DO - 17042 (1964)
- 87.) K.G.Tirrell and W.L.Talbert  
Nucl.Phys.74 (1965),385
- 88.) R.M.Singru and R.M.Steffen  
Nucl.Phys.43 (1963),537
- 89.) H.Daniel,O.Mehling,O.Müller,P.Schmidlin,  
H.Schmitt,K.S.Subudhi and E.Neuburger  
Nucl.Phys.45 (1963),529



- 90.) J.A.Miskel, L.G.Menn and S.D.Bloom  
Phys.Rev.132 (1963), 1130
- 91.) Th.Wei, P.C.Simms and C.S.Wu  
Bull.Am.Phys.Soc.II, 9, 395
- 92.) J.Berthier  
Thèse, Paris (1962)
- 93.) S.K.Mitra and H.C.Padhi  
Nucl.Phys.76 (1966), 385
- 94.) A.M.Lane and J.M.Soper  
Phys.Rev.Lett.1 (1962), 28;  
Nucl.Phys.73 (1962), 663
- 95.) R.R.Wilson, A.A.Bartlett, J.J.Kraushaar,  
J.D.Mc Cullen and R.A.Ristenen  
Phys.Rev.125 (1962), 1655
- 96.) R.J.Blin-Stoyle and C.T.Yap  
Nucl.Phys.79 (1966), 561
- 97.) R.J.Blin-Stoyle and C.Yalgin  
Phys.Lett.15 (1965), 258