

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

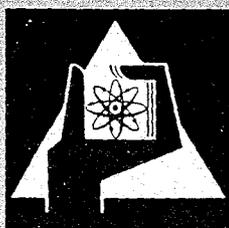
September 1968

KFK 842

Institut für Kernverfahrenstechnik

Zur Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase  
mit Miniatur-Drucksonden

K. Bier, W. Ehrfeld



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

September 1968

KFK 842

Institut für Kernverfahrenstechnik  
und  
Thermodynamisches Institut  
der Universität Karlsruhe (TH)

ZUR UNTERSUCHUNG VON STRÖMUNGEN VERDÜNNTER GASE  
MIT MINIATUR-DRUCKSONDEN

von

K. Bier und W. Ehrfeld

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe



<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
I Einleitung	1
II Apparatur	
a) Niederdruck-Windkanal	6
b) Versuchsanordnung für die Sondenmessungen	8
c) Miniatur-Drucksonde	10
III Auswertung der Sondenmessungen für Strömungsgebiete, in denen angenähert thermisches Gleichgewicht vorliegt	
a) Theoretische Grundlagen des Meßverfahrens	13
b) Bestimmung des Geschwindigkeitsverhältnisses	16
c) Statische Temperatur und statischer Druck	25
d) Stromdichte	27
e) Fehlerquellen und Grenzen des Meßverfahrens	28
IV Sondenmessungen in Strömungsgebieten mit starken Abweichungen vom örtlichen thermischen Gleichgewicht	
a) Schiefer Verdichtungsstoß, Strahlrand und Diskontinuitätsfläche	34
b) Senkrechter Verdichtungsstoß	38
V Orientierende Messungen in frei expandierenden Stickstoffstrahlen im Übergangsbereich zwischen Kontinuums- und Molekularströmung	
a) Versuchsbedingungen und Auswertung	41
b) Messungen am Strahl mit $p_0 = 400$ Torr	43
c) Messungen am Strahl mit $p_0 = 200$ Torr	47
d) Messungen am Strahl mit $p_0 = 50$ Torr	52
Zusammenfassung	53
Anhang: Die Druckfunktion $R(S,D,\alpha)$ in Gl.(6)	56
Literaturverzeichnis	58

## I. Einleitung

Zur Untersuchung von Strömungsvorgängen im Übergangsbereich zwischen Kontinuumsströmung und Molekularströmung, bei denen die mittlere freie Weglänge nicht klein im Vergleich zu den charakteristischen Abmessungen der Strömung ist, sind die üblichen gasdynamischen Meßmethoden nicht geeignet: Schlieren- und Interferometerverfahren sind für diese Strömungsbedingungen im allgemeinen zu unempfindlich. Eine Bestimmung des örtlichen Strömungszustandes durch gasdynamische Sondenmessungen ist ebenfalls nicht möglich, weil die charakteristischen Abmessungen der Sonde nicht groß gegen die mittlere freie Weglänge sein können, wie es für eine Interpretation dieser Messungen nach der Kontinuumstheorie notwendig wäre. Man benutzt deshalb zur Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase nach Möglichkeit Sonden, deren charakteristische Abmessungen klein gegen die mittlere freie Weglänge sind, so daß bezüglich der Sonde Molekularströmung vorliegt. Unter dieser Voraussetzung wird die Strömung durch die Sonde nicht merklich gestört, und die Messungen können nach der Theorie der Molekularströmung interpretiert werden [1], [2].

Abb.1 zeigt Beispiele für Sonden, die im Prinzip zur Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase geeignet sind. Die einfachsten Formen molekular angeströmter Drucksonden sind das zylindrische Staurohr (Abb.1a) und die Lochblende (Abb.1b). Der Staudruck, der mit diesen Sonden gemessen wird, hängt vom Geschwindigkeitsverhältnis <sup>1)</sup>, der statischen Temperatur und dem statischen Druck der Strömung

---

1) Das in der Dynamik verdünnter Gase üblicherweise benutzte Geschwindigkeitsverhältnis  $S$  ist als Verhältnis von Strömungsgeschwindigkeit zu wahrscheinlichster Geschwindigkeit der ungeordneten Bewegung definiert [2]. Für eine Strömung, die sich lokal im thermischen Gleichgewicht befindet, ist  $S$  durch die Beziehung  $S = \sqrt{\kappa/2} \cdot M$  mit der Mach-Zahl  $M$  verknüpft ( $\kappa$  = Verhältnis der spezifischen Wärmen).

sowie von der Temperatur der Sonde ab. Beim molekular angeströmten Staurohr ist der Staudruck darüberhinaus noch vom Verhältnis Rohrdurchmesser zu Rohrlänge abhängig. Aus einer Staudruckmessung allein kann man deshalb beispielsweise das Geschwindigkeitsverhältnis oder die Stromdichte nur dann ermitteln, wenn der statische Druck und die statische Temperatur der Strömung bereits bekannt sind [3], [4].

Wesentlich mehr Informationen über den Strömungszustand erhält man mit der in Abb.1c dargestellten, von Patterson vorgeschlagenen Drucksonde [5]. Sie besteht aus einem senkrecht zur Strömung stehenden zylindrischen Rohr, das an einem Ende abgeschlossen und am anderen Ende mit einer Druckmeßzelle verbunden ist. Das Rohr besitzt eine seitliche Öffnung, die durch Drehen der Sonde um die Rohrachse unter verschiedenen Winkeln zur Strömungsrichtung orientiert werden kann. Stellt man die Öffnung einmal senkrecht und einmal parallel zur Strömung, so mißt man Drücke, die in einer Kontinuumsströmung dem Staudruck bzw. dem statischen Druck entsprechen würden. Es ist qualitativ verständlich, daß man aus dem Verhältnis dieser Drücke das lokale Geschwindigkeitsverhältnis ermitteln kann, wenn sich die Strömung an dieser Stelle im lokalen thermischen Gleichgewicht befindet. Bei Strömungen mit konstanter Ruheenthalpie kann man aus der Kenntnis des Geschwindigkeitsverhältnisses den lokalen Wert der statischen Temperatur sowie des statischen Drucks bzw. der Teilchendichte bestimmen.

Auch das aus der Gasdynamik bekannte Hitzdrahtanemometer (Abb.1d), das aus einem senkrecht zur Strömung ausgespannten, elektrisch geheizten Draht besteht, kann im Prinzip als molekular angeströmte Sonde verwendet werden, wobei sich die Bedingung molekularer Anströmung sogar noch für relativ hohe Gasdichten erfüllen läßt [6], [7]. Da jedoch die Wärmeableitung vom Draht an das Gas außer von der Gasdichte und der Strömungsgeschwindigkeit auch vom

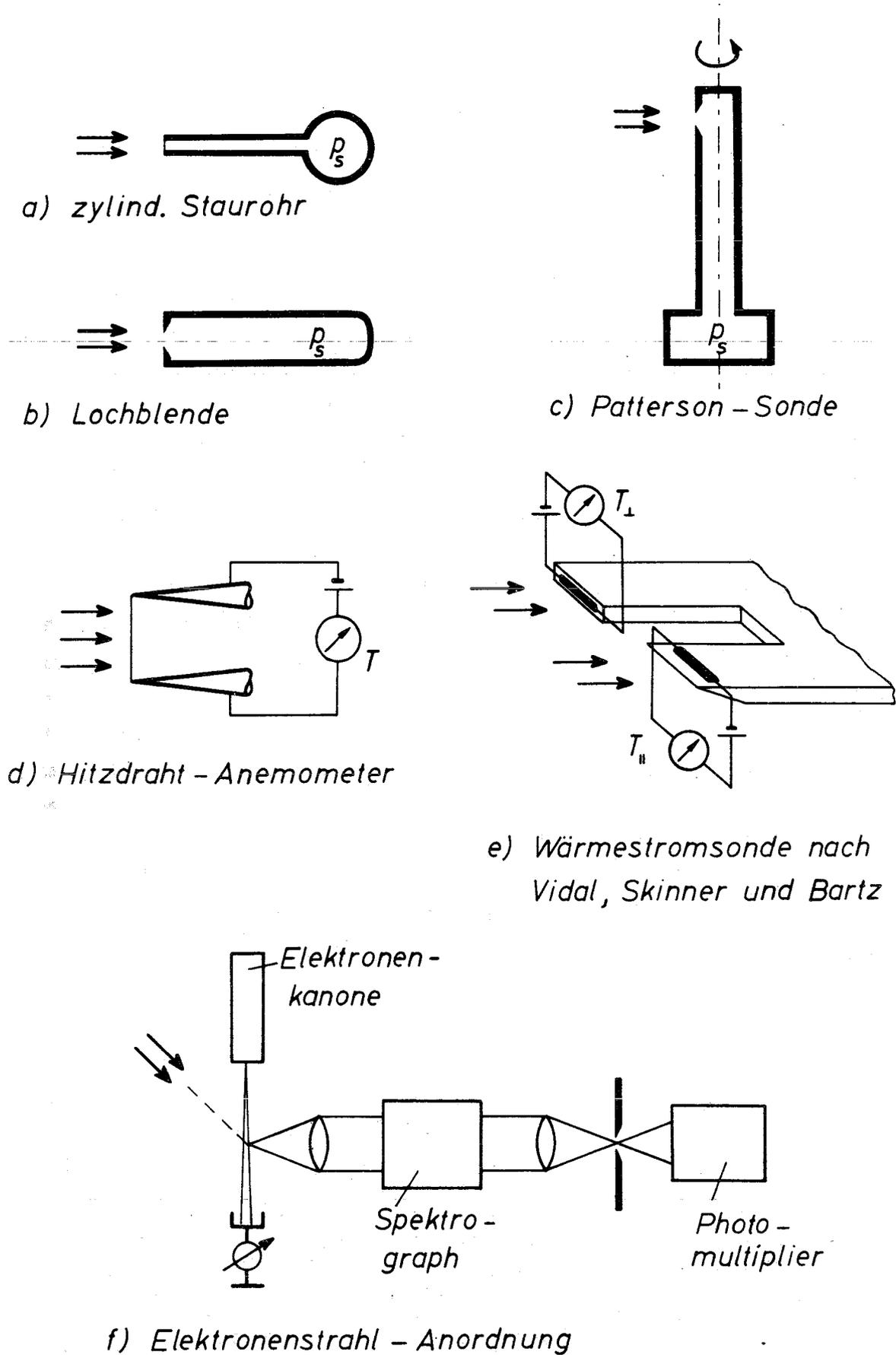


Abb.1 Beispiele für Meßsonden zur Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase

Akkommodationskoeffizienten abhängt, und die Drahttemperatur darüberhinaus auch durch Strahlung und Wärmeleitung an den Drahtenden bestimmt wird, lassen sich die mit diesem Meßverfahren gewonnenen Ergebnisse nur schwer auswerten.

Eine verbesserte Temperatursonde, die aus einem senkrecht und einem parallel zur Anströmung ausgerichteten Dünnschichtthermometer besteht, wurde von Vidal, Skinner und Bartz entwickelt (Abb.1e), [8]. Diese Sonde ist wie das einfache Dünnschichtthermometer vor allem zur Untersuchung kurzzeitiger Strömungen heißer Gase geeignet [9], [10]. Ähnlich wie bei der Patterson-Sonde kann aus dem Verhältnis der mit beiden Thermometern gemessenen Temperaturanstiege das Geschwindigkeitsverhältnis der Strömung bestimmt werden. Diese Sonde dürfte aber wegen der relativ großen Abmessungen nur bei sehr niedrigen Gasdichten anwendbar sein.

Eine weitere, vielseitige Methode zur Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase liefert die Elektronenstrahltechnik (Abb.1f). Hierbei wird als Sonde ein scharf gebündelter Elektronenstrahl benutzt, der das strömende Gas zur Emission von Licht anregt. Aus der Intensität des ausgestrahlten Lichts läßt sich direkt die Gasdichte ermitteln, wenn der Elektronenstrahl beim Durchgang durch das Gas nicht merklich abgeschwächt wird [11] <sup>2)</sup>. In Gasgemischen kann man dieses Verfahren zur Bestimmung der Partialdichten anwenden, indem man die Intensität von Spektrallinien der einzelnen Komponenten vergleicht [14]. Mit Hilfe eines hochauflösenden Spektrometers kann die Doppler-Verbreiterung einer Spektrallinie bestimmt und

---

2) Andererseits kann man die Gasdichte auch aus der Schwächung des Elektronenstrahls bestimmen, wenn man die Elektronenenergie so niedrig wählt, daß genügend Elektronen aus dem Strahl herausgestreut werden [12], [13]. Die Elektronenenergie liegt in diesem Fall zwischen 2 und 15 keV, während bei der oben beschriebenen optischen Methode Elektronenenergien von 10 - 100 keV benutzt werden.

hieraus direkt die Geschwindigkeitsverteilung gewonnen werden [15]. Schließlich liefert die Intensitätsverteilung in den Rotations- und Schwingungsbanden Aussagen über die Energieverteilung in den inneren Freiheitsgraden und damit über mögliche Relaxationseffekte [16], [17]. Im Vergleich zu den anderen Meßmethoden erfordert die Elektronenstrahltechnik allerdings einen verhältnismäßig hohen apparativen Aufwand, insbesondere dann, wenn über die Dichte hinaus weitere Zustandsgrößen des strömenden Gases bestimmt werden sollen.

Deshalb sollte in der vorliegenden Arbeit die Leistungsfähigkeit der vom Meßprinzip her einfacheren Patterson-Sonde systematisch untersucht werden. Diese Sonde wurde bisher, vor allem wohl wegen Schwierigkeiten bei der Herstellung, wenig angewendet. Es sind lediglich einige Messungen in Parallelströmungen niedriger Mach-Zahl ( $M \leq 2$ ), in denen weitgehend lokales thermisches Gleichgewicht vorlag, bekannt geworden [18], [19]. Dagegen war es das Ziel der vorliegenden Arbeit, die Verwendungsmöglichkeiten der Patterson-Sonde auch bei höheren Mach-Zahlen sowie in Strömungsgebieten mit starken Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht zu prüfen. Die Messungen wurden in frei expandierenden Gasstrahlen ausgeführt, weil in diesen Strahlen auf einfache Weise höhere Mach-Zahlen zu erreichen sind und weil z.B. in den Verdichtungsstoßzonen und am Strahlrand Strömungsgebiete vorliegen, in denen das thermische Gleichgewicht in verschiedener Weise gestört ist [20].

## II. Apparatur

### a) Niederdruck-Windkanal

Die vorliegende Untersuchung wurde an einem Niederdruck-Windkanal ausgeführt, der mit zweistufigen Roots-Pumpen und nachgeschalteten Drehkolbenpumpen ausgestattet ist. Sein Saugvermögen beträgt etwa  $14000 \text{ m}^3/\text{h}$  für Ansaugdrücke zwischen  $5 \cdot 10^{-3}$  und 5 Torr. Der Niederdruck-Windkanal wurde im Institut für Kernverfahrenstechnik des Kernforschungszentrums und der Universität Karlsruhe aufgebaut. Er dient gleichzeitig verschiedenen strömungstechnischen Untersuchungen zum Trenndüsenverfahren, die bei Drücken von 1 - 5 Torr durchgeführt werden.

Abb.2 zeigt ein Fließschema der Anlage. Das aus der Meßkammer (1) ausströmende Gas gelangt zunächst in einen Vakuumkessel (2) mit einem Volumen von etwa  $7 \text{ m}^3$ ; er dient als Puffervolumen zwischen Meßkammer und Pumpstand. Aus diesem Kessel wird das Gas über zwei parallelgeschaltete Pumpstränge abgesaugt, die jeweils als erste Stufe eine Roots-Pumpe (3) mit einer Saugleistung von  $7000 \text{ m}^3/\text{h}$  und als zweite Stufe eine Roots-Pumpe (4) mit einer Saugleistung von  $2000 \text{ m}^3/\text{h}$  enthalten (Typ RA 7000 und RA 2000 der Fa. Heraeus, Hanau). Zwischen erster und zweiter Stufe ist jeweils ein Gaskühler (5) eingebaut, mit dem die in der ersten Stufe erzeugte Kompressionswärme abgeführt werden kann. Hinter den Roots-Pumpen wird das Gas mit zwei einstufigen Drehkolbenpumpen mit Saugleistungen von  $225 \text{ m}^3/\text{h}$  (6) bzw.  $720 \text{ m}^3/\text{h}$  (7) auf Atmosphärendruck verdichtet (Typ E 225 der Fa. Heraeus, Hanau, und Typ S 720 der Fa. Leybold, Köln). Abscheider auf der Saugseite (8) und der Auspuffseite (9) der Drehkolbenpumpen verhindern ein Eindringen von Kondensat in den Schöpfraum dieser Pumpen. Der von den Drehkolbenpumpen ausgestoßene Ölnebel wird mit einem Keramikfilter (10) abgeschieden. Die Ventile des Pumpstandes werden elektropneumatisch geschaltet.

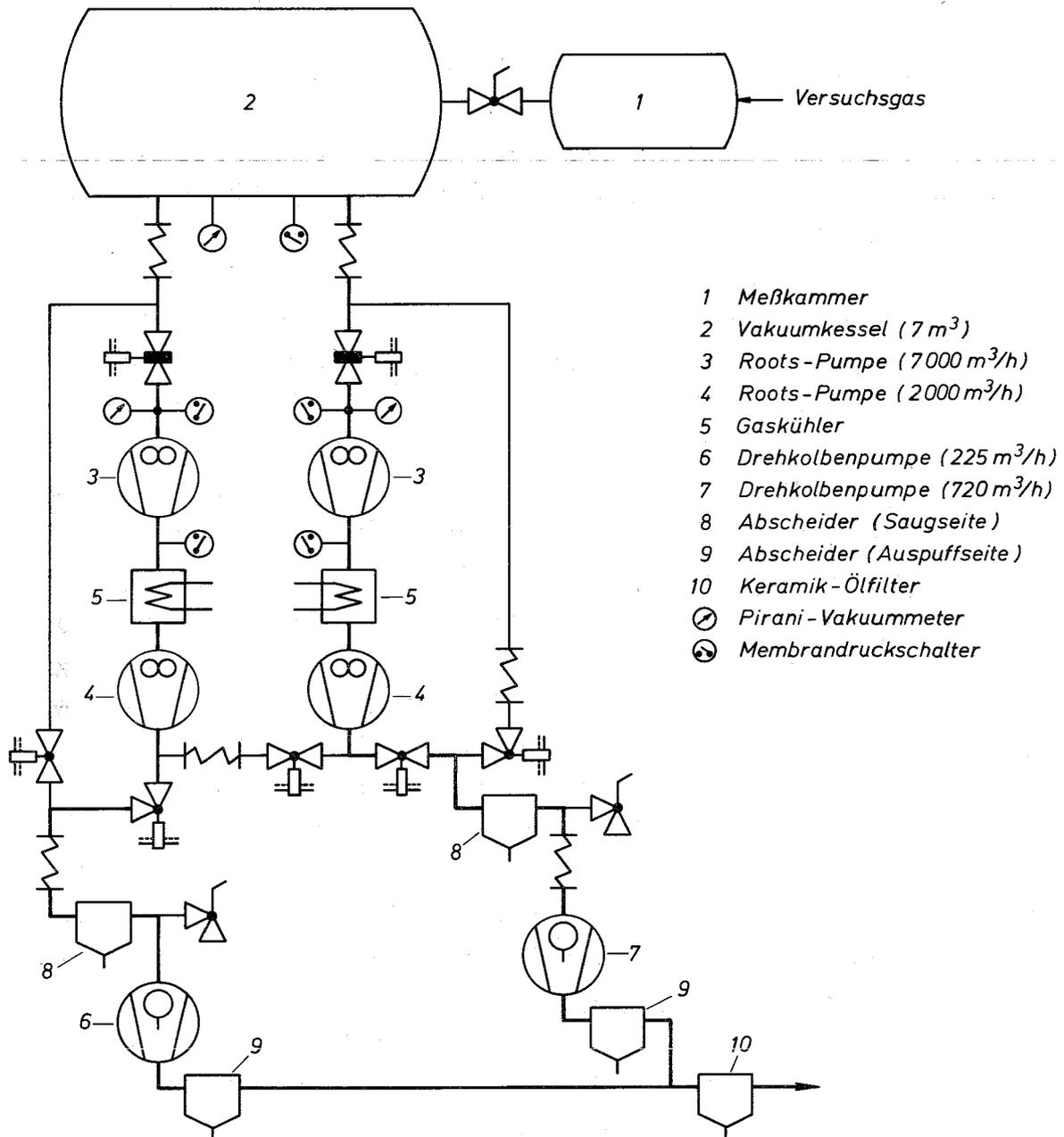


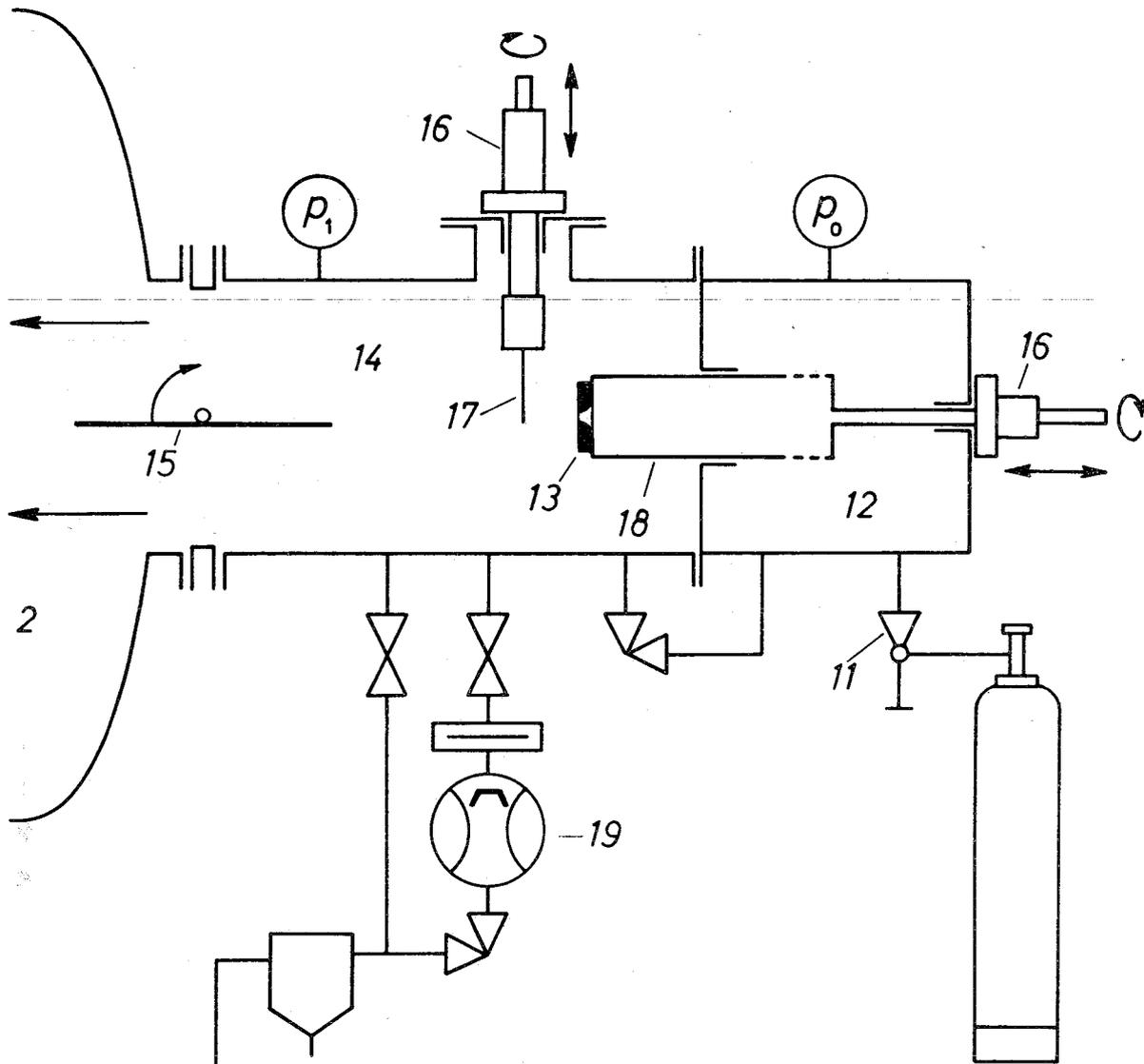
Abb.2 Fließschema des Niederdruck-Windkanals

Mit Hilfe von Membrandruckschaltern und Relaissteuerungen ist die gesamte Anlage weitgehend gegen Fehlbedienungen abgesichert.

#### b) Versuchsanordnung für die Sondenmessungen

Abb.3 zeigt schematisch den Aufbau der Versuchsanordnung, mit der die Sondenmessungen an frei expandierenden Strahlen durchgeführt wurden. Das Versuchsgas wird über ein Dosierventil (11) in den Düsenraum (12) eingelassen. Dieser besitzt ein Volumen von etwa  $25 \text{ dm}^3$ , um eine Einstellung der Ruhegrößen des Gases zu gewährleisten. Durch eine rotationssymmetrische, konvergente Düse (13) expandiert das Gas in den Meßraum (14). Der Meßraum ist über ein Klappventil (15) von etwa 300 mm Durchmesser direkt an den Kessel (2) des Niederdruck-Windkanals angeschlossen. Mit einer Dreh-Schiebe-Vorrichtung (16) wird die Patterson-Sonde (17) in den Gasstrahl gebracht, und die Sondenöffnung zunächst auf die Strahlachse ausgerichtet. Durch Verschieben des Düsenrohres (18) kann dann mit der Sonde jeder Punkt der Strahlachse erreicht werden. Außerhalb der Strahlachse liegende Strahlbereiche wurden dadurch erfaßt, daß die Düsenöffnung exzentrisch zur Achse des Düsenrohres angebracht wurde. Dabei wurde durch Drehen des Düsenrohres und Nachführen der Höhenverstellung der Sonde die Sondenöffnung jeweils in die Mittelebene des Gasstrahls justiert.

Meßkammer und Düsenraum können mit der Öldiffusionspumpe (19) (Typ D 250, Heraeus) und der Vorpumpe (20) auf Drücke unter  $10^{-5}$  Torr evakuiert werden, was besonders zum Ausgasen der Patterson-Sonde nach Belüften der Meßkammer notwendig war.



- |    |                              |    |                      |
|----|------------------------------|----|----------------------|
| 11 | Dosierventil                 | 17 | Sonde                |
| 12 | Düsenraum                    | 18 | Düsenrohr            |
| 13 | Düse                         | 19 | Diffusions-<br>Pumpe |
| 14 | Messraum                     | 20 | Vorpumpe             |
| 15 | Klappventil                  | 2  | Vakuummessel         |
| 16 | Dreh-Schiebe-<br>Vorrichtung |    |                      |

Abb. 3 Schema der Versuchsanordnung für die Sondenmessungen

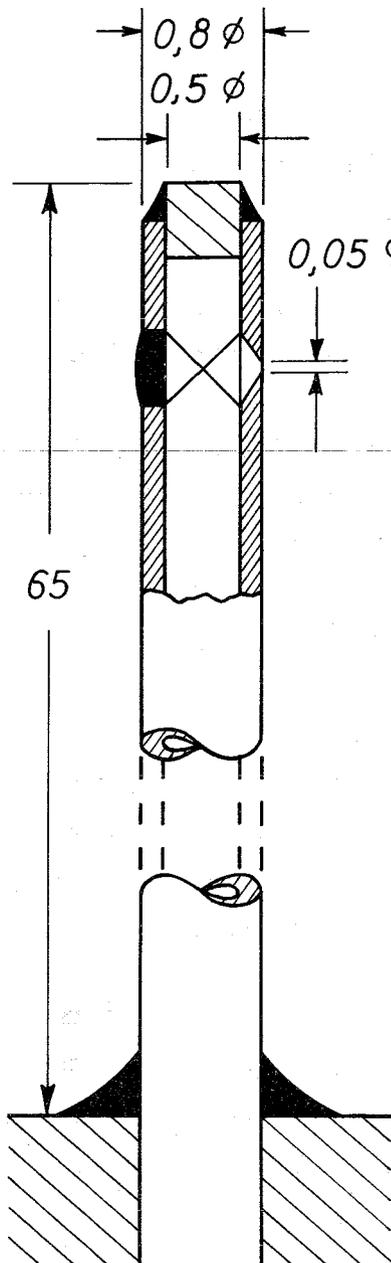
### c) Miniatur-Drucksonde

Die Miniatur-Drucksonde nach Patterson wurde aus einer medizinischen Kanüle von 0.8 mm Außendurchmesser und 0.5 mm Innendurchmesser hergestellt. Ihre Länge beträgt etwa 65 mm, die seitliche Öffnung hat einen Durchmesser von 0.05 mm (vgl. Abb.4a). Für die Auswertung der Messungen ist es vorteilhaft, wenn diese Öffnung möglichst gut einer idealen Lochblende entspricht, d.h. wenn der Durchmesser der Öffnung groß gegen die Wandstärke ist. Um Öffnungen dieser Art zu erhalten, wurden die Sonden senkrecht zur Achse mit einem Spezialbohrer von 0.5 mm Durchmesser soweit angebohrt, bis auf der Gegenseite eine scharfkantige Öffnung des gewünschten Durchmessers entstand. Da diese Öffnung sich zur Sondenmitte hin konisch erweitert, entspricht sie annähernd einer Lochblende. Die große Bohrung auf der Gegenseite der Öffnung wurde anschließend sorgfältig zugelötet.

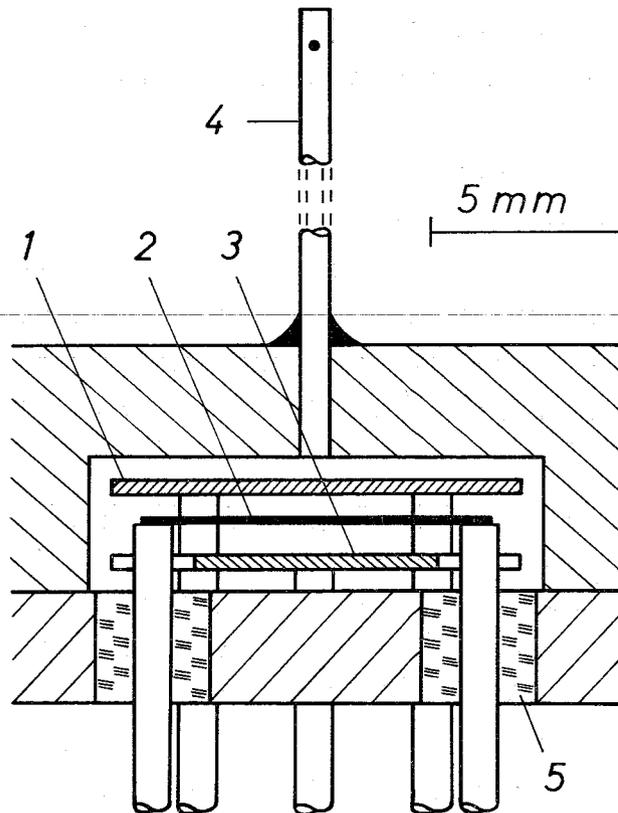
Der kleine Durchmesser von Sonde und Öffnung bzw. der hieraus resultierende niedrige Leitwert machen es notwendig, das an die Sonde angeschlossene Meßvolumen möglichst klein zu halten, damit die Einstellzeit für die Druckmessung nicht zu groß wird. Gleichzeitig mußte eine relativ hohe Genauigkeit der Druckmessung angestrebt werden. Beide Forderungen ließen sich mit einem miniaturisierten Ionisationsvakuummeter erfüllen, das in einem Meßvolumen von nur  $0.4 \text{ cm}^3$  untergebracht werden konnte. Abb.4b zeigt ein Schnittbild der Meßzelle <sup>3)</sup>. Sie ist aus zwei planparallelen Elektrodenscheiben von 11 mm  $\varnothing$  aufgebaut, zwischen denen ein Wolframdraht als Glühkatode ausgespannt ist. Der Abstand zwischen den Scheiben beträgt 1.6 mm. Die obere Elektrode befindet sich auf einem Potential von +100 Volt gegen Erde und dient als Elektronenauf-fänger, die untere Elektrode liegt über ein Meßinstrument

---

3) Die Meßzelle wurde in Anlehnung an eine Arbeit von G.J.Schulz und A.V.Phelps konstruiert [21].



a) Patterson -  
Sonde



b) Meßzelle

- 1 Elektronenauffänger
- 2 Katode
- 3 Ionenauffänger
- 4 Sonde
- 5 Druckglas - Durchführung

Abb.4 Die verwendete Miniatur-Drucksonde  
und die Ionisationsmeßzelle

zum Nachweis des Ionenstroms an Erde. Die Katode befindet sich auf +50 Volt; der Emissionsstrom der Katode beträgt 0.01 mA und ist elektronisch stabilisiert.

Die Meßzelle erfüllt ihrem Aufbau nach schon für Drücke  $p \leq 0.5$  Torr die für lineare Anzeige notwendigen Bedingungen: Es wird stets der gleiche Bruchteil der gebildeten Ionen aufgefangen, die Elektronenbahnen sind unabhängig vom Druck, und der Ionenstrom ist klein gegen den Elektronenstrom. Die Empfindlichkeit dieser Meßzelle

$$\frac{\text{Ionenstrom}}{\text{Elektronenstrom} \cdot \text{Druck}} = 0.3 \text{ Torr}^{-1} \quad \text{für N}_2$$

ist allerdings etwa um den Faktor 10 geringer als die einer üblichen Ionisationsvakuummeterröhre. Die untere Grenze des Meßbereichs, die im wesentlichen durch Ausgasungserscheinungen und die Röntgengrenze bestimmt wird, liegt bei  $\approx 10^{-4}$  Torr. Die Einstellzeit der Meßzelle mit angeschlossener Sonde hängt in erster Linie von den Ausgasungserscheinungen ab. Während z.B. eine Druckerhöhung außerhalb der Sonde von  $10^{-4}$  auf  $10^{-1}$  Torr innerhalb weniger Sekunden bis auf 1% genau registriert wird, wird bei einer Druckerniedrigung von  $10^{-1}$  auf  $10^{-4}$  Torr der Endwert erst nach etwa 10 min erreicht.

Die Eichung der Meßzelle erfolgte stets bei angeschlossener Sonde mit einem McLeod-Vakuummeter. Die Wandtemperatur der Meßzelle wurde mit einem Wasserthermostaten auf Umgebungstemperatur ( $20^\circ\text{C}$ ) konstant gehalten.

III. Auswertung der Sondenmessungen für Strömungsgebiete,  
in denen angenähert thermisches Gleichgewicht vor-  
liegt

---

a) Theoretische Grundlagen des Meßverfahrens

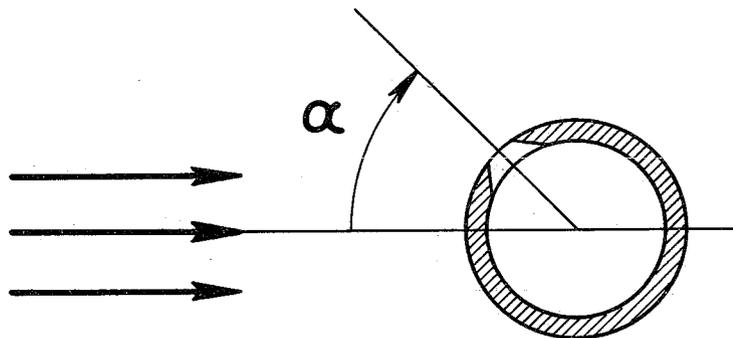
Stellt die Sondenöffnung eine ideale Lochblende dar, so gilt nach Patterson [5] bei lokalem thermischem Gleichgewicht und molekularer Anströmung der Sonde folgende Beziehung für den in die Sonde einfallenden Teilchenstrom <sup>4)</sup>

$$I_{\text{ein},\infty} = \frac{F \cdot n \cdot c_w}{2\sqrt{\pi}} \cdot f(S \cdot \cos \alpha) \quad (1)$$

mit

$$f(S \cdot \cos \alpha) = \exp(-S^2 \cdot \cos^2 \alpha) + \sqrt{\pi} S \cdot \cos \alpha \cdot [1 + \text{erf}(S \cdot \cos \alpha)]$$

Hierbei bedeutet S das Geschwindigkeitsverhältnis, n die Teilchendichte und  $c_w$  die wahrscheinlichste Geschwindigkeit im Schwerpunktssystem der ungestörten Strömung am Ort der Sonde. F ist die Fläche der Sondenöffnung,  $\alpha$  ist der Winkel zwischen der örtlichen Strömungsrichtung und der Flächennormalen der Sondenöffnung (vgl. Skizze).



---

4) Der Index  $\infty$  bezeichnet im folgenden immer den Fall der idealen Lochblende.

Im stationären Fall ist der Einstrom in die Sonde gleich dem aus der Sondenöffnung austretenden Teilchenstrom

$$I_{\text{aus},\infty} = \frac{F \cdot n_s \cdot c_{ws}}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \quad (2)$$

Dabei bezieht sich der Index s auf den Zustand des ruhenden Gases hinter der Sondenöffnung. Mit den bekannten gaskinetischen Beziehungen

$$p = n \cdot k \cdot T \quad (3)$$

$$c_w = \sqrt{2 \cdot k \cdot T / m} \quad (4)$$

(p = Druck, T = Temperatur, k = Boltzmann-Konstante, m = Molekülmasse) folgt durch Gleichsetzen von  $I_{\text{ein},\infty}$  und  $I_{\text{aus},\infty}$

$$p_{s,\infty} = p \cdot \sqrt{T_s / T} \cdot f(S \cdot \cos \alpha) \quad (5)$$

Zur quantitativen Auswertung experimenteller Ergebnisse muß jedoch berücksichtigt werden, daß die Öffnung in Wirklichkeit nie eine ideale Lochblende, sondern immer einen kurzen Kanal darstellt. In diesem Fall ergibt sich bei molekularer Anströmung der Sonde bei der Winkelstellung  $\alpha = 0$  ein höherer und bei  $\alpha = +90^\circ$  ein niedrigerer Druck in der Sonde als bei der idealen Lochblende: Für  $\alpha = 0$  kommt es zu einer Druckerhöhung, weil der Kanal für die Moleküle, die mehr oder weniger gerichtet in die Sonde einströmen, einen geringeren effektiven Strömungswiderstand darstellt als für die ungerichtet ausströmenden Teilchen. Für  $\alpha = 90^\circ$  ist der effektive Strömungswiderstand vor allem bei hohen Geschwindigkeitsverhältnissen für die einströmenden Teilchen größer als für die ausströmenden; denn die Teilchen aus der Strömung treffen bereits nahe am Eingang des Kanals auf die Wand, während

die Teilchen aus dem ruhenden Gas hinter der Sondenöffnung im Mittel eine größere Strecke im Kanal zurücklegen, bevor sie auf die Wand stoßen.

Der Einfluß der endlichen Tiefe der Sondenöffnung wurde von Hughes für den Fall eines molekular angeströmten zylindrischen Kanals theoretisch untersucht [22]. Hughes erhielt unter der Annahme, daß die Moleküle an der Innenwand des Kanals diffus reflektiert werden <sup>5)</sup>, eine Beziehung der Form

$$I_{\text{ein}} = \frac{F \cdot n \cdot c_w}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot R(S, D, \alpha) \cdot W(D) \quad (6)$$

Dabei tritt als zusätzlicher Parameter D das Verhältnis von Durchmesser zu Länge des zylindrischen Kanals auf. W(D) ist der Clausing-Faktor des Kanals <sup>6)</sup>. Die relativ komplizierte Funktion R(S, D,  $\alpha$ ) ist im Anhang angegeben. Für die Ausströmung aus der kanalförmigen Sondenöffnung gilt

$$I_{\text{aus}} = \frac{F \cdot n_s \cdot c_{ws}}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot W(D) \quad (7)$$

Im stationären Fall ist  $I_{\text{ein}} = I_{\text{aus}}$  und man erhält mit Gl.(3) und (4) für den Druck  $p_s$  in der Sonde

$$p_s = p \cdot \sqrt{T_s / T} \cdot R(S, D, \alpha) \quad (8)$$

---

5) Wenn die Reflexion wie im vorliegenden Fall an einer Metalloberfläche erfolgt, und die Ruhetemperatur der Strömung gleich der Temperatur der Sonde ist, dürfte die Annahme diffuser Reflexion erfüllt sein [23].

6) Der Clausing-Faktor W(D) gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein am Anfang des Kanals eintretendes Molekül das Ende des Kanals erreicht. Bei der idealen Lochblende ist  $W(D) = 1$  [24].

Die Abhängigkeit der Funktion  $R(S, D, \alpha)$  vom Drehwinkel, die bis auf den Faktor  $p \cdot \sqrt{T_s / T}$  den Zusammenhang zwischen dem Druck  $p_s$  in der Sonde und dem Drehwinkel wiedergibt, ist in Abb.5 für die Öffnungsparameter  $D = 1, 3$  und  $\infty$  (Lochblende) und die Geschwindigkeitsverhältnisse  $S = 1$  und  $10$  dargestellt <sup>7)</sup>. Erwartungsgemäß nimmt der Einfluß des Öffnungsparameters  $D$  auf den Kurvenverlauf mit wachsendem Geschwindigkeitsverhältnis zu.

#### b) Bestimmung des Geschwindigkeitsverhältnisses

Nach Gl.(8) ergibt sich für das Verhältnis zweier Druckmessungen bei verschiedenen Drehwinkeln die Beziehung

$$\frac{p_s(\alpha_1)}{p_s(\alpha_2)} = \frac{R(S, D, \alpha_1)}{R(S, D, \alpha_2)} \quad (9)$$

Da diese Gleichung den statischen Druck und die statische Temperatur nicht mehr enthält, kann man daraus bei bekanntem Öffnungsparameter das Geschwindigkeitsverhältnis gewinnen. Zweckmäßig wählt man bei Sonden mit  $D > 1$  für Geschwindigkeitsverhältnisse zwischen  $\approx 0.5$  und  $\approx 10$  die Winkel  $\alpha_1 = 0$  und  $\alpha_2 = 90^\circ$ , da dann das Druckverhältnis etwa proportional zu  $S$  ist. Der Zusammenhang zwischen dem Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  und dem Geschwindigkeitsverhältnis  $S$  ist in Abb.6 für Sonden mit Öffnungsparametern  $D = 1, 3, 5, 10$  und  $\infty$  dargestellt.

Bei der Anwendung von Abb.6 zur Auswertung von Messungen ergibt sich die Schwierigkeit, daß im allgemeinen der Öffnungsparameter der Sonde nicht genau bekannt ist; denn

---

7) Dazu wurde die Rechnung von Hughes, die sich auf den Winkelbereich  $\alpha \leq 90^\circ$  beschränkt [22], auf größere Drehwinkel ausgedehnt.

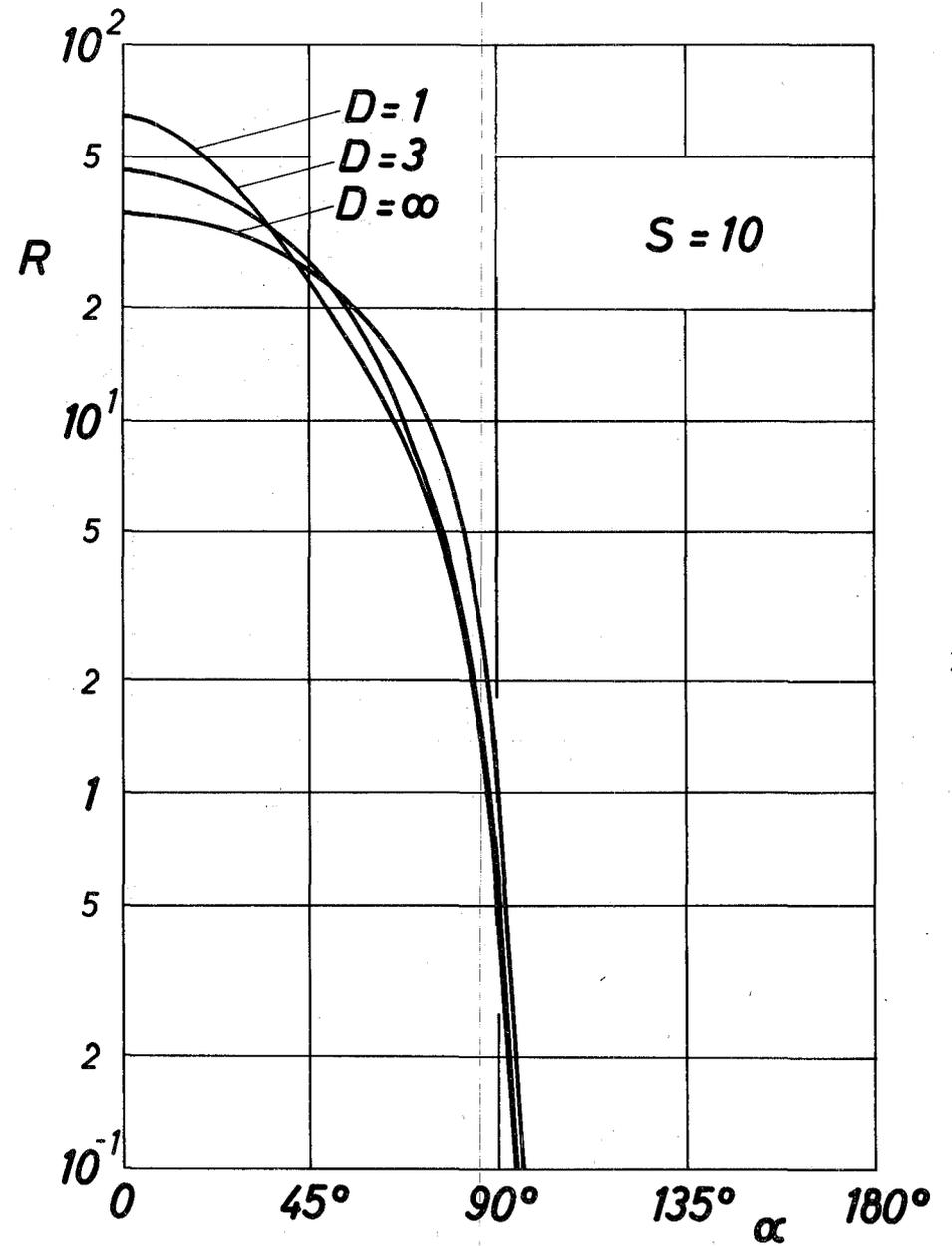
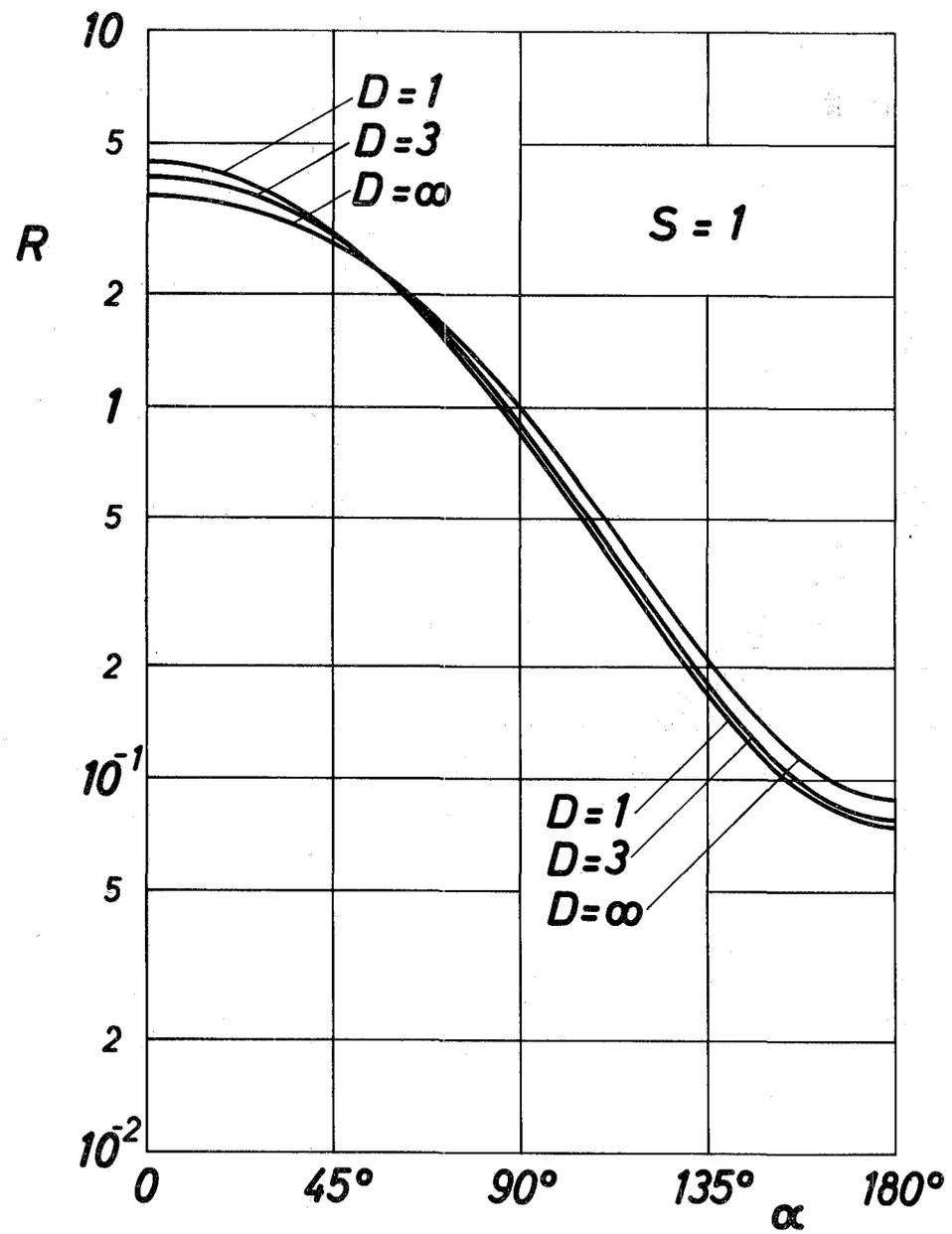


Abb.5 Die zum Druck  $p_s$  in der Sonde proportionale Funktion  $R$  in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\alpha$  für Geschwindigkeitsverhältnisse  $S = 1$  und  $10$  und Öffnungsparameter  $D = 1, 3$  und  $\infty$

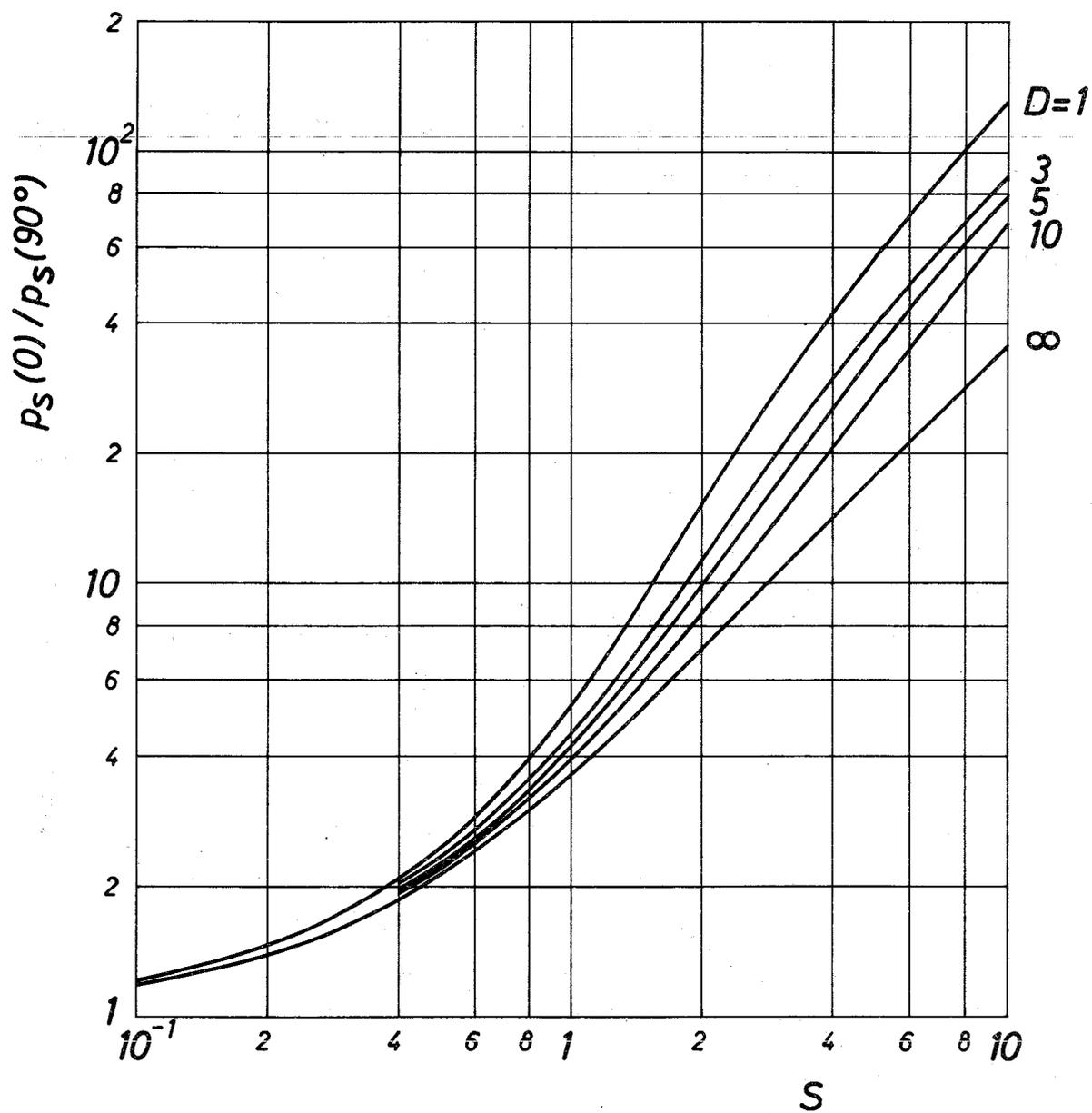


Abb.6 Das Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis  $S$  für Sonden mit Öffnungsparametern  $D = 1, 3, 5, 10$  und  $\infty$

eine direkte Bestimmung von  $D$  durch Ausmessen der Sondenöffnung läßt sich wegen der kleinen Abmessungen kaum durchführen. Im folgenden wird jedoch gezeigt, wie man auch bei zunächst unbekanntem Öffnungsparameter das Geschwindigkeitsverhältnis bestimmen kann, wenn der Druck  $p_s$  über einen größeren Winkelbereich, möglichst  $-90^\circ \leq \alpha \leq +90^\circ$ , bekannt ist.

Die Abbildungen 7 und 8 zeigen je zwei Meßreihen, die auf der Achse frei expandierender Stickstoffstrahlen mit Patterson-Sonden verschiedener Öffnung durchgeführt wurden. Auf der Ordinate ist der Druck  $p_s$ , auf der Abszisse der Winkel  $\alpha'$  zwischen der Normalen der Sondenöffnung und der Strahlachse aufgetragen. Erwartungsgemäß ist der Druckverlauf bei allen Messungen symmetrisch zu  $\alpha' = 0$ , d.h. zur Richtung der Strahlachse. Die Lage der Meßstellen entspricht etwa den Positionen a - d in dem in Abb.9 dargestellten Strahlschema. Es gibt die aus Schlierenaufnahmen entnommene Lage der Verdichtungsstöße und des Strahlrandes für den Fall der Kontinuumsströmung wieder [25], [26] 8).

Das bei der Auswertung der Messungen angewandte Verfahren ist in Abb.10 dargestellt. Diese zeigt auf der linken Seite den gemessenen Druckverlauf in Abhängigkeit vom Drehwinkel im logarithmischen Maßstab. Auf der rechten Seite der Abbildung ist im gleichen logarithmischen Ordinatenmaßstab die Funktion  $R$  für verschiedene Drehwinkel  $\alpha$  und einen festen Wert von  $D$  über  $S$  aufgetragen. Da der Druck  $p_s$  und die Funktion  $R$  einander proportional sind, kann man in der logarithmischen Auftragung die Druckwerte über Hilfslinien, die parallel zur Abszisse verlaufen, in die entsprechenden Kurven im Diagramm auf der rechten Seite übertragen. Diese Hilfslinien schneiden die Kurvenschar im Diagramm nur dann

---

8) Das Strahlschema gilt für das Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 10^4$ , wie es bei den in Abb.8 gezeigten Versuchen vorlag. Dagegen wurden die in Abb.7 gezeigten Versuche bei  $p_0/p_1 = 1.3 \cdot 10^4$  durchgeführt.

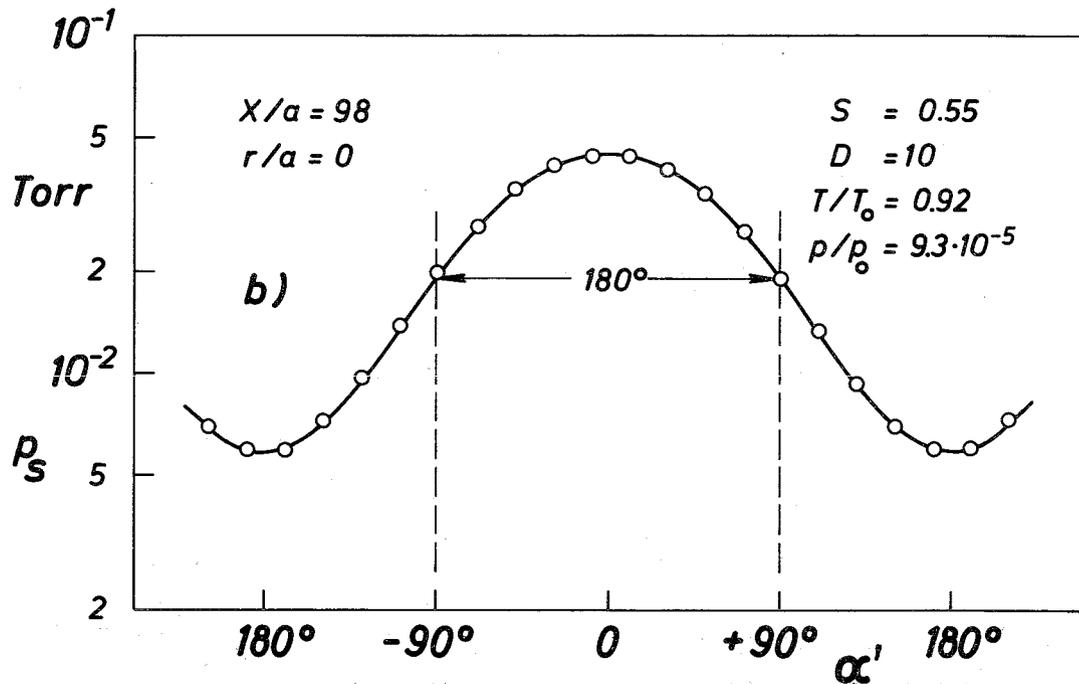
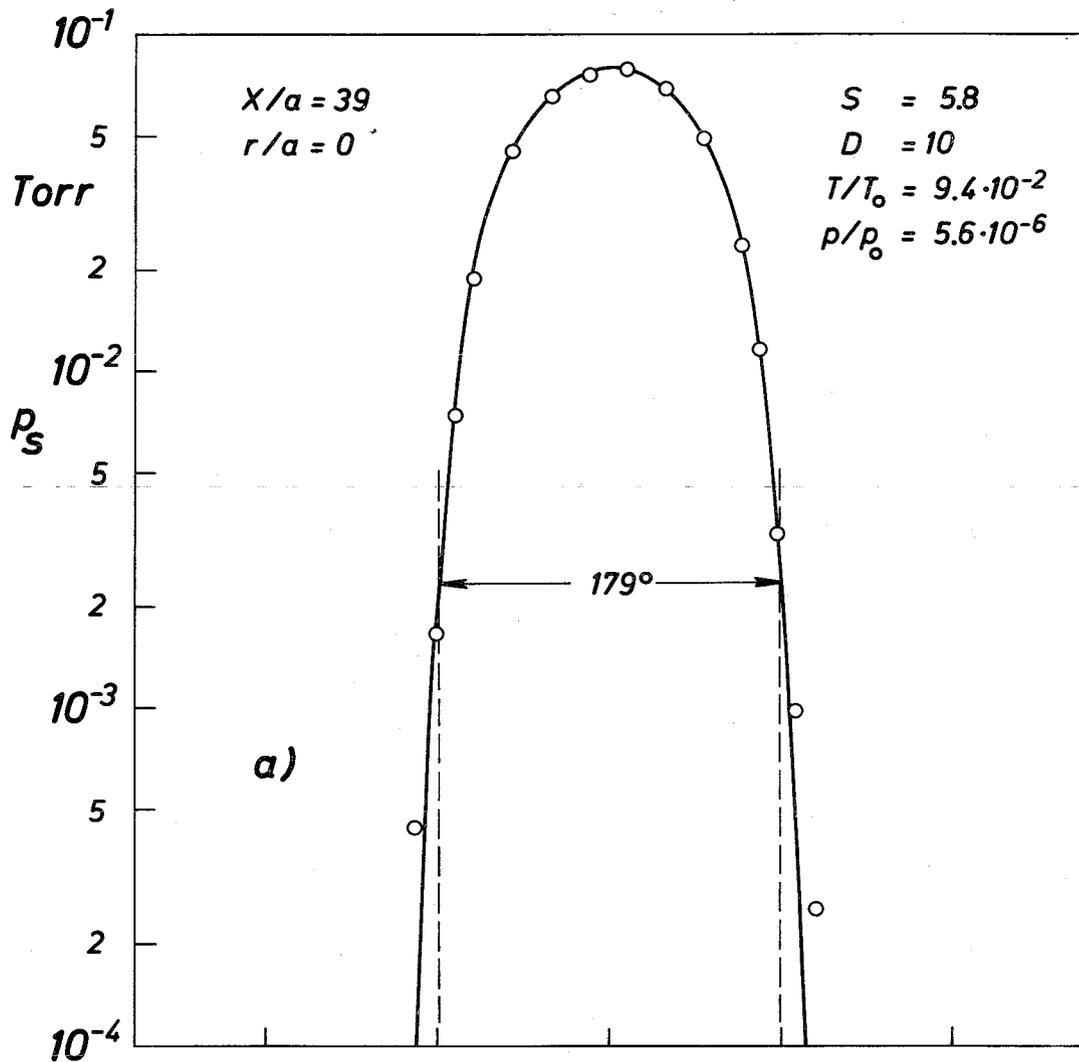
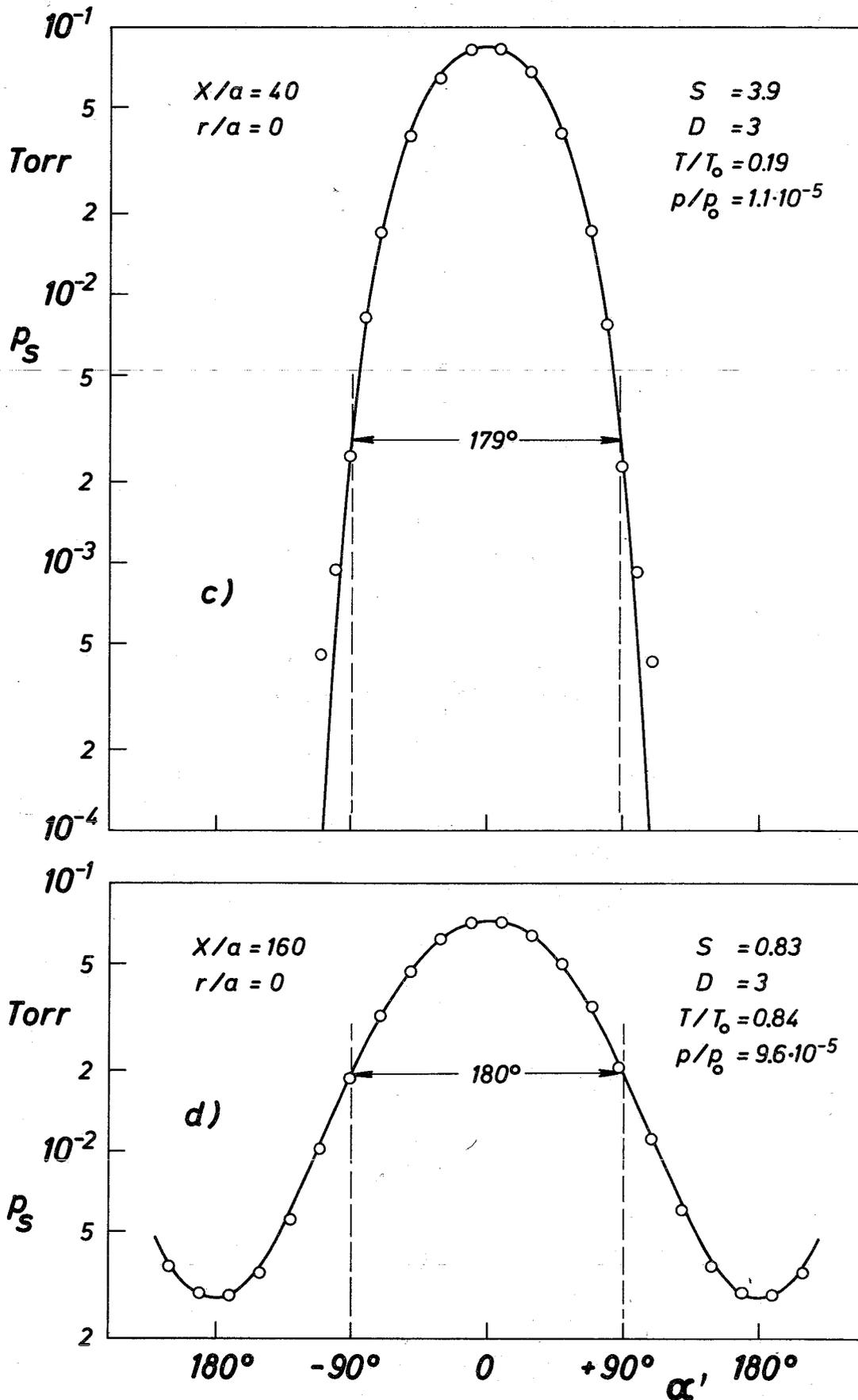


Abb.7 Der Druckverlauf  $p_s(\alpha')$  bei lokalem thermischem Gleichgewicht. Die durch die Meßpunkte gelegte Kurve wurde nach Gl.(8) für  $D = 10$  berechnet (Messung im frei expandierenden Stickstoffstrahl mit  $p_0 = 200$  Torr,  $T_0 = 293^\circ\text{K}$ ,  $p_0/p_1 = 1.3 \cdot 10^4$ ,  $a = 1.25$  mm; zur Position der Sonde im Strahl vgl. Abb.9)



**Abb.8** Der Druckverlauf  $p_s(\alpha')$  bei lokalem thermischem Gleichgewicht. Die durch die Meßpunkte gelegte Kurve wurde nach Gl.(8) für  $D = 3$  berechnet (Messung im frei expandierenden Stickstoffstrahl mit  $p_0 = 200$  Torr,  $T_0 = 293^\circ\text{K}$ ,  $p_0/p_1 = 1.0 \cdot 10^4$ ,  $a = 1.25$  mm; zur Position der Sonde im Strahl vgl. Abb.9)

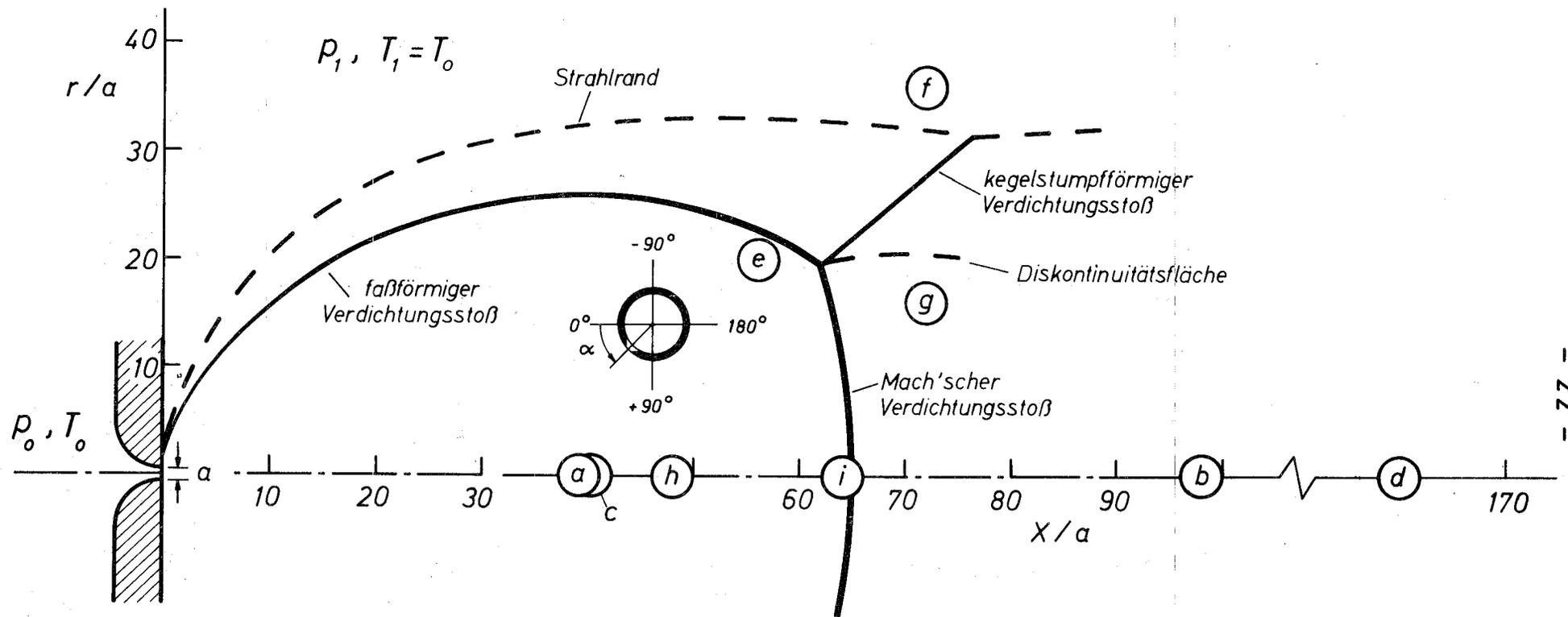


Abb.9 Schema eines frei expandierenden Stickstoffstrahls vom Expansionsverhältnis  $10^4$  für gasdynamische Strömungsbedingungen (nach Schlierenaufnahmen [25], [26])

Die Positionen (a) - (i) kennzeichnen die Lage der Sonde für die in den Abbildungen 7, 8, 14 und 15 gezeigten Messungen

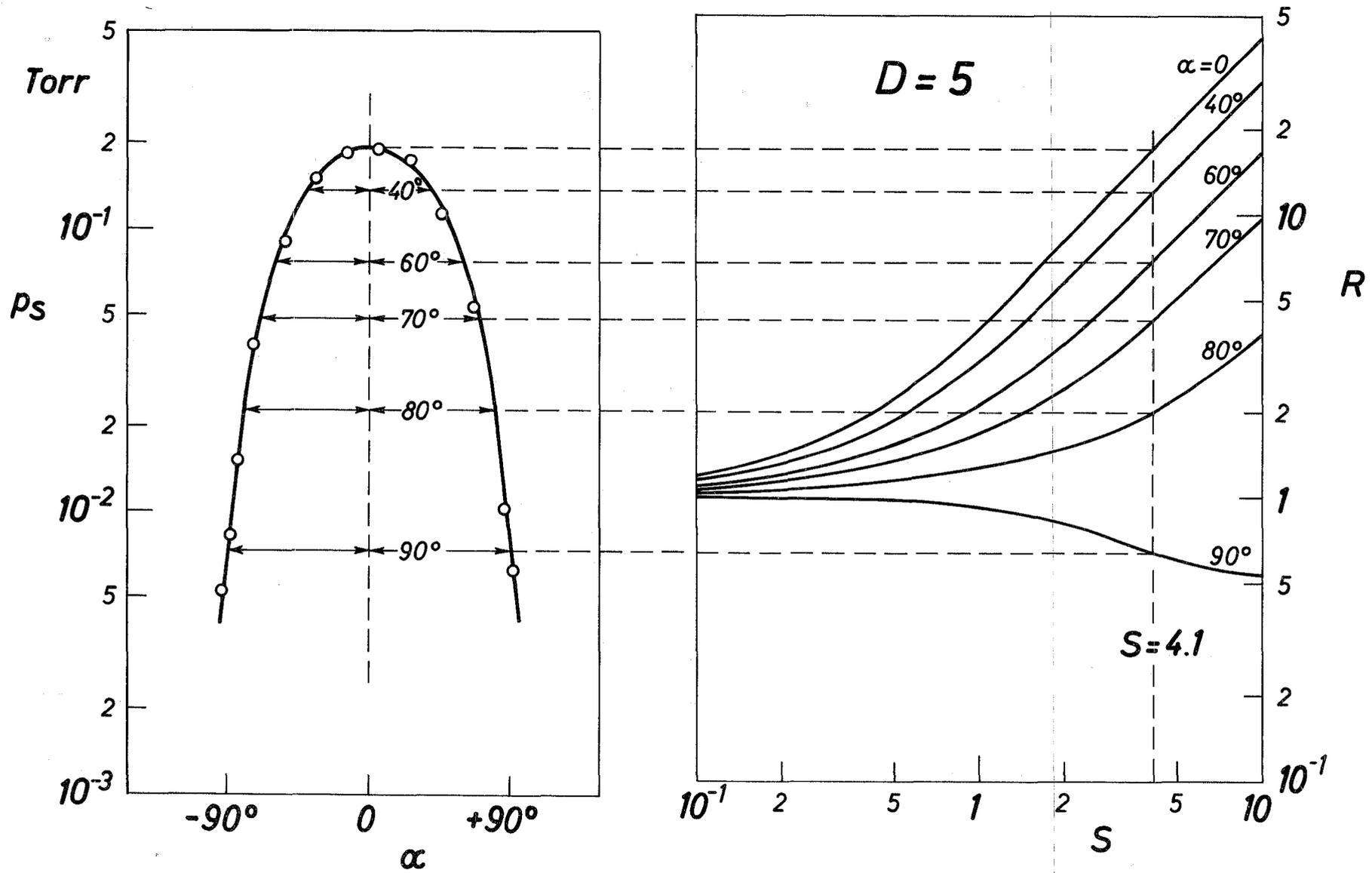


Abb.10 Zur gleichzeitigen Bestimmung von Geschwindigkeitsverhältnis und Öffnungsparameter aus dem gemessenen Druckverlauf  $p_s(\alpha)$

bei ein und demselben S-Wert, wenn für den Öffnungsparameter D der richtige Wert gewählt wurde.

Die Auswertung der in Abb.7a dargestellten Messung liefert ein Geschwindigkeitsverhältnis  $S = 5.8$  und einen Öffnungsparameter  $D = 10$ , was einer effektiven Länge des Öffnungskanals von  $0.005$  mm (bei  $0.05$  mm Durchmesser der Öffnung) entspricht. Für die mit derselben Sonde durchgeführte Messung in Abb.7b erhält man mit  $D = 10$  das Geschwindigkeitsverhältnis  $S = 0.55$ . Eine unabhängige Bestimmung des Öffnungsparameters aus dieser Messung wäre wesentlich ungenauer als bei dem größeren Geschwindigkeitsverhältnis. Entsprechend ergaben sich für die Messungen in Abb.8 die Werte  $S = 3.9$  und  $D = 3$  für die Kurve c und  $S = 0.83$  für die Kurve d.

Es ist zu beachten, daß die in Abb.7 und 8 eingezeichneten Kurven nicht als Verbindung der Meßpunkte festgelegt wurden, sondern den mit den angegebenen Werten von S und D nach Gl.(8) berechneten Druckverlauf darstellen<sup>9)</sup>. Die genaue Übereinstimmung des berechneten und des gemessenen Druckverlaufs deutet darauf hin, daß die Voraussetzungen der Rechnung, d.h. molekulare Anströmung, lokales thermisches Gleichgewicht und diffuse Reflexion in der Sondenöffnung offenbar weitgehend erfüllt sind. Diese Aussage gilt für die Kurven in Abb.7a und 8c allerdings mit dem Vorbehalt, daß bei dem relativ hohen Geschwindigkeitsverhältnis nur der Winkelbereich  $-100^\circ \leq \alpha \leq +100^\circ$  erfaßt werden konnte, weil der Meßbereich des verwendeten Ionisationsvakuummeters auf Drücke  $\geq 10^{-4}$  Torr beschränkt ist.

---

9) Bei der Berechnung der Kurven a und c wurde zusätzlich berücksichtigt, daß der Drehwinkel  $\alpha'$  zwischen der Normalen der Sondenöffnung und der Strahlachse und der Winkel  $\alpha$  zwischen der Normalen der Sondenöffnung und der Strömungsrichtung wegen des endlichen Sondendurchmessers in der hier vorliegenden Radialströmung [27] nur bei  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 180^\circ$  einander gleich sind, während z.B. die parallele Anströmung der Öffnung ( $\alpha = 90^\circ$ ) bei dem kleineren Winkel  $\alpha' = 89.5^\circ$  realisiert ist.

Aus den hier beschriebenen Beispielen geht bereits hervor, daß es im allgemeinen zweckmäßig sein wird, die Ermittlung eines zunächst unbekanntem Öffnungsparameters in einer Strömung mit großem Geschwindigkeitsverhältnis vorzunehmen, auch wenn die Sonde nachher zur Untersuchung von Strömungen mit kleinerem Geschwindigkeitsverhältnis verwendet werden soll. Eine genauere Analyse des theoretischen Druckverlaufs zeigt, daß die Bestimmung von  $D$  vom genauen Wert des Geschwindigkeitsverhältnisses der "Testströmung" weitgehend unabhängig ist: Nach Abb.11 ist beispielsweise das Druckverhältnis für die Drehwinkel  $\alpha_1 = 0$  und  $\alpha_2 = 50^\circ$  praktisch unabhängig von  $S$ , sofern nur Sonden mit  $D \geq 3$  verwendet werden, und  $S \geq 5$  ist.

### c) Statische Temperatur und statischer Druck

Geht man von der Voraussetzung eines lokalen thermischen Gleichgewichts in der Umgebung der Sonde aus, und nimmt man weiter an, daß die Zustandsänderung des strömenden Gases vom Ruhezustand ( $p_0, T_0$ ) bis zur Meßstelle isoenergetisch, d.h. bei konstanter Ruheenthalpie erfolgt, so kann man aus  $S$  mit der bekannten gasdynamischen Beziehung

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 = 1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} S^2 \quad (10)$$

die statische Temperatur am Ort der Sonde erhalten. Mit Gl.(8) ergibt sich dann der statische Druck

$$p = \sqrt{\frac{T}{T_s}} \cdot \frac{p_s(\alpha)}{R(S, D, \alpha)} \quad (11)$$

und damit auch die Teilchendichte  $n = p/(kT)$ . Für die in Abb.7 und 8 dargestellten Messungen sind die so gewonnenen Werte für das Temperaturverhältnis  $T/T_0$  und das Druckverhältnis  $p/p_0$  neben den Meßkurven eingetragen.

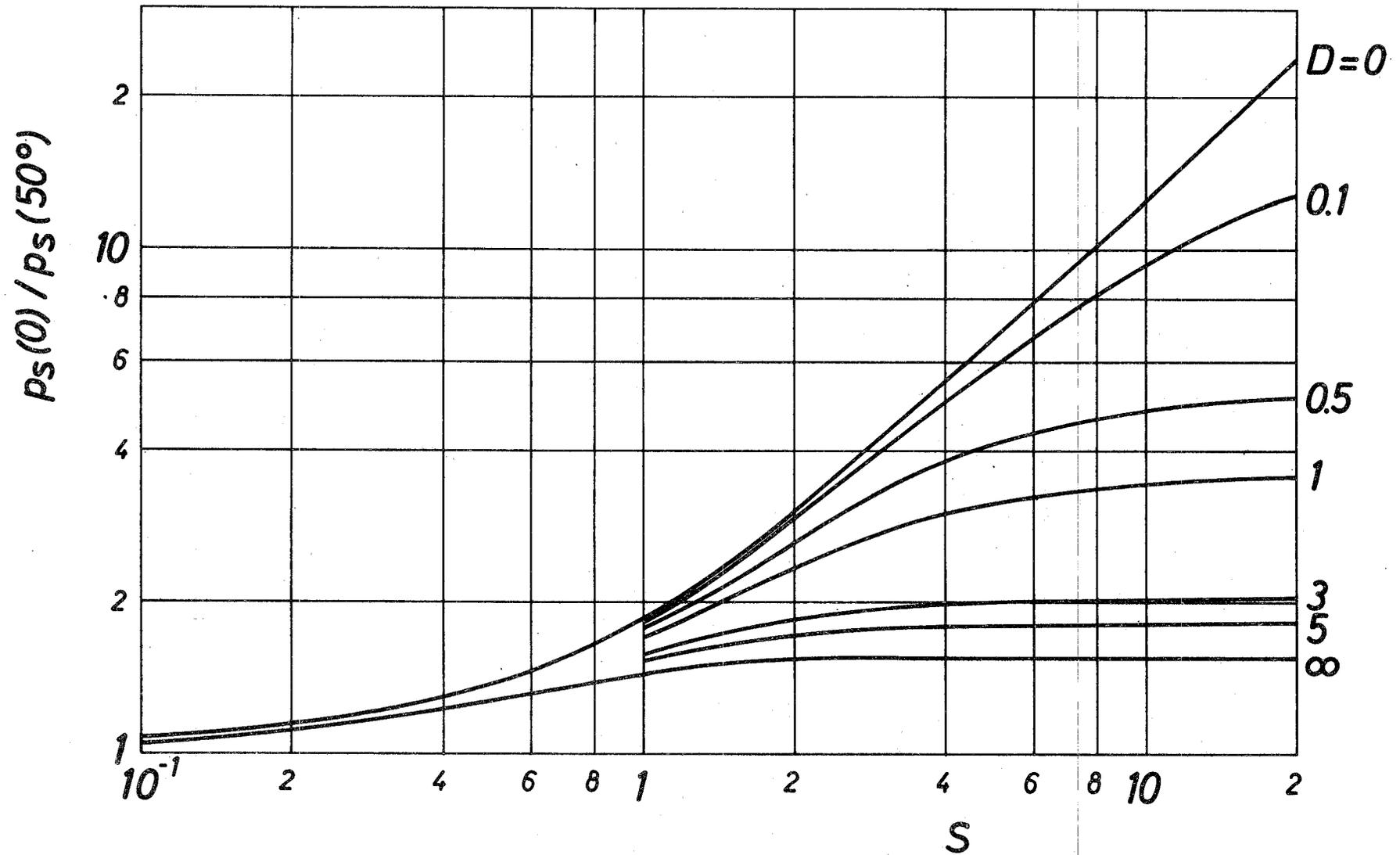


Abb.11 Das Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(50^\circ)$  in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis  $S$  für Sonden mit verschiedenen Öffnungsparametern  $D$

d) Stromdichte

Im Fall einer Sonde mit idealer Lochblende ergibt sich die lokale Teilchenstromdichte  $j$  aus der Differenz der Teilchenströme, die bei den Winkeln  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 180^\circ$  in die Sonde einfallen

$$j = \frac{1}{F} \cdot [I_\infty(\alpha=0) - I_\infty(\alpha=180^\circ)] \quad (12)$$

Hieraus folgt mit  $I = I_{\text{aus}}$  nach Gl.(2), indem man  $n_s$  und  $c_{ws}$  durch  $p_s$  und  $T_s$  ausdrückt, bei einer Sonde mit idealer Lochblende folgender Zusammenhang zwischen der Teilchenstromdichte  $j$  und dem Druck  $p_{s,\infty}$  in der Sonde

$$j = (2 \cdot \pi \cdot m \cdot k \cdot T_s)^{-1/2} \cdot [p_{s,\infty}(0) - p_{s,\infty}(180^\circ)] \quad (13)$$

Gl.(13) gilt ihrer Herleitung nach nicht nur für den Fall, daß sich die Strömung örtlich im thermischen Gleichgewicht befindet, sondern auch bei beliebigen Abweichungen vom thermischen Gleichgewicht; denn in Gl.(2) wurde lediglich vorausgesetzt, daß in der Sonde thermisches Gleichgewicht vorliegt.

Besitzt die Sondenöffnung die Gestalt eines Kanals, so ergibt sich die Teilchenstromdichte analog zu Gl.(13), wenn man die gemessenen Sondendrucke  $p_s$  mit Hilfe von Gl.(5) und Gl.(8) auf die Werte umrechnet, die sich hinter einer idealen Lochblende einstellen würden:

$$j = (2 \cdot \pi \cdot m \cdot k \cdot T_s)^{-1/2} \cdot \left[ \frac{p_s(0) \cdot f(S)}{R(S,D,0)} - \frac{p_s(180^\circ) \cdot f(-S)}{R(S,D,180^\circ)} \right] \quad (14)$$

Diese Beziehung gilt entsprechend den bei der Ableitung von Gl.(5) und Gl.(8) gemachten Voraussetzungen nur, wenn die Strömung lokal im thermischen Gleichgewicht ist, und wenn die Reflexion im Kanal diffus erfolgt. Für größere

Werte von S und D kann man Gl.(14) näherungsweise durch die folgende einfachere Beziehung ersetzen

$$j \approx (2 \cdot \pi \cdot m \cdot k \cdot T_s)^{-1/2} \cdot W(D) \cdot p_s(0) \quad (15)$$

Diese Näherung, die auch bei Abweichungen vom örtlichen thermischen Gleichgewicht anwendbar ist, ergibt sich aus der Tatsache, daß für höhere Geschwindigkeitsverhältnisse der Einstrom bei  $\alpha = 180^\circ$  vernachlässigbar klein wird, und der Kanal für die bei  $\alpha = 0$  gerichtet einströmenden Teilchen keinen nennenswerten Strömungswiderstand darstellt. Der Strömungswiderstand des Kanals für die ungerichtet ausströmenden Teilchen wird in Gl.(15) durch den Clausing-Faktor  $W(D)$  berücksichtigt <sup>6)</sup>. Gl.(15) ergibt Stromdichten, die beispielsweise für  $S = 3$  und  $D = 3$  um etwa 6%, für  $S = 5$  und  $D = 5$  nur um etwa 2% niedriger liegen als die exakten Werte nach Gl.(14).

#### e) Fehlerquellen und Grenzen des Meßverfahrens

Bei der Auswertung der Messungen wurde vorausgesetzt, daß die Sonde molekular angeströmt wird, d.h. die mittlere freie Weglänge groß gegen den Sondendurchmesser ist. Diese Bedingung ließ sich bei den vorliegenden Untersuchungen nicht immer streng erfüllen. Einerseits sollten nämlich Messungen in Strahlen mit annähernd gasdynamischem Strömungsverhalten, z.B. mit ausgebildeten Verdichtungsstößen, durchgeführt werden. In diesem Fall darf die mittlere freie Weglänge im Strahl höchstens etwa 1/100 des Strahldurchmessers betragen [20]. Andererseits reicht jedoch die Volumensaugleistung des zur Verfügung stehenden Niederdruck-Windkanals nur zur Erzeugung von frei expandierenden Stickstoffstrahlen mit einem maximalen Durchmesser von 50 - 70 mm aus. Es ist klar, daß unter annähernd gasdynamischen Strömungsbedingungen die mittlere freie Weglänge dann nicht mehr groß gegen den Sondendurchmesser von 0.8 mm sein kann.

Bei nichtmolekularer Anströmung der Sonde bewirken die an der Sonde reflektierten Teilchen durch Zusammenstöße eine Verstärkung der ungeordneten Bewegung. Dies hat zur Folge, daß der Einstrom in die Sonde bei  $\alpha = 0$  geringer und bei  $\alpha = 90^\circ$  und  $\alpha = 180^\circ$  größer als bei molekularer Anströmung wird [28]. Eine Auswertung der Messungen nach den im vorhergehenden Abschnitt angegebenen Beziehungen liefert dann zu niedrige Werte für das Geschwindigkeitsverhältnis und die Stromdichte und zu hohe Werte für den statischen Druck und die statische Temperatur.

Bei geringeren Abweichungen von der Bedingung molekularer Anströmung sind in erster Näherung nur die Zusammenstöße zwischen Primärteilchen der Strömung und den an der Sonde reflektierten Teilchen zu berücksichtigen [29]. Man kann daher die Strömungsverhältnisse bezüglich der Sonde durch die Knudsen-Zahl

$$K_s = \frac{\text{mittl. freie Weglänge der reflekt. Teilchen}}{\text{Sondendurchmesser}}$$

charakterisieren, wobei die mittlere freie Weglänge mit der Teilchendichte der Primärströmung und dem zur Ruhetemperatur gehörenden Wirkungsquerschnitt gebildet wird <sup>10)</sup>. Für die in Abb. 7 und 8 gezeigten Messungen ergeben sich so Sonden-Knudsen-Zahlen  $K_s = 5$  für (a), 3 für (b), 5 für (c) und 2.3 für (d); dabei wurde die örtliche Dichte aus den dort angegebenen Werten von  $p$  und  $T$  berechnet <sup>11)</sup>.

---

10) Die Verwendung des zur Ruhetemperatur gehörenden Wirkungsquerschnitts ist deshalb gerechtfertigt, weil die Zusammenstöße zwischen Primärteilchen und reflektierten Teilchen im Mittel bei ähnlichen Relativgeschwindigkeiten wie im Ruhezustand erfolgen, wenn wie hier die Temperatur der Sonde gleich der Ruhetemperatur der Strömung ist.

11) Für die Kurven (a) und (c) ergeben sich dieselben Werte für  $K_s$  wie oben, wenn man die örtliche Dichte mit den gasdynamischen Beziehungen für den frei expandierenden Strahl berechnet [27].

Der Fehler, der bei der Auswertung der Sondenmessungen nach den oben angegebenen Beziehungen durch Abweichungen von der molekularen Anströmung der Sonde zustandekommt, läßt sich theoretisch schwer abschätzen, da es sich um eine Strömung im Übergangsbereich zwischen molekularem und gasdynamischem Strömungsverhalten handelt. Deshalb wird diese Frage in einer zur Zeit laufenden Arbeit experimentell untersucht. Vergleichende Messungen, die mit Sonden von 0.4 und 0.8 mm Durchmesser ausgeführt wurden, ergaben beispielsweise folgendes Resultat: In einem Strömungsbereich mit  $S \approx 2$  stimmen die Messungen für  $K_s = 16$  und  $K_s = 8$  innerhalb einer Fehlergrenze von 5% überein. Im Bereich  $S \approx 5$  liefern die Messungen mit der dünneren Sonde ( $K_s = 10$ ) um etwa 30% höhere S-Werte als die Messungen mit der dickeren Sonde ( $K_s = 5$ ).

Auch bei hinreichend großer Knudsen-Zahl  $K_s$  und genau bekanntem Öffnungsparameter  $D$  dürfte eine Patterson-Sonde, deren Öffnung annähernd einer Lochblende entspricht, bei Strömungen mit  $S \geq 10$  nur zur Bestimmung der Stromdichte geeignet sein. Die Bestimmung des Geschwindigkeitsverhältnisses, des statischen Drucks und der statischen Temperatur wird in solchen Strömungen immer mit einem relativ großen Fehler behaftet sein, da einerseits der steile Druckverlauf bei  $\alpha \approx 90^\circ$  eine genaue Bestimmung des Drucks  $p_s(90^\circ)$  bzw. des Druckverhältnisses  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  kaum zuläßt (vgl. Abb.5), und andererseits der flachere Druckverlauf im Bereich kleinerer Drehwinkel für höhere Werte von  $S$  und  $D$  unabhängig von  $S$  wird (vgl. Abb.11).

Bei einer Sonde mit kanalförmiger Öffnung hingegen (z.B. mit  $D = 0.1$ ) ist auch noch bei größeren S-Werten der Druckverlauf im Bereich kleinerer Drehwinkel von  $S$  abhängig (vgl. Abb.11). Abb.12 zeigt als Beispiel den Verlauf der zum Druck proportionalen Funktion  $R(S, D, \alpha)$  für  $S = 10$  und  $D = 0.1$  in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\alpha$ . Da der Druckverlauf bei  $\alpha \approx 50^\circ$  relativ flach ist, sollte sich bei dieser Sonde das Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(50^\circ)$  relativ

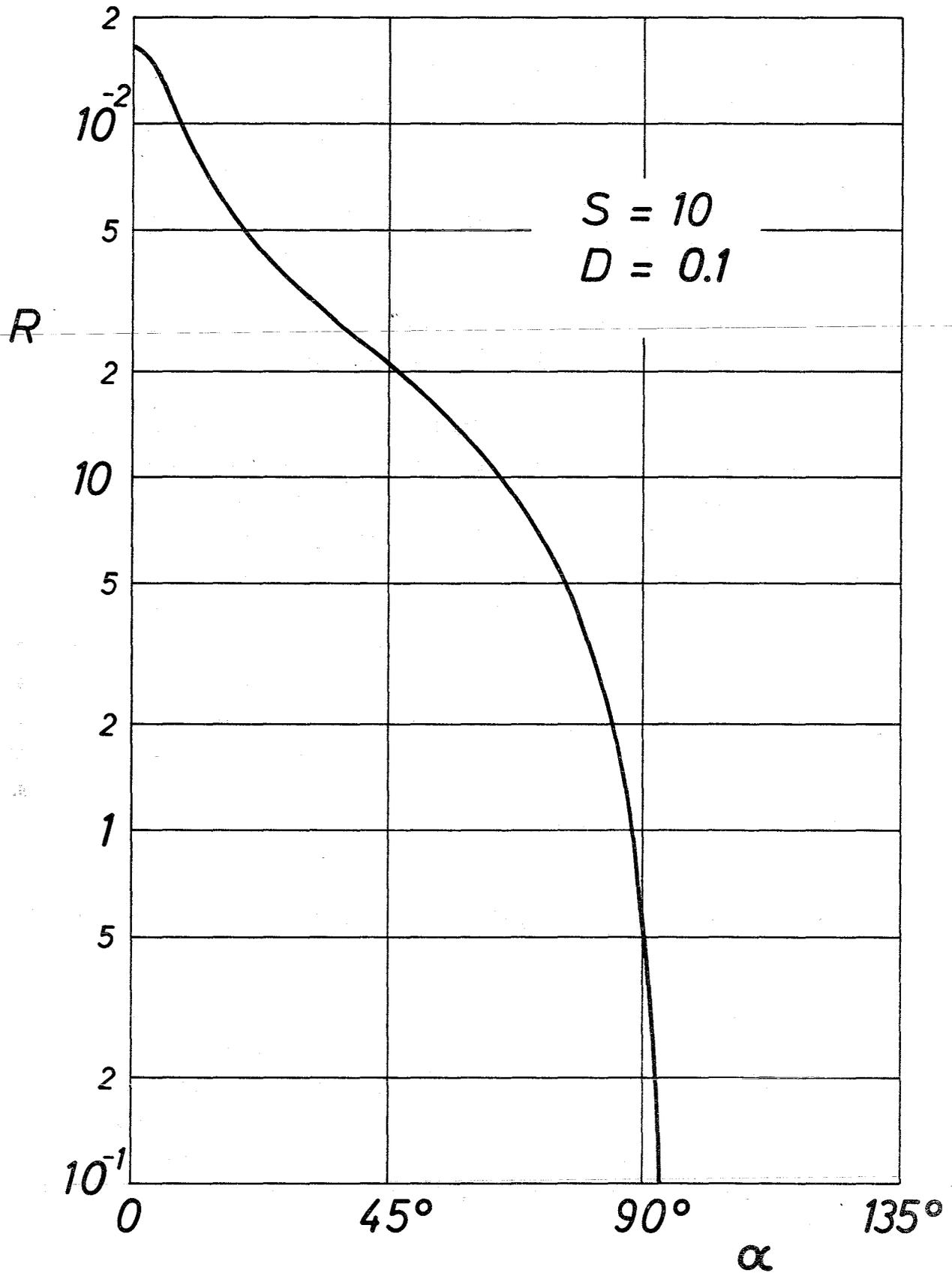


Abb.12 Der zum Druck  $p_s$  in der Sonde proportionale Verlauf der Funktion  $R$  in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\alpha$  für eine Sonde mit kanalförmiger Öffnung (Geschwindigkeitsverhältnis  $S = 10$ , Öffnungsparameter  $D = 0.1$ )

genau bestimmen lassen. Die Anwendung von Gl.(9) zur Ermittlung des Geschwindigkeitsverhältnisses setzt allerdings voraus, daß die Reflexion der Moleküle im Kanal diffus erfolgt. Diese Voraussetzung ist jedoch für  $\alpha = 0$  bei hohen Geschwindigkeitsverhältnissen, d.h. bei überwiegend streifendem Einfall der Teilchen auf die Kanalwand, nicht mit Sicherheit zu erfüllen. Deshalb dürften auch kanalförmige Sonden zur Messung großer Geschwindigkeitsverhältnisse nicht gut geeignet sein.

Die Unsicherheiten in der Bestimmung hoher Geschwindigkeitsverhältnisse mit der Patterson-Sonde sollten sich im Prinzip durch die in Abb.13 dargestellte Modifikation der Sonde vermeiden lassen: Anstelle einer Öffnung besitzt diese Sonde zwei gleiche, einander gegenüberliegende Öffnungen, wobei aber ein direkter Durchtritt der Moleküle durch beide Öffnungen durch eine Zwischenwand ausgeschlossen wird; beide Öffnungen sind mit derselben Druckmeßzelle verbunden. Befindet sich nun das Gas zwischen Öffnung und Innenwand im thermischen Gleichgewicht, so gilt im stationären Fall bei diffuser Reflexion analog zu Gl.(8) für den Druck in der Sonde

$$p_s^* = \frac{p}{2} \cdot \sqrt{\frac{T_s}{T}} \cdot [R(S,D,\alpha) + R(S,D,\alpha+180^\circ)] \quad (16)$$

Ein eventueller Einfluß spiegelnder Reflexion kann durch Verwendung von Sonden mit großem Öffnungsparameter vermieden werden, denn bei diesem Sondentyp ist die genaue Bestimmung auch großer S-Werte aus dem Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  nicht an einen bestimmten Öffnungsparameter gebunden. Dies geht aus Abb.13 hervor, in der die Winkelabhängigkeit der Funktion

$$R^* = \frac{1}{2} \cdot [R(S,D,\alpha) + R(S,D,\alpha+180^\circ)]$$

für das Beispiel  $S = 10$  und  $D = 5$  aufgetragen ist.

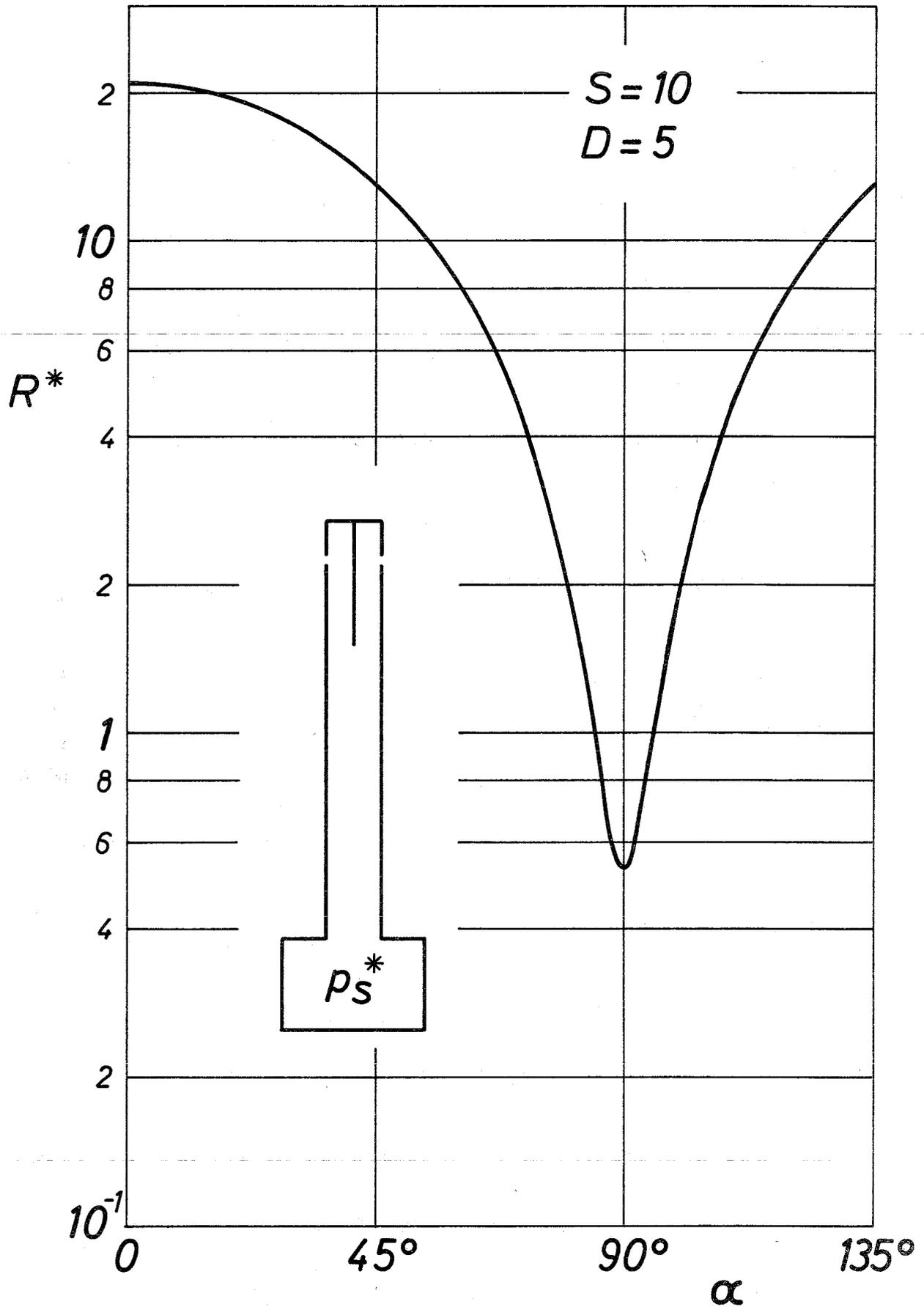


Abb.13 Der zum Druck  $p_s^*$  in der Sonde proportionale Verlauf der Funktion  $R^*$  in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\alpha$  für eine Sonde mit zwei einander gegenüberliegenden Öffnungen nach Gl.(16) (Geschwindigkeitsverhältnis  $S = 10$ , Öffnungsparameter  $D = 5$ )

#### IV. Sondenmessungen in Strömungsgebieten mit starken Abweichungen vom örtlichen thermischen Gleichgewicht

Strömungsgebiete mit starken Abweichungen vom örtlichen thermischen Gleichgewicht liegen in frei expandierenden Strahlen im Bereich der Verdichtungsstöße, des Strahlrandes und der Diskontinuitätsfläche vor (vgl. das Strahlschema in Abb.9). Der mit der Sonde gemessene Druckverlauf  $p_s(\alpha)$  weist in solchen Strömungsbereichen charakteristische Abweichungen gegenüber den Messungen bei örtlichem thermischem Gleichgewicht auf. Dies ist in den Abb. 14 und 15 anhand typischer Meßkurven für einen Stickstoffstrahl mit dem Einlaßdruck  $p_0 = 400$  Torr und dem Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 10^4$  dargestellt (Düsendurchmesser  $a = 1.25$  mm); die Meßstellen sind in dem Schema der Abb.9 mit (e) - (i) bezeichnet. Es wurde die Sonde von 0.8 mm Durchmesser benutzt, deren Öffnungsparameter sich nach Abb.8 zu  $D = 3$  ergab.

##### a) Schiefer Verdichtungsstoß, Strahlrand und Diskontinuitätsfläche

Abb.14 zeigt Sondenmessungen in Strömungsgebieten, in denen starke Gradienten der Zustandsgrößen senkrecht zur Strömungsrichtung vorliegen, nämlich im Bereich des schiefen Verdichtungsstoßes (e), des Strahlrandes (f) und der Diskontinuitätsfläche (g). Der Druckverlauf ist in diesen Fällen nicht symmetrisch zum Druckmaximum. Die Kurven besitzen einen flacheren bzw. steileren Verlauf in den Winkelbereichen, in denen die Öffnung der Sonde in Strahlgebiete mit niedrigerem bzw. höherem Geschwindigkeitsverhältnis gerichtet ist <sup>11a)</sup>.

Bei unsymmetrischem Druckverlauf stimmt die Winkelkoordinate des Druckmaximums im allgemeinen nicht mit der Strömungsrichtung überein. Die lokale Strömungsrichtung läßt sich jedoch mit Hilfe der Bedingung ermitteln, daß senk-

---

11a) Aus den in Abschnitt V gezeigten Messungen im Strömungsfeld frei expandierender Strahlen geht hervor, daß die Unsymmetrie im Kurvenverlauf nicht damit erklärt werden kann, daß die Sondenöffnung beim Drehen der Sonde aufgrund des endlichen Sondendurchmessers geringfügig ihre Lage im untersuchten Strömungsgebiet ändert.

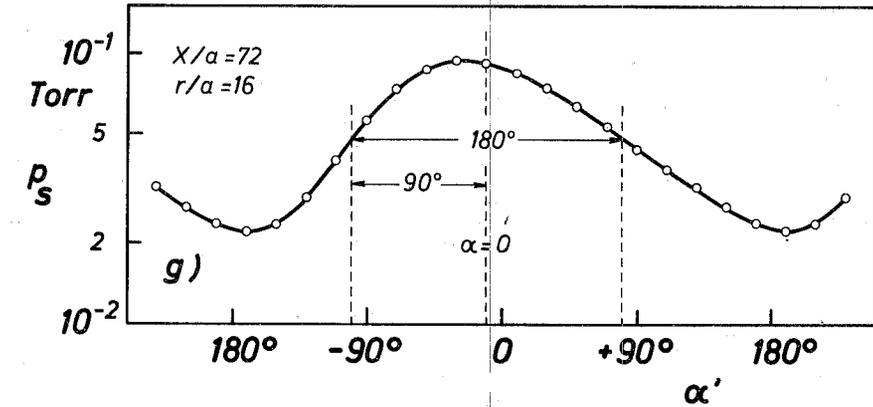
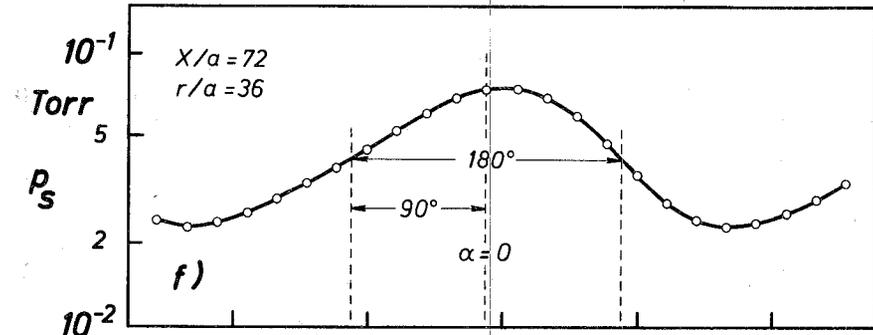
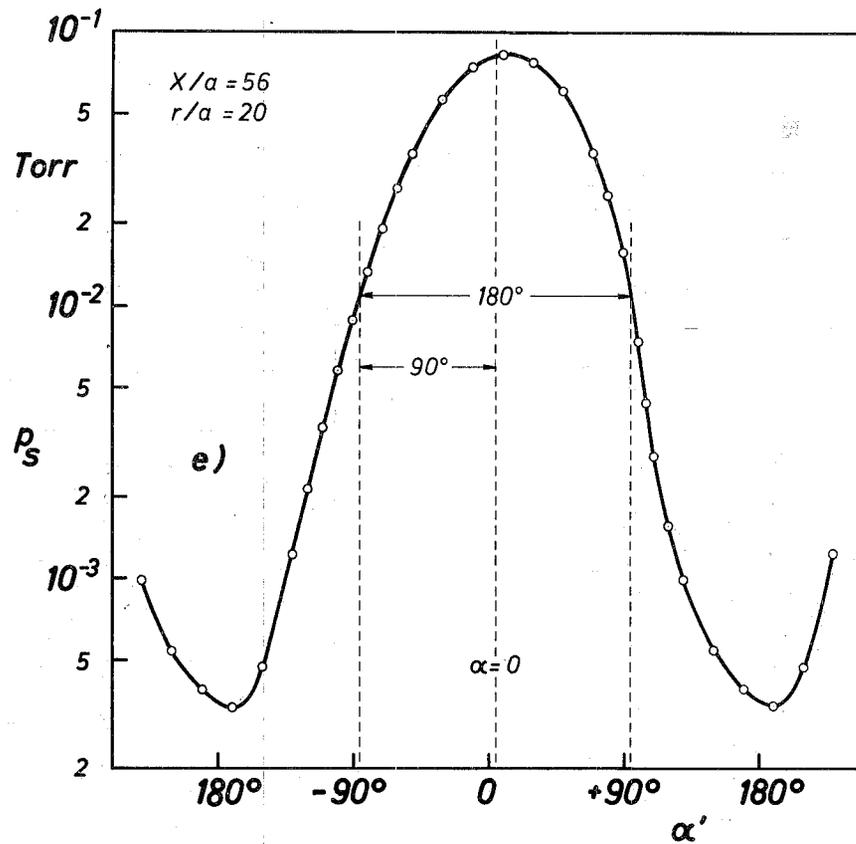


Abb.14 Typische Meßkurven zum Druckverlauf  $p_s(\alpha')$  in Strömungsgebieten mit starken Zustandsänderungen senkrecht zur Strömungsrichtung (vgl. Abb.9):

	e) schiefer Stoß	f) Strahlrand	g) Diskontinuitätsfläche
Geschwindigkeitsverhältnisse:	$S_{\perp} = 1.48$	$0.34$	$0.38$
	$S_{\parallel} = 1.35$	$0.29$	$0.37$
	$S_{+90^{\circ}} = 2.1$	$0.41$	$0.29$
	$S_{-90^{\circ}} = 1.2$	$0.24$	$0.49$

Strahl Daten: Einlaßdruck  $p_0 = 400$  Torr, Ruhetemperatur  $T_0 = 293^{\circ}\text{K}$ ,  
 Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 10^4$ , Düsendurchmesser  $a = 1.25$  mm

recht zu einer Stromfläche der Nettoteilchenstrom verschwinden muß. Hieraus folgt, daß die Öffnung der Sonde gerade dann parallel zur Strömung orientiert ist, wenn der Druck in der Sonde bei einer Drehung um  $180^\circ$  wieder genau denselben Wert annimmt (vgl. Abb.14).

Eine solche Bestimmung der Strömungsrichtung ist allerdings in Strenge nur dann gültig, wenn die Sondenöffnung eine ideale Lochblende darstellt. Besitzt sie hingegen die Gestalt eines Kanals, so können sich aufgrund der Abhängigkeit des Strömungswiderstands vom Geschwindigkeitsverhältnis verschiedene Drücke bei den Winkeln  $\alpha = +90^\circ$  und  $\alpha = -90^\circ$  ergeben. Man kann jedoch abschätzen, daß der hierdurch bedingte Fehler in der Strömungsrichtung für die in Abb.14 f und g gezeigten Kurven höchstens  $2^\circ$  beträgt <sup>12)</sup>.

Bei Kenntnis der Strömungsrichtung kann man jedem Druckwert  $p_s$  den zugehörigen Winkel  $\alpha$  zwischen der örtlichen Strömungsrichtung und der Normalen der Sondenöffnung zuordnen. Benutzt man nun zur Auswertung des unsymmetrischen Kurvenverlaufs formal den für lokales thermisches Gleichgewicht gültigen Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsverhältnis  $S$  und dem Druckverhältnis  $p_s(\alpha_1)/p_s(\alpha_2)$ , so erhält man zu den Druckverhältnissen bei verschiedenen Winkeln verschiedene Werte für das Geschwindigkeitsverhältnis.

Spezielle Werte von  $S$  ergeben sich aus den Druckverhältnissen  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  und  $p_s(0)/p_s(180^\circ)$ ; sie werden im

---

12) Bei bekanntem Öffnungsparameter  $D$  kann man das Geschwindigkeitsverhältnis z.B. auch aus der Steilheit des Druckverlaufs bei  $\alpha = 90^\circ$  ermitteln. Ist der Druckverlauf unsymmetrisch, so liefert diese Auswertung verschiedene Werte für  $S_{+90^\circ}$  und  $S_{-90^\circ}$ . Legt man diese  $S$ -Werte für den Strömungswiderstand der kanal-förmigen Öffnung bei  $\alpha = +90^\circ$  und  $\alpha = -90^\circ$  zugrunde, so kann man hieraus die Drücke  $p_s(+90^\circ)$  und  $p_s(-90^\circ)$  berechnen. Aus dem Unterschied dieser Drücke kann man auf den Fehler bei der Bestimmung der Strömungsrichtung zurückschließen, der sich bei dem oben angegebenen Auswerteverfahren ergibt.

folgenden mit  $S_{\perp}$  und  $S_{\parallel}$  bezeichnet. Im einen Fall wird der gerichtete Teilchenstrom auf den mittleren Teilchenstrom der ungeordneten Bewegung senkrecht zur Strömungsrichtung, im anderen Fall auf den mittleren Teilchenstrom der ungeordneten Bewegung entgegen der Strömungsrichtung bezogen. Für die in Abb.14 dargestellten Messungen sind die entsprechenden Werte von  $S_{\perp}$  und  $S_{\parallel}$  in der Abbildungsunterschrift angegeben. Zum Vergleich sind auch die Geschwindigkeitsverhältnisse  $S_{+90^{\circ}}$  und  $S_{-90^{\circ}}$  angegeben, die man aus der Steigung des Druckverlaufs bei  $\alpha = +90^{\circ}$  ableiten kann (vgl. Anm.12). Der Unterschied zwischen  $S_{\perp}$  und dem arithmetischen Mittel von  $S_{+90^{\circ}}$  und  $S_{-90^{\circ}}$  beträgt etwa 17% beim schiefen Verdichtungsstoß (e), 4% beim Strahlrand (f) und 3% bei der Diskontinuitätsfläche (g). Die Abweichungen dieser S-Werte untereinander und von  $S_{\parallel}$  beschreiben qualitativ die Abweichung vom lokalen thermischen Gleichgewicht <sup>13)</sup>.

Hat man die örtliche Strömungsrichtung ermittelt, so kann man bei einer Sonde mit idealer Lochblende auch in einer Nichtgleichgewichtsströmung aus der Druckdifferenz  $p_s(0) - p_s(180^{\circ})$  nach Gl.(13) die Stromdichte exakt bestimmen (s. Abschnitt IIIId). Die für eine kanalförmige Öffnung abgeleitete Gl.(14) setzt hingegen streng genommen lokales thermisches Gleichgewicht voraus. Der Fehler, der bei Anwendung von Gl.(14) in einer Nichtgleichgewichtsströmung entsteht, dürfte allerdings vernachlässigbar klein sein, wenn man die für den Strömungswiderstand des Kanals maßgebliche mittlere Quergeschwindigkeit der Teilchen formal durch  $S_{\perp}$  berücksichtigt.

---

13) Mit Hilfe von  $S_{\perp}$  bzw.  $S_{\parallel}$  kann man in einer isoenergetischen Strömung bei Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht formal transversale bzw. longitudinale Werte für die statische Temperatur und den statischen Druck ermitteln.

### b) Senkrechter Verdichtungsstoß

Abb.15 zeigt zwei Meßkurven, die auf der Strahlachse im Bereich des Mach'schen Verdichtungsstoßes, d.h. in einem Gebiet mit starker Änderung der Zustandsgrößen in Strömungsrichtung, aufgenommen wurden. Bemerkenswert ist, daß beim Winkel  $\alpha = 180^\circ$ , also bei stromabwärts gerichteter Sondenöffnung, ein zweites Maximum im Druckverlauf auftritt. Dieses Nebenmaximum ergab sich bei anderen Versuchen auch bei abgelösten Verdichtungsstößen, die durch ein stumpfes Hindernis im Kern eines frei expandierenden Strahls erzeugt wurden <sup>13a)</sup>. Bei der Deutung dieses charakteristischen Druckverlaufs ist folgendes zu beachten:

Bei Sondenmessungen in Strömungsbereichen mit starken Zustandsänderungen in Strömungsrichtung muß berücksichtigt werden, daß stromabwärts von der Sonde eine von Teilchen weitgehend freie "Schattenzone" existiert. Ihre Ausdehnung in Strömungsrichtung wird durch das Produkt aus Sonden-durchmesser und Geschwindigkeitsverhältnis der Anströmung bestimmt. Befindet sich die Sonde z.B. in einem senkrechten Verdichtungsstoß, und ist die Ausdehnung der Schattenzone von gleicher Größenordnung wie die Stoßdicke, so können Teilchen aus dem Bereich höherer Temperatur und höherer Dichte innerhalb der Schattenzone gegen die Strömung anlaufen und die Sonde erreichen. Unter diesen Bedingungen spiegelt also der Druckverlauf  $p_s(\alpha)$  nur dann die lokale Geschwindigkeitsverteilung im Gas wider, wenn nicht nur der Sonden-durchmesser, sondern auch das Produkt aus Sonden-durchmesser und Geschwindigkeitsverhältnis klein gegen die mittlere freie Weglänge sind. Diese Voraussetzung war jedoch bei den in Abb.15 gezeigten Messungen nicht erfüllt. Bei diesen Messungen könnte demnach das relative Maximum bei  $\alpha = 180^\circ$  durch das Vorhandensein einer ausgedehnten Schattenzone erklärt werden.

---

13a) Auch hier kann die Form des Kurvenverlaufs nicht damit erklärt werden, daß die Sondenöffnung beim Drehen der Sonde aufgrund des endlichen Sonden-durchmessers geringfügig ihre Lage in der Stoßzone ändert; vgl. Anm.11a.

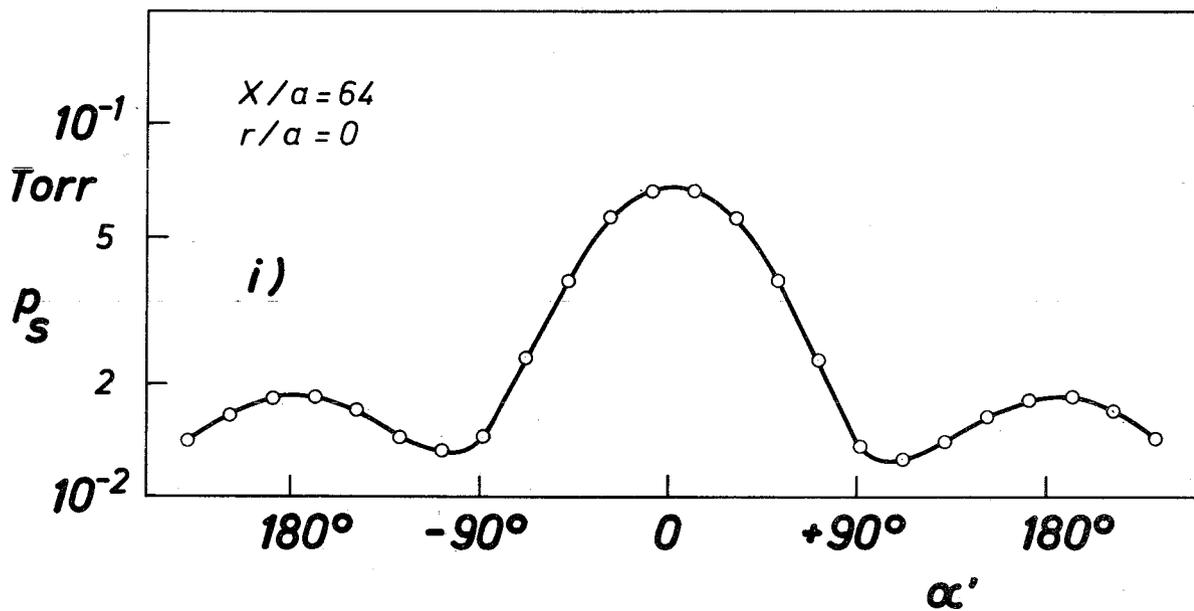
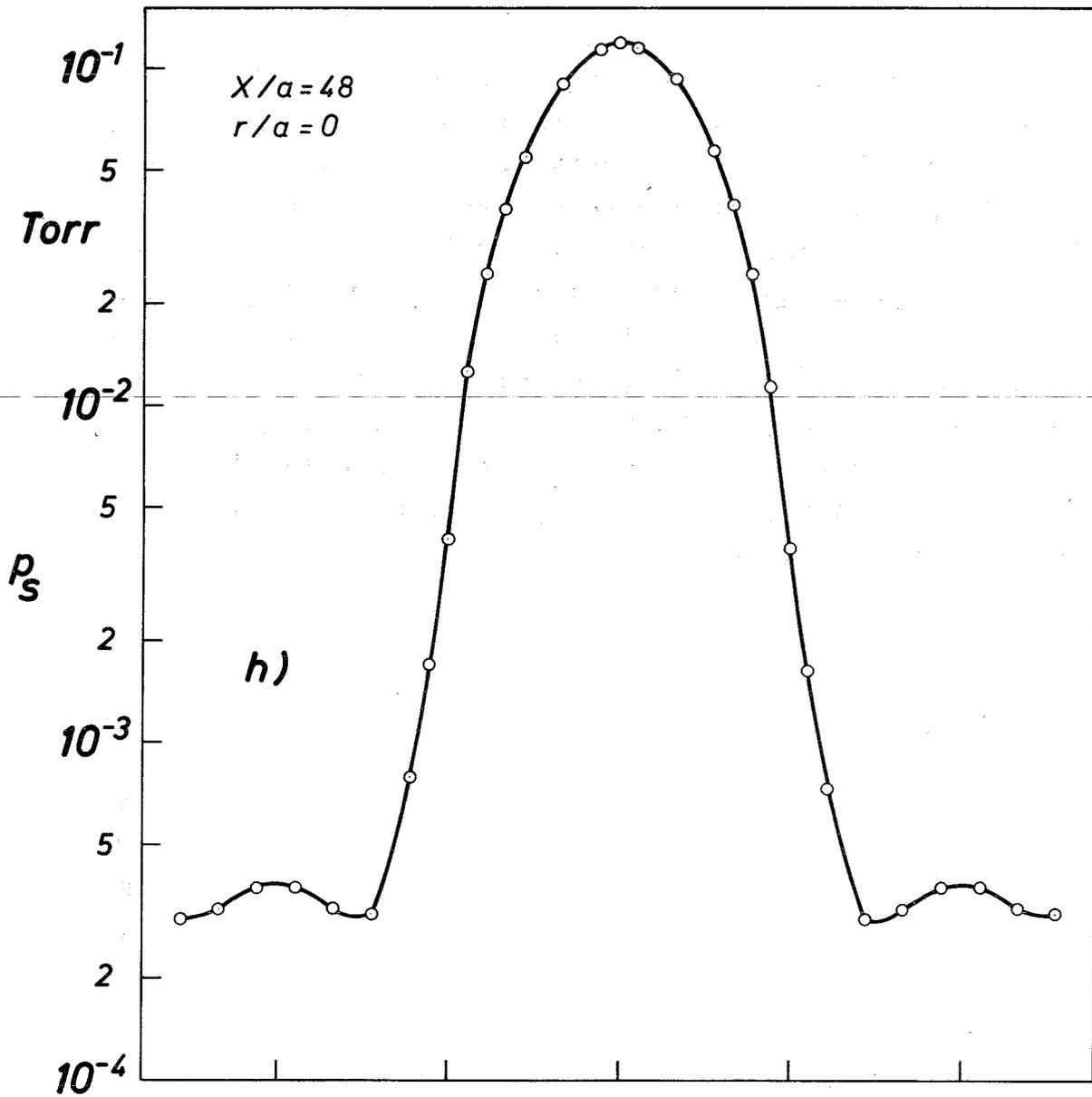


Abb. 15 Typische Meßkurven zum Druckverlauf  $p_s(\alpha')$  im Bereich des Mach'schen Stoßes (Strahl Daten s. Abb. 14)

Es ist allerdings noch offen, ob daneben auch eine Anisotropie der Geschwindigkeitsverteilung für das Auftreten des zweiten Maximums im Druckverlauf verantwortlich ist. Eine solche Anisotropie wäre dadurch gekennzeichnet, daß die Komponente der mittleren thermischen Geschwindigkeit in Strömungsrichtung größer ist als senkrecht dazu. Diese Vermutung wird dadurch unterstützt, daß neuere Messungen mit Sonden von 0.4 mm Durchmesser unter sonst gleichen Strömungsbedingungen genau denselben Kurvenverlauf wie in Abb.15 liefern, während doch zu erwarten wäre, daß der Schatteneffekt bei einer Verkleinerung des Sondendurchmessers abnehmen sollte.

## V. Orientierende Messungen in frei expandierenden Stickstoffstrahlen im Übergangsbereich zwischen Kontinuums- und Molekularströmung

---

### a) Versuchsbedingungen und Auswertung

Nach den in Abschnitt III und IV diskutierten Ergebnissen war es klar, daß in dem zur Verfügung stehenden Niederdruck-Windkanal die Voraussetzungen für eine fehlerfreie Messung des Strömungszustands frei expandierender Gasstrahlen bei annähernd gasdynamischem Strömungsverhalten nicht mehr erfüllt werden konnten. Im Zusammenhang mit früheren Untersuchungen über die Entmischung von Gasgemischen in frei expandierenden Gasstrahlen [20], [30], [31] und über die Erzeugung von Molekularstrahlen aus frei expandierenden Überschallströmungen [32], [33] war es jedoch wünschenswert, mit den hier beschriebenen Miniaturdrucksonden wenigstens einen qualitativen Überblick über den örtlichen Verlauf des Strömungszustands in frei expandierenden Gasstrahlen beim Übergang von gasdynamischem zu molekularem Strömungsverhalten zu gewinnen.

Die Messungen wurden mit Stickstoff als Strahlgas durchgeführt. Zur Strahlerzeugung diente eine konvergente, am Zulauf abgerundete Düse mit einem Mündungsdurchmesser  $a = 1.25$  mm. Die Einlaßdrücke  $p_0$  betragen 50, 200 und 400 Torr; das Expansionsverhältnis betrug  $\approx 10^4$ . Es wurde die Sonde von 0.8 mm Durchmesser mit dem Öffnungsparameter  $D = 3$  benutzt.

In der folgenden Tabelle sind als charakteristische Strahlabmessungen der Abstand  $X_M$  und der Durchmesser  $Y_M$  des Mach'schen Verdichtungsstoßes für den Grenzfall der Kontinuumsströmung sowie die das Strömungsverhalten im Übergangsbereich charakterisierenden Knudsen-Zahlen

$$K^* = \frac{\Lambda^*}{a} = \frac{\text{mittlere freie Weglänge in der Düsenmündung}}{\text{Düsensdurchmesser}}$$

$$\hat{K} = \frac{\hat{\Lambda}}{Y_M} = \frac{\text{mittl. freie Weglänge hinter dem Mach'schen Stoß}}{\text{Durchmesser des Mach'schen Stoßes}}$$

zusammengestellt (vgl. [20]).

$p_0$ [Torr]	$p_0/p_1$	$X_M/a$	$Y_M/a$	$K^* = \Lambda^*/a$	$\hat{K} = \hat{\Lambda}/Y_M$
50	$0.95 \cdot 10^4$	63	38	$11.5 \cdot 10^{-4}$	0.19
200	$1.0 \cdot 10^4$	65	39	$2.8 \cdot 10^{-4}$	0.046
400	$1.0 \cdot 10^4$	65	39	$1.4 \cdot 10^{-4}$	0.023

Die Ergebnisse der Sondenmessungen sind in den Abb. 16 - 18 dargestellt. Aufgetragen sind für verschiedene Strahlquerschnitte die Strömungsrichtung, das Geschwindigkeitsverhältnis, die Stromdichte und der statische Druck, jeweils in Abhängigkeit vom Abstand von der Strahlachse.

Als Strömungsrichtung ist der nach Abschnitt IVa bestimmte Winkel  $\beta$  zwischen der örtlichen Strömungsrichtung und der Strahlachse angegeben. Das Geschwindigkeitsverhältnis wurde auch in Strömungsgebieten mit starken Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht nach Gl.(9) aus dem Druckverhältnis  $p_s(0)/p_s(90^\circ)$  bestimmt. Die Stromdichte wurde nach Gl.(14) mit diesem transversalen Geschwindigkeitsverhältnis gebildet (vgl. Abschnitt IVa) und auf die Stromdichte  $j^*$ , die sich bei isentroper Expansion des Gases vom Ruhezustand im engsten Strahlquerschnitt ergibt, normiert <sup>14)</sup>. Der statische Druck wurde nach Gl.(11) mit  $S_1$  und dem Druck  $p_s(90^\circ)$  in der Sonde ermittelt.

14) Nach bekannten gasdynamischen Beziehungen ist

$$j^* = \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa+1) \cdot R \cdot T_0}} \cdot p_0$$

Bei der Auswertung der Messungen wurde also stets molekulare Anströmung der Sonde vorausgesetzt. Besonders in Strahlgebieten mit höherer Dichte und höherem Geschwindigkeitsverhältnis ist diese Bedingung jedoch nicht ausreichend erfüllt, und man erhält zu niedrige Werte für das Geschwindigkeitsverhältnis und die Stromdichte und zu hohe Werte für den statischen Druck (vgl. Abschnitt IIIe).

b) Messungen im Strahl mit  $p_0 = 400$  Torr

Abb.16 zeigt die Ergebnisse der Sondenmessungen beim Einlaßdruck  $p_0 = 400$  Torr. Aus früheren Untersuchungen ist bekannt, daß sich der Strahl unter den vorliegenden Versuchsbedingungen ( $\hat{K} = 0.023$ ) weitgehend gasdynamisch verhalten sollte [20].

Im Querschnitt nahe der Düsenmündung ( $X/a = 40$ ) ergibt sich aus dem Verlauf der Strömungsrichtung, daß in der Innenzone des Strahls eine von der Düsenmündung ausgehende Radialströmung vorliegt, die nach außen durch eine starke Umlenkung in entgegengesetzter Richtung im faßförmigen Verdichtungsstoß abgeschlossen wird (vgl. das Strahlschema in Abb.9). In der Radialströmung sinkt die Stromdichte von der Strahlachse nach außen hin ab. Die Kompression im faßförmigen Stoß bewirkt dann einen steilen Anstieg von  $j$ , dem wieder eine schnelle Abnahme bei der Abbremsung des Gases am Strahlrand folgt. Das Geschwindigkeitsverhältnis steigt von der Achse nach außen zunächst schwach an und fällt dann im Bereich des faßförmigen Verdichtungsstoßes steil ab; die Strömung bleibt nach dem schiefen Stoß noch im Überschallgebiet und wird erst bei Annäherung an den Strahlrand auf Unterschallgeschwindigkeit abgebremst. Der statische Druck ist in der Innenzone wesentlich niedriger als der Umgebungsdruck. Die Kompression des Gases auf den Umgebungsdruck geschieht im wesentlichen im faßförmigen Verdichtungsstoß. In der Zone zwischen diesem Stoß und dem

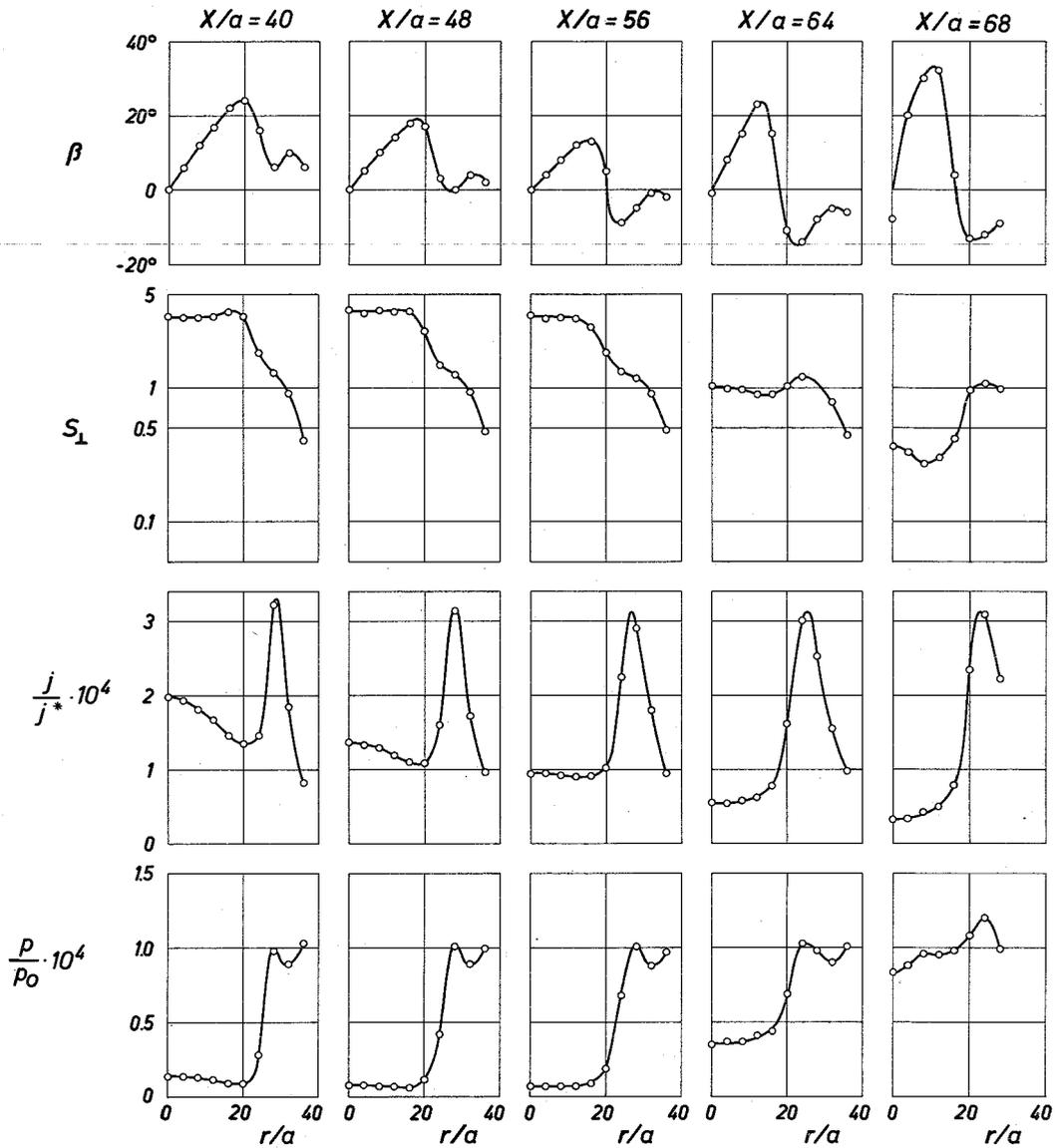
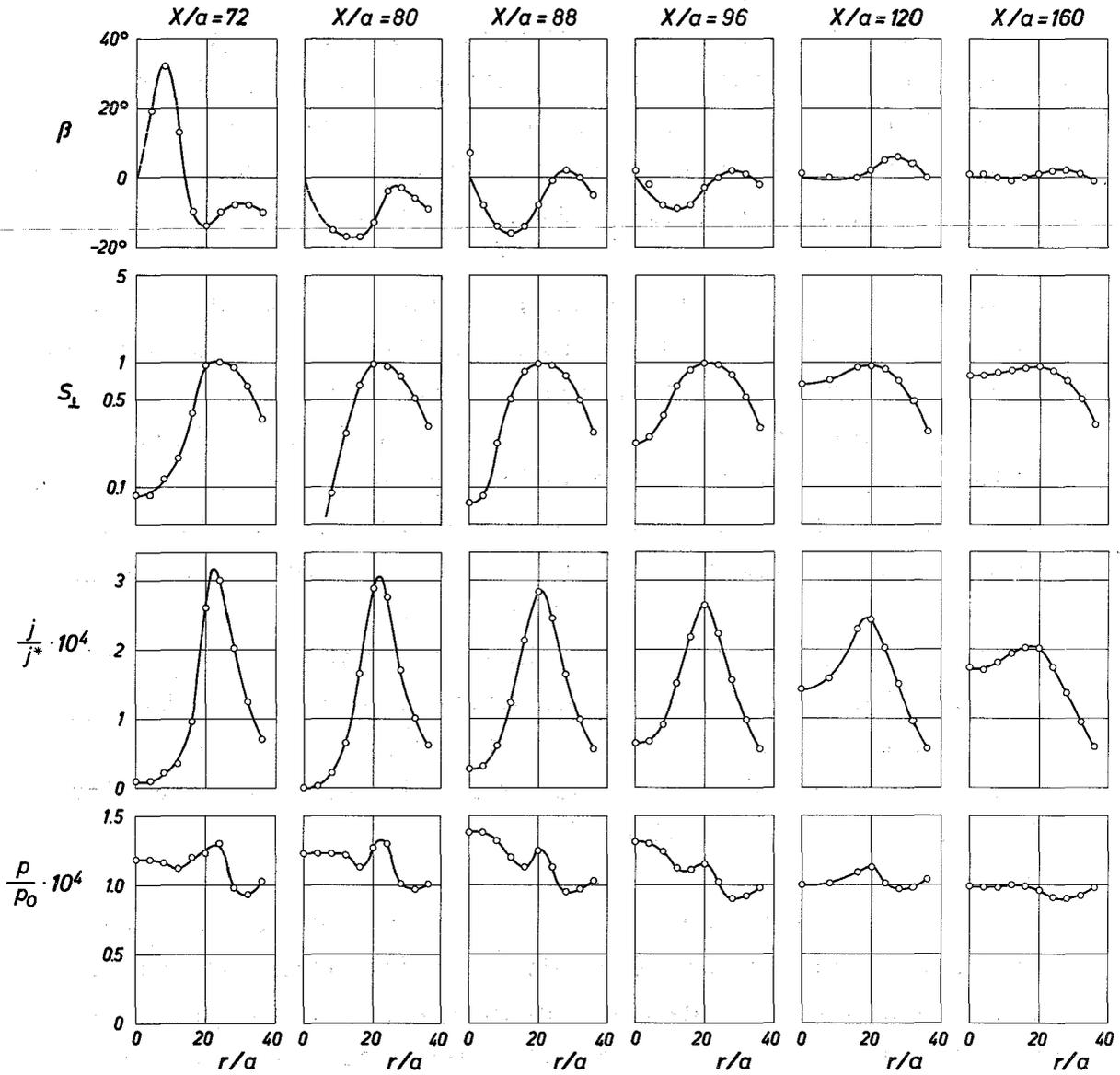


Abb.16 Der qualitative Verlauf der Strömungsrichtung  $\beta$ , des Geschwindigkeitsverhältnisses  $S_1$ , der Stromdichte  $j$  und des statischen Drucks  $p$  in verschiedenen Querschnitten eines frei expandierenden Stickstoffstrahls bei annähernd gasdynamischen Strömungsbedingungen



Strahlraten: Einlaßdruck  $p_0 = 400$  Torr  
 Ruhetemperatur  $T_0 = 293^\circ\text{K}$   
 Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 1.0 \cdot 10^4$   
 Düsenweite  $a = 1.25$  mm

Strahlrand erfolgt nur noch eine geringe Druckänderung <sup>15)</sup>.

Mit zunehmendem Abstand von der Düsenmündung ( $X/a = 48$  und  $56$ ) nähert sich der faßförmige Stoß der Strahlachse, und die Zone zwischen Stoß und Strahlrand wird breiter. Im Strahlinnern, d.h. im Bereich der Radialströmung nehmen  $j$  und  $p$  mit wachsendem Abstand weiter ab, während der Verlauf von  $\beta$  erwartungsgemäß flacher wird.

Im Bereich  $X/a = 64$  und  $68$  wird das Gas im Strahlinnern durch den Mach'schen Stoß stark abgebremst, wie an der Abnahme des Geschwindigkeitsverhältnisses und dem Anstieg des statischen Druckes zu erkennen ist. Bedingt durch die kugelschalige Gestalt des Mach'schen Stoßes einerseits und die endliche Dicke der Stoßzone andererseits besitzt das Geschwindigkeitsverhältnis in diesen Strahlquerschnitten ein flaches Maximum auf der Strahlachse. Gleichzeitig mit der Abbremsung der Strömung beobachtet man eine verhältnismäßig starke Aufweitung der Stromlinien im Strahlinnern. Dagegen unterscheidet sich der Strömungszustand in der Randzone des Strahls in diesem Bereich nur wenig von dem bei kleineren Düsenabständen.

Im Abstandsbereich  $X/a = 72$  bis  $X/a = 80$  beobachtet man eine weitere Abbremsung der Strömung im Strahlinnern. Dabei ergeben sich für das Geschwindigkeitsverhältnis auf der Strahlachse Werte unter  $0.02$ , während der statische Druck im Strahlinnern um  $20 - 30\%$  über den Umgebungsdruck ansteigt, Gleichzeitig ändert sich auch in der Umgebung der Strahlachse die Strömungsrichtung von positiven zu negativen Winkeln  $\beta$ ; es hat also den Anschein, als ob in diesem Abstandsbereich eine ruhende Zone auf der Strahlachse umströmt würde. Gasdynamische Rechnungen oder Messungen über das Verhalten des Strahls stromabwärts vom

---

15) Es ist offen, ob die geringe Druckabnahme außerhalb des faßförmigen Verdichtungsstoßes, die sich auch in einer entsprechenden Änderung der Strömungsrichtung widerspiegelt, reell ist, oder ob sie z.B. dadurch vorgetäuscht wird, daß die Sonden-Knudsen-Zahl in diesem Strömungsbereich nur etwa  $1$  beträgt.

Mach'schen Stoß sind bisher nicht bekannt. Es muß deshalb offen bleiben, ob das beobachtete Strömungsverhalten einer Kontinuumsströmung entspricht, oder ob es nur im Übergangsbereich, d.h. in einem bestimmten Bereich der Knudsen-Zahl  $\hat{K}$  auftritt <sup>16)</sup>.

Im weiteren Strömungsverlauf ( $X/a = 88, 96, 120$  und  $160$ ) wird das Gas im Strahlinnern wieder beschleunigt und erreicht etwa Schallgeschwindigkeit. Dabei steigt die Stromdichte im Strahlinnern wieder an. Bei  $X/a = 160$  hat sich der statische Druck im ganzen Strahlquerschnitt weitgehend an den Umgebungsdruck angeglichen, und die Strömung verläuft annähernd parallel zur Strahlachse. Geschwindigkeitsverhältnis und Stromdichte sind im Strahlinnern ungefähr konstant und nehmen zum Strahlrand hin monoton ab.

#### c) Messungen am Strahl mit $p_0 = 200$ Torr

Bei  $p_0 = 200$  Torr (Abb.17) besitzt der Strahl noch annähernd gasdynamisches Verhalten, unterscheidet sich jedoch in folgenden Punkten vom Strahl mit  $p_0 = 400$  Torr: Der faßförmige Verdichtungsstoß erfaßt einen größeren Teil der Innenzone des Strahls. Das stromabwärts immer breiter werdende Einflußgebiet dieses Stoßes reicht schon bei  $X/a = 56$  bis zur Strahlachse, während in diesem Abstand bei  $p_0 = 400$  Torr noch eine breite Innenzone mit einheitlichem Strömungszustand gefunden wurde (vgl. Abb.16). Bei  $p_0 = 200$  Torr verbinden sich also der faßförmige Stoß und der Mach'sche Stoß zu einer gemeinsamen, keulenförmigen Stoßzone, die das Strahlinnere umgibt.

Stromabwärts von dieser Stoßzone, bei  $X/a = 80$ , durchlaufen Geschwindigkeitsverhältnis und Stromdichte Minima,

---

16) Es ist unwahrscheinlich, daß der beobachtete Strömungsverlauf durch eine Beeinflussung der Strömung durch die Sonde zustande kommt ( $K_s \approx 1$ ); denn Vergleichsmessungen mit einer dünneren Sonde von  $0.4$  mm Durchmesser ergaben bei  $K_s \approx 2$  genau den gleichen Sachverhalt.

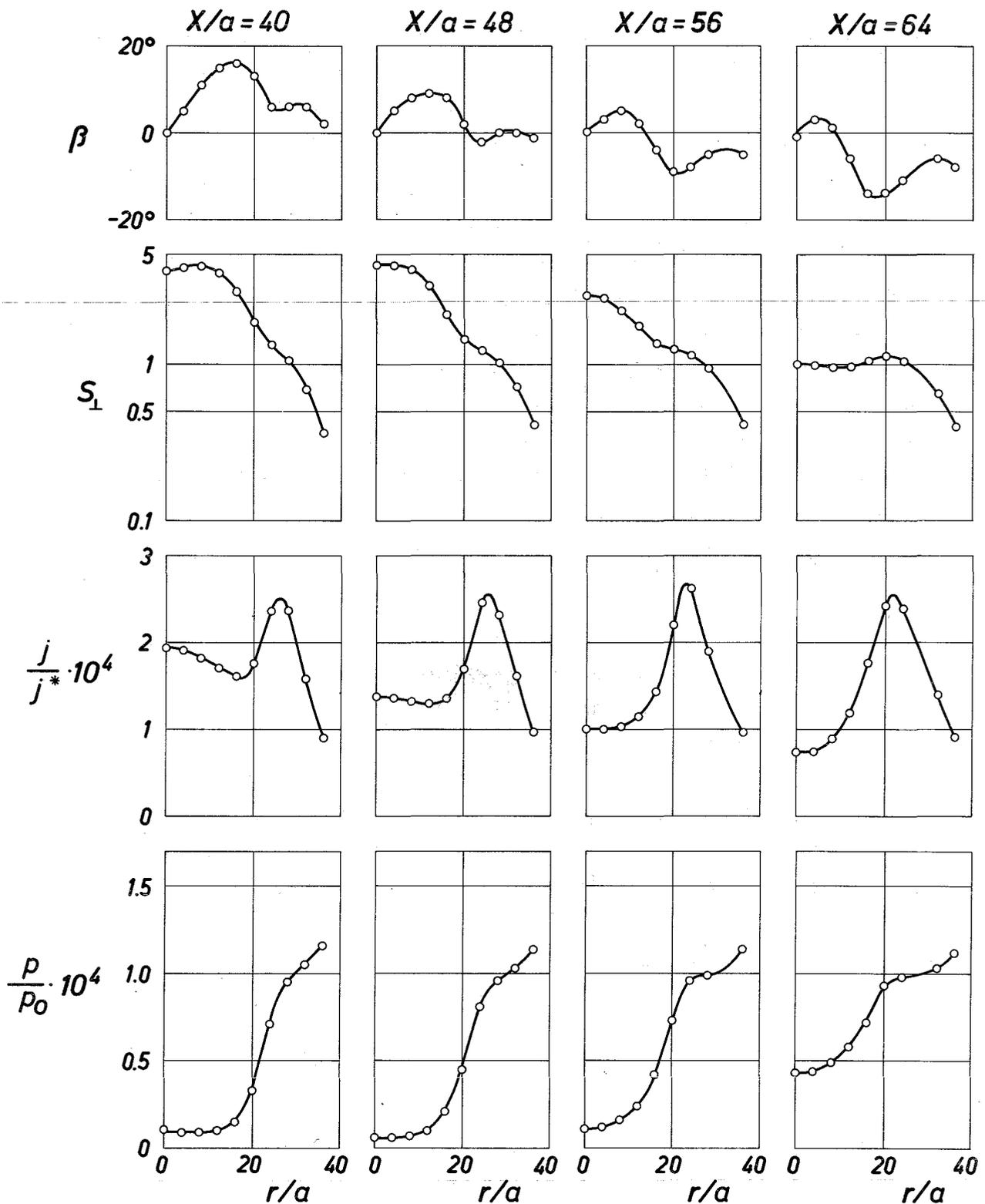
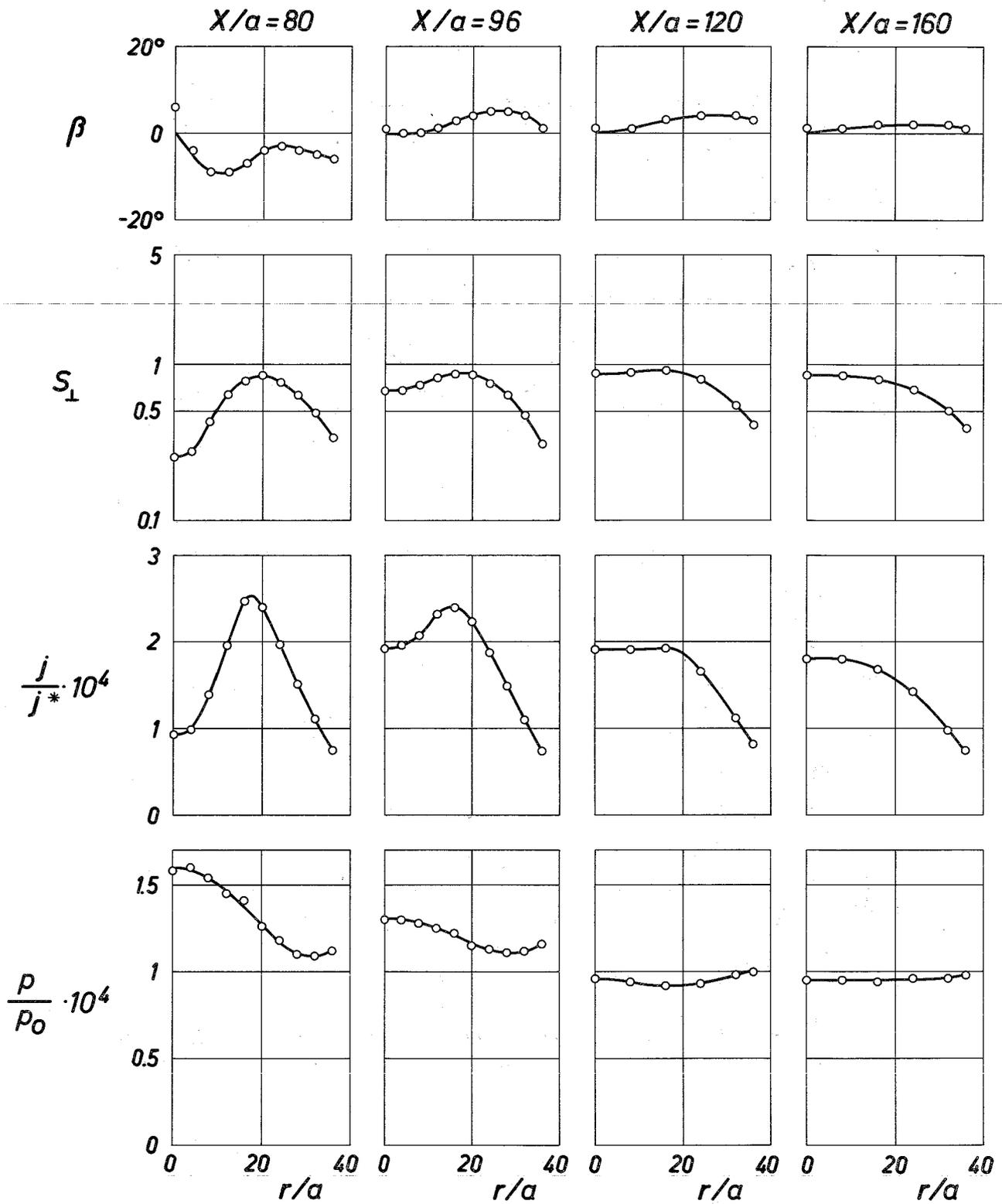


Abb.17 Der qualitative Verlauf der Strömungsrichtung  $\beta$ , des Geschwindigkeitsverhältnisses  $S_1$ , der Stromdichte  $j$  und des statischen Drucks  $p$  in verschiedenen Querschnitten eines frei expandierenden Stickstoffstrahls bei annähernd gasdynamischen Strömungsbedingungen



Strahl Daten: Einlaßdruck  $p_0 = 200$  Torr  
 Ruhetemperatur  $T_0 = 293^\circ\text{K}$   
 Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 1.0 \cdot 10^4$   
 Düsenweite  $a = 1.25$  mm

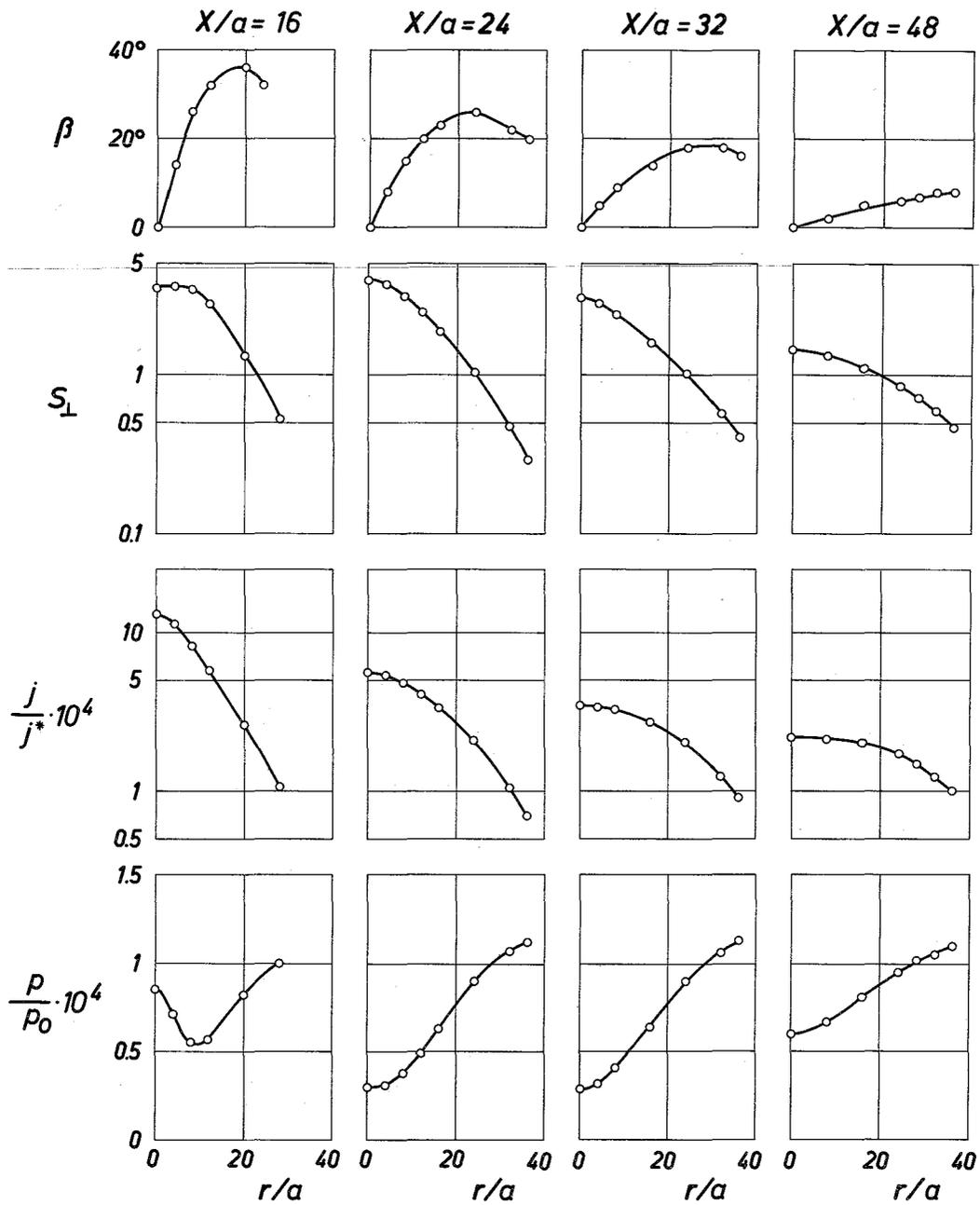
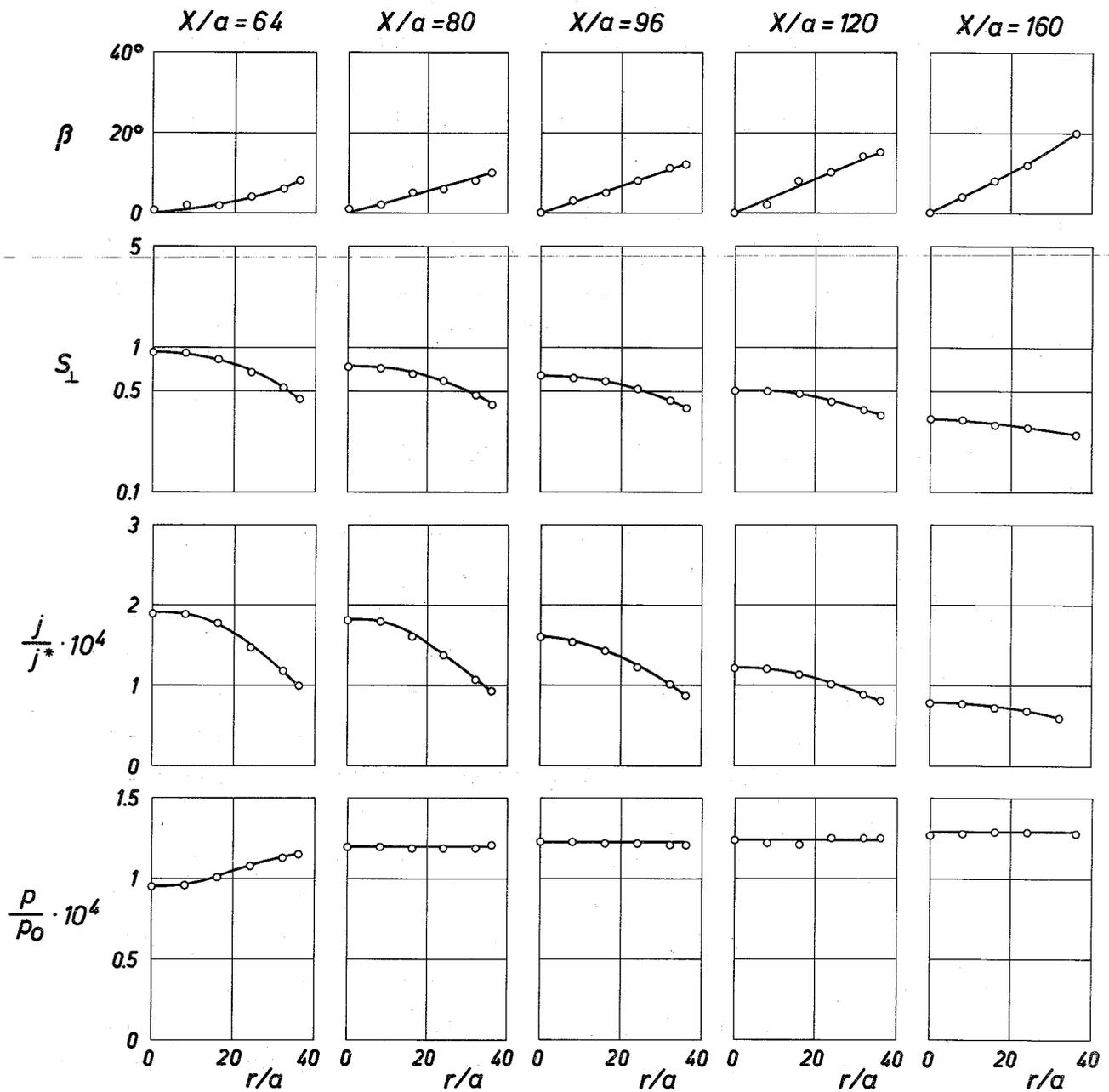


Abb. 18 Der qualitative Verlauf der Strömungsrichtung  $\beta$ , des Geschwindigkeitsverhältnisses  $S_{\perp}$ , der Stromdichte  $j$  und des statischen Drucks  $p$  in verschiedenen Querschnitten eines frei expandierenden Stickstoffstrahls im Übergangsbereich zur Molekularströmung



Strahl Daten: Einlaßdruck  $p_0 = 50$  Torr

Ruhetemperatur  $T_0 = 293^\circ\text{K}$

Expansionsverhältnis  $p_0/p_1 = 0.95 \cdot 10^4$

Düsenweite  $a = 1.25$  mm

ohne jedoch auf so niedrige Werte wie bei  $p_0 = 400$  Torr abzusinken. Der statische Druck steigt bei der Abbremsung auf der Strahlachse um mehr als 50% über den Umgebungsdruck an. Weiter stromabwärts gleicht sich der statische Druck im Strahl allmählich wieder an den Umgebungsdruck an; dabei verläuft die Strömung annähernd parallel zur Strahlachse (vgl.  $X/a = 120$  und  $160$ ). Im Strahlinnern existiert ein etwa mit Schallgeschwindigkeit ( $S = 0.837$ ) strömender Kern, dessen Durchmesser mit wachsendem Laufweg - offenbar aufgrund der Reibung - kleiner wird.

d) Messungen am Strahl mit  $p_0 = 50$  Torr

Beim Einlaßdruck  $p_0 = 50$  Torr (Abb.18) ist das Verhalten des Strahls durch nahezu vollständiges Verschleifen der gasdynamischen Unstetigkeitsflächen gekennzeichnet. Anstelle des faßförmigen Verdichtungsstoßes findet man eine breite Kompressionszone, in der der statische Druck von innen nach außen ansteigt. Dieser Druckanstieg ist jedoch nicht mit einer Zunahme der Stromdichte verbunden, wie sie in den Randzonen des Strahls bei  $p_0 = 200$  Torr und  $p_0 = 400$  Torr als Folge des faßförmigen Verdichtungsstoßes auftritt. Die Kompressionszone erstreckt sich für  $X/a \geq 24$  von der Strahlachse bis zum Strahlrand. Im Strahlinnern kommt nur noch eine schwache Überexpansion zustande; sie ist am größten im Abstandsbereich  $X/a = 24 - 32$ , wo der statische Druck auf der Strahlachse ungefähr um den Faktor 4 unter dem Umgebungsdruck liegt.

Eine Ausbildung des Mach'schen Verdichtungsstoßes ist nicht mehr zu erkennen; das Geschwindigkeitsverhältnis nimmt für  $X/a \geq 24$  monoton mit zunehmendem Abstand von der Düse ab <sup>17)</sup>. Bereits von  $X/a = 80$  an ist der statische Druck im ganzen untersuchten Strahlquerschnitt konstant.

---

17) Der Druckverlauf  $p_s(\alpha)$  zeigt an keiner Stelle das für den senkrechten Stoß charakteristische Maximum bei  $\alpha = 180^\circ$ .

Bei der Beurteilung der Ergebnisse für  $p_0 = 50$  Torr ist zu beachten, daß in diesem Strahl bei Abständen  $X/a \geq 32$  die Bedingung für molekulare Anströmung der Sonde hinreichend erfüllt war ( $K_s \geq 5$ ).

### Zusammenfassung

Für die Untersuchung von Strömungen verdünnter Gase im Übergangsbereich zwischen Kontinuums- und Molekularströmung verwendet man Sonden, deren charakteristische Abmessungen klein gegen die mittlere freie Weglänge sind. Zur Bestimmung des Geschwindigkeitsverhältnisses bzw. der Mach-Zahl solcher Strömungen wurde von Patterson eine Drucksonde vorgeschlagen, die aus einem senkrecht zur Strömung stehenden, dünnen Röhrchen mit einer seitlichen Öffnung besteht, und die in der Strömung um die Rohrachse gedreht wird. Wenn die Sondenöffnung eine ideale Lochblende darstellt, die mittlere freie Weglänge groß gegen den Sondendurchmesser ist, und die Strömung in der Umgebung der Sonde sich im lokalen thermischen Gleichgewicht befindet, kann man aus den Druckmessungen bei zwei Winkelstellungen der Sonde, z.B. bei Ausrichtung der Sondenöffnung senkrecht und parallel zur Strömungsrichtung, das Geschwindigkeitsverhältnis bzw. die Mach-Zahl ermitteln.

Bei der praktischen Anwendung wird die Auswertung der Druckmessungen dadurch erschwert, daß die Sondenöffnung in Wirklichkeit nicht als ideale Lochblende sondern kanalartig ausgebildet ist, und daß bei endlichem Verhältnis von mittlerer freier Weglänge zu Sondendurchmesser der Einfluß der an der Sonde reflektierten Teilchen auf den Strömungszustand in der Umgebung der Sonde schwer abzuschätzen ist. Aus diesen Gründen und wegen Schwierigkeiten, die sich bei der Herstellung der kleinen Sonden

und bei der Druckmessung (z.B. durch lange Einstellzeiten und durch Ausgasungseffekte) ergaben, ist das Meßverfahren bisher kaum angewendet worden.

In der vorliegenden Arbeit wurden diese meßtechnischen Schwierigkeiten, vor allem durch die Entwicklung eines kleinen Ionisationsmanometers, überwunden, so daß die Leistungsfähigkeit des Meßverfahrens systematisch untersucht werden konnte.

Anhand von Messungen in einem frei expandierenden Stickstoffstrahl wird gezeigt, wie man bei lokalem thermischem Gleichgewicht gleichzeitig das Geschwindigkeitsverhältnis und das die Güte der Sondenöffnung charakterisierende Verhältnis von Öffnungsdurchmesser zu Tiefe des Öffnungskanals ermitteln kann, wenn man den Zusammenhang zwischen dem Druck in der Sonde und dem Drehwinkel über einen größeren Winkelbereich mißt. Bei bekanntem Öffnungsverhältnis liefert die Messung dann auch die Stromdichte und bei Strömungen konstanter Ruheenthalpie darüberhinaus die statische Temperatur und den statischen Druck.

Durch Messungen in den Verdichtungsstoßzonen des frei expandierenden Strahls und am Strahlrand wird die Anwendung der Patterson-Sonde auf Strömungsvorgänge, bei denen starke Abweichungen vom lokalen thermischen Gleichgewicht auftreten, untersucht. In Gebieten, in denen sich der Strömungszustand senkrecht zur Strömungsrichtung stark ändert, ist der Druckverlauf in Abhängigkeit vom Drehwinkel nicht symmetrisch zum Druckmaximum. Es wird gezeigt, wie man in diesem Fall die Strömungsrichtung, die Stromdichte und Effektivwerte für das Geschwindigkeitsverhältnis gewinnen kann. Bei Messungen in einem senkrechten Verdichtungsstoß ergibt sich ein Druckverlauf, der ebenfalls in charakteristischer Weise von dem bei lokalem thermischem Gleichgewicht abweicht. Es ist noch offen, ob diese Abweichung auf einer

besonderen Form der gestörten Geschwindigkeitsverteilung in der Stoßzone beruht, oder ob sie damit zusammenhängt, daß die Bedingung für molekulare Anströmung der Sonde in einem Strömungsgebiet mit starkem Temperatur- und Dichteanstieg pro mittlere freie Weglänge verschärft werden muß.

Diese Frage ist Gegenstand einer zur Zeit laufenden, experimentellen Untersuchung, in der allgemein geklärt werden soll, wie groß unter verschiedenen Strömungsbedingungen das Verhältnis von mittlerer freier Weglänge zu Sonden-durchmesser mindestens sein muß, damit eine Auswertung der Sondenmessungen unter der Voraussetzung molekularer Anströmung gerechtfertigt ist. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann daher der bei der Auswertung der Messungen entstehende Fehler noch nicht für alle untersuchten Strömungsbedingungen angegeben werden. Trotzdem war es bereits möglich, durch systematische Sondenmessungen im Strömungsfeld frei expandierender Stickstoffstrahlen ein anschauliches Bild von der Änderung der Strahlstruktur im Übergangsbereich zwischen Kontinuums- und Molekularströmung zu erhalten.

Anhang: Die Druckfunktion  $R(S,D,\alpha)$  in Gl.(6)

Nach Hughes [22] gilt:

$$R(S,D,\alpha) = \frac{2}{W(D)} \cdot \int_0^{\pi/2} K(\phi,D) \cdot F(\phi,S,\alpha) \cdot d\phi$$

Hierbei ist  $S$  das Geschwindigkeitsverhältnis,  $D$  das Verhältnis von Durchmesser zu Länge des kreiszylindrischen Öffnungskanals (Öffnungsparameter) und  $\alpha$  der Winkel zwischen Strömungsrichtung und Kanalachse.

$W(D)$  ist der Clausing-Faktor [24] eines kreiszylindrischen Kanals (s. Anm.6).

$$W(D) = 1 - a(D) \cdot \frac{2}{3 \cdot D^2} \cdot \left\{ 3 \sqrt{1 + D^2} - 3 - [(1 + D^2)^{3/2} - D^3 - 1] \cdot [1 - 2 \cdot a(D)] \right\}$$

mit

$$a(D) = \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot [3 \cdot A_1 - 9 - \sqrt{7} \cdot D^2 \cdot (A_2 - \sqrt{7})]}{A_1 \cdot A_2 \cdot (3 - \sqrt{7} \cdot D) \cdot (A_1 + A_2 \cdot D) + A \cdot (7 \cdot A_1 \cdot D - 9 \cdot A_2)}$$

$$A_1 = \sqrt{9 + A^2 \cdot D^2}$$

$$A_2 = \sqrt{7 + A^2}$$

$$A = 3 + \sqrt{7} \cdot D$$

$K(\phi,D)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Molekül, das unter einem Winkel  $\phi$  zur Kanalachse auf die Öffnung trifft, das Ende des Kanals erreicht.

$$K(\phi,D) = a(D) + \frac{4}{3 \cdot \pi \cdot T} \cdot [1 - 2 \cdot a(D)] \quad \text{für } T > 1$$

$$K(\phi, D) = 1 + \frac{4}{3 \cdot \pi \cdot T} \cdot [1 - 2 \cdot a(D)] \cdot [1 - (1 - T^2)^{3/2}] -$$

$$- \frac{2}{\pi} \cdot [1 - a(D)] \cdot [T \cdot \sqrt{1 - T^2} + \arcsin T] \quad \text{für } T < 1$$

$F(\phi, S, \alpha) \cdot (n \cdot c_w / \sqrt{\pi}) \cdot d\phi$  ist die Zahl der Moleküle, die bei lokalem thermischem Gleichgewicht pro Zeit- und Flächeneinheit unter Einfallswinkeln zwischen  $\phi$  und  $\phi + d\phi$  auf die Sondenöffnung treffen ( $n$  = Teilchendichte,  $c_w$  = wahrscheinlichste Geschwindigkeit im Schwerpunktssystem des strömenden Gases).

$$F(\phi, S, \alpha) = \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot (1 + S^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \phi +$$

$$+ \frac{1}{2} S^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \phi) \cdot e^{-S^2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot$$

$$\cdot \int_0^{\pi} S \cdot \cos \Omega \cdot \exp(-S^2 \cdot \sin^2 \Omega) \cdot \left(\frac{3}{2} + S^2 \cdot \cos^2 \Omega\right) \cdot$$

$$\cdot [1 + \operatorname{erf}(S \cdot \cos \Omega)] \cdot d\vartheta$$

mit

$$\cos \Omega = \cos \alpha \cdot \cos \phi + \sin \alpha \cdot \sin \phi \cdot \cos \vartheta$$

Literaturverzeichnis

1. I. Estermann: Techniques of Measurement in Rarefied Gas Dynamics. Proc. 1st Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, F.M. Devienne ed., Pergamon Press, London (1960)
2. G.N. Patterson: Molecular Flow of Gases. J. Wiley, New York (1956)
3. E.L. Harris and G.N. Patterson: Properties of Impact Pressure Probes in Free-Molecule Flow. UTIA-Report No.52 (1958)
4. J.H. de Leeuw and D.E. Rothe: A Numerical Solution for the Free-Molecule Impact Pressure Probe Relations for Tubes of Arbitrary Length. UTIA-Report No.88 (1962)
5. G.N. Patterson: Theory of Free-Molecule, Orifice-Type Pressure Probes in Isentropic and Non-Isentropic Flows, UTIA-Report No.41 (1956)
6. F.S. Sherman: A Low-Density Wind-Tunnel Study of Shock Wave Structure and Relaxation Phenomena in Gases. NACA TN 3298 (1955)
7. J.J. Smolderen: Direct Measurement of First Collision Effects in Rarefied High Speed Flows. Proc. 5th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, C.L. Brundin ed., Academic Press, London (1967)
8. R.J. Vidal, G.T. Skinner and J.A. Bartz: Speed Ratio Measurements in Nonequilibrium Nozzle and Free Jet Expansions. Proc. 5th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, C.L. Brundin ed., Academic Press, London (1967)
9. R.J. Vidal: Model Instrumentation Techniques for Heat Transfer and Force Measurements in a Hypersonic Shock Tunnel. Cornell Aeronautical Laboratory, Inc., Rept. No. 40-917-A-1 (1956)

10. J. Rabinowicz, M.E. Jessey and C.A. Bartsch: Resistance Thermometer for Transient High-Temperature Studies. J.Appl.Phys. 27, 97 (1956)
11. B.W. Schumacher and E.O. Gadamer: Electron Beam Fluorescence Probe for Measuring the Local Gas Density in a Wide Field of Observation. Can.J.Phys. 36, 659 (1958)

---

12. E. Schopper und B. Schumacher: Messung von Gasdichten mit Korpuskularstrahlsonden. Z.Naturforschung 6a, 700 (1951)
13. F. Schultz-Grunow and A. Frohn: Density Distribution in Shock Waves Traveling in Rarefied Monatomic Gases. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1965)
14. D.E. Rothe: Electron Beam Studies of the Diffusive Separation of Helium-Argon Mixtures. Physics of Fluids 9, 1643 (1966)
15. E.P. Muntz: The Direct Measurement of Velocity Distribution Functions. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1966)
16. A.E. Grün: Einige gasdynamische und spektroskopische Beobachtungen an angeregten Gasstrahlen. Z.Naturforschung 9a, 833 (1954)
17. E.P. Muntz: Measurement of Rotational Temperature, Vibrational Temperature and Molecule Concentration in Non-Radiating Flows of Low Density Nitrogen. UTIA-Report No.71 (1961)
18. K.R. Enkenhus: Pressure Probes at Very Low Density. UTIA-Report No.43 (1957)

19. P.C. Hughes: Subsonic Tests in Free Molecule Flow on Impact Tube Pressure Probes Having a Wide Range of Tube Length at Angle of Attack up to  $90^{\circ}$ . UTIAS Techn. Note No.92 (1965)
20. K. Bier: Dynamik verdünnter Gase: Eine Diskussion typischer Fragestellungen am Beispiel frei expandierender Gasstrahlen. Transact. 3rd Int. Vac. Congress, Pergamon Press (1966)
21. G.J. Schulz and A.V. Phelps: Ionization Gauge for Measuring Pressures up to the Millimeter Range. Rev. Sci. Inst. 28, 1051 (1957)
22. P.C. Hughes: Theory for the Free-Molecule Impact Probe at an Arbitrary Angle of Attack. UTIAS-Report No.103 (1965)
23. A.R. Kuhlthau and M.N. Bishara: On the Nature of Surface Interaction between Inert Gas Molecules and Engineering Surfaces. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1966)
24. P. Clausing: Über die Strömung sehr verdünnter Gase durch Röhren beliebiger Länge. Ann. Phys., 5.Folge, 12, 961 (1932)
25. K. Bier und B. Schmidt: Zur Form der Verdichtungsstöße in frei expandierenden Gasstrahlen. Z. angew. Phys. 13, 493 (1961)
26. S. Christ, P.M. Sherman and D.R. Glass: Study of the Highly Underexpanded Sonic Jet. AIAA-Journal 4, 68 (1966)
27. H. Ashkenas and F.S. Sherman: The Structure and Utilization of Supersonic Free Jets in Low Density Wind Tunnels. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1966)

28. K.W. Rogers, J.B. Wainwright and K.J. Touryan: Impact and Static Pressure Measurements in High Speed Flows with Transitional Knudsen-Numbers. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1966)
29. R.M.L. Baker and A.F. Charwat: Transitional Correction to the Drag of a Sphere in Free Molecule Flow. Phys. Fluids, 1, 73 (1958)
30. E.W. Becker, W. Beyrich, K. Bier, H. Burghoff und F. Zigan: Das Trenndüsenverfahren. Z.Naturforschg. 12a, 609 (1957)
31. K. Bier: Umkehrung der Trenndüsen-Entmischung in überexpandierten Gasstrahlen. Z.Naturforschg. 15a, 714 (1960)
32. K. Bier and O. Hagena: Influence of Shock Waves on the Generation of High-Intensity Molecular Beams by Nozzles. Proc. 3rd Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J. Laurmann ed., Academic Press, New York (1963)
33. K. Bier and O. Hagena: Optimum Conditions for Generating Supersonic Molecular Beams. Proc. 4th Int. Symp. Rarefied Gas Dynamics, J.H. de Leeuw ed., Academic Press, New York (1966)