

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

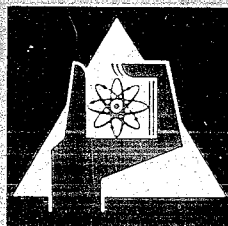
April 1970

KFK 1126

Institut für Angewandte Kernphysik

Die pseudostatistische Flugzeitmethode für Streuexperimente
mit langsamen Neutronen

F. Gompf



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

April 1970

KFK 1126

Institut für Angewandte Kernphysik

Die pseudostatistische Flugzeitmethode für Streuexperimente mit
langsamen Neutronen⁺⁾

von

Folker Gompf

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

⁺⁾ Dissertation, Universität Karlsruhe 1970

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschreibt eine Verbesserung der Flugzeitmethode für Streuexperimente mit langsamen Neutronen. Dabei wird der kontinuierliche Reaktorstrahl nicht mehr periodisch gepulst, sondern mit Hilfe eines Neutronenchoppers pseudostatistisch moduliert. Während bei der klassischen Flugzeitmethode die Zeitausnutzung des Reaktorstrahls kleiner als 1 % ist, beträgt sie jetzt 50 %.

Es wird gezeigt, daß der statistische Neutronenchopper besonders dann von Vorteil ist, wenn der interessierende Teil des Flugzeitspektrums aus Spitzen besteht, deren Intensitäten größer sind als die mittlere Intensität des Spektrums. Außerdem ist die Methode für alle Messungen von Vorteil, bei denen der Untergrund groß ist.

Weiterhin wird ein Spektrometer für pseudostatistische Flugzeitmessungen beschrieben, mit dem elastische und unelastische Neutronenstreuexperimente durchgeführt werden. Es werden Strukturuntersuchungen an Wismuteisenoxyd und Messungen von Phononen in Silber und Gold diskutiert, die mit der klassischen Flugzeitmethode aus Intensitätsgründen nicht möglich waren.

Abstract

This paper intends to give a description of an improved time-of-flight method for scattering experiments with slow neutrons. Instead of pulsing the continuous reactor beam periodically, the neutrons are now pseudostatistically modulated by a neutron chopper. In comparison with the classical time-of-flight method, where the time utilization of the reactor beam is smaller than 1 %, it is now raised to 50 %.

It is shown that a statistical chopper is advantageous in those cases where the time-of-flight spectrum consists of a number of peaks which have amplitudes larger than the average amplitude. The method is also advantageous in all cases where the background is very high.

A spectrometer for pseudostatistical time-of-flight measurements was built to be used for elastique and inelastique neutron scattering experiments. Investigations on the structure of BiFeO_3 and on phonons in Ag and Au are described that were not feasible before because of low neutron intensity.

Herrn Prof. Dr. K.H. Beckurts, der diese Untersuchungen vorgeschlagen hat, danke ich für seine Unterstützung und sein ständiges Interesse an dieser Arbeit. Außerdem möchte ich Herrn Privat-Dozent Dr. W. Gläser und Herrn Dr. W. Reichardt meinen Dank aussprechen für zahlreiche Diskussionen, Vorschläge und Beiträge zur Theorie und Verwirklichung dieser neuen Methode. Ohne Unterstützung einer ganzen Reihe von Mitarbeitern, vor allen Dingen ohne die tatkräftige Hilfe von Herrn Ing. H. Klann beim Aufbau der Elektronik, wäre die relativ schnelle Erprobung der Anordnung nicht möglich gewesen. Ihnen allen sei an dieser Stelle ausdrücklich gedankt. Außerdem gilt mein Dank den Mitarbeitern der Werkstätten des Instituts, die bei diesem Projekt mithalfen.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einführung	1
1. Die pseudostatistische Flugzeitmethode	3
1.1 Grundlagen	3
1.2 Bestimmung der gesuchten Flugzeitverteilung	7
1.3 Fehlerberechnung für konventionelle und pseudo- statistische Flugzeitmethode	10
1.3.1 Vergleich der beiden Meßverfahren über den relativen Fehler	12
1.3.2 Vergleich der beiden Meßverfahren über den Meßzeitgewinn G	13
1.4 Die Zeitauflösung	15
1.5 Anmerkung zur Unterteilungszahl m einer Elementar- breite Δt	17
2. Berechnung, Auslegung und Aufbau des pseudo- statistischen Choppers	19
2.1 Der Rotor	19
2.1.1 Auslegung	19
2.1.2 Festigkeit und Profil der Chopperscheibe	20
2.1.3 Herstellung und Anordnung der Absorberplättchen	22
2.2 Lagerung und Schmierung des pseudostatistischen Choppers	24
2.2.1 Spielfreie Lagerung im Vakuum	25
2.2.2 Ölzufuhr an die Lager	29
2.3 Antrieb und Elektronik	29

	Seite
3. Das pseudostatistische Flugzeitspektrometer	31
3.1 Strukturuntersuchungen	33
3.1.1 Experimentelle Anordnung	35
3.1.2 Spektrometerauflösung	37
3.1.3 Meßergebnisse	39
3.1.3.1 Transmissionsmessungen	39
3.1.3.2 Eichmessungen	40
3.1.3.3 Wismuteisenoxyd	42
3.1.4 Auswertmethoden	44
3.1.5 On-line-Auswertung	48
3.2 Unelastische Neutronenstreuung zur Bestimmung von Phononendispersionen in Metallen	49
3.2.1 Grundlagen	49
3.2.2 Meßprinzip	49
3.2.3 Meßergebnisse	50
4. Zusammenfassung	53
Literaturverzeichnis	54
Anhang A	
Anhang B	

Einführung

Die Neutronenspektroskopie ist eine der vielversprechendsten Methoden, physikalische Eigenschaften der kondensierten Materie zu untersuchen. Diese Entwicklung wurde begünstigt durch den Bau von thermischen Hochflußreaktoren und durch die Verbesserung der Meßtechniken.

Ein in der Neutronenspektroskopie sehr häufig angewandtes Meßverfahren ist die Flugzeitmethode. Hierbei wird die Zeit gemessen, die ein Neutronenpuls braucht, um eine definierte Strecke zu durchfliegen. Für die meisten Experimente setzt sich das am Ort des Detektors gemessene Flugzeitspektrum aus einer großen Zahl von Neutronenpulsen verschiedener Geschwindigkeiten zusammen. Der zeitliche Abstand der von einer Neutronenquelle periodisch ausgesandten Pulse, die diese Flugzeitspektren verursachen, muß deshalb groß genug sein, um Flugzeitüberlappungen zu vermeiden, d. h. der Pulsabstand T muß, wie in Abb. 1 angedeutet, größer sein als die zeitliche Ausdehnung des Flugzeitspektrums. Aus diesem Grunde muß dem kontinuierlichen Reaktorstrahl z. B. mit Hilfe eines mechanischen Choppers eine Pulsfolge aufgeprägt werden, die wegen der Forderung

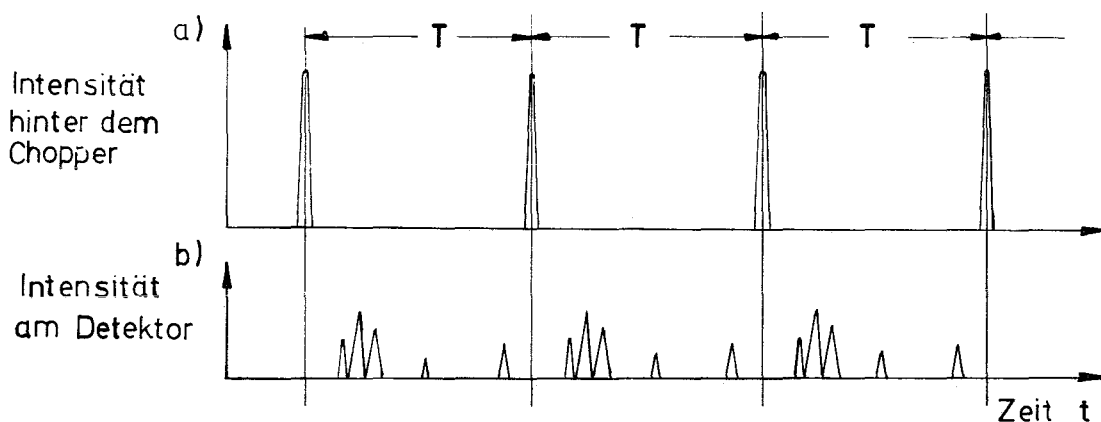


Abb. 1 a) Pulsrate b) Flugzeitspektren

nach großem Pulsabstand meistens mehr als 99 % der einfallenden Neutronen ungenutzt läßt. Da auf der anderen Seite mit der Flugzeitmethode ein hohes Auflösungsvermögen verwirklicht werden kann, suchte man mit besonderem Nachdruck nach Verbesserungen für dieses Verfahren.

Beckurts [17] schlug vor, bei Flugzeitmessungen mit langsamen Neutronen, den Reaktorstrahl nicht mehr wie bisher üblich periodisch zu pulsen, sondern ihn mit Hilfe eines Neutronenchoppers pseudostatistisch zu modulieren. Mit diesem Verfahren kann die Zeitausnutzung auf 50 % gesteigert werden.

In der vorliegenden Arbeit wird diese neuartige Flugzeitmethode beschrieben.

In Teil 1 werden das Prinzip der pseudostatistischen Methode erläutert und die zu erwartende Genauigkeit der Meßergebnisse untersucht.

Berechnung, Auslegung und Aufbau eines pseudostatistischen Choppers werden in Teil 2 dargestellt.

Über ein Flugzeitspektrometer, welches den Reaktorstrahl pseudostatistisch moduliert, wird in Teil 3 dieser Arbeit berichtet. Anschließend werden Eichmessungen und erste Meßergebnisse für elastische und unelastische Neutronenstreuexperimente diskutiert.

1. Die pseudostatistische Flugzeitmethode

1.1 Grundlagen

Das Prinzip der konventionellen Flugzeitmethode ist in Abb. 2a wiedergegeben. Wir bezeichnen die Folge der von einer Quelle ausgesandten Neutronenpulse als Signalfunktion S_i . Werden diese Neutronen an einer Probe gestreut, so erhält man am Ort des Detektors ein Flugzeitspektrum Z_i , das in diesem Falle einfachheitshalber durch nur einen Meßwert nach der Zeit t' gekennzeichnet sei. In der Praxis wird ein Vielkanalanalysator (z. B. mit Kanalbreite Δt) mit jedem Puls neu gestartet, so daß man sofort als Summe der Streueignisse das Flugzeitspektrum $Z_{k_{konv}}$ erhält.

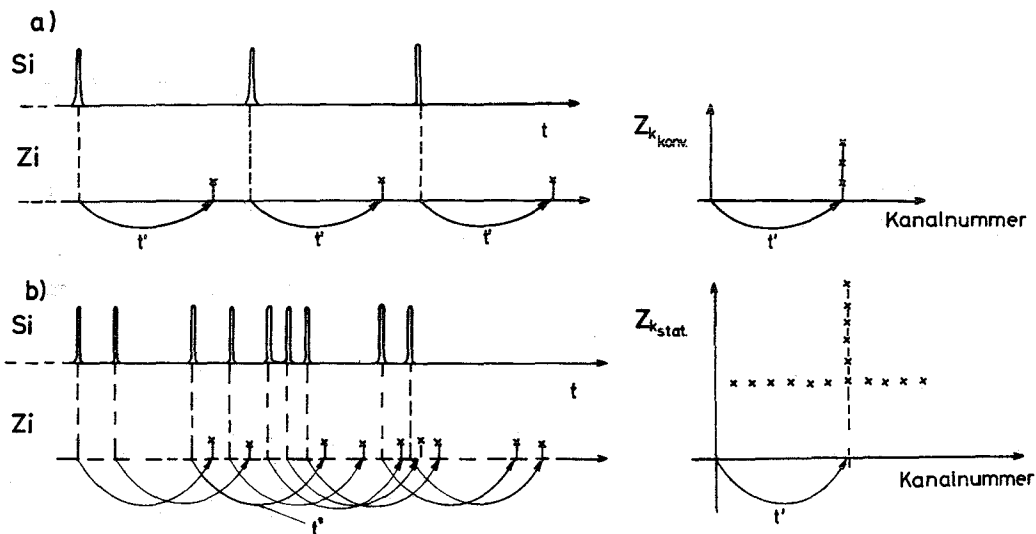


Abb. 2 Prinzip der Errechnung des Flugzeitspektrums für: a) die konventionelle Flugzeitmethode
b) die statistische Flugzeitmethode

Die Idee, die dem Verfahren zugrunde liegt, beruht darauf, daß die Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$ eines echt statistischen Signals $S(t)$ (z.B. Weißes Rauschen) für alle zeitlichen Verschiebungen $\tau \neq 0$ einen konstanten Wert hat. Bis auf den Wert $\tau = 0$, für den ein deltafunktionsförmiges Maximum der Korrelation existiert, treten also bei der Multiplikation der um beliebige Werte $\tau \neq 0$ gegeneinander verschobenen, identischen Folgen keine weiteren

Korrelationen auf. Es gilt also

$$\varphi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T S(t) \cdot S(t+\tau) dt$$

$\tau=0 \rightarrow$ Maximum
 $\tau \neq 0 \rightarrow$ Konstante

In Abb. 2b ist ein Schema skizziert, welches sich diesen Sachverhalt zunutze macht. Ist die Folge der Neutronenpulse S_i echt statistisch, so kann für das gleiche Streuexperiment wie unter 2a die Zählrate $Z_{k_{stat}}$, geordnet nach den echten Flugzeiten der Neutronen, über die Kreuzkorrelation von Eingangssignal S_i und Zählrate Z_i gewonnen werden. Es gilt dann

$$Z_{k_{stat}} = \sum_i^N S_i Z_{i+k} \quad , \quad (1)$$

und für $k \cdot \Delta t = t'$ erhält man über diese Rechenoperation als Summe aller Ereignisse die deltaförmige Korrelationsspitze des Flugzeitspektrums. Für alle $k \cdot \Delta t \neq t'$ wird wegen der echt statistischen Anordnung von S_i und somit auch von Z_i ein immer gleichgroßer Anteil der Ereignisse summiert werden und als konstanter Beitrag im Flugzeitspektrum erscheinen. Allerdings müßte für ein echt statistisches Pulsexperiment $N \rightarrow \infty$ gehen, d. h. auch die Korrelationszeit $N \cdot \Delta t$ würde unendlich groß.

In der Mathematik der Kombinatorik sind aber auch Folgen endlicher Länge bekannt [2, 3], die ein sogenanntes quasistatistisches Verhalten kennzeichnen. Sie kommen häufig in der Informationstheorie zur Anwendung [4, 5] und werden dort als pseudorandome Binärfolgen* oder auch als Pseudozufallsfolgen bezeichnet. Trotz ihrer Ähnlichkeit mit einem echt statistischen Signal bestehen zwei prinzipielle Unterschiede:

- a) Die Pseudozufallsfolge wiederholt sich spätestens nach der Periode $T = N \cdot \Delta t$ mit $N = 2^n - 1$, n ganz, während ein echt statistischer Prozeß nicht periodisch ist.

* Näheres über Erzeugung und Zusammensetzung von Pseudozufallsfolgen im Anhang (Teil A) dieser Arbeit.

b) Der Übergang von einem der Binärwerte auf den anderen und umgekehrt kann nicht zu jedem Zeitpunkt erfolgen, sondern nur nach ganzzahligen Vielfachen von Δt .

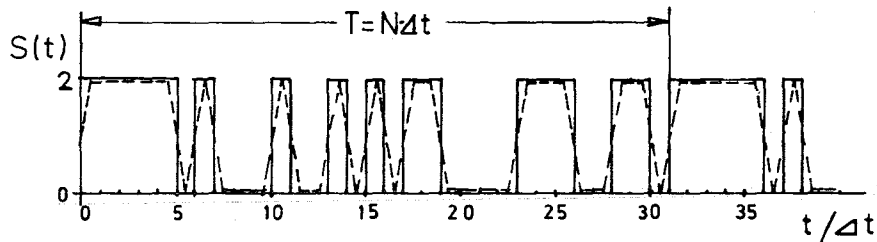


Abb. 3 Binäre Pseudozufallsfolge für $N=31$

Die ausgezogene Linie in Abb. 3 zeigt eine binäre Pseudozufallsfolge $S(t)$, deren Amplituden auf 0 und +2 normiert sind. $S(t)$ erfüllt die Bedingung

$$\int_0^T S_N(t) dt = (N+1) \cdot \Delta t \quad , \quad (2)$$

woraus sofort folgt, daß ein pseudostatistisch modulierter Reaktorstrahl ca 50 % der einfallenden Neutronen enthält.

Die Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$ wird definiert durch

$$\phi_N(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T S_N(t) S_N(t+\tau) dt \quad (3)$$

und erfüllt die Beziehung

$$\int_0^T \phi_N(\tau) d\tau = \frac{(N+1)^2}{N} \Delta t \quad . \quad (4)$$

Eine sehr wichtige Eigenschaft dieser Pseudozufallsfolgen ist ihr Autokorrelationsverlauf, welcher für $N=31$ in Abb. 4 wiedergegeben wird. $\phi(\tau)$ hat den Funktionswert $2(N+1)/N$ für $\tau=0, T, 2T$ etc., nimmt in der Nachbarschaft dieser τ -Werte wie eine Dreiecksfunktion mit der Halbwertsbreite Δt ab und hat im Zwischengebiet den konstanten Wert $(N+1)/N$.

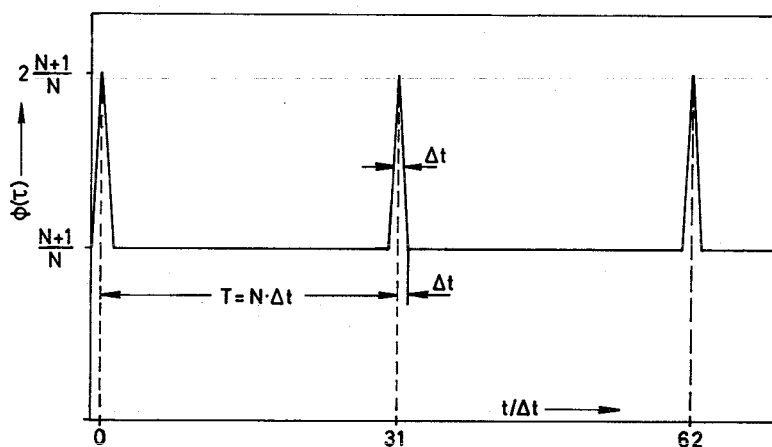


Abb. 4 Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$ der in Abb.3 gezeigten Pseudo - Zufallsfolge ($N=31$)

Die Auflösungsfunktion $\psi(\tau)$ des pseudostatistischen Pulsexperimentes ist demnach gegeben durch

$$\psi_N^R(\tau) = \phi(\tau) - \frac{N+1}{N} \quad (5)$$

$\psi_N^R(\tau)$ hat die Halbwertsbreite Δt und wegen der gewählten Normierung von $S(t)$ die maximale Amplitude $1 + \frac{1}{N}$. Der obere Index R soll angeben, daß die Signalfunktion sich aus rechteckigen Pulsen zusammensetzt.

1.2 Bestimmung der gesuchten Flugzeitverteilung

Die pseudostatistische Modulation des Neutronenstrahls kann mit Hilfe einer sich drehenden Scheibe erreicht werden [6]. Ist die Rotationsachse parallel zum Reaktorstrahl und das Scheibenmaterial transparent für Neutronen, so muß auf ihr entsprechend Abb. 5 ein pseudostatistisch angeordnetes Absorptionsmuster angebracht werden.

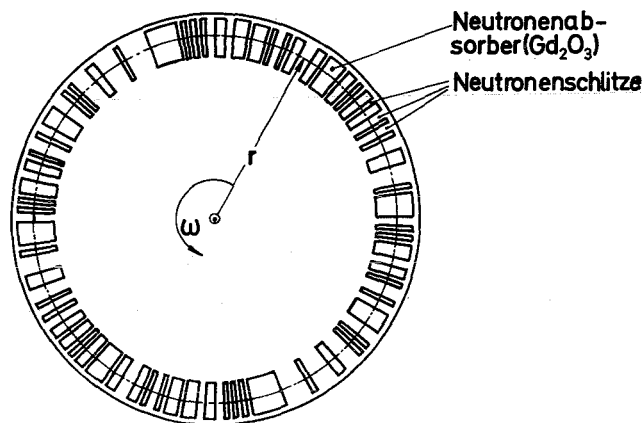


Abb. 5 Neutronen-Chopper mit zwei Pseudozufallsfolgen ($N=2^n-1=127$)

Die Breiten der Absorberplättchen bzw. Neutronenschlitze sind ganzzahlige Vielfache von $r \cdot \omega \cdot \Delta t$.

Dieser Chopper hat somit für einen unendlich schmalen Neutronenstrahl die Transmission

$$T(t) = \frac{I_0}{2} S_N^R(t) \quad , \quad (6)$$

wobei I_0 die Intensität des kontinuierlichen Strahls ist und R wieder angibt, daß es sich um rechteckige Pulse handelt.

In der tatsächlichen experimentellen Anordnung hat der Neutronenstrahl jedoch die Breite $r \cdot \omega \cdot \Delta t$, und in diesem Fall muß $S_N^R(t)$ in Gl. (6) ersetzt werden durch eine trapezförmige Funktion $S_N^{Tr}(t)$, wie sie in Abb. 3 durch die unterbrochene Linie dargestellt ist. Die Beziehungen (2) bis (6) haben aber weiterhin Gültigkeit.

Wenn der pseudostatistisch modulierte Neutronenstrahl auf eine Streuprobe fällt, deren Streueigenschaften für eine feste Streurichtung durch die Flugzeitverteilung $F(s)$ beschrieben werden kann, wobei $F(s)$ bis auf einen konstanten Faktor das Produkt aus einfallender Intensität und Streuwahrscheinlichkeit ist, dann gilt für die Zahl der Neutronen, die am Flugzeitdetektor im Zeitelement dt ankommen:

$$Z(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^T F(s) S_N(t-s) ds dt + U' dt \quad . \quad (7)$$

Hier ist U' ein zeitunabhängiger Untergrund ist. Zur Bestimmung von $F(s)$ wird die Kreuzkorrelation von $S(t)$ mit $Z(t)$ gebildet:

$$\Psi_N(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T S_N(t) Z_N(t+\tau) dt \quad . \quad (8)$$

Mit (7) wird aus (8)

$$\Psi_N(\tau) = \frac{1}{2T} \int_0^T \int_0^T F(s) S(t) S(t+\tau-s) ds dt + \frac{U'}{T} \int_0^T S(t) dt$$

und nach Einsetzen von (2), (3) und (5) gilt

$$\Psi_N(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^T F(s) \varphi(\tau-s) ds + \frac{1}{2} \frac{N+1}{N} \int_0^T F(s) ds + \frac{N+1}{N} U' \quad . \quad (9)$$

Die Kreuzkorrelation $\Psi_N(\tau)$ setzt sich also aus 3 Beiträgen zusammen. In enger Analogie zum konventionellen Flugzeitexperiment besteht der erste Beitrag aus einer Faltung der Auflösungsfunktion

mit der Flugzeitverteilung und der letzte Beitrag wird durch einen zeitunabhängigen Untergrund verursacht. Der verbleibende Term ist eine spezifische Eigenschaft der Korrelationsmethode und kann als eine Art zusätzlichen Untergrundes betrachtet werden, der nur von der Größe der gesamten Flugzeitverteilung abhängt und als konstanter Beitrag über das ganze Spektrum verteilt ist. Da dieser Beitrag aus gemessenen Ereignissen besteht, ist er natürlich auch mit statistischen Schwankungen behaftet.

Zur Messung von $Z(t)$ wird ein Vielkanalzeitanalysator benutzt. Die Kanalbreite ΔT wird so gewählt, daß ein ganzzahliges Vielfaches $m \cdot \Delta T$ gleich der Elementarbreite Δt von $S(t)$ ist. Kennzeichnen wir die Werte $S(\tau) \cdot \Delta T$, $Z(\tau) \cdot \Delta T$, $\Psi(\tau) \cdot \Delta T$, $U \cdot \Delta T$ und $I_0(\tau) \Delta T$ im k -ten Kanal durch den Index k , dann können wir für Gl. (8) auch schreiben

$$\Psi_k = \frac{1}{mN} \sum_i^{mN} S_i Z_{i+k} \quad (10)$$

Verändert sich die Flugzeitverteilung F nur langsam gegenüber der Auflösungsfunktion Φ , so kann F in Gl. (9) vor das Integral gezogen werden und mit Gl. (5) gilt:

$$F_k = \frac{2}{m(N+1)} \left(\sum_i^{mN} S_i Z_{i+k} \right) - F_{\text{tot}} - 2U \quad (11)$$

wobei für $U_k = U$ geschrieben wurde, da der Untergrund von k unabhängig sein soll und $F_{\text{tot}} = \sum_i^{mN} F_i$ ist.

Für eine konventionelle Flugzeitmessung mit Neutronenpulsen der Breite Δt und dem Abstand T gilt hingegen:

$$F_k = Z_{k_{\text{konv}}} - U \quad (12)$$

Das über die Kreuzkorrelationsfunktion gewonnene Flugzeitspektrum $Z_{k\text{stat}}$ ergibt sich aus Gl. (11a) und ist für $m=1$ in Abb. 6 dargestellt. Die Flugzeitverteilung setzt sich in diesem Fall aus 3 Spitzen $F_{k1,2,3}$ zusammen, zu deren Amplituden ein "theoretischer Untergrund" F_{tot} und ein Untergrundsterm $2U$ addiert werden muß.

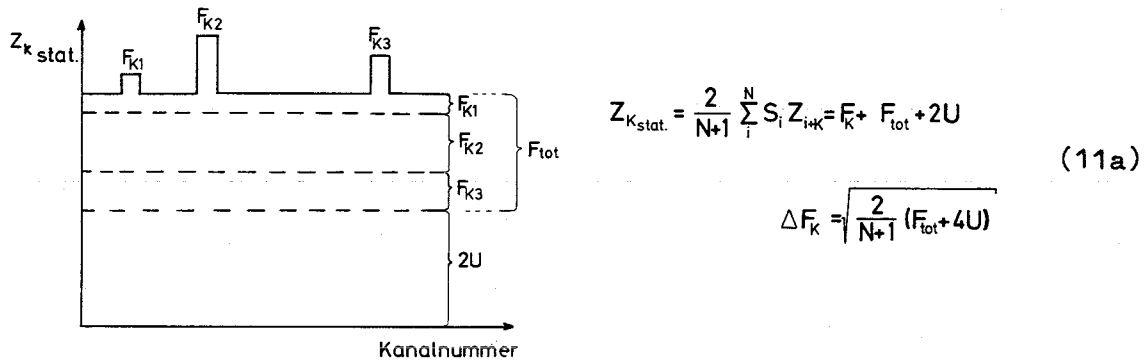


Abb.6 Errechnung des pseudostatistischen Flugzeitspektrums

1.3 Fehlerberechnung für konventionelle und pseudostatistische Flugzeitmethode

Für das konventionelle Flugzeitspektrum errechnet sich über Gl. (12) der relative Fehler in Kanal k zu

$$\Delta F_k = (F_k + 2U)^{1/2} \quad (13)$$

Mit Gl. (12) ergibt sich außerdem für die Gesamtzählrate eines konventionellen Streuexperimentes

$$Z_{\text{tot konv}} = F_{\text{tot}} + U_{\text{tot}} \quad (14)$$

Für das pseudostatistische Streuexperiment gilt bei gleichlanger Meßzeit wie gleicher Zykluslänge

$$Z_{\text{tot stat}} = \frac{N+1}{2} F_{\text{tot}} + U_{\text{tot}} \quad (15)$$

da der pseudostatistische Chopper $\frac{N+1}{2}$ mal solange wie der konventionelle geöffnet ist.

Mit (13) ergibt sich aus (11) für $m=1$

$$F_k = \frac{2}{N+1} \left[\sum_i^N Z_{i+k} (S_{i-1}) - U_{i+k} (S_{i-1}) \right] \quad (16)$$

und mit $(S_{i-1}) = S_i^*$ wird der absolute Fehler

$$\Delta F_k = \frac{2}{N+1} \left[\sum_i^N S_i^{*2} (Z_{i+k} + U_{i+k}) \right]^{1/2} \quad (17)$$

bzw. zu

$$\Delta F_k = \frac{2}{N+1} \left[\overline{S_i^{*2}} (Z_{\text{tot}} + U_{\text{tot}}) \right]^{1/2}, \quad (18)$$

wobei gilt:

$$\overline{S_i^{*2}} = \frac{1}{N} \sum_i^N (S_{i-1})^2.$$

Aus (18) folgt, daß bei der pseudostatistischen Methode der statistische Fehler für alle Kanäle gleichgroß ist und nur durch die Gesamtheit aller gezählten Ereignisse bestimmt wird. Aus Gl. (18) folgt weiter, daß im Gegensatz zum konventionellen Experiment bei gleich langer Meßzeit der absolute Fehler der pseudostatistischen Flugzeitmethode unabhängig von der Periodenlänge ist. Dieser Sachverhalt war zu erwarten, da sich für verschiedene N (z. B. 127 oder 255) die Zeitausnutzung nicht ändert.

Setzt man Gl. (15) in (18) ein, so ergibt sich:

$$\Delta F_k = \left[\frac{2}{N+1} \overline{S_i^{*2}} \left(F_{\text{tot}} + \frac{4 U_{\text{tot}}}{N+1} \right) \right]^{1/2}. \quad (19)$$

bzw. für $N \gg 1$

$$\Delta F_k \approx \left[\frac{2}{N+1} \overline{S_i^{*2}} (F_{\text{tot}} + 4 U_k) \right]^{1/2} \quad (19a)$$

Wenn $S(t)$ eine Folge von Rechteckimpulsen ist, ist $\overline{S_i^{*2}} = 1$. Für die mit einem Chopper erzeugte Trapezfolge gilt $\overline{S_i^{*2}} = \frac{2}{3}$ (siehe 1.5).

1.3.1 Vergleich der beiden Meßverfahren über den relativen Fehler

Es ist vorteilhaft die pseudostatistische Flugzeitmethode anzuwenden, wenn gilt:

$$\frac{\left(\frac{\Delta F}{F_k}\right)_{\text{stat}}}{\left(\frac{\Delta F}{F_k}\right)_{\text{konv}}} < 1 \quad (20)$$

Werden (19a) und (13) in diese Beziehung eingesetzt, so lautet für eine Folge von Rechteckimpulsen und $N \gg 1$ die Bedingung:

$$F_k > 2 \bar{F} - 2 U, \quad (21)$$

worin $\bar{F} = \frac{1}{N} \sum_i^N F_i$ ist.

Die Bedeutung der Bed. (21) ist in dem Diagramm der Abb. 7 veranschaulicht, in dem die auf \bar{F} bezogenen Werte von F_k und U als Variablen benutzt werden. Für ein Meßproblem, das durch einen Punkt oberhalb der in das Diagramm eingetragenen Geraden charakterisiert wird, ist die statistische Methode der konventionellen

überlegen, unterhalb der Geraden ist es umgekehrt.

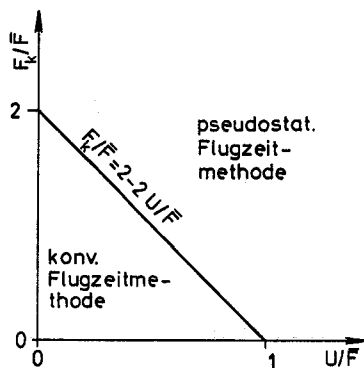


Abb.7 Vergleich von konventioneller und pseudostatistischer Flugzeitmethode

1.3.2 Vergleich der beiden Meßverfahren über den Meßzeitgewinn G

Um eine Aussage über die Größe des Vorteils der pseudostatistischen Flugzeitmethode für spezielle Meßprobleme zu bekommen, wird ein Meßzeitgewinn G definiert:

$$G = \frac{\left(\frac{\Delta F_k}{F_k}\right)_{\text{konv}}^2}{\left(\frac{\Delta F_k}{F_k}\right)_{\text{stat}}^2} \quad (22)$$

Mit Gl. (13) und (19a) gilt dann für eine Folge von Rechteckimpulsen und $N \gg 1$

$$G = \frac{N+1}{2} \frac{\frac{F_k}{F} + 2\epsilon}{N + 4\epsilon} \quad (23)$$

Hier ist $\epsilon = U/\bar{F}$ ein Term, der den Untergrund an der Größe des gemittelten Flugzeitspektrums mißt.

In Abb. 8 ist die Bedeutung der Gleichung (23) für die Zykluslänge $N=127$ dargestellt, wobei das Verhältnis F_k/\bar{F} nur bis 22 eingetragen wurde.

Bei nur einer schmalen Linie in der Flugzeitverteilung wird $F_k/\bar{F} \approx N$. Bei einem sehr kleinen Untergrund bedeutet dies, daß der Zeitgewinn $G \approx \frac{N}{2}$ ist, wie aus Gl. (23) hervorgeht.

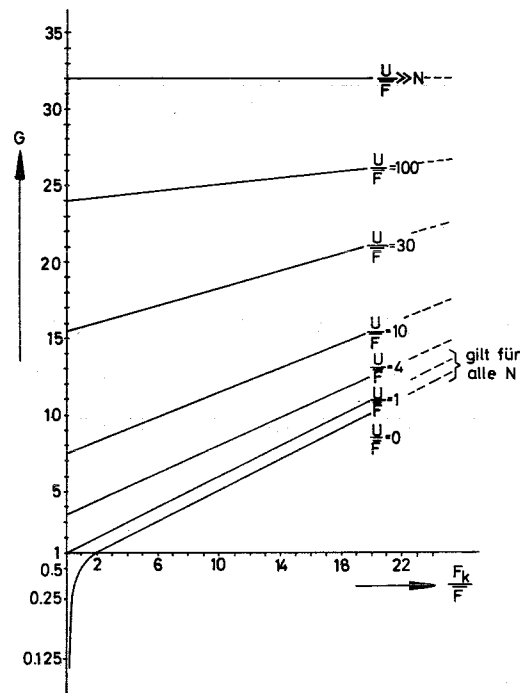


Abb 8 Meßzeitgewinn G für $N=127$

Für sehr große Werte von U/\bar{F} wird der Zeitgewinn $G \approx \frac{N}{4}$ unabhängig von der Spektrumsform.

Dieser Vergleich der beiden Systeme (wie auch der in 1.3.1) berücksichtigt nicht, daß der relative Fehler der pseudostatistischen Flugzeitmethode bei einer Folge von trapezförmigen Pulsen wegen S_i^{*2} noch um den Faktor $\sqrt{2/3}$ verkleinert wird. Abb. 7 und Abb. 8 werden aber trotzdem weiterhin Gültigkeit haben, da dieser Vorteil durch eine etwas schlechtere Zeitauflösung des pseudostatistischen Experiments gerade kompensiert wird (siehe Kapitel 1.4).

1.4 Die Zeitauflösung

Für Messungen von Spektren mit schmalen Linien ist die für Gl. (11) gemachte Annahme, daß die Flugzeitverteilung $F(\tau)$ gegenüber der Auflösungsfunktion $\varphi(\tau)$ langsam veränderlich ist, nicht gerechtfertigt. $\varphi(\tau)$ muß berücksichtigt werden und kann entsprechend den Gl. (3) und (5) berechnet werden.

Für eine Folge von Rechteckimpulsen $S_N^R(t)$ ist es einfach zu zeigen, daß die Auflösungsfunktion durch eine Dreiecksverteilung dargestellt wird und sie ergibt sich für die Normierung $\Delta t = 1$ zu

$$\varphi_N^R(\tau) = \left(1 + \frac{1}{N}\right) (1 - |\tau|) \quad (24)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{N}\right) \varphi_\infty^R(|\tau|) \quad \text{für } |\tau| \leq 1 \quad (24a)$$

$$= 0 \quad \text{für } |\tau| \geq 1 \quad (24b)$$

Etwas schwieriger ist es, einen analytischen Ausdruck für die Auflösungsfunktion $\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau)$ einer Trapezfolge abzuleiten. Mit Gl. (3) und (5) kann geschrieben werden

$$\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T S_N^{\text{Tr}}(t) S_N^{\text{Tr}}(t+\tau) dt - \frac{N+1}{N} \quad (25)$$

Im Anhang (Teil B) wird gezeigt, wie für verschiedene Bereiche von τ das Integral in Gl. (25) berechnet werden kann. Für die Normierung $\Delta t=1$ lautet das Resultat:

$$\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau) = \left(1 + \frac{1}{N}\right) \left(\frac{1}{2}|\tau|^3 - |\tau|^2 + \frac{2}{3}\right) \quad \text{für } |\tau| \leq 1 \quad (25a)$$

$$\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau) = \left(1 + \frac{1}{N}\right) \left(-\frac{1}{6}|\tau|^3 + |\tau|^2 - 2|\tau| + \frac{4}{3}\right) \quad \text{für } 1 \leq |\tau| \leq 2 \quad (25b)$$

$$\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau) = 0 \quad \text{für } |\tau| \geq 2 \quad (25c)$$

Die Auflösungsfunktion $\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau)$ setzt sich aus Teilstücken kubischer Parabeln zusammen.

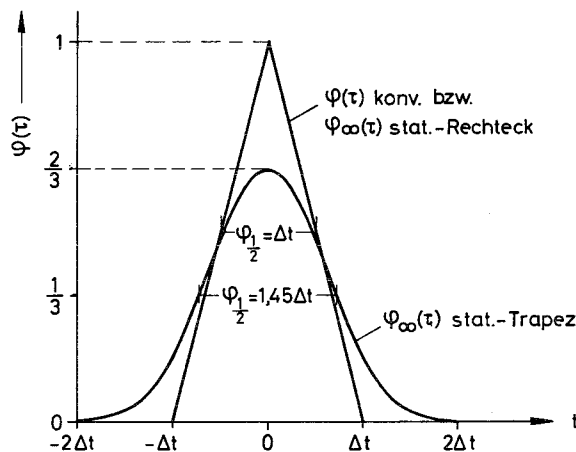


Abb. 9 Vergleich der theoretischen Zeitauflösungsfunktion für konventionelle und pseudostatistische Pulsfolgen

In Abb. 9 ist der Verlauf von $\varphi(\tau)^{\text{Tr}}$ dargestellt und wird verglichen mit der theoretischen Auflösungsfunktion eines konventionellen Puls-experimentes bzw. der Auflösungsfunktion einer Folge von Rechteckimpulsen.

Das Maximum von $\varphi_{\infty}^{\text{Tr}}(\tau)$ hat den Wert $2/3$. Die Halbwertsbreite Δt_{stat} ergibt sich für $\varphi_{\infty}^{\text{Tr}}(\tau) = \frac{1}{3}$ aus Gl. (25a) zu $\Delta t_{\text{stat}} = 1,4446 \Delta t_{\text{konv.}}$. Wie aus den ersten Ableitungen von Gl. (25a) und (25b) hervorgeht, hat die Auflösungsfunktion an den Bereichsgrenzen $|\tau| \leq \Delta t \leq 1$ für

beide Gleichungen dieselbe Steigung, nämlich $\pm \frac{1}{2}$, d. h. $\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau)$ ist im Bereich von $-2\Delta t$ bis $+2\Delta t$ stetig differenzierbar. Auch an der Bereichsgrenze $|\tau| = 2\Delta t$ hat sie keinen Knick, sondern eine horizontale Tangente sowohl für Gl. (25b) wie (25c). Der Wendepunkt der Funktion liegt bei $|\tau| = \frac{2}{3} \Delta t$.

Um gleichgute Zeitauflösung wie im konventionellen Fall zu bekommen, muß die Einheitsschrittweite des pseudostatistischen Choppers um den Faktor 1,4446 verkleinert werden, was den unter 1.3.2 erwähnten Vorteil des kleineren statistischen Fehlers für Trapezfolgen fast exakt kompensiert.

1.5 Anmerkung zur Unterteilungszahl m einer Elementarbreite Δt

Die Kanalbreite $\Delta \tau$ des Vielkanalzeitanalysators wird so gewählt, daß $m \cdot \Delta \tau$ ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarbreite Δt von $S(t)$ ist. Gl. (16) schreibt sich dann in der Form

$$F(m)_k = \frac{2}{m(N+1)} \sum_i^{mN} (S_i - 1) (Z(m)_{i+k} - U(m)_{i+k}) \quad (16a)$$

Da der Summenwert für alle m gleichgroß bleibt, gilt $F(m)_k \sim 1/m$.

Für den absoluten Fehler gilt mit Gl. (18)

$$\Delta F(m)_k = \frac{2}{m(N+1)} \left[\overline{s_i^2} (Z_{\text{tot}} + U_{\text{tot}}) \right]^{1/2}, \quad (18a)$$

was bedeutet, daß auch $\Delta F(m)_k \sim 1/m$ ist.

Beim pseudostatistischen Pulsexperiment ist also der relative Fehler $\Delta F_k / F_k$ unabhängig von der Größe m , allerdings sind im Falle $m > 1$ die Fehler in benachbarten Kanälen nicht unabhängig voneinander.

Da sich die statistischen Schwankungen benachbarter Kanäle im Mittel um nicht mehr als den Bruchteil $1/m$ von $m=1$ unterscheiden, ergibt sich für das Flugzeitspektrum $F(t)$ bei großen m ein recht ge-
glätteter Verlauf. Die Korrelation der statistischen Fehler von benachbarten Kanälen geht endgültig nach $2 m$ Kanälen verloren.

Um eine sinnvolle Größe m zu ermitteln, wurden mit einem Computer Experimente simuliert [7], aus denen hervorging, daß bereits für $m=4$ die Abweichungen von der eingegebenen dreieckigen Flugzeitverteilung nach Ausführung der Kreuzkorrelation kleiner als 1 % waren. Für $m=1$ sind die Abweichungen jedoch beträchtlich. Im Diagramm von Abb. 10 ist außerdem ein mit dem Computer simuliertes Experiment wiedergegeben, welches den Einfluß von hohem Untergrund auf die Meßergebnisse untersucht. Bei 252 Kanälen des Zeitanalysators ($N=63, m=4$) wurde im Mittel eine Zählrate von 400/Kanal eingegeben.

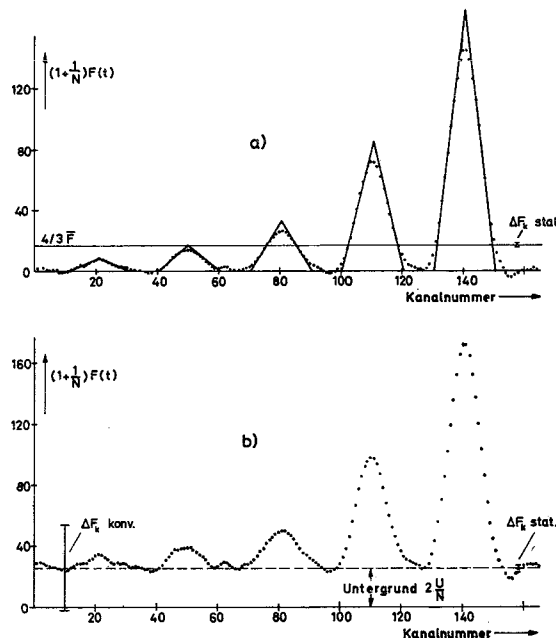


Abb.10 Simulation eines pseudostatistischen Streu-
experimentes auf dem Computer
a) ohne Untergrund b) mit Untergrund

Die ausgezogene Linie in (10a) gibt $F(t)$ für ideale Auflösung wieder, die Punkte sind das Ergebnis der simulierten Messung.

Abb. (10b) zeigt das Ergebnis, wenn pro Kanal ein Untergrund von 800 angenommen wird. Trotz des hohen Untergrundes wird die Flugzeitverteilung gut wiedergegeben. Der Vorteil der pseudostatistischen Flugzeitmethode bei hohem Untergrund zeigt sich deutlich am Größenunterschied des statistischen Fehlers beider Methoden bei gleicher Meßzeit.

2. Berechnung, Auslegung und Aufbau des pseudostatistischen Choppers

2.1 Der Rotor

2.1.1 Auslegung

Das Prinzip für den Aufbau einer Chopper-Scheibe, die den Neutronenstrahl pseudostatistisch moduliert, ist in 1.2 (Abb. 5) bereits angegeben. Folgende Bedingungen legen das Konzept der Konstruktion fest.

- a) Da maximale Umfangsgeschwindigkeit erreicht werden soll, muß
 - a) die Scheibenform optimal gewählt werden und b) das Verhältnis der Zugfestigkeit σ zum spezifischen Gewicht ρ so groß wie möglich sein, da die Umfangsgeschwindigkeit $v \sim \sqrt{\sigma/\rho}$ ist.
- b) Es ist nicht vorteilhaft, die Scheibe aus neutronenabsorbierendem Material aufzubauen (es sei denn, Pkt. a) b) sei extrem günstig), da sie durch das Einfräsen der großen Anzahl von Schlitzen zu sehr in ihrer Festigkeit geschwächt würde.
Es ist günstiger ein Trägermaterial mit geringer Absorption für langsame Neutronen und hohem σ/ρ zu verwenden.
- c) Entsprechend der Anordnung von Nullen und Zweien in einer Pseudozufallsfolge müssen Absorberplättchen angebracht werden. Da ein Loch an irgend einer beliebigen Stelle der Scheibe dazu führen kann, daß die Spannungen unter Belastung auf den doppelten Wert steigen können, dürfen die Absorberplättchen nicht verschraubt oder vernietet werden. Als zweckmäßigste Lösung ergab sich, die Plättchen aufzukleben.

d) Bei der pseudostatistischen Flugzeitmethode sind die Anforderungen an die Konstanz der Drehzahl sehr hoch. Pro Umdrehung sollten die Schwankungen kleiner 0,1 % sein. Eine so gute Drehzahlkonstanz ist nur mit Hilfe von quarzgesteuerten Hysteresis-Synchron-Motoren zu erreichen, deren Antriebsleistung leider nur relativ klein ist.

Die Punkte a) und b) lassen praktisch nur noch Aluminium- und Magnesium-Legierungen (u. U. Titan) gebrauchbar erscheinen. Als Scheibenprofil kommt nur die "Scheibe gleicher Festigkeit" infrage, auf die unter 2.1.2 noch eingegangen wird.

Wegen Punkt c) ist es vorteilhaft, den Scheibendurchmesser so groß wie möglich zu wählen, um die Sicherheit der Klebeverbindung zu erhöhen, denn für die angestrebte hohe Umfangsgeschwindigkeit gilt $v=r \cdot \omega$, wohingegen die Zugkraft P , die an einem Absorberplättchen angreift, proportional zu $r \cdot \omega^2$ ist. Außerdem können auf größeren Scheiben längere Pseudozufallsfolgen untergebracht werden.

Wegen der unter Punkt d) erwähnten geringen Motorleistung ist diese Folgerung nur beschränkt technisch verwirklichtbar.

2.1.2 Festigkeit und Profil der Chopperscheibe

Die aus dem Turbinenbau bekannte "Scheibe gleicher Festigkeit" [8] erfüllt die gestellten Anforderungen am besten. Das Profil einer solchen Scheibe ist in Abb. 11 wiedergegeben. Im Zentrum ist sie am stärksten (s_1) und verjüngt sich nach außen (s_a).

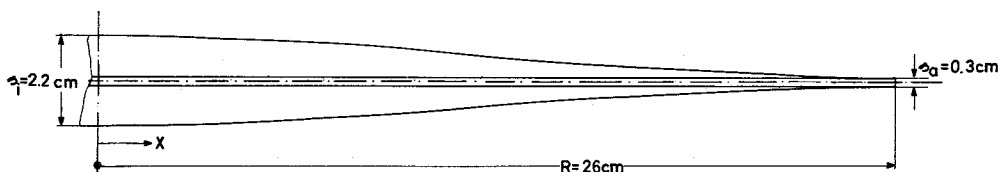


Abb.11 Profil für Scheibe gleicher Festigkeit ($\sigma_r = \sigma_t = \sigma$)

Ausgehend vom Hook'schen Gesetz und dem Spannungszustand eines herausgegriffenen Scheibenelements kann das Profil einer solchen Scheibe mit Hilfe der Elastizitätstheorie exakt abgeleitet werden. Unter der Annahme, daß die Radialspannung σ_r gleich der Tangentialspannung σ_t ist, ergibt sich für die Dicke s der Scheibe an der Stelle x

$$s = s_i e^{-\frac{g\omega^2}{20} \cdot x^2} \quad (26)$$

Dieser Verlauf wurde bei der Herstellung der Scheibe durch Geradenstücke angenähert.

Abb. 12 zeigt die Überlegenheit dieses Typs gegenüber einer Scheibe gleicher Dicke. Wird für x^2 in Gl. (26) R^2 eingesetzt und $\omega^2 \cdot R^2$ zu v_R^2 zusammengefaßt, dann ergibt sich für die Umfangsgeschwindigkeit ($s(R) = s_a$):

$$v_R = \sqrt{\frac{g}{s}} \cdot \sqrt{2 \ln \frac{s_i}{s_a}} \quad (27)$$

Von den kommerziell erhältlichen Materialien wal AlMg5 das günstigste. In Abb. 12 ist für eine Chopperscheibe aus diesem Material mit dem Radius 26 cm, $s_a = 0,3$ cm und einem Sicherheitsfaktor von 1,2 nach Gl. (27) die Umfangsgeschwindigkeit als Funktion der Scheibenstärke im Zentrum aufgetragen.

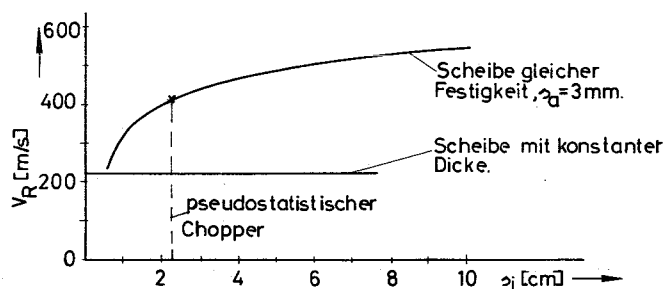


Abb.12 Umfangsgeschwindigkeit v_R als Funktion der Zentrumsabmessung von Scheiben mit $d=52$ cm, $\sigma_{0,2}=1800$ kp/cm² und einem Sicherheitsfaktor von 1,2.

Da das Scheibengewicht die erforderliche Antriebsleistung und den Lageraufwand bestimmt, wurde als Kompromiß $s_1 = 2,2$ cm gewählt. Bei diesen Abmessungen wiegt die Scheibe ca 5,5 kg und kann eine Umfangsgeschwindigkeit von 420 m/sec erreichen. Die unter diesen Gesichtspunkten gebaute Scheibe wurde später bis zu Geschwindigkeiten von 450 m/sec getestet.

2.1.3 Herstellung und Anordnung der Absorberplättchen

Auch für das Absorbermaterial gilt, daß die zulässige Umfangsgeschwindigkeit $v \sim \sigma/\rho$ ist (σ = Zugfestigkeit, ρ = spez. Gewicht). Wegen zu kleiner Zugfestigkeit ist Kadmium, das wegen der starken Absorption für langsame Neutronen ein ideales Material wäre, für diesen Choppertyp nicht geeignet.

Um einen Faktor 4 höhere Werte für die Umfangsgeschwindigkeit können mit einem Absorber erreicht werden, der aus einem Gemisch von Gadoliniumoxyd und Lekuthem X20 (einem Diepoxyharz mit Härter und Beschleuniger der Firma Bayer - Leverkusen) besteht. Bis zu Neutronenenergien von 50 meV ist die Transmission des Absorberplättchens etwas geringer als die von metallischem Kadmium gleicher Schichtdicke. Am Kristallspektrometer des FR2 wurde die Transmission für verschieden dicke Plättchen gemessen. Für eine 1 mm starke Absorberschicht ergaben sich folgende Transmissionswerte Tr für Neutronen der Energie E :

E(meV)	50	80	100	150	200
Tr (%)	0,1	0,2	1,0	5,0	25,0

Bei der Herstellung des Absorbers müssen folgende Punkte beachtet werden:

- a) Das Gemisch soll einen hohen Anteil von Gd_2O_3 enthalten, wobei die Bildung von Luftbläschen vermieden werden muß. Das kann nur erreicht werden, wenn die beiden Gießharzkomponenten getrennt

erwärmt (bis dünnflüssig) werden und dann unter Vakuum das Gd_2O_3 Pulver beigemischt wird. Aus den Dampfdruckkurven der Komponenten ist zu entnehmen, bei welchen Gießharzen das möglich ist. Um das leicht hygroskopische Gd_2O_3 von Feuchtigkeit zu befreien, sollte es vorher noch für einige Minuten auf über $100^{\circ}C$ erwärmt werden.

- b) Die Zugfestigkeit des Epoxyharzes soll auf keinen Fall durch das Einmischen von Gd_2O_3 geschwächt werden. Deshalb ist es notwendig, ein Gießharz auszuwählen, das wegen der Verkettung seiner Moleküle beim Aushärten Fremdkörper einschließen kann, ohne an Festigkeit zu verlieren. Für Korngrößen von einigen μ sind dies Harze mit starker Kohäsion, deren Volumen beim Härtevorgang abnimmt.
- c) Zum Aufkleben der Plättchen sollte im Gegensatz dazu die Adhäsion der stärkere Effekt sein. Ein guter Epoxykleber durchläuft stets während des Klebevorgangs eine dünnflüssige Phase, um in die Poren eindringen zu können. Die starke Haftung wird durch eine leichte Volumensvergrößerung während des Erhärtens bedingt.

Um Auswuchtprobleme zu verringern, sind auf der Chopperscheibe zwei identische Folgen hintereinander angebracht worden. Zunächst wurden mit großer Präzision zwei Pseudozufallsfolgen von je 127 Grundeinheiten auf einer Seite der Scheibe eingefräst (Abb. 13). Bei einem Durchmesser der Scheibe von 51 cm ergibt das eine Breite von 0,63 cm für die schmalste Einheit. Die so entstandenen Mulden sind 4,5 cm hoch, am äußeren Rand 0,05 cm tief und am inneren Radius 0,2 cm tief.

Nachdem die gewünschte Porengröße eingeätzt war, wurden diese Mulden mit einer neu entwickelten Aralditklebepaste (X183/2379, Firma Ciba) bestrichen, um anschließend die zusammengebrachten Gd_2O_3 -Epoxyharzkomponenten einzugießen. Die zähe Klebepaste behält ihre Tixotropie bis etwa $100^{\circ}C$ bei, vorher aber härtet das Absorbergemisch aus. So kann durch langsame Temperatursteigerung zunächst der Absorber verfestigt werden und sofort anschließend angeklebt werden. Dies alles geschieht im Vakuum, um eingeschlossene Luftblasen zu entfernen.

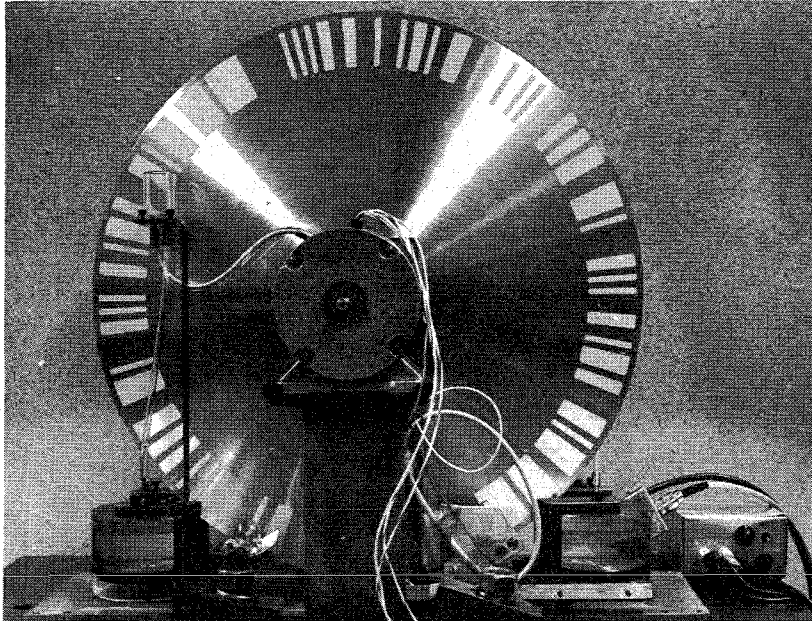


Abb. 13 Der pseudostatistische Chopper

Während des Klebevorgangs wurde die Temperatur bis auf 150°C erhöht. Wegen des größeren Wärmeausdehnungskoeffizienten von AlMg5 stehen die Plättchen nach dem Abkühlen unter Vorspannung, was später den Vorteil hat, daß die Klebeverbindungen beim Erreichen von $2/3$ der Scheibennendrehzahl vollkommen entlastet sind und erst anschließend wieder belastet werden.

Nach dem Härte-Klebe-Prozeß wurde die Scheibe auf einer Drehbank überarbeitet, um wieder ihr ursprüngliches Profil zu erhalten.

2.2 Lagerung und Schmierung des pseudostatistischen Choppers

Der für die hohe Drehzahlkonstanz notwendige Antrieb der Scheibe durch einen Hysteresis-Synchron-Motor legt weitgehend die Randbedingungen für die Konstruktion der Lagerung fest.

Wegen der geringen verfügbaren Antriebsleistung muß die Scheibe in einem evakuierten Gehäuse laufen, um die Luftreibung auszuschalten. Außerdem sollte der Wellendurchmesser der Scheibe so klein wie möglich dimensioniert werden, da die Lagerverlustleistung nicht nur von der statischen und dynamischen Belastung abhängt, sondern auch stark vom mittleren Lagerdurchmesser, der mit der dritten Potenz eingeht [97]. Dies hat zur Folge, daß die Lager so dicht wie möglich an die Scheibe herangesetzt werden müssen.

Bei den bisher üblichen Konstruktionen liefen hochoberflächige Chopperscheiben zwar im Vakuum, aber die Lager wurden nach außen gesetzt und in der Gehäusewand untergebracht. Zwischen Lager und Scheibe mußten noch Simmerring-Dichtungen Platz finden. Die relativ großen Reibungsverluste, bedingt durch die Dichtungen und Lager auf einer wegen ihrer großen Länge stärker zu dimensionierenden Welle, lassen dieses Prinzip für einen Antrieb mit Hysteresis-Synchron-Motor bei hohen Drehzahlen unbrauchbar erscheinen.

Eine Lagerung im Vakuum wird vor allem durch das Schmierproblem erschwert. Hochoberflächige Scheiben dürfen nur wenige μ Lagerspiel haben, sonst wird selbst nach gutem Auswuchten die Lagerbelastung zu groß und damit die Lagerlebensdauer zu klein. Wird aber das übliche Lagerspiel derart stark reduziert (etwa um den Faktor 8), so können schon bei relativ kleinen Temperaturunterschieden von Außen- und Innenring die Lager zerstört werden. Außerhalb des Vakuums konnte dieser Erwärmung durch einen kühlenden (und schmierenden) Öl-Luft-Strahl entgegengewirkt werden.

Für den pseudostatistischen Chopper mußte eine Lagerung + Schmierung entwickelt werden, die auch im Vakuum bei geringem Lagerspiel hohe Lagerlebensdauer ermöglicht.

2.2.1 Spielfreie Lagerung im Vakuum

In Abb. 14 wird ein verkleinerter Schnitt durch die Lagerung des pseudostatistischen Choppers wiedergegeben. Um die Scheibe nicht zu schwächen, wurde sie zusammen mit der Welle aus einem Stück gedreht. Wegen der Kerbwirkungen wurde der Übergang von der Welle auf

die Scheibe radiusförmig ausgedreht. Die Festigkeit der Welle, ihre Durchbiegung, wie die Größe der Kerbwirkung, wurden mit Hilfe der gängigen Formeln aus Hütte I $\sqrt[10]{}$ bestimmt und über die zulässige Vergleichsspannung nach Bach $\sqrt[10]{}$ geprüft. Bei einem Gewicht der

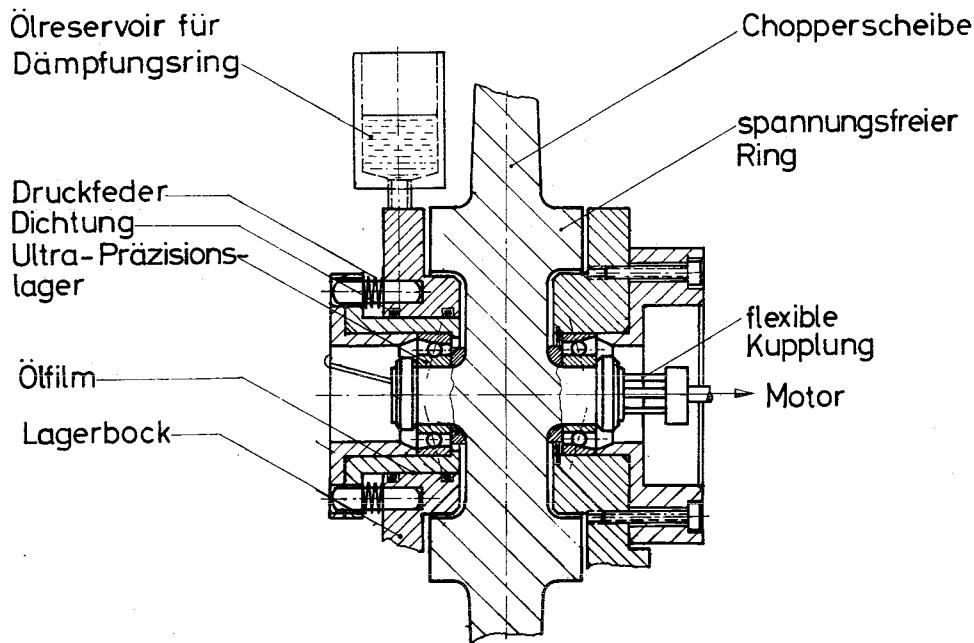


Abb.14 Lagerung (Ausschnitt aus Abb.(15), M1:2)

Scheibe von 5,5 kp ergab sich für $\omega = 1500 \text{ sec}^{-1}$ und einer nach dem Auswuchten verbleibenden Exzentrizität des Schwerpunktes von 4μ eine radiale Lagerbelastung von ca 20 kp.

Die für diese Konstruktion benutzten Ultra-Präzisionslager (Firma Müller - Nürnberg) können nicht nur radial, sondern in einer Richtung auch axial belastet werden. Sitzen beide Lagerinnenringe unverschiebbar auf der Welle fest, und wird einer der Außenringe im Lagerbock festgehalten, so kann der zweite Außenring über Federelemente mit einer Kraft von 10 kp nach außen gezogen werden. Wegen der leicht konischen Kugel-Lauffläche des Außenrings wird damit auch bei einer Wärmeausdehnung der Welle der spielfreie Sitz der Scheibe garantiert.

Wie aus Abb. 14 zu erkennen ist, geschieht dies über eine Hülse, die auf einem Ölfilm gleitet, der durch zwei Dichtungsringe begrenzt wird. Dieser Ölfilm ist ca 12μ dick und wird über eine dünne Bohrung (siehe Abb. 15) aus einem Ölreservoir gespeist. (Wie sich anhand eines aus Plexiglas hergestellten Modells zeigte, müssen die bei der Evakuierung des Gehäuses auftretenden Gasbläschen unbedingt abgeführt und durch Öl ersetzt werden). Wegen der Inkompressibilität der Flüssigkeit wirkt dieser Dämpfungsring auf kurze harte Erschütterungen (z. B. in kritischen Drehzahlbereichen) wie eine feste Verbindung, wohingegen er bei Ausdehnungsunterschieden ein langsames Gleiten der Hülse erlaubt und somit die Lagerung bei verschiedenen Temperaturen spielfrei hält.

Für diese Anordnung wurde die theoretische Lagerlebensdauer nach $\sqrt{11}$ bestimmt und ergab sich zu ca 12.000 Stunden. Tatsächlich ist der pseudostatistische Chopper auch schon über ein Jahr erfolgreich in Betrieb.

Sollte es trotzdem zu einer plötzlichen Zerstörung eines der Lager kommen, so frißt sich nach leichtem Verbiegen der Welle ein an der Scheibe angedrehter Ring (s. Abb. 14) am Lagerbock fest und soll so eine Zerstörung der restlichen Apparatur verhindern. In diesen spannungsfreien Ring können außerdem zur statischen und dynamischen Auswuchtung Löcher gebohrt werden, ohne damit die Festigkeit der Scheibe zu schwächen.

Durch das Verlegen der Lager ins Vakuum, kann das Gehäuse als leichte und auch billige Konstruktion ausgelegt werden. Lagerung in der Gehäusewand bedingten bisher wegen der Verformung durch die 3 bis 4 to große Belastung der Seitenwände, schwere gegossene Bauteile.

Abb. 15 zeigt den pseudostatistischen Chopper und Gehäuse im Schnitt. In das Eisengehäuse wurden auf beiden Seiten 2x6 cm große Fenster für die Neutronen gefräst, welche zunächst mit 0,02 cm starken Aluminiumfolien wieder verschlossen wurden. Anschließend wurde nach sorgfältiger Justierung eine 0,2 cm starke Kadmiumblende aufgeklebt, die exakt die Breite und Höhe eines Einheitsschritts des Choppers wiedergibt und mit der Schlitzanordnung der Scheibe im Innern des Gehäuses korrespondieren muß.

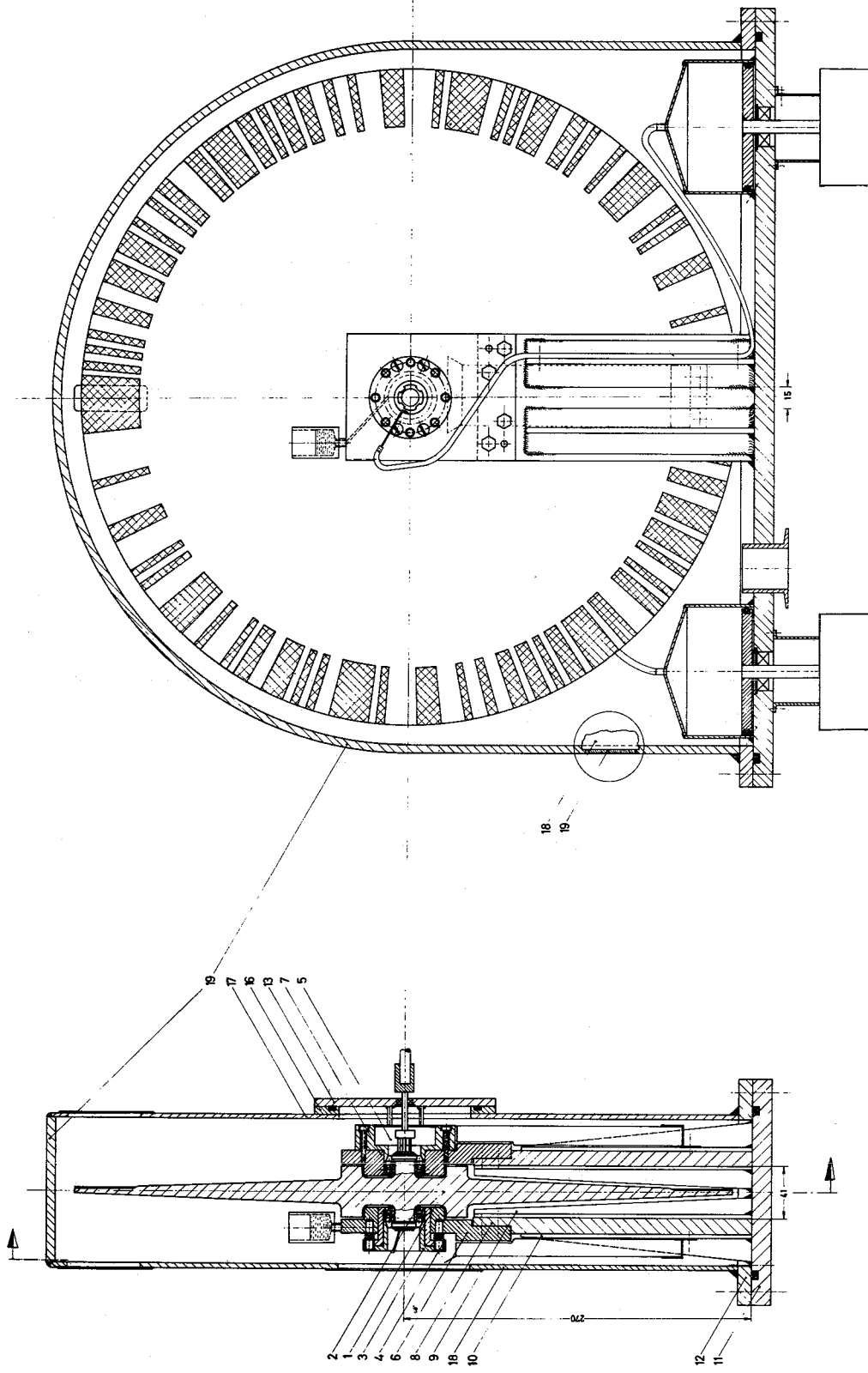


Abb.15 Pseudostatistischer Chopper mit Gehäuse

2.2.2 Ölzufuhr an die Lager

Bei hohen Drehzahlen hängt die Lebensdauer der Lager entscheidend von ihrer Schmierung ab. Fettpackungen, Ölbäder oder auch zu rasche Ölzufuhr führen in diesem Fall zu einer zu starken Wärmebildung und beeinflussen außerdem die Drehzahlkonstanz der Scheibe erheblich. Untersuchungen von Müller [127] ergaben, daß bei Belastungen und Drehzahlen, die denen des pseudostatistischen Choppers in etwa entsprechen, 1 - 2 cm³ eines guten Silikonöles pro Tag vollauf genügen, wenn sie nur kontinuierlich zugeführt werden können. Ein neuentwickeltes Hochvakuum-Silikonöl (Unisilicon TK 05/8) der Firma Klüber mit guten Schmiereigenschaften, außerdem dünnflüssig und trotzdem mit relativ niedrigem Dampfdruck hat die gewünschten Eigenschaften.

In Abb. 15 ist ein Ölzufuhrmechanismus skizziert, der pro Tag 1 - 2 cm³ Öl kontinuierlich zu den Lagern befördert. Von außen durch einen kleinen Elektromotor angetrieben, bewegt sich ein mit Dichtlippe versehener Kolben in einem Plexiglaszylinder langsam und kontinuierlich nach oben (0,03 cm pro Tag). Nach 133 Tagen hat der Kolben den 4 cm langen Hub zurückgelegt und der Öler muß neu gefüllt werden. Das benutzte Öl wird in Taschen aufgefangen und kann mehrere Male verwendet werden.

2.3 Antrieb und Elektronik

Der drei Phasen-Hysteresis-Synchron-Motor (Elinco G 1148) wurde außerhalb des evakuierten Gehäuses aufgebaut, um Schmierungs- und Wärmeabfuhrprobleme zu umgehen. Eine 0,4 cm dicke Welle verbindet über eine flexible, vierachsige Teflon-Kupplung die Chopperscheibe mit dem Motor.

Als Dichtung wird ein Simmerring benutzt, der durch einen Tropföler geschmiert wird. Wie in Abb. 15 zu sehen ist, wurde der Simmerring in eine Stahlplatte eingepreßt, die ihrerseits über Gleitbolzen mit dem Lagerblock verbunden ist und an der Gehäusewand lediglich durch den Druckunterschied auf eine verformbare Dichtung gepreßt wird.

Verzieht sich nun das Gehäuse beim Evakuieren, so behält der Simmerring seine Zentrierung gegenüber der Chopperscheibe bei, in dem die Platte, gehalten durch die Gleitbolzen, auf der weichen Dichtung rutscht.

Die zunächst benutzte Solldrehzahl folgt wegen $\Delta t = 32 \mu s$ aus $\omega = \frac{\pi}{127 \cdot \Delta t}$ zu 7382 Umdrehungen pro Minute. Wie im Blockschaltbild der Abb. 16 dargestellt, wird der 3 Phasenverstärker beim Hochfahren zunächst von einem RC-Generator angesteuert. Nach dem Erreichen der gewünschten Drehzahl wird auf einen Quarzoscillator mit fester Frequenz umgeschaltet. Dieses Antriebssystem ermöglicht eine Drehzahlkonstanz, die pro Umdrehung besser als 0,01 % ist. Die Langzeitschwankungen sind nicht größer als 0,1 %.

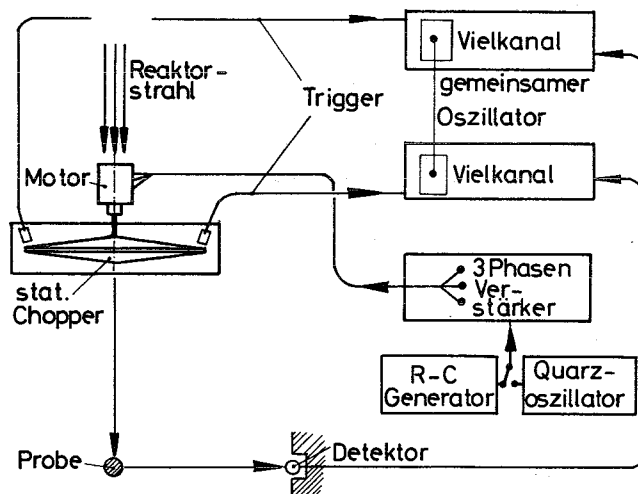


Abb.16 Schaltbild

An der Lagerhalterung sind elektronische Temperaturschalter angebracht, die bei Lagertemperaturen größer als $80^{\circ}C$ den Chopper abschalten. Dieser Fall könnte z. B. bei vorzeitiger Abnutzung der Kugellager oder Versagen des Ölers eintreten.

Wie oben erwähnt, wurden der Chopperscheibe zwei identische Pseudozufallsfolgen aufgeprägt. In Abschnitt 1.5 wurde außerdem gezeigt,

daß es wünschenswert ist, einer Schlitzbreite Δt mindestens 4 Kanäle des Flugzeitanalysators zuzuordnen. Aus praktischen Gründen benutzen wir Vielkanalzeitanalysatoren mit 1024 Kanälen, eingestellt auf eine Kanalbreite von $\Delta t = 4 \mu s$. Ist $\Delta t = 32 \mu s$, so wird $m = 8$ und von den 1024 verfügbaren Kanälen werden nur 1016 für eine Folge gebraucht. Wie aus dem Blockschaltbild der Abb. 16 hervorgeht, werden durch den Nullzeitgeber (Trigger) abwechselnd zwei Vielkanalzeitanalysatoren gestartet. Wegen der zwei $127er$ -Folgen müssen für eine am Scheibenrand als Nullzeitgeber eingelassene Eisen-Nadel zwei um 180° versetzte Tonabnehmerköpfe angebracht werden. Startet der eine Vielkanal, so ist der andere gerade bei Kanal 1016 angelangt. Die gleichzeitig registrierten Ereignisse können bei der späteren Addition der Inhalte zur Synchronisation der getrennt registrierten Zählratendienungen.

Sollten aus irgend einem Grund die Schwankungen der Scheibe pro Umdrehung größer als $0,1\%$ werden, so wird dies von einem elektronischen Zähler registriert und der Datenfluß unterbrochen.

Beide Flugzeiteinheiten werden aus Gründen der Genauigkeit von einem Quarz gesteuert.

3. Das pseudostatistische Flugzeitspektrometer

Das Schema der experimentellen Anordnung am FR 2 ist in Abb. 17 dargestellt. Durch den Chopper wird dem weißen Reaktorstrahl eine pseudostatistische Pulsfolge aufgeprägt. Hinten dem Chopper sind 2 sekundäre Flugzeitspektrometer aufgebaut.

- a) Für unelastische Streuexperimente werden mit Hilfe eines Beryllium-Einkristallspseudostatistisch modulierte Neutronen einer Energie herausgeblendet, um z. B. an Einkristallen Phononen zu messen.

b) Für elastische Neutronenstreuexperimente wird der pseudostatistisch modulierte weiße Reaktorstrahl auf eine Pulverprobe geschossen, deren Streueigenschaften unter verschiedenen Streuwinkeln 2θ untersucht werden können.

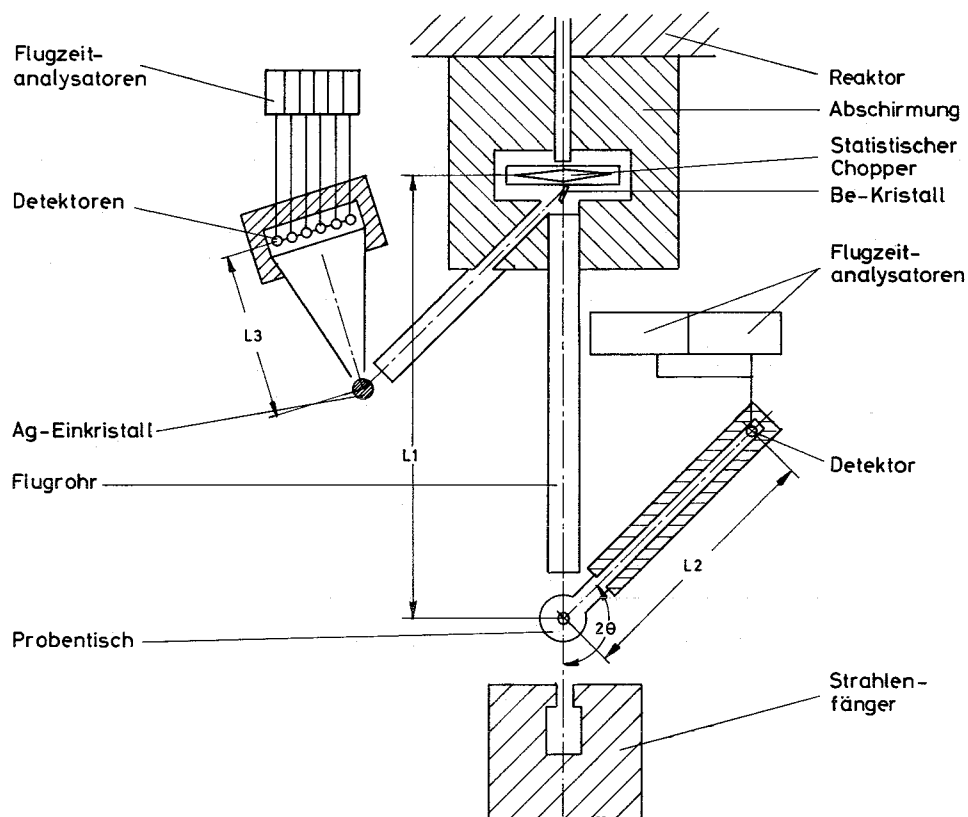


Abb.17 Schema des Spektrometers für pseudostatistische Flugzeitmessungen am FR2

Der gepulste weiße Reaktorstrahl wird durch den dünnen Be-Einkristall nur unwesentlich geschwächt, da sowohl die Absorption wie auch die inelastische Streuung von Neutronen für Be klein ist. Entsprechend der Braggbeziehung werden außerdem Neutronen bestimmter Energien zum Teil herausgeblendet, für die das Flugzeitspektrum u. U. korrigiert werden muß.

3.1 Strukturuntersuchungen

Bei der Anwendung von langsamen Neutronen für Strukturuntersuchungen an Festkörpern wird im allgemeinen von der Bragg-Beziehung

$$\lambda = 2d \sin \theta \quad (28)$$

ausgegangen, in der λ die Wellenlänge der benutzten monochromatischen Neutronen ist, d der Netzebenenabstand der reflektierenden Netzebenenchar und θ der Winkel zwischen der Richtung der einfallenden Strahlung und der Netzebenenchar. Ist λ konstant, so können die verschiedenen Netzebenenabstände d des Gitters durch Ausmessen der von der Probe gestreuten Intensität als Funktion des Streuwinkels 2θ bestimmt werden. Dieses Meßprinzip, das aus der Röntgendiffraktometrie übernommen wurde, liegt dem konventionellen Neutronendiffraktometer zugrunde.

Die Wellenlänge λ oder die Energie E der Neutronen kann auch durch Messen ihrer Geschwindigkeit v bestimmt werden:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \quad (29)$$

(h = Plancksches Wirkungsquantum, m = Neutronenmasse). Diese Tatsache erlaubt die Anwendung der Bragg-Beziehung in einer zweiten Weise, nämlich Festlegung eines konstanten Streuwinkels 2θ und Einschließen eines weißen Neutronenspektrums, etwa des Maxwellspektrums eines Reaktorstrahles. In der Streurichtung 2θ werden dann bevorzugt solche Energiegruppen gestreut, die nach Gl. (28) den in der Streuprobe vorhandenen Abständen d entsprechen. Werden die Flugzeiten der gestreuten Neutronen mit einem Vielkanalanalysator gemessen, können alle Energiegruppen gleichzeitig registriert werden.

Wir hatten eingangs gesehen, daß es für die normale Flugzeitmessung notwendig ist, den einfallenden weißen Reaktorstrahl in zeitlich kurze Pulse zu zerhacken, deren Abstand genügend groß ist, um Flugzeitüberlappung zu vermeiden. Diese Bedingung führt zu einer relativ schlechten Zeitausnutzung des primären Reaktorstrahles eines stationären Reaktors, die z. T. unter 1 % liegt.

Es sei bemerkt, daß eine solche Anordnung trotz der schlechten Zeitausnutzung gegenüber einem konventionellen Diffraktometer beträchtliche Intensitätsvorteile bringt, weil alle interessierenden Netzebenenabstände und damit auch die interessierenden Intensitäten im Prinzip auf einmal ausgemessen werden können und weil ohne Schwierigkeit ein großer Teil des zum Streuwinkel 2θ gehörenden Debye-Scherrer-Kegels mit einem Flugzeitdetektor bedeckt werden kann. Solche Flugzeitdiffraktometer sind in den letzten Jahren mit Erfolg erprobt worden [13, 14, 15]. Bei der Flugzeitmethode fallen einige Schwierigkeiten der konventionellen Neutronendiffraktionsmethode fort, wie Unterdrückung oder Korrektur der bei der Monochromatisierung mit einem Kristallmonochromator auftretenden höheren Ordnungen und die damit zusammenhängende Beschränkung auf kleine Wellenlängen. Experimente mit komplizierteren Targetanordnungen wie Magneten, Kryostaten, Hochtemperaturöfen und Hochdruckkammern lassen sich aufgrund der festen Streurichtung z. T. wesentlich vereinfachen. Darüberhinaus ist es leichter, höhere Auflösungen, die insbesondere für Pulveraufnahmen erforderlich sind, zu erreichen.

Für einen gepulsten schnellen Reaktor ist die normale Flugzeitmethode die geeignetste Methode für Strukturuntersuchungen. Am stationären Reaktor bringt sie zwar die oben genannten Vorteile, die schlechte Zeitausnutzung des kontinuierlichen Reaktorstrahles ist aber unbefriedigend.

Es schien daher sinnvoll, die Verwendbarkeit des pseudostatistischen Choppers für Strukturuntersuchungen zu prüfen. Durch die bedeutend bessere Neutronenökonomie sollte nicht nur die zeitliche

Auflösung des Experiments verbessert werden können, sondern gleichzeitig sollten auch Intensitäten genauer bestimmt werden können. Ein solches Strukturspektrometer wurde am Reaktor FR 2 in Karlsruhe [16] aufgebaut und getestet und soll im folgenden beschrieben werden.

3.1.1 Experimentelle Anordnung

In Abb. 18 ist das am FR 2 aufgebaute Strukturspektrometer dargestellt. Da der einfallende Reaktorstrahl vom Chopper stark gestreut wird, wurde, um den Untergrund in der Reaktorhalle niedrig zu halten, eine 40 cm starke Bor-Paraffin-Abschirmung aufgebaut. Wegen der γ -Strahlung wurde der Chopper außerdem mit einer 15 cm dicken Bleiwand umgeben.

Der vom Chopper pseudostatistisch modulierte Neutronenstrahl durchsetzt ein 430 cm langes, evakuiertes Flugrohr und trifft im Abstand $L_1 = 466$ cm vom Chopper auf die Streuprobe. Das Innere des Flugrohres ist mit Kadmiumblech ausgekleidet, um zu verhindern, daß der in der vertikalen Richtung weniger gut kollimierte Neutronenstrahl an der Rohrwand reflektiert wird und so die Messung verfälscht. Nach außen wurde das Flugrohr ebenfalls abgeschirmt, um seinen Untergrundsbeitrag möglichst klein zu halten.

Der Behälter für die Pulverproben besteht aus einem dünnwandigen Vanadiumzylinder (1,1 cm Durchmesser - 6 cm hoch).

Der bewegliche Spektrometerarm ermöglicht die Einstellung von Streuwinkeln 2θ zwischen 30° und 160° . Der Abstand des auf dem Spektrometerarm angebrachten Flugzeitdetektors von der Probe kann variiert werden.

Der größte Teil der Messungen wurde mit einem Gesamtflugweg $L_1 + L_2$ (siehe Abb. 17) von 5,5 bzw. 6,2 m durchgeführt. Die Detektorbank wird durch einen Kasten aus Borkarbid und Paraffin abgeschirmt.

Als Flugzeitdetektor benutzten wir ein 4 atm. He^3 -Zählrohr mit einem Durchmesser von 2,5 cm und einer aktiven Länge von 30 cm. Mit Hilfe einer Kadmiumblende wurde die aktive Breite auf 0,8 cm reduziert. Der ausgenutzte Teil der aktiven Länge wurde entsprechend dem Abstand von der Probe zwischen 10 und 30 cm variiert. Bei Festlegung auf einen

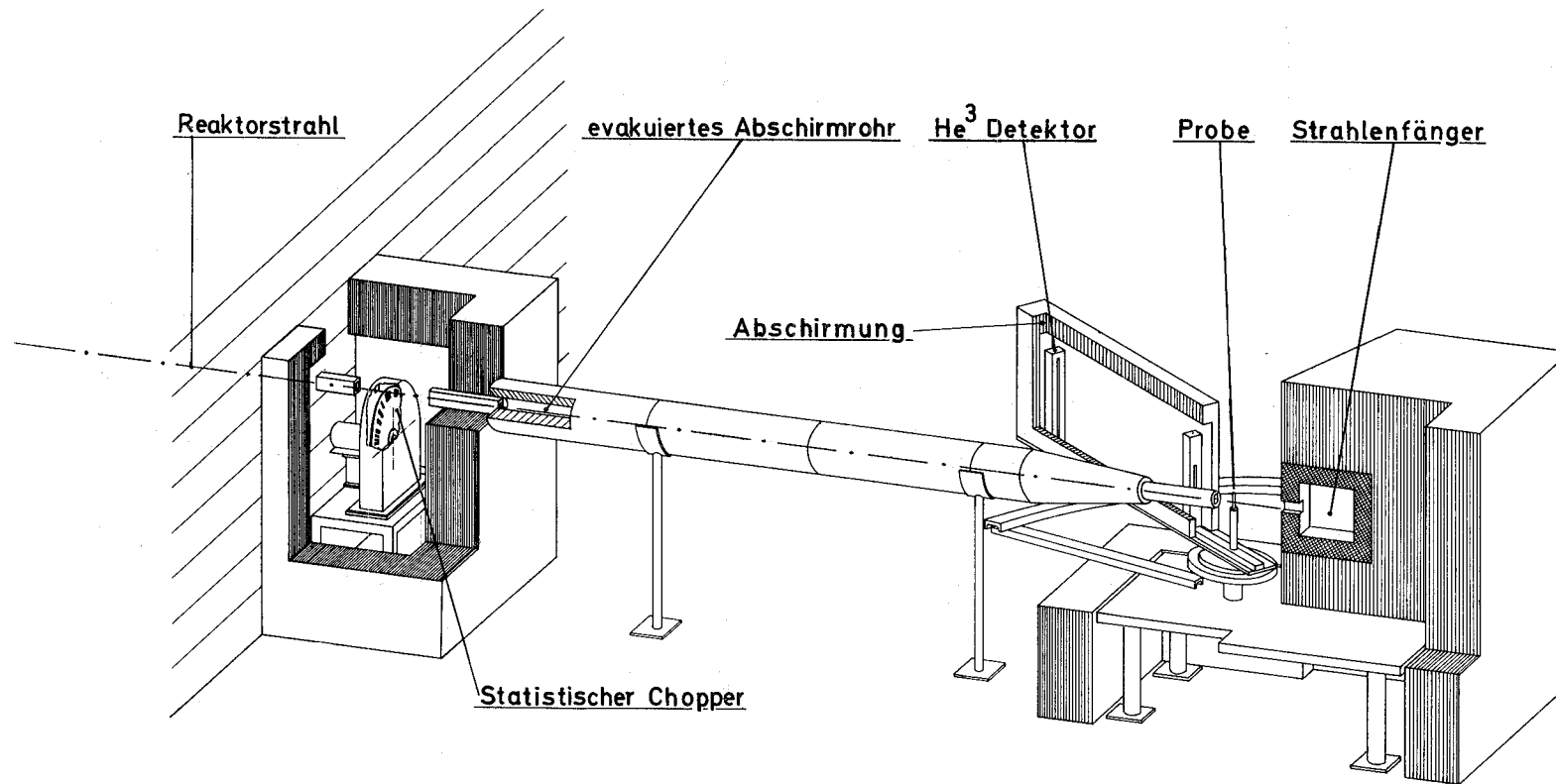


Abb.18 Flugzeitspektrometer mit pseudostatistisch gepulstem Neutronenstrahl

Streuwinkel könnte die Bedeckung des Debye-Scherrer-Rings ohne Schwierigkeiten noch wesentlich vergrößert und damit die Meßzeit herabgesetzt werden.

Eine zweite Möglichkeit, sowohl Intensität wie Auflösungsvermögen des Spektrometers zu verbessern, ohne die Flexibilität der Streuwinkелеinstellung zu verlieren, ist durch die von Holas [17] für konventionelle Flugzeitspektrometer vorgeschlagene Fokussierungsmethode gegeben. Hierbei kann eine Detektorbank mit mehreren Zählrohren verwendet werden, deren geometrische Anordnung für jeden Streuwinkel 2θ zum Ausgleich der Flugzeitunterschiede verschieden sein muß. Eine solche Anordnung läßt sich auch für das pseudostatistische Flugzeitexperiment verwenden und ist für zukünftige Experimente geplant.

3.1.2 Spektrometerauflösung

Bei der Bestimmung der Auflösung des Spektrometers müssen wir die Flugzeitunsicherheit und die in die Bragg-Beziehung eingehende Winkelungenauigkeit berücksichtigen. Zur Flugzeitungenauigkeit Δt_{gesamt} trägt neben der "Pulsbreite", die in unserem Fall durch die Halbwertsbreite $t\varphi_{1/2}$ der Autokorrelationsfunktion $\varphi(\tau)$ gegeben ist, die Flugwegunsicherheit in der Probe ΔL_{Probe} und im Detektor ΔL_{Det} bei. Wird $t\varphi_{1/2}$ experimentell bestimmt, enthält es auch den Einfluß der endlichen Kanalbreite $\Delta \tau$. Wenn die Geschwindigkeit der gestreuten Neutronen durch den Winkel θ und den Netzebenenabstand d der reflektierenden Ebene ausgedrückt wird und statistische Unabhängigkeit der einzelnen Fehlerbeiträge angenommen wird, gilt

$$\Delta t_{\text{gesamt}}^2 = t\varphi_{1/2}^2 + \left(\frac{2md\sin\theta}{h} \Delta L_{\text{Probe}} \right)^2 + \left(\frac{2md\sin\theta}{h} \Delta L_{\text{Det}} \right)^2 \quad . \quad (30)$$

Wenn t die Gesamtflugzeit der Neutronen für die Strecke $L_1 + L_2$ (Abb. 17) ist, folgt

$$\frac{\Delta t_{\text{gesamt}}}{t} = \left[\frac{t^2 \varphi_{1/2}^2 \cdot h^2}{(L_1 + L_2)^2 (2md \sin \theta)^2} + \frac{(\Delta L_{\text{Probe}})^2}{(L_1 + L_2)^2} + \frac{(\Delta L_{\text{Det}})^2}{(L_1 + L_2)^2} \right]^{1/2} \quad (31)$$

Wenn α_1 die Kollimation des Strahles vor der Probe, α_2 nach der Probe ist, dann folgt die durch die Winkelunsicherheit bedingte Ungenauigkeit in der Wellenlänge aus der Braggbeziehung zu:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{1/2}}{2} \cdot \cotg \theta \quad (32)$$

Für unsere gegenwärtige Anordnung mit einer Probendicke $\Delta L_{\text{Probe}} = 1,1$ cm, einem 0,8 cm breiten Fenster direkt hinter der Probe und einer aktiven Breite des Zählrohres von 0,8 cm ergibt sich

$$\alpha_1 = \frac{1,1}{466} = 2,36 \cdot 10^{-3} \quad (8,1')$$

und

$$\alpha_2 = \frac{0,8}{154} = 5,2 \cdot 10^{-3} \quad (17,9')$$

Ferner folgt aus Gl. (31) und (32) mit $t \varphi_{1/2} = 45,2$ μsec :

$$\frac{\Delta t_{\text{gesamt}}}{t} = \left[\frac{2,08 \cdot 10^{-20}}{d^2 \sin^2 \theta} + 1,94 \cdot 10^{-5} \right]^{1/2} ,$$

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = 2,88 \cdot 10^{-3} \cotg \theta \quad (33)$$

3.1.3 Meßergebnisse

3.1.3.1 Transmissionsmessungen

Messungen des pseudostatistisch modulierten Neutronenstrahls geben Auskunft über die Güte des Absorptionsmusters und die Drehzahlkonstanz des Choppers. Da der modulierte Reaktorstrahl sich aus Neutronen vieler Energien zusammensetzt, welche mit einem Detektor aber erst hinter dem Choppergehäuse gemessen werden können, wurde mit einem Be-Einkristall jeweils eine Energie herausgeblendet und dann die zeitabhängige Transmission $T(t)$ des Choppers mit Hilfe von Detektor und Vielkanalzeitanalysator registriert.

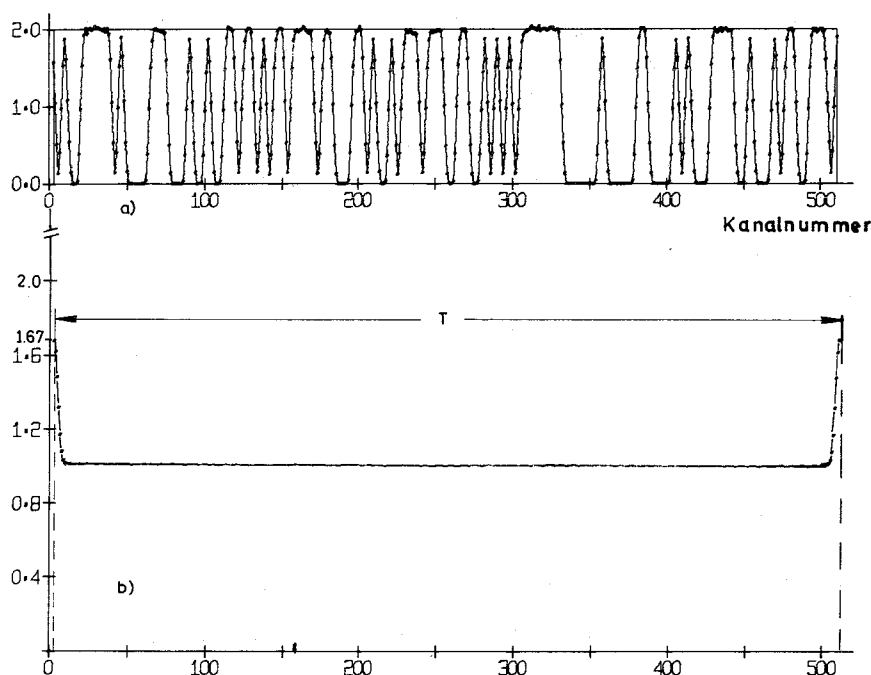


Abb.19 a) Gemessene Signalfunktion $S_{127}^{\text{Tr}}(t)$.
b) Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$.

In Abb. 19a) ist die aus der Transmission $T(t)$ gewonnene Signalfunktion $S(t)$ für $m=4$ wiedergegeben. Die gewünschte Trapezfolge ist sehr gut wiedergegeben.

Abb. 19b) zeigt den Verlauf der aus $S(t)$ errechneten Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$.

Außerhalb der Korrelationsspitze sind die Abweichungen der Autokorrelationsfunktion $\phi(\tau)$ von dem konstanten Wert $\frac{N+1}{N}$ überall kleiner als 1 %, was den zu erwartenden statistischen Schwankungen ΔF_k entspricht.

Eine vergrößerte Wiedergabe der aus Messungen errechneten Auflösungs-
funktion $\varphi(\tau)$ (für $m=8$) wird in Abb. 20 gezeigt und mit dem theo-
retisch zu erwartenden Funktionsverlauf verglichen. Beide Funktionen
stimmen sehr gut miteinander überein.

Aus diesen Resultaten wurde geschlossen, daß die Apparatur Streu-
experimente mit der gewünschten Genauigkeit ermöglichen sollte.

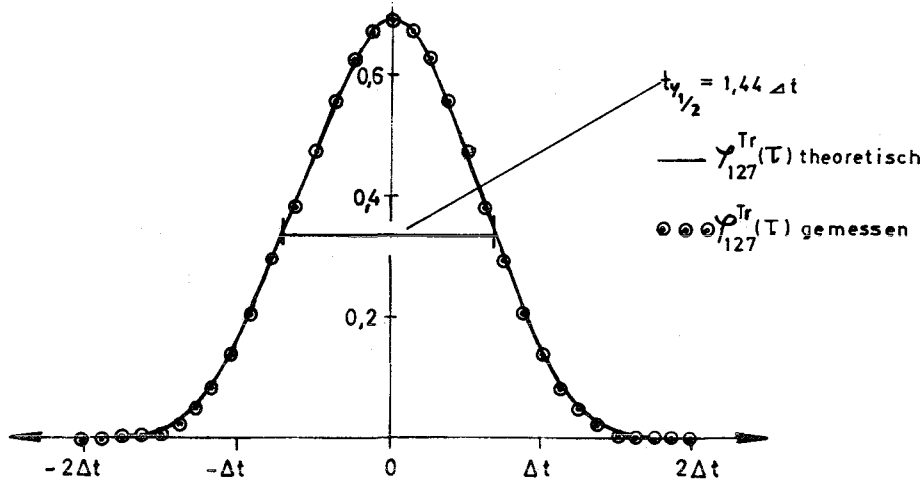


Abb.20 Vergleich von theoretischer und gemessener Auflösungsfunktion.

3.1.3.2 Eichmessungen

Unter verschiedenen Streuwinkeln 2θ wurden Streuspektren von Alu-
minium- und Eisenpulver aufgenommen. Aus diesen Spektren wurde die
Auflösung der Anordnung als Funktion der gemessenen d -Werte und
des eingestellten Winkels θ bestimmt, andererseits konnte das Auf-
treten systematischer Fehler anhand der bekannten d -Werte geprüft
werden. Die für die Winkel $\theta = 33^\circ$ und 75° gemessene und anderer-
seits mit Gl. (33) berechnete Auflösung ist in der Abb. 21 darge-
stellt.

Die experimentellen Punkte für Netzebenenabstände $d > 2,33 \text{ \AA}$, die
in Abb. 21 eingetragen sind, wurden aus Messungen an BiFeO_3 -Pulvern
entnommen, auf die wir weiter unten eingehen. Eine andere Darstel-
lung der Auflösung zeigt Abb. 22. Unter Erweiterung auf die

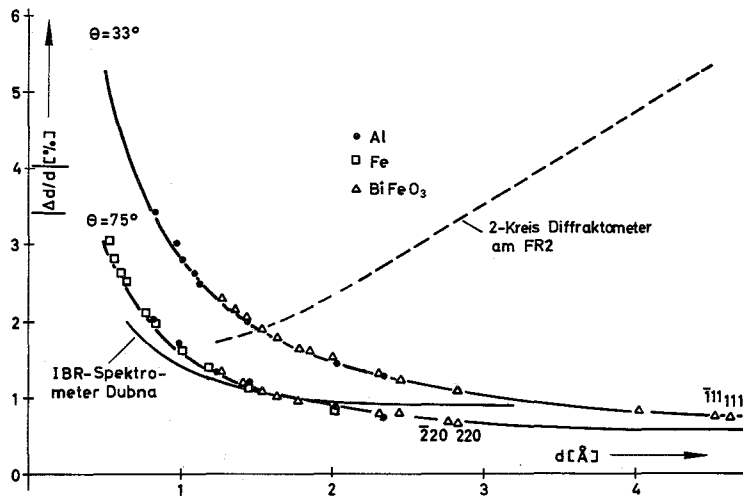


Abb. 21 Auflösung des Flugzeitspektrometers als Funktion des Gitterabstandes für 2 Streuwinkel ($\theta = 33^\circ$ und $\theta = 75^\circ$)

Winkel $\theta = 33^\circ, 42^\circ, 60^\circ$ und 75° wird hier für Al und BiFeO_3 die gemessene Auflösung als Funktion von θ angegeben und mit der aus Gl. (33) berechneten verglichen.

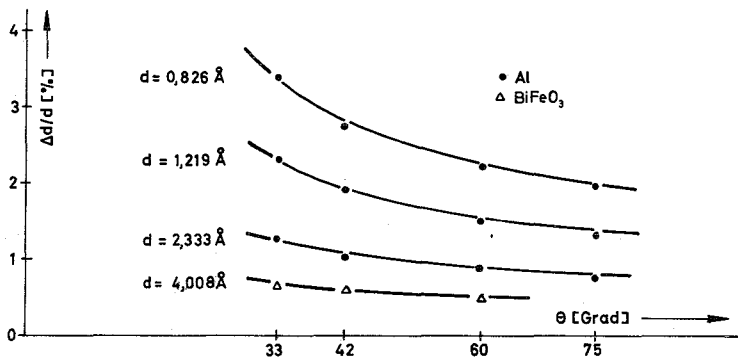


Abb. 22 Auflösung als Funktion des Streuwinkels für feste Netzebenenabstände

Berechnete und experimentell bestimmte Auflösung stimmen in allen Fällen gut überein. Zum Vergleich sind in Abb. 21 die Auflösung des Flugzeitspektrometers am gepulsten Reaktor IBR in Dubna und die eines Kristalldiffraktometers am FR 2 eingetragen.

3.1.3.3 Wismuteisenoxyd

Ein Beispiel für ein komplizierteres Spektrum stellen die Messungen am BiFeO_3 dar. Typische Flugzeitdiagramme für Messungen mit $\theta=15,7^\circ$, $\theta=26,5^\circ$ und $\theta=32^\circ$ sind in der Abb. 23a), b) und c) dargestellt. Diese Beugungsdiagramme wurden durch Kreuzkorrelation der gemessenen Zählrate $Z(t)$ mit der in Abb. 19a) gezeigten Signalfunktion $S(t)$ ermittelt.

Die magnetische Struktur von BiFeO_3 wurde von Sosnowska [18] aufgeklärt. BiFeO_3 kristallisiert in einer perovskitartigen Struktur mit einer kleinen rhomboedrischen Deformation. Die Reflexgruppen (111) ($\bar{1}11$), (220) ($\bar{2}20$), (311) ($\bar{3}11$), (222) ($\bar{2}22$), (420) ($\bar{4}20$) und (331) ($\bar{3}31$) sollten durch die Deformation beeinflusst sein und nicht mehr zusammenfallen. Dagegen werden z. B. die (220) - und (400) -Reflexe nicht beeinflusst. In der Abb. 23a) deutet sich die Aufspaltung der Reflexe (111) und $(\bar{1}11)$ an. Die Flugzeit der unter diesem Winkel von der Probe gestreuten Neutronengruppe kleinster Energie entspricht in diesem Fall also etwa der Periodenlänge T . Für das Beugungsdiagramm in Abb. 23b) wurde bei gleichlangem Flugweg von 6,2 m der Streuwinkel 2θ auf 53° vergrößert. Entsprechend der Braggbeziehung $\lambda=2d\sin\theta$ werden jetzt die Reflexgruppen (h, k, l) durch entsprechend kleinere Energien dargestellt. Damit ergibt sich eine Verbesserung der Auflösung. Es kommt jedoch hierdurch zu einer Überlappung der niedrig indizierten Reflexe. Wie sich andeutet ist jetzt auch die (220) , ($\bar{2}20$)-Gruppe aufgeweitet, der (200) -Reflex überlappt und ist um eine Periode zu korrigieren ebenso wie der (111) -Reflex, der unter dem großen (422) -Reflex verschwindet. Durch geschicktes Plazieren der (111) , ($\bar{1}11$)-Gruppe zwischen zwei weitauseinanderliegenden Reflexen, deren Flugzeit $< T$ ist, kann die Auflösung auch für diese Gruppe verbessert werden. Eine solche Messung wurde für $2\theta=64^\circ$ durchgeführt und wird in Abb. 23c) gezeigt. Die beiden (111) , ($\bar{1}11$)-Reflexe konnten eindeutig getrennt werden. Die dabei durch Vergrößern der Wellenlänge bedingte Intensitätsabnahme für diese Gruppe und die starke Zunahme der Anzahl der Reflexe im Intensitätsmaximum führt jedoch dazu, daß F_{tot} stark zunimmt und damit der statistische Fehler stark anwächst (vergl. Gl. 19).

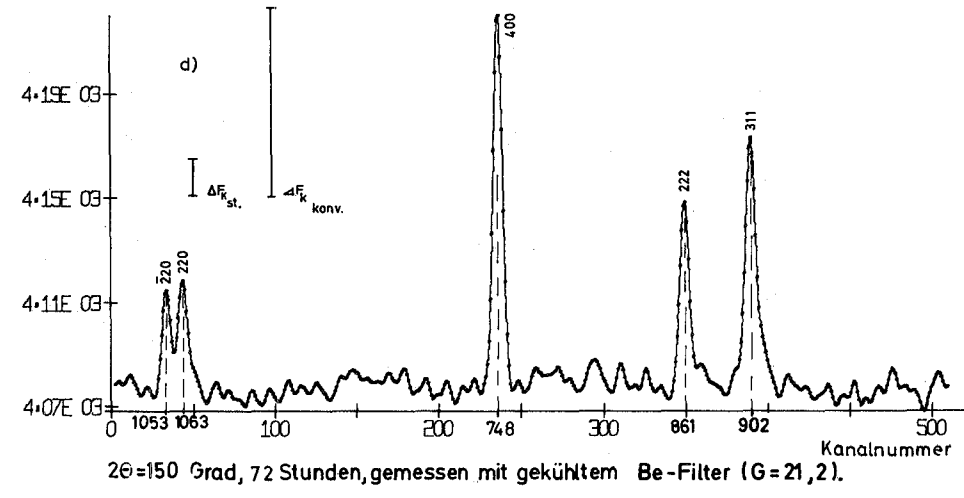
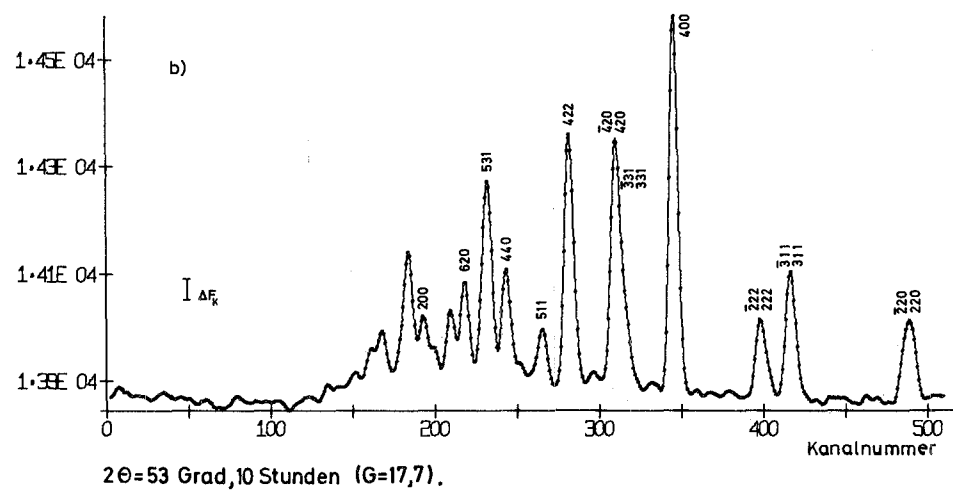
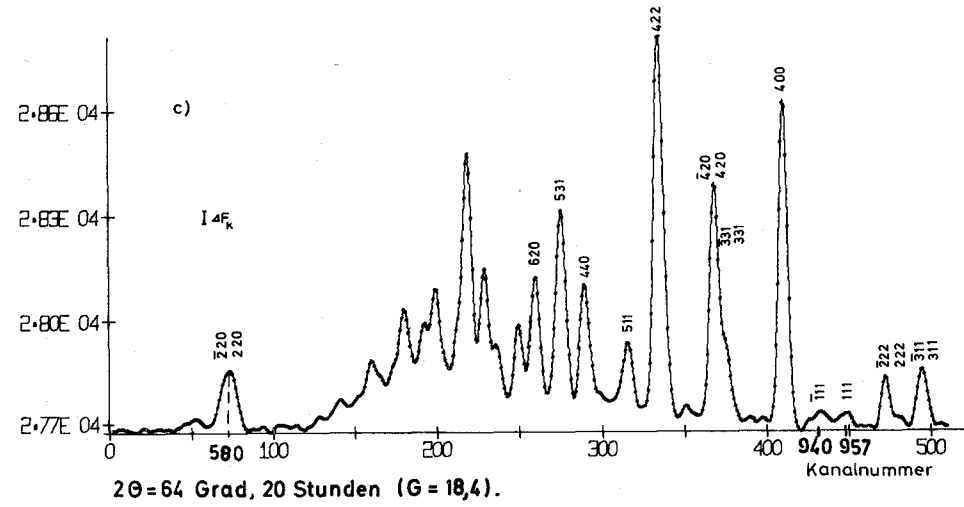
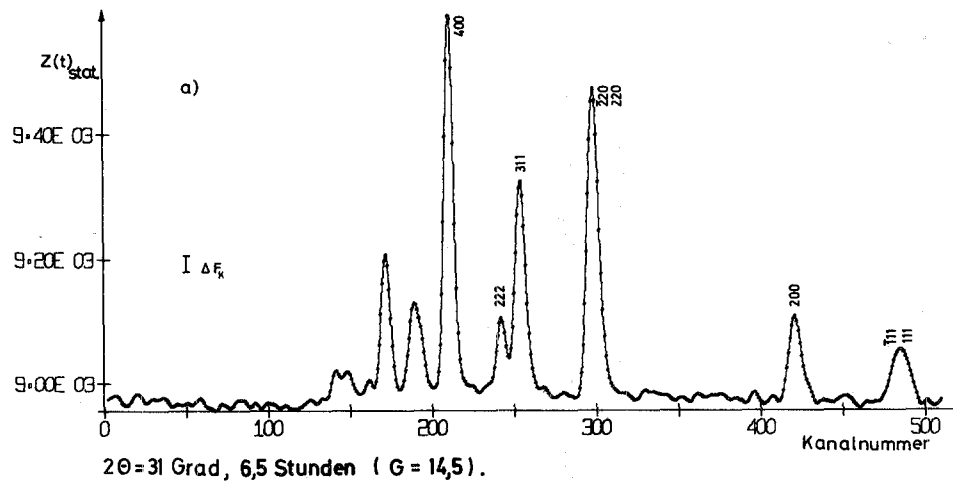


Abb.23 Strukturdiagramm von BiFeO_3 gemessen mit 6,2m Flugweg und verschiedenen Streuwinkeln 2θ .

Diese Schwierigkeit läßt sich umgehen, wenn man sich nur für niedrig indizierte Reflexe interessiert. Dann können die höheren Energien z. B. mit Hilfe eines Be-Filtera abgetrennt werden, der nur für Neutronen mit $\lambda > 4 \text{ \AA}$ durchlässig ist. Das Ergebnis eines solchen Streuexperimentes am BiFeO_3 mit einem 20 cm langen mit flüssigem Stickstoff gekühlten Be-Filter vor der Streuprobe zeigt die Abb. 23d). Die Flugzeit des für diesen Streuwinkel höchst indizierten Reflexes (400) muß bereits um eine volle Periode, d. h. um 508 Kanäle korrigiert werden und die (220), ($\bar{2}20$)-Gruppe, die jetzt deutlich getrennt ist, bereits um 2 Perioden. Die Intensitäten für die (100)-(111)-($\bar{1}11$)-Reflexe sind unter diesem Streuwinkel und bei dieser Meßzeit kleiner als die statistischen Schwankungen.

Bei Neutronenstreuexperimenten ist die gute Auflösung bei Rückwärtsstreuung leider begleitet von einer starken Abnahme der Intensität des Reaktorspektrums. Die Auswertung des BiFeO_3 -Beugungsspektrums der Abb. 23d) ergibt für das Verhältnis von Untergrund pro Kanal zu gemitteltem Spektrumswert $U/\bar{F} \approx 80$. Wie aus Gl. 23 folgt, wäre statt der Meßzeit von 3 Tagen ein gleichgutes Spektrum mit einem konventionellen Chopper gleicher Periodenlänge erst nach einer Meßzeit von ca 2 Monaten zu erhalten.

3.1.4 Auswertmethoden

Es läßt sich zeigen, daß zwischen der Halbwertsbreite $t\varphi_{1/2}$ von $\varphi(\tau)$ für verschiedene Signalfunktionen und den statistischen Fehlern bei gleicher Meßzeit ein einfacher Zusammenhang besteht, denn aus $S^{*2} \approx \varphi_{\infty}(0)$ folgt:

$$t\varphi_{1/2} \sim \frac{1}{S^{*2}} \quad (34)$$

und mit Gl. (18) gilt somit für den statistischen Fehler bei gleichgroßer Gesamtzählrate

$$\Delta F_{k_{st}} \sim \frac{1}{(t\varphi_{1/2})^{1/2}} \left[\frac{1}{c^2} \left[(Z(c)_{tot} + U(c)_{tot}) \right] \right]^{1/2}, \quad (35)$$

wobei c ein Reduktionsfaktor ist, der für normale Trapez- und Rechtecksfolgen gleich eins ist. Aus Gl. (34) und (35) können wir entnehmen, daß - wie bereits unter 1.3.2 angemerkt - im Falle der Trapezfolge die Auflösung zwar schlechter ist als für die Rechtecksfolge, daß dieser Nachteil aber durch den kleineren statistischen Fehler kompensiert wird. Gl. (35) deutet aber auch die Möglichkeit an, ein und dieselbe Zählrate $Z(t)$ auf verschiedene Weisen auszuwerten, um so auf Kosten der statistischen Genauigkeit die Auflösung der Messung zu verbessern. Es ist nämlich nicht notwendig, nur Folgen identischer Form miteinander zu kreuzkorrelieren, sondern auch die Kreuzkorrelationsfunktion einer trapezförmigen Folge mit einer Rechtecksfolge zeigt den gewünschten Verlauf einer Korrelationspitze und der unkorrelierten Seitenbänder.

In Abb. 24 wird gezeigt, wie die Auswertung ein und derselben Messung durch verschiedene Signalfunktionen das Beugungsspektrum beeinflusst. Abb. 24a) zeigt ein Beugungsspektrum von BiFeO_3 ausgewertet mit der gemessenen Signalfunktion $S(t)$ und b) zeigt das Spektrum ausgewertet mit einer idealen Trapezfolge. Die Differenzen dieser Spektren sind kleiner als 0,1 %, was auch einen Hinweis auf die Qualität der Apparatur gibt.

Wird die gemessene Zählrate mit einer Rechtecksfolge ausgewertet, so verbessert sich die Auflösung etwas, was auf Kosten der statistischen Genauigkeit geht (s. Abb. 24c)). Diese Tatsache verändert den Wert ΔF_k des Beugungsspektrums nur geringfügig. Der etwas unruhigere Verlauf des Spektrums wird hauptsächlich dadurch verursacht, daß bei dieser Auswertmethode die Fehler nicht mehr über 2 m benachbarte Kanäle korreliert sind, sondern nur noch über

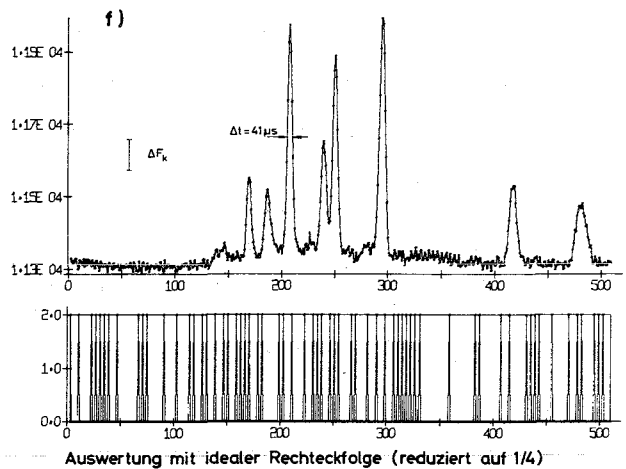
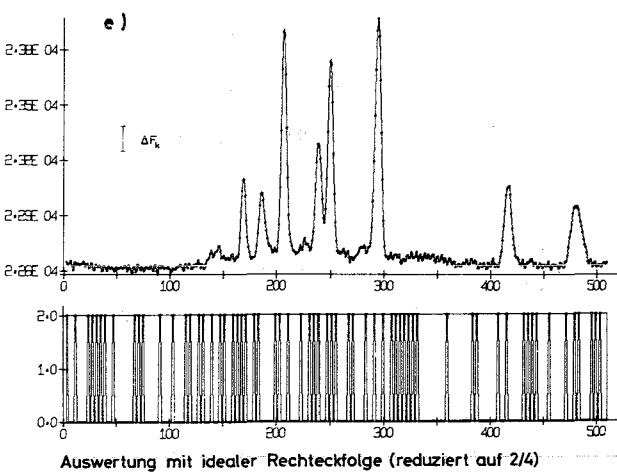
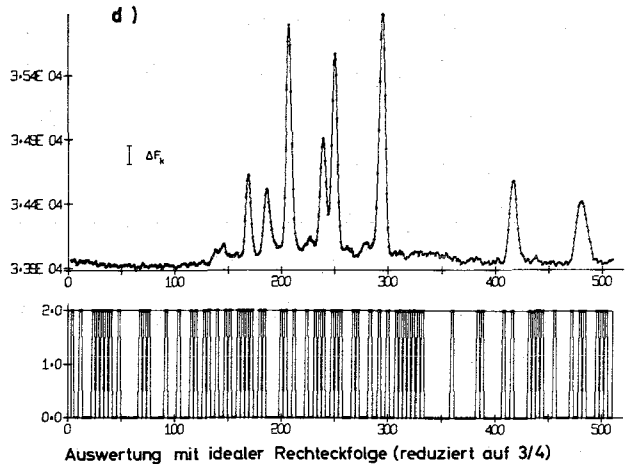
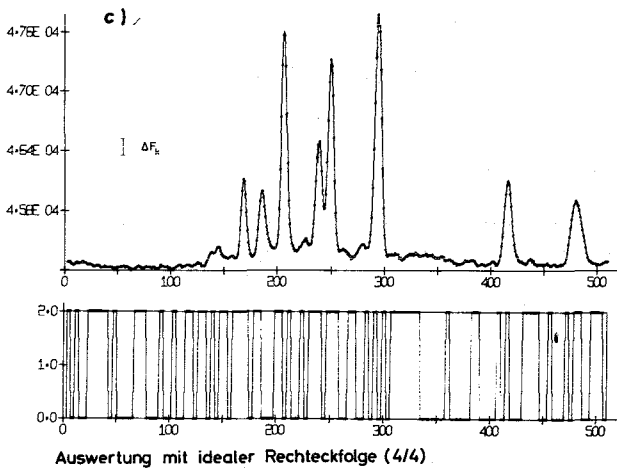
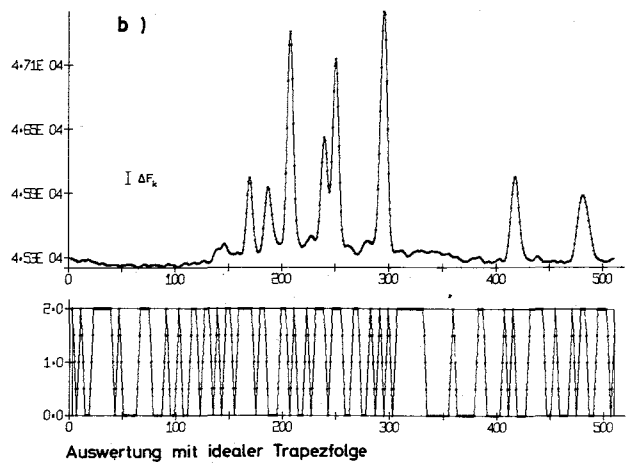
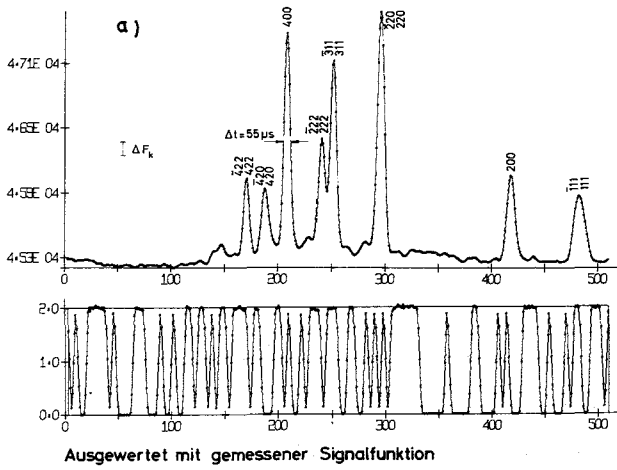


Abb.24 Auswertung mit verschiedenen Signalfunktionen

m Kanäle (s. Kapitel 1.5). Die Auswertung mit Rechtecksfolgen ist nur deshalb interessant, weil hiermit ein relativ einfacher elektronischer Korrelator möglich wird, der in Verbindung mit einer Flugzeiteinheit zu jedem Zeitpunkt des Experiments das errechnete Beugungsdiagramm auf einem Bildschirm wiedergeben kann. Reduziert man diese Rechtecksfolge schrittweise, in dem immer einer der m Kanäle eines jeden Einheitsschlitzes Null gesetzt wird, so verbessert sich auch die Auflösung schrittweise bis zum Minimalwert $t\varphi_{1/2} = \Delta t$, was aber stark auf Kosten der statistischen Genauigkeit geht, wie dem Diagramm der Abb. 25 und den Spektren aus Abb. 24d), e), f) zu entnehmen ist.

Auswertmethode	Trapez-Trapez	Trapez-Rechteck (4/4)	Trapez-Rechteck (reduziert auf 1/4)
$\overline{s^*2}$	2/3	3/4	1
$t\varphi_{1/2}$	$\approx 3/2 \Delta t$	$\approx 4/3 \Delta t$	Δt
Unterschied des stat. Fehlers ΔF_k	1	1,07	2,45

Abb. 25 Charakteristische Größen für verschiedene Auswertverfahren bei $N \gg 1$ und $m = 4$

Die Werte in Abb. 25 wurden entsprechend den Gln. (34) und (35) errechnet, wobei für reduzierte Rechtecksfolgen der Reduktionsfaktor $c=1/4$ (bzw. $2/4, 3/4$) eingesetzt wurde. Die Auswertung mit reduzierten Signalfunktionen rentiert sich nur, wenn an einem bereits vorhandenen Spektrometer eine Messung mit besonders guter Auflösung zu machen ist. Sonst ist es günstiger die Einheits-schlitzweite des Choppers zu verringern. Da für den Reduktionsfaktor $\frac{1}{4}$ nur noch die Fehler jedes m-ten Kanals schwach miteinander korreliert sind, kann diese Methode auch dann von Vorteil sein, wenn z.B. zur Bestimmung der Intensität einer Spitze die Auswertung über die kleinsten Fehlerquadrate eine genauere Aussage verspricht.

3.1.5 On-line-Auswertung

Bisher konnten die Meßergebnisse erst nach Abschluß der Messung ausgewertet werden. Größe und Form des Spektrums waren aus dem direkt gemessenen Flugzeitspektrum nicht zu erkennen (s. Abb. 26).

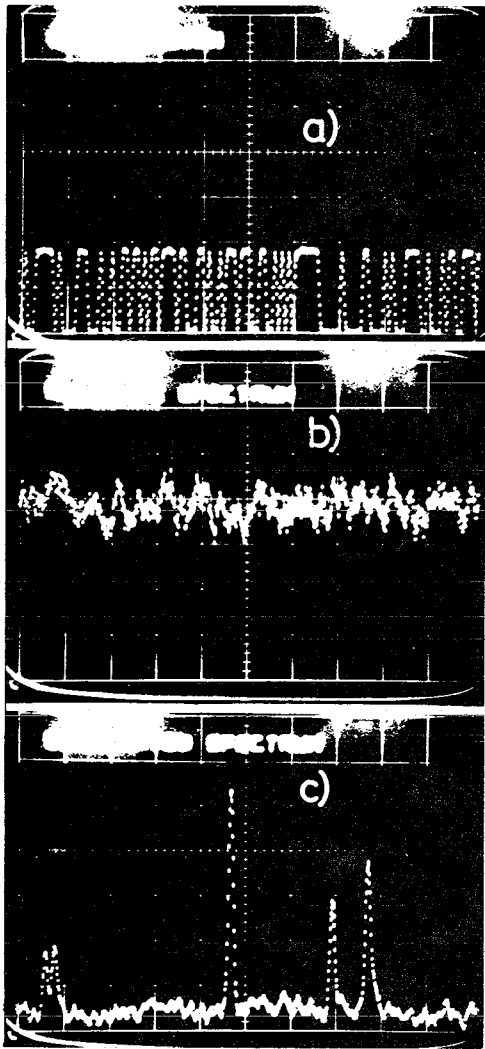


Abb.26 Kreuzkorrelation auf Sichtgerät der TR 86

- a) Signalfunktion
- b) Zählrate
- c) Flugzeitspektrum

Zur Zeit wird das pseudostatistische Flugzeitspektrometer am FR 2 auf eine On-line-Datenverarbeitung umgestellt. Die Zählrate wird dann über eine Flugzeiteinheit + Codiergerät direkt auf den Kernspeicher eines Computers (TR 86) gegeben, von dem die Kreuzkorrelation durchgeführt werden kann. Auf einem Sichtgerät am Meßplatz kann zu jeder Zeit das Flugzeitspektrum betrachtet werden. In Abb. 26 geben Photos des Sichtgerätes die drei Hauptstationen eines Meßvorgangs wieder. Aus der Kreuzkorrelation der Signalfunktion $S(t)$ mit der Zählrate $Z(t)$ ergibt sich das bereits unter 3.1.3.3 besprochene Beugungsdiagramm von BiFeO_3 (s. Abb. 23d)).

Auf dem Sichtgerät wird außerdem die Größe des statistischen Fehlers angegeben. Weiterhin kann man auch zwei Spektren nebeneinander abbilden, sie addieren oder auch subtrahieren, was besonders bei temperatur- und druckabhängigen Strukturänderungen von Nutzen sein kann.

3.2 Unelastische Neutronenstreuung zur Bestimmung von Phononendispersionen in Metallen

3.2.1 Grundlagen

Die unelastische Streuung thermischer Neutronen ist eine der leistungsfähigsten Methoden, Information über die Dynamik von Festkörpern zu erhalten. So enthalten z. B. die Phononendispersionen von Metallkristallen wertvolle Information über die elektronischen Eigenschaften dieser Stoffe. Der Verlauf der Dispersionskurven in Metallen wird weitgehend durch das Verhalten der Leitungselektronen, die das Coulombpotential der Ionenrümpfe abschirmen, bestimmt. Für einfache Metalle gelingt es, ein Modellpotential für die Wechselwirkung der Gitterbausteine anzusetzen und die freien Parameter dieses Modellpotentials durch einen Vergleich mit gemessenen Phononendispersionskurven zu bestimmen. Mit Hilfe dieses Potentials können dann bestimmte Eigenschaften der Elektronen in Metallen berechnet werden (z. B. spezifischer elektrischer Widerstand, Bandstruktur, Dichteverteilung von Valenzelektronen).

3.2.2 Meßprinzip

Es kann gezeigt werden, daß der Wirkungsquerschnitt für kohärente Ein-Phononen-Streuung an Einkristallen immer nur dann von Null verschieden ist, wenn gleichzeitig Energiesatz und Impulserhaltungssatz für das System Neutron - Phonon erfüllt sind:

$$\frac{\hbar^2}{2m} (\vec{k}_0^2 - \vec{k}^2) = \pm \hbar \omega(\vec{q}) \quad (36)$$

$$\vec{Q} = \vec{k}_0 - \vec{k} = 2\pi \vec{l} + \vec{q} \quad (37)$$

Hierbei sind \vec{k}_0 und \vec{k} die Wellenzahlvektoren des einfallenden bzw. des gestreuten Neutrons und $\hbar\omega(\vec{q})$ ist die Energie des Phonons mit dem Wellenzahlvektor \vec{q} . Aus dem Impulssatz folgt, daß die Wellenzahlvektoränderung \vec{Q} des Neutrons bis auf einen reziproken Gittervektor $2\pi\vec{t}$ gleich dem Wellenzahlvektor \vec{q} des Phonons ist.

Zur Messung von Phononen erzeugt man demnach einen Strahl monochromatischer Neutronen mit dem Wellenzahlvektor \vec{k}_0 , läßt diesen Strahl auf einen Einkristall bekannter Orientierung fallen und beobachtet die winkelabhängige Intensitätsverteilung der gestreuten Neutronen. Aus der Lage der Spitzen in der Intensitätsverteilung läßt sich die Energie und der Impuls der gestreuten Neutronen bestimmen. Über den Energiesatz erhält man nun die Energie des Phonons $\hbar\omega$ und über den Impulssatz den zugehörigen Wellenzahlvektor \vec{q} des Phonons $\hbar\omega(\vec{q})$.

3.2.3 Meßergebnisse

In Abb. 17 ist der Aufbau des Experimentes schematisch wiedergegeben. Der zur Auflösung beitragende Flugweg L_3 geht hier natürlich nur von der Probe bis zu einem der 6 He^3 -Detektoren, die einen Teil der Streufläche erfassen und von der Probe aus gesehen jeweils um 1° versetzt sind. Der Einkristall selber wird auf ein Goniometer montiert und mit Hilfe der Braggreflexe orientiert. Die Detektoranordnung ist um die Probe schwenkbar und muß wegen der z. T. außerordentlich kleinen Zählrate gut abgeschirmt werden. Jeder Detektor ist an einen separaten Vielkanalzeitanalysator angeschlossen.

Da an vielen Systemen wegen des ungünstigen Verhältnisses $\sigma_{\text{Streu}}/\sigma_{\text{Absorption}}$ (z. B. = 0,074 für Ag, = 0,0765 für Au) bisher keine Phononen gemessen werden konnten, wurde der pseudostatistische Chopper auch für unelastische Streuexperimente eingesetzt.

Abb. 28 zeigt das Ergebnis einer typischen Messung an Silber. Die Zählrate ist sehr gering (1 - 2 Neutronen pro Minute) und besteht zu 99 % aus Untergrund. Das über die Kreuzkorrelation erhaltene

Flugzeitspektrum zeigt, daß die Neutronen der interessierenden Linie gegenüber der elastischen Linie E_0 verschoben sind und durch Phononenerzeugung Energie verloren haben. Neben dem gesuchten Phonon und der elastischen Linie enthält das Flugzeitspektrum auch eine Linie für den Fall der Phononenvernichtung.

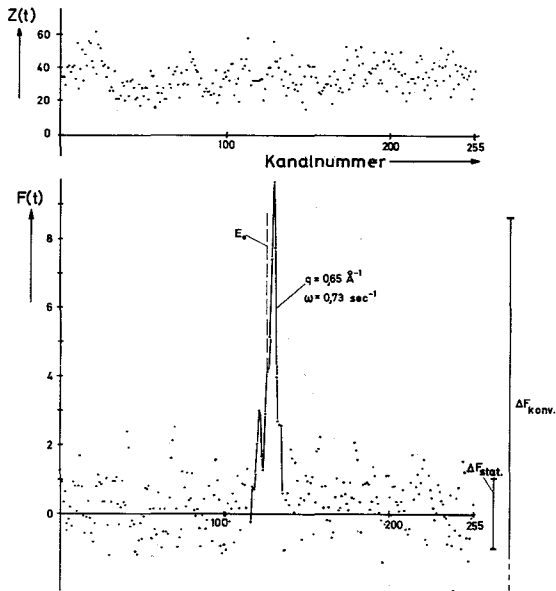


Abb. 27 Phonon in Au mit der Korrelationsmethode (36h)

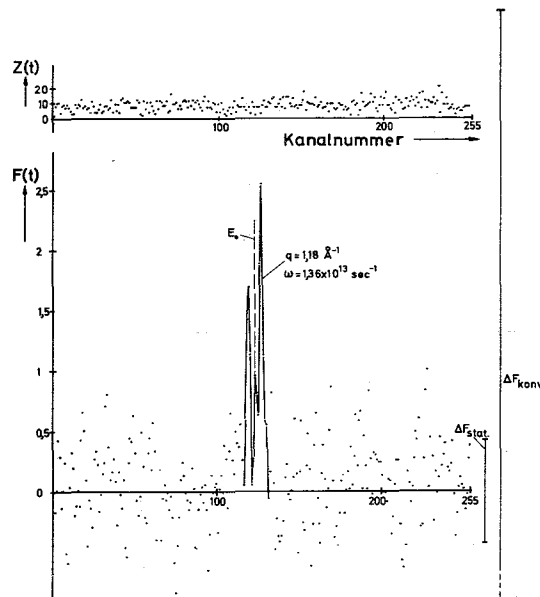


Abb. 28 Phonon in Ag mit der Korrelationsmethode (12h)

Bei dem in Abb. 27 gezeigten Flugzeitspektrum wird eine Messung an Gold gezeigt. Der Größenunterschied des eingetragenen Fehlerbalkens für ein vergleichbares konventionelles Experiment demonstriert für beide Fälle die Stärke der pseudostatistischen Flugzeitmethode. Die Auswertung der Messung für das in Abb. 29 gezeigte Goldphonon ergibt für das Verhältnis $U/\bar{F} \approx 100$. Eingesetzt in Gl. (20) ergibt das den zeitlichen Gewinnfaktor $G = 24.3$, was in diesem Fall bedeutet, daß für ein gleichgutes Spektrum bei der konventionellen Methode statt 36 Stunden eine Meßzeit von 5 Wochen anzusetzen wäre.

In Abb. 29 ist der in Symmetrierichtung gemessene Verlauf der Dispersionskurven von Silber wiedergegeben. Eine erste Diskussion der Meßergebnisse an Silber wurde von uns bereits in [19] gegeben.

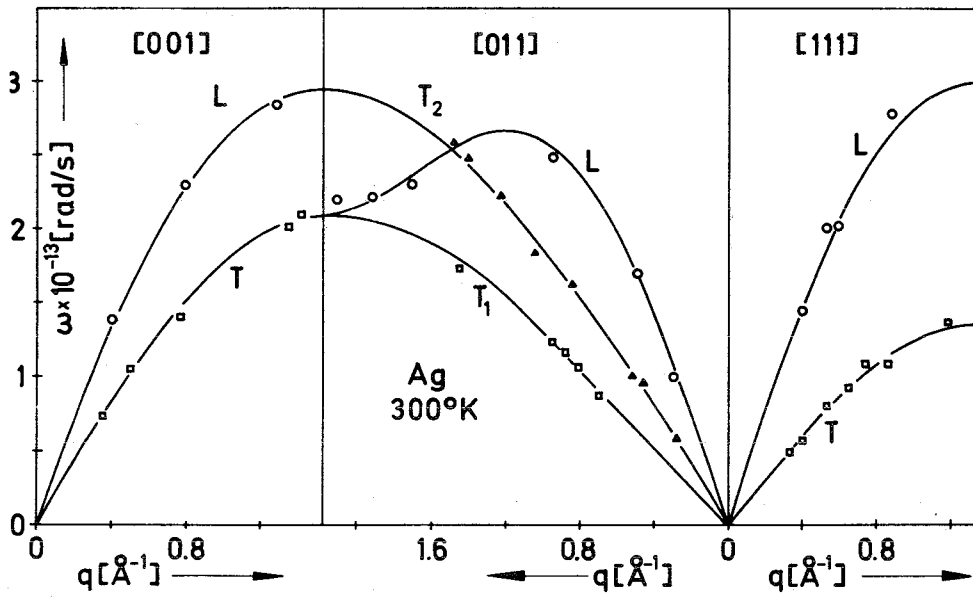


Abb.29 Phononen Dispersion von Silber

4. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß ein mechanischer Neutronenchopper mit pseudostatistisch angeordnetem Absorptionsmuster für Flugzeitexperimente verwendet werden kann. Die Aussagen der theoretischen Untersuchungen des ersten Teils dieser Arbeit konnten durch Experimente bestätigt werden. Mit der pseudostatistischen Flugzeitmethode können besonders dann große zeitliche Gewinnfaktoren relativ zur konventionellen Flugzeitmethode erzielt werden, wenn entweder das Flugzeitspektrum aus wenigen Spitzen besteht oder ein starker Untergrund die Messungen beeinträchtigt.

Für die elastische Neutronenstreuung konnte gezeigt werden, daß sich die pseudostatistische Flugzeitmethode für Strukturuntersuchungen an polykristallinen Proben mit Erfolg verwenden läßt. Wie bei der normalen Flugzeitmethode kann die Auflösung $\Delta d/d$ gegenüber den bisher verwendeten Kristallspektrometern insbesondere für große d erheblich verbessert werden. Darüberhinaus führt die größere Zeitausnutzung des primären Reaktorstrahls gegenüber der konventionellen Flugzeitmethode zu beachtlichen Intensitätsvorteilen, die es ermöglichen, die Auflösung relativ zur normalen Flugzeitmethode zu verbessern. Wie aus einem Vergleich mit dem Strukturspektrometer in Dubna hervorgeht, können durch diese neue Methode an stationären Reaktoren mittlerer Größe Auflösungen erreicht werden, die vorher nur an gepulsten Reaktoren möglich waren.

In der unelastischen Neutronenstreuung gibt es eine große Anzahl von Anwendungen, für die die pseudostatistische Flugzeitmethode von Vorteil ist. So können z. B. durch die bedeutende Verbesserung des Tastverhältnisses Messungen an Substanzen mit hohen Absorptionsquerschnitten durchgeführt werden, die vorher nicht möglich waren. Ein Beispiel dafür sind die in dieser Arbeit angeführten Messungen von Phononen an Silber und Gold, deren Meßzeit relativ zur konventionellen Flugzeitmethode z. T. um mehr als den Faktor 20 verkürzt werden konnte.

Literaturverzeichnis

- [1] Beckurts, K.H.:
Bemerkungen zur Verwendung statistischer Pulsmethoden bei
Flugzeitexperimenten; IAK-Arbeitsbericht Nr. 43/1966
- [2] Singer, I.:
A theorem on finite projective geometry and some applica-
tions to number theory. Trans. Amer. Math. Soc. 43, (1938)
- [3] Hall, M.:
A survey of difference sets. Proc. Amer. Math. Soc. 7, (1956)
- [4] Peterson, W.W.:
Error Correcting Codes; John Wiley and Sons, NY (1961)
- [5] Ash, Roberg.:
Information Theory; Tracts in Mathematics Number 19, (1965)
- [6] Gompf, F., W. Reichardt, W. Gläser, and K.H. Beckurts:
Neutron inelastic scattering, Vol. II, p. 417, Wien IAEA 1968
- [7] Reichardt, W.:
IAK-Report (unveröffentlicht)
- [8] Stodola, A.:
Dampf und Gasturbinen (sechste Auflage)
- [9] S.K.F.:
Wälzlager in elektrischen Maschinen und Geräten (1968)
- [10] Hütte, I:
Theoretische Grundlagen
- [11] S.K.F.:
Liste Dd 4754a (1966)

- [12] Müller, G.:
Kugellagerhandbuch
- [13] Buras, B. und J. Leciejewicz:
Nukleonika 8, 75 (1963)
- [14] Brugger, R.M., R.B. Bennion, T.G. Warlton, and E.R. Peterson:
Report IDO-17170/TID-4500/ Mai 1966
- [15] Lebrech, B., and K. Mikke:
DEAC Risö Report No. 164
- [16] Gläser, W. und F. Gompf:
Die statistische Flugzeitmethode für Strukturuntersuchungen
mit langsamen Neutronen, Nukleonik 12, 153-159 (1969)
- [17] Holas, A.:
Report INR No. 742/II/PS (1966)
- [18] Sosnowska, I., J. Sosnowski, C.W. Kisielew and R.P. Ozierov:
Inelastic scattering of neutrons, Vol. II, p. 513, IAEA
Wien 1965
- [19] Drexel, W., W. Gläser und F. Gompf:
Phonon Dispersion in Silver, Physics Letters, Vol. 28A, 7 (1969)
- [20] Golomb, W.:
Shift register sequences, Holden-Day, Inc., San Francisco (1967)
- [21] Watson, E.J.:
Primitive polynomials (mod 2) Math. Comp. 16, 368-369 (1962)
- [22] Wilhelmi, G. and F. Gompf:
Binary Sequences and Error Analysis for Pseudo-Statistical Neutron
Modulators with different Duty Cycles, Nucl. Instr. and Meth.
81 (1970)

Anhang A

Das pseudostatistische Binärsignal

In Abb. 30 ist ein n-stufiges Schieberegister dargestellt, mit dem Pseudozufallsfolgen erzeugt werden können [20].

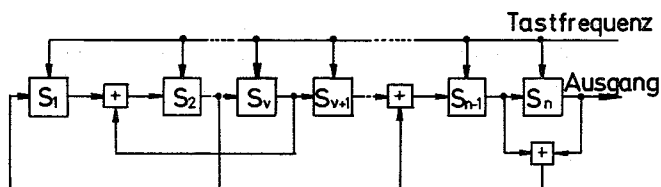


Abb.30 Schematischer Aufbau eines n-stufigen Schieberegisters (S_v =Binärspeicher, +Addierwerk modulo 2).

Die Ausgangsgrößen der letzten Stelle und zusätzlich die einiger anderer Stellen i der Flip-Flop-Kette werden durch einen Module-2-Addierer miteinander verknüpft und das Ergebnis dem Eingang zurückgeführt. Wird einer solchen Schaltung ein bestimmter Anfangszustand eingeschrieben (der von Null verschieden sein muß), so liefert nach Anlegen des Schiebetaktes der Frequenz $1/\Delta t$ der Ausgang des Schieberegisters eine Ausgangsgröße, die aus einer Folge der Länge $N = (2^n - 1)$ voneinander unabhängiger binärer Zufallszahlen besteht, die sich nach $(2^n - 1)$ Takten wiederholen. Wir haben also eine Folge von Pseudozufallszahlen der Periode $T = (2^n - 1) \cdot \Delta t$ vorliegen, wobei die Zahlen nur die beiden Werte 0 oder 1 annehmen können. Es gibt aber für jede Länge n des Schieberegisters nur bestimmte Zahlen $i < n$, deren Ausgangsgrößen man zum Eingang zurückleiten muß, um wirklich eine Folge der maximal möglichen Länge $N = (2^n - 1)$ zu erhalten. Watson [21] errechnete diese Stellen für $n=3$ bis $n=50$.

Eine Binärfolge, erzeugt durch ein Schieberegister mit Rückfütterung und Modulo-2-Addierer ist eine Pseudozufallsfolge falls gilt:

- a) In jeder Periode ist die Zahl der erzeugten Nullen und Einsen um genau eins verschieden.
- b) In jeder Periode gibt es genau doppelt so viele aufeinanderfolgende Signale S_i von Nullen (bzw. Einsen) der Länge $l \cdot \Delta t$ wie solche der Länge $(l+1) \cdot \Delta t$, l ganzzahlig.
- c) Der Autokorrelationsverlauf muß sich durch Gl. (24) beschreiben lassen (siehe auch Abb. 4).

Es sei in diesem Zusammenhang darauf hingewiesen, daß es neben den oben beschriebenen Schieberegisterfolgen, die zu Choppem mit 50 % Durchlässigkeit führen, noch andere Klassen von Pseudozufallsfolgen gibt, die zu Choppem mit verschiedenen Durchlässigkeiten führen. Alle in der Mathematik bis heute bekannten Folgen (bis $N=1000$) wurden von uns in [22] angegeben. Dort werden auch anhand einer Fehlerbeurteilung ihre Vor- und Nachteile diskutiert.

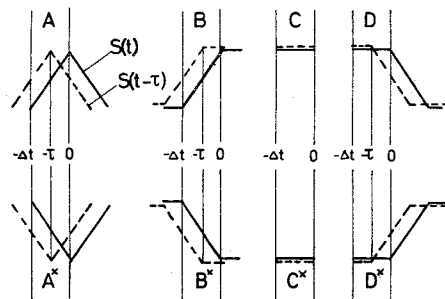
Anhang B

Auflösungsfunktion $\varphi(\tau)^{\text{Tr}}$ einer trapezförmigen Pulsfolge

Es galt:

$$\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau) = \frac{1}{T} \underbrace{\int_0^T S_N^{\text{Tr}}(t) S_N^{\text{Tr}}(t+\tau) dt}_X - \frac{N+1}{N} \quad (25)$$

Um dieses Integral X zu lösen, muß zunächst für den Bereich $0 \leq |\tau| \leq |\Delta t|$ die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten A-D (+Umkehrung) untersucht werden.



Nach der Definition über die Längen und Häufigkeiten von Einsen und Nullen einer Pseudozufallsfolge (vergl. Anhang A) kommen 7 dieser 8 Fälle genau $\left(\frac{N+1}{8}\right)$ -mal vor und ein Fall (nämlich C*) nur $\left(\frac{N+1}{8} - 1\right)$ -mal.

Anhand eines Typs (A) + Komplementär (A*) sei der Rechengang erläutert: Sie liefern den Beitrag X_A des Integralwerts X und

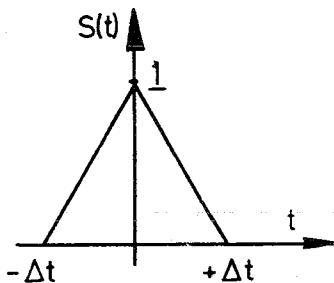
$$X_A = A^* \int_{-\Delta t}^0 S_N^{\text{Tr}}(t) S_N^{\text{Tr}}(t+\tau) dt + A \int_{-\Delta t}^0 (1-S_N^{\text{Tr}}(t)) (1-S_N^{\text{Tr}}(t+\tau)) dt \quad (38)$$

oder

$$X_A = (A+A^*) \int_{-\Delta t}^0 S_N^{\text{Tr}}(t) S_N^{\text{Tr}}(t+\tau) dt - A^* \int_{-\Delta t}^0 (S_N^{\text{Tr}}(t) + S_N^{\text{Tr}}(t+\tau) - 1) dt \quad (38a)$$

ist zu lösen.

Für $S_N^{\text{Tr}}(t)$ gilt



$$S_N^{\text{Tr}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 & \text{für } -\Delta t \leq t \leq 0 \\ -\frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 & \text{für } 0 \leq t \leq \Delta t \end{cases} \quad (39)$$

und somit wird aus Gl. (36a):

$$X_A = (A+A^*) \left[\int_{-\Delta t}^{-\tau} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 \right) \left(\frac{1}{\Delta t} (t+\tau) + 1 \right) \right] dt + \int_{-\tau}^0 \left[\left(\frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 \right) \left(-\frac{1}{\Delta t} (t+\tau) + 1 \right) \right] dt \right] \quad (40)$$

$$- A^* \left[\int_{-\Delta t}^{-\tau} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 \right) + \left(\frac{1}{\Delta t} (t+\tau) + 1 \right) \right] dt + \int_{-\tau}^0 \left[\left(\frac{1}{\Delta t} \cdot t + 1 \right) + \left(-\frac{1}{\Delta t} (t+\tau) + 1 - 1 \right) \right] dt \right]$$

Nach Durchführung der Integration und Einsetzen der Grenzen wird

$$X_A = (A+A^*) \left(\frac{1}{3} \frac{\tau^3}{\Delta t^2} - \frac{\tau^2}{\Delta t} + \frac{\tau}{2} + \frac{\Delta t}{3} \right) - A^* \left(\tau - \frac{\tau^2}{\Delta t} \right) \quad (41)$$

Im Bereich $0 \leq |\tau| \leq |\Delta t|$ errechnet sich also der Integralwert X als Summe von $(X_A + X_B + X_C + X_D)$ multipliziert mit der Häufigkeit ihres Auftretens. Die noch unbekanntenen Größen X_B , X_C und X_D können auf analoge Weise bestimmt werden wie oben. Über Gleichung (25) ergibt sich dann für normiertes $\Delta t=1$ die Auflösungsfunktion $\varphi_N^{\text{Tr}}(\tau)$ im Bereich $|\tau| \leq 1$ wie in 1.4 (Gl. 25a)) angegeben. Die gleiche Rechenoperation liefert dann auch die Auflösungsfunktion in den restlichen Bereichen (Gl. 25b) c)).

