

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

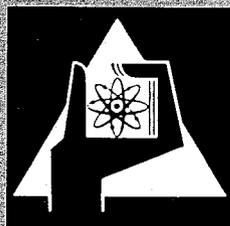
September 1970

KFK 1268

Zyklotron-Laboratorium

Ein Verfahren zur Änderung des  
Feldanstieges in isochronen Ringzyklotrons

G. Schatz



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE



Kernforschungszentrum Karlsruhe

September 1970

K F K - 1268

Ein Verfahren zur Änderung des  
Feldanstieges in isochronen Ringzyklotrons

G. Schatz

Zyklotron-Laboratorium

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe



## Zusammenfassung

---

Es wird ein Verfahren näher untersucht, das es gestattet, den radialen Anstieg des magnetischen Führungsfeldes in einem isochronen Ringzyklotron auf einfache Weise zu ändern. Es besteht in der Verwendung verschieden geformter Magnete, in denen der radiale Feldanstieg stark unterschiedlich ist. Die Form der Magnete kann so gewählt werden, daß das Feld bei zwei Endenergien der zu beschleunigenden Teilchen ohne Verwendung von Korrekturspulen exakt isochron ist. Eine Abschätzung zeigt, daß die verbleibende Feldabweichung in einem weiten Bereich anderer Endenergien maximal wenige Promille beträgt. Als Beispiel wird ein Protonenbeschleuniger für 250 MeV Maximalenergie genauer untersucht. Es ergibt sich, daß sich die verschiedenen Magnete in der Größe stark unterscheiden und daß der Einfluß der kleinen Magnete auf die Fokussierungseigenschaften gering ist.

## Abstract

A method of adjusting isochronism in separated sector isochronous cyclotrons is investigated in some detail. By use of differently shaped magnets with different radial field increase it is possible to obtain an exactly isochronous field at two final energies without use of trimming coils. The remaining deviation from isochronism is less than a few parts in a thousand over a wide range of final energies. As an example, a 250 MeV variable energy proton accelerator is discussed in some detail. It is shown that the different types of magnets differ considerably in size and that the influence of the small magnets on the focussing properties is small.

## 1. Einleitung

Seit der Inbetriebnahme des ersten Isochron-Zyklotrons für positive Ionen im Jahre 1958 in Delft<sup>1</sup> ist das Isochron-Zyklotron neben dem van-de-Graaffen zu einem der wichtigsten Beschleuniger in der Niederenergie-Kernphysik geworden. Der Grund dafür dürfte darin liegen, daß ein Isochron-Zyklotron - bei entsprechender Auslegung - es ebenso wie ein elektrostatischer Beschleuniger gestattet, die Endenergie der Teilchen auf einfache Weise zu ändern und eine ganze Reihe verschiedenartiger Teilchen zu beschleunigen. Zwar erreicht man im allgemeinen mit einem Isochron-Zyklotron nicht dieselbe Strahlqualität (Energieschärfe, Emittanz) wie mit einem van-de-Graaffen, was allerdings, wie Beispiele zeigen<sup>2</sup>, keine prinzipiellen Gründe hat. Dem steht aber als wesentlicher Vorteil gegenüber, daß man damit vor allem für leichte Teilchen wesentlich höhere Strahlenergien erreichen kann. So soll das größte z.Z. in Bau befindliche Isochron-Zyklotron<sup>3</sup> Protonen von fast 600 MeV liefern, was über eine Größenordnung über der Maximalenergie der größten van-de-Graaff-Beschleuniger liegt.

In einem Zyklotron bewegen sich die Teilchen während der Beschleunigung auf einer annähernd spiralförmigen Bahn in einem Magnetfeld. Dieses Magnetfeld ist in einem Isochron-Zyklotron nicht rotationssymmetrisch, sondern azimuthal periodisch veränderlich. An das Magnetfeld eines Isochron-Zyklotrons sind im wesentlichen zwei Forderungen zu stellen:

1. Es muß die Teilchen sowohl radial als auch axial auf eine Gleichgewichtsbahn fokussieren.
2. Es muß so gestaltet sein, daß die Umlaufszeit der Teilchen von der Energie unabhängig wird.

Aus der zweiten Forderung folgt zunächst, daß das über eine geschlossene Gleichgewichtsbahn gemittelte magnetische Feld  $\bar{B}$  mit der Energie bzw. dem Radius der Teilchen ansteigen muß. Man sieht das am einfachsten auf die folgende Weise: Es sei  $\phi$  der Winkel

zwischen der Gleichgewichtsbahn und einer beliebigen raumfesten Richtung. Dann gilt für das folgende Integral über eine geschlossene Umlaufbahn:

$$\int \frac{d\phi}{ds} ds = \int \frac{ds}{\rho} = \frac{e}{p} \int B ds = \frac{e}{p} L \bar{B} = 2\pi \quad (1)$$

Dabei ist  $ds$  ein Längenelement der geschlossenen Bahn,  $e$  die Ladung und  $p$  der Impuls der Teilchen,  $L$  der Umfang der Gleichgewichtsbahn,  $B$  das Magnetfeld und  $\rho$  der Krümmungsradius der Bahn. Die letzten beiden Größen hängen natürlich vom Ort ab. Setzen wir ferner  $L = 2\pi R$ , so ergibt sich die Beziehung

$$\bar{B} = \frac{p}{eR} \quad (2)$$

Die Größe  $R$ , im folgenden mittlerer Radius genannt, ist also der Radius des Kreises, der denselben Umfang hat wie die Gleichgewichtsbahn. Nennen wir die Teilchengeschwindigkeit  $v$ , so bedeutet die Konstanz der Umlaufzeit  $\tau$

$$\tau = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi p}{ev\bar{B}} = \text{const.} \quad (3)$$

Es sei  $B_0$  der Wert des Magnetfeldes im Zentrum der Maschine. Da dort aus Gründen der Stetigkeit das Magnetfeld nicht vom Azimut abhängen darf, gilt dort  $\bar{B} = B_0$ . Daraus folgt

$$\frac{R}{v} = \frac{p}{ev\bar{B}} = \frac{m}{eB_0} \quad \text{oder} \quad \bar{B} = B_0 \frac{p}{mv} = B_0 \gamma \quad (4)$$

Darin ist  $m$  die Ruhemasse der Teilchen und  $\gamma$  die Gesamtenergie in Einheiten der Ruheenergie. Mit Hilfe des ersten Teiles von Gl. (4) läßt sich die Geschwindigkeit durch den mittleren Radius ausdrücken, und man erhält dann für die Abhängigkeit des mittleren Feldes vom mittleren Radius die folgende Beziehung:

$$\bar{B} = B_0 \left[ 1 - \frac{v^2}{c^2} \right]^{-1/2} = B_0 \left[ 1 - \left( \frac{eB_0 R}{mc} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (5)$$

Diese Gleichung enthält außer  $B_0$  nur Eigenschaften des zu be-

schleunigenden Teilchens und universelle Konstanten. Das heißt mit anderen Worten, hat man  $B_0$  oder, was äquivalent ist, die Umlaufszeit  $\tau$  gewählt, so ist der Wert des mittleren Feldes in der ganzen Maschine vorgegeben. Die Tatsache, daß das mittlere Feld bei einem endlichen Radius  $R_0 = mc/eB_0$  unendlich wird, ist leicht verständlich:

Aus der Konstanz der Umlaufszeit folgt, daß die Teilchen bei einem endlichen Radius Lichtgeschwindigkeit erreichen müssen. Bei Annäherung an diesen Radius geht aber der Impuls und damit auch das erforderliche mittlere Feld gegen unendlich.

Die Gln. (4) und (5) haben eine wichtige Konsequenz:

Bei Änderung der Teilchenenergie oder bei Übergang zu anderen Teilchen genügt es nicht, das Magnetfeld (und natürlich die Beschleunigungsfrequenz) proportional zu ändern, sondern man muß darüber hinaus den Feldanstieg von innen nach außen, d.h. die Feldform ändern. Wie Gl. (4) zeigt, ist der Anstieg des mittleren Feldes von innen nach außen gerade durch  $\gamma$  gegeben, d.h. durch die Massenzunahme der Teilchen während der Beschleunigung. Der Bereich, in dem die Feldform geändert werden muß, ist infolgedessen umso größer, je höher die Endenergie ist und je größer die Bereiche sind, in denen die Energie und das Verhältnis  $e/m$  der Teilchen geändert werden sollen.

Die abgeleitete Bedingung für den Anstieg des mittleren Feldes, wie sie in Gl. (5) dargestellt ist, schränkt die azimutale Abhängigkeit des Magnetfeldes in keiner Weise ein. Diese kann vielmehr frei gewählt werden, um die erste der genannten Bedingungen, d.h. die Fokussierung der Teilchen auf die Gleichgewichtsbahn, zu erreichen. Bei allen größeren Isochron-Zyklotrons, die z.Z. im Bau sind<sup>3,4,5</sup> oder dazu vorgeschlagen wurden<sup>6,7,8</sup> ist es nun üblich, diese azimutale Feldvariation so stark zu wählen, daß das Magnetfeld in einem Teil der Sektoren bis auf null absinkt. Das hat zur Folge, daß der Magnet in eine Reihe von sektorförmigen Einzelmagneten zerfällt, die in einem Ring aufgestellt sind. Da dies im Zentrum der Maschine zu beträchtlichen mechanischen Komplikationen führen würde, ist es üblich, das Zentrum freizulassen. Das bedeutet, daß man die Teilchen bereits mit einer endlichen Energie einschießen muß. Der Hauptgrund für diese Wahl

des Magnetfeldes liegt in der mit wachsender Energie zunehmenden Schwierigkeit der Extraktion der Teilchen aus dem Beschleuniger. Ein Maß für diese Schwierigkeit ist der Bahnabstand  $\Delta R$ , das ist der Anstieg des mittleren Radius  $R$  während eines Umlaufs infolge des Energiegewinns durch die Beschleunigungsspannung. Bezeichnen wir die Energie der Teilchen mit  $E$ , den Energiegewinn pro Umlauf mit  $\Delta E$ , so folgt aus den Gln. (4) und (5):

$$\Delta R = \frac{dR}{dE} \Delta E = \frac{\Delta E}{ecB_0} \left[ \gamma^2 \sqrt{\gamma^2 - 1} \right]^{-1} \quad (6)$$

Man sieht, daß man bei vorgegebener Teilchenart und vorgegebener Endenergie (d.h.  $\gamma$ ) im wesentlichen zwei Möglichkeiten hat, einen hohen Bahnabstand zu erzielen:

1. Man muß  $\Delta E$ , d.h. die Beschleunigungsspannung, möglichst groß wählen. Dazu besteht bei einem Ringzyklotron die Möglichkeit, da in den feldfreien Zwischenräumen zwischen den Magneten sehr viel Platz zur Unterbringung des Beschleunigungssystems zur Verfügung steht, so daß die Hochspannungsfestigkeit praktisch kein Problem mehr darstellt.
2. Man muß ein möglichst niedriges mittleres Feld wählen. Dies ist bei einem Ringzyklotron automatisch der Fall, da ein wesentlicher Teil der Bahn im feldfreien Raum verläuft.

Ein weiterer Vorteil des Ringzyklotrons ist nicht so unmittelbar einsichtig und soll deshalb nur erwähnt werden. Durch Verwendung mehrerer, harmonischer Beschleunigungsfrequenzen ist es möglich, die Strahlqualität, vor allem die Energieschärfe, wesentlich zu steigern<sup>9</sup>. Dieses Verfahren ist unter der Bezeichnung "flat topping the rf" bekannt. So existiert z.B. ein detaillierter Vorschlag, ein Isochron-Zyklotron, das 60 MeV Protonen von sehr hoher Energieschärfe liefern soll, in Form eines Ringzyklotrons zu bauen<sup>10</sup>.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit einem neuartigen Verfahren<sup>11</sup>, das es gestattet, den radialen Feldanstieg in einem Ringzyklotron auf relativ einfache Weise zu ändern. Da es sich bei Ringzyklotrons im allgemeinen um Beschleuniger hoher Endenergie handelt, ist hier der Bereich, in dem der Feldanstieg geändert werden muß, besonders groß. Dies gilt insbesondere für die von

verschiedener Seite vorgeschlagenen Beschleuniger<sup>6,7,8</sup>, mit denen sowohl Protonen als auch die schwersten verfügbaren Ionen beschleunigt werden sollen.

## 2. Prinzip des Verfahrens

Fig. 1 illustriert das Problem noch einmal anhand eines Beispiels. Darin ist für ein Isochron-Zyklotron, das Protonen bis auf 250 MeV beschleunigen kann, für verschiedene Endenergien und für verschiedene zu beschleunigenden Teilchen der Anstieg des mittleren Feldes gegen den mittleren Radius gemäß Gl. (5) aufgetragen. Dabei wurde angenommen, daß das mittlere Feld im Zentrum maximal 8 kG beträgt. Bei der Beschleunigung von Protonen auf Maximalenergie muß das mittlere Feld um 25 % ansteigen. Beschleunigt man bei demselben Wert von  $B_0$  dreifach geladene  $^{12}\text{C}$ -Ionen, so erhält man eine Endenergie von 137 MeV. In diesem Fall darf der Feldanstieg jedoch nur 1,1 % betragen. Diese Änderung des Feldanstieges, die, wie gesagt, bei allen energievariablen Isochron-Zyklotrons notwendig ist, wird üblicherweise mit Korrekturspulen vorgenommen, die im Luftspalt der Magnete auf den Polflächen untergebracht sind. Das bedeutet praktisch, daß man die Feldänderung mit Luftspulen vornimmt. Bei einem Beschleuniger wie in Fig. 1 könnte man etwa die Form der Magnete so wählen, daß ohne Erregung dieser Korrekturspulen das Feld von innen nach außen um etwa 12,5 % ansteigt. Dann müßten die Korrekturspulen noch 12,5 % des Feldes am Maximalradius liefern, wenn man sie je nach Art der zu beschleunigenden Teilchen so erregt, daß sie das Hauptfeld verstärken oder schwächen. Es ist unmittelbar einleuchtend, daß vor allem bei der Größe der infrage kommenden Maschinen zur Erregung dieser Korrekturspulen beträchtliche elektrische Leistungen erforderlich sind. In Vorschlägen für Beschleuniger dieser Art werden daher Erregerleistungen bis über 1 MW für die Korrekturspulen allein diskutiert<sup>6,12</sup>. Schon bei bestehenden Isochron-Zyklotrons sind teilweise Erregerleistungen oberhalb 500 kW erforderlich<sup>15</sup>. In einem Ringzyklotron besteht nun die Möglichkeit, den weitaus größten Teil der Feldänderung mit Eisenmagneten vorzunehmen, wenn man den im Ring aufgestellten Magneten verschiedenartige Form gibt. Zwar wurden

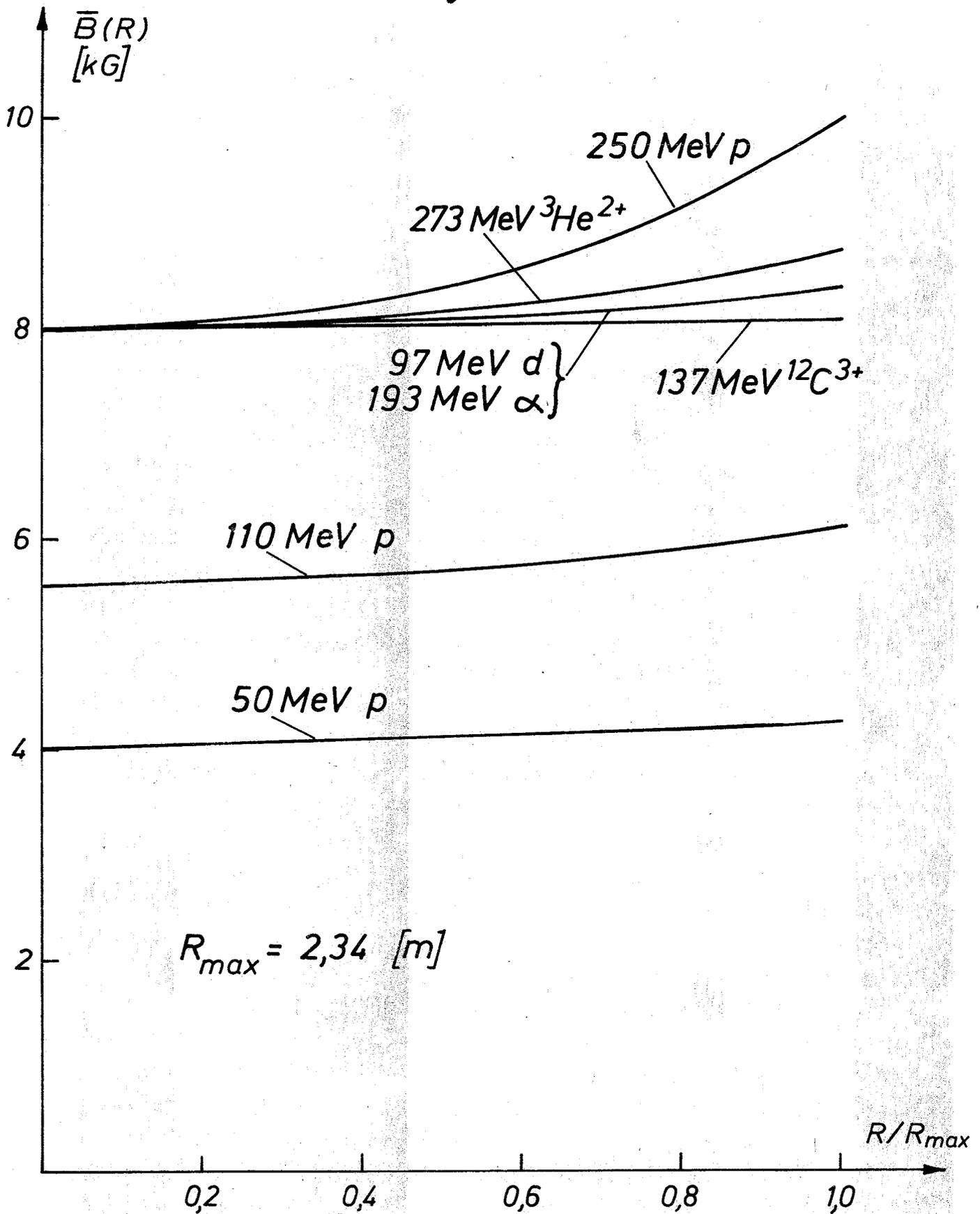


Fig. 1. Anstieg des mittleren Feldes mit dem mittleren Radius für ein Isochron-Zyklotron mit einer Protonen-Maximalenergie von 250 MeV für verschiedene Endenergien und verschiedene Teilchen.

bisher - wohl aus Gründen der Einfachheit - nur Ringzyklotrons betrachtet, die aus Magneten gleicher Form bestanden, doch besteht dazu keine prinzipielle Notwendigkeit. Stellen wir uns etwa vor, daß zwei verschiedene Magnettypen vorhanden sind und daß je N dieser Magnete alternierend im Ring aufgestellt sind. Dann kann man die Form der Magnete so wählen, daß der radiale Feldanstieg in ihnen sehr unterschiedlich ist. Bei dem obengenannten Beispiel könnte z.B. die Form einer Magnetgruppe (Typ 1) so gewählt werden, daß das mittlere Feld in ihnen von innen nach außen um 12,5 % ansteigt. Das bedeutet, daß man ein Feld erhält, das für die Beschleunigung von Protonen auf 125 MeV streng isochron ist, wenn man nur diese Magnete erregt. Durch Wahl der Form der restlichen Magnete (Typ 2) kann man nun erreichen, daß das Feld bei voller Erregung beider Magnete für die Beschleunigung von Protonen auf 250 MeV isochron ist. Man erhält so eine Magnetanordnung, wie sie beispielsweise in Fig. 2 für N = 4 dargestellt ist. Es ist einleuchtend, daß man durch teilweise oder auch gegensinnige Erregung der Magnete vom Typ 2 den Feldanstieg in einem großen Bereich variieren kann. Das ist das Prinzip des hier diskutierten Verfahrens. In den folgenden Abschnitten soll die Brauchbarkeit des Verfahrens zunächst grob abgeschätzt werden. Danach wird die Anwendung auf ein konkretes Beispiel genauer untersucht.

### 3. Abschätzung der Brauchbarkeit des Verfahrens

Um eine erste Abschätzung zu erhalten, machen wir die folgenden vereinfachenden Annahmen: Der Anstieg des Feldes in den beiden Magneten in Abhängigkeit vom Abstand r vom Zentrum der Maschine sei durch die Funktionen  $f_i(r)$  gegeben und an jedem Ort proportional zum Erregerstrom, d.h. wir vernachlässigen alle Sättigungseffekte. Ferner nehmen wir an, daß sich das mittlere Magnetfeld  $\bar{B}(R)$  additiv aus Beiträgen der beiden Magnete zusammensetzt:

$$\bar{B}(R) = b_1 f_1(R) + b_2 f_2(R) \quad (7)$$

Dabei sind die Größen  $b_i$  ein Maß für die Erregung der einzelnen

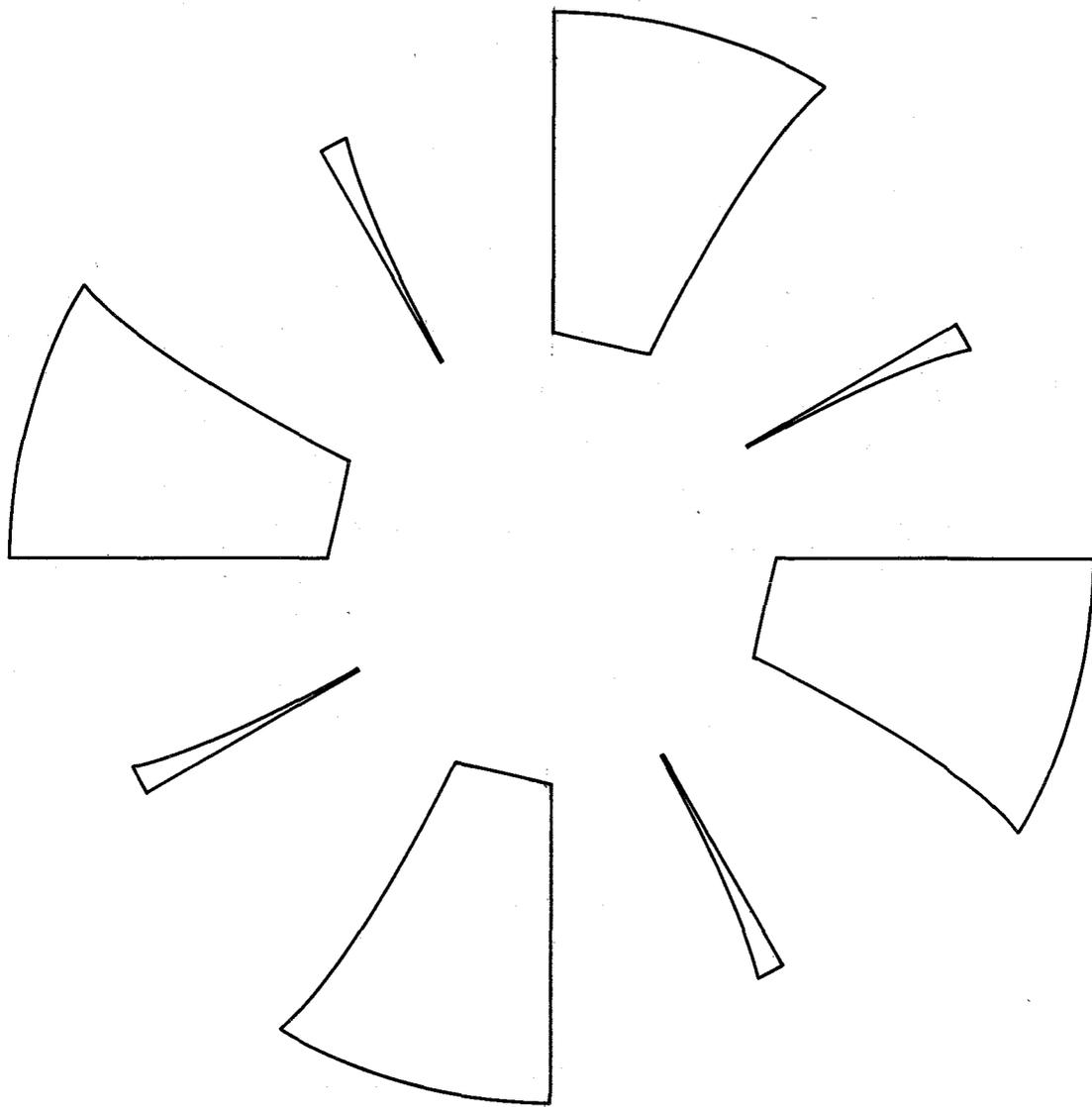


Fig. 2. Ein Beispiel für die vorgeschlagene  
Magnetanordnung.

Magnete. Dieser Ansatz erhält zwei wesentliche Näherungen:

1. Es wird vernachlässigt, daß der Beitrag, den ein einzelner Magnet zum mittleren Feld  $\bar{B}$  liefert, nicht nur vom Abstand der Bahn vom Maschinenmittelpunkt, sondern auch vom Krümmungsradius der Bahn im Magneten abhängt.
2. Die beiden Funktionen  $f_i(r)$  werden beim gleichen Argument  $r = R$  genommen. Tatsächlich ist aber der Abstand der Bahn vom Zentrum in den verschiedenen Magneten im allgemeinen verschieden, vor allem dann, wenn die Magnete unterschiedlich erregt sind. Vor allem der Einfluß der zweiten Näherung ist nicht so leicht zu übersehen, doch zeigt ein Vergleich der hier vorgenommenen Abschätzung mit den genaueren Rechnungen im nächsten Abschnitt, daß mindestens für das dort durchgerechnete Beispiel die Abschätzung eine sehr gute Näherung darstellt.

Die beiden Funktionen  $f_i(r)$  werden nun durch die folgenden zwei Forderungen festgelegt:

1. Bei voller Erregung beider Magnete soll das mittlere Feld für die Beschleunigung auf Maximalenergie  $E_{\max}$  exakt isochron sein.
2. Erregt man nur die Magnete vom Typ 1, so soll das Feld für die Beschleunigung derselben Teilchen auf eine kleinere Energie  $E'$ , die man zweckmäßigerweise als die halbe Maximalenergie wählt, exakt isochron sein. Verlangt man ferner - was zunächst willkürlich ist - daß die Magnete vom Typ 2 zur Zentrumsfeldstärke  $B_0$  nicht beitragen, so ergibt sich aus Gl. (5) die folgende Beziehung für das mittlere Feld:

$$\bar{B}(R) = B_0 g(R/R') + \frac{b_2}{b_{2\max}} B_{0\max} [g(R/R_m) - g(R/R')] \quad (8)$$

mit  $g(x) = (1 - x^2)^{-1/2}$

$$\text{und } R_m = \frac{mc}{eB_{0\max}} \quad ; \quad R' = \frac{mc}{eB_0}$$

Dabei ist  $B_0$  wie oben das mittlere Feld im Zentrum der Maschine,  $B_{0\max}$  der Maximalwert von  $B_0$  und entsprechend  $b_{2\max}$

der Maximalwert von  $b_2$ . Der Wert von  $R'$  ist durch die Forderung festgelegt, daß bei der Zentrumsfeldstärke  $B_0'$  die Energie der Teilchen am (konstruktiv festgelegten) Maximalradius  $R_{\max}$  der Maschine  $E'$  betragen soll, d.h. durch die Beziehung

$$g(R_{\max}/R') = 1 + \frac{E'}{mc^2}$$

Der Ausdruck in Gl. (8) hat für die beiden Wertepaare  $b_2 = 0$ ,  $B_0 = B_0'$  und  $B_0 = B_{0\max}$  und  $b_2 = b_{2\max}$  die funktionale Form von Gl. (5), für andere Werte von  $B_0$  und  $b_2$  jedoch nicht. Das heißt, das mittlere Feld ist nur für die beiden gewählten Energien exakt isochron. Ein Maß für die Brauchbarkeit des Verfahrens ist infolgedessen die verbleibende Abweichung von der Isochronie bei anderen Endenergien als  $E_{\max}$  und  $E'$ , wenn man durch Wahl der Feldstärken in den beiden Magneten den Feldanstieg dem geforderten theoretischen Verlauf nach Gl. (5) optimal anpaßt. Die Differenz  $\Delta B(R)$  zwischen dem exakt isochronen Feld und einem Feldverlauf, wie er durch die beiden Magnete erreicht werden kann, läßt sich unmittelbar angeben:

$$\Delta B(R) = \bar{B}(R) - B_0 g(R/R_0) \quad \text{mit} \quad R_0 = \frac{mc}{eB_0} \quad (9)$$

Hierbei ist für  $\bar{B}(R)$  der Wert aus Gl. (8) einzusetzen. Der einzige Parameter, über den zum Zwecke der Optimierung in dieser Gleichung verfügt werden kann, ist  $b_2$ , da  $R'$  und  $R_m$  durch die Konstruktion der Magnete festgelegt sind.

Wir wählen  $b_2$  so, daß die maximalen positiven und negativen Abweichungen  $\Delta B$  gleichen Betrag haben. Fig. 3a zeigt die dann verbleibenden Abweichungen in Einheiten von  $B_{0\max}$  in Abhängigkeit vom mittleren Radius  $R$ . Wie man sieht, sind im Bereich der Endenergien von 50 bis 250 MeV die maximalen Abweichungen etwa 2% von  $B_{0\max}$ , und diese Abweichungen treten bei sehr niedrigen Energien auf. Die verbleibenden Abweichungen müssen natürlich, wie sonst üblich, mit Hilfe von Korrekturspulen ausgeglichen werden. Nimmt man die Änderung des Feldanstieges allein mit Korrekturspulen vor, so müssen die Korrekturspulen ein Zusatzfeld  $\Delta B'$  erzeugen, das gegeben ist durch

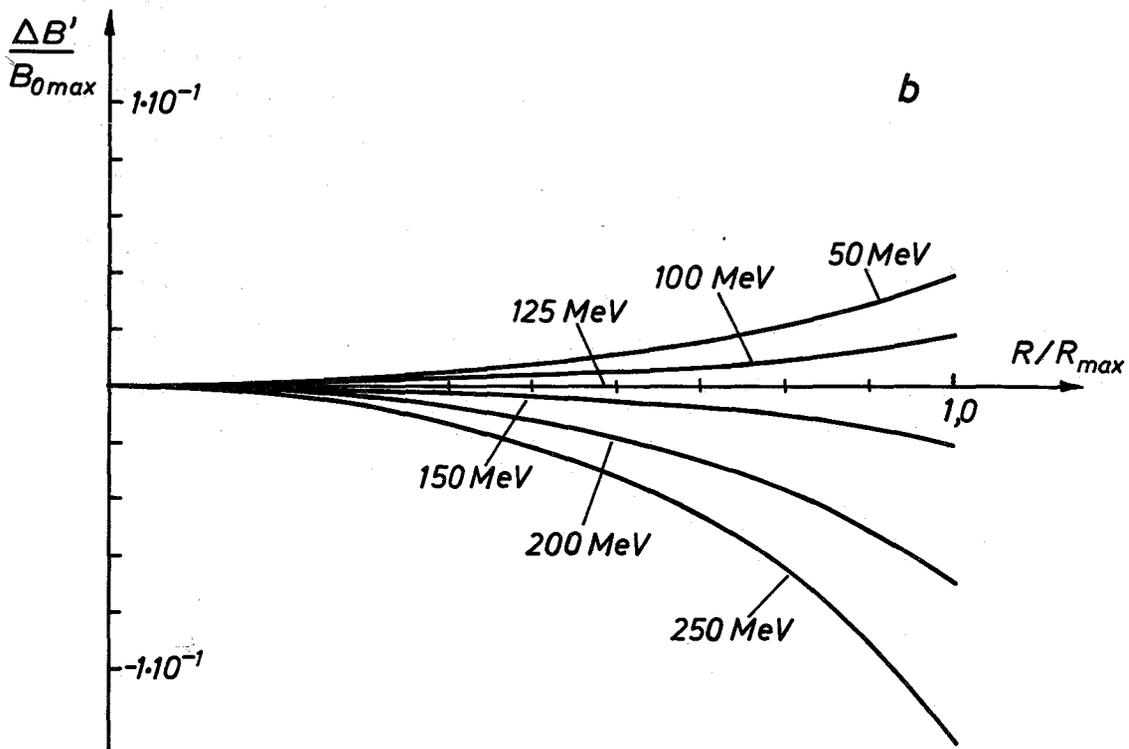
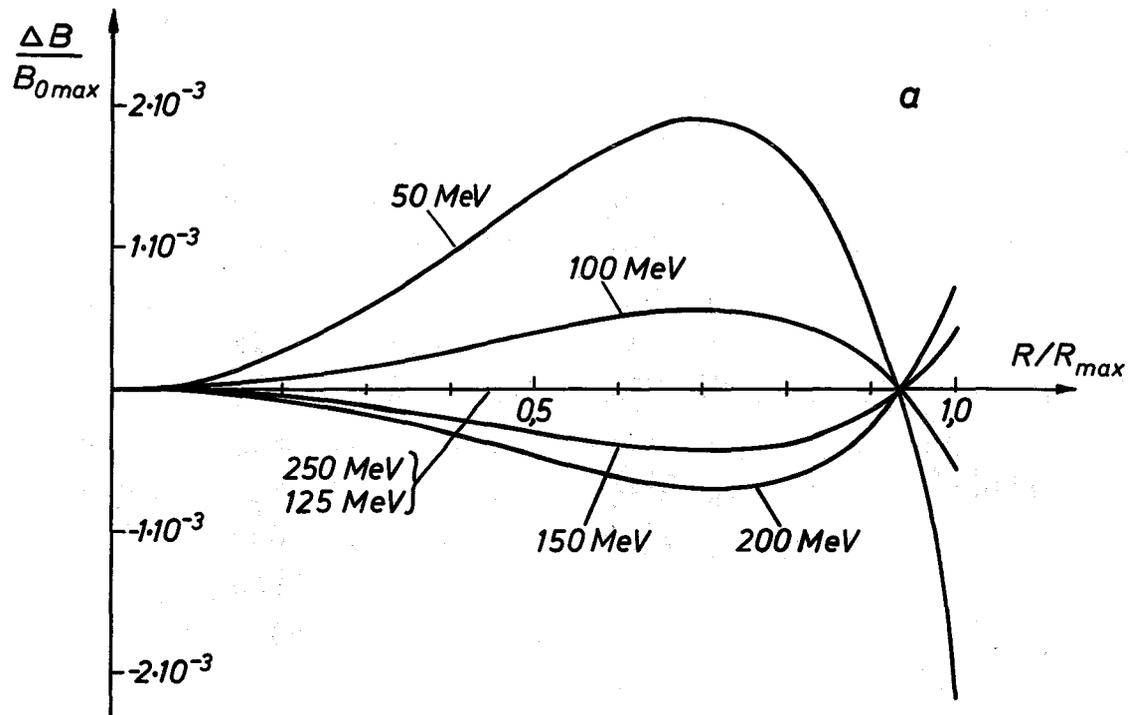


Fig. 3a) Restliche Abweichung des mittleren Feldes vom isochronen Wert nach der Abschätzung gemäß Gl.(9). b) Dieselbe Abweichung bei Verwendung nur eines Magnettyps nach Gl.(10). Man beachte die unterschiedlichen Ordinatenmaßstäbe.

$$\Delta B'(R) = B_0 \left[ g(R/R') - g(R/R_0) \right] \quad (10)$$

Diese Funktion ist, ebenfalls in Einheiten von  $B_{0max}$ , in Fig. 3b aufgetragen. Dabei wurde die Form der Magnete so angenommen, daß das Feld ohne Erregung der Korrekturspulen bei der halben Maximalenergie exakt isochron ist. Man sieht, daß das Feld, das die Korrekturspulen erzeugen müssen, maximal 12,5 % des mittleren Feldes im Zentrum beträgt, wie das in der Einleitung bereits angegeben wurde. Man kann übrigens diesen Maximalwert bei der Beschleunigung von Protonen dadurch reduzieren, daß man die Energie  $E'$ , bei der das Feld ohne Erregung der Korrekturspulen isochron ist, etwas höher wählt. Das hat dann jedoch zur Folge, daß man bei der Beschleunigung schwererer Teilchen eine höhere Korrekturspulen-Leistung benötigt.

Es könnte als Nachteil des hier vorgeschlagenen Verfahrens erscheinen, daß auf Korrekturspulen nicht völlig verzichtet werden kann. Dazu ist jedoch zu bemerken, daß derartige Spulen auch bei einer Maschine erforderlich sind, die für eine feste Energie ausgelegt ist, da damit Aufstellungsfehler und Unterschiede zwischen den Magneten korrigiert werden müssen, die durch die Fertigungstoleranzen bedingt sind. Es sei z.B. erwähnt, daß im Karlsruher Isochron-Zyklotron, das nicht energievariabel ist, die Korrekturspulen zum Ausgleich von Fertigungstoleranzen und Eiseninhomogenitäten das mittlere Feld um etwa  $\pm 2\%$  verändern können, d.h. um einen Betrag, der der größten Abweichung  $\Delta B$  in Fig. 3a entspricht.

#### 4. Genauere Dimensionierung eines Protonen-Beschleunigers für 250 MeV Maximal-Energie

In diesem Abschnitt soll als Beispiel ein Ringzyklotron mit einer Maximalenergie von 250 MeV für Protonen durchgerechnet werden. Ziel dieser Rechnungen ist es, an einem Beispiel die Abschätzungen des vorigen Abschnitts zu kontrollieren und Größe und Komplexität der verschiedenen Magnete kennenzulernen. Es wurde keinerlei Versuch gemacht, den Entwurf in irgendeiner Hinsicht - etwa bezüglich der Fokussierung - zu optimieren.

#### 4.1. Grundlegende Annahmen

---

Es wurde angenommen, daß innerhalb der Magnete ein homogenes Feld herrscht, und es wurden ferner alle Randeffekte des Magnetfeldes vernachlässigt. Dann setzen sich alle Teilchenbahnen aus Kreisbögen und Geradenabschnitten zusammen. Ferner wurde angenommen, daß eine Kante eines jeden Magneten mit einer Geraden durch den Maschinenmittelpunkt zusammenfällt. Für die Energie  $E'$  wurde - wie im vorigen Abschnitt - 125 MeV gewählt. Durch die Forderung, daß bei abgeschalteten Magneten vom Typ 2 das Feld für Protonen dieser Endenergie isochron sein soll, ist die Form der Magnete einer Gruppe festgelegt. Da das mittlere Feld von innen nach außen ansteigen muß, steigt die Breite der Magnete nach außen stärker als proportional zum Radius an. Wie in einer früheren Arbeit gezeigt wurde<sup>13</sup>, läßt sich die Form der Austrittskante unter diesen Voraussetzungen explizit berechnen. Damit sind auch alle Fokussierungseigenschaften bei dieser Endenergie festgelegt<sup>13</sup>.

#### 4.2. Berechnung der Form der Magnete vom Typ 2

---

Man kann nun noch frei über die maximale Feldstärke in den Magneten vom Typ 2 und über die relative Lage der Magnete verschiedenen Typs zueinander, also etwa über die Lage der geraden Kante der zweiten Magnete frei verfügen. Damit ist die Breite dieser Magnete bei allen Radien festgelegt. Das ist am leichtesten auf folgende Weise einzusehen: Ein Teilchen bestimmter Energie, das an einer Magnetfeldkante in der Entfernung  $r$  vom Zentrum der Maschine und unter dem Winkel  $\epsilon$  gegen die Kante startet, wird nach einem Umlauf dieselbe Kante im Abstand  $r'$  unter dem Winkel  $\epsilon'$  erreichen. Die Forderung, daß das Feld isochron sein soll, bedeutet, daß für  $r = r'$  und  $\epsilon = \epsilon'$  die Umlaufzeit den Wert annimmt, der sich aus Gl. (3) und (4) für  $\bar{B} = B_{\text{omax}}$  ergibt. Diese drei Bedingungen lassen sich erfüllen, indem man  $r$ ,  $\epsilon$  und die Breite der Magnete vom Typ 2 an der Stelle, an der die Teilchenbahn diesen Magneten schneidet, entsprechend wählt. Führt man diese Rechnung für Teilchen verschiedener Energie durch, so erhält man die Breite dieser Magnete in Abhängigkeit

vom Radius. Da sich die Teilchenbahnen lt. Voraussetzung aus Kreisbögen und Geradenabschnitten zusammensetzen, ist es im Prinzip einfach, die angedeuteten Rechnungen durchzuführen. Die sich ergebenden Bestimmungsgleichungen für  $r$ ,  $\epsilon$  und die Breite der Magnete sind allerdings recht kompliziert und sollen hier nicht angegeben werden. Sie konnten nur numerisch gelöst werden. Die so erhaltenen Magnete sind in Fig. 2 und 4 dargestellt. Man sieht, daß die Zusatzmagnete im Vergleich zu den Hauptmagneten außerordentlich schmal sind.

#### 4.3 Berechnung der Gleichgewichtsbahnen bei beliebiger Energie

Bei Beschleunigung der Teilchen auf eine andere Endenergie als  $E_{\max}$  und  $E'$  ist zunächst durch Gl. (4) und (5)  $B_0$  durch die Endenergie der Teilchen bestimmt. Damit liegt dann auch die Erregung der Magnete vom Typ 1 fest, da im Zentrum die Magnete vom Typ 2 zum mittleren Feld nichts beitragen. Denkt man sich zunächst die Erregung der Magnete vom Typ 2 ebenfalls vorgegeben, so läßt sich die geschlossene Gleichgewichtsbahn durch eine ähnliche Rechnung bestimmen, wie sie im vorigen Absatz angedeutet wurde. Da man über die beiden Größen  $r$  und  $\epsilon$  verfügen kann, kann man zwar in jedem Fall eine geschlossene Bahn finden, da die Breite beider Magnete aber vorgegeben ist, hat man auf die Umlaufszeit der Teilchen keinen Einfluß. Führt man diese Rechnung für Teilchen verschiedener Energie durch, so erhält man im allgemeinen eine energieabhängige Umlaufszeit, d.h. das Feld ist in diesen Fällen nicht isochron. Dies ist in Übereinstimmung mit den Abschätzungen des vorigen Abschnittes, da dort gezeigt wurde, daß das Feld nur bei zwei Energien exakt isochron sein kann. Über die Erregung der Magnete des Typs 2 verfügt man nun zweckmäßigerweise so, daß die maximale Abweichung von der Isochronie möglichst klein wird.

Die wesentlichen Ergebnisse dieser Rechnung sind in den Figuren 4 bis 6 dargestellt. Fig. 4 zeigt die Form der Magnete und einige Gleichgewichtsbahnen für die Endenergien 250 MeV und 85 MeV. Im Innern der Maschine hängt die Form der Gleichgewichtsbahn von der Erregung der Magnete vom Typ 2 und damit von der Endenergie

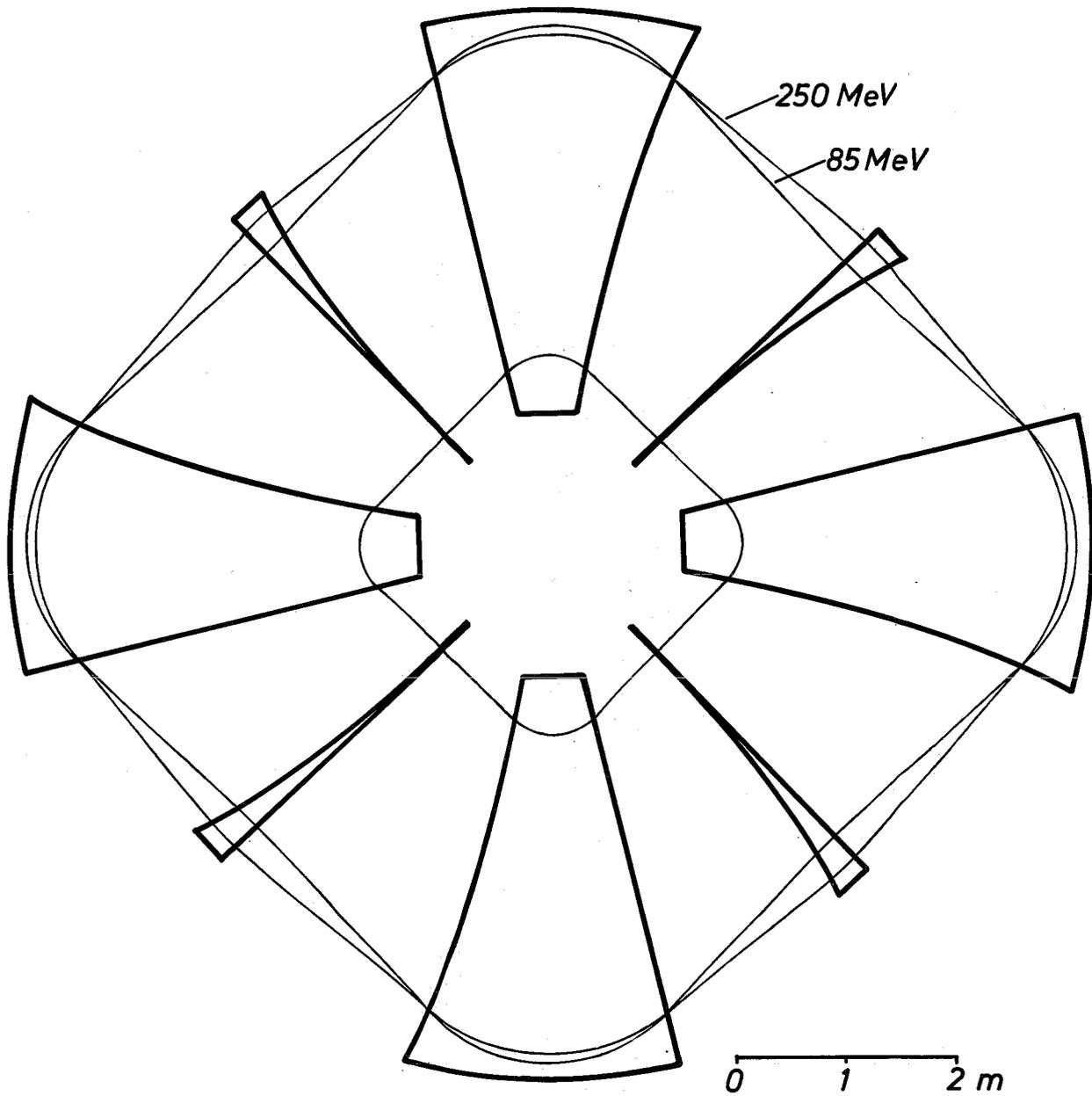


Fig. 4. Teilchenbahnen in dem in Abschnitt 4 näher untersuchten Beschleuniger.

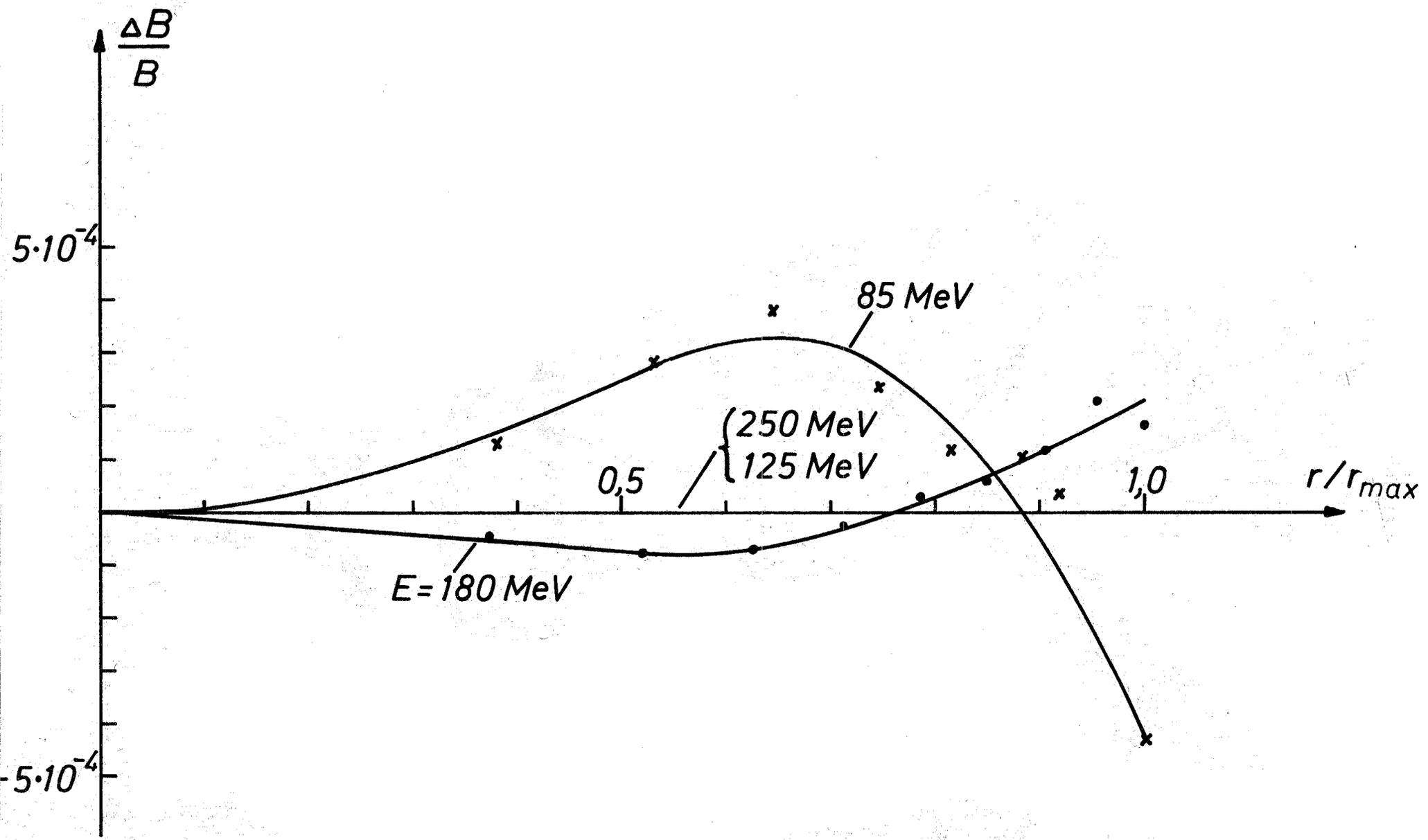


Fig. 5. Verbleibende Abweichung des mittleren Feldes vom isochronen Wert in Abhängigkeit vom Radius für verschiedene Endenergien und optimale Feldstärke in den kleineren Magneten.

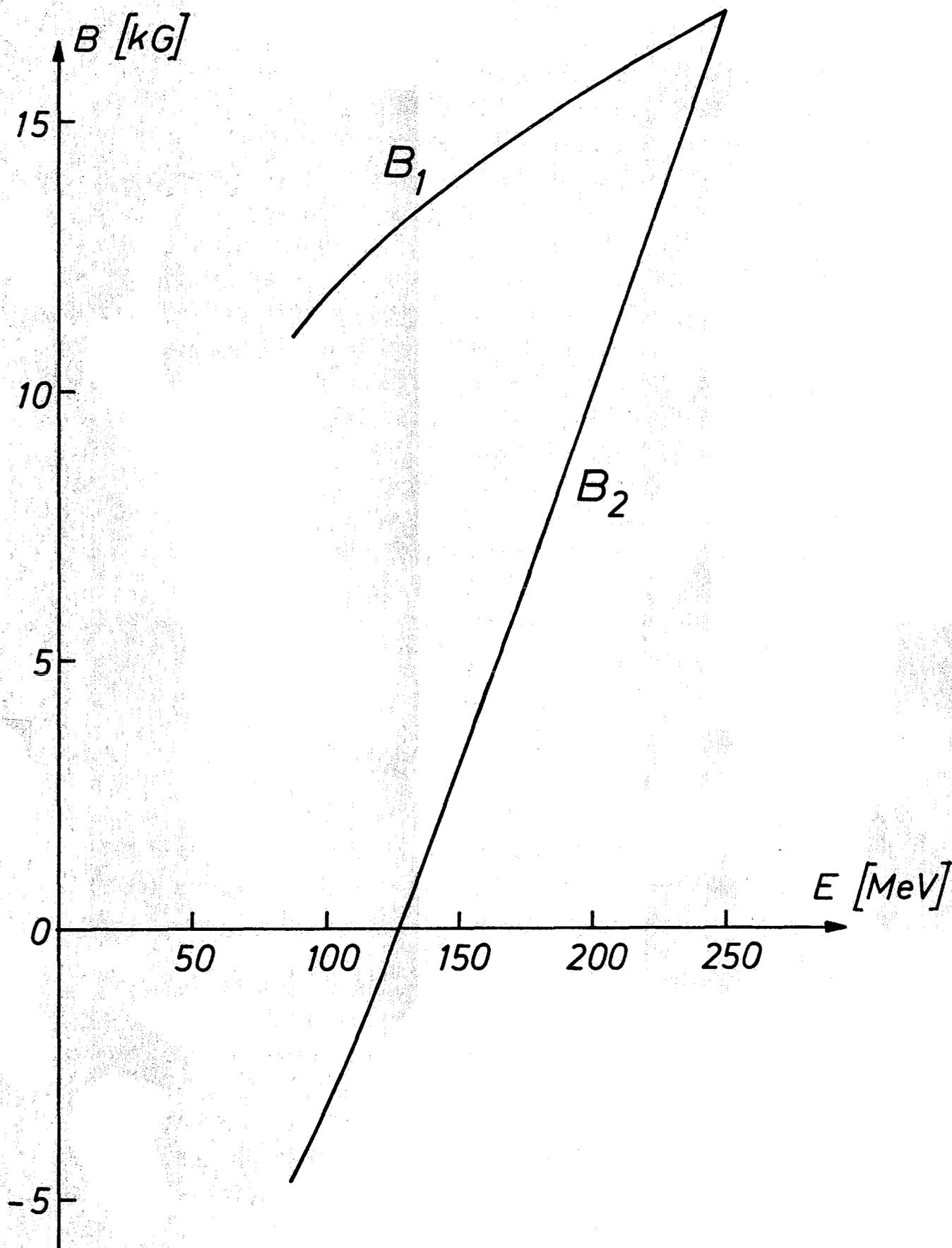


Fig. 6. Abhängigkeit der Feldstärken in beiden Magneten von der Endenergie.

praktisch nicht ab. Der Längenmaßstab ergibt sich, wenn man für beide Magnete eine maximale Feldstärke von 17 kG annimmt. Fig. 5 zeigt für zwei Energien die verbleibende Abweichung von der Isochronie. Die Energie von 180 MeV liegt etwa in der Mitte der beiden Energien, für die das Feld exakt isochron ist. Es ist also die Energie oberhalb 125 MeV, für die die Isochronabweichung am größten wird. Unterhalb 125 MeV nimmt die Abweichung monoton mit abnehmender Energie zu. Die Streuung der einzelnen berechneten Punkte um die Kurven ist durch Rundungsfehler in der numerischen Rechnung bedingt. Da diese Rundungsfehler maximal  $10^{-4}$  des mittleren Feldes betragen, ist die Genauigkeit für den Zweck der vorliegenden Rechnungen ausreichend, und es wurde kein Versuch gemacht, die Rechenprogramme zu verbessern. Ein Vergleich von Fig. 5 und Fig. 3a zeigt, daß die im vorigen Abschnitt gegebene Abschätzung die Größenordnung der verbleibenden Feldabweichung richtig wiedergibt und die Abweichung eher etwas überschätzt. Fig. 6 zeigt schließlich die optimalen Erregungen der beiden Magnete als Funktion der Endenergie.

#### 4.4 Fokussierungseigenschaften

Zur Kennzeichnung der Fokussierungseigenschaften eines Isochron-Zyklotrons gibt man im allgemeinen die Zahl der radialen bzw. axialen Betatronschwingungen pro Umlauf  $\nu_r$  bzw.  $\nu_z$  an. Diese ändern sich im allgemeinen während der Beschleunigung, so daß sich der Arbeitspunkt längs einer Kurve in der  $\nu_r - \nu_z$  - Ebene verschiebt. Längs dieser Kurve ändern sich also der Radius bzw. die Energie der Teilchen. Unter der gemachten Annahme, daß das Magnetfeld an den Kanten der Magnete abrupt von dem konstanten Wert im Innern auf null absinkt ("hard-edge-approximation"), hängen die Fokussierungseigenschaften nur von den Winkeln zwischen Bahn und Magnetfeldkanten und den Krümmungsradien im Innern der Magnete ab. Da diese Größen von der Berechnung der Gleichgewichtsbahnen her bekannt sind, lassen sich die Schwingungszahlen  $\nu$  ohne Schwierigkeiten berechnen (zum Verfahren siehe z.B. Livingood<sup>14</sup> S.55 ff.). Für den Fall, daß nur die großen Magnete erregt sind, lassen sich wieder explizite Formeln für  $\nu_r$  und  $\nu_z$  angeben<sup>13</sup>. Das Ergebnis der Rechnungen ist in Fig. 7 dargestellt. Die mit 125 MeV bezeichnete

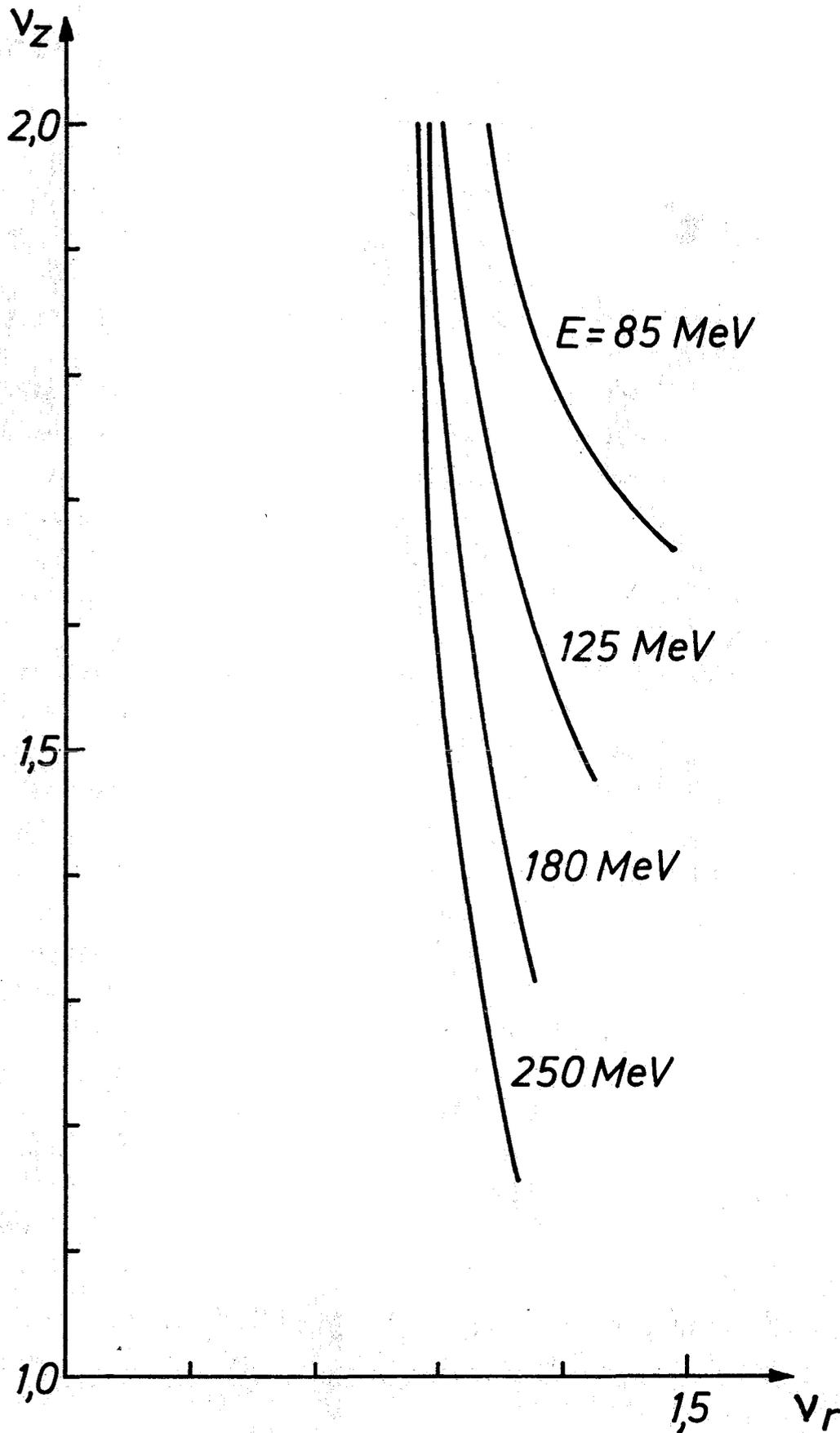


Fig. 7. Axiale und radiale Schwingungszahlen für verschiedene Endenergien. Die Schwingungszahlen ändern sich während der Beschleunigung längs der gezeichneten Kurven.

Kurve stellt den Fall dar, daß nur die großen Magnete erregt sind. Man sieht, daß die Zusatzmagnete im wesentlichen nur  $v_z$  verändern, und zwar verkleinern, wenn die Magnete gleichsinnig erregt sind, und im umgekehrten Fall vergrößern. Da die Magnete vom Typ 2 außerordentlich schmal sind, ist die Beschreibung ihrer Fokussierungseigenschaften durch reine Kantenfokussierung sicher eine schlechte Näherung, anders als bei den großen Magneten, bei denen das Verhältnis Luftspalt zu Breite der Magnete wesentlich kleiner ist. Qualitativ ist der Einfluß der Zusatzmagnete jedoch sehr plausibel. Die Stärke der axialen Fokussierung und damit  $v_z$  steigen ja mit der azimuthalen Feldvariation, was man am unmittelbarsten daran sieht, daß für das rotationssymmetrische Feld, d.h. Verschwinden der azimuthalen Feldvariation, axiale Defokussierung eintritt ( $v_z^2 < 0$ ). Die azimuthale Feldvariation ist aber natürlich größer, wenn die beiden Magnete gegensinnig erregt sind. Für den Fall, daß nur die großen Magnete erregt sind, wurde die Gültigkeit der gemachten Näherung mit einem Rechenprogramm kontrolliert, das die Teilchenbahnen durch ein stetig abfallendes Randfeld numerisch integrierte.<sup>+</sup> Dabei zeigte es sich, daß nach den exakten Rechnungen  $v_r$  maximal 0,4 % und  $v_z$  je nach Größe des Luftspaltes und der Steilheit des Feldabfalles 5 bis 15 % niedriger ausfiel als bei Rechnung nach reiner Kantenfokussierung. Daraus kann man schließen, daß bei einer realistischen Behandlung der Magnete vom Typ 2 die in Fig. 7 gezeigten Kurven näher aneinanderrücken und dass sich die Lage der Kurve für 125 MeV etwas nach unten verschiebt. Da kein Versuch zur Optimierung der Fokussierungseigenschaften gemacht wurde, soll auf die Diskussion der verschiedenen auftretenden Resonanzen verzichtet werden. Es sei nur erwähnt, daß die Schwingungszahlen natürlich auch hier durch Einführung eines Spiralwinkels bei den Hauptmagneten verändert werden können.

Die Rechnungen zeigen also, daß die Verwendung zweier verschiedenartiger Magnettypen keinen drastischen Einfluß auf die Fokussierungseigenschaften hat. Man muß dabei bedenken, daß auch die Erregung von Korrekturspulen einen Einfluß auf das Fokus-

---

<sup>+</sup>Das Rechenprogramm "MAGNET" wurde uns freundlicherweise von Herrn Dr. H. Vonach, München, zur Verfügung gestellt.

sierungsverhalten hat, und zwar in demselben Sinne wie in Fig.7. Denn die Abnahme von  $v_z$  bei steigender Endenergie ist überwiegend durch den defokussierenden Einfluß des Feldanstieges bedingt, der mit steigender Endenergie anwächst.

## 5. Vergleich mit dem herkömmlichen Verfahren

---

In den vorhergehenden Abschnitten wurde gezeigt, daß man bei Verwendung verschiedenartiger Magnete in einem Ringzyklotron den radialen Feldanstieg dem isochronen Verlauf allein durch verschieden starke Erregung der verschiedenen Magnete über einen weiten Energiebereich bis auf wenige Promille genau anpassen kann. Damit stellt sich die Frage, welche Vor- und Nachteile dieses Verfahren gegenüber dem herkömmlichen hat, bei dem der Feldanstieg allein mit Hilfe von Korrekturspulen verändert wird. Da keines der Verfahren prinzipielle technische Schwierigkeiten aufwirft, ist es im wesentlichen eine ökonomische Frage, welches von beiden man wählt. Dabei dürften die folgenden Punkte von entscheidener Wichtigkeit sein:

1. Die Änderung des Feldanstieges mit Korrekturspulen erfordert wesentlich höhere Erregerleistungen in diesen Spulen.
2. Dies bedingt nicht nur höhere Betriebskosten, sondern auch eine aufwendigere Konstruktion dieser Spulen, die im allgemeinen im Vakuum untergebracht sind, da die hohe Erregerleistung auch abgeführt werden muß.
3. Die aufwendigere Konstruktion der Korrekturspulen dürfte es erforderlich machen, daß man einen größeren Luftspalt von Eisen zu Eisen in den Magneten wählt. Dadurch steigen die Magnetkosten und, infolge des höheren Streuflusses, die Erregerleistung in den Hauptspulen.
4. Dem steht gegenüber, daß die Herstellung und der Betrieb der Zusatzmagnete natürlich ebenfalls Kosten verursachen.
5. Durch die Zusatzmagnete wird der Platz in den feldfreien Zwischenräumen zwischen den Magneten verringert. Infolge-

dessen ist der für die Unterbringung des Beschleunigungssystems zur Verfügung stehende Platz kleiner, und man wird vermutlich gezwungen sein, auf einer höheren Harmonischen der Umlauffrequenz zu arbeiten. Dadurch steigen die Genauigkeitsanforderungen an das Magnetfeld.

Welches der beiden Verfahren ökonomisch günstiger ist, wird man nur nach einer detaillierten Auslegung eines Beschleunigers entscheiden können. Sicher ist, daß das hier vorgeschlagene Verfahren umso mehr Vorteile bietet, je höher die Endenergie des Beschleunigers und je größer der Variationsbereich der Energie sind.

Ich danke Frau G. Hoffmann, die die umfangreichen Rechenprogramme zur Berechnung der Magnete und der Gleichgewichtsbahnen im Detail ausgeführt hat.

Literaturverzeichnis

1. F.A. Heyn and K.T. Khoe, Rev.Sci.Instr. 29, 662 (1958)
2. H.G. Blosser, Optimization of the Cyclotron Central Region for the Nuclear Physics User, Proc. Int.Conf. Cyclotrons Oxford 1969 im Druck;  
E. Kashy, G.F. Trentelman, and R.K. Jolly, High Resolution Nuclear Studies Using Cyclotron Beams, *ibid.*
3. H.A. Willax, Status Report on SIN, Proc.Int.Conf.Cyclotrons Oxford 1969, im Druck;  
J.P. Blaser and H.A. Willax, IEEE Transactions Nucl. Sci NS-13, No 4, 194 (1966)
4. M.E. Rickey, M.B. Sampson, and B.M. Bardin, IEEE Transactions Nucl. Sci NS-16, No. 3, 397 (1969)
5. M.K. Craddock and J.R. Richardson, IEEE Transactions Nucl.Sci NS-16, No. 3, 415 (1969)
6. Preliminary Proposal for a Versatile Trans-Uranic Research Facility, Department of Physics, Michigan State University (1969);  
H. Blosser, M.M. Gordon, and D.A. Johnson, Proposed Michigan State University Transuranic Accelerator Facility, Proc. Int. Conf. Cyclotrons Oxford 1969, im Druck
7. J.A. Martin, IEEE Transactions Nucl. Sci NS-16, No. 3, 797 (1969); L.N. Howell u.a., ORNL-4404 (1969) S. 112 ff.
8. Midwest Tandem Cyclotron, a Proposal, ANL-7582, (1969)
9. M.M. Gordon, Nucl. Instr. Meth. 58, 245 (1968)
10. A.A. Glazov u.a., Nucl. Instr.Meth. 70, 274 (1969)
11. G. Schatz, Nucl. Instr. Meth. 83, 326 (1970)
12. R.S. Livingston, private Mitteilung
13. G. Schatz, Nucl. Instr. Meth. 72, 29 (1969)
14. J.J. Livingood, Principles of Cyclic Particle Accelerators, Princeton, 1961
15. Siehe z.B. IEEE Transactions Nucl. Sci. NS-13, No. 4, S. 454 (VEC Harwell), S. 470 (ORIC Oak Ridge), S. 490 (Berkeley 88").

