

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

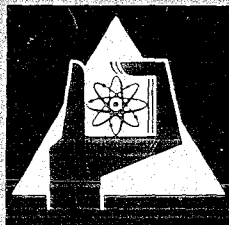
Juli 1970

KFK 1238

Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

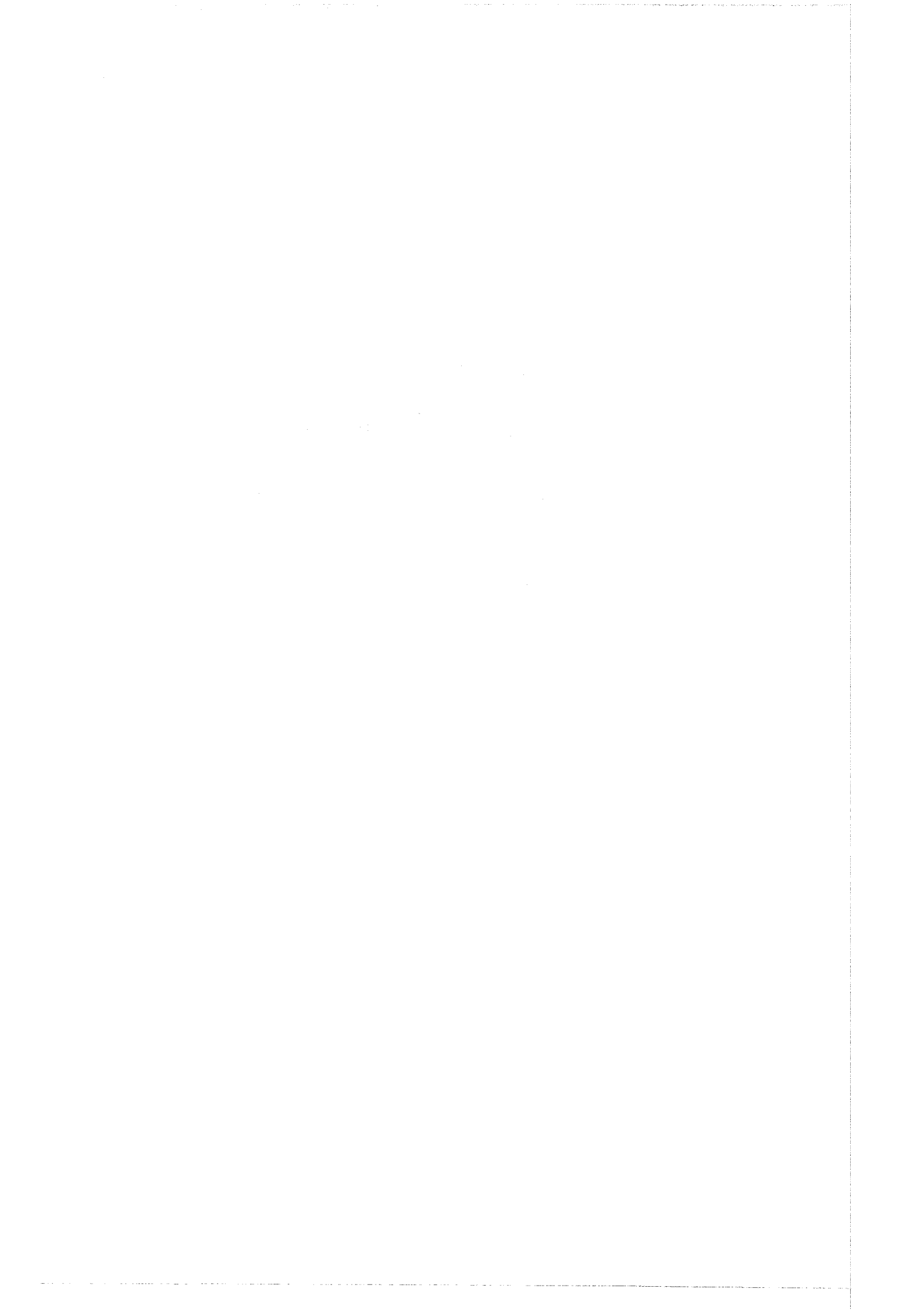
Optimierung natriumgekühlter schneller Brutreaktoren  
mit Methoden der nichtlinearen Programmierung

G. Heusener



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE



KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Juli 1970

KFK 1238

Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Schneller Brüter

Optimierung natriumgekühlter schneller Brutreaktoren  
mit Methoden der nichtlinearen Programmierung

G. Heusener

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe



## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß Methoden der nicht-linearen Programmierung mit Erfolg zur Optimierung schneller Brutreaktoren verwendet werden können. Die Vor- und Nachteile eines systematischen Verfahrens (Gradientenmethode) und eines statistischen Verfahrens (Evolutionstrategie) werden diskutiert.

Als Beispiel für die Anwendung wird die Core-Optimierung natriumgekühlter  $1000 \text{ MW}_e$  Brutreaktoren mit oxidischem und karbidischem Brennstoff betrachtet. Zur Reduzierung der Rechenzeit sind Näherungslösungen für die nuklearen Auslegungsberechnungen notwendig. Hierzu wird ein Verfahren angegeben, das mit genügend großer Genauigkeit eine schnelle Bestimmung der nuklearen Ergebnisse gestattet.

Die Optimierung wird hinsichtlich zweier verschiedener Kriterien durchgeführt. Die unterschiedlichen optimalen Auslegungen werden diskutiert. Unter Verwendung von Einflußgrößen, die man als Bestandteil der Lösungen erhält, werden quantitative Aussagen über den Einfluß einzelner Nebenbedingungen auf das Optimierungskriterium gemacht. An Beispielen wird die Zuverlässigkeit dieser Vorhersagen gezeigt.

## Abstract

In this study methods of nonlinear programming are used to optimize fast breeder reactors. Two different procedures, a systematic one (method of steepest descent) and a statistical one (evolution strategy) are described. Their advantages and disadvantages are discussed.

As example for the application of these methods a core optimization for sodium cooled 1000 MWe breeder reactors with oxide and carbide fuel are considered. In order to reduce the needed computer time approximations in nuclear computations are necessary. A procedure is described, allowing a fast and sufficiently accurate estimation of the nuclear results.

The optimization is performed with regard to two different criteria. The resulting design characteristics are discussed. Using importance quantities, which are obtained as part of the solution, the influence of the design limits upon the optimization criterion is predicted quantitatively. By recalculating some special cases the reliability of the predictions is demonstrated.

# I n h a l t

	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Methoden der mathematischen Optimierung	4
2.1 Aufgabenstellung	4
2.1.1 Allgemeine Formulierung	4
2.1.2 Sonderfälle	5
2.1.3 Besonderheiten bei der Reaktoroptimierung	8
2.2 Satz von Kuhn und Tucker	10
2.2.1 Formulierung der notwendigen Bedingungen	10
2.2.2 Bedeutung der Lagrange-Multiplikatoren	11
2.3 Lösungsverfahren	13
2.3.1 Systematische Verfahren	13
2.3.2 Evolutionsstrategie (statistische Verfahren)	24
2.3.3 Vergleich der Lösungsverfahren	27
2.4 Behandlung von Gleichungen als Nebenbedingungen	29
3. Rechenverfahren für die Reaktorauslegung	32
3.1 Kurzbeschreibung der in REBEKA verwendeten Verfahren	32
3.1.1 Thermische Coreauslegung	33
3.1.2 Berechnung des Anlagenwirkungsgrades	40
3.1.3 Corevolumen und Volumenanteile	42
3.1.4 Wärmeübertragungskomponenten	42
3.1.5 Brennstoffzykluskosten	43
3.2 Näherungen für die nuklearen Berechnungen	44
3.2.1 Berechnung der nuklearen Daten	44
3.2.2 Änderung der Brennstoffanreicherung	48
3.2.3 Berechnung der Näherungspolynome	50

	<u>Seite</u>
4. Numerische Ergebnisse	58
4.1 Aufgabenstellung	58
4.1.1 Zielfunktionen	58
4.1.2 Ausgangsdaten	59
4.1.3 Restriktionen	60
4.2 Optimierung des Oxid-Cores	61
4.2.1 Geschlossener Brennstab	61
4.2.2 Offener Brennstab	77
4.3 Optimierung des Karbid-Cores	81
4.3.1 Geschlossener Brennstab	81
4.3.2 Offener Brennstab	86
4.3.3 Einfluß der Brennstoffzentraltemperatur	86
<hr/>	
5. Zusammenfassung	91
Literatur	93
Liste der verwendeten Symbole	98
Anhang	



## 1. Einleitung

Mit fortschreitender Entwicklung der natriumgekühlten schnellen Brutreaktoren gewinnt die Frage der wirtschaftlichen Optimierung immer mehr an Bedeutung. Neben der Bestimmung einer optimalen Auslegung, das ist eine Auslegung, die gewährleistet, daß der Reaktor unter vorgegebenen technischen Nebenbedingungen bestimmte Anforderungen möglichst gut erfüllt, ist es wichtig, Entwicklungstendenzen aufzuzeigen. Darunter ist zu verstehen, daß die Nebenbedingungen erkannt werden, deren Änderungen einen großen Einfluß auf das zu optimierende Kriterium haben.

Ein solcher Optimierungsprozeß muß während einer Entwicklung fortlaufend wiederholt werden, weil sich Voraussetzungen, die die optimale Auslegung beeinflussen, im Laufe der Zeit ändern können. Beispiele hierfür sind vor allem wirtschaftliche Größen, wie Fabrikationskosten u.ä., aber auch technische Grenzen, wie Festigkeitswerte von Stählen, die durch neuentwickelte Verfahren verbessert werden.

Da ein schneller Brutreaktor Plutonium als Brennstoff benutzt, kann seine wirtschaftliche Beurteilung nicht nur anhand der Stromerzeugungskosten vorgenommen werden. Es müssen zusätzlich das Spaltstoffinventar und die Brutraten in Betracht gezogen werden. Dies hat zu verschiedenen Beurteilungskriterien geführt [1]. Neben den Stromerzeugungskosten sind dies die Verdopplungszeit, die spezifische Spaltstoffbelastung u.a. Um Entscheidungen zwischen den verschiedenen Kriterien treffen zu können, ist es unter anderem erforderlich, die jeweilige optimale Auslegung zu kennen. Auch hierdurch wird eine mehrmalige Durchführung von Optimierungsrechnungen erforderlich.

Die Notwendigkeit, den Optimierungsprozeß immer wieder durchzuführen, macht ein Verfahren erforderlich, das diese Aufgabe schnell und zuverlässig löst. Nach dem oben Gesagten muß zusätzlich gefordert werden, daß die Methode auf verschiedene Kriterien anwendbar

ist. Das bedeutet, daß sie nicht von spezifischen Eigenschaften eines Kriteriums Gebrauch machen kann.

Eine Optimierung von Kernkraftwerken wird häufig mit Hilfe der Parametervariation durchgeführt [2,3,4]. Hier werden einzelne unabhängige Parameter verändert und die Auswirkungen auf das Optimierungskriterium beobachtet. Dieses Vorgehen ist im allgemeinen sehr langwierig. Ein Verfahren, das als automatisch durchgeführte Parametervariation angesehen werden kann, wird von Margen [5] vorgeschlagen. Das Verfahren wurde bei der Optimierung der AGR-Reaktoren verwendet [6]. In Kapitel 2 wird gezeigt werden, daß es nicht allgemein anwendbar ist.

Nel und Fenech [7] benutzten ein Gradientenverfahren zur Optimierung eines HTGR-Reaktors. Gegenüber der in dieser Arbeit verwendeten Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen, die ebenfalls als Gradientenverfahren angesehen werden kann, ist aber bei Nel und Fenech die Behandlung von Nebenbedingungen wesentlich schwieriger. Ergebnisse der Optimierungen wurden in [7] nicht angegeben.

In neuester Zeit wurde eine Arbeit von Inoue [8] veröffentlicht, in der ein Verfahren der linearen Programmierung für die Core-Optimierung eines schnellen Reaktors benutzt wird. Voraussetzung für die Anwendung eines solchen Verfahrens ist die Kenntnis einer nahezu optimalen Auslegung, da anderenfalls durch die notwendigen Linearisierungen unzulässig hohe Fehler auftreten.

In der vorliegenden Arbeit werden Methoden der nichtlinearen Programmierung für die Optimierung eines natriumgekühlten schnellen Brutreaktors benutzt. Es wird gezeigt, daß mit Hilfe dieser Verfahren die oben geforderte schnelle und zuverlässige Optimierung des Reaktors durchgeführt werden kann. Näherungslösungen, die zur Reduzierung der Rechenzeit, insbesondere für die nuklearen Rechnungen, benutzt werden, besitzen eine genügend große Genauigkeit.

Für die Ausführung der Optimierungsrechnungen wurde ein Programmsystem "REBEKA" entwickelt. Hiermit wurden Core-Optimierungen für

natrumgekühlte Brutreaktoren mit oxidischem und karbidischem Brennstoff durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, daß sich die optimale Auslegung sehr stark ändern kann, wenn verschiedene Optimierungskriterien verwendet werden.

## 2. Methoden der mathematischen Optimierung

### 2.1 Aufgabenstellung

#### 2.1.1 Allgemeine Formulierung

Methoden der mathematischen Optimierung werden zur Lösung von Optimierungsproblemen benutzt, bei denen eine Anwendung der klassischen Berechnungsmethoden, wie Differentialrechnung und Variationsrechnung, nicht möglich ist [9]. Derartige Probleme werden oft auch als Programmierungsprobleme bezeichnet, und dementsprechend wird der Begriff Optimierung durch Programmierung ersetzt. Diese Optimierungsaufgaben haben die folgende Form: Für  $n$  unabhängige Variablen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sind Werte zu bestimmen, die insgesamt  $m$  Ungleichungen oder Gleichungen erfüllen und die gleichzeitig eine Funktion  $F(x_1, \dots, x_n)$  minimieren bzw. maximieren. Faßt man die Variablen in dem  $n$ -dimensionalen Vektor  $x$  zusammen, so lautet die zu lösende Aufgabe:

$$F(x) \longrightarrow \text{Extremum} \quad (2.1 \text{ a})$$

$$R_j(x) \geq b_j \quad j = 1, \dots, m_1 \quad (2.1 \text{ b})$$

$$R_k(x) \leq b_k \quad k = 1, \dots, m_2 \quad (2.1 \text{ c})$$

$$R_l(x) = b_l \quad l = 1, \dots, m_3 \quad (2.1 \text{ d})$$

$$\text{mit} \quad m_3 \leq n \quad (2.1 \text{ e})$$

$$m = m_1 + m_2 + m_3$$

Die Funktion  $F(x)$  wird als Zielfunktion bezeichnet. Die Bedingungen (2.1 b) - (2.1 d) stellen Restriktionen dar, deren untere bzw. obere Grenze durch die als bekannt vorausgesetzten Größen  $b_{j,k,l}$  gegeben werden. Das  $n$ -dimensionale Gebiet, das durch die Hyperflächen

$$R_j(x) = b_j \quad j = 1, \dots, m_1 \quad (2.2)$$

$$R_k(x) = b_k \quad k = 1, \dots, m_2$$

$$R_l(x) = b_l \quad l = 1, \dots, m_3$$

begrenzt wird, wird als zulässig bezeichnet. Dementsprechend heißen alle Punkte, die im Inneren oder auf dem Rand dieses Gebietes liegen, zulässige Punkte. Liegt ein Punkt auf einer oder mehreren der begrenzenden Randflächen, so werden die dazugehörigen Restriktionen in diesem Punkt als aktiv bezeichnet.

Im folgenden wird der Einfachheit halber das Optimierungsproblem als Minimaufgabe dargestellt. Außerdem wird angenommen, daß nur Restriktionen vom Typ  $R(x) \leq b$  vorliegen. Dies sind keine prinzipiellen Einschränkungen: Das Maximum-Problem  $F(x) \rightarrow \text{Maximum}$  ist äquivalent zu  $-F(x) \rightarrow \text{Minimum}$ . Ebenso kann eine Restriktion  $R(x) \geq b$  dadurch berücksichtigt werden, daß  $-R(x) \leq -b$  gefordert wird. Die Berücksichtigung von Gleichungen als Nebenbedingungen wird in Abschnitt 3.4 näher diskutiert.

Das Problem, das den folgenden Betrachtungen zugrunde liegt, lautet somit:

$$F(x) \rightarrow \text{Minimum} \quad (2.3)$$

$$R_k(x) \leq b_k \quad k = 1, \dots, m$$

Die Funktionen  $F(x)$  und  $R_k(x)$  sollen stetig und differenzierbar sein. Der Lösungsvektor dieser Aufgabe wird im folgenden mit  $\hat{x}$  bezeichnet.

### 2.1.2 Sonderfälle

Befriedigende Lösungsverfahren für das in Gl. (2.1) und Gl. (2.3) formulierte Problem existieren nur, wenn an die Zielfunktion und die Restriktionen bestimmte Bedingungen gestellt werden.

#### 2.1.2.1 Lineare Optimierungsprobleme

Sind sowohl Zielfunktion als auch Restriktionen lineare Funktionen, so lautet das Problem (Gl. (2.3)) in Vektorschreibweise:

$$p^T \cdot x \longrightarrow \text{Minimum} \quad (2.4)$$

$$q_k^T \cdot x \leq b_k \quad k = 1, \dots, m$$

Dabei ist  $p$  ein  $n$ -dimensionaler Spaltenvektor, dessen Komponenten die Koeffizienten der Zielfunktion sind, und

$q_k$  sind  $n$ -dimensionale Spaltenvektoren der Koeffizienten der Restriktionen.

Außer den angegebenen Restriktionen sollen keine weiteren Beschränkungen für die Variablen  $x_i$  existieren. Für das lineare Optimierungsproblem gelten einige Sätze, die hier ohne Beweis angegeben werden. Beweise sind u.a. in [9,10] zu finden.

1. Der durch die Restriktionen  $q_k^T \cdot x \leq b_k$  festgelegte zulässige Bereich ist ein Polyeder mit endlich vielen Eckpunkten.
2. Alle Punkte, für die die Zielfunktion konstante Werte annimmt, liegen auf einer Hyperebene. Die verschiedenen Funktionswerten zugeordneten Hyperebenen sind einander parallel.
3. Das gesuchte Minimum der Zielfunktion wird immer in einem Eckpunkt des zulässigen Polyeders erreicht. Ist ein lokales Minimum gefunden, so ist es auch ein globales Minimum.

Die von Dantzig entwickelte Simplex-Methode [11] benutzt Satz 3 zur Lösung des linearen Problems. Ausgehend von einem Eckpunkt wird untersucht, ob in den benachbarten Eckpunkten niedrigere Werte der Zielfunktion erreicht werden. Ist dies der Fall, wird von einem dieser Punkte aus das Verfahren wiederholt, anderenfalls ist ein lokales Minimum der Zielfunktion erreicht. Dies entspricht dem globalen Optimum. Es können aber mehrere - in Sonderfällen unendlich viele - Punkte existieren, in denen der gleiche minimale Wert der Zielfunktion erreicht wird. In Abb. 1 ist ein

lineares Optimierungsproblem für zwei Variable dargestellt. In dem gezeichneten Fall existiert nur ein Minimum in  $P_3$ . Hätte dagegen die Zielfunktion die gleiche Steigung wie die Restriktion  $R_2$ , wären alle Punkte, die die Bedingung  $R_2(x) = b_2$  erfüllen, Lösungen dieses Problems.

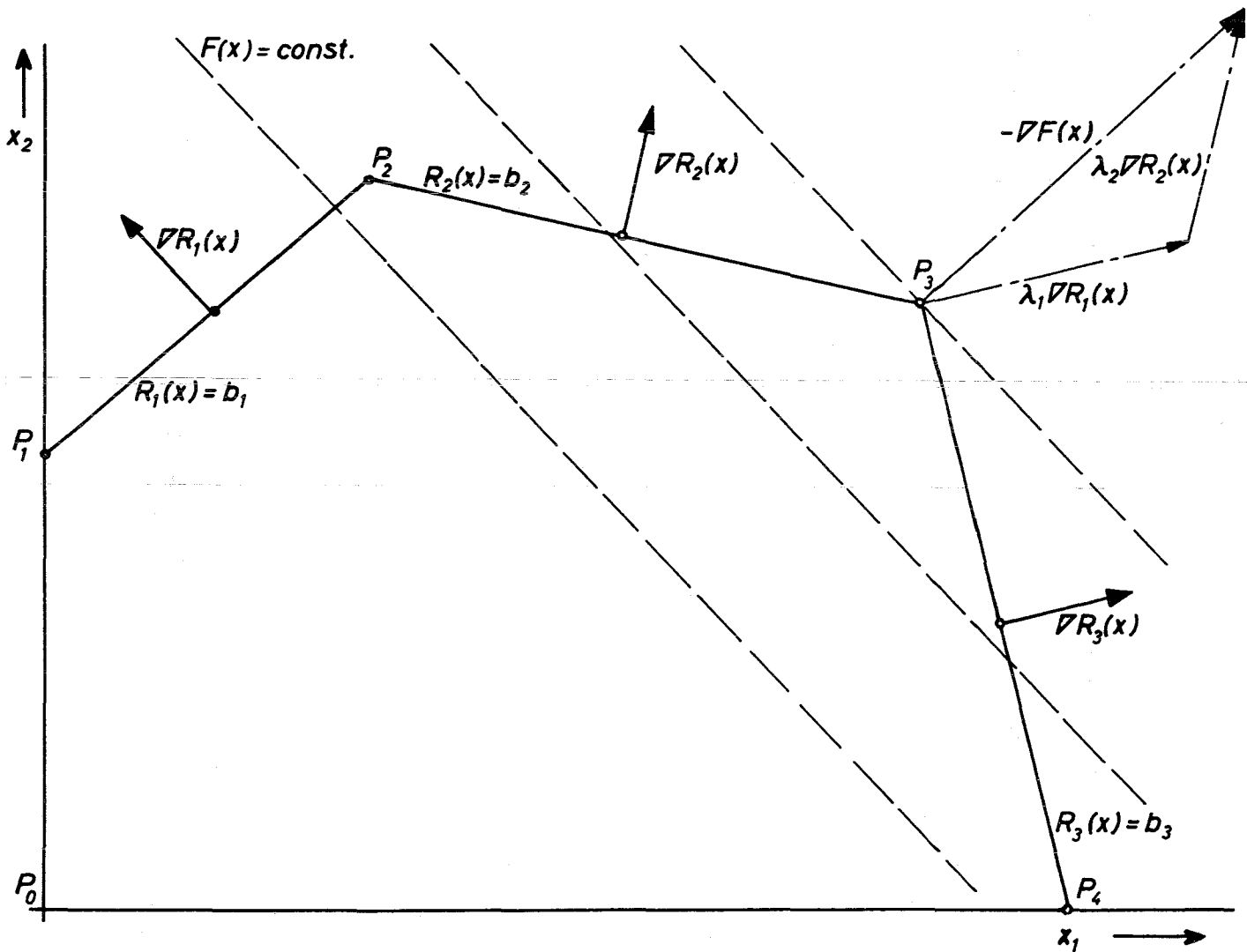


Abb. 1 Lineares Optimierungsproblem für zwei Variablen. Das gesuchte Minimum  $P_3$  wird in einem Eckpunkt des zulässigen Gebietes erreicht.

### 2.1.2.2 Nichtlineare, konvexe Probleme

Wenn entweder die Zielfunktion oder die Restriktionen nichtlinear sind, werden die Lösungsverfahren zwar schwieriger, aber das globale Optimum kann sicher gefunden werden, wenn man fordert, daß sowohl die Zielfunktion als auch die Restriktionen konvex sind. In diesem Fall ist auch der zulässige Bereich konvex, und es kann gezeigt werden, daß ein lokales Minimum in einem konvexen Bereich zugleich ein globales Minimum ist [9, 12, 13, 14]. Die Abb. 2 zeigt, daß bei nichtlinearen Problemen keine Aussage mehr über die Lage des Optimums möglich ist. Es kann sowohl im Innern als auch auf dem Rand des zulässigen Bereiches liegen. Daher ist es nicht mehr ausreichend, einzelne besonders ausgezeichnete Punkte des zulässigen Bereiches zu betrachten. Mögliche Lösungsverfahren für diese Aufgabenstellung werden in Abschnitt 2.3 näher diskutiert.

### 2.1.3 Besonderheiten bei der Reaktoroptimierung

Bei dem in dieser Arbeit zu untersuchenden Problem einer Reaktoroptimierung sind die Funktionen  $F(x)$  und  $R(x)$  analytisch nicht darstellbar. An die Stelle der Funktion im üblichen Sinn tritt hier ein Computer-Programm, das aus vielen Einzel- und Zwischenergebnissen die endgültigen Funktionswerte bestimmt. Als Eingangsgrößen können sowohl Variablen auftreten, die kontinuierlich veränderbar sind, als auch andere, die nur diskrete Werte annehmen können. Man kann voraussetzen, daß die durch das Rechenprogramm dargestellten Funktionen wenigstens stückweise stetig und differenzierbar sind, wenn nur die kontinuierlich veränderbaren Variablen betrachtet werden. Allerdings ist nicht zu erwarten, daß die Funktionen konvex sind. Trotzdem ist es möglich, für diese Optimierungsprobleme Lösungsverfahren zu verwenden, die an und für sich für konvexe Programmierungsprobleme entwickelt wurden. Es muß nur berücksichtigt werden, daß eine gefundene Lösung ein lokales Optimum sein kann - theoretisch ist sogar ein Sattelpunkt möglich - und daß andere Punkte existieren können, in denen deutlich niedrigere Funktionswerte erreicht werden.



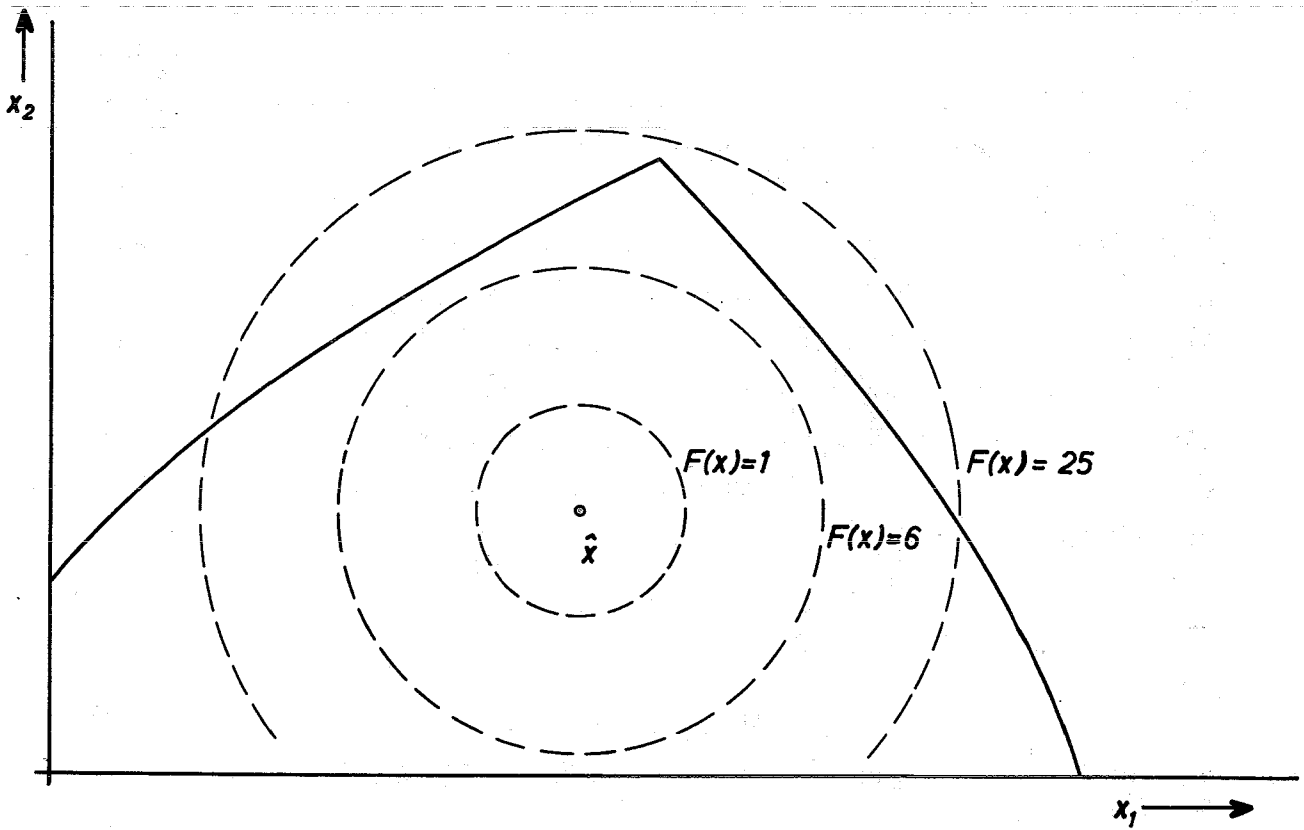
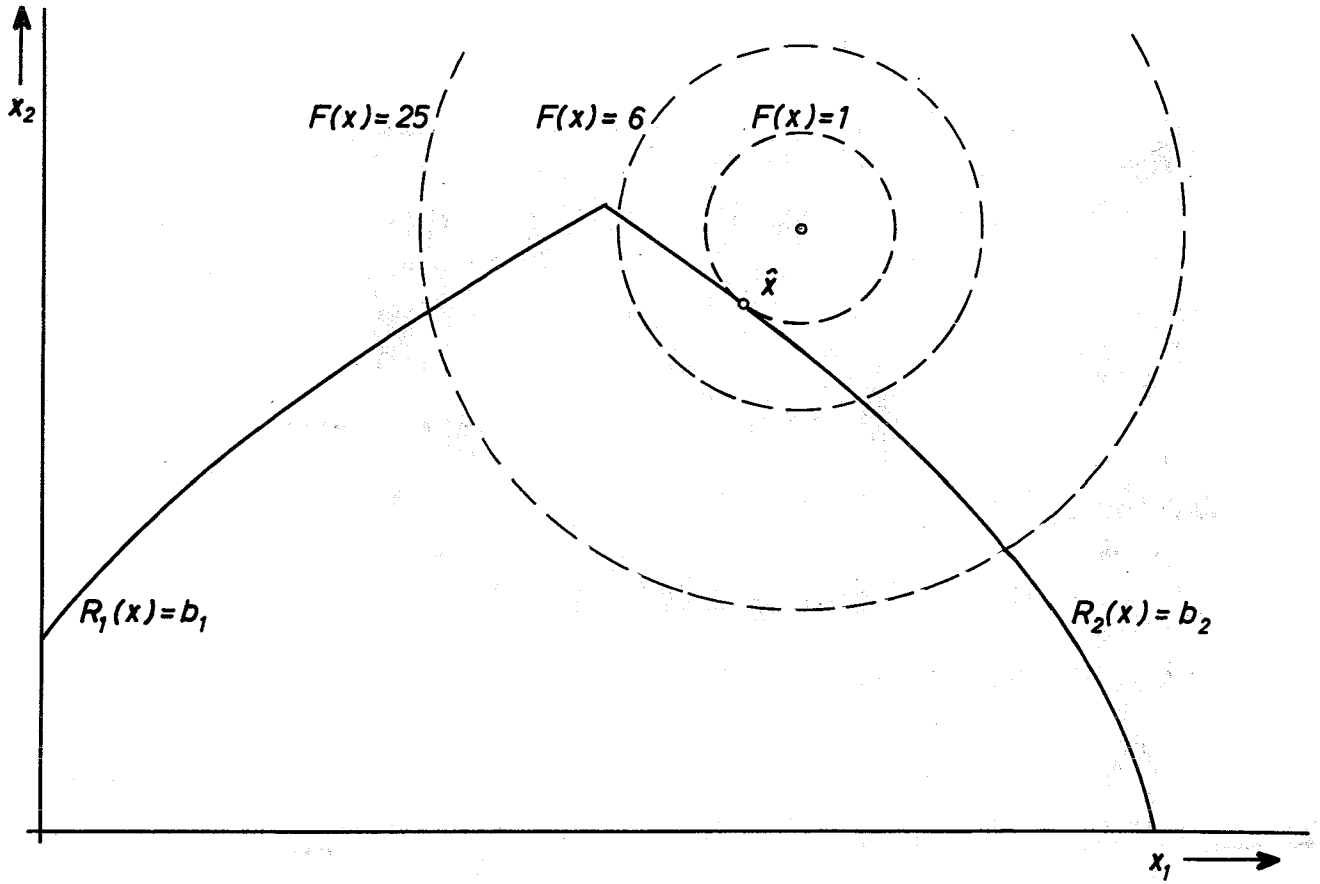


Abb. 2 Mögliche Lagen des Optimums bei nichtlinearen Optimierungsproblemen

In der Praxis kann durch Erfahrung und intensive Kenntnis der Zusammenhänge ein solches relatives Optimum meistens sehr schnell erkannt werden. Trotzdem ist es notwendig, durch mehrere verschiedene Rechnungen mit verschiedenen Startpunkten zu überprüfen, ob weitere Punkte existieren, in denen die Zielfunktion niedrigere Werte annimmt.

## 2.2 Satz von Kuhn und Tucker

### 2.2.1 Formulierung der notwendigen Bedingungen

Probleme von der Art

$$F(x) \longrightarrow \text{Minimum} \quad (2.5)$$

$$R_l(x) = b_l \quad l = 1, \dots, m$$

können unter Anwendung der Lagrange-Multiplikatoren im Prinzip mit Hilfe der Differentialrechnung gelöst werden [9]. Gegenüber diesen klassischen Optimierungsproblemen tritt als neues Element in der Aufgabenstellung (2.3) die Ungleichung auf. Kuhn und Tucker wendeten die Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren auch auf Probleme an, in denen Ungleichungen als Nebenbedingungen auftreten [14]. Dadurch wird zwar keine Lösungsmethode gegeben, immerhin ergeben sich aber notwendige - unter bestimmten Voraussetzungen auch hinreichende - Bedingungen, die im Lösungspunkt  $\hat{x}$  erfüllt sein müssen. Diese Bedingungen werden als Satz von Kuhn und Tucker bezeichnet. Für das Optimierungsproblem (2.3) lautet eine Formulierung dieses Satzes:

$$-\nabla F(\hat{x}) = \sum_{k=1}^m \lambda_k \nabla R_k(\hat{x}) \quad (2.6 \text{ a})$$

$$\lambda_k = 0 \quad | \quad R_k(\hat{x}) < b_k \quad (2.6 \text{ b})$$

$$\lambda_k > 0 \quad | \quad R_k(\hat{x}) = b_k \quad (2.6 \text{ c})$$

Hier sind die  $\lambda_k$  die für jede Restriktion einzuführenden Lagrange-Multiplikatoren. Sie sind Null, wenn die zugehörigen Restriktionen in  $\hat{x}$  streng erfüllt, d.h. inaktiv sind, und sie sind größer als Null für alle in  $\hat{x}$  aktiven Restriktionen. Die Gleichung (2.6 a) sagt somit aus, daß in  $\hat{x}$  der negative Gradient der zu minimierenden Zielfunktion darstellbar sein muß als nichtnegative Linearkombination der nach außen weisenden Normalvektoren derjenigen berandenden Hyperflächen, auf denen  $\hat{x}$  liegt. Ist  $\hat{x}$  ein innerer Punkt des zulässigen Bereiches, müssen nach (2.6 b) alle  $\lambda$ -Werte identisch Null sein, und der Gradient der Zielfunktion muß verschwinden. Dieser Sachverhalt kann noch etwas anders formuliert werden. Da jeder Vektor, in dessen Richtung die Zielfunktion kleiner wird, einen spitzen Winkel mit dem negativen Gradienten der Zielfunktion bildet, besitzt er auch Komponenten, die senkrecht auf den Randflächen stehen und nach außen weisen. Daraus folgt: Es existiert in  $\hat{x}$  keine Richtung, die es erlaubt, die Zielfunktion zu verbessern, ohne daß der zulässige Bereich verlassen wird.

In Abb. 3 wird dieser Sachverhalt im Punkt  $P_1$  graphisch dargestellt. Im Punkt  $P_3$  wird deutlich, daß die beschriebenen Bedingungen nicht hinreichend sind. Es liegt hier kein Extremwert vor, obwohl die Kuhn- und Tucker-Bedingungen erfüllt sind. Die Bedingungen sind nur dann hinreichend, wenn eine konvexe Funktion in einem konvexen Bereich minimiert wird.

### 2.2.2 Bedeutung der Lagrange-Multiplikatoren

Eine für die praktische Anwendung besonders wichtige Eigenschaft haben die in 2.2.1 eingeführten Lagrange-Multiplikatoren. Sie entsprechen dem Betrag der partiellen Ableitung der Zielfunktion hinsichtlich der Grenzen  $b_k$

$$\lambda_k = \left| \frac{\partial F(x)}{\partial b_k} \right|_{x = \hat{x}} \quad (2.7)$$

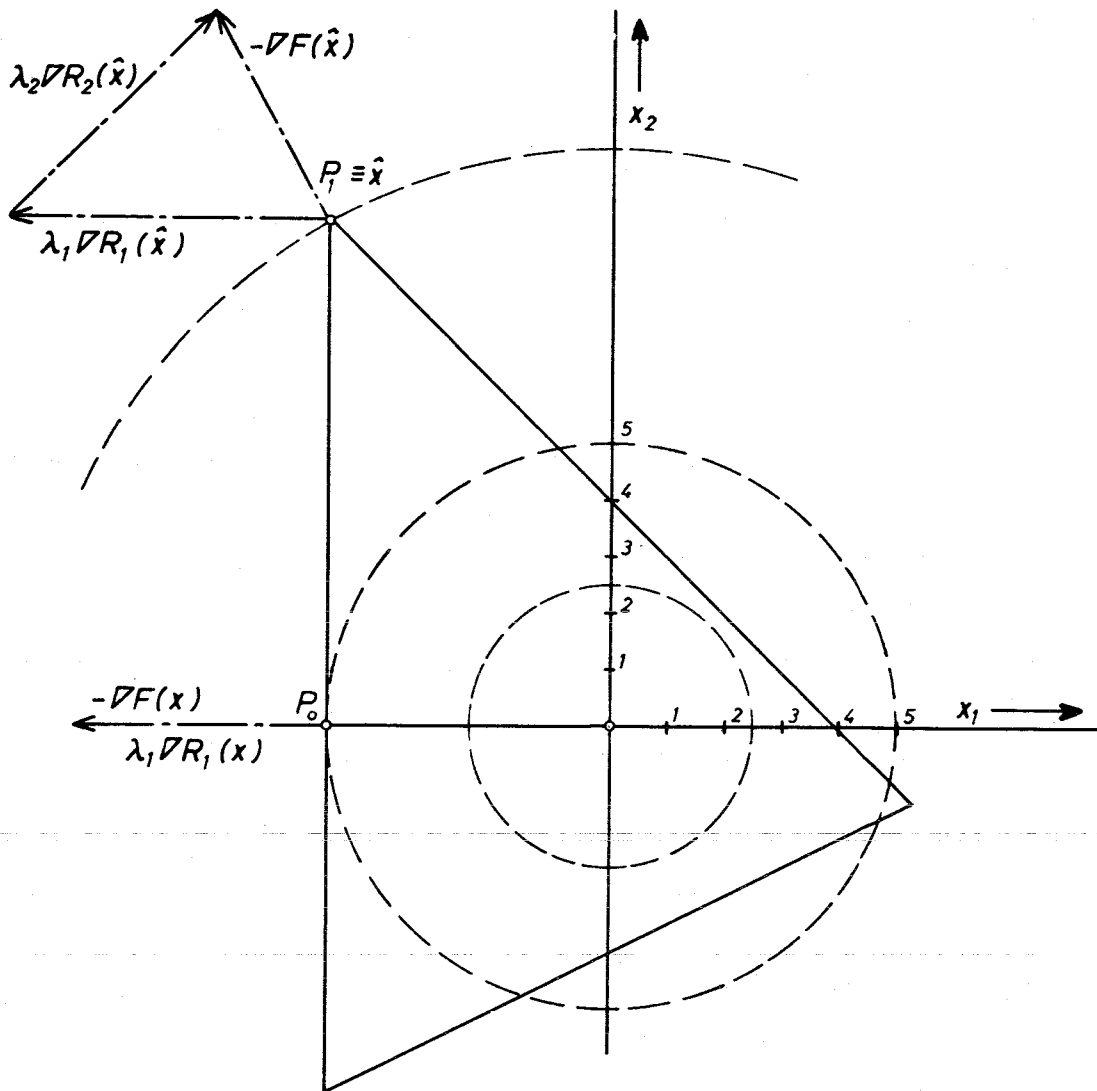


Abb. 3 Graphische Interpretation des Satzes von Kuhn und Tucker

Kennt man diese Größen, so kann man unmittelbar die Änderung der Zielfunktion angeben, die durch eine Verschiebung einer einzelnen Bereichsgrenze hervorgerufen wird. Im weiteren werden daher die  $\lambda$ -Werte als Einflußgrößen bezeichnet. Hier wird besonders anschaulich, daß die Lagrange-Multiplikatoren Null sind, wenn die zugehörigen Restriktionen inaktiv sind: Da die bestehende Grenze nicht erreicht wird, kann auch ihre Änderung keinen Einfluß auf die Zielfunktion haben.

Die Einflußgrößen können in dem Lösungspunkt  $\hat{x}$  aus der Beziehung (2.6 a) berechnet werden, wenn die Gradienten der Zielfunktion und der Restriktionen bekannt sind. Im Falle eines linearen Programmes liefert die Simplex-Methode diese Werte unmittelbar als Bestandteil der Lösung.

## 2.3 Lösungsverfahren

### 2.3.1 Systematische Verfahren

Grundsätzlich könnte zur Lösung des Problems der Gl. (2.3) das folgende in [15] vorgeschlagene Verfahren benutzt werden: Jeder Variablen  $x_i$  werden eine Anzahl von Werten zugeordnet, die so gewählt sind, daß der für diese Größe vernünftige Bereich überdeckt wird. Dann werden für alle möglichen Variablenkombinationen die Funktionswerte  $F(x)$  und  $R(x)$  berechnet. Als Lösung wird die zulässige Kombination angesehen, die den kleinsten Wert für die Zielfunktion ergibt. Für Probleme, in denen die Zahl der Variablen klein ist, kann dieses Verfahren benutzt werden. Die Anzahl der notwendigen Berechnungen steigt aber mit der Zahl der zu untersuchenden Variablen sehr schnell an. So sind für ein Problem mit 6 Variablen, von denen jede 5 verschiedene Werte annehmen kann, schon  $5^6 \approx 15000$  Rechnungen notwendig. Man ist daher auf iterative Lösungsmethoden angewiesen. Hier wird eine Folge von zulässigen Punkten  $x^0, x^1, \dots, x^p$  so bestimmt, daß der Wert der Zielfunktion ständig abnimmt:

$$F(x^{p+1}) < F(x^p) \quad (2.8)$$

Die Lösung des Problems wird erreicht, wenn kein weiterer Punkt mit niedrigerem Wert für die Zielfunktion erzielt werden kann.

#### 2.3.1.1 Das Univariant-Verfahren

Das Univariant-Verfahren wird von Margen [5] und Black [6] für die Optimierung von Kernkraftwerken vorgeschlagen und benutzt.

Nach einer kurzen Beschreibung der Methode wird gezeigt werden, daß ihre Anwendung zu falschen Ergebnissen führen kann.

Ausgangspunkt der Iteration ist ein zulässiger Punkt. Dieser Punkt wird dadurch verbessert, daß bei festen Werten für alle übrigen Variablen zunächst die Variable  $x_1$  variiert wird, bis die Zielfunktion entweder ein lokales Minimum erreicht oder eine weitere Verringerung nicht mehr möglich ist, ohne eine der Restriktionen zu verletzen. Dieses Vorgehen wird für alle übrigen Variablen der Reihe nach durchgeführt und so lange wiederholt, bis keine weitere Verbesserung der Zielfunktion möglich ist. Das Verfahren entspricht damit einer automatisch durchgeführten Parametervariation.

Um zu zeigen, daß in dem gefundenen Endpunkt der Iteration  $x'$  die Kuhn- und Tucker-Bedingungen nicht notwendig erfüllt sind, wird angenommen, daß in  $x'$   $\bar{m}$  der insgesamt  $m$  Restriktionen aktiv sind. Dann gilt für jede der  $n$  Variablen eine der folgenden Bedingungen:

$$\left. \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} = 0 \quad (2.9)$$

$$\left. \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} < 0 ; \quad \left. \frac{\partial R_k(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} > 0, k \in \bar{m} \quad (2.10)$$

$$\left. \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} > 0 ; \quad \left. \frac{\partial R_k(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} < 0, k \in \bar{m} \quad (2.11)$$

Die Bedingungen (2.10) und (2.11) beschreiben den Fall, daß eine Änderung der Variablen  $x_i$  zwar eine Verringerung der Zielfunktion bewirkt, gleichzeitig aber zu einer Vergrößerung des Funktionswertes einer der aktiven Restriktionen, und damit zu deren Verletzung führt. Die Beziehungen (2.10) und (2.11) können zusammengefaßt werden zu

$$\text{Sign} \left( \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right) \Big|_{x=x'} = - \text{Sign} \left( \frac{\partial R_k(x)}{\partial x_i} \right) \Big|_{x=x'}, k \in \bar{m} \quad (2.12)$$

Es ist unmittelbar einzusehen, daß das aus dem Satz von Kuhn und Tucker resultierende lineare Gleichungssystem nicht notwendig erfüllt ist, wenn die Beziehungen (2.9) bis (2.12) gelten. In Abb. 4 ist die Anwendung des Univariant-Verfahrens an einem Beispiel mit zwei Variablen gezeigt. Der Punkt, in dem das Verfahren endet, entspricht nicht dem gesuchten Optimum.

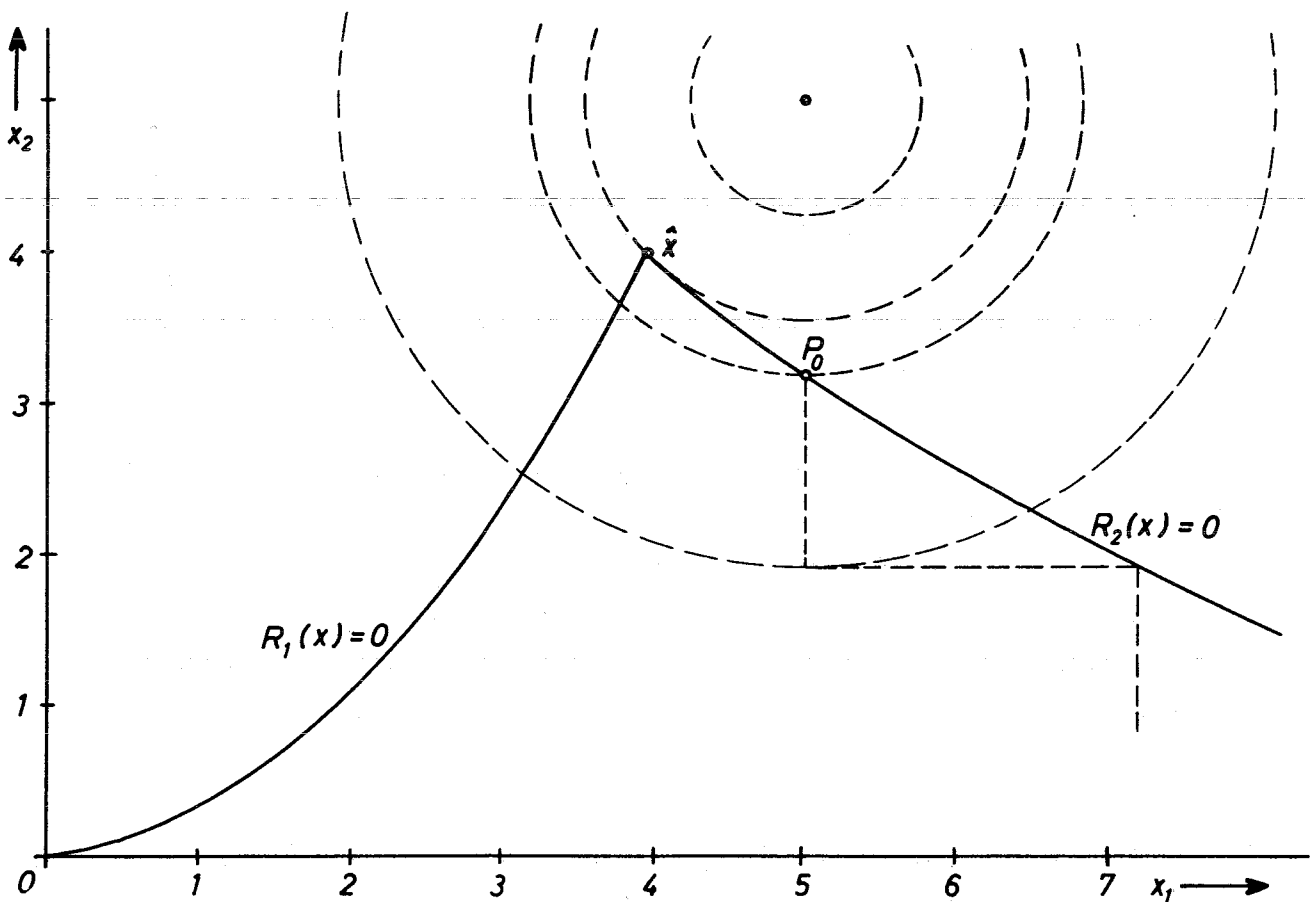


Abb. 4 Lösungsweg bei Anwendung des Univariant-Verfahrens

Es existieren nur zwei Sonderfälle, in denen dieses Verfahren richtige Ergebnisse liefert.

1. Die Lösung liegt im Innern des zulässigen Bereiches, d.h., keine der Restriktionen ist aktiv. Dann muß nach(2.9) für alle Variablen gelten:

$$\left. \frac{\partial F(x)}{\partial x_i} \right|_{x = x'} = 0 \quad (2.13)$$

In diesem Fall wurde ein freies Minimum gefunden, das von den vorliegenden Restriktionen nicht beeinflusst wird.

2. Es liegen nur Restriktionen des einfachen Typs

$$\begin{aligned} x_i &\geq b_i \\ x_i &\leq a_i \end{aligned} \quad i \in n \quad (2.14)$$

In diesem Fall haben die Gradienten der aktiven Restriktionen jeweils nur eine Komponente, die von Null verschieden ist, und die Kuhn- und Tucker-Bedingungen (2.6 a) entsprechen den Vorzeichenbedingungen (2.9) - (2.12).

Bei den in dieser Arbeit zu untersuchenden Optimierungsaufgaben treten diese Sonderfälle nicht auf. Eine Verbesserung der Zielfunktion wird immer dadurch begrenzt, daß technische Grenzen (zulässige Spannungen, zulässige Temperaturen, etc.) nicht überschritten werden. Die sich hieraus ergebenden Restriktionen sind in den meisten Fällen Funktionen mehrerer Veränderlicher.

#### 2.3.1.2 Die Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen

Im Gegensatz zum Univarianten-Verfahren werden bei einer Reihe von Lösungsmethoden, die hier allgemein als Gradientenmethoden bezeichnet werden, in einem Iterationsschritt alle Variablen zur gleichen Zeit verändert. Voraussetzung für die Anwendung dieser



Verfahren ist, daß sowohl die Zielfunktion als auch die Restriktionen differenzierbar sind.

In dieser Arbeit wird die von Zoutendijk entwickelte "Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen" benutzt, mit der sowohl lineare als auch nichtlineare Restriktionen berücksichtigt werden können [16,17,18]. Eine ähnliche Methode wird von Cooper beschrieben [19].

Ausgangspunkt ist auch hier ein zulässiger Lösungspunkt. Es sei angenommen, daß die ersten  $p$  Iterationen zu dem Punkt  $x^p$  geführt haben. Um eine bessere Näherungslösung  $x^{p+1}$  zu erreichen, muß zunächst eine Richtung  $s$  bestimmt werden, die zwei Bedingungen erfüllt:

1. Eine Bewegung in diese Richtung muß zu einer Verringerung der Zielfunktion führen, d.h., die Richtung muß brauchbar sein.
2. Es muß möglich sein, einen endlichen Schritt in diese Richtung zu tun, ohne eine Restriktion zu verletzen, d.h., die Richtung muß zulässig sein.

Liegt der Punkt  $x^p$  im Innern des zulässigen Bereiches, so erfüllt der negative Gradient der Zielfunktion beide Bedingungen. Ist dies nicht der Fall, d.h., liegt  $x^p$  auf einer oder mehreren Randflächen, so ist zur Bestimmung der Richtung  $s$  die Lösung eines linearen Programms notwendig. Diese Optimierungsaufgabe wird hier zunächst für den Fall formuliert, daß nur lineare Restriktionen vorliegen. Existieren auch nichtlineare Nebenbedingungen, ist das Vorgehen ganz ähnlich. Es wird weiter unten erläutert.

#### Lineare Restriktionen

Im Punkt  $x^p$  sollen  $\bar{m}$  der  $m$  Restriktionen aktiv sein. Durch Umstellen kann immer erreicht werden, daß dies die ersten  $\bar{m}$  Restriktionen sind:

$$\begin{aligned} R_k(x^p) &= b_k & k = 1, \dots, \bar{m} \\ R_k(x^p) &< b_k & k = \bar{m} + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2.15)$$

Da die zu suchende Richtung  $s$  zulässig sein muß, sind die Ungleichungen

$$\nabla R_k(x^p)^T \cdot s \leq 0 \quad k = 1, \dots, \bar{m} \quad (2.16)$$

zu erfüllen. Die Forderung nach möglichst großer Abnahme der Zielfunktion führt auf

$$\nabla F(x^p)^T \cdot s \rightarrow \text{Minimum} \quad (2.17)$$

Die Beziehungen (2.16) und (2.17) bilden das zu lösende lineare Optimierungsproblem. Damit diese Aufgabe eine endliche Lösung hat, müssen Normalisierungsbedingungen eingeführt werden, d.h., der Vektor  $s$  muß beschränkt werden. Zoutendijk hat gezeigt, daß sich die Verfahren vieler verschiedener Autoren nur durch diese Normalisierungsbedingungen unterscheiden. Im folgenden wird hier der Betrag der einzelnen Komponenten von  $s$  beschränkt:

$$|s_i| \leq 1 \quad (2.18)$$

Damit lautet das Problem zur Bestimmung von  $s$

$$\begin{aligned} \nabla F(x^p)^T \cdot s &\rightarrow \text{Minimum} \\ \nabla R_k(x^p)^T \cdot s &\leq 0 \quad k = 1, \dots, \bar{m} \\ |s_i| &< 1 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.19)$$

Diese Aufgabe kann mit bekannten Verfahren, z.B. mit der Simplex-Methode, gelöst werden.

### Nichtlineare Restriktionen

Wenn von den  $\bar{m}$  aktiven Restriktionen  $\bar{m}_{N1}$  nichtlinear sind, so gewährleisten die Bedingungen (2.16) nicht mehr die Zulässigkeit der Richtung  $s$ . Jede Richtung, die in der Tangentialebene einer aktiven Restriktion liegt, führt auch bei beliebig kleinen Schritten dann zu einem Verlassen des zulässigen Bereiches, wenn die Restriktion durch eine konvexe Funktion dargestellt wird. Nimmt man an, daß die nichtlinearen Restriktionen die ersten sind, so muß jetzt als Zulässigkeitsbedingung gefordert werden:

$$\begin{aligned} \nabla R_k(x^p)^T \cdot s &< 0 & k = 1, \dots, \bar{m}_{N1} \\ \nabla R_k(x^p)^T \cdot s &\leq 0 & k = \bar{m}_{N1}+1, \dots, \bar{m} \end{aligned} \quad (2.16 a)$$

Führt man eine positive Größe  $\sigma$  ein, so lautet die der Aufgabenstellung (2.19) entsprechende Formulierung des Problems zur Bestimmung der Richtung  $s$ :

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow \text{Maximum} \\ \nabla F(x^p)^T \cdot s &\leq -\sigma \\ \nabla R_k(x^p)^T \cdot s &\leq -\sigma & k = 1, \dots, \bar{m}_{N1} \\ \nabla R_k(x^p)^T \cdot s &\leq 0 & k = \bar{m}_{N1}+1, \dots, \bar{m} \\ |s_i| &\leq 1 \\ \sigma &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.19 a)$$

Dies ist ebenfalls eine leicht zu lösende lineare Optimierungsaufgabe.

### Bestimmung der Schrittweite

Hat man eine zulässige und brauchbare Richtung bestimmt, kann die neue Zwischenlösung nach der Beziehung

$$x^{p+1} = x^p + \mu \cdot s \quad (2.20)$$

berechnet werden. Dabei muß die Schrittweite  $\mu$  so bestimmt werden, daß auf der einen Seite die Abnahme der Zielfunktion möglichst groß ist, auf der anderen Seite aber  $x^{p+1}$  ein zulässiger Punkt bleibt. Daraus folgt:

$$\mu = \text{Min}(\mu', \mu'') \quad (2.21)$$

Dabei ist  $\mu'$  der Wert, an dem die Zielfunktion in Richtung  $s$  ein Minimum annimmt.

$$\left. \frac{\partial F(x^p + \mu \cdot s)}{\partial \mu} \right|_{\mu = \mu'} = 0 \quad (2.22)$$

$$0 < \mu' \leq \infty$$

Bei  $\mu = \mu''$  wird eine Grenze des zulässigen Gebietes erreicht:

$$R_k(x^p + \mu \cdot s) < b_k ; \mu \leq \mu'', k \in m \quad (2.23)$$

$$0 < \mu'' \leq \infty$$

Werden sowohl  $\mu'$  als auch  $\mu''$  unendlich, so hat das Problem keine endliche Lösung, d.h., die Zielfunktion kann beliebig verkleinert werden, wenn man der Richtung  $s$  folgt.

Das Ende der Iteration wird erreicht, wenn für Gl. (2.19) bzw. (2.19 a) keine Lösung existiert, die eine Verringerung der Zielfunktion zuläßt, d.h., wenn

$$\nabla F(x^p)^T \cdot s = 0 \quad (2.24)$$

ist. In diesem Fall existiert keine Richtung, die eine weitere Verbesserung der Zielfunktion zuläßt, ohne daß Restriktionen verletzt werden. Dies ist aber genau die in Abschnitt 2.2.1 angegebene notwendige Bedingung für ein Minimum.

Die Abb. 5 zeigt ein Ablaufschema dieses Verfahrens.

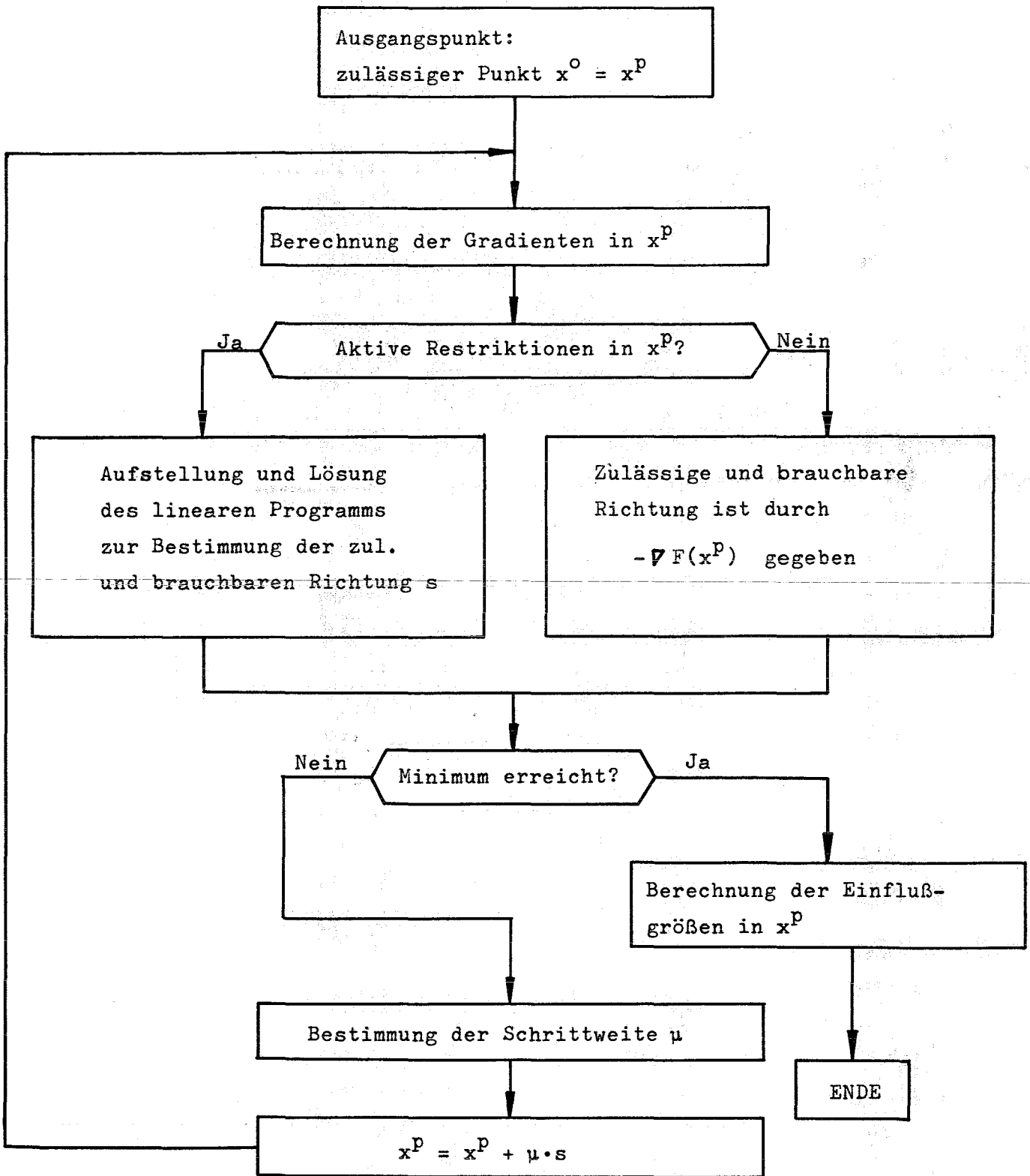


Abb. 5 Ablaufschema der Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen

Die Kuhn- und Tucker-Bedingung für die Lösung des linearen Unterproblems der Gl. (2.19) lautet:

$$-\nabla F(x^P) = \sum_{k=1}^{\bar{m}} \lambda_k \nabla R_k(x^P) \quad (2.25)$$

Dies entspricht der Kuhn- und Tucker-Bedingung für die ursprüngliche nichtlineare Aufgabe, da die  $\lambda$ -Werte für die inaktiven Restriktionen nach Gl. (2.6 b) Null sind. Daraus folgt, daß die Einflußgrößen der beiden Optimierungsaufgaben übereinstimmen. Die Einflußgrößen des Problems der Gl. (2.19) stehen als Bestandteil der Simplex-Lösung zur Verfügung.

In der Problemstellung (2.19) werden zur Bestimmung der zulässigen und brauchbaren Richtung  $s$  die Gradienten der Zielfunktion und der Restriktionen benötigt. Wie in Abschnitt 2.1.3 schon erwähnt wurde, tritt in dem hier betrachteten Problem einer Reaktoroptimierung ein Computer-Programm an die Stelle der analytischen Funktionen, so daß die Gradienten nicht explizit angegeben werden können. Um hierfür Näherungslösungen zu erhalten, werden die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt. Benutzt man hierzu zentrale Differenzen, dann sind in einem Iterationsschritt für die Berechnung der Gradienten

$$z = 2n + 1 \quad (2.26)$$

$z$  = Anzahl der Rechnungen zur Bestimmung  
von  $\nabla F$  und  $\nabla R$

Rechenläufe notwendig. Bei konstanter Anzahl von Iterationen ist die gesamte Rechenzeit proportional zu  $z$ , da die Lösung des Problems (2.19) und die Bestimmung der Schrittweiten nur wenig Zeit beanspruchen. Daraus folgt, daß bei Verwendung von Gradientenverfahren die für die Lösung der Reaktoroptimierungsaufgabe benötigte Rechenzeit proportional zur Anzahl der betrachteten Variablen ist. Bemerkenswert ist hier, daß die Zahl der Restriktionen praktisch keine Rolle spielt.

### Änderung des Verfahrens

Da bei den hier zu untersuchenden Problemen die Bestimmung der Gradienten viel Zeit beansprucht, wird gegenüber dem ursprünglichen Verfahren die folgende Änderung vorgenommen:

Bevor eine neue zulässige und brauchbare Richtung gesucht wird, wird geprüft, ob die vorletzte benutzte Richtung in dem mit der letzten Richtung gefundenen Punkt wieder zulässig und brauchbar ist. Wenn dies der Fall ist, wird auf die Berechnung einer neuen Richtung  $s$ , und damit auf die Neuberechnung der Gradienten, verzichtet. In dem folgenden Iterationsschritt wird die vorletzte Richtung benutzt.

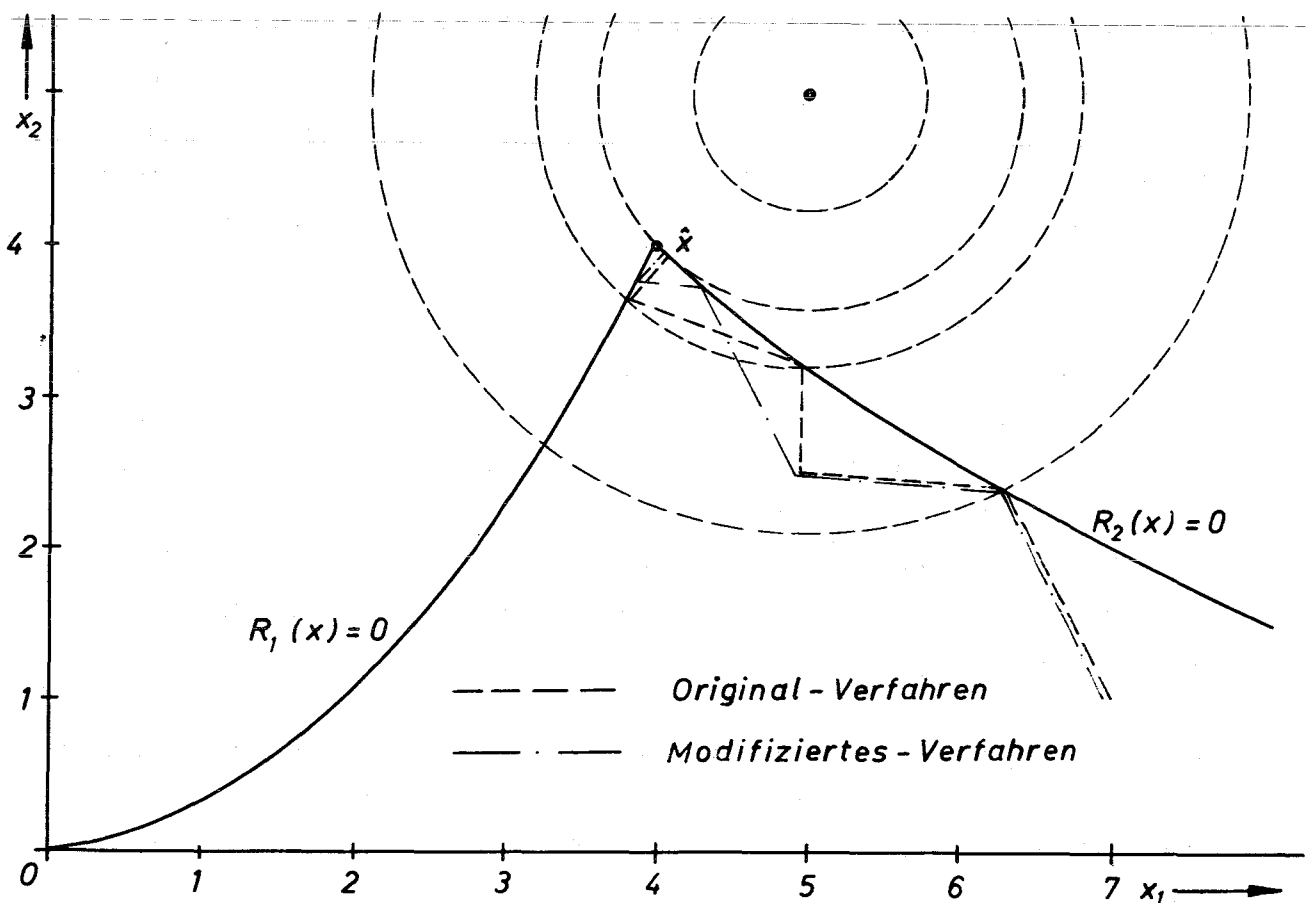


Abb. 6 Lösungsweg bei Anwendung der Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen

In die Abb. 6 sind die Lösungswege für das ursprüngliche Verfahren und das abgeänderte Verfahren eingezeichnet. Es zeigt sich, daß in diesem Fall die Zahl der Gradienten-Bestimmungen deutlich kleiner wird.

### 2.3.2 Evolutionstrategie (statistische Verfahren)

Die Anwendung von Gradientenverfahren wird durch 2 Nachteile eingeschränkt:

1. Es können nur differenzierbare Funktionen untersucht werden.
2. Die Rechenzeit ist proportional zu der Anzahl der betrachteten unabhängigen Variablen.

In beiden Punkten bringt die Anwendung von statistischen Verfahren Vorteile [20,21,22,23].

Die im folgenden beschriebene Evolutionstrategie wurde von Rechenberg für experimentelle Optimierungen in der Strömungslehre entwickelt [23]. Ein ähnliches Verfahren wird von Brooks [22] angegeben.

Bei der Evolutionstrategie werden Punkte in der näheren Umgebung einer ersten zulässigen Schätzlösung stichprobenartig ausgewählt. Für diese Punkte werden die Funktionswerte der Zielfunktion und der Restriktionen bestimmt. Hat man eine zulässige Variablenkombination gefunden, für die der Wert der Zielfunktion niedriger als im Ausgangspunkt ist, wird dieser als neue vorläufige Lösung akzeptiert.

Eine Lösung wird endgültig akzeptiert, wenn nach einer vorgegebenen großen Anzahl von Versuchen keine Verbesserung der Zielfunktion mehr erreicht werden kann. Das Ablaufschema des Verfahrens zeigt die Abb. 7.



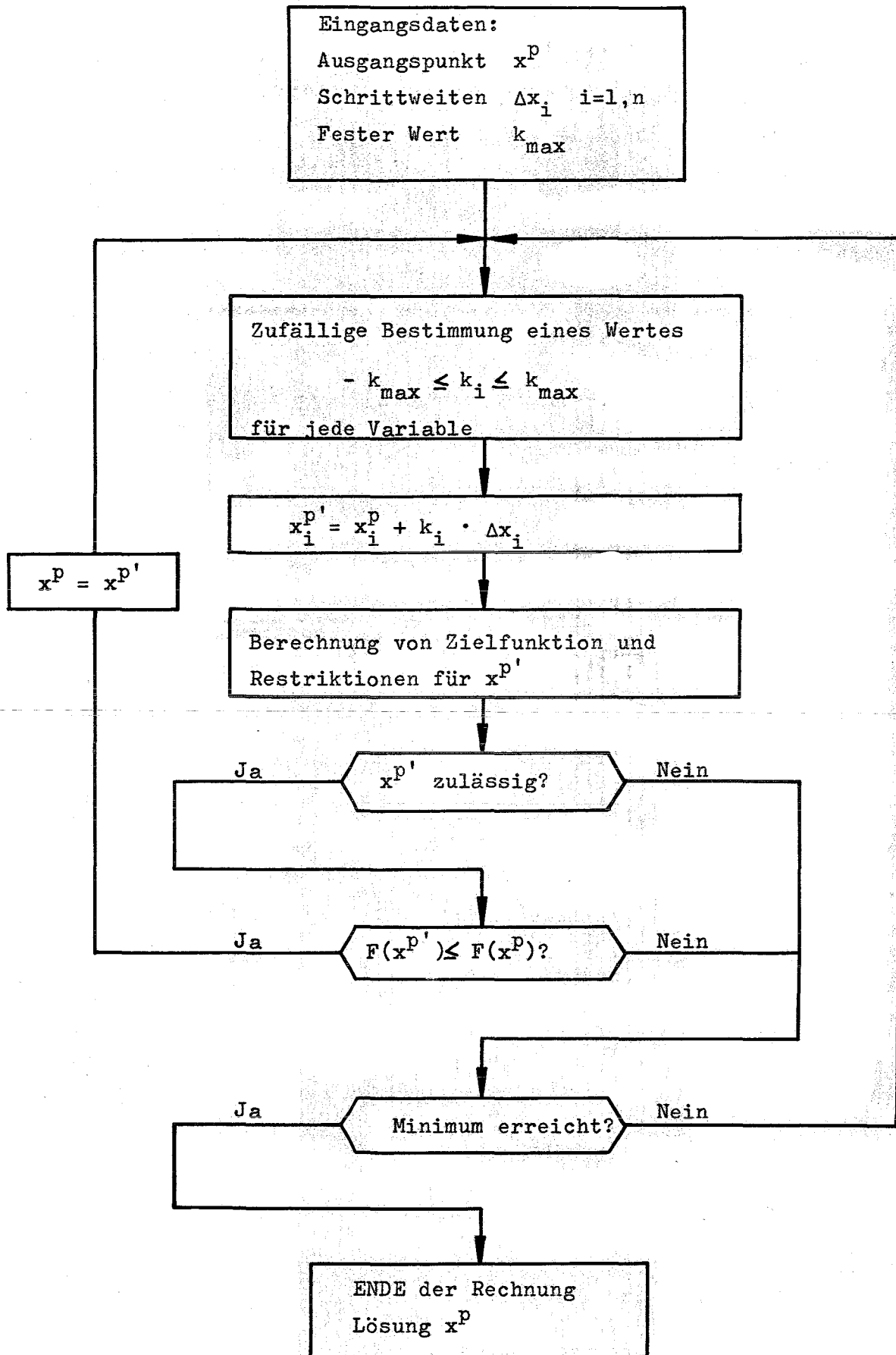


Abb. 7 Ablaufschema der Evolutionsstrategie

Diese einfache Methode wird dann besonders effektiv, wenn die Zahl der zu untersuchenden Variablen groß wird [24]. Rechenberg und Schwefel [25] zeigten, daß für mehr als 3 Variable dieses Verfahren schneller zum Optimum führt als Gradientenverfahren. Ein zusätzlicher Vorteil ist, daß die Wahrscheinlichkeit, nur ein lokales Minimum zu erreichen, klein wird, wenn das Gebiet, aus dem die Stichproben entnommen werden, genügend groß ist. Über die Eigenschaften der Zielfunktion und der Restriktionen brauchen keinerlei Voraussetzungen getroffen zu werden. Insbesondere sind Stetigkeit und Differenzierbarkeit für die Anwendung dieses Verfahrens nicht notwendig. Die Anwendung dieser Methode ist in Abb. 8 demonstriert.

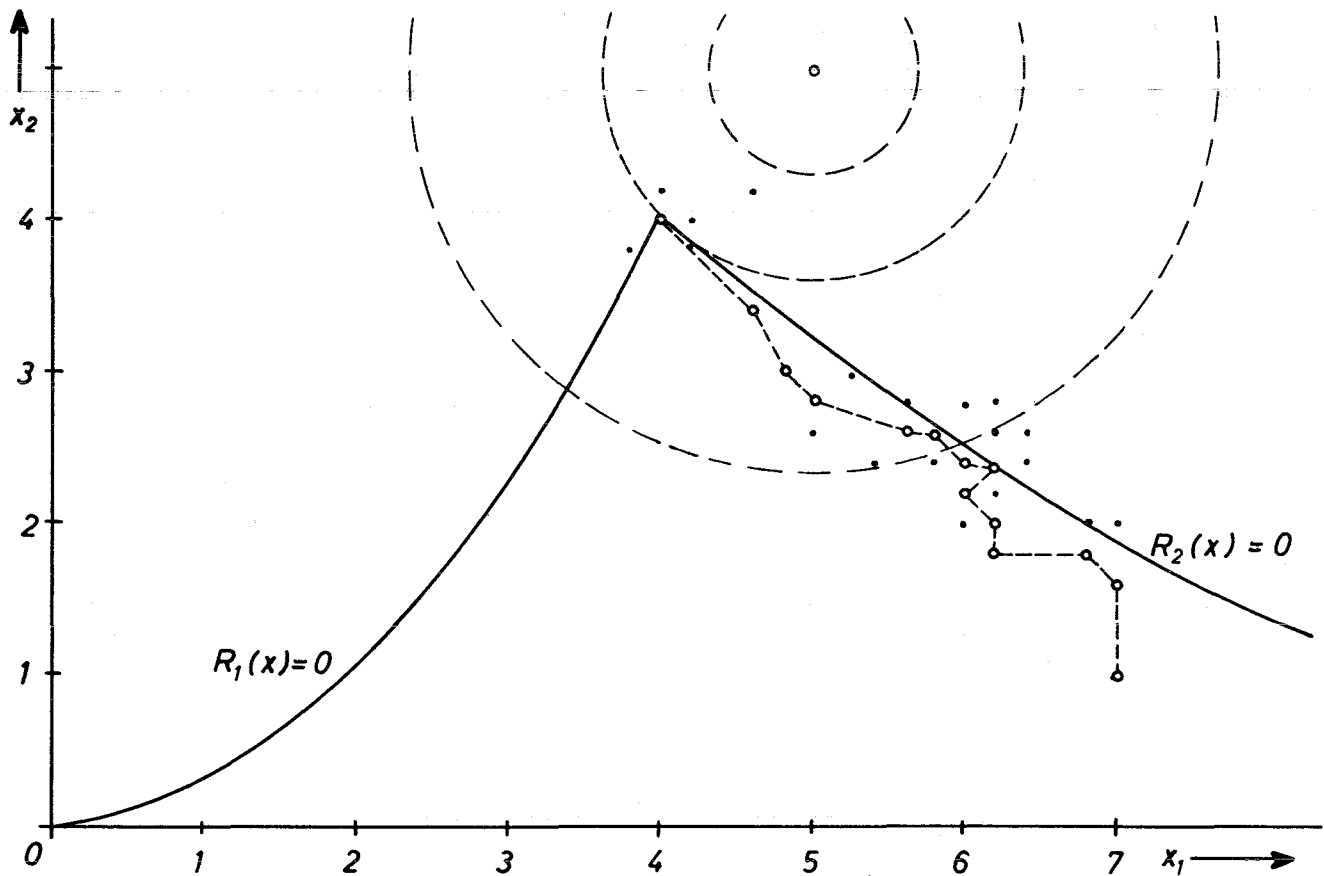


Abb. 8 Lösungsweg bei Anwendung der Evolutionsstrategie

### 2.3.3 Vergleich der Lösungsverfahren

In Tab. 1 sind die Eigenschaften der drei beschriebenen Verfahren zusammengefaßt. In dieser Arbeit werden wegen der gezeigten Mängel des Univarianten-Verfahrens im folgenden nur noch die Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen - im weiteren kürzer als Gradientenverfahren bezeichnet - und die Evolutionsstrategie betrachtet. Den Verlauf der Zielfunktion während eines Optimierungsprozesses unter Verwendung dieser beiden Verfahren zeigt die Abb. 9.

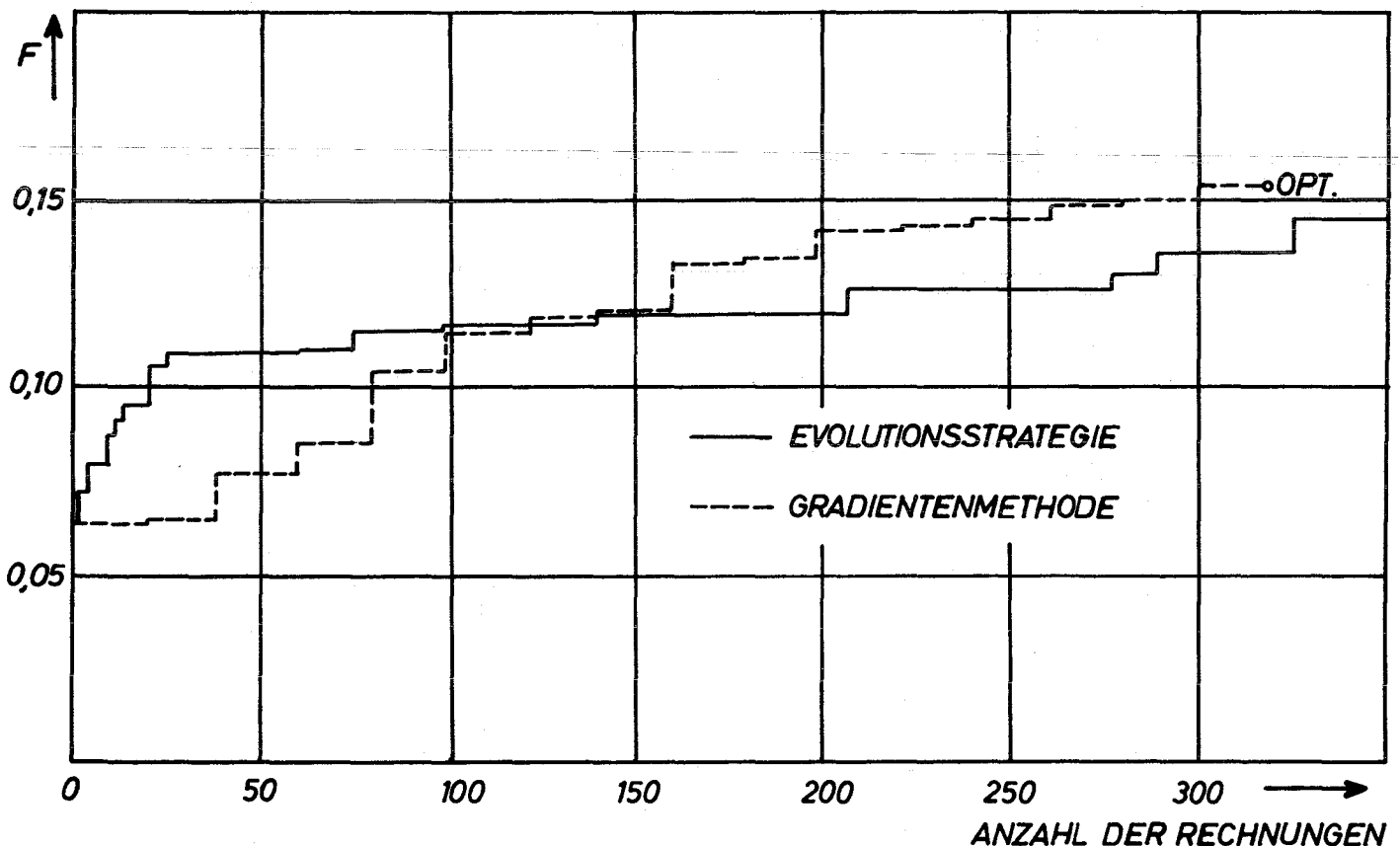


Abb. 9 Änderung der Zielfunktion während einer Optimierung bei Anwendung der Evolutionsstrategie und der Gradientenmethode

	UNIVARIANT- VERFAHREN	GRADIENTEN- VERFAHREN	EVOLUTIONS- STRATEGIE
Art	systematisch	systematisch	statistisch
Zielfunktion	beliebig	differenzierbar	beliebig
Restriktion	$a_i \leq x_i \leq b_i$	differenzierbar	beliebig
Bemerkungen	-	Bestimmung von aktiven Restriktionen und Einflußgrößen ist möglich.	Schnelles Verfahren, wenn die Zahl der Variablen groß ist.

Tab. 1 Einige wichtige Eigenschaften verschiedener Optimierungsverfahren

Die Abszisse gibt die Anzahl der notwendigen Rechnungen von Zielfunktion und Restriktionen an und ist somit proportional zur benötigten Rechenzeit. Es handelt sich hier um ein Problem mit 9 Variablen, das in Abschnitt 4.1 näher erläutert wird. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Evolutionsstrategie dem Gradientenverfahren überlegen ist, wenn der Startpunkt der Rechnung weit entfernt vom gesuchten Optimum ist. Die Anzahl der für eine Verbesserung im Mittel benötigten Versuche steigt aber, wenn man sich dem Minimum nähert. Der exakte Lösungspunkt wird unter Umständen auch nach unendlich vielen Versuchen nicht erreicht, insbesondere wenn, wie es hier geschehen ist, nur diskrete Punkte im Phasenraum untersucht werden.

Demgegenüber erreicht das Gradientenverfahren den exakten Lösungspunkt. Die dabei erzielte Genauigkeit ist nur durch sinnvolle Rechenzeit und numerische Fehler begrenzt. Zusammen mit dem Lösungspunkt gibt das Gradientenverfahren an, welche Restriktionen aktiv sind und wie groß ihr Einfluß ist.

Damit bietet sich das folgende stufenweise Vorgehen bei einer Optimierung an. Mit der Evolutionsstrategie wird die ungefähre Lage des Optimums bestimmt. Hier können diskrete Variablen berücksichtigt werden. In der zweiten Stufe werden für die kontinuierlich veränderlichen Variablen die exakten optimalen Werte berechnet. Gleichzeitig werden die aktiven Restriktionen und die zugehörigen Einflußgrößen bestimmt. Wie oben schon erwähnt wurde, sollten mehrere Rechnungen durchgeführt werden, um festzustellen, ob mehrere lokale Optima existieren.

#### 2.4 Behandlung von Gleichungen als Nebenbedingungen

In Abschnitt 2.1.1 wurde das Optimierungsproblem als Minimum-Aufgabe formuliert und vorausgesetzt, daß nur Restriktionen vom Typ  $R(x) \leq b$  vorliegen. Dies geschah hauptsächlich, um die Beschreibung der Lösungsverfahren zu vereinfachen. Durch sinngemäße Änderung der Verfahren ist es möglich, sowohl die Maximum-Aufgabe zu lösen als auch Restriktionen vom Typ  $R(x) \geq b$  zu be-

rücksichtigen.

Im folgenden soll die Berücksichtigung von Restriktionen des Typs  $R(x) = b$  näher diskutiert werden. Hier bestehen zwei Möglichkeiten:

1. Bedingungen der Art

$$R_l(x) = b_l \quad l = 1, \dots, m_3 \quad (2.27)$$

können dadurch erfüllt werden, daß man gleichzeitig fordert

$$\begin{aligned} R_l(x) &\geq b_l & l = 1, \dots, m_3 \\ R_l(x) &\leq b_l & l = 1, \dots, m_3 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Dieses Vorgehen erschwert das Auffinden einer zulässigen Lösung, die als Startpunkt für die Optimalisierung benötigt wird. Vorteilhaft ist jedoch, daß mit Hilfe der Lagrange-Parameter Aussagen über den Einfluß dieser Restriktionen gemacht werden können.

2. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, daß, ausgehend von den Gleichungen (2.25)  $m_3$  der Variablen  $x_i$  als Funktion der restlichen  $(n-m_3)$ -Variablen dargestellt werden.

$$x_j = \phi_j(x_{m_3+1}, \dots, x_n) \quad (2.29)$$

$$j = 1, \dots, m_3$$

Damit kann auch die Zielfunktion als Funktion von nur noch  $(n-m_3)$ -Variablen formuliert werden:

$$\begin{aligned} F(x) &= F(x_1, \dots, x_n) = \\ &F(\phi_1(x_{m_3+1}, \dots, x_n), \dots, \phi_{m_3}(x_{m_3+1}, \dots, x_n), \\ &x_{m_3+1}, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Dieses Vorgehen ist nur selten durchführbar, wenn  $F(x)$  und  $R(x)$  analytische Funktionen sind. Wenn dagegen die Funktionen numerisch berechnet werden, ist mit dem Hilfsmittel der Iteration dieses Verfahren immer anwendbar.

Der Vorteil liegt hier darin, daß die Zahl der zu untersuchenden Variablen reduziert wird, was insbesondere bei der Benutzung des Gradientenverfahrens Rechenzeit einspart. Weil nur noch Ungleichungen als Restriktionen auftreten, ist es im allgemeinen auch leichter, einen zulässigen Ausgangspunkt für die Optimierungsrechnung zu bestimmen. In dieser Arbeit wird nach dem zweiten Verfahren vorgegangen.

### 3. Rechenverfahren für die Reaktorauslegung

#### 3.1 Kurzbeschreibung der in REBEKA verwendeten Verfahren

Wie man aus Abb. 9 ersehen kann, sind zur Lösung eines Optimierungsproblems einige hundert Berechnungen der Zielfunktion und der Restriktionen notwendig. Bei dem hier vorliegenden Reaktoroptimierungsproblem bedeutet dies einige hundert vollständige Auslegungsberechnungen der zu optimierenden Anlagenteile. Eine einmalige Auslegung ist aber an sich schon eine umfangreiche und komplexe Aufgabe. Bei der Vielzahl der durchzuführenden Rechnungen ist daher Voraussetzung, daß ein Rechenprogramm existiert, das zwei Bedingungen erfüllt:

1. Eine vollständige Auslegungsberechnung muß ohne äußeres Eingreifen durchgeführt werden können, wenn die Werte der unabhängigen Variablen festgelegt worden sind, d.h., die Rechenprogramme zur Lösung der verschiedenen Teilprobleme müssen in einem Programmsystem koordiniert werden.
2. Die für eine einmalige Auslegung benötigte Rechenzeit darf nur wenige Sekunden betragen, damit die Gesamt-rechenzeit für einen Optimierungsprozeß in angemessenen Grenzen bleibt.

Während Bedingung 1 ohne größere Schwierigkeiten erfüllt werden kann, ist der Forderung 2 nur dann gerecht zu werden, wenn Näherungslösungen benutzt werden. Dies geschieht sinnvoll für diejenigen Teile einer exakten Rechnung, die den größten Teil der Rechenzeit beanspruchen. Dies sind hier die nuklearen Rechnungen zur Bestimmung des Spaltstoffinventars und der Brutraten des Reaktors.

Im folgenden werden zunächst die Methoden angegeben, die im Programmsystem REBEKA für die Berechnung des Cores und der wichtigen Wärmeübertragungskomponenten eines natriumgekühlten Brütters benutzt werden. Auf die einzelnen Verfahren wird nur dann näher eingegangen, wenn sie von den üblichen Berechnungsmethoden abweichen. Danach wird ein Verfahren beschrieben, das eine genügend genaue Abschätzung



der nuklearen Daten eines Brutreaktors erlaubt.

Die Abb. 10 zeigt das Ablaufschema einer mit REBEKA durchgeführten Reaktorauslegung. Da zunächst von geschätzten Werten für die Leistungsverteilung ausgegangen wird, ist ein iteratives Vorgehen notwendig.

### 3.1.1 Thermische Coreauslegung

Das Core des hier betrachteten Reaktortyps besteht aus sechseckigen Brennelementkästen, in denen die Brennstoffstäbe assembliert sind. Der Kühlmittelstrom wird in jedem Kasten entsprechend der radialen Leistungsverteilung so gedrosselt, daß am Kernaustritt eine möglichst einheitliche Temperatur erreicht wird.

Unter der thermischen Auslegung des Reaktorkerns wird hier das Lösen der folgenden Aufgaben verstanden:

1. Die Bestimmung des Kühlmitteldurchsatzes, der gewährleistet, daß vorgegebene, zulässige Temperaturen an keinem Punkt des Kerns überschritten werden. Aus dem berechneten Durchsatz folgt der maximal auftretende Druckverlust und die Reaktoraustrittstemperatur.
2. Die Festlegung eines maximalen Punktabbrandes so, daß keine wesentliche Hüllrohrbelastung durch den Schwelldruck des Brennstoffes entsteht.
3. Für einen geschlossenen Brennstab die Dimensionierung des Spaltgasplenums, die gewährleistet, daß kein unzulässig hoher Überdruck im Plenum auftritt.

Für die exakte Lösung dieser Probleme, insbesondere für die Bestimmung der Reaktoraustrittstemperatur, ist eine Berechnung der Temperaturverteilung im gesamten Kern notwendig. Dabei muß der Einfluß der Blanketkühlung und der Leckagen in den Regelstab-

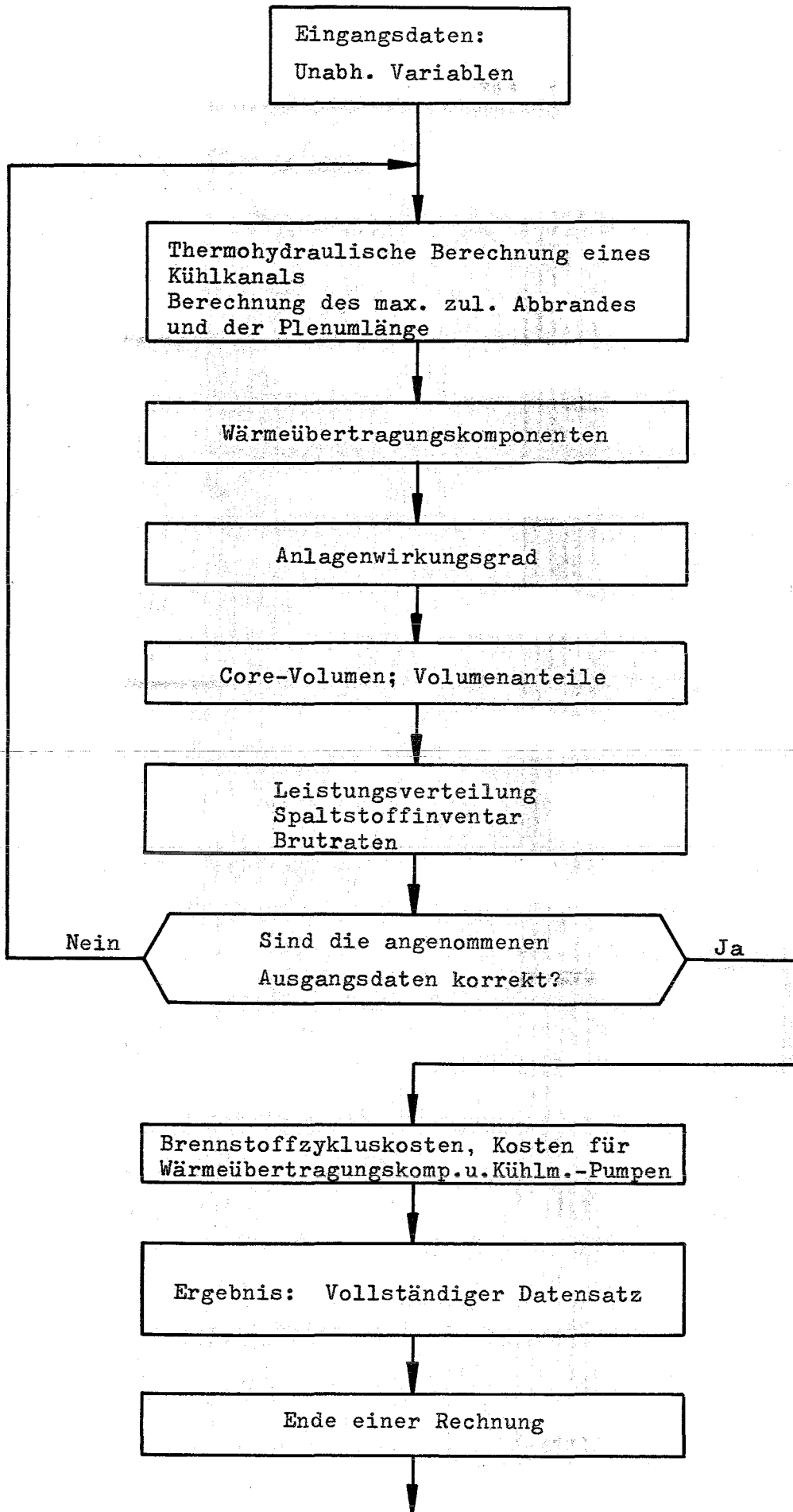


Abb. 10 Ablaufschema der Reaktorberechnungsphase in REBEKA

positionen berücksichtigt werden. Wegen der geforderten kurzen Rechenzeit ist dies nicht möglich. Die Probleme werden daher nur in einem Kühlkanal untersucht, und es wird vorausgesetzt, daß die so gefundenen Verhältnisse repräsentativ für das Core sind.

### 3.1.1.1 Berechnung der Temperaturen und des Druckverlustes

Für die Berechnung der Temperaturen im Kühlkanal werden die folgenden Voraussetzungen getroffen:

1. Es tritt keine Quervermischung mit benachbarten Kühlkanälen auf.
2. Die axiale Leistungsverteilung wird durch einen Cosinusverlauf so angenähert, daß sich ein vorgegebener Leistungsformfaktor ergibt.
3. Die Heißkanalfaktoren werden als reine Unsicherheitsfaktoren betrachtet. Im "heißen Kanal" treten alle Unsicherheiten zur gleichen Zeit in der ungünstigen Richtung auf. Eine genauere Berechnung der Heißkanalfaktoren mit statistischen Methoden führt auf ähnliche Werte [26], so daß dieses relativ grobe Verfahren gerechtfertigt erscheint. Die wesentlichen Eingangsgrößen sind die Brennstab- und Kühlkanalgeometrie, die Reaktoreintrittstemperatur und der axiale Formfaktor.

Unter diesen Voraussetzungen erhält man den axialen Verlauf der Kühlmittelenthalpie aus der bekannten Beziehung:

$$i_K(z) = i_K(0) + \frac{1}{\dot{m}} \int_0^z \chi(\xi) d\xi \quad (3.1)$$

Aus  $i_K$  folgt die Kühlmitteltemperatur, wenn der axiale Druckverlauf bekannt ist. Dieser folgt aus

$$p(z) = p(0) - f \frac{S_w^2}{2} \cdot \frac{z}{D_h} \quad (3.2)$$

Dabei ist der Reibungsbeiwert abhängig von der Kühlkanalgeometrie, der Kühlmittelgeschwindigkeit und dem Abstandshaltertyp.

Für die Berechnung der Hüllrohrtemperaturen muß die Wärmeübergangszahl  $h_w$  bekannt sein. Ihr Einfluß auf die Auslegung eines natriumgekühlten Reaktors ist klein. In REBEKA wird zu ihrer Berechnung generell die von Lubarsky und Kaufmann [27] angegebene Beziehung verwendet.

Der Wärmedurchgangskoeffizient im Spalt Hüllrohr-Brennstoff ist von dem Medium im Spalt abhängig. Bei oxidischem Brennstoff wird allgemein ein gasgefüllter Spalt verwendet. Hier wird der konstante Wert von  $1 \text{ W/cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$  benutzt [28]. Bei karbidischem Brennstoff wird ein Na-bonding vorausgesetzt, so daß der Wärmedurchgangskoeffizient aus der Spaltweite und der Wärmeleitfähigkeit des Natriums bestimmt werden muß.

Für die Temperaturdifferenz im Brennstoff gilt das Wärmeleitintegral

$$\chi(z) = \int_{T_{\text{Br,a}}}^{T_{\text{Br,i}}} 4 \pi k(T) dT \quad (3.3)$$

Dabei wird für oxidische Brennstoffe die Wärmeleitfähigkeit nach

$$\frac{k(T,P)}{\text{W/cm}^\circ\text{C}} = (1-P^{0,66}) \frac{41,2}{\frac{T}{^\circ\text{C}} + 280} + 6,55 \cdot 10^{-13} \left(\frac{T+273}{^\circ\text{C}}\right)^3 \pm 7 \% \quad (3.4)$$

berechnet [29,30]. Die maximale Brennstoffzentraltemperatur tritt bei oxidischem Brennstoff am Innenrand des sich bildenden Zentralkanals auf.

Für karbidischen Brennstoff wird nach [31] die Beziehung

$$\frac{k(T,P)}{W/cm/^{\circ}C} = (1-P^{0,66}) \cdot e \cdot (0,19 + 5 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T}{^{\circ}C}) \pm 15 \% \quad (3.5)$$

verwendet.

Der Temperaturverlauf wird sowohl für den nominellen wie für den heißen Kanal bestimmt. Durch Verändern von Stableistung und Durchsatz kann erreicht werden, daß vorgegebene Werte für die maximale Brennstoffzentraltemperatur und die maximale Hüllrohrtemperatur nicht überschritten werden.

Da die Temperaturen nur in einem Kühlkanal berechnet werden, muß der Einfluß der Blanketkühlung und der Leckagen in den Steuerstabpositionen pauschal durch Korrekturfaktoren berücksichtigt werden. Frühere Untersuchungen haben gezeigt, daß die mittlere Enthalpieerhöhung im Reaktor 85 - 90 % der maximalen Enthalpieerhöhung im Core beträgt.

### 3.1.1.2 Bestimmung des maximalen Punktabbrandes

Nach dem in [32,33] entwickelten Modell ist der maximale Abbrand dann erreicht, wenn an einer Stelle des Brennstabes der Brennstoff das zum Schwellen zur Verfügung gestellte Leervolumen aufgebracht hat. Dadurch wird vermieden, daß das Hüllrohr durch das Brennstoffschwellen nennenswerte Belastungen erfährt.

Das Leervolumen wird durch die Schmierdichte bestimmt. Es setzt sich zusammen aus dem Volumen des Spaltes und dem im Brennstoff verfügbaren Porenvolumen. Sowohl die Verfügbarkeit des Porenvolumens wie die Schwellraten des Brennstoffes sind von den Brennstofftemperaturen abhängig, so daß die Bestimmung der zulässigen Standzeit für jedes axiale Element des Brennstoffstabes zu erfolgen hat.

Für oxidischen Brennstoff wird der Brennstoffbereich des Stabes in drei Temperaturzonen eingeteilt, für die die in Tab. 2 a angegebenen Schwellraten- und Verfügbarkeitsfaktoren gelten [33].

	bis 1300 °C	1300-1700 °C	über 1700 °C
S $\left[ \frac{v/o}{10^4 \text{ MWd/to}} \right]$	1,6	1,7	0,7
G	0,3	0,5	0,8

Tab. 2 a Schwellraten und Verfügbarkeitsfaktoren für oxidischen Brennstoff als Funktion der Brennstofftemperatur [33]

	bis 950 °C	bei 1500 °C	Bemerkungen
S $\left[ \frac{v/o}{10^4 \text{ MWd/to}} \right]$			
optimistische Werte	1	2,5	linearer Verlauf für $950 \leq T_{Br} \leq 1500 \text{ °C}$
pessimistische Werte	2	5	
G	0,2	0,2	temperaturunabhängig

Tab. 2 b Schwellraten und Verfügbarkeitsfaktor für karbidischen Brennstoff als Funktion der Brennstofftemperatur [31]

Der maximal erreichbare Abbrand ergibt sich aus der Beziehung:

$$A = \frac{P(G_{Pl} \cdot V_{Pl} + G_{Kr} \cdot V_{Kr} + G_{TT} \cdot V_{TT}) + V_G}{(1-P) (S_{Pl} \cdot V_{Pl} + S_{Kr} \cdot V_{Kr} + S_{TT} \cdot V_{TT})} \quad (3.6)$$

Für karbidischen Brennstoff wird angenommen, daß die Tabletten-  
dichte 95 % der theoretischen Dichte beträgt und der Rest des  
Leervolumens im Na-gefüllten Spalt zur Verfügung steht. Nach [31]  
kann die Verfügbarkeit des Porenvolumens in der Tablette temperatur-  
unabhängig zu 0,2 angesetzt werden. Für die Schwellraten liegen  
keine verlässlichen Werte vor. Als untere bzw. obere Grenze können  
die in Tab. 2 b angegebenen Werte angesehen werden [31]. Es wird  
vorausgesetzt, da die über den Brennstoffbereich gemittelten Schwell-  
raten im Temperaturbereich 950 - 1500 °C linear abhängig von der  
maximalen Brennstoffzentraltemperatur sind. Der maximal erreich-  
bare Abbrand ergibt sich aus einer der Gl. (3.6) entsprechenden  
Beziehung.

### 3.1.1.3 Berechnung des zulässigen Überdruckes und der erforder- lichen Länge des Gasplenums

Zur Berechnung des maximal zulässigen Überdruckes im Spaltgasplenum  
wird das von G. Schmidt [34] entwickelte Verfahren verwendet. Da-  
nach wird gefordert, daß die drei folgenden Bedingungen erfüllt  
sind:

1. Am Ende der Standzeit muß die mittlere Vergleichsspannung  
im Hüllrohr an der heißesten Stelle kleiner als  $0,66 \cdot \sigma_{0,2}$   
sein. Damit ist gewährleistet, daß während einer begrenzten  
Leistungsexkursion, die zu einer Erhöhung der Kühlmitteltempe-  
ratur und damit zu einer Drucksteigerung führt, die zulässige  
Streckgrenze nicht überschritten wird.
2. Die durch Kriechen unter reinem Überdruck an der heißen Stelle  
verursachte tangentialer Dehnung darf ein zulässiges Maß nicht

überschreiten. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Reaktor während der gesamten Standzeit bei Vollast betrieben wird.

3. Die im praktischen Betrieb notwendigen Reaktorabschaltungen führen in Verbindung mit Spannungsabbau durch Kriechen zu Umlagerungen der auftretenden Wärmespannungen, die ihrerseits zur schrittweisen Aufweitung des Hüllrohres führen (thermal ratcheting). Diese Aufweitung überlagert sich der durch reines Kriechen verursachten. Auch hier darf ein zulässiger Wert nicht überschritten werden. Wegen der zu berücksichtigenden Wärmespannungen tritt hier die gefährdete Stelle nicht notwendig am Ort der maximalen Hüllrohrtemperatur auf.

Die während der Standzeit freigesetzte Spaltgasmenge ergibt sich nach [32] zu:

$$\frac{V_{Sp}}{\text{Norm cm}^3} = C_{Fr} \cdot 2,59 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{A_{ax}}{\text{MWd/to}} \cdot \frac{\rho_{Br}}{\text{g/cm}^3} \cdot \frac{H_c}{\text{cm}} \cdot \frac{F_{Br}}{\text{cm}^2} \quad (3.7)$$

Für die Freisetzungsrates  $C_{Fr}$  wurde generell der Wert 0,8 benutzt.

Aus dem zulässigen Überdruck und der Spaltgasmenge  $V_{Sp}$  kann die Plenumlänge berechnet werden:

$$H_{Pl} = \frac{V_{Sp} (T_{Sp} + 273)}{273 \cdot P_{zul}} \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Berechnung des Anlagenwirkungsgrades

Für die Berechnung des thermodynamischen Wirkungsgrades wird  $n_{Zü}$ -fache Zwischenüberhitzung vorausgesetzt. Dadurch wird der gesamte Expansionsverlauf in  $(n_{Zü} + 1)$  Teilexpansionen unterteilt. In jeder dieser Teilexpansionen sollen  $n_{Anz}$  Anzapfungen für die Speisewasservorwärmung vorgenommen werden. Der thermodynamische Wirkungsgrad des Prozesses ergibt sich mit den in der Abb. 11 angegebenen Größen aus der Beziehung



$$\eta_{th} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{Zü}+1} \left[ G_j(i_{j,0} - i_{j,1}) + \sum_{i=1}^{n_{Anz}(j)} E_{i,j}(i_{j,0} - i_{E_{i,j}}) \right]}{G_{DE} \Delta i_{DE} + \sum_{j=1}^{n_{Zü}} G_j(i_{j+1,0} - i_{j,1})} \quad (3.9)$$

Die Enthalpiewerte können aus den vorgegebenen Druck- und Temperaturwerten berechnet werden. Die Anzapfmengen und -enthalpien sind nach [35] so zu wählen, daß in allen Vorwärmstufen die gleiche Enthalpieerhöhung des Speisewassers erreicht wird.

Für die Berechnung des Nettoanlagenwirkungsgrades sind noch die mechanischen Verluste und der Eigenbedarf für Speisewasser- und Kühlmittelpumpen, etc., zu berücksichtigen.

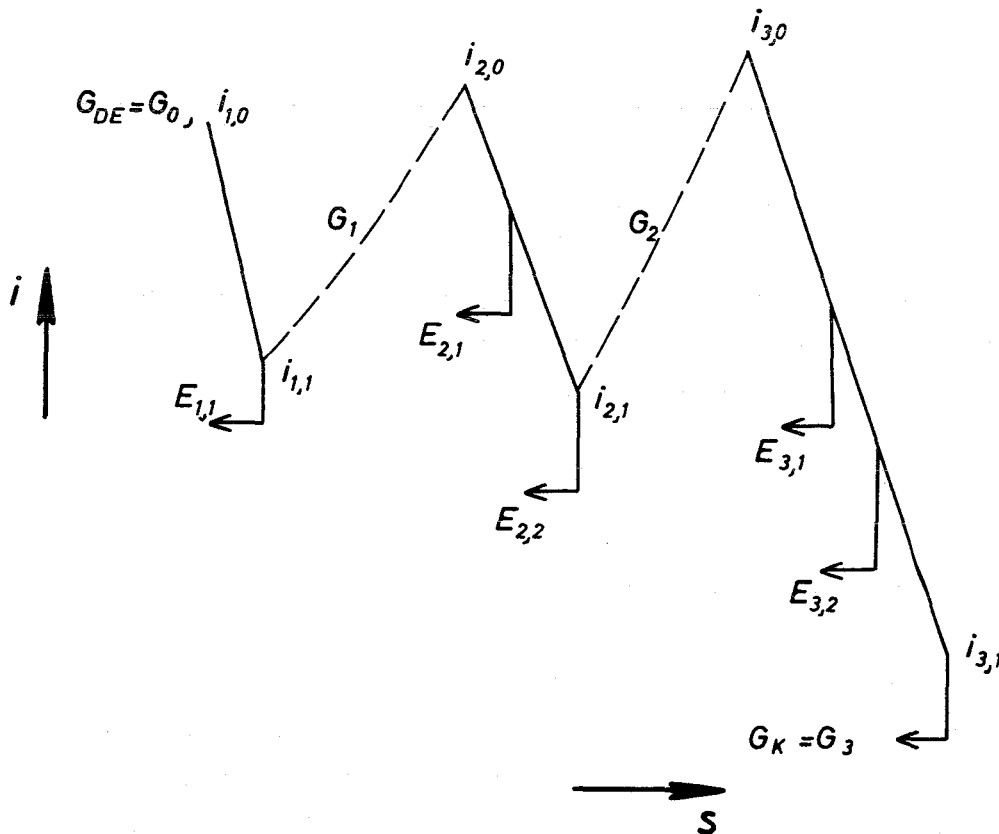


Abb. 11 Skizze zur Erläuterung der in Gl. (3.9) benutzten Größen

### 3.1.3 Corevolumen und Volumenanteile

Die innere Schlüsselweite eines Brennelementkastens wird durch die Brennstabgeometrie (Durchmesser und Teilung) und die Anzahl der Stäbe im Bündel  $n_p$  festgelegt. Die Kastenwandstärke ist so zu wählen, daß durch den im Kern auftretenden Druckverlust keine unzulässig hohen Verbiegungen der Kastenwand hervorgerufen werden und die Streckgrenze nicht überschritten wird. Dabei wird eine Kante des Sechseckkastens als beidseitig eingespannter Stab betrachtet. Wird die Weite des Spaltes zwischen den einzelnen Brennelementkästen vorgegeben, so ist die Geometrie und damit das Volumen einer Kernzelle vollständig bestimmt.

Die Gesamtanzahl der Brennstoffzellen ergibt sich aus der thermischen Leistung des Cores

$$n_{\text{BrZ}} = \frac{Q_{\text{el}} \cdot q_c}{\eta_{\text{ges}} \cdot \chi \cdot \varphi_{\text{ax}} \cdot \varphi_{\text{rad}} \cdot H_c \cdot n_p} \quad (3.10)$$

Das Corevolumen folgt aus dem Volumen einer Kernzelle und der Anzahl der Brennstoff- und Steuerstabzellen.

Die Materialzusammensetzung des Cores wird durch Mittelung der Volumenanteile von Brennstoff- und Steuerstabzellen gewonnen. Es wird in dieser Arbeit angenommen, daß die Zusammensetzung des axialen Blankets der des Cores entspricht. Für das radiale Blanket werden in allen Fällen konstante Volumenanteile vorausgesetzt.

### 3.1.4 Wärmeübertragungskomponenten

Für die Berechnung der Wärmeübertragungskomponenten, das sind Zwischenwärmetauscher, Zwischenüberhitzer und Dampferzeuger, wurden die von Schnauder und Spilker entwickelten Programme [36,37] in REBEKA integriert. Die wichtigsten zu berechnenden Größen sind die Heizfläche, der primäre und sekundäre Druckver-

lust und die äußeren Abmessungen der Komponenten. Eingangsgrößen für die Rechnungen sind die Zustände der primären und sekundären Wärmeübertragungsmedien am Ein- und Austritt, ihre Strömungsgeschwindigkeiten und die Tauscherrohrgeometrie. Die Kosten der Komponenten können berechnet werden, wenn spezifische Kosten vorgegeben werden.

### 3.1.5 Brennstoffzykluskosten

Die Brennstoffzykluskosten werden nach der Barwertmethode in enger Anlehnung an das von Grumm entwickelte Verfahren berechnet [38].

Für jede Teilladung entstehen zu Beginn der Fabrikation die Kosten  $K_1$  für die in ihr enthaltenen Materialien und für die Herstellung der Brennelemente. Nach dem Entladen aus dem Reaktor verursacht die Wiederaufarbeitung des Brennstoffes weitere Kosten. Gleichzeitig ergibt sich ein Rückgewinn aus dem Verkauf des in jeder Teilladung vorhandenen Plutoniums. Die Differenz von Aufarbeitungskosten und Plutoniumerlös sei mit  $K_2$  bezeichnet. Bei der Barwertmethode werden alle entstehenden Kosten barwertmäßig auf einen Zeitpunkt, z.B. den Beginn des Reaktorbetriebes, zurückgerechnet. Ist  $n_{T1}$  die Anzahl der Teilladungen und sind  $t_{1i}$  bzw.  $t_{2i}$  die Zeitpunkte, an denen die Kosten  $K_{1i}$  und  $K_{2i}$  anfallen, so ist der Barwert aller für den Brennstoff entstehenden Kosten

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^{n_{T1}} K_{1i} (1+R)^{-t_{1i}} + K_{2i} (1+R)^{-t_{2i}} \quad (3.11)$$

Ebenso wird der gesamte Erlös barwertmäßig aufsummiert. Bei jährlich nachschüssiger Zahlungsweise ergibt sich

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^L Q_{el} \cdot \mathcal{X} \cdot k_{Br} (1+R)^{-i} \quad (3.12)$$

Aus diesen Beziehungen errechnen sich die Brennstoffzykluskosten, wenn gefordert wird, daß der Erlös den Gesamtkosten des Brennstoffes entspricht. Es folgt

$$k_{Br} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{T1}} K_{1i} (1+R)^{-t_{1i}} + K_{2i} (1+R)^{-t_{2i}}}{\sum_{i=1}^L Q_{e1} \cdot \mathcal{K} (1+R)^{-i}} \quad (3.13)$$

Die Kosten  $K_1$  und  $K_2$  sind vor allem zu Beginn und zum Ende des Reaktorbetriebes für jede Teilladung verschieden. So ist für die ersten Teilladungen eine andere Anreicherung zu wählen als für den im stationären Betrieb eingesetzten Brennstoff. Wegen der kürzeren Standzeit der Blanketelemente während der Einfahrzeit ist auch der Plutoniumaufbau geringer. Daher werden in dieser Arbeit die Kosten  $K_1$  und  $K_2$  für jede Teilladung einzeln berechnet und nach Gl. (3.11) aufsummiert. Gegenüber dem ursprünglich von Grumm beschriebenen Verfahren ist damit eine genauere Berücksichtigung des Erst-Cores möglich.

### 3.2 Näherungen für die nuklearen Berechnungen

#### 3.2.1 Berechnung der nuklearen Daten

Mit den in den vorhergehenden Abschnitten angegebenen Methoden können die Geometrie und die Materialzusammensetzung des Kerns festgelegt werden, so daß die Eingangsdaten der nuklearen Rechnungen, soweit sie von der Kernausslegung beeinflußt werden, bestimmt sind. Für die hier betrachteten Fragen der Wirtschaftlichkeit sind nur die folgenden Ergebnisse der nuklearen Reaktorberechnung von Interesse:

1. die Leistungsverteilung im Kern,
2. die kritische Anreicherung und damit die Spaltstoffmenge, die zum Betrieb des Reaktors erforderlich ist,

### 3. die Brutrate

Diese Werte werden vom Abbrandzustand des Reaktors beeinflusst. Zu ihrer genauen Bestimmung sind daher Abbrandrechnungen notwendig, die zusätzlich noch die im Core zur Regelung benötigten Absorbermaterialien berücksichtigen. Für genaue Untersuchungen sind 2-dimensionale Diffusionsrechnungen notwendig, so daß der Rechenaufwand sehr groß wird. Daher wird dieses Verfahren nur selten angewandt. Im allgemeinen werden die Rechnungen für einen mittleren Abbrandzustand ohne Berücksichtigung von Absorbermaterialien im Core durchgeführt. Der für die Absorberstäbe vorgesehene Raum wird vom Kühlmittel eingenommen. Die Anreicherung wird so festgelegt, daß eine bestimmte Überschußreaktivität vorhanden ist, die gewährleistet, daß der Reaktor gerade kritisch ist, wenn im Core der maximale Abbrandzustand erreicht wird. Da ein  $k_{\text{eff}} > 1$  in der Diffusionsgleichung den Effekt einer verminderten Neutronenproduktion hat, kann so die Absorption in den Regelstäben näherungsweise berücksichtigt werden. Die gefundenen Ergebnisse werden als konstante mittlere Werte angesehen.

Zur Erläuterung des in dieser Arbeit benutzten Näherungsverfahrens sei zunächst untersucht, welche Parameter die nuklearen Eigenschaften eines Reaktors beeinflussen. In Tab. 3 sind alle Größen zusammengestellt, die für die Durchführung einer nuklearen Berechnung nach dem oben beschriebenen Verfahren bekannt sein müssen. Ein großer Teil ist für alle während einer Optimierung zu berechnenden Reaktoren als konstant anzusehen. So kennzeichnen alle im ersten Teil aufgeführten Daten den zu untersuchenden Reaktortyp. Von anderen Daten ist aus früheren Untersuchungen bekannt, daß ihr Einfluß auf die Wirtschaftlichkeit klein ist. Dies sind z.B. die im zweiten Teil angegebenen Blanketdicken und die Zusammensetzung des radialen Blankets [4]. Die Zusammensetzung des axialen Blankets entspricht aus konstruktiven Gründen der des Cores. Auch diese Größen werden im weiteren als konstant angesehen. Für einen natriumgekühlten Reaktor ist schließlich die Kühlmitteldichte nahezu konstant.

Während einer Optimierung	
Gruppenkonstanten	} konstant
-----	
Art des Brennstoffes	
Art des Kühlmittels	
Art des Hüllrohr- und Kastenmaterials	
-----	
Kühlmitteldichte	
-----	
Dicke des axialen Blankets	
Dicke des radialen Blankets	
Volumenanteile des rad. Blankets	} variabel
-----	
Core-Volumen	
Core-Höhe	
Volumenanteil des Kühlmittels	
Volumenanteil des Hüllrohr- u. Kastenmaterials	
Dichte des Brennstoffes	
Abbrandzustand	
$k_{eff}$	

Tab. 3      Eingangsgrößen der nuklearen Rechnungen

Im letzten Teil der Tab. 3 sind die Größen aufgeführt, die sich während einer Optimierung ändern können. Alle hier interessierenden Ergebnisse der nuklearen Rechnungen sind somit im Prinzip als Funktionen dieser relativ wenigen Parameter darstellbar. Das zu beschreibende Verfahren geht davon aus, daß geeignete Näherungen für diese Funktionen gefunden werden können.

Man kann voraussetzen, daß die zu approximierenden Funktionen stetig und differenzierbar sind. Dann können als Näherung die ersten Glieder einer Taylor-Reihen-Entwicklung benutzt werden. Bezeichnet man die n Parameter mit  $w_i$ , die unbekannte, exakte Funktion mit  $N(w)$ , die Näherung mit  $P(w)$  und den Ausgangspunkt der Entwicklung, der im weiteren kurz als Referenzpunkt bezeich-

net wird, mit dem Index 0, so erhält man

$$\begin{aligned}
 N(w) \approx P(w) = N(w_0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial N(w)}{\partial w_i} \Big|_{w = w_0} (w_i - w_{i0}) \\
 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 N(w)}{\partial w_i \partial w_j} \Big|_{w = w_0} (w_i - w_{i0}) (w_j - w_{j0})
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Die in dieser Gleichung auftretenden Differentialquotienten werden durch Differenzenquotienten ersetzt. Unter der Voraussetzung, daß

$$\frac{\partial^2 N(w)}{\partial w_i \partial w_j} = \frac{\partial^2 N(w)}{\partial w_j \partial w_i}
 \tag{3.15}$$

gilt, sind für die Berechnung des konstanten Wertes  $N(w_0)$  und der Differenzenquotienten bei einer Funktion von  $n$  Variablen

$$z = \frac{1}{2} (n + 1)(n + 2)
 \tag{3.16}$$

exakte Berechnungen durchzuführen. Dabei wird ausgehend vom Referenzpunkt für die Bestimmung der 1. Differenzen jeweils ein Parameter um einen bestimmten Betrag verändert. Für die Festlegung der 2. Differenzen sind alle Kombinationen von zwei veränderten Parametern zu berechnen. Das praktische Vorgehen erfolgt so, daß die Differenzenquotienten nicht einzeln berechnet werden. Es wird vielmehr nur der Aufbau der Gleichung übernommen. Die Polynomkoeffizienten ergeben sich dann als Lösung eines linearen Gleichungssystems. Dies hat den Vorteil, daß auch mehr als die Mindestanzahl  $z$  von exakten Berechnungen bei der Koeffizientenbestimmung berücksichtigt werden können. In diesem Fall können Verfahren der Ausgleichsrechnung, wie die Methode der kleinsten Fehlerquadrate, zur Berechnung der Koeffizienten benutzt werden. Dieses Vorgehen ist dann zweckmäßig, wenn zusätzliche Informationen, die sich z.B. aus durchgeführten Kontrollrechnungen ergeben, mit verwendet werden sollen.

Die für die Bestimmung der Differenzenquotienten benötigte Anzahl von exakten Rechnungen steigt sehr schnell mit der Anzahl der betrachteten Variablen an. Für die sieben in der Tab. 3 angegebenen Parameter sind 36 Rechnungen notwendig. Die Berücksichtigung einer weiteren Größe würde jedoch schon 45 Rechnungen erfordern. Die Anzahl dieser Rechnungen kann reduziert werden, wenn man voraussetzt, daß die zu approximierenden Funktionen separierbar sind, d.h., es soll gelten

$$N(w) = N_1(w_1) + N_2(w_2) + \dots, N_n(w_n) \quad (3.17)$$

In diesem Fall verschwinden alle gemischten Ableitungen, und die Zahl der zu bestimmenden Polynomkoeffizienten ist nur noch

$$z = 2n + 1 \quad (3.18)$$

Es kann nicht ohne weiteres erwartet werden, daß diese Voraussetzung erfüllt ist. Jedoch hat die Anwendung gezeigt, daß die Genauigkeit auch dieser vereinfachten Polynome genügend groß ist.

### 3.2.2 Änderung der Brennstoffanreicherung

Für die Berechnung der Brennstoffzykluskosten muß der Plutoniumgehalt des Brennstoffes sowohl für den Zeitpunkt des Einsatzes in den Reaktor wie für den Zeitpunkt des Entladens bekannt sein. Wie schon erwähnt wurde, sind hierfür an sich Abbrandrechnungen notwendig, die aus Zeitgründen nicht durchgeführt werden können. Unter bestimmten, notwendigerweise sehr stark vereinfachenden Annahmen, kann die Änderung der Brennstoffanreicherung mit dem im folgenden beschriebenen Verfahren abgeschätzt werden.

Der Reaktorkern wird in Zonen mit gleicher Materialzusammensetzung eingeteilt. Für jede dieser Zonen seien die Bruttoreate BR, der Leistungsanteil  $q$ , der relative Anteil von Spaltungen im Brutstoff  $\epsilon_B$  und das Verhältnis von Einfängen zu Spaltungen im Spaltstoff  $\alpha_{Pu}$  bekannt. Die Änderung der Plutoniummasse in einer Zone ist dann



gegeben durch

$$\frac{\partial M_{Pu}}{\partial t} = - X \cdot Q_{th} \cdot q_i (1 + \alpha_{Pu,i}) (1 - \epsilon_{B,i}) (1 - CR_i) \quad (3.19)$$

Zwischen Konversions- und Brutrate besteht der Zusammenhang

$$CR_i = \frac{BR_i}{q_i} \frac{(1 + \alpha_{Pu,R}) (1 - \epsilon_{B,R})}{(1 + \alpha_{Pu,i}) (1 - \epsilon_{B,i})} \quad (3.20)$$

Nimmt man an, daß die für einen mittleren Abbrandzustand berechneten Werte für BR,  $\alpha$ ,  $\epsilon$  und q den über die gesamte Standzeit gemittelten Werten entsprechen, so errechnet sich die in der Zeit  $\Delta t$  erfolgte Änderung des Spaltstoffgehaltes in der Zone i aus

$$\Delta M_{Pu,i} = - X \cdot Q_{th} \left[ q_i (1 + \alpha_{Pu,i}) (1 - \epsilon_{B,i}) - BR_i (1 + \alpha_{Pu,R}) (1 - \epsilon_{B,R}) \right] \cdot \Delta t \quad (3.21)$$

Aus der Gleichung (3.21) kann für die Corezonen unmittelbar die durch Abbrandänderung hervorgerufene Änderung der mittleren Anreicherung bestimmt werden:

$$\Delta e_i = - X \cdot \Delta A \left[ q_i (1 + \alpha_{Pu,i}) (1 - \epsilon_{B,i}) - BR_i (1 + \alpha_{Pu,R}) (1 - \epsilon_{B,R}) \right] \quad (3.22)$$

Es wird vorausgesetzt, daß das für schnelle Brutreaktoren allgemein vorgeschlagene Brennstoffwechselschema angewendet wird: Nach gleich langen Zeiträumen, die im weiteren als Zykluszeiten bezeichnet werden, wird ein Teil des Cores durch frischen Brennstoff ersetzt. Ist dieser Anteil durch  $1/n_{Zc}$  gegeben und ist der mittlere maximale Abbrand der entladenen Brennstoffmenge A, so ändert sich der mittlere Abbrandzustand des Cores im eingefahrenen Betrieb zwischen den Grenzen

$$\frac{n_{Zc} - 1}{2 n_{Zc}} A \leq A_c \leq \frac{n_{Zc} + 1}{2 n_{Zc}} A \quad (3.23)$$

oder

$$A_{cmin} \leq A_c \leq A_{cmax}$$

Wenn der Abbrand  $A_c = A_{cmax}$  erreicht ist, sind alle Regelstäbe aus dem Core ausgefahren, und der Reaktor muß gerade noch kritisch sein. Für diesen Zustand werden die erforderlichen nuklearen Daten bestimmt. Nach Gl. (3.22) kann dann die mittlere Anreicherung bestimmt werden, die das Core zu Beginn des Betriebszyklus haben muß. Da die Anreicherung als Funktion von Abbrandzustand und  $k_{eff}$  bekannt ist (Näherungspolynome), kann eine grobe Abschätzung des in einer Zykluszeit auftretenden Reaktivitätshubes vorgenommen werden. Die den weiteren Rechnungen zugrunde liegenden Daten werden in dieser Arbeit für den Zustand

$$A_c = 0,5 \cdot A \quad (3.24)$$

$$k_{eff} = 1 + 0,5 \cdot \Delta k_{Zyklus}$$

bestimmt.

Ist die mittlere Anreicherung für einen Betriebszustand des Cores bekannt und nimmt man entsprechend zu Gl. (3.22) eine lineare Abhängigkeit zwischen Brennstoffanreicherung und Abbrand an, so können die Spaltstoffmassen in den frischen und in den abgebrannten Teilladungen bestimmt werden.

Der Plutoniumgehalt der Blanketelemente kann nach der Beziehung (3.21) als Funktion der Standzeit im Reaktor berechnet werden.

### 3.2.3 Berechnung der Näherungspolynome

Die in Abschn. 3.2.1 beschriebenen Näherungspolynome wurden für je einen natriumgekühlten Brutreaktor mit oxidischem und karbidischem

Brennstoff erstellt. Der Referenzpunkt und die Variationsbereiche der Parameter sind so gewählt, daß die für einen 1000 MW<sub>e</sub> zu erwartende Auslegung innerhalb des Interpolationsbereiches liegt.

Den Berechnungen liegt ein Zwei-Zonen-Core zugrunde. Die beiden Zonen haben das gleiche Volumen und die gleiche Materialzusammensetzung. Ihre Anreicherungen wurden so gewählt, daß am Innenrand die gleiche maximale Leistungsdichte erreicht wird. Um den örtlich verschieden starken Plutonium-Aufbau in den Blankets zu berücksichtigen, wurde auch hier eine Aufteilung in zwei Zonen vorgenommen. Die wesentlichen benutzten Daten sind in der Tab. 4 zusammengestellt. Für die Berechnung wurde das Programmsystem Nusys [39] und der 2-dimensionale Diffusionscode Dixy [40] verwendet. Für die 2-dimensionalen Rechnungen wurden 5 Energiegruppen benutzt. Für die Reaktoren mit oxidischem Brennstoff wurde der Karlsruher Gruppensatz "NAPPMB" benutzt [41], während die karbidischen Reaktoren mit dem ebenfalls in Karlsruhe entwickelten Gruppensatz "KFKSET 035" berechnet wurden [42]. Dieser führt auf etwa 5 bis 10 % weniger Spaltstoffinventar, während die Brutraten praktisch unverändert gegenüber dem "NAPPMB"-Satz sind.

Für die folgenden Ergebnisse wurden die Näherungspolynome berechnet:

1. Das Verhältnis  $\gamma$  von Brutstoff zu Spaltstoff in den Core-Zonen. Dieser Wert ist ein Maß für die Brennstoffanreicherung. Kontrollrechnungen zeigten, daß eine Interpolation dieser Werte genauer ist als eine direkte Interpolation der Anreicherung.
2. Die axialen und radialen Leistungsformfaktoren  $\varphi_{ax}$  und  $\varphi_{rad}$ .

Für jede der 6 Kernzonen:

3. Die Brutraten  $BR_i$ .

	Reaktoren mit oxidischem Brennst.	Reaktoren mit karbidischem Brennst.
Gruppensatz	NAPPMB	KFKSET 035
Kühlmittelanteil $[\%]$	$0.44 \pm 0.08$	$0.48 \pm 0.08$
Stahlanteil (Stahl 4988) $[\%]$	$0.18 \pm 0.06$	$0.2 \pm 0.05$
Core-Volumen $[m^3]$	$5.5 \pm 1$	$3.5 \pm 1.5$
Core-Höhe $[cm]$	$130 \pm 50$	$80 \pm 30$
Abbrand $[MWd/to]$	$30\ 000 \pm 30\ 000$	$50\ 000 \pm 50\ 000$
Brennstoffdichte $[\rho/\rho_{th}]$	$0.85 \pm 0.1$	$0.77 \pm 0.1$
$k_{eff}$	$1.015 \pm 0.015$	$1.015 \pm 0.015$
Dicke des radialen/axialen Blankets $[cm]$	50/40	50/40
Brutstoffdichte im axialen u. radialen Blanket $[\rho/\rho_{th}]$	0.9	0.9
Pu-Gehalt im inneren/äußeren Teil des radialen Blankets $[\%]$	2/1	2/1
Pu-Gehalt im inneren/äußeren Teil des axialen Blankets $[\%]$	1/0.5	1/0.5
Volumenanteile des rad. Blankets Natrium/Stahl/Brutstoff $[\%]$	30/18/50	30/18/50

Tab. 4 Daten der Ausgangsreaktoren für die Berechnung der Näherungspolynome

4. Die relativen Leistungsanteile  $q_i$ .
5. Das Verhältnis von Einfängen zu Spaltungen im Plutonium  $\alpha_{\text{Pu},i}$ .
6. Der relative Anteil von Spaltungen im Brutstoff  $\epsilon_{\text{B},i}$ .

Für den oxidischen Brennstoff wurde die in Abschn. 3.2.1 erläuterte Voraussetzung der Separierbarkeit getroffen, d.h., die Mischglieder der Polynome wurden vernachlässigt.

Die Tab. 5 zeigt für einige Coreauslegungen Ergebnisse, die mit den Polynomen und mit exakten Berechnungen ermittelt wurden. Die exakten Ergebnisse dieser Rechnungen wurden unabhängig von dieser Arbeit von Eisemann [43] berechnet und nicht zur Erstellung der Näherungspolynome verwendet. Ergebnisse weiterer Vergleichsrechnungen sind in den Tab. 10,14 angegeben. In allen kontrollierten Fällen zeigten die Polynome eine gute Genauigkeit.

Die Abb. 12 - 14 zeigen das Spaltstoffinventar, die interne und die externe Brutrate jeweils als Funktionen zweier Interpolationsparameter. Es ist deutlich zu erkennen, daß nahezu lineare Abhängigkeiten vorliegen. Dies erklärt die hohe erreichbare Genauigkeit.

Ausgangsdaten				
$\alpha$ [v/o]	34		47,5	
$\beta$ [v/o]	23		20	
$V_{\text{core}}$ [m <sup>3</sup> ]	3,0		4,4	
$H_{\text{core}}$ [cm]	55		105	
$A$ [MWd/to]	45000		45000	
$\rho/\rho_{\text{th}}$	0,8		0,8	
$k_{\text{eff}}$	1,02		1,02	
Ergebnisse	Interpol.	exakte Rechn.	Interpol.	exakte Rechn.
$M_{\text{fiss}}$ [kg]	1731	1722	1824	1800
$BR_{\text{core}}$	0,66	0,67	0,72	0,73
$BR_{\text{total}}$	1,34	1,35	1,27	1,26

Tab. 5 Vergleich der Ergebnisse, die mit Näherungspolynomen und exakten Rechnungen ermittelt wurden

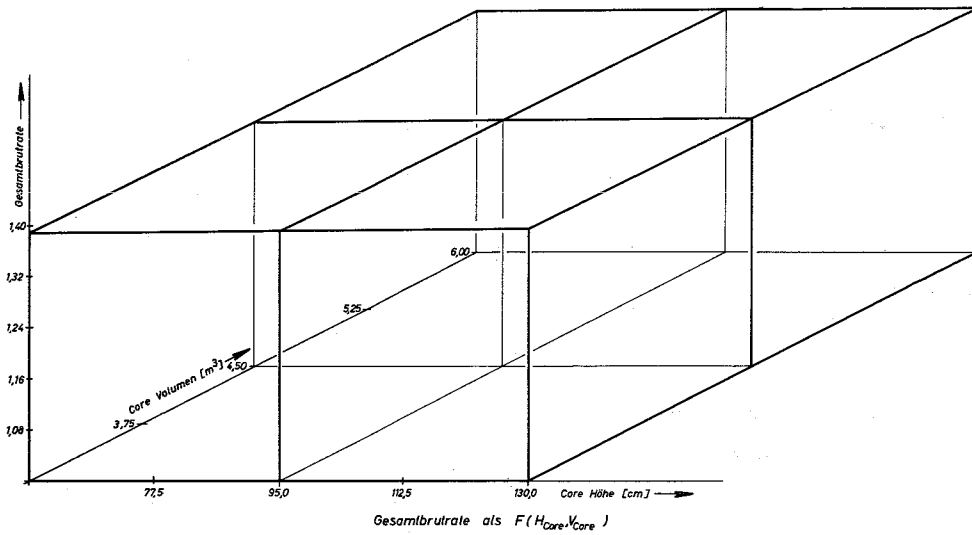
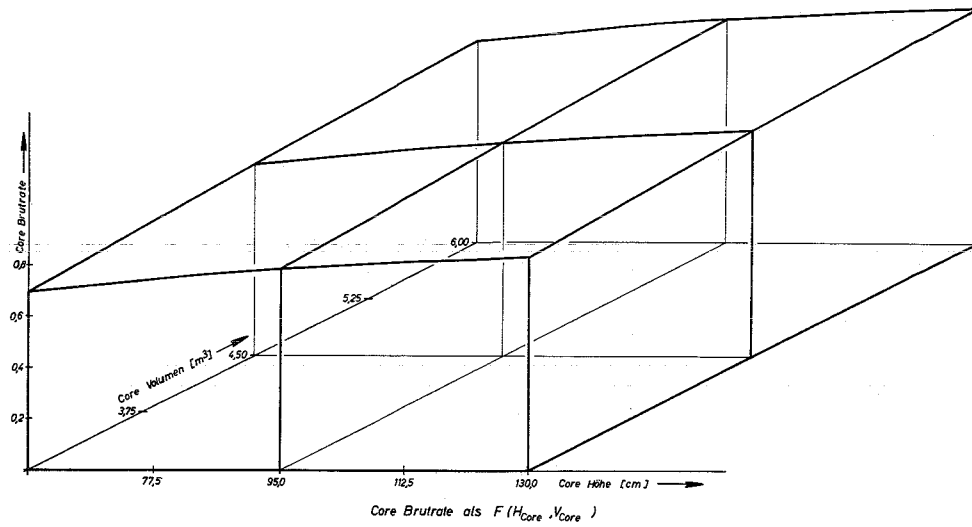
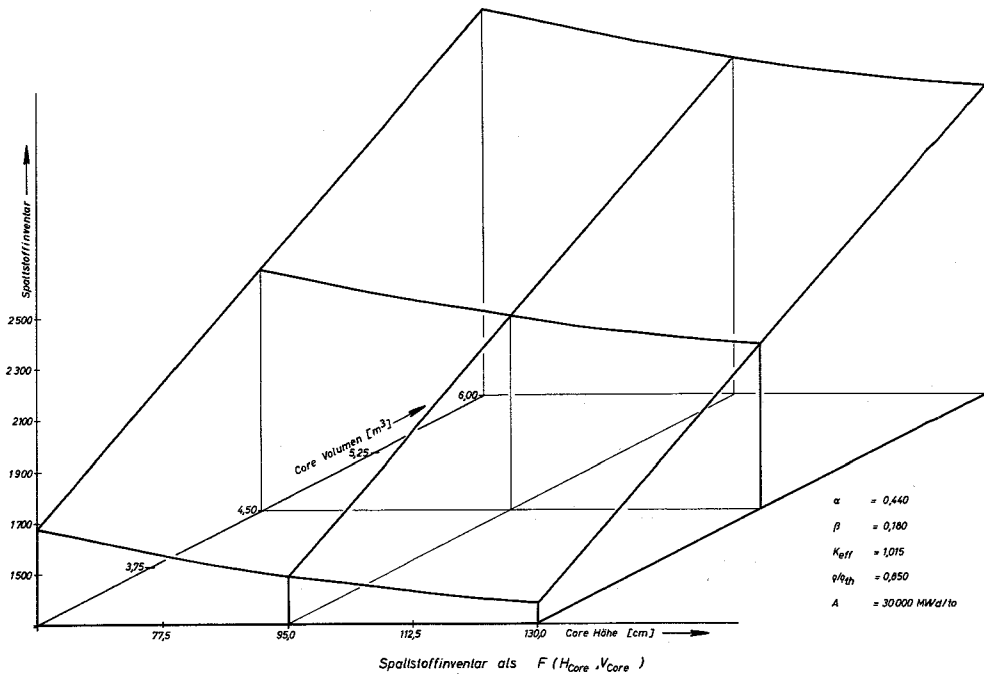


Abb. 12 Spaltstoffinventar und Brutraten eines Oxid-Brüters als Funktion der Corehöhe und des Corevolumens

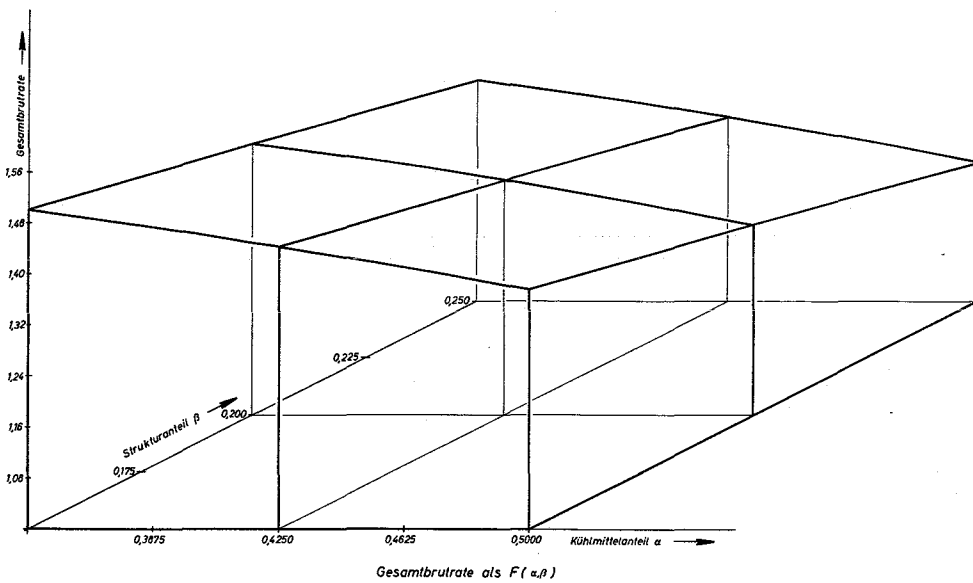
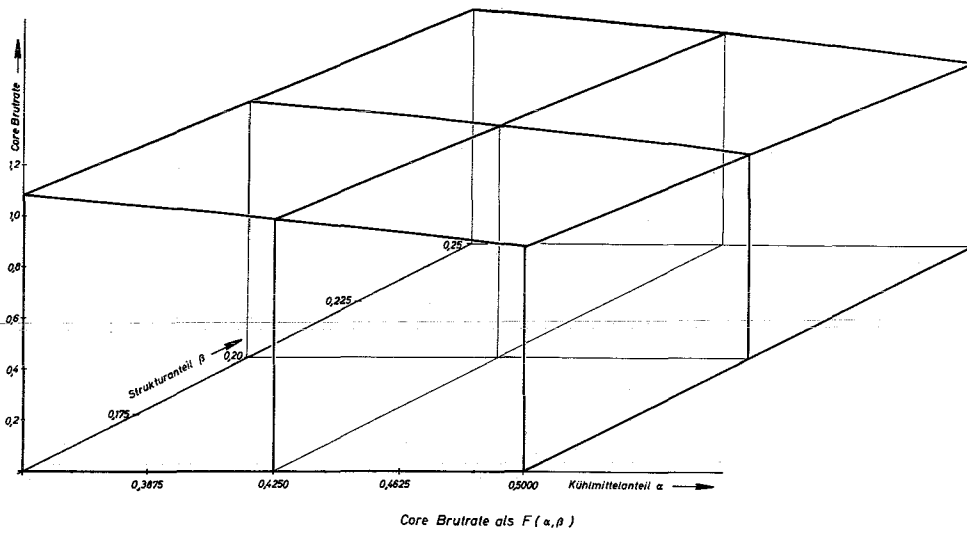
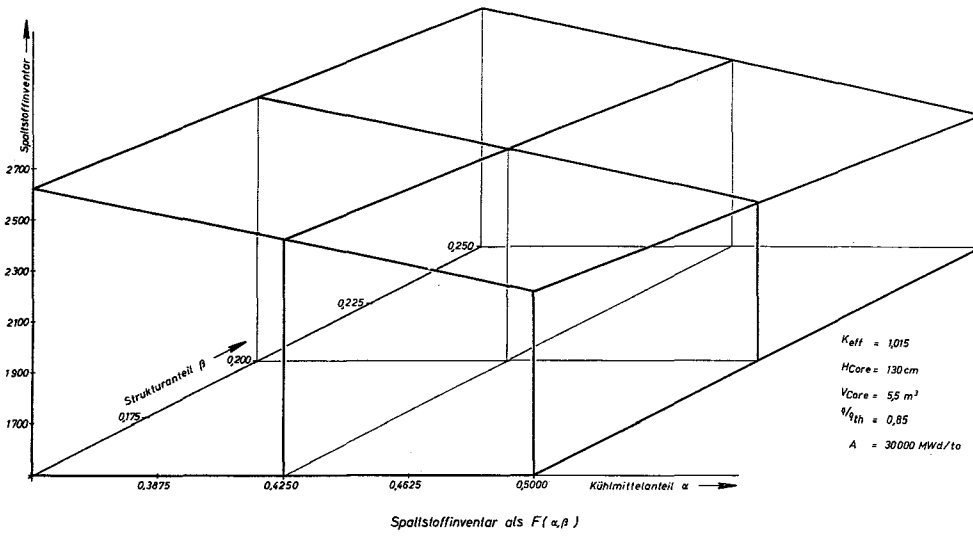


Abb. 13 Spaltstoffinventar und Brutraten eines Oxid-Brüters als Funktion des Kühlmittel- und Stahlanteils



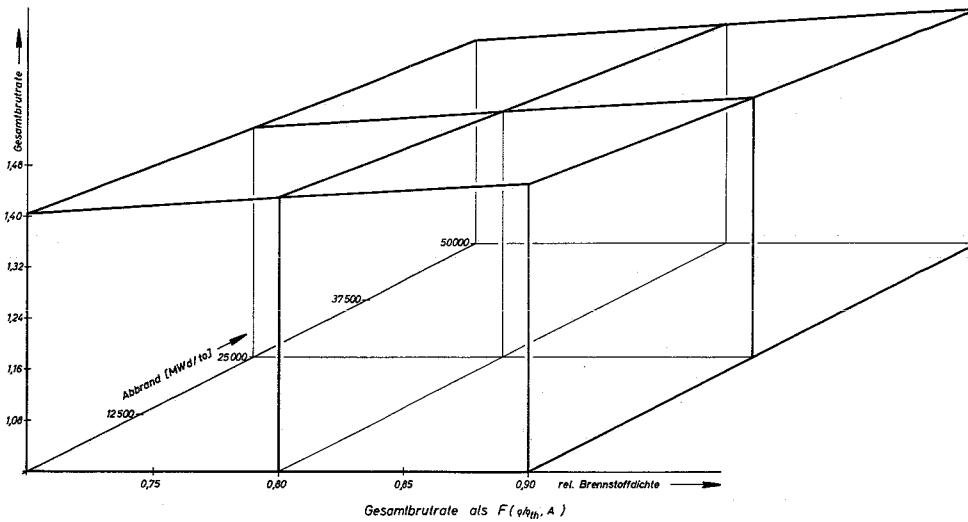
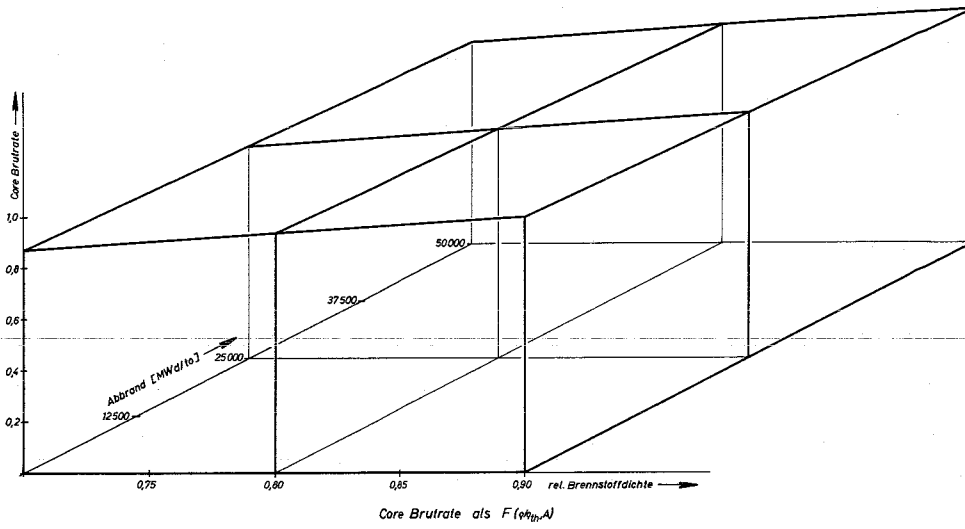
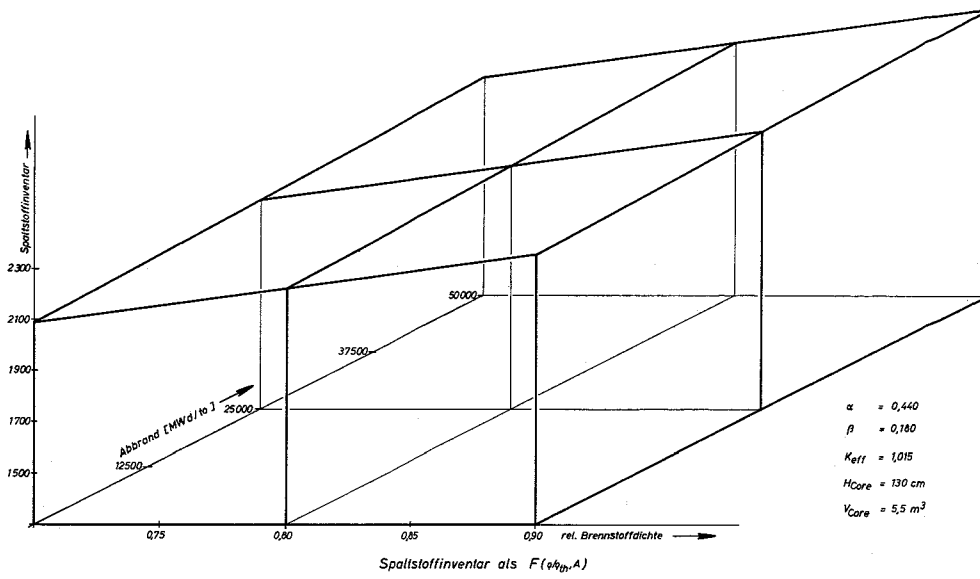


Abb. 14 Spaltstoffinventar und Brutraten eines Oxid-Brüters als Funktion der Brennstoffdichte und des Abbrands

#### 4. Numerische Ergebnisse

##### 4.1 Aufgabenstellung

Die Anwendung der beschriebenen Verfahren soll anhand der Core-optimierung schneller natriumgekühlter Reaktoren mit oxidischem und karbidischem Brennstoff gezeigt werden. Trotz der Möglichkeit, die Wärmeübertragungskomponenten mit in die Optimierung einzu-beziehen, erscheint eine Beschränkung auf das Core sinnvoll, da bei dem gegenwärtigen Entwicklungsstand die Kosten der Komponenten für große Brutreaktoren nur unzureichend bekannt sind. Für die Durchführung einer Optimierung müssen aber nicht nur die absoluten Kosten vorliegen, sondern zusätzlich auch ihre Abhängigkeiten von den Auslegungsparametern.

##### 4.1.1 Zielfunktionen

Um zu zeigen, wie sehr sich die optimale Auslegung eines Cores ändern kann, wenn verschiedene Zielfunktionen betrachtet werden, wird die Optimierung hinsichtlich der zwei folgenden Kriterien durchgeführt.

1. Die Brennstoffkosten  $k_{Br}$  sollen minimal werden.
2. Ein von Jansen [1] vorgeschlagenes Kriterium soll maximal werden. Es ist definiert als

$$r = \frac{\Delta k}{M_{Syst}} \quad (4.1)$$

mit

$\Delta k$  = Differenz der Stromerzeugungskosten  
Leichtwasserreaktor - Brutreaktor

$M_{Syst}$  = Spaltstoffmasse, die zum Betrieb eines  
schnellen Brutreaktors erforderlich ist.

Jansen zeigt, daß die volkswirtschaftliche Rendite für die Entwicklungskosten der schnellen Brutreaktoren dann maximal wird, wenn  $r$  ein Maximum erreicht. Im folgenden wird diese Größe daher kürzer als Rendite-Kriterium bezeichnet.

#### 4.1.2 Ausgangsdaten

Während der Optimierung wurde von folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

1. Die elektrische Leistung des Kraftwerkes beträgt 1000 MW.
2. Jedes der sechseckigen Brennelemente enthält 469 Brennstoffstäbe, deren Positionen durch dreigängige Rippen fixiert werden.

3. Im Core sind 18 Steuerstabpositionen vorgesehen, deren Volumenanteil zu

Natrium/Stahl/Absorber 37/27/36 v/o

angenommen wird.

4. Der Reaktor wird im "Dreierzyklus", wie er z.B. in [43] beschrieben ist, beladen. Daraus folgt für das Systeminventar

$$M_{\text{Syst}} = M_f \left(1 + \frac{1}{3}\right).$$

Voraussetzung ist, daß die Zykluszeit länger als die Excorezeit ist, die zu 0,5 a angenommen wird.

Die weiteren, nicht variierten Auslegungsdaten entsprechen weitgehend denen der Na 2-Studie [44]. Sie sind in Anhang B zusammengestellt.

Die folgenden Variablen werden als unabhängig angesehen und variiert:

1. Der äußere Stabdurchmesser  $D_p$ . Als untere Grenze werden 5 mm angesehen.
2. Das Teilungsverhältnis  $P/D$ .
3. Das Verhältnis der Hüllrohrfläche, bezogen auf die Stabinnenfläche,  $x$ .
4. Die Corehöhe  $H_{Core}$ .
5. Die Reaktoreintrittstemperatur  $T_E$  mit einer unteren Grenze von  $346\text{ }^\circ\text{C}$ .
6. Die Hüllrohrtemperatur  $T_{can}$  mit einer oberen Grenze von  $700\text{ }^\circ\text{C}$ .
7. Die auf die theoretische Dichte bezogene Brennstoffdichte  $\rho/\rho_{th}$ .
8. Der maximale mittlere Abbrand  $A$ . Hier wird als obere Grenze ein Wert von 100 000 MWd/to angenommen. Eine derartige Beschränkung kann, unabhängig von der in Abschn. 3.1.1.2 besprochenen Beschränkung durch Brennstoffschwellen, notwendig werden wegen der Verträglichkeitsprobleme der Spaltprodukte mit dem Hüllrohr.
9. Die Stableistung  $\chi$ .

#### 4.1.3 Restriktionen

Die wesentlichen bei der Wahl der unabhängigen Variablen einzuhaltenden Restriktionen sind:

1. Die Brennstoffzentraltemperatur,  
oxidischer Brennstoff:  $T_{Br} \leq 2750\text{ }^\circ\text{C}$ ,  
karbidischer Brennstoff:  $T_{Br} \leq 1500\text{ }^\circ\text{C}$ .
2. Die Reaktoraufheizspanne  $\Delta T_R \leq 200\text{ }^\circ\text{C}$ .

- |   |                                |
|---|--------------------------------|
| 3. Der Druckverlust im Kern   | $\Delta p \leq 5 \text{ ata.}$ |
| 4. Die Kühlmittelgeschwindigkeit  | $w_K \leq 10 \text{ m/sec.}$   |
| 5. Die Plenumlänge, bezogen auf die Corehöhe  | $H_{Pl}/H_{Core} \leq 1.$      |
| 6. Das Verhältnis von wirklich auftretendem maximalen Abbrand zu dem aus der Brennstoffschwellbedingung errechneten | $A/A_{zul} \leq 1.$            |
| 7. Die Hüllrohrwandstärke   | $S_{can} \geq 0,3 \text{ mm.}$ |
| 8. Das H/D-Verhältnis des Cores   | $H/D \geq 0,2.$                |
| 9. Der Stababstand  | $d \geq 1 \text{ mm.}$         |
| 10. Die Corestandzeit   | $t_{Core} \geq 1,5 \text{ a.}$ |
| 11. Der Absorbervolumenanteil   | $\epsilon \geq 0,03.$          |

Zusätzlich sind die oben angeführten unteren und oberen Grenzen der unabhängigen Variablen einzuhalten.

Die angegebenen Restriktionen sind jeweils Funktionen mehrerer Parameter, so daß die in Abschn. 2.3.1.1 angegebenen Voraussetzungen für die Anwendung des Univariant-Verfahrens nicht gegeben sind.

## 4.2 Optimierung des Oxid-Cores

### 4.2.1 Geschlossener Brennstab

Es sei zunächst angenommen, daß die Brennstoffdichte auf  $0,8 \beta/\beta_{th}$  beschränkt ist. Im übrigen gelten die oben angegebenen Restriktionen. Für diesen Fall wurden aus den in Abschn. 2.1.3 erläuterten Gründen mehrere Rechnungen durchgeführt, wobei von verschiedenen Startpunkten ausgegangen wurde. Die gefundenen optimalen Auslegungspunkte zeigten eine gute Übereinstimmung. Den Verlauf der

Zielfunktion und einiger Variablen während einer mit der Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen durchgeführten Optimierung zeigt die Abb. 15. Die Ergebnisse zweier Untersuchungen sind in Tab. 6 für den Fall angegeben, daß minimale Brennstoffkosten gefordert werden. Die Tab. 7 zeigt die Ergebnisse für den Fall, daß das Rendite-Kriterium als Zielfunktion gewählt wird.

Es zeigt sich, daß gegenüber den Ausgangswerten signifikante Verbesserungen erreicht werden können. Der in der linken Spalte der Tab. 6 und 7 angegebene Startpunkt entspricht weitgehend der für den Na-2 gewählten Auslegung; lediglich der Abbrand wurde um ca. 25 000 MWd/to erhöht. Die Ergebnisse der Optimierung zeigen, daß gegenüber dieser Auslegung eine Erniedrigung der Brennstoffkosten um ca. 30 % und eine Erhöhung des Rendite-Kriteriums  $r$  um fast 100 % erreicht werden können. Dies bestätigt die bewußt konservative und nichtoptimale Auslegung des Na-2-Reaktors.

Die angegebenen hinsichtlich verschiedener Zielfunktionen optimalen Auslegungen zeigen wesentliche Unterschiede.

Die Auslegung des kostenoptimalen Reaktors ist gekennzeichnet durch einen großen Stabdurchmesser und ein extrem kleines Teilungsverhältnis. Dadurch wird ein kleiner Kühlmittelanteil erreicht, so daß die Gesamtbruttrate den hohen Wert von 1,39 annimmt. Der relativ dicke Brennstab führt auf niedrige Fabrikationskosten des Brennstoffes, ist aber auch für das hohe Spaltstoffinventar (2390 kg) verantwortlich. Eine mögliche Reduzierung der Fabrikationskosten durch eine Vergrößerung der Corehöhe erweist sich als nicht optimal, da wegen des beschränkten Druckverlustes eine gleichzeitige Erhöhung des Kühlmittelanteils notwendig ist.

Bei der renditeoptimalen Auslegung ist nach Gl. (4.1) ein möglichst niedriges Spaltstoffinventar erforderlich. Dies wird hauptsächlich durch den beträchtlich kleineren Stabdurchmesser erreicht, der eine Erniedrigung des Cores und eine Erhöhung des Teilungsverhältnisses notwendig macht. Der dünnere Brennstab hat ein höheres Temperaturniveau im Brennstoff. Wegen der mit steigender Temperatur höher

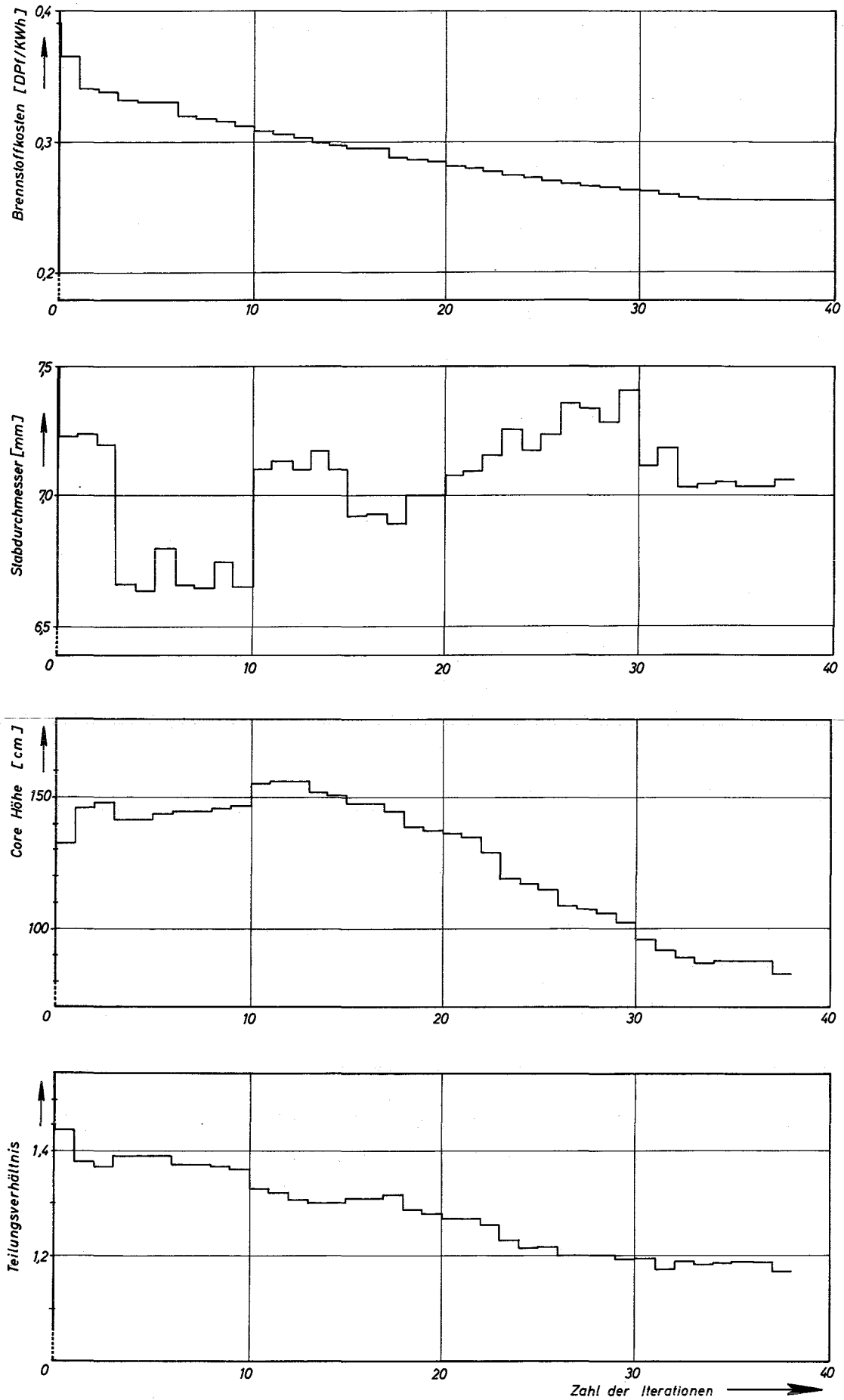


Abb. 15 Verlauf der Zielfunktion und einiger Variablen während einer Optimierung

	Startpunkt I	Optimum	Startpunkt II	Optimum
$D_p$ [mm]	6	7,1	7,5	7,2
$H_c$ [cm]	95	83,1	70	83,9
P/D	1,32	1,17	1,25	1,17
$T_{can}$ [°C]	700	697	700	699
$T_E$ [°C]	396	382	406	384
x	0,38	0,196	0,234	0,188
A [MWd/to]	80 000	89 000	80 000	91 000
$\vartheta/\vartheta_{th}$	0,85	0,8	0,8	0,8
$\chi$ [W/cm]	420	530	500	535
<hr/>				
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	5,3	4,70	5,8	4,86
$\alpha + \epsilon$	0,46	0,36	0,42	0,36
$\beta$	0,23	0,19	0,18	0,19
<hr/>				
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	2394	2330	2756	2390
$BR_C$	0,735	0,841	0,790	0,852
$BR_{total}$	1,266	1,385	1,364	1,389
$K_F$ [DM/kg]	798	671	682	652
r [DPF/kWh/to]	0,071	0,100	0,065	0,095
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0,351	0,259	0,3310	0,256

Tab. 6      Ausgangspunkte und Ergebnisse zweier Optimierungen  
hinsichtlich der Brennstoffkosten



	Startpunkt I	Optimum	Startpunkt II	Optimum
$D_p$ [mm]	6	5,45	7,5	5,48
$H_c$ [cm]	95	64,0	70	63,2
P/D	1,32	1,23	1,25	1,22
$T_{can}$ [°C]	700	700	700	698
$T_E$ [°C]	396	380	406	378
x	0,38	0,261	0,234	0,262
A [Mwd/to]	80000	100000	80000	100000
$\rho/\rho_{th}$	0,85	0,81	0,8	0,8
$\chi$ [W/cm]	420	519	500	523
<hr/>				
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	5,3	2,87	5,8	2,86
$\alpha + \epsilon$	0,46	0,40	0,42	0,40
$\beta$	0,23	0,21	0,18	0,21
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	2394	1707	2856	1707
$BR_C$	0,735	0,619	0,790	0,613
$BR_{total}$	1,266	1,297	1,364	1,296
$K_F$ [DM/kg]	798	997	682	995
r [DPF/kWh/to]	0,0713	0,135	0,065	0,134
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0,351	0,280	0,3310	0,281

Tab. 7 Ausgangspunkte und Ergebnisse zweier Optimierungen hinsichtlich des Rendite-Kriteriums r

werdenden Verfügbarkeitsfaktoren kann hier der maximal zulässige Abbrand von 100 000 MWd/to erreicht werden. Insgesamt ergibt sich gegenüber dem kostenoptimalen Core eine Einsparung an Spaltstoffinventar von ca. 25 %. Gleichzeitig sinkt aber auch die Bruttoreate um 0,08, und die Brennstoffkosten steigen um ca. 0,03 DPf/kWh.

#### Einfluß der Restriktionen

In der Tab. 8 sind die Werte der beschränkten Variablen angegeben, die sich in den optimierten Auslegungen der Tab. 6 und 7 ergeben. Diejenigen Variablen, die ihre obere bzw. untere Grenze erreicht haben, sind durch \* gekennzeichnet. Für diese aktiven Restriktionen können mit Hilfe der Einflußgrößen die Änderungen berechnet werden, die eine Verbesserung der Zielfunktion um 0,01 bewirken.

Es ist zu erkennen, daß in beiden Fällen ein deutlicher Unterschied zwischen dem Einfluß der maximalen Hüllrohrtemperatur und dem der maximalen Aufheizspanne besteht. Dies ist aus der Definition der Einflußgrößen zu verstehen. Wird die Hüllrohrtemperatur zu höheren Werten hin verändert, so muß die Auslegung so geändert werden, daß die Aufheizspanne ihren maximal zulässigen Wert nicht überschreitet. Das würde in diesem Fall bedeuten, daß die Reaktoreintrittstemperatur ebenfalls angehoben werden muß, so daß die kühlungstechnische Auslegung des Kerns nicht wesentlich verändert wird. Eine Verbesserung wird dann nur durch eine Steigerung des Wirkungsgrades verursacht. Demgegenüber könnte eine Vergrößerung der Reaktoraufheizspanne direkt durch Absenken der Eintrittstemperatur vorgenommen werden. Dies führt zu einer für die weitere Entwicklung wichtigen Aussage: Eine Erhöhung der maximal zulässigen Hüllrohrtemperatur ist dann besonders wirkungsvoll, wenn gleichzeitig die maximal mögliche Reaktoraufheizspanne vergrößert werden kann, d.h. die Verbiegungsprobleme, die bei großen Aufwärmspannen des Kühlmittels auftreten, gelöst sind.

Einen unerwartet kleinen Einfluß hat die Beschränkung des Druckverlustes. Die durch eine Erhöhung des zulässigen Druckverlustes um 1 ata bewirkte Erniedrigung der Brennstoffkosten beträgt nur

	Restriktionen		Änderungen	
	Kosten optimal	Rendite optimal	Kosten optimal	Rendite optimal
$T_{Br}$ [°C]	2750 *	2750 *	200	180
$\Delta T_R$ [°C]	200 *	200 *	40	38
$\Delta p$ [at]	5 *	5 *	7	4
$w_K$ [m/sec]	8,1	8,8	-	-
$H_{Pl}/H_{Core}$	0,6	0,4	-	-
$A/A_{zul}$	1 *	1,1	2,1	-
$A$ [MWd/to]	90 000	100 000 *	-	15 000
$T_{can}$ [°C]	700 *	700 *	180	240
$S_{can}$ [mm]	0,3 *	0,3 *	- 0,04	- 0,05
$H/D$	0,31	0,26	-	-
$d$ [mm]	1,2	1,23	-	-
$t_{Core}$ [a]	2,64	1,5 *	-	0,13
$\epsilon$ [v/o]	3,6	3,0 *	-	- 1,3
$\rho/\rho_{th}$	0,8 *	0,8 *	- 0,02	- 0,37

Tab. 8 Werte der abhängigen Variablen für die in Tab. 6/7 angegebenen optimalen Auslegungspunkte. Aktive Restriktionen sind durch \* gekennzeichnet. Die angegebenen Änderungen führen zu einer Verbesserung der jeweiligen Zielfunktion von 0,01.

0,0015 DPf/kWh. Dieser Gewinn ist so klein, daß es nicht lohnenswert erscheint, zu höheren zulässigen Druckverlusten überzugehen, insbesondere dann, wenn man berücksichtigt, daß dann teurere und aufwendigere Kühlmittelpumpen notwendig werden.

Einen großen Einfluß auf beide Zielfunktionen hat die Mindestwandstärke des Hüllrohres, die hier aus fabrikationstechnischen Gründen auf 0,3 mm festgelegt wurde (Rippenrohr mit ca. 0,6 mm hohen Rippen). Bei der renditeoptimalen Auslegung hat eine Änderung dieser Grenze von 0,3 auf 0,25 mm den gleichen Effekt wie die Erhöhung des maximal zulässigen Abbrandes um 15 000 MWd/to. Dies gilt, obwohl dann ein längeres Spaltgasplenum zu erwarten ist.

Eine weitere Reduzierung der Brennstoffkosten ist möglich, wenn die untere Grenze der Brennstoffdichte verkleinert wird. Dies führt zu einer möglichen Steigerung des maximalen Abbrandes, da das für das Schwellen zur Verfügung gestellte Leervolumen größer wird. Hier wird eine besondere Eigenschaft der Einflußgrößen deutlich. Die partielle Ableitung der Brennstoffkosten hinsichtlich der Brennstoffdichte ist negativ, so daß man bei isolierter Betrachtung dieser einen Größe zu dem Schluß kommt, daß ihre Erhöhung eine Verringerung der Brennstoffkosten bewirkt. Demgegenüber berücksichtigt die Einflußgröße alle aktiven Restriktionen, so daß in diesem Fall sogar eine Vorzeichenumkehr auftritt \*).

Bei der renditeoptimalen Auslegung ist der Einfluß der Brennstoffdichte nicht so groß, da hier die obere Grenze des Abbrandes schon erreicht wurde. Allerdings würde auch hier eine Verbesserung, wenn auch eine weitaus kleinere, eintreten, da wegen des bei geringerer Dichte größeren Zentralkanals die Stableistung ansteigt und damit das Spaltstoffinventar abnimmt.

---

\* ) Hier wird deutlich, daß die Aussage geringerer Brennstoffdichte - kleinere Brennstoffkosten vom Modell abhängt, mit dem der maximal zulässige Abbrand bestimmt wird. Würde eine Belastung des Hüllrohres durch Brennstoffschwellen zugelassen, so ist wahrscheinlich eine hohe Brennstoffdichte optimal.

Optimale Auslegung bei geringerer Brennstoffdichte und dünnerer Hüllrohrwand

Nach dem oben Gesagten und den in der Tab. 8 angegebenen Werten ist eine Reduzierung der Brennstoffkosten um 0,02 DPf/kWh und eine Erhöhung des Kriteriums  $r$  um 0,01 DPf/kWh/to möglich, wenn die unteren Grenzen der Brennstoffdichte und der Hüllrohrwandstärke geändert werden. Um die Zuverlässigkeit dieser, bisher nur aus den Einflußgrößen gewonnenen Vorhersage zu zeigen, wurden die Optimierungsrechnungen mit den geänderten Restriktionen

$$s/s_{th} \geq 0,7$$

$$s_{can} \geq 0,025$$

wiederholt. Die Ergebnisse sind in der Tab. 9 angegeben.

Ein Vergleich mit den in Tab. 6 und 7 angegebenen Werten zeigt, daß keine großen Auslegungsänderungen auftreten. Bei der kostenoptimalen Auslegung wird die Brennstoffdichte nur so weit reduziert, bis der maximal mögliche Abbrand von 100 000 MWd/to erreicht wird, während sich bei der renditeoptimalen Auslegung wegen der erreichbaren Stableistungserhöhung ein noch niedrigerer Wert von  $0,75 s_{th}$  als optimal einstellt.

Wegen der dünneren Hüllrohrwandstärke ist auch der Stahlanteil im Core klein. Dies führt trotz der niedrigeren Brennstoffdichte auf höhere Brutraten. Insbesondere ist die Brutrate der kostenoptimalen Auslegung mit 1,42 für oxidischen Brennstoff sehr hoch.

Eine Analyse der aktiven Restriktionen führt auf ähnliche Ergebnisse wie die in Tab. 8 dargestellten. Insbesondere wird auch hier wieder die minimal mögliche Hüllrohrwandstärke erreicht. Aus den Einflußgrößen kann geschlossen werden, daß auch eine weitere Reduzierung vorteilhaft ist. Als neue aktive Restriktion tritt bei der kostenoptimalen Auslegung der Abbrand auf. Um eine Verbesserung der Brennstoffkosten um 0,01 DPf/kWh zu erhalten, müßte eine Abbranderhöhung von 11 000 MWd/to vorgenommen werden.

	Kosten optimal	Rendite optimal
$D_p$ [mm]	7.2	5.7
$H_c$ [cm]	73	59
P/D	1.15	1.20
$T_{can}$ [°C]	700	700
$T_E$ [°C]	384	375
x	0.155	0.20
A [MWd/to]	100 000	100 000
$\rho/\rho_{th}$	0.78	0.75
$\chi$ [W/cm]	550	560
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	4.5	2.8
$\alpha + \epsilon$	0.31	0.35
$\beta$	0.18	0.19
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	2330	1620
$BR_C$	0.83	0.62
$BR_{total}$	1.41	1.33
$K_F$ [DM/kg]	674	934
r [DPF/kWh/to]	0.10	0.14
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0.23	0.27

Tab. 9 Ergebnisse der Optimierung unter den Bedingungen

$$\rho/\rho_{th} \geq 0.7; s_{can} \geq 0.025 \text{ mm}$$

Ein Vergleich der Werte der Zielfunktionen in den Tab. 6 und 7 mit denen der Tab. 9 zeigt, daß die vorhergesagten Verbesserungen erreicht werden konnten.

Überprüfung der nuklearen Daten

Die in den Tab. 6, 7, 9 angegebenen Daten für Brutraten und Spaltstoffinventar wurden mit Hilfe der Interpolationspolynome berechnet. Eine Überprüfung dieser Ergebnisse durch exakte Rechnungen erschien notwendig, einmal weil diese Daten unerwartet günstig sind, zum anderen, weil die Eingangsparameter für die Polynome zum Teil weit außerhalb des in Tab. 4 angegebenen Variationsbereiches der Ausgangsdaten liegen. In der Tab. 10 sind die Werte mit den Ergebnissen exakter Rechnungen verglichen. Es zeigt sich, daß auch in diesen Fällen die Genauigkeit der Polynome sehr hoch ist.

	Kosten optimal		Rendite optimal	
	Interpolation	Rechnung	Interpolation	Rechnung
$BR_C$	0.830	0.837	0.619	0.642
$BR_{r.Bl.}$	0.224	0.207	0.290	0.257
$BR_{a.Bl.}$	0.360	0.375	0.418	0.462
$BR_{total}$	1.412	1.419	1.327	1.360
$\alpha_{Pu}$	0.220	0.221	0.217	0.215
$\epsilon_B$	0.181	0.182	0.170	0.171
$M_{fiss} \text{ [kg]}$ (Zyklusmitte)	2271	2254	1542	1510

Tab. 10 Vergleich der mit Polynomen berechneten nuklearen Größen mit Ergebnissen von exakten Rechnungen.  
Ausgangsdaten Tab. 9

### Optimale Auslegung bei verändertem maximalem Abbrand

In der Einleitung wurde darauf hingewiesen, daß eine neue Optimierung durchzuführen ist, wenn sich die einmal getroffenen Voraussetzungen ändern. Die Zweckmäßigkeit einer solchen Anpassung soll hier für den Fall gezeigt werden, daß die obere Grenze des Abbrandes geändert wird. Eine derartige Änderung könnte notwendig werden, wenn die jetzt noch bestehenden Probleme der Verträglichkeit des Hüllrohres mit den Spaltprodukten [45] nicht befriedigend gelöst werden oder wenn wegen des Strukturmaterialschwellens [46] die Dosis beschränkt werden muß.

Die Abb. 16 und 17 zeigen die wichtigsten der geänderten Auslegungsgrößen für den Fall, daß der maximale Abbrand auf 80 000 bzw. 60 000 MWd/to reduziert wird. Dabei wurden in diesem Fall nur kostenoptimale Auslegungen betrachtet.

Eine Abbrandänderung wirkt sich vor allem auf die Fabrikationskosten aus. Durch die in der Abb. 16 gezeigte Vergrößerung des Stabdurchmessers und der Corehöhe, die ihrerseits zu einer Verkleinerung der Fabrikationskosten führen, wird dieser Effekt möglichst klein gehalten. Die Vergrößerung des Stabdurchmessers führt auf eine deutliche Erhöhung des Corevolumens und des Spaltstoffinventars (Abb. 17). Bei geringerem Abbrand kann im Innern des Brennstoffstabes weniger Raum für das Brennstoffschwellen vorgesehen werden, so daß die Brennstoffdichte angehoben werden kann. Die Erhöhung der Brennstoffdichte und die gleichzeitige Erniedrigung des Abbrandes führen auf den in der Abb. 17 gezeigten deutlichen Anstieg der Brutrate.

Die Abb. 18 zeigt den Verlauf der Brennstoffkosten als Funktion des maximal zulässigen Abbrandes für zwei Fälle:

1. Die einmal gefundenen optimalen Auslegungen werden konstant gehalten.
2. Die Auslegung wird entsprechend den Abb. 16 und 17 angepaßt. Es zeigt sich, daß hierdurch etwa 25 % der Kostenerhöhung ausgeglichen werden kann.



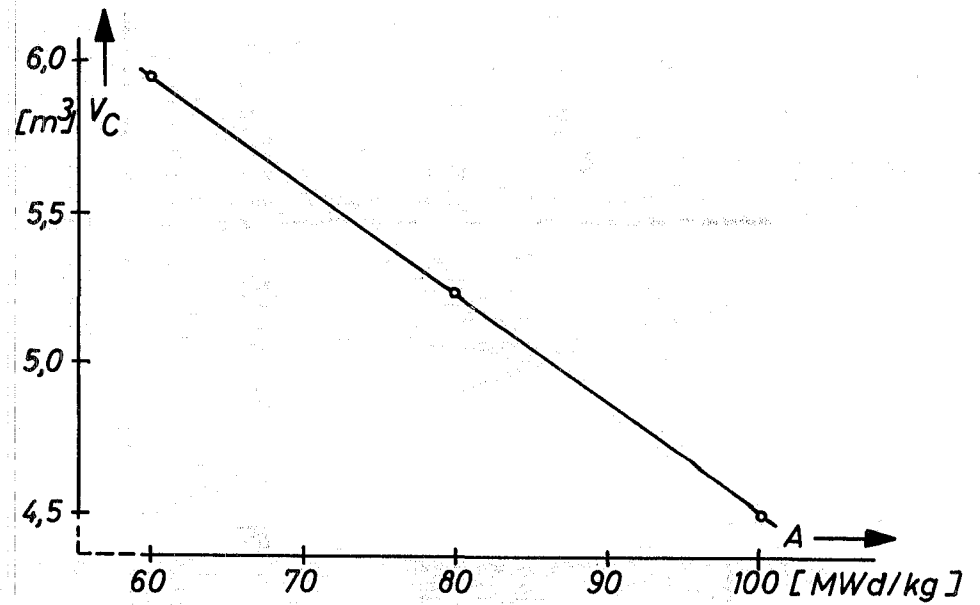
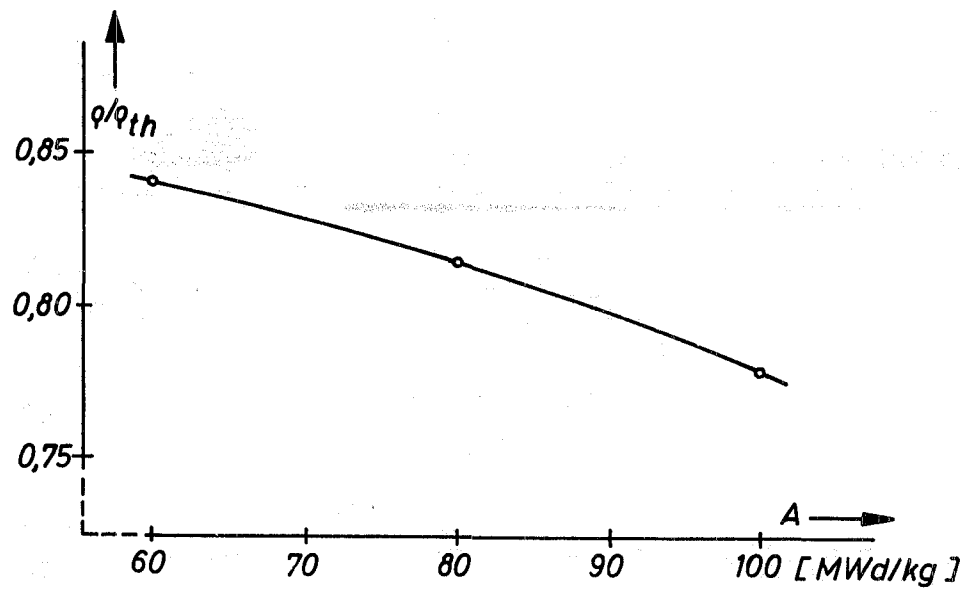
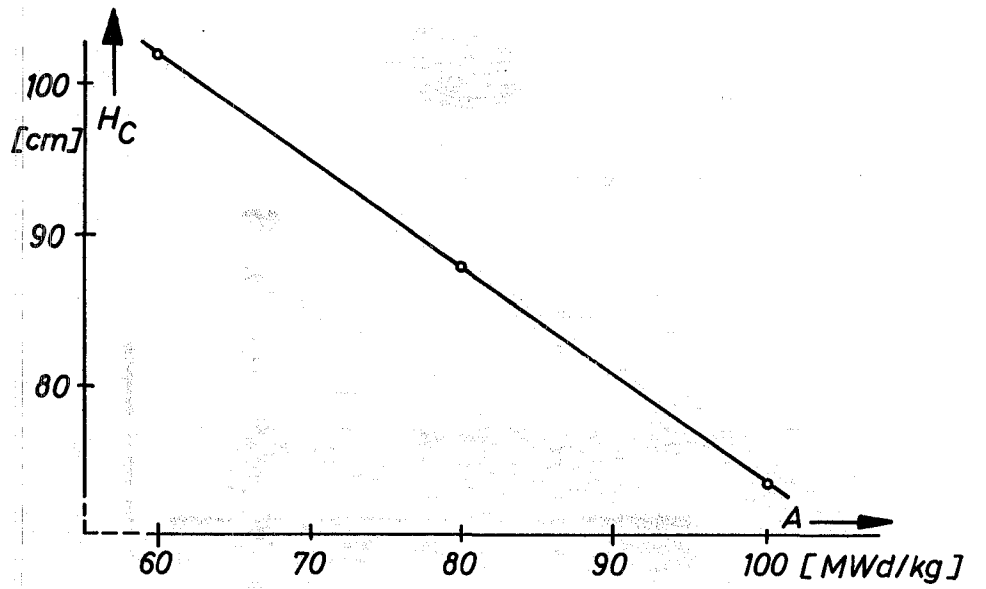
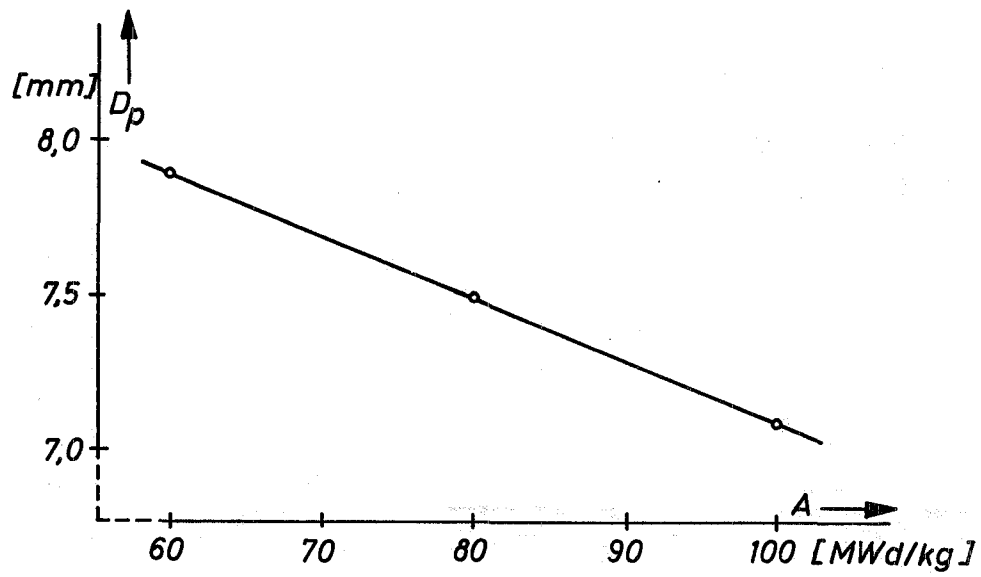


Abb. 16 Optimal an den maximal zulässigen Abbrand angepaßte Coreparameter  
Zielfunktion: Brennstoffkosten

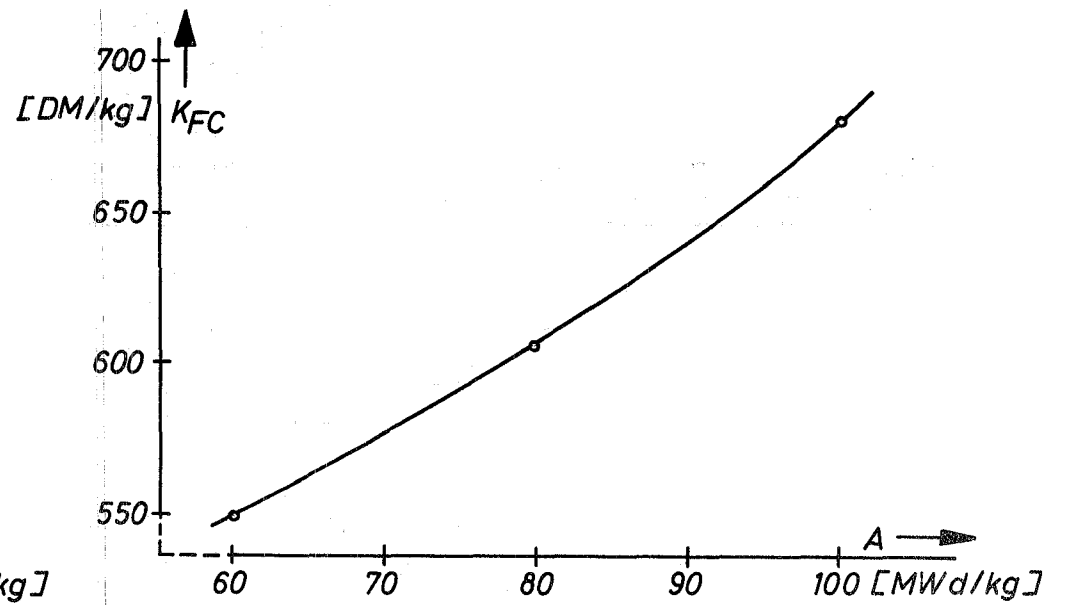
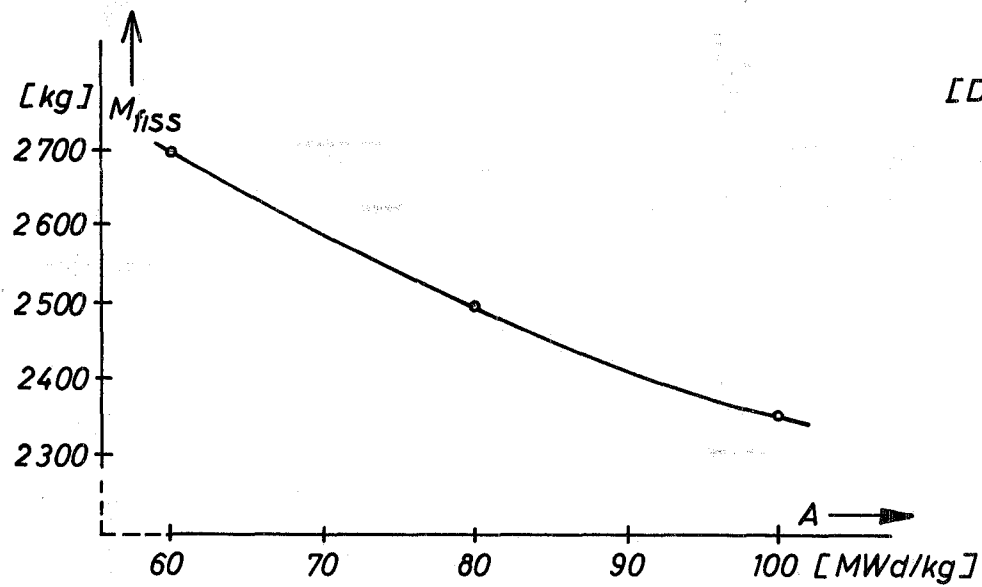
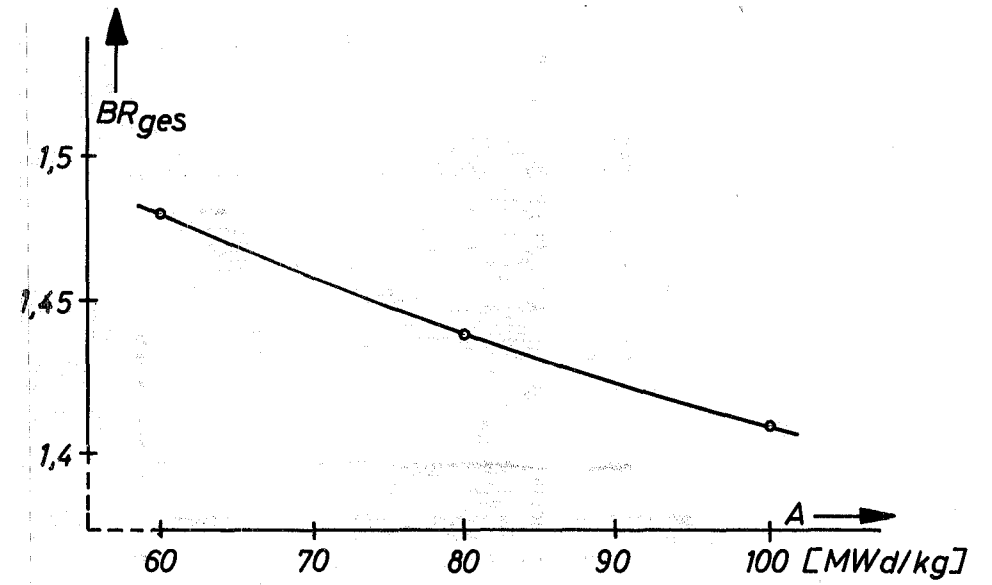
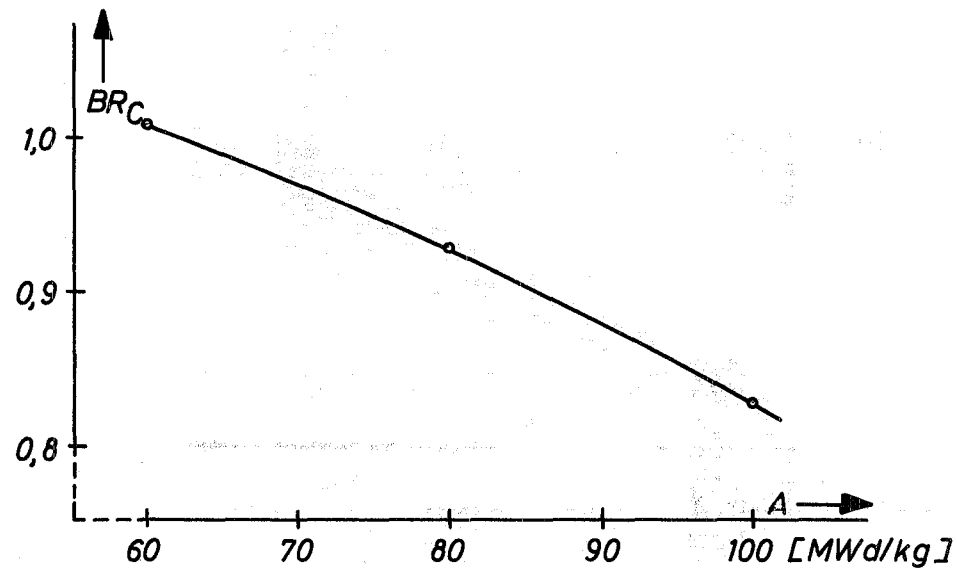


Abb. 17 Ergebnisse für an den Abbrand optimal angepasste Auslegungen

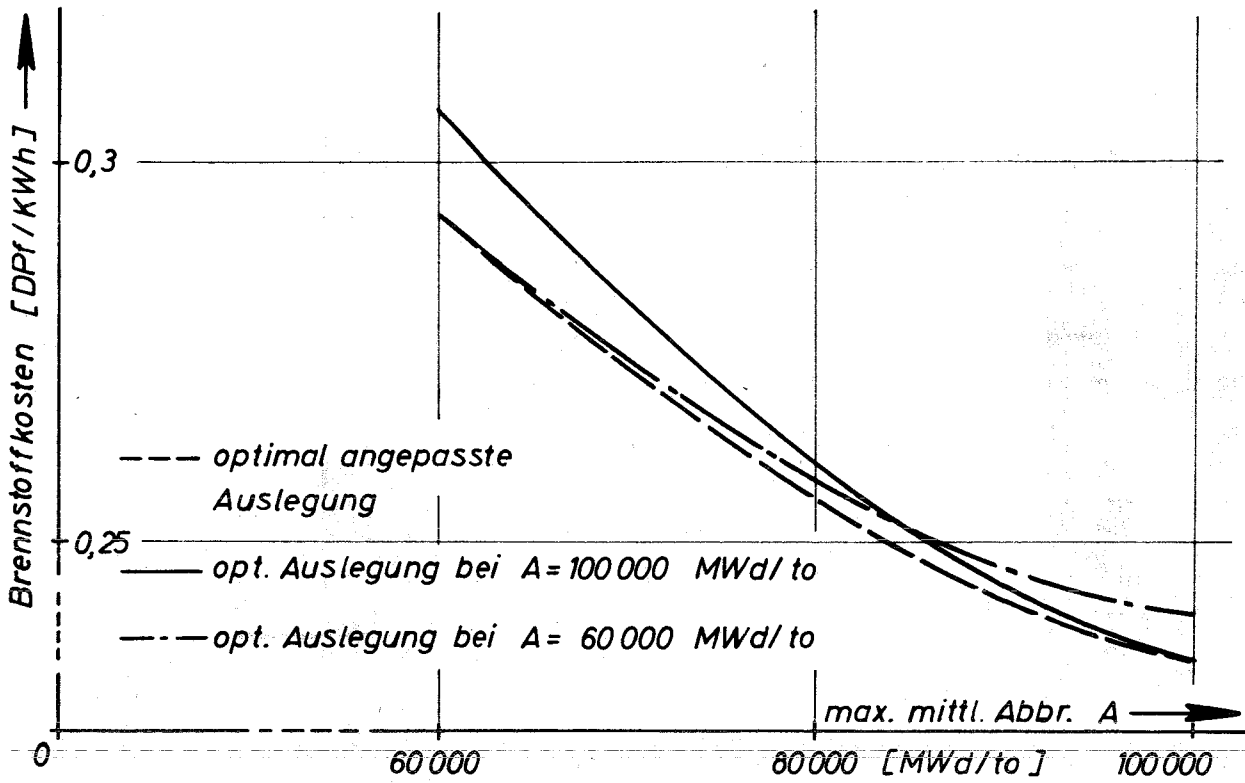


Abb. 18 Brennstoffkosten als Funktion des maximal zulässigen Abbrands bei festgehaltenen und optimal angepassten Auslegungen

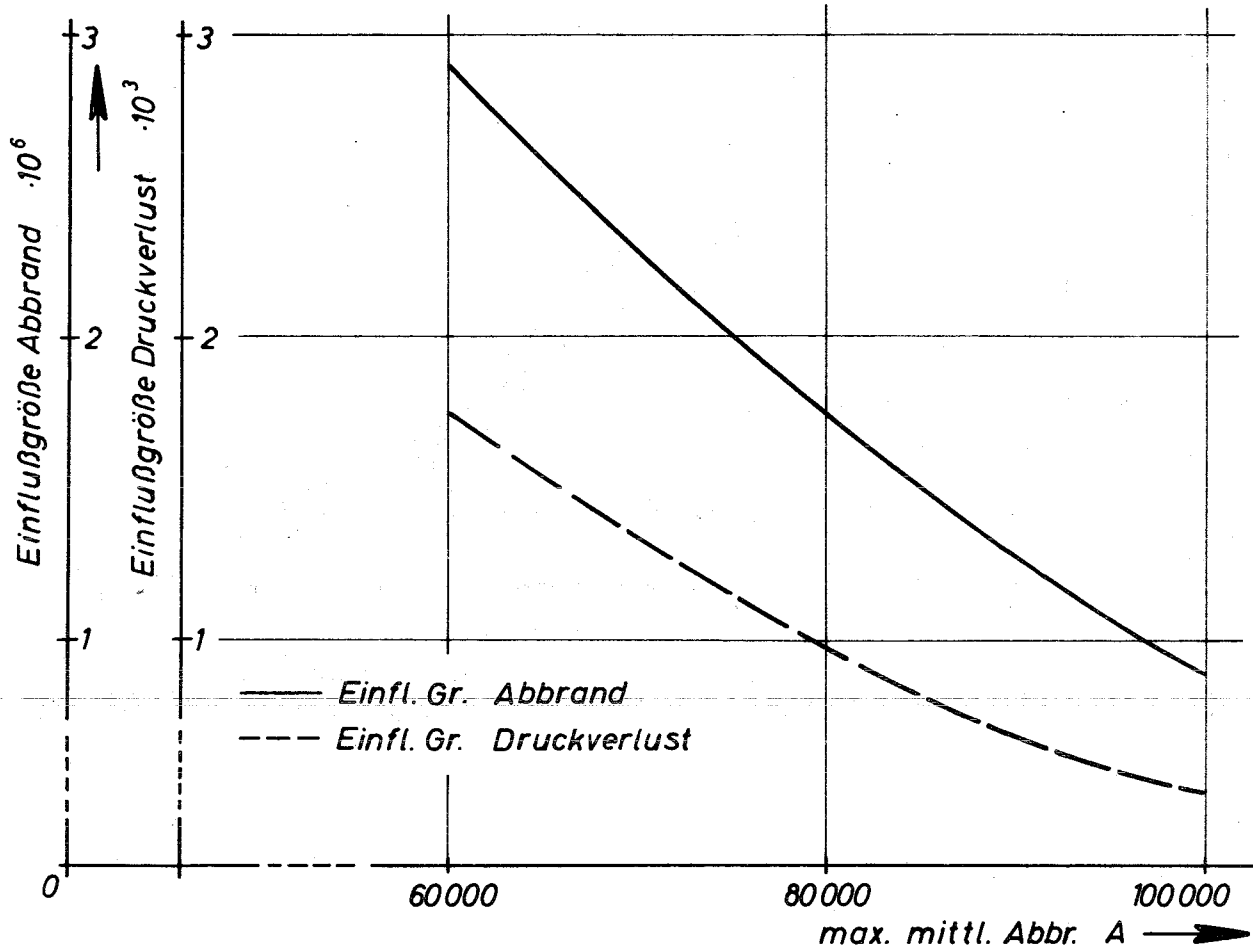


Abb. 19    Einflußgrößen des Abbrandes und des Druckverlustes  
als Funktion des maximal zulässigen Abbrandes

Wie die Abb. 19 zeigt, steigt die Einflußgröße der Abbrandbegrenzung sehr stark an, wenn zu niedrigeren Werten übergegangen wird. Eine Verbesserung der Zielfunktion von 0,01 DPf/kWh kann bei  $A_{\max} = 100\ 000$  MWd/to mit einer Erhöhung von 11 000 MWd/to erreicht werden, während nur 6 000 MWd/to notwendig sind, wenn die obere Grenze des Abbrandes 60 000 MWd/to beträgt.

Der ebenfalls in Abb. 19 gezeigte Anstieg der Einflußgröße der Druckverlustbeschränkung ist auf das bei niedrigen Abbränden optimale hohe Core zurückzuführen.

#### 4.2.2 Offener Brennstab

Die Verwendung eines Brennelementkonzeptes, das eine sofortige Ableitung der Spaltgase in das Kühlmittel zuläßt, wird im allgemeinen aus zwei Gründen als vorteilhaft angesehen:

1. Das Hüllrohr wird vom Spaltgasdruck entlastet.
2. Durch den Wegfall des Gasplenums wird die zu durchströmende Bündellänge kleiner.

##### Zu 1.

In den vorhergehenden Abschnitten wurde gezeigt, daß die Verwendung der aus fabrikationstechnischen Gesichtspunkten minimalen Hüllrohrwandstärke immer optimal war. Obwohl jetzt der innere Überdruck wegfällt, ist unter gleichen Voraussetzungen auch bei dem "vented-to-coolant"-Konzept eine Reduzierung der Hüllrohrwandstärke nicht möglich.

##### Zu 2.

Damit bleibt als Vorteil nur die geringere Gesamthöhe des Brennelementbündels. Die Plenumlänge beträgt bei den in der Tab. 10 angegebenen Auslegungen ( $S_{\text{can}} = 0,25$  mm) 50 bzw. 30 cm. Ein um diese Länge verkürztes Bündel hat einen um etwa 1 at geringeren Druckverlust. Nach den in der Tab. 9 angegebenen Daten ist aber der

Einfluß des Druckverlustes so klein, daß keine wesentliche Verbesserung der Zielfunktionen erwartet werden kann.

Die in der Tab. 11 angegebenen optimalen Auslegungen für ein vented-to-coolant-Konzept bestätigen diese Vorausüberlegungen. Gegenüber den in der Tab. 9 angegebenen optimalen Auslegungen für ein geschlossenes Brennelement-Konzept ändern sich die Daten nur unwesentlich. Das fehlende Gasplenum erlaubt eine geringfügige Vergrößerung der Corehöhe. Die Werte für die Brennstoffzykluskosten und das Rendite-Kriterium bleiben praktisch unverändert. Daraus folgt, daß unter den hier getroffenen Voraussetzungen das vented-to-coolant-Konzept für oxidischen Brennstoff keine unmittelbaren wirtschaftlichen Vorteile bietet.

	Kosten optimal	Rendite optimal
$D_p$ [mm]	7.5	5.5
$H_c$ [cm]	87	62
P/D	1.15	1.21
$T_{can}$ [ $^{\circ}C$ ]	700	700
$T_E$ [ $^{\circ}C$ ]	396	381
x	0.15	0.21
A [Mwd/to]	100 000	100 000
$\rho/\rho_{th}$	0.78	0.78
$\chi$ [W/cm]	555	533
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	4.93	2.8
$\alpha + \epsilon$	0.354	0.39
$\beta$	0.18	0.19
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	2400	1600
$BR_C$	0.87	0.64
$BR_{total}$	1.41	1.33
$K_F$ [DM/kg]	610	964
r [DPF/kWh/to]	0.10	0.146
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0.23	0.261

Tab. 11 Optimale Auslegung für das vented fuel-Konzept

	Kosten optimal	Rendite optimal
$D_p$ [mm]	11,4	9,2
$H_c$ [cm]	78,8	97,8
P/D	1,15	1,27
$T_{can}$ [°C]	643	671
$T_E$ [°C]	346	346
x	0,094	0,118
A [MWd/to]	100 000	100 000
$\rho/\rho_{th}$	0,76	0,706
$\chi$ [W/cm]	1438	1370
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	4,5	3,8
$\alpha + \epsilon$	0,36	0,44
$\beta$	0,15	0,17
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	2000	1550
$BR_C$	1,02	0,86
$BR_{total}$	1,66	1,55
$K_F$ [DM/kg]	462	529
r [DPF/kWh/to]	0,18	0,22
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0,085	0,12

Tab. 12 Optimale Auslegung des Karbid-Brüters bei Verwendung eines geschlossenen Brennstabes



### 4.3 Optimierung des Karbid-Cores

Es ist bekannt, daß die Verwendung von karbidischen Brennstoffen in schnellen Brutreaktoren zwei wichtige Verbesserungen bringt. Wegen der besseren Wärmeleitfähigkeit ist eine höhere Stabileistung möglich, und die höhere Schwermetalldichte führt zu einer Verbesserung der Brutrate. Es kann im Rahmen dieser Arbeit nicht auf die technologischen Schwierigkeiten eingegangen werden, die bei der Verwendung von karbidischen Brennstoffen auftreten. Es sollen lediglich einige typische Änderungen der oben für Oxid untersuchten Parameter aufgezeigt werden.

Für die Rechnungen wurden die für oxidischen Brennstoff ermittelten Fabrikationskosten verwendet (s. Anhang B). Während der Fertigstellung dieser Arbeit wurde von den Firmen Nukem/Alkem eine Studie über die Fabrikationskosten karbidischer Brennstoffe angefertigt [49]. Die dort angegebenen Kosten entsprechen für den Core-Brennstoff in etwa den hier verwendeten Werten, während die Kosten für die Blanket-Brutstoffe deutlich höher sind. Die unten angegebenen Werte für die Brennstoffkosten können daher nur als Anhaltswerte angesehen werden.

#### 4.3.1 Geschlossener Brennstab

Entsprechend dem Vorgehen bei der Optimierung des Oxid-Cores soll auch hier zunächst die Optimierung für den Fall vorgesehen werden, daß die Spaltgase in einem Plenum zurückgehalten werden. Als Zielfunktion werden wieder die Brennstoffkosten und das Rendite-Kriterium betrachtet.

In der Tab. 12 sind die Ergebnisse dieser Untersuchungen zusammengestellt. Die Tab. 13 zeigt die Werte der abhängigen Variablen und die den Einflußgrößen proportionalen Änderungen, die zu konstanten Verbesserungen der Zielfunktionen führen.

	Restriktionen		Änderungen	
	Kosten optimal	Rendite optimal	Kosten optimal	Rendite optimal
$T_{Br} \text{ [}^\circ\text{C}_\text{]}$	1500 *	1500 *	546	706
$\Delta T_R \text{ [}^\circ\text{C}_\text{]}$	184	200 *		65
$\Delta p \text{ [at}_\text{]}$	5,0 *	5,0 *	20	4,18
$w_K \text{ [m/sec}_\text{]}$	9,4	9,5 *		
$H_{Pl}/H_{Core}$	1 *	0,875	0,85	
$A/A_{zul}$	1 *	0,72	1,1	
$A \text{ [MWd/to}_\text{]}$	100 000 *	100 000 *	16 000	36 000
$T_{can} \text{ [}^\circ\text{C}_\text{]}$	643	671		
$S_{can} \text{ [mm}_\text{]}$	0,25 *	0,25 *	0,36	0,22
$H/D$	0,29	0,44		
$d \text{ [mm}_\text{]}$	1,7	2,47		
$t_{Core} \text{ [a}_\text{]}$	3,68	2,28		
$\epsilon \text{ [v/o}_\text{]}$	4,15	4,87		
$\rho/\rho_{th}$	0,766	0,70 *		0,35
$T_E \text{ [}^\circ\text{C}_\text{]}$	346 *	346 *	42,37	149

Tab. 13 Werte der abhängigen Variablen für die in Tab. 12 angegebenen optimalen Auslegungspunkte. Änderungen wie in Tab. 8.

Auch in diesem Fall zeigen sich die oben beschriebenen Unterschiede in der Auslegung, die für den kostenoptimalen Reaktor einen Mehrbedarf an Spaltstoff von ca. 500 kg ergeben.

Die folgenden Aussagen können für beide Auslegungen gemacht werden:

1. Ebenso wie bei Oxid erweist es sich auch hier als optimal, die maximal zulässige Brennstoffzentraltemperatur zu erreichen, so daß sich sehr hohe Stableistungen ergeben. Der Einfluß der Zentraltemperatur ist allerdings klein (Tab. 13). Auf diese Frage wird in Abschn. 4.3.3 näher eingegangen.
2. Die zu wählenden Stabdurchmesser sind sehr groß. Neben dem wirtschaftlichen Vorteil niedrigerer Fabrikationskosten bieten hier die großen Stabdurchmesser die Möglichkeit, einer günstigen kühlungstechnischen Auslegung.
3. Trotz der hohen Stableistung sind wegen der großen Brennstabdurchmesser kleine P/D-Verhältnisse und damit kleine Kühlmittelanteile im Core möglich und optimal.
4. Die Größe  $x$  wird so klein, daß die minimale Hüllrohrwandstärke von 0,25 mm erreicht wird. Der Einfluß der Wandstärken-Begrenzung ist nicht so groß wie bei einem Oxid-Brüter. Trotz der hohen Stableistung ist bei den vorliegenden Hüllrohrwandstärken und den großen Stabdurchmessern die durch reines Kriechen verursachte Aufweitung des Hüllrohres bei der Bestimmung des zulässigen Innendruckes die begrenzende Größe.
5. Wie in [34] gezeigt wird, ist für die Auslegung des Spaltgasplenums nicht die absolute Hüllrohrwandstärke  $S_{can}$  entscheidend, sondern das Wandstärke- zu Durchmesser-Verhältnis, für das die Größe  $x$  ein Maß ist. Es erweist sich hier als vorteilhafter, die Hüllrohrtemperaturen herabzusetzen und damit die Vorteile verbesserter Kriech Eigenschaften auszunutzen als den  $x$ -Wert zu erhöhen. Um trotzdem möglichst hohe Aufheizspannen zu erhalten, wird die Reaktoreintrittstemperatur bis zum minimal zulässigen

Wert herabgesetzt.

Wegen des besonders kleinen Wandstärkenverhältnisses bei der kostenoptimalen Auslegung und der Restriktion Plenumlänge  $\leq$  Corehöhe ist es dort nicht möglich, die maximal zulässige Aufwärmspanne von 200 °C zu erreichen.

Es zeigt sich, daß bei den gefundenen optimalen Auslegungen die spezifischen Spaltstoffbelastungen nicht wesentlich höher sind als bei den entsprechenden optimal ausgelegten Oxid-Reaktoren. Die erreichten Verbesserungen werden nur durch die wegen der großen Stabdurchmesser erniedrigten Fabrikationskosten und die gegenüber Oxid deutlich erhöhten Brutraten erzielt.

Die in der Tab. 12 angegebenen nuklearen Daten wurden auch hier durch exakte Nachrechnungen überprüft. Die Ergebnisse sind in der Tab. 14 angegeben.

	Kosten optimal		Rendite optimal	
	Interpolation	Rechnung	Interpolation	Rechnung
$BR_c$	1,02	1,04	0,86	0,84
$BR_{r.Bl.}$	0,23	0,25	0,39	0,40
$BR_{a.Bl.}$	0,42	0,41	0,30	0,30
$BR_{total}$	1,67	1,70	1,55	1,54
$\alpha_{Pu}$	0,196	0,196	0,204	0,202
$\epsilon_B$	0,224	0,228	0,201	0,202
$M_{fiss} \text{ [kg]}$ (Zyklusmitte)	2000	2130	1505	1520

Tab. 14 Vergleich der mit Polynomen berechneten nuklearen Größen mit Ergebnissen von exakten Rechnungen.  
Ausgangsdaten Tab. 12

	Kosten optimal	Rendite optimal
$D_p$ [mm]	10,7	7,7
$H_c$ [cm]	84,8	65,1
P/D	1,15	1,25
$T_{can}$ [°C]	700	700
$T_E$ [°C]	381	366
x	0,101	0,144
A [MWd/to]	100 000	100 000
$\rho/\rho_{th}$	0,766	0,7
$\chi$ [W/cm]	1355	1328
<hr/>		
$V_{core}$ [m <sup>3</sup> ]	4,01	2,33
$\alpha + \epsilon$	0,34	0,41
$\beta$	0,16	0,18
<hr/>		
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	1782	1340
$BR_C$	1,03	0,80
$BR_{total}$	1,67	1,56
$K_F$ [DM/kg]	478	692
r [DPF/kWh/to]	0,20	0,235
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0,078	0,147

Tab. 15 Optimale Auslegung des Karbid-Brüters bei Verwendung eines offenen Brennstabkonzeptes

#### 4.3.2 Offener Brennstab

Die in der Tab. 15 angegebenen optimalen Auslegungen für ein Konzept mit offenem Brennstab zeigen zwei wichtige Unterschiede zu den im letzten Abschnitt beschriebenen Auslegungen.

1. Der Wegfall des Gasplenums erlaubt bei gleichem Kühlmittelanteil eine Verringerung der Brennstabdurchmesser. Dies führt insbesondere bei der renditeoptimalen Auslegung zu einer deutlichen Verringerung des Spaltstoffinventars.
2. Da das Hüllrohr nicht mehr durch inneren Überdruck belastet wird, kann die maximal zulässige Hüllrohrtemperatur erreicht werden.

Eine Erniedrigung des Volumenanteils der Hüllrohre im Core ist auch hier nicht erreichbar, so daß keine wesentlichen Verbesserungen gegenüber den in der Tab. 12 angegebenen Werten für Brennstoffkosten und Rendite-Kriterien erreicht werden können. Es existiert jedoch ein Unterschied zu den Verhältnissen bei oxidischen Brennstoffen: Die Verwendung eines offenen Brennstabes ist notwendig, damit eine hohe Hüllrohrtemperatur und damit letzten Endes eine hohe Dampftemperatur erreicht werden kann.

Wie die Tab. 16 zeigt, ist der Druckverlust in diesem Fall keine aktive Restriktion. An seine Stelle tritt die beschränkte Kühlmittelgeschwindigkeit. Der Einfluß dieser Restriktion ist bei der kostenoptimalen Auslegung ähnlich gering wie der Einfluß der Druckverlustbeschränkung.

#### 4.3.3 Einfluß der Brennstoffzentraltemperatur

Aus den Tab. 12 und 15 ist zu ersehen, daß sowohl bei Verwendung eines geschlossenen als auch eines offenen Brennstab-Konzeptes der Einfluß der Brennstoffzentraltemperatur auf die betrachteten Zielfunktionen sehr gering ist. Eine Erniedrigung dieser Grenze um 300 °C führt danach zu einer Erhöhung der Brennstoffkosten von

	Restriktionen		Änderungen	
	Kosten optimal	Rendite optimal	Kosten optimal	Rendite optimal
$T_{Br}$ [ $^{\circ}C$ ]	1500 *	1500 *	430	820
$\Delta T_R$ [ $^{\circ}C$ ]	200 *	200 *	22	17
$\Delta p$ [at]	4,7	4,3		-
$w_K$ [m/sec]	10 *	10 *	16	1,35
$A/A_{zul}$	1 *	0,72	0,65	-
$A$ [MWd/to]	100 000 *	100 000 *	20 000	34 000
$T_{can}$ [ $^{\circ}C$ ]	700 *	700 *	100	120
$S_{can}$ [mm]	0,25	0,25 *	0,12	0,08
H/D	0,35	0,31	-	-
$d$ [mm]	1,6	1,92	-	-
$t_{Core}$ [a]	3,45	1,5 *	-	0,102
$\epsilon$ [v/o]	4,3	3,5	-	-
$\rho/\rho_{th}$	0,766	0,7	-	-
$T_E$ [ $^{\circ}C$ ]	381	366	-	-

Tab. 16 Werte der abhängigen Variablen für die in Tab. 15 angegebenen optimalen Auslegungspunkte. Änderungen wie in Tab. 8.

ca. 0,007 DPf/kWh und zu einer Erhöhung des Rendite-Kriteriums von ca. 0,006 DPf/kWh/to. Andererseits führt eine niedrige Brennstofftemperatur zu Erleichterungen bei einer Reihe von technologischen Problemen, die mit dem Einsatz von Karbid verbunden sind. Insbesondere sind bei einer niedrigeren Zentraltemperatur kleinere Schwellraten zu erwarten.

In der Tab. 17 sind die Ergebnisse zweier Rechnungen angegeben, in denen einmal als Restriktion

$$T_{Br} \leq 1500 \text{ } ^\circ\text{C},$$

und zum anderen

$$T_{Br} \leq 1200 \text{ } ^\circ\text{C}$$

gefordert wurde. Als Zielfunktion wurde das Rendite-Kriterium benutzt. Abweichend von den bisher betrachteten Fällen war bei diesen Rechnungen eine Mindestwandstärke des Hüllrohres von 0,3 mm vorgesehen. Es zeigt sich, daß die maximale Stableistung zwar um nahezu 500 W/cm abnimmt, gleichzeitig aber der Brennstabdurchmesser kleiner wird, so daß die spezifische Spaltstoffbelastung praktisch konstant bleibt. Die übrigen Auslegungsdaten ändern sich nur wenig. Die Änderungen des Rendite-Kriteriums sind vernachlässigbar klein. Dabei zeigt sich in diesem Fall, daß die Eingangsdaten für die nuklearen Rechnungen in beiden Fällen nahezu identisch sind, so daß dieses Ergebnis völlig unabhängig von den nuklearen Näherungsrechnungen ist.

Die Erklärung für diese zunächst überraschende Tatsache ist in dem beschränkten Druckverlust zu sehen. Würde ein höherer Druckverlust zugelassen, so könnte eine Verkleinerung des Stabdurchmessers bei konstantem Teilungsverhältnis und damit eine Erhöhung der Leistungsdichte auch bei der hohen Stableistung vorgenommen werden. Allerdings zeigt die Tab. 13, daß eine relativ große Erhöhung des zulässigen Wertes für den Druckverlust notwendig ist, um signifikante Verbesserungen zu erzielen. Hinzu kommt, daß in diesem Fall sehr bald die Kühlmittelgeschwindigkeit, die dicht unter ihrer oberen Grenze von 10 m/sec liegt, eine neue aktive Restriktion darstellt



	$T_{Br} \leq 1500 \text{ } ^\circ\text{C}$	$T_{Br} \leq 1200 \text{ } ^\circ\text{C}$
$D_p$ [mm]	9,2	7,5
$H_c$ [cm]	96,6	102
P/D	1,26	1,27
$T_{can}$ [ $^\circ\text{C}$ ]	684	695
$T_E$ [ $^\circ\text{C}$ ]	357	379
x	0,145	0,18
A [Mwd/to]	100 000	100 000
$\rho/\rho_{th}$	0,7	0,7
$\chi$ [W/cm]	1325	872
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		
$V_{core}$ [ $\text{m}^3$ ]	3,81	3,89
$\alpha + \varepsilon$	0,44	0,44
$\beta$	0,18	0,19
$M_{fiss}$ [kg] (Zyklusbeginn)	1600	1582
$BR_C$	0,85	0,85
$BR_{total}$	1,54	1,52
$K_F$ [DM/kg]	538	632
r [DPF/kWh/to]	0,210	0,205
$k_{Br}$ [DPF/kWh]	0,12	0,136

**Tab. 17 Rendite - optimale Auslegung für zwei obere Grenzen der Brennstoffzentraltemperatur**

und für eine weitere Verbesserung auch diese Grenze angehoben werden muß.

Der hier gezeigte Effekt des geringen Einflusses der Zentraltemperatur auf die untersuchten Zielfunktionen begünstigt die Wahl einer Auslegung mit geringerer als der maximal möglichen Stableistung, da für diese die zu erwartenden technologischen Schwierigkeiten kleiner sind.

## 5. Zusammenfassung

Methoden der nichtlinearen Programmierung können zur Optimierung schneller Brutreaktoren eingesetzt werden. Sie besitzen gegenüber der Methode der Parametervariation den Vorteil, daß Nebenbedingungen berücksichtigt werden können und ein Optimum sicher erreicht wird. Ein mehrmaliges Durchführen der Optimierungsrechnung unter Verwendung verschiedener Startpunkte ist erforderlich, um die Wahrscheinlichkeit, ein lokales Optimum zu erreichen, möglichst klein zu halten.

Als zwei Verfahren, die sich gut ergänzen, erweisen sich die Evolutionsstrategie und die Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen.

Der Vorteil der Evolutionsstrategie liegt darin, daß einmal diskrete Variablen untersucht werden können und zum andern für eine größere Anzahl von Variablen das Optimum schneller erreicht wird als bei Benutzung von Gradientenmethoden.

Der Vorteil der Methode der zulässigen und brauchbaren Richtungen besteht in der Möglichkeit, die aktiven Restriktionen zuverlässig zu bestimmen und ihren Einfluß auf die Zielfunktion abzuschätzen. Damit ist neben der Bestimmung des Optimums auch seine Beurteilung möglich. Es zeigt sich, daß die mit Hilfe der Einflußgrößen gemachten Voraussetzungen eine hohe Zuverlässigkeit besitzen.

Aus Rechenzeitgründen sind bei der Anwendung dieser Verfahren Näherungen für die nuklearen Auslegungsberechnungen notwendig. Die in dieser Arbeit entwickelte Methode besitzt eine gute Genauigkeit.

Die Anwendung der beschriebenen Verfahren bei der Core-Optimierung Na-gekühlter Brutreaktoren zeigt, daß gegenüber existierenden Auslegungen signifikante Verbesserungen der betrachteten Zielfunktionen erreicht werden können. Außerdem ist es möglich, quantitative Aussagen über den Einfluß der Auslegungsbeschränkungen zu machen.

Damit steht eine Methode zur Verfügung, die es erlaubt

1. schnell und zuverlässig die hinsichtlich verschiedener Zielfunktionen optimalen Auslegungen zu bestimmen und
2. den Einfluß von evtl. notwendigen Änderungen der Ausgangsdaten zu berechnen und eine optimale Anpassung der Auslegung vorzunehmen.

Die Methode ist in gleicher Weise auch bei schnellen Reaktoren mit anderen Kühlmitteln anwendbar.

Eine Erweiterung der Anwendung über die hier durchgeführten Core-Optimierungen ist möglich. Voraussetzung ist, daß die Kosten der zusätzlich zu untersuchenden Anlagenteile analysiert und ihre Abhängigkeiten von den Auslegungsparametern bestimmt werden. Wegen der größeren Anzahl der unabhängigen Variablen ist hierbei die Evolutionsstrategie besonders vorteilhaft.

Literatur

- [1] P. Jansen, "Methoden zur Beurteilung von Kernkraftwerksentwicklungen, insbesondere der schnellen Brüter", KFK 1066, 1969
- [2] D. Smidt et al., "Safety and Cost Analysis of a 1000 MWe Sodium Cooled Fast Power Reactor", KFK 398, 1965
- [3] F.Hofmann et al ., "System Analysis of a Fast Steam Cooled Reactor of 1000 MWe", KFK 636, EUR 3680e, 1967
- [4] K. Benndorf et al., " Variation einiger wichtiger Reaktorparameter beim Na-gekühlten 1000 MWe Schnellen Brüter", KFK 568, 1967
- [5] P.H.Margen, "Reactor Optimization", Temple Press London 1960
- [6] G. Black et al., "The use of a computer in the design of an advanced gas cooled reactor system", The Journ. of the Brit. Nucl. Energy Soc., Vol. 5, No. 1, Jan. 1966
- [7] B.M. Nel, H. Fenech, "Physics and Engineering Design Optimization of Nuclear Power Plant Using Gradient Methods", Int. Conf. PUAE, Genf 1964, P/599
- [8] Kontoro Inoue, "Fast-Reactor-Core Design Optimization by Linear Programming", Nuclear Science and Eng., Vol. 39, No. 3 (March 1970)
- [9] G. Hadley, "Nichtlineare und dynamische Programmierung", Physica-Verlag, Würzburg-Wien, 1959
- [10] A.J. Goldmann, A.W. Tucker, "Theory of linear programming", Princeton Univ. Press, 1956

- [11] G.B. Dantzig, "Maximation of a linear function of variables subject to linear inequalities", Activity analysis of production and allocation, New York, 1951
- [12] H.P. Künzi, W. Krelle, "Nichtlineare Programmierung", Monographien zur Unternehmensforschung, Springer-Verlag, 1962
- [13] H.P. Künzi, H.G. Tzschach, C.A. Zehnder, "Numerische Methoden der mathematischen Optimierung"
- [14] H.W. Kuhn, A.W. Tucker, "Nonlinear Programming", Proc. Second Berceley Symp. on Math. Stat. and Prob., 1951
- [15] G. Bermann, "Lattice Approximations to the Minima of Functions of Several Variables", Journ. of the Ass. for Comp. Machinery, Vol. 16, No. 2, April 1969
- [16] G. Zoutendijk, "Methods of feasible directions", Elsevier Publishing Company, 1960
- [17] G. Zoutendijk, "Maximizing a Function in a Convex Region", Journ. of the Roy. Stat. Soc., Sect. B, Vol. 21 (1959)
- [18] G. Zoutendijk, "Nonlinear programming, a numerical survey", J. Siam Control, Vol. 4, No. 1, 1966
- [19] L. Cooper, H. Glass, "Sequential search: A method for solving constrained optimization problems", Journ. of the Ass. for Comp. Machinery, Vol. 12, No. 1, 1965
- [20] T. Shimizu, "A stochastic approximation method for optimization problems", Journ. of the Ass. for Comp. Machinery, Vol. 16, No. 3, July 1969
- [21] S. Brooks, "A discussion of random methods for seeking maxima", Oper. Res. 6, 1958

- [22] I. Rechenberg, "Cybernetic solution path of an experimental problem", Royal Aircraft Establishment Ministry of Aviation-Library Transl. No. 1122
- [23] D. Gall, "A practical multifactor optimization criterion", Proc. of Symp. on Recent Advances in Optimization Techniques (1965)
- [24] S. Brooks, "Comparison of maximum seeking methods", Journ. Oper. Res. Soc. Amer. 7, (July-Aug. 1959)
- [25] I. Rechenberg, Dissertation (Veröffentlichung in Vorbereitung)
- [26] A. Amendola, "A statistical method for evaluation of hot channel factors in reactor design", KFK 843, 1968
- [27] B. Lubarsky, S.J. Kaufmann, NACA-Report, Techn. Note 3336, 1955
- [28] W. Kermit, Anderson, G.L. Lechliter, "Some input functions for computer description of fuel properties", ANS Transact. 9, No. 2, 1966
- [29] H. Kämpf, "Einfluß der inneren Geometrie auf die rad. Temperaturverteilung von Schnellbrüter-Brennelementen", KFK 751, 1968
- [30] H. Kämpf, "Saturn Code; theoretical analysis of fuel pin behavior and fuel void dynamics", KFK 1088, 1969
- [31] A. Gerken, persönliche Mitteilung
- [32] G. Karsten, "Das Betriebsverhalten eines Brennelementstabes", KFK 700, Kapitel V, 1967

- [33] G. Karsten et al., "Theoretical and Computer Analysis on the Behaviour of Fast Reactor Fuel Pins and Related Parts of the Core under Operational Conditions", KFK 878, 1969
- [34] G. Schmidt, "Rechenverfahren zur festigkeitsmäßigen Auslegung der Brennstabhüllrohre bei flüssigmetallgekühlten schnellen Reaktoren", Dissertation, Universität Karlsruhe, Juli 1968
- [35] G. Knizia, "Die Ermittlung des optimalen Wirkungsgrades von Hochdruck-Hochtemperatur-Dampfkraftprozessen", Dissertation, Universität Karlsruhe, 1958
- [36] H. Schnauder, "Programmsystem zur thermodynamischen und festigkeitsmäßigen Auslegung von natriumbeheizten Wärmeübertragungskomponenten", Veröffentlichung in Vorbereitung
- [37] H. Spilker, "Ein Fortran-Programm zur Auslegung von natriumbeheizten Dampferzeugern", KFK 715, 1968
- [38] H. Grumm, "Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung des Brennstoffkostenanteils", Atomwirtschaft 11, 1966
- [39] D. Sanitz et al., "Nusys, nukleares Programmsystem Karlsruhe", Veröffentlichung in Vorbereitung
- [40] W. Höbel, "Dixy, zweidimensionales Diffusionsprogramm", Veröffentlichung in Vorbereitung
- [41] H. Huschke et al., "Gruppen-Konstanten für dampf- und natriumgekühlte schnelle Reaktoren in einer 26-Gruppendarstellung", KFK 770, 1968
- [42] "Gruppenkonstanten für die Berechnung natriumgekühlter schneller Reaktoren", Vorstufe zu [41], nicht veröffentlicht
- [43] E. Eisemann, persönliche Mitteilung



- [44] K. Gast et al., "Schneller natriumgekühlter Reaktor Na 2", KFK 660, 1967
- [45] P. Hofmann, F. Thümmeler, "Verträglichkeitsuntersuchungen mit Spaltprodukten an verschiedenen Hüllrohrmaterialien mit und ohne Kernbrennstoff", Veröffentlichung in Vorbereitung
- [46] S.D. Harkness, "Radiation Damage on Structural Material", ANL-7513, 1970
- [47] K. Kummerer, "Production cost parameter analysis for fast reactor fuel elements", KFK 576, 1967
- [48] D. Gupta, P. Jansen, "Fuel cycle economics of fast breeders with plutonium", KFK 567, 1967
- [49] Fa. Nukem/Alkem, "Studie über die Fabrikationskosten für die karbidischen Brennelemente eines schnellen Hochleistungsreaktors"  
Entwicklungsarbeit für die ALLGEMEINE ELEKTRICITÄTSGESSELLSCHAFT AEG-TELEFUNKEN (nicht veröffentlicht)

Nomenklatur

Deutsche Symbole

A	Maximaler mittlerer Entladeabbrand einer Teilladung
$A_{ax}$	Maximaler axial gemittelter Abbrand in einem Brennstab
$A_c$	Mittlerer Abbrand des Core-Brennstoffs
$A_{zul}$	Zulässiger maximaler mittlerer Abbrand einer Teilladung (Brennstoffschwellen)
BR	Brutraten (Einfänge im Brutstoff einer Zone/Absorptionen im Spaltstoff des Reaktors)
CR	Konversionsraten (Einfänge im Brutstoff einer Zone/Absorptionen im Spaltstoff einer Zone)
$C_{Fr}$	Spaltgasfreisetzungsrates
$D_h$	Hydraulischer Durchmesser eines Kühlkanals
$D_p$	Brennstabdurchmesser
E	Erlös
$F_{Br}$	Vom Brennstoff einnehmbare Fläche des Hüllrohres
$G_{Pl, Kr, TT}$	Verfügbarkeitsfaktoren in der plastischen, Kriech- und Tieftemperatur-Zone des Brennstoffs
$H_c$	Corehöhe
$H_{Pl}$	Länge des Spaltgasplenums
$K_l$	Material- und Herstellungskosten einer Teilladung
$K_F$	Spezifische Fabrikationskosten des Brennstoffs
$M_{fiss}$	Spaltstoffinventar des Cores
$M_{Syst}$	Spaltstoffinventar im System (Core + Zyklus)

P	Porosität der Brennstofftabletten
P/D	Teilungsverhältnis des Brennstabbündels
$Q_{el}$	Elektrische Nettoleistung des Kraftwerks
$Q_{th}$	Thermische Leistung des Reaktors
$S_{Pl, Kr, TT}$	Schwellraten in der plastischen, Kriech- und Tieftemperatur-Zone des Brennstoffs
$S_{can}$	Hüllrohrwandstärke
R	Barwertfaktor (Zinsen + Steuern)
T	Temperatur
$\Delta T_R$	Aufheizspanne des Kühlmittels im Reaktor
$V_C$	Core-Volumen
$V_{Pl, Kr, TT, G}$	Volumenanteile der plastischen, Kriech- und Tieftemperatur-Zone und des Spaltes Hüllrohr - Brennstoff
$V_{Sp}$	Während der Standzeit in einem Brennstab freigesetzte Spaltgasmenge
X	Schwermetallmenge, die bei vollständiger Spaltung 1 MWd ergibt
d	Engster Abstand zwischen zwei Brennstaboberflächen
e	Spaltstoffanreicherung des Brennstoffes
f	Reibbeiwert
$h_w$	Wärmeübergangszahl
i	Enthalpie
k	Wärmeleitfähigkeit
$k_{eff}$	Multiplikationsfaktor

$\Delta k_{\text{Zyklus}}$	Änderung des Multiplikationsfaktors zwischen zwei Beladungen
$k_{\text{Br}}$	Brennstoffkosten
$\dot{m}$	Massendurchsatz in einem Kühlkanal
$n_{\text{Anz}}$	Zahl der Anzapfungen
$n_{\text{Brz}}$	Zahl der Brennstoffzellen im Core
$n_{\text{p}}$	Zahl der Brennstoffstäbe im Brennelement
$n_{\text{Tl}}$	Zahl der Teilladungen während der Reaktorlebensdauer
$n_{\text{Zc}}$	Zykluszahl des Cores
$n_{\text{Zü}}$	Zahl der Zwischenüberhitzungen
$p$	Druck
$p_{\text{zul}}$	zulässiger Innendruck des Gasplenums
$q$	Leistungsanteil einer Reaktorzone
$t$	Zeit
$w$	Kühlmittelgeschwindigkeit
$x$	Flächenverhältnis Hüllrohr - Wand / - Innenfläche

Griechische Symbole

$\alpha$	Kühlmittel-Volumenanteil des Cores
$\alpha_{\text{Pu}}$	Verhältnis von Einfängen/Spaltungen im Spaltstoff
$\beta$	Struktur- und Hüllmaterial-Volumenanteil im Core
$\epsilon$	Absorbermaterial-Volumenanteil im Core
$\epsilon_{\text{B}}$	Anteil aller Spaltungen im Brutstoff

$\eta_{\text{ges}}$	Nettowirkungsgrad des Kraftwerks
$\alpha$	Lastfaktor
$\lambda$	Lagrange-Multiplikator (Einflußgröße)
$\rho$	Dichte
$\sigma_{0,2}$	Streck- bzw. Dehngrenze
$\varphi_{\text{ax}}, \varphi_{\text{rad}}$	Leistungsformfaktoren
$\chi$	maximale nominelle Stableistung

Indices

Br	Brennstoff
C	Core
E	Eintritt
K	Kühlmittel
Pl	Spaltgasplenum
R	Reaktor
Tl	Teilladung
a.Bl.	axiales Blanket
r.Bl.	radiales Blanket

Weitere Indices sind im Zusammenhang mit den dazugehörigen Größen erläutert.

Sonstige Symbole

$\nabla F$	Gradient der Funktion F (Spaltenvektor)
$x^T$	Transponierter Vektor x

- $x^p$             Nach p Iterationen erreichter Punkt  $x$
- $x'$             Endpunkt des Univariant-Verfahrens
- $\hat{x}$             Lösungspunkt eines Optimierungsproblems

Hiervon abweichende Bedeutungen sowie weitere Symbole sind im Text erläutert.

A n h a n g A

Koeffizienten für Näherungspolynome

Es werden die Koeffizienten für die Näherungspolynome der drei Größen  $M_{fiss}$ ,  $BR_c$ ,  $BR_{total}$  angegeben. Dabei wird die Polynomform ohne Mischglieder betrachtet.

Definitionen	Oxidischer Brennstoff	Karbidischer Brennstoff
$\Delta\alpha$	$\alpha$ - 0,44	$\alpha$ - 0,48
$\Delta\beta$	$\beta$ - 0,18	$\beta$ - 0,2
$\Delta V_c$ [ $m^3$ ]	$V_c$ - 5,5	$V_c$ - 3,5
$\Delta H_c$ [ $cm$ ]	$H_c$ - 130	$H_c$ - 80
$\Delta A$ [ $MWd/to$ ]	$A$ - 30 000	$A$ - 50 000
$\Delta \rho/\rho_{th}$	$\rho/\rho_{th}$ - 0,85	$\rho/\rho_{th}$ - 0,77
$\Delta k_{eff}$	$k_{eff}$ - 1,015	$k_{eff}$ - 1,015

Werden die Größen  $\alpha$ ,  $\beta$ , ...,  $k_{eff}$  allgemein mit  $u_1$ ,  $u_2$ , ...,  $u_7$  bezeichnet, so haben die Polynome die Form

$$P(u) = A_0 + \sum_1^7 A_{1i} \cdot \Delta u_i + \sum_1^7 A_{2i} \cdot \Delta u_i^2 \quad (A 1)$$

Die Koeffizienten  $A_0$ ,  $A_{1i}$  und  $A_{2i}$  sind in den folgenden Tabellen angegeben.

1. Spaltstoffinventar  $M_{fiss}$  [kg]

	Oxidischer Brennstoff		Karbidischer Brennstoff	
$A_0$	2326		1607	
	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
$\Delta\alpha$	- 2760	- 535,0	- 1654	- 2100
$\Delta\beta$	- 1890	- 1513	- 1253	- 5028
$\Delta V_c$ [m <sup>3</sup> ]	374,5	- 1,414	401,3	- 6,803
$\Delta H_c$ [cm]	- 1,978	0,0319	- 6,0684	0,1084
$\Delta A$ [MWd/to]	$1,308 \cdot 10^{-3}$	$- 6 \cdot 10^{-10}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$- 3,03 \cdot 10^{-10}$
$\Delta \rho / \rho_{th}$	1320	- 35,59	730	- 599,54
$\Delta k_{eff}$	3940	0	2728	0

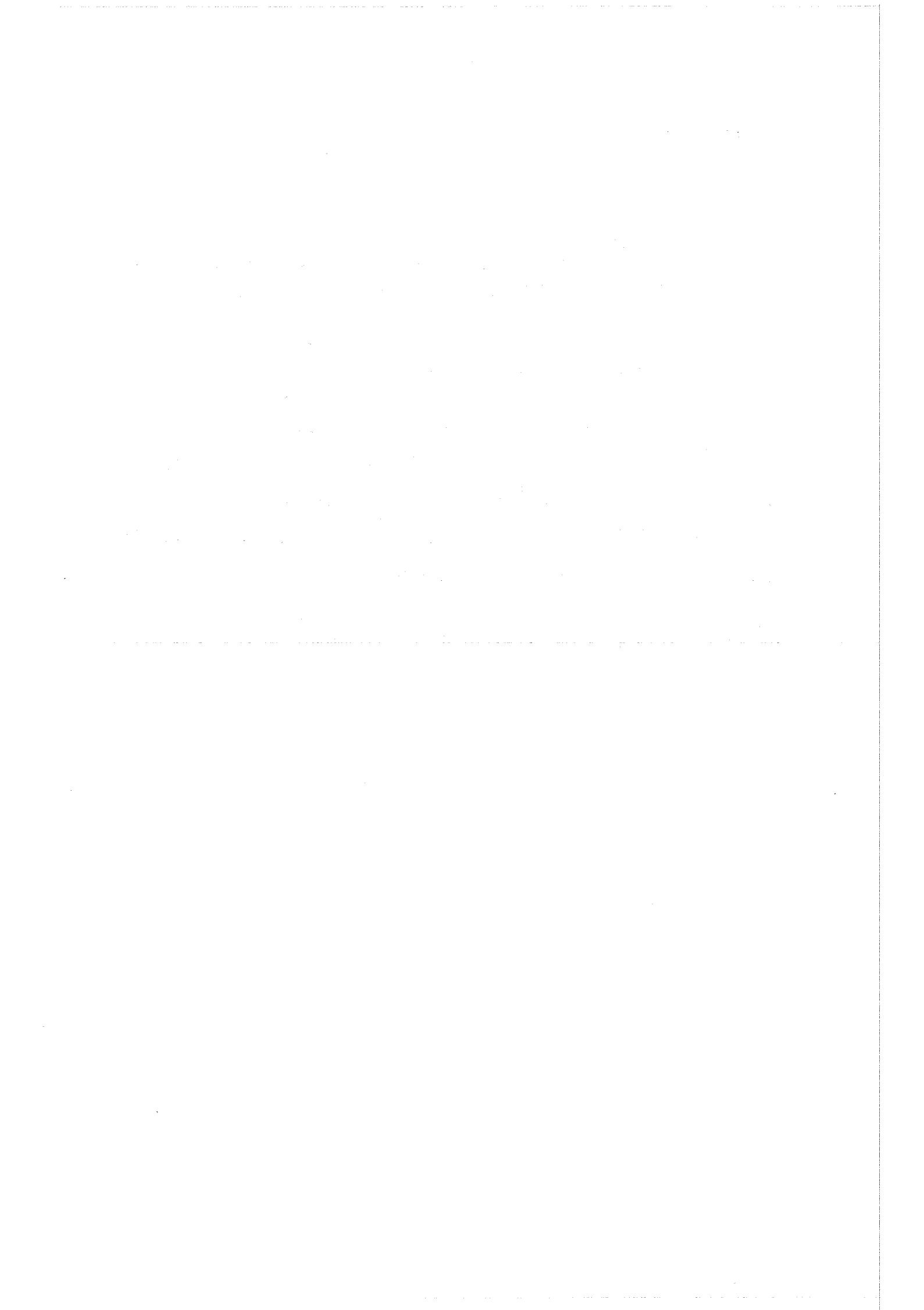
2. Brutrate des Cores  $BR_c$

	Oxidischer Brennstoff		Karbidischer Brennstoff	
$A_0$	0,923		0,709	
	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
$\Delta\alpha$	- 1,37	- 1,40	- 1,60	- 1,30
$\Delta\beta$	- 1,59	- 1,01	- 1,51	- 1,31
$\Delta V_c$ [m <sup>3</sup> ]	0,024	$- 3,33 \cdot 10^{-3}$	0,043	$- 2,88 \cdot 10^{-3}$
$\Delta H_c$ [cm]	$1 \cdot 10^{-4}$	$- 1,53 \cdot 10^{-5}$	$3,21 \cdot 10^{-3}$	$- 4,55 \cdot 10^{-5}$
$\Delta A$ [MWd/to]	$- 1,53 \cdot 10^{-6}$	$- 7,94 \cdot 10^{-13}$	$- 1,29 \cdot 10^{-6}$	$- 1,61 \cdot 10^{-12}$
$\Delta \rho / \rho_{th}$	0,614	- 0,332	0,692	- 0,525
$\Delta k_{eff}$	- 1,66	2,33	- 1,37	2,06



3. Gesamtbruttrate des Reaktors  $BR_{total}$

	Oxidischer Brennstoff		Karbidischer Brennstoff	
$A_0$	1,38		1,44	
	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
$\Delta\alpha$	- 0,87	- 1,14	- 1,07	- 1,28
$\Delta\beta$	- 1,54	- 0,72	- 1,81	- 2,20
$\Delta V_c$ [ $m^3$ ]	$- 3,08 \cdot 10^{-3}$	$4,31 \cdot 10^{-4}$	$- 1,17 \cdot 10^{-2}$	$8,9 \cdot 10^{-4}$
$\Delta H_c$ [ $cm$ ]	$7,76 \cdot 10^{-5}$	$-5,66 \cdot 10^{-7}$	$- 2,63 \cdot 10^{-4}$	$- 5,0 \cdot 10^{-6}$
$\Delta A$ [ $MWd/to$ ]	$- 1,69 \cdot 10^{-6}$	$1,24 \cdot 10^{-12}$	$- 1,28 \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-12}$
$\Delta \rho / \rho_{th}$	0,229	$- 9,88 \cdot 10^{-2}$	0,212	- 0,27
$\Delta k_{eff}$	- 2,40	2,58	- 2,49	1,01



A n h a n g B

Zusammenstellung konstanter Auslegungsgrößen

Im folgenden sind einige der wichtigsten Größen zusammengestellt, die bei den Optimierungsrechnungen konstant gehalten wurden.

I. Materialwerte des Struktur- und Hüllrohrmaterials

Material	Stahl Nr. 4988
Kriechparameter	
Bezugstemperatur	650 °C
k nach Norton	$1 \cdot 10^{-15}$
n nach Norton	7,9
Larsson-Miller-Konstante	20
Streckgrenze T = 400 °C unbestrahlt	20 kp/mm <sup>2</sup>
Streckgrenze T = 700 °C bestrahlt	20 kp/mm <sup>2</sup>
Zul. tangentielle Dehnung	0,001
Elastizitätsmodul	17 000 kp/mm <sup>2</sup>
Wärmeleitfähigkeit	0,21 W/cm grd
Thermischer Ausdehnungskoeffizient	$17 \cdot 10^{-6}$ 1/grd

## II. Core-Auslegung

### Parameter des heißen Kanals

Gesamte Leistungsüberhöhung	1,18
Teilungsfehler	0,1
Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffs: niedrige Werte nach Gl. (3.4) bzw. Gl. (3.5)	
Abstandshalter	3 Rippen
Reibungsbeiwert	0,024
Enthalpiefaktor $\frac{\Delta i_{\text{Reaktor}}}{\Delta i_{\text{Core,max}}}$	0,85
Spalt zwischen den Brennelementen	3 mm
Anzahl der Stäbe im Brennelement	
Oxid-Brennstoff	469
Karbid-Brennstoff	217
Pu-Zusammensetzung	
Core	
239/240/241/242	0,75/0,22/0,025/0,005
Blanket	
239/240/241/242	0,95/0,05/ 0 / 0

### III. Wirtschaftlichkeit

#### Fabrikationskosten [47]

Core

$$K_{F,C} = 150 + \frac{192,5}{D_{P1}} + 1470 \left( \frac{0,1}{D_{P1}} + \frac{0,065}{D_{P1}^2} \right) \left( 1 - \frac{H_c}{150} \right)$$

[DM/kg]

ax. Blanket

$$K_{F,ax.Bl.} = \frac{93,4}{D_{P1}} - \frac{12,43}{D_{P1}^2}$$

[DM/kg]

rad. Blanket

$$K_{F,r.Bl.} = 200$$

[DM/kg]

mit

$D_{P1}$  : Pelletdurchmesser [cm]

Diese Beziehungen wurden sowohl für die oxidischen wie für die karbidischen Brennstoffe benutzt.

Fabrikationszeit 0,25 a

Pu-Verluste während der Fabr. 1 %

#### Aufarbeitungskosten [48]

$$K_A = 100 \left[ \frac{e_{T1}}{0,04} + \frac{7}{m_{T1}} \right]$$

mit  $e_{T1}$  [1] Anreicherung der aufzuarbeitenden Teilladung

$m_{T1}$  [to] Masse der aufzuarbeitenden Teilladung

Aufarbeitungszeit	0,25 a
Pu-Verluste während der Aufarbeitung	1 %
Pu-Preis	40 DM/g

Obwohl in [1] für die Berechnung des Rendite-Kriteriums 28 DM/g vorgeschlagen werden, wurden hier 40 DM/g benutzt, um Vergleichbarkeit der kosten- und renditeoptimalen Auslegungen zu gewährleisten.

Barwertfaktor (Zinsen + Steuern)	0,097
Lastfaktor	0,7
Anlagekosten	580 DM/kWe
Betriebskosten	0,12 DPf/kWh
Anlagenlebensdauer	25 a

Für die Berechnung des Rendite-Kriteriums wurde angenommen:

Stromerzeugungskosten Leichtwasserreaktor	1,82 DPf/kWh
---	--------------

#### IV. Wärmeübertragungs- und Dampfkreisläufe

##### Temperaturdifferenzen am

heißes Ende des Wärmetauschers	20 °C
kalten Ende des Wärmetauschers	40 °C
heißes Ende des Dampferzeugers	30 °C
kalten Ende des Dampferzeugers	56 °C
heißes Ende des Zwischenüberhitzers	40 °C
Dampfdruck Eintritt Turbine	165 at
Dampfdruck Eintritt Zwischenüberhitzer	45 at
Anzahl der Vorwärmstufen	8