

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

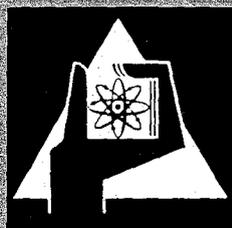
Januar 1971

KFK 1353

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Die Behandlung der Ortsabhängigkeit der energetischen
Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen homogener Zonen in Reaktoren

H. Huschke



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Januar 1971

KFK 1353

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Die Behandlung der Ortsabhängigkeit
der energetischen Resonanzselbstabschirmung an
Grenzflächen homogener Zonen in Reaktoren *

von

H. Huschke

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

* Dissertation, genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau der Universität
Karlsruhe

Zusammenfassung

Am Modell zweier Halbräume mit unterschiedlicher Konzentration eines Resonanzisotops wird die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung in der Umgebung der Grenzfläche untersucht. Es wird dabei ein Formalismus entwickelt, der auch an Grenzflächen endlich dicker Zonen anwendbar ist, und der die Benutzung der f-Faktortabellen der bestehenden Karlsruher Gruppenkonstantensätze zur Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung erlaubt. Für zwei Reaktoren wird der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung auf wichtige Reaktorparameter untersucht.

Die Arbeit ist an der Universität Karlsruhe als Dissertation angenommen. Referenten sind Prof. Dr. W. Kofink und Prof. Dr. K. Wirtz.

Summary

The problem of space dependent resonance self shielding at boundaries is investigated for the case of two half-spaces with different concentration of a resonant material. A formalism is developed which allows a description of this phenomenon, also at boundaries of narrow zones by using the f-factor tables of the existing Karlsruhe group cross section sets. For two assemblies the influence of space dependent resonance self shielding on important reactor parameters is investigated.

This work has been accepted as a thesis by the University of Karlsruhe. References are Prof. Dr. W. Kofink and Prof. Dr. K. Wirtz.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
I. Einleitung	1
II. Die energetische Resonanzselbstabschirmung und ihre approximative Berechnung	9
III. Die Behandlung der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen homogener Zonen unterschiedlicher Isotopenzusammensetzung	18
IV. Eine rationale Näherung des Exponentialintegrals und eine daraus abgeleitete Methode zur Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung im "f-Faktor-Formalismus"	35
V. Die Anwendung auf Zonen endlicher Dicke	55
VI. Numerische Ergebnisse - Teil 1 Untersuchungen an einzelnen Resonanzen	63
VII. Numerische Ergebnisse - Teil 2 Anwendung auf Reaktoren	74
VIII. Zusammenfassung	85
Literatur	
Abbildungen	

I. EINLEITUNG

In schnellen und intermediären Reaktoren hat die energetische Neutronenverteilung einen entscheidenden Einfluß auf die wichtigsten Reaktorparameter, wie Kritikalität, Bruttore, Dopplerkoeffizient usw. Die genaue Berechnung des Neutronenspektrums ist deshalb unerlässlich zur Ermittlung dieser Größen. Da die Neutronenwirkungsquerschnitte nahezu aller Isotope Resonanzcharakter haben, würde eine Beschreibung der exakten Energieabhängigkeit der Neutronenverteilung unter gleichzeitiger Behandlung der Orts- und Winkelabhängigkeit zu einem großen numerischen Aufwand führen. Hinzu kommt noch die Schwierigkeit, daß über die Resonanzstruktur der schweren Isotope über weite Energiebereiche nur statistische Information zur Verfügung steht, die eine Beschreibung einzelner Resonanzen nicht zuläßt. Eine sehr erfolgreiche Methode zur Lösung dieser Probleme stellt die Multigruppennäherung [1], [2] dar, die darin besteht, daß man die Neutronentransportgleichung, die eine Bilanzgleichung ist, nicht für jeden Energiepunkt sondern nur für Energieintervalle, auch Energiegruppen genannt, erfüllt. Als Lösung sucht man die Integrale der Neutronenflußdichte über die einzelnen Energiegruppen.

Während die energieabhängigen Wirkungsquerschnitte der Neutronentransportgleichung durch die Materialeigenschaften allein festgelegt sind, sind die Gruppenwirkungsquerschnitte der Multigruppengleichungen gewichtete Mittelwerte. Die Schwierigkeit besteht nun darin, daß die nicht bekannte Lösung für die Neutronenflußdichte innerhalb der Energiegruppen als Wichtungsfunktion in die Gruppenmittelwerte - auch Gruppenkonstanten genannt - eingeht.

Da in vielen Fällen die Kenntnis der winkelintegrierten Neutronenflußdichte ausreicht, werden im folgenden nur Gruppenkonstanten untersucht, in denen die winkelintegrierte Neutronenflußdichte als Wichtungsfunktion auftritt. Gruppenkonstanten von diesem Typ erlauben in guter Näherung die Berechnung des winkelintegrierten Neutronenspektrums in S_n -Rechnungen. Ferner sind die Gruppenkonstanten der Multigruppendiffusionsgleichungen mit Ausnahme der Gruppendiffusionskonstanten von dieser Art.

Ein schneller Reaktor besteht, abgesehen von einer heterogenen Feinstruktur, aus mehreren Zonen räumlich konstanter Isotopenzusammensetzung. Im allgemeinen ist die Feinstruktur so klein, daß die Zonen als homogen betrachtet werden dürfen. Ist eine Zone groß genug, so daß sich ein "Eigenspektrum" ausbilden kann, so ist eine mögliche Näherung, innerhalb einer homogenen Zone zu ortsunabhängigen Gruppenkonstanten zu kommen, die über die Zone gemittelte Neutronenflußdichte als Wichtungsfunktion zu verwenden [3]. Dabei wird angenommen, daß die energetische Feinstruktur der so gewonnenen Neutronenflußdichte die gleiche ist, die man für das zugehörige Problem des unendlich ausgedehnten Mediums erhält.

Die Annahme, für eine Zone homogener Materialzusammensetzung eine über die Zone gemittelte Neutronenflußdichte als Wichtungsfunktion bei der Berechnung der Gruppenkonstanten verwenden zu können, ist nicht zulässig in der Nähe des Zonenrandes, da der Einfluß der Nachbarzone auf die energetische Feinstruktur der Neutronenflußdichte berücksichtigt werden muß. Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung dieses Problems.

Die Neutronenflußdichte besitzt im Resonanzbereich der Neutronenwirkungsquerschnitte eine energetische Feinstruktur, die dadurch zustande kommt, daß einerseits aus einer Resonanz wegen des größeren elastischen Streuquerschnitts mehr Neutronen herausgestreut und andererseits auch mehr Neutronen wegen des größeren Absorptionsquerschnitts absorbiert werden als dies für ein vergleichbares Energieintervall außerhalb der Resonanz der Fall ist. Die Neutronenflußdichte zeigt deshalb eine zu den Resonanzen der Neutronenwirkungsquerschnitte inverse Struktur. In einer homogenen Mischung ist der Einfluß der Resonanzen der einzelnen Isotope auf die energetische Feinstruktur der Neutronenflußdichte direkt proportional zu ihrer Konzentration in der Mischung. Man bezeichnet dieses "Phänomen" als energetische Resonanzselbstabschirmung [4], [5]. Die Resonanzstruktur der Neutronenflußdichte hat zur Folge, daß der mikroskopische effektive Gruppenwirkungsquerschnitt eines Isotops für eine bestimmte Neutronenreaktion - das ist die auf ein Neutron bezogene mittlere Reaktionsrate pro Atom des Isotops - im Resonanzgebiet im allgemeinen kleiner ist als der mittlere, nicht über die Resonanzstruktur der Neutronenflußdichte gewichtete Gruppenwirkungsquerschnitt. Die Resonanzen "schirmen" sich über

die Rückwirkung auf die Neutronenflußdichte selbst ab, und zwar umso stärker je größer die Konzentration des betreffenden Resonanzisotops in der Mischung ist. Das Verhältnis von effektivem zu mittlerem Gruppenwirkungsquerschnitt wird als f-Faktor \overline{f}_4 bezeichnet und stellt ein Maß für den Grad der Resonanzselbstabschirmung dar. Der "f-Faktor"-Formalismus, der auch den Karlsruher Gruppenkonstantensätzen \overline{f}_3 zugrunde liegt, ermöglicht es, die makroskopischen Gruppenkonstanten aus einfachen Gruppenmittelwerten der mikroskopischen Neutronenwirkungsquerschnitte und f-Faktoren der einzelnen Isotope aufzubauen. Die gesamte Information über die energetische Resonanzselbstabschirmung ist in den f-Faktoren enthalten.

Der "f-Faktor"-Formalismus setzt ein homogenes Medium voraus. Betrachtet man zwei benachbarte homogene Medien, in denen ein Resonanzisotop in unterschiedlicher Konzentration enthalten ist, so bedeutet dies im "f-Faktor"-Formalismus im allgemeinen unterschiedliche f-Faktoren in den beiden Medien mit einer Sprungstelle an der Grenzfläche. Da aber die Neutronenflußdichte eine stetige Funktion an der Grenzfläche ist, muß diese Stetigkeit auch für den mikroskopischen effektiven Gruppenwirkungsquerschnitt und damit für die Resonanzselbstabschirmung erfüllt sein. Diese Sprungstelle im effektiven mikroskopischen Gruppenquerschnitt im "f-Faktor"-Formalismus ist der Ausdruck dafür, daß an der Grenzfläche die Bedingung der Homogenität nicht erfüllt ist. Die Neutronen, welche ihren letzten Stoß in der Nachbarzone gemacht haben, dürfen nicht mehr vernachlässigt werden. Die Neutronenflußdichte ist von der Resonanzstruktur der Neutronenwirkungsquerschnitte beider Medien abhängig, wobei eine starke Ortsabhängigkeit in der Umgebung der Grenzfläche zu erwarten ist.

Neben der grundsätzlichen Klärung des Phänomens ist die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung vor allem in zwei Fällen von praktischer Bedeutung:

- erstens bei der Untersuchung von Absorptions- und Spaltraten der Brut- und Spaltisotope an Core- und Blanket-Grenzflächen und deren Rückwirkung auf die Leistungsverteilung, und
- zweitens bei der Berechnung des Einflusses von Reflektoren auf die Kritikalität.

Der Vergleich von Messungen der Absorptions- und Spaltraten traversen von U^{235} und U^{238} in SNEAK-3A2 /6 /7 mit theoretischen Werten zeigt an der Core-Blanket-Grenzfläche scharfe Diskrepanzen. Die Vermutung liegt nahe, daß die Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung bei der Berechnung der theoretischen Werte die Ursache dafür ist. Die Unterschiede zwischen gemessenen und berechneten Raten sind für die Absorptionsrate von U^{238} besonders groß, da die U^{238} -Konzentration in Core und Blanket so hoch ist, daß eine starke Resonanzselbstabschirmung stattfindet, und da außerdem wegen des wesentlich größeren U^{238} -Anteils im Blanket als im Core der Grad der Resonanzselbstabschirmung in den beiden Bereichen sehr verschieden ist. Es soll untersucht werden, inwiefern eine Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung für die Absorption- und Spaltraten von Brut- und Spaltisotopen Einfluß auf wichtige Reaktorparameter hat. Dabei ist auch zu klären, ob Heterogenitäten vernachlässigt werden dürfen.

Von einiger Bedeutung kann die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung für kleinere reflektierte Systeme sein. Von D.C. Coonfield, G. Tuck, H.E. Clark, B.B. Ernst /7 /7 wurde für ein reflektiertes System die Abhängigkeit der kritischen Masse von der Reflektordicke untersucht. Die durch die Messungen festgestellten Irregularitäten konnten durch eine Mehrgruppen-Transportrechnung nicht erklärt werden. Monte-Carlo-Rechnungen, die den Resonanzquerschnitt des Reflektormaterials in einer sehr feinen Energieeinteilung berücksichtigen, zeigten gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Es liegt die Vermutung nahe, daß die Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung in der Mehrgruppenrechnung die Ursache für die Abweichung vom Experiment darstellt. Eine genauere Untersuchung dieses Sachverhaltes wird in der oben genannten Veröffentlichung nicht gegeben.

An einer Nickel-reflektierten Uran kugel, die für die Auslegung eines gepulsten Reaktors /8 /7 von Interesse ist, soll der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung im Reflektor auf die Kritikalität untersucht werden. Es handelt sich um ein System

mit einem sehr schnellen Core, wodurch die richtige Behandlung der im hochenergetischen Bereich liegenden Resonanzen von Nickel wichtig wird. In der Nähe der Core-Reflektor-Grenzfläche darf im Reflektor nicht die volle Resonanzselbstabschirmung angenommen werden, die in genügender Entfernung von der Grenzfläche gegeben ist. Da im Core das Reflektormaterial nicht enthalten ist, haben Neutronen, die ihren letzten Stoß im Inneren des Cores gemacht haben und in den Reflektor gestreut werden, auf dem Weg durch das Core keine Information bezüglich der Resonanzstruktur der Wirkungsquerschnitte des Reflektormaterials erhalten. Man muß deshalb annehmen, daß in der Umgebung der Core-Reflektor-Grenzfläche eine geringere energetische Resonanzselbstabschirmung stattfindet als im Reflektorinneren. Gegenüber dem Fall, daß im ganzen Reflektor die volle energetische Resonanzselbstabschirmung angesetzt wird, ist eine positive Änderung der Kritikalität zu erwarten.

Im Prinzip läßt sich die energetische Resonanzselbstabschirmung an Zonenrändern auch als Grenzfall einer Heterogenitätsrechnung untersuchen, indem man den gesamten Reaktor in sehr viele Schichten unterteilt, und das so resultierende Vielschichtenproblem betrachtet. D. Wintzer [9] hat eine Methode zur Berechnung heterogener Anordnungen angegeben, die auf der Lösung der Neutronentransportgleichung in der Formulierung der Erststoßwahrscheinlichkeiten beruht, und die über eine Approximation der Reaktionsratendichten die Verwendung der f-Faktoren erlaubt. Für ein System mit vielen Zonen ist diese Methode sehr komplex und aufwendig. Bei einer Anwendung auf die Berechnung der Ortsabhängigkeit der Resonanzselbstabschirmung in einem System großer homogener Zonen müssen sehr viele Feinzonen eingeführt werden. Von E. Kiefhaber [10] durchgeführte Berechnungen an der Anordnung SUAK [11] mit Hilfe des Programmsystems ZERA [12], das auf der von D. Wintzer entwickelten Methode zur Berechnung heterogener Anordnungen aufgebaut ist, zeigen, daß dieses Verfahren zur Untersuchung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Core-Reflektor-Grenzflächen nur bedingt anwendbar ist, da eine Erfassung der Randbedingungen schwierig ist. Zudem ist der numerische Aufwand sehr groß.

Das Problem der Beschreibung der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen läßt sich beseitigen, indem man zu einem sehr feinen Gruppenbild übergeht, das eine Beschreibung der Resonanzstruktur zuläßt. In diesem Fall sind die effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte gleich den mittleren Gruppenwirkungsquerschnitten. Das bedeutet aber, daß man unter Umständen zu mehreren hundert Energieintervallen übergehen muß. Abgesehen davon, daß damit nur aufgelöste Resonanzen erfaßt werden können, sind Transportrechnungen in so vielen Energiegruppen sehr aufwendig.

Auch Monte-Carlo-Rechnungen, die am ehesten geeignet sind, die Resonanzstruktur in einem sehr feinen Energiebild zu berücksichtigen, sind nur bei der Behandlung kleiner einfacher Systeme (oder Teilsysteme) geeignet, mit vernünftigem Aufwand genügend genaue Ergebnisse zu erzielen.

Ein genereller Mangel der zuletzt genannten Möglichkeiten der Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung, nämlich die Berücksichtigung der Resonanzstruktur der Wirkungsquerschnitte in einem sehr feinen Energiebild, ist, daß der "f-Faktor"-Formalismus und damit die auf diesem Prinzip aufgebauten Karlsruher Gruppenkonstantensätze nicht anwendbar sind. Im Rahmen von quantitativen Reaktorberechnungen, die mit diesen Gruppenkonstantensätzen durchgeführt werden, sollte es auch möglich sein, die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen zu beschreiben.

Um den Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung in Reflektoren auf die Kritikalität abschätzen zu können, schlägt D. Wintzer [14] vor, am Core-Reflektor Rand in einer dünnen Zone im Reflektor eine geringere Resonanzselbstabschirmung anzusetzen als im übrigen Reflektor. Dabei hängt der Grad der Resonanzselbstabschirmung von der gewählten Schichtdicke ab. Die energetische Resonanzselbstabschirmung wird durch eine Stufenfunktion im Ort angenähert. Abgesehen davon, daß die geeignete Bestimmung der Schichtdicke nicht ganz problemlos ist, ist eine stufenförmige Approximation zu ungenau zur Berechnung des Einflusses auf die Kritikalität, wenn die Neutronenflußdichte und ihre adjungierte stark veränderlichen Funktionen im Ort in der Umgebung der Grenzfläche sind. Gerade im Resonanzgebiet ist dies im allgemeinen der Fall.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines einfachen Formalismus, zur Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen homogener Zonen, der die Beibehaltung des "f-Faktor"-Formalismus gestattet.

In Abschnitt III wird für den Fall zweier Halbräume mit unterschiedlicher Konzentration eines Resonanzisotops unter der Annahme der NR-Näherung $\sqrt[5]{7}$ und einer stufenförmigen Approximation der Emissionsdichte im Ort in der Umgebung der Grenzfläche ein Ausdruck für den ortsabhängigen effektiven Gruppenwirkungsquerschnitt hergeleitet. Dieser erlaubt die Untersuchung einiger prinzipieller Aspekte der energetischen Resonanzselbstabschirmung. Am Beispiel einer einzelnen Resonanz werden in Abschnitt VI numerische Ergebnisse diskutiert.

Um den "f-Faktor"-Formalismus beibehalten zu können, wird ein Ortskorrekturfaktor eingeführt, der die Abweichung der ortsabhängigen energetischen Resonanzselbstabschirmung in der Umgebung der Grenzfläche von der ortsunabhängigen Darstellung durch die f-Faktoren beschreibt. Dieser Ortskorrekturfaktor ist sehr stark von den Mischungsverhältnissen und den Resonanzstrukturen der Wirkungsquerschnitte der beiden benachbarten Medien abhängig. Seine exakte Berechnung muß deshalb für jede Konfiguration neu aus Kerndaten erfolgen. Dies kann für die Untersuchung an einzelnen Resonanzen gemacht werden, für eine Anwendung auf Reaktorberechnungen ist ein solches Vorgehen zu aufwendig. Es würde außerdem die Anwendbarkeit von Gruppenkonstantensätzen bei der Untersuchung von Grenzflächenproblemen einschränken, da neben den f-Faktoren auch noch mikroskopische Neutronenwirkungsquerschnitte und Resonanzdaten benötigt würden.

In Abschnitt IV wird deshalb der Versuch unternommen, die Ortskorrekturfaktoren auf Gruppenkonstanten der Form der f-Faktoren zurückzuführen. Dies gelingt durch eine spezielle rationale Approximation des Exponentialintegrals $E_2(x)$. Der Vorteil besteht darin, daß die in den f-Faktoren enthaltene Information über die Resonanzstruktur der Neutronenwirkungsquerschnitte und über die Abhängigkeit von der Isotopenzusammensetzung für die Berechnung der Ortskorrekturfaktoren nutzbar gemacht werden kann. In Abschnitt VI wird die Güte der rationalen Näherung numerisch untersucht.

Der in Abschnitt III am Modell zweier Halbräume hergeleitete Ausdruck für den Ortskorrekturfaktor erlaubt die Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen von Zonen genügender Dicke. Die Zonen müssen so dick sein, daß eine Wechselwirkung nur zwischen den beiden benachbarten Zonen stattfindet. Mit welchen Schichtdicken man zu rechnen hat, wird in Abschnitt VII an einigen Beispielen numerisch untersucht.

Um auch reflektierte Systeme mit sehr dünnen Reflektoren behandeln zu können, wird in Abschnitt V eine verallgemeinerte Form des in Abschnitt III eingeführten Ortskorrekturfaktors angegeben, die die Beschreibung sehr dünner Reflektoren erlaubt.

Der in dieser Arbeit entwickelte Formalismus erlaubt auf einfache Weise die Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen homogener Zonen. Da diese Beschreibung über ortsabhängige effektive Gruppenquerschnitte erfolgt, ist man nicht an spezielle Lösungsverfahren der Neutronentransportgleichung gebunden, wenn man den Einfluß auf wichtige Reaktorparameter untersuchen will. Insbesondere sind auch Störungsrechnungen möglich.

Von großer praktischer Bedeutung ist die durch eine rationale Näherung des Exponentialintegrals erreichte Möglichkeit, die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung im "f-Faktor"-Formalismus und damit im Rahmen der Karlsruher Gruppenkonstantensätze vollständig beschreiben zu können. Im Gegensatz zu der von D. Wintzer [9] angewandten Approximation der Reaktionsratendichte, die ebenfalls die Anwendung des "f-Faktor"-Formalismus erlaubt, und die für jede Konfiguration neu durchgeführt werden muß, ist die rationale Approximation des Exponentialintegrals ein einmalig zu lösendes Problem, welches mit dem physikalischen Problem in keiner Weise verknüpft ist.

In Abschnitt VII wird der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung auf wichtige Reaktorparameter anhand numerischer Beispiele untersucht.

II. DIE ENERGETISCHE RESONANZSELBSTABSCHIRMUNG UND IHRE APPROXIMATIVE BERECHNUNG

In diesem Kapitel soll der Begriff der energetischen Resonanzselbstabschirmung kurz erläutert werden. Es wird der "f-Faktor"-Formalismus eingeführt [4] und ein kurzer Abriß der NR-Näherung [5] gegeben.

II.1. Der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt

Für die Berechnung schneller Reaktoren ist eine genaue Kenntnis des Neutronenspektrums sowie der Reaktionsratendichten in Abhängigkeit der Energie von großer Bedeutung. Eine exakte Behandlung der Energieabhängigkeit ist im allgemeinen nicht möglich; die erfolgreichste Näherung ist die Multigruppen-Näherung. Diese besteht darin, daß der gesamte Energiebereich in Energiegruppen aufgeteilt wird. Als Lösung werden die über die Energiegruppen integrierten Größen gesucht. Anstelle der Neutronenflußdichte $\phi(x, E)$ berechnet man den Gruppenfluß $\phi_g(x)$, der definiert ist als

$$\phi_g(x) \equiv \int_{(g)} \phi(x, E) dE \quad 2.1$$

Die makroskopische Reaktionsrate der Neutronenreaktion (n, z) ist dann gegeben durch

$$R_{z, g}(x) = \Sigma_{z, g}(x) \cdot \phi_g(x) \quad 2.2$$

$\Sigma_{z, g}(x)$ ist der makroskopische effektive Gruppenwirkungsquerschnitt der Energiegruppe g und der Neutronenreaktion (n, z) . Andererseits ist die makroskopische Reaktionsrate definiert als

$$R_{z, g}(x) \equiv \int_{(g)} \Sigma_z(x, E) \phi(x, E) dE \quad 2.3$$

$\Sigma_z(x, E)$ ist der makroskopische Wirkungsquerschnitt der Neutronenreaktion (n, z) bei der Energie E . Durch Vergleich von 2.2 und 2.3 unter Berücksichtigung

sichtigung von 2.1 erhält man die Definition des makroskopischen effektiven Gruppenwirkungsquerschnitts

$$\Sigma_{z,g}(x) = \frac{\int_{(g)} \Sigma_z(x,E) \bar{\phi}(x,E) dE}{\int_{(g)} \bar{\phi}(x,E) dE} \quad 2.4$$

Anhand von 2.4 lassen sich einige Eigenschaften des effektiven Gruppenwirkungsquerschnittes diskutieren.

- a) Der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt ist der über eine Energiegruppe mit der Neutronenflußdichte gewichtete makroskopische Wirkungsquerschnitt.
- b) In Energiebereichen, in denen der Wirkungsquerschnitt stark energieabhängig ist, ist eine genaue Kenntnis der Neutronenflußdichte erforderlich.
- c) Der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt ist wegen der Ortsabhängigkeit der Neutronenflußdichte auch dann ortsabhängig, wenn der Neutronenwirkungsquerschnitt ortsunabhängig ist. Dies bedeutet, daß auch für einen homogenen Reaktor, also ortsunabhängige Wirkungsquerschnitte und damit ortsunabhängige Koeffizienten in der Boltzmann-Gleichung, in einer Multigruppen-Näherung ortsabhängige Koeffizienten auftreten.

Der makroskopische Wirkungsquerschnitt setze sich additiv zusammen aus den Wirkungsquerschnitten der einzelnen Isotope

$$\Sigma_z(x,E) = \sum_k k_{\Sigma_z}(x,E) \quad 2.5$$

Der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt des Isotops k läßt sich definieren als

$$k_{\Sigma_z,g}(x) = \frac{\int_{(g)} k_{\Sigma_z}(x,E) \bar{\phi}(x,E) dE}{\int_{(g)} \bar{\phi}(x,E) dE} \quad 2.6$$

Es gilt dann

$$\sum_k k_{\Sigma_{z,g}}(x) = \Sigma_{z,g}(x) \quad 2.7$$

Es soll noch der Begriff der Stoßdichte eingeführt werden. Für viele Betrachtungen ist es zweckmäßig, anstelle der Energieskala die Lethargieskala zu verwenden. Es besteht folgender Zusammenhang

$$u = \ln \frac{E_0}{E} \quad 2.8$$

mit

- E_0 : Referenzenergie
- u : Lethargie
- E : Energie

Die Stoßdichte ist definiert als die Zahl der Neutronenreaktionen pro Volumeneinheit, Zeiteinheit und Lethargieeinheit und wird im allgemeinen mit $F(x,u)$ bezeichnet. Es besteht folgender Zusammenhang

$$F(x,u) = \Sigma_t(x,E) \cdot \Phi(x,E) \cdot \left| \frac{dE}{du} \right| = E \cdot \Sigma_t(x,E) \cdot \Phi(x,E) \quad 2.9$$

Der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt 2.6 läßt sich dann schreiben als

$$k_{\Sigma_{z,g}}(x) = \frac{\int_{(g)} \frac{k_{\Sigma_z(x,u)} \cdot F(x,u) du}{\Sigma_t(x,u)}}{\int_{(g)} \frac{F(x,u)}{\Sigma_t(x,u)} du} \quad 2.10$$

$$\Sigma(x,u) = \Sigma(x,E) \quad \text{und} \quad u = \ln \frac{E_0}{E} \quad 2.11$$

mit

$$(g) : \int_{u_{g+1}}^{u_g} \dots$$

Die lethargieabhängige Neutronenflußdichte ist dann definiert als

$$\phi(x,u) = \phi(x,E) \frac{dE}{du} = \phi(x,E) \cdot E \quad 2.12$$

so daß gilt

$$F(x,u) = \phi(x,u) \cdot \Sigma_t(x,u)$$

In den bisherigen Ausführungen wurde ein ortsabhängiger Wirkungsquerschnitt $\Sigma(x,E)$ zugelassen. Dies soll nun eingeschränkt werden. Betrachtet werden Systeme, die sich aus homogenen Zonen zusammensetzen, das heißt, $\Sigma(x,E)$ ist gebietsweise konstant in x . Wie schon erwähnt, wird der effektive Gruppenwirkungsquerschnitt wegen der Ortsabhängigkeit der Neutronenflußdichte selbst eine Funktion des Ortes. Man beseitigt diese Ortsabhängigkeit im allgemeinen dadurch, daß man zonenweise folgende Näherung annimmt

$$F(x,u) \approx F_1(x) \cdot \int_{\text{Zone}} F(x,u) dx \quad 2.13$$

Ist die Zone groß genug, so daß sich in ihr ein Eigenspektrum ausbilden kann, ist Näherung 2.13 in genügender Entfernung von den Zonengrenzen meist genau genug. Führt man abkürzend ein

$$F^\infty(u) \equiv \int_{\text{Zone}} F(x,u) dx \quad 2.14$$

so erhält man für den effektiven Gruppenwirkungsquerschnitt

$$k_{\Sigma_z, g} = \frac{\int_{(g)} \frac{k_{\Sigma_z}(u)}{\Sigma_t(u)} \cdot F^\infty(u) du}{\int_{(g)} \frac{F^\infty(u)}{\Sigma_t(u)} du} \quad 2.15$$

II.2. Die NR-Näherung

Der Wirkungsquerschnittsverlauf vieler Isotope zeigt in Energiebereichen, die von erheblicher Bedeutung für schnelle Reaktoren sind, eine Resonanzstruktur. Man hat es also mit extrem variierenden Wirkungsquerschnitten zu tun, so daß der genauen Kenntnis des Neutronenspektrums bei der Berechnung des effektiven Querschnitts eine entscheidende Bedeutung zukommt. Eine approximative Bestimmung des Neutronenspektrums über eine Resonanz hinweg erlaubt die NR-Näherung. In ihr wird angenommen, daß ein Neutron, welches von Energien oberhalb der betrachteten Resonanz durch Streuung abgebremst wird und seinen nächsten Stoß in der Resonanz ausführt, entweder absorbiert oder aus der Resonanz herausgestreut wird. Dies ist nur möglich, wenn die Breite der Resonanz klein ist gegen den mittleren Energieverlust des Neutrons pro Stoß, das heißt also, bei schmalen Resonanzen. Bei breiten Resonanzen muß auch berücksichtigt werden, daß ein Neutron in einer Resonanz mehrere Stöße ausführen kann. Um die Annahmen der NR-Näherung formal fassen zu können, ist es zweckmäßig, die Emissionsdichte $q(x,u)$ einzuführen. $q(x,u)du$ ist die Zahl der Neutronen im Intervall du pro Zeiteinheit und Volumeinheit, die sowohl von einer Fremdquelle und Spaltquelle als auch von der Bremsung höher energetischer Neutronen herrühren.

$$q(x,u) = \underbrace{\int_{u^*}^u \phi(x,u') \Sigma_s(u',u) du'}_{\text{Streuquelle}} + \text{Spaltquelle} + \text{Fremdquelle} \quad 2.16$$

Die untere Lethargiegrenze u^* ist isotopenabhängig.

Um das Neutronenspektrum über eine Resonanz hinweg bestimmen zu können, benötigt man $q(x,u)$. Die Emissionsdichte in einer Resonanz läßt sich auch schreiben

$$q(x,u) = \int_{u^*}^{\tilde{u}} \phi(x,u') \Sigma_s(u',u) du' + \int_{\tilde{u}}^u \phi(x,u') \Sigma_s(u',u) du' \quad 2.17$$

* Spaltquelle + Fremdquelle

\tilde{u} sei eine Lethargie außerhalb der Resonanz, so daß das Intervall $[\tilde{u}, u]$ gerade den Resonanzteil enthält. Das erste Integral ergibt den Beitrag aller Neutronen, die von Stößen außerhalb der Resonanz herrühren, das zweite Integral den Beitrag der Neutronen, die innerhalb der Resonanz schon einen Stoß absolviert haben. Die NR-Näherung besteht nun gerade darin, daß das zweite Integral vernachlässigt wird. Nimmt man an, daß der Wirkungsquerschnitt außerhalb der Resonanz schwach variiert, so kann über eine schmale Resonanz hinweg, die Emissionsdichte als konstant angesehen werden

$$q(x, u) = \text{const.} \quad 2.18$$

Für den Fall des unendlich ausgedehnten Mediums hat man folgende Bilanzgleichung

$$F(u) = q(u) \quad 2.19$$

und da

$$F(u) = \Sigma_t(u) \cdot \phi(u)$$

erhält man für den Neutronenfluß

$$\phi(u) = \frac{\text{const.}}{\Sigma_t(u)} \quad 2.20$$

in der NR-Näherung.

2.20 gilt in guter Näherung auch für ein endliches Medium, falls sich ein Eigenspektrum ausbilden kann.

Für einen Lethargiebereich mit mehreren Resonanzen gilt 2.20 nicht mehr exakt, da durch die Absorption in den Resonanzen Neutronen verlorengehen. Man kann aber immer noch folgende Annahme machen

$$\phi(u) = \frac{F^\infty(u)}{\Sigma_t(u)} \quad 2.21$$

wobei $F^\infty(u)$ für eine Zone gegeben ist durch 2.14, und als schwach veränderliche Größe angesehen werden kann.

II.3. Der energetische Resonanzselbstabschirmfaktor

Unter energetischer Resonanzselbstabschirmung versteht man die Eigenschaft der Neutronenflußdichte, eine reziproke Resonanzstruktur anzunehmen. Dies bedeutet, daß die Neutronenflußdichte dann am geringsten ist, wenn die Reaktionswahrscheinlichkeit am größten ist. Ein einfacher Formalismus zur Behandlung der energetischen Resonanzselbstabschirmung ist die f-Faktor-Darstellung [4] 7. Sie soll hier kurz skizziert werden. In 2.15 wurde ein makroskopischer effektiver Querschnitt für das Isotop k definiert. Man kann als mikroskopischen effektiven Querschnitt des Isotops k für die Neutronenreaktion (n,z) definieren

$$k_{\sigma_{z,g}} = \frac{k_{\Sigma_{z,g}}}{k_N} \quad 2.22$$

k_N : Teilchenzahl pro cm^3

$$k_{\sigma_{z,g}} = \frac{\int_{(g)} \frac{k_{\sigma_z(u)}}{\Sigma_t(u)} F^\infty(u) du}{\int_{(g)} \frac{F^\infty(u)}{\Sigma_t(u)} du} \quad 2.23$$

Zerlegt man den totalen Wirkungsquerschnitt in seine Isotopenanteile

$$\Sigma_t(u) = k_N k_{\sigma_t}(u) + \sum_{k' \neq k} k'_N k'_{\sigma_t}(u) \quad 2.24$$

und führt die Größe

$$k_{\sigma_o} = \sum_{k' \neq k} \frac{k'_N}{k_N} k'_{\sigma_t}(u) \quad 2.25$$

ein, so läßt sich der mikroskopische effektive Wirkungsquerschnitt schreiben als

$$k_{\sigma_z, g} = \frac{\int (g) \frac{k_{\sigma_z}(u)}{k_{\sigma_t}(u) + k_{\sigma_o}} \cdot F^\infty(u) du}{\int (g) \frac{F^\infty(u)}{k_{\sigma_t}(u) + k_{\sigma_t}} du} \quad 2.26$$

σ_o wird im allgemeinen als konstant [4] betrachtet, und stellt den auf ein Atom des Aufisotops k bezogenen makroskopischen Wirkungsquerschnitt der übrigen Isotope dar. σ_o ist ein Maß für die Konzentration des Aufisotops in einer Mischung. Enthält die Mischung nur das Aufisotop, so ist $\sigma_o = 0$, geht hingegen die Konzentration gegen Null, so strebt $\sigma_o \rightarrow \infty$.

Als f -Faktor definiert man

$$k_{f_z, g} = \frac{k_{\sigma_z, g}}{k_{\sigma_z, g}^\infty} \quad 2.27$$

mit

$$k_{\sigma_z, g}^\infty = \frac{1}{\Delta u} \int_{\Delta u} k_{\sigma_z}(u) du \quad 2.28$$

Der f -Faktor ist im allgemeinen kleiner als eins. Je kleiner der f -Faktor, desto stärker ist die Resonanzselbstabschirmung.

Für den Fall, daß $F^\infty(u) = \text{const}$, gilt

$$\lim_{\sigma_o \rightarrow \infty} k_{\sigma_z, g} = k_{\sigma_z, g}^\infty \quad 2.29$$

und damit

$$\lim_{\sigma_o \rightarrow \infty} f(\sigma_o) = 1 \quad 2.30$$

Für den Fall, daß $F^\infty(u)$ nicht konstant ist gelten 2.29 und 2.30 nur näherungsweise.¹

¹ Der f-Faktor muß nicht unbedingt als Quotient des effektiven Wirkungsquerschnitts und des gewöhnlichen Mittelwerts 2.28 definiert werden. Es ist bisweilen zweckmäßiger $k_{\sigma_{z,g}}^\infty$ zu definieren als

$$k_{\sigma_{z,g}}^\infty = \frac{1}{F_g^\infty(g)} \int k_{\sigma_z}(u) F^\infty(u) du.$$

Diese Definition hat den Vorteil, daß 2.29 und 2.30 immer erfüllt ist. Sie hat aber den Nachteil, daß sie auf die NR-Näherung beschränkt ist. Es soll deshalb der in 2.27 und 2.28 definierte f-Faktor benutzt werden. Welche der beiden Definitionen gewählt wird, ist für die weiteren Ausführungen ohne Bedeutung, solange $k_{\sigma_{z,g}}^\infty$ entsprechend gewählt wird.

III. DIE BEHANDLUNG DER ENERGETISCHEN RESONANZSELBSTABSCHIRMUNG AN GRENZFLÄCHEN HOMOGENER ZONEN UNTERSCHIEDLICHER ISOTOPENZUSAMMENSETZUNG

Es soll die energetische Resonanzselbstabschirmung an einer Zonengrenze untersucht werden. Betrachtet wird ein unendlich ausgedehntes System, bestehend aus einem Resonanzisotop und einem Isotop mit konstantem Wirkungsquerschnitt. Die Isotopenzusammensetzung sei in einem Halbraum jeweils konstant, die Grenzfläche sei eine Ebene. Die Isotopenzusammensetzungen der Halbräume sei unterschiedlich.

III.1. Erläuterung der Problematik

In Kapitel II.1. wurde gezeigt, daß man für eine homogene Isotopenzusammensetzung endlicher räumlicher Ausdehnung einen ortsunabhängigen effektiven Wirkungsquerschnitt erhält, wenn sich die Neutronenflußdichte darstellen läßt als

$$\phi(x,u) \approx F_1(x) \cdot \frac{F^\infty(u)}{\Sigma_t(u)} \quad 3.1$$

Ferner wurde gezeigt, daß sich der effektive Wirkungsquerschnitt unter Bedingung 3.1 darstellen läßt als

$$k_{\Sigma_{z,g}} = k_N \cdot k_{\sigma_{z,g}}^\infty \cdot k_{f_{z,g}} \quad 3.2$$

Am Beispiel eines Systems, bestehend aus zwei Zonen unterschiedlicher Isotopenzusammensetzung soll gezeigt werden, daß die Annahme der Separierbarkeit des Neutronenflusses in Ort und Energie an der Grenzfläche zu fehlerhaften Ergebnissen führen muß. Ein Resonanzisotop sei in jeder Zone in unterschiedlicher Konzentration vorhanden. Dies bedeutet einen unterschiedlichen Grad der Resonanzselbstabschirmung. Die makroskopischen effektiven Wirkungsquerschnitte des Resonanzisotops sind

$$k_{\Sigma_{z,g}}^{(1)} = k_N^{(1)} \cdot k_{\sigma_{z,g}}^\infty \cdot k_{f_{z,g}} \cdot (k_{\sigma_o}^{(1)}) \quad \text{für Zone 1} \quad 3.3a$$

und

$$k_{\Sigma_{z,g}}^{(2)} = k_N^{(2)} \cdot k_{\sigma_{z,g}}^\infty \cdot k_{f_{z,g}} \cdot (k_{\sigma_o}^{(2)}) \quad \text{für Zone 2} \quad 3.3b$$

Aus physikalischen Gründen muß gefordert werden, daß der auf ein Atom bezogene effektive Querschnitt an der Grenzfläche stetig ist.

$$\frac{k_{\Sigma, g}(1)}{k_N(1)} = \frac{k_{\Sigma, g}(2)}{k_N(2)} \quad 3.4$$

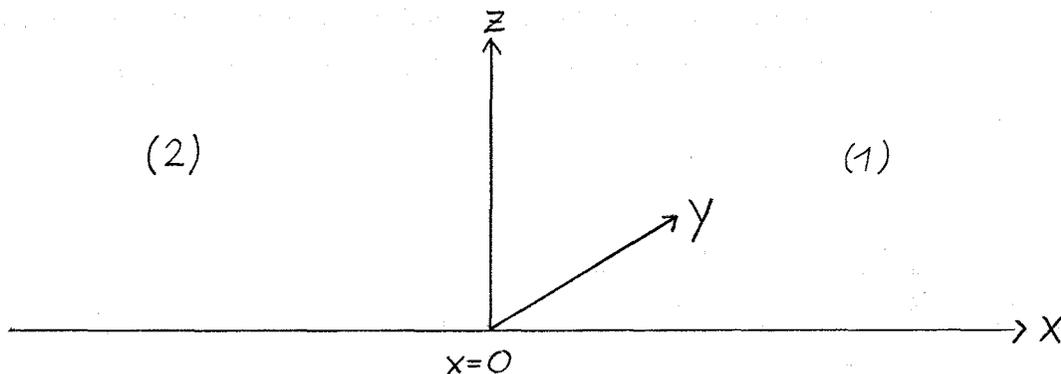
Daraus folgt aber, daß

$$k_{f, z, g}(k_{\sigma_o}(1)) = k_{f, z, g}(k_{\sigma_o}(2))$$

sein müßte. Dies ist aber ein Widerspruch. Die Ursache liegt im Separationsansatz. Diese Annahme bewirkt gerade einen über eine Zone konstanten f-Faktor, und über mehrere Zonen hinweg eine stufenförmige Approximation mit Unstetigkeiten an den Zonengrenzen.

Die Neutronenflußdichte läßt sich im allgemeinen nicht separieren in Ort und Lethargie. In einem homogenen System genügender Größe - viele freie Weglängen - stellt der Separationsansatz eine gute Näherung dar, wenn man sich mehrere freie Weglängen vom Rand entfernt befindet. In der Nähe der Grenzfläche führt der Separationsansatz zu völlig falschen Ergebnissen.

III.2. Die Resonanzselbstabschirmung an einer ebenen Grenzfläche zweier Halbräume mit verschiedener Konzentration des Resonanzisotops



Die yz-Ebene sei die Grenzfläche. Der Halbraum $x > 0$ enthalte die Isotopenmischung (1), der Halbraum $x < 0$ die Isotopenmischung (2). Die Mischungen in beiden Halbräumen enthalten dieselben Isotope, ein Resonanzisotop und ein Isotop mit konstantem Wirkungsquerschnitt. Die betrachtete

Lethargiegruppe habe die Breite Δu und enthalte genau eine Resonanz.

$\Sigma_t^{(1)}(u)$: totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt der Mischung (1)

$\Sigma_t^{(2)}(u)$: totaler makroskopischer Wirkungsquerschnitt der Mischung (2).

$$\Sigma_t^{(1)}(u) = r_{\Sigma_t^{(1)}}(u) + \Sigma_o^{(1)} = r_N^{(1)} \cdot \{r_{\sigma_t}(u) + \sigma_o^{(1)}\} \quad 3.5a$$

$$\Sigma_t^{(2)}(u) = r_{\Sigma_t^{(2)}}(u) + \Sigma_o^{(2)} = r_N^{(2)} \cdot \{r_{\sigma_t}(u) + \sigma_o^{(2)}\} \quad 3.5b$$

Dabei bedeuten

$r_{\Sigma_t^{(1)}}, r_{\Sigma_t^{(2)}}$: makroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt des Resonanzisotops in Mischung (1) bzw. (2)

$\Sigma_o^{(1)}, \Sigma_o^{(2)}$: makroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt des resonanzfreien Isotops in Mischung (1) bzw. (2)

$k_{\sigma_t}(u)$: mikroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt des Resonanzisotops

$$k_{\sigma_o}^{(1)} = \frac{\Sigma_o^{(1)}}{k_N^{(1)}} ; k_{\sigma_o}^{(2)} = \frac{\Sigma_o^{(2)}}{k_N^{(2)}} \quad 3.6$$

Gesucht ist der mikroskopische effektive Wirkungsquerschnitt der Neutronenreaktion (n, z) des Resonanzisotops im Lethargieintervall Δu in Funktion des Ortes.

$$r_{\sigma_{z,g}}(x) = \frac{\int_{\Delta u} r_{\sigma_z}(u) \phi(x, u) du}{\int_{\Delta u} \phi(x, u) du} \quad 3.7$$

Um den effektiven Wirkungsquerschnitt berechnen zu können, benötigt man die Lösung von $\phi(x, u)$. Um diese zu erhalten, werden folgende Annahmen

gemacht

- a) isotrope Streuung im Laborsystem
- b) räumlich konstante Emissionsdichte in jedem Halbraum.

Für isotrope Streuung hat die Boltzmann-Gleichung in den beiden Halbräumen die Gestalt

$$\begin{aligned} \phi(x,u) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q(x',u) \cdot E_1 \{ |x-x'| \cdot \Sigma_t^{(1)}(u) \} dx' \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 q(x',u) \cdot E_1 \{ | \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x - \Sigma_t^{(2)}(u) x' | \} dx' \end{aligned} \quad 3.8a$$

für $x > 0$ und

$$\begin{aligned} \phi(x,u) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q(x',u) \cdot E_1 \{ | \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x' - \Sigma_t^{(2)}(u) x | \} dx' \\ &+ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 q(x',u) \cdot E_1 \{ | x' - x | \cdot \Sigma_t^{(2)}(u) \} dx' \end{aligned} \quad 3.8b$$

für $x < 0$.

$q(x,u)$: Emissionsdichte

$$E_1\{\tau\} = \int_1^{\infty} \frac{e^{-\tau \cdot t}}{t} dt \quad 3.9$$

Die Annahme b) bedeutet für die Emissionsdichte

$$\begin{aligned} q(x,u) &= q^{(1)}(u) && \text{für } x > 0 \text{ in } \Delta u \\ q(x,u) &= q^{(2)}(u) && \text{für } x < 0 \text{ in } \Delta u \end{aligned} \quad 3.10$$

Damit lassen sich die Integrale in 3.8 ausführen und man erhält als Lösung für die Neutronenflußdichte

$$\phi(x, u) = \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} - \frac{1}{2} \left[\frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} - \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \right] \cdot E_2\{|\Sigma_t^{(1)}(u)x|\} \quad 3.11a$$

für $x > 0$ und

$$\phi(x, u) = \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} - \frac{1}{2} \left[\frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} - \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \right] \cdot E_2\{|\Sigma_t^{(2)}(u)x|\} \quad 3.11b$$

für $x < 0$.

$$E_2\{\tau\} = \int_1^\infty \frac{e^{-\tau \cdot t}}{t^2} dt \quad 3.12$$

Für $|x| \rightarrow \infty$ erhält man

$$\phi(+\infty, u) = \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \quad 3.13a$$

$$\phi(-\infty, u) = \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \quad 3.13b$$

die Lösung im unendlich ausgedehnten Medium.

Setzt man 3.11 in 3.7 ein, so erhält man für den effektiven Wirkungsquerschnitt

$$r_{\sigma_{z,g}}^{(1)}(x) = \frac{\int_{\Delta u} \left(\frac{\sigma_z \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} - \frac{1}{2} \left[\frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} - \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \right] \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} \right) du}{\int_{\Delta u} \left(\frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} - \frac{1}{2} \left[\frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} - \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \right] \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} \right) du} \quad 3.14$$

für $x > 0$.

Durch eine einfache Umformung erhält man (die Integrationsvariable wird weggelassen)

$$r_{\sigma_{z,g}}^{(1)}(x) = \frac{\int_{\Sigma_t} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du} \cdot r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) \quad 3.15a$$

mit

$$r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) = \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\int_{\Sigma_t} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} du}{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} du} + \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\int_{\Sigma_t} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} du}}{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} du} \quad 3.15b$$

$$1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\int_{\Sigma_t} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} du} + \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\int_{\Sigma_t} \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\} du}}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du} + \frac{1}{2} \frac{\Delta u}{\int_{\Sigma_t} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du}$$

Der erste Faktor von 3.15 ist gerade der effektive Wirkungsquerschnitt im unendlich ausgedehnten Medium (1). Der zweite Faktor beschreibt die Ortsabhängigkeit. Der effektive Wirkungsquerschnitt läßt sich schreiben als

$$r_{\sigma_z}^{(1)}(x) = r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)}\} \cdot r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) \quad 3.16$$

Führt man noch folgende Definition ein

$$r_{a_{z,g}}^{(1,1)}(x) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\Sigma_t} \frac{r_{\sigma_z}(u) \cdot q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} du}{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u) \cdot q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} du} \quad 3.17a$$

$$r_{z,g}^{(1,2)}(x) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u) \cdot q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} du}{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u) \cdot q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} du} \quad 3.17b$$

$$b_g^{(1,1)}(x) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} du} \quad 3.17c$$

$$b_g^{(1,2)}(x) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} du} \quad 3.17d$$

so erhält man

$$r_{z,g}^{(1)}(x) = \frac{1 - r_{z,g}^{(1,1)}(x) + r_{z,g}^{(1,2)}(x)}{1 - b_g^{(1,1)}(x) + b_g^{(1,2)}(x)} \quad 3.18$$

Analog erhält man für $x < 0$

$$r_{z,g}^{(2)}(x) = r_{\sigma_z}^{\infty} \cdot r_{z,g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}^{(2)} \} \cdot r_{z,g}^{(2)}(x)$$

mit

$$r_{g,z,g}^{(2)}(x) = \frac{1 - r_{a,z,g}^{(2,2)}(x) + r_{a,z,g}^{(2,1)}(x)}{1 - b_g^{(2,2)}(x) + b_g^{(2,1)}(x)}$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann man sich im folgenden auf $x > 0$ beschränken.

Für den Fall, daß für $x < 0$ Vakuum angenommen wird, erhält man für den g -Faktor

$$r_{g,z,g}^{(1)}(x) = \frac{1 - r_{a,z,g}^{(1,1)}(x)}{1 - b_g^{(1,1)}(x)} \quad 3.19$$

III.3. Die ortsabhängige Resonanzselbstabschirmung im Falle der NR-Approximation

Der in III.2 hergeleitete Korrekturfaktor für die ortsabhängige Resonanzselbstabschirmung hatte zur Voraussetzung, daß die Emissionsdichte in jedem der beiden Halbräume räumlich konstant ist für jede Lethargie innerhalb des betrachteten Lethargieintervalls. Die Lethargieabhängigkeit kann beliebig sein. Nun hat aber die Annahme einer räumlich konstanten Emissionsdichte zur Folge, daß für diese in der Umgebung der Grenzfläche die unterschiedliche Konzentration des Resonanzisotops keinen Einfluß haben darf. Daraus folgt weiter, daß die Emissionsdichte keine Resonanzstruktur besitzen darf, über eine Resonanz hinweg also als konstant in der Lethargie angesehen werden muß. Dies ist aber nur dann erfüllt, wenn die NR-Approximation erfüllt ist.

Im Falle einer einzelnen Resonanz bedeutet dies, daß $q(u) = \text{const.}$ Die Emissionsdichte in der betrachteten Resonanz ist unabhängig von dieser Resonanz und allein durch den Wirkungsquerschnittsverlauf oberhalb der Resonanz bestimmt. Enthält eine Energiegruppe mehrere Resonanzen, so gilt

das oben Gesagte für jede einzelne Resonanz dieser Gruppe, man muß aber berücksichtigen, daß durch Absorption Neutronen verloren gehen. Die Emissionsdichte ist dann über mehrere Resonanzen hinweg als eine schwach veränderliche Funktion in der Lethargie zu betrachten.

Da wegen der Ortsabhängigkeit der Resonanzselbstabschirmung die Absorption in den einzelnen Resonanzen ortsabhängig ist, wird die Lethargieabhängigkeit der Emissionsdichte nicht mehr an jedem Ort dieselbe sein. Man wird aber die von Resonanz zu Resonanz verschiedene Ortsabhängigkeit vernachlässigen können. Handelt es sich bei dem betrachteten Resonanzisotop um ein Strukturmaterial, so ist die Absorption vernachlässigbar, handelt es sich aber um ein schweres Resonanzisotop, für das die Resonanzabsorption von Wichtigkeit ist, so wird in den allermeisten Fällen die Bremsung der Neutronen durch Struktur- oder Moderatormaterialien erfolgen, die bewirken, daß der mittlere Lethargiegewinn pro Stoß wesentlich größer ist als die Resonanzbreiten des Resonanzabsorbers. Man kann also erwarten, daß die durch einzelne Resonanzen des Absorbers hervorgerufene Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte wesentlich geringer ist als die des effektiven Absorptionsquerschnittes. Auf die Annahme einer in jedem Halbraum räumlich konstanten Emissionsdichte wird in Abschnitt V noch näher eingegangen.

Die Annahme einer in jedem Halbraum ortsunabhängigen Emissionsdichte bedeutet ferner, daß

$$q^{(1)}(u) = F^{(1)}(u)$$

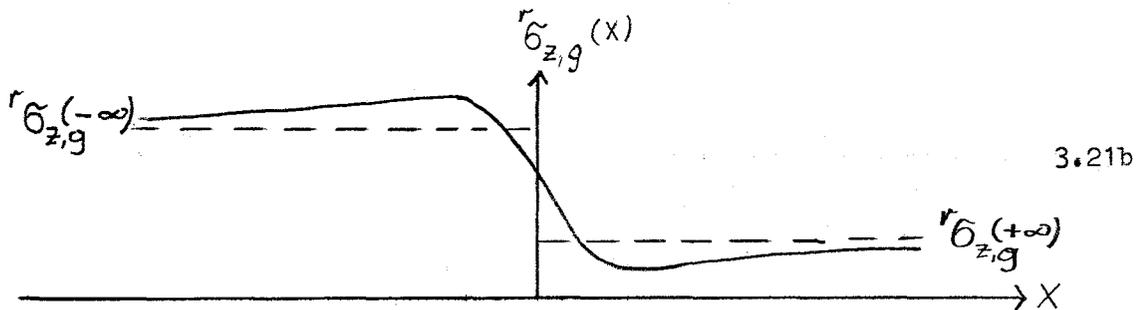
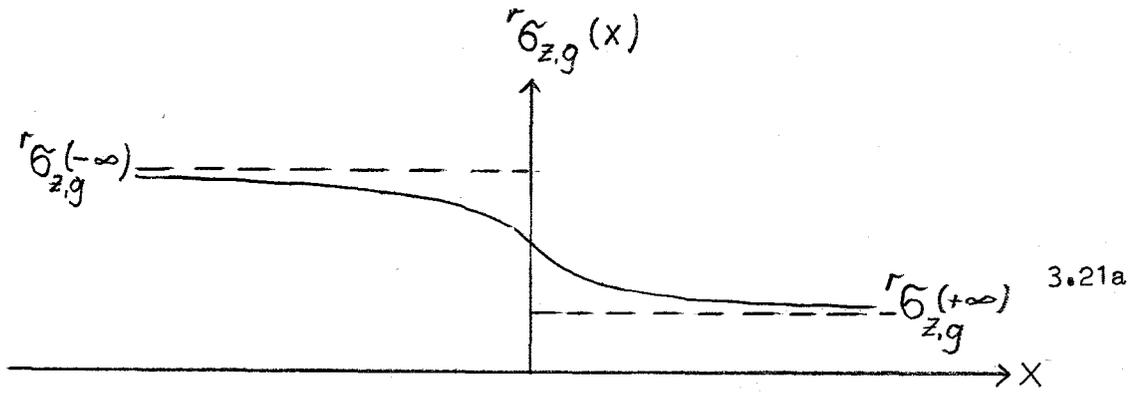
3.20

$$q^{(2)}(u) = F^{(2)}(u)$$

wobei $F^{(1)}(u)$ bzw. $F^{(2)}(u)$ die Stoßdichte von Mischung (1) bzw. Mischung (2) für den Fall des unendlich ausgedehnten Mediums ist.

Für den Fall einer einzelnen Resonanz und der NR-Annahme soll nun das Ergebnis von III.2 diskutiert werden. $q^{(1)}$ und $q^{(2)}$ können in 3.15 als lethargieunabhängige Größe vor das Integral genommen werden.

In 3.21a und 3.21b sind zwei mögliche Formen, die die Lösung für den ortsabhängigen Wirkungsquerschnitt annehmen kann, dargestellt.



Es wurde dabei angenommen, daß die energetische Resonanzselbstabschirmung in Medium (1) stärker sei als in Medium (2). Dies wird für alle weiteren Aussagen vorausgesetzt, bedeutet aber keine Einschränkung. Um diesen Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnitts verstehen zu können, ist es notwendig, den Mechanismus der Resonanzselbstabschirmung etwas näher zu beleuchten. Wie schon in Abschnitt II.3 angedeutet wurde, kommt die energetische Resonanzselbstabschirmung dadurch zustande, daß die Neutronenflußdichte eine Resonanzstruktur aufweist. Diese Resonanzstruktur ist so beschaffen, daß die Minima der Neutronenflußdichte auf die Maxima des Wirkungsquerschnittsverlaufs fallen. Im Falle des unendlich ausgedehnten Mediums oder in genügend großer Entfernung von Grenzflächen ist die Neutronenflußdichte nach 3.13 gegeben durch den reziproken totalen makroskopischen Wirkungsquerschnitt des Mediums. Bei der Berechnung des mikroskopischen effektiven Wirkungsquerschnitts tritt nach 3.7 die Neutronenflußdichte als Wichtungsfunktion auf.

Sei

$$\tilde{\phi}(x,u) \equiv \frac{\phi(x,u)}{\phi(x)} \tag{3.22}$$

die normierte Neutronenflußdichte (Flußform) wobei gilt

$$\phi(x) = \int_{\Delta u} \phi(x,u) du ,$$

dann ist der effektive Wirkungsquerschnitt gegeben durch

$$r_{\sigma_{z,\xi}}(x) = \int_{\Delta u} r_{\sigma_z}(u) \cdot \tilde{\phi}(x,u) du \quad 3.23$$

Für $|x| \rightarrow \infty$ erhält man

$$\tilde{\phi}(+\infty, u) = \frac{1}{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot \int_{\Delta u} \frac{du}{\Sigma_t^{(1)}(u)}} \quad 3.24a$$

$$\tilde{\phi}(-\infty, u) = \frac{1}{\Sigma_t^{(2)}(u) \cdot \int_{\Delta u} \frac{du}{\Sigma_t^{(2)}(u)}} \quad 3.24b$$

Unter der Verwendung von 3.13 und 3.11 läßt sich die Neutronenflußdichte schreiben als

$$\phi(x, u) = \phi(+\infty, u) - \frac{1}{2} \left[\phi(+\infty, u) - \phi(-\infty, u) \right] \cdot E_2 \{ \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x \} \quad 3.25$$

für $x > 0$.

Die normierte Neutronenflußdichte hat dann die Gestalt

$$\tilde{\phi}(x, u) = A(x, u) \tilde{\phi}(+\infty, u) + B(x, u) \tilde{\phi}(-\infty, u) \quad 3.26$$

mit

$$A(x, u) = \frac{\phi(+\infty)}{\phi(x)} \left[1 - \frac{1}{2} E_2 \{ \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x \} \right] \quad 3.27a$$

$$B(x, u) = \frac{\phi(-\infty)}{\phi(x)} \cdot \frac{1}{2} \cdot E_2 \{ \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x \} \quad 3.27b$$

für alle $x > 0$ und alle u in Intervall Δu .

Es gilt

$$\begin{array}{ll} A(x, u) \geq 0 & , \quad B(x, u) \geq 0 \\ A(+\infty, u) = 1 & , \quad B(+\infty, u) = 0 \\ A(-\infty, u) = 0 & , \quad B(-\infty, u) = 1 \end{array} \quad 3.28$$

An der Grenzfläche $x=0$ gilt

$$A(0) = \frac{\tilde{\phi}(+\infty)}{2 \cdot \tilde{\phi}(0)} \quad , \quad B(0) = \frac{\tilde{\phi}(-\infty)}{2 \cdot \tilde{\phi}(0)} \quad 3.29$$

An der Grenzfläche sind $A(x,u)$ und $B(x,u)$ lethargieunabhängig; dies bedeutet, daß $\tilde{\phi}(0,u)$ eine Linearkombination von $\tilde{\phi}(+\infty,u)$ und $\tilde{\phi}(-\infty,u)$ darstellt. Nach 3.23 läßt sich dann der effektive Wirkungsquerschnitt ebenfalls als Linearkombination der effektiven Wirkungsquerschnitte der unendlich ausgedehnten Medien (1) und (2) darstellen.

$$r_{\sigma_{z,g}}(0) = A(0) \cdot r_{\sigma_{z,g}}(+\infty) + B(0) \cdot r_{\sigma_{z,g}}(-\infty) \quad 3.30$$

mit der Bedingung

$$A(0) + B(0) = 1$$

und

3.31

$$A(0) \geq 0, \quad B(0) \geq 0$$

Aus der Bedingung 3.31 folgt

$$r_{\sigma_{z,g}}(-\infty) \geq r_{\sigma_{z,g}}(0) \geq r_{\sigma_{z,g}}(+\infty) \quad 3.32$$

falls

$$r_{\sigma_{z,g}}(-\infty) \geq r_{\sigma_{z,g}}(+\infty)$$

Für $0 \leq x \leq \infty$ sind die Koeffizienten $A(x,u)$ und $B(x,u)$ selber Funktionen von u . $\tilde{\phi}(x,u)$ ist keine Linearkombination von $\tilde{\phi}(+\infty,u)$ und $\tilde{\phi}(-\infty,u)$. Die Konsequenz daraus ist, daß sich auch der effektive Wirkungsquerschnitt nicht mehr als Linearkombination der $r_{\sigma_{z,g}}(+\infty)$ und $r_{\sigma_{z,g}}(-\infty)$ darstellen läßt. Die Koeffizienten $A(x,u)$ und $B(x,u)$ zeigen bei beliebigem x folgendes Verhalten: $A(x,u)$ hat seinen größten Wert im Maximum des totalen Wirkungsquerschnittes, also in der Resonanzspitze, während $B(x,u)$ bei dieser Lethargie sein Minimum besitzt. Außerdem ist die relative Abweichung von

$A(x,u)$ von $A(+\infty)$ in der Resonanzspitze geringer als außerhalb der Resonanz. Dasselbe gilt für $B(x,u)$ und $B(+\infty)$. Da die mittlere freie Weglänge in der Resonanzspitze viel geringer ist als außerhalb oder in den Flanken der Resonanz, ist die Wechselwirkung zwischen den beiden Halbräumen für Neutronen bei der Resonanzenergie auf einen wesentlich kleineren Bereich beschränkt als für Neutronen bei Energien außerhalb der Resonanz. Für die Flußform $\hat{\phi}(u)$ bedeutet dies eine "Verzerrung", die ihrerseits wieder die energetische Resonanzselbstabschirmung beeinflusst. Diese "Verzerrung" der Flußform kann unter Umständen so stark sein, daß der effektive Wirkungsquerschnitt nicht mehr an jedem Ort zwischen den beiden Grenzwerten $\sigma_{z,g}^{(+\infty)}$ und $\sigma_{z,g}^{(-\infty)}$ liegt. Die Flußform $\hat{\phi}(x,u)$ strebt mit wachsendem x in der Resonanzspitze schneller dem Grenzwert $\hat{\phi}(+\infty,u)$ entgegen als außerhalb oder in den Flanken der Resonanz. Dies führt zu einer "Verzerrung" der Flußform, die umso stärker ist, je höher und steiler die Resonanz. Im Falle sehr hoher Resonanzen kann dies zu einem Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnitts führen, wie er in 3.21b dargestellt ist. Bei Annäherung an die Grenzfläche in Medium (1) nimmt der effektive Wirkungsquerschnitt nicht stetig zu, sondern es gibt einen Bereich, in dem er kleiner ist als der asymptotische Wert. In diesem Bereich hat die Neutronenflußdichte in der Resonanzspitze praktisch noch ihren asymptotischen Wert, während in den Resonanzflanken schon der Einfluß des negativen Halbraumes spürbar wird. Sind die Emissionsdichten in den beiden Halbräumen derart, daß sich der Einfluß von Medium (2) in einer Zunahme des Neutronenflusses bemerkbar macht, so bedeutet dies, daß in den Resonanzflanken mehr Neutronenreaktionen stattfinden als im Falle ohne Einfluß von Medium (2), während in der Resonanzspitze die Zahl der Neutronenreaktionen gleich bleibt. Das heißt aber, daß das Gewicht der Neutronenreaktionen in den Resonanzflanken sich vergrößert, das der Neutronenreaktionen in der Resonanzspitze sich verkleinert. Der effektive Wirkungsquerschnitt nimmt gegenüber dem asymptotischen Wert ab. Die Resonanzselbstabschirmung verstärkt sich. Nähert man sich der Grenzfläche noch mehr, so wirkt sich die größere Neutronenflußdichte in der Resonanzspitze von Medium (2) gegenüber Medium (1) aus, der effektive Wirkungsquerschnitt nimmt schnell zu bis zu seinem Wert an der Grenzfläche. Der in 3.21b dargestellte Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnittes tritt allerdings nur in extremen Fällen auf: bei sehr hohen Resonanzen.

Interessant sind zwei Spezialfälle.

$$a) \Sigma_t^{(1)}(u) = \Sigma_t^{(2)}(u) \quad ; \quad q^{(1)} \neq q^{(2)} \quad 3.33$$

Dieser Fall ist in Anwesenheit einer räumlich konstanten Fremdquelle möglich, die in den beiden Halbräumen von unterschiedlicher Stärke ist. In diesem Falle gilt:

$$r_{\sigma_{z,g}}^{(+\infty)} = r_{\sigma_{z,g}}^{(-\infty)}$$

Dies gilt auch für die Grenzfläche selber

$$r_{\sigma_{z,g}}(0) = r_{\sigma_{z,g}}^{(+\infty)} = r_{\sigma_{z,g}}^{(-\infty)} \quad 3.34$$

Es gilt aber nicht in der Nähe der Grenzfläche, wie man sich anhand von 3.17 und 3.18 leicht überzeugen kann. Man erhält für den Korrekturfaktor

$$r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) = \frac{1 - \frac{1}{2} r_{a_{z,g}}^{(1,1)}(x) \cdot \left(1 - \frac{q^{(2)}}{q^{(1)}}\right)}{1 - \frac{1}{2} b_g^{(1,1)}(x) \cdot \left(1 - \frac{q^{(2)}}{q^{(1)}}\right)} \quad 3.35$$

Da im allgemeinen $r_{a_{z,g}}^{(1,1)}(x) > b_g^{(1,1)}(x)$, erhält man folgendes Verhalten

$$\text{Für } q^{(2)} > q^{(1)} \quad \text{ist} \quad r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) \leq 1 \quad 3.36a$$

$$\text{Für } q^{(2)} < q^{(1)} \quad \text{ist} \quad r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) \geq 1 \quad 3.36b$$

b) Die Neutronenflußdichte außerhalb der Resonanz sei über die Grenzfläche hinweg räumlich konstant.

Dies bedeutet, daß für Energien oberhalb der Resonanz der Nettostrom an der Grenzfläche Null ist. Der totale makroskopische Wirkungsquerschnitt außerhalb der Resonanz ist konstant und ist gegeben

$$\Sigma_P^{(1)} = r_N^{(1)} \cdot (r_{\sigma_P} + \sigma_o^{(1)}) \quad 3.37a$$

$$\Sigma_P^{(2)} = r_N^{(2)} \cdot (r_{\sigma_P} + \sigma_o^{(2)}) \quad 3.37b$$

wobei mit r_{σ_P} der Potentialquerschnitt des Resonanzisotops bezeichnet ist.

Die Annahme, daß der Neutronenfluß außerhalb der Resonanz räumlich konstant sein soll, bedeutet, daß

$$\frac{q^{(1)}}{\Sigma_P^{(1)}} = \frac{q^{(2)}}{\Sigma_P^{(2)}} \quad 3.38a$$

oder

$$\frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} = \frac{\Sigma_P^{(2)}}{\Sigma_P^{(1)}} \quad 3.38b$$

In diesem Falle tritt der größte Nettostrom an der Grenzfläche in der Resonanzspitze auf. 3.38 stellt eine gute Näherung dar, falls die Resonanzen isoliert sind und der totale Querschnitt zwischen zwei Resonanzen wirklich durch den Potentialquerschnitt beschrieben wird. Die Beeinflussung der Emissionsdichte durch Resonanzen oberhalb der betrachteten Resonanz muß vernachlässigbar sein.

c) Grenzfläche gegen Vakuum.

Für den Fall, daß es sich um eine Grenzfläche gegen Vakuum handelt, gilt 3.19. Der Wert der Emissionsdichte spielt in diesem Fall keine Rolle. An der Grenzfläche selber ist der effektive Wirkungsquerschnitt gleich dem asymptotischen Wert

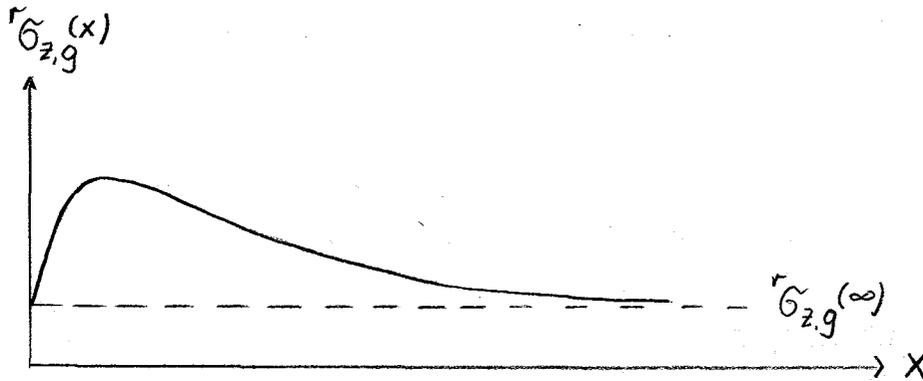
$$r_{\sigma_{z,g}}(0) = r_{\sigma_{z,g}}(\infty) \quad 3.39$$

Die Neutronenflußdichte am Rand ist halb so groß wie die asymptotische Flußdichte.

$$\phi(0,u) = \frac{1}{2} \phi(\infty,u) \quad 3.40$$

Die Flußform bleibt erhalten.

In der Nähe der Grenzfläche bleibt die Flußform nicht erhalten.



In 3.41 ist der Verlauf des effektiven Wirkungsquerschnittes schematisch dargestellt. In der Resonanzspitze erreicht der Neutronenfluß seinen asymptotischen Wert in geringerer Entfernung vom Rand als in den Resonanzflanken. Da aber die Neutronenflußdichte am Rand auf die Hälfte ihres asymptotischen Wertes abfällt, bedeutet dies, daß im nicht asymptotischen Gebiet mit Ausnahme der Grenzfläche selber die Neutronen in der Resonanzspitze ein größeres Gewicht haben als im asymptotischen. Der effektive Wirkungsquerschnitt ist größer als sein asymptotischer Wert.

$$\tilde{\sigma}_{z,g}(x) > \tilde{\sigma}_{z,g}(\infty) \quad \text{für } x \neq 0$$

III.4. Die Diffusionsnäherung

Im vorangehenden Abschnitt wurde als Ausgangsgleichung zur Bestimmung des Neutronenspektrums die Neutronentransportgleichung benutzt. Man kann auch die Diffusionsgleichung benutzen und erhält für $x > 0$:

$$\phi(x,u) = \int_0^{\infty} q^{(1)}(x',u) \frac{\exp\left\{-\frac{|x'-x|}{L^{(1)}}\right\}}{2 \cdot \Sigma_t^{(1)} \cdot L^{(1)}} dx' + \int_0^{\infty} q^{(1)}(x',u) \frac{\exp\left\{-\frac{|x'-x|}{L^{(1)}}\right\}}{2 \cdot \Sigma_t^{(1)} \cdot L^{(1)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(2)} \cdot L^{(2)} - \Sigma_t^{(1)} \cdot L^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)} \cdot L^{(1)} + \Sigma_t^{(2)} \cdot L^{(2)}} dx'$$

3.42

$$+ \int_{-\infty}^0 q^{(2)}(x', u) \frac{\exp \left\{ -\frac{x'}{L^{(2)}} \right\} + \frac{x}{L^{(1)}}}{\Sigma_t^{(1)} \cdot L^{(1)} + \Sigma_t^{(2)} \cdot L^{(2)}} dx'$$

$L(u)$ = Diffusionskonstante und ist definiert als

$$L(u) = \frac{1}{\sqrt{3} \sqrt{\Sigma_{tr}(u) \Sigma_t(u)}} \quad 3.43$$

$\Sigma_{tr}(u)$ = Transportquerschnitt

Für den Fall isotroper Streuung im L-System ist $\Sigma_{tr} = \Sigma_t$ und damit

$$L(u) = \frac{1}{\sqrt{3} \Sigma_t(u)} \quad 3.44$$

Mit der Annahme 3.10 über die Emissionsdichte erhält man für $x > 0$:

$$\phi(x, u) = \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} - \frac{1}{2} \left[\frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} - \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \right] \exp \left\{ -\sqrt{3} \Sigma_t^{(1)}(u) x \right\} \quad 3.45$$

Ein Vergleich mit 3.11 zeigt, daß sich die Diffusionsnäherung von der Transportlösung dadurch unterscheidet, daß die Funktion $E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u)x\}$ ersetzt wird durch $\exp \{-\sqrt{3} \Sigma_t^{(1)}(u)x\}$.

Dasselbe gilt natürlich auch für den effektiven Wirkungsquerschnitt. Es kann hier deshalb darauf verzichtet werden, die Formeln für die Diffusionsnäherung explicit anzuschreiben.

IV. EINE RATIONALE NÄHERUNG DES EXPONENTIALINTEGRALS UND EINE DARAUSS ABGELEITETE METHODE ZUR BESCHREIBUNG DER ORTSABHÄNGIGKEIT DER ENERGETISCHEN RESONANZSELBSTABSCHIRMUNG IM "f-FAKTOR" FORMALISMUS

Die im vorangehenden Kapitel diskutierte Beschreibung der ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmung soll es auch ermöglichen, diesen Effekt in Reaktoren zu studieren. Da aber die Anwendung auf Reaktorberechnungen einen großen numerischen Aufwand bedeuten würde, werden Näherungen eingeführt. Durch eine rationale Näherung des Exponentialintegrals gelingt es, ein Äquivalenzprinzip herzuleiten, welches die Ortsabhängigkeit mit der σ_0 -Konzentration verbindet. Dieses Äquivalenzprinzip erlaubt eine sehr einfache Berechnung des Korrekturfaktors $k_{g,z,g}(x)$, wie er in 3.18 definiert ist, sofern die Resonanzselbstabschirmfaktoren in Funktion von σ_0 bekannt sind.

IV.1. Eine rationale Näherung des Exponentialintegrals

Die Berechnung des Ortskorrekturfaktors $k_{g,z,g}(x)$, wie er in 3.18 definiert ist, setzt voraus, daß die Integrale in 3.17 berechnet werden können. Diese Integrale lassen sich totalnumerisch berechnen, wenn die lethargieabhängigen Wirkungsquerschnitte hinreichend gut bekannt sind. Für einfache Beispiele bereitet dies auch keine Schwierigkeit. Um aber für einen Reaktor diese Ortskorrekturfaktoren für alle Resonanzisotope in allen Energiegruppen totalnumerisch zu berechnen, ist der Rechenaufwand unverhältnismäßig groß. Ein entscheidender Nachteil einer totalnumerischen Berechnung liegt darin, daß die Korrekturfaktoren für jede neue Isotopenzusammensetzung aus mikroskopischen, energieabhängigen Kerndaten neu berechnet werden müssen. Dies würde aber neben dem hohen Rechenaufwand auch die Anwendung von Gruppenkonstantensätzen der Form des russischen ABN-Satzes [4] und der Karlsruher Gruppensätze [3] sehr einschränken. Die Information solcher Gruppensätze besteht nicht mehr aus reinen Kerndaten, sondern aus mikroskopischen Gruppenkonstanten und f-Faktoren. Diese Information reicht zur Berechnung eines Reaktors aus, man benötigt keine zusätzliche Kerndateninformation. Wollte man nun zu einem solchen Gruppensatz konsistente g-Faktoren berechnen, so wäre die gesamte Kerndateninformation nötig, die diesem Gruppensatz zugrunde liegt. Für Routinerechnungen ist dies unpraktikabel. Es soll deshalb versucht werden, eine Näherungslösung für die Integrale in 3.17 zu suchen, zu deren Berechnung die Information der f-Faktoren ausreicht. Das heißt, die in

3.17 gegebenen Integrale sollen durch Integrale approximiert werden, wie sie von Gruppenkonstanten bekannt sind. Die Hauptschwierigkeit liegt hier im Exponentialintegral $E_2\{\Sigma_t(u)x\}$. Durch eine rationale Näherung des Exponentialintegrals wird diese Schwierigkeit beseitigt.

Alle in 3.17 auftretenden Integrale sind von der Form

$$I = \int_{\Delta u} y(u) \cdot q(u) \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} du \quad 4.1$$

mit

$$y(u) = \frac{\sigma(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} ; \frac{\sigma(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} ; \frac{1}{\Sigma_t^{(1)}(u)} ; \frac{1}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \quad 4.2$$

Da der totale Querschnitt Resonanzstruktur besitzt, variiert bei einer Integration über Δu das Argument des Exponentialintegrals sehr stark. Das Verhältnis $\Sigma_{t,max}/\Sigma_{t,min}$ kann mehrere Zehnerpotenzen betragen. Jede Approximation, die für das gesamte Integrationsgebiet gelten soll, läuft demnach auf eine Approximation des Exponentialintegrals für alle positiven Argumente hinaus. Andererseits muß die Approximation von solcher Gestalt sein, daß die daraus resultierenden Integrale Gruppenkonstantencharakter haben. Es wurde eine rationale Approximation folgender Form gewählt.

$$1 - E_2\{\tau\} \approx \sum_i \frac{\alpha_i + \tau}{\beta_i + \tau} \quad 4.3$$

mit der Nebenbedingung

$$\sum_i \alpha_i = 1, \text{ und alle } \beta_i > 0 \quad 4.4$$

Diese Näherung ist nur dann praktikabel, wenn man mit wenigen Gliedern eine genügende Genauigkeit erreichen kann. Wie die numerischen Beispiele zeigen werden, genügen zwei Glieder.

Bei der Berechnung der Größen $r_{z,g}^{(1,1)}(x)$, $r_{z,g}^{(1,2)}(x)$, $b_g^{(1,1)}(x)$, $b_g^{(1,2)}(x)$ aus 3.17 treten folgende Integrale auf

$$I_1 = \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot q^{(1)}(u) du ; \quad \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \cdot q^{(2)}(u) du \quad 4.5a$$

$$I_2 = \int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} du ; \quad \int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} du \quad 4.5b$$

$$I_3 = \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u)x\} \cdot q^{(1)}(u) du \quad 4.5c$$

$$I_4 = \int_{\Delta u} \frac{E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u)x\}}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot q^{(1)}(u) du \quad 4.5d$$

$$I_5 = \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u)x\} \cdot q^{(2)}(u) du \quad 4.5e$$

$$I_6 = \int_{\Delta u} \frac{E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u)x\}}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \cdot q^{(2)}(u) du \quad 4.5f$$

IV.2. Die Berechnung des Ortskorrekturfaktors mit Hilfe der rationalen Näherung

Berechnung von I_1 :

I_1 läßt sich modifizieren

$$I_1 = \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du} \cdot \frac{\int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du}{\int_{\Delta u} q^{(1)} du} \cdot \int_{\Delta u} q^{(1)} du \quad 4.6$$

Der erste Faktor ist gerade der mikroskopische effektive Wirkungsquerschnitt im unendlich ausgedehnten Medium für die Neutronenreaktion (n,z) für das Isotop r .

Der zweite Faktor ist der reziproke totale makroskopische flußgewichtete effektive Wirkungsquerschnitt im unendlich ausgedehnten Medium.

Man erhält also

$$I_1 = \frac{r_{\sigma_z, g}^{(1)}}{\Sigma_{t, g}^{(1)}} \cdot q_g^{(1)} = \frac{r_{\sigma_z, g}^{\infty} \cdot r_{f_z, g} \cdot (r_{\sigma_o}^{(1)})}{\Sigma_{t, g}^{(1)}} \cdot q_g^{(1)} \quad 4.7$$

$$q_g = \int_{(g)} q(u) du \quad 4.8$$

Der Index g steht für Energiegruppe Δu und soll in diesem Kapitel geschrieben werden, um eine Verwechslung mit den lethargieabhängigen Größen zu vermeiden.

Berechnung von I_2 :

$$I_2 = \int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du = \frac{q_g^{(1)}}{\Sigma_{t, g}^{(1)}} \quad 4.9$$

Berechnung von I_3 :

$$\begin{aligned} I_3 &= \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}, x\} \cdot q^{(1)} \cdot du \\ &= \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} \cdot du - \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot (1 - E_2\{\Sigma_t^{(1)}, x\}) \cdot q^{(1)} \cdot du \end{aligned}$$

Führt man die Approximation 4.3 ein, so erhält man

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 - \sum_i \alpha_i \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(1)} \cdot \Sigma_t^{(1)} \cdot x}{\Sigma_t^{(1)} \cdot (\beta_i + \Sigma_t^{(1)} \cdot x)} \cdot q^{(1)} \cdot du \\ &= I_1 - \sum_i \alpha_i \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(1)} \cdot q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du \end{aligned} \quad 4.10a$$

$$I_3 = I_1 - \sum_i \alpha_i \frac{\int \frac{r_{\sigma_z \cdot q}^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du}{\int \frac{q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du} \cdot \int \frac{q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du \quad 4.10b$$

$$\frac{\int \frac{r_{\sigma_z \cdot q}^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du}{\int \frac{q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du} : \quad 4.12a$$

Dies ist formal ein effektiver Wirkungsquerschnitt, gewichtet mit einem modifizierten totalen Wirkungsquerschnitt

$$\Sigma(u) = \Sigma_t^{(1)}(u) + \beta_i / x \quad 4.11$$

oder

$$\Sigma(u) = r_N^{(1)} \cdot \left[r_{\sigma_t}(u) + \sigma_o^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x} \right]$$

Damit erhält man

$$\frac{\int \frac{r_{\sigma_z \cdot q}^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du}{\int \frac{q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du} = \frac{\int \frac{r_{\sigma_z \cdot q}^{(1)}}{r_{\sigma_t} + (\sigma_o^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x})} du}{\int \frac{q^{(1)}}{r_{\sigma_t} + (\sigma_o^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x})} du} \quad 4.12b$$

$$= r_{\sigma_z, g}^{\infty} \cdot r_{f_z}^{(1)} \left\{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x} \right\}$$

An die Stelle von $\sigma_o^{(1)}$ tritt $\{\sigma_o^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x}\}$.

$$\int \frac{q^{(1)}}{\Delta u \beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du :$$

4.13a

Dieser Term läßt sich umformen

$$\begin{aligned} \int \frac{q^{(1)}}{\Delta u \beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du &= \frac{\int \frac{q^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du}{\int \frac{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} \cdot du} \cdot \int q^{(1)} \cdot du \\ &= \left\{ \frac{\int \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)} + \beta_i / x} du}{\int \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)} + \beta_i / x} du} + \beta_i / x \right\}^{-1} \cdot \int q^{(1)} \cdot du \\ &= \left\{ \sum_k k_N^{(1)} \cdot \frac{\int \frac{k_{\sigma_t}^{(1)} \cdot q^{(1)}}{k_{\sigma_t + \sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (k_N^{(1)} \cdot x)} du}{\int \frac{q^{(1)}}{k_{\sigma_t + \sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (k_N^{(1)} \cdot x)} du} + \beta_i / x \right\}^{-1} \cdot q_g^{(1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{q_g^{(1)}}{\sum_k k_N^{(1)} \cdot k_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot k_{f_{t,g}} \cdot \{k_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (k_N^{(1)} \cdot x)\} + \beta_i / x} \quad 4.13b$$

Führt man abkürzend ein

$$\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ \sigma_o^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x) \} = \sum_k k_N^{(1)} \cdot k_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot k_{f_{t,g}} \cdot \{ k_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (k_N^{(1)} \cdot x) \} \quad 4.14^*$$

so erhält man

$$\int_{\Delta u} \frac{q_g^{(1)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du = \frac{q_g^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ \sigma_o^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x) \} + \beta_i / x} \quad 4.15$$

Mit 4.12 und 4.15 erhält man

$$I_3 = I_1 - \sum_i \alpha_i \frac{r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}} \cdot \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) \}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ \sigma_o^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x) \} + \beta_i / x} \cdot q_g^{(1)}$$

Und setzt man I_1 ein, so erhält man schließlich

$$I_3 = r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot q_g^{(1)} \cdot \left[\frac{r_{f_{z,g}} \cdot \{ r_{\sigma_o}^{(1)} \}}{\Sigma_{t,g}^{(1)}} \sum_i \alpha_i \frac{r_{f_{z,g}} \cdot \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) \}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ \sigma_o^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x) \} + \beta_i / x} \right] \quad 4.16$$

* In dieser Schreibweise ist $\Sigma_{t,g}^{(1)} \equiv \Sigma_{t,g}^{(1)}(\sigma_o^{(1)})$

Berechnung von I_4 :

$$\begin{aligned}
 I_4 &= \int_{\Delta u} \frac{E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} \cdot du \\
 &= \int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)}} du - \int_{\Delta u} \frac{1 - E_2\{\Sigma_t^{(1)} \cdot x\}}{\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(1)} \cdot du
 \end{aligned}$$

Führt man 4.3 ein und berücksichtigt 4.5b, so erhält man

$$\begin{aligned}
 I_4 &= I_2 - \sum_i \alpha_i \int_{\Delta u} \frac{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x}{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot [\beta_i + \Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x]} \cdot q^{(1)}(u) \cdot du \\
 &= I_2 - \sum_i \alpha_i \int_{\Delta u} \frac{q^{(1)}(u)}{\beta_i/x + \Sigma_t^{(1)}(u)} du
 \end{aligned}$$

Unter Verwendung von 4.15 und 4.9 erhält man

$$I_4 = \frac{q_g^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(1)}} - \sum_i \alpha_i \frac{q_g^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ \sigma_o^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x) \} + \beta_i/x} \quad 4.17$$

Vor der Berechnung der Integrale I_5 und I_6 soll zuerst folgender Ausdruck untersucht werden:

$$i_z^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot \beta_i}{x \cdot q_g^{(2)}} \cdot \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{q^{(2)}}{\beta_i/x + \Sigma_t^{(1)}} \cdot du \quad 4.18$$

Man kann folgende Umformung vornehmen

$$r_{iZ}^{(1)} = \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot q^{(2)} \cdot du - \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\beta_i/x+\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(2)} \cdot du$$

Das erste Integral ist bekannt

$$r_{iZ}^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot r_{\sigma_z, g}^{\infty} \cdot r_{f, g}^{(2)} \cdot r_{\sigma_o}^{(2)}}{\Sigma_{t, g}^{(2)}} - \frac{\alpha_i}{\Sigma_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\beta_i/x+\Sigma_t^{(1)}} q^{(2)} \cdot du \quad 4.19$$

Der Integralausdruck läßt sich im allgemeinen nur in einer Näherung bestimmen, wobei man zwei Fälle zu unterscheiden hat.

a) Medium (1) und Medium (2) enthalten das Isotop r

$$I = \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\beta_i/x+\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(2)} \cdot du \quad 4.20$$

$$= \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t, g}^{(2)}} \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\beta_i/x+\Sigma_t^{(1)}} \cdot q^{(2)} \cdot du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} du} \quad 4.21$$

Die Größe $q^{(2)}/\Sigma_t^{(2)}$ tritt als Wichtungsfunktion von $r_{\sigma_z} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\beta_i/x+\Sigma_t^{(1)}}$ auf.

Letzterer Ausdruck ist nur in der Resonanz des Isotops r wesentlich von Null verschieden. Man kann deshalb die σ_o -Näherung anwenden.

$$I = \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t, g}^{(2)}} \cdot \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} \cdot \frac{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}}{\beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du} \quad 4.22$$

Dieser Ausdruck läßt sich weiter umformen

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \left\{ \int \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}} du + \int \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du \right. \\
 &+ (r_{\sigma_o}^{(1)} - r_{\sigma_o}^{(2)}) \cdot \left. \frac{\int \frac{r_{\sigma_z}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} \cdot \frac{q^{(2)}}{\beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}} du}{\int \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du} \right\} \\
 &= \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \cdot \left\{ \int \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}} du + \int \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du \right. \\
 &+ r_N^{(1)} \cdot x \cdot \frac{r_{\sigma_o}^{(1)} - r_{\sigma_o}^{(2)}}{\beta_i} \cdot \frac{\int \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du}{\int \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du} - \\
 &- r_N^{(1)} \cdot x \cdot \frac{r_{\sigma_o}^{(1)} - r_{\sigma_o}^{(2)}}{\beta_i} \cdot \left. \frac{\int \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} \cdot \frac{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}}{\beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(1)}} du}{\int \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}^{(2)}} du} \right\}
 \end{aligned}$$

Der letzte Ausdruck der geschwungenen Klammer enthält gerade wieder das Ausgangsintegral von 4.22. Faßt man geeignet zusammen, so erhält man

$$I = \left[1 + \frac{r_N(1) \cdot x}{\beta_i} (r_{\sigma_o}(1) - r_{\sigma_o}(2)) \right]^{-1} \cdot \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \cdot \left\{ \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / (r_N(1) \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(1)} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du} + \right.$$

$$\left. + r_N(1) \cdot x \cdot \frac{r_{\sigma_o}(1) - r_{\sigma_o}(2)}{\beta_i} \cdot \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du} \right\} \quad 4.23$$

Da aber

$$\frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / (r_N(1) \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(1)} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du} =$$

$$= \frac{\int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / (r_N(1) \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(1)} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{\beta_i / (r_N(1) \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(1)} du} \cdot \frac{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{\beta_i / (r_N(1) \cdot x) + r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(1)} du}{\int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du}$$

$$= r_{\sigma_z, g} \cdot r_{f_z, g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}(1) + \beta_i / (r_N(1) \cdot x) \} \cdot$$

$$\cdot \frac{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(2)\}}{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(1) + \frac{\beta_i}{r_N(1) \cdot x}\} + r_{\sigma_o}(1) + \frac{\beta_i}{r_N(1) \cdot x}} \quad 4.24$$

und

$$\frac{\int \frac{r_{\sigma_z} \cdot q(2)}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du}{\int \frac{q(2)}{r_{\sigma_t} + r_{\sigma_o}(2)} du} = r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(2)\} \quad 4.25$$

erhält man für 4.20

$$I = \frac{\alpha_i}{\Sigma_{t,g}(2)} \cdot \left[1 + \frac{r_N(1) \cdot x}{\beta_i} \cdot (r_{\sigma_o}(1) - r_{\sigma_o}(2)) \right]^{-1}$$

$$\cdot \left[r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(1) + \frac{\beta_i}{r_N(1) \cdot x}\} \right]$$

$$\cdot \frac{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(2)\}}{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(1) + \frac{\beta_i}{r_N(1) \cdot x}\} + r_{\sigma_o}(1) + \frac{\beta_i}{r_N(1) \cdot x}}$$

$$\left. + r_N(1) \cdot x \cdot \frac{r_{\sigma_o}(1) - r_{\sigma_o}(2)}{\beta_i} \cdot r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}(2) \{r_{\sigma_o}(2)\} \right] \quad 4.26$$

Setzt man dies in 4.19 ein, so erhält man

$$r_{i\rho z}^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot r_{\sigma z, \xi}^{\infty}}{\Sigma_{t, g}^{(2)} \left[1 + \frac{r_{N(1)} \cdot x}{\beta_i} (r_{\sigma_o}^{(1)} - r_{\sigma_o}^{(2)}) \right]} \left[r_{f, g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}^{(2)} \} - \right. \tag{4.27}$$

$$\left. - r_{f, g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_{N(1)} \cdot x} \} \cdot \frac{r_{\sigma_{t, g}}^{\infty} \cdot r_{f, g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}^{(2)} \} + r_{\sigma_o}^{(2)}}{r_{\sigma_{t, g}}^{\infty} \cdot r_{f, g}^{(2)} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_{N(1)} \cdot x} \} + r_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_{N(1)} \cdot x}} \right]$$

b) Medium (2) enthält Isotop r nicht.

$$\frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma z}^{(1)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du =$$

$$= \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \left\{ \frac{\int \frac{r_{\sigma z}^{(1)} \cdot \Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{\Delta u \Sigma_t^{(2)} \cdot (\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)})} du}{\int \frac{q^{(2)}}{\Delta u \Sigma_t^{(2)}} du} \right\} \cdot \int \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} du \tag{4.28}$$

In der geschwungenen Klammer tritt $q^{(2)}(u)/\Sigma_t^{(2)}(u)$ als Wichtungsfunktion auf. Da aber Medium (2) das Isotop r nicht enthält, kann $\Sigma_t^{(2)}(u)$ bezüglich der Resonanzen von Isotop r als konstant angenommen werden. Man erhält also

$$= \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma z} \cdot \Sigma_t^{(1)}}{\Sigma_t^{(1)} + \beta_i / x} \cdot q^{(2)} \cdot \frac{1}{q_g^{(2)}} \int \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} du$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \cdot \frac{1}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \cdot \int_{\Delta u} r_{\sigma_z} \left(1 - \frac{\beta_i}{\beta_i + \Sigma_t^{(1)} \cdot x} \right) \cdot q^{(2)} du \\
 &= \alpha_i \cdot \frac{r_{\sigma_z,g}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}\{\sigma_o^{(2)} = \infty\}}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} - \frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \cdot \frac{\beta_i}{\Sigma_{t,g}^{(2)} \cdot x} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du \\
 &\frac{\alpha_i}{q_g^{(2)}} \cdot \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du = \\
 &= \frac{r_{\sigma_z,g}^{\infty} \cdot \alpha_i}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \left[r_{f_{z,g}}\{\sigma_o^{(2)} \rightarrow \infty\} - \frac{\beta_i \cdot r_{f_{z,g}}\{r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x)\}}{\left[\sum_k k_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot k_{f_{t,g}}\{k_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{k_N^{(1)} \cdot x}\} \right] \cdot x + \beta_i} \right] \quad 4.29
 \end{aligned}$$

Die Summation über k erstreckt sich über sämtliche Isotope der Mischung.

Setzt man 4.29 in 4.19 ein, so erhält man

$$r_{i\sigma_z}^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot \beta_i \cdot r_{\sigma_z,g}^{\infty}}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \cdot \frac{r_{f_{z,g}}\{r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / r_N^{(1)} \cdot x\}}{\left[\sum_k k_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot k_{f_{t,g}}\{k_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{k_N^{(1)} \cdot x}\} \right] \cdot x + \beta_i} \quad 4.30$$

Es ist zu vermerken, daß sich Fall b) natürlich auch als Grenzfall von Fall a) berechnen läßt. Falls die σ_o -Näherung exakt erfüllt ist, d.h. wenn nur ein Resonanzisotop in der Mischung vorhanden ist, läßt sich leicht zeigen, daß 4.27 für $r_N^{(2)} \rightarrow 0$ übergeht in 4.30. Ist die σ_o -Näherung aber nicht exakt erfüllt, so gilt dieser Grenzübergang nicht. Dies hat seine Ursache

darin, daß in Anwesenheit mehrerer Resonanzisotope das σ_o -Konzept umso besser erfüllt ist, je größer die Konzentration des betreffenden Resonanzisotops ist. Daß dieser Grenzübergang nicht exakt erfüllt ist, hat keine praktische Bedeutung.

Berechnung von I_5 :

$$I_5 = \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}, x\} \cdot q^{(2)} du$$

Berücksichtigt man 3.4 und 3.5, so folgt, daß

$$E_2\{\tau\} = \sum_i \frac{\alpha_i \cdot \beta_i}{\beta_i + \tau} \quad 4.31$$

$$I_5 = \sum_i \frac{\alpha_i \cdot \beta_i}{x} \cdot \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_z}^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(1)} + \beta_i/x} du$$

Berücksichtigt man 4.18, so erhält man

$$I_5 = q_g^{(2)} \sum_i \frac{r_{\rho_z}^{(1)}}{i \rho_z} \quad 4.32$$

Berechnung von I_6 :

$$I_6 = \int_{\Delta u} \frac{E_2\{\Sigma_t^{(1)}, x\}}{\Sigma_t^{(2)}} q^{(2)} du$$

$$= \int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} du - \sum_i \alpha_i \int_{\Delta u} \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)} \cdot [\beta_i/x + \Sigma_t^{(1)}]} du$$

Der zweite Integralausdruck läßt sich wie folgt umformen

$$\int_{\Delta u} \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)} [\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}]} du =$$

$$= \sum_r r_N^{(1)} \int_{\Delta u} \frac{r_{\sigma_t}^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{q^{(2)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du +$$

$$+ \sum_l l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_t, g}^{\infty} \cdot \int_{\Delta u} \frac{1}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{q^{(2)}}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du$$

Die Summation über r umfaßt alle Resonanzisotope, die Summation über l alle resonanzfreien Isotope.

$$= \sum_r \frac{r_N^{(1)} \cdot q^{(2)} \cdot x \cdot r_{i \rho_t}^{(1)}}{\alpha_i \cdot \beta_i} + \sum_l l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_t, g} \cdot \frac{x}{\beta_i} \int_{\Delta u} \frac{q^{(2)}}{\Sigma_t^{(2)}} du$$

$$- \sum_l l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_t, g}^{\infty} \cdot \frac{x}{\beta_i} \cdot \int_{\Delta u} \frac{\Sigma_t^{(1)} \cdot q^{(2)}}{[\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}] \cdot \Sigma_t^{(2)}} du$$

Vergleicht man linke und rechte Seite und faßt geeignet zusammen, so erhält man

$$\int_{\Delta u} \frac{\Sigma_t^{(1)}}{\Sigma_t^{(2)}} \cdot \frac{1}{\beta_i / x + \Sigma_t^{(1)}} du =$$

$$= \frac{\sum r_N^{(1)} \cdot q_g^{(2)} \cdot x \cdot r_{i \rho_t}^{(1)} / \alpha_i}{\beta_i + \sum_1 l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x} +$$

$$+ \frac{\sum l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x \cdot q_g^{(2)} / \Sigma_{t,g}^{(2)}}{\beta_i + \sum_1 l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x}$$

Damit erhält man für I_6

$$I_6 = \frac{q_g^{(2)}}{\Sigma_{t,g}^{(2)}} \left[1 - \sum_i \frac{\sum r_N^{(1)} \cdot x \cdot r_{i \rho_t}^{(1)} \cdot \Sigma_{t,g}^{(2)} + \alpha_i \cdot \sum l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x}{\beta_i + \sum_1 l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x} \right] \quad 4.33$$

Damit lassen sich die Größen $r_{z,g}^{(1,1)}$, $r_{z,g}^{(1,2)}$, $b_g^{(1,1)}$, $b_g^{(1,2)}$ berechnen.

$$r_{z,g}^{(1,1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_3}{I_1} \quad 4.34$$

$$r_{z,g}^{(1,2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_5}{I_1} \quad 4.35$$

$$b_g^{(1,1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_4}{I_2} \quad 4.36$$

$$b_g^{(1,2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_6}{I_2} \quad 4.37$$

Für den effektiven ortsabhängigen Wirkungsquerschnitt erhält man zusammenfassend für Medium (1)

$$r_{\sigma_{z,g}}^{(1)} = r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)}\} \cdot r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) \quad 4.38$$

mit

$$r_{g_{z,g}}^{(1)}(x) = \frac{1 - r_{a_{z,g}}^{(1,1)}(x) + r_{a_{z,g}}^{(1,2)}(x)}{1 - b_g^{(1,1)}(x) + b_g^{(1,2)}(x)} \quad 4.39$$

und

$$r_{a_{z,g}}^{(1,1)}(x) = \frac{1}{2} \left[1 - \sum_i \alpha_i \frac{r_{f_{z,g}}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x)\}}{r_{f_{z,g}}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)}\}} \cdot \frac{\Sigma_{t,g}^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x)\} + \beta_i / x} \right] \quad 4.40$$

$$r_{a_{z,g}}^{(1,2)} = \frac{q_g^{(2)}}{2 \cdot q_g^{(1)}} \cdot \frac{\Sigma_{t,g}^{(1)}}{r_{\sigma_{z,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{z,g}}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)}\}} \cdot \left[\sum_i r_{i^0_z}^{(1)} \right] \quad 4.41$$

$$b_g^{(1,1)}(x) = \frac{1}{2} \left[1 - \sum_i \frac{\alpha_i \cdot \Sigma_{t,g}^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (N^{(1)} \cdot x)\} + \beta_i / x} \right] \quad 4.42$$

$$b_g^{(1,2)}(x) = \frac{q_g^{(2)}}{2 \cdot q_g^{(1)}} \cdot \frac{\Sigma_{t,g}^{(1)}}{\Sigma_{t,g}^{(2)}}$$

$$\cdot \left[1 - \sum_i \frac{\Sigma_{t,g}^{(2)} \cdot x \cdot \left(\sum_r r_N^{(1)} \cdot r_{i\rho_t}^{(1)} \right) + \alpha_i \cdot x \cdot \left(\sum_l l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \right)}{\beta_i + \sum_l l_N^{(1)} \cdot l_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot x} \right] \quad 4.43$$

Dabei ist $r_{i\rho_z}^{(1)}$ gegeben durch

$$r_{i\rho_z}^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot r_{\sigma_{z,g}}^{\infty}}{\Sigma_{t,g}^{(2)} \cdot \left[1 + \frac{r_N^{(1)} \cdot [r_{\sigma_o}^{(1)} - r_{\sigma_o}^{(2)}] \cdot x}{\beta_i} \right]} \left[r_{f_{z,g}} \{ r_{\sigma_o}^{(2)} \} - \right.$$

4.44

$$\left. - r_{f_{z,g}} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} \} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x} \right] \cdot \frac{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}} \{ r_{\sigma_o}^{(2)} \} + r_{\sigma_o}^{(2)}}{r_{\sigma_{t,g}}^{\infty} \cdot r_{f_{t,g}} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} \} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x} + r_{\sigma_o}^{(1)} + \frac{\beta_i}{r_N^{(1)} \cdot x}} \quad]$$

falls das Resonanzisotop in Medium (1) und Medium (2) vorhanden ist und

$$r_{i\rho_z}^{(1)} = \frac{\alpha_i \cdot \beta_i \cdot r_{\sigma_{z,g}}^{\infty}}{\Sigma_{t,g}^{(2)} \cdot x} \cdot \frac{r_{f_{z,g}} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) \}}{\Sigma_{t,g}^{(1)} \{ r_{\sigma_o}^{(1)} + \beta_i / (r_N^{(1)} \cdot x) \} + \beta_i / x} \quad 4.45$$

falls das Resonanzisotop in Medium (2) nicht vorhanden ist.

Mittels der rationalen Näherung 4.3 ist es gelungen, die Integrale 3.17a bis 3.17d auf bekannte Integrale der Form der f-Faktoren zurückzuführen. Berücksichtigt man 3.20, so sind dies gerade die f-Faktoren für das unendlich ausgedehnte Medium. Die Ortsabhängigkeit wird teilweise auf den σ_0 -Wert abgewälzt. Um also den räumlichen Verlauf der energetischen Resonanzselbstabschirmung beschreiben zu können, ist eine genaue Kenntnis der f-Faktoren in Abhängigkeit vom Untergrund-Querschnitt σ_0 eine entscheidende Voraussetzung. Die f-Faktoren sind im allgemeinen für alle Zehnerpotenzen von σ_0 tabelliert. Sollen die Formeln 4.40 bis 4.45 für Reaktorberechnungen anwendbar sein, so müssen genügend gute Interpolationsformeln existieren, die es erlauben, die f-Faktoren für ein beliebiges σ_0 genügend genau aus den Tabellen zu bestimmen. In einem der folgenden Kapitel wird eine mögliche Interpolationsformel numerisch untersucht.

V. DIE ANWENDUNG AUF SYSTEME ENDLICH BREITER ZONEN

Die in Abschnitt III aus dem Modell zweier Halbräume mit unterschiedlicher Konzentration eines Resonanzisotops gewonnenen Ergebnisse über die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen sollen auf die Anwendbarkeit auf Systeme mit Zonen endlicher Dicke untersucht werden.

V.1. Die Anwendung auf breite Zonen

In der Einleitung wurden Zonen dann als breit bezeichnet, wenn sich in ihnen ein "Eigenspektrum" ausbilden kann. Damit ist auch gemeint, daß es neben den Bereichen, in denen Einflüsse der Nachbarzone berücksichtigt werden müssen, ein Gebiet gibt, in dem die energetische Feinstruktur des Neutronenspektrums durch die Materialeigenschaften der betrachteten Zone allein bestimmt wird. Diese Forderung schließt in einem System mehrerer breiter Zonen unter anderem die gegenseitige Beeinflussung von zwei nicht benachbarter Zonen aus. Mit anderen Worten: zwei Zonen sind breit, wenn sich die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung nur auf einen Teilbereich in der Umgebung der Grenzfläche auswirkt und damit die Ergebnisse aus Abschnitt III anwendbar sind.

Bei der Herleitung eines Ortskorrekturfaktors in Abschnitt III wurde von der Emissionsdichte vorausgesetzt, daß sie in jedem Halbraum räumlich konstant sein soll. Ferner wurde gezeigt, daß diese Annahme nur in der NR-Näherung, das heißt einer schwach veränderlichen Emissionsdichte in der Lethargie, sinnvoll ist. Es soll gezeigt werden, daß die Annahme einer räumlich konstanten Emissionsdichte gleichbedeutend ist mit der Vernachlässigung der globalen Ortsabhängigkeit der effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte, die durch die endliche Größe des Systems auch in einem homogenen Reaktor im Prinzip vorhanden ist.

Dabei ist folgendes zu beachten:

- a) Wie schon in Abschnitt III gezeigt wurde, wird bei der Berechnung von effektiven Gruppenwirkungsquerschnitten die energetische Flußform

$$\bar{\phi}(x,u) = \frac{\phi(x,u)}{\int_{\Delta u} \phi(x,u) du}$$

5.1

benötigt. Diese Funktion ist aber wesentlich schwächer ortsabhängig als die Neutronenflußdichte selbst.

b) Zu untersuchen ist die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an Grenzflächen, die durch die unterschiedliche Konzentration eines Resonanzisotops in den benachbarten Zonen bedingt ist. Dies soll im Rahmen des "f-Faktor"-Formalismus erfolgen. Dies bedeutet, daß die auch im Innern einer homogenen Zone aufgrund der Ortsabhängigkeit der Neutronenflußdichte im Prinzip immer vorhandene Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung vernachlässigt wird. Das ist eine wichtige Annahme des "f-Faktor"-Formalismus.

Die Aussage a) ist insofern bedeutungsvoll, als sie die Kenntnis des räumlichen Verlaufes der Emissionsdichte nicht global verlangt. Um die energetische Flußform an einem bestimmten Ort zu approximieren, ist der absolute Wert der Emissionsdichte an diesem Ort nicht nötig, sondern nur die Kenntnis der Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte in der Umgebung. Eine Approximation der Neutronenflußdichte hingegen verlangt die globale Kenntnis der Emissionsdichte in dem Bereich, in dem die Neutronenflußdichte berechnet werden soll. Das bedeutet aber, daß sich im allgemeinen die energetische Flußform an einem bestimmten Ort mit wesentlich einfacheren Annahmen über die Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte approximativ bestimmen läßt als die Neutronenflußdichte selbst.

Die unter b) gemachte Voraussetzung rechtfertigt die Annahme, die Emissionsdichte in jeder Zone als konstant anzusetzen. Der "f-Faktor"-Formalismus geht für eine endlich dicke Zone unter Vernachlässigung von Randeffekten von der Annahme aus, daß die energetische Flußform $\phi(x,u)$ ortsunabhängig angesetzt und durch die des unendlich ausgedehnten Mediums approximiert werden kann. Streng ist dies nur möglich, wenn die Neutronenflußdichte

$$\phi(x,u) = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x',u) \cdot E_1\{|x-x'| \Sigma_t(u)\} dx' \quad 5.2$$

ortsunabhängig ist, da diese im allgemeinen keine in Ort und Energie separierbare Funktion ist. Dies wiederum verlangt, daß die Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte vernachlässigt werden darf. Dann geht nämlich 5.2 über in

$$\phi(x,u) = \frac{q(u)}{\Sigma_t(u)} = \text{const. in } x \quad 5.3$$

und für die energetische Flußform erhält man

$$\tilde{\phi}(x,u) = \frac{\frac{q(u)}{\Sigma_t(u)}}{\int_{\Delta u} \frac{q(u)}{\Sigma_t(u)} du} = \text{const. in } x \quad 5.4$$

oder für eine einzelne Resonanz

$$\tilde{\phi}(x,u) = \frac{\frac{1}{\Sigma_t(u)}}{\int_{\Delta u} \frac{1}{\Sigma_t(u)} du} = \text{const. in } x \quad 5.5$$

$\tilde{\phi}(x,u) = \text{const. in } x$ ist demnach gleichbedeutend mit $q(x,u) = \text{const. in } x$. Im allgemeinen erfüllt die Emissionsdichte diese Bedingung nicht. Da aber, wie schon weiter oben ausgeführt wurde, die energetische Flußform $\tilde{\phi}(x,u)$ viel schwächer von der Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte abhängt als die Neutronenflußdichte $\phi(x,u)$, stellt $q(x,u) = \text{const. in } x$ bei der Berechnung von $\tilde{\phi}(x,u)$ eine gute Näherung dar, auch wenn $\phi(x,u)$ bzw. $q(x,u)$ eine globale Ortsabhängigkeit aufweisen. Die Vernachlässigung der globalen Ortsabhängigkeit ist aber einewichtige Voraussetzung für die Gültigkeit des "f-Faktor"-Formalismus in homogenen Zonen, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man bedenkt, daß 5.4 bzw. 5.5 die im "f-Faktor"-Formalismus verwendeten Wichtungsfunktionen sind.

Die Annahme einer in jeder Zone konstanten Emissionsdichte bedeutet die Vernachlässigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung, die durch die Ortsabhängigkeit der Neutronenflußdichte aufgrund der endlichen Größe der Zonen, nicht aber durch eine Inhomogenität, wie sie eine Zonengrenze darstellt, zustande kommt.

Der Begriff einer breiten Zone läßt sich nun etwas formaler fassen. Sei

$$\phi^{**}(x,u) = \int_{x-a/2}^{x+a/2} q(x',u) \cdot E_1\{|x-x'| \Sigma_t(u)\} dx' \quad 5.6$$

wobei die Zone der Dicke a homogen ist, so erhält man aus der Forderung

$$\frac{\phi^*(x,u)}{\int_{\Delta u} \phi^*(x,u) du} \approx \frac{\phi(x,u)}{\int_{\Delta u} \phi(x,u) du} \quad 5.7$$

eine Bedingung für die kleinste Zonenbreite a , die eine "breite" Zone haben muß.

In der Nähe einer Grenzfläche ist die Bedingung 5.7 verletzt. Im Ortsverlauf der Emissionsdichte drückt sich dieser Sachverhalt in einer Unstetigkeit an der Grenzfläche aus, da die Neutronenflußdichte selbst stetig sein muß. Nun zeigen die in Abschnitt III hergeleiteten Ergebnisse, daß das Verhältnis der Emissionsdichten der beiden Zonen in die energetische Flußform eingeht. Die Emissionsdichten sind über breite Zonen hinweg im allgemeinen nicht räumlich konstant. Die weiter oben erläuterte Annahme einer räumlich konstanten Emissionsdichte in jeder Zone stößt bei der Berechnung der energetischen Flußform in der Nähe der Grenzfläche auf Schwierigkeiten, da das Verhältnis der Emissionsdichten in den beiden Zonen benötigt wird. Das wirft nun die Frage auf, was unter diesem Quotienten zu verstehen ist. Da das Verhältnis der Emissionsdichten nur in einer kleinen Umgebung der Zonengrenze wesentlich in die energetische Flußform eingeht, ist darunter sicherlich nicht das Verhältnis der über die Zonen gemittelten Emissionsdichten zu verstehen, sondern das Verhältnis der Emissionsdichten an der Zonengrenze. Das läßt sich leicht verdeutlichen, wenn man die Neutronenflußdichte in der Nähe der Grenzfläche betrachtet

$$\begin{aligned} \phi(x,u) &= \int_0^{x+b} q^{(1)}(x',u) E_1\{|x-x'| \Sigma_t^{(1)}(u)\} dx' \\ &+ \int_{x-b}^0 q^{(2)}(x',u) E_1\{|x-x'| \Sigma_t^{(2)}(u)\} dx' \end{aligned} \quad 5.8$$

(Grenzfläche $x=0$)

Daß nur im Intervall $[-x-b, x+b]$ integriert wird, soll ausdrücken, daß nur die Umgebung von x von Bedeutung ist. x sei positiv. $(x-a)$ sei negativ, die Grenzfläche befinde sich bei $x=0$. Wäre Medium (2) identisch mit Medium (1) so wäre auch

$$q^{(2)}(x,u) = q^{(1)}(x,u) \quad \text{für } x=0 \quad 5.9$$

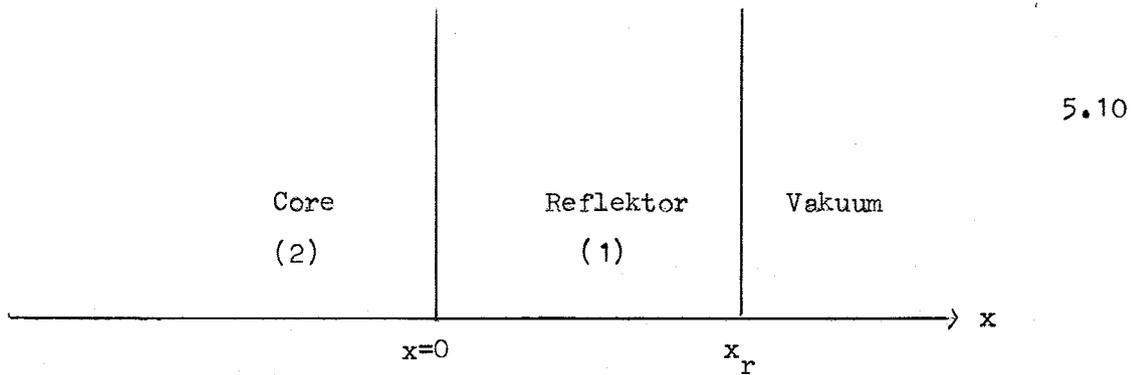
ansonsten aber ortsabhängig. Insbesondere wären die über die Zonen gemittelten Emissionsdichten verschieden. Andererseits stellt aber 5.8 ein räumlich homogenes Problem dar, wenn die beiden Zonen gleich sind. Die Vernachlässigung der globalen Ortsabhängigkeit der Emissionsdichte, die dem "f-Faktor"-Formalismus für das homogene Medium zugrunde liegt, verbietet aber Sprungstellen der zonengemittelten Emissionsdichte an Grenzflächen zwischen Zonen identischer Materialzusammensetzung. Daraus folgt, daß im Falle unterschiedlicher Zonen der Quotient der Emissionsdichten an den Zonengrenzen in die energetische Flußform $\hat{\phi}(x,u)$ eingeht. Andernfalls käme man zu einem Widerspruch.

Es wurde in 5.6 und 5.7 der Begriff einer breiten Zone formal gefaßt. Für praktische Zwecke nützt das wenig. Man kann aber dieser Bedingung eine praktische Bedeutung geben, wenn man sie auf die Ergebnisse von Abschnitt III überträgt. Sie besagt dann nämlich folgendes: Eine Zone kann als breit angesehen werden, wenn es in ihr Bereiche gibt, in denen der Ortskorrekturfaktor 3.18 gleich eins wird. Man hat damit eine einfache Möglichkeit festzustellen, ob der in Abschnitt III und Abschnitt IV hergeleitete Formalismus anwendbar ist. Dazu muß noch gesagt werden, daß dieses Kriterium energieabhängig ist, da die Ortskorrekturfaktoren von Energiegruppe zu Energiegruppe verschieden sind.

V.2. Die Anwendung auf schmale Zonen

Es gibt eine Reihe von Reaktorkonfigurationen in denen schmale nicht periodisch angeordnete Zonen auftreten, die Resonanzisotope enthalten. Gedacht ist dabei vor allem an reflektierte Systeme, wobei der Reflektor aus einer oder mehreren Zonen besteht. Zwei besonders wichtige Fälle lassen sich durch den in Abschnitt III und Abschnitt IV hergeleiteten Formalismus beschreiben.

a) Der dünne homogene Reflektor.



Der Reflektor sei homogen und enthalte Resonanzisotope. Häufig besteht der Reflektor nur aus einem einzigen Resonanzisotop. Falls das Core das Reflektormaterial ebenfalls enthält, so wird im Core Homogenität angenommen. Enthält das Core das Resonanzisotop des Reflektors nicht, so kann das Core auch heterogen sein, wenn man sich auf die Untersuchung des Reflektors beschränkt. Ist der Reflektor so dünn, daß es keinen Bereich gibt, in dem der Ortskorrekturfaktor gleich eins ist, so kann die Ortskorrektur an der Core-Reflektor bzw. an der Reflektor-Vakuum Grenzfläche nicht mehr durch 3.18 bzw. 3.19 getrennt behandelt werden. Für die Neutronenflußdichte im Reflektor erhält man unter Zugrundelegung von 5.10 und 3.8

$$\phi(x,u) = \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} + \left(\frac{q^{(2)}(u)}{2\Sigma_t^{(2)}(u)} - \frac{q^{(1)}(u)}{2\Sigma_t^{(1)}(u)} \right) \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\}$$

5.11

$$- \frac{q^{(1)}(u)}{2\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot (x_r - x)\}$$

für $0 < x < x_r$

Über die Emissionsdichte wurden dieselben Annahmen gemacht wie in Abschnitt III. Die Begründung für diese Annahmen ist dieselbe wie die für breite Zonen. Benützt man 5.11 als Wichtungsfunktion zur Berechnung des effektiven Wirkungsquerschnittes und des Ortskorrekturfaktors, so erhält man analog zu Abschnitt III

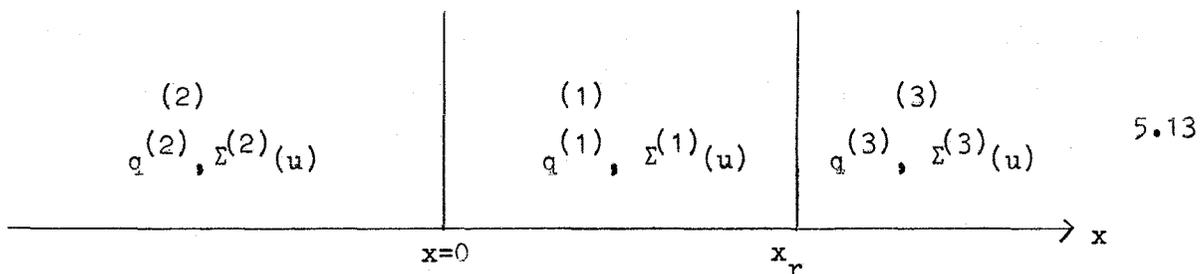
$$r_{z,g}^{(1)}(x) = \frac{1 - r_{z,g}^{(1,1)}(x) + r_{z,g}^{(1,2)}(x) - r_{z,g}^{(1,1)}(|x_r - x|)}{1 - b_g^{(1,1)}(x) + b_g^{(1,2)}(x) - b_g^{(1,1)}(|x_r - x|)} \quad 5.12$$

x_r = Reflektordicke

5.12 enthält im Falle eines breiten Reflektors 3.18 und 3.19 als Grenzfälle.

Für $x_r \gg x > 0$ erhält man 3.18, den Ortskorrekturfaktor für die Reflektor-Core-Grenzfläche, und für $0 < x < x_r$ erhält man 3.19, den Ortskorrekturfaktor gegen Vakuum. Der in $r_{z,g}^{(1,2)}$ und $b_g^{(1,2)}$ auftretende Quotient der Emissionsdichten von Core und Reflektor ist an der Core-Reflektor-Grenzfläche zu nehmen.

b) Eine dünne Zone aus einem Resonanzmaterial in einer homogenen Umgebung



Für die Neutronenflußdichte in der Zone (1) erhält man mit 5.10 und 3.8

$$\begin{aligned} \phi(x,u) = & \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} - \frac{1}{2} \frac{q^{(1)}(u)}{\Sigma_t^{(1)}(u)} \cdot \left[E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} + E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot (x_r - x)\} \right] \\ & + \frac{1}{2} \frac{q^{(2)}(u)}{\Sigma_t^{(2)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot x\} + \frac{1}{2} \frac{q^{(3)}(u)}{\Sigma_t^{(3)}(u)} \cdot E_2\{\Sigma_t^{(1)}(u) \cdot (x_r - x)\} \end{aligned} \quad 5.14$$

Die Emissionsdichte wurde als räumlich konstant in jeder Zone angenommen. Verwendet man 5.14 als Wichtungsfunktion in 3.7, so erhält man für den Ortskorrekturfaktor in Zone (1)

$$r_{g,z,g}^{(1)}(x) = \frac{1 - r_{a,z,g}^{(1,1)}(x) + r_{a,z,g}^{(1,2)}(x) - r_{a,z,g}^{(1,1)}(x_r - x) + r_{a,z,g}^{(1,3)}(x_r - x)}{1 - b_g^{(1,1)}(x) + b_g^{(1,2)}(x) - b_g^{(1,1)}(x_r - x) + b_g^{(1,3)}(x_r - x)} \quad 5.15$$

wobei die $r_{a,z,g}$ und b_g definiert sind durch 3.17, 4.40, 4.41, 4.42, 4.43.

Die im Ortskorrekturfaktor auftretenden Verhältnisse der Emissionsdichten $q_g^{(2)}/q_g^{(1)}$ und $q_g^{(3)}/q_g^{(1)}$ sind an den entsprechenden Grenzflächen zu nehmen.

Der Ortskorrekturfaktor 5.15 läßt sich für die Zone (1) auch dann anwenden, wenn die benachbarten Gebiete aus verschiedenen Zonen zusammengesetzt sind, falls das in Zone (1) enthaltene Resonanzisotop in den Nachbarzonen nicht vorkommt. Jedenfalls muß der Abstand zwischen zwei Zonen mit dem Resonanzisotop der Zone (1) so groß sein, daß eine gegenseitige Beeinflussung nicht berücksichtigt werden muß. Als praktisches Beispiel sei der Fall eines reflektierten Systems genannt, dessen Reflektor aus mehreren homogenen Zonen besteht, die jeweils nur ein Resonanzmaterial enthalten

Core (I)	Fe (II)	Al (III)	Vakuum
-------------	------------	-------------	--------

5.16

In diesem Falle wäre der Ortskorrekturfaktor für Zone (II) nach 5.15 und für Zone (III) nach 5.12 zu bestimmen.

VI. NUMERISCHE ERGEBNISSE - TEIL 1

Für einzelne Resonanzen werden totalnumerische Ortskorrekturfaktoren für verschiedene Mischungen berechnet und die Ergebnisse diskutiert. Durch Vergleich mit den totalnumerischen Ergebnissen wird die Güte der rationalen Näherung des Exponentialintegrals $1-E_2(\tau) = \sum_1^i \frac{\alpha_i \tau}{\beta_i + \tau}$ mit zwei Entwicklungsgliedern und einer Interpolationsformel für den f-Faktor in Abhängigkeit von σ_0 untersucht.

VI.1. Eine Zusammenstellung der Rechenbeispiele zur ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmung

Es wird der Verlauf des ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmfaktors

$$r_{f_{\gamma,g}}(x) = r_{f_{\gamma,g}} \cdot r_{g_{\gamma,g}}(x) \quad 6.1$$

an der Grenzfläche zweier Halbebenen verschiedener Isotopenzusammensetzung untersucht. Mischung (2) nimmt die linke Halbebene ein, Mischung (1) die rechte Halbebene. Der Resonanzselbstabschirmfaktor ist in der linken Halbebene über der mittleren freien Weglänge der Mischung (2) bei unendlicher Ausdehnung aufgetragen, in der rechten Halbebene über der mittleren freien Weglänge der Mischung (1).

Die Mischungen enthalten zwei Isotope. Isotop I ist ein Resonanzisotop, angenommen wird metallisches U238, Isotop II sei resonanzfrei und ein reiner Streuer, was keine Einschränkung der Allgemeinheit bedeutet. Es wird eine Teilchendichte gewählt, die der von Eisen entspricht. Die Resultate sind in den Abb. 2 bis Abb. 17 dargestellt.

Über die Emissionsdichten in beiden Halbräumen wird für Abb. 1 - Abb. 16 die Annahme einer räumlich konstanten Neutronenflußdichte an der Grenzfläche für Energien außerhalb der Resonanz gemacht. Diese Annahme ist in 3.38 formuliert.

Es wurden für zwei verschiedene Resonanzen und für mehrere Mischungszusammensetzungen Rechnungen durchgeführt.

		Res I	Res II
Isotop I	E_r	1000.3 eV	21.0 eV
	Γ_γ	24.8 meV	25.6 meV
	Γ_n	1.3 meV	8.9 meV
	Γ	26.1 meV	34.5 meV
	l	0	0
	σ_P	10.6 barn	10.6 barn
	A	238	238
Isotop II	σ_P	11.7 barn	11.7 barn

Tab. 1: Resonanzparameter

Fall	Mischung (1)	Mischung (2)
A	80 Vol % Isotop I 20 Vol % Isotop II	20 Vol % Isotop I 80 Vol % Isotop II
B	100 Vol % Isotop I	100 Vol % Isotop II
C	80 Vol % Isotop I 20 Vol % Isotop II	Vakuum

Tab. 2: Mischungszusammensetzungen

Mischung	Resonanzparameter	$\sigma_o^{(1)}$ $\sigma_o^{(2)}$ [barn]	$f_{\gamma, \beta}^{(1)}$ $f_{\gamma, \beta}^{(2)}$	$\Sigma_{t, g}^{(1)}$ $\Sigma_{t, g}^{(2)}$ [cm ⁻¹]	Abb.
A	Res I	5.52 88.36	0.395 0.745	0.650 0.697	2,3,4
B	Res I	0.0 ∞	0.327 1.0	0.540 1.065	5,6,7
C	Res I	5.52 -	0.395 -	0.650 -	8,9,10
A	Res II	5.52 88.36	0.0368 0.0726	1.221 1.267	11,12,13
C	Res II	5.52 -	0.0368 -	1.221 -	14,15,16
A	Res I	5.52 88.36	0.395 0.745	0.650 0.697	17

Tab. 3

In allen Beispielen wurde die Breite der Energiegruppe festgelegt durch

$$E_{\max} = E_r + 50.\Gamma$$

$$E_{\min} = E_r - 50.\Gamma$$

VI.2. Der ortsabhängige f-Faktor für eine einzelne Resonanz

In den Abb. 2, Abb. 5 und Abb. 11 ist für den Fall einer unterschiedlichen Konzentration des Resonanzisotops in den beiden Halbräumen für zwei verschiedene Resonanzen der ortsabhängige f-Faktor für die Transport- und die Diffusionsnäherung aufgetragen. Die dabei zu berechnenden Integrale über das betrachtete Energieintervall wurden totalnumerisch ausgeführt. Es sind dies die Integralausdrücke 3.17. Für die Diffusionsnäherung tritt dabei an die Stelle von $E_2\{\tau\}$ der Ausdruck $\exp\{-\sqrt{3} \tau\}$.

Ein Vergleich von Abb. 2 und Abb. 11 zeigt, daß der Grad der Resonanzselbstabschirmung großen Einfluß auf den räumlichen Verlauf des ortsabhängigen f-Faktors hat. Die Mischungsverhältnisse sind in beiden Fällen dieselben, die untersuchte Resonanz ist aber in Abb. 2 wesentlich kleiner als in Abb. 11. Im ersten Fall ist das Verhältnis des Spitzenquerschnittes zum Potentialquerschnitt $\sigma_{\max}/\sigma_P = 7.4$, während im zweiten Fall dieser Quotient $1.5 \cdot 10^3$ beträgt. Entsprechend ist die Resonanzselbstabschirmung im ersten Fall wesentlich geringer als im zweiten. Man kann aus den Abbildungen entnehmen, daß der Ortsverlauf des f-Faktors umso flacher ist, je schwächer die Resonanzselbstabschirmung in den beiden Medien ist. In Abb. 11 tritt auch das "Überschwingen" des ortsabhängigen f-Faktors über bzw. unter die asymptotischen Werte auf, wie es schon in Abschnitt III behandelt wurde. Das Verhältnis $\sigma_{\max}/\sigma_P = 1.5 \cdot 10^3$ ist für diesen Fall sehr groß.

In Abb. 5 ist der Verlauf des ortsabhängigen f-Faktors für den Fall dargestellt, daß in Medium (2) das Resonanzisotop nicht enthalten ist. Der f-Faktor nimmt an der Grenzfläche nicht den Wert eins an, sondern liegt zwischen eins und dem asymptotischen Wert. Der f-Faktor in Medium (2) gibt den räumlichen Verlauf der Resonanzselbstabschirmung für den Fall unendlicher Verdünnung an. Es stellt dies den Grenzfall dafür dar, daß das Resonanzisotop in Medium (2) in verschwindender Konzentration vorhanden ist. Er beschreibt auch die energetische Resonanzselbstabschirmung, die in einer sehr dünnen Folie, bestehend aus dem Resonanzisotop, in Medium (2) aufgrund der Anwesenheit des Resonanzisotops in Medium (1) erfolgt. Daß der f-Faktor an der Grenzfläche nicht eins wird, kommt daher, daß die Neutronenflußdichte an der Grenzfläche zum Teil durch die Resonanzstruktur in Mischung (1) bestimmt wird.

In Abb. 8 und Abb. 14 ist der Verlauf des ortsabhängigen f -Faktors an der Grenzfläche gegen Vakuum dargestellt. Beide Kurven zeigen den in Abschnitt III diskutierten typischen Verlauf. Man kann auch hier feststellen, daß im Falle der größeren Resonanz der Anstieg an der Grenzfläche steiler erfolgt als im Falle der kleineren Resonanz.

Ein Vergleich zwischen der Transportlösung und der Diffusionsnäherung zeigt, daß die Diffusionsnäherung durchweg einen flacheren Verlauf voraussagt. Die Diffusionsnäherung stellt an Zonengrenzen eine grobe Näherung der Transportlösung dar, da sie nur die beiden ersten Momente einer Legendreentwicklung der winkelabhängigen Neutronenflußdichte berücksichtigt. Die Vernachlässigung höherer Momente hat aber zur Folge, daß das nullte Moment - dies entspricht der winkelunabhängigen Neutronenflußdichte - wegen seiner Verkopplung mit höheren Momenten in einer Diffusionsnäherung nur approximativ beschrieben wird.

VI.3. Eine rationale Näherung mit zwei Gliedern

Um den aus der rationalen Näherung 4.3 hergeleiteten Formalismus für den Ortskorrekturfaktor wirkungsvoll einsetzen zu können, ist es wichtig, mit möglichst wenig Entwicklungsgliedern auszukommen.

Im wesentlichen handelt es sich um eine Berechnung von Integralen der Form

$$I = \int_{\Delta u} y(u) E_2 \{ \Sigma_t(u) \cdot x \} du \quad 6.2$$

wie sie in Abschnitt IV, 4.1, 4.2 aufgeführt sind.

Soll dieses Integral approximiert werden durch bekannte Integrale über demselben Integrationsintervall, so muß eine Näherung des Exponentialintegrals über dem gesamten Abszissenbereich, der bei der Integration überstrichen wird, genügend genau sein. Setzt man

$$\tau = \Sigma_t(u) \cdot x \quad 6.3$$

so variiert τ im Integrationsintervall zwischen

$$\Sigma_{t,\min}(u) \leq \tau/x \leq \Sigma_{t,\max}(u) \quad 6.4$$

Dieser Bereich ist für jedes x verschieden.

Da man aber nicht für jedes x eine eigene Approximation durchführen will, ist eine schärfere Forderung aufzustellen.

$$\Sigma_{t,\min} \cdot x_{\min} \leq \tau \leq \Sigma_{t,\max} \cdot x_{\max} \quad 6.5$$

x_{\min} ist durch die kleinste Schrittweite an der Grenzfläche gegeben, die zur Beschreibung des Ortsverlaufes des Ortskorrekturfaktors benötigt wird.

An der Grenzfläche $x=0$ selbst ist eine Approximation nicht erforderlich.

x_{\max} ist der Abstand von der Grenzfläche, in dem die energetische Resonanzselbstabschirmung praktisch ihren asymptotischen Wert erreicht hat.

Aus der Forderung 6.5 kann man entnehmen, daß Anforderungen an die Güte der rationalen Approximation umso härter sind, je größer das Verhältnis $\Sigma_{t,\max}/\Sigma_{t,\min}$ ist, das heißt aber, je höher eine Resonanz ist, wenn der Integrationsbereich sich gerade über eine Resonanz erstreckt. Die Güte der Näherung läßt sich am besten an einzelnen hohen Resonanzen prüfen.

In Abb. 1 ist das Exponentialintegral und eine rationale Näherung der Form 4.3 mit zwei Gliedern wiedergegeben.

$$1 - E_2\{\tau\} \approx \frac{\alpha_1 \cdot \tau}{\beta_1 + \tau} + \frac{(1 - \alpha_1)\tau}{\beta_2 + \tau} \quad 6.6$$

mit den Werten

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1.260578 & \beta_1 &= 0.3639478 \\ \beta_2 &= 2.60162 \end{aligned} \quad 6.7$$

Diese Werte wurden aus einer diskreten Approximation im Sinne der kleinsten Quadrate gewonnen. Verwendet wurde das Fortranprogramm TAYLØR [14] 7.

Die rationale Näherung mit den obigen Koeffizienten ist für Argumente $\tau > 0.1$ genauer als 2.5% für jedes τ . Für kleinere Argumente werden die Abweichungen größer. Dies ist nicht kritisch, da an der Grenzfläche selbst der Ortskorrekturfaktor exakt bestimmt werden kann, und die Schrittweite im Ort zur Beschreibung der Ortsgenauigkeit des Ortskorrekturfaktors im allgemeinen so groß gewählt werden darf, daß $\Sigma_{t,\min}(u) \cdot x_{\min} \approx 0.1$. In den Abb. 3, Abb. 6, Abb. 9, Abb. 12 und Abb. 15 ist der ortsabhängige f-Faktor unter Verwendung der rationalen Näherung 6.6, 6.7, dargestellt. Dabei wurde auf zweierlei Art verfahren. Die "rationale Näherung (I)" ist eine totalnumerische Berechnung der Transportlösung 3.17, 3.18, wobei des Exponentialintegral bzw. $1-E_2(\tau)$ approximiert wird durch den rationalen Ausdruck 6.6, 6.7. Die "rationale Näherung (II)" stellt die aus der rationalen Näherung 4.3 abgeleitete Lösung 4.39 - 4.45 dar. Die in dieser Darstellung benötigten f-Faktoren des unendlich ausgedehnten Mediums wurden für alle σ_0 -Werte totalnumerisch integriert.

Die rationalen Näherungen (I) und (II) müssen identisch sein, wenn der aus der rationalen Näherung 4.3 abgeleitete Formalismus richtig ist. Dies ist auch in allen oben genannten Fällen erfüllt.

Der Vergleich mit der exakten Transportlösung ist sehr befriedigend, wie man ebenfalls aus den obengenannten Abbildungen entnehmen kann. Selbst für $\Sigma_t \cdot x < 0.1$ erzielt man sehr gute Übereinstimmung. Auch für den Fall der sehr großen Resonanz Abb. 12, Abb. 15 ist die Übereinstimmung sehr gut. Man kann daraus den Schluß ziehen, daß eine rationale Approximation mit zwei Gliedern für das Exponentialintegral eine ausreichende Approximation des Ortskorrekturfaktors erlaubt.

VI.4. Eine Integrationsformel zur einfachen Berechnung der f-Faktoren in Abhängigkeit von σ_0 aus wenigen Stützwerten

Wie schon in Abschnitt IV erwähnt wurde, wird der auf der rationalen Näherung des Exponentialintegrals beruhende Formalismus für Reaktorberechnungen erst praktikabel, wenn es gelingt, die f-Faktoren des unendlich ausgedehnten Mediums in Abhängigkeit von σ_0 aus wenigen Stützwerten genügend genau zu interpolieren. Eine Zwei-Punkt-Interpolationsformel [15] erlaubt im allgemeinen eine recht gute Interpolation der f-Faktoren aus den Tabellen von Gruppenkonstantensätzen. Der Nachteil dieser Interpolationsformel ist

aber, daß sie nur stückweise erfolgt. Um den Ortskorrekturfaktor 4.39 an Orte x berechnen zu können, benötigt man die f -Faktoren für zwei unter Umständen stark voneinander abweichende σ_0 -Werte. Da die f -Faktoren zu verschiedenen σ_0 -Werten in Ausdrücken auftreten, die voneinander subtrahiert werden, ist es aus numerischen Gründen notwendig, für ein vorgegebenes x für beide dabei auftretende σ_0 -Werte dieselbe Interpolation zu verwenden. Um den numerischen Aufwand klein zu halten, wird $f(\sigma_0)$ über den gesamten σ_0 -Bereich durch eine einzige Interpolationsformel approximiert. Es wurde die von E. Kiefhaber und K. Ott [15] angegebene Interpolationsformel

$$f(\sigma_0) = \sqrt{\frac{a+\sigma_0}{b+\sigma_0}} \quad 6.8$$

erweitert auf

$$f(\sigma_0) = \sqrt{\frac{a_1+a_2 \cdot \sigma_0+\sigma_0^2}{a_3+a_4 \cdot \sigma_0+\sigma_0^2}} \quad 6.9$$

Als Stützstellen werden gewählt

$$\sigma_0 = 0; \sigma_0 = 10; \sigma_0 = 100; \sigma_0 = 1000; \quad 6.10$$

da dies üblicherweise die Stützstellen in den Karlsruher Gruppenkonstantensätzen sind.

An einer großen Zahl numerischer Beispiele erwies sich die Interpolationsformel 6.9 mit den in 6.10 angegebenen Stützwerten im gesamten σ_0 -Bereich genauer als die Interpolationsformel 6.8 mit stückweiser Interpolation, von wenigen Ausnahmen abgesehen. Formel 6.9 ist nämlich nur dann sinnvoll, falls

$$a_1 \geq 0; a_2 \geq 0; a_3 \geq 0, a_4 \geq 0. \quad 6.11$$

Diese Bedingung war für alle Fälle, in denen f -Faktoren einer einzelnen Resonanz interpoliert wurden, erfüllt. Bei der Interpolation von f -Faktoren aus Tabellen von 26-Gruppenkonstantensätzen war Bedingung 6.10 in einigen wenigen Fällen nicht erfüllt. Meist genügt dann aber 6.8 mit einem einzigen geeigneten Wertepaar (a,b) für den gesamten σ_0 -Bereich.

In den Abb. 4, Abb. 7, Abb. 10, Abb. 13 und Abb. 16 ist der ortsabhängige f-Faktor aufgetragen, wie er sich aus der rationalen Näherung mit interpolierten f-Faktoren des unendlich ausgedehnten Mediums ergibt. Die ortsunabhängigen f-Faktoren wurden für die in 6.10 angegebenen σ_0 -Werte totalnumerisch berechnet. Verwendet wurde Interpolationsformel 6.9. Ein Vergleich mit der exakten Transportlösung zeigt wieder, daß auch mit interpolierten f-Faktoren eine sehr gute Übereinstimmung erreicht werden kann. Dies ist wichtig im Hinblick auf eine Anwendung bei Reaktorberechnungen, da damit die f-Faktorinformation bestehender Gruppenkonstantensätze [37], [47] zur Berechnung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung herangezogen werden kann.

VI.5. Die Abhängigkeit der ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmung von dem Verhältnis der Emissionsdichten an der Grenzfläche

Alle bisherigen Resultate für den ortsabhängigen f-Faktor wurden unter der Annahme einer außerhalb der Resonanz räumlich konstanten Neutronenflußdichte gewonnen. In Abb. 17 ist die Abhängigkeit des ortsabhängigen f-Faktors vom Verhältnis der Emissionsdichten an der Grenzfläche dargestellt. Es werden folgende Emissionsdichteverhältnisse verglichen

$$(a) \frac{q(1)}{q(2)} = \frac{\Sigma_P(1)}{\Sigma_P(2)} = 0.6517$$

Dies ist der Fall $\phi(x,u) = \text{const.}$ in x außerhalb der Resonanz

$$(b) \frac{q(1)}{q(2)} = \frac{3 \cdot \Sigma_P(1)}{2 \cdot \Sigma_P(2)}$$

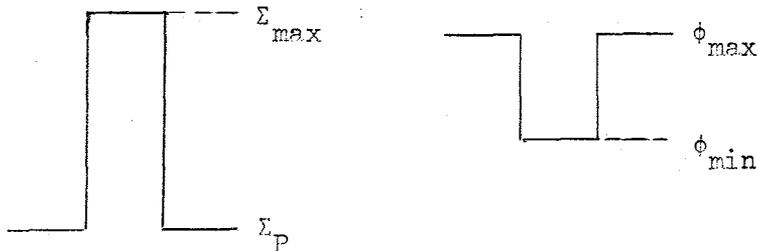
$$(c) \frac{q(1)}{q(2)} = \frac{2 \cdot \Sigma_P(1)}{\Sigma_P(2)}$$

$$(d) \frac{q(1)}{q(2)} = \frac{2 \cdot \Sigma_P(1)}{3 \cdot \Sigma_P(2)}$$

$$(e) \frac{q(1)}{q(2)} = \frac{\Sigma_P(1)}{2 \cdot \Sigma_P(2)}$$

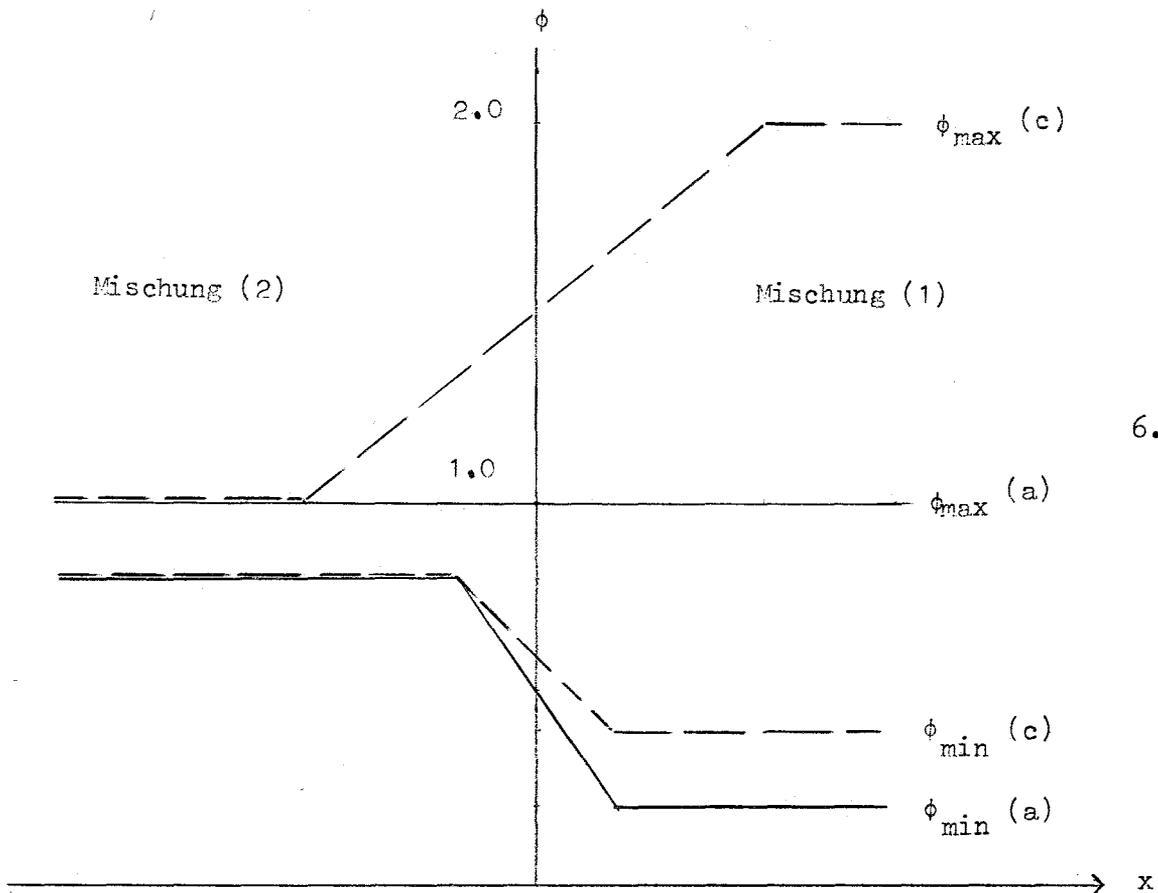
6.12

Der in Abb. 17 dargestellte Verlauf des ortsabhängigen f-Faktors in Abhängigkeit von verschiedenen Emissionsdichteverhältnissen läßt sich an einem vereinfachten Modell qualitativ darstellen. Die Resonanz habe Rechteckgestalt, entsprechend auch das Neutronenspektrum.



6.13

In diesem Falle ist das Verhältnis ϕ_{max}/ϕ_{min} ein direktes Maß für den Grad der Resonanzselbstabschirmung. Großes ϕ_{max}/ϕ_{min} bedeutet starke, kleines ϕ_{max}/ϕ_{min} schwache Resonanzselbstabschirmung.



6.14

In 6.14 sind Fall a) und Fall c) schematisch dargestellt. Natürlich ist im nicht asymptotischen Bereich der Verlauf der Neutronenflußdichte nicht linear sondern bestimmt durch das Exponentialintegral $E_2\{\Sigma \cdot x\}$. Was aber auch der angenommene lineare Verlauf richtig wiedergibt, ist der Wert der Neutronenflußdichte an der Grenzfläche und ferner die Tatsache, daß die Neutronenflußdichte in der Resonanz in geringerem Abstand von der Grenzfläche den asymptotischen Wert annimmt als die Neutronenflußdichte außerhalb der Resonanz. Dies ist durch die wesentlich kleinere mittlere freie Weglänge für Neutronen innerhalb der Resonanz als für solche außerhalb bedingt. In 6.14 ist folgender Fall skizziert: Die Neutronenflußdichte außerhalb der Resonanz in Fall a) ist eins gesetzt. Ferner ist $\phi_{\max}^{(a)}/\phi_{\min}^{(a)}$ in Mischung (1) größer als in Mischung (2), die Resonanzselbstabschirmung ist in Mischung (1) größer als in Mischung (2). Dies entspricht auch den Verhältnissen in Abb. 17. Aus 6.14 kann man nun folgende qualitative Aussage machen: Da die Neutronenflußdichte außerhalb der Resonanz in einen größeren Bereich vom asymptotischen Verhalten abweicht als in der Resonanz ist in Mischung (2) $\phi_{\max}^{(c)}/\phi_{\min}^{(c)} > \phi_{\max}^{(a)}/\phi_{\min}^{(a)}$ mit Ausnahme des asymptotischen Gebietes von ϕ_{\max} und ϕ_{\min} , in dem $\phi_{\max}^{(c)}/\phi_{\min}^{(c)} = \phi_{\max}^{(a)}/\phi_{\min}^{(a)}$. Die Resonanzselbstabschirmung in Mischung (2) verstärkt sich, wenn das Gewicht von Mischung (1) durch Vergrößerung der Emissionsdichte in Mischung (1) vergrößert wird, vorausgesetzt, die Resonanzselbstabschirmung in Mischung (1) sei größer als in Mischung (2).

In Mischung (1) gilt in der Nähe der Grenzfläche noch $\phi_{\max}^{(c)}/\phi_{\min}^{(c)} > \phi_{\max}^{(a)}/\phi_{\min}^{(a)}$. Man sieht aber, daß ab einer gewissen Entfernung von der Grenzfläche $\phi_{\max}^{(c)}/\phi_{\min}^{(c)} < \phi_{\max}^{(a)}/\phi_{\min}^{(a)}$. Dies kommt wieder dadurch zustande, daß die Neutronenflußdichte außerhalb der Resonanz langsamer dem asymptotischen Wert entgegenstrebt als derjenige innerhalb der Resonanz.

Die Resonanzselbstabschirmung nimmt demnach nicht im ganzen Bereich der Mischung (1) zu, wenn die Emissionsdichte in Mischung (1) gegenüber derjenigen von Mischung (2) zunimmt.

VII. NUMERISCHE ERGEBNISSE - TEIL 2

Für eine schnelle Nullenergieanordnung und für eine nickelreflektierte Urankugel wird der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung auf wichtige Reaktorparameter untersucht.

VII.1. Eine nickelreflektierte Urankugel. Der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung im Reflektor auf die Kritikalität.

Es wird eine nickelreflektierte Urankugel untersucht, die für die Auslegung eines gepulsten Reaktors von Interesse ist.

Radius der Urankugel = 7,244 cm

Dicke des Nickelreflektors = 4,94 cm

Die Teilchendichten sind

im Core: $N(\text{U235}) = 0.04416 \cdot 10^{24} \text{ cm}^{-3}$
 $N(\text{U238}) = 0.002919 \cdot 10^{24} \text{ cm}^{-3}$

im Reflektor: $N(\text{Ni}) = 0.0913 \cdot 10^{24} \text{ cm}^{-3}$

Dieses System zeichnet sich durch ein sehr hartes Spektrum aus, so daß die Resonanzstruktur der Wirkungsquerschnitte von Nickel im höheren KeV- und MeV-Bereich starken Einfluß auf die Reflexionseigenschaften haben. Im Rahmen des üblicherweise benutzten "f-Faktor"-Formalismus wird eine im ganzen Reflektor räumlich konstante Resonanzselbstabschirmung angenommen, die dem "Eigenspektrum" von Nickel entspricht. Dabei werden zwei Tatsachen außer acht gelassen. Erstens der Einfluß von Core-Reflektor- und Reflektor-Vakuum-Grenzfläche und zweitens die endliche Dicke des Reflektors. Von welcher Bedeutung die richtige Behandlung der Resonanzselbstabschirmung für das vorliegende System ist, zeigen Rechnungen von K. Scharmer [87]. Zugrundegelegt ist der 26-Gruppenkonstantensatz MØXTØT [167] und S_n -Rechnungen mit dem Programm DTK [187] der Karlsruher Version von DTF IV [197]. Eine völlige Vernachlässigung der energetischen Resonanzselbstabschirmung führt zu einem um 1.45% größeren k_{eff} als bei völliger Resonanzselbstabschirmung im gesamten Reflektor. Es sind dies die beiden Extremfälle, die Wirklichkeit liegt dazwischen.

Der Mechanismus ist der folgende: Die Neutronen, welche aus dem Innern des Cores in den Reflektor gestreut werden, enthalten in ihrer Energieverteilung keine Information über die Resonanzstruktur von Nickel. Sie tragen deshalb nicht zur energetischen Resonanzselbstabschirmung bei. Dies bedeutet aber eine geringere Resonanzselbstabschirmung am Reflektorrand als im Reflektorinnern. Das wiederum hat zur Folge, daß die Zahl der Neutronenstöße in Corenähe größer ist, als im Falle völliger Resonanzselbstabschirmung im gesamten Reflektor. Damit erhöht sich aber auch die Zahl der in das Core zurückgestreuten Neutronen. Der Reflektor ist weniger transparent. Wie in Abschnitt III gezeigt, gilt ähnliches auch in der Nähe des Reflektorrandes gegen Vakuum. Auch in der Nähe des Reflektor-Vakuum-Randes ist die Stoßrate größer als im Falle einer räumlich konstanten Resonanzselbstabschirmung unter Vernachlässigung der Randeffekte. Dieser Verringerung der energetischen Resonanzselbstabschirmung dadurch Rechnung zu tragen, daß man sie ganz vernachlässigt, führt zu einer Überschätzung des Effektes, selbst bei dünnen Reflektoren. Auch unmittelbar an der Grenzfläche, an der die energetische Resonanzselbstabschirmung am schwächsten ist, ist sie doch nicht zu vernachlässigen, da die Neutronenflußdichte auch an der Grenzfläche sowohl durch Neutronen aus dem Core als auch aus dem Reflektor bestimmt ist. Je dünner allerdings der Reflektor ist, umso stärker ist der Einfluß des Cores, da immer weniger Neutronen aus dem Reflektor zurückgestreut werden.

Die in den Abschnitten III und V hergeleiteten Ortskorrekturfaktoren ermöglichen eine quantitative Beschreibung der energetischen Resonanzselbstabschirmung für ebene Geometrie. Unter bestimmten Voraussetzungen ist derselbe Formalismus auch auf Kugelgeometrie anwendbar. In Kugelgeometrie gilt folgende Beziehung

$$x \cdot \phi(x, u) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} x' \cdot q(x', u) \cdot E_1 \{ \Sigma |x-x'| \} dx' \quad 7.1$$

wenn $\phi(-x, u) = \phi(x, u)$ [17] 7

$$q(-x, u) = q(x, u)$$

Dies ist formal dieselbe Beziehung wie für ebene Geometrie, nur tritt an die Stelle von $\phi(x,u) \rightarrow x \cdot \phi(x,u)$ und für $q(x,u) \rightarrow x \cdot q(x,u)$.

Für genügend große x kann das Integral über negative x vernachlässigt werden.

Man erhält

$$x \cdot \phi(x,u) = \frac{1}{2} \int_{\epsilon}^{+\infty} x' \cdot q(x',u) \cdot E_1\{\Sigma|x-x'|\} dx' \quad 7.2$$

$\epsilon > 0$

Hält man $x \cdot q(x,u) = \text{const.}$ in x , so erhält man in Kugelgeometrie für $x \cdot \phi(x,u)$ dieselbe Lösung, die man für $\phi(x,u)$ in ebener Geometrie unter der Annahme $q(x,u) = \text{const.}$ in x erhält.

Da aber

$$\frac{x \cdot \phi(x,u)}{\int_{\Delta u} x \cdot (x,u) du} = \frac{\phi(x,u)}{\int_{\Delta u} \phi(x,u) du} \quad 7.3$$

läßt sich der für ebene Geometrie entwickelte Formalismus für den Ortskorrekturfaktor auch auf Kugelgeometrie anwenden.

Für die nickelreflektierte Urankugel kommt man zu folgenden Abschätzungen: Da die Neutronenflußdichte nur im Reflektor berechnet wird, ist $x \geq 7.24$ cm. Die mittleren freien Weglängen im Core bewegen sich für die betrachteten Energiegruppen zwischen 1 cm und 3 cm. 7.2 ist in guter Näherung erfüllt. Die Ergebnisse für ebene Geometrie sind in guter Näherung anwendbar.

Die folgenden Rechnungen wurden mit dem 26-Gruppenkonstantensatz MØXTØT [16] und dem S_n -Programm DTK [18], [19] mit dem Approximationsgrad $n=8$ durchgeführt.

- R_0 : ortsunabhängige Resonanzselbstabschirmung für das unendlich ausgedehnte Medium im Reflektor
- R_1 : Beschreibung der ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmung an Core-Reflektor-Rand durch die Ortskorrekturfaktoren 3.17, 3.18 ohne Berücksichtigung des Reflektor-Vakuum-Randes und der endlichen Dicke des Reflektors (Abkürzende Bezeichnung CR).

- R_2 : Beschreibung der Resonanzselbstabschirmung am Reflektor-Vakuum-Rand durch die Ortskorrekturfaktoren 3.19 ohne Berücksichtigung des Core-Reflektor-Randes und der endlichen Dicke des Reflektors (RV).
- R_3 : Beschreibung der energetischen Resonanzselbstabschirmung im Reflektor an Core-Reflektor- und Reflektor-Vakuum-Rand unter Berücksichtigung der endlichen Reflektordicke durch 5.12 (CRV).
- R_4 : ortsunabhängige Resonanzselbstabschirmung im Reflektor unter Berücksichtigung seiner endlichen Ausdehnung. Dies wird über ein auf der Wigner'schen rationalen Näherung beruhendes Äquivalenzprinzip erreicht [47]

$$\sigma_o^* = \sigma_o + \frac{2}{N \cdot l} \quad 7.4a$$

mit

$$\bar{l} = \frac{4V}{S} \quad 7.4b$$

V = Volumen des Reflektors

S = Oberfläche des Reflektors

(Abkürzende Bezeichnung ROU)

In den Abb. 18, Abb. 19, Abb. 20 sind die Ortskorrekturfaktoren für elastische Streuung in Nickel in drei Energiegruppen, die für den vorliegenden Reaktor besonders wichtig sind, aufgetragen. Diese Korrekturfaktoren wurden durch Interpolation aus den "f-Faktoren" für elastische Streuung in Nickel über den in Abschnitt IV aus einer rationalen Näherung hergeleiteten Formalismus berechnet.

Diese Abbildungen zeigen sehr deutlich, daß sich die Core-Reflektor-Wechselwirkung und die Einflüsse am Reflektor-Vakuumrand überlagern. An keiner Stelle im Reflektor herrscht eine Resonanzselbstabschirmung, die der einer totalen Resonanzselbstabschirmung mit Eigenspektrum entspricht. Die Ortskorrekturfaktoren sind für den Fall, daß sowohl die Core-Reflektor- und Reflektor-Vakuum-Wechselwirkung als auch die endliche Dicke des Reflektors berücksichtigt wird, immer größer als eins. Die energetische Resonanzselbstabschirmung ist im ganzen Reflektor geringer als die dem

unendlich ausgedehnten Medium entsprechende Resonanzselbstabschirmung. Mit diesen Ortskorrekturfaktoren wurden ortsabhängige Gruppenwirkungsquerschnitte berechnet und anschließend S_0 -Rechnungen durchgeführt.

Tab. 1

	CR	RV	CRV	ROU *
Δk	0.0017	0.0013	0.0031	0.0041

In Tabelle 1 sind die Kritikalitätsänderung, die durch die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung zustande kommen, angegeben. Beachtlich ist dabei, daß für dünne Reflektoren, und als solche kann man Reflektoren bezeichnen, in denen sich kein Eigenspektrum mehr ausbildet, die richtige Behandlung der Resonanzselbstabschirmung am Reflektor-Vakuum-Rand von ähnlicher Bedeutung ist wie die Berücksichtigung der Core-Reflektor-Wechselwirkung.

Insgesamt erhält man bei Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der Resonanzselbstabschirmung im Reflektor eine Änderung von k_{eff} um 0.31%. Dies ist deutlich kleiner als die 1.45%, die bei einer völligen Vernachlässigung der Resonanzselbstabschirmung im Reflektor zu erwarten sind. Eine ortsunabhängige Korrektur der energetischen Resonanzselbstabschirmung im Reflektor nach 7.4 stellt eine wesentlich bessere Näherung dar als eine völlige Vernachlässigung der energetischen Resonanzselbstabschirmung.

Die Emissionsdichteverhältnisse an der Core-Reflektor Grenzfläche wurden iterativ bestimmt. Aus einer S_0 -Rechnung mit unkorrigierten Gruppenquerschnitten (Rechnung R_0) wurden Emissionsdichteverhältnisse für die Energiegruppen 5 bis 13 bestimmt, die zur Berechnung von Ortskorrekturfaktoren und korrigierten Gruppenquerschnitten benutzt werden. Aus einer erneuten S_0 -Rechnung wurden verbesserte Emissionsdichteverhältnisse bestimmt. Diese liegen den Rechnungen R_1 (CR) und R_3 (CRV) zugrunde. Eine

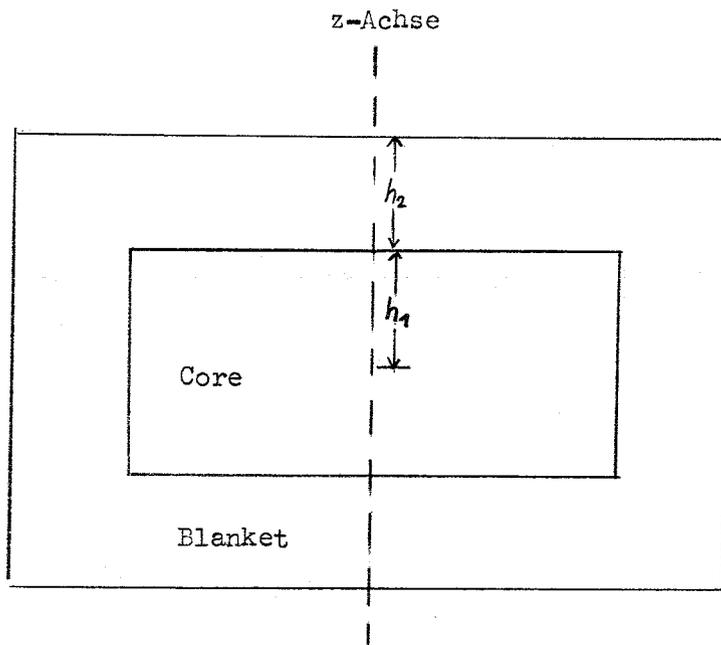
weitere Iteration war in keinem Fall mehr nötig, da sich die Emissionsdichteverhältnisse um weniger als 1% änderten. Das bedeutet aber, daß der relative Fehler in den Ortskorrekturfaktoren wesentlich kleiner als 1% ist.

An Abb. 21 sind die Reaktionsratenverhältnisse, wie man sie aus S_g -Rechnungen erhält, wiedergegeben. Diese zeigen im wesentlichen dasselbe Verhalten wie die Ortskorrekturfaktoren. Die Reaktionsraten sind im ganzen Reflektor größer als die Reaktionsraten im Falle totaler Resonanzselbstabschirmung im ganzen Reflektor. Die Änderung des Neutronenflusses selber bleibt im gesamten Reflektor unter 1%.

VII.2. Die Untersuchung von Spalt- und Absorptionsratentraversen an der Core-Blanket-Grenzfläche in SNEAK-3A2 [67, 207]

SNEAK-3A2 ist eine schnelle Nullenergieanordnung für die Untersuchung dampfgekühlter Brutreaktoren.

Unter Vernachlässigung von Heterogenitäten in Core und Blanket werden die Einfangrate von U-238 und die Spaltrate von U-235 an der Core-Blanket- und an der Blanket-Vakuum-Grenzfläche untersucht. SNEAK-3A2 ist eine zylindrische Anordnung. Die Rechnungen werden eindimensional in Richtung der Zylinderachse durchgeführt.



Die halbe Corehöhe $h_1 = 40.27$ cm

Die Blanketdicke $h_2 = 30.5$ cm

Die Teilchendichten sind in Tab. 2 angegeben.

	Al	C	Cr	Fe	H
Core	129,211	9.217	36.38	121.73	17.719
Blanket	0.0	0.14	11.95	39.55	0.0

	O	Si	Ti	U235	U-238
Core	145.51	1.87	0.394	20.27	81.14
Blanket	0.0	0.46	0.0	1.625	399.414

	Mo	Ni	Mg
Core	0.39	18.424	0.64
Blanket	0.19	9.84	0.0

Tab. 2 Teilchendichten in $10^{20}/\text{cm}^3$

Die Konzentration von U-238 ist im Blanket ungefähr fünfmal so hoch wie im Core. Da der Anteil von U-238 sowohl im Core als auch im Blanket so groß ist, daß eine starke Resonanzselbstabschirmung auftritt, erhält man an der Core-Blanket-Grenzfläche in der mikroskopischen Einfangrate eine starke Unstetigkeit, wenn in Core und Blanket eine räumlich konstante Resonanzselbstabschirmung angenommen wird.

Ähnliches gilt auch für U-235. Da aber die Konzentration gering ist, ist auch die energetische Resonanzselbstabschirmung gering.

In Abb. 22 ist der Ortskorrekturfaktor für Neutroneneinfang an U-238 in zwei Energiegruppen dargestellt. Zugrunde liegt der 26-Gruppensatz MØXTØT /⁻16₇. Ortskorrekturfaktoren wurden für U-235 und U-238 im gesamten Resonanzgebiet der beiden Isotope für Einfang, Spaltung und elastische Streuung bestimmt und anschließend korrigierte Gruppenquerschnitte erstellt. Damit wurden sowohl S_0 - als auch Diffusionsrechnungen durchgeführt. Um die Ortsabhängigkeit der korrigierten Gruppenquerschnitte berücksichtigen zu können, wurden 29 Zonen mit jeweils konstanten Gruppenquerschnitten eingeführt. Mit derselben Zoneneinteilung wurden auch S_0 - und Diffusionsrechnungen mit unkorrigierten Gruppenquerschnitten durchgeführt.

In Abb. 23 ist das Verhältnis der Reaktionsraten für Einfang in U-238 aus den Rechnungen mit korrigierten und unkorrigierten Gruppenquerschnitten aufgetragen. Wiedergegeben ist der Quotient der zonengemittelten Raten.

Die Änderung des Neutronenflusses aufgrund der korrigierten Querschnitte ist vernachlässigbar. Das erklärt auch warum die Ergebnisse der S_0 -Rechnung sehr gut mit denjenigen der Diffusionsrechnung übereinstimmen. Die Reaktionsraten für Spaltung in U-235 ändern sich um weniger als 1%. Das kommt einerseits daher, daß die Resonanzselbstabschirmung gering ist, und andererseits daher, daß in dem Energiebereich, in dem eine merkliche Resonanzselbstabschirmung vorhanden ist, und das ist unterhalb 100 eV, nur ein geringer Teil der Spaltungen stattfindet.

Ein Einfluß auf die Kritikalität konnte nicht festgestellt werden. Die Änderungen in k_{eff} lagen unter 0.5⁰/oo, sowohl für die S_0 - als auch für die Diffusionsrechnungen.

Die Bestimmung der Emissionsdichteverhältnisse zur Berechnung der Ortskorrekturfaktoren wurden iterativ vorgenommen, wie dies schon in Abschnitt VII.2 beschrieben ist. Ein Iterationsschritt war ausreichend.

Den Anlaß zu einer Untersuchung der Einfangrate an U-238 waren Traversenmessungen von B. Böhme und H. Seufert /⁻6₇. Vergleiche zwischen Theorie und Experiment zeigen wegen der in Core und Blanket räumlich konstant angenommenen Resonanzselbstabschirmung große Diskrepanzen an der Core-Blanket-Grenzfläche. In Abb. 24 ist das Verhältnis von mikroskopischer

Reaktionsrate zu Neutronenfluß für den Fall räumlich konstanter Resonanzselbstabschirmung und für den Fall einer korrigierten ortsabhängigen Resonanzselbstabschirmung wiedergegeben. Dargestellt sind die zonengemittelten Werte. Die experimentellen Ergebnisse stammen aus der Arbeit von B. Böhme und H. Seufert [6], [21] und sind bezüglich Heterogenität korrigiert. Sie sind genauer als 2%. Die Normierung der experimentellen Daten auf theoretische Ergebnisse wurde 5,4 cm von der Core-Blanket-Grenzfläche entfernt im Core vorgenommen, da an diesem Ort ein Meßergebnis vorliegt und in dieser Entfernung von der Core-Blanket-Grenzfläche schon asymptotisches Verhalten in den Ortskorrekturfaktoren gegeben ist.

Die punktierte Kurve gibt das Resultat wieder, das man erhält, wenn die energetische Resonanzselbstabschirmung in Core und Blanket räumlich konstant angenommen wird. Die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Core und Blanket bezüglich der Resonanzselbstabschirmung ergibt die ausgezogene Kurve. (Die Unstetigkeit ist nur dadurch bedingt, daß zonengemittelte Größen aufgetragen sind. Der Wert an der Grenzfläche errechnet sich zu 0.252.)

Die experimentellen Ergebnisse weichen noch stark von den errechneten ab. Die Ursache dafür ist die Heterogenität des Cores. An der Core-Blanket-Grenzfläche liegt im Core ein Stahlplättchen von 0.157 cm und anschließend ein Al_2O_3 -Plättchen von 0.314 cm Dicke. Erst dann folgt ein Brennstoffplättchen. Das bedeutet, daß die energetische Resonanzselbstabschirmung an der Core-Blanket-Grenzfläche im Blanket geringer ist als durch eine Homogenisierung des Cores errechnet wird, da im Core über eine Distanz von 0.471 cm kein U238 vorhanden ist. Am Core-Rand ist der Einfluß der U-238-Resonanzen im Core geringer als dies durch eine Homogenisierung des Cores zum Ausdruck kommt.

In den vorliegenden Rechnungen wurde die Heterogenität vernachlässigt. Die Ergebnisse über den räumlichen Verlauf der Reaktionsraten an der Grenzfläche zeigen, daß die Wechselwirkung zwischen Core und Blanket sich über Distanzen erstrecken, die nicht wesentlich größer sind als die Abmessungen der Heterogenitäten. Eine Verschärfung erfährt dieses Problem im vorliegenden Fall dadurch, daß die einzelnen Materialplättchen parallel zur betrachteten Grenzfläche liegen. Die Heterogenität ist in derselben

Richtung vorhanden, in der der räumliche Verlauf der energetischen Resonanzselbstabschirmung untersucht wird. Für SNEAK-3A2 muß die Heterogenität mit berücksichtigt werden.

Immerhin lassen sich aus den Untersuchungen an SNEAK-3A2 einige Schlüsse auf Leistungsreaktoren ziehen. Bei der Untersuchung von Absorptions- und Spaltraten an Core-Blanket-Grenzflächen ist im allgemeinen die Heterogenität zu berücksichtigen. Allerdings stellt sich dieses Problem meist nicht in der scharfen Form wie für die Plättchenanordnung in den kritischen Nullenergieanlagen, so daß durch geeignete Definition der Grenzfläche und geeignete Homogenisierung durchaus Aussagen über einen mittleren Ortsverlauf der Raten gemacht werden können.

Aus den Ergebnissen an SNEAK-3A2 kann man entnehmen, daß ein Einfluß auf die Leistungsverteilung in der Umgebung der Grenzfläche durch die Berücksichtigung der Core-Blanket-Wechselwirkung auf die Resonanzselbstabschirmung in der Spaltrate in U-235 vernachlässigt werden kann. Dazu ist die Anreicherung zu gering und die Verdünnung zu stark. Geht man aber zu höherer Anreicherung und zu einer kompakteren Anordnung über, so bringt dies eine Verhärtung des Neutronenspektrums mit sich. Das bedeutet aber, daß das Resonanzgebiet von U-235 noch unwichtiger wird und damit auch die Resonanzselbstabschirmung.

Eine Rückwirkung auf die Leistungsverteilung ist aber über den Neutroneneinfang in U-238 zu erwarten. Die Änderung der Einfangrate im Grenzgebiet beträgt mehrere Prozent. Dies bewirkt ein lokal verändertes Konversionsverhalten, und damit eine räumlich veränderte Anreicherung von Pu-239. Damit verbunden ist eine Änderung der Leistungsverteilung. Die Konversionsrate ist definiert als

$$KR = \frac{N^{U-238} \cdot R_c^{U-238}}{N^{U-235} \cdot R_f^{U-235} + N^{Pu-239} \cdot R_f^{Pu-239}} \quad 7.5$$

Da der Einfluß der Wechselwirkung zwischen Core und Blanket auf die Resonanzselbstabschirmung für die Spaltraten von U-235 und Pu-239 ver-

nachlässigt werden kann, erhält man

$$\frac{KR_{\text{korr.}}}{KR_{\text{unkorr.}}} \approx \frac{R_{\text{c,korr.}}^{\text{U-238}}}{R_{\text{c,unkorr.}}^{\text{U-238}}} \quad 7.6$$

Bei genügend hohem Abbrand ist die Leistungsverteilung im Blanket größtenteils durch Pu-239 bestimmt, das heißt

$$\frac{LV_{\text{korr.}}}{LV_{\text{unkorr.}}} \approx \frac{N_{\text{korr.}}^{\text{Pu239}}}{N_{\text{unkorr.}}^{\text{Pu239}}} \approx \frac{KR_{\text{korr.}}}{KR_{\text{unkorr.}}} \quad 7.7$$

Aus 7.5, 7.6 und 7.7 folgt in erster Näherung

$$\frac{LV_{\text{korr.}}}{LV_{\text{unkorr.}}} = \frac{R_{\text{c,korr.}}^{\text{U-238}}}{R_{\text{c,unkorr.}}^{\text{U-238}}} \quad 7.8$$

Da aber die Änderungen der Einfangrate von U-238 durch die Änderung der Resonanzselbstabschirmung mehrere Prozent betragen kann, wie die Ergebnisse für SNEAK-3A2 zeigen, muß man an der Core-Blanket-Grenzfläche im Blanket mit einer Erhöhung der Leistungsverteilung in derselben Größenordnung rechnen.

VIII. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird die Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung an der Grenzfläche zweier homogener Mischungen und ihre Auswirkung auf die effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte für ein Resonanzisotop untersucht, das in den beiden Mischungen in unterschiedlicher Konzentration enthalten ist. Neben der grundsätzlichen Klärung des Phänomens wird ein Formalismus entwickelt, der es erlaubt, die ortsabhängigen effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte an der Grenzfläche mit Hilfe der f-Faktoren des unendlich ausgedehnten und homogenen Mediums zu bestimmen.

Am Modell zweier Halbräume mit unterschiedlicher Konzentration eines Resonanzisotops wird unter der Annahme der NR-Approximation [5] ein Ortskorrekturfaktor hergeleitet, der die Abweichung der energetischen Resonanzselbstabschirmung vom asymptotischen Wert des unendlich ausgedehnten Mediums in Abhängigkeit von der Entfernung von der Grenzfläche wiedergibt. Er wird definiert als

$$g(x) = \sigma_{\text{eff}}(x) / \sigma_{\text{eff, asympt.}}$$

Für ein Energieintervall, das gerade eine Resonanz umfaßt, wird der Ortskorrekturfaktor bzw. der ortsabhängige effektive Wirkungsquerschnitt exakt berechnet.

Aus diesen Ergebnissen lassen sich für das Verhalten der energetischen Resonanzselbstabschirmung in einer einzelnen Resonanz im Falle einer unterschiedlichen Konzentration des Resonanzisotops in zwei Halbräumen folgende Schlüsse ziehen:

- Eine merkliche Abweichung der energetischen Resonanzselbstabschirmung von ihrem asymptotischen Wert gibt es nur innerhalb einer freien Weglänge beiderseits der Grenzfläche.

Je stärker die energetische Resonanzselbstabschirmung ist, desto kleiner ist der Bereich, in dem eine merkliche Abweichung vom asymptotischen Verhalten auftritt.

- Der effektive Gruppenquerschnitt liegt im allgemeinen zwischen den beiden asymptotischen Werten. Für sehr hohe Resonanzen kann aber in der Nähe der Grenzfläche ein Überschwingen auftreten. Der Wert an der Grenzfläche selbst liegt immer zwischen den beiden asymptotischen Werten.
- An einer Grenzfläche gegen Vakuum tritt in der Nähe der Grenzfläche eine Verringerung der energetischen Resonanzselbstabschirmung gegenüber dem asymptotischen Verhalten ein. An der Grenzfläche selbst ist der effektive Gruppenquerschnitt gleich dem asymptotischen Wert, das Maximum liegt bei einem Bruchteil einer mittleren freien Weglänge.

Die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung in Reaktorberechnungen setzt voraus, daß die Ortskorrekturfaktoren auf eine einfache Weise berechnet werden können. Eine exakte Berechnung ist viel zu aufwendig, als daß sie für jede Reaktorberechnung durchgeführt werden könnte. Zudem würde dies die Anwendbarkeit der Karlsruher Gruppenkonstantensätze [3] beeinträchtigen, da deren Information für eine exakte Berechnung der Ortskorrekturfaktoren nicht ausreicht.

Durch eine rationale Näherung des Exponentialintegrals

$$1 - E_2(\tau) = \sum_i \frac{\alpha_i \cdot \tau}{\beta_i + \tau}$$

gelingt es, den Ortskorrekturfaktor bzw. den ortabhängigen effektiven Wirkungsquerschnitt durch Integrale der Gestalt der f-Faktoren des homogenen unendlich ausgedehnten Mediums zu approximieren. Dies erlaubt auf einfache Weise eine Berechnung des ortsabhängigen effektiven Gruppenquerschnittes im Rahmen des "f-Faktor"-Formalismus und damit die Verwendung von Gruppenkonstantensätzen, die auf diesem Formalismus beruhen, beispielsweise die Karlsruher Gruppenkonstantensätze [3].

Vergleiche mit totalnumerisch berechneten Ortskorrekturfaktoren für einzelne Resonanzen zeigen, daß zwei Glieder der rationalen Näherung für die interessierenden Fälle genügen, um relative Genauigkeiten von wenigen Prozent zu erzielen.

Der auf der rationalen Näherung beruhende Formalismus zur Beschreibung der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung wird auf beliebig dünne Zonen verallgemeinert, vorausgesetzt, daß das betrachtete Resonanzisotop in den Nachbarzonen nicht enthalten ist.

Die Vorteile gegenüber den Verfahren, die den Heterogenitätsrechnungen [9], [12] zugrunde liegen, sind

- wesentlich geringerer numerischer Aufwand, da der in dieser Arbeit vorgeschlagene Formalismus dem Problem besser entspricht,
- große Unabhängigkeit in der Wahl des Lösungsverfahrens für die Mehrgruppengleichungen, da die Ortskorrektur an den effektiven Gruppenwirkungsquerschnitten angebracht wird. Speziell erlaubt dies die Anwendung der Störungsrechnung und die von Transportrechnungen, was gerade an Grenzflächen sehr wichtig ist.
- die Approximation des Ortskorrekturfaktors durch f-Faktoren des homogenen Mediums ist über die rationale Näherung auf ein mathematisches Problem reduziert. Seine Lösung hat nur einmal zu erfolgen und ist mit dem konkreten physikalischen Problem nicht verknüpft.

Gegenüber Multigruppenrechnungen mit so vielen Energiegruppen, daß die Resonanzstruktur abgetastet werden kann, liegt der Vorteil des Verfahrens

- wiederum in dem wesentlich geringeren numerischen Aufwand,
- in der Anwendbarkeit des "f-Faktor"-Formalismus und damit der Karlsruher Gruppenkonstantensätze oder vergleichbarer Gruppenkonstantensätze.

Der neue Formalismus wurde auf zwei schnelle Anordnungen angewendet. Untersucht wurde der Einfluß der Ortsabhängigkeit der energetischen Resonanzselbstabschirmung in Reflektoren für eine nickelreflektierte Urkugel und der räumliche Verlauf der Absorptions- und Spaltraten von U235 und U238 für die schnelle Nullenergieanordnung SNEAK-3A2 [6].

Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlüsse ziehen.

- Für kleine reflektierte Systeme führt die Ortsabhängigkeit der Resonanzselbstabschirmung im Reflektor im allgemeinen zu einer Erhöhung der Kritikalität. Für dünne Reflektoren ist der Einfluß der Reflektor-Vakuum Grenzfläche von derselben Größenordnung wie derjenige der Core-Reflektor Grenzfläche.
- Eine völlige Vernachlässigung der energetischen Resonanzselbstabschirmung überschätzt den Einfluß der Ortsabhängigkeit aufgrund der Core-Reflektor- und Reflektor-Vakuum-Wechselwirkung auf die Kritikalität sehr stark.
- Durch eine ortsunabhängige Korrektur der energetischen Resonanzselbstabschirmung über ein auf der Wigner'schen rationalen Näherung beruhenden Äquivalenztheorem [4] wird der Einfluß auf die Kritikalität um ungefähr 30% überschätzt.
- An Core-Blanket Grenzflächen tritt wegen der im allgemeinen sehr hohen U^{238} Konzentration im Blanket eine Änderung der Absorptionsrate um mehrere Prozent auf. Dies ändert das Konversionsverhalten. Bei Leistungsreaktoren kann dies über den Aufbau von Pu^{239} eine lokale Änderung der Leistungsverteilung am Core-Blanket-Rand von mehreren Prozent bedeuten.

Literatur

- [1] A.M. Weinberg, E.P. Wigner
"The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", The University of Chicago Press (1958)
- [2] B. Davison
"Neutron Transport Theory", Clarendon Press Oxford (1958)
- [3] H. Huschke
"Gruppenkonstanten für dampf- und natriumgekühlte schnelle Reaktoren in einer 26-Gruppendarstellung", KFK-770, EUR 3953d, (1968)
- [4] L.P. Abagjan, N.O. Bazazjanc, I.I. Bondarenko, M.N. Nikolaev
"Gruppenkonstanten schneller und intermediärer Neutronen für die Berechnung von Kernreaktoren", KFK-tr-144 (Übersetzung)
- [5] L. Dresner
"Resonance Absorption in Nuclear Reactors", Pergamon Press (1960)
- [6] R. Böhme, H. Seufert
"Uranium Reaction Rate Measurements in the Steam-Cooled Fast Reactor SNEAK, Assembly 3A2", KFK 811, EUR 3970e (1968)
- [7] D.C. Coonfield, G. Tuck, H.E. Clark, B.B. Ernst
"Critical Mass Irregularity of Steel-Moderated Enriched Uranium Metal Assemblies with Composite Steel-Oil Reflectors", Nucl.Sc.Eng. 39 (1970)
- [8] K. Scharmer
Private Mitteilung
- [9] D. Wintzer
"Zur Berechnung von Heterogenitätseffekten in periodischen Zellstrukturen thermischer und schneller Kernreaktoren", KFK 743, EUR 3725d (1969)

- [10_7] E. Kiefhaber
Private Mitteilung
- [11_7] F. Mitzel und K.E. Schroeter
"Gepulste Experimente an der schnellen unterkritischen Anlage Karlsruhe (SUAK) und Vergleich der Ergebnisse mit Berechnungen",
Nukleonik 12 (1969)
- [12_7] D. Wintzer
"Heterogeneity Calculations Including Space Dependent Resonance Self-Shielding", KFK 633 (1967)
- [13_7] D. Wintzer
Private Mitteilung
- [14_7] H. Späth
"The Damped Taylor's Series Method for Minimizing a Sum of Squares and for Solving Systems of Nonlinear Equations", Comm. ACM 10 (1967), p. 725-727
- [15_7] E. Kiefhaber, K. Ott
"Interpolationsformel für Resonanzselbstabschirmfaktoren",
KFK 384 (1967)
- [16_7] E. Kiefhaber, J.J. Schmidt
"Evaluation of Fast Critical Experiments Using Recent Methods and Data", KFK 969, EANDC(E)-118"U" (1970)
- [17_7] K.M. Case, F. de Hoffmann, G. Placzek
"Introduction to the Theory of Neutron Diffusion", Volume I (1953)
- [18_7] C. Günther, W. Kinnebrock
Programmbeschreibung, unveröffentlicht

[19] K.D. Lathrop

"DTF-IV, A FORTRAN-IV Program for Solving the Multigroup Transport Equation with Anisotropic Scattering", USAEC Report LA-3373, Los Alamos Scientific Laboratory (Nov. 1965)

[20] R. Schröder et al.

"Physics Investigations of Uranium-Fueled Fast Steam-Cooled Reactors in SNEAK, Assemblies 3A0, 3A2, 3A3", KFK 847, EUR 3721e (Oct. 1968)

[21] B. Böhme

Private Mitteilung

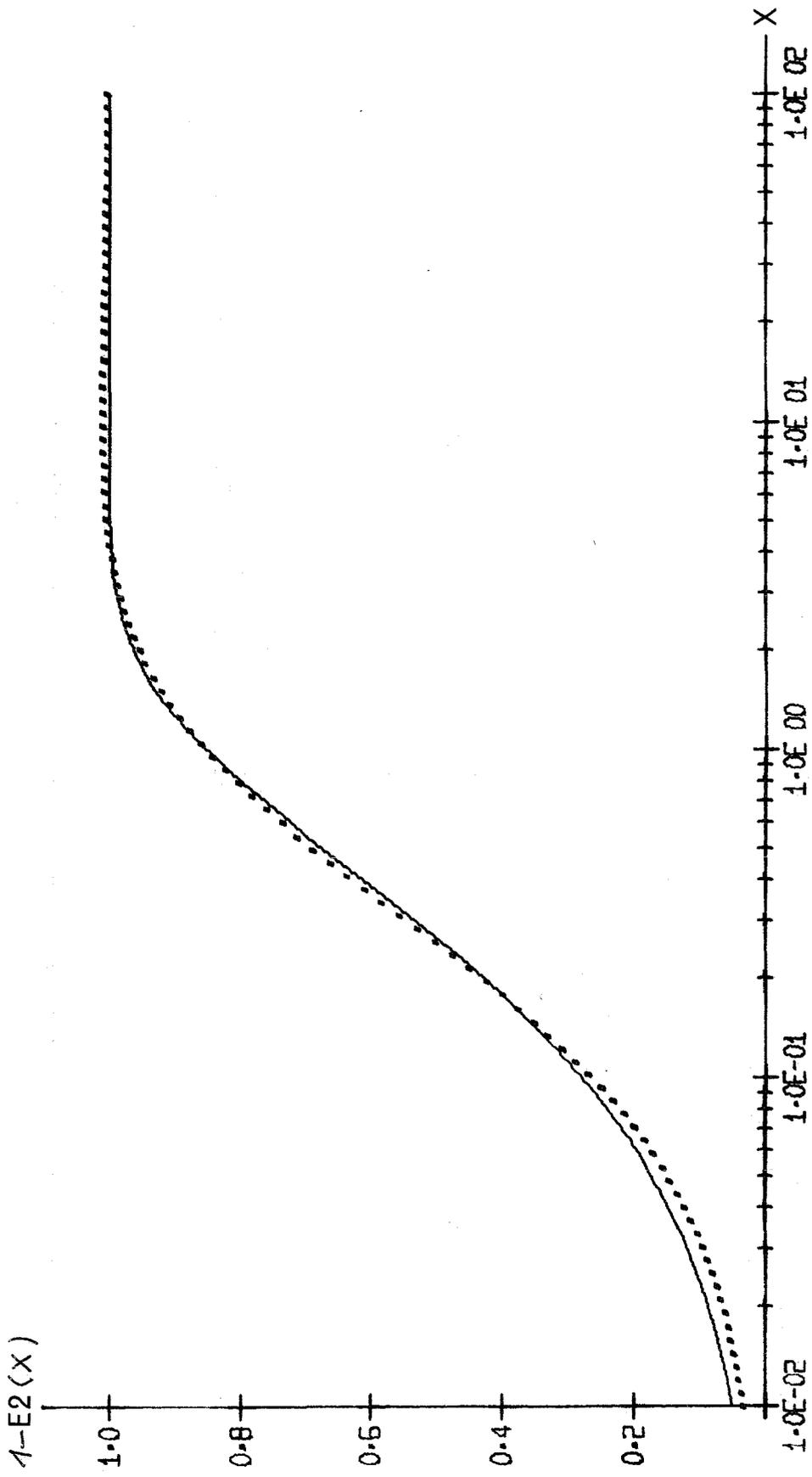


ABB-00001 — $E_2(X)$, RATIONALE APPROXIMATION

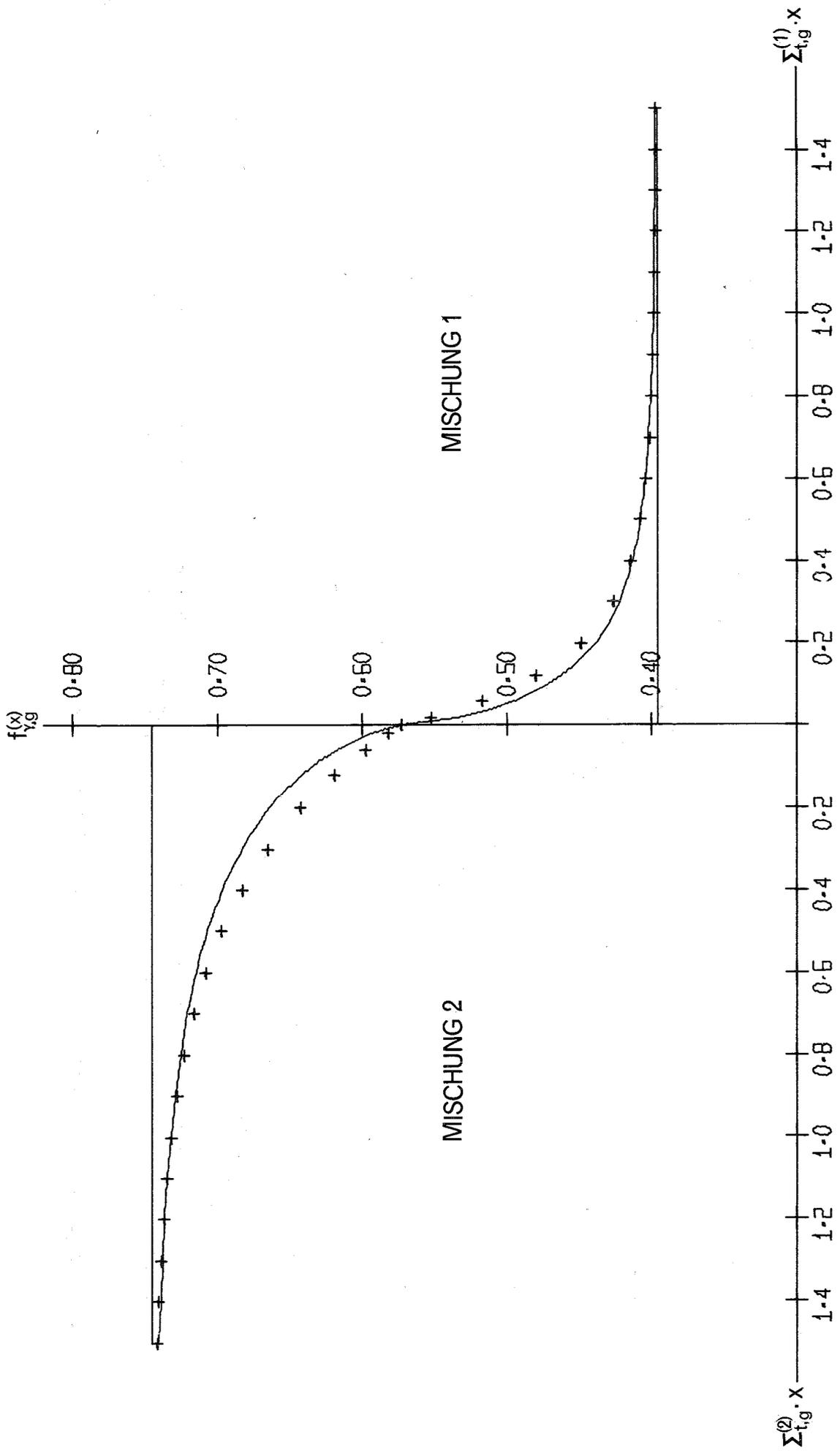


ABB-00002 F-FAKTOR: — TRANSPORT, +++ DIFFUSION

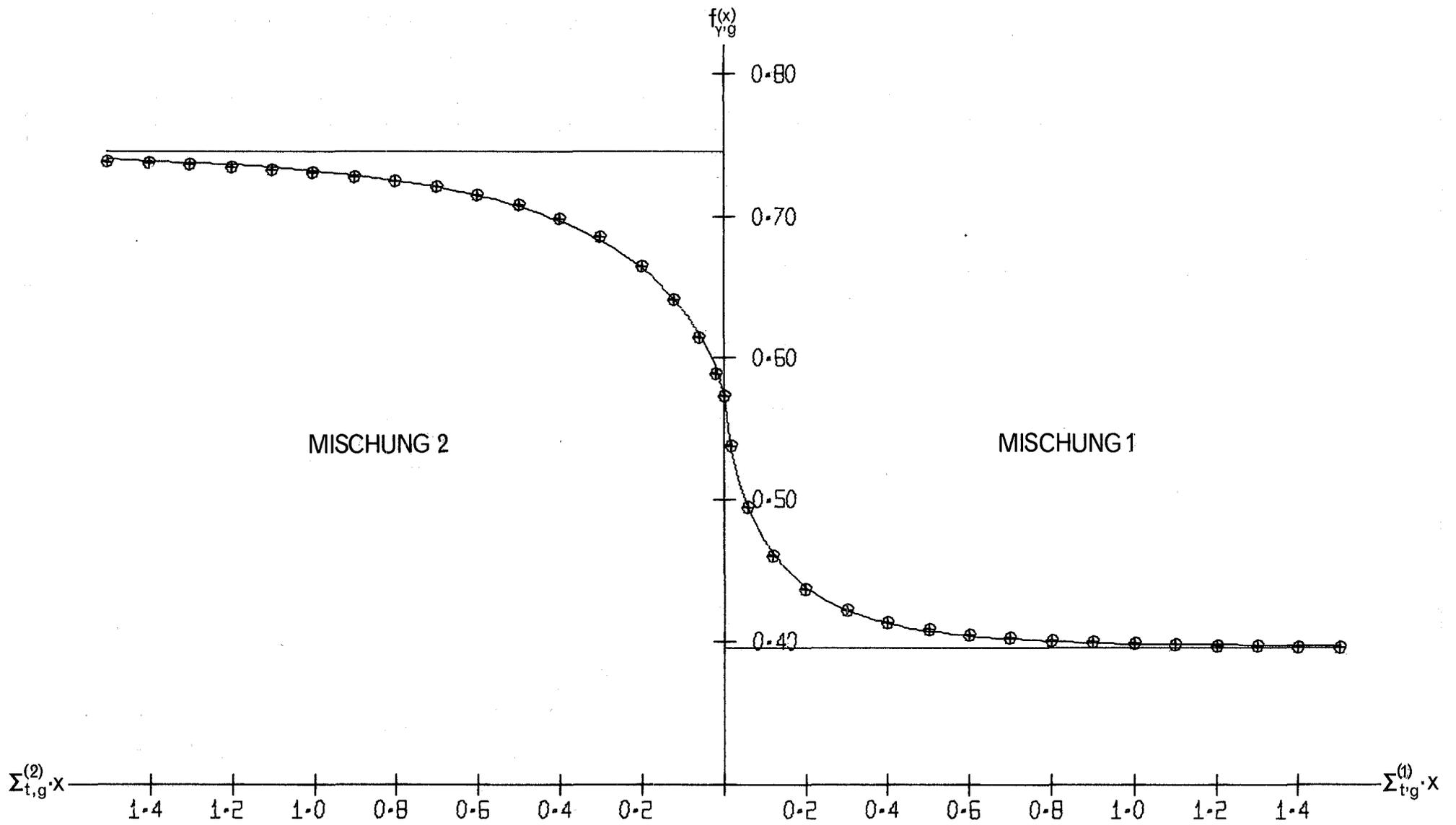


ABB-00003 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT-APPR. (I), ooo RAT-APPR. (II)

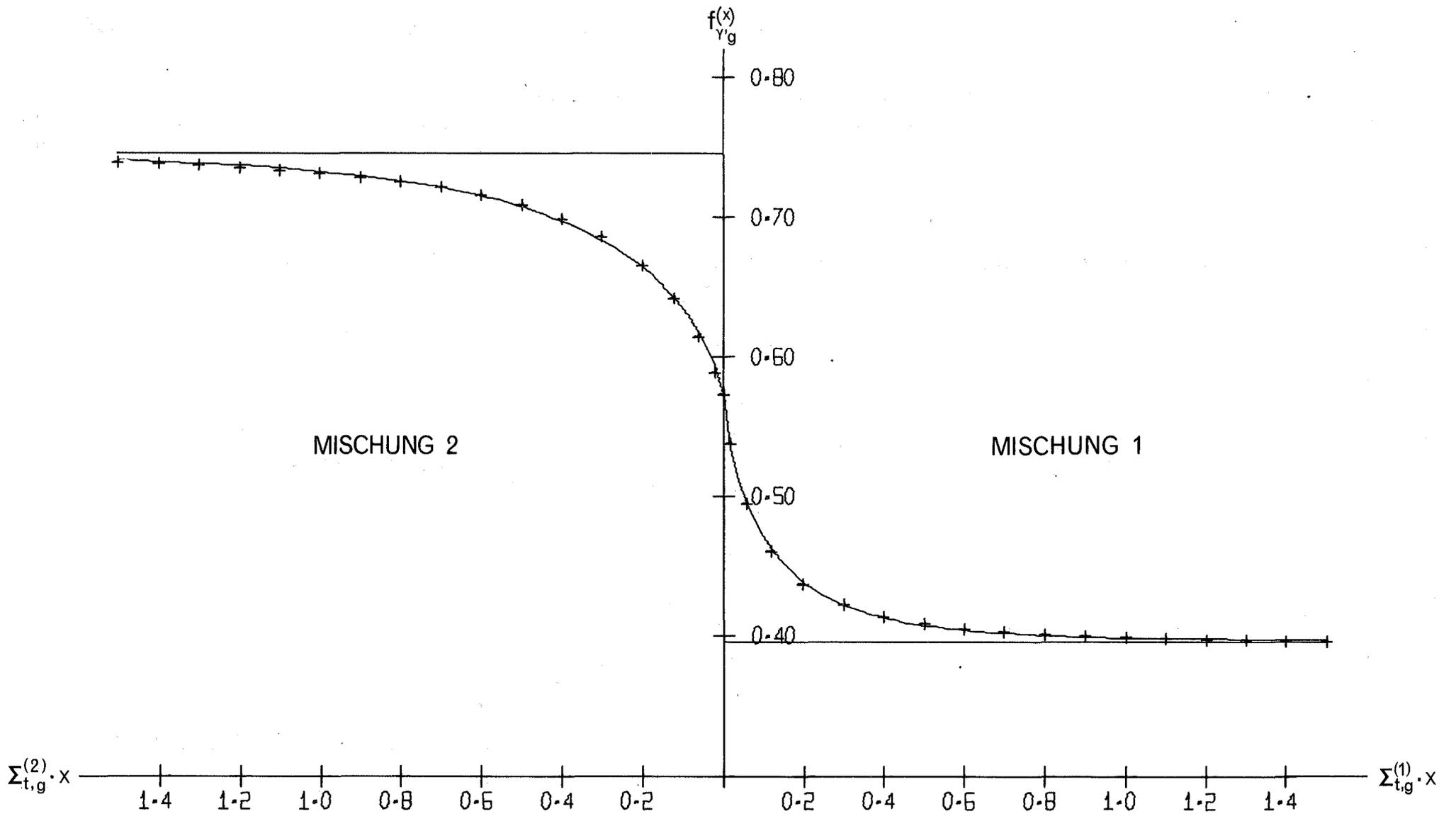


ABB-00004 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT. APPR. INTERPOLIERT

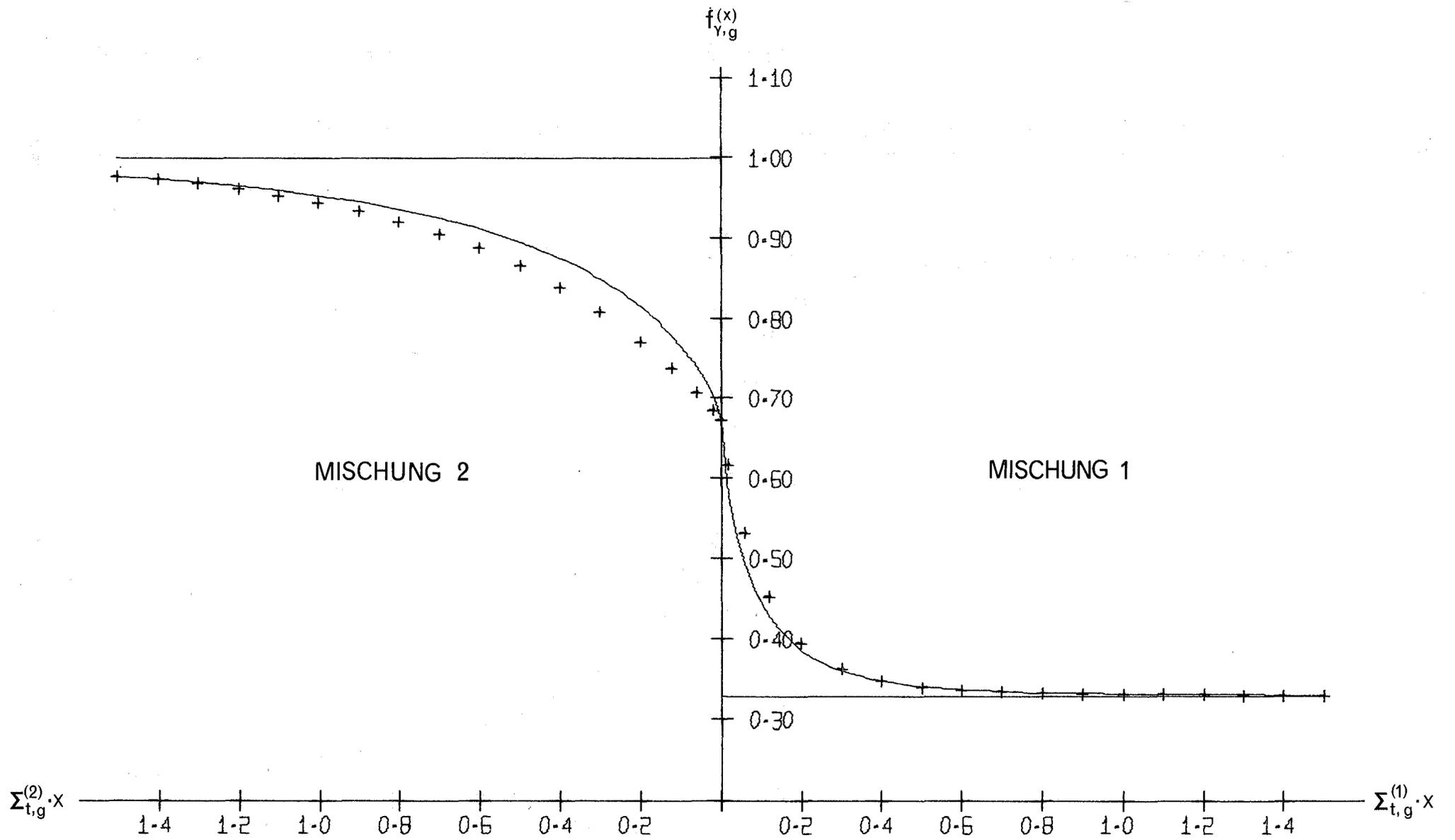


ABB-00005 F-FAKTOR ——— TRANSPORT; +++ DIFFUSION

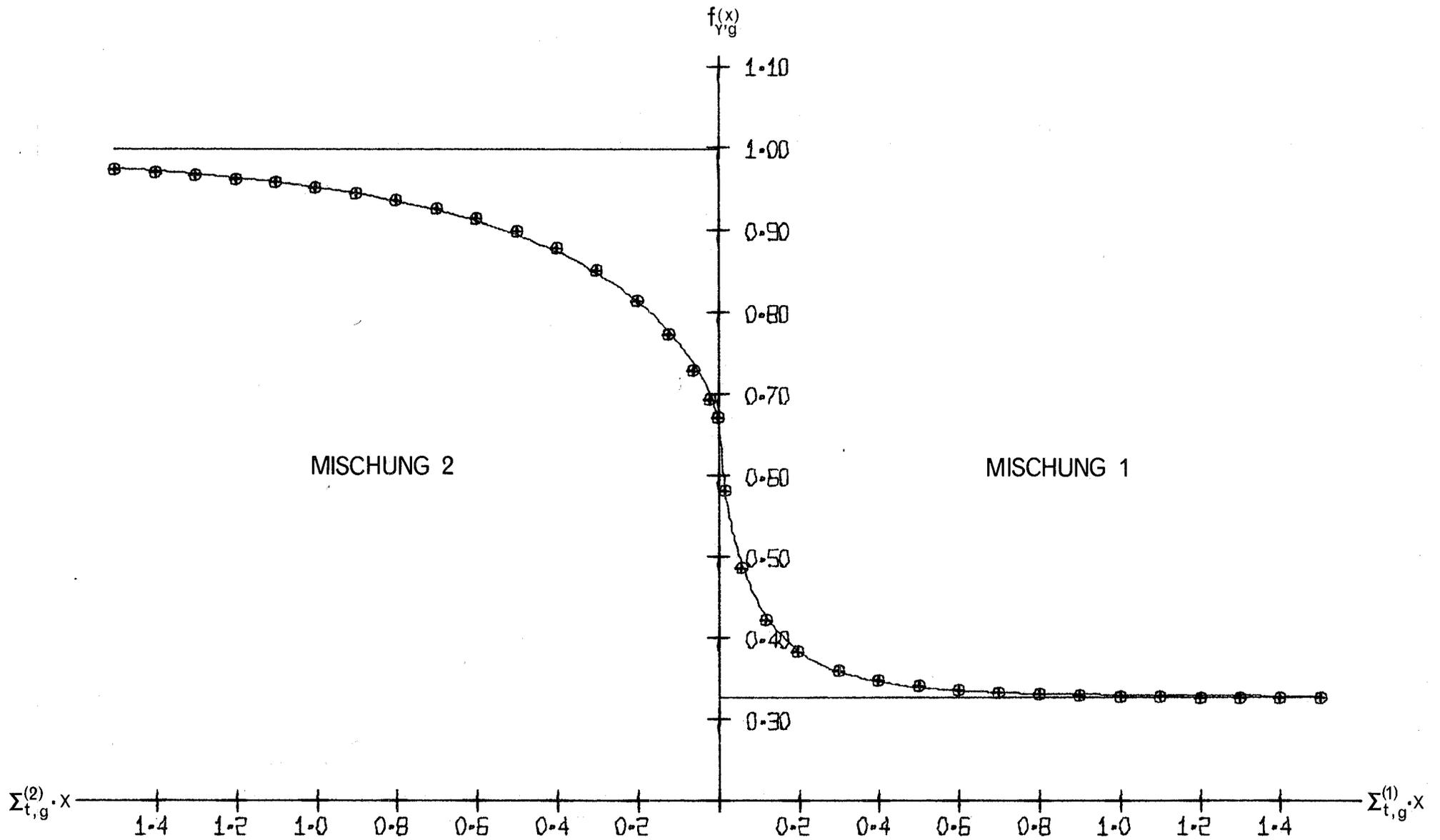


ABB-00005 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT-APPR. (I), ○○○RAT-APPR. (II)

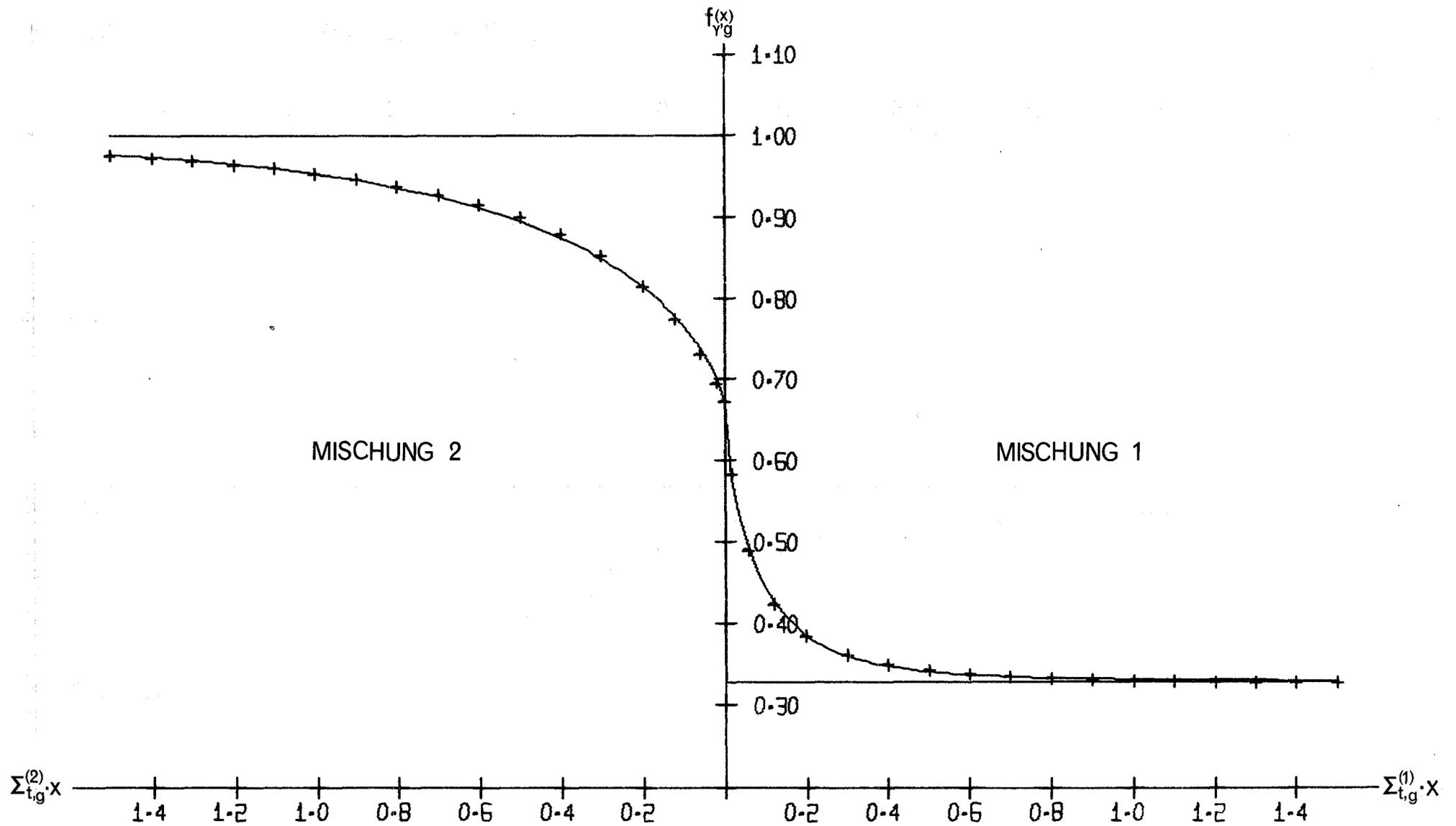


ABB-00007 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT. APPR. INTERPOLIERT

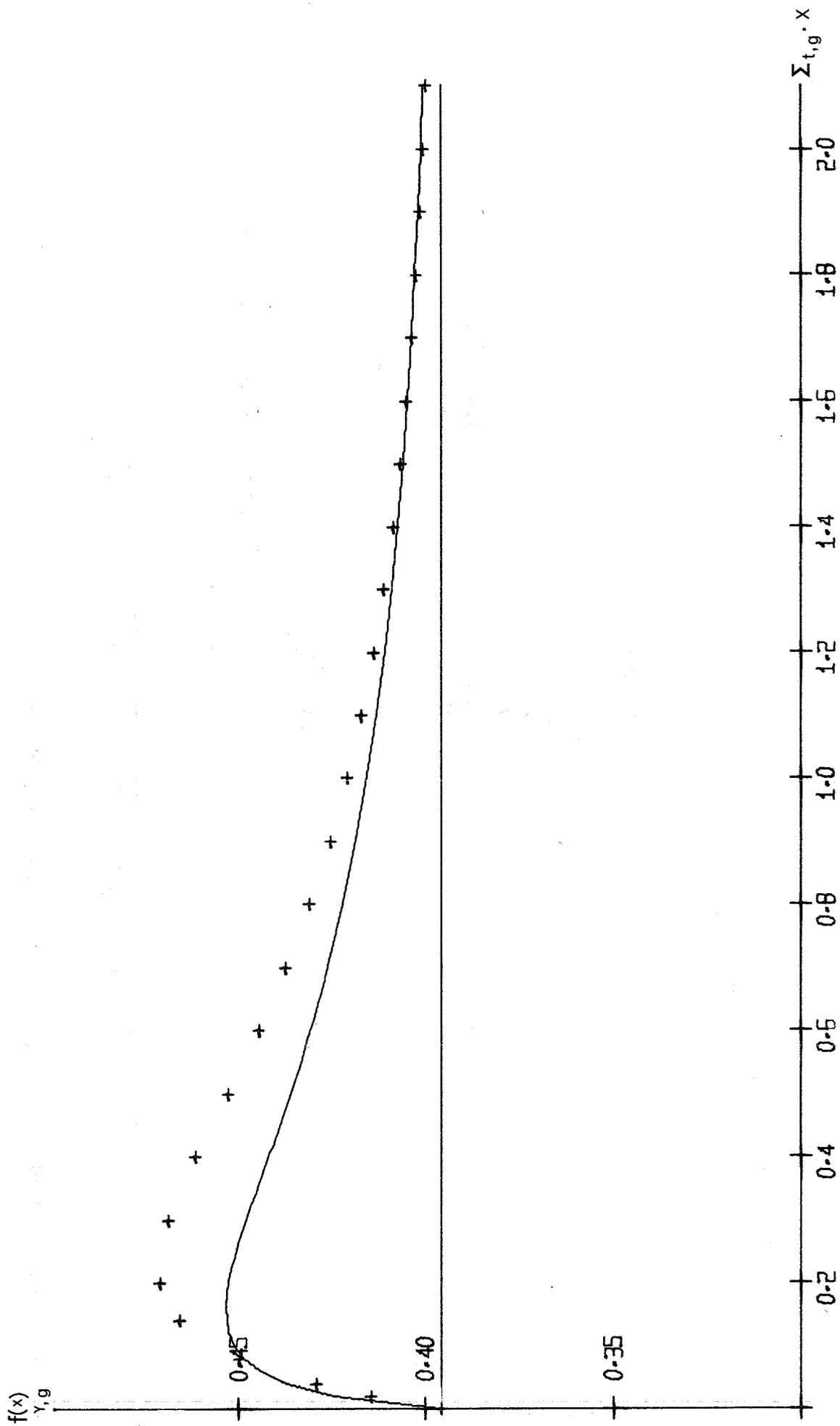


ABB-00008 F-FAKTOR — TRANSPORT, +++ DIFFUSION

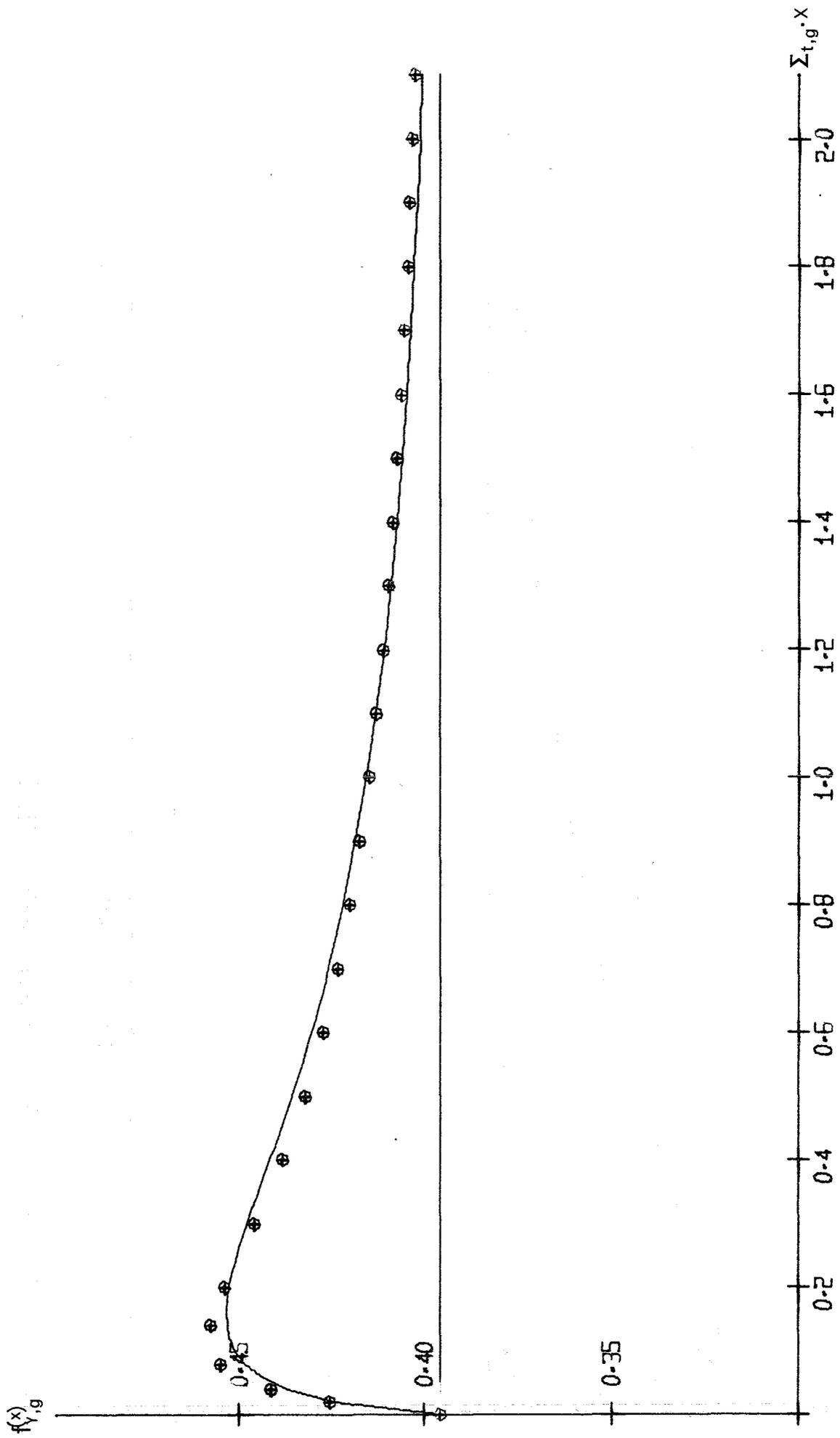


ABB-00009 F-FAKTOR. ——— TRANSP., +++ RAT-APPR.(I),ooo RAT-APPR.(II)

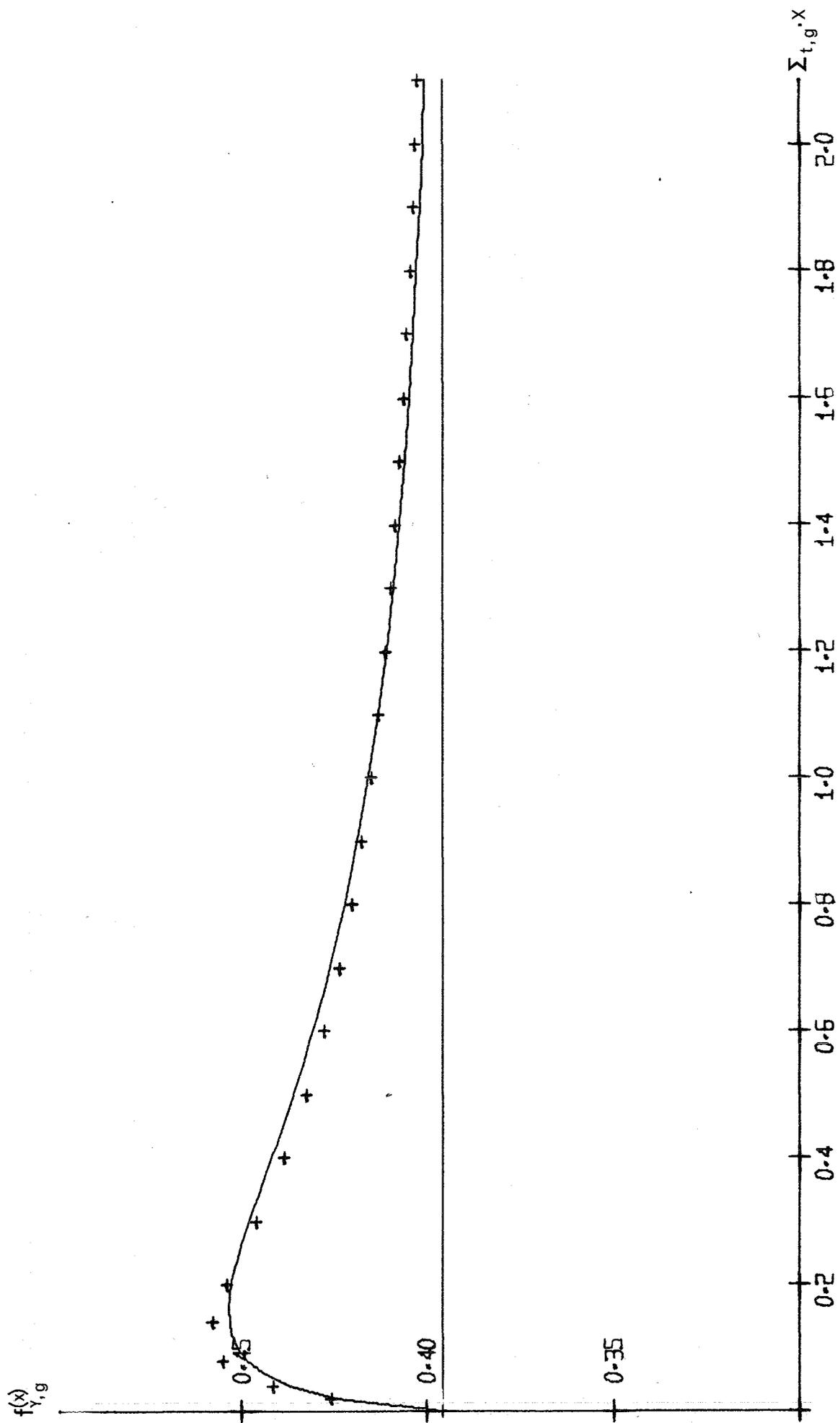


ABB-00010 F-FAKTOR. --- TRANSP. ; +++ RAT. APPR. INTERPOLJERT

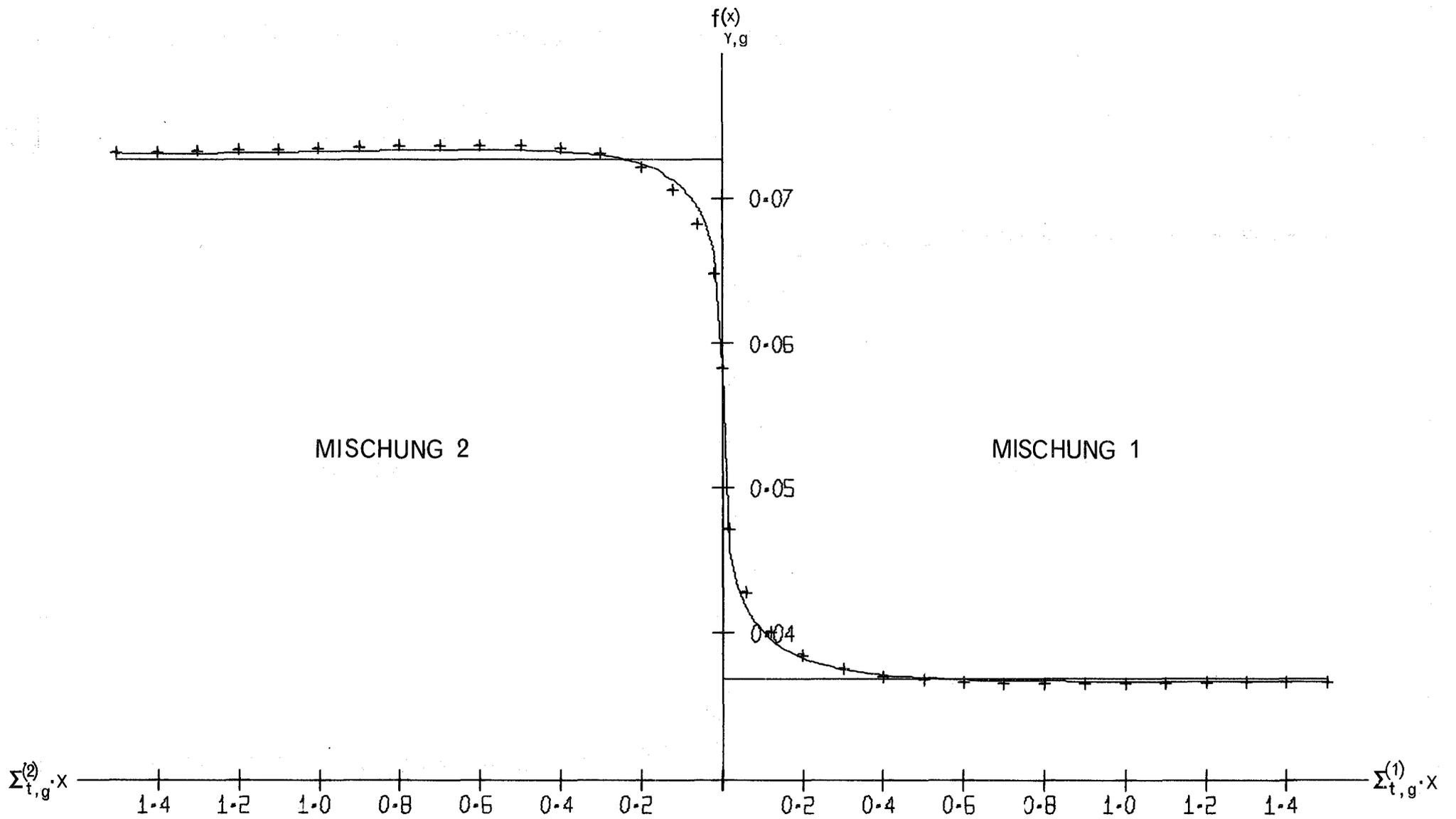


ABB-00011 F-FAKTOR — TRANSPORT, +++ DIFFUSION

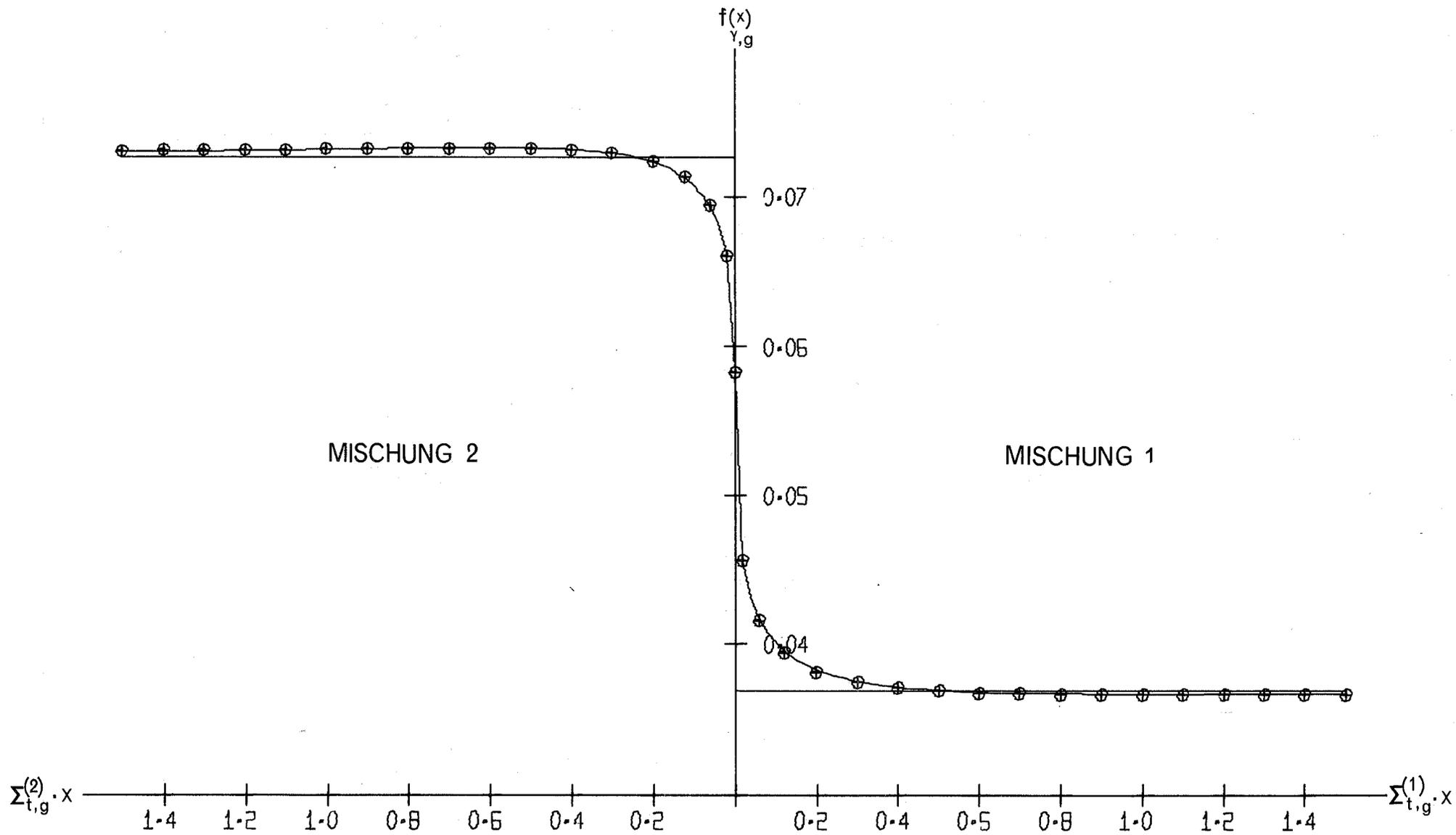


ABB-00012 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT-APPR. (I), ooo RAT-APPR. (II)

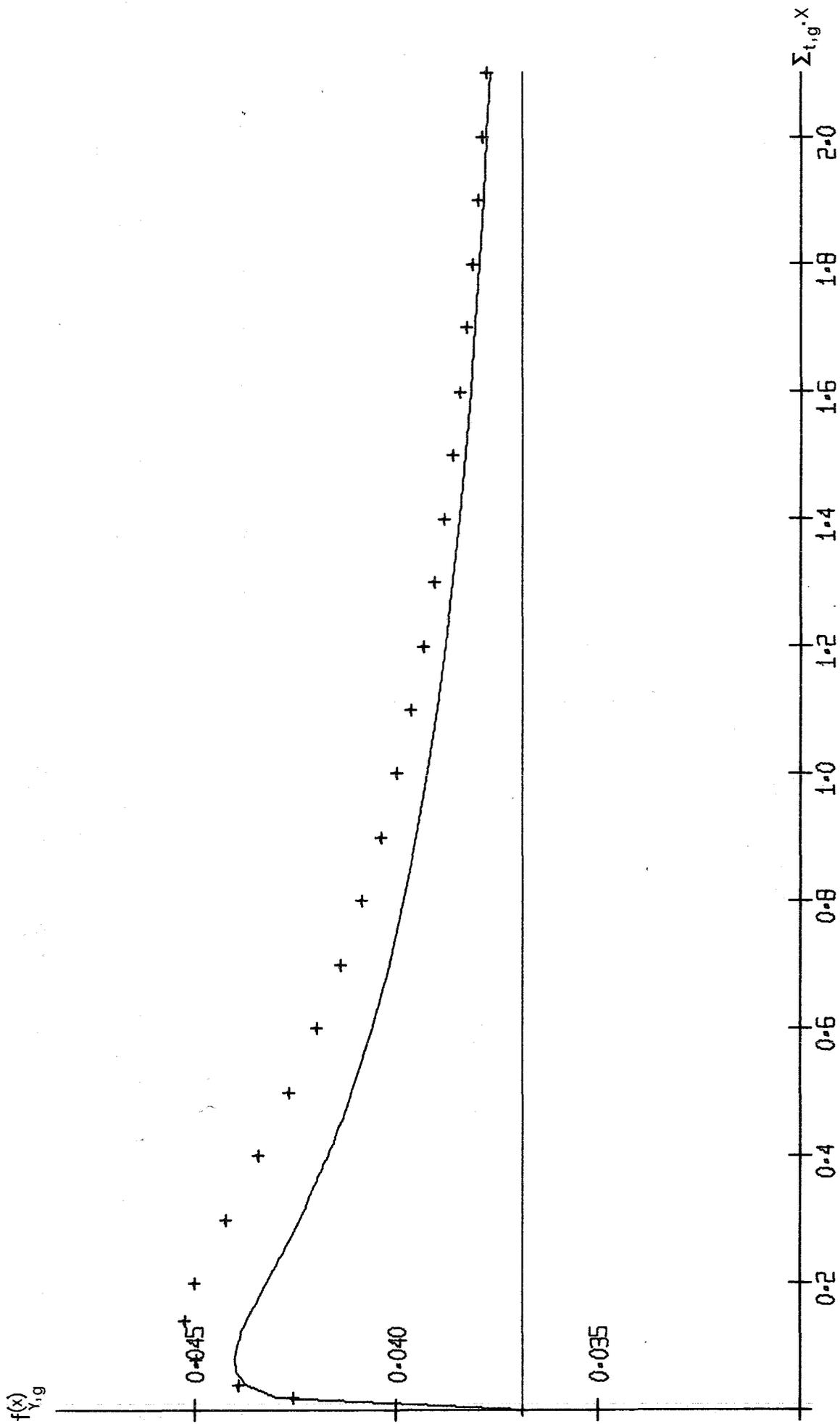


ABB-00014 F-FAKTOR — TRANSPORT, +++ DIFFUSION

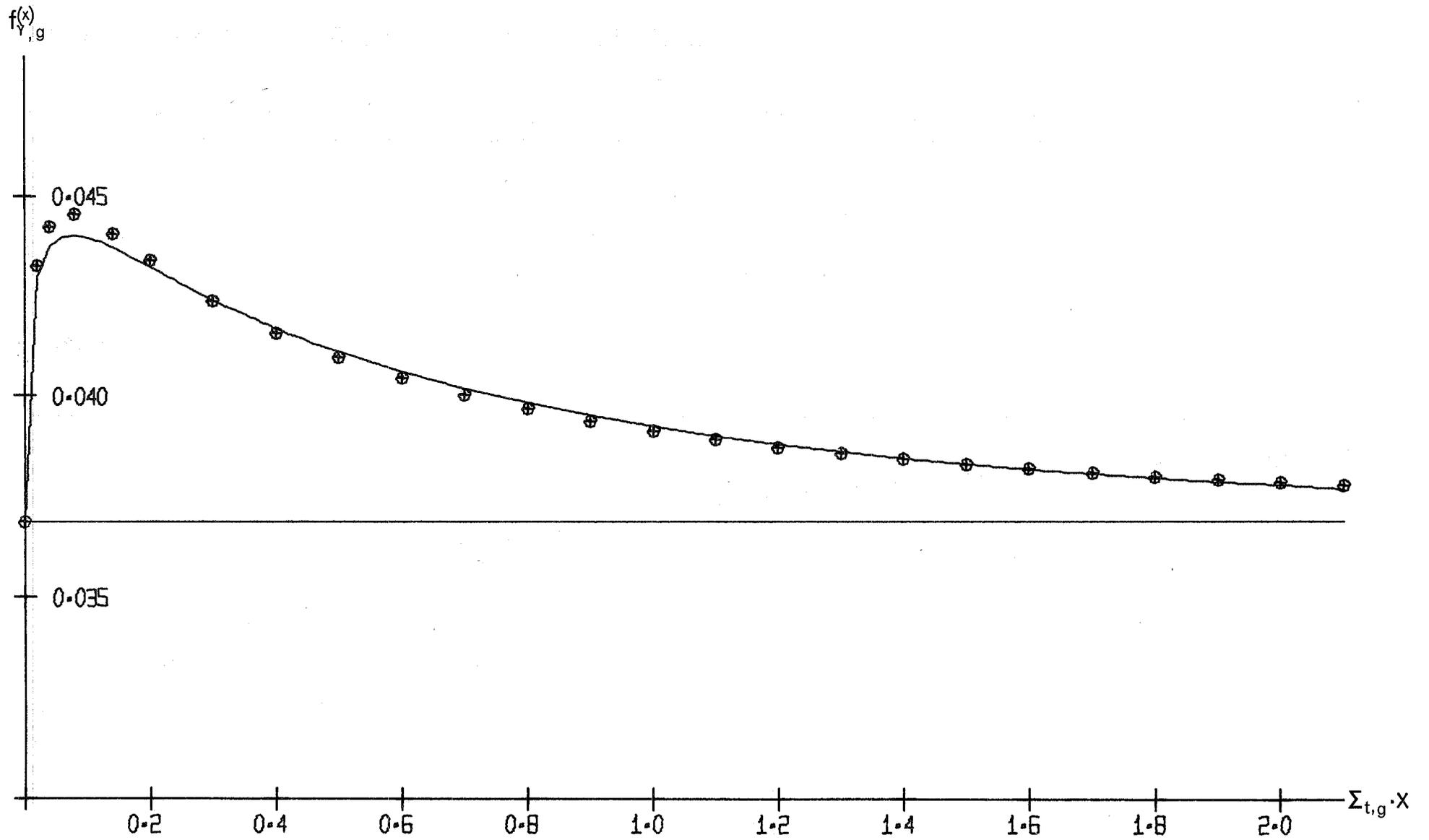


ABB-00015 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT-APPR. (I), ooo RAT-APPR. (II)

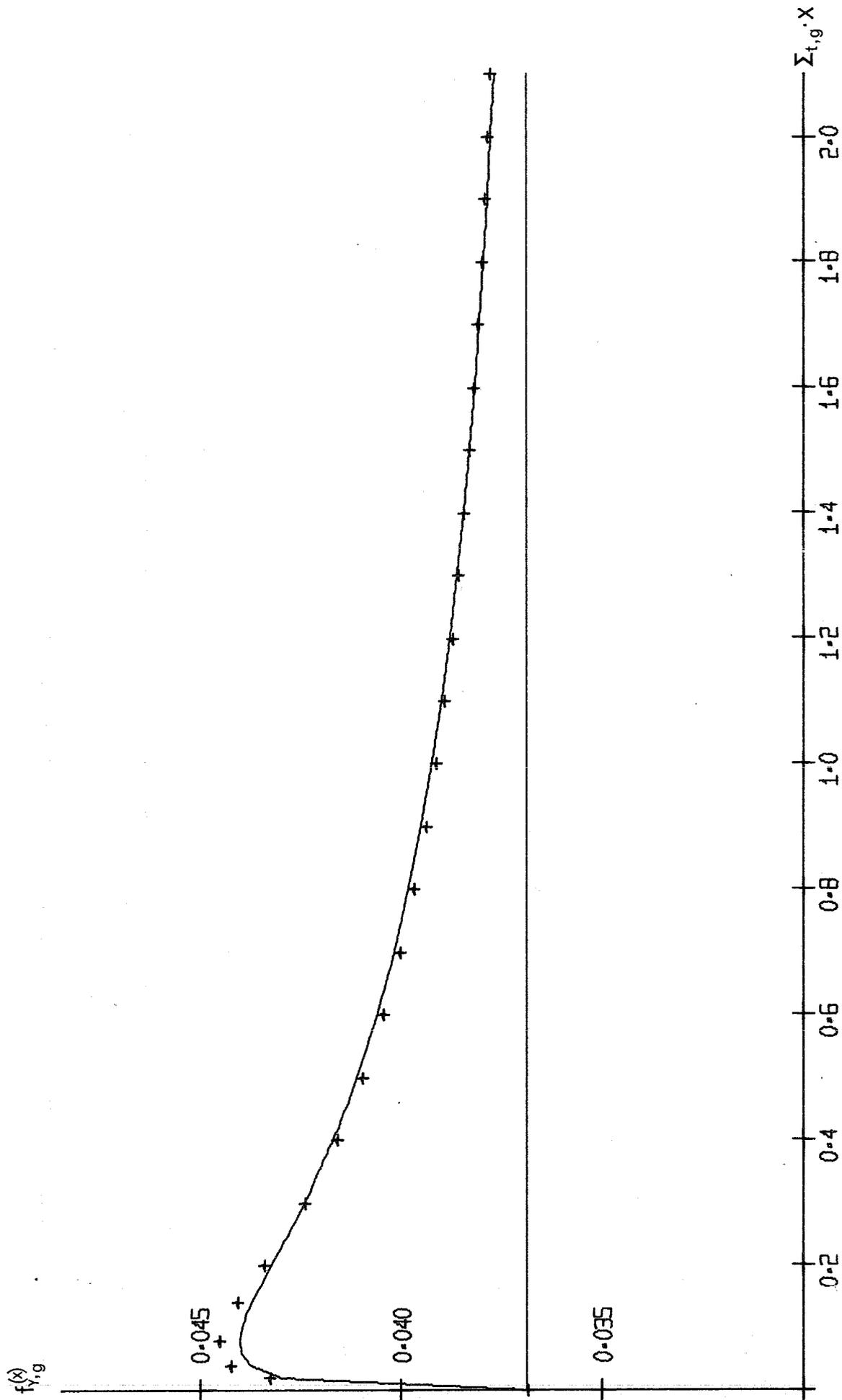


ABB-00016 F-FAKTOR. — TRANSP., +++ RAT. APPR. INTERPOLIERT

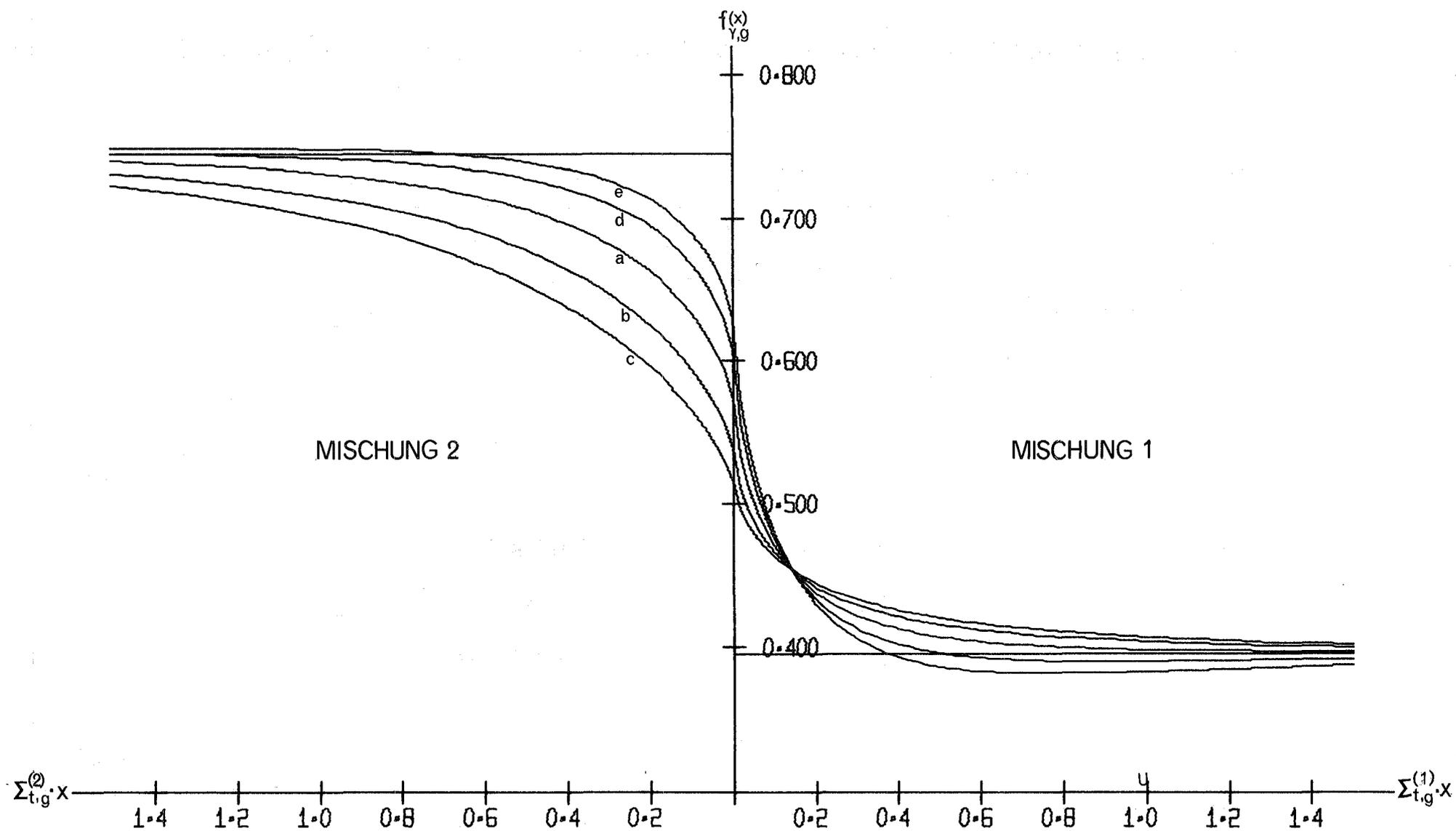


ABB-00017 VERGLEICH FUER VERSCHIEDENE EMISSIONSDICHTEN

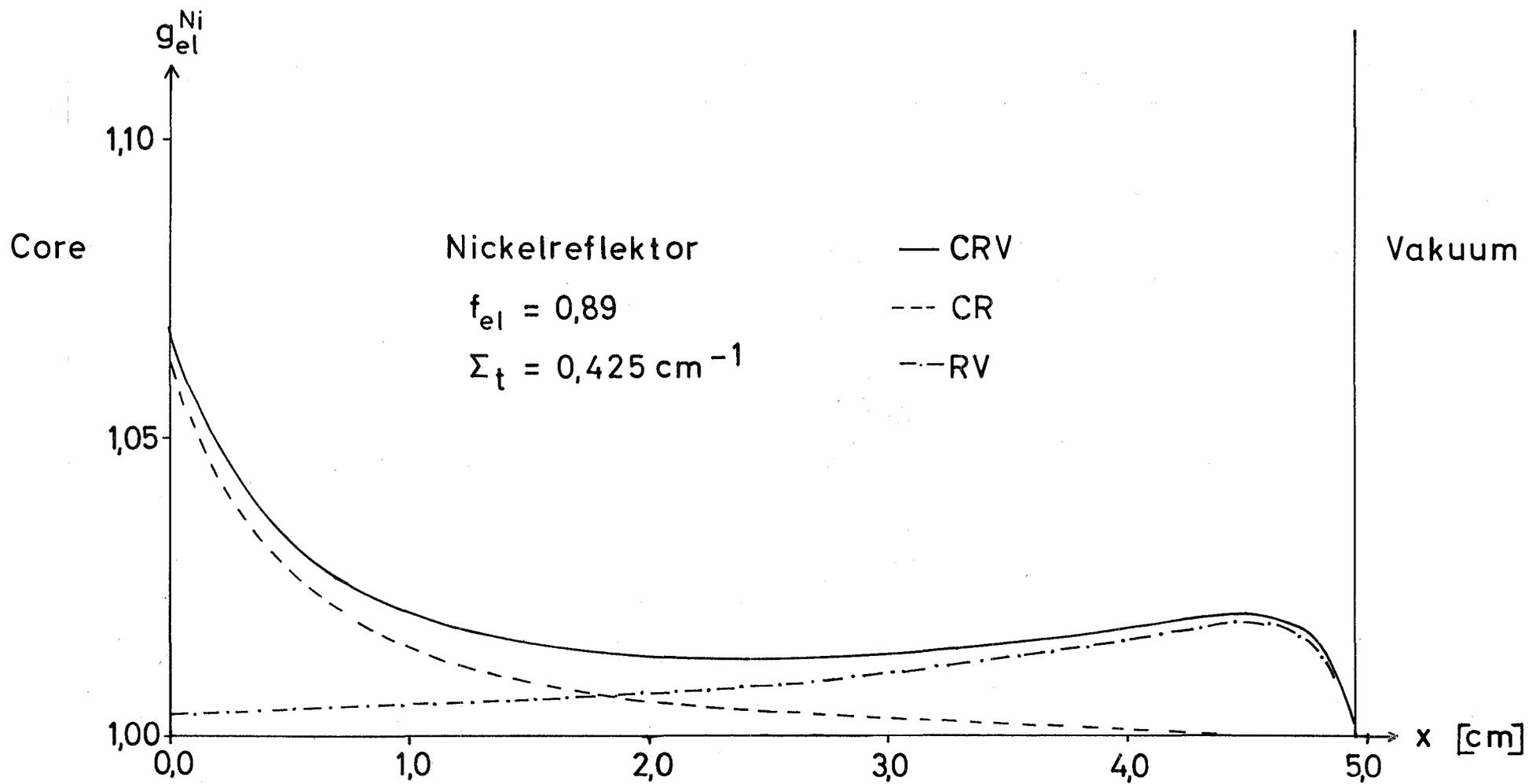


Abb.18

$g_{el}^{Ni} = \sigma_{el}^{Ni} (\text{korr.}) / \sigma_{el}^{Ni} (\text{unkorr.})$ für die Energiegruppe 7 (200keV - 400keV)

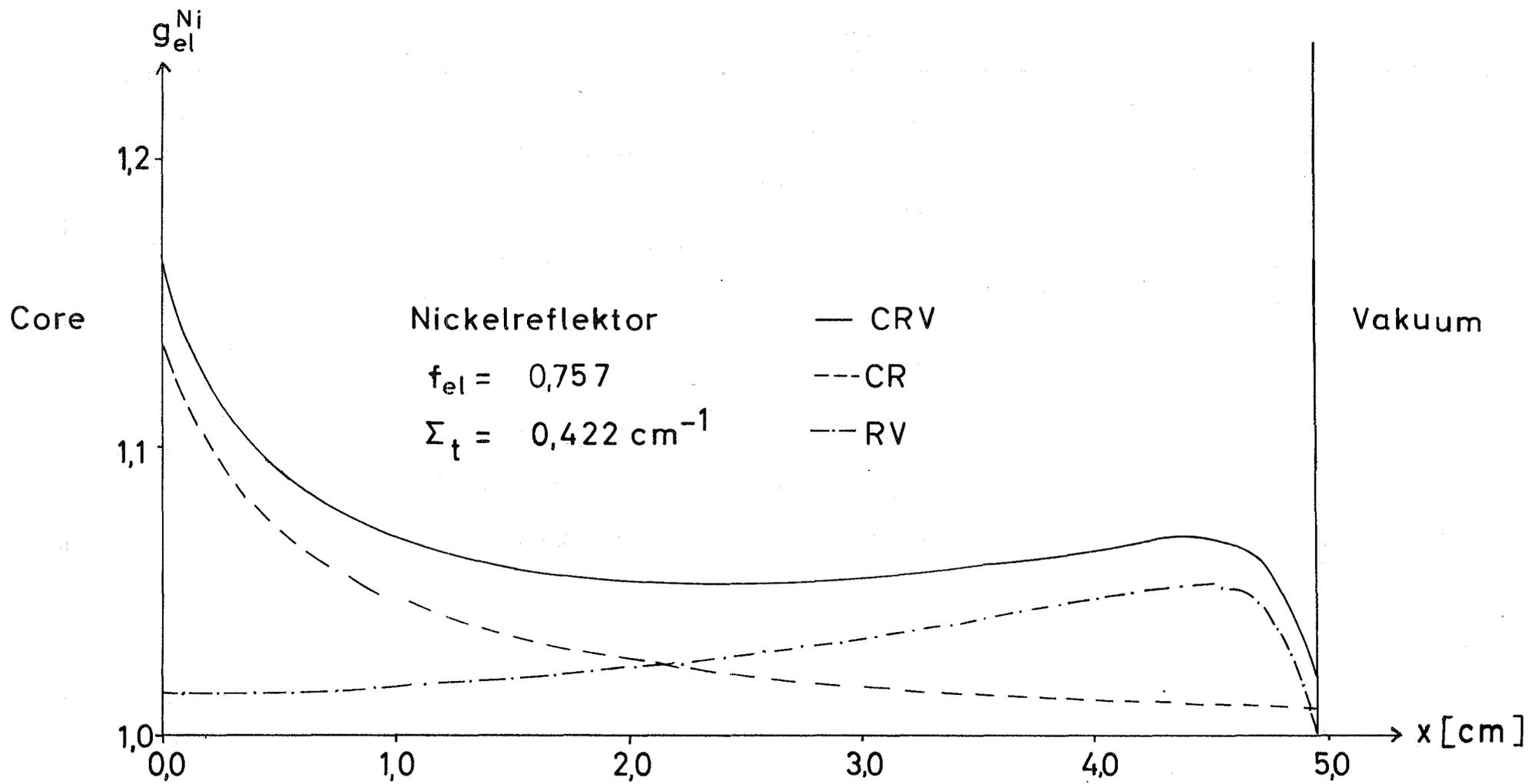


Abb.19 $g_{el}^{Ni} = \sigma_{el}^{Ni}(\text{korr.}) / \sigma_{el}^{Ni}(\text{unkorr.})$ für die Energiegruppe 8 (100keV - 200keV)

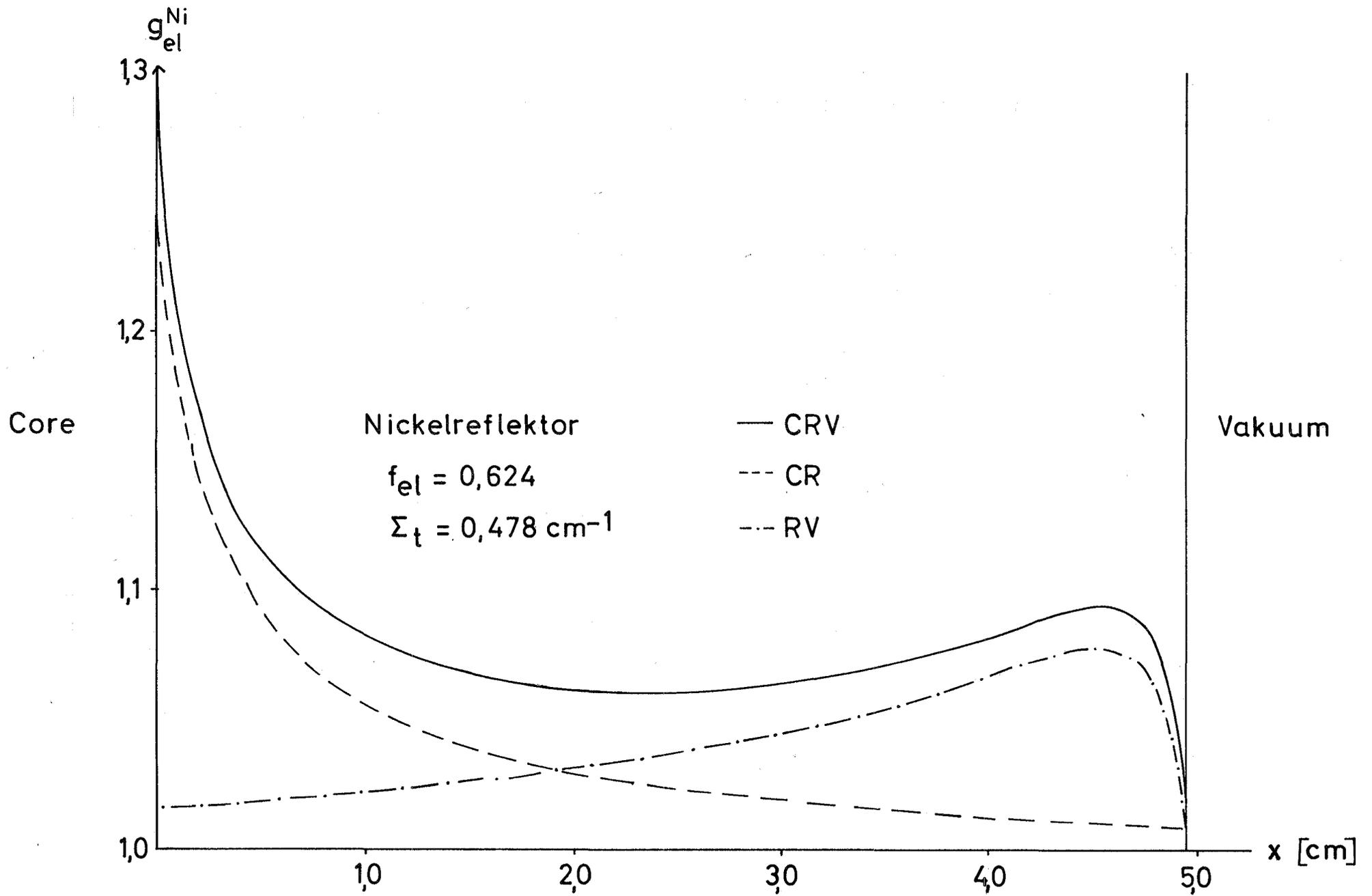


Abb.20 $g_{el}^{Ni} = \sigma_{el}^{Ni} \text{ (korr.)} / \sigma_{el}^{Ni} \text{ (unkorr.)}$ für die Energiegruppe 9 (46,5 Kev - 100 Kev)

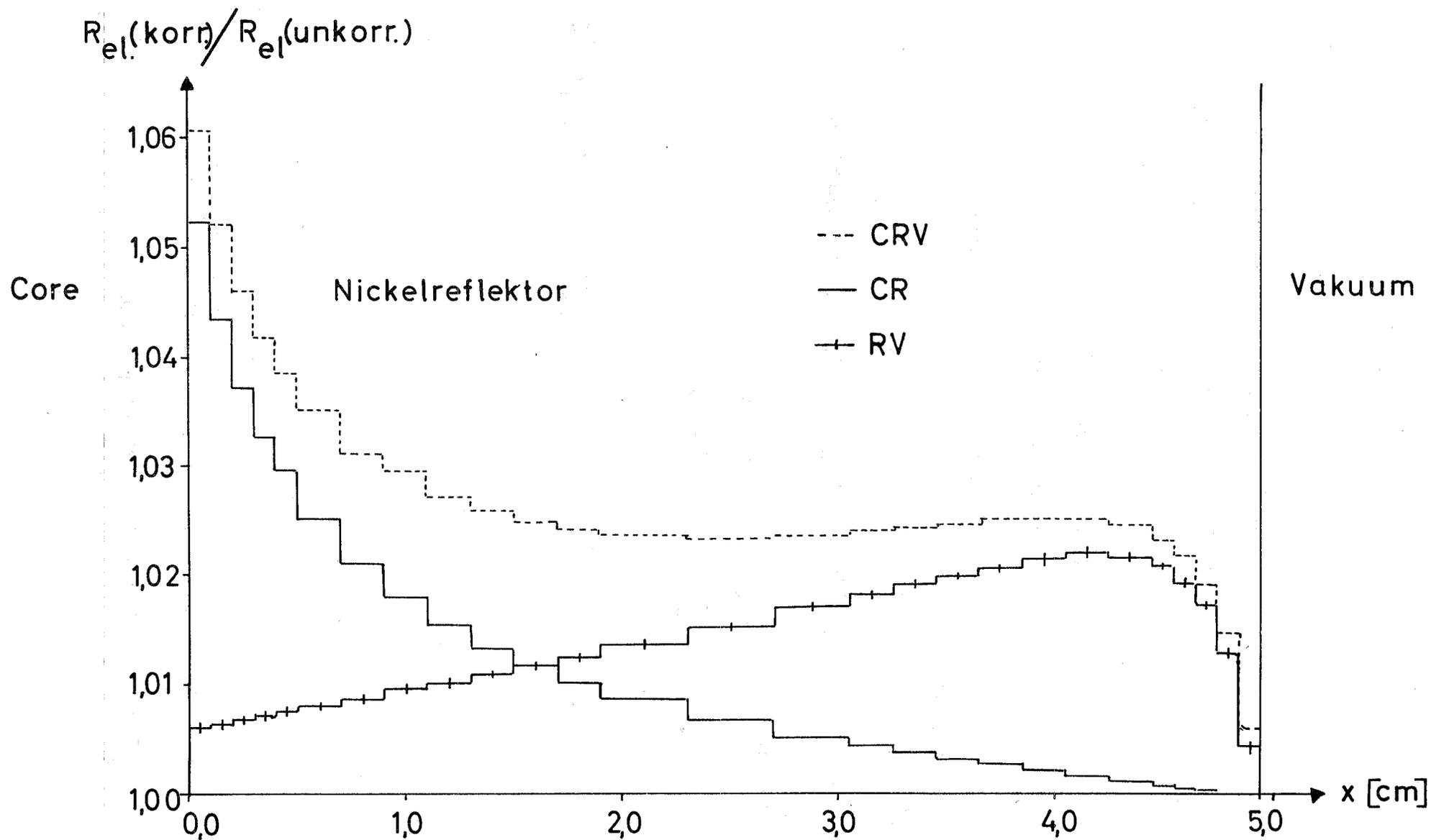


Abb.21 Ratenverhältnis für elastische Streuung in Nickel

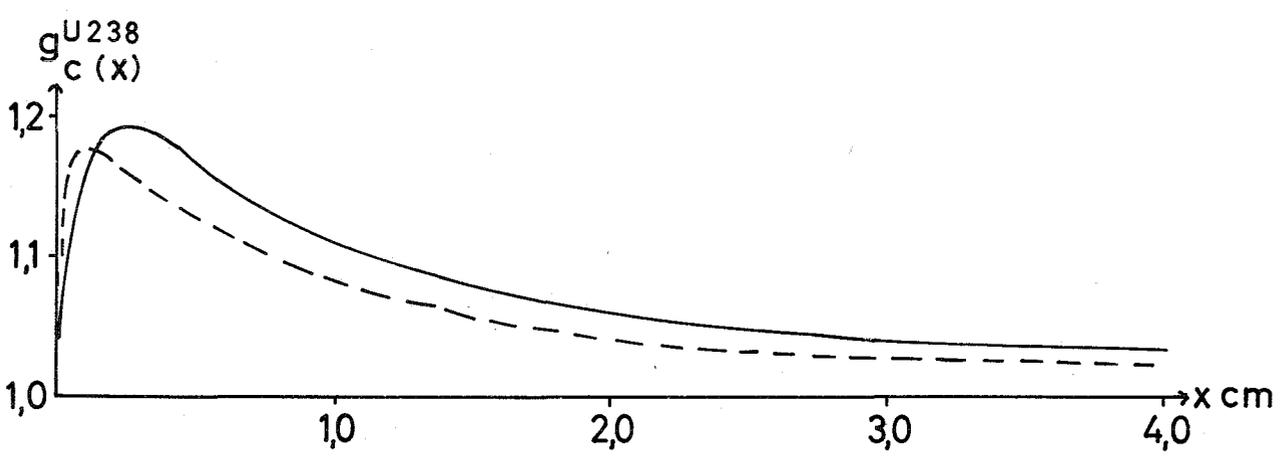
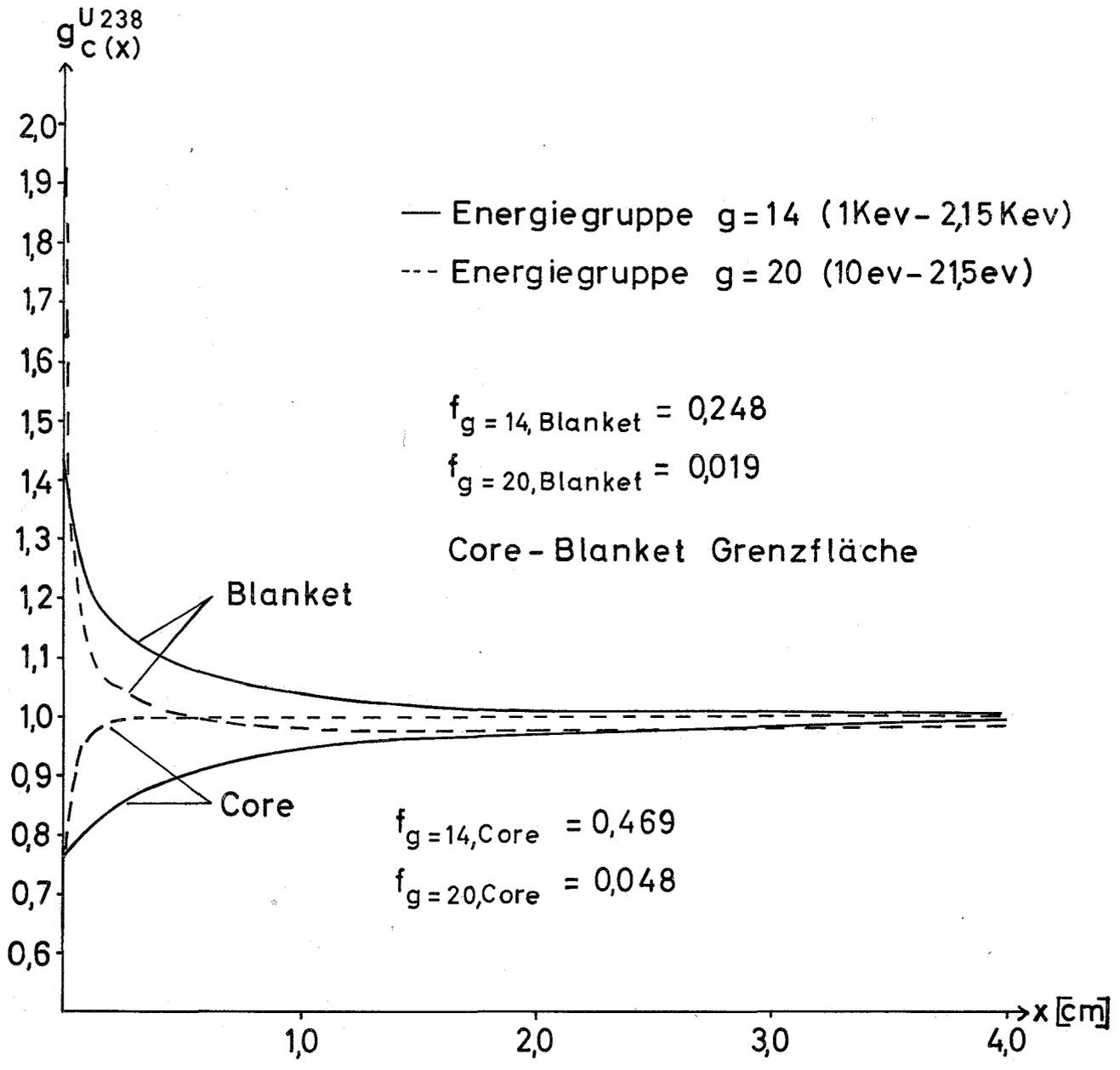
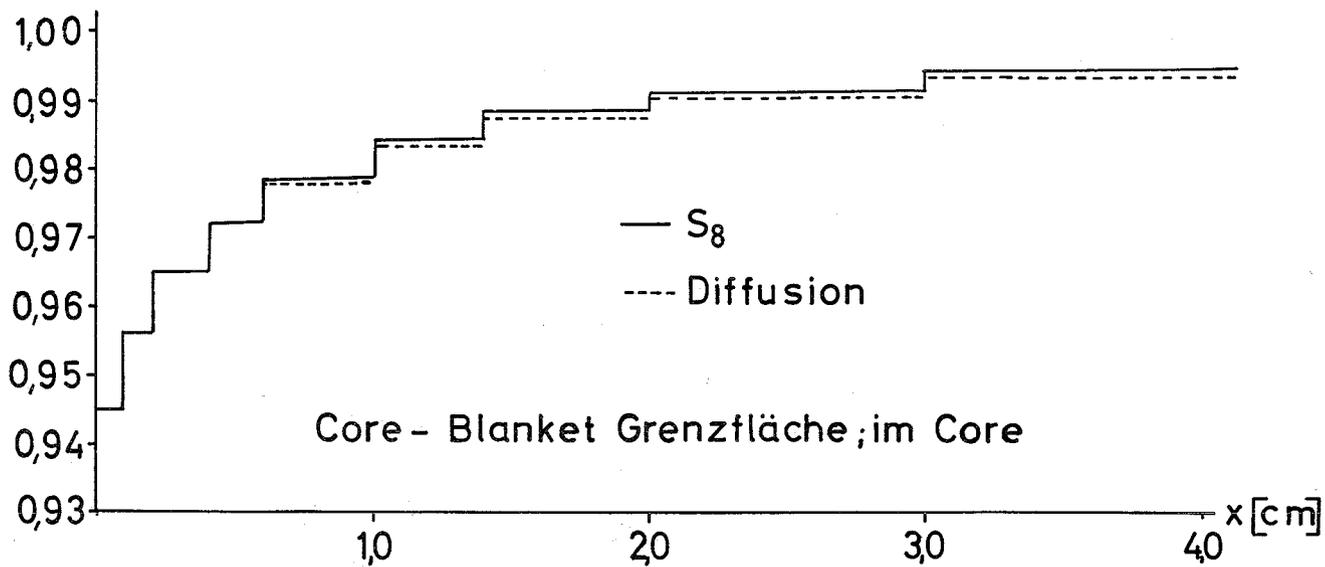
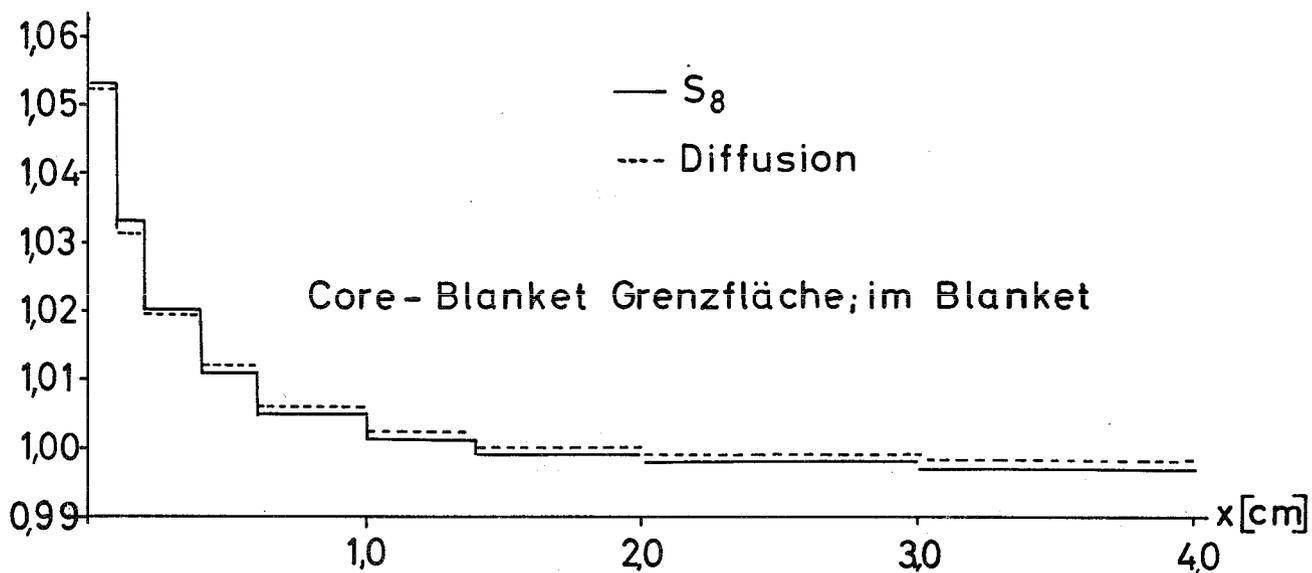


Abb.22 $g_c^{U238} = \frac{\sigma_c^{U238}(\text{korr.})}{\sigma_c^{U238}(\text{unkorr.})}$

$R(\text{korr.})/R(\text{unkorr.})$



$R(\text{korr.})/R(\text{unkorr.})$



$R(\text{korr.})/R(\text{unkorr.})$

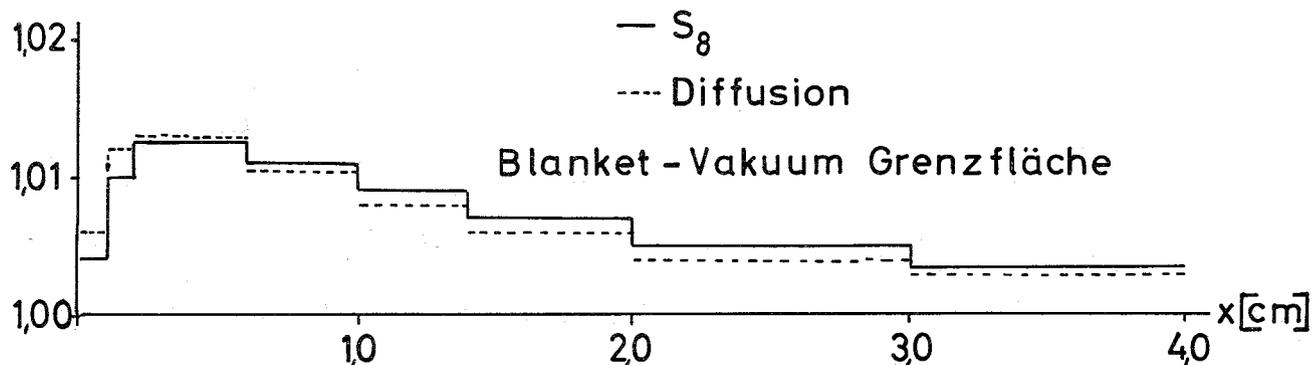


Abb.23 Reaktionsratenverhältnis für Einfang in U-238

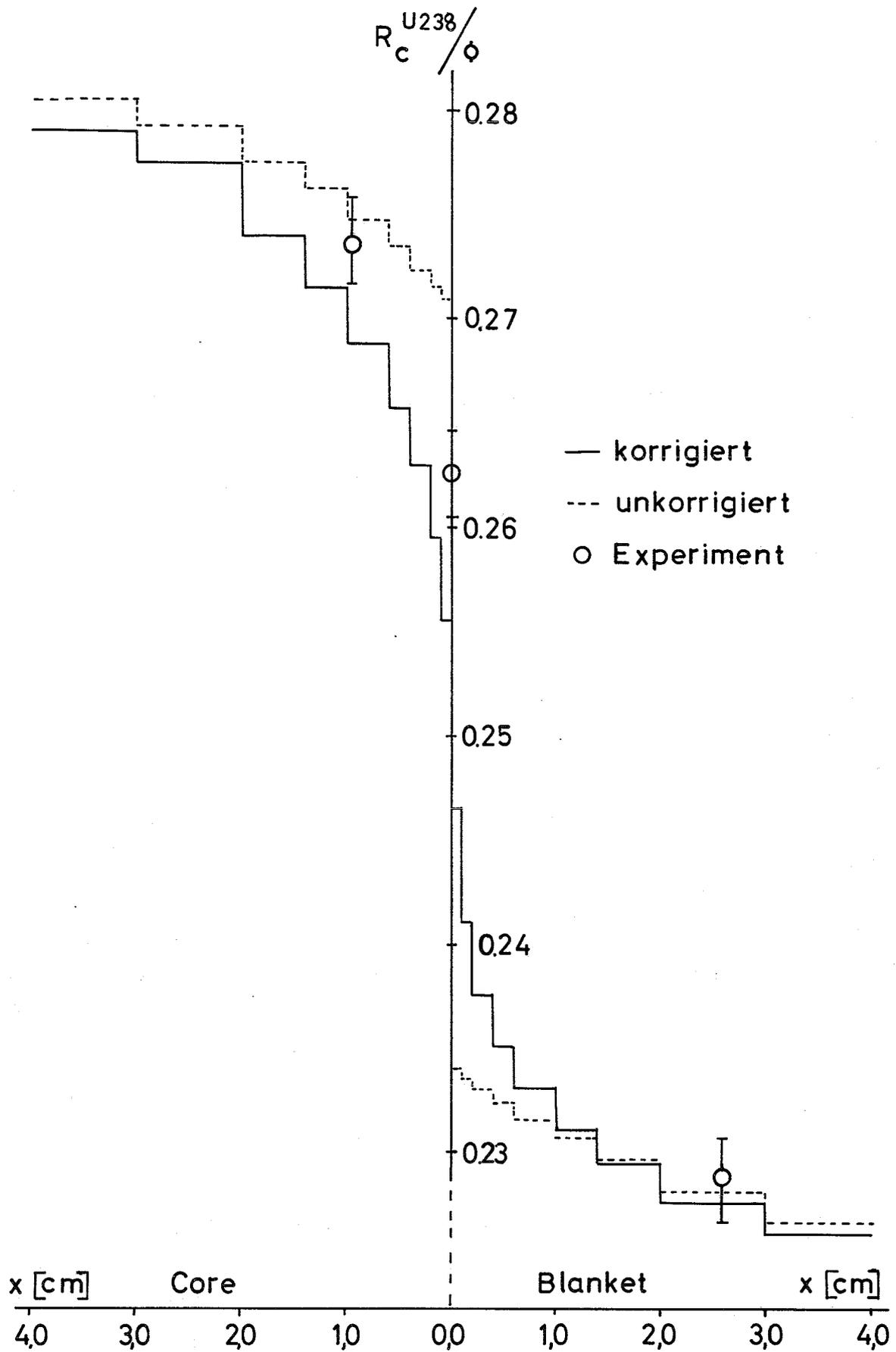


Abb.24 R/ϕ für Neutroneneinfang in U-238 aus einer S_8 Rechnung