

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

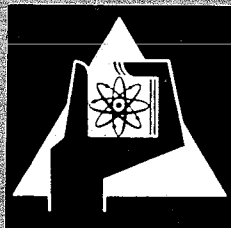
April 1971

KFK 1397

Zyklotron-Laboratorium

Untersuchung der Deformation leichter Kerne  
mit Hilfe der Streuung von 104 MeV Alpha-Teilchen

H. Rebel



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

April 1971

KFK 1397

Zyklotron-Laboratorium

Untersuchung der Deformation leichter Kerne mit  
Hilfe der Streuung von 104 MeV Alpha-Teilchen<sup>+</sup>)

H. Rebel

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

<sup>+</sup>) Diese Arbeit wurde der Fakultät für Physik und Astronomie  
der Universität Heidelberg als Habilitationsschrift vor-  
gelegt

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions.

2. It also emphasizes the need for regular audits to ensure the integrity of the financial data.

3. Furthermore, the document highlights the role of technology in streamlining financial processes and reducing errors.

4. Finally, it concludes by stating that a strong financial foundation is essential for long-term success.

5. The document also provides a detailed overview of the various financial statements and their components.

6. In addition, it offers practical advice on how to effectively manage cash flow and control expenses.

## Zusammenfassung

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die elastische und inelastische Streuung von 104-MeV  $\alpha$ -Teilchen an niedrig liegenden Zuständen von  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{26}\text{Mg}$  und  $^{28}\text{Si}$  wurden gemessen und auf der Basis des Rotationsmodells mit Hilfe der Methode der gekoppelten Kanäle analysiert. Grundlagen und Methode der Analyse werden im Detail dargestellt sowie die Empfindlichkeit der Untersuchungen auf Größe und Vorzeichen möglicher Hexadekapoldeformationen studiert. Die Resultate der Analyse zeigen einen systematischen Verlauf der Hexadekapoldeformation für die Kerne im Bereich  $A=20-28$ . Ferner wird u.a. die aus Messungen des Reorientierungseffektes experimentell bekannte, oblate Gestalt von  $^{28}\text{Si}$  bestätigt. Die Ergebnisse der  $(\alpha, \alpha')$ -Experimente werden mit den Resultaten anderer experimenteller und theoretischer Untersuchungen verglichen.

## Abstract

The differential cross sections for the elastic and inelastic scattering of 104-MeV  $\alpha$ -particles from low-lying states of  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{26}\text{Mg}$  and  $^{28}\text{Si}$  are measured. The experimental results are analyzed in terms of coupled channels on the basis of the rotational model. Method and formalism of the analysis are described in detail. The sensitivity of the analysing technique for magnitude and sign of possible hexadecapole deformation is studied. The results show a systematic trend of the  $\beta_4$  deformation parameter through the region  $A=20-28$  and confirm the oblate shape of  $^{28}\text{Si}$  known from reorientation measurements. The  $(\alpha, \alpha')$ -scattering results are compared to results of other experimental and theoretical investigations.

	Seite
I. Einleitung	1
II. Experimente	5
a. Experimentelle Anordnung	5
b. Targets	7
c. Detektoren und Elektronik	8
d. Aufnahme und Auswertung der Daten	10
e. Experimentelle Ergebnisse	11
III. Die Methode der gekoppelten Kanäle	13
a. Tamm-Dancoff-Approximation (TDA)	14
b. Distorted Wave Born Approximation (DWBA)	15
c. Mehrfachanregung	16
d. Formulierung der gekoppelten Gleichungen für die Streuung von $\alpha$ -Teilchen	18
IV. Streuung an deformierten Kernen	21
a. Das Rotationsmodell bei der Streuung von $\alpha$ -Teilchen	22
b. Adiabatische Approximation	29
c. Vibrationen deformierter Kerne	33
V. Analyse der gemessenen Wirkungsquerschnitte	38
a. Optische Potentiale der elastischen Streuung	38
b. Analyse mit der Methode der gekoppelten Kanäle	44
VI. Diskussion und Vergleich mit Ergebnissen anderer Untersuchungen	53
a. $^{20}\text{Ne}$ und $^{22}\text{Ne}$	58
b. $^{24}\text{Mg}$	62
c. $^{26}\text{Mg}$	65
d. $^{28}\text{Si}$	66
VII. Schlußbemerkung	69
VIII. Literaturverzeichnis	





## I. Einleitung

Die Kerne der ersten Hälfte der 2s-1d-Schale zeigen ausgeprägte Rotationsbanden, die im Gebiet von  $A=20-30$  auf eine permanente Kerndeformation hinweisen [Gove 60]. Dies wird verdeutlicht von den experimentellen  $\gamma$ -Übergangswahrscheinlichkeiten [Graw 69, And 69, Ale 70, Hua 70], den genauen Messungen von statischen Quadrupolmomenten für die ersten angeregten Zustände von  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$  und  $^{32}\text{S}$  mit Hilfe des Reorientierungseffektes bei der Coulombanregung [Bam 68, Schw 69, Häu 69, Häu 69 a, Pe 69, Nak 70, Nak 70 a], sowie von den Resultaten mikroskopischer Berechnungen der Kerneigenschaften im Rahmen von Hartree-Fock- oder Hartree-Fock-Bogoljubov-Modellen [Rip 68, Sa 69, Good 70]. Danach scheint sich in der Nähe von  $A=30$  das Gebiet starker Deformation zu schließen, wobei für  $^{28}\text{Si}$  die Deformation oblat (negativ) wird. Einige der theoretischen Studien weisen darauf hin, daß die Kerne der 2s-1d-Schale neben der Quadrupol- auch eine beträchtliche Hexadekapolkomponente in der Deformation besitzen könnten [St 67, Par 67, Bri 67, Be 69, Ca 70, Good 70]. Dies wird unterstützt durch eine Reihe von experimentellen Hinweisen [Spr 65, Hint 68, Bam 68, Bla 70]. Definitive Evidenz erbrachten die Analyse der inelastischen Streuung von 24,5 MeV Protonen an  $^{20}\text{Ne}$  und anderen s-d-Schalen-Kernen [Swi 69] sowie die Analyse der inelastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{28}\text{Si}$  [Sp 70, Reb 71].

Die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen mittlerer Energie ist seit langem eine Standard-Methode, um die Anregung kollektiver Kernzustände zu untersuchen. Die kurze de-Broglie-Wellenlänge und die starke Absorption der  $\alpha$ -Teilchen an der Kernoberfläche zeichnen die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung als Oberflächenreaktion aus und führen zu einer ausgeprägten Diffraktionsstruktur der Winkelverteilungen der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen. Die experimentellen Resultate lassen sich daher qualitativ recht gut in Analogie zur Fraunhofer-Beugung in der Lichtoptik beschreiben. Diffraktionsmodelle, die auf dieser Analogie basieren, betrachten den Kern im wesentlichen

als eine stark absorbierende, "schwarze" Scheibe |Dro 55, In 57, Bl 59|, gelegentlich mit einer diffusen, halbtransparenten Randzone |In 65|. In Übereinstimmung mit den experimentellen Beobachtungen liefern diese Modelle z.B. approximativ gültige "Phasenregeln" für die Lage der "Beugungsmaxima" in den stark oszillierenden Winkelverteilungen. Die generellen Aussagen dieser Art werden für Zustände, die auf die direkte Weise <sup>+</sup>) (in einem Einstufen-Prozess) vom Grundzustand aus angeregt werden, bestätigt und präzisiert durch eine mehr quantitative Beschreibung der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung im Rahmen der "Distorted Waves Born Approximation" (DWBA) |Ba 62|.

Es liegen jedoch eine Reihe von theoretischen und experimentellen Ergebnissen vor für den Fall, daß eine direkte Anregung der Kernzustände (über einen Prozess erster Ordnung in der Wechselwirkung) nicht möglich oder stark behindert ist |Beu 61, Buck 62, AB 65, Ta 65, Harv 66, Bru 70, As 70|. Es handelt sich dabei vielfach um Zustände, die von einfachen Kollektivmodellen als Mehrphononenzustände gedeutet werden. Die Winkelverteilungen für derartige Zustände zeigen ausgeprägte Charakteristika, die sich als typisch für einen Kaskadenmechanismus bei der Kernanregung erweisen: Die Phasenregeln werden verletzt, die Oszillationsstruktur gedämpft und der mittlere Abfall der Winkelverteilungen nach größeren Streuwinkeln hin ist weniger steil |Be 61, Harv 66|. Im Hinblick auf Kernstrukturstudien sind Prozesse, bei denen höhere Ordnungen in der Kern-Projektile-Wechselwirkung beteiligt sind (Mehrfachanregung), recht interessant. Die Analyse dieser Prozesse vermag zusätzliche Informationen zu liefern.

Betrachten wir beispielsweise die Anregung des  $4^+$ -Niveaus der Grundzustandsrotationsbande eines deformierten gg-Kerns (s. Abb. 1). Hier wird die Zweifachanregung auf Grund der in der Regel dominanten Quadrupoldeformation ( $\beta_2$ ) mit der Einfachanregung

+) .

Hier besagt z.B. die (1.) Blair'sche Phasenregel, daß für Zustände gerader Parität die Maxima der Winkelverteilungen in Phase sind mit den Minima der elastischen differentiellen Wirkungsquerschnitte. Für leichte Kerne wird allerdings das Gültigkeitsgebiet dieser Regeln nicht wirklich erreicht. Ferner ist in diesen Fällen auch die adiabatische Annahme, auf der die Fraunhofer-Beschreibung basiert, weniger gerechtfertigt.

kohärent konkurrieren. Die Einfachanregung des  $4^+$ -Niveaus wird durch eine nichtverschwindende Hexadekapoldeformation ( $\beta_4$ ) ermöglicht. Ein solches "Enhancement" wird andererseits über Mehrfachprozesse die Anregung des  $2^+$ -Zustandes beeinflussen. Auf diese Weise werden die Wirkungsquerschnitte das Ergebnis einer delikaten Interferenz zwischen Einfach- und Mehrfachanregung. Dabei äußern sich nicht nur die Größe, sondern auch die relativen Phasen der spektroskopischen Matrixelemente im Verlauf der Wirkungsquerschnitte (Größe, Abfall zu größeren Winkeln hin und Lage der Diffraktionsoszillationen). In günstigen Fällen erlaubt daher die Analyse der Interferenzeffekte eine Bestimmung des Vorzeichens der Deformationsparameter. Für eine solche Analyse sind die stark strukturierten Winkelverteilungen der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung günstiger als die weniger strukturierten Protonen-Streudaten.

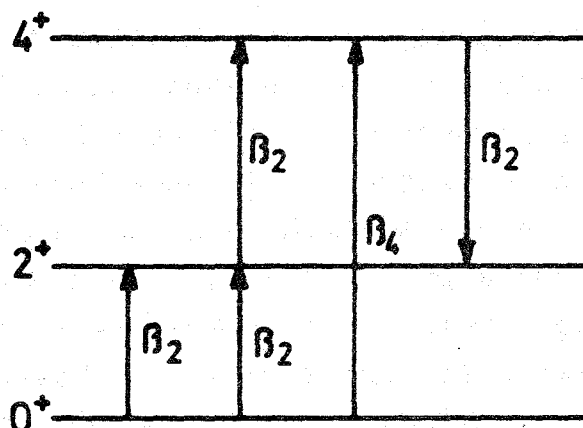


Abb. 1: Einfach- und Zweifachanregung des  $4^+$ -Niveaus der Grundbande eines permanent deformierten Kerns. Die Deformation der Kernoberfläche sei im körperfesten System durch den Ausdruck parametrisiert:

$$R = R_0 (1 + \beta_2 Y_2^0 + \beta_4 Y_4^0)$$

Die Methode, die es erlaubt, die Wirkungsquerschnitte unter Berücksichtigung aller möglichen Anregungswege zu interpretieren, ist die Methode der gekoppelten Kanäle. Auf Grund von "Coupled Channel"-Analysen der inelastischen Streuung von 50 MeV  $\alpha$ -Teilchen an stark deformierten Kernen in der Gegend  $A \approx 150$  wurden 1968 zum ersten Mal von Hendrie et al. [Hend 68]  $Y_4^-$ - und  $Y_6^-$ -Momente gefunden.

In der vorliegenden Arbeit wird über eine systematische Untersuchung der Grundzustandsdeformation leichter Kerne berichtet, wobei die Analyse der Experimente ebenfalls mit der Methode der gekoppelten Kanäle durchgeführt wurde. Die Experi-

mente bestehen in der Messung der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die elastische und inelastische Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an niedrig liegenden Zuständen der Nuklide  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{26}\text{Mg}$  und  $^{28}\text{Si}$ . In diesem Energiebereich dominiert die nukleare Anregung; die Coulombanregung spielt eine untergeordnete Rolle. Das bedeutet, daß die Experimente keine direkte Aussage über die Ladungsgestalt der Kerne liefern im Gegensatz zu Experimenten bei niederen Energien unterhalb der Coulomb-Schwelle<sup>+)</sup> . Andererseits entfallen dann bei der Analyse eine Reihe von Komplikationen, die mit der langen Reichweite der Coulomb-Wechselwirkung verknüpft sind. Ferner haben die den Kern "streifenden"  $\alpha$ -Teilchen hier auch im Falle leichter Targetkerne genügend hohen Drehimpuls, so daß leicht grosse Drehimpulstransfers in einem Einstufenprozess möglich sind. Daneben gewinnt mit wachsender Energie auch die Mehrfachanregung an Bedeutung<sup>++)</sup>. Wie oben bereits angedeutet, ist diese Konkurrenz von Einfach- und Mehrfachanregung der höheren Rotationszustände ( $I=4, 6, \dots$ ) ein notwendiges Charakteristikum für das Studium höherer Momente ( $L=I$ ). Auf Grund der experimentellen Erfahrung sind im 100 MeV-Bereich die Interferenzeffekte sehr deutlich und zeichnen zusammen mit der starken Absorption die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung als Sonde für Details der Kernoberfläche aus.

Es kann darauf hingewiesen werden, daß im 100 MeV-Bereich die Voraussetzungen einfacher adiabatischer Reaktionsmodelle, wie der Austern-Blair-Theorie, gut erfüllt sind. Die Austern-Blair-

+)

In einem Energiebereich, wo Coulomb- und nukleare Anregung äquivalent konkurrieren, beobachtet man eine starke Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte. Die Analyse der Wirkungsquerschnitte in diesem Interferenzbereich ermöglicht grundsätzlich detailliertere Informationen. Diese Hoffnung hat sich allerdings bei neueren Studien der Yale-Gruppe bei der Streuung von 27,5-32,5 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{154}\text{Sm}$ ,  $^{166}\text{Er}$  und  $^{176}\text{Yb}$  nicht erfüllt [Ap 70].

++)

Im Reaktionsmodell von Austern und Blair [AB 65] treten die Matrixelemente für die Anregung n-ter Ordnung stets mit dem Faktor  $k^n$  auf, wobei  $k$  die Wellenzahl der Relativbewegung von Kern und  $\alpha$ -Teilchen ist.

Theorie beschreibt die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung unter Berücksichtigung der Mehrfachanregung [AB 65] und bietet eine nicht zu unterschätzende Orientierung für die angestrebten Untersuchungen.

## II. Experimente

### a. Experimentelle Anordnung

Abb. 2 zeigt das Experimentierfeld und das Strahlführungssystem des "analysierten Strahls" am Karlsruher Isochron-Zyklotron. Der extrahierte  $\alpha$ -Teilchen-Strahl hat eine Energieunschärfe von ca. 400 keV. Dieser Wert wird durch

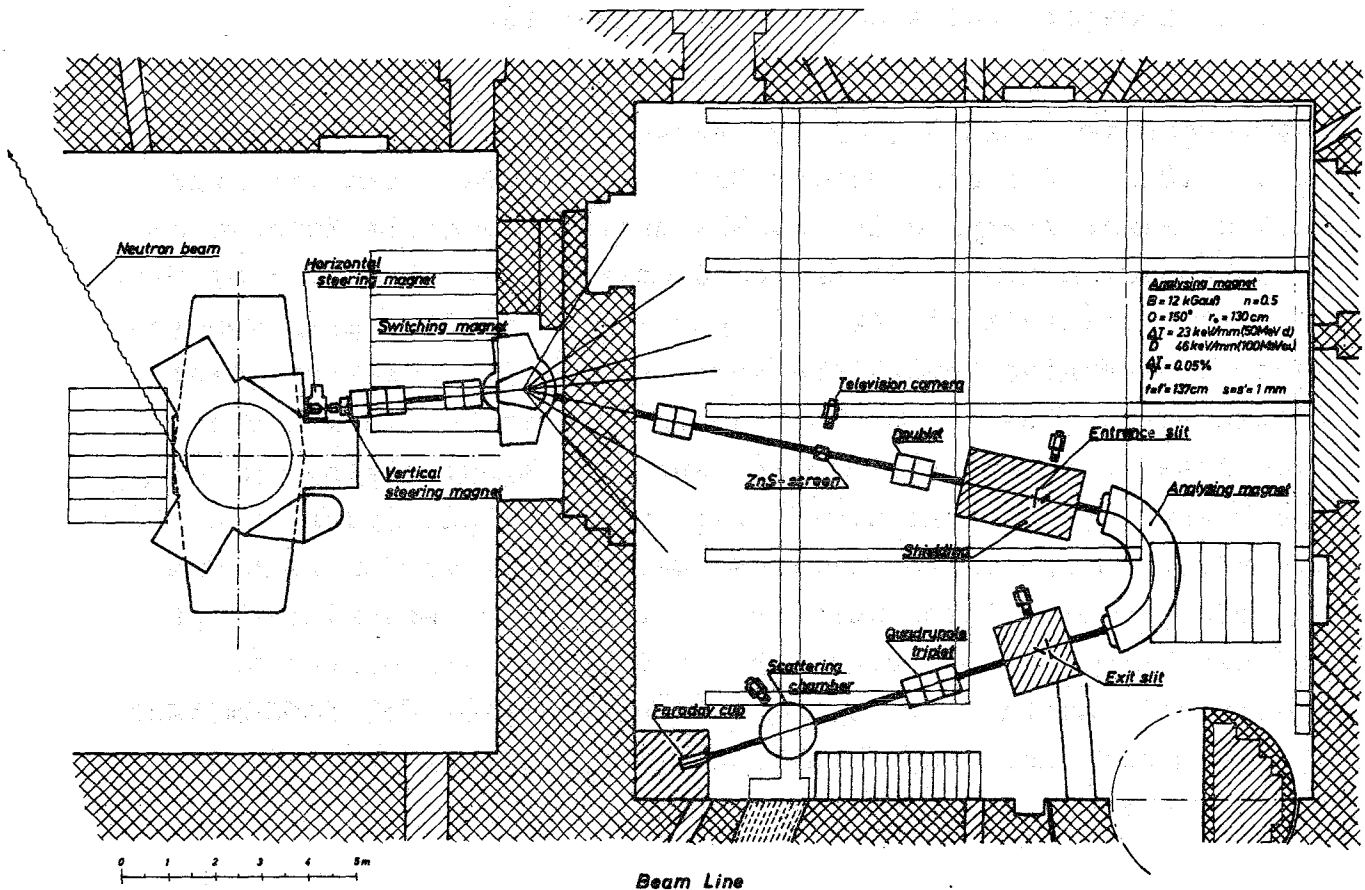


Abb. 2: Experimentierfeld am Karlsruher Isochron-Zyklotron

einen  $150^\circ$  Monochromator-Magneten bis zu einer Größenordnung verbessert (Schlitzweite 1 mm mit einer Transmission von  $\approx 10\%$ ). Nach der Ablenkung wird der Strahl im Zentrum der Streukammer auf das Target fokussiert. Der Durchmesser des Strahlflecks auf dem Target ist in der Regel ca. 2 mm. Das horizontale Phasenvolumen des externen Deuteronen-Strahls des Karlsruher Zyklotrons wurde (vor dem Monochromator-Magneten) zu  $5,6 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$  |Hart 68| bestimmt. Nehmen wir den gleichen Wert für den  $\alpha$ -Teilchen-Strahl an und vernachlässigen wir den Einfluß des Monochromator-Magneten, so hat der Strahl auf dem Target eine Winkeldivergenz von  $0,16^\circ$  (FWHM). Nach dem Durchgang durch die Streukammer wird der Strahl in einem mit Schwerbeton und Blei abgeschirmten und zur Strom- und Ladungsmessung bestimmten Faraday-Käfig gestoppt. Einzelheiten des Strahlführungssystems sind an anderer Stelle beschrieben |Hart 68a|.

Die meisten Experimente wurden mit einer schon bei früheren Untersuchungen |Hau 68, Sp 70| verwendeten 70 cm Streukammer durchgeführt. Für die letzten Experimente benutzten wir eine inzwischen am analysierten Strahl aufgebaute große Mehrzweck-Streukammer. Einen Eindruck von dieser Kammer (Innendurchmesser 130 cm) vermittelt die Abb. 3. Die Kammer besitzt zwei voneinander unabhängige, bewegliche Arme, worauf das Detektorsystem (Detektoren, Blenden, u.s.w.) aufgebaut wird und womit die Winkelstellung variiert werden kann. Die Einstellgenauigkeit der Drehkränze beträgt  $0,01^\circ$ . Der äußerste Teil jedes Arms ist ein wärmeisolierter Kupferblock, der gekühlt werden kann und auf dem die Detektoren montiert sind. Die Targetschleuse ist auf den Kammerdeckel aufgebaut. Im Bild ist ein Halter für sieben Folientargets zu sehen. Anstelle dieses Folienrähmchens kann ein geeignet gebautes Gastarget eingebaut und in das Zentrum der Kammer eingefahren werden.

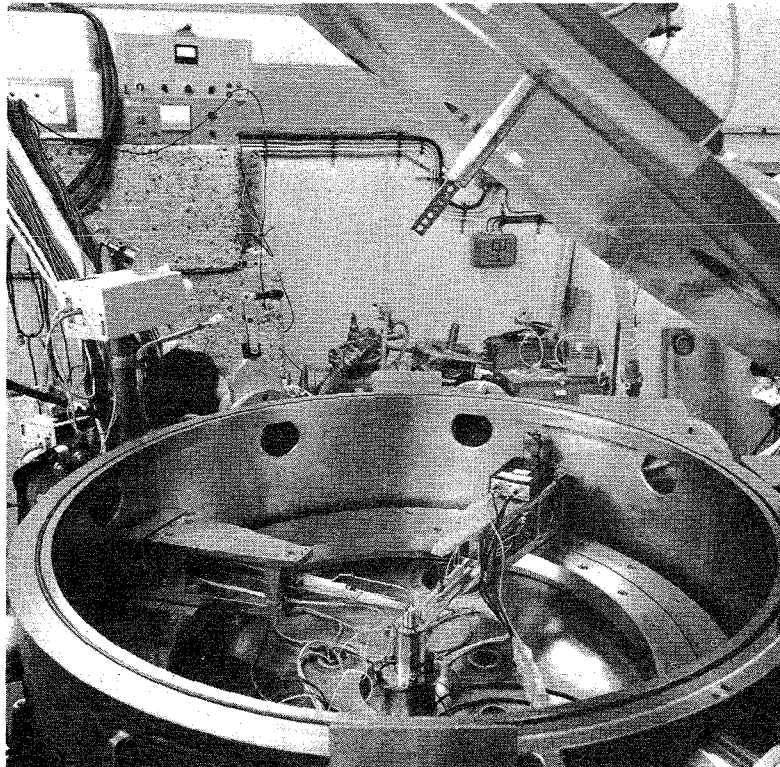


Abb. 3: 130 cm Streukammer am analysierten Strahl des  
Karlsruher Isochron-Zyklotrons

b. Targets

Einen Überblick über die Targets gibt Tab. 1. Die  $^{20}\text{Ne}$ - und  $^{22}\text{Ne}$ -Experimente wurden mit Gastargets durchgeführt. Das Gas wird in einem Messingzylinder (140  $\varnothing$  x 35 mm) bei etwa Atmosphärendruck gehalten. Ein seitlicher Schlitz (10 mm Höhe), der mit einer 6  $\mu\text{m}$  dicken Harvar-Folie abgedeckt ist, ermöglicht Ein- und Austritt des Strahls und der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen (Einzelheiten siehe in [Hau 69, Hab 70]).

Isotope	Dicke [mg/cm <sup>2</sup> ]	Anreicherung [%]	Form	Bemerkungen
<sup>20</sup> Ne	0,38 +	99,95	Gas	von Mound Laboratories, Miamisburg
<sup>22</sup> Ne	0,38 +	99,5	Gas	
<sup>24</sup> Mg	11,16	99,9	gewalzte Metall-Folie	Nach Reduktion von Mg-Oxid
<sup>24</sup> Mg	0,785	99,9	freitragende Metall-Folie	Nach Aufdampfen von der Unterlage gelöst ++
<sup>26</sup> Mg	9,073	99,5	gewalzte Metall-Folie	Nach Reduktion von Mg-Oxid
<sup>28</sup> Si	0,33	99,91	freitragende Metall-Folie	Von ORNL hergestellt

Tab. 1 Targets

+ Effektive Dicke des Gastargets bei  $\theta = 90^\circ$

++ Nach einem Verfahren von H. Wirth (MPI für Kernphysik Heidelberg)

### c. Detektoren und Elektronik

Die Energiespektren der gestreuten  $\alpha$ -Teilchen wurden bei den meisten Experimenten mit auf  $-25^\circ$  C gekühlten 5 mm dicken Si(Li)-Halbleiterdetektoren (100 mm<sup>2</sup> empfindliche Fläche) gemessen. Unser Interesse galt dabei lediglich dem hochenergetischen Ende der Spektren bis zu einer Anregungsenergie von etwa 8 MeV. Da der maximale Energieverlust von Protonen, Deuteronen und Tritonen in 5 mm Silizium unter 50 MeV liegt und die Q-Werte der ( $\alpha, ^3\text{He}$ )-Reaktionen im Bereich von 10 MeV liegen, konnte auf eine Teilchenidentifizierung verzichtet werden. Für die Experimente mit den Folientargets wurde eine einzige den Streuwinkel definierende Schlitzblende vor dem Zähler benutzt, für die Experimente mit den Gastargets ein System von zwei kollimierenden Blenden. Unter Berücksichtigung der Geometrie der Anordnung und der Strahlqualität beträgt die Winkelauflösung in der 70 cm Streukammer  $\Delta\theta \approx 0,6^\circ$ , in der großen Streukammer  $\Delta\theta \approx 0,3^\circ$ . Die Winkelauflösung ist nicht



nur wegen der Struktur der Winkelverteilungen von Bedeutung, sondern beeinflusst auf Grund der Kinematik die Energieauflösung der Nachweisanordnung. Dieser Einfluß der kinematischen Faktoren ist wegen der hohen Primärenergie und der leichten Targetkerne verhältnismäßig groß. Andere Beiträge zur Energieauflösung sind die Energieschärfe des Primärstrahls (ca. 50 keV), Energie-Stragglung und Vielfachstreuung im Target, das elektronische Rauschen (ca. 50 keV) und die Qualität der Detektoren selbst. Mit den Lithium gedrifteten Si-Halbleiterdetektoren wurde eine Gesamtauflösung von  $\Delta E = 200-300$  keV erzielt. Diese Grenze ist im wesentlichen durch die Qualität der Detektoren gegeben.

Für das  $^{24}\text{Mg}$ -Experiment wurde ein Teleskop aus zwei 2 mm dicken Transmissions-Oberflächensperrschicht-Zählern ( $25\text{ mm}^2$  empfindliche Fläche) benützt. Die Detektoren wurden auf  $-60^\circ\text{ C}$  gekühlt (verschwindender Sperrstrom) und mit 200 Volt Überspannung betrieben. Die erreichte Energieauflösung  $\Delta E \leq 100$  keV ist hier im wesentlichen von den kinematischen Faktoren und kaum noch von der Eigenauflösung des Detektors bestimmt.

In Abb. 4 ist zur Demonstration der interessierende Teil eines Energiespektrums für die an einem  $^{24}\text{Mg}$ -Target (mit Kohlenstoff- und Sauerstoffverunreinigungen) gestreuten  $\alpha$ -Teilchen gegeben.

Der elektronische Teil der Meßanordnung bestand aus einem ladungsempfindlichen FET-Vorverstärker (Ortec Model 109A), der mit einem sehr kurzen, kapazitätsarmen Kabel (bereits in der Kammer) mit dem Halbleiter-Zähler verbunden war, aus einem Hauptverstärker (Ortec Model 410) mit geeigneter Differentiation und Integration der Signale, einem "Bias Amplifier" (Canberra Model 1462) und einem Vielkanalanalysator bzw. dem ADC des On-Line-Rechners CDC 3100 des Zyklotron-Laboratoriums.

Bei der Installation des Nachweissystems mußte darauf geachtet werden, daß der Einfluß externer elektrischer Störquellen (wie z.B. des HF-Oszillators des Zyklotrons) minimal wird. Neben sorgfältiger Erdung hat sich dabei gelegentlich eine elektronische Stabilisierung der vom Analysator (Geoscience Mod. 8050/7000) registrierten Linie eines Präzisionsimpulsgebers als erfolgreich erwiesen.

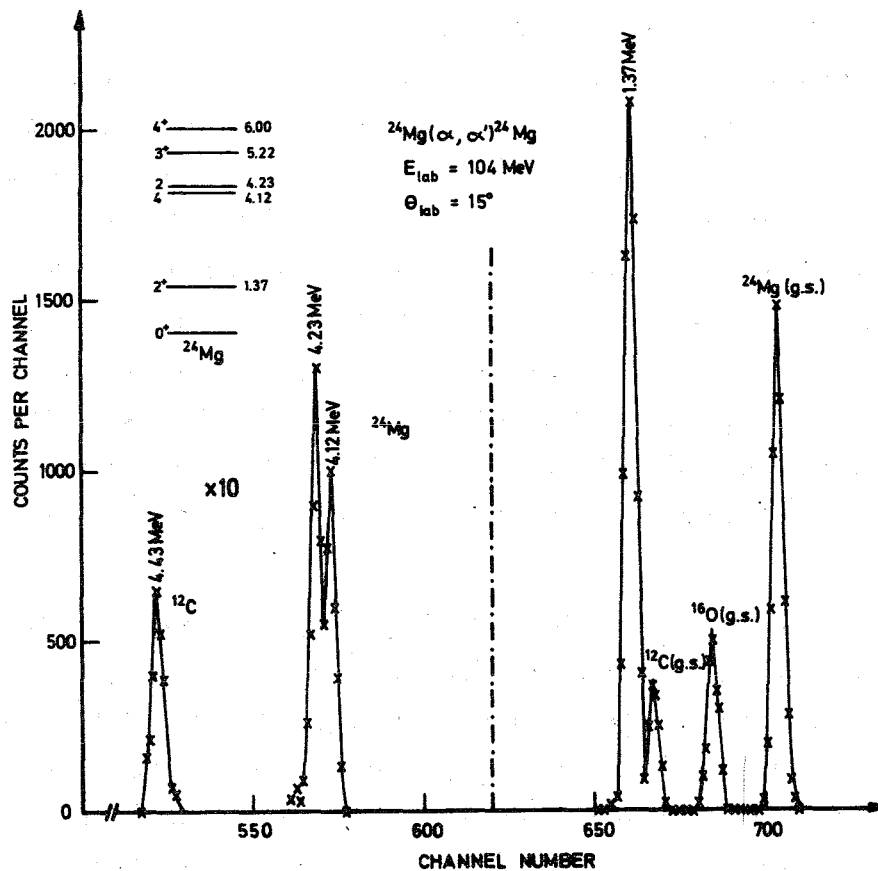


Abb. 4:  $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$  Energiespektrum für  $E_\alpha = 104 \text{ MeV}$

#### d. Aufnahme und Auswertung der Daten

In der Regel wurden die Energiespektren in  $0,5^\circ$  Intervallen von  $5^\circ$  (Laborsystem) an bis in einen Winkelbereich gemessen, wo die Diffraktionsstruktur deutlich gedämpft wird. Der Nullpunkt der Winkelskala wurde bei jeder Meßperiode durch Messungen der Wirkungsquerschnitte auf beiden Seiten des einfallenden Strahls kontrolliert. Auf diese Weise kann der Nullpunkt auf  $0,1^\circ$  genau festgelegt werden.

Die Stromstärke des einfallenden Strahls variierte je nach Streuwinkel und Targetdicke zwischen  $0,05 \text{ nA}$  und  $300 \text{ nA}$ . Der Strom wurde mit einem Stromintegrator Elcor-Model A309B integriert. Der Integrator startete und beendigte die Datenaufnahme über das Interrupt-System des Rechners.

Der On-Line-Computer CDC 3100 war als 1024-Kanal-Impulshöhenanalysator programmiert. Das Programm enthält eine Routine, die eine sofortige Auswertung der interessierenden Linien mit Untergrund- und Totzeitkorrektur erlaubt. Auf diese Weise gewinnt man

bereits während der Meßperiode einen Überblick über die Ergebnisse. Für weitere Auswertungen wurden die Spektren auf Magnetband gespeichert.

Eine detaillierte Analyse war vor allem in den Fällen notwendig, wo sich auf Grund der beschränkten Energieauflösung die Linien im Spektrum überlappten. Dies wurde mit Hilfe eines IBM 360-65 Fortran-Programms durchgeführt, wobei die Form der Linien als asymmetrische Gaußverteilungen dargestellt wurde (Details siehe |Hab 70|). Die Analyse des kinematischen Verhaltens der Energiespektren ergibt ferner eine Bestimmung der Energie des Primärstrahls:  $E_{\alpha} = 104,0 \pm 0,4$  MeV.

e. Experimentelle Ergebnisse

Die gemessenen Wirkungsquerschnitte zeigen die Abb. 5 - 9. Die Fehler der einzelnen Meßpunkte beinhalten neben den sta-

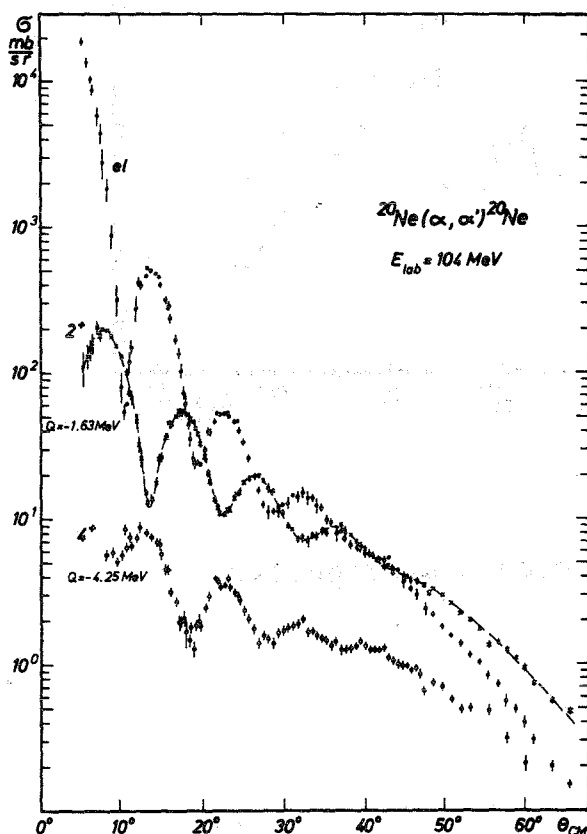


Abb. 5: Experimentelle Wirkungsquerschnitte:  
 $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$

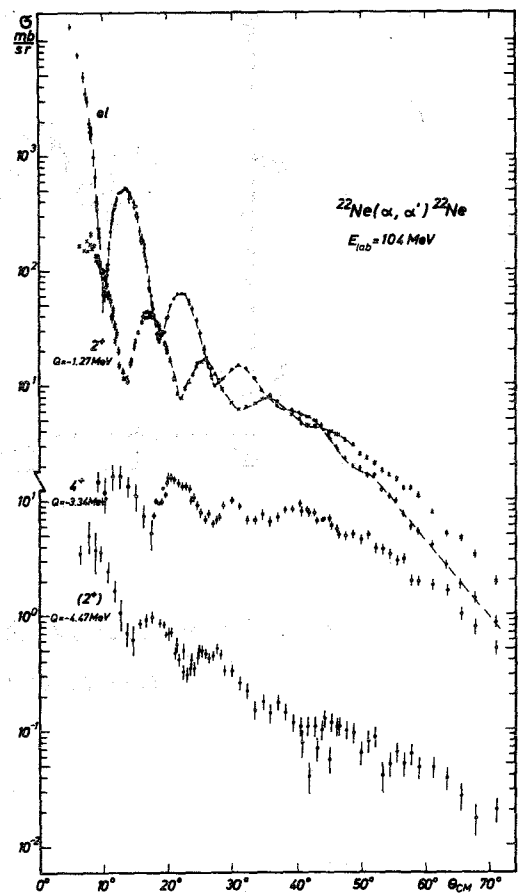


Abb. 6: Experimentelle Wirkungsquerschnitte:  
 $^{22}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{22}\text{Ne}$

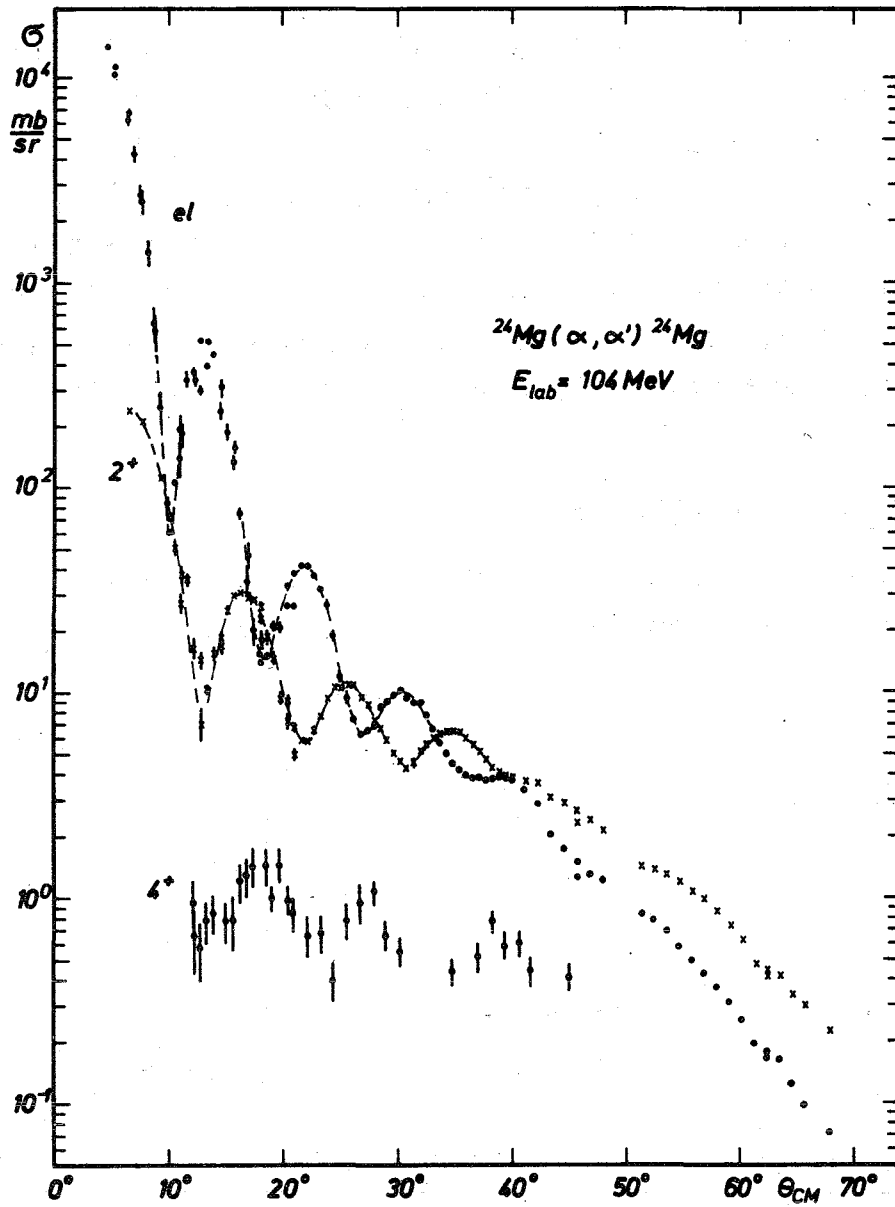


Abb. 7: Experimentelle Wirkungsquerschnitte:  
 $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$

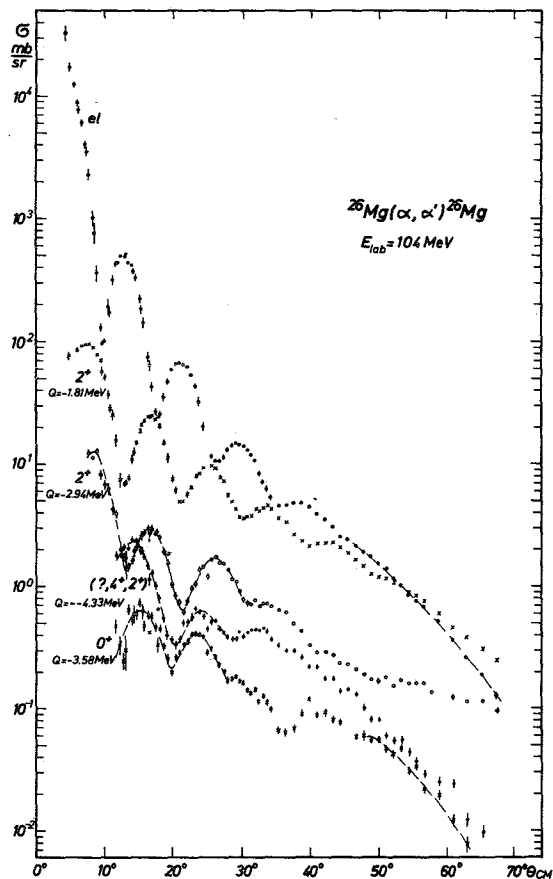


Abb. 8: Experimentelle Wirkungsquerschnitte:  
 $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{26}\text{Mg}$

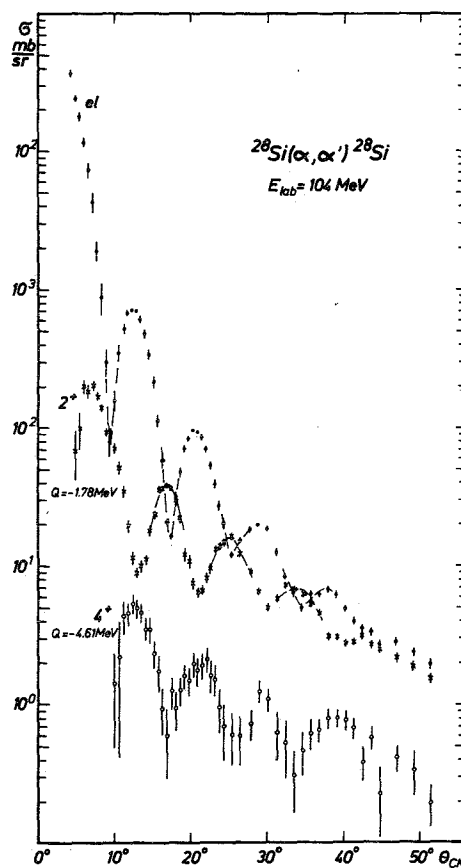


Abb. 9: Experimentelle Wirkungsquerschnitte:  
 $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha')^{28}\text{Si}$



tistischen Fehlern die Unsicherheit ( $0,1^\circ$ ) im Nullpunkt der Winkelzählung. Die Genauigkeit des Absolutwertes der Wirkungsquerschnitte wurde zu ca. 10 % abgeschätzt. Die Fehlerbalken in den Abbildungen enthalten diesen Fehler nicht.

### III. Die Methode der gekoppelten Kanäle

Die Schrödingergleichung, die das zu untersuchende Streuproblem beschreibt, ist einem System unendlich vieler gekoppelter Gleichungen äquivalent. Entwickelt man nämlich die Gesamtwellenfunktion  $\Psi^{(+)}$  (die sich asymptotisch aus einer ebenen Welle im Eingangskanal und auslaufenden Kugelwellen für alle offenen Kanäle zusammensetzen soll) nach einem vollständigen System von Eigenzuständen  $\phi_f$  der isolierten Reaktionspartner

$$(III-1) \quad \Psi^{(+)} = \sum_{f'} \psi_{f'}^{(+)}(\vec{r}_{f'}) \cdot \phi_{f'}(\xi_{f'})$$

und setzt dies in die Schrödingergleichung ein, so ergibt die skalare Multiplikation mit einem speziellen Eigenzustand  $\phi_f$

$$(III-2) \quad \sum_{f'} \langle \phi_f | H-E | \phi_{f'} \rangle \psi_{f'}^{(+)} = 0$$

Im folgenden betrachten wir nur die inelastische Streuung und setzen ein strukturloses Projektil voraus, so daß die Eigenzustände  $\phi_f$  im wesentlichen Targetwellenfunktionen sind. Die Entwicklung vernachlässigt dann den Einfluß der Reaktionskanäle auf die inelastische Streuung, was summarisch durch die Einführung eines komplexen Potentials berücksichtigt werden kann (siehe unten). Ferner vernachlässigen wir Austauscheffekte zwischen Projektil und Target, was zur "zero-range approximation":  $r_f = r_{f'} = r$  führt. Unter diesen Voraussetzungen sind Anfangs- und Endzustand Eigenzustände ein und desselben Hamiltonoperators.

Berücksichtigen wir nun in (III-2) die explizite Form des Gesamthamiltonoperators

$$H = h(\xi) + K(\vec{r}) + V(\vec{r}, \xi)$$

wobei  $h$ ,  $K$  und  $V$  der innere Hamiltonoperator, der Operator der kinetischen Energie und  $V$  die Wechselwirkung ist, so ergibt

sich explizit mit der Notation  $\langle \phi_f | V | \phi_{f'} \rangle = V_{ff'}$ ,

$$(III-3) \quad (E - \epsilon_f - K_f - V_{ff}) \psi_f^{(+)}(r) = \sum_{f' \neq f} V_{ff'} \psi_{f'}^{(+)}(r)$$

Die Energien  $\epsilon_f$  sind durch

$$(h - \epsilon_f) \phi_f = 0$$

definiert, wobei der Energiesatz als

$$E = E_i = E_f + \epsilon_f = \frac{\hbar^2}{2\mu} k_f^2 + \epsilon_f = \frac{\hbar^2}{2\mu} k_{f'}^2 + \epsilon_{f'} \equiv E_{f'} + \epsilon_{f'}$$

geschrieben wird.

Das Gleichungssystem (III-3) für die Amplituden

$$\psi_f^{(+)} = \langle \phi_f | \Psi^{(+)} \rangle$$

läßt erkennen, daß die Amplitude für einen speziellen Kanal wegen der Kopplung über Nichtdiagonalelemente  $V_{ff'}$ , von den Amplituden der übrigen Kanäle beeinflusst wird. Dieses System ist neben dem wohlbekannten Ausdruck für die Streuamplitude

$$(III-4) \quad T_{if} = \langle \phi_f | e^{i \vec{k}_f \cdot \vec{r}} | V | \Psi^{(+)} \rangle$$

im folgenden Ausgangspunkt für die unvermeidbaren Approximationen bei der Lösung des Streuproblems.

#### a. Tamm-Dancoff-Approximation (TDA)<sup>+</sup>

Unser Interesse gilt der Struktur niedrig liegender Kernzustände. Es interessieren daher explizit nur einige wenige Amplituden  $\psi_f^{(+)}$ . Die TDA geht von der Annahme aus, daß im System (III-3) nur endlich viele Kanäle stark zusammengekoppelt werden, so daß sich das unendliche System auf einen Satz endlich vieler Gleichungen

<sup>+</sup>) Diese Bezeichnung, die in diesem Zusammenhang von Satchler |Sate 65| benutzt wird, ist vom gleichen Typ wie die Tamm-Dancoff-Approximation im Hartree-Fock-Modell.



( $N_s$ ) reduziert. Es gibt allerdings a priori kein Argument, welche Zustände zusammenzukoppeln und welche Kanäle bei der Betrachtung eines speziellen Kanals zu vernachlässigen sind, weil die Kopplung von der Struktur der Matrixelemente  $V_{ff'}$ , bedingt ist.

Der Einfluß der Vernachlässigungen auf die Übergangsamplitude  $T_{if}$  läßt sich durch eine geeignete Modifikation der Wechselwirkung kompensieren. Folgendes Konzept [siehe Glen 67] läßt sich begründen: Anstelle der ursprünglichen Wechselwirkung  $V$  benutzt man eine effektive Wechselwirkung  $U$ , die im Unterraum der interessierenden Kanäle zu den gleichen T-Matrix-Elementen führt wie die ursprüngliche Wechselwirkung. Diese modifizierte Wechselwirkung läßt sich formal angeben und ist im Allgemeinfall ein energieabhängiges, nichtlokales, komplexes Potential. In praxi versucht man diesem verallgemeinerten optischen Potential durch einen einfachen, physikalisch interpretierbaren, parametrisierten Ansatz nahezukommen.

Das verallgemeinerte optische Potential  $U$ , das insbesondere durch seinen absorptiven Teil den Beitrag der nicht explizit auftretenden Kanäle summarisch berücksichtigt, führt zu den Grundgleichungen

$$(III-5) \quad [E - \epsilon_f - K_f - U_{ff}] \psi_f^{(+)} = \sum_{f' \neq f}^{N_s} U_{ff'} \psi_{f'}^{(+)}$$

Der einfachste Fall ist das gewöhnliche optische Modell, das lediglich den elastischen Kanal berücksichtigt.

$$(III-6) \quad [E - \epsilon_i - K_i - U_{ii}^0] \chi_i^{o(+)} = 0 \quad ; \quad \epsilon_i = 0$$

b. Distorted Wave Born Approximation (DWBA)

Die DWBA geht davon aus, daß der wesentliche Effekt die elastische Streuung ist und daß im Gleichungssystem (III-5) für die Anregungskanäle nur direkte Kopplungen an den Grundzustand (d.h. Matrixelemente  $U_{fi}$ ) wesentlich sind. Dabei entkoppelt das System zu

$$(III-7) \quad [E - \epsilon_i - K_i - U_{ii}] \chi_i^{(+)} = 0 \quad (\text{elastischer Kanal})$$

$$[E - \epsilon_f - K_f - U_{ff}] \chi_f^{(+)} = U_{fi} \chi_i^{(+)} \quad (\text{Anregungskanal } f \neq i)$$

Diese Gleichungen führen zur DWBA-Übergangsamplitude

$$(III-7a) \quad T_{ii}^{DWBA} = \langle e^{i \vec{k}_i \cdot \vec{r}} | U_{ii} | \chi_i^{(+)} \rangle$$

$$T_{if}^{DWBA} = \langle \chi_f^{(-)} | U_{if} | \chi_i^{(+)} \rangle$$

Dabei ist  $\chi^{(-)}$  die zeitumgekehrte Lösung der Schrödingergleichung; sie ist mit  $\chi^{(+)}$  über die Relation  $\chi^{(-)*}(\vec{k}) = \chi^{(+)}(-\vec{k})$  verknüpft.

Im allgemeinen ist  $U_{ii}^0 \neq U_{ii} \neq U_{ff}$ . Bei praktischen DWBA-Rechnungen werden jedoch in der Regel die Lösungen  $\chi_i^{(0)}$  zum gewöhnlichen optischen Potential  $U_{ii}^0$  als "distorted waves" benutzt |siehe Satz 65, S. 82ff|.

### c. Mehrfachanregung

In vielen praktischen Fällen ist es nützlich, die effektive Wechselwirkung in einen sphärisch symmetrischen Diagonaleil  $U_{\text{Diag}}(r)$  und einen Kopplungsanteil  $U_{\text{Coupl}}(\vec{r}, \xi)$  aufzuspalten. Die Gell-Mann-Goldberger Relation liefert für diesen Fall

$$(III-8) \quad T_{if} = \langle e^{i \vec{k}_f \cdot \vec{r}} \phi_f | U_{\text{Diag}} | \phi_i \chi_i^{(+)} \rangle + \langle \chi_f^{(-)} \phi_f | U_{\text{coupl}} | \psi_i^{(+)} \rangle$$

Hierbei ist  $\chi$  eine Lösung zum eingeschränkten Hamiltonoperator.

$$H_1 = h(\xi) + K(\vec{r}) + U_{\text{Diag}}$$

Entwickelt man nun die formale Lösung für die Gesamtwellenfunktion mit Hilfe des zu  $H_1$  gehörenden Green'schen Operators

$$G_1^{(+)} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (E - H_1 + i\epsilon)^{-1} \text{ in eine Born'sche Reihe,}$$

$$\psi_i^{(+)} = \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (G_1^{(+)} U_{\text{coupl}})^n \right] \phi_i \chi_i^{(+)}$$

so wird sofort evident, daß die DWBA von der Reihe

$$(III-9) \quad T_{if} = T_0 \delta_{if} + \langle \chi_f^{(-)} | \phi_f | U_{\text{coupl}} | \phi_i \chi_i^{(+)} \rangle + \\ + \langle \chi_f^{(-)} | \phi_f | U_{\text{coupl}} G_1^{(+)} U_{\text{coupl}} | \phi_i \chi_i^{(+)} \rangle + \dots$$

die Glieder der höheren Ordnungen in der Wechselwirkung vernachlässigt.

Im makroskopischen, kollektiven Modell hat man neben dieser Entwicklung der Übergangsamplitude nach Potenzen der Wechselwirkung die Entwicklung des deformierten optischen Potentials nach Potenzen der Deformation  $\alpha(\hat{r})$

(III-10)

$$U(r-R(\hat{r})) = U(r-R_0) - \alpha(\hat{r}) \frac{\partial}{\partial r} U(r-R_0) + \frac{1}{2} \alpha(\hat{r})^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} U(r-R_0) - \dots$$

Dabei ist  $\alpha(\hat{r})$  die Deformation der Kernoberfläche (des Potentialvolumens)

$$R(\hat{r}) = R_0 + \alpha(\hat{r})$$

in Richtung  $\hat{r} = \vec{r}/r$ . Ordnet man die Übergangsamplitude nach Potenzen von  $\alpha$ , so konkurrieren Terme der 1. Ordnung in  $U_{\text{coupl}}$  mit höheren Potenzen in  $\alpha$  (direkte Terme) mit entsprechenden (multiple-) Termen von höheren Ordnungen in  $U_{\text{coupl}}$ . Letztere beschreiben die Anregung über einen Stufenprozess. Zur Übersicht ist es nützlich, die einzelnen Beiträge in einem Diagramm darzustellen |Bl 65|. In Abb. 10 ist dies als Beispiel für die Anregung der Grundbande eines Rotationskernes mit seiner Quadrupoldeformation bis zur Zweifachanregung dargestellt.

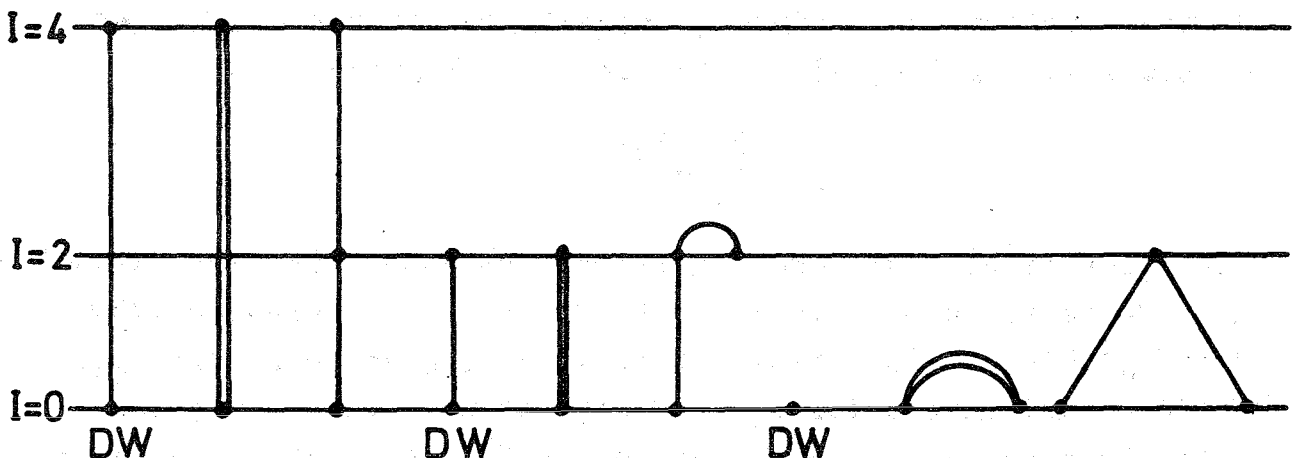


Abb. 10 Anregungsdiagramm: Die mit DW bezeichneten Graphen tragen zur DWBA bei; Doppellinien sind direkte Terme, quadratisch in  $\alpha$

d. Formulierung der gekoppelten Gleichungen für die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen

Bei Anwendungen der Methode der gekoppelten Kanäle wird die Gesamtwellenfunktion nach Eigenfunktionen  $\psi_J^M$  des Gesamtdrehimpulses  $J$  (z-Komponente  $M$ ) entwickelt.

$$\psi^{(+)}(\vec{r}, \xi) = \sum_{J, M} \psi_J^M(\vec{r}, \xi)$$

Zu diesem Zweck wird in einem Reaktionskanal, der dem  $n$ -ten Zustand  $(\epsilon_n, I_n, \pi_n)$  entspricht, der Partialwellendrehimpuls  $l_n$  des Projektils mit dem Target-Spin  $I_n$  gekoppelt:  $\vec{J} = \vec{l}_n + I_n$  und  $\Pi = \pi_n \cdot (-1)^{l_n}$

$$(Y_{l_n} \otimes \phi_{I_n})_J^M = \sum_{m_n, M_n} \langle l_n I_n m_n M_n | J M \rangle i^{l_n} Y_{l_n}^{m_n} \phi_{I_n}^{M_n}$$

Für eine Wechselwirkung, welche eine Anregung des Targets erlaubt, sind weder  $l_n$ ,  $I_n$  noch  $\pi_n$  gute Quantenzahlen. Es gibt im allgemeinen in einem definierten Kanal  $n$  mehrere Partialwellen  $l_n$ , die zu einem speziellen Wert  $(J, \pi)$  koppeln können. Ihre Maximalzahl ist gegeben durch

$$N_c^{(n)} = I_n + 1$$

für ein spinloses Projektil und geradzahlige Werte von  $I_n$ . Werden insgesamt  $N$  Zustände gekoppelt, so ist die Anzahl der Partialwellenkanäle, die zu festem  $(J, \pi)$  koppeln

$$N_c = \sum_{n=1}^N N_c^{(n)}$$

Die Quantenzahl  $J$  des Gesamtdrehimpulses nimmt für jede Parität  $\pi$  alle Werte von einem Minimalwert (0 oder 1 bei geradzahligem Spin  $I_n$ ) bis zu einem Maximalwert  $I_1 + l_{\max}$  an. Der Wert  $l_{\max}$  ist der Maximalwert für  $l_1$  im Eingangskanal, der Drehimpuls jener Partialwelle, die gerade keinen Beitrag mehr zur elastischen Streuung liefert. Die Partialwelle  $\psi_J^M$  wird für jeden Eingangskanal  $(I_1, l_1)$  als Überlagerung von elastischen und inelastischen Streuzuständen dargestellt als

$$\begin{aligned} \psi_J^M &= \frac{1}{r} \sum_{n, l_n, I_n} f_{I_n, l_n}^J (Y_{l_n} \otimes \phi_{I_n})_J^M \\ &= \frac{1}{r} f_{I_1, l_1}^J (Y_{l_1} \otimes \phi_{I_1})_J^M + \frac{1}{r} \sum_{\substack{n > 1 \\ I_n, l_n}} f_{I_n, l_n}^J (Y_{l_n} \otimes \phi_{I_n})_J^M \end{aligned}$$

Dabei enthält die Radialfunktion  $f_{I_1, l_1}^J$  ein- und auslaufende Anteile,  $f_{I_n, l_n}^J$  nur auslaufende Wellen. Setzt man diese Wellenfunktion in die Schrödingergleichung ein und führt die übliche Multiplikation von links und die Integration über Winkelvariablen und nuklearen Koordinaten aus, so ergibt sich

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \left( -\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} \right) - (E - \epsilon_n) \right\} f_{I_n, l_n}^J + \sum_{n', l_{n'}, I_{n'}} \langle (Y_{l_n} \otimes \phi_{I_n})_J^M | U(\vec{r}, \xi) | (Y_{l_{n'}} \otimes \phi_{I_{n'}})_J^M \rangle f_{I_{n'}, l_{n'}}^J = 0 \quad (\text{III-11})$$

Dies ist ein System von  $N_c$  gekoppelten Gleichungen.

Die Struktur dieses Gleichungssystems sowie die verschiedenen numerischen Lösungsmethoden sind von Buck, Stamp und Hodgson [Buck 63], Tamura [Ta 65], Glendening [Glen 67] und von Raynal [Ray 68] beschrieben worden.

Jede Radialfunktion muß zwei Randbedingungen erfüllen: Verschwinden im Ursprung (mit dem Verhalten einer sphärischen Besselfunktion) und Übergang im Außenraum in die Coulombfunktionen:

$$f_{I_n, l_n}^J \longrightarrow \alpha F_{l_n} + \beta G_{l_n}$$

wobei  $F_l$  und  $G_l$  die regulären und irregulären Coulombfunktionen sind. Es ist vorteilhaft, Kombinationen  $O_l$  und  $I_l$  dieser Funktionen zu verwenden, die sich im Grenzfall nahezu wie ein- und auslaufende Wellen verhalten

$$I_l^* = O_l = G_l + i F_l$$

Wie oben erwähnt, hat man nur im Kanal  $n = 1$  einlaufende Wellen. Die äußere Randbedingung läßt sich daher so formulieren

$$r_{I_{n',1_{n'}}}^J \rightarrow \delta_{n',1} I_1(k_1 r) - \left( \frac{k_1}{k_{n'}} \right)^{1/2} S_{n',1}^J O_{n'}(k_{n'} r)$$

Durch Anpassung der Lösungen des gekoppelten Gleichungssystems an die asymptotische Form werden die S-Matrixelemente gewonnen. Die Kopplungsmatrixelemente (abgekürzt:  $U_{nl n',1'}^{J\pi}(r)$ ) sind Funktionen der Radialkoordinate. Zu einem expliziten, doch noch allgemeinen Ausdruck gelangt man, wenn man die Wechselwirkung  $U(\vec{r}, \xi)$  nach sphärischen Tensoren entwickelt. Für eine spinunabhängige Wechselwirkung schreiben wir

$$U(\vec{r}, \xi) = \sum_{LM} \{i^L Y_L^M(\hat{r})\}^* T_L^M(r, \xi)$$

Unter Verwendung der Racah-Technik gelangt man zu

$$(III-12) \quad U_{nl n',1'}^{J\pi}(r) = \sum_L A(nl, n', 1'; LJ\pi) \langle n || T_L(r, \xi) || n' \rangle$$

Hierbei sind  $A(nl, n', 1'; LJ\pi)$  wohldefinierte (geometrische) Faktoren [Buck 63], während die Aussagen über die Wechselwirkung und die Kernstruktur durch die reduzierten Matrixelemente gegeben werden. Die Spezifizierung dieser Formfaktoren sind das eigentliche Problem. Dabei ist es möglich, diese Matrixelemente in eine spektroskopische Amplitude  $B_L(n, n')$  und einen radialen Formfaktor  $u_L(r)$  aufzuspalten.

Bei der Spezifizierung der Kopplungsmatrixelemente wird der nukleare Anteil der Diagonalterme - wie im gewöhnlichen optischen Modell - durch ein sphärisches optisches Potential gegeben. Dieses Potential wird im allgemeinen vom gewöhnlichen optischen Potential abweichen und ist auch im Prinzip von Kanal zu Kanal verschieden.

#### IV. Streuung an deformierten Kernen

Im Bild des kollektiven Modells ist die Kernanregung mit einer Änderung des Vibrations- oder Rotationszustandes der Kernoberfläche verknüpft. Die makroskopische Beschreibung dieser Anregungen durch die Teilchenstreuung basiert auf der Annahme, daß das Wechselwirkungspotential der (statischen oder dynamischen) Deformation der Kernoberfläche folgt. Es wird damit eine Funktion der kollektiven Koordinaten. Unsere Grundannahme besteht darin, die räumliche Gestalt des effektiven komplexen Potentials mit der Kerngestalt zu identifizieren. Die Kerngestalt werde parametrisiert in der Form

$$(IV-1) \quad R_N = R_{NO} \left( 1 + \sum_{\substack{\lambda, \mu \\ \lambda \text{ gerade}}} a_{\lambda\mu} Y_{\lambda}^{\mu} (\theta', \varphi') \right)$$

wobei sich die Winkel  $\theta'$  und  $\varphi'$  auf ein körperfestes System beziehen. Wir formulieren speziell die Grundannahme in der Weise, daß wir für den Radiusparameter  $R$  des effektiven Wechselwirkungspotentials das gleiche Deformationsverhalten annehmen.

$$(IV-2) \quad R = R_0 \left( 1 + \sum_{\substack{\lambda, \mu \\ \lambda \text{ gerade}}} a_{\lambda\mu} Y_{\lambda}^{\mu} (\theta', \varphi') \right)$$

Bereits die Konzeption und die Wahl der Parametrisierung der nuklearen effektiven Wechselwirkung enthält grundsätzlich und unabhängig vom Strukturmodell eine Abhängigkeit der interessierenden Größen vom Wechselwirkungsmodell. Darin unterscheiden sich die Ergebnisse einer Analyse der nuklearen Anregung von Ergebnissen aus elektromagnetischen Prozessen, z.B. der Coulombanregung. Hier haben die Matrixelemente (III-12) auch ohne die Kenntnis der Kernstruktur einen nahezu modellunabhängigen Sinn und sind (als "Meßergebnis") einer unabhängigen Interpretation zugänglich. Beim Vergleich der Resultate verschiedener Methoden sollte man nicht ausschließen, daß verschiedene Projektile möglicherweise auf verschiedene Komponenten des Kernfeldes empfindlich sind und daher eine unterschiedliche Oberflächenstruktur sehen.

Unser Interesse gilt dem Fall permanenter Deformation, speziell den Rotationszuständen der Grundzustandsbande. Diese Zustände gehören alle zum gleichen inneren Zustand des Kerns. Das Studium dieser Zustände erweist sich als eine nützliche Methode, um die Gestalt des Kerns "auszumessen", wie Hendrie et al.

[Hend 68] für die Rotationskerne im Bereich der Seltenen Erden

eindrucksvoll demonstriert haben. Die effektive Wechselwirkung wird als ein deformiertes komplexes Potential parametrisiert und übernimmt den Einfluß aller inneren Anregungen (Vibrationen) und ihrer Rotationen, wie auch der höheren Rotationszustände, die, bedingt durch die TDA, nicht explizit im Kopplungsschema berücksichtigt werden. Im folgenden stellen wir die Behandlung des Rotationsmodells dar.

a. Das Rotationsmodell bei Streuung von  $\alpha$ -Teilchen

Wir spezialisieren uns auf den axialsymmetrischen Fall<sup>+</sup>)

$$(IV-3) \quad R(\theta', \varphi') = R_0 + \delta R = R_0 \left[ 1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda}^0(\theta') \right]$$

gerade

Die Deformationsparameter (Konstanten)  $\beta_{\lambda}$  sind reell. Das optische Potential  $U(r, \theta, \varphi)$  werde im körperfesten System nach Legendre-Polynomen entwickelt.

$$(IV-4) \quad U(r, \theta') = U(r, \pi - \theta') = \sum_{L=0} v_L(r) Y_L^0(\theta')$$

wobei die Entwicklungskoeffizienten durch

$$(IV-5) \quad v_L(r) = 2\pi \int_{-1}^1 U(r - R(\theta')) \cdot Y_L^0(\theta') d \cos \theta'$$

gegeben sind.

Statt der Legendre-Entwicklung wird gelegentlich eine Taylor-Entwicklung nach Potenzen der Deformation  $\delta R$  benutzt [Glen 67]

$$(IV-6) \quad U(r - R(\theta')) = U(r - R_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (-\delta R)^n \frac{\partial^n U}{\partial r^n}$$

Mit Hilfe des Additionstheorems der Kugelfunktionen lassen sich die Potenzen  $(\delta R/R_0)^n$  umschreiben.

<sup>+</sup>) Das bedeutet, daß die Zustände auch nach den K-Quantenzahlen klassifiziert werden können.



$$(IV-7) \quad \left(\frac{\delta R}{R_0}\right)^n = \left(\sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda}^0(\theta')\right)^n = \sum_{L=0} \delta_L^{(n)} Y_L^0(\theta')$$

Die verallgemeinerten Deformationsparameter  $\delta_L$  sind definiert durch

$$\delta_L^{(1)} = \beta_L$$

$$(IV-8) \quad \delta_L^{(n)} = \sum_{1\lambda} \left\{ \frac{(2\lambda+1) \cdot (2\lambda+1)(2L+1)}{4\pi} \right\}^{1/2} \begin{pmatrix} 1 & \lambda & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \delta_1^{(n-1)} \beta_{\lambda}$$

für  $n > 1$

Damit schreibt sich die Entwicklung (IV-4)

$$(IV-9) \quad U(r-R(\theta')) = U(r-R_0) + \sum_{L=0} N_L(r) Y_L^0(\theta')$$

mit

$$N_L(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-R_0)^n}{n!} \delta_L^{(n)} \frac{\partial^n U(r)}{\partial r^n}$$

Der Vergleich mit der Legendre-Entwicklung

$$v_L = \begin{cases} \sqrt{4\pi} U(r-R_0) + N_0 & \text{für } L = 0 \\ N_L(r) & \text{für } L \neq 0 \end{cases}$$

zeigt, daß in  $v_L$  alle Ordnungen der Deformation exakt berücksichtigt werden. Da auf Grund von Drehimpulsauswahlregeln zu einem bestimmten Kopplungsschema nur endlich viele Multipolterme der Entwicklung IV-4 eine Rolle spielen, hat die Legendre-Entwicklung praktische Vorteile.

Die Coulombwechselwirkung zwischen Projektil und Target

$$U_c(\vec{r}) = zZ'e^2 \int \frac{\rho(\vec{r}'')}{|\vec{r}-\vec{r}''|} d\vec{r}''$$

läßt sich für eine axialsymmetrische Ladungsverteilung

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{L=\text{gerade}} \rho_L(r) Y_L^0 \quad (\text{normiert auf } 1) \text{ in der Form}$$

$$(IV-10) \quad U_c(\vec{r}) = z \cdot Z'e^2 \sum_{L=\text{gerade}} \frac{4\pi}{2L+1} Y_L^0(\theta') \cdot \int_{r>} \frac{r'^L}{r'^{L+1}} Y_L^0(\theta'') \rho(\vec{r}'') d\vec{r}''$$

entwickeln. Dabei beziehen sich die Koordinaten auf das körperfeste System;  $r_>$  bzw.  $r_<$  ist der größere bzw. kleinere Wert von  $r$  und  $r''$ . Diese Entwicklung hat die gleiche Form wie (IV-4), wobei die Entwicklungskoeffizienten durch

$$(IV-11) \quad c_L(r) = \frac{4\pi Z \cdot Z' e^2}{2L+1} \int \rho_L(r'') \frac{r_<^L}{r_>^{L+1}} r''^2 dr''$$

gegeben sind.

Für den Raum außerhalb des Kerns gilt

$$c_L(r) = \frac{4\pi Z' e}{2L+1} \cdot \frac{Q_L}{r^{L+1}}$$

wobei der Operator  $Q_L$  sich mit dem Multipol-Operator für elektrische Strahlungsübergänge in Beziehung bringen läßt.

Innerhalb des Kerns hängt  $c_L(r)$  von der Form der Ladungsverteilung ab. Da jedoch dort die Kernwechselwirkung dominiert, ist es hinreichend eine gleichförmige Ladungsverteilung anzunehmen:

$$(IV-12) \quad \rho(\vec{r}'') = \rho^{(0)} \theta(R_{cc} - r'')$$

wobei  $R_{cc} = R_c + \delta R_c$  die Ausdehnung des deformierten Coulombpotentials beschreibt und

$$\theta(R_{cc} - r'') = \begin{cases} 1 & \text{für } R_{cc} > r'' \\ 0 & \text{für } R_{cc} < r'' \end{cases}$$

eine Stufenfunktion ist.

Damit haben die Entwicklungskoeffizienten die explizite Form:

$$c_0 = 3Z \cdot Z' e^2 \left[ \theta(R_c - r) \frac{1}{2R_c} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right) + \theta(r - R_c) \frac{1}{3r} \right]$$

(IV-13)

$$c_L = \frac{3Z \cdot Z' e^2}{2L+1} \left[ \theta(R_c - r) \frac{r^L}{R_c^{L+1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-)^{n+1}}{n!} \frac{(L+n-3)!}{(L-2)!} \delta_L^{(n)} + \theta(r - R_c) \frac{R_c^L}{r^{L+1}} \sum_{n=1}^{L+3} \frac{(L+2)!}{n!(L+3-n)!} \delta_L^{(n)} \right] \text{ für } L > 0$$

Die Potentiale müssen nun noch auf das Schwerpunktsystem transformiert werden.

$$U(r, \theta, \varphi) = \sum_{LM} u_L(r) D_{MO}^{L*}(\omega) Y_L^M(\theta, \varphi)$$

Dabei sind jeweils der Kern- und Coulomb-Anteil zum Koeffizienten

$$u_L = v_L(r) + c_L(r)$$

zusammengefaßt. Es ist nun auch extrem einfach, die Kopplungsmatrixelemente bzw. die Formfaktoren zu gewinnen,

$$\langle n \parallel T_L \parallel n' \rangle = u_L(r) \langle I_i \parallel D^L \parallel I_f \rangle$$

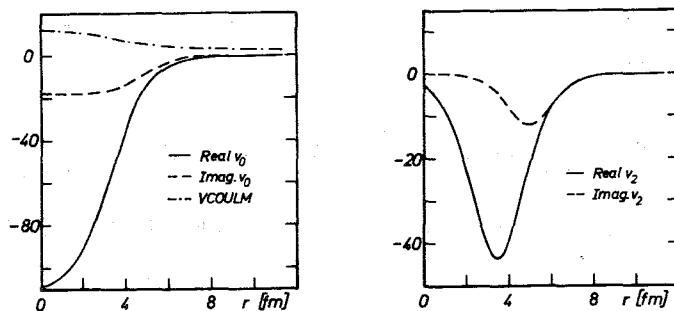
da die Wellenfunktionen der Rotationszustände selbst D-Funktionen sind. Für die Grundzustandsbande eines gg-Kerns ( $K=0$ ) ergibt sich einfach

(IV-14)

$$B_L(I_i, I_f) = \langle I_i \parallel D^L \parallel I_f \rangle = (2I_i+1)^{1/2} (2I_f+1)^{1/2} \begin{pmatrix} I_i & L & I_f \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta_{KO}$$

Bei der Anregung der Grundzustandsbande eines gg-Kernes ( $0^+ - 2^+ - 4^+ + \dots$ ) führt der  $L^{te}$ -Term zu einer direkten Anregung des Zustandes mit dem Spin  $L$ . Dieser Zustand kann zusätzlich durch eine Kaskadenanregung über Zwischenzustände erreicht werden. Der Hauptbeitrag zum radialen Formfaktor liefert der Kernanteil; für höheres  $Z$  wird der Coulombanteil mit langer Reichweite speziell für Vorwärtswinkel wichtig. Falls die Kerngestalt die reine Quadrupolform hat, dann ist der führende Term von  $v_2$  von der Ordnung  $\beta_2$ ,  $v_4$  von der Ordnung  $\beta_2^2$ . Wenn eine  $\beta_4$ -Komponente beiträgt, so enthält  $v_4$  noch einen linearen Term in  $\beta_4$ . So kann man erwarten, daß eine sorgfältige Analyse des  $4^+$ -Zustandes zu einer Bestimmung von  $\beta_4$  führt. Es ist ganz instruktiv, sich den Einfluß von  $\beta_4$  auf die Radialfaktoren  $v_L$  für ein spezielles Beispiel anzusehen (s. Abb. 11a-b).

Der Einfluß von  $\beta_4$  wird besonders in der  $v_4$ -Komponente deutlich. Die Potentialparameter sind das Resultat einer optischen Modellanalyse der elastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{20}\text{Ne}$  mit einem 6-Parameter Saxon-Woods-Potential (s. Abschn. V). Mit diesem optischen Potential demonstrieren wir in den Abb. 12 - 14 den Einfluß der Deformationsparameter auf die Wirkungsquerschnitte.



$$V(r, \theta, \varphi) = V(r, \theta') = \sum_{L=\text{even}} v_L(r) Y_L^0(\theta') = \sum_{LM} v_L(r) D_L^{M0}(\alpha, \beta, \gamma) Y_L^M(\theta)$$

Example: Six-Parameter Saxon-Woods Potential

$V_0 = 110.6 \text{ MeV}$      $W_0 = 17.9 \text{ MeV}$   
 $r_v = 1.22 \text{ fm}$      $r_w = 1.77 \text{ fm}$      $r_c = 1.3 \text{ fm}$   
 $a_v = 0.82 \text{ fm}$      $a_w = 0.63 \text{ fm}$   
 $\beta_2 = 0.4$      $\beta_4 = 0$   
 $A = 20$      $Z_1 Z_2 = 20$

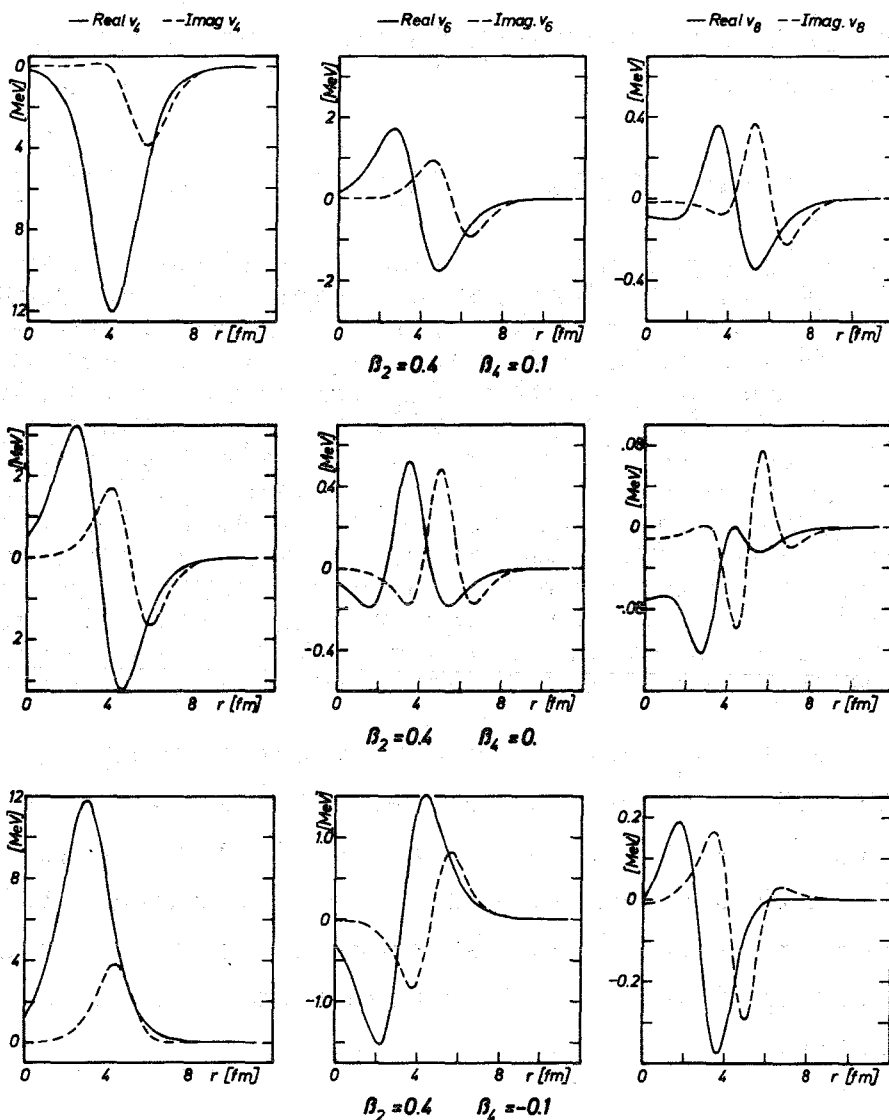


Abb. 11 a-b: Radiale Formfaktoren  $v_0-v_8$  für ein 6-parametriges Woods-Saxon-Potential: Streuung an  $^{20}\text{Ne}$ . Man beachte die unterschiedlichen Energieskalen.

Abb. 12 zeigt zunächst den Einfluß verschiedener Größen der Quadrupoldeformation  $\beta_2$ . Mit schwächer werdender Kopplung nähert sich die Coupled-Channel-Rechnung für den elastischen Wirkungsquerschnitt dem optischen Modell (O) an.

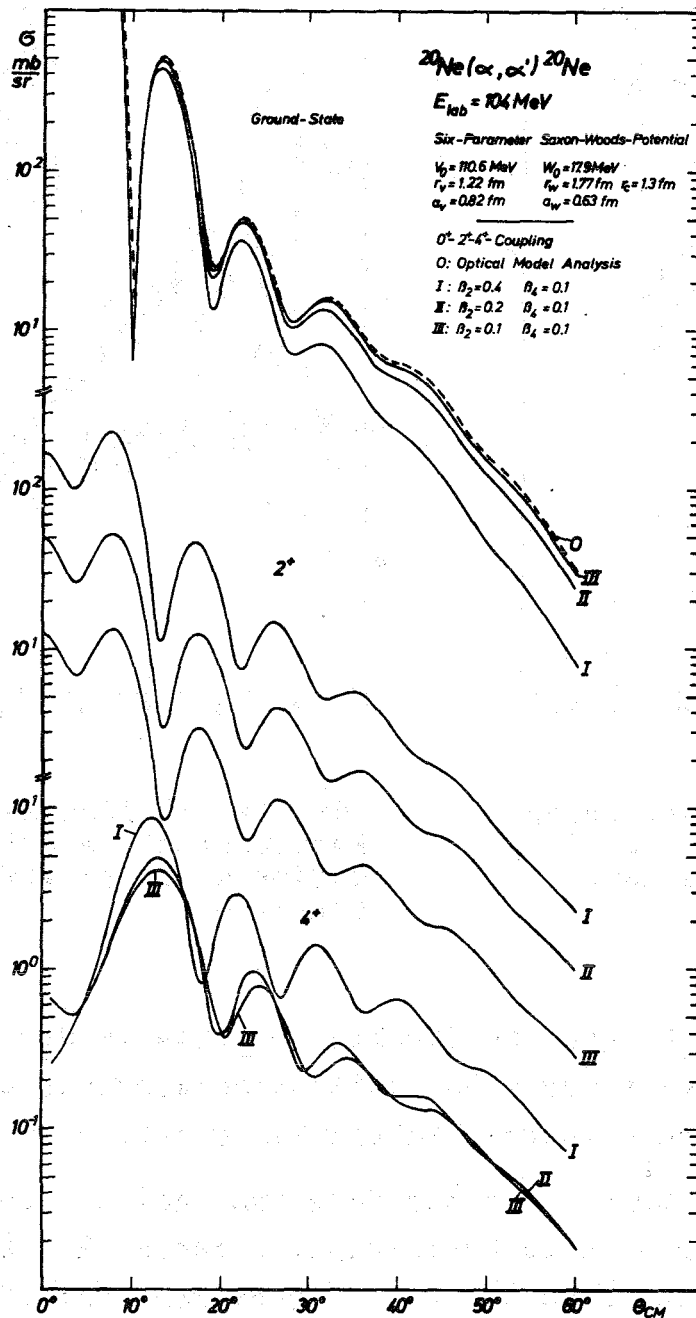


Abb. 12: Einfluß des Quadrupoldeformationsparameters  $\beta_2$  auf die differentiellen Wirkungsquerschnitte

In den Abb. 13 - 14 ist die außerordentliche Empfindlichkeit des  $4^+$ -Wirkungsquerschnitts auf  $\beta_4$ -Komponenten demonstriert.

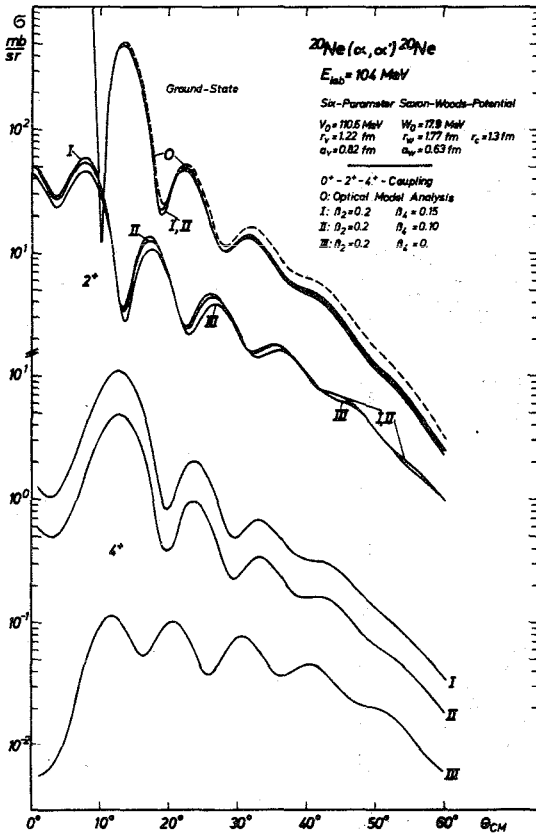


Abb. 13: Einfluß des Hexadecapolparameters  $\beta_4$  auf die differentiellen Wirkungsquerschnitte

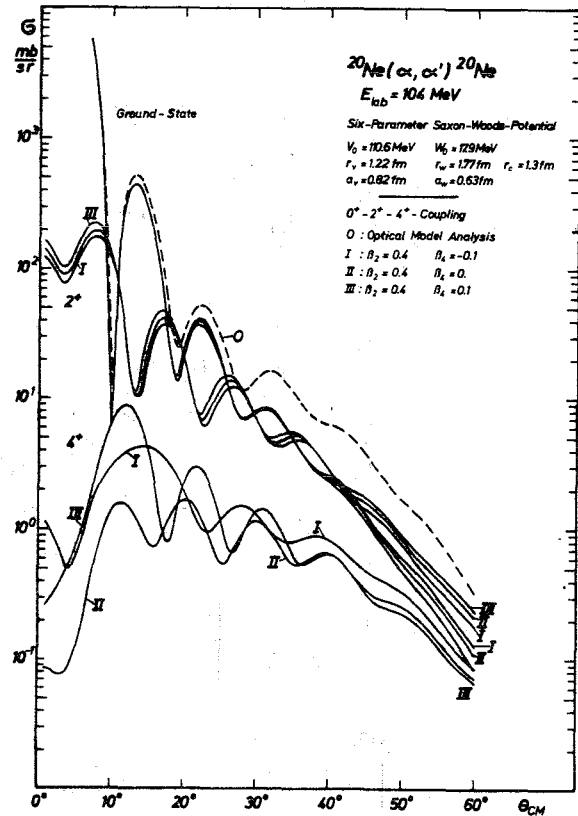


Abb. 14: Einfluß des Hexadecapolparameters auf die differentiellen Wirkungsquerschnitte

Dabei wird deutlich, daß ein direkter Beitrag in der  $4^+$ -Winkelverteilung zu einer schärferen Oszillationsstruktur und einem steilen Abfall nach größeren Winkeln hin führt.

Abb. 15 zeigt das Ergebnis einer Rechnung, bei der zusätzlich der  $6^+$ -Zustand der Grundzustandsrotationsbande ( $E = 8,79 \text{ MeV}$ ) angekoppelt war, und demonstriert den geringen Einfluß dieser Kopplung wie auch der Coulombanregung.

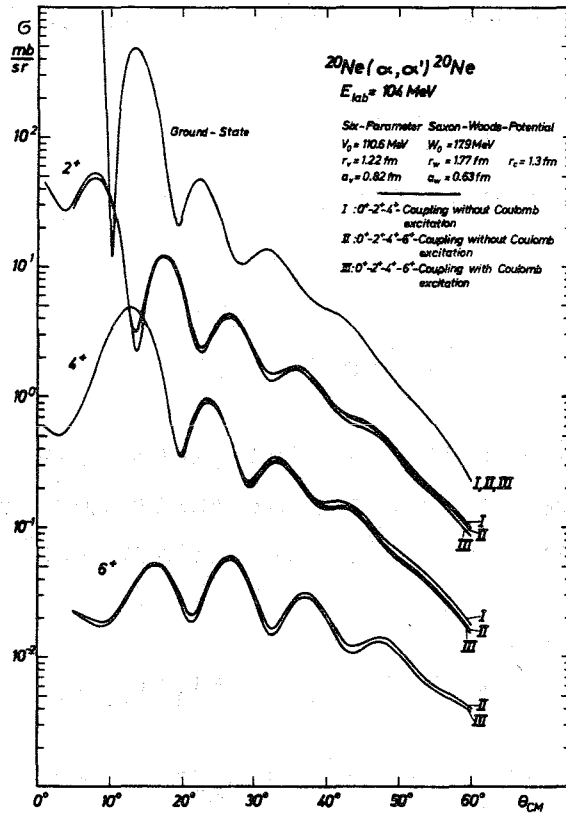


Abb. 15: Einfluß des  $6^+$ -Zustandes und der Coulombanregung

b. Die adiabatische Approximation

Es gibt Bedingungen, unter denen direkte Kernreaktionen - vorzugsweise die inelastische Streuung bei höheren Energien - als Verallgemeinerung der elastischen Streuung beschrieben werden können. Dies ist dann der Fall, wenn für den Streuprozess die inneren Koordinaten als fixierte Parameter betrachtet werden dürfen. Solche adiabatischen Bedingungen liegen bei der makroskopischen Beschreibung der Anregung niedrig liegender, kollektiver Kernzustände etwa bei der Anregung einer Rotationsbande. Hier ist die Kernrotation langsam, verglichen mit der Relativbewegung von Projektil und Target.

In diesen Fällen ist es naheliegend, die exakte Lösung

$\Psi_i^{(+)}(\vec{k}_i, \vec{r}, \xi)$  zu ersetzen durch

$$\Psi_{\text{iad}}^{(+)}(\vec{k}, \vec{r}, \xi) = \phi_i(\xi) \psi_i^{(+)}(\vec{k}, \vec{r}, \xi)$$

Dabei ist  $\psi_i^{(+)}$  eine Lösung zum "adiabatischen Hamiltonoperator"

$$H_{ad} = K + U(\vec{r}, \xi),$$

der den inneren Hamiltonoperator nicht mehr enthält.

Daher beschreibt

$$\psi_i^{(+)} = e^{ik_i \vec{r}} + f_{if}(\vec{k}_f, \xi) \frac{e^{ik_f r}}{r}$$

die Streuung am Potential  $U(\vec{r}, \xi)$ , das parametrisch von den Größen  $\xi$  (z.B. Deformation und Kernorientierung) abhängt. Das T-Matrixelement gewinnt in der adiabatischen Approximation die Gestalt

$$T_{if}^{(a)} = \langle e^{ik_f \vec{r}} \phi_f | U | \phi_i \psi_i^{(+)} \rangle = \langle \phi_f | t_{if} | \phi_i \rangle$$

Mit der zusätzlichen Näherung:  $|\vec{k}_i| = |\vec{k}_f| = k$  ist die Amplitude  $t_{if}$  genau das Übergangsmatrixelement für die elastische Streuung an einem optischen Potential. Auf den ersten Blick erscheint es seltsam, daß man durch Lösung eines speziellen elastischen Problems die Übergangsamplituden zu den angeregten Zuständen gewinnt. Die elastische Amplitude gehört hier zu "eingefrorenen, kollektiven Variablen". Daher stellt die Größe  $t_{if}(\vec{k}_f, \xi) \cdot \phi_i$  eine Superposition verschiedener Zustände  $\phi_f$ , dar |Bl 59|.

$$t_{if}(\vec{k}_f, \xi) \phi_i(\xi) = \sum_{f'} T_{f', if}^{(a)} \phi_{f'}(\xi)$$

Insofern beinhaltet die adiabatische Approximation eine nicht-störungstheoretische Berechnung der Übergangsamplitude unter Berücksichtigung des gesamten Zustandsspektrums des unterlegten makroskopischen Modells. In praxi sind zwei Aufgaben zu lösen.

1. Berechnung der Amplitude  $\psi_i^{(+)}(\vec{k}, \vec{r}, \xi)$ , wobei im allgemeinen  $U(\vec{r}, \vec{k}, \xi)$  nicht sphärisch symmetrisch ist, so daß die verschiedenen Partialwellen von  $\psi_i^{(+)}$  gekoppelt sind.
2. Projektion der vollen Streuamplitude in die Amplituden für die Target-Eigenzustände.

In der Austern-Blair-Theorie |AB 65| wird  $\psi_i^{(+)}$  als DWB-Reihe berechnet, indem das Potential  $U(\vec{r}, \vec{k}, \xi)$  in einen sphärischen und



einen nichtsphärischen Anteil zerlegt wird. Für den Fall der Anregung der Rotationsbande eines permanent deformierten Kerns ermöglicht die "Coupled Channel"-Methode eine exakte Lösung des Streumodells, da hier die beiden Aufgaben |Ta 65| keine Schwierigkeiten beinhalten.

Die gekoppelten Gleichungen werden im körperfesten System des axialsymmetrischen Kerns formuliert, da in diesem Fall keine Kopplung zwischen verschiedenen magnetischen Subzuständen auftritt. Die Entwicklung der Wellenfunktion  $\psi_{l m_1}^{(+)}$  erfolgt daher nach Eigenzuständen der Parität und der Projektion  $m_1$  des Drehimpulses. Wenn  $l_{\max}$  die höchste Bahndrehimpulsquantenzahl der gerade noch beitragenden Partialwelle ist, so ist die Maximalzahl der gekoppelten Gleichungen für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung

$$n_c^{\max} = l_{\max}/2 \quad (l_{\max} = \text{gerade}) \quad \text{bzw.} \quad l_{\max}/2 + 1 \quad (l_{\max} = \text{ungerade}),$$

nämlich genau für den Fall  $m_1 = 0$ . Für größere  $m_1$ -Werte reduziert sich  $n_c$  bis auf  $n_c = 1$  für  $m_1 = l_{\max}$ . Wenn  $l_{\max}$  nicht zu hoch ist, bedeutet dies einen erheblichen Vorteil für die praktischen Berechnungen, verglichen mit dem nichtadiabatischen Verfahren, wo  $N_c$  gekoppelte Gleichungen sehr oft - etwa  $l_{\max}$  - mal - gelöst werden müssen. Die Zahl  $N_c$  (siehe oben, Abschn. IIIId) hängt dabei noch von der Anzahl der koppelnden Targetzustände ab, die beim adiabatischen Verfahren exakt alle berücksichtigt sind.

Es stellt sich jedoch heraus, daß für Projektile mit hohen Energien (100 MeV  $\alpha$ -Teilchen) die adiabatische Technik hinsichtlich der Rechenzeit keinen Vorteil mehr bietet, da  $l_{\max}$  bzw.  $n_c^{\max}$  hier sehr groß werden.

Im Hinblick auf Analysen der inelastischen  $\alpha$ -Teilchen-Streuung im Rahmen des adiabatischen Reaktionsmodells von Austern und Blair |AB 65| ist es interessant, die adiabatische Approximation mit dem allgemeinen Verfahren zu vergleichen. Abb. 16 zeigt, daß für die Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen die adiabatische Approximation auch für leichte Kerne noch gut gerechtfertigt ist.

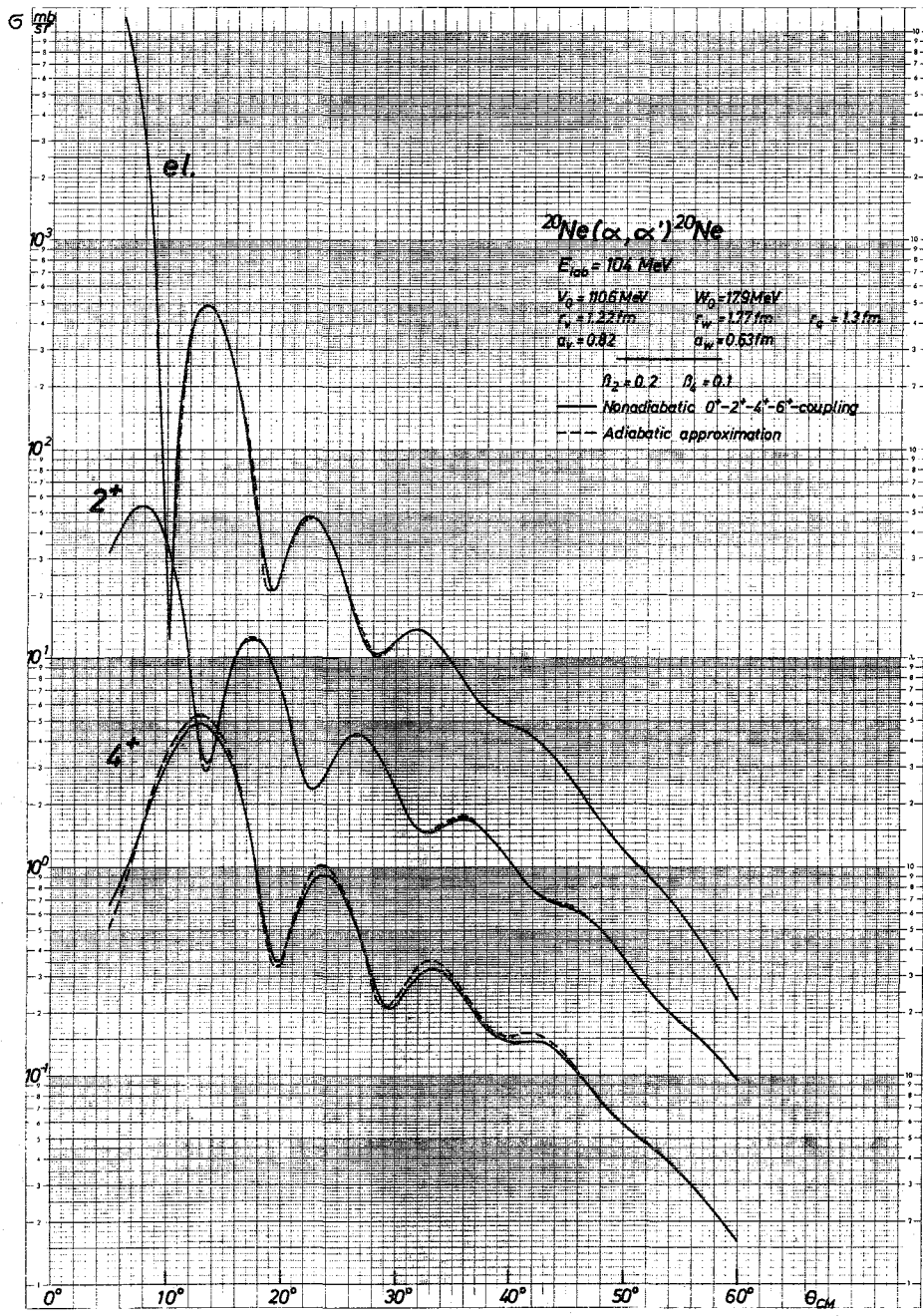


Abb. 16: Einfluß der adiabatischen Approximation für  $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$  bei  $E_{\text{Lab}} = 104 \text{ MeV}$

c. Vibrationen deformierter Kerne

Der starre Rotator ist sicher ein grobes Modell der leichten deformierten Kerne. Dies wird offenbar in den Abweichungen der  $B(E2, I \rightarrow I-2)/B(E2, I+2 \rightarrow I)$ -Verhältnisse vom Wert des Rotationsmodells, den Inkonsistenzen zwischen reduzierten  $\gamma$ -Übergangswahrscheinlichkeiten und gemessenen statischen Quadrupolmomenten | Häu 69 | und in niedrig liegenden Vibrationszuständen dieser Kerne. Besonders auffällig ist dies der Fall bei  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$ , wo der zweite  $2^+$ -Zustand, der als Kopf der  $\gamma$ -Bande gedeutet werden kann, sehr tief liegt (s. Abb. 17).

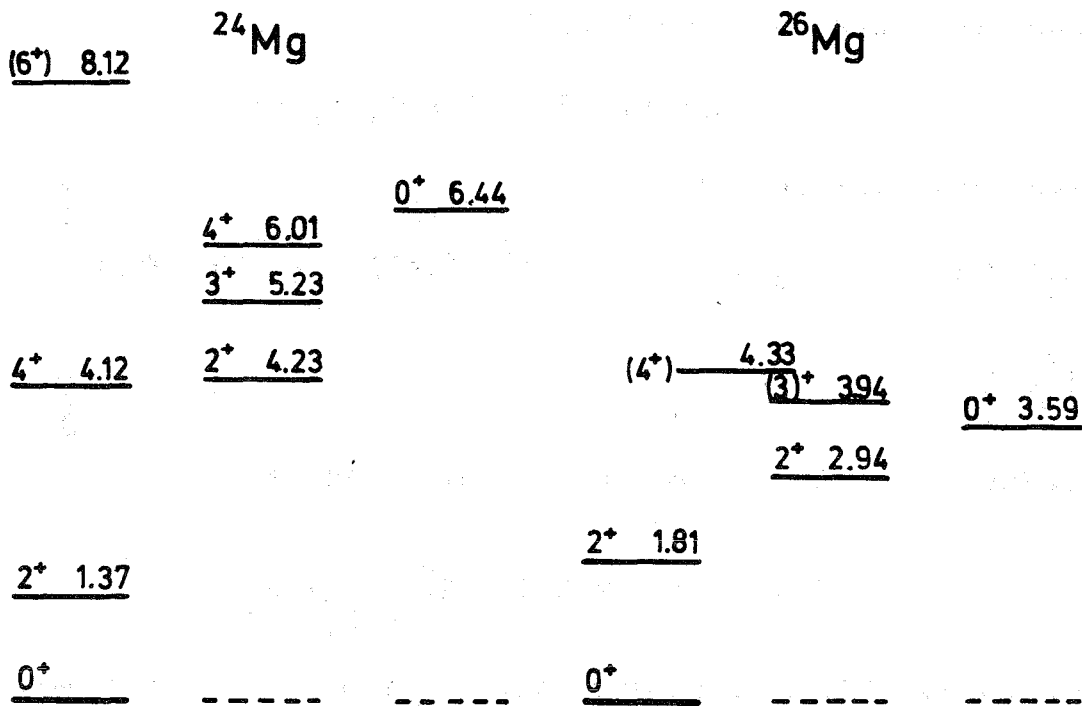


Abb. 17: Niveauschemata von  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$

Diese Vibrationszustände eröffnen neue Anregungswege für die Zustände der Grundbande. Darüber hinaus deuten sie eine Mischung der verschiedenen Banden über eine Rotations-Vibrations-Wechselwirkung an. Eine Verfeinerung der Beschreibung der inelastischen Streuung unter Berücksichtigung dieser Effekte besteht daher in zwei Schritten:

1. Ergänzung des starr deformierten Wechselwirkungspotentials durch Terme, die eine Anregung der Vibrationszustände erlauben.
2. Beschreibung der Targetzustände als Mischung von Grund- und angeregten Banden. Für eine Abschätzung der Mischungsamplituden bietet sich das Rotations-Vibrationsmodell von Faessler, Greiner und Sheline [Fae 65] an.

Wir formulieren hier den uns interessierenden Spezialfall der Kopplung und Mischung von Grund- und  $\gamma$ -Bande.<sup>+</sup> Hierfür ersetzen wir zunächst den Ansatz (IV-3) durch

$$(IV-15) \quad R(\theta', \varphi') = R_1(\theta') + R_1'(\theta', \varphi')$$

mit dem starr deformierten Anteil

$$R_1 = R_0(1 + \beta_2 Y_2^0(\theta') + \beta_4 Y_4^0(\theta'))$$

und dem Vibrationsanteil

$$R_1' = R_0 [a_0' Y_2^0(\theta') + a_2' (Y_2^2(\theta', \varphi') + Y_2^{-2}(\theta', \varphi'))]$$

mit  $|\frac{a_r'}{\beta_2}| \ll 1$

Das dadurch erweiterte Wechselwirkungspotential

$$U(r, R) = U(r, R_1) + \left. \frac{\partial U}{\partial R} \right|_{R=R_1} \cdot R_1' + \dots$$

wird nach Kugelfunktionen entwickelt. Nach der Transformation in das raumfeste System ist diese Entwicklung gegeben durch

$$U(r, R) = \sum_{L=0} v_L^{(1)}(r) \sum_M D_{MO}^{L*} Y_L^M(\theta, \varphi) + \tag{IV-16}$$

$$a_0' \sum_L \tilde{v}_L^{(1)}(r) \sum_M D_{MO}^{L*} Y_L^M(\theta, \varphi) + a_2' \sum_L \tilde{v}_L^{(2)}(r) \sum_M (D_{M2}^{L*} + D_{M-2}^{L*}) Y_L^M(\theta, \varphi)$$

<sup>+</sup>) Für die Hilfe bei der Formulierung bin ich besonders Herrn Dr. W. Glöckle dankbar. Eine dem ersten Schritt äquivalente Formulierung wurde bereits von T. Tamura [Ta 65 a] gegeben.

Dabei ist  $v_L^{(1)}(r)$  mit dem Ausdruck (IV-5) identisch und

$$\tilde{v}_L^{(1)}(r) = R_0 \sum_{L'} v_{L'}^{(2)}(r) \sqrt{\frac{5(2L'+1)}{4\pi(2L+1)}} \langle 2L \ 00 | L' 0 \rangle^2$$

$$\tilde{v}_L^{(2)}(r) = R_0 \sum_{L'} v_{L'}^{(2)}(r) \sqrt{\frac{5(2L'+1)}{4\pi(2L+1)}} \langle 2L' \ 00 | L \ 0 \rangle \times \langle 2L' \ 20 | L \ 0 \rangle$$

Die Größen  $v_{L'}^{(2)}(r)$  sind die Entwicklungskoeffizienten der Entwicklung

$$\left. \frac{\partial V}{\partial R} \right|_{R_1} = \sum_{L'} v_{L'}^{(2)}(r) Y_{L'}^0(\theta')$$

Der 2. Term von (IV-16) liefert nur einen Beitrag, wenn eine Beimischung der  $\beta$ -Bande berücksichtigt wird. Dies soll hier vernachlässigt werden.

Die Targetwellenfunktionen seien durch

$$(IV-17) \quad \phi_n^{\text{Im}} = a_n \phi_{K=0}^{\text{Im}} + b_n \phi_{K=2}^{\text{Im}}$$

mit den Mischungskoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  gegeben

$$\phi_{K=0}^{\text{Im}} = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{m0}^I \psi_0(a_2') |0\rangle ; \quad I=0,2,4,\dots$$

$$\phi_{K=2}^{\text{Im}} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} [D_{m2}^I + D_{m-2}^I] \psi_2(a_2') |0\rangle ; \quad I=2,3,4$$

Das in die Berechnung der Kopplungsmatrixelemente eingehende Matrixelement

$$\eta = \langle \psi_0(a_2') | a_2' | \psi_2(a_2') \rangle$$

kann ebenso wie die Mischungsparameter  $a_n$  und  $b_n$  im Rotations-Vibrationsmodell von Faessler, Greiner und Sheline geschätzt werden<sup>+</sup>).

Als endgültiger Ausdruck für die Kopplungsmatrixelemente (III-11) ergibt sich:

<sup>+</sup>) Eine Anpassung der Parameter dieses Modells an das experimentelle Niveauspektrum von  $^{24}\text{Mg}$  liefert für den  $2^+$ -Zustand:  $b_{2^+}/a_{2^+} = 0,13$ , für den  $4^+$ -Zustand:  $b_{4^+}/a_{4^+} = 0,64$  und für  $\eta = 0,09$

$$\begin{aligned}
 \text{(IV-18)} \quad & \langle (Y_{1_n} \otimes \phi_{I_n})_J^M | U | (Y_{1_{n'}} \otimes \phi_{I_{n'}})_J^M \rangle = \\
 & \sum_L A(1_n I_n \ 1_{n'} I_{n'} \ LJ) \left\{ v_L^{(1)}(r) \sqrt{2I_{n'}+1} a_n a_{n'} \langle I_{n'}, L \ 00 | I_n \ 0 \rangle \right. \\
 & + b_n b_{n'} \langle I_{n'}, L \ 20 | I_n \ 2 \rangle + \sqrt{2} \cdot \eta \cdot \tilde{v}_L^{(2)}(r) \sqrt{2I_{n'}+1} \\
 & \left. [ a_n b_{n'} \langle I_{n'}, L \ 2-2 | I_n \ 0 \rangle + b_n a_{n'} \langle I_{n'}, L \ 02 | I_n \ 2 \rangle ] \right\}
 \end{aligned}$$

$A(1_n I_n \ 1_{n'} I_{n'}; LJ)$  ist der gleiche geometrische Faktor wie in (III-12).

Dieser Ausdruck ist die Verallgemeinerung des Ergebnisses von Tamura [Ta 65 a], der bei der Beschreibung der Anregung des  $3^+$ -Zustandes von  $^{24}\text{Mg}$  durch inelastische  $\alpha$ -Teilchen-Streuung keine Mischung der  $K=0$  und  $K=2$ -Bande annahm. Im Rahmen der Behandlung von Tamura ist der Parameter  $\eta$  gegeben durch

$$\eta = \frac{1}{2} \sqrt{2} \beta_2 \gamma_0$$

wobei die Best-Werte von Tamura  $\beta_2=0,34$  und  $\gamma_0=0,68$  sind.\*

In Abb. 18-19 sind für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$  die Ergebnisse von Rechnungen demonstriert, bei denen der  $2_2^+$ -Zustand an die Grundbande angekoppelt war. Es wurde allerdings vorausgesetzt, daß die beiden Rotationsbanden nicht mischen ( $a_n=0$  für den Zustand  $I=2_2^+$ ,  $b_n=0$  für Zustände der Grundbande). Die Ergebnisse demonstrieren, daß unter dieser Voraussetzung der Einfluß der angeregten Bande auf die Grundbande nicht sehr groß ist. Realistische Werte der Größe  $\eta$ , welche die experimentellen  $2_2^+$ -Wirkungsquerschnitte reproduzieren, liegen bei  $\eta \approx 0,10-0,15$ . Es ist zu erwarten, daß sich diese Feststellungen ändern, wenn eine Mischung der Banden berücksichtigt wird. Sicherlich ist dies für den Fall des  $^{26}\text{Mg}$  erforderlich. Eine Untersuchung dieser Frage muß im Augenblick offen bleiben, da das für diese Rechnungen benutzte "Coupled-Channel" Computer-Programm diese Modifikation noch nicht enthält.

\*Die Konstante  $\gamma_0$  ist die Nullpunktsamplitude der  $\gamma$ -Vibration

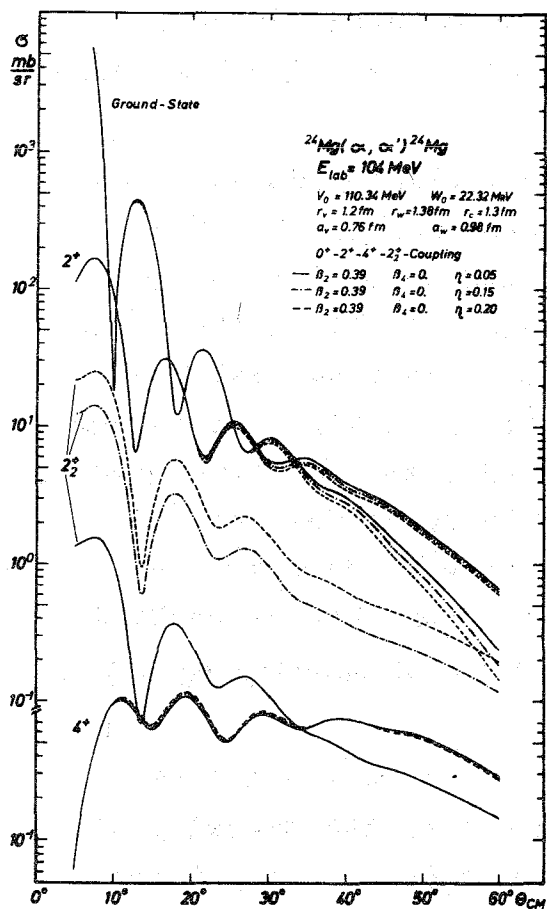


Abb. 18:  $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$ -Wirkungsquerschnitte in einem  $0^+ - 2^+ - 4^+ - 2_2^+$ -Kopplungs-schema

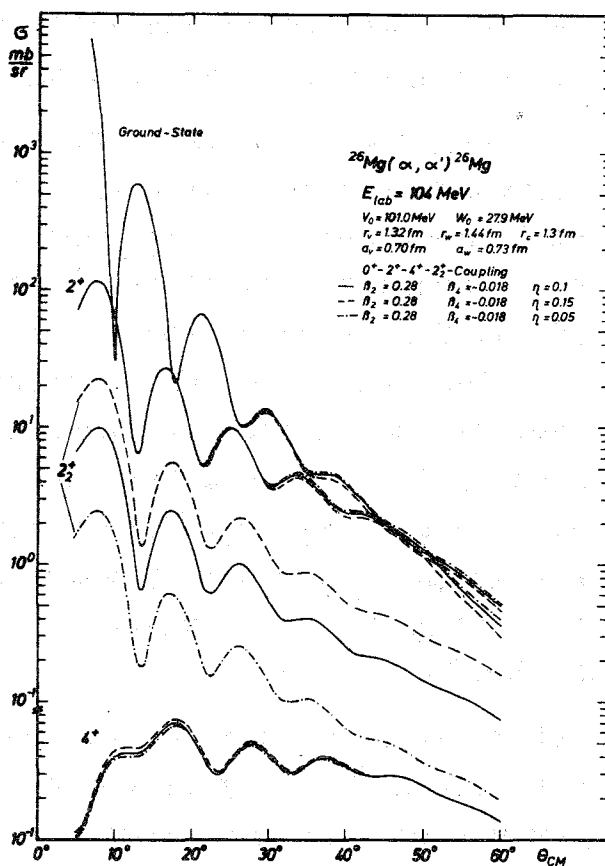


Abb. 19:  $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{26}\text{Mg}$ -Wirkungsquerschnitte in einem  $0^+ - 2^+ - 4^+ - 2_2^+$ -Kopplungs-schema

## V. Analyse der gemessenen Wirkungsquerschnitte

Die phänomenologische Beschreibung der Streuung nuklearer Partikel basiert auf dem optischen Modell [Ho 63]. Dabei wird das Vielnukleonenproblem der Streuung eines Projektils an einem aus A Nukleonen aufgebauten Kern durch die Streuung eines strukturlosen Teilchens an einem komplexen Potential ersetzt, dessen Imaginärteil pauschal den Effekt der Absorption des einlaufenden Flusses beschreibt.

Das optische Potential läßt sich als energiegemitteltes, effektives Wechselwirkungspotential begründen, das bei der Einschränkung der Kopplung verschiedener Kanäle (TDA im Sinne von Abschnitt III) entsteht [Fes 62, Glen 67]. Die Energiemittelung ist so zu verstehen, daß das optische Potential den direkten Anteil der Wirkungsquerschnitte nach einer Mittelung über die Resonanzen in einem hinreichend großen Energieintervall wiedergibt. Für hohe Energien und für Zustände weit weg von der Schwelle ist dies der wesentliche Anteil, da wegen der Dichte der sich überlappenden Resonanzen der fluktuierende Anteil verschwindet (Details zur begrifflichen Begründung s.z.B. in [Mah 69] S. 227 ff).

Detaillierte neuere Studien der elastischen Nukleonen- und  $\alpha$ -Teilchen-Streuung zeigen auf, daß die rein phänomenologisch gewonnenen optischen Potentiale nur beschränkte Information über die Nukleonenverteilung im Kern beinhalten [Gree 68, Becc 69, Gree 70, Jack 68, Weis 70] und betonen eine mehr mikroskopische Deutung der optischen Potentiale [Jack 69, Bern 70, Bern 71]. In der vorliegenden Arbeit dienen die Ergebnisse der Analyse der elastischen Streuung als Ausgangspunkt der Untersuchung der inelastischen Streuprozesse. Daher tritt der mikroskopische Aspekt in den Hintergrund.

### a. Optische Potentiale der elastischen Streuung

Bei der Standard-Analyse der elastischen Streuung von  $\alpha$ -Teilchen mittlerer Energie wird das optische Potential durch die Parameter eines lokalen, sphärisch-symmetrischen Saxon-Woods-Potentials charakterisiert.



$$(V-1) \quad U(r) = -V_0(1+e^x)^{-1} - i W_0(1+e^{x'})^{-1}$$

mit 
$$x = (r-R_V)/a_V \quad x' = (r-R_W)/a_W$$

In der Regel sind die Radien  $R_V$  und  $R_W$  20 - 30 % größer als entsprechende Werte für die Nukleonen-Streuung. Das wird als Effekt der endlichen Größe des  $\alpha$ -Teilchens interpretiert, weswegen die Radien gelegentlich durch die Relation

$$R_{V,W} = c_{V,W} \cdot A^{1/3} + b$$

mit  $b \cong 1,7-2,2$  f und  $c_{V,W} \cong 1,17-1,4$  f ausgedrückt werden. Gebräuchlicher ist der Ansatz

$$R_{V,W} = r_{0V,W} \cdot A^{1/3}$$

Frühere Analysen [Broe 65] zeigen ferner, daß der Radius  $R_W$  des Imaginärteils einen größeren Wert annimmt als  $R_V$ , falls die Geometrie von Real- und Imaginärteil unabhängig voneinander angenommen wird.

In der Tabelle 1 sind die Ergebnisse der Analyse zusammengestellt, die durch Anpassung der Parameter an die Meßdaten mit Hilfe eines Suchprogramms [Schw 68] gewonnen wurden. Dabei sind für die Parameter auch Standard-Fehler angegeben, die in [Schw 69, Schw 70] näher definiert sind.

Im Fall des  $^{26}\text{Mg}$  hat sich herausgestellt, daß der Imaginärteil des Potentials in weiten Grenzen unbestimmt ist, und daß zwischen den Parametern  $W_0$ ,  $r_W$  und  $a_W$  starke Korrelationen bestehen. Bei allen Analysen wurde für das Coulomb-Potential das Potential einer ausgedehnten Ladungsverteilung mit dem Radius  $R_C = 1,3 \cdot A^{1/3}$  benutzt. Abb. 20 zeigt die angepassten, elastischen Wirkungsquerschnitte.

Tab. 1: Optische Potentiale für die elastische Streuung von 10<sup>4</sup> MeV  $\alpha$ -Teilchen

Target	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$r_v$ [fm]	$a_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$a_w$ [fm]	$\chi^2/F$
<sup>20</sup> Ne	110,6 $\pm$ 1,5	17,9 $\pm$ 0,3	1,22 $\pm$ 0,01	0,82 $\pm$ 0,01	1,77 $\pm$ 0,01	0,63 $\pm$ 0,01	3,0
	178,1 $\pm$ 4,1	32,5 $\pm$ 1,6	1,25 $\pm$ 0,02	0,68 $\pm$ 0,01	1,35 $\pm$ 0,03	0,90 $\pm$ 0,02	7,6
<sup>22</sup> Ne	101,5 $\pm$ 1,8	18,8 $\pm$ 0,7	1,33 $\pm$ 0,02	0,76 $\pm$ 0,01	1,79 $\pm$ 0,02	0,55 $\pm$ 0,03	13,1
<sup>24</sup> Mg	119,1 $\pm$ 1,7	22,9 $\pm$ 1,0	1,13 $\pm$ 0,02	0,82 $\pm$ 0,01	1,56 $\pm$ 0,02	0,82 $\pm$ 0,03	53,9
	220,7 $\pm$ 6,2	42,4 $\pm$ 3,3	1,04 $\pm$ 0,02	0,76 $\pm$ 0,01	1,20 $\pm$ 0,05	1,00 $\pm$ 0,03	177,8
<sup>26</sup> Mg	95,6 $\pm$ 10	39,3 $\pm$ $\frac{40}{5}$	1,30 $\pm$ 0,03	0,71 $\pm$ 0,02	1,28 $\pm$ 0,3	0,90 $\pm$ 0,09	43,1
<sup>28</sup> Si	104,7 $\pm$ 2,4	37,1 $\pm$ 2,3	1,35 $\pm$ 0,01	0,658 $\pm$ 0,004	1,36 $\pm$ 0,03	0,77 $\pm$ 0,02	2,2

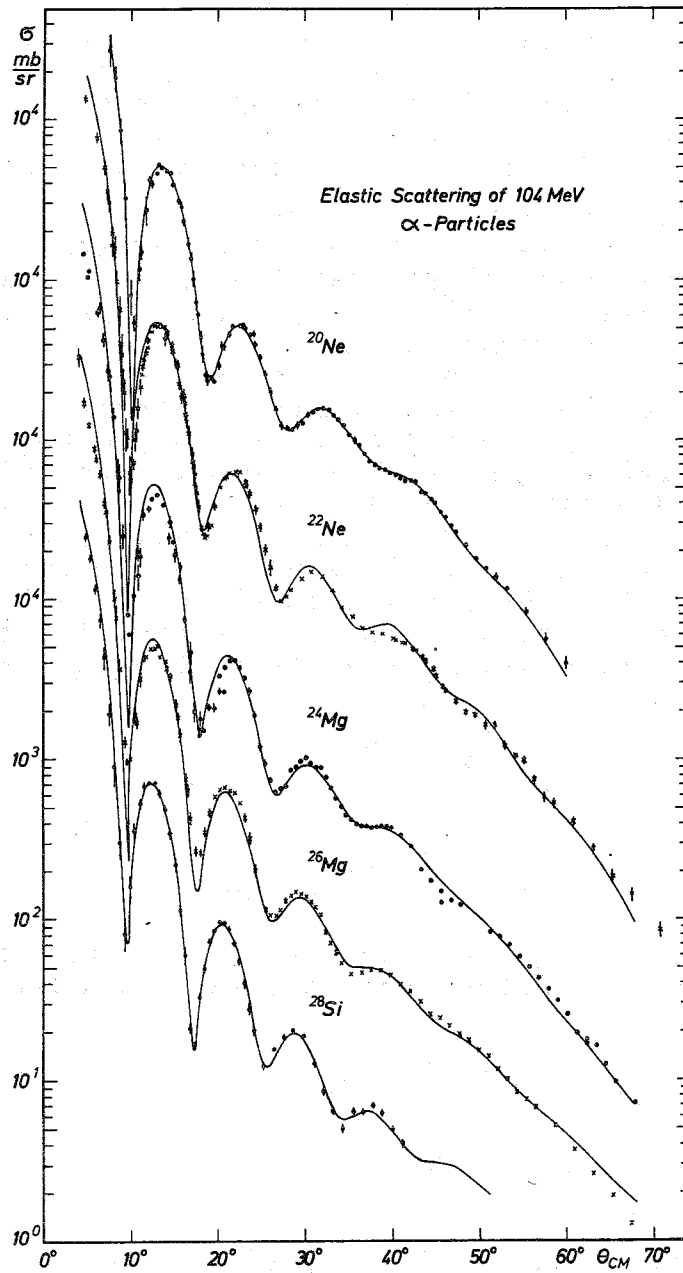


Abb. 20: Elastische Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen und optische Modell-Anpassungen

Frühere Untersuchungen [Hau 69] der elastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen haben gezeigt, daß die Saxon-Woods-Potentialform nicht im Stande ist, die elastische Winkelverteilung für  $^{12}\text{C}$  und andere leichte Kerne hinreichend gut wiederzugeben, und daß die "Weinflaschenform" für den Realteil bessere Anpassungen ergibt. Auch bei der Analyse von  $(\alpha, t)$ -Messungen an  $^{12}\text{C}$  für 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen erweist sich diese Potentialform erfolgreicher [Hau 71]. Dieses Ergebnis läßt sich als Folge der reduzierten, starken Absorption bei leichten Kernen deuten. Für Kerne mit  $A \geq 20$  verschwindet jedoch der Effekt.

Es ist bekannt, daß hinsichtlich der Tiefe der optischen Potentiale, wie sie sich aus einer phänomenologischen Analyse der Streuung von Teilchen mit starker Absorption ergeben, Vieldeutigkeiten existieren [Igo 58, Dri 63, Thom 67]. Diese Tatsache liegt darin begründet, daß die elastische Streuung allein durch die asymptotische Form der Wellenfunktion bestimmt ist und daß im Falle starker Absorption der innere Teil des Potentials weitgehend abgeschirmt wird. Falls die Wellenfunktion außerhalb des Potentialbereiches für zwei oder mehrere Potentiale in Höhe und Neigung die gleichen Werte annimmt, dann werden die Partialamplituden  $S_1$  und damit die Wirkungsquerschnitte identisch. Dieser Fall tritt zunächst auf, wenn die Streuung nur vom äußeren Potentialrand beeinflusst wird [Igo 58]. Dort lassen sich die Potentialtiefe und die geometrischen Parameter der Saxon-Woods-Form bei konstantem Wirkungsquerschnitt verändern, falls nur die Größen

$$V_0 e^{(R_v - r)/a_v} = \text{const}$$

für  $r > R_{v,w}$

$$W_0 e^{(R_w - r)/a_w} = \text{const}$$

unverändert bleiben ("Igo-Invarianz"). Für nur sehr geringe Variationen in den Diffuseness-Parametern reduziert sich dieses Kriterium auf

$$V_0 e^{R_v/a_v} = \text{const}$$

$$W_0 e^{R_w/a_w} = \text{const}$$

Diese kontinuierlichen Vieldeutigkeiten bei der Analyse der elastischen Streuung wurden für 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen nur bei den schweren Kernen gefunden [Hau 69]. Bei leichteren Kernen wird der Wirkungsquerschnitt offenbar auch von weiter innen gelegenen Bereichen ( $r < R_{v,w}$ ) beeinflusst. Dagegen existieren im allgemeinen weiterhin verschiedene Sätze von Potentialen, deren Tiefen sich um diskrete Beträge unterscheiden. Dieses Phänomen wird in der Weise gedeutet, daß sich hierbei die Streuphasen für die wesentlichen Partialwellen gerade um ein Vielfaches des Wertes  $\pi$  unterscheiden, so daß die Reflexionskoeffizienten  $S_1$  ungeändert bleiben. Die Möglichkeit, dies (approximativ) zu erfüllen, hängt von der Potentialform ab und wird erschwert, wenn der Beitrag einer größeren Anzahl von Partialwellen wesentlich wird. Dies ist bei der Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an leichten Kernen der Fall.

In Abb. 21 ist das Ergebnis einer Suche nach verschiedenen Parametersätzen für das Potential der elastischen Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{12}\text{C}$ ,  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{24}\text{Mg}$  skizziert. Bei fixierter Potentialtiefe wurde jeweils - ausgehend von mehreren Kombinationen der Anfangswerte der übrigen Parameter - die beste Anpassung gesucht. Die Minimalwerte für das Anpassungsmaß  $\chi^2/F$  folgen den (etwas geglätteten) Kurven. In Tab. 1 sind die Parameterwerte für das 2. Minimum für  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{24}\text{Mg}$  eingetragen. In allen untersuchten Fällen ergibt der Parametersatz mit  $V_0 = 100$  MeV die beste Anpassung an das Experiment.

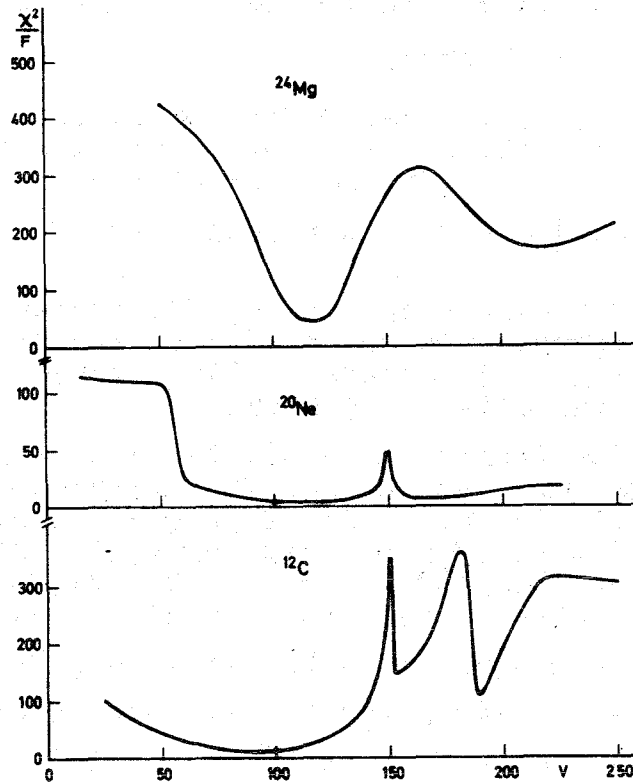


Abb. 21:  $\chi^2$ -Minimum bei fixierter Tiefe des Realteils des optischen Potentials

b. Analyse mit der Methode der gekoppelten Kanäle

Die Analyse der elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte mit der Methode der gekoppelten Kanäle wurde auf der Basis des Rotationsmodells (Abschnitt IV a) mit einem 6-parametrischen, deformierten Saxon-Woods-Potential durchgeführt.

Quadrupol- und Hexadekapoldeformationen (von Real- und Imaginärteil) wurden in Betracht gezogen. Für die umfangreichen numerischen Rechnungen wurde das Rechenprogramm JUPITOR 1 benutzt, das von T. Tamura [Ta 67] entwickelt und von uns für unsere Zwecke modifiziert wurde [Reb 70]. Die wichtigsten Modifikationen sind folgende:

- α. Die Entwicklung (IV-4) des deformierten optischen Potentials bis zur Ordnung  $L=8$ , so daß alle Terme, die zu einem  $0^+-2^+-4^+$ -Kopplungsschema beitragen, exakt berücksichtigt werden.
- β. Die Behandlung der Coulombanregung nach (IV-13) bis zu Termen  $n=2$ .
- γ. Ergänzung durch eine Suchroutine, die (unter der Annahme, daß die experimentellen Fehler für alle Meßpunkte prozentual gleich sind) den Parameter-Satz der besten Anpassung in einer  $\chi^2$ -Minimalisierung sucht.

Das Programm wurde ferner im Detail überprüft; hierzu waren Vergleichsrechnungen mit den Coupled-Channel-Programmen CCP1 und INCH von A.D. Hill (Oxford) [Hi 68], sowie mit dem Programm ECIS 70 von J. Raynal [Ray 68] eine wertvolle Hilfe. Nach der Korrektur einiger Programmfehler im Code JUPITOR 1 ergeben die Programme identische Resultate in den getesteten Fällen. In den Tabellen 2-5 sind die wichtigsten Ergebnisse der zahlreichen Rechnungen wiedergegeben. Die endgültigen Anpassungen (in den Tabellen Spalte C:  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{28}\text{Si}$ , Spalte B:  $^{24}\text{Mg}$ , Spalte A:  $^{26}\text{Mg}$ ) sind in Abb. 22-26 dargestellt.

Als Startwerte der optischen Parameter dienten die aus der elastischen Streuung bestimmten Parametersätze <sup>+) (Tab. 1). Bereits die simultane Analyse allein des elastischen und des  $2^+$ -Wirkungsquerschnittes weist im Fall des  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{28}\text{Si}$  auf</sup>

<sup>+) Bei  $^{20}\text{Ne}$  beobachtet man bei den Anpassungen eine merkwürdige Variation der Tiefe des Imaginärteils mit dem Kopplungsschema, die von Korrelationen unter den Parametern des Imaginärteils bedingt zu sein scheint.</sup>

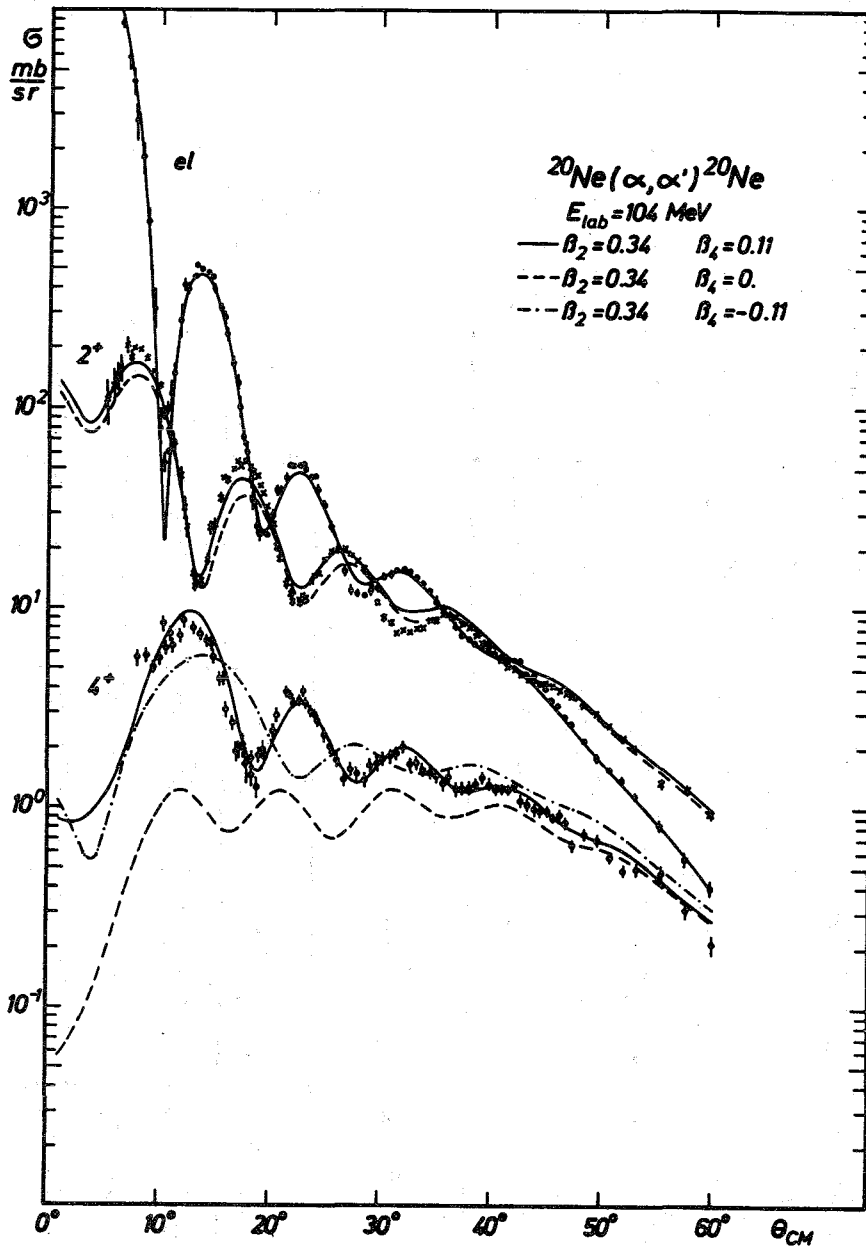


Abb. 22:  $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$ : Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte. Um die Empfindlichkeit des  $4^+$ -Wirkungsquerschnitts auf die  $\beta_4$ -Deformation zu demonstrieren, sind berechnete Wirkungsquerschnitte mit verschiedenen Werten von  $\beta_4$  eingezeichnet.

eine nichtverschwindende Hexadekapoldeformation hin. Diese wird natürlich durch den  $4^+$ -Wirkungsquerschnitt wesentlich präziser festgelegt. Die außerordentliche Empfindlichkeit des  $4^+$ -Wirkungsquerschnitts auf Größe und Vorzeichen der  $\beta_4$ -Deformation erlaubt eine Bestimmung des Vorzeichens des Deformationsparameters  $\beta_4$ , unabhängig vom Vorzeichen der Quadrupoldeformation; dies er-

	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$a_v$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$B_2$	$B_4$	$\chi^2_F$ (rel)	
A	$109,7^{+4,2}$	$13,9^{+0,7}$	$0,79^{+0,02}$	$0,48^{+0,03}$	$1,27^{+0,04}$	$1,82^{+0,03}$	$0,34^{+0,02}$	$0,15^{+0,04}$	3,5	C3-F2
B	$97,8^{+4,6}$	$16,7^{+1,0}$	$0,74^{+0,02}$	$0,56^{+0,05}$	$1,35^{+0,04}$	$1,71^{+0,04}$	$0,34^{+0,01}$	$0,12^{+0,01}$	4,4	C3-F3
C	$96,5^{+1,2}$	$17,4^{+1,2}$	$0,73^{+0,01}$	$0,55^{+0,05}$	$1,37^{+0,04}$	$1,71^{+0,04}$	$0,35^{+0,01}$	$0,11^{+0,01}$	3,7	C4-F3 CE
D	$97,4^{+5,4}$	$15,6^{+1,3}$	$0,75^{+0,03}$	$0,56^{+0,07}$	$1,34^{+0,05}$	$1,76^{+0,06}$	$0,36^{+0,02}$	$-0,08^{+0,01}$	7,8	C3-F3
E	$140,3^{+10}$	$13,4^{+0,6}$	$0,89^{+0,03}$	$0,70^{+0,05}$	$1,05^{+0,07}$	$1,72^{+0,04}$	$-0,50^{+0,03}$	$0,11^{+0,01}$	6,5	C3-F3
F	$195,9^{+6,0}$	$26,2^{+1,8}$	$0,66^{+0,04}$	$0,50^{+0,07}$	$1,28^{+0,05}$	$1,59^{+0,06}$	$0,33^{+0,02}$	$0,13^{+0,02}$	5,8	C3-F3

Tab. 2: Coupled-Channel Anpassungen für  $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$

	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$a_v$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$B_2$	$B_4$	$\chi^2_F$ (rel)	
A	$112,5^{+3,2}$	$15,7^{+1,0}$	$0,78^{+0,02}$	$0,56^{+0,03}$	$1,25^{+0,03}$	$1,73^{+0,02}$	$0,34^{+0,02}$	$0,02^{+0,03}$	1,8	C3-F2
B	$113,5^{+3,1}$	$15,9^{+0,5}$	$0,79^{+0,01}$	$0,60^{+0,03}$	$1,23^{+0,03}$	$1,70^{+0,02}$	$0,36^{+0,01}$	$0,025^{+0,01}$	1,9	C3-F3
C	$117,7^{+3,2}$	$15,2^{+0,4}$	$0,80^{+0,01}$	$0,60^{+0,02}$	$1,21^{+0,03}$	$1,72^{+0,02}$	$0,37^{+0,01}$	$0,02^{+0,01}$	1,9	C4-F3 CE

Tab. 3: Coupled-Channel Anpassungen für  $^{22}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{22}\text{Ne}$

C3(4):  $0^+ - 2^+ - 4^+ (-6^+)$ -Kopplung; F2(3):  $0^+ - 2^+ - (4^+)$ -Anpassung; CE: Coulombanregung berücksichtigt.



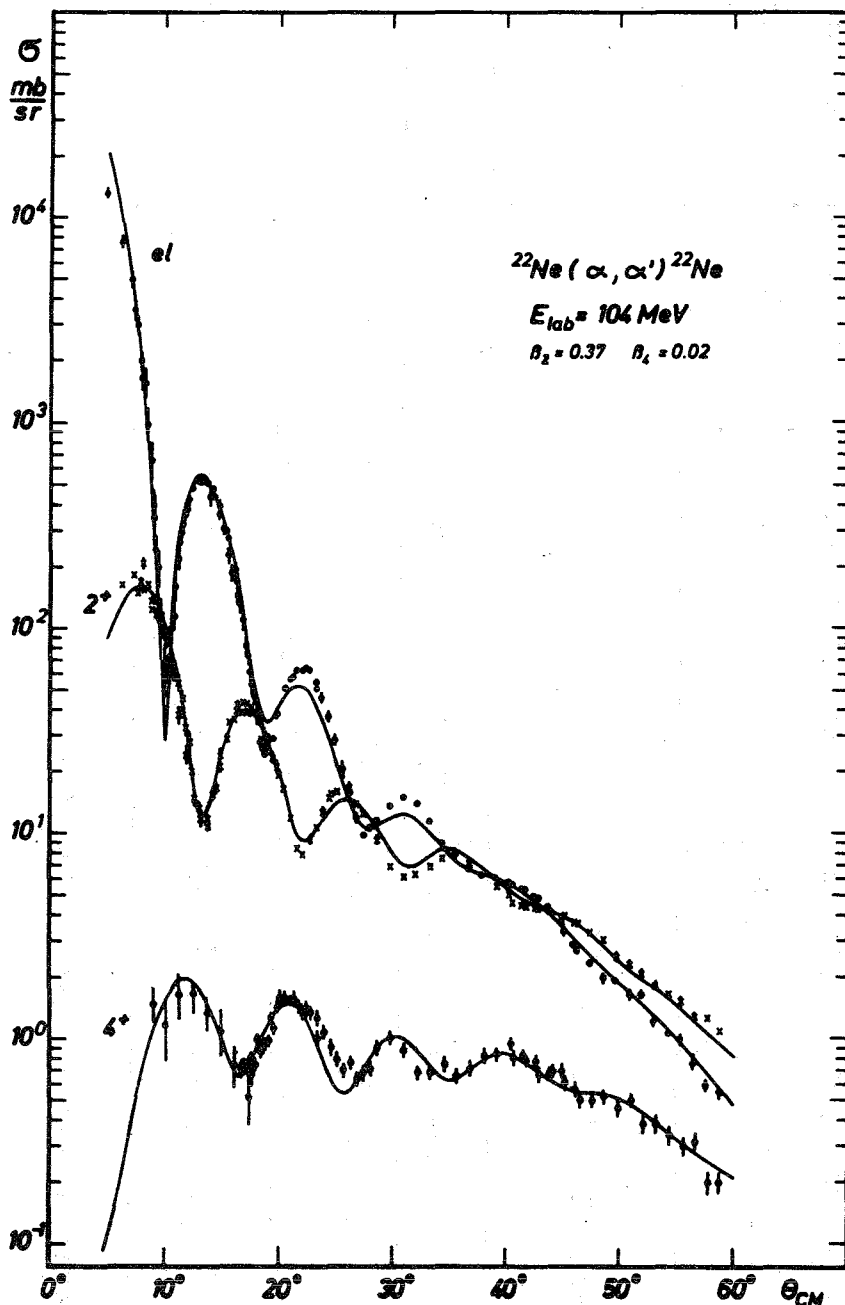


Abb. 23:  $^{22}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{22}\text{Ne}$ : Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte

leichtert dann auch den Versuch, das Vorzeichen der Quadrupoldeformation festzulegen. Für  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{22}\text{Ne}$  bevorzugen die Resultate das positive Vorzeichen von  $\beta_2$  und  $\beta_4$  (s.z.B. Tab. 2: Spalte B-D-E); für  $^{28}\text{Si}$  favorisiert dagegen die Analyse in allen Anpassungen negative  $\beta_2$ -Werte (s.z.B. Tab. 6: Spalte B-D). Da die Information über das Vorzeichen von  $\beta_2$  in der Hauptsache auf Interferenzeffekten durch Terme in  $\beta_2 \cdot \beta_4$  in den  $2^+$ -Wirkungsquerschnitten beruht, wird die Vorzeichenfrage schwierig, wenn

	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$a_v$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$\beta_2$	$\beta_4$	$\chi^2/F(\text{rel})$	
A	$110,3 \pm 5,8$	$22,3 \pm 3,0$	$0,76 \pm 0,03$	$0,98 \pm 0,07$	$1,20 \pm 0,04$	$1,38 \pm 0,09$	$0,39 \pm 0,02$	$-0,02 \pm 0,03$	3,4	C3-F2 CE
B	$110,5 \pm 6,0$	$22,4 \pm 3,2$	$0,76 \pm 0,03$	$0,95 \pm 0,05$	$1,22 \pm 0,04$	$1,38 \pm 0,08$	$0,39 \pm 0,01$	$-0,015 \pm 0,015$	3,5	C3-F3 CE

Tab. 4: Coupled-Channel Anpassungen für  $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$

	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$a_v$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$\beta_2$	$\beta_4$	$\chi^2/F(\text{rel})$	
A	$101,0 \pm 3,0$	$27,9 \pm 2,5$	$0,70 \pm 0,01$	$0,73 \pm 0,04$	$1,32 \pm 0,02$	$1,44 \pm 0,06$	$0,28 \pm 0,01$	$-0,02 \pm 0,03$	1,7	C3-F2 CE
B	$105,2 \pm 3,0$	$25,4 \pm 1,9$	$0,72 \pm 0,01$	$0,72 \pm 0,04$	$1,29 \pm 0,02$	$1,48 \pm 0,05$	$0,28 \pm 0,01$	0,0 +)	1,6	C3-F2 CE
C	$106,0 \pm 3,6$	$26,8 \pm 2,8$	$0,71 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,03$	$1,29 \pm 0,03$	$1,42 \pm 0,05$	$-0,32 \pm 0,01$	0,0 +)	2,0	C3-F2 CE

+ ) Der Parameter  $\beta_4$  wurde bei dieser Anpassung nicht variiert

Tab. 5: Coupled-Channel-Anpassungen für  $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{26}\text{Mg}$

C3:  $0^+ - 2^+ - 4^+$ -Kopplung; F2(3):  $0^+ - 2^+ (-4^+)$ -Anpassung; CE: Coulombanregung berücksichtigt

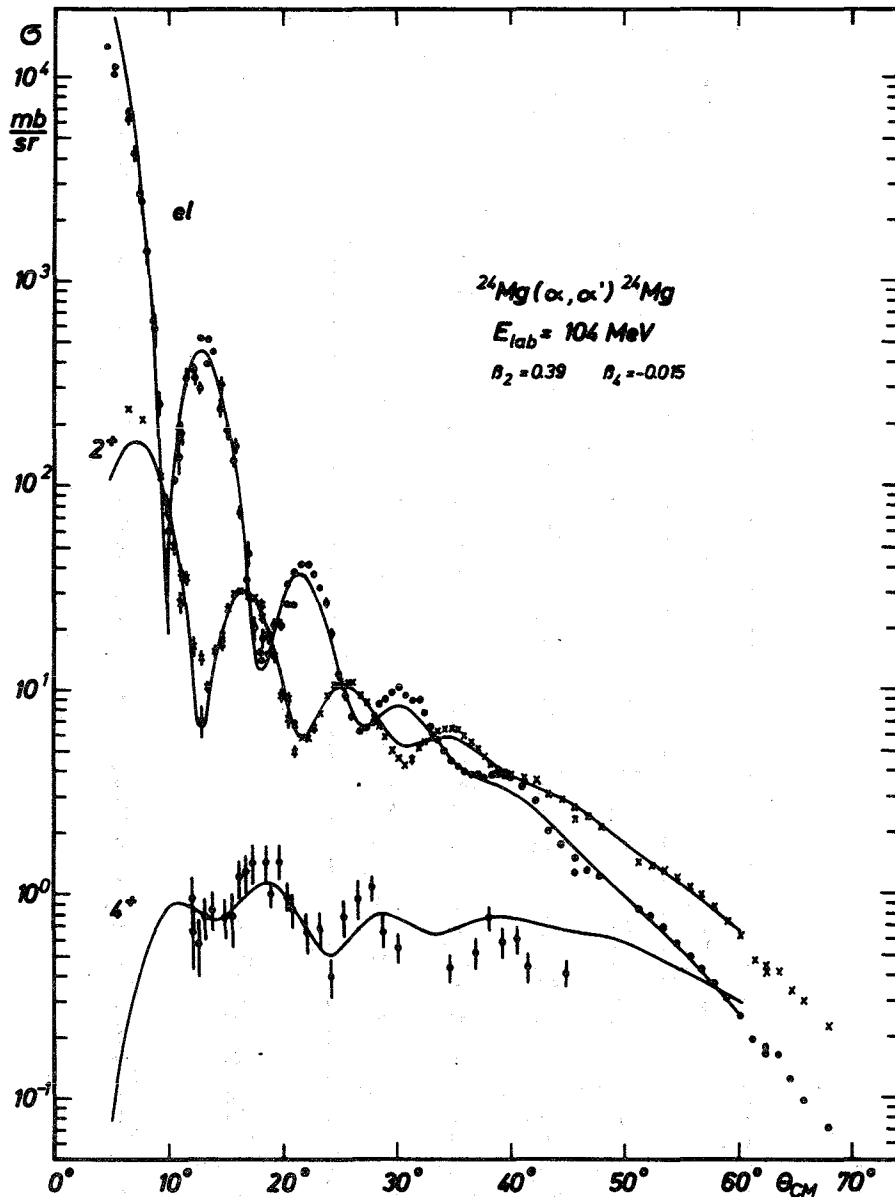


Abb. 24:  $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}$ : Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte

$\beta_4$  sehr klein ist oder verschwindet. Dies ist der Fall bei  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$ ; der leichte Trend zu positiven  $\beta_2$ -Werten (s.z.B. Tab. 4 Spalte: B-C) gestattet keine eindeutige Aussage.

In der Literatur ist häufig die Frage aufgetaucht, ob durch eine "Coupled-Channel" Analyse die Mehrdeutigkeiten in den Parametern des optischen Potentials (speziell die "Phase equivalent ambiguities") aufgelöst werden können [Thom 67]. Dies wurde kürzlich von Eberhard und Robson [Eb 71] bei der Streuung von

	$V_0$ [MeV]	$W_0$ [MeV]	$a_v$ [fm]	$a_w$ [fm]	$r_v$ [fm]	$r_w$ [fm]	$\beta_2$	$\beta_4$	$\chi^2/F(\text{rel})$	
A	$97,1^{+2,8}$	$23,1^{+2,4}$	$0,65^{+0,01}$	$0,61^{+0,05}$	$1,39^{+0,02}$	$1,55^{+0,06}$	$-0,30^{+0,01}$	$+0,05^{+0,04}$	2,0	C3-F2
B	$98,1^{+3,2}$	$22,9^{+2,5}$	$0,65^{+0,02}$	$0,65^{+0,05}$	$1,40^{+0,02}$	$1,52^{+0,06}$	$-0,30^{+0,01}$	$+0,08^{+0,01}$	2,7	C3-F3
C	$99,7^{+3,0}$	$20,6^{+2,0}$	$0,66^{+0,02}$	$0,61^{+0,05}$	$1,38^{+0,02}$	$1,58^{+0,06}$	$-0,32^{+0,01}$	$+0,08^{+0,01}$	3,2	C4-F3 CE
D	$89,9^{+3,2}$	$20,4^{+1,5}$	$0,66^{+0,02}$	$0,47^{+0,04}$	$1,42^{+0,04}$	$1,67^{+0,03}$	$+0,24^{+0,01}$	$+0,07^{+0,01}$	4,5	C3-F3

Tab. 6: Coupled-Channel-Anpassungen für  $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha')^{28}\text{Si}$

C3(4) :  $0^+ - 2^+ - 4^+ (-6^+)$ -Kopplung; F2(3):  $0^+ - 2^+ (-4^+)$ -Anpassung; CE: Coulombanregung berücksichtigt

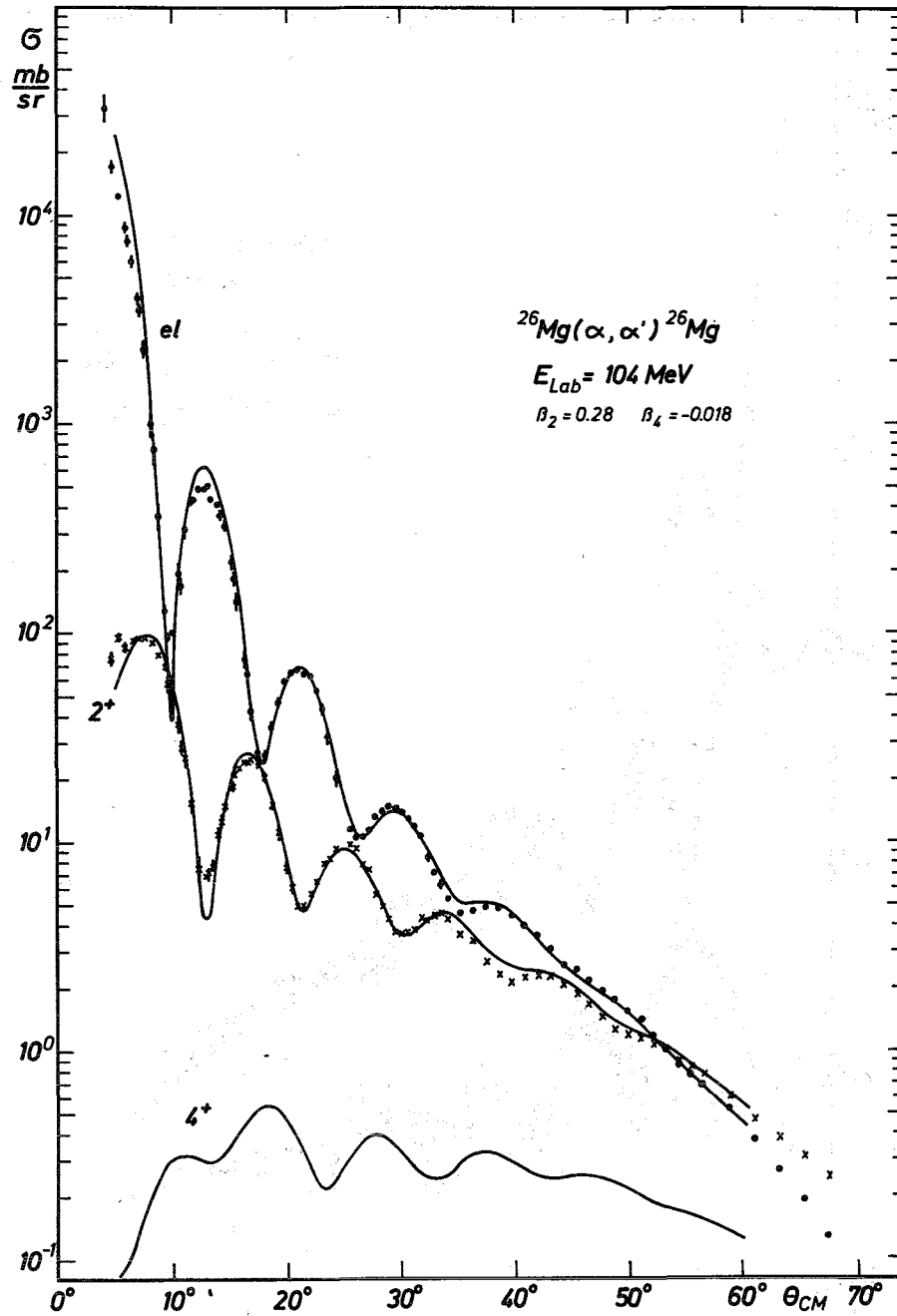


Abb. 25:  $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{26}\text{Mg}$ : Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte

17 MeV  $\alpha$ -Teilchen an  $^{24}\text{Mg}$  untersucht und negativ beantwortet. Ihre Antwort deckt sich mit unseren Erfahrungen bei Anpassungsrechnungen, ausgehend von den (beiden einzigen im Bereich  $V_0=0-200$  MeV gefundenen) Parametersätzen für  $^{20}\text{Ne}$  in Tab. 1. Die "Coupled Channel"-Rechnungen ergeben über die Resultate der normalen optischen Modell-Analyse hinaus keine weiteren Hinweise auf den einen oder anderen Parametersatz. Daneben zeigt

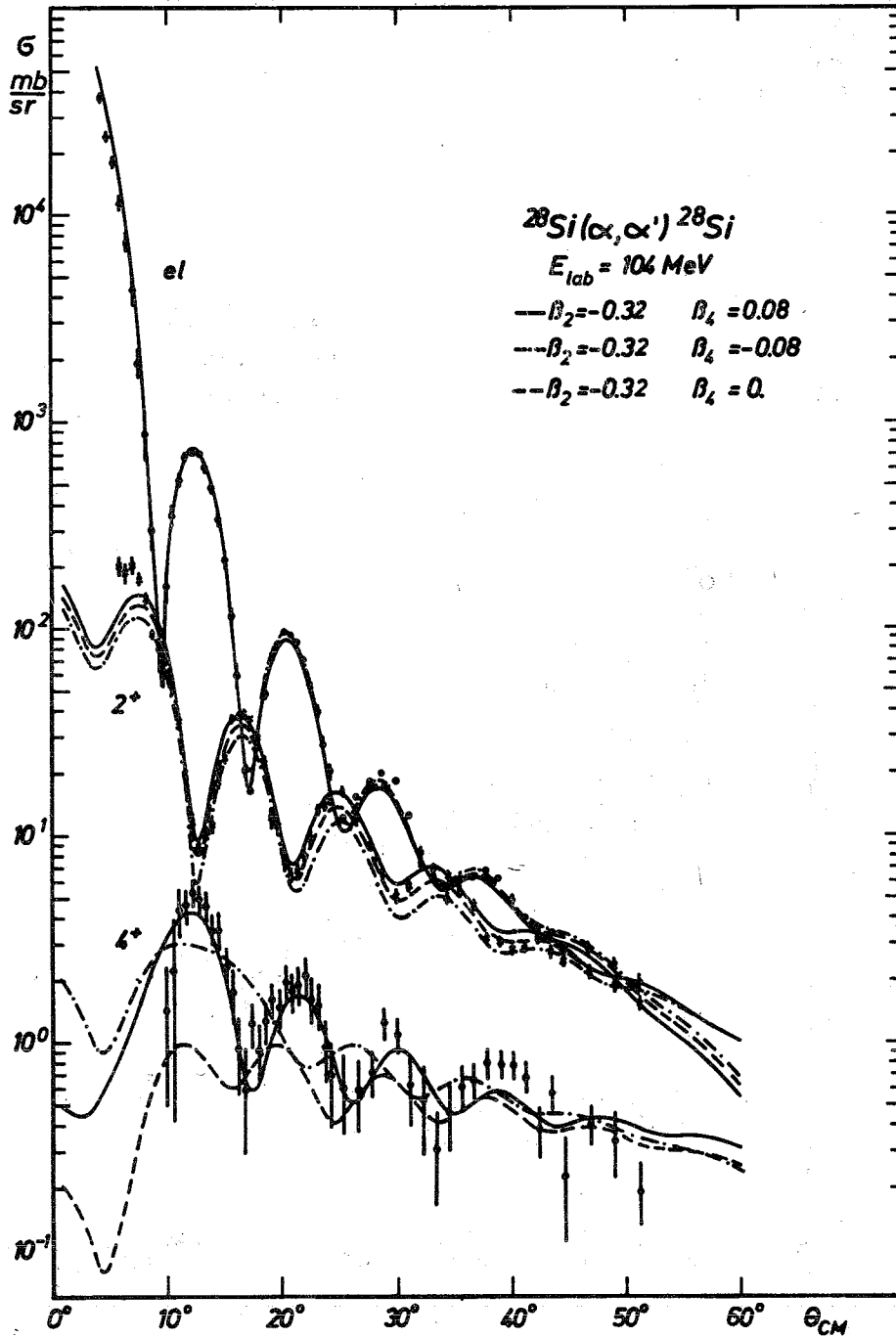


Abb. 26:  $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha')^{28}\text{Si}$ : Experimentelle und theoretische Wirkungsquerschnitte. Um die Empfindlichkeit des  $4^+$ -Wirkungsquerschnitts auf die  $\beta_4$ -Deformation zu demonstrieren, sind berechnete Wirkungsquerschnitte mit verschiedenen Werten von  $\beta_4$  eingezeichnet.

sich aber auch wie in [Eb 71], daß die Bestwerte der Deformationsparameter  $\beta_2$  und  $\beta_4$  nur unwesentlich von der Wahl der phasenäquivalenten Potentiale abhängen (s. Tab. 2, Spalte F).

In Abschnitt IV b (Abb. 18-19) sind einige Resultate von Rechnungen wiedergegeben, bei denen der  $2_2^+$ -Zustand der K=2-Bande von  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$  an die Grundbande angekoppelt ist. Die Ergebnisse demonstrieren, daß der Einfluß der angeregten Banden relativ gering ist, wenigstens solange die beiden Banden nicht mischen. Ähnliche Rechnungen für  $^{20}\text{Ne}$  mit einer Ankopplung des 5,62-MeV- $3^-$ -Zustandes der K=2-Bande, die nicht mit der Grundbande mischt, führen zum gleichen Ergebnis.

## VI. Diskussion und Vergleich mit Ergebnissen anderer Untersuchungen

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sollen zunächst mit den Resultaten der Analyse der (p,p')-Experimente von Swiniarski et al. [Swi 69] verglichen werden. Diese Analyse ist hinsichtlich ihrer Methode und Fragestellung die einzige Untersuchung, die unserer Analyse der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung äquivalent ist. Tab. 7 zeigt, daß die Werte der Deformationsparameter der Protonen-Streuung systematisch höher liegen, was generell beim Vergleich der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung mit der Protonen- und Deuteronenstreuung beobachtet wird. Austern und Blair [AB 65] weisen darauf hin, daß nicht die Parameter  $\beta_1$ , sondern die Deformationslängen  $\delta_1 = \beta_1 R_v$  verglichen werden sollten. Führt man den Vergleich in dieser Weise, so vereinheitlicht sich zwar das Bild hinsichtlich der Quadrupoldeformation; die Diskrepanzen in den Werten der  $Y_4$ -Deformation bleiben aber ungeklärt bestehen. Der Trend der  $\beta_4$ -Werte über den Bereich A=20-28, der für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung in Abb. 27 dargestellt ist, ist allerdings bei beiden Untersuchungen ähnlich.

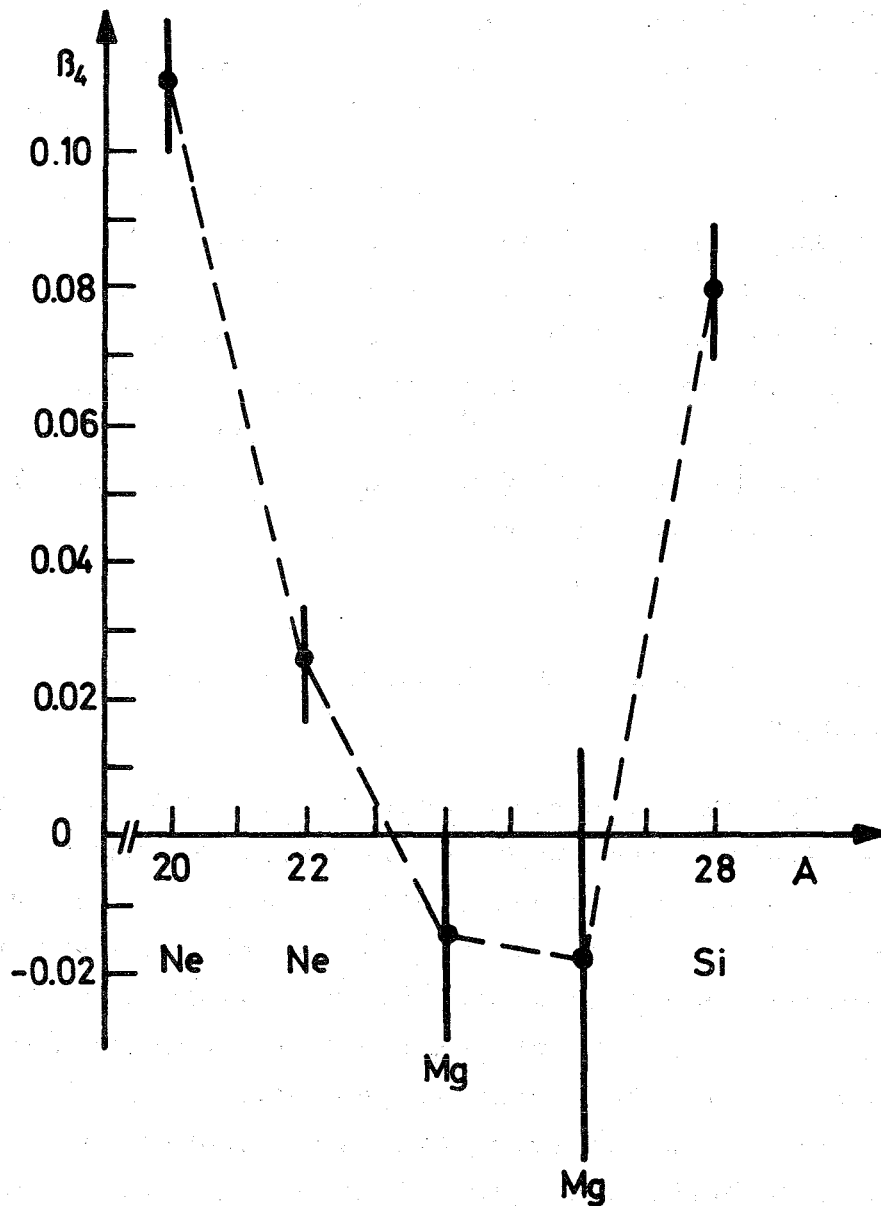


Abb. 27: Verlauf der  $\beta_4$ -Deformation im Bereich  $A=20-28$

Die Übergangsmatrixelemente für die Anregung eines Zustandes  $I=L$  sind in erster Ordnung direkt proportional den Deformationslängen  $\delta_I$ , die somit unabhängig von ihrer Deutung als statische oder dynamische Deformation die Übergangsstärke bestimmen und als eine bequeme Parametrisierung der Experimente angesehen werden können. Unter diesem Aspekt - speziell beim Vergleich von Übergangsstärken - ist es sinnvoll, allein von den Produkten  $\delta_L = \beta_L \cdot R_V$  zu reden [Bl 65].



Nuklid	<sup>20</sup> Ne	<sup>22</sup> Ne	<sup>24</sup> Mg	<sup>26</sup> Mg	<sup>28</sup> Si	<sup>32</sup> S	
$\beta_2$	+0.35 ±0.01	+0.37 ±0.01	(+)0.39 ± 0.01	(+)0.28 ± 0.01	-0.32 ± 0.01	—	$\alpha$
$\beta_4$	+0.11 ±0.01	+0.02 ±0.01	-0.015 ±0.015	-0.02 ±0.03	+0.08 ±0.01	—	
$Q_{20}^+$	+0.47	+0.46	(+)0.52	(+)0.44	-0.51	—	
$\beta_2$	+0.47	—	(+)0.47	—	(-)0.34	(-) 0.30	$\rho$
$\beta_4$	+0.28 ±0.05	—	-0.05 ±0.08	—	+0.25 ± 0.08	+ 0.25 ± 0.08	
$Q_{20}^+$	+0.70	—	(+)0.62	—	(-)0.52	(-)0.60	
$Q_{20}^{++}$	+0.84 ±0.11	+0.74 ±0.14	+0.85 ±0.12	—	-0.63 ±0.18	+ 0.70 ±0.21	Reorient
$ Q_{20}^{++} $	0.69 ±0.04	0.56 ±0.06	0.66 ±0.02	0.59 ±0.03	0.57 ±0.02	0.58 ±0.02	B(E2)

<sup>+</sup>  $Q_{20}$  für eine gleichförmige Ladungsverteilung unter Verwendung experimenteller rms - Radien.

<sup>++</sup> $Q_{20}$  berechnet aus den gemessenen statischen Quadrupolmomenten  $Q(2^+)$  bzw.  $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$  im Rahmen des Rotationsmodells.

Tab. 7: Vergleich verschiedener experimenteller Aussagen zur Deformation der Kerne der 2s-1d-Schale

In zweiter und höherer Ordnung sind jedoch die Übergangsmatrixelemente Funktionen verschiedener Deformationslängen  $\delta_1$ . Die Funktionen werden von einem Modell spezifiziert, das von vorne herein der "Coupled-Channel"-Analyse zugrunde liegt und die Deutung der Parameter festlegt. Erfolg und Mißerfolg der Analyse entscheiden über die Relevanz des verwendeten Modells. Unter diesem Gesichtspunkt charakterisieren die dimensionslosen Parameter  $\beta_1$  die Deformation des Wechselwirkungsbereiches. Bei einer simultanen Analyse von elastischer und inelastischer Streuung wird neben  $\beta_1$  auch die Ausdehnung ( $R_V$ ) des effektiven Potentials (konsistent für alle Kanäle) festgelegt.

In einem weiteren Schritt werden die Deformationsparameter nun auch mit der Deformation der Gestalt des Targetkerns identifiziert. An die Stelle der Wechselwirkungsradien  $R_V$  treten natürlich die Kernradien, deren Größe wir beispielsweise aus der Elektronenstreuung entnehmen.

In Tab. 7 sind Werte für die inneren Quadrupolmomente  $Q_{20}$  mit den angegebenen Werten der Deformationsparameter berechnet. Es wurden eine homogene Ladungsverteilung vorausgesetzt und experimentelle rms-Radien aus der Elektronenstreuung [Elt 61, Brix 70] benutzt <sup>+</sup>). Die Werte der inneren Quadrupolmomente, die sich in modellabhängiger Weise aus den gemessenen statischen Quadrupolmomenten [Nak 70, Nak 70a, Häu 69, Häu 69a] oder aus experimentellen  $\gamma$ -Übergangswahrscheinlichkeiten [Nak 70a, Häu 69, Häu 69a, Sko 66] ableiten, sind zum Vergleich ebenfalls in Tab. 7 aufgeführt.

Zur Berechnung der inneren Multipolmomente

$$(VI-1) \quad Q_{LO} = 2Z [4\pi/(2L+1)]^{1/2} \langle r^L Y_L^0 \rangle$$

unter der Annahme einer homogenen Ladungsverteilung in dem von der Fläche

$$R_N = R_{NO} (1 + \beta_2 Y_2^0 + \beta_4 Y_4^0)$$

eingeschlossenen Volumen werden die Relationen [Wink 69]

$$(VI-2) \quad Q_{20} = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} Z R_{NO}^2 (\beta_2 + 0,360 \beta_2^2 + 0,328 \beta_4^2 + 0,967 \beta_2 \beta_4)$$

$$Q_{40} = Z R_{NO}^4 (0,564 \beta_4 + 0,409 \beta_2^2 + 0,232 \beta_4^2 + 0,555 \beta_2 \beta_4)$$

<sup>+</sup>) Für  $^{22}\text{Ne}$  und  $^{26}\text{Mg}$  wurde  $R_{NO} = 1,35 \cdot A^{1/3}$  gewählt.

benutzt. Die Radien  $R_{NO}$  werden aus den experimentellen rms-Radien  $R_2 = \langle r^2 \rangle$  der deformierten Verteilung bestimmt:

$$R_2^2 = \frac{3}{5} R_{NO}^2 \left( 1 + \frac{17}{8\pi} \sum_{l=2,4} \beta_l^2 + \dots \right)$$

Geht man von der homogenen zu einer deformierten Saxon-Woods-Verteilung über, so ändern sich die Werte von  $Q_{20}$  nur geringfügig, falls man  $R_{NO}$  und den Diffuseness-Parameter in vernünftigen Grenzen so wählt, daß sie den vorgegebenen rms-Radius wiedergeben |Sp 71|.

Die Kerne  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{28}\text{Si}$ , wie auch andere  $4n$ -Kerne der  $2s$ - $1d$ -Schale, bieten eine spezielle Gelegenheit, das kollektive Verhalten der Kerne vom mikroskopischen Standpunkt aus zu studieren. In verschiedenen theoretischen Formulierungen, besonders im Rahmen der Hartree-Fock-Theorie, sind beträchtliche Anstrengungen dieser Art unternommen worden. Einen Überblick über die Rechnungen im Hartree-Fock-Modell (HF) hat Ripka |Rip 68| gegeben. Obwohl Übereinstimmung in den wesentlichen Aussagen der verschiedenen Versionen der HF-Rechnungen besteht, verbleiben Unklarheiten über einige mikroskopische Annahmen. Die Art und Weise, wie sich die Teilchenbewegung zu einer stabilen, prolaten, oblaten (sphäroidalen) oder nichtaxialsymmetrischen (ellipsoidalen) Oberflächengestalt eines speziellen Kerns ordnet und wie sich diese Gestalt von Kern zu Kern ändert, hängt von den noch unvollständig bekannten Eigenschaften der Restwechselwirkung zwischen den Nukleonen ab. Neuere Gesichtspunkte zu diesen Fragen sowie Resultate von Hartree-Fock-Bogoljubov (HFB)-Rechnungen finden sich in den Arbeiten von Banerjee et al. |Ban 69|, von Sauer et al. |Sa 69|, von Castel et al. |Ca 70, Ca 70a| und von Goodman et al. |Good 70|. Hierbei wird offenbar, daß sich die experimentellen Daten, wie z.B. die Größe und das Vorzeichen der Deformation, als ziemlich kritischer Test der mikroskopischen Rechnungen erweisen. Goodman et al. |Good 70| stellen auf Grund der experimentellen Resultate die Notwendigkeit von verfeinerten HFB-Modellen, speziell für  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{28}\text{Si}$  heraus. Die Ergebnisse der Arbeit von Goodman et al. reproduzieren sehr gut den in Abb. 27 dargestellten Verlauf des  $\beta_4$ -Deformationsparameters, während dagegen die Werte von Goss |Go 70| generell sehr viel größer sind.

Die Werte der Deformationsparameter werden bei theoretischen Studien gelegentlich über die Relation

$$(VI-3) \quad \beta_L = \frac{\sqrt{(2L+1)\pi}}{Z(L+3)} \frac{Q_{LO}}{\langle r^L \rangle}$$

berechnet. Sie sind nur in erster Näherung mit den in der üblichen Weise definierten Deformationsparametern numerisch identisch und bei gegebenem  $Q_{LO}$  noch empfindlich von der Wahl von  $\langle r^L \rangle$  abhängig. Bei der Beurteilung der Übereinstimmung von Theorie und Experiment müssen daher mit den Momenten auch gleichzeitig die Werte von  $\langle r^L \rangle$  betrachtet werden. Leider sind die Angaben der theoretischen Literatur in dieser Hinsicht nicht immer vollständig. In den Tabellen 8-10 sind bei den theoretischen Resultaten  $\beta_L$ -Werte mit aufgenommen, falls sie von den Autoren angegeben werden<sup>+</sup>).

Die Tabellen 8-11 stellen für die einzelnen Kerne theoretische Werte und Ergebnisse vergleichbarer experimenteller Untersuchungen zusammen. Im allgemeinen wird dabei auf die Resultate aus Analysen im Rahmen des Fraunhofer-Modells oder der DWBA verzichtet (siehe dazu die obigen Bemerkungen). Lediglich für eine Orientierung werden einzelne DWBA-Ergebnisse beim  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$  und  $^{26}\text{Mg}$  aufgeführt, während die Tab. 11 für  $^{28}\text{Si}$  einen vollständigen Überblick über experimentelle Deformationsparameter aus der inelastischen Streuung von Neutronen, Protonen, Deuteronen,  $^3\text{He}$ - und  $\alpha$ -Teilchen zu geben versucht.

a)  $^{20}\text{Ne}$  und  $^{22}\text{Ne}$

Die Streuung von 104 MeV- $\alpha$ -Teilchen an  $^{20}\text{Ne}$  (wie auch an den übrigen hier untersuchten Kernen) ist parallel zu den "Coupled-Channel-Rechnungen" auch auf der Basis der Austern-Blair-Theorie unter Berücksichtigung der Mehrfachanregung analysiert worden [Sp 70, Sp 71]. Die Resultate sind im allgemeinen in sehr guter Übereinstimmung, wenn sich auch in der Austern-Blair-Analyse

<sup>+</sup>) Bei numerischen Angaben in theoretischen Arbeiten ist die Umrechnung in konventionelle Einheiten nicht immer hinreichend klar. Falls nicht anders angegeben, wurde für den Längenparameter  $\sqrt{\hbar/m\omega}$  der Oszillatorwellenfunktionen der Wert  $\sqrt{3,1}$  fm gewählt.

die  $Y_4$ -Deformation systematisch etwas kleiner ergibt. Dieser Effekt läßt sich auf Grund der Approximationen, die in der Austern-Blair-Theorie vorgenommen werden, qualitativ verstehen [Naq 68, Bru 70]. Die Übereinstimmung in  $\beta_4$  zwischen unserem Resultat der "Coupled-Channel-Analyse" und dem der Austern-Blair-Analyse von Springer und Harvey [Spr 65] scheint rein zufällig zu sein und geht zu Lasten einer Diskrepanz in  $\beta_2$ .

Die relativ große Hexadekapol-Deformation von  $^{20}\text{Ne}$  macht sich im experimentellen  $4^+$ -Wirkungsquerschnitt als "Enhancement" für Vorwärtswinkel bemerkbar. Daher liefert bereits die übliche DWBA-Analyse der ersten Oszillation des Wirkungsquerschnittes einen Richtwert für den Betrag von  $\beta_4$  (s. Abb. 28). Auf diese Weise erbrachte die inelastische Streuung von 52 MeV Deuteronen einen Hinweis auf die direkte Anregung des  $4^+$ -Zustandes von  $^{20}\text{Ne}$  [Hint 68]. Eine DWBA-Analyse ist jedoch wenig sinnvoll, wenn - wie für den  $4^+$ -Zustand von  $^{22}\text{Ne}$  - die Mehrfachanregung dominiert.

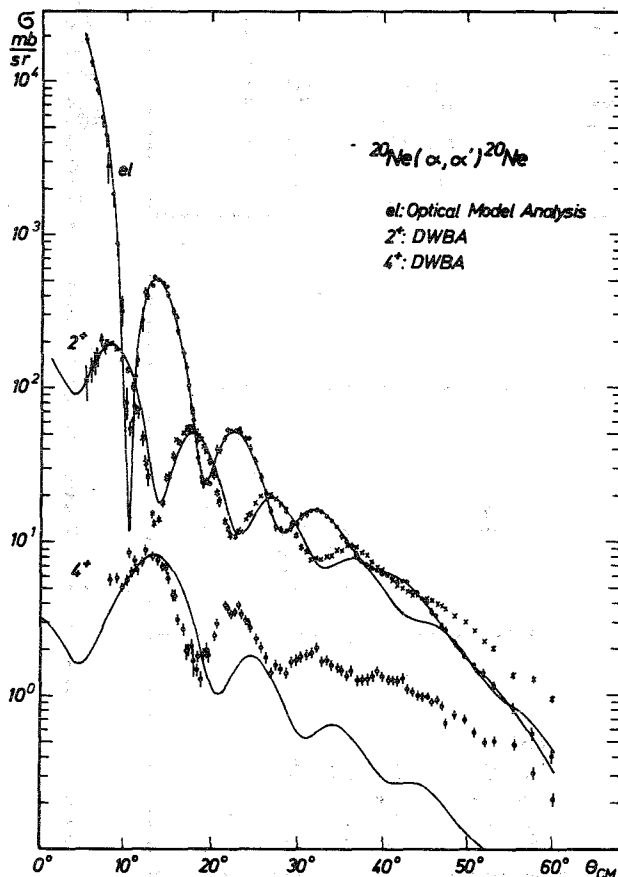


Abb. 28:  $^{20}\text{Ne}(\alpha, \alpha')^{20}\text{Ne}$ :  
DWBA-Anpassung  
 $\beta_2 = 0,25$      $\beta_4 = 0,07$

$B_2$	$B_4$	$\delta_2$ [fm]	$Q_{20}$ [b]	$Q_{40}$ [b <sup>2</sup> ]	Methode	Ref.
+0,35 $\pm$ 0,01	+0,11 $\pm$ 0,01	+1,30	+ 0,47	0,03	( $\alpha, \alpha'$ )CC	Diese Arbeit
+0,45	+0,10	+1,68			( $\alpha, \alpha'$ )AB	Spr 65
+0,34	+0,05	+1,27			( $\alpha, \alpha'$ )AB	Sp 70
+0,35	+0,07	+1,29			( $\alpha, \alpha'$ )AB	Sp 71
0,37		1,87			( $^3\text{He}, ^3\text{He}'$ )DWBA	Art 69
+0,47	+0,28	+1,34	+ 0,70	0,06	(p, p')CC	Swi 69
0,49	(0,23)	1,66			(d, d')DWBA	Hint 68
			0,69 $\pm$ 0,04		B(E2, 0 <sup>+</sup> -2 <sup>+</sup> )	Nak 70a
			+ 0,84 $\pm$ 0,11		Q(2 <sup>+</sup> )	Nak 70a
+0,349					HF (PA)	St 67
+0,43	+0,14					Bri 67
			+ 0,46	+0,018	HF (PA)	Par 67
+0,34			+ 0,54		HFB(PA)	Sa 69
+0,39	+0,17				HF	Ben 69
+0,56	+0,32		+ 0,48	+0,021	HFB	Go 70
			+(0,478-0,498)		HF	Zof 71
	+0,12				HFB(PA)	Gök 71

Tab. 8: Experimentelle und theoretische Ergebnisse zur Deformation von  $^{20}\text{Ne}$ .

CC: "Coupled Channel"-Analyse; AB: Austern-Blair-Analyse mit  $R=1,35 \cdot A^{1/3}$

$B_2$	$B_4$	$\delta_2$ [fm]	$Q_{20}$ [b]	$Q_{40}$ [b <sup>2</sup> ]	Methode	Ref.
$+0,37 \pm 0,01$	$+0,02 \pm 0,01$	1,26	+0,46		( $\alpha, \alpha'$ )CC	Diese Arbeit
0,34		1,14			( $^3\text{He}, ^3\text{He}'$ )DWBA	Art 69
0,49	(0,18)	1,72			(d, d')DWBA	Hint 68
			$+0,56 \pm 0,06$		B(E2, $2^+ \rightarrow 0^+$ )	Nak 70a
			$+0,74 \pm 0,14$		Q( $2^+$ )	Nak 70a
			+0,55			Fae 69
			+0,48	+0,012		Go 70
	0,011					Gök 71

Tabelle 8 a: Experimentelle und theoretische Ergebnisse zur Deformation von  $^{22}\text{Ne}$

CC: "Coupled-Channel"-Analyse

Da für die  $\alpha$ -Teilchen-Streuung an  $^{22}\text{Ne}$  bisher keine Werte für die Deformationsparameter vorliegen, sind für einen Überblick die DWBA-Resultate der Deuteronen- und  $^3\text{He}$ -Streuung in die Tabelle aufgenommen.

HF- und HFB-Rechnungen sagen für  $^{20}\text{Ne}$  eine prolata axial-symmetrische Form (PA) voraus [St 67, Sat 69, Sa 69]. Auf Grund der experimentellen Ergebnisse ist diese Form nicht mehr anzuzweifeln. Die gemessene Hexadekapoldeformation kann möglicherweise dazu dienen, die verbleibenden Unsicherheiten und Vieldeutigkeiten in den prolaten HF(B)-Lösungen zu reduzieren.

b)  $^{24}\text{Mg}$

Die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen, Deuteronen und Protonen an  $^{24}\text{Mg}$  ist häufig experimentell untersucht und unter verschiedenen Gesichtspunkten analysiert worden. Die Analysen im Rahmen von einfachen, phänomenologischen Modellen und der DWBA [Kok 65, Fri 65, Bru 66, Satc 65 a, Kok 66, Craw 67, Naq 68] etablieren den kollektiven Charakter der niedrig liegenden Zustände. Die Methode der gekoppelten Kanäle hat bei der Untersuchung der Anregung des  $3^+$ -Zustandes durch  $\alpha$ -Teilchenstreuung (eines Zustandes unnatürlicher Parität) Anwendung gefunden [Kok 64, Ta 65a, Ree 68, Vin 67]. Einigen Analysen [Ree 68, Rush 68] liegt das Modell eines asymmetrischen Rotators zugrunde, da die Hartree-Fock-Theorie unzweifelhaft eine dreiachsige Grundzustandsdeformation (T) für  $^{24}\text{Mg}$  voraussagt. Die Experimente [Cu 60] scheinen dagegen auf die prolata,axialsymmetrische Form hinzuweisen [Par 68].

Die Argumentation beruht im wesentlichen auf den Inkonsistenzen und Schwierigkeiten bei der Erklärung der Niveaustuktur von  $^{25}\text{Mg}$  und der experimentellen, spektroskopischen Faktoren beim  $^{25}\text{Mg}(d,p)^{24}\text{Mg}$ -Stripping mit einer dreiachsigen HF-Lösung <sup>+</sup>).

<sup>+</sup>) Die experimentelle Situation ist jedoch nicht eindeutig. Lawgren et al. [Law 70] werten ihre Ergebnisse als Indiz für eine dreiachsige Deformation von  $^{24}\text{Mg}$ .



$B_2$	$B_4$	$\delta_2$ [fm]	$Q_{20}$ [b]	$Q_{40}$ [b <sup>2</sup> ]	Methode	Ref.
$0,39 \pm 0,01$	$-0,015 \pm 0,015$	1,36	0,52	-0,01	( $\alpha, \alpha'$ )CC(S)	Diese Arbeit
0,34		1,72			( $\alpha, \alpha'$ )CC(Rot-Vib)	Ta 65a
0,39	0,0	1,55			( $\alpha, \alpha'$ )CC(T)	Ree 68
0,35		$1,68 \pm 0,04$			( $\alpha, \alpha'$ )DWBA	Naq 68
0,40	-0,05	1,80			( $\alpha, \alpha'$ )CC(S)	Eb 71
0,47	$-0,05 \pm 0,08$	1,65	0,62	-0,01	(p,p')CC(S)	Swi 69
0,37		1,17			(p,p')CC(T)	Rush 68
0,42		1,33			(p,p')CC(T)	Rush 68
0,42		1,35			(d,d')CC(S)	Tji 68
$0,53 \pm 0,05$					(n,n')CC(S)	Stel 68
			$0,85 \pm 0,12$		B(E2, 0 <sup>+</sup> → 2 <sup>+</sup> )	Häu 69
			$0,66 \pm 0,02$		Q(2 <sup>+</sup> )	Häu 69
0,33					HF (T)	St 67
			+0,55	$-6 \cdot 10^{-4}$	HF (PA)	Par 67
+(0,33)			+0,75		HF (PA)	Sa 69
+(0,63)	(-0,11)		+0,54	$-7,5 \cdot 10^{-3}$	HFB(T)	Go 70
			+(0,665-0,68)		HF	Zof 71
	(-0,011)				HFB	Gök 71

Tab. 9: Experimentelle und theoretische Ergebnisse zur Deformation von  $^{24}\text{Mg}$

CC: "Coupled Channel"-Analyse; S: (prolat axialsymmetrisch); T: (prolat dreiachsig)

$B_2$	$B_4$	$\delta_2$ [fm]	$Q_{20}$ [b]	$Q_{40}$ [b <sup>2</sup> ]	Methode	Ref.
$0,28 \pm 0,01$	$-0,02 \pm 0,03$	1,10	0,44	$0,6 \cdot 10^{-2}$	} ( $\alpha, \alpha'$ )CC	Diese Arbeit
$-0,32 \pm 0,01$	0,0	-1,22	-0,41	$1,3 \cdot 10^{-2}$		
0,29		$1,40 \pm 0,09$			( $\alpha, \alpha'$ )DWBA	Naq 70
0,29		0,95			( $d, d'$ )CC	Tji 68
			-0,58	+0,015	HFB	Go 70
	+0,06				HFB(OA)	Gök 71

Tab. 9 a: Experimentelle und theoretische Ergebnisse zur Deformation von  $^{26}\text{Mg}$

CC: "Coupled-Channel"-Analyse

Goodman et al. [Good 70] zeigen, daß bei Berücksichtigung von Neutron-Proton-Korrelationen ("Generalized isospin pairing") [Good 68, Br 69] die prolate, axialsymmetrische Gestalt in einer korrekten HFB-Rechnung erklärt werden kann.

Unseren "Coupled-Channel"-Analysen liegt wie der (d,d')-Analyse von Tjin et al. [Tji 68] und der (p,p')-Analyse von Swiniarski et al [Swi 69] (mit den 17,5 MeV-Daten von Crawley and Garvey [Craw 67]) die axialsymmetrische Form zu Grunde. In Übereinstimmung mit theoretischen Voraussagen ergibt sich das Hexadekapolmoment als sehr klein, wenn nicht verschwindend.<sup>+)</sup>

c)  $^{26}\text{Mg}$

$^{26}\text{Mg}$  liegt im Übergangsbereich von der prolaten zur oblaten Deformation, von starker Kopplung zu schwacher Kopplung [Craw 65]. Das Niveauspektrum und andere experimentelle Resultate weisen darauf hin, daß die Grundbande keine ungestörte K=0-Bande ist. Daher ist die Analyse auf der Basis des strengen Rotationsmodells, die in dieser Arbeit durchgeführt wurde, hier recht grob. Da jedoch die Deformation von  $^{26}\text{Mg}$  verhältnismäßig wenig in Streuexperimenten untersucht ist, sind die Ergebnisse informativ. Sie fügen sich zwanglos in die Systematik. Der Wert für den Quadrupolparameter  $\beta_2$  ist in guter Übereinstimmung mit dem Wert der Deformationslänge, den Naqib und Blair [Naq 70] aus der inelastischen Streuung von 42 MeV  $\alpha$ -Teilchen gewinnen.

Die bei diesem Experiment gemessenen Winkelverteilung des 4,33-MeV-Zustandes, der gelegentlich als  $4^+$ -Zustand der Grundbande interpretiert wird, weist einen starken, direkten L=4-Beitrag auf. Auf Grund unserer "Coupled-Channel-Analyse" ist ein solcher Beitrag für den  $4^+$ -Zustand der Grundbande nicht zu erwarten. Das unterstützt den Vorschlag von Naqib und Blair, den 4,33-MeV-Zustand in Analogie zum  $4_2^+$ -Zustand (6,005 MeV) des  $^{24}\text{Mg}$  zu deuten.

Obwohl auch die inelastische Streuung von Protonen [Schr 62, Craw 67] und Deuteronen [Hin 67, Bla 71] gemessen wurde, wurde eine

<sup>+) Der hohe Wert  $\beta_4=0,16$  von Eck und Thompson [Eck 69] aus der Streuung von  $^{16}\text{O}$  and  $^{24}\text{Mg}$  beruht wahrscheinlich auf einem Fehler im  $\beta_4$ -Kopplungsterm des Computer-Programms [s.z.B. Reb 70]</sup>

DWBA-Analyse entweder nicht versucht, oder die Qualität der Anpassung erlaubt keine zuverlässigen Aussagen.

d)  $^{28}\text{Si}$

Unter den Kernen der 2s-1d-Schale nimmt  $^{28}\text{Si}$  eine besondere Stellung ein. Vom Standpunkt der Niveau-Systematik zeigt  $^{28}\text{Si}$  eine zwar noch deutliche |Hua 70|, doch verglichen mit  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{22}\text{Ne}$  und  $^{24}\text{Mg}$  weniger ausgeprägte Rotationsstruktur.<sup>+) Obwohl die Spins und Paritäten der meisten Niveaus und viele Übergangswahrscheinlichkeiten |And 69, Ale 70| bekannt sind, konnte bis jetzt keine angeregte Rotationsbande identifiziert werden. Die komplexe Struktur des  $^{28}\text{Si}$ -Kerns äußert sich in einer Reihe von Schwierigkeiten beim Versuch, das Niveauschema im Rahmen von HF(B)-Rechnungen zu reproduzieren |s. Good 70|. Derartige Rechnungen |Gup 67, St 67, Rip 68, Abg 69, Sa 69, Ca 69, Ca 70| führen zu zwei nahezu entarteten Lösungen: einer axialsymmetrischen, prolaten und zu einer oblaten Lösung; die energetische Anordnung hängt noch von der speziellen Wahl der effektiven Restwechselwirkung ab. Zwischen beiden Banden besteht ein Übergangsverbot. Experimentell beobachtet man nur eine einzige, niedrigliegende K=0-Bande mit oblater Deformation |Häu 69, Nak 70|. Daneben existieren Hinweise |Ale 70|, welche eine Deutung des 6.689 MeV ( $0^+$ )-Zustandes als Basis der zweiten (prolaten) Rotationsbande stützen.</sup>

Die Tab. 10 vergleicht theoretische Werte mit den experimentellen Ergebnissen der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung und der Coulombanregung von  $^{28}\text{Si}$ . Tab. 11 gibt einen Überblick über die zahlreichen Bemühungen, mit Hilfe der inelastischen Streuung Aussagen über die kollektive Natur von  $^{28}\text{Si}$  zu gewinnen. Als Information über die Deformation der Kerngestalt kommt in erster Linie nur den Ergebnissen

<sup>+) Nach früheren experimentellen Daten |La 69| nimmt die Stärke der E2-Übergänge innerhalb der Grundbande nicht in dem Maße zu, wie es das Rotationsmodell verlangt. Dies würde eine Abnahme des inneren Quadrupolmomentes für höhere Rotationszustände bedeuten |Ca 70b|. Neuere Messungen |Hua 70| widersprechen jedoch den früheren Ergebnissen.</sup>

der "Coupled-Channel-Analysen" Bedeutung zu. Die Streuung der Resultate in den Tabellen 10 und 11 vermittelt einen Eindruck, in welchen Grenzen uns die noch ungeklärten systematischen Effekte und methodischen Fehler eine verlässliche, experimentelle und theoretische Bestimmung der Kerngestalt gestatten.

$B_2$	$B_4$	$Q_{20}[b]$	$Q_{40}[b^2]$	Ref.
-0,29				St 67
-0,21		- 0,75		Sa 69
		- 0,84	+ 0,012	Ca 69
		- 0,92		Ca 69a
		-(0,51-0,60)	+(0,016-0,011)	Ca 70
-0,82	+0,30	- 0,71	+ 0,02	Go 70
-0,51	+0,10	- 0,54		Rag 71  <sup>a)</sup>
		-(0,722-0,716)		Zof 71
	+0,065			Gök 71
-0,32 $\pm$ 0,01	+0,08 $\pm$ 0,01	- 0,51	+ 0,02	( $\alpha, \alpha'$ )CC <sup>b)</sup>
		- 0,63 $\pm$ 0,18		Reorient. <sup>c)</sup>
		0,57 $\pm$ 0,02		B(E2,0 $^+$ -2 $^+$ ) <sup>c)</sup>

Tab. 10: Vergleich verschiedener Ergebnisse zur Deformation von  $^{28}\text{Si}$  (oben: theoretische Werte, unten: experimentelle Resultate)

a) Aus einer Berechnung der Potential-Energie-Oberfläche (Umrechnung der Parameter  $\epsilon_2$  und  $\epsilon_4$  nach Relationen von Andersen |And 71| )

b) diese Arbeit

c) |Häu 69a|

Tab. 11: Inelastische Streuung von  $^{28}\text{Si}$   
 rc: real coupling; cc: complex coupling

		$B_L$	Experiment		$B_L$ $R_V$ [fm]	Ref.	
$2^+$ (1,77 MeV)	DWBA	$0,40^{+0,02}$	} (n,n')	14,7 MeV	rc	1,54	Hö 69
		$0,38^{+0,02}$					
		$0,40^{+0,04}$	}	14,0	rc	1,52	Stel 65
		0,43					
		$0,55^{+0,02}$	(p,p')	17,5	rc	2,1	Craw 66
		$0,57^{+0,03}$					
		0,42	}	30	cc		Fall 68
		$0,48^{+0,04}$					
		$0,43^{+0,03}$	}	30,3	rc	1,68	Col 66
		0,41	}	52,0	rc	1,56	Hint 68
		0,39					
	0,28	(d,d')	36,0	cc	1,56	Art 69	
	0,29						
		(α,α')	28,4	cc	1,46	Kok 66	
	CC	0,41	(p,p')	30,3	cc	1,68	Col 66
		(-)0,34	(p,p')	24,8	cc	1,28	Swi 69
0,45		(d,d')	12,8			Nied 64	
0,36		(α,α')	28,4			Koh 64	
-0,32		(α,α')	104,0	cc	1,34	diese Arbeit	
$4^+$ (4,61 MeV)	DWBA	$(0,33^{+0,03})$	} (n,n')	14,7	rc	1,24	Hö 69
		$(0,28^{+0,02})$					
	CC	+0,25	(p,p')	24,5	cc	1,24	Swi 69
		+0,08	(α,α')	104,0	cc	0,34	diese Arbeit

## VII. Schlußbemerkung

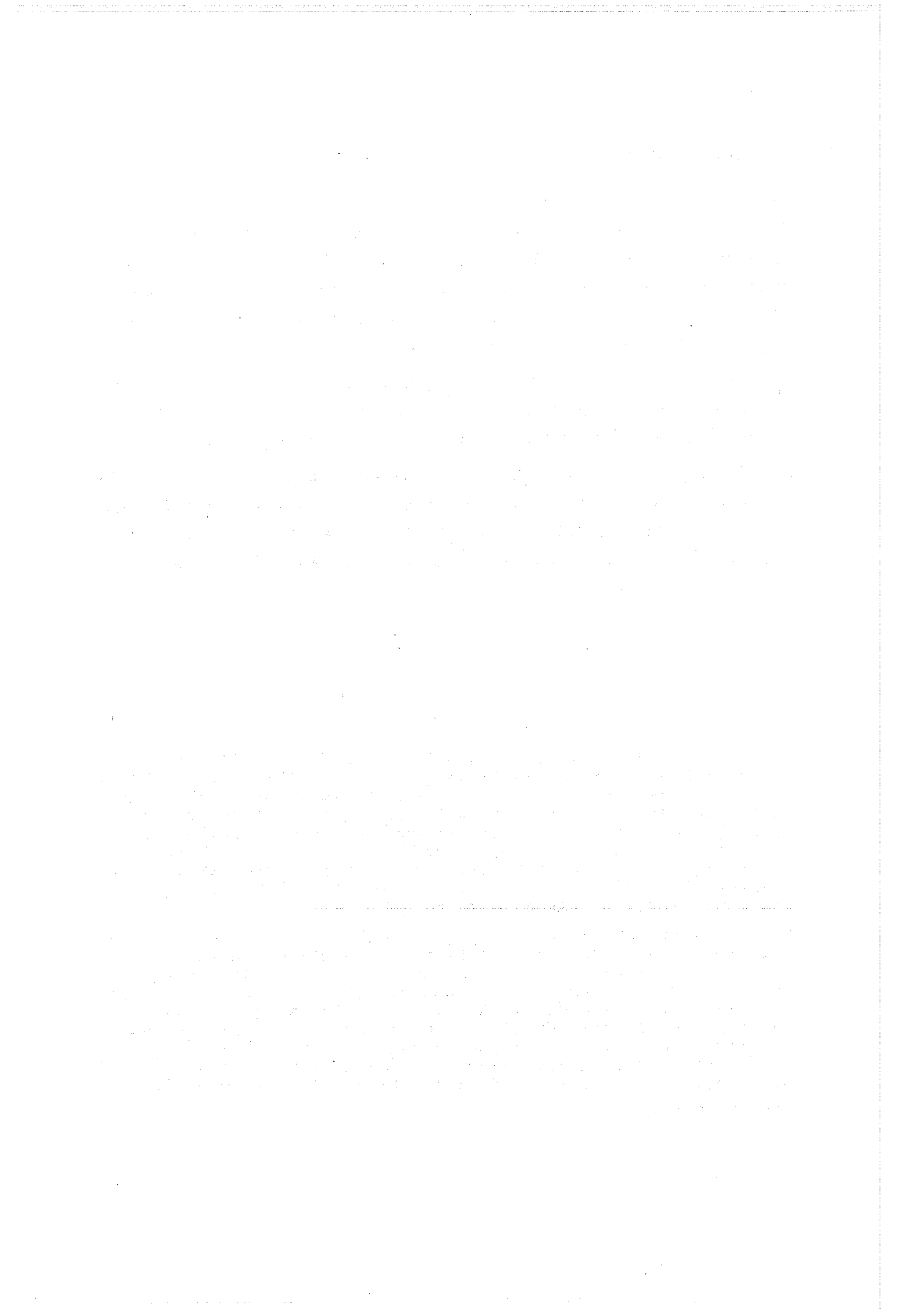
Die Ergebnisse der Streuung von 104 MeV  $\alpha$ -Teilchen zeigen, daß einige Kerne in der ersten Hälfte der 2s-1d-Schale große Hexadekapoldeformationen aufweisen. Hierin bestätigen und ergänzen die Resultate die Aussagen von früheren (p,p')-Experimenten. Hinsichtlich der Größe der  $S_4$ -Parameter besteht aber eine systematische Diskrepanz zu diesen Untersuchungen.

Die aus der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung gewonnenen  $S_4$ -Parameter zeigen einen systematischen Trend über den Bereich A=20-28. Dieser Trend wird auch von theoretischen Studien wiedergegeben.

Die dargestellten Untersuchungen demonstrieren die Effektivität der  $\alpha$ -Teilchen-Streuung als Methode zur Bestimmung der Kerngestalt. Die unabhängige Bestimmung des negativen Vorzeichens der Quadrupoldeformation von  $^{28}\text{Si}$  ist ein Beispiel dafür.

An den in dieser Schrift dargestellten Untersuchungen sind die Herren Dipl. Phys. G. Hauser, Dr. R. Löhken, Dr. G. Schatz, Dr. G.W. Schweimer und Dr. J. Specht in hohem Maße beteiligt. Ihnen gebührt mein Dank für eine langjährige, freundschaftliche Zusammenarbeit, für zahlreiche Beiträge, Hinweise und Diskussionen zum Thema dieser Arbeit. Bei der Durchführung der Messungen und der Datenauswertung haben dankenswerterweise Fräulein Uta Martens, sowie die Herren Dipl. Phys. D. Habs und Dipl. Phys. H. Klewe-Nebenius geholfen.

Ferner danke ich Herrn Dr. P.E. Hodgson und seiner Gruppe für die Gastfreundschaft während eines Aufenthaltes im Nuclear Physics Laboratory, Oxford (England), sowie für die Gelegenheit die "Coupled-Channel"-Rechnungen mit den dortigen Rechenprogrammen zu überprüfen. Für die Mithilfe bei den umfangreichen numerischen "Coupled-Channel"-Rechnungen, die im DVZ des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführt wurden, danke ich besonders Frau Gudrun Hoffmann. Schließlich gilt mein Dank Frau E. Kirste für ihre Mühe bei der äußeren Gestaltung des Manuskriptes.





## VIII. Literaturverzeichnis

- AB 65 N. Austern and J.S. Blair, Annals of Physics 33(1965)15
- Abg 69 Y. Abgrall, G. Baron, E. Caurier and G. Monsonégo  
Nucl. Phys. A131 (1969) 609
- Ale 70 M.M. Aleonard, D. Castera, P. Hubert, F. Leccia,  
P. Mennrath et J.P. Thibaud, Nucl. Phys. A146 (1970) 90
- And 69 J.H. Anderson and R.C. Ritter, Nucl.Phys. A128(1969)305
- And 71 B.L. Andersen, Nucl. Phys. A162 (1971) 208
- Ap 70 A.A. Aponick, C.M. Chesterfield, D.A. Bromley,  
N.K. Glendenning, Nucl. Phys. A159 (1970) 367
- Art 69 K.P. Artenov, V.Z. Goldberg and V.P. Rudanov  
Sov. J. Nucl. Phys. 9 (1969) 157
- As 70 R.J. Ascitutto and N.K. Glendenning, Phys.Rev. C2 (1970)415
- Ba 62 R.H. Bassel, G.R. Satchler, R.M. Drisko and E. Rost,  
Phys. Rev. 128 (1962) 2693; E. Rost, Phys. Rev. 128  
(1962) 2708
- Bam 68 A. Bamberger, P.G. Bizetti and P. Povh, Phys. Rev.  
L21 (1968) 1599
- Ban 69 M.K. Banerjee, C.A. Levinson and G.J. Stephenson jr.,  
Phys. Rev. 178 (1969) 1709
- Bar 65 J. Bar-Touv and I. Kelson, Phys. Rev. 138B (1965) 1035
- Bar 69 J. Bar-Touv, A. Goswami, A.L. Goodman and G.L. Struble,  
Phys. Rev. 178 (1969) 1709
- Barn 68 R.W. Barnard and G.D. Jones, Nucl. Phys. A108(1968)655
- Becc 69 F.D. Becchetti Jr. and G.W. Greenlees, Phys. Rev.  
182 (1969) 1190
- Ben 61 R. Beurtey, P. Cattilon, R. Chaminade, M. Gut,  
H. Farraggi, A. Papineau, J. Saudinos and J. Thirion,  
Compl. Rend. 252 (1961) 1756

II

- Ben 69 H.G. Benson and B.H. Flowers, Nucl. Phys. A126(1969)305
- Bern 70 A.M. Bernstein, in Advances in Nuclear Physics Vol. III, ed. by M. Baranger and E. Vogt (Plenum Press. Inc. New York 1970); Private Mitteilungen
- Bern 71 A.M. Bernstein and W.A. Seidler II, im Druck
- Bl 59 J.S. Blair, Phys. Rev. 115 (1959) 928
- Bl 65 J.S. Blair, in Lectures in Theoretical Physics Vol. VIIIc, Boulder 1965, Colorado Press
- Bla 61 A.G. Blair and E.W. Hamburger, Phys. Rev. 122(1961)566
- Bla 70 A.G. Blair, C. Glashausser, R. de Swiniarski, J. Goudergues, R. Lombard, B. Mayer, J. Thirion and P. Vaganov, Phys. Rev. C1 (1970) 444
- Bri 67 C. Brihaye and R. Reidemeister, Nucl. Phys. A100 (1967) 65
- Brix 70 P. Brix, Paper presented at Advanced Institute on "Electron Scattering and Nuclear Structure", Cagliari (Italy) Sept. 1970  
D. Correa-Restrepo, H. Frank and W. Schütz, Z. Physik im Druck
- Broe 65 H.W. Brock, J.L. Yntema, B. Buck and G.R. Satchler, Nucl. Phys. 64 (1965) 259
- Bru 66 G. Bruge, J.C. Faivre, G. Vallois, A. Bussière and P. Roussel, J. Phys. (Paris) 27 C1-44 (1966)  
G. Bruge, Rapport CEA-R 3147, CEN Saclay
- Bru 70 G. Bruge, J.C. Faivre, H. Farraggi and A. Bussière Nucl. Phys. A146 (1970) 597
- Buck 62 B. Buck, Phys. Rev. 127 (1962) 940
- Buck 63 B. Buck, A.P. Stamp and P.E. Hodgson, Phil. Maj. 8 (1963) 1805
- Ca 69 B. Castel and J.C. Parikh, Phys. L. 29B (1969) 341
- Ca 69a B. Castel and J.P. Svenne, Nucl. Phys. A127 (1969)141
- Ca 70 B. Castel and J.C. Parikh, Phys. Rev. C1 (1970) 990

III

- Ca 70a B. Castel, I.P. Johnstone, B.P. Singh and J.C. Parikh,  
Nucl. Phys. A157 (1970) 137
- Ca 70b B. Castel, K.W.C. Stewart and J.C. Parikh.  
Lett. Nuovo Cim. III (1970) 23
- Cla 64 R.L. Clarke and W.G. Gross, Nucl. Phys. 33 (1964) 177
- Col 66 P.K. Cole, Ch. N. Wadell, R.R. Dittman and H.S. Sandhu,  
Nucl. Phys. 75 (1966) 241
- Craw 65 G.M. Crawley and G.T. Garvey, Phys. L. 19 (1965) 228
- Craw 69 G.M. Crawley and G.T. Garvey, Phys. Rev. 160 (1967)981
- Cu 64 Bibijana Čujec, Phys. Rev. 136 (1964) B1305
- Dri 63 R.M. Drisko, G.R. Satchler and R.M. Bassel,  
Phys. Lett. 5 (1963) 347
- Dro 55 S.I. Drozdov, Soviet Phys. JETP 1 (1955) 788
- Eb 71 K.A. Eberhard and D. Robson, Phys. Rev. C3 (1971) 149;  
Private Mitteilungen
- Eck 69 J.S. Eck and W.J. Thompson, in Proceedings of the  
Fifth International Conference on Nuclear Reactions  
induced by Heavy Ions, Heidelberg, Germany 1969,  
herausgegeben von R. Bock und W.R. Hering (North  
Holland Publishing Company, Amsterdam 1970) S. 82
- Elt 61 L.R.B. Elton, Nuclear Sizes (Oxford University Press)  
1961
- Fae 65 A. Faessler, W. Greiner and R. K. Sheline, Nucl. Phys.  
70 (1965) 33
- Fae 69 A. Faessler, Private Mitteilung
- Fes 62 H. Feshbach, Annals of Physics (New York) 19 (1962) 287
- Fri 65 M.P. Fricke and G.R. Satchler, Phys. Rev. 139 (1965)259
- Full 68 S.A. Fulling and G.R. Satchler, Nucl. Phys. A111 (1968)81

- Glen 67 N.K. Glendenning, Inelastic Scattering and Nuclear Structure, International School of Physics "Enrico Fermi" Course XL (Academic Press 1967)-UCRL- 17503(1967)
- Go 70 D. Goss, Phys. Rev. C2 (1970) 1168
- Gök 71 Göke and A. Faessler, Private Mitteilungen
- Good 68 A.L. Goodman, G.L. Struble and A. Goswami, Phys. L. 26 (1968) B260
- Good 70 A.L. Goodman, G.L. Struble, J. Bar-Touv and A. Goswami, Phys. Rev. C2 (1970) 380
- Gove 60 H.E. Gove, Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure, Kingston (1960) S. 438 ff
- Graw 69 H. Grawe and K.P. Lieb, Nucl. Phys. A127 (1969) 13
- Gree 68 G.W. Greenlees, G.J. Pyle and Y.C. Tang, Phys. Rev. C1 (1968) 1115
- Gree 70 G.W. Greenlees, W. Mackofske and G.J. Pyle, Phys. Rev. C1 (1970) 1145
- Gup 67 S. Das Gupta and M. Harvey, Nucl. Phys. A94 (1967) 602
- Hab 70 D. Habs, G. Hauser, Gudrun Hoffmann, H. Klewe-Nebenius, R. Löhken, Uta Martens, H. Rebel, G. Schatz, G.W. Schweimer, J. Specht, Externer Bericht 18/70-2 des Zyklotron-Laboratoriums des Kernforschungszentrums Karlsruhe 1970
- Häu 69 O. Häusser, B.W. Hooton, D. Pelte, T.K. Alexander and H.C. Evans; Phys. Rev. L. 22 (1969) 359; Can. J. Phys. 48 (1970) 35
- Häu 69a O. Häusser, T.K. Alexander, D. Pelte, B.W. Hooton and H.C. Evans, Phys. L. 23 (1969) 320
- Hart 68 D. Hartwig, W. Linder, M.E. Lösel, G. Schatz and H. Schweickert, KFK-Report 754 (1968)
- Hart 68a D. Hartwig, Externer Bericht 18/68-1 des Zyklotron-Laboratoriums des Kernforschungszentrums Karlsruhe 1968

- Harv 66 B.G. Harvey, D.L. Hendrie, O.N. Jarvis, J. Mahoney  
and J. Valentin, Phys. Rev. L.24B (1967) 43
- Hau 68 G. Hauser, R. Löhken, H. Rebel, G. Schatz, G.W. Schweimer  
und J. Specht, KFK-Bericht 871 (1968) - Nucl. Phys.  
A128 (1969) 81
- Hau 71 G. Hauser, Dissertation, Heidelberg 1971,  
G. Hauser, G. Nowicki, R. Löhken, H. Rebel, G. Schatz,  
G.W. Schweimer, J. Specht, zur Veröffentlichung
- Hend 68 D.L. Hendrie, N.K. Glendenning, B.G. Harvey, O.N. Jarvis,  
H.M. Duhm, J. Saudinos and J. Mahoney, Phys. Rev. L.  
36B (1968) 127
- Hi 68 A.D. Hill, unveröffentlichte Berichte, Nuclear Physics  
Lab. Oxford University (1968)
- Hin 67 S. Hinds, H. Marchant and R. Middleton, Nucl. Phys.  
67 (1965) 247
- Hint 68 F. Hinterberger, G. Mairle, U. Schmidt-Rohr, G.J. Wagner,  
and P. Turek, Nucl. Phys. A115 (1968) 570
- Ho 63 P.E. Hodgson "The Optical Model of Elastic Scattering"  
Clarendon Press, Oxford (1963)
- Hö 69 J. Höhn, H. Pose and D. Seeliger, Nucl. Phys. A134  
(1969) 289
- Hua 70 F.C.P. Huang and D.K. McDaniels, Phys. Rev. C2 (1970) 1342
- Igo 58 G. Igo, Phys. Rev. L. 1 (1958) 72, 3. (1959) 308,  
Phys. Rev. 115 (1957) 1665
- In 57 E.V. Inopin, Soviet Phys. JETP 4 (1957) 764
- In 65 E.V. Inopin and Yo A. Berezhnoy, Nucl. Phys. 63 (1965) 689
- Jack 68 D.F. Jackson and C.G. Morgan, Phys. Rev. 175 (1968) 1402
- Jack 69 D.F. Jackson and V.K. Kumbhave, Phys. Rev. 178  
(1969) 1626
- Kok 64 J. Kokame, K. Fukunage and H. Nakamura, Phys. L. 8  
(1964) 342

## VI

- Kok 65 J. Kokame, K. Fukunaga, H. Nakamura and N. Inoue,  
J. Phys. Soc. Japan 20 (1965) 475
- Kok 66 J. Kokame, K. Fukunaga and H. Nakamura, Phys. L. 20  
(1966) 672
- La 69 S.T. Lam, A.E. Litherland and T.K. Alexander,  
Can. Journ. Phys. 47 (1969) 1371
- Law 70 B. Lawergren, I.J. Taylor and M. Nessim, Phys. Rev. C1  
(1970) 994
- Mah 69 C. Mahaux and M.A. Weidenmüller, "Shell Model Approach  
to Nuclear Reactions" (North Holland Publishing  
Company, Amsterdam 1969)
- Nak 70 K. Nakai, J.L. Québert, F.S. Stephens and R.M. Diamond,  
Phys. Rev. L. 24 (1970) 903
- Nak 70a K. Nakai, F.S. Stephens and R. Diamond, Nucl. Phys.  
A150 (1970) 114
- Naq 68 I.M. Naqib and J.S. Blair, Phys. Rev. 165 (1968) 1250
- Naq 70 I.M. Naqib and J.S. Blair, Preprint to be published  
in Phys. Rev.
- Nied 64 H. Niewodniczanski, J. Nurzyński, A. Strzalowski,  
J. Wilczyński, J.R. Rook and P.E. Hodgson, Nucl. Phys.  
55 (1964) 386
- Par 67 J.C. Parikh, Phys. L. 25 B (1967) 181
- Par 68 J.C. Parikh, Phys. L. 26 B (1968) 608
- Pe 69 D. Pelte, O. Häusser, T.K. Alexander and H.C. Evans,  
Can. J. Phys. 47 (1969) 1929
- D. Pelte, O. Häusser, T.K. Alexander, B.W. Hooton and  
H.C. Evans, Phys. L. 29 B (1969) 660
- Ra 70 I. Ragnarsson and S.G. Nilsson, Nucl. Phys. A158(1970)155
- Ray 68 J. Raynal, Report LYCEN No. 6804, Aussois (1968)

## VII

- Reb 70 H. Rebel and G.W. Schweimer, KFK-Report 1333
- Reb 71 H. Rebel, G.W. Schweimer, J. Specht, G. Schatz,  
R. Löhken, G. Hauser, D. Habs and H. Klewe-Nebenius,  
Phys. Rev. L. (im Druck)
- Ree 68 M. Reed, Thesis, University of California UCRL-18414
- Rip 68 G. Ripka, in Advances in Nuclear Physics Vol. I,  
edited by M. Baranger and E. Vogt (Plenum Press, Inc.,  
New York, 1968)
- Sa 69 P.U. Sauer, Hartree-Fock- and Hartree-Fock-Bogoljubov  
Calculations for Light Nuclei, International School  
of Physics "Enrico Fermi" Course XL (Academic Press)  
1967  
P.U. Sauer, A. Faessler, H.H. Wolter and M.M. Stingl,  
Nucl. Phys. A125 (1969) 257
- Sat 69 L. Satpathy, D. Goss, M.K. Banerjee, Phys. Rev. 183  
(1969) 887  
M.K. Banerjee, C.A. Levinson, G.J. Stephenson jr.,  
Phys. Rev. 178 (1969) 1709
- Satc 65 G.R. Satchler, Lectures in Theoretical Physics Vol.VIIIc  
(Boulder 1965), Colorado Press
- Satc 65a G.R. Satchler, Nucl. Phys. 70 (1965) 177
- Sch 69 D. Schwalm and B. Povh, Phys. L. 29B (1969) 103
- Schr 62 G. Schrank, E.K. Warburton and W.W. Daehnick, Phys.  
Rev. 127 (1962) 2159
- Schw 68 G.W. Schweimer, unveröffentlicher Bericht Nr. 21 (1968)  
Zyklotron-Laboratorium, KFZ-Karlsruhe)
- Schw 69 G.W. Schweimer, unveröffentlicher Bericht Nr. 29 (1969)  
Zyklotron-Laboratorium, KFZ-Karlsruhe)
- Schw 70 G.W. Schweimer, unveröffentlicher Bericht Nr. 35 (1970)  
Zyklotron-Laboratorium, KFZ-Karlsruhe)

## VIII

- Sp 70 J. Specht, Dissertation Heidelberg 1969  
J. Specht, H. Rebel, G. Schatz, G.W. Schweimer,  
G. Hauser and R. Löhken, Nucl. Phys. A143 (1970) 373
- Sp 71 J. Specht, private Mitteilungen  
J. Specht, G.W. Schweimer, H. Rebel, G. Schatz,  
G. Hauser, R. Löhken, to be published
- Spr 65 A. Springer and B.G. Harvey, Phys. Rev. L. 14 (1965) 316
- St 67 A.P. Stamp, Nucl. Phys. A105 (1967) 627  
M.K. Pal and A.P. Stamp, Phys. Rev. 158 (1967) 924,  
Nucl. Phys. A99 (1967) 228
- Stel 65 P.H. Stelson, R.L. Robinson, H.J. Kim, J. Rapaport  
and G.R. Satchler, Nucl. Phys. 68 (1965) 97
- Sko 66 S.J. Skorpa, J. Hertel and T.W. Retz-Schmidt,  
Nucl. Data, Sec. A2 (1966) 347
- Swi 69 R. de Swiniarski, C. Glashausser, D.L. Hendrie,  
J. Sherman, A.D. Bacher and E.A. McClatchie,  
Phys. Rev. L. 23 (1969) 317
- Ta 65 T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 679
- Ta 65a T. Tamura, Nucl. Phys. 73 (1965) 241
- Ta 67 T. Tamura, ORNL-Report, Nr. 4152
- Thom 67 W.J. Thompson, G.E. Crawford and R.M. Davis,  
Nucl. Phys. A98 (1967) 228
- Tji 68 H.R.E. Tjin A.Djie, K. Mulder, F. Udo, A. Groeneveld,  
L.A. Ch. Koerts, A.D. Hill and P.E. Hodgson,  
Nucl. Phys. A106 (1968) 85
- Vin 67 J.S. Vincent, E.T. Boschitz and J.R. Priest,  
Phys. L. 25B (1967) 81
- Weis 70 David C. Weisser, J.S. Lilley, Russel K. Hobbie,  
G.W. Greenlees, Phys. Rev. C2 (1970) 544



IX

Wink 69 P. Winkler, in Proceedings of the Fifth International Conference on Nuclear Reactions induced by Heavy Ions, Heidelberg, Germany 1969, herausgegeben von R. Bock und W.R. Hering (North Holland Publishing Company, Amsterdam 1970), S. 464

Zof 71 J. Zofka and G. Ripka, Phys. L. 34B (1971) 10

