

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

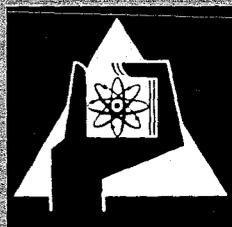
Dezember 1971

KFK 1505

Institut für Experimentelle Kernphysik

Untersuchungen an Deflektorstrukturen
für einen supraleitenden Teilchenseparator

W. Bauer



GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.

KARLSRUHE

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Dezember 1971

KFK 1505

Institut für Experimentelle Kernphysik

UNTERSUCHUNGEN AN DEFLEKTORSTRUKTUREN FÜR
EINEN SUPRALEITENDEN TEILCHENSEPARATOR

von

Walter Bauer⁺)

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

⁺) Dissertation; Universität (TH) Karlsruhe, Dezember 1971

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Erweiterung der bekannten Theorie für uniform periodische Iris-Deflektor-Strukturen für den Fall eines biperiodischen $\pi/2$ -mode-Resonators dargestellt. Dadurch wird ermöglicht, Bedingungen für die Geometrie der langen und kurzen Zellen anzugeben, die zu der Schließung der Frequenzlücke im $\pi/2$ -mode führen. Außerdem werden Güte und transversale Shuntimpedanz für biperiodische Strukturen berechnet, wobei eine gute Übereinstimmung mit den wenigen veröffentlichten experimentellen Werten gefunden wird. Ein Ablenkexperiment in einem supraleitenden, etwa 0,5 m langen verbleiten Kupferresonator, bei dem als Elektronenquelle ein 1 MeV-Beta-Präparat verwendet wurde, erlaubte die Messung der transversalen Shuntimpedanz. Es ergab in guter Übereinstimmung mit dem theoretisch ermittelten Wert $R_t/Q = (0,43 \pm 0,07) \text{ k}\Omega/\text{m}$. Modellmessungen bei Zimmertemperatur dienten zur Festlegung der Geometrie, die zur Erreichung der geforderten Resonanzfrequenz von 2,855 GHz führte und ergaben eine Lösung für das Problem der mode-Stabilisierung: Ein Unterschied von 5,8 mm zwischen den beiden Durchmessern eines elliptisch geformten Resonators trennt die beiden um 90° versetzten modes um 50 MHz.

Abstract

In this paper the extension of the rigorous theory of uniform periodic iris loaded deflectors to standing-wave $\pi/2$ -mode biperiodic cavities is presented. It is possible to find conditions for the geometry necessary to enforce confluence in the $\pi/2$ -mode. Q-value and transverse shuntimpedance are also computed and good agreement with the few published results is found. A deflection test measurement of a lead plated, superconducting cavity of about 0.5 m length using 1 MeV electrons from a radioactive beta source yielded a transverse interaction parameter $R_t/Q = (0.43 \pm 0.07) \text{ k}\Omega/\text{m}$ in reasonable agreement with the theoretical value. Room temperature measurements resulted in a final geometry which gives the required resonance frequency of 2.855 GHz and a solution for the problem of mode stabilization: A difference of 5.8 mm between the two diameters of an elliptically formed cavity detunes the 90° rotated mode by 50 MHz.

Inhaltsverzeichnis

Untersuchungen an Deflektorstrukturen für einen supraleitenden

Teilchenseparator

1. EINLEITUNG

- 1.1 Prinzip des HF-Teilchenseparators
- 1.2 Supraleitende Deflektoren
- 1.3 Anforderungen an die Deflektorstruktur
- 1.4 Biperiodische Deflektorstrukturen

2. THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN

- 2.1 Darstellung der Felder in Deflektorstrukturen
- 2.2 Herleitung der Felddarstellung für eine uniform-periodische Struktur
 - 2.2.1 Innengebiet
 - 2.2.2 Außengebiet
 - 2.2.3 Anpassung der Felder an der Grenze zwischen Innen- und Außengebiet
- 2.3 Übergang auf den $\pi/2$ -mode in biperiodischen Strukturen
- 2.4 Eigenschaften von Deflektorstrukturen
 - 2.4.1 Äquivalente ablenkende Feldstärke
 - 2.4.2 Berechnung der gespeicherten Energie in einem biperiodischen $\pi/2$ -Resonator
 - 2.4.3 Berechnung der Verlustleistung in einem biperiodischen $\pi/2$ -Resonator
 - 2.4.4 Rechenergebnisse

3. ABLENKUNG VON ELEKTRONEN IN EINEM SUPRALEITENDEN DEFLEKTOR

- 3.1 Theoretische Voraussetzungen
- 3.2 Elektronenstrahl
 - 3.2.1 Anforderungen
 - 3.2.2 Optisches System

3.2.3 Elektronenquelle

3.2.4 Detektor

3.3 Resonator

3.4 Messungen

3.4.1 Ablenkung durch ein elektrostatisches Feld

3.4.2 Ablenkung im HF-Feld

4. MODELLMESSUNGEN AN TESTRESONATOREN

4.1 Einstellung der gewünschten Resonanzfrequenz

4.2 Festlegung der Ablenkungsrichtung

4.2.1 Geforderter Abstand zwischen den beiden um 90°
versetzten modes

4.2.2 Modellmessungen mit Stiften

4.2.3 Elliptischer Querschnitt des Resonatorinnenraumes

4.3 Schließung der Frequenzlücke bei einer biperiodischen
Struktur

5. ZUSAMMENFASSUNG

Literaturangaben

Anhang I Einheiten

Anhang II Bemerkungen zum Programm

1. EINLEITUNG

1.1 Prinzip des Hochfrequenz-Teilchenseparators

Ein Teilchenseparator dient der Trennung hochenergetischer Elementarteilchen, die in einem Target entstehen, das von dem Primärstrahl eines Beschleunigers getroffen wird. Es gibt zahlreiche Varianten dieses Geräts, deren Wirkungsweise ausführlich in ¹ beschrieben sind. Hier sei kurz das Prinzip des 2-Deflektor-HF-Separators erläutert:² Die Trennung geschieht in zwei Schritten. Eine Impulsanalyse mit Hilfe von magnetischen Linsen und Biegemagneten ergibt einen Strahl von Teilchen gleichen Vorzeichens der elektrischen Ladung und gleichen Impulses. Wegen ihrer verschiedenen Ruhemassen haben sie jedoch noch verschiedene Geschwindigkeiten. Durch ein elektrisches Gleichfeld, das senkrecht zur Bewegungsrichtung z steht, können Teilchen verschiedener Geschwindigkeiten verschieden weit abgelenkt werden. Dieses Prinzip des "elektrostatischen" Separators beginnt zu versagen, wenn wegen der geringen Geschwindigkeitsdifferenzen hochrelativistischer Teilchen die Differenzen der Ablenkwinkel bei den höchsten erreichbaren elektrostatischen Feldern und den längsten technisch realisierbaren Ablenkkondensatoren zu klein werden.

Ab Teilchenimpulsen von etwa 5 GeV/c benutzt man deshalb anstelle des Gleichfeldes ein hochfrequentes Wechselfeld, bei dem nicht die Differenzen der Ablenkwinkel, sondern der Ablenkwinkel selbst für die Trennung wirksam wird. Abbildung 1 zeigt das Prinzip dieser Methode:

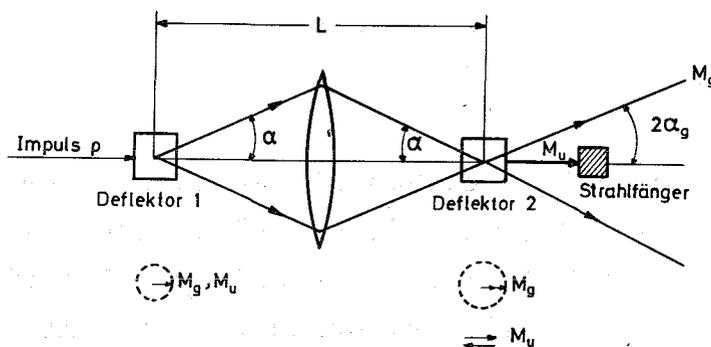


Abb. 1: Prinzip des 2-Deflektoren-HF-Separators

Man benutzt zur Trennung eine Driftstrecke, die von den beiden Teilchen, die den gleichen Impuls, aber verschiedene Massen und folglich verschiedene Geschwindigkeiten haben, in verschiedenen Zeiten durchlaufen wird. In einem ersten, ca. 3 m langen Deflektor, in dem ein hochfrequentes Wechselfeld mit der Phasengeschwindigkeit $v_\phi = c$ angeregt wird, das auf die Teilchen eine zu ihrer Bewegungsrichtung senkrechte Kraft ausübt, werden gewünschte Teilchen mit der Masse M_g und ungewünschte Teilchen mit der Masse M_u , beide mit dem Impuls p und der relativen Geschwindigkeit β um den gleichen Winkel

$$\alpha = \frac{e \cdot E_0 \cdot L}{p \cdot \beta \cdot c} \cos(\omega t + \phi_0) \quad (1.1)$$

abgelenkt. E_0 ist die "äquivalente ablenkende Feldstärke", ϕ_0 die Eintrittsphase des Teilchens relativ zur Phase des HF-Feldes, L die Länge des Deflektors. Die kleine Geschwindigkeitsdifferenz ($\beta_g \approx \beta_u \approx c$) tritt bei der Kürze des Deflektors nicht in Erscheinung. Da die Teilchen kontinuierlich ankommen, treten hinter dem Deflektor alle Ablenkwinkel von $-\alpha_{\max}$ bis α_{\max} auf; der Strahl ist also zu einem Strich aufgefächert.

Eine anschließende Driftstrecke der Länge l durchfliegen die Teilchen in verschieden langen Zeiten t_g und t_u :

$$t_g = \frac{l}{\beta_g c}, \quad t_u = \frac{l}{\beta_u c} \quad (1.2)$$

Da wir uns nur für hochrelativistische Teilchen interessieren, für die pc groß gegen die Ruheenergien W_{og} und W_{ou} ist, erhalten wir für die Laufzeitdifferenz $\Delta t = t_u - t_g$:

$$\Delta t = \frac{l}{2p^2 c^3} (W_{og}^2 - W_{ou}^2) \quad (1.3)$$

Einen im Abstand l vom ersten aufgestellten zweiten Deflektor, dessen HF-Phase so eingestellt ist, daß die ungewünschten Teilchen nach einer optischen 1:1-Abbildung wieder denselben Ablenkwinkel wie im ersten erfahren, verlassen alle ungewünschten Teilchen unter dem Winkel 0° . Die gewünschten dagegen kommen mit einer Phasendifferenz $\omega \Delta t$ im zweiten Deflektor an. Sie erfahren die größte Ablenkung, wenn

$\omega\Delta t = \pi$, oder

$$\lambda = \frac{\lambda_0(\text{pc})^2}{W_{og}^2 - W_{ou}^2} \quad (1.4)$$

Ein Strahlfänger³ absorbiert die unter 0° auftreffenden Teilchen vollständig, während ein großer Teil der gewünschten unter Winkeln zwischen $-2\alpha_{\max}$ und $+2\alpha_{\max}$ an ihm vorbeifliegt und zum Experiment gelangt. In Abbildung 1 sind diese Phasenbeziehungen anhand eines Zeigerdiagramms erläutert.

Das Kernstück eines HF-Separators bilden also die beiden Deflektoren. Einen Beitrag zu ihrer Entwicklung soll diese Arbeit leisten.

1.2 Supraleitende Deflektoren

Um in einem Resonator ein Hochfrequenzfeld aufrecht zu erhalten, muß ihm diejenige Leistung zugeführt werden, die durch die in seiner Oberfläche fließenden Wandströme in Wärme verwandelt wird. Als "Transversale Shuntimpedanz" definiert man in Analogie zu der bei Linearbeschleunigern üblichen Shuntimpedanz das Verhältnis

$$R_t = \frac{E_0^2}{P} \quad (1.5)$$

P ist die Hochfrequenzleistung, die im Resonator pro Längeneinheit verbraucht wird, wenn eine äquivalente ablenkende Feldstärke der Größe E_0 erzeugt werden soll. In der transversalen Shuntimpedanz sind die Eigenschaften der Geometrie der Resonatoren und ihr Oberflächenwiderstand enthalten. Die beiden Hauptabschnitte 1) und 2) dieser Arbeit befassen sich mit der Berechnung und der Messung des Geometrieanteils. Die Berechnung geht von einer Darstellung der Felder in ablenkenden Strukturen aus, die von Hahn³³ angegeben wurde. Aus diesen Feldern wird durch Integration die gespeicherte Energie und die Verlustleistung gewonnen.

Wir werden sehen, daß R_t bei Resonatoren aus Kupfer die Größenordnung $10 \text{ M}\Omega/\text{m}$ hat. Um Ablenkwinkel von $1 - 2 \text{ mrad}$ bei Teilchen von etwa $10 \text{ GeV}/c$ in einem 3 m langen Deflektor zu erzielen, ist also eine HF-Leistung von der Größenordnung 10 MW nötig. So hohe HF-Leistungen sind einerseits im Dauerbetrieb technisch nicht zu erzeugen und sind andererseits trotz der hohen Wärmeleitfähigkeit des Kupfers mit Kühlwasser kaum abzuführen. Man kann deshalb solche Separatoren

nur im Impulsbetrieb mit sehr kleinen Tastverhältnissen benutzen. Für Zählerexperimente ist jedoch ein kontinuierlicher Teilchenstrahl erwünscht; deshalb suchte man nach Möglichkeiten, die erforderliche HF-Leistung zu reduzieren. Naheliegender ist eine Verlängerung der Deflektoren:⁴ Da aber die Apertur die HF-Eigenschaften mitbestimmt und nicht beliebig vergrößert werden kann (siehe Abschnitt 2), verringert sich dadurch die Akzeptanz und somit die Zahl der separierten Teilchen. Ähnliches gilt für einen anstelle von Irisblenden mit einem Dielektrikum beladenen Hohlleiter.⁵

Eine Verringerung der erforderlichen HF-Leistung um 4 bis 5 Zehnerpotenzen ist durch die Anwendung der Supraleitung möglich. Im Gegensatz zu der bei Gleichstrom bekannten Erscheinung wird der Wechselstromwiderstand eines Supraleiters theoretisch erst bei 0°K exakt zu Null. Bis dahin tragen die noch vorhandenen normalleitenden Elektronen zu den Ohm'schen Verlusten bei. Da ihre Dichte von der Sprungtemperatur ab zum absoluten Nullpunkt hin exponentiell abnimmt, wird der Oberflächenwiderstand eines Supraleiters bei Frequenzen, die klein gegen die Energielücke Δ sind, durch

$$R_s = R_0 \cdot \omega^\alpha e^{-\frac{\Delta}{kT}} = R_{BCS} \quad (1.6)$$

gegeben. Der Materialparameter α ist für Blei und Niob gemessen und berechnet worden;^{6,7} er beträgt $\alpha = 1,8$. Der Wert Δ/k beträgt für diese Substanzen etwa 15 [°K], so daß sich im Temperaturbereich von 4°K nach 2°K eine steile Abhängigkeit des Oberflächenwiderstandes von der Temperatur ergibt. Dieses aus der BCS-Theorie für ideale Oberflächen folgende Gesetz muß für reale Oberflächen durch einen temperaturunabhängigen Restwiderstand R_{res} ergänzt werden:⁸

$$R_s = R_{BCS}(T) + R_{res} \quad (1.7)$$

Versuche, diesen Restwiderstand theoretisch zu erklären, sind noch nicht abgeschlossen.⁹⁻¹¹ Messungen an Koaxialresonatoren zeigten, daß er bei Blei dieselbe Frequenzabhängigkeit ω^α wie der supraleitende Anteil besitzt.¹² Zahlreiche Messungen an Resonatoren einfacher Geometrie¹³⁻¹⁷ führten zu einer immer weiter verbesserten Präparation der supraleitenden Oberflächen, da R_{res} offenbar nur bei glattesten und saubersten Oberflächen klein gehalten werden kann.

Ein zweites Problem tritt bei dem Versuch auf, hohe Feldstärken in supraleitenden Resonatoren zu erzeugen. Es zeigt sich nämlich, daß lange vor dem Erreichen der kritischen Magnetfeldstärke H_c Feldzusammenbrüche auftreten, die durch aus der Oberfläche austretende Elektronen, oder durch normalleitend werden einzelner Stellen der Oberfläche aufgrund von Unebenheiten oder schlechter Wärmeleitung bewirkt werden.¹³⁻¹⁹ Auch dabei erweist sich also die Notwendigkeit einer hohen Oberflächenqualität. Über Messungen von Oberflächenwiderstand und Feldstärken in supraleitenden Deflektormodellen wurde in ⁵¹ berichtet.

Die höchste in Niob-Deflektorstrukturen erreichte Feldstärke war $H_p = 335$ G, bzw. $E_0 = 2,2$ MV/m. Der höchste Verbesserungsfaktor, definiert durch das Verhältnis (Güte eines supraleitenden Resonators bei $1,8^\circ$ K/Güte eines gleich gebauten Resonators aus Kupfer bei 300° K) war $1,5 \cdot 10^5$.

Am Institut für Experimentelle Kernphysik ist ein supraleitender Teilchenseparator für die Trennung von K^+ - und π^+ -Mesonen bzw. von Antiprotonen und π^- -Mesonen im Bau, dessen wesentliche Parameter in Tabelle I zusammengefaßt sind. Sie sind in ²⁰ erläutert und begründet.

Tabelle I

WESENTLICHE PARAMETER DES GEPLANTEN SUPRALEITENDEN TEILCHENSEPARATORS

Impulsbereich	5 - 10 GeV/c
Betriebsfrequenz	2855 MHz
Betriebstemperatur	$1,8^\circ$ K
Länge eines Deflektors	2,730 m
Abstand zwischen den Deflektoren	20 m
Äquivalente ablenkende Feldstärke	2 MV/m
Maximale elektrische Feldstärke	11 MV/m
Maximale magnetische Feldstärke	310 G
Verbesserungsfaktor des Oberflächenwiderstandes	10^5

1.3 Anforderungen an die Deflektorstruktur

In den Deflektoren muß ein Hochfrequenzfeld angeregt werden, das auf die hindurchfliegenden Teilchen eine transversale Kraft ausübt. Die Voraussetzungen hierzu werden in Abschnitt 2.1 erläutert. Während

durch die Anwendung der Supraleitung die erforderliche HF-Leistung auf 10 bis 50 Watt reduziert wird und so die Kosten für ihre Erzeugung nicht mehr ins Gewicht fallen, werden die Kosten für die Kühlung sehr hoch (etwa 10 kDM/Watt!). Deshalb ist eine möglichst hohe transversale Shuntimpedanz auch für einen supraleitenden Deflektor wünschenswert. Wegen der erwähnten Schwierigkeit, hohe Feldstärken zu erreichen, ist es nötig, das Verhältnis zwischen der maximalen Feldstärke an der Oberfläche zur äquivalenten ablenkenden Feldstärke, also H_p/E_o und E_p/E_o möglichst klein zu machen. Über das Verhalten der maximalen Feldstärken in Abhängigkeit von der Geometrie der Deflektoren ist in den zahlreichen Meßergebnissen von Vaghin²¹ genügend Information enthalten.

Obwohl die Berechnung der transversalen Shuntimpedanz mit genügender Genauigkeit möglich ist - in Abschnitt 2 werden Beispiele dafür gezeigt - erschien es wünschenswert, an einem supraleitenden Deflektormodell das Zusammenwirken aller zum Betrieb des Separators notwendigen technischen Einheiten zu studieren und die Shuntimpedanz direkt durch ein Ablenkexperiment zu messen. Dieses Experiment ist in Abschnitt 3 beschrieben. Die gemessene transversale Shuntimpedanz lag mit $R/Q = (0,43 \pm 0,07)$ k Ω /m nur um 20 % unter dem theoretisch ermittelten Wert.

Die technische Realisierung eines Deflektors stellt noch weitere Anforderungen: Die hohe Güte supraleitender Resonatoren verbunden mit der Forderung nach einer hohen Übereinstimmung der Ablenkung in den beiden Deflektoren führt zu der Bedingung, die Betriebsfrequenz sehr genau zu treffen bzw. zu regeln. Dabei muß der Frage der Herstellungstoleranzen besondere Beachtung geschenkt werden. Während die Probleme der Toleranzen, der Regelung und der HF-Einkopplung im Rahmen dieser Arbeit nicht bearbeitet werden, soll im Abschnitt 4 einiges über die erstmalige Einstellung der Betriebsfrequenz gesagt werden. Ebenfalls in Abschnitt 4 soll die Frage der "mode-Stabilisation" behandelt werden: Die Feldkonfiguration, die auf geladene Teilchen eine ablenkende Kraft ausüben kann, hat nämlich die Eigenschaft, daß bei der gleichen Frequenz zwei Resonanzen angeregt werden können, die in zwei um 90° verschiedene Richtungen ablenken. Es muß also Vorsorge getroffen werden, daß die eine dieser Resonanzen unterdrückt wird. Als geeignete Lösung wurde ein annähernd elliptisch geformter Resonatorinnenraum gefunden, mit einer Differenz zwischen den beiden Außendurchmessern von 5,8 mm.

1.4 Biperiodische Deflektorstrukturen

Alle bestehenden Separatoren sind mit Irisstrukturen ausgerüstet, die bei einer Frequenz von 2.855 MHz arbeiten.²²⁻²⁵ Da eine Erhöhung der transversalen Shuntimpedanz und eine Verringerung der Feldstärken-Verhältnisse H_p/E_o und E_p/E_o wünschenswert wäre, wurde von mehreren Autoren begonnen, die von Linearbeschleunigern her bekannte "Biperiodische Irisstruktur" auf ihre Anwendbarkeit beim Separator hin zu untersuchen.^{26,21}

Der Grund für das Interesse an biperiodischen Strukturen liegt darin, daß bei ihr in gewisser Weise die Vorteile des π -modes* mit denen des $\pi/2$ -modes vereinigt sind, während die Nachteile beider weitgehend vermieden werden. Wegen der erwähnten Toleranzforderungen sollte nämlich die Gruppengeschwindigkeit möglichst hoch sein; dies ist im $\pi/2$ -mode der Fall, während im π -mode die Gruppengeschwindigkeit Null wird. Da der Deflektor aus mehreren Stücken zusammengeflanscht werden soll, muß es Querschnittsebenen geben, über die keine Ströme fließen. Solche Ebenen finden sich im $\pi/2$ -mode in jeder zweiten Zelle, da im $\pi/2$ -mode feldfreie und feldvolle Zellen einander abwechseln, während im π -mode jede Zelle mit Feld gefüllt ist. Das bedeutet aber auch, daß im $\pi/2$ -mode pro Länge weniger Ablenkung als im π -mode erzielt wird, daß also die Shuntimpedanz im π -mode größer ist. Bei der biperiodischen Struktur werden nun diese nicht erregten Zellen kürzer, die erregten länger gemacht. Die Verbindungsflansche können dann in die unerregten kurzen Zellen gelegt werden und die verlängerten erregten Zellen ergeben mehr Ablenkung. In Abschnitt 2 wird die Berechnung der Eigenschaften solcher biperiodischen Strukturen durchgeführt und in Abschnitt 3 folgen einige Messungen.

*Anmerkung:

Das mit "Feldkonfiguration" nur unzulänglich zu übersetzende englische Wort "mode" wird im Sprachgebrauch der HF-Technik und der Beschleunigertechnik in doppelter Bedeutung benutzt:

Mit "TM_{npq}"-mode wird z.B. in einem rotationssymmetrischen Resonator eine Feldkonfiguration bezeichnet, die "transversal magnetisch" ist, also $H_z = 0$ besitzt; die Indizes n,p,q bezeichnen die Zahl der Knoten in Richtung θ , r und z. Unter einem $\frac{i}{n}\pi$ -mode verstehen wir diejenigen Feldverteilungen in einem n-zelligen, periodisch beladenen Hohlleiter, die von Zelle zu Zelle (d.h. von Scheibe zu Scheibe, was

z.B. bei einer biperiodischen Struktur nicht identisch mit "von Periode zu Periode" ist) eine Phasenverschiebung von $\frac{i}{n}\pi$ aufweist.

2. Theoretische Untersuchungen

2.1 Darstellung der Felder in Deflektorstrukturen

In Resonatoren, die als Deflektoren für einen HF-Teilchenseparator dienen sollen, muß es möglich sein, ein Hochfrequenzfeld anzuregen, das auf die in z-Richtung fliegenden Teilchen eine transversale Kraft F_t in genügender Größe ausübt. Garault²⁷ zeigt, daß sich unter der Voraussetzung eines homogenen, isotropen Mediums aus den Maxwell'schen Gleichungen und der Lorentz-Kraft $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ für die transversale Kraft auf ein Teilchen der Ladung q und der Geschwindigkeit $v = v_z$

$$\vec{F}_t = q \left[\left(1 - \frac{v}{v_\phi}\right) \vec{E}_t + j \frac{v}{\omega} \text{grad}_t E_z \right] \exp j (\omega t - z + \phi_0) \quad (2.1)$$

ergibt. Für synchrone Teilchen mit der Geschwindigkeit $v = v_\phi$, der Phasengeschwindigkeit der Welle, ist nur der zweite Term von Null verschieden. Es scheiden also Resonatoren mit rein transversalen elektrischen Feldern (TE- und TEM-Wellen) aus. Weiterhin stellt sich heraus, daß für extrem relativistische Teilchen, d.h. $v = v_\phi \approx c$ auch TM-Wellen keinen Beitrag zur transversalen Kraft liefern, weil bei $v_\phi = c$ $E_z \equiv 0$ wird.³⁴

Die Interpretation der Instabilität des Elektronenstrahls bei Elektronenlinearbeschleunigern hoher Intensität ("beam blow up"), die zuerst in Stanford²⁸ beobachtet wurde, führte zu der Erkenntnis, daß in rotationssymmetrischen, irisbeladenen Hohlleitern eine Welle angeregt werden kann, bei der TE- und TM-Wellen so linear kombiniert sind, daß auch bei synchronen und ultrarelativistischen Teilchen eine transversale Ablenkung möglich ist, d.h., daß bei $v_\phi = c$ ein endliches E_z und ein H_z vorhanden ist.

Die Theorie dieser "HEM-Wellen" genannten Feldverteilungen wurde von mehreren Autoren^{29,30} behandelt. Da es unmöglich erscheint, eine Lösung in geschlossener Form zu finden, wurde von Hahn³¹ und von Walkinshaw und Bell³² eine Lösung in Form von unendlichen Reihen benutzt. Dabei wird der Resonatorinnenraum (Fig. 2) in zwei Gebiete mit einfachen Grenzen aufgeteilt und unter Beachtung der Randbedingungen werden Reihenausdrücke für die Felder im Innengebiet I und im Außengebiet II gefunden. Aus der Anpassung dieser beiden Ansätze entlang der gemeinsamen Grenze ergibt sich ein unendliches

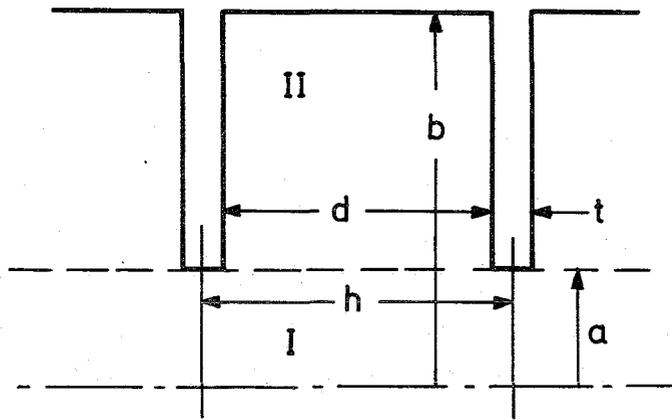


Abb. 2. Uniform periodische Irisstruktur

System homogener linearer Gleichungen zwischen den Koeffizienten der Reihenentwicklungen. Die Forderung der Lösbarkeit dieses Gleichungssystems, d.h. die Bedingung, daß die Determinante des Systems verschwinden muß, führt zu einer Beziehung zwischen Wellenzahl, Phasengeschwindigkeit und Resonatordimensionen, die im Prinzip mit jeder beliebigen Genauigkeit gelöst werden kann. Mit den auf diese Weise gewonnenen Resonatordimensionen lassen sich aus dem Gleichungssystem die Koeffizienten der Reihendarstellung und damit die Felder berechnen.

2.2 Herleitung der Felddarstellung für eine uniform periodische Struktur

Eine spezielle Form dieses Lösungswegs ist von Hahn ausgearbeitet worden und wird demnächst in ³³ erscheinen. Dabei wurden die Gleichungen so geschrieben, daß eine Erweiterung für den Fall einer biperiodischen Struktur möglich war. Hier wird zunächst die Ableitung der Felddarstellung aus dieser Arbeit wiederholt bis zu ihrer Erweiterung für den Fall einer biperiodischen Struktur. Gegenstand dieses Abschnittes der vorliegenden Arbeit wird dann die Integration der Felder sein, durch die Ausdrücke für die gespeicherte Energie und die Verlustleistung gefunden werden. Dies führt zuletzt zur Berechnung der ablenkenden Eigenschaften.

Wir benützen für die folgenden Rechnungen ein Einheitensystem, in dem $c = \mu_0 = 1$ gesetzt werden; es wird im Anhang I näher erläutert.

2.2.1 Innengebiet

Für das Innengebiet I setzen wir den elektrischen Feldvektor \vec{E}^I und den magnetischen Feldvektor \vec{H}^I einer in z-Richtung laufenden Welle in Form zweier Fourier-Reihen an, wobei berücksichtigt werden muß, daß zur Erzeugung von hybriden Lösungen, bei denen E_z und H_z von Null verschieden sein sollen, zwei Sätze von Koeffizienten, A_n und B_n benötigt werden.

$$\vec{E}^I = \sum_{n=-N}^N (A_n \vec{E}_{An} + B_n \vec{E}_{Bn}) \quad (2.2)$$

$$\vec{H}^I = \sum_{n=-N}^N (A_n \vec{H}_{An} + B_n \vec{H}_{Bn}) \quad (2.3)$$

Die Basisvektoren \vec{E}_{Xn} und \vec{H}_{Xn} ($X = A, B$) gewinnt man durch Linearkombination von Lösungen der Wellengleichung in Zylinderkoordinaten für ein Potential, das nur eine z-Komponente hat:³⁴

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.4)$$

Zur Trennung der Veränderlichen setzt man ein Produkt an, dessen Faktoren nur Funktionen jeweils einer Veränderlichen sind:

$$\psi = R(r) \cdot \phi(\theta) \cdot Z(z) \quad (2.5)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 2.4 erhält man drei gewöhnliche Differentialgleichungen

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\theta^2} = -u^2 \quad (2.7)$$

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + [(k_r r)^2 - u^2] R = 0 \quad (2.8)$$

wobei die "Separationskonstanten" k_z und k_r durch

$$k^2 = k_r^2 + k_z^2 \quad (2.8)$$

verknüpft sind. Die beiden ersten Gleichungen 2.6 und 2.7 sind die Schwingungsgleichungen des harmonischen Oszillators; also werden

$$\phi = e^{-iu\theta} \quad (2.9)$$

$$z = e^{-jk_z z} \quad (2.10)$$

(Die allen Faktoren von Gleichung 2.5 gemeinsame Zeitabhängigkeit $e^{-j\omega t}$ werden wir immer weglassen.)

Die dritte Gleichung 2.8 ist die Besselsche Differentialgleichung, für die sich je nachdem, ob die Punkte $r = 0$, $r = \infty$ in dem betrachteten Gebiet vorkommen, die Besselfunktionen $J_u(k_r r)$, $N_u(k_r r)$, $H_u(k_r r)$ oder gewisse aufgrund von Randbedingungen erforderlichen Linearkombinationen davon als Lösungen ergeben.

Da wir uns nur für die azimutale Dipolsymmetrie ($u = 1$) interessieren, weil wir eine Ablenkung in einer Ebene erzeugen wollen, können wir für ϕ einfach

$$\phi = e^{-i\theta} \quad (2.11)$$

schreiben. Zur Ermittlung von k_z müssen wir bedenken, daß wir eine mit der Zellenlänge h periodisch beladene Struktur betrachten, für die das Floquet'sche Theorem gilt.³⁵ Es besagt, daß sich in diesem Falle die Felder in aufeinanderfolgenden Zellen nur um einen Faktor $e^{-\gamma z}$ unterscheiden. Daraus schließt man, daß nur folgende Werte für k_z vorkommen, die wir k_{zn}^I nennen:

$$k_{zn}^I = k_{z0} + 2\pi n/h \quad (2.12)$$

mit $k_{z0} = \frac{2\pi}{\lambda_g}$; λ_g ist die Hohlleiterwellenlänge.

Nach Gleichung 2.8 kommen damit auch nur bestimmte k_r vor, die wir k_{rn}^I nennen:

$$k^2 = k_{zn}^{I2} + k_{rn}^{I2} \quad (2.13)$$

Die Basisvektoren \underline{E}_{Xn} und \underline{H}_{Xn} können wir jetzt in folgender Form schreiben:

$$\underline{E}_{Xn} = \begin{bmatrix} E_{Xrn}(k_{rn}^I r) e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \\ E_{X\theta n}(k_{rn}^I r) i e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \\ jE_{Xzn}(k_{rn}^I r) e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\vec{H}_{Xn} = \begin{bmatrix} H_{Xrn}(k_{rn}^I r) e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \\ H_{X\theta n}(k_{rn}^I r) e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \\ jH_{Xzn}(k_{rn}^I r) e^{-i\theta} e^{-jk_{zn}^I z} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Der Index I bezieht sich auf das Innengebiet I; X steht stellvertretend für A und B; $i^2 = -1$, $j^2 = -1$.

In der radialen Abhängigkeit im Innengebiet, das die Punkte $r = 0$ enthält, können nur die Besselfunktionen $J_u(k_{rn}^I r)$ vorkommen. Sie müssen so gewählt werden, daß durch eine Linearkombination von TM- und TE-Wellen sowohl H_z als auch E_z von Null verschieden werden. Es gibt unendlich viele verschiedene solcher "hybriden" Lösungen. Durch eine Normierung wählt man daraus ohne Einschränkung der Allgemeinheit einen Ansatz so aus, daß die nachfolgende Rechnung einfach wird. Die hier gewählte Normierung führt zu einer Kombination von TE- und HM-modes im Innengebiet I, d.h. für die Basisvektoren \vec{E}_{An} und \vec{H}_{An} erhalten wir TE-modes, während sich für \vec{E}_{Bn} und \vec{H}_{Bn} solche Kombinationen von TE- und TM-modes ergeben, die im Grenzfall $k_{zn}^I \rightarrow 0$ (O-mode) zu reinen TM-modes werden. Diese Normierungsbedingungen für das Innengebiet lauten

$$E_{A\theta n}(k_{rn}^I a) = e_{A\theta n} = 1 ; E_{Azn}(k_{rn}^I a) = 0 \quad (2.16)$$

$$E_{B\theta n}(k_{rn}^I a) = 0 ; E_{Bzn}(k_{rn}^I a) = e_{Bzn} = 1 \quad (2.17)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen erhält man durch Linearkombination von TE- und TM-modes³⁴ für $u = 1$ (Dipolsymmetrie)

$$E_{Arn} = - \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I r J_1'(k_{rn}^I a)} = - \frac{1}{2} \frac{J_0(k_{rn}^I r) + J_2(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.18)$$

$$E_{A\theta n} = \frac{J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} = \frac{1}{2} \frac{J_0(k_{rn}^I r) - J_2(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.19)$$

$$E_{Azn} = 0 \quad (2.20)$$

$$H_{Arn} = - \frac{k_{zn}^I}{k} \frac{J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} = - \frac{k_{zn}^I}{k} E_{A\theta n} \quad (2.21)$$

$$H_{A\theta n} = - \frac{k_{zn}^I}{k} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I r J_1'(k_{rn}^I a)} = \frac{k_{zn}^I}{k} E_{Arn} \quad (2.22)$$

$$H_{Azn} = - \frac{k_{rn}^{I2} a}{k} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I a J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} E_{Brn} &= \frac{k_{zn}^I}{k_{rn}^{I2} a} \frac{k_{rn}^I a J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1(k_{rn}^I a)} - \frac{k_{zn}^I}{k_{rn}^{I2} a} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I r J_1'(k_{rn}^I a)} \\ &= - \frac{1}{2} k_{zn}^I a \frac{k_{rn}^I a}{J_1(k_{rn}^I a) J_1'(k_{rn}^I a)} \left\{ J_0(k_{rn}^I r) \frac{J_2(k_{rn}^I a)}{(k_{rn}^I a)^2} \right. \\ &\quad \left. + J_0(k_{rn}^I a) \frac{J_2(k_{rn}^I r)}{(k_{rn}^I a)^2} \right\} \quad (2.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{B\theta n} &= \frac{k_{zn}^I}{k_{rn}^{I2} r} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{J_1(k_{rn}^I a)} + \frac{k_{zn}^I}{k_{rn}^{I2} a} \frac{J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} \\ &= \frac{1}{2} k_{zn}^I a \frac{k_{rn}^I a}{J_1(k_{rn}^I a) J_1'(k_{rn}^I a)} \left\{ J_0(k_{rn}^I r) \frac{J_2(k_{rn}^I a)}{(k_{rn}^I a)^2} \right. \\ &\quad \left. - J_0(k_{rn}^I a) \frac{J_2(k_{rn}^I r)}{(k_{rn}^I a)^2} \right\} \quad (2.25) \end{aligned}$$

$$E_{Bzn} = \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{J_1(k_{rn}^I a)} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} H_{Brn} &= \frac{k}{k_{rn}^{I2} r} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{J_1(k_{rn}^I a)} - \frac{k_{zn}^{I2}}{k_{rn}^{I2} a} \frac{J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} \\ &= - \frac{k}{k_{zn}^I} E_{B\theta n} + \frac{1}{ka} \frac{J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{B\theta n} &= \frac{k}{k_{rn}^{I2} a} \frac{k_{rn}^I a J_1'(k_{rn}^I r)}{J_1(k_{rn}^I a)} - \frac{k_{zn}^{I2}}{k_{rn}^{I2} a} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I r J_1'(k_{rn}^I a)} \\ &= \frac{k}{k_{zn}^I} E_{Brn} + \frac{1}{ka} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I r J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.28) \end{aligned}$$

$$H_{Bzn}^I = - \frac{k_{zn}^I}{k} \frac{J_1(k_{rn}^I r)}{k_{rn}^I a J_1'(k_{rn}^I a)} \quad (2.29)$$

2.2.2 Außengebiet

Im Außengebiet entstehen durch Reflexionen an den Irisscheiben stehende Wellen, die in folgender Form dargestellt werden können:

$$\tilde{E}^{II} = \sum_{m=0}^M C_m \tilde{E}_{Cm} + \sum_{m=1}^M D_m \tilde{E}_{Dm} \quad (2.30)$$

$$\tilde{H}^{II} = \sum_{m=0}^M C_m \tilde{H}_{Cm} + \sum_{m=1}^M D_m \tilde{H}_{Dm} \quad (2.31)$$

Die Basisvektoren lauten hier:

$$\tilde{E}_{Xm} = \begin{bmatrix} E_{Xrm}(k_{rm}^{II} r) e^{-i\theta} g_m(k_{zm}^{II} z) \\ E_{X\theta m}(k_{rm}^{II} r) i e^{-i\theta} g_m(k_{zm}^{II} z) \\ j E_{Xzm}(k_{rm}^{II} r) e^{-i\theta} f_m(k_{zm}^{II} z) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\tilde{H}_{Xm} = \begin{bmatrix} H_{Xrm}(k_{rm}^{II} r) i e^{-i\theta} f_m(k_{zm}^{II} z) \\ H_{X\theta m}(k_{rm}^{II} r) e^{-i\theta} f_m(k_{zm}^{II} z) \\ j H_{Xzm}(k_{rm}^{II} r) i e^{-i\theta} g_m(k_{zm}^{II} z) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Die Funktionen g_m und f_m stellen die bei der Überlagerung von vor- und rücklaufenden Wellen zu stehenden Wellen entstehenden gewöhnlichen trigonometrischen Funktionen in einer für das Weitere praktischen Schreibweise dar:

$$f_m(x) = \frac{1}{2} \{ e^{-jx} + (-1)^m e^{jx} \} \quad (2.34)$$

$$g_m(x) = \frac{1}{2} \{ e^{-jx} - (-1)^m e^{jx} \} \quad (2.35)$$

Die Separationskonstanten werden im Außengebiet durch die Beziehungen

$$k_{zm}^{II} = m\pi/d_m \quad (2.36)$$

$$k^2 = k_{zm}^{II2} + k_{rm}^{II2} \quad (2.37)$$

gegeben. Den Index m bei den Geometriegrößen d (Scheibenabstand) und b (Außendurchmesser) werden wir weiter unten bei der Anwendung dieser Theorie auf eine biperiodische Struktur benötigen (Abb. 3).

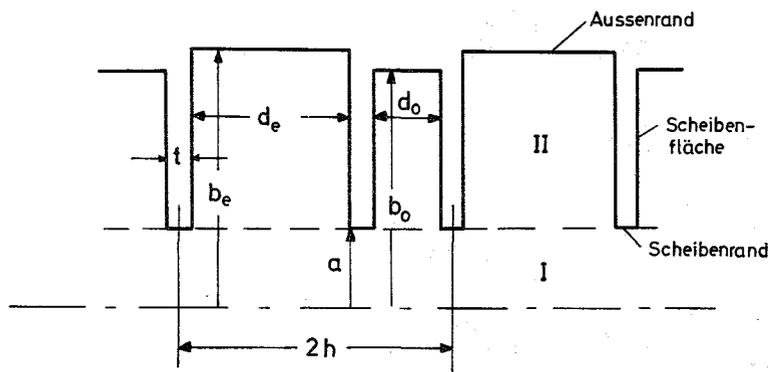


Abb. 3. Biperiodische Irisstruktur

Hier sei nur einstweilen festgestellt, daß für uniform periodische Strukturen $b_m = b$ und $d_m = d$ ist, während wir für biperiodische Strukturen setzen werden:

$$\left. \begin{aligned} b_m &= b_e \\ d_m &= d_e \end{aligned} \right\} \text{ für gerade } m$$

$$\left. \begin{aligned} b_m &= b_o \\ d_m &= d_o \end{aligned} \right\} \text{ für ungerade } m \quad (2.38)$$

Für die Radialabhängigkeit der Basisvektoren im Außengebiet setzen wir folgende Normierungsbedingungen an:

$$H_{C\theta m}(k_{rm}^{II}a) = h_{C\theta m} = 1 ; H_{Czm}(k_{rm}^{II}a) = 0 \quad (2.39)$$

$$H_{D\theta m}(k_{rm}^{II}a) = 0 ; H_{Dzm}(k_{rm}^{II}a) = h_{Dzm} = 1 \quad (2.40)$$

Dadurch wird bewirkt, daß wir im Außengebiet eine Kombination von TM- und HE-Wellen erhalten; das heißt, für \underline{E}_{Cm} und \underline{H}_{Cm} ergeben sich TM-Wellen, während \underline{E}_{DM} und \underline{H}_{DM} im Grenzfalle $k_{zm}^{II} \rightarrow 0$ (O-mode) zu TE-Wellen werden.

Für Bereiche, die nach außen durch eine leitende Wand bei $r = b$ begrenzt werden, müssen zur Erfüllung der Randbedingungen $E_z(b) = 0$ und $E_\theta(b) = 0$ für die Radialabhängigkeit die folgenden Linearkombinationen

$$Z(k_{rm}^{II} r) = J_1(k_{rm}^{II} r) N_1(k_{rm}^{II} b_m) - J_1(k_{rm}^{II} b_m) N_1(k_{rm}^{II} r) \quad (2.41)$$

$$Z'(k_{rm}^{II} r) = J_1'(k_{rm}^{II} r) N_1(k_{rm}^{II} b_m) - J_1'(k_{rm}^{II} b_m) N_1(k_{rm}^{II} r) \quad (2.42)$$

$$Y(k_{rm}^{II} r) = J_1(k_{rm}^{II} r) N_1'(k_{rm}^{II} b_m) - J_1'(k_{rm}^{II} b_m) N_1(k_{rm}^{II} r) \quad (2.43)$$

$$Y'(k_{rm}^{II} r) = J_1'(k_{rm}^{II} r) N_1'(k_{rm}^{II} b_m) - J_1'(k_{rm}^{II} b_m) N_1'(k_{rm}^{II} r) \quad (2.44)$$

gewählt werden. Damit erhalten wir:

$$E_{Crm} = \frac{k_{zm}^{II}}{k} \frac{Z'(k_{rm}^{II} r)}{Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.45)$$

$$E_{C\theta m} = - \frac{k_{zm}^{II}}{k} \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} r Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.46)$$

$$E_{Czm} = \frac{k_{rm}^{II2} a}{k} \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} a Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.47)$$

$$H_{Crm} = \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} r Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.48)$$

$$H_{C\theta m} = \frac{Z'(k_{rm}^{II} r)}{Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.49)$$

$$H_{Czm} = 0 \quad (2.50)$$

$$E_{Drm} = \frac{k}{k_{rm}^{II2} r} \frac{Y(k_{rm}^{II} r)}{Y(k_{rm}^{II} a)} - \frac{k_{zm}^{II2}}{k_{rm}^{II2} ka} \frac{Z'(k_{rm}^{II} r)}{Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.51)$$

$$E_{D\theta m} = -\frac{k}{k_{rm}^{II2} a} \frac{k_{rm}^{II} a Y'(k_{rm}^{II} r)}{Y(k_{rm}^{II} a)} + \frac{k_{zm}^{II2}}{k_{rm}^{II2} ka} \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} r Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.52)$$

$$E_{Dzm} = -\frac{k_{zm}^{II}}{k} \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} a Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.53)$$

$$H_{Drm} = \frac{k_{zm}^{II}}{k_{rm}^{II2} a} \frac{k_{rm}^{II} a Y'(k_{rm}^{II} r)}{Y(k_{rm}^{II} a)} - \frac{k_{zm}^{II}}{k_{rm}^{II2} a} \frac{Z(k_{rm}^{II} r)}{k_{rm}^{II} r Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.54)$$

$$H_{D\theta m} = \frac{k_{zm}^{II}}{k_{rm}^{II2} r} \frac{Y(k_{rm}^{II} r)}{Y(k_{rm}^{II} a)} - \frac{k_{zm}^{II}}{k_{rm}^{II2} a} \frac{Z'(k_{rm}^{II} r)}{Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.55)$$

$$H_{Dzm} = \frac{Y(k_{rm}^{II} r)}{Y(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.56)$$

2.2.3 Anpassung der Felder an der Grenze zwischen Innen- und Außen- gebiet

Eine exakte Lösung würde nun die Gleichheit der tangentialen Feldkomponenten entlang der gemeinsamen Grenze zwischen den beiden Gebieten und das Verschwinden der tangentialen elektrischen Komponenten auf der Iris erfordern. Mit den angesetzten Feldausdrücken kann diese Bedingung nur im Mittel erfüllt werden solange nur mit endlich vielen Koeffizienten gerechnet wird. Unter Beachtung der Randbedingungen auf der Iris können die Anpassungsbedingungen folgendermaßen geschrieben werden:

$$\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} E_{\theta}^I e^{jk_z^I z} dz = \int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} E_{\theta}^{II} e^{jk_z^I z} dz \quad (2.57)$$

$$\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} E_z^I e^{jk_z^I z} dz = \int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} E_z^{II} e^{jk_z^I z} dz \quad (2.58)$$

$$\int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} H_{\theta}^{II} f_m^*(k_{zm}^{II} z) dz = \int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} H_{\theta}^I f_m^*(k_{zm}^{II} z) dz \quad (2.59)$$

$$\int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} H_z^{II} g_m^*(k_{zm}^{II} z) dz = \int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} H_z^I g_m^*(k_{zm}^{II} z) dz \quad (2.60)$$

Ein strenger Beweis für die Richtigkeit dieser Gleichungen ist bis jetzt noch nicht gefunden worden. Daß sich aus ihnen jedoch ohne weitere Annahmen die Gleichheit der gespeicherten Energien im elektrischen und im magnetischen Feld herleiten läßt, ist eine notwendige, wenn auch nicht hinreichende Bedingung für ihre Gültigkeit:

Wir multiplizieren dazu Gleichung 2.57 mit $H_{Az n}$ und Gleichung 2.58 mit $H_{A\theta n}$ und subtrahieren:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (E_{\theta}^I H_{Az n} - E^I H_{A\theta n}) dz = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} (E_{\theta}^{II} H_{Az n} - E_z^{II} H_{A\theta n}) dz \quad (2.61)$$

Unter dem Integral stehen nun die r-Komponenten zweier Vektorprodukte:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\vec{E}^I \times \vec{H}_{An}^*] \cdot \vec{u}_r dz = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} [\vec{E}^{II} \times \vec{H}_{An}^*] \cdot \vec{u}_r dz \quad (2.62)$$

Aus dem Integral über dz wird durch Integration über dθ (π/2 auf beiden Seiten weggelassen):

$$\int_I [\vec{E} \times \vec{H}_{An}^*] d\vec{S} = \int_{II} [\vec{E} \times \vec{H}_{An}^*] d\vec{S} \quad (2.63)$$

wobei die Integrale jetzt über die Grenzfläche zwischen den Gebieten I und II erstreckt werden. Wir multiplizieren jede dieser 2N + 1 Gleichungen mit dem Koeffizienten A_n und bilden die Summe:

$$\int_I [\vec{E}^I \times (\sum A_n \vec{H}_{An}^*)] d\vec{S} = \int_{II} [\vec{E}^{II} \times (\sum A_n \vec{H}_{An}^*)] d\vec{S} \quad (2.64)$$

Genauso erhält man die entsprechende Gleichung für B_n , so daß sich als Summe beider ergibt:

$$\int_I [\tilde{E}^I \times \tilde{H}^{I*}] d\tilde{S} = \int_{II} [\tilde{E}^{II} \times \tilde{H}^{II*}] d\tilde{S} \quad (2.65)$$

Aus den beiden anderen Anpassungsgleichungen (2.59) und (2.60) erhält man auf dieselbe Weise durch Multiplikation mit E_{Czm} und $E_{C\theta m}$ bzw. E_{Dzm} und $E_{D\theta m}$

$$\int_{II} [\tilde{E}^{II} \times \tilde{H}^{II*}] d\tilde{S} = \int_{II} [\tilde{E}^{II} \times \tilde{H}^{II*}] d\tilde{S} \quad (2.66)$$

Durch Subtraktion der Gleichung (2.66) von Gleichung (2.64) ergibt sich:

$$\int_I [\tilde{E}^I \times \tilde{H}^{I*}] d\tilde{S} = \int_{II} [\tilde{E}^{II} \times \tilde{H}^{II*}] d\tilde{S} \quad (2.67)$$

Nun ist nach³⁴

$$\int_I [\tilde{E}^I \times \tilde{H}^{I*}] d\tilde{S} = 2 j k (W_e^I - W_H^I) \quad (2.68)$$

und

$$- \int_{II} [\tilde{E}^{II} \times \tilde{H}^{II*}] d\tilde{S} = 2 j k (W_e^{II} - W_H^{II}) \quad (2.69)$$

also folgt:

$$W_e^I + W_e^{II} = W_m^I + W_m^{II} \quad (2.70)$$

Wir benutzen nun die vier Bedingungsgleichungen (2.57) und (2.60), vier Sätze von linearen Gleichungen in den Feldkoeffizienten A_n , B_n , C_m und D_m aufzustellen:

$$A_n = \sum_i \frac{d_i}{h} e_{C\theta i} G_{ni} C_i + \sum_i' \frac{d_i}{h} e_{D\theta i} G_{ni} D_i \quad (2.71)$$

$$B_n = \sum_i \frac{d_i}{h} e_{Czi} F_{ni} C_i + \sum_i' \frac{d_i}{h} e_{Dzi} F_{ni} D_i \quad (2.72)$$

$$C_m = \sum_n \mu_m h_{A\theta n} F_{nm} A_n + \sum_n \mu_m h_{B\theta n} F_{nm} B_n \quad (2.73)$$

$$D_m = \sum_n \mu_m h_{Az n} G_{nm} A_n + \sum_n \mu_m h_{Bz n} G_{nm} B_n \quad (2.74)$$

Dazu wurden folgende Orthogonalitätsrelationen benutzt:

$$\int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} e^{-jk_z n z} e^{jk_z i z} dz = \delta_{ni} h, \quad (2.75)$$

mit dem üblichen Kroneckersymbol $\delta_{n\ell}$ und

$$\int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} f_m g_i^* dz \equiv 0 \quad (2.76)$$

$$\int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} f_i f_m^* dz = \delta_{mi} d_m / \mu_m \quad (2.77)$$

$$\int_{-\frac{1}{2}d}^{\frac{1}{2}d} g_i g_m^* dz = \delta_{mi} d_m / \mu_m \quad (2.78)$$

mit

$$\mu_m = \begin{cases} 1; & m = 0 \\ 2; & m > 0 \end{cases} \quad (2.79)$$

Die in den Gleichungen (2.71) - (2.74) eingeführten Abkürzungen lauten:

$$h_{A\theta n} = - \frac{k_{zn}^I}{k} J_{1n} \quad (2.80)$$

$$h_{Az n} = - \frac{k_{rn}^{I2} a}{k} J_{1n} \quad (2.81)$$

$$h_{B\theta n} = \frac{k}{k_{rn}^{I2} a} [J_{1n}^{-1} - (\frac{k_{zn}^I}{k})^2 J_{1n}] = \frac{J_{1n}}{ka} [J_{1n}^{-2} - (k_{zn}^I a)^2 J_{0n} J_{2n}] \quad (2.82)$$

$$h_{Bz n} = - \frac{k_{zn}^I}{k} J_{1n} \quad (2.83)$$

und

$$e_{C\theta m} = - \frac{k_{zm}^{II}}{k} Z_{-m} \quad (2.84)$$

$$e_{Czm} = \frac{k_{rm}^{II2} a}{k} Z_{-m} \quad (2.85)$$

$$e_{D\theta m} = - \frac{k}{k_{rm}^{II2} a} \left[Y'_{-m} + \left(\frac{k_{zm}^I}{k} \right)^2 Z_{-m} \right] \quad (2.86)$$

$$e_{Dzm} = - \frac{k_{zm}^{II}}{k} Z_{-m} \quad (2.87)$$

$$J_{-0n} = \frac{k_{rn}^I a J_0(k_{rn}^I a)}{J_1(k_{rn}^I a)} \quad (2.88)$$

$$J_{-1n} = \frac{J_1(k_{rn}^I a)}{k_{rn}^I a J_1'(k_{rn}^I a)} = (J_{-0n}^{-1})^{-1} \quad (2.89)$$

$$J_{-2n} = \frac{k_{rn}^I a J_2(k_{rn}^I a)}{J_1(k_{rn}^I a) (k_{rn}^I a)^2} = \frac{2 - J_{-0n}}{(k_{rn}^I a)^2} \quad (2.90)$$

$$Y'_{-m} = \frac{k_{rm}^{II} a Y'(k_{rm}^{II} a)}{Y(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.91)$$

$$Z_{-m} = \frac{Z(k_{rm}^{II} a)}{k_{rm}^{II} a Z'(k_{rm}^{II} a)} \quad (2.92)$$

$$\left. \begin{matrix} F_{nm} \\ G_{nm} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin 1/2(k_{zn}^I - k_{zm}^{II})d_m}{1/2(k_{zn}^I - k_{zm}^{II})d_m} \pm (-1)^m \frac{\sin 1/2(k_{zn}^I + k_{zm}^{II})d_m}{1/2(k_{zn}^I + k_{zm}^{II})d_m} \right] \quad (2.93)$$

Durch Elimination der Koeffizienten A_n und B_n erhält man aus den Gleichungen (2.71) - (2.74) ein lineares homogenes Gleichungssystem in der Form

$$\begin{bmatrix} C_m \\ D_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{CCmi} & T_{CDmi} \\ T_{DCmi} & T_{DDmi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

Die Elemente der Matrix T lauten:

$$T_{CCmi} = \frac{d_i}{h} \mu_m e_{C\theta i} \sum_n h_{A\theta n} F_{nm} G_{ni} + \frac{d_i}{h} \mu_m e_{Czi} \sum_n h_{B\theta n} F_{nm} F_{ni} \quad (2.95)$$

$$T_{CDmi} = \frac{d_i}{h} \mu_m e_{D\theta i} \sum_n h_{A\theta n} F_{nm} G_{ni} + \frac{d_i}{h} \mu_m e_{Dzi} \sum_n h_{B\theta n} F_{nm} F_{ni} \quad (2.96)$$

$$T_{DCmi} = \frac{d_i}{h} \mu_m e_{C\theta i} \sum_n h_{Az n} G_{nm} G_{ni} + \frac{d_i}{h} \mu_m e_{Czi} \sum_n h_{Bz n} G_{nm} F_{ni} \quad (2.97)$$

$$T_{DDmi} = \frac{d_i}{h} \mu_m e_{D\theta i} \sum_n h_{Az n} G_{nm} G_{ni} + \frac{d_i}{h} \mu_m e_{Dzi} \sum_n h_{Bz n} G_{nm} F_{ni} \quad (2.98)$$

Das Gleichungssystem hat dann und nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Determinante der Matrix $[T - \delta_{mi}]$ verschwindet. Diese Bedingung führt zu der gewünschten Dispersionsrelation $k = k(k_{z0})$ in Abhängigkeit von den geometrischen Dimensionen des Resonators.

Ein in Brookhaven von Goldstein geschriebenes Rechenprogramm, das für die Benutzung auf der hiesigen Rechanlage IBM 360/65/85 angepaßt wurde, sucht für eingegebene geometrische Parameter zunächst diejenige Frequenz k , für die die Determinante der Matrix $[T - \delta_{mi}]$ verschwindet. Dann ändert es den Außenradius b_m , bis sich die Frequenz $k = 1,0$ (d.h. $\lambda_0 = 10,5$ cm) ergibt.

2.3 Übergang auf den $\pi/2$ -mode in biperiodischen Strukturen

Wir wenden uns nun dem Spezialfall des $\pi/2$ -modes mit Endplatten in der Mittelebene zwischen zwei Irisscheiben zu, für den wir den Übergang zur biperiodischen Struktur vollziehen können. Wir müssen dazu die durch die Endplatten reflektierten vor- und zurücklaufenden Wellen im Innengebiet zu stehenden Wellen überlagern, wobei die Randbedingung $E_r = 0$, $E_\theta = 0$ und $H_z = 0$ an der Stelle $z = 0$ (dem Ort der Endplatte) berücksichtigt werden muß. Wir erhalten damit folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_r &\sim j \sin k_{zn}^I z & \underline{H}_r &\sim \cos k_{zn}^I z \\
 \underline{E}_\theta &\sim j \sin k_{zn}^I z \quad \text{und} & \underline{H}_\theta &\sim \cos k_{zn}^I z \\
 \underline{E}_z &\sim j \cos k_{zn}^I z & \underline{H}_z &\sim \sin k_{zn}^I z
 \end{aligned} \tag{2.99}$$

Wenn wir für die Funktionen f_m und g_m (Gleichungen 2.34 und 2.35) die trigonometrischen Funktionen schreiben, so ergibt sich für die Felder im Außengebiet für gerade Werte von m

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_r &\sim -j \sin k_{zm}^{II} z & \underline{H}_r &\sim \cos k_{zm}^{II} z \\
 \underline{E}_\theta &\sim -j \sin k_{zm}^{II} z \quad \text{und} & \underline{H}_\theta &\sim \cos k_{zm}^{II} z \\
 \underline{E}_z &\sim j \cos k_{zm}^{II} z & \underline{H}_z &\sim \sin k_{zm}^{II} z
 \end{aligned} \tag{2.100}$$

und für ungerade m

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_r &\sim \cos k_{zm}^{II} z & \underline{H}_r &\sim -j \sin k_{zm}^{II} z \\
 \underline{E}_\theta &\sim \cos k_{zm}^{II} z \quad \text{und} & \underline{H}_\theta &\sim -j \sin k_{zm}^{II} z \\
 \underline{E}_z &\sim \sin k_{zm}^{II} z & \underline{H}_z &\sim j \cos k_{zm}^{II} z .
 \end{aligned} \tag{2.101}$$

Die Felddarstellung im Außengebiet wurde zunächst nur für eine einzelne Zelle angesetzt, ohne daß irgend eine Verknüpfung zur nächsten Zelle vorgesehen war. Diese Verknüpfung wird durch die Anpassung an die Felder des Innengebiets längs der gemeinsamen Grenzfläche hergestellt. Da die Symmetriebeziehungen innen und außen gleich sein müssen, d.h. Wellenfunktionen, die innen symmetrisch bezüglich der Stelle $z = 0$ sind, müssen es auch außen sein und umgekehrt antisymmetrische Funktionen innen regen nur antisymmetrische Funktionen außen an, folgt aus einem Vergleich der Beziehungen (2.99) und (2.100) daß in der Zelle, in der die reflektierende Wand liegt, im Außengebiet nur die Wellen mit geraden m angeregt werden können. In der zweiten Zelle sind die Wellen im Innengebiet um $\pi/2$ verschoben, also ist dort

$$\underline{E}_r \sim -j \sin (k_{zn}^I z + \pi/2) = -j \cos k_{zn}^I z \tag{2.102}$$

usw. Hier werden also im Außengebiet nur die Wellen mit ungeradem m angeregt.

Wir stellen folglich fest: Im Außengebiet wechseln von Zelle zu Zelle die Wellen mit geradem m und die mit ungeradem m einander ab. Wir nennen die Zellen, in denen gerade m vorkommen, "erregte Zellen" und die mit ungeradem m "unerregte Zellen", weil sich herausstellt, daß in den letzteren nur sehr kleine Feldamplituden auftreten.

Nun ist aber folgender Schluß zulässig: Wenn in den erregten Zellen nur die Koeffizienten mit geradem m zu Feldentwicklung beitragen und in den unerregten nur die mit ungeradem m , so können wir erregte und unerregte Zellen verschieden dimensionieren und brauchen nur immer dann, wenn in den Reihenausdrücken gerade m auftreten, die Dimensionen der erregten Zelle einsetzen und bei ungeradem m die der unerregten. Wir haben damit eine Möglichkeit gewonnen, die Felder in biperiodischen Strukturen zu berechnen. Allerdings bleibt die Überlegung beschränkt auf den $\pi/2$ -mode und gilt nur für den Fall, daß die Endplatten in der Mitte zwischen zwei Scheiben liegen; das Dispersionsdiagramm einer biperiodischen Struktur kann auf diese Weise nicht berechnet werden.

Bei einer biperiodischen Struktur findet man im allgemeinen an der Stelle des $\pi/2$ -modes eine Unstetigkeit im Dispersionsdiagramm,³⁸ d.h. wenn die Endplatten in der Mitte einer langen Zelle liegen, ergibt sich eine andere $\pi/2$ -mode-Frequenz als bei Endplatten in der Mitte einer kurzen Zelle. Um die in Abschnitt 1.4 erwähnten Vorteile einer biperiodischen Struktur ausnutzen zu können, muß diese Lücke zwischen den beiden Frequenzen geschlossen werden. Dies geschieht durch entsprechende Veränderung der Eigenfrequenzen der kurzen bzw. langen Zellen, was am einfachsten durch Änderung des Außenradius erreicht wird. Für das Rechenprogramm bedeutet dies nur, daß jeweils zwei Fälle gerechnet werden müssen: Definiert man die langen Zellen als die erregten (gerade m) und die kurzen als die unerregten (ungerade m), wird die eine $\pi/2$ -Frequenz berechnet; definiert man umgekehrt die kurzen Zellen als die erregten und die langen als die unerregten, so erhält man die andere $\pi/2$ -Frequenz. Da in einem kleinen Bereich um die Frequenz $k = 1$ herum die Frequenz dem Radius b proportional ist, wird durch die Multiplikationen

$$\begin{aligned} b_e^{(2)} &= b_e^{(1)} \cdot k^{(1)} \\ b_o^{(2)} &= b_o^{(2)} \cdot k^{(2)} \end{aligned} \tag{2.103}$$

der Radius bestimmt, für den beide Frequenzen gleich 1 werden.

In den Abb. 4 und 5 sind die Ergebnisse solcher Rechnungen für verschiedene Geometrieparameter a , t , und d_e/d_0 zusammengefaßt.

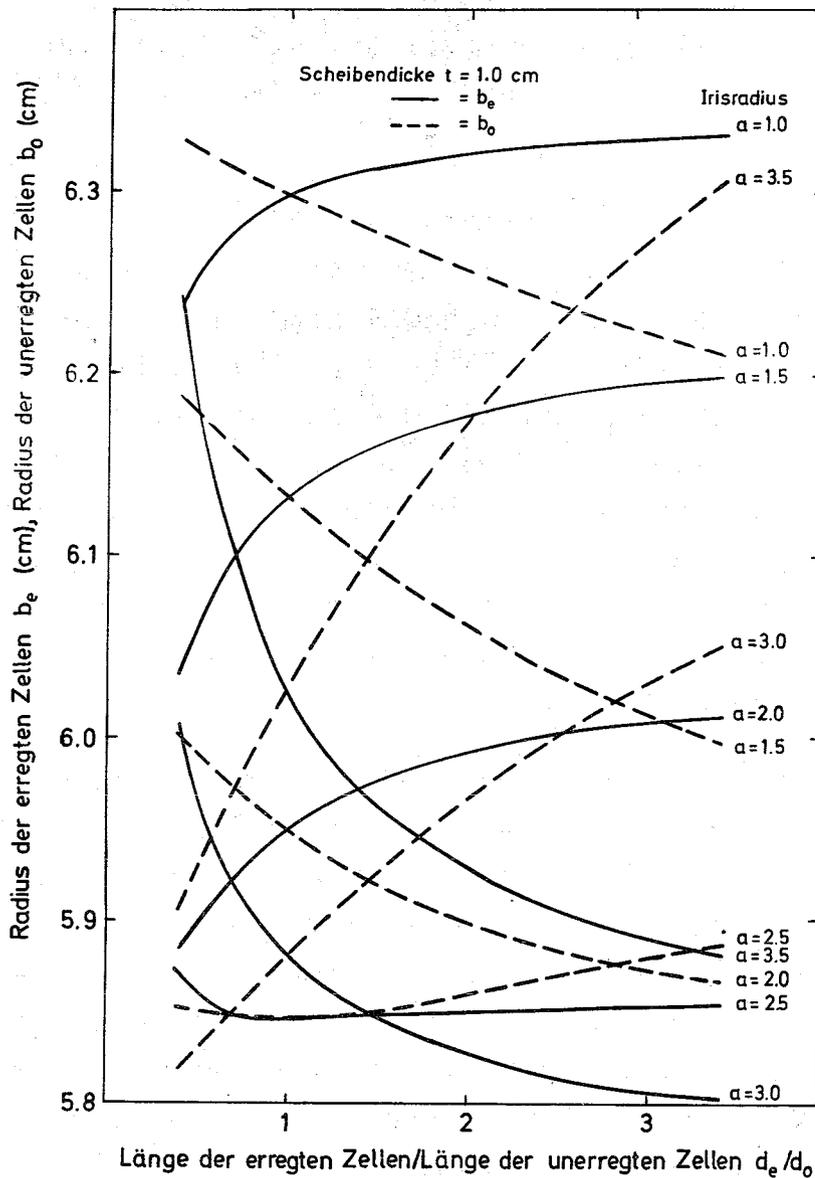


Abb. 4: Außenradien der erregten Zellen b_e und der unerregten Zellen b_0 , die zur Schließung der Frequenzlücke im $\pi/2$ -mode führen als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_0 für eine Vakuumwellenlänge $\lambda = 10,5$ cm und $v_D = c$. Freier Parameter ist der Irisradius a ; die Scheibendicke ist in allen Fällen $t = 1,0$ cm.

Die Kurven für b_e und b_0 als Funktion von d_e/d_0 schneiden sich im Punkt $d_e/d_0 = 1$, dem Fall der uniform periodischen Struktur. Bei positiver Gruppengeschwindigkeit (große Werte von a) fällt b_e , während b_0 ansteigt. Bei negativer Gruppengeschwindigkeit steigt umgekehrt b_e und b_0 fällt. Für den in der Nähe der Vorzeichenumkehr von v_g liegenden Fall $a = 2,5$ cm kreuzen sich die beiden Kurven im Punkt $d_e/d_0 = 1$ unter einem sehr kleinen Winkel.

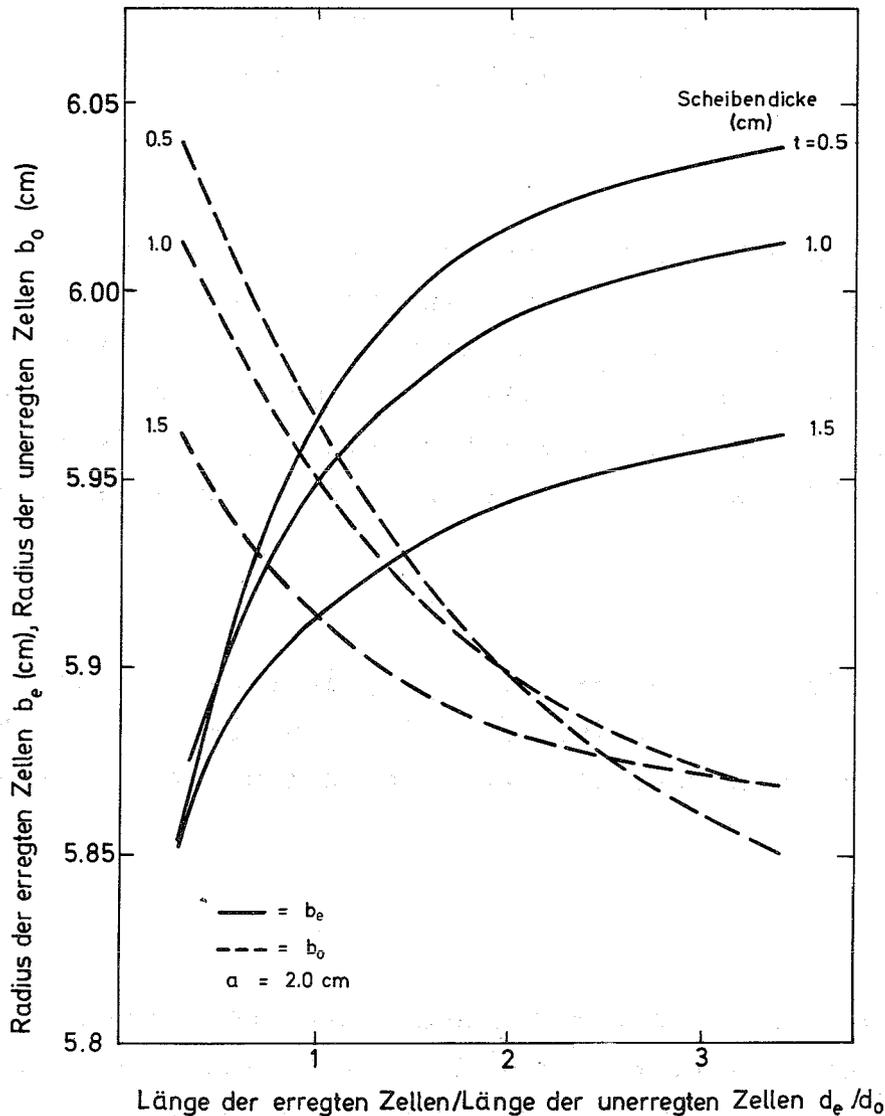


Abb. 5: Außenradien der erregten Zellen b_e und der unerregten Zellen b_o , die zur Schließung der Frequenzlücke im $\pi/2$ -mode führen, als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_o für eine Vakuumwellenlänge $\lambda_0 = 10,5$ cm und $v_D = c$. Freier Parameter ist die Scheibendicke t ; der Irisradius ist in allen Fällen $a = 2,0$ cm.

Mit den für die Frequenz $k = 1,0$ für beide Fälle ermittelten geometrischen Dimensionen lassen sich aus den Gleichungen (2.94) die Koeffizienten C_m und D_m berechnen, die in Gleichungen (2.71) - (2.72) eingesetzt die Koeffizienten A_n und B_n ergeben. Zur Prüfung der Richtigkeit der Rechnung wurden die auf diese Weise erhaltenen A_n und B_n noch in Gleichungen (2.73) - (2.74) eingesetzt und die erhaltenen C_m und D_m mit den vorher bestimmten verglichen. Sie stimmten innerhalb der Rechengenauigkeit der Anlage überein (siehe Anhang II).

2.4 Eigenschaften von Deflektorstrukturen

Wir haben jetzt die Koeffizienten der Reihendarstellung der Felder zur Verfügung und können nun damit beginnen, die Eigenschaften von

Ablenkstrukturen zu berechnen. Zu ihrer Kennzeichnung wurde in Gleichung (1.) als "Wirkungsgrad" die transversale Shuntimpedanz

$$R_t = \frac{E_0^2}{P} \quad (2.104)$$

eingeführt, die ein Maß dafür ist, wieviel HF-Leistung P pro Längeneinheit aufgewandt werden muß, um eine äquivalente ablenkende Feldstärke E_0 zu erzielen. In R_t sind sowohl die Eigenschaften der Geometrie als auch die Leitfähigkeit der Oberfläche enthalten. Es ist zweckmäßig, diese Eigenschaften zu trennen, um sie einzeln messen zu können. Als Güte wird die in der HF-Technik übliche Größe

$$Q = \frac{\omega W_r}{P_r} \quad (2.105)$$

definiert. (W_r ist die im Resonator gespeicherte Energie, P_r die im Resonator verbrauchte HF-Leistung.) Die Güte ist mit der Abklingzeit τ der Energie im Resonator nach dem Abschalten der Eingangsleistung verknüpft:

$$Q = \omega \tau \quad (2.106)$$

Über die bei den uns interessierenden Güten und Frequenzen im msec-Bereich liegende Abklingzeit kann die Güte gemessen werden. Eine bekannte Methode⁴⁸ erlaubt die Messung des rein geometrieabhängigen Quotienten

$$\frac{R_t}{Q} = \frac{E_0^2}{\omega W} \quad (2.107)$$

Die Güte wird durch einen reinen Geometriefaktor zusammen mit dem Oberflächenwiderstand gebildet:

$$Q = \frac{G}{r_s} \quad \text{mit } G = \frac{\omega \cdot W_r}{P_r / r_s} \quad (2.108)$$

Zur Berechnung von Shuntimpedanz und Güte benötigen wir also die Größen E_0 , W_r , P_r und r_s . Wir bestimmen aus den im letzten Abschnitt erarbeiteten Feldern E_0 , W und P/r_s , wobei W und P die gespeicherte Energie und die Verlustleistung pro Längeneinheit sind. Der Oberflächenwiderstand beträgt für Kupfer bei Zimmertemperatur und Frequenzen um 3 GHz $1,4 \cdot 10^{-2} \Omega$ und für supraleitendes Niob zwischen $10^{-6} \Omega$ und $10^{-10} \Omega$.

2.4.1 Äquivalente ablenkende Feldstärke

Zur Bestimmung der äquivalenten ablenkenden Feldstärke E_0 berechnen wir zunächst den Transversalimpuls, den ein Teilchen durch die n-te Komponente der transversalen Kraft F_{tn} in einem Deflektor der Länge L erfährt³⁶

$$p_{tn} = \frac{F_{tn}}{v} \int_0^L (\cos \frac{\omega}{v} z - k_{zn}^I z + \phi_n) dz \quad (2.109)$$

ϕ_n ist die Phase, die das Teilchen relativ zur n-ten Komponente der HF-Welle am Eingang des Deflektors hat. Die Integration von Gleichung (2.109) ergibt

$$p_{tn} = \frac{L}{v} F_{tn} \cdot T \cos(\phi_n + \frac{\phi_n}{2}) \quad (2.110)$$

$$\text{mit } T = \frac{\sin \phi_n / 2}{\phi_n / 2} \quad (2.111)$$

$$\text{und } \phi_n = \frac{\omega L}{2} (\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\phi n}}) \quad (2.112)$$

Aus Gleichungen (2.110) - (2.112) wird ersichtlich, daß nur ein synchrones oder nahezu synchrones Teilchen einen nicht vernachlässigbaren Transversalimpuls erhält. Der gesamte Transversalimpuls wird also gut durch p_{t0} angenähert, da die Oberwellen mit $n \neq 0$ eine von v zu verschiedene Geschwindigkeit $v_{\phi n}$ haben, so daß der "Transit-time-Faktor" T sehr klein wird. Wir berechnen jetzt F_{t0} :

$$F_{t0} = q [\underline{E}_t^0 + [\underline{v} \times \underline{H}^0]_t] \quad (2.113)$$

Die Transversalkomponenten der 0-ten Oberwelle der Felder für den Fall $v_{\phi} = c$ gewinnen wir aus den Gleichungen (2.2) - (2.3) und (2.14) bis (2.15), indem wir deren Grenzwerte für $k_r^I \rightarrow 0$ bilden. Die radialen Basisvektoren im Innengebiet haben für verschwindendes k_r^I folgende Form:

$$\begin{array}{ll} E_{Ar_0} = -1 & H_{Ar_0} = -1 \\ E_{A\theta_0} = 1 & H_{A\theta_0} = -1 \\ E_{Az_0} = 0 & H_{Az_0} = 0 \end{array} \quad (2.114)$$

$$\begin{aligned}
 E_{Br_0} &= -\frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right) & H_{Br_0} &= \frac{1}{ka} - \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right) \\
 E_{B\theta_0} &= \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right) & H_{B\theta_0} &= \frac{1}{ka} - \frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right) \\
 E_{Bz_0} &= \frac{r}{a} & H_{Bz_0} &= -\frac{r}{a}
 \end{aligned} \quad (2.115)$$

Damit lauten die Komponenten der Felder:

$$\begin{aligned}
 E_r &= -\left(A_0 + B_0 \frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right) e^{-i\theta} e^{-jkz} \\
 E_\theta &= \left(A_0 + B_0 \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right) i e^{-i\theta} e^{-jkz} \\
 E_z &= j B_0 \frac{r}{a} e^{-i\theta} e^{-jkz}
 \end{aligned} \quad (2.116)$$

$$\begin{aligned}
 H_r &= \left(-A_0 + B_0 \left(\frac{1}{ka} - \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right)\right) i e^{-i\theta} e^{-jkz} \\
 H_\theta &= \left(-A_0 + B_0 \left(\frac{1}{ka} - \frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right)\right) e^{-i\theta} e^{-jkz} \\
 H_z &= -j B_0 \frac{r}{a} i e^{-i\theta} e^{-jkz}
 \end{aligned} \quad (2.117)$$

Die Transversalkomponente der ablenkenden Kraft ergibt sich hieraus mit $\theta = 0$ und Gleichung (2.113)

$$\begin{aligned}
 F_{t0} &= -q \left[\left(A_0 + B_0 \frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right) + v \cdot \left(-A_0 + B_0 \left(\frac{1}{ka} - \frac{ka}{4} \left(1 + \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right)\right) \right] e^{-jkz} \\
 &= -q \left[\left\{A_0 + B_0 \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka}\right)^2\right)\right\} (1-v) + v B_0 \cdot \frac{1}{ka} \right] e^{-jkz} \\
 &= -q \left[(1-v) E_t + j \frac{v}{k} \text{grad}_t E_z \right] e^{-jkz}
 \end{aligned} \quad (2.118)$$

Das ist das in Gleichung (2.1) erwähnte Gesetz, jetzt in unseren Einheiten geschrieben. Für $v = 1$, d.h. synchrone Teilchen ist also

$$F_{t0} = -q \frac{B_0}{ka} \quad (2.119)$$

Man bezeichnet $-\frac{B_0}{ka}$ als "äquivalente ablenkende Feldstärke", also

$$F_{t0} = q \cdot E_0 \quad (2.120)$$

Aus Gleichung (2.119) sieht man eine oft erwähnte Eigenschaft der ablenkenden Felder: F_{t0} ist für den Fall $v = 1$ unabhängig von r , d.h. die Kraft ist "aberrationsfrei". Im nichtsynchrone Fall kommt dagegen die r -Abhängigkeit von E_t hinzu.

2.4.2 Berechnung der gespeicherten Energie in einem biperiodischen $\pi/2$ -Resonator.

Die gespeicherte Energie erhält man durch Integration der Felder über das Volumen des Resonators:³⁴

$$k^2 W = \frac{1}{4} \int_V EE^* dV + \frac{1}{4} \int_V HH^* dV = k^2 W_e + k^2 W_m \quad (2.121)$$

Da bei einem Resonator die gesamte gespeicherte Energie einmal im elektrischen und einmal im magnetischen Feld steckt, genügt es zwar, nur eines der beiden Integrale zu berechnen. Der Vergleich beider Integrale gibt jedoch eine einfache Möglichkeit, die Rechnung auf Genauigkeit oder Fehler hin zu überprüfen. Wir integrieren über das Volumen einer Zelle und teilen durch die Zellenlänge, um die gespeicherte Energie pro Längeneinheit zu erhalten.

Für das Innengebiet erhält man aus den Gleichungen (2.2) - (2.3) unter Benutzung der Abkürzungen (2.18) - (2.29)

$$k^2 W_e^I = \frac{\pi}{2} (ka)^2 \sum_n \{ A_n^2 (W_A^e)_n + A_n B_n (W_{AB}^e)_n + B_n^2 (W_B^e)_n \} \quad (2.122)$$

und

$$k^2 W_m^I = \frac{\pi}{2} (ka)^2 \sum_n \{ A_n^2 (W_A^m)_n + A_n B_n (W_{AB}^m)_n + B_n^2 (W_B^m)_n \} \quad (2.123)$$

mit

$$(W_A^e)_n = \frac{1}{2} \{ 1 + 2 \underline{J}_{-1n} + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] \underline{J}_{-1n}^2 \} \quad (2.124)$$

$$= 1 \quad \text{für} \quad k_{rn}^I = 0$$

$$(W_{AB}^e)_n = \frac{k_{zn}^I a}{(k_{rn}^I a)^2} \{ 1 + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] \underline{J}_{-1n}^2 \} \quad (2.125)$$

$$= \frac{1}{2} ka \quad \text{für} \quad k_{rn}^I = 0$$

$$\begin{aligned}
 (W_B^e)_n &= \frac{1}{2} \frac{1}{(k_{rn}^I a)^2} \{J_{-1n}^{-2} - 1 + (k_{rn}^I a)^2\} \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{(k_{zn}^I a)^2}{(k_{rn}^I a)^4} \{J_{-1n}^{-2} - J_{-1n}^2 + 2(J_{-1n}^{-1} - J_{-1n}) + (k_{rn}^I a)^2 (J_{-1n}^2 + 1)\} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{12} (ka)^2 \quad \text{für } k_{rn}^I = 0 \quad (2.126)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (W_A^m)_n &= \frac{1}{2} \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 \{1 + 2 J_{-1n} + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] J_{-1n}^2\} \\
 &+ \frac{1}{2} \left(\frac{k_{rn}^I}{k}\right)^2 \{1 + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] J_{-1n}^2\} \\
 &= 1 \quad \text{für } k_{rn}^I = 0 \quad (2.127)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (W_{AB}^m)_n &= \frac{k_{zn}^I}{k} \{1 + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] J_{-1n}^2\} \\
 &+ \frac{k_{zn}^I a}{(k_{rn}^I a)^2} \left\{ \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 - 2 \left(\frac{k_{rn}^I}{k}\right)^2 J_{-1n} + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 J_{-1n}^2 \right\} \\
 &= \frac{ka}{2} + \frac{2}{ka} \quad \text{für } k_{rn}^I = 0 \quad (2.128)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (W_B^m)_n &= \frac{1}{2} \frac{ka}{(k_{rn}^I a)^2} \left[\{J_{-1n}^2 + 2 J_{-1n}^{-1} + [(k_{rn}^I a)^2 - 1]\} \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^4 \{1 + 2 J_{-1n} + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] J_{-1n}^2\} - 4 \cdot \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 J_{-1n} \right] \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{1}{(k_{rn}^I a)^2} \left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 \{1 + [(k_{rn}^I a)^2 - 1] J_{-1n}^2\} \\
 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} (ka)^2 \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{(ka)^2} + \frac{2}{(ka)^4} \right] \quad \text{für } k_{rn}^I = 0 \quad (2.129)
 \end{aligned}$$

Die angegebenen Grenzwerte für $k_{rn}^I \rightarrow 0$ erhält man aus der Reihendarstellung der Besselfunktionen für kleine Argumente. Es gilt nämlich:

$$J_{0n}(x) = 2 - \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{96} x^4 + \dots \quad (2.130)$$

$$J_{1n}(x) = 1 + \frac{1}{4} x^2 + \frac{7}{96} x^4 + \dots \quad (2.131)$$

$$J_{2n}(x) = \frac{1}{4} (1 + \frac{1}{24} x^2 + \frac{1}{384} x^4 + \dots) \quad (2.132)$$

und

$$\left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^2 = 1 - \frac{(k_{rn}^I a)^2}{ka} + \dots \quad (2.133)$$

$$\left(\frac{k_{zn}^I}{k}\right)^4 = 1 - 2 \frac{(k_{rn}^I a)^2}{(ka)^2} + \frac{(k_{rn}^I a)^4}{(ka)^4} + \dots \quad (2.134)$$

Bei diesen und den folgenden Integrationen wurden die für alle Besselfunktionen Z und Y und ihre Linearkombinationen gültigen Integrale benutzt:³⁷

$$\int_a^b \left\{ \frac{Z(k_{rm} r)}{k_{rm} r} \cdot Y'(k_{r\ell} r) + Z'(k_{rm} r) \cdot \frac{Y(k_{r\ell} r)}{k_{r\ell} r} \right\} r dr = \left[\frac{Z(k_{rm} r) Y(k_{r\ell} r)}{k_{rm} k_{r\ell}} \right]_a^b \quad (2.135)$$

$$\int_a^b \left\{ \frac{Z(k_{rm} r) Z(k_{r\ell} r)}{k_{rm} r \cdot k_{r\ell} r} + Z'(k_{rm} r) Z'(k_{r\ell} r) \right\} r dr = \left[\frac{k_{rm} r}{k_{rm}^2 - k_{r\ell}^2} Z(k_{rm} r) Z'(k_{r\ell} r) + \frac{k_{r\ell} r}{k_{r\ell}^2 - k_{rm}^2} Z(k_{r\ell} r) Z'(k_{rm} r) \right]_a^b$$

wenn $m \neq \ell$ (2.136)

und

$$= \left[\frac{r^2}{2} \{ Z'^2(k_{rm} r) + 2Z'(k_{rm} r) + [(k_{rm} r)^2 - 1] \frac{Z^2(k_{rm} r)}{(k_{rm} r)^2} \} \right]_a^b$$

wenn $m = \ell$

$$k_r^2 \int_a^b z^2 (k_r r) r dr = \quad (2.137)$$

$$\frac{1}{2} \left[(k_r b)^2 z'^2(k_r b) - (k_r a)^2 \{z'^2(k_r a) + [(k_r a)^2 - 1] \left[\frac{z^2(k_r a)}{(k_r a)} \right]^2 \} \right]$$

Die gespeicherte Energie im Außenraum ergibt sich zu:

$$k^2 W^{eII} = \frac{\pi}{2} (ka)^2 \sum_m \frac{d_m}{\mu_m h} \{ C_m^2 (W_C^e)_m + C_m D_m (W_{CD}^e)_m + D_m^2 (W_D^e)_m \} \quad (2.138)$$

und

$$k^2 W^{mII} = \frac{\pi}{2} (ka)^2 \sum_m \frac{d_m}{\mu_m h} \{ C_m^2 (W_C^m)_m + C_m D_m (W_{CD}^m)_m + D_m^2 (W_D^m)_m \} \quad (2.139)$$

mit den Abkürzungen:

$$(W_C^e)_m = \left(\frac{k_{zm}^{II}}{k} \right)^2 (S_{ZZ})_{mm} + \left(\frac{k_{rm}^{II}}{k} \right)^2 (S_Z)_m \quad (2.140)$$

$$(W_{CD}^e)_m = 2 \frac{k_{zm}^{II}}{k} \left\{ \frac{ka}{(k_{rm}^{II} a)^2} \left[(S_{YZ})_{mm} - \left(\frac{k_{zm}^{II}}{k} \right)^2 (S_{ZZ})_{mm} \right] - \frac{1}{ka} (S_Z)_m \right\} \quad (2.141)$$

$$(W_D^e) = \left[\frac{ka}{(k_{rm}^{II} a)^2} \right]^2 \{ (S_{YY})_{mm} - 2 \left(\frac{k_{zm}^{II}}{k} \right)^2 (S_{YZ})_{mm} + \left(\frac{k_{zm}^{II}}{k} \right)^4 (S_{ZZ})_{mm} \} \\ + \frac{1}{(k_{rm}^{II} a)^2} \left(\frac{k_{zm}^{II}}{k} \right)^2 (S_Z)_m \quad (2.142)$$

$$(W_C^m)_m = (S_{ZZ})_{mm} \quad (2.143)$$

$$(W_{CD}^m)_m = 2 \frac{k_{zm}^{II}}{k} \frac{ka}{(k_{rm}^{II} a)^2} \{ (S_{YZ})_{mm} - (S_{ZZ})_{mm} \} \quad (2.144)$$

$$(W_D^m)_m = \left[\frac{k_{zm}^{II}}{k} \frac{ka}{(k_{rm}^{II} a)^2} \right]^2 \{ (S_{YY})_{mm} - 2 (S_{YZ})_{mm} + (S_{ZZ})_{mm} \} \\ + \frac{1}{(k_{rm}^{II} a)^2} (S_Y)_m \quad (2.145)$$

Mit Hilfe der Integrale Gleichungen (2.135) - (2.137) erhält man dazu die Größen

$$\begin{aligned} (S_{ZZ})_{mi} &= \frac{1}{k_{rm}^{II2} - k_{ri}^{II2}} \{k_{ri}^{II2} \underline{z}_i - k_{rm}^{II2} \underline{z}_m\} \quad \text{für } m \neq i \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b_m}{a}\right)^2 \underline{z}_m'^2 - 1 - 2 \underline{z}_m - \left[(k_{rm}^{IIa})^2 - 1 \right] \underline{z}_m^2 \right\} \quad \text{für } m = i \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$(S_{YZ})_{mi} = - \underline{z}_m \quad (2.147)$$

$$\begin{aligned} (S_{YY})_{mi} &= \frac{1}{k_{rm}^{II2} - k_{ri}^{II2}} \{k_{rm}^{II2} \underline{y}_i' - k_{ri}^{II2} \underline{y}_m'\} \quad \text{für } m \neq i \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left[(k_{rm}^{IIb_m})^2 - 1 \right] \underline{y}_m'^2 - \underline{y}_m'^2 - 2 \underline{y}_m' - \left[(k_{rm}^{IIa})^2 - 1 \right] \right\} \quad \text{für } m = i \end{aligned} \quad (2.148)$$

$$(S_Z)_m = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b_m}{a}\right)^2 \underline{z}_m'^2 - 1 - \left[(k_{rm}^{IIa})^2 - 1 \right] \underline{z}_m^2 \right\} \quad (2.149)$$

und

$$(S_Y)_m = - \frac{1}{2} \left\{ \underline{y}_m'^2 + \left[(k_{rm}^{IIa})^2 - 1 \right] \right\} \quad (2.150)$$

wobei noch außer den in den Gleichungen (2.91) und (2.92) eingeführten Größen \underline{y}_m' und \underline{z}_m die Abkürzungen

$$\underline{z}_m' = \frac{Z'(k_{rm}^{IIb_m})}{Z'(k_{rm}^{IIa})} \quad (2.151)$$

und

$$\underline{y}_m = \frac{Y(k_{rm}^{IIb_m})}{Y(k_{rm}^{IIa})} \quad (2.152)$$

benutzt wurden.

Die Funktionen \underline{z}_m , \underline{z}_m' und \underline{y}_m , \underline{y}_m' nehmen für negative Werte von k_{rm}^{II} folgende Form an, die so geschrieben wurde, daß die Rechengenauigkeit nicht durch Differenzbildung zwischen sehr großen Zahlen vermindert wird:

$$\underline{Z}_m = \frac{K_1(|k_{rm}^{II}|a)}{|k_{rm}^{II}|a K_1'(|k_{rm}^{II}|a)} \left[\frac{1 - \frac{I_1(|k_{rm}^{II}|a) K_1(|k_{rm}^{II}|b_m)}{I_1(|k_{rm}^{II}|b_m) K_1(|k_{rm}^{II}|a)}}{1 - \frac{I_1'(|k_{rm}^{II}|a) K_1(|k_{rm}^{II}|b_m)}{I_1(|k_{rm}^{II}|b_m) K_1'(|k_{rm}^{II}|a)}} \right] \quad (2.153)$$

$$\underline{Z}'_m = \frac{K_1'(|k_{rm}^{II}|b)}{K_1'(|k_{rm}^{II}|a)} \left[\frac{1 - \frac{I_1'(|k_{rm}^{II}|b) K_1(|k_{rm}^{II}|b)}{I_1(|k_{rm}^{II}|b) K_1'(|k_{rm}^{II}|b)}}{1 - \frac{I_1'(|k_{rm}^{II}|a) K_1(|k_{rm}^{II}|b)}{I_1(|k_{rm}^{II}|b) K_1'(|k_{rm}^{II}|a)}} \right] \quad (2.154)$$

$$\underline{Y}_m = \frac{K_1(|k_{rm}^{II}|b)}{K_1(|k_{rm}^{II}|a)} \left[\frac{1 - \frac{I_1(|k_{rm}^{II}|b) K_1'(|k_{rm}^{II}|b)}{I_1'(|k_{rm}^{II}|b) K_1(|k_{rm}^{II}|b)}}{1 - \frac{I_1(|k_{rm}^{II}|a) K_1'(|k_{rm}^{II}|b)}{I_1'(|k_{rm}^{II}|b) K_1(|k_{rm}^{II}|a)}} \right] \quad (2.155)$$

$$\underline{Y}'_m = \frac{|k_{rm}^{II}|a K_1'(|k_{rm}^{II}|a)}{K_1(|k_{rm}^{II}|a)} \left[\frac{\frac{I_1'(|k_{rm}^{II}|a) K_1'(|k_{rm}^{II}|b_m)}{I_1'(|k_{rm}^{II}|b_m) K_1'(|k_{rm}^{II}|a)}}{1 - \frac{I_1(|k_{rm}^{II}|a) K_1'(|k_{rm}^{II}|b_m)}{I_1'(|k_{rm}^{II}|b_m) K_1(|k_{rm}^{II}|a)}} \right] \quad (2.156)$$

Für sehr große Argumente ergibt sich durch Einsetzen in die asymptotischen Darstellungen der Besselfunktionen, daß die eckigen Klammern in den Gleichungen (2.153) - (2.156) gleich 1 werden, so daß diese Funktionen folgende Form annehmen:

$$\underline{Z}_m = - \frac{1}{|k_{rm}^{II}|a} \quad (2.157)$$

$$\underline{Z}'_m = - |k_{rm}^{II}|a \quad (2.158)$$

$$\underline{Y}_m = e^{-|k_{rm}^{II}|(b_m-a)} \sqrt{\frac{a}{b_m}} \quad (2.159)$$

$$\underline{Y}'_m = \underline{Y}_m \quad (2.160)$$

Wird auch $|k_{rm}^{II}|$ (b-a) sehr groß, erhält man

$$\underline{Y}_m = Y'_m = 0. \quad (2.161)$$

2.4.3 Berechnung der Verlustleistung in einem biperiodischen $\pi/2$ -Resonator.

Die Verlustleistung pro Längeneinheit P berechnen wir aus dem Integral über die an der Oberfläche tangentialen Komponenten des Magnetfelds, multipliziert mit dem Oberflächenwiderstand r_s des Materials:³⁴

$$k P = \frac{k}{h} r_s \cdot \int_{\text{Zellen-}}^{\text{oberfläche}} HH^* dO \quad (2.162)$$

Die Oberfläche einer Zelle muß dazu in drei Abschnitte eingeteilt werden, den Scheibenrand, die Scheibenfläche und den Außenrand (Figur 3). Die drei Anteile zu den Gesamtverlusten ergeben sich dann aus

$$k P / r_s = k P_1 / r_s + k P_2 / r_s + k P_3 / r_s. \quad (2.163)$$

(Scheiben- (Scheiben- (Außenrand)
rand) fläche)

Es ergibt sich für die Verluste auf dem Scheibenrand:

$$k P_1 / r_s = \pi k a \sum_n \sum_i \sigma_{ni} (P_{\theta ni} + P_{z ni}) \quad (2.164)$$

mit

$$P_{\theta ni} = (A_n h_{A\theta n} + B_n h_{B\theta n})(A_i h_{A\theta i} + B_i h_{B\theta i}) \quad (2.165)$$

$$P_{z ni} = (A_n h_{Az n} + B_n h_{Bz n})(A_i h_{Azi} + B_i h_{Bzi}) \quad (2.166)$$

$$\sigma_{ni} = \left(1 - \frac{d_o}{2h}\right) \frac{\sin(k_{zn}^I - k_{zi}^I)(h - \frac{1}{2}d_o)}{(k_{zn}^I - k_{zi}^I)(h - \frac{1}{2}d_o)} - \frac{d_e}{2h} \frac{\sin(k_{zn}^I - k_{zi}^I) \frac{1}{2}d_e}{(k_{zn}^I - k_{zi}^I) \frac{1}{2}d_e} \quad (2.167)$$

Schließlich erhält man für die Verluste auf dem äußeren Umfang:

$$kP_3/r_s = \pi \int_m \frac{kb_m d_m}{\mu_m h} \left\{ C_m^2 z_m'^2 + D_m^2 \left[y_m^2 + \left(\frac{k_{zm}^{II} a}{(k_{rm}^{II} a)^2} \right)^2 \left(\frac{a}{b_m} y_m - z_m' \right)^2 \right] \right. \\ \left. + 2 C_m D_m \frac{k_{zm}^{II} a}{(k_{rm}^{II} a)^2} \left(\frac{a}{b_m} y_m - z_m' \right) z_m' \right\} \quad (2.172)$$

2.4.4 Rechenergebnisse

Mit Hilfe der in den letzten Abschnitten zusammengestellten Ausdrücke für E_0 , W und P wurden für verschiedene Geometrien die Shuntimpedanz und die Güte auf der IBM 360/65/85 des Kernforschungszentrums

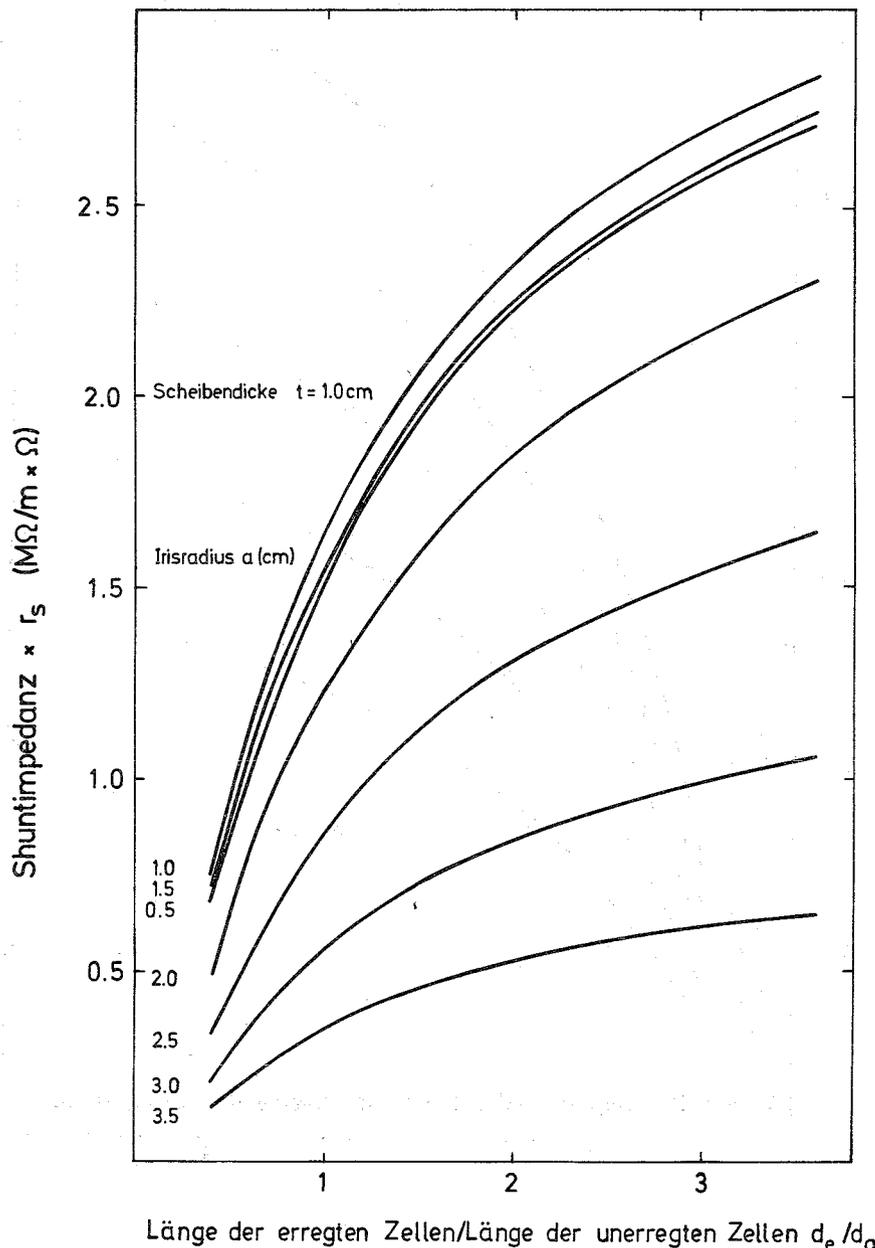


Abb. 6: Shuntimpedanz * Oberflächenwiderstand als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_0 für konstante Scheibendicke $t = 1,0$ cm. Parameter ist der Irisradius a .

berechnet. Um die Ergebnisse für verschiedene Materialien anwenden zu können, wurde der Oberflächenwiderstand r_s nicht mit eingerechnet, so daß in den Abbildungen 6 - 9 die Größen $R_t r_s$ und $Q r_s = G$ erscheinen.

Abb. 6 und 7 geben die Shuntimpedanz als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_0 wieder: Wie erwartet, ist die Shuntimpedanz umso höher, je kürzer die unerregten und je länger die erregten Zellen sind. Außerdem steigt die Shuntimpedanz mit fallendem Irisradius a und mit fallender Scheibendicke t .

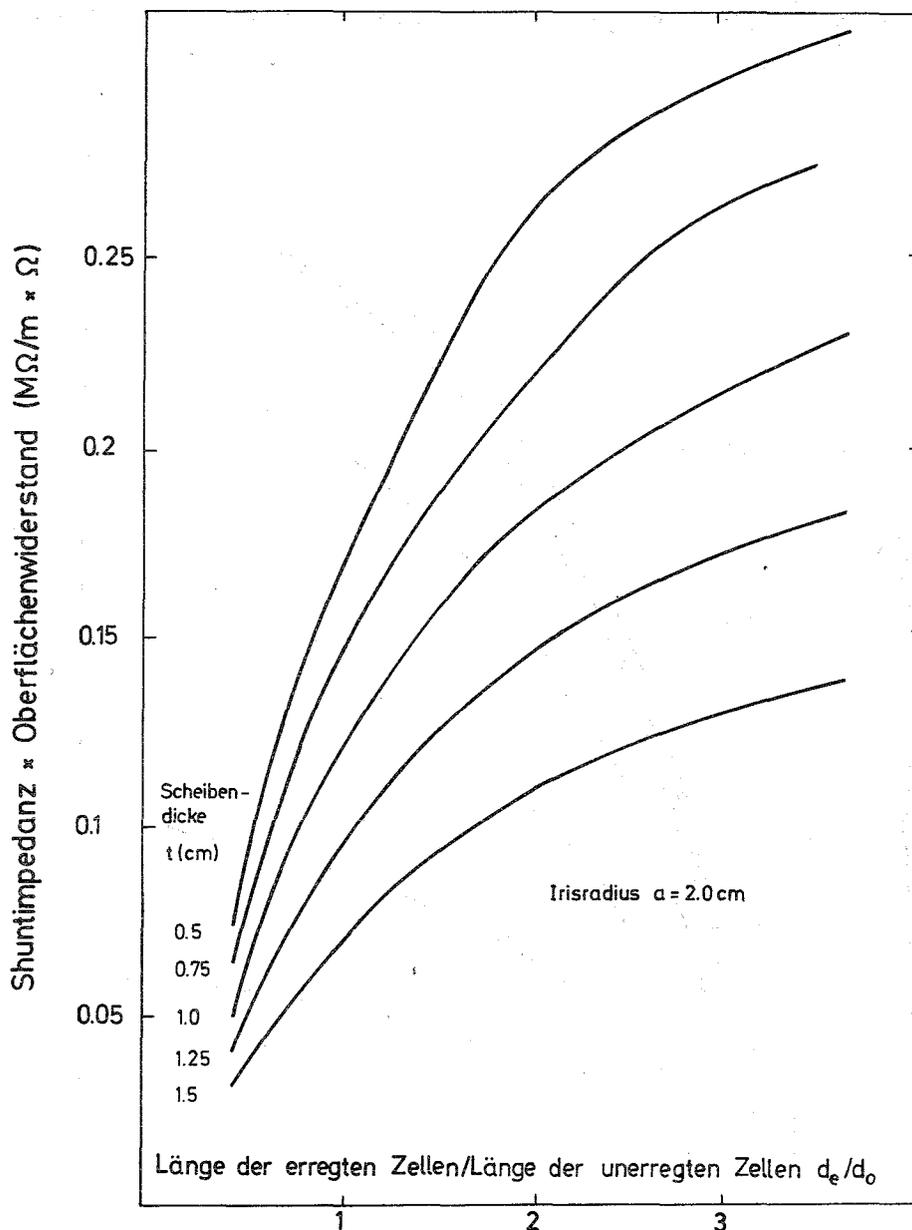


Abb. 7: Shuntimpedanz \times Oberflächenwiderstand als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_0 für konstanten Irisradius $a = 2,0$ cm. Parameter ist die Scheibendicke t .

Abbildungen 8 und 9 zeigen den Geometriefaktor als Funktion von d_e/d_o . Es fällt auf, daß der Geometriefaktor bei festgehaltener Scheibendicke für alle gerechneten Werte von a fast gleich ist.

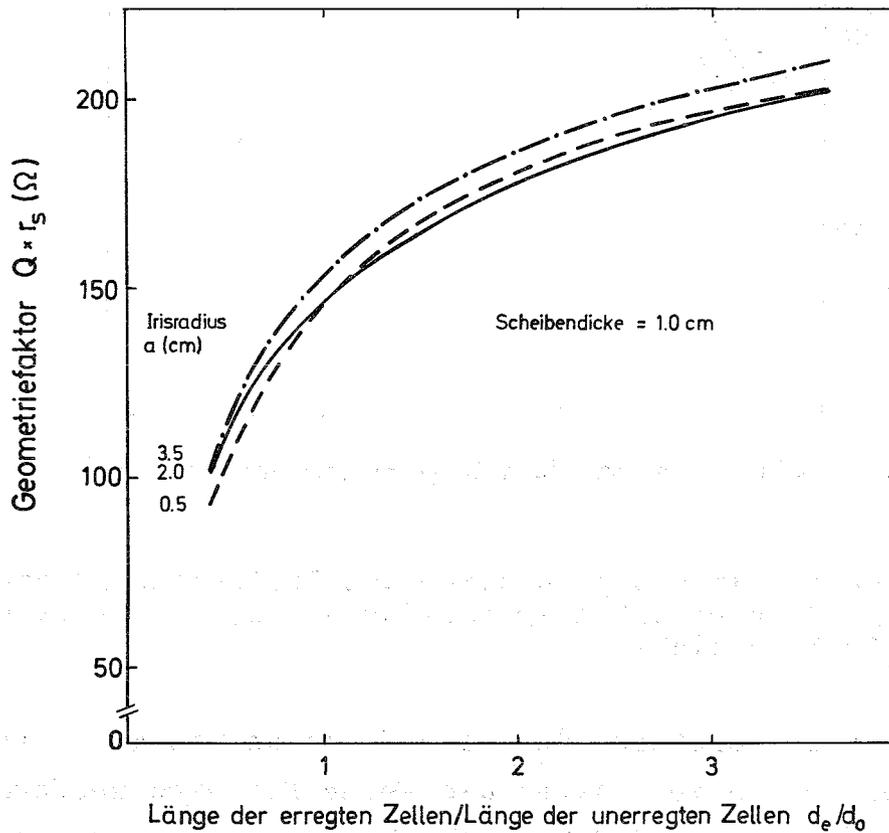


Abb. 8: Geometriefaktor als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_o für konstante Scheibendicke $t = 1,0$ cm. Parameter ist der Irisradius a .

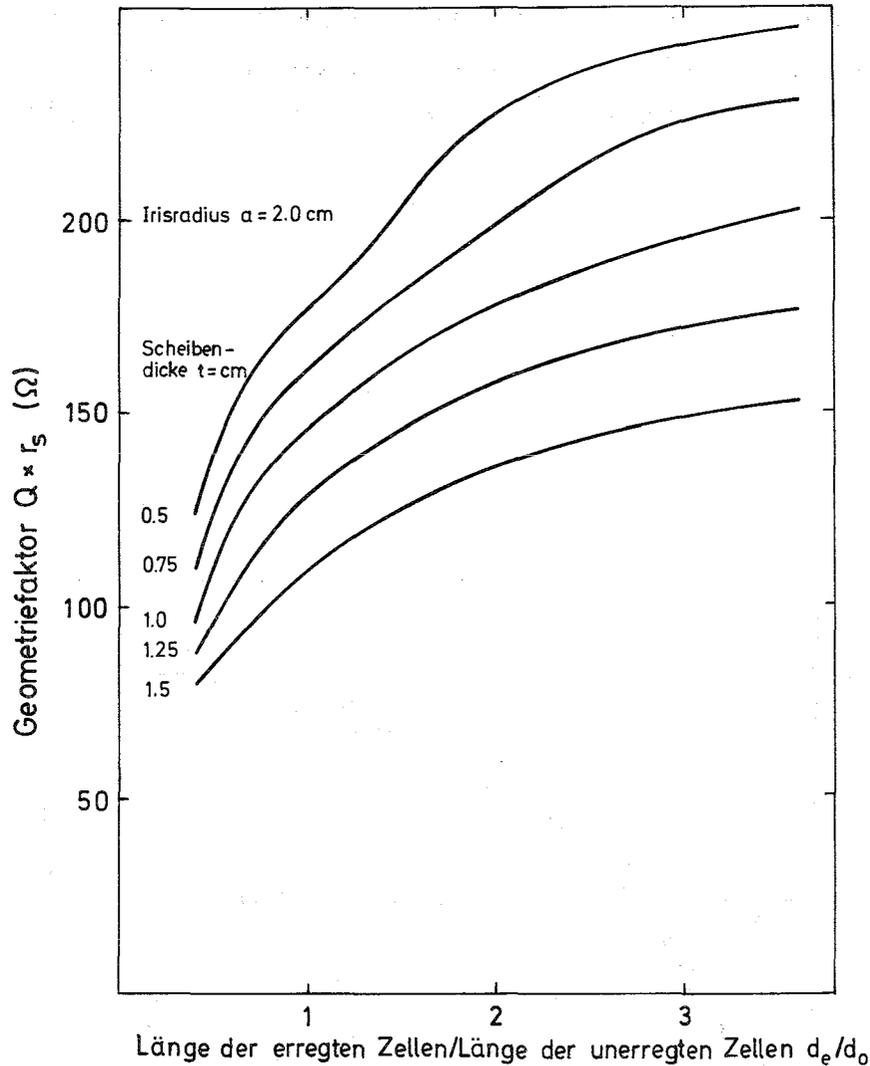


Abb. 9: Geometriefaktor als Funktion des Zellenlängenverhältnisses d_e/d_0 für konstanten Irisradius $a = 2,0$ cm. Parameter ist die Scheibendicke t .

In Abb. 10 ist der Quotient R_t/Q als Funktion von a aufgetragen. Die gestrichelten Kurven zeigen die Werte für eine uniform periodische Struktur bei verschiedenen Scheibendicken. Sie stimmen exakt mit den von Vaghin²¹ angegebenen, mit dem Programm nach ³⁰ berechneten Ergebnissen überein. Die ausgezogenen Kurven wurden zum Vergleich mit den von Vaghin²¹ gemessenen Werten berechnet. Die Übereinstimmung ist bei großen Irisöffnungen gut, während bei kleinem a vermutlich durch die Unmöglichkeit, die Bedingung einzuhalten, daß die als Meßsonde benutzte Nadel klein gegen die Resonatordimensionen sein muß, größere Meßfehler auftraten.

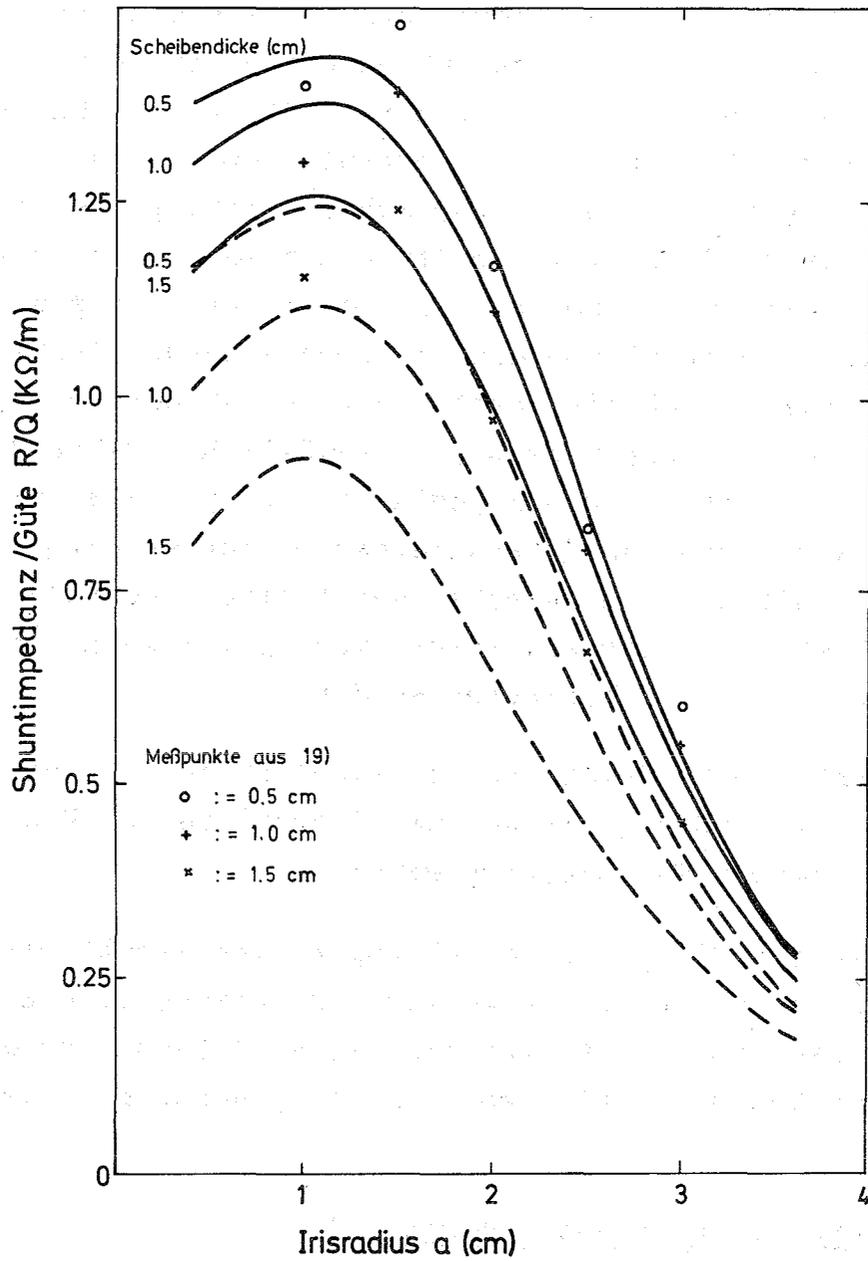


Abb. 10: Shuntimpedanz/ Q als Funktion des Irisradius a mit der Scheibendicke t als Parameter. Gestrichelt: Uniform periodische Struktur. Ausgezogen: Biperiodische Struktur mit $h_e/h_o = 2$ ($h_e + h_o = 2h$, $h_e = d_e + t$, $h_o = d_o + t$). Die eingezeichneten Punkte sind Meßwerte von Vaghin.²¹

3. ABLENKUNG VON ELEKTRONEN IN EINEM SUPRALEITENDEN DEFLEKTOR

Als Beitrag zur Entwicklung von Deflektorstrukturen wurde im vorangegangenen Abschnitt über theoretische Untersuchungen zur Ermittlung der geometrischen Daten und der ablenkenden Eigenschaften von Deflektoren berichtet. Um nun auch noch die Abhängigkeit der Eigenschaften von der Präparation der supraleitenden Oberflächen und den technischen Gegebenheiten wie Flanschen, Einkopplung, Strahlrohren, Vakuum etc. zu ermitteln, werden in den beiden letzten Abschnitten noch zwei Klassen von Experimenten beschrieben: Eine direkte Messung der transversalen Shuntimpedanz im supraleitenden Zustand wird in diesem Abschnitt durch die Beobachtung der Ablenkung von Elektronen in einem ca. 0,5 m langen Resonator ermöglicht. Neben der Messung der Ablenkung diente dieses Experiment auch der Sammlung von Erfahrungen auf kryo- und vakuumtechnischem Gebiet an einem Kryostaten, dessen Größe mit ca. 1 m zwischen den kleinen Laborkryostaten und dem endgültigen, 4 m langen, liegt. Über die Ergebnisse dieses Teils der Arbeiten ist in ³⁹ berichtet worden.

Im letzten Abschnitt folgt dann schließlich ein Überblick über Experimente, die zur Lösung einiger Detailprobleme zur Festlegung der endgültigen Geometrie notwendig waren.

Wir beginnen die Beschreibung des Ablenkexperiments mit der Weiterführung der in Abschnitt 2 begonnenen Zusammenstellung der theoretischen Voraussetzungen des Experiments, erläutern dann den experimentellen Aufbau und berichten über die gewonnenen Meßergebnisse.

3.1 Theoretische Voraussetzungen

Es ist zu untersuchen, wie sich die Tatsache, daß bei diesem Experiment nur "fast" synchrone Teilchen verwendet wurden, auf die Auswertung der Messungen auswirkt. Dazu gehen wir von Gleichung (2.118) für die transversale Kraft aus und definieren:

$$E'_0 = - \left[\left\{ A_0 + B_0 \frac{ka}{4} \left(1 - \left(\frac{kr}{ka} \right)^2 \right) \right\} (v-1) - \frac{vB_0}{ka} \right] \quad (3.1)$$

als äquivalente ablenkende Feldstärke. Ein Elektron vom Impuls p'_z , das den Transversalimpuls p'_{t0} erfährt, wird maximal um den Winkel

α_{\max} abgelenkt:

$$\alpha_{\max} = \frac{\ell \cdot F'_{t0} \cdot T}{p'_z \cdot v} = \frac{\ell \cdot e \cdot E'_0}{p'_z \cdot v} \cdot T \quad (3.2)$$

Die transversale Shuntimpedanz ergibt sich hieraus zu

$$R'_t = \left(\frac{\alpha'_{\max} \cdot p'_z \cdot v}{e \cdot \ell \cdot T} \right)^2 \cdot \frac{\ell}{P} \quad (3.3)$$

Mit synchronen Elektronen hätten wir dagegen den Winkel

$$\alpha_{\max} = \frac{\ell \cdot e \cdot E_0}{p_z} \quad (3.4)$$

und damit die Shuntimpedanz

$$R_t = \left(\frac{\alpha_{\max} \cdot p_z}{e \cdot \ell} \right)^2 \cdot \frac{\ell}{P} \quad (3.5)$$

gemessen. Es ist also

$$R_t = R'_t \left(\frac{E_0}{E'_0} \right)^2 \quad (3.6)$$

Der gemessene Wert R'_t muß also mit dem Korrekturfaktor

$$\left(\frac{E_0}{E'_0} \right)^2 = \left(\frac{1}{\frac{A_0}{B_0} ka + \left(\frac{ka}{2} \right)^2 - \left(\frac{kr}{2} \right)^2 (1-v) + v} \right)^2 \quad (3.7)$$

multipliziert werden, um ihn mit dem in Abschnitt 2 berechneten theoretischen Wert R_t vergleichen zu können. Wegen des Terms $\left(\frac{kr}{2} \right)^2$ hat dieser Korrekturfaktor nicht für alle Teilchen denselben Wert. Auf der Achse ($r=0$) ergibt er sich mit Hilfe des in Abschnitt 2 beschriebenen Rechenprogramms zu

$$\left(\frac{E_0}{E'_0} \right)^2_{r=0} = 1,23 \quad (3.8)$$

Für $r = 10$ mm, dem größten bei diesem Experiment vorkommenden Radius ergibt sich

$$\left(\frac{E_0}{E'_0} \right)^2_{r=10 \text{ mm}} = 1,19 \quad (3.9)$$

Wir werden diese etwas ungünstigere Zahl für die Auswertung der Meßergebnisse benutzen.

Tabelle III zeigt typische Werte für die in den obigen Gleichungen auftretenden Größen und die bei diesem Experiment gewählten Parameter.

Tabelle III: Typische Werte für die Parameter des Ablenkexperiments

Kinetische Energie der Elektronen	E_{kin}	=	0,98	MeV
rel. Geschwindigkeit der Elektronen	β	=	0,94	
Impuls der Elektronen	p_z	=	1,400	MeV/c
Wellenlänge	λ_0	=	0,105	m
Frequenz	ν	=	2855	MHz
Transitzeit-Faktor	T	=	0,87	
Resonatorlänge	L	=	0,4725	m
Transversale Shuntimpedanz/Q (theor.)	R_t/Q	=	0,53	k Ω /m
typische Ablenkwinkel		=	1...10	mrad
typische äqu. abl. Feldstärke	E_0	=	5...30	kV/m
typische eingespeiste Leistung	P	=	5..100	mW
typische HF-Güte bei 1,8 ^o	Q	=	20... 40	$\times 10^6$

3.2 Elektronenstrahl

3.2.1 Anforderungen

An den Elektronenstrahl werden folgende Anforderungen gestellt: er muß Ablenkungen von 1 bis 10 mrad zu messen gestatten; seine Intensität am Ort des Detektors muß sich mit einer Zählrate messen lassen, die die statistischen Schwankungen klein genug hält. Am Detektor kommen

$$N = N_0 \frac{(\alpha_v \alpha_h \pi)}{(4\pi)} \frac{N_p}{N_0} \frac{F_B}{F_Q} \quad (3.10)$$

Elektronen pro Sekunde an. Dabei bedeuten:

N_0 = Zahl der Elektronen pro Sekunde, die das Präparat verlassen.

α_v, α_h = Öffnungswinkel des eingefangenen Strahls in vertikaler und horizontaler Richtung.

N_p = Zahl der Elektronen vom Impuls ($p \pm \Delta p$), die pro Sekunde aus dem Präparat kommen.

F_B = Fläche der Blende, die die Quelle begrenzt.

F_Q = Fläche der Quelle.

Geht man von einer Präparatstärke von etwa 1 mC ($N_0 = 3,7 \cdot 10^7$ Elektronen/s), einer Quelle von 4 mm \emptyset , einer Blende von 2 mm \emptyset , einem Verhältnis N_p/N_0 von 0,03 (entsprechend $\Delta p/p \pm 3\%$ bei einem kontinuierlichen Beta-Spektrum) und einer gewünschten Zählrate von mindestens 50 Elektronen/s aus, so ergibt sich für $\alpha_v \cdot \alpha_h \approx 10^{-3}$. Es sollten also z.B. Winkel $\alpha_v = 20$ mrad und $\alpha_h = 50$ mrad akzeptiert werden können.

In der Mittelebene des Deflektors wirkt die Ablenkung wie eine Verschiebung des Strahls in y' -Richtung. Um eine Ablenkung von ca. 1 mrad noch gut vom nicht abgelenkten Strahl unterscheiden zu können, sollte seine Ausdehnung in y' -Richtung nicht größer als 2 mrad sein. Es ist also im Innern des Deflektors ein Parallelstrahl notwendig, deshalb muß der erste Teil des optischen Systems eine Fokus-Parallel-Abbildung sein. Die vorgegebenen Aperturen bedingen außerdem eine maximale y -Ausdehnung des Strahls im Deflektor von ca. 10 mm. Daraus folgt eine Quellengröße y_0 von 1 mm.

Um die Ablenkung anschließend durch eine Blende messen zu können, muß sie durch den zweiten Teil des optischen Systems in eine Versetzung in y -Richtung verwandelt werden. Dies geschieht durch eine Parallel-Fokus-Abbildung.

3.2.2 Optisches System

Die Eigenschaften des durch diese Anforderungen bestimmten optischen Systems wurden mit Hilfe des Programms "BEAM"⁴⁰ ermittelt und sind in Tabelle IV zusammengestellt.

Die Quadrupole wurden nach ⁴¹ berechnet. Ihre effektive Länge wurde durch einen Vergleich zwischen einer Messung des Brennpunktes bei Fokus-Fokus-Abbildung und einer Rechnung mit "BEAM" ermittelt. Das System enthält keine Impulsanalyse. Ein Biegemagnet, der ursprünglich für diesen Zweck vorgesehen war, wurde durch die Verwendung eines Halbleiterdetektors entbehrlich. Schon durch die Quadrupole allein wird ein Impulsband von etwa $\pm 30\%$ ausgeblendet, das durch einen Fensterverstärker auf $\pm 3\%$ eingeengt werden kann. Die Schwierigkeit, ein so einfaches optisches System zum Funktionieren zu bringen, ist durch die geringe Intensität des Strahls begründet. Eine geringe mechanische Dejustierung läßt ihn sofort ganz verschwinden. Da die Zählrate schon klein ist wenn der Detektor im Fokus steht, kann mit dem Detektor im Parallelstrahl überhaupt keine aus

Tabelle IV: Eigenschaften des optischen Systems

Elektronenimpuls	p = 1,4 MeV/c		
Durchmesser der Quellenblende	2 mm		
Abstand Quelle	-	Quadrupol 1	140 mm
Abstand Quadrupol 1	-	Quadrupol 2	125 mm
Abstand Quadrupol 2	-	Deflektormitte	1.100 mm
Abstand Deflektormitte	-	Quadrupol 3	600 mm
Abstand Quadrupol 3	-	Quadrupol 4	104 mm
Abstand Quadrupol 4	-	Detektorblende	390 mm
Durchmesser der Detektorblende	3 mm		
Polschuhabstand der Quadrupole	40 mm		
geometrische Länge der Quadrupole	60 mm		
effektive Länge der Quadrupole	80 mm		
Feldgradienten der Quadrupole:			G/cm
	Q ₁	(horizontal fokussierend)	75
	Q ₂	(vertikal fokussierend)	38
	Q ₃	(vertikal fokussierend)	30,5
	Q ₄	(horizontal fokussierend)	39

dem Rauschen hervortretende Intensität gemessen werden. Die Versuche haben gezeigt, daß die elektrische Einstellung der Magnete verhältnismäßig unkritisch ist, so daß es möglich war, sie zunächst auf die durch "BEAM" berechneten Werte einzustellen. Die mechanische Justierung geschah dann so, daß alle Elemente zunächst optisch auf eine Linie eingestellt wurden. Danach wurde die Strahlintensität im Fokus gemessen, während eine Blende am Eingang des Kryostaten in den Parallelstrahl geschoben wurde. Aus der Abnahme der Intensität im Fokus konnte dann auf die Lage und Größe des Strahls am Kryostateneingang geschlossen werden. Durch eine weitere Blende am Kryostatenausgang wurde dann die Richtung des Strahls im Kryostat bestimmt und durch Kippen des optischen Systems korrigiert. Zuletzt wurde durch kleine Korrekturen der Stromstärken in den einzelnen Quadrupolen die Intensität im Fokus maximal eingestellt.

3.2.3 Elektronenquelle

Es wurde Rb⁸⁶ in Form von RbCl als Elektronenquelle benutzt. Dieses Isotop hat eine geeignete Endenergie (1,8 MeV) und eine nicht zu kurze Halbwertszeit (19,5d). Es hat außerdem den Vorteil, keine

Gammastrahlen auszusenden und es kann im Reaktor mit einer spezifischen Aktivität von 5 Curie/Gramm Rubidium hergestellt werden. In einem Präparat sind etwa 2 mg RbCl, also 1,42 mB Rb enthalten. Dies ergibt also eine Aktivität von 7,1 mC, von der allerdings nicht alles für den Elektronenstrahl zur Verfügung steht. Das RbCl wird als wässrige Lösung in ein Sackloch von 4 mm \varnothing und ca. 4 mm Tiefe getropft. Nach dem Eintrocknen klebt ein Teil des RbCl an der Zylinderwand des Lochs und ein anderer Teil auf seinem Boden. Würde alles RbCl (Dichte 2,76 g/cm³) am Boden eintrocknen, wäre die Schicht ~ 0,1 mm dick. Da es sich jedoch etwa gleichmäßig auf den Zylinder verteilt, ergibt sich eine Dicke von ~ 0,02 mm und auf den Boden entfällt nur ein Bruchteil von ~ 0,2 oder 1,5 mC.

Diese grobe Abschätzung soll zeigen, daß eine wünschenswerte Vergrößerung der erreichbaren Strahlintensität nicht durch Vergrößerung des Präparats möglich ist: da der Absorptionskoeffizient für 1 MeV Elektronen von $\mu/\rho = 0,018 \text{ cm}^2/\text{mg}$ beträgt, kommen bei einer Schichtdicke von 0,1 mm nur noch 60 % der am Boden der Schicht gestarteten Elektronen aus dem Präparat heraus. (Die Reichweite beträgt 1,45 mm!) Es bringt also keine Erhöhung der Intensität, wenn man das Präparat kleiner und dafür dicker machen würde. Eine Erhöhung der spezifischen Aktivität wäre durch Verwendung von reinem Rubidium möglich, das aber als Alkalimetall gekapselt werden müßte, so daß durch die notwendigerweise massive Hülle wieder Intensität verloren ginge.

Quellen von höherer Intensität sind außerdem unangenehm zu präparieren und behindern das Experiment durch die Notwendigkeit umfangreicher Abschirmungen.

Andere Betastrahler haben meist den Nachteil, zusätzlich zu den Elektronen Gammastrahlen auszusenden, die wiederum große Abschirmungen erfordern und die Messung durch Untergrund stören würden. Außerdem wird die Aktivität immer als Gesamtaktivität (in mC) angegeben, so daß ein Präparat von 1 mC einer gemischt strahlenden Quelle entsprechend weniger Elektronen aussendet als ein reiner Elektronenstrahler.

3.2.4 Detektor

Es wurde ein Si-Li-gedrifteter Detektor (Fabrikat SIMTEC) verwendet, der bei 80°K arbeitet.

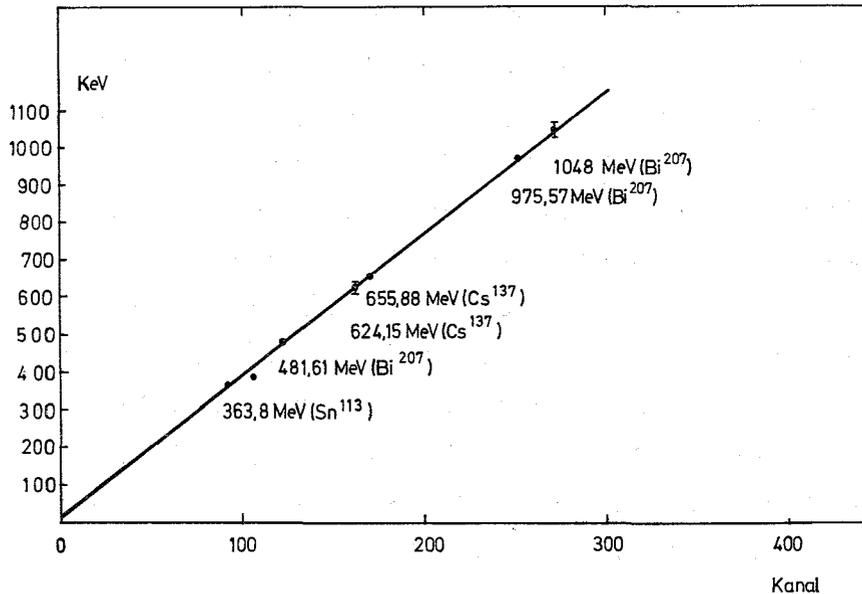


Abb. 11: Eichung des Vielkanalanalysators und des Detektors aufgrund von Konversionslinien des Sn¹¹³, Bi²⁰⁷ und Cs¹³⁷.

Abbildung 11 zeigt die Eichung von Detektor und Vielkanalanalysator mit Hilfe verschiedener Konversionslinien von Sn¹¹³, Bi²⁰⁷ und Cs¹³⁷. Aufgrund dieser Eichung wurde für alle Messungen eine kinetische Energie der Elektronen von 0,98 MeV, ein Impuls von $1,4 \pm 3\%$ und eine Geschwindigkeit β von 0,94 eingestellt. Das Energieauflösungsvermögen des Detektors beträgt aufgrund der gemessenen Breite der Konversionslinien ebenfalls etwa 3%. Dies sollte nach dem Datenblatt des Detektors wesentlich besser sein. Da die Auflösung für diesen Versuch jedoch zunächst gut genug war, wurde diese Frage nicht weiter untersucht.

Die Eingangsöffnung des Detektors war mit einer Lochblende von 3 mm \emptyset versehen. Der ganze Detektor konnte in x- und y-Richtung verschoben werden.

3.3 Resonator

Als Ablenkresonator wurde ein verbleiter Kupferresonator, Abb. 2 verwendet, dessen geometrische Daten in Tabelle V zusammengefaßt sind. Er wurde mit Indiumdichtungen aus fünf Einzelteilen zusammengeflanscht. Abb. 12 zeigt die Konstruktion der Flansche. Der Hochfrequenz-Kontakt (in der "stromlosen" Zelle) wurde durch 6 Zugstangen hergestellt, die am Enddeckel genau über der Stelle des Kontakts angriffen. Der eigentliche Vakuumflansch hatte einen Einstich, um

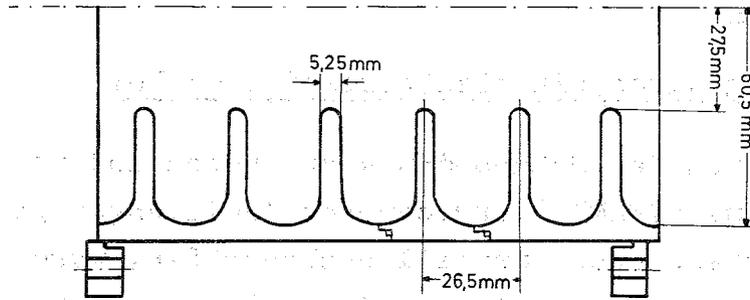


Abb. 12: Geometrie einer Deflektorsektion. Der gesamte Resonator bestand aus drei Sektionen und zwei Enddeckeln, die Einkopplung und Strahlrohre enthielten.

Tabelle V: Daten des Resonators

Tankradius	59,95	mm
Irisradius	27,5	mm
Zellenlänge	26,25	mm
Scheibendicke	5,25	mm
Zellenzahl	18	
Frequenz im $\pi/2$ -mode	2,852	GHz

beim Verbiegen nicht den Resonator zu deformieren und wurde durch einen VA-Überwurfflansch zusammengepreßt. Die Dichtungen waren bei jedem Abkühlungsprozess einwandfrei dicht. In einem Fall war der Resonator im Kryostat auf Zimmertemperatur wiederaufgewärmt worden und ohne neue Montage, also ohne Nachziehen von Schrauben wieder abgekühlt worden, ohne daß eine Undichtigkeit auftrat. Die Verbleiung ist in ⁴² beschrieben. Über die Hochfrequenzeigenschaften einzelner Sektionen des Resonators wurde in ⁴⁹ berichtet. Auch der in diesem Versuch verwendete Resonator zeigte die dort erwähnte mode-Abhängigkeit der Güte. Die Tatsache, daß im $\pi/2$ -mode keine bessere Güte als in den anderen modes auftrat, weist darauf hin, daß die HF-Kontakte bei den betrachteten HF-Leistungen gut waren.

Die HF-Einkopplung geschah von den Stirnseiten her durch Koax-Stifte. Sie ist in ⁴³ beschrieben.

3.4 Messungen

3.4.1 Ablenkung durch ein elektrostatisches Feld

Um das Funktionieren der Meßanordnung zu prüfen und um die mit Hilfe des Programms "BEAM"⁴⁰ errechneten Abbildungseigenschaften des optischen Systems experimentell nachzuprüfen, wurde zunächst anstelle des Resonators ein Plattenkondensator eingebaut, mit dem durch Anlegen einer bekannten Gleichspannung eine aus

$$\alpha = \frac{e \cdot E \cdot L}{p \cdot \beta \cdot c} \quad (3.11)$$

berechenbare Ablenkung erzeugt werden konnte. Der Kondensator hatte eine Länge L von 15 cm, und bei einem Plattenabstand von 2 cm konnten Spannungen bis 1500 V angelegt werden.

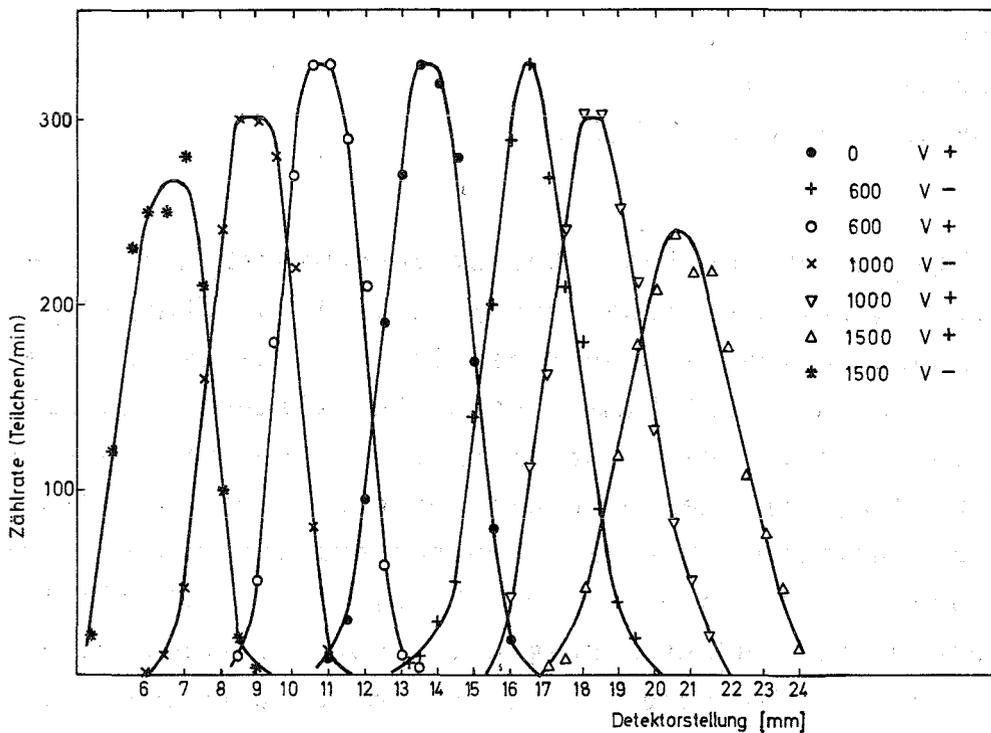


Abb. 13: Ablenkung durch ein elektrostatisches Feld

Abb. 13 zeigt die Zählrate als Funktion der Detektorstellung für verschiedene Spannungen.

Eine Ablenkung y'_0 des Parallelstrahls in der Mitte des Deflektors (jetzt des Plattenkondensators) wird durch die Übertragungsmatrix

der Parallel-Fokus-Abbildung

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

in eine Versetzung y des Fokus verwandelt:

$$y = M_{11} y_0 + M_{12} y'_0 \quad (3.13)$$

Nach der Definition der Parallel-Fokus-Abbildung ist $M_{11} = 0$. Die experimentelle Nachprüfung dieses Wertes bestand darin, daß man sich auf die vorhin beschriebene Weise von dem Vorhandensein eines Parallelstrahls im Kryostaten überzeugte und daß man den Fokus am Ort des Detektors durch Verschieben des mit einer Blende versehenen Detektors nachwies. Damit kann die Gleichung

$$y = M_{12} \cdot y'_0 \quad (3.14)$$

als richtig angesehen werden, aus der mit Hilfe der für verschiedene angelegte Hochspannungen gemessenen Versetzungen y das Matrixelement M_{12} berechnet werden kann. In Tabelle VI sind die erhaltenen Werte eingetragen; der Mittelwert für M_{12} beträgt also 0,84 mm/mrad.

Tabelle VI: Ablenkung durch ein elektrostatisches Feld

Spannung (Volt)	(mrad) aus Gl.	Ablenkung y (mm)	M_{12} (mm/mrad)
600	3,39	2,85	.840
1000	5,52	4,65	.842
1500	8,42	7,10	.843

Der statistische Fehler von M_{12} wurde zu $\pm 5\%$ abgeschätzt. Da das Programm "BEAM" einen Wert von $M_{12} = 0,806$ mm/mrad errechnet, stimmt der gemessene Wert innerhalb der Fehlergrenzen mit dem gemessenen überein.

Der Abfall der Zählrate in den Kurven der Abb. 13 nach höheren Ablenkwinkeln hin kann dadurch erklärt werden, daß durch den relativ kleinen Plattenabstand bei größeren Ablenkungen bereits Elektronen im Kondensator verloren gehen.

3.4.2 Ablenkung im HF-Feld

Abb. 14 zeigt die Zählrate als Funktion der Stellung des Detektors für verschiedene HF-Leistungen. Die Messung der im Resonator verbrauchten Leistung geschah durch einen Thermistor-Leistungsmesser, der über einen Richtkoppler angeschlossen war. Die Verluste auf der Leitung zwischen Richtkoppler und Resonatoreingang wurden gemessen, ebenso die Auskoppeldämpfung des Richtkopplers. Die Genauigkeit der Leistungsmessung wurde zu $\pm 10\%$ abgeschätzt.

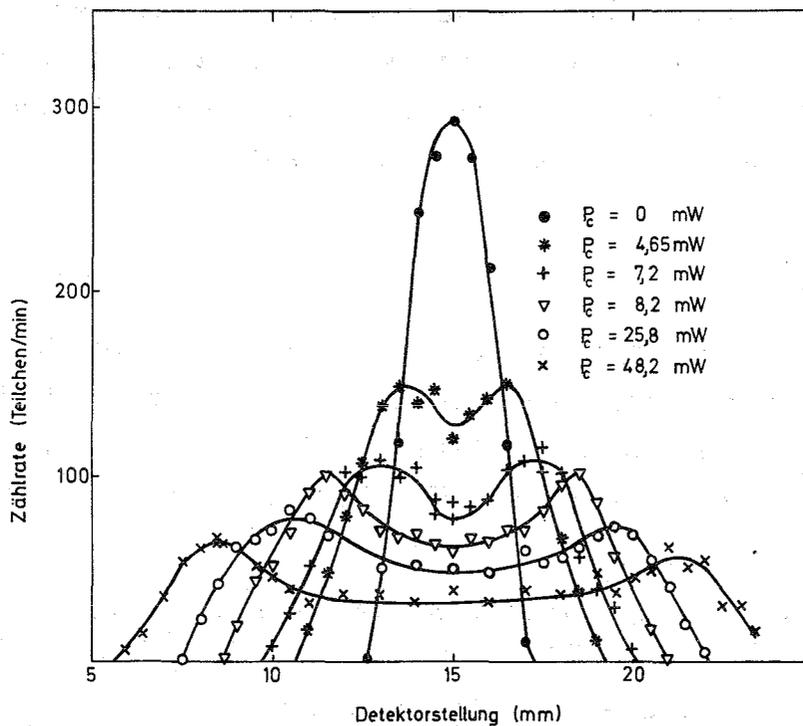


Abb. 14: Ablenkung durch ein HF-Feld

Qualitativ sind die Kurven der Abb. 14 auf folgende Weise zu verstehen: Der Strahl wird durch eine sinusförmig variierende Kraft nach oben und unten bewegt. Dabei wird die Zählrate in der Mitte am niedrigsten, während an den Umkehrpunkten wegen der größeren Verweilzeit (bzw. der kleineren Geschwindigkeit) des Strahls höhere Zählraten beobachtet werden. Die Gesamtzählrate bleibt für alle Leistungen konstant, solange keine Elektronen verloren gehen. Daß dies nicht der Fall ist, wurde durch graphische Integration der Kurven in Abb. 14 nachgeprüft.

Aus Abb. 14 wurde die Ablenkung $y = y(P)$ abgelesen. Dazu wurde die Detektorstellung y_i und y_o bestimmt, bei denen die Kurven $N = N(P_i, y)$ und die Kurve $N = N(0, y)$ auf Null abfallen. Die Ab-

lenkung y (P_i) ergab sich dann aus $y_i - y_0$. Die Ablesungen oberhalb und unterhalb der Stelle $y = 0$ wurden gemittelt. Der Ablenkwinkel α_{\max} ergab sich dann aus dem durch die elektrostatische Ablenkung ermittelten M_{12} zu $\alpha_{\max} = y(P_i)/M_{12}$. Der statistische Fehler bei der Messung von α_{\max} wurde zu $\pm 6\%$ abgeschätzt. Dieser Fehler könnte durch theoretische Berechnung der zu erwartenden Meßkurven und anschließendes Fitten³⁶ verringert werden; da jedoch die anderen in den Gesamtmeßfehler eingehenden Fehler ohnehin größer sind, würde dies nicht zur Verringerung des Gesamtfehlers führen.

Aus α_{\max} wurde dann nach Gleichung (3.4) E'_0 bestimmt. Abb. 15 zeigt die lineare Abhängigkeit von $E'_0{}^2$ von der in den Resonator eingekoppelten Leistung P für zwei Meßreihen, bei denen die Güte des Resonators verschieden war. Es ergaben sich (nach Multiplikation mit dem in Gleichung (3.6) geforderten Faktor $E'_0{}^2/E_0{}^2 = 1,19$) die in Tabelle VII zusammengestellten Werte. Die Bestimmung der Güte aus Gleichung (2.106) erfolgte nach dem in ⁵⁰ beschriebenen, inzwischen allgemein bekannten Verfahren.

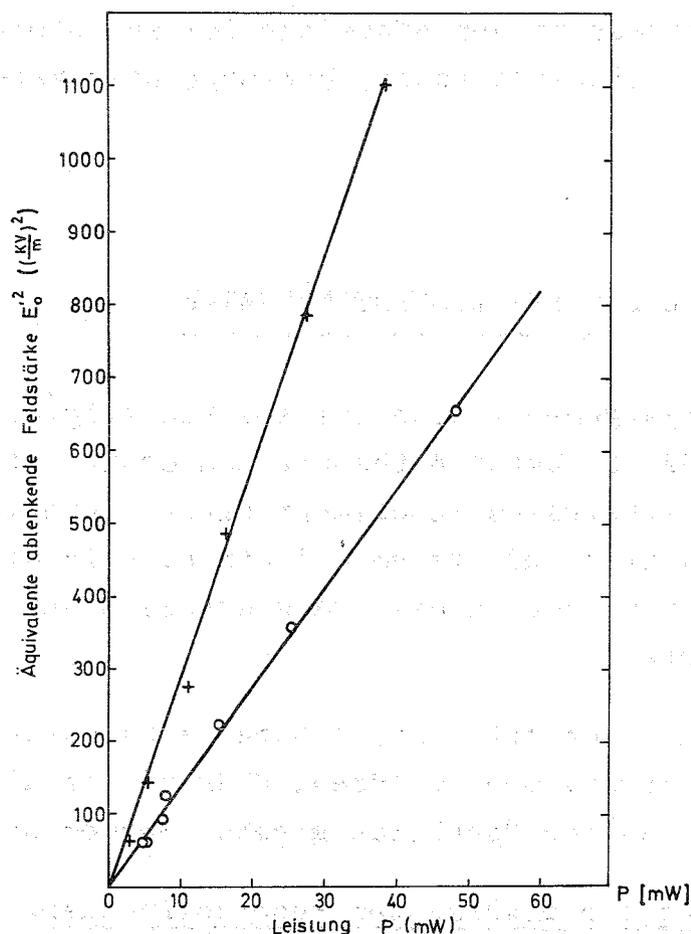


Abb. 15: Ablenkende Feldstärke $E'_0{}^2$ als Funktion der im Resonator verbrauchten Leistung für $Q_0 = 37,2 \cdot 10^6$ (+) und für $Q_0 = 17,9 \cdot 10^6$ (o).

Tabelle VII: Meßergebnisse des Ablenkversuchs

Q_0	R_t $ \Omega/m $	R_t/Q $ k\Omega/m $
$17,9 \cdot 10^6$	$7,65 \cdot 10^9$	0,428
$37,2 \cdot 10^6$	$16,0 \cdot 10^9$	0,430

Der Meßfehler wurde aufgrund der Statistik der Ablesung von y (6 %), der Leistungsmessung (10 %) und der Gütemessung (10 %) zu etwa 15 % abgeschätzt.

Der theoretisch für diesen Deflektor ermittelte Wert von $R_t/Q = 0,53 \text{ k}\Omega/m$ ist gegenüber dem gemessenen ($0,43 \pm 0,07 \text{ k}\Omega/m$) um etwa 20 % zu hoch. Dieser Unterschied resultiert im wesentlichen daraus, daß durch die Strahlrohre die Felder in den Endzellen so gestört werden, daß der Resonator insgesamt weniger ablenkt als ein gleichlanger, durch geschlossene Endplatten begrenzter Resonator ablenken würde. Eine weitere Verringerung der Ablenkung kann durch verschiedenen hohe Feldamplituden in den einzelnen Zellen infolge von Fabrikationsfehlern ("Un-flatness") hervorgerufen werden.

4. MODELLMESSUNGEN BEI ZIMMERTEMPERATUR

Die beiden vorangegangenen Abschnitte sollten zeigen, wie die Eigenschaften ablenkender Strukturen theoretisch ermittelt werden können, und wie durch ein integrales Experiment unter Einbeziehung von Kältemaschine, Kryostat, HF-System und Strahloptik die Ablenkung von Teilchen gemessen und dadurch die transversale Shuntimpedanz bestimmt werden konnte.

Für die Herstellung kompletter Deflektoren sind darüber hinaus eine Vielzahl von Detailproblemen zu lösen, über die in diesem letzten Abschnitt noch ein kurzer Überblick gegeben werden soll.

4.1 Einstellung der gewünschten Resonanzfrequenz

Für die Herstellung praktischer Deflektoren sind Änderungen an der Geometrie der Abb. 2 oder 3 nötig, deren Einfluß auf die Shuntimpe-

danz zwar klein ist, die aber sehr empfindlich in die Resonanzfrequenz eingehen. Es sind dies hauptsächlich die Abrundung sämtlicher bisher scharfkantig angenommener Ecken, die für die Herabsetzung der maximalen Feldstärken notwendig ist, und eine Abschrägung der Irisscheiben, die aus zwei Gründen angeraten erscheint: Zur Präparation der supraleitenden Oberfläche sind verschiedene elektrochemische oder chemische Verfahren notwendig, bei denen sich an der Oberfläche Glasblasen bilden; um diese gut abzuleiten, ist eine konische Form der Irisscheiben günstig. Außerdem wird durch einander parallel gegenüberstehende Scheiben eine "Multipactoring" genannte Erscheinung begünstigt, bei der Elektronen aus einer Oberfläche austreten und während einer oder mehrerer HF-Perioden auf die gegenüberliegende Fläche auftreffen, wo sie weitere Elektronen auslösen, so daß es zu einem Resonanzeffekt kommt, der verhindert, daß die im Resonator schwingende HF-Leistung über einen bestimmten Wert ansteigt. Außerdem wird die Resonanzfrequenz noch von der Einkopplung und den Strahlrohren beeinflusst.

Eine von Vaghin²¹ angegebene empirische Korrektur für abgerundete Irisränder wurde bei den in Abschnitt 2 beschriebenen Rechnungen bereits berücksichtigt: Es wurde für den Irisradius a jeweils ein etwas größerer Wert \bar{a} benutzt, der sich aus

$$\bar{a} = a + (t/2) (1 - \pi/4) \quad (4.1)$$

ergab. Die Wirkung der konisch geformten Irisscheiben wurde in folgender Weise mit Hilfe von Testresonatoren untersucht:

Die Betriebsfrequenz von 2855,17 MHz muß auf $\pm 0,5$ MHz genau getroffen werden, damit die vorgesehene mechanische Regelung realisierbar wird. Aus den Ergebnissen von Abschnitt 2 geht hervor, daß dies einer Genauigkeit von $\pm 0,02$ mm im Durchmesser der Resonatoren bedeutet. Obwohl dies mit einiger Mühe durch Kopierdrehen für einzelne Zellen durchaus zu erreichen ist, muß man aufgrund von unvermeidbaren Herstellungstoleranzen und wegen der Nachbehandlung der Resonatoren mit einem größeren Fehler rechnen. Die Aufgabe bestand nun darin, Sollwerte für die Dimensionen des Deflektors zu finden, die zur richtigen oder zu einer etwas zu hohen Frequenz führen. Durch Elektropolieren der fertigen Struktur kann dann die endgültige Resonanzfrequenz eingestellt werden.

Zur Ermittlung dieser Sollwerte stehen zwei Informationsquellen zur Verfügung: Testresonatoren aus Niob, die bei Zimmertemperatur und bei $1,8^{\circ}$ gemessen werden können, und Modellresonatoren aus Aluminium, Messing oder Niob, die aus einzelnen Zellen zusammensteckbar sind und nur bei Zimmertemperatur untersucht werden können. Erstere haben den Nachteil, daß sie nicht in erster Linie zum Einstellen der Resonanzfrequenz gebaut wurden, da sie hauptsächlich dazu dienten, verschiedene Herstellungsverfahren zu testen.

Bei der Interpretation der Zimmertemperaturmessungen treten folgende Probleme auf:

- a) Bei der Abkühlung von Zimmertemperatur auf $1,8^{\circ}$ ziehen sich die Resonatoren zusammen und es ergibt sich eine kleinere Resonanzfrequenz.
- b) Beim Zusammenschweißen der einzeln gedrehten Zellen tritt ein bisher nur auf $\pm 0,1$ mm voraussagbarer Schwund auf.
- c) Beim Ausheizen der Resonatoren auf ca. 2000°C , das zur Erreichung optimaler Supraleitungseigenschaften notwendig ist, muß eine noch nicht bekannte Deformation erwartet werden.
- d) Einkopplung und Strahlrohre bedingen eine Störung der Resonanzfrequenz, die abhängig von der Größe der Resonatoren ist, so daß sie bei kurzen Testmodellen anders eingeht, als bei dem endgültigen, drei m langen Deflektor.

Folgende Messungen und Überlegungen führten nun zu der vorläufigen Festlegung eines Parametersatzes für die Herstellung, der eventuell nochmals leicht modifiziert werden muß, wenn weitere Testresonatoren entsprechende Schlüsse erlauben:

- a) Mit dem Längenausdehnungskoeffizient von Niob⁴⁴

$$\frac{L_{293^{\circ}} - L_{1,8^{\circ}}}{L_{293^{\circ}}} = 143 \cdot 10^{-5} \quad (4.2)$$

läßt sich abschätzen, daß die Frequenzverschiebung etwa 4,1 MHz betragen sollte. Messungen an Niob-Testresonatoren bei $1,8^{\circ}\text{K}$ ergaben eine mittlere Frequenzerniedrigung beim Abkühlen von 4,46 MHz. Diese Differenz gegenüber dem abgeschätzten Wert ist durch die Unsicherheit der Angabe des Längenausdehnungskoeffizienten zu erklären.

Demnach muß die Sollfrequenz eines Modells bei Zimmertemperatur 2850,71 MHz betragen.

b) Durch weitere Schweißversuche soll die Schrumpfung der Schweißnaht kontrollierbarer und kleiner gemacht werden: Sie ist deshalb in die folgenden Überlegungen zur Parameterfestlegung nicht einbezogen worden. Da eine Schrumpfung, wie sich aus den Frequenzen aller Testresonatoren ergab, immer eine Erhöhung der Frequenz bedeutet, bleibt eine nachträgliche Frequenzerniedrigung durch Elektropolieren als Korrekturmöglichkeit erhalten.

d) Die Störung, die durch die Strahlrohre bedingt wird, wurde durch Änderung der Endhalbzellen so kompensiert, daß keine Beeinflussung der Resonanzfrequenz mehr zu erwarten ist.⁴⁵ Da die Störung durch die Einkopplung bei einem 3 m langen Deflektor nur noch sehr klein sein wird, wurde für den Testresonator nur eine so schwache Einkopplung durch ein Koppelloch von nur 0,5 mm \emptyset gewählt, die auf den kurzen Testresonator ebenfalls keinen störenden Einfluß hatte.

Um andererseits bei den abkühlbaren Resonatoren, die eine stärkere Einkopplung besitzen, Schlüsse auf die Frequenz ziehen zu können, die sie hätten, wenn sie 3 m lang wären, wurde bei einem analog gebauten Messingmodell die Abhängigkeit der Frequenz von der Zellenzahl gemessen. Sie ist in Abb. 16 aufgetragen.

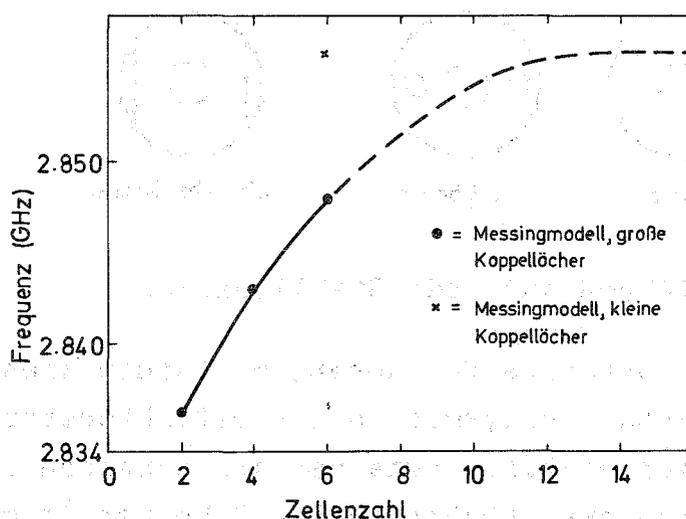


Abb. 16: $\pi/2$ -mode-Frequenz als Funktion der Zellenzahl bei großen Koppellöchern (\bullet) und bei kleinen Koppellöchern (\times).

Da das Messingmodell bei sehr schwacher Einkopplung und bei Extrapolation auf große Zellenzahl exakt die richtige Resonanzfrequenz besaß, konnte also geschlossen werden, daß ein zweizelliger Resonator bei 1,8°K und starker Einkopplung die bei der Abszisse 2 eingetragene

Frequenz haben müßte, usw. Alle untersuchten Resonatoren hatten eine zwischen 1 und 10 MHz zu hohe Frequenz, was im wesentlichen auf den Schrumpf der Schweißnaht zurückzuführen ist.

Der eigentliche Testresonator, der schließlich zur Festlegung der Geometrie führte, bestand aus zwei Niobzellen, die auf der Kopierdrehbank mit denselben Schablonen gedreht wurden, die auch zur Produktion dienen sollen. Da sie zur Festlegung der Ablenkungsrichtung exzentrisch gedreht waren, sind die Ergebnisse in Abschnitt 4.2 zusammengefaßt.

4.2 Festlegung der Ablenkungsrichtung

Aus dem in den Gleichungen (2.14) - (2.15) auftretenden Faktor $e^{-i\theta}$ ist zu ersehen, daß in einem Ablenkresonator zwei Feldkonfigurationen bei der gleichen Resonanzfrequenz angeregt werden können, die zueinander in einem Winkel von 90° stehen. ($e^{-i\theta} = \cos\theta - i \sin\theta$). Um eine Ablenkung durch den um 90° versetzten mode zu vermeiden, muß dieser unterdrückt werden. Das erreicht man durch Veränderung seiner Frequenz, so daß er bei der Betriebsfrequenz nicht angeregt werden kann.

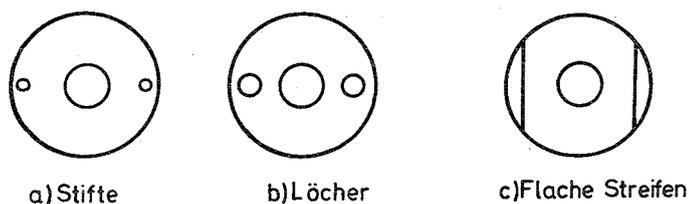


Abb. 17: Drei Verfahren zur mode-Stabilisation

Abb. 17 zeigt drei bekannte Verfahren, mit denen dies erreicht wurde: Eine Störung der Rotationssymmetrie der Deflektorstruktur kann durch zwei gegenüberliegende Stifte zwischen den Scheiben in der Nähe des Außenradius,²² durch zwei Löcher in den Scheiben,²⁵ oder durch Veränderung der Kreisform des Resonatorquerschnitts erzielt werden. Letzteres wurde bei den nach dem "electroforming"-Verfahren hergestellten alten CERN-Strukturen dadurch bewerkstelligt, daß zwei flache Streifen von dem Aluminiumkern abgefräst wurden.⁴⁶ Da dieses Verfahren bei gedrehten Strukturen nicht anwendbar ist, wurde vorgeschlagen⁴⁷ dem Resonatorinnenraum einen elliptischen Querschnitt zu geben.

4.2.1 Geforderter Abstand zwischen den beiden um 90° versetzten modes

Da die belastete Güte eines Ablenkresonators einer Bandbreite von 500 Hz entspricht, könnte man annehmen, daß eine Verschiebung der störenden modes um 500 kHz weitaus genügen müßte, um ihre Anregung zu verhindern. Bei einem Abstand von etwa 1 MHz zwischen dem $\pi/2$ -mode und dem $49\pi/100$ -mode würde der Störmode damit gerade in der Mitte zwischen zwei modes des ablenkenden Bandes liegen. Nun kann aber durch die vorgesehenen mechanischen Abstimmstempel in einigen Zellen die Frequenz des gewünschten modes um mehr als 10 MHz verschoben werden, während die Störmodes fast nicht beeinflußt werden. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, das gesamte Band der Störmodes so weit zu verschieben, daß keiner von ihnen in der Nähe des gewünschten $\pi/2$ -modes liegt.

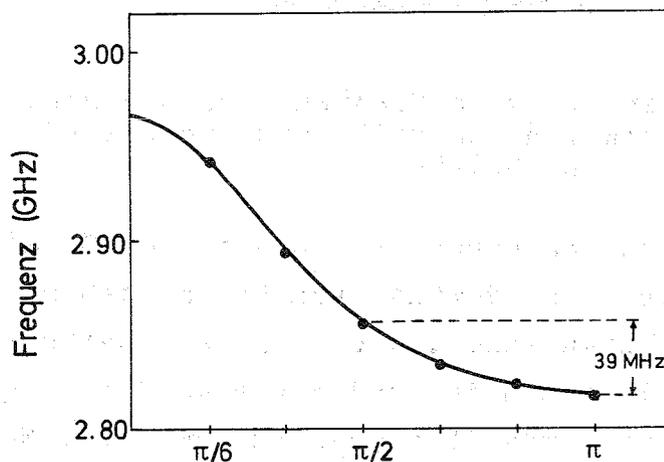


Abb. 18: Dispersionsdiagramm

Da das Dispersionsdiagramm in unserem Fall die in Abb. 18 dargestellte unsymmetrische Form hat, ist es sinnvoll, das Band der Störmodes zu höheren Frequenzen hin zu verschieben und zwar so weit, daß der Störmode mit der niedrigsten Frequenz höher liegt als der gewünschte $\pi/2$ -mode. Eine Verschiebung des Störmodes um ca. 50 MHz nach oben erscheint also wünschenswert. Dies wird durch Stifte oder durch elliptische Resonatorform erreicht, während Löcher in den Scheiben die Frequenz erniedrigen und schon aus diesem Grunde ausscheiden; andere Nachteile von Löchern sind in ²² aufgeführt.

4.2.2 Modellmessungen mit Stiften

An einem Aluminium-Modell wurde die Wirkung von Stiften verschiedener Durchmesser und Längen gemessen. Das Ergebnis ist in Abb. 19 dargestellt.

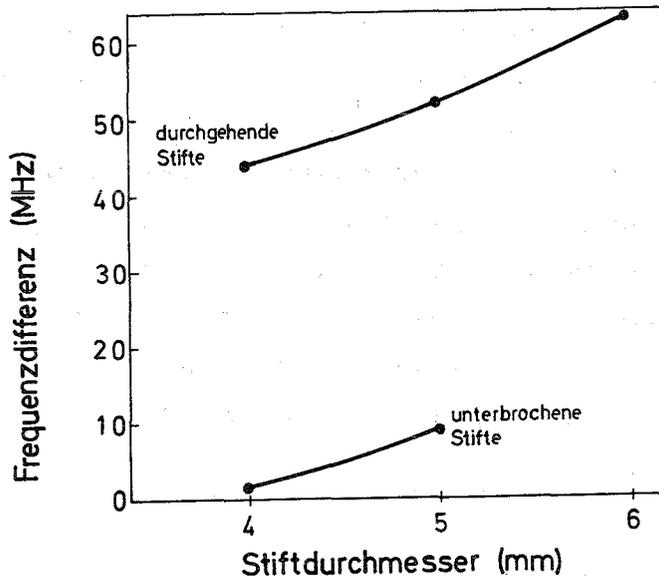


Abb. 19: Differenz der $\pi/2$ -mode-Frequenz des 0° -modes und des 90° -modes als Funktion des Stiftdurchmessers für durchgehende und unterbrochene Stifte

Es zeigte sich, daß durchgehende Stifte von 5 mm \emptyset , die an beiden Scheiben Kontakt haben, den gewünschten Effekt geben. Unterbrochene Stifte vom gleichen Durchmesser, die in jede Scheibe einzeln eingesetzt sind und sich in einem Abstand von etwa 2 mm gegenüberstehen, verschieben die Frequenz des Störmodes nur um ca. 1 MHz.

Dieser große Unterschied zwischen durchgehenden und unterbrochenen Stiften erklärt sich dadurch, daß die Frequenzverschiebung im zweiten Falle durch eine Feldverdrängung, ähnlich der bei der Slater-Methode^{4,8} zur Messung von Feldverteilungen ausgenutzten, hervorgerufen wird. Eine Abschätzung dieser Frequenzverschiebung ergibt tatsächlich einen Effekt in der Größenordnung von einem MHz. Bei durchgehenden Stiften werden dagegen die Randbedingungen so gestört, daß effektiv die Resonatorwand bis zu den Stiften nach innen gezogen wird, was genauso wirkt, wie eine Verkleinerung des Radius.

Abgesehen von der Schwierigkeit, Stifte auf beiden Seiten in die Scheiben einzuschweißen, entsteht nun die Frage, wie gut leitend die Verbindung zwischen Scheibe und Stift sein muß. Da offensichtlich

Ströme über die Verbindung fließen, muß man eine Verschlechterung der Güte befürchten. Andererseits wird der mode, in dem dies der Fall ist, garnicht angeregt, so daß es genügen könnte, den Stift nur auf einer Seite einzuschweißen, während er in der gegenüberliegenden Scheibe nur in ein Sackloch gesteckt wird. Das wirft jedoch Probleme bei der elektrochemischen Behandlung der fertigen Strukturen auf: Säurereste könnten nur sehr schwer aus den entstehenden Ritzen ausgewaschen werden. Deshalb wurde die elegantere Lösung, ein ellip-tisch geformter Resonatorinnenraum für den endgültigen Bau des Separators vorgezogen.

4.2.3 Elliptischer Querschnitt des Resonatorinnenraums

Da die Resonanzfrequenz im wesentlichen durch den äußeren Durchmes-ser des Resonators bestimmt wird, und da die Felder in azimuthaler Richtung eine $\cos\theta$ -Abhängigkeit haben, ist es möglich, durch eine Verkleinerung des Radius in der Richtung, in der das Feldmaximum des 90° -modes liegt, dessen Frequenz zu erhöhen, während die des 0° -modes fast nicht beeinflußt wird. Eine grobe Abschätzung der dadurch er-reichbaren Trennung der beiden Frequenzen gewinnt man durch die Anwendung der bekannten "Slater"-Methode.^{4 8}

Wir berechnen den Quotienten $\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta W}{W}$ (4.3)

für einen Resonator vom Radius a und der Höhe h. Als Feldverteilung wählen wir den TM_{110} -mode, da der HEM-mode im Grenzfalle $k_z \rightarrow 0$ ein TM_{11} -mode wird. In diesem Falle lauten die hier interessierenden Feldkomponenten^{3 4}

$$\begin{aligned} H_r^0 &= \frac{1}{r} I_1(kr) \sin\theta \\ H_\phi^0 &= -k I_1'(kr) \cos\theta \\ H_z^0 &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

für den 0° -mode und

$$\begin{aligned} H_r^{90} &= \frac{1}{r} I_1(kr) \cos\theta \\ H_\theta^{90} &= -k I_1'(kr) \sin\theta \\ H_z^{90} &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

für den 90° -mode.

Die gespeicherte Energie $W = W_e + W_m = 2W_m$ ergibt sich in beiden Fällen zu

$$W = \pi h k^2 a^2 J_1'^2 (ka) \quad (4.6)$$

Zur Berechnung der Änderung der gespeicherten Energie ΔW bei einer elliptischen Verformung mit einer großen Halbachse b bilden wir

$$\int_0^{2\pi} \int_0^h H_\theta^2 s(\theta) a d\theta dz \quad (4.7)$$

indem wir für H_θ den Wert auf dem Rand $r = a$ des kreisförmigen Resonators einsetzen (während H_r dort aufgrund der Randbedingungen 0 wird). Die Größe $s(\theta)$ ist in Abb. 20 erläutert; sie hat den Wert

$$s(\theta) = (b-a) - \frac{b}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \cos^2 \theta \quad (4.8)$$

Man erhält damit für die Änderung der gespeicherten Energie beim 0° -mode:

$$\Delta W^0 = kha\pi J_1'^2 (ka) \left[b-a - \frac{3b}{8} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \right] \quad (4.9)$$

und für den 90° -mode

$$\Delta W^{90} = kha\pi J_1'^2 (ka) \left[b-a - \frac{b}{8} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \right] \quad (4.10)$$

Mit $\Delta W = \Delta W^0 - \Delta W^{90}$ ergibt sich

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{4} \frac{b}{a} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) \quad (4.11)$$

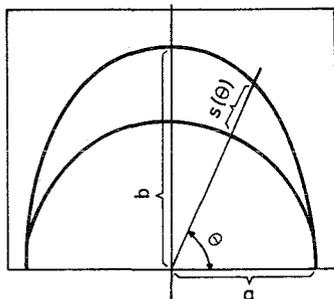


Abb. 20: Kreisrunder und elliptischer Querschnitt einer Zelle zur Erläuterung der Größe $s(\theta)$

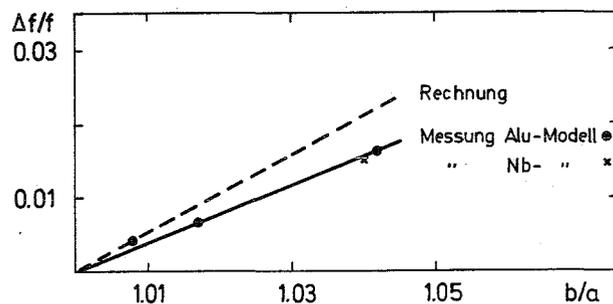


Abb. 21: Vergleich zwischen gemessener und gerechneter Frequenzabweichung $\Delta f/f$ im 0° -mode und im 90° -mode als Funktion des Halbachsenverhältnisses b/a

In Abb. 21 ist das Ergebnis dieser Rechnung mit einer Messung an einem Alu-Modell verglichen.

Da ein Drehen der Zellen in exakt elliptischer Form eine besondere Drehbank mit Unrund-Kopiereinrichtung erfordern würde, wurde die elliptische Form dadurch angenähert, daß zunächst eine kreisförmige Zelle mit dem Radius a gedreht wurde, anschließend wurde das Werkstück mit dem Drehfutter um den Wert $(b-a)$ nach oben und unten bewegt und so durch exzentrisches Drehen die elliptische Form angenähert. Die kleine Abweichung zwischen der gerechneten und der gemessenen Kurve ist durch die gemachten Näherungen zu erklären. Zur endgültigen Festlegung der Durchmesser und der Exzentrizität wurden zwei Zellen aus Niob hergestellt, die bereits die für den Separator geplante Geometrie (konische Irisscheiben) hatten. Aufgrund der in Tabelle VIII und Abb. 21 zusammengefaßten Ergebnisse wurden folgende Maße festgelegt:

großer Durchmesser	128,90 mm
kleiner Durchmesser	123,10 mm.

Tabelle VIII: Meßergebnis bei zwei exzentrisch gedrehten Testzellen aus Niob

kleiner Durchmesser 2a	123,29 mm
großer Durchmesser 2b	128,29 mm
	0° 90°
0-mode	2,9721 GHz 3,0229 GHz
$\pi/2$ -mode	2,8653 GHz 2,9088 GHz
π -mode	2,8133 GHz 2,8602 GHz

4.3 Schließung der Frequenzlücke bei einer biperiodischen Struktur

Um einen Teil der Ergebnisse der in Abschnitt 2 beschriebenen Rechnungen in einem speziellen Fall experimentell zu verifizieren, wurde die Schließung der Frequenzlücke bei einer biperiodischen Struktur durchgeführt. Dazu wurde ein zweizelliges Alu-Modell mit parallelen, abgerundeten Irisscheiben benutzt, dessen Abmessungen zu Beginn des Experiments in Tabelle IX zusammengestellt sind.

Tabelle IX: Anfangsmaße einer biperiodischen Modellstruktur

Irisradius \bar{a}	20 mm
Außenradius der erregten Zellen b_e	59,5 mm
Außenradius der unerregten Zellen b_o	54,5 mm
Scheibenabstand der erregten Zellen d_e	22,5 mm
Scheibenabstand d.unerregten Zellen d_o	10,5 mm
Scheibendicke t	10 mm

Das Modell wurde aus Scheiben und Ringen zusammengesetzt, so daß es möglich war, folgende Fälle zu untersuchen:

- a) einfach periodische Struktur aus langen Zellen (UPSL)
- b) einfach periodische Struktur aus kurzen Zellen (UPSK)
- c) biperiodische Struktur, Endplatten in der Mitte der langen Zelle (APSL)
- d) biperiodische Struktur, Endplatten in der Mitte der kurzen Zelle (APSK)

Das Ergebnis der Frequenzmessungen ist in Abb. 22 aufgetragen. Die Struktur UPSK zeigte höhere Frequenzen als die UPSL, da sie zunächst, um sie auf den gewünschten Wert ausdrehen zu können, den kleineren Radius b_o hatte. Beim $\pi/2$ -mode ist in jedem der Fälle a) - d) die mittlere Zelle nicht erregt und trägt deshalb in erster Näherung nicht zur Festlegung der Resonanzfrequenz bei. Deshalb wird bei der Struktur APSL die Frequenz des $\pi/2$ -modes hauptsächlich durch die langen Zellen gegeben und liegt in der Nähe der $\pi/2$ -Frequenz der UPSL. Umgekehrt trägt bei APSK die mittlere, lange Zelle wenig zur $\pi/2$ -Frequenz bei, so daß diese in der Nähe der $\pi/2$ -Frequenz der UPSK liegt. Aus Gründen der Eindeutigkeit hat das gesamte Dispersionsdiagramm der APSL die in Abb. 22 gestrichelte Form.

Zur Schließung der Lücke zwischen den beiden $\pi/2$ -Frequenzen wurde der Durchmesser der kurzen Zellen solange vergrößert, bis die Differenz zwischen den beiden Frequenzen nur noch 94 kHz betrug und das Dispersionsdiagramm die in Abb. 22 dick ausgezogene Form hatte. Eine weitergehende Annäherung der beiden Frequenzen war aus zwei Gründen nicht möglich: Die letztlich verbliebene Lücke lag bereits in derselben Größe wie die Abweichungen der gemessenen Frequenz bei mehrmaligem Montieren des Modells, und die noch anzubringende Korrektur lag unterhalb der Genauigkeit von $\pm 0,05$ mm, mit der bei einem solch einfachen Modell gedreht werden konnte.

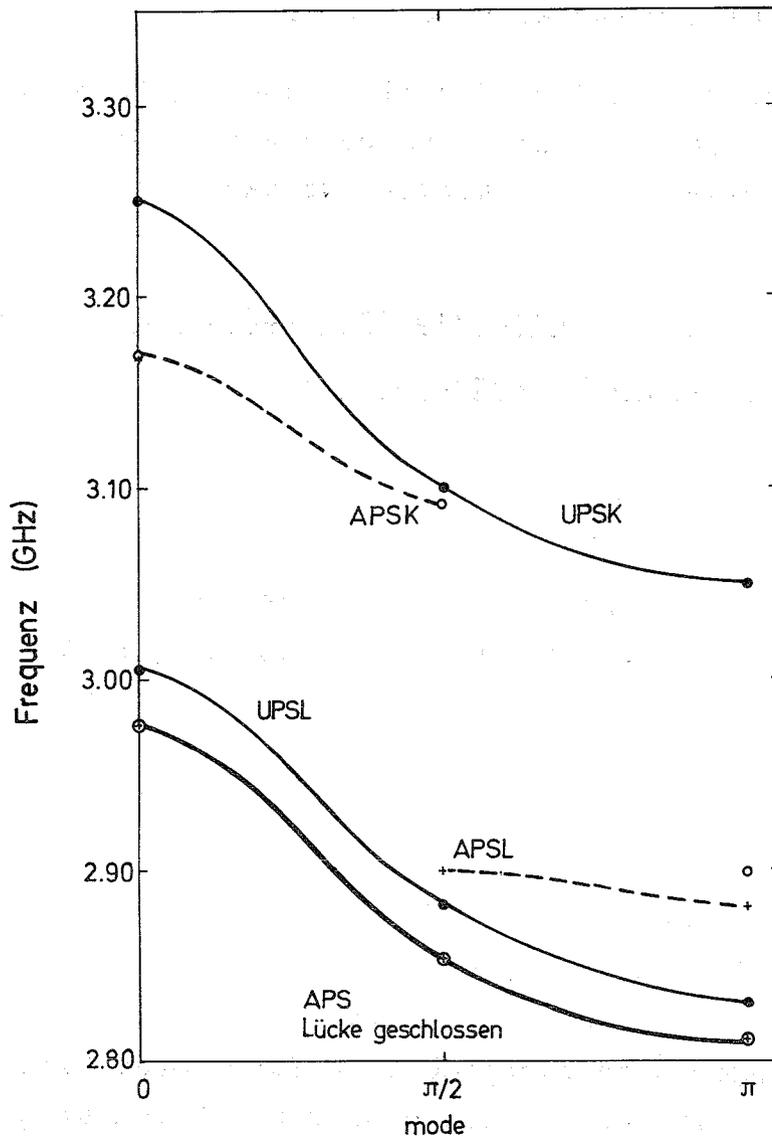


Abb. 22: Dispersionsdiagramme für eine uniform-periodische Struktur mit langen Zellen (UPSL) und mit kurzen Zellen (UPSK), sowie für eine biperiodische Struktur mit erregten kurzen Zellen (APSK \circ) und erregten langen Zellen (APSL $+$). Die dick ausgezogene Kurve zeigt das Dispersionsdiagramm, nachdem durch Vergrößerung des Radius der kurzen Zellen die Frequenzlücke geschlossen war.

Die folgende Überlegung zeigt jedoch, daß in der Praxis eine Schließung der Lücke bis auf 100 kHz bereits ausreichend ist: Durch das Schließen der Lücke wurde der Frequenzabstand zwischen $\pi/2$ -mode und π -mode von 20 MHz auf fast 50 MHz - denselben Wert wie bei der UPS - vergrößert. Bei einem 100-zelligen Resonator liegen in diesem Bereich 50 modes, so daß deren Abstand etwa 1 MHz beträgt. Die Frequenzlücke ist also klein gegen den mode-Abstand geworden. Damit ist die

Forderung nach Unempfindlichkeit gegen variierende Dimensionen aufgrund von Herstellungstoleranzen erfüllt.

Zum Vergleich wurden b_e und b_o für die Daten aus Tabelle IX mit dem in Abschnitt 2 beschriebenen Programm berechnet. Die gemessenen und gerechneten Werte sind in Tabelle X zusammengefaßt.

Tabelle X: Vergleich zwischen experimenteller und theoretischer Schließung der Frequenzlücke

	b_e	b_o
Theoretisch	121,12	119,02
Experimentell	121,24 \pm 0,05	119,06 \pm 0,05

5. ZUSAMMENFASSUNG

Durch die Rechnungen über biperiodische Strukturen besitzen wir jetzt das Material, das eine Entscheidung über die Struktur zukünftiger Deflektoren, bei denen biperiodische, multiperiodische oder π -mode-Strukturen zur Auswahl stehen, erleichtert. Die Verwendung exzentrisch gedrehter Resonatoren zur Unterdrückung des in der 90° -Richtung ablenkenden modes ist eine neue und relativ einfach zu realisierende Lösung. Die erfolgreiche Durchführung des Elektronen-Ablenkversuchs zeigte das zufriedenstellende Zusammenarbeiten aller zum Betrieb des Separators notwendigen Einzelteile.

Ich danke Herrn Professor Citron und Herrn Professor Schopper für die Möglichkeit, am Institut für Experimentelle Kernphysik arbeiten zu können und für zahlreiche Anregungen und Diskussionen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. H. Hahn für ein Jahr äußerst fruchtbarer und erfreulicher Zusammenarbeit und für die Ermöglichung der Rechnungen zu biperiodischen Strukturen.

Die Entwicklung supraleitender Deflektoren ist nur durch intensive Zusammenarbeit einer großen Zahl von Mitarbeitern möglich. Ich danke deshalb allen Kollegen der Separatorgruppe für ihre Mitarbeit bei Diskussionen, Versuchsvorbereitungen und Messungen und Herrn Dr. J. Halbritter für wertvolle Diskussionsbeiträge.

Herrn F. Schürerer sei für die unermüdliche Mithilfe beim Aufbau und bei der Durchführung des Ablenkexperiments und Herrn R. Dittmann für die Mitwirkung bei den Messungen bei Zimmertemperatur gedankt. Einen großen Anteil an dem Gelingen dieser Arbeit hatte die mechanische Werkstatt unter Herrn R. Böhmer.

Schließlich gilt mein Dank noch den Mitarbeitern der Kryogruppe unter Herrn G. Winkler für die Versorgung mit Helium und Stickstoff, sowie den Operateuren der IBM-Rechenanlage für die reibungslose Arbeit mit den Rechenprogrammen.

Literaturangaben

- ¹B.W.Montague, in Progr.Nucl.Techn.& Instr., North Holland Publishing Co, Amsterdam, 1968, Vol.3, p.3
- ²W.Schnell, CERN-Report 61-5, 1961
- ³B.W.Montague, CERN-Report PS/Int. AR/P Sep/60-1, 1960
- ⁴J.P.Blewett, Proc.International Conf.on High Energy Accelerators and Instrumentation, CERN, 1959, p.422
- ⁵J.Sandweiss, In 1969 Summer Study (National Accelerator Lab.Batavia Vol.1, p.125
- ⁶J.P.Turneure, J.Weissmann, J.Appl.Phys. 39, 4417
- ⁷J.Halbritter, Externer Bericht Kernforschungszentrum Karlsruhe 3/69-2 und 3/70-6
- ⁸J.M.Pierce, High Energy Phys.Lab., Stanford University, 1967 HEPL Rep. No.514
- ⁹J.Halbritter, Journ.Appl.Phys. 1971. 42. Seite 82
- ¹⁰P.Wilson, Int. Report SLAC, SCA-71-2, 1971, private Mitteilung
- ¹¹C.Passow, private Mitteilung
- ¹²L.Szececi, Proc. 7th Int.Conf.High Energy Accelerators Yerevan, 1969 Seite 691; L.Szececi, Doktorarbeit Universität Karlsruhe, 1970
- ¹³J.P.Turneure, Nguyen Tuong Viet, App.Phys.Letters 16, 333, 1970
- ¹⁴P.Kneisel, Externer Bericht Kernforschungszentrum Karlsruhe 3/69-19
- ¹⁵H.Martens, H.Diepers, R.K.Sun, Phys.Letters 34A, 1971, S.439
- ¹⁶D.Gorlé, D.Leroy, P.Morignot, H.Rieder, Externer Bericht Kernforschungszentrum Karlsruhe 3/69-9
- ¹⁷H.J.Halama, Proc. 8th Int.Conf. High Energy Accelerators, Genf, 1971 (im Druck)
- ¹⁸W.Kühn, Doktorarbeit Universität Karlsruhe, 1971
- ¹⁹G.Dammertz, H.Hahn, J.Halbritter, P.Kneisel, O.Stoltz, J.Votruba Proc.Particle Accelerator Conf., Chicago, 1971, IEEE Trans.Nucl. Sc. NS-18, 1971, p. 153
- ²⁰W.Bauer, G.Dammertz, H.C.Eschelbacher, H.Hahn, W.Jüngst, E.Rathgeber, J.Votruba. Proc.1970 High Energy Instrumentation Conference, Dubna (im Druck)
- ²¹V.Vaghin, Report CERN 71-4 (1971)
- ²²H.Hahn, H.J.Halama, Rev.Sci.Instr. 36, 1788 (1965)
- ²³P.Bernard, P.Lazeyras, H.Lengeler, V.Vaghin, Report CERN 68-29, 1968
- ²⁴N.Galjaev, V.Kotov, A.Samoilov, V.Vaghin, P.Bernard, D.Lazard, H.Lengeler, Proc. 7th Int.Conf. High Energy Accelerators, Yerevan 1969, p.531
- ²⁵G.A.Loew, O.H.Altenueller, 5.Int.Conf. on High Energy Accelerators 1965, Frascati, Seite 551
- ²⁶H.Hahn, Proc. 1968 Proton Linear Accelerator Conf.Brookhaven Nat. Lab. 1968, p.523
- ²⁷Y.Garault, Compt.Rend. 255, 2920 (1962); 256, 3268 (1963). Ann.Phys. (Paris) 10, 641 (1965)
- ²⁸M.G.Kelliher, R.Beadle, 1960, Nature 187, 1099

- ²⁹H.Hahn, Rev.Sci.Instr. 34, 1094 (1963)
- ³⁰M.Bell, H.G.Hereward, Report CERN 63-33 (1963) und Report CERN 65-37 (1965)
- ³¹W.C.Hahn, J.Appl.Physics 12, 62, 1941
- ³²W.Walkinshaw, J.S.Bell, Report AERE. G/R 675 (Ministry of Supply Harwell, Berks. 1951) und W.Walkinshaw, J.Appl.Phys.20, 634, 1949
- ³³W.Bauer und H.Hahn, eingereicht bei Particle Accelerators
- ³⁴siehe z.B. in H.G.Unger, Elektromagnetische Wellen, (F.Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1967)
- ³⁵siehe z.B. in L.Brillouin, Wave propagation in Periodic Structures (Dover Publications, Inc., New York, 1953)
- ³⁶H.Hahn, H.J.Halama, Nucl.Instr. & Meth. 45, 141 (1966)
- ³⁷H.Hahn, Doktorarbeit Universität Paris 1965 und Zeitschr.f.Angew. Phys. 29, 1970, 318
- ³⁸T.Kikuchi, K.Takata, Japanese Journal of Appl.Phys. 9, 1970, Seite 679
- ³⁹W.Herz, G.Winkler, Proc.1970 Cryogenic Engineering Conference Boulder, Colorado (im Druck)
- ⁴⁰W.Jüngst, Externer Bericht 3/67-19, Ges.f.Kernforschung Karlsruhe (1967)
- ⁴¹P.Grivet, A.Septier, Nucl.Instr.& Meth. 6, 126 (1960)
- ⁴²D.Günzel, L.List, Externer Bericht 3/70-4, Ges.f.Kernforschung Karlsruhe (1970)
- ⁴³W.Bauer, G.Dammertz, H.C.Eschelbacher, H.Hahn, W.Jüngst, E.Rathgeber, J.Votruba und H.Diepers. Proc.1971 Particle Accelerator Conference Chicago, Illinois, IEEE Trans.Nucl.Sc. NS-18 (1971) S. 181
- ⁴⁴Data Handbook, Bubble Chamber Group CERN
- ⁴⁵G.Dammertz, Interne Notiz IEKP Nr.162, 1971, private Mitteilung
- ⁴⁶M.Bell, P.Bramham, R.D.Fortune, E.Keil, B.W.Montague. 4.Conference on High Energy Accelerators, Dubna. 1963, Seite 798
- ⁴⁷H.C.Eschelbacher, private Mitteilung
- ⁴⁸J.Müller, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 54, 157, 1937
- ⁴⁹W.Bauer, H.C.Eschelbacher, L.Husson, R.Lehm, L.List, F.Schürerer in ref. 14
- ⁵⁰J.Halbritter, P.Kneisel, O.Stoltz. Externer Bericht Kernforschungszentrum Karlsruhe, 3/67-9
- ⁵¹W.Bauer, A.Citron, G.Dammertz, H.C.Eschelbacher, H.Hahn, W.Jüngst, E.Rathgeber, H.Miller und H.Diepers in ref. 17

Anhang I

In dieser Arbeit wurde ein Einheitensystem verwendet, bei dem die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c' = 1$ und die Permeabilität des Vakuums $\mu'_0 = 1$ gesetzt wurden. Als Einheit der Spannung wurde 1 Volt und als Einheit der Länge $\lambda_0/2\pi = \frac{1}{k}$ gewählt. (λ_0 ist die Vakuumwellenlänge; sie beträgt im $\pi/2$ -mode für einen Deflektor mit der Phasengeschwindigkeit $v_\phi = c$ bei der gewählten Betriebsfrequenz von 2,85517 GHz 10,5 cm). Dieses Einheitensystem erlaubt eine einfache Schreibweise der Gleichungen und führt dazu, daß die meisten in den Rechnungen vorkommenden Größen einen Zahlenwert in der Nähe von 1 erhalten. Der Übergang zum MKS-System wird durch die in Tabelle XI zusammengestellten Gleichungen ermöglicht.

Tabelle XI: Umrechnung der in dieser Arbeit benutzten Einheiten in MKSA-Einheiten

Länge	ℓ	$[m]$	=	ℓ	$[m']$	$\cdot \frac{1}{k}$
Zeit	t	$[s]$	=	t	$[m']$	$\cdot \frac{1}{kc}$
Geschwindigkeit	v	$[\frac{m}{s}]$	=	v	$[\frac{m'}{m'}]$	$\cdot c$
Frequenz	ω	$[\frac{2\pi}{s}]$	=	ω	$[\frac{2\pi}{m'}]$	$\cdot kc$
Spannung	U	$[V]$	=	U	$[V']$	$\cdot 1$
El.Feld	E	$[\frac{V}{m}]$	=	E	$[\frac{V'}{m'}]$	$\cdot k$
Strom	I	$[A]$	=	I	$[V']$	$\cdot \frac{1}{\mu_0 c}$
magn. Feld	H	$[\frac{A}{m}]$	=	H	$[\frac{V'}{m'}]$	$\cdot \frac{k}{\mu_0 c}$
Impedanz	R	$[\frac{V}{A}]$	=	R	$[\frac{V'}{V'}]$	$\cdot \mu_0 c$
Leistung	P	$[V \cdot A]$	=	P	$[V'^2]$	$\cdot \frac{1}{\mu_0 c}$
Energie	W	$[VAS]$	=	W	$[V'^2 m']$	$\cdot \frac{1}{\mu_0 c^2 k}$

Anhang II

Bemerkungen zum Programm zur Berechnung der Eigenschaften einer biperiodischen Struktur.

Die Gleichungen aus Abschnitt 2 wurden in Form von Fortran-IV-Subroutinen und -Funktionen programmiert und unter dem Namen "APS" auf die Bibliothek der Rechenanlage IBM 360/65-85 des Kernforschungszentrums geschrieben. Aus Platzgründen soll es hier nicht abgedruckt werden.

Zur Prüfung der Genauigkeit der Rechnung wurden drei Betrachtungen durchgeführt:

- a) Mit den aus Gleichung 2.94 berechneten Koeffizienten C_m, D_m wurden mit Hilfe der Gleichungen 2.71 - 2.72 die Koeffizienten A_n, B_n berechnet. Diese wurden in die Gleichungen 2.73 und 2.74 eingesetzt und so C_m, D_m nochmals berechnet. Tabelle XII zeigt die Übereinstimmung der auf diesen beiden Wegen gewonnenen C_m, D_m für einen speziellen Fall:

Tabelle XII: Koeffizienten C_m, D_m .

m	C_m aus Gl. 2.94	C_m aus Gl. 2.73	D_m aus Gl. 2.94	D_m aus Gl. 2.74
0	0,426651	0,426655	-	-
1	0,0776858	0,0776920	- 1,59740	- 1,59743
2	- 0,00808550	- 0,00808293	- 1,23267	- 1,23270
3	- 0,0149391	- 0,0149390	0,754146	0,754111
4	0,00544746	0,0054484	0,826861	0,826821
5	0,00976362	0,00976302	- 1,10191	- 1,10189

- b) Abb. 23 und Abb. 24 zeigen die berechneten Größen $b_o, b_e, R/Q, R \cdot r_s$ und $Q \cdot r_s$ in Abhängigkeit von der Zahl M der benutzten Koeffizienten. Es zeigte sich, daß die viel Zeit kostende Berechnung der Geometriegrößen b_e und b_o mit $M = 5$ genügend genau ist, während zur Berechnung von $R \cdot r_s$ und $Q \cdot r_s$ $M = 10$ gewählt werden muß.

- c) Als "Fehler" wurde eine Größe mit ausgedruckt, die ein Maß für die Übereinstimmung der im elektrischen und im magnetischen Feld gespeicherten Energie ist:

$$\text{"Fehler"} = \frac{(W_m - W_e) \cdot 2}{W_m + W_e} \cdot 100 .$$

Typische Fehler von 0,01 % bis 0,1 % sind durch die Genauigkeit der Rechenanlage bedingt.

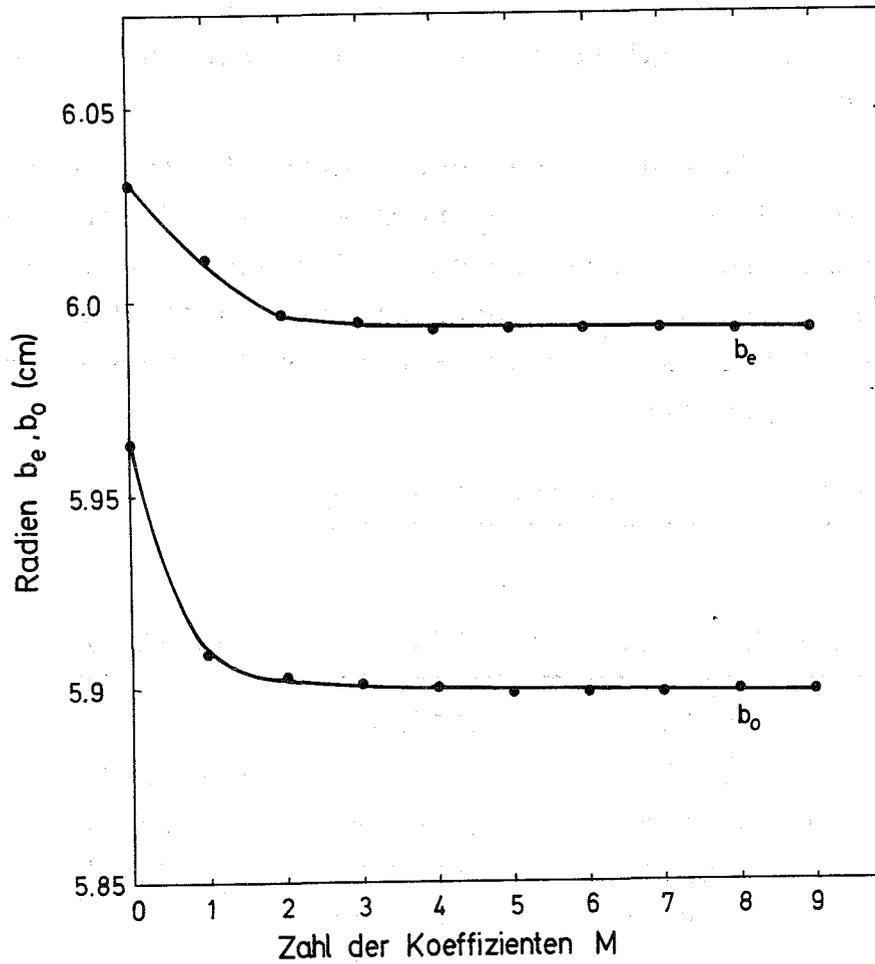


Abb. 23: Radien b_e und b_o der erregten und der unerregten Zellen als Funktion der Koeffizientenzahl M

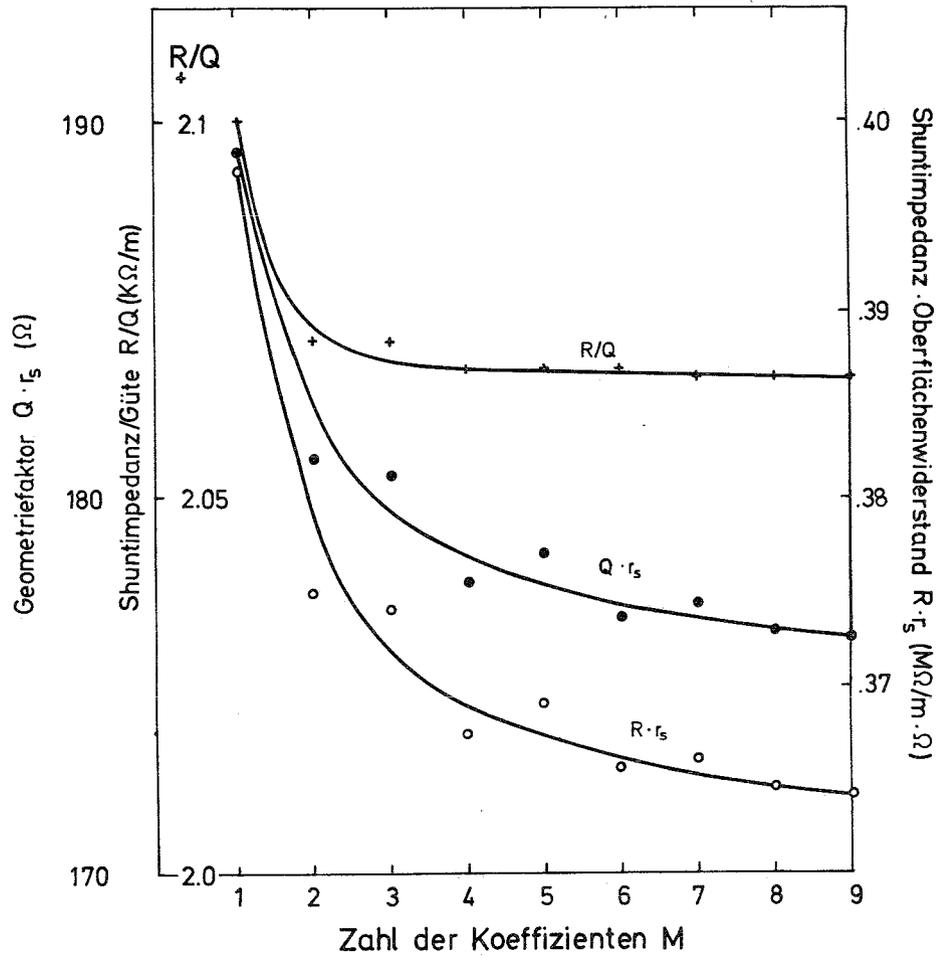


Abb. 24: Shuntimpedanz \times Oberflächenwiderstand, Geometriefaktor und Shuntimpedanz/Güte als Funktion der Koeffizientenzahl M

