

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM
KARLSRUHE**

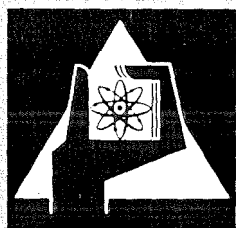
Juli 1972

KFK 1622

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
und
Abteilung Reaktorbetrieb und Technik

**Reaktorkinetische Untersuchungen
mittels eines Kreuzkorrelationsverfahrens
mit pseudostochastischer Reaktivitätsmodulation**

Chr. Brückner



**GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

Juli 1972

KFK 1622

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik
und
Abteilung Reaktorbetrieb und Technik

Reaktorkinetische Untersuchungen
mittels eines Kreuzkorrelationsverfahrens
mit pseudostochastischer Reaktivitätsmodulation⁺

von

Christian Brückner

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H. Karlsruhe

⁺ von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe
genehmigte Dissertation

Zusammenfassung

Am Argonaut-Reaktor Karlsruhe werden kinetische Messungen nach einem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren durchgeführt, bei dem der kritische Reaktor durch pseudostochastische Reaktivitätsmodulation angeregt und seine Impulsantwortfunktion durch Faltung des an ihm gemessenen Neutronenflußdichtesignals mit dem Anregungssignal ermittelt wird. Zur Reaktor Anregung dient ein mechanischer Reaktivitätsmodulator mit Magnetantrieb. Er gestattet die Erzeugung pseudostochastischer Signale mit einem minimalen Zeitintervall Δt von 4 msec. Die Periode des ausgewählten Signals beträgt $1023\Delta t$, eine Messung erfaßt somit simultan den Zeitbereich von 0 bis rund 4 sec, bei einer Zeitauflösung von 4 msec, beziehungsweise den Frequenzbereich von rund 1,5 bis 800 rad/sec.

Die Fehler, die in den Meßergebnissen einerseits durch die endliche Zeitintervallbreite und andererseits durch die bei der Verwendung mechanischer Hilfsmittel unvermeidlichen Abweichungen des Anregungssignals von der idealen Rechteckform auftreten, werden untersucht. Es lassen sich Verfahren angeben, die die Korrektur der Fehler gestatten oder aber Hinweise für eine notwendige Beseitigung bestimmter Signalverformungen liefern.

An einer Eingruppenladung des Argonaut-Reaktors werden mit dem Verfahren Impulsantwortfunktions-Messungen durchgeführt und aus ihnen die inverse reduzierte Generationszeit der prompten Neutronen, β/Λ , bestimmt. Sie erweist sich als unabhängig vom Anregungs- und Meßort an der räumlich ausgedehnten Spaltzone.

Bei Messungen an symmetrischen und unsymmetrischen Zweizonenladungen, das heißt an Anordnungen mit zwei schwach gekoppelten Spaltzonen, liegt der Schwerpunkt in der Bestimmung der Kopplungsfunktion als Quotient der Frequenzgänge der beiden Zonen. Auf der Grundlage des Zweipunktreaktormodells werden aus dieser Funktion die Kopplungsreaktivitäten, die inversen reduzierten Generationszeiten prompter Neutronen und schließlich die Reaktivitäten der beiden Zonen ermittelt.

Summary

Kinetic measurements are performed at the Karlsruhe Argonaut Reactor by a pseudorandom crosscorrelation method in which the critical reactor is excited by pseudostochastic reactivity modulation and its impulse response is determined by convolution of the neutron flux density signal measured in the reactor. The reactor is excited by means of a mechanical reactivity modulator with a magnetic drive. It allows the generation of pseudostochastic signals with a minimum time interval Δt of 4 msec. The period of the signal selected is $1023\Delta t$; hence, a measurement will simultaneously cover the time between 0 and approximately 4 sec with a time resolution of 4 msec, and the frequency range between approximately 1.5 and 800 rad/sec, respectively.

The errors are investigated which are produced in the measured results, on the one hand, by the finite width of the time interval and, on the other hand, the deviations of the excitation signal from the ideal square wave shape, which are unavoidable when mechanical devices are used. Methods can be mentioned which allow these errors to be corrected or which supply information on the necessary elimination of certain signal deformations.

A one-slab loading of the Argonaut reactor is used for impulse response measurements by means of the method outlined above; on the basis of these measurements, the inverse reduced generation time of prompt neutrons, β/Λ , is determined. It turns out to be independent of the places of excitation and measurement in the physically voluminous core.

In measurements of symmetrical and asymmetrical two-slab loadings, i.e., assemblies with two weakly coupled cores, most of the work is concerned with determining the coupling function as a quotient of the frequency responses of both zones. On the basis of the two-point reactor model this function is used to determine the coupling reactivities, the inverse reduced generation times of prompt neutrons and, finally, the reactivities of the two zones.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung und Zusammenfassung	
1.1 Einführung	1
1.2 Inhalt	4
2. Das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren	
2.1 Grundlagen	
2.1.1 Bestimmung der Impulsantwortfunktion eines linearen Systems im Kreuzkorrelationsverfahren. Berechnung des Frequenzganges aus der Impulsantwortfunktion	7
2.1.2 Stochastische Funktionen und Pseudorandomfunktionen als Systemeingangssignale	9
2.1.3 Vorzüge des Kreuzkorrelationsverfahrens mit stochastischen oder Pseudorandom-Systemeingangssignalen	10
2.2 Pseudorandomfunktionen	
2.2.1 Pseudorandomfunktionen aus binären Pseudozufallszahlenfolgen	11
2.2.2 Autokorrelationseigenschaften der aus binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge abgeleiteten Pseudorandomfunktionen	12
2.3 Bestimmung der Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation	
2.3.1 Kreuzkorrelationsverfahren mit Pseudorandom-Eingangssignal	15
2.3.2 Korrektur der Impulsantwortfunktion für endliche Δt	19
2.3.3 Meßwertstreuung durch Untergrundrauschen	20
2.4 Berechnung des Frequenzganges aus der Impulsantwortfunktion	
2.4.1 Approximationsverfahren nach GUILLEMIN	24
2.4.2 Korrektur des Frequenzganges für endliche Δt	25
2.4.3 Frequenzbereich bei der Berechnung des Frequenzganges	26
3. Experimenteller Aufbau	
3.1 Reaktor	
3.1.1 Aufbau des Reaktors	28
3.1.2 Beladungskonfigurationen	31
3.2 Reaktivitätsmodulator	
3.2.1 Aufgabe und Arbeitsprinzip	31
3.2.2 Konstruktion des Reaktivitätsmodulators	33

3.2.3	Magnetantrieb	35
3.2.4	Stellungsanzeige	39
3.3	Steuer- und Meßeinrichtungen	
3.3.1	Funktionsprinzip	40
3.3.2	Erzeugung des Pseudorandomsignals und Ansteuerung des Modulatorantriebs	41
3.3.3	Messung und Aufzeichnung der Reaktorausgangssignale	44
3.3.4	Synchronisation von Eingangssignalerzeugung und Ausgangssignalmessung; Kompensation von Eingangssignalverformungen	45
4.	Fehler in den mit dem Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten kinetischen Funktionen durch Verformungen des Pseudorandom-Eingangssignals	
4.1	Verformungen des Eingangssignals	
4.1.1	Ursachen von Eingangssignalverformungen	48
4.1.2	Aufteilung der Signalverformungen in Formänderungen und Zeitverzögerungen	50
4.2	Auswirkungen von Eingangssignalverformungen durch Formänderungen	
4.2.1	Beschreibung der Formänderungen	51
4.2.2	Rechenprogramm zur Simulierung des Kreuzkorrelationsverfahrens mit formverändertem Eingangssignal	52
4.2.3	Fehler und Fehlerkorrektur in den kinetischen Funktionen mit dem unverformten Pseudorandom-Eingangssignal	54
4.2.4	Fehler und Fehlerkorrektur in den kinetischen Funktionen mit einem formveränderten Eingangssignal	57
4.3	Auswirkungen von Eingangssignalverformungen durch Flankenverzögerungen	
4.3.1	Modell für die Beschreibung von Eingangssignalverformungen durch Flankenverzögerungen, Verformungsfunktionen	66
4.3.2	Darstellung der Verformungsauswirkungen mit Verformungskorrelationsfunktionen	69
4.3.3	Eigenschaften der Verformungskorrelationsfunktionen	71
4.3.4	Fehler in den im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktionen und Frequenzgängen durch die Flankenverzögerungen im Eingangssignal	79
4.3.5	Ermittlung der Auswirkungen von Flankenverzögerungen im rechnerisch simulierten Kreuzkorrelationsverfahren	81
4.3.6	Identifizierung von Flankenverzögerungen an einer im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktion, Korrekturmöglichkeiten	88

5. Messungen

5.1 Messungen am Einzonenreaktor

5.1.1 Ziel der Messungen	90
5.1.2 Theoretische Grundlagen nach dem Punktreaktormodell	90
5.1.3 Rechenprogramm zur Auswertung der Messungen	95
5.1.4 Durchführung der Messungen und Ergebnisse	97

5.2 Messungen am Zweizonenreaktor

5.2.1 Ziel der Messungen	111
5.2.2 Theoretische Grundlagen nach dem Zweipunktreaktormodell	112
5.2.3 Rechenprogramm zur Auswertung der Messungen	116
5.2.4 Durchführung und Ergebnisse der Messungen an dem symmetrischen Zweizonenreaktor	118
5.2.5 Durchführung und Ergebnisse der Messungen an dem unsymmetrischen Zweizonenreaktor	128

5.3 Diskussion

5.3.1 Meßverfahren und Meßtechnik	130
5.3.2 Bestimmung von Impulsantwortfunktionen und β/Λ	131
5.3.3 Bestimmung kinetischer Funktionen und Parameter im Frequenzbereich	132

Anhang

A. Pseudorandomfunktionen

A.1 Binäre Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge

A.1.1 Aufgabenstellung	134
A.1.2 Irreduzible Polynome über dem Primkörper der Charakteristik 2	134
A.1.3 Konstruktion binärer Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge	138
A.1.4 Rückläufige Pseudozufallsfolgen	142

A.2 Pseudorandomfunktionen aus binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge

A.2.1 Erzeugung der Pseudorandomfunktionen	143
A.2.2 Verlauf der Pseudorandomfunktionen	143

Literaturverzeichnis

147

1. Einleitung und Zusammenfassung

1.1 Einführung

Die dynamischen und kinetischen Eigenschaften eines Reaktors werden durch seinen Frequenzgang oder, im Zeitbereich, seine Impulsantwortfunktion charakterisiert. Der Bedeutung entsprechend, die Kenntnissen über das Reaktorzeitverhalten zukommt, ist die Entwicklung und Anwendung von Meßtechniken zur Bestimmung dieser Funktionen ein wichtiges Gebiet reaktorphysikalischer Arbeit.

Die älteste Methode zur Messung eines Reaktor-Frequenzganges ist seine Anregung von außen durch sinusförmige Reaktivitätsmodulation und die Messung der dadurch verursachten Neutronenflußdichteänderung. Der Vergleich des Ausgangssignals mit dem Eingangssignal nach Amplitude und Phase liefert den Frequenzgang bei der Anregungsfrequenz. Nach diesem Verfahren hat zum Beispiel SCHOLZ [1] Messungen an einem Argonaut-Reaktor durchgeführt. Es erfordert einen erheblichen Zeitaufwand, da für jede Frequenz diskret angeregt und gemessen werden muß.

Bei dem zur Bestimmung kinetischer Funktionen im Zeitbereich frühest entwickelten Verfahren wird der Reaktor ebenfalls von außen angeregt, und zwar durch impulsförmige Injektion von Neutronen. Der zeitliche Abfall der Neutronenflußdichte nach der Impulsanregung ergibt die Impulsantwortfunktion des Systems. Die Methode wurde unter anderem von KUSSMAUL und MEISTER am Argonaut-Reaktor Karlsruhe angewandt [2].

Mit einer zweiten Gruppe von Verfahren werden Informationen über den Frequenzgang und die Impulsantwortfunktion eines Reaktors aus einer Analyse des Reaktorrauschens gewonnen, das heißt der Schwankungen der Neutronenpopulation, die in einem Nulleistungsreaktor von den stochastisch ablaufenden Verzweigungsprozessen in den Neutronenketten, den Kernspaltungen, herrühren [3].

In Arbeiten, die auf MOORE [4] und COHN [5] zurückgehen, sind die stochastisch ablaufenden Spaltungsprozesse als weiße Rauschquelle angenommen; das Leistungsdichtespektrum des Reaktorrauschens gibt demnach den Amplitudengang des Reaktors an. Eine auf Arbeiten von FEYNMANN, DE HOFFMANN und SERBER [6] basierende, von BORGWALDT und STEGEMANN [7] erweiterte

Methode beschreibt das Reaktorrauschen mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Reaktionen im Reaktor. Aufgrund der Tatsache, daß die in einem Reaktor von einem Detektor oder mehreren Detektoren registrierten Neutronen zu einem Teil aus gemeinsamen Reaktionsketten stammen, enthalten Korrelationsfunktionen der Detektorsignale, wie das Leistungsdichtespektrum bei Eindetektormessungen und das Kreuzleistungsdichtespektrum bei Zweidetektormessungen, den Amplitudengang des Reaktors. Die Verfahren sind, wie gesagt, auf Nulleistungsreaktoren beschränkt. Charakteristisch ist, daß ihnen eine interne Anregung des Reaktors zugrundeliegt, die räumlich ausgedehnt erfolgt. Das Eingangssignal bleibt bis auf sein Leistungsdichtespektrum unbekannt, weshalb im allgemeinen auch keine Informationen über den Phasengang des Systems gewonnen werden können.

Die Anwendung der statistischen Methode im Zeitbereich führt zum Rossi- α -Experiment, bei dem verzögert-koinzidente Impulse aus einem im Reaktor angeordneten Detektor oder aus zwei Detektoren gemessen und kinetische Funktionen aus der Korrelationsanalyse der Impulse gewonnen werden. Die Methode wurde von ROSSI vorgeschlagen, eine ausführliche Beschreibung der Meßtechnik findet sich erstmals bei ORNDOFF [8].

Eine dritte Gruppe von Verfahren geht auf eine Idee von LEE [9] zurück. Sie verbindet Elemente der vorgenannten Verfahren, das Prinzip der äußeren Anregung mit der Verwendung von Signalen mit bestimmter Wahrscheinlichkeitsverteilung. LEE schlug vor, zur Messung von Impulsantwortfunktionen und Frequenzgängen an Systemen diese von außen mit einem stochastischen Eingangssignal, das heißt mit weißem Rauschen anzuregen und die Kreuzkorrelation von dem gemessenen Ausgangssignal und dem Eingangssignal durchzuführen. Da das Leistungsdichtespektrum von weißem Rauschen über seinen gesamten Frequenzbereich konstant ist, stellen die Kreuzkorrelationsfunktion die Impulsantwortfunktion des Systems und das Kreuzleistungsdichtespektrum den Frequenzgang dar. RAJAGOPAL [10] führte nach diesem Verfahren erstmals Messungen an einem Reaktor durch; BOYNTON und UHRIG [11] folgten mit Experimenten an einem Zweizonenreaktor.

Eine ebenfalls von LEE vorgeschlagene Variante des Verfahrens verwirklichte bei Messungen an einem Reaktor erstmals BALCOMB [12]. Er verwendete als Systemeingangssignal, zur Reaktivitätsmodulation, eine Pseudorandomfunktion. Pseudorandomfunktionen (pseudostochastische Funktionen, Pseudozufallsfunktionen) sind nach bestimmten Regeln erzeugte Funktionen, die schrittweise in Zeitintervallen Δt über einen bestimmten Zeitbereich

beziehungsweise mit einer bestimmten Periode $p\Delta t$ definiert sind. Ihr Verlauf ist so fest gegeben, es ist der Verlauf von zyklisch sich wiederholenden Rechteckfunktionen, die scheinbar unregelmäßig die Funktionswerte $+a$ und $-a$ annehmen. Ihre Bezeichnung als Pseudo"random"funktionen beruht auf dem scheinbar unregelmäßigen Verlauf innerhalb der Zyklen und auf der Eigenschaft, daß ihre Autokorrelationsfunktionen über eine Periode näherungsweise gleich einer Deltafunktion, ihr Leistungsdichtespektrum dementsprechend in einem bestimmten Bereich konstant ist und sie darin einer stochastischen Funktion ähneln.

Die Verwendung von Pseudorandomfunktionen als Systemeingangssignal umgeht einen Nachteil stochastischer Signale: In der Praxis ist das Eingangssignal immer endlich lang, damit aber das Leistungsdichtespektrum eines stochastischen Signals nicht, wie vorausgesetzt, konstant. Das Kreuzleistungsdichtespektrum bedarf der Korrektur durch das Leistungsdichtespektrum des Eingangssignals, das jeweils experimentell bestimmt werden muß. Das Leistungsdichtespektrum von Pseudorandomfunktionen hingegen ist bekannt und braucht nicht gemessen zu werden, sofern nur die Meßzeit ein ganzzahliges Vielfache der Periode der Funktion ist.

Dieses sogenannte Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren bringt die Vorteile der LEE'schen Kreuzkorrelationsmethode voll zum Tragen: Die im Vergleich zur konventionellen Impulsanregung für eine Impulsantwortfunktionsmessung erforderliche Amplitude des Pseudorandomsignals liegt weit unter der Impulsamplitude, bei gleicher Meßgenauigkeit. Es können daher Eingangssignale verwendet werden, mit denen nichtlineare Effekte bei der systemanregung sicher vermieden bleiben, andererseits aber geringe Meßzeiten für vergleichsweise genaue Resultate ausreichen. Eine einzige Messung umfaßt simultan den ganzen Zeit- beziehungsweise Frequenzbereich, der durch die Bandbreite des Pseudorandomsignals gegeben ist.

Ein deutlicher Nachteil des Verfahrens liegt in der Form der Pseudorandomfunktionen. Es ist im allgemeinen unmöglich, ein Systemeingangssignal ohne Abweichungen vom idealen Rechteckverlauf zu erzeugen, besonders dann, wenn mechanische Hilfsmittel zur Systemanregung benutzt werden. Es sind umso größere Signalfehler zu erwarten, je kleiner das Zeitintervall Δt gewählt ist. Sowohl die Abweichungen vom idealen Signalverlauf, wie auch ein zu groß gewähltes Zeitintervall führen jedoch zu Fehlern in den Meßergebnissen, die nur unter bestimmten Voraussetzungen korrigiert werden

können. Die Anwendbarkeit des Verfahrens wird hierdurch entscheidend begrenzt.

Eine Übersicht über bisherige Anwendungen des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens mit Reaktivitätsmodulation an Reaktoren gibt BLISELIUS, sie enthält ausschließlich Untersuchungen an Leistungsreaktoren [13].

Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessungen mit Anregung eines Reaktors durch Neutroneninjektion werden unter anderen von STERN, BLAQUIERE und VALAT beschrieben [14].

1.2 Inhalt

In der vorliegenden Arbeit werden Messungen mit dem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren an einem thermischen Nulleistungsreaktor, dem Argonaut-Reaktor Karlsruhe, ARK, beschrieben. Die Anregung des Reaktors geschieht durch Modulation seiner Reaktivität mit Hilfe eines beweglichen Neutronenabsorbers. Ein als Schieberegister arbeitender Pseudorandom-signalgenerator steuert den Modulatorantrieb. Mit der Apparatur lassen sich erstmals bei Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessungen an einem Reaktor Kreisfrequenzen bis rund 800 rad/sec, im Einzelfall bis 1000 rad/sec, entsprechend Zeitintervallen Δt von 4 msec beziehungsweise 3 msec, erreichen; es kann so der für den Frequenzgang eines thermischen Nulleistungsreaktors im wesentlichen interessante Frequenzbereich untersucht werden. Zur Aufzeichnung der mit He^3 -Zählrohren im Ionisationskammerbetrieb gemessenen Reaktorausgangssignale dienen Vielkanalanalysatoren mit einer der Periode des Eingangssignals entsprechenden Kanalzahl; ein Ausgangssignal wird zyklweise in p Kanälen der Breite Δt aufeinanderaddiert gespeichert.

Die Realisation eines Pseudorandom-Systemeingangssignals mit Hilfe einer elektromechanischen Apparatur führt zwangsläufig zu Abweichungen von der idealen Signalform. Die Untersuchung der Fehlerauswirkungen im Kreuzkorrelationsverfahren bildet einen wesentlichen Teil der Arbeit.

Zunächst werden die durch die endliche Breite des Zeitintervalls Δt im idealen Signal verursachten Fehler behandelt. Ein Fehler an Impulsantwortfunktionen tritt nahezu ausschließlich im Zeiter sprung auf und ist dort besonders groß, sofern nicht die Funktion und ihre erste Ableitung

in $0 \leq t \leq \Delta t$ verschwinden. Es gelingt, das von BALCOMB [12] angegebene Korrekturverfahren auf diesen Funktionswert auszudehnen, unter der Voraussetzung, daß der Funktionsverlauf dort quadratisch oder linear approximiert werden kann. Die Auswirkungen des Fehlers und damit der Fehlerkorrektur betreffen vor allem den Bereich höherer Frequenzen.

Um die Abweichungen eines realen Signals vom idealen Verlauf und ihre Auswirkungen im Kreuzkorrelationsverfahren zu studieren, werden Modelle für die Beschreibung von Signalformänderungen und von zeitlichen Verschiebungen der Signalflanken entwickelt und das Verfahren mit den nach diesen beiden Grundarten verformten Signalen rechnerisch nachgebildet.

Die Fehler durch Signalformänderungen sind klein gegenüber denen durch das endlich breite Δt . An Impulsantwortfunktionen wirken auch sie sich praktisch nur im Zeitzursprung aus. Ihre Korrektur ist mit einer Methode durchführbar, die aus dem Verfahren für endlich breite Δt unter Berücksichtigung der Signalformänderungen abgeleitet wird.

Die Untersuchungen der Flankenverschiebungen zeigen, daß ihre Auswirkungen auf die im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten kinetischen Funktionen umso größer und umso vielfältiger werden, je stärker die Verschiebungen sind und je komplizierter ihre Gesetzmäßigkeit ist. Eine Fehlerkorrektur an den Ergebnissen ist befriedigend nicht möglich, es müssen vielmehr die Zeitverzögerungen im Anregungssignal kompensiert oder ihre Ursachen beseitigt werden. Die durchgeführten Modellstudien liefern Unterlagen für die Beurteilung eines realen Signals hinsichtlich der enthaltenen Flankenverschiebungen und damit Hinweise auf die Verzögerungsursachen.

Die experimentellen Arbeiten umfassen Meßreihen an einer Einzonenladung des ARK sowie an einer symmetrischen und einer unsymmetrischen Zweizonenladung, die gekoppelte thermische Zweizonenreaktoren darstellen.

Bei den Messungen an der Einzonenladung steht die Bestimmung der Impulsantwortfunktion des kritischen Reaktors und die Berechnung der reduzierten Generationszeit der prompten Neutronen, Λ/β , aus dieser Funktion im Vordergrund. Die Orte der Reaktoranzugung und Ausgangssignalmessung an der räumlich ausgedehnten Spaltzone werden bei den Experimenten variiert. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse für alle Varianten der experimentellen Anordnung gleich sind.

Die an den Zweizonenladungen durchgeführten Experimente dienen der Ermittlung kinetischer Parameter des gekoppelten Reaktors aus der als Quotient der Frequenzgänge der beiden Spaltzonen gemessenen Kopplungsfunktion. Die Grundlage der Auswertung bildet die Ableitung dieser Kopplungsfunktion für das Modell des gekoppelten Zweipunktreaktors. Sie ist bekannt und wird unter anderen von BALDWIN [15], ALBRECHT und SEIFRITZ [16,17] sowie JEFFERS und HUMPHREYS [18] angegeben, in der vorliegenden Arbeit darüberhinaus jedoch auch auf unsymmetrische Zweizonensysteme angewandt. Zum Vergleich der Meßergebnisse am symmetrischen Zweizonenreaktor werden Daten aus Experimenten anderer Autoren am gleichen Reaktor herangezogen, und zwar aus Reaktivitätsmessungen am Abschaltssystem und Rechnungen von KUSSMAUL [19] sowie aus Rauschmessungen von ALBRECHT und SEIFRITZ [17]. Die Ergebnisse aus den Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessungen stimmen mit den Vergleichswerten befriedigend überein, sofern Modulation und Ausgangssignalmessung an zentralen Positionen in den beiden Spaltzonen erfolgen. Allerdings reicht die im Experiment erzielte Zeitauflösung nicht aus, um neben Kopplungsreaktivitäten und reduzierten Generationszeiten der beiden Spaltzonen auch die für die Austauschvorgänge zwischen den Zonen charakteristische Neutronenlaufzeit richtig bestimmen zu können.

Aus den an den beiden Spaltzonen bestimmten Impulsantwortfunktionen kann zusätzlich eine reduzierte Generationszeit Λ/β des Gesamtsystems ermittelt werden. Sie ergibt sich, auch beim unsymmetrischen Zweizonenreaktor, unabhängig von den Orten der Reaktor Anregung und Ausgangssignalmessung.

In einer abschließenden Betrachtung sind die sowohl bei der Bestimmung von Impulsantwortfunktionen wie auch bei der Ermittlung kinetischer Funktionen im Frequenzbereich mit Hilfe des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens und bei der Berechnung kinetischer Parameter aus den Funktionen gewonnenen Erkenntnisse zusammengefaßt.

2. Das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren

2.1 Grundlagen

2.1.1 Bestimmung der Impulsantwortfunktion eines linearen Systems im Kreuzkorrelationsverfahren. Berechnung des Frequenzganges aus der Impulsantwortfunktion

An einem linearen System besteht zwischen einem Systemeingangssignal $f_E(t)$ und dem von ihm herrührenden Ausgangssignal $f_A(t)$ ein Zusammenhang, der durch ein Faltungsintegral beschrieben wird, das die Impulsantwortfunktion (Stoßcharakteristik, Übergangsfunktion) $h(t)$ des Systems enthält:

$$f_A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda \quad (2.1.1.1)$$

Wird damit die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}(\tau)$ von Eingangssignal und Ausgangssignal berechnet, die definiert ist durch

$$\begin{aligned} \varphi_{EA}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t) f_A(t+\tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t-\tau) f_A(t) dt \end{aligned} \quad (2.1.1.2)$$

so folgt

$$\varphi_{EA}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t-\tau) \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda$$

Die Vertauschung der Reihenfolge von Integration und Mittelbildung führt zu

$$\varphi_{EA}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t-\tau) f_E(t-\lambda) dt \right] d\lambda \quad (2.1.1.3)$$

Nun ist die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ des Eingangssignals $f_E(t)$ definiert:

$$\varphi_{EE}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t-\tau) f_E(t) dt \quad (2.1.1.4)$$

Der eingeklammerte Ausdruck in Gl.(2.1.1.3) ist demnach die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals mit dem Argument $(\tau-\lambda)$.

$$\varphi_{EA}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) \varphi_{EE}(\tau - \lambda) d\lambda \quad (2.1.1.5)$$

Hat $\varphi_{EE}(\tau)$ die Gestalt einer Deltafunktion ⁺):

$$\varphi_{EE}(\tau) = a^2 \delta(\tau)$$

so entspricht $\varphi_{EA}(\tau)$ der Impulsantwortfunktion $h(\tau)$ des Systems:

$$\varphi_{EA}(\tau) = a^2 h(\tau) \quad (2.1.1.6)$$

Damit ist die von LEE [9,20] angegebene Methode zur Bestimmung der Impulsantwortfunktion eines linearen Systems beschrieben: Wird in ein lineares System ein Eingangssignal gegeben, dessen Autokorrelation zu einer Deltafunktion führt, so läßt sich die Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation des Eingangssignals mit dem von ihm erzeugten Ausgangssignal gewinnen.

Der Frequenzgang $H(\omega)$ des Systems, definiert als der Quotient aus dem durch das Eingangssignal $Ae^{i\omega t}$ im eingeschwungenen Zustand erzeugte Ausgangssignal und dem Eingangssignal, ist gleich der Fouriertransformierten der Impulsantwortfunktion $h(t)$ [21,22]:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.1.1.7)$$

Die Anwendung der Fouriertransformation auf Gl.(2.1.1.5) führt zu

$$\phi_{EA}(\omega) = H(\omega) \phi_{EE}(\omega) \quad (2.1.1.8)$$

wobei mit $\phi_{EA}(\omega)$ die Fouriertransformierte der Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}(\tau)$ - das Kreuzleistungsdichtespektrum von Eingangs- und Ausgangssignal -

$$\phi_{EA}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{EA}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.1.1.9)$$

und mit $\phi_{EE}(\omega)$ die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion

⁺) Die Deltafunktion $\delta(\tau)$ (Einheitsstoßfunktion) ist definiert:

$$\begin{aligned} \delta(\tau) &= 0 \quad \text{für } \tau \neq 0 \\ \delta(0) &= \infty \end{aligned} \quad ; \quad \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(\tau) d\tau = 1 \quad \text{für jedes } \varepsilon > 0$$

$\varphi_{EE}(\tau)$ - das Leistungsdichtespektrum des Eingangssignals -

$$\phi_{EE}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{EE}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.1.1.10)$$

angegeben sind. Allgemein also ist der Frequenzgang eines linearen Systems gleich dem Kreuzleistungsdichtespektrum eines Eingangssignals und des von ihm herrührenden Ausgangssignals im eingeschwungenen Zustand, dividiert durch das Leistungsdichtespektrum des Eingangssignals. Hat die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ die Form einer Deltafunktion, so ist das Leistungsdichtespektrum $\phi_{EE}(\omega)$ eine Konstante. Der Forderung nach einer Systemeingangsfunktion, deren Autokorrelationsfunktion einer Deltafunktion gleicht, ist demnach die Forderung äquivalent, daß das Leistungsdichtespektrum der Eingangsfunktion konstant ist. Im Blick auf reale Verhältnisse läßt sich diese Forderung präzisieren: $\phi_{EE}(\omega)$ soll in dem Frequenzbereich konstant sein, in dem $H(\omega)$ zu bestimmen ist.

2.1.2 Stochastische Funktionen und Pseudorandomfunktionen als System- eingangssignale

Die Autokorrelationsfunktion des weißen Rauschens hat die Form einer Deltafunktion. Demzufolge läßt sich mit weißem Rauschen, das zum Beispiel mit einem Rauschgenerator erzeugt wird, die Impulsantwortfunktion eines linearen Systems im beschriebenen Kreuzkorrelationsverfahren bestimmen.

Die Verwendung stochastischer Eingangssignale ist jedoch mit einem Mangel behaftet, auf den bereits BALCOMB hingewiesen hat [237]: In der Praxis ist ein Eingangssignal immer endlich lang, für vertretbare Signallängen aber weicht das Leistungsdichtespektrum eines stochastischen Signals merklich vom konstanten Wert ab. Da die Abweichungen vom Signalverlauf abhängen, sind sie bei jeder Messung anders. Deshalb muß im allgemeinen jede Messung der Kreuzkorrelationsfunktion durch die Messung der Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals ergänzt und die Impulsantwortfunktion nach Gl.(2.1.1.5) beziehungsweise der Frequenzgang nach Gl.(2.1.1.8) angegeben werden.

Diese Schwierigkeit wird bei der Verwendung von Pseudorandomfunktionen als Eingangssignal vermieden.

Pseudorandomfunktionen sind künstlich erzeugbare Funktionen, die intervallweise in Zeitintervallen Δt über einen bestimmten Zeitbereich $p \cdot \Delta t$ zyklisch

sich wiederholend definiert sind und deren Autokorrelationsfunktionen über eine Periode $p \cdot \Delta t$ näherungsweise die Form einer Deltafunktion besitzen. Die Näherung ist umso besser, je mehr Zeitintervalle Δt eine Periode umfaßt und je kleiner Δt ist.

Die genaue Form der Autokorrelationsfunktion liegt fest, sodaß sie, falls zur Berechnung von Impulsantwortfunktion oder Frequenzgang erforderlich, nicht bei der Messung bestimmt zu werden braucht. Andererseits existieren immer Pseudorandomfunktionen mit so großer Periode, daß sich ein über den interessierenden Frequenzbereich konstantes Leistungsdichtespektrum des Eingangssignals erzielen und der Frequenzgang proportional dem Kreuzleistungsdichtespektrum erhalten läßt, sofern nur Δt klein genug ist.

Das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren geht von endlichen Signallängen aus, die lediglich ein ganzzahliges Vielfache der Periode sein müssen.

2.1.3 Vorzüge des Kreuzkorrelationsverfahrens mit stochastischen oder Pseudorandom-Systemeingangssignalen

Das Kreuzkorrelationsverfahren zur Bestimmung einer Impulsantwortfunktion mit einer stochastischen Funktion oder Pseudorandomfunktion als Systemeingangssignal ist nach Gl.(2.1.1.5) und unter Berücksichtigung, daß die Meßgenauigkeit von der Eingangssignalamplitude nur insoweit abhängt, als diese in das Ausgangssignal eingeht, äquivalent der Anregung des Systems mit einem Impuls, dessen Amplitude der über die Zeit gebildeten Summe der Amplitudenbeträge des Eingangssignals entspricht. Das heißt umgekehrt, daß die Amplitude eines stochastischen oder Pseudorandom-Eingangssignals im Kreuzkorrelationsverfahren nur einen Bruchteil der Amplitude zu betragen braucht, die bei einer konventionellen Impulsanregung des Systems erforderlich wäre. Sie kann also ohne Einbuße an Meßgenauigkeit klein genug gewählt werden, daß weder Sicherheitsprobleme noch nichtlineare Effekte bei der Systemanregung auftreten, dabei aber groß genug bleiben, um geringe Meßzeiten zu ermöglichen.

Bei der Durchführung des Kreuzkorrelationsverfahrens wird der gesamte, durch die Bandbreite des Eingangssignals bestimmte Frequenz- beziehungsweise Zeitbereich simultan erfaßt. Mit einer einzigen Messung können auf diese Weise die Impulsantwortfunktion und der Frequenzgang des Systems komplett bestimmt werden.

2.2 Pseudorandomfunktionen

2.2.1 Pseudorandomfunktionen aus binären Pseudozufallszahlenfolgen

Die in dieser Arbeit verwendeten Pseudorandomfunktionen sind aus binären Pseudozufallszahlenfolgen abgeleitet.

Es sind vier Klassen binärer Pseudozufallszahlenfolgen bekannt [13,40]:

Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge mit Perioden $p = 2^m - 1$,
wobei m eine ganze Zahl ist;

LEGENDRE'sche Pseudozufallszahlenfolgen mit Perioden $p = 4k - 1$,
wobei p eine Primzahl und k eine ganze Zahl ist;

HALL'sche Pseudozufallszahlenfolgen mit Perioden $p = 4k^2 - 27$,
wobei p eine Primzahl und k eine ganze Zahl ist;

Doppeltprime Pseudozufallszahlenfolgen mit Perioden $p = k(k + 2)$,
wobei k und $k+2$ Primzahlen sind.

Von ihnen werden die Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge ausgewählt, da sie, beziehungsweise die entsprechenden Pseudorandomfunktionen sich mit einem Schieberegister besonders einfach erzeugen lassen und bei den Messungen die Verwendung von handelsüblichen Vielkanalanalysatoren erlauben, deren Kanalzahl durch Unterdrückung eines Kanals auf $2^m - 1$ gebracht ist. Ihre Konstruktion ist im Anhang A.1 der Arbeit beschrieben: Eine binäre Pseudozufallszahlenfolge $\{s_n\}$ der Periode $2^m - 1$ hat die Elemente $s_n = +1, -1$, wobei $s_n = +1$ pro Periode 2^{m-1} mal, $s_n = -1$ $2^{m-1} - 1$ mal vorkommt, beide also nahezu gleich oft erscheinen. Sie wird mittelbar über die Verknüpfung

$$s_n = 2c_n - 1 \quad (2.2.1.1)$$

mit der Folge $\{c_n\}$ mit den Elementen $c_n = 1, 0$ mittels der Rekursionsformel

$$c_n \equiv (c_{n-1} a_1 + c_{n-2} a_2 + \dots + c_{n-m} a_m) \text{ mod } 2 \quad (2.2.1.2)$$

konstruiert. Das m -tupel der Koeffizienten a_ν , das die wesentliche Grundlage dieser Konstruktion bildet, wird als Generatorfolge bezeichnet. Der Anfang der Folge $\{s_n\}$ hängt von der Wahl der sogenannten Startfolge c_m, \dots, c_1 ab, er ist für ihre Eigenschaften ohne jede Bedeutung.

Die Pseudorandomfunktion $f(t)$ folgt mit vorgegebenem Zeitintervall Δt und der Amplitude a aus $\{s_n\}$ gemäß

$$f(t) = a \cdot s_n \quad ; \quad (n-1)\Delta t \leq t < n\Delta t \quad , \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.3)$$

In Tabelle 1 sind alle Generatorfolgen a_n für die aus Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge abgeleiteten Pseudorandomfunktionen mit Perioden von $15\Delta t$ ($m = 4$) bis $1023\Delta t$ ($m = 10$) zusammengestellt. Sie entstammen einer Arbeit von PETERSON [41]. Die tatsächliche Anzahl von Pseudorandomfunktionen ist noch um den Faktor zwei größer, da jede Pseudozufallszahlenfolge rückwärts gelesen ebenfalls eine Pseudozufallszahlenfolge ist. Auf diese rückläufigen Folgen ist im Anhang A.1 der Arbeit näher eingegangen.

2.2.2 Autokorrelationseigenschaften der aus binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge abgeleiteten Pseudorandomfunktionen

Die normierte Autokorrelationsfunktion $\frac{1}{a^2} \varphi_{EE}(\tau)$ der aus binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge abgeleiteten Pseudorandomfunktionen $f(t)$ mit den Perioden $P = p \cdot \Delta t$ ist entsprechend den im Anhang A.1 beschriebenen Autokorrelationseigenschaften der Folgen:

$$\frac{1}{a^2} \varphi_{EE}(\tau) = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f(t-\tau)f(t)dt = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{1}{p}) \frac{|\tau|}{\Delta t} & \text{für } kP \leq |\tau| \leq kP + \Delta t \\ -\frac{1}{p} & \text{für } kP + \Delta t < |\tau| < (k+1)P - \Delta t \\ & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.2.2.1)$$

wobei die Integrationszeit T ein ganzzahliges Vielfache der Periode P sein muß.

Die normierte Autokorrelationsfunktion einer Pseudorandomfunktion $f(t)$ besteht demnach aus einer Serie von Dreieckimpulsen mit der Spitzenhöhe $+1$ und der Basisbreite $2\Delta t$ bei $|\tau| = k \cdot P$, $k = 0, 1, 2, \dots$, dazwischen hat sie den Wert $-\frac{1}{p}$. Sie stellt also im Zeitbereich einer Periode näherungsweise eine Deltafunktion dar.

Das Leistungsdichtespektrum dieser Autokorrelationsfunktion läßt sich bei Vernachlässigung des über t konstanten Anteils $-\frac{1}{p}$ leicht angeben. Mit

$$\frac{1}{a^2} \varphi_{EE}(\tau) \approx \frac{1}{a^2} \varphi_{\Delta}(\tau) = (1 - \frac{|\tau|}{\Delta t}) \quad \text{für } 0 \leq |\tau| \leq \Delta t$$

PSEUDORANDOMFUNKTIONEN		PSEUDORANDOMFUNKTIONEN	
KENN-NUMMER	GENERATORFOLGE $a_1 \dots a_m$	KENN-NUMMER	GENERATORFOLGE $a_1 \dots a_m$
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 15 DELTA T			
23	1 0 0 1	1541	0 0 0 0 1 1 0 1 1
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 31 DELTA T		1333	1 0 1 1 0 1 1 0 1
45	0 1 0 0 1	1605	0 1 0 0 0 0 1 1 1
75	0 1 1 1 1	1751	0 0 1 0 1 1 1 1 1
67	1 1 0 1 1	1743	1 0 0 0 1 1 1 1 1
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 63 DELTA T		1617	1 1 1 0 0 0 1 1 1
103	1 0 0 0 0 1	1553	1 0 1 0 1 1 0 1 1
147	1 1 0 0 1 1	1157	1 1 1 0 1 1 0 0 1
155	0 1 1 0 1 1	1715	0 1 1 0 0 1 1 1 1
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 127 DELTA T		1563	1 0 0 1 1 1 0 1 1
211	0 0 1 0 0 0 1	1713	1 0 1 0 0 1 1 1 1
217	1 1 1 0 0 0 1	1175	0 1 1 1 1 1 0 0 1
235	0 1 1 1 0 0 1	PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 1023 DELTA T	
367	1 1 0 1 1 1 1	2011	0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
277	1 1 1 1 1 0 1	2415	0 1 1 0 0 0 0 1 0 1
325	0 1 0 1 0 1 1	3771	0 0 1 1 1 1 1 1 1 1
203	1 0 0 0 0 0 1	2157	1 1 1 0 1 1 0 0 0 1
313	1 0 1 0 0 1 1	3515	0 1 1 0 0 1 0 1 1 1
345	0 1 0 0 1 1 1	2773	1 0 1 1 1 1 1 1 0 1
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 255 DELTA T		2033	1 0 1 1 0 0 0 0 0 1
435	0 1 1 1 0 0 0 1	2443	1 0 0 0 1 0 0 1 0 1
551	0 0 1 0 1 1 0 1	2461	0 0 0 1 1 0 0 1 0 1
747	1 1 0 0 1 1 1 1	3023	1 0 0 1 0 0 0 0 1 1
453	1 0 1 0 1 0 0 1	3543	1 0 0 0 1 1 0 1 1 1
545	0 1 0 0 1 1 0 1	2745	0 1 0 0 1 1 1 1 0 1
543	1 0 0 0 0 1 1 1	2431	0 0 1 1 0 0 0 1 0 1
537	1 1 1 1 0 1 0 1	3177	1 1 1 1 1 1 0 0 1 1
703	1 0 0 0 0 1 1 1	3525	0 1 0 1 0 1 0 1 1 1
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 511 DELTA T		2617	1 1 1 0 0 0 1 1 0 1
1725	0 1 0 1 0 1 1 1 1	3471	0 0 1 1 1 0 0 1 1 1
1225	0 1 0 1 0 0 1 0 1	3323	1 0 0 1 0 1 1 0 1 1
1275	0 1 1 1 1 0 1 0 1	3507	1 1 0 0 0 1 0 1 1 1
1773	1 0 1 1 1 1 1 1 1	3623	1 0 0 1 0 0 1 1 1 1
1425	0 1 0 1 0 0 0 1 1	2707	1 1 0 0 0 1 1 1 0 1
1267	1 1 0 1 1 0 1 0 1	2327	1 1 0 1 0 1 1 0 0 1
1021	0 0 0 1 0 0 0 0 1	3265	0 1 0 1 1 0 1 0 1 1
1131	0 0 1 1 0 1 0 0 1	2055	0 1 1 0 1 0 0 0 0 1
1461	0 0 0 1 1 0 0 1 1	3575	0 1 1 1 1 1 0 1 1 1
1423	1 0 0 1 0 0 0 1 1	3171	0 0 1 1 1 1 0 0 1 1
1055	0 1 1 0 1 0 0 0 1	2047	1 1 0 0 1 0 0 0 0 1
1167	1 1 0 1 1 1 0 0 1	3025	0 1 0 1 0 0 0 0 1 1
		3337	1 1 1 1 0 1 1 0 1 1
		3211	0 0 1 0 0 0 1 0 1 1

Tabelle 1: Generatorfolgen für Pseudorandomfunktionen aus Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge

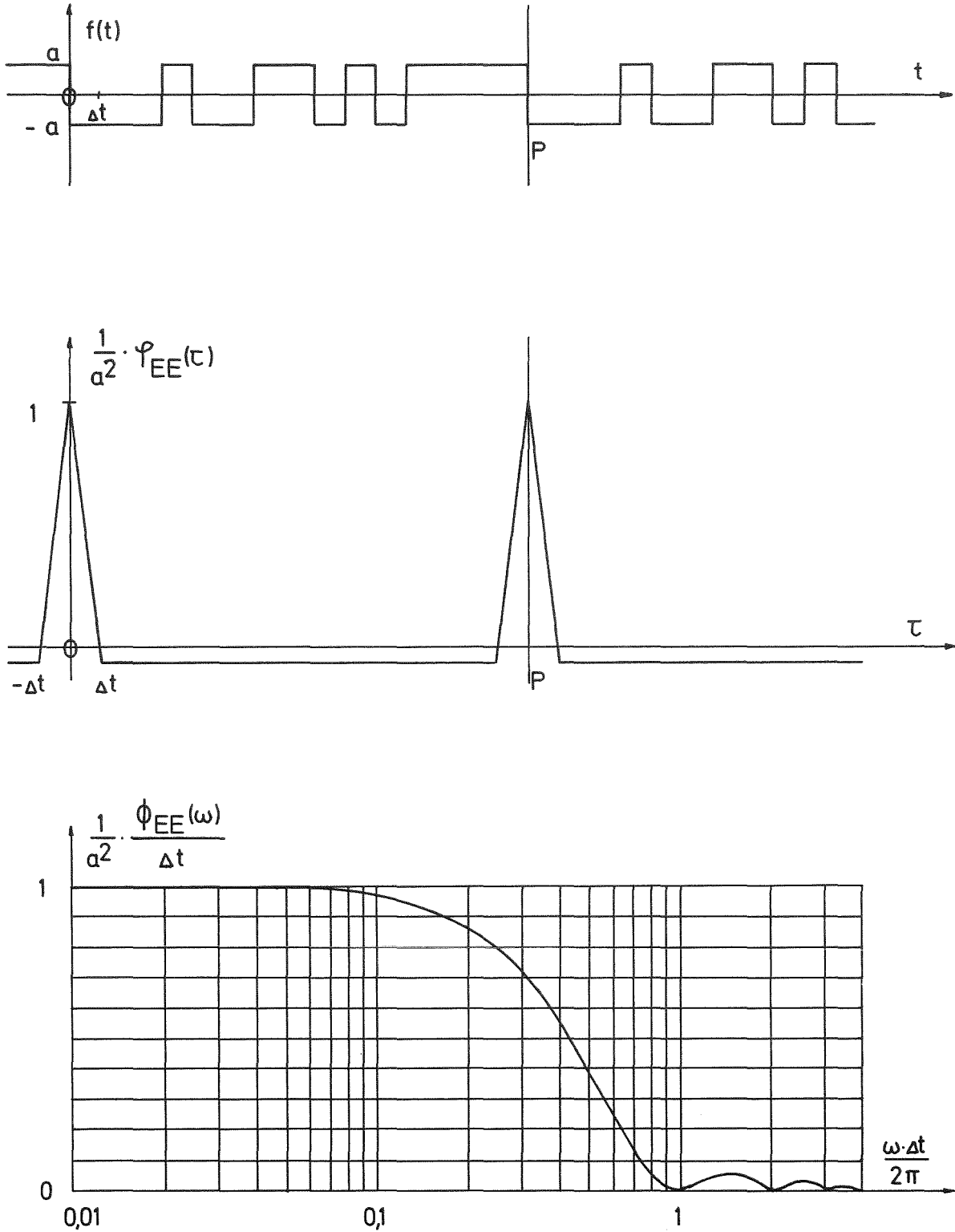


Abb.1: Pseudorandomfunktion mit Autokorrelationsfunktion und über eine Periode berechnetem Leistungsdichtespektrum

folgt als Leistungsdichtespektrum $\frac{1}{a^2} \phi_{EE}(\omega)$:

$$\frac{1}{a^2} \phi_{EE}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} \varphi_{EE}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \int_{-4t}^{4t} \left(1 - \frac{|\tau|}{4t}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Dafür kann auch geschrieben werden:

$$\frac{1}{a^2} \phi_{EE}(\omega) = 2 \int_0^{4t} \left(1 - \frac{\tau}{4t}\right) \cos(\omega\tau) d\tau$$

woraus sich schließlich ergibt:

$$\frac{1}{a^2} \phi_{EE}(\omega) = \Delta t \left(\frac{\sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)}{\frac{\omega\Delta t}{2}} \right)^2 \quad (2.2.2.2)$$

Mit dieser Beziehung ist das Leistungsdichtespektrum von Pseudorandomfunktionen unabhängig von ihrer Periode gegeben. Abb.1 zeigt ein Beispiel einer Pseudorandomfunktion zusammen mit ihrer Autokorrelationsfunktion und dem über eine Periode berechneten Leistungsdichtespektrum gemäß dieser Beziehung.

2.3 Bestimmung der Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation

2.3.1 Kreuzkorrelationsverfahren mit Pseudorandom-Eingangssignal

Nach Abschnitt 2.1.1 ist die Kreuzkorrelationsfunktion von Eingangs- und Ausgangssignal an einem linearen System proportional seiner Impulsantwortfunktion $h(t)$, sofern die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals bis auf einen Faktor gleich einer Deltafunktion ist.

Mit einer Pseudorandomfunktion $f(t)$ als Eingangssignal ist diese Bedingung aufgrund der Periodizität der Funktion mit einer endlichen Periode P und ihrer stückweisen Definition in endlich breiten Intervallen Δt nur annähernd erfüllt. Es ist zu prüfen, welche Auswirkungen diese Eigenschaften beim Kreuzkorrelationsverfahren haben und unter welchen Bedingungen demzufolge die Pseudorandomfunktionen zur Bestimmung einer Impulsantwortfunktion mit dem Kreuzkorrelationsverfahren verwendet werden können [12].

Es sei $f_E(t)$ eine Pseudorandomfunktion mit der Amplitude a , die als Eingangssignal dem System von $t = -t_0$ an eingespeist werde ($f_E(t) = 0$ für $t < -t_0$). Den realen Verhältnissen entsprechend sei ferner $h(t) = 0$ für $t < 0$ angenommen. Es ergibt sich dann für das Systemausgangssignal $f_A(t)$:

$$f_A(t) = \int_{-t_0}^t h(t-\lambda) f_E(\lambda) d\lambda = \int_0^{t+t_0} h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda \quad (2.3.1.1)$$

Bei der Messung an einem Reaktor ist nun zu berücksichtigen, daß das tatsächlich gemessene Ausgangssignal $f_M(t)$ außer der durch die Anregung erzeugten Komponente $f_A(t)$ einen konstanten Anteil c hat:

$$f_M(t) = f_A(t) + c \quad (2.3.1.2)$$

Sind, wie im hier behandelten Fall, $f_E(t)$ und $f_M(t)$ zyklisch mit der Periode P , so kann für die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EM}(\tau)$ bei einer ein ganzzahliges Vielfache von P darstellenden Integrationszeit T geschrieben werden:

$$\varphi_{EM}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_E(t-\tau) f_M(t) dt$$

und weiter, da $\varphi_{EM}(\tau) = \varphi_{ME}(-\tau)$,

$$\varphi_{EM}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) f_M(t) dt \quad (2.3.1.2)$$

Es folgt damit

$$\varphi_{EM}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) \int_0^{t+t_0} (h(\lambda) f_E(t-\lambda) + c) d\lambda dt$$

und, da $\frac{1}{T} \int_0^T c f_E(t-\tau) dt = \frac{\Delta t}{P} a \cdot c$

$$\varphi_{EM}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) \int_0^{t+t_0} h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda dt + \frac{1}{P} a \cdot c \quad (2.3.1.3)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite ist gleich der Kreuzkorrelationsfunktion für das Eingangssignal $f_E(t)$ und das Ausgangssignal mit abgezogenem konstanten Anteil, $f_A(t)$:

$$\varphi_{EA}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) \int_0^{t+t_0} h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda dt \quad (2.3.1.4)$$

Die Doppelintegration in der Gleichung für $\varphi_{EA}(\tau)$ wird über die in Abb.2 dargestellte Fläche ausgeführt. Eine Umkehrung der Reihenfolge bei der Integration und Aufspaltung ergeben 127:

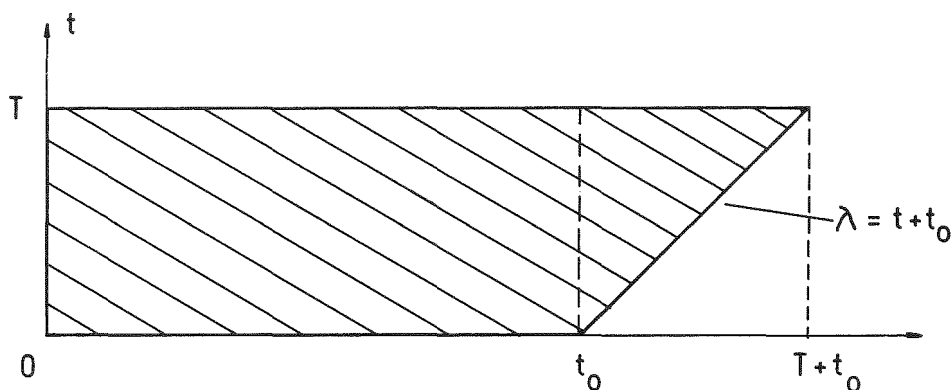


Abb.2: Zur Integration von Gl.(2.3.1.4) [12]

$$\begin{aligned} \varphi_{EA}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_0^{t_0} h(\lambda) \int_0^T f_E(t-\lambda) f_E(t-\tau) dt d\lambda \\ &\quad + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} h(\lambda) \int_{\lambda-t_0}^T f_E(t-\lambda) f_E(t-\tau) dt d\lambda \end{aligned} \quad (2.3.1.5)$$

Wenn

$$h(t) \approx 0 \quad \text{für } t > t_0 \quad (2.3.1.6)$$

so wird der zweite Summand vernachlässigbar klein und

$$\varphi_{EA}(\tau) \approx \int_0^{\infty} h(\lambda) \cdot \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\lambda) f_E(t-\tau) dt d\lambda$$

Da voraussetzungsgemäß T ein ganzzahliges Vielfache von P ist, ergibt sich endlich wie in Gl.(2.1.1.5):

$$\varphi_{EA}(\tau) \approx \int_0^{\infty} h(\lambda) \varphi_{EE}(\tau-\lambda) d\lambda \quad (2.3.1.7)$$

Die Integration über λ im ersten Summanden von Gl.(2.3.1.5) muß, da Information über den gesamten Zeitbereich der Pseudorandomfunktion erhalten werden soll, mindestens bis zur Periode P erfolgen. Die Bedingung für $h(t)$ in Gl.(2.3.1.6) besagt also, daß die Periode P einer Pseudorandomfunktion, mit der die Impulsantwortfunktion eines Systems im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmt werden soll, mindestens so groß sein muß wie die Zeit, in der die Impulsantwortfunktion auf vernachlässigbar kleine Werte abklingt.

Die Erzeugung von $\varphi_{EA}(\tau)$ in Gl.(2.3.1.7) durch Faltung der Funktionen $h(\lambda)$

und $\varphi_{EE}(\tau)$ veranschaulicht Abb.3: Die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}(\tau)$ ist das Integral über λ des Produkts der beiden Kurven. Der dreieckförmige Anteil von $\varphi_{EE}(\tau)$ über der Abszisse, $\varphi_{\Delta}(\tau)$, liefert unter der Voraussetzung,

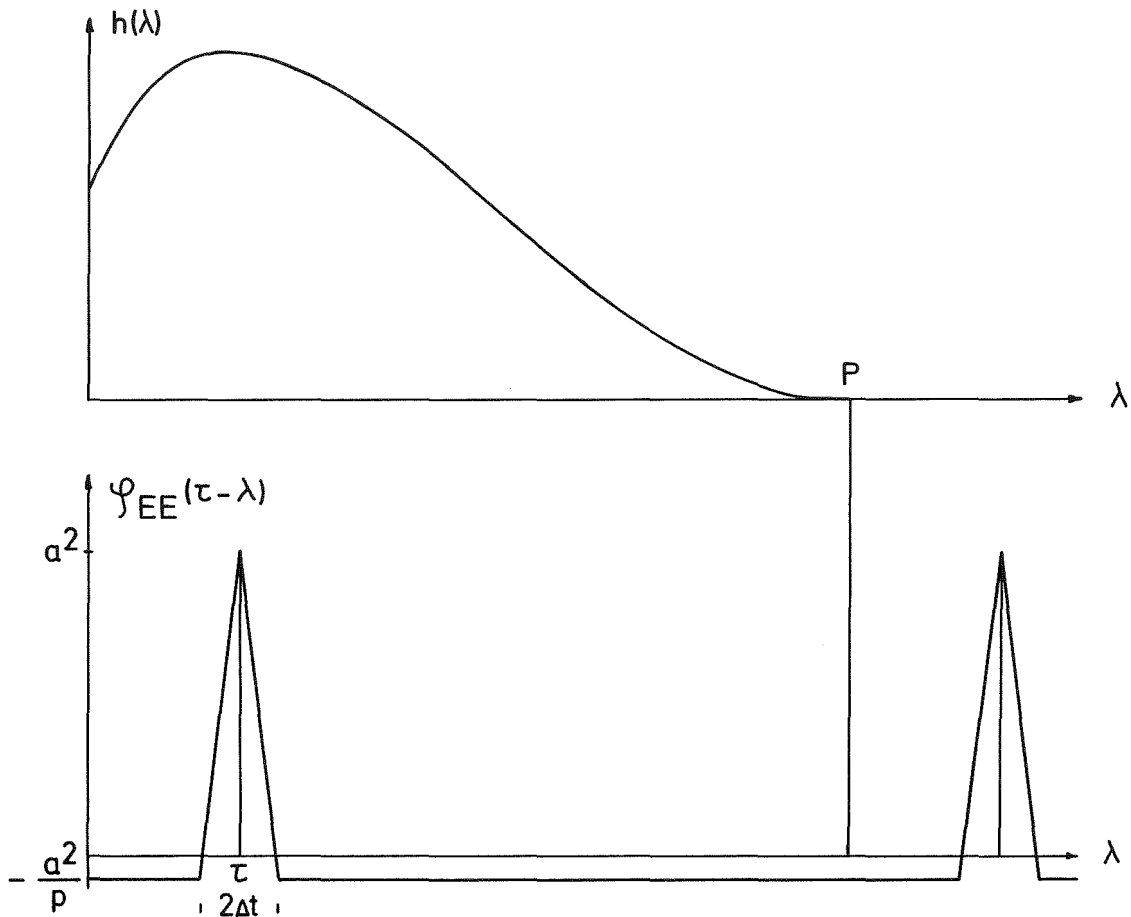


Abb.3: Zur Bestimmung von $\varphi_{EA}(\tau)$ durch Faltung der Funktionen $h(\lambda)$ und $\varphi_{EE}(\tau-\lambda)$ [12]

daß $h(t)$ in jedem Intervall $2\Delta t$ linear approximiert werden kann, und wenn $h(t) = 0$ für $t > P - \Delta t$, als Anteil $\varphi_{EA}^+(\tau)$ des Integrals:

$$\frac{1}{a^2} \varphi_{EA}^+(\tau) = \Delta t \cdot h(\tau)$$

Der über τ mit $-\frac{a^2}{p}$ konstante Anteil von $\varphi_{EE}(\tau)$, $\varphi_{-}(\tau)$, liefert als Anteil $\varphi_{EA}^-(\tau)$ unter der zusätzlichen Voraussetzung, daß $p \gg 2$:

$$\frac{1}{a^2} \varphi_{EA}^-(\tau) = -\frac{1}{p} \int_0^{\infty} h(\lambda) d\lambda = -\bar{h} \cdot \Delta t$$

sodaß [12]:

$$\frac{1}{\alpha^2} \varphi_{EA}(\tau) = \Delta t (h(\tau) - \bar{h}) \quad (2.3.1.8)$$

Wegen der Voraussetzung, daß $h(P-\Delta t) = 0$, ist $\frac{1}{\alpha^2} \varphi_{EA}(P-\Delta t) = -\Delta t \cdot \bar{h}$, also schließlich

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha^2} \varphi_{EA}(\tau) &= \Delta t h(\tau) + \frac{1}{\alpha^2} \varphi_{EA}(P-\Delta t) \\ h(\tau) &= \text{const} \cdot \frac{1}{\Delta t} (\varphi_{EA}(\tau) - \varphi_{EA}(P-\Delta t)) \end{aligned} \quad (2.3.1.9)$$

Damit ist gezeigt, daß mit einer Pseudorandomfunktion als Systemeingangssignal die Bestimmung der Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation von Eingangs- und Ausgangssignal möglich ist. Es müssen jedoch drei Bedingungen erfüllt sein:

Die zu bestimmende Impulsantwortfunktion muß innerhalb der Periode der gewählten Pseudorandomfunktion auf Null abklingen.

Die Impulsantwortfunktion muß sich an jeder Stelle über ein Zeitintervall, das doppelt so groß ist wie das Zeitintervall Δt der Pseudorandomfunktion, linear approximieren lassen.

Die Periode der Pseudorandomfunktion muß groß gegen $2\Delta t$ sein.

Die Bedingungen bilden die Kriterien für die Anwendbarkeit des Verfahrens. Allgemein gilt, daß es umso besser angewandt werden kann, je kleinere Δt erzielt und je größere Perioden p des Pseudorandomsignals vorgegeben sind.

2.3.2 Korrektur der Impulsantwortfunktion für endliche Δt

Die im Kreuzkorrelationsverfahren nach Gl.(2.3.1.9) bestimmte Impulsantwortfunktion $h^0(\tau)$ weicht in Wirklichkeit immer von der wahren Impulsantwortfunktion $h(\tau)$ des Systems ab, da die vorausgesetzte lineare Approximierbarkeit von $h(\tau)$ über Intervalle $2\Delta t$ nie streng erfüllt ist. Dieser von der endlichen Länge der Δt herrührende Fehler ist jedoch korrigierbar, beziehungsweise läßt sich aufgrund seiner bestimmten Größe abschätzen, in welchen Fällen er vernachlässigt werden kann.

Das Korrekturverfahren geht von dem allgemeinen Zusammenhang aus, der

nach Gl.(2.3.1.7) und unter Verwendung der im letzten Abschnitt eingeführten Aufteilung der Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ des Pseudorandomsignals in die Anteile $\varphi_{\Delta}(\tau)$ und $\varphi_{-}(\tau)$ zwischen der im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten und der wahren Impulsantwortfunktion besteht:

$$h^o(\tau) = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\infty} h(\lambda) \cdot \frac{1}{a^2} \varphi_{\Delta}(\tau - \lambda) d\lambda \quad (2.3.2.1)$$

Wegen der Gestalt von $\frac{1}{a^2} \varphi(\tau - \lambda)$ ist das Integral gleich

$$h^o(\tau) = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t}^{+\Delta t} h(\tau + \lambda) \left[1 - \frac{|\lambda|}{\Delta t} \right] d\lambda \quad (2.3.2.2)$$

Nun läßt sich eine Impulsantwortfunktion $h(\tau)$ im allgemeinen sehr gut stückweise durch Funktionen zweiten Grades approximieren: Es ist für jedes τ in guter Näherung

$$h(\tau) = A\tau^2 + B\tau + C$$

Daraus aber folgt durch Einsetzen in Gl.(2.3.2.2) und Integration, unter Beachtung, daß $h(\tau) = 0$ für $\tau < 0$:

$$h^o(\tau) = h(\tau) + \frac{\Delta t^2}{12} \frac{d^2 h(\tau)}{d\tau^2}, \quad \tau > 0 \quad (2.3.2.3)$$

$$h^o(0) = \frac{1}{2} h(0) + \frac{\Delta t}{6} \cdot \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=+0} + \frac{\Delta t^2}{24} \cdot \left(\frac{d^2 h(\tau)}{d\tau^2} \right)_{\tau=+0} \quad (2.3.2.4)$$

Wird $h(\tau)$ in $\tau = +0$ in der einfachsten Weise, das heißt, linear approximiert, so ergibt sich anstelle Gl.(2.3.2.4)

$$h^o(0) = \frac{1}{2} h(0) + \frac{\Delta t}{6} \cdot \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=+0} \quad (2.3.2.5)$$

Die Summanden mit $h'(\tau)$ und $h''(\tau)$ auf den rechten Seiten der Gleichungen geben die gesuchten Abweichungen einer im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktion $h^o(\tau)$ gegenüber der wahren Impulsantwortfunktion $h(\tau)$ infolge des endlich großen Zeitintervalls Δt

an. Die Korrektur von $h^0(\tau)$ zu $h(\tau)$ mit Hilfe der Gleichungen muß jedoch, da $h(\tau)$ und damit die Korrekturglieder zunächst unbekannt sind, in einem Iterationsverfahren durchgeführt werden: Als erste Näherung wird in den Korrekturgliedern die Funktion $h^0(\tau)$ für $h(\tau)$ eingesetzt und damit $h^0(\tau)$ zu $h_1(\tau)$ korrigiert. Die Funktion $h_1(\tau)$ führt, in die Korrekturglieder eingegeben, zur zweiten Näherung $h_2(\tau)$, und so fort, bis schließlich $h_{1+1}(\tau) = h_1(\tau)$ bleibt und damit die wahre Impulsantwortfunktion $h(\tau)$ gefunden ist.

Dieses Korrekturverfahren entspricht, mit Ausnahme der Korrektur der Impulsantwortfunktion in $\tau = 0$, dem von BALCOMB [12] und CUMMINS [45] angegebenen Verfahren. BALCOMB benötigt wegen der Form der von ihm gemessenen Impulsantwortfunktionen keine Korrektur in $\tau = 0$, CUMMINS kommt, da er $h(\tau) = 0$ für $\tau < 0$ nicht voraussetzt, zu dem abweichenden Ergebnis:

$$h^0(0) = h(0) + \frac{\Delta t}{3} \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=0}$$

Im praktischen Fall wird $h^0(\tau)$ als Folge von Meßpunkten erhalten. Dann lauten die Gleichungen für das Iterationsverfahren:

$$h_{e+1}(\tau_i) = h^0(\tau_i) - \frac{\Delta t^2}{6(\tau_{i+1} - \tau_{i-1})} \left[\frac{h_e(\tau_{i+1}) - h_e(\tau_i)}{\tau_{i+1} - \tau_i} - \frac{h_e(\tau_i) - h_e(\tau_{i-1})}{\tau_i - \tau_{i-1}} \right]$$

$$i = 1, 2, \dots ; \quad \tau_0 = 0 \quad (2.3.2.6)$$

$$h_{e+1}(0) = 2h^0(0) - \frac{\Delta t}{3} \left[\frac{h_e(\tau_1) - h_e(0)}{\tau_1} \right] +$$

$$+ \frac{\Delta t(2\tau_1 - \Delta t)}{6\tau_2} \left[\frac{h_e(\tau_2) - h_e(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} - \frac{h_e(\tau_1) - h_e(0)}{\tau_1} \right]$$

$$(2.3.2.7)$$

beziehungsweise bei linearer Approximation der Impulsantwortfunktion zwischen $\tau = 0$ und $\tau = \tau_1$:

$$h_{e+1}(0) = 2h^0(0) - \frac{\Delta t}{3} \left[\frac{h_e(\tau_1) - h_e(0)}{\tau_1} \right] \quad (2.3.2.8)$$

Das Verfahren konvergiert immer, wenn die Punkte von $h^o(\tau)$ um wenigstens Δt auf der Zeitachse entfernt liegen [12].

2.3.3 Meßwertstreuung durch Untergrundrauschen

Bei Messungen an einem Reaktor ist das durch die Pseudorandomanregung erzeugte Ausgangssignal immer von Reaktor- und Detektorrauschen überlagert. Es werde mit $f_E(t)$, wie bisher, das Pseudorandom-Eingangssignal und mit c der konstante Untergrundanteil im Ausgangssignal bezeichnet. Ist $r(t)$ ein zusätzlicher Rauschanteil im Ausgangssignal, so kann dies geschrieben werden:

$$f_M(t) = \int_0^P h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda + c + r(t) \quad (2.3.3.1)$$

Für die Kreuzkorrelationsfunktion von Eingangs- und Ausgangssignal folgt:

$$\begin{aligned} \varphi_{EM}(\tau) &= \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\tau) \left[\int_0^P h(\lambda) f_E(t-\lambda) d\lambda + c + r(t) \right] dt \\ \varphi_{EM}(\tau) &= \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\tau) \int_0^P f_E(t-\lambda) h(\lambda) d\lambda dt + \frac{1}{P} ac \\ &\quad + \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\tau) r(t) dt \end{aligned} \quad (2.3.3.2)$$

entsprechend Gl.(2.3.1.3). Die Integration in der Gleichung für die Systemausgangsfunktion ist über eine Periode ausgeführt, da $h(\lambda)$ voraussetzungsgemäß in dieser Zeit auf Null abklingen soll. In der Kreuzkorrelationsgleichung ist über ein ganzzahliges Vielfache kP der Periode integriert.

Die durch das Rauschen verursachte Abweichung σ für die Kreuzkorrelationsfunktion ist

$$\sigma_\varphi(\tau) = \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\tau) r(t) dt \quad (2.3.3.3)$$

Näherungsweise kann angenommen werden, daß $r(t)$ unkorreliertes, weißes Rauschen beschreibt, so daß

$$\int_0^{\infty} r(t) dt = 0 \quad ; \quad \int_0^{\infty} r(t) r(t-\tau) dt = \overline{r^2} \delta(\tau)$$

Ein Zeitintegral über $r(t)$ ist unabhängig von der Lage des Intervalls, über das integriert wird, wenn es nur groß genug ist. Wegen der Konstruktion der Pseudorandomfunktionen gilt das auch für $f_E(t)$, sofern über kP integriert wird. Damit ist auch richtig:

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi}(\tau+\lambda) &= \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\lambda-\tau) r(t-\lambda) dt & ; \quad t-\lambda = \beta \\ &= \frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(\beta-\tau) r(\beta) d\beta \end{aligned}$$

Es werde eine Funktion $\Theta_{\sigma\sigma}(\lambda)$ definiert, so daß

$$\Theta_{\sigma\sigma}(\lambda) = \frac{1}{T} \int_0^T \sigma(\tau) \sigma(\tau+\lambda) d\tau \quad (2.3.3.4)$$

Offensichtlich ist dann $\overline{\sigma_{\varphi}^2} = \Theta_{\sigma\sigma}(0)$. Nach Einsetzen folgt:

$$\Theta_{\sigma\sigma}(\lambda) = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{k^2 P^2} \left[\int_0^{kP} f_E(t-\tau) r(t) dt \int_0^{kP} f_E(\beta-\tau) r(\beta) d\beta \right] d\tau \quad (2.3.3.5)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{\sigma\sigma}(\lambda) &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{d\tau}{kP} \left[\frac{1}{kP} \int_0^{kP} f_E(t-\tau) f_E(t-\tau-\lambda) dt \cdot \int_0^{kP} r(\beta+\lambda) r(\beta) d\beta \right] \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{kP} \varphi_{EE}(\lambda) \overline{r^2} \delta(\lambda) d\tau \end{aligned} \quad (2.3.3.6)$$

Wegen der Form von $\varphi_{EE}(\lambda)$ ist, wie ähnlich auch von BALCOMB [23] erhalten:

$$\overline{\sigma_{\varphi}^2} = \frac{\overline{r^2} a^2}{kP} \Delta t \quad (2.3.3.7)$$

Das Untergrundrauschen verursacht demnach einen mittleren quadratischen Fehler für die Kreuzkorrelationsfunktion, der, relativ zum Quadrat des Eingangssignals, proportional der mittleren quadratischen Rauschamplitude und umgekehrt proportional der Anzahl der durchgemessenen Zeitintervalle $\frac{kP}{\Delta t}$ ist. Der mittlere quadratische Fehler für die Impulsantwortfunktion ist damit:

$$\overline{\sigma_h^2} = \frac{\overline{r^2}}{k \cdot p}$$

Da für Nulleistungsmessungen annähernd folgende Abhängigkeiten von der Reaktorleistung L gelten:

$$a^2 \sim L^2 \quad ; \quad \overline{r^2} \sim L$$

ist demnach

$$\frac{\overline{\sigma_h^2}}{\alpha^2} \sim \frac{1}{L \cdot k_p} \quad (2.3.3.8)$$

Die durch das Untergrundrauschen verursachte mittlere quadratische Abweichung von $h(t)$ ist, relativ zur quadratischen Anregungsamplitude, also umso kleiner, je größer die Reaktorleistung beim Experiment und umso größer die Spanne $\frac{k_p}{\Delta t}$ ist, über die die Systemausgangsfunktion gemessen wird.

Eine weitere Beziehung für den mittleren quadratischen Fehler von $h(t)$ gibt BALCOMB [12] an. Es ist

$$\overline{\sigma_h^2} \sim \frac{1}{M} \quad (2.3.3.9)$$

wobei M das Verhältnis der Zeit, in der $h(t)$ auf Null abklingt, zur Periode P angibt, mit anderen Worten den Bruchteil der Zeit P , in dem $h(t) \gtrsim 0$. Das ist unmittelbar verständlich: Die Kreuzkorrelationsfunktion wird durch Faltung von $f_E(t)$ und $f_A(t)$ im Zeitbereich P gewonnen, $f_A(t)$ entsteht seinerseits durch Faltung von $h(t)$ und $f_E(t)$ im gleichen Bereich. Dabei kann nur der Bereichsteil, in dem $h(t) > 0$, Beiträge zum Signal liefern, während der gesamte Bereich P zum Untergrund beiträgt. Je größer also der Bereichsteil M ist, desto kleiner wird die mittlere quadratische Schwankung $\overline{\sigma_h^2}$.

2.4 Berechnung des Frequenzganges aus der Impulsantwortfunktion

2.4.1 Approximationsverfahren nach GUILLEMIN

Der Frequenzgang $H(\omega)$ eines Systems ist gleich der Fouriertransformierten der Impulsantwortfunktion $h(t)$. Verschwindet $h(t)$ für $t < 0$, wie es bei der Impulsantwortfunktion eines Reaktors der Fall ist, so wird aus Gl.(2.1.1.7)

$$H(\omega) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.4.1.1)$$

Die Impulsantwortfunktion liegt nun im allgemeinen, wie auch bei den hier beschriebenen Experimenten, nicht als eine kontinuierliche Funktion, sondern als Folge von Meßpunkten vor. Die Berechnung des Frequenzganges

muß dann mit Hilfe eines Approximationsverfahrens durchgeführt werden.

BALCOMB [12] hat gezeigt, daß zur Transformation der mit dem Kreuzkorrelationsverfahren erhaltenen Impulsantwortfunktion eines Reaktors eine Methode zu guten Resultaten führt, die aus dem Approximationsverfahren von GUILLEMIN [24] entwickelt ist: Der Verlauf der Impulsantwortfunktion wird zwischen den Funktionswerten h_0 in $t = 0$ und h_1 in $t = t_1$ linear, im weiteren stückweise durch je drei Meßpunkte quadratisch approximiert. Da die Fouriertransformierte der Ableitung der Impulsantwortfunktion gleich der Fouriertransformierten der Funktion multipliziert mit $i\omega$ ist, gilt allgemein

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{h_0}{i\omega} + \frac{1}{i\omega} \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{dh(t)}{dt} dt \\ &= \frac{h_0}{i\omega} - \frac{1}{\omega^2} \left(\frac{dh}{dt} \right)_{t=0} - \frac{1}{\omega^2} \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{d^2h(t)}{dt^2} dt \end{aligned} \quad (2.4.1.2)$$

Bei der gewählten Approximation bildet $h''(t)$ eine Folge von Deltafunktionen mit bestimmten, durch die Meßwerte h_j festgelegten Amplituden. Die Integration kann so als Summation ausgeführt werden:

$$H(\omega) = \frac{h_0}{i\omega} - \frac{1}{\omega^2} \left[\frac{h_1 - h_0}{t_1} + \sum_{j=1}^{m-1} \left(\frac{h_{j+1} - h_j}{t_{j+1} - t_j} - \frac{h_j - h_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} \right) e^{-i\omega t_j} - \frac{h_m - h_{m-1}}{t_m - t_{m-1}} e^{-i\omega t_m} \right] \quad (2.4.1.3)$$

vorausgesetzt, daß $h_j = 0$ für $j \geq m$.

2.4.2 Korrektur des Frequenzganges für endliche Δt

Der durch die endliche Ausdehnung des Zeitintervalls Δt verursachte Fehler, der einer im Kreuzkorrelationsverfahren nach Gl.(2.3.1.9) bestimmten Impulsantwortfunktion und dem aus ihr im beschriebenen Transformationsverfahren berechneten Frequenzgang anhaftet, läßt sich im Frequenzgang sehr einfach korrigieren. Da allgemein, also auch für ein Pseudorandom-Eingangssignal mit endlichem Δt nach Gl.(2.1.1.8) gilt:

$$H(\omega) = \frac{\phi_{EA}(\omega)}{\phi_{EE}(\omega)}$$

besteht die Korrektur in der Division des errechneten Frequenzgangs durch das Leistungsdichtespektrum des Pseudorandomsignals, das mit Gl.(2.2.2.2) gegeben ist.

2.4.3 Frequenzbereich bei der Berechnung des Frequenzganges

Bei den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten werden, wie in Abschnitt 5.1.3 gezeigt ist, die im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktionen als Folgen von Punkten mit dem Abstand Δt auf der Zeitachse erhalten. Die Berechnung eines Frequenzganges ist in diesem Fall gleichbedeutend der Abtastung der Impulsantwortfunktion in Intervallen Δt . Dabei kann eine Information im Frequenzbereich nicht über $\omega = \pi/\Delta t$ hinaus erhalten werden; hier überdeckt eine Halbwelle der Abtastschwingung gerade das Zeitintervall Δt . Die obere Grenzfrequenz für den Frequenzgang ist also

$$\omega_{\max} = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (2.4.3.1)$$

Bei der Festlegung der unteren Grenzfrequenz, für die eine untere Schranke bei $\omega = \pi/(p-1)\Delta t$ liegt, ist die empfindliche Beeinflussung des im Verfahren nach GUILLEMIN berechneten Frequenzganges bei tiefen Frequenzen durch einen bestimmten Fehler in der Impulsantwortfunktion in Betracht zu ziehen: Bei der Ermittlung der Impulsantwortfunktion im Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren wird $h(p-\Delta t) = 0$ gesetzt. Der damit verursachte, über den Zeitbereich konstante additive Fehler in $h(t)$ ist im allgemeinen vernachlässigbar klein, wirkt sich aber deutlich im unteren Frequenzbereich von $H(\omega)$ aus.

Die Auswirkungen verdeutlicht Abb.4 anhand eines Beispiels aus Testrechnungen mit einer Variante des in Abschnitt 4.3.5 beschriebenen Programms RATEST2. Sie zeigt Amplituden- und Phasenverläufe von Frequenzgängen, die einmal aus der unveränderten Impulsantwortfunktion eines Punktreaktors, zum anderen aus der um $0,001 h_0$ im gesamten Zeitbereich angehobenen Funktion durch Transformation nach Gl.(2.4.1.3) folgen. Die Gegenüberstellung der beiden Frequenzgänge zeigt die deutliche Veränderung im unteren Frequenzbereich, besonders beim Phasengang, durch den Fehler.

Es empfiehlt sich demnach, den Frequenzgang für tiefe Frequenzen nicht zu verwenden. Die untere Grenzfrequenz für die Berechnung von $H(\omega)$ wird festgesetzt auf

$$\omega_{\min} = \frac{2\pi}{(p-1)\Delta t} \quad (2.4.3.2)$$

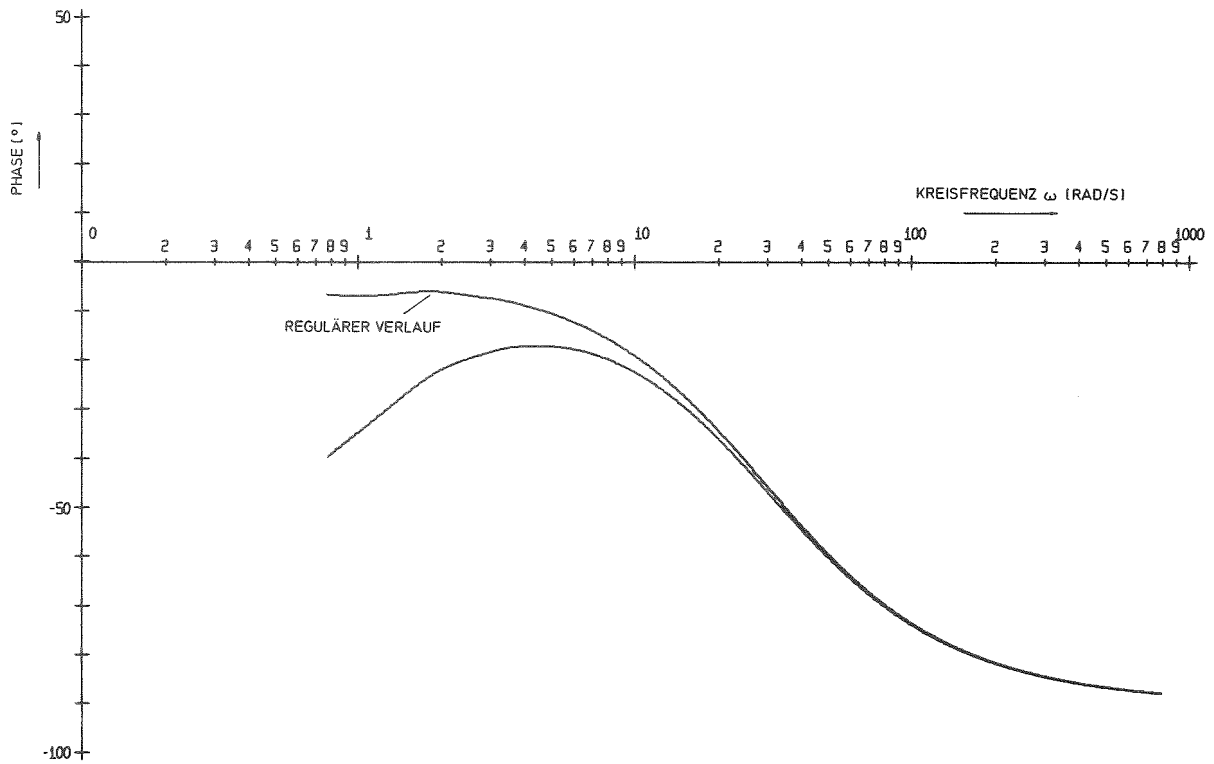
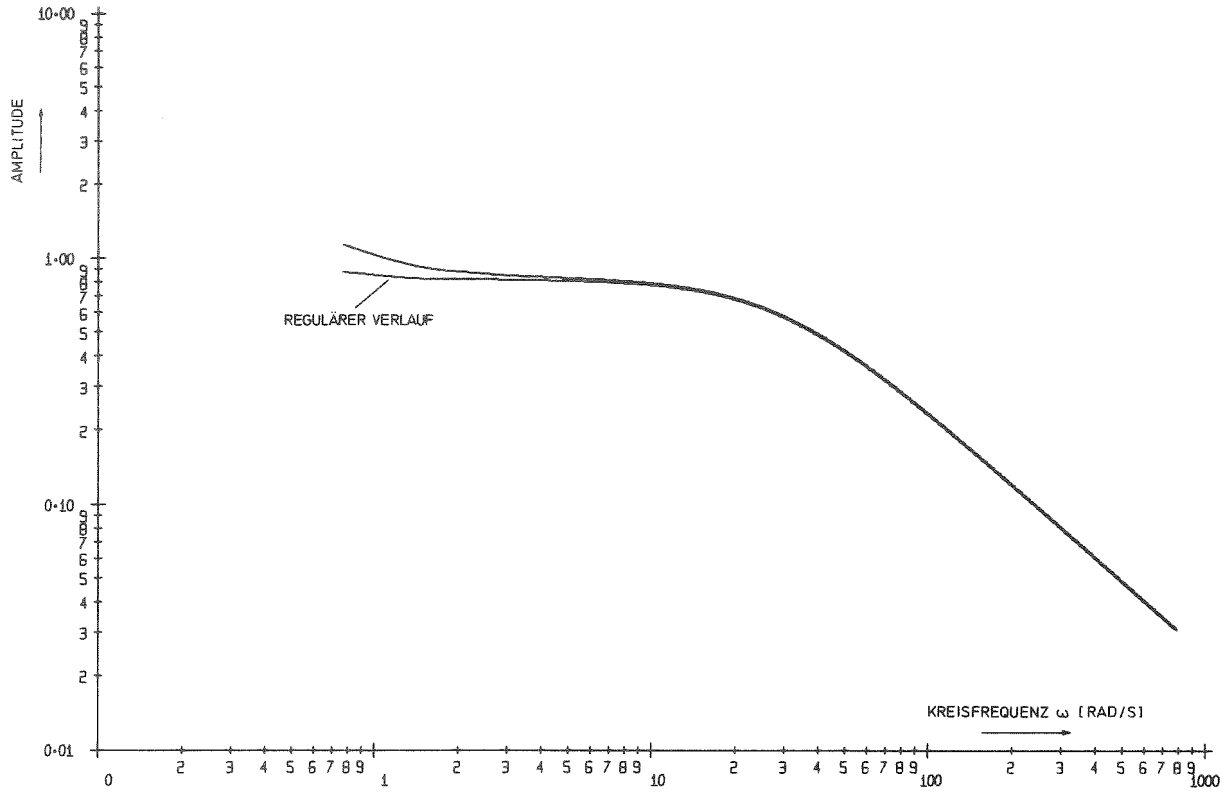


Abb.4: Gegenüberstellung der aus einer normalen und aus einer im gesamten Zeitbereich angehobenen Impulsantwortfunktion berechneten Frequenzgänge

3. Experimenteller Aufbau

3.1 Reaktor

3.1.1 Aufbau des Reaktors

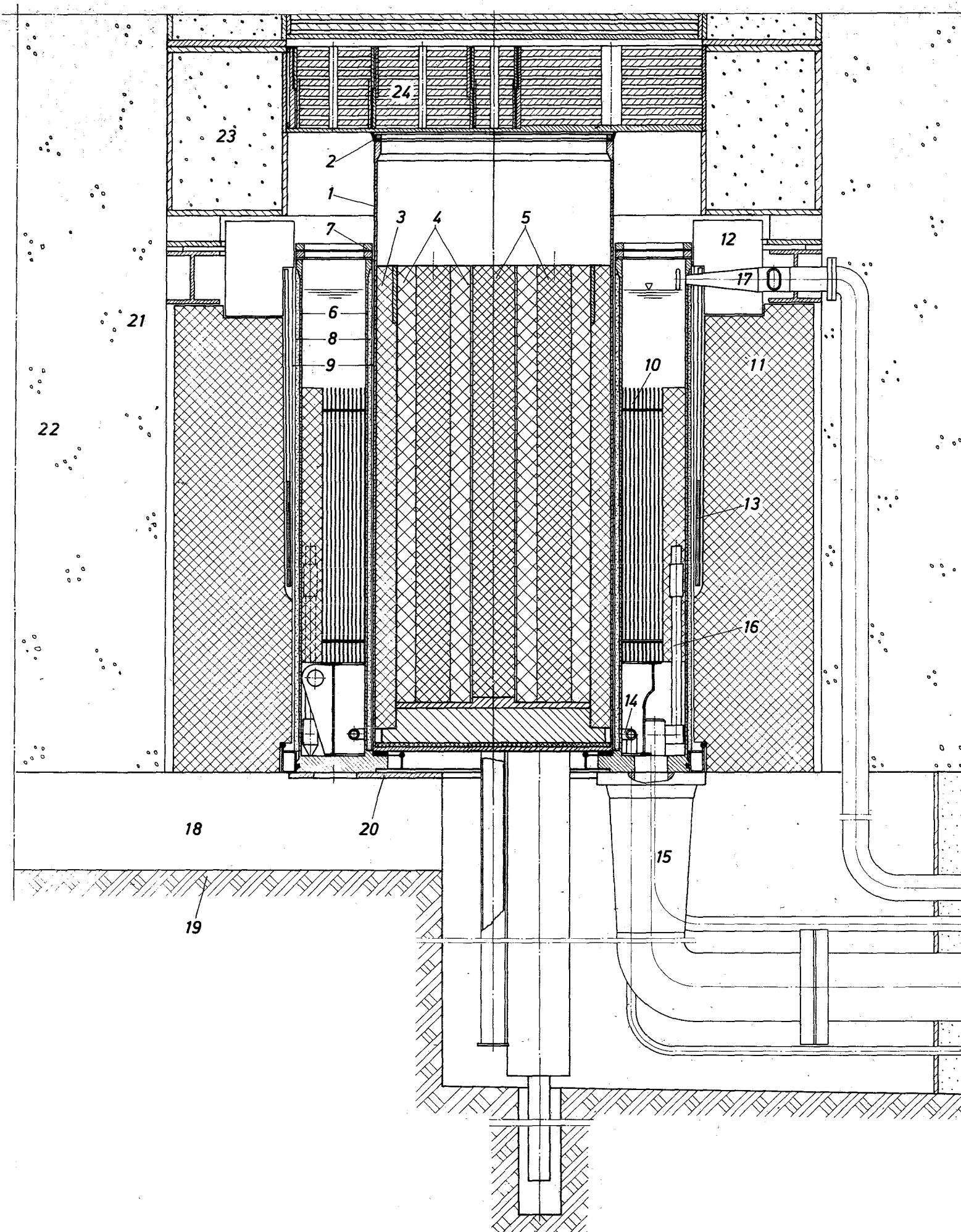
Die Experimente wurden am thermischen Argonaut-Reaktor Karlsruhe, ARK, durchgeführt, der für sie aus dem Schnell-Thermischen Argonaut-Reaktor Karlsruhe, STARK [25,267], aufgebaut worden war.

Die Abb. 5 und 6 geben einen Überblick über den Aufbau des ARK: Die Spaltzone des Reaktors befindet sich in einem ringzylindrischen Behälter mit 610 mm Innendurchmesser und 153 mm Ringbreite. Sie kann bis zu 24 Brennelemente aufnehmen, die aus Brennstoffplatten zusammengefügt sind, deren jede 124 g U_3O_8 mit 20%ig angereichertem Uran als Brennstoff enthält. Die Platten messen 650 mm · 75 mm · 3 mm, ihr Abstand im Element beträgt 6 mm. Die Anzahl und die Anordnung der Elemente in der Ringzone sowie die Anzahl der Platten in jedem Element sind variabel und durch die jeweils gewählte Beladungskonfiguration bestimmt, Freiplätze werden mit Graphit-Füllstücken ausgesetzt.

Als Moderator dient vollentsalztes Wasser. Es wird über ein Kreislaufsystem beim Betrieb ständig umgewälzt. Seine Temperatur war bei den hier beschriebenen Experimenten gleich der Raumtemperatur von ca. 20°C.

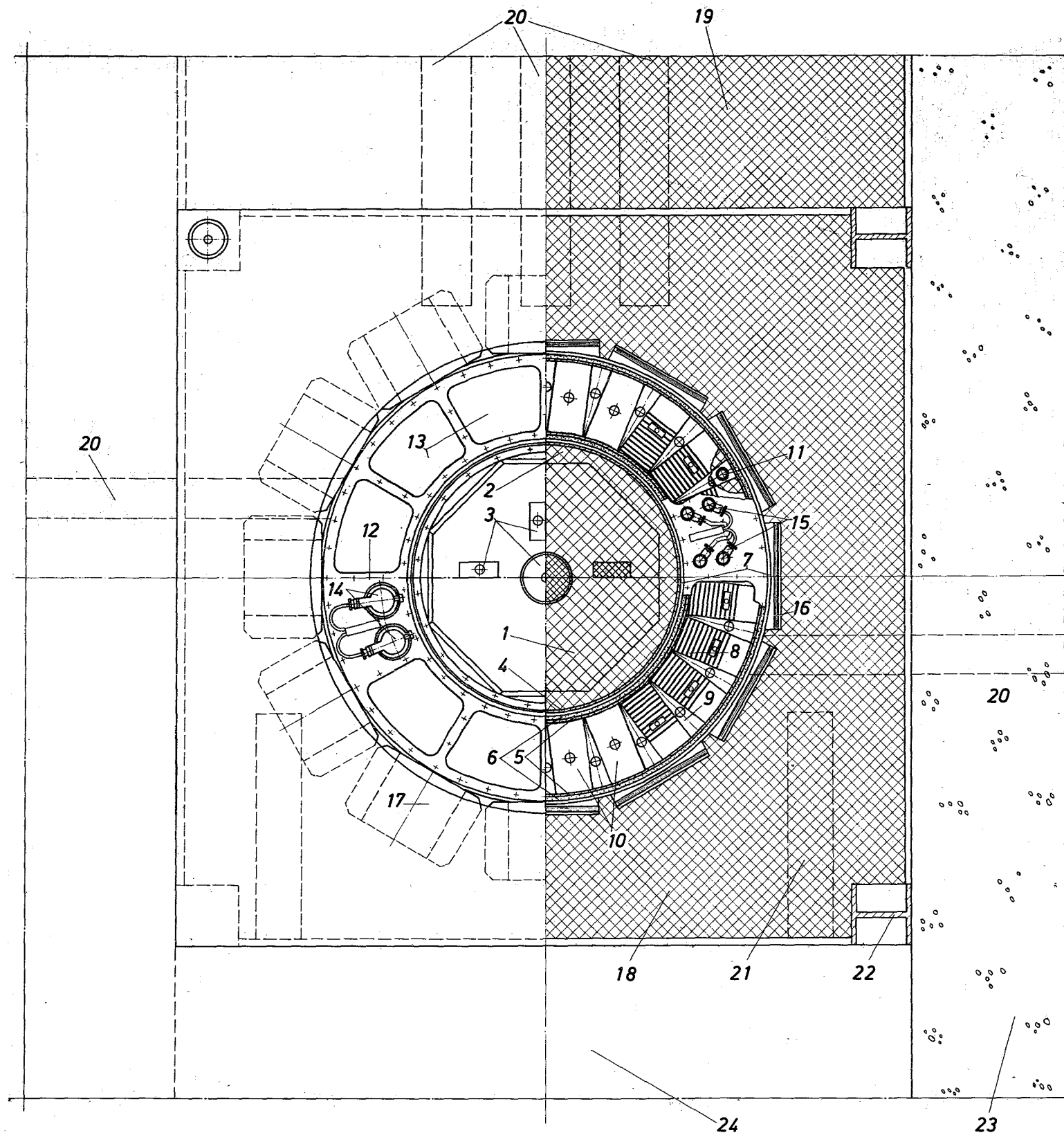
Innerhalb der Ringzone steht ein zylindrischer Behälter, der beim STARK die schnelle Spaltzone mit einem Natururanmantel und einen Graphitmantel aufnimmt, beim ARK hingegen vollständig mit einem Graphiteinsatz ausgefüllt ist. Nach außen umgibt ein Graphitreflektor die thermische Ringzone. In Aussparungen des Reflektors rund um die Außenwand des Ringbehälters sind 12 Regel- und Abschaltetelemente mit 220 mm · 250 mm großen Absorberplatten aus Kadmium angeordnet.

Zur Leistungsüberwachung dienen 4 Meßkanäle mit Ionisationskammern, die im und auf dem Reflektor angeordnet sind. Die Abschirmung des Reaktors besteht aus Betonsteinen.



- 1 Aluminium-Zentralbehälter
- 2 Dichtung am Behälter
- 3 Graphitmantel
- 4 Zentraler Graphiteinsatz
- 5 Vertikalkanäle
- 6 Aluminium-Ringbehälter
- 7 Deckel mit Berstmembran
- 8 Wärmeisolierschichten
- 9 Luft-Kühlspalte
- 10 Brennelemente
- 11 Graphitreflektor
- 12 Abschaltplatten-Antrieb
- 13 Abschaltplatten (eingefahren)
- 14 Ringleitung für Wasserzulauf
- 15 Schnellablaßleitung
- 16 mittlerer Überlauf
- 17 oberer Überlauf
- 18 Kanal für Anfahrquelle
- 19 Fundament
- 20 Bodenplatte
- 21 Struktur
- 22 biologische Abschirmung (Beton-Steine)
- 23 Ringdeckel
- 24 Drehdeckel

Abb. 5:
**Vertikaler Schnitt
ARK**



- 1 Zentraler Graphiteinsatz
- 2 Graphitmantel
- 3 Vertikalkanäle
- 4 Aluminium-Zentralbehälter
- 5 Aluminium-Ringbehälter
- 6 Wärmeisolierschichten
- 7 Luft-Kühlspalte
- 8 Brennelemente (mit angesetzten Graphitstücken)
- 9 Graphitkeile
- 10 Graphitfüllstücke
- 11 mittlerer Überlauf
- 12 Deckel des Ringbehälters
- 13 Berstmembransegment
- 14 Schwimmerschalter
- 15 Widerstandsthermometer
- 16 Abschaltplatten
- 17 Abschaltplatten-Antrieb
- 18 Graphitreflektor
- 19 thermische Kolonne
- 20 Experimentierkanäle
- 21 Bohrungen für die Ionisationskammer
- 22 Struktur
- 23 biologische Abschirmung (Beton-Steine)
- 24 Raum für ausfahrbaren Wasserwagen

Abb. 6:
Draufsicht u. Schnitt
ARK

3.1.2 Beladungskonfigurationen

Abb.7 zeigt die drei Beladungskonfigurationen des ARK, an denen Messungen nach dem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren durchgeführt wurden.

Die Ladung A11 ist eine Eingruppenladung. Sie umfaßt 11 Brennelemente mit zusammen 173 Brennstoffplatten. Die Spaltzone des Reaktors nimmt etwa die Hälfte des Ringzylinders ein. Der Brennstoffeinsatz beträgt

$$m_{A11} = 3,604 \text{ kg } U^{235} .$$

Einen Reaktor mit zwei symmetrischen gekoppelten Spaltzonen bildet die Ladung A8/8. Die Brennelemente sind in zwei Gruppen zu je 8 Elementen mit 136 Brennstoffplatten angeordnet. Die eingebaute Brennstoffmasse ist

$$\begin{aligned} \text{in Spaltzone I : } m_{A8/8,I} &= 2,833 \text{ kg } U^{235} \\ \text{in Spaltzone II: } m_{A8/8,II} &= 2,833 \text{ kg } U^{235} . \end{aligned}$$

Die Ladung A9/7 schließlich stellt einen gekoppelten Zweizonenreaktor mit unsymmetrischem Aufbau dar. Die Spaltzone I enthält 9 Brennelemente mit 151 Brennstoffplatten, die Spaltzone II wird von 7 Elementen mit 113 Platten gebildet. Der Brennstoffeinsatz ist

$$\begin{aligned} \text{in Spaltzone I : } m_{A9/7,I} &= 3,145 \text{ kg } U^{235} \\ \text{in Spaltzone II: } m_{A9/7,II} &= 2,356 \text{ kg } U^{235} . \end{aligned}$$

Die Anordnung der Regel- und Sicherheitsplatten ist zusätzlich eingetragen.

3.2 Reaktivitätsmodulator

3.2.1 Aufgabe und Arbeitsprinzip

Der Reaktor wird bei den Messungen punktuell durch einen in die Spaltzone beziehungsweise eine der beiden Spaltzonen eingebauten Modulator angeregt, der Reaktivitätsänderungen in Form einer Pseudorandomfunktion erzeugt.

Der Reaktivitätsmodulator hat also die Aufgabe, in aperiodischer Folge sehr rasche Übergänge zwischen zwei Reaktivitätszuständen des Reaktors zu bewirken. Diese Aufgabe wurde folgendermaßen gelöst:

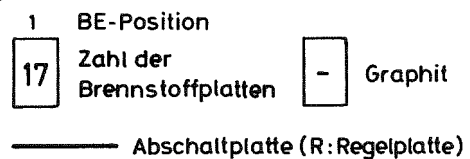
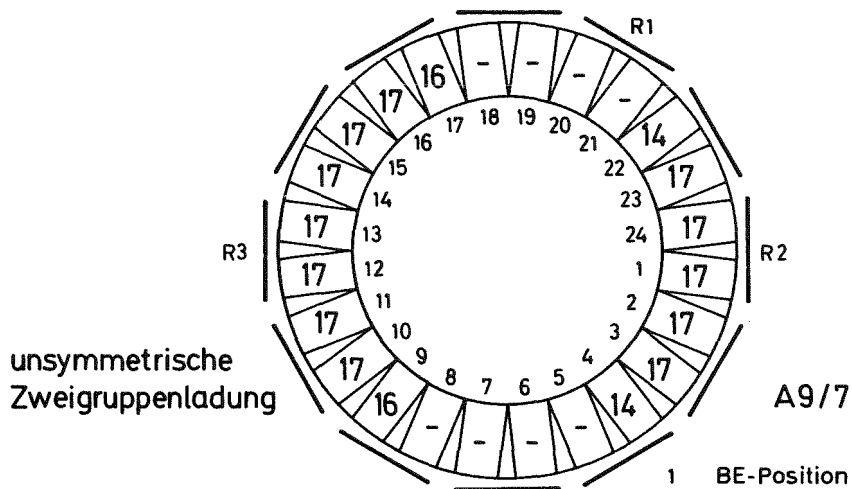
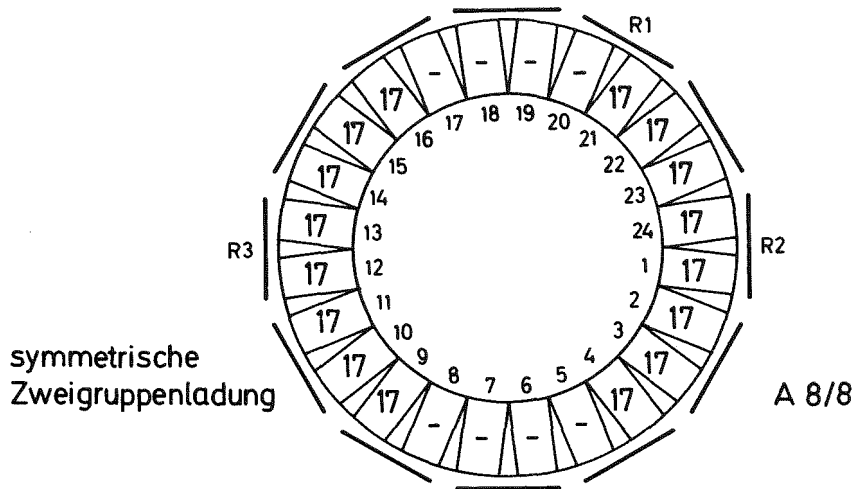
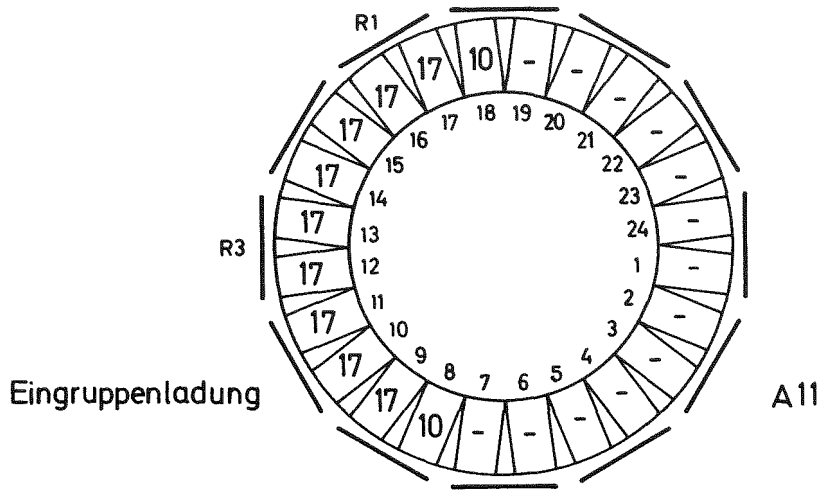


Abb.7: Beladungskonfigurationen des ARK bei den Pseudorandom-Kreuzkorrelationsexperimenten

Der Modulator besteht im wesentlichen aus zwei dicht aufeinanderliegenden Metallplatten, die beide in der gleichen Weise gitterförmig mit Streifen aus neutronenabsorbierendem Material ausgelegt sind. Ein Magnetantrieb verstellt die Platten gegeneinander zwischen zwei um etwa eine Streifenbreite auseinanderliegenden Positionen so, daß in der einen Position die Absorberstreifen beider Platten übereinanderliegen, während sie in der anderen jeweils die Streifenzwischenräume überdecken. Der Modulator ist zwischen zwei Platten eines Brennelements in den Reaktor eingebaut. Die Änderung der effektiven Absorberfläche durch die Plattenverstellung bewirkt Reaktivitätsänderungen am Reaktor um konstante Werte $\Delta\rho$ beziehungsweise $-\Delta\rho$. Der kleine Hubweg ermöglicht dabei sehr rasche Änderungen, sodaß, wie beabsichtigt, ein einer Pseudorandomfunktion sehr nahe kommendes Signal erzeugt werden kann.

Der Magnetantrieb ist oberhalb des Brennelements angeordnet und mit dem Modulator durch ein Zwischenstück verbunden. Modulator, Zwischenstück und Antrieb sind wasserdicht gekapselt. Abb.8 zeigt den gesamten Apparat neben einem Argonaut-Brennelement.

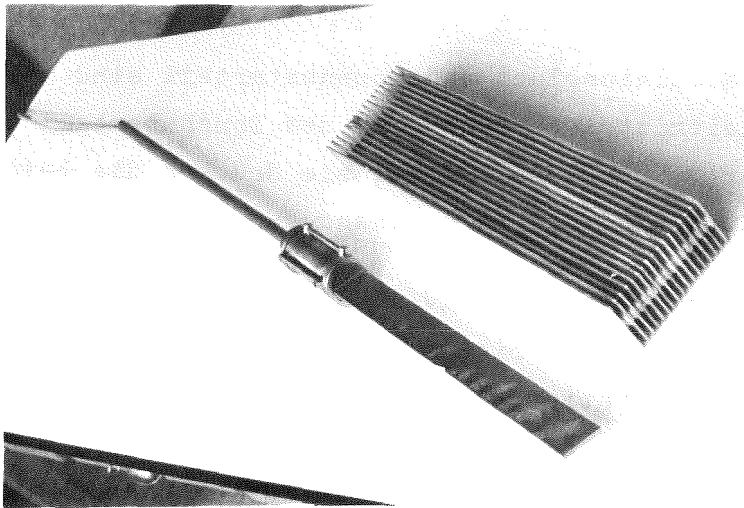


Abb.8: Reaktivitätsmodulator mit Magnetantrieb

3.2.2 Konstruktion des Reaktivitätsmodulators

Der Modulator besteht aus einer aus zwei AlMg₃-Formteilen zusammengesetzten flachen, rechteckigen Dose, die zwischen ihren beiden Teilen über eine Länge von 82 mm und eine Breite von 40 mm eine 1 mm hohe Aussparung besitzt, und einem 80,5 mm · 40 mm · 0,5 mm großen AlMg₃-Blech, das in die

Aussparungen der Dose in Längsrichtung beweglich eingesetzt ist. Dosenunterteil und Blech sind an ihren aneinanderliegenden Flächen über jeweils $80,5 \cdot 40 \text{ mm}^2$ senkrecht zur Längsrichtung mit parallelen, $0,5 \text{ mm}$ voneinander entfernten, $0,5 \text{ mm}$ breiten und $0,25 \text{ mm}$ tiefen Einfräsungen versehen, in die eine neutronenabsorbierende Masse eingefüllt ist. Die Masse besteht aus 2 Gewichtsteilen Gadoliniumoxid, Gd_2O_3 , und 1 Gewichtsteil Epoxidharzbindemittel ARALDIT AV8 der CIBA AG. [27]. Sie wurde als Paste in die zuvor nach dem Pickling-Verfahren [27] ausgebeizten Einfräsungen gefüllt, im Trockenofen bei 130°C ausgehärtet und dann flächenbündig geschliffen.

Gadolinium ist ein Neutronenabsorber mit einem thermischen Absorptionsquerschnitt σ_{th} von 46000 barn und Resonanzabsorption bis etwa 1keV Neutronenenergie. Die Dichte der Gd_2O_3 -Araldit-Mischung beträgt $2,3 \text{ g/cm}^3$. Demnach enthält die $0,25 \text{ mm}$ dicke Schicht der Mischung das Gadolinium in der Flächenbelegung μ_f von $33,2 \text{ mg/cm}^2$ und schwächt thermische Neutronen auf

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{L}{A} \sigma_{\text{th}} \cdot \mu_f} = 0,003$$

(L: Loschmidtzahl; A: Atomgewicht des Gd), ist für sie also praktisch schwarz.

Die Gitterflächen von Modulatorblech und Dosenunterteil sind mit aufgesprühtem Teflon als Gleitmittel versehen. An dem Dosenoberteil befinden sich Teflonstreifen zur Führung des Blechs, sie drücken die beiden Gitter bis auf einen Abstand von rund $0,1 \text{ mm}$ zueinander.

Vom Magnetantrieb wird das Blech relativ zur Dose zwischen zwei Stellungen bewegt, die durch Anschläge im Antrieb festgelegt sind. Die Hubhöhe beträgt $0,3 \text{ mm}$. Abb. 9 zeigt die Orientierung der Gitter zueinander in den beiden Endstellungen. Hubweg und Gitterorientierung stellen sicher, daß auch bei einem Überschwingen des Blechs über die Endstellungen hinaus, das bei den angestrebten schnellen Stellungsänderungen unvermeidlich ist, der monotone Zusammenhang zwischen Hubhöhe und Reaktivität gewahrt bleibt.

Die Hubstange, die das Modulatorblech mit dem Magnetantrieb verbindet, besteht im Bereich des Modulators aus einem Edelstahlstab von 1 mm Durchmesser. Zur Verbindung von Blech und Stab ist das Blech längs seiner Mittellinie mit sechs Bohrungen von 3 mm Durchmesser versehen, in die Edelstahlplättchen eingepaßt sind. Der Stab besitzt einen Längsschlitz, er ist über das Blech geschoben und mit den Plättchen verschweißt.

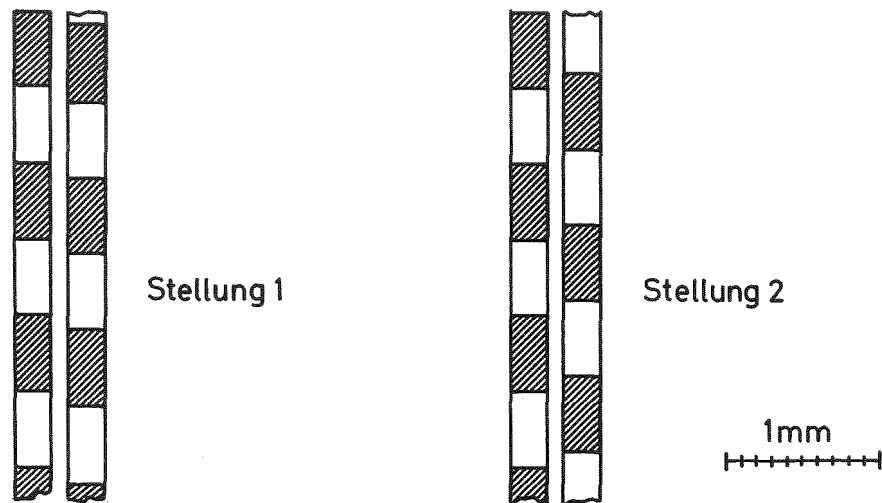


Abb. 9 : Orientierung der Absorbergitter des Modulators in den beiden Endstellungen

Abb.10 zeigt den Reaktivitätsmodulator in seine Teile zerlegt.

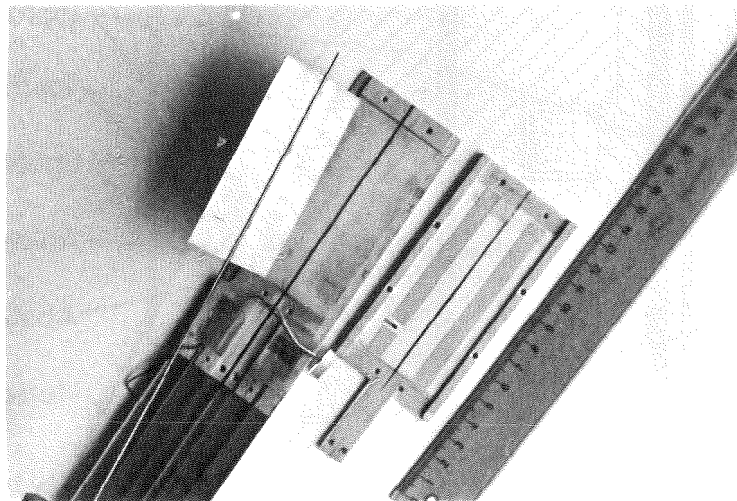


Abb.10: Reaktivitätsmodulator

3.2.3 Magnetantrieb

Der Magnetantrieb des Reaktivitätsmodulators ist rund 40 cm vom Modulator entfernt angeordnet. Er besteht aus zwei Topfmagneten, zwischen denen ein scheibenförmiger Anker um die Hubhöhe von 0,3 mm beweglich gelagert ist. Die Topfmagnete sind, beide gleich, aus einem Mantel und einem Kern teil zusammengesetzt, zwischen denen die Spule angeordnet ist. An der Stirnfläche durchdringt der Kern eine Bohrung im Mantel, hier liegen die

Die Ausführung der Magnete als Topfmagnete entspricht dem Wunsch nach einem gedrungenen Aufbau und einem guten Wirkungsgrad des Magnetantriebs. Das kleine Volumen des Apparats ermöglicht seine Unterbringung im Ringbehälter des Reaktors dicht oberhalb der Spaltzone und damit die Beschränkung der Länge der Verbindungselemente zum Modulator auf ein kleines Maß. Außerdem ist mit dem Einbau im Moderatorwasser das Problem der Verlustwärmeableitung sehr einfach gelöst.

Abb.11 zeigt den Magnetantrieb im Schnitt: Der Kern eines jeden Magneten hat einen Querschnitt von $3,1 \text{ cm}^2$, der sich zur Stirnseite hin konisch bis auf $1,5 \text{ cm}^2$ verjüngt. Der mittlere Eisenweg mißt rund 9 cm. Die Windungszahl der mit quadratischem Querschnitt ausgeführten Spulen beträgt 81. Die Topfmagnete sind in eine Edelstahlrohrkapsel, die als Führungshülse dient, mit zwischengelegtem Abstandhalter eingesetzt und verschraubt. Durch eine zentrale Bohrung in den Kernen ist das Verbindungselement zum Modulatorblech, die Hubstange, durchgeführt und mit dem zwischen den Magneten angeordneten Anker verbunden.

Der Anker besteht aus VACOFLUX 50 der VACUUMSCHMELZE AG. Er hat die Form einer Scheibe mit 3 mm Dicke und $3,1 \text{ cm}^2$ Querschnitt. In ein mit dem Anker hart verlötetes Edelstahlrohrstück ist die Hubstange eingesteckt und mit ihm mit CYANOLIT der BOSTIK GMBH. verklebt. Um ein Haften des Ankers an den Magnetpolen zu vermeiden, ist er beidseitig mit 0,2 mm dickem Teflon beschichtet. Sein Hubweg zwischen den Stirnseiten der beiden Topfmagnete ist durch den Abstandhalter auf 0,3 mm festgelegt.

Zum Bewegen des Ankers erhalten die Magnete wechselweise Stromimpulse von 2,5 msec Dauer und einem Spitzenwert von 6 A. Die Ströme werden mit Leistungstransistoren geschaltet. Abb.12 zeigt ein Oszillogramm des über den Spannungsabfall an einem - gemeinsamen - Meßwiderstand gemessenen Stromverlaufs für beide Spulen zusammen mit dem Pseudorandomsignal, das zur Ansteuerung der Leistungsschalter dient.

Die Dimensionierung des Magnetantriebs basiert auf der folgenden einfachen Überschlagsrechnung:

Für jeden der beiden Magnete besteht beim Anzug des 0,3 mm entfernten Ankers der Zusammenhang zwischen Kraftflußdichte B und Permeabilitätszahl μ 287:

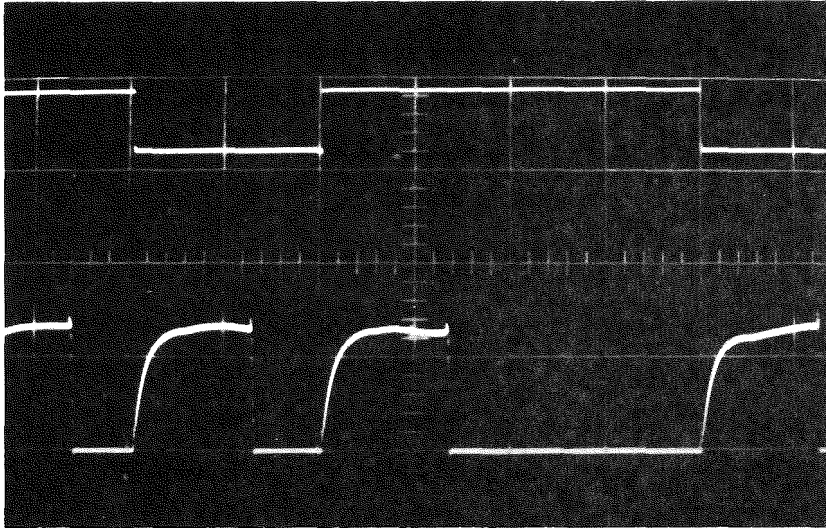


Abb.12: Steuersignal und Stromverlauf in den Spulen des Magnetantriebs

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot w}{\frac{l}{\mu} + b} = \frac{0,603 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,09}{\mu} + 0,001} \frac{V \cdot s}{m^2}$$

iw : Ampèrewindungszahl = 486

l : Eisenweglänge = 9 cm

b : Luftspalt = 1 mm

μ_0 : magnetische Feldkonstante = $1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$

Nach der Permeabilitätskurve $B = B(\mu)$ für Dynamoblech IV 297 ist diese Beziehung erfüllt für

$$B = 0,6 \frac{Vs}{m^2} ; \mu \approx 9000$$

Bei dieser Kraftflußdichte wirkt zwischen Anker und Polen die Kraft K

$$K = \frac{1}{\mu_0} B^2 \cdot F = 43 \text{ N}$$

F : Fläche = $1,5 \text{ cm}^2$

Die Masse m aller zu bewegenden Teile des Modulators beträgt 17,0 g, dazu tragen das Modulatorblech mit 4,2 g, die Hubstange mit 5,3 g und der Anker mit 7,5 g bei.

Unter der Annahme, daß diese Kraft während des gesamten Bewegungsablaufs konstant wirkt - in Wirklichkeit ist sie am Anfang kleiner wegen des allmählichen Stromanstiegs und wird später größer infolge der Verkleinerung des Luftspalts - und unter Vernachlässigung von Reibungskräften ergibt sich damit für die Zeit t , in der die Masse m um die Hubhöhe s von 0,3 mm bewegt wird:

$$t = \frac{2 \cdot s \cdot m}{K} \approx 0,5 \text{ msec}$$

Dieses Ergebnis erschien befriedigend. Damit konnten die angegebenen Auslegungsdaten der Ausführung des Modulatorantriebs zugrundegelegt werden. Die am fertigen Antrieb gemessenen Hubzeiten, die im nächsten Abschnitt genannt sind, liegen sehr gut bei dem errechneten Wert und bestätigen so die Abschätzung.

Die Verbindung der Rohrkapsel des Antriebs mit der Modulatordose wird durch einen 345 mm langen Plexiglaskörper hergestellt, der durch abgekantete, 0,3 mm dünne Edelstahlblechstreifen verstärkt und gehalten ist. Das Zwischenstück trägt ein Edelstahlrohr, das zur Führung der Hubstange dient. Es kann über eine Verschraubung gegen die Rohrkapsel verstellt und so die Lage des Modulatorblechs zum Absorbergitter in der Modulatordose eingerichtet werden.

Die Länge des Zwischenstücks ist so bemessen, daß der Magnetantrieb 10 cm über einem Reaktor-Brennelement steht, während sich der Modulator in der Mitte des Elements befindet.

3.2.4 Stellungsanzeige

Zur Überwachung der Modulatorbewegung und Darstellung des realen Modulatorsignals ist der Modulator mit einer Stellungsanzeige ausgerüstet. Sie besteht aus mehreren durch den Unterteil der Dose und das Modulatorblech geführten Bohrungen von 0,5 mm Durchmesser, die von unten her mittels Mikroglühbirne und Lichtleiter beleuchtet werden und über denen im Ober- teil der Dose eine Photodiode angebracht ist. Die Bohrungen in Dose und Blech stehen genau übereinander, wenn dies auch für die Absorberstreifen zutrifft. Auf diese Weise liefert die Photodiode ein der Gitterstellung entsprechendes Signal, das über einen in der Dose selbst untergebrachten

Impedanzwandler nach außen zu einem Oszillographen geleitet wird.

In Abb.13 ist das auf diese Weise erhaltene Modulatorsignal zusammen mit dem Pseudorandom-Steuersignal - mit $\Delta t = 4$ msec - wiedergegeben. Danach läuft die Bewegung des Modulators in beiden Richtungen gleich und ohne erkennbare Unregelmäßigkeiten ab. Sie setzt jeweils 0,6 msec nach dem Ansteuern des Magnetantriebs ein. Die Hubzeit beträgt 0,6 msec. Der Modulator schwingt nach jedem Hub mit einer maximalen Amplitude von etwa 0,06 mm um die Endstellung. Die Schwingungen, die innerhalb von 1,6 msec vollständig abklingen, führen nicht über die Grenzen einer Gitterbreite hinaus.

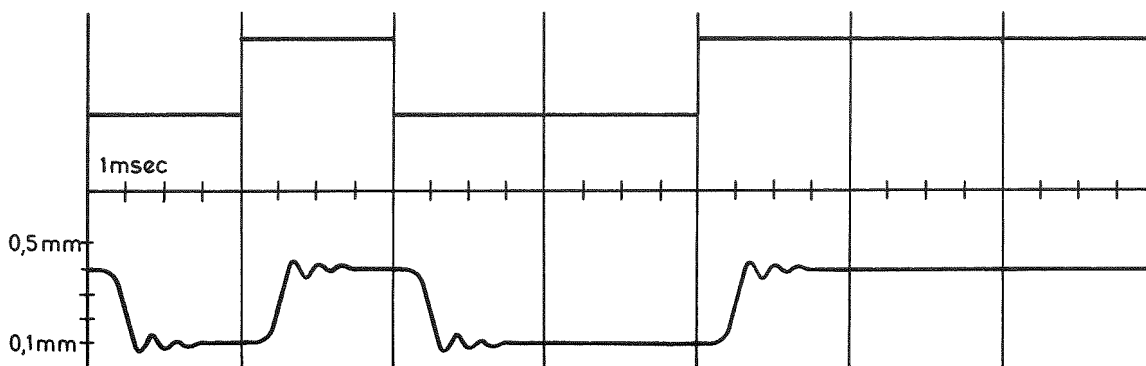


Abb.13: Pseudorandom-Steuersignal und Modulatorsignal nach einem Oszillogramm und der Kalibrierungskurve der Stellungsanzeige

Es ist deutlich, daß die mit dem Modulator erreichbaren Werte für das Zeitintervall Δt weniger durch die Stellzeit, sondern die Schwingungen nach jedem Hub begrenzt werden. Ein brauchbares Pseudorandomsignal läßt sich bis zum Zeitintervall $\Delta t = 3$ msec erzeugen.

3.3 Steuer- und Meßeinrichtungen

3.3.1 Funktionsprinzip

Die Steuer- und Meßeinrichtungen sind nach folgenden Grundzügen aufgebaut:

Die Erzeugung der zur Ansteuerung des Modulators und damit zur Anregung des Reaktors dienenden Pseudorandomfunktion geschieht mit Hilfe eines Pseudorandom-Signalgenerators während der Messung selbst. Die Pseudo-

randomfunktion hat die Periode $1023\Delta t$, es ist die Funktion Nr. 2011 mit zwei von Null verschiedenen Koeffizienten in der Generatorfolge.

Das Reaktorausgangssignal wird jeweils an zwei Stellen des Reaktors gemessen. Zur Aufnahme der Signale dienen Vielkanalanalysatoren mit 1023 Kanälen der Breite Δt , die Zeitauflösung bei der Ausgangssignalmessung ist also gleich dem Zeitintervall im Pseudorandom-Eingangssignal. Die Messung erfolgt im eingeschwungenen Zustand; entsprechend der Periodizität des Eingangssignals bestehen die Ausgangssignale aus aufeinanderfolgenden, zueinander gleichen Sequenzen der Länge $1023\Delta t$, die zur Verbesserung der Informationsgenauigkeit in den Vielkanalanalysatoren fortlaufend in einer vorgegebenen Anzahl aufeinanderaddiert werden. Der synchrone Ablauf von Eingangssignalerzeugung und Ausgangssignalregistrierung wird überwacht.

Die Meßergebnisse werden mit einem Digitalrechner weiterverarbeitet, es werden Impulsantwortfunktionen bestimmt und daraus Frequenzgänge errechnet. Die Ermittlung der Impulsantwortfunktionen geschieht dabei durch Kreuzkorrelation der gemessenen Reaktorausgangssignale mit der zur Ansteuerung des Modulators benutzten, im Rechenprogramm nacherzeugten Pseudorandomfunktion.

Die Verwendung des idealen Pseudorandomsignals bei der Rechnung bedingt, daß die Ausgangssignale auch zeitgleich mit dem Pseudorandom-Steuersignal gemessen werden. Die Zeitverzögerung der Ausgangssignale gegenüber dem Steuersignal, die auf der Verzögerung der Modulatorbewegung und damit des realen Systemeingangssignals gegenüber dem Steuersignal beruht, wird durch Verzögerungsstufen in den Steuerleitungen zu den Vielkanalanalysatoren kompensiert.

Abb.14 zeigt das Blockschaltbild.

3.3.2 Erzeugung des Pseudorandomsignals und Ansteuerung des Modulatorantriebs

Mit einem Zeitmarkengeber (TEKTRONIX 180), dem zwei Untersetzer nachgeschaltet sind, werden Impulse in konstanten zeitlichen Abständen Δt erzeugt. Die beiden Untersetzer ermöglichen dabei eine gut abgestufte Wahl des Δt .

Der Pseudorandom-Signalgenerator, dem die Impulse eingegeben werden, liefert ein Ausgangssignal in Form einer Pseudorandomfunktion mit Δt als Zeitinter-

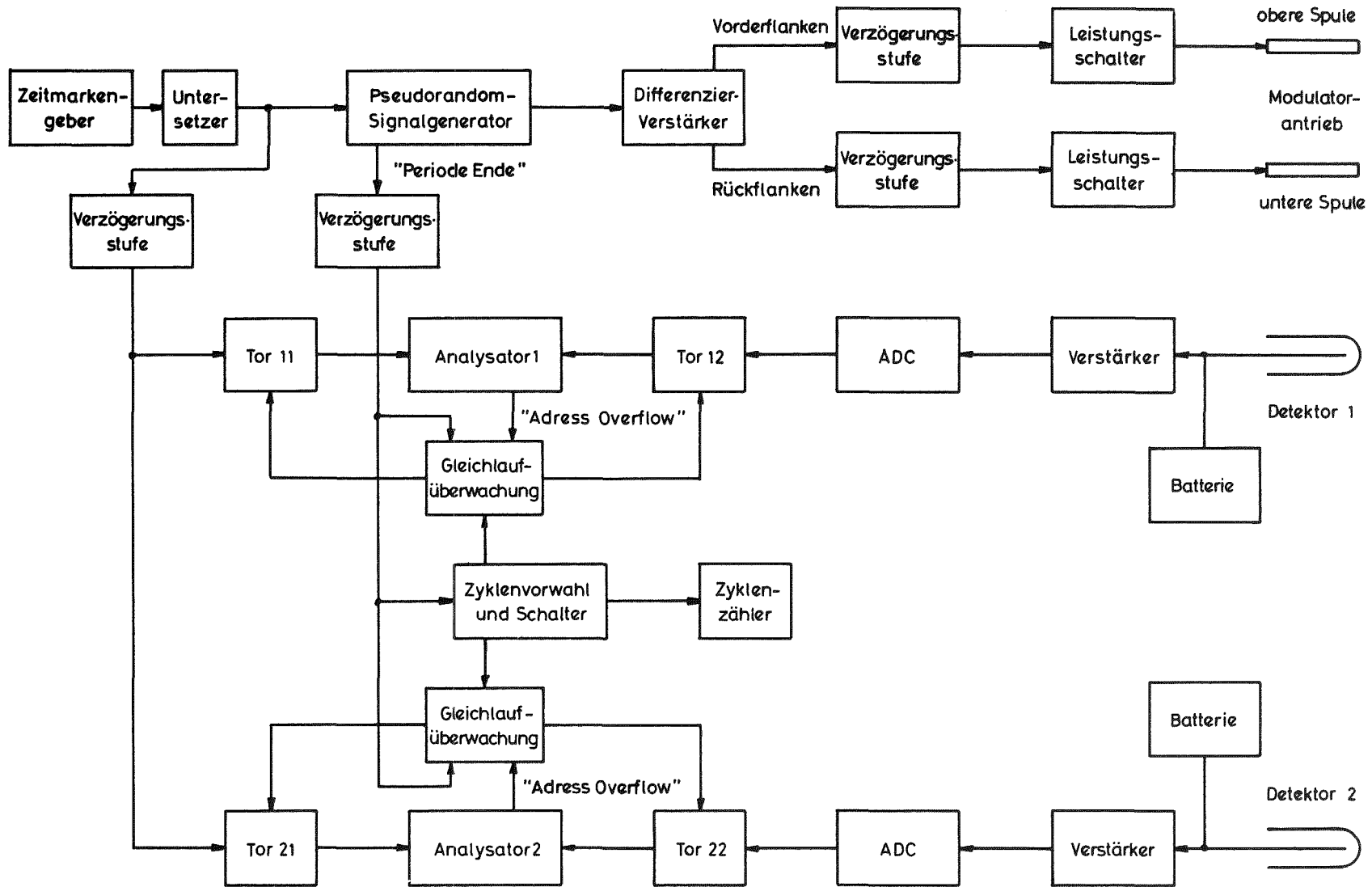


Abb.14: Blockschaltbild der Steuer- und Meßanordnung

vall und der Periode $1023\Delta t$. Er arbeitet als Schieberegister nach dem durch die Rekursionsformel Gl.(2.2.1.2) vorgegebenen Prinzip der Erzeugung von binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge beziehungsweise von Pseudorandomfunktionen, die aus diesen Folgen abgeleitet sind. Abb.15 zeigt das Schema des Generators.

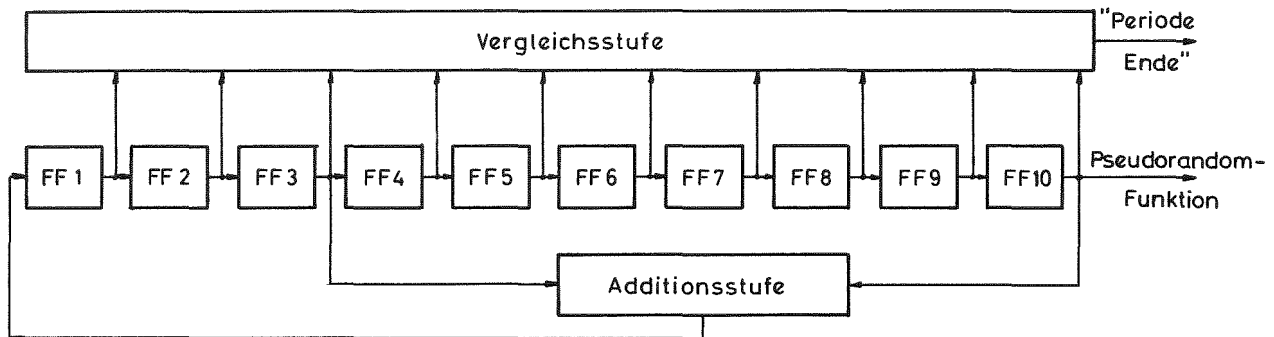


Abb.15: Blockschaltbild des Pseudorandom-Signalgenerators

Der Pseudorandom-Signalgenerator enthält 10 Flip-Flop-Stufen entsprechend den 10 Koeffizienten a_1, \dots, a_{10} , die die Generatorfolge für die Pseudorandomfunktion mit der Periode $1023 t$ bilden. Die Flip-Flop-Stufen sind so geschaltet, daß jeder eingegebene Impuls jede i -te Stufe in den Zustand bringt, den vorher die $i-1$ -te Stufe hatte ($i = 2, \dots, 10$). Der Zustand der 1-ten Stufe wird bestimmt durch Kombination vorheriger Zustände der Stufen, die am Platz nichtverschwindender Koeffizienten der Generatorfolge stehen. Bei der ausgewählten Pseudorandomfunktion Nr. 2011 sind dies die beiden Stufen 3 und 10. Ihre Ausgänge werden von einer Additionsstufe modulo 2 addiert. Am Ausgang der Stufe 10 wird das so erzeugte binäre Pseudorandomsignal abgenommen.

Mit Hilfe einer Vergleichsstufe werden die Zustände der 10 Flip-Flops ständig verglichen. Haben alle den Zustand "1" und liegt damit die innerhalb einer Periode nur einmal vorkommende Zustandskombination vor, so gibt die Vergleichsstufe über die Zeit Δt ein Signal ab, das zur Markierung einer geschlossen abgelaufenen Periode - "Periode Ende" - weiterverwendet wird.

Das Pseudorandomsignal wird einem Differenzierverstärker eingespeist, der Impulse getrennt für Vorder- und Rückflanken des Signals liefert. Die Länge dieser Impulse ist wählbar, im vorliegenden Fall beträgt sie 2,5 msec. Die Impulse fließen den Leistungstransistoren zu, die die Stromzuleitung

zu den beiden Magnetspulen des Modulatorantriebs jeweils für die Dauer der Impulse durchschalten.

3.3.3 Messung und Aufzeichnung der Reaktorausgangssignale

Als Reaktorausgangssignale werden die thermischen Neutronenflußdichten an zwei Stellen des Reaktors in ihrem zeitlichen Verlauf gemessen; entsprechend dem Ziel der Arbeit ist Wert auf die Erfassung der lokalen Effekte an den Meßorten gelegt. Die Detektoren sind dicht an der Spaltzone untergebracht, und zwar in den Aussparungen des Reflektors für die Abschalt-elemente, die seitlich und zur Tankwand hin noch ausreichend Platz bieten. Da damit 24 mögliche Detektorpositionen zur Verfügung stehen, gewährleistet diese Anordnung eine relativ freizügige Auswahl der Meßorte.

Als Detektoren dienen He^3 -Zählrohre (REUTER-STOKES RS-P4-0406) mit 1/2 inch Durchmesser und 6 inch aktiver Länge, die in den Aussparungen bis auf 5 cm in die vertikale Spaltzonenmitte gebracht werden können. Sie arbeiten im Strombetrieb als Ionisationskammern. Als Spannungsquellen dienen Anodenbatterien mit 360 V Spannung.

Die Detektorsignale gelangen über spezielle, kapazitätsarme Kabel zu den Verstärkern. Es werden die für die Verarbeitung schnellveränderlicher Signale geeigneten Elektrometerverstärker KEITHLEY 604 verwendet. Die Grenzfrequenz eines Meßkanals bis zum Verstärker beträgt entsprechend der Eingangsimpedanz von 1 M Ω und der auf 85 pF begrenzten Kapazität 1,6 kHz und liegt damit für die Messungen ausreichend hoch.

Die Ausgangsspannungen der Verstärker müssen, da sie digital registriert werden sollen, in Digitalsignale umgewandelt werden. Dies geschieht mit Analog-zu-Digital-Wandlern HEWLETT-PACKARD 2212A, die bei einer Eingangsspannung von 1 V eine Impulsfolge mit 100 kHz erzeugen und sich durch ein hohes Auslösungsvermögen für schnelle Spannungsänderungen auszeichnen.

Die beiden digitalisierten Reaktorausgangssignale werden als Funktion der Zeit mit zwei Vielkanalanalysatoren registriert. Die verwendeten Geräte sind 1024-Kanal-Analysatoren TECHNICAL MEASUREMENT CORPORATION CN 1024 mit MULTI-SCALER-LOGIC-UNIT, die durch Unterdrückung des ersten Kanals in 1023-Kanal-Analysatoren umgebaut und durch eine Änderung der internen Steuerung zur fortlaufenden Signalaufnahme Zyklus um Zyklus umgerüstet sind. Die Datenausgabe erfolgt durch Drucker HEWLETT-PACKARD 501B und auf

Lochstreifen mit Locher TALLY 420.

Abb.16 zeigt ein typisches Oszillogramm eines Reaktorausgangssignals, hinter dem Verstärker aufgenommen, zusammen mit dem Pseudorandom-Steuersignal. Die Verstärkung ist zehnfach, der Nullpunkt wird unterdrückt.

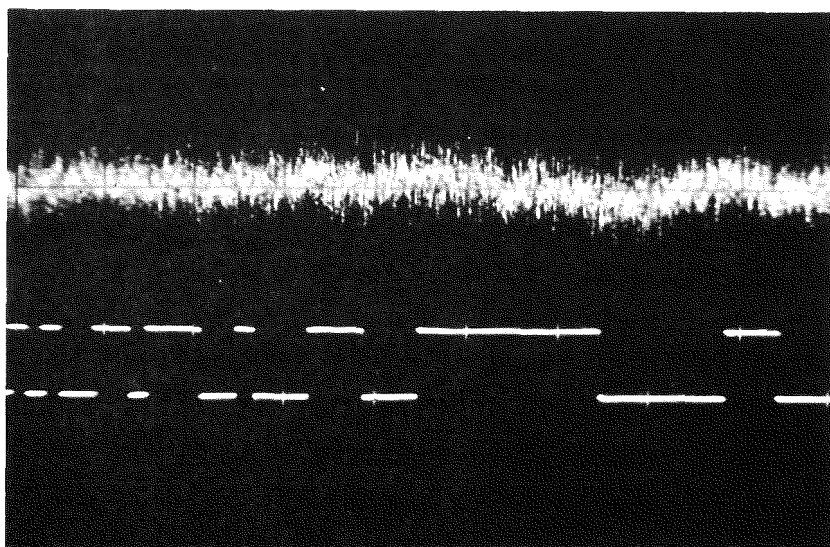


Abb.16: Reaktorausgangssignal am Verstärkerausgang und Pseudorandom-Steuersignal

3.3.4 Synchronisation von Eingangssignalerzeugung und Ausgangssignalmessung; Kompensation von Eingangssignalverformungen

Der Pseudorandom-Signalgenerator und die beiden Vielkanalanalysatoren werden gemeinsam durch die Impulse im Zeitabstand Δt aus dem Zeitmarkengeber nebst Untersetzern angesteuert. Sie arbeiten zyklisch mit der Periode $1023\Delta t$. Wie bereits beschrieben, erzeugt der Signalgenerator am Ausgang "Periode Ende" einmal pro Periode an einer gleichbleibenden Stelle der Pseudorandomfunktion ein Signal über die Zeit Δt . An den beiden Analysatoren kann an der Signallampe "Adress Overflow" ebenfalls ein Signal an einer bestimmten Stelle des zyklischen Ablaufs, nämlich bei jedem Ansteuern des 1023-ten Kanals abgenommen werden.

Diese beiden Signale dienen der Synchronisation der Meßkanäle mit dem Generator: Jeder Kanal ist mit einer Gleichlaufüberwachungsstufe ausgerüstet, die zwei Tore vor den Zeitmarken- und Meßimpulseingängen des Vielkanalanalysators steuert. Vor einem Meßbeginn wird der Analysator zunächst in eine Bereitstellung mit geöffnetem 1023-ten Kanal gebracht, wobei das Signal "Adress Overflow" ansteht. Erscheint dann, nach Anlauf des Signal-

generators, das Signal "Periode Ende", so öffnet die Gleichlaufüberwachungsstufe die Tore und die Messung beginnt. Die Tore bleiben während der Messung nur geöffnet, wenn "Adress Overflow" und "Periode Ende" korreliert auftreten, andernfalls steuert die Überwachungsstufe die Tore zu und signalisiert optisch "unkorreliert". Die Beendigung der Messung erfolgt durch Unterdrückung des Signals "Periode Ende", also Simulation von "unkorreliert" am 1023-ten Kanal. Beginn und Ende der Messung werden elektronisch mit Hilfe eines zum Impulszähler umgebauten Timers gesteuert, der nach einer vorgegebenen Anzahl von Perioden des Modulators, während denen das System einschwingt, die Meßkanäle wie beschrieben einschaltet und nach Ablauf einer ebenfalls eingestellten Anzahl von Perioden die Messung beendet. Die Meßperioden werden mittels eines Zählers registriert.

Mit dieser Synchronisation ist noch nicht der zeitlich gleiche Ablauf von Pseudorandomfunktionserzeugung und Messung gegeben in dem Sinne, daß die Flanken des am Reaktor erzeugten Eingangssignals zeitlich genau mit der Kanalfortschaltung in den Analysatoren zusammenfallen. Um die durch die Verzögerung der Modulatorbewegung gegenüber dem Steuersignal verursachte Zeitverschiebung zu kompensieren, ist zwischen den Zeitmarkengenerator und die Vielkanalanalysatoren eine Verzögerungsstufe eingefügt. Mit einer parallel arbeitenden Verzögerungsstufe für das Signal "Periode Ende" ist Sorge getragen, daß die Gleichlaufüberwachung nicht gestört wird. Das Ein-

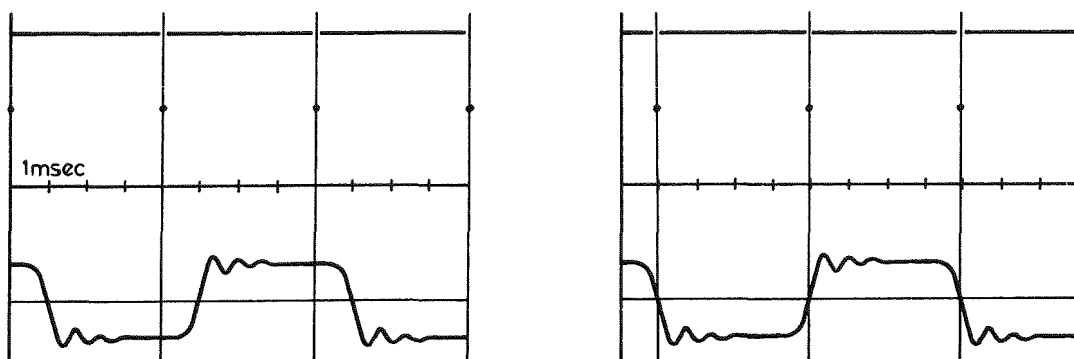


Abb.17: Zeitmarken für die Kanalfortschaltung der Analysatoren und Modulatorsignal ohne und mit Zeitverzögerungskorrektur

stellen der Verzögerungszeit erfolgt anhand der oszillographisch aufgenommenen Zeitmarken hinter der Verzögerungsstufe beziehungsweise des Signals

aus der Modulator-Stellungsanzeige. In Abb.17 sind die Signale mit Verzögerungskorrektur denen ohne Verzögerungskorrektur gegenübergestellt. Dabei wird die angewandte Einstellungstechnik deutlich: Die Korrekturverzögerung ist so eingestellt, daß die Zeitmarken in der Hälfte der Flankenanstiege im Modulatorsignal liegen. Die Korrekturverzögerung betrug bei den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten 1,0 msec.

Um erforderlichenfalls ungleiche Zeitverzögerungen an Vorder- und Rückflanken ausgleichen zu können, sind zusätzlich zwei Verzögerungsstufen in die Steuerleitungen zu den Spulen des Modulatorantriebs eingefügt. Sie brauchten nicht eingesetzt zu werden.

4. Fehler in den mit dem Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten kinetischen Funktionen durch Verformungen des Pseudorandom-Eingangssignals

4.1 Verformungen des Eingangssignals

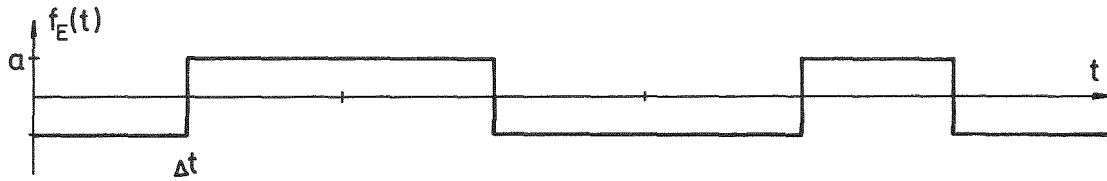
4.1.1 Ursachen von Eingangssignalverformungen

Beim Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren wird davon ausgegangen, daß das am Systemeingang eingegebene Signal genau die Form einer Pseudorandomfunktion hat. Tatsächlich aber ist ein solches Signal kaum zu realisieren, besonders dann, wenn die Modulation des Systems mit elektromechanischen Mitteln erfolgt. Ein reales Systemeingangssignal, wie Abb.18 es zeigt, hat nur annähernd die Gestalt der Pseudorandomfunktion, nach der es erzeugt wird. Es weicht von ihr durch Schwingungen in der Amplitude, Abflachungen der Flanken und zusätzliche Zeitverzögerungen ab.

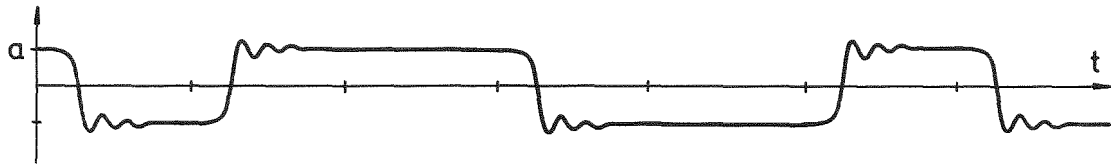
Die nächstliegende Ursache von Signalverzögerungen und Flankenabflachungen liegt darin, daß bei der Modulatorverstellung eine Masse mit einer endlichen Kraft beschleunigt und mit einer endlichen Geschwindigkeit bewegt werden muß. Ist, wie im hier behandelten Fall, der Modulator über ein elastisches Verbindungselement mit dem Antrieb verbunden und zugunsten der Flankensteilheit des Signals nicht ausreichend gedämpft, so führt er Schwingungen um die beiden Endstellungen aus und das Signal erhält die beobachteten Oszillationen. Bei Unsymmetrien im Aufbau des Antriebs oder des Modulators können die Signalverformungen durch Zeitverzögerungen und durch Schwingungen für beide Bewegungsrichtungen verschieden sein.

Es besteht weiter die Möglichkeit, daß Verformungen durch Signalverzögerungen abhängig vom Verlauf des Pseudorandomsignals auftreten. Als eine Ursache kommt zum Beispiel die mit der Pseudorandom-Ansteuerung ungleichmäßige Belastung der Energiequelle für den Modulatorantrieb in Betracht, die zu regelmäßigen Veränderungen der Quellspannung und damit der Bewegung des Modulators führen kann, in der Weise, daß dessen Verstellung umso langsamer geschieht, je rascher sie auf einen vorhergehenden Stellungswechsel folgt.

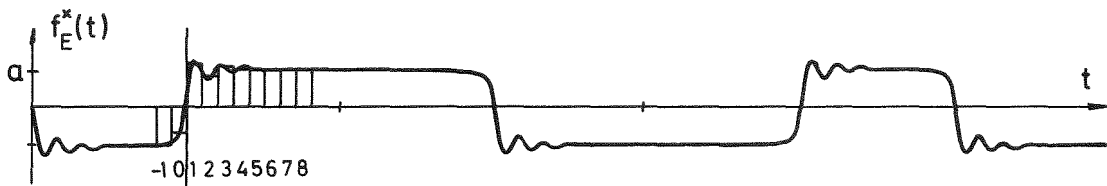
Nach Beobachtungen bei Vorversuchen sind solche steuerfunktionsabhängigen Signalverformungen auch aus einem anderen Grunde möglich, der



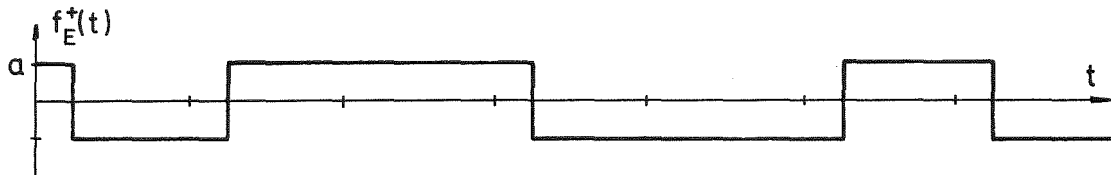
Pseudorandomfunktion



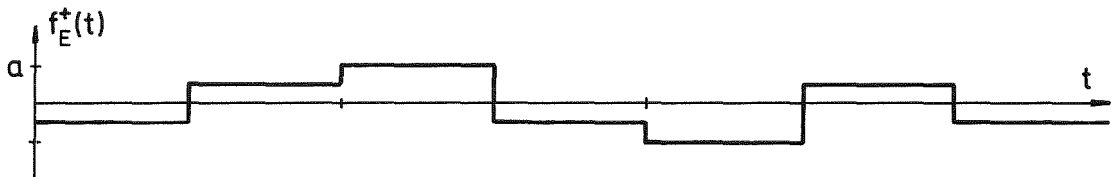
reales Eingangssignal



Formänderungen im realen Eingangssignal - Darstellung mit Verformungsfaktoren



Flankenverzögerungen im realen Eingangssignal



Darstellung der Flankenverzögerungen als Amplitudenänderungen über Δt

Abb.18: Zur Beschreibung der Signalverformungen

sich aus Eigenarten des Magnetantriebs erklären läßt: Die zur Erregung der Hubmagnete dienende Stromimpulse haben eine Dauer von 2,5 msec, sind also nur um 1,5 msec kürzer als das gemeinhin auf 4 msec festgesetzte Zeitintervall Δt im Pseudorandom-Steuersignal. Sie besitzen sehr steile Rückflanken. Da jedoch die Magnete aus relativ dicken Blechen bestehen, verläuft der Induktionsabfall durch Wirbelstromeffekte bis über die Zeitintervallgrenze verzerrt $\sqrt{29,307}$, sodaß am Beginn des folgenden Intervalls eine gegenüber dem Gleichgewichtswert erhöhte Induktion besteht. Ist nun der Antrieb so gestaltet, daß die magnetische Haftung zwischen Anker und Polen eine Rolle im Bewegungsablauf spielt, so wird auf diese Weise jede im Zeitabstand Δt auf einen Modulatorhub folgende Gegenbewegung, gegebenenfalls auch noch jede nach $2\Delta t$, stärker behindert als spätere.

Die Verwendung solcher verformten Signale als Systemeingangssignale im Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren verletzt eine wesentliche Voraussetzung des Verfahrens und führt zu Fehlern in den ermittelten kinetischen Funktionen. Es ist notwendig, die Auswirkungen der Signalverformungen zu untersuchen und festzustellen, inwieweit eine Korrektur der Fehler möglich ist, oder aber die Anwendbarkeit des Verfahrens durch die Signalverformungen beschränkt wird.

4.1.2 Aufteilung der Signalverformungen in Formänderungen und Zeitverzögerungen

In den Verformungen eines realen Systemeingangssignals lassen sich zwei Grundformen unterscheiden. Die eine Grundform sind die Formänderungen, das heißt die Veränderungen der Signalform durch Flankenabflachungen und Amplitudenschwüngen, die andere bilden die gegenüber der erzeugenden Pseudorandomfunktion auftretenden Zeitverzögerungen.

Die Aufteilung einer realen Signalverformung auf diese beiden Verformungsgrundformen soll so vorgenommen werden, wie Abb. 18 es zeigt: Die Formänderungen in einem realen Signal werden durch seinen tatsächlichen Verlauf abgebildet, wobei jedoch die Nulldurchgänge mit denen der erzeugenden Pseudorandomfunktion zusammenfallen. Die Darstellung der Zeitverzögerungen geschieht dementsprechend durch ein Rechtecksignal mit der Amplitude des unverformten Systemeingangssignals, dessen Flanken in den Nulldurchgängen des realen Signals liegen.

Die Untersuchung der Verformungsauswirkungen wird für die beiden Grundformen getrennt durchgeführt.

4.2 Auswirkungen von Eingangssignalverformungen durch Formänderungen

4.2.1 Beschreibung der Formänderungen

Es soll vorausgesetzt werden, daß die Formänderungen in einem Systemeingangssignal in der Umgebung aller Flanken gleich sind. Für die Untersuchung ihrer Auswirkungen im Kreuzkorrelationsverfahren können sie dann folgendermaßen mathematisch dargestellt werden: Jedes Zeitintervall Δt der Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ erhält eine Unterteilung in q Intervalle der Breite Δs . Die mittlere Formabweichung des realen Signals $f_E^x(t)$ von der (unverformten) Funktion $f_E(t)$ in den Intervallen Δs wird durch Verformungsfaktoren k_ν angegeben, so daß an allen Nulldurchgängen t_ξ von $f_E(t)$:

$$f_E^x(t_\xi + t_\nu) = k_\nu \cdot f_E(t_\xi + t_\nu) \quad (4.2.1.1)$$

$$(\nu-1) \cdot \Delta s \leq t_\nu < \nu \cdot \Delta s ; \nu = -r+1, \dots, 0, 1, \dots, q+r$$

wobei r so gewählt ist, daß der Zeitbereich an den Signalflanken, in dem die Formänderungen auftreten, voll erfaßt wird.

Abb.18 veranschaulicht dieses Verfahren an dem bei den Experimenten verwendeten Eingangssignal mit $\Delta t = 4$ msec, bei einer Teilungszahl $q = 10$. Die Verformungsfaktoren haben die in die Tabelle 2 eingetragenen Werte. In der Tabelle sind ebenfalls die Verformungsfaktoren für das reale Signal mit $\Delta t = 3$ msec, bei $q = 8$, angegeben. Es ist $r = 2$.

t msec	k_{-1}	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8
4	1,00	0,67	1,37	0,70	1,16	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	1,00	0,69	1,36	0,73	1,12	0,85	1,02	1,00	-	-

Tabelle 2: Verformungsfaktoren k_ν der realen Eingangssignale
(nach den originalen Oszillogrammen)

4.2.2 Rechenprogramm zur Simulierung des Kreuzkorrelationsverfahrens mit formverändertem Eingangssignal

Zur Ermittlung der Auswirkungen von Eingangssignalverformungen im Kreuzkorrelationsverfahren wird das für die IBM 360 geschriebene Fortran-Programm RATEST eingesetzt, das das Verfahren bei Messungen an einem Reaktor nachbildet. Die Variante RATEST1 erlaubt die Untersuchungen mit formveränderten Eingangssignalen.

In dem Programm sind, durch Steuerparameter auswählbar, drei Impulsantwortfunktionen vorgegeben:

$$h(t) = 29,4 (0,9917 \cdot e^{-29,4 t} + 0,0056 \cdot e^{-0,195 t} + 0,0027)$$

Zeit t in Sekunden

(4.2.2.1)

ist die Impulsantwortfunktion eines thermischen Reaktors, wie sie mit den Daten des Argonaut-Reaktors [347], bei Aufteilung der verzögerten Neutronen in zwei Gruppen mit den effektiven Anteilen β_i und den Zerfallskonstanten λ_i der Vorläufer

$$\begin{array}{ll} \beta_1 = 0,00319 & \lambda_1 = 0,0389 \text{ sec}^{-1} \\ \beta_2 = 0,00411 & \lambda_2 = 0,3990 \text{ sec}^{-1} \end{array}$$

und der Generationszeit Λ der prompten Neutronen

$$\Lambda = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

aus den kinetischen Gleichungen für den Punktreaktor folgt.

$$h(t) = 29,4 (0,9917 \cdot e^{-29,4 t} + 0,0056 \cdot e^{-0,195 t} + 0,0027)$$

Zeit t in Sekunden

(1 + e^{-370 t})

(4.2.2.2)

und

$$h(t) = 29,4 (0,9917 \cdot e^{-29,4 t} + 0,0056 \cdot e^{-0,195 t} + 0,0027)$$

Zeit t in Sekunden

(1 - e^{-370 t})

(4.2.2.3)

stellen Funktionen dar, die, mit gleichen Werten für die β_i , λ_i und Λ , die Impulsantwortfunktionen der angeregten Spaltzone und der nichtange-

regten Spaltzone eines gekoppelten Reaktors nachbilden, so wie sie die in Abschnitt 5.2.4 beschriebenen Messungen liefern.

Das Programm RATEST1 erzeugt aus der Generatorfolge Nr. 2011, der Startfolge und dem eingegebenen Wert für das Zeitintervall Δt die Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ mit der Periode $1023 t$. Entsprechend der vorgegebenen Teilungszahl q , die maximal 10 betragen kann, wird $f_E(t)$ in Δt q -fach unterteilt und danach in der Umgebung der Flanken mit den Verformungsfaktoren k_p , die ebenfalls zu den Eingabedaten gehören, gemäß Gl.(4.2.1.1) multipliziert.

Die so mit $1023 \cdot q$ Amplitudenwerten in Zeitabständen $\Delta s = \Delta t/q$ gegebene Funktion $f_E^x(t)$ stellt das Systemeingangssignal dar. Ihre Faltung mit einer Impulsantwortfunktion ergibt das Systemausgangssignal $f_A^x(t)$. Die Faltung erfolgt durch Multiplikation und Summation folgendermaßen:

$$f_{A,i}^x = \frac{1}{2 \cdot q} \sum_{j=0}^{q \cdot 1023 - 1} h_j \cdot (f_{E,i-j}^x + f_{E,i-j+1}^x) \quad (4.2.2.4)$$

wobei h_j die Impulsantwortfunktion im Zeitpunkt $j\Delta s$, $f_{E,i-j}^x$ das Eingangssignal zur Zeit $(i-j)\Delta s$, $f_{E,i-j+1}^x$ das Eingangssignal zur Zeit $(i-j+1)\Delta s$ und $f_{A,i}^x$ das mittlere Systemausgangssignal im Zeitbereich $i\Delta s \leq t < (i+1)\Delta s$ sind. Durch Summation über Δt , also jeweils q Intervalle Δs wird $f_{A,i}^x$ schließlich auf 1023 Werte komprimiert, so wie es bei den Messungen mit Vielkanalanalysatoren vorliegt.

Die Faltung von $f_A^x(t)$ mit der (unverformten) Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ liefert die Impulsantwortfunktion $h^o(t)$, mit den durch die Signalformänderungen und die endliche Breite des Intervalls Δt verursachten Fehlern. Sie wird mit der Subroutine KREUKØ ausgeführt, die im Zusammenhang mit dem Auswerteprogramm PSEURA1 für Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessungen in Abschnitt 5.1.3 näher beschrieben ist. Die Korrektur des durch die endliche Breite von Δt verursachten Fehlers in $h^o(t)$ erfolgt mit der Subroutine KØRRI1 nach dem in Abschnitt 2.3.2 angegebenen Iterationsverfahren. Das Ergebnis ist die korrigierte Funktion $h^*(t)$. Die Korrekturgleichungen lauten, da der Zeitabstand der Funktionswerte immer Δt beträgt:

$$h_{i,e+1}^* = h_i^o - \frac{1}{12} (h_{i+1,e}^o - 2h_{i,e}^o + h_{i-1,e}^o) \quad (4.2.2.5)$$

$i = 1, 2, \dots, p-1$

$$h_{0,e+1}^* = 2h_0^o - \frac{1}{3} (h_{1,e}^o - h_{0,e}^o) + \frac{1}{12} (h_{2,e}^o - 2h_{1,e}^o + h_{0,e}^o) \quad (4.2.2.6)$$

beziehungsweise bei Annahme eines linearen Funktionsverlaufs in $0 \leq t \leq \Delta t$ bei der Korrektur von h_0 :

$$h_{0,e+1}^{\circ} = 2h_0^{\circ} - \frac{1}{3}(h_{1,e}^{\circ} - h_{0,e}^{\circ}) \quad (4.2.2.7)$$

wobei l die Zahl der Iterationen angibt. KØRRI1 kann durch die Subroutine KØRRI2 ersetzt werden, die geänderte Korrekturgleichungen für formveränderte Eingangssignale enthält (vgl. Abschnitt 4.2.4).

Die Funktionen $h^{\circ}(t)$ und $h^*(t)$ werden mit der ebenfalls dem Programm PSEURA1 entnommenen Subroutine TRANSF zu den Frequenzgängen $H^{\circ}(\omega)$ und $H^*(\omega)$ fourier-transformiert, ebenso die vorgegebene Impulsantwortfunktion $h(t)$ zu $H(\omega)$. Die Programmausgabe umfaßt $h(t)$, $h^{\circ}(t)$ und $h^*(t)$, sowie $H(\omega)$, $H^{\circ}(\omega)$ und $H^*(\omega)$.

4.2.3 Fehler und Fehlerkorrektur in den kinetischen Funktionen mit dem unverformten Pseudorandom-Eingangssignal

Es sollen zunächst mit dem Rechenprogramm RATEST1 die Fehler, die im Kreuzkorrelationsverfahren mit unverformtem Pseudorandom-Eingangssignal infolge des endlich breiten Zeitintervalls Δt auftreten, aufgezeigt und die Wirksamkeit der Fehlerkorrektur an Impulsantwortfunktionen und Frequenzgängen untersucht werden. Die Rechnungen erfolgen mit der Teilungszahl $q = 10$.

Abb.19 zeigt die Impulsantwortfunktion $h(t)$ des Punktreaktors nach Gl.(4.2.2.1) im Zeitbereich von 0 bis $25\Delta t$, mit $\Delta t = 4$ msec, dazu die im Kreuzkorrelationsverfahren errechnete Funktion $h^{\circ}(t)$ und die mittels Gl.(4.2.2.5) und Gl.(4.2.2.6) korrigierte Funktion $h^*(t)$. In Abb.20 sind die entsprechenden Funktionen aufgetragen, wie sie aus den Rechnungen mit den Zweizonenreaktor-Impulsantwortfunktionen Gl.(4.2.2.2) und Gl.(4.2.2.3) folgen.

In allen drei Fällen liefert das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren die Funktion $h^{\circ}(t)$ mit einem massiven Fehler gegenüber der vorgegebenen Impulsantwortfunktion $h(t)$ in $t = 0$. Die Abweichungen der übrigen Funktionswerte sind dagegen klein, sie verschwinden vollends von etwa $t = 5\Delta t$ an.

Mit dem Korrekturverfahren an $h^{\circ}(t)$ können die Fehler jedoch vollständig

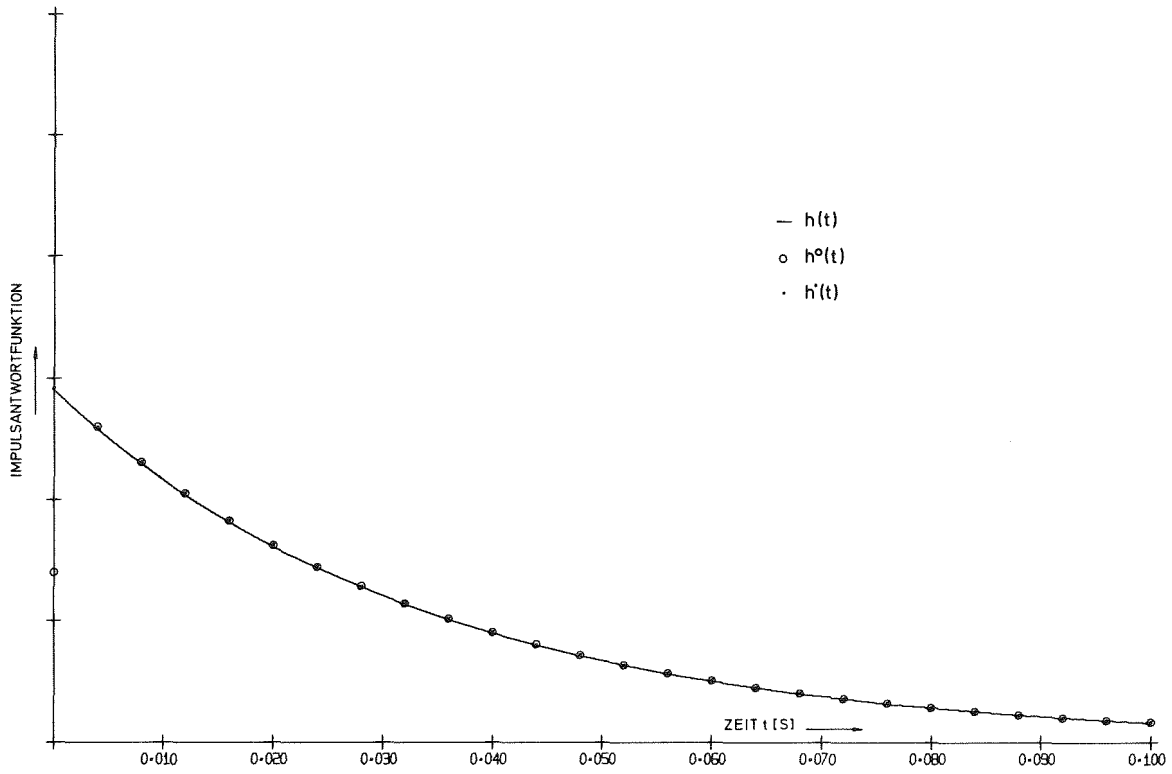


Abb.19: Impulsantwortfunktion nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit unverformtem Eingangssignal

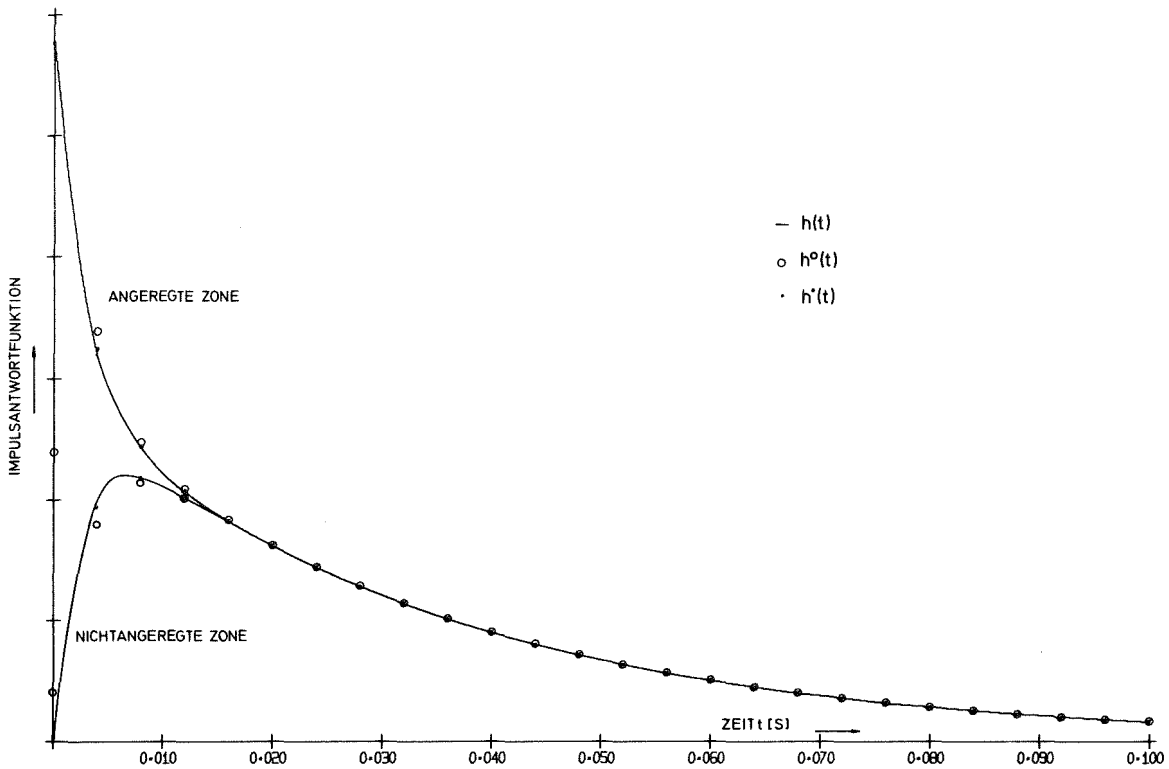


Abb.20: Impulsantwortfunktionen nach dem Zweizonenreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit unverformtem Eingangssignal

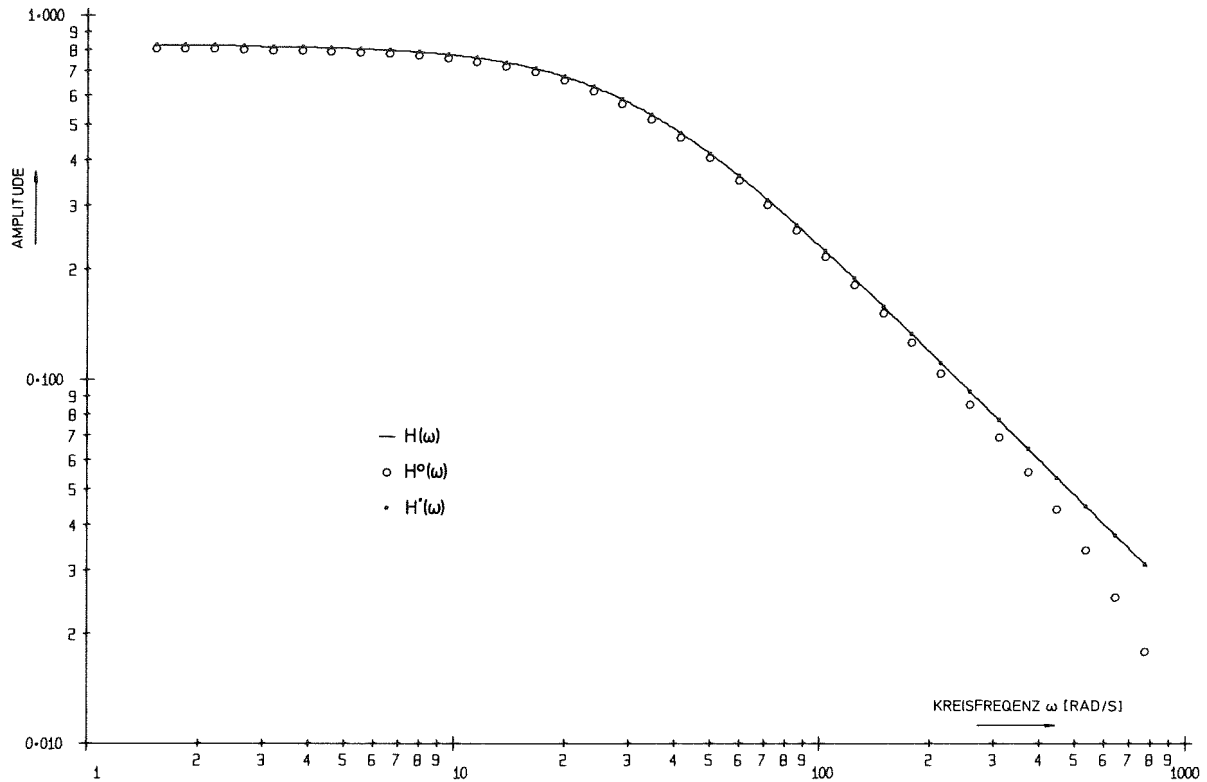


Abb.21/1: Frequenzgang - Amplitude - nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit unverformtem Eingangssignal

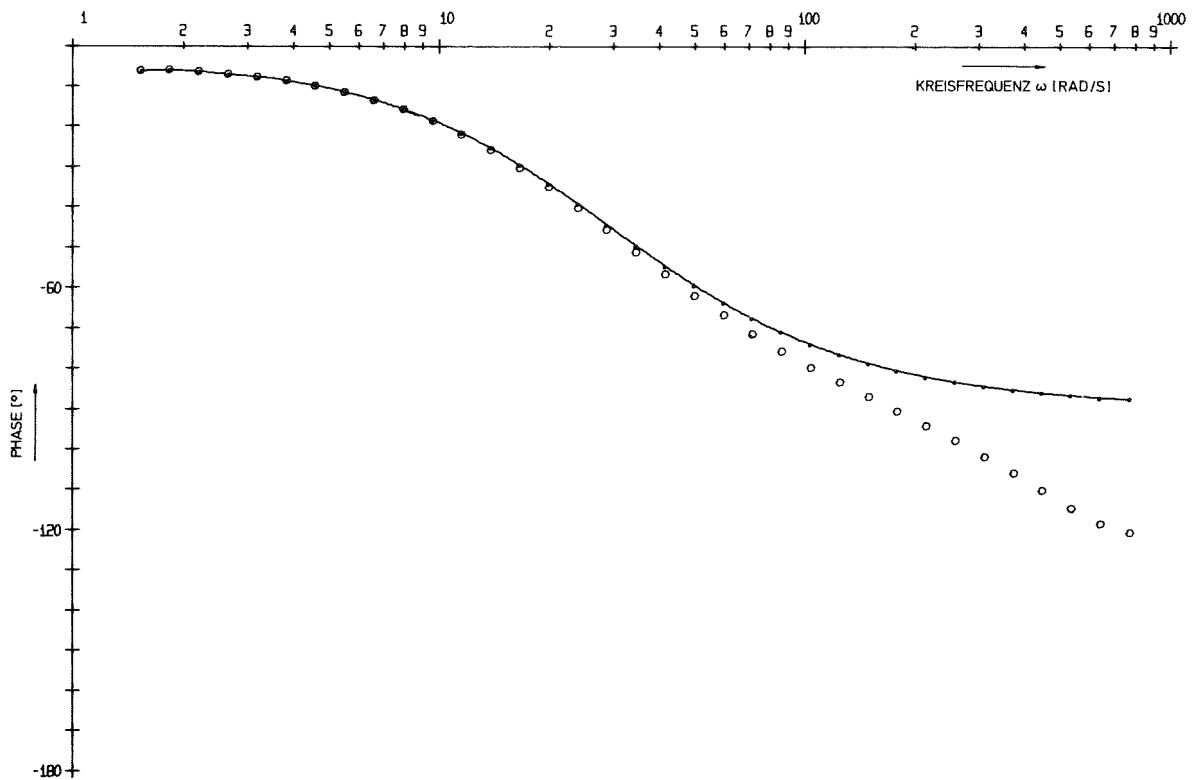


Abb.21/2: Frequenzgang - Phase - nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit unverformtem Eingangssignal

beseitigt werden. Vergleichsrechnungen zeigen, daß dabei die Korrektur in $t = 0$ mit Gl.(4.2.2.7), also unter der Annahme eines linearen Verlaufs der Impulsantwortfunktionen im Bereich $0 \leq t \leq \Delta t$, in den hier untersuchten Fällen praktisch zu gleichen Ergebnissen führt wie die Korrektur mit Gl.(4.2.2.6).

Abb.21 zeigt die durch Fouriertransformation der Impulsantwortfunktion des Punktreaktors, $h(t)$, sowie der Funktionen $h^{\circ}(t)$ und $h^*(t)$ gewonnenen Frequenzgänge. Die Fehler in $h^{\circ}(t)$ führen im Amplitudengang, entsprechend der Änderung des Zeitintegrals über die Impulsantwortfunktion, zu einer Abweichung um einen konstanten Faktor im gesamten Frequenzbereich. Zusätzlich erfahren die Amplitudenwerte eine zunehmende Verkleinerung bei höheren Frequenzen. Der Phasengang wird mit Ausnahme des unteren Frequenzbereichs ebenfalls mit der Frequenz zunehmend verfälscht.

Die Fehler im Phasengang machen deutlich, daß im vorliegenden Fall eine Korrektur des verfälschten Frequenzganges, so wie im Abschnitt 2.4.2 beschrieben, mittels Division durch das Leistungsdichtespektrum des Pseudorandomsignals, $\phi_{EE}(\omega)$, nicht erzielt werden kann: $\phi_{EE}(\omega)$ ist eine reelle Funktion, die Division läßt den Phasengang unverändert. Allgemein geht aus dem mit der Transformationsgleichung, Gl.(2.4.1.2), gegebenen Zusammenhang zwischen Impulsantwortfunktionen $h(t)$ und Frequenzgängen $H(\omega)$ hervor, daß ein Phasenfehler in $H(\omega)$ durch Fehler in $h(t)$ nur dann nicht auftritt, der Frequenzgang also mittels Division durch $\phi_{EE}(\omega)$ korrigiert werden kann, wenn $h(t)$ und $\frac{dh(t)}{dt}$ in $t = 0$ verschwinden. Das aber ist gleichbedeutend damit, daß ein im Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren verfälschter Frequenzgang nur dann mit $\phi_{EE}(\omega)$ im Frequenzbereich korrigierbar ist, wenn die zugehörige verfälschte Impulsantwortfunktion entsprechend der wahren Funktion und der Breite des Zeitintervalls Δt im Eingangssignal keinen Fehler in $t = 0$ aufweist.

4.2.4 Fehler und Fehlerkorrektur in den kinetischen Funktionen mit einem formveränderten Eingangssignal

Die Simulierung des Kreuzkorrelationsverfahrens mit einem Eingangssignal, an dem die Formänderungen des realen, bei den Experimenten verwendeten Signals mit $\Delta t = 4$ msec durch die in der Tabelle 2 angegebenen Verformungsfaktoren nachgebildet sind, wird mit allen drei Modell-Impulsantwortfunktionen durchgeführt. Die folgenden Abbildungen veranschaulichen

die Ergebnisse der Rechnungen.

In Abb.23, Abb.24 und Abb.25 sind die wahren Impulsantwortfunktionen $h(t)$ zusammen mit den im Kreuzkorrelationsverfahren erhaltenen Funktionen $h^{\circ}(t)$ und den mit Gl.(4.2.2.5) und Gl.(4.2.2.6) korrigierten Funktionen $h^x(t)$ aufgetragen. Die korrigierten Funktionen $h^x(t)$ weisen gegenüber den $h(t)$ Abweichungen auf, die auf die Eingangssignalverformungen zurückgehen. Sie treten im wesentlichen nur in $t = 0$ auf, für größere Zeiten verschwinden sie nahezu vollständig. Ihnen entsprechen, wie die Abb.26, Abb.27 und Abb.28 zeigen, Fehler in den Frequenzgängen, insbesondere im Bereich höherer Frequenzen. Sie sind wesentlich kleiner als die Fehler durch das endlich breite Δt , verändern die Frequenzgänge aber noch merklich.

Um die Beseitigung dieser Fehler zu erreichen, wird das Korrekturverfahren für endliche Δt weiterentwickelt:

Nach Gl.(2.3.2.1) geht eine im Kreuzkorrelationsverfahren erhaltene Funktion $h^{\circ}(t)$ aus der Faltung der wahren Impulsantwortfunktion $h(t)$ mit dem Anteil $\varphi_{\Delta}(\tau)$ der Autokorrelationsfunktion des Pseudorandomsignals $f_E(t)$ hervor. Für das ideale Signal $f_E(t)$ mit der Amplitude a hat $\varphi_{\Delta}(\tau)$ die Form eines Dreiecks mit der Spitzenhöhe a^2 und der Basisbreite $2\Delta t$.

Die Formänderungen des Eingangssignals führen zur Veränderung von $\varphi_{\Delta}(\tau)$; die veränderte Funktion $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ ist

$$\varphi_{\Delta}^x(\tau) = \frac{1}{P} \int_0^P f_E(t-\tau) f_E^x(t) dt - \varphi_{\Delta}^x(\tau) \quad (4.2.4.1)$$

wobei $f_E^x(t)$ das formveränderte Systemeingangssignal angibt und $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$, wie in Abschnitt 2.3.1, den über die Zeit konstanten Anteil des Faltungsintegrals bezeichnet. Es wird vorausgesetzt, daß die Veränderungen in $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ gegenüber $\varphi_{\Delta}(\tau)$ durch die Formänderungen im Eingangssignal vernachlässigbar klein bleiben. Die Faltung der Impulsantwortfunktion $h(t)$ mit $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ liefert dann die durch endlich breites Δt und Formänderungen im Systemeingangssignal verfälschte Funktion $h^{\circ}(\tau)$: Entsprechend Gl.(2.3.2.2) ist

$$h^{\circ}(\tau) = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t}^{+\Delta t} h(\tau+\lambda) \cdot \frac{1}{a^2} \varphi_{\Delta}^x(-\lambda) d\lambda \quad (4.2.4.2)$$

Das Korrekturverfahren für die Fehler in $h^{\circ}(\tau)$ kann dementsprechend in

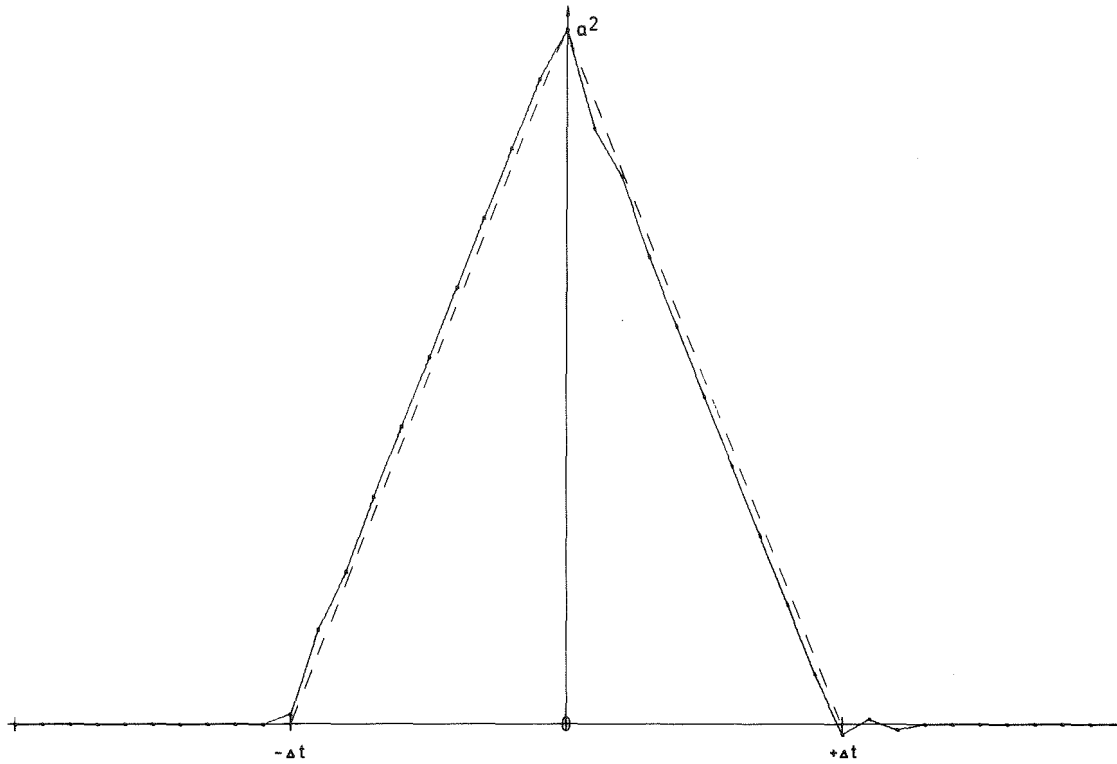


Abb.22: Funktion $\varphi_{EE}^*(\tau) = \varphi_{\Delta}^*(\tau) + \varphi_{-}^*(\tau)$ für das formveränderte, reale Eingangssignal mit $\Delta t = 4$ msec

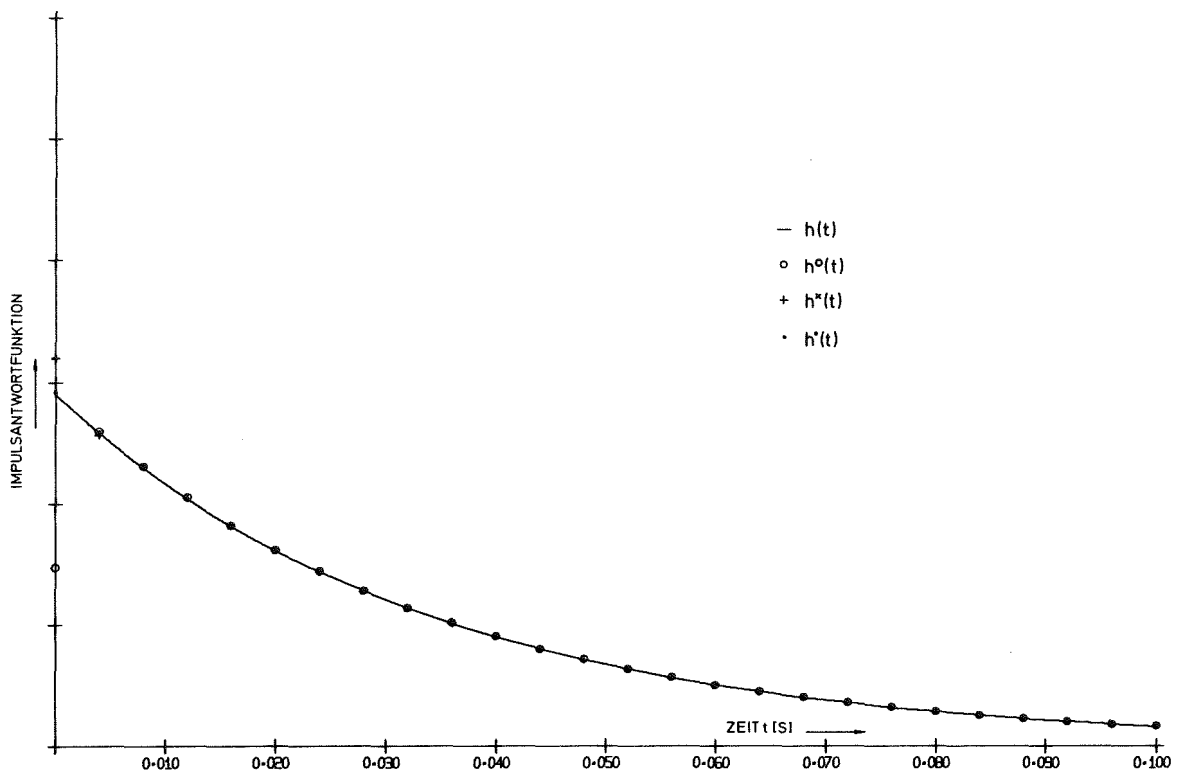


Abb.23: Impulsantwortfunktion nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

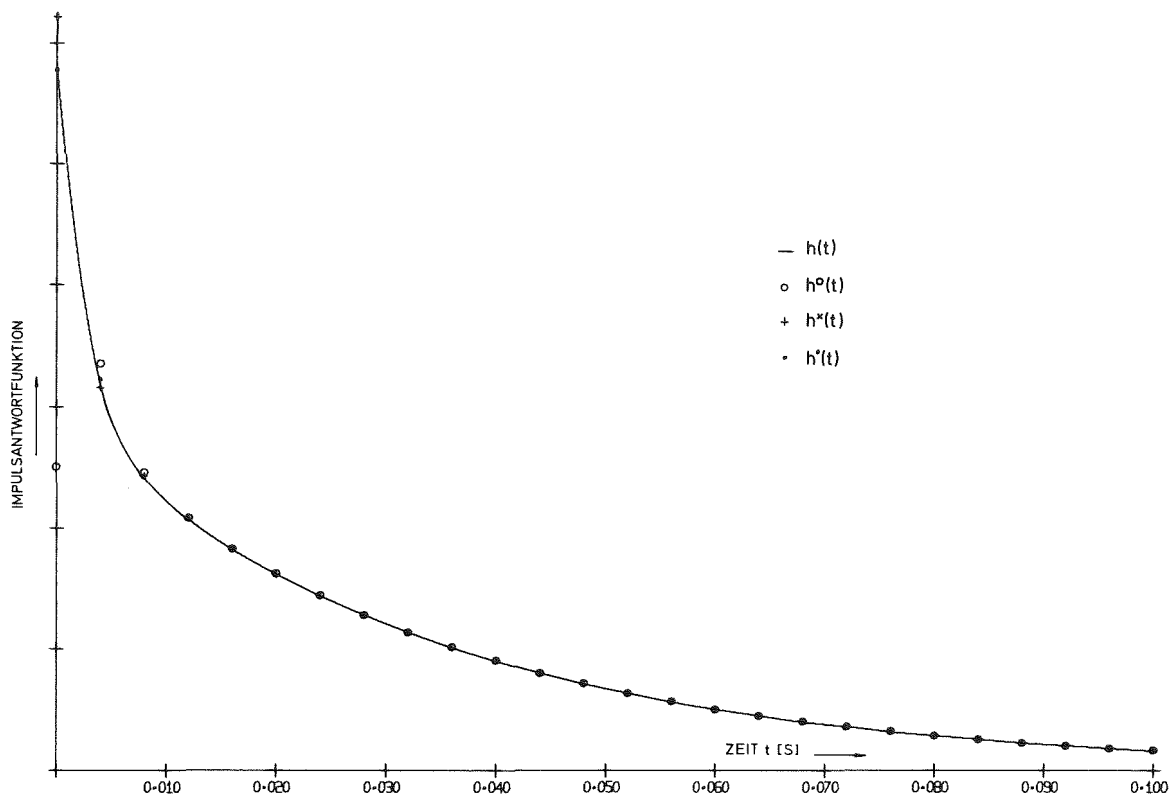


Abb.24: Impulsantwortfunktion nach dem Zweizonenreaktormodell
- angeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit
formverändertem Eingangssignal

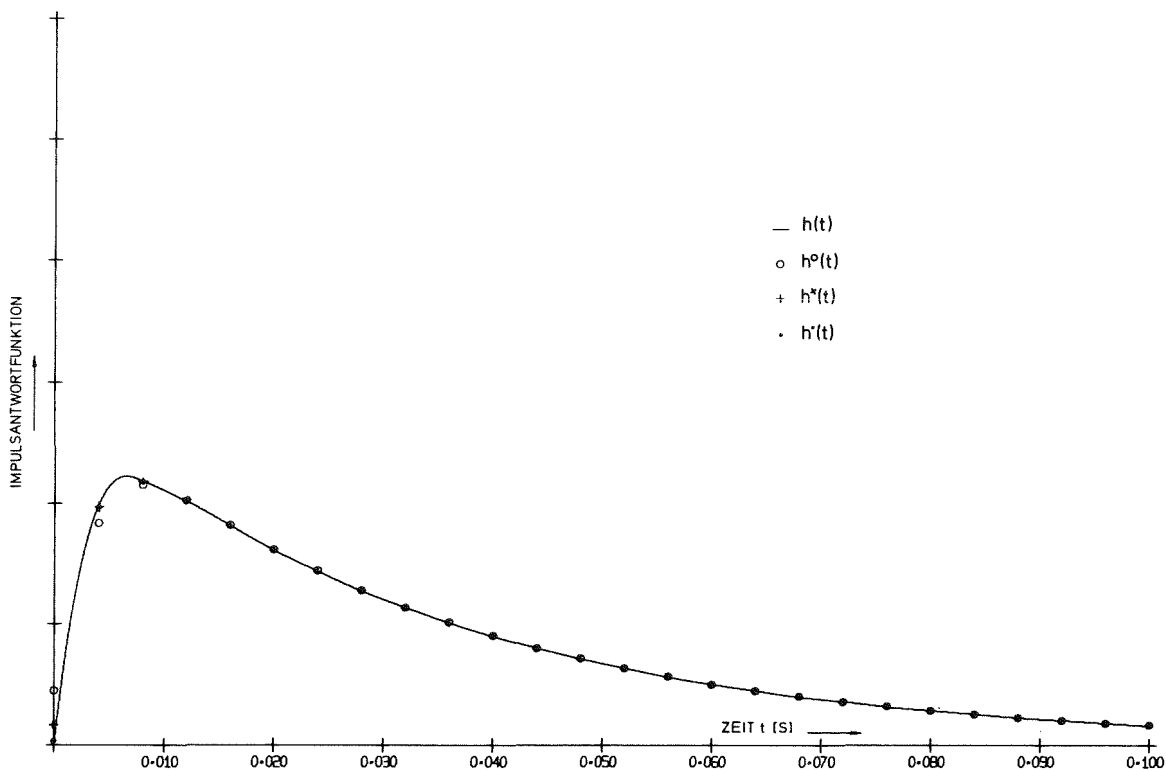


Abb.25: Impulsantwortfunktion nach dem Zweizonenreaktormodell
- nichtangeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit
formverändertem Eingangssignal

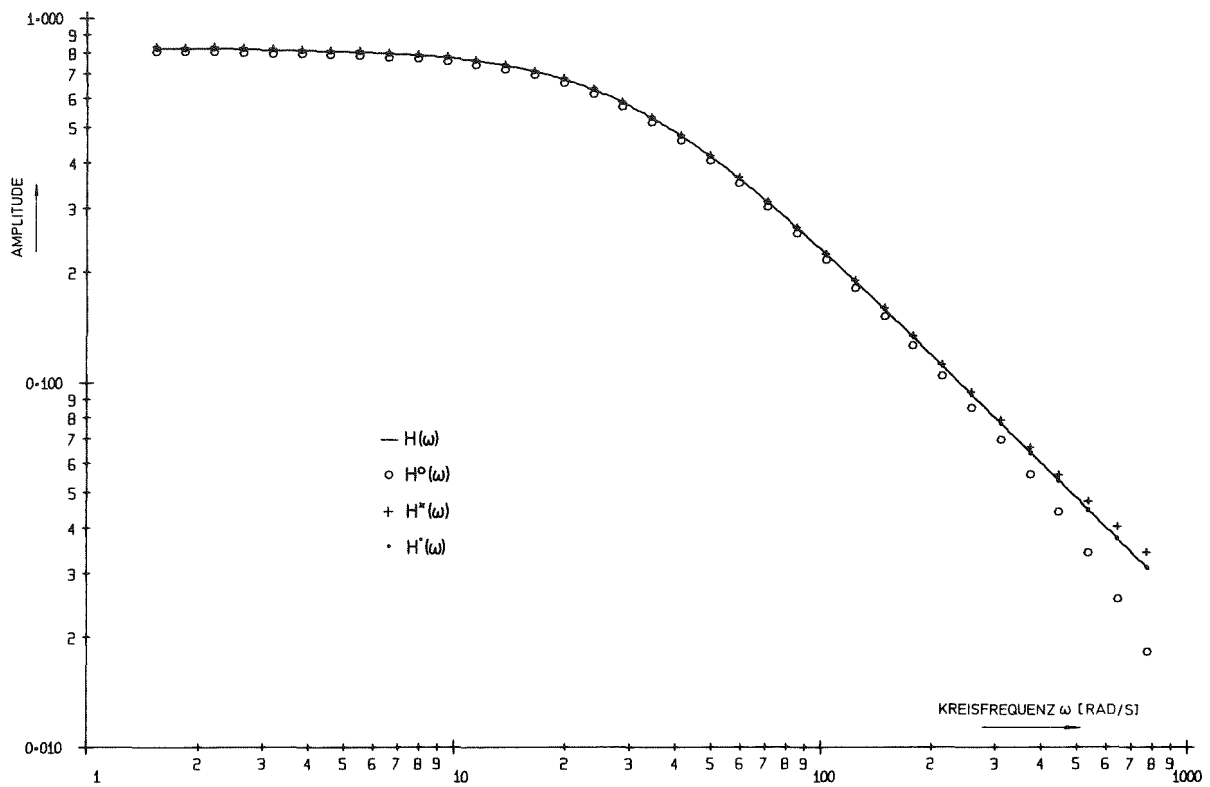


Abb.26/1: Frequenzgang - Amplitude - nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

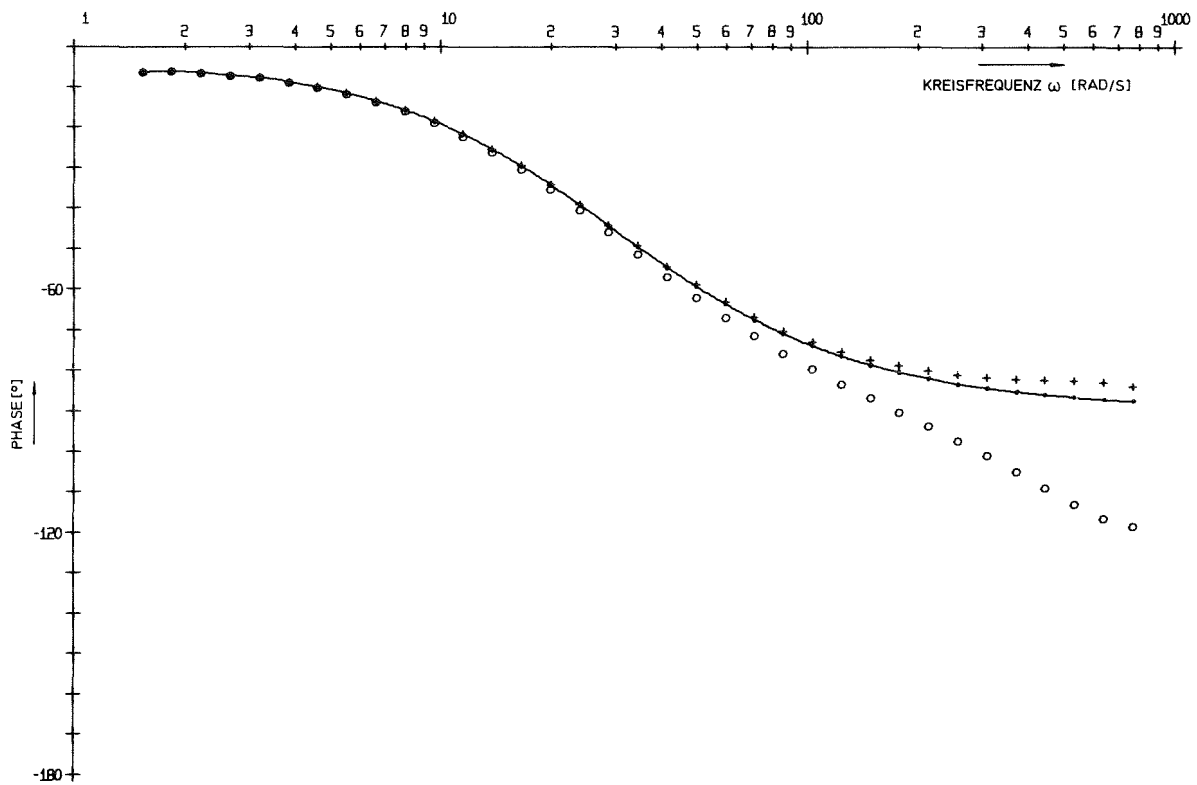


Abb.26/2: Frequenzgang - Phase - nach dem Punktreaktormodell im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

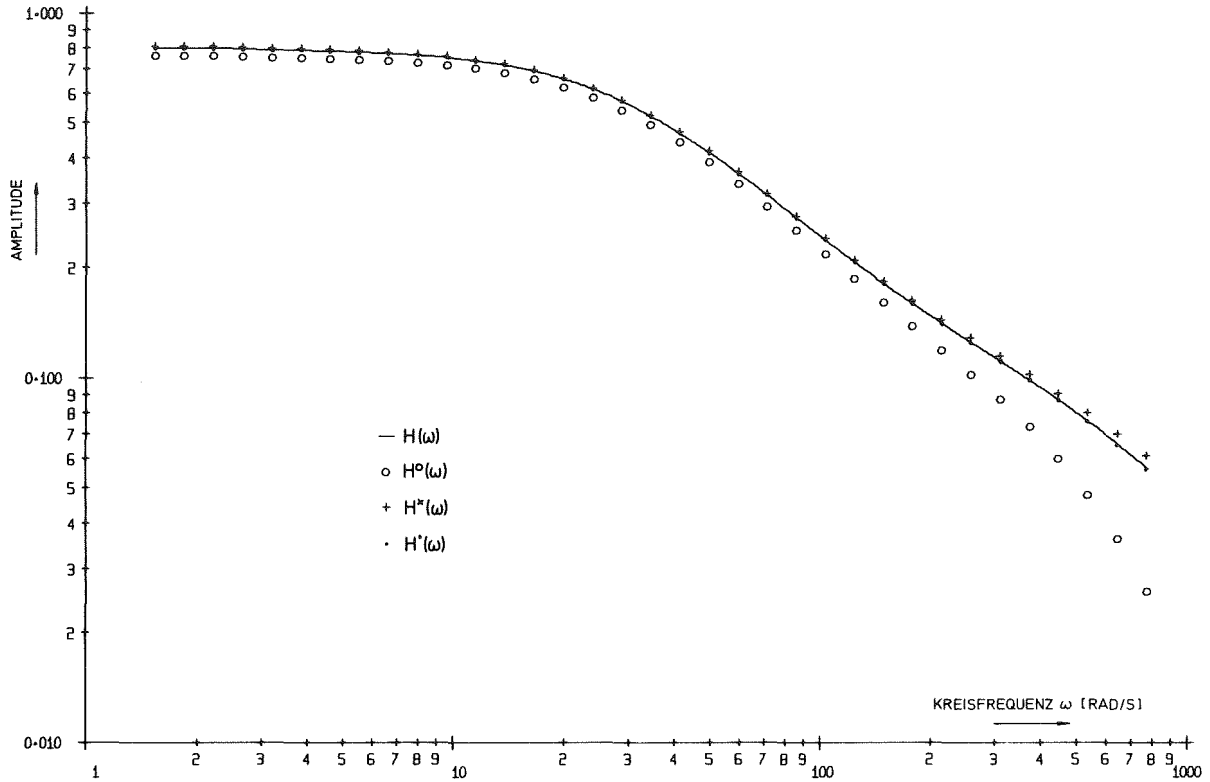


Abb.27/1: Frequenzgang - Amplitude - nach dem Zweizonenreaktormodell - angeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

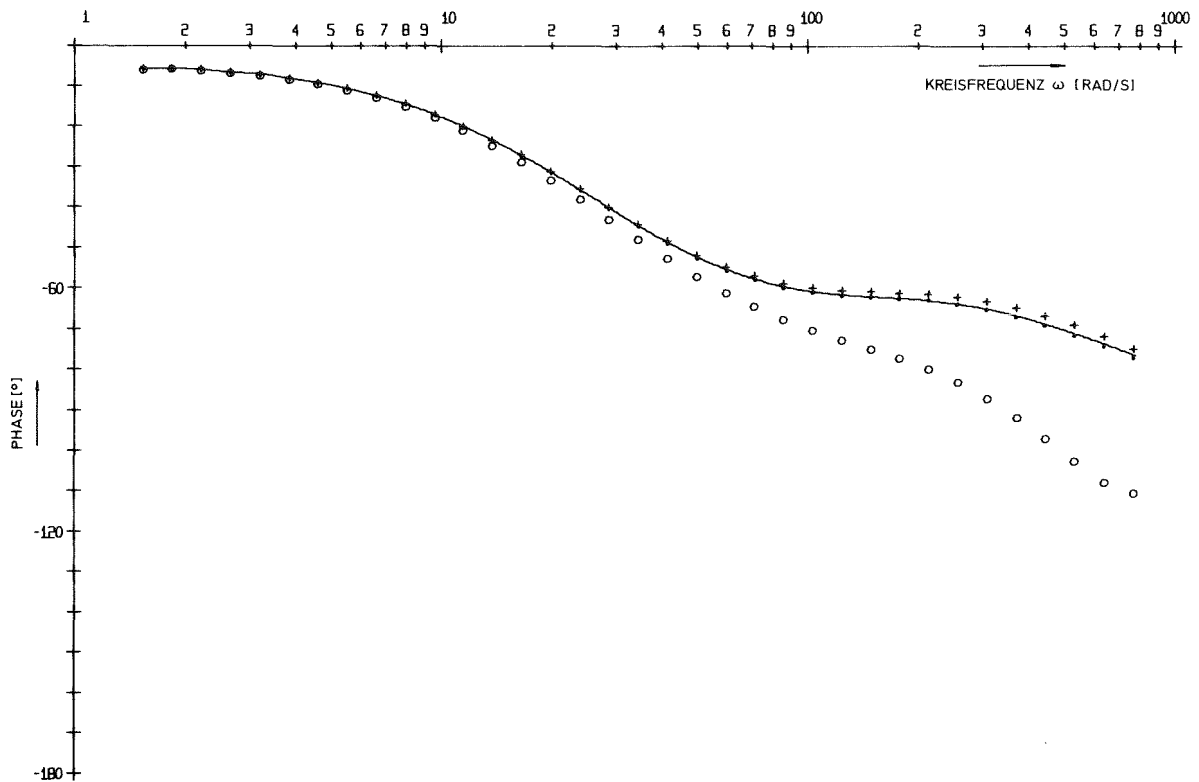


Abb.27/2: Frequenzgang - Phase - nach dem Zweizonenreaktormodell - angeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

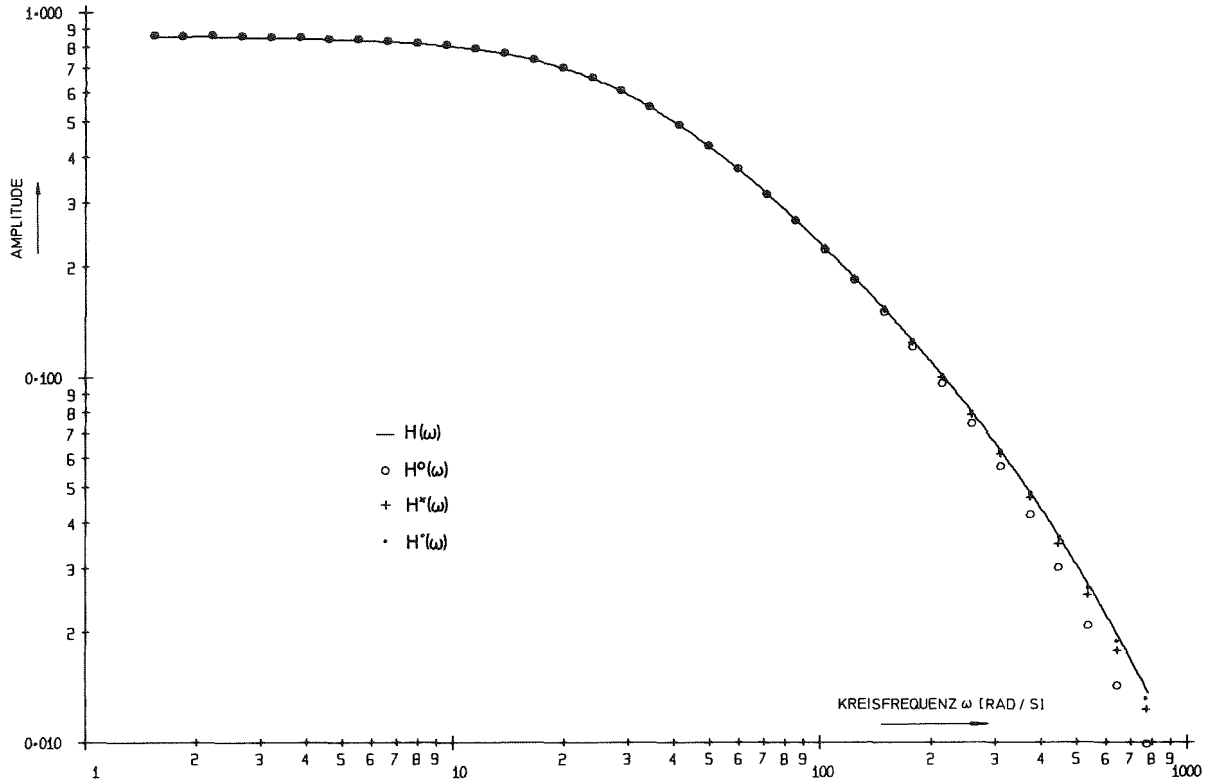


Abb.28/1: Frequenzgang - Amplitude - nach dem Zweizonenreaktormodell - nichtangeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

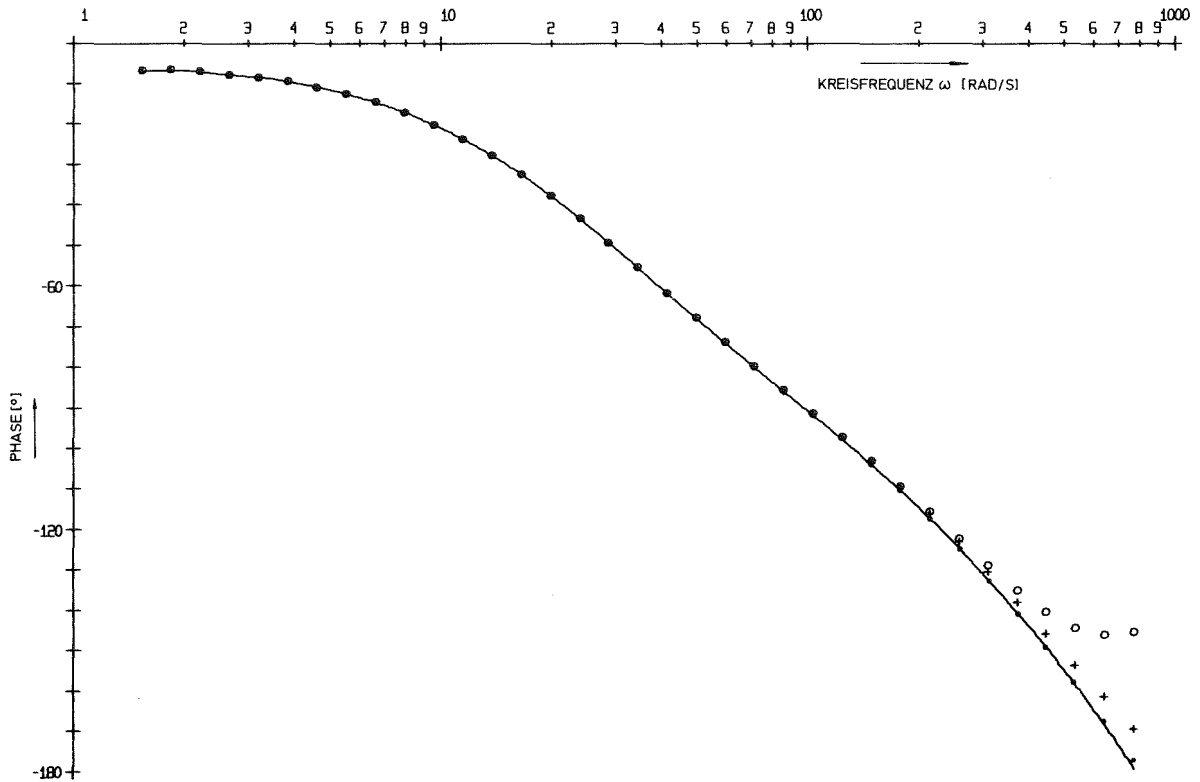


Abb.28/2: Frequenzgang - Phase - nach dem Zweizonenreaktormodell - nichtangeregte Zone - im Kreuzkorrelationsverfahren mit formverändertem Eingangssignal

der gleichen Weise wie das in Abschnitt 2.3.2 angegebene Verfahren für die Korrektur der durch die Δt allein verursachten Abweichungen, jedoch mit $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ anstelle $\varphi_{\Delta}(\tau)$ abgeleitet werden.

Es sei $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ punktweise in $\tau_i = i\Delta s$ gegeben, wobei $i = -q, \dots, +q$ und $\Delta s = \Delta t/q$. Wird $h(\tau)$ wieder stückweise durch quadratische Funktionen approximiert, so ergibt die Ausführung des Faltungsintegrals durch Multiplikation in τ_i und Mittelwertbildung:

$$h^{\circ}(\tau) = h(\tau) \cdot \frac{1}{2q} \sum_{-q}^{q-1} (\varphi_{\Delta, -v}^x + \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) + \Delta t \cdot \frac{dh(\tau)}{d\tau} \cdot \frac{1}{2q^2} \sum_{-q}^{q-1} (v \cdot \varphi_{\Delta, -v}^x + (v+1) \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \frac{d^2h(\tau)}{d\tau^2} \cdot \frac{1}{2q^3} \sum_{-q}^{q-1} (v^2 \cdot \varphi_{\Delta, -v}^x + (v+1)^2 \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) \quad (4.2.4.3)$$

$(\tau > 0)$

$$h^{\circ}(0) = h(0) \cdot \frac{1}{2q} \cdot \sum_0^{q-1} (\varphi_{\Delta, -v}^x + \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) + \Delta t \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=0} \cdot \frac{1}{2q} \sum_0^{q-1} (v \cdot \varphi_{\Delta, -v}^x + (v+1) \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \left(\frac{d^2h(\tau)}{d\tau^2} \right)_{\tau=0} \cdot \frac{1}{2q} \sum_0^{q-1} (v^2 \cdot \varphi_{\Delta, -v}^x + (v+1)^2 \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) \quad (4.2.4.4)$$

beziehungsweise bei linearer Approximation in $0 \leq t \leq \Delta t$:

$$h^{\circ}(0) = h(0) \cdot \frac{1}{2q} \cdot \sum_0^{q-1} (\varphi_{\Delta, -v}^x + \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) + \Delta t \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=0} \cdot \frac{1}{2q} \sum_0^{q-1} (v \cdot \varphi_{\Delta, -v}^x + (v+1) \varphi_{\Delta, -(v+1)}^x) \quad (4.2.4.5)$$

wobei $\varphi_{\Delta, -v}^x = \varphi_{\Delta}^x(-v\Delta s)$. Die Gleichungen entsprechen Gl.(2.3.2.3), Gl.(2.3.2.4) und Gl.(2.3.2.5) für die allein durch Δt verfälschte Funktion $h^{\circ}(\tau)$, besitzen jedoch im ersten Fall einen zusätzlichen Summanden mit der ersten Ableitung von $h(\tau)$, sowie veränderte Zahlenfaktoren, die durch die Gestalt von $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$, das heißt durch die Formänderungen in $f_E^x(t)$ bestimmt werden.

In Abb.22 ist die Funktion $\varphi_{EE}^x(\tau) = \varphi_{\Delta}^x(\tau) + \varphi_{-}^x(\tau)$ für das bei den Experimenten verwendete Systemeingangssignal mit $\Delta t = 4$ msec aufgetragen, wie sie aus der Faltung des zehnfach unterteilten und mit den Verformungsfaktoren aus der Tabelle 2 beschriebenen Signals, berechnet mit einer Variante des Programms RATEST1, hervorgeht.

Entsprechend der unsymmetrischen Formänderung in $f_E^x(t)$ weicht $\varphi_{\Delta}^x(\tau)$ unsymmetrisch von der idealen Dreieckform ab. Die über die Grenzen $-\Delta t$ und $+\Delta t$ hinausgehenden, also an $\varphi_{-}^x(\tau)$ auftretenden Änderungen sind klein und können, wie vorausgesetzt, vernachlässigt werden.

Für diese Funktion, das heißt für das gegebene reale Systemeingangssignal mit $\Delta t = 4$ msec, ergibt sich

$$h^{\circ}(\tau) = 0,9989 h(\tau) + 0,0264 \Delta t \frac{dh(\tau)}{d\tau} + 0,0848 \Delta t^2 \frac{d^2h(\tau)}{d\tau^2} \quad (\tau > 0) \quad (4.2.4.6)$$

$$h^{\circ}(0) = 0,5253 h(0) + 0,1804 \Delta t \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=0} + 0,0468 \Delta t^2 \left(\frac{d^2h(\tau)}{d\tau^2} \right)_{\tau=0} \quad (4.2.4.7)$$

bei linearer Approximation an $\tau = 0$

$$h^{\circ}(0) = 0,5253 h(0) + 0,1804 \Delta t \left(\frac{dh(\tau)}{d\tau} \right)_{\tau=0} \quad (4.2.4.8)$$

Die Gleichungen für das iterative Korrekturverfahren folgen hieraus zu

$$h_{i,e+1}^{\circ} = 1,0011 h_i^{\circ} - 0,0132 (h_{i+1,e}^{\circ} - h_{i-1,e}^{\circ}) - 0,0849 (h_{i+1,e}^{\circ} - 2h_{i,e}^{\circ} + h_{i-1,e}^{\circ}) \quad i = 1, 2, \dots, p-1 \quad (4.2.4.9)$$

$$h_{0,e+1}^{\circ} = 1,9037 h_0^{\circ} - 0,3435 (h_{1,e}^{\circ} - h_{0,e}^{\circ}) + 0,0827 (h_{2,e}^{\circ} - 2h_{1,e}^{\circ} + h_{0,e}^{\circ}) \quad (4.2.4.10)$$

beziehungsweise

$$h_{0,e+1}^{\circ} = 1,9037 h_0^{\circ} - 0,3435 (h_{1,e}^{\circ} - h_{0,e}^{\circ}) \quad (4.2.4.11)$$

bei gleicher Bedeutung der Zeichen wie in Gl.(4.2.2.5), Gl.(4.2.2.6) und Gl.(4.2.2.7). Die Subroutine zur Korrektur von $h^{\circ}(\tau)$ mit diesen Gleichungen und den folgenden für das reale Signal mit $\Delta t = 3$ msec erhält die Bezeichnung KØRRI2.

Die mit Hilfe der Gl.(4.2.4.9) und Gl.(4.2.4.10) bei den Modellrechnungen korrigierten Funktionen $h^{\circ}(t)$ und die aus ihnen durch Fouriertransformation erhaltenen Frequenzgänge $H^{\circ}(\omega)$ sind in den Abbildungen zusätzlich eingetragen. Sie stimmen in sehr befriedigender Weise mit den wahren Impulsantwortfunktionen $h(t)$ und Frequenzgängen $H(\omega)$ überein. Damit ist gezeigt, daß das hier entwickelte Verfahren tatsächlich geeignet ist, die durch Formänderungen im realen Eingangssignal verursachten Fehler in den im Kreuzkorrelationsverfahren ermittelten kinetischen Funktionen zu korrigieren.

Die mit Gl.(4.2.4.11) korrigierten Kurven enthalten geringe Abweichungen.

Die Korrekturgleichungen für das bei den Experimenten verwendete Signal mit $\Delta t = 3$ msec werden in der gleichen Weise bestimmt. Sie lauten:

$$h_{i,e+1}^{\circ} = 1,0053 h_i^{\circ} - 0,0130 (h_{i+1,e}^{\circ} - h_{i-1,e}^{\circ}) - 0,0831 (h_{i+1,e}^{\circ} - 2h_{i,e}^{\circ} + h_{i-1,e}^{\circ})$$

$i = 1, 2, \dots, p-1$ (4.2.4.12)

$$h_{0,e+1}^{\circ} = 1,9100 h_0^{\circ} - 0,3397 (h_{1,e}^{\circ} - h_{0,e}^{\circ}) + 0,0824 (h_{2,e}^{\circ} - 2h_{1,e}^{\circ} + h_{0,e}^{\circ})$$

(4.2.4.13)

beziehungsweise

$$h_{0,e+1}^{\circ} = 1,9100 h_0^{\circ} - 0,3397 (h_{1,e}^{\circ} - h_{0,e}^{\circ})$$

(4.2.4.14)

4.3 Auswirkungen von Eingangssignalverformungen durch Flankenverzögerungen

4.3.1 Modell für die Beschreibung von Eingangssignalverformungen durch Flankenverzögerungen, Verformungsfunktionen

Bei der Beschreibung der zweiten Grundform von Eingangssignalverformungen, den Flankenverzögerungen, ist davon auszugehen, daß es den verschiedenen Verzögerungsursachen entsprechend unterschiedliche Verformungsmuster gibt, als deren Überlagerung die in einem realen Signal durch Flankenverzögerungen verursachten Verformungen sich darstellen lassen.

Die endlichen Stellzeiten des Modulators, die für beide Bewegungsrichtungen verschieden sein können, führen zu jeweils gleichen Verzögerungen aller Vorder- und aller Rückflanken des Systemeingangssignals. Sie sollen als Verformungen erster Ordnung bezeichnet und in drei Arten aufgeschlüsselt werden:

Verformungen erster Ordnung

nullter Art: gleiche Verzögerung aller Flanken

erster Art : gleiche Verzögerung aller Vorderflanken

zweiter Art: gleiche Verzögerung aller Rückflanken

Die steuersignalabhängigen Verzögerungen durch Rückwirkung der Energiequellenbelastung oder durch den wirbelstromverzerrten Induktionsabfall in den Hubmagneten betreffen Flanken, die im Pseudorandomsignal auf Lücken oder Stege der Breite Δt folgen; bei längerer Rückwirkung können sie zusätzlich auch an Flanken nach $2\Delta t$ auftreten. Sie sollen Verformungen

zweiter und dritter Ordnung genannt und folgendermaßen unterschieden werden:

Verformungen zweiter Ordnung

nullter Art: gleiche Verzögerung der Flanken nach 1er-Lücken und 1er-Stegen

erster Art : gleiche Vorderflankenverzögerung nach 1er-Lücken

zweiter Art: gleiche Rückflankenverzögerung nach 1er-Stegen

Verformungen dritter Ordnung

nullter Art: gleiche Verzögerung der Flanken nach 2er-Lücken und 2er-Stegen

erster Art : gleiche Vorderflankenverzögerung nach 2er-Lücken

zweiter Art: gleiche Rückflankenverzögerung nach 2er-Stegen

Die Muster der Signalverformungen durch Flankenverzögerungen sind in Abb.29 für das Beispiel einer Pseudorandomfunktion mit der Periode $31\Delta t$ schematisiert dargestellt.

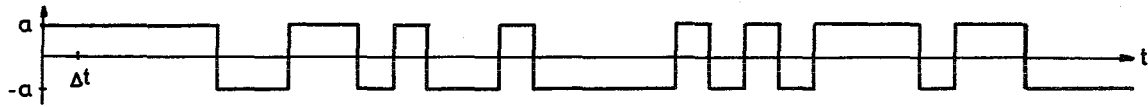
Es wird nun ein Modell für die mathematische Darstellung der Flankenverzögerungen in realen Signalen eingeführt mit dem Ziel, eine allgemein anwendbare und übersichtliche Beschreibung dieser Signalverformungen zu ermöglichen und damit ihre Auswirkungen im Kreuzkorrelationsverfahren untersuchen zu können.

Da die Effekte, die auf Veränderungen des Eingangssignals innerhalb der Zeitintervalle Δt beruhen, bereits durch die Behandlung der Signalformänderungen erfaßt sind, kann die Beschreibung der Flankenverzögerungen sich vereinfachend auf die Zeitauflösung von Δt beschränken. In dieser Zeitauflösung aber sind, wie in Abb.18 dargestellt, die Flankenverschiebungen bestimmten Amplitudenänderungen über Δt äquivalent. Diese Äquivalenz erlaubt, die Flankenverzögerungen folgendermaßen darzustellen:

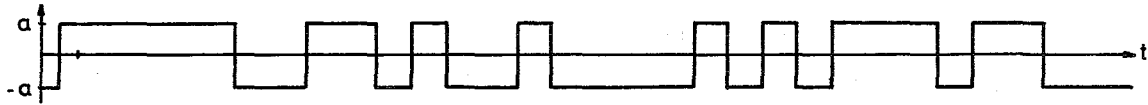
Ist $f_E^+(t)$ ein nach einem Grundmuster durch Flankenverzögerungen verformtes Systemeingangssignal, $f_E(t)$ die erzeugende, unverformte Pseudorandomfunktion, so sei eine Verformungsfunktion $v(t)$ definiert, daß

$$f_E^+(t) = f_E(t) + a A v(t) \quad (4.3.1.1)$$

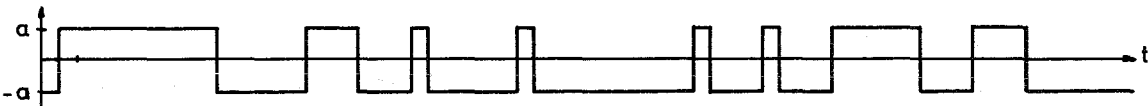
Der Koeffizient A gebe die Stärke der Verformung an, derart, daß mit $A = 0$ keine Flankenverzögerung und mit $A = 1$ eine Verzögerung um Δt be-



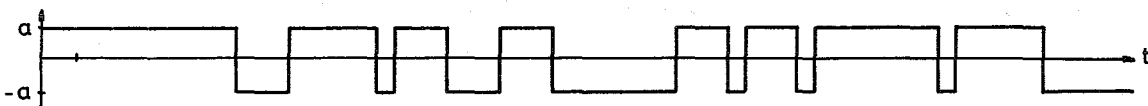
Pseudorandomfunktion



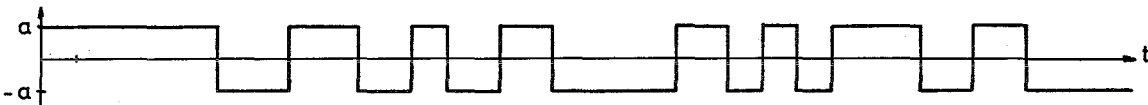
Verformung 1.Ordnung 0.Art: alle Flanken verzögert



Verformung 1.Ordnung 1.Art: alle Vorderflanken verzögert



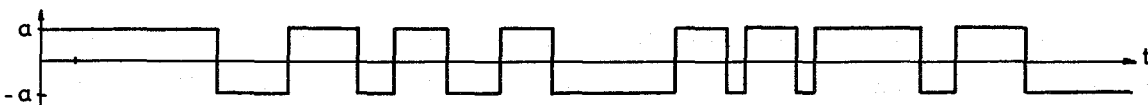
Verformung 1.Ordnung 2.Art: alle Rückflanken verzögert



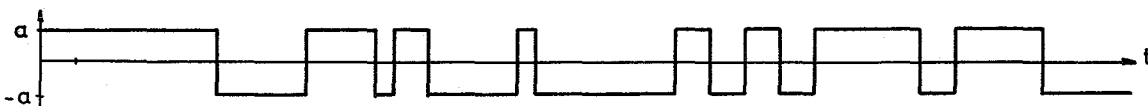
Verformung 2.Ordnung 0.Art: Flanken nach 1er-Lücken und -Stegen verzögert



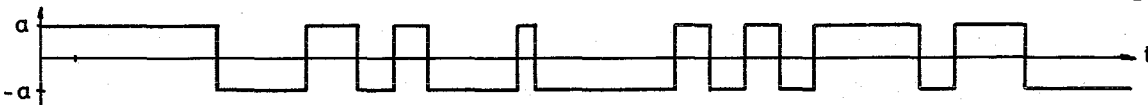
Verformung 2.Ordnung 1.Art: Flanken nach 1er-Lücken verzögert



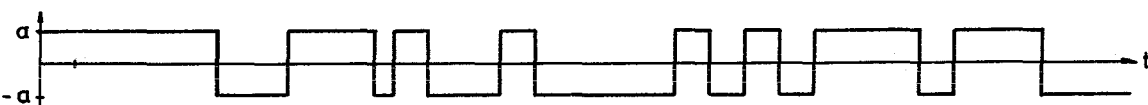
Verformung 2.Ordnung 2.Art: Flanken nach 1er-Stegen verzögert



Verformung 3.Ordnung 0.Art: Flanken nach 2er-Lücken und -Stegen verzögert



Verformung 3.Ordnung 1.Art: Flanken nach 2er-Lücken verzögert



Verformung 3.Ordnung 2.Art: Flanken nach 2er-Stegen verzögert

Abb. 29: Verzögerungsmuster für eine Pseudorandomfunktion mit der Periode $31\Delta t$

geschrieben wird. a ist die Amplitude von $f_E(t)$. Die Verformungsfunktion $v(t)$ ist also eine stückweise in Schritten Δt gegebene Funktion, die über die Zeitintervalle, in denen $f_E^+(t)$ eine verzögerte Vorderflanke besitzt, den Funktionswert -2 , und über die Intervalle mit einer verzögerten Rückflanke von $f_E^+(t)$ den Funktionswert $+2$ hat, im übrigen aber verschwindet.

Für jede Pseudorandomfunktion und jedes Verformungsmuster existiert eine besondere Verformungsfunktion. Sind $v_\nu(t)$ diese Funktionen für alle Muster von Flankenverzögerungen, die in einem realen Signal enthalten sein können, sind ferner A_ν die zugehörigen Verzögerungskoeffizienten, dann läßt sich ein reales flankenverzögertes Signal darstellen durch

$$f_E^+(t) = f_E(t) + a \sum_{\nu} A_{\nu} \cdot v_{\nu}(t) \quad (4.3.1.2)$$

Die Verformungsfunktionen für die hier zusammengestellten Verzögerungsmuster und die bereits verwendete Pseudorandomfunktion mit der Periode $31\Delta t$ sind in Abb.30 aufgetragen. Allgemeine Angaben über die Verformungsfunktionen lassen sich aufgrund der im Anhang A.2 beschriebenen Eigenschaften von Pseudorandomfunktionen machen: Die Verformungsfunktion einer Pseudorandomfunktion mit der Periode $p = 2^m - 1$ hat für Verformungen

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. Ordnung 0. Art, $v_{10}(t)$: | 2^{m-2} Stege und 2^{m-2} Lücken pro Periode |
| 1. Ordnung 1. Art, $v_{11}(t)$: | 2^{m-2} Lücken pro Periode |
| 1. Ordnung 2. Art, $v_{12}(t)$: | 2^{m-2} Stege pro Periode |
| 2. Ordnung 0. Art, $v_{20}(t)$: | 2^{m-3} Stege und 2^{m-3} Lücken pro Periode |
| 2. Ordnung 1. Art, $v_{21}(t)$: | 2^{m-3} Lücken pro Periode |
| 2. Ordnung 2. Art, $v_{22}(t)$: | 2^{m-3} Stege pro Periode |
| 3. Ordnung 0. Art, $v_{30}(t)$: | 2^{m-4} Stege und 2^{m-4} Lücken pro Periode |
| 3. Ordnung 1. Art, $v_{31}(t)$: | 2^{m-4} Lücken pro Periode |
| 3. Ordnung 2. Art, $v_{32}(t)$: | 2^{m-4} Stege pro Periode |

4.3.2 Darstellung der Verformungsauswirkungen mit Verformungskorrelationsfunktionen

Die Auswirkungen von Flankenverzögerungen im Kreuzkorrelationsverfahren lassen sich sehr einfach darstellen, wenn das durch die Verzögerungen verformte Signal $f_E^+(t)$ mit Gl.(4.3.1.2) beschrieben wird. Für das reale Systemausgangssignal $f_A^+(t)$ und die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}(\tau)$ von realem Ausgangssignal und Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ ergibt sich:

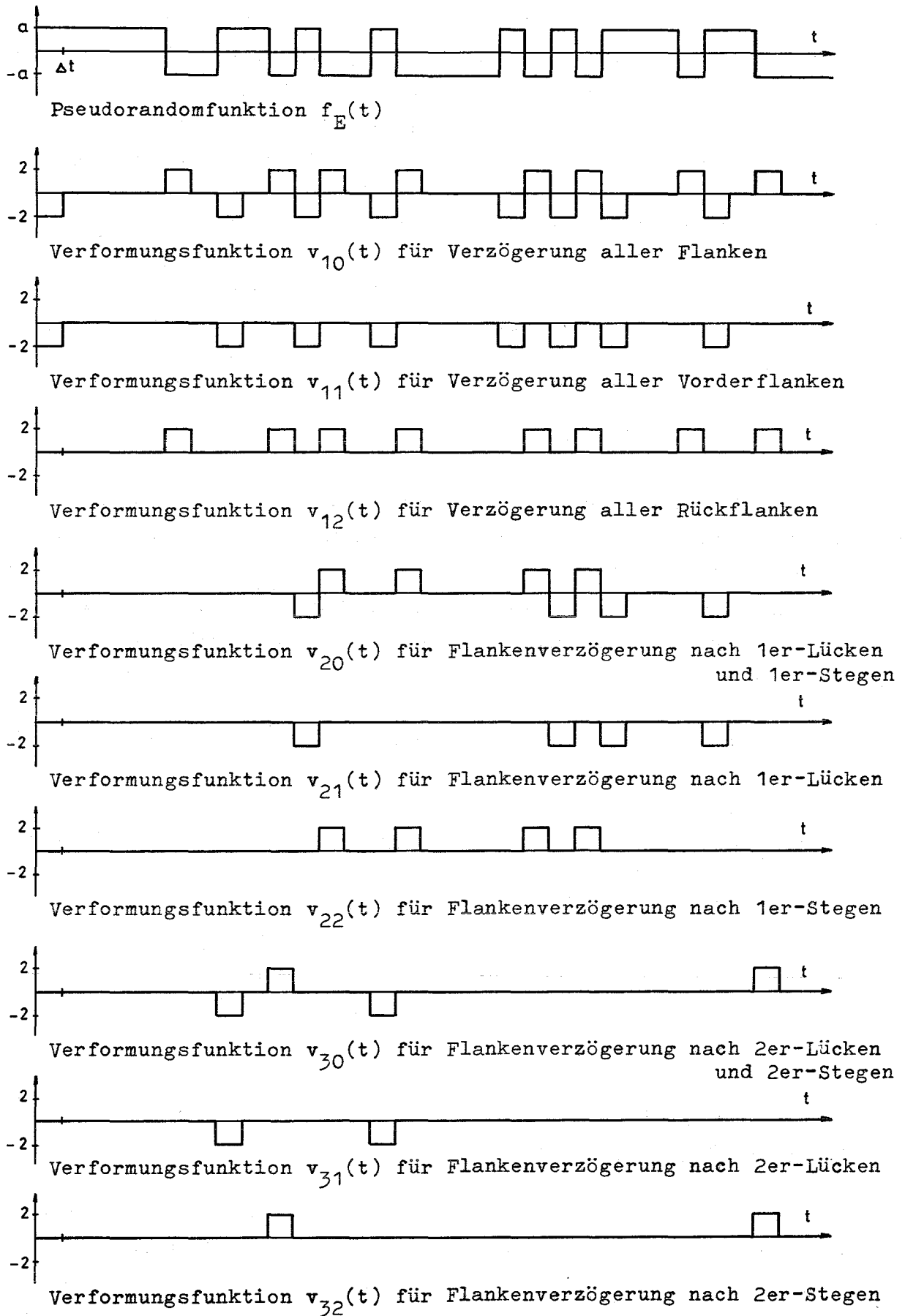


Abb.30: Verformungsfunktionen einer Pseudorandomfunktion mit der Periode $31\Delta t$

$$\begin{aligned}
 f_A^+(t) &= \int_0^{\infty} h(\lambda) f_E^+(t-\lambda) d\lambda \\
 &= \int_0^{\infty} h(\lambda) \left[f_E(t-\lambda) + a \sum_{\nu} A_{\nu} v_{\nu}(t-\lambda) \right] d\lambda \quad (4.3.2.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_{EA}^+(\tau) &= \int_0^{\infty} h(\lambda) \left[\frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) \left(f_E(t-\lambda) + a \sum_{\nu} A_{\nu} v_{\nu}(t-\lambda) \right) d\lambda \right] d\tau \\
 &= \int_0^{\infty} h(\lambda) \left[\varphi_{EE}(\tau-\lambda) + a \sum_{\nu} A_{\nu} \varphi_{EV_{\nu}}(\tau-\lambda) \right] d\lambda \quad (4.3.2.2)
 \end{aligned}$$

$$= \varphi_{EA}(\tau) + a \sum_{\nu} A_{\nu} \int_0^{\infty} h(\lambda) \varphi_{EV_{\nu}}(\tau-\lambda) d\lambda \quad (4.3.2.3)$$

$\varphi_{EE}(\tau)$ ist die Autokorrelationsfunktion der Pseudorandomfunktion $f_E(t)$,
 $\varphi_{EA}(\tau)$ die Kreuzkorrelationsfunktion der Pseudorandomfunktion und des
 Systemausgangssignals, wie es ohne Eingangssignalverformung erhalten würde.
 $\varphi_{EV_{\nu}}(\tau)$ sind die Kreuzkorrelationsfunktionen der Pseudorandomfunktion
 $f_E(t)$ und der Verformungsfunktionen $v_{\nu}(t)$:

$$\varphi_{EV_{\nu}}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T f_E(t-\tau) v_{\nu}(t) dt \quad (4.3.2.4)$$

Die $\varphi_{EV_{\nu}}(\tau)$ stellen nach Gl.(4.2.1.2) und Gl.(4.2.1.3) wichtige Funktionen
 für die Beschreibung der Auswirkungen von Eingangssignalverformungen durch
 Flankenverzögerungen dar. Sie sollen als Verformungskorrelationsfunktionen
 bezeichnet und im folgenden näher untersucht werden.

4.3.3 Eigenschaften der Verformungskorrelationsfunktionen

Um Untersuchungen von Verformungskorrelationsfunktionen durchführen zu
 können, werden diese Funktionen für alle Pseudorandomfunktionen mit Perio-
 den von $15\Delta t$ bis $1023\Delta t$, deren Generatorfolgen in Tabelle 1 angegeben
 sind, und die hier zu berücksichtigenden, in Abschnitt 4.1.2 beschriebenen
 Verformungsmuster berechnet. Die Durchführung der Rechnungen geschieht mit
 dem Fortran-Programm PSEUFØ: Das Programm erzeugt aus den eingegebenen
 Generatorfolgen die Pseudorandomfunktionen nach Gl.(2.2.1.2) und (2.2.2.2).
 Aus ihnen werden, nach Ordnung und Art durch Steuerparameter bestimmt, die
 ebenfalls zu den Eingabedaten gehören, die Verformungsfunktionen abgelei-
 tet. Die Faltung der Pseudorandomfunktionen mit den Verformungsfunktionen
 zu Verformungskorrelationsfunktionen erfolgt mit der Subroutine KREUKØ,
 die im Zusammenhang mit dem Auswerteprogramm PSEURA1 für Pseudorandom-

Kreuzkorrelationsmessungen in Abschnitt 5.1.3 beschrieben ist.

Die im folgenden durchgeführte Diskussion der Verformungskorrelationsfunktionen fußt zu einem wesentlichen Teil auf den Ergebnissen der Rechnungen. Für jedes Verformungsmuster ist als Beispiel die Verformungskorrelationsfunktion für die schon mehrfach verwendete Pseudorandomfunktion mit der Periode $31\Delta t$ graphisch dargestellt.

Die Verformungskorrelationsfunktionen für die Verformung erster Ordnung nullter Art, $\varphi_{EV10}(\tau)$, lassen sich ohne Schwierigkeiten aus bestimmten Eigenschaften der Pseudorandomfunktionen und der Verformungsfunktionen herleiten. Die erforderlichen Angaben über die Pseudorandomfunktionen finden sich im Anhang A.2 dieser Arbeit.

Bei der Faltung einer Pseudorandomfunktion mit ihrer Verformungsfunktion $v_{10}(t)$ fallen für $\tau = 0$ alle Lücken der Verformungsfunktion, $v_{10}(t) = -2$, mit Stegen der Pseudorandomfunktion, $f(t) = a$, und alle Stege der Verformungsfunktion, $v_{10}(t) = 2$, mit Lücken der Pseudorandomfunktion, $f(t) = -a$, zusammen. Da die Verformungsfunktion innerhalb einer Periode $p = 2^m - 1$ 2^{m-1} Lücken und ebensoviele Stege hat, ist also

$$\frac{1}{a} \varphi_{EV10}(0) = -\frac{2^m}{2^m - 1}$$

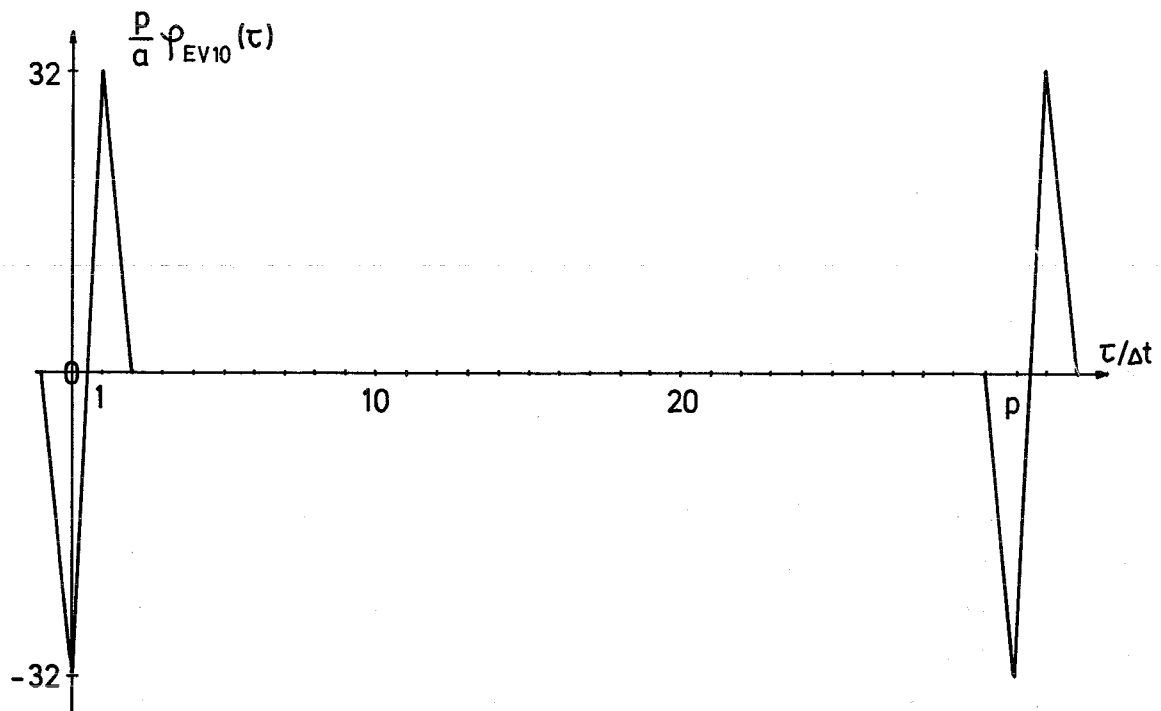


Abb.31: Beispiel einer Verformungskorrelationsfunktion für Verformung 1. Ordnung 0. Art, $\varphi_{EV10}(\tau)$

Für $\tau = \Delta t$ fallen alle Lücken der Verformungsfunktion mit Lücken der Pseudorandomfunktion und Stege mit Stegen zusammen, sodaß

$$\frac{1}{Q} \varphi_{EV10}(\Delta t) = + \frac{2^m}{2^m - 1}$$

Da die Addition der Verformungsfunktion $v_{10}(t)$ zur Pseudorandomfunktion $f(t)$ einer Zeitverschiebung von $f(t)$ um Δt äquivalent ist, kann die Addition von $\varphi_{EV10}(\tau)$ zur Autokorrelationsfunktion der Pseudorandomfunktion nichts anderes als deren Verschiebung um ebenfalls Δt zur Folge haben. Da dies mit den gefundenen Funktionswerten in 0 und Δt geschieht, muß $\varphi_{EV10}(\tau)$ für $2\Delta t < \tau < (p-1)\Delta t$ immer verschwinden.

Die Verformungskorrelationsfunktionen $\varphi_{EV10}(\tau)$ bestehen demnach aus zwei Dreieckimpulsen, einem mit dem Funktionswert $-2^m/(2^m-1)$ in $\tau = 0$ und einem mit dem Funktionswert $+2^m/(2^m-1)$ in $\tau = \Delta t$. Beschreibt $J_{\Delta}(\tau)$ einen normierten Dreieckimpuls^{o)}, so ist

$$\frac{1}{Q} \varphi_{EV10}(\tau) = \frac{2^m}{2^m - 1} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau - \Delta t)) \quad (4.3.3.2)$$

Die Verformungskorrelationsfunktionen für Vorderflankenverformung erster Ordnung, $\varphi_{EV11}(\tau)$, haben in 0 und Δt einen von den $\varphi_{EV10}(\tau)$ nur durch die Funktionswerte $-2^{m-1}/(2^m-1)$ und $+2^{m-1}/(2^m-1)$ abweichenden Verlauf. Ihre Besonderheit ist ein zusätzlicher Dreieckimpuls. Aus den Rechnungen folgt, daß dieser sogenannte Nebendreieckimpuls in jeder Verformungskorrelations-

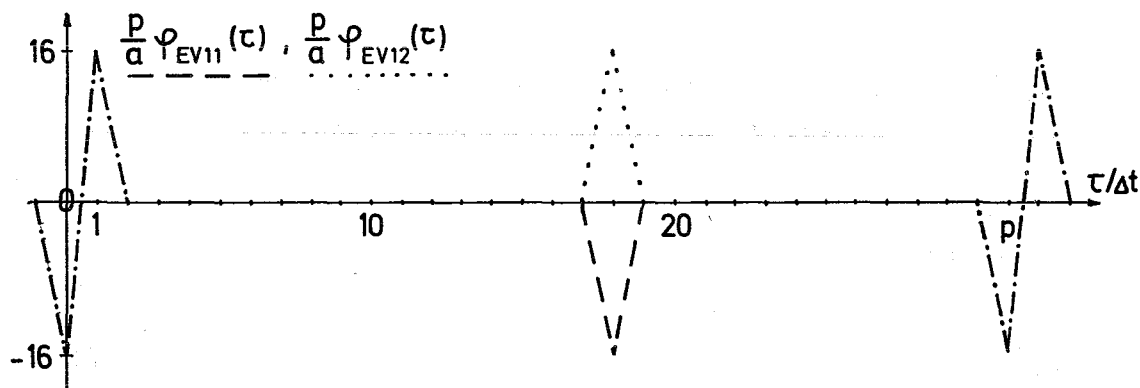


Abb.32: Beispiele von Verformungskorrelationsfunktionen für Verformungen 1. Ordnung 1. und 2. Art, $\varphi_{EV11}(\tau)$ und $\varphi_{EV12}(\tau)$

^{o)} Der normierte Dreieckimpuls $J_{\Delta}(\tau)$ wird definiert:

$$J_{\Delta}(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{\Delta t} & \text{für } |\tau| \leq \Delta t \\ 0 & \text{für } |\tau| > \Delta t \end{cases} \quad (4.3.3.1)$$

funktion $\varphi_{EV11}(\tau)$ mit dem Spitzenwert $-2^{m-1}/(2^m-1)$ existiert, aber für jede Pseudorandomfunktion an einer anderen, charakteristischen Stelle $x\Delta t$ erscheint. Im übrigen verschwinden die Funktionen. Für diesen Teil des Funktionsverlaufs kann eine allgemeine Erklärung nicht angegeben werden.

Es ist

$$\frac{1}{\alpha} \varphi_{EV11}(\tau) = \frac{2^{m-1}}{2^m-1} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau-\Delta t) - J_{\Delta}(\tau-x\Delta t))$$

x abhängig von der Pseudorandomfunktion

(4.3.3.3)

Die Verformungskorrelationsfunktionen für die Rückflankenverformung erster Ordnung, $\varphi_{EV12}(\tau)$, besitzen bei gleichen Pseudorandomfunktionen einen Nebendreieckimpuls an den gleichen Stellen wie die $\varphi_{EV11}(\tau)$, aber mit umgekehrtem Vorzeichen, bei sonst gleichem Verlauf. Damit ist für eine bestimmte Pseudorandomfunktion erwartungsgemäß immer

$$\varphi_{EV10}(\tau) = \varphi_{EV11}(\tau) + \varphi_{EV12}(\tau)$$

Die Verformungskorrelationsfunktionen für die Verformung zweiter Ordnung nullter Art, $\varphi_{EV20}(\tau)$, besitzen in 0, Δt und $2\Delta t$ einen für alle Pseudorandomfunktionen gleichen, allgemein ableitbaren Verlauf. Nach den Ergebnissen der Rechnungen verschwinden die Funktionen für andere τ bis auf einen stets positiven Nebendreieckimpuls, der bei jeder Funktion $\varphi_{EV20}(\tau)$ scheinbar willkürlich an einer anderen, charakteristischen Stelle auftritt. Es ist

$$\frac{1}{\alpha} \varphi_{EV20}(\tau) = \frac{2^{m-1}}{2^m-1} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau-\Delta t) - J_{\Delta}(\tau-2\Delta t) + J_{\Delta}(\tau-x\Delta t))$$

x abhängig von der Pseudorandomfunktion

(4.3.3.4)

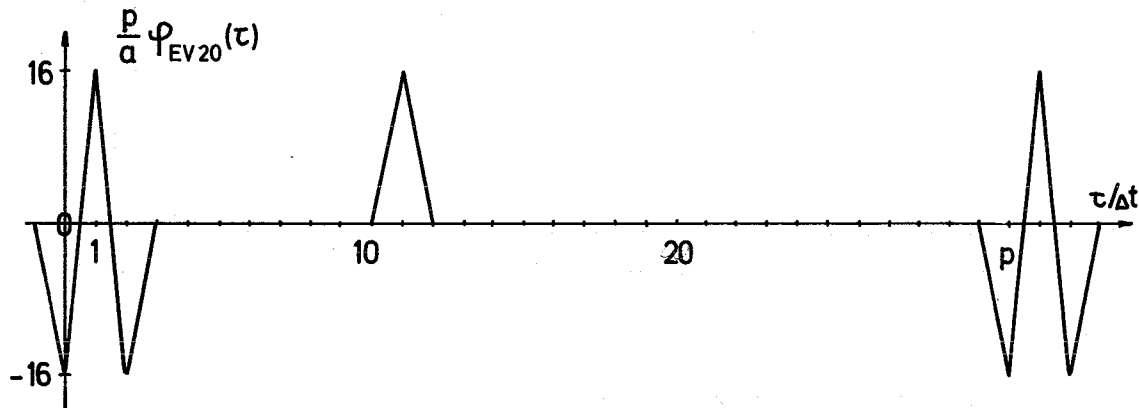


Abb.33: Beispiel einer Verformungskorrelationsfunktion für Verformung 2. Ordnung 0. Art, $\varphi_{EV20}(\tau)$

In den Verformungskorrelationsfunktionen zweiter Ordnung für Vorderflankenverformung, $\varphi_{EV21}(\tau)$, und für Rückflankenverformung, $\varphi_{EV22}(\tau)$, steigt die Anzahl der scheinbar willkürlich angeordneten Nebendreieckimpulse auf vier, bei einem sonst den $\varphi_{EV20}(\tau)$ entsprechenden Verlauf. Nach den Rechnungen bilden stets zwei einen Doppelimpuls, und zwar bei Vorderflankenverformung mit negativem, bei Rückflankenverformung mit positivem Vorzeichen.

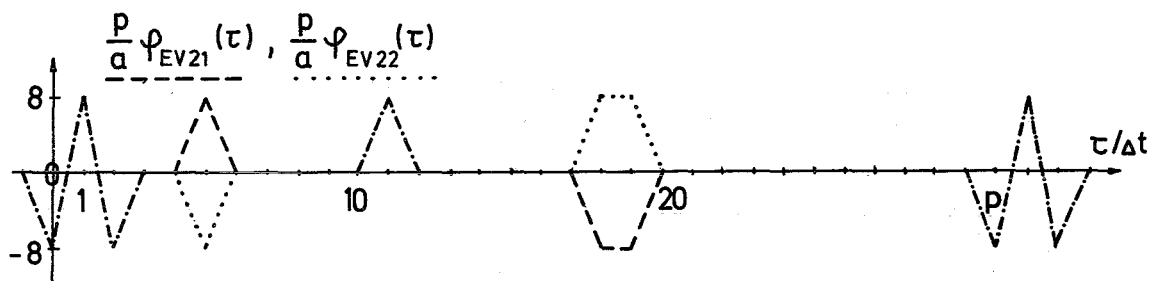


Abb.34: Beispiele von Verformungskorrelationsfunktionen für Verformungen 2. Ordnung 1. und 2. Art, $\varphi_{EV21}(\tau)$ und $\varphi_{EV22}(\tau)$

Es ist, mit Vorzeichenfaktoren z_i , die die Werte +1 und -1 haben können, allgemein

$$\frac{1}{a} \varphi_{EV21}(\tau) = \frac{2^{m-2}}{2^{m-1}} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau - \Delta t) - J_{\Delta}(\tau - 2\Delta t) + \sum_1^4 z_i J_{\Delta}(\tau - x_i \Delta t))$$

x_i abhängig von der Pseudorandomfunktion
 z_i abhängig von der Pseudorandomfunktion, zwei mal positiv

(4.3.3.5)

Die Beziehung für die $\varphi_{EV22}(\tau)$ ist der für die $\varphi_{EV21}(\tau)$ bis auf die Vorzeichenfaktoren z_i , von denen drei positiv sind, gleich.

Die Verformungskorrelationsfunktionen für Verformung dritter Ordnung nullter Art, $\varphi_{EV30}(\tau)$, weisen Dreieckimpulse in 0, Δt , $2\Delta t$ und $3\Delta t$ auf sowie vier wiederum scheinbar willkürlich angeordnete Nebendreieckimpulse, von denen stets zwei als negativer Doppelimpuls auftreten. Es ist

$$\frac{1}{a} \varphi_{EV30}(\tau) = \frac{2^{m-2}}{2^{m-1}} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau - \Delta t) + J_{\Delta}(\tau - 2\Delta t) - J_{\Delta}(\tau - 3\Delta t) + \sum_1^4 z_i J_{\Delta}(\tau - x_i \Delta t))$$

x_i abhängig von der Pseudorandomfunktion
 z_i abhängig von der Pseudorandomfunktion, zwei mal positiv

(4.3.3.6)

Die Verformungskorrelationsfunktionen für Vorderflankenverformung und für Rückflankenverformung dritter Ordnung, $\varphi_{EV31}(\tau)$ und $\varphi_{EV32}(\tau)$, besitzen, bei einem sonst den $\varphi_{EV30}(\tau)$ entsprechenden Verlauf, elf Nebendreieckimpulse. Charakteristisch sind ein stets negativer Doppelimpuls sowie ein

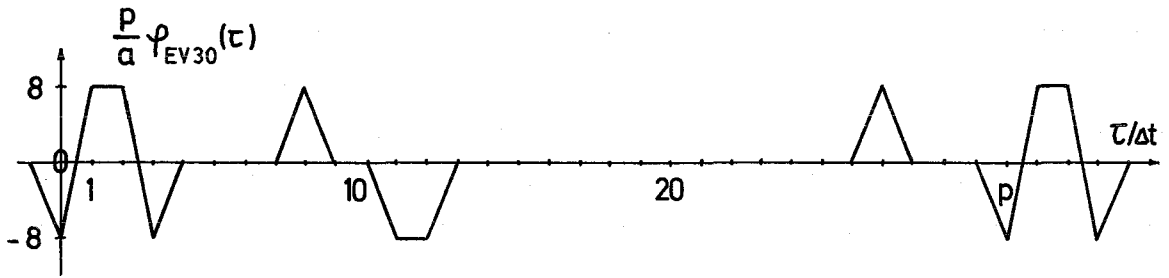


Abb.35: Beispiel einer Verformungskorrelationsfunktion für Verformung 3. Ordnung 0. Art, $\varphi_{EV30}(\tau)$

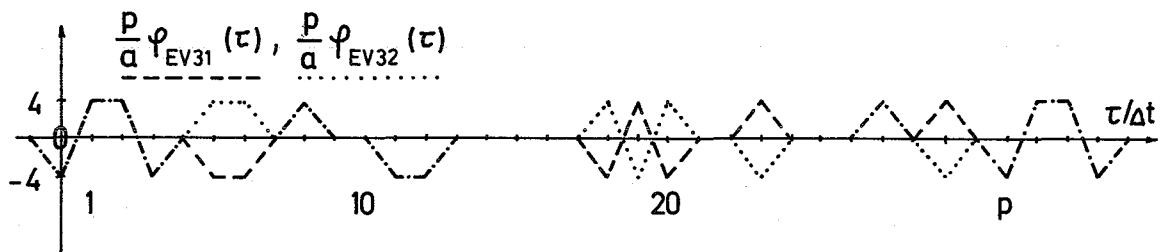


Abb.36: Beispiele von Verformungskorrelationsfunktionen für Verformungen 3. Ordnung 1. und 2. Art, $\varphi_{EV31}(\tau)$ und $\varphi_{EV32}(\tau)$

Doppelimpuls und eine dreifache Impulskombination mit nach der Verformungsart wechselnden Vorzeichen. Allgemein ist

$$\frac{1}{a} \varphi_{EV31}(\tau) = \frac{2^{m-3}}{2^m - 1} (-J_{\Delta}(\tau) + J_{\Delta}(\tau - \Delta t) + J_{\Delta}(\tau - 2\Delta t) - J_{\Delta}(\tau - 3\Delta t) + \sum_1^m z_i J_{\Delta}(\tau - x_i \Delta t))$$

x_i abhängig von der Pseudorandomfunktion
 z_i abhängig von der Pseudorandomfunktion, fünf mal positiv

(4.3.3.7)

Die Beziehung für die $\varphi_{EV32}(\tau)$ ist der für die $\varphi_{EV31}(\tau)$ gleich bis auf den Unterschied, daß sechs der Vorzeichenfaktoren z_i positiv sind.

Einen Überblick über die Verformungskorrelationsfunktionen für Pseudorandomfunktionen mit Perioden von $15\Delta t$ bis $1023\Delta t$ und die herausgestellten Verformungsmuster vermittelt die Tabelle 3. In die Tabelle sind die Orte in Einheiten Δt und die Vorzeichen der Dreieckimpulse in den Funktionen $\varphi_{EV11}(\tau)$ bis $\varphi_{EV32}(\tau)$ eingetragen, sowie deren relative Amplitude, das heißt der Spitzenwert dividiert durch die Amplitude a der Pseudorandomfunktionen und multipliziert mit deren Periode $p = 2^m - 1$.

Wie im Anhang A.2 gezeigt ist, existiert zu jeder Pseudorandomfunktion eine sogenannte gegenläufige Pseudorandomfunktion. Von diesen Paaren ist in Tabelle 3 nur jeweils eine Funktion berücksichtigt. Die Verformungs-

VERFORMUNGEN																					
ORDNUNG	1			2				3													
ART	1/2	0	1/2			0			1/2												
RELATIVE AMPLITUDE	2^{m-1}	2^{m-1}	2^{m-2}			2^{m-2}			2^{m-3}												
ORT UND VORZEICHEN	0-	0-	0-	1+	2-	0-	1+	2+	3-	0-	1+	2+	3-								
PSEUDORANDOMFUNKTION KENN-NR.	1+	1+																			
	UND	UND	UND			UND			UND												
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 15 DELTA T																					
23	4+	10+	4+	5+	8+	10+	7+	10-	11-	13+	4+	5+	6+	7+	8+	9+	10-	11-	12+	13+	14+
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 31 DELTA T																					
45	18+	11+	5+	11+	18+	19+	8+	11-	12-	27+	5+	6+	8+	11-	12-	18+	19+	20+	23+	27+	29+
75	20+	6+	6+	9+	20+	21+	6-	7-	16+	24+	6-	7-	9+	10+	16+	20+	21+	22+	24+	26+	29+
67	19+	23+	7+	19+	20+	23+	17+	23-	24-	28+	7+	8+	11+	17+	19+	20+	21+	23-	24-	26+	28+
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 63 DELTA T																					
103	6+	26+	6+	7+	12+	26+	26-	27-	35+	48+	6+	7+	8+	12+	13+	18+	26-	27-	32+	35+	48+
147	25+	30+	25+	26+	30+	50+	9+	19+	30-	31-	9+	12+	19+	25+	26+	27+	30-	31-	50+	51+	55+
155	8+	45+	8+	9+	16+	45+	13+	41+	45-	46-	8+	9+	10+	13+	16+	17+	24+	41+	45-	46-	53+
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 127 DELTA T																					
211	31+	103+	31+	32+	62+	103+	15+	84+	103-	104-	7+	15+	31+	32+	33+	62+	63+	84+	93+	103-	104-
217	87+	97+	47+	87+	88+	97+	23+	97-	98-	115+	7+	23+	47+	48+	57+	87+	88+	89+	97-	98-	115+
235	118+	47+	47+	109+	118+	119+	16+	42+	47-	48-	16+	38+	42+	47-	48-	100+	109+	110+	118+	119+	120+
367	73+	96+	19+	73+	74+	96+	13+	28+	96-	97-	13+	19+	20+	28+	42+	73+	74+	75+	92+	96-	97-
277	19+	121+	19+	20+	38+	121+	53+	99+	121-	122-	13+	19+	20+	21+	38+	39+	53+	57+	99+	121-	122-
325	107+	120+	87+	107+	108+	120+	52+	83+	120-	121-	52+	67+	83+	87+	88+	100+	107+	108+	109+	120-	121-
203	7+	56+	7+	8+	14+	56+	31+	56-	57-	90+	7+	8+	9+	14+	15+	21+	31+	56-	57-	63+	90+
313	39+	70+	39+	40+	70+	78+	17+	45+	70-	71-	17+	39+	40+	41+	45+	70-	71-	78+	79+	109+	117+
345	14+	23+	14+	15+	23+	28+	23-	24-	80+	97+	14+	15+	16+	23-	24-	28+	29+	37+	42+	80+	97+
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 255 DELTA T																					
435	25+	198+	25+	26+	50+	198+	104+	198-	199-	238+	25+	26+	27+	50+	51+	75+	104+	198-	199-	223+	238+
551	16+	204+	16+	17+	32+	204+	125+	204-	205-	215+	16+	17+	18+	32+	33+	48+	125+	204-	205-	215+	220+
747	115+	95+	95+	115+	116+	230+	95-	96-	126+	197+	90+	95-	96-	115+	116+	117+	126+	197+	210+	230+	231+
453	243+	79+	79+	231+	243+	244+	72+	79-	80-	113+	67+	72+	79-	80-	113+	219+	231+	232+	243+	244+	245+
545	233+	174+	174+	211+	233+	234+	111+	174-	175-	206+	111+	152+	174-	175-	189+	206+	211+	212+	233+	234+	235+
543	157+	151+	59+	151+	157+	158+	70+	132+	151-	152-	53+	59+	60+	70+	132+	151-	152-	157+	158+	159+	216+
537	122+	181+	122+	123+	181+	244+	84+	181-	182-	224+	48+	84+	111+	122+	123+	124+	181-	182-	224+	244+	245+
703	157+	151+	59+	151+	157+	158+	70+	132+	151-	152-	53+	59+	60+	70+	132+	151-	152-	157+	158+	159+	216+
PSEUDORANDOMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 511 DELTA T																					
1725	59+	347+	59+	60+	118+	347+	44+	347-	348-	477+	44+	59+	60+	61+	118+	119+	177+	347-	348-	406+	477+
1225	226+	485+	226+	227+	452+	485+	20+	328+	485-	486-	20+	167+	200+	226+	227+	228+	328+	452+	453+	485-	486-
1275	26+	335+	26+	27+	52+	335+	122+	138+	335-	336-	26+	27+	28+	52+	53+	78+	122+	138+	335-	336-	361+
1773	108+	247+	108+	109+	216+	247+	10+	95+	247-	248-	10+	95+	108+	109+	110+	216+	217+	247-	248-	324+	355+
1425	476+	242+	242+	441+	476+	477+	195+	242-	243-	295+	195+	207+	242-	243-	295+	406+	441+	442+	476+	477+	478+
1267	461+	174+	174+	411+	461+	462+	174-	175-	403+	479+	124+	174-	175-	361+	403+	411+	412+	461+	462+	463+	479+
1021	130+	290+	130+	131+	260+	290+	213+	235+	290-	291-	130+	131+	132+	213+	235+	260+	261+	290-	291-	390+	420+
1131	140+	202+	140+	141+	202+	280+	88+	202-	203-	385+	88+	140+	141+	142+	202-	203-	280+	281+	342+	385+	420+
1461	408+	26+	26+	305+	408+	409+	26-	27-	168+	390+	26-	27-	168+	202+	305+	306+	390+	408+	409+	410+	434+
1423	114+	356+	114+	115+	228+	356+	218+	265+	356-	357-	114+	115+	116+	218+	228+	229+	265+	342+	356-	357-	470+
1055	275+	206+	39+	206+	275+	276+	18+	83+	206-	207-	18+	39+	40+	83+	206-	207-	275+	276+	277+	314+	481+
1167	443+	281+	281+	375+	443+	444+	16+	281-	282-	413+	16+	213+	281-	282-	307+	375+	376+	413+	443+	444+	445+
1541	315+	387+	119+	315+	316+	387+	23+	387-	388-	403+	23+	119+	120+	191+	315+	316+	317+	387-	388-	403+	434+

Tabelle 3/1: Dreieckimpulse in den Verformungskorrelationsfunktionen $\varphi_{EV11}(\tau)$ bis $\varphi_{EV32}(\tau)$

VERFORMUNGEN																					
ORDNUNG	1		2				3														
ART	1/2	0	1/2		0	1/2															
RELATIVE AMPLITUDE	2 ^{m-1}	2 ^{m-1}	2 ^{m-2}		2 ^{m-2}	2 ^{m-3}															
ORT UND VORZEICHEN	0- 1+	0- 1+	0- 1+	1+ 2-	0- 1+	2+ 3-	0- 1+	2+ 3-	0- 1+	2+ 3-											
PSEUDOR-FUNKTION KENN-NR.	UND	UND	UND		UND		UND		UND												
PSEUDORANDMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 511 DELTA T																					
1333	501++	187+	187++	491+-	501--	502--	161+	187-	188-	423+	161++	177+-	187--	188--	423++	481+-	491--	492--	501--	502--	503--
1605	318--	118+	118++	125+-	318--	319--	107+	118-	119-	480+	107++	118--	119--	125+-	126--	318++	319+-	320--	436+-	443+-	480++
1751	459--	330+	330++	407+-	459--	460--	318+	330-	331-	493+	278++	318++	330--	331--	355+-	407++	408--	459+-	460--	461--	493++
1743	84--	240+	84+-	85+-	168--	240++	18+	240-	241-	387+	18++	84+-	85+-	86+-	168--	169--	240--	241--	252+-	324+-	387++
1617	327--	463+	143+-	327--	328--	463++	312+	434+	463-	464-	143+-	144+-	279+-	312++	327--	328--	329--	434++	463--	464--	470+-
1553	386--	472+	261+-	386--	387--	472++	227+	405+	472-	473-	136+-	227++	261--	262--	347+-	386--	387+-	388--	405++	472--	473--
1157	93--	169+	93+-	94+-	169+-	186++	125+	169-	170-	287+	93+-	94+-	95+-	125++	169--	170--	186--	187--	262+-	279+-	287++
1715	71--	334+	71+-	72--	142+-	334++	165+	219+	334-	335-	71+-	72--	73--	142--	143--	165++	213+-	219++	334--	335--	405+-
1563	263--	319+	15+-	263--	264--	319++	120+	287+	319-	320-	15+-	16--	71+-	120++	263--	264--	265--	278+-	287++	319--	320--
1713	377--	336+	243+-	336++	377--	378--	115+	234+	336-	337-	109+-	115++	202+-	234++	243--	244--	336--	337--	377--	378--	379--
1175	234--	413+	234+-	235--	413++	468+-	406+	413-	414-	445+	136+-	191+-	234--	235--	236--	406++	413--	414--	445++	468--	469--
PSEUDORANDMFUNKTIONEN MIT DER PERIODE 1023 DELTA T																					
2011	77--	956+	77--	78--	154+-	956++	325+	618+	956-	957-	10+-	77--	78--	79--	154+-	155--	231+-	325++	618++	956--	957--
2415	921--	236+	236++	819+-	921--	922--	236-	237-	737+	827+	134+-	236--	237--	717+-	737++	819--	820--	827++	921--	922--	923--
3771	438--	44+	44++	438--	439--	876+-	11+	44-	45-	467+	11++	44--	45--	291+-	438--	439--	440--	467++	482+-	876--	877--
2157	575--	170+	127+-	170+-	575--	576--	170-	171-	527+	967+	127+-	128--	170--	171--	527++	575--	576--	577--	702+-	745+-	967++
3515	259--	219+	219++	259--	260--	518+-	77+	219-	220-	835+	77++	219--	220--	259--	260--	261--	478+-	518--	519--	777+-	835++
2773	848--	201+	201++	673+-	848--	849--	85+	201-	202-	210+	26+-	85++	201--	202--	210++	498+-	673--	674--	848--	849--	850--
2033	493--	47+	47++	493--	494--	986+-	47-	48-	61+	693+	47--	48--	61+-	456+-	493--	494--	495--	540+-	693++	986--	987--
2443	220--	923+	220+-	221--	440+-	923++	29+	548+	923-	924-	29++	120--	220--	221--	222--	440+-	441--	548+-	660--	923--	924--
2461	337--	919+	337--	338--	674+-	919++	299+	786+	919-	920-	233+-	299++	337--	338--	339--	674--	675--	786++	919--	920--	1011+-
3023	355--	575+	355+-	356--	575++	710+-	61+	172+	575-	576-	42+-	61++	172++	355--	356--	357--	575--	576--	710--	711--	930+-
3543	32--	627+	32+-	33--	64--	627++	245+	627-	628-	679+	32--	33--	34--	64--	65--	96+-	245++	627--	628--	659+-	679++
2745	894--	751+	751++	765+-	894--	895--	81+	696+	751-	752-	81++	622+-	636+-	696++	751--	752--	765--	766--	894--	895--	896--
2431	940--	191+	191++	857+-	940--	941--	52+	191-	192-	792+	52++	108+-	191--	192--	774+-	792++	857--	858--	940--	941--	942--
3177	422--	508+	422+-	423--	508++	844+-	508-	509-	553+	901+	243+-	422--	423--	424--	508--	509--	553++	844--	845--	901++	930--
3525	277--	631+	277+-	278--	554+-	631++	631-	632-	979+1014+		277--	278--	279--	554--	555--	631--	632--	831+-	908+-	979+1014++	
2617	764--	618+	505+-	618++	764--	765--	239+	618-	619-	806+	239++	246+-	359+-	505+-	506--	618--	619--	764--	765--	766--	806++
3471	550--	593+	77+-	550--	551--	593++	524+	593-	594-	841+	77+-	78--	120--	524++	550--	551--	552--	593--	594--	627+-	841++
3323	126--	856+	126+-	127--	252+-	856++	783+	831+	856-	857-	126--	127+-	128--	252--	253--	378+-	783+-	831+-	856--	857--	982--
3507	325--	475+	325+-	326--	475++	650+-	22+	144+	475-	476-	22+-	144++	325--	326--	327--	475--	476--	650--	651--	800+-	975--
3623	312--	388+	312+-	313--	388++	624+-	291+	388-	389-	897+	291++	312--	313--	314--	388--	389--	624--	625--	700+-	897++	936--
2707	992--	365+	365++	961+-	992--	993--	111+	365-	366-	390+	111++	334+-	365--	366--	390++	930+-	961--	962--	992--	993+-	994--
2327	945--	92+	92++	867+-	945--	946--	58+	92-	93-	533+	14+-	58++	92--	93--	533++	789+-	867--	868--	945--	946--	947--
3265	734--	829+	445+-	734--	735--	829++	623+	829-	830-	898+	156+-	445++	446--	540+-	623++	734--	735--	736--	829--	830--	898++
2055	181--	490+	181+-	182--	362+-	490++	204+	396+	490-	491-	181--	182--	183--	204+-	362--	363--	396++	490--	491--	543+-	671--
3575	750--	914+	477+-	750--	751--	914++	19+	849+	914-	915-	19++	204+-	477--	478--	641+-	750--	751--	752--	849++	914--	915--
3171	80--	743+	80+-	81--	160+-	743++	251+	470+	743-	744-	80--	81--	82--	160--	161--	240+-	251++	470++	743--	744--	823+-
2047	85--	367+	85+-	86--	170+-	367++	315+	367-	368-	863+	85--	86--	87--	170--	171--	255+-	315++	367--	368--	452+-	863++
3025	268--	650+	268+-	269--	536+-	650++	61+	650-	651-	1003+	61++	268--	269--	270--	536--	537--	650--	651--	804+-	918--1003++	
3337	623--	875+	223+-	623--	624--	875++	412+	875-	876-	896+	223--	224--	412++	475+-	623--	624--	625--	846+-	875--	876--	896++
3211	57--	80+	57+-	58--	80++	114+-	80-	81-	130+	708+	57--	58--	59--	80--	81--	114--	115--	130++	137+-	171+-	708++

Tabelle 3/2: Dreieckimpulse in den Verformungskorrelationsfunktionen $\varphi_{EV11}(\tau)$ bis $\varphi_{EV32}(\tau)$

korrelationsfunktion der anderen folgt aber ebenfalls aus der Tabelle: Sind $x_i \Delta t$ die Orte der Nebendreieckimpulse mit bestimmten Vorzeichen und bestimmtem Funktionswert in der Verformungskorrelationsfunktion einer Pseudorandomfunktion, so hat die Verformungskorrelationsfunktion der gegenläufigen Pseudorandomfunktion Nebendreieckimpulse mit gleichen Vorzeichen und gleichem Funktionswert in $x_{i,g} \Delta t = (p+1-x_i) \Delta t$. In 0, Δt und gegebenenfalls $2\Delta t$ und $3\Delta t$ haben beide den gleichen Verlauf.

4.3.4 Fehler in den im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktionen und Frequenzgängen durch die Flankenverzögerungen im Eingangssignal

Mit bekannten Verformungskorrelationsfunktionen $\varphi_{EV\nu}(\tau)$ für eine Pseudorandomfunktion $f(t)$ sind quantitative Angaben über die Auswirkungen von Flankenverzögerungen im Kreuzkorrelationsverfahren möglich.

Ist $f_E^+(t)$ das durch Flankenverzögerungen verformte Systemeingangssignal

$$f_E^+(t) = f_E(t) + a \sum_{\nu} A_{\nu} v_{\nu}(t)$$

dann folgt für die Kreuzkorrelationsfunktion der (unverformten) Pseudorandomfunktion und der am Ausgang des mit $f_E^+(t)$ angeregten Systems gemessenen Funktion $f_A^+(t)$ nach Gl.(4.2.1.2)

$$\varphi_{EA}^+(\tau) = \int_0^{\infty} h(\lambda) \varphi_{EE}^+(\tau - \lambda) d\lambda \quad (4.3.4.1)$$

wobei $\varphi_{EE}^+(\tau)$ die Funktion angibt, zu der die Signalverformung die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ verändert:

$$\varphi_{EE}^+(\tau) = \varphi_{EE}(\tau) + a^2 \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}}}{2^{\nu} - 1} \left[\sum_{\mu} z_{\mu} J_{\Delta}(\tau - x_{\mu} \Delta t) \right] \quad (4.3.4.2)$$

Die Flankenverzögerungen führen demnach zur Addition einer Summe von Dreieckimpulsen zur Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ der Pseudorandomfunktion. Die Höhe der Impulse hängt zum einen davon ab, mit welchen Stärken A_{ν} die Verformungsmuster ν zur Signalverformung beitragen, zum anderen durch den Faktor $2^{k_{\nu}}$ von Ordnung und Art der enthaltenen Verformungsmuster. Die Vorzeichenfaktoren z_{μ} und die Abszissenwerte $x_{\mu} \Delta t$ der Impulse werden ebenfalls von Ordnung und Art der zur Verformung beitragenden Verformungsmuster bestimmt, hängen darüberhinaus aber auch von der Pseudorandomfunktion ab.

Die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}^+(\tau)$ ist

$$\varphi_{EA}^+(\tau) = \int_0^{\infty} h(\lambda) \left[\varphi_{EE}(\tau - \lambda) + a^2 \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}}}{2^{m-1}} \left(\sum_{\mu} z_{\mu} J_{\Delta}(\tau - x_{\mu} \Delta t - \lambda) \right) \right] d\lambda \quad (4.3.4.3)$$

Nun hat die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{EE}(\tau)$ ebenfalls die Gestalt eines Dreieckimpulses, und zwar mit der Spitzenhöhe a^2 in $\tau = 0$, zuzüglich eines über τ konstanten Anteils von $-a^2/p$, mit $p = 2^m - 1$ als der Periode der Eingangsfunktion in Einheiten Δt . Diese Aussage gilt näherungsweise unter der Bedingung, daß $p \gg 2$, da in Wirklichkeit die Spitzenhöhe des Dreieckimpulses $a^2(1 + \frac{1}{p})$ beträgt oder, anders betrachtet, der konstante Anteil in $\tau = 0$ über $2\Delta t$ verschwindet. Die Anwendung dieser Darstellung von $\varphi_{EE}(\tau)$ und die Weiterführung der Näherung für den konstanten Anteil mit der Bedingung, daß $p \gg n$, mit n als der Anzahl der Dreieckimpulse in $\varphi_{EE}^+(\tau)$ durch die Eingangssignalverformung, ergibt

$$\varphi_{EA}^+(\tau) = a^2 \int_0^{\infty} h(\lambda) \left[J_{\Delta}(\tau - \lambda) + \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}-1}}{2^{m-1}} \sum_{\mu} z_{\mu} J_{\Delta}(\tau - x_{\mu} \Delta t - \lambda) - \frac{1}{p} \right] d\lambda$$

sodaß schließlich entsprechend Gl.(2.3.1.8)

$$\frac{1}{a^2} \varphi_{EA}^+(\tau) = \Delta t \left[h(\tau) + \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}-1}}{2^{m-1}} \sum_{\mu} z_{\mu} h(\tau - x_{\mu} \Delta t) - \bar{h} \right] \quad (4.3.4.4)$$

Wird aus dieser Kreuzkorrelationsfunktion wie im Fall korrekter Pseudorandomanregung eine Funktion $h^+(\tau)$ als die durch das Kreuzkorrelationsverfahren ermittelte Impulsantwortfunktion abgeleitet, so ist diese:

$$h^+(\tau) = h(\tau) + \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}-1}}{2^{m-1}} \sum_{\mu} z_{\mu} h(\tau - x_{\mu} \Delta t) \quad (4.3.4.5)$$

Mit flankenverzögertem Eingangssignal liefert das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren im Ergebnis also die Impulsantwortfunktion des Systems überlagert von einer Summe von Funktionen, die bis auf Verschiebungen auf der Zeitachse, Vorzeichen und Faktoren der Impulsantwortfunktion gleich sind. Die Zeitverschiebungen, die Vorzeichen und Faktoren entsprechen denen der Dreieckimpulse in $\varphi_{EE}^+(\tau)$ infolge der Verformung und hängen in der gleichen Weise wie diese von der Verformung und der dem Signal zugrundeliegenden Pseudorandomfunktion ab.

Da alle Verformungskorrelationsfunktionen wenigstens in 0 und Δt Dreieckimpulse aufweisen, $\varphi_{EA}^+(\tau)$ also zumindest an diesen Stellen von $\varphi_{EE}(\tau)$ abweicht, führen Flankenverzögerungen im Signal in jedem Fall zu einer Ver-

änderungen der im Kreuzkorrelationsverfahren erhaltenen Impulsantwortfunktion über dem gesamten Zeitbereich.

Die Fouriertransformation von $h^+(\tau)$ liefert den Frequenzgang $H^+(\omega)$:

$$H^+(\omega) = H(\omega) \left[1 + \sum_{\nu} A_{\nu} \frac{2^{k_{\nu}} - 1}{2^{m-1}} \sum_{\mu} z_{\mu} e^{-i\omega x_{\mu} \Delta t} \right] \quad (4.3.4.6)$$

Der mit einem flankenverzögerten Systemeingangssignal bestimmte Frequenzgang unterscheidet sich demnach von dem tatsächlichen Frequenzgang des Systems durch eine Summe überlagerter Schwingungen, deren Amplituden und Frequenzen von den enthaltenen Verzögerungen und der Pseudorandomfunktion in der gleichen Weise abhängen, wie die verzögerungsbedingten Veränderungen in $h^+(\tau)$ und $\varphi_{EE}^+(\omega)$.

4.3.5 Ermittlung der Auswirkungen von Flankenverzögerungen im rechnerisch simulierten Kreuzkorrelationsverfahren

Mit der Variante RATEST2 des zur Simulierung des Kreuzkorrelationsverfahrens mit verformten Eingangssignalen geschriebenen Rechenprogramms RATEST werden die Auswirkungen der Flankenverzögerungen untersucht. Als Impulsantwortfunktion des Systems dient die mit Gl.(4.2.2.1) gegebene Impulsantwortfunktion eines Punktreaktors.

Die in der gleichen Weise wie in RATEST1 erzeugte Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ wird in RATEST2 durch Überlagerung von Verzögerungsmustern nach Gl.(4.3.1.2) verformt zu $f_E^+(t)$. Ordnung, Art und Stärke der Flankenverzögerungen können mit Steuerparametern in der Programmeingabe vorgegeben werden.

Die verformte Funktion $f_E^+(t)$ stellt das Systemeingangssignal dar. Ihre Faltung mit der Impulsantwortfunktion $h(t)$ ergibt das Systemausgangssignal $f_A^+(t)$. Die Faltung wird ausgeführt durch

$$f_{A,i}^+ = \sum_{j=0}^{p-1} h_j \cdot f_{E,i-j}^+ \quad (4.3.5.1)$$

wobei h_j die Impulsantwortfunktion zur Zeit $t = j\Delta t$, $f_{E,i-j}^+$ das Eingangssignal zur Zeit $t = (i-j)\Delta t$ und $f_{A,i}^+$ das Ausgangssignal in $t = i\Delta t$ sind. Die um Δt schrittweise Faltung in dieser Weise schließt Fehler durch die endliche Breite von Δt aus.

Die Berechnung der Funktion $h^+(t)$ durch Faltung von $f_A^+(t)$ mit der (unverformten) Pseudorandomfunktion $f_E(t)$ und die Transformation von $h^+(t)$ zum Frequenzgang $H^+(\omega)$ erfolgt wie in RATEST1. Eine Abweichung besteht lediglich darin, daß die Frequenzgänge für 1023 in logarithmischer Auftragung äquidistante Werte von ω , von $\omega_0 = \pi/\Delta t$ bis $\omega_{p-1} = \pi/p\Delta t$ ermittelt werden.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Ergebnisse der durchgeführten Rechnungen. Den mit flankenverzögerten Eingangssignalen berechneten Frequenzgängen sind dabei jeweils die unverfälschten Frequenzgänge gegenübergestellt.

In Abb.37 und 38 sind $h^+(t)$ und $H^+(\omega)$ aufgetragen, die bei Verzögerung aller Flanken des Eingangssignals mit dem Koeffizienten $A_{10} = 0,2$, das heißt bei einer Zeitverzögerung des Signals um $0,2\Delta t$ erhalten werden. Die Kurven zeigen, daß die Signalverzögerung an der Impulsantwortfunktion erwartungsgemäß zu einer Zeitverschiebung um $0,2\Delta t$ führt, am Frequenzgang bei höheren Frequenzen zu Veränderungen hin zu kleineren Amplituden- und Phasenwerten, die besonders im Phasengang erheblich sind.

Abb.39 und 40 stellen die Funktionen $h^+(t)$ und $H^+(\omega)$ für ein vorderflankenverzögertes Eingangssignal mit $A_{11} = 0,2$ dar. In den von der Flankenverzögerung verursachten Veränderungen an den Funktionen lassen sich zwei Effekte unterscheiden: Der Nebendreieckimpuls, den $\varphi_{EE}^+(\tau)$ bei dieser Verformung aufweist, führt zu dem negativen Nebenpeak in $h^+(t)$ und den Schwingungen in $H^+(\omega)$. Die Veränderungen, die $\varphi_{EE}^+(\tau)$ um $\tau = 0$ erfährt, wirken sich ähnlich wie im vorhergehenden Beispiel als Zeitverzögerung von $h^+(t)$ und Verzerrung von $H^+(\omega)$ bei hohen Frequenzen aus.

In einem dritten Beispiel ist die steuerfunktionsabhängige Flankenverzögerung durch Wirbelstromeffekte in den Hubmagneten oder durch Rückwirkung der Energiequellenbelastung am Modulatorantrieb simuliert. Abb.41 und 42 zeigen $h^+(t)$ und $H^+(\omega)$ bei überlagerten Eingangssignalverformungen 2. und 3. Ordnung mit $A_{20} = 0,2$, $A_{30} = 0,1$. Die Auswirkungen sind ähnlich wie im zweiten Beispiel; entsprechend Verformungsordnungen und Verformungsart treten drei Nebenpeaks in $h^+(t)$ und überlagerte Schwingungen mit drei verschiedenen Frequenzen in $H^+(\omega)$ auf. Die zusätzliche Verschiebung des Amplitudengangs um einen konstanten Faktor ist auf die Änderung des Normierungsfaktors $\int h^+(t) \cdot dt$ durch die verzögerungsbedingten Änderungen in $h^+(t)$ zurückzuführen.

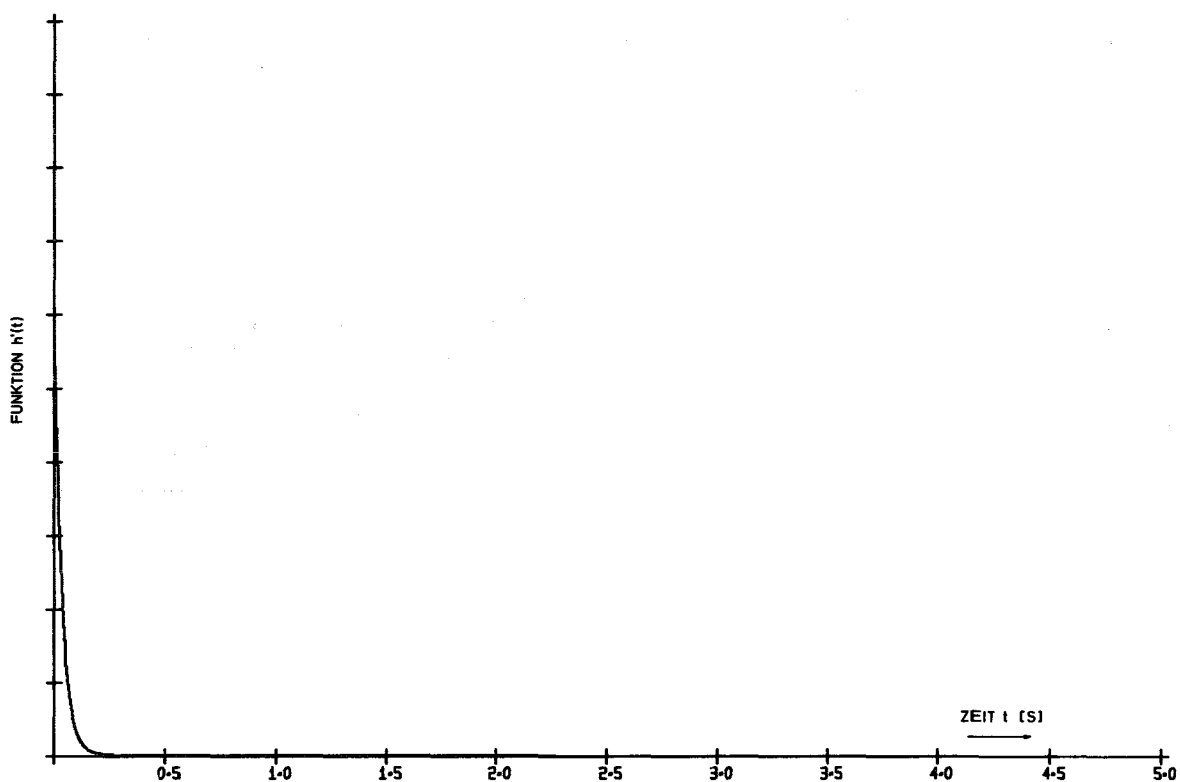


Abb.37: errechnete Impulsantwortfunktion $h^+(t)$ bei einem nach erster Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

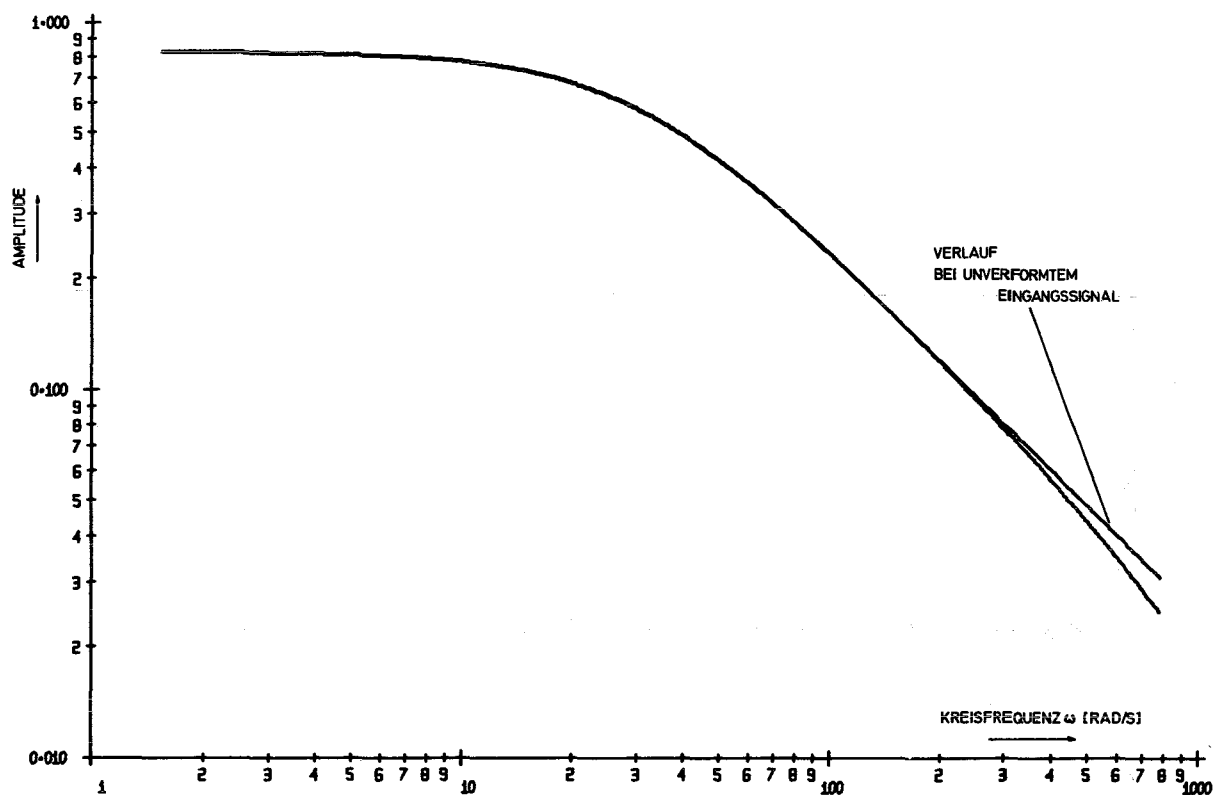


Abb.38/1: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Amplitude - bei einem nach erster Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

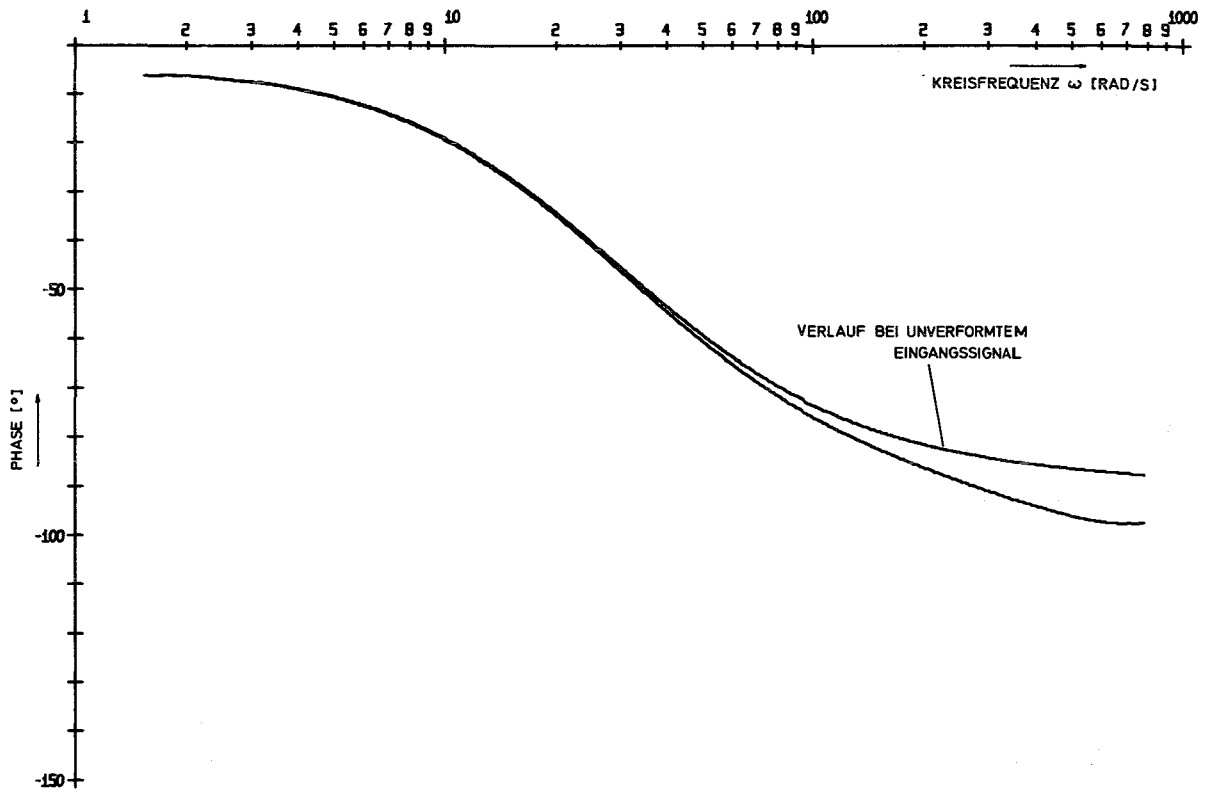


Abb.38/2: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Phase - bei einem nach erster Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

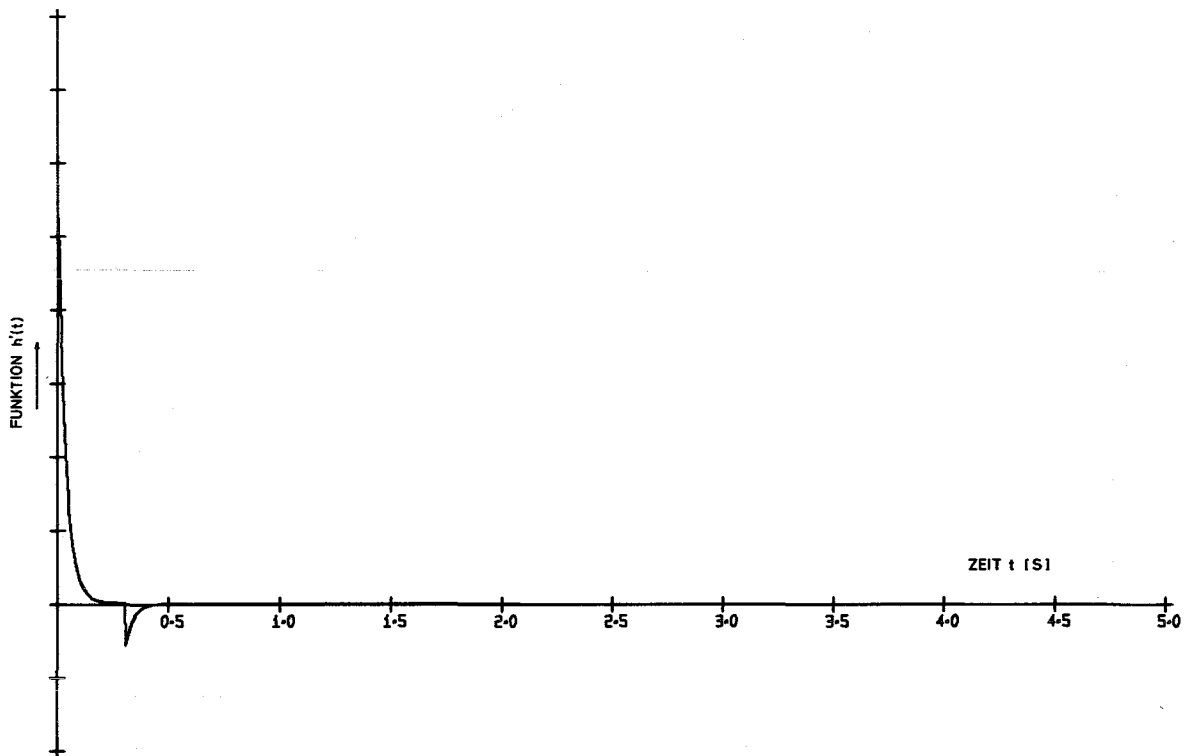


Abb.39: errechnete Impulsantwortfunktion $h^+(t)$ bei einem nach erster Ordnung erster Art verformtem Eingangssignal

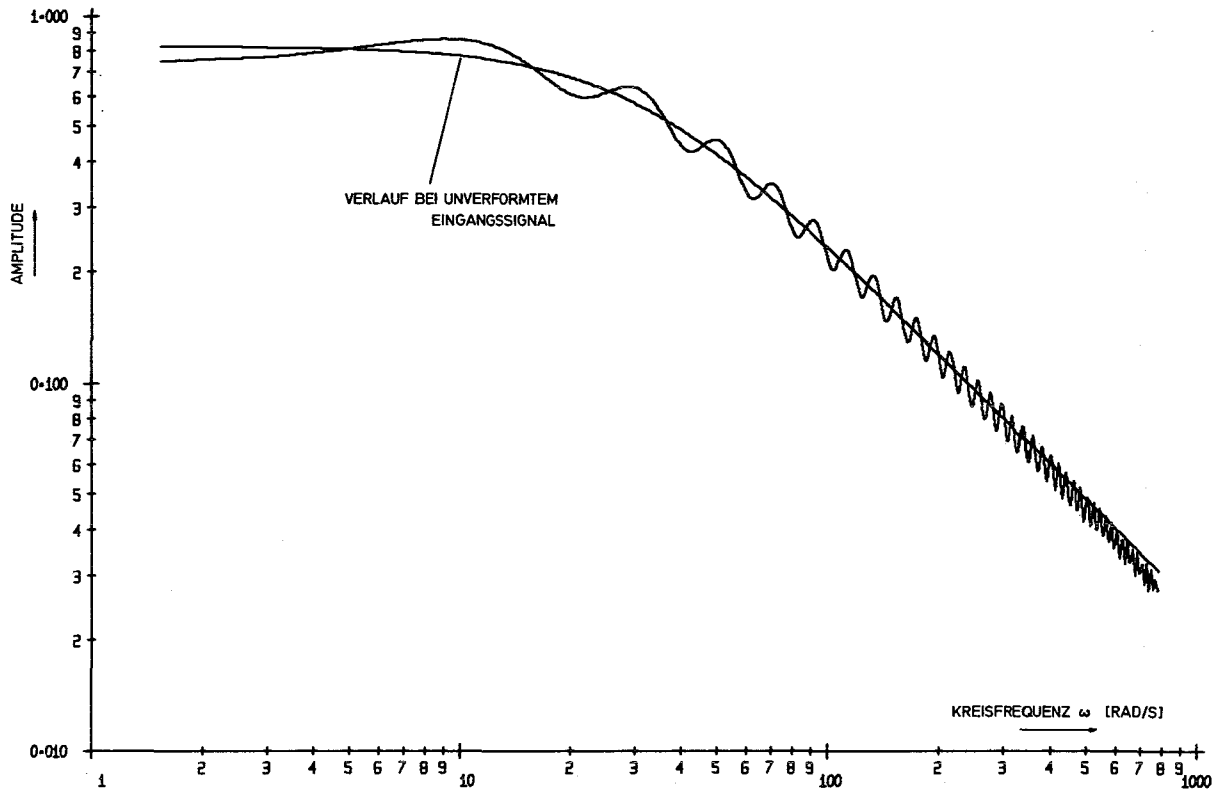


Abb.40/1: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Amplitude - bei einem nach erster Ordnung erster Art verformtem Eingangssignal

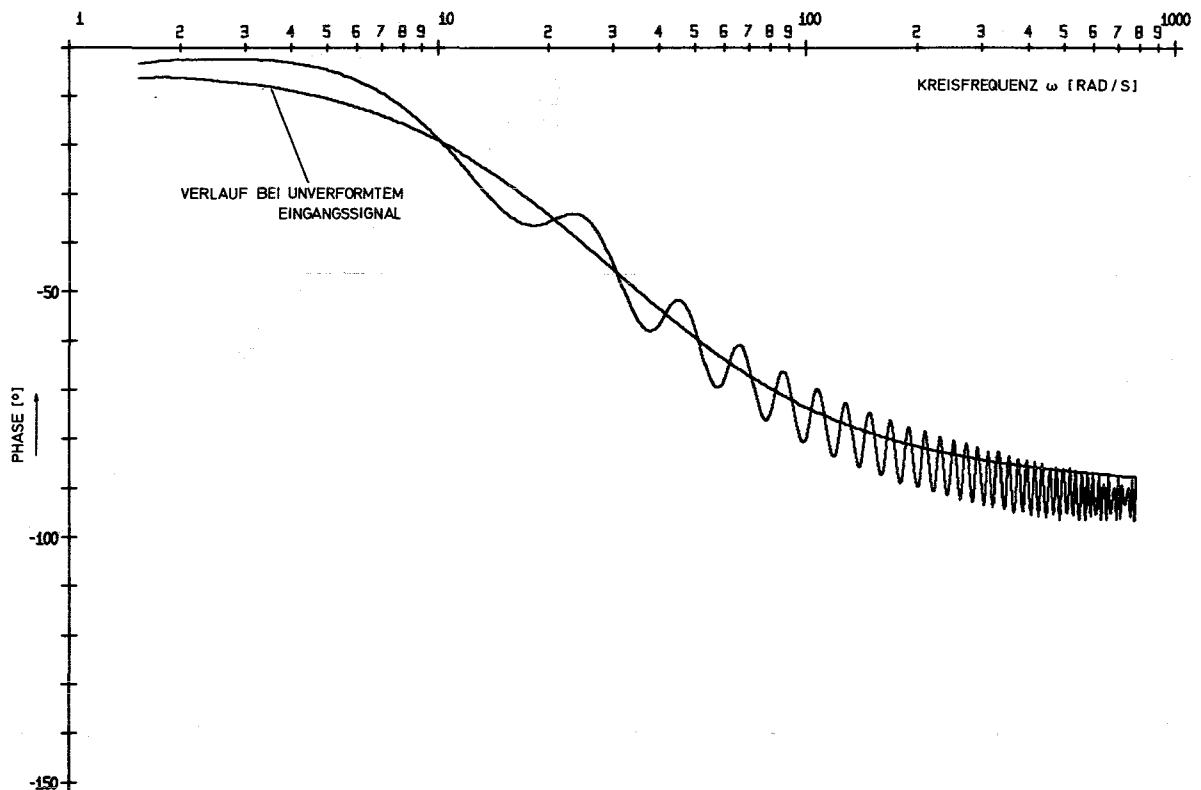


Abb.40/2: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Phase - bei einem nach erster Ordnung erster Art verformtem Eingangssignal

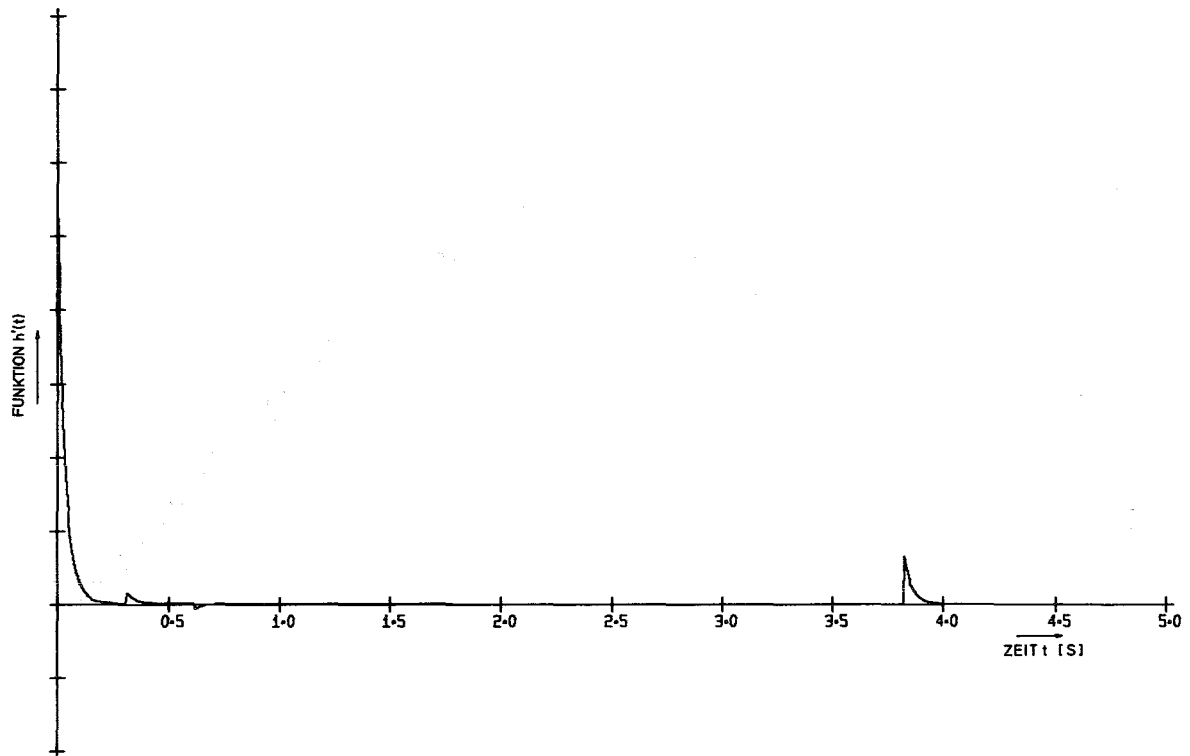


Abb.41: errechnete Impulsantwortfunktion $h^+(t)$ bei einem nach zweiter und dritter Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

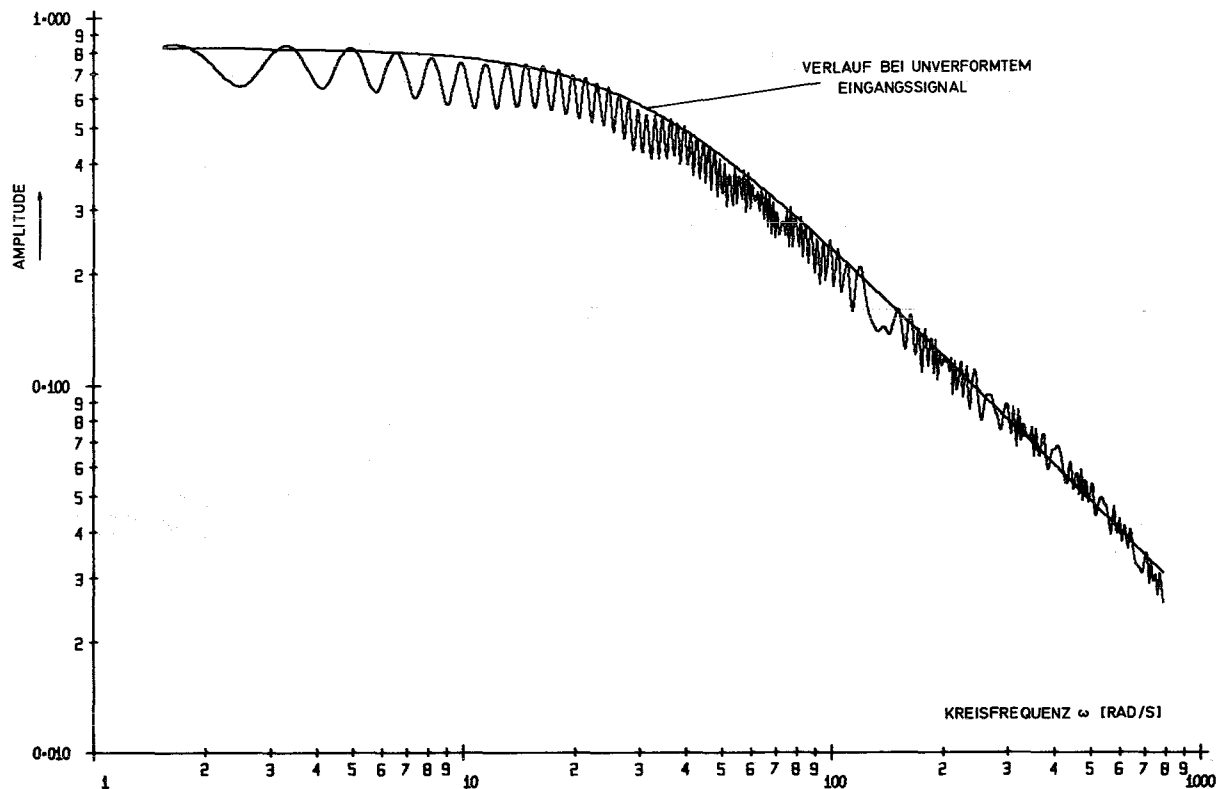


Abb.42/1: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Amplitude - bei einem nach zweiter und dritter Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

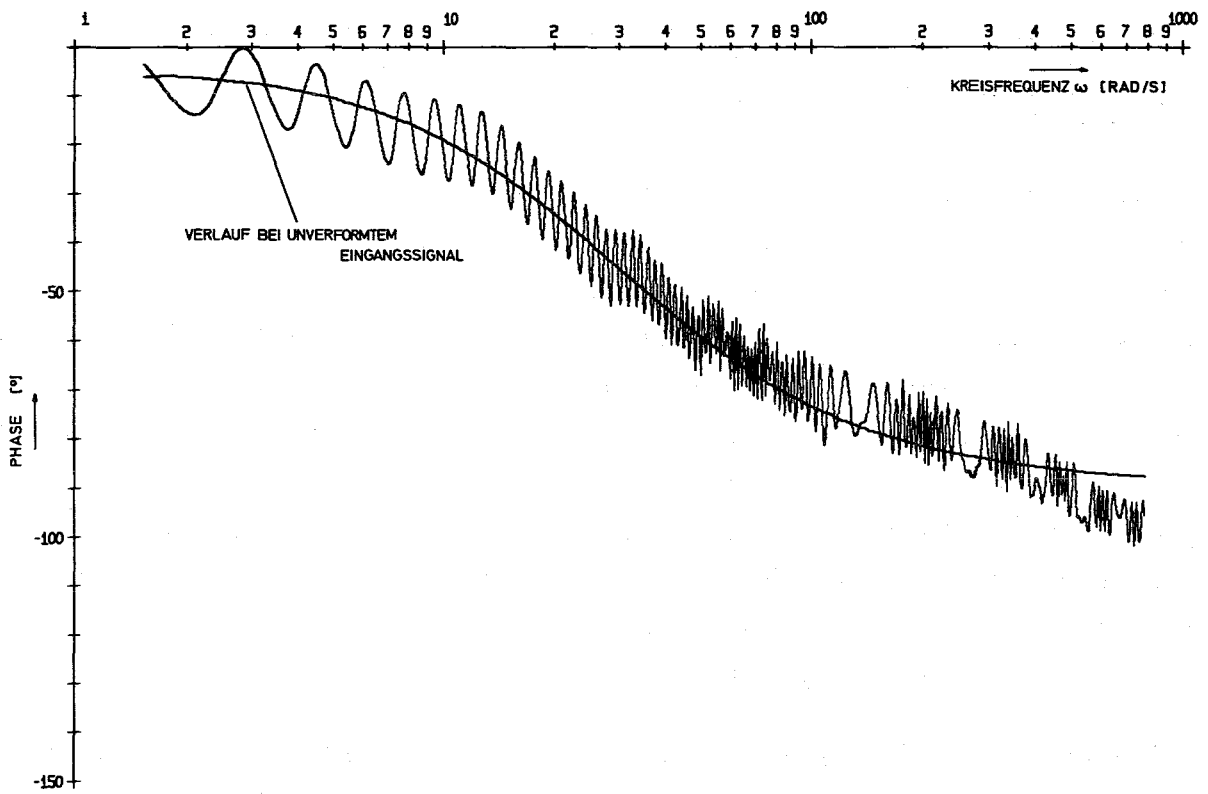


Abb.42/2: errechneter Frequenzgang $H^+(\omega)$ - Phase - bei einem nach zweiter und dritter Ordnung nullter Art verformtem Eingangssignal

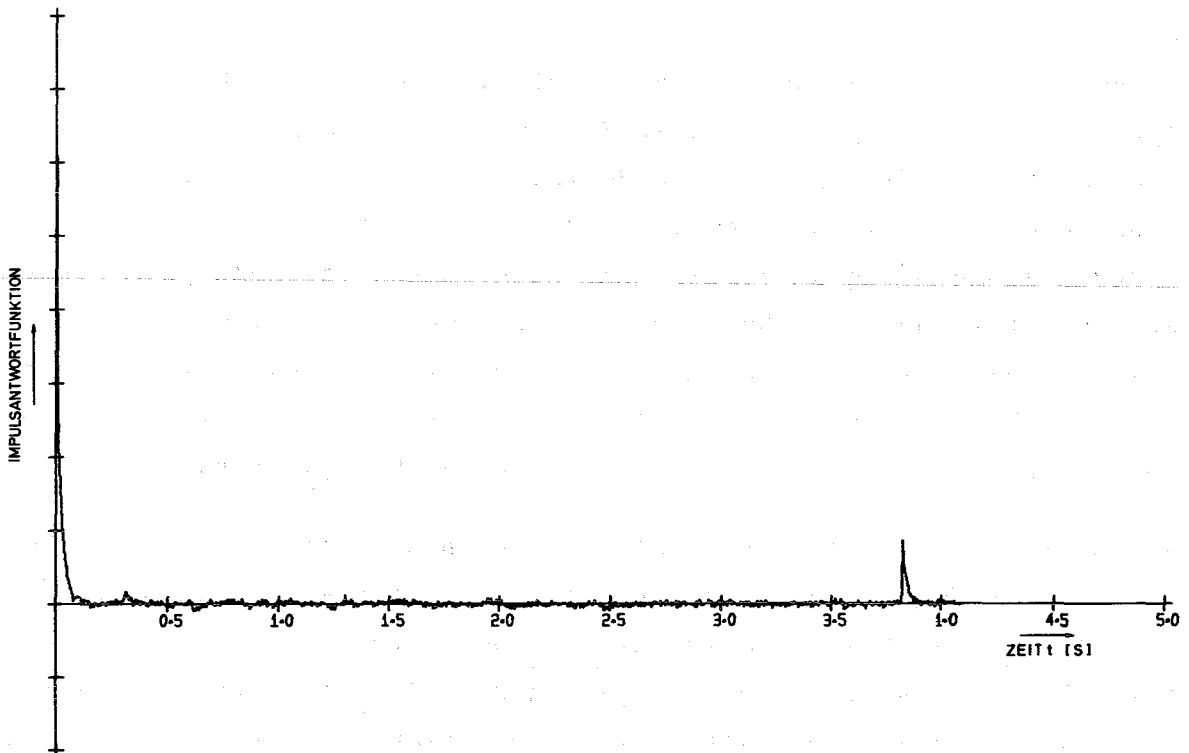


Abb.43: experimentell nach dem Kreuzkorrelationsverfahren ermittelte Impulsantwortfunktion bei verformtem Systemeingangssignal

4.3.6 Identifizierung von Flankenverzögerungen an einer im Kreuzkorrelationsverfahren bestimmten Impulsantwortfunktion, Korrekturmöglichkeiten

In allen dargestellten Beispielen der mit flankenverzögerten Eingangssignalen errechneten Funktionen $h^+(t)$ stimmen erwartungsgemäß die Vorzeichen und relativen Einsatzzeiten der überlagerten Funktionen (Nebenpeaks) mit den in Tabelle 3 notierten Vorzeichen und Abszissenwerten für die verformungsbedingten Nebendreieckimpulse in $\varphi_{EE}^+(\tau)$ überein. Dieser Zusammenhang, der nach Gl.(4.3.4.5) allgemein gilt, erlaubt, umgekehrt am Verlauf einer im Kreuzkorrelationsverfahren ermittelten Funktion $h^+(t)$ Verformungen durch Flankenverzögerungen, ihre Ordnung und Art und damit ihre vermutlichen Ursachen zu erkennen. Diese Hinweise geben dann Veranlassung, den Ursachen nachzugehen und sie zu beseitigen, oder aber eine Kompensierung der Verzögerungen zu versuchen.

Bei Signalverformungen erster Ordnung ist eine Verzögerungskompensation möglich, und zwar durch Einschalten von Verzögerungsgliedern in die Steuerelektronik für Signalgeber und Ausgangssignalmeßstelle. Dieser Weg wurde bei den in dieser Arbeit beschriebenen Messungen beschriftet.

Signalverformungen höherer Ordnung sind einer Verzögerungskompensation grundsätzlich nicht zugänglich, hier müssen die Verzögerungsursachen beseitigt werden. Abb.43 zeigt den Verlauf der Funktion $h^+(t)$, wie sie bei Vorversuchen am Argonaut-Reaktor Karlsruhe durch eine Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung erhalten wurde. Der Vergleich mit der Tabelle 3, in diesem Fall einfacher noch der Vergleich mit Abb.41 erweist, daß das Eingangssignal bei der Messung flankenverzögert war, und zwar mit höherer Ordnung gleichmäßig an Vorder- und Rückflanken verformt. Als Ursache konnte die magnetische Haftung zwischen Anker und Polen der beiden Hubmagnete festgestellt werden, die offensichtlich steuersignalabhängig war. Durch Einkleben von Teflonfolien konnte der Effekt beseitigt und ein von Verformungen höherer Ordnung freies Eingangssignal erhalten werden.

Neben der Beseitigung von Verzögerungsursachen besteht in einem geringen Umfange die Möglichkeit der Korrektur der ermittelten Funktion $h^+(t)$. Sie ist gegeben, wenn von den für die Verzögerungsfehler charakteristischen, $h(t)$ überlagerten Funktionen $A_\nu \frac{2^{k_\nu} - 1}{2^m - 1} \cdot z_\mu \cdot h(\tau - x_\mu \Delta t)$ sich mindestens eine für jedes im Signal enthaltene Verzögerungsmuster eindeutig isolieren läßt. $h^+(t)$ kann den durch Addition der charakteristischen Funktionen

von den durch Ordnung und Art der Verformungen gegebenen Abszissenwerten $x_{\mu} \Delta t$ an mit umgekehrten Vorzeichen korrigiert werden. Praktisch ist die Durchführung dieses Verfahrens nur denkbar, wenn $h^+(t)$ lediglich wenige Überlagerungen enthält. Zweifellos ist die Beseitigung der Verzögerungsursachen oder die Verzögerungskompensation einer solchen Korrektur vorzuziehen.

5. Messungen

5.1 Messungen am Einzonenreaktor

5.1.1 Ziel der Messungen

Die Untersuchungen am Einzonenreaktor umfassen zwei Meßreihen. Bei der einen erfolgt die Anregung des Reaktors mit Hilfe des Pseudorandom-Reaktivitätsmodulators im Zentrum der Spaltzone, bei der anderen hingegen an einem äußeren Ende. Das Reaktorausgangssignal wird jeweils in mehreren Positionen an der Spaltzone gemessen (vgl. Abb.44).

Die Messungen werden bei einer im zeitlichen Mittel konstanten Reaktorleistung durchgeführt. Der Eigenart des Anregungssignals wegen, die darin besteht, daß die beiden Zustände $+\Delta\rho$ und $-\Delta\rho$ nahezu gleich oft vorkommen, befindet der Reaktor sich, ebenfalls über die Zeit gemittelt, praktisch genau im kritischen Zustand. Das Kreuzkorrelationsverfahren liefert Impulsantwortfunktionen und Frequenzgänge des kritischen Reaktors.

Als Meßergebnisse stehen die Impulsantwortfunktionen und die aus ihnen ermittelten reduzierten Generationszeiten Λ/β der prompten Neutronen im Vordergrund. Es wird untersucht, ob die Wahl verschiedener Anregungs- und Meßorte sich auf die Ergebnisse auswirkt. Das Ziel der Messungen ist, festzustellen, mit welchem Erfolg und unter welchen Bedingungen das Kreuzkorrelationsverfahren mit Pseudorandom-Reaktivitätsanregung des Reaktors zur Bestimmung des kinetischen Parameters Λ/β eingesetzt werden kann.

Eine weitere Aufgabe der Messungen ist, zu ermitteln, inwieweit die aus den Meßergebnissen an den verschiedenen Orten errechneten Frequenzgänge des Reaktors nach Amplitude und Phase Unterschiede aufweisen.

5.1.2 Theoretische Grundlagen nach dem Punktreaktormodell

Die Impulsantwortfunktion $h(t)$ des kritischen Reaktors, die in den hier beschriebenen Experimenten mit Hilfe des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens bestimmt wird, ist definitionsgemäß gleich dem zeitlichen Verlauf der Neutronendichte im Reaktor nach einer impulsförmigen Reaktivitätsanregung.

Nach dem Modell des Punktreaktors, das heißt unter der vereinfachenden Voraussetzung, daß die zeitliche Neutronendichteänderung ortsunabhängig und ohne Beeinflussung durch einen Reflektor verläuft, so wie es in einer unreflektierten multiplizierenden Anordnung ohne räumliche Ausdehnung der Fall wäre, läßt sich das Zeitverhalten des so angeregten Reaktors und damit seine Impulsantwortfunktion leicht interpretieren:

Die kinetischen Gleichungen lauten allgemein für einen Punktreaktor mit der Reaktivität ρ :

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) + q(t) \\ \frac{dC_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t) \end{aligned} \quad (5.1.2.1)$$

$n(t)$: Neutronendichte

$C_i(t)$: Dichte der Vorläufer verzögerter Neutronen der Gruppe i

β_i : effektiver Anteil der verzögerten Neutronen der Gruppe i ; $\sum \beta_i = \beta$

λ_i : Zerfallskonstante der Vorläufer der Gruppe i

Λ : Generationszeit prompter Neutronen

$q(t)$: Stärke äußerer Neutronenquellen

Im vorliegenden Fall sind äußere Neutronenquellen zu vernachlässigen. Für den kritischen Reaktor im Fall der Anregung durch eine impulsförmige Reaktivitätsänderung mit dem Amplitudenintegral ρ_I ist

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= -\frac{\beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) + \frac{\rho_I}{\Lambda} n(t) \delta(t) \\ \frac{dC_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t) \end{aligned} \quad (5.1.2.2)$$

$\delta(t)$: Delta-Funktion

Das Zeitverhalten des Punktreaktors nach der Impulsanregung wird durch eine Summe von Exponentialfunktionen dargestellt:

$$n(t) = a_p e^{-\alpha_0 t} + \sum_{k=1}^m a_{v,k} e^{-\alpha_k t} \quad (5.1.2.3)$$

wobei der erste Summand mit dem Anregungskoeffizienten a_p und der Abklingkonstanten α_0 das Abklingen der prompten Neutronen angibt, die weiteren Summanden mit den Anregungskoeffizienten $a_{v,k}$ und den Abklingkonstanten α_k

hingegen die zeitliche Veränderung des Feldes verzögerter Neutronen beschreiben.

Für α_0 folgt als Lösung der kinetischen Gleichungen

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^m \frac{\alpha_0 \beta_i}{\alpha_0 - \lambda_i} \\ &= \frac{\beta}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda} \sum_{i=1}^m \frac{\beta_i \lambda_i}{\alpha_0 - \lambda_i}\end{aligned}\quad (5.1.2.4)$$

Da im allgemeinen immer $\alpha_0 \gg \lambda_i$, kann dieser Zusammenhang vereinfacht werden. Mit $\bar{\lambda} = \frac{\sum \beta_i \lambda_i}{\beta}$ als der mittleren Zerfalskonstanten der Vorläufer verzögerter Neutronen ist

$$\alpha_0 = \frac{\beta}{\Lambda} + \bar{\lambda}\quad (5.1.2.5)$$

Die um $\bar{\lambda}$ verminderte Abklingkonstante für das Feld prompter Neutronen ist also umgekehrt gleich der sogenannten reduzierten Generationszeit Λ/β im kritischen Reaktor.

Die Zusammenfassung der verzögerten Neutronen zu einer Gruppe erlaubt die Vereinfachung der das Reaktorzeitverhalten beschreibenden Gl. (5.1.2.3) zur Summe zweier von den prompten beziehungsweise den verzögerten Neutronen herrührenden Anteile $n_p(t)$ und $n_v(t)$:

$$n(t) = n_p(t) + n_v(t)$$

wobei, wie eben ermittelt,

$$n_p(t) = n_p(0) e^{-\alpha_0 t} \quad ; \quad \alpha_0 = \frac{\beta}{\Lambda} + \bar{\lambda}$$

Bei der Interpretation von $n_v(t)$ ist davon auszugehen, daß im vorliegenden Fall die experimentell gewonnene Impulsantwortfunktion $h(t)$ zwar die Neutrodichteänderung im kritischen Reaktor bei Impulsanregung im eingeschwungenen Zustand beschreibt, jedoch wegen der dem Auswerteverfahren zugrundeliegenden Festlegung $h(P-\Delta t) = 0$ ohne den von den verzögerten Neutronen aufgebauten konstanten Untergrund. $n_v(t)$ enthält also im wesentlichen nur die verzögerten Neutronen, die in unmittelbarer Folge eines Anregungsimpulses entstehen. Es ist in guter Näherung $n_v(0) = 0$ und, als Lösung der kinetischen Gleichungen bei den gegebenen Bedingungen,

$$n_v(t) = n_p(0) \cdot \frac{\bar{\lambda}}{\alpha_0 - \bar{\lambda}} (1 - e^{-\alpha_0 t}) \quad (5.1.2.6)$$

Damit ist das Zeitverhalten des kritischen Reaktors nach einer Impulsanregung, das heißt seine Impulsantwortfunktion $h(t)$ auf die kinetischen Parameter Λ/β und $\bar{\lambda}$ zurückgeführt:

$$h(t) \sim e^{-\alpha_0 t} + \frac{\bar{\lambda}}{\alpha_0 - \bar{\lambda}} (1 - e^{-\alpha_0 t})$$

$$\alpha_0 = \frac{\beta}{\Lambda} + \bar{\lambda} \quad (5.1.2.7)$$

Die mit diesem Ergebnis abschließende Interpretation der mit dem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren erhaltenen Impulsantwortfunktion des kritischen Reaktors erweist sich bis ins Detail gleich der Interpretation der auf SIMMONS und KING [31] zurückgehenden, unter andern von KUSSMAUL und MEISTER [2] am Argonaut-Reaktor Karlsruhe angewandten Neutronenpulsmethode. Aus der gemessenen Funktion $h(t)$ kann in der gleichen Weise wie dort aus der Neutronendichteänderung $n(t)$ nach Neutroneninjektion die für das Reaktorzeitverhalten wichtige reduzierte Generationszeit Λ/β ermittelt werden.

Der Frequenzgang des Reaktors folgt, die Gültigkeit des Punktreaktormodells wiederum vorausgesetzt, ebenfalls aus den kinetischen Gleichungen: Es werde die Störung des Reaktors durch eine kleine Reaktivitätsänderung $\delta\rho(t)$ angenommen und nach den durch sie verursachten Änderungen der Neutronendichte, $\delta n(t)$, und der Vorläuferdichte, $\delta C_i(t)$, gefragt, wobei

$$\rho(t) = \rho_0 + \delta\rho(t)$$

$$n(t) = n_0 + \delta n(t) \quad (5.1.2.8)$$

$$C_i(t) = C_{i0} + \delta C_i(t)$$

Einsetzen in die kinetischen Gleichungen für den quellfreien Fall liefert, wenn Summanden mit $\delta\rho(t) \cdot \delta n(t)$ vernachlässigt werden:

$$\frac{d}{dt} \delta n(t) = \frac{\delta\rho(t)}{\Lambda} n_0 - \sum_{i=1}^m \frac{d}{dt} \delta C_i(t)$$

$$\frac{d}{dt} \delta C_i(t) = \frac{\beta_i}{\Lambda} \delta n(t) - \lambda_i \delta C_i(t) \quad (5.1.2.9)$$

Auf diese Gleichungen wird die Laplacetransformation angewendet. Es folgt,

da im vorausgesetzten eingeschwungenen Zustand die Transformierten für die Anfangsbedingungen verschwinden:

$$\begin{aligned} s \delta n(s) &= \frac{n_0}{\Lambda} \delta \rho(s) - s \sum_{i=1}^m \delta C_i(s) \\ s \delta C_i(s) &= \frac{\beta_i}{\Lambda} \delta n(s) - \lambda_i \delta C_i(s) \end{aligned} \quad (5.1.2.10)$$

mit der komplexen Veränderlichen $s = a + i\omega$. Die Vereinigung der Gleichungen ergibt

$$\frac{\delta n(s)}{\delta \rho(s)} = n_0 \frac{1}{s \left[\Lambda + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\beta_i}{s + \lambda_i} \right) \right]} \quad (5.1.2.11)$$

Für eine Anregung proportional zu $e^{i\omega t}$, bei der das Verhältnis $\frac{\delta n(s)}{\delta \rho(s)}$ definitionsgemäß den Frequenzgang $H(\omega)$ des Systems darstellt, ist $s = i\omega$, mit der Kreisfrequenz ω [21], sodaß endlich

$$H(\omega) = n_0 \frac{1}{i\omega \left[\Lambda + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\beta_j}{i\omega + \lambda_j} \right) \right]} \quad (5.1.2.12)$$

Werden alle verzögerten Neutronen zu einer Gruppe mit der Zerfallskonstanten λ der Vorläufer zusammengefaßt, ist

$$H(\omega) = n_0 \frac{1}{i\omega \left(\Lambda + \frac{\beta}{i\omega + \lambda} \right)} \quad (5.1.2.13)$$

Da im allgemeinen $\lambda \ll \beta/\Lambda$, kann geschrieben werden

$$H(\omega) = \frac{n_0}{\Lambda} \frac{i\omega + \lambda}{i\omega \left(i\omega + \frac{\beta}{\Lambda} \right)} \quad (5.1.2.14)$$

Für $\omega \gg \lambda$ ergibt sich eine ähnliche Vereinfachung:

$$H(\omega) = \frac{n_0}{\Lambda} \frac{i\omega + \lambda}{i\omega (i\omega + \alpha_0)} \quad ; \quad \alpha_0 = \frac{\beta}{\Lambda} + \lambda \quad (5.1.2.15)$$

Aufgrund dieser Zusammenhänge besteht ausgehend von einem gemessenen Frequenzgang die Möglichkeit, kinetische Parameter des Reaktors, wie die reduzierte Generationszeit Λ/β , zu ermitteln.

5.1.3 Rechenprogramm zur Auswertung der Messungen

Das für die IBM 360 geschriebene Fortran-Programm PSEURA1 dient zur Berechnung von Impulsantwortfunktionen und Frequenzgängen des Reaktors aus den gemessenen und digital gespeicherten Ausgangssignalen und zur Ermittlung der reduzierten Generationszeit Λ/β aus den Ergebnissen beziehungsweise zur Bestimmung der zwischen zwei Meßorten auftretenden Amplituden- und Phasenänderungen. Es umfaßt die Schritte

Erzeugung der Pseudorandomfunktion,
Berechnung der Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation,
Korrektur der Impulsantwortfunktion für endliche Δt
und Formänderungen im Eingangssignal
Bestimmung von β/Λ aus der Impulsantwortfunktion,
Transformation der Impulsantwortfunktion zum Frequenzgang,
Bestimmung des Verhältnisses zweier Frequenzgänge.

Ablauf und Ziel der Auswertung - β/Λ oder Frequenzgangverhältnis - werden durch Steuerparameter bestimmt. Das Programm ist für 1023-Kanal-Messungen ausgelegt. Die Eingabe erfolgt auf Lochkarten und umfaßt die erwähnten Steuerparameter, die Generatorfolge und die Startfolge der als Anregungssignal verwendeten Pseudorandomfunktion, die Größe des Zeitintervalls und die mit jeweils 1023 Daten gegebenen Reaktorausgangssignale. Die für die Eingabe zugelassene Anzahl von Ausgangssignalen ist beliebig oder auf zwei beschränkt, je nachdem Impulsantwortfunktionen und reduzierte Generationszeiten oder ein Verhältnis zweier Frequenzgänge das Ziel der Auswertung sind.

Im Hauptprogramm wird aus Generatorfolge und Startfolge als erstes die Pseudorandomfunktion in Schritten Δt nach der Rekursionsformel Gl.(2.2.1.2) und Gl.(2.2.1.1) erzeugt, und zwar mit der Amplitude $a = 1$.

Die Subroutine KREUKØ dient der Berechnung von Impulsantwortfunktionen $h(\tau)$ aus der Pseudorandomfunktion und den eingegebenen Reaktor-Ausgangsfunktionen: Nach Abzug des als Mittelwert der Reaktorausgangsfunktion bestimmten konstanten Signalanteils liefert die Faltung der beiden Funktionen die Kreuzkorrelationsfunktion $\varphi_{EA}(\tau)$. Da sowohl die Pseudorandomfunktion wie auch jedes der Reaktorausgangssignale als eine Folge von Daten im konstanten Zeitabstand Δt gegeben sind, kann das Faltungsintegral als Summation ausgeführt werden:

$$\varphi_{EA,i} = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p f_{E,j-i} \cdot f_{A,j} \quad (5.1.3.1)$$

$f_{E,j-i} = f_{E,j-i+kp}$ ist die Pseudorandomfunktion in $(j-i-1)\Delta t \leq t < (j-i)\Delta t$, $f_{A,i}$ das über Δt gemessene Ausgangssignal in der Zeit $(j-1)\Delta t \leq t < j\Delta t$, $\varphi_{EA,i}$ die Kreuzkorrelationsfunktion zum Zeitpunkt $\tau = i\Delta t$. Die Kreuzkorrelationsfunktion wird so als Folge von Punkten mit dem Abstand Δt auf der Zeitachse von $\tau = 0$ bis $\tau = 1022 \Delta t$ erhalten.

Die Umrechnung von $\varphi_{EA}(t)$ zur Impulsantwortfunktion $h(t)$ geschieht durch Subtraktion von $\varphi_{EA,1022}$, wofür, um den Einfluß von Schwankungen dieses Wertes klein zu halten, der Mittelwert $\frac{1}{20} \sum_{i=1003}^{1022} \varphi_{EA,i}$ eingesetzt wird, und Division durch Δt .

Die Korrektur des Fehlers, den eine so berechnete Impulsantwortfunktion wegen der endlichen Breite des Zeitintervalls Δt und der Eingangssignal-Formänderung hat, wird mit der Subroutine KORRI2 durchgeführt. Für die normalen Auswerterechnungen wird unter der Voraussetzung korrigiert, daß die Impulsantwortfunktionen in $0 \leq t \leq \Delta t$ linear verlaufen, also mit Gl.(4.2.4.9) und Gl.(4.2.4.11) bei $\Delta t = 4$ msec, mit Gl.(4.2.4.14) und Gl.(4.2.4.14) bei $\Delta t = 3$ msec. Für Vergleichsauswertungen steht die Subroutine auch mit Gl.(4.2.4.10) beziehungsweise Gl.(4.2.4.13), das heißt unter der Annahme einer quadratischen Approximation am Zeitursprung zur Verfügung. Die Korrekturgleichungen werden mit Steuerparametern ausgewählt. Es sind maximal 20 Iterationen zugelassen.

Die Berechnung der reduzierten Generationszeit aus einer korrigierten Impulsantwortfunktion geschieht mit der Subroutine NAELIN aufgrund von Gl.(5.1.2.7) in drei Schritten. Zunächst wird, ausgehend davon, daß für kleine Zeiten t der Beitrag der verzögerten Neutronen zum Verlauf von $h(t)$ klein ist, die Abklingkonstante α_0 näherungsweise durch Anpassung an $h(t)$ im Zeitbereich von $3\Delta t$ - nach dem Verschwinden von Oberwellen - bis $15\Delta t$ bestimmt. Mit diesem Näherungswert und der aufgrund bekannter Daten zu $0,41 \text{ sec}^{-1}$ angenommenen Zerfallskonstanten $\bar{\lambda}$ kann dann der Beitrag der verzögerten Neutronen von $h(t)$ abgezogen werden [27]: Es wird eine Funktion $F(t)$ berechnet, die

$$F(t) = 1 + \frac{\bar{\lambda}}{\alpha_0 - \bar{\lambda}} (e^{\alpha_0 t} - 1) \quad (5.1.3.2)$$

und $h(t)$ durch sie dividiert. Es ist dann

$$\frac{h(t)}{F(t)} \sim e^{-\alpha_0 t} \quad (5.1.3.3)$$

Ein im Zeitbereich von $3\Delta t$ bis $25\Delta t$ durchgeführtes Anpassungsverfahren an $\frac{h(t)}{F(t)}$ liefert die gesuchte prompte Abklingkonstante α_0 und damit

$$\frac{\beta}{\lambda} = \alpha_0 - \bar{\lambda}$$

Ist die Berechnung von Frequenzgangverhältnissen das Ziel der Auswertung, so folgt auf die Berechnung und Korrektur der Impulsantwortfunktionen deren Transformation zu Frequenzgängen $H(\omega)$ mit der Subroutine TRANSF. Die Transformation wird im Verfahren nach GUILLEMIN, Gl.(2.4.1.3) durchgeführt. Da $h(t)$ im Zeitbereich von 0 bis $(p-1)\Delta t$ punktweise in Zeitabständen Δt vorliegt, ist

$$H(\omega) = \frac{h_0}{i\omega} - \frac{1}{\omega^2 \Delta t} \left[h_1 - h_0 + \sum_{j=1}^{p-2} (h_{j+1} - 2h_j + h_{j-1}) e^{-i\omega j \Delta t} - (h_{p-1} - h_{p-2}) e^{-i\omega(p-1)\Delta t} \right] \quad (5.1.3.4)$$

Die Berechnung geschieht für 512 Frequenzwerte, die im Bereich von $\omega_{\min} = \frac{2\pi}{1022\Delta t}$ bis $\omega_{\max} = \frac{\pi}{\Delta t}$ logarithmisch äquidistant liegen. Die Funktion wird durch Division durch $\int_0^{p\Delta t} h(t) dt$ normiert. Die Berechnung des Normierungsintegrals erfolgt durch Summation über die h_j .

Das Verhältnis zweier Frequenzgänge wird im Hauptprogramm gebildet, nachdem auf dem beschriebenen Wege die Frequenzgänge aus zwei eingegebenen Reaktorausgangsfunktionen ermittelt sind.

Die Programmausgabe umfaßt die Tabellen der berechneten Funktionen und, im gegebenen Fall, die berechneten kinetischen Parameter λ/β . Von den ermittelten Impulsantwortfunktionen, den Amplituden- und Phasenverläufen der Frequenzgänge und Frequenzgangverhältnisse werden außerdem Maschinenzeichnungen angefertigt.

5.1.4 Durchführung der Messungen und Ergebnisse

Die Messungen werden bei einer Reaktorleistung von 10 Watt durchgeführt. Das Zeitintervall Δt für das Pseudorandom-Anregungssignal ist mit 4 msec

vorgegeben. Eine Messung erfolgt jeweils über 1000 Perioden, sie dauert rund 70 Minuten.

Bei zentraler Reaktoranzregung ist der Modulator in das Brennelement in Position 13 zwischen fünfter und sechster Platte eingebaut. Das Reaktor-
ausgangssignal wird am äußeren Spaltzonenrand nahe den Brennelementposi-
tionen 13, 16 und 18 aufgenommen. Von der Achse des Reaktorbehälters aus
gesehen stehen die Meßorte, wie Abb.44 zeigt, zum Modulator im Winkel von
 6° , 42° und 72° . Eine Messung wird immer gleichzeitig an zwei Orten mit
ausgewählten Detektoren gleicher Empfindlichkeit durchgeführt. In die
dritte Position ist jeweils ein gleichartiges He^3 - Zählrohr eingesetzt,
zwei zusätzliche Zählrohre an den Positionen 8 und 10 dienen zur Symmetri-
sierung.

In der Meßreihe mit peripherer Anregung des Reaktors befindet sich der
Modulator im Brennelement in der Position 17. Das Reaktorausgangssignal
wird an fünf Orten nahe den Brennelementpositionen 18, 16, 13, 10 und 8
gemessen, bezüglich der Reaktorachse im Winkel von 10° , 20° , 56° , 110° und
 140° zum Modulator. Um eine einseitige Verzerrung des Neutronenflußprofils
durch den Modulator zu vermeiden, ist symmetrisch zu ihm in Element 9 ein
äquivalenter Absorber eingebaut. Abb.44 veranschaulicht die Meßanordnung.

Das Reaktivitätsäquivalent der Modulatorbewegung, das heißt die doppelte
Amplitude des Anregungssignals, $2a$, wurde für den zentral eingebauten
Modulator mit Hilfe einer Periodenmessung bestimmt. Es ist

$$\rho = 2a = 1,9 \text{ \textcircled{e}}$$

Abb.45 und Abb.46 zeigen die Impulsantwortfunktion und den Frequenzgang
des Reaktors nach Amplitude und Phase, die bei zentraler Anregung und Mes-
sung der Reaktorausgangsfunktion in der modulator-nächsten Detektorposition
als Ergebnis der Auswertung mit dem Programm PSEURA1 erhalten wurden. An
beiden Funktionen ist die Korrektur für endliche Δt durchgeführt.

Der Teil der Impulsantwortfunktion, der zur Bestimmung von β/Λ herangezo-
gen wird, ist in Abb.47 als Meßpunktfolge aufgetragen, zusammen mit den
entsprechenden Stücken der aus den Messungen in den Detektorpositionen 2
und 3 bei zentraler Anregung gewonnenen Impulsantwortfunktionen. Die Funk-
tionen sind nicht normiert; da alle Messungen unter den gleichen Bedingun-
gen durchgeführt wurden, entspricht die Lage der Kurven den unterschied-

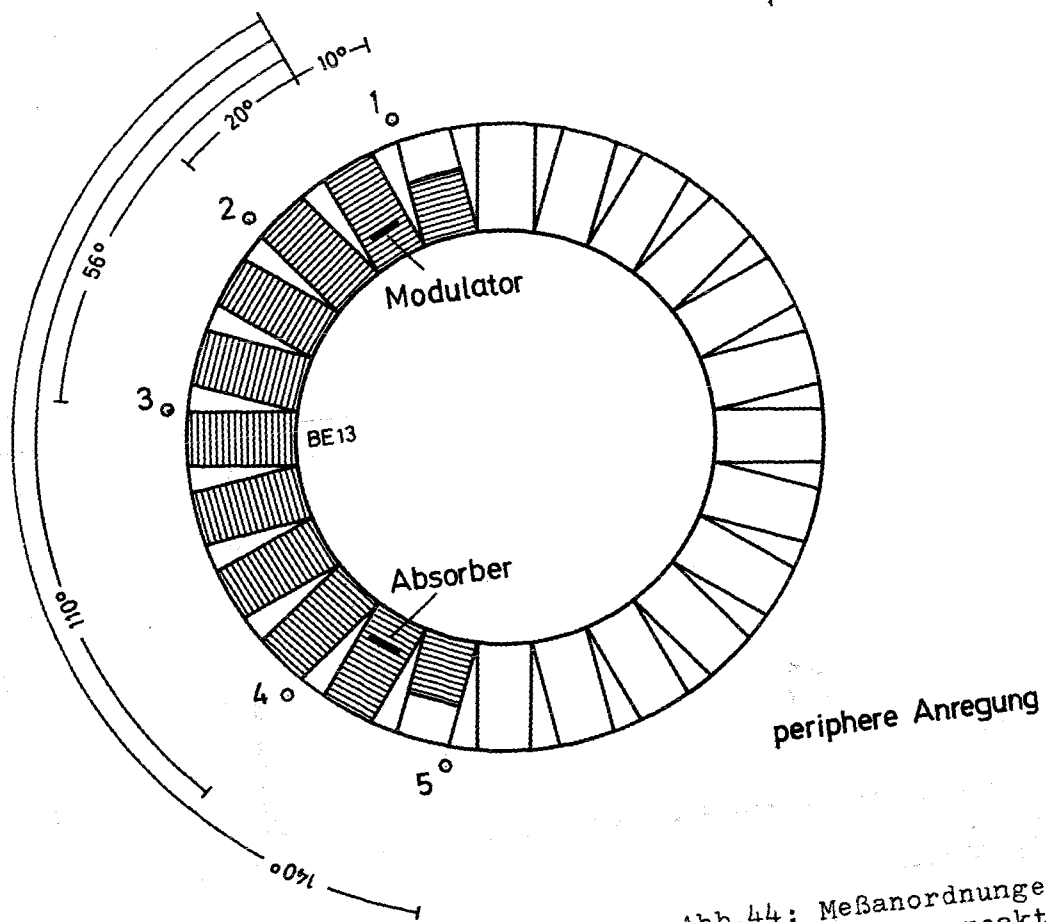
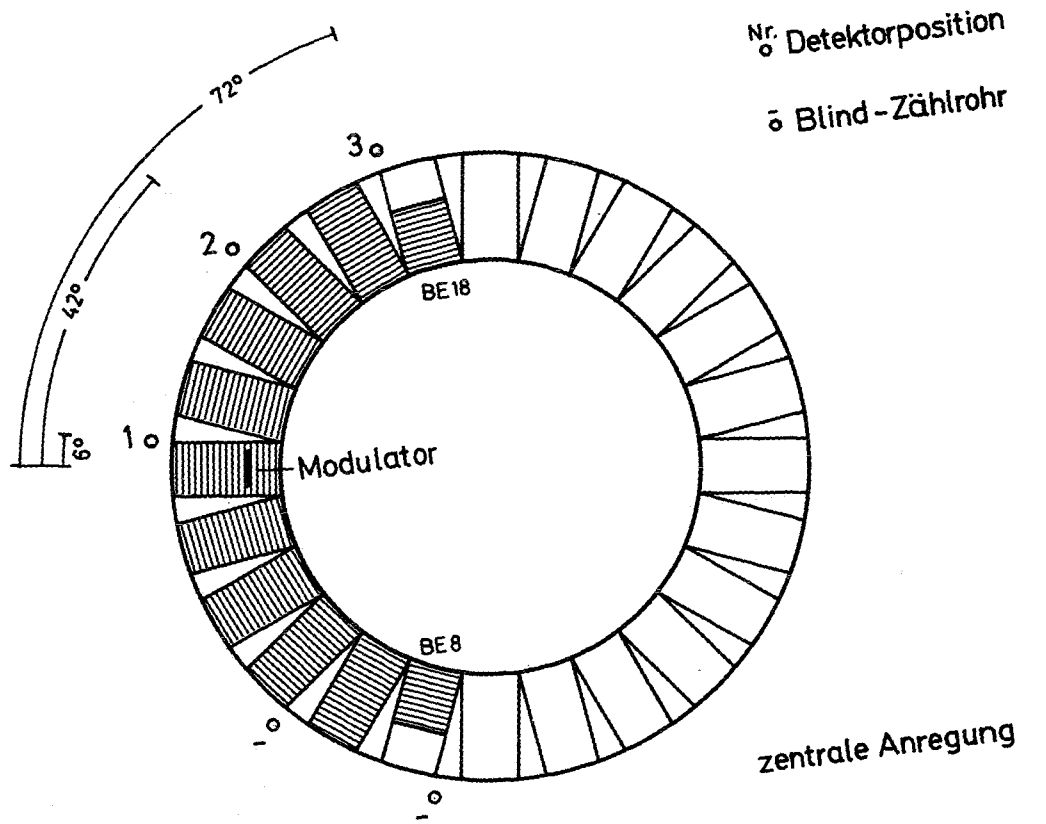


Abb.44: Meßanordnungen am Einzonenreaktor

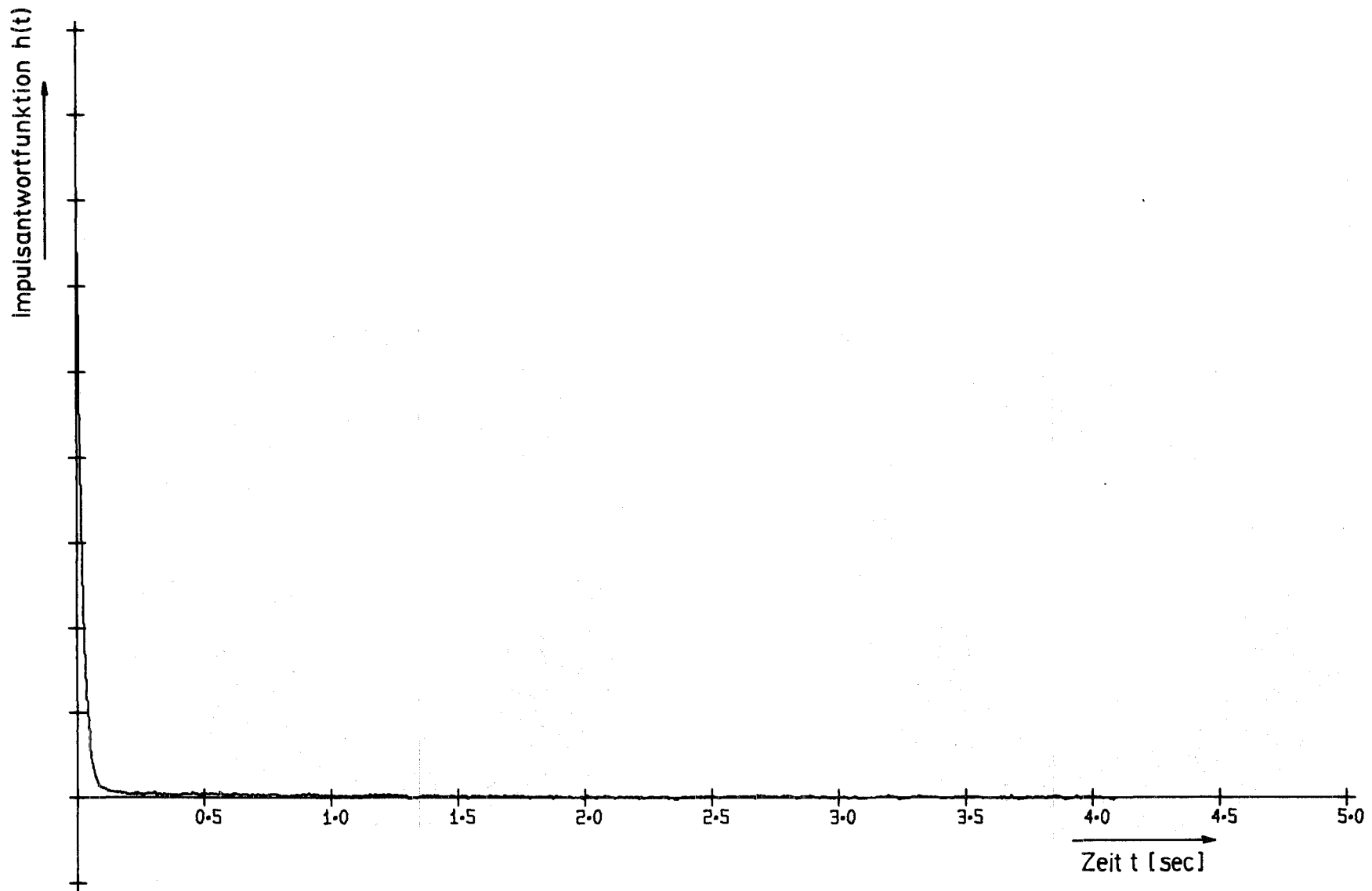


Abb.45: Impulsantwortfunktion des Einzonenreaktors aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

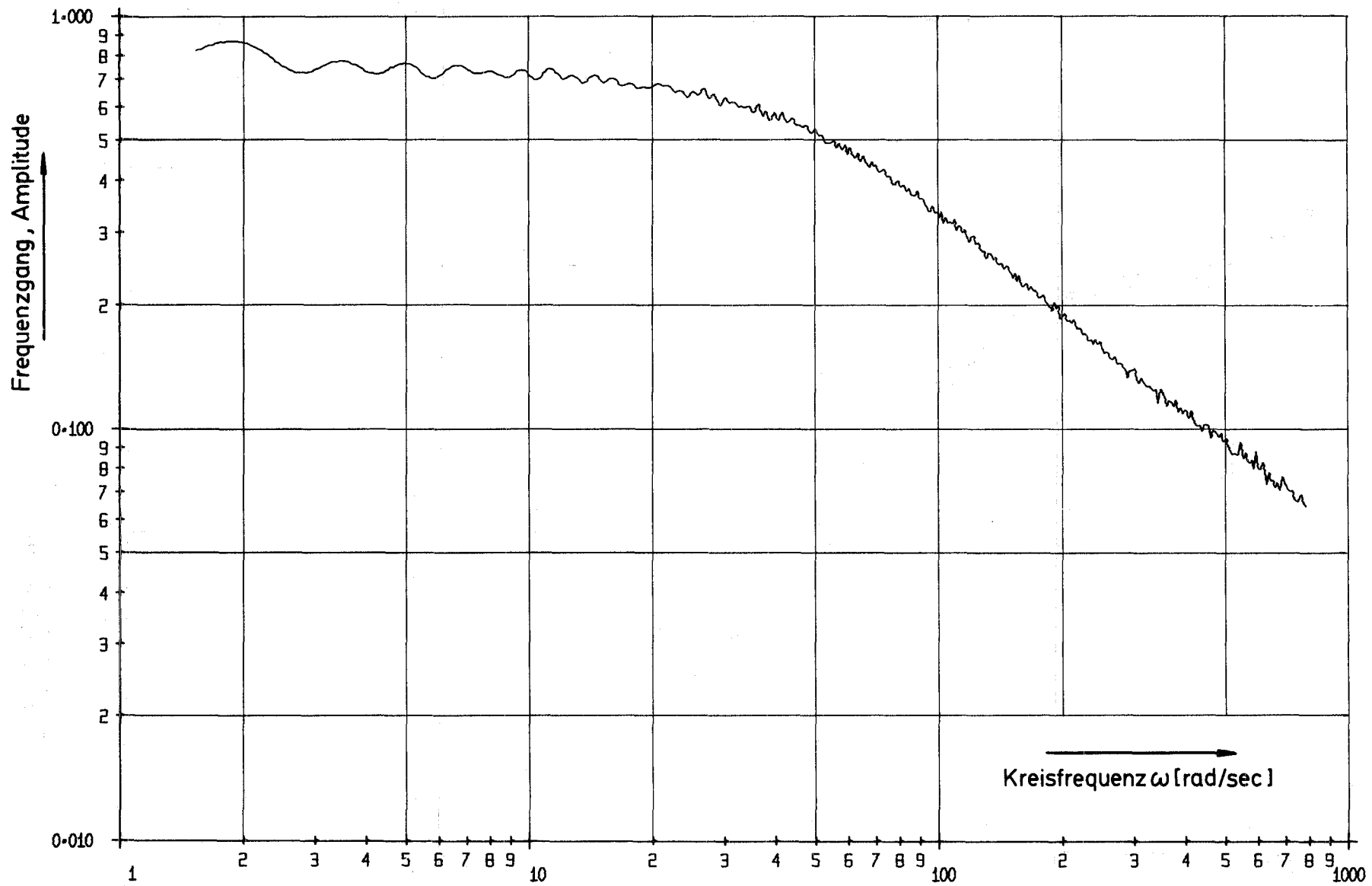


Abb.46/1: Frequenzgang des Einzonenreaktors - Amplitude - aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

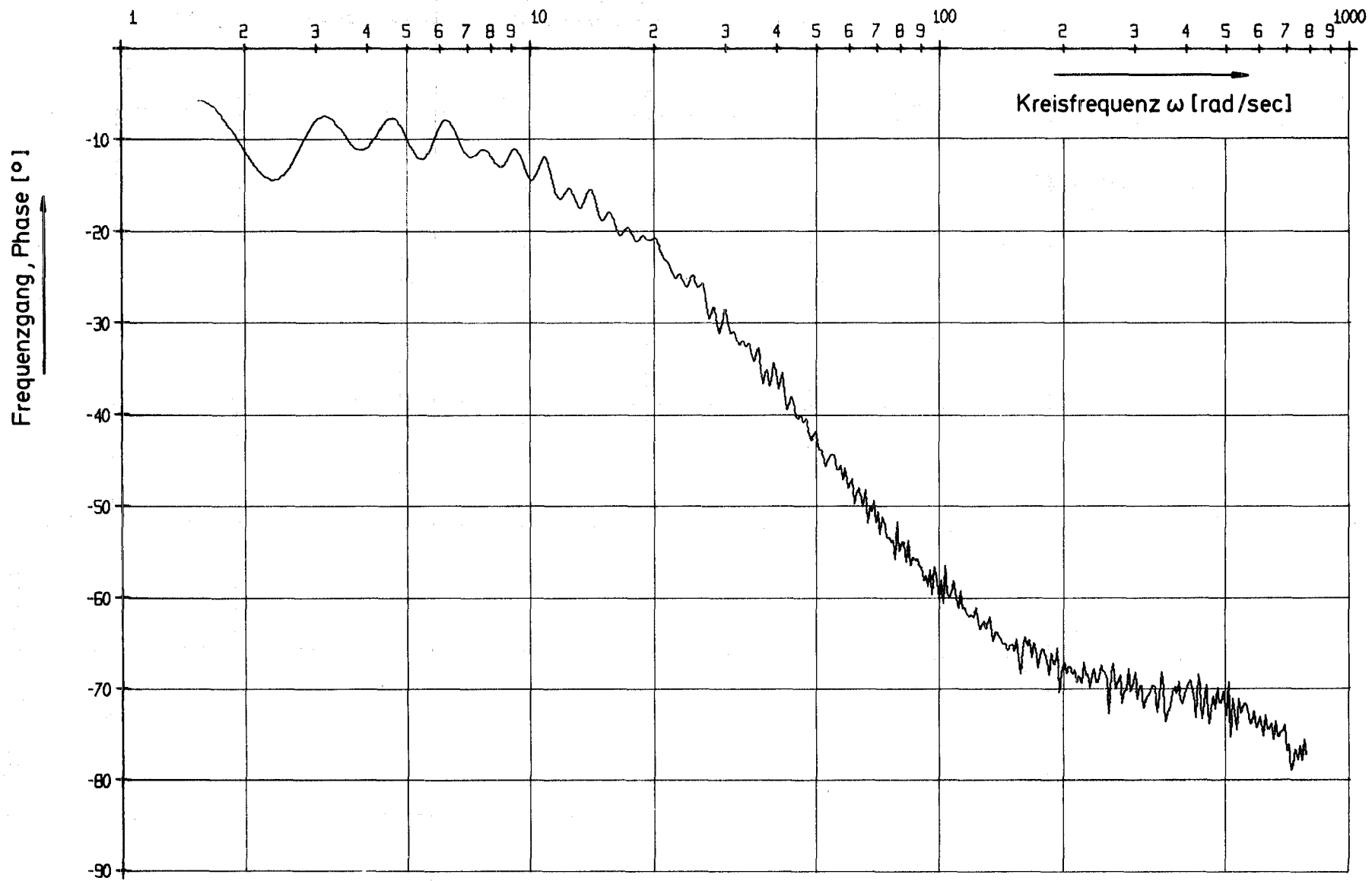


Abb.46/2: Frequenzgang des Einzonenreaktors - Phase - aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

lichen Neutronenflußdichten an den Meßorten längs der Spaltzone. Abb.48 zeigt die in der gleichen Weise bei peripherer Anregung in den fünf verschiedenen Detektorpositionen gemessenen Impulsantwortfunktionen.

Die aus den Impulsantwortfunktionen mittels Anpassung bestimmten Werte für β/Λ sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Es ist ein wesentliches Ergebnis der Messungen, daß die Wahl der Anregungs- und Meßorte keinen erkennbaren Einfluß auf das gemessene β/Λ hat. Die Impulsantwortfunktionen verlaufen dementsprechend im Anpassungsbereich gleich. Unterschiede treten nur bei kleinen Zeiten auf, die im Anpassungsverfahren unberücksichtigt bleiben. Die Beurteilung der Funktionen aufgrund der in Abschnitt 4.2.4 dargestellten Untersuchungsergebnisse über die Auswirkungen von Signalformänderungen und endlich breiten Δt ergibt, daß bei der erreichten Zeit-

Anregung	Messung in Position	β/Λ [sec^{-1}]	$\overline{\beta/\Lambda}$ [sec^{-1}]
zentral	1	49,28 ± 0,40	49,2
	2	49,59 ± 0,34	
	3	48,73 ± 0,30	
peripher	1	49,47 ± 0,46	48,8
	2	50,50 ± 0,67	
	3	47,04 ± 0,45	
	4	47,29 ± 0,35	
	5	49,84 ± 0,82	

Tabelle 4: kinetischer Parameter β/Λ aus den am Einzonereaktor gemessenen Impulsantwortfunktionen

auflösung Fehler aus diesen Ursachen im Anpassungsbereich nicht auftreten können. Das heißt, unter den gegebenen Bedingungen wird β/Λ ohne systematische Fehler erhalten. Die gefundenen Werte liegen im Mittel um

$$\beta/\Lambda = 49 \pm 2 \text{ sec}^{-1}$$

=====

Dieses Ergebnis ist mit den Werten zu vergleichen, die andere Autoren an Argonaut-Reaktoren gemessen haben. KUSSMAUL und MEISTER [27] geben als

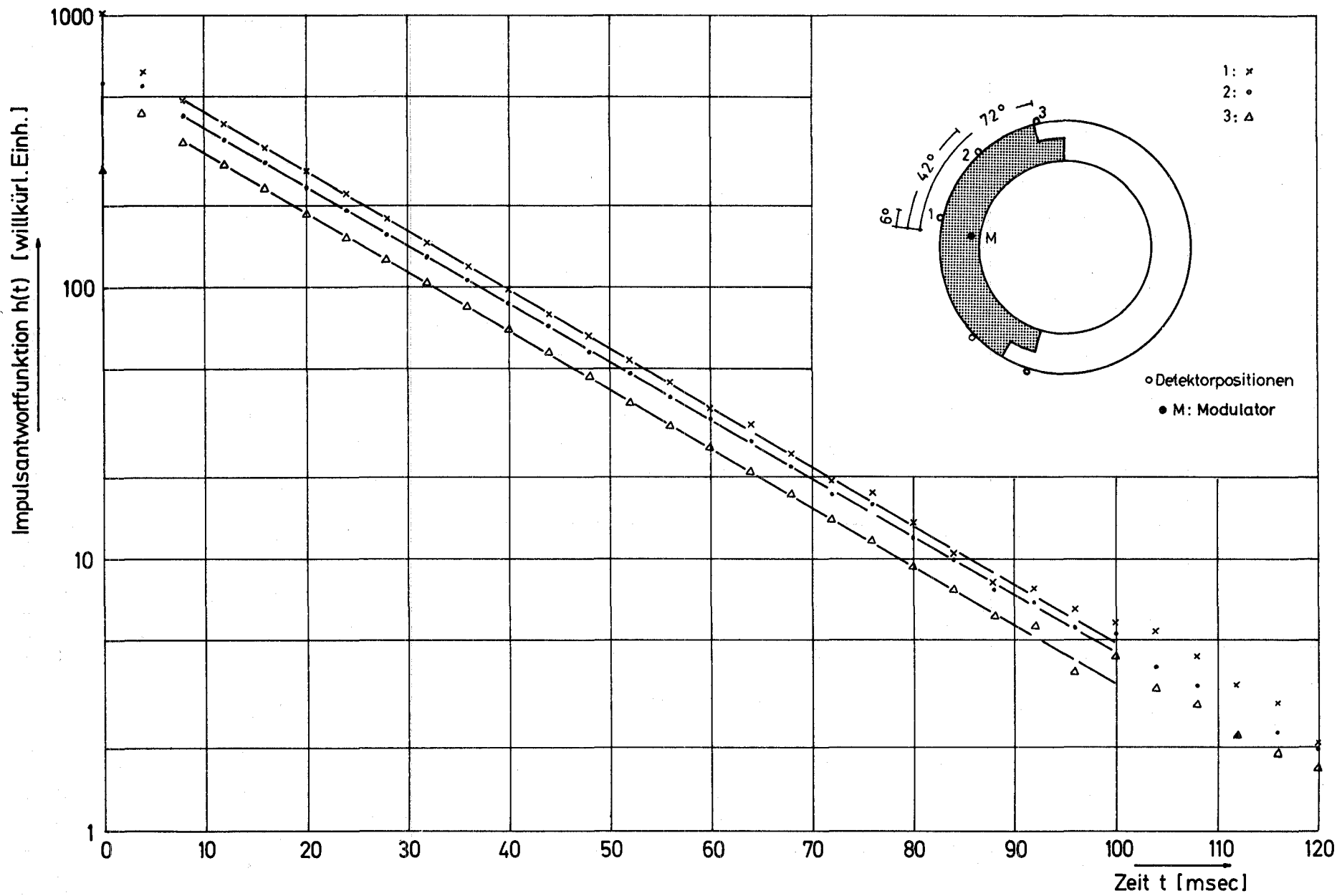


Abb.47: Impulsantwortfunktion des Einzonenreaktors, bei zentraler Anregung in verschiedenen Detektorpositionen ermittelt

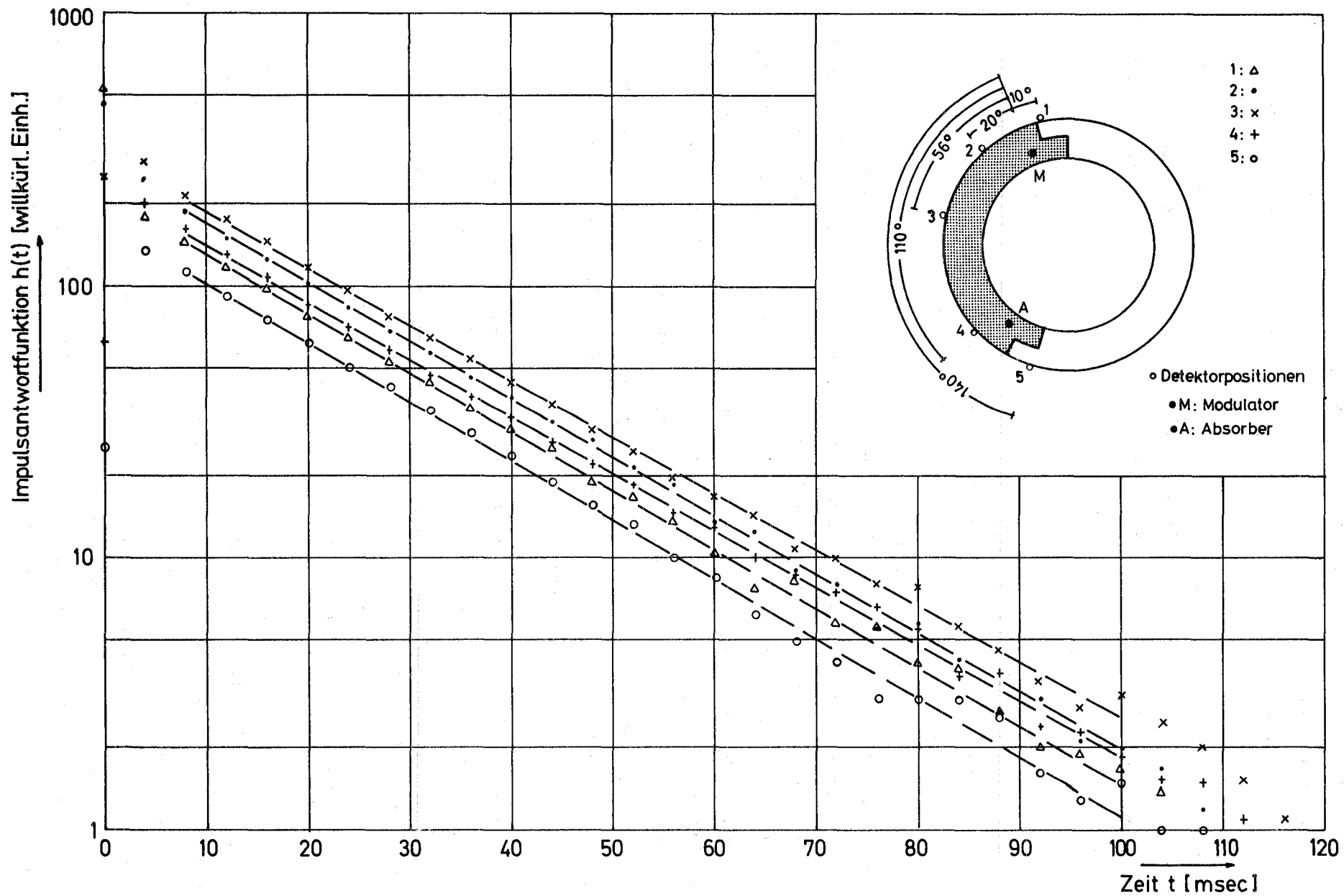


Abb.48: Impulsantwortfunktion des Einzonenreaktors, bei peripherer Anregung in verschiedenen Detektorpositionen ermittelt

Ergebnis von Neutronenpulsmessungen an der Eingruppenladung des ARK, vor dessen Umbau zum STARK, $\beta/\Lambda = 38,0 \text{ sec}^{-1}$ an. STRIBEL [32] erhält an einer identischen Beladungskonfiguration des SAR Garching aus Rossi- α -Messungen $\beta/\Lambda = 49,0 \pm 0,5 \text{ sec}^{-1}$, PAWLICKI aus Übertragungsfunktionsmessungen an einem Argonaut-Reaktor mit Eingruppenladung $\beta/\Lambda = 36,1 \pm 1,0$ [33,27]. Im gegebenen Fall wird vom Meßergebnis KUSSMAULS und MEISTERS ausgegangen. Es entstammt einer Messung am kritischen System, Reaktor, Meßbedingungen und Auswerteverfahren sind genau bekannt.

Der Vergleich zeigt, daß der hier gefundene Wert für β/Λ um rund 25% über dem von KUSSMAUL und MEISTER liegt. Dies läßt sich jedoch mit Unterschieden im Reaktoraufbau und in den Meßbedingungen bei beiden Experimenten erklären: Der hier verwendete ARK weicht vom originalen Argonaut-Reaktor Karlsruhe, an dem die genannten Autoren arbeiteten, in einigen konstruktiven Details ab. Er besitzt vom Umbau zum STARK her stärkere Strukturmaterialien und zusätzliche Kühlluftspalte an den Rändern der thermischen Spaltzone, die den Einfluß der Graphitreflektoren herabsetzen und zum Beispiel eine Vergrößerung der kritischen Masse der Eingruppenladung von ursprünglich rund 2 kg U^{235} [34] auf rund 3,5 kg U^{235} verursachen. Darüberhinaus sind mit den fünf He^3 -Zählrohren bei den Kreuzkorrelationsmessungen zusätzliche Neutronenabsorber an der Spaltzone angeordnet. Beides wirkt in Richtung einer Verringerung der mittleren Neutronenlebensdauer im Reaktor, der die mit dem Meßergebnis gefundene Vergrößerung von β/Λ relativ zum Vergleichswert entspricht.

In Abb. 49 und 50 werden die Ergebnisse aus den Frequenzgangberechnungen gezeigt, und zwar die Amplitudenverhältnisse und die Phasendifferenzen, die zwischen dem Frequenzgang in jeweils modulator nächster Detektorposition und den in den anderen Positionen längs der Spaltzone bestimmten Frequenzgängen auftreten, bei zentraler und bei peripherer Anregung. Die Amplitudenverhältnisse sind auf 1 im niederfrequenten Teil normiert.

Die Frequenzgangverhältnisse entsprechen den für den Zweizonenreaktor in Abschnitt 5.2.2 eingeführten Kopplungsfunktionen. Es zeigt sich, daß auch ihr Verlauf dem der Kopplungsfunktionen gleicht: Die Amplitudenverhältnisse bleiben im unteren Frequenzbereich konstant und fallen dann mit zunehmender Frequenz ab, die Phasendifferenzen nehmen über den gesamten Frequenzbereich dem Betrage nach mit der Frequenz zu. Die frequenzabhängigen Änderungen sind umso stärker, je weiter die Meßstelle vom Modulator entfernt liegt. Die kleinste, bei $\omega_{\max} = 785 \text{ rad/sec}$ in Detektorposition 3

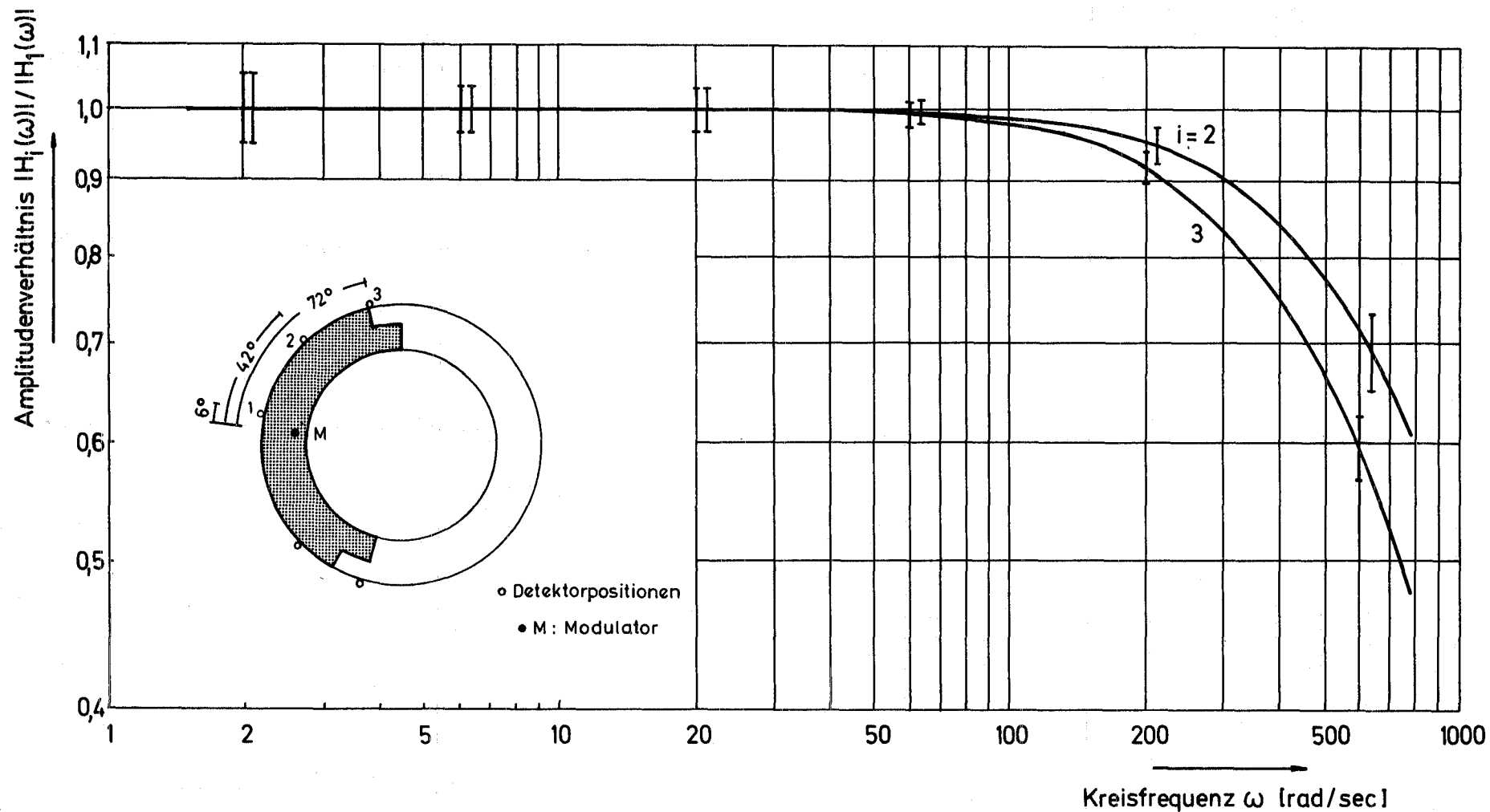


Abb.49/1: Abweichungen des Amplitudengangs des Einzonenreaktors in verschieden weit von Anregungsort entfernten Meßstellen vom Amplitudengang in Modulatornähe bei zentraler Anregung

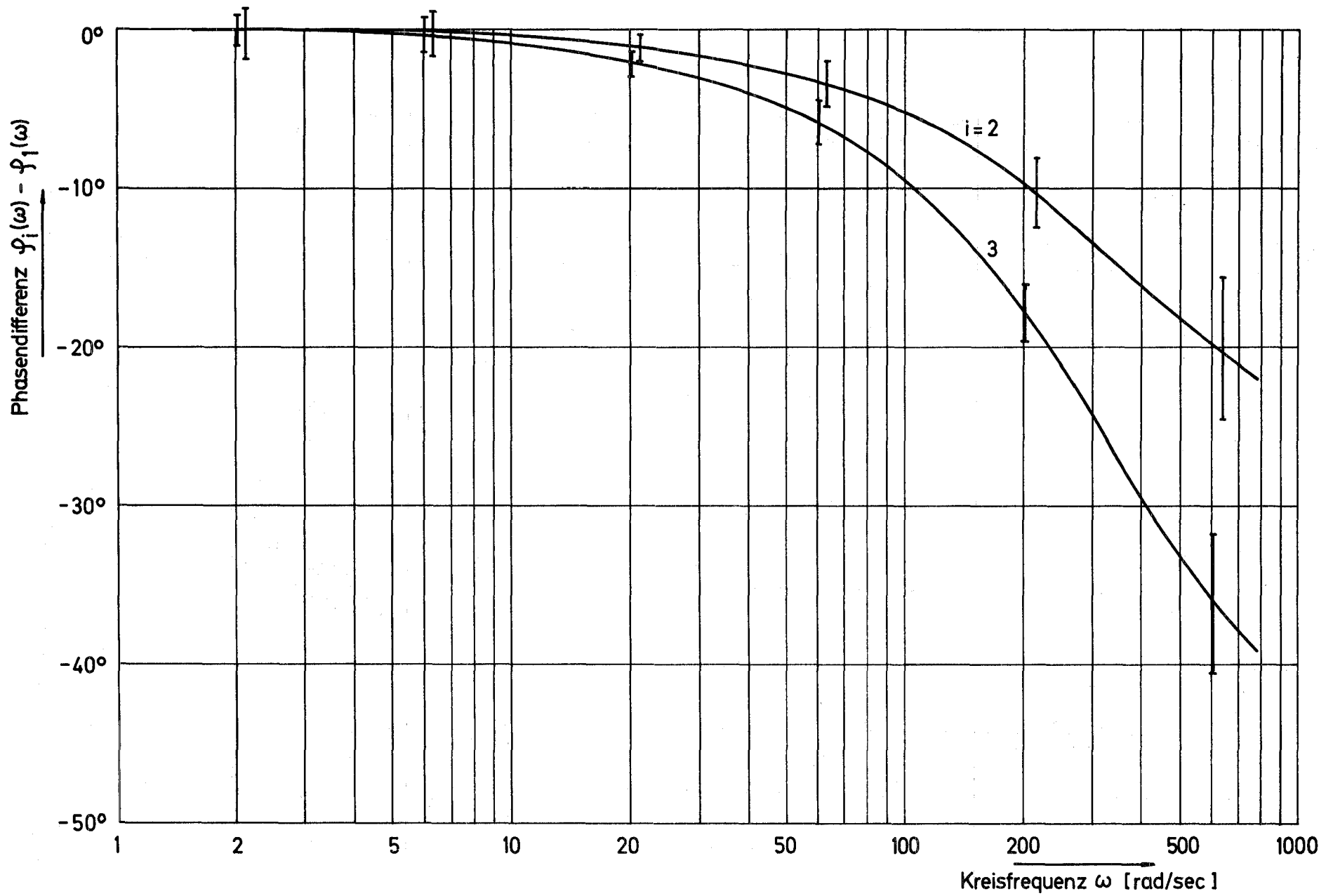


Abb.49/2: Abweichungen des Phasengangs des Einzonenreaktors in verschieden weit vom Anregungsort entfernten Meßstellen vom Phasengang in Modulatornähe bei zentraler Anregung

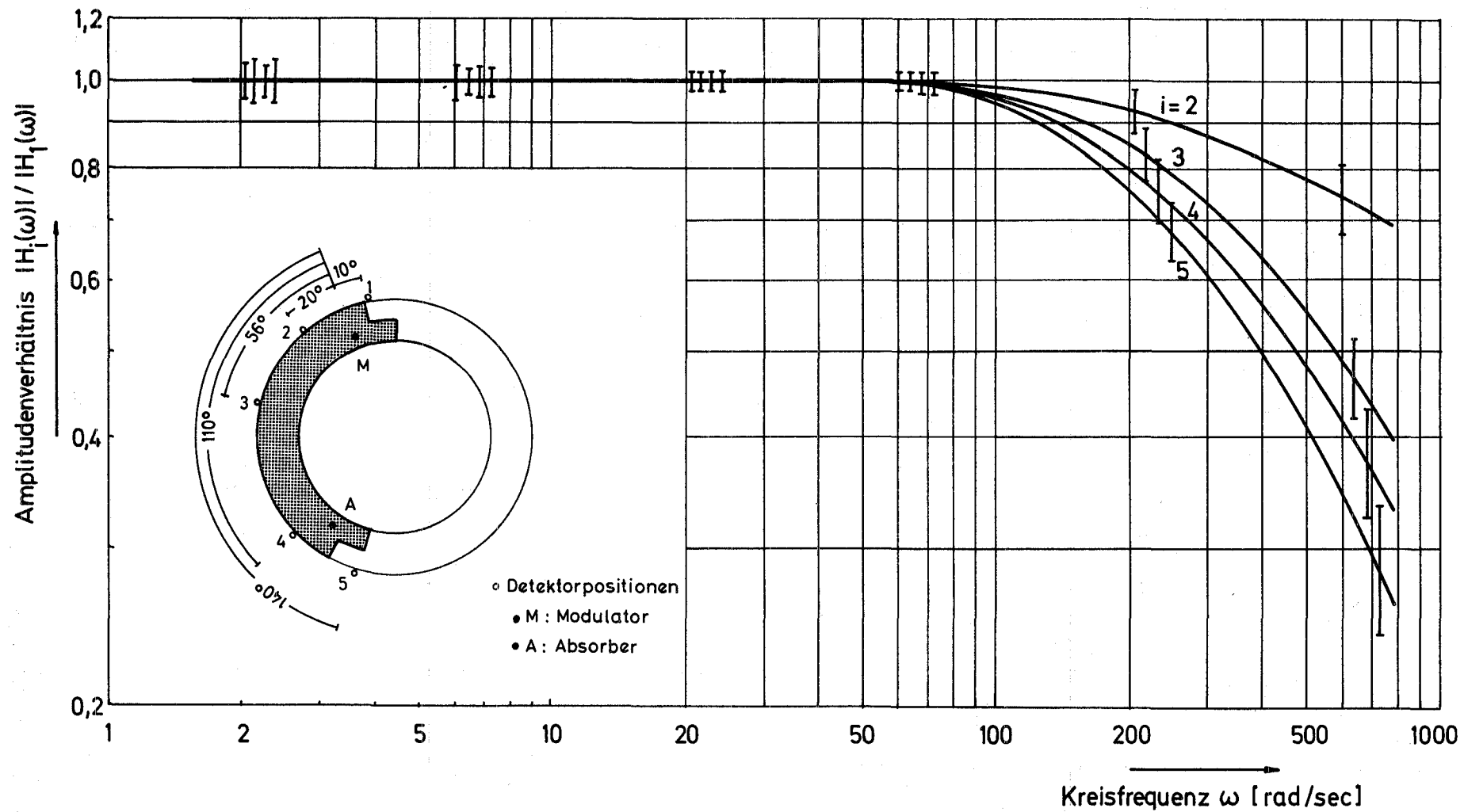


Abb.50/1: Abweichungen des Amplitudengangs des Einzonenreaktors in verschieden weit vom Anregungsort entfernten Meßstellen vom Amplitudengang in Modulatornähe bei peripherer Anregung

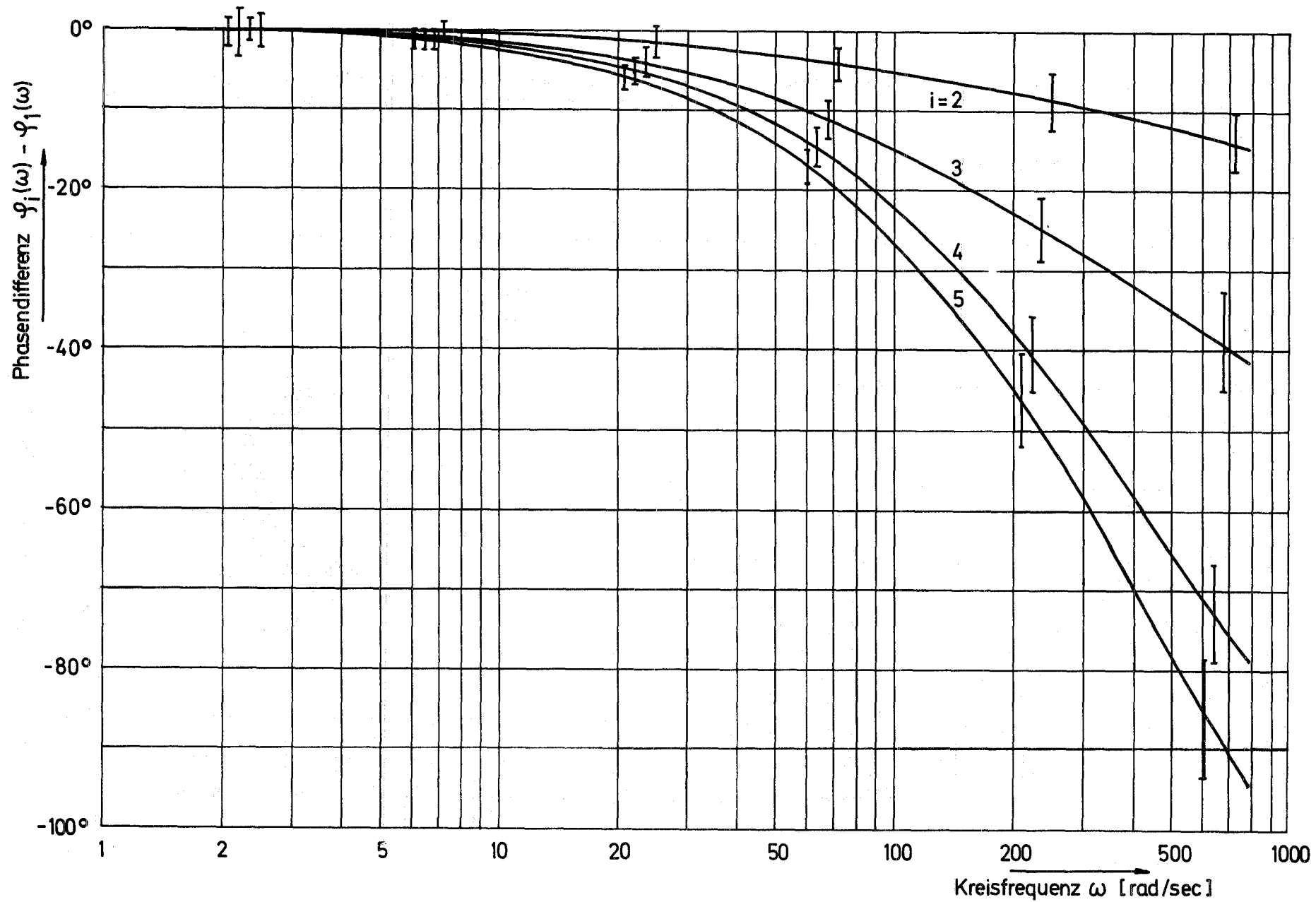


Abb.50/2: Abweichungen des Phasengangs des Einzonenreaktors in verschieden weit vom Anregungsort entfernten Meßstellen vom Phasengang in Modulatornähe bei peripherer Anregung

mit zentraler Anregung gemessene relative Amplitude beträgt 0,47 , in Detektorposition 5 mit peripherer Anregung 0,26 . Die dem Betrage nach größten zugehörigen Phasendifferenzen sind -38° und -95° .

Die Ergebnisse sind damit zu deuten, daß die Signalausbreitungsvorgänge in einem räumlich ausgedehnten Core im Prinzip gleich denen in einem gekoppelten Mehrzonenreaktor ablaufen: Das kinetische Verhalten des Reaktors mit ausgedehnter Spaltzone kann weitgehend als das Verhalten eines Systems miteinander gekoppelter Spaltzonenteile aufgefaßt werden [377]. Je enger zwei Zonenteile aneinander liegen, je stärker also ihre Kopplung ist, umso kleiner sind die frequenzabhängigen Änderungen im Frequenzgangverhältnis.

5.2 Messungen an Zweizonenreaktoren

5.2.1 Ziel der Messungen

An einer symmetrischen und einer unsymmetrischen Zweizonenladung des ARK werden mit dem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren Impulsantwortfunktionen und Frequenzgänge der beiden Spaltzonen ermittelt. Die Anregung erfolgt jeweils im Zentrum einer der Zonen, die Messung der Ausgangssignale gleichzeitig an beiden Zonen in Mittelpositionen. Darüberhinaus werden an der symmetrischen Zweizonenladung zusätzliche Messungen mit peripher angeordneten Detektoren durchgeführt (vgl. Abb.51). Der Reaktor ist bei den Experimenten bei konstanter Leistung im Zeitmittel kritisch.

Das Ziel der Messungen ist, an beiden Ladungen aus dem Verhältnis der Frequenzgänge von nichtangeregter Spaltzone und angeregter Spaltzone, der sogenannten Kopplungsfunktion, kinetische Parameter des Reaktors, wie die Reaktivitäten der beiden Zonen und die reduzierten Generationszeiten prompter Neutronen in den Zonen zu bestimmen. Am symmetrischen Zweizonenreaktor wird untersucht, wie sich eine Veränderung der Detektoranordnung auf die Ergebnisse auswirkt. Ein Vergleich mit Meßergebnissen und Rechnungen anderer Autoren soll zeigen, mit welchem Erfolg das Kreuzkorrelationsverfahren mit punktueller Anregung einer Spaltzone zur Bestimmung von kinetischen Parametern gekoppelter Reaktoren eingesetzt werden kann.

Zusätzlich wird untersucht, inwieweit durch eine Auswertung der an den beiden Spaltzonen bestimmten Impulsantwortfunktionen kinetische Parameter er-

halten werden können und in welcher Beziehung sie zu den aus der Kopplungsfunktion ermittelten Parametern stehen.

5.2.2 Theoretische Grundlagen nach dem Zweipunktreaktormodell

Nach BALDWIN kann das kinetische Verhalten eines Reaktors mit zwei räumlich getrennten Spaltzonen, wie des Argonaut-Reaktors mit Zweigruppenladung, beschrieben werden als das Verhalten zweier Punktreaktoren, die durch einen Austausch von Neutronen miteinander gekoppelt sind [15,35,36]. Die Voraussetzungen für die Gültigkeit des Modells sind im wesentlichen die gleichen wie für das Punktreaktormodell.

Dieses Zweipunktreaktormodell ist von einer Reihe von Autoren zur Beschreibung kinetischer Experimente herangezogen worden, unter anderen von JEFFERS und HUMPHREYS [18] bei Frequenzgangmessungen mit Sinusanregung einer Zone, von KUSSMAUL [19] bei Reaktivitätsmessungen und von ALBRECHT und SEIFRITZ [16,17] im Zusammenhang mit der Bestimmung der Kohärenzfunktion am Zweizonen-Argonaut-Reaktor. Von SEALE [37] wurde es auf Systeme mit beliebig vielen gekoppelten Spaltzonen ausgedehnt.

Die kinetischen Gleichungen des Zweizonenreaktors sind nach dem Zweipunktreaktormodell denen zweier Punktreaktoren gleich; die Kopplung durch Neutronenaustausch wird durch einen Quellterm für jede Zone berücksichtigt. Bei Zusammenfassung aller verzögerten Neutronen zu einer Gruppe und Vernachlässigung äußerer Quellen ist

$$\begin{aligned}
 \frac{dn_A(t)}{dt} &= \frac{\rho_A(t)}{\Lambda_A} n_A(t) - \frac{dC_A(t)}{dt} + \frac{K_{BA}}{\Lambda_B} \int_0^t n_B(t-\tau) p_{BA}(\tau) d\tau \\
 \frac{dC_A(t)}{dt} &= \frac{\beta}{\Lambda_A} n_A(t) - \lambda C_A(t) \\
 \frac{dn_B(t)}{dt} &= \frac{\rho_B(t)}{\Lambda_B} n_B(t) - \frac{dC_B(t)}{dt} + \frac{K_{AB}}{\Lambda_A} \int_0^t n_A(t-\tau) p_{AB}(\tau) d\tau \\
 \frac{dC_B(t)}{dt} &= \frac{\beta}{\Lambda_B} n_B(t) - \lambda C_B(t)
 \end{aligned}
 \tag{5.2.2.1}$$

$n_X(t)$: Neutronendichte in der Zone X

$C_X(t)$: Dichte der Vorläufer verzögerter Neutronen in der Zone X

β : effektiver Anteil der verzögerten Neutronen

λ : Zerfallskonstante der Vorläufer

- Λ_X : Generationszeit prompter Neutronen in der Zone X
 $\rho_X(t)$: Reaktivität der Zone X
 K_{YX} : Kopplungsreaktivität der Zone Y zur Zone X;
 Wahrscheinlichkeit für ein Neutron aus der Zone Y,
 in die Zone X zu gelangen
 $p_{YX}(\tau)$: Wahrscheinlichkeit für ein Neutron aus der Zone Y,
 mit der Laufzeit τ in die Zone X zu gelangen;
 $\int_0^{\infty} p_{YX}(\tau) d\tau = 1$

Es darf angenommen werden, daß die Laufzeitverteilung für beide Richtungen gleich ist, also $p_{BA}(\tau) = p_{AB}(\tau) = p(\tau)$.

Aus den kinetischen Gleichungen lassen sich die Frequenzgänge der beiden Spaltzonen ableiten:

Im stationären Zustand, das heißt für das bei konstanter Leistung kritische System ist

$$0 = \frac{\rho_{A0}}{\Lambda_A} n_{A0} + \frac{K_{BA}}{\Lambda_B} n_{B0} \quad (5.2.2.2)$$

$$0 = \frac{\rho_{B0}}{\Lambda_B} n_{B0} + \frac{K_{AB}}{\Lambda_A} n_{A0}$$

sodaß, wenn das Verhältnis der Neutronendichten im Gleichgewichtszustand, n_{A0}/n_{B0} , mit G bezeichnet wird,

$$\rho_{A0} = -K_{BA} G^{-1} \frac{\Lambda_A}{\Lambda_B} \quad (5.2.2.3)$$

$$\rho_{B0} = -K_{AB} G \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A}$$

Es werde nun angenommen, daß der sich im Gleichgewichtszustand befindende Reaktor eine Reaktivitätsstörung $\delta\rho(t)$ in der Zone A erfährt:

$$\rho_A(t) = \rho_{A0} + \delta\rho(t) \quad (5.2.2.4)$$

und nach den Auswirkungen auf die Neutronendichten und die Vorläuferdichten in den beiden Zonen A und B gefragt, wobei

$$n_A(t) = n_{A0} + \delta n_A(t)$$

$$n_B(t) = n_{B0} + \delta n_B(t)$$

(5.2.2.5)

$$C_A(t) = C_{A0} + \delta C_A(t)$$

$$C_B(t) = C_{B0} + \delta C_B(t)$$

Nach den kinetischen Gleichungen ist unter Berücksichtigung der Zusammenhänge für den Gleichgewichtszustand und bei Vernachlässigung von Summanden mit $\delta n(t)\delta\rho(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta n_A(t) &= \frac{\rho_{A0}}{\Lambda_A} \delta n_A(t) + \frac{n_{A0}}{\Lambda_A} \delta\rho(t) - \frac{d}{dt} \delta C_A(t) + \frac{k_{BA}}{\Lambda_B} \int_0^t \delta n_B(t-\tau) p(\tau) d\tau \\ \frac{d}{dt} \delta C_A(t) &= \frac{\beta}{\Lambda_A} \delta n_A(t) - \lambda \delta C_A(t) \\ \frac{d}{dt} \delta n_B(t) &= \frac{\rho_{B0}}{\Lambda_B} \delta n_B(t) - \frac{d}{dt} \delta C_B(t) + \frac{k_{AB}}{\Lambda_A} \int_0^t \delta n_A(t-\tau) p(\tau) d\tau \\ \frac{d}{dt} \delta C_B(t) &= \frac{\beta}{\Lambda_B} \delta n_B(t) - \lambda \delta C_B(t) \end{aligned} \quad (5.2.2.6)$$

Diese Gleichungen werden laplacetransformiert und zusammengefaßt. Da entsprechend der Aufgabe, Frequenzgänge abzuleiten, das System als eingeschwungen anzunehmen ist, fallen die transformierten der Anfangsbedingungen weg, sodaß, als Funktion der komplexen Veränderlichen $s = a + i\omega$:

$$\begin{aligned} n_{A0} \delta\rho(s) &= \left[\Lambda_A s + \frac{k_{BA}}{G} \cdot \frac{\Lambda_A}{\Lambda_B} + \frac{s \cdot \beta}{s + \lambda} \right] \delta n_A(s) - k_{BA} \frac{\Lambda_A}{\Lambda_B} p(s) \delta n_B(s) \\ 0 &= \left[\Lambda_B s + k_{AB} G \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} + \frac{s \cdot \beta}{s + \lambda} \right] \delta n_B(s) - k_{AB} \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} p(s) \delta n_A(s) \end{aligned}$$

Hieraus folgen für den Frequenzgang der angeregten Spaltzone, $H_A(\omega) = \frac{\delta n_A(\omega)}{\delta\rho(\omega)}$, und den Frequenzgang der nichtangeregten Zone, $H_B(\omega) = \frac{\delta n_B(\omega)}{\delta\rho(\omega)}$, schließlich:

$$\begin{aligned} H_A(\omega) &= n_{A0} \cdot \frac{k_{AB} G \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} + \Lambda_B \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda}}{\left(k_{AB} G \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} + \Lambda_B \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda} \right) \left(k_{BA} G^{-1} \cdot \frac{\Lambda_A}{\Lambda_B} + \Lambda_A \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda} \right) - k_{BA} k_{AB} p^2(\omega)} \\ H_B(\omega) &= n_{B0} \cdot \frac{k_{AB} \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} p(\omega)}{\left(k_{AB} G \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} + \Lambda_B \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda} \right) \left(k_{BA} G^{-1} \cdot \frac{\Lambda_A}{\Lambda_B} + \Lambda_A \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda} \right) - k_{BA} k_{AB} p^2(\omega)} \end{aligned} \quad (5.2.2.7)$$

Das Verhältnis der anregungsbedingten Änderungen in der nichtangeregten und der angeregten Spaltzone, $\delta n_B(\omega)/\delta n_A(\omega)$, wird als Kopplungsfunktion $K(\omega)$ des Zweizonenreaktors bezeichnet. Es ist

$$K(\omega) = \frac{H_B(\omega)}{H_A(\omega)} \quad (5.2.2.8)$$

Mit den Gl.(5.2.2.7) folgt

$$K^{-1}(\omega) = \frac{k_{AB} G \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} + \Lambda_B \cdot i\omega + \frac{i\omega\beta}{\omega + \lambda}}{k_{AB} \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A} \cdot p(\omega)} \quad (5.2.2.9)$$

Zur Vereinfachung wird eine relative Kopplungsreaktivität K_{AB}^+ eingeführt:

$$K_{AB}^+ = K_{AB} \cdot \frac{\Lambda_B}{\Lambda_A}$$

Kann λ^2 gegenüber ω^2 vernachlässigt werden, so ist ferner

$$\frac{i\omega\beta}{i\omega + \lambda} \approx \beta + \frac{\beta\lambda}{\omega}$$

Damit ergibt sich für die inverse Kopplungsfunktion des Zweizonenreaktors nach dem Zweipunktreaktormodell schließlich

$$K^{-1}(\omega) = \left[G + \frac{\beta}{K_{AB}^+} + i \frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+} + i \frac{\beta\lambda}{K_{AB}^+} \cdot \frac{1}{\omega} \right] p^{-1}(\omega) \quad (5.2.2.10)$$

Für die Laufzeitverteilung $p(\tau)$ sind verschiedene Ansätze möglich. Wird angenommen, daß die Laufzeit der Neutronen zwischen den beiden Spaltzonen konstant ist und τ_0 beträgt, so ist

$$p(\tau) = \delta(\tau - \tau_0) \quad ; \quad p(\omega) = e^{-i\omega\tau_0} \quad (5.2.2.11)$$

Eine gute Beschreibung der tatsächlichen Verteilung liefert auch der folgende Ansatz [177]:

$$p(\tau) = \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \quad ; \quad p(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \quad (5.2.2.12)$$

Die Gl.(5.2.2.10) verknüpft die Funktion $K(\omega)$, die experimentell als Verhältnis der Frequenzgänge $H_B(\omega)$ und $H_A(\omega)$ bestimmt werden kann, in einfacher Weise mit der Kopplungsreaktivität K_{AB} relativ zur Generationszeit der angeregten Spaltzone, Λ_A , mit der reduzierten Generationszeit der nichtangeregten Spaltzone, Λ_B/β , mit der Zerfallskonstanten λ der Vorläufer verzögerter Neutronen und, über $p(\tau)$, mit der Neutronenlaufzeit τ_0 . Damit eröffnet sich die prinzipielle Möglichkeit, diese Parameter durch Anpassung der Gleichung an eine gemessene inverse Kopplungsfunktion zu ermitteln.

Die Beziehung gilt für symmetrische wie für unsymmetrische Zweizonenreaktoren. Im ersten Fall ist $K_{AB} = K_{BA} = K$ und $\Lambda_A = \Lambda_B = \Lambda_{A,B}$. Im zweiten Fall bedarf die Bestimmung der in den beiden Zonen verschiedenen kinetischen Parameter zweier Kopplungsfunktionsmessungen, einmal bei Anregung der einen, dann bei Anregung der anderen Spaltzone.

5.2.3 Rechenprogramm zur Auswertung der Messungen

Das Fortran-Programm PSEURA2, das zur Auswertung der Messungen an den Zweizonenreaktoren dient, umfaßt die Schritte

- Erzeugung der Pseudorandomfunktion
- Berechnung der Impulsantwortfunktion durch Kreuzkorrelation
für die angeregte und die nichtangeregte Spaltzone
Korrektur für endliche Δt und Signalformänderungen
- Transformation der Impulsantwortfunktionen zu Frequenzgängen
- Berechnung der inversen Kopplungsfunktion aus den Frequenzgängen
- Bestimmung kinetischer Parameter aus der Kopplungsfunktion

PSEURA2 ist wie das in Abschnitt 5.1.3 beschriebene Programm PSEURA1 für 1023-Kanal-Messungen ausgelegt. Die Eingabe auf Lochkarten umfaßt die Generatorfolge und die Startfolge der als Systemeingangssignal verwendeten Pseudorandomfunktion, das Zeitintervall Δt , das gemessene Neutronendichteverhältnis G und die mit je 1023 Daten gegebenen Ausgangssignale aus der angeregten und der nichtangeregten Spaltzone.

Die Erzeugung der Pseudorandomfunktion, die Berechnung der Impulsantwortfunktionen mit der Subroutine KREUKØ, ihre Korrektur für endliche Δt und Eingangssignalformänderungen mit der Subroutine KØRRI2 und ihre Transformation zu Frequenzgängen mit TRANSF werden wie im Programm PSEURA1 durchgeführt. Eine Abweichung besteht darin, daß das aus der Impulsantwortfunktion der angeregten Zone berechnete Integral $\int_0^{p-\Delta t} h(t) dt$ zur Normierung auch des Frequenzgangs der nichtangeregten Zone verwendet wird.

Die Division des Frequenzgangs der nichtangeregten Spaltzone durch den der angeregten Spaltzone liefert die inverse Kopplungsfunktion des Reaktors.

Die Ermittlung kinetischer Parameter aus dieser durch Messung bestimmten inversen Kopplungsfunktion geschieht in einem Ausgleichsverfahren ausgehend von Anfangswerten der Parameter, das heißt Näherungswerten, die vorab berechnet werden müssen. Hierfür dient die Subroutine NAEHER. Die Basis der Anfangswertberechnung bilden die folgenden Zusammenhänge, die zwischen einer inversen Kopplungsfunktion und den Parametern K_{AB}^+/β , β/λ_B und τ_0 bei Vernachlässigung der verzögerten Neutronen und bei Annahme einer konstanten Neutronenlaufzeit bestehen [18]:

$$K^{-1}(\omega) = |K^{-1}(\omega)| e^{i\varphi(\omega)} = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+} \right) + i \frac{\lambda_B}{K_{AB}^+} \omega \right] e^{i\omega\tau_0} \quad (5.2.3.1)$$

$$|K^{-1}(\omega)|^2 = \left(\frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+}\right)^2 \omega^2 + \left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+}\right)^2 \quad (5.2.3.2)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\Lambda_B \omega}{G \cdot K_{AB}^+ + \beta} \right) + \omega \tau_0 \quad (5.2.3.3)$$

G ist aus einer Messung bekannt. Durch Anpassung einer Geraden an das in Abhängigkeit vom Quadrat der Kreisfrequenz dargestellte Quadrat der Amplitude der gemessenen Kopplungsfunktion lassen sich somit K_{AB}^+/β und β/Λ_B ermitteln. Die Ergebnisse dienen als die Anfangswerte der beiden Parameter. Die Anfangswerte der übrigen Parameter werden willkürlich auf $\lambda = 0,08 \text{ sec}^{-1}$ und $\tau_0 = 0$ festgelegt.

Damit läßt sich das Verfahren zum Ausgleich der Meßdaten durchführen: Mit der Subroutine TAYLOR von H. SPÄTH [38] wird die Gleichung

$$K^{-1}(\omega) = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+}\right) + i \frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+} \omega + i \frac{\beta \lambda}{K_{AB}^+} \cdot \frac{1}{\omega} \right] p^{-1}(\omega) \quad (5.2.3.4)$$

an die aus der Messung erhaltene inverse Kopplungsfunktion $K_M^{-1}(\omega)$ nach der Methode der kleinsten Quadrate angepaßt, das heißt durch Minimalisierung der Summe

$$S = \sum_i \left[\operatorname{Re}(K^{-1}(\omega_i)) - \operatorname{Re}(K_M^{-1}(\omega_i)) \right]^2 + \left[\operatorname{Im}(K^{-1}(\omega_i)) - \operatorname{Im}(K_M^{-1}(\omega_i)) \right]^2 \quad (5.2.3.5)$$

in Bezug auf ihre Abhängigkeit von den kinetischen Parametern. Der Fehler der mit TAYLOR ermittelten Parameter läßt sich aus der Meßwertstreuung bestimmen [39].

Es stehen vier Varianten des Verfahrens zur Verfügung, die im Hauptprogramm durch bestimmte Steuerparameter aufgerufen werden können:

Ausgleich mittels

$$K^{-1}(\omega) = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+}\right) + i \frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+} \omega + i \frac{\beta \lambda}{K_{AB}^+} \cdot \frac{1}{\omega} \right] e^{i\omega \tau_0} \quad (5.2.3.6)$$

Ausgleich unter Vernachlässigung der verzögerten Neutronen, mittels

$$K^{-1}(\omega) = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+}\right) + i \frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+} \omega \right] e^{i\omega \tau_0} \quad (5.2.3.7)$$

Ausgleich mittels

$$K^{-1}(\omega) = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+}\right) + i \frac{\Lambda_B}{K_{AB}^+} \omega + i \frac{\beta \lambda}{K_{AB}^+} \cdot \frac{1}{\omega} \right] (1 + i\omega \tau_0) \quad (5.2.3.8)$$

Ausgleich unter Vernachlässigung der verzögerten Neutronen, mittels

$$K^{-1}(\omega) = \left[\left(G + \frac{\beta}{K_{AB}^+} \right) + i \frac{\lambda_B}{K_{AB}^+} \omega \right] (1 + i\omega\tau_0) \quad (5.2.3.9)$$

Als Ergebnis der Rechnungen werden vom Programm Tabellen der Impulsantwortfunktionen, Frequenzgänge und der inversen Kopplungsfunktion sowie die Werte der angepaßten kinetischen Parameter ausgegeben, ferner Maschinenzeichnungen von den Amplituden- und Phasenverläufen der gemessenen und der angepaßten inversen Kopplungsfunktion.

5.2.4 Durchführung und Ergebnisse der Messungen an dem symmetrischen Zweizonenreaktor

Die Experimente am Zweizonenreaktor werden, so wie die Messungen am Einzonenreaktor, an dem im Zeitmittel kritischen System bei einer Leistung von 10 Watt durchgeführt. Im allgemeinen beträgt das für die Pseudorandom-Reaktoranzugung vorgegebene Zeitintervall Δt 4 msec und die Anzahl der Durchläufe in einer Messung 1000 Perioden; in einem Fall ist das Zeitintervall zu 3 msec gewählt.

Bei Anregung der Spaltzone 1 sitzt der Modulator im Brennelement in Position 13, bei Anregung der Spaltzone 2 in dem in Position 1 zwischen der fünften und sechsten Brennstoffplatte. Zur Symmetrisierung der Ladung ist eine dem Modulator äquivalente Absorberplatte in Position 1 beziehungsweise Position 13 eingebaut.

Die Detektoren für die Reaktorausgangssignalmessungen befinden sich in einer ersten Meßreihe in zentralen Positionen an den Außenflächen der beiden Spaltzonen, und zwar an den Brennelementpositionen 13 und 1. In einer zweiten Meßreihe sind sie peripher an den Brennelementpositionen 15 und 3 angeordnet, beide um Winkel von 42° aus den Mittelpositionen versetzt. Abb.42 gibt eine Übersicht über die Geometrie der Versuchsanordnungen. Die Empfindlichkeit der beiden Detektoren ist, bei einer Abweichung von weniger als 1%, praktisch gleich. Sie wurden nach den Ergebnissen von Vergleichsmessungen ausgewählt.

Die Überschußreaktivität des Reaktors bei den Experimenten ist gering, das heißt, die Regelplatten sind nahezu vollständig ausgefahren. Sie befinden

z
o zentrale
Detektorpositionen

p
o periphere
Detektorpositionen

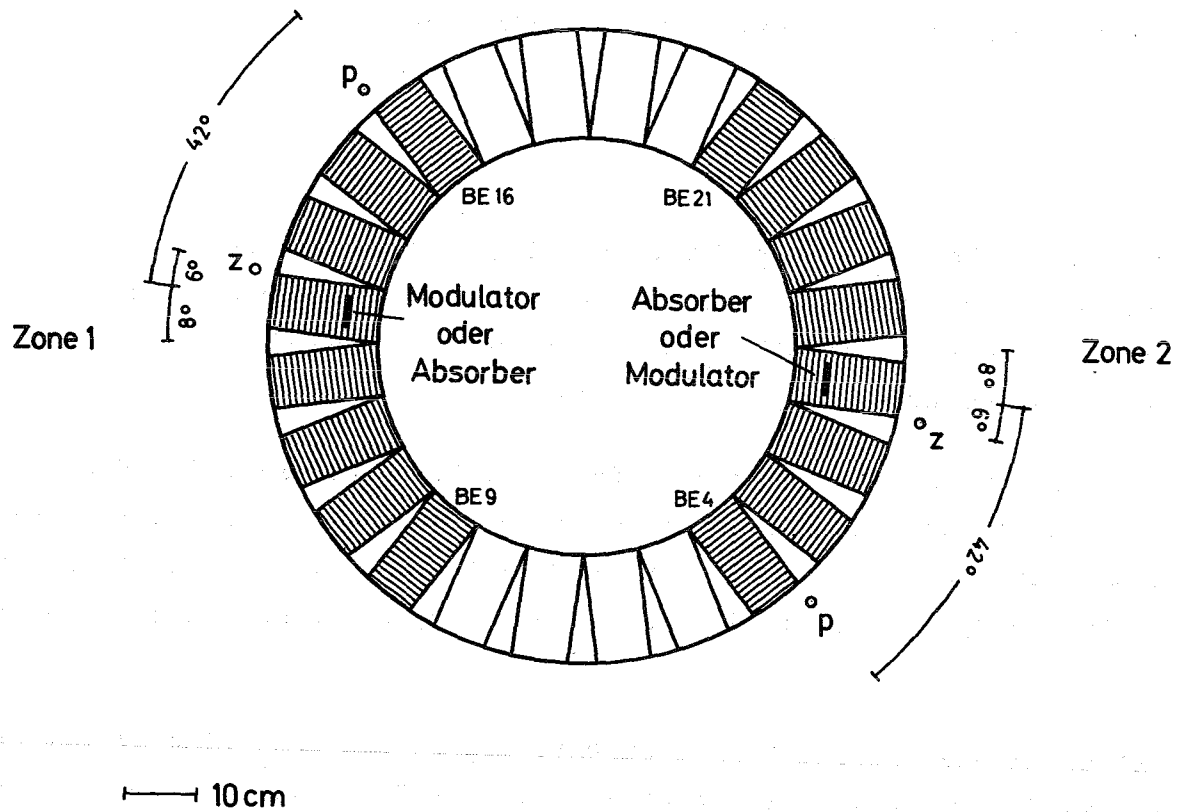


Abb.51: Meßanordnungen an den Zweizonenreaktoren

sich an den beiden Spaltzonen in der gleichen Stellung. Unter diesen Bedingungen kann davon ausgegangen werden, daß das Verhältnis der mit den beiden Detektoren im stationären Zustand des Reaktors gemessenen Signale, beziehungsweise das Verhältnis der stationären Signalanteile an dem bei einer konstanten mittleren Leistung reaktivitätsmodulierten Reaktor gleich dem Neutronendichteverhältnis G der beiden Zonen ist. Die zur Auswertung der Kopplungsfunktionsmessungen benötigte Größe G wird auf diese Weise jeweils am Anfang einer Messung mit Pseudorandom-Reaktivitätsanregung bestimmt.

Das Reaktivitätsäquivalent einer Modulatorverstellung, also die doppelte Amplitude des Anregungssignals beträgt an dem symmetrischen Zweizonenreaktor nach dem Ergebnis einer Periodenmessung:

$$\rho = 2a = 0,9 \text{ \textcircled{e}}$$

Die in der Messung 1 der Meßreihe mit Detektoren in zentralen Positionen bei Anregung der Zone 1 ermittelte inverse Kopplungsfunktion des Zweizonenreaktors ist in Abb.52 aufgetragen. Das Zeitintervall Δt im Pseudorandom-Anregungssignal beträgt 4 msec.

Der Amplituden- und Phasengang der Funktion entspricht den Erwartungen nach der Theorie des gekoppelten Zweipunktreaktors. Die Auswertung im Ausgleichsverfahren ergibt für alle Varianten, also mit Gl.(5.2.3.6), Gl.(5.2.3.7), Gl.(5.2.3.8) und Gl.(5.2.3.9) praktisch identische Ergebnisse.

Die erhaltenen kinetischen Parameter K_{AB}/Λ_A und β/Λ_B sind in der Tabelle 5 angegeben. Die Zerfallskonstante λ der Vorläufer verzögerter Neutronen, die aus der Anpassung von Gl.(5.2.3.6) und Gl.(5.2.3.8) zusätzlich folgt, kann im gegebenen Frequenzbereich nicht innerhalb akzeptabler Fehlergrenzen bestimmt werden, da $\lambda \ll \beta/\Lambda_B$.

Es zeigt sich, daß auch die Neutronenlaufzeit τ_0 nicht ermittelt werden kann: Für sie ergibt sich ein Wert von 0,5 msec, der jedoch nach dem Ergebnis von Vergleichsrechnungen ganz wesentlich durch die Voraussetzung eines linearen Verlaufs der Impulsantwortfunktionen in $0 \leq t \leq \Delta t$ bei ihrer Korrektur im Zeitursprung bestimmt ist; bei Annahme eines quadratischen Verlaufs liefert die Auswertung $\tau_0 = 0,8$ msec, während die

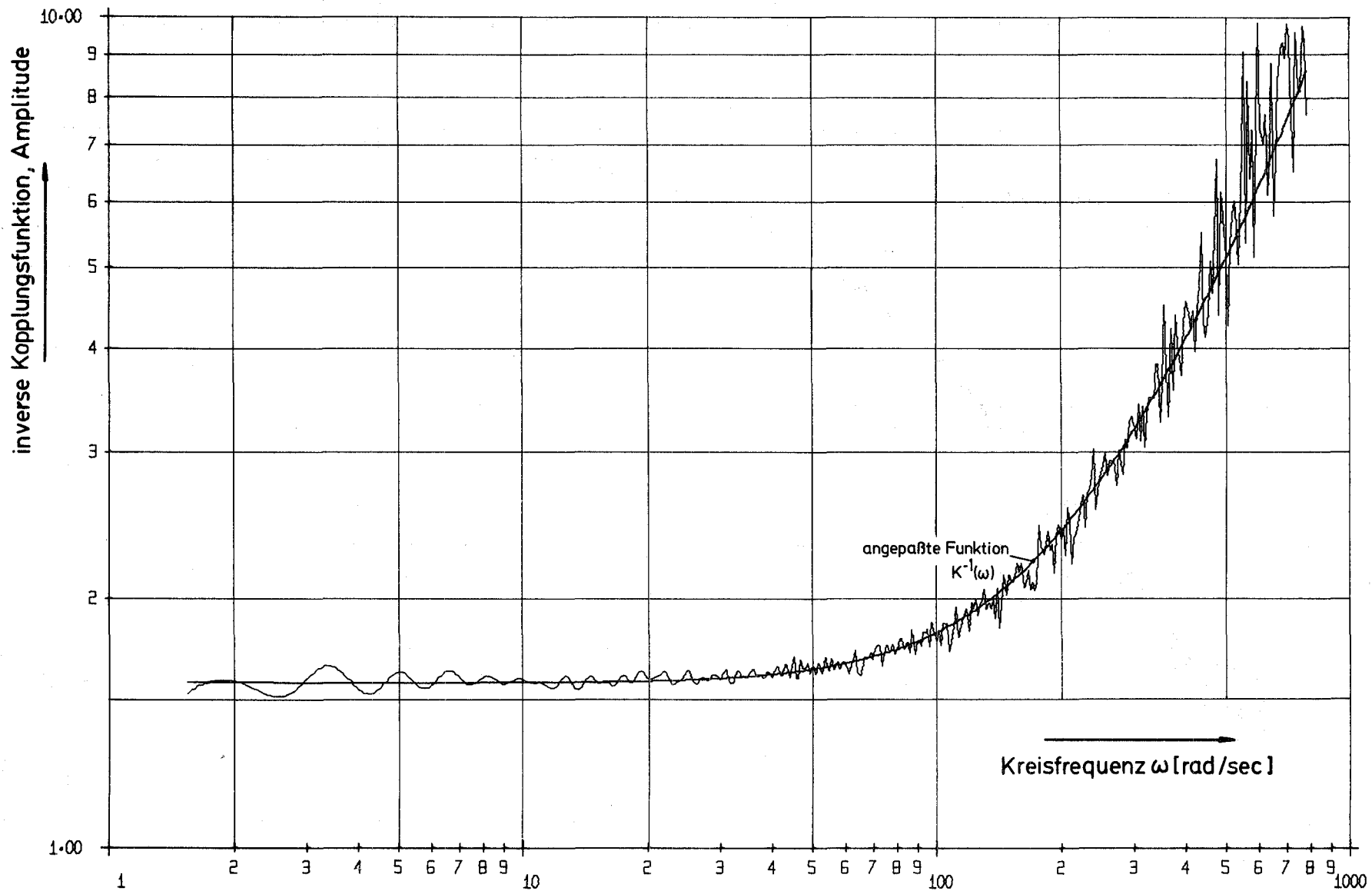


Abb.52/1: Inverse Kopplungsfunktion des symmetrischen Zweizonenreaktors - Amplitude - aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

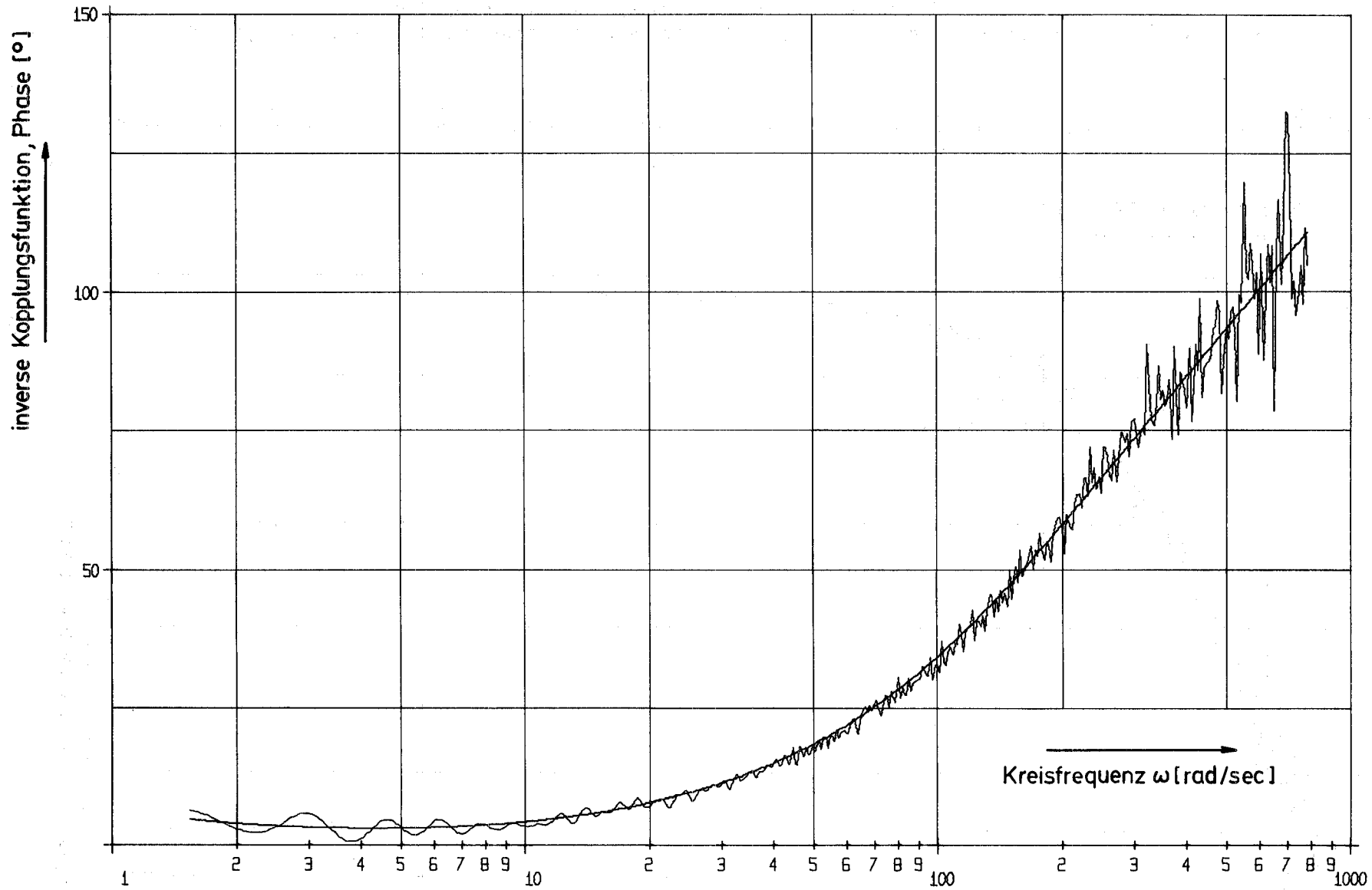


Abb.52/2: Inverse Kopplungsfunktion des symmetrischen Zweizonenreaktors - Phase -
 aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

anderen kinetischen Parameter unverändert bleiben. Es ist deutlich, daß die gefundenen Werte keine echten Meßergebnisse darstellen können. Das mit dem Zeitintervall im Pseudorandomsignal, $\Delta t = 4$ msec, gegebene Zeitauflösungsvermögen des Meßverfahrens reicht nicht aus, um die Impulsantwortfunktionen in dem Zeitbereich zu ermitteln, in dem sie signifikant von der Neutronenlaufzeit τ_0 abhängen, die nach ALBRECHT und SEIFRITZ $\tau_0 = 0,28$ msec beträgt [157], ihre Verläufe werden dort vielmehr durch die willkürlichen Annahmen zur Korrektur in $t = 0$ festgelegt. Die Fehler prägen in entsprechender Weise die inverse Kopplungsfunktion, an der die Auswertung durchgeführt wird. Sie charakterisieren die Grenze des Leistungsvermögens des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens mit dem gegebenen Systemeingangssignal.

Die mit Gl.(5.2.3.8) an die Meßkurve angepaßte inverse Kopplungsfunktion ist in Abb.52 zusätzlich eingetragen.

Die Ergebnisse der Messung 1 werden durch weitere Messungen bestätigt: Messung 2 ist das Pendant zu Messung 1. Bei ihr ist die Spaltzone 2 angeregt. Die kreuzweise Verknüpfung der aus den beiden Messungen ermittelten kinetischen Parameter K_{AB}/Λ_A und β/Λ_B ergibt die Kopplungsreaktivitäten K_{12}/β und K_{21}/β . Sie stimmen erwartungsgemäß innerhalb der Fehlergrenzen überein. Messung 3 ist eine Kontrollmessung mit $\Delta t = 4$ msec, bei Messung 4 beträgt das Zeitintervall im Anregungssignal $\Delta t = 3$ msec.

Die Ergebnisse aller Messungen lassen sich in den folgenden Werten für die Kopplungsreaktivitäten und die inversen reduzierten Generationszeiten der beiden symmetrischen Spaltzonen zusammenfassen:

$$\underline{\underline{K_{12}/\beta = K_{21}/\beta = 3,0 \pm 0,3}} \quad ; \quad \underline{\underline{\beta/\Lambda_1 = \beta/\Lambda_2 = 36 \pm 3 \text{ sec}^{-1}}}$$

Nach Gl.(5.2.2.3) ist Die Reaktivität einer jeden der beiden Spaltzonen negativ gleich den Kopplungsreaktivitäten.

Die Messungen 5 und 6, bei denen die Detektoren an den Brennelementpositionen 15 und 3 angeordnet sind, liefern für die Kopplungsreaktivitäten der Zonen höhere Werte, die außerdem voneinander stärker abweichen. Die inversen reduzierten Generationszeiten sind hingegen innerhalb der Fehlergrenzen denen aus den Messungen mit zentrischer Detektoranordnung gleich. Die Ergebnisse sind in die Tabelle 5 eingetragen.

Messung	Δt [msec]	Detektoren an Positionen	angeregte Zone (A)	nichtanger. Zone (B)	K_{AB}/Λ_A [sec ⁻¹]	β/Λ_B [sec ⁻¹]	K_{AB}/β
1	4	13 / 1	1	2	100 ± 2	37 ± 4	2,9 ± 0,4
2			2	1	116 ± 2	35 ± 3	3,1 ± 0,4
3	4	13 / 1	1	2	113 ±	36 ± 4	3,1 ± 0,4 ⁺
4	3	13 / 1	1	2	105 ± 3	36 ± 6	2,9 ± 0,6 ⁺
5	4	15 / 3	1	2	137 ± 3	38 ± 4	3,8 ± 0,5
6			2	1	153 ± 3	36 ± 3	4,1 ± 0,6
Messung von KUSSMAUL [19]							3,06
Messung von ALBRECHT und SEIFRITZ [17] : $\alpha_{crit.} = \beta/\Lambda_{1,2}$						36,7 ± 1,3	3,07
Rechnung von KUSSMAUL [19]							4,13

⁺ errechnet unter Gleichsetzung von β/Λ_1 und β/Λ_2

Tabelle 5: Meßergebnisse am symmetrischen Zweizonenreaktor und Vergleichswerte

Zu einem Vergleich mit diesen Meßergebnissen werden Daten aus Messungen und Rechnungen anderer Autoren herangezogen. KUSSMAUL [17] hat an der symmetrischen Zweizonenladung des ARK die Kopplungsreaktivität mittels Reaktivitätsmessungen am Abschaltssystem bestimmt und darüberhinaus mit einem Multigruppen-Diffusionscode berechnet. ALBRECHT und SEIFRITZ erhielten Kopplungsreaktivität und inverse reduzierte Generationszeit aus der an der gleichen Anordnung durch Analyse des Reaktorrauschens gemessenen Kohärenzfunktion [14, 15]. Die Ergebnisse dieser Experimente und Rechnungen sind in der Tabelle 5 ebenfalls angegeben.

Die Methoden weisen wesentliche Unterschiede zum Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren auf. Die Analyse des Reaktorrauschens erfaßt die beiden Spaltzonen global; auch bei den Reaktivitätsmessungen am Abschaltssystem ist durch die Verwendung kadmiuumkleideter Detektoren eine besondere Vorsorge getroffen, um jeweils für die ganze Zone repräsentative Neutronenflußdichten zu messen. Für das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren hingegen ist die punktuelle Anregung des Reaktors charakteristisch, bei der Messung der Reaktorausgangssignale werden auch lokale Effekte erfaßt.

Angesichts der Unterschiede ist die Übereinstimmung der Ergebnisse ausgezeichnet, sofern die Werte aus der Meßreihe mit zentrischer Detektoranordnung für den Vergleich herangezogen werden. Die inverse reduzierte Generationszeit der beiden Reaktorzonen und die Kopplungsreaktivität stimmen dann mit den Meßergebnissen von ALBRECHT und SEIFRITZ beziehungsweise mit dem experimentellen Ergebnis von KUSSMAUL innerhalb der gemeinsamen Fehlergrenzen überein. Bei zentrischer Anordnung des Modulators und der Detektoren ist das Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren demnach geeignet, die angeführten kinetischen Parameter an dem aus zwei räumlich ausgedehnten Spaltzonen bestehenden gekoppelten Systems richtig zu bestimmen.

Eine zusätzliche Auswertung der Messungen wird mit dem Ziel durchgeführt, einen kinetischen Parameter β/Λ_G des Gesamtreaktors zu bestimmen. Sie geht von der Annahme aus, daß die gekoppelte Anordnung als Punktreaktor behandelt werden kann: Mit dem Programm PSEURA1 werden aus den Reaktorausgangssignalen der angeregten und der nichtangeregten Zone Impulsantwortfunktionen ermittelt und aus ihnen, formal wie beim Einzonenreaktor, eine inverse reduzierte Generationszeit β/Λ berechnet.

Die aus Messung 1 erhaltenen Impulsantwortfunktionen der angeregten und

der nichtangeregten Spaltzone zeigt die Abb.53. An ihnen sind im unteren Zeitbereich, bis rund 10 msec, signifikante Unterschiede zueinander und zum Verlauf nach dem Punktreaktormodell festzustellen, die offensichtlich das charakteristische Übergangsverhalten des gekoppelten Systems beschreiben, in das der Neutronenaustausch zwischen den beiden Zonen eingeht. Im weiteren jedoch verlaufen die Meßkurven nahezu deckungsgleich und nach einer Exponentialfunktion. Der Verlauf läßt den Schluß zu, daß die Impulsantwortfunktionen nach dem durch die Neutronenaustauschvorgänge bestimmten Anfangsteil tatsächlich das Zeitverhalten des Gesamtsystems wiedergeben und die aus ihnen berechneten Parameter β/Λ die inverse reduzierte Generationszeit des Gesamtreaktors darstellen.

Die β/Λ aus der Auswertung der Impulsantwortfunktionen der Messungen 1 bis 6 sind in der Tabelle 6 zusammengestellt. Sie liegen, ohne erkennbar

Messung	Δt [msec]	angeregte Zone	β/Λ [sec ⁻¹]	
			an Zone 1	an Zone 2
1	4	1	43,1 ± 0,5	42,7 ± 0,4
2	4	2	41,4 ± 0,4	41,7 ± 0,4
3	4	1	42,9 ± 0,4	42,7 ± 0,4
4	3	1	43,0 ± 0,5	42,5 ± 0,4
5	4	1	42,1 ± 0,5	41,7 ± 0,5
6	4	2	43,1 ± 0,6	42,6 ± 0,5

Tabelle 6: β/Λ aus den am symmetrischen Zweizonenreaktor gemessenen Impulsantwortfunktionen

vom Anregungsort und vom Ort der Ausgangssignalmessung abhängig zu sein, sämtlich bei dem Wert

$$\underline{\underline{\beta/\Lambda_G = 42,4 \pm 0,6 \text{ sec}^{-1}}}$$

β/Λ_G wird somit um rund 10% größer erhalten als die aus den inversen Kopplungsfunktionen bestimmten inversen reduzierten Generationszeiten $\beta/\Lambda_{1,2}$ der beiden Spaltzonen. Der Versuch einer Erklärung dieser Differenz muß die verschiedene Bedeutung der Parameter berücksichtigen. Es ist denkbar,

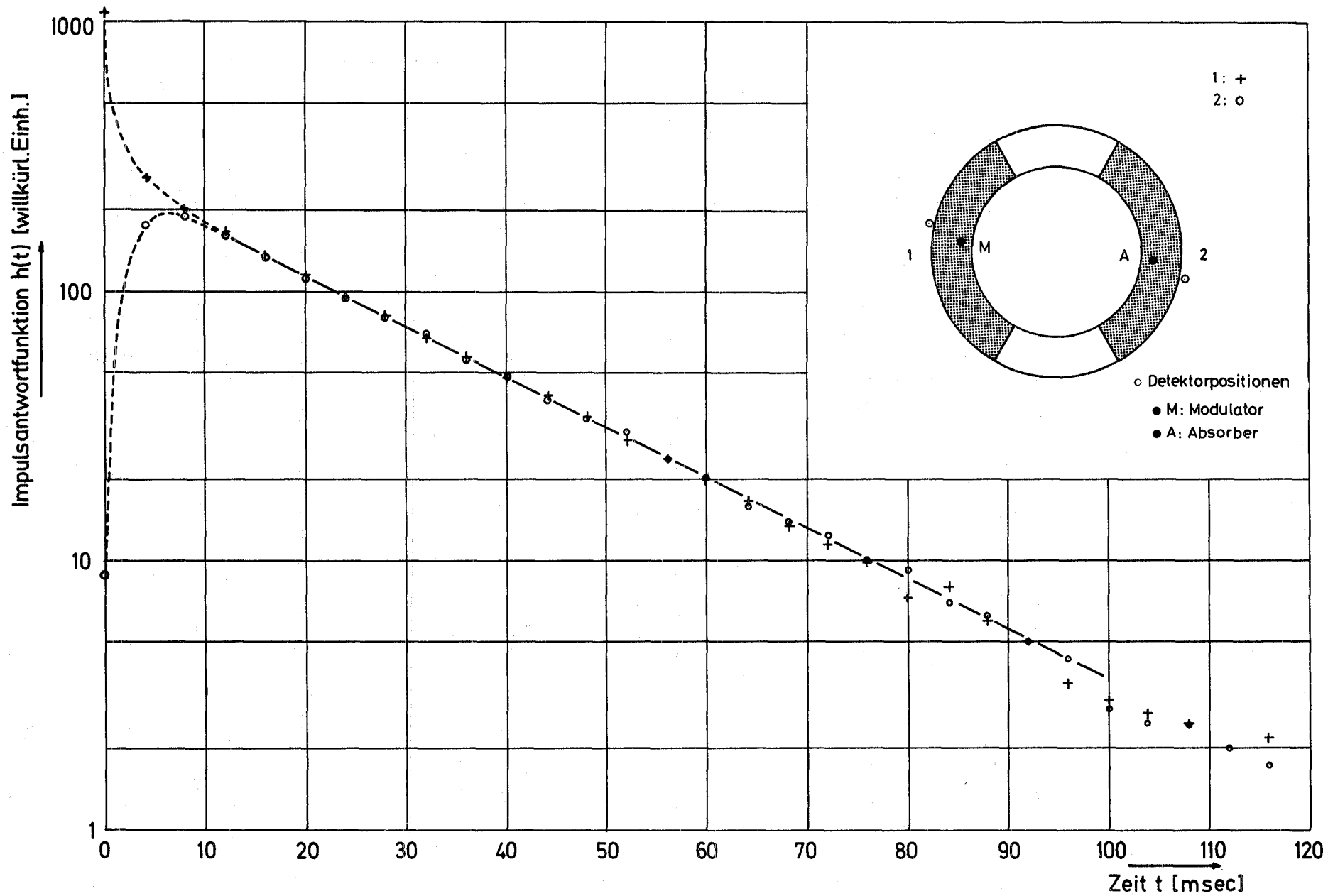


Abb.53: Impulsantwortfunktionen des symmetrischen Zweizonenreaktors aus einer Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessung

daß das kinetische Verhalten einer Einzelzone des gekoppelten Systems vergleichsweise stärker von den Graphitreflektoren beeinflusst wird als das des Gesamtreaktors und β/Λ_G deshalb die beobachtete Abweichung zu $\beta/\Lambda_{1,2}$ aufweist.

5.2.5 Durchführung und Ergebnisse der Messungen an dem unsymmetrischen Zweizonenreaktor

Die Durchführung der Messungen an dem unsymmetrischen Zweizonenreaktor (vgl. Abb.7) entspricht der am symmetrischen Zweizonenreaktor mit zentrisch an den Spaltzonen eingebauten Detektoren. Die Anordnung des Modulators, der Absorberplatte und der Detektoren kann dementsprechend aus Abb.51 ersehen werden. Das Zeitintervall im Pseudorandom-Systemeingangssignal beträgt $\Delta t = 4$ msec. Bei Anregung der großen Spaltzone 1 läuft die Messung über 1000 Perioden, bei Modulation der kleinen Spaltzone 2 über 2000 Perioden.

Die Auswertung der Messungen geschieht wie beim symmetrischen System im Ausgleichsverfahren. Die als Ergebnis erhaltenen kinetischen Parameter K_{AB}/Λ_A und β/Λ_B sind in der Tabelle 7 zusammengestellt. Aus ihnen sind die ebenfalls in die Tabelle eingetragenen Kopplungsreaktivitäten K_{AB}/β berechnet.

Messung	Detektoren an Positionen	angeregte Zone (A)	nichtang. Zone (B)	K_{AB}/Λ_A sec ⁻¹	β/Λ_B sec ⁻¹	K_{AB}/β
7	13 / 1	1	2	90 ± 3	29 ± 4	2,1 ± 0,3
8		2	1	126 ± 4	43 ± 4	4.4 ± 0,7

Tabelle 7: Meßergebnisse am unsymmetrischen Zweizonenreaktor

Die inverse reduzierte Generationszeit β/Λ_1 in der mit der größeren Spaltstoffmenge ausgerüsteten Spaltzone 1 ist danach größer als $\beta/\Lambda_{1,2}$ in der symmetrischen Zweizonenanordnung, sie nähert sich der inversen reduzierten Generationszeit im Einzonenreaktor. β/Λ_2 in der Spaltzone mit dem kleineren Spaltstoffeinsatz liegt unter $\beta/\Lambda_{1,2}$ der symmetrischen Anordnung:

$$\beta/\Lambda_1 = 43 \pm 4 \text{ sec}^{-1} ; \beta/\Lambda_2 = 29 \pm 4 \text{ sec}^{-1}$$

=====

Das Ergebnis läßt sich auf der Grundlage der kinetischen Gleichungen für den gekoppelten Zweipunktreaktor, Gl.(5.2.2.1) deuten: In die Gleichungen geht eine räumliche Ausdehnung der Spaltzonen voraussetzungsgemäß nicht ein, das heißt, bei der Anwendung des Zweipunktreaktormodells auf die reale Anordnung sind die Volumina der Zonen, deren Neutronenpopulation die Generationszeiten Λ_1 und Λ_2 und die mittleren Dichten $n_1(t)$ und $n_2(t)$ zugeschrieben werden, als gleich vorausgesetzt. Zu einer Zone gehört dabei außer der Brennstoff-Moderator-Konfiguration auch der diese umgebende Reflektor, der die Generationszeit wesentlich zu beeinflussen vermag. Im Falle des unsymmetrischen Zweizonenreaktors sind die Volumenanteile der Brennstoff-Moderator-Konfiguration und des Reflektors für beide Zonen verschieden. In der Spaltzone mit dem größeren Spaltstoffanteil und damit kleineren Volumenanteil des Reflektors ist eine im Vergleich zur anderen Zone und auch zu den Zonen einer symmetrischen Anordnung höhere Neutronenabsorption und damit kürzere Generationszeit zu erwarten, so wie es die Messungen ergeben.

Das Neutronendichteverhältnis $G = n_{10}/n_{20}$ wird bei den Messungen erhalten zu

$$G = 2,24$$

Damit folgt nach Gl.(5.2.2.3) für die Reaktivitäten der beiden Spaltzonen:

$$\rho_{10}/\beta = -1,3 \pm 0,2 \quad ; \quad \rho_{20}/\beta = -7,0 \pm 1,0$$

Die Bestimmung einer inversen reduzierten Generationszeit β/Λ_G aus den Impulsantwortfunktionen mit dem Programm PSEURA¹ liefert beim unsymmetrischen Zweizonenreaktor die in Tabelle 8 eingetragenen Werte. Die Übereinstimmung der Ergebnisse untereinander, unabhängig davon, welche Zone bei

Messung	angeregte Zone	nichtang. Zone	$\beta/\Lambda \quad [\text{sec}^{-1}]$	
			an Zone 1	an Zone 2
7	1	2	$43,7 \pm 0,4$	$43,4 \pm 0,4$
8	2	1	$42,7 \pm 1,5$	$43,6 \pm 0,7$

Tabelle 8: β/Λ aus den am unsymmetrischen Zweizonenreaktor gemessenen Impulsantwortfunktionen

der Messung angeregt und an welcher das Rektorausgangssignal gemessen wurde, bestätigt, daß β/Λ_G einen kinetischen Parameter des Gesamtreaktors darstellt. Die Zusammenfassung der Einzelergebnisse liefert:

$$\beta/\Lambda_G = 43,4 \pm 0,7 \text{ sec}^{-1}$$

=====

Die inverse reduzierte Generationszeit β/Λ_G des unsymmetrischen Zweizonenreaktors ist danach geringfügig größer als die der symmetrischen Zweizonenanordnung.

5.3 Diskussion

5.3.1 Meßverfahren und Meßtechnik

Die am ARK durchgeführten Messungen nach dem Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren sind durch die folgenden wesentlichen Eigenarten des Meßverfahrens und Besonderheiten der Meßtechnik gekennzeichnet: Der Reaktor wird durch Modulation seiner Reaktivität mit Hilfe einer elektromechanischen Vorrichtung angeregt. Das Anregungssignal hat bis auf bestimmte Verformungen die Form einer Pseudorandomfunktion. Der Eigenschaften von Pseudorandomfunktionen zufolge kann sich der angeregte Reaktor im Zeitmittel bei konstanter Leistung im kritischen Zustand befinden. Die am Reaktor gemessenen Ausgangssignale werden digital mit einer dem Zeitintervall Δt im Pseudorandom-Anregungssignal gleichen Zeitauflösung aufgezeichnet. Ihre Weiterverarbeitung erfolgt in einer elektronischen Recheneinrichtung. Zur Durchführung der Kreuzkorrelation wird dabei die der Reaktor-anregung zugrundeliegende Pseudorandomfunktion unverformt und mit der Amplitude 1 nachgebildet.

Mit dem für die Experimente entwickelten Reaktivitätsmodulator lassen sich Pseudorandomsignale mit einem Zeitintervall Δt bis herunter zu 3 msec erzeugen, im Prinzip also Impulsantwortfunktionen mit einer Zeitauflösung von minimal 3 msec beziehungsweise Frequenzgänge in einem Frequenzbereich bis maximal 1000 rad/sec bestimmen. Die Messungen werden vorwiegend mit $\Delta t = 4$ msec, entsprechend einer Maximalfrequenz von 800 rad/sec durchgeführt. Die Funktionstüchtigkeit des Modulators befriedigt: In einer Betriebszeit über rund 35000 Perioden, das sind etwa

40 Stunden, treten keine Defekte oder Veränderungen im Bewegungsablauf auf. Die Amplitude des Anregungssignals ist groß genug, um ausreichend genaue Ergebnisse bei relativ kurzer Meßzeit zu gewährleisten.

Das erzeugte Anregungssignal weicht erwartungsgemäß von der Idealform der zur Modulatoransteuerung verwendeten Pseudorandomfunktion ab. Es treten Formänderungen durch Flankenabflachungen und Amplitudenschwüngen, sowie zusätzliche Zeitverzögerungen im Signal auf. Die Formänderungen und Verzögerungen sind jedoch an allen Flanken gleich, Flankenverzögerungen höherer Ordnung sind im Signal nicht enthalten. Nach den über die Auswirkungen von Signalverformungen im Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahren durchgeführten Untersuchungen können die Flankenverzögerungen durch eine Korrekturverzögerung, die die Kanalfortschaltung bei der Ausgangssignalregistrierung mit den Nulldurchgängen im realen Anregungssignal synchronisiert, kompensiert und die Fehler durch die Signalformänderungen an den gemessenen Impulsantwortfunktionen korrigiert werden. Das Zeitintervall Δt im Pseudorandomsignal, mit dem das Zeitauflösungsvermögen bei den Messungen gegeben ist, bestimmt so allein die Grenzen, die der Anwendung des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens mit den hier benutzten Techniken und Hilfsmitteln gezogen sind.

5.3.2 Bestimmung von Impulsantwortfunktionen und β/Λ

An den Messungen am ARK erweist sich die besondere Eignung des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens für die Bestimmung von Impulsantwortfunktionen und, hieraus, der inversen reduzierten Generationszeiten β/Λ an thermischen Reaktoren. Nach den Ergebnissen der Modelluntersuchungen und Messungen ist das Verfahren praktisch frei von Einflüssen systematischer Fehler und von Abhängigkeiten vom Versuchsaufbau.

Die endliche Breite des Zeitintervalls Δt und die Formänderungen im Anregungssignal wirken sich auf die gemessenen Impulsantwortfunktionen nur nahe $t = 0$ aus. Die Fehler lassen sich, unter geeigneten Voraussetzungen, korrigieren, die Korrektur kann aber unterbleiben, da der betroffene Teil der Funktionen zur Berechnung von β/Λ nicht benötigt wird. Der weitere Verlauf der Impulsantwortfunktionen bleibt im gegebenen Fall, das heißt bei dem verwendeten Zeitintervall Δt , fehlerfrei.

Die Ergebnisse für die inverse reduzierte Generationszeit β/Λ sind am

Einzonenreaktor gleich für alle Orte der Reaktoranzregung und der Ausgangssignalmessung. Auch an den Zweizonenreaktoren wird β/Λ unabhängig von den Anregungs- und Meßorten an den beiden räumlich getrennten Spaltzonen erhalten; die an den Zonen bestimmten Impulsantwortfunktionen geben beide nach dem Abklingen von Ausgleichsvorgängen im gekoppelten System ein globales Verhalten des Reaktors an.

Die Berechnung von β/Λ aus den Pseudorandom-Kreuzkorrelationsmessungen geschieht auf der gleichen Grundlage wie die Auswertung von Neutronenpulsmessungen, die zu den Standardmethoden der Ermittlung der inversen reduzierten Generationszeit an Reaktoren gehört. Beide Verfahren sind insoweit äquivalent zueinander. Bei ihrem Vergleich erweist es sich als Vorzug des Pseudorandom-Kreuzkorrelationsverfahrens mit Reaktivitätsmodulation, daß es kontinuierliche Messungen an kritischen Systemen bei konstanter Leistung erlaubt, wogegen das Pulsen eines kritischen Reaktors wegen des damit verbundenen Leistungsanstiegs intermittierende Messungen bedingt. Außerdem ist der Einbau und Betrieb des Reaktivitätsmodulators weniger aufwendig als der einer gepulsten Neutronenquelle.

5.3.3 Bestimmung kinetischer Funktionen und Parameter im Frequenzbereich

Die Reaktor-Frequenzgänge werden durch Fouriertransformation der Impulsantwortfunktionen erhalten. Ihr Verlauf wird von den Teilen der Impulsantwortfunktionen nahe $t = 0$, die bei deren Auswertung unberücksichtigt blieben, maßgeblich mitbestimmt, dementsprechend ist die Auswirkung der endlichen Breite des Zeitintervalls Δt und der Formänderungen im Anregungssignal wesentlich bedeutsamer, die bei den Impulsantwortfunktionen nur die Anfangsteile zu verändern vermochten und so ohne Einfluß auf die Berechnung von β/Λ blieben.

Unter den am ARK ermittelten kinetischen Funktionen im Frequenzbereich stehen die an den gekoppelten Zweizonenanordnungen als Quotient der Frequenzgänge der beiden Zonen gemessenen Kopplungsfunktionen im Vordergrund, aus denen durch Meßwertausgleich kinetische Parameter errechnet werden.

Es zeigt sich, daß eine Bestimmung der Neutronenlaufzeit τ_0 , die die Austauschvorgänge zwischen den beiden Spaltzonen charakterisiert, nicht möglich ist. Dieser Parameter steht mit dem Verlauf der Impulsantwort-

funktionen der angeregten und der nichtangeregten Spaltzone nahe $t = 0$ in enger Beziehung, der bei den Messungen der Größe von Δt wegen nicht mit der erforderlichen Zeitauflösung ermittelt werden kann. Da die Korrektur der durch Δt verursachten Fehler ihrerseits bestimmte, willkürliche Annahmen über den Funktionsverlauf voraussetzt, können auch die korrigierten Impulsantwortfunktionen und die aus ihnen gewonnene Kopplungsfunktion keine echte Information über τ_0 enthalten. Die Bestimmung von τ_0 scheitert so an dem unzureichenden Zeitauflösungsvermögen des Meßverfahrens mit den gegebenen Hilfsmitteln.

Die Zerfallskonstante für die Vorläufer der verzögerten Neutronen, λ , ist im gegebenen Frequenzbereich nicht innerhalb akzeptabler Fehlergrenzen zu ermitteln. Die Kopplungsreaktivitäten und die reduzierten Generationszeiten der beiden Spaltzonen werden ohne merkliche Beeinflussung durch systematische Fehler erhalten. Aus ihnen lassen sich die Reaktivitäten der beiden Zonen errechnen.

Die Messungen werden an dem symmetrischen und an dem unsymmetrischen Zweizonenreaktor durchgeführt.

Anhang

A. Pseudorandomfunktionen

A.1 Binäre Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge

A.1.1 Aufgabenstellung

Es ist bekannt [40,41], daß Zahlenfolgen $\{s_n\}$ mit den Elementen $s_n = +1, -1$ existieren, die zyklisch sind mit der Periode p , sodaß

$$s_{n+p} = s_n \quad \text{für jedes } n$$

und die Eigenschaft besitzen, daß

$$\sum_{n=1}^p s_n \cdot s_{n+k} = \begin{cases} p & \text{für } k = 0, p, 2p, \dots \\ -1 & \text{für } k \neq 0, p, 2p, \dots \end{cases}$$

Zahlenfolgen mit diesen Eigenschaften heißen binäre Pseudozufallszahlenfolgen. Im folgenden soll für eine bestimmte Klasse dieser Folgen, den sogenannten binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge, gezeigt werden, daß sie mit diesen Eigenschaften existieren und in welcher Weise sie konstruiert werden können.

A.1.2 Irreduzible Polynome über dem Primkörper der Charakteristik 2

Es sei \mathcal{K} der Primkörper der Charakteristik 2, das heißt, \mathcal{K} besteht aus zwei Elementen und die Tafeln für die Verknüpfung der Elemente haben die Gestalt:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

·	0	1
0	0	0
1	0	1

(A.1.2.1)

Über \mathcal{K} werde ein Ring von Polynomen $f(x)$ mit der Unbestimmten x errichtet:

$$f(x) = \sum_v a_v x^v, \quad (A.1.2.2)$$

das heißt von Polynomen, deren Koeffizienten a_ν dem Körper \mathcal{K} angehören.

Der Grad m eines von Null verschiedenen Polynoms ist die größte Zahl ν , für die $a_\nu \neq 0$. Ein Polynom vom Grade m heißt irreduzibel, wenn es durch kein anderes mit einem Grade größer als 0 und kleiner als m teilbar ist.

Ein Element γ eines algebraisch abgeschlossenen Erweiterungskörpers^{+) von \mathcal{K} , $\bar{\mathcal{K}}$, heißt Wurzel von $f(x)$, wenn}

$$f(x) = 0$$

Ein Satz der Algebra sagt aus, daß dann, wenn γ aus $\bar{\mathcal{K}}$ die Wurzel eines irreduziblen Polynoms m -ten Grades über \mathcal{K} , $f(x)$, ist, $\gamma, \gamma^2, \dots, \gamma^{2^m-1}$ verschieden sind und die Gesamtheit der Wurzeln des irreduziblen Polynoms darstellen $\sqrt[4]{1}$. Außerdem ist γ eine 2^m-1 -te Einheitswurzel $\sqrt[4]{1}$, das heißt:

$$\gamma^{2^m-1} = 1 \tag{A.1.2.3}$$

Hat γ zusätzlich die Eigenschaft, daß alle Potenzen $\gamma, \dots, \gamma^{2^m-1}$ voneinander verschieden sind und sich darstellen lassen in der Form:

$$\begin{aligned} \gamma &= b_0^{(1)} + b_1^{(1)}\gamma + b_2^{(1)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(1)}\gamma^{m-1} \\ \gamma^2 &= b_0^{(2)} + b_1^{(2)}\gamma + b_2^{(2)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(2)}\gamma^{m-1} \\ \gamma^3 &= b_0^{(3)} + b_1^{(3)}\gamma + b_2^{(3)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(3)}\gamma^{m-1} \\ &\vdots \\ \gamma^k &= b_0^{(k)} + b_1^{(k)}\gamma + b_2^{(k)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(k)}\gamma^{m-1} \\ &\vdots \\ \gamma^p &= b_0^{(p)} + b_1^{(p)}\gamma + b_2^{(p)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(p)}\gamma^{m-1} \\ p &= 2^m - 1 \end{aligned} \tag{A.1.2.4}$$

^{+) Ein Erweiterungskörper $\bar{\mathcal{K}}$ heißt algebraisch abgeschlossen über \mathcal{K} , wenn jedes nichtkonstante Polynom über \mathcal{K} in $\bar{\mathcal{K}}$ mindestens eine Nullstelle hat.}

so heißt das irreduzible Polynom $f(x)$ primitiv.

Die Potenzen von γ bilden demnach eine multiplikative Gruppe, die zyklisch ist mit der Periode

$$p = 2^m - 1$$

Da alle γ, \dots, γ^p voneinander verschieden sind und es nur $2^m - 1$ von $(0 \ 0 \ \dots \ 0)$ verschiedene m -tupel $(b_0 \ \dots \ b_{m-1})$ der Zeichen $b_i = 0, 1$ gibt, müssen die m -tupel $(b_0^{(k)} \ \dots \ b_{m-1}^{(k)})$ alle von $(0 \ 0 \ \dots \ 0)$ verschiedenen m -tupel der Zeichen 0 und 1 durchlaufen, wenn k von 1 bis $2^m - 1$ läuft.

Aus der Algebra ist bekannt [41.42]:

Es gibt primitive irreduzible Polynome jedes beliebigen Grades.

Wenn eine Wurzel eines irreduziblen Polynoms die angegebenen Eigenschaften besitzt, dann auch alle anderen.

Tafeln primitiver irreduzibler Polynome über dem Primkörper der Charakteristik 2 werden unter anderen von PETERSON [41] angegeben. Die Tabelle A1 enthält die Durchführung des Nachweises für ein Beispiel mit Hilfe von Gl.(A.1.2.4).

Zwischen den Koeffizienten $b_i^{(k)}$ und $b_i^{(k+1)}$ in Gl.(A.1.2.4) besteht ein Zusammenhang, der sich in der folgenden Weise aufzeigen läßt:

Es ist

$$0 = a_0 + a_1\gamma + a_2\gamma^2 + \dots + a_m\gamma^m$$

oder, da $a_m = 1$

$$\gamma^m = a_0 + a_1\gamma + a_2\gamma^2 + \dots + a_{m-1}\gamma^{m-1} \quad (\text{A.1.2.5})$$

Die k -te Potenz der primitiven Wurzel γ ist

$$\gamma^k = b_0^{(k)} + b_1^{(k)}\gamma + b_2^{(k)}\gamma^2 + \dots + b_{m-1}^{(k)}\gamma^{m-1}$$

Die $k+1$ -te Potenz der Wurzel ergibt sich hieraus zu

multiplikative Gruppe aus γ	m-tupel der Koeffizienten
$\gamma^1 = \gamma$	(0 1 0 0)
$\gamma^2 = \gamma^2$	(0 0 1 0)
$\gamma^3 = \gamma^3$	(0 0 0 1)
$\gamma^4 = 1 + \gamma$	(1 1 0 0)
$\gamma^5 = \gamma + \gamma^2$	(0 1 1 0)
$\gamma^6 = \gamma^2 + \gamma^3$	(0 0 1 1)
$\gamma^7 = 1 + \gamma + \gamma^3$	(1 1 0 1)
$\gamma^8 = 1 + \gamma^2$	(1 0 1 0)
$\gamma^9 = \gamma + \gamma^3$	(0 1 0 1)
$\gamma^{10} = 1 + \gamma + \gamma^2$	(1 1 1 0)
$\gamma^{11} = \gamma + \gamma^2 + \gamma^3$	(0 1 1 1)
$\gamma^{12} = 1 + \gamma + \gamma^2 + \gamma^3$	(1 1 1 1)
$\gamma^{13} = 1 + \gamma^2 + \gamma^3$	(1 0 1 1)
$\gamma^{14} = 1 + \gamma^3$	(1 0 0 1)
$\gamma^{15} = 1$	(1 0 0 0)
<hr/>	
$\gamma^{16} = \gamma$	

Tabelle A1: Multiplikative Gruppe aus der Wurzel γ
des primitiven irreduziblen Polynoms $x^4 + x + 1$

$$\gamma^{k+1} = b_0^{(k)} \gamma + b_1^{(k)} \gamma^2 + b_2^{(k)} \gamma^3 + \dots + b_{m-1}^{(k)} \gamma^m$$

Durch Einsetzen von Gl.(A.1.2.5) folgt:

$$\begin{aligned} \gamma^{k+1} &= b_{m-1}^{(k)} a_0 + (b_{m-1}^{(k)} a_1 + b_1^{(k)}) \gamma + \dots + (b_{m-1}^{(k)} a_{m-1} + b_{m-1}^{(k)}) \gamma^{m-1} \\ &= b_0^{(k+1)} + b_1^{(k+1)} \gamma + \dots + b_{m-1}^{(k+1)} \gamma^{m-1} \end{aligned} \quad (\text{A.1.2.6})$$

wonach allgemein

$$\begin{aligned} b_0^{(k+1)} &= b_{m-1}^{(k)} a_0 \\ b_n^{(k+1)} &= b_{m-1}^{(k)} a_n + b_n^{(k)}, \quad n = 1, 2, \dots, m-1 \end{aligned} \quad (\text{A.1.2.7})$$

A.1.3 Konstruktion binärer Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge /437

Es sei

$$f(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (\text{A.1.3.1})$$

ein primitives irreduzibles Polynom über \mathcal{K} , $\{c_n\}$ eine Zahlenfolge mit Elementen aus \mathcal{K} , die nach der Vorschrift erzeugt wird:

$$c_n = c_{n-1} a_1 + c_{n-2} a_2 + \dots + c_{n-m} a_m \quad (\text{A.1.3.2})$$

wobei $c_1 = c_2 = \dots = c_{m-1} = 0$, $c_m = 1$ als sogenannte Startfolge festgelegt ist. Da es nur eine endliche Anzahl voneinander verschiedener m -tupel $(c_{n-1}, \dots, c_{n-m})$ gibt, wobei $(0, 0, \dots, 0)$ ausgeschlossen sein soll, muß die Folge zyklisch sein. Die Periode werde mit r bezeichnet, so daß

$$c_{n+r} = c_n \quad \text{für jedes } n$$

Es soll nun ermittelt werden, wie groß r ist. Das geschieht folgendermaßen: Mit den Koeffizienten c_n wird ein Polynom $g(x)$ $r-m$ -ten Grades gebildet,

$$g(x) = c_r x^{r-m} + c_{r-1} x^{r-m-1} + \dots + c_{m+1} x + c_m \quad (\text{A.1.3.3})$$

und mit $f(x)$ multipliziert:

$$\begin{aligned}
 f(x)g(x) = & (a_m c_r) x^r \\
 & + (a_m c_{r-1} + a_{m-1} c_r) x^{r-1} \\
 & + (a_m c_{r-2} + a_{m-1} c_{r-1} + a_{m-2} c_r) x^{r-2} \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & + (a_m c_{r-m} + a_{m-1} c_{r-m+1} + \dots + a_1 c_{r-1} + a_0 c_r) x^{r-m} \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & + (a_m c_m + a_{m-1} c_{m+1} + \dots + a_1 c_{m+m-1} + a_0 c_{m+m}) x^m \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & + (a_2 c_m + a_1 c_{m+1} + a_0 c_{m+2}) x^2 \\
 & + (a_1 c_m + a_0 c_{m+1}) x \\
 & + (a_0 c_m)
 \end{aligned}
 \tag{A.1.3.4}$$

Da $f(x)$ irreduzibel und vom m -ten Grade ist, sind $a_0 = a_m = 1$. Hieraus und aus den Festlegungen für die Startfolge ergeben sich bei Beachtung der Periodizität der c_n die Koeffizienten von $f(x)g(x)$ folgendermaßen:

Durch Einsetzen von $n = r + m$ in Gl.(A.1.3.2) ergibt sich

$$c_{r+m} = c_{r+m-1} a_1 + c_{r+m-2} a_2 + \dots + c_{r+1} a_{m-1}$$

Da $c_{r+m} = c_m = 1$ und $c_{r+n} = c_n = 0$ für $n = 1, 2, \dots, m-1$, ist

$$c_r a_m = 1$$

$$c_r = 1$$

Durch Einsetzen von $n = r + m - 1$ in Gl.(A.1.3.2) folgt in der gleichen Weise

$$0 = c_r a_{m-1} + c_{r-1} a_m,$$

mit $n = r + m - 2$

$$0 = c_r a_{m-2} + c_{r-1} a_{m-1} + c_{r-2} a_m$$

und so fort, sodaß schließlich

$$f(x)g(x) = x^r + 1 \quad (\text{A.1.3.5})$$

Ist γ eine Wurzel des primitiven irreduziblen Polynoms $f(x)$, so wird, da $\gamma^{2^m-1} = 1$,

$$0 = \gamma^r + 1 = \gamma^p + 1 \quad ; \quad p = 2^m - 1 \quad (\text{A.1.3.6})$$

Die Periode r der Folge $\{c_n\}$ ist demnach gleich der Periode der Wurzeln des primitiven irreduziblen Polynoms $f(x)$, mit dessen Koeffizienten sie nach der Rekursionsformel Gl.(A.1.3.2) erzeugt wird. Da $p = 2^m - 1$ die größtmögliche Anzahl voneinander verschiedener Anordnungen von nicht sämtlich verschwindenden Koeffizienten $c_i = 0, 1$ auf der rechten Seite der Rekursionsformel ist und damit die größtmögliche Periode der Folge $\{c_n\}$, kann jedes beliebige m -tupel $(c_{n-1} \dots c_{n-m})$ außer $(0 \ 0 \ \dots \ 0)$ als Startfolge gewählt werden. Es liefert die Folge $\{c_n\}$ lediglich mit um eine bestimmte Zahl von Einheiten verschobenen, in der Aufeinanderfolge jedoch gleichen Elementen.

Es kann nunmehr gezeigt werden, daß eine aus der Folge $\{c_n\}$ in einer bestimmten Weise abgeleitete Folge $\{s_n\}$ die Eigenschaften einer Pseudozufallszahlenfolge besitzt

Jedes Element c_n der Folge $\{c_n\}$ läßt sich aufgrund deren Konstruktion als lineare Funktion einer willkürlich gewählten Startfolge c_1, \dots, c_m darstellen:

$$c_n = \mathcal{L}_n(c_1, c_2, \dots, c_m) \quad (\text{A.1.3.7})$$

wobei \mathcal{L}_n ein linearer Operator ist. Eine anders gewählte Startfolge c'_1, \dots, c'_m liefert eine Folge mit den Elementen c'_n :

$$c'_n = \mathcal{L}_n(c'_1, c'_2, \dots, c'_m)$$

die jedoch nichts anderes ist als die um eine bestimmte Zahl q von Einheiten verschobene Folge $\{c_n\}$, wonach

$$c_{n+q} = \mathcal{L}_n(c'_1, c'_2, \dots, c'_m)$$

Eine Addition der Elemente der Folge $\{c_n\}$ mit denen der Folge $\{c_{n+q}\}$ ergibt

$$\begin{aligned} c_n + c_{n+q} &= [\mathcal{L}_n(c_1, c_2, \dots, c_m)] + [\mathcal{L}_n(c'_1, c'_2, \dots, c'_m)] \\ &= \mathcal{L}_n(c_1 + c'_1, c_2 + c'_2, \dots, c_m + c'_m) \\ &= \mathcal{L}_n(c''_1, c''_2, \dots, c''_m) \end{aligned}$$

da \mathcal{L}_n ein linearer Operator ist. Weil eine mit der Startfolge c''_1, \dots, c''_m erzeugte Folge wiederum nichts anderes sein kann als eine um eine bestimmte Zahl von Einheiten verschobene Folge der c_n , muß ein l existieren, so daß

$$c_{n+l} = \mathcal{L}_n(c''_1, c''_2, \dots, c''_m) \quad (\text{A.1.3.8})$$

und damit für jedes $q \neq 0, p, 2p, \dots$ und für jedes n

$$c_n + c_{n+q} = c_{n+l} \quad (\text{A.1.3.9})$$

Es wird nun eine Folge $\{s_n\}$ mit ganzzahligen Elementen eingeführt, die der Werte $+1$ und -1 fähig sein sollen, derart, daß zwischen ihnen und den Elementen der Folge $\{c_n\}$ der Zusammenhang besteht:

$$\frac{s_{n+1}}{2} = c_n \quad (\text{A.1.3.10})$$

Es ist dann entsprechend Gl.(A.1.3.9)

$$\left(\frac{s_{n+1}}{2}\right) + \left(\frac{s_{n+q+1}}{2}\right) \equiv \left(\frac{s_{n+l+1}}{2}\right) \pmod{2}, \quad q \neq 0, p, 2p, \dots \quad (\text{A.1.3.11})$$

oder, wie durch Einsetzen der Werte, die die s_n annehmen können, leicht zu zeigen ist,

$$s_n \cdot s_{n+q} = -s_{n+l}, \quad q \neq 0, p, 2p, \dots \quad (\text{A.1.3.12})$$

Jeder komplette Zyklus der Elemente der Folge $\{c_n\}$ enthält nun wegen seiner Zuordnung zum Zyklus der $p = 2^m - 1$ voneinander verschiedenen Anordnungen von nicht sämtlich verschwindenden Koeffizienten $c_i = 0, 1$ auf der rechten Seite der Rekursionsformel Gl.(A.1.3.2) das Zeichen 1 genau 2^{m-1} mal und das Zeichen 0 genau $2^{m-1} - 1$ mal. Die Folge $\{s_n\}$, die ebenfalls zyklisch ist mit der Periode p , nimmt dementsprechend in einer Periode 2^{m-1} mal den Wert $+1$ und $2^{m-1} - 1$ mal den Wert -1 an, es ist

$$\sum_{n=1}^p s_n = 1 \quad (\text{A.1.3.13})$$

Es folgt aus Gl.(A.1.3.12) durch Summation beider Seiten, und weil $s_n \cdot s_n = 1$ für jedes n :

$$\sum_{n=1}^p s_n \cdot s_{n+k} = \begin{cases} p & \text{für } k = 0, p, 2p, \dots \\ -1 & \text{für } k \neq 0, p, 2p, \dots \end{cases} \quad (\text{A.1.3.14})$$

Damit ist nachgewiesen, daß $\{s_n\}$ die Eigenschaften einer binären Pseudozufallszahlenfolge besitzt. Binäre Pseudozufallszahlenfolgen existieren also. Für die mit $p = 2^m - 1$ (m ganzzahlig) periodischen Folgen, die als binäre Pseudozufallszahlenfolgen bezeichnet werden, ist gezeigt, wie sie konstruiert werden können.

A.1.4 Rückläufige Pseudozufallszahlenfolgen

Eine zyklische Folge soll rückläufig in Bezug auf eine andere zyklische Folge genannt werden, wenn sie die Elemente in der gleichen Anordnung wie jene, aber in der umgekehrten Reihenfolge enthält. Ist also

$$s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad \dots \quad s_p$$

eine binäre Pseudozufallszahlenfolge maximaler Länge mit der Periode p , so bilden die Elemente

$$s_1^+ = s_p \quad s_2^+ = s_{p-1} \quad s_3^+ = s_{p-2} \quad \dots \quad s_p^+ = s_1 \quad (\text{A.1.4.1})$$

die zugehörige rückläufige Zahlenfolge.

Die binäre Pseudozufallszahlenfolge $\{s_n\}$ besitzt die mit Gl.(A.1.3.14) angegebene Autokorrelationseigenschaft. Da $\{s_n\}$ zyklisch ist mit der Periode p und die Autokorrelationseigenschaft nicht vom Beginn der Zählung der Elemente der Folge abhängt, kann die linke Seite der Gl.(A.1.3.14) umgeschrieben werden:

$$\sum_{n=1}^p s_n \cdot s_{n+k} = \sum_{n=1}^p s_{n+p-k} \cdot s_n = \sum_{n=1}^p s_n^+ \cdot s_{n+k} \quad (\text{A.1.4.2})$$

$\{s_n^+\}$ hat demnach die gleichen Autokorrelationseigenschaft wie $\{s_n\}$. Daraus folgt, daß dann, wenn $\{s_n\}$ eine binäre Pseudozufallszahlenfolge darstellt, auch die zu ihr rückläufige Folge $\{s_n^+\}$ eine binäre Pseudozufallszahlenfolge maximaler Länge ist.

Hat s_n die Generatorfolge

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_m = 1$$

so ist, wie leicht an Gl.(A.1.3.2) gesehen werden kann,

$$a_1^+ = a_{m-1} \quad a_2^+ = a_{m-2} \quad a_3^+ = a_{m-3} \quad \dots \quad a_m^+ = a_0 = 1 \quad (\text{A.1.4.3})$$

die Generatorfolge für die rückläufige Pseudozufallszahlenfolge $\{s_n\}$. Es existiert dementsprechend zu jedem primitiven irreduziblen Polynom über dem Primkörper der Charakteristik 2 mit den Koeffizienten a_ν ($\nu = 0, \dots, m$) ein Polynom mit den Koeffizienten a_ν^+ ($a_\nu^+ = a_{m-\nu}$, $\nu = 0, \dots, m$), das ebenfalls primitiv und irreduzibel ist [41].

A.2 Pseudorandomfunktionen aus binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge

A.2.1 Erzeugung der Pseudorandomfunktionen

Die Pseudorandomfunktionen $f(t)$ werden aus den binären Pseudozufallszahlenfolgen maximaler Länge folgendermaßen abgeleitet: Sei $\{c_n\}$ eine nach der Rekursionsformel Gl.(A.1.3.2) erzeugte Zahlenfolge mit den Elementen 0 und 1, $\{s_n\}$ die mit ihr durch Gl.(A.1.3.10) verknüpfte binäre Pseudozufallszahlenfolge maximaler Länge mit den Elementen -1 und +1, dann wird eine Pseudorandomfunktion $f(t)$ mit dem Zeitintervall Δt und der Amplitude a so definiert, daß

$$f(t) = a \cdot s_n \quad ; \quad (n-1)\Delta t \leq t < n\Delta t \quad , \quad n = 1, 2, \dots \quad (\text{A.2.1.1})$$

Die Pseudorandomfunktion $f(t)$ ist zyklisch mit der Periode $P = p\Delta t$, wobei p die Periode der Pseudozufallszahlenfolge angibt.

A.2.2 Verlauf der Pseudorandomfunktionen

Eine Pseudorandomfunktion $f(t)$ besteht aus verschiedenen langen Abschnitten mit dem Funktionswert $+a$, den sogenannten Stegen, und verschiedenen langen Abschnitten mit dem Funktionswert $-a$, den sogenannten Lücken, die, in jeder Periode in der gleichen Weise, scheinbar unregelmäßig aufeinander-

folgen. Die Anzahl pro Periode der Stege und Lücken verschiedener Längen ergibt sich aus dem Konstruktionsprinzip der der Pseudorandomfunktion zugrundeliegenden Zahlenfolge $\{c_n\}$ [44]

In der Rekursionsformel zur Erzeugung der Folge $\{c_n\}$ durchlaufen die Koeffizienten

$$c_{n-1} \quad c_{n-2} \quad c_{n-3} \quad c_{n-4} \quad \dots \quad c_{n-m}$$

in einer Periode alle voneinander verschiedenen m -tupel der Zeichen 0 und 1, außer $(0 \ 0 \ \dots \ 0)$. Die Anzahl η_{S1} der 1er-Stege in der Pseudorandomfunktion, das heißt der Stege, die die Breite $1\Delta t$ aufweisen, ist gleich der Anzahl derjenigen unter diesen m -tupeln, die die Form

$$(0 \ 1 \ 0 \ c_{n-4} \ \dots \ c_{n-m}) , \quad c_{n-4}, \dots, c_{n-m} = 0,1$$

haben, also gleich der Anzahl voneinander verschiedener $(m-3)$ -tupel $(c_{n-4} \ \dots \ c_{n-m})$ der Koeffizienten $c_i = 0,1$:

$$\eta_{S1} = 2^{m-3}$$

Die Anzahl der 2er-Stege, η_{S2} , ist gleich der Anzahl der m -tupel mit der Form

$$(0 \ 1 \ 1 \ 0 \ c_{n-5} \ \dots \ c_{n-m}) , \quad c_{n-5}, \dots, c_{n-m} = 0,1 ,$$

also gleich der Anzahl voneinander verschiedener $(m-4)$ -tupel der Zeichen 0 und 1:

$$\eta_{S2} = 2^{m-4}$$

und so fort.

Die Anzahl der $(m-1)$ er-Stege muß gesondert bestimmt werden: Es existieren zwei m -tupel von Koeffizienten c_i , die $m-1$ mal das Zeichen 1 enthalten:

$$\begin{aligned} &(0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1) \\ &(1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 0) \end{aligned}$$

Diese können aber nur vor oder nach einem m -tupel mit m mal der 1 erschei-

nen, bilden also keinen $(m-1)$ er-Steg in $f(t)$. Es ist

$$\eta_{S(m-1)} = 0$$

Ein m -tupel, das m mal das Zeichen 1 enthält, tritt einmal auf. Ihm entspricht auch ein (m) er-Steg in $f(t)$, da in allen mit der Rekursionsformel Gl.(A.1.3.2) erzeugten Zahlenfolgen $\{c_n\}$ das Zeichen 1 nicht mehr als m mal aufeinanderfolgend erscheinen kann. Es ist

$$\eta_{S(m)} = 1$$

Allgemein ist danach die Anzahl der Stege mit der Breite $\nu \Delta t$ innerhalb der Periode $P = (2^m - 1)\Delta t$ einer Pseudorandomfunktion $f(t)$:

$$\begin{aligned} \eta_{S(\nu)} &= 2^{m-\nu-2}, \quad \nu = 1, \dots, m-2 \\ \eta_{S(m-1)} &= 0 \\ \eta_{S(m)} &= 1 \end{aligned} \tag{A.2.2.1}$$

Die Anzahl aller Stege innerhalb einer Periode ist

$$\begin{aligned} \eta_S &= 2^{m-3} + 2^{m-4} + \dots + 2^1 + 2^0 + 0 + 1 \\ &= 2^{m-2} \end{aligned} \tag{A.2.2.2}$$

Die Bestimmung der Anzahl von Lücken bestimmter Längen pro Periode in einer Pseudorandomfunktion $f(t)$ geschieht in der gleichen Weise: Die Anzahl von 1er-Lücken in $f(t)$ ist gleich der Anzahl der m -tupel

$$(1 \ 0 \ 1 \ c_{n-4} \ \dots \ c_{n-m}), \quad c_{n-4}, \dots, c_{n-m} = 0, 1$$

unter allen möglichen m -tupeln in der Rekursionsformel für $\{c_n\}$, also

$$\eta_{L1} = 2^{m-3}$$

und so fort. Voraussetzungsgemäß existiert kein m -tupel, das m mal die 0 enthält. Die beiden möglichen m -tupel mit $(m-1)$ mal dem Zeichen 0:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

müssen also aufeinanderfolgen. Es existiert demnach eine $(m-1)$ er-Lücke in $f(t)$. Allgemein ist die Anzahl von Lücken der Breite $\nu \Delta t$ pro Periode:

$$\eta_{L(\nu)} = 2^{m-\nu-2}, \quad \nu = 1, \dots, m-2$$
$$\eta_{L(m-1)} = 1 \tag{A.2.2.3}$$
$$\eta_{L(m)} = 0$$

Die Anzahl aller Lücken innerhalb einer Periode ist so wie die der Stege

$$\eta_L = 2^{m-2} \tag{A.2.2.4}$$

Der Anzahl der Stege pro Periode ist die Anzahl η_{FV} der Vorderflanken der Pseudorandomfunktion $f(t)$ innerhalb einer Periode, das heißt der Übergänge von $-a$ zu $+a$ gleich. Die Anzahl der Rückflanken pro Periode, η_{FR} , also der Übergänge von $+a$ zu $-a$, ist gleich der Anzahl der Lücken in einer Periode, also

$$\eta_{FV} = 2^{m-2}$$
$$\eta_{FR} = 2^{m-2} \tag{A.2.2.5}$$

Die Anzahl aller Flanken pro Periode ist damit

$$\eta_F = 2^{m-1} \tag{A.2.2.6}$$

Mit den Angaben über die Anzahl der Stege und Lücken ist nichts über deren Anordnung in einer Pseudorandomfunktion ausgesagt. Jede der Pseudorandomfunktionen unterscheidet sich in ihrem Verlauf von den anderen. Allgemeine Gesetze für den Verlauf der Pseudorandomfunktionen können nicht angegeben werden.

Literaturverzeichnis

- 1 SCHOLZ, J.: The Space-Dependent Transfer Function in Annular Reactors. ZfK-160 (1968).
- 2 KUSSMAUL, G. und H. MEISTER: Messungen am Argonaut-Reaktor Karlsruhe, Teil II: Reaktivitätsmessungen nach der Pulsmethode. Kernforschungszentrum Karlsruhe (1963), unveröffentlicht.
- 3 STEGEMANN, D.: Die Analyse des Neutronenrauschens in Reaktoren. Externer Bericht des Kernforschungszentrums Karlsruhe, INR-4/66-1 (1966).
- 4 MOORE, M.N.: The Determination of Reactor Transfer Functions from Measurements at Steady Operation. Nucl. Sci. and Eng. 3, 387 (1958).
- 5 COHN, C.E.: Determination of Reactor Kinetic Parameters by Pile Noise Analysis. Nucl. Sci. and Eng. 5, 331 (1959).
- 6 FEYNMANN, R., F. DE HOFFMANN, and R. SERBER: Dispersion of the Neutron Emission in U-235 - Fission. J. of Nucl. Energy 3, 64 (1956).
- 7 BORGWALDT, H. and D. STEGEMANN: A Common Theory for Neutronic Noise Analysis Experiments in Nuclear Reactors. Nukleonik 7, 313 (1965).
- 8 ORNDOFF, J.D.: Prompt Neutron Periods of Metal Critical Assemblies. Nucl. Sci. and Eng. 2, 450 (1957).
- 9 LEE, Y.W.: Application of Statistical Methods to Communications Problems. Technical Report 181, R.L.E., MIT (1950).
- 10 RAJAGOPAL, V.: Determination of Reactor Transfer Functions by Statistical Correlation Methods. Nucl. Sci. and Eng. 12, 218 (1962)
- 11 BOYNTON, A.R. and R.E. UHRIG: Evaluation of Two-Region-Reactor Parameters by Random Noise Measurements. Nucl. Sci. and Eng. 18, 220 (1964).
- 12 BALCOMB, J.D.: A Cross-Correlation Method for Measuring the Impulse Response of Reactor Systems. Ph.D. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology (1961).
- 13 BLISELIUS, P.-Å.: Application of Pseudo-Random Signals to the Ågesta Nuclear Power Station. AE-402 (1970).
- 14 STERN, T.E., A. BLAQUIERE, and J. VALAT: Reactivity Measurement using Pseudo-Random Source Excitation. Reactor Sci. and Technology 16, 499 (1962).
- 15 BALDWIN, G.C.: Kinetics of a Reactor Composed of Two Loosely Coupled Cores. Nucl. Sci. and Eng. 6, 320 (1959).
- 16 ALBRECHT, R.W. and W. SEIFRITZ: Fundamental Properties of the Coherence Function in Symmetrical Two-Node Systems. Nukleonik 11, 143 (1968).

- 177 SEIFRITZ, W. and R.W. ALBRECHT: Measurement and Analysis of the Coupled Core Coherence Function in a Two Node Symmetrical Reactor. Nukleonik 11, 149 (1968).
- 187 JEFFERS, D.E. and E. HUMPHREYS: Transfer Function Measurements in a Two Zone Reactor. Nukleonik 12, 284 (1969).
- 197 KUSSMAUL, G.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Zweipunktreaktor. Dissertation, Universität (TH) Karlsruhe (1967).
- 207 LEE, Y.W.: Statistical Theory of Communication. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney (1967).
- 217 SCHULTZ, M.A.: Steuerung und Regelung von Kernreaktoren und Kernkraftwerken. Berliner Union, Stuttgart (1965).
- 227 SOLODOWNNIKOW, W.W.: Grundlagen der selbsttätigen Regelung. R. Oldenbourg Verlag, München, VEB Verlag Technik, Berlin (1959).
- 237 BALCOMB, J.D.: Cross-Correlation Method of Measuring System Dynamic Response. Noise Analysis in Nuclear Systems, TID 7679 (1964).
- 247 TRUXAL, J.G.: Entwurf automatischer Regelsysteme. R. Oldenbourg Verlag, Wien und München (1960).
- 257 MEISTER, H., K.H. BECKURTZ, W. HÄFELE, W.H. KÖHLER, and K. OTT: The Karlsruhe Fast-Thermal Argonaut-Reacto Concept. KFK-217 (1964).
- 267 Sicherheitsbericht für den gekoppelten schnell-thermischen Argonaut-Reaktor Karlsruhe - STARK - Fassung März 1964, Kernforschungszentrum Karlsruhe, unveröffentlicht.
- 277 Gebrauchsanweisung für ARALDIT AV8 Bindemittel, CIBA.
- 287 GRIMSEHL: Lehrbuch der Physik Band II. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig (1951).
- 297 REINBOTH, H.: Technologie und Anwendung magnetischer Werkstoffe. VEB Verlag Technik, Berlin (1970).
- 307 KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik Band 2. B.G. Teubner, Stuttgart (1968).
- 317 SIMMONS, B.E. and J.S. KING: A Pulsed Neutron Technique for Reactivity Determination. Nucl. Sci. and Eng. 3, 233 (1956).
- 327 STRIBEL, TH.: Neutronen- Lebensdauer- und Reaktivitätsmessungen an thermischen Reaktoren mit Hilfe der Rossi- α -Methode. Nukleonik 5, 170 (1963).
- 337 STURM, W.J. and D.A. DAAVETILA (comp.): Argonaut Reactor Databook. ANL-6285 (1961).
- 347 BRÜCKNER, CHR.: Messungen am Argonaut-Reaktor Karlsruhe, Teil I: Ergebnisse der Anfahrmessungen am ARK. Kernforschungszentrum Karlsruhe (1964), unveröffentlicht.

- 357 KÖHLER, W.H.: Summary of Derivations of Coupled Point Reactor Kinetics Equations. Proceedings of the Conference on Coupled Reactor Kinetics, Texas A & M University (1967).
- 367 CHEZEM, C.G. and H.H. HELMICK: Pulsed Neutron Analysis in the Los Alamos Coupled Reactor Experiment. LA-3263 (1965).
- 377 SEALE, R.L.: Coupled Core Reactors. LAMS-2967 (1964).
- 387 SPÄTH, H.: TAYLOR - Eine FORTRAN-IV-Subroutine zur Minimalisierung von Quadratsummen und zur Lösung von nichtlinearen Gleichungssystemen für die 360/65. Kernforschungszentrum Karlsruhe (1969), unveröffentlicht.
- 397 SPÄTH, H.: Untersuchungen von Methoden zum Ausgleich von Meßdaten mittels Summen von Exponentialfunktionen, 1. Teil: Numerische Methoden. Kernforschungszentrum Karlsruhe (1965), unveröffentlicht.
- 407 GOLOMB, S.W. (editor): Digital Communications with Space Applications. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1964).
- 417 PETERSON, W.W.: Prüfbare und korrigierbare Codes. R. Oldenbourg Verlag, München und Wien (1967).
- 427 ALBERT, A.A.: Fundamental Concepts of Higher Algebra. University of Chicago Press, Chicago, Ill. (1956).
- 437 ROE, G.M.: Pseudorandom Sequences for the Determination of System Response Characteristics: Sampled Data Systems. General Electric Report No.63-RL-3341E (1963).
- 447 WILHELMI, G.: Eine Übersicht über Differenzmengen mit Tabellen. KFK 1177 (1970).
- 457 CUMMINS, J.D.: A Note on Errors and Signal to Noise Ratio of Binary Cross-Correlation Measurements of System Impulse Response. British Report AEEW-R-329 (1964).