

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

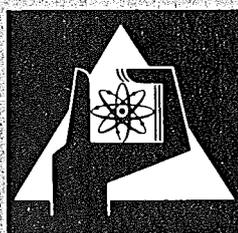
April 1973

KFK 1778

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik  
Projekt Schneller Brüter

**Untersuchungen zur Berechnung von Dopplerkoeffizienten  
Schneller Reaktoren**

I. Siep



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**

Als Manuskript vervielfältigt

Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

GESELLSCHAFT FÜR KERNFORSCHUNG M. B. H.  
KARLSRUHE

KERNFORSCHUNGSZENTRUM KARLSRUHE

KFK 1778

Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik

Projekt Schneller Brüter

Untersuchungen zur Berechnung von Dopplerkoeffizienten Schneller  
Reaktoren \*

---

von

I. Siep

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

\*  
Dissertation, genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe



## Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur Berechnung der Temperaturableitungen der effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte aus aufgelösten Resonanzen entwickelt. Durch Verknüpfung mit dem mit statistischen Resonanzen operierenden Karlsruher Code "DOP" ergibt sich ein Programm zur direkten Berechnung von  $\frac{dkeff}{dT}$  im gesamten Resonanzbereich. Mit seiner Hilfe werden am Beispiel eines natriumgekühlten Schnellen Reaktors Einflüsse verschiedener Effekte (z.B. genaue Berücksichtigung der aufgelösten Resonanzen, des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung, Einfluß des Wichtungsspektrums) auf den Dopplerkoeffizienten (DK) untersucht. Außerdem wird ein Vergleich verschiedener Berechnungsmethoden für den DK durchgeführt. Schließlich wird (insbesondere im Hinblick auf Exkursionsrechnungen) die Temperaturabhängigkeit des DK zwischen 300 und 10000 K untersucht.

## Abstract

In this report a method is developed for the calculation of temperature-derivatives of effective group cross-sections in the resolved resonance region. By combination with the Karlsruhe code "DOP", which starts from statistical resonances, a program is obtained for direct calculation of  $\frac{dkeff}{dT}$  in the whole resonance region. Using this code the influence of different effects (e.g. exact treatment of the resolved resonances, of the asymmetric interference between resonance- and potential-scattering, influence of the weighting spectrum) on the Doppler Coefficient (DC) of a sodiumcooled Fast Reactor is studied. Moreover a comparison of different computational methods for the DC is carried out. Finally (especially with regard to excursion calculations) the temperature dependence of the DC between 300 and 10000 K is investigated.



## Inhaltsverzeichnis

### I. Einleitung

### II. Berücksichtigung aufgelöster Resonanzen bei der Berechnung von Dopplerkoeffizienten.

II.1 Formalismus zur Berechnung der Temperaturableitungen effektiver  $(n,\gamma)$ - und Spaltquerschnitte aus aufgelösten Resonanzen.

II.2 Numerische Berechnung der Größen:

$$\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g, \quad \frac{d}{dT} \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g, \quad \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g \quad \text{und} \quad \frac{d}{dT} \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g.$$

II.2.1 Bildung der Temperaturableitungen der Resonanzlinienfunktionen  $\psi$  und  $\chi$  mit Hilfe interpolierender Splinefunktionen.

II.2.2 Durchführung der Integration über die Energiegruppen.

### II.3 Ergebnisse

II.3.1 Berechnung der Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnitts am Beispiel einer einzelnen Resonanz.

II.3.2 Vergleich der aus aufgelösten Resonanzen berechneten Temperaturableitungen der effektiven  $(n,\gamma)$ - und Spaltquerschnitte mit den entsprechenden aus statistischen Resonanzparametern berechneten Größen.

II.3.3 Diskussion des Einflusses des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung auf die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten in Energiegruppen mit vielen Resonanzen.

II.3.4 Einfluß des Wichtungsspektrums

II.3.5 Einfluß des Resonanzuntergrundes bei der Behandlung von Pu 239.

- II.3.6 Einfluß neuer Kerndaten für die aufgelösten Resonanzen von Pu 239.
  - II.4 Verknüpfung der für aufgelöste Resonanzen berechneten Temperaturableitungen effektiver Wirkungsquerschnitte mit dem Programm DOP.
  - II.5 Neuberechnung des Dopplerkoeffizienten eines Na-gekühlten Schnellen Reaktors von etwa 1000 MW elektrischer Leistung
- III. Vergleich der Ergebnisse für den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors nach verschiedenen Berechnungsmethoden.
- III.1 Energieintegrale Dopplerkoeffizienten für den gesamten Reaktor und zonenweise.
  - III.2 Energiegruppenabhängige Dopplerkoeffizienten für die Corezone 1 des Referenzreaktors.
- IV. Temperaturabhängigkeit des Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors für Temperaturen zwischen 300 K und 10000 K.
- IV.1 Temperatursätze für den totalen Dopplerkoeffizienten einzelner Reaktorzonen.
  - IV.2 Temperatursätze für den energiegruppenabhängigen Dopplerkoeffizienten und die Temperaturableitungen der effektiven  $(n,\gamma)$ - und Spaltquerschnitte.
- V. Zusammenfassung
- A 1 Energiegruppengrenzen der 26-Gruppen-Wirkungsquerschnittssätze.
  - A 2 Geometrie und Teilchenzahlen des Referenzreaktors.
  - A 3 Die aufgelösten Resonanzen von U238 nach /9/.
  - A 4 Liste der verwendeten Symbole.
- Literaturverzeichnis
- Abbildungen

## I. Einleitung

Die Phase der Entwicklung, in der zur Diskussion stand, ob der Dopplerkoeffizient Schneller Reaktoren negativ ist, ist überwunden. Im Prinzip ist der Dopplerkoeffizient von der Theorie vorhersagbar. Jedoch gibt es in den Berechnungen immer noch eine Reihe von Unsicherheitsfaktoren, von denen einige in dieser Arbeit näher untersucht werden sollen.

Bei der Analyse von Dopplerexperimenten in kritischen Anordnungen sind ganz spezifische Aspekte zu beachten. Heterogenität der Anordnung und spezielle Umgebungseigenschaften der Dopplerproben sind sorgfältig zu behandeln /1/. Die dabei heute erzielten Ergebnisse weisen eine Abweichung von 20% zwischen Theorie und Experiment auf /3/.

Die Messungen der Transiententests bei SEFOR /2/, demonstrieren zwar eindrucksvoll die Wirkungsweise des Dopplereffekts. Aber auch dort bestehen noch Lücken bezüglich der Interpretation, denn infolge der komplizierten Geometrie des SEFOR ist die theoretische Behandlung mit speziellen Schwierigkeiten behaftet.

Bei den zur Diskussion stehenden großen Leistungsreaktoren spielen Heterogenitätseffekte kaum eine Rolle. Man kann daher mit Zonenprogrammen rechnen. Die Schwierigkeiten, die bei der Berechnung des Dopplerkoeffizienten für homogene Mischungen auftreten, hängen einerseits mit der Bestimmung des Spektrums und andererseits mit der Behandlung der Temperaturverbreiterung der Resonanzen im Wirkungsquerschnitt der Spalt- und Brutmaterialien zusammen.

Wir stellen uns zur Aufgabe, die Theorie des Dopplerkoeffizienten auf solche Unsicherheiten zu untersuchen, die ihre Ursache in Näherungsmethoden bei der Behandlung der Temperaturabhängigkeit der Resonanzwirkungsquerschnitte der schweren Kerne haben, Unsicherheiten, die vom Spektrum herrühren, werden nur am Rande diskutiert.

Ein Verfahren zur Berechnung des Dopplereffekts eines Schnellen Reaktors ist die Durchführung von Kritikalitätsrechnungen bei verschiedenen Temperaturen und die nachfolgende Bestimmung des Dopplerkoeffizienten aus der Differenz der sich dabei ergebenden Werte für  $k_{\text{eff}}$  (sukzessive  $k_{\text{eff}}$ -Methode). Dieses Verfahren ist jedoch wegen der beschränkten Genauigkeit, mit der  $k_{\text{eff}}$  berechnet werden kann, und der relativ geringen Abhängigkeit dieser Größe von der Temperatur mit großen numerischen Unsicherheiten behaftet. Darüberhinaus hat diese Methode den Nachteil, daß sie den Dopplerkoeffizienten nicht für die einzelnen Reaktorzonen, oder in Abhängigkeit von der Energie liefert, sondern nur den integralen Effekt. Das am häufigsten verwendete Verfahren besteht darin, daß aus Differenzen der effektiven Wirkungsquerschnitte bei zwei verschiedenen Temperaturen,  $\Delta\mu_{\text{eff}} = \mu_{\text{eff}}(T_1) - \mu_{\text{eff}}(T_2)$ , über Störungstheorie 1. Ordnung die Änderung der Kritikalität berechnet wird. Bei diesem Vorgehen erhält man Aussagen sowohl für den gesamten Reaktor, als auch für Reaktorzonen, als auch in Abhängigkeit von der Energie. Abgesehen von der (von Daten und Methoden herrührenden) Ungenauigkeit bei der Spektralberechnung selbst, mit der alle störungstheoretischen Methoden behaftet sind, treten bei der Bildung von  $\Delta\mu_{\text{eff}}$  für kleine Temperaturdifferenzen numerische Ungenauigkeiten auf, bei großen Temperaturintervallen bringt die Störungstheorie 1. Ordnung eine Unsicherheit bezüglich des zu verwendenden Spektrums. Sinnvoller und genauer ist es, von der Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnittes,  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$ , auszugehen. Diese Methode wird jedoch nur an wenigen Stellen verwendet, da sie gegenüber dem  $\Delta\mu_{\text{eff}}$ -Verfahren, das von Gruppenkonstantensätzen starten kann, den zusätzlichen Aufwand der Bildung der Temperaturableitung der Wirkungsquerschnitte erfordert.

Ein Programm, das die Dopplerkoeffizienten aus  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  über Störungstheorie 1. Ordnung berechnet, wurde in Karlsruhe von R. Fröhlich, /4/, entwickelt (DOP). In Amerika gibt es ein Dopplerkoeffizientenprogramm für die heute geplanten Schnellen Reaktoren, /5/, das ebenfalls  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  als Ausgangsbasis für die Störungstheorie benutzt. Die Ein-

zelheiten dieses Verfahrens sind jedoch nicht zugänglich. Das in Karlsruhe vorliegende Programm DOP benutzt für den gesamten für die Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren wichtigen Energiebereich (100 eV - 50 keV) für alle Brenn- und Brutmaterialien statistische Resonanzparameter und deren Verteilungsfunktionen und näherungsweise Berechnungsmethoden für  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$ , die durch die Verwendung der nur statistischen Angaben über Höhe, Breite und Lage der Resonanzen erforderlich werden.

Der Dopplerkoeffizient eines Schnellen Reaktors wird im wesentlichen durch die Resonanzen des U238 bestimmt. Gerade für U238 aber sind aufgelöste Resonanzen bis zu fast 6 keV bekannt /6/. Da mehr als 70% des gesamten Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors im Energiebereich zwischen 100 eV und 2 keV entsteht, bedeutet das also, daß der Hauptanteil des Dopplereffekts eines Schnellen Reaktors durch die aufgelösten Resonanzen des U238 erzeugt wird. In einzelnen Energiegruppen des für den Dopplerkoeffizienten relevanten Energiebereichs liegen infolge der geringen Gruppenbreite nur wenige Resonanzen des U238. Eine Behandlung, die von statistischen Resonanzparametern ausgeht, ist also sehr unbefriedigend, da die in den speziellen Gruppen auftretenden Abweichungen von der Statistik, nämlich Unregelmäßigkeiten bezüglich Höhe, Breite und Lage der Resonanzen, dabei nicht erfaßt werden. Es ist daher ein wesentliches Ziel dieser Arbeit,  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  aus Parametern aufgelöster Resonanzen zu bestimmen und damit eine genauere Berechnungsbasis für den wesentlichen Anteil des Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors zu schaffen.

Zur Ausführung dieses Vorhabens ist es natürlich unumgänglich, ein Verfahren bereitzustellen, das  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  mit guter Genauigkeit berechnet. Das erfordert insbesondere eine genaue Bestimmung der Temperaturableitungen der Resonanzlinienfunktionen,  $\frac{d\psi}{dT}$  und  $\frac{d\chi}{dT}$ . In /7/ wird eine Methode angegeben, nach der sich  $\psi$  und  $\chi$  und ihre Ableitungen sehr genau berechnen lassen. Für uns leichter zugänglich für die numerische Differentiation von  $\psi$  und  $\chi$  ist das ebenfalls sehr genaue

und elegante Verfahren der interpolierenden Splinefunktionen /8/. Es handelt sich dabei um intervallweise Polynomanpassungen 3. Grades mit minimaler Krümmung an vorgegebene Punkte, die gleichzeitig eine hohe Genauigkeit für die Ableitung der angepaßten Kurve garantieren.

Abgesehen davon, daß das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren zur Berechnung von  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  aufgelöste Resonanzen individuell berücksichtigt, bietet es in dem entsprechenden Energiebereich noch weitere Vorteile gegenüber DOP: DOP kann nur für solche Brennstoffmischungen eingesetzt werden, die vorwiegend  $^{238}\text{U}$  enthalten, das neue Verfahren ist für beliebige Mischungen anwendbar. DOP berücksichtigt nur den symmetrischen Interferenzterm zwischen Resonanz- und Potentialstreuung, das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren erfaßt auch den asymmetrischen Interferenzeffekt bei der Streuung. DOP ist bei der Wichtung der  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  auf ein spezielles Stoßdichtespektrum festgelegt, die neue Methode kann beliebige Spektren verarbeiten.

Das in dieser Arbeit erstellte Programm erlaubt es, durch Vergleich mit Ergebnissen aus DOP den Effekt der Berücksichtigung der aufgelösten Resonanzen auf  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  für verschiedene Mischungen und auf den Dopplerkoeffizienten eines 1000 MWe-Reaktors mit Na-Kühlung (Referenzreaktor) zu untersuchen. Dabei sind eher quantitative als qualitative Unterschiede zu erwarten. Einzeleffekte, wie der Einfluß des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung, der Einfluß des Stoßdichtewichtungsspektrums sowie Effekte, die von der Behandlung des Resonanzuntergrundes von  $\text{Pu}^{239}$  oder von Kerndatenänderungen herrühren, werden untersucht.

Das neu erstellte Programm zur Berechnung der Dopplerkoeffizienten im Energiebereich aufgelöster Resonanzen wird mit DOP verknüpft, so daß schließlich eine von  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$  startende Berechnungsmethode für den Dopplerkoeffizienten im gesamten Energiebereich vorliegt. Damit sind wir in der Lage, verschiedene Verfahren (sukzessive  $k_{eff}$ ,  $\Delta\mu_{eff}$  und  $\frac{d\mu_{eff}}{dT}$ ) am Beispiel des Referenzreaktors ausführlich zu diskutieren. Dabei wird der Einfluß einzelner verfahrenbedingter Effekte untersucht werden.

Neben der Berechnung des Dopplerkoeffizienten für Entwurfsstudien sind, besonders für Dynamikrechnungen, Temperaturoesetzmäßigkeiten für den Dopplerkoeffizienten wesentlich. In diesem Zusammenhang soll zunächst eine grundsätzlich orientierte Untersuchung zum Temperaturverlauf der  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  und der Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren durchgeführt werden. Dann werden im Hinblick auf orts-energie= abhängige Dynamikrechnungen möglichst genaue Temperaturoesetze bis 5000 K und darüberhinaus für die Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte und für den Dopplerkoeffizienten für Reaktorzonon und in Abhängigkeit von der Energie gesucht.



## II. Berücksichtigung aufgelöster Resonanzen bei der Berechnung von Dopplerkoeffizienten.

---

### II.1 Formalismus zur Berechnung der Temperaturableitungen effektiver (n,γ)- und Spaltquerschnitte aus aufgelösten Resonanzen.

Da der Dopplerkoeffizient Schneller Reaktoren überwiegend durch die aufgelösten Resonanzen des U238 bestimmt wird, soll in diesem Abschnitt der Formalismus zur Berechnung der Temperaturableitungen der Gruppenwirkungsquerschnitte aus aufgelösten Resonanzen hergeleitet werden.

Es sei  $\sigma_z^i(E,T)$  der energie- und temperaturabhängige mikroskopische Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $z$  des Materials  $i$ .  $z$  kann dabei eine der drei im zur Diskussion stehenden Energiebereich auftretenden Reaktionen: Strahlungseinfang  $(n,\gamma)$ , Spaltung  $(n,f)$  oder elastische Resonanzstreuung  $(n,n)$  sein. Der entsprechende makroskopische Wirkungsquerschnitt ist dann

$$\mu_z^i(E,T) = N^i \sigma_z^i(E,T), \quad (2.1)$$

wobei  $N^i$  die Teilchenzahldichte des Materials  $i$  ist.

Ist  $r$  ein Nummerierungsindex für die Resonanzen des Materials  $i$  bei verschiedenen Resonanzenergien  $E_r$ , dann soll der Resonanzquerschnitt bei der Energie  $E$  als Summe der Beiträge von genügend vielen Resonanzen  $r$  errechnet werden. Der Beitrag jeder Resonanz wird dabei durch eine Ein-Niveau-Breit-Wigner-Formel dargestellt.

$$\mu_z^i(E,T) = \sum_r \mu_{zr}^i(E,T); \quad \sigma_z^i(E,T) = \sum_r \sigma_{zr}^i(E,T) \quad (2.2)$$

$\mu_{zr}^i(E,T)$  bzw.  $\sigma_{zr}^i(E,T)$  ist der Beitrag der Resonanz  $r$  des Materials  $i$  zum Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $z$  bei der Energie  $E$ . Der Resonanzwirkungsquerschnitt für jede einzelne Resonanz besteht aus einem temperaturabhängigen und einem von der Temperatur unabhängigen

Faktor:

$$\sigma_{\text{OZR}}^{\text{i}}(E, T) = \sigma_{\text{OZR}}^{\text{i}}(E) \cdot \psi_r(x, \tau) \quad (2.3)$$

In (2.3) ist  $\sigma_{\text{OZR}}^{\text{i}}$  der temperaturunabhängige Faktor und hat in der Ein-Niveau-Breit-Wigner-Näherung nach /8/, /9/ die Form:

$$\sigma_{\text{OZR}}^{\text{i}}(E, E_r) = 4\pi\lambda^2(E_r)g_r \frac{\Gamma_n(E_r)\Gamma_z(E_r)}{\Gamma^2(E_r)} \left(\frac{E}{E_r}\right)^{1-1/2} \quad (2.4)$$

Bei der Herleitung von (2.4) werden  $\Gamma_\gamma$  und  $\Gamma_f$  als nur von der Resonanzenergie  $E_r$  abhängig betrachtet. Die Energieabhängigkeit von  $\Gamma_n$  wird für  $l=0$  exakt und  $l>0$  näherungsweise berücksichtigt,  $\Gamma$  im Nenner wird als nur von der Resonanzenergie abhängig betrachtet.

Es bedeuten:

$E_r$  die Resonanzenergie im Laborsystem

$E$  der laufende Energiewert im Laborsystem

$\lambda$  die reduzierte Neutronenwellenlänge,

$\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_n E_n^c}}$ , worin  $m_n$  die reduzierte Neutronenmasse und  $E_n^c$  die Energie des Neutrons im Schwerpunktssystem ist.  
 $\hbar = 0.6582 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{sec}$ ,

$g_r$  ist der statistische Faktor für die Resonanz der Nummer  $r$ :

$g_r = \frac{2J+1}{2(2I+1)}$ , wenn  $J$  der Spin des Compoundkerns und  $I$  der Spin des Targetkerns ist.

Weiter ist:

$\Gamma_n$ die Resonanzbreite für elastische Neutronenstreuung	} im Laborsystem
$\Gamma_\gamma$ die Strahlungsbreite	
$\Gamma_f$ die Spaltbreite	

$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_f$  die totale Resonanzbreite im Laborsystem

$l$  ist der Bahndrehimpuls der Relativbewegung von Neutron und Targetkern.

Der Faktor  $\psi(x, \tau)$  in (2.3) enthält die Temperaturabhängigkeit und die Resonanzform in der Energie. Die Argumente haben die folgende Bedeutung

$$x = \frac{E - E_r}{\Gamma/2}, \quad \tau = \frac{\Delta^2}{\Gamma^2} = \frac{4kTE_r/A}{\Gamma^2}$$

Es ist:

$k$  die Boltzmann Konstante =  $8.617 \times 10^{-5}$  eV/deg

$A$  die Massenzahl des Targetkerns bezogen auf die Masse des Neutrons

$T$  die Temperatur /K/

Die symmetrische Resonanzlinienform  $\psi$  ist gegeben durch

$$\psi(x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[-\frac{1}{4\tau}(x-y)^2\right]}{1+y^2} dy \quad (2.5)$$

und geht im Grenzfall  $T=0K$  über in

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{1+x^2} \quad (2.6)$$

Im totalen Resonanzquerschnitt tritt infolge der Interferenz zwischen Resonanz- und Potentialstreuung /11/, /9/ noch zusätzlich eine in der Energie asymmetrische temperaturabhängige Funktion auf.

Der totale mikroskopische Wirkungsquerschnitt ist

$$\sigma_t^i(E, T) = \sum_r \sigma_{ocr}^i(E) \left[ \psi_r(x, \tau) \cos 2\phi_1 + \chi_r(x, \tau) \sin 2\phi_1 \right] + \sigma_p \quad (2.7)$$

mit

$$\sigma_{ocr}^i(E, E_r) = 4\pi\lambda^2(E_r) g_r \frac{\Gamma_n(E_r)}{\Gamma(E_r)} \left(\frac{E}{E_r}\right)^{l-1/2} \quad (2.8)$$

$$\phi_1 = \frac{R'}{\lambda} - l \arctg \frac{R'}{\lambda} \quad (l=0, 1) \quad (2.9)$$

$R'$  = effektiver Kernradius

und

$$\chi(x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left[-\frac{1}{4\tau}(x-y)^2\right]}{1+y^2} y dy \quad (2.10)$$

Für  $T = 0K$  gilt:

$$\chi(x, 0) = \frac{x}{1+x^2} \quad (2.11)$$

$\sigma_p = 4\pi\lambda^2 \sum_{l \neq 0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \phi_l$  ist der Potentialstreuquerschnitt; für die hier betrachteten niedrigen Energien, d.h.  $\frac{R'}{\lambda} \ll 1$ , ergibt sich bei Berücksichtigung von  $l=0$  und  $1$  in guter Näherung  $\sigma_p = 4\pi R'^2$ .

Wenn man Temperaturableitungen von effektiven Wirkungsquerschnitten eines Materials  $i$  (Aufmaterial) in einer Mischung  $m$  behandelt, wird oft der totale makroskopische Wirkungsquerschnitt für Materialien  $j \neq i$  nur als energetischer Mittelwert über einen größeren Bereich  $g$  berücksichtigt. Dies ist z.B. üblich bei der Erstellung von Gruppenkonstantensätzen. Im Abschnitt II.3.5 wird für einen Spezialfall untersucht, wie die Wahl dieses sogenannten Untergrundquerschnitts sich auf die temperaturabgeleiteten Gruppenkonstanten auswirkt. In dieser Näherung läßt sich der totale makroskopische Wirkungsquerschnitt schreiben als

$$\begin{aligned} \mu_t(E, T) = & N^i \sigma_p^i + N^i \sum_r \sigma_{ocr}^i(E) \left[ \psi_r(x, \tau) \cos 2\phi_l + \chi_r(x, \tau) \sin 2\phi_l \right] + \sum_{j \neq i} S_{r'} N^j \sigma_p^j \\ & + \sum_{j \neq i} S_{r'} N^i \sum_r \frac{1}{\Delta g} \int_{(g)} dE \sigma_{ocr}^j(E) \left[ \psi_r(x, \tau) \cos 2\phi_l + \chi_r(x, \tau) \sin 2\phi_l \right] \quad (2.12) \end{aligned}$$

$\Delta g$  bezeichnet die Energiebreite des Bereichs  $g$  und  $\int_{(g)} dE$  bedeutet Energieintegration über die Energiegruppe  $g$ .

In Übereinstimmung mit der Bezeichnungsweise in /10/ und /12/ wird

die Summe aus der 2. und 3. Zeile in (2.12) mit  $N^i \sigma_{og}$  bezeichnet, so daß gilt:

$$\mu_t(E,T) = N^i \sigma_p^i + N^i \sum_r \sigma_{ocr}^i(E) \left[ \psi_r(x,\tau) \cos 2\phi_1 + \chi_r(x,\tau) \sin 2\phi_1 \right] + N^i \sigma_{og} \quad (2.12a)$$

$\sigma_{og}$  ist bis auf wenige Ausnahmen, die von der Resonanzlage an einer Gruppengrenze herrühren können, temperaturunabhängig.

Geht man von den bisher energiepunktweise behandelten Wirkungsquerschnitten auch für das Material i zu effektiven Gruppenwirkungsquerschnitten über, so erhält man den allgemeinen Ausdruck für die Reaktion z dieses Materials.

$$\mu_{zg}^i(T) = \frac{\int_{(g)} \mu_z^i(E,T) \phi(E,T) dE}{\int_{(g)} \phi(E,T) dE} \quad (2.13)$$

Wegen der starken Energieabhängigkeit der Neutronenflußdichte im Resonanzbereich ist es zweckmäßig, als Wichtungsfunktion für die Bildung der effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte die schwächer energieabhängige Stoßdichte,  $F(E,T) = \mu_t(E,T) \cdot \phi(E,T)$ , zu benutzen. Dieses ergibt

$$\mu_{zg}^i(T) = \frac{\int_{(g)} \frac{\mu_z^i(E,T) F(E,T)}{\mu_t(E,T)} dE}{\int_{(g)} \frac{F(E,T)}{\mu_t(E,T)} dE} = \frac{\left\langle \frac{\mu_z^i(E,T) F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g} \quad (2.13a)$$

Die Temperaturableitung des effektiven Gruppenquerschnitts ist damit

$$\frac{d}{dT} \mu_{zg}^i(T) = \frac{d}{dT} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^i(E,T)F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g} \quad (2.14)$$

Die Argumente E und T werden in den  $\mu$  und in F der Einfachheit der Schreibweise halber in der folgenden Formel weggelassen:

$$\frac{d}{dT} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g} = \frac{1}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g^2} \cdot \left[ \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g \cdot \frac{d}{dT} \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g - \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g \frac{d}{dT} \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g \right] \quad (2.14a)$$

II.2 Numerische Berechnung der Größen  $\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g$ ,  $\frac{d}{dT} \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g$ ,  $\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g$ ,  $\frac{d}{dT} \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g$

---

Die aufgeführten Größen müssen für jede Energiegruppe g, für jedes Material i und für jede Mischung m neu berechnet werden. Die beiden nach der Temperatur abgeleiteten Ausdrücke lassen sich noch etwas umformen. Da die Integranden und ihre partiellen Ableitungen stetig sind, sind Integration und Differentiation vertauschbar.

Dabei ergibt sich zunächst für den komplizierteren der beiden temperaturdifferenzierten Ausdrücke, welcher hier speziell diskutiert werden soll

$$\frac{d}{dT} \left\langle \frac{\mu_z^i(E,T)F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g = \left\langle \frac{d}{dT} \frac{\mu_z^i(E,T)F(E,T)}{\mu_t(E,T)} \right\rangle_g \quad (2.15)$$

Es werde nur der Integrand betrachtet, wobei die Stoßdichte F(E) als temperaturunabhängig vorausgesetzt wird, welches im Vergleich zur starken Temperaturabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts erlaubt ist.

$$\frac{d}{dT} \frac{\mu_z^i(E,T)F(E)}{\mu_t(E,T)} = \frac{F(E)}{(\mu_t(E,T))^2} \left[ \mu_t(E,T) \frac{d}{dT} \mu_z^i(E,T) - \mu_z^i(E,T) \frac{d}{dT} \mu_t(E,T) \right]$$

(2.16)

Zur Bestimmung des Integranden ist also die Kenntnis der Größen  $F(E)$ ,  $\mu_t(E,T)$ ,  $\mu_z^i(E,T)$ ,  $\frac{d}{dT} \mu_t(E,T)$  und  $\frac{d}{dT} \mu_z^i(E,T)$  erforderlich. Die Berechnungen der Temperaturableitungen der Wirkungsquerschnitte, bei denen merkliche numerische Schwierigkeiten auftreten, werden im Abschnitt II.2.1 behandelt. Die mit der Energieintegration zusammenhängenden Probleme werden im Abschnitt II.2.2 gelöst.

#### II.2.1 Bildung der Temperaturableitungen der Resonanzlinienfunktionen $\psi$ und $\chi$ mit Hilfe interpolierender Splinefunktionen

---

$\mu_t(E,T)$  und  $\mu_z^i(E,T)$  sind nach Formel (2.3) und (2.7) nur über die Resonanzlinienformen  $\psi(x,\tau)$  und  $\chi(x,\tau)$  von der Temperatur abhängig. Das Problem der Temperaturdifferentiation ist also auf das Problem der Berechnung von  $\frac{d}{dT}\psi(x,\tau)$  und  $\frac{d}{dT}\chi(x,\tau)$  zurückführbar.

Für die Berechnung der Resonanzlinienformen stehen eine Reihe von Rechenprogrammen zur Verfügung. Zur Bestimmung der Temperaturableitungen werden in der Literatur einige Methoden angegeben.

Dandieu et al., /7/, beschreiben Programme, die die Funktionen  $\psi(x,\tau)$ ,  $\chi(x,\tau)$  und deren 1. und 2. Ableitungen nach  $x$  und  $\tau$  mit hoher Genauigkeit berechnen. Dandieu et al. teilen die  $(x,\tau)$ -Ebene in vier verschiedene Bereiche auf, in denen jeweils eine andere Berechnungsmethode verwendet wird.

Chiarella und Reichel /13/, geben einen Formalismus an, der es gestattet,  $\psi$  und  $\chi$  für alle Werte von  $x$  und  $\tau$  nach derselben Methode zu berechnen. In derselben Arbeit wird eine Rekursionsformel angegeben, die ausgehend von  $\psi$  und  $\chi$  deren  $n$ te Ableitung nach  $x$  berechnet. Aus den Beziehungen

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \frac{d^2\psi}{dx^2} \quad \text{und} \quad \frac{d\chi}{d\tau} = \frac{d^2\chi}{dx^2} \quad (2.17)$$

sind damit dann auch die Ableitungen nach  $\tau$  gegeben.

In der vorliegenden Arbeit werden dagegen interpolierende Splinefunktionen vom Grad 3, /8/ (siehe auch dortige Literaturangaben), zur Bildung der Ableitungen  $\frac{d\psi}{d\tau}$  und  $\frac{d\chi}{d\tau}$  benutzt. Dieses ist eine elegante und schnelle Methode zur numerischen Differentiation. Sie ist weniger aufwendig als das in /7/ angegebene Verfahren und möglicherweise auch genauer als die Methode /13/. Eine interpolierende Splinefunktion vom Grad 3,  $s(x)$ , ist eine intervallweise Anpassung durch Polynome 3. Grades an vorgegebene Punkte  $(x_i, y_i)$ ,  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ , so daß gilt

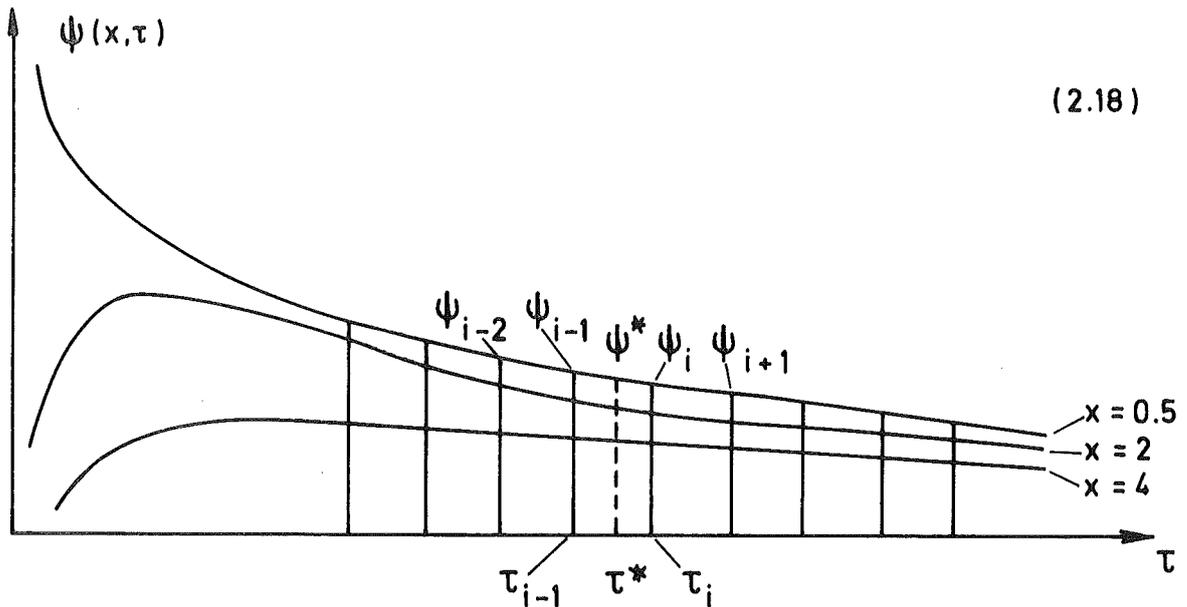
$$s(x_i) = y_i$$

und

$$\int_{x_1}^{x_n} [s''(x)]^2 dx$$

minimal wird.

Es wurde eine Subroutine, "DERIV", entwickelt, die das Verfahren der interpolierenden Splinefunktionen auf  $\psi(x, \tau)$  oder  $\chi(x, \tau)$  anwendet. Die folgende Skizze (2.18) zeigt  $\psi(x, \tau)$  als Funktion von  $\tau$  für verschiedene Werte von  $x$ .



Man erkennt, daß  $\psi(x, \tau)$  bezüglich  $\tau$  eine wesentlich schwächere Abhängigkeit zeigt als bezüglich der Energie ( $x$ ) und damit die Anwendung von Splinefunktionen recht einfach möglich macht. Allerdings müssen Stützstellenzahlen und -Abstände sorgfältig ausgewählt werden

Als Beispiel sei bei  $\tau^*$  und für  $x=0.5$   $\frac{d\psi}{d\tau}$  zu berechnen. Es werden symmetrisch zu  $\tau^*$  nach beiden Richtungen eine Reihe von Stützpunkten gewählt und durch diese eine Splinefunktion gelegt. Im Intervall  $[\tau_{i-1}, \tau_i]$  ist dann  $\psi(x, \tau)$  durch ein Polynom 3. Grades in  $\tau$  gegeben und damit  $\frac{d\psi}{d\tau}$  bekannt. Entsprechend wird bei der Berechnung von  $\frac{d\chi}{dT}$  verfahren. Die Abstände der Stützstellen werden in Abhängigkeit vom Wert von  $\tau$  gewählt. Um bei Temperaturen zwischen  $T=300\text{K}$  und  $T=2100\text{K}$  alle aufgelösten Resonanzen aller auf dem Karlsruher Kerndaten KEDAK /14/ befindlichen Spalt- und Brutmaterialien zu erfassen, muß ein  $\tau$ -Bereich von 0.0013 bis 1.56/+4 berücksichtigt werden. Die Hauptschwierigkeit bei der Erstellung des Programms besteht darin, überall in diesem Bereich die geeigneten Stützstellen-Anzahlen und -Abstände zu finden, um die Temperaturableitungen von  $\psi$  und  $\chi$  mit der nötigen Genauigkeit zu bestimmen. Zum Beispiel führt ein konstanter Stützstellen-Abstand über den gesamten Bereich, selbst dann, wenn er klein genug ist, infolge der begrenzten Genauigkeit von  $\psi$  und  $\chi$  zu untragbaren Ungenauigkeiten.

In "DERIV" sind für  $\tau$  elf Bereiche mit verschiedenen Stützstellenabständen  $\Delta\tau$  vorgesehen. Die Werte von  $\psi$  und  $\chi$  werden mit einem nach der Methode von Chiarella und Reichel /13/ entwickelten Programm (PSIXI) /15/ berechnet, das die Funktionen mit einer absoluten Genauigkeit von 1./-5 liefert. Wie bereits erwähnt, hat das Verfahren von Chiarella und Reichel den Vorteil, daß es für alle  $x$  und  $\tau$  denselben Lösungsweg verwendet und somit Sprungstellen, wie sie bei anderen  $\psi$ - $\chi$ -Codes gelegentlich beim Übergang von einem Lösungsverfahren zum anderen auftreten, vermieden werden. Solche Sprungstellen in  $\psi$  oder  $\chi$  würden die Differentiation mit Hilfe von Splinefunktionen sehr erschweren oder sogar unmöglich machen.

Die Abbildungen (2.1) bzw. (2.2) zeigen am Beispiel der 3.46 keV Resonanz von U238  $\psi(x,\tau)$  bzw.  $\chi(x,\tau)$  für Temperaturen von 0 K bis 3000 K und für verschiedene Werte von  $x$ .

Die Abbildungen (2.3) und (2.3a) zeigen für dieselbe Resonanz die mit dem beschriebenen Verfahren gewonnenen Kurven  $\frac{d\psi}{dT}$  bzw.  $\frac{d\chi}{dT}$  als Funktion von  $(E-E_r)$  für die 3 Temperaturen 300, 900 und 2100 K.

Um einen Eindruck von der Genauigkeit des Differentiationsverfahrens zu bekommen werden, die relativen Abweichungen zwischen den direkt aus "PSIXI" gewonnenen Werten  $\psi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)$  bzw.  $\chi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)$ , und den mit Splinefunktionen berechneten Werten  $\psi_{\text{Spline}}(x,\tau^*)$  bzw.  $\chi_{\text{Spline}}(x,\tau^*)$ , nämlich

$$\psi_{\text{ABW}} = \frac{\psi_{\text{Spline}}(x,\tau^*) - \psi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)}{\psi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)} \quad \text{bzw.}$$

$$\chi_{\text{ABW}} = \frac{\chi_{\text{Spline}}(x,\tau^*) - \chi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)}{\chi_{\text{PSIXI}}(x,\tau^*)}$$

betrachtet.

In den meisten Fällen liegen  $\psi_{ABW}$  und  $\chi_{ABW}$  zwischen 1./-7 bis 1./-5. Für solche  $x$  und  $\tau$  jedoch, bei denen  $\psi$  und  $\chi$  sehr kleine Werte annehmen, werden infolge der beschränkten absoluten Genauigkeit von 1./-5, mit der  $\psi$  und  $\chi$  von dem Programm "PSIXI" berechnet werden, die relativen Abweichungen größer, nämlich 1./-3 für  $\psi$  und  $\chi$ , wenn gleichzeitig  $\tau$  klein (also die Temperatur klein) und  $x$  groß ist. Die relative Abweichung wird sogar größer als 1./-3 für  $\chi$  bei gleichzeitig sehr kleinen  $x$  und großen  $\tau$ .

Bei einer relativen Abweichung,  $\psi_{ABW}$  bzw.  $\chi_{ABW}$  von 1% rechnet man /16/ zwischen der mit der Splinefunktion berechneten Ableitung und der exakten Ableitung mit einer relativen Abweichung von 1%. Das bedeutet, daß praktisch immer eine bessere Genauigkeit als 1% für die Ableitung erreicht wird. Dies ist für die hier behandelte Problematik ausreichend.

Die Ableitung von  $\chi$  tritt nur in der Temperaturableitung des totalen Wirkungsquerschnitts, (2.7a), auf:

$$\frac{d\sigma_t^i(E,\tau)}{d\tau} = \sum_R \sigma_{ocr}^i(E) \left[ \frac{d\psi_R(x,\tau)}{d\tau} \cos 2\phi_1 + \frac{d\chi_R(x,\tau)}{d\tau} \sin 2\phi_1 \right] \quad (2.7a)$$

$\phi_1$  liegt sehr dicht bei Null, so daß  $\frac{d\sigma_t}{d\tau}$  überwiegend von  $\frac{d\psi}{d\tau}$  bestimmt wird. Gerade bei kleinen  $x$ , also in der Mitte der Resonanz, hat  $\frac{d\psi}{d\tau}$  seinen maximalen Wert, (siehe Abbildung (2.3)), so daß bei  $x \approx 0$  ein größerer relativer Fehler in  $\frac{d\chi}{d\tau}$  sich auf  $\frac{d\sigma_t}{d\tau}$  praktisch nicht auswirkt.

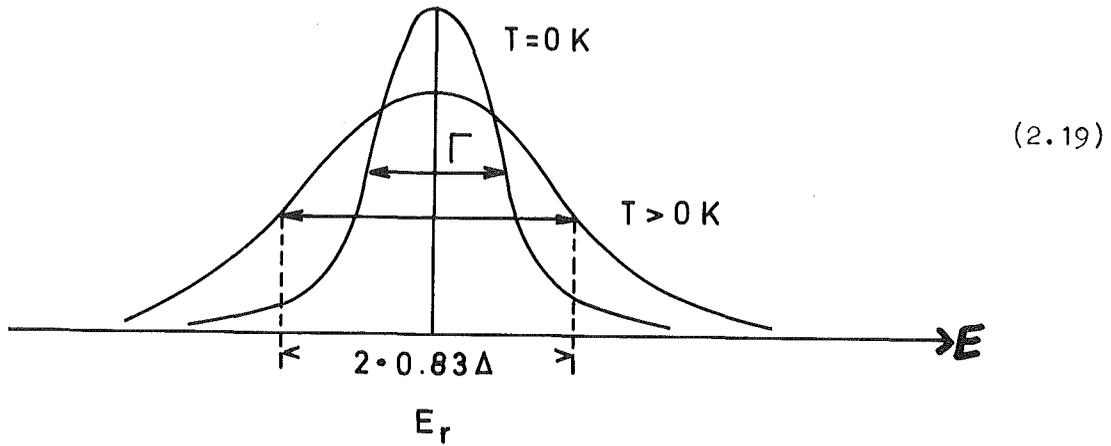
## II.2.2 Durchführung der Integration über die Energiegruppen

---

Das zweite numerische Problem bei der Auswertung der in Gleichung (2.14a) auftretenden Ausdrücke ist die Energieintegration, besonders der nach der Temperatur abgeleiteten Größen. Die Abbildungen (2.5) bzw. (2.6) zeigen am Beispiel der 3.46 keV-Resonanz von U238 den komplizierten Verlauf von  $\psi$ ,  $\frac{d\psi}{dT}$  bzw.  $\chi$ ,  $\frac{d\chi}{dT}$  über der Energie. Da der Dopplerkoeffizient wesentlich durch die Flanken der Resonanzen bestimmt wird (in der Resonanzmitte ist die Neutronenflußdichte stark abgesenkt), ist es sehr wichtig, bei der Wahl der Integrationsstützstellen den Verlauf der Resonanzlinienformen und ihrer Temperaturableitungen besonders in den Flanken der Resonanz gut zu erfassen. Die in Gleichung (2.14a) angegebene Temperaturableitung des Gruppenwirkungsquerschnitts wird hauptsächlich durch die symmetrischen Resonanzlinienformen,  $\psi$  und  $\frac{d\psi}{dT}$ , bestimmt;  $\chi$  und  $\frac{d\chi}{dT}$  haben nur wenig Einfluß. Daher wird bei der Bestimmung der Energiestützstellen für die Integration insbesondere Wert darauf gelegt,  $\psi$  und  $\frac{d\psi}{dT}$  gut zu erfassen. Die Erfahrung hat gezeigt, daß bei folgender Wahl der Stützpunkte  $\psi$  und  $\frac{d\psi}{dT}$  mit der Trapezregel gut integriert werden können: Jede Resonanzenergie der Energiegruppe  $g$  ist ein Stützpunkt für die Integration. (In der Gruppeneinteilung der Karlsruher 26-Gruppensätze (siehe Anhang I) enthält die 14. Gruppe 64 Resonanzen von U238, Gruppe 16 enthält 101 Resonanzen von Pu239). Innerhalb einer Resonanz werden bei kleinen Temperaturen ( $\leq 50$  K) die Resonanzbreite  $\Gamma$  und bei größeren Temperaturen die Dopplerbreite  $\Delta = \frac{\sqrt{4kT E_r}}{A}$  als Maß für die Stützstellenabstände benutzt (nimmt man für  $\psi$  die Gaussfunktionsnäherung /17/,

$$\psi(x, \tau) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} e^{-\frac{x^2}{4\tau}} \quad \left\{ \text{für } \tau \gg 1 \text{ und } x^2 \ll 6\tau \right.$$

an, so sieht man, daß die stark temperaturverbreiterte Resonanz bei  $E - E_r = \sqrt{\ln 2} \cdot \Delta \approx 0.83 \Delta$  auf die Hälfte ihres Maximalwerts abgesunken ist).



Von der Resonanzenergie  $E_r$  ausgehend, wird in jeder Resonanz (zu kleineren und größeren Energien symmetrisch) eine Aufteilung in sechs Energiebereiche mit verschiedenen Schrittweiten als 1. Schätzung vorgenommen. Die nachfolgende Tabelle (2.1) zeigt die Unterteilung in jeder Resonanz.

Bereichs-Nr.	Schrittweite in Halbwertsbreiten $\Gamma/2$ bzw. $0.83 \Delta$	Anzahl der Schritte	Gesamtzahl der Halbwertsbreiten
1	0.05	6	0.3
2	0.1	7	1.0
3	0.125	8	2.0
4	0.333	3	3.0
5	0.5	6	6.0
6	1.	4	10.0
7	1.	bis $E = \frac{E_r + E_{r+1}}{2}$ für steigendes E bis $\frac{E_r + E_{r-1}}{2}$ für fallendes E	

Tabelle (2.1)

In jedem der Energiebereiche 1 bis 6 wird zunächst mit der in der Tabelle angegebenen Schrittweite nach der Trapezregel  $\int \psi dE$  gebildet, anschließend wird in jedem Bereich die Integration mit der halbierten Schrittweite wiederholt, solange bis die Ergebnisse zweier aufeinanderfolgender Integrationen eine relative Abweichung aufweisen, die unterhalb einer vorgegebenen Schranke liegt.

Die Erfahrung zeigt, daß die so ermittelten Stützstellen auch den Energieverlauf von

$$\frac{d\mu_z^i}{dT} \quad \text{und} \quad \frac{d\mu_t}{dT}$$

gut wiedergeben. Die Integration der einzelnen Ausdrücke aus Gleichung (2.14a) erfolgt nach der Trapezregel.

Die zum erstenmal in Formel (2.2) auftretende Summation über Wirkungsquerschnittsbeiträge benachbarter Resonanzen ( $\sum_r$ ...) wird wie folgt durchgeführt. Über  $r$  wird in jedem Fall summiert von  $r-2$  bis  $r+2$ , d.h. es werden die Beiträge je zweier Resonanzen mit kleinerer bzw. größerer Resonanzenergie mitgenommen. Darüberhinaus werden an jedem Energiepunkt einer Resonanz noch Beiträge so vieler Resonanzen kleinerer oder größerer Energie berücksichtigt, bis der relative Beitrag zweier aufeinanderfolgender Resonanzen zum Wirkungsquerschnitt unter einem vorgebbaren Wert liegt. In Formel: die Summation in steigender Energie- richtung wird abgebrochen, wenn gilt:

$$\frac{\sigma_{z,r+n}^i}{r+n-1} < \epsilon \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_{z,r+n+1}^i}{r+n} < \epsilon \quad (2.20)$$

$$\sum_{r'=r-n+1}^i \sigma_{z,r'}^i \quad \sum_{r'=r-n}^i \sigma_{z,r'}^i$$

entsprechend wird die Summe über Resonanzen mit kleineren Resonanzenergien abgebrochen, wenn gilt:

$$\frac{\sigma_{z,r-n}^i}{r+n} \underset{\substack{S \\ r'=r-n+1}}{\sigma_{z,r'}^i} < \epsilon \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_{z,r-n-1}^i}{r+n+1} \underset{\substack{S \\ r'=r-n}}{\sigma_{z,r'}^i} < \epsilon \quad (2.20a)$$

### II.3 Ergebnisse

#### II.3.1 Berechnung der Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnitts am Beispiel einer einzelnen Resonanz

---

Um die wesentlichen Eigenschaften und Abhängigkeiten für die Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnitts herauszufinden, wird zunächst eine einzelne Resonanz untersucht. Ausgewählt wird die 190 eV-Resonanz von U238 bei 900 K. Folgender Ausdruck ist dann zu berechnen:

$$\frac{d}{dT} \frac{\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \rangle_g}{\langle \frac{F}{\mu_t} \rangle_g} = \frac{d}{dT} \frac{\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \rangle_g}{\langle \frac{F}{\mu_t} \rangle_g} - \frac{\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \rangle_g \cdot \frac{d}{dT} \langle \frac{F}{\mu_t} \rangle_g}{\langle \frac{F}{\mu_t} \rangle_g^2} \quad (2.14a)$$

$$= S1 - S2$$

Der Untergrund  $\sigma_{og}$

$$\sigma_{og} = \frac{1}{N^i} \sum_{j \neq i} S^j \frac{1}{\Delta g} \int_{(g)} \sigma_t^j(E) dE$$

wird von 0 bis  $10^5$  variiert. Für den Fluß  $\phi$  wird die Narrow-Resonance-Näherung, /17/, verwendet, d.h. es wird  $F(E) = \frac{\text{const}}{E}$  gesetzt.

Als Energiegruppe  $g$  wurde der Energiebereich angenommen, in dem der totale Resonanzwirkungsquerschnitt,  $\mu_c^i$ , für die 190 eV-Resonanz merklich von Null verschieden ist, das ist der Bereich von 175 eV bis 205 eV.

Die Abbildung (2.7) zeigt, aufgetragen über  $\log \sigma_{og}$ , die Temperaturableitung des  $(n,\gamma)$ -Querschnitts für die Gruppe  $g$  (linke Seite von Gl.(2.14a)) und die beiden Summanden ( $S1 + S2$ ) auf der rechten Seite von Gleichung (2.14a) einzeln. Außerdem ist noch der Zähler des 1. Summanden, also die Temperaturableitung der Reaktionsrate,  $(\frac{dR}{dT})$ , in der Gruppe  $g$ , gezeichnet. Die Abbildung zeigt, daß  $S1$  den Hauptbeitrag zur Temperaturableitung des Gruppenquerschnitts liefert. Alle vier Kurven nehmen sowohl für sehr kleine als auch für sehr große  $\sigma_{og}$  kleine Werte an und weisen in Abhängigkeit von  $\sigma_{og}$  ein Maximum auf. Von einer Verschiebung des Maximums zu etwas kleineren  $\sigma_{og}$  hin abgesehen, zeigt also schon die Temperaturableitung der Reaktionsrate (wenn auch nicht so ausgeprägt) denselben qualitativen Verlauf über  $\sigma_{og}$  wie der Gesamtausdruck, nämlich die Temperaturableitung des Gruppenquerschnitts. Der generelle Trend läßt sich leicht erklären. Da bei konstanter Flußverteilung die Reaktionsrate nicht von der Temperatur abhängt, ist ersichtlich, daß die Temperaturabhängigkeit der Reaktionsrate nur durch die Änderung der Flußverteilung zustande kommt. Bei sehr großem Untergrund finden die meisten Reaktionen nicht am betreffenden Resonanzisotop statt, so daß der Neutronenfluß nur relativ wenig davon bestimmt wird, d.h., daß die Temperaturabhängigkeit der Reaktionsrate klein ist. Wenn man zu einem kleineren Untergrund übergeht, wird die Resonanz einen größeren Einfluß auf die Flußverteilung bekommen, und damit muß bei Temperaturverbreiterung der Resonanzform der Einfluß auf die Reaktionsrate größer werden. Bei verschwindendem Untergrund ist die Flußverteilung nur durch die Absorptions- und Streueigenschaften der Resonanz und den Potentialquerschnitt des Resonanzmaterials bestimmt. Wäre dieser nicht vorhanden, so würde die Reaktionsrate temperaturunabhängig. Das von null verschiedene  $\sigma_p^i$  bewirkt demnach eine kleine Temperaturableitung. Es wird sich also zwischen den betrachteten Grenzwerten (großer Untergrund und reines Resonanzisotop) ein Maximum in der Temperaturableitung der Reaktionsrate ausbilden.

Diesen Sachverhalt kann man detaillierter dem Verlauf der J-Funktion entnehmen. Diese hängt mit der Reaktionsrate einer isolierten Resonanz über folgende Gleichung zusammen:

$$R = \frac{\Gamma_z(E_r) F(E_r)}{\cos(2\phi_1(E_r))} \cdot \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\psi(x, \tau)}{\psi(x, \tau) + \underbrace{\chi(x, \tau) \operatorname{tg}(2\phi_1)}_{\delta} + \underbrace{\frac{\sigma_p + \sigma_{og}}{\sigma_{oc} \cos(2\phi_1)}}_{\beta}} dx$$

$$= \frac{\Gamma_z(E_r) \operatorname{const}}{\cos(2\phi_1(E_r)) \cdot E_r} \cdot J(\beta, \tau, \delta) \quad (2.21)$$

Dabei wird vorausgesetzt, daß die Stoßdichte  $F(E)$ , die Resonanzbreiten und die Größen  $\phi_1$  aus Gleichung (2.9) im Bereich der Resonanz von der Energie nicht abhängen (In Tabellen der J-Funktion werden meist folgende Argumente benutzt:  $K$  mit der Bedeutung  $\beta = 10^{-5} \cdot 2^K$  und  $L$  mit der Bedeutung:  $\delta = \frac{2L}{10} \sqrt{\beta}$ ).

Die J-Funktion ist in Abb.(2.9) für  $\tau=1, 10$  und  $100$  und  $L=0$  (also ohne Asymmetrieterm) als Funktion von  $K$  ( $K=0$  bis  $20$ ) aufgetragen. Für große und kleine Werte von  $K$  ist die J-Funktion unabhängig von der Temperatur. In dem Zwischenbereich fächert sich die Kurvenschar auf, dort nimmt die J-Funktion mit zunehmender Temperatur zu, d.h. die Temperaturableitung der J-Funktion verschwindet für sehr große und sehr kleine  $K$  und nimmt dazwischen ein Maximum an, ein Verhalten, das -wie wir in Abb.(2.7) gesehen haben- auch die Temperaturableitung des Gruppenquerschnitts zeigt.

Aus asymptotischen Betrachtungen der J-Funktion ist bekannt, daß  $\frac{dJ}{dT}$  proportional zu  $T^{-1/2}$  ist bei starker Flußdepression ( $\beta \ll \psi$ ) und proportional zu  $T^{-3/2}$  bei schwacher Flußdepression ( $\beta \gg \psi$ ). Daraus schließt man für den Zwischenbereich auf ein  $T^{-B}$ -Verhalten ( $\frac{1}{2} \leq B \leq \frac{3}{2}$ ) für  $\frac{dJ}{dT}$ , d.h.  $\frac{dJ}{dT}$  nimmt mit zunehmender Temperatur ab. Dieses Verhalten zeigt auch die Temperaturableitung der Gruppenquerschnitte. In Abb. (2.11) ist das am Beispiel der 3.46 keV-Resonanz von U238 demonstriert.

Der Einfluß des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung,  $\delta \cdot \chi(x, \tau)$ , ist aus einem Vergleich der Abbildung (2.7) und (2.8) zu entnehmen. In Abb. (2.8) sind dieselben Größen aufgetragen wie in Abb.(2.7), jedoch wurde bei ihrer Berechnung der asymmetrische Interferenzterm zwischen Resonanz- und Potentialstreuung berücksichtigt. Man entnimmt aus Abb.(2.8), daß für kleine Werte von  $\sigma_{og}$  die Temperaturableitung des Gruppenwirkungsquerschnitts negativ wird, für  $\sigma_{og} \geq 10^3$  ist der Einfluß des asymmetrischen Interferenzterms nicht mehr bemerkbar. Generell läßt sich sagen, daß die Berücksichtigung des Asymmetrieterms eine Verschiebung des Minimums der Neutronenflußdichte zu größerer Energie hin gegenüber dem Maximum der Resonanz bewirkt. Um die Auswirkung des Asymmetrieterms auf die Temperaturableitung der Reaktionsrate zu verstehen, nehmen wir als einen Extremfall an, daß die Absenkung des Neutronenflusses noch außerhalb des Energiebereiches der temperaturverbreiterten Resonanz liegt. Für diesen Fall wäre die Reaktionsrate von der Temperatur unabhängig. Bewegt sich jetzt die Flußabsenkung in den Bereich der dopplerverbreiterten Resonanz hinein, erreicht aber noch nicht die ursprüngliche (unverbreiterte) Resonanz, so ist die Reaktionsrate der temperaturverbreiterten Resonanz kleiner als die der ursprünglichen Resonanz, also die Temperaturableitung der Reaktionsrate negativ. Bei extrem kleiner Verschiebung spielt diese für die Reaktionsrate fast keine Rolle mehr, damit ist dann die Temperaturableitung der Reaktionsrate positiv. Dieses Verhalten spiegelt sich im Verlauf der J-Funktion wieder. Wie aus der Abbildung (2.10) ersichtlich ist, zeigt auch die J-Funktion mit großer Asymmetrie ( $L=9$ ) für kleine Werte von K eine negative Temperaturableitung, für große K hat die Asymmetrie keinen Einfluß mehr, d.h. also, daß auch der Einfluß des Asymmetrieterms auf die temperaturabgeleiteten Gruppenkonstanten, qualitativ, aus Betrachtungen der J-Funktion vorausgesagt werden kann.

Über die Abhängigkeit der Temperaturableitung des Gruppenquerschnitts von der Höhe der betrachteten Resonanz läßt sich ebenfalls aus der J-Funktion eine Voraussage machen. Nach Gl.(2.21) ist  $\beta = \frac{\sigma_p + \sigma_{og}}{\sigma_{oc} \cos 2\phi_1}$ , d.h. bei festem  $\sigma_{og}$  ist  $\beta$  (und damit auch K) umso kleiner je größer  $\sigma_{oc} \cos 2\phi_1$ , d.h. (da für  $l=0$   $\cos 2\phi_1$  sehr dicht bei 1 liegt), je höher die Resonanz ist. Für die sehr hohe 190 eV-Resonanz ( $\sigma_{oc} \cos 2\phi_1 = 12000$

barn) z.B. läuft K von 6.5 bis 19.7, wenn  $\sigma_{og}$  von 0 bis  $10^5$  läuft. Für die 3.46 keV-Resonanz von U238 ( $\sigma_{oc}\cos 2\phi_1=693$  barn) nimmt K Werte von 10.6 bis 23.8 an, wenn sich  $\sigma_{og}$  zwischen 0 und  $10^5$  ändert.

Für die sehr niedrige 1.00 keV-Resonanz von U238 ( $\sigma_{oc}\cos 2\phi_1=130$  barn) schließlich liegt K zwischen 13.0 und 26.2 für  $\sigma_{og}$  zwischen 0 und  $10^5$ . Die Abb. (2.9) zeigt, daß sofern K einen Wert überschritten hat, der dem Maximum der Auffächerung der J-Funktions-Kurvenschar in Abhängigkeit von  $\tau$  entspricht,  $\frac{dJ}{d\tau}$  mit zunehmendem K (also kleineren Resonanzmaxima bei gleichem  $\sigma_{og}$ ) abnimmt. Im Falle der 1.00 keV-Resonanz ist schon bei  $\sigma_{og}=0$  ( $K=13$ ) das Maximum von  $\frac{dJ}{d\tau}$  überschritten. Trotzdem kommt in der Temperaturableitung des Gruppenwirkungsquerschnitts durch die Bildung des Quotienten S1 in Gleichung (2.14a) ein Maximum über  $\sigma_{og}$  zustande, das jedoch niedriger ist als bei den beiden anderen oben erwähnten Resonanzen und bei einem kleineren Wert von  $\sigma_{og}$  liegt.

Da die Höhen der Resonanzen mit zunehmender Energie abnehmen, ist daher zu erwarten, daß mit zunehmender Energie auch für Energiegruppen mit vielen Resonanzen die Temperaturableitungen der Gruppenwirkungsquerschnitte abnehmen. Wie die Ergebnisse des folgenden Abschnitts II.3.2 zeigen werden, ist das auch bis auf eine Ausnahme, die sich aus dem Auftreten einer besonders hohen Resonanz in einer Energiegruppe (Gruppe 17) erklären läßt, erfüllt.

Auch die anderen in diesem Abschnitt für die Temperaturableitungen des effektiven Wirkungsquerschnitts einer einzelnen Resonanz hergeleiteten Eigenschaften erweisen sich noch bei Energiegruppen mit vielen Resonanzen als gültig wie die zum Teil im folgenden Abschnitt II.3.2 aufgeführten Ergebnisse dieser Arbeit zeigen.

II.3.2 Vergleich der aus aufgelösten Resonanzen berechneten Temperaturableitungen der effektiven  $(n,\gamma)$ - und Spaltquerschnitte mit den entsprechenden aus statistischen Resonanzparametern berechneten Größen.

---

In diesem Abschnitt werden am Beispiel der beiden im Referenzreaktor (siehe Anhang A2) überwiegend vorhandenen Resonanzabsorber, U238 und Pu239, in den infrage kommenden Energiegruppen (insbesondere in den für den Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren wichtigen) Vergleichsrechnungen für die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten durchgeführt. Verglichen werden die aus Gleichung (2.14) dieser Arbeit mit aufgelösten Resonanzparametern berechneten Temperaturableitungen effektiver Gruppenwirkungsquerschnitte mit den entsprechenden mit Hilfe des Programms DOP unter Benutzung statistischer Resonanzparameter ermittelten Werten. Zu der Berechnung der temperaturabgeleiteten Gruppenwirkungsquerschnitte als Funktion von  $\sigma_{og}$  aus dem Programm DOP ist noch eine Vorbemerkung zu machen. Infolge der von der in dieser Arbeit abweichenden Behandlung der Wechselwirkung der Resonanzen verschiedener Absorberisotope in DOP, auf die im Abschnitt II.4 noch genauer eingegangen werden wird, kommt der in den Gleichungen (2.12), (2.12a) definierte Untergrund in DOP nicht explizit vor und kann nur über Mischungsänderungen behandelt werden. Daher ist von vornherein nicht sicher, daß für verschiedene Gemische von Resonanzabsorbern sich gleiche Verläufe von

$$\frac{d\mu^i}{dT} z_g$$

über  $\sigma_{og}$  ergeben. Um einen Eindruck zu bekommen, welchen Einfluß verschiedene Brennstoffzusammensetzungen auf die Ergebnisse von DOP haben, werden Mischungen mit drei bzw. vier verschiedenen Brennstoffkompositionen untersucht. Drei davon sind die in den Corezonen 1 und 2 und im Blanket des Referenzreaktors auftretenden Brennstoffmischungen. Für U238 als Aufmaterial wird außerdem für einen vierten Test reines U238 als Resonanzabsorber benutzt. Bei den konkreten Rechnungen mit DOP wird jeweils mit den drei Mischungen des Referenzreaktors sowie mit derjenigen Materialzusammensetzung, die sich aus der Mischung der

Corezone 1 nach Entfernen aller Resonanzabsorber außer U238 ergibt, gestartet. Die entsprechenden Gruppenwerte von  $\sigma_{og}$  werden nach den Gleichungen (2.12), (2.12a) berechnet und sind auf den Abbildungen (2.12) bis (2.15) für alle vier Mischungen und auf den Abbildungen (2.19) und (2.20) für die Pu239 enthaltenden Mischungen notiert.

Einer Variation der  $\sigma_{og}$  entspricht eine Modifikation dieser Startmischungen, wobei jeweils das Verhältnis der Konzentrationen der Resonanzabsorber (U238, Pu239, Pu240, Pu241, Pu242) zueinander unverändert gelassen wird, d.h. konkret, es werden die Teilchenzahlen aller Resonanzabsorber mit demselben Faktor multipliziert und gleichzeitig die aller übrigen Materialien konstant gehalten. Durch diese Wahl der Mischungen ist gewährleistet, daß für sie das in DOP verwendete Modell der Resonanzwechselwirkung Gültigkeit behält.

In den Abbildungen (2.12) bis (2.15) sowie (2.19) und (2.20) sind unter anderem die DOP-Ergebnisse über einen großen Bereich von  $\sigma_{og}$  für alle vier bzw. drei Mischungen aufgetragen. Aus ihnen ist ersichtlich, daß die mit DOP berechneten Temperaturableitungen der Gruppenwirkungsquerschnitte als Funktion von  $\sigma_{og}$  sowohl für U238 als auch für Pu239 nur unwesentlich von der Brennstoffzusammensetzung abhängen. Die Änderungen sind auf jeden Fall vernachlässigbar im Vergleich zu den Unterschieden, die durch die Benutzung entweder aufgelöster oder statistischer Resonanzparameter erzeugt werden. Das bedeutet, daß der Vergleich der in dieser Arbeit aus aufgelösten Resonanzparametern berechneten Temperaturableitungen von Gruppenkonstanten mit den aus DOP ermittelten ohne Rücksicht auf die genaue Zusammensetzung des Brennstoffs durchgeführt werden kann, solange garantiert ist, daß nur der totale makroskopische Wirkungsquerschnitt der 1. Resonanzserie des U238 wesentlich über den totalen makroskopischen Restquerschnitt herausragt, eine Forderung, die in /4/ gestellt wird, die in den diskutierten Schnellen Reaktoren stets erfüllt ist und von der in Abschnitt II.4 noch einmal die Rede sein wird.

Generell erwartet man beim Übergang zu Gruppen mit abnehmenden Energien größer werdende Diskrepanzen zwischen den Ergebnissen der beiden Methoden, denn in der benutzten Gruppenstruktur (siehe Anhang A1) werden zu kleineren Energien hin die Gruppen schmaler, enthalten somit weniger Resonanzen, so daß die Benutzung statistischer Resonanzparameter immer problematischer wird. Betrachtet man die Vergleichskurven für die Energiegruppen 14 bis 20 des U238 (Abbildungen (2.12) bis (2.18))\* , so wird diese Erwartung weitgehend bestätigt. Die relativ guten Übereinstimmungen der Vergleichswerte der in Abbildung (2.16) gezeigten 18. Gruppe ist als zufällig zu interpretieren. Die sehr großen Abweichungen zwischen den aus aufgelösten Resonanzparametern einerseits und statistischen Resonanzparametern andererseits berechneten Temperaturableitungen des  $(n,\gamma)$ -Gruppenquerschnitts von U238 in der 17. Gruppe sind auf das Auftreten einiger infolge großer Streubreiten extrem hoher (und daher statistisch unwahrscheinlicher) Resonanzen (z.B. die 190 eV-Resonanz), zurückzuführen. Auch ein weiterer interessanter Effekt ist diesen Resonanzen zuzuschreiben. Wie auf Abbildung (2.22) am Beispiel der Energiegruppen 18, 17 und 16 des U238 zu sehen ist, zeigen die aus statistischen Resonanzparametern berechneten Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten systematische Änderungen beim Übergang von einer Energiegruppe in die Gruppe mit der nächst höheren Energie: die Werte liegen insgesamt niedriger und das Maximum der Kurve verschiebt sich zu kleineren  $\sigma_{og}$  hin, Effekte, die sich aus den am Ende von Abschnitt II.3.1 diskutierten Eigenschaften der J-Funktion voraussagen lassen. Die aus aufgelösten Resonanzparametern gewonnenen Kurven in Abb. (2.21) zeigen jedoch eine starke Abweichung von dieser Systematik. Die für die Gruppe 17 berechnete Kurve liegt bei allen  $\sigma_{og}$ -Werten über der sich für die 18. Gruppe ergebenden. Da, wie am Ende von Abschnitt II.3.1 ausgeführt wurde, hohe Resonanzen große Werte von

$$\frac{d\mu_{zg}^i}{dT}$$

---

\* In den Abbildungen (2.12) bis (2.15) sind die aus aufgelösten Resonanzen ohne Asymmetrieterm berechneten  $\frac{d\mu_{zg}^i}{dT}$  (mit Quadraten gekennzeichnete Kurven) als Vergleichswerte für die mit DOP berechneten Kurven anzusehen, da in DOP der asymmetrische Interferenzterm zwischen Resonanz- und Potentialstreuung nicht berücksichtigt wird.

zur Folge haben, führen wir diese zwischen den Gruppen 17 und 18 bei Verwendung aufgelöster Resonanzen auftretende Abweichung von der Systematik ebenfalls auf die infolge ihrer großen Streubreite extrem hohen in der Gruppe 17 auftretenden Resonanzen, insbesondere die 190 eV-Resonanz, zurück.

Eine etwas detailliertere Betrachtung in den für den Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren wichtigen Energiegruppen, in denen aufgelöste Resonanzen bekannt sind, ergibt folgendes Bild: In den Energiegruppen 14 bis 16 des U238 (Abb.(2.12) bis (2.14)) sind für kleine Werte von  $\sigma_{og}$ , insbesondere auch noch für diejenigen  $\sigma_{og}$ , die den verschiedenen Zonen des Referenzreaktors entsprechen, (aktuelle  $\sigma_{og}$ ) die aus aufgelösten Resonanzen berechneten

$$\frac{d\mu_{zg}^i}{dT}$$

stets kleiner als die aus statistischen Parametern sich ergebenden Größen. In den Gruppen 14 und 15 werden die Abweichungen zwischen den aus den verschiedenen Methoden gewonnenen Ergebnissen sehr klein für  $\sigma_{og} \geq 100$ , in der 16. Gruppe jedoch liegt im gesamten betrachteten Bereich von  $\sigma_{og}$  die aus der Gleichung (2.14) berechnete Kurve unter der aus statistischen Resonanzparametern bestimmten. Von den in der 17. Gruppe zu beobachtenden großen Diskrepanzen war bereits die Rede. Interessant ist, daß auch in dieser Gruppe für aktuelle  $\sigma_{og}$  der aus aufgelösten Resonanzen berechnete temperaturabgeleitete effektive Wirkungsquerschnitt unter dem aus statistischen Resonanzparametern ermittelten liegt, bei einem  $\sigma_{og}$ -Wert zwischen 100 und 1000 schneiden sich die beiden Kurven und die DOP-Ergebnisse liegen ganz erheblich unter den aus Gleichung (2.14) berechneten Werten.

Da die Resonanzen des Pu239 sehr eng liegen (mittlerer Resonanzabstand etwa 2.3 eV) enthalten auch die bei den niedrigen Energien liegenden schmalen Energiegruppen noch viele Resonanzen, so daß auch dort noch eine statistische Behandlung gerechtfertigt sein müßte. Im Gegensatz zu dieser Arbeit (Gln. 2.12, 2.12a) wird aber in DOP die Resonanzwechselwirkung des Pu239 mit sich selbst nur über einen energetischen Mittelwert erfaßt, die Wechselwirkung der Pu239-Resonanzen mit den Resonanzen der 1.Serie des U238 hingegen exakt behandelt. Daher muß man einen Unterschied zwischen den DOP-Ergebnissen und den Ergebnissen dieser Arbeit erwarten. Dies wird am Bei-

spiel der 17. Gruppe in den Abbildungen (2.19) und (2.20) auch deutlich. In den Abbildungen (2.19) und (2.20) sind die durch ein Quadrat gekennzeichneten, aus älteren Kerndaten gewonnenen Kurven als die Vergleichswerte aus dieser Arbeit anzusehen. Diese liegen sowohl für die Temperaturableitungen des effektiven  $(n,\gamma)$ -als auch des  $(n,f)$ -Wirkungsquerschnitts für kleine  $\sigma_{og}$  deutlich unter den aus statistischen Resonanzparametern berechneten Werten. Das gilt für den  $(n,\gamma)$ -Querschnitt insbesondere auch für die aktuellen  $\sigma_{og}$  der Corezonen 1 und 2 und das Blanket des Referenzreaktors.

Zusammenfassend ist also im Hinblick auf Schnelle Reaktoren zu sagen, daß in allen infrage kommenden Energiegruppen der von der Absorption im U238 herrührende Dopplereffekt bei Berechnung aus aufgelösten Resonanzparametern kleiner werden wird als bei Zugrundelegung statistischer Resonanzparameter und DOP. Bei der Neuberechnung des Dopplerkoeffizienten für den Referenzreaktor im Abschnitt II.5 wird sich zeigen, daß beim Übergang von statistischen zu aufgelösten Resonanzparametern für Pu239 in der 17. Gruppe dort der Dopplerkoeffizient erheblich abnimmt.

### II.3.3 Diskussion des Einflusses des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung auf die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten in Energiegruppen mit vielen Resonanzen

---

Vom asymmetrischen Interferenzterm zwischen Resonanz- und Potentialstreuung war schon wiederholt die Rede, z.B. in Abschnitt II.1, wo er in Gleichung (2.7) zum erstenmal auftritt, und in Abschnitt II.3.1, wo seine Einwirkung auf die von einer einzelnen Resonanz erzeugte Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnitts diskutiert wird. In diesem Abschnitt II.3.3 soll der Einfluß des Asymmetrieterms auf die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten des U238 in den Energiegruppen 14 bis 17 diskutiert werden, insbesondere im Hinblick

auf die Konsequenzen für den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors.

Zunächst ist zu bemerken, daß der asymmetrische Interferenzterm sich in Energiegruppen mit vielen Resonanzen qualitativ genauso auswirkt wie bei der in II.3.1 diskutierten einzelnen Resonanz: Bei großer Resonanzüberhöhung (also kleinem  $\sigma_{og}$ ) bewirkt die Asymmetriekorrektur i.a. eine starke Abnahme der Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten. Dieser Effekt nimmt mit größer werdendem  $\sigma_{og}$  ab und verschwindet bei sehr starker Verdünnung.

Ein Maß für die Auswirkung des Asymmetrieeffekts auf die Temperaturabhängigkeit der Reaktionsrate ist die in Abschnitt II.3.1 im Zusammenhang mit der J-Funktion in Gleichung (2.21) eingeführte Größe

$$L = \frac{5 \cdot \operatorname{tg}(2\phi_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_{og} + \sigma_p}{\sigma_{oc} \cos(2\phi_1)}}$$

Da im zur Diskussion stehenden Energiebereich s-Wellen-Neutronen die überwiegende Rolle spielen, ist nach Gleichung (2.9)  $\phi_1 = \phi_0 = \frac{R}{\lambda}$ . Im Maximum der Resonanz r ist

$$\sigma_{oc}(E_r) = 4\pi\lambda^2(E_r)g_r \frac{\Gamma_n(E_r)}{\Gamma(E_r)}$$

wie aus Gleichung (2.8) zu entnehmen ist. Damit gilt für die in dem diskutierten Energiebereich vorliegenden kleinen Werte von  $\phi_0$

$$L \cong \frac{10 \frac{R}{\lambda}}{\sqrt{\frac{\sigma_{og} + \sigma_p}{4\pi\lambda^2(E_r)g_r \frac{\Gamma_n(E_r)}{\Gamma(E_r)}}}} \quad (2.22)$$

( $g_r=1$  für U238, wenn  $l=0$  ist)

Da sich die  $\lambda$  herausheben, hängt L nur über das Verhältnis  $g_r \cdot \frac{\Gamma_n(E_r)}{\Gamma(E_r)}$  von der Resonanz ab, und zwar so, daß L besonders groß wird für Resonanzen, für die  $\frac{g_r \cdot \Gamma_n(E_r)}{\Gamma(E_r)}$  besonders groß ist. Im Spezialfall des

U238 bedeutet das, daß stark streuende Resonanzen zu großen L führen. Betrachtet man unter diesem Gesichtspunkt die Resonanzen des U238 in den Gruppen 14 bis 17 (siehe dazu Anhang A3), so zeigt sich, daß die Streubreiten  $\Gamma_n$  der Resonanzen in der Energiegruppe 16 (215-465 eV) besonders klein sind, so daß hier ein kleinerer Asymmetrieeffekt als in den übrigen drei betrachteten Energiegruppen zu erwarten ist. Die Abbildungen (2.12) bis (2.15), in denen die unter Berücksichtigung des Asymmetrieeffekts berechneten Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten mit einem Kreis gekennzeichnet sind, bestätigen diese Erwartung.

Für die im Referenzreaktor auftretenden Mischungen ergeben sich für die Temperaturableitungen in der 16. Gruppe praktisch keine Korrekturen durch den Asymmetrieterm, in den Gruppen 14, 15 und 17 liegen die auftretenden Korrekturen zwischen 1% und 3% in den Coremischungen und infolge der kleineren  $\sigma_{og}$  in den Blanketmischungen etwas höher, nämlich zwischen 1% und 6%. Für den totalen Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors ergibt die Berücksichtigung des Asymmetrieterms für U238 in den Gruppen 14 bis 17 eine Verminderung um 0.7%. Das ist in guter Übereinstimmung mit den Untersuchungen von Müller /18/, der bei Berücksichtigung des asymmetrischen Streuinterferenzterms für Energien zwischen 3 keV und 50 keV im Dopplerkoeffizienten eines Natriumgekühlten Schnellen Reaktors eine Abnahme um etwas mehr als 1% findet.

#### II.3.4 Einfluß des Wichtungsspektrums

---

Für die bisherigen grundsätzlich orientierten Diskussion wird für die in Gleichung (2.13a) eingeführte Stoßdichte  $F(E)$  stets  $\frac{\text{const}}{E}$  mit ein und derselben Konstanten für die ganze Energiegruppe gesetzt. Der wirkliche Verlauf der Stoßdichte in einem Natriumgekühlten Schnellen Reaktor ist in Abb. (2.23) für ein Core und in Abb.(2.24) für ein Blanket gezeigt. Um den Einfluß des Stoßdichtespektrums auf die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten und schließlich auf den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors zu bestimmen, werden in den Gruppen 14 bis 17 für das U238 sowohl mit dem  $\frac{\text{const}}{E}$  -Spektrum als auch mit dem Systemspektrum Rechnungen durchgeführt. Für die Coremischungen des Referenzreaktors ergibt sich dabei eine Verminderung der Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten um etwa 10% in Gruppe 17, etwa 8% in Gruppe 16, rund 3% in Gruppe 14 und weniger als 1% in Gruppe 15. Im Blanket ergeben sich ebenfalls kleinere Werte für  $\frac{d\mu_{zg}^1}{dT}$  bei Verwendung des tatsächlichen Stoßdichtespektrums, jedoch sind die Abweichungen geringer als in den beiden Corezonen.

In einer Energiegruppe liegen die höheren Resonanzen an der unteren Gruppengrenze. Wie in Abschnitt II.3.1 diskutiert, liefern höhere Resonanzen größere Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten. Bei Wichtung mit dem Systemspektrum werden gegenüber der  $\frac{\text{const}}{E}$  -Wichtung die Resonanzen an der unteren Gruppengrenze unterdrückt, so daß insgesamt ein kleinerer Wert für die Temperaturableitung der Gruppenkonstanten zu erwarten ist. Wie Abb. (2.23) und (2.24) zeigen, ist die Unterdrückung der niederenergetischen Resonanzen bei Wichtung mit dem Systemspektrum im Vergleich zu einer  $\frac{\text{const}}{E}$  -Wichtung in den Gruppen 17 und 16 stärker ausgeprägt als in den höheren Energiegruppen.

Die Verwendung des tatsächlichen Stoßdichtespektrums (Abb. (2.23) und (2.24)) für die Berechnung der Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte des U238 in den Energiegruppen 14 bis 17 bewirkt für den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors eine Abnahme um etwa 2%.

II.3.5 Einfluß des Resonanzuntergrundes bei der Behandlung von Pu239.

---

In den Gleichungen (2.12) und (2.12a) wurde die Behandlung des Resonanzuntergrundes für das Material  $i$  in der Gruppe  $g$  über  $\sigma_{og}$ , den pro Atom des Aufmaterials sich ergebenden Mittelwert des totalen unendlich verdünnten Querschnitts aller Materialien  $j \neq i$  der Mischung, eingeführt. Ist Pu239 das Aufmaterial, so wird der Untergrundquerschnitt wesentlich durch U238 bestimmt. Die Resonanzen des Pu239 liegen sehr viel dichter als die des U238, in der 17. Energiegruppe z.B. gibt es 47 Resonanzen von Pu239, aber nur 10 Resonanzen von U238, in Gruppe 16 ist das Verhältnis von Pu239 zu U238-Resonanzen sogar 101 zu 13. Das bedeutet, daß die meisten Resonanzen von Pu239 zwischen den U238-Resonanzen liegen und daher für sie nur der Potentialquerschnitt des U238 als Untergrund wirksam wird.

Daher wird in dieser Arbeit (ebenso wie in der Querschnittsphase von NUSYS /19/) der Resonanzuntergrund für Pu239 als Aufmaterial nach der folgenden Beziehung (2.23) berechnet.

$$\sigma_{og}(\text{Pu239}) = \frac{N_{\text{U238}}}{N_{\text{Pu239}}} \cdot \sigma_p^{\text{U238}} + \frac{1}{N_{\text{Pu239}}} \cdot \frac{1}{\Delta g} \cdot S_{(j \neq \text{Pu239}, \text{U238})} \int \sigma_t^j(E) dE \quad (2.23)$$

Das bedeutet eine wesentliche Verminderung des  $\sigma_{og}$  gegenüber dem aus den Gln. (2.12), (2.12a) berechneten Wert. In der 17. Energiegruppe z.B. ergibt sich für die Corezone 1 des Referenzreaktors ein  $\sigma_{o17}(\text{Pu239})$  von 790 barn bei Verwendung der Gleichungen (2.12), (2.12a) und ein  $\sigma_{o17}(\text{Pu239})$  von 381 barn, wenn Gleichung (2.23) benutzt wird. In der Corezone 2 ist das entsprechende Verhältnis 580 barn zu 290 barn, im Blanket schließlich erhält man 6990 barn aus Gleichungen (2.12), (2.12a) gegenüber 2609 barn aus Beziehung (2.23). Ein Blick auf die Abbildungen (2.19) und (2.20) zeigt, daß aus der Verwendung des größeren  $\sigma_{o17}(\text{Pu239})$  eine wesentliche Verringerung der Temperaturableitung sowohl des effektiven  $(n,\gamma)$ - als auch des effektiven Spaltwirkungsquer-

schnitts resultiert. In allen drei Zonen des Referenzreaktors ist die Abnahme bei der Temperaturableitung des Spaltquerschnitts etwas größer als bei der des  $(n,\gamma)$ -Querschnitts, was eine Zunahme des negativen Dopplerkoeffizienten zur Folge hat. In der 17. Energiegruppe nimmt bei Bestimmung von  $\sigma_{017}(\text{Pu239})$  aus den Gleichungen (2.12) und (2.12a) der Dopplerkoeffizient in den beiden Corezonen des Referenzreaktors um etwa 30% zu, im Blanket wegen der geringeren Pu-Konzentration nur um etwa 3%. Der totale Dopplerkoeffizient nimmt dabei um 0.4% zu.

Die der Wahrheit wohl relativ nahe kommende Behandlung des Untergrundes für Pu239 nach Gl.(2.23) beeinflusst also wesentlich den Dopplerkoeffizienten in der 17. Gruppe. In allen anderen infrage kommenden Energiegruppen ist der Unterschied zwischen dem energiegemittelten totalen Wirkungsquerschnitt von U238 und seinem Potentialquerschnitt wesentlich geringer als in Gruppe 17, so daß dort ein wesentlich kleinerer Effekt zu erwarten ist, wenn das  $\sigma_{og}$  für Pu239 anstatt aus Gleichung (2.23) mit dem totalen Wirkungsquerschnitt von U238 (Gln.(2.12),(2.12a)) berechnet wird.

### II.3.6 Einfluß neuerer Kerndaten für die aufgelösten Resonanzen von Pu239

---

In den Abbildungen (2.19) und (2.20) sind für die Temperaturableitungen des Gruppenwirkungsquerschnitts für Strahlungseinfang bzw. Spaltung von Pu239 in der 17. Gruppe zwei aus aufgelösten Resonanzparametern berechnete Kurven eingetragen. Die mit Quadraten markierte Kurve ist aus alten, d.h. den in /9/ angegebenen aufgelösten Resonanzparametern von Pu239 berechnet. Im Mai 1971 wurden diese Daten auf dem Kerndatenband KEDAK durch die von Ribon et al. aus Messungen von Blons, Derrien und Michaudon, /20/, ausgewerteten aufgelösten Resonanzen von Pu239 ersetzt /21/.

Für die 17. Energiegruppe wurden daraufhin die Berechnungen der Temperaturableitungen der effektiven  $(n,\gamma)$ - und Spaltquerschnitte mit den neueren Kerndaten wiederholt. Das Ergebnis sind die in den Abbil-

dungen (2.19) und (2.20) mit Kreisen gekennzeichneten Kurven. Sie liegen für den Strahlungseinfang bei fast allen  $\sigma_{og}$  über, für die Spaltung stets unter den mit alten Kerndaten berechneten Kurven. Für den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors ergibt sich bei Verwendung der neuen Resonanzparameter von Pu239 in der 17. Gruppe ein größerer negativer Wert. In Gruppe 17 nimmt der negative Dopplerkoeffizient in der Corezone 1 um 40%, in der Corezone 2 um 63% und im Blanket um etwa 2% zu. Der totale Dopplerkoeffizient nimmt infolge des geringen Einflusses der 17. Gruppe nur um 0.6% zu.

#### II.4 Verknüpfung der für aufgelöste Resonanzen berechneten Temperaturableitungen effektiver Wirkungsquerschnitte mit dem Programm DOP<sub>e</sub>

---

Das Dopplerkoeffizientenprogramm, das  $\frac{d}{dT} \mu_{zg}^i$  aus statistischen Resonanzparametern berechnet, benutzt bei der Behandlung der Wechselwirkung zwischen verschiedenen Resonanzen (gegenseitige Abschirmung der Resonanzen) ein anderes Modell als es in der vorliegenden Arbeit bei der Berechnung von  $\frac{d}{dT} \mu_{zg}^i$  aus aufgelösten Resonanzen benutzt wird. Bei der Verarbeitung aufgelöster Resonanzen wird die Wechselwirkung jeder Resonanz mit allen Resonanzen desselben Isotops voll berücksichtigt, während der Einfluß der anderen Isotope auf den totalen Querschnitt über ein  $\sigma_{og}$  beschrieben wird (vergl. Gln. (2.12), (2.12a)). Sind die Resonanzparameter nur durch statistische Mittelwerte und Verteilungsfunktionen bekannt, so führt eine derartige Behandlung der Resonanzwechselwirkung zu großen numerischen Schwierigkeiten /4/. Man ist daher auf näherungsweise Betrachtungen angewiesen.

Froelich /4/, /22/, geht davon aus, daß in konkreten Mischungen die Resonanzen der 1. Serie des U238 (wegen der hohen Konzentration des U238 gegenüber allen anderen Brenn- und Brutmaterialien) wesentlich höher sind als die Resonanzen aller übrigen Serien. (Zu ein und der-

selben Resonanzserie gehören alle diejenigen Resonanzen ein und des-  
selben Materials, bei denen der aus Target und Neutron gebildete  
Compoundkern denselben Gesamtpin  $J$  und dieselbe Parität  $\pi$  besitzt.  
Beschränkt man sich auf s- und p-Wellen, so ist eine Resonanzserie  
des Materials  $i$  dadurch charakterisiert, daß den Compoundkernzuständen  
dasselbe Zahlenpaar  $(l, J)$  zuzuordnen ist). U238 hat eine s-Wellen( $l=0$ )  
und zwei p-Wellen-Serien ( $l=1$ ). (vergl. Tabelle (2.1)). Nur die erste,  
die s-Wellen-Serie ragt wesentlich über den totalen Querschnitt aller  
übrigen Materialien hinaus. Die p-Wellen-Neutronen haben, bevor sie  
in den Kern eindringen können, einen zu  $\frac{l(l+1)}{r^2}$  proportionalen Zentri-  
fugalberg zu überwinden und daher eine wesentlich kleinere Reaktions-  
wahrscheinlichkeit (bei den zur Diskussion stehenden Energien) als  
s-Wellen-Neutronen.

Die in der Gleichung (2.14a) auftretenden allgemeinen Ausdrücke sind  
auch im Energiebereich nur statistisch bekannter Resonanzparameter  
zu berechnen.

$$\frac{d}{dT} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g} = \frac{1}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g^2} \left[ \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g \frac{d}{dT} \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g - \left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g \frac{d}{dT} \left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g \right] \quad (2.14a)$$

$$= (2.24)$$

Infolge der von der vorliegenden Arbeit abweichenden Behandlung der  
gegenseitigen Abschirmung der Resonanzen im statistischen Bereich,  
hängen dort die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten nicht nur  
vom Material  $i$  sondern von der Serie  $s(i)$  ab. Der Zähler der linken  
Seite von Gleichung (2.24) läßt sich dann als Summe aller zum Material  
 $i$  gehörenden Serien  $s(i)$  auffassen.

$$\frac{d}{dT} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g} = \frac{d}{dT} \frac{\sum_s \left\langle \frac{\mu_z^s F}{\mu_t} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle_g} \quad (2.24a)$$

Im Folgenden bezeichnet  $s=1$  die  $s$ -Wellen-Serie des U238 ( $l=0, J=1/2$ ).  
Es ergibt sich (vergleiche etwa /11/ Gleichung (B36)) als gesamte  
Reaktionsrate für alle Spalt- und Brutmaterialien

$$\left\langle \frac{\mu_z^F}{\mu_t} \right\rangle_g = \sum_s \left\langle \frac{\mu_z^s F}{\mu_t} \right\rangle_g = \left\langle \frac{\mu_z^1 F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle_g + \sum_{s \neq 1} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^s F}{\mu_t} \right\rangle_g}{\left\langle \frac{\mu_c^1 + \mu_{pz}^{\text{EFF}}}{\mu_t} \right\rangle_g} \quad (2.25)$$

Der Ausdruck auf der linken Seite von (2.25) ist die Reaktionsrate für die Reaktion  $(n,z)$  und umfaßt zunächst einmal alle Resonanzmaterialien, an denen eine Reaktion vom Typ  $(n,z)$  stattfinden kann.

$\left\langle \frac{\mu_z^i F}{\mu_t} \right\rangle$ , also die Reaktionsrate der Reaktion  $(n,z)$  für ein Material

$i$  entsteht daraus durch Auswahl derjenigen Serien  $s(i)$  (auf der rechten Seite der Gleichung) die dem Material  $i$  zugeordnet sind.

$\mu_z^s$  ist der makroskopische Wirkungsquerschnitt der Serie  $s$  für die Reaktion  $(n,z)$ ,  $\mu_c^s$  der makroskopische Compoundkernbildungsquerschnitt für die Serie  $s$  und  $\mu_p^{\text{eff}}$  und  $\mu_{pz}^{\text{EFF}}$  sind Energiemittelwerte von Querschnitten, also Größen, die vom Typ her mit  $\sigma_{\text{og}}$  vergleichbar sind aber infolge der anderen Behandlung der Resonanzwechselwirkung in /4/ eine andere Bedeutung haben. Es ist (vergl. (B31) in /11/)

$$\mu_p^{\text{eff}} = \mu_p^x + \sum_{s \geq 2} \left\langle \mu_c^s \right\rangle_g \quad (2.26)$$

$\mu_p^x$  ist der Potentialquerschnitt aller Materialien der Mischung und (vergl. (B37) in /11/).

$$\mu_{pz}^{\text{EFF}} = \mu_p^{\text{eff}} + \frac{\sum_{s \neq 1} \left\langle \mu_z^s \mu_c^s \right\rangle_g - \sum_{s \neq 1} \left\langle \mu_z^s \right\rangle_g \left\langle \mu_c^s \right\rangle_g}{\sum_{s \neq 1} \left\langle \mu_z^s \right\rangle_g} \quad (2.27)$$

Ferner gilt nach Gleichung (B40) aus /11/

$$\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle g = \left\langle \frac{F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g \quad (2.28)$$

Setzt man die Beziehungen (2.25) bis (2.28) in (2.24) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dT} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^F}{\mu_t} \right\rangle g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle g} = \frac{d}{dT} \frac{S}{s} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^S F}{\mu_t} \right\rangle g}{\left\langle \frac{F}{\mu_t} \right\rangle g} = \\ & = \left\langle \frac{1}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g \cdot \left\{ \left\langle \frac{F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g \cdot \frac{d}{dT} \left( \left\langle \frac{\mu_z^1 F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g \right) + \right. \\ & + \left. \frac{S}{s \neq 1} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^S F}{\mu_c^1 + \mu_{pz}^{\text{EFF}}} \right\rangle g}{\left\langle \frac{F}{\mu_c^1 + \mu_{pz}^{\text{EFF}}} \right\rangle g} \right) - \left( \left\langle \frac{\mu_z^1 F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g + \frac{S}{s \neq 1} \frac{\left\langle \frac{\mu_z^S F}{\mu_c^1 + \mu_{pz}^{\text{EFF}}} \right\rangle g}{\left\langle \frac{F}{\mu_c^1 + \mu_{pz}^{\text{EFF}}} \right\rangle g} \right) \cdot \\ & \cdot \frac{d}{dT} \left\langle \frac{F}{\mu_c^1 + \mu_p^{\text{eff}}} \right\rangle g \quad (2.29) \end{aligned}$$

Da U238 im Resonanzbereich nicht spaltet, fallen die aus S1 und S3 entstehenden Beiträge fort, wenn mit z der Spaltungsprozeß gemeint ist.

Wie in Abschnitt II.3.2 gezeigt wurde, läßt sich in DOP für realistische Mischungen ein eindeutiges  $\sigma_{og}$  bestimmen. Daher ergeben sich bei der Verknüpfung der beiden Methoden keine prinzipiellen physikalischen Probleme. Speziell bedeutet das, daß für U238 in den Energiegruppen 14 bis 17 und für Pu239 in der Gruppe 17 in Gl.(2.29) die Temperaturableitungen für (n, $\gamma$ )- und Spaltquerschnitte durch die aus aufgelösten Resonanzen berechneten  $\frac{d}{dT} \mu_{zg}^i(\sigma_{og}, T)$  ersetzt werden können.

Mit der Serieneinteilung der folgenden Tabelle (2.1) heißt das, daß in den Gruppen 14 bis 16 die Beiträge der Serien 1 bis 3 (aus (2.29)) und in der Gruppe 17 die Beiträge der Serien 1 bis 8 durch die in dieser Arbeit berechneten Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte ersetzt werden.

	U238			Pu239				
l	0	1	1	0	0	1	1	1
J	1/2	1/2	3/2	0	1	0	1	2
$\pi$ = Parität des Compoundkerns	+	-	-	+	+	-	-	-
Serie s	1	2	3	4	5	6	7	8

Tabelle (2.1)

Wegen der in Abschnitt II.3.2 nachgewiesenen Eindeutigkeit von  $\sigma_{og}$  für reale Mischungen in DOP ist die Ersetzung der Größen  $\frac{d\mu_i}{dzg dT}$  aus DOP durch die entsprechenden in dieser Arbeit berechneten Werte erlaubt.

## II.5 Neuberechnung des Dopplerkoeffizienten eines Na-gekühlten Schnellen Reaktors von etwa 1000 MW elektrischer Leistung

---

Mit dem nach der Beschreibung in Abschnitt (II.4) modifizierten Programm DOP werden jetzt die Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors berechnet und den Ergebnissen des unveränderten DOP gegenübergestellt.

Auf der Abbildung (2.26) sind die mit dem ursprünglichen und dem modifizierten DOP für die Corezone 1 des Referenzreaktors berechneten Dopplerkoeffizienten in Abhängigkeit von der Energie gezeigt. Der durch Punkte gekennzeichnete Verlauf gibt die mit dem unveränderten Programm DOP berechneten Werte an. Mit Kreuzen sind diejenigen Ergebnisse markiert, die in den entsprechenden Energiegruppen nach Ersetzen der Temperaturableitungen nur der U238-Gruppenwirkungsquerschnitte in DOP durch die in dieser Arbeit berechneten gewonnen sind. Die Dreiecke schließlich kennzeichnen in der 17. Gruppe den Dopplerkoeffizienten, den man erhält, wenn man sowohl für U238 als auch für Pu239 die aus aufgelösten Resonanzparametern berechneten Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten in DOP verwendet.

Oben rechts auf der Abbildung sind die jeweils sich ergebenden totalen Dopplerkoeffizienten für die Corezone 1 eingetragen.

Die Einzeleffekte sind ausführlich in Abschnitt II.3 diskutiert worden. Die Auswirkungen auf den integralen Dopplereffekt zeigen sich besonders bei der Berücksichtigung der aufgelösten Resonanzen von U238. Wie aus Abschnitt II.3 zu erwarten ist, ergibt sich bei der Verwendung des modifizierten Programms DOP für den totalen Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors eine Reduktion und zwar um etwa 10% bei  $T=900$  K. Dabei sind die Abweichungen in der 16. und 17. Energiegruppe sehr groß, was sich jedoch im integralen Dopplerkoeffizienten deswegen nicht so stark auswirkt, weil diese Gruppen ein kleineres Gewicht haben. In der 17. Gruppe bringt die Berücksichtigung der aufgelösten Pu239-Resonanzen noch eine Reduktion des Dopplerkoeffizienten um 34%. Dasselbe Bild ergibt sich für die Corezone 2 auf der Abbildung (2.27). Im Blanket

(Abbildung (2.28)) müßten die relativen Unterschiede zwischen dem bisherigen und dem neuen Verfahren (DOP und modifiziertes DOP) wegen der größeren Konzentration des U238 und dem damit verbundenen kleineren Wert von  $\sigma_{og}$  für U238 (da  $\sigma_{og}$  umgekehrt proportional zur Teilchenzahldichte des Aufmaterials ist) stärker zum Ausdruck kommen. Ebenfalls wegen der Abnahme von  $\sigma_{og}$  des U238 gegenüber den Corezonen wird der Einfluß des asymmetrischen Interferenzterms stärker (vergleiche Abbildungen (2.12) bis (2.15)).

Der auf das Pu239 zurückzuführende Effekt ist im Blanket entsprechend kleiner.

Die etwas geringere relative Abweichung zwischen den Ergebnissen des ursprünglichen und des modifizierten DOP in der Gruppe 16 für das Blanket läßt sich direkt aus Abbildung (2.14) ersehen. Der Übergang von den Coremischungen zu der speziellen Blanketmischung bringt eine etwas geringere Temperaturableitung, außerdem ist der Asymmetrieeffekt in dieser Gruppe unbedeutend.

Die Berechnungen aus Parametern aufgelöster Resonanzen, die durch Verkopplung mit DOP zu den Ergebnissen der Abbildungen (2.26) bis (2.28) führen, sind unter Berücksichtigung des Asymmetrieeffekts, Verwendung des KFK-NAP-Spektrums und mit den alten Resonanzparametern für Pu239 in der Energiegruppe 17 berechnet. Zur Bestimmung von  $\sigma_{o17}$ (Pu239) wurde bei den Rechnungen aus aufgelösten Pu239-Resonanzen der Potentialquerschnitt von U238 benutzt.

III. Vergleich der Ergebnisse für den Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors nach verschiedenen Berechnungsmethoden.

---

Im Rahmen des Karlsruher Nusys-Systems /19/ gibt es drei verschiedene Methoden (M1, M2, M3) zur Bestimmung des Dopplerkoeffizienten (DK),

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} .$$

- 1) Aus Diffusionsrechnungen bei verschiedenen Temperaturen wird  $k_{\text{eff}}$  und somit der Verlauf von  $k_{\text{eff}}(T)$  bestimmt und daraus

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} \text{ gebildet (M1).}$$

- 2) Man berechnet Gruppenwirkungsquerschnitte bei zwei verschiedenen Temperaturen,  $\mu_{\text{eff}}(T_1)$  und  $\mu_{\text{eff}}(T_2)$ , daraus bestimmt man den Differenzenquotienten  $\frac{\Delta\mu_{\text{eff}}}{\Delta T} = \frac{\mu_{\text{eff}}(T_2) - \mu_{\text{eff}}(T_1)}{T_2 - T_1}$  und aus diesem

durch Anwendung von Störungstheorie 1. Ordnung gruppenweise

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{\Delta k_{\text{eff}}}{\Delta T} . \text{ Der Übergang zu } \frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} \text{ erfolgt im allgemeinen über ein } \frac{1}{T^B} \text{ - Gesetz für } \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} \text{ (M2).}$$

- 3) Es werden die Temperaturableitungen der effektiven Gruppenwirkungsquerschnitte,  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$ , gebildet und aus ihnen mit Störungstheorie 1. Ordnung  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  (M3).

Die Methoden M2 und M3 liefern den DK des Reaktors sowohl energieintegral als gruppenweise und sowohl für den gesamten Reaktor als auch für einzelne Reaktorzonen, während die Methode M1 nur den energieintegralen Wert für den gesamten Reaktor ergibt.

### III.1 Energieintegrale Dopplerkoeffizienten für den gesamten Reaktor und zonenweise

---

Zunächst soll die Berechnung des energieintegralen Dopplerkoeffizienten für den gesamten Reaktor nach Methode M1 besprochen werden. Zu seiner Bestimmung werden für den Referenzreaktor  $k_{\text{eff}}$ -Rechnungen in Zylindergeometrie mit axialen Bucklings bei sieben Temperaturen zwischen 300 K und 2100 K durchgeführt. Der verwendete Gruppensatz ist der für natriumgekühlte Schnelle Reaktoren entwickelte NAPPMB001-Satz /10/. Dabei werden die Resonanzselbstabschirmfaktoren von U238 und Pu239 bei den von 300, 900 und 2100 K verschiedenen Temperaturen durch Interpolation /23/, gewonnen. Die Tabelle (3.1) zeigt die bei den verschiedenen Temperaturen berechneten  $k_{\text{eff}}$ -Werte.

Temperatur [ K ]	$k_{\text{eff}}$
300	1.005868
600	1.001848
900	0.999784
1200	0.998285
1500	0.997165
1800	0.996260
2100	0.995577

Tabelle (3.1)

Verglichen werden sollen zunächst Temperaturableitungen,  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ .

Die Umrechnung  $k_{\text{eff}}(T)$  in  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  wird auf zwei verschiedene Arten durchgeführt.

- a) (Methode M1a): Es ist allgemein üblich, für Schnelle Reaktoren den Temperaturverlauf von  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  durch  $\frac{A}{T^B}$  mit temperaturunabhängigen Parametern A und B darzustellen. Zur Bestimmung von A und B werden

für den Referenzreaktor an die für Temperaturen zwischen 300 K und 2100 K nach Methode M3 berechneten Dopplerkoeffizienten  $\frac{A}{T^B}$  - Kurven nach der Methode der kleinsten Quadrate angepaßt.

Bei der Anpassung für die Temperaturen zwischen 300 K und 2100 K ergibt sich  $B = 1.112$  mit relativen Abweichungen von  $\pm 1\%$ . Da  $k_{\text{eff}}$  praktisch gleich 1. bei 900 K, ergibt sich aus

$$\Delta k_{\text{eff}}(T_1 \rightarrow T_2) = k_{\text{eff}}(T_2) - k_{\text{eff}}(T_1) = A \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^B} = \frac{A}{1-B} \left( T_2^{1-B} - T_1^{1-B} \right) \quad (3.1)$$

bei bekanntem B der von  $(T_2 - T_1)$  abhängige Wert von A und somit

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} = \frac{A}{T^B}.$$

In der Tabelle (3.2) sind die aus den  $k_{\text{eff}}$  bei 900 und 2100 K, bzw. bei 900 und 300 K nach dem soeben beschriebenen Verfahren berechneten  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  eingetragen. Da häufig mit  $B = 1$  gerechnet wird, sind die sich mit  $B = 1$  und dem entsprechenden A aus Gleichung (3.1) ergebenden Werte in der Tabelle zum Vergleich aufgeführt.

$T_1$ [K]	$T_2$ [K]	B	A	$\frac{A}{T_1^B} = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$	
900	2100	1.	-0.4965/-2	-0.5517/-5	(1)
900	2100	1.112	-0.11149/-1	-0.5783/-5	(2)
900	300	1.	-0.5538/-2	-0.6153/-5	(3)
900	300	1.112	-0.11148/-1	-0.5782/-5	(4)

Tabelle (3.2)

Als das für den Vergleich mit den anderen Methoden relevante Ergebnis wird der Mittelwert der Zeilen 2 und 4 angenommen, welcher

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} = -0.5782/-5 \text{ ergibt.}$$

Der sich aus den entsprechenden Werten für  $B = 1$  ergebende Dopplerkoeffizient ist  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} = -0.58348/-5$  (als Mittelwert aus den Zeilen 1 und 3) und praktisch gleich groß. Man ersieht jedoch aus Tabelle (3.2), daß die mit  $B = 1$  gebildeten Dopplerkoeffizienten in den Zeilen 1 und 3 sich um 12 % unterscheiden, während die entsprechenden mit  $B = 1.112$  berechneten Größen eine Abweichung von weniger als 1% aufweisen. Da alle vier Größen in der letzten Spalte der Tabelle (3.2)  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei  $T = 900$  K bedeuten, müßten sie eigentlich übereinstimmen. Das Auseinanderklaffen der mit  $B = 1$  ermittelten Werte weist darauf hin, daß  $\frac{A}{T}$  als Temperaturgesetz schlecht geeignet ist, sogar schon bei kleinen Temperaturen.

- b) (Methode M1b):  $k_{\text{eff}}(\ln T)$  ( $k_{\text{eff}}$  aus Tabelle (3.1)) wird mit Hilfe von Spline-Funktionen, /8/, differenziert.  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei  $T = 900$  K hängt auch bei diesem Verfahren etwas davon ab, welche  $k_{\text{eff}}$  aus Tabelle (3.2) als Stützstellen für die Spline-Funktion vorgegeben werden. Die berechneten  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  ( $T = 900$  K) sind in Tabelle (3.3) zusammengestellt.

$k_{\text{eff}}$ -Werte bei folgenden Temperaturen werden berücksichtigt [ K ]	daraus mit Spline-Funktion $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ bei 900 K
300, 900, 2100	-0.5793/-5
300, 900, 1500, 2100	-0.5924/-5
300, 600, 900, 1500, 2100	-0.5662/-5
300, 900, 1200, 1500, 2100	-0.5884/-5
300, 600, 900, 1200, 1500, 2100	-0.5701/-5
300, 900, 1200, 1500, 1800, 2100	-0.5906/-5
300, 600, 900, 1200, 1500, 1800, 2100	-0.5717/-5

Mittelwert

-0.5798/-5

Tabelle (3.3)

Als das Ergebnis wird  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} = -0.57939/-5$ , der Wert der 1. Zeile, genommen. Das Ergebnis der Methode M1b weicht also von dem der Methode M1a weniger als 1 % ab. Wie neuere Untersuchungen zeigen, /24/, sind die aus dem eindimensionalen Diffusionsprogramm des NUSYS-Systems /19/ sich ergebenden in Tabelle (3.1) aufgeführten Werte von  $k_{\text{eff}}$  nur auf etwa 1 % absolut genau. Das würde bedeuten, daß  $\Delta k_{\text{eff}}$  zwischen 300 und 900 K bzw. zwischen 900 und 2100 K nur eine genaue Stelle besitzt. Da jedoch bei der Berechnung von  $k_{\text{eff}}(T_1)$  und  $k_{\text{eff}}(T_2)$  dieselben systematischen Fehler gemacht werden und diese sich bei der Differenzbildung zumindest teilweise kompensieren dürften, sollte eine Genauigkeit von zwei Stellen in  $\Delta k_{\text{eff}}$  realistisch sein. Aus den Methoden M1a und M1b ergibt sich demnach  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT} = -0.58/-5$ .

Aus den Methoden M2 und M3 ergeben sich die Dopplerkoeffizienten für den gesamten Reaktor und zonenweise. Die Ergebnisse der Methode M2 sind, wenn man von den Temperaturstützstellen 300, 900 und 2100 K für die Wirkungsquerschnitte ausgeht, (wesentlich dichter liegende Temperaturstützstellen führen zu numerischen Ungenauigkeiten bei der Bildung der Differenzen der effektiven Wirkungsquerschnitte) dadurch etwas in Frage gestellt, daß bei den großen Temperaturintervallen die Gültigkeit der Störungstheorie 1. Ordnung nicht mehr gesichert ist. Die exakte Störungstheorie erwartet als Wichtungsfunktionen die Neutronenflußdichte bei der Temperatur  $T_2$  und die Adjungierte bei der Temperatur  $T_1$  oder umgekehrt. In der praktischen Anwendung nimmt man aber Fluß und Adjungierte bei derselben Temperatur /25/, /28/. Wegen des härteren Spektrums bei der höheren Temperatur muß der mit den entsprechenden Wichtungsfunktionen berechnete Dopplerkoeffizient kleiner sein als der mit den Flüssen bei der niedrigeren Temperatur ermittelte. Es liegt daher nahe:

$$\Delta k_{\text{eff}}(T_1 \rightarrow T_2) = 1/2 \left[ \Delta k_{\text{eff}}^{T_1}(T_1 \rightarrow T_2) + \Delta k_{\text{eff}}^{T_2}(T_1 \rightarrow T_2) \right] \quad (3.2)$$

zu benutzen, wobei die Indizes  $T_1$  bzw.  $T_2$  oben bedeuten, daß die Flußrechnung für die Störungstheorie bei  $T_1$  bzw.  $T_2$  ausgeführt wurde. Dieses Verfahren wird auch später bei der energiegruppenweisen Be-

rechnung des Dopplerkoeffizienten angewendet werden.

Tabelle (3.4) zeigt die Ergebnisse von M2 für den gesamten Reaktor und die einzelnen Reaktorzonen. In Spalte I stehen die mit dem  $\frac{A}{T^B}$  - Gesetz (für jede Zone wurde das entsprechende B benutzt) umgerechneten Ergebnisse der Störungsrechnung zwischen 900 und 2100 K, wobei der Fluß für die Störungsrechnung bei 900 K berechnet wurde. In Spalte II stehen die entsprechenden Größen, jedoch wurde der Fluß für die Störungsrechnung bei 2100 K bestimmt. In Spalte III ist der arithmetische Mittelwert der Spalten I und II angegeben.

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}, \text{ berechnet aus } \Delta k_{\text{eff}} \text{ mit Formel (3.1), } T = 900 \text{ K}$$

	I aus $\Delta k^{900}$ (900→2100) krit. b. 900	II aus $\Delta k^{2100}$ (900→2100) krit. b. 900	III $\frac{1}{2} (I+II)$	IV $\frac{II-I}{I} \text{ [ \% ]}$
Corezone 1	-0.3844/-5	-0.3510/-5	-0.3677/-5	- 9
Corezone 2	-0.17716/-5	-0.16268/-5	-0.16992/-5	- 8
Blanket	-0.5096/-6	-0.4209/-6	-0.4652/-6	-17
total	-0.6125/-5	-0.5558/-5	-0.5842/-5	- 9

Tabelle (3.4)

Die jetzt folgende Tabelle (3.4a) enthält die Ergebnisse der entsprechenden Rechnungen zwischen 900 und 300 K

$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ , berechnet aus  $\Delta k_{\text{eff}}$  mit Formel (3.1), T = 900 K

	I aus $\Delta k^{900}$ (300+900) krit. b. 900 K	II aus $\Delta k^{300}$ (300+900) krit. b. 900 K	III $\frac{1}{2} (I+II)$	IV $\frac{II-I}{I} [\%]$
Corezone 1	-0.3493/-5	-0.3871/-5	-0.3682/-5	11
Corezone 2	-0.15684/-5	-0.17271/-5	-0.16478/-5	10
Blanket	-0.4126/-6	-0.5086/-6	-0.4606/-6	23
total	-0.5474/-5	-0.6108/-5	-0.5791/-5	12

Tabelle (3.4a)

Tabelle (3.5) enthält eine Gegenüberstellung der energieintegralen Dopplerkoeffizienten für jede Zone des Referenzreaktors berechnet nach den Methoden M1, M2, M3 und der nach Abschnitt II.4 modifizierten Methode 3, M3M. Als Ergebnisse der Methode M2 sind die Werte aus Spalte III der Tabelle (3.4) genommen, da bei 900 und 2100 K auch für die zwar nur in geringer Konzentration auftretenden Isotope Pu 240 und Pu 242 Selbstabschirmfaktoren in den Karlsruher Gruppenkonstantensätzen vorhanden sind, bei der in der Tabelle (3.4a) verwendeten Temperatur 300 K dagegen nicht.

Die in Spalte IV der Tabelle (3.5) als Ergebnis der modifizierten Methode 3, M3M, angegebenen Werte wurden mit dem (auch in den Karlsruher Gruppenkonstantensätzen bei der Berechnung der Resonanzselbstabschirmfaktoren verwendeten) SNEAK-Stoßdichtespektrum (vergleiche Abbildung (2.25)) gewichtet. Dieses Spektrum unterdrückt gegenüber  $F(E) = \frac{\text{const}}{E}$  die bei niedrigen Energien hohen Resonanzen und führt damit, wie in Abschnitt II. 3.4 ausgeführt, zu einer kleineren Temperaturableitung des effektiven Wirkungsquerschnitts. Es ergibt sich also ein etwas kleinerer Dopplerkoeffizient

$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei T = 900 K berechnet nach den Methoden M1, M2, M3 und M3M

Zone	I Methode M1	II Methode M2	III Methode M3 (DOP)	IV modifizierte Methode M3: M3M	V $\frac{M3-M3M}{M3M} [\%]$	VI $\frac{M2-M3M}{M3M} [\%]$
Corezone 1		-0.3677/-5	-0.4268/-5	-0.3901/-5	+ 9	- 6
Corezone 2		-0.16992/-5	-0.19702/-5	-0.17936/-5	+10	- 5
Blanket		-0.4652/-6	-0.5302/-6	-0.4763/-6	+11	- 2
total	-0.579/-5	-0.5842/-5	-0.6768/-5	-0.6171/-5	+10	- 5

Tabelle (3.5)

als bei Wichtung mit  $F(E) = \frac{\text{const}}{E}$ . Verwendet man das in den Abbildungen (2.23) und (2.24) gezeigte NAP-Spektrum, das noch härter ist als das SNEAK-Spektrum, so ergibt sich ein gegenüber Spalte IV der Tabelle (3.5) reduzierter Dopplerkoeffizient, wie aus den Abbildungen (2.26) bis (2.28) zu ersehen ist.

Wie Spalte V der Tabelle (3.5) zeigt, ergibt sich eine Reduktion des totalen Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors um 10 % beim Übergang von der Methode M3 zur Methode M3M, die die Parameter der aufgelösten Resonanzen berücksichtigt.

Die Methoden M1 und M2 stimmen im totalen Dopplerkoeffizienten auf 3 Dezimalen überein, was jedoch wegen der oben diskutierten wahrscheinlich geringen Genauigkeit der Methode M1 als Zufall angesehen werden muß.

Zwischen der Methode M2 und der Methode M3M ergibt sich eine relative Abweichung im totalen Dopplerkoeffizienten von 5 %. Die Ergebnisse aus M2 und M3M wurden aus denselben Kerndaten und - zumindest im Energiebereich aufgelöster Resonanzen - mit dem gleichen Stoßdichtespektrum  $F(E)$  gewonnen. Der Hauptunterschied bei der Berechnung von  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  liegt demnach in der Anwendung der Störungstheorie, welche nur bei der Methode M3 bzw. M3M exakt angewendet wird. Bei den beiden letztgenannten Methoden unterscheiden sich Anfangs- und Endtemperatur,  $T_1$  und  $T_2$ , nur um 1 Grad, und es ist demnach praktisch exakt bei der im Rahmen der Störungstheorie auszuführenden Wichtung die Neutronenflußdichte und die Adjungierte bei derselben Temperatur zu nehmen. Ein kleinerer Unterschied zwischen der Methode M2 und den Methoden M3 beruht auf einem Unterschied im Stoßdichtespektrum  $F(E)$  im Bereich der statistischen Resonanzen. Schließlich ist zu bedenken, daß eine Anpassung des Temperaturverlaufs des Dopplerkoeffizienten mit einem Temperaturgesetz  $\frac{A}{T^B}$  zwar recht gut, jedoch nicht exakt ist und somit bei der Umrechnung der aus M2 sich zunächst ergebenden  $\Delta k_{\text{eff}}$  in  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  nach Gleichung (3.1) noch zu kleinen Fehlern führen kann (etwa  $\pm 1$  %).

Wie die Spalten IV der Tabellen (3.4) und (3.4a) zeigen, weichen die mit der Methode M2 berechneten Dopplerkoeffizienten relativ stark voneinander ab, je nachdem, ob für die Störungsrechnung Fluß und Adjungierte bei der höheren oder bei der niedrigeren der beiden Temperaturen benutzt werden. Es ist keineswegs gesichert, daß der in Spalte II von Tabelle (3.5) angegebene arithmetrische Mittelwert beider Ergebnisse das wahre Resultat liefert. Bei der Bewertung der in Tabelle (3.5) aufgeführten Ergebnisse sind die in Spalte IV angegebenen Werte aus Methode M3M als die genauesten und damit als Bezugswerte für durchzuführende Vergleiche anzusehen.

### III.2 Energiegruppenabhängige Dopplerkoeffizienten für die Corezone 1 des Referenzreaktors.

---

In diesem Abschnitt werden die aus den Methoden M2, M3 und M3M sich ergebenden energiegruppenabhängigen Dopplerkoeffizienten einander gegenübergestellt.

Schon im vorigen Abschnitt III.1, bei der Untersuchung des energieintegralen Dopplerkoeffizienten von Reaktorzonen, wird festgestellt, daß die Ergebnisse der Methode M2, je nachdem, ob Neutronenflußdichte und Adjungierte für die Störungsrechnung bei der höheren oder bei der niedrigeren der beiden Temperaturen bestimmt werden, um etwa 10 % voneinander abweichen. In der nachfolgenden Tabelle (3.6) sind die entsprechenden Abweichungen nach Energiegruppen aufgeschlüsselt. Die Spalte IV der Tabelle (3.6) zeigt die relativen Abweichungen zwischen den aus  $\Delta k_{\text{eff}}^{300}(300 \rightarrow 900)$  und  $\Delta k_{\text{eff}}^{900}(300 \rightarrow 900)$  über Gleichung (3.1) (mit aus M3M-Ergebnissen berechneten energieabhängigen Werten von B) bestimmten  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei 900 K.

In den Energiegruppen 9 bis 13 sind die Abweichungen  $\leq 5 \%$ , während in den Gruppen 14 bis 17 die Diskrepanzen zwischen + 11 und + 29 % liegen. Spalte VII zeigt die entsprechenden Abweichungen zwischen den aus  $\Delta k_{\text{eff}}^{2100}(900 \rightarrow 2100)$  einerseits und  $\Delta k_{\text{eff}}^{900}(900 \rightarrow 2100)$  andererseits berechneten Größen  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ . Auch hier zeigt sich

ein Auseinanderklaffen der verschiedenen Resultate zu kleiner werdenden Energien hin. Noch augenfälliger wird dieser Sachverhalt, wenn man etwa die aus  $\Delta k_{\text{eff}}^{900}(300 \rightarrow 900)$  und  $\Delta k_{\text{eff}}^{900}(900 \rightarrow 2100)$  gewonnenen Werte für  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  miteinander vergleicht. Die entsprechenden relativen Abweichungen sind in Spalte V aufgeführt. Sie erreichen in der 17. Gruppe sogar 48 %.

Die hier auftretenden Unterschiede sind im wesentlichen durch die Benutzung der Störungstheorie mit Wichtungsfunktionen bei jeweils nur einer Temperatur hervorgerufen. Die Umrechnung über Gleichung (3.1) mit dem B aus M3M bringt im Vergleich dazu nur geringe Unsicherheiten. Eine konsistentere Vergleichsbasis als  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  sind die Größen  $\Delta k_{\text{eff}}$ . Sie ergeben sich aus M2 direkt und sind aus M3M mit den aus  $\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei drei Temperaturen bestimmten Parametern A und B über

$$\Delta k_{\text{eff}} = \int \frac{A}{T^B} dT \text{ zu berechnen. Bei diesem Vorgehen werden also die}$$

beiden zu vergleichenden Ergebnisse jeweils nur aus Berechnungen mit einer Methode gewonnen, während z.B. die Größen in Tabelle (3.6) mit  $\Delta k_{\text{eff}}$  aus M2 und B aus M3M bestimmt werden, also durch Anwendung zweier Methoden für ein Ergebnis. Damit sind natürlich die der Methode M2 anhaftenden Unsicherheiten bezüglich der Wichtung bei der Durchführung der Störungstheorie aus dem Vergleich nicht eliminiert. In der Tabelle (3.7) sind zur Durchführung des Vergleichs in den Spalten I und II die aus der Methode M2 gewonnenen energiegruppen-abhängigen Werte von  $\Delta k_{\text{eff}}$  zwischen 900 und 2100 K angegeben, wobei in Spalte I Fluß und Adjungierte bei 900 K und in Spalte II bei 2100 K berechnet wurden. In Spalte V wird entsprechend Abschnitt III.1 der schließlich für den Vergleich benutzte arithmetische Mittelwert aus den Spalten I und II angegeben. In Spalte III stehen die aus der Methode M3M durch Umrechnung gewonnenen  $\Delta k_{\text{eff}}$ -Werte. Zur Diskussion des Vergleichs soll hervorgehoben werden, daß die Kerndaten und die Wichtungsspektren für die Gruppenkonstanten bzw. für die Temperaturableitungen der Gruppenkonstanten in den Methoden M2 bzw. M3M weitgehend konsistent sind, so daß die Abweichungen fast nur durch die

andersartige methodische Behandlung bei der Gewinnung von  $\Delta k_{\text{eff}}$  zustande kommen. Es werden in beiden Methoden dieselben Resonanzparameter verwendet. Die in M2 und M3M verwendeten Gruppenkonstanten sowohl als auch die in M3M benutzten Temperaturableitungen sind mit dem auf der Abbildung (2.25) gezeigten SNEAK-Spektrum gewichtet. (Eine Ausnahme bezüglich der Stoßdichtewichtung bilden die mit M3 berechneten Größen im statistischen Resonanzbereich, darauf wird weiter unten noch einmal eingegangen).

Die Spalte VI der Tabelle (3.7) gibt die relative Abweichung zwischen der Spalte V, dem relevanten Ergebnis aus der Methode M2 und der Spalte III, dem Ergebnis der Methode M3M, an. Da die Bestimmung der  $\Delta k_{\text{eff}}$ -Werte im Bereich aufgelöster Resonanzen in M3M lediglich mit der praktisch vernachlässigbaren Unsicherheit der Konstanten A und B des Temperaturgesetzes zwischen 900 K und 2100 K behaftet ist, sind die aus M3M gewonnenen Ergebnisse in den Gruppen 14 bis 17 als die zuverlässigsten anzusehen. Im statistischen Resonanzbereich wird zur Berechnung der in Spalte III angegebenen Werte die Methode M3 benutzt. Die dort erhaltenen Resultate sind infolge der Verwendung einer Konstanten für die Stoßdichte geringfügig unsicher. Bei der Beurteilung der Unterschiede ist ebenfalls zu beachten, daß die Hauptbeiträge zum Dopplerkoeffizienten aus den Gruppen 12 bis 16 kommen.

Ogleich die Diskrepanzen zwischen verschiedenen Ergebnissen der Methode M2 - besonders in den Energiegruppen des aufgelösten Resonanzbereiches - sehr groß sind (und auch nicht genau fixiert werden können) stimmt der aus Einzelergebnissen der Methode M2 gebildete Mittelwert recht gut mit den Ergebnissen aus M3M überein, so daß im Rahmen der heute geforderten Genauigkeit von 20 % für den Dopplerkoeffizienten auch Methode M2 brauchbare Ergebnisse liefert.

$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$  bei  $T = 900 \text{ K}$  für die Corezone 1, energieguppenweise berechnet aus M2 (B aus M3M)

Gruppen Nr.	I	II	III	IV	V	VI	VII
	$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ aus $\Delta k_{\text{eff}}^{300} (300 \rightarrow 900)$	aus $\Delta k_{\text{eff}}^{900} (300 \rightarrow 900)$	aus $\Delta k_{\text{eff}}^{900} (900 \rightarrow 2100)$	$\frac{\text{I}-\text{II}}{\text{II}} [\%]$	$\frac{\text{III}-\text{II}}{\text{II}} [\%]$	$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ aus $\Delta k_{\text{eff}}^{2100} (900 \rightarrow 2100)$	$\frac{\text{VI}-\text{III}}{\text{III}} [\%]$
9	-0.5684/-7	-0.5640/-7	-0.5884/-7	< 1	4	-0.5852/-7	< 1
10	-0.16282/-6	-0.16074/-6	-0.17493/-6	1	12	-0.17339/-6	< 1
11	-0.20973/-6	-0.20497/-6	-0.22689/-6	2	11	-0.22332/-6	- 2
12	-0.4434/-6	-0.4266/-6	-0.4673/-6	4	10	-0.4550/-6	- 3
13	-0.21521/-6	-0.20476/-6	-0.22488/-6	5	10	-0.21694/-6	- 4
14	-0.10106/-5	-0.9126/-6	-0.11444/-5	11	25	-0.10638/-5	- 7
15	-0.11122/-5	-0.9450/-6	-0.10725/-5	18	13	-0.9417/-6	- 12
16	-0.5822/-6	-0.4909/-6	-0.3459/-6	19	-30	-0.28899/-6	- 16
17	-0.7221/-7	-0.5604/-7	-0.8308/-7	29	48	-0.6491/-7	- 22
Corezone 1	-0.3871/-5	-0.3493/-5	-0.3844/-5	11	10	-0.3510/-5	- 9

Tabelle (3.6)

$\Delta k_{\text{eff}}(900 \rightarrow 2100)$  aus M2 und aus M3M durch Umrechnung über  $\int \frac{A}{T B} dT$  für die Energiegruppen der Corezone 1

Gruppen Nr.	I $\Delta k_{\text{eff}}^{900}(900 \rightarrow 2100)$ aus M2	II $\Delta k_{\text{eff}}^{2100}(900 \rightarrow 2100)$ aus M2	III $\Delta k_{\text{eff}}(900 \rightarrow 2100)$ aus M3M	IV $\frac{I-III}{III} [\%]$	V $1/2 (I + II)$	VI $\frac{V-III}{III} [\%]$
9	-0.3457/-4	-0.3437/-4	-0.3029/-4	+14	-0.3447/-4	+14
10	-0.10178/-3	-0.10088/-3	-0.9339/-4	+ 9	-0.10133/-4	+ 8
11	-0.13748/-3	-0.13532/-3	-0.14517/-3	- 5	-0.13640/-3	- 6
12	-0.3037/-3	-0.29569/-3	-0.28158/-3	+ 8	-0.29968/-3	+ 6
13	-0.14932/-3	-0.14405/-3	-0.14793/-3	+ 1	-0.14668/-3	- 1
14	-0.8724/-3	-0.8109/-3	-0.8763/-3	<-1	-0.8416/-3	- 4
15	-0.8547/-3	-0.7505/-3	-0.8910/-3	- 4	-0.8026/-3	-10
16	-0.27187/-3	-0.22715/-3	-0.25939/-3	+ 5	-0.24951/-3	- 4
17	-0.7767/-4	-0.6069/-4	-0.5761/-4	+10	-0.6918/-4	-20
Corezone 1	-0.28034/-2	-0.25595/-2	-0.28177/-2	- 0	-0.26814/-2	- 5

Tabelle (3.7)

#### IV. Temperaturabhängigkeit des Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors für Temperaturen zwischen 300 K und 10000 K.

---

Wie im Abschnitt III.1 bereits erwähnt wurde, wird für die Temperaturabhängigkeit des Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors meistens ein  $\frac{A}{T^B}$  - Verlauf angenommen. Die Parameter A und B werden dabei durch Anpassung an Dopplerrechnungen zwischen 300 und 2100 K bestimmt, also durch Anpassung in einem Temperaturbereich, für den i.a. Gruppenkonstanten verfügbar sind. Es ist jedoch von vornherein nicht gesichert, daß bei Temperaturen oberhalb von 2100 K (und bei Sicherheitsanalysen interessiert man sich für Temperaturen bis etwa 5000 K)  $\frac{A}{T^B}$  den Verlauf des Dopplerkoeffizienten noch gut wiedergibt. Außerdem ist fraglich, wie weit die zwischen 300 K und 2100 K berechneten Parameter A und B zur Extrapolation zu hohen Temperaturen geeignet sind. Daher werden in den folgenden Abschnitten am Beispiel des Referenzreaktors Temperaturnetze gesucht, die den Dopplerkoeffizienten noch bis zu sehr hohen Temperaturen möglichst gut beschreiben.

Im Abschnitt IV.1 werden Temperaturnetze für den totalen Dopplerkoeffizienten von Reaktorzonon behandelt. Im Abschnitt IV.2 werden die Untersuchungen noch auf energiegruppenabhängige Dopplerkoeffizienten und Temperaturableitungen von (n,γ)- und Spaltquerschnitten ausgedehnt.

Bei Störfällen, die in diesen hohen Temperaturbereich hineinführen, hat man in Bezug auf die Behandlung des Dopplerkoeffizienten zwei Dinge zu beachten. Zunächst wird sich die Konfiguration des Systems, also auch dessen Zusammensetzung nicht ändern, so daß der alleinige Effekt für den Dopplerkoeffizienten die Erhöhung der Brennstofftemperatur ist. Danach wird unter Umständen das Kühlmittel sukzessiv vom Zentrum zum Rand hin hinausgeworfen werden. Dies bedeutet eine Verkleinerung des Dopplereffekts auf Grund des gehärteten Spektrums. Bei Brennstofftemperaturen oberhalb des Siedepunktes wird auch die Coregeometrie durch den sich aufbauenden Druck verändert. Diese Ver-

änderung der Coregeometrie ist im allgemeinen während der Dauer der nuklearen Exkursionsphase nicht zu groß. Deswegen werden bei der Aufstellung einer Temperaturgesetzmäßigkeit für den Dopplerkoeffizienten zwei Fälle untersucht: der des Reaktors mit Na und der des Reaktors ohne Na (gevoideter Reaktor).

Jede Temperaturerhöhung des Systems bewirkt eine Verminderung der Resonanzüberhöhung. Diese ist, wie aus der Diskussion in Abschnitt II.3.1 hervorgeht, der wichtigste Punkt für Größe und Temperaturabhängigkeit des Dopplerkoeffizienten. Da sich die beiden obengenannten Fälle (Reaktor mit Na und gevoideter Reaktor) abgesehen von Spektraleinflüssen nur durch den Untergrund unterscheiden, ist zu erwarten, daß sich für sie eine etwa gleiche Temperaturgesetzmäßigkeit für den Dopplerkoeffizienten, jedoch mit verschiedenen Parametern, ergeben wird.

#### IV.1 Temperaturgesetze für den totalen Dopplerkoeffizienten einzelner Reaktorzonnen.

---

In diesem Abschnitt wird für die Corezonen des Referenzreaktors ein Temperaturgesetz gesucht, das den Verlauf des Dopplerkoeffizienten bis hin zu 5000 K und auch darüberhinaus noch bis 10000 K möglichst gut wiedergibt. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen: Bei 10 Temperaturen zwischen 300 K und 10000 K (nämlich bei 300, 900, 1500, 2100, 2700, 3500, 4500, 6000, 8000 und 10000 K) werden mit DOP die Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors ermittelt. Die für die Störungsrechnungen benötigten Neutronenflußdichten werden aus eindimensionalen Diffusionsrechnungen in Zylindergeometrie mit axialen Bucklings bestimmt. Die Erstellung eines Gruppenkonstantensatzes bis 10000 K ist mit dem Programmsystem MIGROS /26/, ausgehend von KEDAK, erfolgt. (Der erstellte Gruppenkonstantensatz stellt eine Erweiterung des MOXTOT-Satzes /29/ zu höheren Temperaturen dar). Mit Hilfe eines Verfahrens der kleinsten quadratischen Abweichung /27/ wird eine Anpassung der bei 10 Temperaturen berechneten Werte für den Dopplerkoeffizienten an drei Temperaturgesetze versucht, nämlich an

$$1) \frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T^B}$$

$$2) \frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T+BT}^{3/2}$$

$$3) \frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T^{1/2}+BT}^{3/2}$$

mit für jeden Temperaturbereich und jedes Gesetz verschiedenen A und B.

Der Aufbau eines Temperaturgesetzes aus Potenzen  $T^{-1/2}$ ,  $T^{-1}$ ,  $T^{-3/2}$  liegt nahe, da (wie in Abschnitt II.3.1 erwähnt) aus asymptotischen Betrachtungen für die Temperaturableitung der J-Funktion  $T^{-1/2}$  als Temperaturabhängigkeit des Dopplerkoeffizienten eines Reaktors mit sehr weichem und  $T^{-3/2}$  für einen Reaktor mit sehr hartem Spektrum folgt. Als eine Art mittlerer Wert aus den beiden Grenzfällen wird für Schnelle Reaktoren häufig eine  $T^{-1}$ -Abhängigkeit für den Dopplerkoeffizienten angenommen.

Bei der Auswahl eines Temperaturgesetzes aus den drei zur Diskussion stehenden werden zwei Forderungen gestellt, nämlich

1. Bei der Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate an die 10 mit DOP berechneten Werte soll die relative Abweichung zwischen den direkt berechneten Werten und den mit dem Temperaturgesetz angepaßten Werten  $\pm 10\%$  nicht übersteigen. Diese Forderung wird in Zukunft als Anpaßbarkeitsforderung bezeichnet werden.
2. Diejenigen Parameter A und B, die sich bei einer Anpassung zwischen 300 und 2100 K ergeben, sollen bei Extrapolation des Temperaturgesetzes bis 6000 K Ergebnisse liefern, deren relative Abweichungen von den berechneten Dopplerkoeffizienten wieder höchstens  $\pm 10\%$  betragen sollen. Diese Forderung wird abkürzend als Extrapolationsforderung bezeichnet werden. Diese zweite Forderung ist die wesentliche und auch schärfere Forderung.

Aus Abbildung (4.1) ist zu entnehmen, wie gut das Gesetz  $\frac{A}{T^B}$  die gestellten Forderungen erfüllt. Für die Corezone 1 des Referenzreaktors

ist hier -  $T \frac{d\rho}{dT}$  \*) aufgetragen für den Temperaturbereich von 300 bis 10000 K. Die Kreise zeigen die Ergebnisse von DOP. Die mit dem Kreuz markierte Kurve ist der Least-Squares-Fit mit  $\frac{A}{T^B}$  an alle diese Punkte. Die relative Abweichung zwischen berechneten und angepaßten Werten liegt zwischen -4 % und + 7 %. B ist 1.12. Die Kurve für B=1 würde horizontal verlaufen und bei 6000 K +27 % relative Abweichung vom berechneten Wert aufweisen, wenn  $T \frac{d\rho}{dT} = \text{const}$  bei 900 K angepaßt wird. Die Kurve, die durch Quadrate markiert ist, ergibt sich wenn man die Anpassung mit  $\frac{A}{T^B}$  zwischen 300 und 2100 K durchführt und mit den daraus bestimmten Parametern A und B extrapoliert bis zu 10000 K. Die Kurve hat bei 6000 K eine relative Abweichung von +10 % gegenüber dem Ergebnis des Dopplerprogramms, sie erreicht also gerade noch die geforderte Genauigkeit. Die dritte noch eingezeichnete Kurve wird aus Anpassung der Parameter bis 4500 K gewonnen.

Auf der Abbildung (4.2) ist aufgetragen, was das entsprechende Vorgehen bei Benutzung des Gesetzes  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T+B T^{3/2}}$  ergibt. Beide gestellten Forderungen, nämlich die der Anpaßbarkeit und die der Extrapolierbarkeit werden hier sehr gut erfüllt. Die zwischen 300 und 2100 K bestimmten A und B ergeben bei Extrapolation bis zu 10000 K sogar nur eine relative Abweichung von +7 %.

Die Abbildung (4.3) zeigt die entsprechenden für das 3. Temperaturgesetz durchgeführten Untersuchungen. Das Gesetz  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T^{1/2} + B T^{3/2}}$  ist den beiden vorher diskutierten deutlich unterlegen und erfüllt keine der beiden gestellten Forderungen.

Die Untersuchungen werden auch für die Corezone 2 des Referenzreaktors sowie für Corezone 1 und Corezone 2 des Reaktors im gevoideten Zustand durchgeführt. Die Anpassung und Extrapolation mit den drei diskutierten Temperaturgesetzen führt in all diesen Fällen zu demselben

---

\*) Es ist  $\rho = \frac{k_{\text{eff}}^{-1}}{k_{\text{eff}}}$ , demnach  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{k_{\text{eff}}^2} \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$ ; bei einem sehr dicht

bei 1 liegenden k gilt in guter Näherung  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{dk_{\text{eff}}}{dT}$

Schluß.  $\frac{A}{T^B}$  ist brauchbar, das Gesetz  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T+BT^{3/2}}$  hervorragend geeignet, während  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T^{1/2}+BT^{3/2}}$  weder die Anforderungen der Anpassung noch die der Extrapolation erfüllt.

#### IV.2 Temperaturgesetze für den energiegruppenabhängigen Dopplerkoeffizienten und die Temperaturableitungen der effektiven (n,γ)- und Spaltquerschnitte.

---

Für Orts-Energie-anhängige Dynamikrechnungen wird das Temperaturverhalten des Dopplerkoeffizienten auch in Abhängigkeit von der Energie benötigt. Daher werden in diesem Abschnitt die Untersuchungen für jede Energiegruppe einzeln durchgeführt. Es zeigt sich, daß der Temperaturverlauf des Dopplerkoeffizienten von der Energie sehr stark abhängt. Die Tabelle (4.1) vermittelt einen Eindruck von der Verschiedenheit der Temperaturverläufe in den einzelnen Energiegruppen. Für 9 Energiegruppen zwischen 100 eV und 100 KeV sind diejenigen B aufgetragen, die sich aus einer Anpassung mit  $\frac{A}{T^B}$  zwischen 300 K und 10000 K (bei Verwendung des MOXTOT-Satzes /29/) ergeben haben. Die 1. Spalte zeigt die Werte von B, die sich bei Anpassung des energiegruppenabhängigen DK mit  $\frac{A}{T^B}$  ergeben.

Aus dieser Spalte der Tabelle (4.1) läßt sich der folgende wesentliche physikalische Sachverhalt entnehmen. Die Größe B ist in dem für den Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren relevanten Energiebereich sehr stark abhängig von der Energie. Bei niedrigen Energien liegt der Wert relativ nahe bei dem, der aus Betrachtung einer einzelnen Resonanz für sehr starke Resonanzüberhöhung zu erwarten ist, nämlich dem Wert 0.5. Die mit zunehmender Energie abnehmende Resonanzüberhöhung muß sich in einer Zunahme von B bemerkbar machen und schließlich den Grenzwert von 1.5 für schwache Resonanzüberhöhung erreichen. Im oberen Energiebereich liegt der Idealfall einer Einzelresonanz jedoch nicht vor. Die dort vorherrschende starke Resonanzüberlappung bewirkt sogar, daß der Grenzwert von 1.5 überschritten wird.

Die Tatsache, daß sich bei Schnellen Reaktoren B in der Nähe von 1 befindet, ist demnach hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß bei den nur wenig sich unterscheidenden Mischungsverhältnissen bei den jetzt diskutierten Schnellen Reaktoren die Hauptbeiträge zum Dopplerkoeffizienten aus dem Bereich um 1 KeV kommen. Dort liegt B sehr nahe bei 1, wie die Tabelle (4.1) zeigt.

Für kleinere Reaktoren als den hier diskutierten (Prototyp) kommen wegen des etwas härteren Spektrums die Hauptbeiträge von etwas höher liegenden Energiebereichen, so daß B für diese Reaktoren etwas größer wird. Die häufig zitierte  $\frac{1}{T}$  - Gesetzmäßigkeit des Dopplerkoeffizienten für Schnelle Reaktoren kommt nur auf Grund der schon genannten Argumente zustande.

Da außer dem DK in jeder Gruppe auch die Temperaturableitungen der effektiven (n,γ)- und Spaltquerschnitte interessieren, wird diese Größe in die Untersuchungen mit einbezogen. Die Temperaturableitung des (n,γ)-Querschnitts gibt für B ungefähr dieselben Werte wie der DK, was die nächste Spalte zeigt. Auch das Maximum in der 10. Gruppe ist vorhanden. Die Temperaturableitung des Spaltquerschnitts ergibt bei Anpassung an  $\frac{A}{T^B}$  über den ganzen Energiebereich ein fast konstantes B wie die letzte Spalte zeigt. Das bedeutet, daß der Untergrund für Pu239 im Schnellen Reaktor schon bei kleinen Energien zu einer Resonanzüberhöhung führt, die dem Grenzfall  $\beta \gg \psi$  entspricht. Für  $\frac{d\rho}{dT}$  und  $\frac{d\mu(n,\gamma)g}{dT}$  erfüllt jedoch weder das Gesetz  $\frac{A}{T^B}$  noch vier weitere getestete 2parametrische Temperaturnetze für alle Energiegruppen die gestellten Forderungen. Insbesondere läßt sich für die Energiegruppe zwischen 1 und 2.15 KeV, die mehr als 30 % zum DK jeder Corezone beiträgt, kein zweiparametrisches Gesetz finden, das die eingangs gestellten Forderungen erfüllt.

Es werden daher zwei 3parametrische Gesetze zur Diskussion gestellt, nämlich

$$1. \frac{dp}{dT} = \frac{A}{(T+C)^B} \quad \text{und}$$

$$2. \frac{dp}{dT} = \frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$$

Zunächst seien die Anpassungen an den Dopplerkoeffizienten erörtert.

Die 1. Forderung, nämlich die der Anpaßbarkeit, wird von beiden Gesetzen für alle Gruppen erfüllt. Jedoch ist in fast allen Gruppen, deren Energien oberhalb 2 KeV liegen, bei der Benutzung des 2. der beiden Gesetze die Extrapolierbarkeitsforderung nicht erfüllt. Teilweise treten sogar zwischen dem mit dem Dopplerprogramm berechneten und dem mit dem Temperaturgesetz extrapolierten Wert relative Abweichungen von mehr als 100 % auf.

Das 1. Gesetz dagegen,  $\frac{A}{(T+C)^B}$ , verletzt gelegentlich bei Energien unterhalb 2 KeV die an die Extrapolierbarkeit gestellten Forderungen. Jedoch wird hier die gewünschte Genauigkeit nicht so wesentlich unterboten.

Für die Anpassungen der temperaturabgeleiteten effektiven  $(n,\gamma)$ -Querschnitte gelten dieselben Aussagen. Die Temperaturableitungen der Spaltquerschnitte lassen sich durch  $\frac{A}{(T+C)^B}$  in allen Energiegruppen gut beschreiben, während:  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  fast nie die Extrapolationsforderungen erfüllt.

An den Abbildungen (4.4) bis (4.8) wird an einigen Beispielen demonstriert, was soeben pauschal festgestellt wurde.

Auf Abbildung (4.4) ist für den Energiebereich zwischen 1 und 2.15 KeV  $T \frac{dp}{dT}$  in der Corezone 1 aufgetragen. Die Kreise sind wieder die mit DOP berechneten Werte. Für 3 Temperaturgesetze, nämlich  $\frac{A}{T}$  und die beiden 3parametrischen Gesetze werden jedesmal Least-Square-Anpassungen an die Dopplerkoeffizienten zwischen 300 K und 2100 K durchgeführt und mit den daraus erhaltenen Parametern extrapoliert bis zu hohen Temperaturen (10000 K). Man sieht, daß die Extrapolationsforderung von dem

Gesetz  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  am besten erfüllt wird. Die mit den anderen beiden Gesetzen durchgeführten Extrapolationen erfüllen nicht die gestellten Forderungen.

Die Abbildung (4.5) zeigt das entsprechende für den gevoideten Reaktor. Hier ergibt sich, zumindest dem Trend nach, dasselbe Bild.

Für  $\frac{d\mu(n,\gamma)_{\text{eff}}}{dT}$  ergibt sich in allen Gruppen bezüglich der Temperaturgesetze das entsprechende Verhalten wie für  $\frac{d\rho}{dT}$ .

Die Untersuchungen für die Temperaturableitung des effektiven  $(n,\gamma)$ -Querschnitts sind auf Abbildung (4.6) für die Energiegruppe zwischen 465 eV und 1 KeV dargestellt.

Auch hier ist  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  dasjenige Gesetz, das die besten Extrapolationseigenschaften besitzt, obgleich auch  $\frac{A}{(T+C)^B}$  sehr gut das geforderte leistet und sogar die relativen Abweichungen bei Verwendungen von  $\frac{A}{T^B}$  sich fast noch innerhalb der geforderten Grenzen befinden.

Bei der Temperaturableitung des effektiven Spaltquerschnitts, die für dieselbe Energiegruppe auf der Abbildung (4.7) gezeigt wird, sind wie vorausgesagt, die Extrapolationseigenschaften von  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  sehr schlecht (rel. Abw. bei 6000 K: -30 %, -70 % bei 10000 K).

Die beiden anderen Gesetze sind etwa gleich gut. Da jedoch in vielen anderen Gruppen  $\frac{A}{T^B}$  wesentlich weniger zur Beschreibung der Temperaturableitung der effektiven Spaltquerschnitte geeignet ist als  $\frac{A}{(T+C)^B}$  und man nicht zu viele verschiedene Temperaturgesetze haben möchte, empfiehlt es sich, in allen Gruppen für die Temperaturableitungen der effektiven Spaltquerschnitte  $\frac{A}{(T+C)^B}$  zu benutzen. Wie schlecht

bei Energien oberhalb 2 KeV die Extrapolationseigenschaften von  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  sein können, wird auf Abbildung (4.8) am Beispiel der Energiegruppe zwischen 2.15 und 4.65 KeV verdeutlicht. Hier ist als Temperaturgesetz für den Dopplerkoeffizienten nur  $\frac{A}{(T+C)^B}$  im

Rahmen der gewünschten Genauigkeit brauchbar.

Als Ergebnis der Untersuchungen kann also folgende Empfehlung ausgesprochen werden: Zur Anpassung und Extrapolation von  $\frac{d\rho}{dT}$  sowie der Temperaturableitung des effektiven  $(n,\gamma)$ -Querschnitts ist für

Energien oberhalb 2.15 KeV das Gesetz  $\frac{A}{(T+C)^B}$  geeignet und unterhalb 2.15 KeV erfüllt  $\frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}}$  die gestellten Forderungen. Zur Anpassung und Extrapolation der Temperaturableitungen der effektiven Spaltquerschnitte ist  $\frac{A}{(T+C)^B}$  ein gutes Gesetz.

Die energieabhängigen Anpassungen für  $\frac{d\rho}{dT}$  sind bisher nur für einige Energiegruppen auch für den Voidfall durchgeführt. Bei den Testbeispielen ergibt sich stets hinsichtlich der Brauchbarkeit der verschiedenen Gesetze derselbe Trend wie für den Reaktor mit Na.



V. Zusammenfassung:

Eine sehr zuverlässige, aber wegen des besonderen Aufwandes nicht sehr verbreitete störungstheoretische Methode zur Bestimmung des Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors startet von den Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  im Resonanzbereich der schweren Kerne. Das in Karlsruhe entwickelte Programm DOP, /4/, benutzt dieses Verfahren, jedoch werden in DOP die temperaturverbreiterten Resonanzen der Spalt- und Brutmaterialien im gesamten für den Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors wichtigen Energiebereich (100 eV - 50 KeV) aus nur statistischen Informationen über Höhe, Breite und Lage der einzelnen Resonanzen gewonnen. Infolgedessen werden besondere Näherungsmethoden bei der Bestimmung von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  erforderlich, da bei exakter Behandlung im Rahmen der Statistik sich ein außerordentlich komplizierter Formalismus ergeben würde.

Für das den Dopplerkoeffizienten eines Schnellen Reaktors wesentlich bestimmende Resonanzmaterial, das U238, sind in demjenigen Energiebereich, in dem 70 % des Dopplerkoeffizienten entstehen, alle Resonanzen einzeln bekannt, d.h. es liegt eine genaue Information über die Parameter der Resonanzen vor. Das ist besonders wichtig für eine gute Bestimmung von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  in Energiegruppen mit nur wenigen Resonanzen, da dort die Anwendung statistischer Methoden wegen der individuellen Eigenschaften der Resonanzen mit Sicherheit zu Ungenauigkeiten führt.

Daher werden in der vorliegenden Arbeit in dem dafür infrage kommenden Energiebereich die Temperaturableitungen effektiver Wirkungsquerschnitte aus Parametern aufgelöster Resonanzen berechnet. In Abschnitt II wird zunächst der dazu nötige Formalismus entwickelt. Die Resonanzwirkungsquerschnitte an einem Energiepunkt werden dabei als Summe über die Wirkungsquerschnitte aller bei dieser Energie sich auswirkenden Resonanzen berechnet, eine Näherung, die für Materialien mit großen Resonanzabständen, wie U238, sehr gut ist und in diesem

Energiebereich auch allgemein für Pu239 verwendet wird. Die Wechselwirkung der Resonanzen der Spalt- und Brutmaterialien wird bei der Bildung der Reaktionsrate für die Resonanzen ein- und desselben Materials exakt, für die Resonanzen verschiedener Materialien über einen energetischen Mittelwert berücksichtigt ( $\sigma_0$ -Konzept) vergl. /10/. Damit ist im Gegensatz zu DOP gewährleistet, daß das Verfahren für beliebige Materialzusammensetzungen anwendbar ist. Bei der Wichtung zur Berechnung der effektiven Wirkungsquerschnitte wird die Narrow-Resonance-Näherung benutzt, wobei im Gegensatz zu DOP ein beliebiges Stoßdichtespektrum verwendet werden kann. Im totalen Wirkungsquerschnitt wird der Interferenzterm zwischen Resonanz- und Potentialstreuung exakt berücksichtigt, also auch der asymmetrische Anteil mitgenommen.

Weiter befaßt sich dieser Abschnitt mit der numerischen Bestimmung von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$ . Um eine gute Genauigkeit dieser Größe zu garantieren, ist es erforderlich, ein genaues Verfahren zur Bestimmung der Temperaturableitungen der Resonanzlinienfunktionen,  $\frac{d\psi}{dT}$  und  $\frac{d\chi}{dT}$  zu entwickeln. Als eine sehr genaue und elegante Methode zur numerischen Differentiation bieten sich die Splinefunktionen, /8/, an. Es gelingt, die Temperaturableitungen von  $\psi$  und  $\chi$  bis auf Ausnahmefälle mit einer größeren Genauigkeit als 1 % zu berechnen. Die Wahl der Stützstellen für die Splinefunktionen sowie für die numerische Integration über die Energie muß mit Sorgfalt durchgeführt werden. Nach Lösung der numerischen Probleme wird ein Rechenprogramm erstellt, das  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  aus aufgelösten Resonanzen ermittelt.

Die mit diesem Programm erzielten Ergebnisse werden diskutiert. Zunächst erfolgt eine Analyse von Einzeleffekten anhand einer isolierten Resonanz. Sie dient dazu, Klarheit über physikalische Abhängigkeiten zu gewinnen. Anschließend werden die Untersuchungen auf Energiegruppen mit vielen Resonanzen ausgedehnt. In diesem Zusammenhang wird für  $\sigma_0$ -Werte zwischen 1 und  $10^5$  ein Vergleich der Ergebnisse des mit statistischen Parametern operierenden Programms DOP mit denen des von

aufgelösten Resonanzen ausgehenden neuen Verfahrens durchgeführt. Allgemeine Trends über  $\sigma_0$  und der Energie sind bis auf Ausnahmen unabhängig vom benutzten Verfahren. Wichtig sind quantitative Abweichungen für reale Mischungen.

Es ergibt sich, daß die Berücksichtigung aufgelöster Resonanzen für Reaktorzonen eine Reduktion des Dopplerkoeffizienten von etwa 10 % gegenüber DOP zur Folge hat, die relativen Abweichungen zwischen den Ergebnissen der beiden Verfahren betragen (bezogen auf DOP-Ergebnisse) in einzelnen Energiegruppen bis zu 50 %. Ein interessantes Ergebnis der Vergleichsrechnungen für  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  ist eine bei Benutzung der aufgelösten Resonanzen auftretende Anomalie bezüglich der Energieabhängigkeit der Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte. Aus allgemeinen physikalischen Betrachtungen erwartet man, daß das in den Gruppenwerten von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  auftretende Maximum über  $\sigma_0$  mit zunehmender Energie einen kleineren und zu kleineren  $\sigma_0$  hin verschobenen Wert aufweist. Operiert man mit statistischen Resonanzparametern (DOP), so stellt sich dieser Trend auch stets ein. Berücksichtigt man jedoch die individuellen Parameter der aufgelösten Resonanzen des U238, so ergibt sich, daß  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  in der Energiegruppe zwischen 100 und 215 eV für alle  $\sigma_0$  größere Werte annimmt als für die Gruppe zwischen 46,5 und 100 eV. Diese Anomalie ist auf das Vorhandensein einiger extrem hoher (aus dem Rahmen der Statistik herausfallender) Resonanzen zwischen 100 und 200 eV zurückzuführen und zeigt noch einmal, daß für genaue Rechnungen die Verwendung statistischer Information nicht ausreicht.

Der Einfluß des asymmetrischen Interferenzterms zwischen Resonanz- und Potentialstreuung auf  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  wird in Abhängigkeit von  $\sigma_0$  untersucht. Die Berücksichtigung dieses Terms hat bei kleinen Werten von  $\sigma_0$  eine Reduktion von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  zur Folge und verschwindet für große  $\sigma_0$ . Für reale Coremischungen liegt der Effekt in einzelnen Energiegruppen (abhängig vom Anteil stark streuender Resonanzen am Wirkungsquerschnitt in dieser Gruppe) zwischen 0 und 3 % und erreicht in

einer Energiegruppe des Blankets des Referenzreaktors sogar 6 %. Für den totalen Dopplerkoeffizienten des Referenzreaktors ergibt sich bei Berücksichtigung des Asymmetrieterms eine Reduktion von 0.7 %. Beim Übergang von einem  $\frac{\text{const}}{E}$ -Stoßdichtespektrum, welches die bei kleinen Energien liegenden hohen Resonanzen bevorzugt, zum härteren System-spektrum des Referenzreaktors ergibt sich eine Reduktion des energiegruppenabhängigen Dopplerkoeffizienten um etwa 3 % bei 1 KeV bis zu 10 % bei 150 eV. der globale Effekt reduziert den Dopplerkoeffizienten des Reaktors um etwa 2 %. Mit dem erstellten Programm werden darüberhinaus noch einige Untersuchungen bezüglich der Behandlung des Resonanzuntergrundes des Pu239 und im Hinblick auf Kerndatenänderungen durchgeführt.

Durch Verknüpfung mit DOP wird die für den aufgelösten Resonanzbereich in dieser Arbeit entwickelte Methode zur Berechnung von  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  in den Energiebereich statistischer Resonanzen fortgesetzt. Mit Hilfe des so gewonnenen Programms werden in Abschnitt III am Beispiel des Referenzreaktors verschiedene Methoden zur Berechnung des Dopplerkoeffizienten einander gegenübergestellt. Die Methode M1, die Berechnung von  $k_{\text{eff}}$  bei verschiedenen Temperaturen, weist große numerische Unsicherheiten auf und liefert darüberhinaus nur den totalen Dopplerkoeffizienten des Reaktors, jedoch keine zonenweise oder energiegruppenabhängige Information. Das von  $\Delta\mu_{\text{eff}}$  ausgehende, störungstheoretische Verfahren, M2, ist bei kleinen Temperaturdifferenzen unsicher, wegen dann auftretender numerischer Ungenauigkeiten bei der Bestimmung von  $\Delta\mu_{\text{eff}}$  und ergibt bei großen Temperaturdifferenzen, wegen der Verwendung von  $\phi^+$  und  $\phi$  bei nur einer Temperatur, in sich Unterschiede: Die relativen Abweichungen, die sich bei der Verwendung von  $\phi^+$  und  $\phi$  bei der niedrigeren bzw. bei der höheren von beiden Temperaturen ergeben, betragen etwa 10 % für einzelne Zonen und bis zu 29 % für Energiegruppen. Die in dieser Arbeit entwickelte Dopplerkoeffizientenberechnungsmethode, M3M, weist diese Unsicherheit nicht auf, so daß die Ergebnisse als zuverlässiger anzusehen sind.

Im Abschnitt IV schließlich befaßt sich die Arbeit mit Temperaturgesetzmäßigkeiten für  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  und den Dopplerkoeffizienten für sehr große Temperaturbereiche. Im Rahmen einer mehr grundsätzlich orientierten Untersuchung der Temperaturabhängigkeiten wird zwischen 300 und 10000 K eine Anpassung der zonen- und energieabhängigen Dopplerkoeffizienten und der Temperaturableitungen der Wirkungsquerschnitte an das häufig verwendete Temperaturgesetz,  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T^B}$  durchgeführt. Es zeigt sich, daß in dem zur Diskussion stehenden Energiebereich die Werte von B zwischen 0.8 (bei 100 bis 215 eV) und 1.62 (bei 21.5 bis 46.5 KeV) liegen, bei noch höheren Energien nähert sich B dem Grenzwert von 1.5. Die näherungsweise brauchbare  $\frac{A}{T}$ -Gesetzmäßigkeit für den totalen Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren ergibt sich dadurch, daß in den relevanten Energiegruppen zwischen 0.5 und 2 KeV für die in Schnellen Reaktoren auftretenden Materialzusammensetzungen B sehr nahe bei 1 liegt.

Für praktische Zwecke (Exkursionsrechnungen) sind genaue Anpassungen für den Temperaturverlauf des totalen Dopplerkoeffizienten von Reaktorzonon sowie der energieabhängigen Dopplerkoeffizienten und der  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  bis zu Temperaturen von etwas über 5000 K erwünscht. Es hat sich herausgestellt, daß für Reaktorzonon  $\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T+BT}^{3/2}$  eine sehr gute Anpassung des Temperaturverlaufes des Dopplerkoeffizienten ermöglicht. Für den Dopplerkoeffizienten in einzelnen Energiegruppen sowie für die  $\frac{d\mu_{\text{eff}}}{dT}$  läßt sich nach den Untersuchungen dieser Arbeit folgende Empfehlung aussprechen:

$\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{(T+C)^B}$  ist gut zu verwenden zur Anpassung des Dopplerkoeffizienten sowie der Temperaturableitungen der effektiven Wirkungsquerschnitte für Strahlungseinfang bei Energien oberhalb von 2.15 KeV. die Temperaturableitungen der effektiven Spaltquerschnitte lassen sich bei allen Energien gut durch dieses Gesetz beschreiben. Bei Energien unterhalb von 2.15 KeV lassen sich Dopplerkoeffizienten und Temperaturableitungen

der effektiven Wirkungsquerschnitte für Strahlungseinfang durch den Temperaturverlauf

$$\frac{d\rho}{dT} = \frac{A}{T} + \frac{B}{T^{1/2}} + \frac{C}{T^{3/2}} \text{ gut wiedergegeben.}$$

A 1 Energiegruppengrenzen der 26-Gruppen-Wirkungsquerschnittsätze

Nummer der Energiegruppe	Energiebereich der Gruppe			
1	6.5	-	10.5	MeV
2	4.0	-	6.5	MeV
3	2.5	-	4.0	MeV
4	1.4	-	2.5	MeV
5	0.8	-	1.4	MeV
6	0.4	-	0.8	MeV
7	0.2	-	0.4	MeV
8	0.1	-	0.2	MeV
9	46.5	-	100	KeV
10	21.5	-	46.5	KeV
11	10.0	-	21.5	KeV
12	4.65	-	10.0	KeV
13	2.15	-	4.56	KeV
14	1.0	-	2.15	KeV
15	465	-	1000	eV
16	215	-	465	eV
17	100	-	215	eV
18	46.5	-	100	eV
19	21.5	-	46.5	eV
20	10.0	-	21.5	eV
21	4.65	-	10.0	eV
22	2.15	-	4.65	eV
23	1.0	-	2.15	eV
24	0.465	-	1.0	eV
25	0.215	-	0.465	eV
26	0,0252 eV			

A 2 Geometrie und Teilchenzahlen des Referenzreaktors.

Die Daten für den Referenzreaktor wurden aus /30/ entnommen. In der vorliegenden Arbeit wurde mit einem eindimensionalen zylindrischen Modell mit axialen Bucklings,  $B^2 = 5.7107 \cdot 10^{-4}$ , gerechnet. Die Abbildung (A.1) zeigt die Geometrie des Reaktors, die Tabelle (A.1) die Teilchenzahldichten  $\times 10^{-24} [\text{cm}^{-3}]$  in den verschiedenen Reaktorzonen.

Material	Corezone 1	Corezone 2	radiales Blanket	axiales Blanket
Cr	$3.4580 \cdot 10^{-3}$	$3.4580 \cdot 10^{-3}$	$4.2700 \cdot 10^{-3}$	$3.4580 \cdot 10^{-3}$
Fe	$6.7999 \cdot 10^{-3}$	$6.7999 \cdot 10^{-3}$	$8.4000 \cdot 10^{-3}$	$6.7999 \cdot 10^{-3}$
Ni	$4.6307 \cdot 10^{-3}$	$4.6307 \cdot 10^{-3}$	$5.7200 \cdot 10^{-3}$	$4.6307 \cdot 10^{-3}$
Si	$1.7868 \cdot 10^{-4}$	$1.7868 \cdot 10^{-4}$	$2.2100 \cdot 10^{-4}$	$1.7868 \cdot 10^{-4}$
Na	$1.0960 \cdot 10^{-2}$	$1.0960 \cdot 10^{-2}$	$6.5700 \cdot 10^{-3}$	$1.0960 \cdot 10^{-2}$
O	$1.4243 \cdot 10^{-2}$	$1.4264 \cdot 10^{-2}$	$2.1100 \cdot 10^{-2}$	$1.4140 \cdot 10^{-2}$
Pu239	$8.4244 \cdot 10^{-4}$	$1.1072 \cdot 10^{-3}$	$1.5750 \cdot 10^{-4}$	$1.0605 \cdot 10^{-4}$
Pu240	$2.4711 \cdot 10^{-4}$	$3.2478 \cdot 10^{-4}$	o.	o.
Pu241	$2.8081 \cdot 10^{-5}$	$3.6907 \cdot 10^{-5}$	o.	o.
Pu242	$5.6162 \cdot 10^{-6}$	$7.3810 \cdot 10^{-6}$	o.	o.
U238	$5.6420 \cdot 10^{-3}$	$5.2990 \cdot 10^{-3}$	$1.0343 \cdot 10^{-2}$	$6.9640 \cdot 10^{-3}$
SPP*)	$3.5606 \cdot 10^{-4}$	$3.5659 \cdot 10^{-4}$	o.	o.

Tabelle (A.1)

A 3 Die aufgelösten Resonanzen von  $U^{238}$  nach /9/

Die nachfolgende Tabelle enthält die in /9/ angegebenen aufgelösten Resonanzen von  $U^{238}$ , die mit den derzeit auf dem Karlsruher Kern-  
datenband KEDAK, /14/ gespeicherten Werten übereinstimmen.

Es bedeuten:

$E_r$  die Resonanzenergie,

$l$  den relativen Bahndrehimpuls zwischen Neutron und  
Targetkern,

$J$  den Spin des Compoundkerns,

$\Gamma_{\gamma r}$  die  $(n,\gamma)$ -Breite der Resonanz  $r$ ,

$\Gamma_{nr}$  die Streubreite der Resonanz  $r$ ,

$\Gamma_{nr}^{(0)}$  die reduzierte Streubreite der Resonanz  $r$ , für die gilt

$\Gamma_{nr} = \Gamma_{nr}^{(0)} \cdot \sqrt{E \text{ [eV]}} \cdot v_1$  mit

$$v_0 = 1 \text{ und } v_1 = \frac{R'^2}{R'^2 + \lambda^2}$$



Tabelle (A.3)

Parameter aufgelöster Resonanzen von  $U^{238}$ 

$E_r$ (eV)	I	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
$4.41 \pm 0.01$	1	1/2	$20 \pm 10$	0.00011	
$6.68 \pm 0.02$	0		$27.0 \pm 1.6$	$1.52 \pm 0.02$	$0.590 \pm 0.008$
$10.25 \pm 0.02$	(0)		$24.8 \pm 5.6$	0.0015	0.00047
$11.32 \pm 0.02$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.00036	
$19.6 \pm 0.06$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.00097	
$21.0 \pm 0.2$	0		$25.6 \pm 3.0$	$8.9 \pm 0.8$	$1.9 \pm 0.2$
$36.8 \pm 0.3$	0		$28.0 \pm 3.4$	$31.1 \pm 2.1$	$5.1 \pm 0.3$
$45.2 \pm 0.2$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.00083	
$63.6 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.0055	
$66.1 \pm 0.4$	0		$23.6 \pm 3.9$	$24.4 \pm 1.1$	$3.00 \pm 0.14$
$80.8 \pm 0.5$	0		$24.8 \pm 5.6$	$2.0 \pm 0.2$	$0.22 \pm 0.02$
$83.5 \pm 0.5$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.007	
$89.5 \pm 0.5$	0		$24.8 \pm 5.6$	$0.085 \pm 0.004$	$0.0090 \pm 0.0004$
$93.2 \pm 0.6$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.003	
$102.6 \pm 0.5$	0		$24.6 \pm 5.1$	$67.8 \pm 2.9$	$6.7 \pm 0.3$
$116.8 \pm 0.5$	0		$21.5 \pm 4.6$	$25.8 \pm 9.0$	$2.38 \pm 0.83$
$125 \pm 1.0$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.0142	
$145.8 \pm 0.5$	0		$24.8 \pm 5.6$	$0.71 \pm 0.12$	$0.059 \pm 0.010$
$153 \pm 1.3$	(0)		$24.8 \pm 5.6$	0.037	0.003
$160 \pm 1.4$	1		$24.8 \pm 5.6$	0.0104	
$165.4 \pm 0.5$	0		$24.8 \pm 5.6$	$3.0 \pm 0.4$	$0.23 \pm 0.03$
$173 \pm 1.5$	(0)		$14 \pm 14$	0.0334	0.0025
$190.0 \pm 0.5$	0		$22.6 \pm 0.4$	$149 \pm 10$	$10.8 \pm 0.7$
$209.6 \pm 0.5$	0		$24.7 \pm 1.4$	$56 \pm 5$	$3.9 \pm 0.3$
$237.4 \pm 0.1$	0		$23.1 \pm 2.2$	$29.4 \pm 6.9$	$1.91 \pm 0.45$
$242.9 \pm 0.1$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.16 \pm 0.03$	
$263.9 \pm 0.1$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.23 \pm 0.03$	
$273.7 \pm 0.1$	0		$22.5 \pm 3.0$	$25.5 \pm 2.2$	$1.54 \pm 0.13$
$291.1 \pm 0.2$	0		$19 \pm 5$	$16.5 \pm 1.5$	$0.97 \pm 0.09$
$311.1 \pm 0.2$	0	1/2	$24.8 \pm 5.6$	$0.99 \pm 0.07$	$0.056 \pm 0.004$

$E_r$ (eV)	I	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
$347.9 \pm 0.2$	0	1/2	$23.9 \pm 2.3$	$56.6 \pm 14.3$	$3.03 \pm 0.77$
$376.9 \pm 0.2$	0		$24.8 \pm 5.6$	$1.15 \pm 0.20$	$0.059 \pm 0.010$
$397.6 \pm 0.2$	0		$40 \pm 16$	$6.0 \pm 2.8$	$0.30 \pm 0.14$
$410.2 \pm 0.3$	0		$18 \pm 6$	$17.1 \pm 5.2$	$0.84 \pm 0.26$
$434.2 \pm 0.3$	0		$20 \pm 8$	$7.4 \pm 5.9$	$0.36 \pm 0.28$
$454.2 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.36 \pm 0.20$	
$463.3 \pm 0.3$	0		$18 \pm 14$	$4.9 \pm 1.9$	$0.23 \pm 0.09$
$478.7 \pm 0.3$	0		$35 \pm 25$	$2.8 \pm 1.2$	$0.13 \pm 0.05$
$488.9 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.47 \pm 0.15$	
$518.6 \pm 0.3$	0		$27.8 \pm 4.0$	$42.7 \pm 5.6$	$1.87 \pm 0.25$
$535.5 \pm 0.4$	0		$22.5 \pm 2.2$	$40 \pm 10$	$1.7 \pm 0.4$
$556.1 \pm 0.4$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.7 \pm 0.3$	
$580.2 \pm 0.4$	0		$24.2 \pm 2.5$	$27.2 \pm 13.3$	$1.13 \pm 0.55$
$595.2 \pm 0.2$	0		$24.2 \pm 1.0$	$79.8 \pm 9.5$	$3.27 \pm 0.39$
$619.9 \pm 0.2$	0		$24 \pm 3$	$28.6 \pm 7.1$	$1.15 \pm 0.29$
$623.5 \pm 0.2$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.42 \pm 0.17$	
$628.7 \pm 0.2$	0		$24.8 \pm 5.6$	$3.6 \pm 1.0$	$0.14 \pm 0.04$
$661.2 \pm 0.3$	0		$23.6 \pm 1.7$	$120 \pm 50$	$4.7 \pm 2.0$
$677.0 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.9 \pm 0.4$	
$693.2 \pm 0.3$	0		$22.3 \pm 2.9$	$34.5 \pm 18.7$	$1.31 \pm 0.50$
$708.5 \pm 0.3$	0		$33 \pm 17$	$20.3 \pm 2.0$	$0.76 \pm 0.08$
$721.8 \pm 0.3$	0		$24.8 \pm 5.6$	$1.1 \pm 0.3$	$0.041 \pm 0.011$
$730.1 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.9 \pm 0.3$	
$732.3 \pm 0.3$	0		$24.8 \pm 5.6$	$1.35 \pm 0.14$	$0.050 \pm 0.005$
$743.0 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.55 \pm 0.14$	
$755.0 \pm 0.3$	1		$24.8 \pm 5.6$	$0.16 \pm 0.15$	
$765.1 \pm 0.3$	0		$24.8 \pm 5.6$	$5.2 \pm 2.6$	$0.19 \pm 0.10$
$779.1 \pm 0.3$	0		$24.8 \pm 5.6$	$1.4 \pm 0.6$	$0.05 \pm 0.02$
$790.9 \pm 0.3$	0		$15 \pm 13$	$4.6 \pm 1.6$	$0.16 \pm 0.06$
$821.6 \pm 0.4$	0		$32 \pm 5$	$59 \pm 8$	$2.05 \pm 0.30$
$846.6 \pm 0.4$	1	1/2	$24.8 \pm 5.6$	$0.60 \pm 0.15$	

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
851.0 ± 0.4	0	1/2	24.8 ± 5.6	56 ± 10	1.92 ± 0.34
856.2 ± 0.4	0		24.8 ± 5.6	81 ± 10	2.77 ± 0.34
866.5 ± 0.4	0		24.8 ± 5.6	3.0 ± 1.0	0.10 ± 0.03
891.3 ± 0.4	1		24.8 ± 5.6	1.0	
905.1 ± 0.4	0		34.7 ± 7.0	45 ± 5	1.50 ± 0.17
909.9 ± 0.4	0		24.8 ± 5.6	0.9 ± 0.3	0.03 ± 0.01
925.2 ± 0.4	0		24.8 ± 5.6	8.7 ± 2	0.29 ± 0.07
932.5 ± 0.4	1		24.8 ± 5.6	0.3 ± 0.3	
936.9 ± 0.4	0		25 ± 3	153 ± 15	5.0 ± 0.5
958.4 ± 0.4	0		23.5 ± 3.0	152 ± 20	4.9 ± 0.6
991.8 ± 0.5	0		30 ± 6	350 ± 20	11.1 ± 0.6
1000.3 ± 0.5	0		24.8 ± 5.6	1.3 ± 1.3	0.04 ± 0.04
1011.3 ± 0.5	0		24.8 ± 5.6	1.0 ± 0.2	0.032 ± 0.006
1023.0 ± 0.5	0		24.8 ± 5.6	7.8 ± 2.0	0.24 ± 0.06
1029.1 ± 0.5	0		24.8 ± 5.6	3.2 ± 1.0	0.10 ± 0.03
1033.2 ± 0.5	1		24.8 ± 5.6	0.7 ± 0.6	
1053.9 ± 0.5	0			63 ± 12	1.94 ± 0.37
1068.1 ± 0.5	0			0.65 ± 0.65	0.02 ± 0.02
1070.5 ± 0.5	1			0.3 ± 0.3	
1081.1 ± 0.5	1			0.65 ± 0.3	
1094.8 ± 0.5	1			0.65 ± 0.3	
1098.4 ± 0.5	0			11.6 ± 4.0	0.35 ± 0.12
1102.3 ± 0.5	1			0.65 ± 0.3	
1108.9 ± 0.5	0			30 ± 2	0.90 ± 0.06
1131.5 ± 0.5	0			2.0 ± 0.7	0.06 ± 0.02
1140.4 ± 0.6	0			220 ± 20	6.5 ± 0.6
1167.5 ± 0.6	0			77 ± 10	2.25 ± 0.30
1177.6 ± 0.6	0			59 ± 15	1.72 ± 0.44
1195.0 ± 0.6	0			83 ± 20	2.40 ± 0.58
1210.9 ± 0.6	0	1/2	24.8 ± 5.6	9.2 ± 3	0.26 ± 0.09

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
1245.1 ± 0.6	0	1/2	24.8 ± 5.6	230 ± 20	6.55 ± 0.57
1267.0 ± 0.6	0			26.6 ± 2.0	0.75 ± 0.06
1273.2 ± 0.6	0			28.5 ± 2.0	0.80 ± 0.06
1298.4 ± 0.7	0			3.2 ± 1.0	0.09 ± 0.03
1317.2 ± 0.7	0			4.1 ± 1.0	0.11 ± 0.03
1335.7 ± 0.7	0			1.1 ± 0.7	0.03 ± 0.02
1393.0 ± 0.7	0			150 ± 20	4.1 ± 0.5
1405.1 ± 0.7	0			77 ± 10	2.05 ± 0.27
1410.0 ± 0.8	1			1.1 ± 1.1	
1417.0 ± 0.8	1			1.1 ± 0.8	
1419.6 ± 0.8	0			10.7 ± 4	0.28 ± 0.11
1427.7 ± 0.8	0			30 ± 5	0.80 ± 0.13
1444.1 ± 0.8	0			21.7 ± 4	0.57 ± 0.11
1473.8 ± 0.8	0			79 ± 8	2.05 ± 0.21
1523.1 ± 0.8	0			205 ± 20	5.3 ± 0.5
1532.0 ± 0.8	0			2.0 ± 0.8	0.05 ± 0.02
1546.0 ± 0.9	1			0.8 ± 0.8	
1550.0 ± 0.9	0			1.2 ± 0.8	0.03 ± 0.02
1565.0 ± 0.9	0			2.0 ± 0.4	0.05 ± 0.01
1598.2 ± 0.9	0			320 ± 20	8.0 ± 0.5
1622.9 ± 0.9	0			94 ± 20	2.33 ± 0.50
1638.2 ± 0.9	0			40.5 ± 4.9	1.00 ± 0.12
1645.4 ± 0.9	1			0.8 ± 0.8	
1662.1 ± 1.0	0			158 ± 20	3.9 ± 0.5
1688.3 ± 1.0	0			71 ± 10	1.73 ± 0.24
1700.7 ± 1.0	1			0.8 ± 0.8	
1709.4 ± 1.0	0			51 ± 10	1.23 ± 0.24
1723.0 ± 1.0	0			13.9 ± 2	0.34 ± 0.05
1744.0 ± 1.0	0			1.6 ± 0.4	0.04 ± 0.01
1755.8 ± 1.0	0	1/2	24.8 ± 5.6	72 ± 20	1.72 ± 0.48

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
1782.3 ± 1.1	0	1/2	24.8 ± 5.6	490 ± 100	11.6 ± 2.4
1797.7 ± 1.1	0			2.1 ± 0.8	0.05 ± 0.02
1808.3 ± 1.1	0			17.0 ± 4.3	0.40 ± 0.10
1845.6 ± 1.1	0			13.3 ± 2.1	0.31 ± 0.05
1902.3 ± 1.2	0			20.9 ± 4.4	0.48 ± 0.10
1917.1 ± 1.2	0			21.9 ± 2.2	0.50 ± 0.05
1968.7 ± 1.2	0			577 ± 44	13.00 ± 1.00
1974.7 ± 1.2	0			467 ± 44	10.50 ± 1.00
2023.6 ± 1.3	0			202 ± 22	4.50 ± 0.50
2031.1 ± 1.3	0			49.6 ± 4.5	1.10 ± 0.10
2088.6 ± 1.3	0			13.7 ± 2.3	0.30 ± 0.05
2096.5 ± 1.3	0			10.1 ± 2.3	0.22 ± 0.05
2124.4 ± 1.4	0			4.6 ± 2.3	0.10 ± 0.05
2146.0 ± 1.4	0			34.7 ± 4.6	0.75 ± 0.10
2152.8 ± 1.4	0			176 ± 19	3.80 ± 0.40
2172.0 ± 1.4	0			2.3 ± 1.4	0.05 ± 0.03
2186.0 ± 1.4	0			365 ± 37	7.80 ± 0.80
2194.0 ± 1.4	1			2.3 ± 2.3	
2201.4 ± 1.4	0			113 ± 19	2.40 ± 0.40
2230.0 ± 1.5	0			4.7 ± 1.4	0.10 ± 0.03
2235.7 ± 1.5	0			4.7 ± 2.4	0.10 ± 0.05
2241.5 ± 1.5	1			1.4 ± 1.4	
2259.1 ± 1.5	0			65.6 ± 7	1.38 ± 0.15
2266.4 ± 1.5	0			145 ± 10	3.05 ± 0.20
2281.3 ± 1.5	0			110 ± 5	2.30 ± 0.10
2288.7 ± 1.5	0			2.4 ± 1.0	0.05 ± 0.02
2302.0 ± 1.5	1			1.0 ± 1.0	
2315.9 ± 1.5	0			14.4 ± 4.8	0.30 ± 0.10
2337.4 ± 1.6	0			4.8 ± 2.4	0.10 ± 0.05
2352.0 ± 1.6	0	1/2	24.8 ± 5.6	63 ± 24	1.30 ± 0.50

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
2356.0 ± 1.6	0	1/2	24.8 ± 5.6	63 ± 24	1.30 ± 0.50
2392.5 ± 1.6	0			11.3 ± 4.9	0.23 ± 0.10
2410.2 ± 1.6	0			4.4 ± 1.5	0.09 ± 0.03
2426.5 ± 1.7	0			81.3 ± 14.8	1.65 ± 0.30
2446.2 ± 1.7	0			111 ± 12	2.25 ± 0.25
2454.0 ± 1.7	0			2.5 ± 1.5	0.05 ± 0.03
2489.8 ± 1.7	0			54.9 ± 5.0	1.10 ± 0.10
2520.7 ± 1.8	0			10.0 ± 5.0	0.20 ± 0.10
2548.7 ± 1.8	0			343 ± 40	6.80 ± 0.80
2559.3 ± 1.8	0			218 ± 25	4.30 ± 0.50
2580.7 ± 1.8	0			244 ± 25	4.80 ± 0.50
2598.7 ± 1.8	0			560 ± 100	11.00 ± 2.00
2604.0 ± 1.8	1			2.6 ± 2.6	
2620.6 ± 1.9	0			41 ± 20	0.80 ± 0.40
2631.6 ± 1.9	1			1.0 ± 1.0	
2672.8 ± 1.9	0			176 ± 52	3.40 ± 1.00
2695.6 ± 1.9	0			23.4 ± 5.2	0.45 ± 0.10
2716.8 ± 2.0	0			70.9 ± 15.6	1.36 ± 0.30
2730.0 ± 2.0	1			2.6 ± 2.6	
2750.1 ± 2.0	0			39.3 ± 13.1	0.75 ± 0.25
2761.9 ± 2.0	0			15.8 ± 2.6	0.30 ± 0.05
2787.9 ± 2.0	0			10.6 ± 4.2	0.20 ± 0.08
2798.0 ± 2.0	1			2.6 ± 2.6	
2806.2 ± 2.1	0			6.9 ± 2.6	0.13 ± 0.05
2828.6 ± 2.1	0			9.0 ± 2.7	0.17 ± 0.05
2845.2 ± 2.1	1			2.7 ± 2.7	
2866.1 ± 2.1	0			79.2 ± 5.4	1.48 ± 0.10
2882.9 ± 2.1	0			526 ± 54	9.80 ± 1.00
2897.8 ± 2.2	0			26.9 ± 13.5	0.50 ± 0.25
2908.5 ± 2.2	1	1/2	24.8 ± 5.6	2.7 ± 2.7	

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
2923.6 ± 2.2	0	1/2	24.8 ± 5.6	4.3 ± 2.2	0.08 ± 0.04
2932.3 ± 2.2	0			24.9 ± 10.8	0.46 ± 0.20
2956.3 ± 2.2	0			15.2 ± 5.4	0.28 ± 0.10
2967.4 ± 2.2	0			8.2 ± 2.7	0.15 ± 0.05
2974.0 ± 2.2	1			2.7 ± 2.7	
2987.4 ± 2.3	0			5.5 ± 2.7	0.10 ± 0.05
3003.1 ± 2.3	0			93.2 ± 27	1.70 ± 0.50
3015.0 ± 2.3	0			7.1 ± 2.7	0.13 ± 0.05
3029.0 ± 2.3	0			138 ± 28	2.50 ± 0.50
3041.0 ± 2.3	0			2.8 ± 1.1	0.05 ± 0.02
3060.2 ± 2.3	0			27.7 ± 5.5	0.50 ± 0.10
3081.1 ± 2.4	0			4.4 ± 1.7	0.08 ± 0.03
3109.4 ± 2.4	0			100 ± 28	1.80 ± 0.50
3133.2 ± 2.4	0			5.6 ± 2.8	0.10 ± 0.05
3149.0 ± 2.4	0			61.7 ± 11.2	1.10 ± 0.20
3169.0 ± 2.5	0			10.1 ± 1.1	0.18 ± 0.02
3179.4 ± 2.5	0			62 ± 23	1.10 ± 0.40
3189.0 ± 2.5	0			43.5 ± 16.9	0.77 ± 0.30
3206.0 ± 2.5	0			56.6 ± 17.0	1.00 ± 0.30
3226.0 ± 2.5	0			22.7 ± 5.7	0.40 ± 0.10
3249.2 ± 2.6	0			11.4 ± 2.9	0.20 ± 0.05
3280.0 ± 2.6	0			103 ± 11	1.80 ± 0.20
3295.0 ± 2.6	0			8.6 ± 2.9	0.15 ± 0.05
3310.9 ± 2.6	0			94.9 ± 11.5	1.65 ± 0.20
3321.3 ± 2.6	0			81.8 ± 11.5	1.42 ± 0.20
3334.0 ± 2.7	0			57.7 ± 8.7	1.00 ± 0.15
3355.7 ± 2.7	0			75.3 ± 11.6	1.30 ± 0.20
3371.0 ± 2.7	0			2.9 ± 1.2	0.05 ± 0.02
3387.8 ± 2.7	0			8.1 ± 2.3	0.14 ± 0.04
3409.0 ± 2.7	0	1/2	24.8 ± 5.6	105 ± 29	1.80 ± 0.50

$E_r$ (eV)	l	J	$\Gamma_{\gamma r}$ (meV)	$\Gamma_{nr}$ (meV)	$\Gamma_{nr}^{(o)}$ (meV)
3419.0 ± 2.8	1	1/2	24.8 ± 5.6	2.9 ± 2.9	
3436.9 ± 2.8	0			191 ± 29	3.25 ± 0.50
3459.1 ± 2.8	0			382 ± 59	6.50 ± 1.00
3470.0 ± 2.8	1			1.2 ± 1.2	
3484.3 ± 2.8	0			118 ± 59	2.00 ± 1.00
3492.0 ± 2.8	0			11.2 ± 5.9	0.19 ± 0.10
3512.0 ± 2.9	0			3.0 ± 1.2	0.05 ± 0.02
3526.0 ± 2.9	0			10.7 ± 5.9	0.18 ± 0.10
3561.5 ± 2.9	0			143 ± 48	2.40 ± 0.80
3574.0 ± 2.9	0			239 ± 60	4.00 ± 1.00
3593.0 ± 3.0	0			15.6 ± 3.0	0.26 ± 0.05
3600.0 ± 3.0	1			3.0 ± 3.0	
3611.0 ± 3.0	0			3.0 ± 1.2	0.05 ± 0.02
3625.0 ± 3.0	0			3.0 ± 1.2	0.05 ± 0.02
3630.0 ± 3.0	0			217 ± 30	3.60 ± 0.50
3647.0 ± 3.0	1			3.0 ± 3.0	
3674.0 ± 3.1	1			3.0 ± 3.0	
3693.0 ± 3.1	0			243 ± 61	4.00 ± 1.00
3717.7 ± 3.1	0			61 ± 15	1.00 ± 0.25
3733.3 ± 3.1	0			153 ± 61	2.50 ± 1.00
3764.7 ± 3.2	0			34.4 ± 6.1	0.56 ± 0.10
3783.7 ± 3.2	0			277 ± 62	4.50 ± 1.00
3799.7 ± 3.2	1			3.1 ± 3.1	
3832.0 ± 3.3	0			6.2 ± 3.1	0.10 ± 0.05
3858.1 ± 3.3	0			342 ± 62	5.50 ± 1.00
3871.3 ± 3.3	0			250 ± 90	4.00 ± 1.50
3895.0 ± 3.3	0			5.0 ± 3.1	0.08 ± 0.05
3904.4 ± 3.4	0	1/2	24.8 ± 5.6	225 ± 4	3.60 ± 0.06

### A 4 Liste der verwendeten Symbole

Häufig vorkommende Indizes:

i, j (oben)	: bezeichnen Materialien
z (unten)	: bedeutet einen der Reaktionstypen (n, $\gamma$ ), (n, f), (n, n).
c (unten)	: Compoundkernbildung
t (unten)	: totaler Wirkungsquerschnitt
r (unten)	: Nummerierungsindex für Resonanzen
g (unten)	: Energiebereich der Breite $\Delta g$ (Energiegruppe)
s (oben)	: Resonanzserie
m im Text	: bedeutet Mischung
S	: Summation über alle r
r	
$\langle f(E, T) \rangle_g$	: $\frac{1}{\Delta g} \int_{(g)} f(E, T) dE$ : Energiemittlung der Funktion f(E, T) über den Energiebereich g der Breite $\Delta g$
E [ eV ]	: laufender Energiewert
$E_r$ [ eV ]	: Resonanzenergie
$\Gamma_n$ [ eV ]	: Resonanzbreiten für elastische Streuung bzw. Strahlungseinfang bzw. Spaltung
$\Gamma_\gamma$ [ eV ]	
$\Gamma_f$ [ eV ]	
$\Gamma$ [ eV ] = $\Gamma_n + \Gamma_\gamma + \Gamma_f$	: totale Resonanzbreite
k	: Boltzmannkonstante = $8.617 \cdot 10^{-5}$ eV/deg
A	: Massenzahl (des Targetkerns) bezogen auf die Masse des Neutrons
$\frac{1}{h} = \frac{h}{2\pi}$	: $0.6582 \cdot 10^{-15}$ eV·sec
$\lambda$ [ cm ]	: reduzierte Neutronenwellenlänge
$g_r$	: statistischer Faktor für die Resonanz r
l	: Bahndrehimpuls der Relativbewegung von Neutron und Targetkern
$R'$ [ cm ]	: effektiver Kernradius
$\phi_l$	: Zum Bahndrehimpuls l gehörige Potentialstreuphase



$\sigma_p$ [ barn ]	: mikroskopischer Potentialstreuquerschnitt, $\sigma_p = 4\pi R^2$
$N^i$ [ cm <sup>-3</sup> ]	: Teilchenzahldichte des Materials i
$\sigma_z^i(E,T)$ [ barn ]	: Energie-Temperatur-abhängiger mikroskopischer Wirkungsquerschnitt für die Reaktion z des Materials i
$\sigma_c^i(E,T)$ [ barn ]	: mikroskopischer Wirkungsquerschnitt für Compoundkernbildung
$\sigma_t^i(E,T)$ [ barn ]	: mikroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt
$\mu_z^i(E,T)$ [ cm <sup>-1</sup> ]	: Energie-Temperatur-abhängiger makroskopischer Wirkungsquerschnitt für die Reaktion z des Materials i
$\mu_c^i(E,T)$ [ cm <sup>-1</sup> ]	: makroskopischer Compoundkernbildungsquerschnitt
$\mu_t^i(E,T)$ [ cm <sup>-1</sup> ]	: makroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt für das Material i
$\mu_t(E,T)$ [ cm <sup>-1</sup> ]	: makroskopischer totaler Wirkungsquerschnitt der Mischung (in diesem Falle fehlt der Materialindex i bzw. j)
$\sigma_{zr}^i(E,T)$ [ barn ]	: mikroskopischer
$\mu_{zr}^i(E,T)$ [ cm <sup>-1</sup> ]	: makroskopischer
$\sigma_{ozr}^i(E)$ [ barn ]	} Wirkungsquerschnitt für die Reaktion z der Resonanz r des Materials i
$\sigma_{ocr}^i(E)$ [ barn ]	
$\sigma_{oc}(E)$ [ barn ]	
$\sigma_{og}$ [ barn ]	: (gelegentlich im Text und auf den Zeichnungen auch einfach mit $\sigma$ bezeichnet) über den Energiebereich g (Energiegruppe) gemittelter makroskopischer Wirkungsquerschnitt aller Materialien $j \neq i$ der Mischung pro Atom des "Aufmaterials" i. oder kurz: Untergrundquerschnitt pro Absorberatom in der Gruppe g.

$$\mu_{zg}^i \text{ [ cm}^{-1} \text{ ]}$$

: makroskopischer effektiver Gruppenwirkungsquerschnitt in der Energiegruppe  $g$  für die Reaktion  $z$  des Materials  $i$ .

$$\mu_{\text{eff}} \text{ [ cm}^{-1} \text{ ]}$$

: makroskopischer effektiver Gruppenwirkungsquerschnitt. Diese Bezeichnung wird nur in der Einleitung, der Zusammenfassung und bei der Einführung von Abschnitt III benutzt. Sie wurde gewählt, um das Schreiben vieler Indizes zu vermeiden und hat dieselbe Bedeutung wie  $\mu_{zg}^i$ . Für  $\mu_{zg}^i$  und  $\mu_{\text{eff}}$  werden im Text nebeneinander die Ausdrücke effektiver Gruppen(wirkungs)querschnitt, Gruppen(wirkungs)querschnitt, effektiver (Wirkungs)Querschnitt, (Wirkungs)Querschnitt, und Gruppenkonstante benutzt.

$$\psi(x, \tau)$$

: } symmetrische  
Resonanzlinienfunktion  
: } asymmetrische

$$\chi(x, \tau)$$

$$x = \frac{E - E_r}{\Gamma/2}, \quad \tau = \frac{\Delta^2}{\Gamma^2} = \frac{4kTE/A}{\Gamma^2}$$

$\phi(E, T) \text{ [ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \text{ eV}^{-1} \text{ ]}$  : Neutronenflußdichte pro Energieeinheit in der Mischung  $m$ .

$F(E, T) \text{ [ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1} \text{ eV}^{-1} \text{ ]}$  : Stoßdichte pro Energieeinheit in der Mischung  $m$ .

$R \text{ [ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1} \text{ ]}$  : Reaktionsrate

$J(\beta, \tau, \delta)$  : J-Funktion

$$\beta = \frac{\sigma_p + \sigma_o}{\sigma_{oc} \cos(2\phi_1)}, \quad \delta = \text{tg}(2\phi_1)$$

$$K: \beta = 10^{-5} \cdot 2^K, \quad L: \delta = \frac{2L}{10} \sqrt{\beta}$$

A, B, C : Parameter für die Temperaturgesetze

$k_{\text{eff}}$  : Kritikalitätsfaktor (erscheint in den Zeichnungen nur als  $k$ )

$\rho = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}}$  : Reaktivität

Im Zusammenhang mit Rechnungen aus statistischen Resonanzparametern treten folgende Bezeichnungen auf:

$s, s(i)$  : Resonanzserie

$u_p^* \text{ [ cm}^{-1} \text{ ]}$  : makroskopischer Potentialwirkungsquerschnitt der Mischung

$u_p^{\text{eff}} \text{ [ cm}^{-1} \text{ ]}$  : }  
 $u_{\text{pz}}^{\text{EFF}} \text{ [ cm}^{-1} \text{ ]}$  : }  
 : ) Energiegemittelte makroskopische Wirkungsquerschnitte

Gelegentlich werden Argumente und Indizes fortgelassen, wenn sie aus dem Zusammenhang eindeutig hervorgehen.

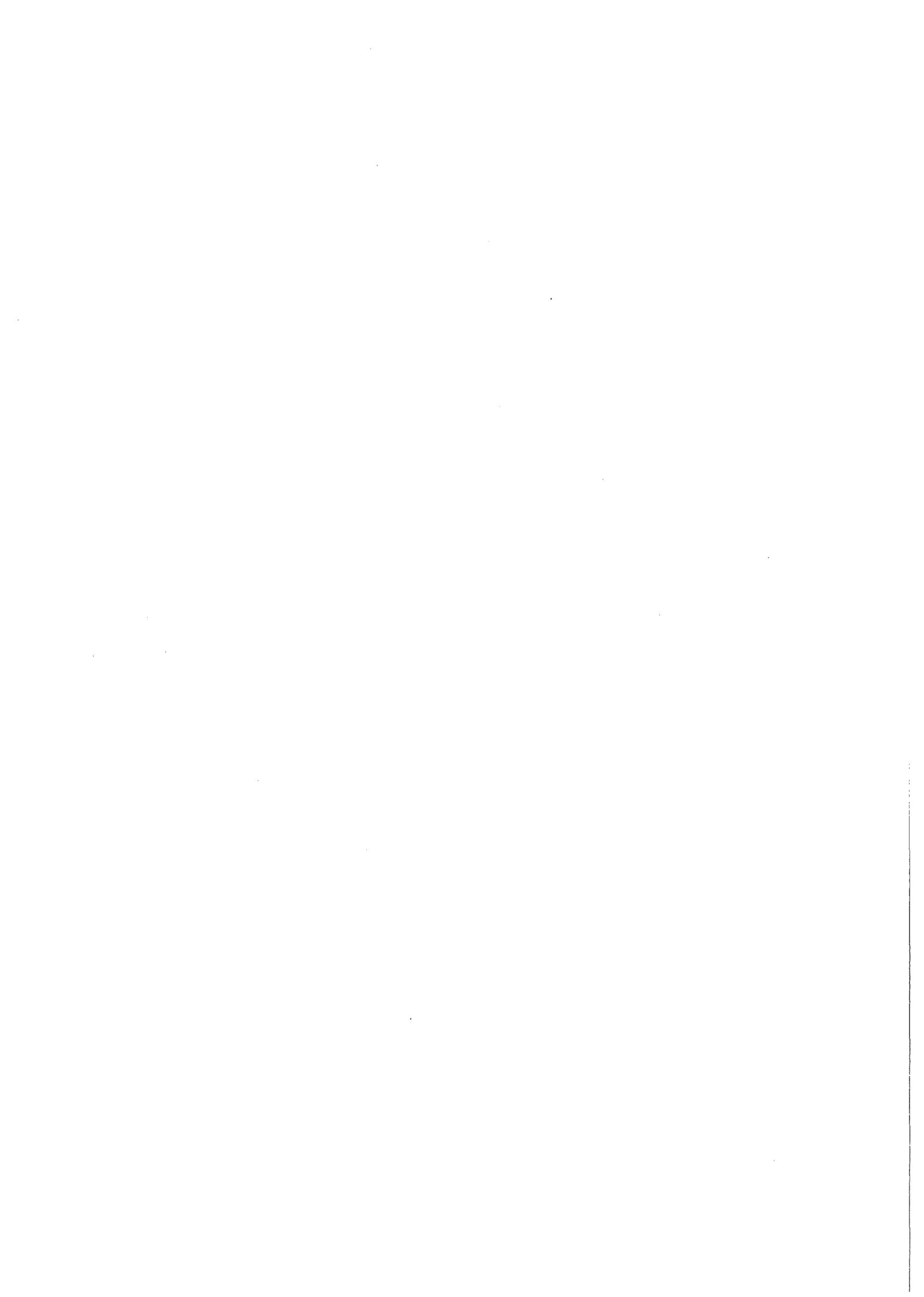


Literaturverzeichnis

- /1/ E.A. Fischer, "Interpretation von Dopplerprobenmessungen in schnellen kritischen Null-Energie-Anlagen", KFK 844, EUR 3980d (1969)
- /2/ W.J. Oosterkamp, H. Bogensberger, D. Wintzer, "Transient Tests in SEFOR", Reaktortagung Hamburg, 11. - 14. April 1972
- /3/ H. Küsters, private Mitteilung über das 14. EACRP-Meeting, Stockholm, Juni 1971
- /4/ R. Froelich, "Theorie der Dopplerkoeffizienten Schneller Reaktoren unter Berücksichtigung der gegenseitigen Abschirmung der Resonanzen", KFK 367, (1965)
- /5/ T.A. Pitterle, D.M. Green (APDA), "Fast Reactor Doppler Calculations with the Idiot Code", Transactions of the American Nuclear Society 1967 Winter Meeting, Vol. 10, Nr. 2
- /6/ G. Carraro, W. Kolar, "Neutron Widths of U238 From 60 eV To 5.7 keV", 2nd Int. Conf. Nucl. Data for Reactors, Helsinki 1970
- /7/ Y. Dandieu, L. Gautier et al., "Calcul de  $\psi$ ,  $\chi$  et de Leurs Derivees", CEA(-R) 2824, (1965)
- /8/ H. Späth, "Die numerische Berechnung von interpolierenden Spline-Funktionen mit Blockunterrelaxation", KFK 1132, (1970)
- /9/ J.J. Schmidt, "Neutron Cross Sections for Fast Reactor Materials, Part I", KFK 120, EANDC-E-35-U, (1966)
- /10/ H. Huschke et al., "Gruppenkonstanten für dampf- und natriumgekühlte schnelle Reaktoren in einer 26-Gruppendarstellung", KFK 770, EUR 3953d, (1968)

- /11/ I. Siep, "Zur Berechnung von Dopplerkoeffizienten für Schnelle Reaktoren", KFK 983, EUR 4179d, (1969)
- /12/ L.P. Abagjan, N.O. Bazazjanc, I.I. Bondarenko, M.N. Nikolaev, "Gruppenkonstanten schneller und intermediärer Neutronen für die Berechnung von Kernreaktoren", KFK-tr-144 (Übersetzung aus dem Russischen)
- /13/ C. Chiarella, A. Reichel, "On the Evaluation of Integrals Related to the Error Function", Math. of Computation 22, p. 137 - 143, (1968)
- /14/ B. Hinkelmann, B. Krieg, I. Langner, J.J. Schmidt, D. Woll, "Status of the Karlsruhe Evaluated Nuclear Data File KEDAK at June 1970, KFK 1340, EANDC(E)136 "U", (1971)
- /15/ H. Späth, "Berechnung von  $\psi(x,t)$  und  $\chi(x,t)$ ", (1969), unveröffentlicht
- /16/ H. Späth, private Mitteilung
- /17/ L. Dresner, "Resonance Absorption in Nuclear Reactors", Pergamon Press, (1960)
- /18/ A. Müller, "On the Calculation of Temperature Dependent Effective Neutron Cross Sections", Symposium on Fast Reactor Physics and Related Safety Problems, Karlsruhe 30. Oktober bis 3. November 1967
- /19/ W. Höbel, H. Kraetsch, D. Sanitz, "Das Karlsruher Nuclear-Programm-System "NUSYS", Karlsruhe (1966), unveröffentlicht.
- /20/ J. Blons, H. Derrien, A. Michaudon, 2nd Int. Conf. Nucl. Data for Reactors, Helsinki 1970, p. CN-26/63
- /21/ B. Hinkelmann, B. Krieg, R. Meyer, "Neuere Datenänderungen auf KEDAK", Karlsruhe (1971), unveröffentlicht

- /22/ R. Froelich, K. Ott, J.J. Schmidt, "Dependence of Fast Reactor Doppler Coefficients on Nuclear Data Uncertainties", Proceedings of the Conference on Breeding, Economics and Safety in Large Fast Power Reactors, October 7 - 10, 1963, ANL-6792
- /23/ H. Huschke, private Mitteilung
- /24/ D. Thiem, E. Kiefhaber, "Untersuchungen zur Genauigkeit der in Karlsruhe häufig benutzten ein- und zwei-dimensionalen Diffusionsprogramme", (1972), unveröffentlicht
- /25/ S. Glasstone, M.C. Edlund, "The Elements of Nuclear Reactor Theory", (1952). p. 372 ff.
- /26/ H. Huschke, B. Krieg et al., in Vorbereitung
- /27/ H. Späth, "The Damped Taylor's Series Method for Minimizing a Sum of Squares and for Solving Systems of Nonlinear Equations", Communications of the ACM 10, p. 725 - 727, (1967)
- /28/ E. Kiefhaber, "Berechnung der durch große Systemänderungen bewirkten Kritikalitätsunterschiede mit Hilfe eines modifizierten Störungstheorie-Formalismus", Kernforschungszentrum Karlsruhe, Externer Bericht INR-4/66-9, (1966)
- /29/ E. Kiefhaber, J.J. Schmidt et al., "Evaluation of Fast Critical Experiments Using Recent Methods and Data", KFK 969, EANDC(E)-118 "U", (1970)
- /30/ K.E. Schroeter, "Einfluß von Berechnungsmethoden auf den Multiplikationsfaktor  $k_{eff}$  und den Voideffekt  $\Delta k_v$  für einen großen schnellen natriumgekühlten Brutreaktor", KFK 1180, (1970)



3.4591 KEV RESONANZ VON U238

T = 900 GRAD

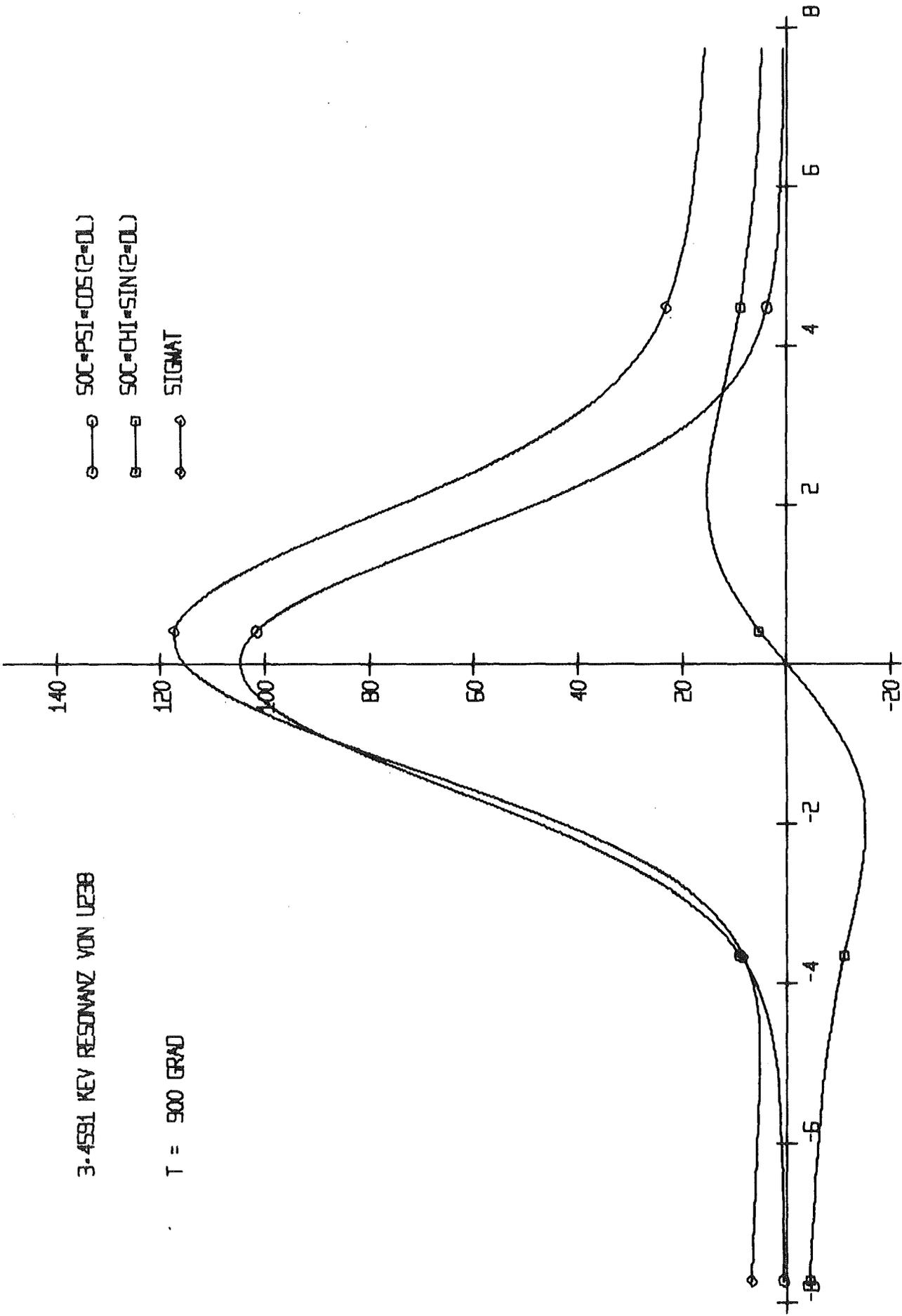


ABB.2.1.-a KOMPONENTEN VON SIGMAT ALS FUNKTION VON (E-ER) IN EV



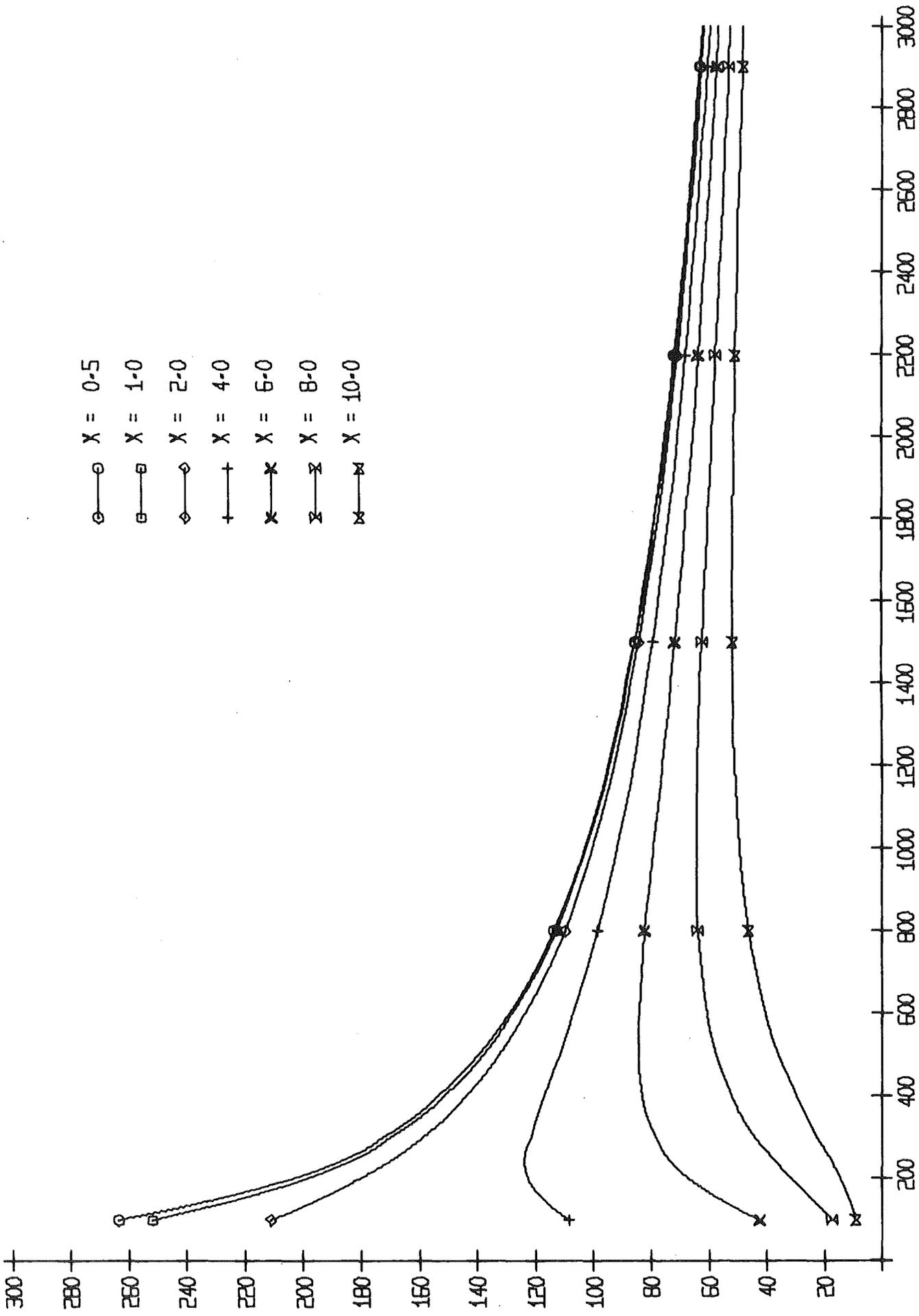


ABB- 2.1 . P S I ALS FUNKTION VON DER T E M P E R A T U R

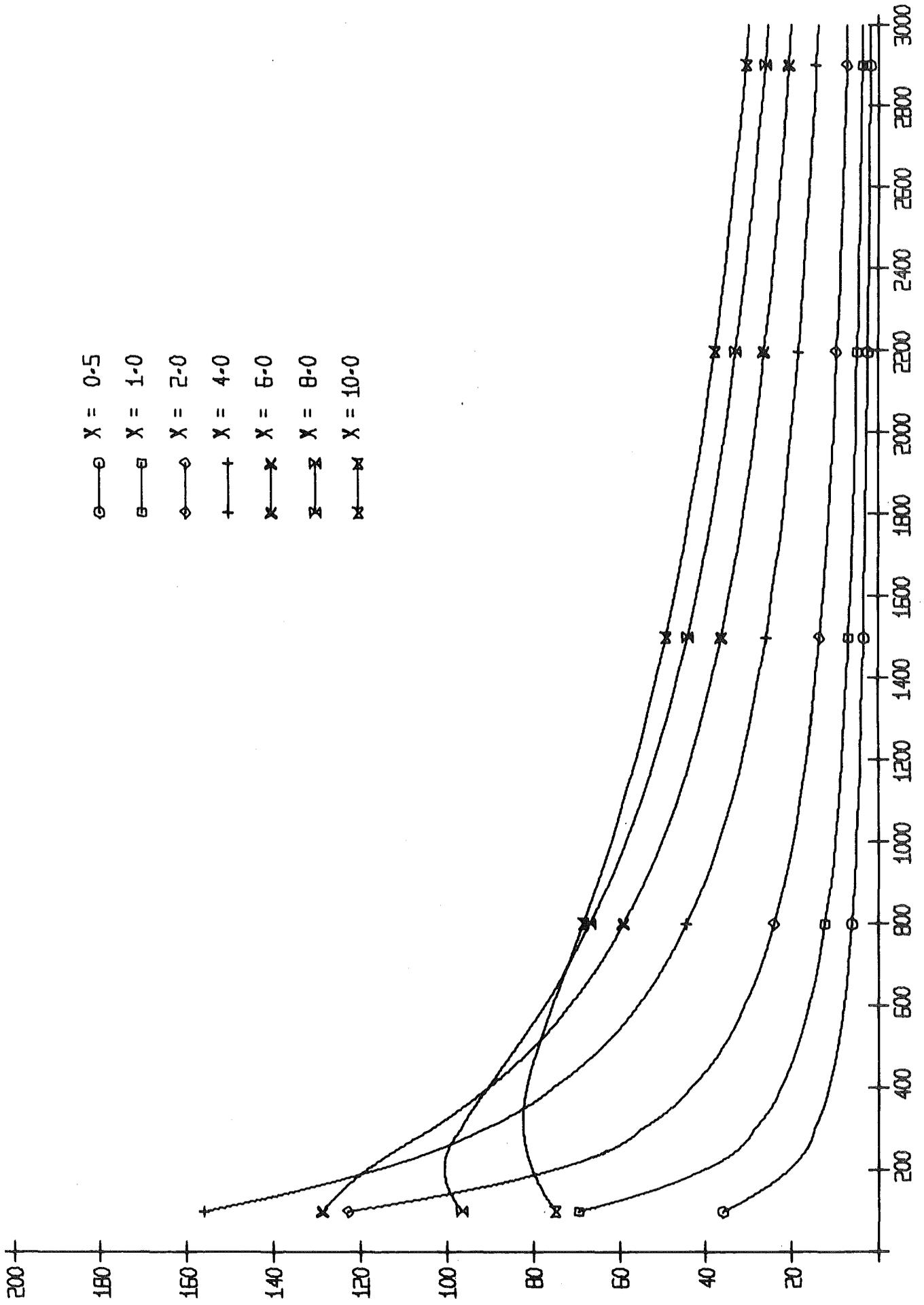


ABB. 2.2 CHI ALS FUNKTION VON DER TEMPERATUR

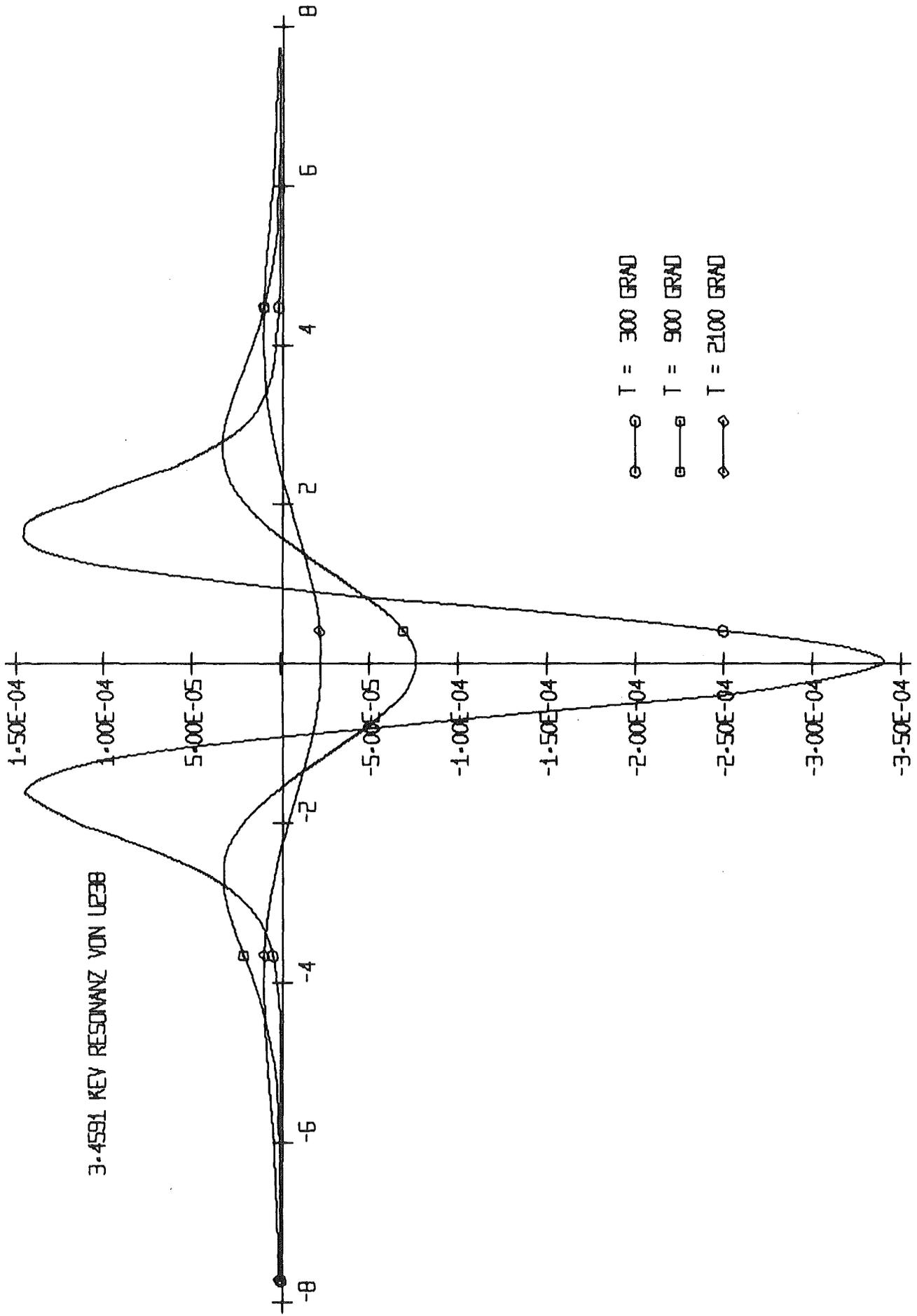


ABB. 2.3 DPSI/DT ALS FUNKTION VON (E-ER) IN EV

3-4591 KEY RESONANZ VON UZ38

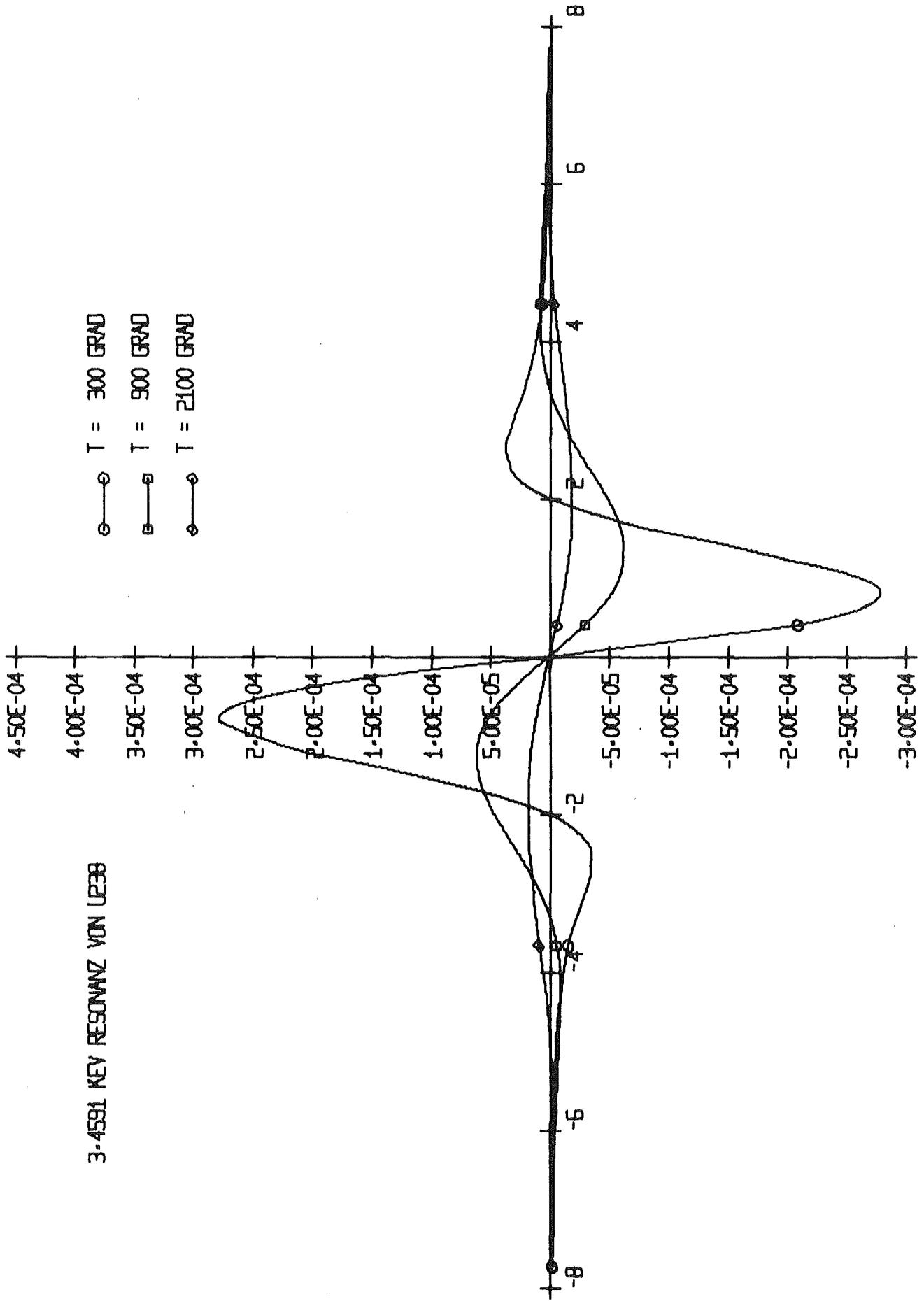


ABB.2.3-e DDHI/OT ALS FUNKTION VON (E-ER) IN EV

3.4591 KEV RESONANZ VON U238

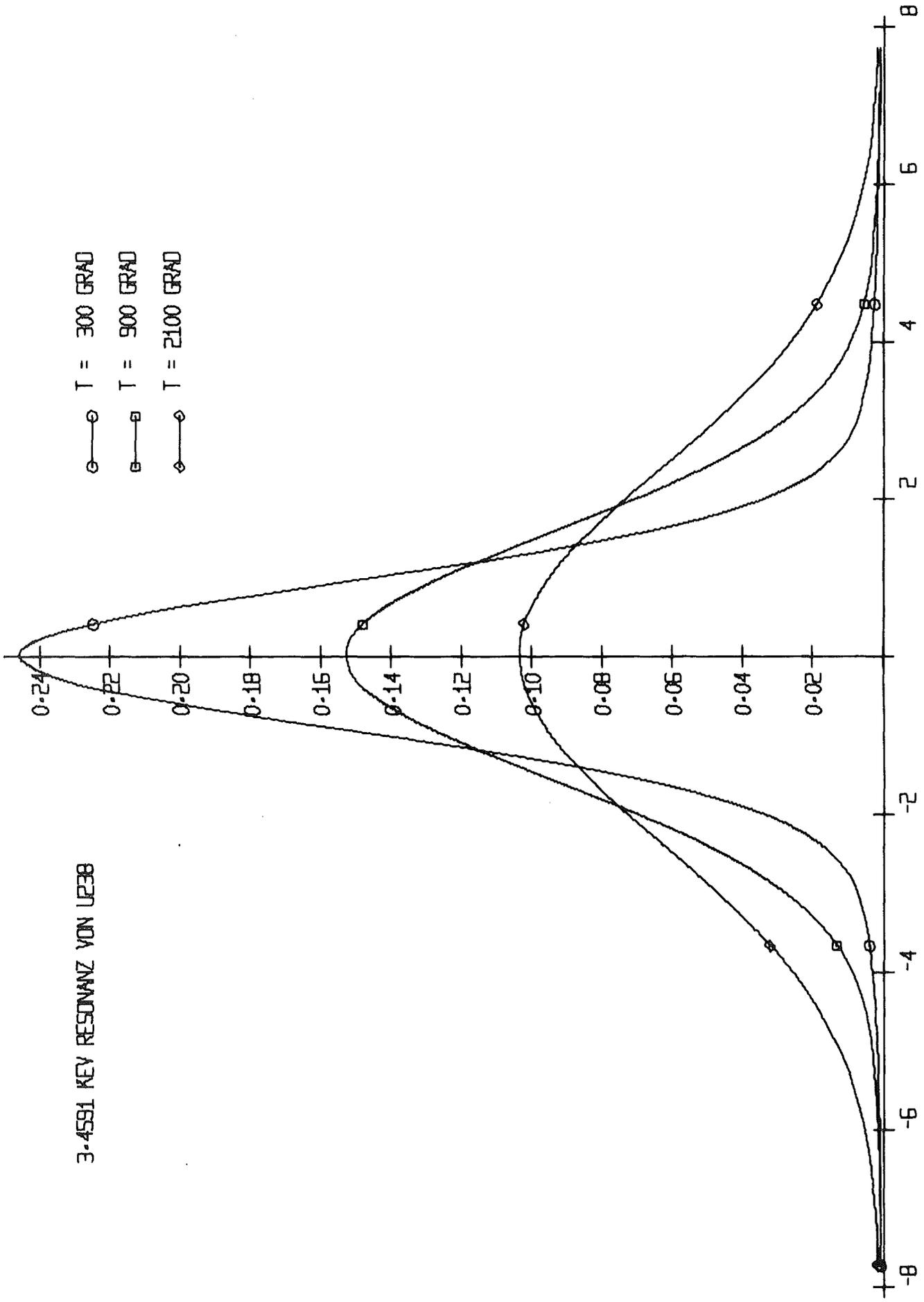


ABB. 2.3-b PSI ALS FUNKTION VON (E-ER) IN EV

3-4591 KEY RESONANZ VON U238

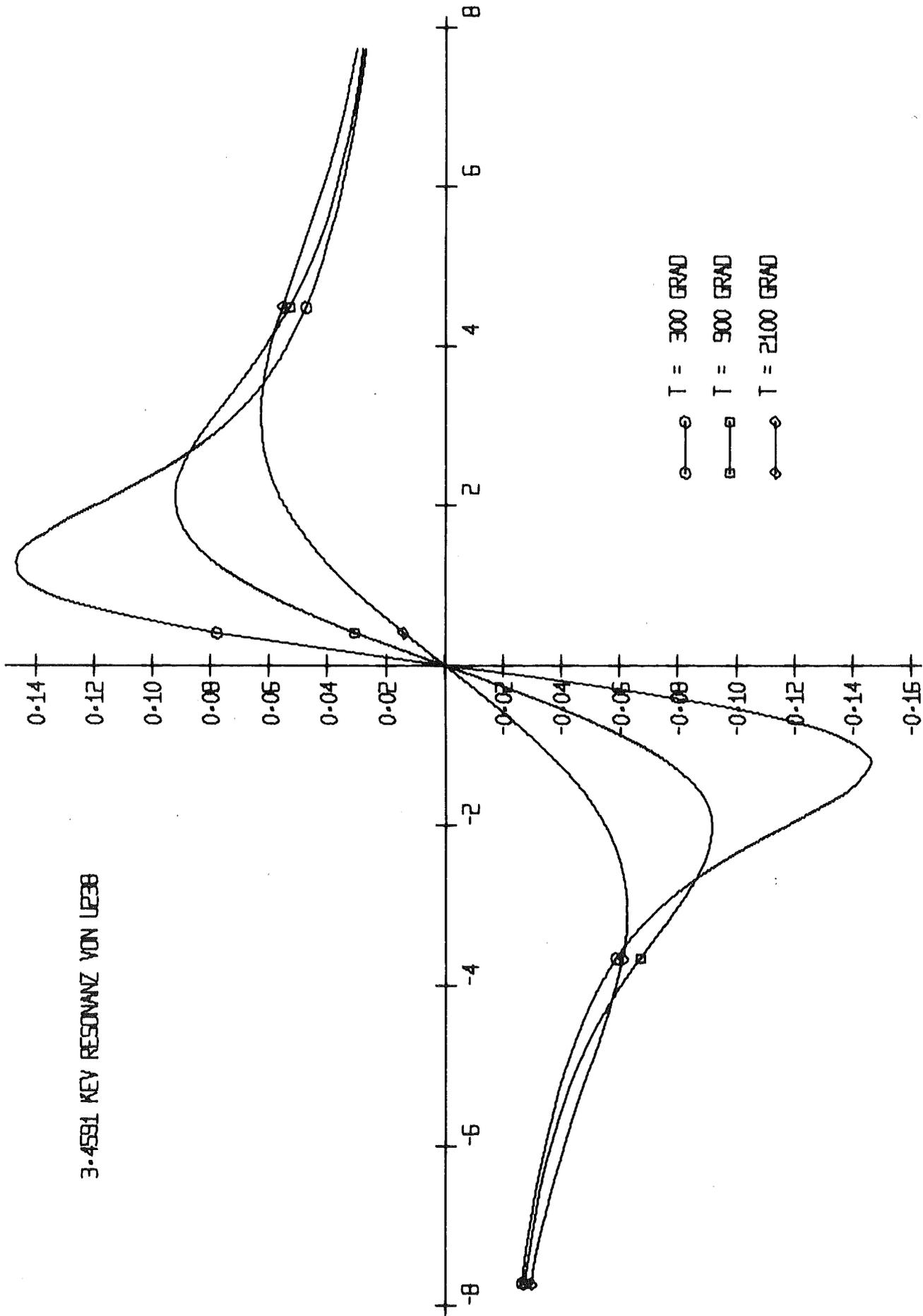


ABB. 2.3-c CHI ALS FUNKTION VON (E-ER) IN EV

3.4591 KEV RESONANZ VON U<sup>238</sup>B

T = 900 GRAD

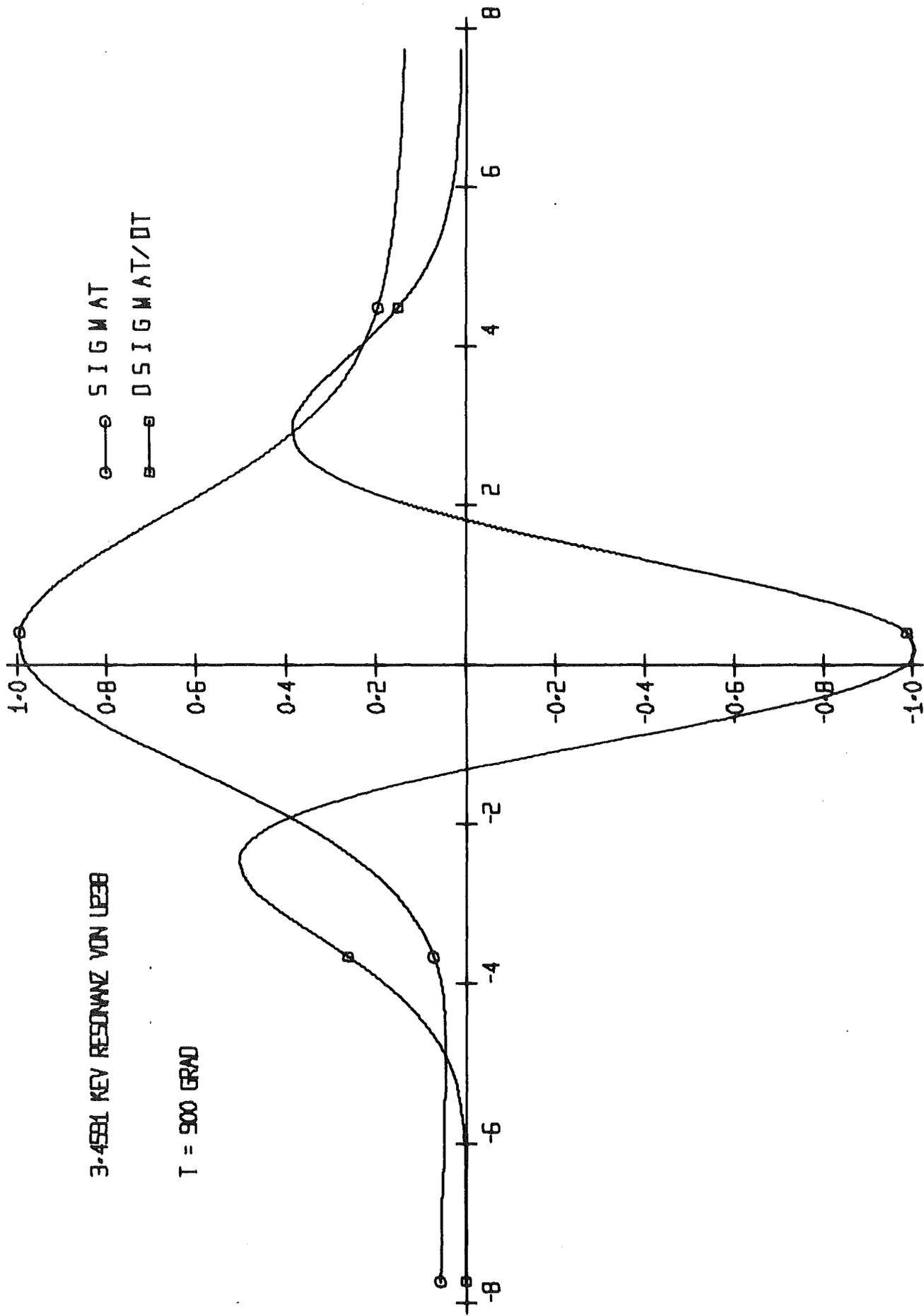


ABB. 2.4 VERLAUF VON SIGMA UND DSIGMA/DT ALS FUNKTION VON DER ENERGIE



3-4581 KEV RESONANZ VON U<sup>238</sup>

T = 900 GRAD

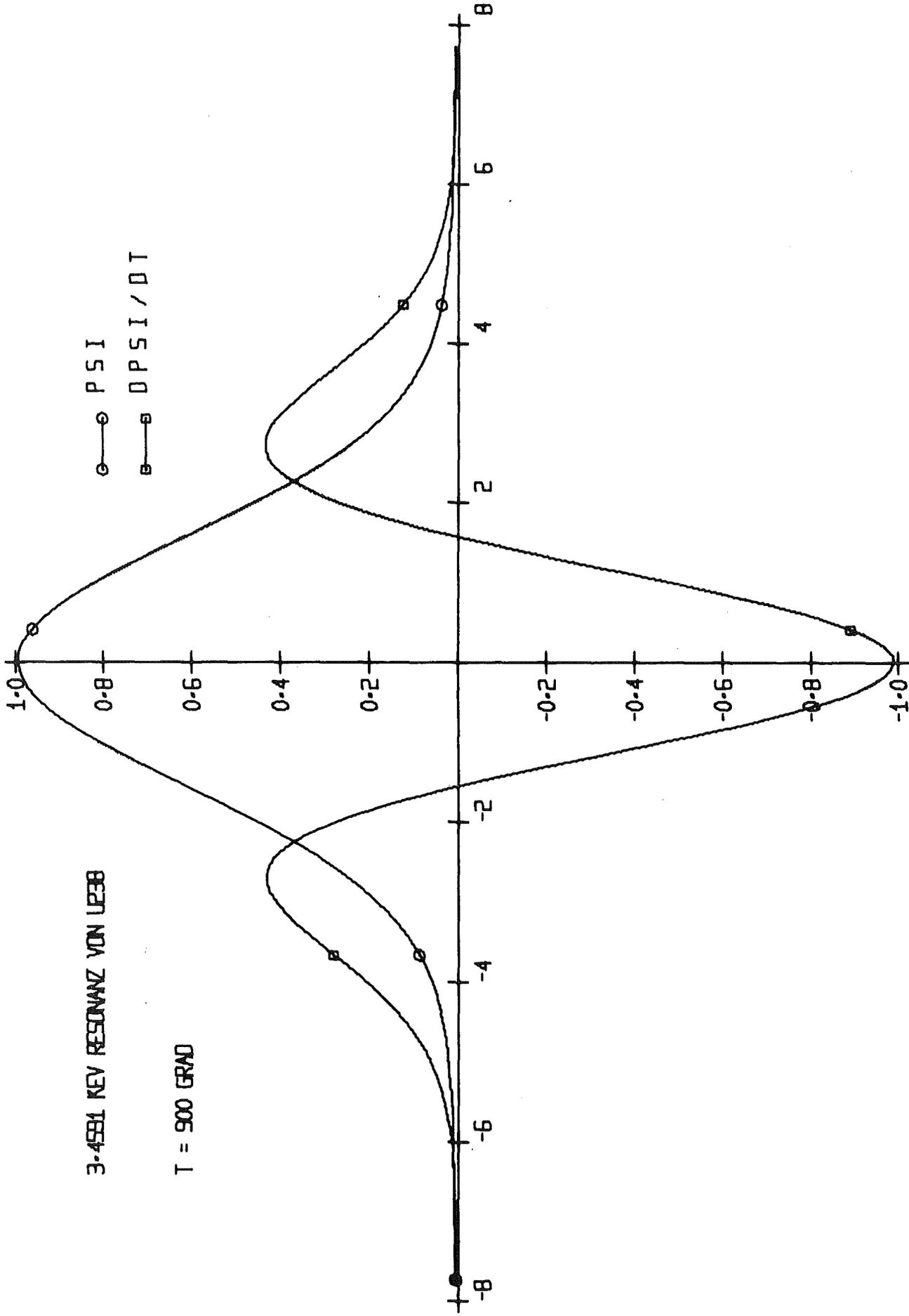


ABB. 2.5 VERLAUF VON PSI UND DPSI / DT ALS FUNKTION VON DER ENERGIE, KURVEN WURDEN NORMIERT

3.4581 KEV RESONANZ VON U238

T = 900 GRAD

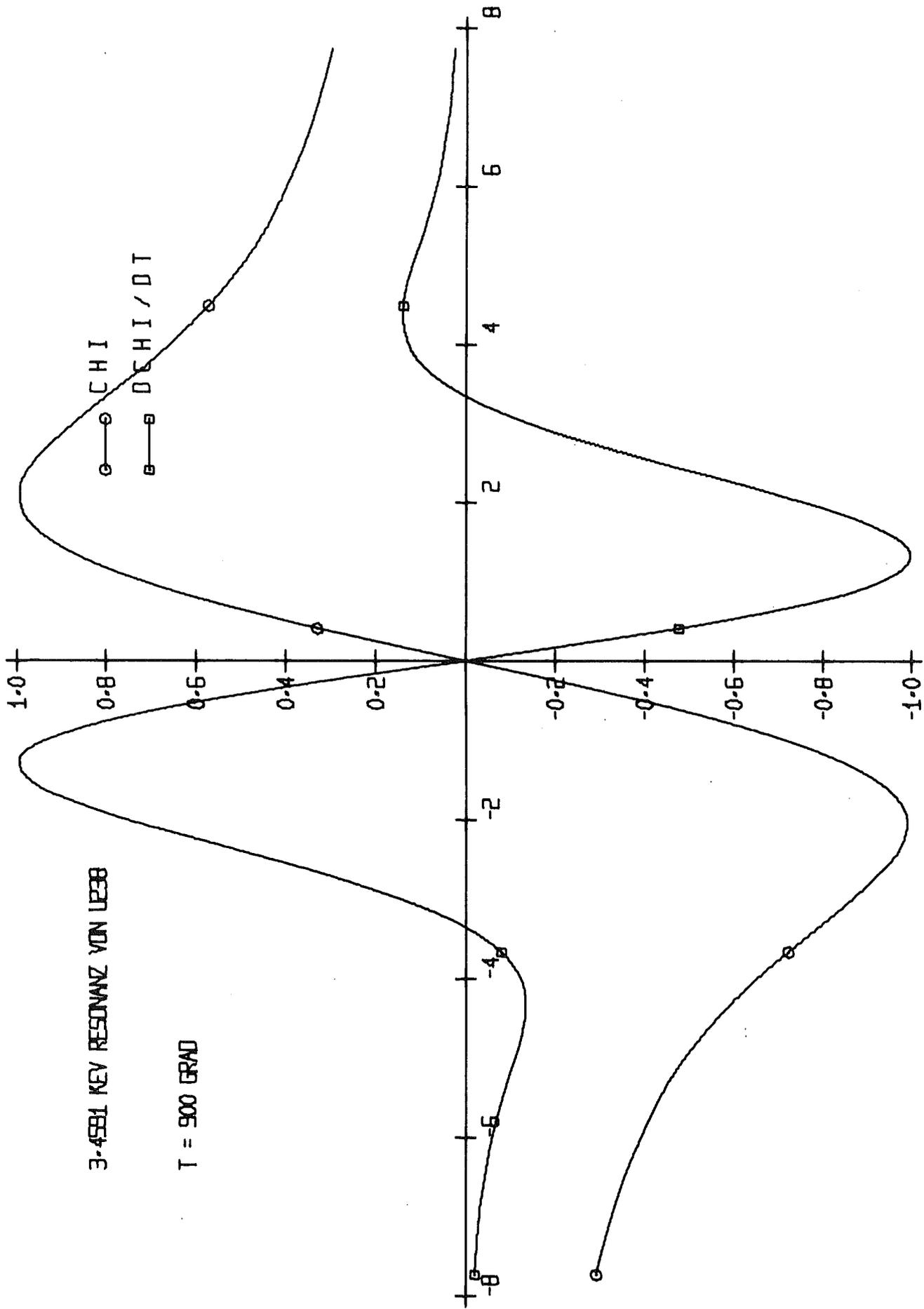


ABB. 2.6 VERLAUF VON CHI UND DCHI / DT ALS FUNKTION VON DER ENERGIE, KURVEN WURDEN NORMIERT

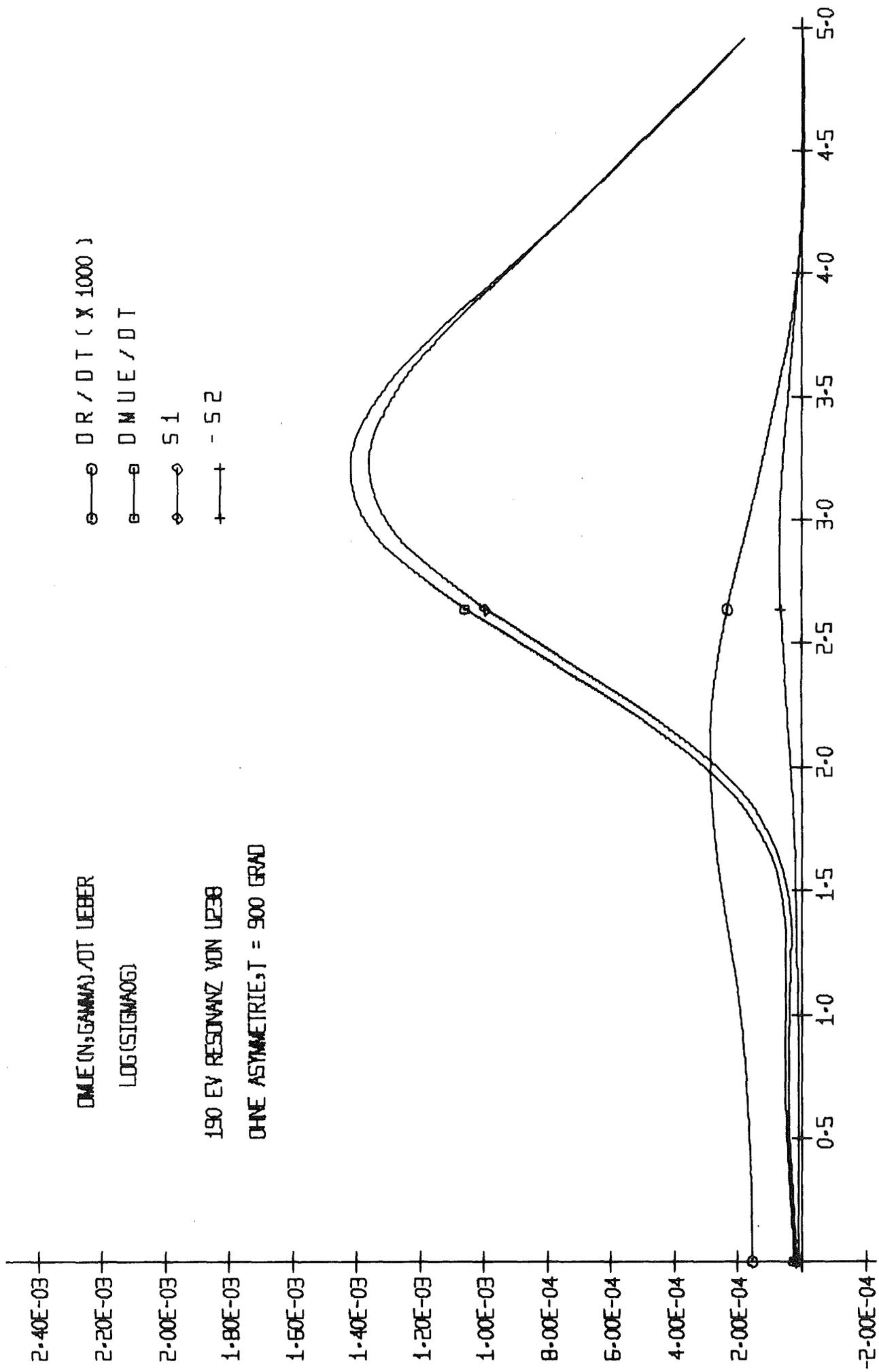


ABB-2.7 KOMPONENTEN VON DMUE/DT FÜR EINE RESONANZ

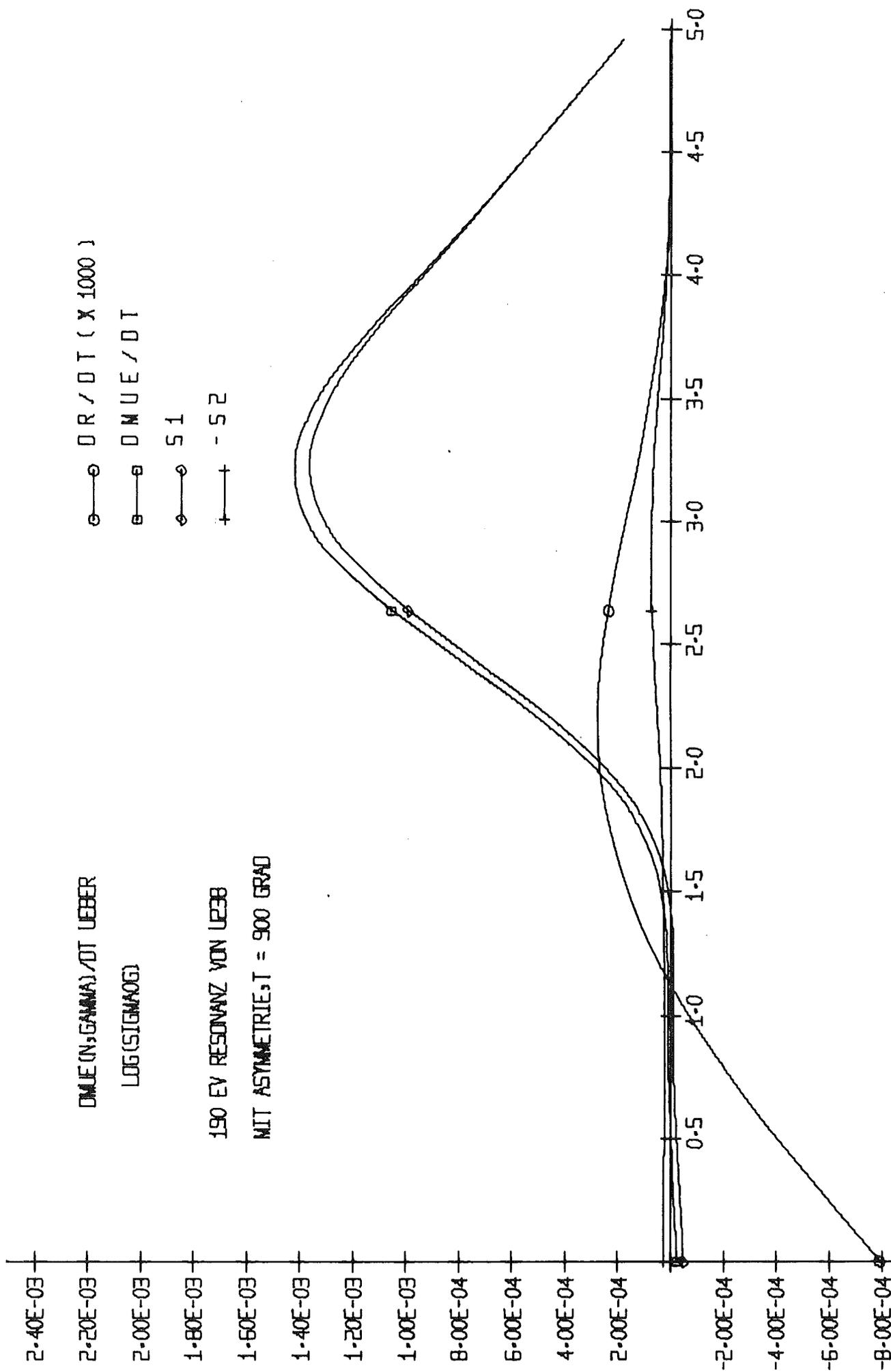


ABB. 2.8 KOMPONENTEN VON DMUE/DT FUER EINE RESONANZ

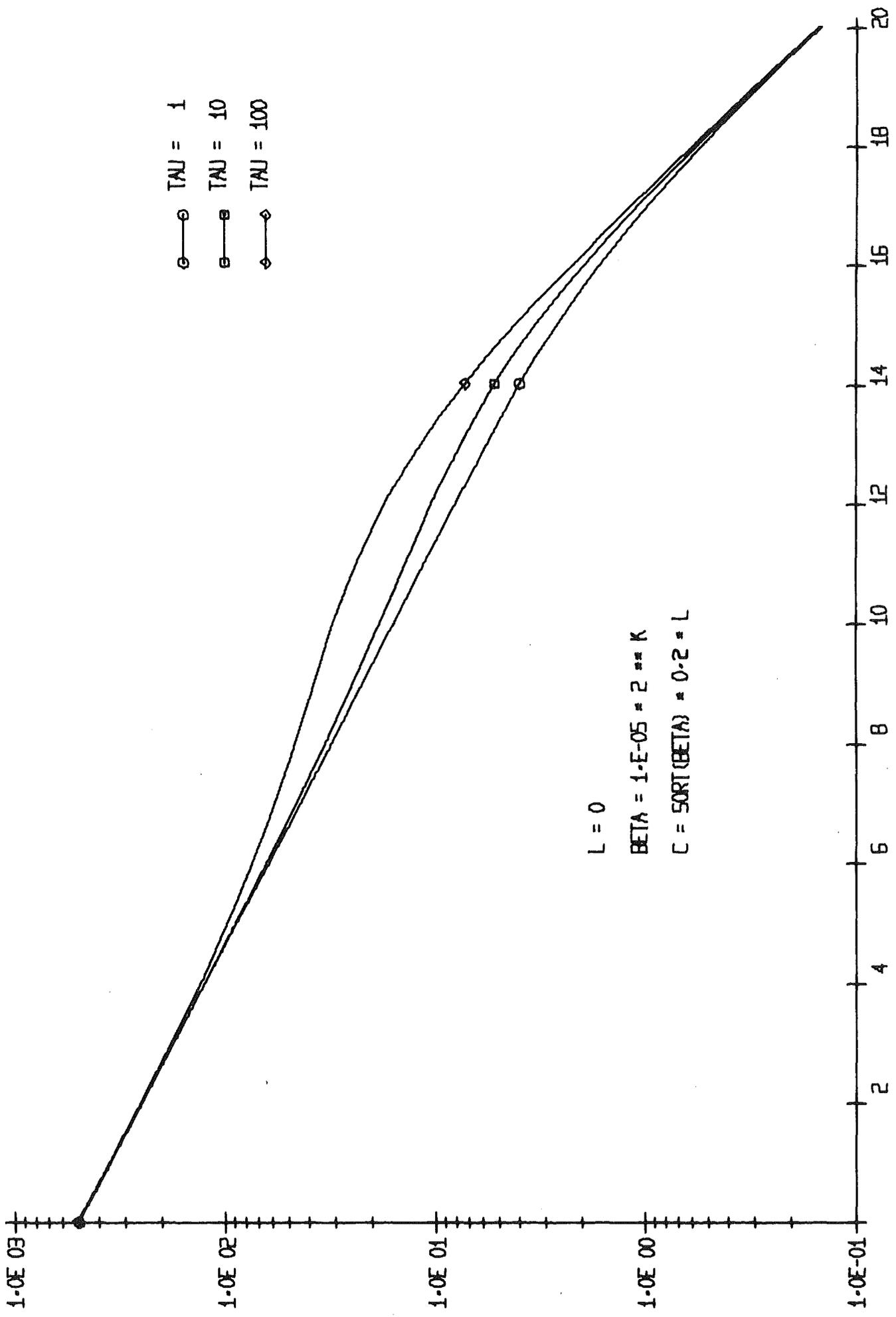


ABB. 2.9: J ( C , BETA , TAU ) ALS FUNKTION VON K

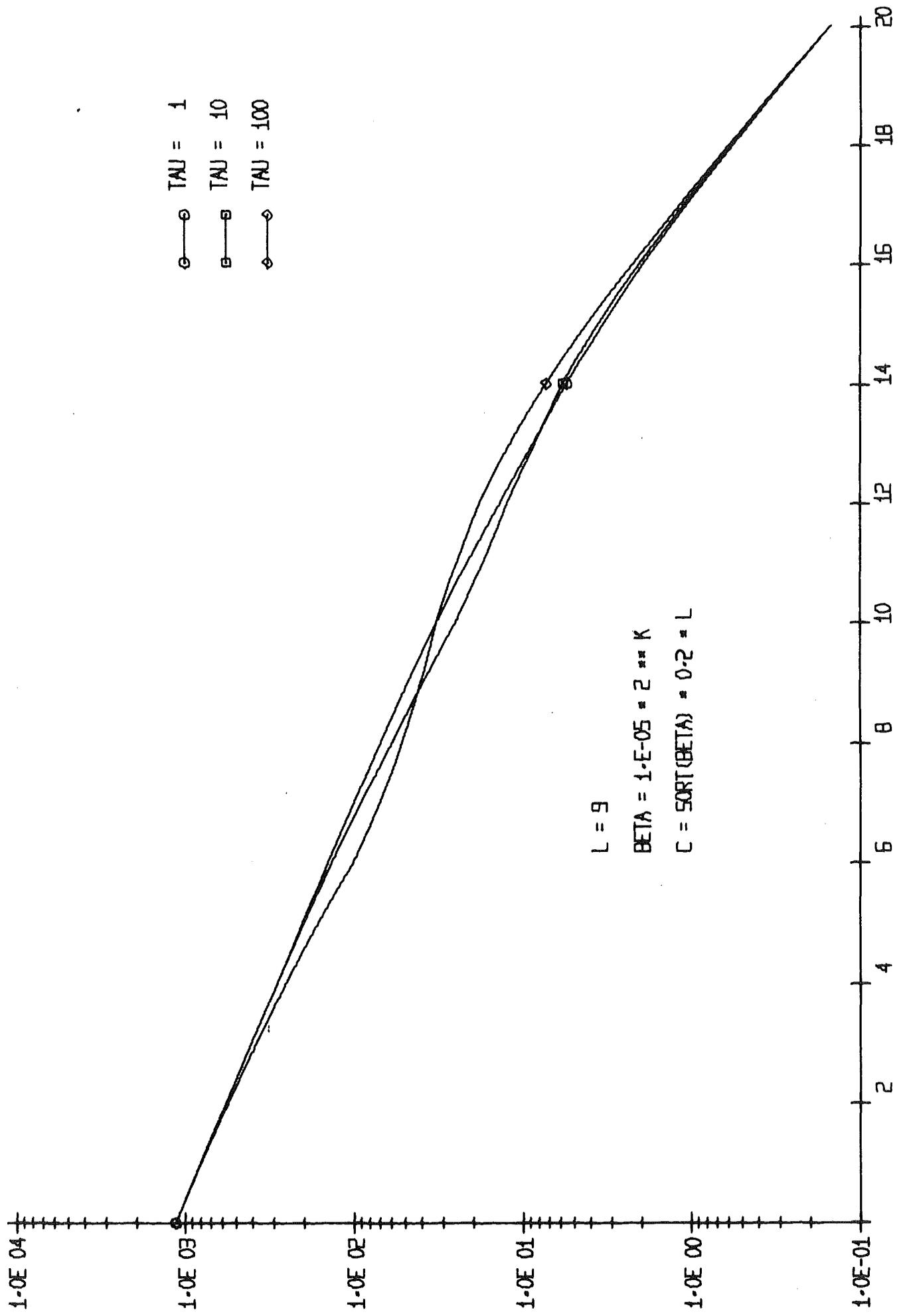


ABB. 2.10 J ( C , BETA , TAU ) ALS FUNKTION VON K

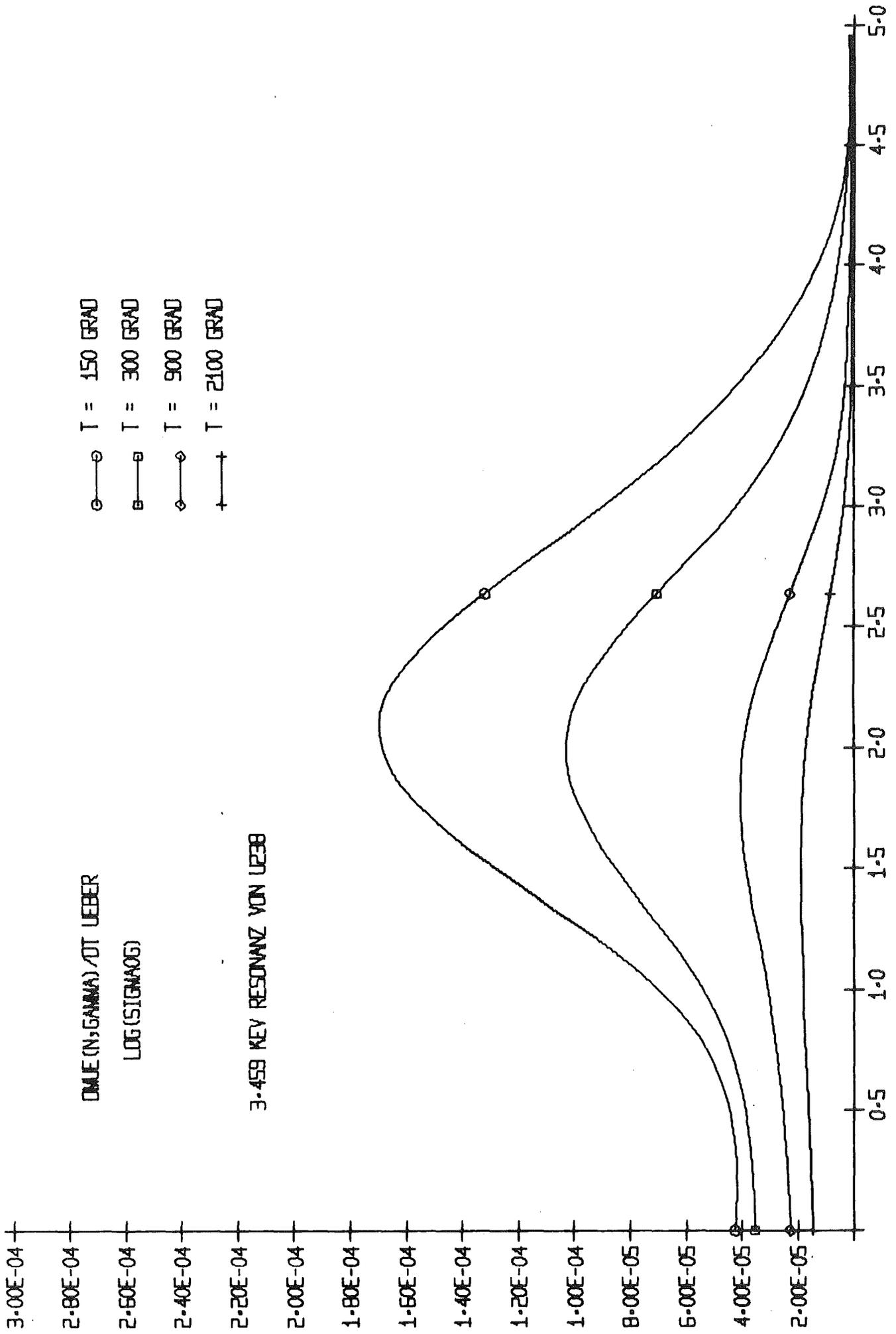


ABB. 2.110 MUE / DT ALS FUNKTION VON DER TEMPERATUR

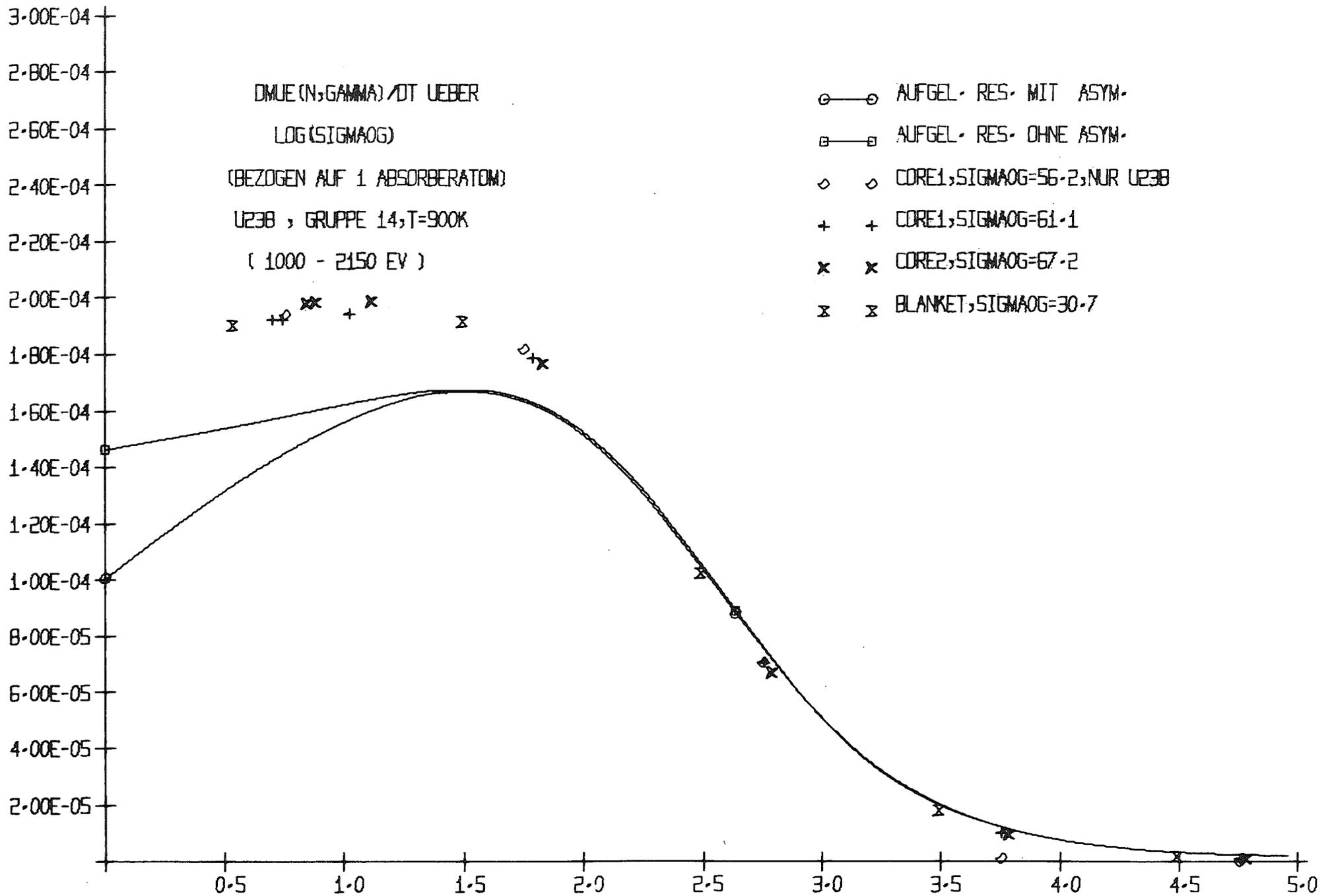


ABB. 2.12 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

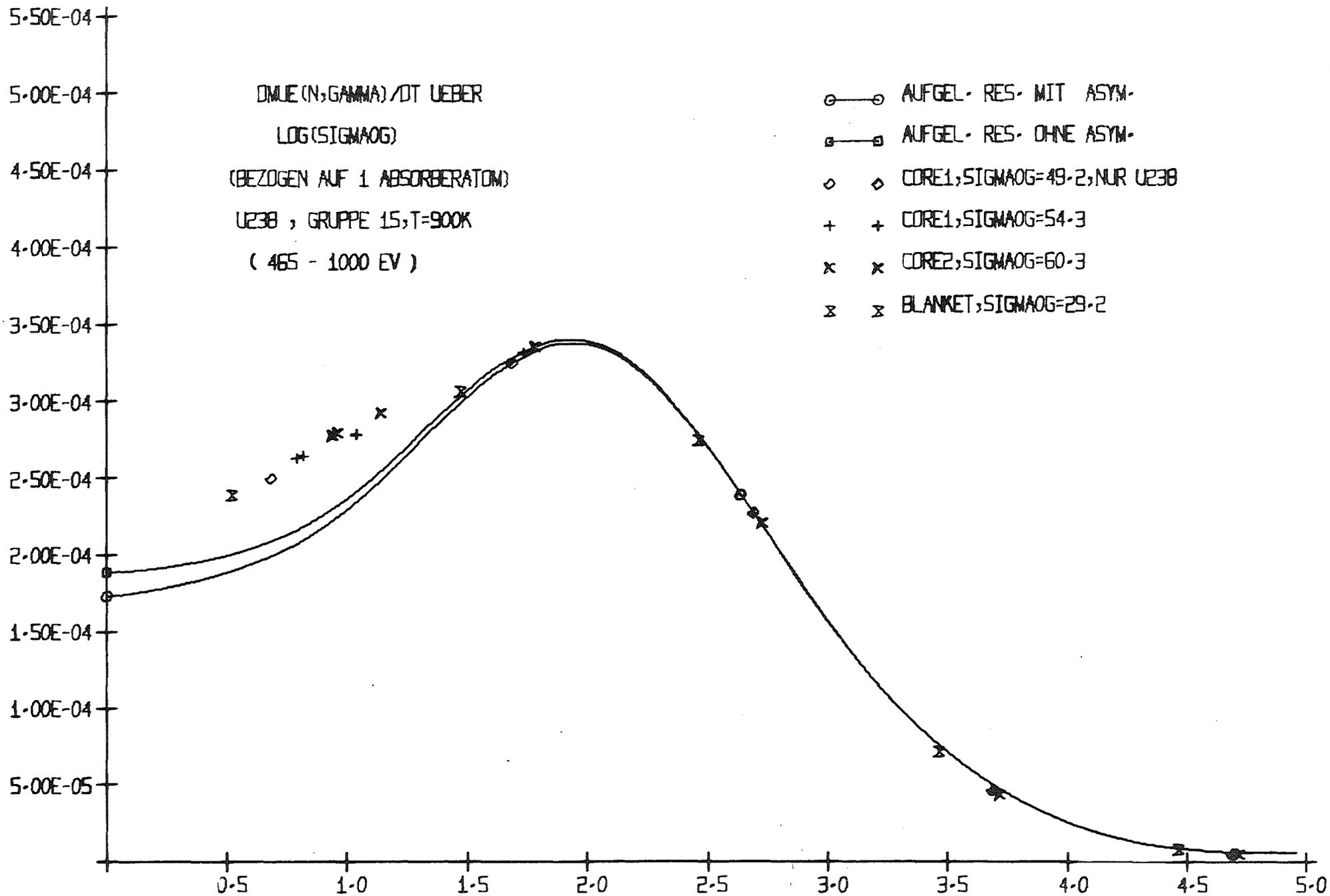


ABB. 2.13 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

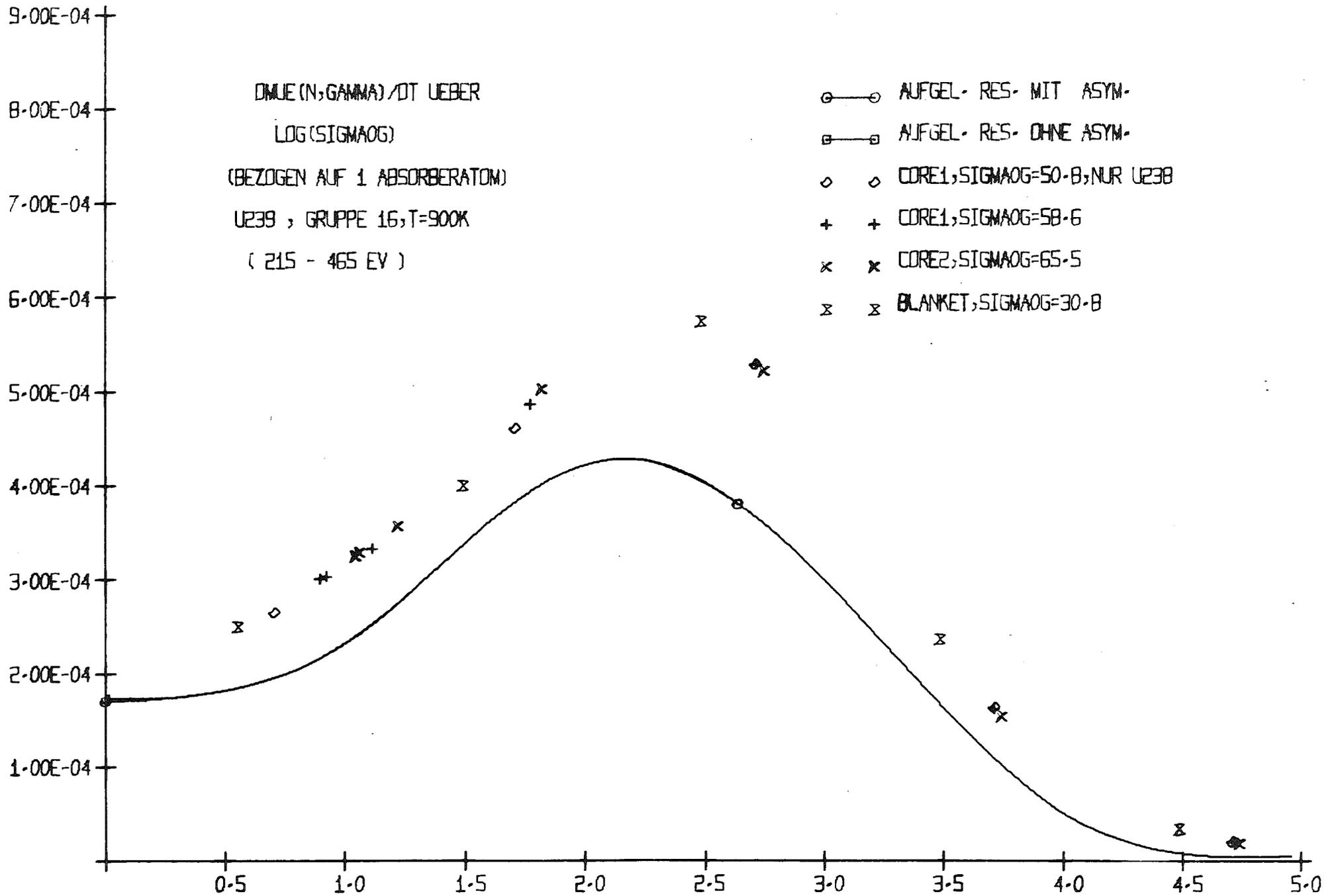


ABB.2.14 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

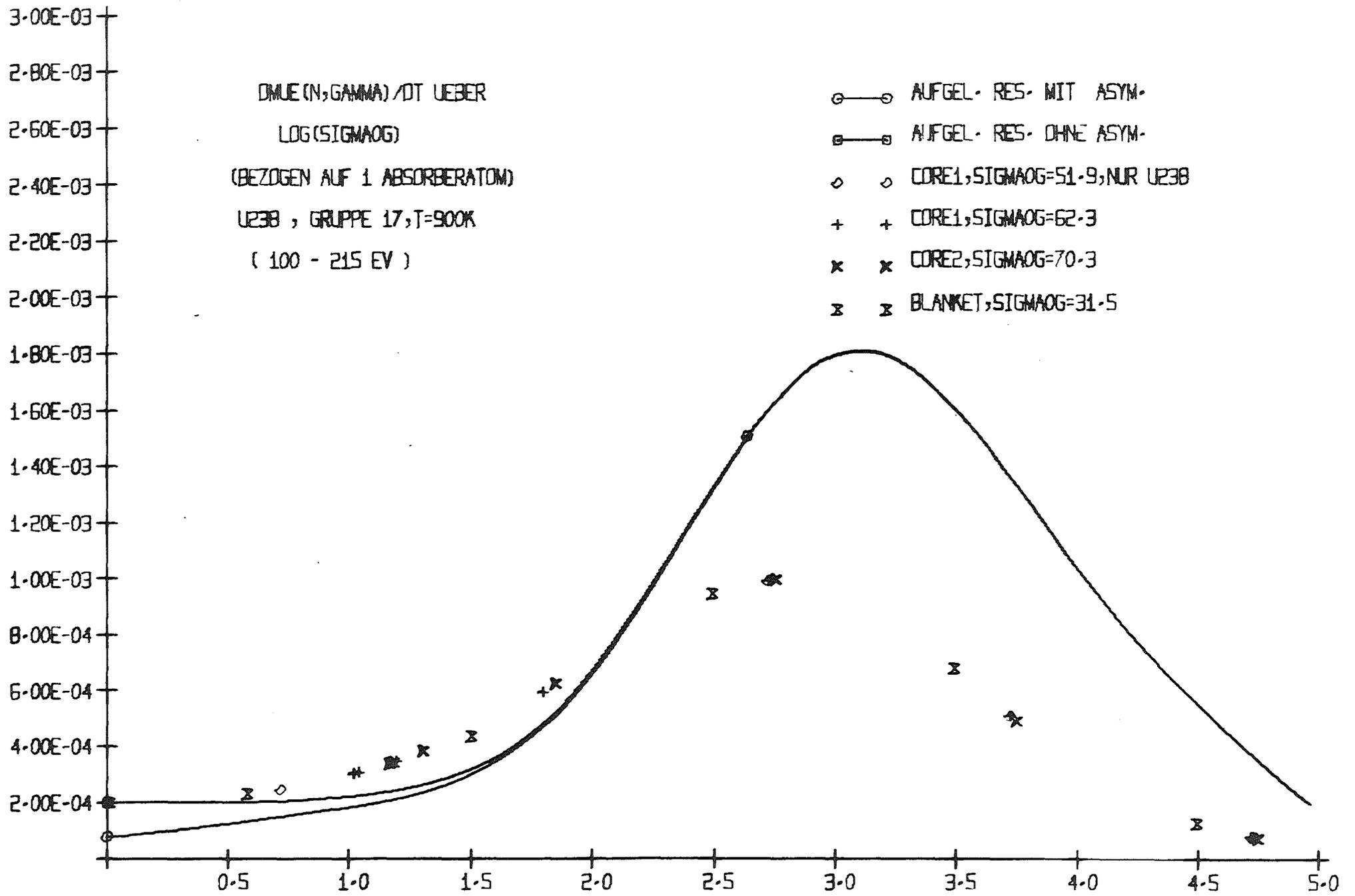


ABB. 2.15 VERGLEICH VON  $\frac{dMUE}{dt}$  AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

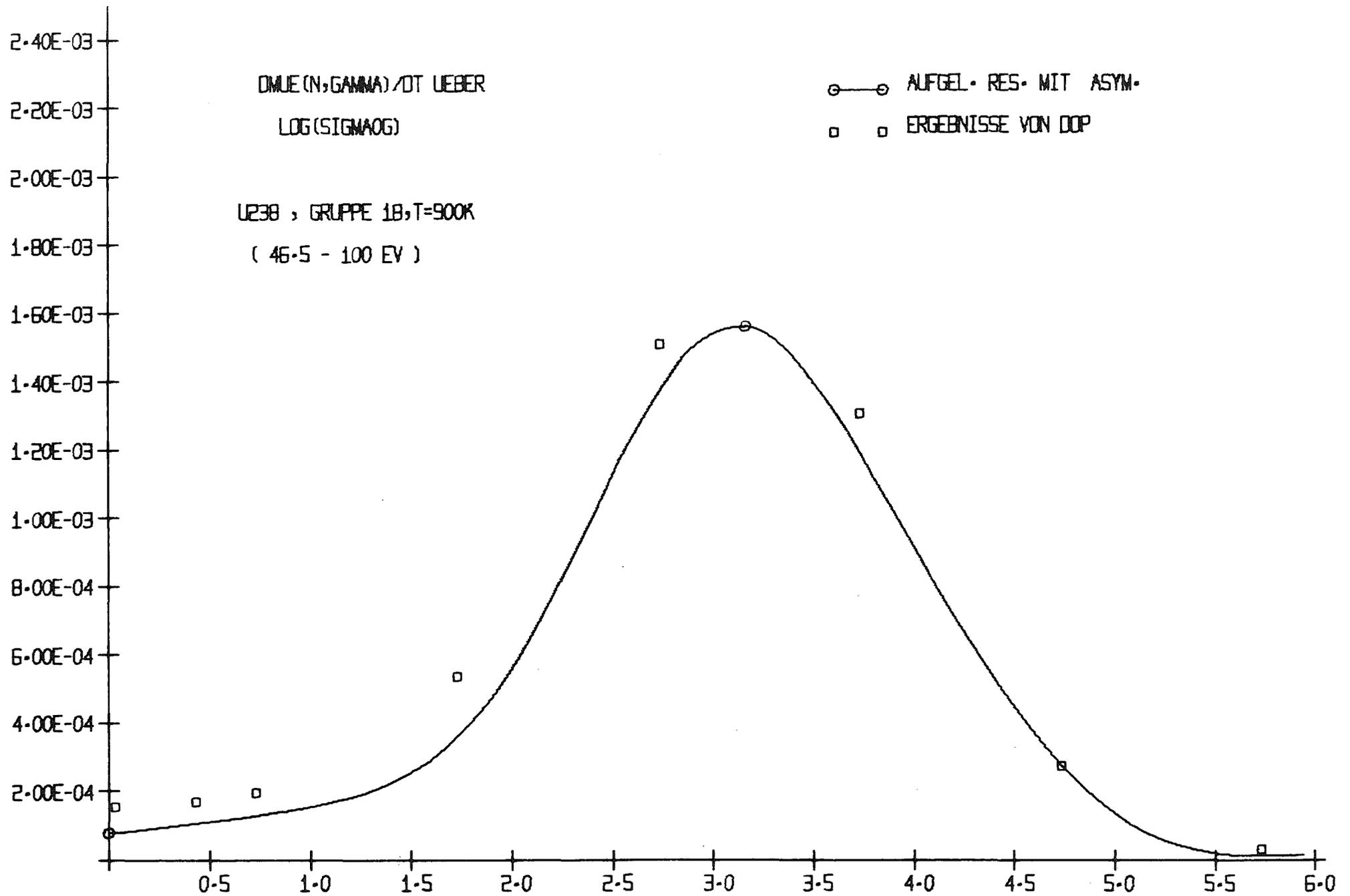


ABB. 2.16 VERGLEICH VON  $DMUE/DT$  AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

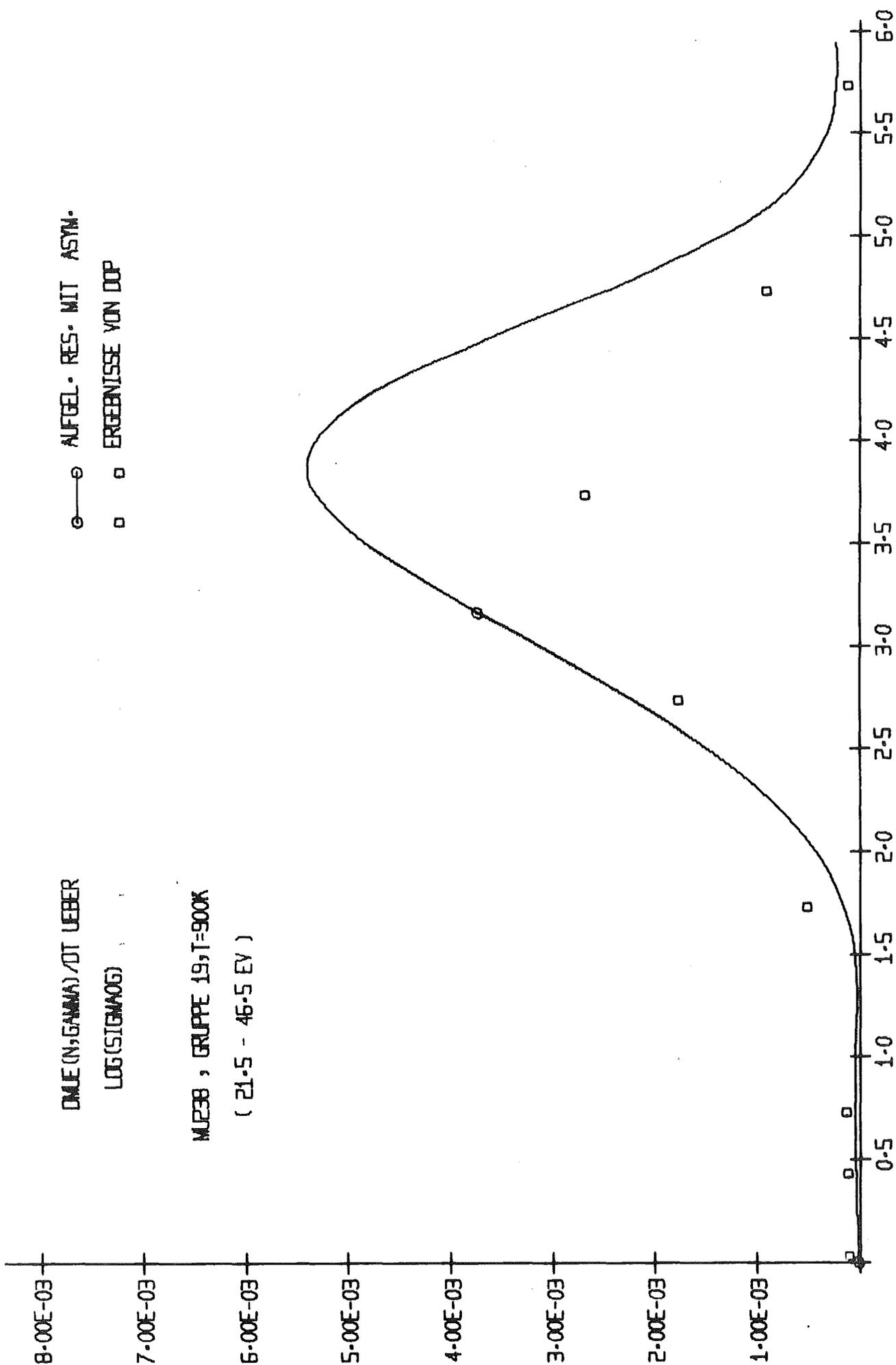
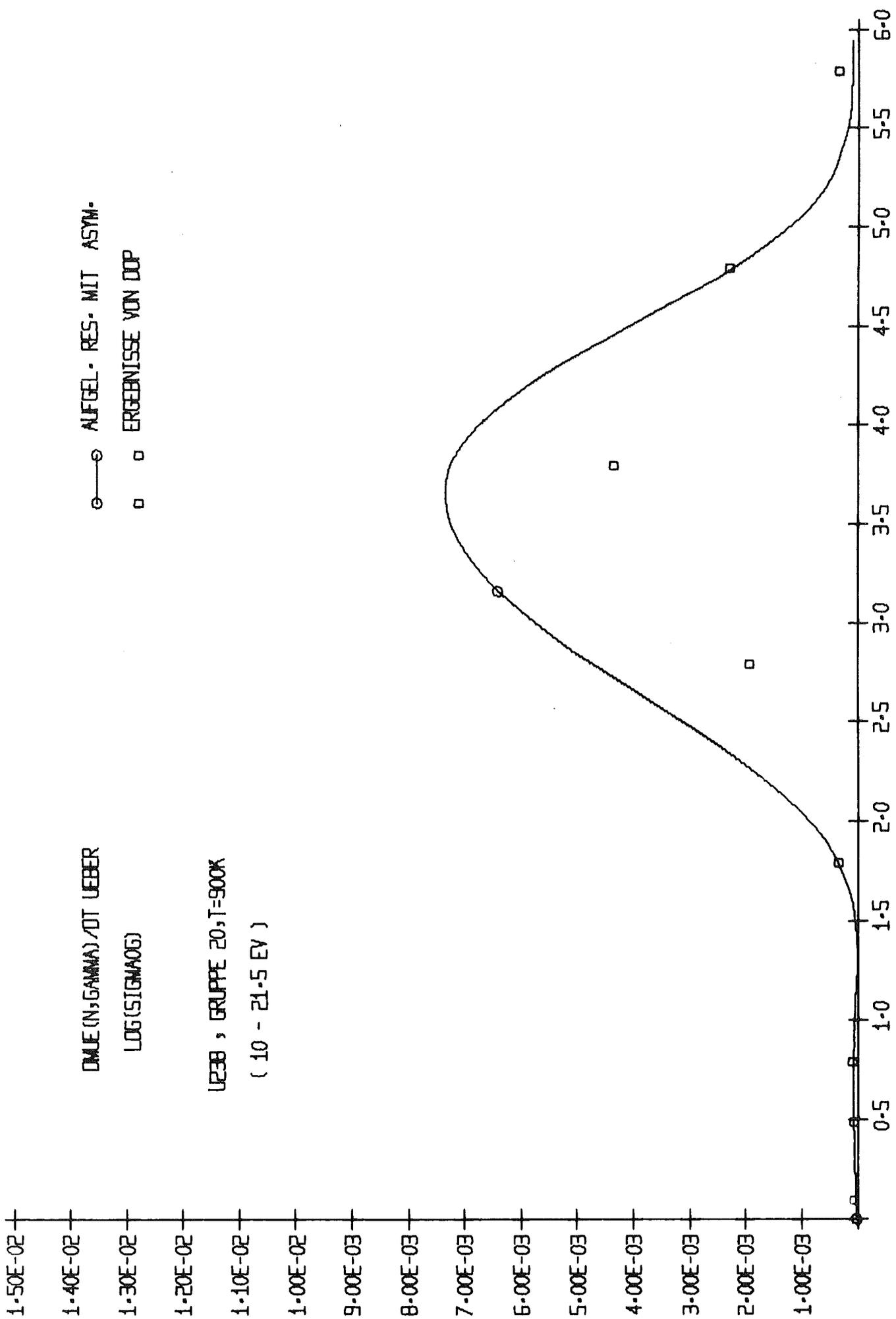


ABB. 2.17 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP



18 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

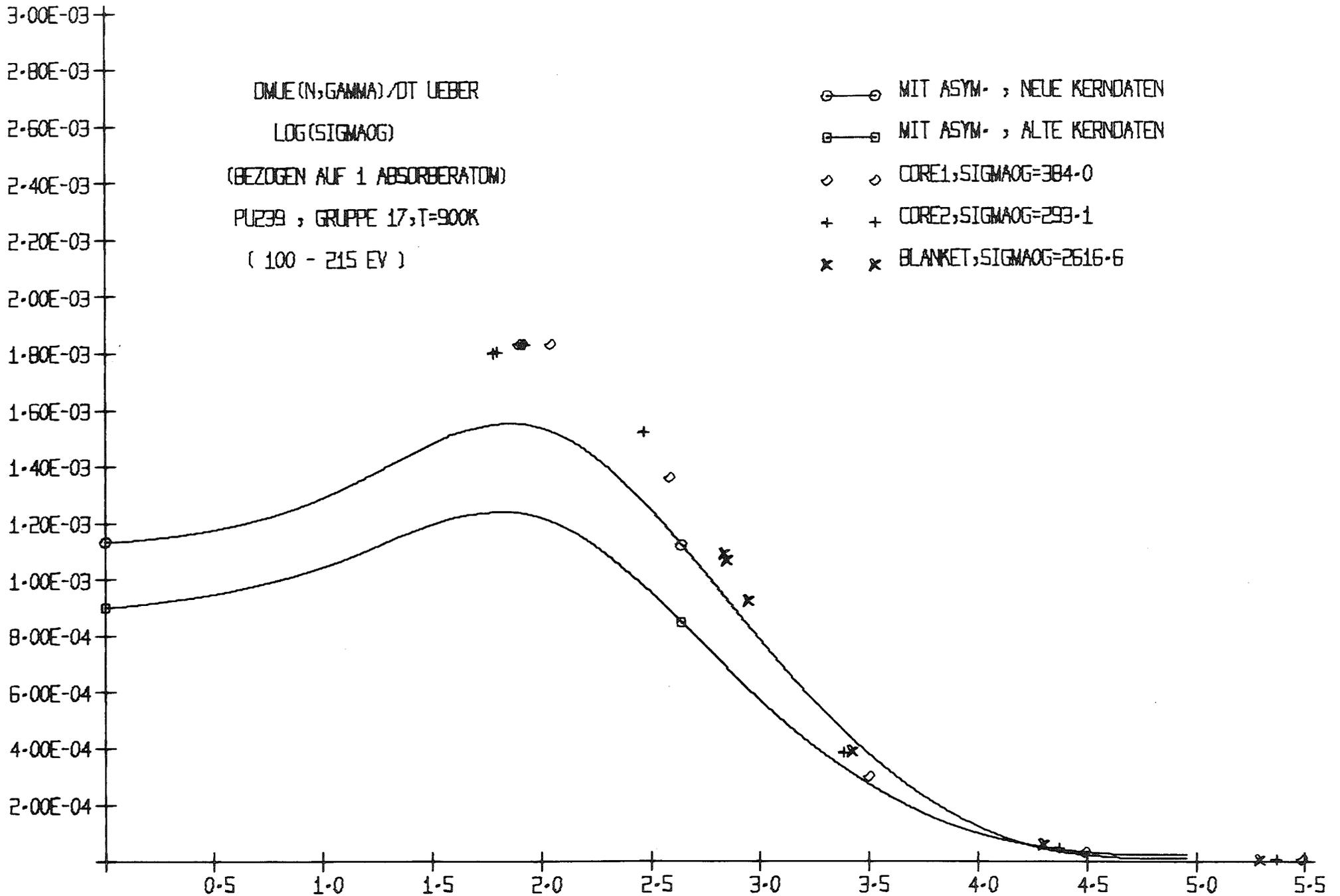


ABB. 2.19 VERGLEICH VON  $DMUE/DT$  AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

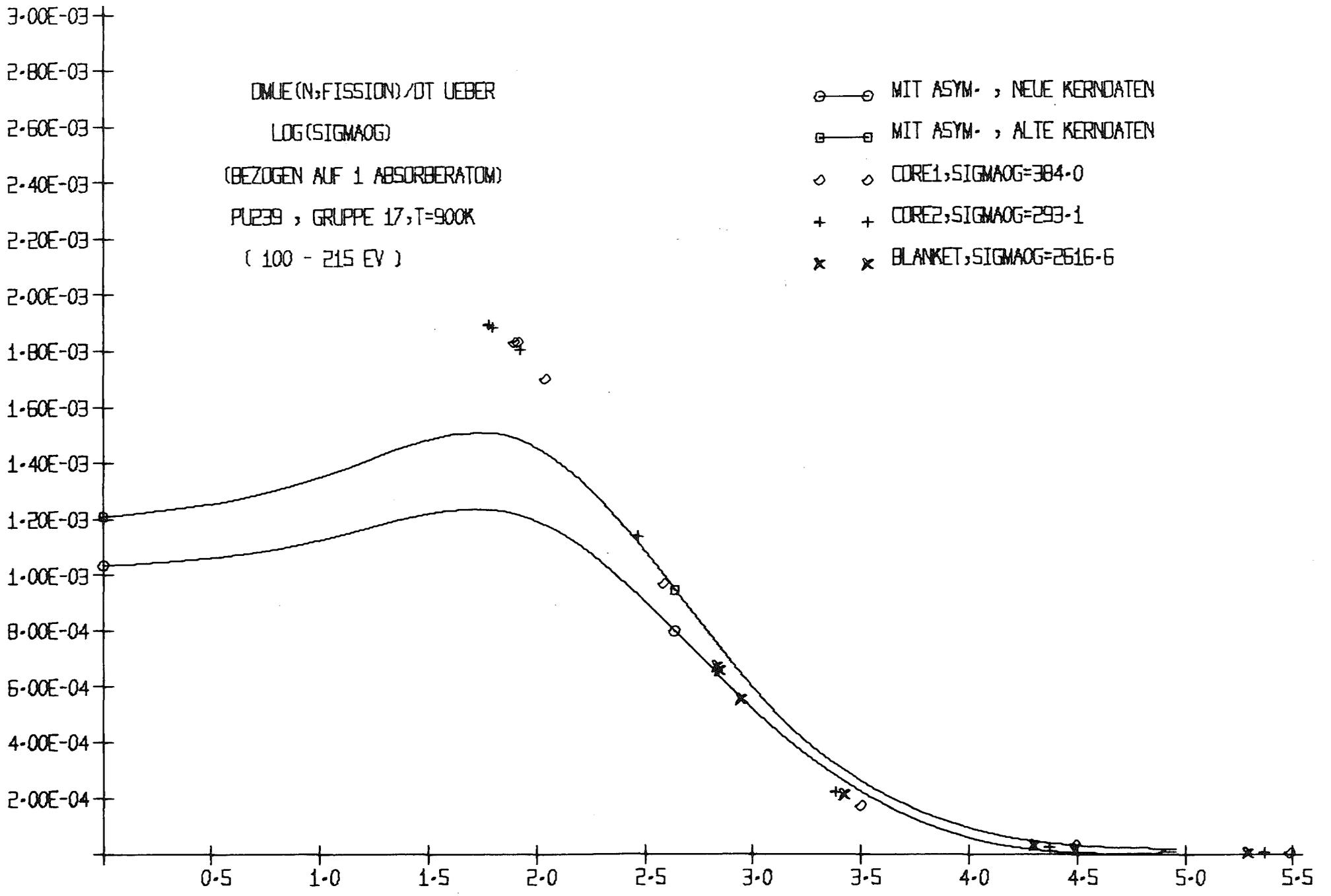


ABB. 2.20 VERGLEICH VON DMUE/DT AUS DIESER ARBEIT MIT DOP

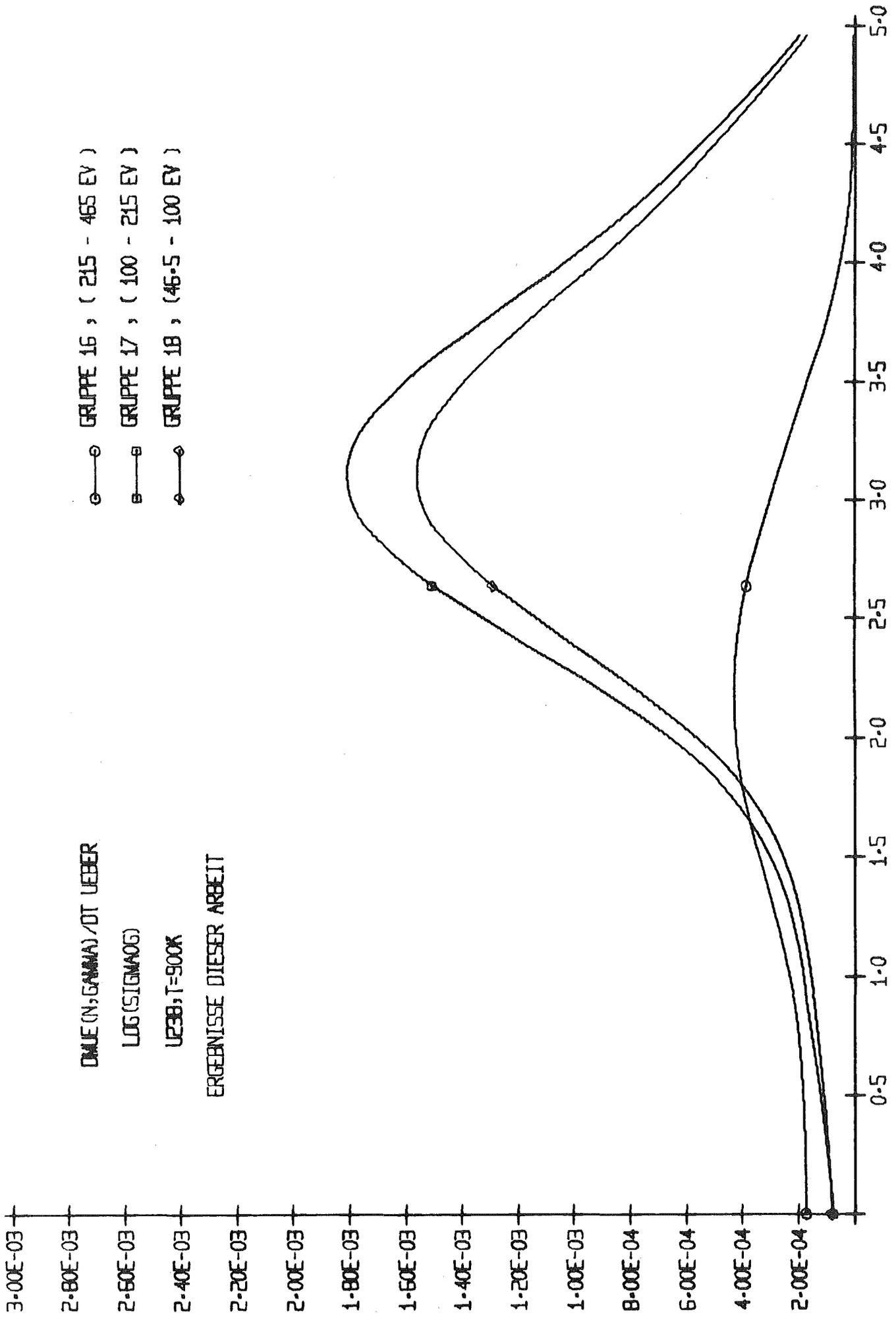


ABB. 2.21 GRUPPEN - ABHAENGIKKEIT VON DMJE / DT

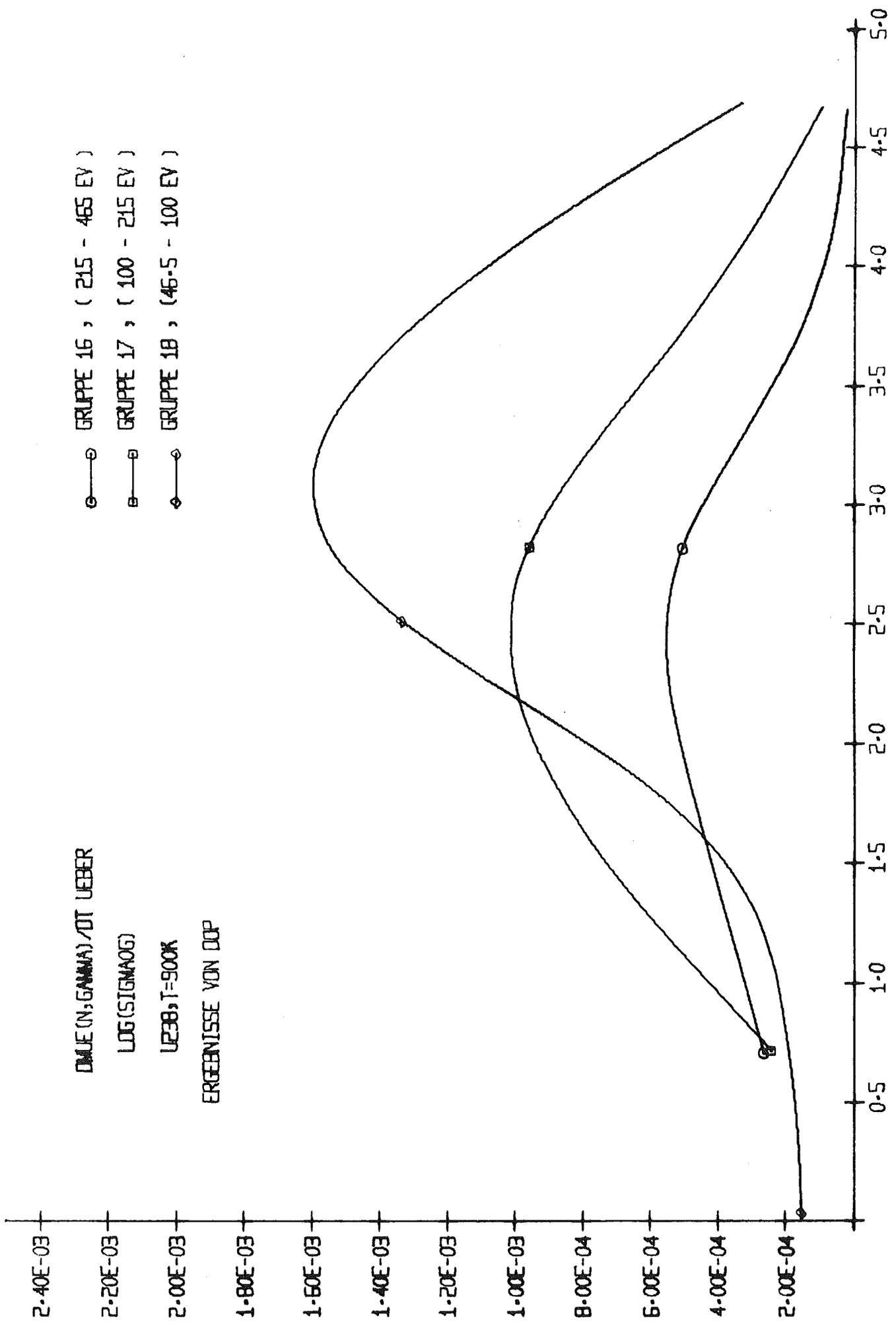
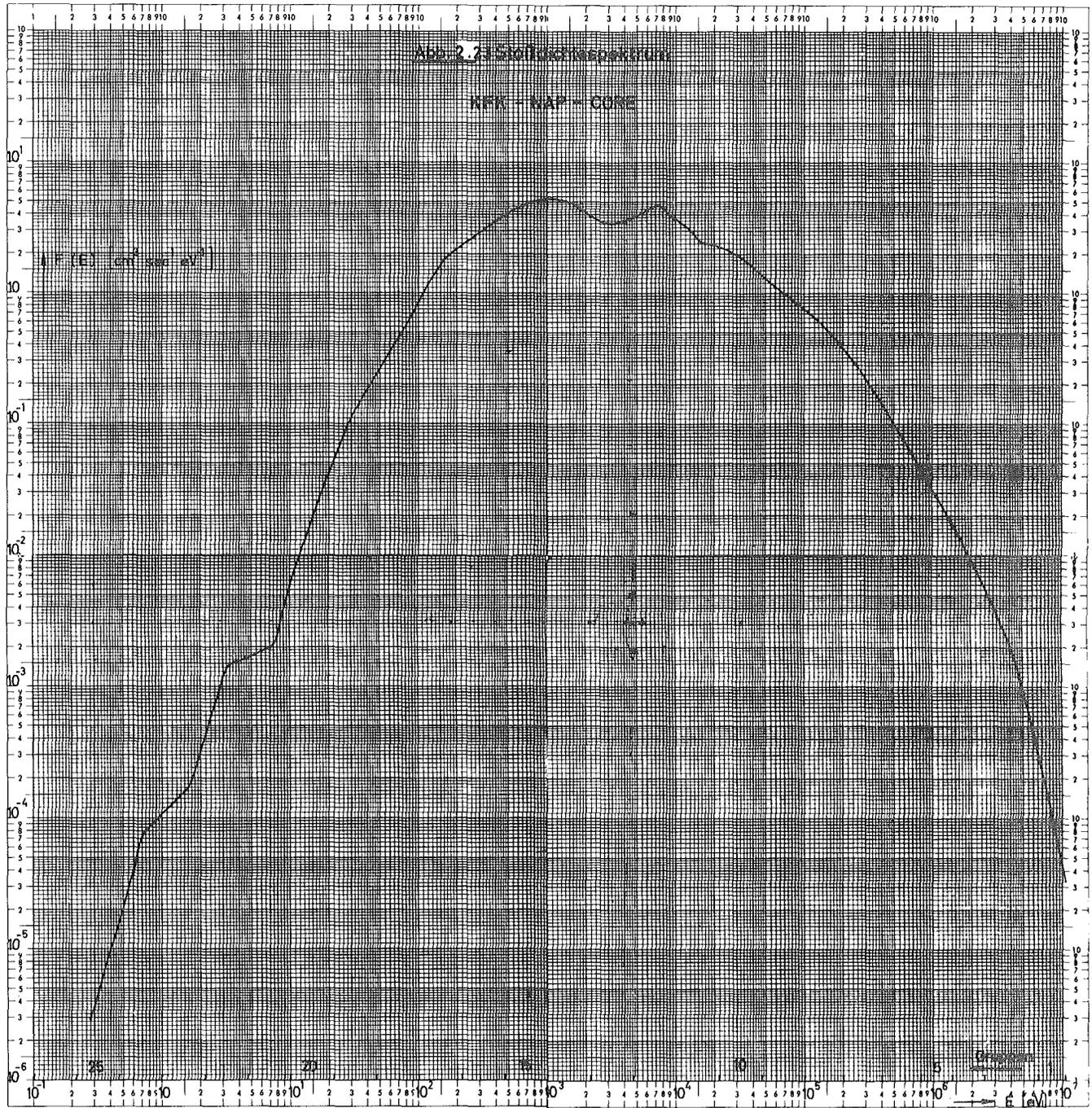
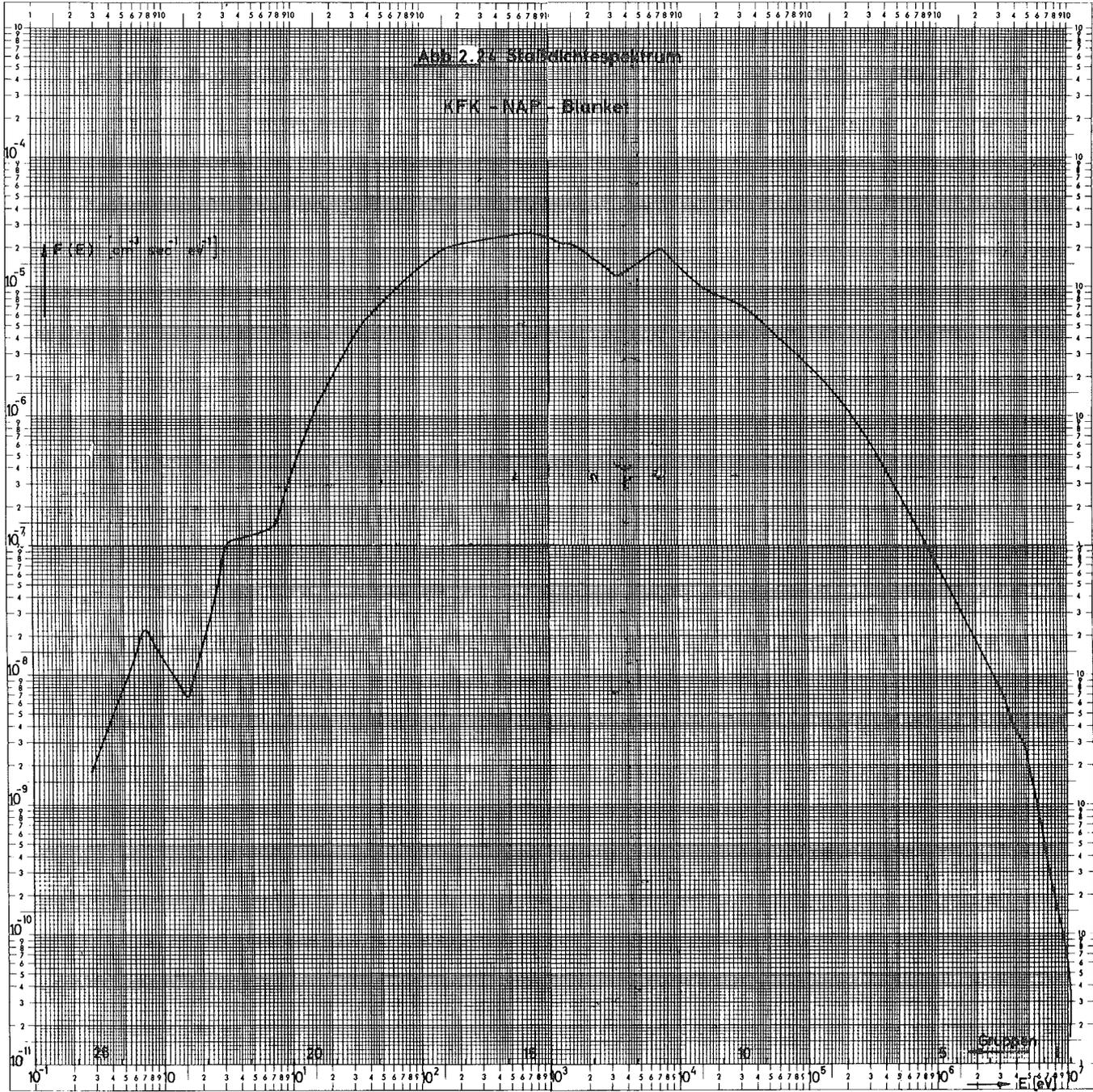
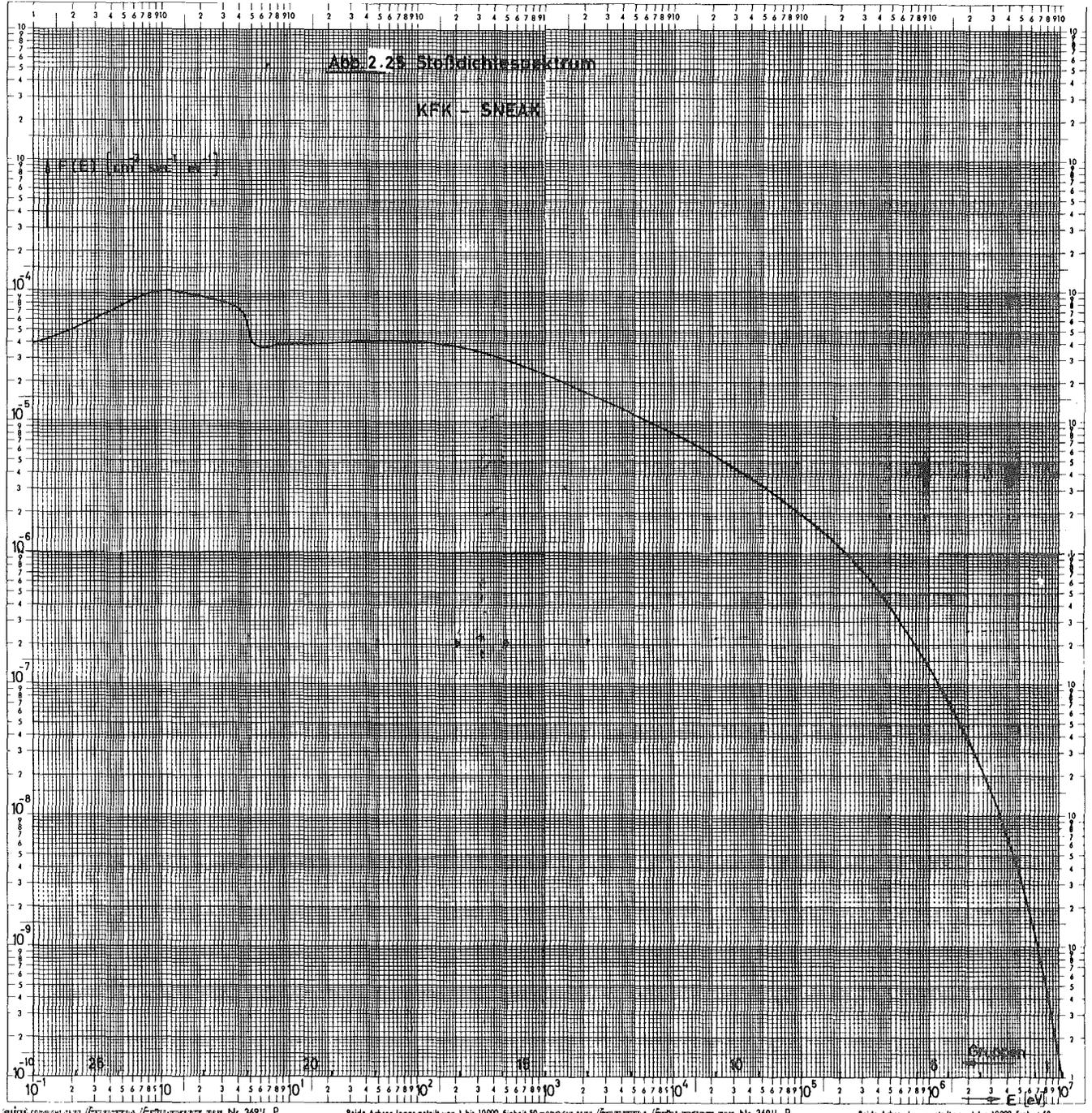


ABB. 2.22 GRUPPEN - ABHAENGIKHEIT VON DMUE / DT







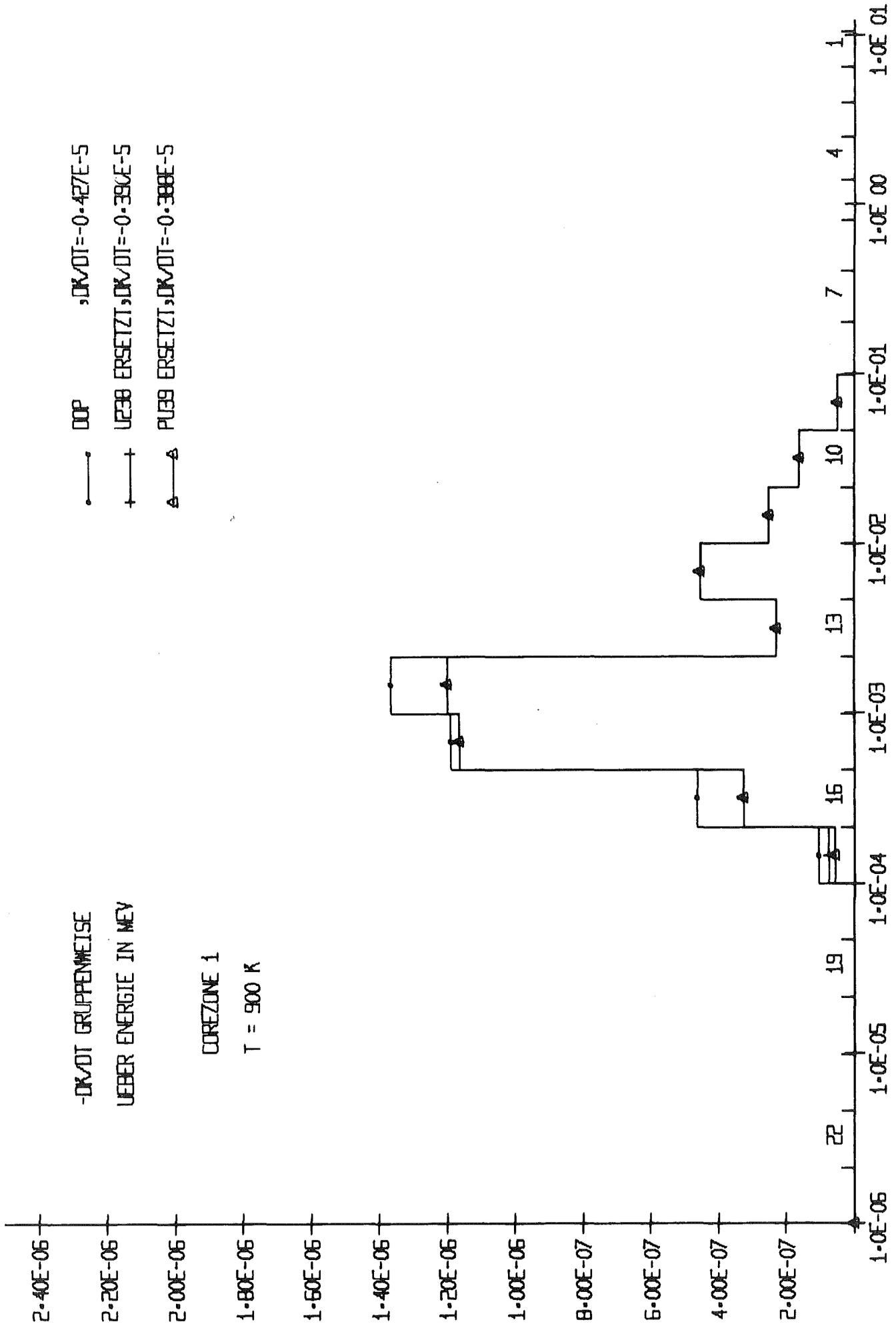


ABB. 2.26 ERGEBNISSE DIESER ARBEIT SCHRITTWEISE MIT DOP GEKOPPELT

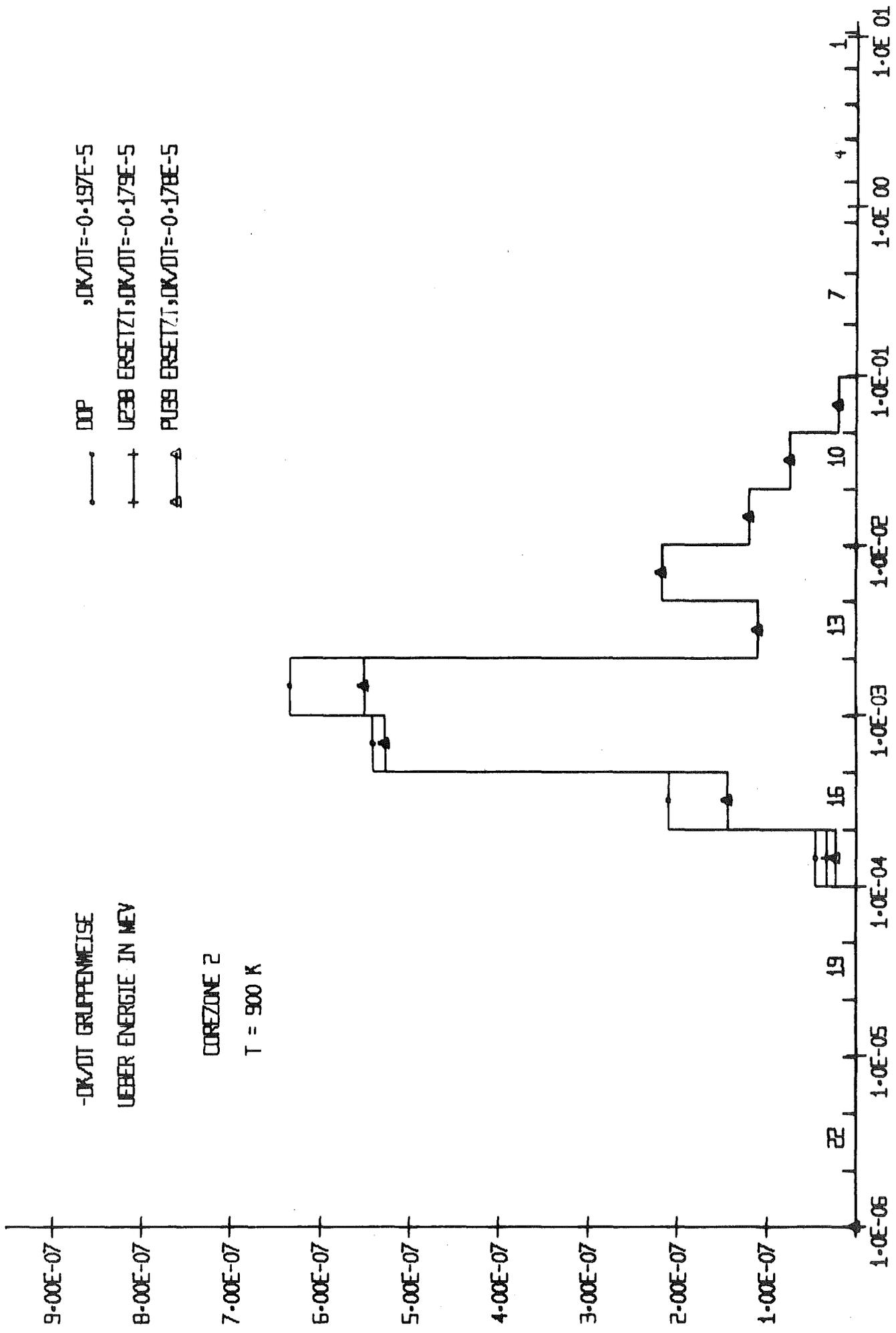


ABB-2.27 ERGEBNISSE DIESER ARBEIT SCHRITTWEISE MIT DDP GEGENUEBER

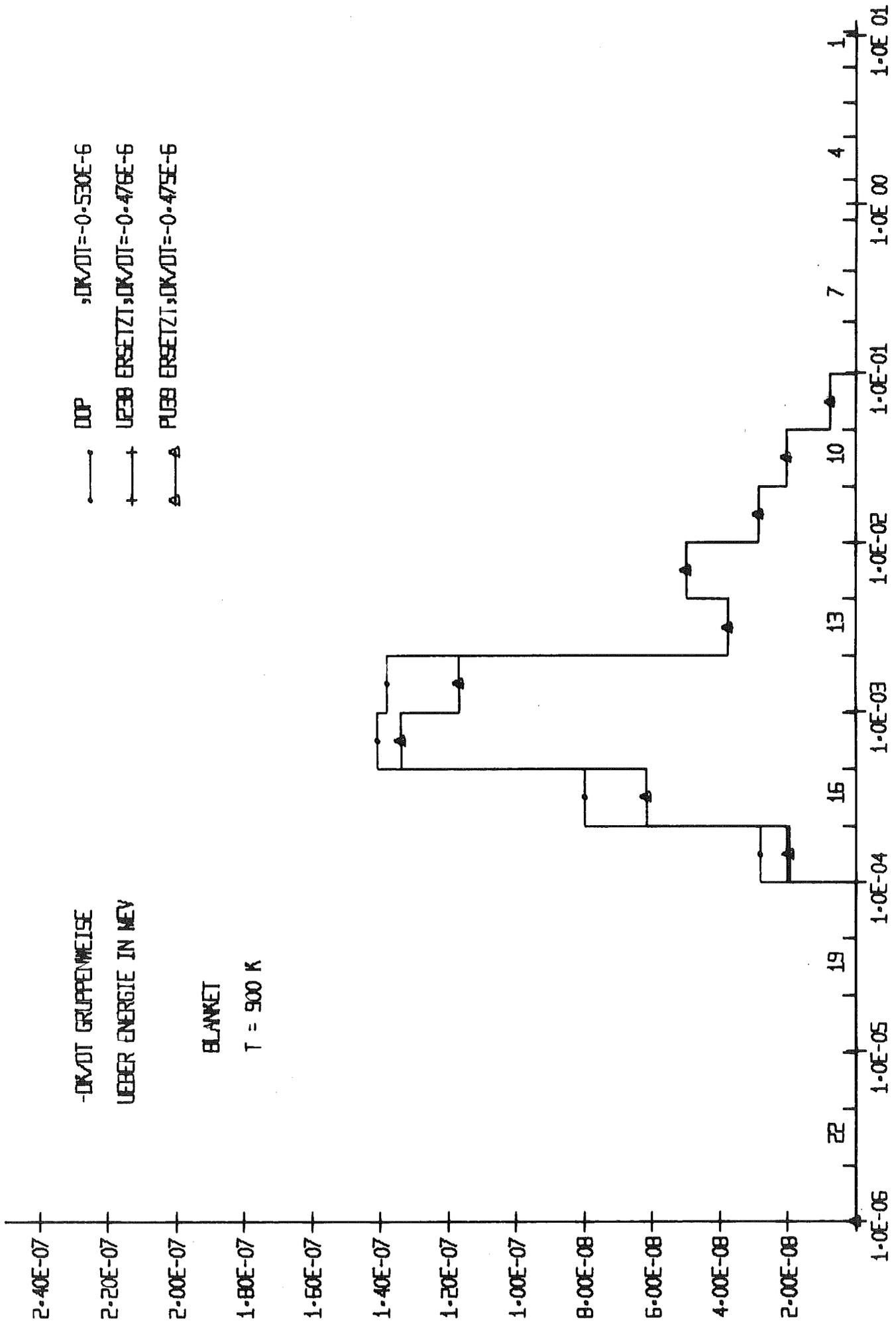


ABB.2.2.8 ERGEBNISSE DIESER ARBEIT SCHRITTWEISE MIT DOP GEMAPPELT

Energiegruppe	B bei Anpassung an:		
	$\frac{dp}{dT}$	$\frac{d\mu(n,\gamma)}{dT}$	$\frac{d\mu(n,fission)}{dT}$
<sup>9</sup> 46.5 - 100 KeV	1.565	1.529	1.385
<sup>10</sup> 21.5 - 46.5 KeV	1.617	1.588	1.390
<sup>11</sup> 10.0 - 21.5 KeV	1.608	1.581	1.360
<sup>12</sup> 4.65 - 10.0 KeV	1.490	1.466	1.345
<sup>13</sup> 2.15 - 4.65 KeV	1.425	1.403	1.355
<sup>14</sup> 1.0 - 2.15 KeV	1.128	1.107	1.360
<sup>15</sup> 465 - 1000 eV	0.9910	0.9692	1.361
<sup>16</sup> 215 - 465 eV	0.8897	0.8850	1.325
<sup>17</sup> 100 - 215 eV	0.8000	0.8282	1.233
Core 1 mit Na: B = 1.118		Core 1 Void: B = 1.243	
Core 2 mit Na: B = 1.118		Core 2 Void: B = 1.238	

Ergebnisse für B  
bei  
Anpassung an  $\frac{A}{T^B}$   
bei  
10 Temperaturen  
zwischen  
300 K und 10 000K

Tabelle (4.1)



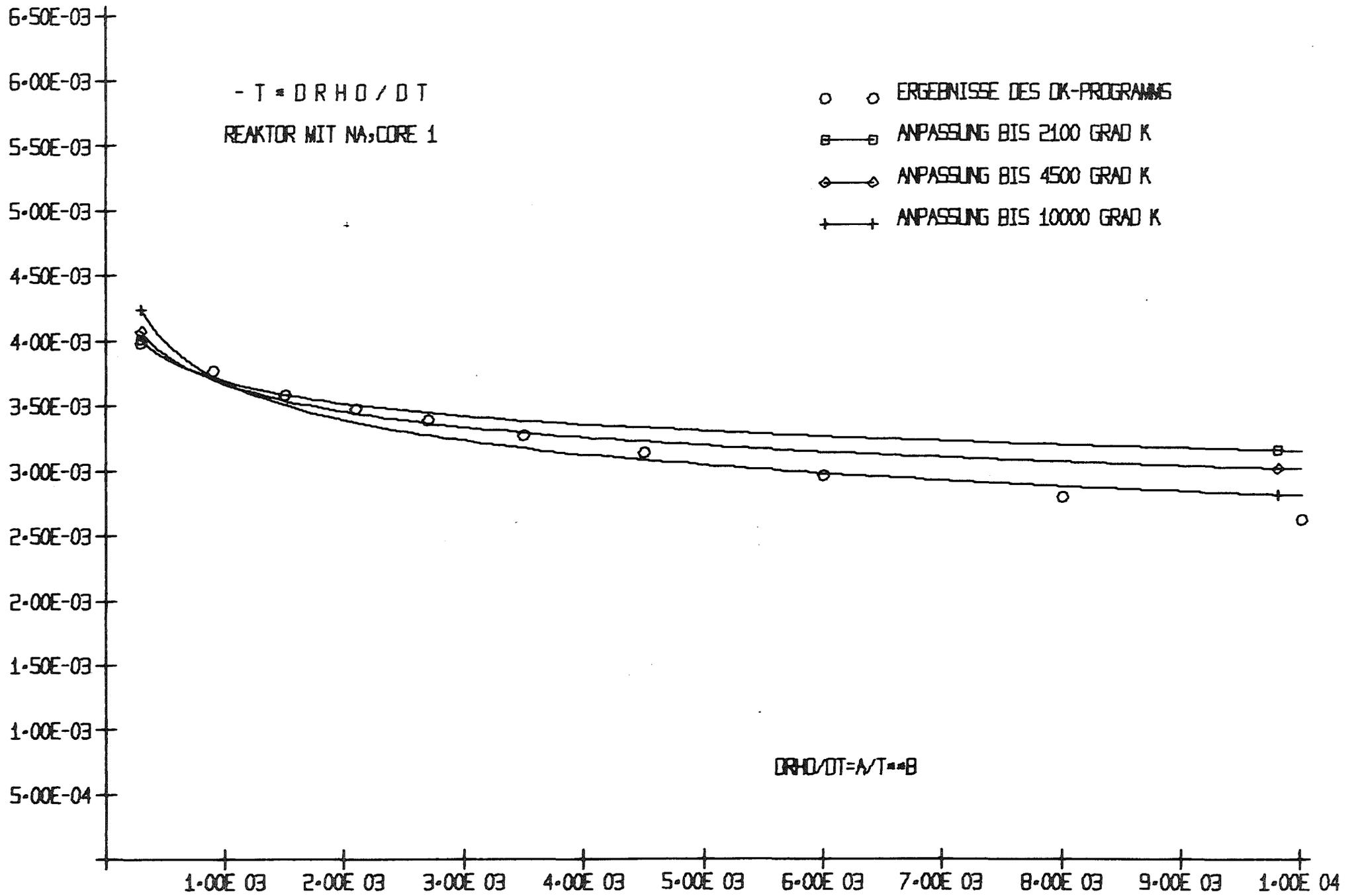


ABB. 4.1 DRHO / DT = A / T = B

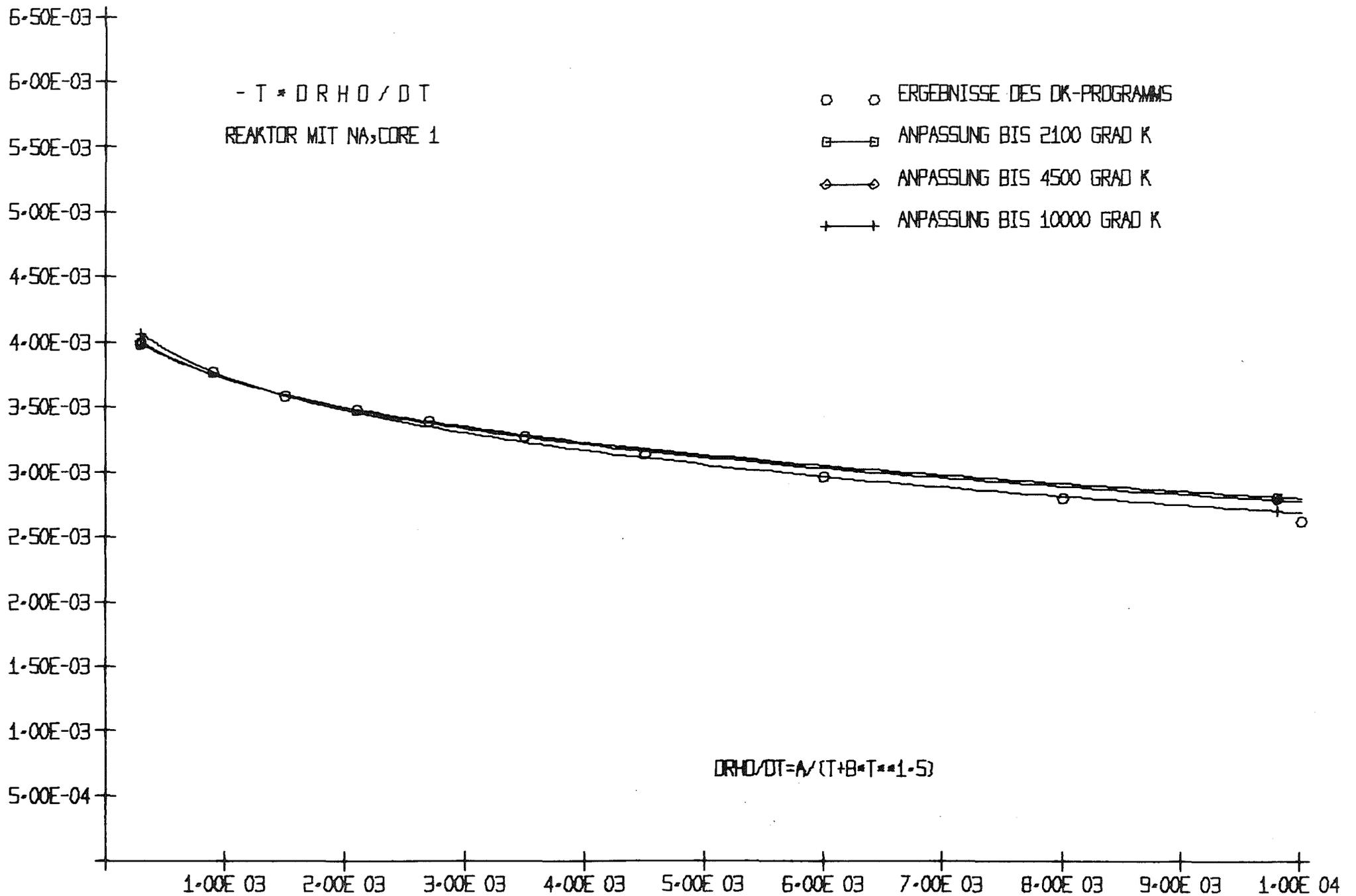


ABB. 4.2

ANPASSUNG AN VERSCHIEDENE TEMPERATURGESETZE

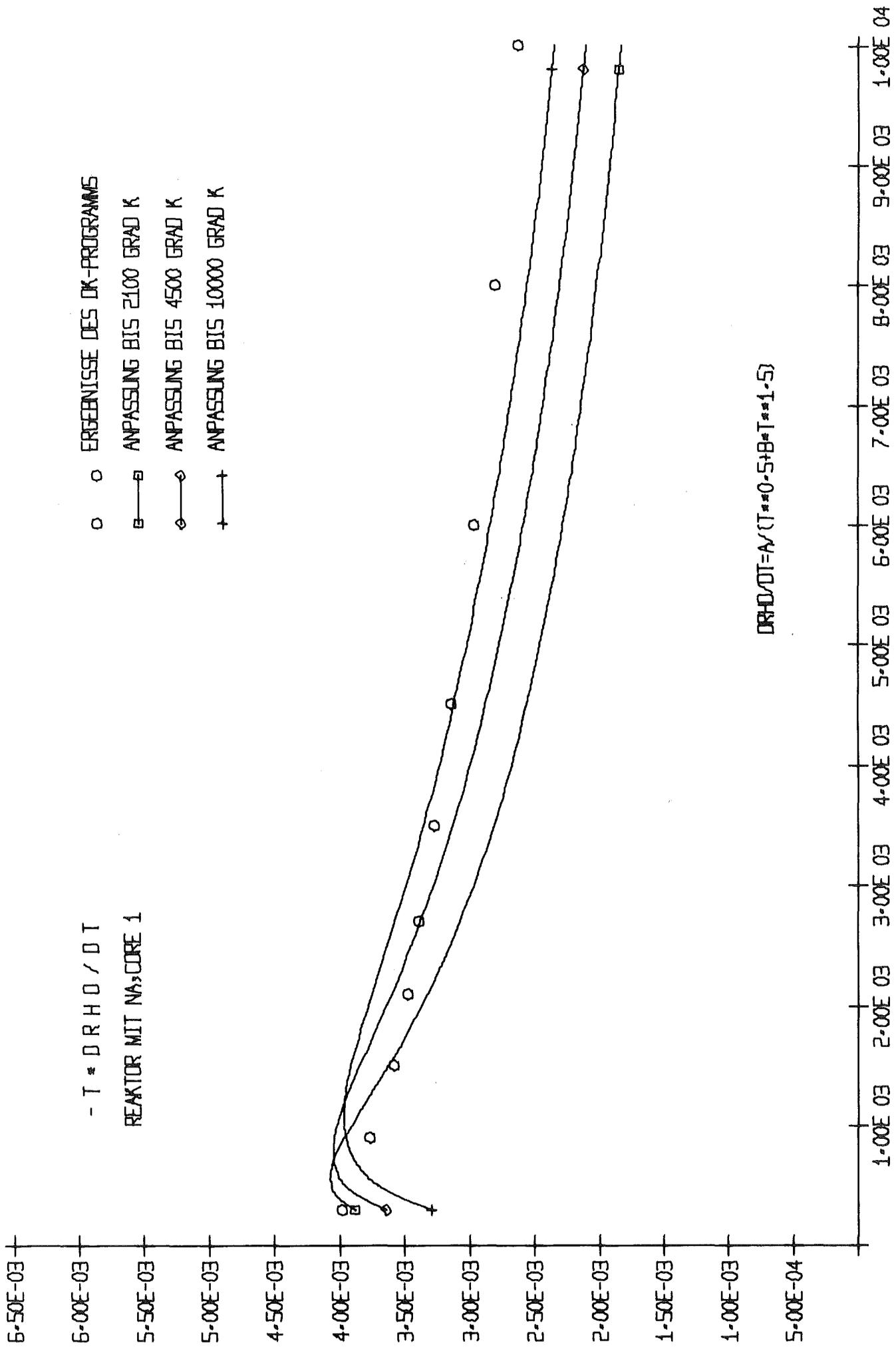


ABB. 4.3 DRHO / DT = A / ( T \* 0.5 + B \* T \* 1.5 )

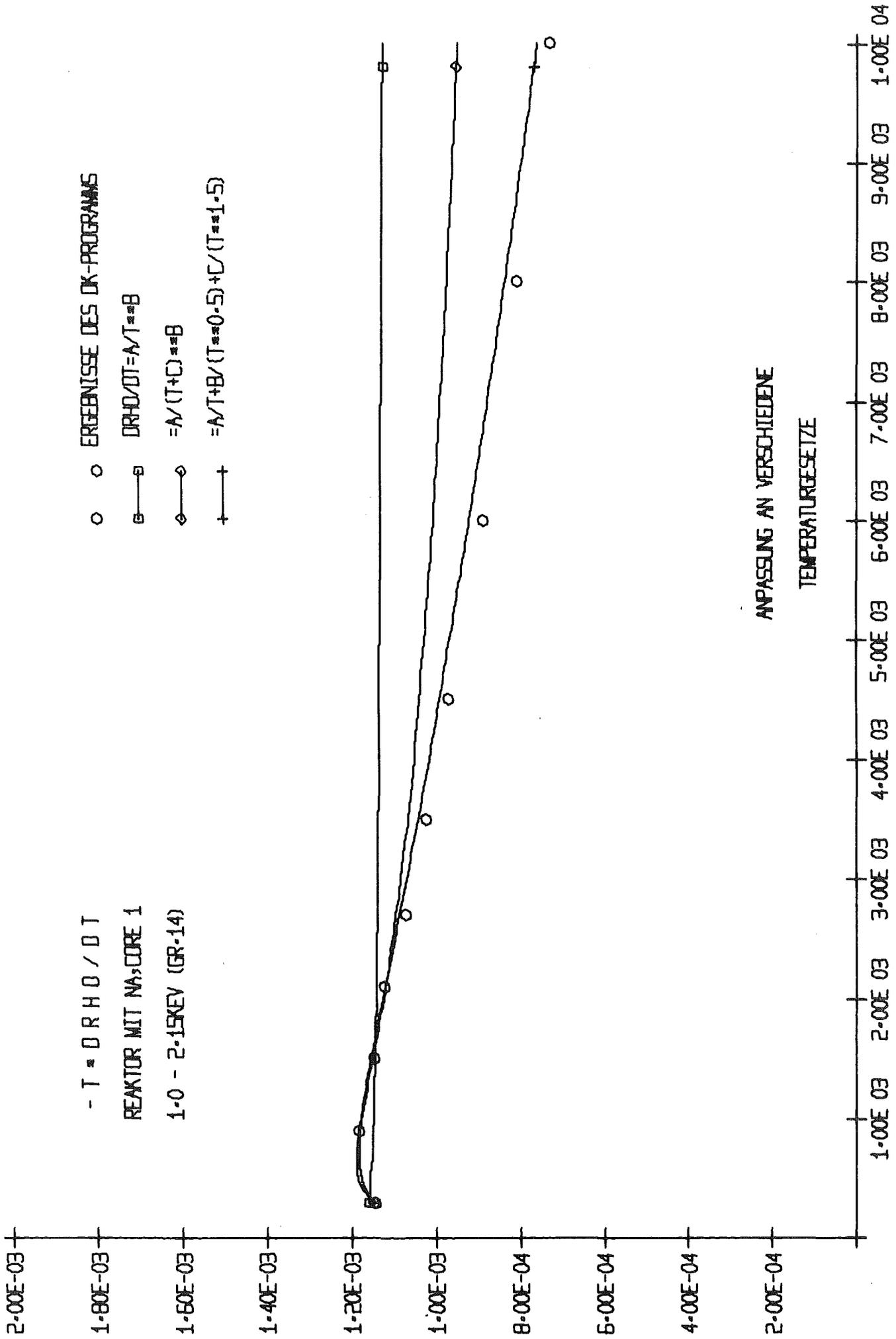


ABB. 4.4. ANPASSUNG AN VERSCHIEDENE TEMPERATURESETZE

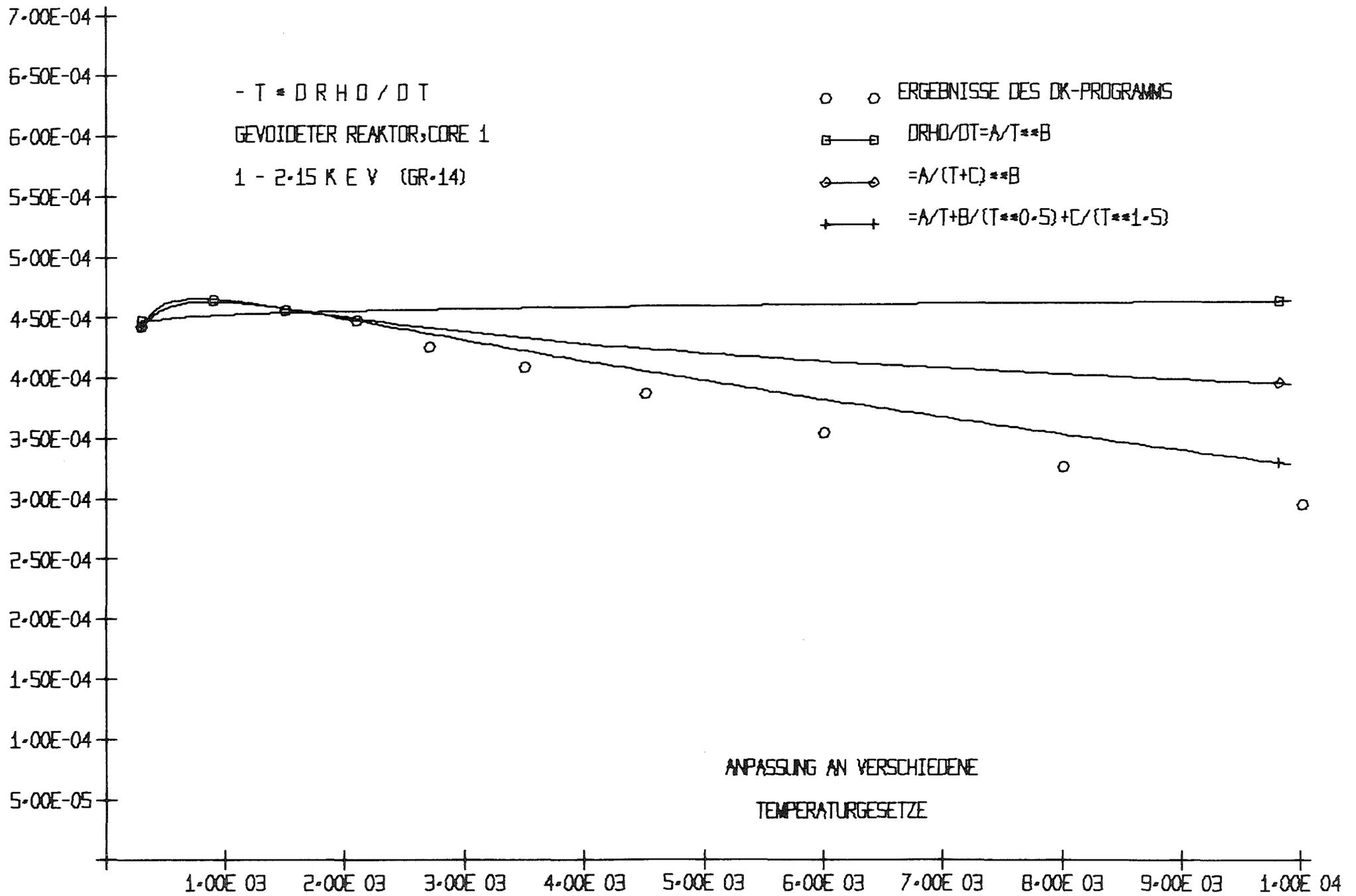


ABB. 4.5

ANPASSUNG AN VERSCHIEDENE TEMPERATURGESETZE

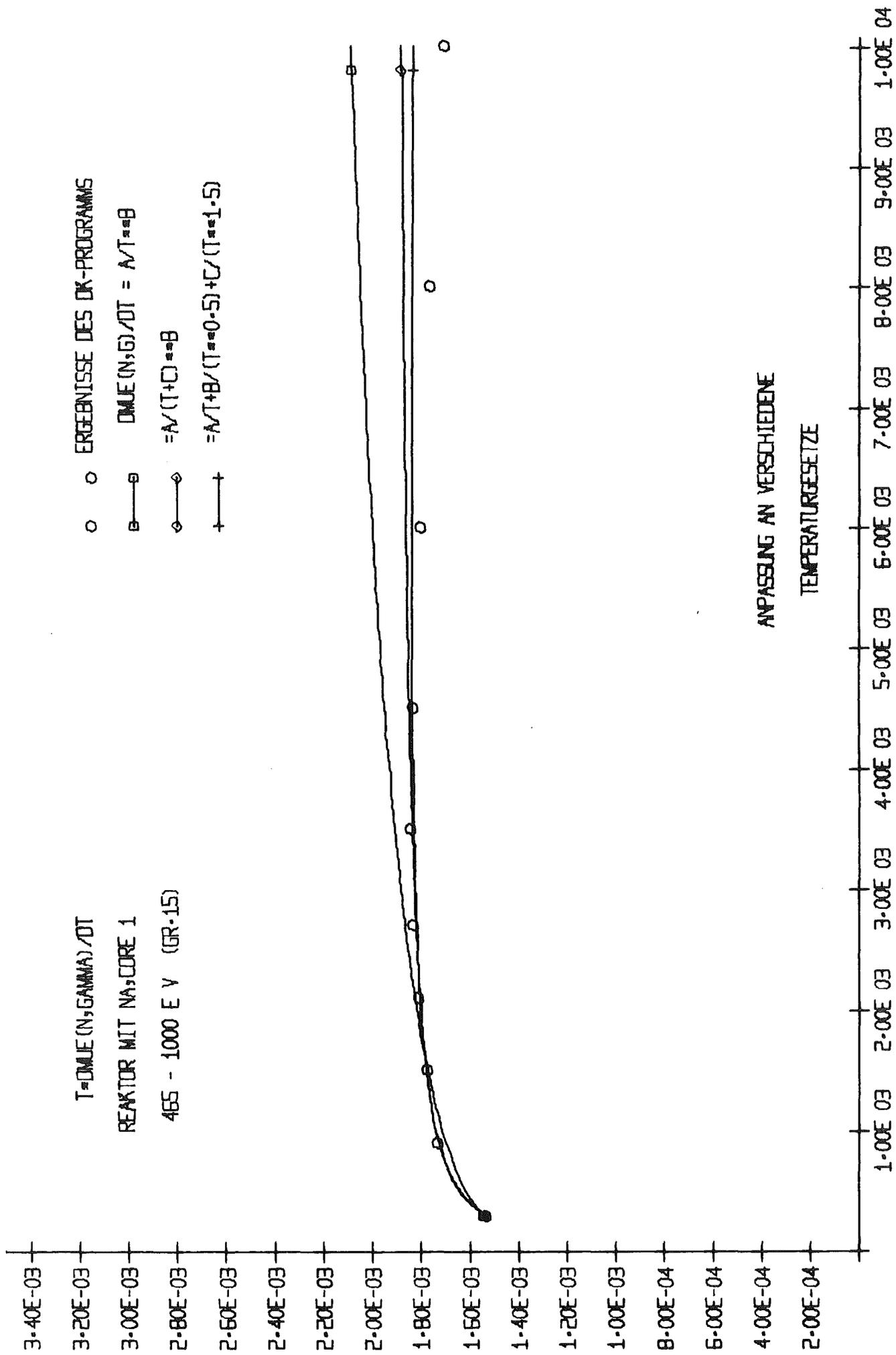


ABB. 4.6 ANPASSUNG AN VERSCHIEDENE TEMPERATURESETZE

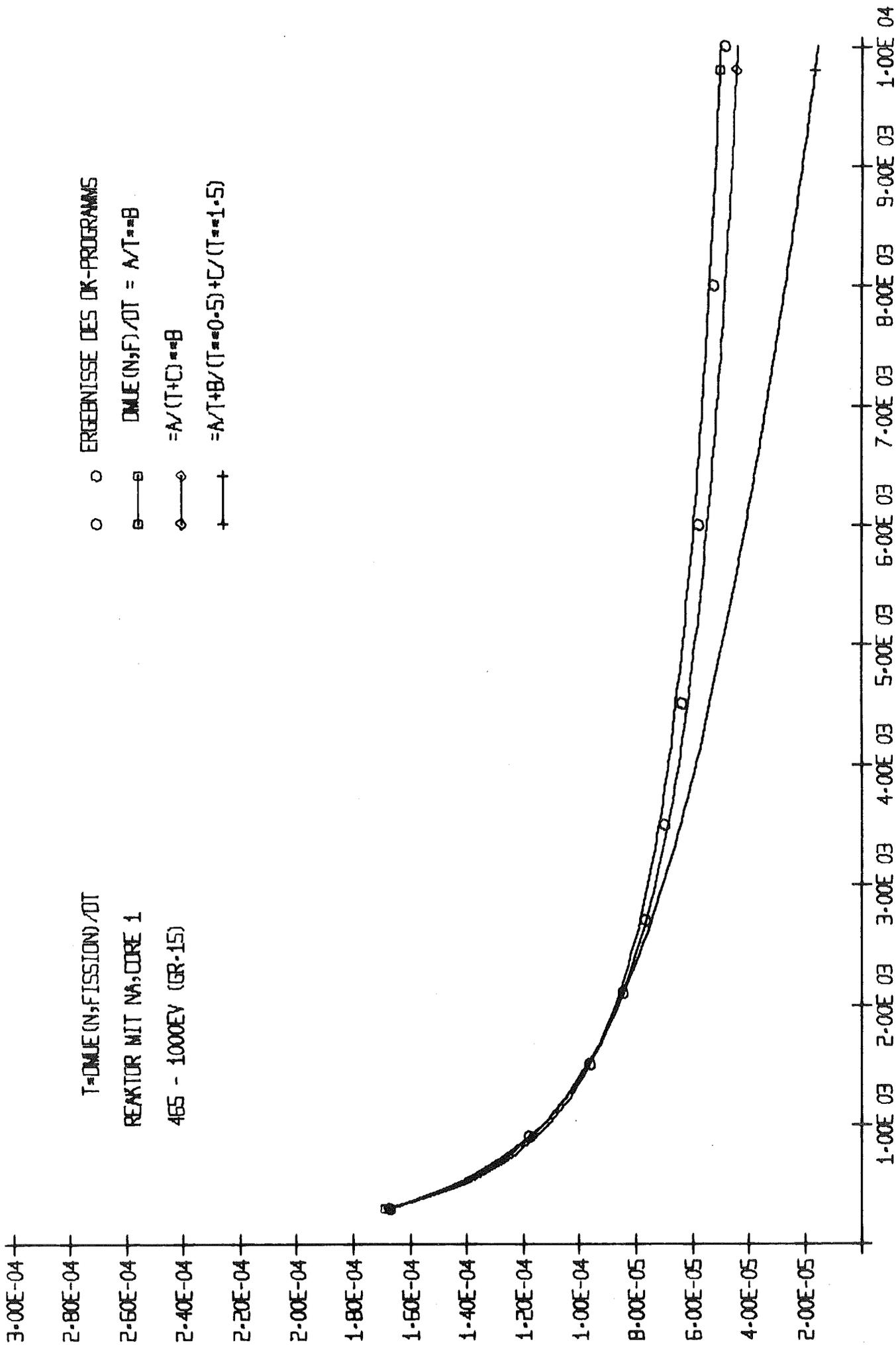
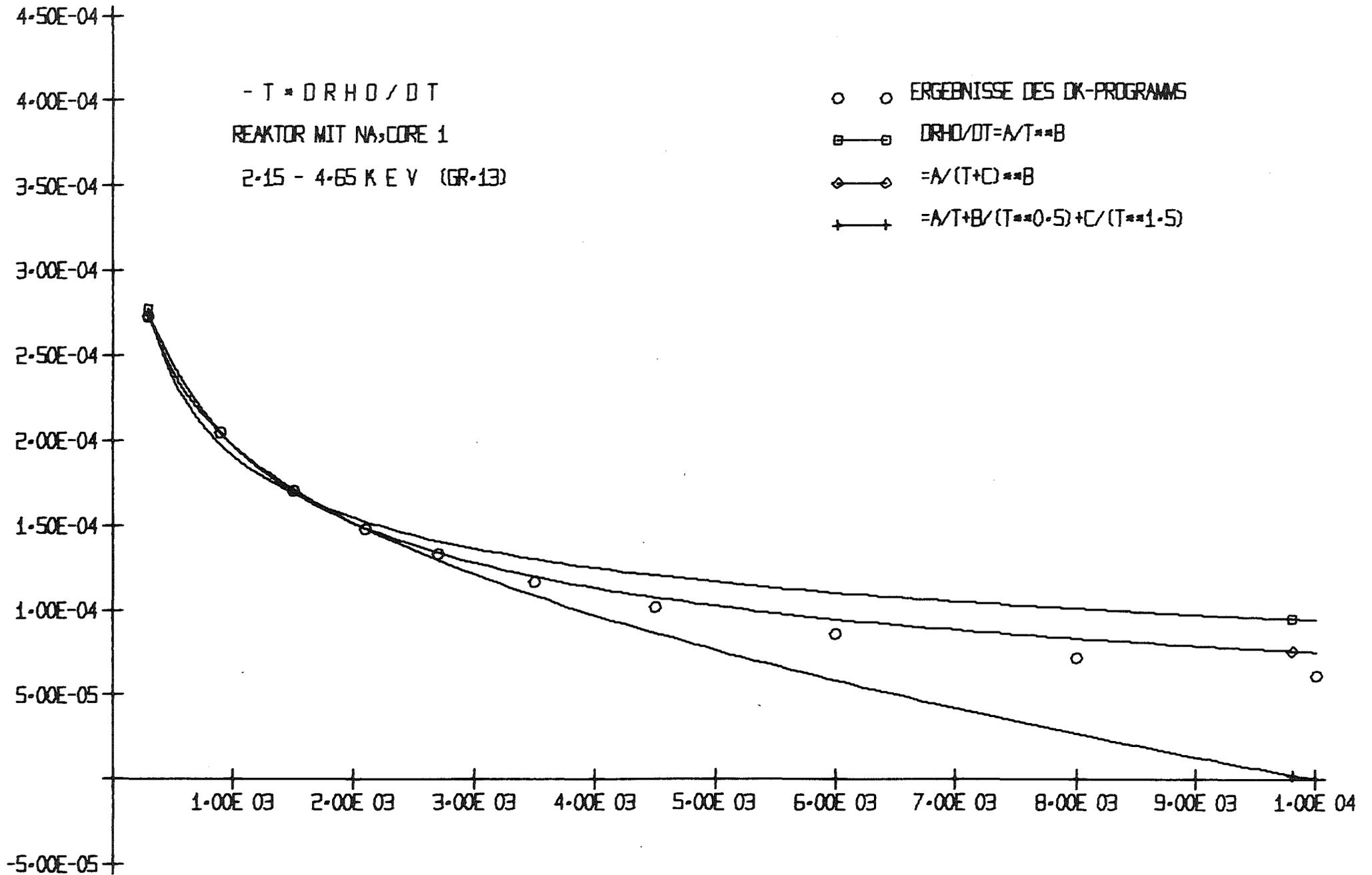
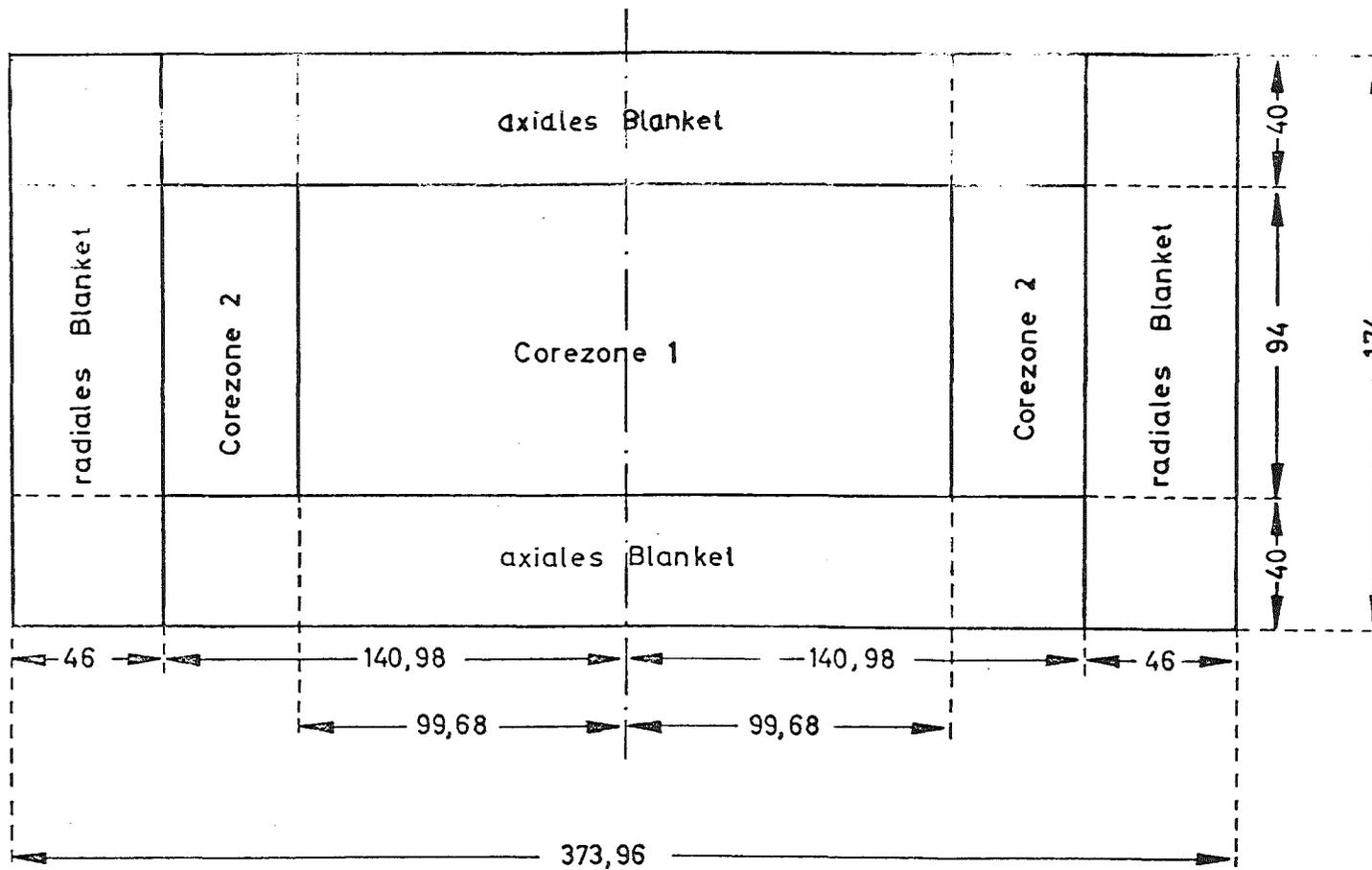


ABB. 4.7 ANPASSUNG AN VERSCHIEDENE TEMPERATURGESETZE





Vertikalschnitt des zylindrischen Modells eines schnellen natrium - gekühlten Brutreaktors (Na1) ; Maße in [cm]

