

**KERNFORSCHUNGSZENTRUM  
KARLSRUHE**

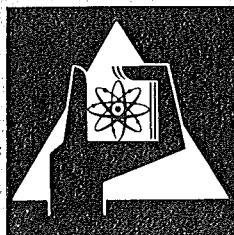
November 1973

KFK 1853

Projekt Schneller Brüter

**Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von  
zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors**

K. Laßmann  
Institut für Reaktortechnik der  
Technischen Hochschule Darmstadt



**GESELLSCHAFT  
FÜR  
KERNFORSCHUNG M.B.H.**

**KARLSRUHE**



Projekt Schneller Brüter  
Institut für Reaktortechnik der  
Technischen Hochschule Darmstadt

Untersuchungen zum mechanischen Verhalten von  
zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors<sup>\*)</sup>

---

von  
K. Laßmann

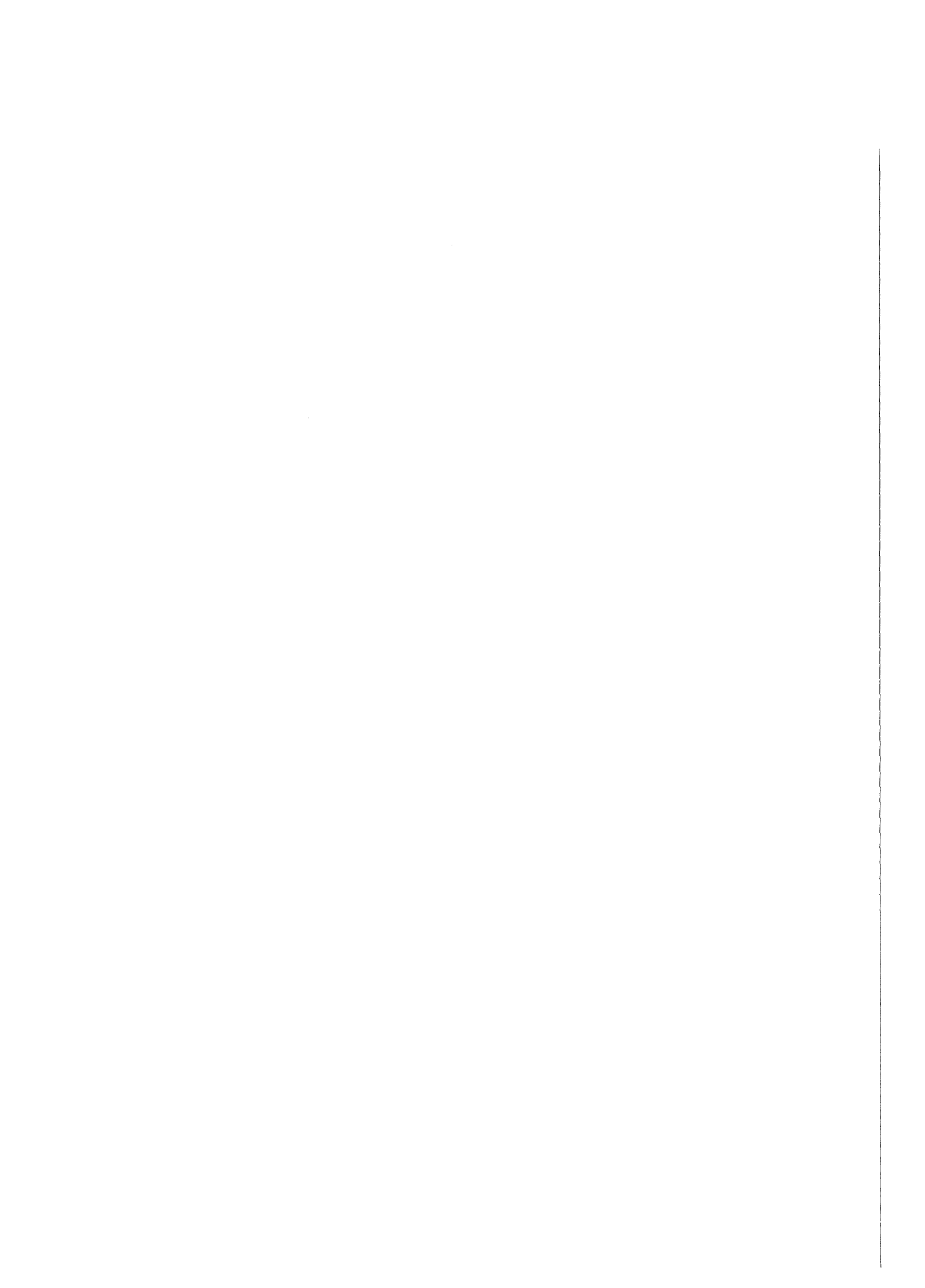
Durchgeführt im Auftrag der Gesellschaft für  
Kernforschung in Zusammenarbeit mit G.Karsten<sup>\*\*)</sup>

Gesellschaft für Kernforschung mbH., Karlsruhe

---

\*) Darmstädter Dissertation D 17

\*\*\*) Projektleitung Schneller Brüter





## Z u s a m m e n f a s s u n g

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem mechanischen Verhalten von zylindrischen Brennstäben eines Kernreaktors. Nach einer kritischen Zusammenstellung der physikalischen und technologischen Vorgänge wird im ersten Teil der Arbeit zunächst das zeitabhängige Brennstabverhalten für rotations-symmetrische Geometrien unter Berücksichtigung von Kriechen, Schwellen und Plastizität behandelt. Es werden theoretische und numerische Lösungen (SPAR-Rechenprogramm) für isotrope und anisotrope Werkstoffeigenschaften bei beliebiger Orts-abhängigkeit gegeben. Zur Beschreibung von Kriechvorgängen in anisotropen Hüllrohrmaterialien (z.B. in Zircaloy-Hüll-rohren von Leichtwasserreaktoren) wird eine Theorie entwickelt.

Es wurden folgende Ergebnisse gewonnen:

1. Eine thermische Wechselbeanspruchung bei einem Lastfolgebetrieb führt - solange keine Abweichungen von der Rotationssymmetrie auftreten - nicht zu einer Dehnungsermüdung während der Betriebszeit.
2. Reaktionszonen infolge einer chemischen Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff bewirken eine so starke Abnahme der Hüllrohrfestigkeit, daß damit die Einsatzzeit eines Brennstabes für den natriumgekühlten schnellen Brutreaktor entscheidend begrenzt wird.
3. Das mechanische Hüllrohrverhalten kann ausreichend gut durch mittlere elastische Konstanten beschrieben werden. Die Berücksichtigung von Ortsabhängigkeit und Anisotropie der elastischen Konstanten hat keinen Einfluß auf die Hüllrohraufweitung durch Kriechvorgänge.
4. Die in der Arbeit entwickelte Theorie zur Beschreibung von Kriechvorgängen in anisotropen Hüllrohrmaterialien wird durch in der Literatur beschriebene Experimente an Zircaloy-Hüllrohren verschiedener Textur voll bestätigt. Damit

ist erstmals eine befriedigende theoretische Beschreibung der Kriechvorgänge im anisotropen Hüllrohrmaterial von Leichtwasserreaktoren möglich.

Im zweiten Teil der Arbeit wird das Kriechbeulverhalten von Brennstäben behandelt. Die reale Struktur der Hülle und des tragenden Brennstoff"rings" wird durch ein Sandwichmodell ersetzt. Zur Lösung wird eine numerische Methode entwickelt, die als numerische Sandwichmethode bezeichnet wird. An Spezialfällen wird nachgewiesen, daß die Genauigkeit der Methode sehr viel höher ist als die durch Werkstoffdaten bedingten Unsicherheiten. Folgende Punkte werden berücksichtigt:

- a) Nicht konstante Wandstärke (im einzelnen können damit erstmalig z.B. exzentrische Geometrien oder Rippenrohre untersucht werden).
- b) Von der azimuthalen Koordinate abhängige Belastung (erstmals Erfassung der Stützkräfte des Brennstoffs).
- c) Tangentiale und radiale Temperaturgradienten (beliebiges Temperaturfeld).
- d) Abbau der radialen Wärmespannung durch Kriechvorgänge.
- e) Elastische und plastische Verformungen.
- f) Beliebige Kriechgesetze.
- g) Beliebige Anfangsgeometrien (über die Geometrie während der Verformung werden keine Annahmen gemacht, der Spezialfall der Rotationssymmetrie ist enthalten).

Die mit der numerischen Sandwichmethode durchgeführten Untersuchungen brachten folgende Ergebnisse:

1. Radiale Temperaturdifferenzen in der Hülle haben einen geringen Einfluß auf die Standzeit. Azimutale Temperaturschwankungen sollten nur dann berücksichtigt werden,

wenn die Werkstoffdaten sehr genau bekannt sind. In der Regel wird es ausreichen, den Untersuchungen ein isothermes Temperaturfeld mit der maximalen Temperatur zugrunde zu legen.

2. Rippenrohre bringen keine wesentliche Verbesserung des Kriechbeulverhaltens.
3. Wandstärkeschwankungen, die innerhalb der Hüllrohrspezifikation liegen, führen zu einer maximalen Verringerung der Standzeit von ca. 30 %.
4. Die Stützwirkung des Brennstoffs ist von Stab zu Stab verschieden. Sie ist im wesentlichen von der Spaltrate abhängig, da diese die Kriechgeschwindigkeit des Brennstoffs beeinflusst. Für den Brennstab des gasgekühlten schnellen Brutreaktors wird nachgewiesen, daß praktisch keine Stützwirkung vom Brennstoff zu erwarten ist. Das Brennstabkonzept einer dünnen Hülle, die sich auf den Brennstoff auflegt und alle Dehnungen mitmacht, ist damit für diesen Stabtyp nicht zu realisieren.
5. Beim Anschmiegen der Hülle an den Brennstoff können Falten entstehen. Für einen speziellen Datenfall wird erstmals die Faltenbildung in Abhängigkeit von der Spaltweite, der Belastung und der Belastungszeit untersucht. Die gefundene kritische Spaltweite stimmt gut mit in der Literatur beschriebenen Meßwerten überein.

Mit den Ergebnissen dieser Arbeit stehen Auslegungsunterlagen zur Verfügung, die eine bessere Beurteilung der Zuverlässigkeit von Brennstäben, sowie die Planung und Auswertung spezieller Brennstab-Experimente ermöglichen.

## S U M M A R Y

The present report deals with the mechanical behaviour of cylindrical fuel elements. Following a critical review concerning the physics and technology of fuel elements, in the first part of the report the time-depending fuel element behaviour is discussed with a view to axial symmetry taking into account creep, swell, and plasticity. Theoretical and numerical solutions (SPAR computer program) are offered for isotropic and anisotropic material properties with any given locality dependence. A theory is developed for the description of anisotropic creep (e.g. in the case of zircaloy cannings in light water reactors).

The following results have been obtained in the first part of the report:

- 1) Thermal stress fatigue will not occur during operation time - provided there are no deviations from axial symmetry.
- 2) The operation time of LMFBR fuel elements is decisively limited by the influence of reaction layers upon the mechanical behaviour due to chemical interaction between both the fuel and fission products and the cladding.
- 3) The mechanical behaviour of cannings can be described in a satisfactory way by mean elasticity constants. It is not necessary to take the locality dependence and the anisotropy of the elasticity constants into account when calculating the creep deformation.
- 4) The theory of anisotropic creep developed in this report is being entirely confirmed by experimental results obtained with zircaloy canning of varying texture as described in the relevant literature.

Thus, for the first time, a satisfactory theoretical description of the anisotropic creep in the canning of light water reactors has been made possible.

The second part of the report deals with the creep buckling of fuel elements. The real structure of the canning and the carrying fuel "ring" is replaced by a sandwich model. A numerical method is being developed for the solution (numerical sandwich method). Special cases are described to prove that the accuracy of the method is much higher than the uncertainties due to material data. The theory takes into account:

- a) Variable wall thickness (in particular it is possible, for the first time, to calculate e. g. the creep buckling of eccentric geometries or ribbed tubes).
- b) A load depending on the azimuthal coordinate (for the first time, the support of fuel can be calculated).
- c) Radial and tangential temperature gradients (arbitrary field of temperature).
- d) Relaxation of radial thermal stresses due to creeping.
- e) Elastic and plastic deformations.
- f) Arbitrary creep laws;
- g) Arbitrary geometries at the beginning of deformation (no assumptions concerning the geometry are made during deformation; the special case of axisymmetric deformation is included).

The calculations made by the numerical sandwich method had the following results:

- 1) Temperature differences in radial direction have only a small

effect on the collapse time. An azimuthal temperature variation should be taken into account only if material properties are very well known. In most cases it will be sufficient to calculate the collapse time by means of an isothermal field with the maximum temperature.

- 2) Ribbed tubes do not essentially improve the creep buckling behaviour.
- 3) Variations of wall thickness, within the limits of specifications, result in a maximum reduction of 30 percent of the collapse time.
- 4) The supporting effect of the fuel on the creep buckling behaviour varies between fuel elements of different types and depends on the fission rate which has an important influence on the creep rate of the fuel. It is shown that for the fuel element of the gas-cooled fast reactor no essential support can be expected from the fuel. Therefore, the fuel-cladding interaction concept cannot be realized for this type of reactor.
- 5) Under certain conditions, wrinkles may form when the canning is pressed onto the fuel. For the purpose of a special set of data, the formation of a wrinkle has for the first time been calculated in dependence of gap, load, and pressure time. The critical gap found is well in accordance with the experimental results given in literature.

The methods described in this report improve the design of fuel elements with regard to their reliability and provide a better basis for the planning and interpretation of special fuel element experiments.

# Inhaltsverzeichnis

## Zusammenfassung, Verzeichnis der wichtigsten Symbole

	<u>Seite</u>
1 Einleitung . . . . .	1
1.1 Ziel der Arbeit . . . . .	1
1.2 Einführung . . . . .	1
2 Physikalische und technologische Vorgänge im Brennstab . . . . .	7
2.1 Auslegungsschema . . . . .	7
2.2 Physikalische und technologische Effekte	11
2.2.1 Temperaturdifferenz Hüllrohrinnen- seite-Brennstaboberfläche . . . . .	12
2.2.2 Die Wärmeleitfähigkeit des Brenn- stoffs . . . . .	14
2.2.3 Mechanismen der Strahlenschädigung in Reaktormaterialien . . . . .	18
2.2.4 Kriechverhalten von Hüllmaterialien	22
2.2.5 Das Abbrandverhalten eines Brenn- stabs . . . . .	27
3 Brennstabmechanik für Rotationssymmetrie . . .	30
3.1 Allgemeine Betrachtungen, Stand der Literatur . . . . .	30
3.2 Ziele der eigenen Untersuchungen zur Rotationssymmetrie . . . . .	31
3.3 Spannungs- und Dehnungsverteilungen in einem Kreiszyylinderrohr . . . . .	32
3.3.1 Theoretische Lösung für isotrope, ortsunabhängige elastische Konstan- ten . . . . .	34
3.3.1.1 Numerische Lösung (SPAR-Rechenprogramm) . .	38
3.3.2 Theoretische und numerische Lösun- gen für anisotrope, ortsabhängige elastische Konstanten . . . . .	42

	<u>Seite</u>
3.4 Kriechdehnungen infolge isotroper oder anisotroper Werkstoffeigenschaften	48
3.4.1 Theoretische Beschreibung von anisotropem Kriechverhalten . . . . .	50
3.5 Ergebnisse zur Rotationssymmetrie . . . . .	56
3.5.1 Spannungsabbau und Spannungsumlagerung infolge von Kriechvorgängen . . . . .	57
3.5.2 Dehnungsermüdung durch thermische Wechselbeanspruchung . . . . .	57
3.5.3 Auswirkungen von Reaktionszonen infolge chemischer Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff . . . . .	58
3.5.4 Einfluß der Ortsabhängigkeit der elastischen Konstanten . . . . .	62
3.5.5 Einfluß der Anisotropie des Kriechens . . . . .	67
4 Kriechbeulverhalten von Brennstäben . . . . .	72
4.1 Allgemeine Betrachtungen . . . . .	72
4.2 Untersuchung zur Auswirkung von Unsicherheiten der Werkstoffparameter auf das Kriechbeulverhalten . . . . .	77
4.3 Die numerische Sandwichmethode, eine Theorie zum Kriechbeulverhalten von Brennstäben . . . . .	81
4.3.1 Unterteilung der Gesamtstruktur, Sandwichmodell . . . . .	82
4.3.2 Verformung eines Elements . . . . .	86
4.3.3 Verformung der Gesamtstruktur . . . . .	90
4.3.4 Abbau von radialen Wärmespannungen im Hüllrohr . . . . .	92
4.3.5 Kriechbeulverhalten von Rohren konstanter Wandstärke . . . . .	
4.3.5.1 Überprüfung der elastischen Einbeulung . . . . .	104



	<u>Seite</u>	
4.3.5.2	Vergleich der numerischen Sandwichmethode mit der Theorie von Hoff /84/ und Malmberg /74/ . . . . .	107
4.3.5.3	Azimutale Temperaturvariation . . . . .	112
4.3.5.4	Spannungen und Verformungen im Sandwichmodell - kritische Bemerkungen . .	118
4.3.5.5	Vergleich mit experimentellen Ergebnissen . . .	126
4.3.6	Einfluß von Rippen auf das Kriechbeulverhalten . . . . .	137
4.3.6.1	Vergleich der elastischen Spannungsverteilung im Rippenrohr zwischen der numerischen Sandwichmethode und Ergebnissen von Krieg /93/	139
4.3.6.2	Auswertung der experimentellen Ergebnisse von Howl und Moore /81/ sowie Kauppa /89/ an Rippenrohren mit der numerischen Sandwichmethode . . . . .	139
4.3.7	Einfluß von Wandstärkeschwankungen auf das Kriechbeulverhalten . . . . .	149
4.4	Kriechbeulverhalten des Verbandes Hülle-Brennstoff (Stützwirkung) . . . . .	159
4.4.1	Modell zum Verband Hülle-Brennstoff	161
4.4.2	Voruntersuchung zur Stützwirkung im Fall von Rotationssymmetrie . . . . .	164
4.4.3	Bemerkungen zur Rißstruktur des Brennstoffs . . . . .	168
4.4.3.1	Stand der Literatur . . .	168
4.4.3.2	Annahmen zur Rißstruktur bei der Untersuchung der Brennstoffstützwirkung . . . . .	173

	<u>Seite</u>	
4.4.4	Konzepte zum Kriechbeulverhalten des Verbandes Hülle-Brennstoff . . .	173
4.4.4.1	Kriechbeulverhalten bei variabler Verteilung des Kontaktdrucks (Annahme 1)	176
4.4.4.2	Kriechbeulverhalten bei konstanter Verteilung des Kontaktdrucks (Annahme 2)	177
4.4.4.3	Vergleich beider Annahmen zur Kontaktdruckvertei- lung . . . . .	180
4.4.4.4	Untersuchungen an einem speziellen Datenfall . . .	180
4.4.5	Untersuchung der Stützwirkung am Brennstab des gasgekühlten schnel- len Brutreaktors . . . . .	187
4.4.5.1	Überprüfung experimentel- ler Ergebnisse . . . . .	187
4.4.5.2	Theoretische Untersuchung zur Stützwirkung . . . . .	196
4.4.6	Diskussion der Ergebnisse zur Stützwirkung . . . . .	201
4.4.7	Faltenbildung . . . . .	202
Anhang		
A 1	Kriechdaten für die Legierung Incoloy 800	209
A 2	Flußdiagramm eines FORMAC-Rechenprogramms zur Ermittlung der Gleichungsmatrix C sowie des Vektors B (Gleichung 31) . . . . .	215
A 3	Kriechbeulverhalten nach Hoff /84/ sowie eine eigene numerische Lösung unter Verwendung der Hoff'schen Annahmen . . .	216
A 4	Ermittlung der Schnittkräfte in der Struktur . . . . .	222

	<u>Seite</u>
A 5      Linearisierung eines Kriechgesetzes nach der Methode der kleinsten Fehler- quadrate . . . . .	227
A 6      Definition der Verschiebungen . . . . .	
A 7      Statistische Auswertung von Standzeiten nach der Hoff'schen Theorie . . . . .	229
A 8      Statische Unbestimmtheit infolge der Stützwirkung des Brennstoffs . . . . .	
Tabellen . . . . .	231 - 236
Literaturverzeichnis . . . . .	237

## Verzeichnis der wichtigsten Symbole

$a$	experimentell bestimmter Anisotropiefaktor
$\Delta d_{\text{krit}}$	kritische Spaltweite
$D_{\text{max}}$	maximaler Durchmesser
$D_{\text{min}}$	minimaler Durchmesser
$D_{\text{max}} - D_{\text{min}}$	Ovalität
$e$	Exzentrizität
$E$	Elastizitätskonstante
$f$	Standzeitreduktion (s.Gl.100)
$k$	Nortonparameter (s.Gl. 4)
$M$	Moment
$N$	Normalkraft
$n$	Nortonparameter
$p_a$	Außendruck
$p_i$	Innendruck
$P$	Porosität
$Q$	Stablängenleistung
$q$	Heizflächenbelastung
$r$	Radius
$r_i$	Innenradius
$r_a$	Außenradius
$t$	Zeit
$t_{\text{krit}}$	Standzeit (Kriechkollapszeit)
$T$	Temperatur
$u$	normale Verschiebung
$v$	tangentiale Verschiebung
$V$	Volumen

w	Wandstärke der Hülle
w'	Wandstärke des Brennstoff"rings"
X	statisch Überzählige
$\alpha$	theoretischer Anisotropiefaktor (nur Kapitel 3.4.1)
$\alpha$	linearer Wärmeausdehnungskoeffizient
$\epsilon$	Dehnung
$\dot{\epsilon}$	Dehnungsgeschwindigkeit
$\mathcal{T}$	Temperatur
$\Delta \mathcal{T}$	Temperaturdifferenz
$\overline{\mathcal{T}}$	mittlere Temperatur
$\tilde{\mathcal{T}}$	mittlere Temperatur einer Sandwichschale
$\alpha$	Krümmung
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\sigma$	Spannung
$\sigma_s$	Streckgrenze
$\phi$	Neutronenfluß
$\phi \cdot t$	Neutronendosis

#### Indizes

a	axial
azi	azimutal
B	Brennstoff
c	Kriech-
Hü	Hülle
p	plastisch

r, rad	radial
s	Schwell-
t	tangential
v	Vergleich-

#### Abkürzungen

DWR	Druckwasserreaktor
SWR	Siedewasserreaktor
SNR	Schneller natriumgekühlter Reaktor

## 1 Einleitung

### 1.1 Ziel der Arbeit

Die in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchungen beziehen sich auf das mechanische Verhalten von zylindrischen Brennstäben, wie sie in den meisten Leistungsreaktoren verwendet werden. Sie haben das Ziel, bessere Auslegungskriterien sowie vollständigere Auslegungsunterlagen zu gewinnen, um damit die technische Zuverlässigkeit der Brennstäbe zu erhöhen und ihre Sicherheitsfunktion in stärkerem Maße als bisher zu gewährleisten. Dies wird durch eine modellmäßige Erfassung aller Einflußgrößen erreicht, die durch das physikalische und werkstoffmäßige Verhalten gegeben sind. Den Untersuchungen zur Brennstabmechanik ist deshalb eine kritische Darstellung zum derzeitigen Kenntnisstand physikalischer und technologischer Vorgänge im Brennstab vorangestellt. Wegen der Vielzahl der physikalischen Effekte können quantitative Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit nur an repräsentativen Fällen diskutiert werden. Außerdem muß darauf verzichtet werden, auf die verwendeten Rechenprogramme näher einzugehen, um den Umfang der vorliegenden Arbeit zu begrenzen. Es ist jedoch geplant, alle Programme an anderer Stelle zu beschreiben.

### 1.2 Einführung

Als Grundtypen von Leistungsreaktoren, die zylindrische Brennstäbe aufweisen, sind der Druckwasserreaktor (DWR), der Siedewasserreaktor (SWR), der natriumgekühlte schnelle Brutreaktor (SNR) sowie einige Ausführungen von gasgekühlten Reaktoren anzusehen. Die Abbildung 1 zeigt in einem axialen Schnitt den prinzipiellen Aufbau eines zylindrischen Brennstabs mit einer qualitativen radialen Temperaturverteilung  $\mathcal{T}(r)$ , wie sie sich aus der Stablängenleistung  $Q$  [Watt/cm] ergibt.

Der Brennstoff, der in der Regel aus Urandoxyd in Tablettenform besteht, wird von einer metallischen Hülle umgeben,

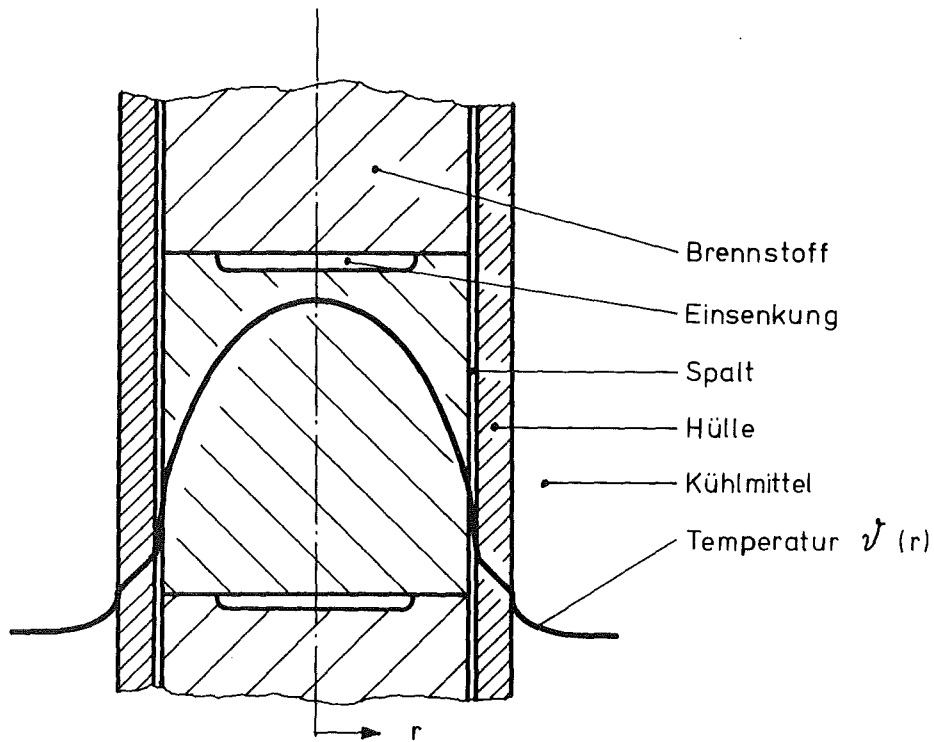


Abb.1: Prinzipieller Aufbau eines Brennstabs mit einer qualitativen, radialen Temperaturverteilung  $\vartheta(r)$

die einmal für eine Fixierung der Brennstofftabletten, zum anderen für eine Trennung von Kühlmittel und Brennstoff sorgt. Der Spalt zwischen der Hülle und der Brennstofftablette ist durch das notwendige Einfüllspiel vorgegeben und ändert sich im Laufe der Betriebszeit. Infolge der räumlich fast konstanten Leistungsdichte im Brennstoff stellt sich ein radiales Temperaturprofil ein, das im Brennstoff im wesentlichen einen parabolischen, im Spalt und in der Hülle einen linearen Verlauf hat. Aus diesem Temperaturprofil ergibt sich eine nach außen abnehmende Wärmedehnung, die in manchen Tablettenausführungen durch eine oder zwei Einsenkungen (dishes) an den Stirnseiten ausgeglichen wird. Neben dem Ausgleich von Wärmedehnungen stellen diese dishes Leervolumina für weitere Volumeneffekte zur Verfügung, die noch näher beschrieben werden.



Die Brennstäbe werden zu Bündeln, den Brennelementen zusammengefaßt. Die Positionierung der einzelnen Stäbe erfolgt durch obere und untere Halteplatten sowie durch eine Reihe von Abstandshaltern. Aus neutronenökonomischen Gesichtspunkten sollen diese Bauteile möglichst wenig Strukturmaterial enthalten. Mehrere Brennelemente zusammengefaßt bilden das Core des Reaktors. Da die Leistungsdichte in einem Core nicht konstant ist, sondern sowohl in radialer als auch in axialer Richtung von der Coremitte hin abnimmt, ist die thermische Belastung des Brennstabes ortsabhängig. Durch Leistungsänderungen sowie durch unterschiedlichen Verbrauch des Kernbrennstoffs (Abbrand) in den verschiedenen Corezonen ist diese Belastung nicht nur orts- sondern auch zeitabhängig.

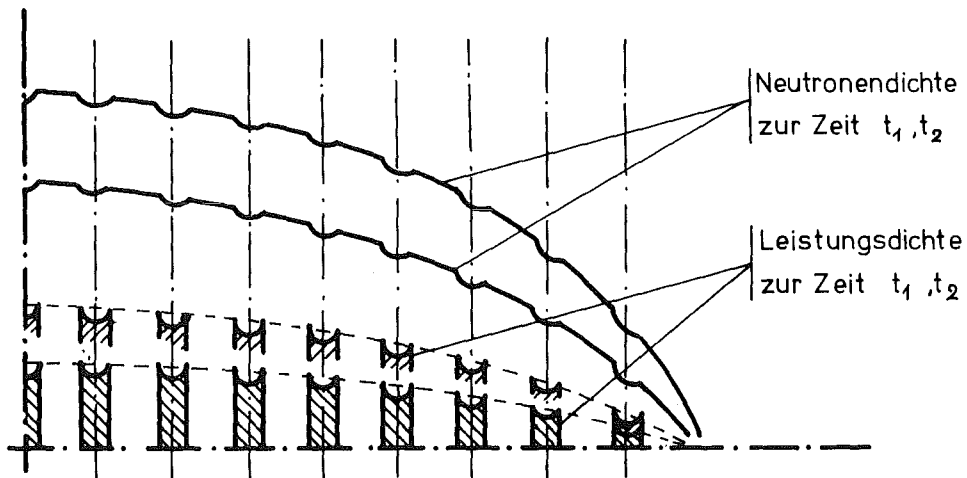


Abb.2: Qualitativer Verlauf der Neutronen- und der Leistungsdichte in einem Leichtwasserreaktor (DWR, SWR)

Infolge des heterogenen Coreaufbaus werden diese makroskopischen Verteilungen der Leistungsdichte zusätzlich durch örtliche Effekte beeinflusst, so daß sich um die Stäbe herum

Feinstrukturen der Neutronen- bzw. der Leistungsdichte ausbilden, wie es in der Abbildung 2 qualitativ dargestellt ist.

Während der gesamten Betriebszeit muß aus Sicherheitsgründen der direkte Kontakt des Brennstoffs und der radioaktiven Spaltprodukte mit dem Kühlmittel vermieden werden. Diese Aufgabe wird von der Hülle übernommen, so daß die Hülle als erstes inneres Sicherheitselement des Reaktors anzusehen ist. Daraus ergibt sich das wichtige Auslegungskriterium: für alle Betriebszustände und alle denkbaren Störfälle soll die Hülle dicht bleiben. Neben diesem Auslegungskriterium ist wie bei den Strukturbauteilen - wiederum aus neutronenökonomischen Gesichtspunkten - der Wahl des Hüllrohrmaterials und den geometrischen Dimensionen Beachtung zu schenken.

Die Beanspruchungen der Hülle ergeben sich sowohl aus den mittleren Leistungsdichten, die in einer bestimmten Ebene eines Brennstabes herrschen, als auch aus den Gradienten der Leistungsverteilung im gesamten Core.

Üblicherweise idealisiert man ein reales Brennstabgitter durch eine Einheitszelle und vernachlässigt azimutale und axiale Abhängigkeiten. Ein idealisiertes hexagonales Gitter zeigt die Abbildung 3.

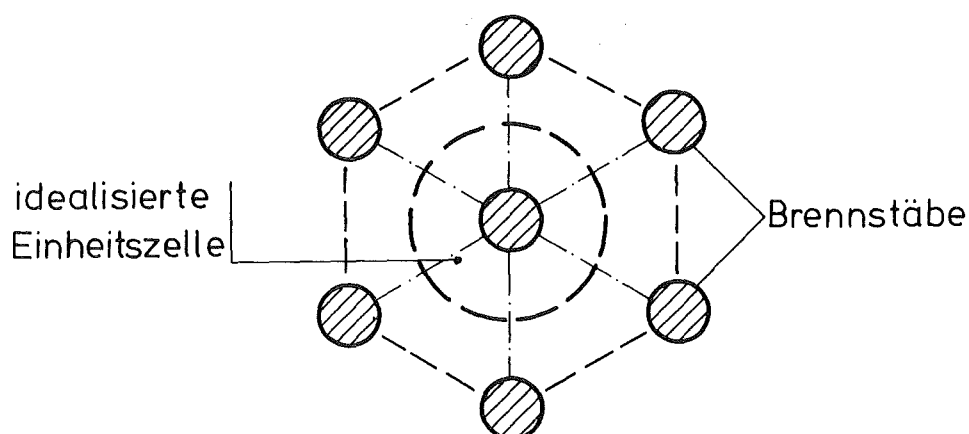


Abb.3: Idealisierung eines hexagonalen Brennstabgitters

Die Belastungen der Brennstabhülle in einer derart idealisierten Zelle werden im nächsten Kapitel im Einzelnen beschrieben werden. Hier seien nur die wichtigsten Ursachen genannt: innerer und äußerer Druck, Wärmespannungen, sowie Spannungen, die von der Wechselwirkung zwischen Brennstoff und Hülle herrühren. Weitere Beanspruchungen ergeben sich aus Schwächungen durch Korrosionsabtrag an der Außenseite und durch chemische Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff an der Innenseite ("innere Korrosion").

Die Erfassung aller Beanspruchungen wird durch komplizierte Zeitabhängigkeiten der verschiedensten Vorgänge sowie durch Bestrahlungseffekte erschwert. Der faktische Einfluß dieser Bestrahlungseffekte wird z.Zt. nur für die wenigsten Vorgänge voll verstanden, so daß quantitative Aussagen vorerst noch mit einer Reihe von Unsicherheiten belastet sind. Als Beispiel sei hier die formelmäßige Beschreibung von Kriechgesetzen in Hülle und Brennstoff während des Reaktorbetriebs genannt. Trotz dieser quantitativen Unsicherheiten bei der Beschreibung einzelner Effekte müssen jedoch auch jetzt schon modellmäßige Gesamtanalysen unter Berücksichtigung aller Vorgänge entwickelt werden, da erst die Erfassung der gegenseitigen Beeinflussung ein vollständiges Bild der Hüllrohrbelastung ergibt.

Was hier zunächst für einen Brennstab in einer idealisierten Brennstabzelle gesagt wurde, gilt erst recht bei der Untersuchung eines realen Brennstabs im Brennelement. Neben den oben genannten Belastungsarten sind zusätzlich die Auswirkungen der makroskopischen Leistungsdichteverteilung im Core sowie der gegenseitigen Beeinflussung der Stäbe auf die mechanische Beanspruchung zu untersuchen. Folgende Effekte sind zu berücksichtigen:

1. Biegung einzelner Stäbe infolge axialer und azimuthaler Temperaturgradienten

2. Biegung einzelner Stäbe infolge eines Kraftangriffs  
(z.B. durch Abstandhalter)

3. Thermohydraulische Effekte.

Diese Arbeit beschäftigt sich im wesentlichen mit dem Modell einer idealisierten Brennstabzelle, ohne Fragen der gegenseitigen Beeinflussung der Stäbe bzw. der Überlagerung von makroskopischen Effekten zu berücksichtigen. Nur im Fall einer speziellen Kriechbeuluntersuchung werden die Auswirkungen einer azimuthalen Temperaturschwankung als Folge verschiedener Gitterstrukturen untersucht.

## 2. Physikalische und technologische Vorgänge im Brennstab

### 2.1 Auslegungsschema

Die geometrischen Abmessungen eines Brennstabs bzw. eines Reaktorkerns sowie dessen Materialbeschaffenheit werden aus einer Reihe von miteinander verkoppelten Forderungen festgelegt und variieren innerhalb eines bestimmten Reaktortyps nur wenig. Die Forderungen betreffen sowohl die technische als auch die neutronenphysikalische Realisierung und stellen insgesamt ein umfangreiches System von Auslegungsgleichungen dar. Die Lösung dieses Systems wird dadurch erschwert, daß eine Reihe von Größen zu Beginn der Rechnung geschätzt werden müssen. Im Laufe der Rechnung sind sie dann iterativ zu verbessern oder wegen Verletzung von Forderungen zu ändern. Im Rahmen des Entwurfs einer Gesamtanlage und deren kostenmäßig oder nach sonstigen Gesichtspunkten erfolgreicher Optimierung ist eine Kernauslegung weiteren Forderungen unterworfen. Einen Überblick über ein Auslegungsschema gibt Smidt /1/. Zunächst wird die Leistung des zu untersuchenden Reaktortyps, Kühlmiteleintritts- und -austrittstemperatur, Kühlmitteldruck und Geschwindigkeit sowie die Geometrie des Kerns vorgegeben (Abb.4).

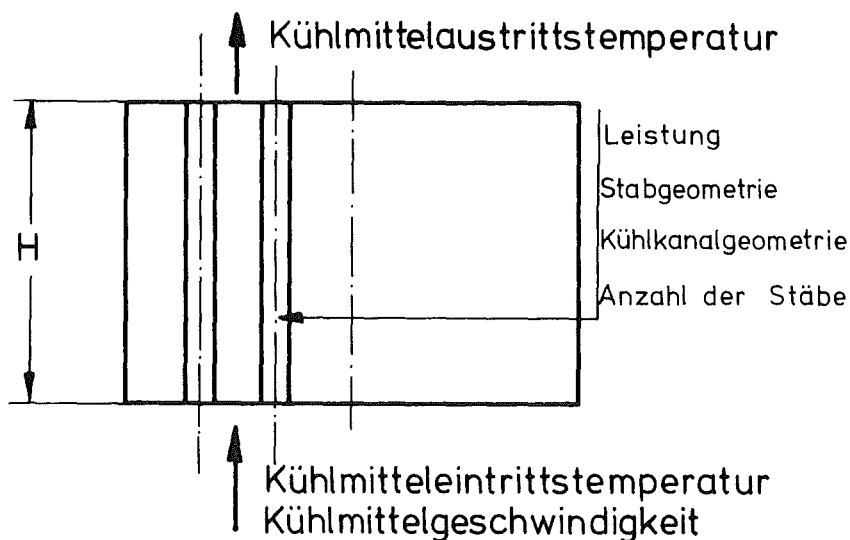


Abb.4: Coremodell für Auslegungsschema

Aus geschätzten Leistungsverteilungen (z.B. cos-förmig in axialer Richtung) können nun radiale und axiale Temperaturverteilungen ermittelt und hinsichtlich verschiedener Auslegungskriterien überprüft werden:

Forderung	beeinflusste Grundgröße
a) an keiner Stelle darf Brennstoff schmelzen	max. Stablängenbelastung $Q$ (W/cm)
b) erzeugte Leistung muß sicher an das Kühlmittel abgegeben werden können	Heizflächenbelastung $q$ (W/cm <sup>2</sup> )
c) Vermeidung von zu großen Wärmespannungen im Hüllrohr	radialer Temperaturgradient in der Hülle $\Delta \bar{T}_{rad}^{Hü}$
d) Festigkeit und Korrosionsbeständigkeit der Hülle	mittlere Hüllrohrtemperatur $\bar{T}^{Hü}$ Belastung gewünschte Einsatzzeit und weitere Größen

Während die Punkte a - c eindeutige Forderungen darstellen, hängt die Untersuchung der Festigkeit und der Korrosionsbeständigkeit von sehr vielen Größen und physikalischen Effekten ab und kann in einem Auslegungsschema wegen des zu hohen numerischen Aufwands nicht vollständig berücksichtigt werden.

In einem Iterationsprozeß werden die Eingabedaten so lange verändert, bis alle Kriterien erfüllt sind. Anschließend werden in einer neutronenphysikalischen Berechnung, die eine Reihe von nuklearen Daten erfordert, die bisherigen Annahmen hinsichtlich der Leistungsverteilung überprüft.

Insgesamt läßt sich also die Kernauslegung in zwei sehr stark miteinander gekoppelte Aufgaben, nämlich in eine thermohydraulische und eine neutronenphysikalische Auslegung untergliedern. Die Ergebnisse beider Aufgaben zusammen liefern die Daten für die Konstruktion eines Brennstabs.

Optimale Auslegungen einzelner Brennstäbe von Leichtwasserreaktoren (DWR und SWR) hat Finkbeiner zusammen mit Seubert /2/, Köbel /3/ und Bredenbeck /4/ an der Stelle des maximalen Neutronenflusses durchgeführt. Als begrenzende Auslegungskriterien wurden in diesen Untersuchungen die Forderungen a) und b), d.h. die maximale Brennstofftemperatur und die zulässige Heizflächenbelastung angesehen. Die radialen Neutronenflußverteilungen wurden nach der Gruppendiffusionstheorie berechnet, wobei die Kritikalität durch Zumischen von Bor zum Moderator erzielt wurde.

Einem Auslegungsschema können für einen bestimmten Reaktortyp durchaus verschiedene Brennstabkonzepte zugrunde liegen. Im allgemeinen unterscheidet man drei Brennstabkonzepte:

- a) freistehende, feste Hülle ("strong cladding")
- b) Hülle, die sich auf den Brennstoff auflegt und allen Dehnungen des Brennstoffs folgt ("fuel-cladding-interaction, Wursthautprinzip")
- c) entlüftete Hülle ("vented fuel").

Einen Überblick über die Brennstabgeometrie sowie weitere Größen verschiedener Reaktortypen gibt die Tabelle 1 (siehe Anhang), die im wesentlichen einer Arbeit von Kummerer et al. /5/ entnommen wurde. Der Größenvergleich ist graphisch in der Abb. 5 dargestellt.

Dieser Vergleich sagt allerdings noch nichts über den Entwicklungsstand von Brennstäben aus, der beträchtliche Unterschiede vor allem zwischen den Brennstäben für Leichtwasserreaktoren und den Brutreaktoren aufweist. Tatsächlich

ist die Brennstabauslegung für Leichtwasserreaktoren so gut beherrschbar geworden, daß bereits eine Standardi-

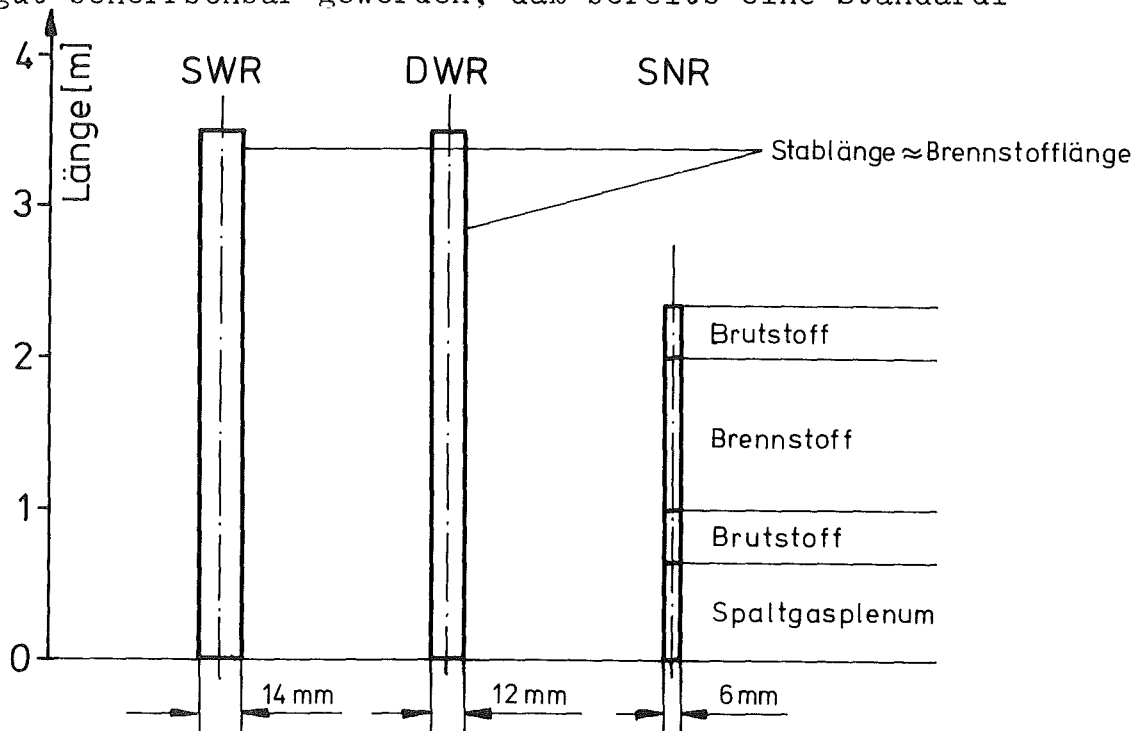


Abb.5: Größenvergleich von Brennstäben verschiedener Reaktoren nach Kummerer et al. /5/

sierung angestrebt werden kann, für Brutreaktoren jedoch stellt die Brennstabentwicklung noch immer eines der wesentlichen Probleme dar (Häfele /6/). Dabei wird die Entwicklung von Brennstäben neuer Reaktortypen bzw. die Weiterentwicklung existierender Brennstäbe durch einen weltweiten Engpaß hinsichtlich der experimentellen Überprüfbarkeit begrenzt, so daß sich die zwingende Notwendigkeit ergibt, eine möglichst gute theoretische Beschreibung aller auftretenden Effekte anzustreben. Es kommt hinzu, daß Experimente zum Teil mit sehr hohen Kosten verbunden sind. Eine Zahl soll diese Kostensituation verdeutlichen: Die Bestrahlung einer einzigen 10 bis 20 cm langen Rohrprobe zur Ermittlung von Strahleneinflüssen und Strahlenschädigungen auf das Kriechverhalten kostet ca. 100 000,- DM.



Schon aus der Aufzählung von Problemkreisen wie Spaltgasdruckaufbau, Schwellen von Brennstoff und Strukturmaterial bzw. sonstigen Bestrahlungseffekten, Korrosionseinflüssen oder Auswirkungen von chemischen Wechselwirkungen und schließlich Materialverhalten bei instationärer Belastung erkennt man, daß eine genaue Analyse des Stabverhaltens über die gesamte Einsatzzeit weit über die im Rahmen von Kernauslegungen mögliche numerische Behandlung hinausgeht. Tatsächlich ist das Stabverhalten wegen der engen Verknüpfung der aufgezählten Problemkreise nur durch umfassende theoretische Beschreibungen analysierbar. Diese Gesamtanalyse, die unter dem Begriff Brennstabmodelltheorie zusammengefaßt wird, hat erst in neuerer Zeit begonnen.

Um die Grundzüge von Brennstabmodelltheorien darstellen zu können, sollen im folgenden zunächst einige wichtige Einflußgrößen allgemein erläutert werden. Die Bedeutung dieser einzelnen Effekte ist für das Verhalten von Stäben verschiedener Reaktoren zum Teil zwar recht verschieden, aber gerade in letzter Zeit ergeben sich auch für die Brennstäbe thermischer Reaktoren durch höhere Abbrandziele zur Verbesserung der Wirtschaftlichkeit ähnliche Probleme wie bei Brüterstäben. Eine gemeinsame Darstellung aller Effekte ist also durchaus begründet.

## 2.2 Physikalische und technologische Effekte

Betrachtet sei ein Stab, der aus keramischem Brennstoff und einer metallischen Hülle besteht. Das Material der Hülle soll nicht näher festgelegt werden. In Frage kommen Aluminium-, Magnesium-, Zirkoniumlegierungen oder Stähle. Zunächst stellt die Berechnung des räumlichen und zeitlichen Temperaturprofils eine der wichtigsten Aufgaben dar, da die meisten Effekte eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit auf-

weisen. Bei dieser Berechnung ist zu berücksichtigen, daß die Leistungsdichte im Brennstoff nicht konstant ist. Gründe sind hierfür unter anderem: makroskopische Leistungsverteilung, radiale Dichteunterschiede des Kernbrennstoffs oder im Falle eines thermischen Reaktors auch Selbstabschirmung.

Die Genauigkeit der Berechnung wird durch Unsicherheiten der Werkstoffdaten beeinträchtigt. Zusätzlich ergeben sich Unsicherheiten durch die Lage der Brennstofftabletten, die wegen des vorhandenen Spalts im allgemeinen nicht zentrisch sein wird. Während der Wärmeübergang zwischen dem Kühlmittel und der Hülle bzw. die Wärmeleitung der Hülle im wesentlichen als ein konventionelles Problem betrachtet werden können, ist die Analyse des Wärmeübergangs im Spalt sowie die Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffs mit einer Reihe von reaktorspezifischen Problemen verknüpft, die diskutiert werden sollen.

#### 2.2.1 Temperaturdifferenz Hüllrohrinnenseite - Brennstoffoberfläche

Der Wärmetransport durch den Bereich zwischen Hülle und Brennstoff wird durch zwei Vorgänge beeinflusst:

1. Infolge der Freisetzung von gasförmigen Spaltprodukten ändert sich die Zusammensetzung der Gase im Spalt.
2. Die Spaltweite ändert sich im Laufe der Einsatzzeit. Diese Änderung kann durch rein thermische Dehnungen bedingt sein oder sich aus einer Volumenänderung des Brennstoffs infolge Einlagerung der festen Spaltprodukte in die Brennstoffmatrix ergeben. In diesem Zusammenhang muß auch die Bewegung von Brennstofffragmenten gesehen werden, die durch Reißen der Brennstofftablette bei hohen Wärmespannungen entstehen. Durch diese Vorgänge kann es durchaus zum direkten Kontakt zwischen Hülle und Brennstoff kommen ("geschlossener Spalt").

Für den "offenen Spalt" gilt Kämpf /7/ ein Modell, aus dem der Temperaturabfall im Spalt in Abhängigkeit von der Spaltweite, der Hüllinnentemperatur, dem Hüllinnenradius, der Stablängenleistung, der Gasart und dem Absorptionsvermögen der Oberfläche dargestellt ist. Eine von dieser Gleichung abweichende Darstellung gibt Köbel /3/, in dessen Formulierung ebenfalls Geometrie, Stablängenleistung, Emissionsvermögen der Oberfläche sowie Gaszusammensetzung enthalten sind. Für diese Formulierung wurden Umlaufdiagramme angegeben. Aus konkreten Zahlenwerten ist unmittelbar zu erkennen, daß die Spaltweite einen sehr großen Einfluß auf das Temperaturprofil besitzt. Beide Darstellungen gelten nur für den Fall, daß die Spaltweite groß gegen die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle ist.

Einen Überblick über Modelle zum Wärmedurchgang im Kontaktfall gibt Godesar /8/. Die theoretischen Beschreibungen verschiedener Autoren /9 - 14/ sind zwar im physikalischen Ausgangspunkt sehr ähnlich, im Ergebnis jedoch recht unterschiedlich. Im wesentlichen werden die Oberflächenprofile beider Werkstoffe sowie der Anteil der Mikrokontaktflächen in Abhängigkeit vom Kontaktdruck berücksichtigt. In allen Theorien spielen empirische Materialkonstanten eine Rolle, wobei bemerkenswert ist, daß sich die drei in der Arbeit von Cetinkale und Fishenden /9/ verwendeten empirischen Konstanten als materialunabhängig erwiesen haben. Die Übereinstimmung dieser Theorie mit experimentell gemessenen Wärmeübergangszahlen wird von Godesar als sehr gut bezeichnet. Erst durch diese mikroskopische Betrachtung des Kontaktbereichs zwischen Hüll- und Brennstoffmaterial läßt sich die beträchtliche Temperaturdifferenz zwischen Hülle und Brennstoff in der Größenordnung von  $100^{\circ}\text{C}$  auch im Kontaktfall erklären.

### 2.2.2 Die Wärmeleitfähigkeit des Brennstoffs

Eine Zusammenstellung von 130 im Zeitraum zwischen 1964 bis Mitte 1968 veröffentlichten Untersuchungen zur Wärmeleitfähigkeit keramischer Brennstoffe gibt Weinreich /15/. Diese Untersuchungen zeigen im wesentlichen eine Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  von der Temperatur, der Brennstoffdichte (Porosität), der Stöchiometrie (Verhältnis von Nichtmetall- zu Metallatomen) und von dem Abbrandzustand. Im folgenden wird an Stelle der Bezeichnung Brennstoffdichte der Begriff Porosität P verwendet (100 % theoretische Dichte  $\hat{=}$  0 % Porosität). Eine zusammenfassende Darstellung zum derzeitigen Kenntnisstand der Wärmeleitfähigkeit unbestrahlter keramischer Kernbrennstoffe gibt H.E.Schmidt /16/.

Im Diagramm 1 ist die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  von stöchiometrischem  $UO_2$  in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Die durchgezogene Kurve stellt Mittelwerte verschiedener experimenteller Ergebnisse aus einem speziellen, vergleichenden Untersuchungsprogramm in den USA /17/ an gleichen  $UO_2$ -Proben dar. Dabei wurden Abweichungen von ca. 15 % gefunden, die vor allem auf meßtechnische Schwierigkeiten im Temperaturbereich  $T > 1800^\circ C$  zurückzuführen sind. Der Kurvenverlauf mit einem flachen Minimum bei etwa  $1800^\circ C$  kann durch unterschiedliche Mechanismen der Wärmeübertragung im Bereich niedriger Temperaturen (Gitterschwingungen) und im Hochtemperaturbereich (Diffusionsvorgänge von Elektronen) erklärt werden.

E.M.Müller /18/ empfiehlt folgende Temperaturabhängigkeit:

$$\lambda(T) = \frac{1}{5 + 0.0195 T} + \exp \left\{ - \frac{13.34 \cdot 10^3}{T} \cdot \left( 0.64 + 0.10 \cdot 10^{-3} \cdot T + \frac{2.14 \cdot 10^3}{T} \right) \right\} \quad (1)$$

[W/cm.grd]  
T [°K]

Die beiden Terme entsprechen in ihrer formelmäßigen Beschreibung den beiden Übertragungsmechanismen, die Konstan-

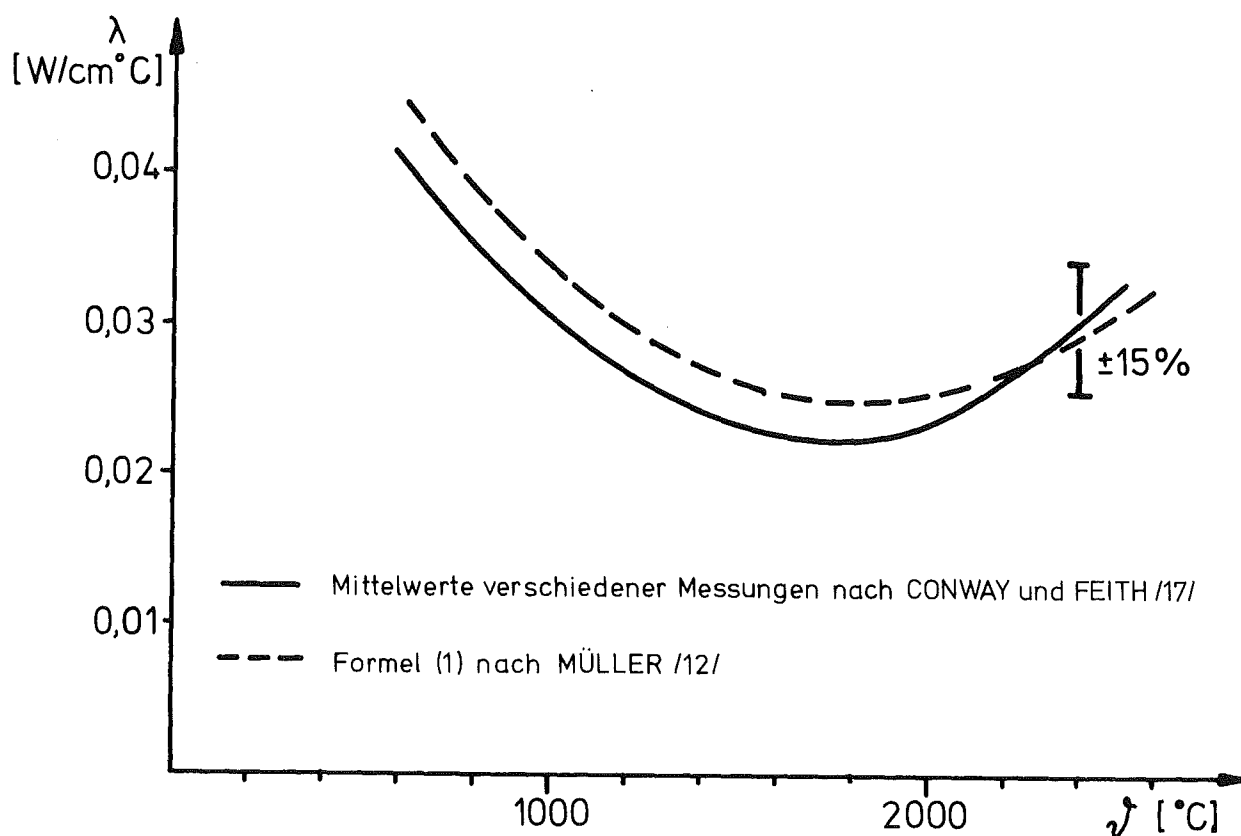


Diagramm 1: Wärmeleitfähigkeit von  $\text{UO}_2$  als Funktion der Temperatur  $T$

ten wurden aus Anpassungsrechnungen zu experimentellen Daten ermittelt. Werte nach Gleichung (1) sind ebenfalls im Diagramm 1 dargestellt (gestrichelte Kurve).

Untersuchungen zur Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Porosität  $P$  hat E.M.Müller /19/ zusammengefaßt. Der Vergleich der Arbeiten von Biancheria /20/ und Kämpf /21/ zeigt, daß für kleine Porositäten Biancheria, für große Porositäten Kämpf eine höhere Wärmeleitfähigkeit angibt. Die recht beträchtlichen Unsicherheiten dieser Abhängigkeit,

die zu Differenzen der Zentraltemperatur bis zu 100°C führen, sind im Diagramm 2 dargestellt. Die schraffierte Fläche

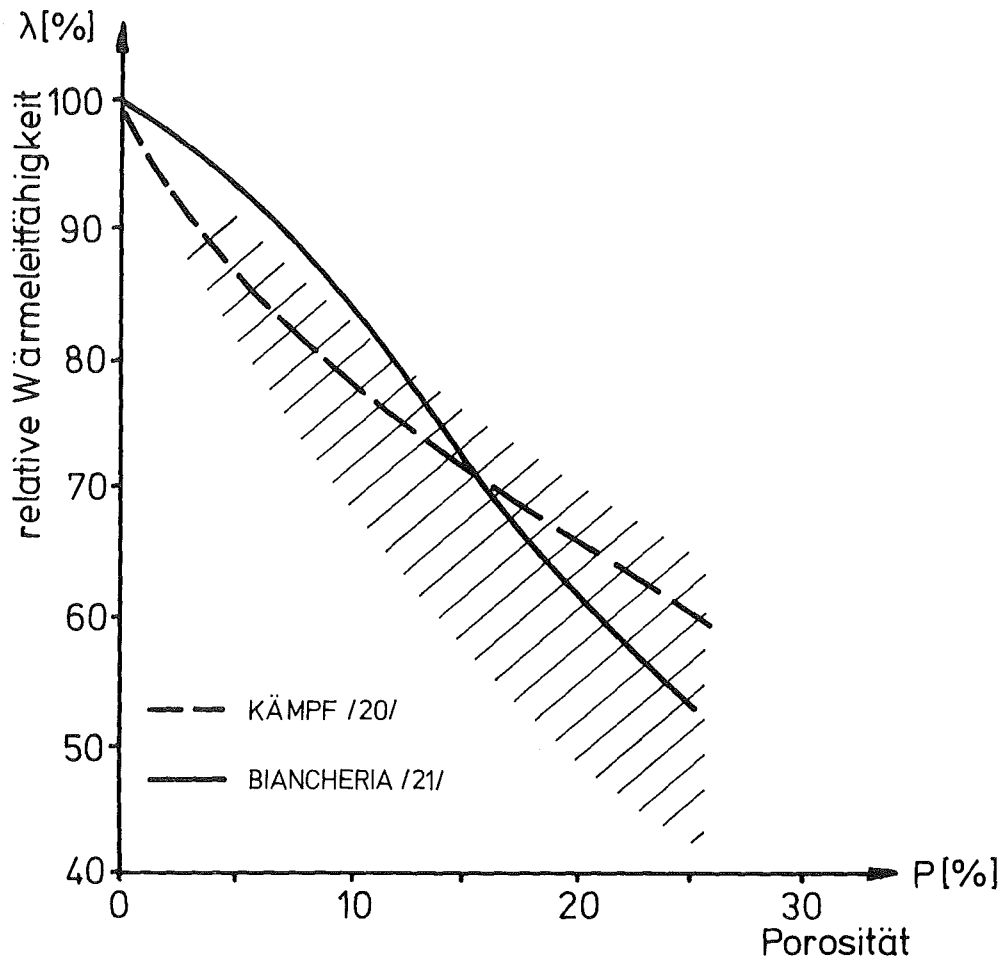


Diagramm 2: Relative Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von  $UO_2$  in [%] von der Porosität  $P$  [%] nach E.Müller /19/

che stellt Ergebnisse einer empirischen Formel nach Müller dar. In diesem Bereich liegen etwa 70 % der Meßergebnisse.

Die von E.M.Müller gegebene Gleichung (1) gilt für eine Porosität von 0 %. Im Gegensatz hierzu beziehen sich die im Diagramm 1 dargestellten Experimente auf eine Porosität von 2 %, woraus die quantitativen Unterschiede beider Kurven in diesem Diagramm zum Teil erklärt werden können.

Aus den bisher diskutierten Grundlagen läßt sich ein Temperaturprofil berechnen, das allerdings wegen der thermisch-mechanischen Wechselwirkung iterativ verbessert werden muß. Im Laufe der Betriebszeit ändert sich das Temperaturprofil infolge zeitabhängiger Vorgänge, die noch beschrieben werden. Die Abbildung 6 gibt die Größenordnung eines radialen Temperaturprofils in einem Brennstab wieder.

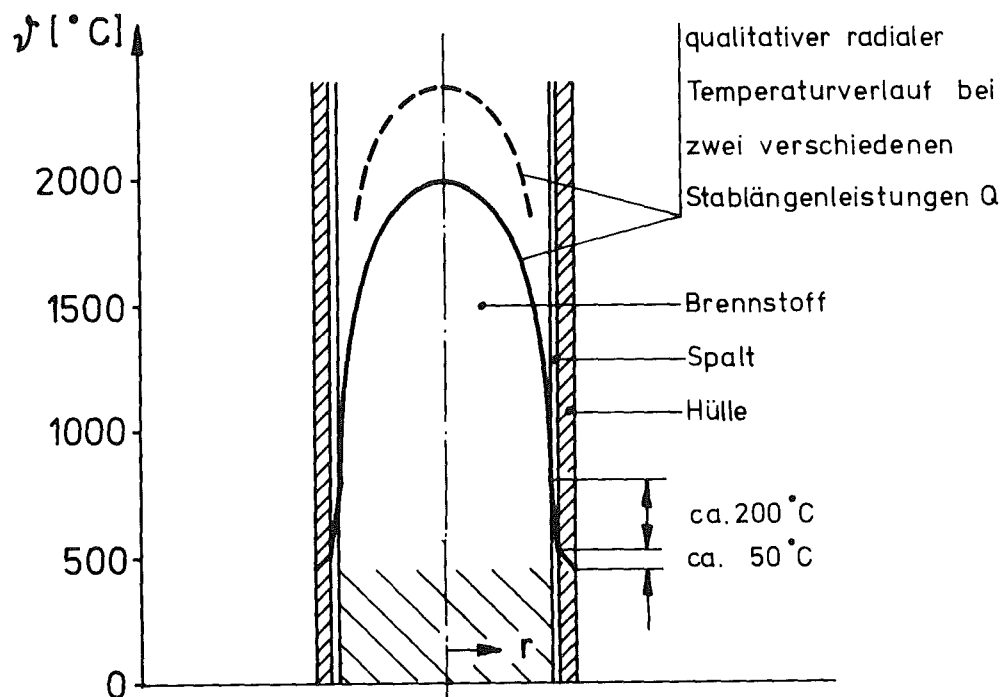


Abb.6: Qualitativer radialer Temperaturverlauf in einem Brennstab (axialer Schnitt) bei zwei verschiedenen Stablängenleistungen  $Q$

Wie die Abbildung 6 zeigt, treten sowohl im Brennstoff als auch in der Hülle hohe radiale Temperaturgradienten auf, die sehr hohe Wärmespannungen zur Folge haben. Diese Spannungsspitzen stellen eine der größten Beanspruchungen dar und müssen stets beachtet werden.

### 2.2.3 Mechanismen der Strahlenschädigung in Reaktormaterialien

Die Technologie eines Brennstabs wird in hohem Maße von der Frage bestimmt, welche Schädigungen des Materials durch Bestrahlungseinflüsse zu erwarten sind. Im wesentlichen beeinflussen drei Prozesse den Zustand eines Materials, der für eine technische Beurteilung möglichst genau bekannt sein muß /Brinkman, Wiedersich 22; Laue 23/

1. Nukleare Stoßprozesse führen zu Verlagerungen der Atome.
2. Kernumwandlungen können die Zusammensetzung ändern.
3. Die durch Bestrahlungseffekte hervorgerufenen Gitterfehlstellen erhöhen die Diffusion und beeinflussen damit alle diffusionsgesteuerten Vorgänge.

Zunächst seien Stoßprozesse durch Verfolgung eines eingeschossenen Neutrons durch das Gitter erläutert. Durch einen primären Stoß mit einem Gitteratom kann bei Überschreiten einer Schwellenergie dieses Atom aus seinem Gitterplatz herausgeschlagen werden. Es hinterläßt eine Leerstelle und wird im Gitter als Zwischengitteratom oder an einer Leerstelle eingelagert. Vor dieser Einlagerung kann dieses primäre Rückstoßteilchen bei entsprechend hoher Energie Stoßprozesse durchführen, d.h. Verlagerungen mehrerer Atome erzeugen. In diesem Fall entsteht eine lokale Anhäufung von Leerstellen, die als Fehlstellenagglomerate (Cluster) bezeichnet werden. Da gleichzeitig thermische Ausheilprozesse ablaufen, entsteht während der Bestrahlung ein Gleichgewicht zwischen der Erzeugung und der Ausheilung von Fehlstellen. Dieses Gleichgewicht ist sehr stark von der Temperatur abhängig, bedeutet jedoch in jedem Fall eine strahlungsinduzierte Erhöhung an Fehlstellen. Das Verhältnis von strahlungsinduzierten zu thermischen Fehlstellen, das sich im Gleichgewichtszustand einstellt, bestimmt das Maß dieser Strahlenschädigung.



Für die Werkstoffeigenschaften ist es sehr wichtig, ob die Fehlstellenagglomerate stabil sind oder sogar zu Poren anwachsen können. Voraussetzung dafür sind sehr hohe Bestrahlungsdosen. Beeler und Johnson /24/ haben sowohl die Stabilität als auch die Mobilität von Mehrfachleerstellen untersucht. Die Autoren erhalten eine maximale Clustergröße in  $\alpha$ -Eisen von ca. 15 Leerstellen. Für ein weiteres Wachsen dieser Poren, wie es experimentell bei hohen Neutronendosen beobachtet wird, wird vor allem ein geringer Gasdruck im Porenkeim sowie das Vorhandensein einer Zugspannung angenommen /Böhm 25/. Dieses Porenwachstum ist mit einer beträchtlichen Volumenzunahme des Materials verbunden. Experimentelle Daten konnten bereits zu empirischen Formeln dieser Volumenzunahme an Hüll- und Strukturmaterialien zusammengefaßt werden /Claudson 26/. Eine Zusammenstellung der neuesten Ergebnisse gibt Ehrlich /27/. Wegen des empirischen Charakters lassen sich empfohlene Formeln nicht unmittelbar miteinander vergleichen, jedoch als Haupteinflußgrößen ist allen Gleichungen die Temperatur und die Neutronendosis  $\phi \cdot t$  [ $n'/cm^2$ ] gemeinsam. Eine qualitative Darstellung dieser Abhängigkeiten gibt die Abbildung 7.

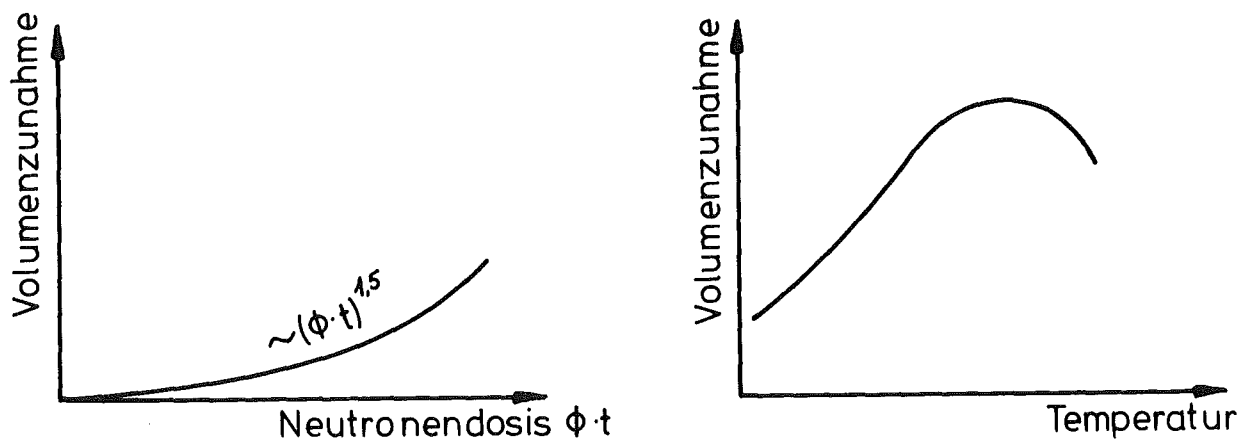


Abb.7: Qualitative Verläufe der Volumenzunahme durch Porenbildung in Abhängigkeit von der Neutronendosis  $\phi \cdot t$  und der Temperatur

Auf quantitative Vergleiche experimenteller und theoretischer Ergebnisse verschiedener Materialien soll hier nicht eingegangen werden. Es soll nur erwähnt werden, daß unter den Bedingungen, wie sie in einem schnellen Brutreaktor herrschen, infolge Porenbildung mit einer örtlichen Volumenzunahme von einigen Prozent zu rechnen ist. Die örtlich unterschiedliche Volumenzunahme als Folge der Abhängigkeit von Temperatur und Neutronendosis wird als differentieller Schwellen bezeichnet und kann zu einer Verspannung und Verbiegung einzelner Stäbe und der Brennelemente führen.

Verglichen mit der Reichweite von Neutronen werden Spaltprodukte, die den größten Teil der bei der Spaltung freiwerdenden Energie in Form von kinetischer Energie besitzen, sehr schnell abgebremst (Reichweite  $10\mu\text{m}$ ). Deshalb ist die Werkstoffschädigung durch Spaltprodukte auf den Brennstoff beschränkt, wenn man von chemischen Reaktionen mit der Hülle absieht. Durch die außerordentliche intensive Abbremsung der Spaltprodukte kommt es entlang der Spaltfragmentbahnen zu Zonen hoher Fehlstellendichte mit lokalen Überhitzungen ("thermal rods"), die vor allem das Kriechverhalten beeinflussen, wie das Diagramm 3 zeigt.

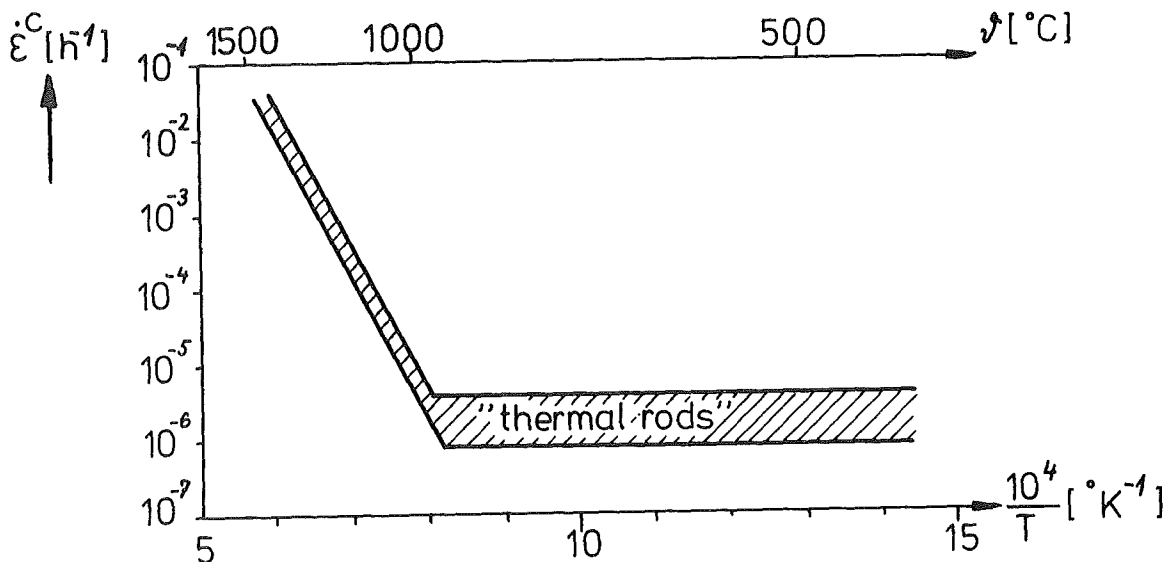


Diagramm 3: Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  von  $\text{UO}_2$  in Abhängigkeit von der Temperatur bei einer Spannung von  $\sigma = 2,5 \text{ kp/mm}^2$  nach Gilbert /28/ (Spaltrate  $1,2 \cdot 10^{13} \text{ [Sp./cm}^3\text{s]}$ )

Die Kurve ist in zwei Bereiche trennbar: oberhalb einer Grenztemperatur, die in diesem Fall etwa 1000°C beträgt, wird die Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  durch folgende Abhängigkeit bestimmt:

$$\lg \dot{\epsilon}^c \sim \frac{1}{T} \quad (2)$$

Aus diesem Zusammenhang zwischen der Kriechgeschwindigkeit und der Temperatur kann geschlossen werden, daß hier im wesentlichen thermisch bedingte Platzwechselfvorgänge eine Rolle spielen. Unterhalb dieser Grenztemperatur dominieren Stoßprozesse so sehr, daß allein die durch Verlagerungskaskaden hervorgerufenen lokalen Überhitzungen die Kriechgeschwindigkeit bestimmen. In diesem Bereich ist die Kriechgeschwindigkeit konstant, d.h. von der Temperatur unabhängig.

Quantitative Angaben zur Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  in Abhängigkeit von der Temperatur, Spaltrate und Spannung werden im Kapitel 4.4.1 noch näher untersucht werden. Ebenso wird die durch Einlagerung der Spaltprodukte entstehende Volumenzunahme in einem gesonderten Kapitel ausführlich diskutiert werden (Kapitel 2.2.5).

Von Kernumwandlungen haben vor allem  $(n, \alpha)$  Reaktionen Einfluß auf das Werkstoffverhalten. Ein Teil des Heliums entsteht durch die thermische Reaktion  $B^{10}(n, \alpha)Li^7$ , aber auch durch Reaktionen schneller Neutronen mit verschiedenen Elementen (Fe, Ni etc.). Wegen der geringen Löslichkeit des Heliums im Gitter bilden sich über Diffusionsprozesse Heliumblasen, die sich bevorzugt an Versetzungen, Korngrenzen oder Ausscheidungen anlagern. Die Heliumblase, die von einer bestimmten Größe ab unbeweglich werden, behindern Bewegungen von Versetzungen im Kristall sowie das Gleiten von Korngrenzen. Durch den letztgenannten Prozeß wird vor allem die interkristalline Bruchneigung verstärkt. Insgesamt ergibt sich eine Versprödung des Materials, die als Hochtemperaturversprödung bezeichnet wird. Bruchdehnungen können durch Neutronenbestrahlung auf Werte im Prozentbereich herabgesetzt wer-

den. Dieser Hochtemperaturversprödung kann durch Legierungs-  
sätze oder Wärmebehandlungen in gewisser Weise entgegenge-  
arbeitet werden. So kann z.B. durch Zugabe von Titan er-  
reicht werden, daß sich Helium bevorzugt an Ausscheidungen  
im Kristall anlagert und so das Gleiten der Korngrenzen  
weniger behindert /Harries, 29/. Eine Verringerung der  
Korngröße sollte den gleichen Effekt haben.

#### 2.2.4 Kriechverhalten von Hüllmaterialien

Bei Untersuchungen zur mechanischen Festigkeit von Brenn-  
stäben kommt dem Kriechverhalten der Hüllmaterialien beson-  
dere Bedeutung zu. Einmal bewirken Kriechprozesse den Ab-  
bau von Spannungsspitzen, die durch unterschiedliche Wärme-  
dehnungen erzeugt werden, auf der anderen Seite jedoch kön-  
nen diese zeitabhängigen Kriechverformungen so groß werden,  
daß sie zum Defekt eines Stabs führen.

In dieser Arbeit werden Kriechvorgänge gegen plastische  
Vorgänge abgegrenzt. Dies schien deshalb nötig, weil die  
Verformung im Fall von Kriechvorgängen im wesentlichen durch  
das Wandern von Gitterfehlstellen bestimmt wird, im Fall  
von plastischen Vorgängen dagegen durch Verschiebung ganzer  
Gitterebenen. Im Übergangsbereich zwischen beiden Mechanis-  
men ist bei der Formulierung von Kriechgesetzen deshalb be-  
sondere Vorsicht geboten. Da die Geschwindigkeit der pla-  
stischen Verformung wesentlich größer ist als eine übliche  
Kriechgeschwindigkeit, ist die vereinfachende Annahme ge-  
rechtfertigt, daß plastische Verformungen momentan stattfin-  
den. Von der sehr umfangreichen Literatur zum Kriechverhal-  
ten metallischer Werkstoffe seien nur die Monographien von  
Odquist und Hult /30/, Garofalo /31/ und Rabotnov /32/ an-  
gegeben.

Qualitativ läßt sich der Kriechvorgang in einem einaxialen Zugversuch bei konstanter Last in drei Phasen einteilen (Abb.8).

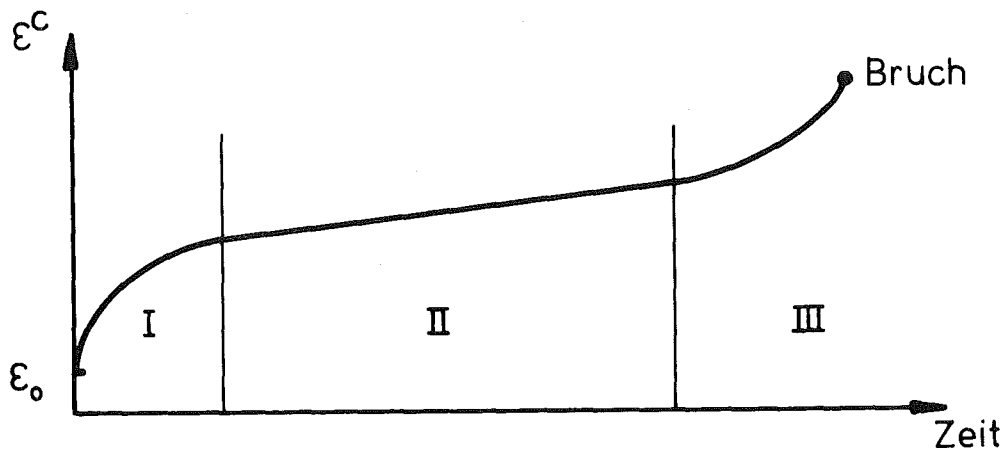


Abb.8: Qualitativer Verlauf der Kriechdehnung bei konstanter Last

Nach Aufbringen der Last dehnt sich der Werkstoff um eine Initialdehnung  $\epsilon_0$ , die im wesentlichen einen elastischen Anteil aufweist, jedoch auch plastische Dehnung enthalten kann. Im Bereich I beginnt die Wanderung von Gitterfehlstellen, die zur Verlängerung der Probe führt. Durch Austreten dieser Gitterfehlstellen aus dem Kristall oder durch Auflaufen auf ein Hindernis (Korngrenzen, Ausscheidungen, Versetzungsanhäufungen) nimmt die Kriechgeschwindigkeit ab. Diese Hindernisse können über Diffusionsvorgänge durch das Klettern von Versetzungen umgangen werden. An Hindernissen stellt sich ein Gleichgewicht zwischen ankommenden und weggehenden Gitterfehlstellen ein, so daß sich in diesem Bereich eine konstante Kriechgeschwindigkeit einstellt (Phase II). Im dritten Bereich (Phase III) erhöht sich durch Einschnüren der Probe oder durch das Auftreten von Mikrorissen die effektive Belastung, so daß die Kriechgeschwindigkeit bis zum Bruch wieder zunimmt.

Der Darstellung einer Kriechkurve nach Abbildung 8 liegen zwei Voraussetzungen zugrunde:

1. Es liegt ein einaxialer Spannungszustand vor.
2. Die aufgebrachte Belastung ist konstant.

Nur durch eine Reihe von zum Teil spekulativen Überlegungen lassen sich diese Versuchsergebnisse auf einen mehraxialen Spannungszustand unter wechselnden Beanspruchungen übertragen. Wegen der großen Bedeutung des Kriechverhaltens in einem mehraxialen Spannungszustand, wie er im Hüllrohr vorliegt, wird diese Frage im Zusammenhang mit anisotropen Werkstoffverhalten in Kapitel 3.4 gesondert diskutiert.

Experimentelle Ergebnisse bestätigen nicht immer die klare Trennung der Bereiche I - III, so daß sich Schwierigkeiten in der formelmäßigen Beschreibung der Kriechgeschwindigkeit ergeben. Mit Hilfe von Versetzungstheorien ist zwar eine qualitative Beschreibung von Kriechvorgängen möglich - mit speziellen Überlegungen läßt sich praktisch jedes experimentelle Ergebnis deuten /Hoff, 33/ - quantitative Auswertungen von Versetzungstheorien zum Zwecke der Vorhersage des Kriechverhaltens scheitern jedoch an der Komplexität technischer Legierungen, so daß phänomenologischen Beschreibungen nach wie vor große Bedeutung zukommt. Aufgabe dieser Beschreibungen ist die Erfassung der Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von Belastung, Temperatur und Zeit für eine spezielle Werkstoffart und einen bestimmten Zustand. Wegen des phänomenologischen Charakters sind eine ganze Fülle von analytischen Kriechformeln vorgeschlagen worden, die jedoch in der Regel für einen bestimmten Werkstoff und dort nur in einem begrenzten Parameterfeld ermittelt wurden. Die Extrapolation über den angepaßten Bereich hinaus ist jedoch immer höchst unsicher (vor allem bei Polynomdarstellungen), außerdem können die Ergebnisse im allgemeinen nicht auf andere Werkstoffe übertragen werden.

Im Rahmen der vorliegenden Beschreibung der physikalischen Effekte sollen nur zwei Abhängigkeiten zur Erläuterung angegeben werden. Die Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Temperatur ergibt sich aus molekularstatistischen Überlegungen

$$\dot{\epsilon}^c \sim \exp\left(-\frac{Q^{akt}}{R T}\right) \quad (3)$$

$Q^{akt}$  : Aktivierungsenergie  
R : Gaskonstante  
T : Temperatur [°K]

Diese Gleichung entspricht der Arrheniusgleichung. Für die Abhängigkeit von der Spannung hat sich das von Norton /34/ sowie von Bailey /35/ im Jahre 1929 unabhängig voneinander gefundene Kriechgesetz sehr gut bewährt:

$$\dot{\epsilon}^c = k \cdot \sigma^n \quad (4)$$

k,n: Nortonparameter

Dieses Gesetz gilt für den sekundären Kriechbereich, der Nortonparameter n liegt für metallische Werkstoffe im Bereich von 3 ..... 10. Versetzungstheoretische Überlegungen führen zu einem Wert von  $n = 4,5$  /Böhm, 36/, so daß dieses Gesetz auch physikalisch deutbar ist. In den weiteren Ausführungen dieser Arbeit wird sich die durch den Nortonparameter n gegebene nichtlineare Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Spannung als besonders bedeutsam erweisen.

Da der Kriechprozeß durch Wandern von Versetzungen hervorgerufen wird, hängt das Kriechverhalten unter Bestrahlung ganz wesentlich davon ab, welche Versetzungsdichte durch Neutronenbestrahlung im Gitter erzeugt wird. Zusätzliche Einflüsse sind von Art und Umfang der Umlagerungsprozesse zu erwarten. Eine ausführliche Zusammenfassung dieses Problemkreises findet sich in Diplomarbeiten, die gemeinsam mit Günther und Bogorinsky /37,38/ durchgeführt wurden. Neben

theoretischen Überlegungen zum Kriechverhalten unter Bestrahlung werden in der Arbeit von Günther auch Kriechapparaturen für den Einsatz im Reaktor ("in pile") beschrieben und Meßergebnisse zusammengefaßt und diskutiert. Quantitative Angaben können nur für bestimmte Materialien unter bestimmten Voraussetzungen gemacht werden. Trotzdem seien einige Anhaltspunkte zusammengefaßt, die für eine technische Auslegung von Bedeutung sind:

1. Für Zirkoniumlegierungen ist nur unterhalb von 350°C eine Erhöhung der sekundären Kriechgeschwindigkeit festzustellen, die vom Neutronenfluß  $\Phi$  und der aufgetragenen Spannung abhängt.
2. Die Bruchdehnung von Zirkoniumlegierungen wird zwischen 280°C und 400°C durch die Bestrahlung heraufgesetzt.
3. Die Zeitstandfestigkeit wird bei austenitischen Stählen und Nickellegierungen bei 550°C - 800°C durch Bestrahlung herabgesetzt. Deutlich erkennbar wird dieser Effekt erst bei Flüssen  $\Phi > 10^{11}$  n/cm<sup>2</sup>s.
4. Bestrahlung beeinflußt bei austenitischen Stählen und Nickellegierungen ab 550°C außerdem die Duktilität (Hochtemperaturversprödung). Die sekundäre Kriechgeschwindigkeit wird dagegen nicht beeinflußt.

Abschließend sollen noch einige allgemeine Bemerkungen zur Formulierung der Kriechgesetze sowie zur statistischen Auswertung von experimentellen Ergebnissen gemacht werden.

Zunächst muß erwähnt werden, daß der Umfang von experimentellen Ergebnissen wegen des beträchtlichen Aufwands bei der Ermittlung von Langzeitwerten stets beschränkt ist. Deshalb sollten analytische Formeln für die Beschreibung von Kriechexperimenten grundsätzlich aus der Theorie der mikroskopischen Prozesse entwickelt und angepaßt werden, so daß auch die Frage der Extrapolation von Meßwerten durch Analysen dieser Prozesse besser beurteilt werden kann. Auf diese Erwägungen ist auch die Trennung zwischen rein plastischem Verhalten und Kriechverhalten in dieser Arbeit zurückzuführen.



Als zweite Konsequenz aus der Beschränkung der experimentellen Ergebnisse ergibt sich die Forderung nach einfachen Kriechgesetzen, die nicht mehr als zwei, höchstens drei anzupassende Werkstoffparameter aufweisen sollten. Ein Beispiel einer eigenen statistischen Auswertung von Kriechversuchen wird im Anhang 1 im Zusammenhang mit einer Untersuchung von Kriechdaten für den Werkstoff Incoloy 800 näher beschrieben.

Leider werden Kriechparameter in der Literatur sehr häufig ohne statistische Angaben und ohne vollständige Angaben der Versuchsbedingungen veröffentlicht, so daß einmal eine Beurteilung der Genauigkeit von Kriechdehnungen bei Anwendung der Formeln nicht möglich ist, zum anderen die Frage der Extrapolierbarkeit offen bleibt. Wie im Kapitel 4 dieser Arbeit an einem speziellen Fall noch gezeigt werden wird, spielt jedoch die Genauigkeit der Kriechgesetze z.B. bei der Ermittlung der Standzeit von Hüllrohren eine entscheidende Bedeutung. Angaben zur statistischen Unsicherheit von Kriechparametern sowie zum Meßbereich der Versuche sind also stets zu fordern.

#### 2.2.5 Das Abbrandverhalten eines Brennstabs

Durch die Erzeugung von Spaltprodukten tritt eine Reihe von Effekten auf, die das Abbrandverhalten eines Stabes charakterisieren. Spaltprodukte, die in fester oder gasförmiger Form anfallen, haben Rückwirkungen auf den Neutronenhaushalt und eine Reihe von weiteren Prozessen. Genannt seien hier die Beeinflussung der Kriechgeschwindigkeit im Brennstoff (s. Kapitel 2.2.3), das Schwellen des Brennstoffes sowie die chemische Wechselwirkung der verschiedensten Spaltprodukte mit Hülle und Brennstoff. Der letzte Punkt ist wegen der hohen Zahl von ca. 180 radioaktiven Spaltprodukten /Glastone und Edlund, 39/ quantitativ sehr schwer zu

erfassen. Trotz dieser Unsicherheiten wird sich jedoch in einem späteren Kapitel zeigen, daß dieses technologische Problem die Lebenszeit eines SNR-Stabes entscheidend begrenzen kann.

Theoretisch läßt sich das Verhalten der Spaltprodukte im Brennstab ebenfalls wegen der hohen Zahl der Spaltprodukte nicht exakt beschreiben. Hierbei müssen folgende Effekte berücksichtigt werden: Wanderung der unlöslichen Spaltprodukte zu Korngrenzen oder Blasen, wobei größere Ausscheidungen gebildet werden können, Sublimation von Spaltprodukten und Transport in kältere Zonen durch Risse oder sonstige Hohlräume sowie Freisetzung von Spaltgas.

Über die Einlagerung fester Spaltprodukte gibt Zimmermann /40/ einen Überblick, Probleme des Spaltgasverhaltens behandeln Matzke und Ronchi /41/ sowie Zimmermann /42/. Die Einlagerung fester Spaltprodukte ist mit einer Volumenzunahme verbunden. Für Oxydbrennstoffe wurden Schwellraten von 0,3...1,3 % je % Abbrand gerechnet, Zimmermann empfiehlt mit einer integralen Schwellrate von 0,7 % je % Abbrand zu rechnen.

Die Freisetzung von Spaltgas ist wegen unterschiedlicher Mechanismen (Stoßprozessen in äußeren Zonen bzw. in der Nähe von Rissen, Diffusionsvorgänge und Blasenwanderung in den inneren Zonen) von der radialen Koordinate abhängig. Messungen zeigen, daß bei einem Abbrand von 100 000 MWd/t mit der Freisetzung von 70 - 90 % des erzeugten Spaltgases zu rechnen ist. Diese Aussage gilt für Hüllrohrtemperaturen  $> \approx 500^{\circ}\text{C}$ .

Dabei weist der zeitliche Verlauf relativ große Unsicherheiten auf (Abb.9).

Die unmittelbare Folge dieser Freisetzung von Spaltgas ist der Aufbau eines Gasinnendruckes, der die Hülle belastet.

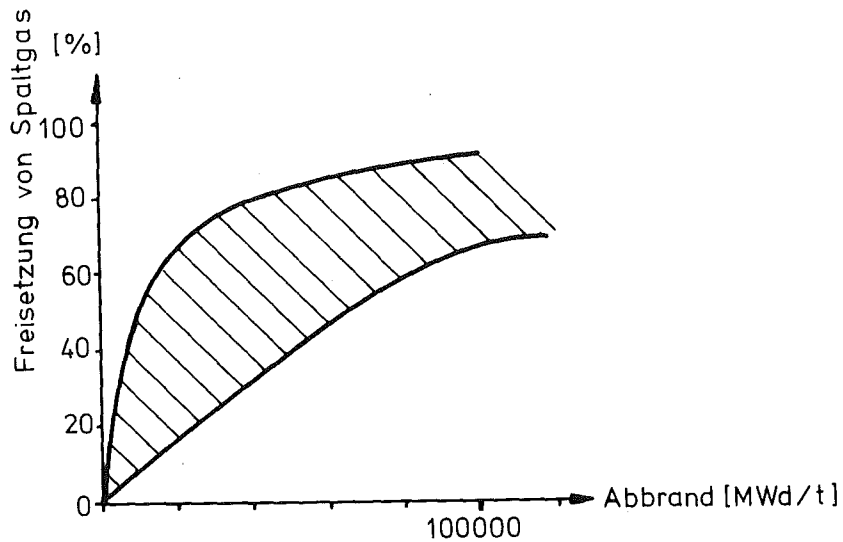


Abb.9: Freisetzung des Spaltgases von  $\text{UO}_2$ - $\text{PuO}_2$ -Tabletten in Abhängigkeit vom Abbrand nach <sup>2</sup>Zimmermann /42/ (Hüllrohrtemperaturen  $> \approx 500^\circ\text{C}$ )

Der maximal mögliche Gasinnendruck läßt sich konstruktiv durch die Vorgabe eines Leerraums, des sogenannten Spaltgasplenums, am oberen bzw. unteren Brennstabende begrenzen. Das Plenum führt zu einer Verlängerung der Brennstäbe, die jedoch wiederum selbst durch die maximal zulässige Größe der Kerneinbauten im Reaktordruckbehälter begrenzt ist.

### 3. Brennstabmechanik für Rotationssymmetrie

#### 3.1 Allgemeine Betrachtungen, Stand der Literatur

Um die technische Beurteilung eines Brennstabs zu ermöglichen, müssen physikalische Phänomene in eine mechanische Analyse eingebaut werden. Erst aus Analysen von Spannungs- und Dehnungsverteilungen lassen sich die unter 2.1 genannten Auslegungskriterien im Detail überprüfen. Die meisten Berechnungen von Spannungs- und Dehnungsverteilungen in einem Brennstab beziehen sich auf eine axiale Ebene, für die ein ebener Dehnungszustand angenommen wird. Zusätzlich wird in allen veröffentlichten Programmsystemen, die eine Gesamtanalyse aller physikalischen Effekte im Sinne vollständiger modellmäßiger Beschreibung anstreben, die radiale Koordinate als einzige räumliche Variable betrachtet. Azimutale Abhängigkeiten der Geometrie oder sonstiger Daten können damit nicht berücksichtigt werden. Diese Betrachtungsweise ist allerdings nur bei den Brennstäben angebracht, bei denen die hauptsächlichste Belastung von innen auf die Hülle erfolgt, wie es beim SNR-Brennstab der Fall ist. Bei allen anderen Stäben, die im wesentlichen durch Außendruck belastet sind (z.B. Stab des gasgekühlten schnellen Brutreaktors) muß vor allem untersucht werden, ob die Brennstäbe wegen der stets vorhandenen Abweichungen von der Rotationssymmetrie infolge von Kriechvorgängen einbeulen. Dieses Kriech<sup>beul</sup>verhalten wird ausführlich im Kapitel 4 untersucht werden. Im vorliegenden Kapitel sollen zunächst nur rotationssymmetrische Verformungen betrachtet werden.

Einen Überblick über Rechenprogramme für SNR-Brennstäbe gibt ein spezieller Konferenzbericht /43/. Hier werden die Rechenprogramme OLYMPUS /44/, PROFIT /45/, SATURN /46,47/, LIFE /48,49/ und FMODEL /50/ diskutiert. Inzwischen zeigt sich, daß sich in den USA vor allem der LIFE-Code durchgesetzt hat /Laue, 51/. Weitere Programmsysteme dieser Art sind der COMETHE-Code /52,53/, der auch für thermische Reaktoren anwendbar ist, sowie der speziell für thermische Reaktoren entwickelte CYGRO-Code /54/.

Die wichtigsten dieser Programme sind sehr ausführlich in einer Zusammenstellung verschiedener Beiträge zur Brennstabmodelltheorie /55/ diskutiert. Ihre Vor- und Nachteile sind dort bereits gegenübergestellt, so daß in dieser Arbeit auf eine Diskussion verzichtet werden kann. Pauschal kann gesagt werden, daß sich diese Programme nicht nur im Aufbau und in der Art der physikalischen Modelle sondern auch im Entwicklungsstand unterscheiden. Dieser Entwicklungsstand ist durch die Eichung der Programme, in denen ja ein Teil der physikalischen Modelle noch anzupassende Konstanten aufweist, an verschiedenen experimentellen Ergebnissen gekennzeichnet. Es soll nur angedeutet werden, daß dieser Eichprozeß aufwendig und keineswegs unproblematisch ist.

### 3.2 Ziele der eigenen Untersuchungen zur Rotations-symmetrie

In den folgenden Kapiteln werden Probleme zum kreiszylindrischen Hüllrohr behandelt. Da keines der zitierten Programme, die auf der Basis der Rotationssymmetrie aufgebaut sind, zugänglich ist, mußte ein eigenes Rechenprogramm entwickelt werden, um eine Behandlung bzw. Weiterentwicklung folgender Fragestellungen zu ermöglichen:

1. Die Schwierigkeiten bei der Lösung liegen eindeutig auf der programmtechnischen Seite, vor allem gilt es, die bei der Ermittlung der nicht elastischen Dehnungen stets vorhandenen Konvergenzprobleme zu beseitigen. Hierzu wird im folgenden Kapitel ein Dehnungsiterationsverfahren entwickelt, das bereits in das SATURN-Rechenprogramm /F.Depisch, H.Elbel, H.Kämpf, 47/ übernommen wurde.
2. Bei der Behandlung von nicht rotationssymmetrischen Verformungsproblemen (Kapitel 4) ist es notwendig, den Spezialfall der Rotationssymmetrie mit der im folgenden

Kapitel dargestellten und im Rahmen von numerischer Genauigkeit exakten Lösung zu vergleichen und als einen speziellen Testfall für die spätere Diskussion der Ergebnisse zum Beulverhalten zu verwenden.

3. Zwei wichtige Untersuchungen zum realen Hüllrohrverhalten werden erstmals in dieser Arbeit gemacht. Dies betrifft

- a) die Auswirkung von Reaktionszonen infolge chemischer Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff.
- b) Die Anisotropie von Werkstoffeigenschaften - sowohl der elastischen als auch der nicht elastischen - wie sie z.B. im Fall der in Leichtwasserreaktoren verwendeten Zircaloy-Hüllrohre mit ihrer ausgeprägten Hydridtextur vorliegen.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zur Rotationssymmetrie sind im Kapitel 3.5 zusammengefaßt. Zunächst sollen die theoretischen Grundlagen dargestellt werden.

### 3.3 Spannungs- und Dehnungsverteilungen in einem Kreiszyylinderrohr

Die Berücksichtigung von Kriech- und Schwellvorgängen sowie der Plastizität fordert eine Erweiterung der klassischen Gleichungen. Folgendes soll vorausgesetzt werden:

1. Querschnitte bleiben bei der Verformung eben
2. die Belastung ist rotationssymmetrisch
3. der axiale Temperaturgradient  $\Delta \vartheta_{axi}$  kann gegenüber dem radialen Temperaturgradienten  $\Delta \vartheta_{rad}$  vernachlässigt werden.

Das Problem für den Kreiszyylinder wird dann durch die folgenden Gleichungen beschrieben, in denen die radiale Koordinate  $r$  die einzige räumliche Variable darstellt. Die Dehnungen  $\varepsilon_j$  setzen sich wie folgt zusammen:

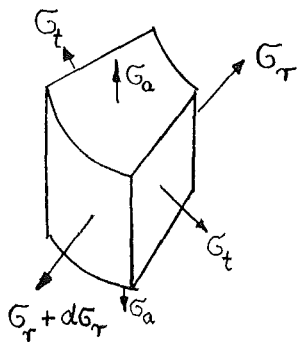
$$\varepsilon_j(\tau, t) = E_{jt} \sigma_t + T_j + \varepsilon_j^c + \varepsilon_j^s + \varepsilon_j^p \quad (5)$$

$j, l = 1, 2, 3$  bedeuten radial, tangential, axial

mit der isotropen oder anisotropen Elastizitätsmatrix  $E_{jl}$  und den Vektoren:

$T_j$	: Wärmedehnung	}	isotrop oder anisotrop, jeweils zur Zeit $t$
$\epsilon_j^c$	: Kriechdehnung		
$\epsilon_j^s$	: Schwelldehnung		
$\epsilon_j^p$	: plastische Dehnung		

Die Gleichung (5) ist sowohl orts- als auch zeitabhängig und weist über die Terme der Kriechdehnung  $\epsilon_j^c$  und der plastischen Dehnung  $\epsilon_j^p$  zusätzliche Abhängigkeiten von der Spannung auf, die, wie die Diskussion im Kapitel 2.2.4 gezeigt hat, in der Regel nichtlinear sind. Die Gleichgewichtsbedingung an einem Element lautet:



$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \quad (6)$$

Die Dehnungen in radialer und tangentialer Richtung lassen sich durch die radiale Verschiebung  $u$  ausdrücken (Verträglichkeitsbedingungen). Die axiale Dehnung soll nach Voraussetzung 1 konstant sein:

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (7a)$$

$$\epsilon_t = \frac{u}{r} \quad (7b)$$

$$\epsilon_a = C_3 \quad (7c)$$

Nach Einsetzen der Gleichung (5) und (6) in die Gleichung

$$\epsilon_r + \epsilon_t + \epsilon_a = \frac{u}{r} + \frac{du}{dr} + C_3$$

erhält man die Lamè-Gleichung für diese spezielle Geometrie.

### 3.3.1 Theoretische Lösung für isotrope, ortsunabhängige elastische Konstanten

Für isotrope, ortsunabhängige elastische Konstanten, d.h. für

$$E_{ij}(\tau) = \text{konst} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \end{pmatrix} \quad (8)$$

*isotrop*

E : E-Modul

$\nu$  : Poisson'sche Querkontraktionszahl

lautet die Lamé-Gleichung

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{d}{dr} (\alpha \vartheta + \varepsilon_s) \quad (9)$$

$$+ \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left\{ \frac{d}{dr} (\varepsilon_r^c + \varepsilon_r^p) + \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_t^c}{r} + \frac{\varepsilon_r^p - \varepsilon_t^p}{r} \right\}$$

Diese Gleichung hängt über die Terme der Kriechdehnungen sowie der Schwelldehnungen von der Zeit  $t$  ab.

Die in der Gleichung (5) additiven Dehnungsterme  $\varepsilon_j^c$ ,  $\varepsilon_j^s$  und  $\varepsilon_j^p$  werden in der Gleichung (9) deshalb unterschiedlich beschrieben, weil Wärmedehnungen und Schwelldehnungen isotrop angesetzt werden:

$$\underline{T}_j = \begin{pmatrix} \alpha \vartheta' \\ \alpha \vartheta' \\ \alpha \vartheta' \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\underline{\varepsilon}_j^s = \begin{pmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_s \end{pmatrix} \quad (11)$$



$\alpha$  : linearer Wärmeausdehnungskoeffizient

$\vartheta'$  : normierte Temperatur

$\varepsilon_s$  : lineare Schwelldehnung

$$\varepsilon_s = \frac{1}{3} \frac{\Delta V}{V} \Big|_{\text{Schwell}}$$

Die Integration von Gleichung (9) liefert nach einigen Umrechnungen die Verschiebung  $u$  in Abhängigkeit vom Radius /Guyette, 56/

$$u(r,t) = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left\{ \frac{1}{r} \int_{r_i}^r r (\varepsilon_r^c + \varepsilon_t^c + \varepsilon_r^p + \varepsilon_t^p) dr \right.$$

$$+ r \int_{r_i}^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_t^c + \varepsilon_r^p - \varepsilon_t^p}{r} dr \quad (12)$$

$$+ \frac{1+\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r} \int_{r_i}^r (\alpha \vartheta' + \varepsilon_s) r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

In dieser orts- und zeitabhängigen Gleichung ist als Voraussetzung enthalten, daß bei Kriechvorgängen das Volumen konstant bleibt. Außerdem ist zu beachten, daß die Integrale in Gleichung (12) sowohl zeit- als auch spannungsabhängige Ausdrücke enthalten. Nimmt man an, daß diese Integrale bekannt sind, dann lassen sich aus Gleichung (12) mit Hilfe der Spannungs-Dehnungsbeziehung (5) sowie den Verträglichkeitsbedingungen (7) Spannungs- und auch Dehnungsverteilungen ermitteln. Die unbekanntenen Konstanten  $C_1$ ,  $C_2$  und  $C_3$  ergeben sich aus den Randbedingungen, die an

einem geschlossenen Kreiszyylinder zu berücksichtigen sind:

$$\sigma_r (r=r_a) = p_a(t) \quad (13a)$$

$$\sigma_r (r=r_i) = p_i(t) \quad (13b)$$

$$\int_{r_i}^{r_a} \sigma_a(r) \cdot r dr = \frac{p_i(t)r_i^2 - p_a(t)r_a^2}{2} + \frac{P_a(t)}{2\pi} \quad (13c)$$

$p_i(t)$ : Innendruck

$p_a(t)$ : Außendruck

$P_a(t)$ : zusätzliche Axialkraft

$t$  : Zeit

Als Erweiterung der Lösung von Guyette um die Terme  $\varepsilon_j^s$ ,  $\varepsilon_d^p$  sowie um die zusätzliche Axialkraft  $P_a$  erhält man:

$$C_1 = \frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} \left\{ \frac{1-3\nu}{1-\nu} L + \frac{1}{2(1-\nu)} M - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} N \right\} \quad (14a)$$

$$- \frac{1-2\nu}{E} \cdot \frac{1}{r_a^2 - r_i^2} \left\{ p_a r_a^2 - p_i r_i^2 - \frac{P_a}{\pi} \right\}$$

$$C_2 = \frac{r_a^2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \left\{ \frac{1+\nu}{1-\nu} L + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} - \frac{1}{2(1-\nu)} N \right. \quad (14b)$$

$$\left. - (1+\nu) \frac{p_a - p_i}{E} \right\}$$

$$C_3 = \frac{2 r_a^2}{r_a^2 - r_i^2} (L - M) - \frac{1-2\nu}{E} \cdot \frac{p_a r_a^2 - p_i r_i^2 - \frac{P_a}{\pi}}{r_a^2 - r_i^2} \quad (14c)$$

mit

$$L = \frac{1}{r_a^2} \int_{r_i}^{r_a} (\alpha \dot{v}' + \epsilon_s) r dr \quad (15a)$$

$$M = \frac{1}{r_a^2} \int_{r_i}^{r_a} (\epsilon_r^c + \epsilon_t^c + \epsilon_r^p + \epsilon_a^p) r dr \quad (15b)$$

$$N = \int_{r_i}^{r_a} \frac{\epsilon_r^c - \epsilon_t^c + \epsilon_r^p - \epsilon_t^p}{r} dr \quad (15c)$$

Die bisher beschriebenen Gleichungen bilden die Grundlage für das Programm CRASH /56/ sowie für das eigene Rechenprogramm SPAR (Spannungs- und Dehnungsberechnung in einem Hüllrohr /Laßmann, 57/). Beide Programme beschreiben allein das Hüllrohrverhalten, allerdings ist das SPAR-Rechenprogramm im Gegensatz zum CRASH-Programm, das nur bis zu Dehnungen  $\epsilon_j < 0,01$  gültig ist, auch für große Dehnungen (15 %) anwendbar und erlaubt damit eine Auswertung von Rohrrinnen-druckversuchen. Eine Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff ist in beiden Programmen nur über die Formulierung der Randbedingung

$$\sigma_r (r=r_i) = -p_i(t) \quad (13b)$$

möglich. Soll unter Verwendung der gleichen theoretischen Grundlagen auch der Brennstoff behandelt werden, dann muß der Brennstoff in Zonen unterteilt werden, die durch mittlere Konstanten charakterisiert werden, da sich infolge des radialen Temperaturgradienten  $\Delta \dot{v}_{rad}$  beträchtliche Unterschiede der elastischen Konstanten ergeben. Dieses Verfahren einer Mittelung in coaxialen Zonen wird im schon zitier-

ten Rechenprogramm LIFE angewendet. Um die Zulässigkeit einer derartigen Mittelung überprüfen zu können, wird im Kapitel 3.3.2 dieser Arbeit eine Methode beschrieben, die keinerlei Einschränkungen hinsichtlich der Ortsabhängigkeit der elastischen Eigenschaften enthält.

### 3.3.1.1 Numerische Lösung (SPAR-Rechenprogramm)

In den folgenden Betrachtungen werden ausschließlich die eigenen Überlegungen zur numerischen Lösung der bisher beschriebenen Gleichungen erläutert.

Die in den Gleichungen (12) und (14) enthaltenen Integrale werden im SPAR-Rechenprogramm numerisch gelöst, um Restriktionen hinsichtlich der formelmäßigen Beschreibung der Dehnungsterme zu vermeiden. Die Integrale über die Kriechdehnungen und die plastischen Dehnungen sind jedoch nicht unmittelbar zu bestimmen, da diese Dehnungen - wie schon oben erwähnt zum Teil sogar nichtlinear - von den erst zu ermittelnden Spannungen  $G_j(\tau, t)$  abhängen. Die Ermittlungen von Spannungs- und Dehnungsverteilungen kann also nur iterativ erfolgen.

Die Hülle wird in  $m$  radial verteilte Stützstellen (Raumpunkte) unterteilt, die äquidistant oder beliebig gewählt werden können. Ihre maximale Anzahl beträgt 30. Wegen der Zeitabhängigkeit aller Größen wird das Problem auch hinsichtlich der Zeit intervallweise gelöst. Für die Kriechdehnung  $\Delta \epsilon_j^c$  im Zeitintervall  $\Delta t$  gilt

$$\Delta \epsilon_j^c = \dot{\epsilon}_j^c(\bar{G}_j, \bar{J}, \text{weitere Parameter}) \Delta t \quad (15)$$

mit

$$\bar{G}_j \text{ (im Intervall } \Delta t) = \frac{G_j(t) + G_j(t+\Delta t)}{2} \quad (16)$$

Wie die Form der Gleichung (15) andeutet, kann das Kriechgesetz beliebig gewählt werden. Die in Gleichung (16) enthaltene Spannung  $\sigma_j(t+\Delta t)$  ist zunächst noch unbekannt und muß, wie schon erwähnt, iterativ ermittelt werden. Die Durchführung dieser Iteration stellt die Hauptschwierigkeit für die Lösung dar, da wegen der nichtlinearen Abhängigkeit der Kriechdehnung von der Spannung leicht Konvergenzprobleme auftreten können, die auch bei anderen Lösungsmethoden z.B. einer finiten Elementmethode berichtet werden /Sutherland, 58/.

Es hat sich als sehr günstig herausgestellt, nicht die Spannungen  $\sigma_j(t+\Delta t)$  sondern die Kriechdehnungen  $\epsilon_j^c(t+\Delta t)$  zu schätzen. Mit diesen geschätzten Kriechdehnungen können die Integrale in den Gleichungen (12) und (14) berechnet werden, so daß die Spannungen  $\sigma_j(t+\Delta t)$  über die Verschiebung  $u$  und die Spannungsdehnungsbeziehung (5) ermittelt werden können. Diese Spannungen werden als Schätzwerte in die Gleichung (16) eingesetzt, aus der sich verbesserte Kriechdehnungen  $\Delta \epsilon_j^c$  (im Intervall  $\Delta t$ ) ergeben:

$$\sigma_j^{(m')}(\text{im Intervall } \Delta t) = \frac{\sigma_j(t) + \sigma_j^{(m')}(t+\Delta t)}{2} \quad (16')$$

$$\Delta \epsilon_j^{c, m'} = \dot{\epsilon}_j^c \left( \frac{\sigma_j^{(m')}}{2}, \dots \right) \Delta t \quad (15')$$

$m'$  : Iterationsindex

Die Konvergenz dieses Verfahrens ist sehr zufriedenstellend, im Mittel ist nur eine Iteration notwendig, um eine Konvergenzschranke von

$$\frac{\Delta \varepsilon_j^{c,m}(t+\Delta t)}{\Delta \varepsilon_j^{c,m+1}(t+\Delta t)} < 0,1 \cdot 10^{-2} \quad (17)$$

zu erreichen. Diese Konvergenzschranke hat sich als ausreichend genau herausgestellt.

Der Abbruch der Iteration bei Unterschreiten einer Konvergenzschranke bedeutet gleichzeitig, daß die Kriechdehnungen  $\varepsilon_j^c$  mit Fehlern behaftet sind (Abb.10)

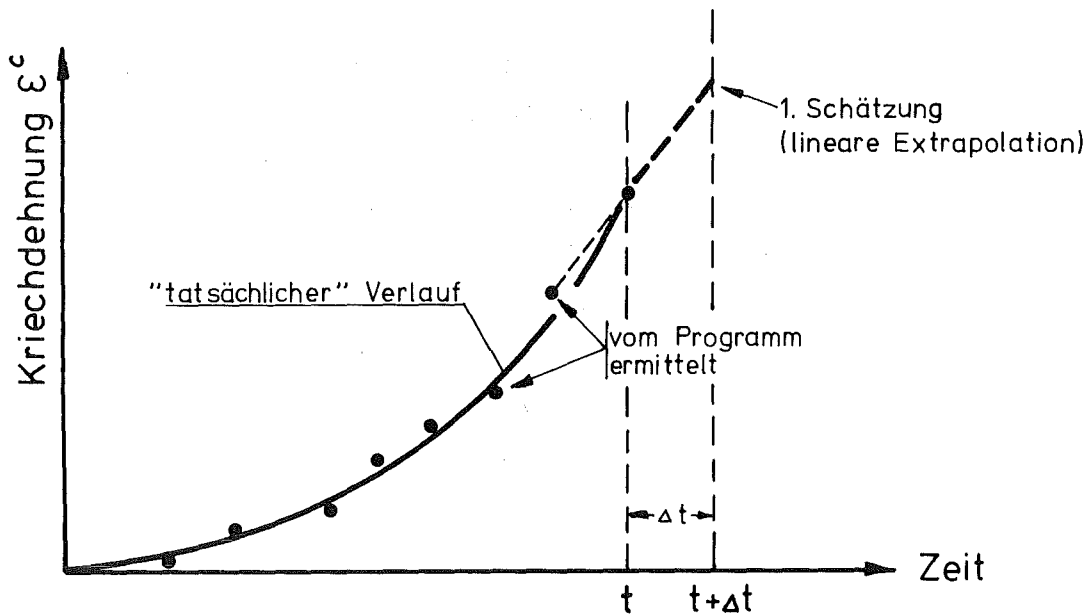


Abb.10: Erste Schätzung der Kriechdehnung  $\varepsilon^c$  zur Zeit  $t+\Delta t$

Aus diesem Grund hat sich eine Schätzung der Kriechdehnung  $\varepsilon_j^c(t+\Delta t)$  aus einer parabelförmigen Extrapolation der vorher ermittelten Werte nicht bewährt. Eine einfache lineare Extrapolation, wie sie in der obigen Abbildung 10 angedeutet ist, führte zu einem besseren Konvergenzverhalten. Zusätzlich wurde untersucht, wie sich eine Vergrößerung oder Verkleinerung dieses aus einer linearen Extrapolation gewonnenen Schätzwertes um einen Faktor  $a$  auswirkt. Die Ergebnisse sind im Diagramm 4 zusammengestellt. Für  $a = 1$ , also die lineare Extrapolation, erhält man einmal den

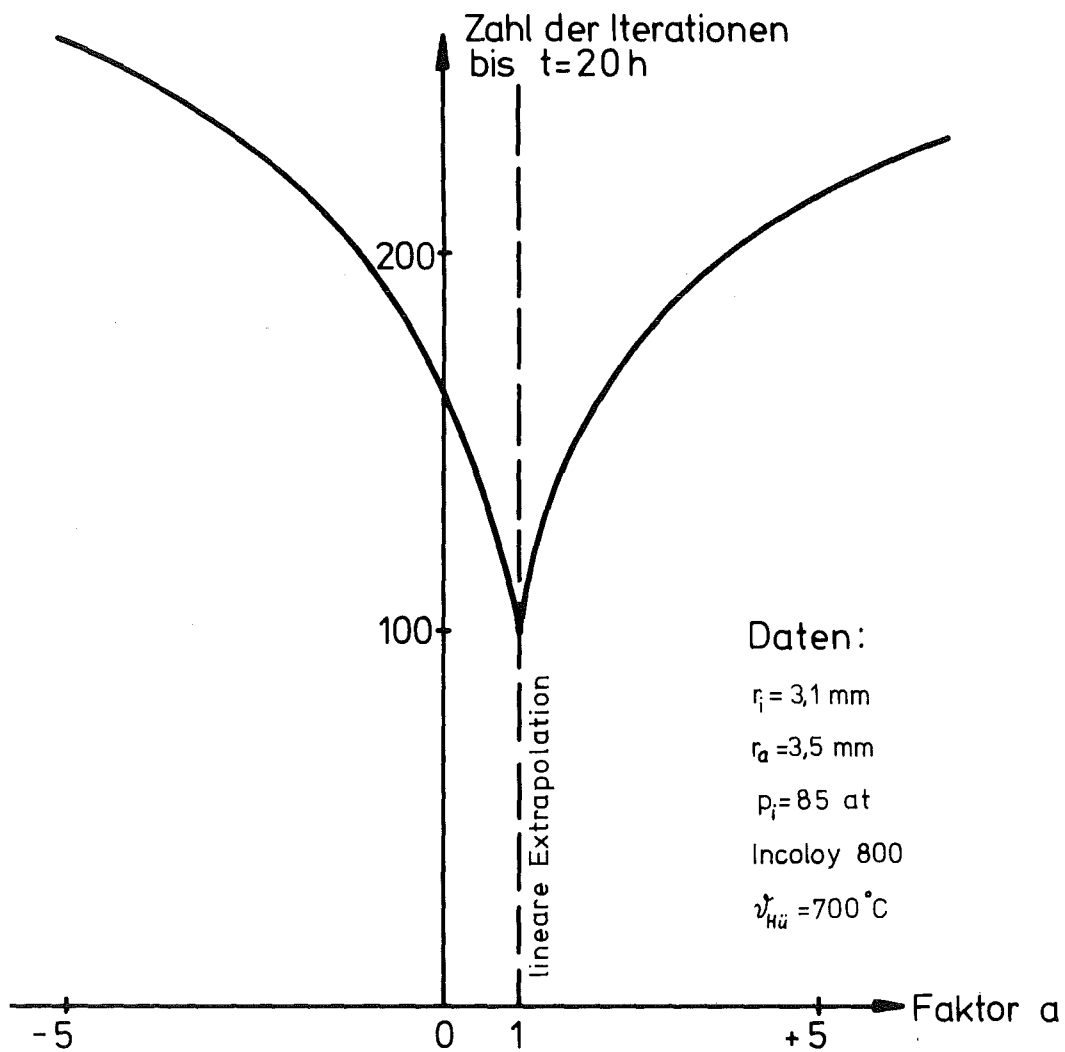
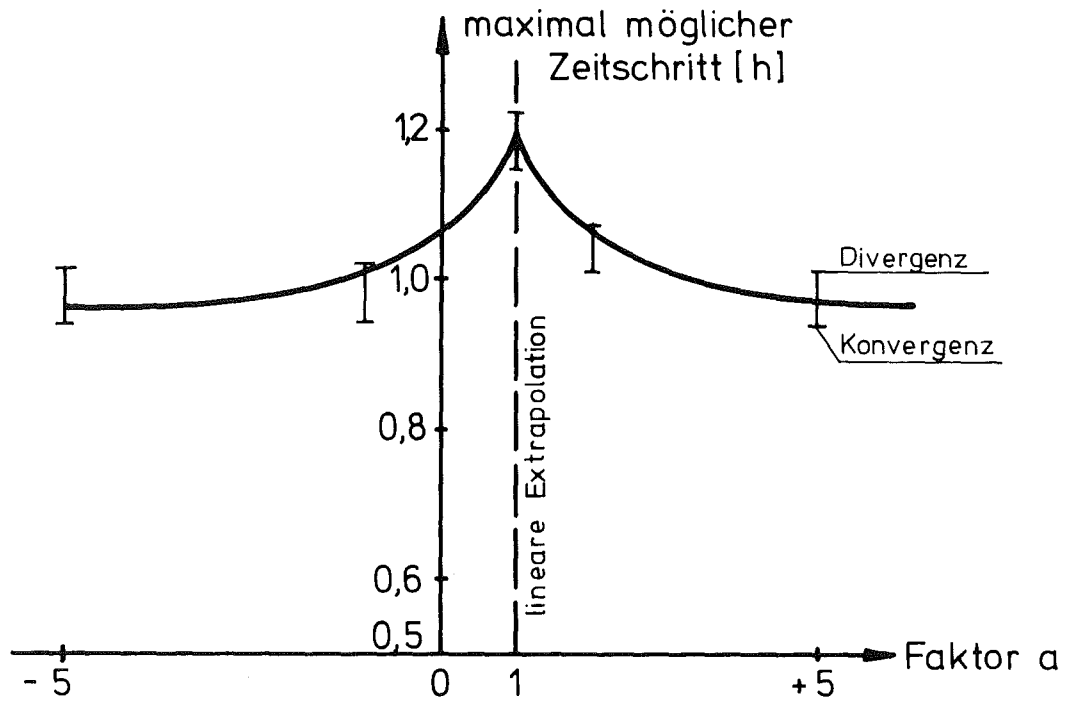


Diagramm 4 : Einfluß der Extrapolation auf die zulässige Maximallänge des Zeitschritts  $\Delta t$  und auf die Gesamtzahl der Iterationen (SPAR-Rechenprogr.)

größten Zeitschritt  $\Delta t$ , der noch zu einer Konvergenz führt, zum anderen eine minimale Zahl der Iterationen. Durch Anpassen von Funktionen an mehrere Werte  $\varepsilon_j^c(t_1)$ ,  $\varepsilon_j^c(t_2), \dots$  mit Hilfe einer Methode kleinster Fehlerquadrate ließen sich zwar grundsätzlich noch bessere Extrapolationen gewinnen, der Aufwand hierfür wäre jedoch zu groß, da diese Anpassungen in jedem Zeitschritt für radiale, axiale und tangentiale Kriechdehnungen eines jeden Raumpunktes durchzuführen wären.

Wegen der Konvergenzschwierigkeiten kann das Zeitintervall  $\Delta t$  nicht beliebig groß gewählt werden. Im SPAR-Rechenprogramm wird es über die empirisch gewonnene Formel

$$\Delta t = \frac{b'}{k \cdot n \cdot E \sigma_{max}^{n-1}} \quad (18)$$

$k, n$  : Nortonparameter

$b'$  : Faktor (1...4)

(Norton'sches Kriechgesetz s.Gl.4)

bestimmt. Dabei stellt der Faktor  $a'$  anschaulich das Verhältnis von Kriechdehnung  $\Delta \varepsilon_j^c \Delta t$  und elastischer Dehnung dar.

Die Möglichkeit des Rechenprogramms SPAR sollen hier im einzelnen nicht aufgezählt werden, da wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, eine Beschreibung aller im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Rechenprogramme an anderer Stelle geplant ist.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß alle während des Reaktorbetriebs auftretenden Belastungen auf die Hülle in beliebiger zeitlicher Folge ebenso berücksichtigt werden wie physikalische Effekte. Dies gilt z.B. für Wandstärke-



schwächungen durch äußere Korrosion oder durch innere chemische Wechselwirkung sowie für Kriech-Schwell- oder plastische Vorgänge. Es soll noch einmal hervorgehoben werden, daß hinsichtlich der Kriechgesetze keine Restriktionen gelten, so daß auch anisotrope Kriechgesetze berücksichtigt werden können, die im Kapitel 3.4.1 entwickelt werden.

### 3.3.2 Theoretische und numerische Lösung für ortsabhängige, anisotrope elastische Konstanten

Zur Lösung der Spannungs- und Dehnungsverteilungen unter Berücksichtigung von ortsabhängigen, anisotropen elastischen Konstanten sowie den für das Hüllrohrverhalten wichtigen Kriech-, Schwell- und plastischen Vorgängen wurde folgender Polynomansatz für die radiale Verschiebung gewählt:

$$u(\tau) = \sum_{i=1}^{m+2} a_i \tau^{(m_1+i-1)} \quad (19)$$

$m$  : Zahl der Stützstellen

$m_1$  : frei wählbarer Exponent

Durch die Wahl dieses Ansatzes wird sichergestellt, daß sowohl die Randbedingungen als auch die Gleichgewichtsbedingungen an jeder Stützstelle  $i$  erfüllt sind. Mit diesem Ansatz erhält man für die Dehnungen:

$$\varepsilon_r(\tau) = \frac{du}{d\tau} = \sum_{i=1}^{m+2} a_i (m_1+i-1) \tau^{(m_1+i-2)} \quad (20a)$$

$$\varepsilon_t(\tau) = \frac{u}{\tau} = \sum_{i=1}^{m+2} a_i \tau^{(m_1+i-2)} \quad (20b)$$

$$\varepsilon_a(\tau) = \text{konst} = a_{m+3} \quad (20c)$$

Die unbekanntenen Koeffizienten  $a_i$  müssen aus Gleichgewichts-, Rand- und Verträglichkeitsbedingungen sowie den Spannungsdehnungsbeziehungen ermittelt werden:

$$\sigma_j(\tau, t) = E_{jl}^{-1}(\tau) \varepsilon_l^*(\tau, t) \quad (21)$$

mit

$$\varepsilon_j^*(\tau, t) = \varepsilon_j(\tau, t) - \left\{ \varepsilon_j^T(\tau, t) + \varepsilon_j^C(\tau, t) + \varepsilon_j^S(\tau, t) + \varepsilon_j^P(\tau, t) \right\} \quad (22)$$

Der allgemeine anisotrope Elastizitätstensor  $E$  weist 36 unabhängige elastische Konstanten auf. Unter gewissen Voraussetzungen ist der Elastizitätstensor symmetrisch, so daß sich die Zahl der elastischen Konstanten von 36 auf 21 reduziert /Leipholz, 59/<sup>(1)</sup>. Diese Zahl ist für praktische Rechnungen viel zu hoch, so daß nur Spezialfälle von geschichteten Anisotropien betrachtet werden können, wie sie in der Abbildung 11 dargestellt sind.

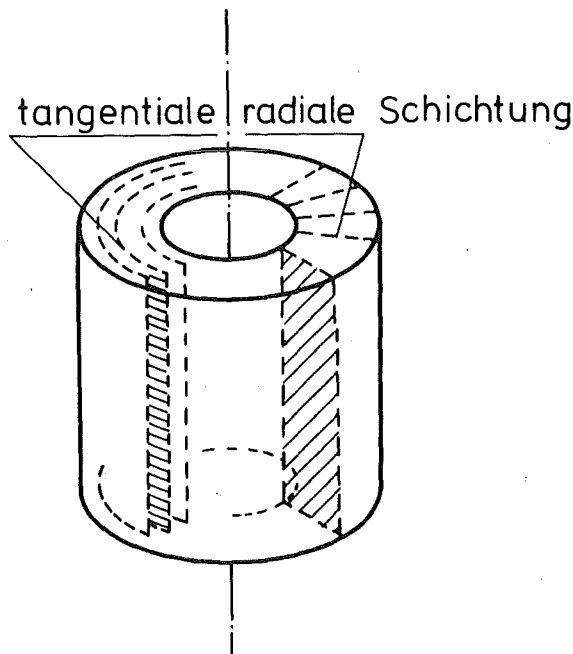


Abb.11: Tangentiale und radiale Schichtung in einem Kreiszyylinderrohr

---

(1) Dies gilt für den allgemeinen Fall eines mehrdimensionalen Spannungs- und Verzerrungszustandes. Für den vorliegenden Fall werden 6 unabhängige elastische Konstanten benötigt.

Für radiale und tangential Schichtung gilt /Zienkiewicz, 60/:

$$E_{jl}^{\text{tan}}(\tau) = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_2(\tau)} & \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} \\ \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{1}{E_1(\tau)} & \frac{-\nu_1(\tau)}{E_1(\tau)} \\ \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{-\nu_1(\tau)}{E_1(\tau)} & \frac{1}{E_1(\tau)} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$E_{jl}^{\text{rad}}(\tau) = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1(\tau)} & \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{-\nu_1(\tau)}{E_1(\tau)} \\ \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{1}{E_2(\tau)} & \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} \\ \frac{-\nu_1(\tau)}{E_1(\tau)} & \frac{-\nu_2(\tau)}{E_2(\tau)} & \frac{1}{E_1(\tau)} \end{pmatrix}$$

analog gilt für die Wärmedehnungen

$$\bar{T}_j^{\text{tan}}(\tau) = \begin{pmatrix} \alpha_2 \vartheta' \\ \alpha_1 \vartheta' \\ \alpha_1 \vartheta' \end{pmatrix} \quad (24a)$$

$$\bar{T}_j^{\text{rad}}(\tau) = \begin{pmatrix} \alpha_1 \vartheta' \\ \alpha_2 \vartheta' \\ \alpha_1 \vartheta' \end{pmatrix} \quad (24b)$$

$\alpha_1, \alpha_2$ : lineare Wärmeausdehnungskoeffizienten  
 $\vartheta'$ : normierte Temperatur

Diese Ausdrücke sowie die übrigen Dehnungsterme werden ebenfalls in Polynome entwickelt:

$$T_j(\tau) = \sum_{\rho_2=1}^{m_2} c_{j,\rho_2} \tau^{(\rho_2-1)} \quad (25)$$

$$\varepsilon_j^c(\tau) + \varepsilon_j^s(\tau) + \varepsilon_j^p(\tau) = \sum_{\rho_3=1}^{m_3} d_{j,\rho_3} \tau^{(\rho_3-1)} \quad (26)$$

Die elastischen Konstanten werden zweckmäßigerweise folgendermaßen entwickelt:

$$f_i(\tau) = \sum_{\rho_1=1}^{m_4} b_{i,\rho_1} \tau^{(\rho_1-1)} \quad (27)$$

mit

$$f_i(\tau) = \begin{pmatrix} (E_{22} E_{33} - E_{23} E_{32}) / D \\ (E_{13} E_{23} - E_{12} E_{33}) / D \\ (E_{12} E_{23} - E_{13} E_{22}) / D \\ (E_{11} E_{33} - E_{13} E_{31}) / D \\ (E_{13} E_{21} - E_{11} E_{23}) / D \\ (E_{13} E_{32} - E_{12} E_{33}) / D \end{pmatrix} \quad (28)$$

D :  $|D_{je}|$

$m_i$  : frei wählbar

Im isotropen Fall reduzieren sich die 6 voneinander unabhängigen Funktionen  $f_i$  wieder auf zwei Funktionen:

$$f_1 = f_4 = f_5 \quad (29a)$$

$$f_2 = f_3 = f_6 \quad (29b)$$

Nach Einsetzen aller Polynome in die Spannungs-Dehnungsbeziehungen (18) erhält man

$$\bar{\sigma}_j = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_2 & f_4 & f_5 \\ f_3 & f_5 & f_6 \end{pmatrix} \varepsilon_j^* = \bar{\sigma}_j(a, b, c, d, r, t) \quad (30)$$

Die Koeffizienten  $b$  und  $c$  können direkt aus Werkstoffdaten und der Temperaturverteilung nach der Methode kleinster Fehlerquadrate angepaßt werden. Die Koeffizienten  $d$  der übrigen Dehnungsterme müssen aus den geschätzten Verteilungen ermittelt und während des Iterationsprozesses wegen der Spannungsabhängigkeit stets neu bestimmt werden. Bis auf die Koeffizienten  $a$  sind damit alle Koeffizienten bekannt:

$$\bar{\sigma}_j = \bar{\sigma}_j(a, r, t + \text{bekannte Größen}) \quad (30')$$

Die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_t - \sigma_r}{r} = 0 \quad (6)$$

muß für alle  $m$  Stützstellen gelten und liefert  $m$  Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten  $a_i$ . Die Randbedingungen (13) liefern die fehlenden 3 Gleichungen, so daß  $m + 3$  Gleichungen zur Bestimmung der Koeffizienten  $a_i$  vor-

liegen. Aus den gewählten Ansätzen ergibt sich, daß dieses Gleichungssystem linear ist:

$$C_{i,k'} a_i = B_i \quad (i, k' = 1 \dots m+3) \quad (31)$$

Die formelmäßige Beschreibung der Gleichungsmatrix  $C$  sowie des Vektors  $B$  bei beliebig wählbaren Exponenten  $m_1$  bis  $m_4$ , die die Genauigkeit der Anpassungen bestimmen, erfolgte durch ein spezielles FORMAC-Programm /61/, das im Anhang 2 in einem Flußdiagramm näher beschrieben ist. Der große Vorteil der FORMAC-Sprache besteht in der Möglichkeit, algebraische Ausdrücke formelmäßig zu behandeln, wobei als Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzierung sowie die Differentiation möglich sind. Neben diesen Grundoperationen stehen Befehle zum Auflösen von Klammerausdrücken, zur Bestimmung eines Koeffizienten sowie zur Substitution von Größen zur Verfügung.

Mit Hilfe des FORMAC-Rechenprogramms wurden die formelmäßigen Ausdruck  $C_{i,k'}$ , sowie  $B_i$  bereits auf Datenkarten gestanzt, die ein Unterprogramm zur Lösung der Gleichungen (30) bilden. Der Aufbau des gesamten Rechenprogramms zur Ermittlung von Spannungs- und Dehnungsbeziehungen erfolgte analog zum SPAR-Rechenprogramm.

#### 3.4 Kriechdehnungen infolge isotroper oder anisotroper Werkstoffeigenschaften

In den bisherigen Betrachtungen wurden die Kriechdehnungen stillschweigend als bekannt vorausgesetzt. Sie wurden in der Beziehung zwischen Dehnung und Spannung (Gl.5) ortsabhängig eingeführt und sollen im folgenden für isotrope und anisotrope Werkstoffeigenschaften formelmäßig beschrieben werden. Dabei zeigt sich am Beispiel von gewalztem Aluminium oder Stahl, daß das Kriechverhalten in sehr viel stärkerem

Ma e als das elastische Verhalten von Anisotropien beeinflusst wird: so können die elastischen Eigenschaften in diesen Materialien entlang oder senkrecht zur Walzrichtung fast gleich sein, die Kriechgeschwindigkeiten sich jedoch um den Faktor 2 - 3 unterscheiden /Rabotnov, 32, S.269ff./.

Neben dieser durch den Walzvorgang bedingten Anisotropie (Walztextur), die sich eventuell durch eine entsprechende Wärmebehandlung beseitigen ließe, gibt es weitere Ursachen für Anisotropien. Genannt seien die Dehnungsverfestigung durch Kriechvorgänge und die Bildung von Texturen während der Einsatzzeit.

Ein sehr typisches Beispiel für Anisotropie des Werkstoffverhaltens ist die Zirkoniumlegierung Zircaloy, die in Leichtwasserreaktoren als Hüllwerkstoff verwendet wird. Neben einer Abhängigkeit der Werkstoffeigenschaften von der Kristallorientierung des hexagonalen Gitters spielen Zirkonhydridausscheidungen, die sich in Form von Nadeln in das Gefüge einlagern und so Ausscheidungstexturen mit Vorzugsorientierung bilden, eine große Rolle. Da freier Wasserstoff während des Reaktorbetriebs durch Korrosionsreaktionen und durch radiolytische Zersetzung des Wassers stets vorhanden ist, also als Quelle zur Verfügung steht, können während der Einsatzzeit Hydride verstärkt in bevorzugten Richtungen ausgeschieden werden, so daß die Anisotropie allmählich vergrößert wird. Dies um so mehr, als eine durch Strahlenschädigung erhöhte Defektkonzentration die Wasserstoffaufnahme begünstigt /62/. Zusätzlich werden auch lokale Aufhydrierungen beobachtet, die sehr häufig den Defekt eines Zircaloy-Hüllrohrs zur Folge haben. Das Diagramm 5, das einer Arbeit von Stehle /63/ entnommen ist, zeigt, wie stark Kriecheigenschaften von Zircaloy 4 (s. Tabelle 2) unterschiedlicher Textur differieren können. Eine tangentiale Kriechdehnung von  $\epsilon_t^c \approx 0,4$  % kann bei tangentialer Hydridorientierung nach wenigen Stunden, bei radialer Orientierung erst nach mehreren hundert Stunden erreicht werden, so daß sowohl bei Spezifikationen von Zircaloy-Hüllrohren

als auch bei der Ermittlung von Spannungs- und Dehnungsverteilungen die Lage der Hydridorientierung stets zu berücksichtigen ist.

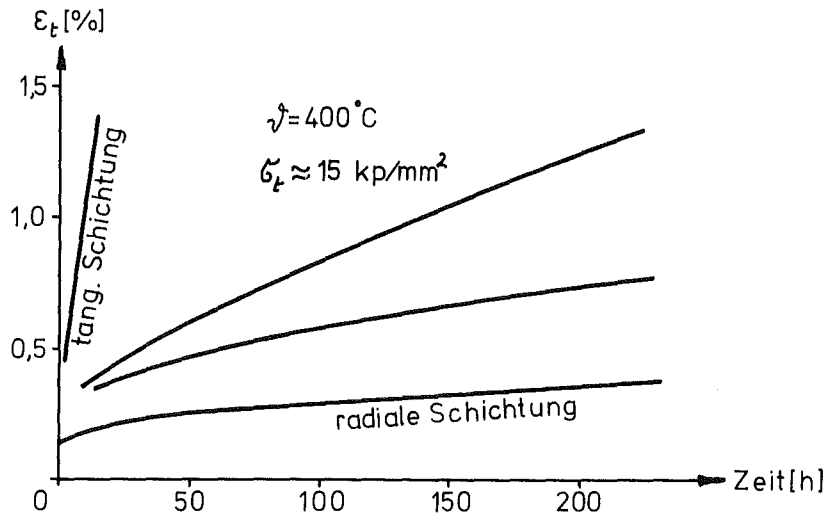


Diagramm 5: Die tangentielle Dehnung  $\epsilon_t$  verschiedener Zircaloy-4 Hüllrohre unter Innendruck (nach Stehle /63/)

### 3.4.1 Theoretische Beschreibung von anisotropem Kriechverhalten

Da isotropes Verhalten stets als Grenzfall von anisotropem Verhalten angesehen werden muß, soll zunächst das anisotrope Kriechverhalten behandelt werden. Trotz der großen Bedeutung der Frage, wie die Kriechverformung einer Zircaloy-Hülle von Leichtwasserreaktoren (DWR, SWR) beschrieben werden kann, findet sich hierzu in der Literatur keine Lösung.

Vorausgesetzt sei die Existenz eines Kriechpotentials  $\phi$  für die Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  (kartesisches Koordinatensystem):

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (32)$$

$i, j = 1, 3$



Analog zur Invariantentheorie von Odqvist /30, S.28ff./ wird angenommen /Rabotnov 32, S.297/, daß das Kriechpotential  $\emptyset$  nur von einer quadratischen Invariante  $S$  abhängt, die aus Komponenten des Spannungstensors  $\sigma_{ij}$  und des Anisotropietensors  $A_{ijkl}$  gebildet wird:

$$S = A_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad (33)$$

Der Anisotropietensor habe folgende Symmetrieeigenschaften:

$$A_{ijkl} = A_{jikl} = A_{ijlk} = A_{klij} \quad (34)$$

Weiterhin sei postuliert, daß beim Kriechen das Volumen konstant bleibe:

$$\dot{\epsilon}_{ii}^c = 0 \quad (35)$$

Damit lautet die Hauptgleichung für einen mehraxialen Spannungszustand unter Berücksichtigung von anisotropem Werkstoffverhalten /Rabotnov, 32; Schroeder und Holicky, 64/

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \phi'(S) \cdot 2 A_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (36)$$

Unter Berücksichtigung der Symmetrieeigenschaften des Anisotropiesensors erhält man ganz analog zum elastischen Fall 21 Anisotropiekoeffizienten, die sich infolge der Bedingung ( $\dot{\epsilon}_{ii}^c = 0$ ) um 6 reduzieren. Man erkennt sofort, daß die Anwendung der Gleichung (3) wegen der großen Zahl der unabhängigen Konstanten nur auf sehr spezielle Probleme möglich ist.

J.Schroeder und M.H.Holicky /64/ gehen davon aus, daß die Hauptachsen der Anisotropie mit den Hauptachsen des Hüllrohres, also der radialen tangentialen und axialen Koordinate zusammenfallen. Durch diese Annahme reduziert sich die Zahl der voneinander unabhängigen Komponenten des Anisotropietensors  $A_{ijkl}$  auf 3, von denen eine willkürlich festgesetzt werden kann. Aus Hauptgleichung schlagen die Autoren folgendes Kriechgesetz vor:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = k \bar{\sigma}_v^{n-1} A_{ijkl} s_{kl} \quad (37)$$

mit

$$\dot{\epsilon}_{ii}^c = 0$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{ii} \delta_{ij} \quad (\text{Spannungsdeviator})$$

Die Größe  $\bar{\sigma}_v$  wird als effektive Vergleichsspannung bezeichnet und ist in folgender Weise definiert:

$$\bar{\sigma}_v = (A_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl})^{\frac{1}{2}} \quad (38)$$

Damit wird die tangentiale und axiale Kriechgeschwindigkeit eines Kreiszyylinderrohres folgendermaßen beschrieben:

$$\dot{\epsilon}_t^c = k \bar{\sigma}_v^{n-1} (a_1 \sigma_t - \frac{a_2}{2} \sigma_a) \quad (39)$$

$$\dot{\epsilon}_a^c = k \bar{\sigma}_v^{n-1} (\sigma_a - \frac{a_2}{2} \sigma_t)$$

$$\bar{\sigma}_v = \sqrt{\sigma_a^2 + a_1 \sigma_t^2 - a_2 \sigma_a \sigma_t} \quad (38')$$

$a_1, a_2$ : Anisotropiefaktoren

Obwohl in den Gleichungen (39) eine ganze Reihe von Spezialisierungen enthalten sind, verletzen sie immer noch die stets zu stellende Forderung nach möglicher Einfachheit der Kriechgesetze. Eine Anpassung der 4 freien Parameter in Gleichung (39) an mehraxiale Kriechversuche ist außerordentlich schwierig. So gelingt es den Autoren in einer weiteren Arbeit /Holicky, Schroeder, 65/ nur nach einer willkürlichen Festsetzung des Parameters  $n$ , gewisse Bereiche für die beiden Anisotropiefaktoren anzugeben. Da der Parameter  $n$  für Zircaloy-Legierungen sehr stark spannungsabhängig ist und die Bereiche für  $a_1$  und  $a_2$  nur sehr grob abgegrenzt werden können, lassen sich mit diesen Ansätzen aus Angaben zur Textur noch keine Rückschlüsse auf das mehraxiale Kriechverhalten eines Zircaloy-Hüllrohrs ziehen. Für den praktischen Fall heißt das, daß die Gleichungen (39) nicht angewendet werden können.

Die folgenden Überlegungen, die diese Schwierigkeiten beseitigen, führen zu einer Beschreibung, wie sie zum Teil bereits Rabotnov /32/ vorgeschlagen hat. Gegeben sei ein Ausschnitt aus einem rotationssymmetrischen Rohr, in dem sowohl radial als auch tangential geschichtete Texturen vorliegen. Betrachtet man eine Drehung des Koordinatensystems um die axiale Richtung, dann bleiben die axiale Spannung und die Invarianten des ebenen Spannungstensors konstant. Die quadratische Invariante  $S$  muß damit zwangsläufig folgende Form haben:

$$S = A_1 \sigma_a^2 + A_2 \sigma_a (\sigma_r + \sigma_t) + A_3 (\sigma_r + \sigma_t)^2 + A_4 \sigma_r \sigma_t \quad (40)$$

$A_i$ : Anisotropiefaktoren

Aus der Gleichung (36) erhält man mit der Bedingung der Volumenkonstanz (35) zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 &= 0 \\ 4A_3 + A_4 + A_2 &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

Normiert man die Invariante  $S$  so, daß sie im Fall der reinen axialen Belastung mit der quadratischen Invariante des Spannungsdeviators  $S_{ij}$  im isotropen Material übereinstimmt, dann wird

$$A_1 = \frac{2}{3} \quad (42)$$

Setzt man

$$A_3 = \frac{2-\alpha}{3} \quad (43)$$

dann erhält man für die Kriechdehnungen  $\dot{\epsilon}_j^c$  :

$$\dot{\epsilon}_r^c = \frac{2}{3} \phi'(S) \{ (2-\alpha) \sigma_r + (\alpha-1) \sigma_t - \sigma_a \} \quad (44a)$$

$$\dot{\epsilon}_t^c = \frac{2}{3} \phi'(S) \{ (\alpha-1) \sigma_r + (2-\alpha) \sigma_t - \sigma_a \} \quad (44b)$$

$$\dot{\epsilon}_a^c = \frac{2}{3} \phi'(S) \{ -\sigma_r \quad -\sigma_t \quad +2\sigma_a \} \quad (44c)$$

mit

$$S = \sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_a^2 - \frac{\alpha}{3} (\sigma_r - \sigma_t)^2 - \frac{1}{3} (\sigma_r + \sigma_a + \sigma_t)^2 \quad (45)$$

Entsprechend der Normierung der Gleichung (42) wird das Potential  $\phi$  aus der Forderung bestimmt, daß bei reiner axialer Belastung die Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_a^c$  mit einem einaxialen Kriechgesetz identisch werden muß. Für das Norton'sche Kriechgesetz erhält man:

$$\phi'(s) = \frac{3}{4} k \left( \frac{3}{2} s \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (46)$$

Für  $\alpha = 0$  stellen die Gleichungen (44) und (46) den isotropen Fall dar und sind mit der Invariantentheorie von Odqvist /30, S.28ff./ identisch.

Der isotrope Fall läßt sich auch von einem anderen Ausgangspunkt aus herleiten. Es sei angenommen, daß sich der 3-axiale Spannungszustand durch einen einaxialen Vergleichsspannungszustand repräsentieren läßt. Dann gilt für die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c$  im Fall des Norton'schen Kriechgesetzes

$$\epsilon_v^c = k \sigma_v^n t \quad (47)$$

Nimmt man an, daß die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  durch die Mises'sche Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_t - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_a)^2 + (\sigma_t - \sigma_a)^2} \quad (48)$$

gegeben ist, dann läßt sich mit Hilfe der Söderberg'schen Beziehung

$$\dot{\epsilon}_r^c = \frac{\dot{\epsilon}_v^c}{\sigma_v} \left\{ \sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_t + \sigma_a) \right\} \quad (49a)$$

$$\dot{\epsilon}_t^c = \frac{\dot{\epsilon}_v^c}{\sigma_v} \left\{ \sigma_t - \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_a) \right\} \quad (49b)$$

$$\dot{\epsilon}_a^c = \frac{\dot{\epsilon}_v^c}{\sigma_v} \left\{ \sigma_a - \frac{1}{2} (\sigma_t + \sigma_r) \right\} \quad (49c)$$

wiederum der isotope Fall herleiten. Die Gleichungen (46) stellen damit auf der Grundlage einer Vergleichsspannung vom Mises'schen Typ eine Erweiterung auf einen anisotropen Fall dar. Ihre Verwendbarkeit wird im nächsten Kapitel bewiesen.

### 3.5 Ergebnisse zur Rotationssymmetrie

Am Spezialfall der Rotationssymmetrie, der durch die bisher beschriebenen Methoden erfaßt wird, können eine Reihe von prinzipiellen Untersuchungen zum Brennstabverhalten durchgeführt werden, von denen in dieser Arbeit folgende Probleme behandelt werden:

1. Spannungsabbau bzw. Spannungsumlagerung infolge von Kriechvorgängen
2. Dehnungsermüdung durch thermische Wechselbeanspruchung
3. Auswirkung von Reaktionszonen infolge chemischer Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff
4. Einfluß der Ortsabhängigkeit der elastischen Konstanten
5. Einfluß der Anisotropie der Werkstoffeigenschaften.

Zuvor sei jedoch eine prinzipielle Bemerkung zur Darstellung dieser Ergebnisse gemacht. Stellt man alle Einflußgrößen zusammen, die sich aus der Geometrie, der Belastung, der Temperaturverteilung, des Korrosionsabtrags, der Werkstoffeigenschaften (insbesondere der Vielzahl der möglichen Kriechgesetze) sowie Art und Länge der Zyklendauer ergeben, dann erhält man eine so hohe Zahl von freien Parametern, daß allgemeine Darstellungen (z.B. in Form von Nomogrammen) nicht möglich sind. Untersuchungen am Brennstab haben also stets exemplarischen Charakter. Gleichwohl sind sie für einen bestimmten Brennstabtyp, für den Geometrie und Werkstoff in der Regel weitgehend festliegen, doch in gewissem Sinn allgemeingültig.

### 3.5.1 Spannungsabbau und Spannungsumlagerung infolge von Kriechvorgängen

Das erste Phänomen, das mit dem SPAR-Rechenprogramm untersucht wurde, ist der Spannungsabbau bzw. die Spannungsumlagerung infolge von Kriechvorgängen. Den verschiedenen Umlagerungsprozessen ist gemeinsam, daß sich nach endlicher Zeit praktisch eine Gleichgewichtsverteilung der Spannung einstellt. Die Zeit bis zur Erreichung dieses Gleichgewichts wird vom Kriechgesetz und der Art der Belastung bestimmt. Beispiele hierzu sind im Kapitel 3.5.4 und 4.3.4 dargestellt.

### 3.5.2 Dehnungsermüdung durch thermische Wechselbeanspruchung

Kriechdehnungen können bei der thermischen Wechselbeanspruchung eines Lastfolgebetriebs zu Werkstoffschädigungen führen. Dieses Problem der Dehnungsermüdung wurde gemeinsam mit Schnabel /66/ (Studienarbeit) mit Hilfe einer Beziehung von Coffin /67/ und Manson /68/ untersucht. Die Autoren Coffin und Manson geben folgenden Zusammenhang zwischen der Bruchzyklenzahl und der in einem Zyklus bleibenden Dehnung  $\Delta \epsilon_{\text{zykl}}^{bl}$  an:

$$N_B^{n'} \Delta \epsilon_{\text{zykl}}^{bl} = C \quad (50)$$

$n'$ ,  $C$ : von Temperatur und Material abhängige Konstanten.

In der gemeinsamen Untersuchung mit Schnabel konnte gezeigt werden, daß die Bruchzyklenzahl unter realistischen Betriebsbedingungen höher als die Betriebszyklenzahl ist, so daß keine Schädigung der Hülle durch Dehnungsermüdung zu erwarten ist. Diese Aussage stimmt mit experimentellen Untersuchungen von Aßmann und Steinberg /69/ überein, gilt allerdings nur für kreisrunde Rohre, die keine Falten aufweisen.

### 3.5.3 Auswirkungen von Reaktionszonen infolge chemischer Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff

Die Auswirkungen von Reaktionszonen infolge chemischer Wechselwirkung zwischen Hülle und Brennstoff stellen für den SNR-Brennstab deshalb ein gravierendes Problem dar, weil die Belastungen der Hülle durch Innendruck sowie durch den Festkörperdruck, der von Schwellvorgängen im Brennstoff herührt, gerade dann am größten ist, wenn die Hülle an Innen- und Außenseite geschwächt ist, nämlich am Ende der Einsatzzeit. Da die chemische Wechselwirkung in quantitativer Hinsicht noch nicht vollständig geklärt ist, wurden für diese Untersuchung zwei Annahmen gemacht:

1. Verträglichkeitsphänomene werden durch eine fiktive Schwächung der Hülle von innen erfaßt.  
Diese Annahme erschien vernünftig, weil nicht angenommen werden kann, daß die Reaktionsschicht ständig mit der Hülle verbunden bleibt. Vermutlich lösen sich bei zyklischem Betrieb einzelne Reaktionsschichten ab.
2. Eine mechanische Wechselwirkung resultiert allein aus einem linear ansteigenden Innendruck. Dabei kann angenommen werden, daß der Schwelldruck durch einen fiktiven Innendruck erfaßt wird, während Reibungsdruck vernachlässigt wird.

Die Parameter der durchgeführten Rechnungen können der Tabelle 3 entnommen werden, die Auswahl der Kriechparameter im bestrahlten Zustand (Norton'sches Kriechgesetz) erfolgte nach einer Arbeit von Cloß und Laue /70/ sowie einer weiteren Arbeit von Laue, Cloß, Guyette /71/. Um ihren Einfluß abschätzen zu können, wurde der n-Wert um  $\pm 10\%$ , der k-Wert um den Faktor 0,1 bzw. 10 variiert. Der im Diagramm 6 eingezeichnete Fehlerbalken bezieht sich auf diese angenommene Unsicherheit.



Wie erwartet, ist der Einfluß der inneren "Korrosion" wegen des extrem nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Kriechgeschwindigkeit und Spannung sehr hoch. Zum besseren Verständnis der folgenden Diagramme sei in der Abb.12 noch einmal graphisch angegeben, wie sich Belastung und Wandstärke nach der Annahme 1 und 2 mit der Zeit ändern.

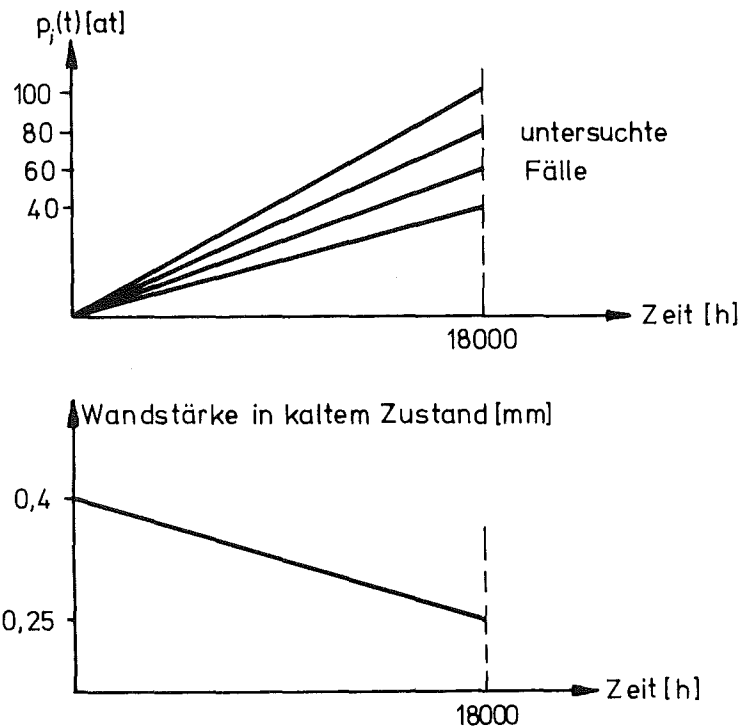


Abb.12: Für die Untersuchung der inneren "Korrosion" angenommene Abhängigkeit des Innendrucks  $p_i$  und der Wandstärke von der Zeit

Im Diagramm 6 ist die prozentuale radiale Verschiebung, bezogen auf den Radius, im Fall von innerer "Korrosion" dem Fall der konstanten Wandstärke gegenübergestellt. Dabei ist die Aufweitung zur Zeit  $t = 0$  überwiegend auf thermische Dehnung zurückzuführen. Die 2 Kurven für 100 at seien herausgegriffen: während ohne Wandstärkenverminderung nach 18 000 h der heiße Außenradius infolge Kriechvorgängen um ca.  $3\mu\text{m}$  zugenommen hat, wird der gleiche Effekt unter Berücksichtigung von innerer Korrosion bereits nach ca. 13 500 h erreicht. Nach 18 000 h erhält man für diesen Fall eine Aufweitung durch Kriechvorgänge von  $32\mu\text{m}$  oder die im Diagramm 6 dargestellte Vergrößerung der prozentualen radialen Verschiebung von ca. 1,3 % auf 2,2 %.

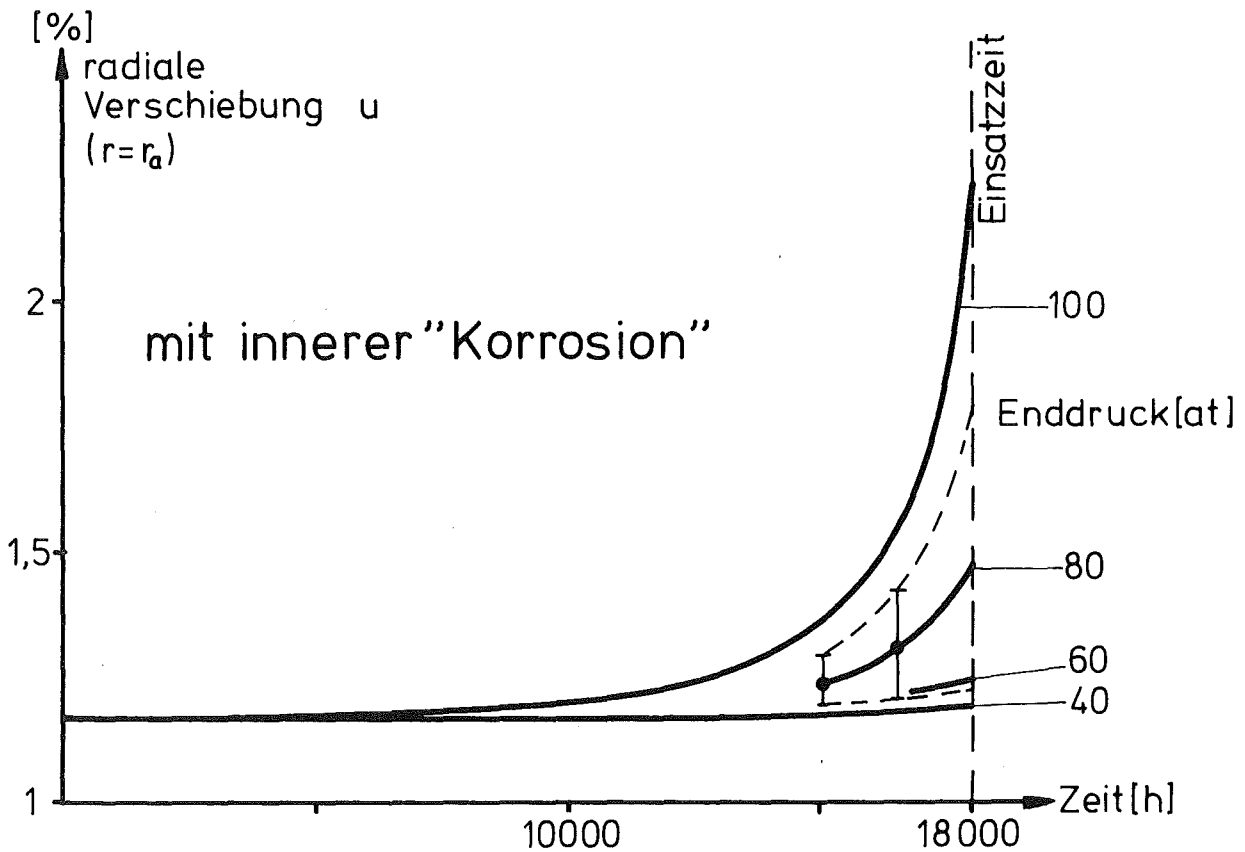
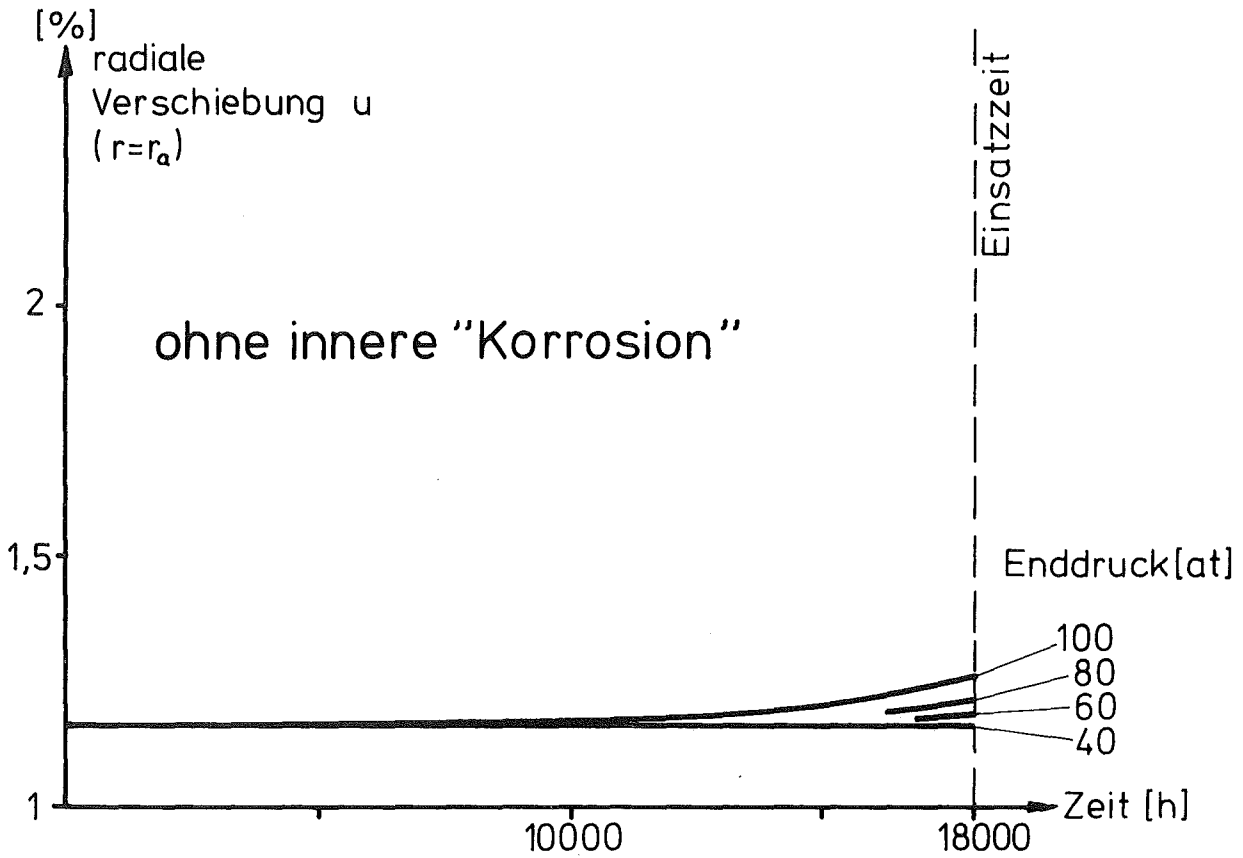


Diagramm 6: Einfluß der inneren "Korrosion" auf die prozentuale radiale Verschiebung. Die Fehlerbalken an der Kurve für 80 at beziehen sich auf die im Text angegebenen Unsicherheiten der Kriechparameter (SPAR-Rechenprogramm, verwendete Daten siehe Tabelle 3).

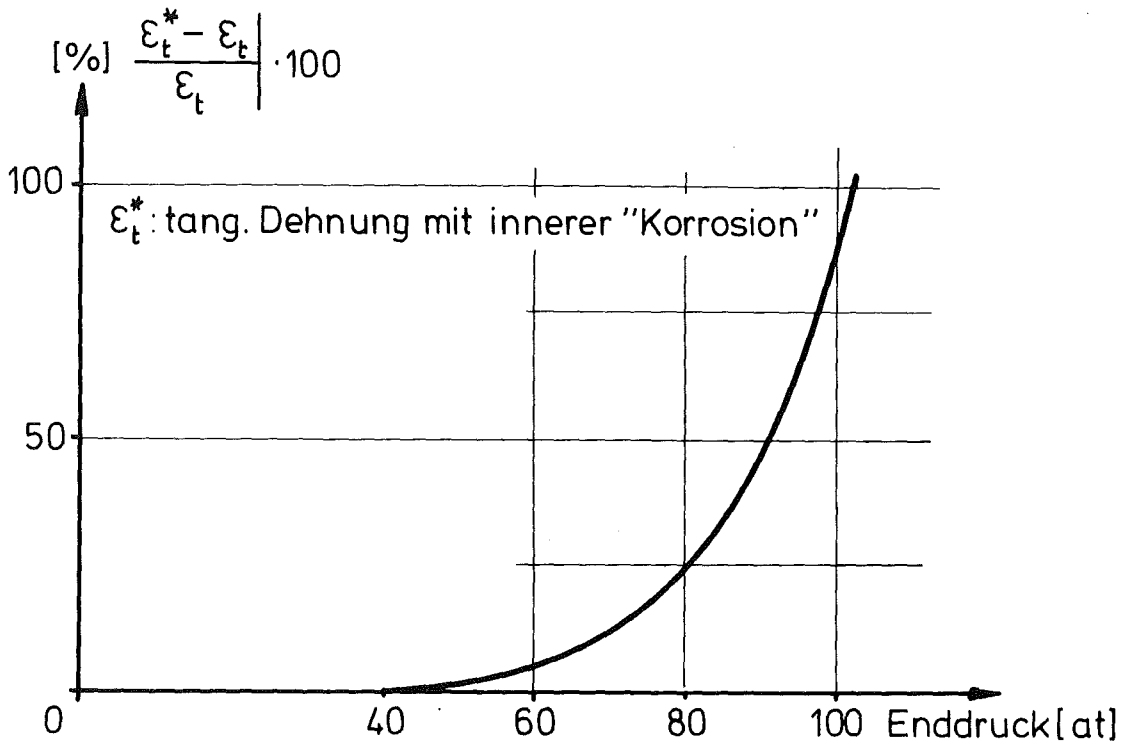


Diagramm 7: Einfluß der inneren "Korrosion" auf die tangentielle Dehnung  $\epsilon_t$  bei der Einsatzzeit  $t = 18.000$  h (SPAR-Rechenprogramm, verwendete Daten siehe Tabelle 3)

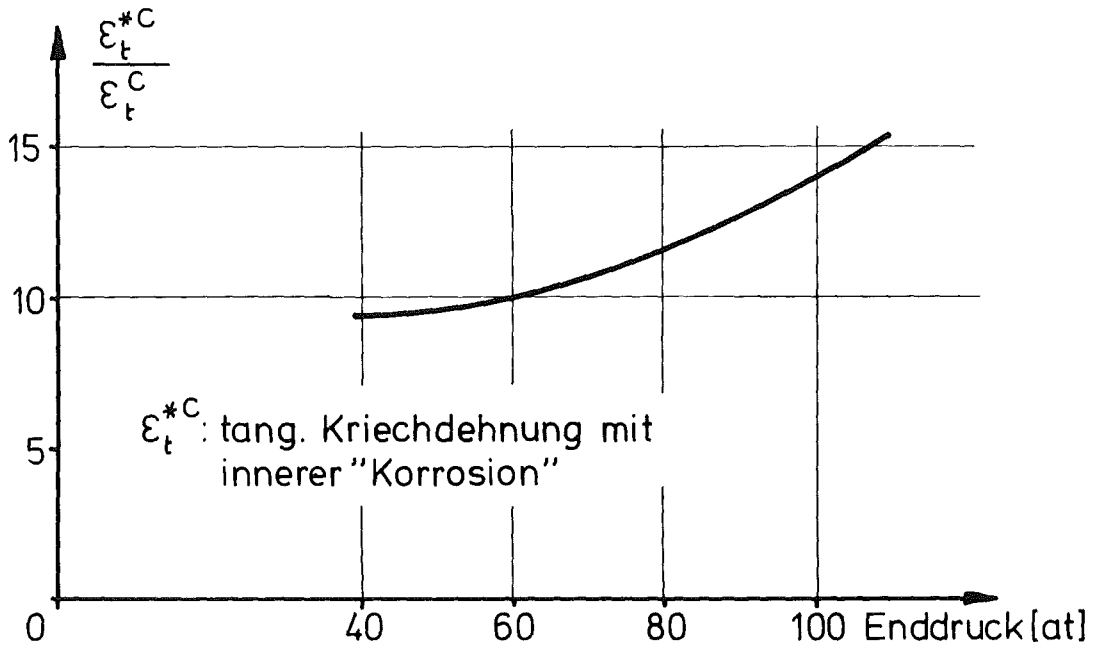


Diagramm 8: Einfluß der inneren "Korrosion" auf die tangentielle Kriechdehnung  $\epsilon_t^c$  bei der Einsatzzeit  $t = 18.000$  h (SPAR-Rechenprogramm, verwendete Daten siehe Tabelle 3)

Im Diagramm 7 sind die Verformungen am Ende der Einsatzzeit dargestellt. Man erkennt, daß der Einfluß der inneren "Korrosion" auf die Gesamtdehnung erst ab ca. 60 at ins Gewicht fällt, eine Tatsache, die mit der nichtlinearen Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Spannung zusammenhängt.

Im Diagramm 8 ist das Verhältnis der Kriechdehnungen von geschwächter zu ungeschwächter Hülle am Ende der Einsatzzeit aufgetragen. Man erkennt eine Erhöhung der Kriechdehnung um eine Größenordnung. Berücksichtigt man die durch Strahlenschäden bedingte starke Abnahme der Duktilität austenitischer Stähle am Ende der Einsatzzeit, dann kann diese Erhöhung der Kriechdehnung zum Bruch führen, so daß das Problem der chemischen Wechselwirkung für SNR-Stäbe durchaus standzeitbestimmend ist.

Abschließend soll noch einmal betont werden, daß für diese Untersuchung des bisher noch nicht behandelten Problems repräsentative Daten des natriumgekühlten schnellen Brutreaktors verwendet wurde. Den Ergebnissen muß also allgemeine Bedeutung zugesprochen werden.

#### 3.5.4 Einfluß der Ortsabhängigkeit der elastischen Konstanten

Der Einfluß der Ortsabhängigkeit der elastischen Konstanten wurde an einem Incoloy-Hüllrohr (siehe Anhang 1) überprüft. Diesen Betrachtungen wurde eine realistische Hüllrohrgeometrie mit einer mittleren Temperatur von 700°C und einem konstanten Innendruck von 85 at zugrunde gelegt. Als Kriechgesetz wurde das Norton-Gesetz mit konstanten Parametern

$$n = 7,1$$

$$k = 0,25 \cdot 10^{-9}$$

gewählt. Da die elastischen Konstanten temperaturabhängig sind, wurden die mittleren Werte

$$\begin{aligned}\bar{E} (700^{\circ}\text{C}) &= 15\,000 \text{ kp/mm}^2 \\ \bar{\nu} (700^{\circ}\text{C}) &= 0,382\end{aligned}$$

jeweils um  $\pm 10\%$  variiert, eine Annahme, die über der vom Temperaturgradienten  $\Delta T_{rad}$  her zu erwartenden Differenz liegt. Schon eine ortsunabhängige Rechnung mit den jeweils ungünstigsten Fällen zeigt, daß die Unterschiede in den elastischen Anfangsdehnungen so gering sind, daß keine merkbare Beeinflussung der Geometrie und damit der Kriechaufweitung erfolgt.

Die Rechnung mit ortsabhängigen elastischen Konstanten nach der im Kapitel 3.3.2 entwickelten Theorie, die auf Polynomapproximationen basiert und eine Näherungslösung darstellt, bestätigte diese Aussage. Im Diagramm 9 ist die Verteilung der tangentialen Spannung zur Zeit  $t = 0$  für verschiedene Ortsabhängigkeiten der elastischen Konstanten (siehe unteres Bild) dargestellt. Es ergaben sich maximale Unterschiede von ca.  $5\%$ . Der Spezialfall ortsunabhängiger elastischer Konstanten, der in der Näherungslösung enthalten ist, führte zur gleichen Spannungsverteilung wie die exakte Lösung (SPAR-Rechenprogramm).

Bei der Untersuchung der Kriechaufweitung ergeben sich jedoch nach beiden Theorien Unterschiede (Diagramm 10), die im wesentlichen darauf zurückzuführen sind, daß die Kriechdehnungen nur durch eine kubische Approximation angenähert wurden. Der dadurch entstehende Fehler addiert sich in jedem Zeitschritt, so daß eine zunehmende Diskrepanz mit wachsender Aufweitung festzustellen ist. Die Diskrepanz ist jedoch in Relation zu den stets vorhandenen Unsicherheiten der Kriechparameter  $n$  und  $k$  zu sehen, wobei der Kriechexponent in den seltensten Fällen auf  $\pm 10\%$  genau bekannt ist. Eine derartige Unsicherheit des Resultats ist

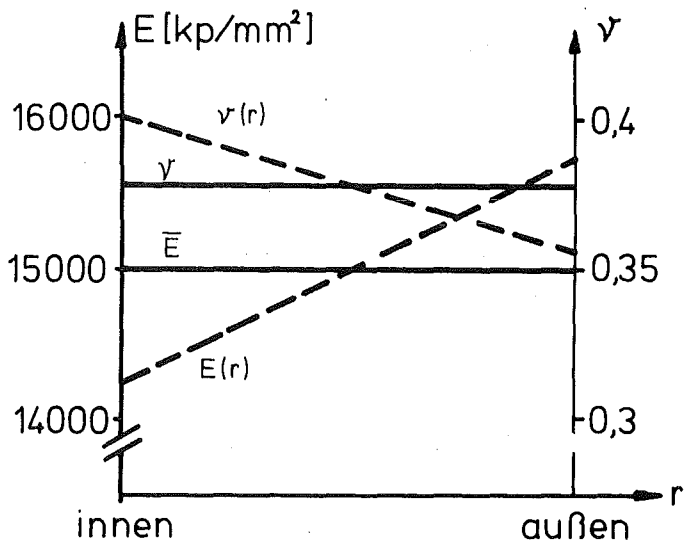
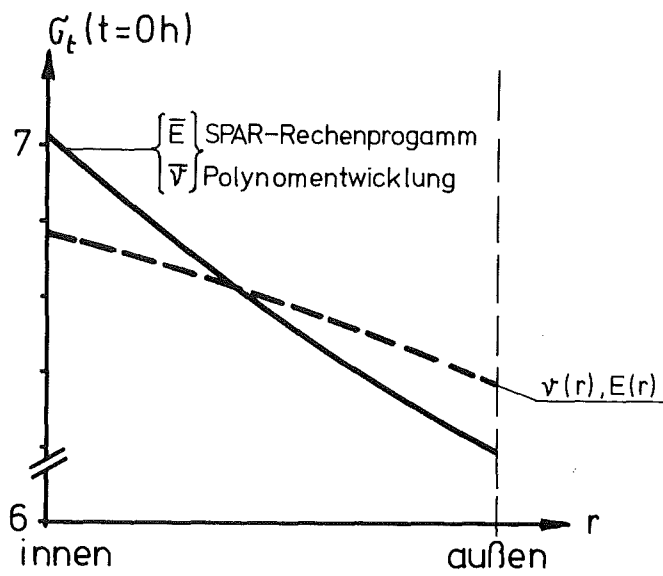
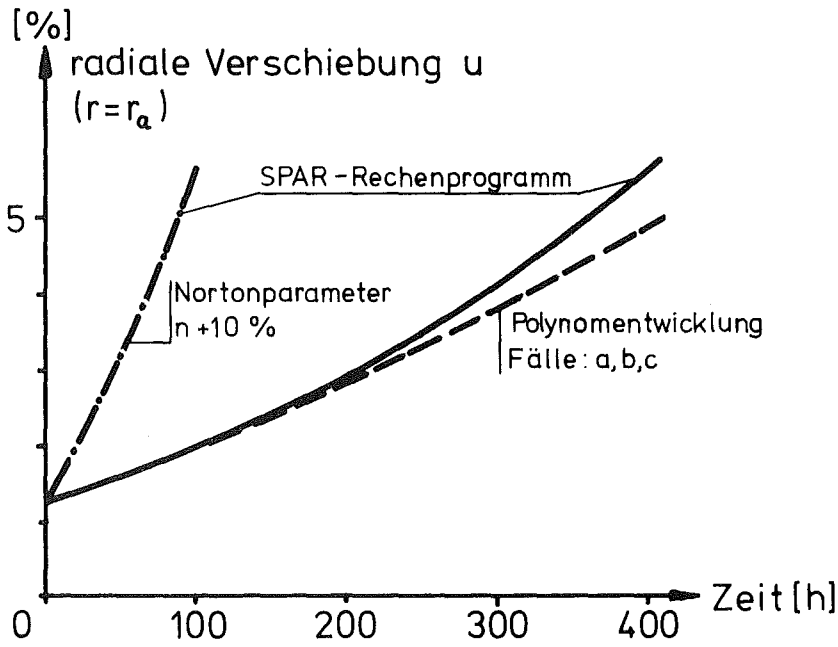
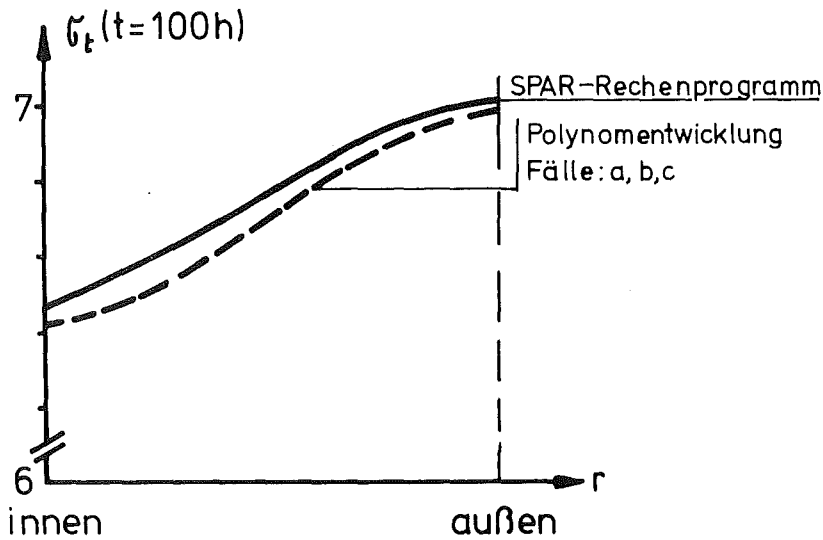


Diagramm 9 : Verteilung der tangentialen Spannung  $\sigma_t$  für konstante und ortsabhängige elastische Konstanten (oberes Bild). Die Ortsabhängigkeit der elastischen Konstanten ist im unteren Bild dargestellt.



Fall:  
 a:  $\bar{E}, \bar{\nu}$   
 b:  $E(r), \nu(r)$  } isotrop  
 c: anisotrop, siehe Text

Diagramm 10 : Radiale Verschiebung  $u$  infolge von isotropen Kriechgesetzen (verschiedene Fälle)



Fall:  
 a:  $\bar{E}, \bar{\nu}$   
 b:  $E(r), \nu(r)$  } isotrop  
 c: anisotrop, siehe Text

Diagramm 11 : Verteilung der tangentialen Spannung  $\sigma_t$  nach 100 h (verschiedene Fälle)

strichpunktiert in das Diagramm 10 eingezeichnet. Man erkennt, daß diese Abweichung gegenüber den Diskrepanzen beider Theorien bei weitem überwiegt. Dies war auch der Grund, daß eine kubische Approximation der Kriechdehnungen für ausreichend angesehen wurde.

Es stellte sich nun die Frage, ob die Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit von  $E$  und  $\nu$ , die zu einer anderen elastischen Spannungsverteilung ( $t = 0$ ) führt, auch eine unterschiedliche Kriechaufweitung zur Folge hat. Das Ergebnis war, daß die Kriechaufweitung innerhalb der Zeichengenauigkeit mit der Näherungslösung für ortsunabhängige Konstanten  $\bar{E}$  und  $\bar{\nu}$  zusammenfällt. Die gleiche Aussage gilt für radial und tangential geschichtete Anisotropien mit Unterschieden der elastischen Konstanten in verschiedenen Richtungen von ebenfalls  $\pm 10\%$ . Der Grund hierfür ist in der Spannungsumlagerung zu suchen. Für alle betrachteten Fälle stellt sich bereits nach einigen Stunden eine Gleichgewichtsverteilung der Spannung ein, die ausschließlich vom Kriechen und nicht von den elastischen Eigenschaften bestimmt wird. Im Diagramm 11 ist diese Gleichgewichtsverteilung der Spannung für mehrere Fälle dargestellt ( $t = 100$  h). Zu dieser Zeit unterscheiden sich die Aufweitungen nach den beiden Theorien bereits geringfügig, so daß die Verteilung der tangentialen Spannung nach der exakten Theorie wegen des konstanten Innendrucks im Mittel um ca.  $1\%$  höher liegt. Berücksichtigt man jedoch, daß der Nullpunkt der Ordinate unterdrückt wurde, dann ist die Übereinstimmung beider Theorien sehr befriedigend.

Diese Untersuchung führt zu dem sehr wichtigen Resultat, daß das Hüllrohrverhalten ausreichend gut durch mittlere elastische Konstanten beschrieben wird, auch wenn diese Konstanten im allgemeinen Fall ortsabhängig und anisotrop sind. Dieses Ergebnis ist deshalb von Interesse, weil die exakte



Lösung ( $\bar{E}$ ,  $\bar{\nu}$ ) nach dem SPAR-Rechenprogramm eine um den Faktor 5 - 10 kürzere Rechenzeit aufweist, als die Näherungslösung, die allerdings auch die Ortsabhängigkeit  $E(r)$  und  $\nu(r)$  berücksichtigen kann.

### 3.5.5 Einfluß der Anisotropie des Kriechens

Durch die Untersuchungen des vorangegangenen Kapitels ist bewiesen, daß die Unterschiede der Aufweitungen von Zirca-loy-Hüllrohren zwischen tangentialer und radialer Schichtung im Diagramm 5 ausschließlich auf die Anisotropie des Kriechens zurückzuführen sind.

An diesen Messungen von Stehle /63/ soll nun die Theorie des anisotropen Kriechens aus Kapitel 3.4 überprüft werden. Dies ist für zwei Prüflinge möglich, für die neben der tangentialen Dehnung  $\dot{\epsilon}_t$  auch ein experimentell ermittelter Anisotropiefaktor  $a$  angegeben wurde. Über den Zusammenhang zwischen Hydridentorientierung und dem experimentell ermittelten Faktor  $a$  haben bereits Cheliotis und andere /72/ berichtet. Dabei ist der Faktor  $a$  durch folgende Gleichung definiert /Stehle, 63/:

$$\frac{\left[ \frac{\dot{\epsilon}_t}{\sigma_t^n} \right] \begin{matrix} \text{mehraxialer} \\ \text{Spannungs-} \\ \text{zustand im} \\ \text{Hüllrohr} \end{matrix}}{\left[ \frac{\dot{\epsilon}_a}{\sigma_a^n} \right] \begin{matrix} \text{einaxiale} \\ \text{Belastung} \end{matrix}} = a \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1} \quad (51)$$

Der Faktor  $\left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1}$  gilt streng genommen nur für den zweiaxialen Spannungszustand, d.h. für  $\sigma_r = 0$ . Stellt man mit Hilfe der Gleichungen (44), die das anisotrope Kriechen beschreiben, das gleiche Verhältnis wie in Gleichung (51)

auf, dann erhält man unter Verwendung des Potentials nach Gleichung (46) den Zusammenhang zwischen dem theoretischen Anisotropiefaktor  $\alpha$  und dem experimentell ermittelten Faktor  $a$ :

$$\alpha \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{n+1} = \left( \frac{\sqrt{3-2\alpha}}{2} \right)^{n+1} \quad (52)$$

Den isotropen Fall erhält man für  $a = 1$  bzw.  $\alpha = 0$ . Bei der Auswertung der Messungen ist zwischen primärem Kriechbereich (Bereich I) und sekundärem Kriechbereich (II) zu unterscheiden, da Zircaloy einen ausgeprägten Primärbereich aufweist. Stehle /63/ schlägt folgendes Kriechgesetz vor:

$$\lg \dot{\epsilon}_t^c = k_1 (\epsilon_t - \epsilon_t^{(i)})^{-k_2} - k_3 \quad (53)$$

$\epsilon_t^{(i)}$  : tangentielle Anfangsdehnung

Leider sind die Parameter  $k_1$  nicht angegeben, so daß die Experimente nur für die beiden Extremfälle des ausschließlichen Primärkriechens und des ausschließlichen Sekundärkriechens nachgerechnet werden können. Geometrie, Belastung und Kriechparameter sind in den folgenden Diagrammen angegeben. Dabei wurde als Kriechgesetz des primären Bereichs folgender Ansatz gewählt:

$$\dot{\epsilon}_v^c = \beta \cdot t^{\frac{1}{3}} \quad (54)$$

Die Funktion  $\phi'(S)$  wird damit

$$\phi'_{\text{primär}}(S) = \frac{\beta \cdot t^{-\frac{2}{3}}}{4} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{S}} \quad (55)$$

Die Diagramme 12 und 13 zeigen die Abhängigkeit der tangentialen Dehnung  $\epsilon_t$  in der Rohrmitte (mittlere Faser)

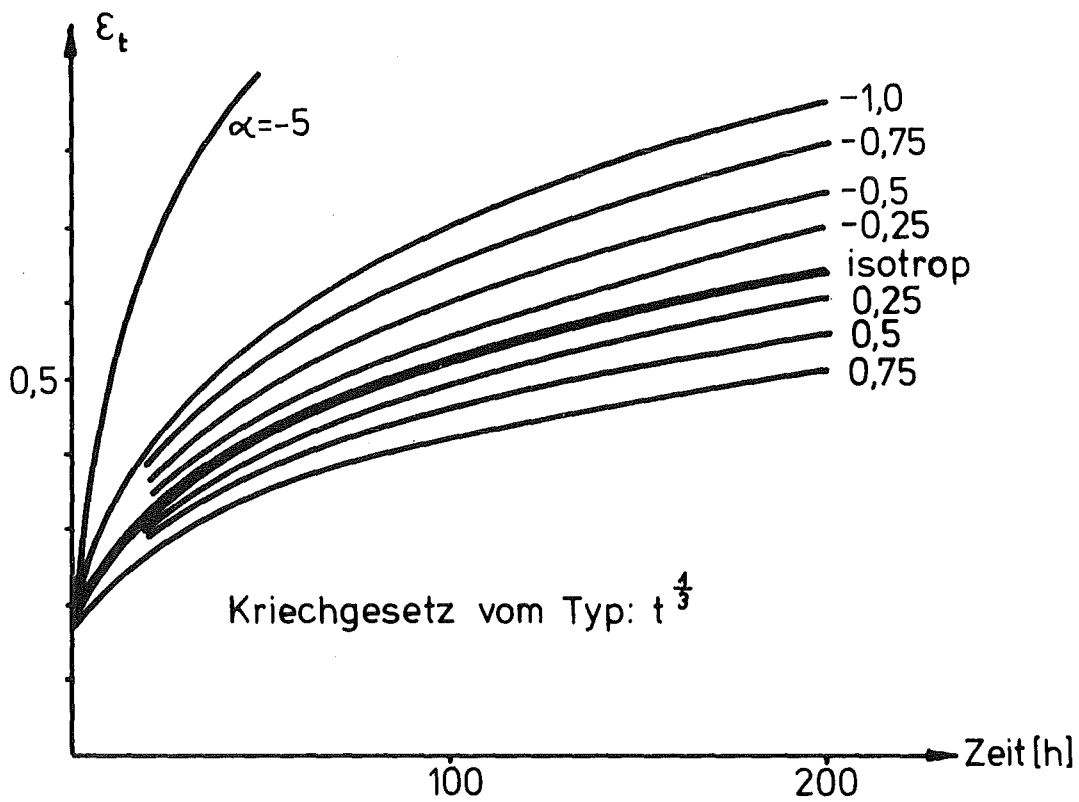
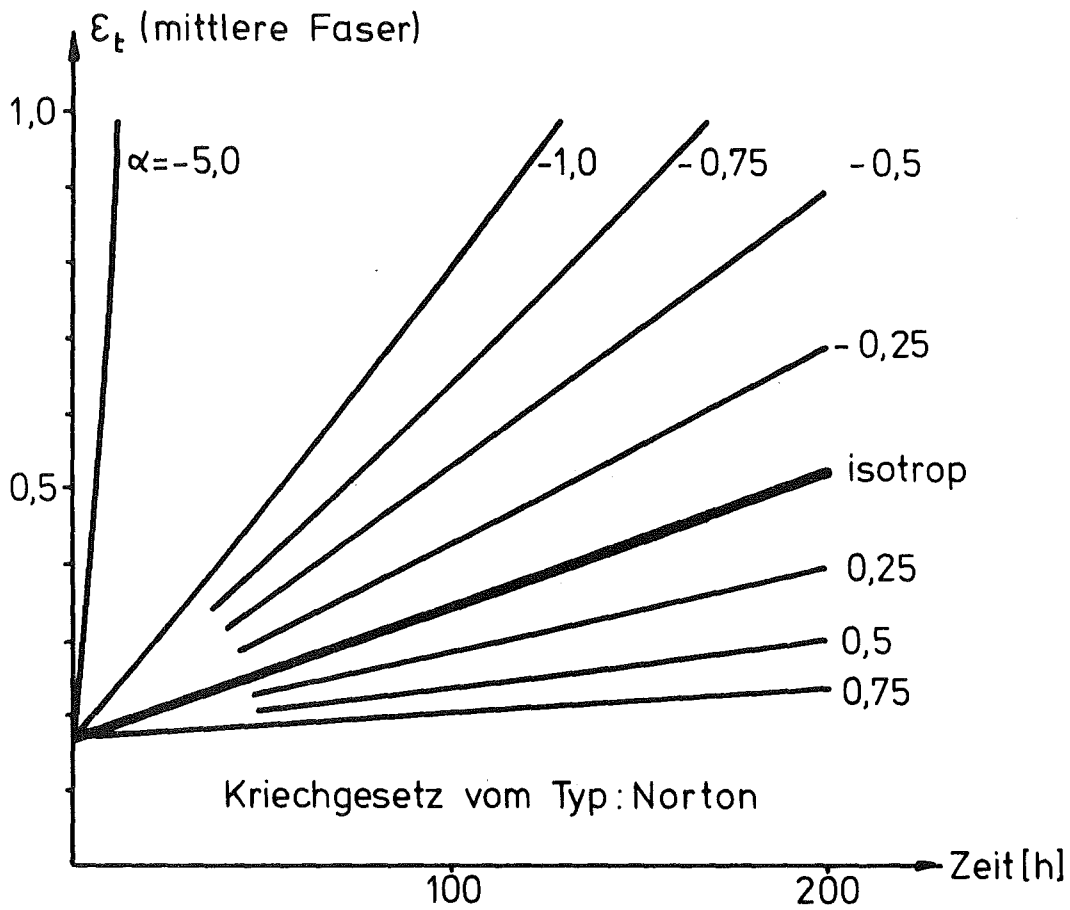


Diagramm 12 und 13 : Einfluß des Anisotropiefaktors  $\alpha$  auf die tangentielle Dehnung  $\epsilon_t$  (primäres und sekundäres Kriechgesetz, siehe Tabelle 4)

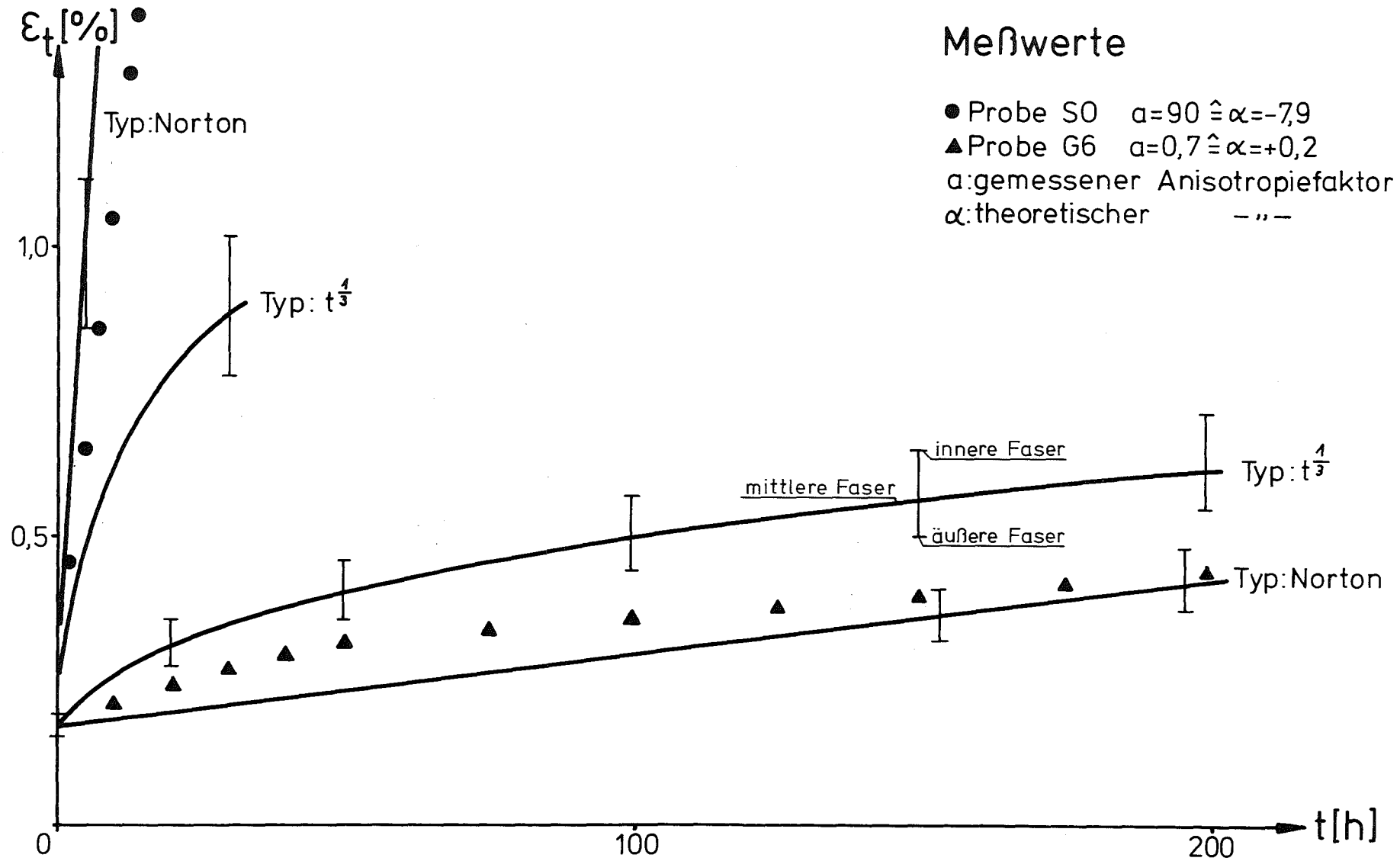


Diagramm 14 : Vergleich der im Kapitel 3.4 dargestellten Theorie mit den experimentellen Werten von Stehle /63/ (Daten siehe Tabelle 4)

vom Anisotropiefaktor  $\alpha$  . Es ist zu erkennen, daß die Theorie den gemessenen Bereich von  $\varepsilon_t$  für Proben unterschiedlicher Hydridentorientierung erklären kann.

Den Vergleich der Messungen an den Proben S0 (experimentell bestimmter Anisotropiefaktor  $a = 90 \hat{=} \alpha = -7.9$ ) und G6 ( $a = 0,7 \hat{=} \alpha = 0.2$ ) gibt das Diagramm 14 wieder. Berücksichtigt man, daß die beiden Kriechgesetze nur Grenzwerte darstellen, dann ist die Übereinstimmung von Theorie und Experiment voll befriedigend. Daß die Auswertung der Messung an der Probe S0 nach dem primären Kriechgesetz ab  $\varepsilon_t \approx 0,5 \%$  sehr stark abweicht, liegt daran, daß bei diesen Dehnungen bereits der Übergang vom primären zum sekundären Bereich stattfindet. Schon diese beiden Auswertungen zeigen, daß das anisotrope Kriechen von Zircaloy-Hüllrohren durch die Gleichungen (44) in sehr befriedigender Weise beschrieben wird. Eine noch bessere Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist aus der Auswertung des Kriechgesetzes nach Gleichung (53) zu erwarten, das sowohl den primären als auch den sekundären Bereich umfaßt, für das jedoch - wie schon erwähnt - keine Werkstoffparameter vorliegen.

#### 4. Kriechverhalten von Brennstäben

##### 4.1 Allgemeine Betrachtungen

Bei der bisherigen Beurteilung der mechanischen Festigkeit eines Brennstabs war stets Stabilität gegenüber einem Einbeulen durch Außendruck vorausgesetzt worden. Neben der bekannten klassischen elastischen oder elastisch-plastischen Instabilität, bei der eine kritische Last  $P_{krit}$  eine Rolle spielt, sind jedoch an einem Brennstab vor allem Instabilitäten infolge von Kriechvorgängen zu untersuchen. Da Kriechvorgänge auch bei beliebig kleinen Belastungen erfolgen, gibt es für diese Vorgänge keine obere Grenze der Belastung. An Stelle einer kritischen Last  $P_{krit}$  wird eine kritische Zeit  $t_{krit}$  als Funktion von der Belastung definiert, für die eine in der Struktur durch Kriechvorgänge hervorgerufene Deformationsgeschwindigkeit  $\dot{\delta}$  gegen unendlich strebt. Am Beispiel eines axial belasteten, kriechfähigen Stabs mit einer anfänglichen Auslenkung  $\delta_0$  sei der Begriff der Kriechinstabilität erläutert (Abb.13)

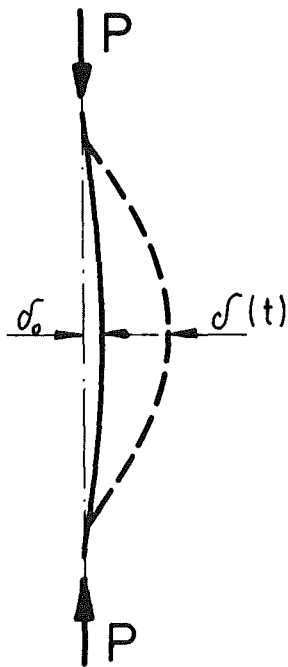


Abb.13: Axial belasteter, kriechfähiger Stab  
( $P < P_{krit}$ )

Bei gegebener Last  $P$  und einer Auslenkung  $\delta_0$  führen Kriechvorgänge, die durch Biegemomente hervorgerufen werden, zu einer Vergrößerung der Krümmung und damit der Auslenkung  $\delta$ . Bei konstanter Last vergrößern sich damit wiederum die Biegemomente, so daß die Kriechvorgänge beschleunigt werden. Hierbei stellt sich bei den betrachteten Metallen, die hohen Temperaturen ausgesetzt sind, ein charakteristischer Verlauf der Auslenkung  $\delta$  in Abhängigkeit von der Zeit heraus. Dieser Verlauf ist dadurch gekennzeichnet, daß sich bis ca. 90 % der kritischen Zeit  $t_{\text{krit}}$  die Verformung  $\delta(t)$  nur unwesentlich ändert, um dann sehr rasch gegen unendlich zu streben (Abb.14).

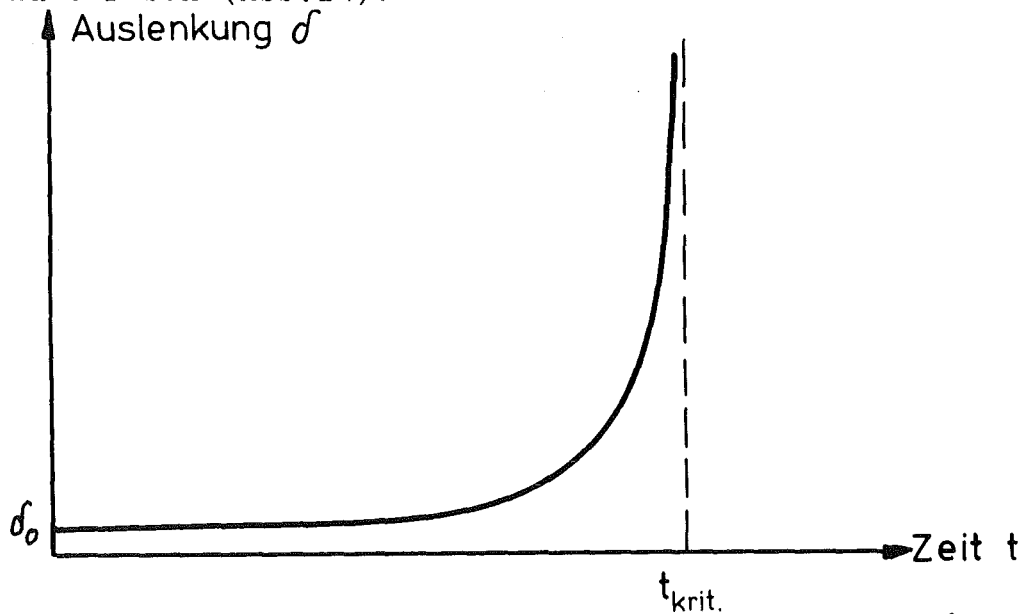


Abb.14: Charakteristischer Verlauf einer Auslenkung  $\delta(t)$  im Fall einer Kriechinstabilität von Metallen

Der Grund für dieses charakteristische Verhalten liegt in der schon erwähnten nichtlinearen Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_c$  von der Spannung.

Theoretische Behandlungen von Kriechinstabilitäten lassen sich in zwei Konzepte gliedern, die sich in der Festsetzung der zugrunde gelegten Geometrie unterscheiden. Im ersten Konzept wird angenommen, daß die Geometrie der zu untersu-

chenden Struktur von vornherein fehlerbehaftet ist, wobei gerade diese Fehler die Ursache der Kriechinstabilität und damit des Versagens der Bauteile sind. Im zweiten Konzept wird von idealen Geometrien ausgegangen, die einen stabilen Zustand darstellen. Diese an sich stabilen Geometrien werden auf Auswirkungen von aufgetragenen Störungen  $\delta\sigma$ ,  $\delta\varepsilon$  oder  $\delta\dot{\varepsilon}$  untersucht. Die kritische Zeit ist dann erreicht, wenn diese Störungen zu unendlich großen Verformungen führen.

Das Konzept 1 entspricht sehr viel besser unseren technisch-physikalischen Vorstellungen als das zweite Konzept, da ideale Geometrien aus Fertigungsgründen nie vorhanden sind. So wurde auch zur Erläuterung des Begriffs der Kriechinstabilität (Abb13.) von vornherein das Konzept 1 gewählt. Im Verlaufe dieser Arbeit zeigte es sich, daß eine technische Beurteilung oder Auslegung eines Brennstabs nach dem klassischen Instabilitätskonzept (2. Konzept) nicht sinnvoll ist, weil aus dieser Betrachtung prinzipiell keine Analyse zeitabhängiger Größen (z.B. der Ovalität oder der Dehnungen) möglich ist. Diese Aussage wird in Arbeiten anderer Autoren bestätigt, in denen ebenfalls die Brauchbarkeit des zweiten Konzepts für eine technische Beurteilung bezweifelt wird /Hoff, 73; Malmberh, 74; Levi und Hoff,75/.

Trotz der angezweifelte Nützlichkeit des klassischen Stabilitätskonzepts für die Untersuchungen von Kriechinstabilitäten wurden experimentelle Ergebnisse nach diesen Konzepten ausgewertet. In den folgenden Betrachtungen soll hierauf kurz eingegangen werden.

Jahsman und Field /76/ haben einen Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen der Standzeit eines Stabs unter konstanter Endlast  $P$  mit theoretischen Ergebnissen nach dem zweiten Konzept der Autoren Shanley /77/, Gerard /78/ sowie Rabotnov und Shesterikov /79/ durchgeführt. Der Unterschied der Theorien liegt in der Definition eines modi-



fizierten, zeitabhängigen Elastizitätsmoduls, der die Änderung der Dehnung durch Kriechvorgänge berücksichtigt. Die Autoren Jahsman und Field zeigen, daß die theoretischen Ergebnisse verglichen mit Meßwerten durchweg kürzere Standzeiten erwarten lassen. Allerdings enthalten die diskutierten Messungen keine Langzeitwerte, so daß unklar bleibt, ob die kritische Zeit von der Theorie richtig vorausgesagt wird.

Einen weiteren Vergleich zwischen einer Theorie nach dem zweiten Konzept und Experimenten haben Corum /80/ sowie Howl und Moore /81/ an Rohren unter Außendruck durchgeführt. Die maximale Diskrepanz in der Standzeit  $t_{krit}$  zwischen Theorie und Experiment liegt etwa beim Faktor 5. Dabei ist zu berücksichtigen, daß nur ein einziger Meßwert von Corum unter gewissen Einschränkungen als echter Langzeitwert angesehen werden kann. Auf die Arbeit wird im Zusammenhang mit einer eigenen Auswertung der Meßwerte im Kapitel 4.3.5.5 näher eingegangen.

Die bisherigen Betrachtungen von Kriechinstabilitäten, die auch als Kriechbeul- oder Kriechkollapsverhalten bezeichnet werden, bezogen sich im wesentlichen auf kriechfähige Rohre, die durch Außendruck belastet sind. Aber auch bei dem mit Brennstoff gefüllten Brennstab ist diesem Problem Aufmerksamkeit zu schenken, da der Brennstoff ebenfalls kriechfähig ist und somit einen Einfluß auf das Stabilitätsverhalten hat. Untersuchungen zum Kriechbeulproblem des Brennstabes sollten deshalb auch die Stützwirkung des Brennstoffes berücksichtigen.

Die sehr große Bedeutung des Kriechbeulproblems eines Brennstabes läßt sich am Beispiel des Brennstabes von gas- oder dampfgekühlten schnellen Brutreaktoren zeigen. Da Hüllwerkstoffe, Geometrien und Temperaturen aus Reaktorstrategien, d.h. wirtschaftlichen oder physikalischen Studien, grob festliegen, stellt sich bei der Konzipierung des Brennstabes dieser Reaktortypen die Frage, ob überhaupt eine

Brennstabkonstruktion gefunden werden kann, die eine technisch vernünftige Sicherheit gegenüber Kriechbeulkollaps während der Einsatzzeit bietet. Für den dampfgekühlten schnellen Brutreaktor konnten keine technisch vertretbaren Lösungen gefunden werden, so daß dieser Reaktortyp letztlich am Problem des Kriechbeulverhaltens gescheitert ist. Im Kapitel 4.4.5 werden diese Fragen für den Brennstab des gasgekühlten schnellen Brutreaktors behandelt.

Bei Neubeladung einiger Druckwasserreaktoren zeigten sich in jüngster Zeit ebenfalls Verformungen an abgebrannten Stäben, die auf Kriechbeulphänomene zurückzuführen sind (z.B. am Reaktor in Beznau, Schweiz, oder am Ginna-Reaktor nahe Rochester, New York). Greift man auf die in der Einleitung besprochene Sicherheitsfunktion der Hülle als erste Barriere gegen die Freisetzung der radioaktiven Spaltprodukte zurück, dann wird unmittelbar deutlich, daß das Kriechbeulverhalten des Brennstabs diese Sicherheitsfunktion und damit die gesamte Sicherheitsphilosophie eines Reaktors beeinträchtigen kann.

Untersuchungen zum Kriechbeulverhalten von Brennstäben waren bisher ausschließlich auf die Untersuchung einer Hülle konstanter Wandstärke ohne Berücksichtigung des Brennstoffs beschränkt. Zitiert seien die Arbeiten von Ellington /82/, Serpico /83/, Hoff et al. /84/, sowie die Arbeit von Malmberg /74/, in der die Aussagen dieser verschiedenen Theorien ausführlich diskutiert werden. Da in der Praxis Auslegungsrechnungen im wesentlichen nach der Theorie von Hoff et al. durchgeführt werden, wird diese Theorie im Anhang 3 ausführlich dargestellt. Ein Beispiel einer Auslegungsrechnung nach der Hoff'schen Theorie ist in der Referenzstudie für den 1000 MWe dampfgekühlten Brutreaktor /85/ zu finden.

Gerade aus neutronenökonomischen Gesichtspunkten ist es jedoch wesentlich, ob das Kriechbeulverhalten neben der schon erwähnten Stützwirkung des Brennstoffs durch Längsrippen am Hüllrohr beeinflusst und damit verbessert wird. Diese Rippen dienen zur Führung des Kühlmittelstroms und können gleichzeitig als konstruktives Element die Funktion eines Abstandshalters übernehmen. Sowohl zur Frage der Brennstoffstützwirkung als auch zur Frage von Rippenrohren sind an verschiedenen Stellen experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden, theoretische Beschreibungen fehlen jedoch bisher.

#### 4.2 Untersuchung zur Auswirkung von Unsicherheiten der Werkstoffparameter auf das Kriechbeulverhalten

Den folgenden Untersuchungen, die das Beulverhalten von exzentrischen Rohren, Rippenrohren sowie mit Brennstoff gefüllten Hüllrohren behandeln, sollen zunächst die Ergebnisse einer Untersuchung vorangestellt werden, in der gezeigt wird, welche werkstoff- und herstellungsbedingten Unsicherheiten das Kriechbeulverhalten beeinflussen. Durch diese Betrachtungen soll geklärt werden, welcher theoretische Aufwand angemessen ist, verglichen mit den in der Realität stets vorhandenen werkstoffmäßigen Unwägbarkeiten. Dazu wurden exemplarische Untersuchungen nach der Hoff'schen Theorie mit Daten des Werkstoffs Incoloy 800 (siehe Anhang 1) bei 700°C durchgeführt. Neben Unsicherheiten der Geometrie wurden in einer ersten Parameteruntersuchung Unsicherheiten der Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  erfaßt, wie sie etwa bei chargengleichen Proben auftreten, in einer zweiten Untersuchung wurden langfristige Änderungen von  $\dot{\epsilon}^c$  infolge von möglichen Werkstoffinstabilitäten berücksichtigt. In den folgenden zwei Diagrammen sind diese Unsicherheiten als Annahme 1 und Annahme 2 eingetragen. Zusätzlich wurde durch eine Abschätzung der Bereich abgegrenzt, in dem die Hoff'sche Theorie ihre Gültigkeit verliert. Dies ist bei den Belastungen der Fall, bei denen der Kriechbeulvorgang

zusätzlich durch elastisch plastische Vorgänge bestimmt wird, die in der Hoff'schen Theorie nicht enthalten sind.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in den Diagrammen 15 und 16 dargestellt. Aufgetragen ist jeweils der Druck über der kritischen Zeit. Die Ergebnisse zeigen einmal, daß für Drücke  $p_a < 100$  at der Beulvorgang im wesentlichen durch Kriechvorgänge bestimmt wird (dies gilt natürlich nur für diesen Datenfall), zum anderen, daß <sup>un</sup>Sicherheiten der Kriech-eigenschaften erhebliche Unsicherheiten der Standzeit  $t_{krit}$  zur Folge haben, die im Bereich von 20 000 h mehrere Größenordnungen betragen können. Diese Aussage gilt qualitativ für alle Werkstoffe und Geometrien.

Im Diagramm 16 wurde eine lineare Einteilung der Koordinatenachsen gewählt. In dieser Darstellung werden zwei Dinge ganz besonders deutlich:

1. Kriechversuche werden in der Regel bis zu mittleren Zeitbereichen durchgeführt und enthalten in den seltensten Fällen Langzeitwerte. Für die vorliegende Untersuchung waren Kriechparameter aus Messungen bis zu 500 h bekannt (gekennzeichneter Bereich "bekannte Werkstoffparameter"), so daß eine zeitliche Extrapolation um den Faktor 40 vorgenommen werden mußte. Nur in ganz seltenen Fällen sind Kriechparameter von Hüllrohrwerkstoffen ausreichend durch Langzeitversuche belegt.
2. Die hohen Unsicherheiten in der Standzeit  $t_{krit}$  sind wegen der nichtlinearen Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Spannung nicht gleichbedeutend mit gleich hohen Unsicherheiten in der zulässigen Belastung  $p_{20\ 000\ h}^{zulässig} = 35\ at \pm 30\ \%$ ). Daraus ergibt sich für den Zusammenhang zwischen der Belastung und der Standzeit am Ende der gewünschten Betriebszeit ein quasi - asymptotischer Verlauf, der in der doppeltlogarithmischen Darstellung des Diagramms 15 nicht sichtbar wird.

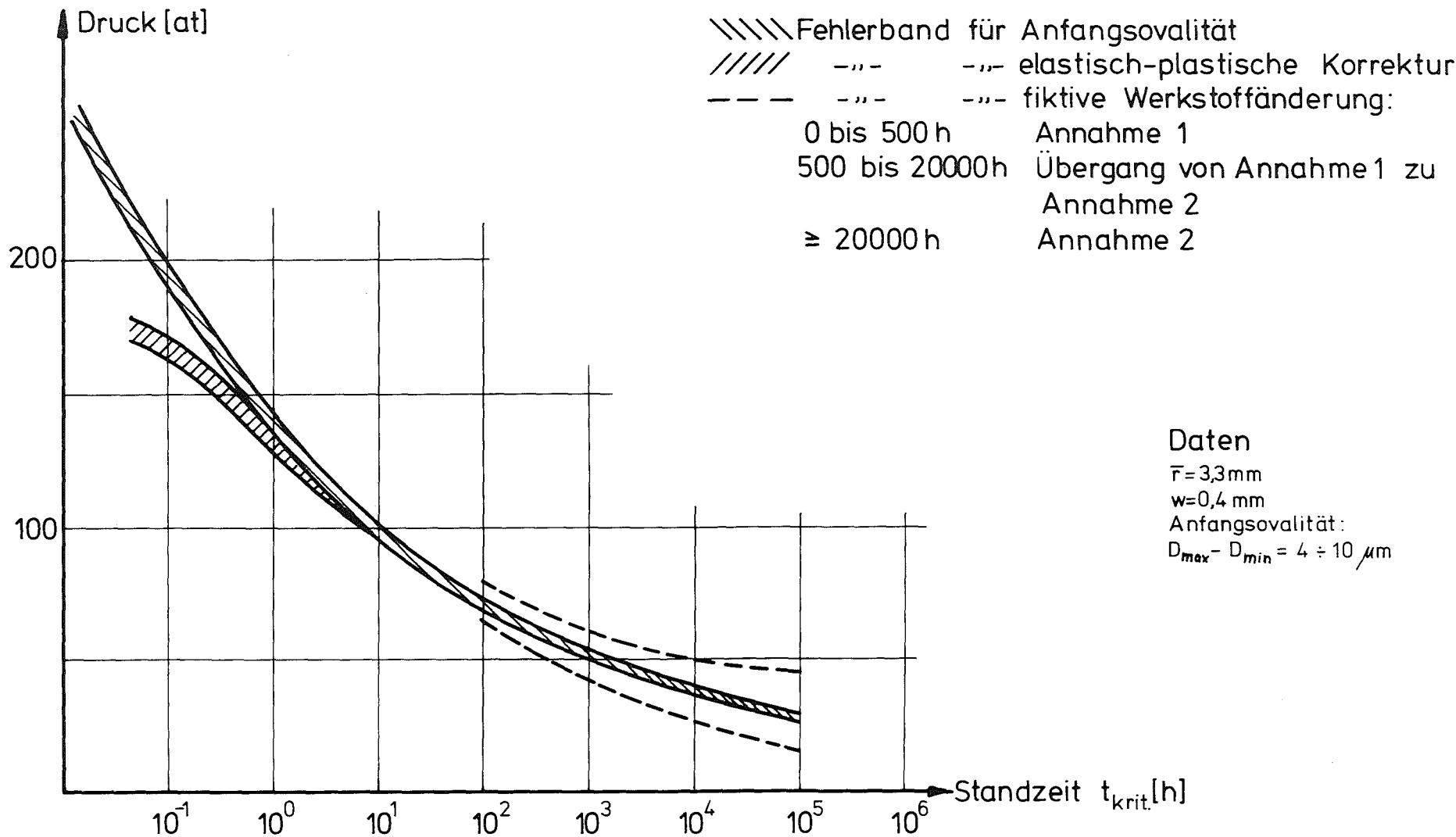


Diagramm 15 : Einfluß von Unsicherheiten auf die Standzeit  $t_{krit}$  für Incoloy 800 bei 700°C (siehe auch Anhang 1)

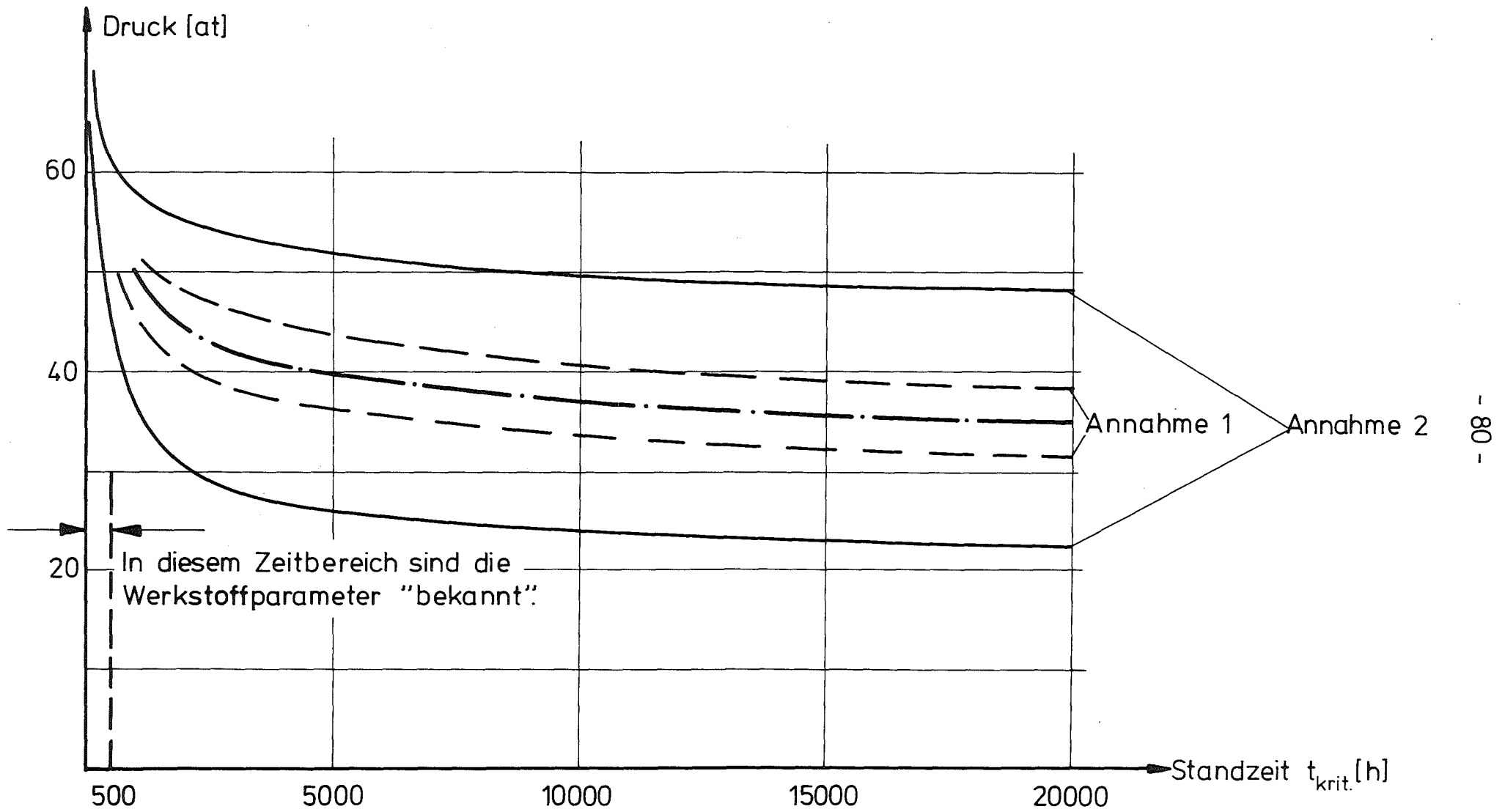


Diagramm 16 : Einfluß von Unsicherheiten auf die Standzeit  $t_{krit}$  für Incoloy 800 bei 700°C (Daten siehe Diagramm 15)

Die zweite Feststellung ist für den Konstrukteur von besonderer Bedeutung und gilt für Kriechinstabilitätsprobleme generell. Um die kritische Zeit eines Bauteils gegenüber der geforderten Lebensdauer erheblich zu vergrößern, genügt es in der Regel, die Belastung um wenige Prozent herabzusetzen. Anders ausgedrückt heißt das, daß trotz der auf den ersten Blick immensen Unsicherheiten eine technische Auslegung möglich ist.

Allen theoretischen Betrachtungen müssen diese von vornherein gegebenen Unsicherheiten stets gegenübergestellt werden, um unnötig hohen Aufwand zu vermeiden. Für Kriechbeulprobleme ist dieser Gesichtspunkt besonders wichtig, weil sie noch viel weniger allgemein gelöst werden können als rotations-symmetrische Probleme. Eine Nomogrammdarstellung erweist sich als ausgeschlossen. Der Umfang der numerischen Rechnung muß also auch darauf abgestimmt werden, daß eine sehr große Zahl von Einzelstudien an verschiedenen Werkstoffen bei verschiedener Geometrie, Temperatur und Belastung durchgeführt werden kann.

#### 4.3 Die numerische Sandwichmethode, eine Theorie zum Kriechbeulverhalten von Brennstäben

In den allgemeinen Betrachtungen zum Kriechbeulverhalten von Brennstäben wurde bereits ausgeführt, daß es in der Literatur keine Theorie gibt, die das Kriechbeulverhalten von Brennstäben unter Berücksichtigung der Brennstoffstützwirkung sowie von variabler Wandstärke (z.B. bei Rippenrohren) beschreibt. Außerdem wurde gezeigt, daß sich sowohl der theoretische als auch der numerische Aufwand zur Behandlung dieser Fragen an den stets vorhandenen werkstoff- und herstellungsbedingten Unsicherheiten orientieren muß. Im folgenden wird eine Theorie entwickelt, die diesen Gesichtspunkten Rechnung trägt. Insgesamt sollen folgende Punkte berücksichtigt werden:

1. Variable Wandstärke (im einzelnen können damit erstmalig exzentrische Geometrien, Rippenrohre und abgeflachte Rohre untersucht werden).
2. Von der azimuthalen Koordinate abhängige Belastung (erstmalig Erfassung der Stützkräfte durch den Brennstoff).
3. Tangentiale und radiale Temperaturgradienten (beliebiges Temperaturfeld).
4. Abbau der radialen Wärmespannungen durch Kriechvorgänge.
5. Elastische und plastische Verformungen.
6. Beliebige Kriechgesetze.
7. Beliebige Anfangsgeometrie (über die Geometrie während der Verformung werden keine Annahmen gemacht, der Spezialfall der Rotationssymmetrie soll enthalten sein).

Da variable Wandstärke, beliebige Geometrie und beliebige Kriechgesetze berücksichtigt werden, müssen analytische Lösungen von vornherein ausgeschlossen werden. Um den Aufwand der zu entwickelnden numerischen Methode möglichst gering zu halten, wird an Stelle der realen Struktur ein Ersatzmodell gewählt. Dabei hat sich als geeignetes Modell das Sandwichmodell erwiesen, das zunächst **erläutert** werden soll.

#### 4.3.1 Unterteilung der Gesamtstruktur, Sandwichmodell

Die vorliegende Gesamtstruktur ist durch einen beliebig geformten Ring gekennzeichnet, der durch Außendruck, Innendruck und zusätzliche ortsabhängige Stützkräfte belastet ist. Es sei vorausgesetzt, daß keine sprunghaften Änderungen der Wandstärke vorliegen und daß das Verhältnis von Wandstärke



zu Krümmungsradius klein ist. Außerdem sei vorausgesetzt, daß für die Mittelfläche der betrachteten beliebig geformten Schale die Normalkraftverteilung  $N(\varphi)$  und die Momentverteilung  $M(\varphi)$  für den elastischen Fall unter Berücksichtigung von Wärmespannungen infolge radialer oder azimuthaler Temperaturgradienten bereits vorliegen. Einzelheiten dieser Berechnung der Schnittkräfte sind im Anhang 4 zu finden.

Die Struktur wird, wie in Abbildung 15 dargestellt, in  $m$  Elemente unterteilt.

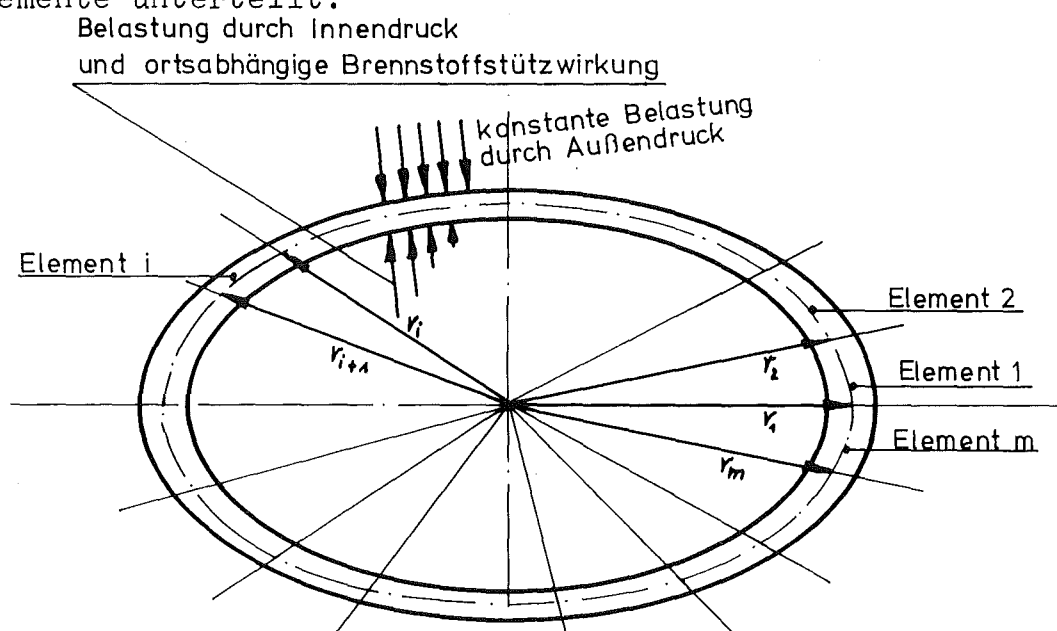


Abb.15: Aufteilung der Struktur in  $m$  Elemente und Belastung der Struktur

Jedes der  $m$  Elemente wird durch ein Sandwichmodell idealisiert (Abb.16). Dabei wird die Mittelfläche der Struktur durch einen Polygonezug angenähert.

Wie die Abbildung 16 zeigt, besteht das Sandwichmodell aus drei Schichten. Die zwei äußeren Schichten nehmen nur Membranspannungen auf, die mittlere Schicht bietet zwar gegen Scherung einen unendlich großen Widerstand, überträgt jedoch

keine Normalkräfte. Die Spannungen in der inneren bzw. äußeren Sandwichschale werden jeweils als konstant angenommen. Die Größen  $\bar{a}_i$  und  $\bar{\rho}_i$  sind geometrische Modellgrößen, die noch festgelegt werden müssen.

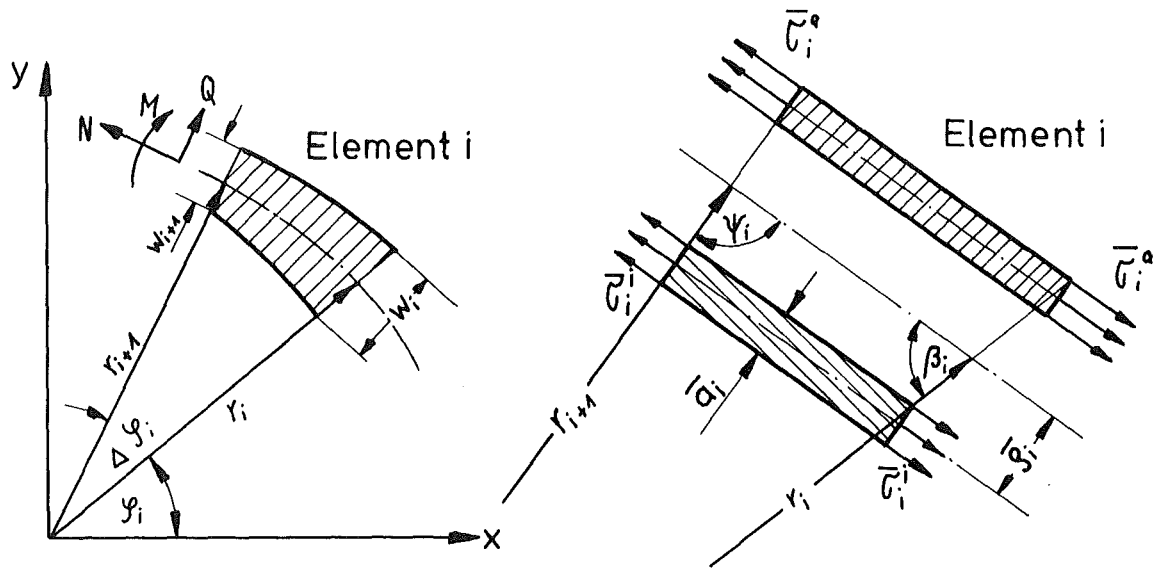


Abb.16: reale Struktur  
des Elements i

Sandwichmodell  
des Elements i

Diese Festlegung der Sandwichparameter  $\bar{a}_i$  und  $\bar{\rho}_i$  erfolgt wie bei Hoff /84/, der ebenfalls das Sandwichmodell verwendet, getrennt aus zwei Forderungen:

1. Die Verlängerung der realen Struktur und des Sandwichmodells soll bei gleicher Zugbeanspruchung gleich sein.
2. Bei gleichem Biegemoment soll die Verformung in der realen Struktur und im Sandwichmodell gleich sein.

Durch die erste Forderung wird die Wandstärke der realen Struktur  $w_i$  unmittelbar mit der Wandstärke  $\bar{a}_i$  der einzelnen Sandwichschale verknüpft:

$$\bar{a}_i = \frac{\bar{w}_i}{2} \quad (56)$$

mit

$$\bar{w}_i = \frac{w_i + w_{i+1}}{2} \quad (57)$$

In der Gleichung (56) gilt wie in den folgenden Betrachtungen folgende Vereinbarung: quer gestrichene Größen mit dem tiefgestellten Index  $i$  bedeuten mittlere Werte für das Element  $i$ . Mit dem Index  $i$  versehene Größen ohne Querstriche bezeichnen Größen an der Stelle des Ortsvektors  $r_i$ .

Zu beachten ist, daß auch beim Vorhandensein von radialen Temperaturgradienten von der Voraussetzung ausgegangen wird, daß innere und äußere Sandwichschale gleiche Wanddicke  $\bar{a}_i$  besitzen.

Aus der zweiten Forderung erhält man unter Berücksichtigung des Norton'schen Kriechgesetzes /Rabotnov, 32, S.616, Gl.146.3/

$$\bar{\rho}_i = \frac{\bar{w}_i}{2} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^{\frac{n}{n+1}} \quad (58)$$

Betrachtet man rein elastische Verformungen, dann erhält man wie Hoff

$$\bar{\rho}_i = \frac{\bar{w}_i}{2\sqrt{3}} \quad (59)$$

Die Normalspannungen in der inneren Schicht  $\bar{\sigma}_i^i$  und der äußeren Schicht  $\bar{\sigma}_i^a$  betragen

$$\bar{\sigma}_i^i = \frac{1}{\bar{w}_i} \left( \bar{N}_i + \frac{\bar{M}_i}{\bar{\rho}_i} \right) \quad (60a)$$

$$\bar{\sigma}_i^a = \frac{1}{\bar{w}_i} \left( \bar{N}_i - \frac{\bar{M}_i}{\bar{\rho}_i} \right) \quad (60b)$$

mit

$$\bar{N}_i = \frac{N_i + N_{i+1}}{2} \quad (61a)$$

$$\bar{M}_i = \frac{M_i + M_{i+1}}{2} \quad (61b)$$

Durch die Gleichungen (56) bis (60) werden die Eigenschaften des Sandwichmodells festgelegt. In den weiteren Ausführungen dieser Arbeit wird die auf diesem Modell aufgebaute Kriechbeultheorie am Spezialfall eines Rohrs konstanter Wandstärke mit einer genaueren Theorie für eine Vollwandschale /Malmberg, 74/ verglichen. Durch diesen Vergleich wird das Sandwichmodell voll bestätigt, wie in Kapitel 4.3.5 noch gezeigt werden wird. Die Gültigkeit dieses Sandwichmodells wird im rotationssymmetrischen Fall sogar durch den Vergleich mit der exakten Lösung des SPAR-Rechenprogramms (siehe Kapitel 3,1) im Kapitel 4.3.4 nachgewiesen. Man kann also davon ausgehen, daß dieses Modell einen sehr guten Ersatz für die Vollwandschale darstellt und weit weniger Ungenauigkeiten beinhaltet als durch Werkstoffparameter von vornherein gegeben sind. Diese Aussage wird von Samuelson /86, 87/ bestätigt.

#### 4.3.2 Verformung eines Elements

Die Verformung der Gesamtstruktur ergibt sich aus der Verformung aller Elemente. Deshalb soll zunächst die Verformung eines Elementes  $i$  in einem Zeitintervall  $\Delta t$  untersucht werden. Nach Gleichung (60) können die Spannungen in der inneren und äußeren Sandwichschale berechnet werden. Nimmt man nun an, daß sich in dem betrachteten Zeitschritt  $\Delta t$ , dessen Größe noch festgelegt werden muß, die Spannungen nur geringfügig ändern, dann gilt näherungsweise:

$$\bar{\sigma}_i \text{ (im Zeitintervall zwischen } t \text{ und } t + \Delta t) \approx \bar{\sigma}_i(t) \quad (62)$$

Mit dieser Annahme können die Dehnungen der äußeren Sandwichschale  $\Delta \bar{\epsilon}_i^a$  und der inneren Schale  $\Delta \bar{\epsilon}_i^i$  im Zeitintervall  $\Delta t$  berechnet werden. Aus Symmetriegründen wird an

jedem Schnittufer des Elements  $i$  die Hälfte dieser Dehnung angetragen (Abb.17).

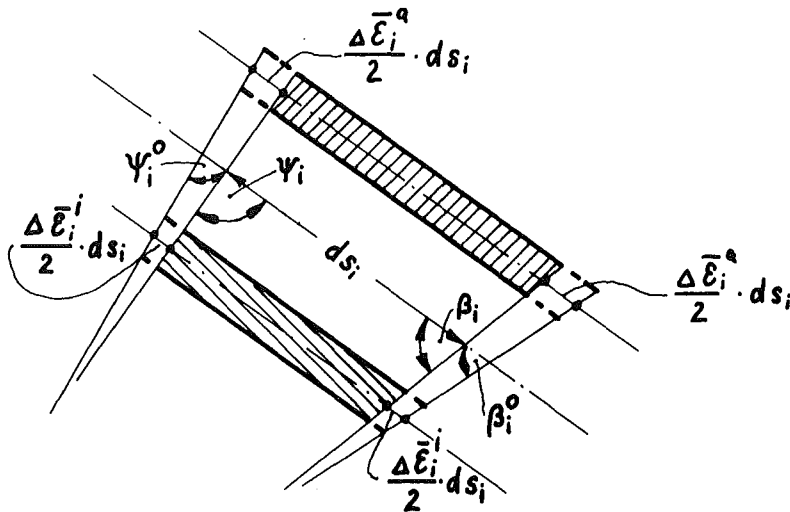


Abb.17: Verformung am Element  $i$  während des Zeitschritts  $\Delta t$

Die Dehnungen setzen sich aus elastischen Dehnungen, Wärmedehnungen und Kriechdehnungen zusammen:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\epsilon}_i^a \cdot ds_i &= ds_i \left\{ \frac{\Delta \bar{\sigma}_i^a}{E} (1 - \nu^2) + \Delta \alpha \bar{\vartheta}_i^a + \dot{\epsilon}_i^{c,a} \Delta t \right\} \\ \Delta \bar{\epsilon}_i^i \cdot ds_i &= ds_i \left\{ \frac{\Delta \bar{\sigma}_i^i}{E} (1 - \nu^2) + \Delta \alpha \bar{\vartheta}_i^i + \dot{\epsilon}_i^{c,i} \Delta t \right\} \end{aligned} \quad (63)$$

Der Faktor  $1 - \nu^2$  im Term für die elastischen Dehnungen resultiert aus dem mehraxialen Spannungszustand. Die  $\Delta$ -Symbole für die thermischen und elastischen Dehnungen geben an, daß in jedem Zeitintervall  $\Delta t$  nur die Änderungen der elastischen Dehnungen und der Wärmedehnungen gegenüber dem vorhergehenden Zeitintervall zu berücksichtigen sind. Da sowohl ein radialer als auch ein azimuthaler Temperaturgradient vorhanden ist, müssen noch die Temperaturen der Sandwichschalen  $\bar{\vartheta}_i^i$  und  $\bar{\vartheta}_i^a$  festgelegt werden. Dies

geschieht konsequenterweise nach den gleichen Kriterien, nach denen die Sandwichmodellparameter  $\bar{a}_i$  und  $\bar{\nu}_i$  ermittelt wurden. Bei einer Temperatur  $\bar{\nu}_i^m$  in der Mittelfaser und einer radialen Temperaturdifferenz  $\Delta \nu_{rad}$  in der Hülle erhält man im Sandwichmodell für die thermischen Dehnungen:

$$\begin{aligned} \alpha \bar{\nu}_i^a &= \alpha \bar{\nu}_i^m - \alpha \frac{\Delta \nu_{rad}}{2\sqrt{3}} \\ \alpha \bar{\nu}_i^i &= \alpha \bar{\nu}_i^m + \alpha \frac{\Delta \nu_{rad}}{2\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (64)$$

Der Abbau der durch die Wärmedehnungen hervorgerufenen Spannungen wird in einem gesonderten Kapitel (4.3.4) behandelt.

Zu diskutieren ist noch, warum in der Gleichung (68) die plastischen Dehnungen  $\varepsilon^P$  nicht explizit enthalten sind. Für diese Überlegungen sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Alle Spannungen sind zu Beginn des Beulvorganges niedrig
2. Örtliche Spannungen erreichen bereits zu Beginn des Beulvorganges die Nähe der Streckgrenze

Rechnungen zeigten, daß im Fall 1 die Spannungen zunächst langsam anwachsen, um dann sehr rasch die Streckgrenze zu überschreiten. Es zeigt sich also ein ähnlicher charakteristischer Verlauf, wie er bereits in der Abbildung 14 dargestellt wurde. Plastische Dehnungen wären also nur in einem sehr engen Zeitintervall zu berücksichtigen. Da außerdem Kriechdehnungen im betrachteten Zeitintervall wesentlich kleiner als plastische Dehnungen sind, wird in allen folgenden Rechnungen für den Fall 1 angenommen, daß die kritische Zeit dann erreicht ist, wenn die Streckgrenze überschritten wird.

Im Fall 2 kann der Beulvorgang nur dann vernünftig beschrieben werden, wenn das Kriechgesetz speziell für diesen Spannungsbereich bekannt ist. Aus diesem Grund kann damit auf die getrennte Formulierung von Kriechverformung und plastischer Verformung verzichtet werden.

Wie die Abbildung 17 zeigt, lassen sich aus den Dehnungen  $\Delta \bar{\epsilon}_i^a$  und  $\Delta \bar{\epsilon}_i^i$  die neuen Winkel  $\beta_i^0$  und  $\gamma_i^0$  zwischen der Sehne  $ds_i + \Delta ds_i$  und den Schnittufern des Elementes  $i$  berechnen:

$$\beta_i^0 = \text{arctg} \left\{ A \frac{\Delta ds_i}{2 C_1 \sin \beta_i} + \text{ctg} \beta_i \right\} \quad (65a)$$

$$\gamma_i^0 = \text{arctg} \left\{ A \frac{\Delta ds_i}{2 C_3 \sin \gamma_i} + \text{ctg} \gamma_i \right\} \quad (65b)$$

$$\Delta ds_i = \frac{\Delta \bar{\epsilon}_i^i + \Delta \bar{\epsilon}_i^a}{2} \quad (65c)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } A = 1 \quad \text{für} \quad & \Delta ds_i > 0 \quad \text{und} \quad |\Delta \bar{\epsilon}_i^a| > |\Delta \bar{\epsilon}_i^i| \\ & \Delta ds_i < 0 \quad \text{und} \quad |\Delta \bar{\epsilon}_i^a| < |\Delta \bar{\epsilon}_i^i| \\ A = -1 \quad \text{für} \quad & \Delta ds_i < 0 \quad \text{und} \quad |\Delta \bar{\epsilon}_i^a| > |\Delta \bar{\epsilon}_i^i| \\ & \Delta ds_i > 0 \quad \text{und} \quad |\Delta \bar{\epsilon}_i^a| < |\Delta \bar{\epsilon}_i^i| \end{aligned} \quad (66)$$

$$C_1 = \frac{|\Delta \bar{\epsilon}_i^a + \Delta \bar{\epsilon}_i^i|}{|\Delta \bar{\epsilon}_i^a - \Delta \bar{\epsilon}_i^i|} \cdot \frac{\bar{s}_i}{\sin \beta_i} \quad (67)$$

$$C_3 = C_1 \sin \beta_i / \sin \gamma_i \quad (68)$$

Nach Anwendung dieser Gleichungen (65) bis (68) auf alle  $m$  Elemente liegt auch die verformte Geometrie aller  $m$  Elemente vor.

### 4.3.3 Verformung der Gesamtstruktur

Im letzten Kapitel wurde die Verformung aller  $m$  Elemente im Zeitintervall  $\Delta t$  berechnet. Werden nun diese verformten Elemente zusammengesetzt, dann erhält man direkt die neue Geometrie und damit die Verformung der Gesamtstruktur im Zeitintervall  $\Delta t$ . Die aneinander gesetzten Elemente müssen wieder einen geschlossenen Ring bilden, wobei die Ortsvektoren  $r_i(t + \Delta t)$  der verformten Geometrie zunächst noch unbekannt sind. Da man an einem beliebigen Ort mit dem Zusammensetzen beginnen kann, wurde folgende willkürliche Anfangslage gewählt:

$$\begin{aligned} r_1' &= r_1^0 \\ \beta_1' &= \beta_1^0 \end{aligned} \quad (69)$$

(die gestrichenen Größen  $x'$  beziehen sich auf die neue, verformte Geometrie nach dem Zeitschritt und ersetzen die umständliche Schreibweise  $x(t + \Delta t)$ ). Für die Radien  $r_i'$  der verformten Geometrie gilt: (Bezeichnung siehe Abb.18)

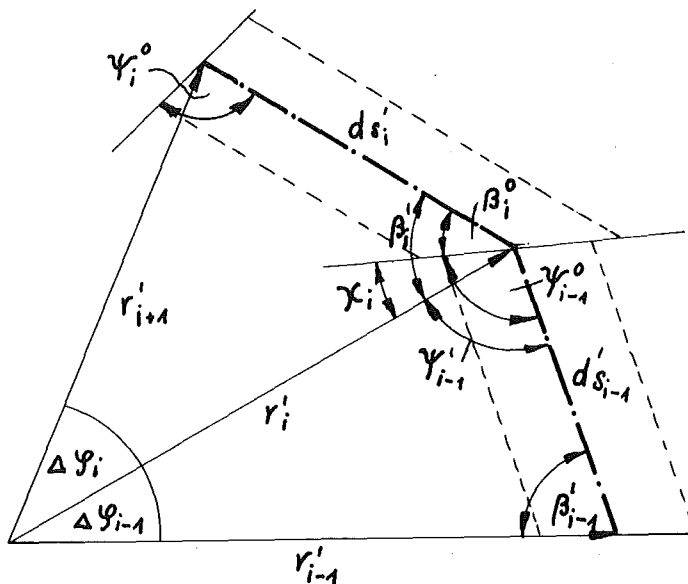


Abb.18: Bezeichnungen der verformten Struktur zur Zeit  $t + \Delta t$



$$r_i' = \sqrt{ds_{i-1}'^2 + r_{i-1}'^2 - 2 ds_{i-1}' r_{i-1}' \cos \beta_{i-1}'} \quad (70)$$

$$\psi_{i-1}' = \arccos \left\{ \frac{r_i' + ds_{i-1}' - r_{i-1}'}{2 r_i' ds_{i-1}'} \right\} \quad (71)$$

$$\chi_i = \psi_{i-1}^0 - \psi_{i-1}' \quad (72)$$

$$\beta_i' = \beta_i^0 + \chi_i \quad (73)$$

$$\Delta \psi_{i-1}' = \pi - \beta_{i-1}' - \psi_{i-1}' \quad (74)$$

Über die Zusammenschlußbedingungen

$$\tau_1' = \tau_{m+1}' \quad (75a)$$

$$\sum_{i=1}^m \Delta \psi_i = 2\pi \quad (75b)$$

kann geprüft werden, ob die Elemente richtig zusammengesetzt sind. Da das Verfahren rein numerisch aufgebaut wurde, kann die Schließbedingung (75) im allgemeinen nicht exakt erfüllt werden. Da ferner in der Gleichung (62) angenommen wurde, daß die Spannungen während des Zeitschritts  $\Delta t$  nahe-

rungsweise konstant sind, wird die Genauigkeit auch von der Wahl des Zeitschritts abhängen. In den Rechnungen wurde deshalb der Zeitschritt so gewählt, daß die Bedingungen (75) im Rahmen vorgegebener Schranken erfüllt werden:

$$\left| \tau_1' - \tau_{m+1}' \right| < \text{Schranke 1} \quad (75a')$$

$$\left| \sum_{i=1}^m \Delta \varphi_i - 2\pi \right| < \text{Schranke 2} \quad (75b')$$

Zahlreiche Rechnungen haben bewiesen, daß die Gleichung (75a) bis auf die Rechnergenauigkeit erfüllt wird ( $< \pm 10^{-7}$  mm). Die Gleichung (75b) wird auf eine Genauigkeit von  $\sum_{i=1}^m \Delta \varphi_i - 2\pi < 10^{-4}$  erfüllt, wenn bis zur Zeit  $t=0,8..0,9 t_{\text{krit}}$  mindestens 30 konstante Zeitintervalle gewählt werden, die dann bis zur Standzeit  $t_{\text{krit}}$  in Abhängigkeit von der Ovalitätsänderung ständig verkleinert werden.

Die Genauigkeit dieser numerischen Methode ist also voll befriedigend. Damit ist gleichzeitig erwiesen, daß die Berechnung der Schnittkräfte und Momente (siehe Anhang 4) und die Berechnung der Verformung eines Elements konsistent sind.

Im folgenden soll diese auf dem Sandwichmodell aufbauende numerische Methode zur Berechnung des Kriechbeulverhaltens beliebig geformter Hüllrohre unter Berücksichtigung der Brennstoffstützwirkung als numerische Sandwichmethode bezeichnet werden.

#### 4.3.4 Abbau von radialen Wärmespannungen im Hüllrohr

Die hohen radialen Temperaturgradienten von ca.  $100^\circ\text{C}/\text{mm}$  in der Hülle führen zu hohen Spannungsspitzen, die durch Kriechvorgänge oder durch plastische Verformungen abgebaut

werden. Dieser Spannungsabbau wird einmal durch die schon erwähnte nichtlineare Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  von der Spannung, zum anderen durch die Temperaturabhängigkeit von  $\dot{\epsilon}^c$  beeinflusst, die ebenfalls nichtlinear ist.

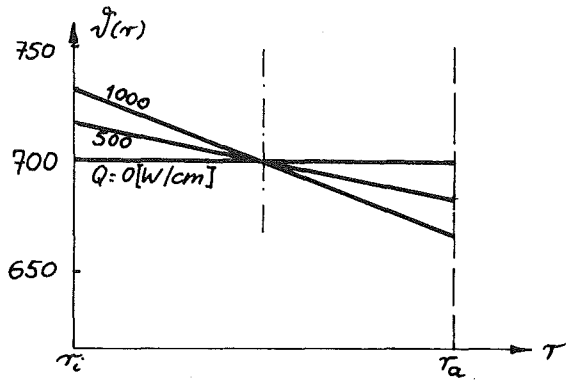
Zunächst soll an einem konkreten Beispiel gezeigt werden, daß sich die Kriechgeschwindigkeiten an Innen- und Außenseite eines Hüllrohrs zu Beginn der Verformung um mehrere Größenordnungen unterscheiden können. Dieses Beispiel wurde in enger Anlehnung an einen Datenfall von Malmberg /74/ gewählt, der noch in einem anderen Zusammenhang diskutiert werden wird. Im Diagramm 17 sind die Ortsabhängigkeiten der Temperatur, der Kriechparameter und der daraus resultierenden Vergleichskriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_v^c$  für verschiedene Stablängenleistungen  $Q$  jeweils bei einer Temperatur von  $700^\circ\text{C}$  in der Wandmitte dargestellt. Die Vergleichskriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_v^c$  ist durch folgende Gleichung definiert

$$\dot{\epsilon}_v^c = k \cdot \bar{\sigma}_v^n \quad (76)$$

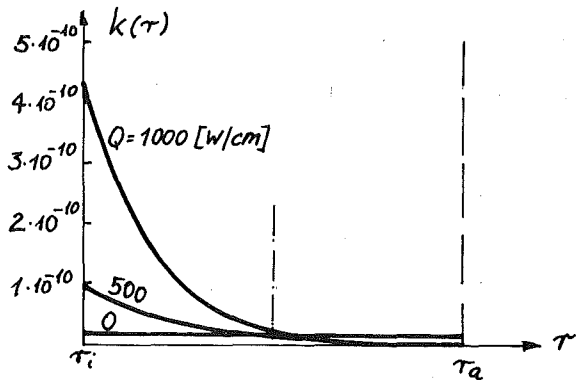
$\bar{\sigma}_v$  : Vergleichsspannung (siehe z.B. Gl.(38) oder (48) )

und bezieht sich auf die anfängliche Spannungsverteilung zur Zeit  $t = 0$ , die für den roationssymmetrischen Fall ermittelt wurde. Für eine Stablängenleistung von  $Q = 1000 \text{ W/cm}$  ergaben sich Unterschiede der Kriechgeschwindigkeit zwischen Innen- und Außenseite von 4 Größenordnungen ( $\dot{\epsilon}_v^c|_{max} : \dot{\epsilon}_v^c|_{min} = 0.6 \cdot 10^5$  ).

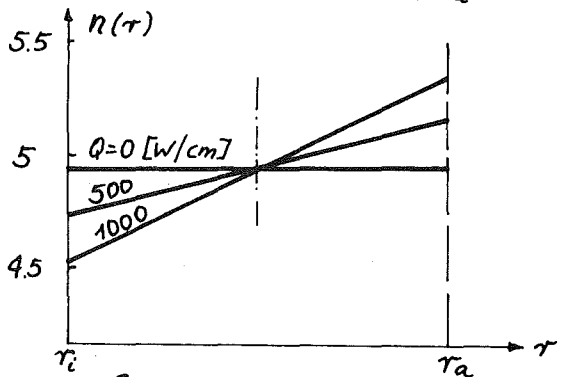
Die Kriechvorgänge führen zum Spannungsabbau und damit zu einer Verringerung der Kriechgeschwindigkeit. Um diese Vorgänge näherungsweise auch durch eine Sandwich-Modellstruktur beschreiben zu können, muß geklärt werden, welche Kriechgeschwindigkeiten den beiden Sandwichschalen zuzuordnen sind. Gleichzeitig soll die Frage des Spannungsabbaus im Sandwichmodell behandelt werden.



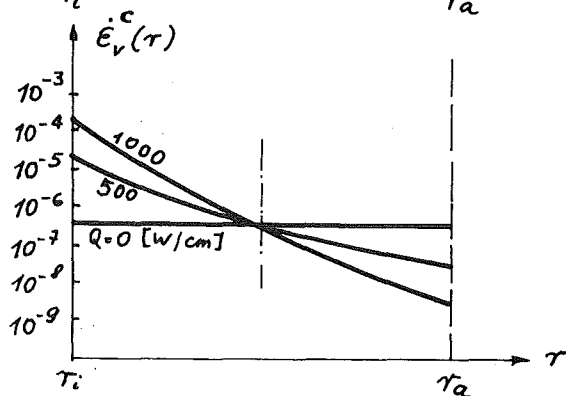
a) Abhängigkeit der Temperatur  $T(r)$  in der Rohrwand bei verschiedenen Stablängenleistungen  $Q$



b) Abhängigkeit des Nortonparameters  $k(r)$  in der Rohrwand bei verschiedenen Stablängenleistungen  $Q$



c) Abhängigkeit des Nortonparameters  $n(r)$  in der Rohrwand bei verschiedenen Stablängenleistungen  $Q$



d) Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_v^c$  in der Rohrwand bei verschiedenen Stablängenleistungen  $Q$  (Spannungsverteilung zur Zeit  $t=0$ )

Diagramm 17 : Ortsabhängigkeit verschiedener Größen im Hüllrohr bei einem Druck von  $p_a=100$  at (weitere Daten siehe Tabelle 5 )

Die Ermittlung der Schnittkräfte in der Mittelfläche, die im Anhang 4 beschrieben ist, geht von der Annahme eines stets elastischen Materials aus. Deshalb ist von vornherein klar, daß der Abbau der Wärmespannungen nur durch Reduktion des als äußere Belastung aufgefaßten radialen Temperaturgradienten simuliert werden kann. Die in der realen Struktur während der gesamten Betriebszeit vorhandene radiale Temperaturdifferenz  $\Delta v_{rad}$  muß also durch eine fiktive radiale Temperaturdifferenz  $\Delta v_{rad}^{fiktiv}$  ersetzt werden, die den Spannungsabbau durch Kriechen berücksichtigt. Da Kriechvorgänge im Fall eines ovalen Rohrs eine azimutale Abhängigkeit aufweisen, wird auch die fiktive radiale Temperaturdifferenz von der azimutalen Koordinate abhängen. Für diesen Fall soll im folgenden ein tief gestellter Index  $i$  auf die azimutale Abhängigkeit hinweisen.

Für den rotationssymmetrischen Fall kann die Simulation des Spannungsabbaus durch Kriechvorgänge leicht formuliert werden und soll deshalb zunächst behandelt werden, um die methodische Richtigkeit dieser Simulation nachzuweisen.

Da im rotationssymmetrischen Fall in jedem Element die Winkel zwischen Sehnen und Schnittufern konstant bleiben, müssen sich in jedem Zeitintervall  $\Delta t$  zwei Vorgänge kompensieren: die Differenz der Kriechdehnungen in beiden Sandwichschalen und ein Teil der durch Wärmespannungen hervorgerufenen Dehnungen. Die Abnahme der fiktiven radialen Temperaturdifferenz im Zeitintervall  $\Delta t$  kann also geschrieben werden:

$$\Delta v_{rad}^{fiktiv}(t+\Delta t) - \Delta v_{rad}^{fiktiv}(t) = \frac{\varepsilon^{a,c} - \varepsilon^{i,c}}{\alpha} \sqrt{3} \quad (77)$$

mit  $\Delta v_{rad}^{fiktiv}(t=0) = \Delta v_{rad}$

$\varepsilon^{a,c}, \varepsilon^{i,c}$  : Kriechdehnungen in Sandwichschalen  
 $\alpha$  : linearer Wärmeausdehnungskoeffizient  
 $\sqrt{3}$  : Geometriefaktor

Die Abbildung 19 macht noch einmal den Inhalt der Gleichung (77) deutlich.

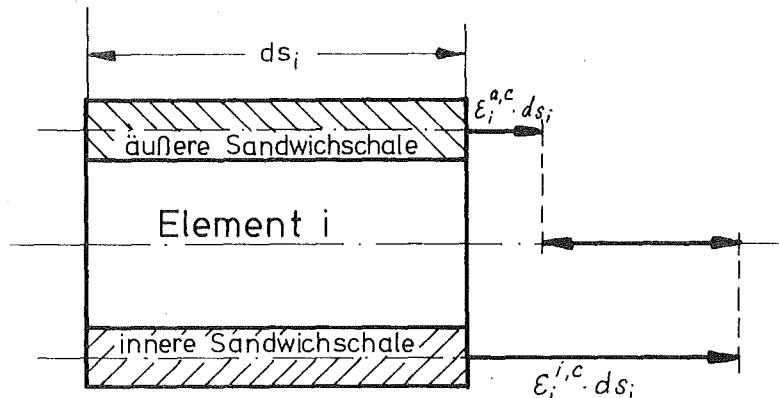


Abb.19: Verknüpfung von Kriechdehnungen und Reduktion des radialen Temperaturdifferenz  $\Delta v_{rad}$

Es zeigte sich, daß die Zuordnung der temperaturabhängigen Kriechparameter  $k$  und  $n$  zu den Sandwichschalen lediglich die Geschwindigkeit des Spannungsabbaus beeinflusst, für den gesamten Verformungsvorgang jedoch keine nennenswerte Bedeutung aufweist. Die im Diagramm 18 dargestellten Vergleiche (a - f) zwischen der exakten tangentialen Spannungsverteilung nach dem SPAR-Rechenprogramm und den Spannungen in den Sandwichschalen zu verschiedenen Zeiten zeigen, daß die durch die Gleichung (77) beschriebene Simulation des Spannungsabbaus sehr befriedigende Ergebnisse liefert. Die Spannungen im Sandwichmodell sind hierbei durch zwei stark ausgezogene Linien bei  $\pm \xi$  charakterisiert. Für die Berechnung der Kriechverformungen waren den beiden Sandwichschalen die Kriechparameter zugeordnet, die der maximalen bzw. minimalen Temperatur der realen Struktur entsprachen.

Anzumerken ist, daß sich die Spannungsumlagerung bei Außen- und Innendruck völlig verschieden gestaltet. Dies hängt damit zusammen, daß der mittlere Spannungsgradient zur

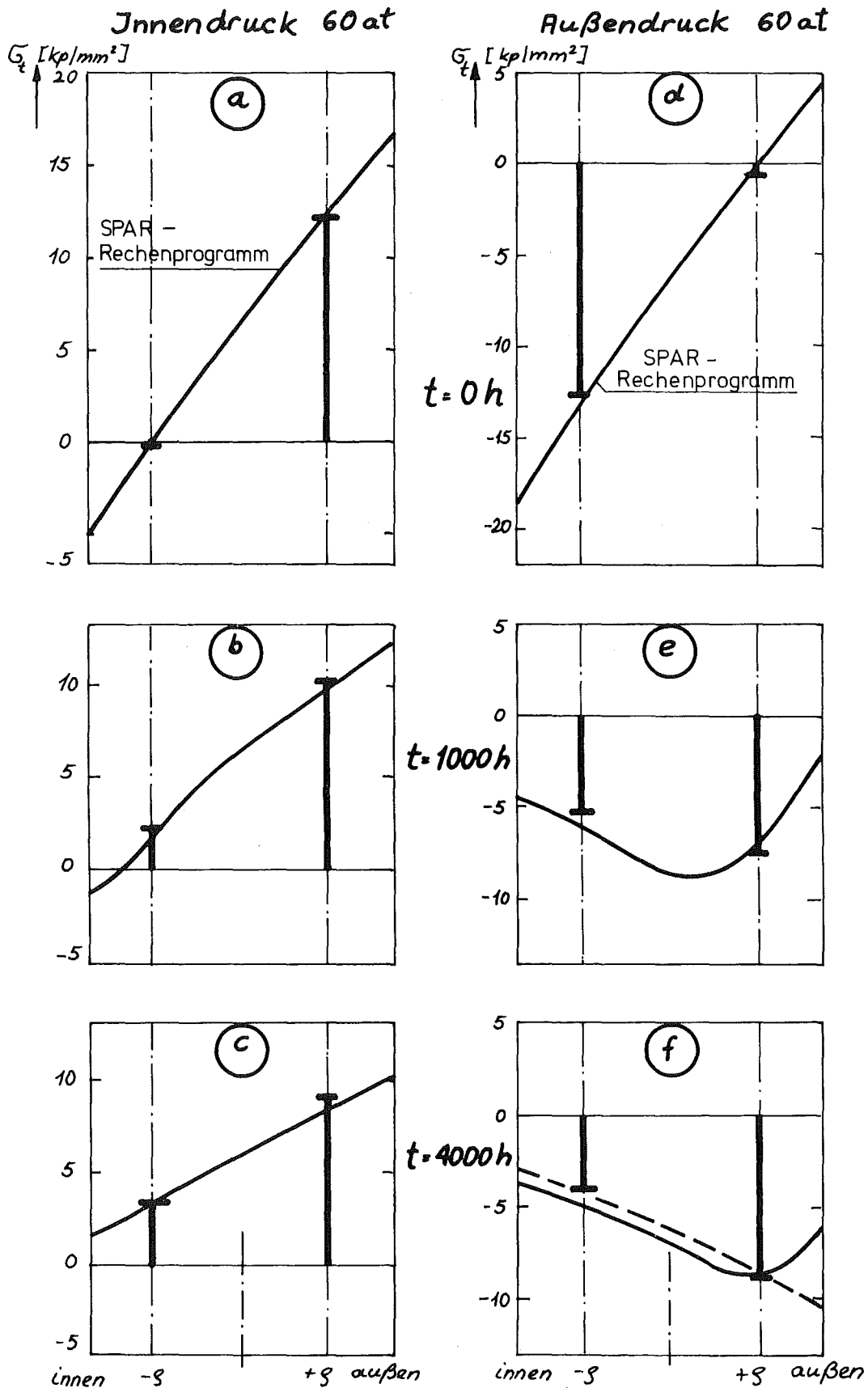


Diagramm 18 : Vergleich der exakten tangentialen Spannungsverteilung (SPAR-Rechenprogramm, durchgezogene Linien) mit den Spannungen im Sandwichmodell bei einer Stablängenleistung  $Q=1000 \text{ W/cm}$  (weitere Daten siehe Tabelle 5). Die Spannungen im Sandwichmodell sind durch stark ausgezogene Linien bei  $\pm s$  charakterisiert.

Zeit  $t = 0$  und der Gradient der Gleichgewichtsverteilung der Spannung ( $t \rightarrow \infty$ ) bei Innendruck gleich sind, bei Außendruck jedoch verschiedene Vorzeichen aufweisen. Die Abbildung f des Diagramms 18 zeigt, daß sich bei Außendruck im Gegensatz zu Innendruck auch nach 4000 h noch keine Gleichgewichtsverteilung der Spannung eingestellt hat, die gestrichelt dargestellt ist. Der Vergleich zwischen beiden Gleichgewichtsverteilungen (Abb. c und f) zeigt außerdem, daß die fiktiven, radialen Temperaturdifferenzen  $\Delta \vartheta_{rad}^{fiktiv}$  bei Außen- bzw. Innendruck nicht übereinstimmen. So kann die Gleichgewichtsverteilung der Spannung bei Belastung durch Außendruck nur durch eine negative fiktive Differenz simuliert werden.

Eine weitergehende Analyse dieses Modells zum Abbau der radialen Wärmespannungen im Spezialfall der Rotationssymmetrie lohnt sich jedoch nicht, weil die Methode in dieser Form nicht auf die Behandlung von Beulvorgängen übertragen werden kann. Grundlage der Methode war ja eine Aussage über die Verdrehung der Schnittufer, die bei Rotationssymmetrie gleich Null ist, eine Aussage, die bei ovaler Geometrie jedoch erst das Ziel der Rechnung darstellt. Immerhin konnte mit diesem vorläufigen Modell gezeigt werden, daß der Abbau der radialen Wärmespannungen im Sandwichmodell durch Einführung einer fiktiven radialen Temperaturdifferenz möglich ist.

Zur näherungsweisen Beschreibung des Abbaus von Wärmespannungen während des Beulvorganges müssen folgende Annahmen gemacht werden. Zunächst sei vorausgesetzt, daß nur Kriechdehnungen, die aus Wärmespannungen resultieren, einen Beitrag zum Abbau dieser Spannungen leisten. Dazu wird das auf beide Sandwichschalen aufgeteilte Moment in zwei Bestandteile aufgespalten. Für die Spannung gilt dann:



$$\bar{G}_i^a = \frac{1}{\bar{w}_i} \left\{ \bar{N}_i - \left( \frac{\bar{M}_i}{\bar{S}_i} + \bar{G}_{i,wä}^{\text{Sandwich}} \cdot \bar{w}_i \right) \right\} + \bar{G}_{i,wä}^{\text{Sandwich}} \quad (78a)$$

$$\bar{G}_i^i = \frac{1}{\bar{w}_i} \left\{ \bar{N}_i + \left( \frac{\bar{M}_i}{\bar{S}_i} + \bar{G}_{i,wä}^{\text{Sandwich}} \cdot \bar{w}_i \right) \right\} - \bar{G}_{i,wä}^{\text{Sandwich}} \quad (78b)$$

$\underbrace{\hspace{15em}}$ 
 $\underbrace{\hspace{15em}}$

Spannungen infolge Ovalität und Druck
Wärmespannungen

mit den Wärmespannungen im Sandwichmodell:

$$\bar{G}_{i,wä}^{\text{Sandwich}} = \frac{\alpha \Delta v_{\text{rad}} E}{2\sqrt{3}(1-\nu^2)} \quad (79)$$

Diese Wärmespannungen unterscheiden sich von den Wärmespannungen der realen Struktur nur durch den Geometriefaktor  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Der Faktor  $1/(1-\nu^2)$  berücksichtigt wiederum den mehraxialen Spannungszustand. Analog zur Gleichung (78) wird angenommen, daß sich auch die Kriechgeschwindigkeit aus zwei Anteilen zusammensetzt:

$$\Delta \dot{\epsilon}_i^c = \Delta \dot{\epsilon}_i^{i,c} (\text{infolge Ovalität und Druck}) + \Delta \dot{\epsilon}_i^{ii,c} (\text{infolge von Wärmespannungen}) \quad (80)$$

Wie schon erwähnt, soll nur der Term  $\Delta \dot{\epsilon}_i^{ii,c}$  einen Beitrag zum Abbau der Wärmespannungen liefern. Die durch die Gleichung (80) beschriebene additive Aufspaltung eines nicht-linearen Gesetzes ist allerdings problematisch. Sie kann strenggenommen auch nur dann näherungsweise durchgeführt werden, wenn einer der beiden Einflüsse gegenüber dem anderen so klein ist, daß eine Binomialentwicklung vertretbar ist. Da sich jedoch bei einem ovalen Rohr die Momentenverteilung örtlich (azimutal) und zeitlich stark ändern, während die äußere radiale Temperaturdifferenz konstant bleibt, treten verschiedene Kombinationen der beiden Einflüsse auf, ohne daß klare Fallunterscheidungen der Art:

Einfluß Druck und Ovalität  $\ll$  Einfluß Wärmespannungen  
 Einfluß Druck und Ovalität  $\gg$  Einfluß Wärmespannungen

möglich wären. Anstelle einer binomischen Entwicklung mit Abbruch nach dem linearen Glied wurde deshalb die Linearisierung mit Hilfe der Methode kleinster Fehlerquadrate an den Stützstellen

$$\bar{\sigma}_i - \bar{\sigma}_{i,wä} \quad ; \quad \bar{\sigma}_i \quad ; \quad \bar{\sigma}_i + \bar{\sigma}_{i,wä}$$

vorgenommen, an die eine Gerade angepaßt wurde. Diese bereichsweise Linearisierung der Funktion

$$\dot{\epsilon}_v^c \sim \text{sign}(\sigma) |\sigma|^n \quad (81)$$

ist im Anhang 5 dargestellt. Das Symbol Signum deutet an, daß die Kriechgeschwindigkeit bei Zug positiv, bei Druck negativ ist. Eine graphische Darstellung gibt die Abbildung 20:.

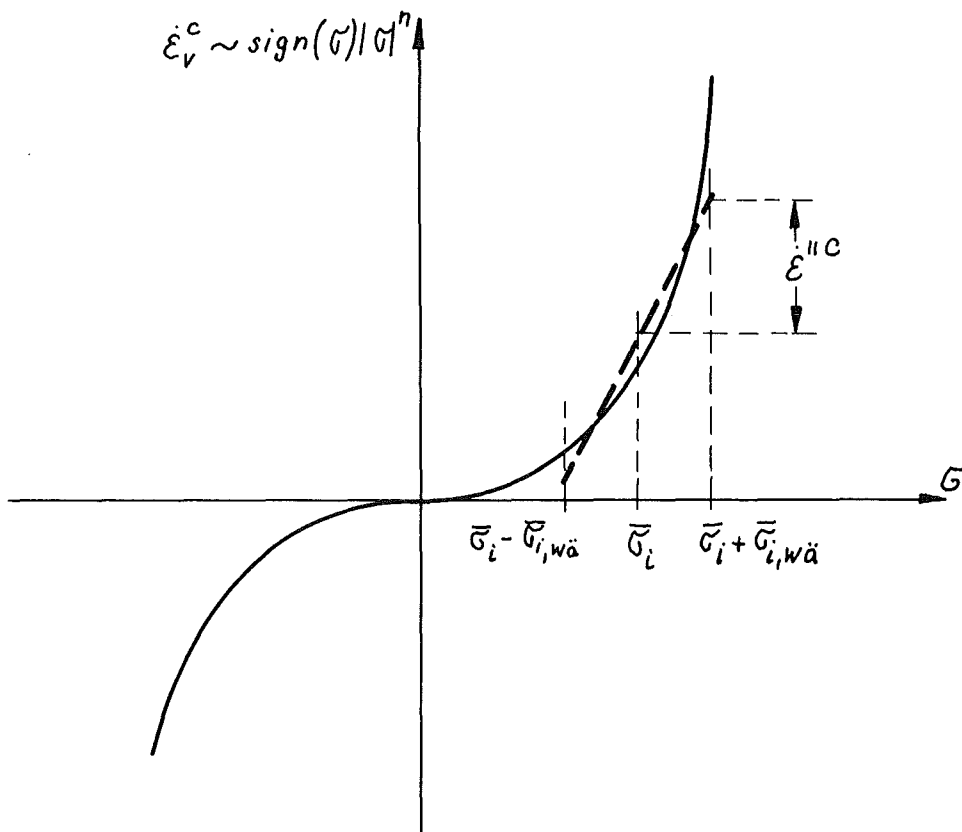


Abb.20: Ermittlung der Kriechdehnung  $\dot{\epsilon}_v^c \cdot t$  infolge von Wärmespannungen

Es ist zu erwarten, daß die im Bereich kleiner Spannungen entstehenden Fehler relativ groß sind, für die Gesamtverformung jedoch nicht ins Gewicht fallen, da auch die Kriechverformungen selbst in diesem Bereich sehr klein sind. Die Reduktion der radialen Temperaturdifferenz im Zeitintervall  $\Delta t$  erhält man analog zur Gleichung (77) als

$$\Delta \overset{g}{\underset{rad}{\mathcal{V}}}_i^{fiktiv}(t+\Delta t) - \overset{g}{\underset{rad}{\mathcal{V}}}_i^{fiktiv}(t) = - \frac{2 \Delta \dot{\varepsilon}_i^{a,c} \sqrt{3}}{\alpha} \Delta t \quad (77')$$

mit

$$\Delta \overset{g}{\underset{rad}{\mathcal{V}}}_i^{fiktiv}(t=0) = \Delta \overset{g}{\underset{rad}{\mathcal{V}}}$$

Diese Betrachtungen sind noch nicht vollständig, da ein Abbau der Wärmespannungen im Gegensatz zur vorher beschriebenen Methode, die speziell für die Rotationssymmetrie entwickelt wurde, nach Gleichung (77') nur bis zur Wärmespannung  $\bar{\sigma}_{i,wa} = \pm 0$  möglich ist. Damit ergeben sich gleiche Spannungen in beiden Sandwichschalen, die zu unterschiedlichen Kriechdehnungen führen würden, wenn beiden Schalen unterschiedliche Kriechparameter zugeordnet würden. Die Folge wäre eine für Rotationssymmetrie nicht zulässige Verdrehung der Querschnitte. Es ist also die Forderung zu stellen, daß die Kriechdehnungen in der inneren und äußeren Sandwichschale infolge einer Normalkraft gleich sind:

$$\Delta \dot{\varepsilon}_i^{i,c} \left( \frac{N}{2}, \tilde{\mathcal{V}}_i^i \right) = \Delta \dot{\varepsilon}_i^{a,c} \left( \frac{N}{2}, \tilde{\mathcal{V}}_i^a \right) \quad (82)$$

$\tilde{\mathcal{V}}_i$ : mittlere Temperatur einer Sandwichschale  
(für Kriechgesetz)

Als Konsequenz der Gleichung (79) erhält man

$$\tilde{\mathcal{V}}_i^i = \tilde{\mathcal{V}}_i^a = \bar{\mathcal{V}}_i^m$$

Der Beweis der Gültigkeit dieses Modells zur Simulation des Abbaus von Wärmespannungen in der Sandwichstruktur wird

im Spezialfall der Rotationssymmetrie durch Vergleich mit exakter Lösungen des SPAR-Rechenprogramms sowie mit einigen Ergebnissen ovaler Geometrien von Malmberg /74/ erbracht. Zunächst werden rotationssymmetrische Fälle diskutiert, die im Diagramm 19 dargestellt sind. Hier ist die radiale Verschiebung des mittleren Radius bei verschiedenen Drücken (sowohl Außendrücken als auch Innendrücken) und einer Stablängenleistung von  $Q = 500 \text{ W/cm}$  aufgetragen. Es fällt auf, daß bei Innendruck die exakten Rohraufweitungen stets unterhalb der Aufweitungen liegen, die mit dem Sandwichmodell gewonnen wurden, während sich bei Außendruck diese Tendenz umkehrt. Die Begründung hierfür liegt in der Annahme, daß am Sandwichmodell äußerer oder innerer Druck auf die Mittelfläche wirken. Allerdings sind die zusammengehörigen Verformungskurven praktisch parallel, so daß diese Tendenz nicht ins Gewicht fällt. An den Kurven von 100 at Innen- bzw. Außendruck ist bei  $t = 2000 h$  ein Fehlerbalken eingetragen, der die Diskrepanz zwischen der exakten Lösung des SPAR-Rechenprogramms und dem Sandwichmodell bei Stablängenleistungen von  $Q = 0$  bis  $Q = 1000 \text{ W/cm}$  wiedergibt. Auch im Fall von extrem hohen Wärmespannungen (bei  $Q = 1000 \text{ W/cm}$ ) ist also eine sehr gute Übereinstimmung der Verformung festzustellen, die in der guten Beschreibung des Spannungsverlaufs durch Ersatzspannungen im Sandwichmodell begründet ist.

Auf den Vergleich von Ergebnissen ovaler Geometrien wird im nächsten Kapitel eingegangen.

#### 4.3.5 Kriechbeulverhalten von Rohren konstanter Wandstärke

In den bisherigen Betrachtungen des Kapitels 4.3 wurde die numerische Sandwichmethode zur Untersuchung des Kriechbeulverhaltens von Hüllrohren entwickelt, die die noch nicht geklärten Einflüsse von Wandstärkenschwankungen (exzentrische

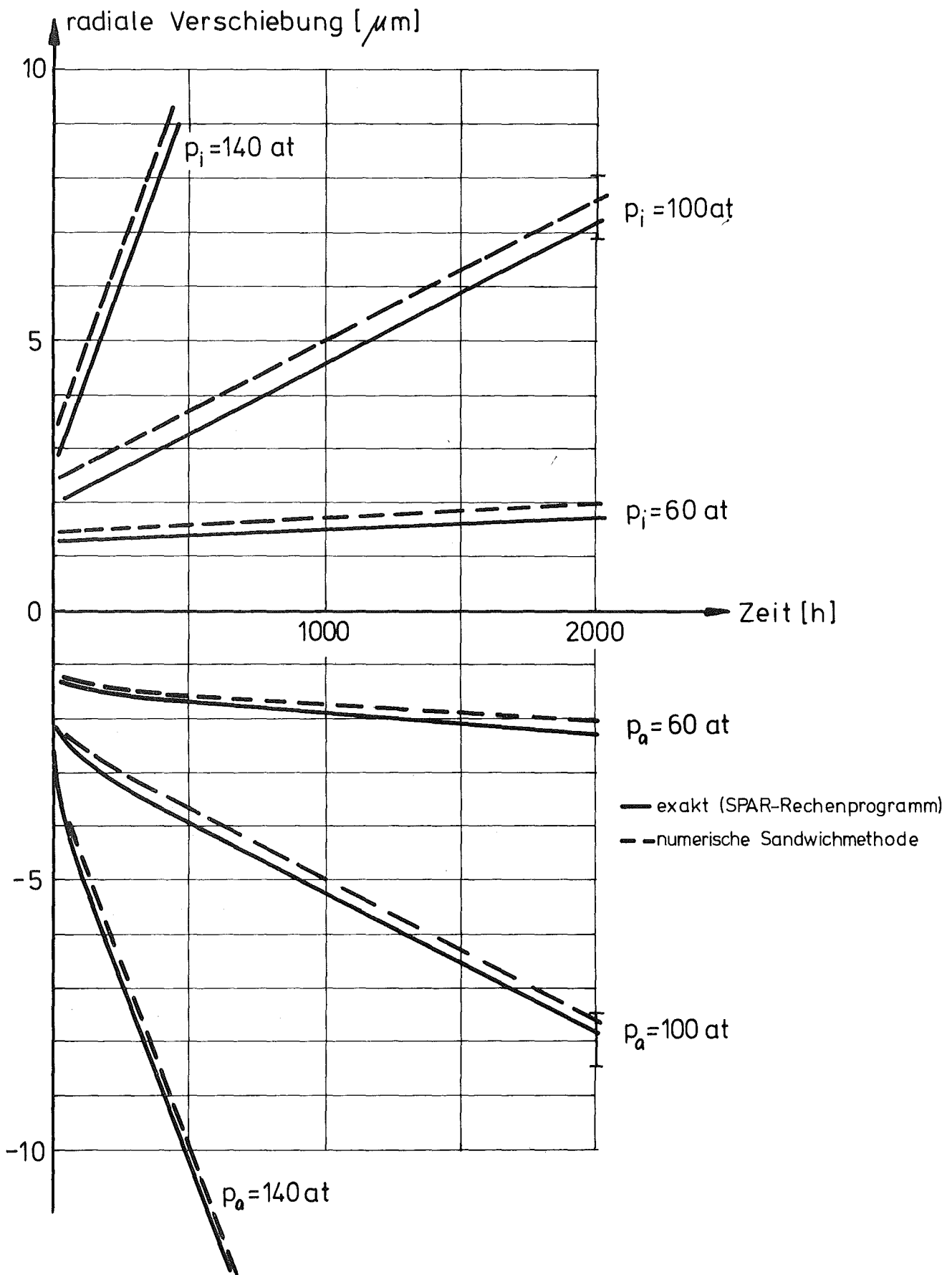


Diagramm 19 : Vergleich der exakten Lösung (SPAR-Rechenprogramm) mit der Lösung der numerischen Sandwichmethode bei einer Stablängenleistung von  $Q=500 \text{ W/cm}$  und einer radialen Temperaturdifferenz von  $\Delta T_{\text{rad}} \approx 32^\circ\text{C}$  (weitere Daten siehe Tabelle 5). Die Fehlerbalken bei  $\pm 100 \text{ at}$  umfassen exakte Lösungen und Näherungslösungen für  $Q=0$  bis  $Q=1000 \text{ W/cm}$ .

Rohre, Rippenrohre) sowie der Brennstoffstützwirkung (Kapitel 4.4) behandeln kann. Diese Methode soll im folgenden zunächst durch Vergleiche mit bekannten Lösungen einiger Spezialfälle überprüft werden, die sich auf Rohre konstanter Wandstärke beziehen.

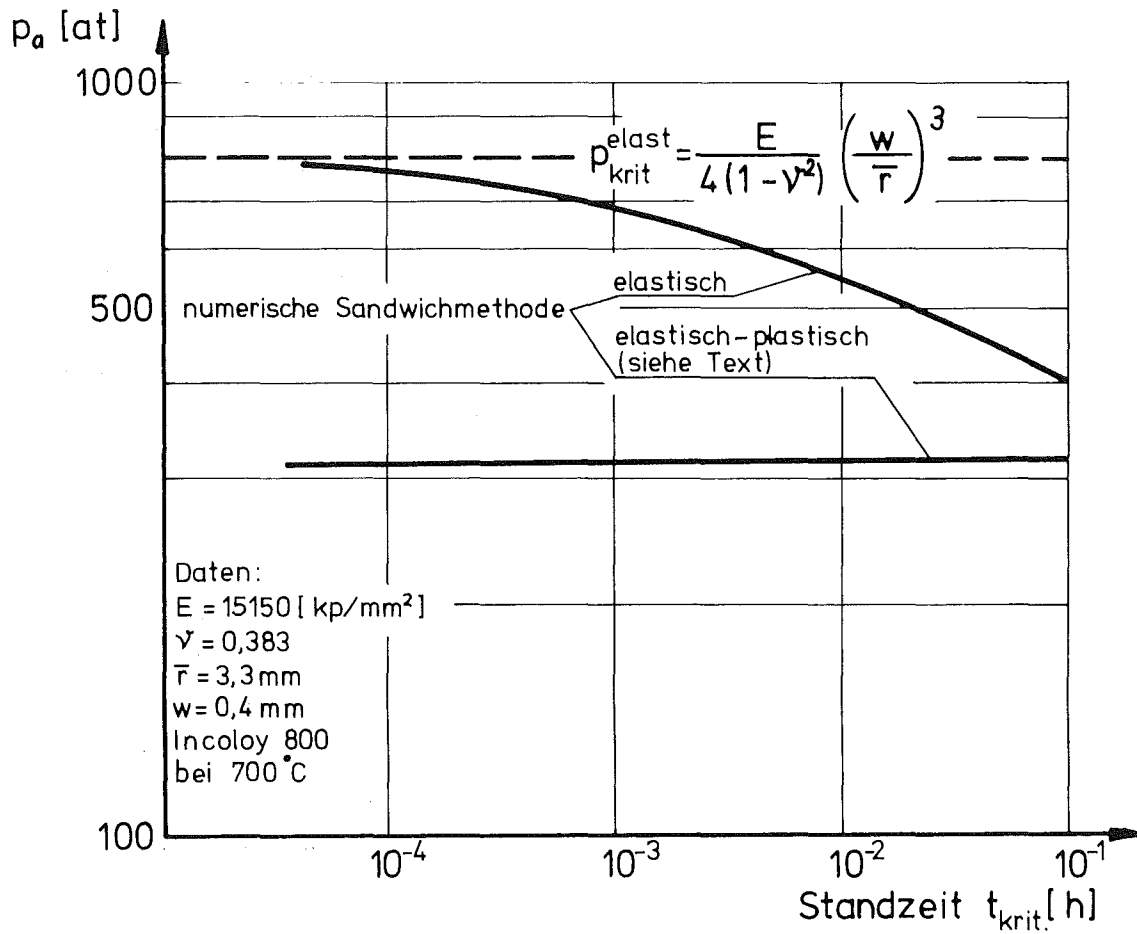
#### 4.3.5.1 Überprüfung der elastischen Einbeulung

In der Stabilitätstheorie wird für unendlich lange, kreiszylindrische Rohre unter Außendruck folgender kritischer elastischer Beuldruck  $p_{krit}^{elast}$  angegeben:

$$p_{krit}^{elast} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left( \frac{w}{r} \right)^3 \quad (84)$$

Da die Dehnungen am Sandwichmodell in der Gleichung (63) so formuliert wurden, daß sie auch elastische Dehnungen enthalten, muß die Kollapszeit  $t_{krit}$  bei Annäherung an den kritischen elastischen Beuldruck gegen Null streben. Die zeitunabhängigen Verformungen dominieren im Grenzfall über zeitabhängige Verformungen, d.h. die Kriechinstabilität geht in eine rein elastische Instabilität über. Dabei entspricht die sehr geringe Anfangsovalität, die in der Rechnung nach dem Sandwichmodell angenommen wurde, etwa der in der Elastizitätstheorie angenommenen idealen Kreiszyylinderform.

Der Vergleich des kritischen elastischen Beuldrucks mit der Lösung des Sandwichmodells ist im Diagramm 20 für einen Datenfall dargestellt. Man erkennt, daß sich bei abnehmender Standzeit der dazugehörige Druck asymptotisch dem kritischen elastischen Beuldruck nähert. Damit ist bestätigt, daß die elastischen Dehnungen im Sandwichmodell richtig berücksichtigt wurden.



**Diagramm 20 :** Vergleich des kritischen elastischen Beul-  
 drucks  $p_{krit}^{elast}$  mit der Lösung der numerischen Sandwich-  
 methode (rein elastisch bzw. plastisch-elastisch) bei  
 hohen Drücken  $p_a$

Die Berechnung des kritischen elastischen Beuldrucks hat allerdings nur rein theoretische Bedeutung, da plastische Verformungen nicht berücksichtigt werden. Diese bestimmen im Bereich hoher Drücke den tatsächlichen Beuldruck bzw. die Standzeiten ganz entscheidend, wie schon im Kapitel 4.2 abgeschätzt wurde. Im Kapitel 4.3.2 wurde bereits diskutiert, daß der Beulvorgang für sehr hohe Belastungen nur dann vernünftig beschrieben werden kann, wenn das Kriechgesetz speziell für diesen Spannungsbereich bekannt ist. In der vorliegenden Untersuchung wurden Kriechparameter verwendet, die etwa im Spannungsbereich der halben Streckgrenze  $\sigma_s$  Gültigkeit haben. Außerdem wurde angenommen, daß die kritische Zeit dann erreicht ist, wenn an irgend einem Punkt der Schale die Streckgrenze überschritten wird.

Man erkennt im Diagramm 20, daß der kritische Beuldruck unter Berücksichtigung der plastischen Verformung gegenüber dem elastischen Beuldruck von ca. 800 at auf ca. 300 at reduziert wird. Diesem Verhalten kann bei Anwendung der Gleichung (84) durch Modifizierung des E-Moduls Rechnung getragen werden (siehe Kapitel 4.3.5.5). Erst im Bereich  $p_a \ll 300$  at können für den im Diagramm 20 dargestellten Datenfall elastische und plastische Vorgänge vernachlässigt werden, da sie sehr viel kleiner als die Verformung durch Kriechvorgänge sind. Nur in diesem Bereich hat die Hoff'sche Theorie Gültigkeit (siehe auch Diagramm 15).

Bereits dieser Vergleich mit dem Grenzfall des aus der Stabilitätstheorie bekannten kritischen Beuldrucks zeigt einen wesentlichen Vorteil der hier entwickelten Methode. Er besteht darin, daß jeder im Modell enthaltene Dehnungsterm dominieren kann, ohne daß irgendwelche Einschränkungen gemacht werden müssen. Es ist also gleichermaßen möglich, Kurzzeitvoraussagen (hier dominieren plastisch-elastische Vorgänge) als auch Langzeitvoraussagen zu machen, die im wesentlichen durch Kriechvorgänge beeinflußt werden.



#### 4.3.5.2 Vergleich der numerischen Sandwichmethode mit der Theorie von Hoff /84/ und Malmberg /74/

Der Spezialfall des Rohrs konstanter Wandstärke soll ferner an Datenfällen untersucht werden, für die auch Ergebnisse aus der Arbeit von Malmberg /74/ vorliegen. Seine Theorie behandelt als einzige die Vollwandschale konstanter Wandstärke unter Berücksichtigung von radialen und azimutalen Temperaturgradienten ohne einschränkende Annahmen hinsichtlich der Spannungsverteilung in der Wand. Das Diagramm 21 zeigt für verschiedene Theorien die Abhängigkeit der Standzeit  $t_{krit}$  von verschiedenen Außendrücken. Die Kurve "Hoff" wurde - wie in allen weiteren Fällen - mit einem eigenen Rechenprogramm gerechnet. Der Vollständigkeit halber sei hinzugefügt, daß bereits in der Arbeit von Malmberg ein Vergleich mit der Hoff'schen Theorie durchgeführt wurde.

Zunächst fällt im Diagramm 21 die sehr gute Übereinstimmung zwischen der numerischen Sandwichmethode und der Theorie von Malmberg auf, während die Hoff'sche Theorie höhere Standzeiten voraussagt. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in der Hoff'schen Theorie die elastischen Verzerrungen nicht berücksichtigt werden. Allerdings ergibt die quantitative Auswertung, daß die Abweichungen der Standzeit 30 % nicht überschreiten. Diese Unsicherheit wird jedoch, wie bereits gezeigt wurde, durch Ungenauigkeiten der Werkstoffparameter bei weitem überdeckt und ist daher ohne praktische Bedeutung. Korrigiert man die Hoff'schen Standzeiten mit dem Faktor

$$f = \left( 1 - \frac{p_a}{p_{krit}^{elast}} \right) \quad (85)$$

der den Einfluß der elastischen Verformung sehr gut wiedergibt /Odqvist, 30, S.253/, dann verringert sich die maximale Diskrepanz der Theorien bei diesem Datenfall hinsichtlich der Standzeiten auf etwa 10 %. Diese geringe Diskrepanz, die auch bei anderen Datenfällen nicht wesentlich überschritten wird, ist aus zwei Gründen sehr befriedigend.

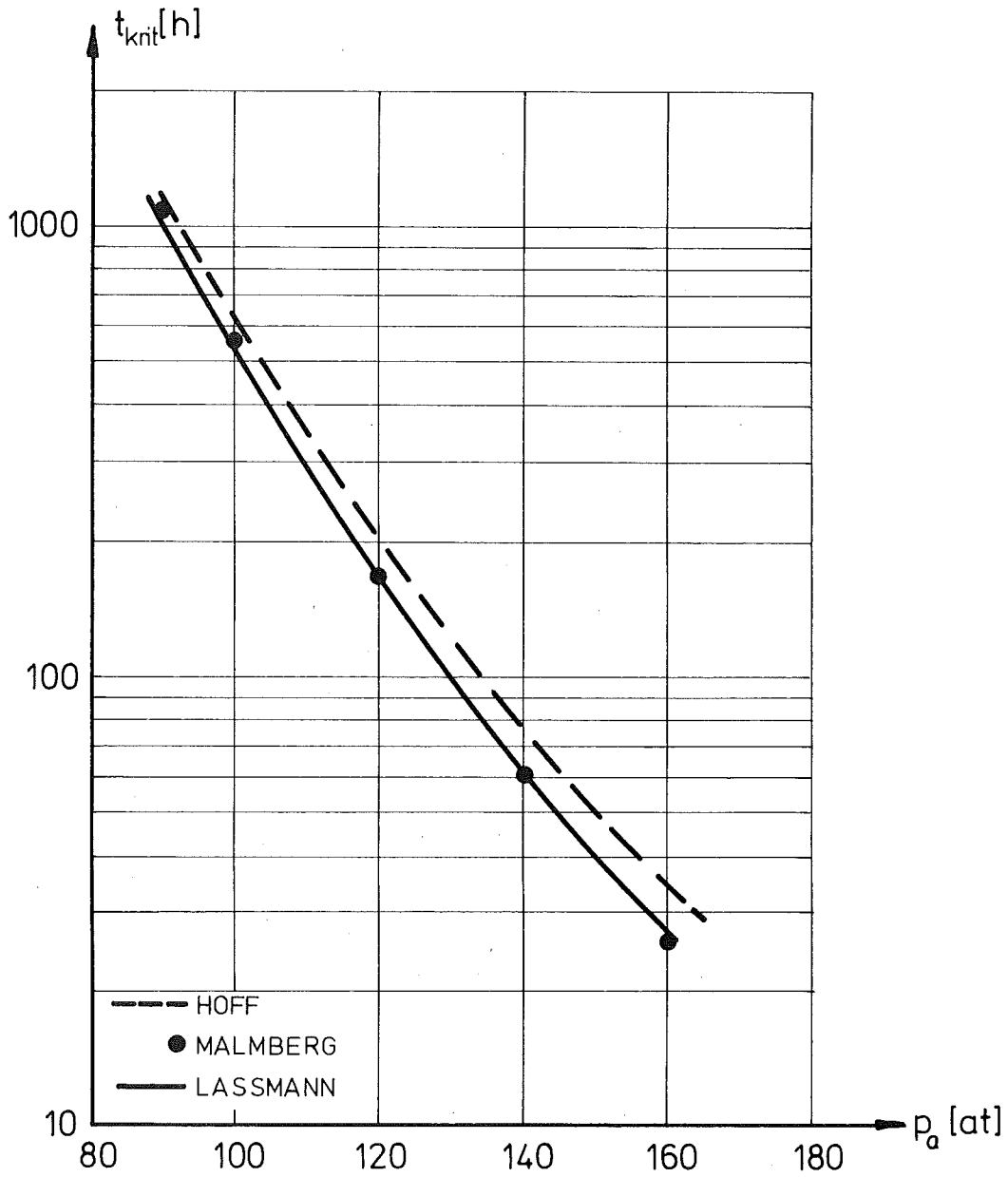


Diagramm 21 : Abhängigkeit der Standzeit  $t_{krit}$  vom Außendruck  $p_a$ ; Vergleich der numerischen Sandwichmethode mit den Theorien von Hoff /84/ und Malmberg /74/

Daten:  $\bar{r}=3,3$  mm

$w=0,4$  mm

$\alpha_2=1,225 \cdot 10^{-3}$

$r(\varphi, t=0)=\bar{r} \cdot (1+\alpha_2 \cos 2\varphi)$

Hastelloy X bei  $700^\circ\text{C}$

$E=15350$  kp/mm<sup>2</sup>

$\nu=0,3$

$k=2 \cdot 10^{-11}$        $n=6,1$

Einmal zeigt sich, daß trotz der beträchtlichen Unterschiede der verschiedenen Theorien sowohl in den theoretischen Annahmen als auch im Rechenaufwand die Standzeit übereinstimmend beschrieben wird. Zum anderen zeigt der Vergleich mit dem durch Unsicherheiten in den Werkstoffdaten bedingten Fehlerband (siehe Diagramm 15 und 16) die vergleichsweise geringe Unsicherheit der theoretischen Ergebnisse. Der Qualität der Werkstoffdaten kommt also ganz generell die entscheidende Bedeutung zu.

Einen weiteren Vergleich zwischen den genannten Theorien gibt das Diagramm 22, in dem die Abhängigkeit der Standzeit  $t_{\text{krit}}$  von der Anfangsovalität  $\alpha_2$  dargestellt ist, die in folgender Gleichung definiert ist:

$$\tau(\varphi, t=0) = \bar{\tau} (1 + \alpha_2 \cos 2\varphi) \quad (86)$$

Eingetragen sind die Ergebnisse von Malmberg, Ergebnisse nach Hoff sowie zwei eigene Rechnungen nach der numerischen Sandwichmethode. Die Unterschiede zwischen den beiden eigenen Rechnungen liegen in der Wahl des Zeitschritts  $\Delta t$ . Für die obere der beiden eingetragenen Kurven wurden bis zu ca. 90 % der Standzeit 30 konstante Zeitschritte  $\Delta t$  gewählt, die untere der Kurven entstand aus Extrapolationen verschiedener Rechnungen auf  $\Delta t \rightarrow 0$ . Diese Abhängigkeit ist im Diagramm 23 explizit dargestellt. Wählt man den Zeitschritt  $\Delta t \approx t_{\text{krit}}/30$ , dann beträgt der Fehler in der Standzeit ca. 10 %. Allerdings darf dieser Zeitschritt nur im Bereich kleiner Verformungen gewählt werden, für  $t \rightarrow t_{\text{krit}}$  muß  $\Delta t$  ständig verkleinert werden.

Neben der schon diskutierten Abhängigkeit der Standzeit  $t_{\text{krit}}$  von der Wahl des Zeitschritts  $\Delta t$  soll noch die Abhängigkeit von der Zahl  $m$  der Strukturelemente untersucht werden (Diagramm 24). Die Kurve zeigt einen asymptotischen Verlauf, die Standzeiten für  $m = 36$  und  $m = 180$  differieren nur um ca. 10 %. Diese Tendenz gilt generell.

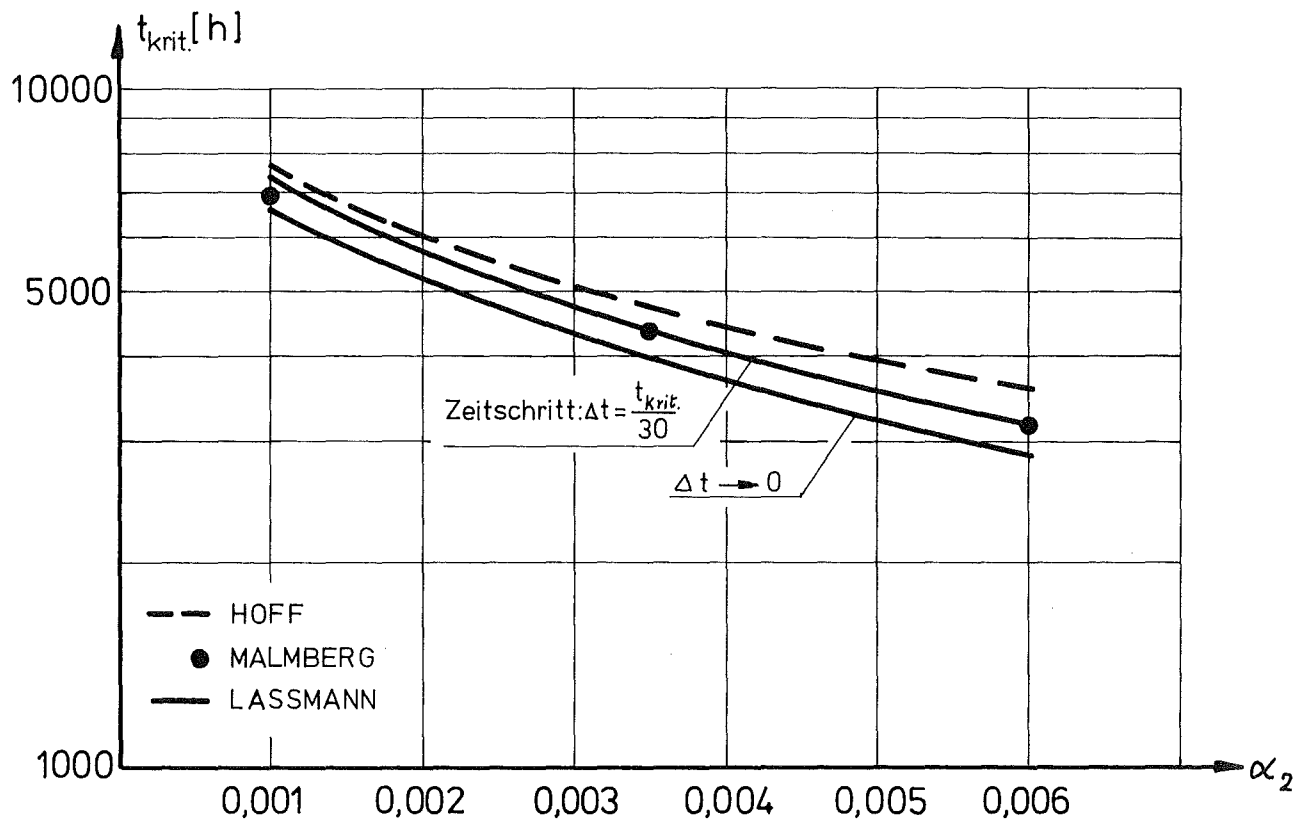


Diagramm 22 : Abhängigkeit der Standzeit  $t_{krit}$  von der Ovalitätsamplitude  $\alpha_2$ , Vergleich der numerischen Sandwichmethode mit den Theorien von Hoff /84/ und Malmberg /74/

Daten: $\bar{r}=3,3$ mm	$E=15350$ kp/mm <sup>2</sup>
$w=0,4$ mm	$\nu=0,3$
$r(\varphi, t=0)=r(1+\alpha_2 \cos 2\varphi)$	$k=2 \cdot 10^{-11}$
$p_a=100$ at	$n=5$

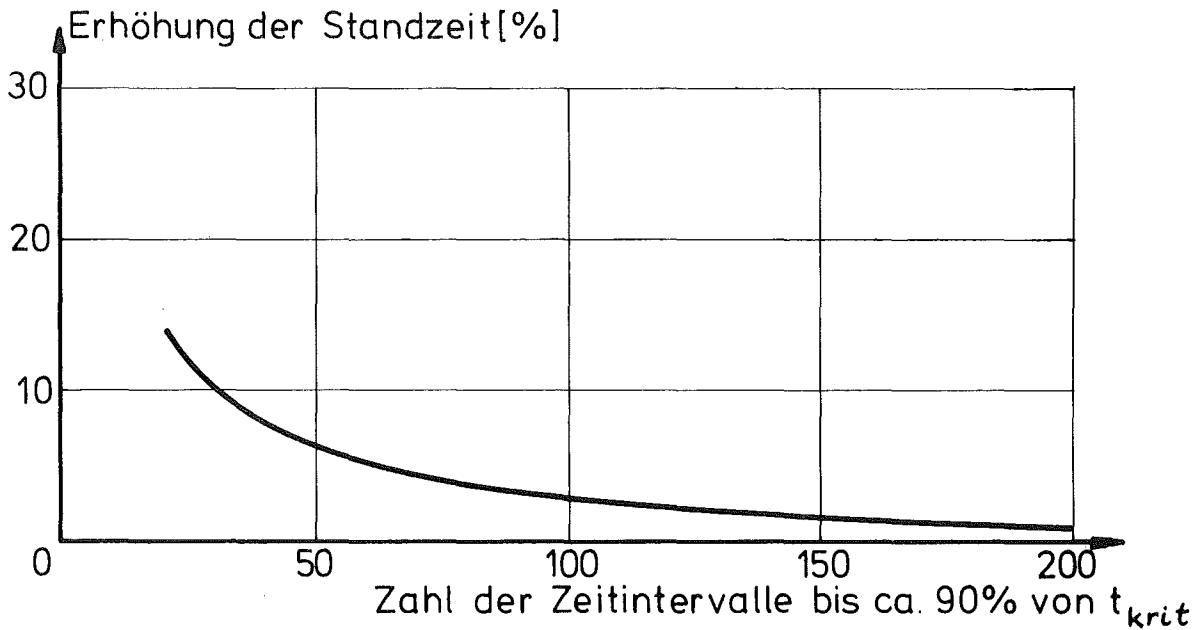


Diagramm 23 : Erhöhung der Standzeit  $t_{krit}$  nach der numerischen Sandwichmethode in Abhängigkeit von der Zahl der Zeitintervalle bezogen auf den Grenzfall (unendlich viele Zeitintervalle, Daten siehe Diagramm 21)

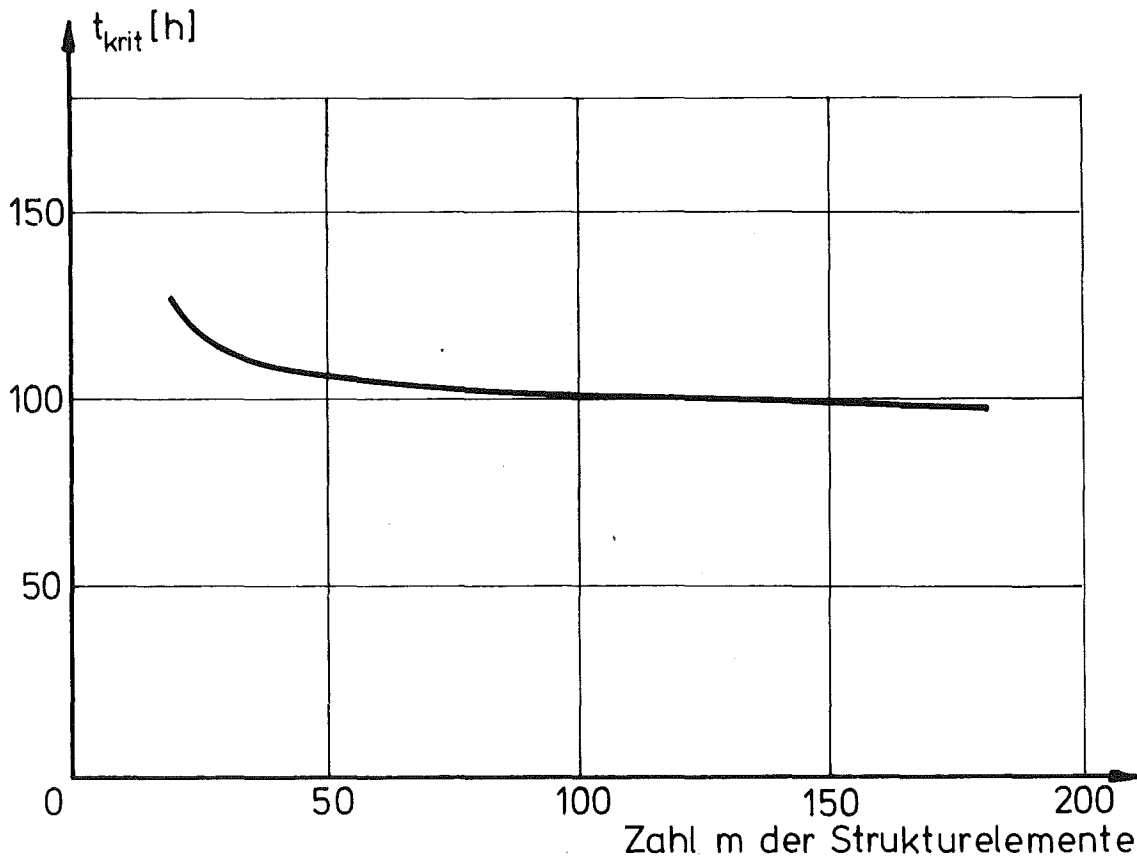


Diagramm 24 : Abhängigkeit der Standzeit  $t_{krit}$  nach der numerischen Sandwichmethode von der Zahl  $m$  der Strukturelemente ( $p_a=130$  at, weitere Daten siehe Diagramm 21)

#### 4.3.5.3 Azimutale Temperaturvariation

Im folgenden wird das Kriechbeulverhalten eines Rohrs konstanter Wandstärke in einem räumlich nicht konstanten Temperaturfeld untersucht. Das Temperaturfeld soll infolge der Brennstabanordnung eine azimutale Abhängigkeit vom Typ

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(\varphi) &\sim \cos 6\varphi + \text{konst} && \text{(hexagonales Gitter)} \\ \mathcal{J}(\varphi) &\sim \cos 4\varphi + \text{konst} && \text{(quadratisches Gitter)} \\ \mathcal{J}(\varphi) &\sim \cos \varphi + \text{konst} && \text{(Eckstab)} \end{aligned}$$

aufweisen, oder im Fall einer exzentrischen Gitterlage durch eine Überlagerung dargestellt werden. Da azimutale Temperaturunterschiede von einigen  $10^1$  Grad in engen Gittern zu erwarten sind /Hofmann, 88/, werden die Amplituden  $\mathcal{J}_{azi}^{(p)}$  entsprechend gewählt:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(\varphi, s) &= \mathcal{J}_{azi}^{(p)} \cos p\varphi + \bar{\mathcal{J}} - \Delta \mathcal{J}_{rad} \cdot s && p = 1, 4, 6 \quad (87) \\ 0 &< \mathcal{J}_{azi}^{(p)} < 40 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Dabei ist  $s$  die dimensionslose Normalkoordinate, die an der Innenseite des Rohre  $- 1/2$  und an der Außenseite  $+ 1/2$  beträgt. Die Ergebnisse sind in den Diagrammen 25 bis 28 dargestellt, von denen zunächst nur die Standzeiten  $t_{krit}$  diskutiert und verglichen werden sollen.

Der Einfluß der radialen Temperaturdifferenz  $\Delta \mathcal{J}_{rad}$  (Diagramm 25) ist sehr gering, so daß ganz analog zum rotationssymmetrischen Fall (siehe Diagramm 18 und 19) geschlossen werden kann, daß sich auch hier Spannungsspitzen infolge von radialen Temperaturdifferenzen sehr rasch abbauen. Der zeitliche Verlauf der fiktiven, radialen Temperaturdifferenzen bestätigen dies. Die Ergebnisse von Malmberg und die der eigenen numerischen Sandwichmethode unterscheiden sich über den gesamten untersuchten Bereich von  $\Delta \mathcal{J}_{rad}$

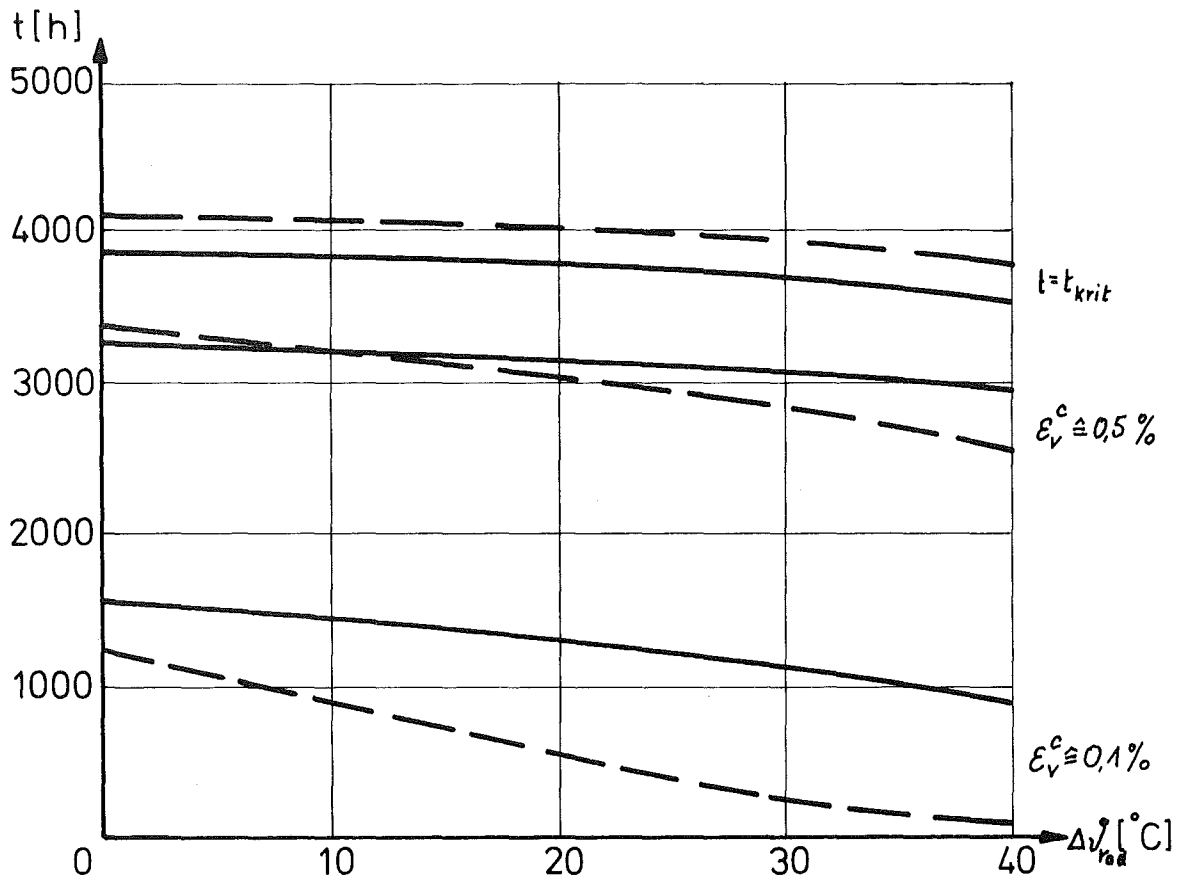


Diagramm 25 : Einfluß einer radialen Temperaturdifferenz  $\Delta T_{rad}$  auf die Standzeit  $t_{krit}$ , sowie auf die Zeit, zu der die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  beträgt (Daten siehe Tabelle 5)

———— numerische Sandwichmethode

- - - - T.Malmberg /74/

$$\vartheta(\varphi, s) = \bar{\vartheta} - \Delta T_{rad} \cdot s \quad (87)$$

nur um wenige Prozent, so daß das Modell zum Abbau der Wärmespannungen auch hier voll bestätigt wird. Es sei erwähnt, daß ohne diese Simulation des Abbaus der Wärmespannungen die Standzeiten bei Erhöhung von  $\Delta \mathcal{V}_{\text{rad}}$  sehr rasch auf Null abfallen und somit völlig falsche Resultate liefern. Zusätzlich sind im Diagramm die Zeiten eingezeichnet, zu denen die Vergleichskriechdehnungen (s.Gl.76)  $\epsilon_{\mathcal{V}}^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  betragen, die - wie bereits erwähnt wurde - wegen möglicher Strahlenversprödung ein wichtiges Auslegungskriterium darstellen. Auch hier zeigt sich, daß das Sandwichmodell vor allem bei der wichtigen  $0,5\%$ -Grenze eine recht befriedigende Übereinstimmung mit der genaueren Theorie der Vollwandschale (Malmberg) ergibt.

Die Diagramme 26 und 27 zeigen den Einfluß einer azimutalen Temperaturschwankung bei einer radialen Temperaturdifferenz von  $30^{\circ}\text{C}$ . Der Abfall der Standzeit ist sehr viel größer als im vorigen Fall, da gerade die Scheitel ( $\varphi = 0^{\circ}, 90^{\circ}, 180^{\circ}, 270^{\circ}$ ) zum Teil höhere mittlere Temperaturen und damit höhere Kriechgeschwindigkeiten aufweisen<sup>1)</sup>. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Malmberg ist wiederum voll befriedigend.

Im Diagramm 28 sind alle Ergebnisse dieses Datenfalls in einer für praktische Auslegungsrechnungen nützlichen Form zusammengestellt. Aufgetragen ist die Standzeit über der Amplitude  $\mathcal{V}_{\text{azi}}$ , wobei die bisher diskutierten Ergebnisse mit der Standzeit zu vergleichen sind, die sich im Fall der maximalen Temperatur bei azimutaler Konstanz der Temperatur ergibt (konservative Auslegung). Das Diagramm zeigt, daß die Berücksichtigung einer azimutalen Temperaturvariation zu Standzeiten führt, die etwa um den Faktor 2 - 3 höher als die bei konservativer Auslegung angenommenen Standzei-

---

1) Bei der Temperaturschwankung vom Typ  $\cos 4\varphi$  weisen im Gegensatz zur  $\cos 6\varphi$ -Verteilung alle Scheitel die maximale Temperatur auf. Die  $\cos 4\varphi$ -Verteilung führt auch deshalb zu kürzeren Standzeiten als die  $\cos 6\varphi$ -Verteilung.



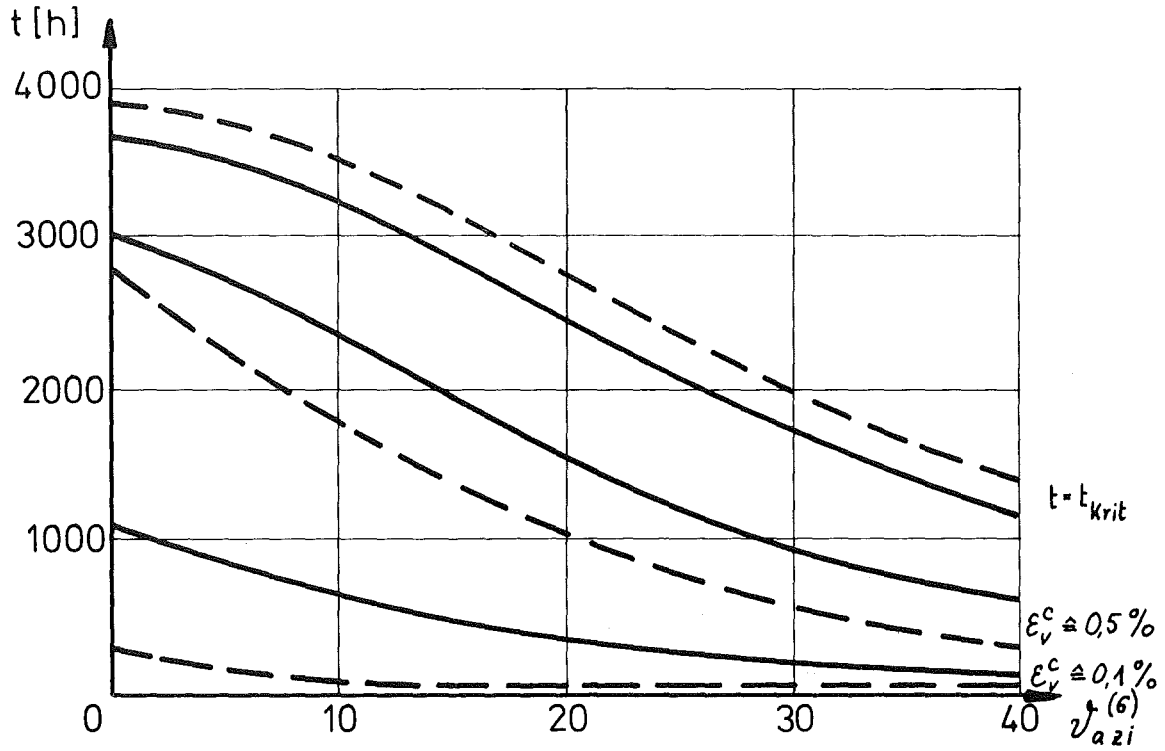


Diagramm 26 :Einfluß einer azimuthalen Temperaturschwankung vom Typ  $\cos 6\varphi$  mit der Amplitude  $v_{azi}^{(6)}$  auf die Standzeit  $t_{krit}$ , sowie auf die Zeit, zu der die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  beträgt ( $\Delta v_{rad} = 30^\circ\text{C}$ , Daten siehe Tabelle 5)

———— numerische Sandwichmethode

- - - T.Malmberg /74/

$$v(\varphi, s) = \bar{v} + v_{azi}^{(6)} \cdot \cos 6\varphi - 30 \cdot s \quad (87)$$

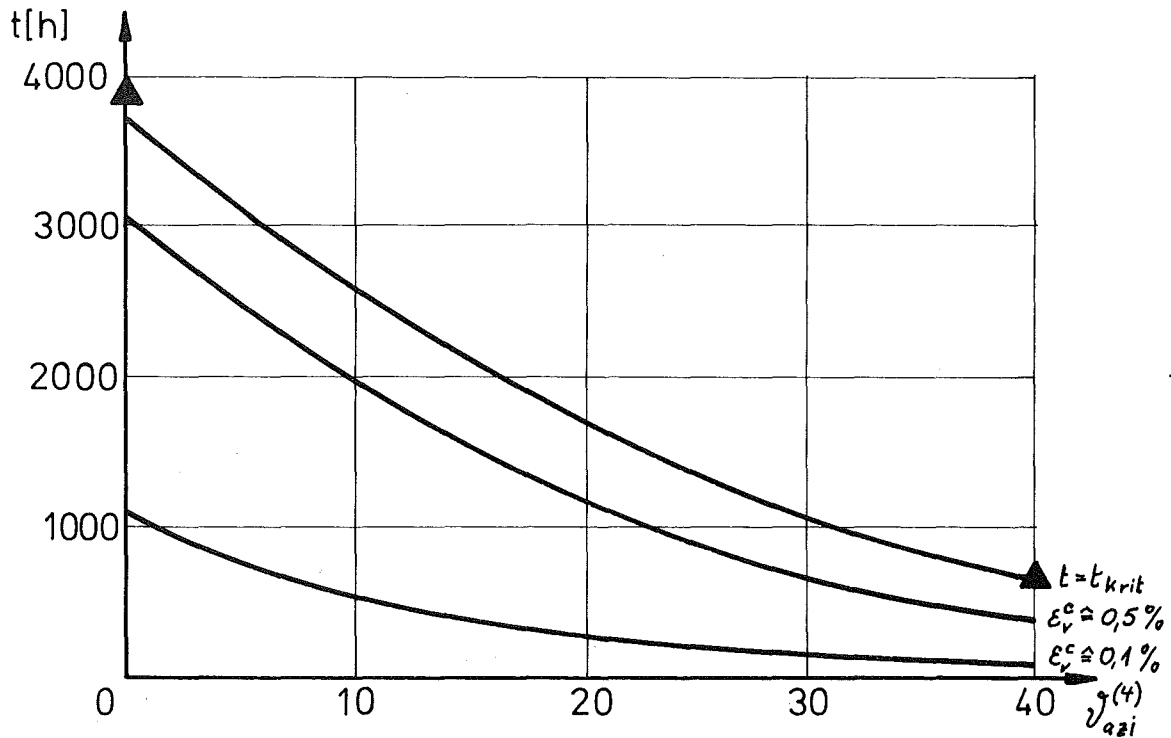


Diagramm 27 :Einfluß einer azimutalen Temperaturschwankung vom Typ  $\cos 4\psi$  mit der Amplitude  $v_{azi}^{(4)}$  auf die Standzeit  $t_{krit}$ , sowie auf die Zeit, zu der die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  beträgt ( $\Delta v_{rad} = 30^\circ C$ , Daten siehe Tabelle 5)

— numerische Sandwichmethode

▲ T.Malmberg

$$v(\psi, s) = \bar{v} + v_{azi}^{(4)} \cos 4\psi - 30 \cdot s \quad (87)$$

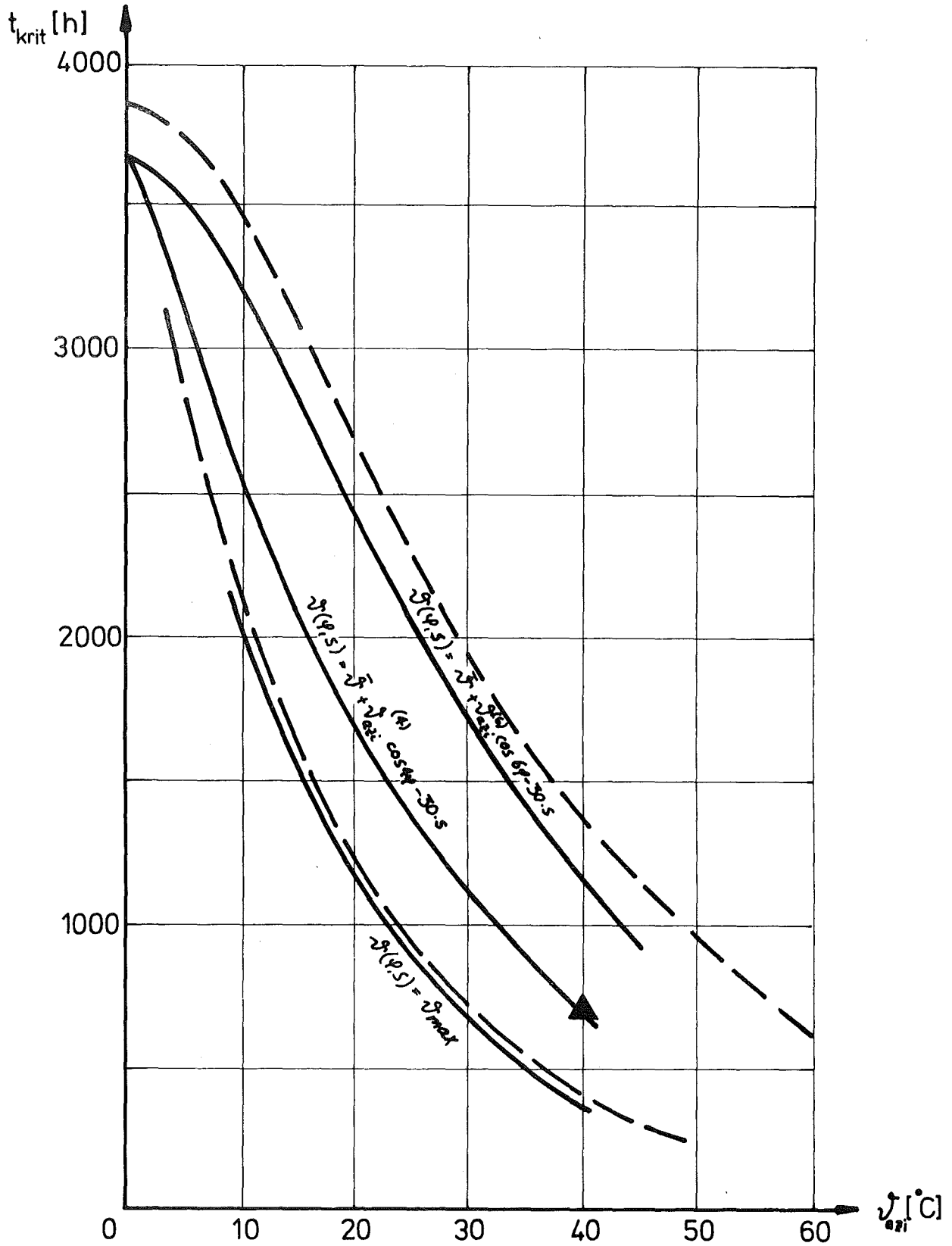


Diagramm 28 : Einfluß verschiedener azimuthaler Temperaturschwankungen nach Gleichung (87) auf die Standzeit  $t_{krit}$  bei einer radialen Temperaturdifferenz von  $\Delta j_{rad} = 30^\circ C$  (Daten siehe Tabelle 5)

———— numerische Sandwichmethode  
 --- bzw. ▲ T.Malmberg /74/

ten sind. Allerdings sind bei dieser Gegenüberstellung zwei Dinge zu beachten. Erstens gilt auch hier, daß Unsicherheiten der temperaturabhängigen Kriechparameter die Ergebnisse entscheidend beeinflussen. Zweitens spielt bei der Berücksichtigung einer azimuthalen Temperaturvariation die Wahl der Maschengröße, d.h. die Zahl der Elemente eine größere Rolle als im Fall azimuthaler Konstanz. Die folgenden Diagramme 29 und 30 zeigen diese Abhängigkeit. Da die Ergebnisse des Diagramms 28 mit 36 Elementen gerechnet wurde, werden sich bei einer Steigerung der Genauigkeit die Unterschiede gegenüber der konservativen Auslegung verringern.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich, daß der von Malmberg vertretene Vorschlag, die nicht konservative Auslegung der konservativen vorzuziehen, von Fall zu Fall genau überprüft werden sollte. Eine Berücksichtigung der azimuthalen Temperaturvariation auf das Kriechbeulverhalten wird in der Regel nicht sinnvoll sein, da für die überwiegende Zahl aller Untersuchungen die vorhandenen Unsicherheiten so groß sind, daß sie die Differenz zum konservativen Fall bei weitem überdecken.

#### 4.3.5.4 Spannungen und Verformungen im Sandwichmodell - kritische Bemerkungen -

Die gute Übereinstimmung der Sandwichlösung mit den Ergebnissen der Vollwandschale nach Malmberg liegt im wesentlichen darin begründet, daß die Spannungen im Sandwichmodell den tatsächlichen radialen nichtlinearen Spannungsverlauf unter Berücksichtigung des Spannungsabbaus vernünftig ersetzen. Diese Behauptung kann an einem von Malmberg behandelten Fall überprüft werden, für den die radiale Abhängigkeit der Tangentialspannung am Hauptscheitel ( $\varphi = 0$ ) dargestellt ist (Diagramm 31). Da die Spannungen im Sandwichmodell mittlere Werte darstellen, können zwar Spannungen in den Randfasern nicht erfaßt werden, die Abbildung c zeigt

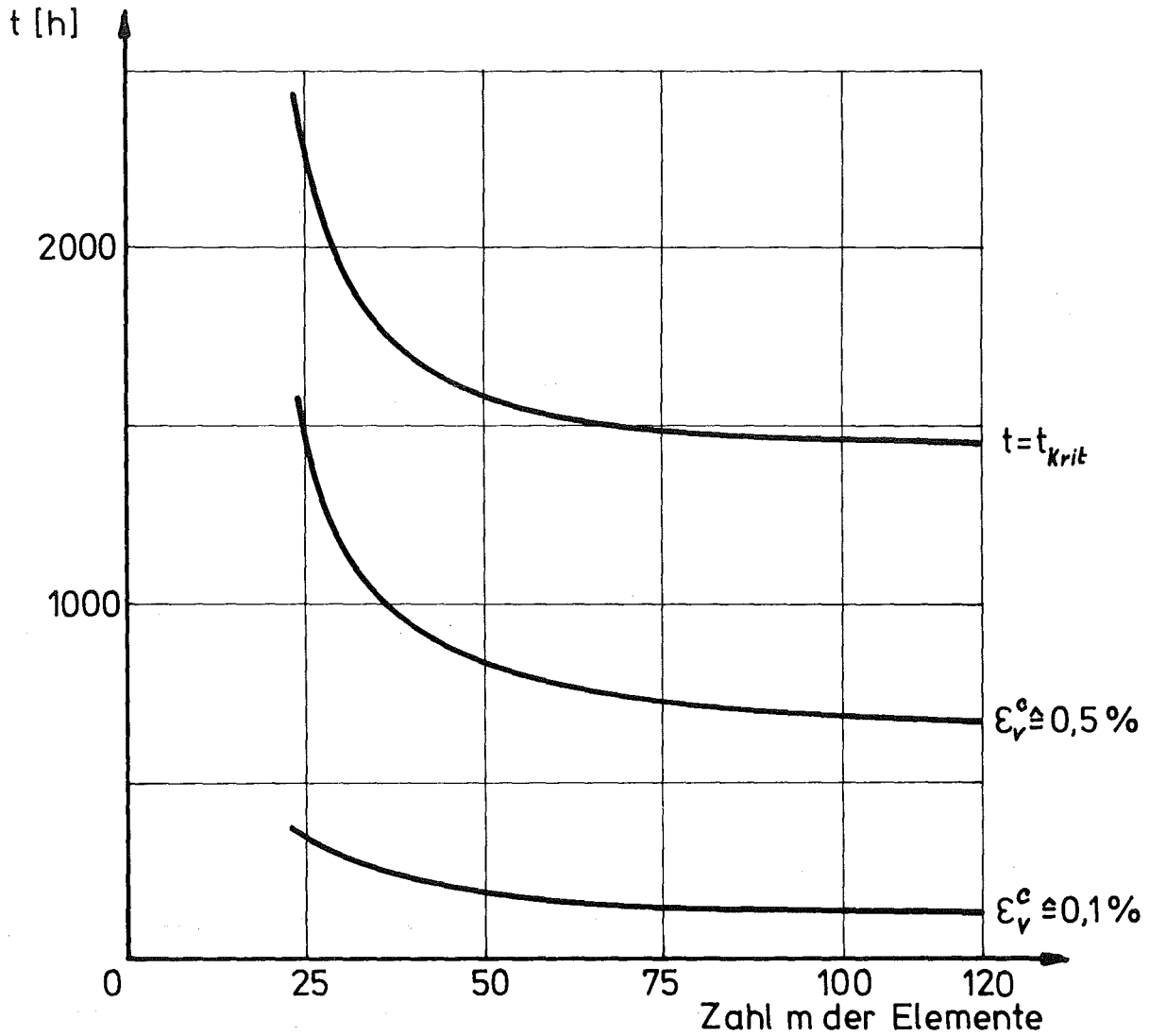


Diagramm 29 :Einfluß der Zahl m der Strukturelemente auf die Standzeit  $t_{krit}$ , sowie auf die Zeit, zu der die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  beträgt. Es liegt eine Temperaturverteilung  $v(\varphi, s) = \bar{v} + 30 \cdot \cos 6\varphi - 30 \cdot s$  vor (Daten siehe Tabelle 5)

———— numerische Sandwichmethode

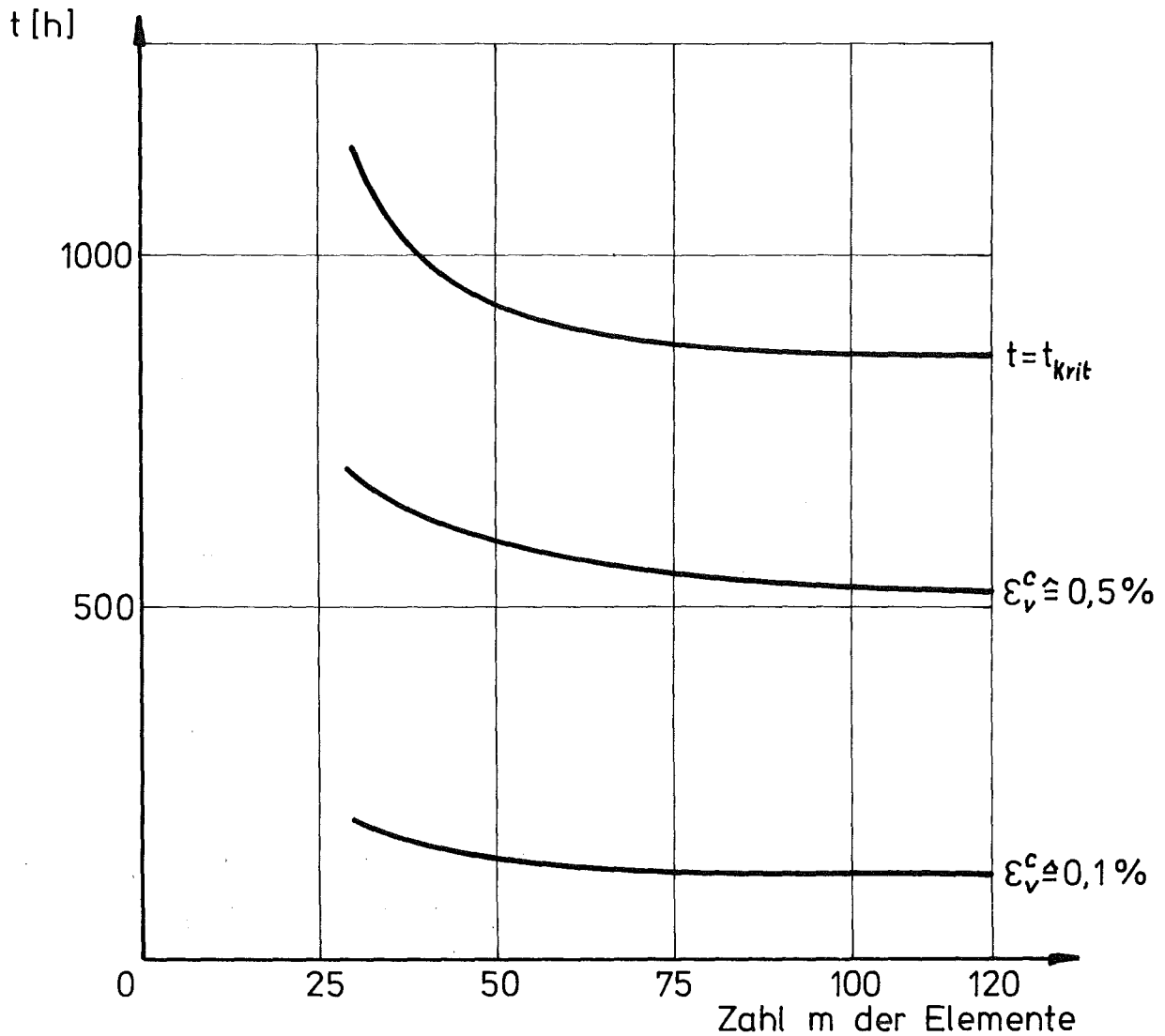


Diagramm 30 : Einfluß der Zahl m der Strukturelemente auf die Standzeit  $t_{krit}$ , sowie auf die Zeit, zu der die Vergleichskriechdehnung  $\epsilon_v^c = 0,1\%$  und  $0,5\%$  beträgt. Es liegt eine Temperaturverteilung  $\dot{v}(\varphi, s) = \bar{v} + 30 \cdot \cos 4\varphi - 30 \cdot s$  vor (Daten siehe Tabelle 5)

———— numerische Sandwichmethode

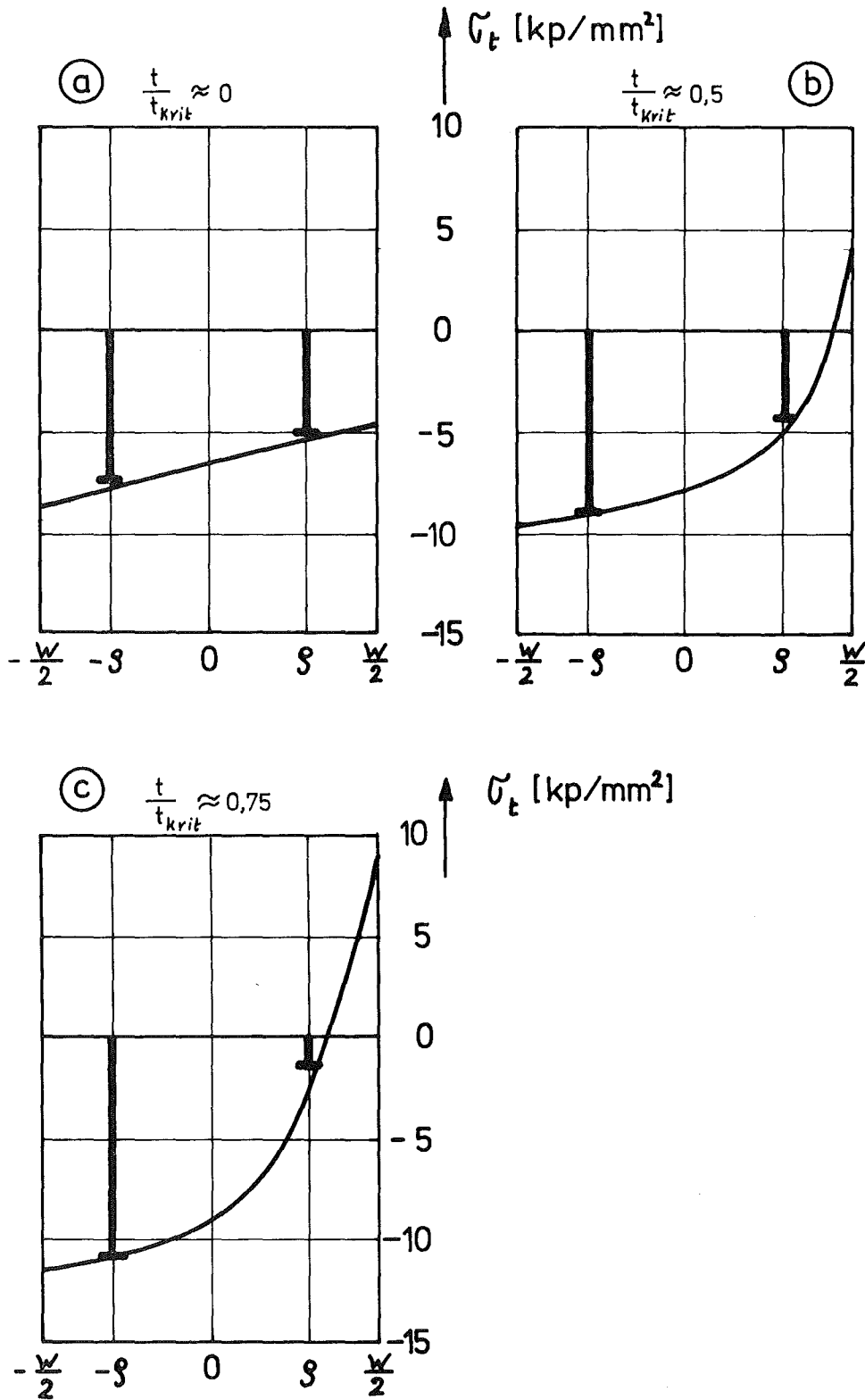


Diagramm 31 :Vergleich der tangentialen Spannung  $\sigma_t$  am Hauptscheitel ( $\varphi = 0$ ) zwischen der Vollwandschale nach Malmberg /74/ (durchgezogene Linie) und der numerischen Sandwichmethode zu verschiedenen Zeiten für ein isothermes Temperaturfeld. Die Spannungen im Sandwichmodell sind durch stark ausgezogene Linien bei  $\pm s$  charakterisiert (Daten siehe Tabelle 5)

Jedoch, daß auch nach 75 % der Standzeit die über die Rohrwand recht unterschiedlichen Spannungen für die Sandwichschalen richtig gemittelt werden.

Den zeitlichen Verlauf der tangentialen Spannung in beiden Sandwichschalen wiederum am Hauptscheitel ( $\varphi = 0$ ) zeigt das Diagramm 32, in dem der isotherme Fall dem eines rotationssymmetrischen Temperaturfelds mit  $\Delta \vartheta_{\text{rad}} = 30^{\circ}\text{C}$  gegenübergestellt ist. Man erkennt einmal den raschen Abbau der Wärmespannungen, zum anderen die durch das Biegemoment bedingte Zunahme einer positiven Spannung in der äußeren und einer negativen Spannung in der inneren Schale bei Annäherung an die Standzeit.

Da Spannungen im Sandwichmodell gut wiedergegeben werden, ergibt sich auch für die Kriechdehnungen eine gute Übereinstimmung, wie in den vorangegangenen Diagramme an Hand der 0,5 %-Grenze der bleibenden Dehnung bereits gezeigt wurde (Diagramm 33).

Zum Abschluß der Untersuchungen am Spezialfall der konstanten Wandstärke soll noch gezeigt werden, daß auch die Verformungen mit dem Sandwichmodell gut wiedergegeben werden können. Betrachtet werden tangentiale Verschiebungen  $v$  und normale Verschiebungen  $u$  (siehe Anhang 6). Dabei sei noch einmal hervorgehoben, daß im Gegensatz zum Vorgenen z.B. von Hoff für die beschriebene numerische Sandwichmethode keine Annahmen über diese Verschiebungen gemacht werden müssen.

Die normale Verschiebung  $u$  kann in einen konstanten Term (gleichförmige Schrumpfung) und einen azimuthal abhängigen Term aufgespalten werden:

$$u(t, \varphi) = \bar{r} \left\{ u_{\text{I}}(t) + u_{\text{II}}(t) f(\varphi) \right\} \quad (88)$$



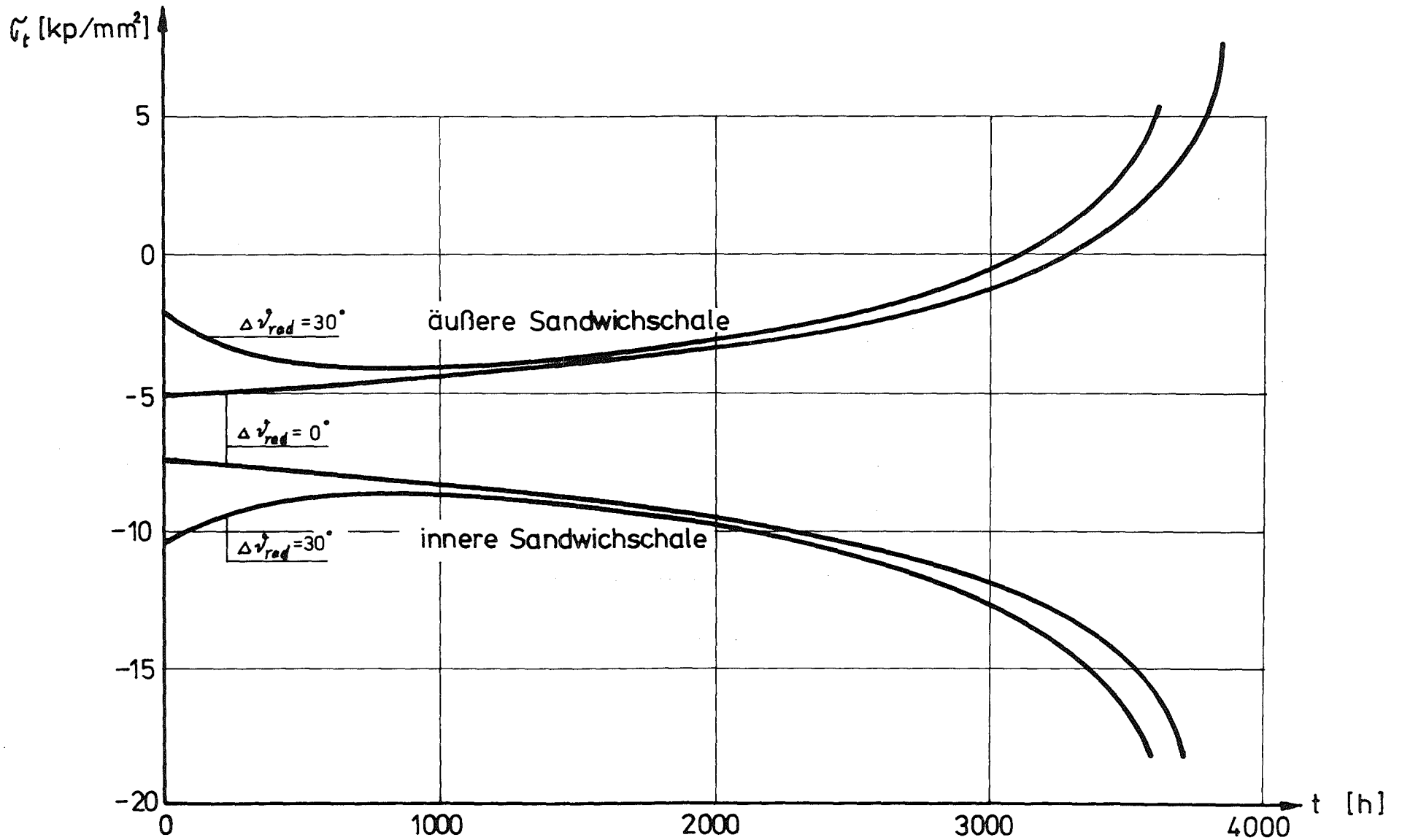


Diagramm 32 : Zeitlicher Verlauf der tangentialen Spannung  $\sigma_t$  in den Sandwichschalen am Hauptscheitel ( $\psi=0$ ) bei rotationssymmetrischem Temperaturfeld nach der numerischen Sandwichmethode (Daten siehe Tabelle 5)

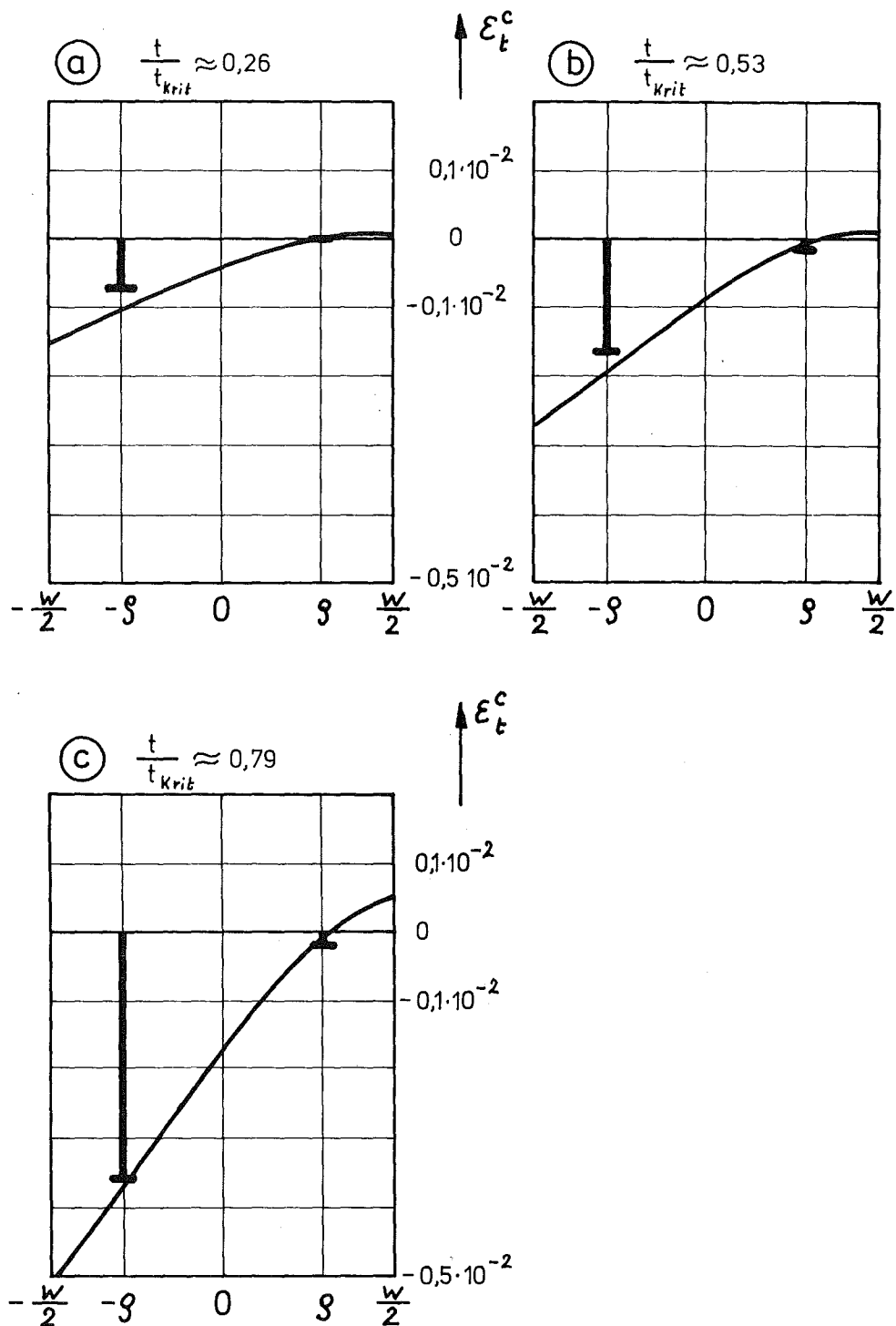


Diagramm 33 :Vergleich der tangentialen Kriechdehnung  $\epsilon_t^c$  in der Hüllrohrwand am Hauptscheitel ( $\psi = 0$ ) zwischen der Vollwandschale nach Malmberg /74/ (durchgezogene Linie) und der numerischen Sandwichmethode zu verschiedenen Zeiten bei einem rotationssymmetrischen Temperaturfeld ( $\Delta \vartheta_{rad} = 30^\circ C$ ). Die Dehnungen im Sandwichmodell sind durch stark ausgezogene Linien bei  $\pm \varrho$  charakterisiert (Daten siehe Tabelle 5)

Die tangentiale Verschiebung  $v$  wird in folgender Weise geschrieben:

$$v(t, \varphi) = \bar{r} \left\{ v_I f'(\varphi) \right\} \quad (89)$$

$u_I, u_{II}, v_I$ : dimensionslose Amplituden

Zunächst sollen die Ergebnisse durch einen plausiblen Ansatz abgeschätzt werden: da allen bisher betrachteten Fällen eine Spiegelsymmetrie an x- und y-Achse (Achsensymmetrie) zugrunde gelegt worden war, wie man der Funktion

$$r(\varphi, t=0) = \bar{r} (1 + \alpha_2 \cos 2\varphi) \quad (86)$$

entnehmen kann, müssen auch die Verschiebungen diese Doppelsymmetrie aufweisen. Die ersten Glieder einer Fourierreiheentwicklung lauten also

$$u(\varphi, t) = \bar{r} (u_I(t) + u_{II}(t) \cos 2\varphi) \quad (90a)$$

$$v(\varphi, t) = \bar{r} v_I(t) \sin 2\varphi \quad (90b)$$

Geht man davon aus, daß die Mittelfläche während der Verformung nicht gedehnt wird, dann erhält man eine Verknüpfung zwischen der tangentialen und der normalen Verschiebung (Ellington /82/, Malmberg /74/). In erster Näherung gilt

$$v_I(t) \approx -\frac{1}{2} u_{II}(t) \quad (91)$$

Mit den Gleichungen (90) und (91) sind Näherungslösungen gegeben, die mit der numerischen Sandwichmethode überprüft wurden. Die Rechnungen zeigten die prinzipielle Richtigkeit der Abschätzung für den Spezialfall der konstanten Wandstärke.

Für den bisher diskutierten Datenfall (siehe Tabelle 5) sind im Diagramm 34 die Amplituden  $u_I$ ,  $u_{II}$  und  $v_I$  in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Die Amplitude  $u_{II}$  kann mit Ergebnissen von Malmberg verglichen werden, beide Resultate sind im Rahmen der Zeichengenauigkeit identisch. Die Amplituden  $u_I$  und  $v_I$  sind von Malmberg nicht angegeben worden, so daß kein Vergleich mit den Ergebnissen der numerischen Sandwichmethode möglich ist.

Es zeigt sich also, daß die numerische Sandwichmethode im Vergleich mit der Malmberg'schen Theorie nicht nur die Standzeit bis auf wenige Prozent übereinstimmend vorausszusagen vermag - eine Diskrepanz, die angesichts der Werkstoffunsicherheiten vernachlässigbar ist - sondern darüber hinaus Verformungen, Dehnungen und Spannungen in sehr befriedigender Weise wiedergibt. Da in dieser neuen Theorie praktisch keinerlei Einschränkungen hinsichtlich der Anwendung enthalten sind, weist sie eine ganze Reihe von Vorzügen auf. Bevor darauf eingegangen wird, sollen jedoch zunächst Vergleiche und Auswertungen von Experimenten durchgeführt werden.

#### 4.3.5.5 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Messungen der Kriechkollapszeiten  $t_{krit}$  von Rohren unter Außendruck, die zur Überprüfung der bisherigen theoretischen Ergebnisse herangezogen werden können, wurden von Corum /80/, Howl und Moore /81/ und Kaupa /89/ durchgeführt. Dabei stellen die Messungen von Kaupa die umfangreichsten Untersuchungen dar, die vor allem wegen der Langzeitwerte für die Beurteilung einer Theorie Bedeutung haben, allerdings zum Teil den Nachteil aufweisen, daß keine parallelen einaxialen Kriechversuche zur Ermittlung der Kriecheigenschaften vorhanden sind. Zunächst sollen die

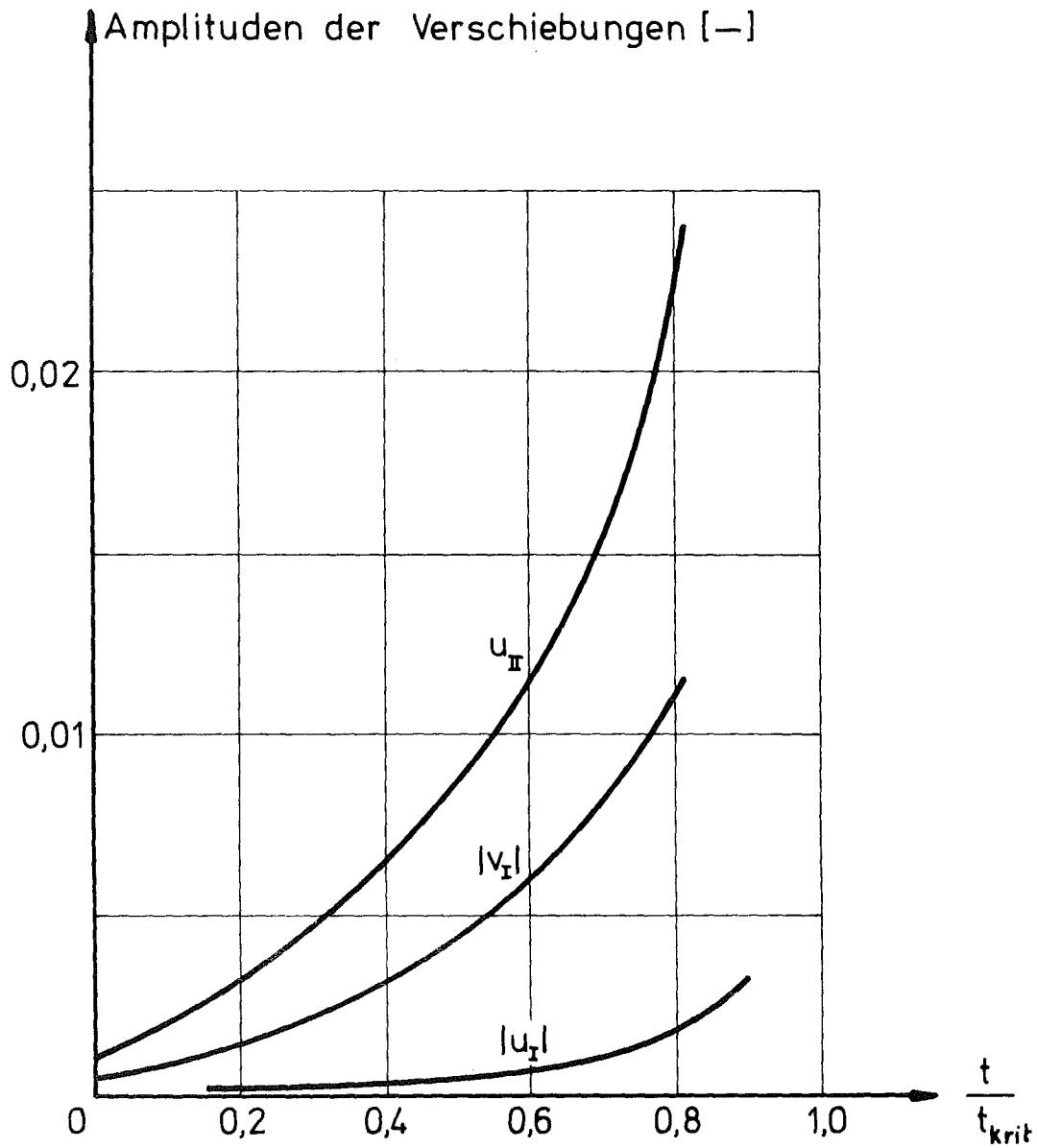


Diagramm 34 : Zeitlicher Verlauf der Amplituden der Verschiebungen am Hauptscheitel ( $f(\varphi)=f'(\varphi)=1$ , siehe Gleichung 88 und 89) bei einem isothermen Temperaturfeld (Daten siehe Tabelle 5)

Arbeiten von Corum sowie Howl und Moore diskutiert und ausgewertet werden. Diese Messungen wurden zwar an völlig verschiedenen Rohrgeometrien und verschiedenen Werkstoffen durchgeführt, weisen jedoch zwei Gemeinsamkeiten auf:

1. beide Messungen sind Kurzzeitmessungen; die Standzeiten liegen etwa zwischen 0 und 250 h;
2. beide Messungen wurden von den Autoren mit einer zur klassischen Stabilitätstheorie analogen Theorie ausgewertet.

Corum untersuchte Rohre aus dem Werkstoff AISI 304 ( $\bar{r} = 98,5$  mm;  $w = 6,35$  mm ; siehe Tabelle 2) bei einer Temperatur von  $650^{\circ}\text{C}$  und verschiedenen Drücken. Von den vier untersuchten Proben kollabierten zwei sofort (Außendruck  $p_a = 55$  und  $57$  at), während die weiteren zwei Proben Standzeiten von  $60$  h ( $p_a = 42$  at) und  $3410$  h ( $p_a = 32$  at) erreichten. Der Langzeitwert von  $t_{\text{krit}} = 3410$  h kann allerdings nicht voll berücksichtigt werden, da die Probe nach  $1056$  h und  $2168$  h aus dem Ofen ausgebaut und kalt vermessen wurde. Daß dieser Aus- und Einbau entweder die Werkstoffeigenschaften oder die Geometrie verändert haben muß, erkennt man aus der Vermessung: hier ist - allen Erkenntnissen hinsichtlich der Ovalitätszunahme (siehe z.B. Abb.14) widersprechend - in der Zeit von  $0 < t < 1056$  h eine größere Ovalitätszunahme beobachtet worden als im etwas größeren Zeitintervall  $1056 < t < 2168$  h. Die angegebene Standzeit von  $3410$  h ist also sicherlich zu hoch. Die Probe wurde in acht Ebenen vermessen, die einen Abstand von  $30$  cm aufwiesen. Bestimmt wurden jeweils der Außendurchmesser  $r_a(\varphi)$  und die Wandstärke  $w(\varphi)$ . Dabei wurde in jeder Ebene eine quasi-elliptische Geometrie der Form

$$r(\varphi, t) = \bar{r} (1 + \alpha_2(t) \cos 2\varphi) \quad (5r)$$

gefunden, so daß ein einziger Ovalitätsfaktor  $\alpha_2$  bestimmt werden konnte. Wohl bedingt durch die Herstellung verliefen

die Hauptachsen des elliptischen Zylinders wendelförmig entlang der Rohrachse. Die Kriechverformung bewirkte eine Vergrößerung der Ovalität, bei der die Achsensymmetrie trotz der angegebenen Wandstärkeschwankungen von  $\Delta w = \pm 5\%$  erhalten blieb, so daß auf einen relativ kleinen Einfluß dieser Schwankungen geschlossen werden kann. Eine spezielle Untersuchung hierzu wird im Kapitel 4.3.7 durchgeführt.

Howl und Moore untersuchten sowohl glatte als auch berippte Hüllrohre eines 20/25-CrNi-Stahls bei Temperaturen von ca. 750°C und Drücken zwischen ca. 15 und 40 at. Die maximal erreichten Standzeiten lagen bei 200 h. Die untersuchten glatten Proben variierten im Verhältnis Wandstärke zu Radius von 0,045 bis 0,053, für die untersuchten Rippenrohre wurden Temperaturen zwischen 745 und 765°C in einer Genauigkeit von  $\pm 5^\circ\text{C}$  angegeben. An einigen Proben wurden diskontinuierliche Messungen der Ovalitätszunahme durchgeführt. Zwar zeigen die Kurven den erwarteten qualitativen Verlauf, sie sind jedoch wegen des häufigen Aus- und Einbaus der Proben (bis zu 30 Mal) aus den gleichen Gründen wie der Langzeitwert von Corum nur bedingt zu verwenden.

Die Autoren Corum sowie Howl und Moore gehen bei der Auswertung ihrer Messungen vom klassischen Stabilitätskonzept aus und legen die Gleichung (84) zugrunde. Die Berücksichtigung von plastischen Dehnungen erfolgt über den Tangentenmodul  $E_t$  /Engesser, 90/

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (92)$$

oder durch den reduzierten Modul  $E_r$  /Considère, 91/

$$E_r = \frac{4 E E_t}{\left\{ E^{\frac{1}{2}} + E_t^{\frac{1}{2}} \right\}^2} \quad (93)$$

wobei der reduzierte Modul  $E_r$  zu einem etwas größeren Wert für den kritischen Beuldruck führt /Corum, 80/. Die Wahl der Querkontraktionszahl  $\nu$ , die von ca. 0,3 im elastischen Bereich bis zu 0,5 im plastischen Bereich reicht, ist problematisch. Hierfür setzen Howl und Moore folgende Abhängigkeit an:

$$\nu = 0,5 - 0,2 \frac{\sigma}{E \epsilon} \quad (94)$$

Mit diesen Voraussetzungen läßt sich zunächst der kritische Beuldruck berechnen. Durch eine Analogie übertragen nun die Autoren diese Stabilitätsbetrachtung auf zeitabhängige Vorgänge, indem sie statt des üblichen Spannungs-Dehnungs-Diagramms isochrone Spannungs-Dehnungskurven zur Berechnung der modifizierten Elastizitätsmoduli verwenden. Dabei wird allerdings die zeitliche Änderung der Ovalität infolge von Kriechvorgängen mit ihren extrem nichtlinearen Spannungsverteilungen in der Rohrwand gar nicht beschrieben, so daß derartige Voraussagen sehr vorsichtig gewertet werden müssen. Daß diese Methode überhaupt vernünftige Ergebnisse liefern kann, liegt im schon erwähnten charakteristischen Zeitverlauf der Ovalität (siehe Abbildung 14) begründet, bei dem sich eine wesentliche Änderung der Ovalität erst knapp unterhalb der Standzeit einstellt.

Corum erweitert diese Stabilitätsbetrachtung von runden Rohren auf Rohre mit anfänglicher Ovalität. Die Methode ist jedoch sehr umständlich und erfordert eine Reihe von Schritten, die sich aus wiederholten Vergleichen von aufgenommener und aufgebrachter Arbeit an Hand der  $\sigma$ - $\epsilon$  Diagramme in Verbindung mit graphischen Auswertungen ergeben. Ein theoretischer Vergleich zwischen der eigenen Methode und dieser Stabilitätsbetrachtung wurde deshalb nicht durchgeführt, zumal er auch praktisch unmöglich ist, da Isochronenkurven für große Zeiten nicht vorhanden sind. Ein Vergleich



bleibt also auf diejenigen theoretischen Ergebnisse beschränkt, die Corum selbst angegeben hat.

Im Diagramm 35 sind Meßergebnisse von Corum und theoretische Auswertungen zusammengestellt. Für die Auswertung nach Hoff und die eigene Berechnung nach der numerischen Sandwichmethode wurde das von Corum für diesen Werkstoff angegebene Norton'sche Kriechgesetz mit den Werten  $n = 6,0$ ;  $k = 0,54 \cdot 10^{-10}$  verwendet. Die Hoff'sche Theorie liefert wiederum im Bereich hoher Belastungen zu große Standzeiten. Dieser Effekt kann im vorliegenden Fall jedoch leicht mit Hilfe der Gleichung (85) korrigiert werden, da aus den beiden sofort kollabierten Proben ein kritischer Beuldruck von ca. 60 at bekannt ist. Bei der numerischen Sandwichmethode braucht keine derartige Korrektur vorgenommen zu werden, da elastische und plastische Verformungen (siehe Kapitel 4.3.2) berücksichtigt werden. Die eigene Lösung erfaßt sowohl die Kurzzeitwerte als auch den Langzeitwert, so daß von einer guten Übereinstimmung gesprochen werden kann. Für diese Berechnung wurden die geometrischen und werkstoffmäßigen Daten verwendet, die Corum selbst angegeben hat.

Überraschend ist, daß auch die Stabilitätsbetrachtung mit Hilfe von isochronen Spannungs-Dehnungskurven durchaus zu vernünftigen Ergebnissen führt. Es wird wiederum die allgemeine Aussage bestätigt, daß theoretische Ergebnisse unter Verwendung von identischen Kriechdaten im Vergleich mit den Unsicherheiten aus den Werkstoffdaten nur wenig differieren.

Die Ergebnisse von Howl und Moore an glatten Rohren sind im Diagramm 36 der eigenen Lösung gegenübergestellt. Zu beachten ist, daß die Proben sowohl in der Geometrie als auch in der mittleren Temperatur Unterschiede aufwiesen, während sich die theoretische Auswertung auf mittlere Daten beschränkt.

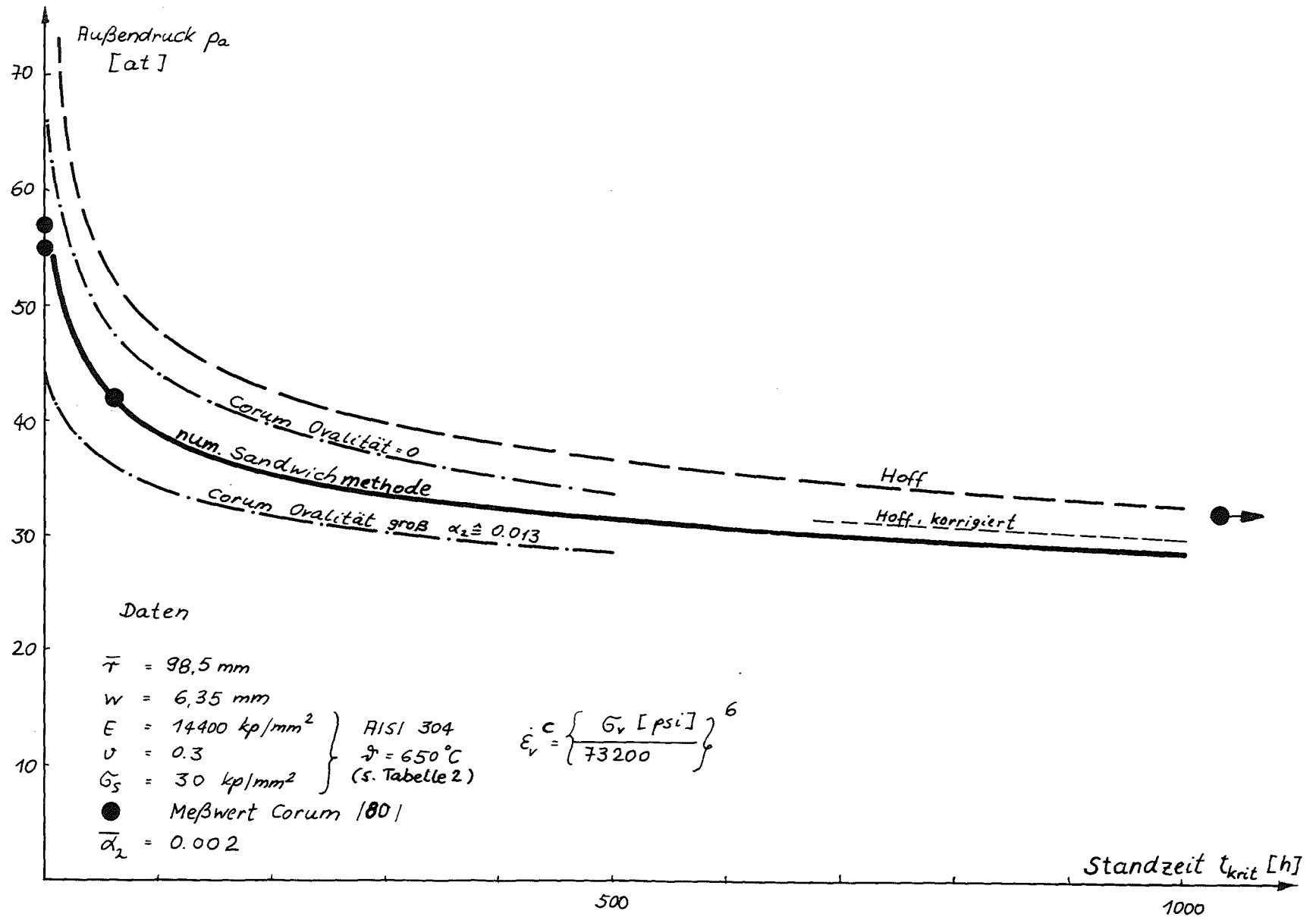


Diagramm 35 : Auswertung der Meßergebnisse von Corum /80/ mit der Theorie von Hoff /84/ und der numerischen Sandwichmethode

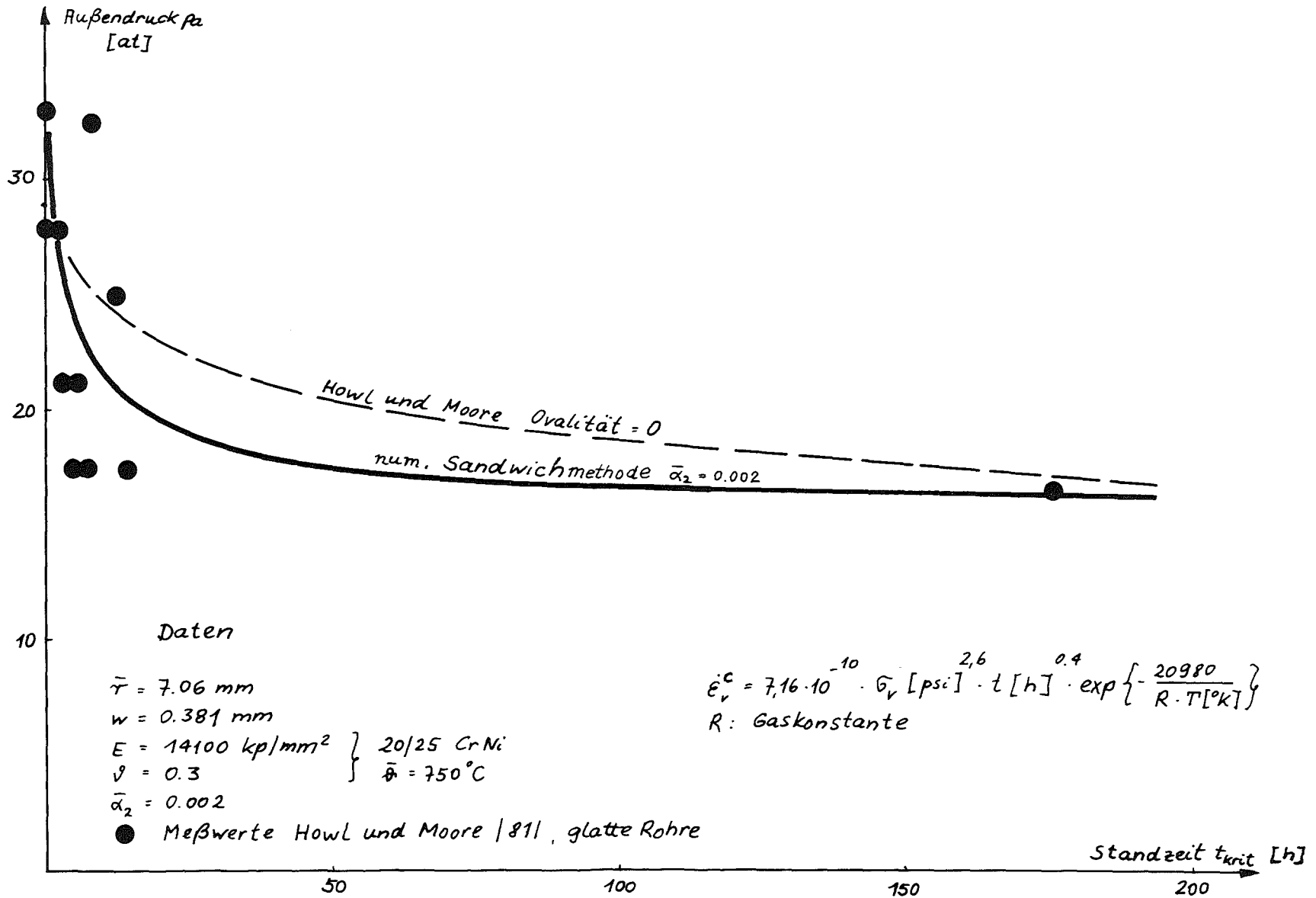


Diagramm 36 :Auswertung der Meßergebnisse von Howl und Moore /81/ an glatten Rohren mit der numerischen Sandwichmethode

Da das von Howl und Moore angegebene Kriechgesetz einen Faktor der Zeitverfestigung aufweist ( $\dot{\epsilon}^c \sim t^{0.4}$ ), kann keine Auswertung nach Hoff durchgeführt werden. Auch hier beschreibt die Lösung der numerischen Sandwichmethode die Meßwerte in zufriedenstellender Weise.

Im Gegensatz zu den bisher genannten Autoren hat Kaupa Langzeitmessungen an verschiedenen Hüllrohrmaterialien bei Temperaturen um 700°C durchgeführt. Neben glatten Rohren wurden berippte Rohre untersucht, die Ergebnisse hierzu werden jedoch im nächsten Kapitel dargestellt und mit der numerischen Sandwichmethode ausgewertet werden. Experimentell wurde von Kaupa festgestellt:

1. Bei allen Proben stimmte die Ebene der Einbeulung mit der Ebene überein, die durch die maximalen Anfangsdurchmesser gegeben war. Die Beulform war ausschließlich zweiwellig.
2. Zwischen den Proben mit einem Verhältnis Durchmesser zu Länge von ca. 1 : 14 und 1 : 7 ergab sich kein Unterschied in der Standzeit.
3. Zeitliche Änderungen der Verformungen können nicht aus Messungen an verschiedenen Proben gewonnen werden, die zu verschiedenen Zeiten ausgebaut und vermessen werden, sondern müssen kontinuierlich ermittelt werden, da sonst die Versuchsergebnisse zu stark streuen.
4. Keine der untersuchten Legierungen kann Außendrücken von 180 at, wie sie beim dampfgekühlten schnellen Brutreaktor geplant waren, ohne Entlastung von innen über eine Zeit von ca. 20 000 h standhalten.

Im folgenden sollen zwei dieser Aussagen von Kaupa diskutiert werden. Zunächst stützt die Aussage 1 die in dieser Arbeit häufig gemachte Annahme, daß sich die Anfangsovalität durch eine  $\cos 2\psi$  -Abhängigkeit beschreiben läßt. Wie in den weiteren Ausführungen dieser Arbeit noch gezeigt

werden wird, spielen die Oberwellen der Anfangsgeometrie gegenüber der  $\cos 2\varphi$ -Grundwelle praktisch keine Rolle. Aus der Aussage 2 zieht Kaupa den Schluß, daß auch kurze Probenlängen mit dem Verhältnis Durchmesser zu Länge von ca. 1 : 7 bereits als unendlich lang angesehen werden können. Nach experimentellen Untersuchungen, die Krugmann gemeinsam mit Gründl, Heintzelmann und Hüftle /92/ durchgeführt hat, ist jedoch der Einfluß der Probenlänge auf die Standzeit komplizierter: nur Proben mit einem Verhältnis von mindestens 1 : 15 sind als unendlich lang anzusehen.

Kaupa hat die Experimente an glatten Rohren mit der Hoff'schen Theorie ausgewertet. Diese Auswertungen zeigen jedoch, daß die Hoff'sche Theorie in der Form, in der sie Kaupa verwendet hat (konstante Kriechparameter über die gesamte Kriechkollapszeit), nur dann geeignet ist, das Kriechbeulverhalten wiederzugeben, wenn der Werkstoff auch im Langzeiteinsatz thermodynamisch stabil bleibt. In der Regel ist dies jedoch nicht der Fall, so daß mit Änderungen der Kriech-eigenschaften während der Beulzeit zu rechnen ist. Eine Kriechbeultheorie sollte also möglichen Änderungen der Werkstoffeigenschaften während der Verformung Rechnung tragen können. Diese Forderung ist nur bei numerischen Lösungen problemlos, so daß man durch die experimentellen Ergebnisse - vor allem durch die Langzeitwerte - ein starkes Argument dafür erhält, daß zur Lösung von Beulphänomenen an Hüllrohren numerische Lösungen Vorteile bieten. Die Langzeitwerte bestätigen außerdem voll die in der Einleitung zum Kriechbeulverfahren beschriebenen Abschätzung hinsichtlich der Unsicherheit in der Voraussage des Langzeitverhaltens (Diagramme 15 und 16).

Kriechbeultheorien können also Standzeiten nur dann vernünftig wiedergeben, wenn die Kriech-eigenschaften auch im Langzeiteinsatz bekannt sind und wenn Änderungen der Kriech-eigenschaften infolge von Werkstoffveränderungen in der

Theorie berücksichtigt werden. Leider sind gerade von der Charge (Incoloy 800, HH 6603), die Kaupa am ausführlichsten untersucht hat, die Kriechparameter sowohl im Kurzzeitversuch als auch im Langzeitversuch unbekannt, so daß eine theoretische Überprüfung dieser Kriechbeulstandzeiten kaum möglich ist. Auswertungen verschiedener Kriechdaten von Incoloy 800, die im Anhang 1 zusammengestellt sind, helfen nicht weiter, da die Kriecheigenschaften stark vom Ti- und Al-Gehalt sowie der Wärmebehandlung abhängig sind. Deshalb werden in den folgenden Betrachtungen die Messungen von Kaupa an glatten Rohren nur verwendet, um eine vergleichende Untersuchung zwischen glatten und berippten Rohren durchzuführen. Dazu wurden mit Hilfe einer statistischen Auswertung die Kriecheigenschaften aus den gemessenen Standzeiten bestimmt. Dieser statistischen Auswertung wurde die Hoff'sche Theorie zugrunde gelegt, nach der sich folgender sehr einfacher Zusammenhang zwischen dem Druck  $p_a$  und der Kollapszeit ergibt:

$$\lg p_a = -\frac{1}{n} \lg t_{krit} + konst \quad (95)$$

Rechnungen nach der eigenen numerischen Sandwichmethode bestätigen die prinzipielle Richtigkeit dieser Abhängigkeit. Damit vereinfacht sich die statistische Auswertung von Kriechbeulstandzeiten zur Anpassung einer Geraden, Einzelheiten sind im Anhang 7 beschrieben. Aus den Meßwerten erhält man mit einer statistischen Sicherheit von 95 % folgende Nortonparameter:

$$n = 6,3 \pm 1,9$$
$$k = 0,39 \cdot 10^{-11}$$

$\Delta k$ : mehrere Größenordnungen

Die sehr großen Einzelfehler  $\Delta k$  und  $\Delta n$  der Größen  $k$  und  $n$  erklären sich aus der geringen Zahl der Meßpunkte (7), jedoch sollte man diese großen Einzelfehler nicht überbewerten, da die Vertrauensgrenzen der Voraussage aus

dem mittleren Fehler und nicht aus den ungünstigsten Kombinationen der Einzelfehler bestimmt werden.

Mit diesen angepaßten Kriechparametern wurde die Standzeit nach der numerischen Sandwichmethode ermittelt (Diagramm 37) und mit der angepaßten Hoff'schen Lösung verglichen. Die Unterschiede zwischen beiden Theorien betragen weniger als 20 % in der Standzeit. Zusätzlich eingetragen ist neben dem Anpassungsfehler eine Lösung der numerischen Sandwichmethode, bei der neben den Kriecheigenschaften auch Plastizität durch ein fiktives ideal elastisches - ideal plastisches Verhalten mit einer Streckgrenze von  $\sigma_s = 29 \text{ kp/mm}^2$  berücksichtigt wurde (siehe Kapitel 4.3.2). Erst oberhalb des Außendruckes  $p_a \approx 200 \text{ at}$  fällt dieser Einfluß merklich ins Gewicht. Damit ist gezeigt, daß die gewählten Werkstoffdaten das Kriechbeulverhalten der glatten Rohrproben richtig wiedergeben und somit der Auswertung der chargengleichen Rippenrohre zugrunde gelegt werden können, die im folgenden Kapitel beschrieben wird.

#### 4.3.6 Einfluß von Rippen auf das Kriechbeulverhalten

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, daß das Beulverhalten glatter Rohre mit konstanter Wandstärke von verschiedenen Theorien in guter Übereinstimmung beschrieben werden kann. Allerdings zeigten die Messungen von Kaupa, daß kein Werkstoff unter extrem hohen Belastungen ( $p_a > 100 \text{ at}$ ) und Temperaturen oberhalb  $650^\circ\text{C}$  eine genügend hohe Sicherheit gegen Kriechbeulen während der Einsatzzeit bietet. Aus diesem Grund wurde in verschiedenen Laboratorien versucht, das Kriechbeulverhalten von Hüllrohren durch Längsrippen zu verbessern. Diese Rippen waren zum Teil wendelförmig angeordnet, wobei der Steigung jedoch aus kühlungstechnischen Gründen Grenzen gesetzt sind. Bislang konn-

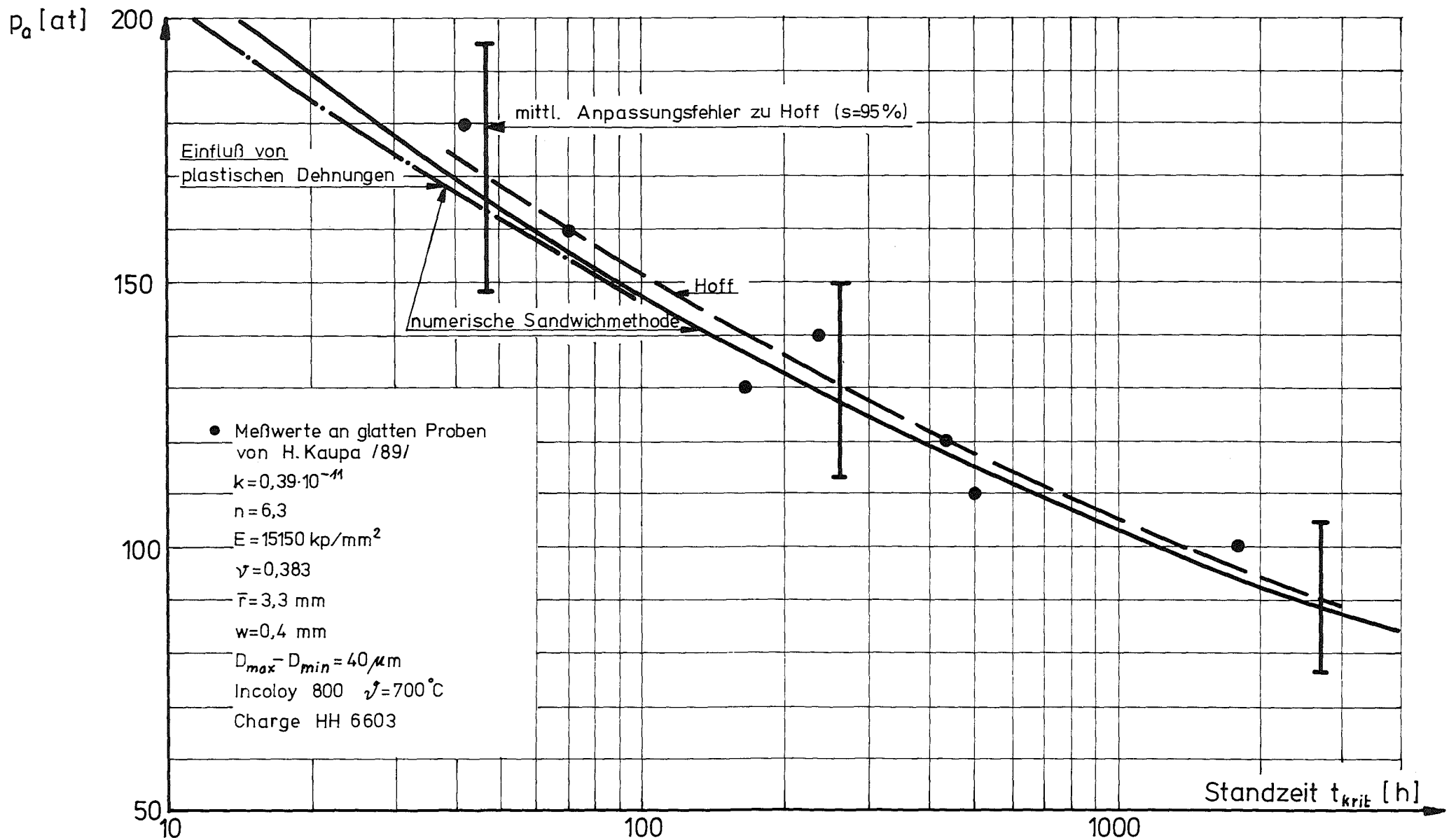


Diagramm 37 : Theoretische Auswertung der Meßwerte von Kaupa /89/ an glatten Rohren nach der Theorie von Hoff /84/ und der numerischen Sandwichmethode



ten derartige Geometrien nur experimentell untersucht werden. Sie werden in den folgenden Kapiteln mit der numerischen Sandwichmethode auch theoretisch untersucht.

#### 4.3.6.1 Vergleich der elastischen Spannungsverteilung in einem Rippenrohr zwischen der numerischen Sandwichmethode und Ergebnissen von Krieg /93/

Zunächst soll die elastische Spannungsverteilung eines Rippenrohrs gegebener Geometrie (Rotationssymmetrie und 6 Außenrippen) mit einer Lösung von Krieg /93/ verglichen werden. Das Diagramm 38 gibt die Geometrie sowie ein Iso-spannungsfeld der tangentialen Spannung wieder /Krieg, 94/. Danach ist der Rippeneinfluß auf den glatten Rohrteil nach einer halben Rippenbreite abgeklungen, so daß in großen Bereichen zwischen den Rippen Spannungsverteilungen wie im glatten Rohr herrschen. Der Rippenkopf ist praktisch spannungsfrei. Im Diagramm 39 wird diese Spannungsverteilung in sechs radialen Schnitten mit den Spannungen in beiden Sandwichschalen verglichen. Die Übereinstimmung ist zufriedenstellend, vor allem wird auch die geringe Spannung im Rippenkopf richtig wiedergegeben. Die Elemente hatten bei dieser Untersuchung einen Segmentwinkel von 2.

#### 4.3.6.2 Auswertung der experimentellen Ergebnisse von Howl und Moore /81/ sowie von Kaupa /89/ an Rippenrohren mit der numerischen Sandwichmethode

Die Überprüfung der Meßergebnisse von Howl und Moore an Rippenrohren mit 16 Außenrippen ist im Diagramm 40 wiedergegeben. Bei kritischer Wertung sind folgende Punkte zu berücksichtigen:

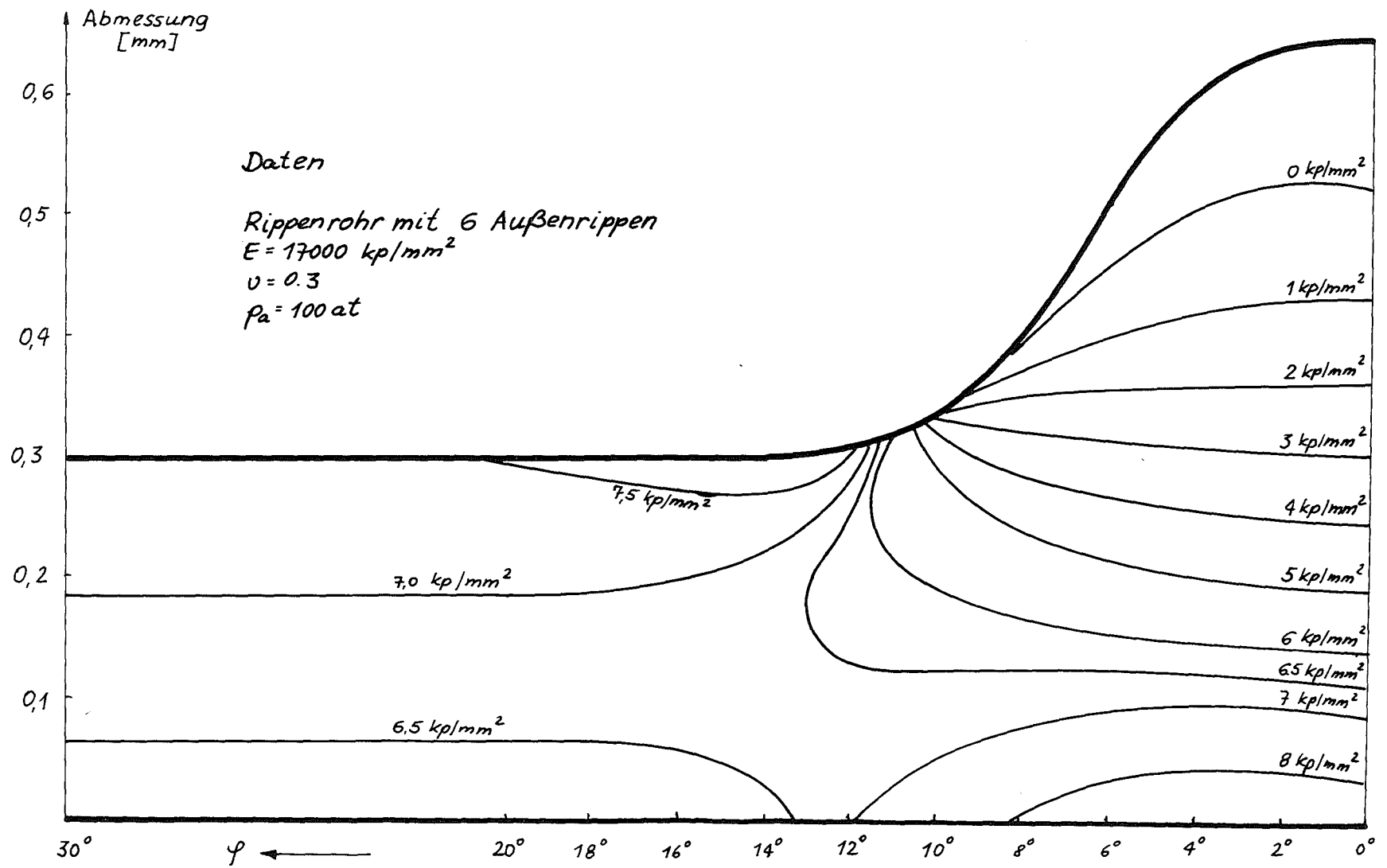


Diagramm 38 : Rippengeometrie und elastische tangentielle Spannung nach Krieg : /94/

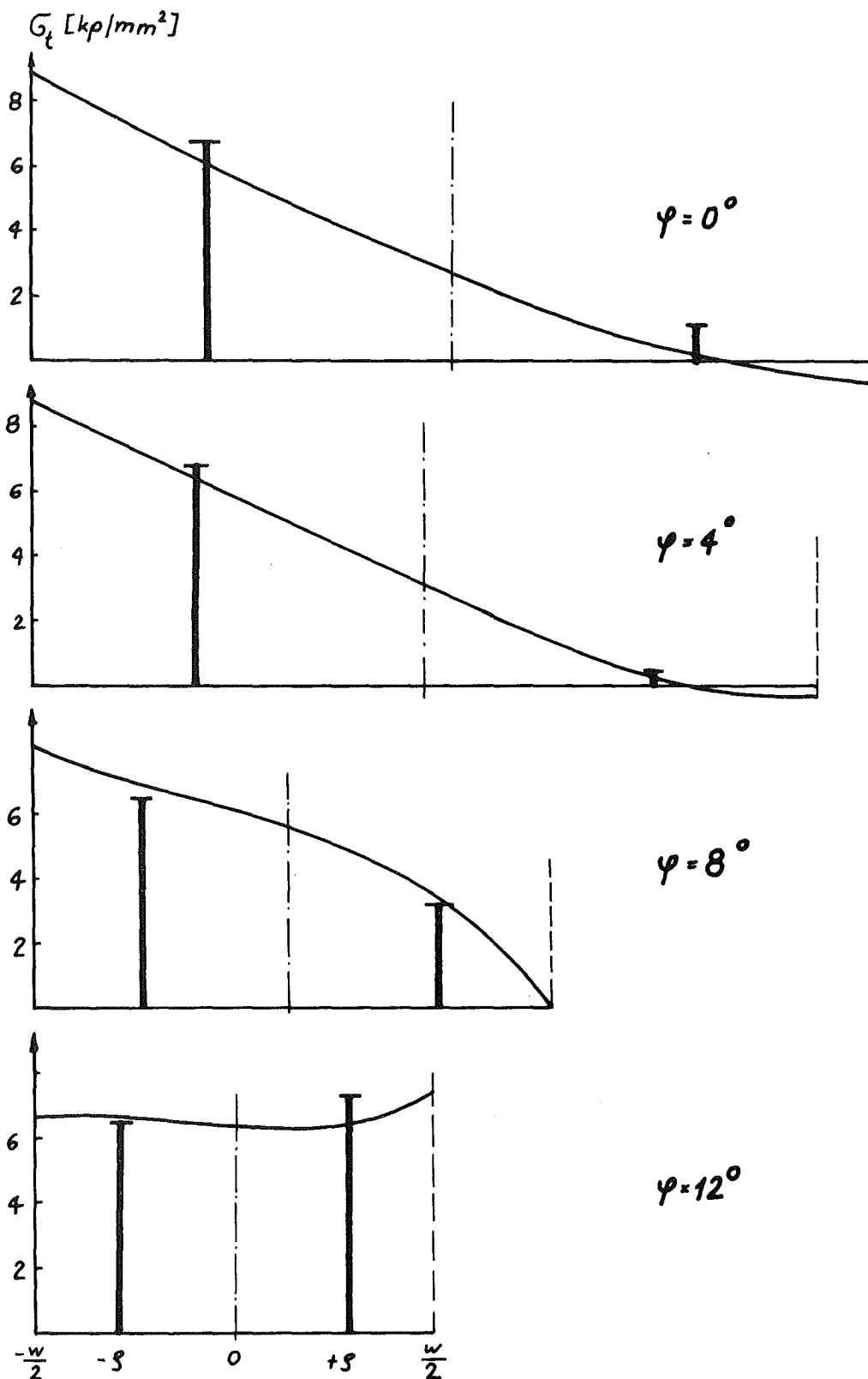


Diagramm 39 : Vergleich der elastischen tangentialen Spannung nach Krieg /94/ mit der Lösung der numerischen Sandwichmethode. Die Spannungen im Sandwichmodell sind durch stark ausgezogene Linien bei  $\pm\delta$  charakterisiert. (Geometrie der Rippe siehe Diagramm 38)

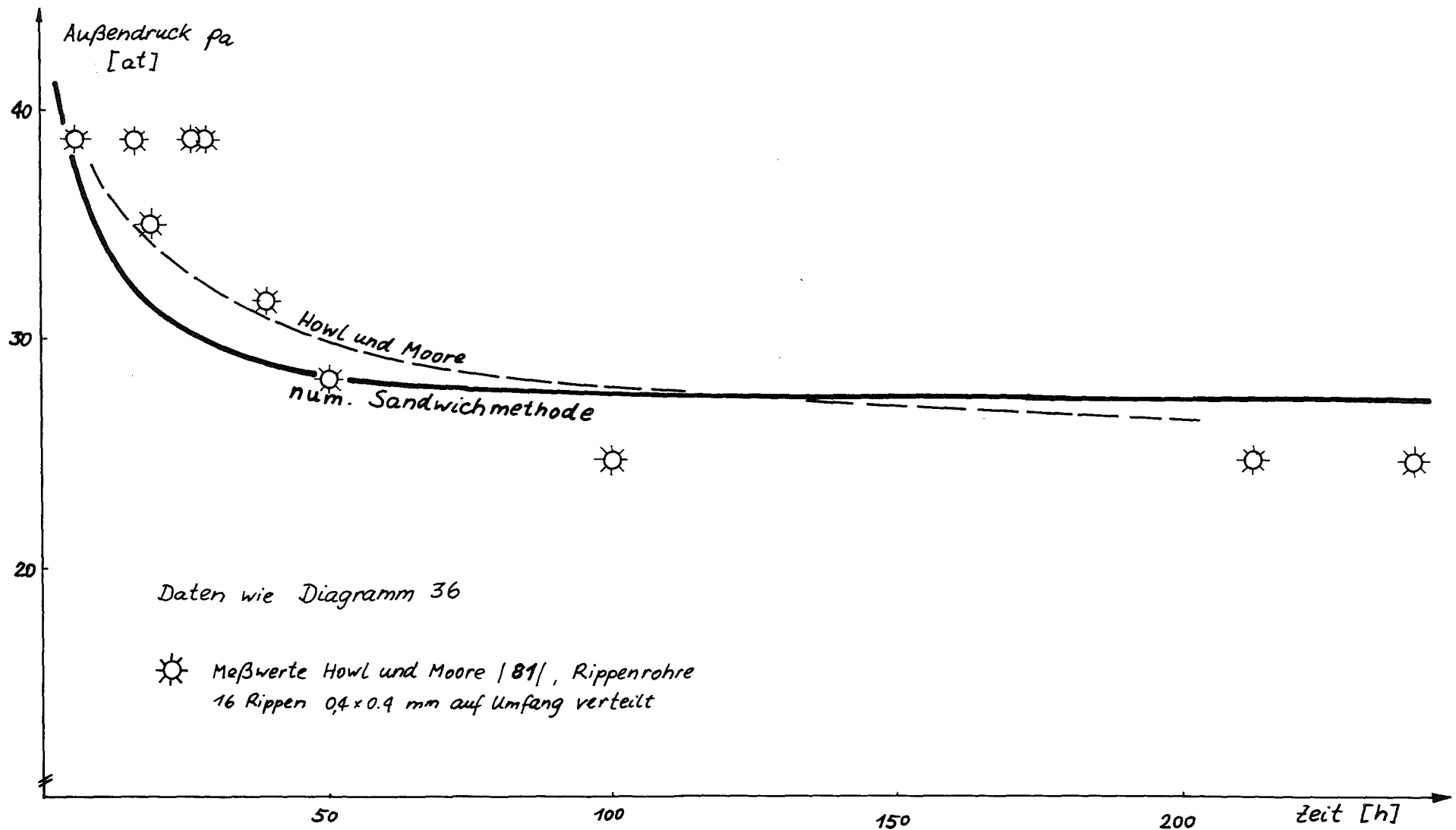


Diagramm 40 :Theoretische Auswertung der Meßergebnisse von Howl und Moore /81/ an Rippenrohren nach der numerischen Sandwichmethode

1. Die Proben wiesen unterschiedliche Geometrien auf.
2. Die Versuche wurden bei unterschiedlichen Temperaturen durchgeführt.
3. Das von Howl und Moore angegebene und für die Nachrechnung verwendete Kriechgesetz ist nur im primären Kriechbereich gültig.

Die Punkte 1 und 2 erklären die Streuung der Meßergebnisse von Howl und Moore. Der eigenen Rechnung wurden eine mittlere Geometrie und eine mittlere Temperatur zugrunde gelegt. Die verwendete Strukturunterteilung ist im Diagramm 41 dargestellt, in dem gleichzeitig ein Verschiebungsfeld eingezeichnet ist. Im Rippenbereich wurde eine Feinunterteilung von  $0,5^\circ$  pro Element, im Glattrohrbereich eine Grobunterteilung gewählt. Insgesamt wurde das Hüllrohr durch 160 Elemente idealisiert. Die Übereinstimmung zwischen den Meßwerten und den Rechnungen nach der numerischen Sandwichmethode ist zufriedenstellend. Sie wäre sicher noch besser, wenn alle Experimente unter einheitlichen Versuchsbedingungen, vor allem bei gleicher Temperatur, durchgeführt worden wären.

Sehr überraschend ist die gute Übereinstimmung der theoretischen Auswertung, die Howl und Moore selbst vorgenommen haben, mit den Experimenten (siehe ebenfalls Diagramm 40), obwohl die Autoren an Stelle der tatsächlich vorliegenden Rippengeometrie ein Rohr mit einer gemittelten Wandstärke nach Gleichung (84) untersucht haben.

An Hand des Verschiebungsfeldes (Diagramm 41) ist zu erkennen, daß die einzelnen Rippen in der Tat keinen ausgeprägten Einzeleinfluß ausüben, so daß sich dieses Verschiebungsfeld nur sehr unwesentlich vom Feld eines glatten Rohres unterscheidet. Diese Tatsache kann die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment erklären und wurde durch

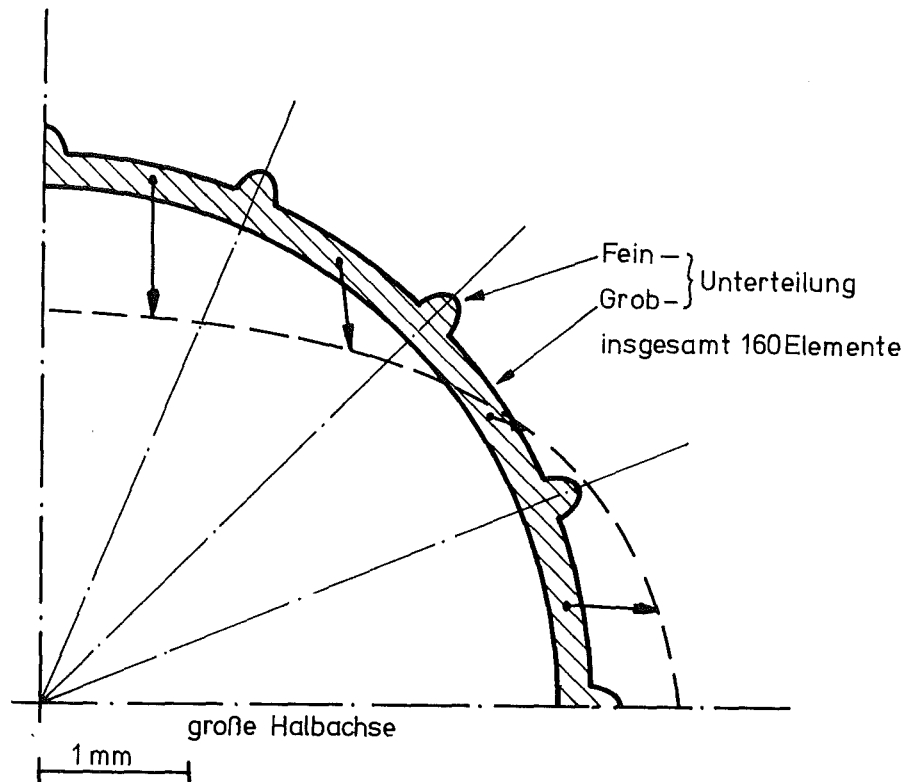


Diagramm 41 : Geometrie des von Howl und Moore /81/ untersuchten Rippenrohrs sowie das nach der numerischen Sandwichmethode berechnete Verschiebungsfeld ( $t \approx t_{krit}$ ). Die Verschiebungen sind gegenüber der Geometrie im Maßstab 4:1 vergrößert.

eine eigene Rechnung nach der numerischen Sandwichmethode untermauert, in der ebenfalls eine gemittelte Wandstärke zugrunde gelegt wurde. Für Hüllrohre mit weniger Rippen versagen jedoch derartige Mitteilungen und führen zu völlig falschen Ergebnissen, wie eigene Untersuchungen zeigten.

Die Auswertungen der Experimente von Kaupä /89/ an berippten Rohren mit der eigenen Sandwichlösung ist im Diagramm 42 dargestellt, wobei die Bestätigung der Rechnung durch das Experiment unmittelbar zu erkennen ist. Um den Umfang der Rechnungen zu begrenzen, wurden ausschließlich Rechnungen für ein Hüllrohr mit 6 Rippen durchgeführt, weil dieses 6fach berippte Rohr gegenüber dem glatten Rohr die maximale Standzeitverbesserung aller von Kaupä untersuchten Rippenrohre ergibt. Die Geometrie dieses Rohrs ist im Diagramm 43 wiedergegeben. Es ist zu erkennen, daß die rechteckige Rippe durch eine Parabel idealisiert wurde, um die tatsächliche vorhandene Spannungsfreiheit in den Außenecken des Rippenkopfes zu berücksichtigen. Aus den Ergebnissen ergeben sich folgende allgemeine Aussagen:

1. Auch bei berippten Rohren ist die Beulform im wesentlichen vom Typ  $\cos 2\varphi$ . Diese von Kaupä experimentell gefundene Tatsache wird durch Rechnungen bestätigt.
2. Der Vergleich zwischen glatten und berippten Rohren liefert eine nur geringe Verbesserung des Kriechbeulverhaltens.

Im Diagramm 43 sind die Ergebnisse der Rechnungen an einem glatten Rohr und einem Rippenrohr mit 6 Rippen miteinander verglichen ( $p_a = 150 \text{ at}$ ). Die beiden Rechnungen für das Rippenrohr unterscheiden sich in der Lage der Rippen zu den Halbachsen der quasielliptischen Form. Wie bei der Diskussion der Ergebnisse von Howl und Moore erwähnt wurde, differieren die Verschiebungsfelder der Rippenrohre von denen des glatten Rohrs. Derartige Geometrien (6 Rippen) dürfen also auf keinen Fall durch Rohre mit gemittelter Wandstärke idealisiert werden.

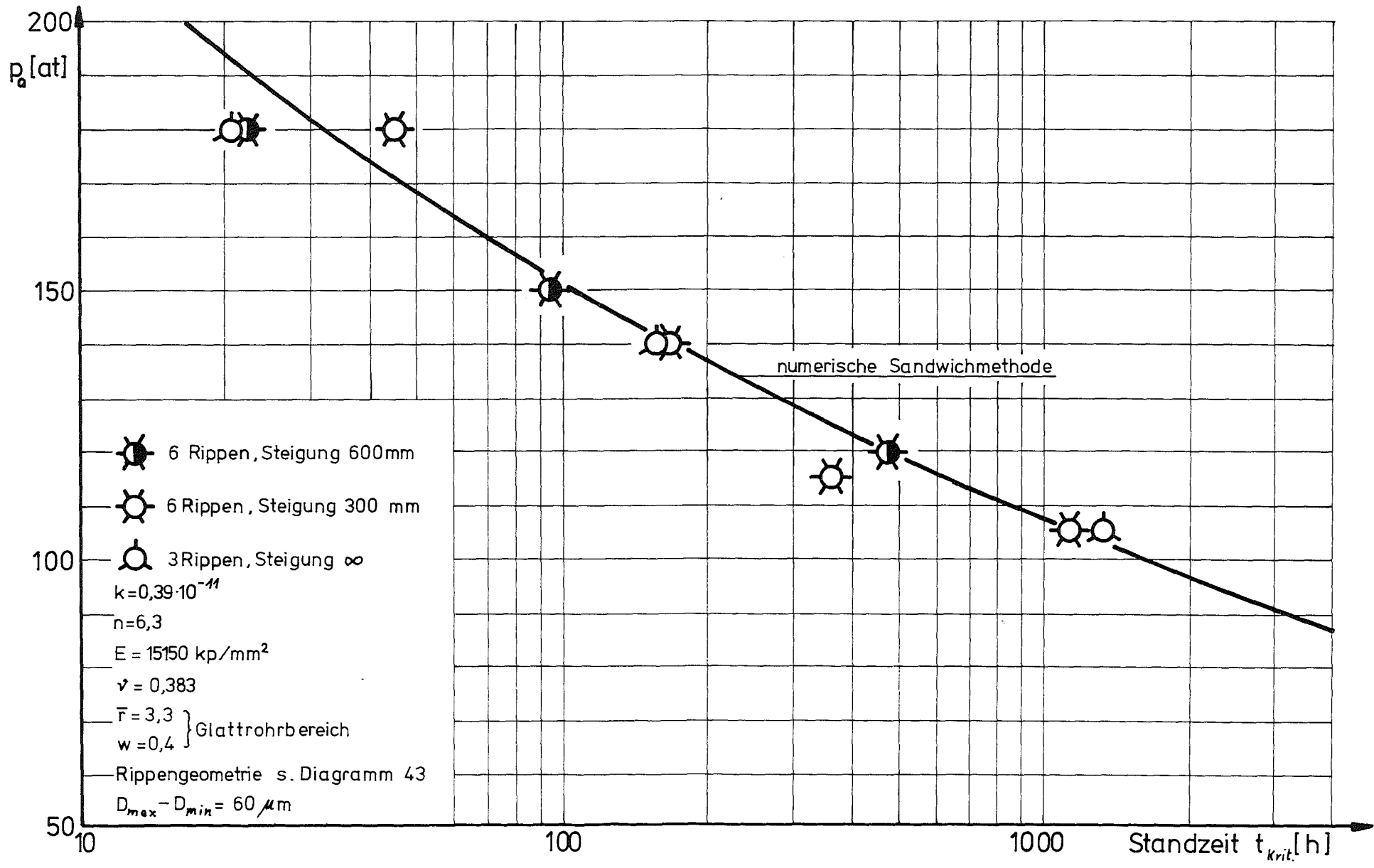


Diagramm 42 : Auswertung der experimentellen Ergebnisse von Kaupa /89/ an Rippenrohren mit der numerischen Sandwichmethode



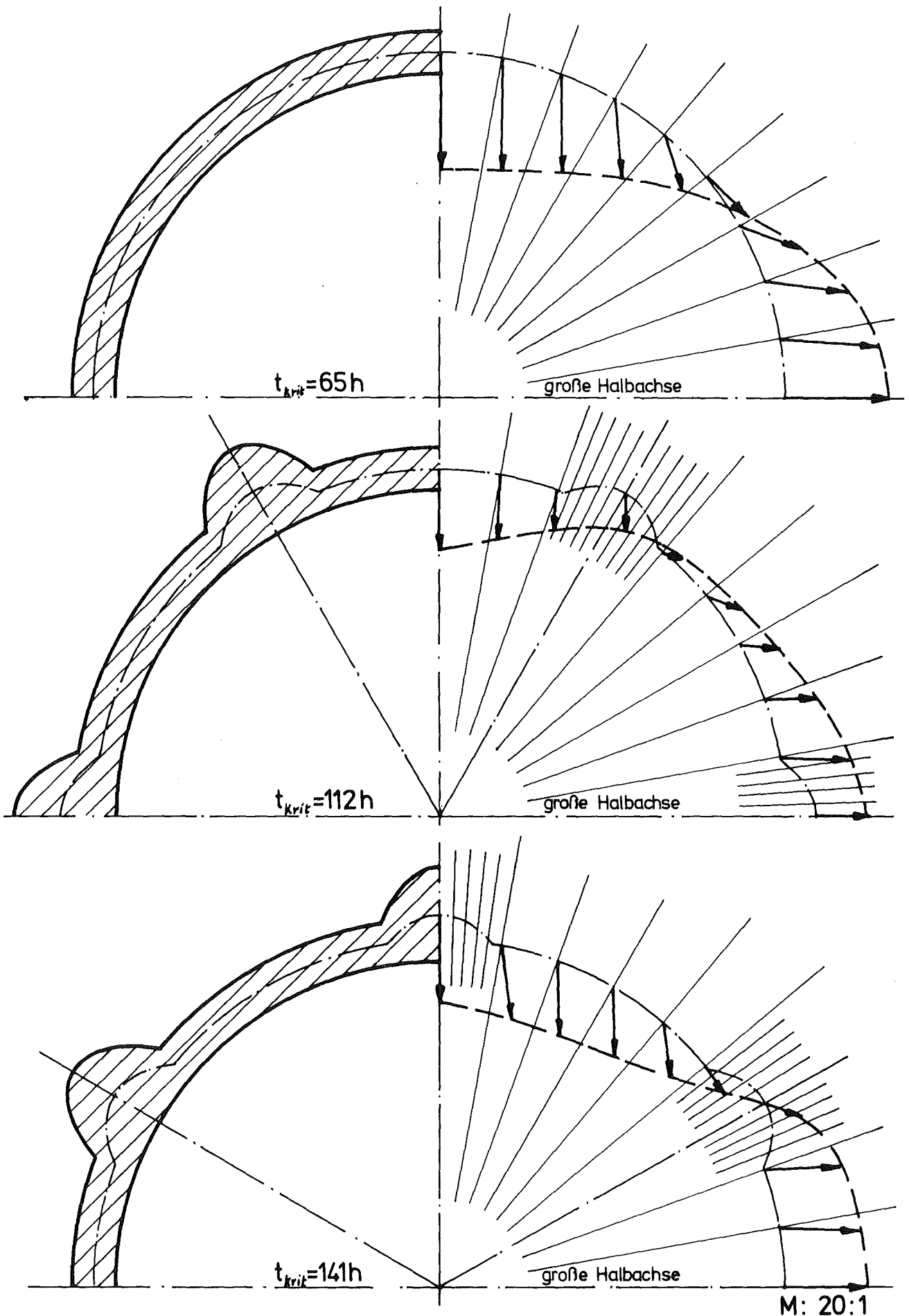


Diagramm 43 : Vergleich der Verschiebungsfelder (10-fache Vergrößerung gegenüber Radius) nach der numerischen Sandwichmethode bei verschiedenen Geometrien ( $t \approx t_{krit}$ )

Vergleicht man die Meßergebnisse und die theoretischen Ergebnisse an glatten und berippten Rohren, die in dem Diagramm 37 (glatte Rohre) und 41 (Rippenrohre) dargestellt sind, miteinander, dann erkennt man keinen Unterschied beider Gruppen in der Standzeit  $t_{krit}$ . Dies ist darauf zurückzuführen, daß beide untersuchten Gruppen aus fertigungstechnischen Gründen unterschiedliche Anfangsovalität aufweisen. Die Erhöhung der Standzeit durch Rippen ist also vergleichbar mit einer geringfügigen Herabsetzung der Ovalität.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß durch integrale Rippen, also durch Rippen, die eine feste Verbindung zum Glattrohrbereich aufweisen, keine wesentliche Verbesserung des Kriechbeulverhaltens erzielt werden kann. Diese Aussage, die experimentell von Kaupa gefunden wurde, wird durch die vorliegenden theoretischen Untersuchungen bestätigt. Als Konsequenz dieser Aussage ergibt sich, daß auch durch eine Modifizierung der Rippenzahl und der Rippenform das Kriechbeulen unter den zu Beginn dieses Kapitels genannten Belastungen ( $p_a > 100 \text{ at}$ ,  $T > 650^\circ\text{C}$ ) nicht verhindert werden kann. Eine Beschäftigung mit Rippen ist also eher unter dem Aspekt ihrer konstruktiven Funktion (z.B. als Abstandhalter) oder ihrer Beeinflussung der Kühlmittelströmung sinnvoll. In diesem Zusammenhang muß wieder die Tatsache gesehen werden, daß geringfügige Änderungen der Werkstoffparameter, wie sie z.B. durch Unterschiede der Chargen oder durch sehr schwache Änderung der Temperatur gegeben sind, eine weitaus größere Änderung der Standzeit zur Folge haben, als integrale Rippen.

#### 4.3.7 Einfluß von Wandstärkeschwankungen auf das Kriechbeulverhalten

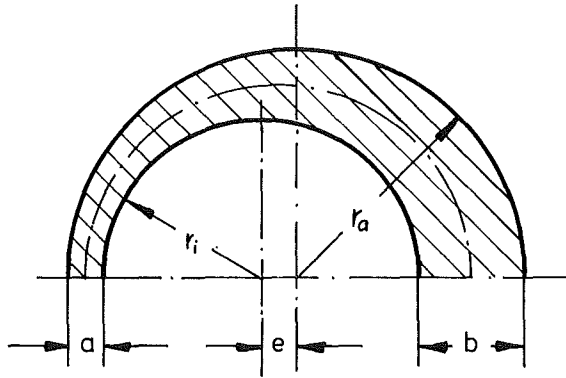
Um den Einfluß einer Wandstärkenschwankung  $\Delta w$  auf das Kriechbeulverhalten abschätzen zu können, wurde zunächst in einer gemeinsamen Arbeit mit Wolfes /95/ (Diplomarbeit) eine exzentrische Rohrgeometrie untersucht. Die Außen- und Innenfläche dieser Geometrie wird durch kreiszylindrische Flächen gebildet, die um die Exzentrizität  $e$  gegeneinander verschoben sind. Zwischen der Wandstärkenschwankung  $\Delta w$  und der Exzentrizität  $e$  besteht folgender Zusammenhang:

$$\Delta w = 2e \quad (96)$$

Im Diagramm 44 ist die Standzeit  $t_{\text{krit}}$  in Abhängigkeit von  $\Delta w$  aufgetragen. Für  $\Delta w \rightarrow 0$  geht die exzentrische Geometrie in den rotationssymmetrischen Fall konstanter Wandstärke über, so daß die Kriechkollapszeit gegen unendlich strebt.

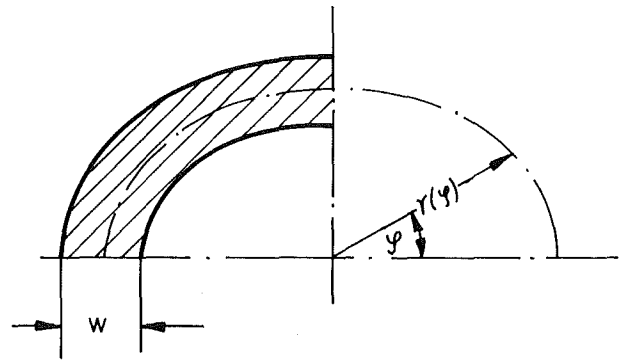
Die bisher betrachtete exzentrische Geometrie ist jedoch kein in der Realität zu erwartender Fall, da stets Abweichungen von kreiszylindrischen Flächen vorhanden sind, wie bereits mehrfach erwähnt wurde. Aus diesem Grund wird im Diagramm 44 zusätzlich ein Vergleich zwischen den Ergebnissen der exzentrischen Geometrie und ovalen Rohren konstanter Wandstärke durchgeführt, wobei  $\Delta w$  für die ovalen Rohre konstanter Wandstärke die Abweichung von der mittleren Wandstärke  $\bar{w}$  bedeutet. Obwohl für die ovale Geometrie die geringe Anfangsovalität  $10 \mu\text{m}$  zugrunde gelegt wurde, zeigt sich, daß bei gleicher Wandstärkenschwankung  $\Delta w$  der Einfluß der Ovalität auf die Standzeit  $t_{\text{krit}}$  größer als der Einfluß der Exzentrizität ist. Erst bei einer Exzentrizität von  $e = 0,05$ , die einer Wandstärkenschwankung  $\Delta w/\bar{w}$  von 25 % entspricht, ist die Standzeit vergleichbar mit der Standzeit eines ovalen Rohrs mit der mittleren Wandstärke  $\bar{w}$ .

Exzentrische Geometrie



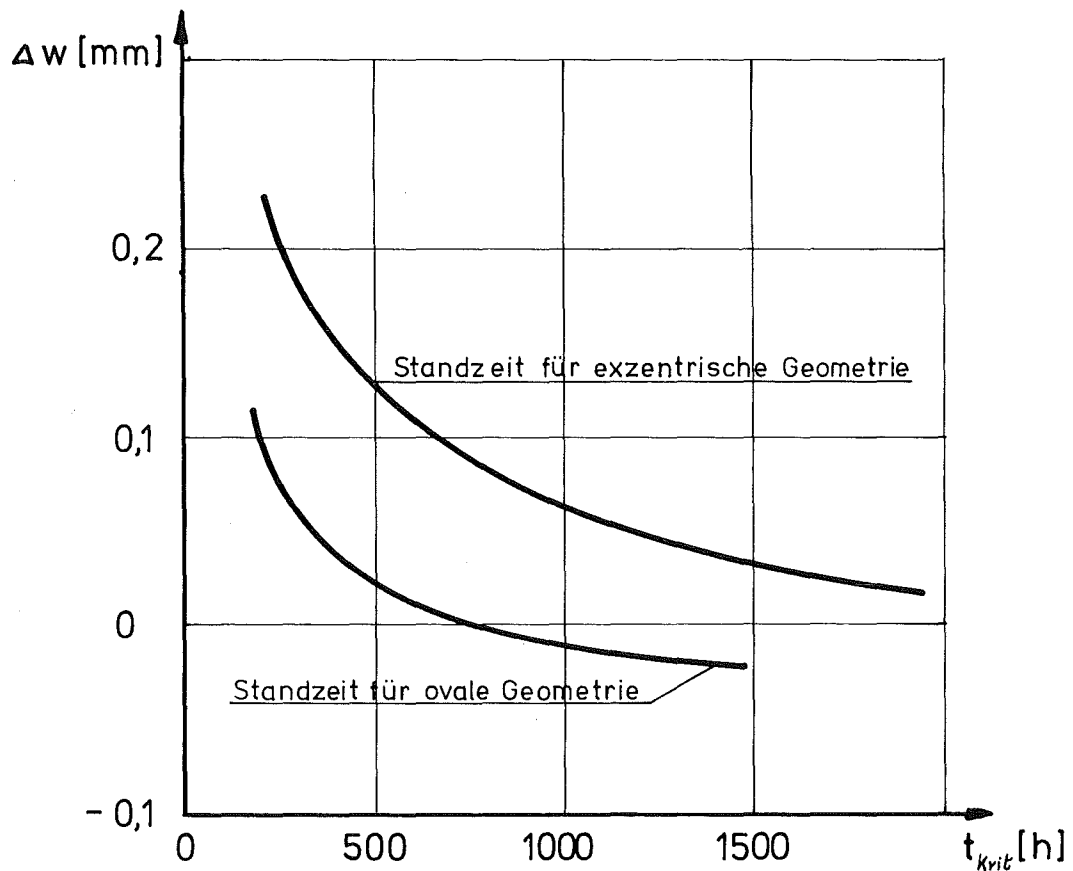
$r_a = 3,5 \text{ mm}$   
 $r_i = 3,1 \text{ mm}$   
 $\Delta w = b - a$  variiert  
 $e = \Delta w / 2$  Exzentrizität  
 $e = 0$  Kreis mit:  $\bar{r} = 3,3 \text{ mm}$ ,  $\bar{w} = 0,4 \text{ mm}$

Ovale Geometrie



$r(\psi) = \bar{r} (1 + \alpha_2 \cos 2\psi)$   
 $\alpha_2 = 0,76 \cdot 10^{-3} \hat{=} D_{max} - D_{min} = 10 \mu\text{m}$   
 $\bar{r} = 3,3 \text{ mm}$   
 $\bar{w} = 0,4 \text{ mm}$   
 $\Delta w = \bar{w} - w$  variiert

Werkstoff: Incoloy 800 bei  $700^\circ\text{C}$   
 Außendruck:  $p_a = 50 \text{ at}$



**Diagramm 44** : Vergleich der Standzeit  $t_{krit}$  zwischen einer exzentrischen und einer ovalen Geometrie nach der numerischen Sandwichmethode

Da es keinen Zusammenhang zwischen den üblichen Angaben von Ovalität und Wandstärkeschwankung auf der einen Seite und einer nach Diagramm 44 definierten Exzentrizität auf der anderen Seite gibt, wurden für die folgenden Untersuchungen Geometrien in enger Anlehnung an übliche Rohrspezifikationen gewählt, um zu realistischen Angaben über den Einfluß von Wandstärkeschwankungen zu kommen.

Diese Spezifikationen hinsichtlich der Geometrie liegen für Hüllrohre des schnellen Brutreaktors in folgendem Bereich (Jakobi /96/):

Außendurchmesser	$d_a \pm < 0,5 \%$
Innendurchmesser	$d_i \pm < 0,5 \%$
Wanddicke	$w \pm < 10 \%$
Geradheit	0,3 mm auf eine Meßlänge von 300 mm
Rauhigkeit	innen und außen $\approx 5 \mu\text{m}$

Daraus ergibt sich eine maximale Ovalität  $D_{\max} - D_{\min}$  in der Größenordnung von  $40 \mu\text{m}$ , wie sie auch Kaupa /89/ für seine schon diskutierten Versuche angegeben hat.

Da über die Verteilung der Wandstärke  $w(\varphi)$  in den Spezifikationen keine Angaben enthalten sind, soll zunächst der ungünstigste Fall ermittelt werden. Von vornherein ausgeschlossen werden allerdings sprunghafte Veränderungen der Wandstärke, wie sie durch Oberflächenverletzungen, Riefen oder Werkstofffehler zustande kommen. Hier wird angenommen, daß derartige fehlerbehaftete Rohre nicht in das Brennelement eingesetzt werden.

Wie schon in den einleitenden Kapiteln erwähnt wurde, können wegen der großen Zahl der vorhandenen Parameter nicht alle denkbaren Möglichkeiten untersucht werden.

Ausgehend von einem repräsentativen Beispiel wurden variiert:

Nortonparameter  $k, n$

Wandstärkeverteilung  $w(\varphi)$

Verhältnis Wandstärke  $\bar{w}$  zu mittlerem Radius  $\bar{r}$

Ovalität

Zunächst soll der Einfluß der Oberwellen der Anfangsgeometrie auf die Standzeit diskutiert werden. Diese Anfangsgeometrie ist durch folgende Gleichung definiert:

$$r(\varphi, t=0) = \bar{r} \left( 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j(t=0) \cos j\varphi + \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j(t=0) \sin j\varphi \right) \quad (97)$$

Die vollständige elastische Lösung des Beulproblems, die auch Oberwellen berücksichtigt, ermöglicht eine erste Orientierung:

$$P_{krit}^{elast} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{w}{\bar{r}} \right)^3 \frac{(\ell^2 - 1)}{12} \quad \ell = 2, 3, \dots \quad (84')$$

$\ell$  : Ordnung der Beulform

Danach verhält sich

$$\frac{P_{krit}^{elast}(\ell=3)}{P_{krit}^{elast}(\ell=2)} = \frac{8}{3} \quad ; \quad \frac{P_{krit}^{elast}(\ell=4)}{P_{krit}^{elast}(\ell=2)} = \frac{15}{3}$$

Höhere Beulformen bedingen also einen beträchtlich höheren kritischen Beuldruck, so daß insgesamt von zusätzlichen Oberwellen zur Grundwelle praktisch keine Vergrößerung der Standzeit  $t_{krit}$  zu erwarten ist, wie auch bereits experimentell bestätigt wurde. Im Detail wurde dieses Problem an folgender Ausgangsgeometrie überprüft:

$$r(\varphi) = \bar{r} (1 + \alpha_2 \cos 2\varphi + \alpha_4 \cos 4\varphi) \quad (98)$$

Die Amplituden  $\alpha_2$  und  $\alpha_4$  wurden so variiert, daß die maximale Durchmesserdiskrepanz  $D_{\max} - D_{\min}$  innerhalb der Spezifikationsgrenze liegt. Im Diagramm 45 sind die Ergebnisse dargestellt. Die tatsächlichen Standzeiten in Abhängigkeit von beiden Amplituden (also  $t_{\text{krit}}(\alpha_2, \alpha_4)$ ) wurden auf die Standzeit der Grundwelle ( $t_{\text{krit}}(\alpha_2^{\max}, \alpha_4 = 0)$ ) normiert und über dem Verhältnis von  $\alpha_4 : \alpha_2$  aufgetragen. Selbst bei einem im realen Hüllrohr kaum zu erwartenden Wert von

$\alpha_4 : \alpha_2 = 1$  beträgt die Erhöhung der Standzeit weniger als 20 %. Damit wird bestätigt, daß die Grundwelle dominiert. Sie wird folglich bei der Untersuchung von Rohren variabler Wandstärke als Mittelfläche der Ausgangsgeometrie gewählt.

Für die folgende Untersuchung zum Einfluß von Wandstärkeschwankungen auf das Kriechbeulverhalten kann also der Einfluß von Oberwellen der Anfangsgeometrie vernachlässigt werden. Ausgehend von einer Mittelfläche der anfänglichen Geometrie vom Typ  $\cos 2\varphi$  soll nun diejenige Verteilung der Wandstärke  $w(\varphi)$  gefunden werden, die den ungünstigsten Fall darstellt, d.h. die niedrigste Standzeit ergibt. Wegen der nichtlinearen Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit von der Spannung ist von vornherein zu erwarten, daß diejenige Verteilung  $w(\varphi)$  am ungünstigsten ist, bei der die geschwächten Stellen der Wand mit Punkten der höchsten Belastung, d.h. den Hauptscheiteln zusammenfallen. Dies ist bei der  $\cos 4\varphi$ -Verteilung der Fall. Entsprechend wurden die zu untersuchenden Verteilungen der Wandstärke ausgewählt: eine schwache Stelle der Wandstärke sollte in jedem Fall mit einem Hauptscheitel zusammenfallen. Betrachtet wurden:

$$w(\varphi) = \bar{w} ( 1 \pm \beta_1 \cos l\varphi ) \quad l = 1, 2, 4, 6$$

$$w(\varphi) = \bar{w} ( 1 - \beta_1 \sin \varphi ) \quad (99)$$

Ausgangsgeometrie  
vom Typ:

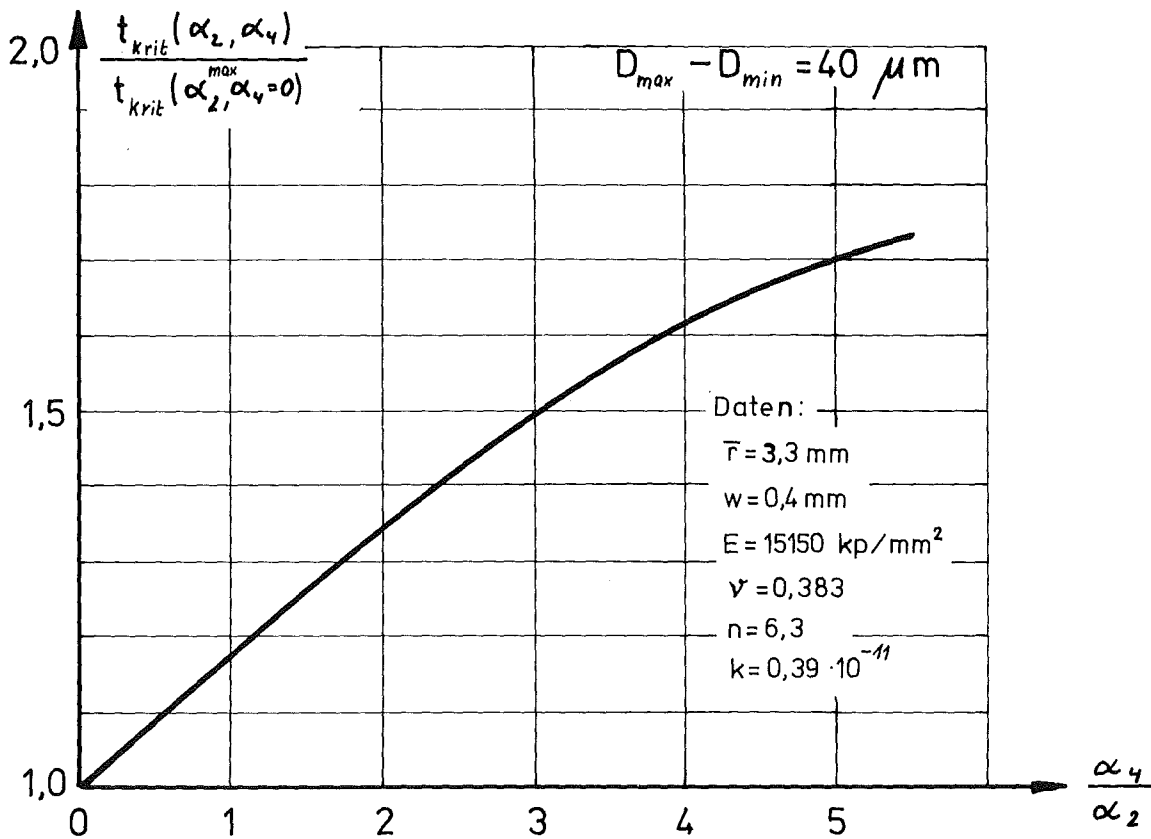
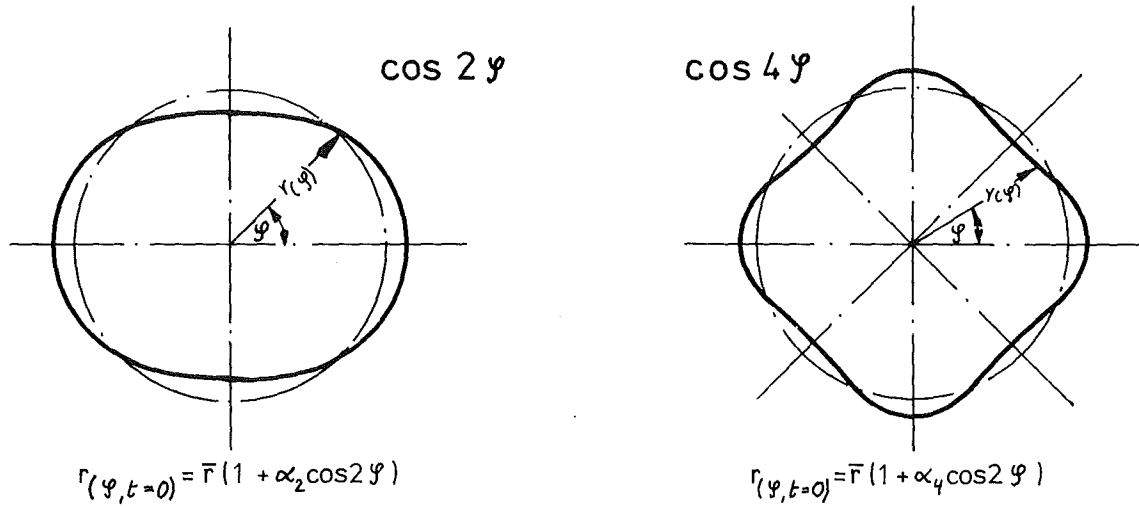


Diagramm 45 : Einfluß einer Oberwelle vom Typ  $\cos 4 \cdot \psi$  auf die Standzeit  $t_{\text{krit}}$  bei einer Ausgangsgeometrie  $r(\psi, t=0) = \bar{r} ( 1 + \alpha_2 \cos 2\psi + \alpha_4 \cos 4\psi )$



Die Werkstoffdaten entsprachen drei, vom Gehalt an Ti und Al abhängigen, repräsentativen Legierungen von Incoloy 800 bei 700°C (siehe auch Anhang 1).

Die Ergebnisse sollen nicht im einzelnen dargestellt werden, da sich wie erwartet zeigte, daß die Verteilungen der Wandstärke vom Typ  $\cos 4\varphi$  und  $\cos \varphi$  die stärkste Auswirkung auf die Standzeit haben. Man erhält also ein zu den Ergebnissen der azimutalen Temperaturschwankung ganz analoges Resultat.

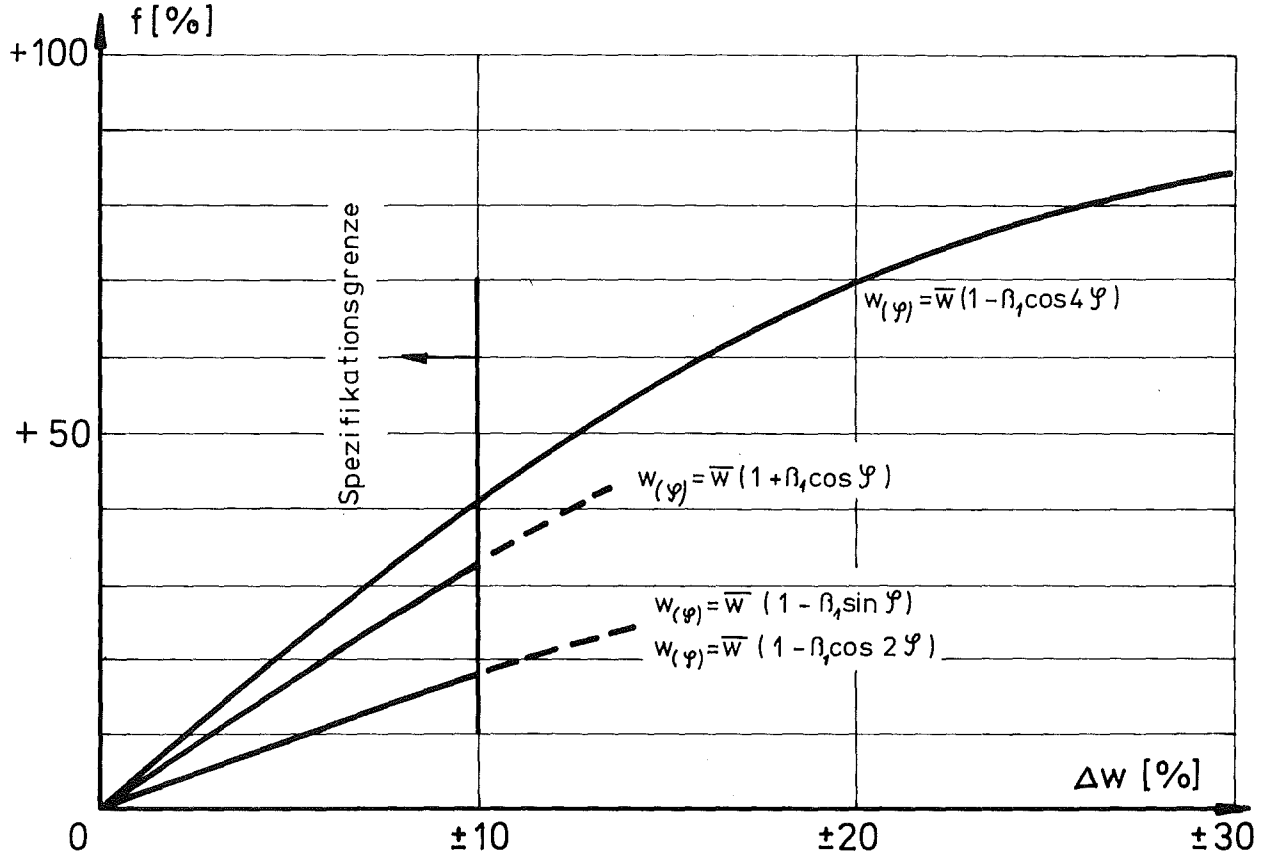
Die Verminderung der Standzeit liegt bei einer Wandstärkeschwankung von  $\Delta w = \pm 5\%$  bei 20%. Etwa gleichwertig sind die Verteilungen  $\sin \varphi$  und  $\cos 2\varphi$  anzusehen, die eine Reduktion von ca. 10% zur Folge haben, die nächste nennenswerte Standzeitminderung wird von der  $\cos 6\varphi$ -Verteilung mit etwa 5% erreicht. Hält man sich allerdings den Herstellungsprozeß vor Augen, dann sind Verteilungen wie  $\cos 4\varphi$ ,  $\cos 6\varphi$  praktisch ausgeschlossen, so daß nur den Verteilungen  $\cos \varphi$  und  $\sin \varphi$  eine realistische Bedeutung zukommt. Diese Fälle können als Kombination eines ovalen Rohrs mit einer Exzentrizität angesehen werden. Für eine der drei untersuchten Legierungen sind diese Ergebnisse im Diagramm 46 zusammengestellt. Aufgetragen ist die Standzeitreduktion.

$$f = \frac{t_{\text{krit}}^{w=\text{konst}=\bar{w}} - t_{\text{krit}}}{t_{\text{krit}}^{w=\text{konst}=\bar{w}}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (100)$$

bezogen auf das glatte Rohr über der Wandstärkenschwankung  $\Delta w$ .

Den weiteren Untersuchungen hinsichtlich des Einflusses von Werkstoff- und Geometrieparametern soll der in der Praxis

Standzeitreduktion



Daten:

$\bar{r} = 3,3 \text{ mm}$  ,  $\bar{w} = 0,4 \text{ mm}$

$\alpha_2 = 0,003$

$p_a = 100 \text{ at}$

Incoloy 800 bei  $\vartheta = 700 \text{ }^\circ\text{C}$

$n = 6,3$  ,  $k = 0,39 \cdot 10^{-11}$

Diagramm 46 : Standzeitreduktion  $f$  in Abhängigkeit von der Wandstärkedifferenz bei verschiedenen Wandstärkeverteilungen

zu erwartende ungünstigste Fall einer Wandstärkenverteilung vom Typ  $\cos \varphi$  zugrunde gelegt werden. Außerdem soll sich diese Untersuchung auf Kriechgesetze vom Norton'schen Typ (Gl.4) beschränken. Wegen der linearen Abhängigkeit der Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  vom Nortonparameter  $k$  sollte dieser Parameter keinen Einfluß auf die Standzeitreduktion haben. Das gleiche gilt vom Parameter der Anfangsovalität sowie vom Verhältnis von mittlerer Wandstärke  $\bar{w}$  zu mittlerem Radius  $\bar{r}$  bei konstantem Außendruck, da in allen drei Fällen das Verhältnis der Kriechgeschwindigkeiten

$$\frac{\dot{\epsilon}_{\text{glattes Rohr}}^c}{\dot{\epsilon}_{\text{geschwächtes Rohr}}^c} \sim \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^n \quad (101)$$

konstant bleibt. Dagegen sollte wegen der nichtlinearen Beziehung zwischen der Kriechgeschwindigkeit und der Spannung eine Abhängigkeit der Standzeitreduktion vom Nortonparameter  $n$  zu erwarten sein. Da das Verhältnis der Kriechgeschwindigkeiten (Gl.101) auch bei Variation des Druckes konstant ist, sollte diese Abhängigkeit von  $n$  für alle Drücke gelten.

Die Untersuchungen bestätigen diese Überlegungen. Es gilt: die Standzeitreduktion  $f$  ist unabhängig von den Größen

- Nortonparameter  $k$ ,
- Ovalität,
- mittlerer Wandstärke.

Die Abhängigkeit der Standzeitreduktion  $f$  vom Nortonparameter  $n$  ist im Diagramm 47 dargestellt, sie ist in einem weiten Bereich relativ schwach.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die in realen Hüllrohren verschiedener Werkstoffe aufgrund von Wandstärkeschwankungen zu erwartende maximale Reduktion der Stand-

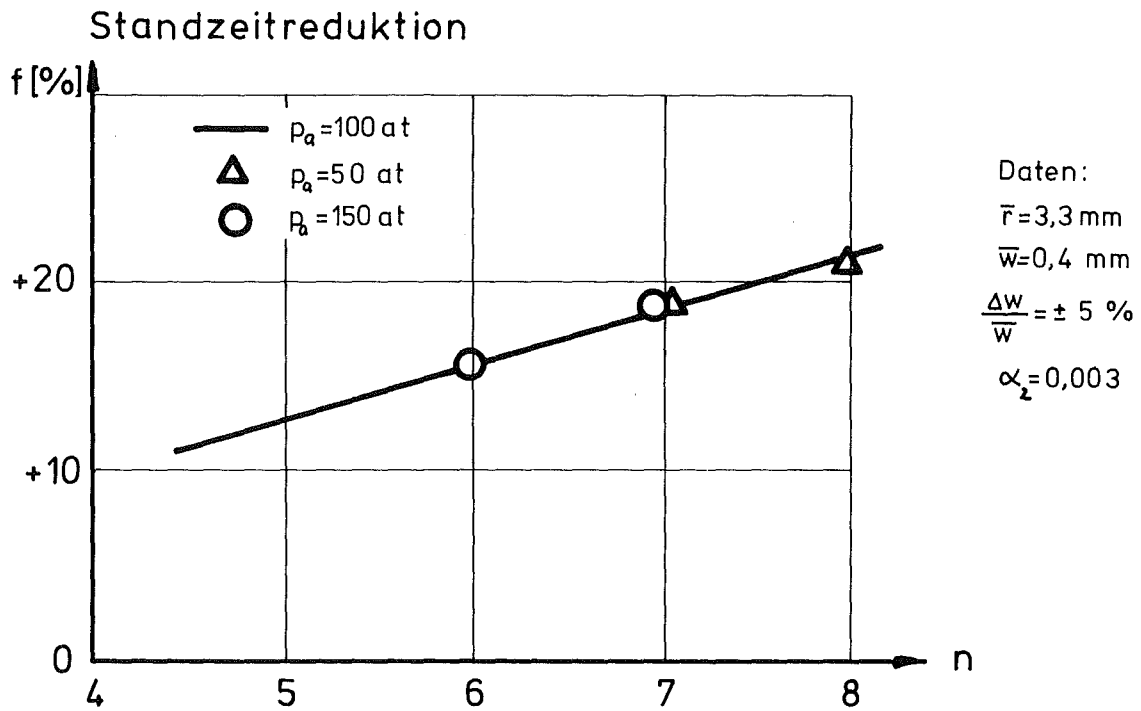


Diagramm 47 : Standzeitreduktion  $f$  in Abhängigkeit vom Nortonparameter  $n$  bei einer Ausgangsgeometrie

$$r(\varphi, t=0) = \bar{r} (1 + \alpha_2 \cos 2\varphi)$$

$$w(\varphi, t=0) = \bar{w} (1 + \beta_1 \cos \varphi)$$

zeit in der Größenordnung von ca. 30 % liegt, eine Reduktion, die bei weitem unterhalb der zu berücksichtigenden Werkstoffunsicherheiten liegt und die sich selbst bei sehr genauer Kenntnis der Kriecheigenschaften der betrachteten Charge und einer exakten geometrischen Ausmessung wohl kaum experimentell wird nachweisen lassen. Dazu können die Versuchsbedingungen im Kriechbeulexperiment vor allem hinsichtlich der Temperatur der Probe nicht exakt genug eingehalten werden. Eine experimentelle Überprüfung dieser Aussagen zum Kriechbeulverhalten eines Rohrs variabler Wandstärke ist also nur über den Weg einer leicht herstellbaren und auch ausmeßbaren variablen Geometrie möglich, wie sie z.B. durch Abschleifen der Rohrproben denkbar ist.

#### 4.4 Kriechbeulverhalten des Verbandes Hülle - Brennstoff (Stützwirkung)

Wie bereits in der Einführung zum Brennstab dargestellt wurde, werden zur Zeit drei Brennstabkonzepte verfolgt:

- a) freistehende, feste Hülle ("strong cladding")
- b) Hülle, die sich auf den Brennstoff auflegt und allen thermisch oder durch sonstige Effekte bedingten Dehnungen der Hülle folgt ("fuel-cladding-interaction", "Wursthautprinzip")
- c) entlüftete Hülle ("vented fuel")

Im Prinzip ist die Konstruktion der Konzepte a und b identisch, sie unterscheiden sich vor allem in der Wandstärke. Dabei wird stets angenommen, daß beim Konzept a der weitaus größte Anteil der mechanischen Festigkeit von der Hülle aufgebracht wird, während beim Konzept b der Brennstoff eine stützende Funktion ausübt. Der Vorteil dieser Konzeption liegt vor allem in der sehr viel besseren Neutronenökonomie, die durch die geringere Wandstärke erzielt wird. Al-

lerdings muß für dieses Konzept stets sehr sorgfältig überprüft werden, ob der Beitrag des Brennstoffs zur Stützwirkung ausreicht, insbesondere muß das Kriechbeulverhalten dieses Konzepts genau analysiert werden.

Zur Klärung der Belastbarkeit einer Brennstofftablette werden zunächst einige Einflußgrößen betrachtet. Ausgehend von der etwa parabelförmigen radialen Temperaturverteilung im Brennstoff mit der beträchtlichen Temperaturdifferenz von ca. 1000°C (Mitte - Brennstoffoberfläche) erhält man einmal recht unterschiedliche Kriechgeschwindigkeiten in den verschiedenen Brennstoffzonen, zum anderen extrem hohe Wärmespannungen. Zu beachten ist vor allem der Abbau der Wärmespannungen an der Außenseite durch Rißbildung sowie der Abbau der Druckspannungen im Inneren der Brennstofftablette durch Kriechvorgänge oder durch plastische Verformungen. Da nach einer Abkühlung der Tablette im Tabletteninneren Schrumpfrisse entstehen können, ergeben sich im Betrieb Rißstrukturen, deren Auswirkung auf die mechanische Festigkeit bestenfalls statistisch zu beurteilen ist. Experimentelle Befunde zum Brennstab eines gasgekühlten schnellen Brutreaktors lieferte ein Versuchsprogramm, über das Simon et al. /97/ berichten. In diesen Versuchen wurde das Verhalten von 16 Stäben unter Reaktorbedingungen getestet, wobei die Stäbe teils nach dem Konzept a, teils nach dem Konzept b ausgelegt worden waren. Die Ergebnisse wurden in zwei Gruppen klassifiziert, wobei eine Gruppe stabile, die andere kollabierte Stäbe enthält. Als Ergebnis waren also nur 16 ja - nein-Aussagen hinsichtlich der Brennstabverformung möglich, aus denen keine allgemeinen Aussagen über das Verformungsverhalten gewonnen werden konnten. Über ähnliche Untersuchungen, die sich auf Brennstäbe unter Dampfkühlungsbedingungen beziehen, berichtet Höchel /98/. Auch aus diesen Experimenten konnte keine Grenze der Belastbarkeit aufgezeigt werden. Im folgenden soll eine Methode entwickelt werden, die einmal die Auswertung solcher extrem teuren

Versuche (Größenordnung ca. 100.000,- DM pro Probe) möglich macht, zum anderen Versuchsauslegungen verbessert. Für den Brennstab eines gasgekühlten schnellen Brutreaktors soll nach dieser Methode das Konzept b auf seine prinzipielle Brauchbarkeit untersucht werden.

#### 4.4.1 Modell zum Verband Hülle - Brennstoff

Voruntersuchungen wurden zunächst im rotationssymmetrischen Fall durchgeführt. Da aus der Temperaturverteilung eine sehr starke Zunahme der Kriechgeschwindigkeit zum Tabletteninneren folgt, kann von vornherein angenommen werden, daß von den inneren plastischen oder fast plastischen Zonen keine mechanische Festigkeit zu erwarten ist. Zur Beurteilung einer Stützwirkung durch die Brennstofftablette reicht es also aus, nur einen äußeren tragenden Ring zu betrachten. Rißstrukturen sollen dabei zunächst nicht berücksichtigt werden.

Das aus diesen Überlegungen gewonnene Modell des Verbandes Hülle - Brennstoff zeigt die Abbildung 21.

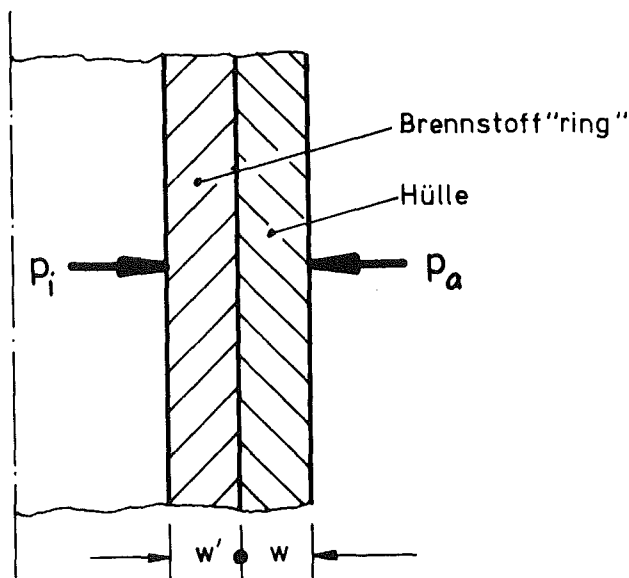


Abb.21: Rotationssymmetrisches Modell zum Verband Hülle - Brennstoff

Da sich elastische Konstanten des Brennstoffs nur unwesentlich von denen der Hülle unterscheiden /99/, wurde durch eine weitere Annahme eine ganz wesentliche Vereinfachung dieser Voruntersuchungen erzielt: Es wurde angenommen, daß der durch Spaltgasfreisetzung entstehende Innendruck auf der Innenseite des Brennstoffrings wirkt, so daß der Verband der beiden coaxialen Rohre ebenfalls durch die Gleichungen (5 - 15) beschrieben wird. Nach Abschluß dieser Voruntersuchungen wurde bekannt, daß Jankus und Weeks /49/ im LIFE-II Rechenprogramm die gleiche Annahme gemacht haben. Um bei der Definition der ortsabhängigen Größen (z.B. der Kriechvorgänge) die Unterschiede zwischen Brennstoff und Hülle richtig beschreiben zu können, wurde von der äquidistanten Unterteilung der Raumpunkte zu einer variablen Unterteilung übergegangen (Abbildung 22).

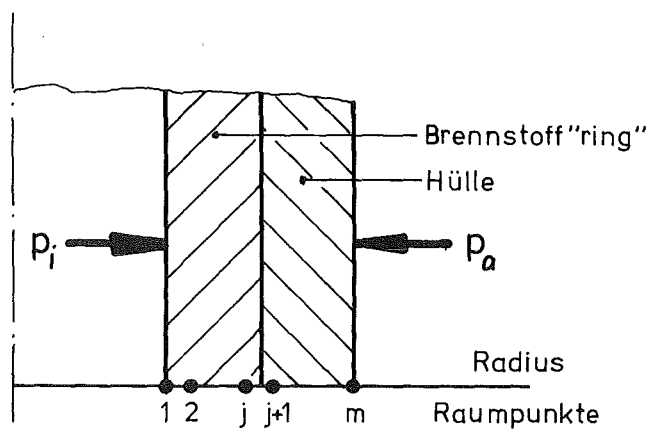


Abb.22: Definition der Raumpunkte im Verband

An der Trennstelle zwischen Hülle und Brennstoff wurde

$$\tau_j - \tau_{j-1} \approx 0 \quad (102)$$

gesetzt. Die ortsabhängige Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}_v^c(\tau)$  wurde durch Gesetze vom Norton'schen Typ beschrieben. Für den Brennstoff wird in der Literatur derzeit ein Norton-



exponent  $\approx 1$  vorgeschlagen /Brucklacher, 100/, so daß viskoelastisches Kriechen vorliegt:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_V^c(\tau) &= k_{Hü}(\tau) \cdot \sigma_V^{n(\tau)}(\tau) && \text{Hülle (Index } j+1, m) \\ \dot{\epsilon}_V^c(\tau) &= k_B(\tau) \cdot \sigma_V(\tau) && \text{Brennstoff (Index } 1, j) \end{aligned} \quad (103)$$

k, n : Nortonparameter

$\sigma_V$  : Vergleichsspannung

Für die Kriechgeschwindigkeit von  $UO_2$  wird hier und im folgenden eine Formel verwendet, wie sie auch im Rechenprogramm SATURN 1 verwendet wird /Elbel, 101; G. Karsten et al. 46; F. Depisch et al., 47/. Sie basiert auf einer Auswertung experimenteller Ergebnisse, die Brucklacher et al. /103/ ermittelt bzw. zusammengestellt haben. In Abhängigkeit von der Temperatur gilt für den Nortonparameter  $k^B$ :

$$k_B(\tau) = A \cdot \frac{Q}{r_a^2 - r_i^2} \left\{ C + D \exp\left(-\frac{B}{T}\right) \right\} \quad (104)$$

Q [W/cm] Stablängenleistung

$r_a$  [mm] Brennstoffaußenradius

$r_i$  [mm] Brennstoffinnenradius

T [°K] Temperatur

A =  $1.4 \cdot 10^{-7} \left[ \frac{\text{cm} \cdot \text{mm}^4}{\text{W kp h}} \right]$

B = 45 000 [°K]

C = 0,4

D =  $9.8 \cdot 10^{14}$

Die Angabe des Wertes von A bezieht sich auf eine theoretische Brennstoffdichte von 96 %, also eine Porosität von 4 %. Mit  $\sigma_V$  in den Dimensionen kp/mm<sup>2</sup> erhält man die

Kriechgeschwindigkeit  $\dot{\epsilon}^c$  [1/h]. Die Abhängigkeit von der Porosität ergibt sich aus

$$\dot{\epsilon}_v^c(P) = \dot{\epsilon}_v^c(P=4\%) \cdot \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{8} P^2\right) \quad (105)$$

p [ % ] Porosität

Wie schon im Kapitel 2.2.3 diskutiert wurde, wird die Kriechgeschwindigkeit von  $UO_2$  unter Bestrahlung oberhalb einer Grenztemperatur durch thermische Platzwechselfvorgänge bestimmt, unterhalb dieser Temperatur sind Stoßprozesse dominant. Die durch Verlagerungskaskaden hervorgerufenen lokalen Überhitzungen bestimmen im unteren Temperaturbereich allein das Kriechverhalten, so daß hier eine von der Temperatur unabhängige Kriechgeschwindigkeit beobachtet wird. Die Gleichung (104) trägt beiden Prozessen Rechnung und führt zu praktisch konstanter Kriechgeschwindigkeit unterhalb ca. 1000...1200°C. Da die Strahlenschäden im wesentlichen von der Spaltungsrate je Volumeneinheit, d.h. von Spaltungen/cm<sup>3</sup> sek, abhängig sind, ergibt sich die lineare Abhängigkeit des Nortonparameters  $k_B$  von der Stab-längenleistung  $Q$  und der Geometrie in Gleichung (104). Die übrigen in der Gleichung 104 enthaltenen Parameter sind mit einigen Unsicherheiten behaftet, die vor allem aus der Kombination verschiedenster Effekte während des Abbrandes herrühren, allerdings quantitativ noch nicht erfaßt werden können.

#### 4.4.2 Voruntersuchung zur Stützwirkung im Fall von Rotationssymmetrie

Das mechanische Verhalten der coaxialen Rohre (Hülle und Brennstoff) wird sehr stark davon abhängen, in welchem Maß sich die Kriechgeschwindigkeit beider Werkstoffe unterscheiden: kriecht der Brennstoff"ring" wesentlich schneller als die Hülle, dann wird sich der Kontaktdruck zwischen Hülle und Brennstoff verringern (Relaxationskonstellation). In diesem Fall wird also die Aufweitung oder die Schrumpfung

des Verbandes im wesentlichen vom Hüllrohrverhalten bestimmt. Der entgegengesetzte Fall, daß das Verhalten vom Brennstoff bestimmt wird, ist ebenfalls denkbar. Der Unterschied zwischen der radialen Aufweitung der Hülle allein und des Verbands ist somit ein direktes Maß für die zu erwartende Stützwirkung des Brennstoffs.

Infolge der Nichtlinearität zwischen Kriechgeschwindigkeit und Spannung in der Hülle verschieben sich jedoch bei verschiedenen Belastungen die Einflüsse von Hülle und Brennstoff auf das mechanische Verhalten: während bei niedrigen Spannungen das Gesamtverhalten im wesentlichen vom Hüllrohr bestimmt wird, gewinnt bei höheren Spannungen das Brennstoffverhalten zunehmend an Bedeutung.

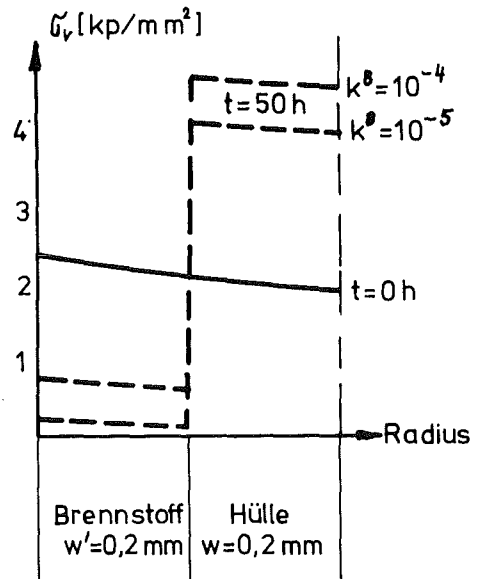
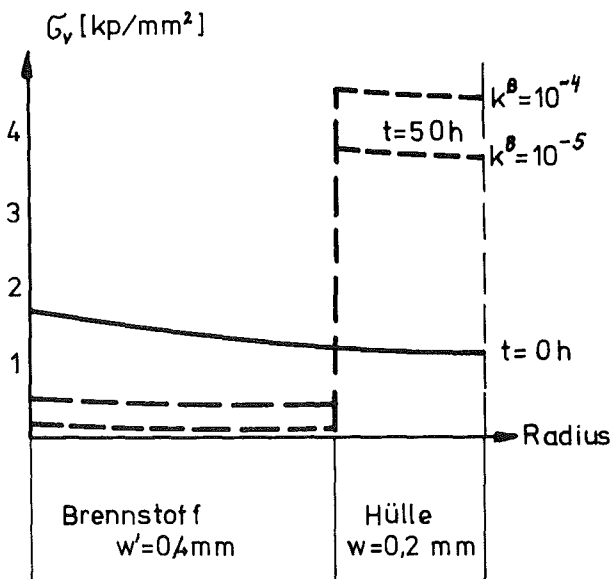
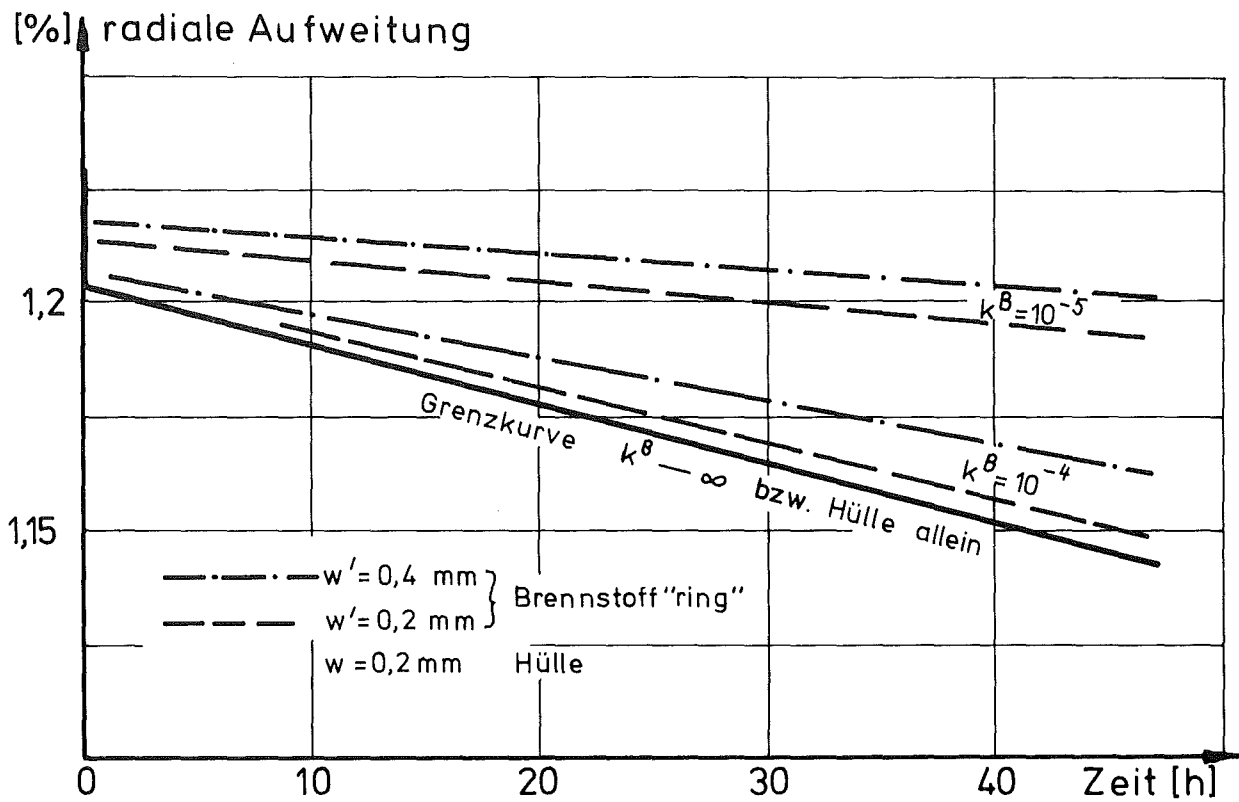
Die im folgenden beschriebenen Voruntersuchungen zur Brennstoffstützwirkung wurden an der Werkstoffpaarung Incoloy 800 -  $\text{UO}_2$  durchgeführt. Die Rechnungen wurden zur Versuchsauslegung eines Bestrahlungsexperiments in Helium Loop des Forschungsreaktors FR 2 im Kernforschungszentrum Karlsruhe verwendet /D.Brucklacher, A.Gerken, D.Freund, K.Laßmann, 102/, in dem neben den Auswirkungen von instationären Betriebszuständen das Kriechverhalten des Brennstoffs unter Bestrahlung untersucht wird. Da durch die Loop-Konstruktion die maximalen Drücke auf Werte  $p_a < \text{ca. } 30 \text{ at}$  beschränkt sind, muß die Werkstoffauswahl und die Festlegung der Geometrien sehr sorgfältig erfolgen, um zu gewährleisten, daß die gewünschten Aussagen zum Brennstoffverhalten nicht durch eine zu "starre" Hülle überdeckt werden, deren Beitrag zur Festigkeit wesentlich größer als der zu messende Beitrag des Brennstoffs ist. Als vorläufiges Hüllmaterial wurde Incoloy 800 ausgewählt, die Wandstärke  $W$  mußte aus fertigungstechnischen Gründen mindestens  $0,2 \text{ mm}$  betragen.

Ein Teil der eigenen Ergebnisse für diese Versuchsauslegung ist im Diagramm 48 zusammengestellt ( $p_a = 30 \text{ at}$ ). Die Dicke des tragenden Brennstoff"rings"  $w'$  wurde zwischen 0,2 und 0,4 mm variiert. Diese relativ dünne tragende Schicht ergibt sich aus der schon erwähnten Überlegung, daß die inneren Zonen des Brennstoffs keinen Beitrag zur mechanischen Festigkeit liefern. Ebenfalls variiert wurde in den Rechnungen der Nortonparameter  $k_B$ . Man erkennt im Diagramm 48, daß  $k_B$  in diesem speziellen Fall zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-5}$  liegen muß, um eine wesentliche Beeinflussung des Verformungsverhaltens der Hülle, also eine Stützwirkung zu erzielen. Da die Kriechgeschwindigkeit des Brennstoffs und damit auch der Faktor  $k_B$  von der Stablängenleistung  $Q$  und der Geometrie abhängt (siehe Gl.104), kann bei festliegender Stabgeometrie die Stablängenleistung so festgelegt werden, daß im Versuch eine meßbare Brennstoffstützwirkung zu erwarten ist.

Die schon in der Einleitung dieses Kapitels erwähnten Spannungsumlagerungen zwischen Hülle und Brennstoff (Relaxationskonstellation) sind ebenfalls im Diagramm 48 dargestellt. Für diesen Datenfall ergibt sich ein beträchtlicher Abbau der Spannungen im Brennstoff und eine damit verkoppelte Zunahme der Belastung in der Hülle.

Diese Voruntersuchungen ergeben für die spezielle Anwendung auf Proben für den Helium-Loop als Ergebnis, daß eine Hülle aus dem Werkstoff Incoloy 800 eine zu hohe Kriechfestigkeit besitzt und deshalb für diese Versuche ungeeignet ist. Ausgewählt wurde daraufhin eine Zircaloy-Legierung, deren Kriechgeschwindigkeit bei den geplanten Versuchstemperaturen so hoch ist, daß die Hülle nur eine sehr geringe mechanische Festigkeit aufweist.

Als allgemeineres Ergebnis dieser Voruntersuchungen kann bereits die Aussage gemacht werden, daß eine Brennstoff-



Daten:  $r_a = 7,0$  mm      Incoloy 800  
 $p_a = 30$  at               $n = 7,1$   
 $v_{Hü} = 700$  °C             $k = 2,5 \cdot 10^{-10}$

Diagramm 48 : Radiale Aufweitung des Verbands Hülle-Brennstoff (oberes Bild) sowie Verteilungen der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  (untere Bilder)

stützwirkung nur dann zu erwarten ist, wenn die Spaltungsrate pro Volumeneinheit [Spaltungen/cm<sup>3</sup>s] gering ist. Zusätzlich muß diese Aussage weiter eingeschränkt werden, wenn der gerissene Brennstoff weniger Stützkraft auszuüben vermag als der in dieser Voruntersuchung betrachtete ungerissene Brennstoff. Diese Frage wird im nächsten Kapitel behandelt.

#### 4.4.3 Bemerkungen zur Rißstruktur des Brennstoffs

##### 4.4.3.1 Stand der Literatur

Das Festigkeitsverhalten von UO<sub>2</sub>-Tabletten wird bestimmt durch die relativ niedrige Zugfestigkeit, die in der Größenordnung von  $\sigma_B \approx 10 \text{ kp/mm}^2$  liegt. Diese Zugfestigkeit ist primär abhängig von drei Parametern: Korngröße, Porosität und Temperatur /Engelhardt et al., 99/. Canon /104/ gibt eine lineare Abhängigkeit zwischen  $\sigma_B$  und der Temperatur, wie sie im Diagramm 49 dargestellt ist.

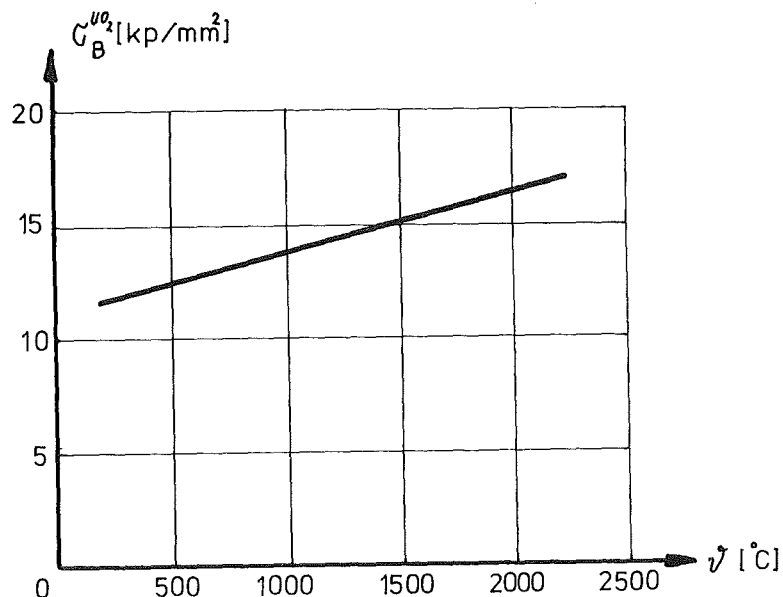


Diagramm 49: Abhängigkeit der Zugfestigkeit von UO<sub>2</sub> von der Temperatur

Im Gegensatz hierzu liegt die Druckfestigkeit von  $UO_2$  etwa bei  $\leq 100 \text{ kp/mm}^2$ .

Die Beurteilung hinsichtlich der Folgen von Rissen auf die mechanische Festigkeit wird einmal dadurch erschwert, daß die experimentelle Untersuchung der gerissenen Brennstofftablette stets im kalten Zustand erfolgt, zum anderen durch die Tatsache, daß über Rißfortpflanzung wenig bekannt ist. Außerdem muß während des Reaktorbetriebs bei den vorliegenden hohen Temperaturen mit einer Ausheilung der Risse durch Schwellvorgänge oder plastische Vorgänge gerechnet werden, so daß sich eine zeitabhängige Rißstruktur einstellt. Instationäre Vorgänge beim An- oder Abschalten sowie bei Leistungsänderungen während des Betriebs haben über die Änderung der Temperaturen ebenfalls Einfluß auf die Rißstruktur.

Die modelltheoretische Behandlung einer vom Betriebszustand und vom Abbrand abhängigen Rißstruktur, die zudem noch sehr stark statischen Charakter aufweist, kann nur näherungsweise durchgeführt werden. Jankus und Weeks /49/ simulieren den gerissenen, anisotropen Werkstoff durch ein fiktives isotropes Material mit modifizierten Eigenschaften. Liegt z.B. ein Riß in einer axialen Ebene vor, dann gilt bei Rotations-symmetrie:

$$\begin{aligned}\sigma_a &= 0 \\ \epsilon_r &= (\sigma_r - \nu \sigma_t) / E \\ \epsilon_t &= (\sigma_t - \nu \sigma_r) / E \\ \epsilon_a &= -\nu (\sigma_r + \sigma_t) / E\end{aligned}\tag{106}$$

Um dieses Verhalten durch eine isotrope Beschreibung möglichst gut annähern zu können, setzen Jankus und Weeks folgende Gleichungen an:

$$\varepsilon_r = (\sigma_r^{iso} - \nu' \sigma_t^{iso} - \nu' \sigma_a^{iso}) / E'$$

$$\varepsilon_t = (\sigma_t^{iso} - \nu' \sigma_r^{iso} - \nu' \sigma_a^{iso}) / E' \quad (107)$$

$$\varepsilon_a = (\sigma_a^{iso} - \nu' \sigma_r^{iso} - \nu' \sigma_t^{iso}) / E'$$

$\sigma_j^{iso}$  : isotrope Ersatzspannungen ( $j = 1, 2, 3 \hat{=} r, t, a$ )

Die elastischen Konstanten  $E'$  und  $\nu'$  werden von den Autoren so gewählt, daß die mittleren quadratischen Abweichungen

$$D = \sum_{j=1}^3 \overline{(\sigma_j^{iso} - \sigma_j)^2} \quad (108)$$

minimal werden. Sie erhalten

$$\begin{aligned} \nu' &\approx \frac{\nu}{2} \\ E' &\approx \frac{2}{3} \end{aligned} \quad (109)$$

Treten Risse auch in den anderen Hauptachsenrichtungen auf, dann wird das anisotrope Materialverhalten des gerissenen Brennstoffs mehrfach durch isotrope Näherungen simuliert:

$$\begin{aligned} \nu' &\approx \nu \left(\frac{1}{2}\right)^{m'} \\ E' &\approx E \left(\frac{2}{3}\right)^{m'} \end{aligned} \quad (109')$$

$m'$  = Anzahl der Risse

Über Rißfortpflanzung werden keine Aussagen gemacht. Die Anzahl der Risse wird zonenweise bestimmt: überschreitet

$\sigma_j$  eine vorgegebene Bruchspannung  $\sigma_B$ , dann wird der Brennstoff in dieser Zone und nur in dieser Zone als gerissen betrachtet.



Für die Erhöhung der Kriechgeschwindigkeit des gerissenen und durch eine isotrope Näherung simulierten Brennstoffs wird folgende Beziehung angegeben:

$$\dot{\epsilon}_V^C \Big|_{\text{gerissen}} = \dot{\epsilon}_V^C \Big|_{\text{ungerissen}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{m' (n^B - 1)} \quad (110)$$

$n^B$ : Norton'scher Spannungsexponent der Kriechgeschwindigkeit

Da experimentelle Ergebnisse jedoch auf  $n^B \approx 1$  hinweisen, erhält man aus dieser Gleichung keine Erhöhung der Kriechgeschwindigkeit im gerissenen, isotrop simulierten Brennstoff.

Über das Ausheilen der Risse werden von den Autoren drei Annahmen gemacht.

Risse heilen, wenn

1. Zugspannungen zu Druckspannungen werden,
2. Temperaturen größer als  $1400^\circ\text{C}$  sind,
3. ein stationärer Fall länger als 1 h vorliegt.

Nach der Ausheilung der Risse werden die gleichen Werkstoffdaten wie für den ungerissenen Brennstoff angenommen.

In ähnlicher Weise behandeln Duncombe et al. /54/ mechanische Auswirkungen von Rissen. Sie nehmen an, daß die tangential Spannung in einem radial gerissenen keilförmigen Bruchstück von der Mitte her abnimmt und erst in der Nähe der Bruchfläche gegen Null strebt. Zusätzlich wird ein Verkeilen dieser Bruchstücke angenommen, so daß sich die mittleren tangentialen Spannungen zwar verringern, jedoch an keiner Stelle Null werden. Auch hier wird das Verhalten des gerissenen Brennstoffs über eine Änderung der elastischen Dehnungen simuliert:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_a \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \cdot \begin{pmatrix} C_1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & C_2 & -\nu \\ -\nu & -\nu & C_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \sigma_a \end{pmatrix} \quad (111)$$

$C_1, C_2, C_3$ : Faktoren

Es wird eine sofortige Riausheilung angenommen, wenn Druckspannungen auftreten. In diesem Fall wird für die betreffende Brennstoffzone mit  $C_i$  ( $i = 1,2,3$ ) = 1 gerechnet.

Eine von diesen beiden Arbeiten unterschiedliche Behandlung wurde von Godesar, Guyette und Hoppe /52/ gewählt. Ausgehend von radialen Rissen bis ins Innere der Brennstofftablette wird zunächst angenommen, daß sich die keilförmigen Fragmente frei bewegen können. Durch Volumenzunahme in einer Zone, sei es durch Schwellvorgänge oder infolge von Porenwanderung, kann es zu Festkörperbrücken der Brennstoff-Fragmente kommen. Eine weitere Volumenzunahme des Brennstoffs führt bei Vorhandensein einer Festkrperbrcke zum Aufbau eines Festkrperdrucks auf die Hlle. Die Kriechgeschwindigkeiten werden in zwei Kategorien eingeteilt: oberhalb 1400°C sei die Kriechgeschwindigkeit unendlich groß, unterhalb dieser Temperatur unendlich klein. Eine Ausheilung von Rissen wird durch eine Volumenbilanz über frei verfügbare Volumina ermittelt: Zunächst erfolgt eine Volumenzunahme im plastischen Teil in die Einsenkungen der Tablette, dann in radiale Spalte, wodurch eine Riausheilung zustande kommt, schließlich in den Zentralkanal.

#### 4.4.3.2 Annahmen zur Rißstruktur bei der Untersuchung der Brennstoffstützwirkung

Zur Behandlung der Brennstoffstützwirkung soll in dieser Arbeit in ähnlicher Weise wie bei Jankus und Weeks bzw. Duncombe et al. vorgegangen werden. Es soll zunächst die Annahme gemacht werden, daß Spannungsspitzen im Innern des Brennstoffs (Druckspannungen) durch hohe Kriechgeschwindigkeit, Spannungsspitzen an der Außenseite (Zugspannung) durch Rißbildung sofort abgebaut werden, so daß die Brennstofftablette keine Wärmespannungen mehr aufweist. Durch die Belastung des Brennstabs durch Außendruck treten Druckspannungen auf. Daher kann Rißausheilung oder eine Änderung der elastischen Konstanten angenommen werden. Da jedoch die isotrope Simulation nicht zu einer Erhöhung der Kriech-eigenschaften im Brennstoff führt (Gl.111), ist diese Differenzierung nur von untergeordneter Bedeutung.

#### 4.4.4 Konzepte zum Kriechbeulverfahren des Verbandes Hülle - Brennstoff

Für den Verband von Hülle und Brennstoff wird folgendes Modell gewählt: eine ovale Hülle mit einer Ausgangsgeometrie von

$$r(\varphi, t=0) = \bar{r} (1 + \alpha_2 \cos 2\varphi) \quad (86)$$

sei durch Außendruck und hohe Temperaturen so beansprucht, daß während der Einsatzzeit Kriechbeulvorgänge auftreten. Zunächst sei ein radialer Spalt zwischen Hülle und Brennstoff vorhanden, so daß eine gewisse Zeit vergeht, bis Kontakt auftritt. Der Brennstoff sei frei von Wärmespannungen und ausschließlich durch den Kontaktdruck  $p_{\text{kont}}$  beansprucht. Wegen der hohen Temperaturen im Inneren der Brennstofftablette wird angenommen, daß nur ein äußerer Ring einen Beitrag zur mechanischen Festigkeit leisten kann. Es zeigte sich, daß dieser Ring eine mit der Hülle vergleichbare Wand-

stärke aufweist, so daß auch der Brennstoff durch ein Sandwichmodell idealisiert werden kann. Dabei erhält man die Wandstärke dieses tragenden Brennstoff"rings" aus der Analyse des Temperaturprofils. Die Abgrenzung erfolgte etwa bei einer Temperatur von  $\vartheta = 1200^{\circ}\text{C}$  und wird im folgenden noch erläutert werden. Da die Kontaktfläche über die Verformung von Hülle und Brennstoff"ring" vergrößert wird, muß man sich zunächst Gedanken über die Verteilung und die Größe des Kontaktdrucks  $p_{\text{kont}}(\varphi)$  machen. Diese Verteilung ergibt sich aus der Bedingung, daß es während der gesamten Verformung zwischen der Innenseite des Hüllrohrs und der Außenseite des Brennstoffs keine geometrischen Überschneidungen geben darf (geometrische Verträglichkeit). Sowohl die Verteilung selbst als auch das Integral über diese Verteilung

$$P = \int_{\text{Kontaktfläche}} p_{\text{kont}} d\varphi \quad (112)$$

müssen iterativ aus der geometrischen Verträglichkeitsbedingung ermittelt werden. Es war von vornherein zu erwarten, daß dieser Iterationsvorgang sehr aufwendig sein würde. Deshalb wird in den folgenden Überlegungen angenommen, daß die Verteilung des Kontaktdrucks bereits bekannt ist, so daß nur das Integral der Verteilung iterativ zu ermitteln ist. Diese bekannte Verteilung wurde einmal als variabel (Annahme 1) zum anderen als konstant angenommen (Annahme 2) (Abb.24).

Der Kontaktdruck entlastet die Hülle und belastet den Brennstoff, wie es in der Abbildung 24 qualitativ dargestellt ist.

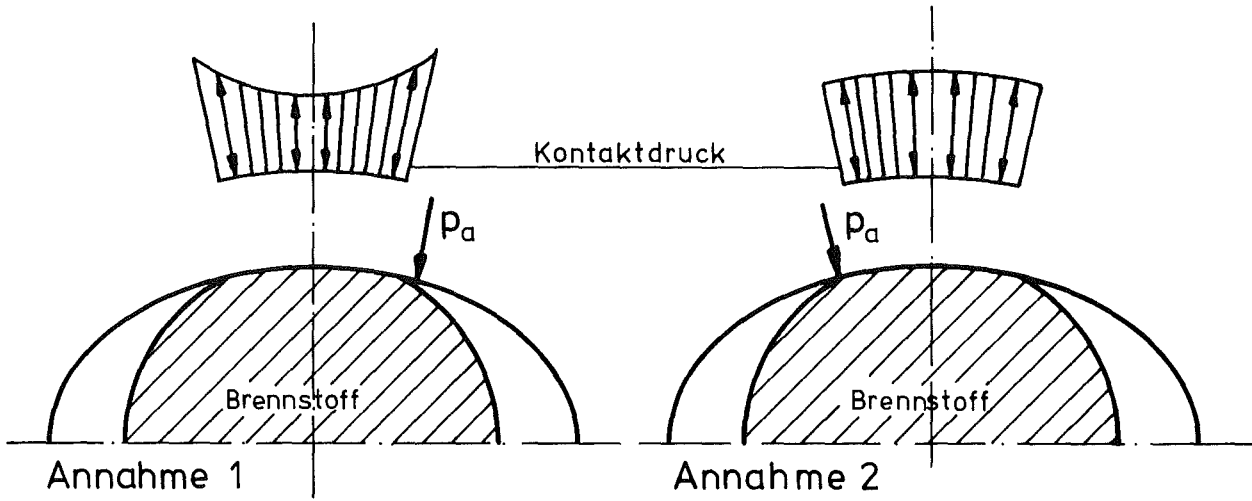


Abb.23: Annahmen zur Stützwirkung

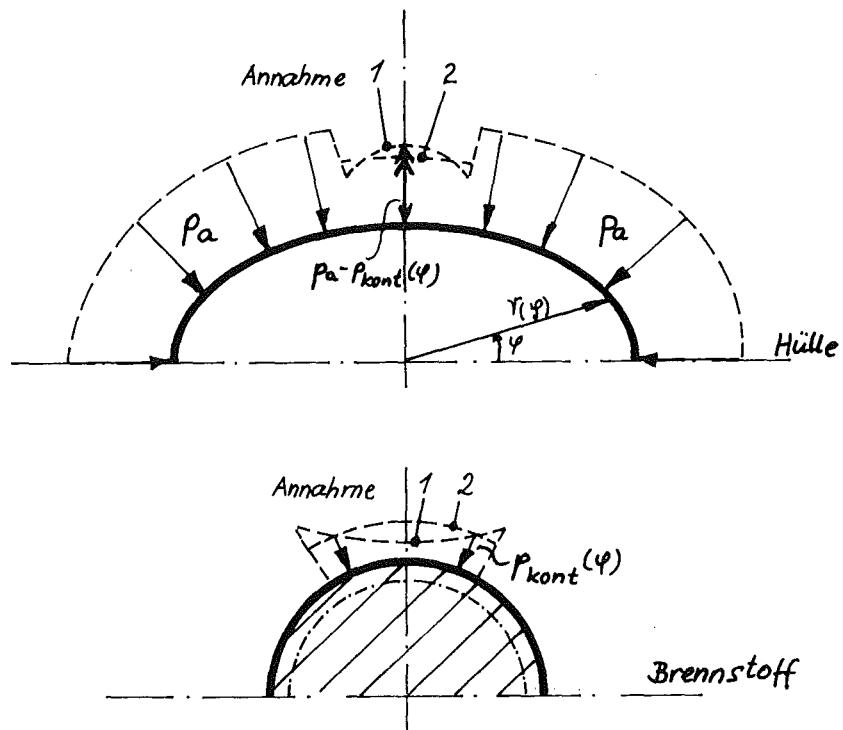


Abb.24: Belastung von Hülle und Brennstoff im Kontaktfall

#### 4.4.4.1 Kriechbeulverhalten bei variabler Verteilung des Kontaktdrucks (Annahme 1)

Die Untersuchung nach Annahme 1 erfolgte gemeinsam mit Beste /105/ (Studienarbeit). Um eine Aussage über die Verteilung des Kontaktdrucks zu erhalten, wird der Brennstoff zunächst als starr betrachtet. Dabei muß wegen der Aufteilung der Struktur in Segmente die Kontaktfläche durch diskrete Auflager ersetzt werden, deren Kräfte zu ermitteln sind (Abbildung 25).

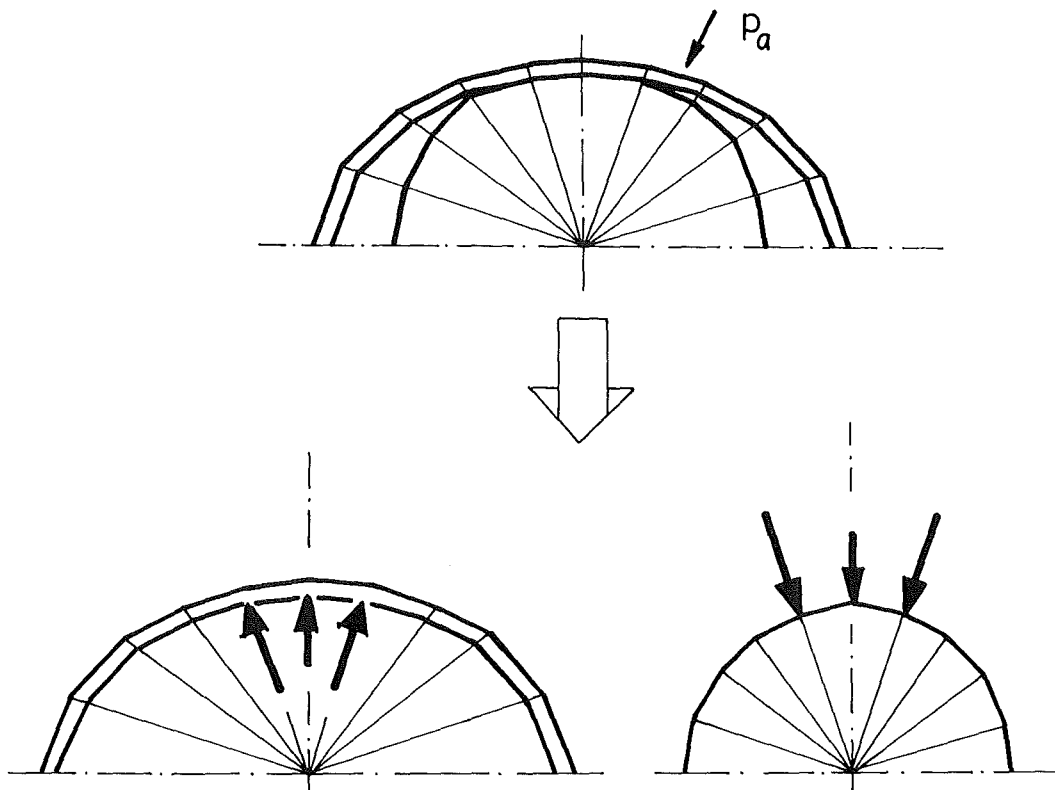


Abb.25: Aufteilung des Kontaktdrucks in diskrete Auflagerkräfte

Die Berechnung dieser Auflagerkräfte erfolgt wiederum mit Hilfe des Arbeitssatzes und ist im Anhang 8 dargestellt. Die statische Unbestimmtheit des Rohrs erhöht sich um die Zahl der Auflagerpaare. Zu den Momentverteilungen der Systeme "0", "1", "2", "3" kommen also noch die Momentverteilungen aller Auflager hinzu, die ebenfalls im Anhang 8 dargestellt

sind. Aus den Verschiebungsbeiwerten

$$\delta_{ik} = \sum_{\text{Segmente } s_j} \int_{s_j}^{s_j + \Delta s_j} \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k}{E \cdot I} ds \quad (113)$$

und der Schließbedingung

$$\delta_{i0} + \sum_k X_k \delta_{ik} = 0 \quad (114)$$

erhält man die statisch Überzähligen  $X$ , die bereits die Auflagerkräfte enthalten und aus denen sich leicht Schnittkräfte und Momente an jeder Stelle der Struktur ermitteln lassen.

Mit der Ermittlung dieser Auflagerkräfte hat man einmal die Verteilung der Stützkräfte über die Kontaktzone ermittelt, zum anderen die maximale Stützkraft bestimmt, da der Brennstoff als starr angesehen wurde. Von dieser Verteilung der Auflagerkräfte wird angenommen, daß sie sich auch im Fall von kriechfähigem Brennstoff während eines Zeitschritts  $\Delta t$  nicht ändert. Durch einen Iterationsprozeß wird aus der geometrischen Verträglichkeitsbedingung beider Körper ein Faktor  $a$  iterativ ermittelt, aus dem die integrale Belastung  $P$  durch den Kontaktdruck folgt:

$$P = a \int_{\text{Kontaktfläche}} p_{\text{kont}}(\varphi) d\varphi \quad (112')$$

Da der Kontaktdruck zeitabhängig ist, muß diese Berechnung in jedem Zeitschritt durchgeführt werden.

#### 4.4.4.2 Kriechbeulverhalten bei konstanter Verteilung des Kontaktdrucks (Annahme 2).

Nimmt man von vornherein an, daß der Kontaktdruck über den gesamten Auflagebereich konstant ist, dann erhält man eine sehr einfache Beschreibung von Schnittkräften und Momenten. Die Belastung durch den Kontaktdruck ist wiederum iterativ aus der geometrischen Verträglichkeitsbedingung beider

Körper zu ermitteln. Besonders einfach erhält man die Lösung für doppelte Symmetrie (Spiegelsymmetrie zur x- und y-Achse), da die Querkräfte an den Scheiteln zu Null werden.

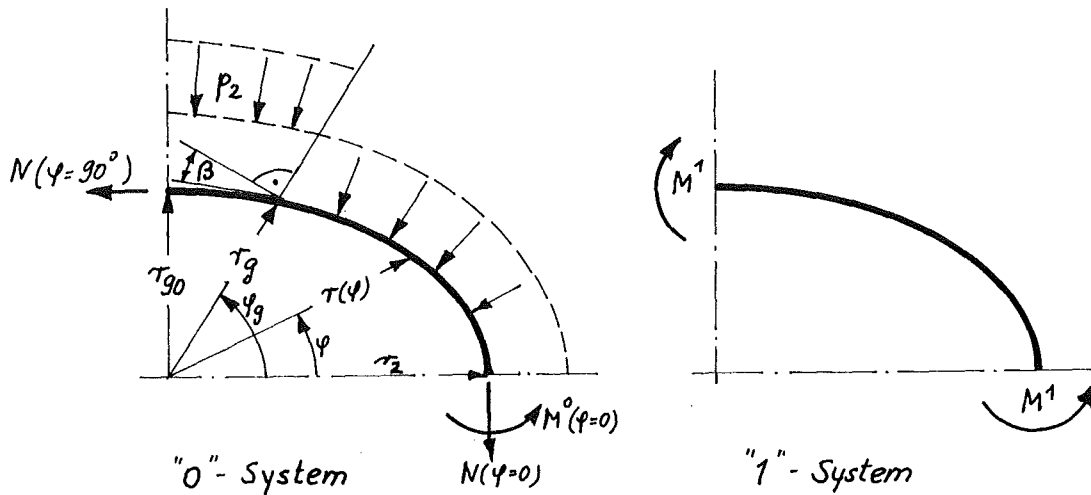
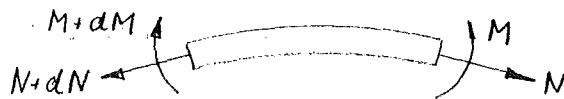


Abb.26: System zur Lösung der statischen Unbestimmtheit

Wie aus der Abbildung 26 zu erkennen ist, wird das Moment an der Stelle  $\varphi = 90^\circ$  als Unbekannte gewählt. Mit den Vorzeichenkonventionen



als positive Größen erhält man folgende Gleichungen:

"0"-System

$$N^0(\varphi=0) = -p_1 \tau_1 - p_2 \tau_g \cos \varphi_g \quad (115)$$

$$M^0(\varphi=0) = \frac{p_1}{2} (\tau_{90}^2 - \tau_2^2) + \frac{p_2}{2} (\tau_g^2 + \tau_{90}^2) - p_2 \tau_g (\tau_{90} \sin \varphi_g + \tau_2 \cos \varphi_g) \quad (116)$$

für  $0 < \varphi < \varphi_g$  gilt:

$$N^0(\varphi) = -p_2 \tau_g \{ \cos \varphi_g \cos(\varphi + \beta) \} - p_1 \tau_\varphi \cos \beta$$

$$M^0(\varphi) = M_0(\varphi=0) - \frac{p_1}{2} (\tau_\varphi^2 - \tau_2^2) - p_2 \tau_g \cos \varphi_g (\tau_\varphi \cos \varphi - \tau_2) \quad (118)$$

für  $\varphi_g < \varphi < 90^\circ$  gilt

$$N^0(\varphi) = -(p_1 + p_2) \tau_\varphi \cos \beta + p_2 \tau_g \sin \varphi_g \sin(\varphi + \beta) \quad (119)$$



$$M^0(\varphi) = M^0(\varphi=0) - \frac{P_1}{2} (\tau_\varphi^2 - \tau_2^2) - p_2 (-\tau_g \tau_\varphi \sin \varphi \sin \varphi_g - \tau_g \tau_2 \cos \varphi_g + \frac{\tau_g^2}{2} + \frac{\tau_\varphi^2}{2}) \quad (120)$$

mit

$$\beta = -\arctg \left\{ \frac{\tau'}{\tau} \right\} ; \quad \tau' = \frac{dr}{d\varphi}$$

Für  $\varphi_g = 0$  lassen sich diese Gleichungen leicht überprüfen:

$$N^0(\varphi) = -(p_1 + p_2) \tau_\varphi \cos \beta$$

$$M^0(\varphi) = M^0(\varphi=0) - \left( \frac{P_1 + P_2}{2} \right) (\tau_\varphi^2 - \tau_2^2) \quad (121)$$

"1"-System

$$M^1(\varphi) = \text{konst} = 1 \quad (122)$$

Die Größe des unbekanntenen Moments erhält man aus dem Arbeitssatz und der Schließbedingung:

$$X = - \frac{\sum_{\text{Segmente}} \int_{s_j}^{s_j + \Delta s_j} \frac{M^1 M^0}{EI} ds}{\sum_{\text{Segmente}} \int_{s_j}^{s_j + \Delta s_j} \frac{M^1 M^1}{EI} ds} \quad (123)$$

Aus der Überlagerung des Momentenverlaufs im "0"-System und im "1"-System ergibt sich der tatsächliche Verlauf des Moments

$$M(\varphi) = M^0(\varphi) + X \cdot M^1(\varphi) \quad (124)$$

Für die Belastungen gilt:

$$\begin{array}{ll} \text{Hülle} & p_1 = p_a \\ & p_2 = -p_{\text{kont}} \end{array} \quad (125)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Brennstoff} & p_1 = 0 \\ & p_2 = +p_{\text{kont}} \end{array} \quad (126)$$

#### 4.4.4.3 Vergleich beider Annahmen zur Kontaktdruckverteilung

Der Vergleich beider Annahmen wurde an einem speziellen Datenfall (siehe Tabelle 6) für die schon erwähnten Versuche im Helium-Loop des Karlsruher Forschungsreaktors FR2 durchgeführt. Beide Konzepte liefern im Rahmen der Zeichengenauigkeit identische Ergebnisse für die zeitliche Änderung der Ovalität. Dies ist auf die Übereinstimmung der integralen Belastung  $P$  in beiden Konzepten zurückzuführen. Der Vergleich des numerischen Aufwands zeigt jedoch, daß die Annahme einer räumlich konstanten Druckverteilung zu einer sehr geringen Rechenzeit führt, da sie nicht erst aus einer Rechnung für ein statisch mehrfach unbestimmtes Problem zu ermitteln ist. Außerdem ist die Bestimmung von Schnittkräften und Momenten geschlossen möglich. Die Einsparung der Rechenzeit gegenüber der Annahme 1 betrug ca. 90 - 95 %.

#### 4.4.4.4 Untersuchungen an einem speziellen Datenfall

Am gleichen Datenfall zum Helium-Loop, der dem Vergleich zwischen den Annahmen 1 und 2 zugrunde lag, wurden einige Untersuchungen zum Anschmiegevorgang der Hülle an den Brennstoff sowie zur Frage des gerissenen bzw. ungerissenen Brennstoffs durchgeführt.

Zunächst ist im Diagramm 50 das Kriechbeulverhalten des Verbandes Hülle - Brennstoff dem Kriechbeulverhalten der Hülle allein (Kurve 1) gegenübergestellt. Die Betrachtungen wurden für einen Ausgangsspalt von  $9,5 \mu\text{m}$  und Null durchgeführt, wobei dieser Spalt an der kleinen Haltachse ( $\varphi = 90^\circ$ ) definiert wurde. Da die im Kapitel 4.2.2 dargestellte Voruntersuchung im Fall von Rotationssymmetrie ergab, daß ein merklicher Beitrag zur Stützwirkung erst für einen Nortonpa-

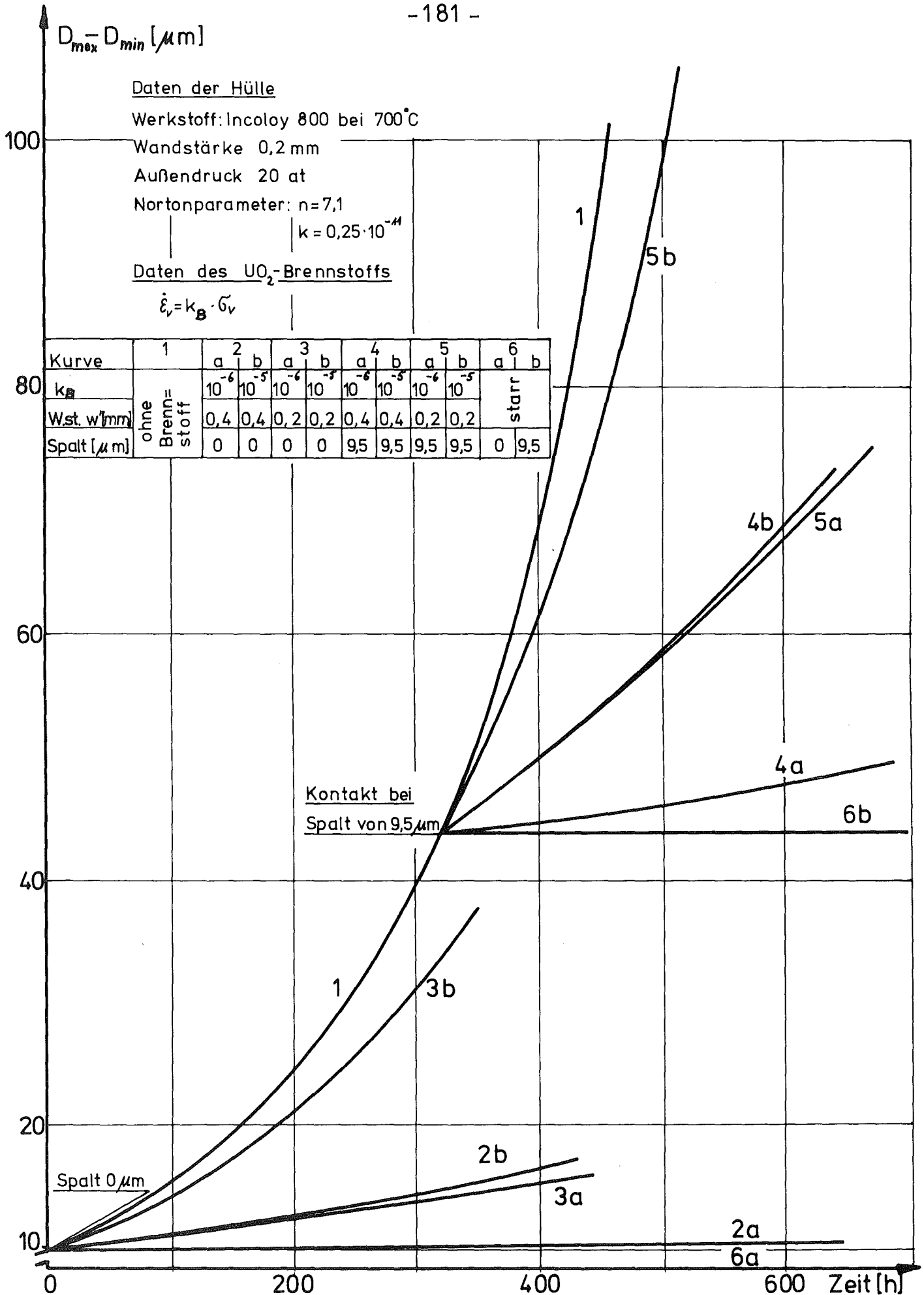


Diagramm 50 : Kriechbeulverhalten des Verbands Hülle-Brennstoff

parameter  $k_B < 10^{-5}$  erbracht wird, wurde  $k_B$  entsprechend variiert. Das Diagramm 51 zeigt, daß diese Werte für die Geometrie der Prüflinge, die im Helium-Loop eingesetzt werden, bei niedriger Porosität ( $P < 7\%$ ) und einer Stab-längenleistung von ca. 500 W/cm auch durchaus realistisch sind. Aus Abschätzungen zum radialen Temperaturprofil ergab sich eine Wandstärke des tragenden Brennstoff"rings" von  $w' = 0,2 \dots 0,4$  mm. Es zeigt sich, daß diese Variationen einen weiten Bereich abgrenzen, in dem sowohl ein bedeutender (Kurve 2b, 3a, 4a in Diagramm 50) als auch ein zu vernachlässigender Beitrag zur Stützwirkung (5b, 3b in Diagramm 50) zu erwarten ist. Durch genauere Analysen des radialen Temperaturprofils sowie durch eine genauere Auswertung der Gleichung (104) läßt sich dieser Unsicherheitsbereich jedoch noch eingrenzen.

Die folgenden Diagramme, die sich auf den gleichen Datenfall beziehen, geben über den Anschmiegvorgang der Hülle an den Brennstab Aufschluß. Im Diagramm 52 ist über der Zeit der Kontaktbereich für den Anschmiegvorgang an einen starren und einen kriechfähigen Brennstoff dargestellt. Der Verlauf der beiden Kurven ist anschaulich leicht erklärbar: durch die Möglichkeit des kriechfähigen Brennstoffs ( $k_B = 10^{-5}$ ) sich zu verformen, kommt es zu einem sehr viel früheren Aufliegen der Hülle als im Fall des starren Brennstoffs. Die Diagramme 53 und 54 zeigen die Hüllrohrgeometrie während des Anschmiegvorgangs. Aus der Gegenüberstellung der Diagramme wird ein Problem sichtbar, das für die Beurteilung einer auftretenden Hüllrohrbeanspruchung außerordentlich wichtig ist: je nach Spaltweite, Kriecheigenschaften und sonstigen Einflußgrößen kann sich die Hülle entweder glatt auf den Brennstoff auflegen oder eine Falte bilden, die bei Laständerungen einer so hohen Wechselbeanspruchung unterliegen kann, daß wenige Zyklen einen Bruch zur Folge haben. Dieses Problem wird im Kapitel <sup>4.4</sup> untersucht.

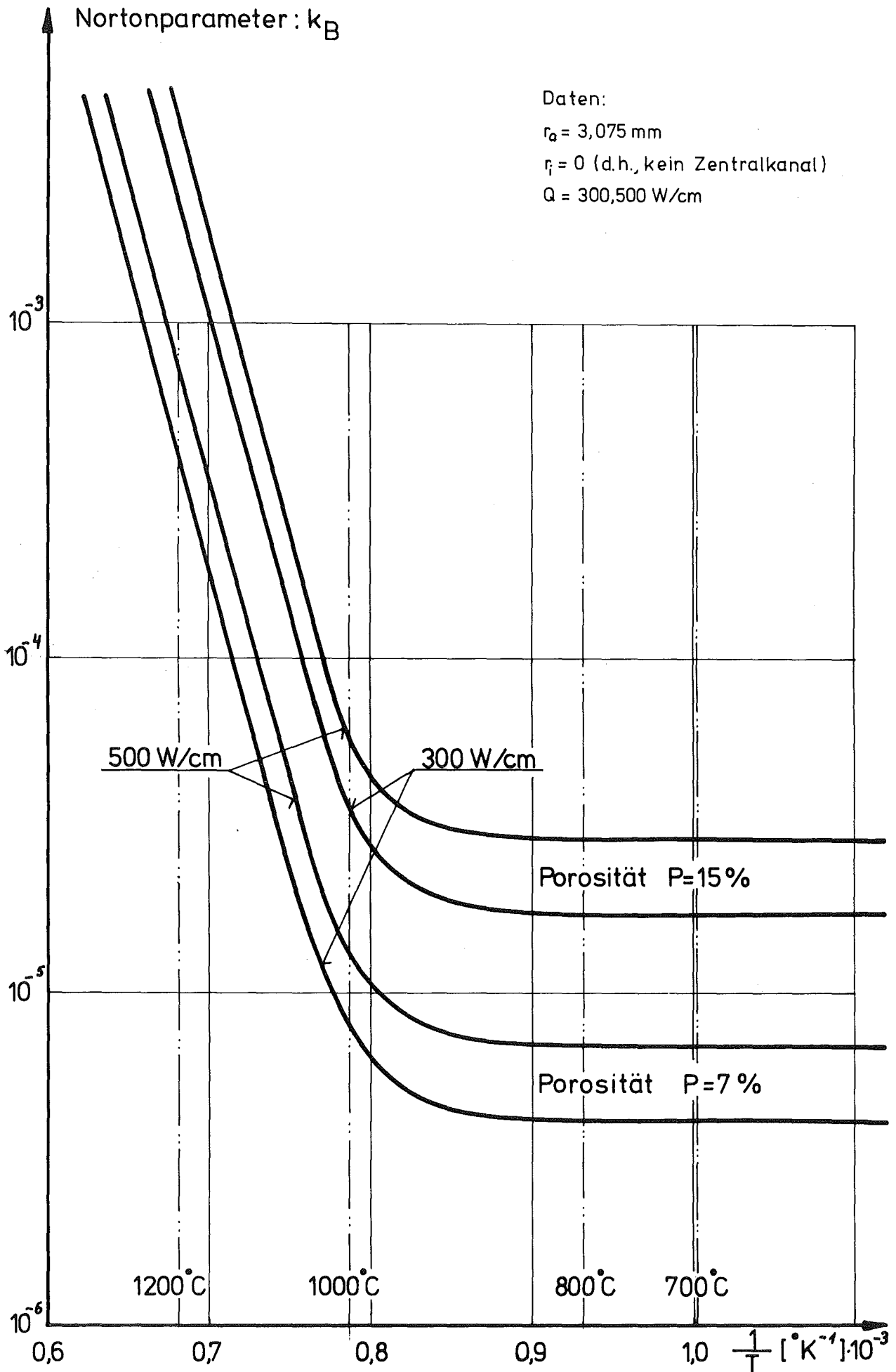


Diagramm 51 : Nortonparameter  $k_B$  des Brennstoffs als Funktion der reziproken Temperatur (Gl.184)

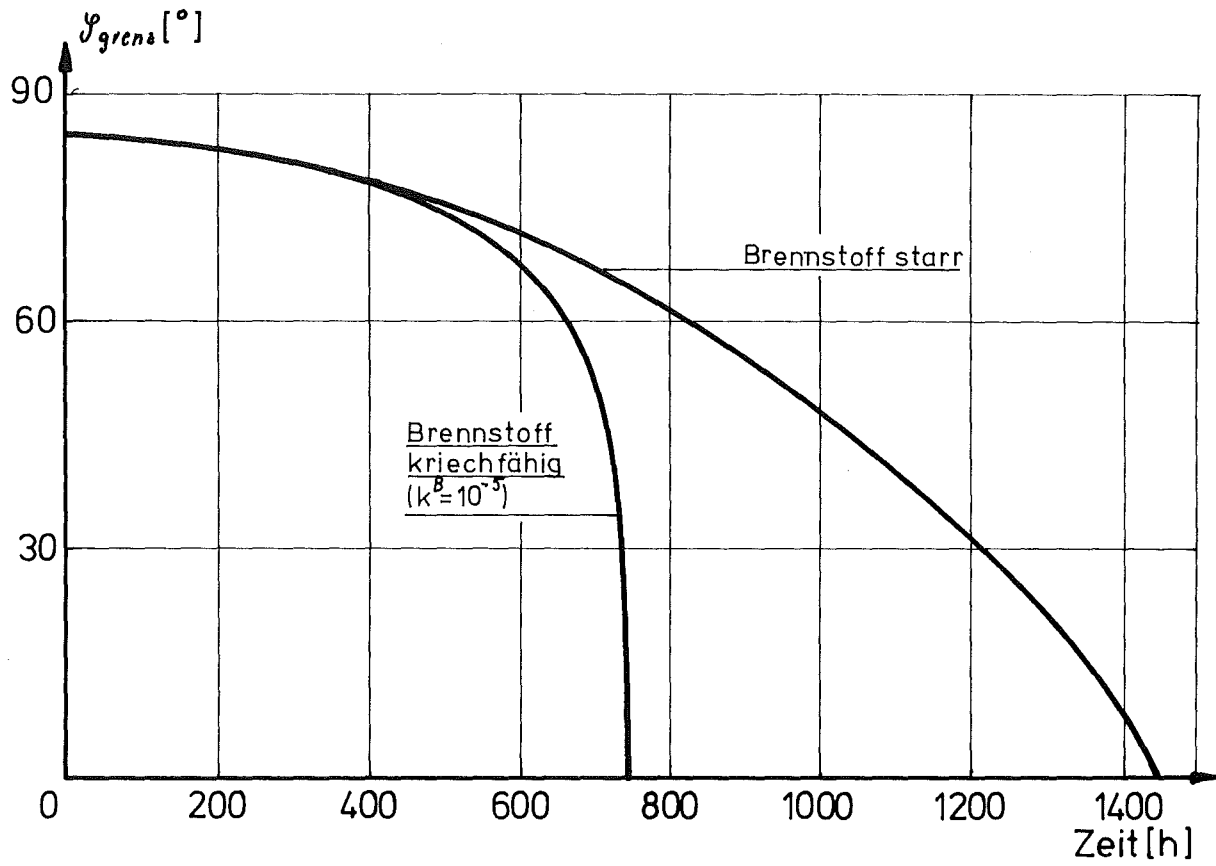
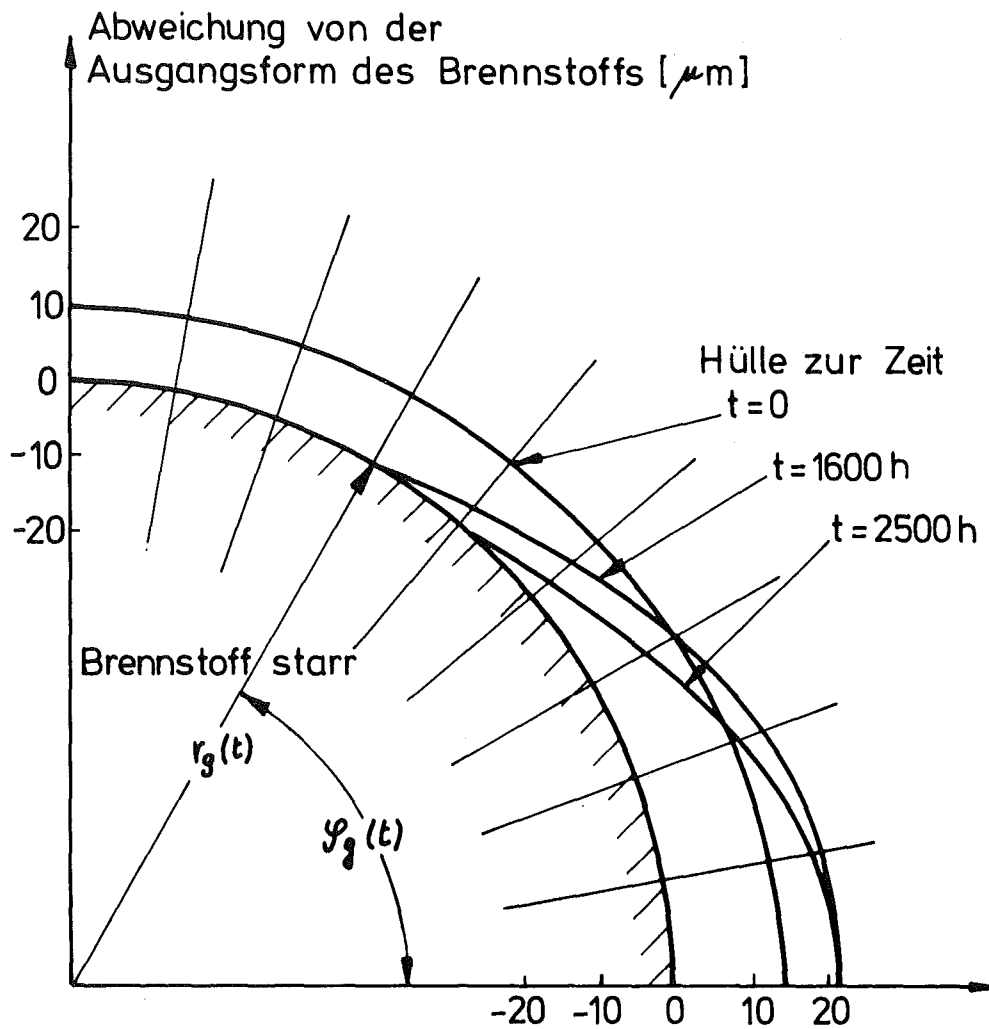


Diagramm 52 : Zeitlicher Verlauf des Winkels  $\varphi_{\text{grenz}}$ , der die Länge der Kontaktzone bestimmt, bei starrem und kriechfähigem Brennstoff (Daten siehe Diagramm 50)



Daten der Hülle

Werkstoff: Incoloy 800 bei  $700^\circ\text{C}$

Wandstärke: 0,2 mm

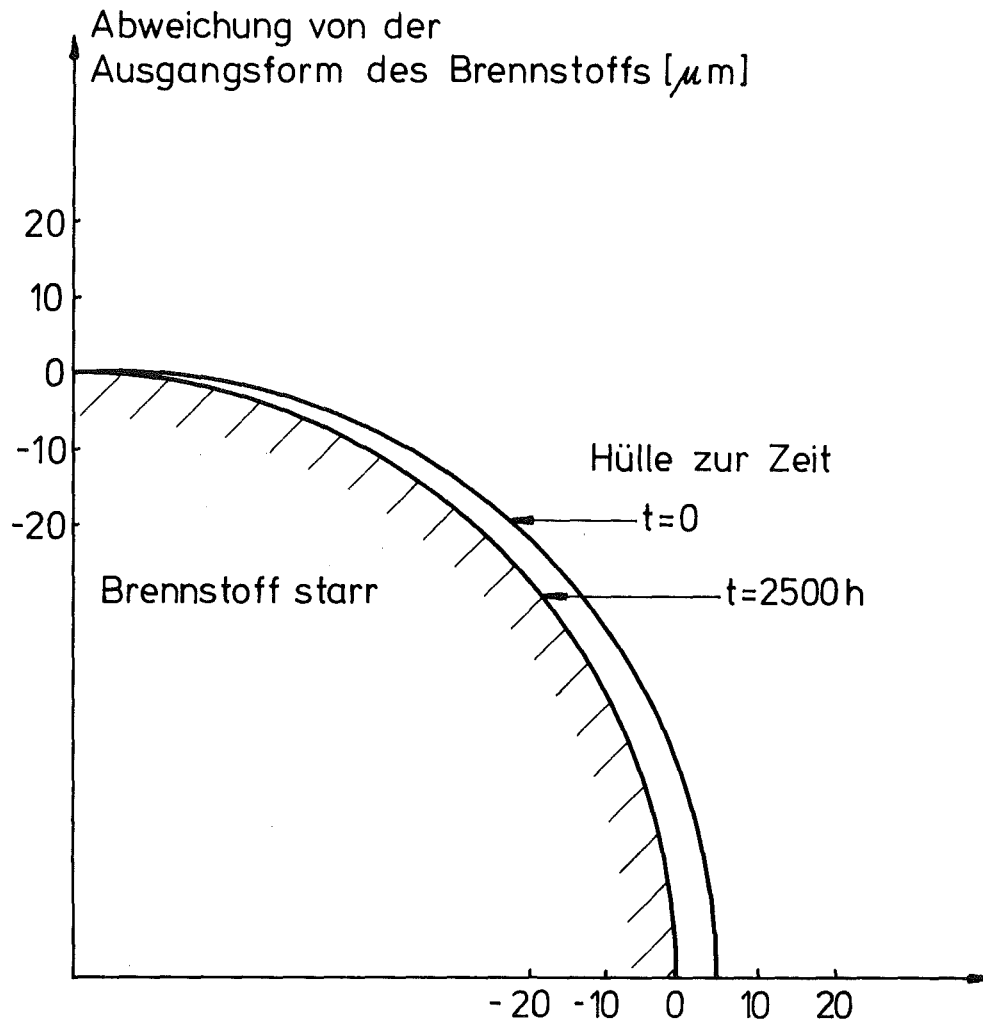
Außendruck: 20 at

Brennstoffdaten

starre  $\text{UO}_2$  Tablette

Ausgangsspalt:  $9,5\ \mu\text{m}$

Diagramm 53 : Anschmiegen der Hülle an starren Brennstoff



Daten wie bei Diagramm 53  
kein Ausgangsspalt

Diagramm 54 : Anschmiegen der Hülle an starren Brennstoff



Im Diagramm 55 ist ein Vergleich zwischen gerissenem und ungerissenem Brennstoff dargestellt. Die Berücksichtigung der Ribbildung erfolgte über einen simulierten isotropen Werkstoff mit geänderten elastischen Daten. Da sich nach Gleichung (110) kein Einfluß auf die Kriechgeschwindigkeit ergibt, bewirkt diese Berücksichtigung von Brennstoffris- sen ausschließlich Änderungen der elastischen Dehnung, die im allgemeinen keinen großen Einfluß auf die vorliegenden Kriechbeulprobleme haben. Erst wenn elastische Dehnungen die Größenordnung von Kriechdehnungen erreichen, können sich bei dieser Behandlung der Ribstruktur Unterschiede zwischen gerissenem und ungerissenem Brennstoff bemerkbar machen.

Diese Betrachtungen werden zwar durch die Tatsache gestützt, daß während der überwiegenden Zeit beim Kriechbeulvorgang keine Zugspannungen auftreten (siehe Diagramm 32), offen bleibt jedoch die Frage, ob und wie sich die Fragmente der gerissenen Brennstofftablette bei einer noch kleinen Kon- taktfläche gegenseitig verkeilen. Leider liegt noch nicht genügend Versuchsmaterial vor, um diese Fragen vollständig zu untersuchen, Die im nächsten Kapitel durchgeführten Aus- wertungen mit der eben beschriebenen Methode zeigen jedoch keinen Widerspruch zu den Experimenten, die im folgenden Kapitel diskutiert werden.

#### 4.4.5 Untersuchung der Stützwirkung am Brennstab des gasgekühlten schnellen Brutreaktors

##### 4.4.5.1 Überprüfung experimenteller Ergebnisse

Mit der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Me- thode können sowohl Brennstäbe als auch Brennstabkonzepte für alle Reaktortypen hinsichtlich der Stützwirkung analysiert werden. Nun unterscheiden sich aber diese verschiedenen

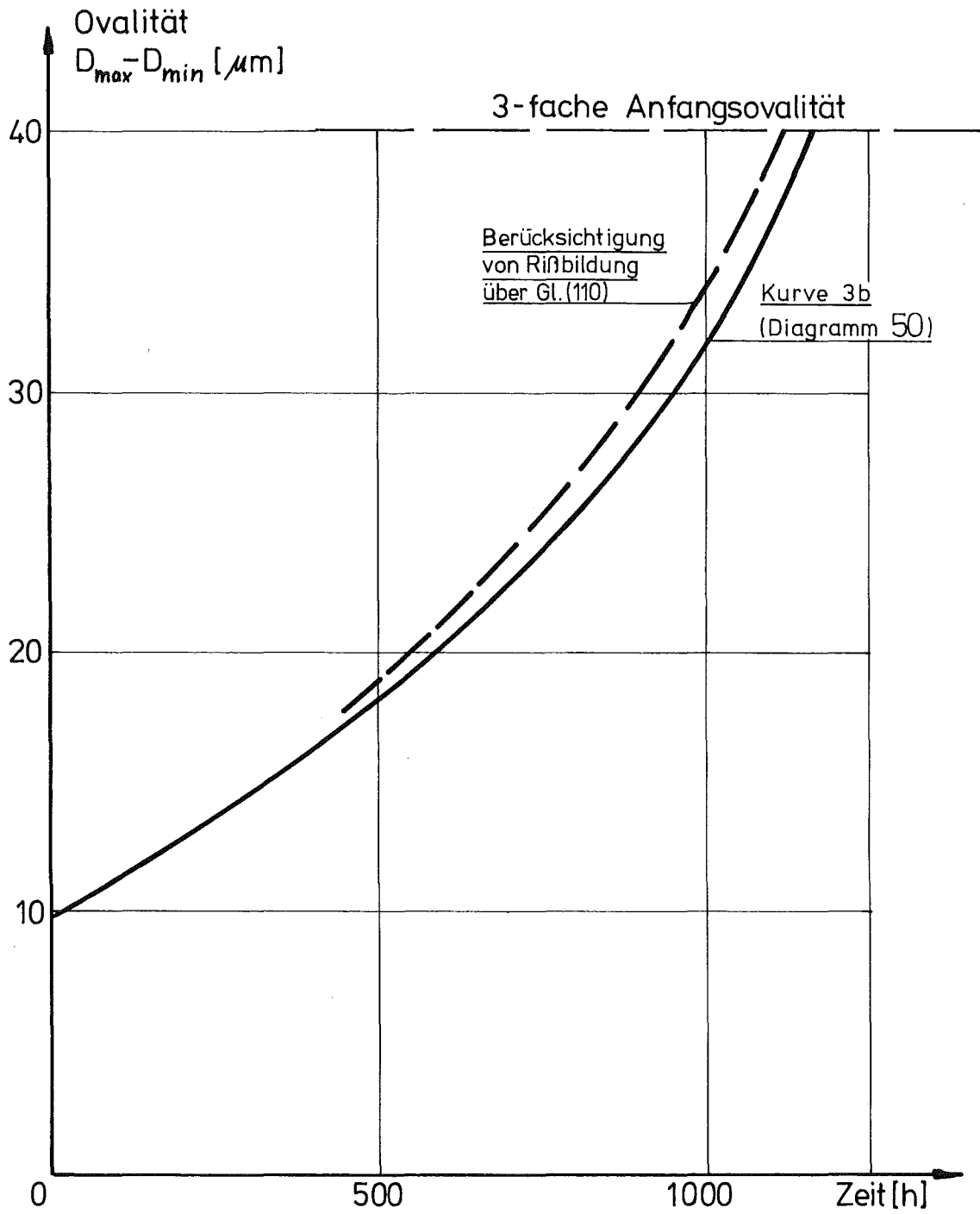
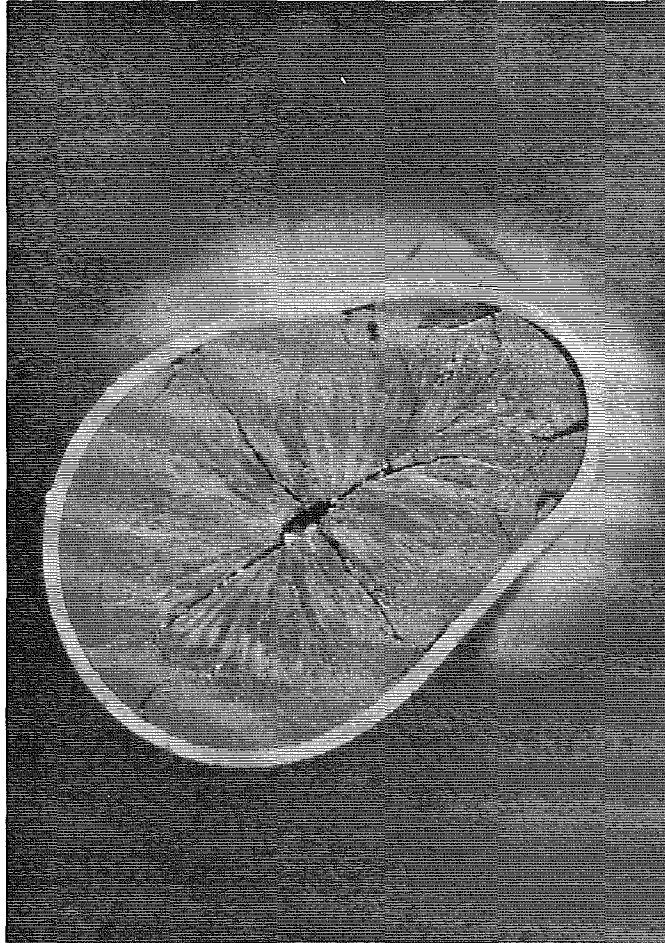


Diagramm 55 : Zeitliche Aenderung der Ovalität bei gerissenem und ungerissenem Brennstoff (Daten siehe Diagramm 50 )

Stabtypen zum Teil recht beträchtlich in einigen Daten wie Stablängenleistung, radialer Temperaturverteilung, Geometrie, elastische Werkstoffdaten, Kriechgesetze und Kriechdaten, Korrosionsphänomene, Strahlenschäden und Belastungen. Eine Analyse zur Stützwirkung kann man daher stets nur für einen bestimmten Stabtyp vornehmen. Eine Nomogrammdarstellung mehrerer Analysen ist wegen der oben angedeuteten Anzahl von Parametern unmöglich.

Hier soll diese Analyse für einen Brennstab eines gasgekühlten schnellen Brutreaktors durchgeführt werden. Zunächst wird die Methode zur Auswertung der schon zitierten Versuche von Simon et al. /97/ herangezogen, die zur Beurteilung der Brennstabkonzepte a ("strong cladding") und b ("Wursthautprinzip") an einer speziellen Werkstoffpaarung und Geometrie durchgeführt wurden. Zu beiden Konzepten wurden insgesamt 16 Testbrennstäbe hinsichtlich ihres Bestrahlungsverhaltens untersucht. Neun dieser Stäbe hatten Urandioxyd als Brennstoff, sieben Stäbe waren mit Mischbrennstoff ( $\text{UO}_2 - \text{PuO}_2$ ) bestückt. Variiert wurde Stableistung, Wandstärke der Hülle, Differenzdruck, Temperatur, Einsatzzeit und Hüllrohrmaterial. Schon die Zahl der variierten Parameter bei insgesamt 16 Proben läßt darauf schließen, daß keine systematischen Untersuchungen angestrebt waren. Über theoretische Auswertungen wird nicht berichtet, die Ergebnisse werden - wie schon in der Einleitung zu diesem Kapitel erwähnt - ausschließlich in zwei Kategorien klassifiziert, wobei eine Gruppe stabile, die andere kollabierte Stäbe enthält. Es zeigt sich, daß alle Proben mit geringer Wandstärke, die hohen Temperaturen ausgesetzt waren, sehr ernsthafte Schäden infolge eines Kriechbeulkollapses aufwiesen. Einen Schnitt durch eine derartige Geometrie zeigt das Diagramm 56. An dieser Probe ist vor allem die große Deformation zu erkennen, die bei den gegebenen Gittergeometrien unweigerlich zu Störungen im Kühlmitteltransport mit allen weiteren Folgen führt. Die Probe weist im Brenn-



Probe: Hastelloy X -  $UO_2$

Daten:  $r_a^{Hü} : r_i^{Hü} = 1,05$

Bestrahlungszeit 650 h

$Hü_{\text{außen}} = 760^{\circ}C$

$Q = 600 \text{ W/cm}$

$p_a = 56 \text{ at}$

Diagramm 56 : Querschnitt einer Probe von Simon et al.  
/97/, die durch Kriechbeulvorgänge deformiert wurde

stoff eine Reihe von radialen Rissen auf, die in einem ebenfalls stark deformierten Zentralkanal münden.

Andere Proben mit dickerer Wand ( $\tau < 7000\text{C}$ ) zeigten jedoch über längere Zeit keine merklichen Verformungen und erreichten Abbrände bis zu 60 000 MWd/to. Bemerkenswert ist, daß auch bei diesen hohen Abbränden kein Schwellen des Brennstoffs beobachtet wurde. Die Autoren nehmen an, daß einmal die vorhandene Porosität, zum anderen Nachsintereffekte die Schwellvorgänge kompensiert haben.

Eine vollständige theoretische Überprüfung aller Versuche ist nicht möglich, da eine Reihe von Daten fehlen. So ist z.B. nur für eine einzige Probe die tatsächliche Belastung angegeben, für alle anderen Proben ist nur ganz pauschal die Größenordnung dieser Belastung bekannt. Darüber hinaus werden keinerlei Angaben über Werkstoffspezifikationen und Werkstoffbehandlung gemacht, so daß der außerordentlich wichtige Beitrag der Kriechdehnungen nur abgeschätzt werden kann. Diese Abschätzung der Kriechdaten für das Hüllrohrmaterial Hastelloy X, eine Nickelbasislegierung (siehe Tabelle 2), wurde nach Werten von Cloß /106/ vorgenommen (Diagramm 57). Hier fällt vor allem die Abnahme des Nortonparameters  $k$  mit der Temperatur auf, während  $n$  mit der Temperatur steigt. Die Erklärung hierfür wird im Ausscheidungsverhalten gesucht.

Mit diesen Daten für die Hülle wurden die Proben P1 (GA1), P6 (GA-12), P6 (GA-13) von Simon et al. untersucht. Die wichtigsten Daten dieser Proben sind in der Tabelle 7 zusammengefaßt. An Hand des Temperaturprofils wurde die tragende Brennstoff"ring"dicke  $w'$  mit 0,3 mm abgeschätzt, dieser Schicht wurde ein Nortonparameter  $k_B = 0,1 \cdot 10^{-5}$  zugeordnet. Die Ovalität  $D_{\max} - D_{\min}$  wurde wiederum mit  $40 \mu\text{m}$  angenommen.

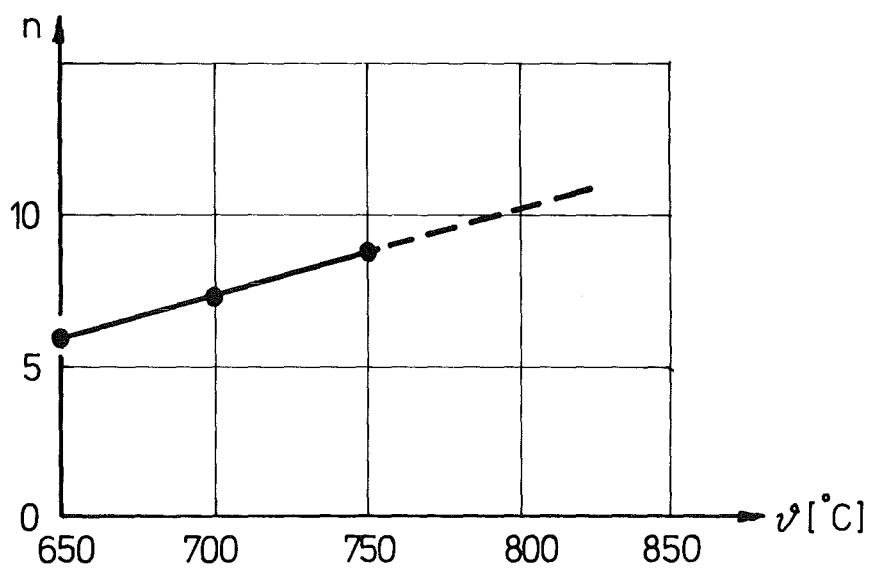
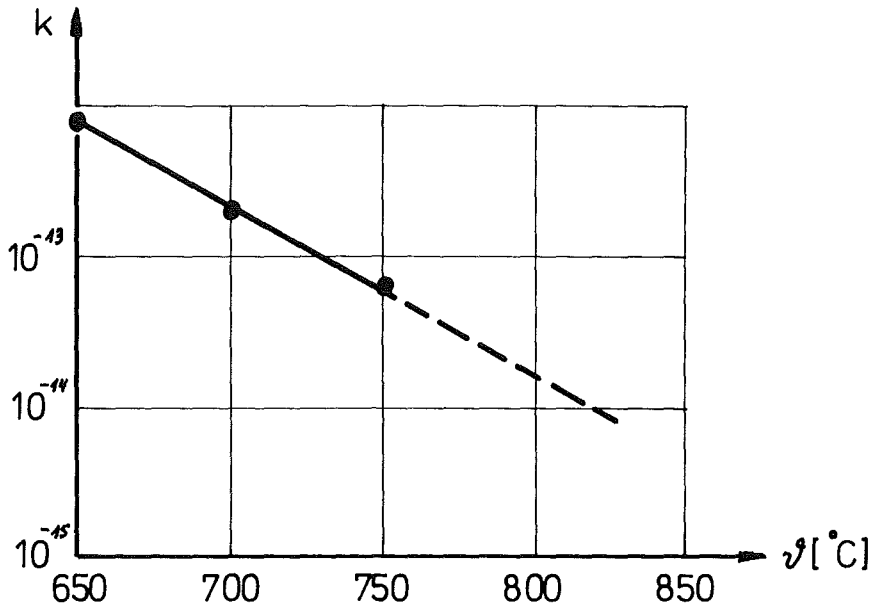


Diagramm 57 : Experimentell bestimmte Nortonparameter  $k$  und  $n$  von Hastelloy X (siehe Tabelle 2) nach Cloß /106/

Eine überschlägige Analyse zeigt, daß die Hülle der Probe P1 (GA-1) infolge eines elastisch-plastischen Vorgangs sofort kollabieren würde. Um also eine größere Einsatzzeit ohne nennenswerte Verformung zu erreichen, müßte eine beträchtliche Stützwirkung vorhanden sein. Daß die tatsächliche Stützwirkung nicht ausreicht, zeigt das Diagramm 58, in dem die Kriechkollapszeit des Verbands Hülle - Brennstoff dargestellt ist. Der flache Verlauf der Kurve im Bereich bis ca. 30 h weist darauf hin, daß die kritische Belastung, die ein sofortiges Einbeulen zur Folge hat, für diese Probe bei ca. 80 at liegt. Vergleicht man die theoretische Standzeit bei 56 at, die bei 40 h liegt, mit der Einsatzzeit von 650 h, dann wird das Versuchsergebnis, das eine deformierte Geometrie ergab, verständlich.

Sehr viel schwieriger wird die Interpretation der Auswertung der Probe P6, da von der tatsächlichen Belastung nur bekannt ist, daß der Außendruck weniger als 70 at betrug. Die Diagramme 59 und 60 zeigen die Ergebnisse, wobei der nach unten gerichtete Pfeil an den beiden Meßwerten die Unsicherheit der Belastung andeutet. Zunächst fällt auf, daß der Beitrag der Stützwirkung, der aus dem Vergleich zwischen der Hülle allein (gestrichelte Linien) und der Standzeit des Verbands (durchgezogene Linien) erkennbar ist, praktisch zu vernachlässigen ist. Dieser geringe Einfluß ergibt sich aus dem Vergleich der Kriechgeschwindigkeiten bei Belastungen  $p_a < 100$  at ( $T = 710^\circ\text{C}$ ) nach dem im Kapitel 4.4.2 dargestellten Modell. Setzt man zunächst an, daß beide Körper gleiche mittlere Spannungen aufnehmen, dann ergeben sich für den Quotienten der Kriechgeschwindigkeiten

$$\frac{\dot{\epsilon}_B^c}{\dot{\epsilon}_{H\ddot{u}}^c} = 10^2 \dots 3 \cdot 10^4 \quad 50 < p_a < 100 \text{ at} \quad (127)$$

Werte größer als 100. Infolge von Spannungsrelaxation im Brennstoff wird sich die Hauptbeanspruchung in die Hülle

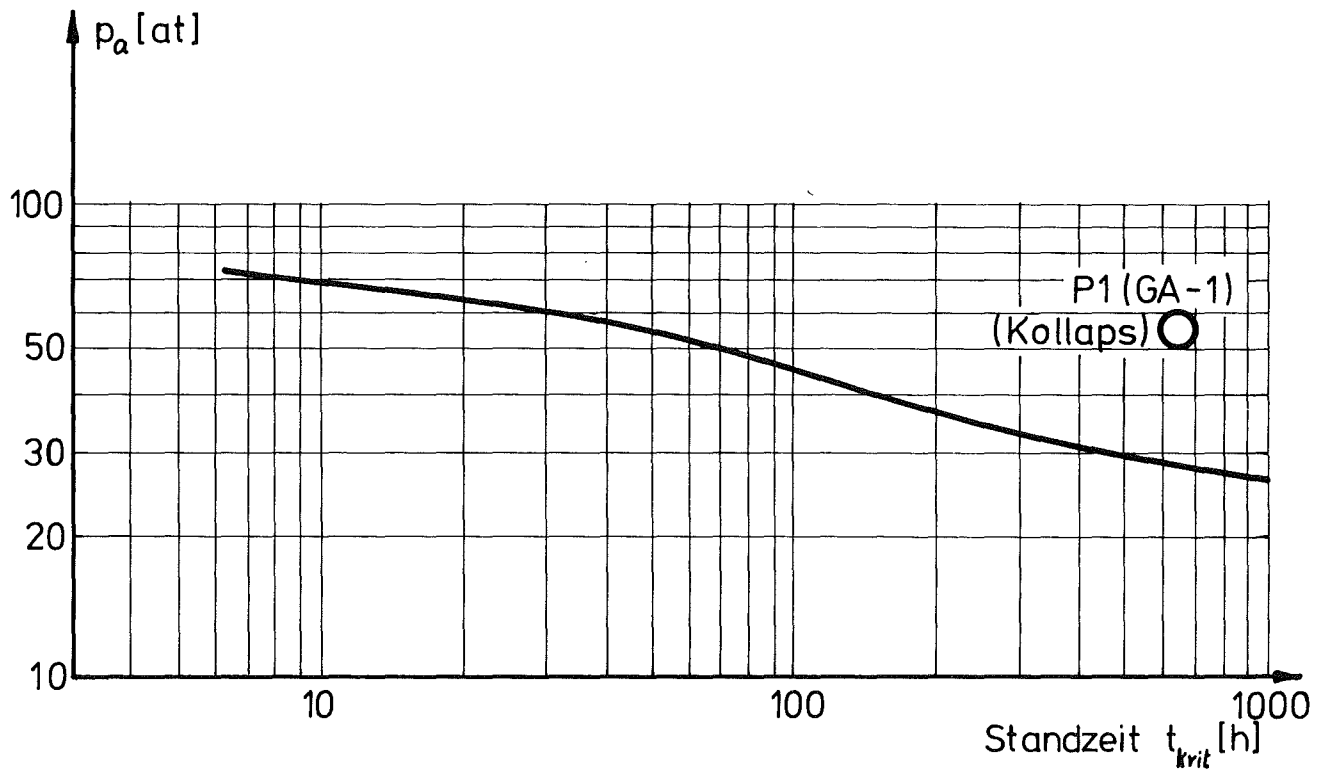


Diagramm 58 : Standzeit  $t_{krit}$  des Verbands Hülle-Brennstoff nach der numerischen Sandwichmethode (Daten siehe Tabelle 6)



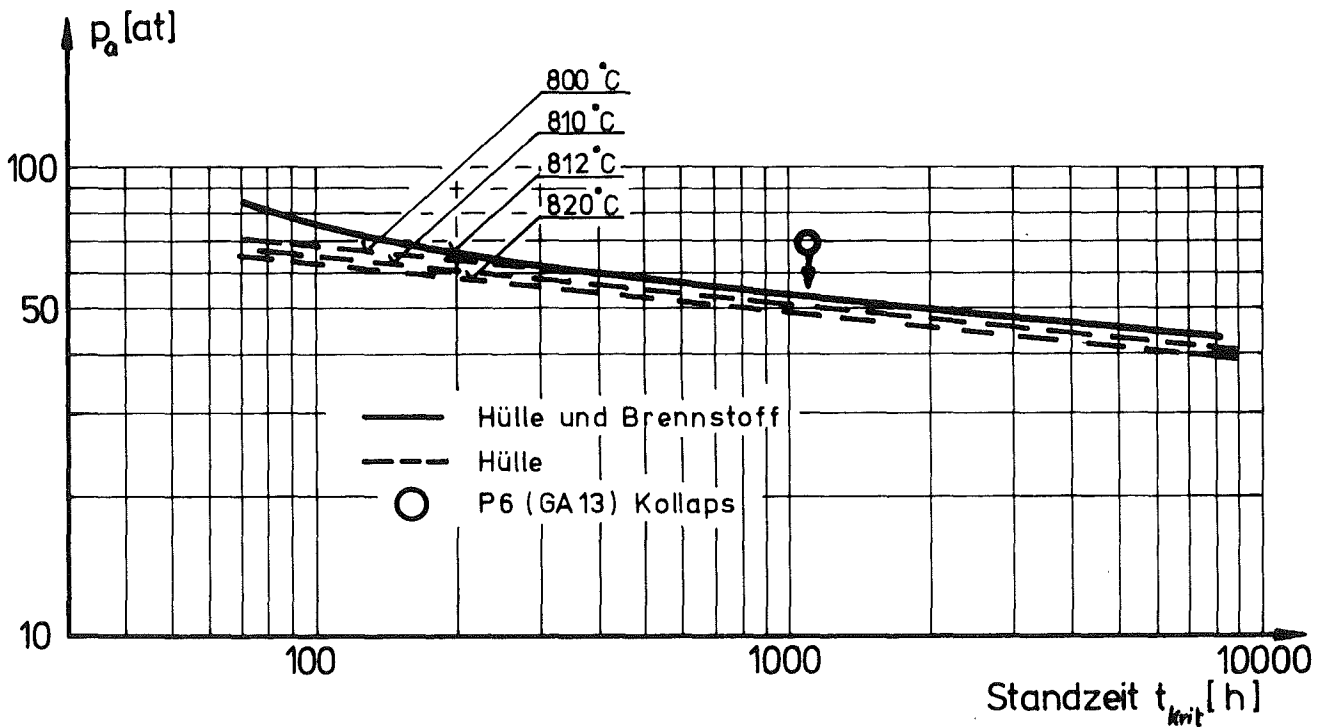
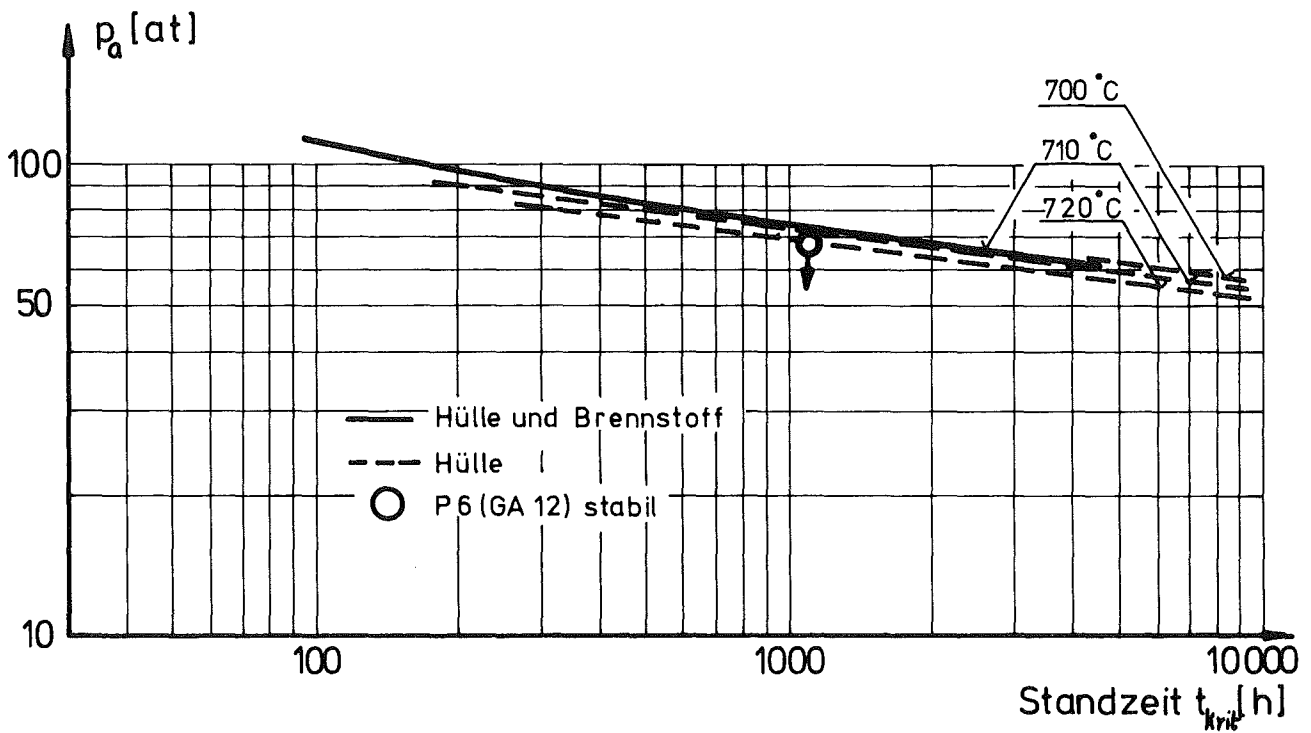


Diagramm 59 und 60 : Standzeit  $t_{krit}$  der Hülle sowie des Verbands Hülle-Brennstoff nach der numerischen Sandwichmethode (Daten siehe Tabelle 6). Die eingetragenen Pfeile an den Meßwerten deuten an, daß der Druck während des Experiments nicht genau angegeben werden kann.

verlagern (siehe auch Diagramm 48). Dieser geringe Einfluß der Brennstoffstützwirkung bei den Proben P6 wird anschaulicher, wenn er mit Einflüssen der Hüllrohrtemperatur auf das Kriechbeulverhalten der Hülle allein verglichen wird: für eine Hülltemperatur von  $710^{\circ}\text{C}$  entspricht der Einfluß der Stützwirkung einer Änderung der Hülltemperatur von  $1^{\circ}\text{C}$ , bei ca.  $810^{\circ}\text{C}$  einer Änderung von ca.  $10^{\circ}\text{C}$ . Die relative Zunahme dieses Einflusses mit der Temperatur ist auf die Zunahme der Kriechgeschwindigkeit der Hülle zurückzuführen.

Der Vergleich dieser Ergebnisse mit den Meßwerten zeigt, daß ein Einbeulen der Probe P6 (GA-13) und Stabilität der Probe P6 (GA-12) durchaus erklärbar ist, wenn Drücke entsprechend gewählt wurden. Da das Kriechbeulverhalten der Proben ausschließlich von der Hülle bestimmt wird, kann eine genauere Analyse jedoch erst dann durchgeführt werden, wenn neben den Angaben des Außendrucks auch genaue Angaben zu Kriechdaten der speziell verwendeten Legierung bekannt wären.

#### 4.4.5.2 Theoretische Untersuchung zur Stützwirkung

Die experimentellen Ergebnisse der Versuche P6 sowie deren theoretische Auswertung weisen darauf hin, daß das Kriechbeulverhalten des Verbands Hülle - Brennstoff dieser Werkstoffpaarung und Beanspruchung im wesentlichen von der Hülle allein bestimmt wird. Deshalb soll nun die Frage geklärt werden, ob das Brennstabkonzept einer sehr dünnen Hülle ("Wurst-hautprinzip") prinzipiell für einen gasgekühlten schnellen Brutreaktor möglich ist oder ob auch hier der wesentliche Beitrag zur Festigkeit von der Hülle herrühren muß. Zu diesem Zweck wird im folgenden ein Brennstab analysiert, der eine Hüllrohrwandstärke von  $w = 0,4$  mm aufweist. Nur wenn dieser Stab infolge einer möglichen Stützwirkung eine höhere Belastung zuläßt, ist es sinnvoll, eine dünnere Hülle von z.B.  $0,3$  mm zu untersuchen und gegebenenfalls als

Brennstabkonzept vorzuschlagen. Geometrische Daten sowie Werkstoffdaten sind in der Tabelle 8 zusammengefaßt. Die geometrischen Daten ergeben sich aus vorgeschlagenen Brennstabkonstruktionen, die Angabe des Wertes für die tragende Brennstoff"ring"dicke von  $w' = 0,3$  mm beruht wiederum auf Auswertungen von Temperaturprofilen bei einer Stablängeneleistung von ca. 500 W/cm, wie sie in entsprechenden Entwürfen vorgesehen ist. Durch Variation von Hüllrohrtemperatur und Außendruck wurde ein Parameterfeld ermittelt, aus dem die zulässige Belastung durch Außendruck bei einer gewünschten Einsatzzeit von 20 000 h hervorgeht. Um diese Betrachtung noch weiter dem realistischen Fall zu nähern, wurde der Aufbau eines entlastenden Innendrucks durch Freisetzung der gasförmigen Spaltprodukte berücksichtigt. Dabei wurde angenommen, daß das Spaltgasplenum so dimensioniert ist, daß sich am Ende der Einsatzzeit ein Innendruck von 80 at einstellt. Der zeitliche Ablauf dieses Innendrucks wird linear angenommen.

Die Ergebnisse sind im Diagramm 61 zusammengefaßt. Aufgetragen ist jeweils die Kollapszeit der Hülle allein (gestrichelte Kurve) und die Kollapszeit des Verbands Hülle - Brennstoff (durchgezogene Linie). Der Unterschied beider Kurven ist als Maß für die Stützwirkung zu interpretieren. Diese Vergleiche wurden für drei repräsentative Temperaturen (650°C, 750°C und 820°C) durchgeführt. Man erkennt, daß ein Beitrag des Brennstoffs zur mechanischen Festigkeit nur in Bereichen relativ hoher Belastung zu erwarten ist. Dies sind wiederum die Bereiche, in denen die Kriechgeschwindigkeit des Hüllmaterials infolge der nichtlinearen Spannungsabhängigkeit Werte erreicht, die mit der Kriechgeschwindigkeit des Brennstoffs vergleichbar sind. In allen drei Kurvenpaaren nimmt deshalb der Beitrag der Stützwirkung bei einer Reduktion der Belastung ab. Infolge des ansteigenden Innendrucks, der eine Entlastung der Hülle bewirkt, stellt sich für jede Temperatur eine asymptotische, kritische Belastung ein. Für Belastungen, die diesen Wert unterschreiten, tritt auch nach beliebig langer Belastung kein

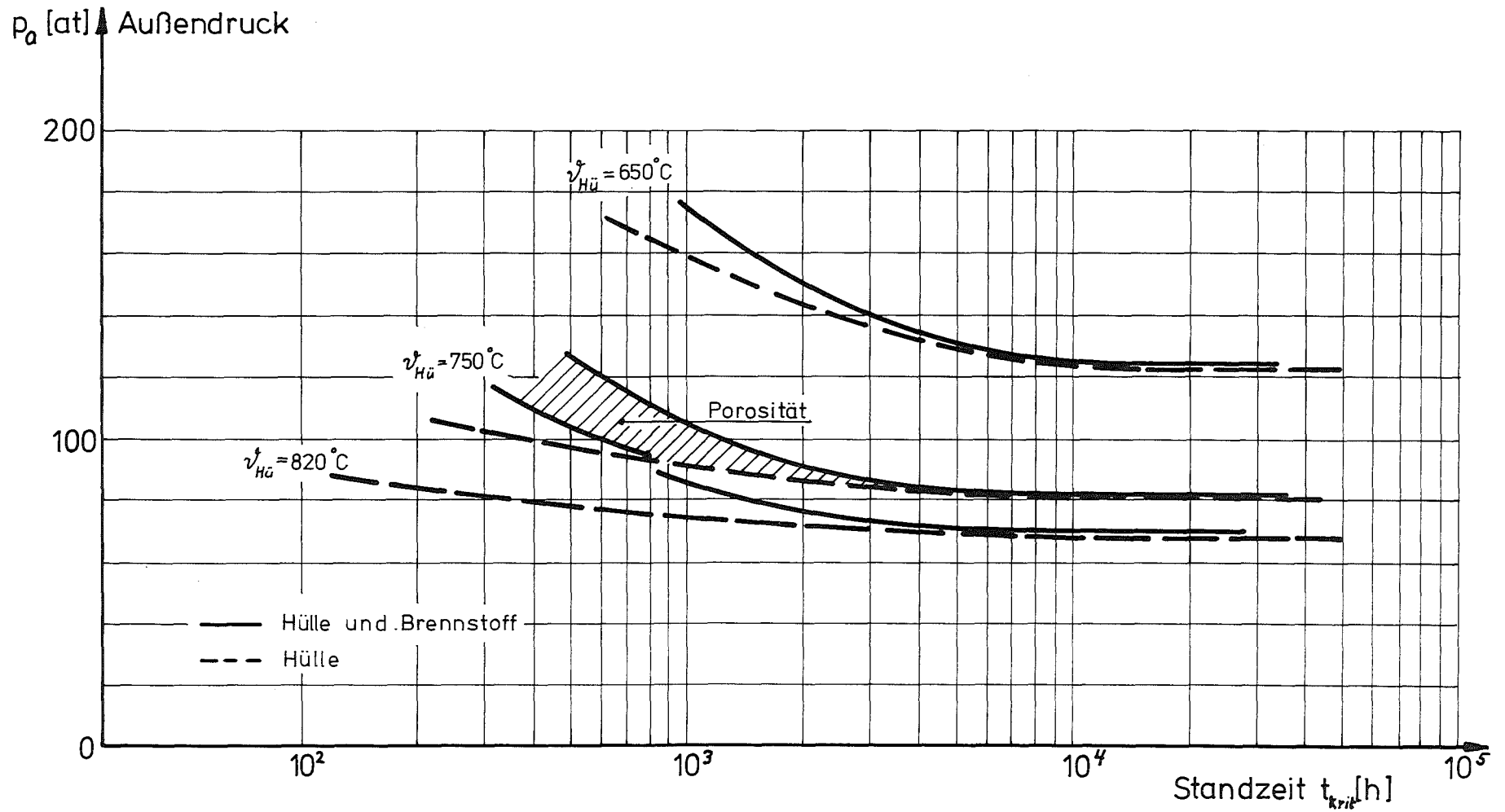


Diagramm 61 : Standzeit  $t_{krit}$  der Hülle sowie des Verbands Hülle-Brennstoff nach der numerischen Sandwichmethode für die Werkstoffpaarung Hastelloy X (s.Tabelle 2) -  $\text{UO}_2$  (Daten siehe Tabelle 7)

Kollaps auf. Bereits vor Erreichen der Einsatzzeit von 20 000 h mündet sowohl die Kollapskurve der Hülle allein als auch die des Verbands in diesen asymptotischen Grenzwert ein. Eine merkliche Erhöhung dieses für die technische Beurteilung wichtigen Werts - er liefert eine obere Grenze für den zulässigen Außendruck - tritt nicht ein. Selbst bei einer Hülltemperatur von 820°C mit der höchsten Kriechgeschwindigkeit in der Hülle, bewirkt der Beitrag der Stützwirkung die äußerst geringfügige Erhöhung der asymptotischen Belastung von 67 at um 1 at.

Für die Temperatur von 750°C ist der Einfluß der Porosität des Brennstoffs auf die Stützwirkung dargestellt. Aus der Gleichung (105) ergibt sich eine empfindliche Abhängigkeit, die Stützwirkung wird bei Erhöhung der Porosität reduziert. Die untere Grenzkurve des schraffierten Bereichs gibt die Kollapszeit des Verbands für eine Porosität von 10 %, die obere Grenzkurve bezieht sich wie die Kurven bei 650°C und 820°C auf eine Porosität von 4 %.

Die entsprechenden Ergebnisse sind für  $\vartheta = 750^\circ\text{C}$  noch einmal im Diagramm 62 in einer linearen Darstellung der Zeit wiedergegeben, aus der der abnehmende Einfluß der Stützwirkung bei Verringerung des Außendrucks deutlich wird. Gleichzeitig ist der linear ansteigende Innendruck eingetragen.

Aus diesen Untersuchungen folgt, daß der wesentliche Anteil der Festigkeit von der Hülle getragen werden muß, wenn Einsatzzeiten von 20 000 h angestrebt werden. Die Stützwirkung des Brennstoffs reicht nicht aus, um das Kriechbeulverhalten merklich zu beeinflussen. Für diesen speziellen Brennstab muß also das "Wursthautprinzip" infolge von Kriechbeuleffekten scheitern. Dies gilt auch, wenn eine zusätzliche Entlastung der Hüllrohrbeanspruchung durch einen Vor-  
druck im Brennstab erfolgt. In diesem Fall ist der Ordinatewert der Diagramme 61 und 62 als ein Differenzdruck zu interpretieren. Am Kurvenverlauf selbst ändert sich nichts.

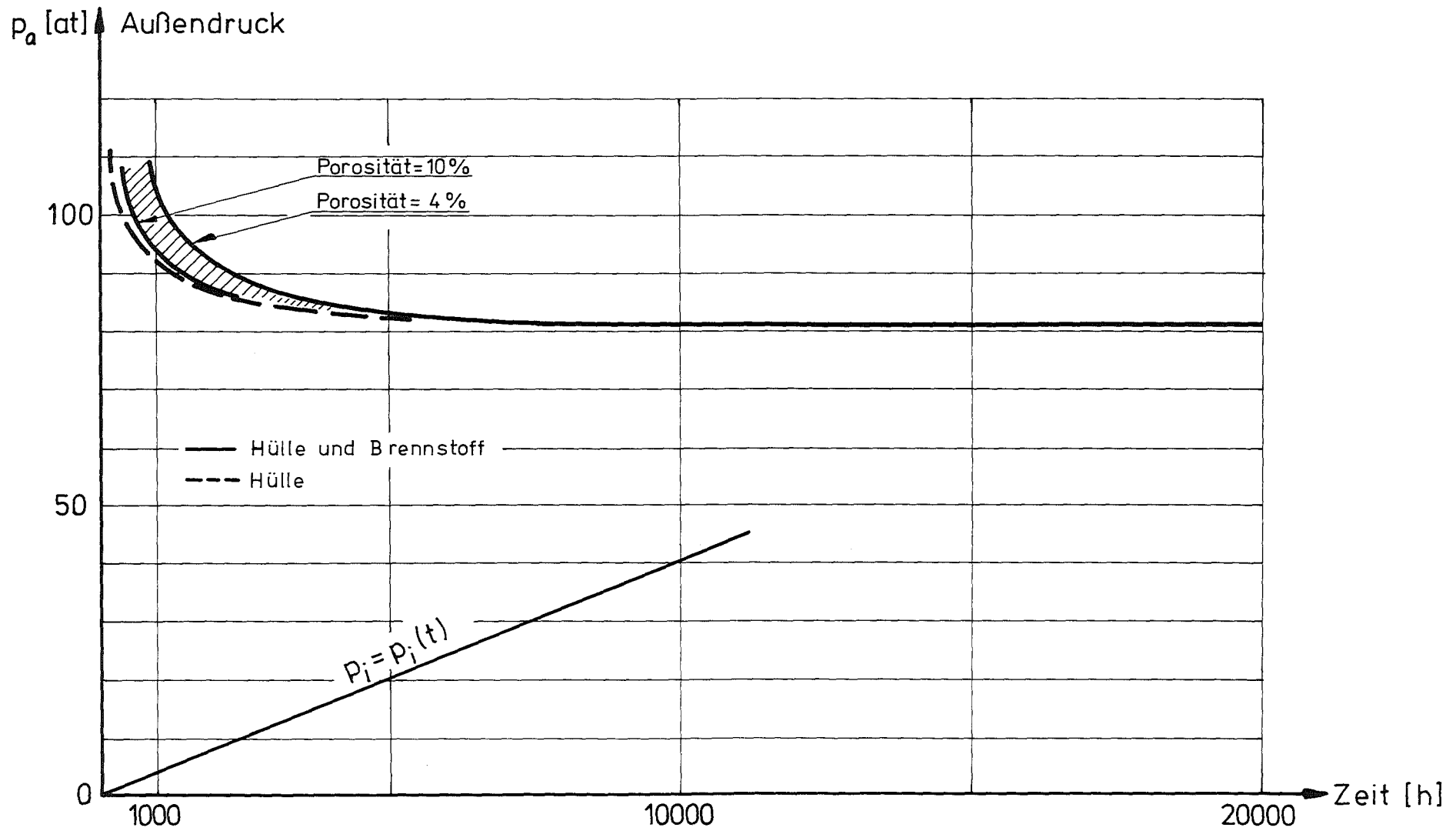


Diagramm 62 : Standzeit  $t_{krit}$  der Hülle sowie des Verbands Hülle-Brennstoff nach der numerischen Sandwichmethode für die Werkstoffpaarung Hastelloy X (s.Tabelle 2) -  $UO_2$  (Daten siehe Tabelle 7)

#### 4.4.6 Diskussion der Ergebnisse zur Stützwirkung

Die in dem Modell zur Berücksichtigung der Brennstoffstützwirkung gemachten Annahmen sollen noch einmal in Zusammenhang mit der Analyse des Brennstabs eines gasgekühlten Reaktors diskutiert werden. Zunächst wurde hierzu ein tragender Brennstoff"ring" vorausgesetzt, dessen Dicke aus der Analyse der radialen Kriechdehnungsgeschwindigkeit ermittelt wurde. Alle inneren Brennstoffzonen wurden von der Betrachtung ausgeschlossen. Die Behandlung des gerissenen Brennstoffs wurde in ähnlicher Weise wie bei anderen Autoren vorgenommen (V.Z.Jankus, R.W.Weeks /49/ und Duncombe et al. /54/), wobei postuliert wird, daß der gerissene Brennstoff Druckkräfte aufnehmen kann. Diese Annahme birgt die wohl größte Unsicherheit, da der Brennstoff"ring" anfänglich mehr oder weniger punktförmig belastet ist, wie die Abbildung 27 zeigt.

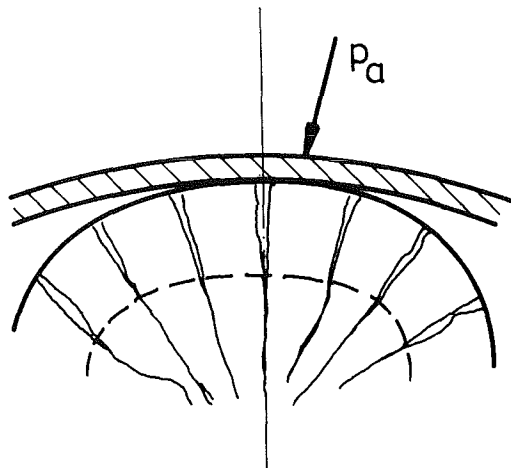


Abb.27: Belastung der keilförmigen Brennstofffragmente zu Beginn des Beulvorgangs

Da im vorliegenden Modell die Phase der gegenseitigen Verschiebung der gerissenen Fragmente bis zu einem Verkeilen nicht berücksichtigt werden kann, wird zumindest in dieser

Phase die Stützwirkung des Brennstoffs überschätzt. Trotz sorgfältiger Wahl der Dicke  $w'$  und der Kriechparameter des Brennstoffs sind also die Ergebnisse im letzten Kapitel eher als optimistische Erwartungen zu werten. Diese Einschränkung stützt jedoch wiederum die Aussage, daß beim Brennstab eines gasgekühlten schnellen Brutreaktors kein Beitrag des Brennstoffs zur Festigkeit angenommen werden darf. Die schon erwähnten Versuche im Helium-Loop des Forschungsreaktors FR2, die zusammen mit Brucklacher, Gerken und Freund durchgeführt werden /102/ und die mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Modells zur Stützwirkung ausgelegt wurden, sollen eine weitere experimentelle Überprüfung ermöglichen. Erste vorliegende Ergebnisse stehen in voller Übereinstimmung mit den Rechnungen.

#### 4.4.7 Faltenbildung

Mit dem bisher behandelten Modell zur Erfassung der Brennstoffstützwirkung kann ein weiteres, außerordentlich wichtiges Kriterium in die technische Beurteilung eines Brennstabs einbezogen werden. Dieses Kriterium ergibt sich aus dem zeitlichen Verlauf des Anschmiegvorgangs der Hülle an den Brennstoff (siehe auch Diagramme 52, 53, 54), der entweder zu einem glatten Anliegen der Hülle oder zu einer Faltenbildung führt, die in jedem Fall vermieden werden muß, um eine durch instationäre Betriebsbedingungen bedingte Wechselbeanspruchung in der Falten spitze zu verhindern.

Für eine spezielle Geometrie, die von Aßmann und Steinberg /69/ experimentell untersucht wurde, soll das Phänomen der Faltenbildung theoretisch untersucht werden. Aus dem Verhältnis von Wandstärke zu Radius (0,2 : 7,5 mm) und den gewählten Außendrücken kann geschlossen werden, daß Verformungsvorgänge der Hülle im wesentlichen elastisch-plastisch erfolgen. Aus diesem Grund wurden die Prüflinge, die einen als starr anzusehenden Innendorn aufwiesen, sowohl bei Raum-



temperatur als auch bei Temperaturen von 600°C und 700°C nur einer einstündigen Druckbelastung unterworfen. Die Messungen wurden an verschiedenen Stählen durchgeführt. Sämtliche experimentellen Ergebnisse zeigen, daß bei Unterschreitung eines von Temperatur und Werkstoff abhängigen Einfüllspiels selbst bei beliebig hohem Außendruck die Hülle faltenfrei aufgepreßt wird.

Bei der hierzu durchgeführten eigenen theoretischen Überprüfung wurde angenommen, daß sich die elastisch-plastischen Verformungen durch ein elastisch-viskoelastisches Verformungsgesetz beschreiben lassen. Für die plastische Dehnungsgeschwindigkeit gilt dann:

$$\dot{\epsilon}_v^{plast} = k_{Hü}^{plast} \cdot \sigma_v \quad (128)$$

Wegen dieser Linearität zwischen der plastischen Dehnungsgeschwindigkeit und der Spannung können die Ergebnisse im Diagramm 63 direkt über dem Quotienten von Zeit und dem Parameter  $k_{Hü}^{plast}$  dargestellt werden. Aufgetragen sind die Grenzen der Stabilität gegenüber Faltenbildung in Abhängigkeit von Druck, der Spaltweite  $\Delta d$  (Durchmesserspiel) und der normierten Zeit. Eine Falte wurde in dieser Betrachtung durch das Auftreten einer Wendetangente in der Hüllrohrgeometrie definiert. Für die Krümmung  $\varkappa$  gilt für diesen Fall

$$\varkappa(\varphi) < 0 \quad 0 < \varphi < 90^\circ \quad (129)$$

Die Bestimmung von  $\varkappa(\varphi)$  wurde an diskreten Stellen vorgenommen

$$\varkappa_i = \frac{\tau_i'^2 + 2\tau_i''^2 - \tau_i' \tau_i''}{(\tau_i'^2 + \tau_i''^2)^{3/2}} \quad (130)$$

mit

$$\tau_i' \approx \frac{\tau_{i+1} - \tau_{i-1}}{\Delta\varphi_i + \Delta\varphi_{i-1}} \quad (131)$$

und

$$\tau_i'' \approx \frac{\tau_{i+1} - 2\tau_i + \tau_{i-1} - \tau_i'(\Delta\varphi_i - \Delta\varphi_{i-1})}{\frac{\Delta\varphi_i^2}{2} + \frac{\Delta\varphi_{i-1}^2}{2}} \quad (132)$$

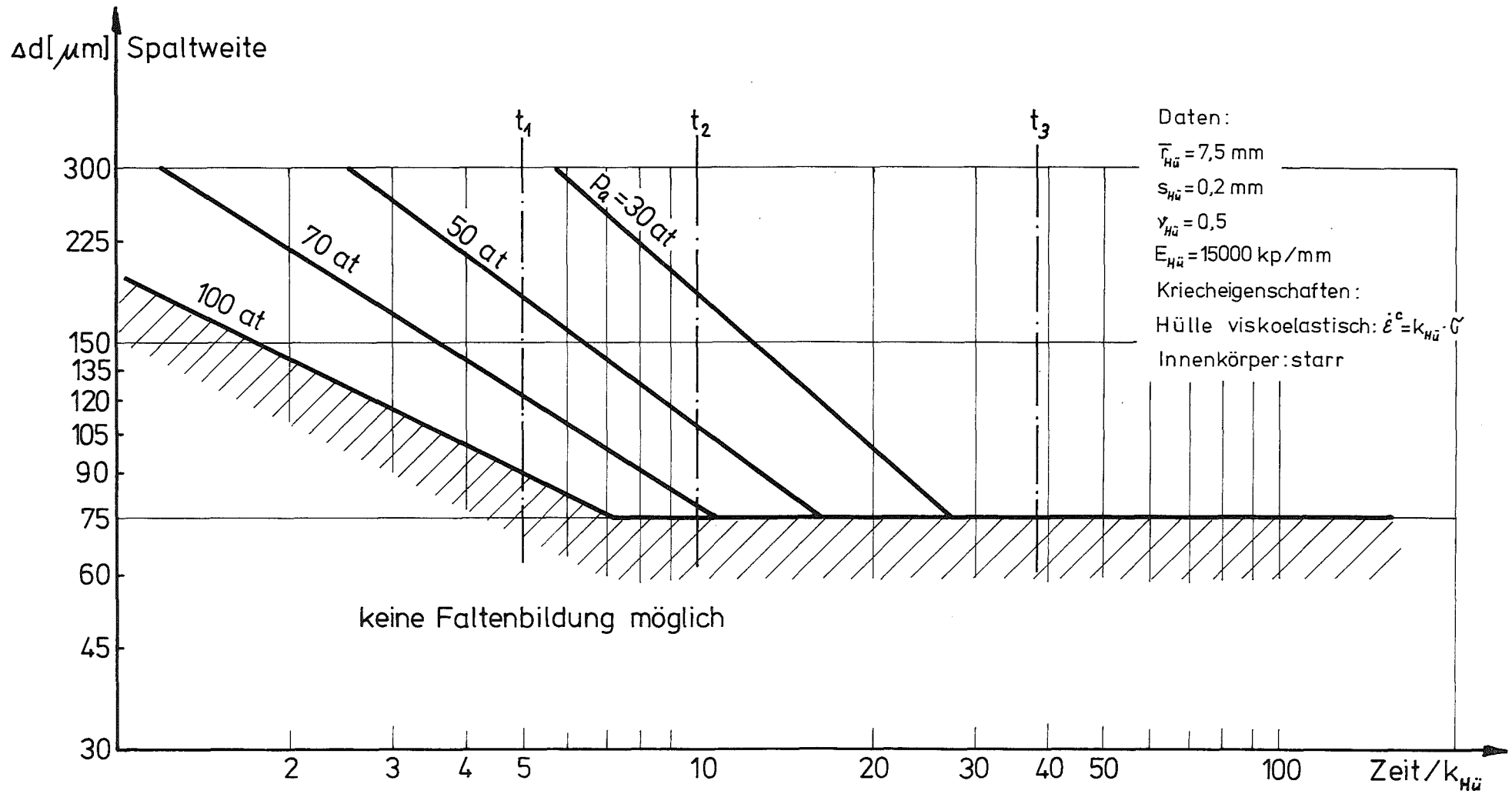


Diagramm 63 : Stabilitätsgrenzen für Faltenbildung

Die Definition der in diesen Gleichungen enthaltenen Größen entspricht den bisherigen Bezeichnungen, soll hier noch einmal dargestellt werden (Abbildung 28).

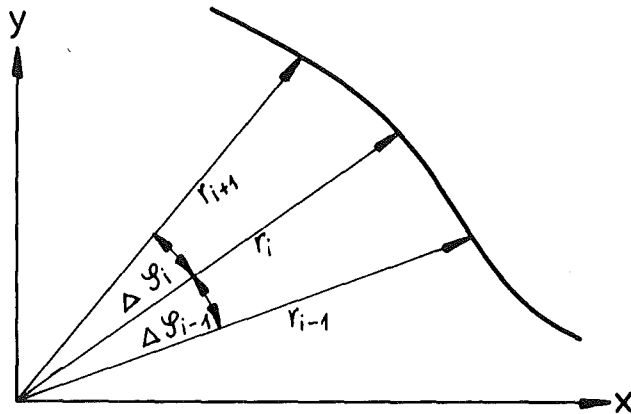


Abb.28: Bezeichnungen der unterteilten Struktur

Wie erwartet, erhält man eine kritische Spaltweite  $\Delta d_{\text{krit}}$ , bei deren Unterschreitung es stets zum glatten Aufliegen der Hülle kommt (Diagramm 63). Oberhalb dieser Grenze ist sowohl die Dauer der Belastung als auch die Belastung selbst eine Einflußgröße für die Faltenbildung. Da die Kriechgeschwindigkeit bei steigender Belastung zunimmt, ist leicht einzusehen, daß bei gleicher anfänglicher Spaltweite  $\Delta d$  die Faltenbildung unter hoher Belastung früher als bei niedriger Belastung abgeschlossen ist. Die Stabilitätskurven für verschiedene Belastungen zwischen 30 at und 100 at geben einen Eindruck von dieser Abhängigkeit.

Die entsprechenden Ergebnisse sollen nun noch für  $t = \text{konst}$  betrachtet werden (Diagramm 64). Dies entspricht der eigentlichen Versuchsdurchführung, bei der die Prüflinge nach einer konstanten Abdruckzeit unter verschiedenen Belastungen untersucht wurden. Für den qualitativen Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen wurden drei Zeiten gewählt: die Zeit  $t_1$  und  $t_2$  entspricht etwa der Versuchsdauer, die Zeit  $t_3$  dem Grenzfall, für den angenommen werden kann, daß der Aufpreßvorgang für alle Belastungen abgeschlossen ist.

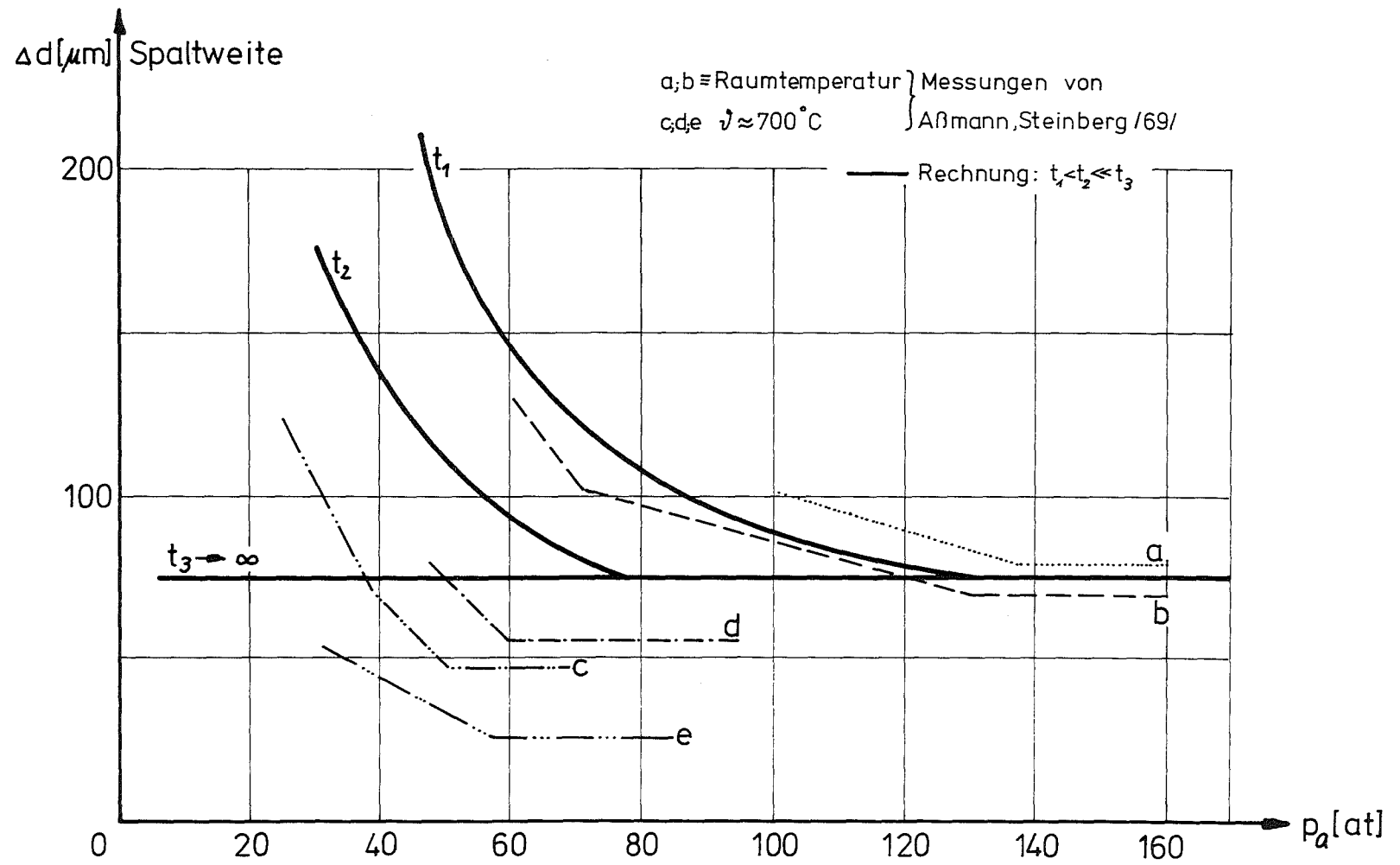


Diagramm 64 : Stabilitätsgrenzen für Faltenbildung : Vergleich zwischen den Experimenten von Aßmann und Steinberg /69/ und Ergebnissen nach der numerischen Sandwichmethode

Im Diagramm 64 sind diese drei Zeiten als Parameter in Abhängigkeit von Spaltweite  $\Delta d$  und Außendruck  $p_a$  dargestellt (durchgezogene Linien). Gleichzeitig eingetragen sind fünf von Aßmann und Steinberg /60/ experimentell bestimmte Stabilitätskurven (a - e) verschiedener austenitischer Stähle. Die Kurven grenzen wiederum den Bereich der Faltenbildung ab. Die Kurven a und b wurden bei Raumtemperatur ermittelt. Die theoretische Kurve für  $t_1$  stimmt mit dem gemessenen Verlauf qualitativ gut überein, vor allem besteht eine Übereinstimmung im Wert der kritischen Spaltweite  $\Delta d_{krit}$ . Die Kurven c,d,e wurden bei Temperaturen von 600°C und 700°C ermittelt und deuten auf eine geringere kritische Spaltweite hin. Diese Diskrepanz zu den theoretischen Ergebnissen erklärt sich aus unterschiedlichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Hülle und Dorn, auf den die Hülle gepreßt wird. Der Anfangsspalt ist heiß sehr viel größer als kalt, so daß die Kurven c,d,e bei Bezug auf die auch der Rechnung zugrunde gelegten heißen Geometrie höher liegen müßten. Beim Abkühlen jedoch schrumpft der Dorn weniger als die Hülle, so daß eine im heißen Zustand vorliegende Falte wieder gestreckt werden kann. Diese Versuchsergebnisse sind also nicht direkt mit theoretischen Ergebnissen zu vergleichen.

Mit diesen Ergebnissen muß der Vergleich abgeschlossen werden, da die Wahl eines viskoelastischen Kriechgesetzes recht willkürlich ist, jedoch ohne weitere Angaben nicht verbessert werden kann. So wurde z.B. vorausgesetzt, daß viskoelastisches Kriechen gleichermaßen für Raumtemperatur und für Temperaturen von ca. 700°C gilt. Weitere Untersuchungen mit einem Nortonparameter  $n > 1$  deuten jedoch darauf hin, daß die kritische Spaltweite  $\Delta d_{krit}$  mit steigendem  $n$  herabgesetzt wird.

Mit dieser Untersuchung zeigt sich erneut als wesentlicher Vorteil der beschriebenen Methode zur Untersuchung des Kriechbeulverhaltens von Brennstäben, daß an keiner Stelle der Theorie einschränkende Annahmen über die Geometrie während der Verformung nötig sind. Man erhält also als Ergebnis stets reale Geometrien, Spannungen und Dehnungen, die unmittelbar als Auslegungskriterien verwendet werden können.

## Anhang A 1: Kriechdaten für die Legierung Incoloy 800

Incoloy 800 ist ein hochlegierter austenitischer Stahl mit einer Legierungszusammensetzung von ca. 50 % Eisen, 30 % Nickel und 20 % Chrom (siehe Tabelle 2). Die Kriecheigenschaften sind wegen der Bildung von Karbiden und Nitriden sehr stark vom Titan- und Aluminiumgehalt abhängig. Aus diesem Grund wurden zu den Kriechdaten verschiedener Messungen /Laue, Cloß, Guyette, A1-1; Cloß, Schäfer A1-2; Huntington Bericht, A1-3; Kaupa, 89/ der Ti- und Al-Gehalt angegeben. Alle Angaben sind am Ende dieses Anhangs A1 zusammengestellt.

Da Incoloy 800 keinen ausgeprägten Primärkriechbereich aufweist, haben alle Autoren eine Auswertung der Kriechparameter nach dem Norton'schen Kriechgesetz (siehe Gl.4) vorgenommen. Trotz der stabilen Struktur von Incoloy 800 im Langzeiteinsatz geben die Autoren zum Teil recht erhebliche Unterschiede der Kriechparameter an.

Zunächst soll eine statistische Auswertung der Innendruckversuche an Rohren von Cloß und Schäfer /A1-1/ nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate /Zurmühl, A1-4/ vorgenommen werden.

Anzupassen sind Kriechparameter  $a_l$  ( $l = 1, 2, \dots$ ). Die Forderung der Ausgleichsrechnung lautet:

$$\sum_{\text{Meßwerte } i} g_i \left\{ \varepsilon_t^*(p_i, t_i) - \varepsilon_t(a_l, p_i, t_i) \right\}^2 = \text{Min} \quad (\text{A1-1})$$

$g_i$ : Gewicht des Meßwertes  $i$

$\varepsilon_t^*(p_i, t_i)$ : Meßwerte der tangentialen Kriechdehnung für den Druck  $p_i$  zur Zeit  $t_i$

$\varepsilon_t(a_l, p_i, t_i)$ : tangentiale Kriechdehnung nach Kriechgesetz für den Druck  $p_i$  zur Zeit  $t_i$

Aus der Gleichung (A1-1) erhält man das Gleichungssystem

$$\sum_{\text{Meßwerte}} g_i \varepsilon_t^*(p_i, t_i) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial a_l} - \sum_{\text{Meßwerte}} g_i \varepsilon_t(a_l, p_i, t_i) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial a_l} = 0 \quad (\text{A1-2})$$

Dieses Gleichungssystem ist jedoch wegen der Nichtlinearität der Kriechgesetze nicht direkt nach den gesuchten Kriechparametern  $a_1$  auflösbar. Zur Linearisierung wurde eine Taylor-entwicklung durchgeführt. Schreibt man das Gleichungssystem (A1-2) in symbolischer Schreibweise als

$$f_l(a_l, p_i, t_i) = 0 \quad (\text{A1-2}')$$

dann lautet der Taylor-Ansatz

$$f_l(a_l^{(m)}, p_i, t_i) + \left. \frac{\partial f_l}{\partial a_1} \right|_m \Delta a_1 + \left. \frac{\partial f_l}{\partial a_2} \right|_m \Delta a_2 + \dots = 0 \quad (\text{A1-3})$$

m: Iterationsindex

Dieses lineare Gleichungssystem ist nach  $\Delta a_1$  auflösbar.

Es gilt:

$$a_l^{(m+1)} = a_l^{(m)} + \Delta a_l \quad (\text{A1-4})$$

Für das Norton'sche Kriechgesetz lautet die Gleichung

(A1-3):

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} \right) - \sum_i g_i \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} \cdot \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} - \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} \right) \right\} \Delta k \\ & + \left\{ \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial n^2} - \sum_i g_i \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial n^2} - \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial n^2} \right\} \Delta n \\ & = - \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} + \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} \quad (\text{A1-3}') \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & \left\{ \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial k^2} - \sum_i g_i \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial k^2} - \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial^2 \varepsilon_t}{\partial k^2} \right\} \Delta k \\
 & + \left\{ \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} \right) - \sum_i g_i \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial n} \cdot \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} - \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} \right) \right\} \Delta n \\
 & = - \sum_i g_i \varepsilon_t^* \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} + \sum_i g_i \varepsilon_t \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial k} \quad (A1-3')
 \end{aligned}$$

Die angepaßten Parameter  $a_1$  sind mit Fehlern behaftet, die aus dem mittleren Fehler

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{\sum_i g_i \{ \varepsilon_t^*(p_i, t_i) - \varepsilon_t(a_1, p_i, t_i) \}^2}{F}} \quad (A1-4)$$

$F$  = Zahl der Meßwerte - Zahl der anzupassenden Parameter (Freiheitsgrad)  
ermittelt werden /Zurmühl, A1-4/.

Für die Beschreibung der tangentialen Dehnung in der Mittelfaser  $\varepsilon_{tm}$  wurden zwei Gleichungen verwendet:

$$\varepsilon_{tm} = -\frac{1}{2n} \ln \left\{ 1 - 2nk \left( \frac{3}{4} \right)^{\frac{n+1}{2} n} z_1^n \cdot \sigma_{tmo}^n \cdot t \right\} \quad (A1-6)$$

$$\varepsilon_{tm} = \exp \left\{ k \cdot \left( \frac{3}{4} \right)^{\frac{n+1}{2} \Delta t} \sum \sigma_t^n \right\} - 1 \quad (A1-7)$$

$K, n$  : Nortonparameter

$Z_1$  : Geometriefaktor

$\sigma_{tmo}$  : tangentiale Spannung in der Mittelfaser zur Zeit  $t = 0$

$t$  : Zeit

$\sigma_t$  : konstante Spannung im Zeitintervall  $\Delta t$

Die Gleichung (A1-6) wurde von Cloß und Schäfer in ihrer Arbeit hergeleitet, die Gleichung (A1-7) erhält man, wenn die Kesselformel in Zeitintervallen  $\Delta t$ , in denen die Span-

nungen als konstant angenommen werden, angewendet wird. Hierfür läßt sich auch eine geschlossene Lösung angeben, die hier jedoch wegen der umfangreichen Ableitungen  $\frac{\partial \epsilon_t}{\partial a_t}$  nicht verwendet wurde.

Die Auswertung der Meßwerte nach den beiden Gleichungen (A1-6) und (A1-7) liefert etwa die gleichen Ergebnisse:

$$\left. \begin{array}{l} k = 0,6 \cdot 10^{-8} \pm 0,5 \cdot 10^{-9} \\ n = 5,57 \pm 0,04 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Auswertung nach} \\ \text{Gl. (A1-6)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = 0,7 \cdot 10^{-8} \pm 0,13 \cdot 10^{-8} \\ n = 5,65 \pm 0,015 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Auswertung nach} \\ \text{Gl. (A1-7)} \end{array}$$

In den angegebenen Fehlern ist die Vertrauensgrenze zu einer statistischen Sicherheit von 95 % enthalten. Die Einzelgrößen der Grundgesamtheit liegen also mit einer statistischen Sicherheit von 95 % innerhalb der angegebenen Vertrauensgrenzen.

Diese Ergebnisse stehen im Widerspruch zu den Angaben von Cloß und Schäfer. Der Angabe der Autoren, daß sich die Kriechparameter unterhalb einer Vergleichsspannung von  $\sigma_v = 7 \text{ kp/mm}^2$  ändern, muß ebenfalls widersprochen werden. Verschiedene bereichsweise Auswertungen lieferten hierfür keine statistische Signifikanz.

Die Kriechbeulversuche von Kaupa /89/ wurden ebenfalls statistisch ausgewertet. Nach der Hoff'schen Theorie (siehe Anhang 3) besteht folgender Zusammenhang zwischen dem Außen-  
druck  $p_a$  und dem Nortonparameter  $n$ :

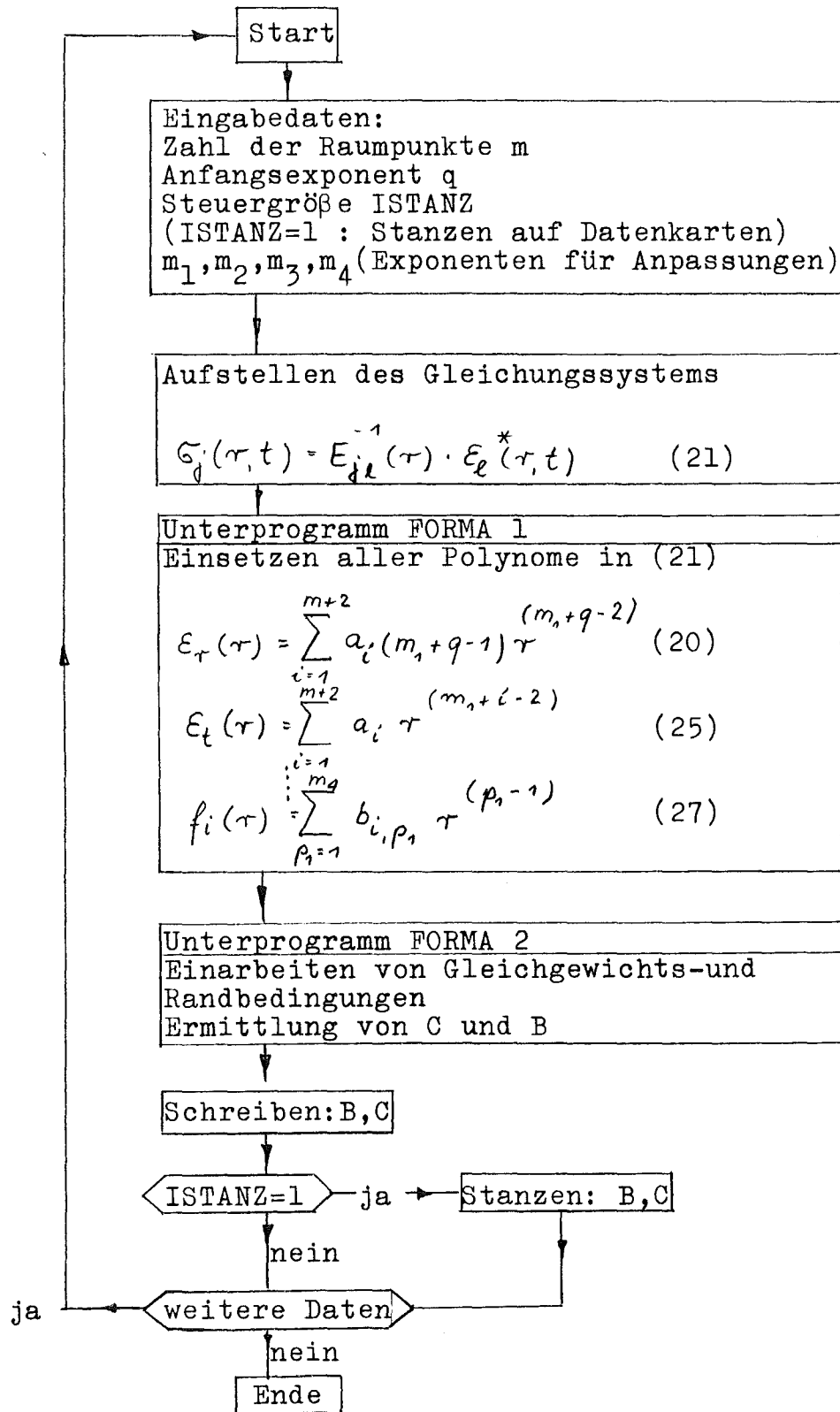
$$\lg p_a = -\frac{1}{n} \lg t_{\text{krit}} + \text{konst} \quad (\text{A1-8})$$

Die Ausgleichsrechnung liefert wieder mittlere Fehler sowie Fehler der Einzelgrößen (siehe Anhang A7). Im vorliegenden Fall sind diese sehr groß, da eine Meßserie wegen der Langzeitwerte aus weniger als 10 Messungen besteht.

In der folgenden Tabelle sind die Kriechparameter von lö-  
sungsgeglühtem Incoloy 800 bei 700°C zusammengestellt. Ent-  
halten sind Literaturwerte sowie die eigenen Auswertungen.

Literatur	k	n	Ti+AL (Gew.%)	Bemerkungen	
Laue, Cloß Guyette /A1-1/	$0,34 \cdot 10^{-8}$	6,5	$\approx 0$	unbestrahlt	Die Auswertung wurde über die Bruchdehnung (mehraxialer Spannungszustand) durchgeführt; keine statistische Auswertung
	$0,81 \cdot 10^{-7}$	4,9	$\approx 0$	bestrahlt	
Cloß, Schäfer /A1-2/	$0,25 \cdot 10^{-7}$	4,8	$< 0,06$	$\sigma_v < 7 \text{ kp/mm}^2$	Mehraxiale Messungen bei Rohrrinnen- druckversuchen, die angegebenen Kriechparameter können durch die eigene statistische Auswertung nicht bestätigt werden
	$0,25 \cdot 10^{-9}$	7,1	$< 0,06$	$\sigma_v > 7 \text{ kp/mm}^2$	
Cloß, Schäfer (A1-2/ eigene Auswertung	$0,6 \cdot 10^{-8}$ $\pm 0,5 \cdot 10^{-9}$	$5,57 \pm 0,04$	$< 0,06$	Gl. (A1-6)	Die angegebenen Fehler beziehen sich auf ein Vertrauensintervall von 95 %  Meßbereich $0 < t < 600 \text{ h}$ $6 < \sigma_v < 9 \text{ kp/mm}^2$
	$0,7 \cdot 10^{-8}$ $\pm 0,13 \cdot 10^{-8}$	$5,65 \pm 0,015$	$< 0,06$	Gl. (A1-7)	
Huntington /A1-3/	$0,14 \cdot 10^{-10}$	6,65	0,3...1,2	einaxiale Messungen im Spannungsbereich $4 < \sigma < 7,7 \text{ kp/mm}^2$ ; k,n - Werte aus Diagramm entnommen	
Kaupa /89/ eigene Auswertung	$0,13 \cdot 10^{-8}$	$5,5 \pm 1,1$	$< 0,06$	Vertrauensintervall 95 % (8 Meßpunkte) $\Delta k$ : mehrere Größenordnungen	
Kaupa /89/	$0,39 \cdot 10^{-11}$	$6,3 \pm 1,9$	1,1	Vertrauensintervall 95 % (10 Meßpunkte) $\Delta k$ : mehrere Größenordnungen	

Anhang A 2: Flußdiagramm eines FORMAC-Rechenprogramms zur Ermittlung der Gleichungsmatrix C sowie des Vektors B (Gleichung 31)



Anhang A 3: Kriechbeulverhalten nach Hoff /84/ sowie eine eigene numerische Lösung unter Verwendung der Hoff'schen Annahmen

In der Theorie von Hoff et al. /84/ werden folgende Annahmen gemacht:

1. Das Rohr ist unendlich lang und von konstanter Wandstärke, die Belastung erfolgt allein durch den äußeren Druck  $p_a$ .
2. Tangentiale und radiale Temperaturgradienten sind nicht vorhanden (isothermes Temperaturfeld).
3. Elastische und plastische Verformungen werden nicht berücksichtigt.
4. Es gilt die Invariantentheorie nach Odqvist /30/, d.h. das Kriechgesetz ist vom Norton'schen Typ.
5. Sowohl die Anfangsgeometrie als auch die Geometrie während der Verformung lassen sich durch einen Ansatz der Form

$$r(\varphi, t) = \bar{r} \{ 1 + \alpha(t) \cos 2\varphi \} \quad (A3-1)$$

$\bar{r}$  : mittlerer Radius  
 $\alpha(t)$  : zeitabhängiger Ovalitätsamplitude

beschreiben (Abb.A3-1)

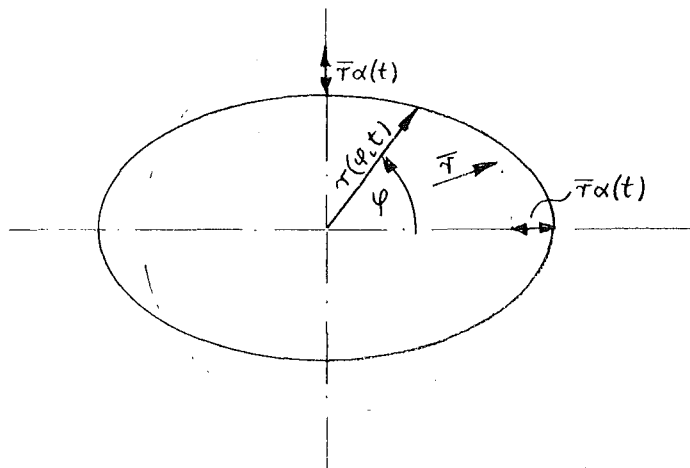


Abb.A3-1: Geometrie nach Hoff /84/

6. Geometrische Größen und Schnittkräfte werden in Potenzreihen nach der Ovalitätsamplitude  $\alpha$  entwickelt, die nach dem ersten Glied abgebrochen werden. Alle Ausdrücke, die  $\alpha^2$  enthalten, werden vernachlässigt.
7. Es wird ein ebener Verzerrungszustand angenommen.
8. Die reale Rohrwand wird durch ein Sandwichmodell idealisiert, das im Kapitel 4.3.1 dieser Arbeit dargestellt wurde.
9. Die Krümmung  $\mathcal{K}(\varphi, t + \Delta t)$  an der Stelle  $\varphi$  zur Zeit  $t + \Delta t$  läßt sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$\mathcal{K}(\varphi, t + \Delta t) \approx \mathcal{K}(\varphi, t) + \Delta \mathcal{K}(\varphi) \quad (\text{A3-2})$$

$\Delta \mathcal{K}(\varphi)$  : Krümmungsänderung an der Stelle  $\varphi$  im  
Zeitintervall  $\Delta t$

Die Annahme 6 berechtigt es, die Radien in der Form der Gleichung (A3-1) darzustellen. Allerdings trägt diese Gleichung der Forderung nach Volumenkonstanz während des Kriechvorgangs keine Rechnung. Für  $\alpha(t=0) = 0$  (rotationssymmetrischer Fall) erhält man als Konsequenz der Vernachlässigung einer gleichförmigen Schrumpfung einen konstanten Radius, so daß der Spezialfall der Rotationssymmetrie nicht behandelt werden kann.

Die Folgen der Annahme 9 sind nicht zu übersehen, da in dieser Gleichung bereits sämtliche Aussagen über die Verschiebungen enthalten sind. Zumindest die tangentielle Verschiebung wird durch diesen Ansatz vernachlässigt.

Als Ergebnis erhalten Hoff et al. unter Anwendung eines Kollokationsverfahrens folgende gewöhnliche Differentialgleichung für das Ovalitätsmaß

$$\chi = \frac{\alpha(t) \bar{r}}{s} \quad (\text{A3-3})$$

$$\dot{X} = \frac{X}{\tau} \left\{ 1 + \frac{(n-1)(n-2)}{1^2 \cdot 3^2} X^2 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} X^4 + \dots \right\} \quad (A3-4)$$

mit der Abkürzung

$$\tau^{-1} = \left( \frac{n k'}{3} \right) \left( \frac{p_a \bar{\tau}}{w} \right)^n \left( \frac{\bar{\tau}}{\xi} \right)^2$$

Weiter bedeuten:

$\xi$  : halbe Dicke des Sandwichmodells

$n$ : Exponent des Norton'schen Kriechgesetzes (s.Gl.4)

$$k' = \left( \frac{3}{4} \right)^{\frac{n+1}{2}} \cdot k$$

$k$ : Konstante des Norton'schen Kriechgesetzes im einaxialen Fall

$p_a$ : äußerer Druck

$w$  : Hüllrohrwandstärke

Durch Integration der Gleichung (A3-4) kann die Zeitabhängigkeit von  $X$  gefunden werden:

$$t = \int_{X_0}^X d\xi / X(\xi) \quad (A3-5)$$

$X_0$  stellt den Anfangswert von  $X$  zur Zeit  $t=0$  dar.

In einer gemeinsamen Arbeit mit Neubrech /A3-1/ wurde diese Theorie im Detail untersucht und ein Rechenprogramm geschrieben, mit dem der Beulvorgang unter Berücksichtigung von Spaltgasdruckaufbau und Wandstärkenverminderung durch Korrosion berechnet werden kann. Neben der schon erheblichen Einschränkung der Untersuchung auf die Hülle allein zeigen sich zwei große Nachteile dieser Theorie.



Erstens läßt sich mit der Invariantentheorie /Odqvist, 30, S.28ff./ nicht das Kriechverhalten aller Hüllwerkstoffe darstellen. Gerade die Zirkoniumlegierungen, die als Hüllwerkstoffe z.B. in Druckwasserreaktoren eingesetzt werden und damit ganz besonders auf Kriechbeulverhalten zu untersuchen sind, weisen einen ausgeprägten primären Kriechbereich auf.

Zweitens liefert auch die Hoff'sche Theorie - ähnlich wie die Stabilitätstheorien - neben der kritischen Zeit  $t_{krit}$  nur während sehr geringer Verformungen realistische Geometrien, aus denen Rückschlüsse auf Kühlmittelstörungen gezogen werden können. Nicht bestimmbar sind ebenfalls die bleibenden Dehnungen, die zur Beurteilung der Dichtheit während der gesamten Einsatzzeit wichtig sind.

In einer eigenen Arbeit, die gemeinsam mit Kruse /A3-2/ und Stern /A3-3/ durchgeführt wurde, wurde in einer numerischen Methode die Hoff'sche Theorie überprüft. Grundlegend für diese numerische Methode war die Hoff'sche Gleichung (A3-2). Die numerische Behandlung wurde gewählt, um das Kriechbeulverhalten von Rohren variabler Wandstärke unter Berücksichtigung beliebiger Kriechgesetze zu untersuchen. Die Methode soll im folgenden kurz dargestellt werden.

Die Struktur wird in  $m$  Elemente unterteilt. Das  $i$ -te Element wird durch die Ortsvektoren  $r_i$  und  $r_{i+1}$  begrenzt, die den Winkel  $\Delta\varphi_i$  einschließen.

Für die Krümmung  $\kappa_i(t+\Delta t)$  zur Zeit  $t + \Delta t$  an der Stelle  $i$  gilt näherungsweise:

$$\kappa_i(t+\Delta t) \approx \kappa_i(t) + \Delta \kappa_i \quad (A3-6)$$

mit

$$\Delta \kappa_i \approx \frac{\Delta \bar{\epsilon}_i^i - \Delta \bar{\epsilon}_i^a}{2 \bar{s}_i} \quad (A3-7)$$

$\Delta \bar{\epsilon}_i^i$  : Dehnung in Sandwichschale im  $i$ -ten Element während des Zeitschritts  $\Delta t$

Da die Krümmungen mit den Radien verknüpft sind, können aus der Gleichung (A3-6) die Radien nach der Verformung ermittelt werden. Es gilt:

$$\alpha_i = \frac{\tau_i'^2 + 2\tau_i'^2 - \tau_i \tau_i''}{(\tau_i'^2 + \tau_i''^2)^{3/2}} \quad (\text{A3-8})$$

mit

$$\tau_i' = \frac{d\tau_i}{d\varphi} \approx \frac{\tau_{i+1} - \tau_{i-1}}{2\Delta\varphi_i} \quad (\text{A3-9})$$

$$\tau_i'' = \frac{d^2\tau_i}{d\varphi^2} \approx \frac{\tau_{i+1} - 2\tau_i + \tau_{i-1}}{\Delta\varphi_i^2} \quad (\text{A3-10})$$

Die Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems

$$\alpha_i = \alpha_i(\tau_{i-1}, \tau_i, \tau_{i+1}) \quad i=1, m \quad (\text{A3-11})$$

wurde iterativ über eine Taylor-Entwicklung durchgeführt, die nach dem 1.Glied abbricht. Da in einem betrachteten Zeitschritt nur relativ geringe Kriechverformungen erfolgen, stehen mit den alten Radien  $r(t)$  sehr gute Anfangsschätzwerte für die neuen Radien  $r(t + \Delta t)$  zur Verfügung, so daß die Rechnung rasch konvergiert. Es gilt:

$$\alpha_i^{(m')} (t + \Delta t) = \alpha_i^{(m')} (t + \Delta t) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \tau_{i-1}} \bigg|_{m'} \Delta \tau_{i-1}^{(m'+1)} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \tau_i} \bigg|_{m'} \Delta \tau_i^{(m'+1)} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \tau_{i+1}} \bigg|_{m'} \Delta \tau_{i+1}^{(m'+1)} \quad (\text{A3-12})$$

$$\tau_i^{(m'+1)} (t + \Delta t) = \tau_i^{(m')} (t + \Delta t) + \Delta \tau_i^{(m'+1)} \quad (\text{A3-13})$$

$$\alpha_i (t + \Delta t) \approx \alpha_i (t) + \Delta \alpha_i \quad (\text{A3-6})$$

$m'$ : Iterationsindex

Die Iteration wird abgebrochen, wenn alle  $\Delta r_i^{(m+1)}$  eine vorgegebene Schranke unterschreiten.

Da die Krümmung  $\kappa_i$  an der Stelle  $i$  nur von drei Radien ( $r_i, r_{i-1}, r_{i+1}$ ) abhängt, besitzt das Gleichungssystem (A3-12) eine Bandstruktur, die sich im Fall gleichzeitiger Spiegelsymmetrie zur x- und y-Achse ausnützen läßt, um eine beträchtliche Vereinfachung des Gauß'schen Algorithmus zu erreichen (Kruse, A3-2/. Im allgemeinen Fall ist das nicht möglich.

Neben der schon erwähnten Vernachlässigung der tangentialen Verschiebung, deren Auswirkung vor allem bei Problemen mit variabler Wandstärke nicht zu übersehen ist, stellt die iterative Lösung des Gleichungssystems (A3-12) der Ordnung  $m$  in jedem Zeitschritt einen beträchtlichen Rechenaufwand dar, der etwa proportional  $m^3$  anwächst /Waldschmidt, A3-4/. Immerhin unterliegt die Ausgangsgeometrie keinen Einschränkungen, zusätzlich besteht die Möglichkeit, beliebige Kriechgesetze der Rechnung zugrunde zu legen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß diese Methode keine Vorteile gegenüber der Methode bietet, die im Kapitel 4 dieser Arbeit dargestellt ist. Der Umweg über die Krümmungen, den Hoff bei seiner analytischen Lösung gewählt hat, lohnt sich bei einer numerischen Lösung nicht. Deshalb werden hier auch keine Ergebnisse diskutiert, es sei nur festgestellt, daß die Übereinstimmung mit der Hoff'schen Theorie am Spezialfall eines Rohrs konstanter Wandstärke mit einer Ausgangsgeometrie nach der Gleichung (A3-1) und einem Kriechgesetz vom Norton'schen Typ voll befriedigend war.

## Anhang A 4: Ermittlung der Schnittkräfte in der Struktur

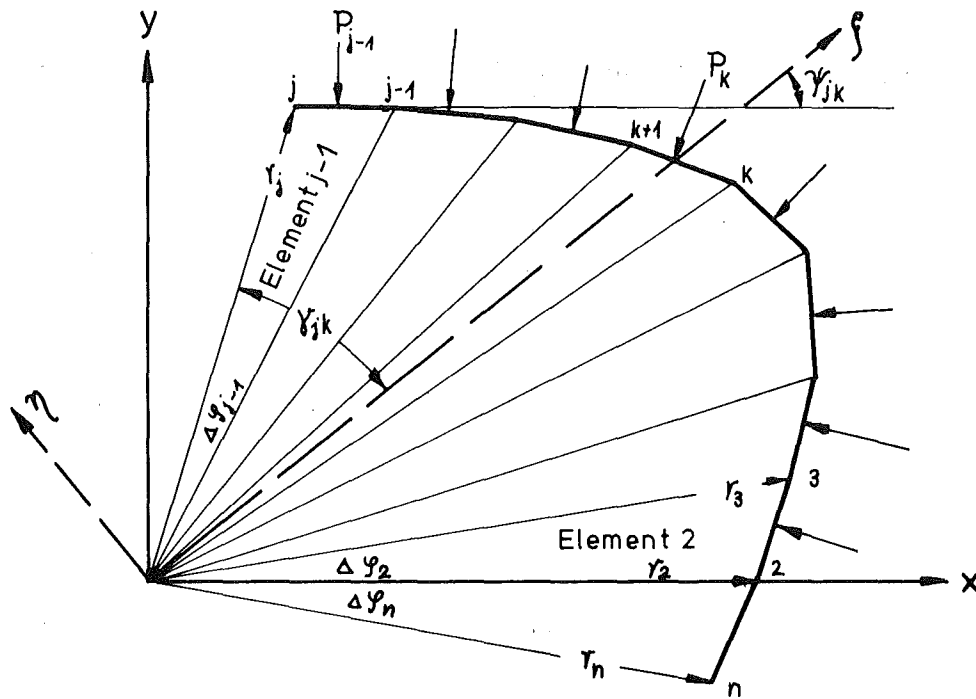
### A4.1 Allgemeine Methode

Die Ermittlung der Schnittkräfte erfolgt nach den Regeln der Elastomechanik mit Hilfe des Arbeitssatzes. Die folgende Darstellung folgt im wesentlichen dem Lehrbuch von Czerwenka und Schnell /A4-1/.

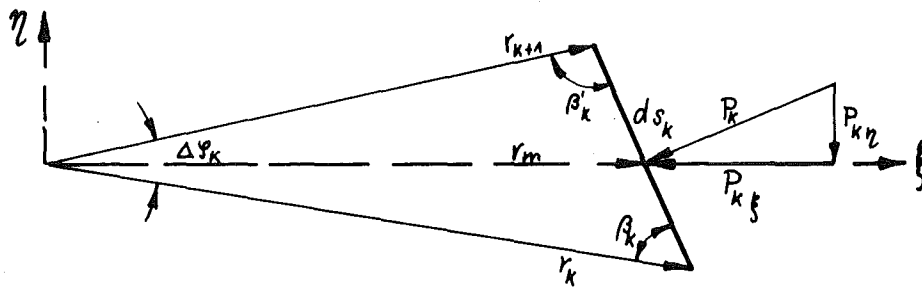
Nach dem Aufschneiden des Rings erhält man das Nullsystem, das den gegebenen Belastungen unterworfen wird. In diesem System können alle Schnittkräfte, die sogenannten "Nullkräfte" aus Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden. Mit Hilfe des Arbeitssatzes erhält man die Verschiebungen bzw. Winkeländerungen an den Schnittstellen  $i$ , die im allgemeinen Klaffungen bewirken. Da diese Klaffungen von der Nullbelastung herühren, werden sie mit  $\delta_{i0}$  bezeichnet. Die reale Struktur muß an den Stellen  $i$  kontinuierlich verlaufen. Man muß daher die Klaffungen  $\delta_{i0}$  wieder rückgängig machen. Dazu werden an den Schnittstellen  $i$  Kräfte  $X_k$  (die statisch "Unbestimmten" oder statisch "Überzähligen) angebracht. Wiederum kann der zugehörige Kraftverlauf aus Gleichgewichtsbedingungen ermittelt und auch die Verschiebungen  $\delta_{ik}$  infolge der Kräfte  $X_k$  können berechnet werden. Hebt man nun mit diesen Verschiebungen die Klaffungen im Nullsystem auf, so ist der geometrische Zusammenhang wieder hergestellt. Aus diesen Zusammenhaltsbedingungen folgen die statisch Unbestimmten.

### A4.2 Momenten- und Nullkraftverteilung im "0"-System

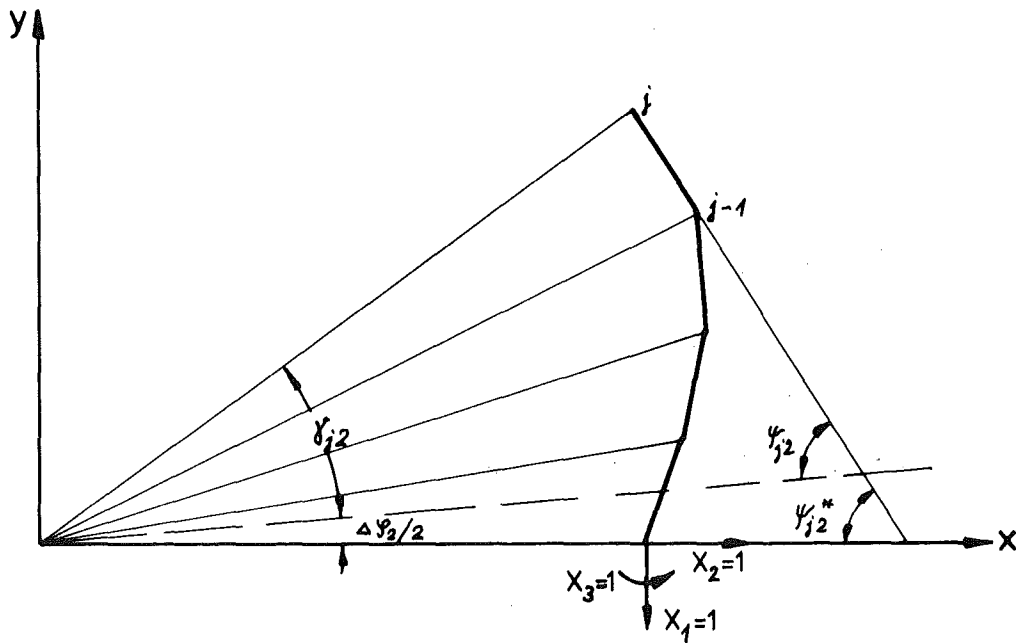
Das Moment und die Normalkraft im "0"-System an der Stelle  $j$  infolge äußerer Belastung ist durch die folgenden Gleichungen gegeben (Abb. A4-1). Dabei gilt folgende Konvention: ein Moment ist positiv, wenn die äußere Faser durch das Moment gedrückt wird, eine Normalkraft ist positiv, wenn die Struktur durch die Normalkraft gezogen wird.



Bezeichnungen im Polygonzug ("0" System)



Bezeichnungen im Element k



Bezeichnungen in den Systemen "1", "2" und "3"

Abbildung A 4-1 : Bezeichnungen im Null-System sowie in den Systemen "1", "2", "3"

$$M_{j0} = \sum_{k=2}^{j-1} \left\{ P_{\eta k} (\tau_{mk} - \tau_j \cos \varphi_{jk}) + P_{\xi k} \tau_j \sin \varphi_{jk} \right\} \quad (A4-1)$$

$$N_{j0} = \sum_{k=2}^{j-1} P_{\eta k} \sin \varphi_{jk} - P_{\xi k} \cos \varphi_{jk} \quad (A4-2)$$

$$\varphi_{jk} = \sum_{l=k+1}^{j-1} \Delta \varphi_l + \frac{\Delta \varphi_k}{2} \quad \text{für } k+1 \leq j-1 \quad (A4-3)$$

$$\varphi_{jk} = \frac{\Delta \varphi_k}{2} \quad \text{für } k = j-1 \quad (A4-4)$$

$$ds_k = \sqrt{\tau_k^2 + \tau_{k+1}^2 - 2 \tau_k \tau_{k+1} \cos \Delta \varphi_k} \quad (A4-5)$$

$$\beta_k = \arccos \left\{ \frac{\tau_k^2 + ds_k^2 - \tau_{k+1}^2}{2 ds_k \tau_k} \right\} \quad (A4-6)$$

$$\beta'_k = \pi - \beta_k - \Delta \varphi_k \quad (A4-7)$$

$$\alpha_k = \frac{\pi}{2} - \beta_k - \frac{\Delta \varphi_k}{2} \quad (A4-8)$$

$$P_{\xi k} = P_k \cos \alpha_k \quad (A4-9)$$

$$P_{\eta k} = P_k \sin \alpha_k \quad (A4-10)$$

$$\varphi'_{jk} = \pi - \varphi_{jk} - \beta'_{i-1} \quad (A4-11)$$

Der Wert  $N_{j0}$  gilt im Bereich  $j \dots j-1$  d.h. im Element  $j-1$ .

A4.3 Momenten- und Normalkraftverteilung in den Systemen "1", "2" und "3"

$$\bar{M}_{j1} = -1 \left\{ r_2 - r_j \cos \delta_j \right\} \quad (A4-12)$$

$$\bar{M}_{j2} = +1 \cdot r_j \sin \delta_j \quad (A4-13)$$

$$\bar{M}_{j3} = +1 \quad (A4-14)$$

$$\delta_j = \gamma_{j2} + \frac{\Delta \varphi_2}{2} \quad (A4-15)$$

$$\bar{N}_{j1} = 1 \cdot \sin \gamma_{j2}^* \quad (A4-16)$$

$$\bar{N}_{j2} = 1 \cdot \cos \gamma_{j2}^* \quad (A4-17)$$

mit

$$\gamma_{j2}^* = \gamma_{j2} - \frac{\Delta \varphi_2}{2} \quad (A4-18)$$

Wie vorher gelten die Größen  $\bar{N}_{j1}$  und  $\bar{N}_{j2}$  im Element j-1.

A4.4 Ermittlung der Verschiebungen  $\delta_{i0}$  und  $\delta_{ik}$

Für die Verschiebungen  $\delta_{i0}$  und  $\delta_{ik}$  erhält man unter Vernachlässigung des Querkrafteinflusses, jedoch unter Berücksichtigung von radialen und azimuthalen Temperaturschwankungen:

$$\delta_{i0} = \sum_{j=2}^n \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{M}_i \bar{M}_0}{E \cdot \frac{1}{12} h \cdot w^3} ds + \sum_{j=2}^m \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{N}_i \bar{N}_0}{E \cdot h \cdot w} ds + \sum_{j=2}^m \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{M}_i \cdot \alpha \cdot \Delta s_j^{\text{rad}}}{w} ds + \sum_{j=2}^n \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{N}_i \cdot \alpha \cdot \Delta s_j^{\text{ax}}}{a_i} ds \quad (\text{A4-19})$$

$$\delta_{ik} = \sum_{j=2}^n \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k}{E \cdot \frac{1}{12} h \cdot w^3} ds + \sum_{j=2}^n \int_{s_j}^{s_j+\Delta s_j} \frac{\bar{N}_i \bar{N}_k}{E \cdot h \cdot w} ds \quad (\text{A4-20})$$

Die statisch Unbestimmten erhält man aus der Bedingung, daß an den Stellen  $i$  keine gegenseitige Verschiebung auftreten darf:

$$\delta_{i0} + \sum_k \lambda_k \delta_{ik} = 0 \quad (\text{A4-21})$$

Die endgültigen Schnittkräfte folgen aus der Ueberlagerung von Nullkräften und Schnittkräften infolge der statisch Ueberzähligen.



Anhang A 5: Linearisierung eines Kriechgesetzes nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate

Zu linearisieren ist die Funktion:

$$\dot{\epsilon}_V^C = k \cdot \text{sign}(\sigma) |\sigma|^n \quad (\text{A 5-1})$$

Dabei sind 3 Stützstellen vorgegeben, sodaß die Forderung der Ausgleichsrechnung lautet:

$$\sum_{i=1}^3 \left\{ \text{sign}(\sigma_i) |\sigma_i|^n - a - b \sigma_i \right\}^2 = \text{Min} \quad (\text{A 5-2})$$

Man erhält:

$$a = \frac{1}{D} \left\{ \sum_{i=1}^3 \text{sign}(\sigma_i) |\sigma_i|^n \cdot \sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 - \sum_{i=1}^3 \sigma_i \sum_{i=1}^3 \text{sign}(\sigma_i) |\sigma_i|^n \right\} \quad (\text{A 5-3})$$

$$b = \frac{1}{D} \left\{ 3 \sum_{i=1}^3 \sigma_i \text{sign}(\sigma_i) |\sigma_i|^n - \sum_{i=1}^3 \text{sign}(\sigma_i) |\sigma_i|^n \sum_{i=1}^3 \sigma_i \right\} \quad (\text{A 5-4})$$

$$D = 3 \sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 - \sum_{i=1}^3 \sigma_i \sum_{i=1}^3 \sigma_i \quad (\text{A 5-5})$$

Für

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma \quad (\text{A 5-6})$$

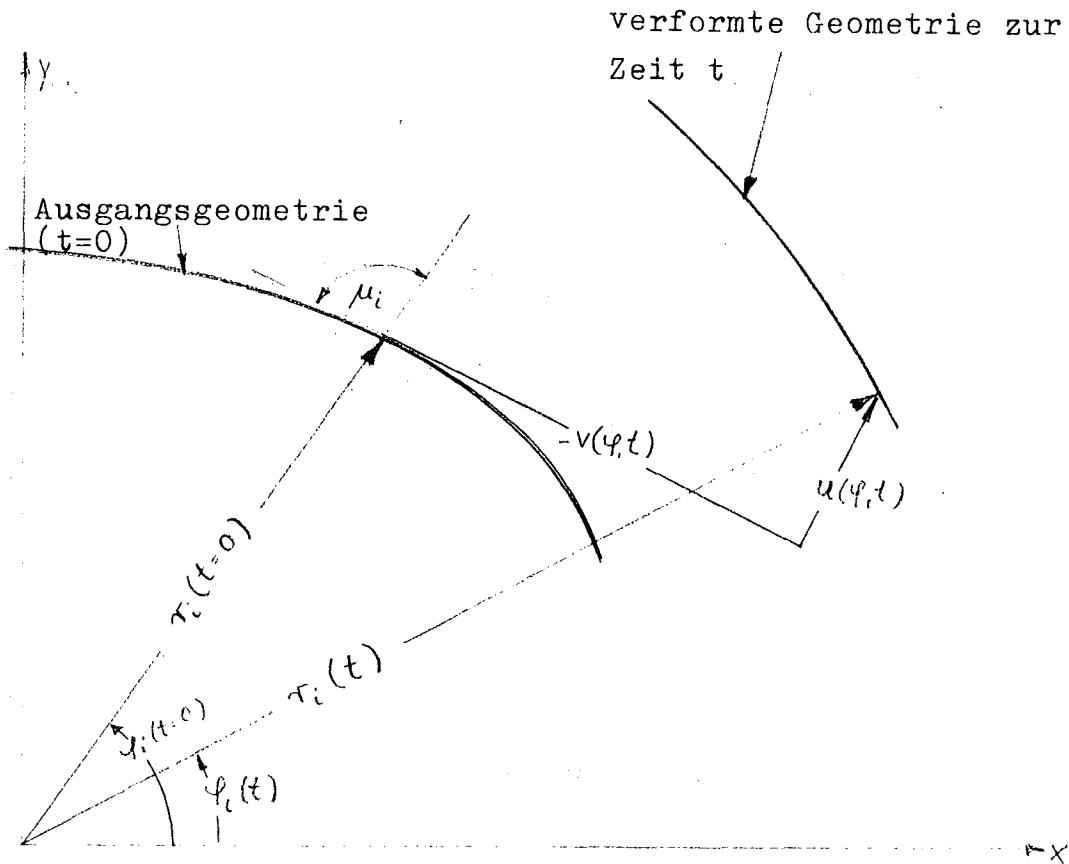
wird die Tangente berechnet. Man erhält:

$$a = (1-n) \text{sign}(\sigma) |\sigma|^n \quad (\text{A 5-3})$$

$$b = n |\sigma|^{n-1} \quad (\text{A 5-4})$$

Anhang A 6: Definition der Verschiebungen

Die normale Verschiebung  $v(\varphi, t)$  und die tangentiale Verschiebung  $u(\varphi, t)$  sind in folgender Weise definiert:



Anhang A 7: Statistische Auswertung von Standzeiten nach der Hoff'schen Theorie

Anzupassen ist eine Gerade vom Typ:

$$\ln y = \ln A - r \cdot z \quad (\text{A 7-1})$$

Nach den Regeln der Ausgleichsrechnung erhält man:

$$\ln A = \frac{\sum g_i z_i^2 \sum g_i \ln y_i - \sum g_i z_i \sum g_i z_i \ln y_i}{\sum g_i \sum g_i z_i^2 - (\sum g_i z_i)^2} \quad (\text{A 7-2})$$

$$r = \frac{-\sum g_i \sum g_i z_i \ln y_i + \sum g_i z_i \sum g_i \ln y_i}{\sum g_i \sum g_i z_i^2 - (\sum g_i z_i)^2} \quad (\text{A 7-3})$$

$g_i$ : Gewicht des Meßpunkts  $i$

Der mittlere Fehler ergibt sich zu:

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{\sum g_i v v}{n-2}} \quad (\text{A 7-4})$$

$n$ : Zahl der Meßpunkte

Die Einzelfehler lauten:

$$\Delta \ln A = \sqrt{\frac{\sum g_i v v \sum \alpha \alpha}{n-2}} \quad (\text{A 7-5})$$

$$\Delta r = \sqrt{\frac{\sum g_i v v \sum \beta \beta}{n-2}} \quad (\text{A 7-6})$$

mit  $\sum \alpha \alpha = \frac{\sum g_i z_i^2}{\sum g_i \sum g_i z_i^2 - (\sum g_i z_i)^2}$  (A 7-7)

$$\sum \beta \beta = \frac{\sum g_i}{\sum g_i \sum g_i z_i^2 - (\sum g_i z_i)^2} \quad (\text{A 7-8})$$

$$\sum g_i v v = \sum g_i (\ln y_i)^2 - \sum g_i \ln y_i \ln A + \sum g_i z_i \ln y_i r \quad (\text{A 7-9})$$

Anhang A 8: Statische Unbestimmtheit infolge der Stützwirkung des Brennstoffs

Die im Anhang 4 beschriebene dreifache statische Unbestimmtheit erhöht sich um die Zahl der Auflagerpaare. Für das System "A" gilt (siehe Abb. A 8-1):

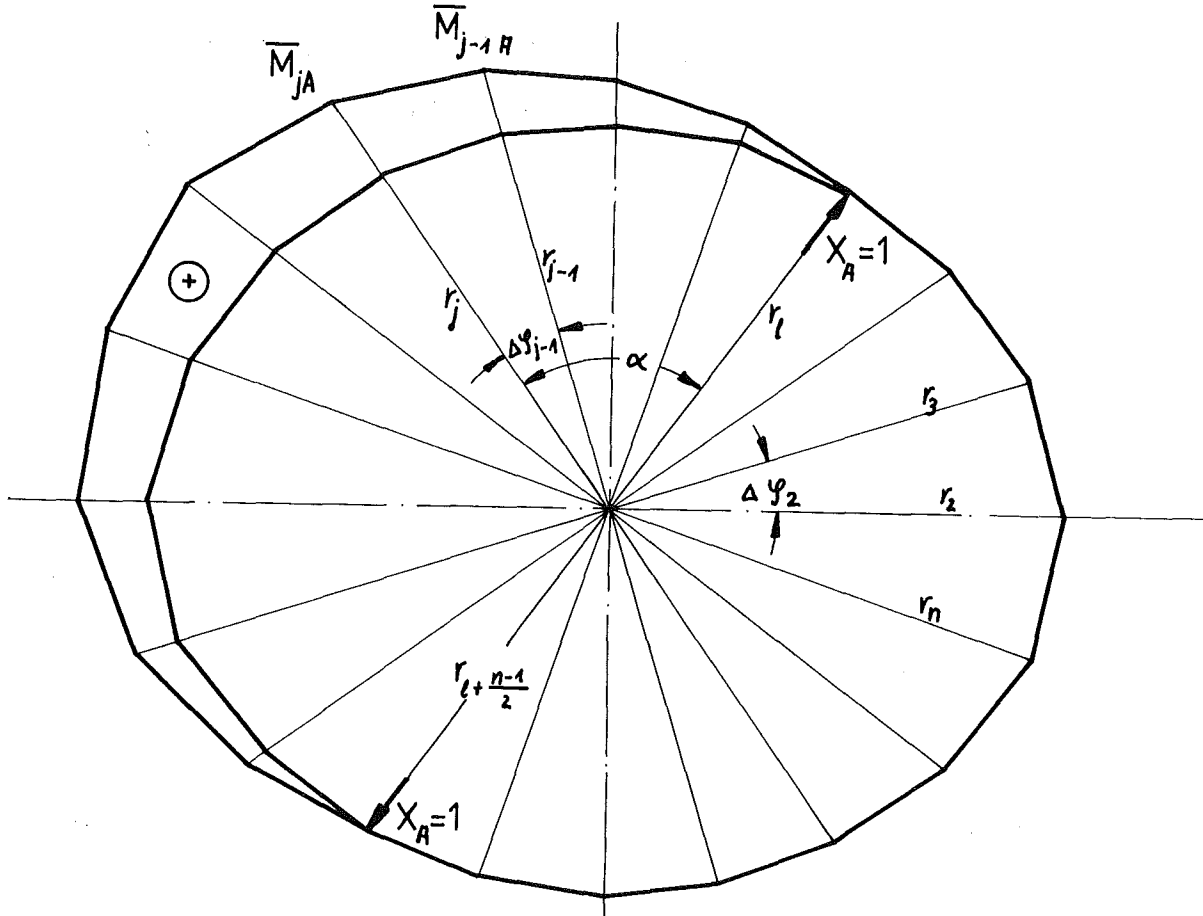


Abb. A 8-1 : Bezeichnungen für das System "A"

Mit 
$$\alpha = \sum_{k=l}^{j-1} \Delta \varphi_k \quad (\text{A 8-1})$$

ergibt sich für das Moment an der Stelle j:

$$\bar{M}_{jA} = 0 \quad \text{für } i=2, \dots, l \text{ und } l + \frac{n-1}{2}, \dots, n \quad (\text{A 8-2})$$

$$\bar{M}_{jA} = r_j |\sin \alpha| \quad \text{für } i=l+1, \dots, l + \frac{n-1}{2} - 1 \quad (\text{A 8-3})$$

Tabelle 1 : Vergleich von Brennstäben verschiedener Reaktortypen (im wesentlichen nach Kummerer et al. /5/ ).

Reaktortyp	SWR	DWR	SNR
Brennstoff	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>	UO <sub>2</sub>
Brennstabdurchmesser (mm)	14	12	6
Wandstärke (mm)	0,8..0,9	0,4..0,5	0,4
Kühlmitteldruck (at)	70	150	6
Max. Spaltgasüberdruck (at)	0	0	75
Stablängenleistung (W/cm)	550	550	550
Heizflächenbelastung (W/cm <sup>2</sup> )	125	160	290
Max. Hüllrohrtemperatur (°C)	319	340	580
Max. Brennstofftemperatur (°C)	2400	2450	2600
Abbrandziel (MWd/t)	50000	50000	100000

Tabelle 2 : Zusammensetzung der Werkstoffe Zircaloy 2, Zircaloy 4, Inconel 625, Incoloy 800, AISI 304, Hastelloy X nach Laue /23/ in [Gew.-%]

Werkstoff	Sn	Fe	Cr	Ni	Nb	Si	W	Mn	Mo	Zr	C	A	Ti
Zircaloy 2	1,5	0,15	0,1	0,05						Rest			
Zircaloy 4	1,5	0,12 0,24	0,1	0,007						Rest			
Inconel 625		5,0	23	Rest	4,2	0,5		0,5	10		0,1	0,4	0,4
Incoloy 800		Rest	23	35		1,0		1,5			0,1	0,5	0,6
AISI 304		Rest	18	9		1,0		2			0,05		
Hastelloy X		18,5	22	Rest		0,75	0,6	1	9		0,1		

Tabelle 3 : Daten für die Untersuchung der  
"inneren Korrosion"

Geometrie	:	$6 \varnothing \times 0,4 \text{ mm}$
Werkstoff	:	X8CrNiMoVNb 1613 (W.-Nr.4988)
Betriebszeit	:	18000 h ( $\approx 150 \text{ 000 MWd/to}$ )
Innere "Korrosionsrate"	:	$10 \mu\text{m} / 10 \text{ 000 MWd/to}$
Hüllrohrtemperatur	:	$650 \text{ }^\circ\text{C}$
Außendruck	:	0 at
Innendruck	:	linear ansteigend von 0 at auf 40,60,80,100 at
Elastizitätsmodul	:	$15500 \text{ kp/mm}^2$
Querkontraktionszahl	:	0,3
Vergleichsspannung	:	Mises-Kriterium Gl. (48)
Kriechgesetz	:	Norton $\epsilon^c = k \cdot \sigma^n \cdot t$ $n = 6,15$ $k = 0,5 \cdot 10^{-11}$

Tabelle 4 : Daten für Diagramme 12 - 14

Kriechgesetz vom Typ Norton : Gleichungen (44), (45) u. (46)

Kriechgesetz vom Typ  $t^{1/3}$  : Gleichungen (44), (45) u. (55)

mit folgenden Werten nach Stehle /63/ für die Proben 50 u. G6

$$\begin{aligned} E &= 8000 \text{ kp/mm}^2 \\ \nu &= 0,3 \\ n &= 3,9 \\ k &= 0,635 \cdot 10^{-9} \\ \beta &= 0,0013 \\ \bar{\sigma}_t(t = 0h) &= 15,3 \text{ kp/mm}^2 \end{aligned}$$

Tabelle 5 : Geometrische Daten sowie Werkstoffdaten für Inconel 625 (siehe Tabelle 2): gleicher Datenfall wie Malmberg /74/

Geometrie	:	Innenradius $r_i = 3,505$ mm (kalt)	} $\bar{r} = 3,68$ mm
		Außenradius $r_a = 3,855$ mm (kalt)	
Werkstoffdaten, elastisch	:	Elastizitätsmodul	$E = 15350$ kp/mm <sup>2</sup>
		Querkontraktionszahl	$\nu = 0,328$
		Wärmeausdehnungskoeffizient	$\beta = 1,5 \cdot 10^{-5}$ grd <sup>-1</sup>
		Wärmeleitfähigkeit	$\lambda = 0,197$ W/(cmgrd)
Kriechdaten	:	$650^\circ \leq \dot{\gamma} \leq 750^\circ \text{C}$ (Nortonparameter, siehe Gl.4)	
$650^\circ \text{C}$	:	$n = 5,6$	$k = 0,8 \cdot 10^{-13}$
$750^\circ \text{C}$	:	$n = 4,3$	$k = 0,26 \cdot 10^{-8}$
Interpolation	:	$n(\dot{\gamma}) = a + b \cdot \dot{\gamma}$ eg $k(\dot{\gamma}) = a' + b' \cdot \dot{\gamma}$	

Diagramm18

Belastung	$P_a = 60$ at
	$p_i = 60$ at
Stablängenleistung	$Q = 500$ W/cm $\rightarrow \Delta \dot{\gamma}_{\text{rad}} \approx 32^\circ \text{C}$
Temperatur in Wandmitte	$\bar{\dot{\gamma}} = 700^\circ \text{C}$

Diagramm19

Belastung	: variiert
Stablängenleistung	$Q = 0 \dots 1000$ W/cm $\rightarrow 0 \leq \Delta \dot{\gamma}_{\text{rad}} \leq 64^\circ \text{C}$
Temperatur in Wandmitte	$\bar{\dot{\gamma}} = 700^\circ \text{C}$

Diagramm25 - 34

Belastung	$p_a = 60$ at
Temperatur in Wandmitte	$\bar{\dot{\gamma}} = 700^\circ \text{C}$

Temperaturverteilung jeweils im Diagramm angegeben.

Tabelle 6 : Daten für Vergleich zwischen Konzept 1  
und Konzept 2

	Hülle	Brennstoff
Anfangs- geometrie	$\bar{r} = 3,4 \text{ mm}$  $w = 0,2 \text{ mm}$ $\alpha_2 = 0,00074$ $\cong D_{\max} - D_{\min} = 10 \text{ }\mu\text{m}$	je nach anfänglicher Spaltweite $w' = 0,2 \dots 0,4 \text{ mm}$  $\alpha_2 = 0$
Außen- druck	$p_a = 20 \text{ at}$	
Werkstoff- daten	Incoloy 800 bei $700^\circ\text{C}$ niedriger Ti, Al - Gehalt  $E = 15000 \text{ kp/mm}^2$ $\nu = 0,38$ $n = 7,1$ $k = 2,5 \cdot 10^{-10}$	$\text{UO}_2$  $E = 15000 \text{ kp/mm}^2$ $\nu = 0,3$ $n = 1$ $k = \text{variiert}$



Tabelle 7 : Daten für Brennstab eines gasgekühlten  
schnellen Brutreaktors  
nach Simon et al. /97/

Versuchsdaten			
Probe	P1 (GA-1)	P6 (GA-12)	P6 (GA-13)
Brennstoff	UO <sub>2</sub>	88UO <sub>2</sub> - 12PuO <sub>2</sub>	88UO <sub>2</sub> - 12PuO <sub>2</sub>
theoretische Dichte [%]	90	90	90
Hüllwerkstoff	Hastelloy X	Hastelloy X	Hastelloy X
Wandstärke der Hülle [mm]	0,232	0,38	0,38
max. Hülltemp. [°C]	760	710	812
Belastung [at]	56	70	70
Einsatzzeit [h]	ca. 650	ca. 1100	ca. 1100
Ergebnis	Kollaps	gute Stabil.	Kollaps
Daten der Rechnung			
mittl. Radius der Hülle [mm]	4.699	4.16	4.16
Dicke der tragenden Brennstoffschicht w [mm]	0.3	0.3	0.3
k <sub>Hü</sub>	4.6 · 10 <sup>-14</sup>	1.6 · 10 <sup>-13</sup>	1.3 · 10 <sup>-14</sup>
k <sub>B</sub>	1.0 · 10 <sup>+5</sup>	1.0 · 10 <sup>-5</sup>	1.0 · 10 <sup>-5</sup>
n <sub>Hü</sub>	9.1	9.7	10.5
n <sub>B</sub>	1	1	1
α <sub>2</sub>	0,00213	0,0024	0,0024
E <sub>Hü</sub> [kp/mm <sup>2</sup> ]	15600	15600	15600
E <sub>B</sub> [kp/mm <sup>2</sup> ]	15000	15000	15000
ν <sub>Hü</sub>	0,306	0,306	0,306
ν <sub>B</sub>	0,316	0,316	0,316

Tabelle 8 : Daten für Brennstab eines gasgekühlten schnellen Brutreaktors.

Geometrie :  $\bar{r} = 3,3$  mm  
 $W = 0,4$  mm  
 $W' = 0,3$  mm  
 $\alpha_2 = 0,003$  ( $\hat{=}$  Ovalität von  $^{40}\mu\text{m}$ )  
 $E_{\text{Hü}} = 15600$  kp/mm<sup>2</sup>  
 $E_{\text{B}} = 15000$  kp/mm<sup>2</sup>  
 $\nu_{\text{Hü}} = 0,306$   
 $\nu_{\text{B}} = 0,316$

Temperatur, Außendruck : variiert

Innendruckanstieg :  $p_i = 0,004$  at/h

Werkstoff der Hülle : Hastelloy X

Kriechdaten siehe Diagramm 57

$k_{\text{B}} = 1,35 \cdot 10^{-5}$  (Porosität 10%)  
 $= 0,3 \cdot 10^{-5}$  (Porosität 4%)

Literaturverzeichnis

- /1/ D.Smidt, Reaktortechnik, Bd.2, G. Braun Verlag, Karlsruhe (1971)
  
- /2/ W.Seubert, Zur optimalen Auslegung von Brennstäben in Druckwasser-Reaktoren, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (Juni 1968), unveröffentlicht
  
- /3/ M.Köbel, Berechnung der Temperaturverteilung zwischen Brennstoffoberfläche und Kühlmittel für stabförmige Reaktor-Brennelemente, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (Februar 1969), unveröffentlicht
  
- /4/ U.Bredenbeck, Neutronenfluß, Stablängenleistung und Temperaturverteilung in einer zylindrischen Reaktor-zelle, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD, (September 1969), unveröffentlicht
  
- /5/ K.Kummerer, H.Stehle, H.G.Weidinger, Verhalten von Brennstäben bei höherem Abbrand, ATW 10, (Oktober 1971), S.545 - 552
  
- /6/ W.Häfele, Proceedings of an International Meeting on Fast Reactor Fuel and Fuel Elements, Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe (1970)
  
- /7/ H.Kämpf, Allgemeine Spaltgleichung für den Wärmedurchgang Brennstoff-Hülle in Kernbrennelementen mit Tablettenbrennstoff, KfK 604 (Juni 1967)
  
- /8/ R.Godesar, Geometrische Erfassung der Oberflächenprofile und Modelle zum Wärmedurchgang durch den Kontakt Brennstoff-Hülle, Beitrag in KfK 1400 (Oktober 1971) S.219 - 226

- / 9/ T.N.Cetinkale, M.Fishenden, Thermal Conductance of Metal Surface in Contact, Gen.Disc. Heat Transfer. Inst.Mech.Eng. (1951), S.271 - 275
  
- /10/ H.Fenech, W.M.Rohsenow, Thermal Conductance of Metallic Surfaces in Contact, Report NYO-2136 (Mai 1959)
  
- /11/ A.M.Ross, R.L.Stoute, Heat Transfer Coefficient between  $UO_2$  and Zircaloy 2, AECL-1552 (Juni 1962)
  
- /12/ A.M.Clausing, B.T.Chao, Thermal Contact Resistance in a Vacuum Environment, Journ. of Heat Transfer (Mai 1965)
  
- /13/ J.A.Greenwood, Constriction Resistance and the real Area of Contact, Brit. J. Phys. (1966), Vol.17
  
- /14/ M.G.Cooper, B.B.Mikic, M.M.Jovanovitch, Thermal Contact Conductance, Int. J.Heat Mass. Transfer (1969), Vol.12, S.279 - 300
  
- /15/ H.L.Weinreich, Die Wärmeleitfähigkeit keramischer Kernbrennstoffe, Studienarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (August 1968) unveröffentlicht
  
- /16/ H.E.Schmidt, Die Wärmeleitfähigkeit unbestrahlter keramischer Kernbrennstoffe, Beitrag zu KfK 1400 (Oktober 1971), S.227 - 246
  
- /17/ J.B.Conway and A.D.Feith, An Interim Report on a Round Robin Experimental Programm to Measure the Thermal Conductivity of Stoichiometric Uranium Dioxide GEMP - 715 (1969)

- /18/ E.M.Müller, Untersuchung der Unsicherheit der Wärmeleitfähigkeit von  $UO_2$  in Abhängigkeit von der Temperatur, ATW 1 (1972), S.37 - 38
- /19/ E.M.Müller, Untersuchung der Unsicherheit der Wärmeleitfähigkeit von oxidischem Brennstoff in Abhängigkeit von der Porosität, ATW 9/10 (Sept./Okt.1970), S.434
- /20/ A.Biancheria, ANS Trans, 9, 1 (1966) S.15
- /21/ H.Kämpf, KfK - 878 (1968)
- /22/ J.A.Brinkman, H.Wiedersich, Mechanisms of Radiation Damage in Reactor Materials, ASTM-STP 380 (1965)
- /23/ H-J.Laue, Werkstoffprobleme in der Reaktortechnik, Vorlesungsmanuskript zur Vorlesung Werkstoffprobleme in der Reaktortechnik an der THD
- /24/ J.R.Beeler, R.A.Johnson, Vacancy Clusters in -Iron, Phys. Rev. 156 (1967), S.677
- /25/ H.Böhm, Die Porenbildung in metallischen Werkstoffen durch Neutronenbestrahlung, KfK 838 (Sept.1968)
- /26/ T.T.Claudson, Irradiation Induced Swelling and Creep in Fast Reactor Materials, Int. Meeting Fast Reactor Fuel and Fuel Elements, Kernforschungszentrum Karlsruhe (Sept.1970)
- /27/ K.Ehrlich, Porenbildung in Hüllmaterialien, Beitrag in KfK 1400 (1971), S.283 - 288
- /28/ E.R.Gilbert, In-Reactor Creep of Reactor Materials, Reactor Technology, Vol.14, Nr.3 (1971), S.258 - 285

- /29/ D.R.Harries, Neutron Irradiation Embrittlement of Austenitic Stainless Steels and Nickel Base Alloys, J. Brit. Nucl. Soc. 5 (1966), Nr.1, S.74
  
- /30/ F.K.G.Odqvist, J.Hult, Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe, Springer Verlag (1962)
  
- /31/ F.Garofalo, Fundamentals of Creep and Creep - Rupture in Metals, Macmillan Series in Material Science, New York (1966)
  
- /32/ Yu.N.Rabotnov, Creep Problems in Structural Members, North - Holland, Amsterdam (1969)
  
- /33/ N.J.Hoff, Beitrag in J.Hult, Creep in Structures, IUTAM Symposium Gothenburg (1970), S.108
  
- /34/ F.H.Norton, Creep of Steel at High Temperatures, McGraw Hill, New York (1929)
  
- /35/ R.W.Bailey, Creep of Steel under Simple and Compound Stresses, and the Use of High Initial Temperature in Steam Power Plant, Trans. World Power Conference, Tokyo (1929), Bd.3, S.1089
  
- /36/ H.Böhm, Einführung in die Metallkunde, B.I - Hochschultaschenbücher 196/196a (1968)
  
- /37/ K.Günther, Kriechverhalten von Hüllmaterialien unter Bestrahlung, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (1968), unveröffentlicht
  
- /38/ P.Bogorinski, Einfluß von Strahlenschäden auf das Kriechverhalten von Hüllmaterialien, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der TDH (1969), unveröffentlicht

- /39/ S.Glasstone, M.C.Edlund, Kernreaktortheorie, Springer Verlag Wien (1961)
  
- /40/ H.Zimmermann, Schwellen durch feste Spaltprodukte, Beitrag in KfK 1400 (Okt.1971), S.115 - 126
  
- /41/ Hj.Matzke, C.Ronchi, Spaltgasverhalten in theoretisch dichtem Brennstoff, Beitrag in KfK 1400 (Okt.1971), S.127 - 144
  
- /42/ H.Zimmermann, Spaltgasverhalten in porösem Brennstoff, Beitrag in KfK 1400 (Okt.1971), S.145 - 159
  
- /43/ Conference on Fast Reactor Fuel Element Technology (April 1971), New Orleans
  
- /44/ A.Boltax et al., Mixed - Oxide Fuel Pin Performance Analysis Using the OLYMPUS Computer Code, Conf. on Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans (April 1971)
  
- /45/ M.E.Nathan, R.N.Schweinberg, Fine Tuning an FBR Fuel Modeling Core, Conf. on Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans (April 1971)
  
- /46/ G.Karsten et al., Practical Results on Fast Reactor Oxide Fuel Pin Development and Modeling Activities, Conf. on Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans (April 1971)
  
- /47/ F.Depisch, H.Elbel, H.Kämpf, Die Behandlung des mechanischem und thermischen Verhaltens von Brennstäben in SATURN 1, First International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin (Sept.1971)

- /48/ V.Z.Jankus, R.W.Weeks, Analysis of Mixed-Oxide Fuel Element Irradiations Using the LIFE - I Computer Code, Conf. on Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans (April 1971)
- /49/ V.Z.Jankus, R.W.Weeks, LIFE II - A Computer Analysis of Fast Reactor Fuel Element Behaviour as a Function of Reactor Operating History, First Int.Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin (Spet.1971)
- /50/ F.J.Homan et al., Comparison of FMODEL Prediction with EBR - II Irradiation Data, Conf. on Fast Reactor Fuel Element Technology, New Orleans (April 1971)
- /51/ H.J.Laue, private Mitteilungen
- /52/ R.Godesar, M.Guyette, N.Hoppe, COMETHE II, Computer Code for the Mechanical and Thermal Analysis of a Fuel Pin, Vortrag auf der Reaktortagung des Deutschen Atomforums, Frankfurt (1969)
- /53/ J.Dewandeler et al., Oxide Fuel Pin Behaviour, Comparison of Experimental Results with Predictions by the COMETHE II C-Code, Int.Meeting Fast Reactor Fuel and Fuel Elements, Kernforschungszentrum Karlsruhe (Sept.1970)
- /54/ E.Duncombe et al., An Analytical Model for the Prediction of In - Pile Behaviour of Oxide Fuel Rods, Nuc. Technology, Vol.12 (Okt.1971), S.194
- /55/ Brennstabmodelltheorie, Modelle und Materialdaten, zusammengestellt von H.Kämpf, H.Elbel, K.Kummerer, KfK 1400 (Okt.1971)



- /56/ M.Guyette, CRASH, A Computer Program for the Analysis of Creep and Plasticity in Fuel Pin Sheaths, KfK 1050 (1969)
- /57/ K.Laßmann, Rechenprogramm SPAR, Beitrag in KfK 1400 (Okt.1971), S.81 - 87
- /58/ W.H.Sutherland, A Finite Element Computer Code (AXICRP) for Creep Analysis, BNWL - 1142 (1969), S.24
- /59/ H.Leipholtz, Einführung in die Elastizitätstheorie, G.Braun Verlag, Karlsruhe (1968), S.97
- /60/ O.C.Zienkiewicz, The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw - Hill, London (1970), S.31ff.
- /61/ User's Preliminary Reference Manuel for the Experimental FORmula MAnipulation Compiler, IBM (1964)
- /62/ Werkstoffe der Kerntechnik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1963), Bd.II, S.76
- /63/ H.Stehle, Progress in Zircaloy - 4 Canning Technology for PWR-Fuel, Additional Paper, AED-CONF-71-100 26 Germany (Mai 1971)
- /64/ J.Schroeder, M.J.Holicky, On Secondary Creep of Anisotropic Materials, J.Nuc.Mat. 33 (1969), S.52 - 63
- /65/ M.J.Holicky, J.Schroeder, Continuum-Mechanics and Micromechanisms for In-Reactor Creep of Zirkonium alloys, J.Nuc.Mat. 39 (1971), S.27 - 34

- /66/ E.Schnabel, Auswirkungen einer thermischen Wechselbeanspruchung auf die Auslegung eines Brennelementhüllrohrs, Studienarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik, der THD (Januar 1970) unveröffentlicht
- /67/ L.F.Coffin, A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal, Transactions of the ASME, Vol.76 (1954)
- /68/ S.S.Manson, Behaviour of Materials under Conditions of Thermal Stress, NACA - Report TN - 2933, National Aeronautics and Space Administration (Juli 1953)
- /69/ H.Aßmann, E.Steinberg, Stabilitätsuntersuchungen an dünnwandigen Brennstoffhüllen, Atompraxis 13, Heft 2 (1967)
- /70/ K.D.Cloß, H.J.Laue, Das In-Pile Zeitstandverhalten einiger austenitischer Stähle und Nickellegierungen unter mehraxialer Beanspruchung, KfK 1152 (Okt.1969)
- /71/ H.J.Laue, K.D.Cloß, M.Guyette, Irradiation-Induced Biaxial Creep Behaviour of Fuel Element Claddings for Fast Reactors: Experimental and Theoretical Results, KfK 1017 (Juli 1969)
- /72/ G.Cheliotis et al., Zweiachsige mechanische Eigenschaften von Zircaloy - Rohren, Vortrag auf der Reaktortagung des Deutschen Atomforums, Berlin (1970)
- /73/ N.J.Hoff, A Survey of the Theories of Creep Buckling, SUDAER - 80 (AFOSR - TN - 60 - 382), (Juni 1958)
- /74/ T.Malmberg, Über einige Variationsprinzipie der Kriechmechanik und ihre Anwendung auf das Kriechkollaps-Problem von Brennstabhüllrohren, KfK 1390 (Dez.1971)

- /75/ J.M.Levi, N.J.Hoff, Interaction between Axisymmetric and Nonsymmetric Creep Buckling of Circular Cylindrical Shells in Axial Compression, Beitrag in J.Hult, Creep in Structures, IUTAM Symposium Gothenburg (1970), S.405
- /76/ W.E.Jahsmann, F.A.Field, Comparison of Theoretical and Experimental Creep - Buckling Times of Initially Straight, Centrally Loaded Columns, J. Aerospace Science (April 1962), S.431 - 467
- /77/ F.R.Shanley, Principles of Creep Buckling, Weight-Strength Analysis of Aircraft Structures, Part III McGraw-Hill Book Co., New York (1952), S.343 - 357
- /78/ G.Gerard, A Creep Buckling Hypothesis, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol23, No.9 (Sept.1956), S.879 - 882, 887
- /79/ Yu.N.Rabotnov, S.A.Shesterikov, Creep Stability of Columns and Plates, J.Mech.Phys.Solids., Vol.6 No.1 (1957), S.27 - 34
- /80/ J.M.Corum, An Investigation of the Instantaneous and Creep Buckling of Initially Out - of - Round Tubes Subjected to External Pressure, ORNL - 3299 (1963)
- /81/ D.A.Howl, B.Moore, Prediction of Creep Collaps Pressures and Times for Nuclear Fuel Cladding, J.of British Nucl. Soc. 8/2 (1969), S.103 - 108
- /82/ J.P.Ellington, Creep of Tubes under External Pressure, DEG Report 162 (R) (1960)
- /83/ J.C.Serpico, A Study of Creep Collapse of a Long Circular Cylindrical Shell Under Various Distributed Force Systems, J.Aerospace Science (Nov.1962), S.1316 - 1323

- /84/ N.J.Hoff, W.E.Jahsmann, W.Nachbar, A study of Creep Collapse of a Long Circular Cylindrical Shell Under Uniform External Pressure, J.Aerospace Sciences (Okt.1959), S.663 - 669
- /85/ Referenzstudie für den 1000 MWe dampfgekühlten schnellen Brutreaktor (D1), KfK 392 (1966)
- /86/ L.A.Samuelson, Creep Deformation and Buckling of a Circular Cylindrical Shell under Axial Compression, FFA Report No.108 (1967)
- /87/ L.A.Samuelson, Creep Buckling of a Circular Cylindrical Shell, AIAA Journal Vol.7, No.1 (Jan.1969), S.42 - 49
- /88/ F.Hofmann, Temperaturfelder in Brennstoff, Hüllrohr und Kühlmittel in Brennelementen mit symmetrischer und asymmetrischer Bündelgeometrie, Tagungsbericht der Reaktortagung des Deutschen Atomforums, Bonn (1971)
- /89/ H.Kaupä, Experimentelle Untersuchung des Kriechbeulverhaltens dünnwandiger Rohre aus hochwarmfesten Werkstoffen, KfK 1363 (Februar 1971)
- /90/ F.Engesser, Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen (Jg.1889), S.455
- /91/ A.Considère, Résistance des pièces comprimées, Congrès international des procédés de construction, 3 (1891), S.371
- /92/ W.Gründl, H.Heintzelmann, J.Hüftle, Einfahren des Kriechbeul-Versuchsstandes, Messung der Standzeiten von Brennstab-Hüllrohr-Proben, Studienarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (1972), unveröffentlicht

- / 93/ R.Krieg, Die Spannungsverteilung in längsberippten Brennstabhüllrohren, First Int. Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin (Sept.1971)
  
- / 94/ R.Krieg, private Mitteilung
  
- / 95/ H.K.Wolfes, Zum Kriechbeulverhalten exzentrischer Rohre, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (1971), unveröffentlicht
  
- / 96/ O.Jacobi, private Mitteilung
  
- / 97/ R.H.Simon, J.R.Lindgren, J.N.Silfanen, R.B.Fitts, Gas Cooled Fast Reactor Fuel-Element Development-Fuel-Rod Irradiation Test, Proc. of Fast Reactor Fuel and Fuel Elements, Karlsruhe (Sept.1970), S.834
  
- / 98/ J.Höchel, Brennstabprobleme bei schnellen Reaktoren, ATW 9/10 (1970), S.455 - 458
  
- / 99/ G.Engelhardt, H.Hoffmann, Mechanische Eigenschaften von  $UO_2$ , KfK 729 (Febr.1968)
  
- /100/ D.Brucklacher, Kriechverhalten von keramischen Brennstoffen unter Neutronenbestrahlung bei Temperaturen unterhalb  $1200^{\circ}C$ , Beitrag zu KfK 1400 (Okt.1971), S.177
  
- /101/ H.Elbel, private Mitteilung
  
- /102/ D.Brucklacher, A.Gerken, D.Freund, K.Laßmann, Bestrahlungsexperiment zur Untersuchung des integralen Kriechens und des instationären Betriebsverhaltens von Mischoxid-Brennstäben, Veröffentlichung in Vorbereitung

- /103/ D.Brucklacher, W.Dienst, F.Thümmler, Kriechverhalten von keramischen Kernbrennstoffen unter Neutronenbestrahlung, Vortrag auf der Reaktortagung des Deutschen Atomforums, Hamburg (1972)
- /104/ R.F.Canon, J.T.A.Roberts, R.J.Beals, Deformation of  $UO_2$  at High Temperatures, J. Am. Ceram.Soc.54 (1971), S.105
- /105/ A.Beste, das Kriechbeulverhalten des Verbandes Brennstabhülle - Brennstoff, Studienarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (Sept.1971), unveröffentlicht
- /106/ K.D.Cloß, persönliche Mitteilung
- /A1-1/ H.J.Laue, K.D.Cloß, M.Guyette, Irradiation-Induced Biaxial Creep Behaviour of Fuel-Element Claddings for Fast Reactors: Experimental und Theoretical Results, SM 120/D-5, interner Bericht (private Mitteilung)
- /A1-2/ K.D.Cloß, L.Schäfer, Untersuchungen über das Zeitstand- und Kriechverhalten von Hüllrohrproben mit und ohne Bestrahlung. Int.Meeting Fast Reactor Fuel and Fuel Elements, Kernforschungszentrum Karlsruhe (Sept.1970)
- /A1-3/ Engineering Properties of Incoloy Alloy 800, Huntington Alloy Products Division, T-40 (Technical Bulletin), Huntington, West Virginia 25720
- /A1-4/ R.Zurmühl, Praktische Mathematik, Springer Verlag Berlin (1955)

- /A3-1/ G.Neubrech, Zum Kriechbeulverhalten von Hüllrohren nach Hoff, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (1970), unveröffentlicht
- /A3-2/ W.Kruse, Das Kriechbeulverhalten von Brennelementhüllrohren beliebiger Querschnittsgeometrie unter variablem Außendruck, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (Aug.1970), unveröffentlicht
- /A3-3/ G.Stern, Das Kriechbeulverhalten von Brennelementhüllrohren beliebiger Anfangsovalität, Diplomarbeit am Fachgebiet Reaktortechnik der THD (März 1971), unveröffentlicht
- /A3-4/ H.Waldschmidt, Lineare Gleichungssysteme und Determinanten, Unterprogramme VTRIAN und VRUECK in FORTRAN, Rechenzentrum der Technischen Hochschule Darmstadt, Blatt 1
- /A4-1/ G.Czerwenka, W.Schnell, Einführung in die Rechenmethoden des Leichtbaus I, B.I.-Hochschultaschenbücher 124/124a (1967)